



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΤΗΣ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ ΚΡΥΠΤΟΝΟΜΙΣΜΑΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΙΩΑΝΝΗ ΜΠΑΝΟΥΣΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:

ΜΙΧΑΗΛ ΛΟΥΛΑΚΗΣ

Καθηγητής, ΕΜΠ

Αθήνα, Ιανουάριος 2023



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΤΗΣ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ ΚΡΥΠΤΟΝΟΜΙΣΜΑΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΙΩΑΝΝΗ ΜΠΑΝΟΥΣΗ

Μέλη εξεταστικής επιτροπής:

Δημήτρης Φουσκάκης, Καθηγητής, ΕΜΠ

Φιλία Βόντα, Καθηγήτρια, ΕΜΠ

Αθήνα, Ιανουάριος 2023

Copyright © ΜΠΑΝΟΥΣΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ, 2023

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved. Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Στην οικογένειά μου

και τη Δέσποινα.

Ευχαριστίες

Κατ' αρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή κ. Μιχάλη Λουλάκη για την ευκαιρία που μου έδωσε να δουλέψω πάνω στο θέμα της εκτίμησης της μεταβλητότητας κρυπτονομισμάτων και για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση που παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Θα ήθελα ακόμη να ευχαριστήσω τη Δέσποινα για την υποστήριξή της όλον αυτόν τον καιρό και τον Κωσταντίνο ο οποίος με σύστησε στον κόσμο των κρυπτονομισμάτων.

Τέλος, χρωστάω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου που είναι πάντα στο πλευρό μου και με στηρίζει καθημερινά.

Περίληψη

Πριν από περίπου δεκαπέντε χρόνια, κατά την περίοδο 2007–2009, η μεγαλύτερη οικονομική και χρηματοπιστωτική κατάρρευση των τελευταίων δεκαετιών έλαβε μέρος. Εξαιτίας αυτής της οικονομικής καταστροφής, και ενδεχομένως και όλων των προηγούμενων, δημιουργήθηκε μία νέα τεχνολογία η οποία άλλαξε τον τρόπο με τον οποίο ο κόσμος μετακινεί αξία. Η νέα αυτή τεχνολογία ονομάστηκε blockchain και πάνω της βασίστηκε το πρώτο κρυπτονόμισμα, το Bitcoin.

Τα κρυπτονομίσματα, ως νέα επενδυτικά προϊόντα και λόγω του μεγάλου ενδιαφέροντος που απέκτησαν σε μικρό χρονικό διάστημα, καθίστανται ως επενδύσεις υψηλού κινδύνου εξαιτίας της μεταβλητότητάς τους.

Στην παρούσα εργασία θα μελετήσουμε την μεταβλητότητα των τεσσάρων μεγαλύτερων κρυπτονομισμάτων κατά κεφαλαιακή αξία (Bitcoin, Ethereum, Litecoin και Ripple) διερευνώντας το βέλτιστο υπόδειγμα της οικογένειας GARCH που την περιγράφει και, τέλος, με τη βοήθεια του βέλτιστου αυτού υποδείγματος και του μοντέλου Black-Scholes θα τιμολογήσουμε ένα δικαίωμα αγοράς ενός Bitcoin με χρόνο ωρίμανσης 8 μήνες.

Λέξεις κλειδιά

#Χρονοσειρές, #ARMA, #GARCH, #Αποτίμηση_Δικαιωμάτων, #Cryptocurrencies, #Blockchain

Abstract

About fifteen years ago, during the period 2007–2009, the biggest economic and financial collapse in decades took place. Because of this financial disaster, and possibly all previous ones, a new technology was created that changed the way people move value. This new technology was called blockchain and the first cryptocurrency, Bitcoin, was based on it.

Cryptocurrencies, as new investment products and due to the great interest they have acquired in a short period of time, are classified as high-risk investments due to their volatility.

In this paper we will study the volatility of the four largest cryptocurrencies by market capitalization (Bitcoin, Ethereum, Litecoin and Ripple) by investigating the optimal GARCH model and, finally, with the help of this optimal model and the Black–Scholes equation we will price a call option of one Bitcoin in 8 months time.

