

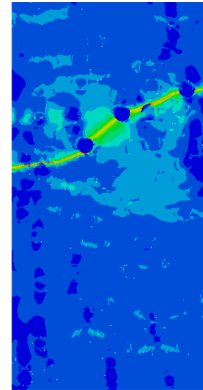
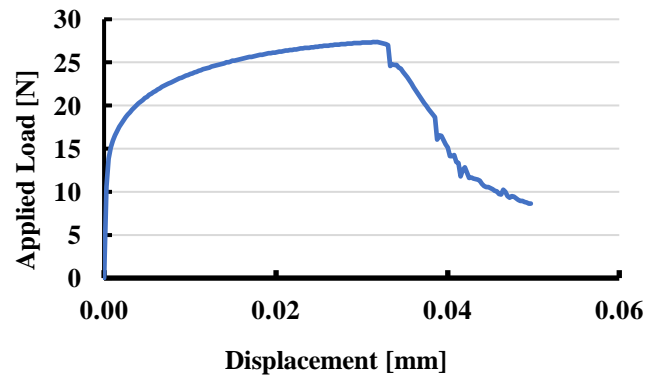
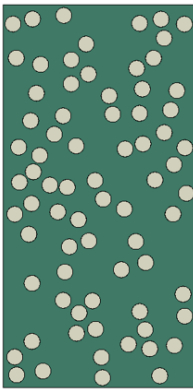


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΕΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΩΝ
ΕΡΕΥΝΩΝ

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ
ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΡΑΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗ
ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΔΑΣΚΑΛΑΚΗΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΣΑΒΒΑΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ

ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

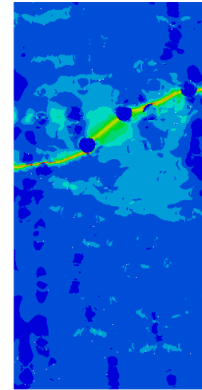
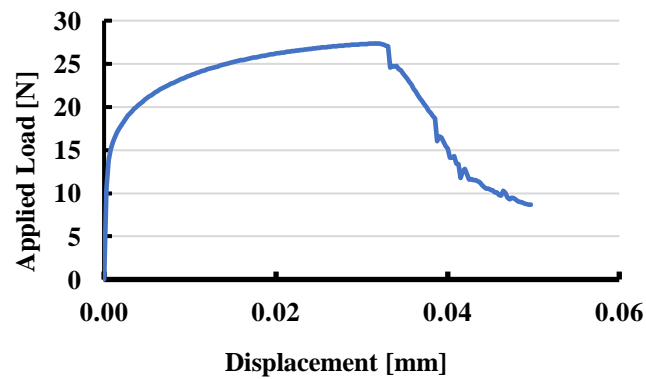
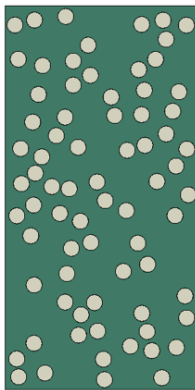
ΑΘΗΝΑ 2023



**NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF
ATHENS
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING**

DEPARTMENT OF STRUCTURAL ENGINEERING
LABORATORY OF STRUCTURAL ANALYSIS AND
ANTISEISMIC RESEARCH

INVESTIGATION OF THE NON-LINEAR BEHAVIOUR OF COMPOSITE METAL ALLOYS WITH THE FINITE ELEMENT METHOD



THESIS

DASKALAKIS PANAGIOTIS

**SUPERVISOR: SAVVAS TRIANTAFYLLOU, ASSOCIATE PROFESSOR
NTUA**

ATHENS 2023

Ευχαριστίες

Με το πέρας αυτής της διπλωματικής εργασίας, θέλω να εκφράσω τις θερμότερες μου ευχαριστίες προς όλους όσους συνέβαλαν στην ολοκλήρωσή της. Πρωτίστως, θέλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου, κ. Σάββα Τριανταφύλλου για την ανεκτίμητη καθοδήγηση, την εμπιστοσύνη και την υποστήριξή του καθ' όλη τη διάρκεια αυτού του ερευνητικού ταξιδιού.

Δε θα μπορούσα να ολοκληρώσω την εν λόγω εργασία χωρίς την αμέριστη υποστήριξη της οικογένειάς μου και των φίλων μου, που πάντα με ενέπνεαν και με ενθάρρυναν να προχωρήσω. Είμαι ευγνώμων για την ευκαιρία που μου δόθηκε να μάθω και να αναπτύξω τις ικανότητές μου μέσα από αυτή τη διπλωματική. Το τέλος αυτής της πορείας είναι ένα σημαντικό βήμα στη ζωή μου και ευχαριστώ όλους όσους ήταν εκεί για μένα.

Περίληψη

Τα σύνθετα υλικά μεταλλικής μήτρας αλουμινίου (Al-MMCs) ενισχυμένης με σωματίδια, χρησιμοποιούνται σε διάφορους τομείς βιομηχανικής παραγωγής λόγω του χαμηλού τους βάρους, της βελτιωμένης αναλογίας αντοχής προς αυτό, της καλύτερης ανθεκτικότητας σε θραύση, της αυξημένης αντοχής σε κόπωση, εφελκυσμό, σε διάβρωση σε δυσμενές περιβάλλον, καθώς και άλλων ιδιοτήτων. Γενικότερα, οι διαδικασίες παραγωγής καθώς και τα ενισχυτικά στοιχεία των σύνθετων αυτών υλικών ποικίλλουν. Συχνότερα, χρησιμοποιούνται ενισχυμένα σωματίδια όπως καρβίδια, νιτρίδια και ενώσεις οξειδίων.

Στην παρούσα διπλωματική, προτείνεται μια ολοκληρωμένη διαδικασία προσομοίωσης και ανάλυσης για τη διερεύνηση των επιδράσεων της διάταξης, του κλάσματος όγκου των σωματιδίων και της παρουσίας εγκοπών στη μήτρα στην παραμόρφωση, τη βλάβη και τη συμπεριφορά αστοχίας της ενισχυμένης με σωματίδια μεταλλικής μήτρας (PRMMC). Στο πλαίσιο μιας τυχαίας μικροδομής που βασίζεται σε μοντελοποίηση πεπερασμένων στοιχείων (FEM), η πλαστική παραμόρφωση και η όλκιμη ρηγμάτωση της μήτρας μοντελοποιούνται με τη χρήση της καταστατικής σχέσης Johnson-Cook και του μοντέλου όλκιμης θραύσης Johnson-Cook. Η αποκόλληση της διεπιφάνειας μήτρας-σωματιδίων προσομοιώνεται με τη χρήση της επιφανειακής-συνεκτικής ζώνης, ενώ η θραύση των σωματιδίων αντιμετωπίζεται με το μοντέλο ελαστικής-ψαθυρής θραύσης, στο οποίο ως κριτήριο εξέλιξης της βλάβης ορίζεται το κριτήριο ενεργειακής ρηγμάτωσης. Για τις ανάγκες της μοντελοποίησης και της ανάλυσης των μηχανισμών βλάβης των σύνθετων υλικών αλουμινίου ενισχυμένων με καρβίδιο του πυριτίου αναπτύσσεται μια κατάλληλη διαδικασία σε περιβάλλον Python κατά την οποία προετοιμάζονται αυτόματα τα αρχεία της ανάλυσης η οποία και τελικά πραγματοποιείται με τη χρήση του εμπορικού προγράμματος ABAQUS/Explicit 2018.

Abstract

Aluminum metal matrix composites (Al-MMCs) reinforced with particles are widely used in the manufacturing sector due to their low weight, improved strength-to-weight ratio, better fracture toughness, increased resistance to fatigue, tensile strength, corrosion in adverse environment, etc. In general, the manufacturing processes as well as the reinforcing elements of these composites vary. Most commonly, carbides, nitrides and oxide compounds are employed as reinforcing particles.

In this thesis, an integrated numerical model is proposed to investigate the effects of the arrangement, the volume fraction of the particles and the presence of indentations in the matrix on the deformation, damage, and failure behavior of the particle-reinforced metal matrix reinforced matrix (PRMMC). In the context of a random microstructure based finite element modeling (FEM), the plastic deformation and ductile cracking of the matrix are modeled using the Johnson-Cook constitutive relationship and the Johnson-Cook ductile fracture model. The detachment of the matrix-particle interface is simulated using the surface-cohesive zone while particle fracture is treated with the elastic-brittle fracture model, in which the damage evolution criterion is defined as the energy cracking criterion. A two-dimensional nonlinear model is developed in a Python programming environment and executed using the commercial program ABAQUS/Explicit 2018 for modeling and analyzing the damage mechanisms of silicon carbide reinforced aluminum composites.

Πίνακας περιεχομένων

Ευχαριστίες	5
Περίληψη	6
Abstract	7
Πίνακας περιεχομένων	8
Κατάλογος εικόνων	10
Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή	15
1.1 Γενική Περιοχή	15
1.2 Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας και ερευνητικοί στόχοι	16
1.3 Μεθοδολογία	16
Κεφάλαιο 2 Σύνθετα Υλικά	18
2.1 Ορισμός	18
2.2 Κατηγοριοποίηση και συμπεριφορά	19
2.2.1 Κατηγοριοποίηση Σύνθετων Υλικών:	19
2.2.2 Μηχανισμοί ενίσχυσης σε σύνθετα υλικά μεταλλικής μήτρας	23
2.2.3 Μηχανική συμπεριφορά και μοντελοποίηση	24
2.2.4 Εναλλακτική λύση υλικού ενίσχυσης: Αλουμίνιο ενισχυμένου με σωματίδια αλουμίνιας (αντί SiC)	29
2.2.5 Κατασκευή	29
Κεφάλαιο 3 Πεπερασμένα Στοιχεία	31
3.1 Πεπερασμένα στοιχεία κελύφους	31
3.2 Στοιχεία μειωμένης ολοκλήρωσης	34
3.3 Μη γραμμική ανάλυση	34
3.3.1 Μη γραμμικότητα υλικού	35
3.3.2 Μέθοδος Newton-Raphson	36
Κεφάλαιο 4 Ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης ελαστικότητας	41
4.1 Επίπεδη ένταση και επίπεδη παραμόρφωση	41
4.2 Τετραπλευρικά ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης έντασης	43

4.3	Τριγωνικά ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης έντασης	52
4.4	Ολοκλήρωση Gauss	54
Κεφάλαιο 5	Παραμετρική ανάλυση	56
5.1	Πεπερασμένα στοιχεία ελέγχου κλεψύδρας.....	56
5.2	Διαδικασία προσομοίωσης.....	57
5.3	Αποτελέσματα	75
5.3.1	Κλάσμα όγκου 5%	76
5.3.2	Κλάσμα όγκου 10%	85
5.3.3	Κλάσμα όγκου 15%	93
5.3.4	Κλάσμα όγκου 20%	101
5.3.5	Συγκεντρωτικά αποτελέσματα.....	108
Κεφάλαιο 6	Παρατηρήσεις-Συμπεράσματα.....	111
Κεφάλαιο 7	Βιβλιογραφία.....	112

Κατάλογος εικόνων

Εικόνα 1. Ανάλυση ινοπλισμένων σύνθετων υλικών [17]	18
Εικόνα 2. Οι τύποι οπλισμού [17].....	19
Εικόνα 3. Ιδιότητες βασικών ενισχυτικών ινών [17].....	20
Εικόνα 4. Αντοχή σε αστοχία σ_f (MPa) (δοκιμή κάμψης τεσσάρων σημείων) και ανθεκτικότητα $Kc(Mpa\sqrt{m})$ [8].....	20
Εικόνα 5. Σύγκριση μέτρου ελαστικότητας και ενέργειας θραύσης υβριδικών σύνθετων[15]	20
Εικόνα 6. Συνδυασμοί κατασκευής PRMMCs και μέτρο ελαστικότητας μήτρας αλουμινίου ενισχυμένης με SiC [17]	21
Εικόνα 7. Τύποι σύνθετων υλικών [17]	21
Εικόνα 8. Συμπεριφορά εφελκυσμού ενός σύνθετου υλικού Al-Cu-Mg (2080)/SiCp-T8 με: a) Μεταβαλλόμενο κλάσμα όγκου σε σταθερό μέγεθος σωματιδίων 5 μ m και b)Μεταβαλλόμενο μέγεθος σωματιδίων με σταθερό κλάσμα όγκου 20% [9]	24
Εικόνα 9. Ειδική αντοχή σε εφελκυσμό (αντοχή σε εφελκυσμό διαιρούμενη με την πυκνότητα) σε συνάρτηση με το ειδικό μέτρο ελαστικότητας (μέτρο ελαστικότητας διαιρούμενο με την πυκνότητα) των σύνθετων υλικών και των μονολιθικών μετάλλων και κεραμικών [17]	25
Εικόνα 10. Επίδραση του κλάσματος όγκου ενίσχυσης (μέγεθος σωματιδίων SiC 5 μ m) στην διάρκεια ζωής λόγω κόπωσης ενός σύνθετου υλικού 2080/SiCp. Η αύξηση του κλάσματος όγκου οδηγεί σε αυξημένη αντοχή σε κόπωση. [9].....	26
Εικόνα 11. Συγκρίσεις της μεταβολής του πραγματικού μέτρου ελαστικότητας (κανονικοποιημένο από το μέτρο ελαστικότητας της μη ενισχυμένης μήτρας) ως συνάρτηση του κλάσματος όγκου οπλισμού μεταξύ των αριθμητικών και αναλυτικών αποτελεσμάτων. Al-3.5Cu/SiC [9]	28
Εικόνα 12. Συνιστώσες της τάσης που δρουν σε ένα κυλινδρικό σωματίδιο ενός MMC.[23]	29
Εικόνα 13. Χαρακτηριστικά παραδείγματα υλικών που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή των MMC.[17]	30
Εικόνα 14. Μετατροπή τρισδιάστατου στοιχείου σε στοιχείο κελύφους. (a) Τρισδιάστατο ισοπαραμετρικό στοιχείο (b) Ισοδύναμο στοιχείο παχύ κελύφους [20].....	31
Εικόνα 15. Τρόποι παραμόρφωσης στοιχείου μεμβράνης [20]	33
Εικόνα 16. Παραμόρφωση στοιχείου επίπεδης έντασης σε κάμψη[20]	33
Εικόνα 17. Γραμμική και μη γραμμική απόκριση ελατηρίου. [17]	35
Εικόνα 18. Διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων μη γραμμικών υλικών. [17]	36
Εικόνα 19. Η συμπεριφορά υλικού ανάλογα με το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων. [2].....	36
Εικόνα 20. Μεγέθυνση της Newton-Raphson σε μεμονωμένο βήμα [4]	37
Εικόνα 21. Διάγραμμα ροής της ασφαλούς Newton-Raphson [5].....	40
Εικόνα 22. Ολόσωμος φορέας με συνθήκες επίπεδης έντασης. [1]	41
Εικόνα 23. Ολόσωμος φορέας με συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης. [1]	43

Εικόνα 24. Τετραπλευρικό Στοιχείο Τεσσάρων Κόμβων με Παραμετρική Επίπεδη Ένταση-Παραμόρφωση. [1].....	44
Εικόνα 25. Απεικόνιση Συναρτήσεων Σχήματος τετραπλευρικού Στοιχείου 4-κόμβων στο φυσικό σύστημα. [1]	45
Εικόνα 26. Μονάδες μοντελοποίησης για αριθμητική ανάλυση.	57
Εικόνα 27. Δημιουργία μοντέλου και εισαγωγή βιβλιοθηκών	58
Εικόνα 28. Δημιουργία περιγράμματος και ορισμός συνολικού όγκου ελάσματος.....	59
Εικόνα 29. Δημιουργία τυχαίων δεδομένων εγκοπών	59
Εικόνα 30. Δημιουργία περιγράμματος με τυχαίες εγκοπές	60
Εικόνα 31. Ι) Περίπτωση χωρίς εγκοπές ΙΙ) Περίπτωση με εγκοπές	60
Εικόνα 32. Υπολογισμός επιφάνειας ελάσματος με εγκοπές.....	61
Εικόνα 33. Τυχαία δημιουργία δεδομένων γεωμετρίας σωματιδίων	61
Εικόνα 34. Εισαγωγή των δεδομένων υλικού της μήτρας	63
Εικόνα 35. Αποκόλληση διεπιφάνειας σωματιδίων-μήτρας.	63
Εικόνα 36. Εισαγωγή δεδομένων διεπιφάνειας	65
Εικόνα 37. Ιδιότητες διεπιφάνειας.	65
Εικόνα 38. Εισαγωγή των δεδομένων του υλικού σωματιδίων	66
Εικόνα 39. Ιδιότητες σωματιδίων ενίσχυσης.	67
Εικόνα 40. Τελική διαμόρφωση σχεδιαγράμματος μήτρας	67
Εικόνα 41. Τελικό σχεδιάγραμμα και κομμάτι μήτρας.	68
Εικόνα 42. Δημιουργία μήτρας σύμφωνα με το σχεδιάγραμμα.....	68
Εικόνα 43. Δημιουργία διακριτοποιημένου πλέγματος μήτρας.....	69
Εικόνα 44. Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων σύνθετου υλικού.	69
Εικόνα 45. Τελική συναρμολόγηση ελάσματος.....	70
Εικόνα 46. Τελικό σύνθετο υλικό.	70
Εικόνα 47. Ορισμός διεπιφάνειας.....	71
Εικόνα 48. Δημιουργία δεσμών μεταξύ μήτρας και ενισχύσεων.....	71
Εικόνα 49. Ορισμός χρονικού βήματος	72
Εικόνα 50. Δημιουργία χρονικού βήματος ανάλυσης.....	72
Εικόνα 51. Εφαρμογή συνοριακών συνθηκών	73
Εικόνα 52. Επιβολή συνοριακών συνθηκών.....	73
Εικόνα 53. Ορισμός εργασίας.....	74
Εικόνα 54. 1 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	76
Εικόνα 55. 2 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	77
Εικόνα 56. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση.(Step 1970)	77
Εικόνα 57. 3 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	78
Εικόνα 58. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step710-720).....	78

Εικόνα 59. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 410-420).....	79
Εικόνα 60. 4 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	80
Εικόνα 61. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1840-1850).....	80
Εικόνα 62. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 1720).....	81
Εικόνα 63. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 1730).....	81
Εικόνα 64. 5 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	82
Εικόνα 65. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1300-1310).....	82
Εικόνα 66. 6 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	83
Εικόνα 67. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1430-1440).....	83
Εικόνα 68. 1 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	85
Εικόνα 69. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step890-900).....	85
Εικόνα 70. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 810).....	86
Εικόνα 71. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 820).....	86
Εικόνα 72. 2 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	87
Εικόνα 73. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step500-510).....	87
Εικόνα 74. 3 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	88
Εικόνα 75. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1460-1470).....	88
Εικόνα 76. 4 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	89
Εικόνα 77. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step770-780).....	89
Εικόνα 78. 5 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης.....	90
Εικόνα 79. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1390-1400).....	90

Εικόνα 80. 6 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	91
Εικόνα 81. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step630-640)	91
Εικόνα 82. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις σε ενδεικτικό χρονικό βήμα ένωσης πλαστικών παραμορφώσεων(Step 1000).....	92
Εικόνα 83. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις σε ενδεικτικό χρονικό βήμα	92
Εικόνα 84. 1 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	93
Εικόνα 85. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step980-990)	93
Εικόνα 86. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 860).....	94
Εικόνα 87. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 870).....	94
Εικόνα 88. 2 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	95
Εικόνα 89. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step600-610)	95
Εικόνα 90. 3 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	96
Εικόνα 91. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step620-630)	96
Εικόνα 92. 4 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	97
Εικόνα 93. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step630-640)	97
Εικόνα 94. 5 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	98
Εικόνα 95. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1390-1400)	98
Εικόνα 96. 6 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	99
Εικόνα 97. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step530-540)	100
Εικόνα 98. 1 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	101
Εικόνα 99. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1210-1220)	101
Εικόνα 100. 2 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	102

Εικόνα 101. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1360-1370)	102
Εικόνα 102. 3 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	103
Εικόνα 103. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step450-460)	103
Εικόνα 104. 4 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	104
Εικόνα 105. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1000-1010)	104
Εικόνα 106. 5 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	105
Εικόνα 107. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1240-1250)	105
Εικόνα 108. 6 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	106
Εικόνα 109. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step910-920)	106
Εικόνα 110. 7 ^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης	107

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

1.1 Γενική Περιοχή

Η εκτεταμένη χρήση υλικών από κράματα αλουμινίου σε αεροδιαστημικές εφαρμογές, σε εξαρτήματα διαστημικών σκαφών, συστήματα προσγείωσης, δισκόφρενα, περιβλήματα αρθρώσεων, αναρτήσεις βραχίονα, πτερύγια ανεμογεννητριών κ.λπ., οδήγησε σε απαιτήσεις υψηλής ακαμψίας και βελτιωμένου λόγου αντοχής προς βάρος. Ο συνδυασμός, λοιπόν, μίας μήτρας με ενισχυτικά στοιχεία προτιμάται καθώς παρουσιάζει χαμηλή πυκνότητα, υψηλή σκληρότητα, χαμηλό συντελεστή θερμικής διαστολής, αρκετά υψηλό μέτρο ελαστικότητας και υψηλότερη αντοχή στη διάβρωση, τα οποία προσφέρουν ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα για διάφορες εφαρμογές. Από την αρχή της τεχνολογίας των εφαρμοσμένων υλικών, η απώλεια βάρους των διαφόρων στοιχείων με διατήρηση της αντοχής, για τη βελτίωση των χαρακτηριστικών απόδοσης του προϊόντος, παρουσιάζει όλο και μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Αυτό οφείλεται στην ανησυχία για την περιβαλλοντική ασφάλεια, την οικονομία καυσίμων και την αξιόπιστη ανάπτυξη προϊόντων.

Τα σύνθετα υλικά μεταλλικής μήτρας (MMC) συνδυάζουν και προσαρμόζουν τις καλύτερες ιδιότητες των συστατικών τους, δηλαδή (i) ολκιμότητα και ανθεκτικότητα της μήτρας, (ii) υψηλό μέτρο ελαστικότητας και αντοχή της ενίσχυσης. Τα MMCs είναι ευρέως αποδεκτά σε πολυάριθμες μηχανολογικές εφαρμογές, όπως τύμπανα φρένων, δακτύλιους εμβόλων, χιτώνια κυλίνδρων, ράβδους συνδέσεων και πολλά άλλα. Μέχρι σήμερα έχουν γίνει πολλές προσπάθειες για τη διεύρυνση των ορίων στη μηχανική, τριβολογική, χημική και θερμική συμπεριφορά των σύνθετων υλικών μεταλλικής μήτρας αλουμινίου (Al-MMCs). Η βασική σκέψη κατά την κατασκευή οποιουδήποτε ενισχυμένου σύνθετου υλικού είναι η μέτρηση των βασικών μηχανικών ιδιοτήτων (σκληρότητα, ανθεκτικότητα, αντοχή και ιδιότητες αντίστασης στη φθορά) για τη χρησιμότητά του. Σύμφωνα με τη θεωρία του Hashin Shtrikman bound, η αντοχή των σύνθετων υλικών μπορεί να ενισχυθεί σημαντικά με την προσαρμογή των ενισχυτικών σωματιδίων και με βάση την αναφερόμενη θεωρία, αρκετοί ερευνητές δοκίμασαν πολυάριθμα πρόσθετα στο υλικό της μήτρας για διάφορες εφαρμογές. Υπάρχουν δύο κύριες μέθοδοι για επεξεργασία των MMC: *in situ* και *ex situ*. Η πρώτη μέθοδος επεξεργασίας είναι η δημιουργία σωματιδίων κατά τη διαδικασία αντίδρασης, ενώ η δεύτερη μέθοδος χρησιμοποιείται με την προσθήκη σωματιδίων στο υλικό της μήτρας σε υγρή ή κονιοποιημένη μορφή. Η έκταση της επιφάνειας και το μέγεθος των σωματιδίων έχουν άμεση σχέση με την απόδοση των MMC.

Στα σύνθετα υλικά, οι βλάβες μπορούν να ξεκινήσουν και να διαδοθούν σε μακρο-ρωγμές που οδηγούν στην αστοχία των δομών τους. Συγκεκριμένα, στα PRMMC, μπορούν να εμφανιστούν διαφορετικοί μηχανισμοί βλάβης, όπως η διαρροή της μήτρας, ο σχηματισμός κενών γύρω από τα ενισχυτικά σωματίδια λόγω της ασθενούς διεπιφανειακής σύνδεσης ή ραγισμένης μήτρας δίπλα σε σωματίδια ή ραγισμένων σωματιδίων. Κατά την ανάλυση των PRMMCs γίνεται αντιληπτό ότι οι πειραματικές δοκιμές δεν επαρκούν για τον καθορισμό της έναρξης κάθε τρόπου αστοχίας ή της απαιτούμενης εφαρμοζόμενης τάσης για αυτόν. Ταυτόχρονα, είναι δυσμενής η αποτελεσματική εκτίμηση της πλαστικής

παραμόρφωσης και της ισοδύναμης τάσης του υλικού μέσω πειραμάτων. Επομένως, έχουν προταθεί διάφορα υπολογιστικά μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων (FE) για την προσομοίωση μηχανισμών βλάβης σε επίπεδο μακρο- κλίμακας και μικρο-κλίμακας. Κατά την προσέγγιση σε επίπεδο μακροκλίμακας, το πολυφασικό PRMMC αντικαθίσταται από ένα ισοδύναμο μονοφασικό ισότροπο ομογενές υλικό που αγνοεί τις διάφορες ατέλειες των πραγματικών σύνθετων υλικών. Αυτή η προσέγγιση οδηγεί σε μη ικανοποιητικά αποτελέσματα και μπορεί να παρέχει μόνο τη μακροελαστική ελαστοπλαστική συμπεριφορά του σύνθετου υλικού. Η προσέγγιση σε επίπεδο μικροκλίμακας, γνωστή και ως αριθμητικό μοντέλο με βάση την μικροδομή μπορεί να εφαρμοστεί μέσω διαφόρων τεχνικών: (i) χρήση εργαλείων επεξεργασίας εικόνας για τη μοντελοποίηση της πραγματικής μικροδομής που λαμβάνεται από την εικόνα SEM, (ii) παραδοχή μιας εξιδανικευμένης κανονικής διάταξης των σωματιδίων και, συνεπώς, μη πραγματική αποτύπωση της μικροδομής των PRMMC, (iii) το μοντέλο αντιπροσωπευτικών στοιχείων όγκου (RVE) που υιοθετήθηκε από ορισμένους για εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου, (iv) μοντελοποίηση με βάση την τυχαία κατανομή των σωματιδίων ενίσχυσης, η οποία αντικατοπτρίζει την πραγματική μικροδομή του σύνθετου υλικού.

1.2 Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας και ερευνητικοί στόχοι

Η παρούσα μελέτη αποσκοπεί στη διερεύνηση της επιρροής του κλάσματος όγκου και της διάταξης κυκλικών σωματιδίων SiC στον μηχανισμό βλάβης, την παραμόρφωση, τη θραύση και τη μηχανική απόδοση των σύνθετων υλικών A359/SiC. Επιπλέον, μελετάται η επιρροή εγχοπών στην ελαστοπλαστική μήτρα αλουμινίου.

Προς επίρρωση των παραπάνω στόχων, διερευνήθηκαν οι μηχανισμοί βλάβης των PRMMCs που ενισχύονται με διαφορετικά σχήματα σωματιδίων (κυκλικών, εξαγωνικών, τετραγωνικών και τριγωνικών σωματιδίων και των συνδυασμών τους) χρησιμοποιώντας μοντέλο FE που βασίζεται στην τυχαία κατανομή των σωματιδίων, από αντίστοιχη βιβλιογραφία. Το σωματίδιο κυκλικού σχήματος απεδείχθη η καλύτερη επιλογή για ενίσχυση σε PRMMCs, αφού έχει τη μέγιστη αντοχή σε εφελκυσμό (UTS), και το μέγιστο απαιτούμενο εφαρμοζόμενο φορτίο για να φτάσει την τιμή του.

1.3 Μεθοδολογία

Πραγματοποιούνται αριθμητικές προσομοιώσεις με τη χρήση ενός ολοκληρωμένου μοντέλου FEM με βάση τη μικροδομή 2D. Το μοντέλο λαμβάνει υπόψη την τυχαία κατανομή των σωματιδίων για να επιτύχει την πλησιέστερη κατανομή στην πραγματική μικροδομή. Η ελαστοπλαστική συμπεριφορά και η ρηγμάτωση της μήτρας, η αποκόλληση στη διεπιφάνεια σωματιδίου-μήτρας και η θραύση των σωματιδίων μοντελοποιούνται με τη χρήση μοντέλων πλαστικότητας Johnson-Cook και εκτεταμένων μοντέλων βλάβης, συνεκτικής ζώνης και το μοντέλο ελαστικής-ψαθυρής ρηγμάτωσης, αντίστοιχα μέσω του προγράμματος Abaqus/explicit. Οι μηχανισμοί αστοχίας σε MMCs υπό συνθήκες εφελκυστικής φόρτισης διερευνήθηκαν χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο βασισμένο στη μικροδομή. Η διάταξη των σωματιδίων παρατηρήθηκε ότι είχε αμελητέα επίδραση στην

προβλεπόμενη συμπεριφορά τάσης-παραμόρφωσης και επηρέασε σημαντικά τη θέση και το σχήμα των σχηματιζόμενων ρωγμών και την ανάπτυξη τους.

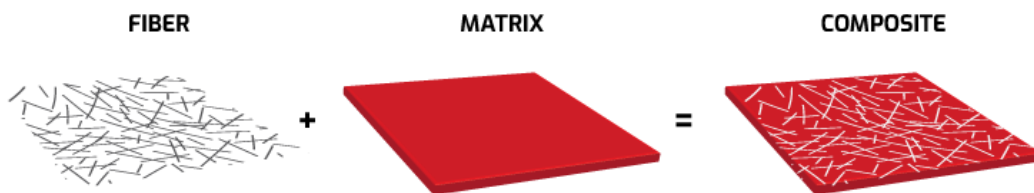
Κεφάλαιο 2 Σύνθετα Υλικά

Η ανάπτυξη των σύνθετων υλικών, καθώς και των σχετικών τεχνολογιών σχεδιασμού και κατασκευής αποτελεί μια από τις σημαντικότερες εξελίξεις στην ιστορία των υλικών. Τα σύνθετα υλικά είναι πολυλειτουργικά υλικά με πρωτοφανείς μηχανικές και φυσικές ιδιότητες που μπορούν να προσαρμοστούν ώστε να ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις μιας εξιδεικευμένης εφαρμογής. Πολλά από αυτά παρουσιάζουν υψηλή αντοχή σε φθορά, διάβρωση και έκθεση σε υψηλές θερμοκρασίες, γεγονός που δίνει στο μηχανικό δυνατότητες σχεδιασμού που δεν είναι δυνατές με συμβατικά μονολιθικά-μη ενισχυμένα υλικά. Συνεπώς, είναι λογικό επακόλουθο τα σύνθετα υλικά να χρησιμοποιούνται πλέον ευρέως στην αεροδιαστημική βιομηχανία αλλά και σε ένα ολοένα αυξανόμενο αριθμό εμπορικών εφαρμογών μηχανολογίας, όπως κινητήρες εσωτερικής καύσης, εξαρτήματα μηχανών, δομές και μηχανικά στοιχεία αυτοκινήτων και δοχεία πίεσης.

2.1 Ορισμός

Ως σύνθετα ορίζονται τα υλικά, τα οποία μακροσκοπικά αποτελούνται από δύο ή περισσότερα χημικά ευδιάκριτα συστατικά μέρη που έχουν μια συγκεκριμένη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ τους. Εν ολίγοις πρόκειται για τον συνδυασμό δύο ή περισσότερων υλικών με διακριτή συμμετοχή στο νέο σχηματισμό, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 1. Συγκεκριμένα, αποτελούνται από:

- Ένα ασθενές υλικό, στο εξής μητρώο (matrix), το οποίο εξασφαλίζει την προστασία και τη σύνδεση του οπλισμού, καθώς και την συνέχεια του υλικού. Το υλικό αυτό εκτός των άλλων συντελεί στη μεταφορά τάσεων, καθορίζει τη διατμητική αντοχή του υλικού και των μεταξύ τους στρώσεων, την αντοχή σε υψηλές θερμοκρασίες και την επεξεργασιμότητα και ανακόπτει τη διάδοση ρωγμών που οφείλονται σε θραύση ινών.
- Ένα ισχυρό υλικό, στο εξής οπλισμός (reinforcement), με μορφή ινών ή κομματιών για παραλαβή του μεγαλύτερου μέρους του φορτίου.



Εικόνα 1. Ανάλυση ινοπλισμένων σύνθετων υλικών [17]

Κλασικότερο παράδειγμα σύνθετου υλικού συνιστά το σκυρόδεμα, όπου στην θέση του οπλισμού χρησιμοποιούνται αδρανή υλικά, σκύρα (χαλίκι με μέγεθος κόκκων από 7 mm έως 70 mm) και ως μητρώο το τσιμέντο. Ωστόσο, δε πρέπει να συγχέεται με τα μεταλλικά κράματα τα οποία αποτελούν ομοιογενή υλικά και όχι σύνθετα. Τα σύνθετα υλικά αξιοποιούνται σε ολοένα και ευρύτερη γκάμα εφαρμογών: αεροσκάφη, διαστημικά οχήματα, δορυφόρους, πλωτές δομές, αγωγούς, ηλεκτρονικές διατάξεις, αυτοκίνητα, σκάφη και αθλητικά είδη.

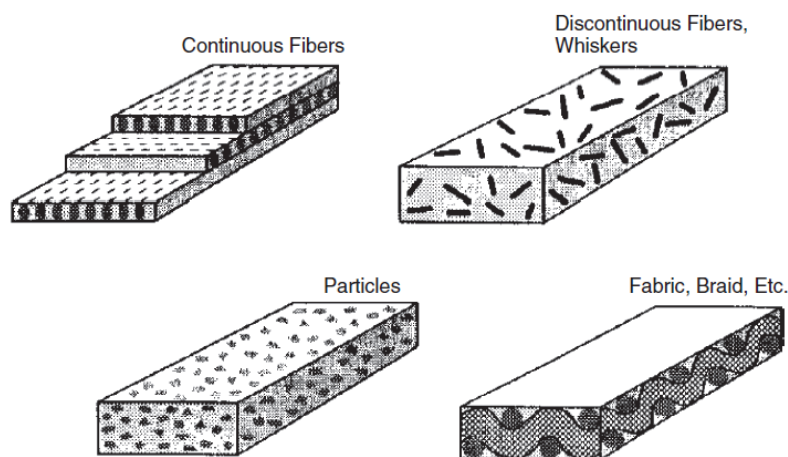
2.2 Κατηγοριοποίηση και συμπεριφορά

2.2.1 Κατηγοριοποίηση Σύνθετων Υλικών:

Σαν μία πρώτη παρατήρηση θα πρέπει να επισημάνουμε ότι τα υλικά που βρίσκουν άμεση εφαρμογή στον τομέα του μηχανικού είναι κυρίως δομικά μέταλλα για τα οποία υπάρχουν βιομηχανικές και κυβερνητικές προδιαγραφές. Διαφορετική εφαρμογή ωστόσο παρατηρείται στα σύνθετα υλικά, όπου οι ενισχύσεις και οι μήτρες είναι κυρίως ιδιόκτητα υλικά για τα οποία δεν υπάρχουν βιομηχανικά πρότυπα. Το παραπάνω περιπλέκεται περαιτέρω από την πληθώρα μεθόδων δοκιμών που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των ενισχύσεων και των υλικών της μήτρας. Κάτι τέτοιο επιβεβαιώνεται εξάλλου και από τις συνήθειες πηγές, τις δημοσιευμένες εργασίες και τη βιβλιογραφία των κατασκευαστών, όπου παρατηρούνται αντικρουόμενα δεδομένα για τις ιδιότητες των υλικών. Έτσι λοιπόν λόγω των ανωτέρω δυσχερειών, οι τιμές που παρουσιάζονται στο παρόν κεφάλαιο θα πρέπει να θεωρούνται προσεγγιστικές.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν εναργέστερα οι διακρίσεις των σύνθετων υλικών σε μία κλίμακα δύο επιπέδων, ανάλογα με το κριτήριο που επιλέγεται ανά περίπτωση: ο τύπος του οπλισμού και το υλικό της μήτρας.

Διάκριση πρώτη: Ο τύπος του οπλισμού



Εικόνα 2. Οι τύποι οπλισμού [17]

I. Ινοπλισμένα (Fibrous composites)

Fiber	Density g/cm ³ (pci)	Axial Modulus GPa (Msi)	Tensile Strength MPa (ksi)	Axial Coefficient of Thermal Expansion ppm/K (ppm/°F)	Axial Thermal Conductivity W/m·K
E-glass	2.6 (0.094)	70 (10)	2000 (300)	5 (2.8)	0.9
HS glass	2.5 (0.090)	83 (12)	4200 (650)	4.1 (2.3)	0.9
Aramid	1.4 (0.52)	124 (18)	3200 (500)	-5.2 (-2.9)	0.04
Boron	2.6 (0.094)	400 (58)	3600 (520)	4.5 (2.5)	—
SM carbon (PAN)	1.7 (0.061)	235 (34)	3200 (500)	-0.5 (-0.3)	9
UHM carbon (PAN)	1.9 (0.069)	590 (86)	3800 (550)	-1 (-0.6)	18
UHS carbon (PAN)	1.8 (0.065)	290 (42)	7000 (1000)	-1.5 (-0.8)	160
UHM carbon (pitch)	2.2 (0.079)	895 (130)	2200 (320)	-1.6 (-0.9)	640
UHK carbon (pitch)	2.2 (0.079)	830 (120)	2200 (320)	-1.6 (-0.9)	1100
SiC monofilament	3.0 (0.11)	400 (58)	3600 (520)	4.9 (2.7)	—
SiC multifilament	3.0 (0.11)	400 (58)	3100 (450)	—	—
Si-C-O	2.6 (0.094)	190 (28)	2900 (430)	3.9 (2.2)	1.4
Si-Ti-C-O	2.4 (0.087)	190 (27)	3300 (470)	3.1 (1.7)	—
Aluminum oxide	3.9 (0.14)	370 (54)	1900 (280)	7.9 (4.4)	—
High-density polyethylene	0.97 (0.035)	172 (25)	3000 (440)	—	—
Basalt	2.7 (0.099)	100 (15)	2900 (430)	5.5 (3.1)	1.7

Εικόνα 3. Ιδιότητες βασικών ενισχυτικών ινών [17]

II. Υλικά σε διακριτές στρώσεις (Laminar composites)

Forming	SiC _w (vol. %)						Ref.	Forming	ZrO ₂ (vol. %)					Ref.
	0	10	20	30	40	50			0	5	10	15	20	
Tape casting	σ _f	320	470	560	670	940	805	1	Pressing	σ _f	459	412	285	30
	K _c	2.73	3.46	4.54	5.69	6.85	6.5	K _c		5.8	6.2	6.2	5.7	
Extrusion moulding	σ _f			407				18	Slip casting	σ _f	382	390	370	30
	K _c			4.6				K _c		5.7	5.5	4.9		
Slip casting	σ _f			452				18	Tape casting	σ _f	335	441	444	3
	K _c			4.44				K _c		4.6	4.9	5.4		
Slip casting	σ _f			438				20						
	K _c			4.6										

Εικόνα 4. Αντοχή σε αστοχία σ_f (MPa) (δοκιμή κάμψης τεσσάρων σημείων) και ανθεκτικότητα K_c (Mpa√m) [8]

III. Υβριδικά (Hybrid composites)

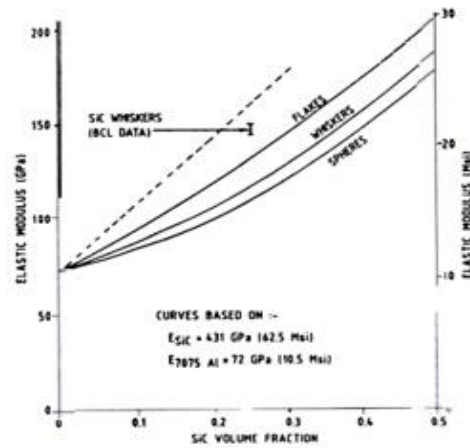
	- 70° C		+ 50° C	
	E (GPa)	G _{ic} (kJ m ⁻²)	E (GPa)	G _{ic} (kJ m ⁻²)
Epoxy	4.1	0.15	2.8	0.50
Epoxy-glass*	4.3	0.26	3.1	1.0
Epoxy-rubber [†]	3.3	0.60	2.2	3.3
Hybrid [‡]	4.1	0.80	2.6	4.3
Hybrid [‡] (using silane-treated glass particles)	4.3	0.75	2.5	5.8

*v_f(glass) = 0.1; [†]rubber = 15 phr; [‡]v_f(glass) = 0.1, rubber = 15 phr.

