



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Εντοπισμός Θέσης Σφάλματος σε Γραμμές Μεταφοράς  
Ηλεκτρικής Ενέργειας χωρίς Θεώρηση των Παραμέτρων  
τους μέσω Συγχρονισμένων Μετρήσεων Φασιθετών**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μουδούρης Θεόδωρος

Επιβλέπων : Γεώργιος Κορρές

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος, 2023





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Εντοπισμός Θέσης Σφάλματος σε Γραμμές Μεταφοράς Ηλεκτρικής  
Ενέργειας χωρίς Θεώρηση των Παραμέτρων τους μέσω Συγχρονισμένων  
Μετρήσεων Φασιθετών**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μουδούρης Θεόδωρος

**Επιβλέπων :** Γεώργιος Κορρές  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 14<sup>η</sup> Νοεμβρίου 2023 .

---

Γεώργιος Κορρές  
Καθηγητής  
Ε.Μ.Π.

---

Παύλος Γεωργιλάκης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

---

Ιωάννης Γκόνος  
Καθηγητής  
Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος, 2023

.....  
Μουδούρης Θεόδωρος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Θεόδωρος Μουδούρης, 2023

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Περίληψη

Σήμερα έχει δημιουργηθεί η ανάγκη για φθηνή και καλής ποιότητας ηλεκτρική ενέργεια. Δύο άρρηκτα συνδεδεμένες έννοιες με αυτά τα χαρακτηριστικά είναι οι έννοιες της προστασίας και της ανίχνευσης σφαλμάτων του ηλεκτρικού συστήματος. Δύο έννοιες διαφορετικές αλλά με συμπληρωματικό ρόλο. Όταν συμβαίνει ένα βραχυκύκλωμα σε μία γραμμή μεταφοράς του δικτύου, τα αρμόδια μέσα προστασίας του δικτύου φροντίζουν ώστε το σφάλμα αυτό να απομονωθεί τάχιστα και να μην επιφέρει ζημιές στον υπόλοιπο εξοπλισμό. Αφού απομονωθεί και αποσβεστεί το σφάλμα, αυτό το τμήμα του δικτύου θα πρέπει να επανασυνδεθεί στο δίκτυο. Όμως, πριν γίνει η διασύνδεση θα πρέπει οι χειριστές να είναι σίγουροι ότι στο σημείο που έγινε το βραχυκύκλωμα δεν έχει προκληθεί κάποια ζημιά, διότι αν γίνει διασύνδεση έχοντας προκληθεί ζημιά, τότε το δίκτυο θα είναι επιρρεπές και σε άλλα βραχυκυκλώματα. Αυτός ακριβώς είναι ο ρόλος της ανίχνευσης σφαλμάτων. Έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές για την ακριβή εκτίμηση του σημείου όπου συνέβη ένα βραχυκύκλωμα, καθώς αυτό είναι πολύ δύσκολο να εντοπιστεί εποπτικά για μία γραμμή μεταφοράς εκτεινόμενη σε μερικά εκατοντάδες χιλιόμετρα.

Στην παρούσα εργασία έγινε μία διερεύνηση των μεθόδων ανίχνευσης σφαλμάτων, βασιζόμενων σε συγχρονισμένες μετρήσεις τάσεως και ρεύματος που λαμβάνονται από μονάδες μέτρησης φασιθετών (PMUs) στα δύο άκρα της γραμμής μεταφοράς με θεώρηση ως αγνώστων των παραμέτρων της γραμμής. Η μελέτη διαρθρώθηκε σε δύο άξονες, στο μοντέλο αναπαράστασης γραμμής μεταφοράς μικρού μήκους και στο μοντέλο αναπαράστασης γραμμής μεταφοράς μεσαίου μήκους. Αρχικά, γίνεται αναλυτική μελέτη για όλα τα είδη βραχυκυκλωμάτων με μοντέλο γραμμής μικρού μήκους και αποδεικνύονται θεωρητικά διάφορες προσεγγίσεις ανίχνευσης της θέσης του σφάλματος. Έπειτα, γίνεται η ίδια ακριβώς αναλυτική θεωρητική μελέτη για το μοντέλο γραμμής μεσαίου μήκους και αποδεικνύονται αντίστοιχες προσεγγίσεις εκτιμήσεων της θέσης του σφάλματος.

Εν συνεχεία, παρουσιάζονται προσομοιώσεις που έγιναν με το πρόγραμμα Mathcad για την αξιολόγηση των μεθόδων αυτών που αποδείχθηκαν θεωρητικά καθώς και μερικών επιπλέον μεθόδων που προτείνονται στη βιβλιογραφία. Τέλος, αναφέρονται τα συμπεράσματα τα οποία εξήχθησαν από την αξιολόγηση που υλοποιήθηκε για τις μεθόδους.

**Λέξεις Κλειδιά:** Ανίχνευση σφαλμάτων, βραχυκύκλωμα, μοντέλο αναπαράστασης γραμμής μικρού μήκους, μοντέλο αναπαράστασης γραμμής μεσαίου μήκους



## *Abstract*

Nowadays there is the requirement for low-cost and high-quality electrical energy. Two inextricably linked meanings to these features are the protection and the fault location of an electrical system. Two different concepts but with complementary role. When a short circuit occurs in a transmission line, the means, which are responsible for the protection, care for the rapid isolation of the fault so that it will not induce any further damage in the rest system's equipment. Then, when the fault has been isolated and extinguished, the isolated part of the system must be reconnected to the rest of the system. However, before the reconnection happens, the controllers of the system have to be sure that there is no damage to the point where the fault occurred, because if there is any damage and the reconnection happens, this part will be sensible to further future faults. That is exactly the role of fault location identification. Through the years many different techniques have been developed for exact estimation of the fault point, since this would be impossible only by inspection, as a transmission line can be extended in some hundred kilometres.

In this thesis an investigation is conducted for developing fault location methods having as inputs synchronized measurements of voltages and currents measured by Phasor Measurement Units (PMUs) at both ends of the line without utilizing line parameters. This thesis consists of two parts: the short and the medium-length transmission line models. Initially, a detailed study is presented for all types of short circuits, with the short transmission line model and associated theoretical proofs are provided. Afterwards, the exact same analysis is done for the medium-length model and corresponding methods are proven.

Furthermore, there are many tests that happened in the environment of Mathcad and the purpose is to help us evaluate the methods which were theoretically developed in this thesis and some methods that are advised by the bibliography that was studied for the implementation of this thesis. Last but not least, some conclusions that I reached from all the evaluation process are presented in the last chapter.

**Key words:** fault location, short-circuit, short transmission line model, medium-length transmission line model





## *Ευχαριστίες*

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Γεώργιο Κορρέ, καθηγητή του Ε.Μ.Π., ο οποίος με συμβούλεψε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα για τη διπλωματική μου εργασία και ανέλαβε ο ίδιος την επίβλεψη της. Ήταν πάντα διαθέσιμος για να τον απασχολώ για ό,τι δυσκολία προέκυπτε κατά την εκπόνηση της και ήταν πρόθυμος πάντα να βοηθήσει. Τον ευχαριστώ για την άριστη συνεργασία που είχαμε.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους αγαπημένους μου ανθρώπους, την οικογένεια μου και τους φίλους μου, διότι με στηρίζουν σε κάθε μου βήμα, είναι πάντα δίπλα μου και συντελούν στο να γίνομαι διαρκώς καλύτερος άνθρωπος.



## *Πίνακας Περιεχομένων*

<b>Ευρετήριο Εικόνων.....</b>	<b>13</b>
<b>Ευρετήριο Πινάκων.....</b>	<b>15</b>
<b>1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Εισαγωγή.....</b>	<b>17</b>
1.1 Ανίχνευση Σφαλμάτων.....	17
1.2 Είδη Ανίχνευσης Σφαλμάτων.....	17
1.3 Ανίχνευση Σφαλμάτων με χρήση μετρήσεων θεμελιώδους συνιστώσας των ρευμάτων και των τάσεων.....	18
1.4 Γνωστικό Υπόβαθρο: Μοντέλα Αναπαράστασης Γραμμής Μεταφοράς.....	18
1.4.1 Μοντέλο Μικρού Μήκους Γραμμής Μεταφοράς.....	19
1.4.2 Μοντέλο Μεσαίου Μήκους Γραμμής Μεταφοράς.....	20
1.4.3 Μοντέλο Μεγάλου Μήκους Γραμμής Μεταφοράς.....	20
<b>2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Ανίχνευση Σφαλμάτων σε Μοντέλου Μικρού Μήκους Γραμμής Μεταφοράς.....</b>	<b>23</b>
2.1 Μονοφασικό Βραχυκύκλωμα.....	23
2.2 Διφασικό Βραχυκύκλωμα.....	25
2.3 Τριφασικό Βραχυκύκλωμα.....	29
<b>3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Ανίχνευση Σφαλμάτων σε Μοντέλου Μεσαίου Μήκους Γραμμής Μεταφοράς.....</b>	<b>35</b>
3.1 Μονοφασικό Βραχυκύκλωμα.....	35
3.2 Διφασικό Βραχυκύκλωμα.....	40
3.3 Τριφασικό Βραχυκύκλωμα.....	45
<b>4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Αποτελέσματα Προσομοιώσεων.....</b>	<b>53</b>
4.1 Μοντέλο Μικρού Μήκους Γραμμής Μεταφοράς.....	53
4.2 Μοντέλο Μεσαίου Μήκους Γραμμής Μεταφοράς.....	61
<b>5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: Συμπεράσματα.....</b>	<b>71</b>
<b>Παράρτημα: Ανάλυση Πειραματικών Δοκιμών.....</b>	<b>73</b>
<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>89</b>



## *Ευρετήριο Εικόνων*

Εικόνα 1.1 :	Μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα γραμμής μεταφοράς με κατανεμημένες παραμέτρους.....	19
Εικόνα 1.2 :	Μονοφασικό ισοδύναμο μοντέλο μικρού μήκους τριφασικής γραμμής μεταφοράς.....	20
Εικόνα 1.3 :	Ονομαστικό κύκλωμα $\pi$ γραμμής μεταφοράς μεσαίου μήκους.....	21
Εικόνα 1.4 :	Ονομαστικό ισοδύναμο κύκλωμα $\pi$ της γραμμής μεταφοράς μεγάλου μήκους.....	22
Εικόνα 2.1 :	Μονοφασικό βραχυκύκλωμα σε γραμμή μεταφοράς μικρού μήκους σε απόσταση $m$ από το άκρο αναχώρησης $S$ .....	24
Εικόνα 2.2 :	Κύκλωμα θετικής ακολουθίας για τη γραμμή μεταφοράς κατά τη διάρκεια του βραχυκυκλώματος.....	24
Εικόνα 2.3 :	Διφασικό βραχυκύκλωμα σε γραμμή μεταφοράς μικρού μήκους σε απόσταση $m$ από το άκρο αναχώρησης $S$ . (a) Διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη με αντίσταση σφάλματος. (b) Διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος.....	27
Εικόνα 2.4 :	Τριφασικό βραχυκύκλωμα σε απόσταση $m$ από την αναχώρηση $S$ της γραμμής μοντέλου μικρού μήκους. (a) Τριφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος χωρίς γη. (b) Τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη αλλά με αντίσταση σφάλματος μεταξύ των φάσεων. (c) Τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ του βραχυκυκλώματος και της γης.....	30
Εικόνα 3.1 :	Μονοφασικό βραχυκύκλωμα σε γραμμή μεταφοράς μεσαίου μήκους σε απόσταση $m$ από το άκρο αναχώρησης $S$ .....	36
Εικόνα 3.2 :	Κύκλωμα θετικής ακολουθίας για τη γραμμή μεταφοράς κατά τη διάρκεια του βραχυκυκλώματος.....	36
Εικόνα 3.3 :	Διφασικό βραχυκύκλωμα σε γραμμή μεταφοράς μεσαίου μήκους σε απόσταση $m$ από το άκρο αναχώρησης $S$ . (a) Διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη με αντίσταση σφάλματος. (b) Διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος.....	41
Εικόνα 3.4 :	Τριφασικό βραχυκύκλωμα σε απόσταση $m$ από την αναχώρηση $S$ της γραμμής μοντέλου μεσαίου μήκους. (a) Τριφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη με αντίσταση σφάλματος. (b) Τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη αλλά με αντίσταση σφάλματος μεταξύ των τριών φάσεων. (c) Τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ του βραχυκυκλώματος και της γης.....	46
Εικόνα 4.1 :	Το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας με το οποίο έγιναν οι δοκιμές.....	53
Εικόνα 4.2 :	Οι αποκλίσεις που εμφανίζονται από τις μεθόδους του μοντέλου μικρού μήκους για μονοφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με $1\Omega$ και με αντίσταση σφάλματος ίση με $10\Omega$ .....	55
Εικόνα 4.3 :	Οι αποκλίσεις που εμφανίζονται από τις μεθόδους του μοντέλου μικρού μήκους για διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη και χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με $1\Omega$ και με αντίσταση σφάλματος ίση με $10\Omega$ .....	57

Εικόνα 4.4 :	Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μικρού μήκους για διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με $1\Omega$ και με αντίσταση σφάλματος ίση με $10\Omega$ .....	59
Εικόνα 4.5 :	Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μικρού μήκους για τριφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος με ή χωρίς γη ή βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ του σφάλματος και της γης, τριφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος ίση με $1\Omega$ και με αντίσταση σφάλματος ίση με $10\Omega$ η οποία βρίσκεται μεταξύ των φάσεων στο βραχυκύκλωμα.....	61
Εικόνα 4.6 :	Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μεσαίου μήκους για μονοφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με $1\Omega$ και με αντίσταση σφάλματος ίση με $10\Omega$ .....	63
Εικόνα 4.7 :	Οι αποκλίσεις που εμφανίζονται από τις μεθόδους του μοντέλου μεσαίου μήκους για διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη και χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με $1\Omega$ και με αντίσταση σφάλματος ίση με $10\Omega$ .....	65
Εικόνα 4.8 :	Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μεσαίου μήκους για διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με $1\Omega$ και με αντίσταση σφάλματος ίση με $10\Omega$ ....	67
Εικόνα 4.9 :	Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μεσαίου μήκους για τριφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος ως προς γη ή χωρίς γη ή βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος η οποία βρίσκεται μεταξύ του σφάλματος και της γης, τριφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος ίση με $1\Omega$ και με αντίσταση σφάλματος ίση με $10\Omega$ που εμπλέκεται στο σφάλμα μεταξύ των τριών φάσεων.....	69
Εικόνα Π.1 :	Το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας με το οποίο έγιναν οι δοκιμές.....	73

## *Ευρετήριο Πινάκων*

Πίνακας 4.1 : Αποτελέσματα δοκιμών για μονοφασικό σφάλμα σε μοντέλο μικρού μήκους.....	54
Πίνακας 4.2 : Αποτελέσματα δοκιμών για διφασικό σφάλμα χωρίς γη σε μοντέλο μικρού μήκους.....	56
Πίνακας 4.3 : Αποτελέσματα δοκιμών για διφασικό σφάλμα ως προς γη σε μοντέλο μικρού μήκους.....	58
Πίνακας 4.4 : Αποτελέσματα δοκιμών για τριφασικό σφάλμα σε μοντέλο μικρού μήκους.....	60
Πίνακας 4.5 : Αποτελέσματα δοκιμών για μονοφασικό σφάλμα σε γραμμή μοντέλου μεσαίου μήκους.....	62
Πίνακας 4.6 : Αποτελέσματα δοκιμών για διφασικό σφάλμα χωρίς γη σε γραμμή μοντέλου μεσαίου μήκους.....	64
Πίνακας 4.7 : Αποτελέσματα δοκιμών για διφασικό σφάλμα ως προς γη σε γραμμή μοντέλου μεσαίου μήκους.....	66
Πίνακας 4.8 : Αποτελέσματα δοκιμών για τριφασικό σφάλμα σε μοντέλο μεσαίου μήκους.	68





# 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Εισαγωγή

### 1.1 Ανίχνευση Σφαλμάτων

Ανίχνευση σφαλμάτων (fault location) είναι η διαδικασία που έχει ως στόχο τον εντοπισμό της θέσης στην οποία συμβαίνει ένα σφάλμα στο δίκτυο με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια [1]. Στις μέρες μας, όπου η τεχνολογία έχει σημειώσει και συνεχίζει να σημειώνει ραγδαία ανάπτυξη, η ηλεκτρική ενέργεια έχει διεισδύσει ολοκληρωτικά στη ζωή μας και έχει δημιουργηθεί η απαίτηση για αδιάκοπης και υψηλής ποιότητας παροχή της. Η προστασία του δικτύου καθώς και η ανίχνευση σφαλμάτων είναι άρρηκτα συνδεδεμένες έννοιες με την αξιοπιστία και τη συνεχή λειτουργία του, καθώς τα σφάλματα τα οποία προκύπτουν σε ευάλωτα σημεία του δικτύου θα πρέπει να περιορίζονται τάχιστα, διότι υπάρχει ο κίνδυνος καταστροφής του εξοπλισμού, κυρίως στα πιο επιρρεπή τμήματα όπως οι μετασχηματιστές και οι γεννήτριες. Επιπρόσθετα, πέραν από τον περιορισμό του σφάλματος, που σε αυτό συμβάλλουν τα στοιχεία προστασίας του δικτύου, θα πρέπει να επιδιορθωθούν όλες οι βλάβες οι οποίες έχουν προκληθεί από το σφάλμα πριν να ενταχθούν πάλι στο δίκτυο τα συγκεκριμένα τμήματα που επλήγησαν από το σφάλμα. Σε αυτό συμβάλλει η θεωρία της ανίχνευσης σφαλμάτων, καθώς είναι αναγκαίο να γνωρίζουμε την θέση όπου συνέβη το σφάλμα με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια, διότι οι γραμμές στο σύστημα μεταφοράς εκτείνονται σε μεγάλες χιλιομετρικές αποστάσεις, οπότε δεν είναι εύκολο να εξετάζουμε εοπτικά ολόκληρη τη γραμμή.

### 1.2 Είδη Ανίχνευσης Σφαλμάτων

Η ανίχνευση σφαλμάτων, λόγω της μεγάλης σημασίας της για την εύρυθμη λειτουργία των δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας, έχει κεντρίσει το ενδιαφέρον μεγάλου τμήματος της επιστημονικής κοινότητας και έχουν αναπτυχθεί αρκετές τεχνικές για την υλοποίησή της. Οι αναπτυχθείσες μέθοδοι μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής [1] :

- **Τεχνική ανίχνευσης βασισμένη στις μετρήσεις των θεμελιωδών συνιστωσών των ρευμάτων και των τάσεων, κυρίως από επαγωγικές μετρήσεις.** Είναι απλή και οικονομική μέθοδος στην υλοποίησή της. Οι μετρήσεις που χρησιμοποιούνται για την τεχνική αυτή μπορεί να είναι από το ένα άκρο της γραμμής, από τα δύο άκρα, είτε απομακρυσμένες. Όσο περισσότερα στοιχεία υπάρχουν για το σφάλμα τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια θα υπάρχει στα αποτελέσματα.
- **Τεχνική ανίχνευσης βασισμένη στη θεωρία των οδοντών κυμάτων.** Είναι πολύπλοκη τεχνική και έχει υψηλό κόστος, αλλά παρουσιάζει μεγάλη ακρίβεια στα αποτελέσματα και πολύ μικρούς χρόνους απόκρισης, γι' αυτό και χαίρει τελευταία μεγάλου επιστημονικού ενδιαφέροντος. Θεωρεί τις τάσεις και τα ρεύματα ως κύματα που ταξιδεύουν με την ταχύτητα του φωτός από το σημείο του σφάλματος έως τα άκρα της γραμμής μεταφοράς στην οποία συνέβη το σφάλμα.

- **Τεχνική ανίχνευσης βασισμένη στα υψίσυχνα στοιχεία των ρευμάτων και των τάσεων που παράγονται κατά τη διάρκεια των σφαλμάτων.** Η τεχνική αυτή θεωρείται ακριβή καθώς απαιτούνται ειδικά φίλτρα για τη μέτρηση των υψίσυχνων στοιχείων, γι' αυτό και δεν είναι ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος.
- **Τεχνική ανίχνευσης βασισμένη στη γνώση και την εμπειρία.** Καθώς γινόμαστε μάρτυρες της τεράστιας ανάπτυξης που λαμβάνει ο τομέας της γνώσης και της τεχνητής νοημοσύνης έχουν γίνει προσπάθειες να αναπτυχθούν μέθοδοι ανίχνευσης σφαλμάτων στα δίκτυα κάνοντας χρήση αυτών των τεχνολογιών.

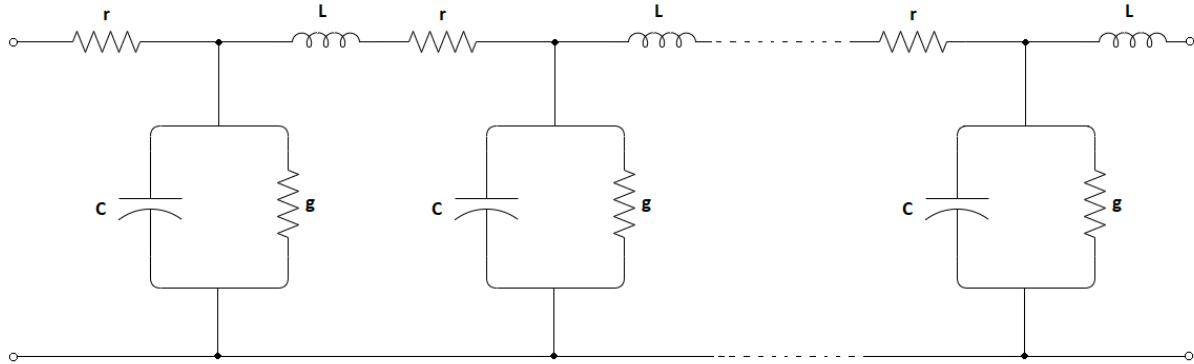
### **1.3 Ανίχνευση Σφαλμάτων με χρήση μετρήσεων θεμελιώδους συνιστώσας των ρευμάτων και των τάσεων**

Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με την τεχνική ανίχνευσης σφαλμάτων μέσω μετρήσεων της θεμελιώδους συνιστώσας των ρευμάτων και των τάσεων. Λαμβάνοντας μετρήσεις τάσεων και ρευμάτων σε διάφορα σημεία του δικτύου προσπαθούμε, με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια, να εντοπίσουμε το σημείο στο οποίο συμβαίνει ένα σφάλμα. Είναι μία οικονομική τεχνική, καθώς απαιτεί τα μετρητικά και τα υπολογιστικά εργαλεία, αλλά χρειάζεται και τηλεπικοινωνιακά μέσα ώστε όλες οι μετρήσεις να είναι διαθέσιμες ανά πάσα στιγμή. Έχουν προταθεί αρκετές μέθοδοι που στηρίζονται σε διαφορετικές τεχνικές και σε διαφορετικό είδος μετρήσεων. Μπορούμε να έχουμε μετρήσεις μονάχα από το ένα άκρο μιας γραμμής μεταφοράς στην οποία συμβαίνει ένα σφάλμα, από τα δύο άκρα, καθώς και απομακρυσμένες μετρήσεις. Επίσης, ανάλογα με τα όργανα μέτρησης μπορεί οι μετρήσεις να είναι συγχρονισμένες σε μια γωνία αναφοράς όταν προέρχονται από μετρητές φασητετών (PMUs) καθώς και ασυγχρόνιστες ως προς κάποια γωνία αναφοράς οπότε σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να βρεθεί και η γωνία αναφοράς κάνοντας συνθετότερο το πρόβλημα. Συνεπώς, έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι για να καλύπτουν όλες αυτές τις περιπτώσεις. Επιπλέον, ανάλογα με τη μοντελοποίηση που επιλέγεται για τη γραμμή μεταφοράς διαφοροποιείται η προτεινόμενη μέθοδος ανίχνευσης. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο μικρού μήκους, όπως στις εργασίες [5], [13], όπου δεν λαμβάνονται υπόψιν οι εγκάρσιες αγωγιμότητες της γραμμής μεταφοράς, αλλά το οποίο είναι και το λιγότερο ακριβές. Το μοντέλο μεσαίου μήκους, [6], όπου λαμβάνονται υπόψιν οι εγκάρσιες αγωγιμότητες και το μοντέλο μεγάλου μήκους, [7], [8], [9], [10], [11], [12], το οποίο είναι το πιο σύνθετο αλλά και το πιο ακριβές.

### **1.4 Γνωστικό Υπόβαθρο: Μοντέλα Αναπαράστασης Γραμμής Μεταφοράς**

Στην προηγούμενη παράγραφο έγινε μία αναφορά για τη μοντελοποίηση της γραμμής μεταφοράς που επιλέγεται σε κάθε μέθοδο. Σε αυτή την παράγραφο θα παρουσιαστούν τα απαραίτητα στοιχεία τα οποία χρησιμοποιούνται σε ολόκληρη τη μελέτη. Όπως παρουσιάζεται στην *Εικόνα 1.1*, μία γραμμή μεταφοράς μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα κατανεμημένων παραμέτρων, οι οποίες είναι: η ωμική αντίσταση της

γραμμής ανά φάση και ανά μονάδα μήκους,  $r$ , σε  $\Omega/m$ , η αυτεπαγωγή της γραμμής ανά φάση και ανά μονάδα μήκους,  $L$ , σε  $H/m$ , η εγκάρσια αγωγιμότητα,  $g$ , ανά φάση και ανά μονάδα μήκους, σε  $S/m$  και τέλος η εγκάρσια χωρητικότητα,  $C$ , της γραμμής ανά φάση και ανά μονάδα μήκους, σε  $F/m$ .



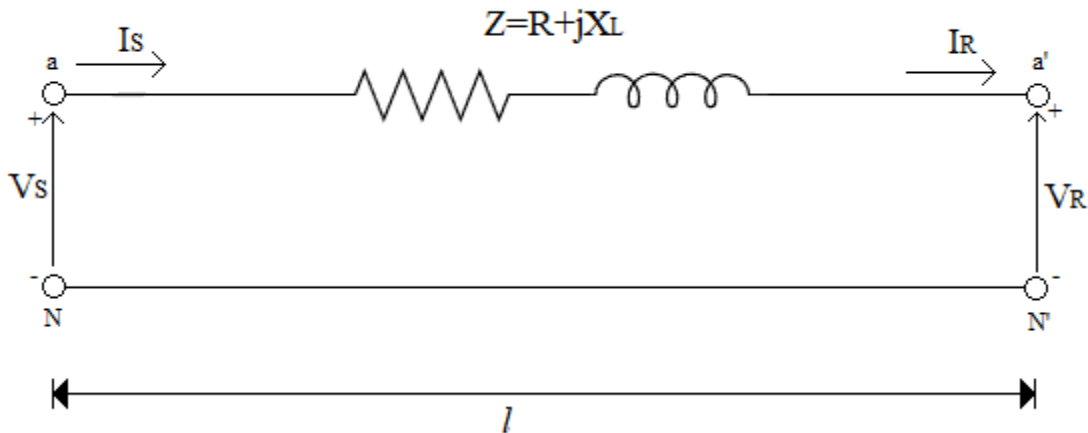
*Εικόνα 1.1 : Μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα γραμμής μεταφοράς με κατανεμημένες παραμέτρους*

Οι παράμετροι αυτές κατανέμονται ομοιόμορφα στη γραμμή μεταφοράς. Ανάλογα με τις υποθέσεις που κάνουμε για τη γραμμή μεταφοράς εξάγονται διάφορα μονοφασικά ισοδύναμα μοντέλα αναπαράστασης [3]. Στην παρούσα μελέτη θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με τα ισοδύναμα μοντέλα  $\pi$  της γραμμής, με τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Η τριφασική γραμμή μεταφοράς να αποτελεί τμήμα ενός συνολικού τριφασικού συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, το οποίο είναι συμμετρικό, βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας και το σύστημα των τάσεων είναι συμμετρικό ημιτονοειδές.
- Εφαρμόζεται κυκλική αντιμετάθεση στους αγωγούς της γραμμής μεταφοράς.

#### 1.4.1 Μοντέλο Μικρού Μήκους Γραμμής Μεταφοράς

Για την εξαγωγή του ισοδύναμου μοντέλου μικρού μήκους αγνοούνται όλα τα εγκάρσια στοιχεία της γραμμής,  $C, g$ . Το μοντέλο αυτό παρουσιάζεται στην *Εικόνα 1.2*. Τα σημεία αναχώρησης και άφιξης της γραμμής συμβολίζονται με  $S$  και  $R$  αντίστοιχα. Συνεπώς, τα  $V_S, I_S$  συμβολίζουν την τάση και το ρεύμα στην αναχώρηση και αντίστοιχα τα  $V_R, I_R$  στην άφιξη της γραμμής. Τα στοιχεία της ισοδύναμης αντίστασης σειράς της γραμμής,  $Z$ , είναι η συνολική ωμική αντίσταση  $R$  και η συνολική επαγωγική αντίδραση  $X_L$ . Με το μοντέλο αυτό επιτυγχάνεται σημαντική ακρίβεια για γραμμές μεταφοράς μήκους έως  $80km$  περίπου.



*Εικόνα 1.2 : Μονοφασικό ισοδύναμο μοντέλο μικρού μήκους τριφασικής γραμμής μεταφοράς.*

Η εξίσωση που χαρακτηρίζει την ισοδύναμη αντίσταση σειράς της γραμμής μεταφοράς είναι :

$$Z = zl = R + jX_L = rl + jx_Ll = rl + j\omega Ll = rl + j2\pi fLl \quad (1.1)$$

#### 1.4.2 Μοντέλο Μεσαίου Μήκους Γραμμής Μεταφοράς

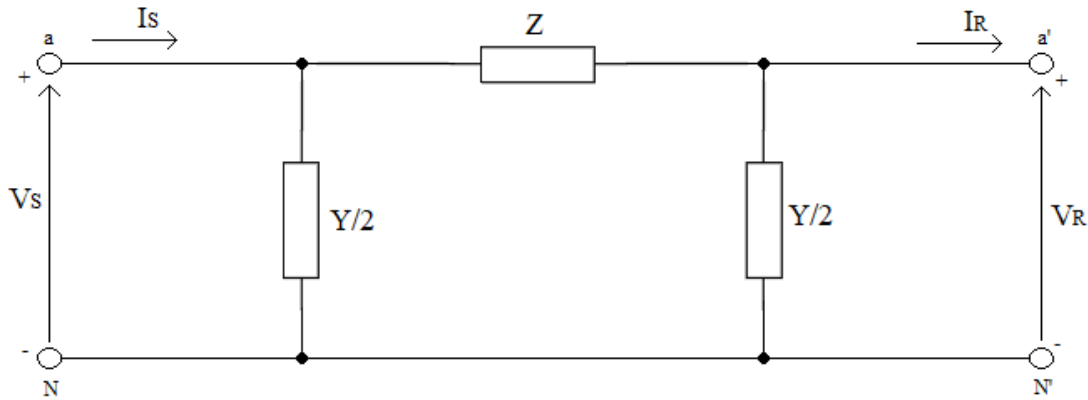
Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή από όλα τα μοντέλα αναπαράστασης γραμμής μεταφοράς (μοντέλο T, μοντέλο  $\pi$ , μοντέλο ABCD) θα ασχοληθούμε μόνο με το μοντέλο  $\pi$ . Το μονοφασικό ισοδύναμο μοντέλο  $\pi$  μεσαίου μήκους παρουσιάζεται στην *Εικόνα 1.3*. Επιτυγχάνεται μεγαλύτερη ακρίβεια από το μοντέλο μικρού μήκους καθώς λαμβάνονται υπόψιν και τα εγκάρσια στοιχεία πέραν αυτών της σειράς και τα αποτελέσματα του είναι ικανοποιητικά για γραμμή μεταφοράς μήκους έως 240km.

Η εξίσωση που διέπει το μοντέλο αυτό είναι η (1.1) για την ισοδύναμη αντίσταση σειράς της γραμμής Z, ενώ για την εγκάρσια αγωγιμότητα αυτής ισχύει:

$$Y = yl = G + j\frac{1}{x_c} = gl + j\frac{1}{x_c}l = gl + j\omega Cl = gl + j2\pi fCl \quad (1.2)$$

#### 1.4.3 Μοντέλο Μεγάλου Μήκους Γραμμής Μεταφοράς

Το συγκεκριμένο μοντέλο επιτυγχάνει τη μεγαλύτερη ακρίβεια από τα υπόλοιπα μοντέλα καθώς λαμβάνει υπόψιν ότι τα στοιχεία της γραμμής δεν είναι συγκεντρωμένα αλλά κατανομημένα όπως αναφέρθηκε στην αρχή. Αυτή όμως η ακρίβεια έχει αντίκτυπο στην πολυπλοκότητα καθώς είναι συνθετότεροι οι υπολογισμοί με αυτό το μοντέλο. Στην *Εικόνα 1.4* παρουσιάζεται το ονομαστικό κύκλωμα  $\pi$  της γραμμής μεταφοράς μεγάλου μήκους με το οποίο επιτυγχάνεται καλή ακρίβεια και για γραμμές μήκους μεγαλύτερου των 240km που είναι το όριο του μοντέλου μεσαίου μήκους.