Key words

#Times_Series, #ARMA, #GARCH, #Options_Pricing, #Cryptocurrencies, #Blockchain

Περιεχόμενα

| | |
|---|-----------|
| ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ | 1 |
| ΠΕΡΙΛΗΨΗ..... | 2 |
| ABSTRACT..... | 3 |
| 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ..... | 8 |
| 1.1.1 BLOCKCHAIN TECHNOLOGY | 8 |
| 1.1.2 SMART CONTRACTS..... | 9 |
| 1.1.3 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ BLOCKCHAIN | 10 |
| 1.2 ΚΡΥΠΤΟΝΟΜΙΣΜΑΤΑ..... | 14 |
| 1.2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ..... | 14 |
| 1.2.2 ΤΑ ΚΡΥΠΤΟΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΠΟΥ ΘΑ ΜΕΛΕΤΗΣΟΥΜΕ | 17 |
| 1.2.3 DECENTRALIZED FINANCE (DEFI) | 24 |
| 1.3 ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ | 25 |
| 2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ | 27 |
| 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 27 |
| 2.2 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ..... | 29 |
| 2.2.1 ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ (ACF)..... | 30 |
| 2.2.2 ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΡΙΚΗΣ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ (PACF)..... | 31 |
| 2.3 ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑ..... | 32 |
| 2.3.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ | 33 |
| 2.3.2 ΈΛΕΓΧΟΣ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ..... | 35 |
| 2.4 ΣΤΑΣΙΜΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ | 40 |
| 2.4.1 ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ – AR (AUTOREGRESSIVE MODEL)..... | 40 |
| 2.4.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΚΙΝΗΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΌΡΟΥ (MOVING AVERAGE) | 42 |
| 2.4.3 ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΙΝΗΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΌΡΟΥ (ARMA) | 45 |
| 2.5 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ | 46 |
| 2.5.1 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΑΚΑΙΚΕ..... | 46 |
| 2.5.2 ΜΠΕΨΖΙΑΝΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ | 47 |
| 2.5.3 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ HANNAN – QUINN..... | 47 |
| 2.6 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ | 48 |
| 2.6.1 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΤΗΣ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ ARCH/GARCH | 49 |
| 2.6.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ARCH | 49 |
| 2.6.3 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ GARCH..... | 50 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| 2.7 | ΜΟΝΤΕΛΟ BLACK-SCHOLES | 55 |
| 2.7.1 | ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 55 |
| 2.7.2 | ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ BLACK-SCHOLES | 56 |
| 2.7.3 | ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΑ ΠΩΛΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΓΟΡΑΣ BLACK-SCHOLES-MERTON | 58 |
| 3. | ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ | 59 |
| 3.1 | ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 59 |
| 3.2 | ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ | 60 |
| 3.2.1 | BITCOIN | 61 |
| 3.2.2 | ETHEREUM | 62 |
| 3.2.3 | LITECOIN | 64 |
| 3.2.4 | RIPPLE | 66 |
| 3.3 | ΈΛΕΓΧΟΣ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ | 68 |
| 3.4 | ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ | 70 |
| 3.4.1 | ΈΛΕΓΧΟΣ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ | 71 |
| 3.5 | ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ | 73 |
| 3.5.1 | BITCOIN | 73 |
| 3.5.2 | ETHEREUM | 74 |
| 3.5.3 | LITECOIN | 76 |
| 3.5.4 | RIPPLE | 77 |
| 3.6 | ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΜΕΣΟΥ ΌΡΟΥ | 79 |
| 3.6.1 | BITCOIN | 80 |
| 3.6.2 | ETHEREUM | 81 |
| 3.6.3 | LITECOIN | 83 |
| 3.6.4 | RIPPLE | 84 |
| 3.7 | ΈΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ARCH EFFECTS | 86 |
| 3.7.1 | BITCOIN | 87 |
| 3.7.2 | ETHEREUM | 88 |
| 3.7.3 | LITECOIN | 88 |
| 3.7.4 | RIPPLE | 89 |
| 3.8 | ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ | 89 |
| 3.8.1 | BITCOIN | 91 |
| 3.8.2 | ETHEREUM | 93 |
| 3.8.3 | LITECOIN | 96 |
| 3.8.4 | RIPPLE | 98 |
| 3.9 | ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΣ ΈΛΕΓΧΟΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ | 101 |
| 3.9.1 | BITCOIN | 101 |
| 3.9.2 | ETHEREUM | 103 |

| | | |
|-------------|--|------------|
| 3.9.3 | LITECOIN | 105 |
| 3.9.4 | RIPPLE | 107 |
| 3.10 | ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ | 109 |
| 3.10.1 | BITCOIN | 109 |
| 3.10.2 | ETHEREUM | 115 |
| 3.10.3 | LITECOIN | 119 |
| 3.10.4 | RIPPLE | 124 |
| 3.11 | ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ BITCOIN | 130 |
| 3.11.1 | ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ | 132 |
| 4. | ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ | 133 |
| | ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ | 136 |
| | ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ..... | 257 |