Εικόνα 5. Σύγκριση μέτρου ελαστικότητας και ενέργειας θραύσης υβριδικών σύνθετων [15]

IV. Οπλισμένα με κομμάτια (Particulate composites), με τα οποία και θα ασχοληθούμε στην εν λόγω διπλωματική εργασία.

Dispersoids	Size (μm)	Amount (vol %)
<i>Aluminium alloy matrix</i>		
Graphite flakes	20-60	0.9-0.815
Graphite granules	15-100	1-8
Carbon microballoons	40, thickness 1-2	-
Shell char	125	15
Al_2O_3 particles	3-200	3-30
Al_2O_3 fibres	3-6 mm long, 15 dia	0-23
SiC particles	16-120	3-20
SiC whiskers	5-10	10, 0-0.5
Mica particles	40-180	3-10
SiO_2 particles	5-53	5
Zircon particles	40	0-30
Glass particles	100-150	8
Glass beads (spherical)	100	30
MgO particles	40	10
Sand particles	75-120	36
TiC particles	46	15
Boron nitride particles	46	8
Si_3N_4 particles	40	10
Chilled iron	75-120	36
ZrO_2 particles	5-80	4
TiO_2 particles	5-80	4
Lead particles	-	10
<i>Copper alloy matrix</i>		
Graphite particles	-	10
Al_2O_3 particles	11	5
ZrO_2 particles	5	2.12
<i>Ferrous alloy matrix</i>		
TiO_2 particles	8	10
CeO_2 particles	10	10
Illite clay	753	3
Graphite microballoons	-	5
TiC (in-situ)	10-100	30



Εικόνα 6. Συνδυασμοί κατασκευής PRMMCs και μέτρο ελαστικότητας μήτρας αλουμινίου ενισχυμένης με SiC [17]

Διάκριση δεύτερη: Το υλικό του μητρώου

Τα Σύνθετα Υλικά διακρίνονται στις εξής τέσσερις κατηγορίες:

REINFORCEMENT	MATRIX			
	Polymer	Metal	Ceramic	Carbon
Polymer	X	X	X	X
Metal	X	X	X	X
Ceramic	X	X	X	X
Carbon	X		X	X

Εικόνα 7. Τύποι σύνθετων υλικών [17]

- I. Στα Σύνθετα υλικά άνθρακα (Carbon Matrix Composites – CAMC).
- II. Στο μητρώο από πολυμερή υλικά (Polymer Matrix Composites – PMC).
Εδώ η ενίσχυση των πολυμερών με κεραμικά ή μεταλλικά σωματίδια βελτιώνει γενικά το μέτρο ελαστικότητας, παρ' όλα αυτά δεν αυξάνεται η αντοχή, αλλά αντιθέτως συχνά μειώνεται.
- III. Στα Κεραμικά Σύνθετα Υλικά (Ceramic Matrix Composites – CMC).
Το γεγονός ότι τα μονολιθικά κεραμικά είναι υλικά εύθραυστα με πολύ χαμηλές αντοχές θραύσης έχει ως αποτέλεσμα να περιορίζεται η χρήση τους για εφαρμογές που υπόκεινται σε σημαντικές τάσεις εφελκυσμού ή στρέψης. Η ενίσχυσή τους είτε με σωματίδια είτε με μεταλλικές ή κεραμικές ίνες συμβάλλει στην μεγάλη τους αντοχή έναντι υψηλών θερμοκρασιών, οξείδωσης και διάβρωσης. Εμφανίζουν ωστόσο ψαθυρή συμπεριφορά και γι' αυτό χρησιμοποιούνται κυρίως ως προστατευτικές στρώσεις επί ασθενέστερων ή ευπαθών υλικών.
- IV. Τέλος, στα Μεταλλικά Σύνθετα Υλικά (Metal Matrix Composites MMC).
Τα τελευταία σε περίπτωση που απαντώνται με σωματιδιακή ενίσχυση ονομάζονται Particle Reinforced Metal Matrix Composites (PRMMC), τα οποία και αποτελούν το αντικείμενο της παρούσας εργασίας. Στα υλικά αυτά ως μητρώο χρησιμοποιείται συνήθως κάποιο μέταλλο με μικρό ειδικό βάρος, όπως αλουμίνιο ή μαγνήσιο, ενώ ως οπλισμός συνεχείς ίνες ή σωματίδια οργανικών ενώσεων γραφίτη, πυριτίου ή κεραμικών ινών. Αναλυτικότερα, αναφορικά με το είδος των ενισχύσεων μέσα στο ίδιο το μεταλλικό μητρώο, παρ' όλο που η ενίσχυση με συνεχείς ίνες είναι πιο αποτελεσματική σε μια κατεύθυνση διάδοσης, τα ενισχυμένα με σωματίδια μεταλλικά υλικά προτιμώνται εν τέλει λόγω της αναλογίας κόστους και αποτελεσματικότητας, των ισοτροπικών ιδιοτήτων τους και της επεξεργασίας τους με παρόμοια τεχνολογία που χρησιμοποιείται επίσης και στα μονολιθικά υλικά. Σε σχέση δε με τα μονολιθικά μεταλλικά υλικά, τα PRMMC διακρίνονται για την υψηλή αντοχή και δυσκαμψία τους, παρουσιάζουν όμως μικρότερη ολκιμότητα και σκληρότητα από τα πρώτα.

Τα μονολιθικά μεταλλικά υλικά παρουσιάζουν αρκετές ομοιότητες με τα σύνθετα, το προβάδισμα όμως θα δοθεί στα σύνθετα μέσω της παρούσας ανάλυσης για τις περισσότερες χρήσεις. Συνοπτικά, στην πλευρά των πλεονεκτημάτων που θα μπορούσε να «καταλογίσει» κανείς στην χρήση των σύνθετων είναι μεταξύ άλλων: το μικρό βάρος, η υψηλή αντοχή και δυσκαμψία, η ικανοποιητική αντοχή σε κόπωση, η αντοχή σε μεγάλες θερμοκρασίες, η ρύθμιση μηχανικών ιδιοτήτων ανάλογα με την τοποθέτηση, αλλά και η μόνωση. Από την άλλη μεριά βέβαια ως αντίλογος θα μπορούσε να προβληθεί εκτός από το υψηλό κόστος παραγωγής τους,

και το γεγονός ότι μέσω της χρήσης τους παρατηρείται μειωμένη εφελκυστική αντοχή υπό συνθήκες μόνιμης τάσης, υψηλό επίπεδο ερπυσμού και, τέλος, ιδιαίτερα χαμηλή ολκιμότητα.

Τέλος, θα γίνει μία συνοπτική παράθεση ενδεικτικών παραδειγμάτων μεταλλικών σύνθετων υλικών με σωματιδιακή ενίσχυση: πρώτον, η μήτρα κοβαλτίου με ενίσχυση σωματιδίων καρβιδίου βολφραμίου, γνωστή επίσης και ως cermet (CERamic-METal) ή τσιμεντοποιημένο καρβίδιο, κοπτικό εργαλείο με πολύ μεγαλύτερη αντοχή σε θραύση από το μονολιθικό. Δεύτερον, η μήτρα κοβαλτίου με ενίσχυση σωματιδίων διαμαντιού, συχνά ονομαζόμενη και ως πολυκρυσταλλικό διαμάντι, εργαλείο κοπής πετρωμάτων – γεωτρύπανο. Τρίτον, η μήτρα αργύρου με ενίσχυση σωματιδίων καρβιδίου βολφραμίου, με εφαρμογή σε διακόπτες ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Τέταρτον, σιδηρούχα κράματα ενισχυμένα με σωματίδια καρβιδίου τιτανίου χρησιμοποιούμενα σε βιομηχανικές εφαρμογές, τα οποία συγκρινόμενα με τα μονολιθικά μέταλλα προσφέρουν αυξημένη αντοχή στη φθορά, ακαμψία και χαμηλότερη πυκνότητα.

2.2.2 Μηχανισμοί ενίσχυσης σε σύνθετα υλικά μεταλλικής μήτρας

Οι μηχανισμοί ενίσχυσης που παρατηρούνται στα MMC μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες, την άμεση και την έμμεση ενίσχυση.

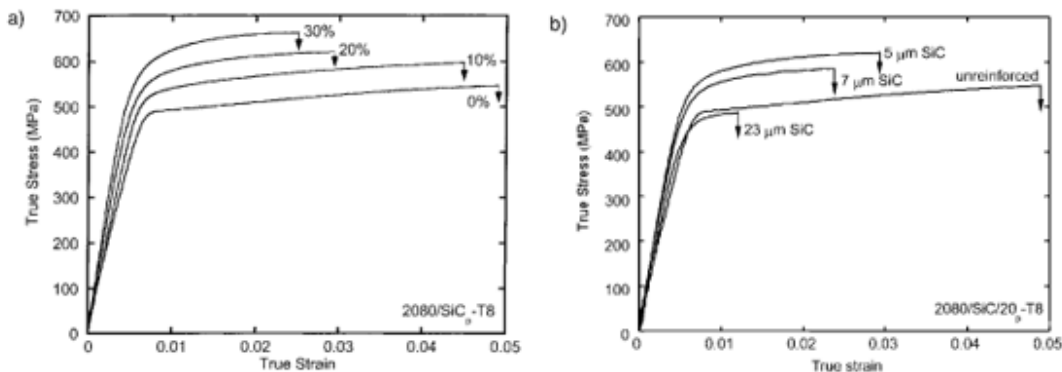
Στην άμεση ενίσχυση, το εφαρμοζόμενο φορτίο μεταφέρεται από την ασθενέστερη μήτρα μέσω της διεπιφάνειας των υλικών, στην τυπικά υψηλότερης δυσκαμψίας ενίσχυση. Με αυτόν τον τρόπο, αυξάνεται η αντοχή καθώς ο οπλισμός αναλαμβάνει μεγαλύτερο μέρος του εφαρμοζόμενου φορτίου. Είναι όμως σημαντικό να επισημανθεί ότι η αύξηση της αντοχής στην περίπτωση των συνεχών ινών είναι συχνά αποτελεσματικότερη λόγω του χαμηλότερου λόγου διαστάσεων των σωματιδίων στην σωματιδιακή ενίσχυση.

Όσον αφορά την έμμεση ενίσχυση, η θερμική αναντιστοιχία μεταξύ του μεταλλικού κράματος υψηλής διαστολής (μήτρα) και του κεραμικού χαμηλής (σωματίδια) έχει ως αποτέλεσμα τον σχηματισμό ανωμαλιών μεταξύ των υλικών. Αυτές οι ανωμαλίες έχουν την μορφή διακυμάνσεων στη δομή των ενισχύσεων και λειτουργούν ως εμπόδια στη μετακίνηση των ατόμων εντός της μήτρας καθιστώντας το υλικό πιο ανθεκτικό σε παραμορφώσεις και ρωγμές. Στα σύνθετα υλικά, όμως, τα οποία σκληραίνουν με την πάροδο του χρόνου, οι θερμικά επαγόμενες ανωμαλίες λειτουργούν ως θέσεις πυρηνοποίησης ατελειών-ρωγμών. Λόγω αυτού του γεγονότος, γίνεται αντιληπτή η σημασία τόσο της διάταξης των σωματιδίων όσο και του κλάσματος όγκου των ενισχύσεων σε συνδυασμό με το μέγεθός τους, αφού επηρεάζουν το ποσοστό διεπιφάνειας των υλικών.

2.2.3 Μηχανική συμπεριφορά και μοντελοποίηση

Συμπεριφορά σε εφέλκυσμό

Όπως προαναφέρθηκε, στα MMCs, ένα σημαντικό μέρος της τάσης αναλαμβάνεται αρχικά από την ενίσχυση λόγω της υψηλότερης δυσκαμψίας της. Έτσι, σε επίπεδο χαμηλών τάσεων παρατηρείται μια μικροπλαστικότητα, η οποία αντιστοιχεί σε μια μικρή απόκλιση από τη γραμμικότητα του διαγράμματος τάσης-παραμόρφωσης και έχει αποδοθεί στις συγκεντρώσεις τάσεων στη μήτρα και συγκεκριμένα στους πόλους των σωματιδίων ή στις αιχμηρές τους γωνίες. Η αρχική μικροελαστική τάση μειώνεται κατά αύξηση τους κλάσματος όγκου των σωματιδίων, αφού αυξάνεται ο αριθμός των σημείων συγκέντρωσης τάσεων και οδηγούμαστε σε αύξηση της «φαινομενικής εργασιακής σκλήρυνσης» στο υλικό. Φαινομενική ονομάζεται επειδή ο υψηλότερος ρυθμός εργασιακής σκλήρυνσης είναι αποτέλεσμα της μείωσης του όγκου της μήτρας και δεν οφείλεται απαραίτητα σε αλλαγή των μηχανισμών εργασιακής σκλήρυνσης. Όταν, όμως, η μήτρα υφίσταται σημαντική εργασιακή σκλήρυνση υπό συννοριακές συνθήκες που της απαγορεύουν την χαλάρωση-επαναφορά των παραμορφώσεων είναι φυσική συνέπεια η δημιουργία κενών και επακολούθως η διάδοση ρωγμής, σε πολύ χαμηλότερες παραμορφώσεις από εκείνες στο μη ενισχυμένο υλικό.



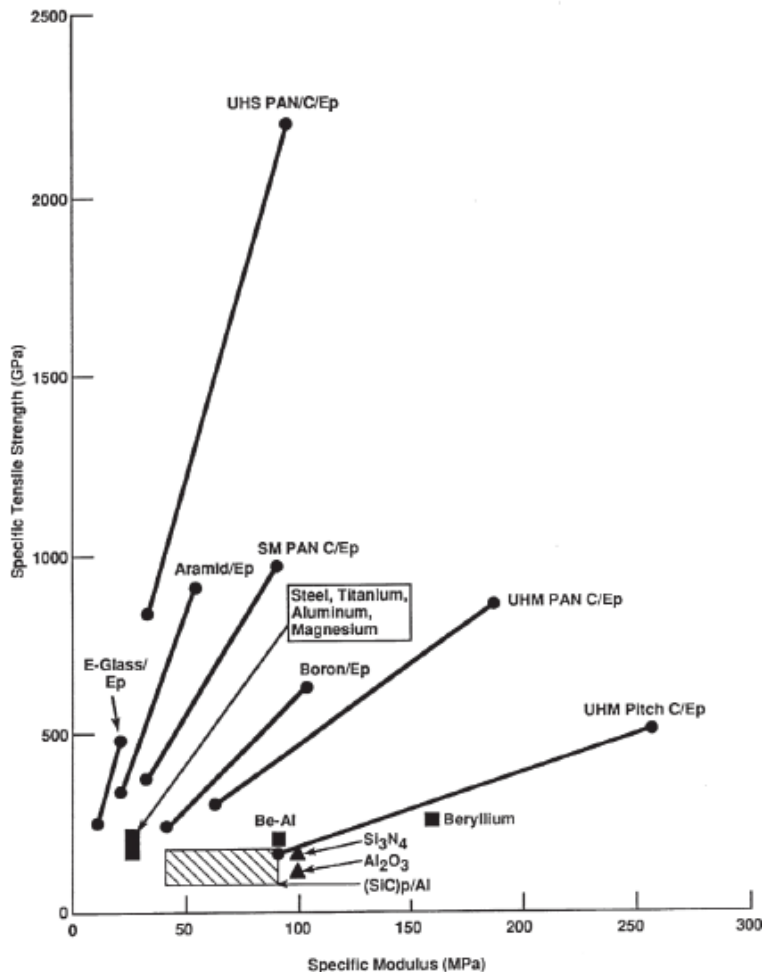
Εικόνα 8. Συμπεριφορά εφέλκυσμού ενός σύνθετου υλικού *Al-Cu-Mg (2080)/SiCp-T8* με:
a) Μεταβαλλόμενο κλάσμα όγκου σε σταθερό μέγεθος σωματιδίων 5μm και
b) Μεταβαλλόμενο μέγεθος σωματιδίων με σταθερό κλάσμα όγκου 20% [9]

Στα παραπάνω διαγράμματα καθίσταται σαφής η επιρροή τόσο του κλάσματος όγκου όσο και του μεγέθους των σωματιδίων σε μια δοκιμή εφέλκυσμού.

Συγκεκριμένα, στο πρώτο διάγραμμα αναφορικά με την επιρροή κλάσματος όγκου (διάγραμμα a) γίνεται αντιληπτό το εξής: με την αύξηση του ποσοστού ενισχύσεων, παραλαμβάνεται μεγαλύτερο φορτίο από τον οπλισμό, γεγονός που οδηγεί σε υψηλότερα επίπεδα αντοχής εφέλκυσμού και μακροσκοπικά όρια διαρροής. Ωστόσο, η αύξηση αυτή καθιστά το υλικό λιγότερο όλκιμο, γεγονός το οποίο μπορεί να αποδοθεί και στην προγενέστερη πυρηνοποίηση κενών. Αντίστοιχα, στο δεύτερο διάγραμμα σχετικά με την επιρροή του μεγέθους των σωματιδίων (διάγραμμα b) καθίσταται κατανοητό ότι με την

μείωση του μεγέθους των ενισχύσεων επέρχεται αύξηση της ολκιμότητας του σύνθετου υλικού, με άλλα λόγια ότι πρόκειται για μεγέθη αντιστρόφως ανάλογα. Αυτό θα μπορούσε να αποδοθεί στην αύξηση της αντοχής των σωματιδίων SiC, καθώς με την μείωση του μεγέθους τους περιορίζεται η πιθανότητα ύπαρξης ελαττωμάτων.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα εν λόγω συμπεράσματα δεν λαμβάνουν υπόψη ραγισμένα σωματίδια, τα οποία μπορούν να προκύψουν κατά την επεξεργασία (ιδιαίτερα μεγάλων μεγεθών) και δεν συμβάλλουν στη μεταφορά φορτίου, εν αντιθέσει δρουν ανασταλτικά στον στόχο της αύξησης της αντοχής καθώς μπορούν κάλλιστα να θεωρηθούν ως κενά.



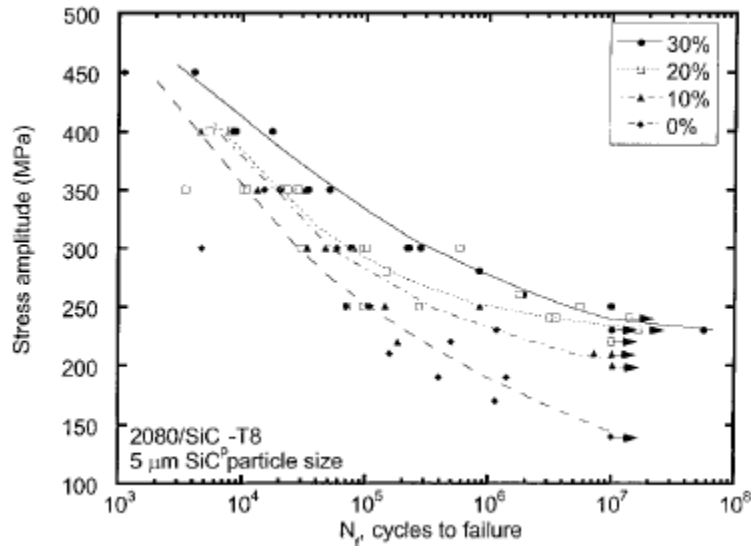
Εικόνα 9. Ειδική αντοχή σε εφελκυσμό (αντοχή σε εφελκυσμό διαιρούμενη με την πυκνότητα) σε συνάρτηση με το ειδικό μέτρο ελαστικότητας (μέτρο ελαστικότητας διαιρούμενο με την πυκνότητα) των σύνθετων υλικών και των μονολιθικών μετάλλων και κεραμικών [17]

Συμπεριφορά σε κόπωση

Μία προβληματική που αξίζει να αναλυθεί ως προς την κατασκευή MMCs είναι ότι τα ελαφριά μονολιθικά κράματα έχουν ανεπαρκή αντοχή κόπωσης σε πολλές απαιτητικές

εφαρμογές. Η λύση εν προκειμένω βρίσκεται στην χρήση σωματιδιακών κεραμικών ενισχύσεων υψηλής ακαμψίας, όπως το SiC, που αυξάνουν σημαντικά την αντοχή σε κόπωση, διατηρώντας παράλληλα σε βιώσιμο επίπεδο το κόστος.

Αναλυτικότερα, σημαντικοί παράγοντες επιρροής στην αντοχή σε κόπωση αποφαίνονται το κλάσμα όγκου των ενισχύσεων, το μέγεθος αυτών, η μικροδομή της μήτρας και η παρουσία εγχοπών ή ατελειών που προκύπτουν κατά την επεξεργασία του υλικού.



Εικόνα 10. Επίδραση του κλάσματος όγκου ενίσχυσης (μέγεθος σωματιδίων SiC 5μm) στην διάρκεια ζωής λόγω κόπωσης ενός σύνθετου υλικού 2080/SiCp.

Η αύξηση του κλάσματος όγκου οδηγεί σε αυξημένη αντοχή σε κόπωση. [9]

Στο ανωτέρω διάγραμμα καταδεικνύεται ότι η διάρκεια ζωής των σύνθετων υλικών (η αντοχή τους δηλαδή σε κόπωση) είναι σημαντικά αυξημένη στα υλικά αυτά έναντι των μονολιθικών, το οποίο αποδίδεται στην «εξάντληση της ολκιμότητας» σε κύκλους χαμηλών τάσεων. Παράλληλα, λόγω της μείωσης του μεγέθους των σωματιδίων, η αντοχή σε κόπωση αυξάνεται καθώς μειώνεται η πιθανότητα δημιουργίας ρωγμής που φέρουν τα μεγάλα σωματίδια.

Μοντελοποίηση της μηχανικής συμπεριφοράς

Η αναλυτική προσέγγιση των σωματιδιακών σύνθετων υλικών αποτελεί ένα αποτελεσματικό μέσο για την εκτίμηση των πραγματικών ιδιοτήτων των υλικών αυτών (π.χ. μέτρο ελαστικότητας) σύμφωνα με τις βιομηχανικές ιδιότητες των επιμέρους υλικών των σύνθετων καθώς και σύμφωνα με τις μορφές παραμόρφωσης και βλάβης.

Ωστόσο, σημειωτέον είναι ότι στα PRMMC (Particle Reinforced MMC) η αριθμητική μοντελοποίηση είναι συχνά αποτελεσματικότερη από την αναλυτική μοντελοποίηση, δεδομένου ότι τα σωματιδιακά σύνθετα υλικά δεν έχουν τη δομική απλότητα των

σύνθετων υλικών με συνεχείς ίνες ή των ελασμάτων και ως εκ τούτου, δεν προτιμώνται σε κλειστής μορφής θεωρητικές αναλύσεις.

Πρόβλεψη ιδιοτήτων

Γίνεται δεκτό ότι οι μηχανικές ιδιότητες των PRMMCs είναι εξαρτημένες από παράγοντες όπως το κλάσμα όγκου των ενισχύσεων, το σχήμα, η συνεκτικότητα και η χωρική κατανομή μέσα στη μήτρα. Στο ζήτημα της πολυπλοκότητας εύρεσης των μηχανικών ιδιοτήτων έχουν προταθεί πολλές μέθοδοι ώστε να εκτιμηθεί η ολική ελαστο-πλαστική συμπεριφορά καθώς και τα όρια της αποτελεσματικής ελαστικής μεταβολής των σύνθετων υλικών. Ενδεικτικά, παρουσιάζεται μια πρόταση των Hashin και Shtrikman, οι οποίοι αποπειράθηκαν να προσδιορίσουν τα ανώτερα και κατώτερα όρια για ένα ισότροπο σώμα με βάση τις αρχές της γραμμικής ελαστικότητας:

$$K^{upper} = K_R + (1 - f) \left[\frac{1}{K_M - K_R} + \frac{3f}{3K_R + 4\mu_R} \right]^{-1} \quad (2.1)$$

$$K^{lower} = K_M + f \left[\frac{1}{K_R - K_M} + \frac{3(1 - f)}{3K_M + 4\mu_M} \right]^{-1} \quad (2.2)$$

$$\mu^{upper} = \mu_R + (1 - f) \left[\frac{1}{\mu_M - \mu_R} + \frac{6f(K_R + 2\mu_R)}{5\mu_R(3K_R + 4\mu_R)} \right]^{-1} \quad (2.3)$$

$$\mu^{lower} = \mu_M + f \left[\frac{1}{\mu_R - \mu_M} + \frac{6(1 - f)(K_M + 2\mu_M)}{5\mu_M(3K_M + 4\mu_M)} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

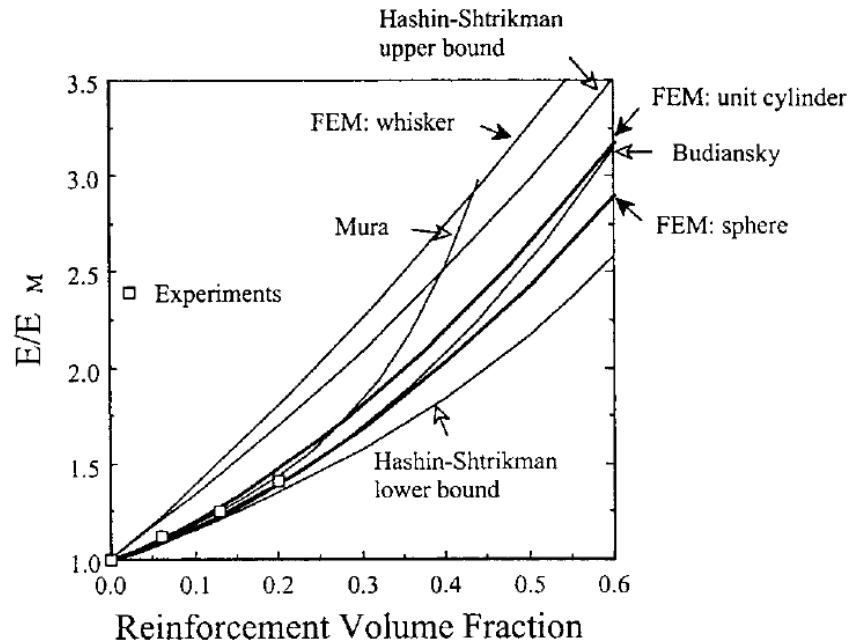
Όπου: K είναι το μέτρο συμπίεσης, μ ο συντελεστής διάτμησης, f το κλάσμα όγκου ενίσχυσης ενώ οι εκθέτες upper, lower αντιστοιχούν στο άνω και κάτω όριο αντίστοιχα. Τέλος, οι δείκτες M και R αντιστοιχούν στη μήτρα και την ενίσχυση αντίστοιχα.

Επομένως, έχοντας ως δεδομένα τους συντελεστές της μήτρας και του οπλισμού μπορούν να βρεθούν τα όρια του μέτρου ελαστικότητας χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις στον τύπο:

$$E = \frac{9K}{1 + \frac{3K}{\mu}} \quad (2.5)$$

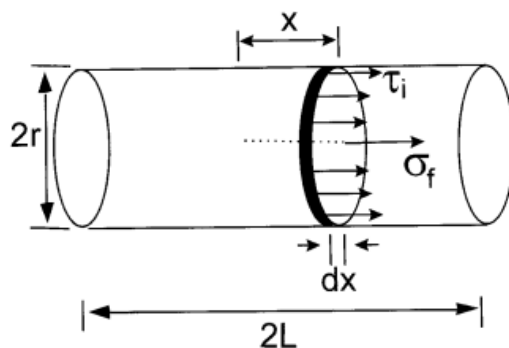
Από την άλλη πλευρά, ως εναλλακτική της αναλυτικής μοντελοποίησης προτείνεται η αριθμητική προσομοίωση με τη μέθοδο ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων, όπου η γεωμετρία και το θερμομηχανικό ιστορικό του σύνθετου προσδιορίζονται κατά την εισαγωγή των στοιχείων των μηχανικών ιδιοτήτων. Μια από τις συνηθέστερες προσεγγίσεις είναι το μοντέλο unit-cell όπου γίνεται ενσωμάτωση των σωματιδίων ενίσχυσης μέσα στη μήτρα Al , για την προσομοίωση ενός σύνθετου με περιοδική διάταξη οπλισμού.

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται οι αριθμητικές τιμές του πραγματικού μέτρου ελαστικότητας για ένα σύνθετο υλικό Al/SiC_p, όπου το μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου για κυλινδρικά και σφαιρικά στοιχεία οπλισμού απεικονίζεται ως συνάρτηση του κλάσματος όγκου ενίσχυσης, ενώ παράλληλα γίνεται σύγκρισή του με αποτελέσματα της αναλυτικής μοντελοποίησης άλλων μεθόδων (μέθοδος Hashin-Shtrikman, μέθοδος Budiansky, μέθοδος Mura).



Εικόνα 11. Συγκρίσεις της μεταβολής του πραγματικού μέτρου ελαστικότητας (κανονικοποιημένο από το μέτρο ελαστικότητας της μη ενισχυμένης μήτρας) ως συνάρτηση του κλάσματος όγκου οπλισμού μεταξύ των αριθμητικών και αναλυτικών αποτελεσμάτων. Al-3.5Cu/SiC [9]

Ως μία πρώτη παρατήρηση αξίζει να αναφερθεί ότι τα κυλινδρικά σωματίδια έχουν μεγαλύτερη επιρροή στην αντοχή από ότι τα σφαιρικά. Είναι σαφές ότι η μεταφορά φορτίου με μηχανισμό τύπου «διατμητικής υστέρησης» (shear-lag) είναι πιο αποτελεσματική σε μια επίπεδη διεπιφάνεια από ό,τι σε μια σφαιρική διεπιφάνεια. Ο μηχανισμός αυτός εμφανίζεται όταν εφαρμόζουμε ένα φορτίο σε ένα σωματιδιακό σύνθετο υλικό και εξηγεί τη μεταφορά τάσης μεταξύ των σωματιδίων με τα γειτονικά τους καθ' όλο το μήκος της δομής. Ουσιαστικά, στο μοντέλο shear-lag, μια διαφορετική ορθή τάση, $d\sigma_x$, ισορροπεί με μια διατμητική τάση, τ , στην περιμετρική επιφάνεια μιας λεπτής φέτας, η οποία τέμνεται κάθετα στη διεύθυνση φόρτισης ενός κυλινδρικού στοιχείου με μήκος $2L$ και διάμετρο $2r$, όπως φαίνεται στην Εικόνα 12.



Εικόνα 12. Συνιστώσες της τάσης που δρουν σε ένα κυλινδρικό σωματίδιο ενός MMC.[23]

Ως μία δεύτερη παρατήρηση θα πρέπει να τονίσουμε ότι και οι δύο καμπύλες εισέρχονται εντός των ορίων που ορίζονται από τις αναλυτικές σχέσεις μοντελοποίησης, επίσης δε ότι οι αριθμητικές προβλέψεις έχουν καλή σύγκλιση με τα πειραματικά αποτελέσματα στο μέτρο ελαστικότητας για μήτρα Al-3.5Cu ενισχυμένη με 0, 6, 13, 20% σωματίδια SiC.

2.2.4 Εναλλακτική λύση υλικού ενίσχυσης: Αλουμίνιο ενισχυμένου με σωματίδια αλουμίνιας (αντί SiC)

Μία εναλλακτική λύση που θα μπορούσε να προταθεί είναι τα σωματίδια αλουμίνιας για την ενίσχυση του αλουμινίου αντί των σωματιδίων καρβιδίου του πυριτίου, διότι δεν αλληλεπιδρούν τόσο εύκολα με τη μήτρα σε υψηλές θερμοκρασίες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ότι τα σύνθετα υλικά ενισχυμένα με αλουμίνια δύνανται να χρησιμοποιηθούν σε ευρύτερο φάσμα διεργασιών και εφαρμογών. Ωστόσο, η δυσκαμψία και η θερμική αγωγιμότητα της αλουμίνιας είναι χαμηλότερες από τις αντίστοιχες ιδιότητες του καρβιδίου του πυριτίου, γεγονός που αποτυπώνεται και στις τελικές τιμές ιδιοτήτων του σύνθετου. Για τους λόγους αυτούς, εξάλλου, στο 5^ο Κεφάλαιο με τίτλο «Παραμετρική ανάλυση» επιλέγουμε να εργαστούμε με σωματίδια από καρβίδιο του πυριτίου.

2.2.5 Κατασκευή

Σε αντίθεση με τα μονολιθικά μέταλλα και τα κεραμικά υλικά, τα σύνθετα υλικά μπορούν να διαμορφωθούν κατασκευαστικά σε μεγάλα και πολύπλοκα σχήματα, γεγονός που συμβάλλει στην ενοποίηση των εξαρτημάτων, ενώ ταυτόχρονα μειώνει το κόστος κατασκευής, συναρμολόγησης και σύνδεσης. Ορισμένες διεργασίες επιτρέπουν την κατασκευή εξαρτημάτων στο τελικό τους σχήμα (net shape) ή κοντά στο τελικό τους σχήμα (near-net shape). Ειδικότερα, σε εφαρμογές όπως αεροσκάφη, πτερύγια ανεμογεννητριών, αλλά και άλλες όπου οι αεροδυναμικές εντάσεις είναι σημαντικές, η σχετική ευκολία που μπορούν να κατασκευαστούν ομαλά σχήματα είναι σημαντικός παράγοντας για τη χρήση σύνθετων υλικών.

Material	Class	Density g/cm ³ (pci)	Modulus GPa (Msi)	Tensile Strength MPa (ksi)	Tensile Failure Strain %	Thermal Conductivity W/m·K (Btu/h·ft·°F)	Coefficient of Thermal Expansion ppm/K (ppm/°F)
Epoxy	Polymer	1.8 (0.065)	3.5 (0.5)	70 (10)	3	0.1 (0.06)	60 (33)
Aluminum (6061)	Metal	2.7 (0.098)	69 (10)	300 (43)	10	180 (104)	23 (13)
Titanium (6Al-4V)	Metal	4.4 (0.16)	105 (15.2)	1100 (160)	10	16 (9.5)	9.5 (5.3)
Silicon carbide	Ceramic	2.9 (0.106)	520 (75)	—	<0.1	81 (47)	4.9 (2.7)
Alumina	Ceramic	3.9 (0.141)	380 (55)	—	<0.1	20 (12)	6.7 (3.7)
Glass (borosilicate)	Ceramic	2.2 (0.079)	63 (9)	—	<0.1	2 (1)	5 (3)
Carbon	Carbon	1.8 (0.065)	20 (3)	—	<0.1	5-90 (3-50)	2 (1)

Εικόνα 13. Χαρακτηριστικά παραδείγματα υλικών που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή των MMC.[17]

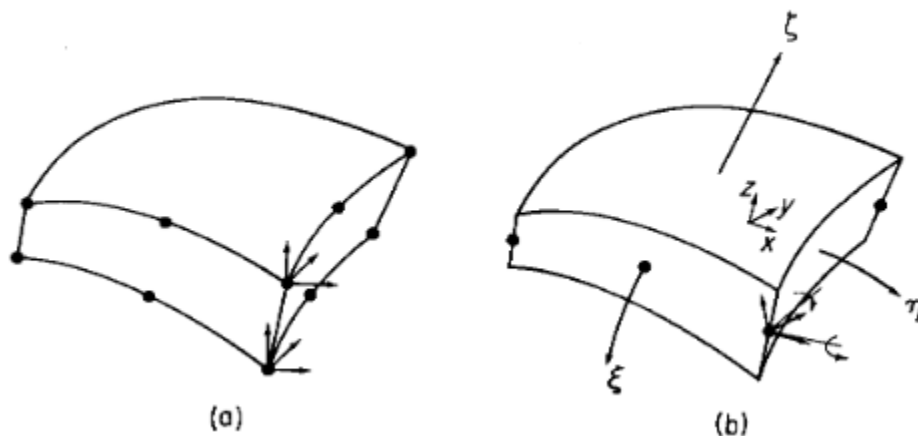
Χρήσιμο σχόλιο: Συνήθης τρόπος αποτύπωσης των σύνθετων υλικών που είναι ενισχυμένα με ίνες αποτελεί ο διαχωρισμός της μήτρας με τις ίνες με μια κάθετο, δηλαδή carbon/epoxy ή C/Ep είναι ένα εποξειδικό υλικό ενισχυμένο με ίνες άνθρακα. Αντίστοιχα, τα σύνθετα υλικά ενισχυμένα με σωματίδια παρουσιάζονται με μία παρένθεση ακολουθούμενη από το “p”, δηλαδή (SiC)p/Al είναι ένα αλουμινένιο υλικό ενισχυμένο με σωματίδια καρβιδίου του πυριτίου (SiC).

Κεφάλαιο 3 Πεπερασμένα Στοιχεία

3.1 Πεπερασμένα στοιχεία κελύφους

Η έννοια του τετραγωνικού στοιχείου κελύφους ορισμένου πάχους, η οποία και θα μας απασχολήσει στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τον Ahmad και τους συνεργάτες του το 1968. Επισημαίνεται ότι προέρχεται από ένα ισοπαραμετρικό στερεό που ορίζεται από τετραγωνικές συναρτήσεις παρεμβολής στις επιφανειακές συντεταγμένες του και γραμμικής παρεμβολής του πάχους, όπως φαίνεται και παρακάτω στην Εικόνα 14 [σχήμα (a)].

Εκκινούμε από την θέση ότι ένα παχύ στοιχείο κελύφους μελετάται με κόμβους μέσης επιφάνειας που ουσιαστικά τοποθετούνται στο μέσο μεταξύ κάθε ζεύγους κόμβων (εσωτερικής και εξωτερικής) επιφάνειας, έτσι ώστε οι έξι βαθμοί ελευθερίας των ζευγών των επιφανειακών κόμβων να περιγράφονται τελικώς με τους πέντε βαθμούς ελευθερίας των κόμβων μέσης επιφάνειας: τρεις μετατοπίσεις και περιστροφές γύρω από δύο άξονες, όπως φαίνεται και στο σχήμα (b). Αυτό συμβαίνει διότι ο επιπλέον βαθμός ελευθερίας απαλείφεται επειδή η ορθή τάση στη διεύθυνση του πάχους πρέπει να μηδενίζεται. Το στοιχείο που προκύπτει λαμβάνει υπόψη τετραγωνικές καμπύλες στη γεωμετρική μορφή της επιφάνειας του κελύφους και αποτελεί επίσης μια πρώτης τάξης προσέγγιση της εγκάρσιας διατμητικής παραμόρφωσης.



Εικόνα 14. Μετατροπή τρισδιάστατου στοιχείου σε στοιχείο κελύφους.
(a) Τρισδιάστατο ισοπαραμετρικό στοιχείο (b) Ισοδύναμο στοιχείο παχύ κελύφους [20]

Αντίστοιχα, τα πεπερασμένα στοιχεία κελύφους υπερέχουν έναντι του συνδυασμού στοιχείων πλακών με μεμβρανική συμπεριφορά στο ότι διακρίτοποιούνται ακριβέστερα, ικανοποιούν τη συνθήκη συμβιβαστού των παραμορφώσεων και λειτουργούν μεταβατικά μεταξύ τρισδιάστατου μέσου και κελύφους. Βέβαια, λαμβάνοντας υπόψη ότι τα στοιχεία

αυτά είναι σχετικά αναποτελεσματικά στην αναπαράσταση των παραμορφώσεων κάμψης σε εφαρμογές λεπτών στοιχείων, η εξέλιξη της θεωρίας ανέδειξε τα λεπτά κελύφη, με τα οποία θα ασχοληθούμε και στην παρούσα διπλωματική.

Τα λεπτά κελύφη αντιπροσωπεύουν επιφανειακές δομές στοιχειωδών φορέων με καμπύλη γεωμετρία, όπου στις περισσότερες περιπτώσεις το πάχος τους είναι αρκετά μικρότερο από τις υπόλοιπες διαστάσεις τους. Προκειμένου να περιγράψουμε τη γεωμετρία ενός τέτοιου κελύφους, πρέπει να ορίσουμε έναν άξονα z , ο οποίος είναι κάθετος στη μέση επιφάνεια του κελύφους και διέρχεται από το επίπεδο αυτής. Με την καθορισμένη διεύθυνση του άξονα z , μπορούν να οριστούν δύο τόξα (κυρτά μέρη) στο κέλυφος, εκ των οποίων το ένα είναι προσανατολισμένο προς την μικρότερη ακτίνα καμπυλότητας, ενώ το άλλο προς τη μεγαλύτερη. Αυτά τα τόξα αντικατοπτρίζουν τον τρόπο με τον οποίο το κέλυφος κυρτώνει και ανταποκρίνεται στις διάφορες φορτίσεις και συνθήκες.

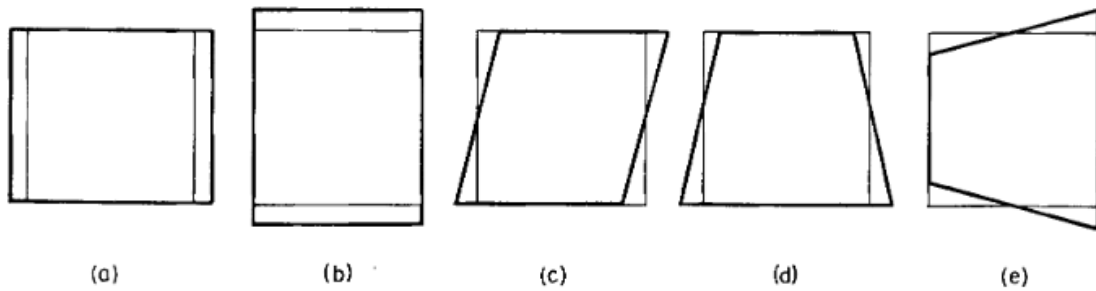
Η μέθοδος ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί ένα ολοκληρωμένο εργαλείο ανάλυσης κελυφών, το οποίο είναι ικανό να εκτιμήσει τάσεις και παραμορφώσεις σε κελύφη αυθαίρετης μορφής που υπόκεινται σε αυθαίρετα φορτία και οριακές συνθήκες. Οι πρώτες προσπάθειες που κατευθύνθηκαν προς την ανάπτυξη ενός υπολογιστικού προγράμματος γενικής χρήσης εφάρμοσαν επίπεδα στοιχεία λεπτού κελύφους βασισμένων στη θεωρία των πλακών Kirchhoff, ενώ μετέπειτα ορισμένοι ερευνητές ανέπτυξαν στοιχεία μονής ή διπλής καμπύλης λεπτού κελύφους προσπαθώντας να επιτύχουν καλύτερες γεωμετρικές προσεγγίσεις.

Επιλεκτική ενσωμάτωση της ενέργειας παραμόρφωσης

Κρίσιμο αποφαίνεται να επισημάνουμε την υπερβολική καμπτική δυσκαμψία του αρχικού τετραγωνικού στοιχείου, η οποία περιορίζει την εφαρμοσιμότητά του σε προβλήματα παχιών κελυφών και μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι οι υποτιθέμενες συναρτήσεις παρεμβολής μετατόπισης επιβάλλουν μεγάλα ποσά διατμητικής τάσης κατά την ανάπτυξη απλών καμπτικών παραμορφώσεων. Ένα τέτοιο σφάλμα αναγνωρίστηκε από τον Doherty και τους συνεργάτες του στην καμπτική συμπεριφορά των απλών τετραπλευρικών στοιχείων επίπεδης έντασης και επεσήμαναν ότι η απόδοση του στοιχείου θα μπορούσε να βελτιωθεί σημαντικά με την εισαγωγή της ενέργειας διατμητικής παραμόρφωσης στο στοιχείο μέσω μιας ολοκλήρωσης χαμηλότερης τάξης. Αυτή η ολοκλήρωση χαμηλότερης τάξης αμελεί την εξωγενή διατμητική παραμόρφωση που επιβάλλεται από τις υποτιθέμενες συναρτήσεις μετατόπισης και τείνει έτσι να χαλαρώσει την υπερακαμψία του στοιχείου.

Γραμμικό στοιχείο μεμβράνης

Το τετραπλευρικό αυτό στοιχείο προτιμάται σε αναλύσεις δύο διαστάσεων, καθώς αμελεί το πάχος και λειτουργεί ως επιφάνεια, η οποία διαθέτει τέσσερις κόμβους και οκτώ βαθμούς ελευθερίας. Οι βαθμοί αυτοί μπορούν να ερμηνευθούν ως τρεις μετατοπίσεις άκαμπτου σώματος, συν τους πέντε τρόπους παραμόρφωσης που φαίνονται στην Εικόνα 15.