*Εικόνα 1.3 : Ονομαστικό κύκλωμα π γραμμής μεταφοράς μεσαίου μήκους.*

Η εξίσωση που δίνει την ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση σειράς της γραμμής μεταφοράς είναι η παρακάτω:

$$Z' = Z_c \sinh(\gamma l) \quad (1.3)$$

Η εξίσωση που δίνει την ισοδύναμη εγκάρσια αγωγιμότητα της γραμμής μεταφοράς είναι:

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \quad (1.4)$$

Και στις δύο εξισώσεις, (1.3)–(1.4), ενυπάρχουν δύο χαρακτηριστικά της γραμμής τα οποία δεν έχουν αναφερθεί έως τώρα, η χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής  $Z_c$ , η οποία μετράται σε  $\Omega$ , και η σταθερά μετάδοσης  $\gamma$  της γραμμής, η οποία είναι αδιάστατο μέγεθος. Οι δύο αυτές παράμετροι της γραμμής υπολογίζονται από τις σχέσεις:

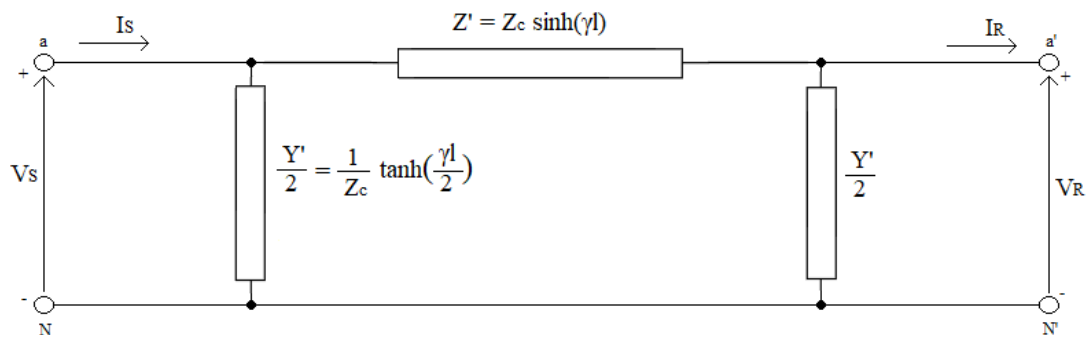
$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} \quad (1.5)$$

$$\gamma = \sqrt{zy} \quad (1.6)$$

όπου  $z$  και  $y$  είναι η σύνθετη αντίσταση σειράς και η σύνθετη εγκάρσια αγωγιμότητα ανά μονάδα μήκους της γραμμής αντίστοιχα και προκύπτουν από τις σχέσεις (1.1) και (1.2) ως :

$$z = r + j2\pi fL \quad (1.7)$$

$$y = g + j2\pi fC \quad (1.8)$$



*Εικόνα 1.4 : Ονομαστικό ισοδύναμο κύκλωμα π της γραμμής μεταφοράς μεγάλου μήκους*

## 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

### Ανίχνευση Σφαλμάτων στο Μοντέλο Μικρού Μήκους Γραμμής Μεταφοράς

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει αρχικά μελέτη για την ανίχνευση κάθε είδους σφάλματος (Μονοφασικό, Διφασικό, Τριφασικό) με βάση το μοντέλο μικρού μήκους γραμμής μεταφοράς και μη γνώση των παραμέτρων της γραμμής, παρά μόνο των μετρήσεων που λαμβάνουμε για τις τάσεις και τα ρεύματα στα δύο άκρα της. Οι μετρήσεις, επίσης, θεωρούμε ότι προέρχονται από μετρητές φασιθετών (PMUs), οπότε είναι όλες συγχρονισμένες. Στις εικόνες που παρουσιάζονται στην παρούσα ανάλυση, τα βραχυκυκλώματα που αναλύονται θα απεικονίζονται με αντίσταση σφάλματος για διευκόλυνση της ανάλυσης, θεωρώντας ως ειδική περίπτωση αυτήν με μηδενική αντίσταση σφάλματος. Έπειτα, αφού ολοκληρωθεί η ανάλυση, στο ανάλογο κεφάλαιο παρουσιάζονται πειραματικές δοκιμές προς επίρρωση των θεωρητικών συμπερασμάτων.

#### 2.1 Μονοφασικό Βραχυκύκλωμα

Όπως φαίνεται στην *Εικόνα 2.1* θεωρούμε ότι συμβαίνει βραχυκύκλωμα σε απόσταση  $m$  από την αναχώρηση της γραμμής μεταφοράς στη φάση  $a$ . Η αναχώρηση της γραμμής, όπως έχει αναφερθεί, συμβολίζεται με το κεφαλαίο γράμμα  $S$  και η άφιξή της με το κεφαλαίο γράμμα  $R$ . Στο μοντέλο μικρού μήκους ως φαίνεται και ακολούθως, αλλά και όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο της εισαγωγής, ως προς τις παραμέτρους της γραμμής θεωρείται αποκλειστικά η σύνθετη αντίσταση σειράς και καθόλου οι εγκάρσιες αγωγιμότητες. Αυτό κάνει πιο απλή την επίλυση, καθώς μειώνεται ο αριθμός των αγνώστων που έχουμε να διαχειριστούμε στις εξισώσεις του προβλήματος.

Αρχικά, εφαρμόζοντας το νόμο τάσεων Kirchhoff στη γραμμή λαμβάνονται τα εξής:

$$V_{Sa} - V_F = mZ_1 I_{Sa} \quad (2.1)$$

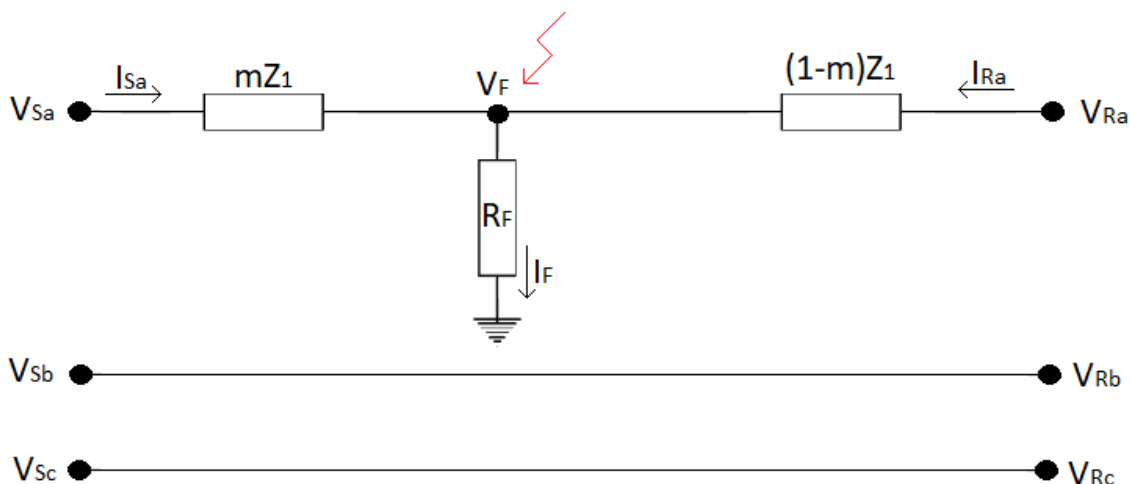
$$V_{Ra} - V_F = (1 - m)Z_1 I_{Ra} \quad (2.2)$$

Από τον νόμο ρευμάτων Kirchhoff στον κόμβο του σφάλματος προκύπτει:

$$I_F = I_{Sa} + I_{Ra} \quad (2.3)$$

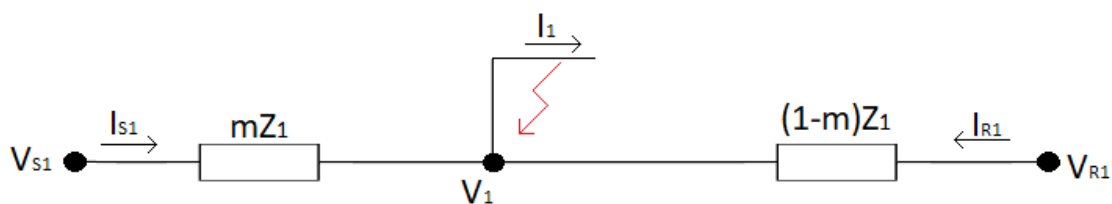
Και για το σφάλμα επίσης γνωρίζουμε ότι:

$$V_F = I_F R_F \quad (2.4)$$



**Εικόνα 2.1 :** Μονοφασικό βραχυκύκλωμα σε γραμμή μεταφοράς μικρού μήκους σε απόσταση  $m$  από το άκρο αναχώρησης  $S$ .

Για το πλήρες πρόβλημα, όπως παρουσιάζεται στις παραπάνω εξισώσεις, δηλαδή με αντίσταση σφάλματος, δεν αρκούν οι εξισώσεις αυτές, οπότε χρειάζεται να αξιοποιήσουμε και τα ακολουθιακά κυκλώματα, όπου στο μονοφασικό σφάλμα θα έχουμε και το θετικής και το αρνητικής ακολουθίας κύκλωμα. Αυτά που θα παρουσιαστούν παρακάτω για τα ακολουθιακά κυκλώματα ισχύουν, όμως, με την παραδοχή ότι  $Z_1 = Z_2$ , όπου  $Z_1$  και  $Z_2$  η σύνθετη αντίσταση σειράς θετικής και αρνητικής ακολουθίας αντίστοιχα. Το κύκλωμα θετικής ακολουθίας είναι αυτό που παρουσιάζεται στην *Εικόνα 2.2*.



**Εικόνα 2.2 :** Κύκλωμα θετικής ακολουθίας για τη γραμμή μεταφοράς κατά τη διάρκεια του βραχυκυκλώματος.

Από το νόμο τάσεων Kirchhoff στο κύκλωμα θετικής ακολουθίας έχουμε:

$$V_{S1} - V_1 = mZ_1 I_{S1} \quad (2.5)$$

$$V_{R1} - V_1 = (1 - m)Z_1 I_{R1} \quad (2.6)$$

Ανάλογες σχέσεις εξάγονται για το κύκλωμα αρνητικής ακολουθίας:

$$V_{S2} - V_2 = mZ_1 I_{S2} \quad (2.7)$$

$$V_{R2} - V_2 = (1 - m)Z_1 I_{R2} \quad (2.8)$$



Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις για τα δύο κυκλώματα ακολουθίας εξάγεται η σχέση για την απόσταση  $m$  από την αναχώρηση της γραμμής  $S$ :

$$\begin{aligned}
\frac{(2.5)-(2.6)}{(2.7)-(2.8)} &\Rightarrow \frac{V_{S1}-V_{R1}}{V_{S2}-V_{R2}} = \frac{mZ_1I_{S1}-(1-m)Z_1I_{R1}}{mZ_1I_{S2}-(1-m)Z_1I_{R2}} \\
&\Rightarrow \frac{V_{S1}-V_{R1}}{V_{S2}-V_{R2}} = \frac{mI_{S1}-I_{R1}+mI_{R1}}{mI_{S2}-I_{R2}+mI_{R2}} \quad (2.9) \\
&\Rightarrow m(V_{S1}-V_{R1})(I_{S2}+I_{R2})-(V_{S1}-V_{R1})I_{R2}=m(V_{S2}-V_{R2})(I_{S1}+I_{R1})-(V_{S2}-V_{R2})I_{R1} \\
&\Rightarrow m = \frac{(V_{S1}-V_{R1})I_{R2}-(V_{S2}-V_{R2})I_{R1}}{(V_{S1}-V_{R1})(I_{S2}+I_{R2})-(V_{S2}-V_{R2})(I_{S1}+I_{R1})}
\end{aligned}$$

Η σχέση (2.9) δεν ισχύει αποκλειστικά για το μονοφασικό βραχυκύκλωμα, αλλά για όλα τα βραχυκυκλώματα που εμπλέκουν το κύκλωμα θετικής και αρνητικής ακολουθίας, δηλαδή τα μονοφασικά και τα διφασικά βραχυκυκλώματα, εφόσον μελετήθηκε κατά γενικό τρόπο και δεν εξετάστηκε καθόλου η διασύνδεση των κυκλωμάτων ακολουθίας.

Με την παραδοχή ότι δεν υπάρχει αντίσταση σφάλματος,  $\mathbf{R}_F = \mathbf{0}$ , από τη σχέση (2.4) εξάγεται το συμπέρασμα ότι για το σημείο βραχυκύκλωσης ισχύει  $\mathbf{V}_F = \mathbf{0}$ . Εκμεταλλευόμενοι αυτή την συνθήκη λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
\frac{(2.1)}{(2.2)} &\Rightarrow \frac{V_{Sa}}{V_{Ra}} = \frac{mZ_1I_{Sa}}{(1-m)Z_1I_{Ra}} \\
&\Rightarrow V_{Sa}I_{Ra} - mV_{Sa}I_{Ra} = mV_{Ra}I_{Sa} \quad (2.10) \\
&\Rightarrow m(V_{Sa}I_{Ra} + V_{Ra}I_{Sa}) = V_{Sa}I_{Ra} \\
&\Rightarrow m = \frac{V_{Sa}I_{Ra}}{V_{Sa}I_{Ra} + V_{Ra}I_{Sa}}
\end{aligned}$$

Η σχέση (2.10) μπορεί επίσης να γραφεί ισοδύναμα ως ακολούθως:

$$m = \frac{1}{1 + \frac{V_{Ra}I_{Sa}}{V_{Sa}I_{Ra}}} \quad (2.11)$$

Αυτός, όμως, ο τύπος ισχύει, όπως αναφέραμε για μονοφασικά βραχυκυκλώματα χωρίς αντίσταση σφάλματος. Παρ' όλα αυτά, στο κεφάλαιο των προσομοιώσεων θα δοκιμαστεί και με αντίσταση σφάλματος ώστε να δούμε αν λειτουργεί καλά και σε αυτή την περίπτωση.

## 2.2 Διφασικό Βραχυκύκλωμα

Στην *Εικόνα 2.3* παρουσιάζονται τα δύο από τα τέσσερα διφασικά βραχυκυκλώματα που μελετώνται στην παρούσα παράγραφο, το διφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος χωρίς γη και το διφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος ως προς γη, καθώς τα άλλα δύο από τα τέσσερα που μελετώνται προκύπτουν από τα δύο εικονιζόμενα με μηδενισμό της αντίστασης σφάλματος. Υπάρχει και η περίπτωση του σφάλματος ως προς γη, όπου υπάρχει αντίσταση σφάλματος μεταξύ των δύο φάσεων που συμβαίνει το βραχυκύκλωμα, και αντίσταση γης, η οποία δεν θα μελετηθεί καθόλου στη μελέτη αυτή.

Οι σχέσεις που θα ακολουθήσουν στην ανάλυση αυτή θα γραφούν για την περίπτωση της *Εικόνας 2.3(a)*, καθώς είναι πιο γενική περίπτωση από αυτήν της *Εικόνας 2.3(b)* διότι ισχύει η διαφοροποίηση  $V_{Fb} \neq V_{Fc}$ , ενώ αν μηδενίσουμε την αντίσταση σφάλματος σε αυτήν την περίπτωση, καθώς και για τη δεύτερη περίπτωση με ή χωρίς αντίσταση σφάλματος, ισχύει  $V_{Fb} = V_{Fc}$ .

Από το νόμο τάσεων Kirchhoff λαμβάνουμε:

- Στη φάση b :

$$V_{Sb} - V_{Fb} = mZ_1 I_{Sb} \quad (2.12)$$

$$V_{Rb} - V_{Fb} = (1 - m)Z_1 I_{Rb} \quad (2.13)$$

- Στη φάση c :

$$V_{Sc} - V_{Fc} = mZ_1 I_{Sc} \quad (2.14)$$

$$V_{Rc} - V_{Fc} = (1 - m)Z_1 I_{Rc} \quad (2.15)$$

Για το σημείο του σφάλματος ισχύει:

$$V_{Fb} - V_{Fc} = R_F (I_{Sb} + I_{Rb}) \quad (2.16)$$

$$V_{Fc} - V_{Fb} = R_F (I_{Sc} + I_{Rc}) \quad (2.17)$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις λαμβάνονται:

$$(2.12) - (2.13) \Rightarrow V_{Sb} - V_{Rb} = mZ_1 I_{Sb} - (1 - m)Z_1 I_{Rb} \quad (2.18)$$

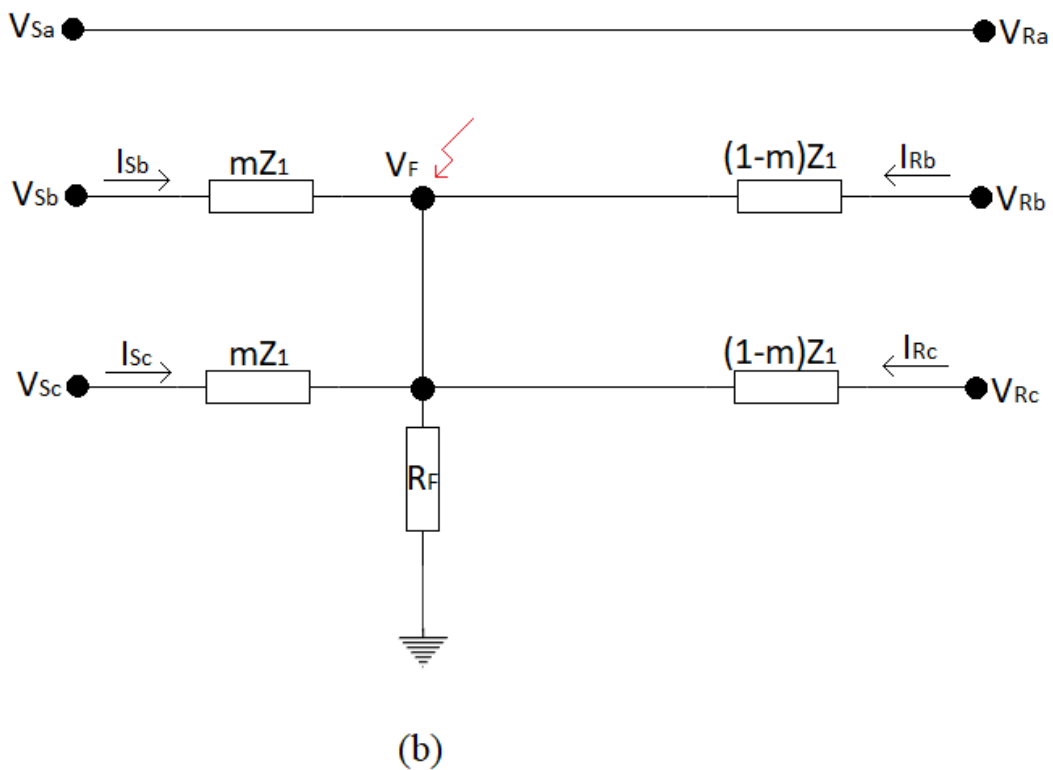
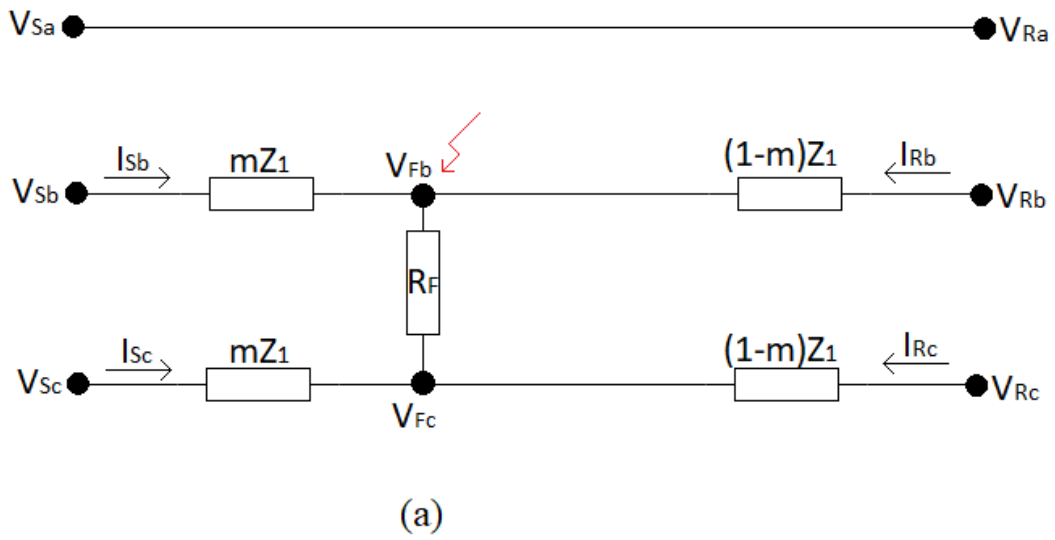
$$(2.14) - (2.15) \Rightarrow V_{Sc} - V_{Rc} = mZ_1 I_{Sc} - (1 - m)Z_1 I_{Rc} \quad (2.19)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (2.18) και (2.19) λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} \frac{(2.18)}{(2.19)} &\Rightarrow \frac{V_{Sb} - V_{Rb}}{V_{Sc} - V_{Rc}} = \frac{mZ_1 I_{Sb} - (1-m)Z_1 I_{Rb}}{mZ_1 I_{Sc} - (1-m)Z_1 I_{Rc}} \\ &\Rightarrow \frac{V_{Sb} - V_{Rb}}{V_{Sc} - V_{Rc}} = \frac{mI_{Sb} - I_{Rb} + mI_{Rb}}{mI_{Sc} - I_{Rc} + mI_{Rc}} \\ &\Rightarrow m(V_{Sb} - V_{Rb})(I_{Sc} + I_{Rc}) - (V_{Sb} - V_{Rb})I_{Rc} = m(V_{Sc} - V_{Rc})(I_{Sb} + I_{Rb}) - (V_{Sc} - V_{Rc})I_{Rb} \\ &\Rightarrow m = \frac{(V_{Sb} - V_{Rb})I_{Rc} - (V_{Sc} - V_{Rc})I_{Rb}}{(V_{Sb} - V_{Rb})(I_{Sc} + I_{Rc}) - (V_{Sc} - V_{Rc})(I_{Sb} + I_{Rb})} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Η σχέση (2.20) μπορεί επίσης να γραφεί ως εξής:

$$m = \frac{1}{1 + \frac{(V_{Sb} - V_{Rb})I_{Sc} - (V_{Sc} - V_{Rc})I_{Sb}}{(V_{Sb} - V_{Rb})I_{Rc} - (V_{Sc} - V_{Rc})I_{Rb}}} \quad (2.21)$$



**Εικόνα 2.3 :** Διφασικό βραχυκύκλωμα σε γραμμή μεταφοράς μικρού μήκους σε απόσταση  $m$  από το άκρο αναχώρησης  $S$ . (a) Διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη με αντίσταση σφάλματος. (b) Διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος.

Σε αυτό το σημείο θα υπολογίσουμε τις τάσεις σφάλματος καθώς και την αντίσταση σφάλματος.

$$\begin{aligned}
 \frac{(2.12)}{(2.13)} &\Rightarrow \frac{V_{Sb}-V_{Fb}}{V_{Rb}-V_{Fb}} = \frac{mZ_1I_{Sb}}{(1-m)Z_1I_{Rb}} \\
 \Rightarrow V_{Sb}(1-m)I_{Rb}-V_{Fb}(1-m)I_{Rb} &= V_{Rb}mI_{Sb}-V_{Fb}mI_{Sb} \\
 \Rightarrow V_{Fb} &= \frac{V_{Sb}(1-m)I_{Rb}-V_{Rb}mI_{Sb}}{(1-m)I_{Rb}-mI_{Sb}}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Ομοίως λαμβάνεται:

$$\frac{(2.14)}{(2.15)} \Rightarrow V_{Fc} = \frac{V_{Sc}(1-m)I_{Rc}-V_{Rc}mI_{Sc}}{(1-m)I_{Rc}-mI_{Sc}} \tag{2.23}$$

Η αντίσταση σφάλματος υπολογίζεται από τις σχέσεις (2.16) και (2.17):

$$R_F = \frac{V_{Fb}-V_{Fc}}{I_{Sb}+I_{Rb}} = \frac{V_{Fc}-V_{Fb}}{I_{Sc}+I_{Rc}} \tag{2.24}$$

Αν κάνουμε τη θεώρηση είτε ότι η αντίσταση σφάλματος είναι μηδενική για το διφασικό βραχυκύκλωμα της *Εικόνας 2.3(a)* είτε ότι έχουμε το διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη της *Εικόνας 2.3(b)* με ή χωρίς αντίσταση, τότε θα ισχύει, όπως ήδη αναφέρθηκε, ότι  $V_{Fb} = V_{Fc} = V_F$  και παύουν να ισχύουν οι (2.16)–(2.17), οπότε επωφελούμενοι από τα νέα δεδομένα έχουμε:

$$(2.12) - (2.14) \Rightarrow V_{Sb} - V_{Sc} = mZ_1I_{Sb} - mZ_1I_{Sc} \tag{2.25}$$

$$(2.13) - (2.15) \Rightarrow V_{Rb} - V_{Rc} = (1-m)Z_1I_{Rb} - (1-m)Z_1I_{Rc} \tag{2.26}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{(2.25)}{(2.26)} &\Rightarrow \frac{V_{Sb}-V_{Sc}}{V_{Rb}-V_{Rc}} = \frac{m(I_{Sb}-I_{Sc})}{(1-m)(I_{Rb}-I_{Rc})} \\
 \Rightarrow (V_{Sb}-V_{Sc})(I_{Rb}-I_{Rc})-m(V_{Sb}-V_{Sc})(I_{Rb}-I_{Rc}) &= m(V_{Rb}-V_{Rc})(I_{Sb}-I_{Sc}) \\
 \Rightarrow m &= \frac{(V_{Sb}-V_{Sc})(I_{Rb}-I_{Rc})}{(V_{Sb}-V_{Sc})(I_{Rb}-I_{Rc})+(V_{Rb}-V_{Rc})(I_{Sb}-I_{Sc})}
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Η σχέση (2.27) μπορεί επίσης να γραφεί ως ακολούθως:

$$m = \frac{1}{1 + \frac{(V_{Rb}-V_{Rc})(I_{Sb}-I_{Sc})}{(V_{Sb}-V_{Sc})(I_{Rb}-I_{Rc})}} \tag{2.28}$$

Η σχέση (2.28) είναι αυτή που παρουσιάζεται και στις εργασίες [6] και [13].

Επιπλέον:

$$(2.12) - (2.15) \Rightarrow V_{Sb} - V_{Rc} = mZ_1I_{Sb} - (1-m)Z_1I_{Rc} \tag{2.29}$$

$$(2.14) - (2.13) \Rightarrow V_{Sc} - V_{Rb} = mZ_1I_{Sc} - (1-m)Z_1I_{Rb} \tag{2.30}$$

$$\begin{aligned}
(2.29) \Rightarrow \frac{V_{Sb}-V_{Rc}}{V_{Sc}-V_{Rb}} &= \frac{mI_{Sb}-I_{Rc}+mI_{Rc}}{mI_{Sc}-I_{Rb}+mI_{Rb}} \\
(2.30) \Rightarrow m(I_{Sc}+I_{Rb})(V_{Sb}-V_{Rc})-I_{Rb}(V_{Sb}-V_{Rc}) &= m(I_{Sb}+I_{Rc})(V_{Sc}-V_{Rb})-I_{Rc}(V_{Sc}-V_{Rb}) \\
\Rightarrow m &= \frac{I_{Rb}(V_{Sb}-V_{Rc})-I_{Rc}(V_{Sc}-V_{Rb})}{(I_{Sc}+I_{Rb})(V_{Sb}-V_{Rc})-(I_{Sb}+I_{Rc})(V_{Sc}-V_{Rb})}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Η σχέση (2.31) μπορεί επίσης να γραφεί :

$$m = \frac{1}{1 + \frac{I_{Sc}(V_{Sb}-V_{Rc})-I_{Sb}(V_{Sc}-V_{Rb})}{I_{Rb}(V_{Sb}-V_{Rc})-I_{Rc}(V_{Sc}-V_{Rb})}} \tag{2.32}$$

### 2.3 Τριφασικό Βραχυκύκλωμα

Στην *Εικόνα 2.4* απεικονίζονται τα τρία από τα πέντε τριφασικά βραχυκυκλώματα που θα μελετηθούν, το τριφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη με αντίσταση σφάλματος, το τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ των φάσεων και το τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ του βραχυκυκλώματος και της γης, διότι, όπως και στα διφασικά, τα υπόλοιπα δύο προκύπτουν από αυτά μηδενίζοντας την αντίσταση σφάλματος οπότε για ευκολία προτιμήθηκε να αποτυπωθούν τα τρία αυτά.

Καταρχάς, η μελέτη που θα παρουσιαστεί αφορά τα τριφασικά βραχυκυκλώματα της *Εικόνας 2.4(a)* και της *Εικόνας 2.4(b)*, τα οποία είναι πιο γενικά και εμπλέκουν περισσότερους αγνώστους καθώς ισχύει  $V_{Fa} \neq V_{Fb} \neq V_{Fc}$ , ενώ στη συνέχεια θα γίνει συμπληρωματική μελέτη, όπως και στο διφασικό βραχυκύκλωμα, για το τριφασικό σφάλμα της *Εικόνας 2.4(c)* με ή χωρίς αντίσταση σφάλματος καθώς και της πρώτης περίπτωσης χωρίς αντίσταση σφάλματος στα οποία ισχύει  $V_{Fa} = V_{Fb} = V_{Fc}$ .

Από το νόμο τάσεων του Kirchhoff στις τρεις φάσεις λαμβάνουμε:

- Στη φάση a :

$$V_{Sa} - V_{Fa} = mZ_1 I_{Sa} \tag{2.33}$$

$$V_{Ra} - V_{Fa} = (1 - m)Z_1 I_{Ra} \tag{2.34}$$

- Στη φάση b :

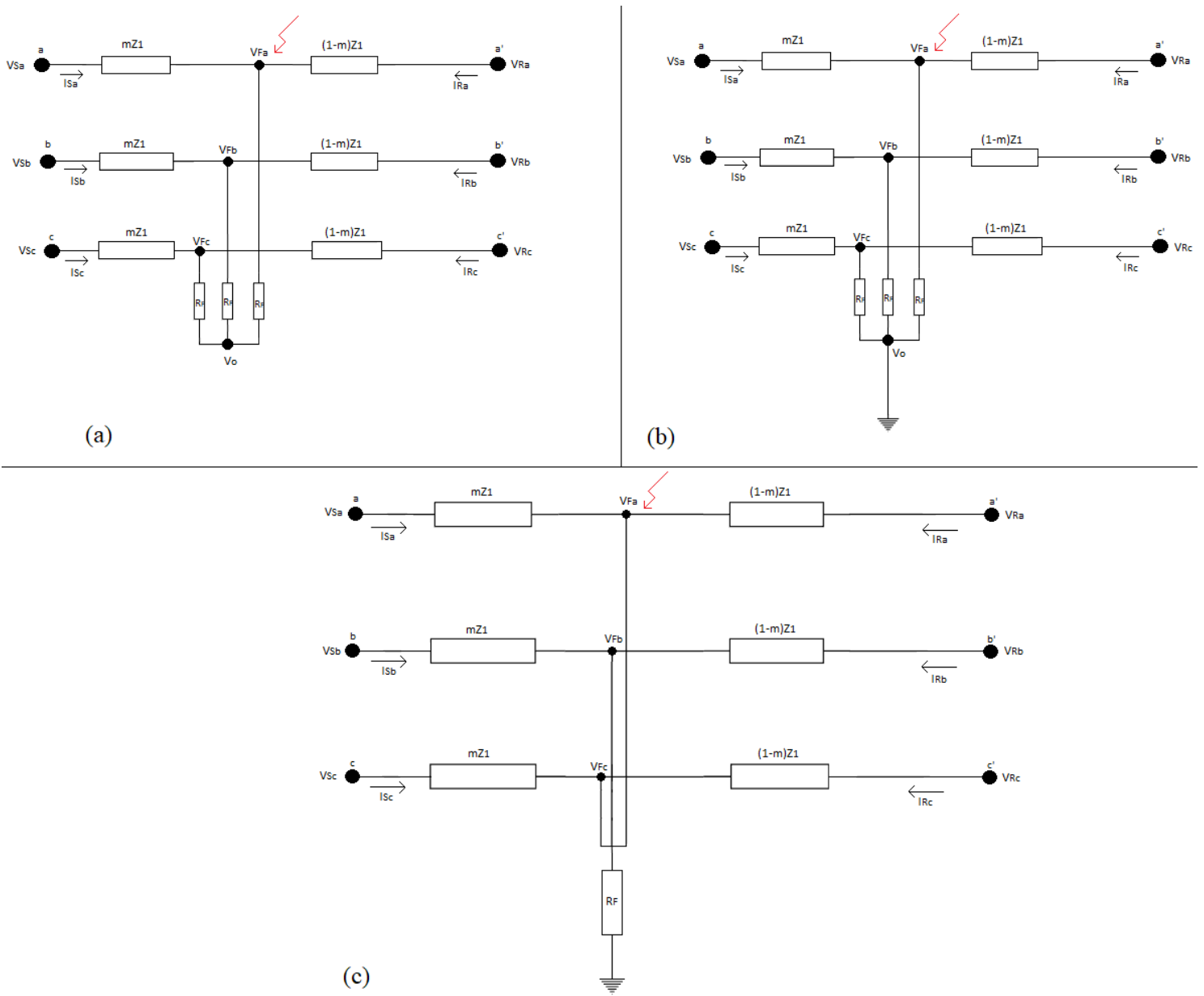
$$V_{Sb} - V_{Fb} = mZ_1 I_{Sb} \tag{2.35}$$

$$V_{Rb} - V_{Fb} = (1 - m)Z_1 I_{Rb} \tag{2.36}$$

- Στη φάση c :

$$V_{Sc} - V_{Fc} = mZ_1 I_{Sc} \tag{2.37}$$

$$V_{Rc} - V_{Fc} = (1 - m)Z_1 I_{Rc} \tag{2.38}$$



**Εικόνα 2.4 :** Τριφασικό βραχυκύκλωμα σε απόσταση  $m$  από την αναχώρηση  $S$  της γραμμής μοντέλου μικρού μήκους. (a) Τριφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος χωρίς γη. (b) Τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη αλλά με αντίσταση σφάλματος μεταξύ των φάσεων. (c) Τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ του βραχυκυκλώματος και της γης.

Για την περίπτωση της *Εικόνας 2.4(a)* και της *Εικόνας 2.4(b)* για το σημείο του σφάλματος ισχύει:

$$V_{Fa} - V_o = R_F(I_{Sa} + I_{Ra}) \quad (2.39)$$

$$V_{Fb} - V_o = R_F(I_{Sb} + I_{Rb}) \quad (2.40)$$

$$V_{Fc} - V_o = R_F(I_{Sc} + I_{Rc}) \quad (2.41)$$

Οι σχέσεις (2.39)–(2.41) όπως είναι προφανές ισχύουν για τα σφάλματα που προαναφέραμε αλλά όχι για το τριφασικό στο οποίο η αντίσταση σφάλματος βρίσκεται μεταξύ του βραχυκυκλώματος και της γης.