1. Εισαγωγή

1.1.1 Blockchain Technology

Η Διεθνής Χρηματοπιστωτική Κρίση του 2007 ήταν η μεγαλύτερη οικονομική καταστροφή των τελευταίων δεκαετιών στοιχίζοντας σε πολλούς καθημερινούς ανθρώπους από τις οικονομίες της ζωής τους μέχρι και τις κατοικίες τους. Κατά αυτήν την περίοδο η έλλειψη εμπιστοσύνης προς τις τράπεζες και τις κυβερνήσεις βρισκόταν στο αποκορύφωμά της με αποτέλεσμα τη δημιουργία μίας νέας τεχνολογίας η οποία άλλαξε τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιούνται συναλλαγές.

Το 2008 εμφανίστηκε μία αξιόλογη διατριβή με τίτλο “Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System” η οποία ήταν υπογεγραμμένη με το ψευδώνυμο Satoshi Nakamoto, η ταυτότητα του οποίου παραμένει μέχρι και σήμερα άγνωστη. Σε αυτή τη διατριβή παρουσιάστηκε για πρώτη φορά σαν γενική ιδέα το chain of blocks (αλυσίδα από μπλοκ) και με το πέρασμα του καιρού πήρε την ονομασία Blockchain [24].

Το Blockchain είναι μία ψηφιακή πλατφόρμα στην οποία αποθηκεύεται και επαληθεύεται όλη η ιστορία των συναλλαγών στο δίκτυο (public ledger). Από τεχνική σκοπιά, το Blockchain είναι μία βάση δεδομένων που διατηρεί μία συνεχώς αυξανόμενη λίστα με χρονολογικά διατεταγμένες δέσμες συναλλαγών γνωστές και ως blocks. Κάθε block περιέχει ένα κρυπτογραφικό κατακερματισμό του προηγούμενου block, μία χρονική σήμανση και δεδομένα συναλλαγής. Εν συνεχεία, το Blockchain είναι ένα αποκεντρωμένο, κατανεμημένο και δημόσιο digital ledger στο οποίο δεν μπορεί να τροποποιηθεί καμία εγγραφή χωρίς την αλλαγή όλων των επόμενων block και τη συναίνεση του δικτύου.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι λέξεις κλειδιά που περιγράφουν το Blockchain:

- I. **Peer-to-Peer:** Με τη φράση Peer-to-Peer εννοούμε ότι δεν υπάρχει κάποια κεντρική αρχή η οποία ελέγχει το δίκτυο, αλλά όλοι οι συμμετέχοντες του δικτύου επικοινωνούν μεταξύ τους και συναλλάσσονται χωρίς την παρέμβαση μεσάζοντα.
- II. **Κόμβος/node:** Το Blockchain συντηρείται από ένα λογισμικό το οποίο «τρέχει» σε έναν υπολογιστή ο οποίος ονομάζεται κόμβος/node ή peer. Κάθε κόμβος είναι

συνδεδεμένος στο δίκτυο του Blockchain και μπορεί να υποβάλλει ή να λάβει συναλλαγές.