Εικόνα 15. Τρόποι παραμόρφωσης στοιχείου μεμβράνης [20]

Τρόποι παραμόρφωσης τετραπλευρικού στοιχείου επίπεδης έντασης

Οι τρεις πρώτες περιπτώσεις [Εικόνα 15, σχήματα (a), (b), (c)] αποτελούν τρόπους σταθερής παραμόρφωσης, ενώ οι εναπομείνουσες δύο περιπτώσεις [Εικόνα 15, σχήματα (d) και (e)] αναπαριστούν την παραμόρφωση κάμψης. Φυσικά, η παραμόρφωση κάμψης έχει μεγαλύτερο ποσοστό ενέργειας διατμητικής παραμόρφωσης, δείγμα μη αντιπροσωπευτικό σε καταστάσεις όπου κυριαρχεί ο απλός λυγισμός, λόγω χάριν σε μια συνηθισμένη δοκό. Αυτή η «εσφαλμένη» ενέργεια διατμητικής παραμόρφωσης έχει ως αποτέλεσμα την υπερβολική δυσκαμψία της δομής. Έτσι, για την βελτίωση της απόδοσης της τελευταίας, προτάθηκε η αντικατάσταση του πλέγματος ολοκλήρωσης 2 x 2 [Εικόνα 14 (b) ξ και η] που συνήθως χρησιμοποιείται στην εκτίμηση όλων των συνιστωσών ενέργειας παραμόρφωσης για τον υπολογισμό δυσκαμψίας του στοιχείου, με δύο ξεχωριστά πλέγματα ολοκλήρωσης: 2 x 2 για τις κανονικές παραμορφώσεις και 1 x 1 για τις διατμητικές. Χρησιμοποιώντας αυτή τη διαδικασία, οι τρόποι παραμόρφωσης της Εικόνας 15 (d) και (e) σταματούν να δίνουν ενέργεια διατμητικής παραμόρφωσης επειδή η διατμητική παραμόρφωση στο κέντρο του στοιχείου είναι μηδενική, ενώ ο τρόπος σταθερής παραμόρφωσης (c) εξακολουθεί να δίνει τη σωστή συνεισφορά. Επομένως, όσον αφορά την υπολογισμένη ενέργεια παραμόρφωσης, η «πραγματική» παραμόρφωση λόγω κάμψης (d) και (e) μπορεί να θεωρηθεί ως εξής:



Εικόνα 16. Παραμόρφωση στοιχείου επίπεδης έντασης σε κάμψη [20]

3.2 Στοιχεία μειωμένης ολοκλήρωσης

Παρά τη ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας και την δημιουργία υπολογιστών μεγάλου μεγέθους μνήμης, η βελτίωση της υπολογιστικής απόδοσης χωρίς απώλεια ακρίβειας αποτελεί ακόμα ένα από τα δυσχερέστερα ως προς την επίλυσή τους ζητήματα στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Ως προς την ανάλυση των τελευταίων έχουν εφαρμοστεί σχήματα πλήρους ολοκλήρωσης (FI), μειωμένης ολοκλήρωσης (RI) και επιλεκτικής μειωμένης ολοκλήρωσης (SMI) για το σχηματισμό πινάκων δυσκαμψίας των στοιχείων βελτιώνοντας παράλληλα την ακρίβεια των προσεγγίσεων. Στο προαναφερθέν πρόβλημα, κρίσιμη αποφαίνεται η εισαγωγή της μεθόδου μειωμένης ολοκλήρωσης με έλεγχο κλειψύδρας που διακρίνεται για την υπολογιστική της απόδοση, την απλότητα της εφαρμογής της και συχνά την ακριβέστερη προσέγγιση πεπερασμένων στοιχείων.

Η μειωμένη ολοκλήρωση είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται για την προσέγγιση των αριθμητικών λύσεων σε προβλήματα μη γραμμικής ανάλυσης. Η ιδέα πίσω από αυτήν την τεχνική είναι να μειωθεί η πολυπλοκότητα των υπολογισμών, εξοικονομώντας ταυτόχρονα χρόνο και πόρους. Αυτό επιτυγχάνεται με το να μην υπολογίζονται ακριβείς τιμές των ολοκληρωμένων ποσοτήτων σε κάθε σημείο του χώρου, αλλά μόνο σε ορισμένα σημεία, συνήθως στους κόμβους των στοιχείων.

3.3 Μη γραμμική ανάλυση

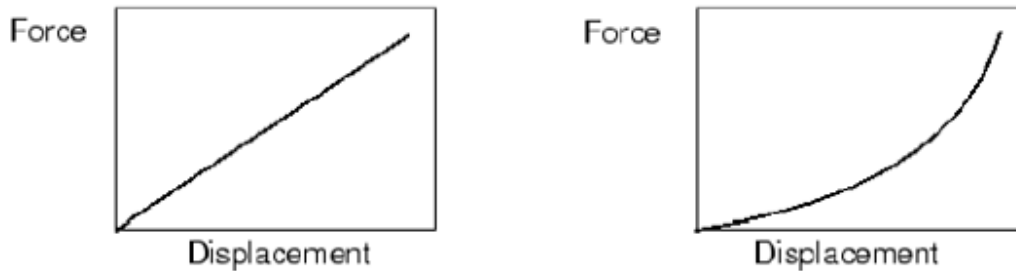
Σε μια γραμμική συσχέτιση μεταξύ των επιβαλλόμενων φορτίων και της απόκρισης του συστήματος υπολογίζεται η αντίδραση του συστήματος πολλαπλασιάζοντας το διάνυσμα των φορτίων με ένα σταθερό και ανεξάρτητο των φορτίων μητρώο στιβαρότητας (stiffness matrix). Στην – αντίθετη ως εκ τούτου – περίπτωση του μη γραμμικού προβλήματος, η κλίση του γραφήματος που αναπαριστά την σχέση μεταξύ φορτίων και αποκρίσεων μεταβάλλεται διαρκώς, καθώς το σύστημα παραμορφώνεται. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι η μη γραμμική ανάλυση είναι μια αρκετά περίπλοκη διαδικασία εξαιτίας τόσο της επαναλαμβανόμενης κατασκευής και αντιστροφής του μητρώου στιβαρότητας που απαιτείται κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, γεγονός που συντείνει σε μία σημαντική αύξηση του υπολογιστικού φορτίου, όσο και της αδυναμίας χρήσης της μεθόδου της υπέρθεσης για την εύρεση λύσεων.

Ως παράδειγμα μη γραμμικής συμπεριφοράς στην πράξη θα μπορούσε να θεωρηθεί ένα ελατήριο με μη γραμμική ακαμψία, όπου η σχέση μεταξύ της μετατόπισης (x) και της δύναμης απόκρισής του (F) δεν καθίσταται πλέον γραμμική, λόγω της περίπλοκης γεωμετρίας του (μη γραμμικότητα γεωμετρίας) ή της κατασκευής του από υλικό με μη γραμμική συμπεριφορά (μη γραμμικότητα υλικού).

Επομένως, στο δοθέν παράδειγμα του ελατηρίου με μη γραμμική ακαμψία η σχέση μεταξύ της δύναμης F και της μετατόπισης x μπορεί να δοθεί από την εξίσωση:

$$F = kx + ax^3 \quad (3.1)$$

Αναλύοντας την παραπάνω εξίσωση, το πρώτο μέλος (kx) αντιπροσωπεύει την γραμμική ακαμψία του ελατηρίου (σύμφωνα με τον νόμο του Hooke), ενώ το δεύτερο μέλος (ax^3) αντιπροσωπεύει την μη γραμμική ακαμψία. Η παρουσία του όρου ax^3 καθιστά την απόκριση του ελατηρίου μη γραμμική, καθώς η δύναμη δεν είναι απλά ανάλογη της μετατόπισης, αλλά εξαρτάται επίσης από την Τρίτη δύναμη της μετατόπισης.



Εικόνα 17. Γραμμική και μη γραμμική απόκριση ελατηρίου. [17]

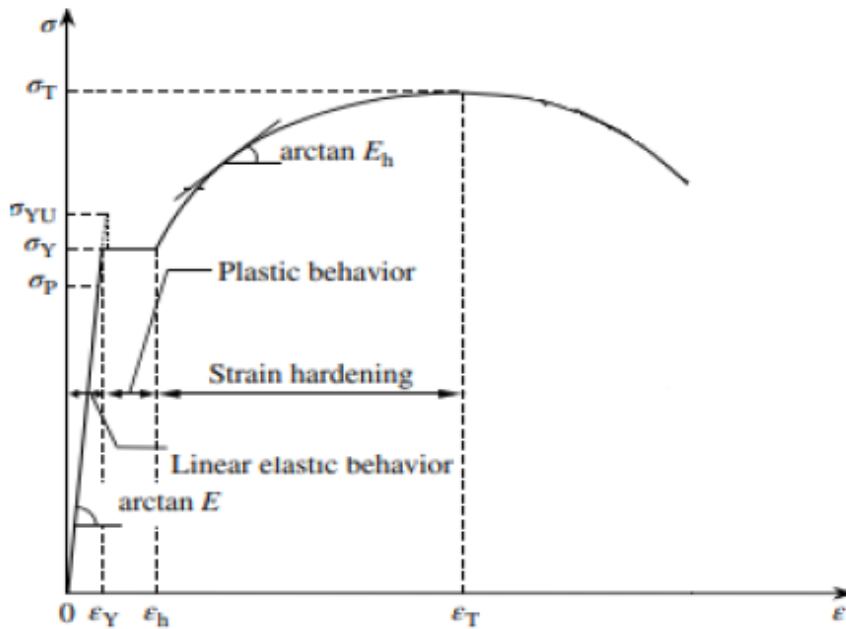
Συμπερασματικά, η μη γραμμικότητα στις κατασκευές μπορεί να οφείλεται στην μη γραμμικότητα του υλικού και της γεωμετρίας. Βέβαια, στην πραγματικότητα όλες οι φυσικές κατασκευές είναι μη γραμμικές, και η ανάλυσή τους απαιτεί σύνθετες μη γραμμικές μεθόδους. Παρ' όλα αυτά, για σκοπούς σχεδιασμού και απλότητας, συχνά χρησιμοποιούνται γραμμικές προσεγγίσεις, οι οποίες δεν λαμβάνουν υπόψη την πλήρη μη γραμμική φύση των κατασκευών.

3.3.1 Μη γραμμικότητα υλικού

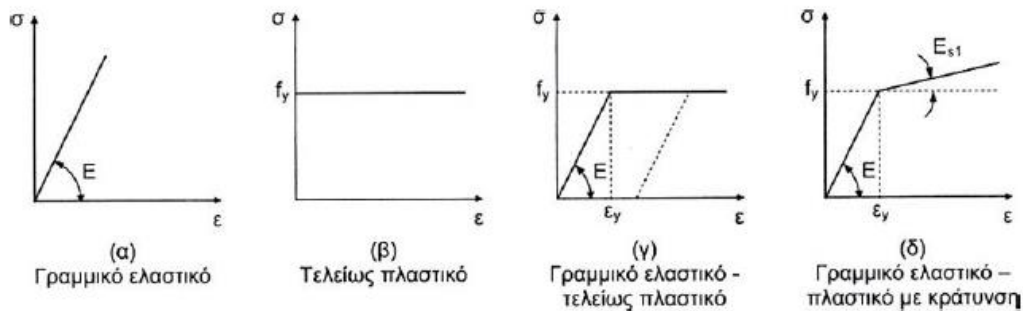
Η μη γραμμική συμπεριφορά είναι ένα φαινόμενο που εμφανίζεται ευρέως στον τομέα της δομικής μηχανικής. Η μη γραμμικότητα αυτή πηγάζει κυρίως από τις ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιούνται στις κατασκευές. Σε πολύ μικρές παραμορφώσεις, τα υλικά συμπεριφέρονται γραμμικά, σύμφωνα με το νόμο του Hooke, όπου η τάση σχετίζεται γραμμικά με την παραμόρφωση, μέσω της ελαστικής σταθεράς ΠΡΟΣ με τη σχέση $\sigma = E * \epsilon$

Παρατηρούνται λοιπόν τα εξής: Στο παραπάνω διάγραμμα (Εικόνα 18) καθώς οι παραμορφώσεις αυξάνονται, τα υλικά φτάνουν στο σημείο διαρροής, το οποίο αντιστοιχεί στην τάση διαρροής (σ_y). στο σημείο αυτό παρατηρείται η μετάβαση από την ελαστική στην πλαστική συμπεριφορά. Αυτό σημαίνει ότι η απόκριση του υλικού γίνεται μη γραμμική και μη αναστρέψιμη, με αποτέλεσμα την ύπαρξη παραμενουσών πλαστικών παραμορφώσεων στη δομή.

Στα παρακάτω διαγράμματα τάσης-παραμόρφωσης (Εικόνα 19), τα διακριτά σημεία απεικονίζουν τη συμπεριφορά του υλικού, όπου η πλαστική συμπεριφορά του υλικού περιγράφεται από το σημείο διαρροής και την σκλήρυνσή του μετά τη διαρροή.



Εικόνα 18. Διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων μη γραμμικών υλικών. [17]



Εικόνα 19. Η συμπεριφορά υλικού ανάλογα με το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων. [2]

3.3.2 Μέθοδος Newton-Raphson

Η εύρεση της λύσης του συνόλου των μη γραμμικών εξισώσεων $f(x)=(f_1, \dots, f^n)'=0$ αποτελεί ζήτημα που μελετάται σημαντικά τα τελευταία χρόνια. Για την επίλυση της εξίσωσης αυτής, ζητούμενα είναι ένα ελάχιστο ή ένα μέγιστο όριο όπου μία αρχική του εκτίμηση δίνεται με την εύρεση της θέσης μηδενισμού της πρώτης παραγώγου μέσω μεθόδων όπως εκείνη της διχοτόμησης (bisection method) ή της εσφαλμένης θέσης (false-position method). Εν τέλει, όμως, επιλέγεται η μέθοδος Newton-Raphson αφού κρίνεται πιο αποτελεσματική.

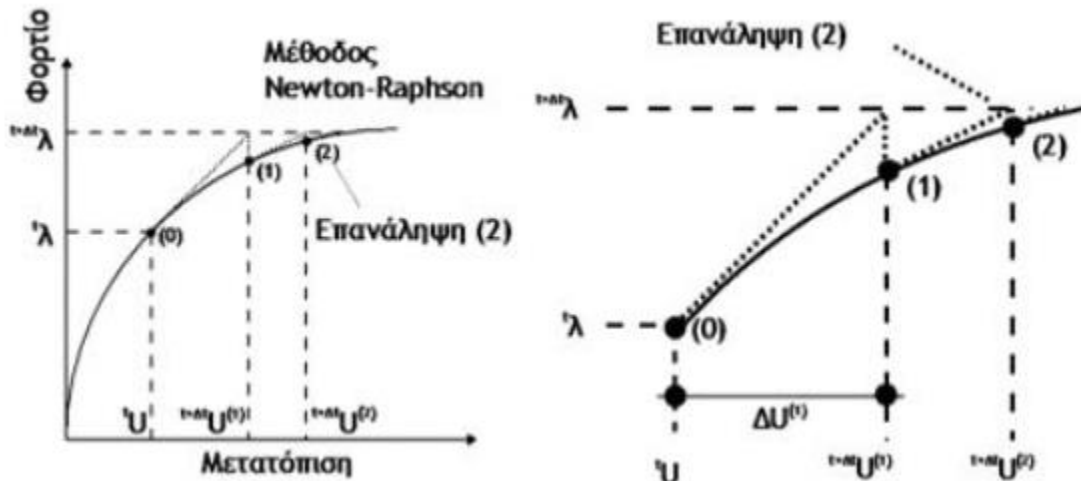
Επί του παρόντος, θα εξεταστεί η εν λόγω μη γραμμική εξίσωση καθώς και η προσπάθεια εύρεσης λύσης της με τη μέθοδο Newton Raphson, η οποία είναι ευρέως γνωστή λόγω της απλότητας και της αποδοτικότητας της (υψηλός ρυθμός σύγκλισης). Για να κατανοήσουμε την χρησιμότητα της προαναφερθείσας μεθόδου αρκεί να παρατηρήσουμε ότι τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν στο Abaqus συνθέτουν μη γραμμικές οντότητες ενδεχομένως με χιλιάδες μεταβλητές.

Ορισμός:

Η μέθοδος Newton (γνωστή και ως Newton-Raphson), που έλαβε την ονομασία της από τους Issac Newton και Joseph Raphson, αποτελεί μια τεχνική εύρεσης των διαδοχικά αυξανόμενων προσεγγίσεων σε μια συνάρτηση πραγματικών (ή μηδενικών) τιμών.

$$x: f(x) = 0 \quad (3.2)$$

Το σκεπτικό της μεθόδου Newton-Raphson έγκειται στην ιδέα ότι εκκινεί κανείς με μια εικασία η οποία είναι λογικά ασφαλής ως προς την πραγματική ρίζα, στη συνέχεια ο στόχος προσεγγίζεται από τη γραμμή απόκλισης (εφαρμόζοντας εργαλεία του απλού λογισμού) και υπολογίζεται η τετμημένη x αυτής της γραμμής απόκλισης (η οποία προκύπτει αβίαστα χρησιμοποιώντας απλή άλγεβρα). Αυτή η τιμή x αποτελεί μια βελτιωμένη προσέγγιση της ρίζας της συνάρτησης από την αρχική εικασία, και με επανάληψη της μεθόδου με βάση την παράλληλη κλιμάκωση και την τοπική τετραγωνική προσέγγιση προκύπτουν ικανοποιητικότερα αποτελέσματα. Χρησιμοποιώντας την τοπική τετραγωνική προσέγγιση, παρατηρείται ένας βελτιωμένος αλγόριθμος κλιμάκωσης ο οποίος συντελεί στην ενίσχυση της ευστάθειας και αποδεικνύει τη συνολική σύγκλιση του αλγορίθμου. Παρακάτω (Εικόνα 20) αποτυπώνεται ένα κλασσικό βήμα αυτής της μεθόδου.



Εικόνα 20. Μεγέθυνση της Newton-Raphson σε μεμονωμένο βήμα [4]

Εκκινώντας από τη θέση ότι στην αριθμητική ανάλυση, η μέθοδος Newton είναι μια μέθοδος για την εύρεση διαδοχικά καλύτερων προσεγγίσεων στις ρίζες (ή τα μηδενικά) μιας συνάρτησης πραγματικών τιμών, παρακάτω αναλύεται το πως αυτή εφαρμόζεται σε ένα πραγματικό πρόβλημα.

Δεδομένης μιας συνάρτησης f που ορίζεται πάνω στους πραγματικούς x , και της παραγώγου f' , ξεκινάμε με μια πρώτη εικασία x_0 ως μια ρίζα της συνάρτησης f . Εφόσον η συνάρτηση ικανοποιεί όλες τις υποθέσεις που έγιναν στην παραγωγή, μια καλύτερη προσέγγιση x_1 είναι:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (3.3)$$

Γεωμετρικά, το σημείο $(x_1, 0)$ είναι η τομή με τον άξονα x της εφαπτομένης στο γράφημα f στο σημείο $(x_0, f(x_0))$.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται ως εξής, μέχρι να επιτευχθεί μια αρκετά ακριβής τιμή:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (3.4)$$

Κατά την επίλυση προβλημάτων με το πρόγραμμα Abaqus, η μέθοδος Newton-Raphson δίνει τις απαιτούμενες λύσεις, οι οποίες αφορούν στην επίλυση της διακριτοποιημένης εξίσωσης σε κάθε αύξηση και την επιλογή του μεγέθους προσαύξησης της.

Σύγκλιση της μεθόδου Newton-Raphson:

Για τον προσδιορισμό της σύγκλισης της μεθόδου υποθέτουμε μια ρίζα x_r της $f(x) = 0$ και μια εκτίμηση x_n για το x_r όπου επιθυμούμε $|x_r - x_n| = \delta \ll 1$

Κατόπιν, από την ακολουθία Taylor προκύπτει:

$$0 = f(x_r) = f(x_n + \delta) = f(x_n) + f'(x_n)(x_r - x_n) + \frac{f''(\xi)}{2}(x_r - x_n)^2 \quad (3.5)$$

Όπου για ορισμένο ξ μεταξύ των x_n και x_r , μέσω της Newton-Raphson γνωρίζουμε ότι:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (3.6)$$

Επομένως,

$$f(x_n) = f'(x_n)(x_n - x_{n+1}) \quad (3.7)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (3.5) στην (3.7) καταλήγουμε στην εξής σχέση:

$$0 = f'(x_n)(x_r - x_{n+1}) + \frac{f''(\xi)}{2}(x_r - x_n)^2 \quad (3.8)$$

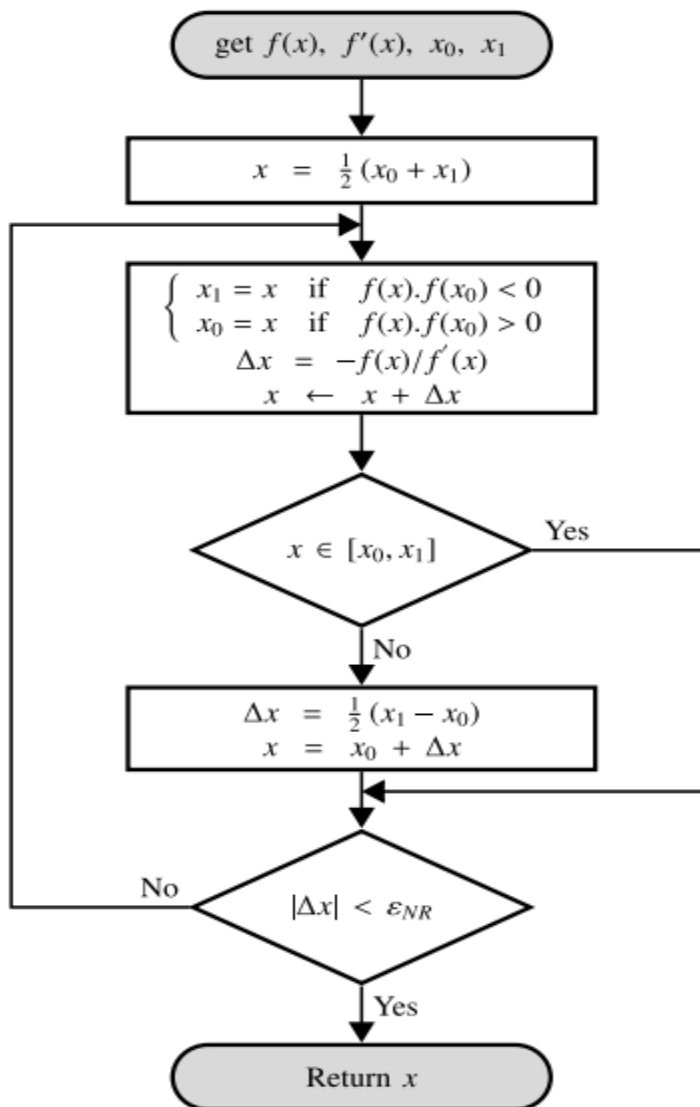
Υποθέτοντας ότι:

$$e_n = (x_r - x_n) \quad , \quad e_{n+1} = x_r - x_{n+1} \quad (3.9)$$

Όπου τα e_n, e_{n+1} υποδηλώνουν το σφάλμα στη λύση για τις n^{th} και $(n+1)^{\text{th}}$ επαναλήψεις, καταλήγουμε στο ότι:

$$e_{n+1} = -\frac{f''(\xi)}{2f'(x_n)} e_n^2 \quad (3.10)$$

Καταλήγοντας, διαπιστώνεται ότι η εξίσωση Newton-Raphson έχει τετραγωνική σύγκλιση, δηλαδή διπλασιάζεται σε κάθε επανάληψη και αυτό την καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμη σε προβλήματα βελτιστοποίησης.



Εικόνα 21. Διάγραμμα ροής της ασφαλούς Newton-Raphson [5]

Κεφάλαιο 4 Ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης ελαστικότητας

4.1 Επίπεδη ένταση και επίπεδη παραμόρφωση

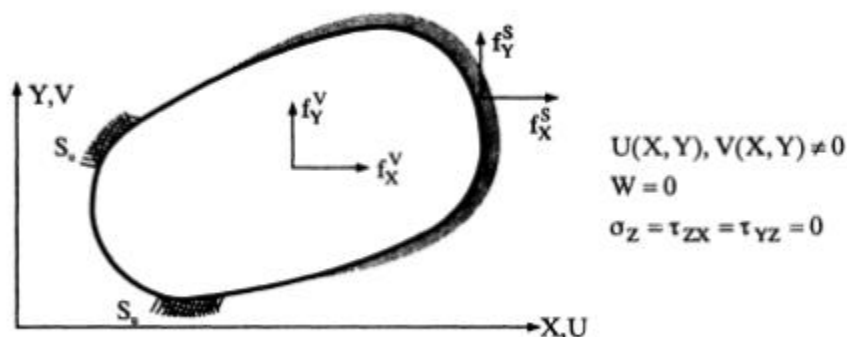
Σε πληθώρα περιπτώσεων χρησιμοποιούνται απλοποιητικές υποθέσεις ώστε να γίνει πιο κατανοητή η συμπεριφορά των δομικών συστημάτων. Αυτές οι υποθέσεις μειώνουν την πολυπλοκότητα των υπολογισμών χωρίς να επηρεάζουν σημαντικά την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Ένα παράδειγμα αυτής της προσέγγισης είναι η ανάλυση επίπεδης έντασης.

Επίπεδη ένταση (Plane Stress Elements)

Στην επίπεδη ένταση, υποθέτουμε ότι η διάσταση του φορέα κατά την κατεύθυνση Z είναι πολύ μικρή σε σύγκριση με τις άλλες δύο κατευθύνσεις, X και Y και άρα δεν υπάρχουν φορτία που δρουν κατά την κατεύθυνση Z στις πάνω και κάτω επιφάνειες του φορέα, αλλά μόνο στο επίπεδο XY .

Οι φορτίσεις περιλαμβάνουν τις μαζικές δυνάμεις που δρουν εντός του φορέα και τις επιφανειακές δυνάμεις που δρουν στα όριά του. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι αυτές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες κατά το πάχος του φορέα.

Αυτές οι υποθέσεις μάς επιτρέπουν να απλοποιήσουμε τους υπολογισμούς και να εξετάσουμε τη συμπεριφορά του φορέα με ευκολία, χωρίς να υπολογίζουμε λεπτομερείς τάσεις, μετατοπίσεις ή παραμορφώσεις που δεν επηρεάζουν τη συγκεκριμένη ανάλυση.



Εικόνα 22. Ολόσωμος φορέας με συνθήκες επίπεδης έντασης. [1]

Τα διανύσματα των ανηγμένων παραμορφώσεων και τάσεων είναι:

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \gamma_{XY} \end{bmatrix}, \{\sigma\} = \begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \tau_{XY} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Όπου:

$$\varepsilon_X = \frac{\partial U}{\partial X}, \varepsilon_Y = \frac{\partial V}{\partial Y}, \gamma_{XY} = \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \quad (4.2)$$

Από τις ανηγμένες παραμορφώσεις/τάσεις της τρισδιάστατης ελαστικότητας, λαμβάνοντας υπόψη τις θεωρήσεις μηδενικών τάσεων, καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση:

$$\begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \tau_{XY} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \gamma_{XY} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Χαρακτηριστικά παραδείγματα θεώρησης επίπεδης έντασης αποτελούν ενδεικτικά: μια μεμβράνη με οπή, ένα τοιχίο κτιρίου, μια υψίκορμη δοκός ή ένα δισδιάστατο έλασμα μεταλλικής μήτρας με σωματιδιακές ενισχύσεις υπό εφελκυσμό, το οποίο θα μας απασχολήσει και στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Επίπεδη παραμόρφωση (Plane Strain Elements)

Όσον αφορά την μελέτη φορέων που υπόκεινται σε συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης, κεντρική ιδέα κρίνεται ότι η διάσταση του φορέα κατά μήκος του άξονα Z είναι πολύ μεγαλύτερη σε σύγκριση με τις άλλες δύο διαστάσεις (X και Y). Επιπλέον, τα φορτία που εφαρμόζονται, λειτουργούν κυρίως στο επίπεδο XY και περιλαμβάνουν μαζικές δυνάμεις (f_X^V, f_Y^V) καθώς και επιφανειακές δυνάμεις (f_X^S, f_Y^S). Ο φορέας μπορεί να είναι πρισματικός ή κυλινδρικός, με σταθερή διατομή στο επίπεδο XY.

Για να απλοποιηθεί η μελέτη, αρκεί να υποθεθεί ότι οι ακραίες επιφάνειες του φορέα κατά μήκος του άξονα Z παραμένουν απαραμόρφωτες, δηλαδή δεν υπάρχουν μετατοπίσεις σε αυτές. Εναλλακτικά, δύναται να εξεταστεί ένα τμήμα του φορέα που περικόπτεται από δύο τομείς που είναι κάθετοι στον άξονα Z και έχουν μοναδιαία απόσταση μεταξύ τους.

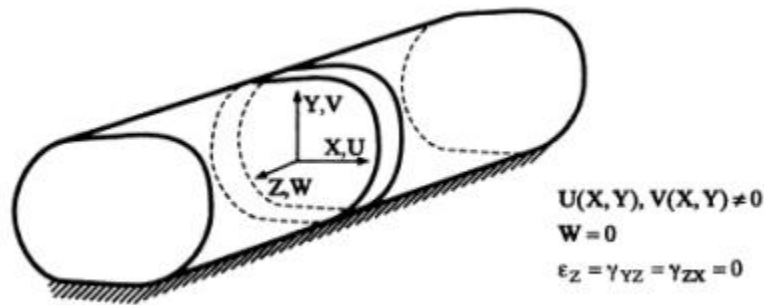
Βασιζόμενοι σε αυτές τις υποθέσεις απλοποιούμε την ανάλυση του φορέα και επιτρέπουμε τη μελέτη της συμπεριφοράς του σε συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης χωρίς την περιττή πολυπλοκότητα που θα προέκυπτε από την εξέταση των αμελητέων διαστάσεων και των

αντίστοιχων μετατοπίσεων και παραμορφώσεων σε αυτές. Έτσι, καταλήγουμε στις εξής σχέσεις:

$$\begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \tau_{XY} \end{bmatrix} = \frac{E^*}{1 - \nu^{*2}} \begin{bmatrix} 1 & \nu^* & 0 \\ \nu^* & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu^*}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \gamma_{XY} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Όπου:

$$E^* = \frac{E}{(1 - \nu^2)}, \nu^* = \frac{\nu}{(1 - \nu^2)} \quad (4.5)$$



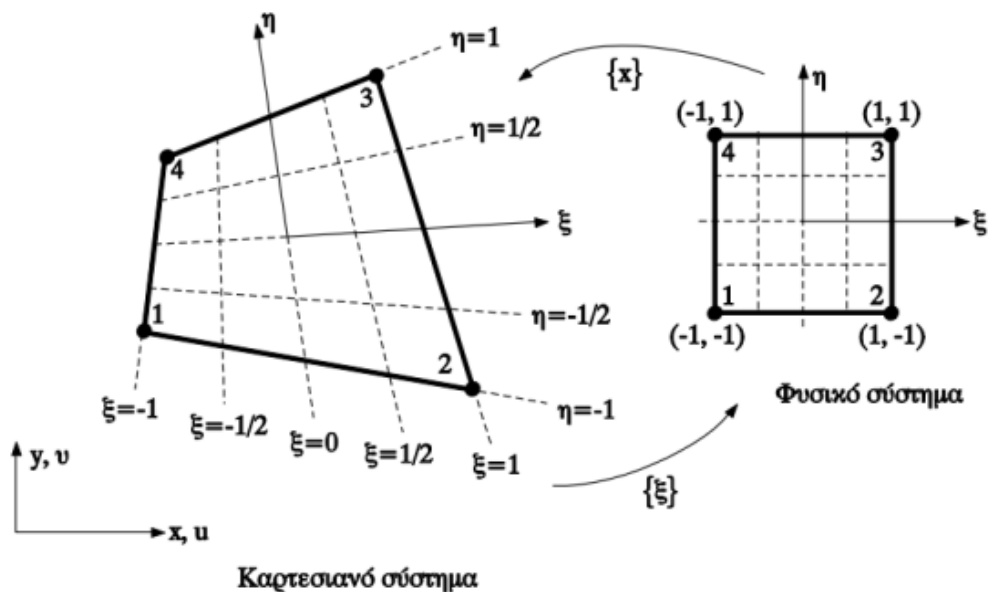
Εικόνα 23. Ολόσωμος φορέας με συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης. [1]

4.2 Τετραπλευρικά ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης έντασης

Στο παρόν σημείο παρουσιάζεται ένα τετραπλευρικό στοιχείο τεσσάρων κόμβων στο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, όπως διακρίνεται εναργώς και παρακάτω στην Εικόνα 24, ενώ επίσης εμφανίζονται οι αντίστοιχες φυσικές συντεταγμένες.

Σε αυτό το πλαίσιο, το Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων αναφέρεται στο σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιεί x , y , και z συντεταγμένες για να περιγράψει τη γεωμετρία του στοιχείου. Από την άλλη πλευρά, στο φυσικό σύστημα οι συντεταγμένες αναφέρονται στη γεωμετρία του στοιχείου σε ένα σύστημα συντεταγμένων που συνδέεται με τη πραγματική διάταξη του προβλήματος.

Αυτή η αντιπαραβολή των δύο συστημάτων συντεταγμένων (Καρτεσιανό και φυσικό) και η μεταξύ τους μετατροπή είναι χρήσιμη στην ανάλυση και την κατανόηση της γεωμετρίας και των χαρακτηριστικών του στοιχείου σε σχέση με το πραγματικό περιβάλλον και την φυσική συμπεριφορά που το περιγράφει.



Εικόνα 24. Τετραπλευρικό Στοιχείο Τεσσάρων Κόμβων με Παραμετρική Επίπεδη Ένταση-Παραμόρφωση. [1]

Συναρτήσεις Σχήματος

Αναλυτικότερα, στην παρακάτω εξίσωση δίνεται η συντεταγμένη «x» ενός τυχαίου σημείου ως προς τις συντεταγμένες των τεσσάρων κόμβων (x_1, x_2, x_3, x_4) του ίδιου:

$$x = [N_1 N_2 N_3 N_4] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (4.6\alpha)$$

Αντίστοιχα, για τη συντεταγμένη «y»:

$$y = [N_1 N_2 N_3 N_4] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \quad (4.6\beta)$$

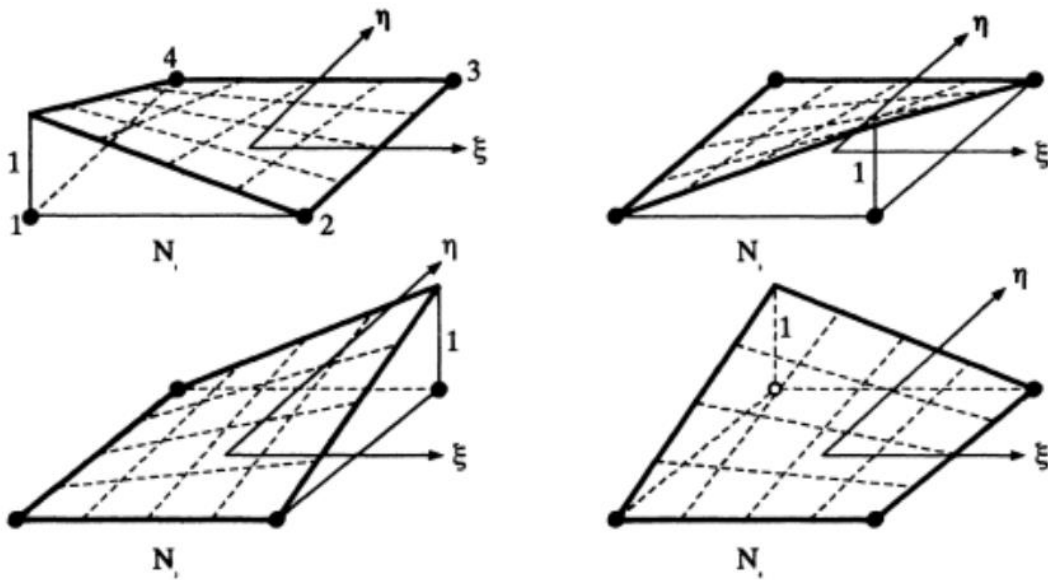
Όπου, οι συναρτήσεις σχήματος αναλύονται οπτικά στην Εικόνα 25 και αποδίδονται από τις εξής σχέσεις:

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad (4.7\alpha)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \quad (4.7\beta)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad (4.7\gamma)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \quad (4.7\delta)$$



Εικόνα 25. Απεικόνιση Συναρτήσεων Σχήματος τετραπλευρικού Στοιχείου 4-κόμβων στο φυσικό σύστημα. [1]

Επομένως, καταλήγουμε στις συνιστώσες μετατόπισης u, v στο Καρτεσιανό Σύστημα:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Συνοπτικά, γνωρίζοντας τα ξ και η ενός σημείου έχουμε τις μετατοπίσεις και τις συντεταγμένες του:

$$\{u\} = [N]\{d\} \quad (4.9)$$

Ιακωβιανό μητρώο [J]

Προκειμένου να διαμορφωθεί το μητρώο παραμορφώσεως [B] του στοιχείου που μελετάται ανά περίπτωση, είναι αναγκαίος ο υπολογισμός των ανηγμένων παραμορφώσεων όπως αποδίδεται από τη σχέση ανηγμένων παραμορφώσεων-μετατοπίσεων της επίπεδης ελαστικότητας:

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Το παραπάνω δύναται να γραφτεί και ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Στη συνέχεια, ζητούμενο είναι η παραγωγή των u , v ως προς x , y . Ωστόσο κάτι τέτοιο δεν μπορεί να συμβεί άμεσα στην σχέση (4.8) που εκφράζει το πεδίο μετατοπίσεων διότι χρησιμοποιούνται οι φυσικές συντεταγμένες ξ , η και όχι οι Καρτεσιανές x , y . Για να παρακάμψουμε αυτή την δυσχέρεια εφαρμόζεται η παρακάτω διαδικασία:

Ορίζεται, λοιπόν, μια συνάρτηση φ και στα δύο συστήματα συντεταγμένων ως $\varphi = \varphi(x, y)$ και $\varphi = \varphi(\xi, \eta)$. Οι παράγωγοι της φ ως προς x και y δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (4.12\alpha)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (4.12\beta)$$

Άρα, οι παράγωγοι $\frac{\partial \xi}{\partial x}, \frac{\partial \xi}{\partial y}, \frac{\partial \eta}{\partial x}, \frac{\partial \eta}{\partial y}$ είναι οι παράγωγοι μετατροπών των συντεταγμένων μεταξύ των δύο συστημάτων και έτσι γίνεται έμμεσα η παραγωγή της συνάρτησης φ ως προς τα ξ, η .

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (4.13\alpha)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (4.13\beta)$$

Αντίστοιχα, οι σχέσεις μπορούν να διατυπωθούν και ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Όπου το Ιακωβιανό μητρώο $[J]$ προκύπτει με αναλυτική παραγωγή των παραπάνω σχέσεων:

$$[J] = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & N_{2,\xi} & N_{3,\xi} & N_{4,\xi} \\ N_{1,\eta} & N_{2,\eta} & N_{3,\eta} & N_{4,\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Συνοπτικά:

$$[J] = [D_N] \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Όπου:

$$[D_N] = \begin{bmatrix} -(1-\eta) & (1-\eta) & (1+\eta) & -(1+\eta) \\ -(1-\xi) & -(1+\xi) & (1+\xi) & (1-\xi) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Επομένως, για να προσδιορίσουμε τις παραγώγους της συνάρτησης φ που ορίστηκαν ως προς τα απαιτούμενα x, y αρκεί να λύσουμε ως προς αυτές τις παραγώγους:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Όπου:

$$[J]^{-1} = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* \\ J_{21}^* & J_{22}^* \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Η ορίζουσα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\det[J] = J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21} \quad (4.21)$$

Σημειώνεται δε ότι στην περίπτωση των ορθογωνικών ισοπαραμετρικών στοιχείων τα στοιχεία του Ιακωβιανού μητρώου είναι ανεξάρτητα των ξ, η και προσδιορίζονται από σταθερές που εξαρτώνται από τη γεωμετρία του στοιχείου.

Μητρώο παραμορφώσεως [B]

Προκειμένου να υπολογιστεί το ζητούμενο μητρώο [B], ορίζονται οι παράγωγοι των μετατοπίσεων που δίνονται από τη σχέση (4.19) ως προς x, y αντικαθιστώντας τη συνάρτηση φ με τις u, v .

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{21} & J_{11} \\ -J_{21} & J_{11} & J_{22} & -J_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Συνοπτικά:

$$\{\varepsilon\} = [B_1]\{u_\xi\} \quad (4.23)$$

Η μερική παραγωγή των μετατοπίσεων ως προς ξ και η εκφράζεται μέσω της σχέσης (4.8) συναρτήσει των επικόμβιων μετακινήσεων.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & 0 & N_{2,\xi} & 0 & N_{3,\xi} & 0 & N_{4,\xi} & 0 \\ N_{1,\eta} & 0 & N_{2,\eta} & 0 & N_{3,\eta} & 0 & N_{4,\eta} & 0 \\ 0 & N_{1,\xi} & 0 & N_{2,\xi} & 0 & N_{3,\xi} & 0 & N_{4,\xi} \\ 0 & N_{1,\eta} & 0 & N_{2,\eta} & 0 & N_{3,\eta} & 0 & N_{4,\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Συνοπτικά:

$$\{u_\xi\} = [B_2]\{d\} \quad (4.25)$$

Όπου:

$$[B_2] = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & 0 & N_{2,\xi} & 0 & N_{3,\xi} & 0 & N_{4,\xi} & 0 \\ N_{1,\eta} & 0 & N_{2,\eta} & 0 & N_{3,\eta} & 0 & N_{4,\eta} & 0 \\ 0 & N_{1,\xi} & 0 & N_{2,\xi} & 0 & N_{3,\xi} & 0 & N_{4,\xi} \\ 0 & N_{1,\eta} & 0 & N_{2,\eta} & 0 & N_{3,\eta} & 0 & N_{4,\eta} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Με συνδυασμό των παραπάνω καταλήγουμε στην εξής σχέση:

$$\{\varepsilon\} = [B_1][B_2]\{d\} \quad (4.27)$$

Όπου, τελικά, το ζητούμενο μητρώο είναι:

$$[B] = [B_1][B_2] \quad (4.28)$$

Μητρώο στιβαρότητας

Η γενική ολοκληρωτική σχέση που αποδίδει το μητρώο στιβαρότητας ενός τετραπλευρικού ισοπαραμετρικού στοιχείου αναλύεται ως εξής:

$$[k] = \int_{A_e} [B]^T [E][B]tdA_e \quad (4.29)$$

Σε αυτή τη σχέση, το $[E]$ αντιπροσωπεύει το μητρώο ελαστικότητας το οποίο εξαρτάται από την εντατική κατάσταση, δηλαδή τις συνθήκες επίπεδης έντασης ή παραμόρφωσης και ο όρος «t» αναπαριστά το πάχος του στοιχείου, το οποίο στη συγκεκριμένη περίπτωση θεωρείται σταθερό.

Κατά την αντικατάσταση της περιοχής ολοκλήρωσης « dA_e » προσδιορίζεται η τελική αποτύπωση του μητρώου στιβαρότητας εκφρασμένου ως προς τις φυσικές συντεταγμένες:

$$[k] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B(\xi, \eta)]^T [E][B(\xi, \eta)]tdet[J]d\xi d\eta \quad (4.30)$$

Είναι εμφανές ότι η ορίζουσα $det[j]$ αποτελεί παρανομαστή κάθε στοιχείου B_{ij} και εξαρτάται από τα ξ και η . Συνεπώς, κάθε όρος του ολοκληρώματος θα περιλαμβάνει το πολυώνυμο $a_1 + a_2\xi + a_3\eta + a_4\xi\eta$ το οποίο θα είναι αυξημένου βαθμού για αυξημένο αριθμό κόμβων.