Μέσω των παραπάνω σχέσεων λαμβάνουμε:

$$(2.33) - (2.34) \Rightarrow V_{Sa} - V_{Ra} = mZ_1 I_{Sa} - (1 - m)Z_1 I_{Ra} \quad (2.42)$$

$$(2.35) - (2.36) \Rightarrow V_{Sb} - V_{Rb} = mZ_1 I_{Sb} - (1 - m)Z_1 I_{Rb} \quad (2.43)$$

$$(2.37) - (2.38) \Rightarrow V_{Sc} - V_{Rc} = mZ_1 I_{Sc} - (1 - m)Z_1 I_{Rc} \quad (2.44)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{(2.42)}{(2.43)} \Rightarrow \frac{V_{Sa} - V_{Ra}}{V_{Sb} - V_{Rb}} &= \frac{mZ_1 I_{Sa} - (1 - m)Z_1 I_{Ra}}{mZ_1 I_{Sb} - (1 - m)Z_1 I_{Rb}} \Rightarrow \\ \frac{V_{Sa} - V_{Ra}}{V_{Sb} - V_{Rb}} &= \frac{mI_{Sa} - I_{Ra} + mI_{Ra}}{mI_{Sb} - I_{Rb} + mI_{Rb}} \quad (2.45) \\ (V_{Sa} - V_{Ra})(mI_{Sb} - I_{Rb} + mI_{Rb}) &= (V_{Sb} - V_{Rb})(mI_{Sa} - I_{Ra} + mI_{Ra}) \Rightarrow \\ m(I_{Sb} + I_{Rb})(V_{Sa} - V_{Ra}) - I_{Rb}(V_{Sa} - V_{Ra}) &= m(I_{Sa} + I_{Ra})(V_{Sb} - V_{Rb}) - I_{Ra}(V_{Sb} - V_{Rb}) \Rightarrow \\ m &= \frac{I_{Ra}(V_{Sb} - V_{Rb}) - I_{Rb}(V_{Sa} - V_{Ra})}{(I_{Sa} + I_{Ra})(V_{Sb} - V_{Rb}) - (I_{Sb} + I_{Rb})(V_{Sa} - V_{Ra})} \end{aligned}$$

Ομοίως, εξάγονται και οι σχέσεις:

$$\frac{(2.43)}{(2.44)} \Rightarrow m = \frac{I_{Rb}(V_{Sc} - V_{Rc}) - I_{Rc}(V_{Sb} - V_{Rb})}{(I_{Sb} + I_{Rb})(V_{Sc} - V_{Rc}) - (I_{Sc} + I_{Rc})(V_{Sb} - V_{Rb})} \quad (2.46)$$

$$\frac{(2.42)}{(2.44)} \Rightarrow m = \frac{I_{Ra}(V_{Sc} - V_{Rc}) - I_{Rc}(V_{Sa} - V_{Ra})}{(I_{Sa} + I_{Ra})(V_{Sc} - V_{Rc}) - (I_{Sc} + I_{Rc})(V_{Sa} - V_{Ra})} \quad (2.47)$$

Οι σχέσεις (2.45), (2.46) και (2.47) μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$m = \frac{1}{1 + \frac{I_{Sa}(V_{Sb} - V_{Rb}) - I_{Sb}(V_{Sa} - V_{Ra})}{I_{Ra}(V_{Sb} - V_{Rb}) - I_{Rb}(V_{Sa} - V_{Ra})}} \quad (2.48)$$

$$m = \frac{1}{1 + \frac{I_{Sb}(V_{Sc} - V_{Rc}) - I_{Sc}(V_{Sb} - V_{Rb})}{I_{Rb}(V_{Sc} - V_{Rc}) - I_{Rc}(V_{Sb} - V_{Rb})}} \quad (2.49)$$

$$m = \frac{1}{1 + \frac{I_{Sa}(V_{Sc}-V_{Rc})-I_{Sc}(V_{Sa}-V_{Ra})}{I_{Ra}(V_{Sc}-V_{Rc})-I_{Rc}(V_{Sa}-V_{Ra})}} \quad (2.50)$$

Όπως φαίνεται, καταλήξαμε σε τρεις ισοδύναμες σχέσεις για την εκτίμηση της θέσης σφάλματος, οι οποίες εμπλέκουν δύο διαφορετικά ζεύγη φάσεων η κάθε μία. Συνεπώς, αναμένεται σε ένα απολύτως συμμετρικό σφάλμα να δίνουν την ίδια εκτίμηση, όμως, γνωρίζουμε πως στην πράξη δεν είναι πάντα τελείως συμμετρικά τα τριφασικά σφάλματα, επομένως, για μεγαλύτερη αξιοπιστία είναι θεμιτό να λαμβάνεται ως εκτίμηση η μέση τιμή των τριών αυτών σχέσεων. Αυτό ακολουθείται και στο πειραματικό κομμάτι της εργασίας.

Σε αυτό το σημείο, αφού υπολογίσαμε την απόσταση στην οποία γίνεται το σφάλμα από την αναχώρηση της γραμμής, θα υπολογίσουμε τις τάσεις στο σημείο όπου γίνεται το σφάλμα, ως εξής :

$$\begin{aligned} \frac{(2.33)}{(2.34)} &\Rightarrow \frac{V_{Sa}-V_{Fa}}{V_{Ra}-V_{Fa}} = \frac{mZ_1 I_{Sa}}{(1-m)Z_1 I_{Ra}} \Rightarrow \\ V_{Fa} \left[ 1 - \frac{mI_{Sa}}{(1-m)I_{Ra}} \right] &= V_{Sa} - V_{Ra} \frac{mI_{Sa}}{(1-m)I_{Ra}} \Rightarrow \\ V_{Fa} &= \frac{V_{Sa} - V_{Ra} \frac{mI_{Sa}}{(1-m)I_{Ra}}}{1 - \frac{mI_{Sa}}{(1-m)I_{Ra}}} \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\frac{(2.35)}{(2.36)} \Rightarrow V_{Fb} = \frac{V_{Sb} - V_{Rb} \frac{mI_{Sb}}{(1-m)I_{Rb}}}{1 - \frac{mI_{Sb}}{(1-m)I_{Rb}}} \quad (2.52)$$

$$\frac{(2.37)}{(2.38)} \Rightarrow V_{Fc} = \frac{V_{Sc} - V_{Rc} \frac{mI_{Sc}}{(1-m)I_{Rc}}}{1 - \frac{mI_{Sc}}{(1-m)I_{Rc}}} \quad (2.53)$$

Τέλος, θα υπολογίσουμε και την αντίσταση η οποία εμπλέκεται στο σφάλμα :

$$\begin{aligned} (2.39) - (2.40) &\Rightarrow V_{Fa} - V_o - (V_{Fb} - V_o) = R_F (I_{Sa} + I_{Ra}) - R_F (I_{Sb} + I_{Rb}) \Rightarrow \\ V_{Fa} - V_{Fb} &= R_F [(I_{Sa} + I_{Ra}) - (I_{Sb} + I_{Rb})] \Rightarrow \\ R_F &= \frac{V_{Fa} - V_{Fb}}{(I_{Sa} + I_{Ra}) - (I_{Sb} + I_{Rb})} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Η αντίσταση σφάλματος μπορεί αντιστοίχως να υπολογιστεί από:

$$(2.40) - (2.41) \Rightarrow R_F = \frac{V_{Fb} - V_{Fc}}{(I_{Sb} + I_{Rb}) - (I_{Sc} + I_{Rc})} \quad (2.55)$$

$$(2.39) - (2.41) \Rightarrow R_F = \frac{V_{Fa} - V_{Fc}}{(I_{Sa} + I_{Ra}) - (I_{Sc} + I_{Rc})} \quad (2.56)$$

Πέραν των σχέσεων αυτών, αν θεωρήσουμε στο σφάλμα της *Εικόνας 2.4(a)* και της *Εικόνας 2.4(b)* μηδενική αντίσταση σφάλματος ισχύει  $V_{Fa} = V_{Fb} = V_{Fc} = V_F$ , όπως και στο τριφασικό σφάλμα της *Εικόνας 2.4(c)*. Εκμεταλλευόμενοι το γεγονός αυτό, μπορούμε να κάνουμε την εξής



συμπληρωματική ανάλυση και να εξαγάγουμε εναλλακτικούς τύπους υπολογισμού της απόστασης  $m$  από το άκρο της αναχώρησης της γραμμής για τα τρία αυτά σφάλματα.

$$(2.33)-(2.35) \Rightarrow V_{Sa}-V_F-(V_{Sb}-V_F)=mZ_1I_{Sa}-mZ_1I_{Sb} \Rightarrow V_{Sa}-V_{Sb}=mZ_1(I_{Sa}-I_{Sb}) \quad (2.57)$$

$$(2.34)-(2.36) \Rightarrow V_{Ra}-V_F-(V_{Rb}-V_F)=(1-m)Z_1I_{Ra}-(1-m)Z_1I_{Rb} \Rightarrow V_{Ra}-V_{Rb}=(1-m)Z_1(I_{Ra}-I_{Rb}) \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{(2.57)}{(2.58)} \Rightarrow \frac{V_{Sa}-V_{Sb}}{V_{Ra}-V_{Rb}} &= \frac{m(I_{Sa}-I_{Sb})}{(1-m)(I_{Ra}-I_{Rb})} \Rightarrow \\ m &= (1-m) \frac{(V_{Sa}-V_{Sb})(I_{Ra}-I_{Rb})}{(V_{Ra}-V_{Rb})(I_{Sa}-I_{Sb})} \Rightarrow \\ m &= \frac{1}{1 + \frac{(V_{Ra}-V_{Rb})(I_{Sa}-I_{Sb})}{(V_{Sa}-V_{Sb})(I_{Ra}-I_{Rb})}} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Αντιστοίχως λαμβάνουμε τους τύπους:

$$\frac{(2.35)-(2.37)}{(2.36)-(2.38)} \Rightarrow m = \frac{1}{1 + \frac{(V_{Rb}-V_{Rc})(I_{Sb}-I_{Sc})}{(V_{Sb}-V_{Sc})(I_{Rb}-I_{Rc})}} \quad (2.60)$$

$$\frac{(2.33)-(2.37)}{(2.34)-(2.38)} \Rightarrow m = \frac{1}{1 + \frac{(V_{Ra}-V_{Rc})(I_{Sa}-I_{Sc})}{(V_{Sa}-V_{Sc})(I_{Ra}-I_{Rc})}} \quad (2.61)$$

Οι σχέσεις (2.59)–(2.61) είναι αυτές που παρουσιάζονται και στις εργασίες [6] και [13].

Πάλι συνιστάται ως εκτίμηση να λαμβάνεται η μέση τιμή των σχέσεων (2.59)–(2.61) για τον λόγο που αναφέρθηκε και προηγουμένως.

Ακόμη ένας εναλλακτικός συνδυασμός των σχέσεων που μπορεί να γίνει είναι ο ακόλουθος:

$$(2.33)-(2.36) \Rightarrow V_{Sa}-V_F-(V_{Rb}-V_F)=mZ_1I_{Sa}-(1-m)Z_1I_{Rb} \Rightarrow V_{Sa}-V_{Rb}=mZ_1(I_{Sa}+I_{Rb})-Z_1I_{Rb} \quad (2.62)$$

$$(2.35)-(2.34) \Rightarrow V_{Sb}-V_F-(V_{Ra}-V_F)=mZ_1I_{Sb}-(1-m)Z_1I_{Ra} \Rightarrow V_{Sb}-V_{Ra}=mZ_1(I_{Sb}+I_{Ra})-Z_1I_{Ra} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \frac{(2.62)}{(2.63)} \Rightarrow \frac{V_{Sa}-V_{Rb}}{V_{Sb}-V_{Ra}} &= \frac{mZ_1(I_{Sa}+I_{Rb})-Z_1I_{Rb}}{mZ_1(I_{Sb}+I_{Ra})-Z_1I_{Ra}} \Rightarrow \\ m(V_{Sa}-V_{Rb})(I_{Sb}+I_{Ra})-(V_{Sa}-V_{Rb})I_{Ra} &= m(V_{Sb}-V_{Ra})(I_{Sa}+I_{Rb})-(V_{Sb}-V_{Ra})I_{Rb} \Rightarrow \\ m &= \frac{I_{Ra}(V_{Sa}-V_{Rb})-I_{Rb}(V_{Sb}-V_{Ra})}{(V_{Sa}-V_{Rb})(I_{Sb}+I_{Ra})-(V_{Sb}-V_{Ra})(I_{Sa}+I_{Rb})} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Καθ' όμοιο τρόπο προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\frac{(2.35)-(3.38)}{(2.37)-(2.36)} \Rightarrow m = \frac{I_{Rb}(V_{Sb}-V_{Rc})-I_{Rc}(V_{Sc}-V_{Rb})}{(V_{Sb}-V_{Rc})(I_{Sc}+I_{Rb})-(V_{Sc}-V_{Rb})(I_{Sb}+I_{Rc})} \quad (2.65)$$

$$\frac{(2.33)-(2.38)}{(2.37)-(2.34)} \Rightarrow m = \frac{I_{Ra}(V_{Sa}-V_{Rc})-I_{Rc}(V_{Sc}-V_{Ra})}{(V_{Sa}-V_{Rc})(I_{Sc}+I_{Ra})-(V_{Sc}-V_{Ra})(I_{Sa}+I_{Rc})} \quad (2.66)$$

Τέλος, οι σχέσεις (2.64), (2.65) και (2.66) μπορούν να γραφούν και ως ακολούθως:

$$m = \frac{1}{1 + \frac{I_{Sb}(V_{Sa} - V_{Rb}) - I_{Sa}(V_{Sb} - V_{Ra})}{I_{Ra}(V_{Sa} - V_{Rb}) - I_{Rb}(V_{Sb} - V_{Ra})}} \quad (2.67)$$

$$m = \frac{1}{1 + \frac{I_{Sc}(V_{Sb} - V_{Rc}) - I_{Sb}(V_{Sc} - V_{Rb})}{I_{Rb}(V_{Sb} - V_{Rc}) - I_{Rc}(V_{Sc} - V_{Rb})}} \quad (2.68)$$

$$m = \frac{1}{1 + \frac{I_{Sc}(V_{Sa} - V_{Rc}) - I_{Sa}(V_{Sc} - V_{Ra})}{I_{Ra}(V_{Sa} - V_{Rc}) - I_{Rc}(V_{Sc} - V_{Ra})}} \quad (2.69)$$

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, λόγω μικρής ασυμμετρίας των τριφασικών σφαλμάτων στην πράξη, για πιο αξιόπιστη εκτίμηση προτείνεται να λαμβάνεται η μέση τιμή των αποτελεσμάτων των τριών σχέσεων που εμπλέκουν διαφορετικά ζεύγη φάσεων η κάθε μία.

### 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

## Ανίχνευση Σφαλμάτων στο Μοντέλο Μεσαίου Μήκους Γραμμής Μεταφοράς

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει παρόμοια μελέτη με αυτήν που έγινε και στο μοντέλο μικρού μήκους, δηλαδή θα εξεταστούν αναλυτικά όλα τα είδη σφαλμάτων με σκοπό την εξαγωγή τύπων υπολογισμού της απόστασης στην οποία συμβαίνει το βραχυκύκλωμα από το άκρο αναχώρησης της γραμμής. Πάλι και σε αυτό το σημείο θεωρούμε ως αγνώστους τις παραμέτρους της γραμμής και ως γνωστά θεωρούνται μόνο τα δεδομένα των μετρητικών οργάνων, δηλαδή οι τάσεις και τα ρεύματα στα άκρα αναχώρησης και άφιξης. Τα μετρητικά όργανα θεωρούμε ότι είναι μετρητές φασιθετών (phasor measurements), με αποτέλεσμα οι μετρήσεις μας να είναι συγχρονισμένες και να μην έχουμε έναν ακόμη άγνωστο, τη γωνία συγχρονισμού. Και σε αυτήν τη μελέτη, σε κάθε περίπτωση τα βραχυκυκλώματα θα αποτυπώνονται με αντίσταση σφάλματος καθώς η περίπτωση χωρίς αντίσταση προκύπτει από αυτά με απλό μηδενισμό της. Στο ανάλογο κεφάλαιο υπάρχει και η πειραματική μελέτη που έγινε για την αξιολόγηση όσων θα αποδειχθούν θεωρητικά σε αυτό.

### 3.1 Μονοφασικό Βραχυκύκλωμα

Στην *Εικόνα 3.1* παρουσιάζεται ένα μονοφασικό βραχυκύκλωμα σε απόσταση  $m$  από την αναχώρηση  $S$  της γραμμής μεταφοράς μοντέλου μεσαίου μήκους. Στο μοντέλο μεσαίου μήκους, σε αντίθεση με του μικρού, πέραν από τη σύνθετη αντίσταση σειράς της γραμμής υπάρχουν και οι εγκάρσιες αγωγιμότητες. Η ανάλυση θα υλοποιηθεί θεωρώντας άγνωστες αυτές τις παραμέτρους της γραμμής.

Από το νόμο τάσεων Kirchhoff έχουμε:

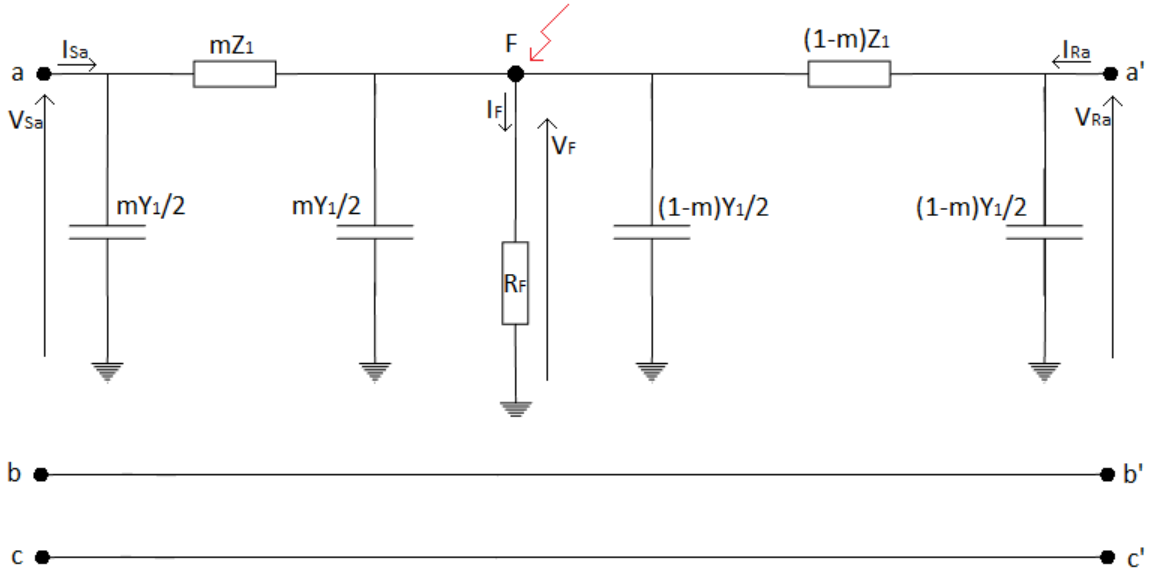
$$V_{Sa} - V_F = mZ_1 \left( I_{Sa} - \frac{mY_1 V_{Sa}}{2} \right) \quad (3.1)$$

$$V_{Ra} - V_F = (1 - m)Z_1 \left( I_{Ra} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Ra}}{2} \right) \quad (3.2)$$

και για το ρεύμα σφάλματος:

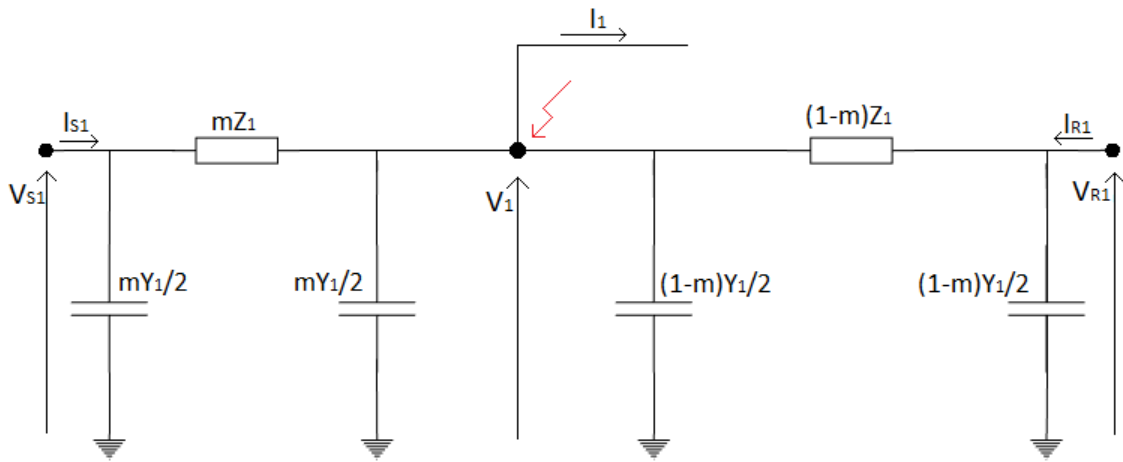
$$I_F = I_{Sa} - \frac{mY_1 V_{Sa}}{2} - \frac{mY_1 V_F}{2} + I_{Ra} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Ra}}{2} - \frac{(1-m)Y_1 V_F}{2} \quad (3.3)$$

$$V_F = I_F R_F \quad (3.4)$$



**Εικόνα 3.1 :** Μονοφασικό βραχυκύκλωμα σε γραμμή μεταφοράς μεσαίου μήκους σε απόσταση  $m$  από το άκρο αναχώρησης  $S$ .

Για το πλήρες πρόβλημα, όπως παρουσιάζεται στις παραπάνω εξισώσεις, δηλαδή με αντίσταση σφάλματος, δεν αρκούν οι εξισώσεις αυτές, οπότε χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε τα ακολουθιακά κυκλώματα, όπως υλοποιήσαμε και στο μοντέλο μικρού μήκους. Αυτά που θα παρουσιαστούν παρακάτω για τα ακολουθιακά κυκλώματα, ισχύουν με την παραδοχή ότι  $Z_1 = Z_2$  και  $Y_1 = Y_2$  για τη σύνθετη αντίστασης σειράς και την εγκάρσια αγωγιμότητα της γραμμής αντίστοιχα. Το κύκλωμα θετικής ακολουθίας παρουσιάζεται στην *Εικόνα 3.2*.



**Εικόνα 3.2 :** Κύκλωμα θετικής ακολουθίας για τη γραμμή μεταφοράς κατά τη διάρκεια του βραχυκυκλώματος.

Στο κύκλωμα θετικής ακολουθίας ισχύει :

$$V_{S1} - V_1 = mZ_1 \left( I_{S1} - \frac{mY_1 V_{S1}}{2} \right) \quad (3.5)$$

$$V_{R1} - V_1 = (1 - m)Z_1 \left( I_{R1} - \frac{(1-m)Y_1 V_{R1}}{2} \right) \quad (3.6)$$

Ανάλογες σχέσεις εξάγονται από το κύκλωμα αρνητικής ακολουθίας, το οποίο είναι όμοιο με το θετικής ακολουθίας:

$$V_{S2} - V_2 = mZ_1 \left( I_{S2} - \frac{mY_1 V_{S2}}{2} \right) \quad (3.7)$$

$$V_{R2} - V_2 = (1 - m)Z_1 \left( I_{R2} - \frac{(1-m)Y_1 V_{R2}}{2} \right) \quad (3.8)$$

Με τις σχέσεις αυτές που προέκυψαν από τα κυκλώματα θετικής και αρνητικής ακολουθίας λαμβάνουμε τα εξής:

$$\begin{aligned} \frac{(3.5)-(3.6)}{(3.7)-(3.8)} &\Rightarrow \frac{V_{S1}-V_{R1}}{V_{S2}-V_{R2}} = \frac{mI_{S1} - \frac{m^2}{2}Y_1 V_{S1} - (1-m)I_{R1} + \frac{(1-m)^2}{2}Y_1 V_{R1}}{mI_{S2} - \frac{m^2}{2}Y_1 V_{S2} - (1-m)I_{R2} + \frac{(1-m)^2}{2}Y_1 V_{R2}} \\ &\Rightarrow mI_{S2}V_{S1} - mI_{S2}V_{R1} - \frac{m^2}{2}Y_1 V_{S1}V_{S2} + \frac{m^2}{2}Y_1 V_{S2}V_{R1} - I_{R2}V_{S1} + I_{R2}V_{R1} + mI_{R2}V_{S1} - mI_{R2}V_{R1} + \frac{1}{2}Y_1 V_{R2}V_{S1} - \\ &\quad - \frac{1}{2}Y_1 V_{R2}V_{R1} - mY_1 V_{R2}V_{S1} + mY_1 V_{R2}V_{R1} + \frac{m^2}{2}Y_1 V_{R2}V_{S1} - \frac{m^2}{2}Y_1 V_{R2}V_{R1} = mI_{S1}V_{S2} - mI_{S1}V_{R2} - \frac{m^2}{2}Y_1 V_{S1}V_{S2} + \\ &\quad + \frac{m^2}{2}Y_1 V_{S1}V_{R2} - I_{R1}V_{S2} + I_{R1}V_{R2} + mI_{R1}V_{S2} - mI_{R1}V_{R2} + \frac{1}{2}Y_1 V_{R1}V_{S2} - \frac{1}{2}Y_1 V_{R1}V_{R2} - mY_1 V_{R1}V_{S2} + mY_1 V_{R1}V_{R2} + \\ &\quad + \frac{m^2}{2}Y_1 V_{R1}V_{S2} - \frac{m^2}{2}Y_1 V_{R1}V_{R2} \\ &\Rightarrow m(I_{S2}V_{S1} - I_{S2}V_{R1} + I_{R2}V_{S1} - I_{R2}V_{R1} - I_{S1}V_{S2} + I_{S1}V_{R2} - I_{R1}V_{S2} + I_{R1}V_{R2}) + (-I_{R2}V_{S1} + \\ &\quad + I_{R2}V_{R1} + I_{R1}V_{S2} - I_{R1}V_{R2}) = Y_1 \left( -\frac{1}{2}V_{R2}V_{S1} + \frac{1}{2}V_{R1}V_{S2} + mV_{R2}V_{S1} - mV_{R1}V_{S2} \right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Εισάγοντας τις βοηθητικές μεταβλητές :

$$A_1 = I_{S2}V_{S1} - I_{S2}V_{R1} - I_{S1}V_{S2} + I_{S1}V_{R2}$$

$$A_2 = V_{R2}V_{S1} - V_{R1}V_{S2}$$

$$A_3 = I_{R1}V_{R2} - I_{R1}V_{S2} + I_{R2}V_{S1} - I_{R2}V_{R1}$$

Από τη σχέση (3.9) εξάγεται η εξής σχέση για την εγκάρσια αγωγιμότητα:

$$Y_1 = \frac{2m(A_1 + A_3) - 2A_3}{2mA_2 - A_2} \quad (3.10)$$

Γνωρίζοντας ότι η εγκάρσια αγωγιμότητα της γραμμής συνήθως είναι καθαρά μιγαδικός αριθμός, θα ισχύει:

$$\begin{aligned} Y_1 = -\bar{Y}_1 &\Rightarrow \frac{2m(A_1 + A_3) - 2A_3}{2mA_2 - A_2} = -\frac{2m(\bar{A}_1 + \bar{A}_3) - 2\bar{A}_3}{2m\bar{A}_2 - \bar{A}_2} \\ &\Rightarrow [2m(A_1 + A_3) - 2A_3] \cdot [2m\bar{A}_2 - \bar{A}_2] = [2m\bar{A}_2 - \bar{A}_2] \cdot [-2m(\bar{A}_1 + \bar{A}_3) + 2\bar{A}_3] \\ &\quad \Rightarrow 4m^2 A_1 \bar{A}_2 + 4m^2 A_3 \bar{A}_2 - 2mA_1 \bar{A}_2 - 2mA_3 \bar{A}_2 - 4mA_3 \bar{A}_2 + 2A_3 \bar{A}_2 = \\ &\quad -4m^2 A_2 \bar{A}_1 - 4m^2 A_2 \bar{A}_3 + 2mA_2 \bar{A}_1 + 2mA_2 \bar{A}_3 + 4mA_2 \bar{A}_3 - 2A_2 \bar{A}_3 \\ &\Rightarrow 2m^2 (A_1 \bar{A}_2 + A_2 \bar{A}_1 + A_3 \bar{A}_2 + A_2 \bar{A}_3) - m(A_1 \bar{A}_2 + A_2 \bar{A}_1 + 3A_3 \bar{A}_2 + 3A_2 \bar{A}_3) + (A_3 \bar{A}_2 + A_2 \bar{A}_3) = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Κάνοντας χρήση της μαθηματικής σχέσης :  $2\text{real}(x\bar{y}) = x\bar{y} + \bar{x}y$ , όπου  $x, y$  οποιοιδήποτε μιγαδικοί αριθμοί και χρησιμοποιώντας τις εξής βοηθητικές μεταβλητές:

$$a_1 = \text{real}(A_1\bar{A}_2)$$

$$a_2 = \text{real}(A_3\bar{A}_2)$$

η σχέση (3.11) γίνεται :

$$\begin{aligned} 2m^2(2a_1+2a_2)-m(2a_1+6a_2)+2a_2=0 \Rightarrow \\ 2m^2(a_1+a_2)-m(a_1+3a_2)+a_2=0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Υπολογίζοντας τη διακρίνουσα της παραπάνω δευτεροβάθμιας εξίσωσης λαμβάνεται:

$$\begin{aligned} \Delta &= a_1^2 + 6a_1a_2 + 9a_2^2 - 8a_1a_2 - 8a_2^2 \\ &\Rightarrow \Delta = a_1^2 - 2a_1a_2 + a_2^2 \\ &\Rightarrow \Delta = (a_1 - a_2)^2 \end{aligned}$$

προκύπτουν οι λύσεις:

$$m_1 = \frac{a_1 + 3a_2 + a_1 - a_2}{4a_1 + 4a_2} = \frac{2a_1 + 2a_2}{4a_1 + 4a_2} = 0.5$$

ή

$$m_2 = \frac{a_1 + 3a_2 - a_1 + a_2}{4a_1 + 4a_2} = \frac{4a_2}{4a_1 + 4a_2} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}$$

Οπότε, η απόσταση όπου συμβαίνει το βραχυκύκλωμα από την αναχώρηση της γραμμής δίνεται από τον τύπο:

$$m = \frac{a_2}{a_1+a_2} \quad (3.13)$$

Αν αυτή ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$  τότε γίνεται αποδεκτή, αλλιώς απορρίπτεται η απόσταση της σχέσης (3.13) και γίνεται αποδεκτή η άλλη λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης, δηλαδή ότι η απόσταση είναι ίση με 0.5.

Η σχέση αυτή και η ανάλογη ανάλυση παρουσιάζονται επίσης στην εργασία [6].

Ο τρόπος με τον οποίο βγήκε ο τύπος αυτός για τον υπολογισμό της απόστασης, μας επιτρέπει να θεωρήσουμε ότι ισχύει όχι μόνο για το μονοφασικό βραχυκύκλωμα, που μόλις το αποδείξαμε, καθώς και για όλα τα σφάλματα που εμπλέκουν το κύκλωμα θετικής και το κύκλωμα αρνητικής, δηλαδή τα μονοφασικά και τα διφασικά, καθώς εξήχθη από τα κυκλώματα ακολουθίας αυτά γενικά.

Συμπληρωματικά, για το μονοφασικό βραχυκύκλωμα μπορούμε να μηδενίσουμε την αντίσταση σφάλματος,  $\mathbf{R}_F = \mathbf{0}$ , έχοντας ως αποτέλεσμα από τη σχέση (3.4) να εξάγεται η συνθήκη  $\mathbf{V}_F = \mathbf{0}$ . Με αυτή τη λεπτομέρεια μπορούμε επίσης να κάνουμε :

$$\begin{aligned}
(3.1) \Rightarrow \frac{V_{Sa}}{V_{Ra}} &= \frac{mZ_1 \left( I_{Sa} - \frac{mY_1 V_{Sa}}{2} \right)}{(1-m)Z_1 \left( I_{Ra} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Ra}}{2} \right)} \\
(3.2) \Rightarrow \frac{V_{Sa}}{V_{Ra}} &= \frac{mI_{Sa} - \frac{m^2 Y_1 V_{Sa}}{2}}{(1-m)I_{Ra} - \frac{(1-m)^2 Y_1 V_{Ra}}{2}} \\
&\Rightarrow (1-m)I_{Ra}V_{Sa} - \frac{(1-m)^2}{2}Y_1 V_{Ra}V_{Sa} = mI_{Sa}V_{Ra} - \frac{m^2}{2}Y_1 V_{Sa}V_{Ra} \\
&\Rightarrow 2I_{Ra}V_{Sa} - 2mI_{Ra}V_{Sa} - Y_1 V_{Ra}V_{Sa} + 2mY_1 V_{Ra}V_{Sa} - m^2 Y_1 V_{Ra}V_{Sa} = 2mI_{Sa}V_{Ra} - m^2 Y_1 V_{Sa}V_{Ra} \\
&\Rightarrow Y_1 (2mV_{Ra}V_{Sa} - V_{Ra}V_{Sa}) = 2m(I_{Sa}V_{Ra} + I_{Ra}V_{Sa}) - 2I_{Ra}V_{Sa} \\
&\Rightarrow Y_1 = \frac{2m(I_{Sa}V_{Ra} + I_{Ra}V_{Sa}) - 2I_{Ra}V_{Sa}}{2mV_{Ra}V_{Sa} - V_{Ra}V_{Sa}}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Για ευκολία θέτουμε τις βοηθητικές μεταβλητές:

$$A_4 = V_{Ra}I_{Sa}$$

$$A_5 = V_{Sa}V_{Ra}$$

$$A_6 = V_{Sa}I_{Ra}$$

οπότε λαμβάνεται από την (3.14) η σχέση:

$$Y_1 = \frac{2m(A_4 + A_6) - 2A_6}{2mA_5 - A_5} \tag{3.15}$$

Η σχέση (3.15) είναι όμοια με τη σχέση (3.10), οπότε καθ' όμοιο τρόπο, δηλαδή θεωρώντας την αγωγιμότητα καθαρά μιγαδικό αριθμό, χρησιμοποιώντας τη σχέση που ισχύει για τον συζυγή μιγαδικό της, και θέτοντας :

$$a_3 = \text{real}(A_4 \overline{A_5})$$

$$a_4 = \text{real}(A_6 \overline{A_5})$$

καταλήγουμε στην παρακάτω δευτεροβάθμια εξίσωση :

$$2m^2(a_3 + a_4) - m(a_3 + 3a_4) + a_4 = 0 \tag{3.16}$$

της οποίας η επίλυση, όπως αναλυτικά αποδείξαμε προηγουμένως για τη δευτεροβάθμια εξίσωση της σχέσης (3.12), δίνει ως λύσεις απόσταση ίση με 0.5 ή ίση με :

$$m = \frac{a_4}{a_3 + a_4} \tag{3.17}$$

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, αν αυτή ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$  τότε γίνεται αποδεκτή, αλλιώς απορρίπτεται η απόσταση που δίνεται από τη σχέση (3.17) και γίνεται αποδεκτή η άλλη λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης, δηλαδή ότι η απόσταση είναι ίση με 0.5.

Αυτή η σχέση που μόλις αποδείξαμε είναι αποκλειστικά για μονοφασικό σφάλμα χωρίς αντίσταση σφάλματος. Παρ' όλα αυτά στο πειραματικό μέρος θα εξεταστεί και για σφάλμα με αντίσταση ώστε να δούμε πως αποδίδει και στις δύο περιπτώσεις.

### 3.2 Διφασικό Βραχυκύκλωμα

Στην *Εικόνα 3.3* παρουσιάζονται τα δύο από τα τέσσερα διφασικά βραχυκυκλώματα που θα μελετηθούν: το διφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος χωρίς γη και το διφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος ως προς γη, καθώς τα άλλα δύο που μελετώνται προκύπτουν από τα δύο εικονιζόμενα με μηδενική αντίσταση σφάλματος. Υπάρχει και η περίπτωση του σφάλματος ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ των δύο φάσεων όπου συμβαίνει το βραχυκύκλωμα και αντίσταση γης, όπου όπως και στην περίπτωση για το μοντέλο μικρού μήκους δεν θα μελετηθεί καθόλου.