- III. **Block:** Οι κόμβοι/nodes συλλέγουν έγκυρες συναλλαγές από τις οποίες διαμορφώνεται το block. Τα blocks πρέπει να ακολουθούν συγκεκριμένους κανόνες για να είναι έγκυροι, όπως το μέγεθός τους να μην υπερβαίνει κάποια συγκεκριμένα bytes, να μην υπερβαίνει το κάθε block ένα συγκεκριμένο πλήθος από συναλλαγές και, τέλος, το κάθε block πρέπει να αναφέρει ποιο είναι το τελευταίο έγκυρο block.
- IV. **Distributed, public ledger/Κατανεμημένο, δημόσιο ledger:** Αυτός ο όρος αναφέρεται στο ledger το οποίο είναι διαθέσιμο και γνωστό σε όλους του συμμετέχοντες του δικτύου.
- V. **Κρυπτογραφικά ασφαλές:** Το Blockchain παραμένει κρυπτογραφικά ασφαλές με την ασφάλεια που παρέχει στο ledger από κακόβουλες ενέργειες με τη βοήθεια της κρυπτογράφησης.
- VI. **Δυνατότητα ενημέρωσης μέσω συναίνεσης:** Το σημαντικότερο τεχνικό χαρακτηριστικό του Blockchain είναι το γεγονός ότι μπορεί να ενημερωθεί μόνο μέσω συναίνεσης. Με άλλα λόγια, το δίκτυο είναι αποκεντρωμένο και ως εκ τούτου δεν υπάρχει κάποια κεντρική αρχή που να έχει κάποιο λόγο στην διαδικασία ενημέρωσης. Για να ενημερωθεί το Blockchain χρησιμοποιούνται διάφοροι αλγόριθμοι οι οποίοι απαιτούν την συναίνεση των, τουλάχιστον, 51% των συμμετεχόντων.

Το αξιοσημείωτο αυτής της διατριβής είναι το γεγονός ότι ο δημιουργός σε κανένα σημείο της δεν καινοτομεί, αλλά χρησιμοποιεί εργαλεία προηγούμενων ερευνών για να πετύχει το όραμά του, όπως της [6] και της [19]. Έτσι, δημιουργήθηκε το πρώτο Blockchain στο οποίο εφαρμόστηκε το κρυπτονόμισμα Bitcoin ως μονάδα μέτρησης, μεταφοράς και αποθήκευσης αξίας.

1.1.2 Smart Contracts

Η τεχνολογία Blockchain είναι μία νέα τεχνολογία η οποία σε λογική μοιάζει στις ήδη γνωστές βάσεις δεδομένων και σε built-in προγράμματα τα οποία ονομάζονται smart contracts («έξυπνα συμβόλαια», δηλαδή ψηφιακά συμβόλαια) τα οποία αποτελούν ένα από τα πιο ενδιαφέροντα και χρήσιμα χαρακτηριστικά του Blockchain.

Τα smart contracts εμφανίστηκαν πρώτη φορά το 1994 στο άρθρο του Nick Szabo [19], σχεδόν δεκαπέντε χρόνια νωρίτερα από τη διατριβή του Satoshi Nakamoto. Ο Nick Szabo αναφέρεται στα smart contracts ως ένα πρωτόκολλο ηλεκτρονικών συναλλαγών που εκτελεί τους όρους μίας σύμβασης. Οι γενικοί στόχοι των smart contracts είναι η ικανοποίηση κοινών συμβατικών όρων (όπως οι όροι πληρωμής, η εχεμύθεια ή ακόμα και η συμμόρφωση σε κάποια συμφωνία), η ελαχιστοποίηση ανάγκης για αξιόπιστους μεσάζοντες και η ελαχιστοποίηση των παραβάσεων μειώνοντας τελικά το κόστος συναλλαγής [19]. Οι συνθήκες των smart contracts γενικά εκφράζονται με τη λογική του «Εάν αυτό, τότε εκείνο», δημιουργώντας ένα δυαδικό αποτέλεσμα.

Ένα παράδειγμα εφαρμογής smart contract είναι η αλλαγή ιδιοκτησίας ακινήτων. Τα συμβόλαια αλλαγής ιδιοκτησίας ακινήτου μπορούν να προγραμματιστούν και να εκτελεστούν αυτόματα. Μόλις ο αγοραστής εκτελέσει την πληρωμή στον πωλητή το smart contract μπορεί να αλλάξει την ιδιοκτησία του περιουσιακού στοιχείου αυτόματα. Πιο συγκεκριμένα, η Progy [32], η οποία δραστηριοποιείται στη βιομηχανία ακινήτων, το 2017 πραγματοποίησε την πρώτη συναλλαγή ακινήτου με την εφαρμογή smart contract. Η πρώτη συναλλαγή τους ήταν ένα διαμέρισμα αξίας 60 χιλ. δολαρίων στην Ουκρανία.

Επιπρόσθετα, οι δύο μεγαλύτερες πλατφόρμες οι οποίες είναι βασισμένες στα smart contracts είναι το Ethereum και το Binance Smart Chain (BSC).