Ισοδύναμες δράσεις

Η σχέση ολοκλήρωσης που μας δίνει τις ισοδύναμες δράσεις είναι η εξής:

$$[r] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 ([B]^T [E]\{\varepsilon_0\} - [B]^T\{\sigma_0\} + [N]^T\{f^V\})det[J]td\xi d\eta + \int_{S_e} [N^S]^T\{f^S\} dS_e \quad (4.31)$$

Παρ' όλο που η παραπάνω εξίσωση δεν εμφανίζεται στον παρανομαστή της συνάρτησης ολοκλήρωσης στον Ιακωβιανό πίνακα $[J]$, εν προκειμένω μια παρόμοια διαδικασία αριθμητικής ολοκλήρωσης χρησιμοποιείται για λόγους απλοποίησης του προγραμματισμού του στοιχείου. Στην περίπτωση κατανεμημένων φορτίων κατά μήκος των ακμών του στοιχείου, απαιτείται ολοκλήρωση μόνο ως προς τη διεύθυνση της πλευράς η οποία φορτίζεται.

Οι ισοδύναμες δράσεις λόγω καταναμημένων φορτίων υπολογίζονται κατά τη διεύθυνση μήκους των πλευρών του στοιχείου και υιοθετείται η ακόλουθη διαδικασία. Ορίζουμε σχέσεις που συνδέουν τις μετατοπίσεις κατά μήκος της πλευράς 1-2 ($\eta = -1$) μέσω συναρτήσεων σχήματος

$$u^s = \frac{1}{2}(1 - \xi)u_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi)u_2 \quad \text{και} \quad v^s = \frac{1}{2}(1 - \xi)v_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi)v_2 \quad (4.32)$$

$$[N^s] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 - \xi) & 0 & \frac{1}{2}(1 + \xi) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(1 - \xi) & 0 & \frac{1}{2}(1 + \xi) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Η διαφορική επιφάνεια dS_e ως προς ξ και η εκφράζεται ως $dS_e = t_\xi dl$, όπου το dl αποτελεί το στοιχειώδες μήκος της πλευράς που εξετάζεται και ορίζεται ακολούθως:

$$dl = \det[J^s] d\xi \quad (4.34)$$

όπου:

$$\det[J^s] = \left[\left(\frac{\partial x^s}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y^s}{\partial \xi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.35)$$

Οι παραπάνω παράγωγοι προκύπτουν με εναλλαγή των u, v με x, y και προκύπτει το εξής:

$$\frac{\partial x^s}{\partial \xi} = \frac{x_2^s - x_1^s}{2}, \quad \frac{\partial y^s}{\partial \xi} = \frac{y_2^s - y_1^s}{2} \quad (4.36)$$

Άρα, το τελικό επιφανειακό ολοκλήρωμα διατυπώνεται ως:

$$\{r_s\} = \int_{-1}^1 [N^s]^T \{f^s\} t_\xi \det[J^s] d\xi \quad (4.37)$$

4.3 Τριγωνικά ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης έντασης

Αντιστοίχως με τα τετραπλευρικά ισοπαραμετρικά στοιχεία ορίζονται οι συναρτήσεις σχήματος N , το μητρώο παραμορφώσεως $[B]$ και το μητρώο στιβαρότητας $[k]$ για τα τριγωνικά.

Συναρτήσεις σχήματος

Σε περίπτωση τριγωνικού στοιχείου τριών κόμβων λαμβάνουμε υπόψιν τις εξής συναρτήσεις σχήματος:

$$N_1 = s_1 \quad , \quad N_2 = s_2 \quad , \quad N_3 = s_3 \quad (4.38)$$

Όπου ως s ορίζονται οι επιφανειακές συντεταγμένες του στοιχείου μελέτης για τις οποίες ισχύει $s_i = A_i/A_e$

Από την άλλη πλευρά, σε περίπτωση εξακομβικού τριγωνικού στοιχείου οι συναρτήσεις σχήματος τροποποιούνται ως εξής:

$$N_1 = s_1(2s_1 - 1) \quad , \quad N_2 = s_2(2s_2 - 1) \quad , \quad N_3 = s_3(2s_3 - 1)$$

$$N_4 = 4s_1s_2 \quad , \quad N_5 = 4s_2s_3 \quad , \quad N_6 = 4s_3s_1 \quad (4.39)$$

Όπως γίνεται πρόδηλο από τις ακόλουθες σχέσεις, για να προκύψει μια ισοπαραμετρική σχέση είναι αναγκαίο να εξασφαλισθεί ότι οι συναρτήσεις που περιγράφουν τις συντεταγμένες των σημείων του τριγώνου ως συνάρτηση των συντεταγμένων των κόμβων του στοιχείου ταυτίζονται με τις συναρτήσεις παρεμβολής που ορίζουν το πεδίο των μετατοπίσεων ως συνάρτηση των μετακινήσεων στους γειτονικούς κόμβους:

$$x = \sum_{i=1}^{n_e} N_i x_i \quad , \quad y = \sum_{i=1}^{n_e} N_i y_i \quad (4.40)$$

$$u = \sum_{i=1}^{n_e} N_i u_i \quad , \quad v = \sum_{i=1}^{n_e} N_i v_i \quad (4.41)$$

Οι επιφανειακές συντεταγμένες είναι εξαρτημένες μεταξύ τους και ικανοποιούν τη σχέση $s_1 + s_2 + s_3 = 1$. Οπότε και προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις που συσχετίζουν τις φυσικές συντεταγμένες ξ, η με τις επιφανειακές s_1, s_2, s_3 .

$$s_1 = \xi, s_2 = \eta, s_3 = 1 - \xi - \eta \quad (4.42)$$

Μητρώο παραμορφώσεως [B]

Στη συνέχεια εξέτασης των τριγωνικών στοιχείων θα χρειαστεί να υπολογισθεί το μητρώο [B], και συγκεκριμένα τα [B₁], [B₂] και [J], όπως ακριβώς συνέβη και στην περίπτωση των τετραπλευρικών στοιχείων. Από την στιγμή που αντικείμενο μελέτης συνιστά πρόβλημα επίπεδης ελαστικότητας, το μητρώο [B₁] δεν εξαρτάται από το πλήθος των κόμβων του στοιχείου, ενώ αντίθετα το [B₂] εξαρτάται από τον αριθμό των κόμβων και τον τύπο του στοιχείου.

Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση εξακομβικού στοιχείου το μητρώο [B₂] διαμορφώνεται ως εξής:

$$[B_2] = \begin{bmatrix} 4s_1 - 1 & 0 & 0 & 0 & -4s_3 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4s_2 - 1 & 0 & -4s_3 - 1 & 0 \\ 0 & 4s_1 - 1 & 0 & 0 & 0 & -4s_3 - 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4s_2 - 1 & 0 & -4s_3 - 1 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{cccccc} 4s_2 & 0 & -4s_2 & 0 & 4(s_3 - s_1) & 0 \\ 4s_1 & 0 & 4(s_3 - s_2) & 0 & -4s_1 & 0 \\ 0 & 4s_2 & 0 & -4s_2 & 0 & 4(s_3 - s_1) \\ 0 & 4s_1 & 0 & 4(s_3 - s_2) & 0 & -4s_1 \end{array} \right\} \quad (4.43)$$

Και ως γνωστόν το μητρώο [B] προκύπτει ως εξής:

$$[B] = [B_1][B_2] \quad (4.44)$$

Μητρώο στιβαρότητας

Ολοκληρώνοντας την προσέγγιση των τριγωνικών ισοπαραμετρικών στοιχείων, καταλήγουμε στην τελική αποτύπωση του μητρώου στιβαρότητας εκφρασμένου ως προς τις φυσικές συντεταγμένες:

$$[k] = \int_{\eta=0}^1 \int_{\xi=0}^{1-\eta} [B(\xi, \eta)]^T [E][B(\xi, \eta)] t \det[J] d\xi d\eta \quad (4.45)$$

4.4 Ολοκλήρωση Gauss

Ο καθορισμός μέσω της αναλυτικής ολοκλήρωσης του μητρώου στιβαρότητας ενός παραμετρικού στοιχείου εν γένει αποβαίνει μια εξαιρετικά δυσχερής διαδικασία. Για να αντιμετωπιστεί η εν λόγω «πρόκληση» επιλέγεται η χρήση μιας αριθμητικής ολοκλήρωσης και συγκεκριμένα της ολοκλήρωσης Gauss, μιας από τις πιο διαδεδομένες και αποτελεσματικές μεθόδους. Κατά την ολοκλήρωση Gauss λαμβάνονται δειγματοληπτικά σημεία ξ_i με συντελεστές βάρους α_i καταλήγοντας στην εξής σχέση:

$$\int_a^b f(\xi) d\xi = \alpha_1 f(\xi_1) + \alpha_2 f(\xi_2) + \dots + \alpha_n f(\xi_n) + e_n \quad (4.46)$$

Η μέθοδος Gauss εφαρμόζεται τόσο στα τετραπλευρικά όσο και στα τριγωνικά ισοπαραμετρικά στοιχεία, τα οποία θα αναλυθούν κατά περίπτωση στις επόμενες υποενότητες.

Τετραπλευρικά ισοπαραμετρικά στοιχεία

Με σκοπό, λοιπόν, την ολοκλήρωση μιας συνάρτησης με δύο μεταβλητές χρησιμοποιείται η αριθμητική ολοκλήρωση σε κάθε διεύθυνση κατά σειρά.

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \alpha_i \alpha_j f(\xi_i, \eta_j) \quad (4.47)$$

Προκύπτει έτσι το συμπέρασμα ότι στα τετραπλευρικά ισοπαραμετρικά στοιχεία με όρια ολοκλήρωσης -1 , 1 εφαρμόζεται άμεσα η ολοκλήρωση Gauss.

Τριγωνικά ισοπαραμετρικά στοιχεία

Στην περίπτωση των τριγωνικών στοιχείων και αναφορικά με τις σχέσεις ολοκλήρωσής τους παρατηρείται ότι τα όριά τους λαμβάνουν υπόψη τις φυσικές συντεταγμένες και ως εκ τούτου ο αριθμητικός υπολογισμός διαμορφώνεται ως εξής:

$$I = \int_0^1 \int_0^{1-\eta} F(\xi, \eta) d\xi d\eta = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \alpha_j F(\xi_j, \eta_j) \quad (4.48)$$

Όπου το n αποτελεί το πλήθος των σημείων ολοκλήρωσης που ορίζει την τάξη της ολοκλήρωσης.

Πίνακας 1. Αριθμητική ολοκλήρωση Gauss σε τριγωνικά ισοπαραμετρικά στοιχεία-Συντεταγμένες και συντελεστές βάρους.

Σημεία ολοκλήρωσης	Βαθμός Ακρίβειας	Συντεταγμένη ξ	Συντεταγμένη η	Βάρη α
1	1	$\xi_1=0.333333$	$\eta_1=\xi_1$	$\alpha_1=1.0$
3	2	$\xi_1=0.166667$ $\xi_2=0.666667$ $\xi_3=\xi_1$	$\eta_1=\xi_1$ $\eta_2=\xi_1$ $\eta_3=\xi_2$	$\alpha_1=0.333333$ $\alpha_2=\alpha_1$ $\alpha_3=\alpha_1$
7	5	$\xi_1=0.101287$ $\xi_2=0.797427$ $\xi_3=\xi_1$ $\xi_4=0.470142$ $\xi_5=\xi_4$ $\xi_6=0.059616$ $\xi_7=0.333333$	$\eta_1=\xi_1$ $\eta_2=\xi_2$ $\eta_3=\xi_2$ $\eta_4=\xi_6$ $\eta_5=\xi_4$ $\eta_6=\xi_4$ $\eta_7=\xi_7$	$\alpha_1=0.125939$ $\alpha_2=\alpha_1$ $\alpha_3=\alpha_1$ $\alpha_4=0.132394$ $\alpha_5=\alpha_4$ $\alpha_6=\alpha_4$ $\alpha_7=0.225$
13	7	$\xi_1=0.065130$ $\xi_2=0.869741$ $\xi_3=\xi_1$ $\xi_4=0.312866$ $\xi_5=0.638444$ $\xi_6=0.048690$ $\xi_7=\xi_5$ $\xi_8=\xi_4$ $\xi_9=\xi_6$ $\xi_{10}=0.260346$ $\xi_{11}=0.479308$ $\xi_{12}=\xi_{10}$ $\xi_{13}=0.333333$	$\eta_1=\xi_1$ $\eta_2=\xi_2$ $\eta_3=\xi_2$ $\eta_4=\xi_6$ $\eta_5=\xi_4$ $\eta_6=\xi_4$ $\eta_7=\xi_7$ $\eta_8=\xi_5$ $\eta_9=\xi_4$ $\eta_{10}=\xi_{10}$ $\eta_{11}=\xi_{10}$ $\eta_{12}=\xi_{11}$ $\eta_{13}=\xi_{13}$	$\alpha_1=0.053347$ $\alpha_2=\alpha_1$ $\alpha_3=\alpha_1$ $\alpha_4=0.077114$ $\alpha_5=\alpha_4$ $\alpha_6=\alpha_4$ $\alpha_7=\alpha_4$ $\alpha_8=\alpha_4$ $\alpha_9=\alpha_4$ $\alpha_{10}=0.175615$ $\alpha_{11}=\alpha_{10}$ $\alpha_{12}=\alpha_{10}$ $\alpha_{13}=0.149570$

Κεφάλαιο 5 Παραμετρική ανάλυση

5.1 Πεπερασμένα στοιχεία ελέγχου κλεψύδρας

Τα πεπερασμένα στοιχεία ελέγχου κλεψύδρας επιλέγονται λόγω της αστάθειας της μειωμένης ολοκλήρωσης, η οποία ωφελεί σε σχέση με την πλήρη καθώς μειώνεται το υπολογιστικό κόστος. Είναι γνωστό, εξάλλου, πως πολλοί κώδικες χρονικής ολοκλήρωσης χρησιμοποιούν τετράπλευρα στοιχεία σε δύο διαστάσεις και εξαεδρικά στοιχεία σε τρεις διαστάσεις με τετραγωνισμό ενός σημείου. Ο τελευταίος παρέχει τεράστια οφέλη στους μη γραμμικούς αλγορίθμους, λόγω της σημαντικής μείωσης του αριθμού επαναλήψεων υπολογισμού (υπολογιστικό κόστος) του τελεστή ημι-διακριτοποιημένης κλίσης, γνωστού και ως πίνακα B, και των καταστατικών εξισώσεων. Ταυτόχρονα, τα συνεχή στοιχεία πλήρους ολοκλήρωσης τείνουν να «κλειδώνουν» εάν η συμπεριφορά του υλικού γίνεται ασυμπίεστη, ενώ και ο ρυθμός σύγκλισης παραμένει συγκρίσιμος με τον αντίστοιχο των στοιχείων με τετραγωνισμό ενός σημείου.

Το φαινόμενο της αστάθειας στο πλέγμα, γνωστό και ως «κλεψύδρα», είναι μια ειδική περίπτωση των κινηματικών αφύσικων λειτουργιών ή εσφαλμένων λειτουργιών μηδενικής ενέργειας που απαντώνται συχνά στα πεπερασμένα στοιχεία και συνήθως συνδέονται με στοιχεία που χρησιμοποιούν μειωμένη ολοκλήρωση ή μη συμβατούς τρόπους λειτουργίας, όπως το στοιχείο CPE4R που χρησιμοποιήθηκε εν προκειμένω κατά την μοντελοποίηση στο λογισμικό Abaqus. Επομένως, αποφασιστικός κρίνεται ο περιορισμός του προκειμένου να αποφευχθούν ανακριβή αποτελέσματα προσομοίωσης, όπως η ιδιομορφία του ολικού πίνακα δυσκαμψίας κατά μια στατική επίλυση για ορισμένες οριακές συνθήκες. Με αυτόν τον τρόπο, έχουν αναπτυχθεί πολυάριθμες τεχνικές για τον έλεγχο των τρόπων κλεψύδρας στο στοιχείο των τεσσάρων κόμβων και στις αντίστοιχες εξισώσεις πεπερασμένων διαφορών δύο διαστάσεων που χρησιμοποιούνται σε κώδικες πεπερασμένων διαφορών Lagrange. Μια άκρως αποτελεσματική εφαρμογή του μηχανισμού ελέγχου κλεψύδρας αποτελεί το υπολογιστικό πλαίσιο Total Lagrangian· σε αυτό, όλα τα στοιχεία που είναι απαραίτητα για τον υπολογισμό των δυνάμεων ελέγχου κλεψύδρας υπολογίζονται εκ των προτέρων στην αρχική διαμόρφωση και επομένως χρειάζονται λίγες μόνο πράξεις ανά χρονικό βήμα για τον μηχανισμό ελέγχου κλεψύδρας.

Σε παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκαν δυναμικές αναλύσεις σε δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία στο λογισμικό Abaqus (Έκδοση 2018), ένα εξειδικευμένο πακέτο FEM με εξαιρετικές δυνατότητες προεπεξεργασίας και μετεπεξεργασίας. Έχοντας ως πυξίδα το ζήτημα της μειωμένης ολοκλήρωσης στον τομέα της μη γραμμικής ανάλυσης μηχανικών δομών, εξετάζεται η χρήση διαφόρων στοιχείων, όπως τα μη γραμμικά τετράπλευρα στοιχεία CPE4R και τα τριγωνικά στοιχεία γραμμικής επίπεδης έντασης CPE3, τα οποία είναι διαθέσιμα στη βιβλιοθήκη στοιχείων του Abaqus. Αυτά τα στοιχεία επιτρέπουν την ακριβή προσομοίωση μη γραμμικών προβλημάτων παραμόρφωσης σε επίπεδες δομές.

5.2 Διαδικασία προσομοίωσης

Στο παρόν κεφάλαιο προτείνεται ένα ολοκληρωμένο αριθμητικό μοντέλο ενός σωματιδιακού σύνθετου υλικού μεταλλικής μήτρας ενισχυμένης με σωματίδια καρβιδίου του πυριτίου (A359/SiC) για τη διερεύνηση των επιδράσεων της διάταξης, του κλάσματος όγκου των σωματιδίων καθώς και της παρουσίας εγχοπών στην μήτρα για την παραμόρφωση, τη βλάβη και τη συμπεριφορά αστοχίας του υλικού αυτού, λαμβάνοντας υπόψη ταυτόχρονα τους διαφορετικούς πιθανούς τρόπους αστοχίας. Στο πλαίσιο της μοντελοποίησης πεπερασμένων στοιχείων με βάση την τυχαία μικροδομή, η πλαστική παραμόρφωση και η όλκιμη ρηγμάτωση της μήτρας μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας την καταστατική σχέση Johnson-Cook, όπως και το μοντέλο όλκιμης θραύσης Johnson-Cook. Η διεπιφάνεια μήτρας-σωματιδίων προσομοιώνεται με τη χρήση της μεθόδου της συνεκτικής ζώνης επιφάνειας, ενώ η θραύση των σωματιδίων αποτυπώνεται με το μοντέλο ελαστικής-ψαθυρής θραύσης, στο οποίο το κριτήριο εξέλιξης της βλάβης εξαρτάται από το κριτήριο ενεργειακής ρηγμάτωσης. Αναπτύσσεται, λοιπόν, ένα δισδιάστατο μη γραμμικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με τη χρήση του λογισμικού Abaqus (Έκδοση 2018) μέσω της γλώσσας προγραμματισμού Python για τη μοντελοποίηση και την ανάλυση των μηχανισμών βλάβης του σύνθετου υλικού. Τα παραγόμενα αποτελέσματα βρίσκονται σε άμεση σύμπλευση με τα δεδομένα που αντλήθηκαν από τη σχετική βιβλιογραφία (βλ. [11]) και συγκεκριμένα με τις τιμές των τάσεων και των μορφών αστοχίας και συντελούν στην αναγνώριση της ορθότητας του κώδικα που έχει γραφεί σε γλώσσα προγραμματισμού Python και θα χρησιμοποιηθεί για περαιτέρω προσομοιώσεις και συμπεράσματα.

Για τη μοντελοποίηση επιλέχθηκε το παρακάτω σύστημα μονάδων, SI (Système International d'Unités):

Quantity	SI	SI (mm)	US Unit (ft)	US Unit (inch)
Length	m	mm	ft	in
Force	N	N	lbf	lbf
Mass	kg	tonne (10 ³ kg)	slug	lbf s ² /in
Time	s	s	s	s
Stress	Pa (N/m ²)	MPa (N/mm ²)	lbf/ft ²	psi (lbf/in ²)
Energy	J	mJ (10 ⁻³ J)	ft lbf	in lbf
Density	kg/m ³	tonne/mm ³	slug/ft ³	lbf s ² /in ⁴

Εικόνα 26. Μονάδες μοντελοποίησης για αριθμητική ανάλυση.

Μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων

Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων δημιουργείται με τη χρήση του λογισμικού Abaqus/Explicit, όπου οι διάφοροι τρόποι αστοχίας εφαρμόζονται σε ένα δισδιάστατο μη γραμμικό μοντέλο. Το μοντέλο απεικονίζει ένα σύνθετο υλικό A356/SiC στο οποίο ασκείται μια ομοιόμορφη μετατόπιση στην άνω πλευρά $u_y=50\mu\text{m}$. Το δισδιάστατο αυτό μοντέλο αποτελείται από διγραμμικά στοιχεία τεσσάρων κόμβων, μειωμένης ολοκλήρωσης με στοιχεία ελέγχου κλεψύδρας (CPE4R) και γραμμικά τριγωνικά στοιχεία σταθερής παραμόρφωσης (CPE3). Η μηχανική τάση σ_e και η παραμόρφωση ϵ_e μετατρέπονται στις αντίστοιχες πραγματικές τάσεις σ και πραγματικές παραμορφώσεις ϵ , $\sigma=\sigma_e(1+\epsilon_e)$ και $\epsilon=\ln(1+\epsilon_e)$ έτσι ώστε να επιτύχουμε ακριβέστερες προβλέψεις βλάβης και τρόπους αστοχίας στο λεπτό πλέγμα που έχει εφαρμοστεί στη μικροδομή.

Συγκεκριμένα, διαμορφώνεται ένα έλασμα ύψους $240\mu\text{m}$ και πλάτους $120\mu\text{m}$ (A359/SiC) με τυχαία διασπορά σωματιδίων μεγέθους $10\mu\text{m}$ και κλάσμα όγκου 5%, 10%, 15% και 20% κατά περίπτωση και πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων με δισδιάστατα στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης μεγέθους $0.7\mu\text{m}$.

```
from abaqus import *
from abaqusConstants import *
from regionToolset import Region
import random
import numpy as np
#Create a new model
myModel = mdb.Model(name='Rectangular Element', description='Explicit Analysis') #EXPLICIT
#Define random dimensions for the rectangular element
length = 0.00012*1000 #mm
width = 0.00024*1000 #mm
```

Εικόνα 27. Δημιουργία μοντέλου και εισαγωγή βιβλιοθηκών

Ανάλυση εννοιών κώδικα:

from abaqus import *: επιτρέπει την άμεση χρήση των εντολών του Abaqus χωρίς να χρειάζεται να καθοριστεί το πρόθεμα «abaqus».

From abaqusConstants import *: εισάγει σταθερές και enums του Abaqus για τον εύκολο προσδιορισμό παραμέτρων και επιλογών ανάλυσης.

From regionToolset import Region: εισάγει την κλάση Region, η οποία χρησιμοποιείται για τον ορισμό συγκεκριμένων τμημάτων του μοντέλου για την εφαρμογή συνοριακών συνθηκών ή φορτίσεων.

Import random: εισάγει την ενσωματωμένη τυχαία μονάδα της Python για τη δημιουργία τυχαίων αριθμών, χρήσιμη για την εισαγωγή μεταβλητότητας στις προσομοιώσεις.

Import numpy as np: εισάγει τη βιβλιοθήκη NumPy, με ψευδώνυμο np, για αποδοτικούς αριθμητικούς υπολογισμούς και χειρισμό δεδομένων μέσα στα σενάρια του Abaqus.

Δεδομένα γεωμετρίας μεταλλικής μήτρας

Ξεκινώντας δημιουργείται το μοντέλο «Rectangular Element» και ορίζεται το πλάτος και το μήκος του ελάσματος. Ανάλογα αν το μοντέλο μας θα έχει εγκοπές θα χρησιμοποιηθεί ο αντίστοιχος κώδικας Python.

I) Περίπτωση μοντέλου χωρίς εγκοπές (Ορθογωνικό μεταλλικό έλασμα)

```
#CASE WITHOUT NOTCHES
#Create a sketch for the main rectangular part
mySketch = myModel.ConstrainedSketch(name='Main_Part_Sketch', sheetSize=200.0)
mySketch.rectangle(point1=(0.0, 0.0), point2=(length, width))
maxleftNotchLength=0
maxrightNotchLength=0
volI = length*width #Total volume of the boundary box.
#END OF CASE WITHOUT NOTCHES
```

Εικόνα 28. Δημιουργία περιγράμματος και ορισμός συνολικού όγκου ελάσματος

II) Περίπτωση μοντέλου με εγκοπές

```
#Generate left notch properties
maxleftNotchLength = 0.0
maxleftNotchPosition = 0.0
for i in range(numLeftNotches):
    notchLength = random.uniform(0.001, 0.01)
    notchWidth = random.uniform(0.001, 0.02)
    #Check if the current gap overlaps with any previously generated gaps
    leftNotchPosition = random.uniform(0, width - notchWidth)

    overlap = False
    for j in range(i):
        if j >= len(leftNotchProperties): # Check if the index is within the range of leftNotchProperties
            break
        prev_notchLength = leftNotchProperties[j]['notchLength']
        prev_notchWidth = leftNotchProperties[j]['notchWidth']
        prev_leftNotchPosition = leftNotchProperties[j]['leftNotchPosition']
        if not (leftNotchPosition > prev_leftNotchPosition + prev_notchWidth or leftNotchPosition + notchWidth < prev_leftNotchPosition):
            overlap = True
            print(overlap)
            break

    #If overlap is detected, regenerate parameters for the current gap
    if overlap:
        i -= 1
        continue
    leftNotchProperties.append({'notchLength': notchLength, 'notchWidth': notchWidth, 'leftNotchPosition': leftNotchPosition})
#Update the maximum notchLength if a new maximum is found
if notchLength > maxleftNotchLength:
    maxleftNotchLength = notchLength
#Update the maximum notchLength if a new maximum is found
if leftNotchPosition > maxleftNotchPosition:
    maxleftNotchPosition = leftNotchPosition
    print("max")
    print(maxleftNotchLength)

#Sort leftNotchProperties based on the minimum notch position to maximum
leftNotchProperties = sorted(leftNotchProperties, key=lambda x: x['leftNotchPosition'])
```

Εικόνα 29. Δημιουργία τυχαίων δεδομένων εγκοπών

Στην παραπάνω περίπτωση ορίζονται τυχαία δεδομένα για τη γεωμετρία των εγκοπών θέτοντας συγκεκριμένα ανώτερα και κατώτερα όρια και στη συνέχεια δημιουργείται αναλυτικά το σχεδιάγραμμα της μήτρας. Οι εγκοπές ορίζεται ότι βρίσκονται είτε στην αριστερή είτε στη δεξιά πλευρά του μοντέλου και ελέγχεται αυτόματα αν στην τυχαία επιλογή γεωμετρίας μέσω Python αυτές συγχέονται. Στον Κώδικα 4 αποτυπώνεται το σχεδιάγραμμα της αριστερής πλευράς της μήτρας, αντίστοιχα δουλεύουμε και για το άλλο μισό της.

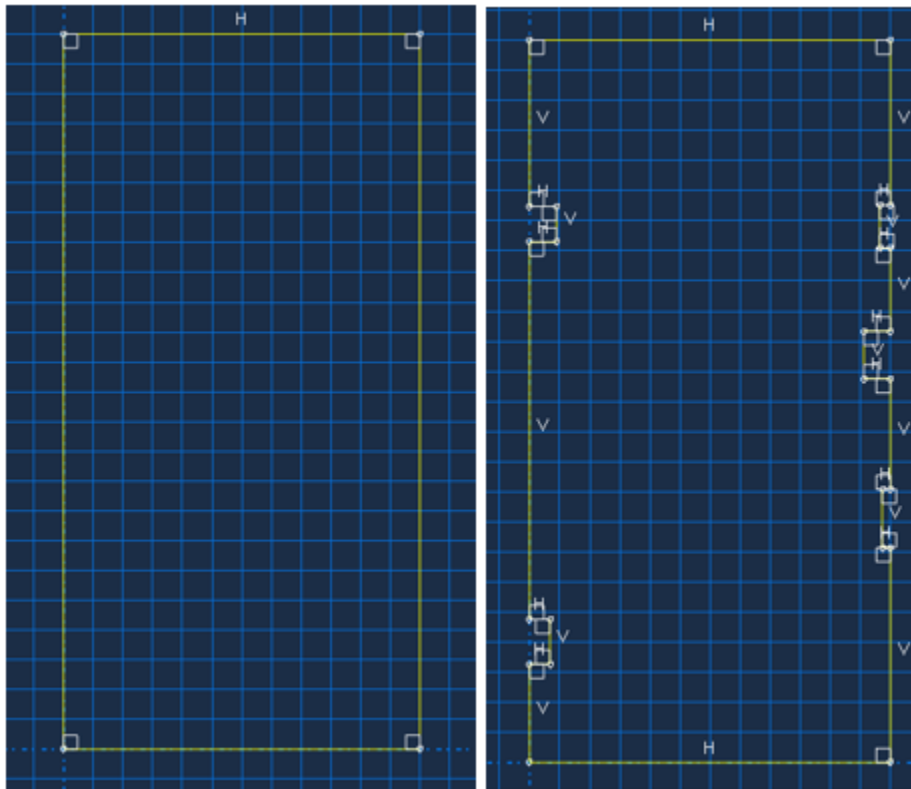
```

#Create the sketch for the main rectangular part
mySketch = myModel.ConstrainedSketch(name="Main_Part_Sketch", sheetSize=200.0)
g, v, d, c = mySketch.geometry, mySketch.vertices, mySketch.dimensions, mySketch.constraints
for i in range(numLeftNotches):
    NotchLength=leftNotchProperties[i]['notchLength']
    NotchWidth=leftNotchProperties[i]['notchWidth']
    NotchPosition=leftNotchProperties[i]['leftNotchPosition']
    if i==0:
        mySketch.Line(point1=(0.0, 0.0), point2=(0.0, NotchPosition))
        mySketch.VerticalConstraint(entity=g[2], addUndoState=False)
        mySketch.Line(point1=(0.0, NotchPosition), point2=(NotchLength, NotchPosition))
        mySketch.HorizontalConstraint(entity=g[3], addUndoState=False)
        mySketch.PerpendicularConstraint(entity1=g[2], entity2=g[3], addUndoState=False)
        mySketch.Line(point1=(NotchLength, NotchPosition), point2=(NotchLength, NotchPosition+NotchWidth))
        mySketch.VerticalConstraint(entity=g[4], addUndoState=False)
        mySketch.PerpendicularConstraint(entity1=g[3], entity2=g[4], addUndoState=False)
        mySketch.Line(point1=(NotchLength, NotchPosition+NotchWidth), point2=(0.0, NotchPosition+NotchWidth))
        mySketch.HorizontalConstraint(entity=g[5], addUndoState=False)
        mySketch.PerpendicularConstraint(entity1=g[4], entity2=g[5], addUndoState=False)
    else:
        x=leftNotchProperties[i-1]['leftNotchPosition']+leftNotchProperties[i-1]['notchWidth']
        mySketch.Line(point1=(0.0, x), point2=(0.0, NotchPosition))
        mySketch.VerticalConstraint(entity=g[6+4*(i-1)], addUndoState=False)
        mySketch.PerpendicularConstraint(entity1=g[5+4*(i-1)], entity2=g[6+4*(i-1)], addUndoState=False)
        mySketch.Line(point1=(0.0, NotchPosition), point2=(NotchLength, NotchPosition))
        mySketch.HorizontalConstraint(entity=g[7+4*(i-1)], addUndoState=False)
        mySketch.PerpendicularConstraint(entity1=g[6+4*(i-1)], entity2=g[7+4*(i-1)], addUndoState=False)
        mySketch.Line(point1=(NotchLength, NotchPosition), point2=(NotchLength, NotchPosition+NotchWidth))
        mySketch.VerticalConstraint(entity=g[8+4*(i-1)], addUndoState=False)
        mySketch.PerpendicularConstraint(entity1=g[7+4*(i-1)], entity2=g[8+4*(i-1)], addUndoState=False)
        mySketch.Line(point1=(NotchLength, NotchPosition+NotchWidth), point2=(0.0, NotchPosition+NotchWidth))
        mySketch.HorizontalConstraint(entity=g[9+4*(i-1)], addUndoState=False)
        mySketch.PerpendicularConstraint(entity1=g[8+4*(i-1)], entity2=g[9+4*(i-1)], addUndoState=False)

mySketch.Line(point1=(0.0, leftNotchProperties[numLeftNotches-1]['leftNotchPosition']+leftNotchProperties[numLeftNotches-1]['notchWidth']), point2=(0.0, width))
mySketch.VerticalConstraint(entity=g[numLeftNotches*4+2], addUndoState=False)
mySketch.PerpendicularConstraint(entity1=g[numLeftNotches*4+1], entity2=g[numLeftNotches*4+2], addUndoState=False)
mySketch.Line(point1=(0.0, width), point2=(length, width))
mySketch.HorizontalConstraint(entity=g[numLeftNotches*4+3], addUndoState=False)
mySketch.PerpendicularConstraint(entity1=g[numLeftNotches*4+2], entity2=g[numLeftNotches*4+3], addUndoState=False)

```

Εικόνα 30. Δημιουργία περιγράμματος με τυχαίες εγκοπές



Εικόνα 31. I) Περίπτωση χωρίς εγκοπές II) Περίπτωση με εγκοπές

Για την απλοποίηση του προβλήματος, προτιμάται η κατασκευή ελασμάτων με προκαθορισμένες εγκοπές. Συγκεκριμένα, τοποθετείται μία εγκοπή στο μέσο της αριστερής και μία της δεξιάς πλευράς του ελάσματος με πλάτος 20μm και μήκος 5μm.

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η συνολική επιφάνεια της μήτρας ώστε να μπορεί να οριστεί σωστά το κλάσμα όγκου των ενισχύσεων.

```
#Calculate the area of the sketch
volI = length*width #Total volume of the boundary box.
for i in range(numLeftNotches):
    NotchLength=leftNotchProperties[i]['notchLength']
    NotchWidth=leftNotchProperties[i]['notchWidth']
    volI -= NotchLength * NotchWidth

for i in range(numRightNotches):
    NotchLength=rightNotchProperties[i]['notchLength']
    NotchWidth=rightNotchProperties[i]['notchWidth']
    volI -= NotchLength * NotchWidth
```

Εικόνα 32. Υπολογισμός επιφάνειας ελάσματος με εγκοπές

Δεδομένα γεωμετρίας ενισχύσεων

```
#Define random number of circular gaps
numGaps = random.randint(1, 5)

###TRYING WITH FRACT VOL
#Generate random parameters for each gap
volFrac = 0.2 # total vol fraction of inclusions
factorMin = 1/3
factorMax = 1/2 # percentage of porous volume - max. vol. of a single pore have upper limit for circle radius
gapParams = []
volInc = volFrac*volI #Volume of the desired inclusions.
eps = 1E-01 #error
maxIncl = 100

totVol = 0
numofIncl=0
for i in range(maxIncl):
    if totVol <= volInc :
        #radius = random.uniform(1.0, 10.0)
        radius = 0.0001*1000/2 #mm
        center = (random.uniform(radius+maxleftNotchLength+0.0007, length - radius -maxrightNotchLength-0.0007), random.uniform(radius+0.0007, width - radius-0.0007))
        #In order for the inclusions to not be on the edge I add a small number e.g. 0.7e-3

        #Check if the current gap overlaps with any previously generated gaps
        overlap = False
        for j in range(i):
            if j >= len(gapParams): # Check if the index is within the range of gapParams
                break
            prev_center = gapParams[j]['center']
            prev_radius = gapParams[j]['radius']
            distance = ((center[0] - prev_center[0]) ** 2 + (center[1] - prev_center[1]) ** 2) ** 0.5
            if distance-0.0007 < radius + prev_radius:
                overlap = True
                break

        #If overlap is detected, regenerate parameters for the current gap
        if overlap:
            i -= 1
            continue

        gapParams.append({'radius': radius, 'center': center})
        totVol += np.pi * radius**2
        numofIncl += 1
```

Εικόνα 33. Τυχαία δημιουργία δεδομένων γεωμετρίας σωματιδίων

Εν προκειμένω ορίζεται το κλάσμα όγκου των ενισχύσεων, η ακτίνα των κυκλικών ενισχύσεων και το κέντρο τους. Σύμφωνα με τα παραπάνω, δημιουργούνται σωματίδια, τα οποία ελέγχεται ότι δεν επικαλύπτονται σύμφωνα με την απόσταση των κέντρων τους και έως ότου το ποσοστό επιφάνειας των σωματιδίων είναι το απαιτούμενο.

Μοντελοποίηση μηχανισμών αστοχίας

Ρήξη της ελαστοπλαστικής μήτρας

Η πλαστική παραμόρφωση της μήτρας περιγράφεται με τη χρήση της καταστατικής σχέσης Johnson-Cook:

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n)$$

Όπου ε , n , A και B αντιπροσωπεύουν την ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση, τον συντελεστή σκλήρυνσης παραμόρφωσης, το όριο διαρροής και τη σταθερά σκλήρυνσης παραμόρφωσης αντίστοιχα. Στο παρόν μοντέλο A , B , n είναι αντίστοιχα 83.1Μρα, 337.5Μρα, 0.3545.

Η όλκιμη βλάβη της μήτρας μοντελοποιείται με την υιοθέτηση του εκτεταμένου μοντέλου Johnson-Cook:

$$\varepsilon_f = D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma_m / \sigma_{eq})$$

Όπου ε_f και σ_m είναι η ισοδύναμη παραμόρφωση θραύσης και η μέση τάση, αντίστοιχα. Οι σταθερές θραύσης D_1 D_2 D_3 εξαρτώνται από το υλικό. Η τάση στην κατάσταση βλάβης του υλικού δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_D = (1 - D)\sigma_{eq}$$

Όπου το D αντιπροσωπεύει την παράμετρο βλάβης και δίνεται από τον τύπο:

$$D = \sum \Delta\varepsilon / \varepsilon_f$$

Όπου $\Delta\varepsilon$ είναι η αυξητική ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση.

Σημειώνεται ότι $0 < D < 1$ και $D=1,0$ σημαίνει ότι το στοιχείο έχει αποτύχει πλήρως. Οι σταθερές θραύσης D_1 D_2 D_3 ορίζονται ως 0.0044 , 0.2368 και -2.775 αντίστοιχα.

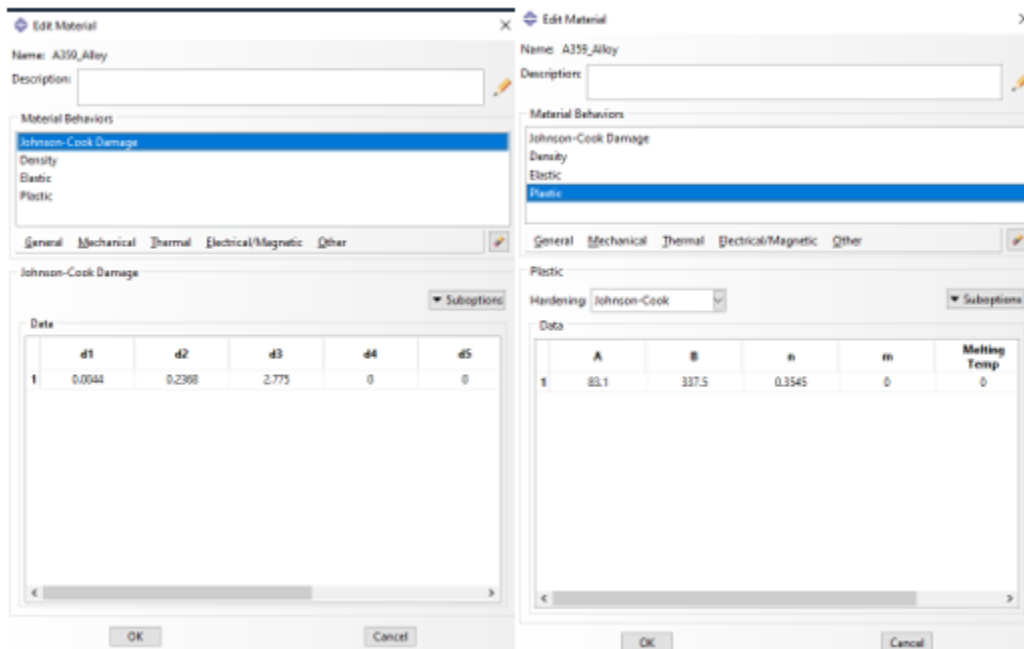
Για το υλικό της μήτρας (κράμα A359), οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας, του ορίου διαρροής, της αντοχής σε εφελκυσμό, του λόγου Poisson και της πυκνότητας είναι αντίστοιχα 73.9Gpa, 127Mpa, 182Mpa, 0.33, 2670kg/cm³.

Ορίζεται λοιπόν το υλικό της μήτρας (material_name=A359_Alloy) με όλες τις παραπάνω ιδιότητες ως εξής:

```
#Create a new material
mdb.models['Rectangular Element Vol twenty N'].Material(name= 'A359_Alloy' )
#Define the material properties
modulus_of_elasticity = 73.9e3 # in MPa (73.9 GPa)
yield_strength = 127 # in MPa (127 MPa)
ultimate_tensile_strength = 182 # in MPa (182 MPa)
poissons_ratio = 0.33
density_kg_per_cm3 = 2670 # in kg/cm³
#Convert density from kg/cm³ to tonne/mm3
density_kg_per_m3 = density_kg_per_cm3 * 1e-6
mdb.models['Rectangular Element Vol twenty N'].materials['A359_Alloy'].Elastic(table=((modulus_of_elasticity, poissons_ratio),))
mdb.models['Rectangular Element Vol twenty N'].materials['A359_Alloy'].Density(table=((density_kg_per_m3),))
mdb.models['Rectangular Element Vol twenty N'].materials['A359_Alloy'].Plastic(hardening=JOHNSON_COOR,table=((83.1, 337.5, 0.3545, 0.0, 0.0, 0.0), ))
mdb.models['Rectangular Element Vol twenty N'].materials['A359_Alloy'].JohnsonCookDamageInitiation(table=((0.0044, 0.2368,
2.775, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0), )) # D3 should be changed from negative to positive according to he definition of the stress triaxiality in ABAQUS software.

#Define Section
mdb.models['Rectangular Element Vol twenty N'].HomogeneousSolidSection(name='Elastic Homogeneous',material='A359_Alloy', thickness=None)
```

Εικόνα 34. Εισαγωγή των δεδομένων υλικού της μήτρας



Εικόνα 35. Αποκόλληση διεπιφάνειας σωματιδίων-μήτρας.