Οι αρχικές σχέσεις θα γραφούν για την περίπτωση του διφασικού σφάλματος χωρίς γη με αντίσταση της *Εικόνας 3.3(a)*, διότι είναι πιο γενικές καθώς ισχύει ότι  $V_{Fb} \neq V_{Fc}$ , ενώ στα άλλα τρία διφασικά βραχυκυκλώματα που θα μελετηθούν θα γίνει συμπληρωματική ανάλυση με την επιπρόσθετη συνθήκη  $V_{Fb} = V_{Fc}$ . Συνεπώς, ισχύει:

- Στη φάση b από το νόμο τάσεων του Kirchhoff:

$$V_{Sb} - V_{Fb} = mZ_1 \left( I_{Sb} - \frac{mY_1 V_{Sb}}{2} \right) \quad (3.18)$$

$$V_{Rb} - V_{Fb} = (1 - m)Z_1 \left( I_{Rb} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Rb}}{2} \right) \quad (3.19)$$

- Στη φάση c από το νόμο τάσεων του Kirchhoff:

$$V_{Sc} - V_{Fc} = mZ_1 \left( I_{Sc} - \frac{mY_1 V_{Sc}}{2} \right) \quad (3.20)$$

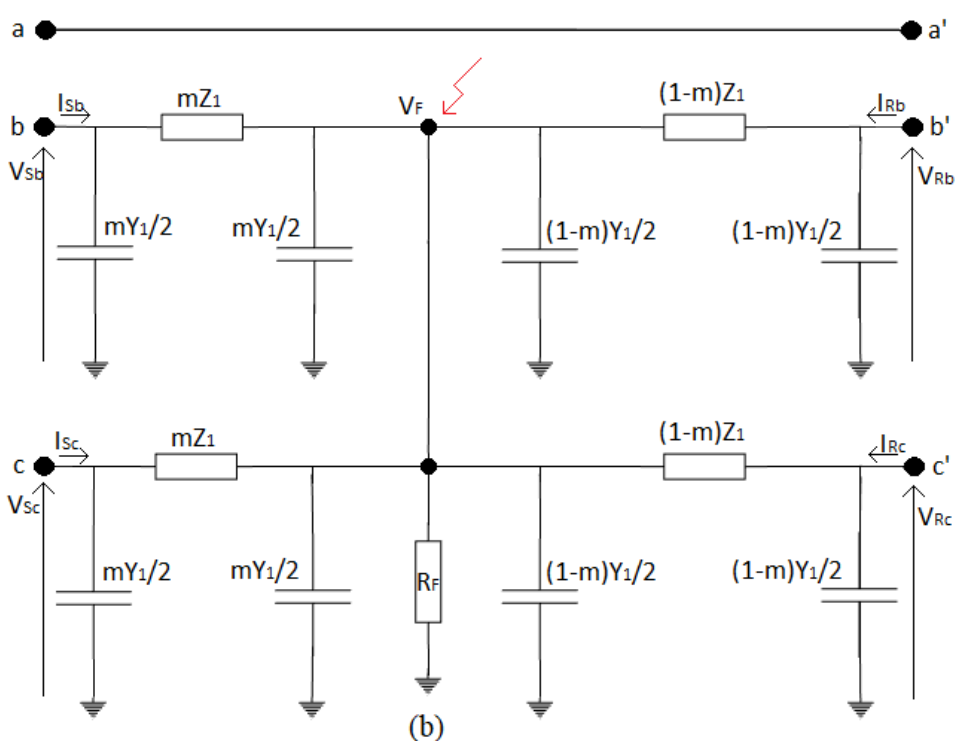
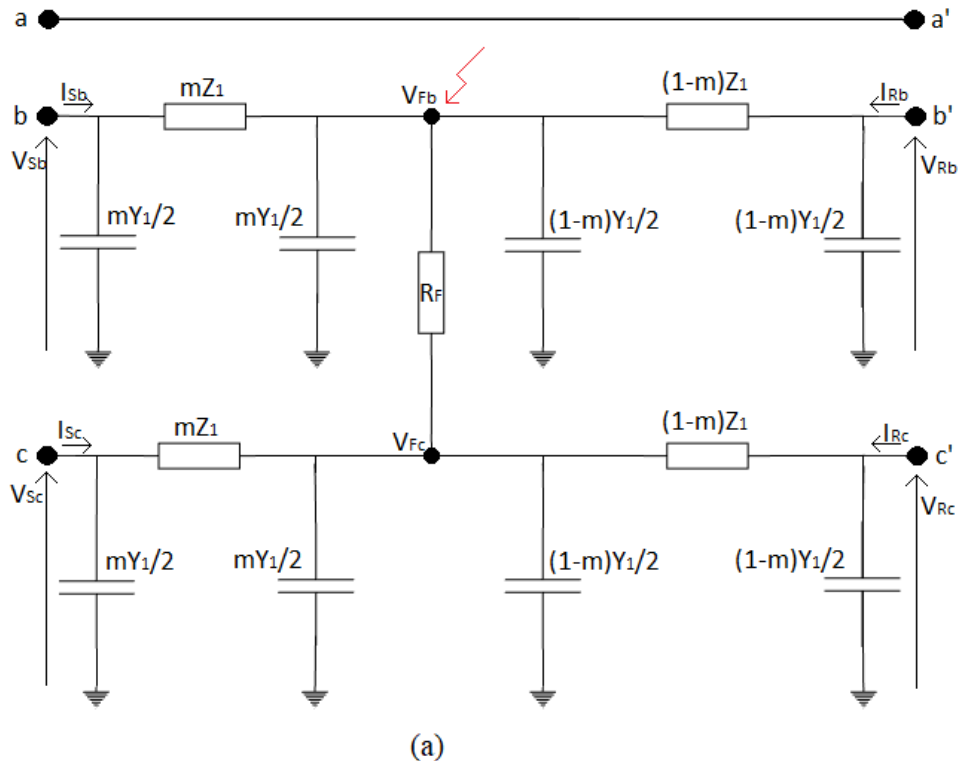
$$V_{Rc} - V_{Fc} = (1 - m)Z_1 \left( I_{Rc} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Rc}}{2} \right) \quad (3.21)$$

- Στη θέση του σφάλματος:

$$V_{Fb} - V_{Fc} = R_F \left( I_{Sb} - \frac{mY_1 V_{Sb}}{2} - \frac{mY_1 V_{Fb}}{2} + I_{Rb} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Rb}}{2} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Fb}}{2} \right) \quad (3.22)$$

$$V_{Fc} - V_{Fb} = R_F \left( I_{Sc} - \frac{mY_1 V_{Sc}}{2} - \frac{mY_1 V_{Fc}}{2} + I_{Rc} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Rc}}{2} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Fc}}{2} \right) \quad (3.23)$$





**Εικόνα 3.3 :** Διφασικό βραχυκύκλωμα σε γραμμή μεταφοράς μεσαίου μήκους σε απόσταση  $m$  από το άκρο αναχώρησης  $S$ . (a) Διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη με αντίσταση σφάλματος. (b) Διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος.

Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει:

$$\begin{aligned}
\frac{(3.18)-(3.19)}{(3.20)-(3.21)} &\Rightarrow \frac{V_{Sb}-V_{Rb}}{V_{Sc}-V_{Rc}} = \frac{mI_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}-(1-m)I_{Rb}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Rb}}{mI_{Sc}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sc}-(1-m)I_{Rc}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Rc}} \\
&\Rightarrow mI_{Sc}V_{Sb}-mI_{Sc}V_{Rb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Sc}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sc}V_{Rb}-I_{Rc}V_{Sb}+I_{Rc}V_{Rb}+mI_{Rc}V_{Sb}-mI_{Rc}V_{Rb}+\frac{1}{2}Y_1V_{Rc}V_{Sb}- \\
&-\frac{1}{2}Y_1V_{Rc}V_{Rb}-mY_1V_{Rc}V_{Sb}+mY_1V_{Rc}V_{Rb}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rc}V_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rc}V_{Rb} = mI_{Sb}V_{Sc}-mI_{Sb}V_{Rc}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Sc}+ \\
&+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Rc}-I_{Rb}V_{Sc}+I_{Rb}V_{Rc}+mI_{Rb}V_{Sc}-mI_{Rb}V_{Rc}+\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sc}-\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Rc}-mY_1V_{Rb}V_{Sc}+mY_1V_{Rb}V_{Rc}+ \\
&\quad +\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sc}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Rc} \\
&\Rightarrow m(I_{Sc}V_{Sb}-I_{Sc}V_{Rb}+I_{Rc}V_{Sb}-I_{Rc}V_{Rb}-I_{Sb}V_{Sc}+I_{Sb}V_{Rc}-I_{Rb}V_{Sc}+I_{Rb}V_{Rc})+(-I_{Rc}V_{Sb}+ \\
&\quad +I_{Rc}V_{Rb}+I_{Rb}V_{Sc}-I_{Rb}V_{Rc})=Y_1(-\frac{1}{2}V_{Rc}V_{Sb}+\frac{1}{2}V_{Rb}V_{Sc}+mV_{Rc}V_{Sb}-mV_{Rb}V_{Rc})
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Θέτοντας τις βοηθητικές μεταβλητές :

$$B_1 = I_{Sc}V_{Sb} - I_{Sc}V_{Rb} - I_{Sb}V_{Sc} + I_{Sb}V_{Rc}$$

$$B_2 = V_{Rc}V_{Sb} - V_{Rb}V_{Sc}$$

$$B_3 = I_{Rb}V_{Rc} - I_{Rb}V_{Sc} + I_{Rc}V_{Sb} - I_{Rc}V_{Rb}$$

Η σχέση (3.24) μας δίνει την εξής σχέση για την εγκάρσια αγωγιμότητα:

$$Y_1 = \frac{2m(B_1+B_3)-2B_3}{2mB_2-B_2} \tag{3.25}$$

Η σχέση αυτή είναι όμοια με τη σχέση (3.10) που είχαμε στο μονοφασικό σφάλμα, οπότε ακολουθώντας την ίδια συλλογιστική πορεία όπως πριν και θέτοντας τις παρακάτω βοηθητικές μεταβλητές :

$$b_1 = \text{real}(B_1\overline{B_2})$$

$$b_2 = \text{real}(B_3\overline{B_2})$$

καταλήγουμε στο τριώνυμο:

$$2m^2(b_1 + b_2) - m(b_1 + 3b_2) + b_2 = 0 \tag{3.26}$$

Όπου, όπως και η δευτεροβάθμια της σχέσης (3.12), δίνει ως λύσεις για την απόσταση  $m$  από την αναχώρηση της γραμμής την τιμή 0.5 ή:

$$m = \frac{b_2}{b_1+b_2} \tag{3.27}$$

Γίνεται αποδεκτή η τιμή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση είναι ίση με 0.5.

Σε αυτό το σημείο, όπου εξαντλήσαμε αυτά που μπορούσαμε να κάνουμε με τις εξισώσεις που διαθέτουμε θεωρούμε την περίπτωση του διφασικού βραχυκυκλώματος της *Εικόνας 3.3(b)* με ή χωρίς αντίσταση σφάλματος ή με την παραδοχή ότι στη θέση του σφάλματος της *Εικόνας 3.3(a)* έχουμε  $R_F = 0$ , οπότε θα ισχύει  $V_{Fb} = V_{Fc} = V_F$  και κατ' αυτόν τον τρόπο απλοποιούνται οι σχέσεις (3.18)–(3.21), ενώ οι (3.22)–(3.23) παύουν να ισχύουν. Σε αυτήν την περίπτωση θα έχουμε:

$$\begin{aligned}
\frac{(3.18)-(3.20)}{(3.19)-(3.21)} &\rightarrow \frac{V_{Sb}-V_{Sc}}{V_{Rb}-V_{Rc}} = \frac{mI_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}-mI_{Sc}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sc}}{(1-m)I_{Rb}-\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Rb}-(1-m)I_{Rc}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Rc}} \\
&\Rightarrow mI_{Sb}V_{Rb}-mI_{Sb}V_{Rc}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Rb}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Rc}-mI_{Sc}V_{Rb}+mI_{Sc}V_{Rc}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sc}V_{Rb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sc}V_{Rc}= \\
&= I_{Rb}V_{Sb}-I_{Rb}V_{Sc}-mI_{Rb}V_{Sb}+mI_{Rb}V_{Sc}-\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sb}+\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sc}+mY_1V_{Rb}V_{Sb}-mY_1V_{Rb}V_{Sc}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sb}+ \\
&+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sc}-I_{Rc}V_{Sb}+I_{Rc}V_{Sc}+mI_{Rc}V_{Sb}-mI_{Rc}V_{Sc}+\frac{1}{2}Y_1V_{Rc}V_{Sb}-\frac{1}{2}Y_1V_{Rc}V_{Sc}-mY_1V_{Rc}V_{Sb}+mY_1V_{Rc}V_{Sc}+ \\
&\quad +\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rc}V_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rc}V_{Sc} \\
&\Rightarrow m(I_{Sb}V_{Rb}-I_{Sb}V_{Rc}-I_{Sc}V_{Rb}+I_{Sc}V_{Rc}+I_{Rb}V_{Sb}-I_{Rb}V_{Sc}-I_{Rc}V_{Sb}+I_{Rc}V_{Sc})+(I_{Rb}V_{Sc}-I_{Rb}V_{Sb}+I_{Rc}V_{Sb}- \\
&\quad -I_{Rc}V_{Sc})=Y_1(\frac{1}{2}V_{Rb}V_{Sc}-\frac{1}{2}V_{Rb}V_{Sb}+\frac{1}{2}V_{Rc}V_{Sb}-\frac{1}{2}V_{Rc}V_{Sc}+mV_{Rb}V_{Sb}-mV_{Rb}V_{Sc}+mV_{Rc}V_{Sc}-mV_{Rc}V_{Sb})
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Θέτοντας τις βοηθητικές μεταβλητές:

$$B_4 = I_{Sb}V_{Rb} - I_{Sb}V_{Rc} - I_{Sc}V_{Rb} + I_{Sc}V_{Rc}$$

$$B_5 = V_{Rb}V_{Sb} - V_{Rb}V_{Sc} + V_{Rc}V_{Sc} - V_{Rc}V_{Sb}$$

$$B_6 = I_{Rb}V_{Sb} - I_{Rb}V_{Sc} - I_{Rc}V_{Sb} + I_{Rc}V_{Sc}$$

λαμβάνεται από την εξίσωση (3.28) για την εγκάρσια αγωγιμότητα η εξής σχέση:

$$Y_1 = \frac{2m(B_4+B_6)-2B_6}{2mB_5-B_6} \tag{3.29}$$

η οποία είναι όμοια με τις σχέσεις που προέκυψαν έως τώρα από τη μελέτη για το μοντέλο μεσαίου μήκους.

Με την ίδια συλλογιστική πορεία που έχει ακολουθηθεί στην περίπτωση του μονοφασικού σφάλματος και στις υπόλοιπες περιπτώσεις, θέτουμε τις βοηθητικές παραμέτρους :

$$b_3 = \text{real}(B_4\overline{B_5})$$

$$b_4 = \text{real}(B_6\overline{B_5})$$

και κατ' αυτόν τον τρόπο λαμβάνεται για την απόσταση η δευτεροβάθμια εξίσωση :

$$2m^2(b_3 + b_4) - m(b_3 + 3b_4) + b_4 = 0 \tag{3.30}$$

της οποίας η επίλυση δίνει ως αποτέλεσμα για την απόσταση είτε την τιμή 0.5 είτε:

$$m = \frac{b_4}{b_3 + b_4} \quad (3.31)$$

η οποία γίνεται αποδεκτή μόνο αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση  $m$  θεωρείται ίση με 0.5.

Συνδυάζοντας κατάλληλα τις σχέσεις (3.18)–(3.21) προκύπτει επίσης:

$$\begin{aligned} \frac{(3.18)-(3.21)}{(3.20)-(3.19)} &\Rightarrow \frac{V_{Sb}-V_{Rc}}{V_{Sc}-V_{Rb}} = \frac{mI_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}-(1-m)I_{Rc}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Rc}}{mI_{Sc}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sc}-(1-m)I_{Rb}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Rb}} \\ &\Rightarrow mI_{Sc}V_{Sb}-mI_{Sc}V_{Rc}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sc}V_{Sb}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sc}V_{Rc}-I_{Rb}V_{Sb}+I_{Rb}V_{Rc}+mI_{Rb}V_{Sb}-mI_{Rb}V_{Rc}+\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sb}- \\ &-\frac{1}{2}Y_1V_{Rc}V_{Rb}-mY_1V_{Rb}V_{Sb}+mY_1V_{Rc}V_{Rb}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rc}V_{Rb} = mI_{Sb}V_{Sc}-mI_{Sb}V_{Rb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Sc}+ \\ &+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Rb}-I_{Rc}V_{Sc}+I_{Rc}V_{Rb}+mI_{Rc}V_{Sc}-mI_{Rc}V_{Rb}+\frac{1}{2}Y_1V_{Rc}V_{Sc}-\frac{1}{2}Y_1V_{Rc}V_{Rb}-mY_1V_{Rc}V_{Sc}+mY_1V_{Rc}V_{Rb}+ \\ &+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rc}V_{Sc}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rc}V_{Rb} \\ &\Rightarrow m(I_{Sc}V_{Sb}-I_{Sc}V_{Rc}+I_{Rb}V_{Sb}-I_{Rb}V_{Rc}-I_{Sb}V_{Sc}+I_{Sb}V_{Rb}-I_{Rc}V_{Sc}+I_{Rc}V_{Rb})+(-I_{Rb}V_{Sb}+ \\ &+I_{Rb}V_{Rc}+I_{Rc}V_{Sc}-I_{Rc}V_{Rb})=Y_1(-\frac{1}{2}V_{Rb}V_{Sb}+\frac{1}{2}V_{Rc}V_{Sc}+mV_{Rb}V_{Sb}-mV_{Rc}V_{Sc}) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Θεωρώντας τις βοηθητικές μεταβλητές:

$$B_7 = I_{Sc}V_{Sb} - I_{Sc}V_{Rc} - I_{Sb}V_{Sc} + I_{Sb}V_{Rb}$$

$$B_8 = V_{Rb}V_{Sb} - V_{Rc}V_{Sc}$$

$$B_9 = I_{Rb}V_{Sb} - I_{Rb}V_{Rc} - I_{Rc}V_{Sc} + I_{Rc}V_{Rb}$$

προκύπτει από την (3.32) για την εγκάρσια αγωγιμότητα η σχέση :

$$Y_1 = \frac{2m(B_7+B_9)-2B_9}{2mB_8-B_8} \quad (3.33)$$

η οποία είναι όμοια με τις σχέσεις που έχουν προκύψει από τις προηγούμενες μεθόδους, οπότε ορίζοντας τις βοηθητικές παραμέτρους:

$$b_5 = \text{real}(B_7\overline{B_8})$$

$$b_6 = \text{real}(B_9\overline{B_8})$$

λαμβάνεται για την απόσταση  $m$  η δευτεροβάθμια εξίσωση :

$$2m^2(b_5 + b_6) - m(b_5 + 3b_6) + b_6 = 0 \quad (3.34)$$

της οποίας η επίλυση δίνει ως λύσεις απόσταση  $m$  ίση με 0.5 ή ίση με:

$$m = \frac{b_6}{b_5 + b_6} \quad (3.35)$$

η οποία γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση είναι ίση με 0.5.

### 3.3 Τριφασικό Βραχυκύκλωμα

Στην *Εικόνα 3.4* απεικονίζονται τα τρία από τα πέντε τριφασικά βραχυκυκλώματα που θα μελετηθούν, το τριφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη με αντίσταση σφάλματος, το τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ των τριών φάσεων και το τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ του βραχυκυκλώματος και της γης, διότι, όπως και στα διφασικά, τα υπόλοιπα δύο προκύπτουν από αυτά μηδενίζοντας την αντίσταση σφάλματος, οπότε για ευκολία προτιμήθηκε να αποτυπωθούν τα τρία αυτά, όπως ακριβώς έγινε και με τη μελέτη του μοντέλου μικρού μήκους.

Η αρχική μελέτη που θα γίνει θα παρουσιαστεί για τα σφάλματα της *Εικόνας 3.4(a)* και της *Εικόνας 3.4(b)* γιατί είναι πιο γενικές περιπτώσεις αφού ισχύει ότι  $V_{Fa} \neq V_{Fb} \neq V_{Fc}$ , οπότε τα αποτελέσματα θα ισχύουν και για το σφάλμα της *Εικόνας 3.4(c)* καθώς και για τα προηγούμενα σφάλματα για μηδενική αντίσταση σφάλματος. Για τα τελευταία θα γίνει και συμπληρωματική μελέτη, όπου θα χρησιμοποιηθεί και η συνθήκη  $V_{Fa} = V_{Fb} = V_{Fc} = V_F$ .

Για τις τρεις φάσεις από το νόμο τάσεων του Kirchhoff λαμβάνονται τα εξής:

- Φάση a :

$$V_{Sa} - V_{Fa} = mZ_1 \left( I_{Sa} - \frac{mY_1 V_{Sa}}{2} \right) \quad (3.36)$$

$$V_{Ra} - V_{Fa} = (1 - m)Z_1 \left( I_{Ra} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Ra}}{2} \right) \quad (3.37)$$

- Φάση b :

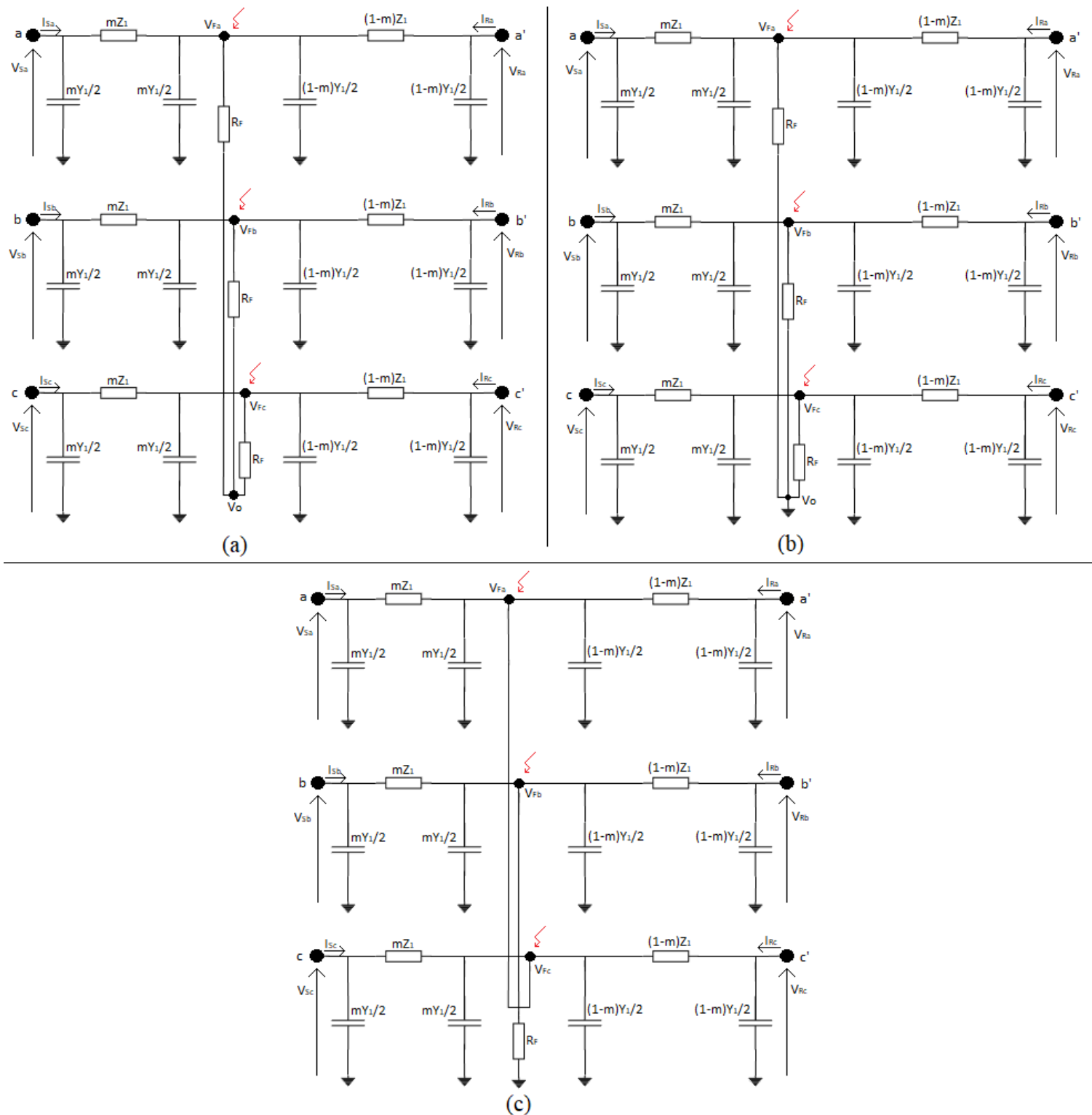
$$V_{Sb} - V_{Fb} = mZ_1 \left( I_{Sb} - \frac{mY_1 V_{Sb}}{2} \right) \quad (3.38)$$

$$V_{Rb} - V_{Fb} = (1 - m)Z_1 \left( I_{Rb} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Rb}}{2} \right) \quad (3.39)$$

- Φάση c :

$$V_{Sc} - V_{Fc} = mZ_1 \left( I_{Sc} - \frac{mY_1 V_{Sc}}{2} \right) \quad (3.40)$$

$$V_{Rc} - V_{Fc} = (1 - m)Z_1 \left( I_{Rc} - \frac{(1-m)Y_1 V_{Rc}}{2} \right) \quad (3.41)$$



**Εικόνα 3.4 :** Τριφασικό βραχυκύκλωμα σε απόσταση  $m$  από την αναχώρηση  $S$  της γραμμής μοντέλου μεσαίου μήκους. (α) Τριφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη με αντίσταση σφάλματος. (β) Τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη αλλά με αντίσταση σφάλματος μεταξύ των τριών φάσεων. (γ) Τριφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ του βραχυκυκλώματος και της γης.

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.36)–(3.39) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
\frac{(3.36)-(3.37)}{(3.38)-(3.39)} &\Rightarrow \frac{V_{Sa}-V_{Ra}}{V_{Sb}-V_{Rb}} = \frac{mI_{Sa}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}-(1-m)I_{Ra}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Ra}}{mI_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}-(1-m)I_{Rb}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Rb}} \\
&\Rightarrow mI_{Sb}V_{Sa}-mI_{Sb}V_{Ra}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}V_{Sb}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Ra}-I_{Rb}V_{Sa}+I_{Rb}V_{Ra}+mI_{Rb}V_{Sa}-mI_{Rb}V_{Ra}+\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sa}- \\
&-\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Ra}-mY_1V_{Rb}V_{Sa}+mY_1V_{Rb}V_{Ra}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sa}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Ra} = mI_{Sa}V_{Sb}-mI_{Sa}V_{Rb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}V_{Sb}+ \\
&+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}V_{Rb}-I_{Ra}V_{Sb}+I_{Ra}V_{Rb}+mI_{Ra}V_{Sb}-mI_{Ra}V_{Rb}+\frac{1}{2}Y_1V_{Ra}V_{Sb}-\frac{1}{2}Y_1V_{Ra}V_{Rb}-mY_1V_{Ra}V_{Sb}+mY_1V_{Ra}V_{Rb}+ \\
&\quad +\frac{m^2}{2}Y_1V_{Ra}V_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Ra}V_{Rb} \\
&\Rightarrow m(I_{Sb}V_{Sa}-I_{Sb}V_{Ra}+I_{Rb}V_{Sa}-I_{Rb}V_{Ra}-I_{Sa}V_{Sb}+I_{Sa}V_{Rb}-I_{Ra}V_{Sb}+I_{Ra}V_{Rb})+(-I_{Rb}V_{Sa}+ \\
&\quad +I_{Rb}V_{Ra}+I_{Ra}V_{Sb}-I_{Ra}V_{Rb})=Y_1(-\frac{1}{2}V_{Rb}V_{Sa}+\frac{1}{2}V_{Ra}V_{Sb}+mV_{Rb}V_{Sa}-mV_{Ra}V_{Sb})
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Ορίζοντας τις βοηθητικές παραμέτρους:

$$C_1 = I_{Sb}V_{Sa} - I_{Sb}V_{Ra} - I_{Sa}V_{Sb} + I_{Sa}V_{Rb}$$

$$C_2 = V_{Rb}V_{Sa} - V_{Ra}V_{Sb}$$

$$C_3 = I_{Ra}V_{Rb} - I_{Ra}V_{Sb} + I_{Rb}V_{Sa} - I_{Rb}V_{Ra}$$

από τη σχέση (3.42) εξάγεται η εξής σχέση για την εγκάρσια αγωγιμότητα:

$$Y_1 = \frac{2m(C_1+C_3)-2C_3}{2mC_2-C_2} \tag{3.43}$$

Η σχέση αυτή είναι παρόμοια με τη σχέση (3.10) που έχουμε στο μονοφασικό σφάλμα, οπότε ακολουθώντας την ίδια συλλογιστική πορεία και ορίζοντας τις παρακάτω βοηθητικές μεταβλητές:

$$c_1 = \text{real}(C_1\overline{C_2})$$

$$c_2 = \text{real}(C_3\overline{C_2})$$

καταλήγουμε στο τριώνυμο:

$$2m^2(c_1 + c_2) - m(c_1 + 3c_2) + c_2 = 0 \tag{3.44}$$

η επίλυση του οποίου, όπως και της δευτεροβάθμιας της σχέσης (3.12), δίνει ως λύσεις για την απόσταση  $m$  τιμή ίση με 0.5 ή ίση με :

$$m = \frac{c_2}{c_1+c_2} \tag{3.45}$$

η οποία γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση θεωρείται ίση με 0.5.

Ομοίως, όπως στα παραπάνω, αν συνδυάσουμε τις σχέσεις (3.38)–(3.41) ως  $\frac{(3.38)-(3.39)}{(3.40)-(3.41)}$  και θέσουμε τις βοηθητικές μεταβλητές :

$$C_4 = I_{Sc}V_{Sb} - I_{Sc}V_{Rb} - I_{Sb}V_{Sc} + I_{Sb}V_{Rc}$$

$$C_5 = V_{Rc}V_{Sb} - V_{Rb}V_{Sc}$$

$$C_6 = I_{Rb}V_{Rc} - I_{Rb}V_{Sc} + I_{Rc}V_{Sb} - I_{Rc}V_{Rb}$$

$$c_3 = \text{real}(C_4\overline{C_5})$$

$$c_4 = \text{real}(C_6\overline{C_5})$$

η απόσταση  $m$  προκύπτει ως:

$$m = \frac{c_4}{c_3+c_4} \quad (3.46)$$

και γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση  $m$  είναι ίση με 0.5.

Επίσης, αν συνδυάσουμε τις σχέσεις (3.36), (3.37), (3.40), (3.41) ως  $\frac{(3.36)-(3.37)}{(3.40)-(3.41)}$  και ορίσουμε τις μεταβλητές :

$$C_7 = I_{Sc}V_{Sa} - I_{Sc}V_{Ra} - I_{Sa}V_{Sc} + I_{Sa}V_{Rc}$$

$$C_8 = V_{Rc}V_{Sa} - V_{Ra}V_{Sc}$$

$$C_9 = I_{Ra}V_{Rc} - I_{Ra}V_{Sc} + I_{Rc}V_{Sa} - I_{Rc}V_{Ra}$$

$$c_5 = \text{real}(C_7\overline{C_8})$$

$$c_6 = \text{real}(C_9\overline{C_8})$$

η απόσταση  $m$  δίνεται από τον τύπο:

$$m = \frac{c_6}{c_5+c_6} \quad (3.47)$$

και γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση είναι ίση με 0.5.

Επειδή τα σφάλματα δεν είναι πάντα απολύτως συμμετρικά και μπορεί να εμφανίζουν διαφοροποιήσεις μεταξύ τους οι τρεις τύποι των εκτιμήσεων, (3.45), (3.46) και (3.47), για τον λόγο αυτόν προτείνεται ως εκτίμηση να λαμβάνεται η μέση τιμή τους. Αυτό ακολουθήθηκε και στις προσομοιώσεις στο αντίστοιχο κεφάλαιο.



Στη συνέχεια, μπορούμε να συνεχίσουμε τη μελέτη του τριφασικού σφάλματος για την *Εικόνα 3.4(c)*, είτε των άλλων δύο για μηδενική αντίσταση σφάλματος, όπου σε αυτές τις περιπτώσεις ισχύει  $V_{Fa} = V_{Fb} = V_{Fc} = V_F$ . Οπότε, μπορούμε επιπρόσθετα να λάβουμε:

$$\begin{aligned}
\frac{(3.36)-(3.38)}{(3.37)-(3.39)} \Rightarrow \frac{V_{Sa}-V_{Sb}}{V_{Ra}-V_{Rb}} &= \frac{mI_{Sa}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}-mI_{Sb}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}}{(1-m)V_{Ra}-\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Ra}-(1-m)V_{Rb}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Rb}} \\
&\Rightarrow mI_{Sa}V_{Ra}-mI_{Sa}V_{Rb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}V_{Ra}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}V_{Rb}-mI_{Sb}V_{Ra}+mI_{Sb}V_{Rb}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Ra}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Rb}= \\
&= I_{Ra}V_{Sa}-I_{Ra}V_{Sb}-mI_{Ra}V_{Sa}+mI_{Ra}V_{Sb}-\frac{1}{2}Y_1V_{Ra}V_{Sa}+\frac{1}{2}Y_1V_{Ra}V_{Sb}+mY_1V_{Ra}V_{Sa}-mY_1V_{Ra}V_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Ra}V_{Sa}+ \\
&+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Ra}V_{Sb}-I_{Rb}V_{Sa}+I_{Rb}V_{Sb}+mI_{Rb}V_{Sa}-mI_{Rb}V_{Sb}+\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sa}-\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sb}-mY_1V_{Rb}V_{Sa}+mY_1V_{Rb}V_{Sb}+ \\
&\quad +\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sa}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sb} \\
&\Rightarrow m(I_{Sa}V_{Ra}-I_{Sa}V_{Rb}-I_{Sb}V_{Ra}+I_{Sb}V_{Rb}+I_{Ra}V_{Sa}-I_{Ra}V_{Sb}-I_{Rb}V_{Sa}+I_{Rb}V_{Sb})+(I_{Ra}V_{Sb}-I_{Ra}V_{Sa}+I_{Rb}V_{Sa}- \\
&\quad -I_{Rb}V_{Sb})=Y_1(\frac{1}{2}V_{Ra}V_{Sb}-\frac{1}{2}V_{Ra}V_{Sa}+\frac{1}{2}V_{Rb}V_{Sa}-\frac{1}{2}V_{Rb}V_{Sb}+mV_{Ra}V_{Sa}-mV_{Ra}V_{Sb}+mV_{Rb}V_{Sb}-mV_{Rb}V_{Sa})
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Ορίζοντας τις βοηθητικές μεταβλητές:

$$D_1 = I_{Sa}V_{Ra} - I_{Sa}V_{Rb} - I_{Sb}V_{Ra} + I_{Sb}V_{Rb}$$

$$D_2 = V_{Ra}V_{Sa} - V_{Ra}V_{Sb} + V_{Rb}V_{Sb} - V_{Rb}V_{Sa}$$

$$D_3 = I_{Ra}V_{Sa} - I_{Ra}V_{Sb} - I_{Rb}V_{Sa} + I_{Rb}V_{Sb}$$

λαμβάνεται από τη σχέση (3.48) για την εγκάρσια αγωγιμότητα η εξής σχέση:

$$Y_1 = \frac{2m(D_1+D_3)-2D_3}{2mD_2-D_2} \tag{3.49}$$

η οποία είναι όμοια με τις σχέσεις που έχουν προκύψει από τις προηγούμενες μεθόδους, οπότε με την ίδια συλλογιστική πορεία που έχει ακολουθηθεί και στις προηγούμενες περιπτώσεις θεωρούμε τις βοηθητικές παραμέτρους:

$$d_1 = \text{real}(D_1\overline{D_2})$$

$$d_2 = \text{real}(D_3\overline{D_2})$$

και κατ' αυτόν τον τρόπο λαμβάνεται για την απόσταση  $m$  η δευτεροβάθμια εξίσωση :

$$2m^2(d_1 + d_2) - m(d_1 + 3d_2) + d_2 = 0 \tag{3.50}$$

της οποίας η επίλυση δίνει ως λύσεις την απόσταση  $m$  ίση με την τιμή 0.5 ή ίση με :

$$m = \frac{d_2}{d_1+d_2} \tag{3.51}$$

και γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση είναι ίση με 0.5.