1.1.3 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα Blockchain

Η τεχνολογία Blockchain έχει προταθεί αλλά και χρησιμοποιηθεί από διάφορες βιομηχανίες μιας και τα πλεονεκτήματα είναι πολλά. Σύμφωνα με το Statista (<https://www.statista.com/statistics/800426/worldwide-blockchain-solutions-spending>) προβλέπεται οι επενδύσεις στην τεχνολογία του Blockchain να φτάσουν σχεδόν τα 18 δισ. δολάρια μέχρι το 2024.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα βασικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του Blockchain [33].

Πλεονεκτήματα:

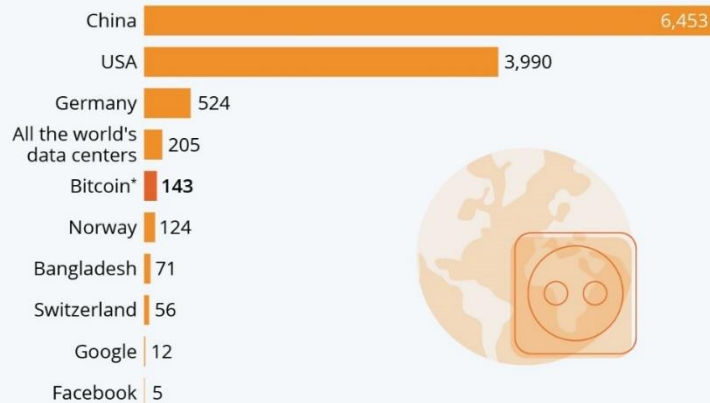
- **Αποκέντρωση:** Η βασική ιδέα του Blockchain είναι το γεγονός ότι δεν χρειάζεται κάποιον μεσάζοντα, αλλά έναν μηχανισμό συναίνεσης για την ενημέρωση των συναλλαγών.
- **Διαφάνεια και Εμπιστοσύνη:** Στις περιπτώσεις που απαιτείται ανάκτηση εμπιστοσύνης το Blockchain παρέχει αυτή τη δυνατότητα, αφού είναι ελεύθερα προσβάσιμο σε όλους.
- **Αμετάβλητο:** Είναι εξαιρετικά δύσκολο έως αδύνατο να αλλάξει το ledger.
- **Ασφάλεια:** Το Blockchain και οι συναλλαγές που γίνονται σε αυτό είναι κρυπτογραφημένες και άρα εξαιρετικά ασφαλείς (όχι όμως απολύτως, παρακάτω παρουσιάζονται οι δύο κυριότερες ανησυχίες).
- **Χαμηλό κόστος συναλλαγών:** Δεν υπάρχουν μεσάζοντες και χωρίς αυτούς ούτε κόστη για τις υπηρεσίες τους.

Μειονεκτήματα:

- **Περιβαλλοντικό κόστος:** Η χρήση του Blockchain προϋποθέτει μεγάλη κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας. Σύμφωνα με το Statista η κατανάλωση του δικτύου του Bitcoin (το οποίο είναι το μεγαλύτερο δίκτυο blockchain) θα μπορούσε να καλύψει το 115% των αναγκών ηλεκτρικής ενέργειας της Νορβηγίας και το 255% της Ελβετίας σε διάστημα ενός έτους σύμφωνα με στοιχεία του 2021 (<https://www.statista.com/chart/18632/estimated-annual-electricity-consumption-of-bitcoin/>).

Bitcoin Devours More Electricity Than Many Countries

Annual electricity consumption in comparison (in TWh)



* Bitcoin figure as of May 05, 2021. Country values are from 2019.
Sources: Cambridge Centre for Alternative Finance, Visual Capitalist