Η διεπιφάνεια μήτρας-σωματιδίου μοντελοποιείται υιοθετώντας ένα διγραμμικό CZM που επιτρέπει κανονικούς και εφαπτομενικούς διαχωρισμούς. Το τετραγωνικό κριτήριο ονομαστικής τάσης υιοθετείται για την ανίχνευση της έναρξης της βλάβης, έτσι ώστε:

$$\left\{ \frac{T_n}{T_n^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{T_s}{T_s^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{T_t}{T_t^0} \right\}^2 = 1$$

Όπου T_n , T_s , T_t αντιστοιχούν στην ορθή και στις δυο διατμητικές τάσεις, T_n^0 δηλώνει την κανονική αντοχή της διεπιφάνειας και τα T_s^0 , T_t^0 δηλώνουν τις διατμητικές αντοχές της διεπιφάνειας. Η αγκύλη Macaulay $\langle \rangle$ υποδηλώνει ότι η έναρξη της βλάβης δεν επηρεάζεται από τη θλιπτική ορθή τάση, δηλαδή $\langle T_n \rangle = T_n$ αν $T_n > 0$ αλλιώς $\langle T_n \rangle = 0$. Οι συνιστώσες των τάσεων επηρεάζουν τη βλάβη ως εξής:

$$T_n = \begin{cases} (1-D)\bar{T}_n, & \bar{T}_n \geq 0 \\ \bar{T}_n, & \bar{T}_n < 0 \end{cases} \quad T_s = (1-D)\bar{T}_s, \quad T_t = (1-D)\bar{T}_t$$

Η άνω γραμμή αναφέρεται στις αντίστοιχες συνιστώσες τάσεων στην τρέχουσα τάση πριν από την έναρξη της βλάβης. Η κλιμακωτή μεταβλητή βλάβης D που αντιπροσωπεύει τη συνολική βλάβη σε ένα σημείο επαφής δίνεται ως εξής:

$$D = \frac{\Delta_m^f (\Delta_m^{max} - \Delta_m^0)}{\Delta_m^{max} (\Delta_m^f - \Delta_m^0)}, \quad \Delta_m^0 < \Delta_m^{max} \leq \Delta_m^f$$

Όπου Δ_m^0 και Δ_m^f είναι οι πραγματικοί διαχωρισμοί κατά την έναρξη της βλάβης και την πλήρη αντίστοιχα, $\Delta_m^f = 2G_C/T_n^0$ όπου G_C είναι η ενέργεια ρηγμάτωσης. Δ_m^{max} είναι η μέγιστη πραγματική μετατόπιση κατά τη διάρκεια φόρτισης. Η πραγματική αποκόλληση δ_m μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\delta_m = \sqrt{((\delta_n)^2 + \delta_s^2 + \delta_t^2)}$$

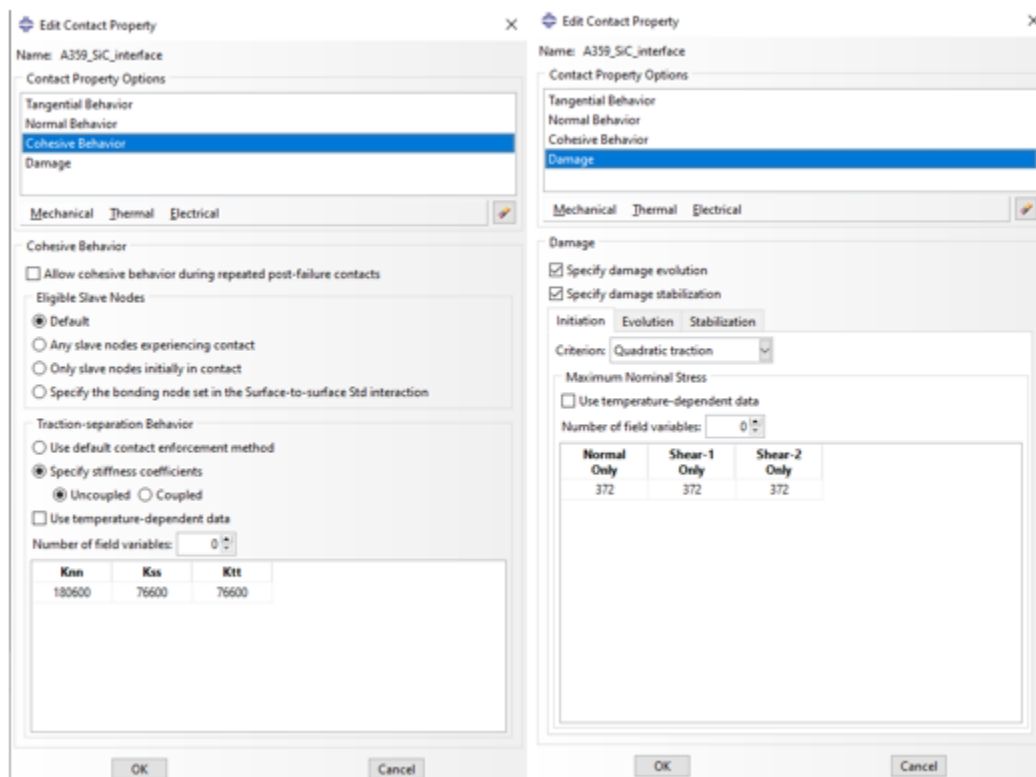
Όπου δ_n είναι η οριζόντια αποκόλληση και δ_s , δ_t είναι οι αποκόλληση διάτμησης. Ορίζεται και για τη διεπιφάνεια A359/SiC, η ενέργεια θραύσης 50J/m^2 , το μέτρο ελαστικότητας 180.6GPa και το μέτρο διάτμησης 76.6GPa . Οι αντοχές συνάφειας στην κανονική και στις διατμητικές διευθύνσεις είναι 372MPa .


```

#Define Interaction Properties
mdb.models['Rectangular Element'].ContactProperty('A359_SiC_interface')
mdb.models['Rectangular Element'].interactionProperties['A359_SiC_interface'].TangentialBehavior(
    formulation=FRICITIONLESS)
mdb.models['Rectangular Element'].interactionProperties['A359_SiC_interface'].NormalBehavior(
    pressureOverclosure=HARD, allowSeparation=ON,
    constraintEnforcementMethod=DEFAULT)
mdb.models['Rectangular Element'].interactionProperties['A359_SiC_interface'].Damage(
    initTable=((372.0, 372.0, 372.0), ), useEvolution=ON,
    evolutionType=ENERGY, evolTable=((0.05, ), ), useStabilization=ON,
    viscosityCoef=1e-05)
mdb.models['Rectangular Element'].interactionProperties['A359_SiC_interface'].CohesiveBehavior(
    defaultPenalties=OFF, table=((180600.0, 76600.0, 76600.0), ))
mdb.models['Rectangular Element'].interactionProperties['A359_SiC_interface'].damage.setValues(
    criterion=QUAD_TRACTION)

```

Εικόνα 36. Εισαγωγή δεδομένων διεπιφάνειας



Εικόνα 37. Ιδιότητες διεπιφάνειας.

Στο πλαίσιο της έννοιας της διάχυτης ρωγμής το δεσμευμένο ορθογώνιο μοντέλο χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση της ελαστικής-ψαθυρής (elastic-brittle) ρηγματώσης. Μόλις δημιουργηθεί η ρωγμή, διαδίδεται κάθετα προς τη μέγιστη εφελκυστική τάση. Κατά την πλήρη απώλεια της ακεραιότητας, η κανονική μετατόπιση μπορεί να οριστεί ως:

$$u_{no} = 2G_f^I / \sigma_{tu}^I$$

Όπου το G_f^I αντιστοιχεί στην ενέργεια που απαιτείται για το άνοιγμα μιας μοναδιαίας επιφάνειας ρωγμής και σ_{tu}^I υποδηλώνει την τάση αστοχίας. Οι διατμητικές σταθερές του ρηγματωμένου G_s και του μη ρηγματωμένου G συνδέονται με τη σχέση:

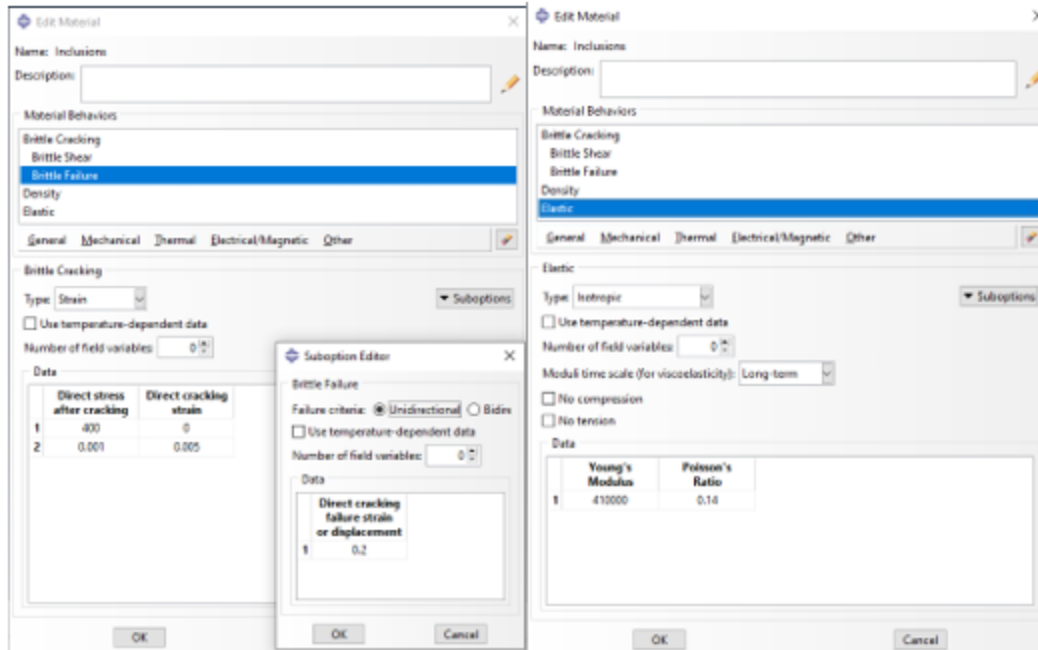
$$G_s = G \left(1 - \frac{\varepsilon_n^c}{\varepsilon_{nf}^c} \right)^p$$

Όπου ε_n^c και ε_{nf}^c αντιστοιχούν στην κανονική παραμόρφωση ανοίγματος της ρωγμής και την ελεύθερη από τάσεις κανονική παραμόρφωση και p είναι μια παράμετρος του υλικού που καθορίζει την διατμητική συγκράτηση. Για τα σωματίδια SiC το μέτρο ελαστικότητας, η μέγιστη εφελκυστική αντοχή, ο λόγος Poisson και η πυκνότητα μάζας είναι αντίστοιχα 410Gpa, 400MPa, 0.14, 3210kg/cm³, $p=2$ και $\varepsilon_{nf}^c = 0.2$

Ορίζεται λοιπόν το υλικό των σωματιδίων (material_name=Inclusions) με όλες τις παραπάνω ιδιότητες.

```
#Define the material properties
material_name = 'Inclusions'
modulus_of_elasticity = 410e3 # in MPa (73.9 GPa)
ultimate_tensile_strength = 400 # in MPa (182 MPa)
poissons_ratio = 0.14
density_kg_per_cm3 = 3210 # in kg/cm³
onset_particle_fracture_stress=231.56 #MPa
onset_particle_fracture_strain=0.0126
#Convert density from kg/cm³ to tonne/mm³
density_kg_per_m3 = density_kg_per_cm3 * 1e-6
mdb.models['Rectangular Element'].Material(name=material_name)
mdb.models['Rectangular Element'].materials[material_name].Elastic(table=(modulus_of_elasticity, poissons_ratio,))
mdb.models['Rectangular Element'].materials[material_name].Density(table=(density_kg_per_m3,))
mdb.models['Rectangular Element'].materials[material_name].BrittleCracking(table=(ultimate_tensile_strength, 0, (1e-3, 0.005)))
mdb.models['Rectangular Element'].materials[material_name].brittleCracking.BrittleFailure(table=(0.2, ), )
mdb.models['Rectangular Element'].materials[material_name].brittleCracking.BrittleShear(type=POWER_LAW, table=(0.02, 2.0), )
```

Εικόνα 38. Εισαγωγή των δεδομένων του υλικού σωματιδίων



Εικόνα 39. Ιδιότητες σωματιδίων ενίσχυσης.

Έπειτα, δημιουργούνται τα σωματίδια ως στοιχεία κελύφους σύμφωνα με το αντίστοιχο σχεδιάγραμμα «gapSketch» (βλ. Εικόνα 40), ορίζεται το κατάλληλο υλικό (material_name=Inclusions), η κατάλληλη διατομή και δημιουργείται το πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων (mesh_size=0.7μm). Επιπλέον, τοποθετούνται στο σχεδιάγραμμα της μήτρας τα αντίστοιχα κενά σύμφωνα με τη γεωμετρική θέση των κέντρων των σωματιδίων στο χώρο.

```
#Vazw for i in range numGaps gia without FracVol kai in range numofIncl gia with Frac Vol
for i in range(numofIncl):
    #Create a new part for the gap
    gapPartName = 'Gap_Part{}'.format(i+1)
    gapPart = mdb.models['Rectangular Element'].Part(name=gapPartName, dimensionality=TWO_D_PLANAR, type=DEFORMABLE_BODY)

    #Create a sketch for the gap
    gapSketch = myModel.ConstrainedSketch(name='Gap_Sketch{}'.format(i+1), sheetSize=200.0)
    centerX, centerY = gapParams[i]['center']
    gapRadius = gapParams[i]['radius']
    gapSketch.CircleByCenterPerimeter(center=(centerX, centerY), point1=(centerX + gapRadius, centerY))

    #Create the part for the gap from the sketch
    gapPart.BaseShell(sketch=gapSketch)

    mdb.models['Rectangular Element'].HomogeneousSolidSection(name='ElasticPart{}'.format(i+1), material=material_name, thickness=None)

    ###
    faces = mdb.models['Rectangular Element'].parts['Gap_Part{}'.format(i+1)].faces.getSequenceFromMask(mask='([[#1 ]', ), )
    region = mdb.models['Rectangular Element'].parts['Gap_Part{}'.format(i+1)].Set(faces=faces, name='Gap_Part{}'.format(i+1))
    mdb.models['Rectangular Element'].parts['Gap_Part{}'.format(i+1)].SectionAssignment(region=region, sectionName='ElasticPart{}'.format(i+1),
    offset=0.0, offsetType=MIDDLE_SURFACE, offsetField='',
    thicknessAssignment=FROM_SECTION)

    #Set up meshing parameters
    meshSize = 0.7e-3 # Mesh size for modeling in mm of 0.35 μm

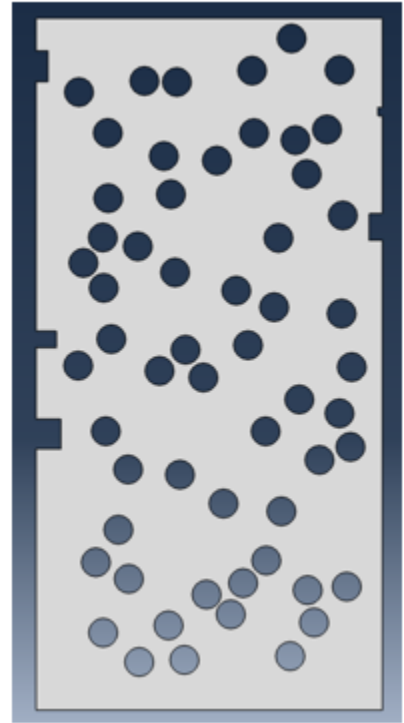
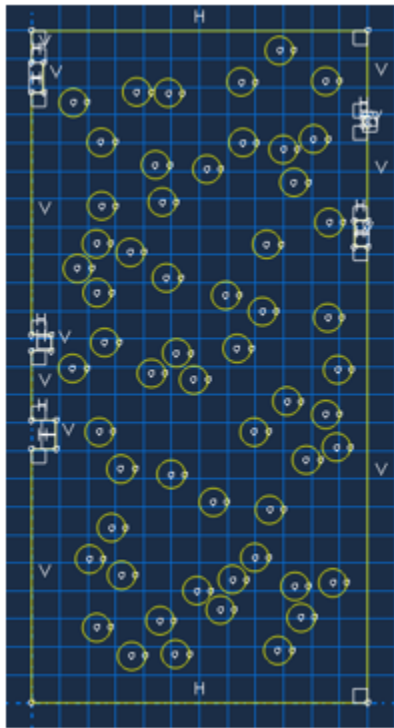
    #Create a mesh seed part
    gapPart.seedPart(size=meshSize, deviationFactor=0.1)

    # Apply MEDIAL_AXIS algorithm to certain faces (faces on the perimeter) #EXPLICIT
    f = gapPart.faces
    pickedRegions = f.getSequenceFromMask(mask='([[#1 ]', ), )
    gapPart.setMeshControls(regions=pickedRegions, algorithm=MEDIAL_AXIS)

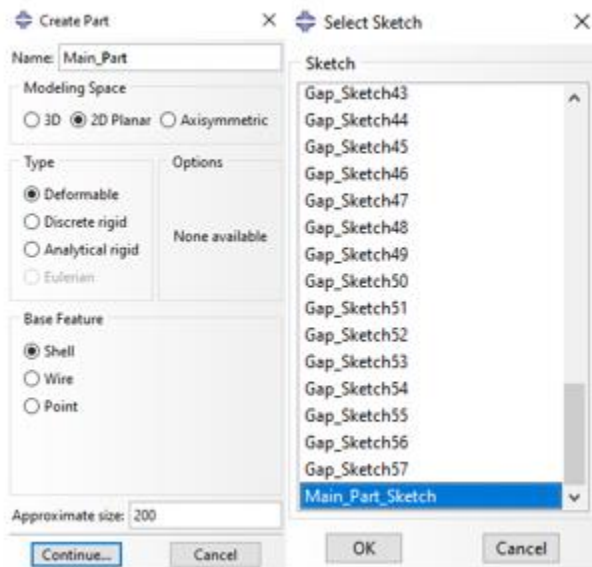
    #Generate mesh for the gap part
    gapPart.generateMesh()
    #Create a circular region representing the gap
    mySketch.CircleByCenterPerimeter(center=(centerX, centerY), point1=(centerX + gapRadius, centerY))

    #Append the gap part and its surface to the lists
    gapParts.append(gapPart)
```

Εικόνα 40. Τελική διαμόρφωση σχεδιαγράμματος μήτρας



Εικόνα 41. Τελικό σχεδιάγραμμα και κομμάτι μήτρας.



Εικόνα 42. Δημιουργία μήτρας σύμφωνα με το σχεδιάγραμμα.

Τελική μορφοποίηση σύνθετου υλικού

Έχοντας πλέον ολοκληρώσει το σχεδιάγραμμα της μήτρας, επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία και σε αυτή. Δηλαδή, δημιουργούμε ένα δισδιάστατο παραμορφώσιμο στοιχείο κελύφους, στο οποίο αναθέτουμε το υλικό και τη διατομή και, τέλος, δημιουργούμε το αντίστοιχο πλέγμα.

```
#Create the main part from the sketch
myPart = mdb.models['Rectangular Element'].Part(name='Main_Part', dimensionality=TWO_D_PLANAR, type=DEFORMABLE_BODY)
myPart.BaseShell(sketch=mySketch)

faces = mdb.models['Rectangular Element'].parts['Main_Part'].faces.getSequenceFromMask(mask=('[#1 ]', ), )
region = mdb.models['Rectangular Element'].parts['Main_Part'].Set(faces=faces, name='Main_Part')
mdb.models['Rectangular Element'].parts['Main_Part'].SectionAssignment(region=region, sectionName='Elastic Homogeneous',
offset=0.0, offsetType=MIDDLE_SURFACE, offsetField='',
thicknessAssignment=FROM_SECTION)

#Set up meshing parameters
meshSize = 0.7e-3 # Mesh size for modeling in mm of 0.35 μm

#Create a mesh seed part
myPart.seedPart(size=meshSize, deviationFactor=0.1)

#Apply MEDIAL_AXIS algorithm to certain faces (faces on the perimeter) #EXPLICIT
p = mdb.models['Rectangular Element'].parts['Main_Part']
f = p.faces
pickedRegions = f.getSequenceFromMask(mask=('[#1 ]', ), )
p.setMeshControls(regions=pickedRegions, algorithm=MEDIAL_AXIS)
#Generate mesh for the main part
myPart.generateMesh()
```

Εικόνα 43. Δημιουργία διακριτοποιημένου πλέγματος μήτρας



Εικόνα 44. Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων σύνθετου υλικού.

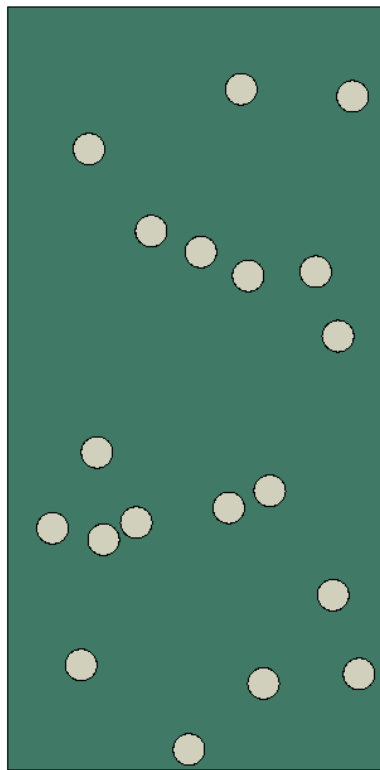
Συνοπτικά, το παρακάτω τμήμα του κώδικα δημιουργεί μια συναρμολόγηση (myAssembly) που περιλαμβάνει τόσο το κύριο μέρος-μήτρα (myPart) όσο και τα τμήματα των κενών-σωματιδίων. Αυτό επιτρέπει την επεξεργασία των επιμέρους κομματιών σε μια ολόκληρη δομή ως σύνολο, λαμβάνοντας υπόψη τις αλληλεπιδράσεις και τις σχέσεις μεταξύ αυτών στην προσομοίωση και ανάλυσή τους.

```
#Create an assembly and add the parts to it
myAssembly = myModel.rootAssembly

#Create a dependent instance for each gap part
for gapPart in gapParts:
    myAssembly.Instance(name=gapPart.name, part=gapPart, dependent=ON)

#Create a dependent instance of the main part and add it to the assembly
myAssembly.Instance(name=myPart.name, part=myPart, dependent=ON)
```

Εικόνα 45. Τελική συναρμολόγηση ελάσματος



Εικόνα 46. Τελικό σύνθετο υλικό.

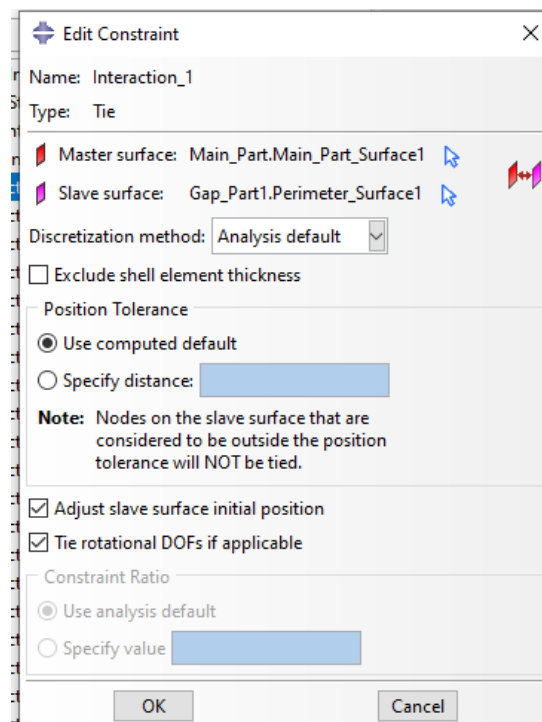
Αλληλεπίδραση σωματιδίων-μήτρας/ Ορισμός διεπιφάνειας

Περίπτωση Tie Constraints

```
#Assign surfaces to the main part corresponding to the gaps and create interactions
#Vazw for i in range numGaps gia without FracVol kai in range numofIncl gia with Frac Vol
for i in range(numofIncl):
    centerX, centerY = gapParams[i]['center']
    gapRadius = gapParams[i]['radius']
    # Create a surface for the gap part
    perimeterEdges = gapParts[i].edges.getByBoundingBox(centerX-gapRadius, centerY-gapRadius, -1e-3, centerX+gapRadius, centerY+gapRadius, 1e-3)
    perimeterSurface = gapParts[i].Surface(sidelEdges=perimeterEdges, name='Perimeter_Surface{}'.format(i+1))
    gapSurfaces.append(perimeterSurface)
    # Create a surface on the main part that corresponds to the gap
    mainPerimeterEdges = myPart.edges.getByBoundingBox(centerX - gapRadius, centerY - gapRadius, -1e-3,centerX + gapRadius, centerY + gapRadius, 1e-3)
    mainPerimeterSurface = myPart.Surface(sidelEdges=mainPerimeterEdges, name='Main_Part_Surface{}'.format(i + 1))
    mainSurfaces.append(mainPerimeterSurface)
    # Create the interaction between the surfaces
    interactionName = 'Interaction_{}'.format(i + 1)
    region1=mdb.models['Rectangular Element'].rootAssembly.instances['Main_Part'].surfaces['Main_Part_Surface{}'.format(i + 1)]
    region2=mdb.models['Rectangular Element'].rootAssembly.instances['Gap_Part{}'.format(i + 1)].surfaces['Perimeter_Surface{}'.format(i+1)]

    # Create the interaction with cohesive behavior
    interaction = mdb.models['Rectangular Element'].Tie(
        name=interactionName,
        master=region1,
        slave=region2,
        positionToleranceMethod=COMPUTED,
        adjust=ON,
        tieRotations=ON,
        thickness=ON
    )
```

Εικόνα 47. Ορισμός διεπιφάνειας



Εικόνα 48. Δημιουργία δεσμών μεταξύ μήτρας και ενισχύσεων.

Δοκιμή εφελκυσμού

Στο παρεχόμενο απόσπασμα κώδικα, ορίζεται ένα βήμα με όνομα «Step-1» χρησιμοποιώντας το Explicit Dynamics Step για τον ορισμό και τον έλεγχο της διαδικασίας ανάλυσης. Καθορίζεται, δηλαδή, ο τρόπος με τον οποίο θα διεξαχθεί η ανάλυση, συμπεριλαμβανομένου και του ορισμού της χρονικής προσαύξησης, της κλιμάκωσης της μάζας και της ακολουθίας των βημάτων. Συγκεκριμένα, μέσω του ορισμού mass Scaling ως semi-automatic υποδεικνύεται ότι το Abaqus θα εκτελέσει ημι-αυτόματη κλιμάκωση μάζας για τη διατήρηση της σταθερότητας.

Η παράμετρος improved Method = ON ενεργοποιεί μια βελτιωμένη μέθοδο για τον υπολογισμό της χρονικής προσαύξησης και βοηθά στην αυτόματη προσαρμογή του χρονικού βήματος για να διασφαλιστεί η σταθερότητα και η ακρίβεια κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης.

```
#Create a step #EXPLICIT
mdb.models['Rectangular Element'].ExplicitDynamicsStep(name='Step-1',
previous='Initial', massScaling=((SEMI_AUTOMATIC, MODEL, THROUGHOUT_STEP,
0.0, 1e-06, BELOW_MIN, 1, 0, 0.0, 0.0, 0, None), ), improvedDtMethod=ON)
```

Εικόνα 49. Ορισμός χρονικού βήματος

Region	Type	Frequency/Interval	Factor	Target Time Increment
Whole Model	Target Time Inc.	Frequency of 1	None	1e-06

Εικόνα 50. Δημιουργία χρονικού βήματος ανάλυσης.

Για να προσομοιωθεί ορθά η δοκιμή εφελκυσμού, ορίζονται κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Αρχικά, επιλέχθηκαν οι κόμβοι της κατώτερης επιφάνειας στο πλέγμα που δημιουργήθηκε και σε αυτούς δεσμεύτηκε η μετακίνηση κατά x και y (z δεν υπάρχει, καθώς το μοντέλο είναι δισδιάστατο). Αντίστοιχα, επιλέχθηκαν οι κόμβοι της ανώτερης επιφάνειας στο πλέγμα στους οποίους και ανατέθηκε μετακίνηση κατά 50μm στον κατακόρυφο άξονα.

```

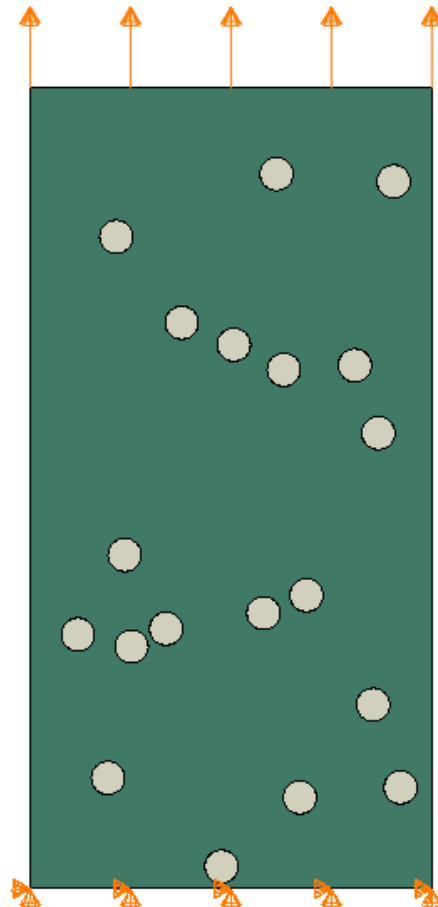
## Assign Boundary conditions

# Get the bottom edges of the main part and assign boundary conditions
edges1 = mdb.models['Rectangular Element'].rootAssembly.instances['Main_Part'].edges.getByBoundingBox(0, 0, -1e-3, length, 0, 1e-3)
region = mdb.models['Rectangular Element'].rootAssembly.Set(edges=edges1, name='Bottom')
mdb.models['Rectangular Element'].DisplacementBC(name='BC-1', createStepName='Initial', region=region, u1=SET, u2=SET, ur3=UNSET,
amplitude=UNSET, distributionType=UNIFORM, fieldName='', localCsys=None)

# Get the upper edges of the main part and assign displacement
edges1 = mdb.models['Rectangular Element'].rootAssembly.instances['Main_Part'].edges.getByBoundingBox(0, width, -1e-3, length, width, 1e-3)
region = mdb.models['Rectangular Element'].rootAssembly.Set(edges=edges1, name='Top')
mdb.models['Rectangular Element'].DisplacementBC(name='BC-2',
createStepName='Step-1', region=region, u1=UNSET, u2=0.01, ur3=UNSET,
amplitude=UNSET, fixed=OFF, distributionType=UNIFORM, fieldName='',
localCsys=None) #u2 in mm
mdb.models['Rectangular Element'].TabularAmplitude(name='Amp-1', timeSpan=STEP,
smooth=SOLVER_DEFAULT, data=((0.0, 0.0), (1.0, 1.0)))
mdb.models['Rectangular Element'].boundaryConditions['BC-2'].setValues(
amplitude='Amp-1')

```

Εικόνα 51. Εφαρμογή συνοριακών συνθηκών



Εικόνα 52. Επιβολή συνοριακών συνθηκών.

Τέλος, δημιουργήθηκε η εργασία στην οποία ορίστηκαν τα ζητούμενα αποτελέσματα-output που είναι επιθυμητό να μελετηθούν προς σύγκριση και συμπεράσματα.

```
#Create job
#Edit Output request
mdb.models['Rectangular Element'].fieldOutputRequests['F-Output-1'].setValues(
    numIntervals=1000)

mdb.Job(name='Rectangular_job_Tie_20_Notches', model='Rectangular Element', description='', type=ANALYSIS,
    atTime=None, waitMinutes=0, waitHours=0, queue=None, memory=90,
    memoryUnits=PERCENTAGE, getMemoryFromAnalysis=True,
    explicitPrecision=SINGLE, nodalOutputPrecision=SINGLE, echoPrint=OFF,
    modelPrint=OFF, contactPrint=OFF, historyPrint=OFF, userSubroutine='',
    scratch='', resultsFormat=ODB, multiprocessingMode=DEFAULT, numCpus=1,
    numGPUs=0)
#Submit job
mdb.jobs['Rectangular_job_Tie_20_Notches'].submit(consistencyChecking=OFF)
```

Εικόνα 53. Ορισμός εργασίας

5.3 Αποτελέσματα

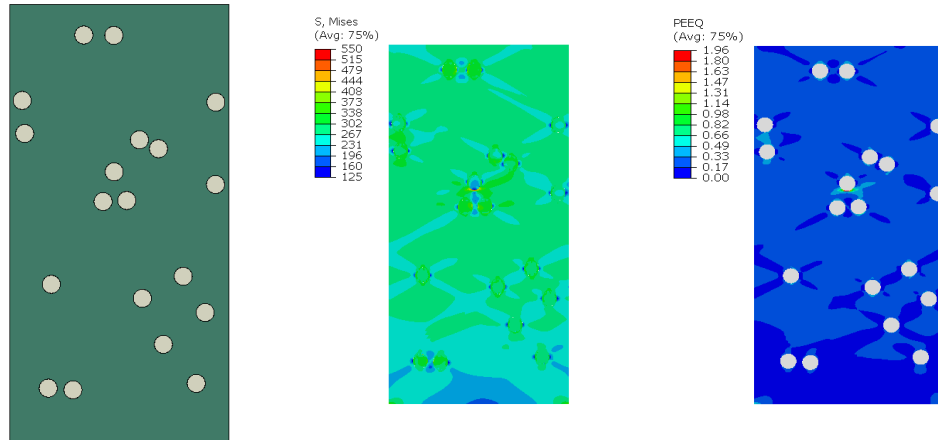
Στα παρακάτω Σχήματα (Σχήμα 1 – Σχήμα 29) αποτελεσμάτων αποτυπώνονται τα διαγράμματα Δυνάμεων-Μετατοπίσεων κατά τις δοκιμές εφελκυσμού που εκτελέστηκαν στο δοκίμιο που δημιουργήθηκαν με τον κώδικα που αναλύθηκε εκτενώς στο Κεφάλαιο 5.2 . Από τον συνολικό χρόνο της ανάλυσης αποθηκεύονται δεδομένα ανά τέτοιο χρονικό βήμα ώστε στο τέλος να έχουμε δύο χιλιάδες αποθηκευμένα στιγμιότυπα έντασης-παραμόρφωσης του φορέα (για αυτό στα παρακάτω σχήματα γίνεται αναφορά του Step No., καθώς μέσω αυτού μπορούμε να προσδιορίσουμε τον ακριβή χρόνο της βλάβης στο δεδομένο στιγμιότυπο). Τα εν λόγω σχήματα αναπαριστούν, ανά το δεδομένο χρονικό βήμα, το μέρος της μετατόπισης που έχει ασκηθεί στο δοκίμιο, από τη συνολική ορισμένη -50μm για ελάσματα χωρίς εγκοπές και 40μm για ελάσματα με εγκοπές-, και την αντίστοιχη δύναμη που του ασκείται για αυτή. Η μετατόπιση των 40μm κρίνεται ιδανική για την παρακολούθηση της εξέλιξης της αστοχίας δοκιμίων με εγκοπές αντίθετα με αυτά χωρίς, όπου ορισμένες φορές αστοχούν μετά την εφαρμογή μεγαλύτερων μετατοπίσεων. Την αντίστοιχη δύναμη σε κάθε χρονικό βήμα που αποθηκεύεται την προσδιορίζουμε λαμβάνοντας το άθροισμα των δυνάμεων όλων των κόμβων της κατώτερης επιφάνειας ανά χρονικό βήμα. Πάνω από κάθε Σχήμα τοποθετείται μια Εικόνα (για παράδειγμα βλ. Εικόνα 57 η οποία αντιστοιχεί στο Σχήμα 3), η οποία αναπαριστά στα αριστερά το δοκίμιο που έχει δημιουργηθεί, με σταθερό περίγραμμα, και την τυχαία κατανομή των σωματιδίων σε αυτό, ανάλογα με το κλάσμα όγκου σε κάθε περίπτωση.

Στη συνέχεια, στη μέση παρατηρούμε τις τάσεις Von Mises κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης και τέλος, στα δεξιά τις αντίστοιχες πλαστικές παραμορφώσεις που μας δίνουν και την τελική μορφή αστοχίας, δηλαδή εφελκυστική, διατμητική ή εφελκυστική και διατμητική. Ύστερα, από το διάγραμμα δυνάμεων μετατοπίσεων αντλούμε το σημείο όπου το δοκίμιο φτάνει στο όριο θραύσης του (τελική πτώση διαγράμματος) και σε αυτό το χρονικό βήμα αναπαριστούμε τις τάσεις και τις πλαστικές παραμορφώσεις. Συγκεκριμένα, κάτω από κάθε Σχήμα τοποθετείται μια Εικόνα (για παράδειγμα βλ. Εικόνα 58 η οποία αντιστοιχεί στο Σχήμα 3) όπου στα αριστερά αναπαρίστανται οι τάσεις Von Mises ακριβώς πριν τη θραύση της όλκιμης μήτρας, στη μέση οι τάσεις Von Mises ακριβώς μετά τη θραύση της όλκιμης μήτρας και τέλος, στα δεξιά οι αντίστοιχες πλαστικές παραμορφώσεις που μας δίνουν το σημείο έναρξης της ρωγμής και το πλησιέστερο σημείο διάδοσης της.

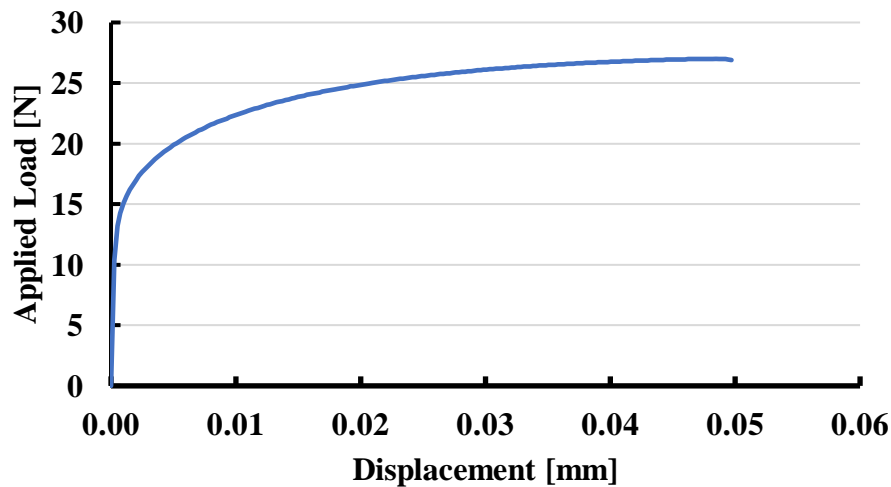
Είναι αξιοσημείωτο ότι ακριβώς μετά την θραύση παρατηρείται μια αναμενόμενη ανακατανομή τάσεων και η περιοχή γύρω από το σωματίδιο που συγκέντρωνε τις ψηλότερες τάσεις «χαλαρώνει» καθώς ξεκινά να ρηγματώνεται η μήτρα και επωμίζεται την ένταση το υπόλοιπο δοκίμιο, με συγκέντρωση τάσεων στα πλησιέστερα σωματίδια της ρηγματωμένης περιοχής. Τέλος, λόγω των παραμενουσών πλαστικών παραμορφώσεων, της πυρηνοποίησης και διάδοσης ρωγμών και της ανάλογης προαναφερθείσας ανακατανομής τάσεων είναι επακόλουθο να υπάρχει μια μείωση της στιβαρότητας του δοκιμίου.

Στις παρακάτω δοκιμές θα γίνουν ενδεικτικές παρατηρήσεις οι οποίες θα μας βοηθήσουν να καταλήξουμε στα κατάλληλα συμπεράσματα.

5.3.1 Κλάσμα όγκου 5%

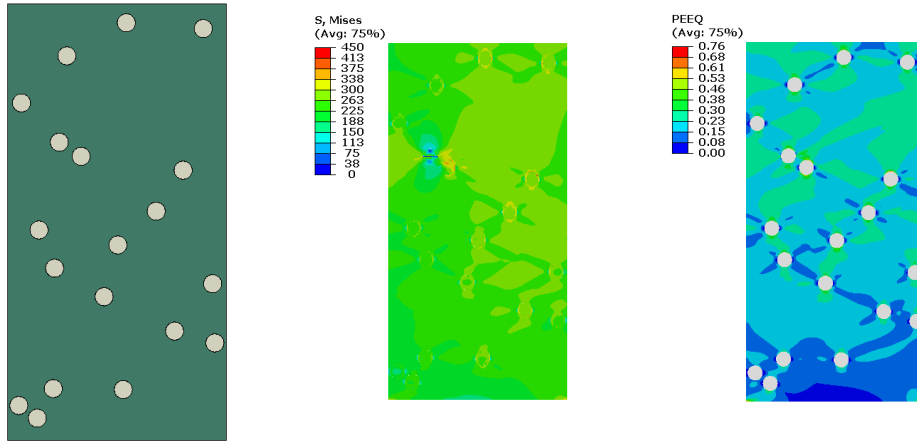


Εικόνα 54. 1^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης

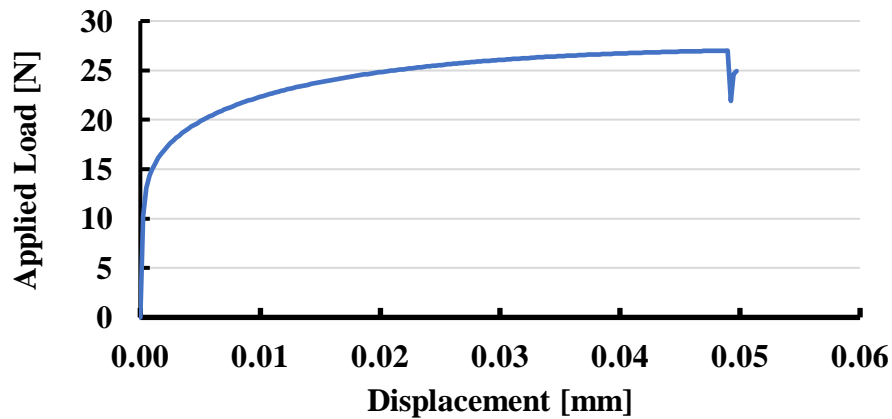


Σχ. 1. 1^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων

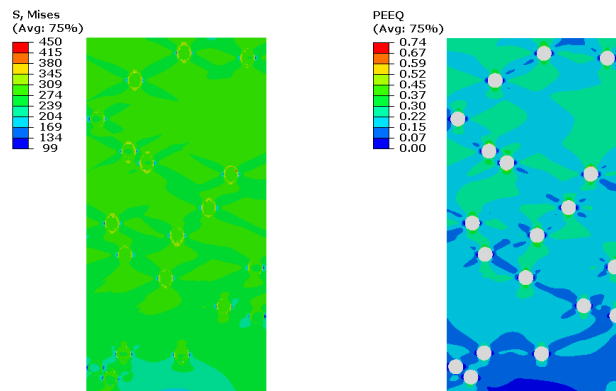
Στη δοκιμή 1 το έλασμα δεν αστοχεί, ωστόσο παρατηρούμε τις πρώτες βλάβες στην περιοχή συγκέντρωσης τάσεων ανάμεσα στα τρία γειτονικά σωματίδια (βλ. Εικόνα 54). Κατανοούμε, επίσης, τη σημασία της διάταξης των σωματιδίων διότι στο παρόν δοκίμιο δεν ευνοείται η πυρηνοποίηση κενών λόγω των ελαχίστων γειτονικών σωματιδίων που επιτρέπουν την αλληλεπίδραση τάσεων μεταξύ αυτών και της μήτρας και αντίστοιχα, δεν ευνοείται η διάδοση ρωγμής καθώς τα σωματίδια δε σχηματίζουν κάποια «αλυσίδα».