Ομοίως με τα παραπάνω, αν συνδυάσουμε τις σχέσεις (3.38)–(3.41) ως  $\frac{(3.38)-(3.40)}{(3.39)-(3.41)}$  και θέσουμε τις βοηθητικές μεταβλητές :

$$\begin{aligned} D_4 &= I_{Sb}V_{Rb} - I_{Sb}V_{Rc} - I_{Sc}V_{Rb} + I_{Sc}V_{Rc} \\ D_5 &= V_{Rb}V_{Sb} - V_{Rb}V_{Sc} + V_{Rc}V_{Sc} - V_{Rc}V_{Sb} \\ D_6 &= I_{Rb}V_{Sb} - I_{Rb}V_{Sc} - I_{Rc}V_{Sb} + I_{Rc}V_{Sc} \\ d_3 &= \text{real}(D_4\overline{D_5}) \\ d_4 &= \text{real}(D_6\overline{D_5}) \end{aligned}$$

η απόσταση  $m$  προκύπτει ως:

$$m = \frac{d_4}{d_3+d_4} \quad (3.52)$$

και γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση  $m$  είναι ίση με 0.5.

Επίσης, συνδυάσουμε τις σχέσεις (3.36), (3.37), (3.40), (3.41) ως  $\frac{(3.36)-(3.40)}{(3.37)-(3.41)}$  και ορίσουμε τις μεταβλητές :

$$\begin{aligned} D_7 &= I_{Sa}V_{Ra} - I_{Sa}V_{Rc} - I_{Sc}V_{Ra} + I_{Sc}V_{Rc} \\ D_8 &= V_{Ra}V_{Sa} - V_{Ra}V_{Sc} + V_{Rc}V_{Sc} - V_{Rc}V_{Sa} \\ D_9 &= I_{Ra}V_{Sa} - I_{Ra}V_{Sc} - I_{Rc}V_{Sa} + I_{Rc}V_{Sc} \\ d_5 &= \text{real}(D_7\overline{D_8}) \\ d_6 &= \text{real}(D_9\overline{D_8}) \end{aligned}$$

η απόσταση  $m$  δίνεται από τον τύπο:

$$m = \frac{d_6}{d_5+d_6} \quad (3.53)$$

και γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση είναι ίση με 0.5.

Όπως έχουμε αναφέρει, τα τριφασικά σφάλματα δεν είναι πάντα απολύτως συμμετρικά στην πράξη και μπορεί να εμφανίζουν διαφοροποιήσεις μεταξύ τους οι τρεις τύποι των εκτιμήσεων, (3.51), (3.52) και (3.53), προτείνεται ως εκτίμηση να λαμβάνεται η μέση τιμή τους. Αυτό ακολουθήθηκε και στις προσομοιώσεις στο αντίστοιχο κεφάλαιο.

Με συνδυασμό των σχέσεων (3.36)–(3.39) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
& \frac{(3.36)-(3.39)}{(3.38)-(3.37)} \Rightarrow \frac{V_{Sa}-V_{Rb}}{V_{Sb}-V_{Ra}} = \frac{mI_{Sa}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}-(1-m)I_{Rb}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Rb}}{mI_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}-(1-m)I_{Ra}+\frac{(1-m)^2}{2}Y_1V_{Ra}} \\
& \Rightarrow mI_{Sb}V_{Sa}-mI_{Sb}V_{Rb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Sa}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sb}V_{Rb}-I_{Ra}V_{Sa}+I_{Ra}V_{Rb}+mI_{Ra}V_{Sa}-mI_{Ra}V_{Rb}+\frac{1}{2}Y_1V_{Ra}V_{Sa}- \\
& -\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Ra}-mY_1V_{Ra}V_{Sa}+mY_1V_{Rb}V_{Ra}+\frac{m^2}{2}Y_1V_{Ra}V_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Ra} = mI_{Sa}V_{Sb}-mI_{Sa}V_{Ra}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}V_{Sb}+ \\
& +\frac{m^2}{2}Y_1V_{Sa}V_{Ra}-I_{Rb}V_{Sb}+I_{Rb}V_{Ra}+mI_{Rb}V_{Sb}-mI_{Rb}V_{Ra}+\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sb}-\frac{1}{2}Y_1V_{Rb}V_{Ra}-mY_1V_{Rb}V_{Sb}+mY_1V_{Rb}V_{Ra}+ \\
& +\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Sb}-\frac{m^2}{2}Y_1V_{Rb}V_{Ra} \\
& \Rightarrow m(I_{Sb}V_{Sa}-I_{Sb}V_{Rb}+I_{Ra}V_{Sa}-I_{Ra}V_{Rb}-I_{Sa}V_{Sb}+I_{Sa}V_{Ra}-I_{Rb}V_{Sb}+I_{Rb}V_{Ra})+(-I_{Ra}V_{Sa}+ \\
& +I_{Ra}V_{Rb}+I_{Rb}V_{Sb}-I_{Rb}V_{Ra})=Y_1(-\frac{1}{2}V_{Ra}V_{Sa}+\frac{1}{2}V_{Rb}V_{Sb}+mV_{Ra}V_{Sa}-mV_{Rb}V_{Sb})
\end{aligned} \tag{3.54}$$

Θεωρώντας τις βοηθητικές μεταβλητές:

$$H_1 = I_{Sb}V_{Sa} - I_{Sb}V_{Rb} - I_{Sa}V_{Sb} + I_{Sa}V_{Ra}$$

$$H_2 = V_{Ra}V_{Sa} - V_{Rb}V_{Sb}$$

$$H_3 = I_{Ra}V_{Sa} - I_{Ra}V_{Rb} - I_{Rb}V_{Sb} + I_{Rb}V_{Ra}$$

λαμβάνεται από τη σχέση (3.54) για την εγκάρσια αγωγιμότητα η εξής σχέση:

$$Y_1 = \frac{2m(H_1+H_3)-2H_3}{2mH_2-H_2} \tag{3.55}$$

η οποία είναι όμοια με τις σχέσεις που έχουν προκύψει στις προηγούμενες μεθόδους, οπότε με την ίδια συλλογιστική πορεία που έχει ακολουθηθεί στις προηγούμενες περιπτώσεις ορίζουμε τις βοηθητικές παραμέτρους :

$$h_1 = \text{real}(H_1\overline{H_2})$$

$$h_2 = \text{real}(H_3\overline{H_2})$$

και κατ' αυτόν τον τρόπο λαμβάνεται για την απόσταση  $m$  η δευτεροβάθμια εξίσωση :

$$2m^2(h_1 + h_2) - m(h_1 + 3h_2) + h_2 = 0 \tag{3.56}$$

της οποίας η επίλυση δίνει ως λύσεις την απόσταση  $m$  ίση με 0.5 ή ίση με :

$$m = \frac{h_2}{h_1+h_2} \tag{3.57}$$

και γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση  $m$  είναι ίση με 0.5.

Ομοίως με τα παραπάνω, αν συνδυάσουμε τις σχέσεις (3.38)–(3.41) ως  $\frac{(3.38)-(3.41)}{(3.40)-(3.39)}$  και θέσουμε τις βοηθητικές μεταβλητές :

$$\begin{aligned} H_4 &= I_{Sc}V_{Sb} - I_{Sc}V_{Rc} - I_{Sb}V_{Sc} + I_{Sb}V_{Rb} \\ H_5 &= V_{Rb}V_{Sb} - V_{Rc}V_{Sc} \\ H_6 &= I_{Rb}V_{Sb} - I_{Rb}V_{Rc} - I_{Rc}V_{Sc} + I_{Rc}V_{Rb} \\ h_3 &= \text{real}(H_4\overline{H_5}) \\ h_4 &= \text{real}(H_6\overline{H_5}) \end{aligned}$$

η απόσταση  $m$  δίνεται από τον τύπο:

$$m = \frac{h_4}{h_3+h_4} \quad (3.58)$$

και γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση  $m$  είναι ίση με 0.5.

Επίσης, αν συνδυάσουμε τις σχέσεις (3.36), (3.37), (3.40), (3.41) ως  $\frac{(3.36)-(3.41)}{(3.40)-(3.37)}$  και ορίσουμε τις μεταβλητές :

$$\begin{aligned} H_7 &= I_{Sc}V_{Sa} - I_{Sc}V_{Rc} - I_{Sa}V_{Sc} + I_{Sa}V_{Ra} \\ H_8 &= V_{Ra}V_{Sa} - V_{Rc}V_{Sc} \\ H_9 &= I_{Ra}V_{Sa} - I_{Ra}V_{Rc} - I_{Rc}V_{Sc} + I_{Rc}V_{Ra} \\ h_5 &= \text{real}(H_7\overline{H_8}) \\ h_6 &= \text{real}(H_9\overline{H_8}) \end{aligned}$$

η απόσταση  $m$  προκύπτει ως:

$$m = \frac{h_6}{h_5+h_6} \quad (3.59)$$

η οποία γίνεται αποδεκτή αν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ , αλλιώς η απόσταση  $m$  είναι ίση με 0.5.

Τέλος, γνωρίζοντας ότι τα τριφασικά σφάλματα δεν είναι πάντα απολύτως συμμετρικά στην πράξη και μπορεί να εμφανίζουν διαφοροποιήσεις μεταξύ τους οι εκτιμήσεις των τριών τύπων, (3.57), (3.58) και (3.59), προτείνεται ως εκτίμηση να λαμβάνεται η μέση τιμή τους. Αυτό ακολουθήθηκε και στις προσομοιώσεις στο αντίστοιχο κεφάλαιο.

## 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

### Αποτελέσματα Προσομοιώσεων

Οι δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν ώστε να ελεγχθούν στην πράξη όσα αποδείχθηκαν θεωρητικά στα προηγούμενα κεφάλαια για τα μοντέλα μικρού και μεσαίου μήκους, έγιναν στο δίκτυο της *Εικόνας 4.1* και ο ακριβής τρόπος εκτέλεσης της διαδικασίας παρουσιάζεται στο Παράρτημα στο τέλος της εργασίας. Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια απόπειρα αξιολόγησης των εξισώσεων που αποδείχθηκαν στο θεωρητικό μέρος καθώς και μερικών μεθόδων που έχουν προταθεί από τις εργασίες [6], [13].



*Εικόνα 4.1 : Το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας με το οποίο έγιναν οι δοκιμές.*

Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα παρουσιαστούν οι πίνακες με τα αποτελέσματα των δοκιμών που έγιναν για τα δύο μοντέλα αναπαράστασης της γραμμής.

#### 4.1 Μοντέλο Μικρού Μήκους Γραμμής Μεταφοράς

Καταρχάς, στον *Πίνακα 4.1* παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δοκιμών που έγιναν για το μονοφασικό βραχυκύκλωμα στο μοντέλο μικρού μήκους. Δοκιμάστηκαν πέραν από τις δύο μεθόδους που αποδείξαμε προηγουμένως (σχέσεις (2.9) και (2.10)) και η μέθοδος που προτείνει η εργασία [13] για το μονοφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος, στην οποία καταλήγει σε ένα τριώνυμο και υποδεικνύει ως εκτίμηση της απόστασης τη λύση που ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ . Όμως, στη μέθοδο αυτή δεν προτείνεται ποια λύση πρέπει να επιλεγεί όταν και οι δύο ικανοποιούν την παραπάνω συνθήκη. Οπότε, αντί να επιλέγεται μία από τις δύο λύσεις προτείνεται να λαμβάνεται η μέση τιμή των δύο αυτών λύσεων ως εκτίμηση της θέσης σφάλματος. Συνεπώς, πέραν των μεθόδων ανίχνευσης που αποδείχθηκαν στο δεύτερο κεφάλαιο στην αντίστοιχη ενότητα, δοκιμάστηκε και η μέθοδος [13] καθώς και η πρόταση για τη μέση τιμή των εκτιμήσεων αυτών που προκύπτουν από αυτή τη μέθοδο.

Αντίσταση Σφάλματος	Πραγματική Απόσταση (ρμ)	Εκτίμηση εργασίας [13] (ρμ)		Απόκλιση (%)		Μ.Τ. των δύο λύσεων	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (2.9) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (2.10) (ρμ)	Απόκλιση (%)
$R_F = 0\Omega$	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.083	8.3	0.0	0.0
	0.1	0.073	0.168	-2.7	6.8	0.12	2.0	0.17	7.0	0.1	0.0
	0.2	0.104	0.305	-9.6	10.5	0.204	0.4	0.257	5.7	0.2	0.0
	0.3	0.447	0.149	14.7	-15.1	0.298	-0.2	0.333	3.3	0.3	0.0
	0.4	0.412	0.4	1.2	0.0	0.406	0.6	0.418	1.8	0.4	0.0
	0.5	0.5	0.5	0.0	0.0	0.5	0.0	-	-	0.5	0.0
	0.6	0.883	0.4	28.8	-20	0.641	4.1	0.584	-1.6	0.6	0.0
	0.7	0.778	0.7	7.8	0.0	0.739	3.90	-	-	0.7	0.0
	0.8	0.5	1.347	-30	-30	0.924	12.4	0.742	-5.8	0.8	0.0
	0.9	0.915	0.9	1.5	0.0	0.908	0.8	0.826	-7.4	0.9	0.0
1	1	1	0.0	0.0	1	0.0	0.917	-8.3	1	0.0	
$R_F = 1\Omega$	0	0.071	0.246	7.1	24.6	0.159	15.9	0.084	8.4	0.058	5.8
	0.1	0.188	0.088	8.8	-1.2	0.138	3.8	0.193	9.3	0.118	1.8
	0.2	0.188	0.125	-1.2	-7.5	0.156	-4.4	0.25	5.0	0.208	0.8
	0.3	0.564	0.222	26.4	-7.8	0.393	9.3	0.322	2.2	0.304	0.4
	0.4	0.354	0.354	-4.6	-4.6	0.354	-4.6	0.422	2.2	0.401	0.1
	0.5	0.5	0.5	0.0	0.0	0.5	0.0	-	-	0.5	0.0
	0.6	0.5	0.5	-10	-10	0.5	-10	0.589	-1.1	0.599	-0.1
	0.7	0.667	0.667	-3.3	-3.3	0.667	-3.3	0.666	-3.4	0.697	-0.3
	0.8	1.487	0.448	-35.2	-35.2	0.968	16.8	0.758	-4.2	0.793	-0.7
	0.9	0.725	0.985	-17.5	8.5	0.855	-4.5	0.81	-9.0	0.885	-1.5
1	3.414	0.586	-41.4	-41.4	2	-	0.94	-6.0	0.96	-4.0	
$R_F = 10\Omega$	0	0.125	0.089	12.5	8.9	0.107	10.7	0.083	8.3	0.083	8.3
	0.1	0.395	0.132	29.5	3.2	0.264	16.4	0.165	6.5	0.165	6.5
	0.2	0.362	0.138	16.2	-6.2	0.25	5.0	0.242	4.2	0.247	4.7
	0.3	0.354	0.354	5.4	5.4	0.354	5.4	-	-	0.331	3.1
	0.4	1.052	0.317	-8.3	-8.3	0.684	28.4	0.416	1.6	0.415	1.5
	0.5	0.5	0.5	0.0	0.0	0.5	0.0	-	-	0.5	0.0
	0.6	0.936	0.178	33.6	-42.2	0.557	-4.3	0.583	-1.7	0.585	-1.5
	0.7	1.274	0.392	-30.8	-30.8	0.833	13.3	-	-	0.669	-3.1
	0.8	1.039	0.561	-23.9	-23.9	0.8	0.0	0.744	-5.6	0.753	-4.7
	0.9	0.405	1.543	-49.5	-49.5	0.974	7.4	0.872	-2.8	0.836	-6.4
1	0.926	0.926	-7.4	-7.4	0.926	-7.4	0.901	-9.9	0.918	-8.2	

**Πίνακας 4.1 :** Αποτελέσματα δοκιμών για μονοφασικό σφάλμα σε μοντέλο μικρού μήκους.

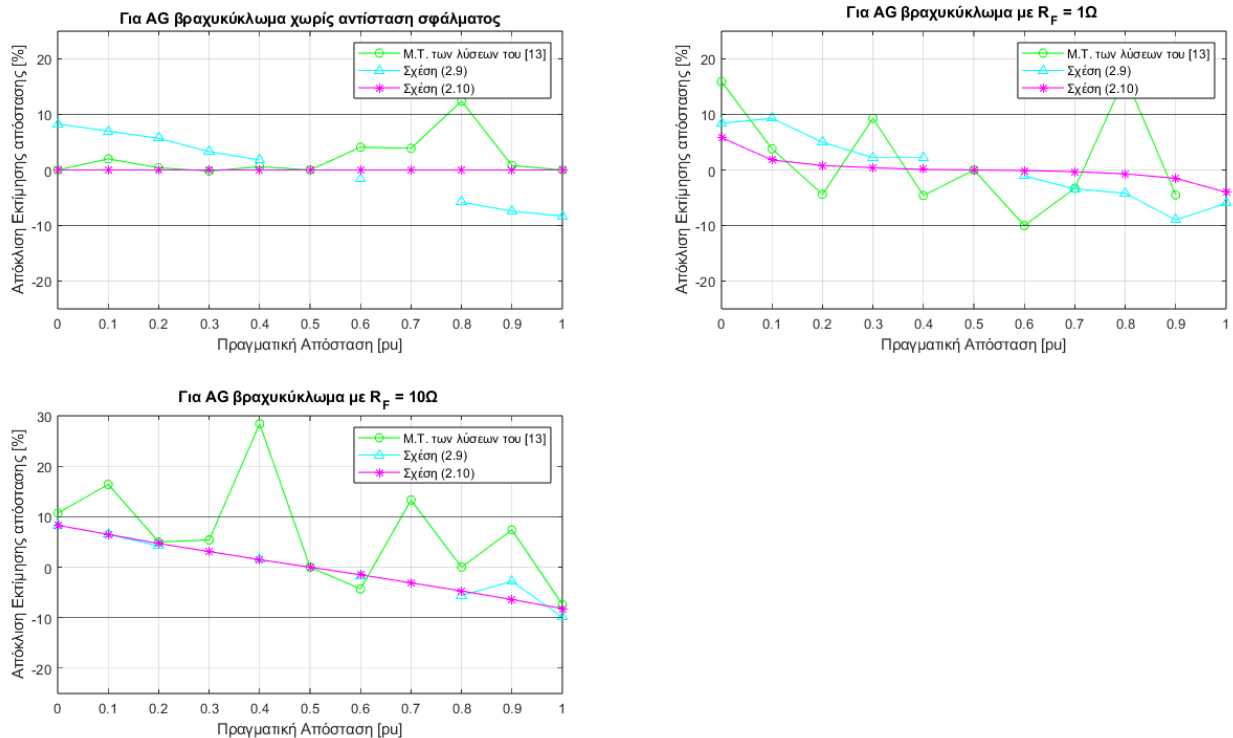
Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να εξηγηθεί ο τρόπος υπολογισμού της απόκλισης της εκτίμησης από την πραγματική απόσταση στην οποία συμβαίνει το σφάλμα. Για τον υπολογισμό της απόκλισης της εκτίμησης ως προς το σημείο του σφάλματος χρησιμοποιήθηκε ο τύπος:

$$\frac{m_{est} - m}{l} * 100\% = (m_{est} - m) * 100\%$$

όπου καθώς το μήκος  $l$  της γραμμής υπολογίζεται στο ανά μονάδα σύστημα, αυτό θεωρείται ίσο με τη μονάδα.

Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι ως εκτίμηση της απόστασης λαμβανόταν κάθε φορά το μέτρο του αποτελέσματος που παρήγαν οι τύποι, διότι τα στοιχεία που περιέχονται σε αυτούς είναι μιγαδικοί αριθμοί, οπότε υπήρχαν περιπτώσεις στις οποίες η εκτίμηση προέκυπτε μιγαδικός αριθμός με αμελητέο φανταστικό μέρος ή υπήρχαν αστοχίες στα πρόσημα. Γι' αυτό, για να αποφευχθούν αυτές οι αστοχίες, ως εκτιμήσεις λήφθηκαν τα μέτρα των αποτελεσμάτων σε όλες τις δοκιμές όλων των σφαλμάτων. Για την καλύτερη κατανόηση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης του μονοφασικού σφάλματος, στην *Εικόνα 4.2* παρουσιάζονται τα γραφήματα

στα οποία αποτυπώνονται οι αποκλίσεις που εμφανίστηκαν για τις τρεις μεθόδους από τις τέσσερις που καταγράφονται στον Πίνακα 4.1.



**Εικόνα 4.2 :** Οι αποκλίσεις που εμφανίζονται από τις μεθόδους του μοντέλου μικρού μήκους για μονοφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με  $1\Omega$  και με αντίσταση σφάλματος ίση με  $10\Omega$ .

Στα γραφήματα σημειώνονται όρια  $\pm 10\%$  ώστε να γίνεται πιο εύκολη η κατανόηση της ακρίβειας των μεθόδων. Όπως φαίνεται από την Εικόνα 4.2, σημαντικά καλύτερη ακρίβεια από τις τρεις αυτές μεθόδους επιτυγχάνει η μέθοδος της σχέσης (2.10) που αποδείχθηκε στην παράγραφο 2.1 για μονοφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος. Ως επί το πλείστον, παρατηρούμε ότι η ακρίβειά της είναι καλύτερη και από τη σχέση (2.9) που θεωρητικά ισχύει για όλα τα μονοφασικά και διφασικά βραχυκυκλώματα όπως και από τη μέση τιμή των εκτιμήσεων που προκύπτουν από τη μέθοδο της εργασίας [13] που και αυτή αποδεικνύεται μόνο για σφάλματα χωρίς αντίσταση.

Στη συνέχεια, στον Πίνακα 4.2 καταγράφονται τα αποτελέσματα των δοκιμών με τις αποκλίσεις τους για το διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη, καθ' όμοιο τρόπο με τον πίνακα για τα μονοφασικά βραχυκυκλώματα, των εξής μεθόδων: της σχέσης (2.28) που παρουσιάζεται και στις εργασίες [6], [13] και αποδεικνύεται για διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη και χωρίς αντίσταση σφάλματος, για τη μέθοδο της σχέσης (2.9) την οποία είδαμε και προηγουμένως, της σχέσης (2.20) που είναι για όλα τα διφασικά σφάλματα και της σχέσης (2.32) που αποδείχθηκε κι αυτή όπως και η (2.28) για βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος για τα διφασικά βραχυκυκλώματα χωρίς γη.

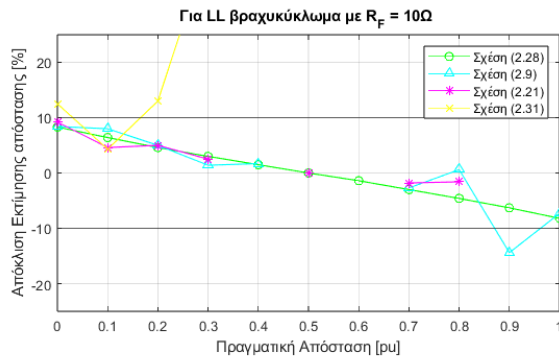
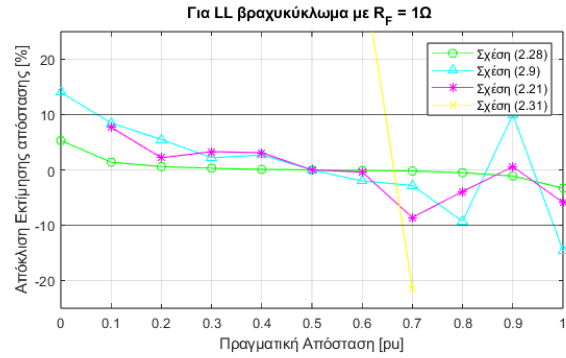
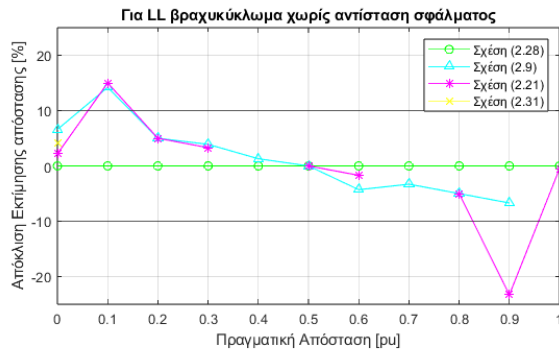
Αντίσταση Σφάλματος	Πραγματική Απόσταση (ρμ)	Εκτίμηση (2.28) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (2.9) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (2.21) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (2.31) (ρμ)	Απόκλιση (%)
$R_F = 0\Omega$	0	0	0.0	0.066	6.60	0.022	2.20	0.042	4.20
	0.1	0.1	0.0	0.242	14.20	0.25	15.0	-	-
	0.2	0.2	0.0	0.25	5.0	0.25	5.0	0.5	30.0
	0.3	0.3	0.0	0.339	3.90	0.333	3.30	1	70.0
	0.4	0.4	0.0	0.413	1.30	-	-	-	-
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0	-	-
	0.6	0.6	0.0	0.557	-4.30	0.583	-1.70	3.50	-
	0.7	0.7	0.0	0.667	-3.30	-	-	-	-
	0.8	0.8	0.0	0.75	-5.0	0.75	-5.0	1.101	-
	0.9	0.9	0.0	0.833	-6.70	0.667	-23.30	-	-
1	1	0.0	1.426	-	0.995	-0.50	1.047	-	
$R_F = 1\Omega$	0	0.053	5.30	0.14	14.0	-	-	-	-
	0.1	0.114	1.40	0.185	8.50	0.177	7.70	0.368	26.80
	0.2	0.206	0.60	0.255	5.50	0.222	2.20	1	80.0
	0.3	0.303	0.30	0.322	2.20	0.333	3.30	1	70.0
	0.4	0.401	0.10	0.427	2.70	0.431	3.10	1	60.0
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0	-	-
	0.6	0.599	-0.10	0.58	-2.0	0.596	-0.40	0.97	37.0
	0.7	0.698	-0.20	0.672	-2.80	0.614	-8.60	0.485	-21.50
	0.8	0.795	-0.50	0.707	-9.30	0.761	-3.90	1.2	-
	0.9	0.889	-1.10	1	10.0	0.906	0.60	0	-90.0
1	0.967	-3.30	0.854	-14.60	0.941	-5.90	0.685	-34.20	
$R_F = 10\Omega$	0	0.083	8.30	0.084	8.40	0.092	9.20	0.125	12.50
	0.1	0.164	6.40	0.18	8.0	0.146	4.60	0.143	4.30
	0.2	0.246	4.60	0.25	5.0	0.25	5.0	0.33	13.0
	0.3	0.330	3.00	0.314	1.40	0.325	2.50	0.707	40.70
	0.4	0.415	1.50	0.417	1.70	-	-	-	-
	0.5	0.5	0.0	-	-	0.5	0.0	-	-
	0.6	0.586	-1.40	-	-	-	-	-	-
	0.7	0.670	-3.00	0.673	-2.70	0.682	-1.80	1.085	-
	0.8	0.754	-4.60	0.806	0.60	0.784	-1.60	2	-
	0.9	0.837	-6.30	0.756	-14.40	-	-	-	-
1	0.918	-8.20	0.927	-7.30	-	-	-	-	

*Πίνακας 4.2 : Αποτελέσματα δοκιμών για διφασικό σφάλμα χωρίς γη σε μοντέλο μικρού μήκους.*

Στον Πίνακα 4.2 υπάρχουν μερικές κενές τιμές και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε κάποιες περιπτώσεις κάποιες μέθοδοι αδυνατούν να ανταποκριθούν ώστε να εξαγάγουν εκτίμηση, διότι είτε μηδενίζοταν κάποιος παρονομαστής είτε η εκτίμηση ήταν εκτός των ορίων της γραμμής. Για καλύτερη κατανόηση των αποτελεσμάτων του Πίνακα 4.2, στην Εικόνα 4.3 παρουσιάζονται τρία διαγράμματα τα οποία απεικονίζουν την απόκλιση των εκτιμήσεων της εκάστοτε σχέσης συναρτήσεως της πραγματικής απόστασης στην οποία συμβαίνει το σφάλμα. Επίσης, στο διάγραμμα φαίνονται τα όρια  $\pm 10\%$  ώστε να μπορούμε να αντιλαμβανόμαστε καλύτερα τις τάξεις μεγέθους των αποκλίσεων.

Από την Εικόνα 4.3 εξάγεται το συμπέρασμα ότι η σχέση (2.28) έχει την καλύτερη επίδοση στα διφασικά σφάλματα χωρίς γη καθώς και στις τρεις εξεταζόμενες περιπτώσεις δεν ξεπερνά τα όρια του  $\pm 10\%$ , αν και το συγκεκριμένο όριο είναι αρκετά υψηλό για γραμμές μεταφοράς μεγάλους μήκους, αλλά σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους που εξετάστηκαν εμφανίζει τις βέλτιστες αποκλίσεις παρόλο που η σχέση αυτή αποδεικνύεται μόνο για διφασικό σφάλμα χωρίς γη και χωρίς αντίσταση σφάλματος ή για όλα τα διφασικά σφάλματα ως προς γη. Εν αντιθέσει, η εκτίμηση της σχέσεως (2.31) είναι η χειρότερη και αποδεικνύεται και αυτή θεωρητικά για τις ίδιες περιπτώσεις.





**Εικόνα 4.3 :** Οι αποκλίσεις που εμφανίζονται από τις μεθόδους του μοντέλου μικρού μήκους για διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη και χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με  $1\Omega$  και με αντίσταση σφάλματος ίση με  $10\Omega$ .

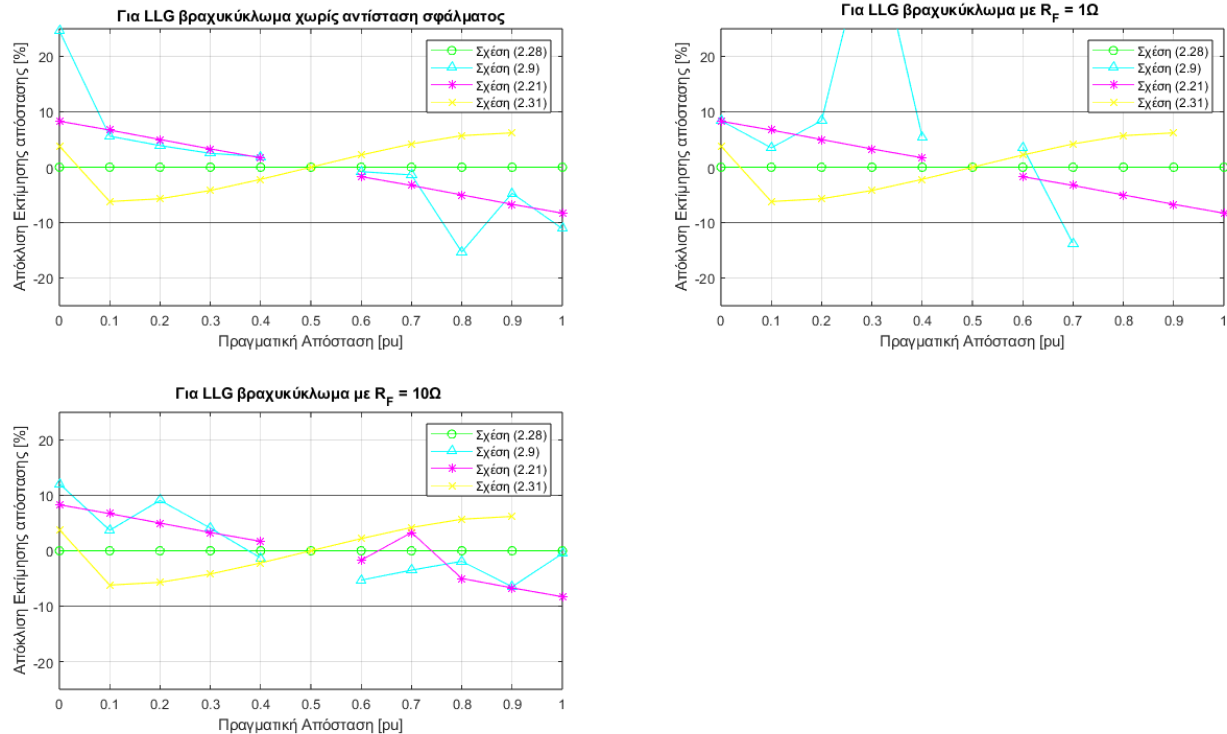
Ακολουθώς παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.3 τα αποτελέσματα των δοκιμών για διφασικό σφάλμα ως προς γη για τις ίδιες μεθόδους που εξετάστηκαν και στο διφασικό σφάλμα χωρίς γη, δηλαδή για τις σχέσεις (2.28), (2.31) που θεωρητικά αποδεικνύονται και για αυτή την ομάδα σφαλμάτων, για τη σχέση (2.9) που ισχύει για όλα τα μονοφασικά – διφασικά σφάλματα και για τη σχέση (2.21) που ισχύει θεωρητικά για όλα τα διφασικά σφάλματα.

Οι κενές τιμές οφείλονται, όπως στο μονοφασικό βραχυκύκλωμα και στο διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη, σε περιπτώσεις όπου οι τύποι δεν μπόρεσαν να ανταποκριθούν λόγω σφαλμάτων κατά την υλοποίηση ή παρήγαγαν εκτιμήσεις εκτός των ορίων της γραμμής. Για να αποκτηθεί μία καλύτερη εικόνα για τον τρόπο που ανταποκρίνονται οι μελετώμενες μέθοδοι για το διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη στην Εικόνα 4.4, παρουσιάζονται γραφικά τα αποτελέσματα των αποκλίσεων του παρακάτω πίνακα.

Αντίσταση Σφάλματος	Πραγματική Απόσταση (ρμ)	Εκτίμηση (2.28) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (2.9) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (2.21) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (2.31) (ρμ)	Απόκλιση (%)
$R_F = 0\Omega$	0	0.0	0.0	0.246	24.60	0.083	8.30	0.038	3.80
	0.1	0.1	0.0	0.156	5.60	0.167	6.70	0.038	-6.20
	0.2	0.2	0.0	0.239	3.90	0.25	5.00	0.143	-5.70
	0.3	0.3	0.0	0.325	2.50	0.333	3.30	0.258	-4.20
	0.4	0.4	0.0	0.419	1.90	0.417	1.70	0.378	-2.20
	0.5	0.5	0.0	-	-	-	-	0.5	0.0
	0.6	0.6	0.0	0.592	-0.80	0.583	-1.70	0.622	2.20
	0.7	0.7	0.0	0.686	-1.40	0.667	-3.30	0.742	4.20
	0.8	0.8	0.0	0.647	-15.30	0.75	-5.00	0.857	5.70
	0.9	0.9	0.0	0.853	-4.70	0.833	-6.70	0.962	6.20
1	1	0.0	0.889	-11.10	0.917	-8.30	1.038	-	
$R_F = 1\Omega$	0	0.0	0.0	0.084	8.40	0.083	8.30	0.038	3.80
	0.1	0.1	0.0	0.135	3.50	0.167	6.70	0.038	-6.20
	0.2	0.2	0.0	0.284	8.40	0.25	5.00	0.143	-5.70
	0.3	0.3	0.0	0.751	45.10	0.333	3.30	0.258	-4.20
	0.4	0.4	0.0	0.455	5.50	0.417	1.70	0.378	-2.20
	0.5	0.5	0.0	-	-	-	-	0.5	0.0
	0.6	0.6	0.0	0.636	3.60	0.583	-1.70	0.622	2.20
	0.7	0.7	0.0	0.562	-13.80	0.667	-3.30	0.742	4.20
	0.8	0.8	0.0	1.159	-	0.75	-5.00	0.857	5.70
	0.9	0.9	0.0	0.642	-25.80	0.833	-6.70	0.962	6.20
1	1	0.0	1.453	-	0.917	-8.30	1.038	-	
$R_F = 10\Omega$	0	0.0	0.0	0.121	12.10	0.083	8.30	0.038	3.80
	0.1	0.1	0.0	0.137	3.70	0.167	6.70	0.038	-6.20
	0.2	0.2	0.0	0.291	9.10	0.25	5.00	0.143	-5.70
	0.3	0.3	0.0	0.341	4.10	0.333	3.30	0.258	-4.20
	0.4	0.4	0.0	0.387	-1.30	0.417	1.70	0.378	-2.20
	0.5	0.5	0.0	-	-	-	-	0.5	0.0
	0.6	0.6	0.0	0.547	-5.30	0.583	-1.70	0.622	2.20
	0.7	0.7	0.0	0.665	-3.50	0.667	-3.30	0.742	4.20
	0.8	0.8	0.0	0.781	-1.90	0.75	-5.00	0.857	5.70
	0.9	0.9	0.0	0.835	-6.50	0.833	-6.70	0.962	6.20
1	1	0.0	0.995	-0.50	0.917	-8.30	1.038	-	

*Πίνακας 4.3 : Αποτελέσματα δοκιμών για διφασικό σφάλμα ως προς γη σε μοντέλο μικρού μήκους.*

Τα συμπεράσματα που εξάγονται τόσο από τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.3 και εμφανώς από τη γραφική τους απεικόνιση στην *Εικόνα 4.4* είναι, αρχικά, ότι η σχέση (2.28) ανταποκρίνεται αποτελεσματικά σε όλες τις δοκιμές αυτού του είδους σφάλματος, που είναι και το θεωρητικά αναμενόμενο αφού αποδεικνύεται στο δεύτερο κεφάλαιο για τα διφασικά σφάλματα ως προς γη και επίσης προτείνεται και από την εργασία [13] για αυτήν την ομάδα σφαλμάτων. Έπειτα, οι σχέσεις (2.21) και (2.31) παρουσιάζουν σε αυτήν την περίπτωση αποκλίσεις εντός του  $\pm 10\%$ , σε αντίθεση με τη σχέση (2.9), που θεωρητικά ισχύει για όλα τα μονοφασικά και διφασικά σφάλματα, αλλά εμφανίζει τη χειρότερη επίδοση από τις τέσσερις αυτές μεθόδους που δοκιμάστηκαν.



**Εικόνα 4.4 :** Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μικρού μήκους για διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με  $1\Omega$  και με αντίσταση σφάλματος ίση με  $10\Omega$ .

Οι τελευταίες δοκιμές οι οποίες έγιναν για το μοντέλο μικρού μήκους αφορούν το τριφασικό βραχυκύκλωμα. Στον Πίνακα 4.4 παρουσιάζονται οι δοκιμές αξιολόγησης των μεθόδων που αναπτύχθηκαν στην αντίστοιχη ενότητα του δεύτερου κεφαλαίου, δηλαδή της μέσης τιμής των αποκρίσεων των σχέσεων (2.45)–(2.47), της μέσης τιμής των εκτιμήσεων των σχέσεων (2.59)–(2.61) και της μέσης τιμής των αποτελεσμάτων των σχέσεων (2.64)–(2.66). Η πρώτη ομάδα σχέσεων θεωρητικά αποδείχθηκε για όλα τα τριφασικά σφάλματα, ενώ οι άλλες δύο μόνο για τα σφάλματα χωρίς αντίσταση σφάλματος καθώς και για σφάλμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ του βραχυκυκλώματος και της γης. Συνεπώς, οι δοκιμές που έγιναν και παρουσιάζονται στον κάτωθι πίνακα είναι μία για όλα τα τριφασικά σφάλματα χωρίς αντίσταση σφάλματος και για το σφάλμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος ως προς γη, καθώς όλα αυτά αναλύονται στα ίδια ακριβώς ακολουθιακά κυκλώματα και εμφανίζουν τα ίδια αποτελέσματα, οπότε έγινε αυτή η ομαδοποίηση, για σφάλμα με αντίσταση σφάλματος  $1\Omega$  χωρίς γη ή με γη και η αντίσταση να βρίσκεται μεταξύ των φάσεων και για σφάλμα με αντίσταση σφάλματος  $10\Omega$  χωρίς γη ή με γη και η αντίσταση να υπάρχει μεταξύ των φάσεων.

Για την καλύτερη κατανόηση της ανταπόκρισης των μεθόδων που αναπτύχθηκαν για τα τριφασικά σφάλματα παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.5 η γραφική απεικόνιση των παραπάνω αποτελεσμάτων.

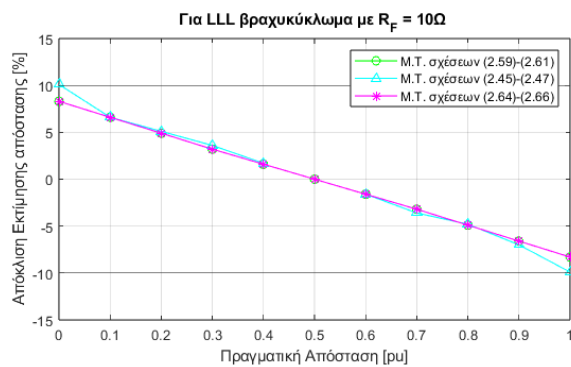
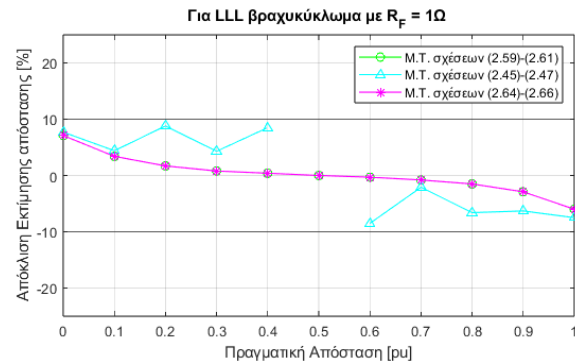
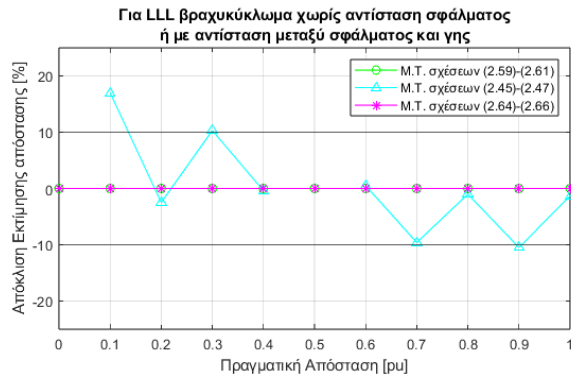
Αντίσταση Σφάλματος	Πραγματική Απόσταση (pu)	Μ.Τ. σχέσεων (2.59) – (2.61) (pu)	Απόκλιση (%)	Μ.Τ. σχέσεων (2.45) – (2.47) (pu)	Απόκλιση (%)	Μ.Τ. σχέσεων (2.64) – (2.67) (pu)	Απόκλιση (%)
όλα τα τριφασικά σφάλματα χωρίς αντίσταση σφάλματος και για το σφάλμα ως προς γη με αντίσταση μεταξύ του σφάλματος και της γης	0	0.0	0.0	–	–	0	0.0
	0.1	0.1	0.0	0.27	17.00	0.1	0.0
	0.2	0.2	0.0	0.175	–2.50	0.2	0.0
	0.3	0.3	0.0	0.403	10.30	0.3	0.0
	0.4	0.4	0.0	0.396	–0.40	0.4	0.0
	0.5	0.5	0.0	–	–	0.5	0.0
	0.6	0.6	0.0	0.605	0.50	0.6	0.0
	0.7	0.7	0.0	0.604	–9.60	0.7	0.0
	0.8	0.8	0.0	0.79	–1.00	0.8	0.0
	0.9	0.9	0.0	0.795	–10.50	0.9	0.0
1	1	0.0	0.987	–1.30	1	0.0	
$R_F = 1\Omega$ μεταξύ των φάσεων	0	0.071	7.10	0.077	7.70	0.071	7.10
	0.1	0.134	3.40	0.144	4.40	0.134	3.40
	0.2	0.217	1.70	0.288	8.80	0.217	1.70
	0.3	0.308	0.80	0.343	4.30	0.308	0.80
	0.4	0.404	0.40	0.485	8.50	0.404	0.40
	0.5	0.5	0.0	–	–	0.5	0.0
	0.6	0.597	–0.30	0.515	–8.50	0.597	–0.30
	0.7	0.692	–0.80	0.679	–2.10	0.692	–0.80
	0.8	0.785	–1.50	0.734	–6.60	0.785	–1.50
	0.9	0.871	–2.90	0.837	–6.30	0.871	–2.90
1	0.940	–6.00	0.925	–7.50	0.94	–6.00	
$R_F = 10\Omega$ μεταξύ των φάσεων	0	0.083	8.30	0.101	10.10	0.083	8.30
	0.1	0.166	6.60	0.166	6.60	0.166	6.60
	0.2	0.249	4.90	0.251	5.10	0.249	4.90
	0.3	0.332	3.20	0.336	3.60	0.332	3.20
	0.4	0.416	1.60	0.417	1.70	0.416	1.60
	0.5	0.5	0.0	–	–	0.5	0.0
	0.6	0.584	–1.60	0.584	–1.60	0.584	–1.60
	0.7	0.668	–3.20	0.664	–3.60	0.668	–3.20
	0.8	0.751	–4.90	0.752	–4.80	0.751	–4.90
	0.9	0.834	–6.60	0.83	–7.00	0.834	–6.60
1	0.917	–8.30	0.901	–9.90	0.917	–8.30	

*Πίνακας 4.4 : Αποτελέσματα δοκιμών για τριφασικό σφάλμα σε μοντέλο μικρού μήκους.*

Αυτό που διαφαίνεται από τον Πίνακα 4.4 και την Εικόνα 4.5 είναι ότι, πρωτίστως, η μέθοδος της μέσης τιμής των σχέσεων (2.59)–(2.61), η οποία προτείνεται και από τις εργασίες [6], [13], και των σχέσεων (2.64)–(2.66) είναι ισοδύναμες καθώς επιτυγχάνουν την ίδια ακρίβεια η οποία είναι αρκετά ικανοποιητική. Έπειτα, παρατηρείται ότι η μέθοδος (2.45)–(2.47), που θεωρητικά αποδεικνύεται για όλα τα τριφασικά βραχυκυκλώματα ανεξαιρέτως, σε αντίθεση με τις άλλες δύο, ανταποκρίνεται με μικρότερη ακρίβεια και όταν το σφάλμα είναι στο μέσο της γραμμής αποτυγχάνει να ανταποκριθεί γενικώς οπότε δεν δίνει κάποιο αποτέλεσμα.

Εν κατακλείδι, ως γενική παρατήρηση για το μοντέλο μικρού μήκους, παρατηρείται ότι οι περισσότερες μέθοδοι, με λίγες εξαιρέσεις να αντιβαίνουν σε αυτό, εμφανίζουν καλύτερη επίδοση όταν το σφάλμα γίνεται πιο κοντά στο μέσο της γραμμής μεταφοράς παρά όταν γίνεται πιο κοντά στα άκρα της. Επιπρόσθετα, οι μέθοδοι, με κάποιες εξαιρέσεις βέβαια, εμφανίζουν κάποια σχετική συμμετρία ως προς την συμπεριφορά τους, με σημείο συμμετρίας το μέσο της γραμμής. Συγκεκριμένα όταν το σφάλμα γίνεται πριν από το μέσον της γραμμής, τότε οι μέθοδοι κάνουν μία υπερεκτίμηση αυτής, δηλαδή η απόκλιση είναι θετική, ενώ όταν το σφάλμα συμβαίνει μετά το μέσον της γραμμής προς το άκρο άφιξης, οι μέθοδοι κάνουν μια υποεκτίμηση αυτής, δηλαδή εμφανίζουν αρνητική απόκλιση. Αλλά, ακόμη και αν δεν εμφανίζουν αυτήν τη

συμπεριφορά με την υπερεκτίμηση και την υποεκτίμηση υπάρχει μία σχετική συμμετρία στο πως ανταποκρίνονται δεξιά και αριστερά του μέσου της γραμμής.



**Εικόνα 4.5 :** Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μικρού μήκους για τριφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος με ή χωρίς γη ή βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος μεταξύ του σφάλματος και της γης, τριφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος ίση με  $1\Omega$  και με αντίσταση σφάλματος ίση με  $10\Omega$  η οποία βρίσκεται μεταξύ των φάσεων στο βραχυκύκλωμα.

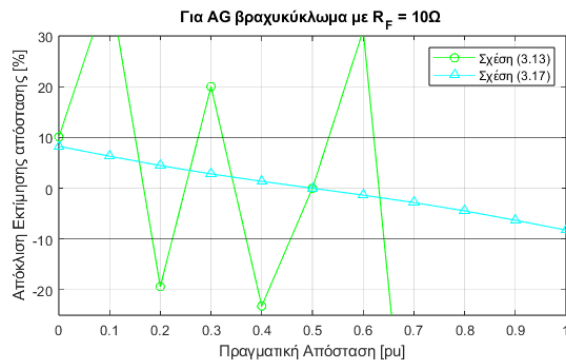
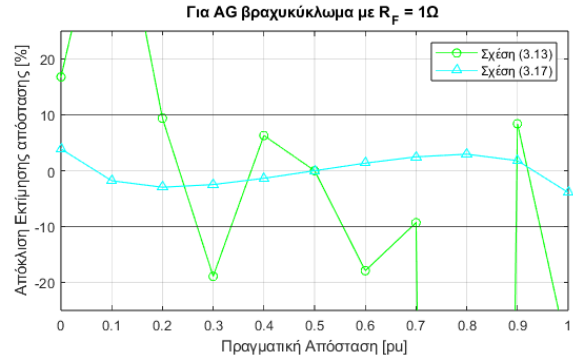
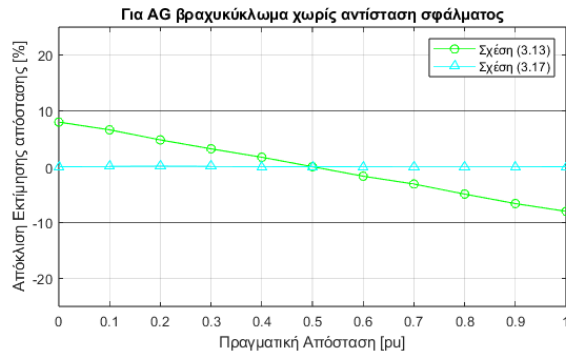
## 4.2 Μοντέλο Μεσαίου Μήκους Γραμμής Μεταφοράς

Στο μοντέλο μεσαίου μήκους έγιναν οι ίδιες δοκιμές που έγιναν και στο μικρού μήκους για την αξιολόγηση των μεθόδων που αναπτύχθηκαν θεωρητικά για κάθε είδος σφάλματος. Επιπλέον, επισημαίνεται πως, όπως και στο μικρού μήκους, ως εκτίμηση από τις μεθόδους λαμβανόταν το μέτρο του αποτελέσματος καθώς σε μερικές περιπτώσεις προέκυπτε μιγαδικός αριθμός ως αποτέλεσμα ή με λανθασμένο πρόσημο. Αρχικά, στον Πίνακα 4.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δοκιμών που έγιναν για το μονοφασικό βραχυκύκλωμα. Δοκιμάστηκαν οι σχέσεις (3.13) και (3.17), από τις οποίες η πρώτη αποδεικνύεται θεωρητικά για όλα τα μονοφασικά και διφασικά σφάλματα και προτείνεται μάλιστα και από την εργασία [6] για αυτά, ενώ η (3.17) για το μονοφασικό σφάλμα χωρίς αντίσταση σφάλματος. Οι δοκιμές που έγιναν είναι για μονοφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με  $1\Omega$  και με αντίσταση σφάλματος ίση με  $10\Omega$ .

Αντίσταση Σφάλματος	Πραγματική Απόσταση (pu)	Εκτίμηση (3.13) (pu)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (3.17) (pu)	Απόκλιση (%)
$R_F = 0\Omega$	0	0.08	7.99	0.0001	0.01
	0.1	0.166	6.60	0.1005	0.05
	0.2	0.248	4.80	0.201	0.10
	0.3	0.332	3.20	0.3006	0.06
	0.4	0.417	1.70	0.4003	0.03
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0
	0.6	0.583	-1.70	0.5997	-0.03
	0.7	0.669	-3.10	0.6994	-0.06
	0.8	0.751	-4.90	0.7994	-0.06
	0.9	0.834	-6.60	0.8995	-0.05
1	0.92	-7.99	0.9999	-0.01	
$R_F = 1\Omega$	0	0.168	16.79	0.0391	3.90
	0.1	0.66	56.0	0.082	-1.80
	0.2	0.294	9.40	0.1704	-2.96
	0.3	0.111	-18.90	0.2752	-2.48
	0.4	0.463	6.30	0.3864	-1.36
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0
	0.6	0.421	-17.90	0.6136	1.36
	0.7	0.607	-9.30	0.7248	2.48
	0.8	0.729	-7.10	0.8296	2.96
	0.9	0.984	8.40	0.918	1.80
1	0.627	-32.79	0.9609	-3.90	
$R_F = 10\Omega$	0	0.101	10.09	0.0826	8.25
	0.1	0.5	40.0	0.1631	6.31
	0.2	0.0062	-19.38	0.2446	4.46
	0.3	0.5	20.0	0.3282	2.82
	0.4	0.168	-23.20	0.4136	1.36
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0
	0.6	0.911	31.10	0.5864	-1.36
	0.7	0.0067	-69.33	0.6718	-2.82
	0.8	0.5	-30.0	0.7554	-4.46
	0.9	0.5	-40.0	0.8369	-6.31
1	0.7040	-29.59	0.9174	-8.25	

*Πίνακας 4.5 : Αποτελέσματα δοκιμών για μονοφασικό σφάλμα σε γραμμή μοντέλου μεσαίου μήκους.*

Στην *Εικόνα 4.6* γίνεται απεικόνιση των αποκλίσεων των μεθόδων που παρουσιάζονται στον παραπάνω πίνακα, για την καλύτερη κατανόησή τους. Παρατηρείται ότι στο μονοφασικό σφάλμα χωρίς αντίσταση και οι δύο μέθοδοι εμφανίζουν σφάλματα μικρότερα του  $\pm 10\%$ , μάλιστα η μέθοδος της σχέσεως (3.17) επιτυγχάνει βέλτιστα αποτελέσματα καθώς εμφανίζει ελάχιστες αποκλίσεις σε αυτό το σφάλμα. Στα άλλα δύο σφάλματα, δηλαδή σε αυτά με αντίσταση σφάλματος, η μέθοδος (3.17) επιτυγχάνει να διατηρήσει αποκλίσεις εντός των ορίων του  $\pm 10\%$ , τα οποία όπως έχουμε αναφέρει δεν είναι μικρά, αν λάβουμε υπόψη μας ότι μια γραμμή μεταφοράς μπορεί να εκτείνεται σε εκατοντάδες χιλιόμετρα, ενώ η μέθοδος της σχέσης (3.13), που θεωρητικά ισχύει για όλα τα μονοφασικά βραχυκυκλώματα, δεν ανταποκρίνεται ορθά καθώς εμφανίζει πολύ μεγάλες αποκλίσεις και τα αποτελέσματα της είναι τελείως αναξιόπιστα. Αυτό είναι φανερό και στα αποτελέσματα του μοντέλου μικρού μήκους, δηλαδή μέθοδοι που αποδεικνύονται θεωρητικά για μια ευρύτερη ομάδα σφαλμάτων να αδυνατούν να ανταποκριθούν στα σφάλματα αυτά, ενώ μέθοδοι που αποδείχθηκαν θεωρητικά για πολύ συγκεκριμένα σφάλματα να λειτουργούν ορθότερα για σφάλματα που θεωρητικά θα αναμέναμε ότι δε θα λειτουργούσαν ορθά.



**Εικόνα 4.6 :** Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μεσαίου μήκους για μονοφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με  $1\Omega$  και με αντίσταση σφάλματος ίση με  $10\Omega$ .

Στον Πίνακα 4.6 καταγράφονται τα αποτελέσματα των δοκιμών που έγιναν για διφασικό σφάλμα χωρίς γη για το μοντέλο μεσαίου μήκους. Δοκιμάστηκαν οι μέθοδοι που αποδείχθηκαν στο τρίτο κεφάλαιο για διφασικά σφάλματα, δηλαδή η μέθοδος της σχέσης (3.13), που όπως αναφέραμε και προηγουμένως αποδεικνύεται για όλα τα μονοφασικά και διφασικά βραχυκυκλώματα, η μέθοδος της (3.27), που έχει ισχύ θεωρητικά σε όλα τα διφασικά σφάλματα, της σχέσης (3.31) και της σχέσης (3.35), οι οποίες αποδείχθηκαν θεωρητικά για διφασικό σφάλμα χωρίς γη και χωρίς αντίσταση σφάλματος και για διφασικό σφάλμα ως προς γη με ή χωρίς αντίσταση σφάλματος, καθώς προϋπόθεση αυτών ήταν να ισχύει κατά το βραχυκύκλωμα  $V_{Fb} = V_{Fc}$ , όπως αναφέρεται στο τρίτο κεφάλαιο στην αντίστοιχη παράγραφο.

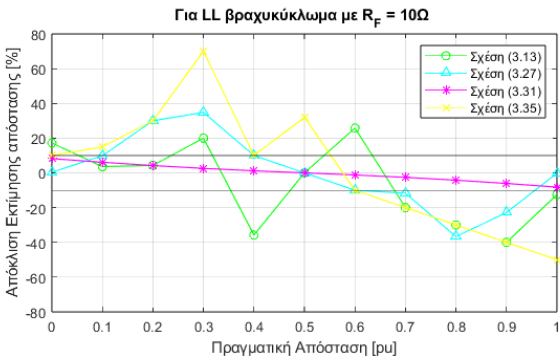
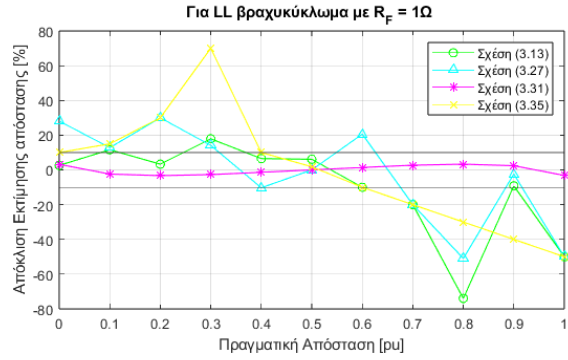
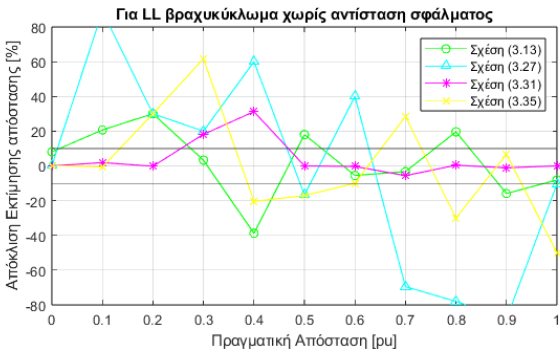
Στην Εικόνα 4.7 γίνεται απεικόνιση των αποτελεσμάτων που ελήφθησαν από τις δοκιμές, ώστε να γίνει κατανοητό πόσο ακριβείς είναι οι μέθοδοι που δοκιμάστηκαν για το διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη και να γίνει πιο εύκολα η διεξαγωγή συμπερασμάτων.

Αντίσταση Σφάλματος	Πραγματική Απόσταση (ρμ)	Εκτίμηση (3.13) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (3.27) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (3.31) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (3.35) (ρμ)	Απόκλιση (%)
$R_F = 0\Omega$	0	0.081	8.10	0.002717	0.27	0	0.0	0.00259	0.26
	0.1	0.307	20.70	0.99	89.0	0.119	1.90	0.094	-0.60
	0.2	0.5	30.0	0.5	30.0	0.198	-0.20	0.5	30.0
	0.3	0.333	3.30	0.5	20.0	0.482	18.2	0.917	61.7
	0.4	0.012	-38.80	1	60.0	0.712	31.2	0.196	-20.4
	0.5	0.68	18.0	0.333	-16.7	0.5	0.0	0.329	-17.1
	0.6	0.545	-5.50	1	40.0	0.597	-0.30	0.5	-10.0
	0.7	0.667	-3.30	0.004852	-69.51	0.644	-5.60	0.985	28.5
	0.8	0.996	19.60	0.02	-78.0	0.804	0.40	0.5	-30.0
	0.9	0.741	-15.90	0.019	-88.1	0.889	-1.10	0.967	6.70
1	0.919	-8.10	0.896	-10.4	1	0.0	0.5	-50.0	
$R_F = 1\Omega$	0	0.026	2.60	0.281	28.1	0.032	3.20	0.1	10.0
	0.1	0.216	11.60	0.228	12.8	0.076	-2.40	0.25	15.0
	0.2	0.233	3.30	0.5	30.0	0.167	-3.30	0.5	30.0
	0.3	0.479	17.90	0.441	14.1	0.273	-2.70	1	70.0
	0.4	0.465	6.50	0.297	-10.3	0.386	-1.40	0.5	10.0
	0.5	0.561	6.10	0.5	0.0	0.5	0.0	0.518	1.80
	0.6	0.5	-10.0	0.806	20.6	0.614	1.40	0.5	-10.0
	0.7	0.5	-20.0	0.5	-20.0	0.727	2.70	0.5	-20.0
	0.8	0.06	-74.0	0.29	-51.0	0.833	3.30	0.5	-30.0
	0.9	0.808	-9.20	0.876	-2.40	0.924	2.40	0.5	-40.0
1	0.5	-50.0	0.5	-50.0	0.968	-3.20	0.5	-50.0	
$R_F = 10\Omega$	0	0.172	17.20	0.003931	0.39	0.082	8.20	0.1	10.0
	0.1	0.136	3.60	0.199	9.90	0.161	6.10	0.25	15.0
	0.2	0.243	4.30	0.5	30.0	0.242	4.20	0.5	30.0
	0.3	0.5	20.0	0.648	34.8	0.326	2.60	1	70.0
	0.4	0.042	-35.80	0.5	10.0	0.412	1.20	0.5	10.0
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0	0.82	32.0
	0.6	0.858	25.80	0.5	-10.0	0.588	-1.20	0.5	-10.0
	0.7	0.5	-20.0	0.583	-11.7	0.674	-2.60	0.5	-20.0
	0.8	0.5	-30.0	0.433	-36.7	0.758	-4.20	0.5	-30.0
	0.9	0.5	-40.0	0.672	-22.8	0.839	-6.10	0.5	-40.0
1	0.875	-12.50	0.998	-0.20	0.918	-8.20	0.5	-50.0	

*Πίνακας 4.6 : Αποτελέσματα δοκιμών για διφασικό σφάλμα χωρίς γη σε γραμμή μοντέλου μεσαίου μήκους.*

Το πρώτο συμπέρασμα που μπορεί να εξαχθεί από την *Εικόνα 4.7* είναι ότι δεν υπάρχει καμία μέθοδος για αυτήν την ομάδα σφαλμάτων της οποίας τα αποτελέσματα να είναι τελείως αξιόπιστα, ειδικά για το διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος. Με μία προσεκτικότερη ματιά διαπιστώνουμε ότι, καταρχάς, για το σφάλμα χωρίς αντίσταση καμία μέθοδος δεν είναι αξιόπιστη αλλά η μέθοδος της σχέσης (3.31) έχει τα ικανοποιητικότερα αποτελέσματα, διότι αν εξαιρέσουμε δύο – τρία σημεία που ξεπερνούν τα όρια του  $\pm 10\%$ , κατά τ' άλλα είναι εντός αυτών των ορίων, αν και κανονικά θα έπρεπε να λειτουργεί καλύτερα αφού αποδείχθηκε αποκλειστικά γι' αυτό το σφάλμα όπως και η σχέση (3.35), η οποία εμφανίζει πολύ χειρότερα αποτελέσματα. Στα άλλα δύο σφάλματα, με αντίσταση, η (3.31) εμφανίζει σχετικά καλή ακρίβεια αφού είναι εντός των ορίων και ιδίως συγκριτικά με τις άλλες τρεις μεθόδους, στις οποίες τα αποτελέσματα των προβλέψεων τους παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις σε σχέση με το σημείο του σφάλματος. Το παράδοξο είναι ότι η μέθοδος που ουσιαστικά αποδείχθηκε για τη μία από τις τρεις δοκιμές παράγει καλύτερες εκτιμήσεις για τη θέση του σφάλματος σε σχέση με μεθόδους που αποδείχθηκαν για όλα αυτά τα σφάλματα, καθώς οι δύο από τις τέσσερις μεθόδους αποδείχθηκαν καθολικά για τα διφασικά σφάλματα όπως αναφέραμε.





**Εικόνα 4.7 :** Οι αποκλίσεις που εμφανίζονται από τις μεθόδους του μοντέλου μεσαίου μήκους για διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη και χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με  $1\Omega$  και με αντίσταση σφάλματος ίση με  $10\Omega$ .

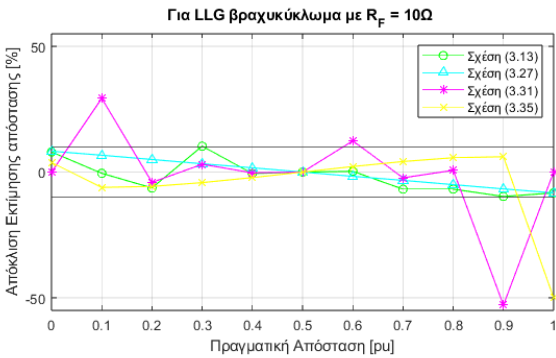
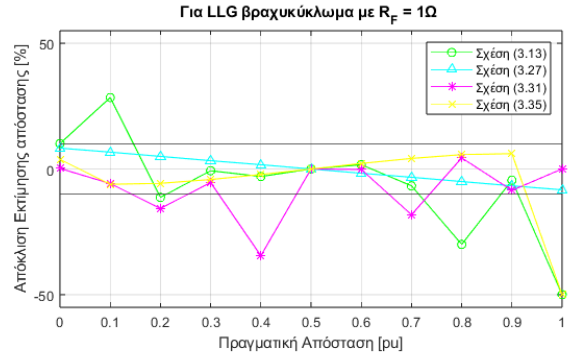
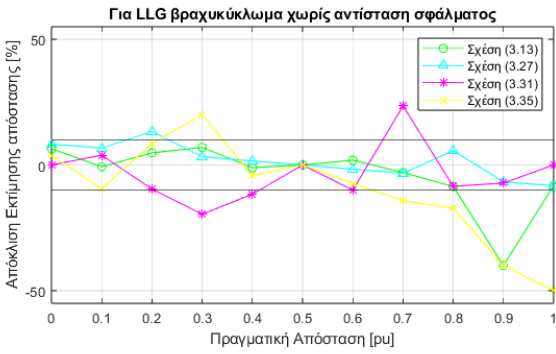
Επιπρόσθετα, στον Πίνακα 4.7 αναγράφονται τα αποτελέσματα των δοκιμών που πραγματοποιήθηκαν για τις μεθόδους του διφασικού βραχυκυκλώματος ως προς γη, με ή χωρίς αντίσταση, στο οποίο ικανοποιείται η συνθήκη  $V_{Fb} = V_{Fc}$ . Οπότε, αναμέναμε να λειτουργούν σωστά και οι τέσσερις μέθοδοι και να παράγαν αξιόπιστες εκτιμήσεις. Στην πραγματικότητα όμως δεν ισχύει κάτι τέτοιο. Τα αποτελέσματα αυτά απεικονίζονται στην Εικόνα 4.8 ώστε να γίνει καλύτερα αντιληπτή η ακρίβεια που έχουν οι εκτιμήσεις των μεθόδων αυτών για το διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη με ή χωρίς αντίσταση.

Ως γενική παρατήρηση, που μπορούμε να κάνουμε συγκρίνοντας την Εικόνα 4.8 με την Εικόνα 4.7, όπου απεικονίζονται οι επιδόσεις των ίδιων μεθόδων σε διαφορετικά όμως βραχυκυκλώματα, είναι ότι στο διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη, οι μέθοδοι επιτυγχάνουν σχετικά μικρότερες αποκλίσεις απ' ότι στο διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη, χωρίς να σημαίνει ότι στο διφασικό σφάλμα ως προς γη τα αποτελέσματα είναι ιδιαίτερα ικανοποιητικά, απλά είναι καλύτερα συγκριτικά με το προηγούμενο.