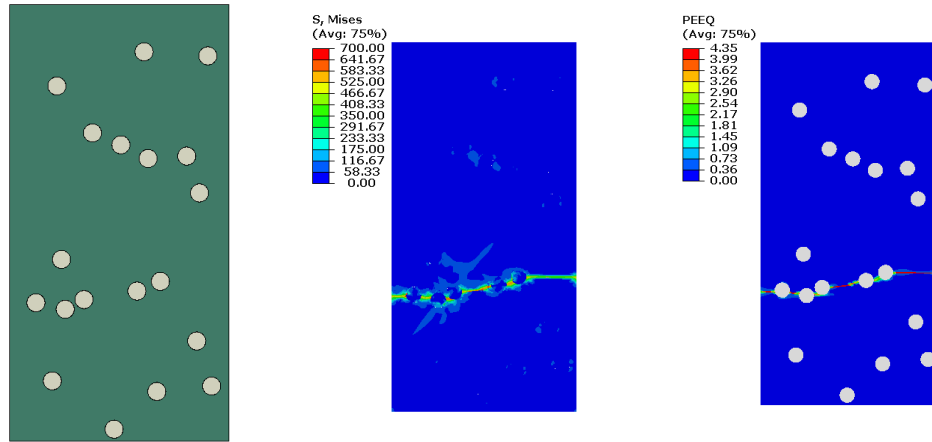
Εικόνα 55. 2^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



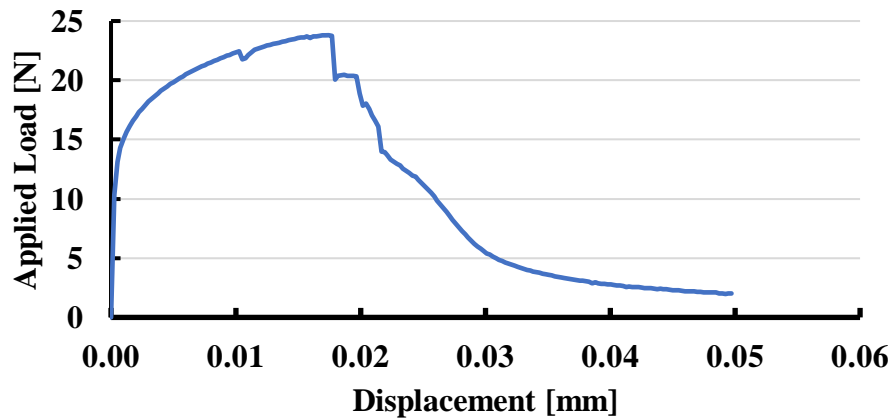
Σχ. 2. 2^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



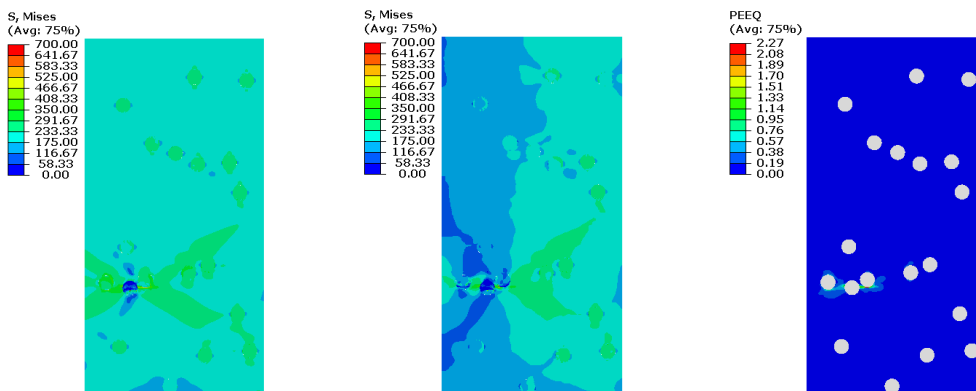
Εικόνα 56. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση. (Step 1970)
Τη στιγμή της θραύσης η μετατόπιση είναι $U_2=0.04896\text{mm}$ και η δύναμη $F_2=27\text{N}$.



Εικόνα 57. 3^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης

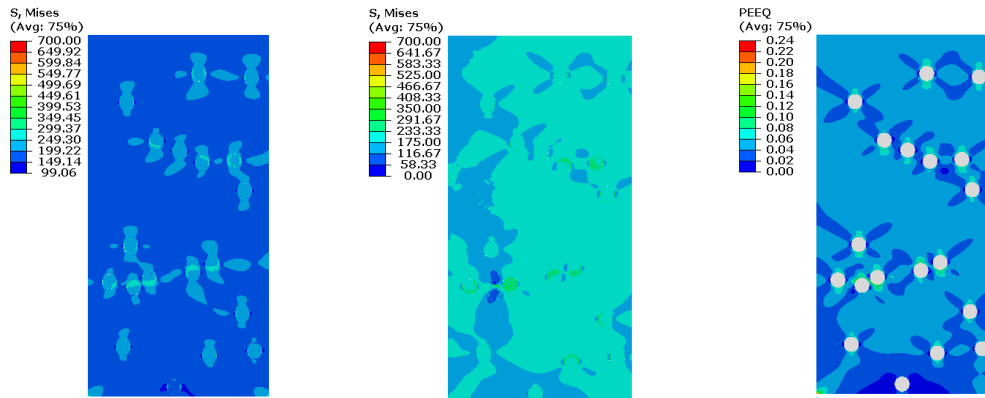


Σχ. 3. 3^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



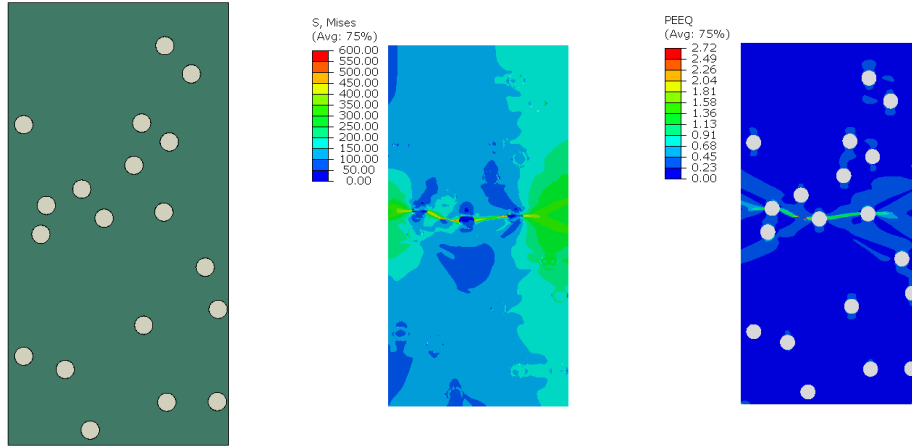
Εικόνα 58. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step710-720)

Ανάλυση πτώσης-αναπήδησης του διαγράμματος πριν τη θραύση:

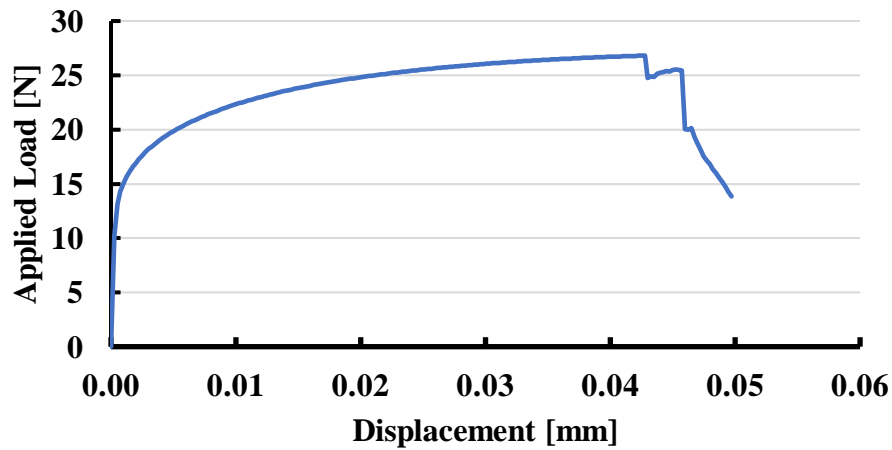


Εικόνα 59. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 410-420)

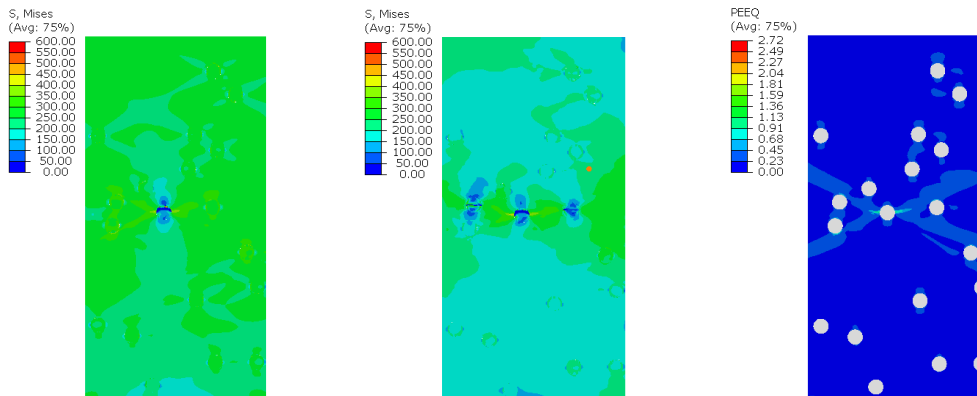
Η πρώτη αναπήδηση του διαγράμματος δυνάμεων μετατοπίσεων στο χρονικό βήμα 410 αντιστοιχεί σε μετατόπιση $U_2=0.01026\text{mm}$ και δύναμη $F=22.4408\text{N}$ όπου και παρατηρούμε ότι ύστερα από αυτό γίνεται μια ανακατανομή τάσεων. Εκείνη τη στιγμή παρατηρείται μια μικροπλαστικότητα γύρω από το σωματίδιο, το οποίο ανακουφίζεται εντατικά και εν συνεχεία επιφορτίζει περισσότερο τα γειτονικά του σωματίδια έως ότου να επέλθει η αστοχία στο βήμα 710 κατά το οποίο οι πλαστικές παραμορφώσεις προσεγγίζουν τις δύο πλησιέστερες ενισχύσεις και αναμενόμενα η ρωγή διαδίδεται στην φαινομενική «αλυσίδα» σωματιδίων με αποτέλεσμα να παρατηρείται μια εφελκυστική μορφή αστοχίας, δηλαδή κάθετη στην επιβολή του φορτίου.



Εικόνα 60. 4^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης

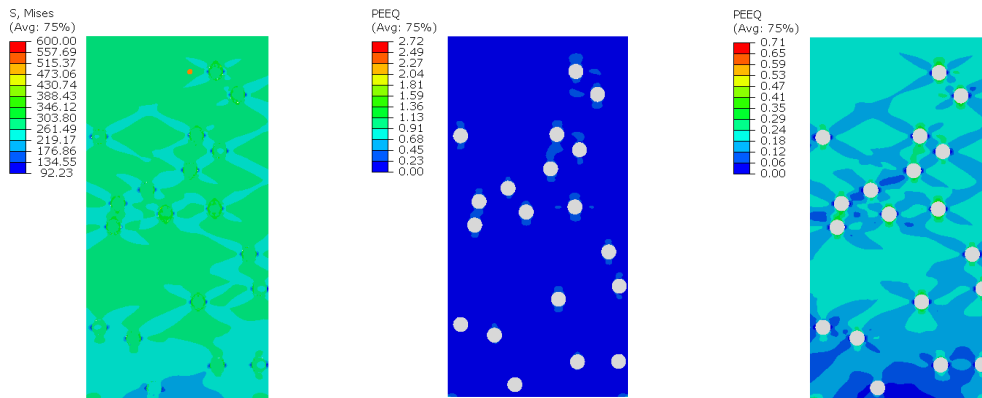


Σχ. 4 4^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων..

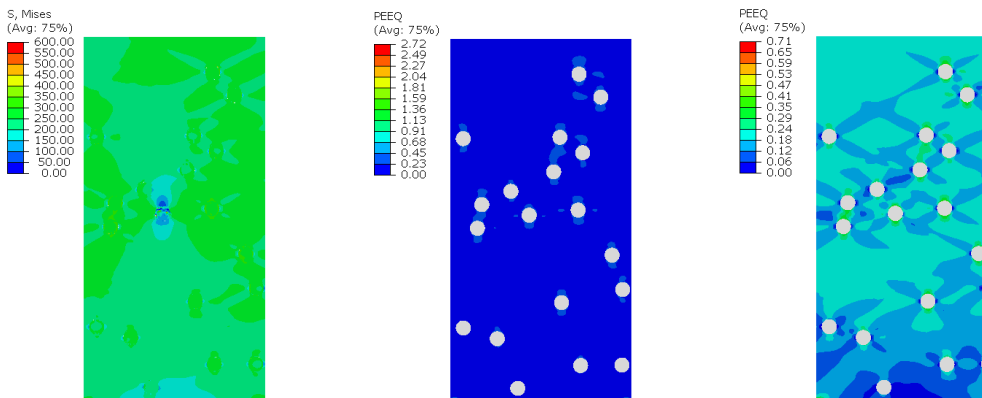


Εικόνα 61. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1840-1850)

Ανάλυση πτώσης-αναπήδησης του διαγράμματος πριν τη θραύση:

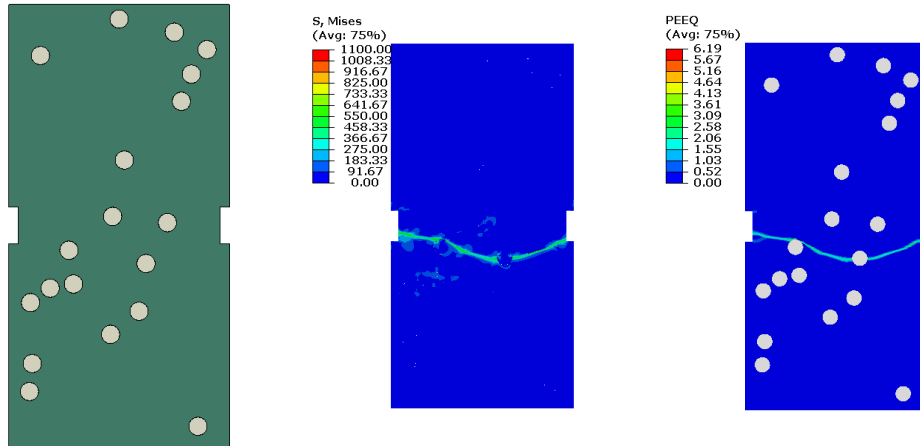


Εικόνα 62. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 1720)

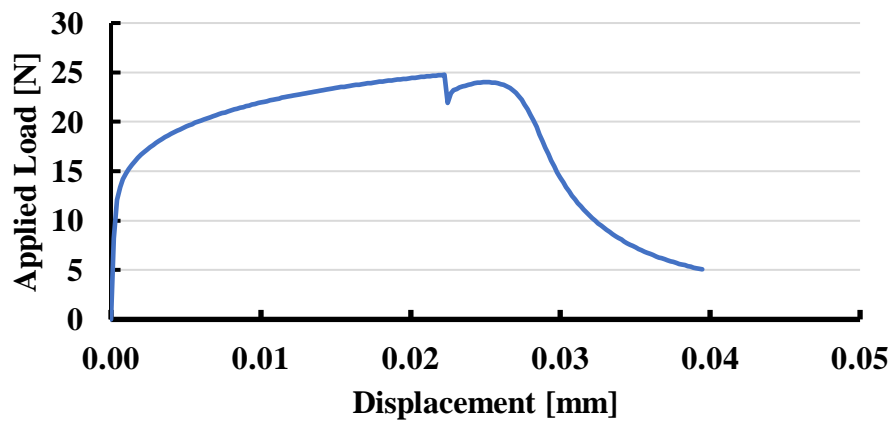


Εικόνα 63. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 1730)

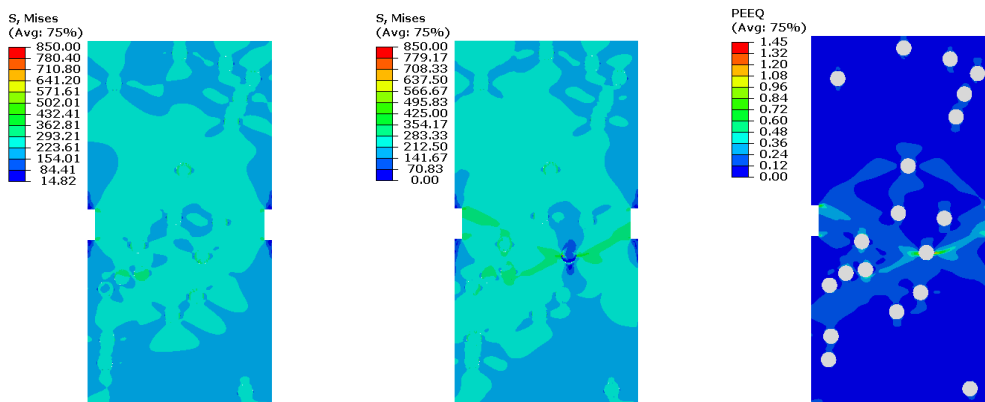
Αντίστοιχα με τη δοκιμή 3 παρατηρούμε για τους ίδιους λόγους μια αναπήδηση στο διάγραμμα προτού επέλθει η αστοχία. Ωστόσο, στη συγκεκριμένη περίπτωση η αστοχία επέρχεται αρκετά αργότερα από την προηγούμενη δοκιμή. Αυτό θεωρούμε ότι συμβαίνει διότι στη φαινομενική «αλυσίδα» σωματιδίων που διαδίδεται η ρωγμή συμμετέχει μικρότερος αριθμός σωματιδίων (όπως βλέπουμε και στην Εικόνα 60 δεξιά) και επομένως γίνεται μια αρχική εκτίμηση ότι η τυχαία κατανομή επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την συνολική αντοχή και πως για την μέγιστη εκμετάλλευση των πλεονεκτημάτων των PRMMC απαιτείται βελτιστοποίηση. Η μορφή αστοχίας ωστόσο παραμένει ίδια, εφελκυστική.



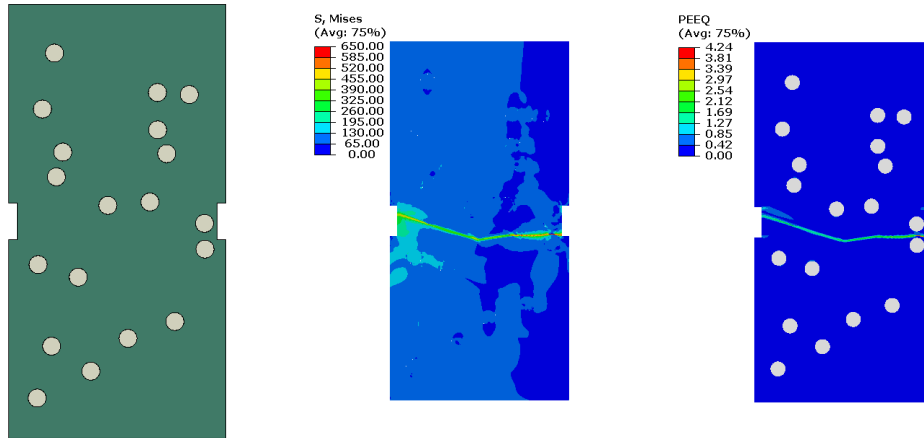
Εικόνα 64. 5^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



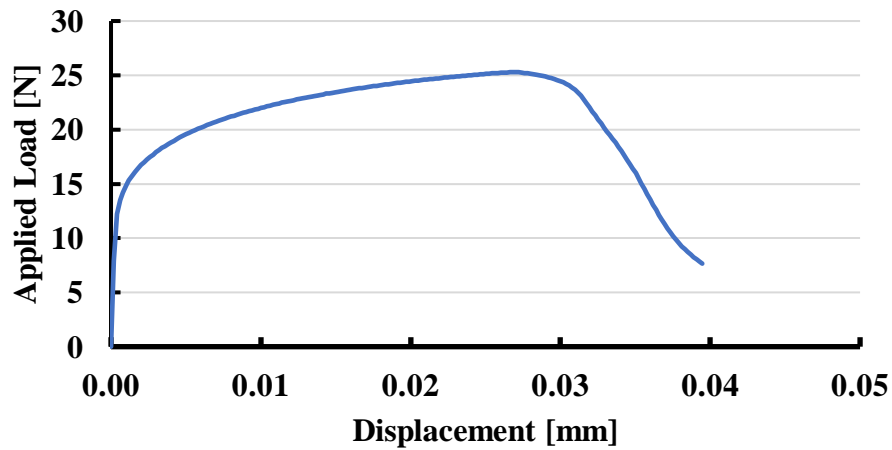
Σχ. 5. 5^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων..



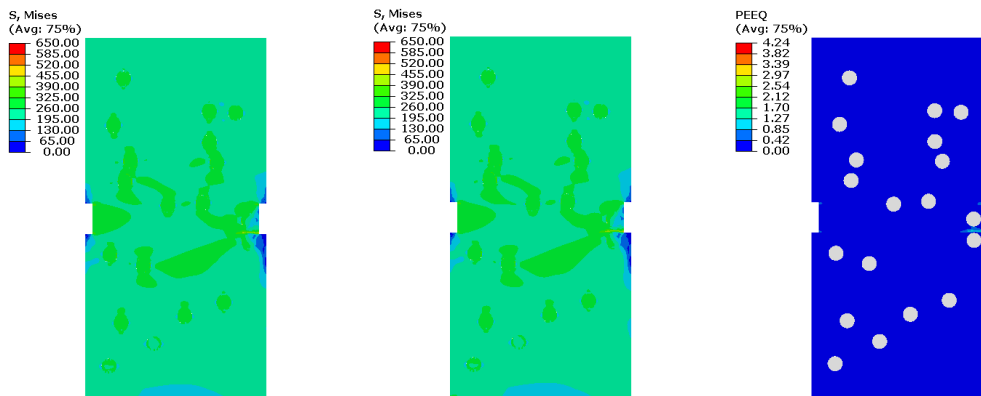
Εικόνα 65. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση (Step 1300-1310)



Εικόνα 66. 6^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



Σχ. 6. 6^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.

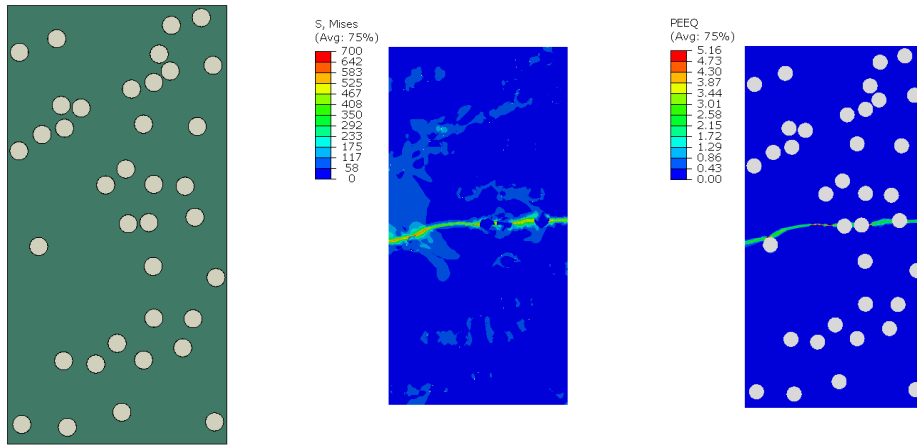


Εικόνα 67. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση (Step 1430-1440)

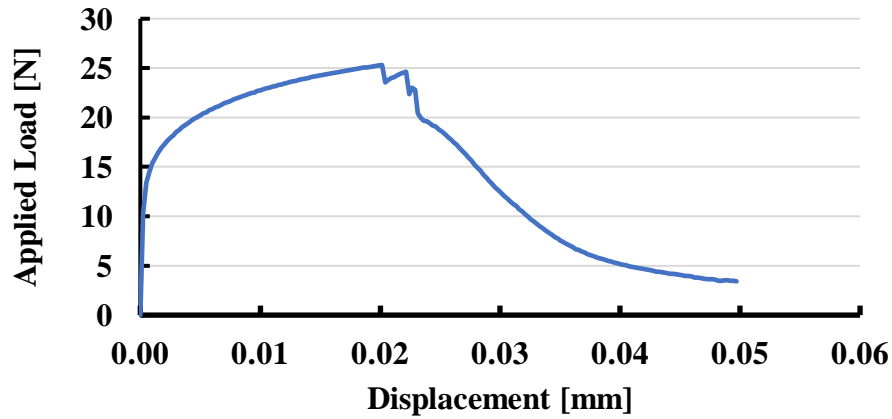
Στις δύο παραπάνω δοκιμές (Δοκιμή 5 και 6 για κλάσμα όγκου 5%) παρατηρούμε πως η αστοχία επέρχεται σε παρόμοια μετατόπιση και αυτό θεωρούμε ότι είναι επακόλουθο της παρουσίας εγκοπών στο έλασμα, οι οποίες λειτουργούν ως «συγκεντρωτές» τάσεων και πυρηνοποίησης ρωγμών. Έτσι, γνωρίζουμε εξ αρχής πως μόνο σε περιπτώσεις όπου η τυχαία κατανομή είναι πολύ συγκεκριμένη θα διαφοροποιηθεί το μοτίβο αστοχίας σε ελάσματα με εγκοπές, το οποίο είναι: εφελκυστική μορφή αστοχίας, με τη ρωγμή να διαδίδεται στο επίπεδο των πλευρικών οπών όπου και παρατηρούνται οι πρώτες βλάβες. Σε σχέση με τις υπόλοιπες δοκιμές τα δύο τελευταία δοκίμια παρουσιάζουν τη μικρότερη αντοχή (εξαιρείται η δοκιμή 3 όπου κατά την τυχαία κατανομή δημιουργήθηκε πολύ ευμενές περιβάλλον για διάδοση ρωγμής) και έτσι γίνεται αντιληπτή η αδυναμία στη δομή τους λόγω της μείωσης της στιβαρότητας τους με πλευρικές εγκοπές.

Ο παραπάνω σχολιασμός είναι ανεξάρτητος του κλάσματος όγκου και οι εγκοπές και στις επόμενες προσομοιώσεις επιδρούν αρνητικά στην συνολική αντοχή του ελάσματος.

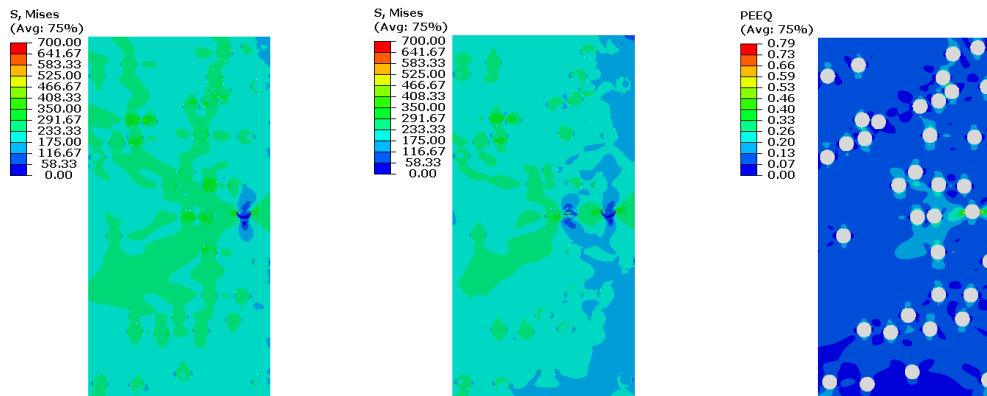
5.3.2 Κλάσμα όγκου 10%



Εικόνα 68. 1^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης

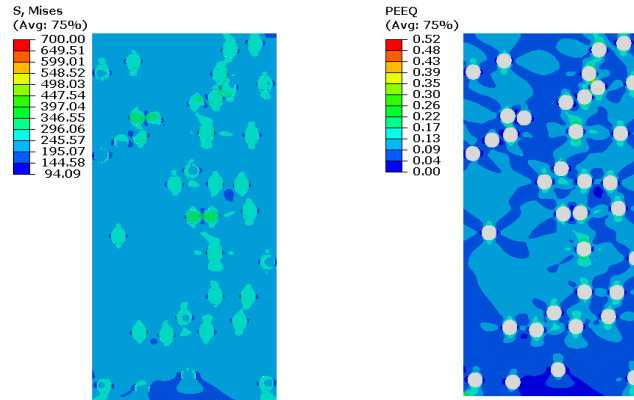


Σχ. 7 1^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων..

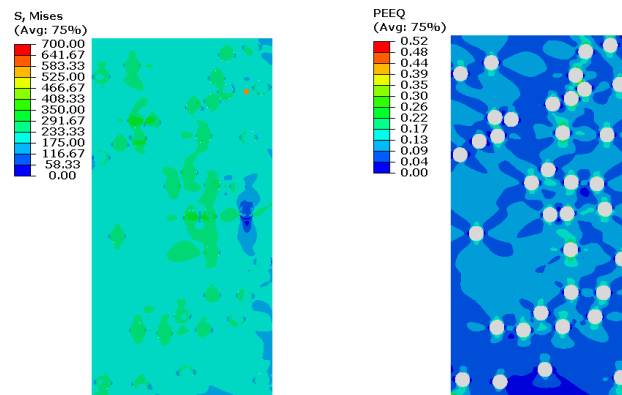


Εικόνα 69. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step890-900)

Ανάλυση πτώσης-αναπήδησης του διαγράμματος πριν τη θραύση:

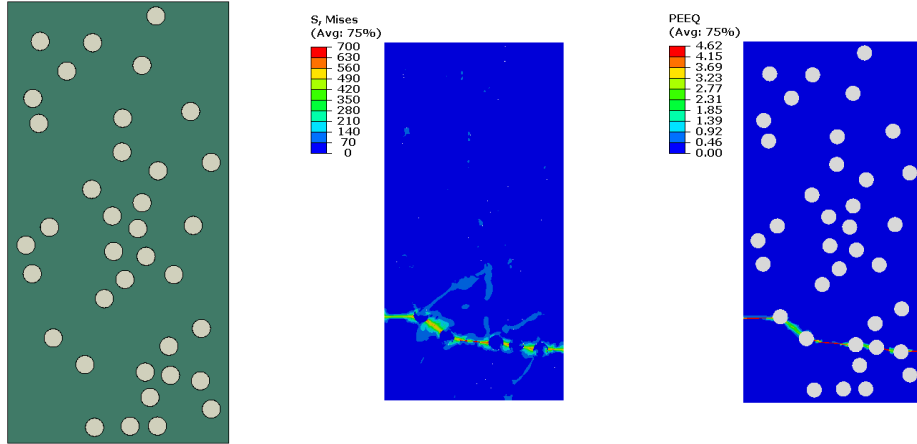


Εικόνα 70. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 810)

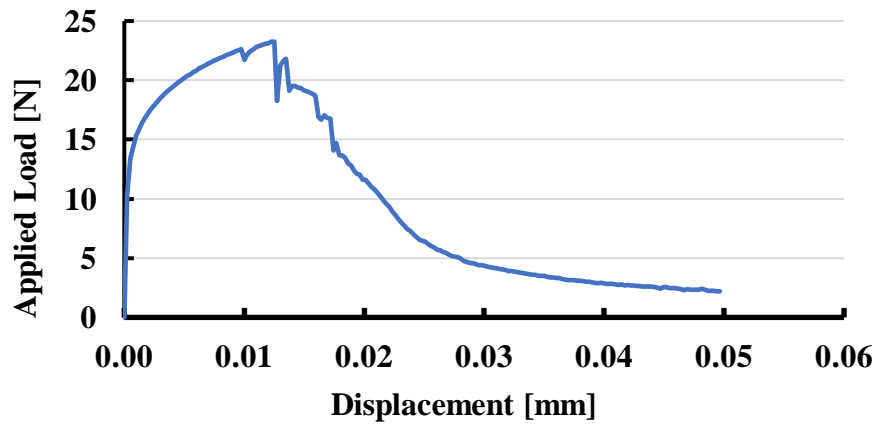


Εικόνα 71. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 820)

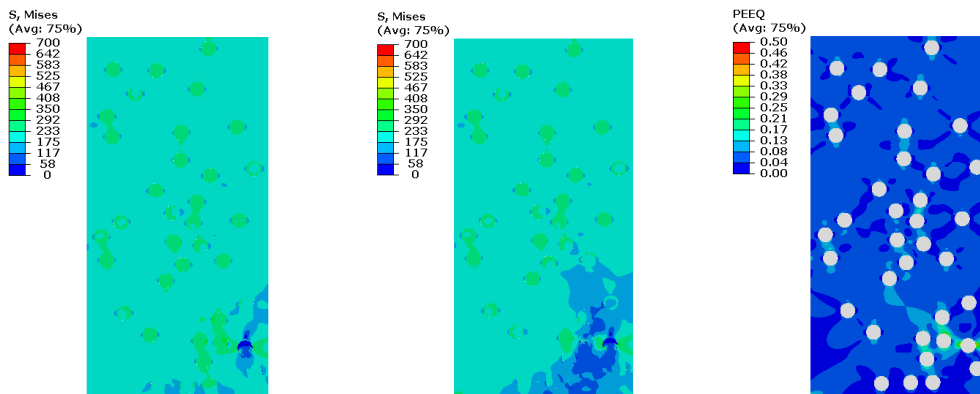
Παρατηρούμε ότι γίνεται μια ανακατανομή των τάσεων ύστερα από την υπέρβαση της αντοχής στην περιοχή του συγκεκριμένου σωματιδίου και ως εκ τούτου σημειώνεται η πτώση στο διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



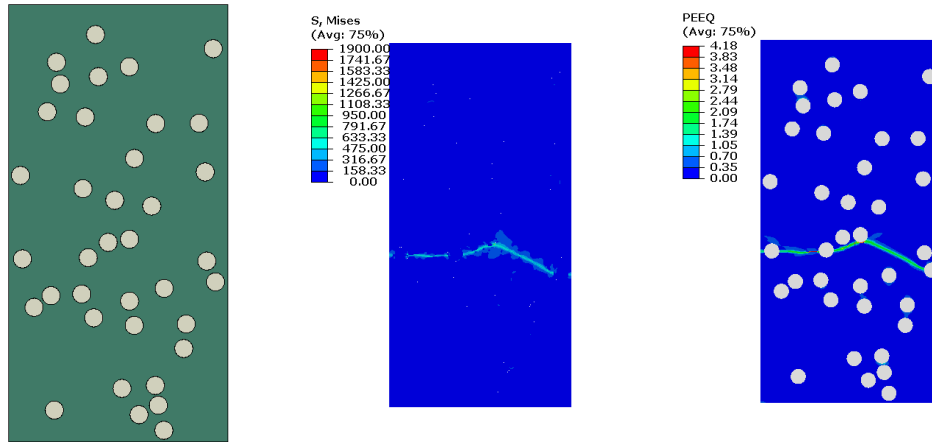
Εικόνα 72. 2^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



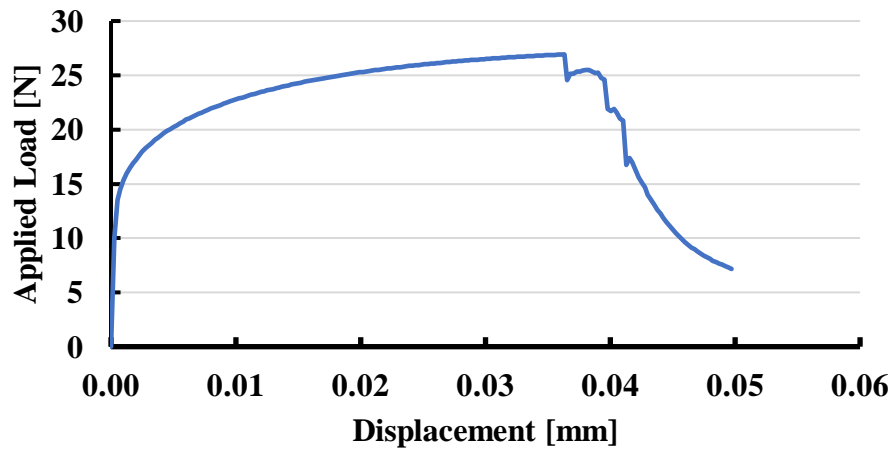
Σχ. 8. 2^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



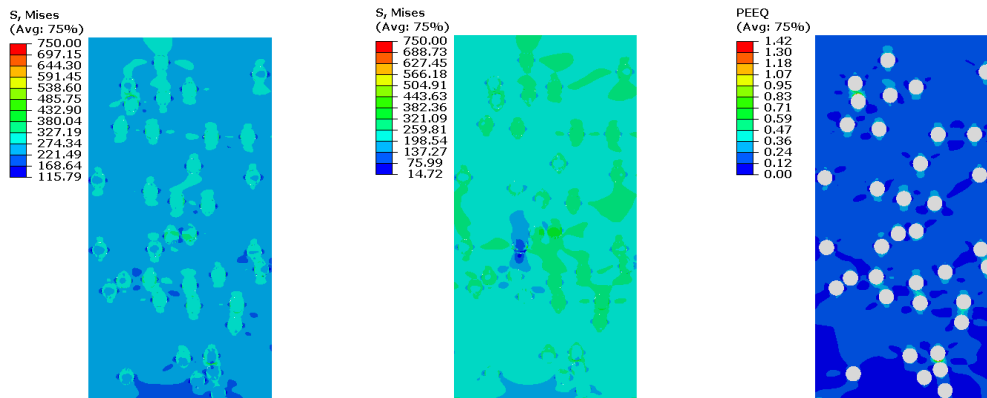
Εικόνα 73. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step500-510)



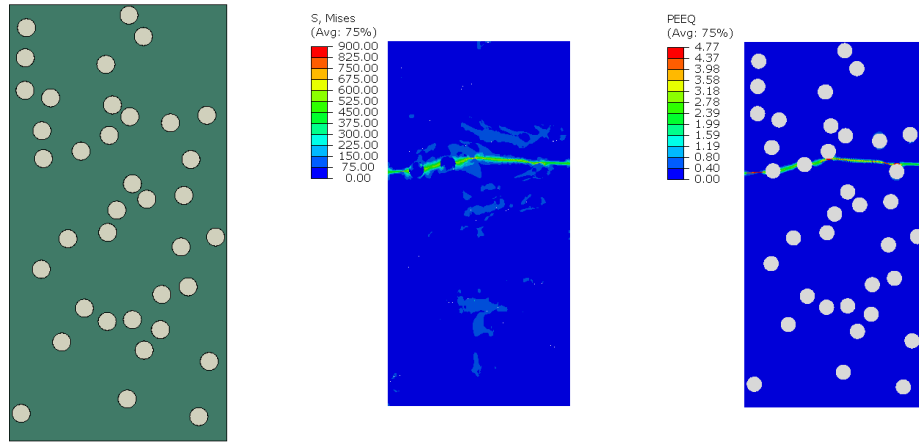
Εικόνα 74. 3^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



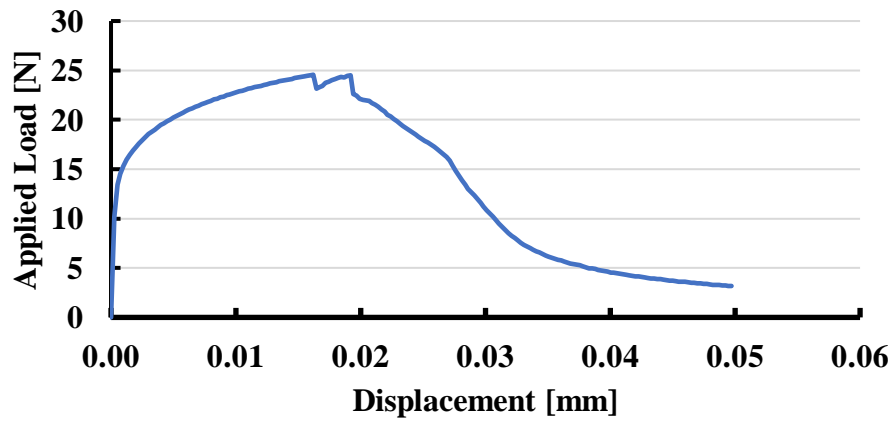
Σχ. 9. 3^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



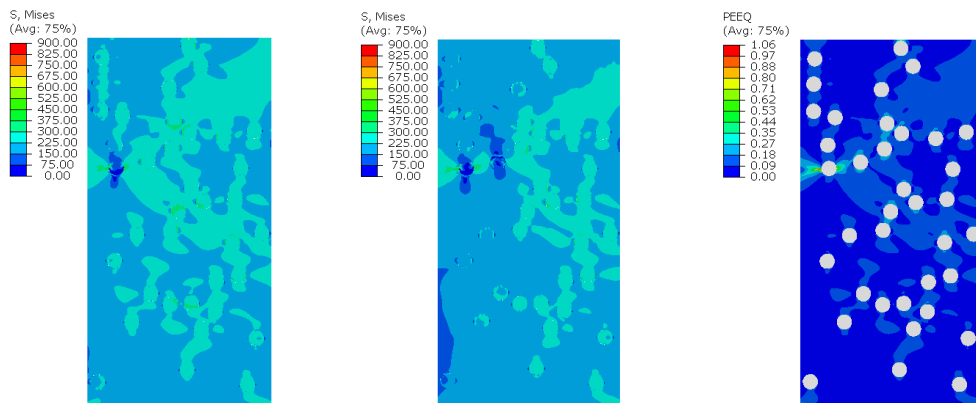
Εικόνα 75. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1460-1470)