Αντίσταση Σφάλματος	Πραγματική Απόσταση (ρμ)	Εκτίμηση (3.13) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (3.27) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (3.31) (ρμ)	Απόκλιση (%)	Εκτίμηση (3.35) (ρμ)	Απόκλιση (%)
$R_F = 0\Omega$	0	0.065	6.50	0.083	8.30	0	0.0	0.038	3.80
	0.1	0.093	-0.70	0.167	6.70	0.139	3.90	0.005557	-9.44
	0.2	0.248	4.80	0.333	13.3	0.104	-9.60	0.285	8.50
	0.3	0.37	7.00	0.333	3.30	0.104	-19.6	0.5	20.0
	0.4	0.389	-1.10	0.416	1.60	0.284	-11.6	0.358	-4.20
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0
	0.6	0.619	1.90	0.583	-1.70	0.5	-10.0	0.527	-7.30
	0.7	0.67	-3.0	0.667	-3.30	0.935	23.5	0.558	-14.2
	0.8	0.714	-8.60	0.857	5.70	0.715	-8.50	0.628	-17.2
	0.9	0.5	-40.0	0.833	-6.70	0.828	-7.20	0.5	-40.0
1	0.918	-8.20	0.917	-8.30	1	0.0	0.5	-50.0	
$R_F = 1\Omega$	0	0.101	10.1	0.083	8.30	0.00216	0.22	0.038	3.80
	0.1	0.384	28.4	0.167	6.70	0.042	-5.80	0.039	-6.10
	0.2	0.087	-11.3	0.25	5.0	0.043	-15.7	0.143	-5.70
	0.3	0.293	-0.70	0.333	3.30	0.246	-5.40	0.258	-4.20
	0.4	0.37	-3.00	0.417	1.70	0.055	-34.5	0.378	-2.20
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0
	0.6	0.617	1.70	0.583	-1.70	0.598	-0.20	0.622	2.20
	0.7	0.633	-6.70	0.667	-3.30	0.518	-18.2	0.742	4.20
	0.8	0.5	-30.0	0.75	-5.0	0.844	4.40	0.857	5.70
	0.9	0.855	-4.50	0.833	-6.70	0.815	-8.50	0.961	6.10
1	0.5	-50.0	0.917	-8.30	1	0.0	0.5	-50.0	
$R_F = 10\Omega$	0	0.08	8.00	0.083	8.30	0	0.0	0.038	3.80
	0.1	0.095	-0.50	0.167	6.70	0.393	29.3	0.039	-6.10
	0.2	0.137	-6.30	0.25	5.0	0.159	-4.10	0.143	-5.70
	0.3	0.403	10.3	0.333	3.30	0.331	3.10	0.258	-4.20
	0.4	0.394	-0.60	0.417	1.70	0.397	-0.30	0.378	-2.20
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0
	0.6	0.603	0.30	0.583	-1.70	0.724	12.4	0.622	2.20
	0.7	0.632	-6.80	0.667	-3.30	0.677	-2.30	0.742	4.20
	0.8	0.732	-6.80	0.75	-5.0	0.807	0.70	0.857	5.70
	0.9	0.803	-9.70	0.833	-6.70	0.371	-52.9	0.961	6.10
1	0.917	-8.30	0.917	-8.30	1	0.0	0.5	-50.0	

*Πίνακας 4.7 : Αποτελέσματα δοκιμών για διφασικό σφάλμα ως προς γη σε γραμμή μοντέλου μεσαίου μήκους.*

Όσον αφορά τις παρούσες δοκιμές στο διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη, βλέπουμε ότι δεν έχουμε κάποια μέθοδο η οποία παράγει εκτιμήσεις με πάρα πολύ μεγάλη ακρίβεια. Παρόλα αυτά, η εκτίμηση της σχέσεως (3.27) φαίνεται να έχει την καλύτερη επίδοση, κάτι που δεν ήταν αναμενόμενο έχοντας υπόψιν τα αποτελέσματα που ελήφθησαν στο διφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς γη. Επιπλέον, το άλλο παράδοξο είναι ότι η επίδοση της εκτίμησης της (3.31), η οποία ήταν η καλύτερη στο διφασικό χωρίς γη, τώρα δεν είναι καθόλου αξιόπιστη καθώς ξεφεύγει αρκετές φορές από το όριο του  $\pm 10\%$ , και είναι παράδοξο γιατί θεωρητικά ισχύει για όλα τα διφασικά σφάλματα ως προς γη που δοκιμάζουμε στην προκειμένη περίπτωση, ενώ όχι για όλα τα διφασικά χωρίς γη. Συνεπώς, βλέπουμε να παρουσιάζει χειρότερη επίδοση απ' ότι πριν, κάτι που δεν ήταν καθόλου αναμενόμενο. Οι σχέσεις (3.13) και (3.35), όπως και πριν, δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερη αξιοπιστία αν και βελτιώνουν την επίδοσή τους σε σχέση με το διφασικό σφάλμα χωρίς γη.



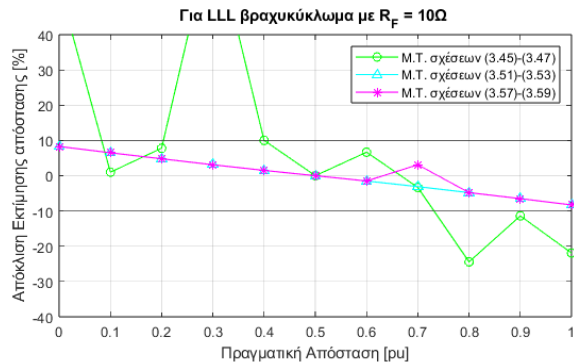
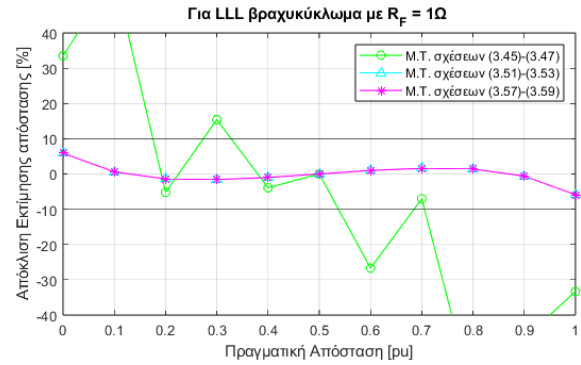
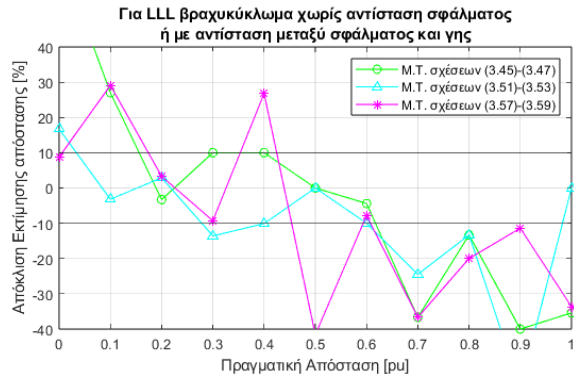
**Εικόνα 4.8 :** Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μεσαίου μήκους για διφασικό βραχυκύκλωμα ως προς γη χωρίς αντίσταση σφάλματος, με αντίσταση σφάλματος ίση με  $1\Omega$  και με αντίσταση σφάλματος ίση με  $10\Omega$ .

Οι τελευταίες δοκιμές οι οποίες πραγματοποιήθηκαν και για το μοντέλο μεσαίου μήκους είναι για το τριφασικό σφάλμα. Έγιναν οι ίδιες δοκιμές που έγιναν και για το μοντέλο μικρού μήκους, δηλαδή, μία για όλα τα τριφασικά σφάλματα χωρίς αντίσταση σφάλματος και μία για το σφάλμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος, καθώς όλα αυτά αναλύονται στα ακριβώς ίδια ακολουθιακά κυκλώματα, οπότε δίνουν τα ίδια αποτελέσματα, γι' αυτό και έγινε αυτή η ομαδοποίηση, για σφάλμα με αντίσταση σφάλματος  $1\Omega$  και  $10\Omega$  αντίστοιχα, χωρίς γη ή με γη και αντίσταση εμπλεκόμενη μεταξύ των φάσεων. Οι μέθοδοι που δοκιμάστηκαν για αξιολόγηση είναι αποκλειστικά αυτές που έχουν αποδειχθεί στην ενότητα 3.3, καθώς σε καμία από τις εργασίες που μελετήθηκαν για την πραγμάτωση της παρούσας μελέτης δεν παρουσιάζεται ανάλογη διερεύνηση για τριφασικό σφάλμα σε γραμμή μεταφοράς μοντέλου μεσαίου μήκους. Συνεπώς, έγιναν δοκιμές για τη μέση τιμή των εκτιμήσεων που παράγουν οι σχέσεις (3.45)–(3.47), οι οποίες αποδείχθηκαν για όλα τα τριφασικά σφάλματα, η μέση τιμή των εκτιμήσεων των σχέσεων (3.51)–(3.53) και η μέση τιμή των εκτιμήσεων των (3.57)–(3.59), οι οποίες θεωρητικά αποδείχθηκαν για την πρώτη ομάδα σφαλμάτων που αναφέραμε προηγουμένως, όπου ισχύει η συνθήκη  $V_{Fa} = V_{Fb} = V_{Fc}$ . Στον Πίνακα 4.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όλων αυτών που προαναφέραμε.

Αντίσταση Σφάλματος	Πραγματική Απόσταση (pu)	M.T. σχέσεων (3.45) – (3.47) (pu)	Απόκλιση (%)	M.T. σχέσεων (3.51) – (3.53) (pu)	Απόκλιση (%)	M.T. σχέσεων (3.57) – (3.59) (pu)	Απόκλιση (%)
όλα τα τριφασικά σφάλματα χωρίς αντίσταση σφάλματος και για το σφάλμα ως προς γη με αντίσταση μεταξύ του σφάλματος και της γης	0	0.667	66.67	0.167	16.7	0.088	8.80
	0.1	0.37	27.0	0.068	-3.20	0.391	29.1
	0.2	0.167	-3.30	0.229	2.90	0.233	3.30
	0.3	0.4	10.0	0.164	-13.6	0.207	-9.30
	0.4	0.5	10.0	0.299	-10.1	0.668	26.8
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0	0.084	-41.6
	0.6	0.556	-4.40	0.5	-10.0	0.522	-7.80
	0.7	0.333	-36.667	0.455	-24.5	0.33	-36.667
	0.8	0.667	-13.333	0.67	-13.333	0.60	-20.0
	0.9	0.5	-40.0	0.33	-56.667	0.786	-11.4
1	0.646	-35.433	1	0.0	0.663	-33.7	
$R_F = 1\Omega$ μεταξύ των φάσεων	0	0.335	33.5	0.059	5.90	0.059	5.90
	0.1	0.661	56.1	0.106	0.60	0.106	0.60
	0.2	0.148	-5.20	0.186	-1.40	0.186	-1.40
	0.3	0.454	15.4	0.284	-1.60	0.284	-1.60
	0.4	0.361	-3.90	0.39	-1.0	0.39	-1.0
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0
	0.6	0.333	-26.7	0.61	1.0	0.61	1.0
	0.7	0.630	-7.033	0.716	1.60	0.716	1.60
	0.8	0.167	-63.33	0.814	1.40	0.814	1.40
	0.9	0.433	-46.7	0.894	-0.60	0.894	-0.60
1	0.667	-33.333	0.941	-5.90	0.941	-5.90	
$R_F = 10\Omega$ μεταξύ των φάσεων	0	0.537	53.7	0.083	8.30	0.083	8.30
	0.1	0.11	1.0	0.165	6.50	0.165	6.50
	0.2	0.278	7.80	0.284	4.80	0.248	4.80
	0.3	1	70.0	0.331	3.10	0.331	3.10
	0.4	0.5	10.0	0.415	1.50	0.415	1.50
	0.5	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	0.0
	0.6	0.667	6.667	0.585	-1.50	0.585	-1.50
	0.7	0.667	-3.333	0.669	-3.10	0.669	-3.10
	0.8	0.556	-24.433	0.752	-4.80	0.752	-4.80
	0.9	0.786	-11.4	0.835	-6.50	0.835	-6.50
1	0.781	-21.933	0.917	-8.30	0.917	-8.30	

**Πίνακας 4.8 :** Αποτελέσματα δοκιμών για τριφασικό σφάλμα σε μοντέλο μεσαίου μήκους.

Στην *Εικόνα 4.9* απεικονίζονται γραφικά τα παραπάνω αποτελέσματα των αποκλίσεων ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα και να αξιολογηθούν οι μέθοδοι ανίχνευσης για τριφασικό σφάλμα. Το πρώτο που πρέπει να σημειωθεί είναι ότι για την πρώτη ομάδα βραχυκυκλωμάτων, που είναι η πιο απλή και θεωρητικά ισχύουν και οι τρεις μέθοδοι, δεν υπάρχει καμία μήτρα εκτιμήσεων που να παράγει αποτελέσματα με σημαντική ακρίβεια ώστε να μπορέσουμε να τη θεωρήσουμε αξιόπιστη. Οι επιδόσεις σε αυτήν την ομάδα τριφασικών βραχυκυκλωμάτων είναι χαμηλές ενώ αναμέναμε καλύτερη ακρίβεια. Εν συνεχεία, στα τριφασικά βραχυκυκλώματα με αντίσταση σφάλματος μεταξύ των φάσεων παρατηρούμε ότι η επίδοση των μεθόδων είναι εμφανώς καλύτερη σε σχέση με την πρώτη ομάδα βραχυκυκλωμάτων, καθώς παρατηρούμε ότι οι δύο από τις τρεις είναι εντός του  $\pm 10\%$  και μάλιστα είναι αξιοσημείωτο ότι οι δύο μέθοδοι που λειτουργούν με καλύτερη επίδοση είναι αυτές που θεωρητικά δεν ισχύουν για αυτά τα σφάλματα, αλλά μόνο για την πρώτη ομάδα σφαλμάτων. Στον αντίποδα, η μέση τιμή των σχέσεων (3.45)–(3.47), που είναι η μέθοδος που ισχύει για όλα τα τριφασικά βραχυκυκλώματα, παρουσιάζει τη χειρίστη επίδοση και στην ουσία δεν παράγει αξιόπιστες εκτιμήσεις για κανένα τριφασικό σφάλμα.



**Εικόνα 4.9 :** Οι αποκλίσεις που εμφανίζουν οι μέθοδοι του μοντέλου μεσαίου μήκους για τριφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος ως προς γη ή χωρίς γη ή βραχυκύκλωμα ως προς γη με αντίσταση σφάλματος η οποία βρίσκεται μεταξύ του σφάλματος και της γης, τριφασικό βραχυκύκλωμα με αντίσταση σφάλματος ίση με  $1\Omega$  και με αντίσταση σφάλματος ίση με  $10\Omega$  που εμπλέκεται στο σφάλμα μεταξύ των τριών φάσεων.

Τέλος, ως καθολική παρατήρηση για τις μεθόδους μοντέλου μεσαίου μήκους σημειώνεται το ίδιο που αναφέρθηκε και στο μοντέλο μικρού μήκους, δηλαδή ότι υπάρχει μια συμμετρία των αποτελεσμάτων πριν και μετά το μέσο της γραμμής μεταφοράς, αλλά στις μεθόδους του μεσαίου μήκους δεν είναι τόσο έντονο το φαινόμενο αυτό όσο στο μικρό και δεν ισχύει για πολλές από τις μεθόδους.

Σε αυτό το σημείο, μετά την ολοκλήρωση όλων των δοκιμών, αξίζει να σημειωθεί ότι εν γένει οι μέθοδοι για το μοντέλο μικρού μήκους έχουν μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με του μεσαίου, ενώ αναμενόταν το αντίστροφο, γνωρίζοντας ότι το μοντέλο μεσαίου μήκους είναι πιο αναλυτικό και κατά συνέπεια πιο ακριβές. Παρόλα αυτά, οι μέθοδοι για γραμμές μεσαίου μήκους είναι πιο πολύπλοκες στην υλοποίηση από αυτές του μικρού και παρουσιάζουν χειρότερη επίδοση για το εκάστοτε σφάλμα.



## 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο

### Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας, στην παρούσα μελέτη έγινε μία ανάλυση εξισώσεων για ανίχνευση σφαλμάτων σε γραμμή μεταφοράς με τη χρήση μετρήσεων τάσεων και ρευμάτων από τα δύο άκρα της, προερχόμενες από μετρητές φασιθετών (PMUs), και θεωρώντας ως αγνώστους τις παραμέτρους της γραμμής. Έγινε διερεύνηση στα δύο από τα τρία μοντέλα αναπαράστασης της γραμμής, δηλαδή για τα μοντέλα μικρού και μεσαίου μήκους, και αφού αποδείχθηκαν θεωρητικά τρόποι παραγωγής εκτιμήσεων για κάθε είδος σφάλματος, ακολούθησαν πειραματικές δοκιμές για αξιολόγηση της αποτελεσματικότητάς τους, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν στο περιβάλλον Mathcad. Αρχικά, παρατηρήθηκε το παράδοξο ότι μέθοδοι οι οποίες αποδείχθηκαν θεωρητικά για περισσότερα από ένα είδος βραχυκυκλώματα, οπότε είχαν μία γενικότερη ισχύ, αδυνατούσαν να παραγάγουν ικανοποιητικές εκτιμήσεις για τα σφάλματα αυτά, εν αντιθέσει με μεθόδους που αποδείχθηκαν για συγκεκριμένο σφάλμα, οι οποίες παρουσίαζαν καλύτερες επιδόσεις σε περισσότερα είδη σφαλμάτων. Παραδείγματος χάριν, η μέθοδος (2.10), η οποία αποδείχθηκε για μονοφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς ύπαρξη αντίστασης σφάλματος, εμφάνισε καλύτερη επίδοση σε όλα τα μονοφασικά βραχυκυκλώματα που προσομοιώθηκαν από τη μέθοδο (2.9), η οποία θεωρητικά ισχύει για όλα τα μονοφασικά και τα διφασικά βραχυκυκλώματα. Έπειτα, όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο των προσομοιώσεων, η πλειονότητα των μεθόδων εμφανίζουν μία συμμετρία στη συμπεριφορά τους ως προς το μέσο της γραμμής, μάλιστα όσο πιο κοντά στο μέσο συμβαίνει το βραχυκύκλωμα τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια εμφανίζουν και όσο πιο κοντά στα άκρα τόσο μικρότερη.

Τελική παρατήρηση είναι ότι οι μέθοδοι που αποδείχθηκαν στο μοντέλο μικρού μήκους έχουν καλύτερες επιδόσεις από αυτές του μεσαίου μήκους και, σε συνδυασμό με την υπολογιστική απλότητα που τις χαρακτηρίζει, τις καθιστά καταλληλότερες για την ανίχνευση σφαλμάτων απ' ό,τι τις μεθόδους μεσαίου μήκους, οι οποίες είναι ελαφρώς πιο πολύπλοκες και οι επιδόσεις τους είναι χειρότερες. Συγκεκριμένα, σε πολλές κατηγορίες σφαλμάτων καμία μέθοδος μεσαίου μήκους δεν ήταν απολύτως ακριβής. Οπότε, αυτό που γίνεται αντιληπτό από αυτή τη μελέτη είναι ότι απαιτείται πιο ενδελεχής διερεύνηση για τα προβλήματα ακρίβειας που προκύπτουν, διότι όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως, οι γραμμές μεταφοράς εκτείνονται σε μεγάλες αποστάσεις, οπότε σφάλματα της τάξεως του 5% ή του 10% είναι ιδιαίτερα σημαντικά στην πράξη.





## Παράρτημα

### Ανάλυση Πειραματικού Μέρους

Στο τέταρτο κεφάλαιο έγινε παρουσίαση των αποτελεσμάτων από τις δοκιμές που έγιναν για την αξιολόγηση των θεωρητικά αποδεδειγμένων τύπων της μελέτης αυτής. Στο παρόν παράρτημα θα εξηγηθεί με ποιον τρόπο έγιναν αυτές οι δοκιμές και εξήχθησαν τα αποτελέσματα που έχουν παρουσιαστεί. Για τη διεξαγωγή των δοκιμών χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Mathcad 15.0 της Mathsoft – PTC. Προτιμήθηκε το συγκεκριμένο εργαλείο έναντι άλλων για τη διεξαγωγή των πειραμάτων, διότι δίδει τη δυνατότητα για πλήρη εποπτεία των αποτελεσμάτων σε κάθε στάδιο των πειραμάτων. Επιλέξαμε ένα απλό δίκτυο, αυτό της *Εικόνας Π.1*, στο οποίο υπάρχει μία γραμμή μεταφοράς και στο κάθε άκρο της, αναχώρησης και άφιξης αντίστοιχα, είναι διασυνδεδεμένη μία γεννήτρια μέσω μίας σύνθετης αντίστασης, οι οποίες μπορούν να σηματοδοτούν τα ισοδύναμα κυκλώματα δεξιά και αριστερά της γραμμής. Για ευκολία στις πράξεις θεωρήθηκε ότι οι δύο γεννήτριες και οι δύο αντιστάσεις είναι ίδιες.



*Εικόνα Π.1 : Το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας με το οποίο έγιναν οι δοκιμές.*

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε είναι η εξής. Στην αρχή έγινε εισαγωγή των δεδομένων του συστήματος, δηλαδή των τάσεων των γεννητριών, των σύνθετων αντιστάσεων των γεννητριών, των παραμέτρων της γραμμής μεταφοράς, της απόστασης στην οποία θα συμβεί το βραχυκύκλωμα και τέλος της αντίστασης σφάλματος. Οι παράμετροι που ορίσαμε στο δίκτυο είναι από την πλευρά του δευτερεύοντος των μετασχηματιστών τάσεως και εντάσεως.

Για τις γεννήτριες :

$$E_S = E_R = 120V$$

Για τις σύνθετες αντιστάσεις :

$$Z_{S1} = Z_{R1} = j0.8\Omega, Z_{S2} = Z_{R2} = j0.8\Omega, Z_{S0} = Z_{R0} = j2.4\Omega$$

Για τις παραμέτρους της γραμμής :

$$Z_{L1} = Z_{L2} = j8\Omega, Z_{L0} = j24\Omega$$

$$Y_{L1} = Y_{L2} = j1.225mS, Y_{L0} = j3.675mS$$

Έπειτα, έχοντας εισαγάγει όλα τα δεδομένα γίνεται υπολογισμός του βραχυκυκλώματος με τη βοήθεια των κυκλωμάτων ακολουθίας, ώστε να βρεθούν οι τάσεις και τα ρεύματα στο σημείο του σφάλματος. Ακολουθώς, μέσω κυκλωματικής θεωρίας στα κυκλώματα ακολουθίας βρίσκονται οι τάσεις και τα ρεύματα ακολουθίας στα άκρα της αναχώρησης και της άφιξης. Σε αυτό το σημείο έχοντας στη διάθεση μας τις μετρήσεις από τα άκρα της γραμμής προχωράμε στην ανίχνευση της θέσης του σφάλματος. Θεωρούμε ως δεδομένα μόνο τις τάσεις και τα ρεύματα και ως άγνωστους όλα τα υπόλοιπα (παραμέτρους δικτύου, απόσταση σφάλματος και αντίσταση σφάλματος) και εφαρμόζοντας τους τύπους που αποδείχθηκαν στη θεωρία για το εκάστοτε βραχυκύκλωμα ελέγχουμε αν το αποτέλεσμα της εκτίμησης ανταποκρίνεται στην προκαθορισμένη απόσταση από την αρχή της γραμμής. Έτσι, για το πειραματικό μέρος, χρειάστηκε να δημιουργηθούν ξεχωριστά αρχεία για κάθε βραχυκύκλωμα και μοντέλο αναπαράστασης και αλλάζοντας απλά την απόσταση που υποθέτουμε στην επίλυση και την αντίσταση σφάλματος καταφέραμε να εξαγάγουμε τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στο αντίστοιχο κεφάλαιο, διότι το Mathcad παρέχει την ευκολία αλλάζοντας μία παράμετρο να πραγματοποιείται αυτόματα η επίλυση εκ νέου, οπότε ανανεώνεται αυτόματα το αποτέλεσμα. Στη συνέχεια παρουσιάζονται δύο παραδείγματα από τις δοκιμές που έγιναν στο Mathcad για την αξιολόγηση των εξισώσεων, συγκεκριμένα για το μονοφασικό βραχυκύκλωμα χωρίς αντίσταση σφάλματος στο μοντέλο μικρού μήκους και στο μοντέλο μεσαίου μήκους αντίστοιχα.

## Μονοφασικό Βραχυκύκλωμα στο Μοντέλο Μικρού Μήκους

Το δίκτυο που διαχειριζόμαστε είναι το



Πρώτα απ' όλα ορίζουμε το διάνυσμα  $a$  που χρησιμοποιείται στον μετασχηματισμό από τα τριφασικά μεγέθη στα ακολουθιακά καθώς και τον πίνακα μετασχηματισμού, ώστε να τα έχουμε έτοιμα μετά που θα μας χρειαστούν.

$$a := e^{\frac{2\pi j}{3}} = -0.5 + 0.866j$$

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -0.5 - 0.866j & -0.5 + 0.866j \\ 1 & -0.5 + 0.866j & -0.5 - 0.866j \end{pmatrix}$$

Τώρα θα ορίσουμε τις παραμέτρους του δικτύου που έχουμε :

$$E_S := 120V \quad E_R := E_S = 120V$$

$$Z_{S1} := 0.8 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \Omega \quad Z_{R1} := Z_{S1} \quad Z_{L1} := 8 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \Omega$$

$$Z_{S2} := Z_{S1} \quad Z_{R2} := Z_{R1} \quad Z_{L2} := Z_{L1}$$

$$Z_{S0} := 3 \cdot Z_{S1} \quad Z_{R0} := Z_{S0} \quad Z_{L0} := 3 \cdot Z_{L1}$$

Έπειτα, θα ορίσουμε τις παραμέτρους του βραχυκυκλώματος που θέλουμε να αξιολογήσουμε τους τύπους της θεωρίας :

$$m := 0.65 \quad R_F := 0 \text{ohm}$$

Συνεπώς, τώρα είμαστε σε θέση να κάνουμε επίλυση του βραχυκυκλώματος.

Αριστερά του σημείου βραχυκύκλωσης η ισοδύναμη αντίσταση στα τρία ακολουθιακά κυκλώματα είναι :

$$Z_{x1} := Z_{S1} + m \cdot Z_{L1} = 6j \Omega$$

$$Z_{x2} := Z_{x1} = 6j \Omega$$

$$Z_{x0} := Z_{S0} + m \cdot Z_{L0} = 18j \Omega$$

Και αντίστοιχα δεξιά του σημείου βραχυκύκλωσης :

$$Z_{y1} := Z_{R1} + (1 - m) \cdot Z_{L1} = 3.6j \Omega$$

$$Z_{y2} := Z_{y1} = 3.6j \Omega$$

$$Z_{y0} := Z_{R0} + (1 - m) \cdot Z_{L0} = 10.8j \Omega$$

Άρα, οι ισοδύναμες αντιστάσεις στα τρία ακολουθιακά κυκλώματα (θετικής, αρνητικής, μηδενικής) είναι :

$$Z_1 := \frac{Z_{x1} \cdot Z_{y1}}{Z_{x1} + Z_{y1}} = 2.25j \Omega$$

$$Z_2 := Z_1 = 2.25j \Omega$$

$$Z_0 := \frac{Z_{x0} \cdot Z_{y0}}{Z_{x0} + Z_{y0}} = 6.75j \Omega$$

Και εφόσον οι τάσεις στις γεννήτριες είναι όμοιες μπορούμε να πούμε :

$$E_1 := E_S = 120 \text{ V}$$

Στο μονοφασικό βραχυκύκλωμα τα τρία ακολουθιακά κυκλώματα βρίσκονται σε σειρά οπότε η επίλυση του είναι :

$$I_1 := \frac{E_1}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3 \cdot R_F} = -10.667j \text{ A}$$

$$I_2 := I_1 = -10.667j \text{ A} \quad I_0 := I_1 = -10.667j \text{ A}$$

Οπότε, στο τριφασικό σύστημα τα ρεύματα στο σημείο βραχυκύκλωσης υπολογίζονται ως :

$$I_{abcF} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -32j \\ 3.553 \times 10^{-15} \\ 3.553 \times 10^{-15} \end{pmatrix} \text{ A}$$

Και για τις τάσεις :

$$V_1 := E_1 - I_1 \cdot Z_1 = 96 \text{ V}$$

$$V_2 := 0 - I_2 \cdot Z_2 = -24 \text{ V}$$

$$V_0 := 0 - I_0 \cdot Z_0 = -72 \text{ V}$$

$$V_{abcF} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.776 \times 10^{-14} \\ -108 - 103.923j \\ -108 + 103.923j \end{pmatrix} \text{ V}$$

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να κάνουμε κυκλωματική ανάλυση εντός των ακολουθιακών κυκλωμάτων ώστε να μπορέσουμε να βρούμε τις τάσεις και τα ρεύματα στα σημεία αναχώρησης και άφιξης της γραμμής. Κατά αυτόν τον τρόπο θα εξαχθούν οι μετρήσεις που θα λαμβάνονταν σε ένα τέτοιο βραχυκύκλωμα στο συγκεκριμένο δίκτυο.

Από διαίρεση ρεύματος αριστερά του σημείου βραχυκύκλωσης έχουμε :

$$I_{a1\_1} := I_1 \cdot \frac{Z_{y1}}{Z_{x1} + Z_{y1}} = -4j \text{ A} \quad I_{a2\_1} := I_2 \cdot \frac{Z_{y2}}{Z_{x2} + Z_{y2}} = -4j \text{ A}$$

$$I_{a0\_1} := I_0 \cdot \frac{Z_{y0}}{Z_{x0} + Z_{y0}} = -4j \text{ A}$$

Έτσι, οι ακολουθιακές τάσεις στο σημείο αναχώρησης από νόμο τάσεων Kirchhoff υπολογίζονται :

$$V_{a1} := V_1 + I_{a1\_1} \cdot (m \cdot Z_{L1}) = 116.8 \text{ V} \quad V_{a2} := V_2 + I_{a2\_1} \cdot (m \cdot Z_{L2}) = -3.2 \text{ V}$$

$$V_{a0} := V_0 + I_{a0\_1} \cdot (m \cdot Z_{L0}) = -9.6 \text{ V}$$

Η εναλλακτικά υπολογίζονται από :

$$V_{a1} := E_1 - I_{a1\_1} \cdot Z_{S1} = 116.8 \text{ V} \quad V_{a2} := 0 - I_{a2\_1} \cdot Z_{S2} = -3.2 \text{ V}$$

$$V_{a0} := 0 - I_{a0\_1} \cdot Z_{S0} = -9.6 \text{ V}$$

Η πράσινη υπογράμμιση υποδηλώνει την επαναχρησιμοποίηση μεταβλητής η οποία έχει γίνει ξανά ανάθεση σε προηγούμενο σημείο.

Και κάνοντας την ίδια ανάλυση για την άφιξη της γραμμής, δηλαδή δεξιά του βραχυκυκλώματος έχουμε :

$$I_{a1\_2} := I_1 - I_{a1\_1} = -6.667j \text{ A} \quad I_{a2\_2} := I_2 - I_{a2\_1} = -6.667j \text{ A}$$

$$I_{a0\_2} := I_0 - I_{a0\_1} = -6.667j \text{ A}$$

Η εναλλακτικά από διαίρεση ρεύματος :

$$I_{a1\_2} := I_1 \cdot \frac{Z_{x1}}{Z_{x1} + Z_{y1}} = -6.667j \text{ A} \quad I_{a2\_2} := I_2 \cdot \frac{Z_{x2}}{Z_{x2} + Z_{y2}} = -6.667j \text{ A}$$

$$I_{a0\_2} := I_0 \cdot \frac{Z_{x0}}{Z_{x0} + Z_{y0}} = -6.667j \text{ A}$$

Και για τις τάσεις στο σημείο άφιξης :

$$V_{a1\_2} := V_1 + I_{a1\_2} \cdot [(1 - m) \cdot Z_{L1}] = 114.667 \text{ V}$$

$$V_{a2\_2} := V_2 + I_{a2\_2} \cdot [(1 - m) \cdot Z_{L2}] = -5.333 \text{ V}$$

$$V_{a0\_2} := V_0 + I_{a0\_2} \cdot [(1 - m) \cdot Z_{L0}] = -16 \text{ V}$$

Η εναλλακτικά υπολογίζονται από :

$$V_{a1\_2} := E_1 - I_{a1\_2} \cdot Z_{S1} = 114.667 \text{ V}$$

$$V_{a2\_2} := 0 - I_{a2\_2} \cdot Z_{S2} = -5.333 \text{ V}$$

$$V_{a0\_2} := 0 - I_{a0\_2} \cdot Z_{S0} = -16 \text{ V}$$

Συνεπώς, κάνοντας τώρα μετατροπή στα τριφασικά μεγέθη, για το σημείο αναχώρησης έχουμε :

$$\begin{pmatrix} I_{S\_a} \\ I_{S\_b} \\ I_{S\_c} \end{pmatrix} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} I_{a0\_1} \\ I_{a1\_1} \\ I_{a2\_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12j \\ 1.332 \times 10^{-15} \\ 1.332 \times 10^{-15} \end{pmatrix} \text{ A}$$

$$\begin{pmatrix} V_{S\_a} \\ V_{S\_b} \\ V_{S\_c} \end{pmatrix} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 104 \\ -66.4 - 103.923j \\ -66.4 + 103.923j \end{pmatrix} \text{ V}$$

Και για το σημείο άφιξης :

$$\begin{pmatrix} I_{R\_a} \\ I_{R\_b} \\ I_{R\_c} \end{pmatrix} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} I_{a0\_2} \\ I_{a1\_2} \\ I_{a2\_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20j \\ 2.665 \times 10^{-15} \\ 2.665 \times 10^{-15} \end{pmatrix} \text{ A}$$

$$\begin{pmatrix} V_{R\_a} \\ V_{R\_b} \\ V_{R\_c} \end{pmatrix} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} V_{a0\_2} \\ V_{a1\_2} \\ V_{a2\_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 93.333 \\ -70.667 - 103.923j \\ -70.667 + 103.923j \end{pmatrix} \text{ V}$$

Αφού ανακτήσαμε τις μετρήσεις που θέλουμε, τελείωσε εδώ η επίλυση του βραχυκυκλώματος και τώρα θα γίνει ο έλεγχος των τύπων για την ανίχνευση σφαλμάτων.

## Έλεγχος Αλγορίθμων Εύρεσης Σφάλματος

Οι μετρήσεις που λαμβάνονται από τα PMUs στα άκρα της γραμμής είναι :

Για την αναχώρηση :

$$V_{S\_a} = 104 \text{ V}$$

$$V_{S\_b} = (-66.4 - 103.923j) \text{ V}$$

$$V_{S\_c} = (-66.4 + 103.923j) \text{ V}$$

$$I_{S\_a} = -12j \text{ A}$$

$$I_{S\_b} = 1.332 \times 10^{-15} \text{ A}$$

$$I_{S\_c} = 1.332 \times 10^{-15} \text{ A}$$

Για την άφιξη :

$$V_{R\_a} = 93.333 \text{ V}$$

$$V_{R\_b} = (-70.667 - 103.923j) \text{ V}$$

$$V_{R\_c} = (-70.667 + 103.923j) \text{ V}$$

$$I_{R\_a} = -20j \text{ A}$$

$$I_{R\_b} = 2.665 \times 10^{-15} \text{ A}$$

$$I_{R\_c} = 2.665 \times 10^{-15} \text{ A}$$

Ορίζουμε τον πίνακα για τη μετατροπή των τριφασικών σε ακολουθιακά μεγέθη :

$$\underline{\underline{A}} := \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.333 & 0.333 & 0.333 \\ 0.333 & -0.167 + 0.289j & -0.167 - 0.289j \\ 0.333 & -0.167 - 0.289j & -0.167 + 0.289j \end{pmatrix}$$

Οπότε, από τις μετρήσεις που έχουμε στην κατοχή μας, τα μεγέθη των ακολουθιακών κυκλωμάτων είναι :

$$\begin{pmatrix} V_{S0} \\ V_{S1} \\ V_{S2} \end{pmatrix} := A \cdot \begin{pmatrix} V_{S\_a} \\ V_{S\_b} \\ V_{S\_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.6 \\ 116.8 \\ -3.2 \end{pmatrix} \text{ V} \quad \begin{pmatrix} V_{R0} \\ V_{R1} \\ V_{R2} \end{pmatrix} := A \cdot \begin{pmatrix} V_{R\_a} \\ V_{R\_b} \\ V_{R\_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 114.667 \\ -5.333 \end{pmatrix} \text{ V}$$

$$\begin{pmatrix} I_{S0} \\ I_{S1} \\ I_{S2} \end{pmatrix} := A \cdot \begin{pmatrix} I_{S\_a} \\ I_{S\_b} \\ I_{S\_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4j \\ -4j \\ -4j \end{pmatrix} \text{ A} \quad \begin{pmatrix} I_{R0} \\ I_{R1} \\ I_{R2} \end{pmatrix} := A \cdot \begin{pmatrix} I_{R\_a} \\ I_{R\_b} \\ I_{R\_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6.667j \\ -6.667j \\ -6.667j \end{pmatrix} \text{ A}$$

Έχοντας όσα χρειάζονται για τη δοκιμή των τύπων ανίχνευσης προχωράμε σε αυτήν. Πρώτα, θα δοκιμάσουμε τον τύπο που προτείνεται στην έρευνα [13] :

Όπως υπαγορεύεται από τη μέθοδο θέτουμε τις μεταβλητές:

$$A_5 := V_{S\_a} \cdot I_{R\_a} = -2.08j \times 10^3 \text{ W}$$

$$A_6 := -(V_{S\_a} \cdot I_{R\_a} + V_{R\_a} \cdot I_{S\_a}) = 3.2j \times 10^3 \text{ W}$$

$$A_7 := -V_{S\_a} \cdot I_{R0} = 693.333j \text{ W}$$

$$A_8 := V_{S\_a} \cdot I_{R0} + V_{R\_a} \cdot I_{S0} = -1.067j \times 10^3 \text{ W}$$

$$c_0 := A_5 \cdot \overline{A_7} - \overline{A_5} \cdot A_7 = 7.685j \times 10^{-10} \text{ W}^2$$

$$c_1 := A_5 \cdot \overline{A_8} + A_6 \cdot \overline{A_7} - \overline{A_5} \cdot A_8 - \overline{A_6} \cdot A_7 = (-4.657 \times 10^{-10} - 2.296j \times 10^{-9}) \text{ W}^2$$

$$c_2 := A_6 \cdot \overline{A_8} - \overline{A_6} \cdot A_8 = 1.713j \times 10^{-9} \text{ W}^2$$

Και τα αποτελέσματα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης  $c_2 m^2 + c_1 m + c_0 = 0$  είναι:

$$m_{\text{est1}} := \frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 - 4c_2 \cdot c_0}}{2 \cdot c_2} = 0.957 - 0.453j \quad |m_{\text{est1}}| = 1.059$$

$$m_{\text{est2}} := \frac{-c_1 - \sqrt{c_1^2 - 4c_2 \cdot c_0}}{2 \cdot c_2} = 0.383 + 0.181j \quad |m_{\text{est2}}| = 0.424$$

Βλέπουμε ότι καμία από τις δύο εκτιμήσεις που μας παρέχει η μέθοδος για τα συγκεκριμένα δεδομένα δεν έκανε σωστή ανάγνωση! Οι αποκλίσεις μάλιστα αυτών είναι :

$$|m_{est1}| - m = 40.916\% \qquad |m_{est2}| - m = -22.639\%$$

Στην εργασία [13] προτείνεται να θεωρείται ως εκτίμηση απόστασης η μία από τις δύο λύσεις η οποία ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$ . Όμως, υπάρχουν φορές που και οι δύο λύσεις ικανοποιούν αυτή τη συνθήκη και δεν προβλέπεται κάτι γι' αυτό, οπότε, πως θα καταλαβαίνει ο χειριστής που γίνεται το σφάλμα. Συνεπώς, θα ελεγχθεί η μέση τιμή των δύο λύσεων μήπως προκύπτει μία καλή εκτίμηση σφάλματος μέσω αυτού του τρόπου.

$$m_{est3} := \frac{|m_{est1}| + |m_{est2}|}{2} = 0.741$$

Η απόκλιση της είναι :  $|m_{est3}| - m = 9.138\%$

Βλέπουμε πως βελτιώνει το αποτέλεσμα σε σχέση με προηγούμενος.

Τώρα θα δοκιμαστεί η μέθοδος που αποδείχθηκε θεωρητικά, στηρίζεται στη θεωρία των ακολουθιακών κυκλωμάτων και θεωρητικά ισχύει για όλα τα μονοφασικά και διφασικά κυκλώματα.

$$m_{est4} := \frac{(V_{S2} - V_{R2}) \cdot I_{R1} - (V_{S1} - V_{R1}) \cdot I_{R2}}{(I_{S1} + I_{R1}) \cdot (V_{S2} - V_{R2}) - (I_{S2} + I_{R2}) \cdot (V_{S1} - V_{R1})} = 0.639 - 7.21j \times 10^{-3}$$

$$|m_{est4}| = 0.639$$

$$m_{est5} := \frac{1}{1 + \frac{[(V_{S2} - V_{R2}) \cdot I_{S1} - (V_{S1} - V_{R1}) \cdot I_{S2}]}{[(V_{S2} - V_{R2}) \cdot I_{R1} - (V_{S1} - V_{R1}) \cdot I_{R2}]}} = 0.627 - 1.157j \times 10^{-3}$$

$$|m_{est5}| = 0.627$$

Οι αποκλίσεις που βγαίνουν από αυτή τη μέθοδο για το συγκεκριμένο βραχυκύκλωμα στο συγκεκριμένο σημείο είναι :

$$|m_{est4}| - m = -1.076\% \qquad |m_{est5}| - m = -2.267\%$$

Τέλος, θα δοκιμαστεί η μέθοδος που αποδείχθηκε θεωρητικά αποκλειστικά για τα μονοφασικά βραχυκυκλώματα χωρίς αντίσταση σφάλματος, όπως αυτό που δοκιμάζεται στην προκειμένη φάση.

$$m_{est6} := \frac{V_{S\_a} \cdot I_{R\_a}}{V_{S\_a} \cdot I_{R\_a} + V_{R\_a} \cdot I_{S\_a}} = 0.65$$



Βλέπουμε ότι για το συγκεκριμένο βραχυκύκλωμα η μέθοδος δουλεύει άψογα και συγκεκριμένα η απόκλιση που έχει είναι :

$$|m_{\text{est6}} - m| = 1.11 \times 10^{-14} \%.$$

## Μονοφασικό Βραχυκύκλωμα στο Μοντέλο Μεσαίου Μήκους

Το δίκτυο που διαχειριζόμαστε είναι το



Πρώτα απ' όλα ορίζουμε το διάνυσμα  $a$  που χρησιμοποιείται στον μετασχηματισμό από τα τριφασικά μεγέθη στα ακολουθιακά καθώς και τον πίνακα μετασχηματισμού, ώστε να τα έχουμε έτοιμα μετά που θα μας χρειαστούν.

$$a := e^{\frac{2\pi j}{3}} = -0.5 + 0.866i$$

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -0.5 - 0.866i & -0.5 + 0.866i \\ 1 & -0.5 + 0.866i & -0.5 - 0.866i \end{pmatrix}$$

Τώρα θα ορίσουμε τις παραμέτρους του δικτύου που έχουμε :

$$E_S := 120V$$

$$E_R := E_S = 120V$$

$$Z_{S1} := 0.8 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \Omega$$

$$Z_{R1} := Z_{S1}$$

$$Z_{L1} := 8 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \Omega$$

$$Z_{S2} := Z_{S1}$$

$$Z_{R2} := Z_{R1}$$

$$Z_{L2} := Z_{L1}$$

$$Z_{S0} := 3 \cdot Z_{S1}$$

$$Z_{R0} := Z_{S0}$$

$$Z_{L0} := 3 \cdot Z_{L1}$$

$$Y_{L1} := 1.225 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} S = 1.225i \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega}$$

$$Y_{L2} := Y_{L1}$$

$$Y_{L0} := 3 \cdot Y_{L1} = 3.675i \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega}$$

Έπειτα, θα ορίσουμε τις παραμέτρους του βραχυκυκλώματος που θέλουμε να αξιολογήσουμε τους τύπους της θεωρίας :

$$m := 0.65$$

$$R_F := 0 \text{ohm}$$

Συνεπώς, τώρα είμαστε σε θέση να κάνουμε επίλυση του βραχυκυκλώματος.

Αριστερά του σημείου βραχυκύκλωσης εφαρμόζουμε θεώρημα Thevenin για να εξάγουμε το ισοδύναμο κύκλωμα στα τρία ακολουθιακά κυκλώματα και λαμβάνονται :

$$Z_{Th1\_1} := \frac{\frac{(2 \cdot Z_{S1} + 2 \cdot m \cdot Z_{L1} + m^2 \cdot Z_{L1} \cdot Y_{L1} \cdot Z_{S1}) \cdot 2}{(2 + m \cdot Y_{L1} \cdot Z_{S1}) \cdot m \cdot Y_{L1}}}{\frac{2 \cdot Z_{S1} + 2 \cdot m \cdot Z_{L1} + m^2 \cdot Z_{L1} \cdot Y_{L1} \cdot Z_{S1}}{2 + m \cdot Y_{L1} \cdot Z_{S1}} + \frac{2}{m \cdot Y_{L1}}} = 6.015i \Omega$$

$$V_{Th1} := \frac{4 \cdot E_S}{m \cdot Z_{S1} \cdot Y_{L1} \cdot (4 + m^2 \cdot Y_{L1} \cdot Z_{L1}) + 2 \cdot (2 + m^2 \cdot Y_{L1} \cdot Z_{L1})} = 120.326 \text{ V}$$

$$Z_{Th2\_1} := \frac{\frac{(2 \cdot Z_{S2} + 2 \cdot m \cdot Z_{L2} + m^2 \cdot Z_{L2} \cdot Y_{L2} \cdot Z_{S2}) \cdot 2}{(2 + m \cdot Y_{L2} \cdot Z_{S2}) \cdot m \cdot Y_{L2}}}{\frac{2 \cdot Z_{S2} + 2 \cdot m \cdot Z_{L2} + m^2 \cdot Z_{L2} \cdot Y_{L2} \cdot Z_{S2}}{2 + m \cdot Y_{L2} \cdot Z_{S2}} + \frac{2}{m \cdot Y_{L2}}} = 6.015i \Omega$$

$$Z_{Th0\_1} := \frac{\frac{(2 \cdot Z_{S0} + 2 \cdot m \cdot Z_{L0} + m^2 \cdot Z_{L0} \cdot Y_{L0} \cdot Z_{S0}) \cdot 2}{(2 + m \cdot Y_{L0} \cdot Z_{S0}) \cdot m \cdot Y_{L0}}}{\frac{2 \cdot Z_{S0} + 2 \cdot m \cdot Z_{L0} + m^2 \cdot Z_{L0} \cdot Y_{L0} \cdot Z_{S0}}{2 + m \cdot Y_{L0} \cdot Z_{S0}} + \frac{2}{m \cdot Y_{L0}}} = 18.403i \Omega$$

Και αντίστοιχα δεξιά του σημείου βραχυκύκλωσης :

$$Z_{Th1\_2} := \frac{\frac{[2 \cdot Z_{R1} + 2 \cdot (1-m) \cdot Z_{L1} + (1-m)^2 \cdot Z_{L1} \cdot Y_{L1} \cdot Z_{R1}] \cdot 2}{[2 + (1-m) \cdot Y_{L1} \cdot Z_{R1}] \cdot (1-m) \cdot Y_{L1}}}{\frac{2 \cdot Z_{R1} + 2 \cdot (1-m) \cdot Z_{L1} + (1-m)^2 \cdot Z_{L1} \cdot Y_{L1} \cdot Z_{R1}}{2 + (1-m) \cdot Y_{L1} \cdot Z_{R1}} + \frac{2}{(1-m) \cdot Y_{L1}}} = 3.603i \Omega$$

$$V_{Th2} := E_R \cdot \frac{4}{(1-m) \cdot Z_{R1} \cdot Y_{L1} \cdot [4 + (1-m)^2 \cdot Y_{L1} \cdot Z_{L1}] + 2 \cdot [2 + (1-m)^2 \cdot Y_{L1} \cdot Z_{L1}]} = 120.113 \text{ V}$$

$$Z_{Th2\_2} := \frac{\frac{[2 \cdot Z_{R2} + 2 \cdot (1-m) \cdot Z_{L2} + (1-m)^2 \cdot Z_{L2} \cdot Y_{L2} \cdot Z_{R2}] \cdot 2}{[2 + (1-m) \cdot Y_{L2} \cdot Z_{R2}] \cdot (1-m) \cdot Y_{L2}}}{\frac{2 \cdot Z_{R2} + 2 \cdot (1-m) \cdot Z_{L2} + (1-m)^2 \cdot Z_{L2} \cdot Y_{L2} \cdot Z_{R2}}{2 + (1-m) \cdot Y_{L2} \cdot Z_{R2}} + \frac{2}{(1-m) \cdot Y_{L2}}} = 3.603i \Omega$$

$$Z_{Th0\_2} := \frac{\frac{[2 \cdot Z_{R0} + 2 \cdot (1-m) \cdot Z_{L0} + (1-m)^2 \cdot Z_{L0} \cdot Y_{L0} \cdot Z_{R0}] \cdot 2}{[2 + (1-m) \cdot Y_{L0} \cdot Z_{R0}] \cdot (1-m) \cdot Y_{L0}}}{\frac{2 \cdot Z_{R0} + 2 \cdot (1-m) \cdot Z_{L0} + (1-m)^2 \cdot Z_{L0} \cdot Y_{L0} \cdot Z_{R0}}{2 + (1-m) \cdot Y_{L0} \cdot Z_{R0}} + \frac{2}{(1-m) \cdot Y_{L0}}} = 10.879i \Omega$$

Οπότε, τώρα οι ισοδύναμες αντιστάσεις των ακολουθιακών κυκλωμάτων καθώς και η ισοδύναμη τάση του κυκλώματος θετικής υπολογίζονται από θεώρημα Thevenin ως:

$$Z_1 := \frac{Z_{Th1\_1} \cdot Z_{Th1\_2}}{Z_{Th1\_1} + Z_{Th1\_2}} = 2.253i \Omega \quad E_1 := \frac{Z_{Th1\_2} \cdot V_{Th1} + Z_{Th1\_1} \cdot V_{Th2}}{Z_{Th1\_1} + Z_{Th1\_2}} = 120.193 \text{ V}$$

$$Z_2 := \frac{Z_{Th2\_1} \cdot Z_{Th2\_2}}{Z_{Th2\_1} + Z_{Th2\_2}} = 2.253i \Omega \quad Z_0 := \frac{Z_{Th0\_1} \cdot Z_{Th0\_2}}{Z_{Th0\_1} + Z_{Th0\_2}} = 6.837i \Omega$$

Στο μονοφασικό βραχυκύκλωμα τα τρία ακολουθιακά κυκλώματα βρίσκονται σε σειρά οπότε η επίλυση του είναι :

$$I_1 := \frac{E_1}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3 \cdot R_F} = -10.596i \text{ A}$$

$$I_2 := I_1 = -10.596i \text{ A} \quad I_0 := I_1 = -10.596i \text{ A}$$

Οπότε, στο τριφασικό σύστημα τα ρεύματα στο σημείο βραχυκύκλωσης υπολογίζονται ως :

$$I_{abcF} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -31.787i \\ 3.553 \times 10^{-15} \\ 3.553 \times 10^{-15} \end{pmatrix} \text{ A}$$

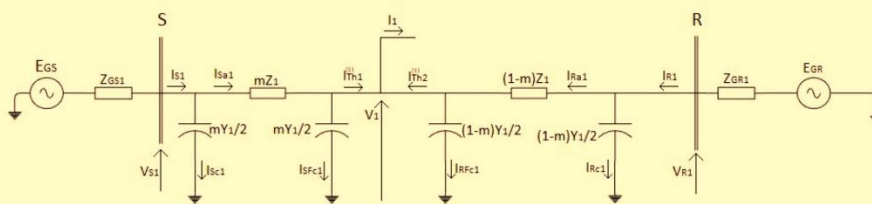
Και για τις τάσεις :

$$V_1 := E_1 - I_1 \cdot Z_1 = 96.319 \text{ V} \quad V_2 := 0 - I_2 \cdot Z_2 = -23.874 \text{ V}$$

$$V_0 := 0 - I_0 \cdot Z_0 = -72.445 \text{ V}$$

$$V_{abcF} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.553 \times 10^{-15} \\ -108.667 - 104.09i \\ -108.667 + 104.09i \end{pmatrix} \text{ V}$$

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να κάνουμε κυκλωματική ανάλυση εντός των ακολουθιακών κυκλωμάτων ώστε να μπορέσουμε να βρούμε τις τάσεις και τα ρεύματα στα σημεία αναχώρησης και άφιξης της γραμμής. Κατά αυτόν τον τρόπο θα εξαχθούν οι μετρήσεις που θα λαμβάνονταν σε ένα τέτοιο βραχυκύκλωμα στο συγκεκριμένο δίκτυο. Το κύκλωμα θετικής ακολουθίας φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα.



Από διαίρεση ρεύματος στο σημείο βραχυκύκλωσης βάσει της παραπάνω εικόνας έχουμε για τα τρία ακολουθιακά κυκλώματα αντίστοιχα:

$$I_{Th1\_1} := I_1 \cdot \frac{Z_{Th1\_2}}{Z_{Th1\_1} + Z_{Th1\_2}} + \frac{V_{Th1} - V_{Th2}}{Z_{Th1\_1} + Z_{Th1\_2}} = -3.991j \text{ A}$$

$$I_{Th1\_2} := I_1 \cdot \frac{Z_{Th1\_1}}{Z_{Th1\_1} + Z_{Th1\_2}} + \frac{V_{Th2} - V_{Th1}}{Z_{Th1\_1} + Z_{Th1\_2}} = -6.604i \text{ A}$$

$$I_{Th2\_1} := I_2 \cdot \frac{Z_{Th2\_2}}{Z_{Th2\_1} + Z_{Th2\_2}} = -3.969i \text{ A}$$

$$I_{Th2\_2} := I_2 \cdot \frac{Z_{Th2\_1}}{Z_{Th2\_1} + Z_{Th2\_2}} = -6.626i \text{ A}$$

$$I_{Th0\_1} := I_0 \cdot \frac{Z_{Th0\_2}}{Z_{Th0\_1} + Z_{Th0\_2}} = -3.937i \text{ A}$$

$$I_{Th0\_2} := I_0 \cdot \frac{Z_{Th0\_1}}{Z_{Th0\_1} + Z_{Th0\_2}} = -6.659i \text{ A}$$

Από νόμο ρευμάτων Kirchhoff ισχύει :

$$I_{Sa1} := I_{Th1\_1} + \frac{m \cdot Y_{L1} \cdot V_1}{2} = -3.953i \text{ A} \quad I_{Ra1} := I_{Th1\_2} + \frac{(1-m) \cdot Y_{L1} \cdot V_1}{2} = -6.584i \text{ A}$$

$$I_{Sa2} := I_{Th2\_1} + \frac{m \cdot Y_{L2} \cdot V_2}{2} = -3.979i \text{ A} \quad I_{Ra2} := I_{Th2\_2} + \frac{(1-m) \cdot Y_{L2} \cdot V_2}{2} = -6.631i \text{ A}$$

$$I_{Sa0} := I_{Th0\_1} + \frac{m \cdot Y_{L0} \cdot V_0}{2} = -4.023i \text{ A} \quad I_{Ra0} := I_{Th0\_2} + \frac{(1-m) \cdot Y_{L0} \cdot V_0}{2} = -6.706i \text{ A}$$

Από νόμο τάσεων Kirchhoff ισχύει :

$$V_{S1} := V_1 + m \cdot Z_{L1} \cdot I_{Sa1} = 116.875 \text{ V} \quad V_{R1} := V_1 + (1-m) \cdot Z_{L1} \cdot I_{Ra1} = 114.753 \text{ V}$$

$$V_{S2} := V_2 + m \cdot Z_{L2} \cdot I_{Sa2} = -3.184 \text{ V} \quad V_{R2} := V_2 + (1-m) \cdot Z_{L2} \cdot I_{Ra2} = -5.306 \text{ V}$$

$$V_{S0} := V_0 + m \cdot Z_{L0} \cdot I_{Sa0} = -9.683 \text{ V} \quad V_{R0} := V_0 + (1-m) \cdot Z_{L0} \cdot I_{Ra0} = -16.118 \text{ V}$$

Εναλλακτικά :

$$\underline{V}_{S1} := \frac{E_S - Z_{S1} \cdot I_{Sa1}}{1 + \frac{m \cdot Z_{S1} \cdot Y_{L1}}{2}} = 116.875 \text{ V}$$

$$\underline{V}_{R1} := \frac{E_R - Z_{R1} \cdot I_{Ra1}}{1 + \frac{(1-m) \cdot Z_{R1} \cdot Y_{L1}}{2}} = 114.753 \text{ V}$$

$$\underline{V}_{S2} := \frac{-Z_{S2} \cdot I_{Sa2}}{1 + \frac{m \cdot Z_{S2} \cdot Y_{L2}}{2}} = -3.184 \text{ V}$$

$$\underline{V}_{R2} := \frac{-Z_{R2} \cdot I_{Ra2}}{1 + \frac{(1-m) \cdot Z_{R2} \cdot Y_{L2}}{2}} = -5.306 \text{ V}$$

$$\underline{V}_{S0} := \frac{-Z_{S0} \cdot I_{Sa0}}{1 + \frac{m \cdot Z_{S0} \cdot Y_{L0}}{2}} = -9.683 \text{ V}$$

$$\underline{V}_{R0} := \frac{-Z_{R0} \cdot I_{Ra0}}{1 + \frac{(1-m) \cdot Z_{R0} \cdot Y_{L0}}{2}} = -16.118 \text{ V}$$

Από νόμο ρευμάτων Kirchhoff ισχύει :

$$I_{S1} := I_{Sa1} + \frac{m \cdot Y_{L1} \cdot V_{S1}}{2} = -3.907i \text{ A}$$

$$I_{R1} := I_{Ra1} + \frac{(1-m) \cdot Y_{L1} \cdot V_{R1}}{2} = -6.559i \text{ A}$$

$$I_{S2} := I_{Sa2} + \frac{m \cdot Y_{L2} \cdot V_{S2}}{2} = -3.98i \text{ A}$$

$$I_{R2} := I_{Ra2} + \frac{(1-m) \cdot Y_{L2} \cdot V_{R2}}{2} = -6.633i \text{ A}$$

$$I_{S0} := I_{Sa0} + \frac{m \cdot Y_{L0} \cdot V_{S0}}{2} = -4.035i \text{ A}$$

$$I_{R0} := I_{Ra0} + \frac{(1-m) \cdot Y_{L0} \cdot V_{R0}}{2} = -6.716i \text{ A}$$

Συνεπώς, κάνοντας τώρα μετατροπή στα τριφασικά μεγέθη, για το σημείο αναχώρησης έχουμε :

$$\begin{pmatrix} I_{S\_a} \\ I_{S\_b} \\ I_{S\_c} \end{pmatrix} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} I_{S0} \\ I_{S1} \\ I_{S2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11.921i \\ 0.064 - 0.091i \\ -0.064 - 0.091i \end{pmatrix} \text{ A}$$

$$\begin{pmatrix} V_{S\_a} \\ V_{S\_b} \\ V_{S\_c} \end{pmatrix} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} V_{S0} \\ V_{S1} \\ V_{S2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 104.007 \\ -66.529 - 103.974i \\ -66.529 + 103.974i \end{pmatrix} \text{ V}$$

Και για το σημείο άφιξης :

$$\begin{pmatrix} I_{R\_a} \\ I_{R\_b} \\ I_{R\_c} \end{pmatrix} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} I_{R0} \\ I_{R1} \\ I_{R2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19.907i \\ 0.064 - 0.12i \\ -0.064 - 0.12i \end{pmatrix} \text{ A}$$

$$\begin{pmatrix} V_{R\_a} \\ V_{R\_b} \\ V_{R\_c} \end{pmatrix} := A_1 \cdot \begin{pmatrix} V_{R0} \\ V_{R1} \\ V_{R2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 93.329 \\ -70.842 - 103.974i \\ -70.842 + 103.974i \end{pmatrix} \text{ V}$$

Αφού ανακτήσαμε τις μετρήσεις που θέλουμε, τελείωσε εδώ η επίλυση του βραχυκυκλώματος και τώρα θα γίνει ο έλεγχος των τύπων για την ανίχνευση σφαλμάτων.

## Έλεγχος Αλγορίθμων Εύρεσης Σφάλματος

Οι μετρήσεις που λαμβάνονται από τα PMUs στα άκρα της γραμμής είναι :

Για την αναχώρηση :

$$V_{S\_a} = 104.007 \text{ V} \quad V_{S\_b} = (-66.529 - 103.974i) \text{ V} \quad V_{S\_c} = (-66.529 + 103.974i) \text{ V}$$

$$I_{S\_a} = -11.921i \text{ A} \quad I_{S\_b} = (0.064 - 0.091i) \text{ A} \quad I_{S\_c} = (-0.064 - 0.091i) \text{ A}$$

Για την άφιξη :

$$V_{R\_a} = 93.329 \text{ V} \quad V_{R\_b} = (-70.842 - 103.974i) \text{ V} \quad V_{R\_c} = (-70.842 + 103.974i) \text{ V}$$

$$I_{R\_a} = -19.907i \text{ A} \quad I_{R\_b} = (0.064 - 0.12i) \text{ A} \quad I_{R\_c} = (-0.064 - 0.12i) \text{ A}$$

Ορίζουμε τον πίνακα για τη μετατροπή των τριφασικών σε ακολουθιακά μεγέθη :

$$\underline{A} := \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.333 & 0.333 & 0.333 \\ 0.333 & -0.167 + 0.289i & -0.167 - 0.289i \\ 0.333 & -0.167 - 0.289i & -0.167 + 0.289i \end{pmatrix}$$

Οπότε, από τις μετρήσεις που έχουμε στην κατοχή μας, τα μεγέθη των ακολουθιακών κυκλωμάτων είναι :

$$\begin{pmatrix} V_{S0} \\ V_{S1} \\ V_{S2} \end{pmatrix} := \underline{A} \cdot \begin{pmatrix} V_{S\_a} \\ V_{S\_b} \\ V_{S\_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.683 \\ 116.875 \\ -3.184 \end{pmatrix} \text{ V} \quad \begin{pmatrix} V_{R0} \\ V_{R1} \\ V_{R2} \end{pmatrix} := \underline{A} \cdot \begin{pmatrix} V_{R\_a} \\ V_{R\_b} \\ V_{R\_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16.118 \\ 114.753 \\ -5.306 \end{pmatrix} \text{ V}$$

$$\begin{pmatrix} I_{S0} \\ I_{S1} \\ I_{S2} \end{pmatrix} := \underline{A} \cdot \begin{pmatrix} I_{S\_a} \\ I_{S\_b} \\ I_{S\_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.035i \\ -3.907i \\ -3.98i \end{pmatrix} \text{ A} \quad \begin{pmatrix} I_{R0} \\ I_{R1} \\ I_{R2} \end{pmatrix} := \underline{A} \cdot \begin{pmatrix} I_{R\_a} \\ I_{R\_b} \\ I_{R\_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6.716i \\ -6.559i \\ -6.633i \end{pmatrix} \text{ A}$$

Έχοντας όσα χρειάζονται για τη δοκιμή των τύπων αντίχεισης προχωράμε σε αυτήν. Πρώτα, θα δοκιμάσουμε τον τύπο που προτείνεται στην εργασία [6] :

Όπως υπαγορεύεται από τη μέθοδο θέτουμε τις μεταβλητές:

$$A_1 := V_{S2} \cdot I_{S1} + V_{R1} \cdot I_{S2} - V_{R2} \cdot I_{S1} - V_{S1} \cdot I_{S2} = 0.156i \text{ W}$$

$$A_2 := V_{S1} \cdot V_{R2} - V_{S2} \cdot V_{R1} = -254.76 \text{ V}^2$$

$$A_3 := V_{R1} \cdot I_{R2} + V_{S2} \cdot I_{R1} - V_{S1} \cdot I_{R2} - V_{R2} \cdot I_{R1} = 0.156i \text{ W}$$

$$a_1 := \text{Re}(A_1 \cdot \overline{A_2}) = -1.079 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^6 \cdot \text{kg}^3}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^9}$$

$$a_2 := \text{Re}(A_2 \cdot \overline{A_3}) = -1.799 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^6 \cdot \text{kg}^3}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^9}$$

Και το αποτέλεσμα της εκτίμησης πέραν από 0.5 είναι:

$$m_{\text{est1}} := \frac{a_2}{a_1 + a_2} = 0.625$$

Η εκτίμηση είναι :  $|m_{\text{est1}}| = 0.625$

Η μέθοδος μας λέει όταν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$  κρατάμε την εκτίμηση αυτή αλλιώς λαμβάνεται ως εκτίμηση το **0.5** που είναι η άλλη λύση του τριωνόμου.

Η απόκλιση που επιτυγχάνεται από αυτή τη μέθοδο είναι:  $|m_{\text{est1}}| - m = -2.486\%$

Τέλος, θα δοκιμαστεί η μέθοδος που αποδείχθηκε θεωρητικά αποκλειστικά για τα μονοφασικά βραχυκυκλώματα χωρίς αντίσταση σφάλματος, όπως αυτό που δοκιμάζεται στην προκειμένη φάση.

Θέτουμε τις παραμέτρους:

$$B_1 := V_{R\_a} \cdot I_{S\_a} = -1.113i \times 10^3 \text{ W}$$

$$B_2 := V_{S\_a} \cdot I_{R\_a} = -2.071i \times 10^3 \text{ W}$$

$$B_3 := V_{S\_a} \cdot V_{R\_a} = 9.707 \times 10^3 \text{ V}^2$$

$$b_1 := \text{Re}(B_1 \cdot \overline{B_3}) = 6.701 \times 10^{-10} \frac{\text{m}^6 \cdot \text{kg}^3}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^9}$$

$$b_2 := \text{Re}(B_2 \cdot \overline{B_3}) = 1.242 \times 10^{-9} \frac{\text{m}^6 \cdot \text{kg}^3}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^9}$$

Και το αποτέλεσμα της εκτίμησης πέραν από 0.5 είναι:

$$m_{\text{est2}} := \frac{b_2}{b_1 + b_2} = 0.65$$

Η εκτίμηση είναι :  $|m_{\text{est2}}| = 0.65$

Η μέθοδος μας λέει όταν ανήκει στο διάστημα  $[0,1]$  κρατάμε την εκτίμηση αυτή αλλιώς λαμβάνεται ως εκτίμηση το **0.5** που είναι η άλλη λύση του τριωνόμου.

Βλέπουμε ότι για το συγκεκριμένο βραχυκύκλωμα η μέθοδος δουλεύει πάρα πολύ καλά και συγκεκριμένα η απόκλιση που έχει είναι :

$$|m_{\text{est2}}| - m = -0.046\%$$



## Βιβλιογραφία

- [1] Saha, M. M., Izykowski, J., and Rosolowski, E. (2010) *Fault Location on Power Networks*. London: Springer.
- [2] Παπαδιάς, Βασίλειος Κ. (1999) *ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ*. Αθήνα: Εκδόσεις Συμμετρία
- [3] Γεωργιλάκης, Παύλος Σ. (2015) *Σύγχρονα Συστήματα Μεταφοράς και Διανομής Ηλεκτρικής Ενέργειας*.
- [4] Παπαδιάς, Βασίλειος Κ. (1993) *ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, ΤΟΜΟΣ ΙΙ ΑΣΥΜΜΕΤΡΕΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ*. Αθήνα.
- [5] Melinda C.S. da Cruz, Marcos A.D. de Almeida, and Manoel F. de Medeiros Júnior. *A state estimation approach for fault location in transmission lines considering data acquisition errors and non – synchronized records*. Electrical Power and Energy Systems 2016:78:663-671.
- [6] Wanjing Xiu & Yuan Liao (2011) *Accurate transmission line fault location considering shunt capacitances without utilizing line parameters*, Electric Power Components and Systems, 39:16, 1783-1794.
- [7] Zhen Jiang, Shihong Miao, Hao Xu, Pei Liu, and Buhan Zhang. *An effective fault location technique for transmission grids using phasor measurement units*. Electrical Power and Energy Systems 2012:42:653-660.
- [8] Yuan Liao, and Mladen Kezunovic. *Optimal estimate of transmission line fault location considering measurement errors*. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 22, No. 3, pp. 1335-1341, July 2007.
- [9] Salehi Dobakhshari, A., and Ranjbar, A.M. *A closed – form solution for transmission line fault location using local measurements at a remote substation*. Electrical Power Systems Research 2014:111:115-122.
- [10] Salehi Dobakhshari, A., and Ranjbar, A.M. *A novel method for fault location of transmission lines by wide – area voltage measurements considering measurement errors*. IEEE Transactions on Smart Grid, Vol. 6, No. 2, pp. 874-884, March 2015.
- [11] Kaustav Kalita, Shubham Anand, and S.K. Parida. *A novel non – iterative fault location algorithm for transmission line with unsynchronized terminal*. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 36, No. 3, pp. 1917-1920, June 2021.
- [12] Jan Izykowski, Eugeniusz Rosolowski, Przemyslaw Balcerek, Marek Fulczyk, and Murari Mohan Saha. *Accurate noniterative fault – location algorithm utilizing two – end unsynchronized measurements*. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 26, No. 2, pp. 547-555, April 2011.
- [13] Yuan Liao (2008) *Transmission line fault location algorithms without requiring line parameters*, Electric Power Components and Systems, 36:11, 1218-1225.