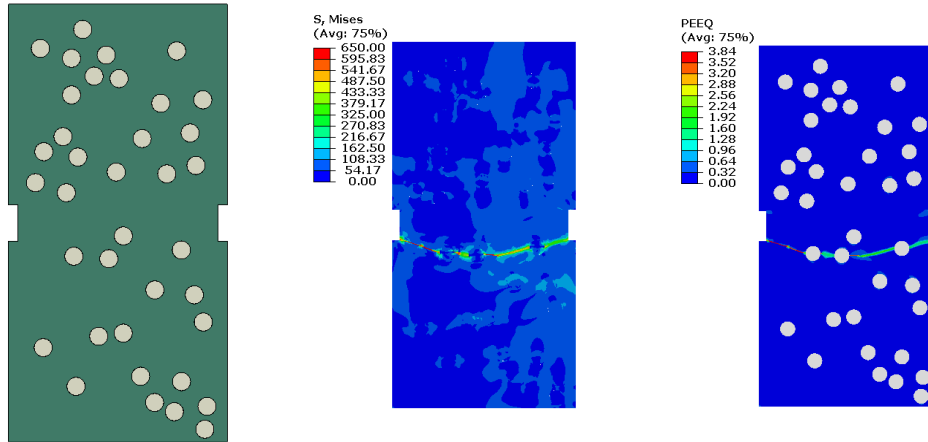
Εικόνα 76. 4^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



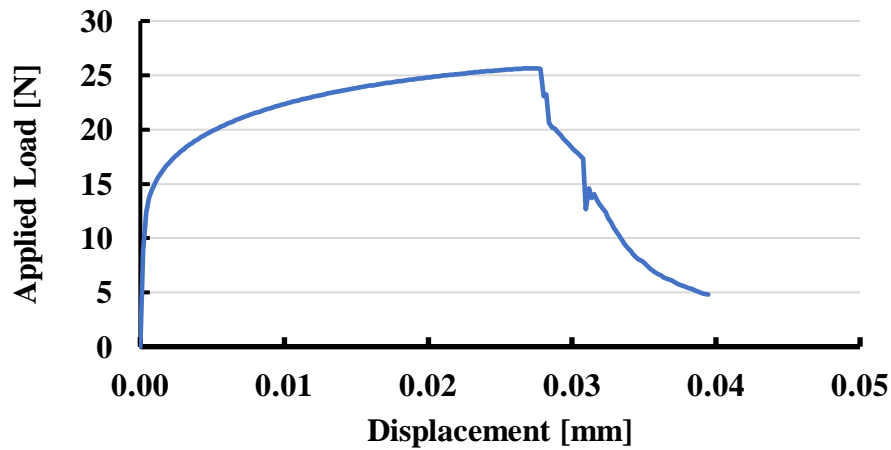
Σχ. 10. 4^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



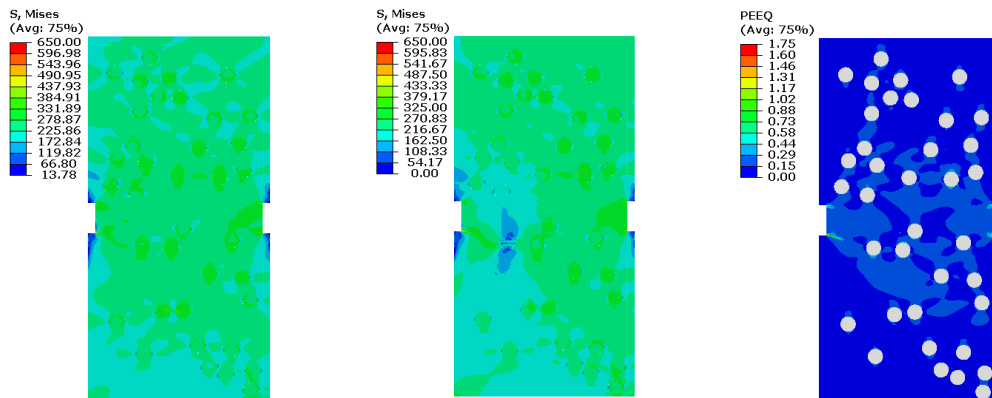
Εικόνα 77. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step770-780)



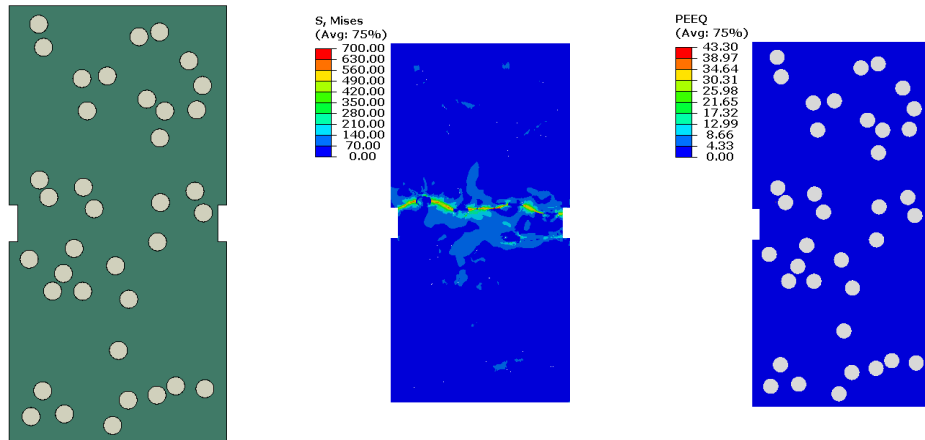
Εικόνα 78. 5^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



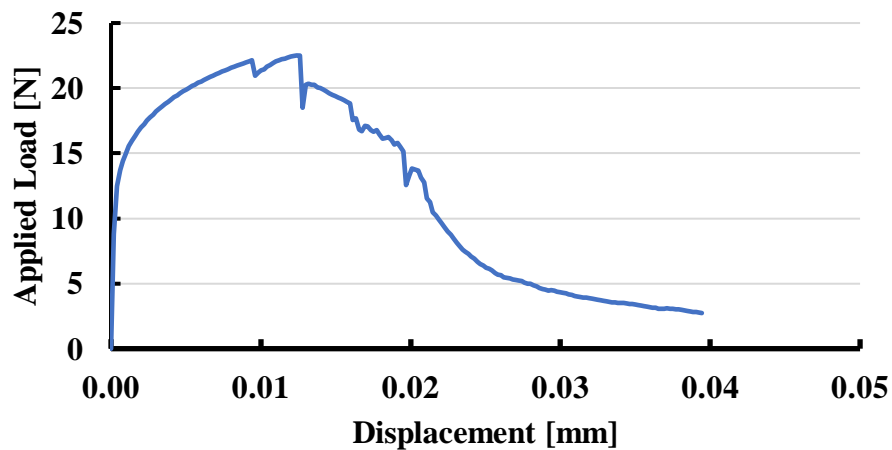
Σχ. 11. 5^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



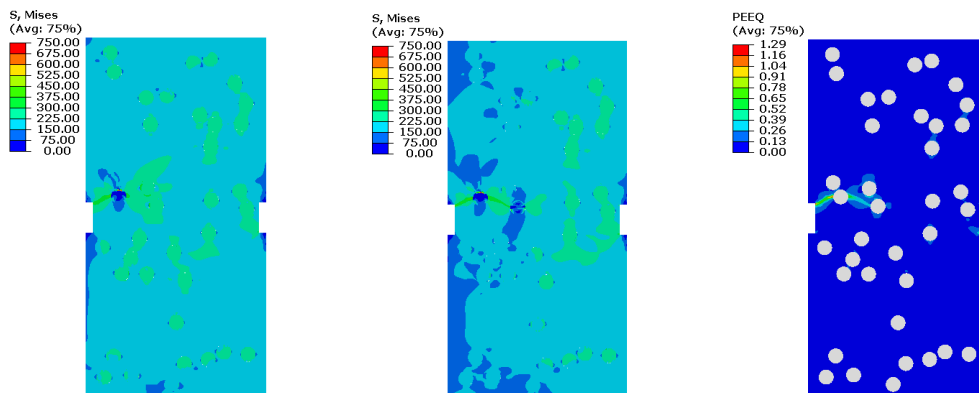
Εικόνα 79. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1390-1400)



Εικόνα 80. 6^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης

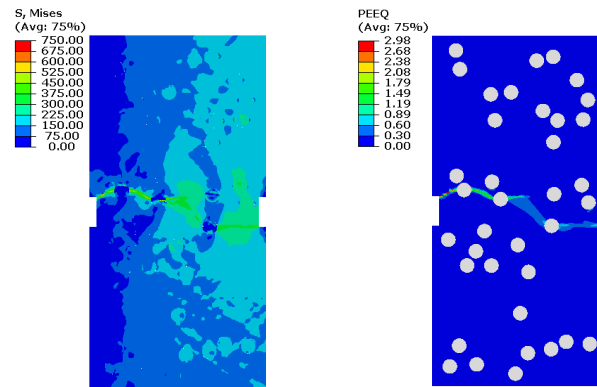


Σχ. 12. 6^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.

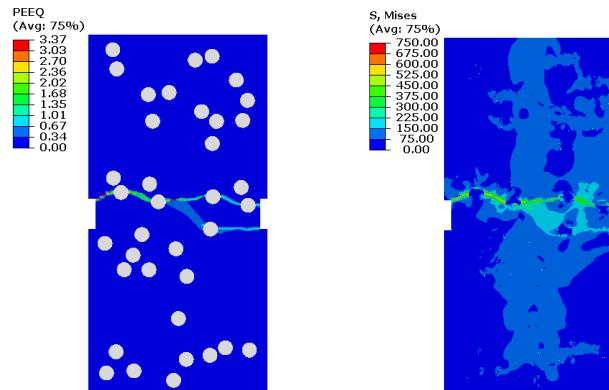


Εικόνα 81. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step630-640)

Αξιοσημείωτη παρατήρηση σχετικά με την εμφάνιση πλαστικών παραμορφώσεων:



Εικόνα 82. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις σε ενδεικτικό χρονικό βήμα ένωσης πλαστικών παραμορφώσεων(Step 1000)

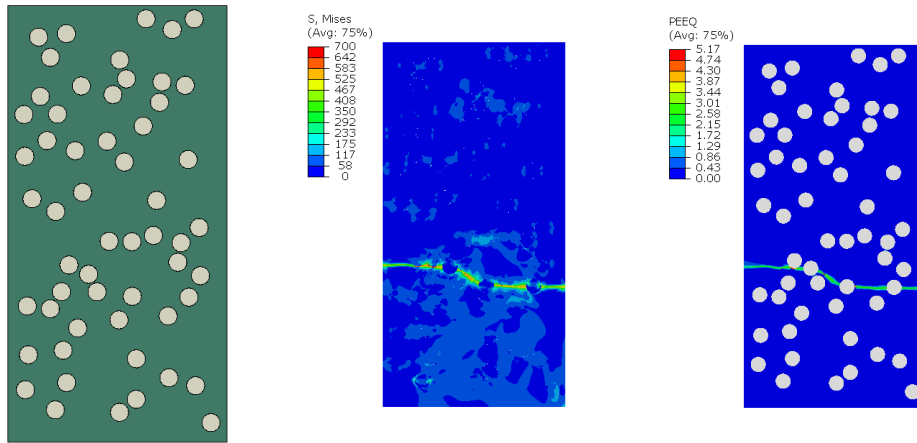


Εικόνα 83. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις σε ενδεικτικό χρονικό βήμα αλλαγής προβλεπόμενης αστοχίας (Step 1200)

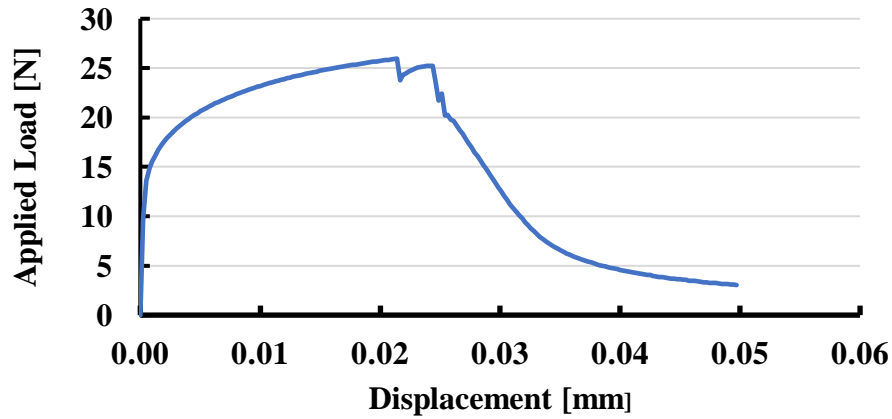
Στις Εικόνες 82 και 83 παρατηρούμε πως η ρωγμή που τείνει να ενωθεί και να οδηγήσει σε μια εφελκυστική-διατμητική μορφή αστοχίας στο επίπεδο των πλευρικών οπών, αλλάζει μορφή και καταλήγει σε εφελκυστική όπως βλέπουμε και στην Εικόνα 80. Αυτό συμβαίνει διότι με τους πλήρη δεσμούς που έχουμε ορίσει στην διεπιφάνεια μήτρας σωματιδίων ευνοείται η διάδοση της ρωγμής κάθετα στην επιβολή των φορτίων ενώ σε συνεκτική ζώνη το δοκίμιο θα αστοχούσε νωρίτερα με πολύ μεγαλύτερη επιρροή διατμητικών εντάσεων.

Συγκεντρωτικά, για κλάσμα όγκου 10% έχουμε εφελκυστικές μορφές αστοχίας σε διάφορες χρονικές περιόδους, δηλαδή για διαφορετική εφαρμοζόμενη μετατόπιση και άρα κρίσιμη είναι πάλι η τυχαία κατανομή των σωματιδίων. Εξάιρεση στη μορφή αστοχίας αποτελεί η δοκιμή 3 όπου η αστοχία είναι εφελκυστική-διατμητική και αυτό οφείλεται στην τοποθέτηση τριών σωματιδίων πολύ εγγύτερα από τα υπόλοιπα και δηλαδή της αλληλεπίδρασης τάσεων μεταξύ τους και την εξέλιξη της αστοχίας μέσω αυτών.

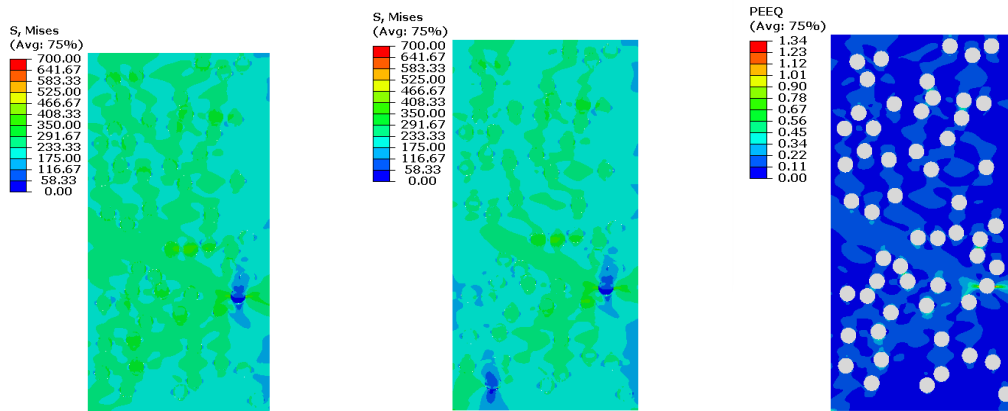
5.3.3 Κλάσμα όγκου 15%



Εικόνα 84. 1^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης

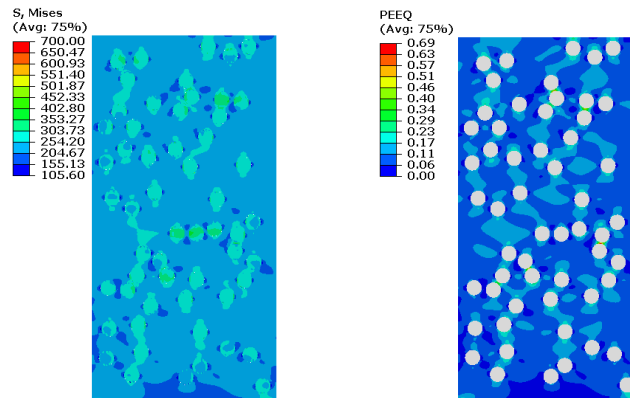


Σχ. 13. 1^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.

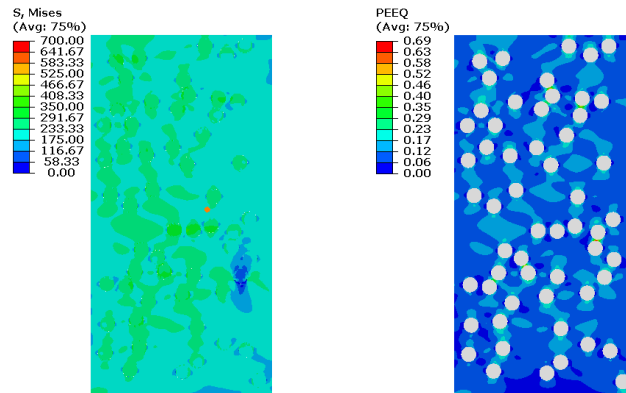


Εικόνα 85. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step980-990)

Ανάλυση πτώσης-αναπήδησης του διαγράμματος πριν τη θραύση:

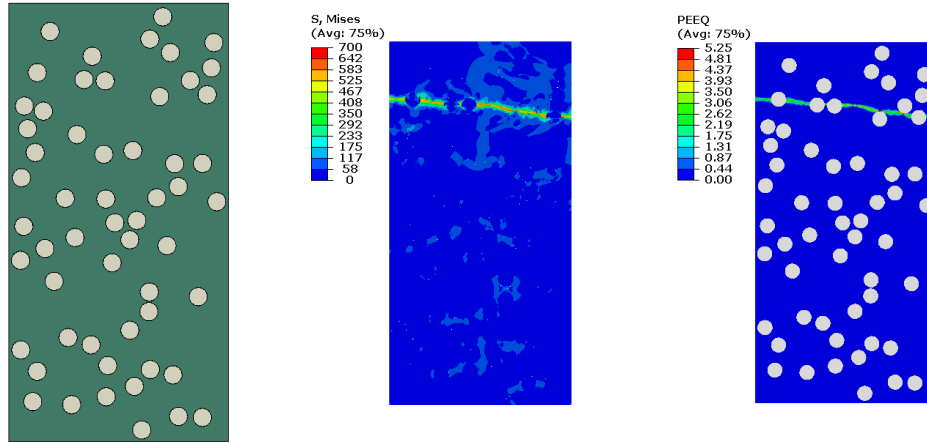


Εικόνα 86. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 860)

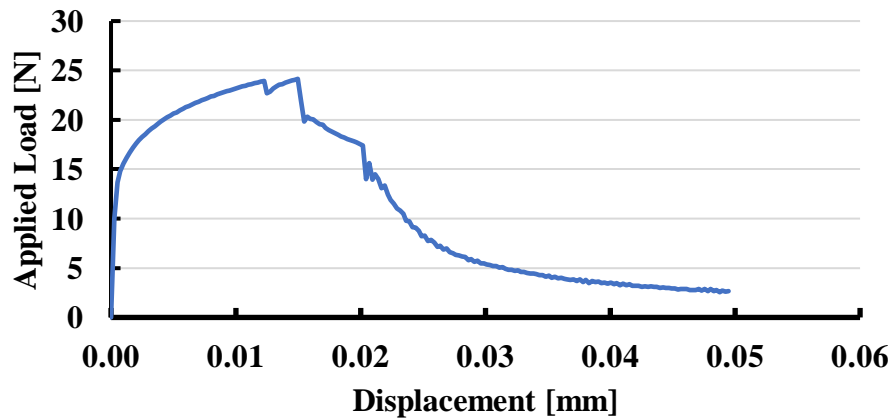


Εικόνα 87. Πρώτη πτώση διαγράμματος- Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις (Step 870)

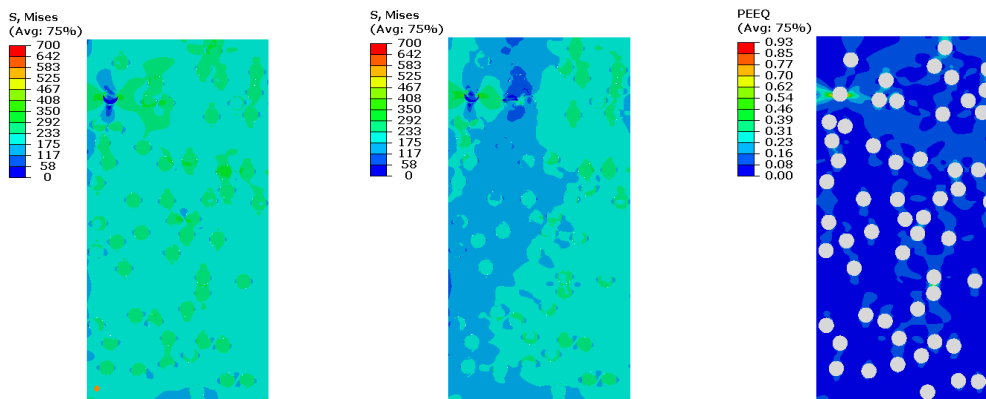
Όπως και στις προαναφερθείσες περιοχές πτώσης-αναπήδησης του διαγράμματος, παρατηρείται μια ανακατανομή των τάσεων με την περιοχή του σωματιδίου που ξεπερνά την αντοχή κατά την επιβολή της μετατόπισης και επομένως, δημιουργούνται οι πρώτες βλάβες, δηλαδή η πυρηνοποίηση της ρωγμής, και παρουσιάζει μικρότερες τάσεις.



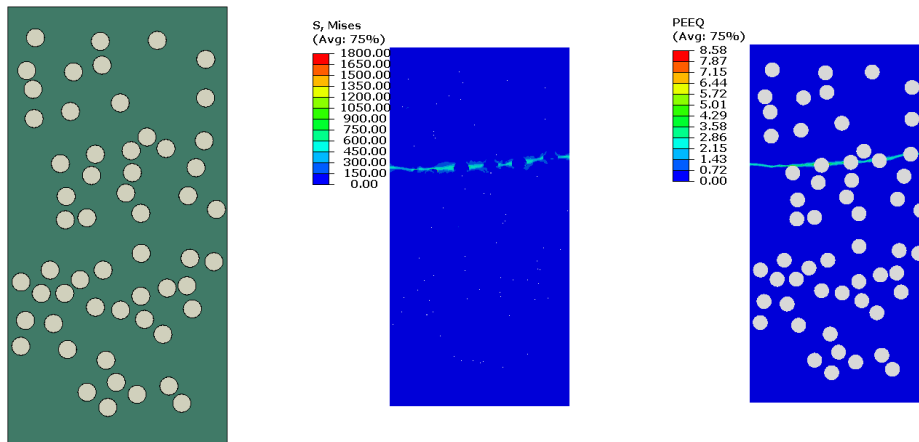
Εικόνα 88. 2^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



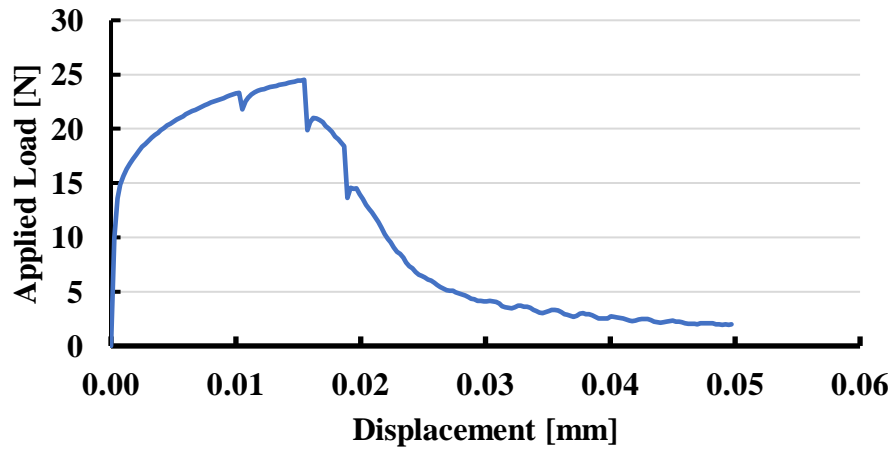
Σχ. 14. 2^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων..



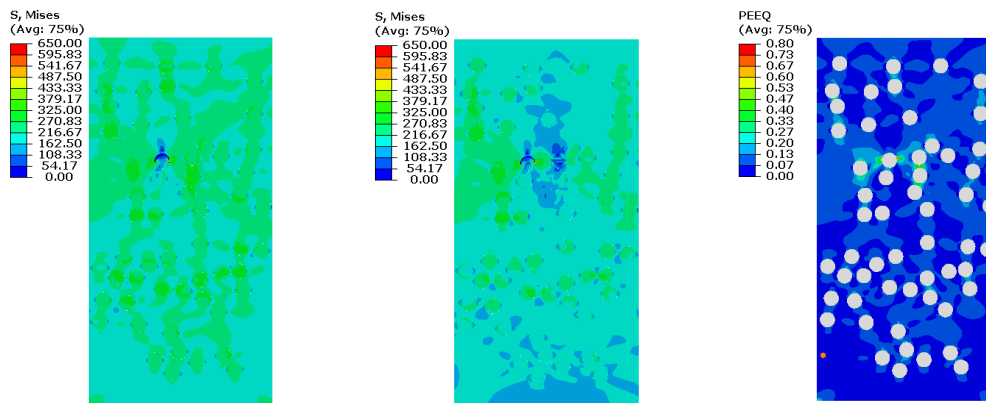
Εικόνα 89. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step600-610)



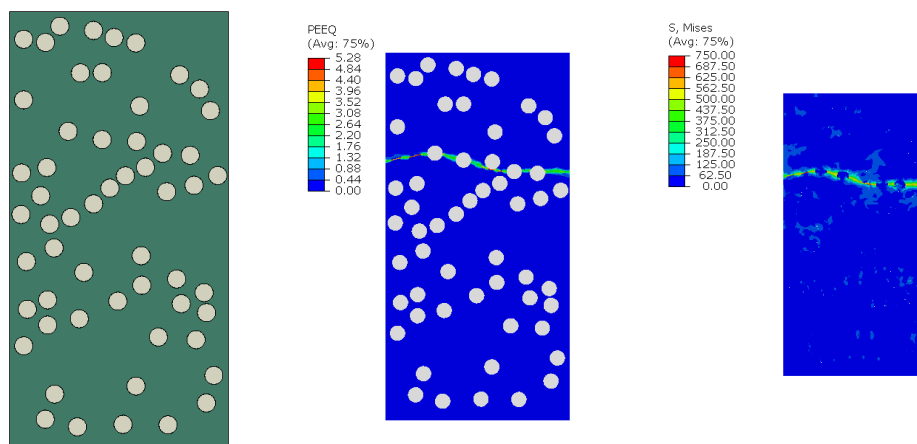
Εικόνα 90. 3^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



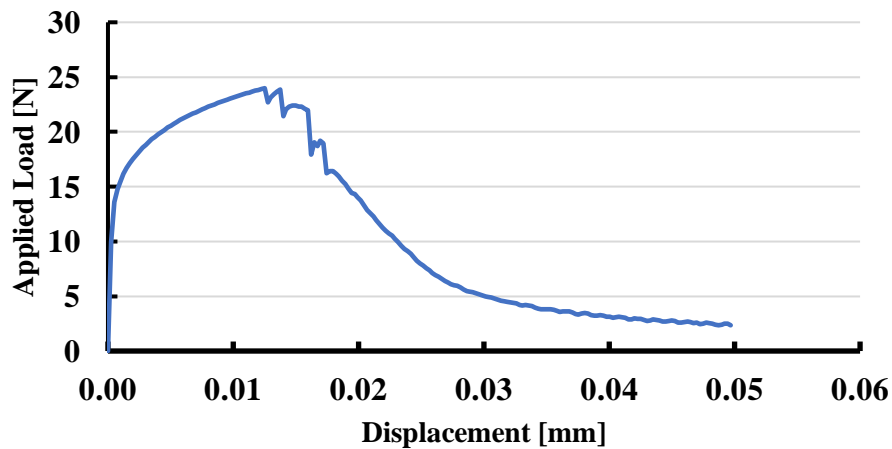
Σχ. 15. 3^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



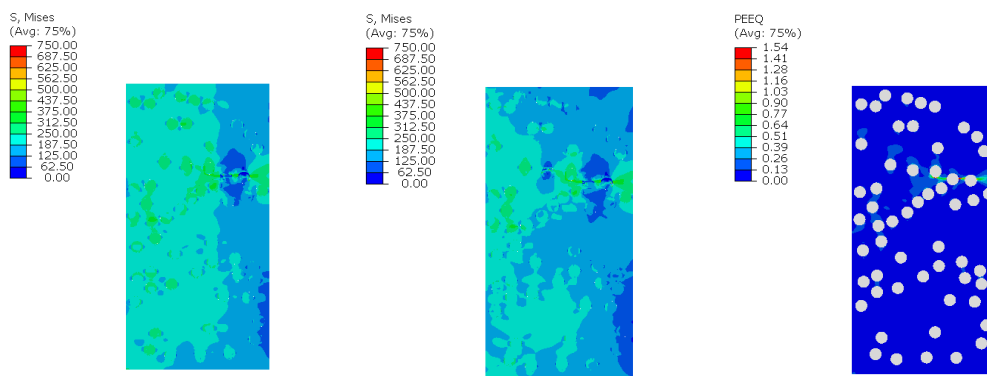
Εικόνα 91. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step620-630)



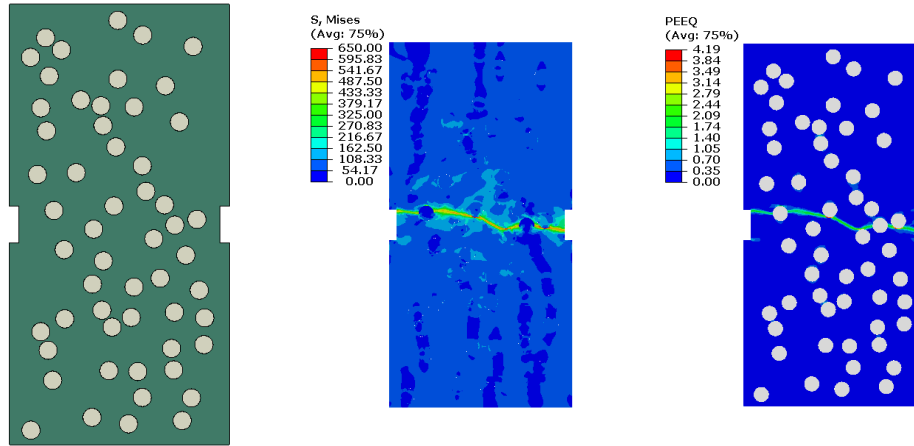
Εικόνα 92. 4^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



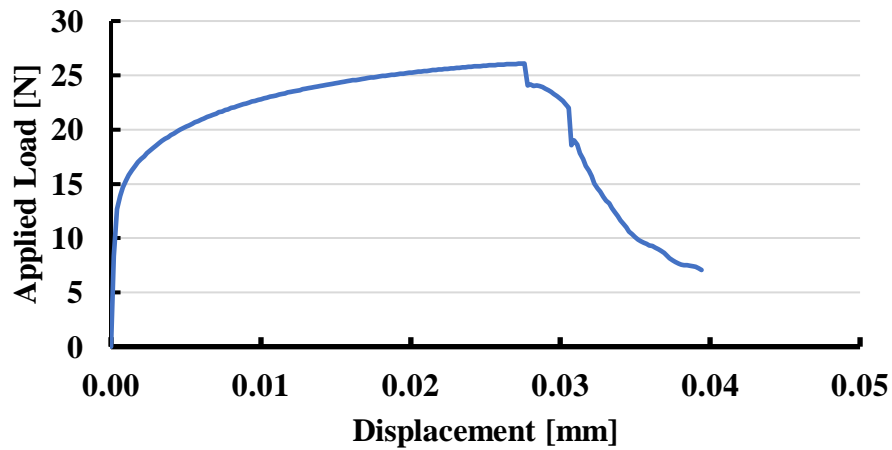
Σχ. 16. 4^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



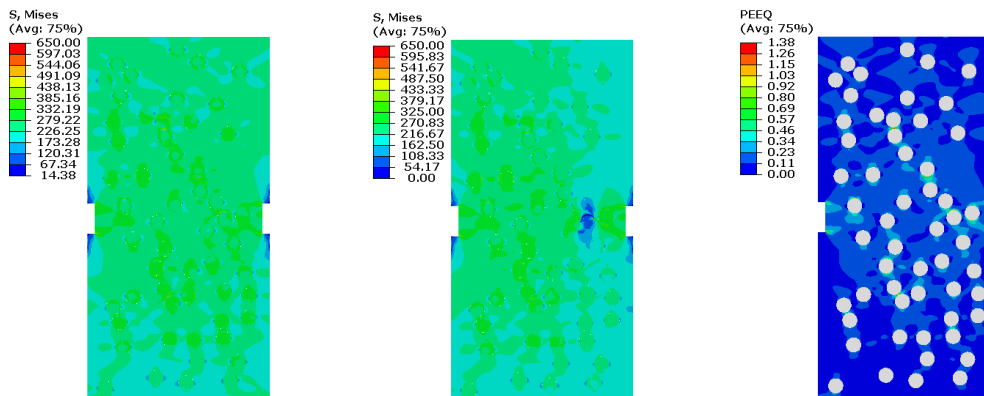
Εικόνα 93. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step630-640)



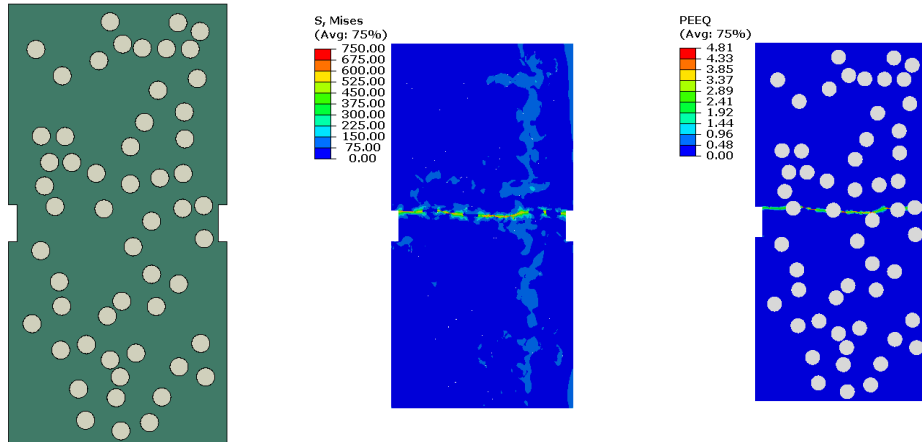
Εικόνα 94. 5^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



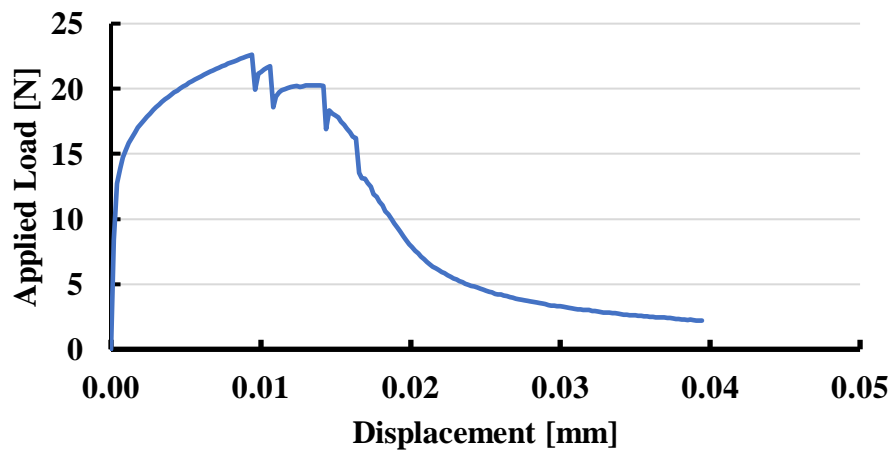
Σχ. 17. 5^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



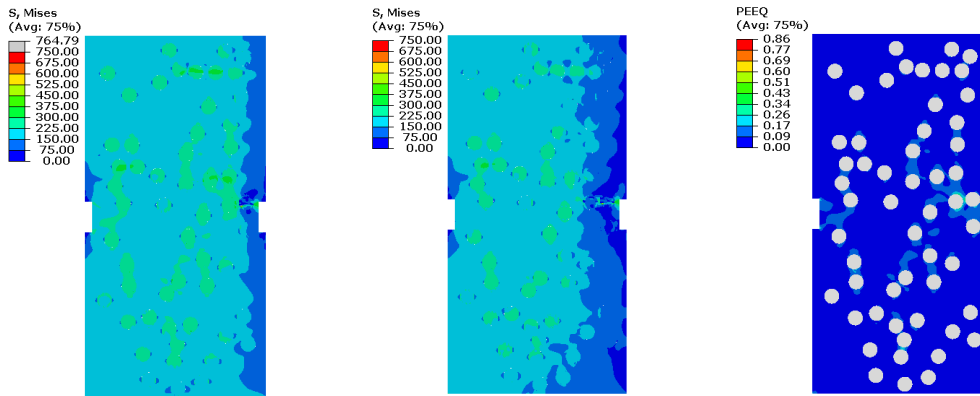
Εικόνα 95. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1390-1400)



Εικόνα 96. 6^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



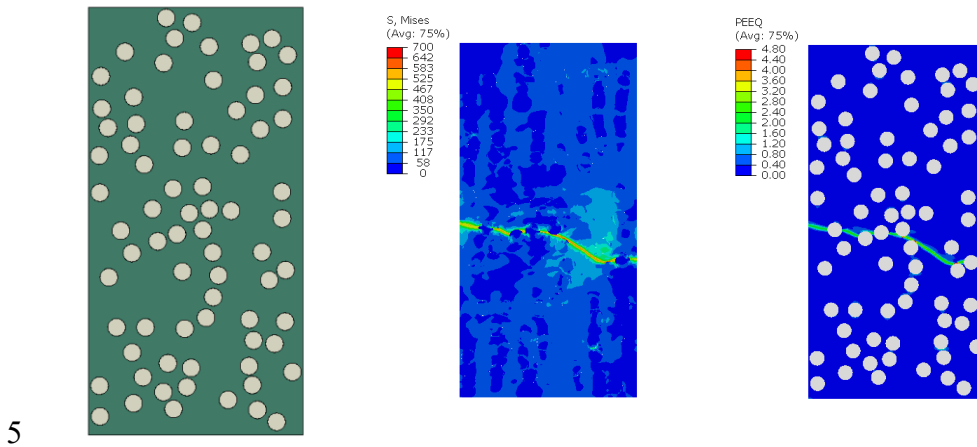
Σχ. 18. 6^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



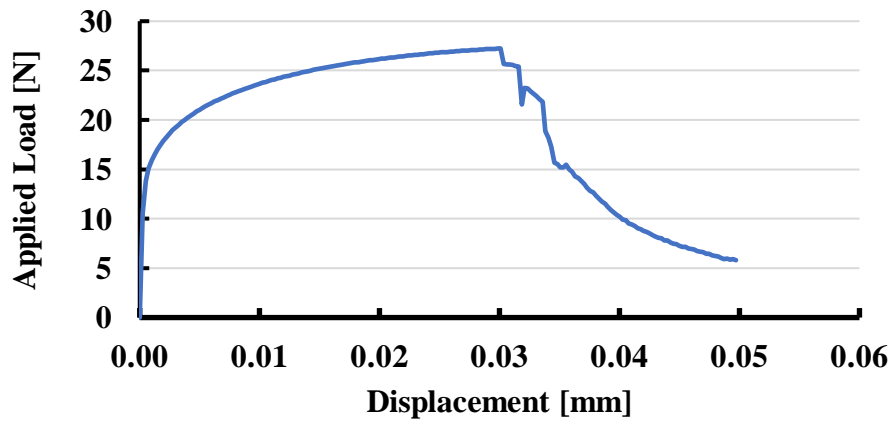
Εικόνα 97. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step530-540)

Στην τυχαία κατανομή των ενισχύσεων καρβιδίου του πυριτίου με κλάσμα όγκου 15% λαμβάνουμε μια σχετική σύγκλιση αποτελεσμάτων, δηλαδή παρατηρούμε κοινές μορφές αστοχίας, εφελκυστικές, και σε παρόμοια χρονική στιγμή, πλησίον του χρονικού βήματος εφαρμοζόμενης μετατόπισης ίσης 0.02mm. Αυτό συμβαίνει διότι οι «αλυσίδες» σωματιδίων που δημιουργούν το περιβάλλον διάδοσης ρωγμών είναι παρεμφερείς και έχουν ίδιο συμμετέχων αριθμό σωματιδίων σε αυτές.

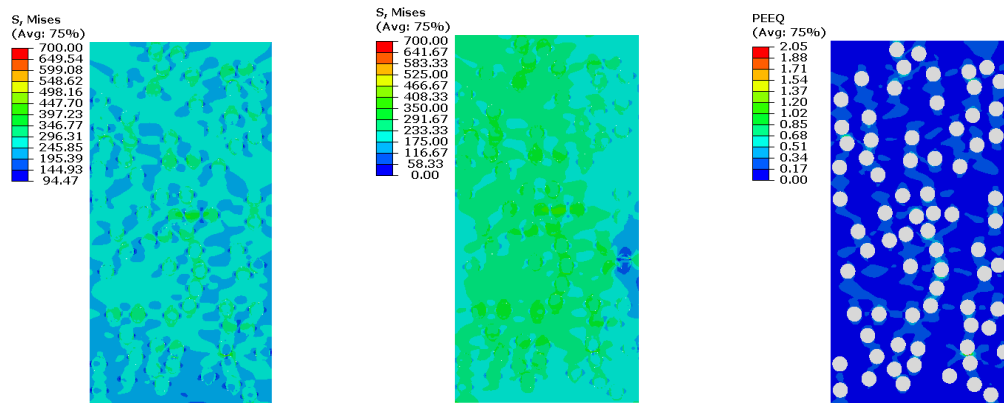
5.3.4 Κλάσμα όγκου 20%



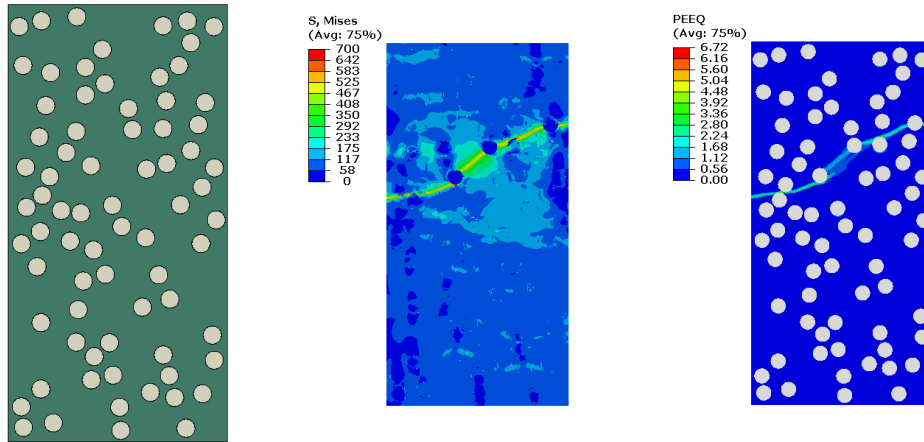
Εικόνα 98. 1^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



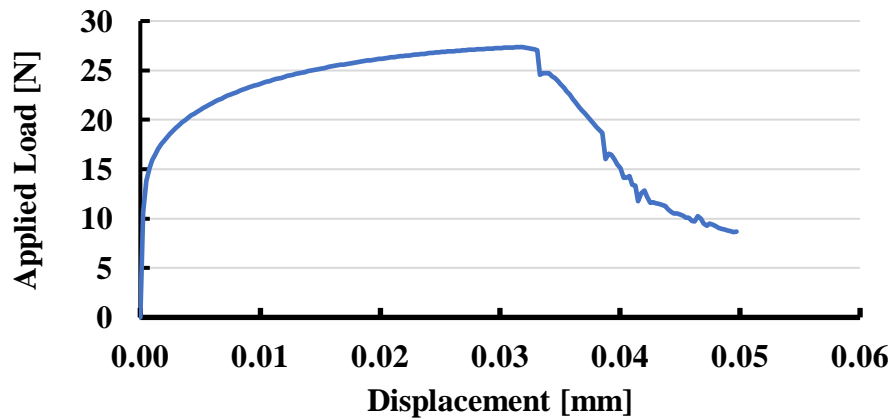
Σχ. 19. 1^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



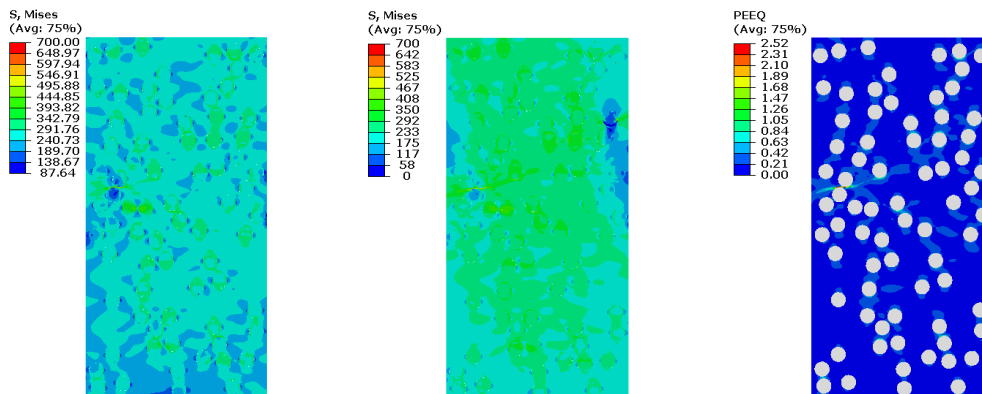
Εικόνα 99. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1210-1220)



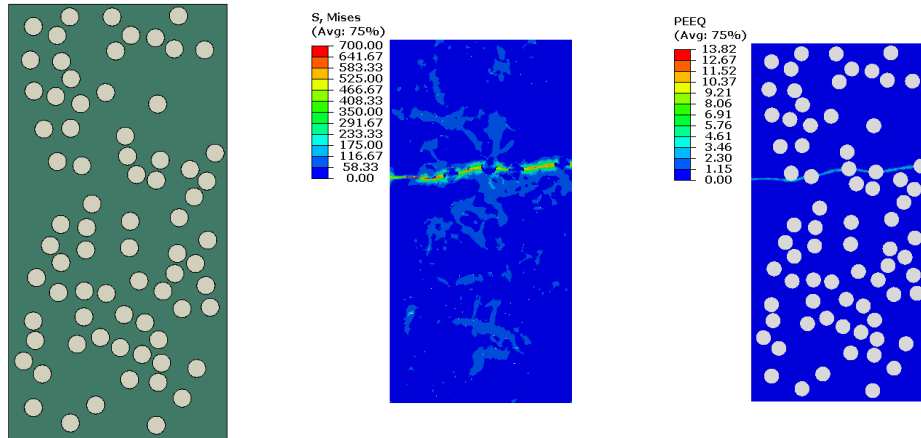
Εικόνα 100. 2^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



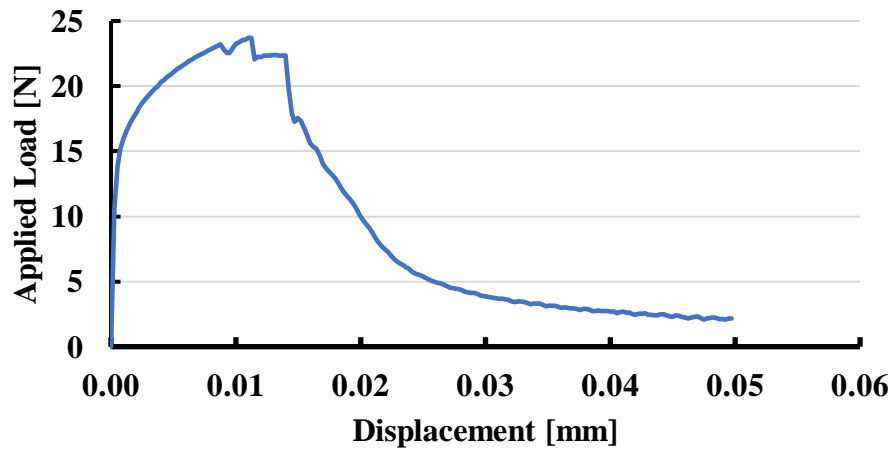
Σχ. 20. 2^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



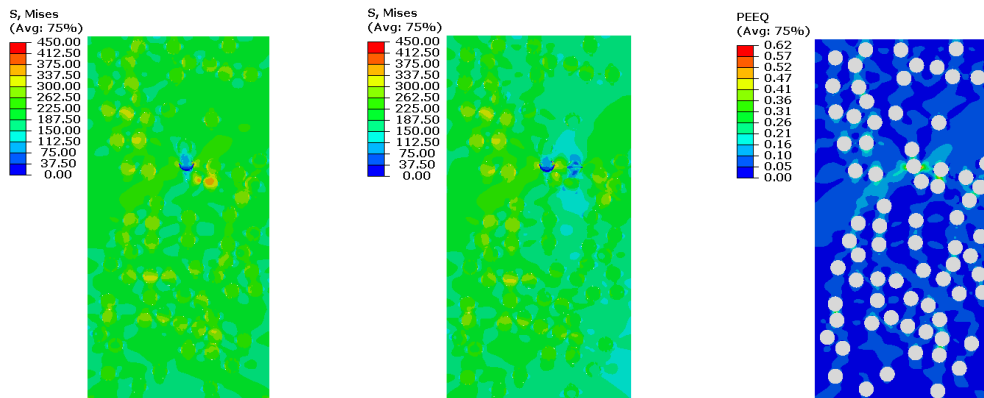
Εικόνα 101. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1360-1370)



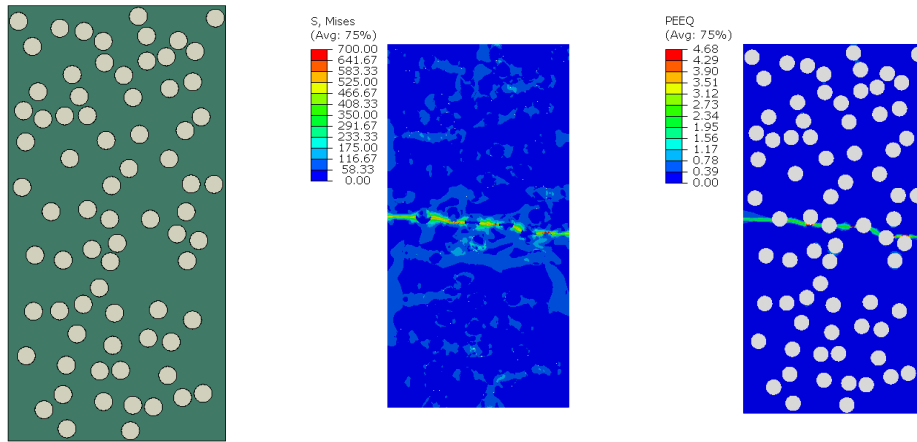
Εικόνα 102. 3^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



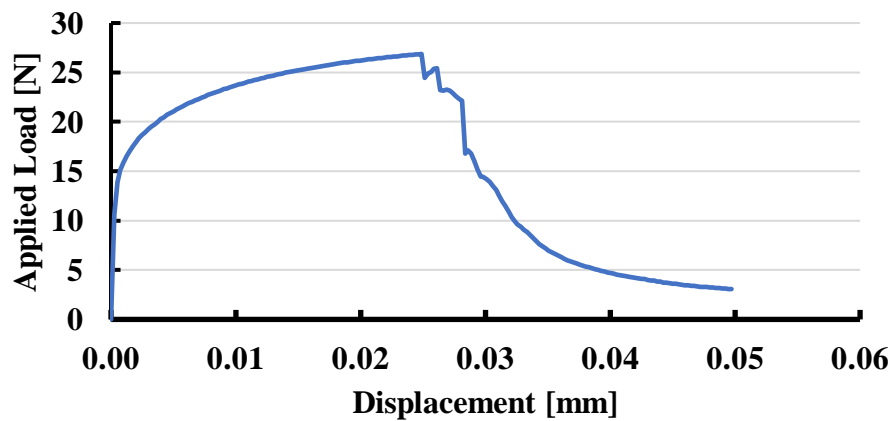
Σχ. 21. 3^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



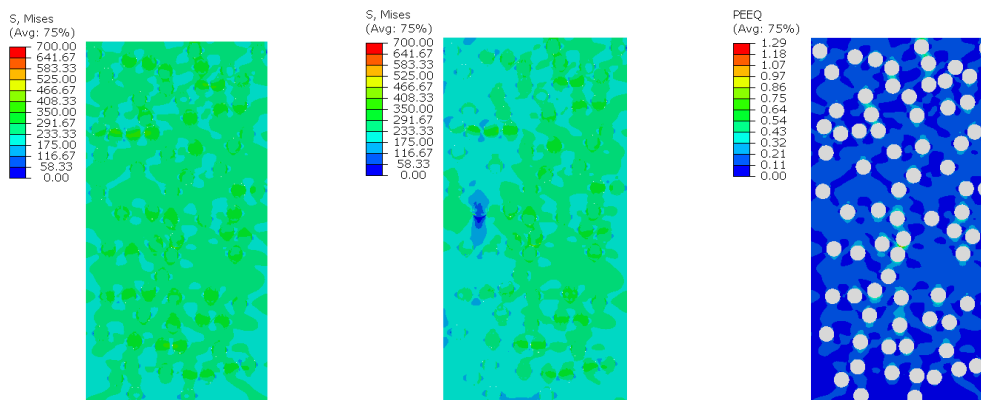
Εικόνα 103. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step450-460)



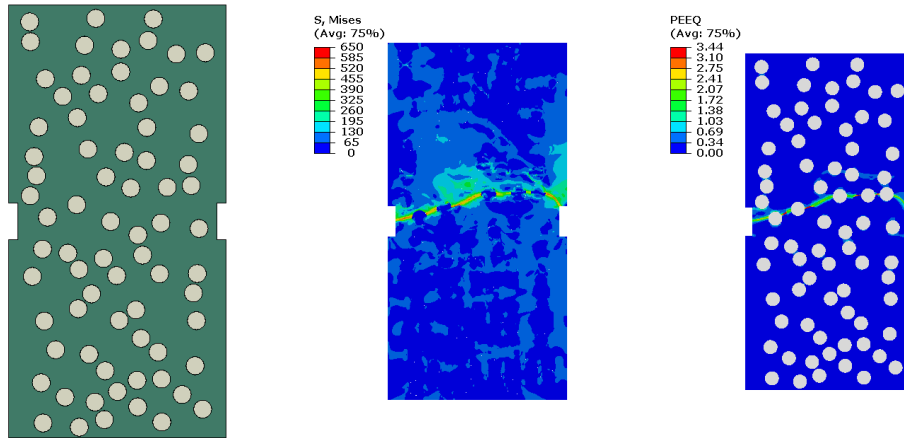
Εικόνα 104. 4^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



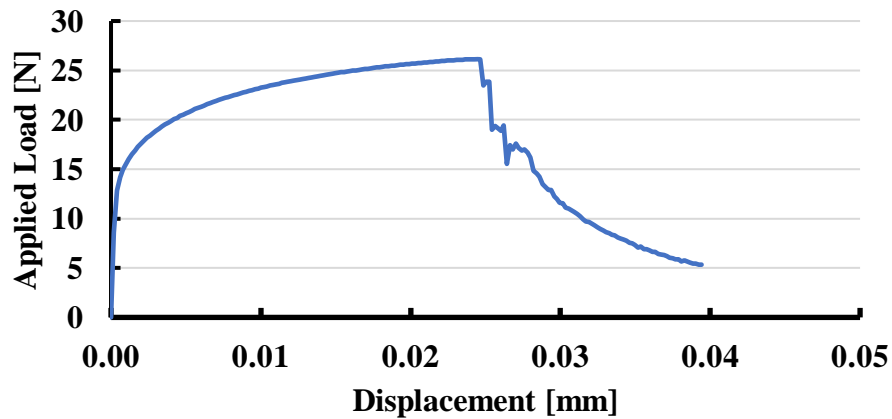
Σχ. 22. 4^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



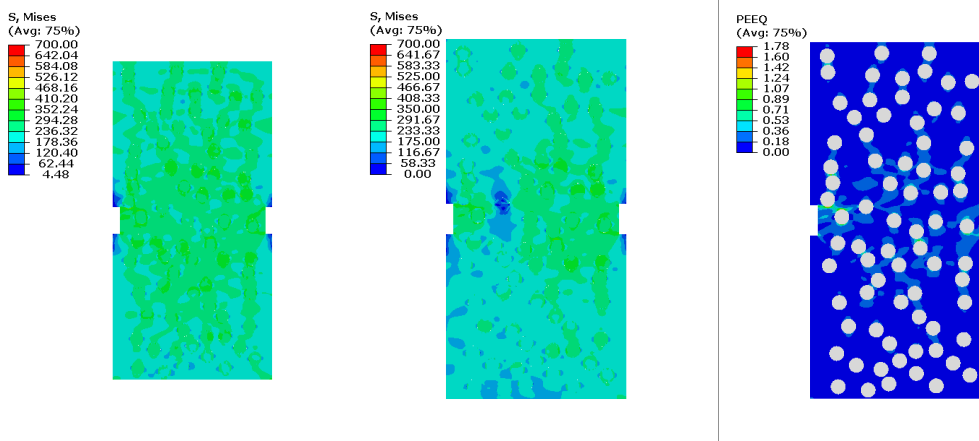
Εικόνα 105. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1000-1010)



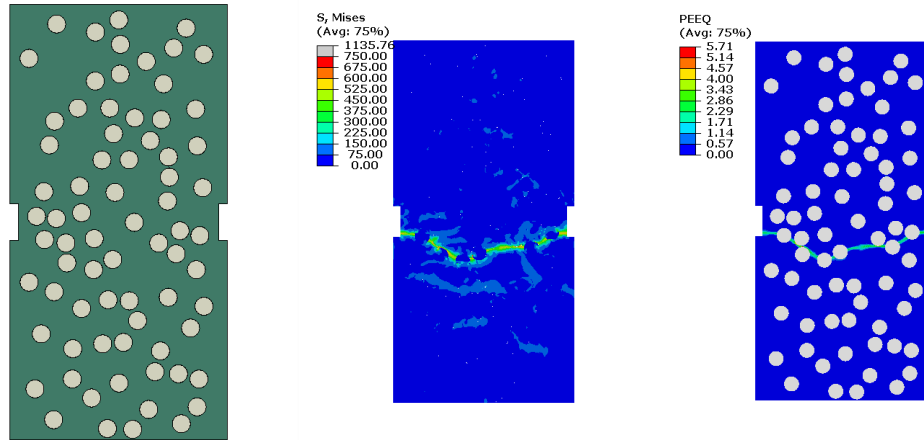
Εικόνα 106. 5^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης



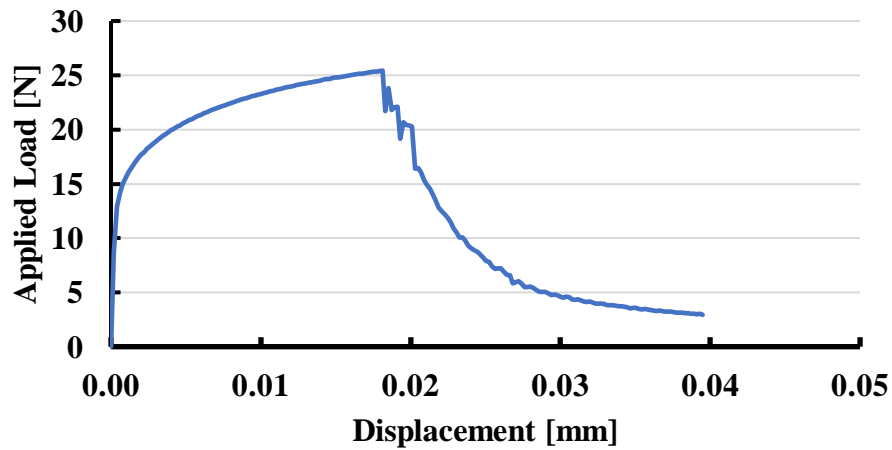
Σχ. 23. 5^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.



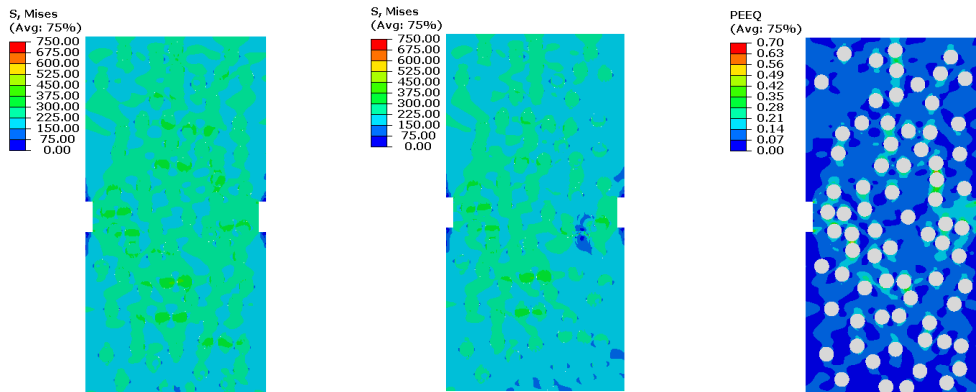
Εικόνα 107. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step1240-1250)



Εικόνα 108. 6^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης

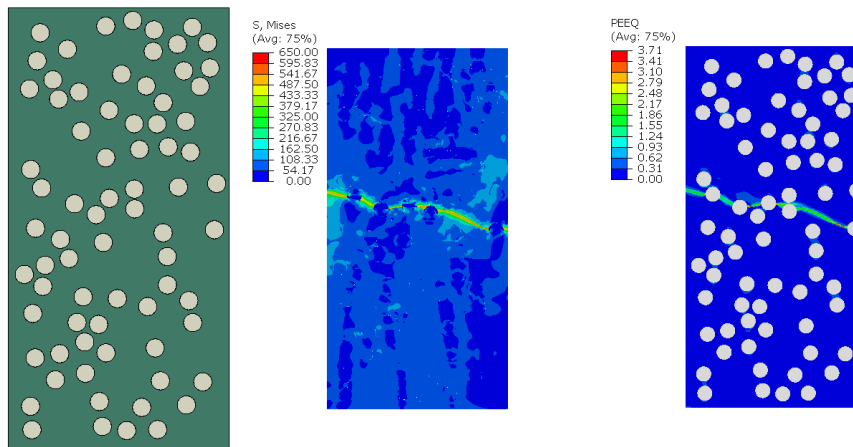


Σχ. 24. 6^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.

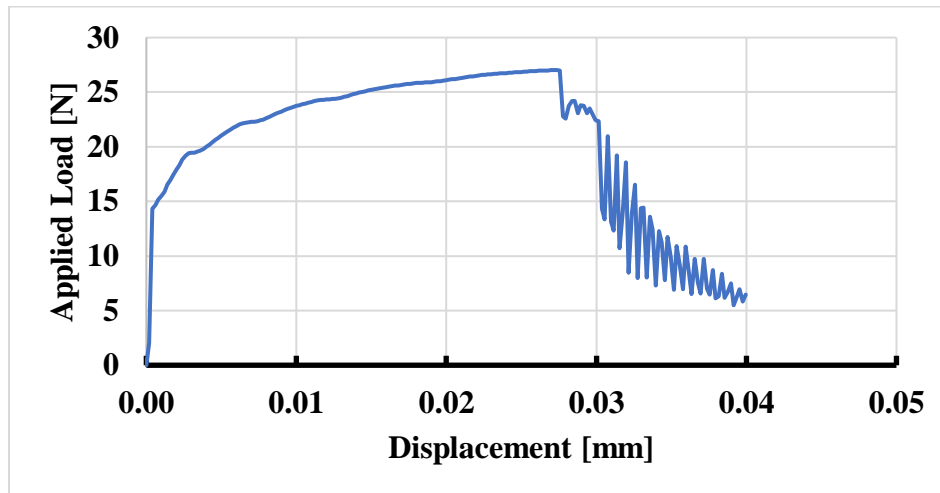


Εικόνα 109. Τάσεις Von-mises και πλαστικές παραμορφώσεις κατά τη θραύση(Step910-920)

Παρατηρείται ότι για κλάσμα όγκου 20% λαμβάνουμε εφελκυστικές (3 και 4) αλλά και εφελκυστικές-διατμητικές μορφές αστοχίας (δοκιμή 1 και 2). Αυτό συμβαίνει διότι δίνεται η δυνατότητα στις τάσεις να κατανεμηθούν σε ένα ευρύτερο πλαίσιο και να ενεργοποιηθούν και διαφορετικές μορφές αστοχίας. Έτσι, στη δοκιμή 1 και 2 η αστοχία επέρχεται μεταγενέστερα των δοκιμών 3 και 4 λόγω των σύνθετων μορφών αστοχίας σε συνδυασμό με τον πλήρη δεσμό σωματιδίων-μήτρας που δρα ανασταλτικά στην διατμητική διάδοση της ρωγμής. Τέλος, στα ελάσματα με εγκοπές η συμπεριφορά παραμένει ίδια με τα παραπάνω, δηλαδή παρατηρείται εφελκυστική μορφή αστοχίας η οποία λαμβάνει χώρα στο επίπεδο των ρωγμών και πυρηνοποιείται στις αιχμηρές γωνίες αυτών.



Εικόνα 110. 7^η δοκιμή: Διάταξη σωματιδίων στη μήτρα/ Τάσεις Von-mises & Πλαστικές παραμορφώσεις κατά την πλήρη εφαρμογή της μετατόπισης

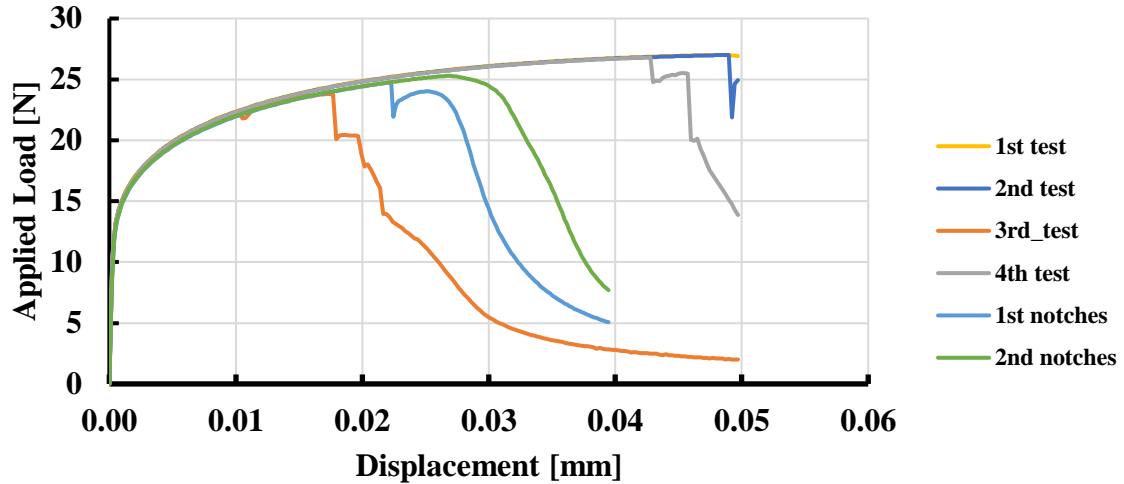


Σχ. 25. 7^η δοκιμή: Διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων.

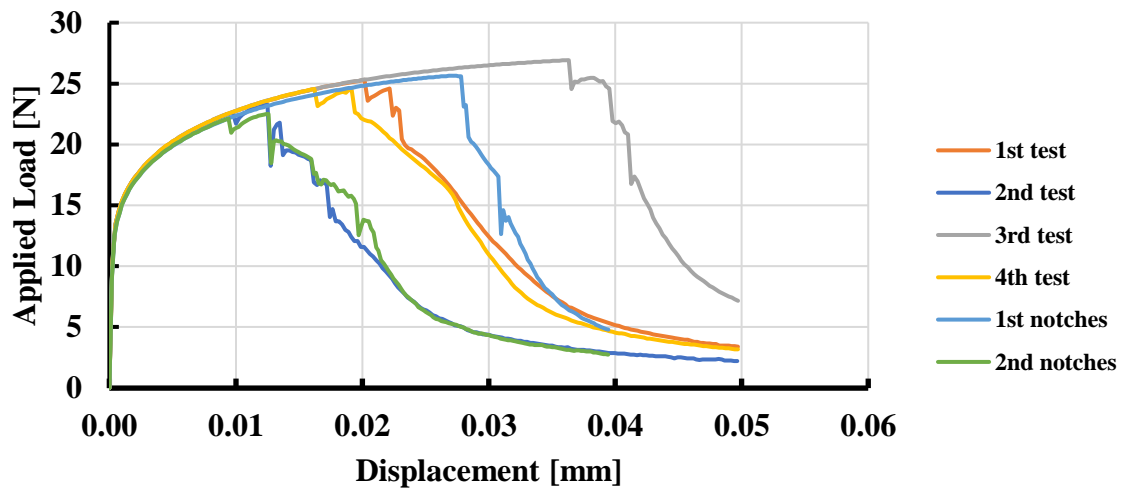
Στη συγκεκριμένη ανάλυση -7^η δοκιμή- χρησιμοποιήθηκε χρονικό βήμα 10^{-5} , αντίθετα με όλες τις ανωτέρω που είχαν 10^{-6} , ώστε να αποδειχθεί από το διάγραμμα δυνάμεων-μετατοπίσεων η σημαντικότητα της ανάλυσης με 10^{-6} . Συγκεκριμένα, η αποσβεννυμένη

ταλάντωση που συμβαίνει μετά την εφαρμογή 0.03mm (βλ. Σχ. 25) από τη συνολική μετατόπιση δεν είναι ρεαλιστική και αποδεικνύει την ανάγκη πιο λεπτομερούς ανάλυσης

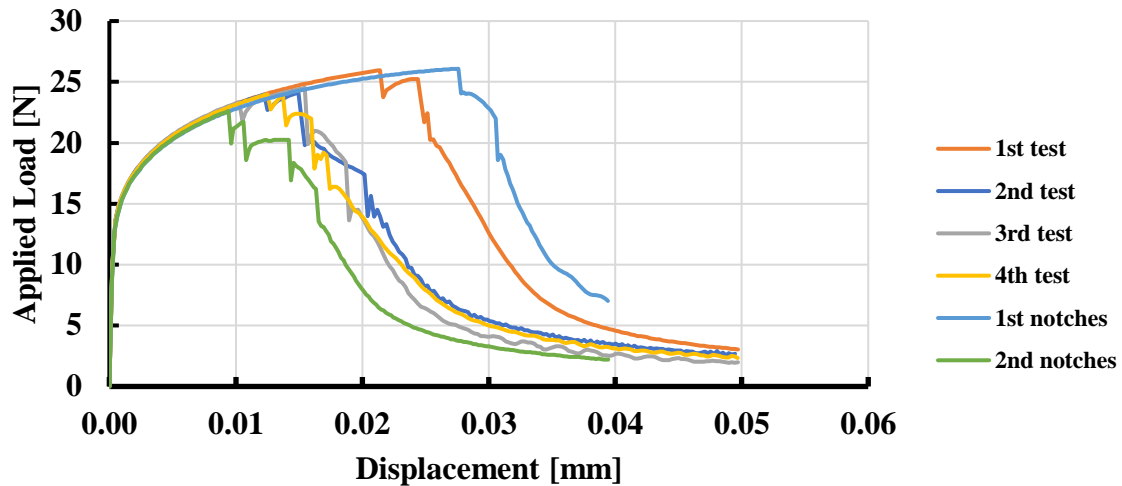
5.3.5 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα



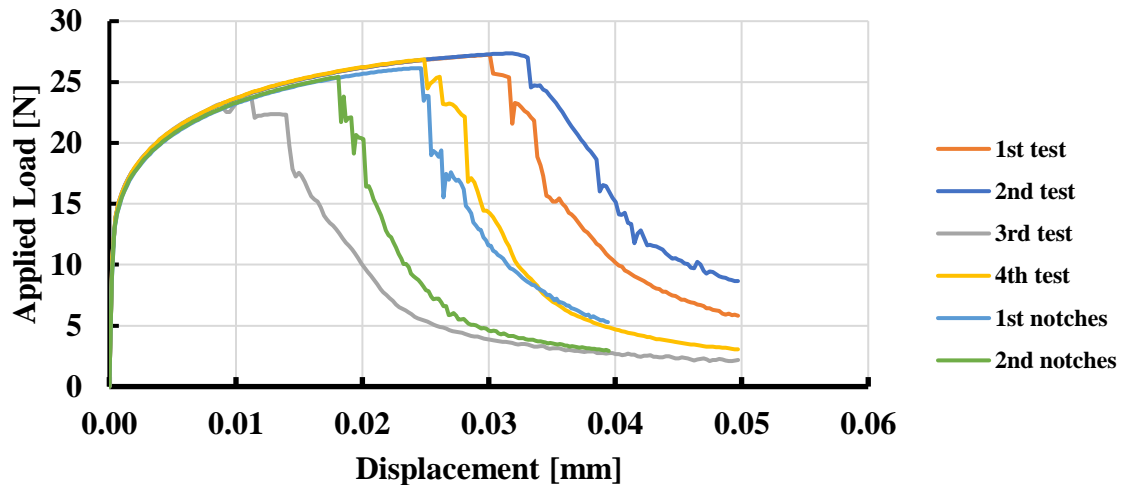
Σχ. 26. Σύγκριση διαγραμμάτων δυνάμεων-μετατοπίσεων για σταθερό κλάσμα όγκου 5%



Σχ. 27. Σύγκριση διαγραμμάτων δυνάμεων-μετατοπίσεων για σταθερό κλάσμα όγκου 10%



Σχ. 28. Σύγκριση διαγραμμάτων δυνάμεων-μετατοπίσεων για σταθερό κλάσμα όγκου 15%



Σχ. 29. Σύγκριση διαγραμμάτων δυνάμεων-μετατοπίσεων για σταθερό κλάσμα όγκου 20%

Από τα σχήματα 26-29 γίνεται αντιληπτό πως δεν υπάρχει συγκεκριμένο κλάσμα όγκου το οποίο συντελεί μεμονωμένα στην αυξημένη αντοχή του δοκιμίου και πως η τυχαία κατανομή μας οδηγεί σε πολύ διαφορετικά αποτελέσματα και όρια θραύσης της όλκιμης μήτρας στο σύνθετο υλικό. Συνολικά, μια μεγαλύτερη σύγκλιση αποτελεσμάτων παρατηρείται για κλάσμα όγκου 15% και αυτό θα μπορούσε να οφείλεται στο παρόμοιο περιβάλλον που δημιουργείται κατά την τυχαία τοποθέτηση των ενισχύσεων, δηλαδή ευμενές για πυρηνοποίηση και διάδοση ρωγμών με παρόμοια μορφή αστοχίας-εφελκυστική. Αντίστοιχα, για διασπορά σωματιδίων με κλάσμα όγκου 20% παρατηρούνται και σύνθετες μορφές αστοχίας, εφελκυστικές-διατμητικές, και για αυτό έχουμε μικρότερη σύγκλιση των διαγραμμάτων. Στα κλάσματα όγκου 5% και 10% η τυχαία κατανομή κρίνει

την μορφή αστοχίας, η οποία θα είναι κατά βάση εφελκυστική. Τέλος, για κλάσμα όγκου 20% παρατηρούνται λιγότερα φαινόμενα μικρό-πλαστικότητας -δηλαδή πτώσης και αναπήδησης των διαγραμμάτων δυνάμεων μετατόπισης- καθώς η θραύση στο επέρχεται σχεδόν στιγμιαία και η ρωγμή διαδίδεται γρηγορότερα στην ορισμένη «αλυσίδα» σωματιδίων.

Κεφάλαιο 6 Παρατηρήσεις-Συμπεράσματα

Τα αποτελέσματα που παράχθηκαν από τις παραπάνω δοκιμές στο λογισμικό Abaqus παρουσιάζουν ομοιότητες όσον αφορά την τάξη μεγέθους των τάσεων και των πλαστικών παραμορφώσεων σε σχέση με τη βιβλιογραφική αναφορά που παρατίθεται (βλ. [11]), το οποίο αποδεικνύει την ορθότητα των αποτελεσμάτων-ευρημάτων και του κώδικα Pythop που γράφτηκε και χρησιμοποιήθηκε για τη μοντελοποίηση του σύνθετου υλικού. Ωστόσο, πρέπει να επισημανθεί πως η διεπιφάνεια των σωματιδίων-μήτρας μοντελοποιήθηκε με πλήρεις δεσμούς (Tie constraints) αντί για συνεκτική διεπιφάνεια, γεγονός που έχει ως αποτέλεσμα να παρατηρούμε ως επί το πλείστον μορφές αστοχίας εφελκυσμού, δηλαδή αστοχία του υλικού με τη ρωγμή να διαδίδεται κάθετα στην επιβολή του φορτίου και ελάχιστες εφελκυστικές-διατμητικές όπου η ρωγμή διαδίδεται κάθετα και παράλληλα της δράσης του επιβαλλόμενου φορτίου.

Επιπρόσθετα, από την παρατήρηση των δοκιμών σημειώνεται ότι τα σωματίδια SiC που βρίσκονται σε κοντινή απόσταση μεταξύ τους δημιουργούν περιοχές συγκεντρώσεων τάσεων που αποτελούν πιθανά σημεία πυρηνοποίησης κενών, τα οποία καθώς επεκτείνονται προς τα επόμενα γειτονικά σωματίδια οδηγούν στη διάδοση της ρωγμής. Βέβαια, σε σημεία με μικρό αριθμό γειτονικών σωματιδίων όπου ελλείπει η δυνατότητα περαιτέρω διάδοσης των τάσεων, λόγω των φαινομένων Poisson, η τριαξονικότητα έχει ως αποτέλεσμα να μη δημιουργείται μέγεθος έντασης ικανό να «σπάσει» το υλικό.

Από τα διαγράμματα επίσης που παρατίθενται στο προηγούμενο Κεφάλαιο (5.3.), γίνεται αντιληπτό ότι η αύξηση του κλάσματος όγκου δεν επιφέρει κατ' ανάγκη αύξηση της συνολικής αντοχής του σύνθετου υλικού. Αυτό συμβαίνει λόγω της τυχαίας κατανομής των σωματιδίων που δύναται να δημιουργήσει ένα ευμενές περιβάλλον πυρηνοποίησης και διάδοσης ρωγμών (γειτονικά σωματίδια). Επομένως, κρίνεται αναγκαία η βελτιστοποίηση της διάταξης των ενισχύσεων ώστε να επωφεληθούμε των αυξημένων ιδιοτήτων αντοχής τους.

Ακόμη, αξίζει να τονισθεί πως κρίσιμη είναι και η επιλογή του χρονικού βήματος στην ανάλυση μηχανικών συστημάτων. Στην περίπτωση μας, η συμπεριφορά του υλικού κρίνεται ικανοποιητική για χρονικό βήμα 10^{-6} σε αντίθεση με τις ίδιες αναλύσεις με χρονικό βήμα 10^{-5} όπου το διάγραμμα εμφανίζει μια αποσβεννυμένη ταλάντωση που δεν ανταποκρίνεται σε ρεαλιστική απόκριση σε μια δοκιμή εφελκυσμού (όπως διαφαίνεται και στο Σχ. 25 σελ.103). Άρα, σε κάθε ανάλυση είναι σημαντικό να επιλέγουμε το κατάλληλο χρονικό βήμα και την κατάλληλη διακριτοποίηση ώστε τα αποτελέσματα να είναι ακριβή και ρεαλιστικά με όσο το δυνατόν χαμηλότερο υπολογιστικό κόστος.

Τελευταίο εύρημα αποτελεί η επιτάχυνση της διάδοσης της ρωγμής και τελικής αστοχίας του σύνθετου υλικού όταν το έλασμα διαθέτει πλευρικές εγκοπές, οι οποίες δημιουργούν επιπλέον σημεία συγκέντρωσης τάσεων στις αιχμηρές τους γωνίες. Συγκεκριμένα, είναι πρόδηλο πως σε κάθε ανάλυση όπου το έλασμα διαθέτει εγκοπές η αστοχία έχει επέλθει στο επίπεδο των εγκοπών και είναι κάθετη στην επιβολή του φορτίου (εφελκυστική).

Κεφάλαιο 7 Βιβλιογραφία

- [1] Παπαδρακάκης, Μ., 2001. Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. *Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα*, 2.
- [2] Παπαδρακάκης, Μ. (1996). Μαθήματα Στατικής V, Πλαστική Ανάλυση Ραβδωτών Φορέων-Σύγχρονες Μέθοδοι, *Εκδόσεις ΕΜΠ*, Αθήνα.
- [3] Προβατίδης, Χ.Γ., 2016. πεπερασμένα στοιχεία στην ανάλυση κατασκευών. *Εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ, Θεσσαλονίκη*.
- [4] Χ. Γαντές, Βασικές έννοιες επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, Αθήνα 2015
- [5] Akram, S. and Ann, Q.U., 2015. Newton Raphson method. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 6(7), pp.1748-1752.
- [6] Belytschko, T., Ong, J.S.J., Liu, W.K. and Kennedy, J.M., 1984. Hourglass control in linear and nonlinear problems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 43(3), pp.251-276.
- [7] Ben-Israel, A., 1966. A Newton-Raphson method for the solution of systems of equations. *Journal of Mathematical analysis and applications*, 15(2), pp.243-252.
- [8] Chartier, T., Merle, D. and Besson, J.L., 1995. Laminar ceramic composites. *Journal of the European Ceramic Society*, 15(2), pp.101-107.
- [9] Chawla, N. and Shen, Y.L., 2001. Mechanical behavior of particle reinforced metal matrix composites. *Advanced engineering materials*, 3(6), pp.357-370.
- [10] Clough, R.W. and Wilson, E.L., 1971. Dynamic finite element analysis of arbitrary thin shells. *Computers & Structures*, 1(1-2), pp.33-56.
- [11] Gad, S.I., Attia, M.A., Hassan, M.A. and El-Shafei, A.G., 2021. Predictive computational model for damage behavior of metal-matrix composites emphasizing the effect of particle size and volume fraction. *Materials*, 14(9), p.2143.
- [12] Gad, S.I., Attia, M.A., Hassan, M.A. and El-Shafei, A.G., 2021. A random microstructure-based model to study the effect of the shape of reinforcement particles on the damage of elastoplastic particulate metal matrix composites. *Ceramics International*, 47(3), pp.3444-3461.
- [13] Hughes, T.J. and Liu, W.K., 1981. Nonlinear finite element analysis of shells-part II. two-dimensional shells. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 27(2), pp.167-181.
- [14] Joldes, G.R., Wittek, A. and Miller, K., 2008. An efficient hourglass control implementation for the uniform strain hexahedron using the total Lagrangian

formulation. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 24(11), pp.1315-1323.

[15] Kinloch, A.J., Maxwell, D.L. and Young, R.J., 1985. The fracture of hybrid-particulate composites. *Journal of materials science*, 20, pp.4169-4184.

[16] Koh, B.C. and Kikuchi, N., 1987. New improved hourglass control for bilinear and trilinear elements in anisotropic linear elasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 65(1), pp.1-46.

[17] Kutz, M. ed., 2015. *Mechanical engineers' handbook, volume 1: Materials and engineering mechanics*. John Wiley & Sons.

[18] Mtanes, E. and Jabareen, M., 2014. A plane strain quadrilateral Cosserat point element (CPE) for nonlinear orthotropic elastic materials—An extension to initially distorted geometry and general orthotropic directions. *Finite Elements in Analysis and Design*, 87, pp.10-21.

[19] Murugesan, M. and Jung, D.W., 2019. Johnson Cook material and failure model parameters estimation of AISI-1045 medium carbon steel for metal forming applications. *Materials*, 12(4), p.609.

[20] Pawsey, S.F. and Clough, R.W., 1971. Improved numerical integration of thick shell finite elements. *International journal for numerical methods in engineering*, 3(4), pp.575-586.

[21] Qing, H., 2013. 2D micromechanical analysis of SiC/Al metal matrix composites under tensile, shear and combined tensile/shear loads. *Materials & Design*, 51, pp.438-447.

[22] Rohatgi, P.K., 1993. Metal matrix composites. *Defence science journal*, 43(4), p.323.

[23] Ryu, H.J., Cha, S.I. and Hong, S.H., 2003. Generalized shear-lag model for load transfer in SiC/Al metal-matrix composites. *Journal of materials research*, 18(12), pp.2851-2858.

[24] Smoljanović, H., Balić, I., Trogrlić, B., Živaljić, N. and Munjiza, A., 2021. Finite strain numerical model for the nonlinear analysis of thin shells. *Engineering Structures*, 234, p.111964.

[25] Soleymani Shishvan, S. and Asghari, A.H., 2016. Particle size effect in metal matrix composites: A study by the continuum theory of stress gradient plasticity. *Journal of Composite Materials*, 50(13), pp.1717-1723.

[26] Suo, Y., Wang, B., Jia, P. and Gong, Y., 2020. Numerical analysis of mechanical properties and particle cracking probability of metal matrix composites. *Materials Today Communications*, 24, p.101082.