statista

Εικόνα 1 Ετήσια Κατανάλωση Ενέργειας Bitcoin

- **«Ταχύτητα» (Scalability):** Όσο περισσότεροι χρήστες ή κόμβοι/nodes χρησιμοποιούν το Blockchain τόσο περισσότερες πιθανότητες το δίκτυο να επιβραδύνει. Βέβαια, με το πέρασμα του χρόνου έχουν παρουσιαστεί τρόποι για τη βελτίωση της ταχύτητας, όπως με το να γίνονται οι συναλλαγές εκτός Blockchain και σε αυτό να αποθηκεύεται μόνο ή να υπάρχει πρόσβαση σε πληροφορία. Παρ' όλα αυτά, αν συγκρίνουμε της ταχύτητα πραγματοποίησης συναλλαγών μεταξύ του δικτύου του Bitcoin και του δικτύου της VISA θα δούμε ότι η VISA πραγματοποιεί 240 φορές περισσότερες συναλλαγές το δευτερόλεπτο. (<https://phemex.com/blogs/what-is-transactions-per-second-tps>)
- **Αμετάβλητα Δεδομένα:** Τα δεδομένα από τη στιγμή που γράφονται δεν μπορούν να αφαιρεθούν. Από τη σκοπιά ασφάλειας κάποιος θα μπορούσε να ισχυριστεί ότι το γεγονός ότι τα δεδομένα είναι αμετάβλητα είναι ένα πλεονέκτημα, αφού οποιαδήποτε συναλλαγή πραγματοποιηθεί είναι δημόσια και φανερή σε όλους, όμως έτσι θυσιάζεται η ιδιωτικότητα η οποία είναι το βασικό δικαίωμα ενός ατόμου να αποφασίζει από μόνο του για το πότε, πώς και μέχρι ποιο σημείο οι πληροφορίες που το αφορούν θα διαβιβάζονται σε άλλους (Wikipedia - Ιδιωτικότητα). Αν κάποιος αποφασίσει να χρησιμοποιήσει μία πλατφόρμα η

οποία δουλεύει με τη χρήση του Blockchain τότε το ψηφιακό του αποτύπωμα θα παραμείνει για πάντα εκεί, δημόσιο, χωρίς να υπάρχει δυνατότητα αφαίρεσης.

- **Ασφάλεια:** Προηγουμένως, αναφέραμε την ασφάλεια του Blockchain στα πλεονεκτήματα, παρ' όλα αυτά οι δύο κυριότερες ανησυχίες που επικρατούν είναι το λεγόμενο «51% attack» και οι κβαντικοί αλγόριθμοι ή υπολογιστές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκμετάλλευση του Blockchain. Όσον αφορά τη δεύτερη ανησυχία ήδη κατασκευάζονται τρόποι για την αντιμετώπιση τέτοιου είδους επιθέσεων, ενώ η πρώτη είναι μία τρομερά ακριβή μέθοδος επίθεσης που το ποσοστό επιτυχίας της μειώνεται αντιστρόφως ανάλογα με το μέγεθος του δικτύου.
- **Προσωπική Ευθύνη:** Λόγω της αποκεντρωμένης φύσης του Blockchain ο κάθε χρήστης δρα ως η «τράπεζα» του εαυτού του. Κάθε χρήστης είναι υπεύθυνος για τη σωστή φύλαξη του «προσωπικού του κλειδιού» (private key) με το οποίο του δίνεται πρόσβαση στα δεδομένα ή περιουσιακά του στοιχεία. Τυχόν απώλεια αυτού του κλειδιού σημαίνει και απώλεια του ίδιου του λογαριασμού, καθώς δεν είναι δυνατό να ανακτηθεί από κάποιον τρίτο.
- **Σύγκρουση συμφερόντων:** Η τεχνολογία Blockchain δημιουργήθηκε με σκοπό οι τομείς στους οποίους θα εφαρμοστεί να γίνουν πιο αποτελεσματικοί. Αυτό προϋποθέτει πολλές φορές την απαλοιφή του μεσάζοντα ο οποίος συνήθως είναι ένας τεράστιος οργανισμός (π.χ. τράπεζες) με αποτέλεσμα η ταχύτητα εξέλιξης να μειώνεται σημαντικά.
- **Κανονισμοί:** Πολλές ρυθμιστικές αρχές των ΗΠΑ έχουν αναφέρει τα πολλαπλά οφέλη των Blockchains καθώς και των ψηφιακών νομισμάτων που ανταλλάσσονται σε αυτά, όμως έχουν εκφράσει και ανησυχίες για τον αντίκτυπό τους στη χρηματοπιστωτική σταθερότητα και την ακεραιότητα της αγοράς. Το Συμβούλιο Εποπτείας Χρηματοπιστωτικής Σταθερότητας (FSOC), μία ομάδα ρυθμιστικών αρχών και το Υπουργείο Οικονομικών των ΗΠΑ προειδοποίησε ότι το Blockchain θέτει «κινδύνους και αβεβαιότητες που θα πρέπει να παρακολουθούν στενά οι συμμετέχοντες στην αγορά και οι χρηματοπιστωτικές ρυθμιστικές αρχές» [11]. Η αβεβαιότητα, λοιπόν, που επικρατεί για το μέλλον του Blockchain είναι ένα εμφανές εμπόδιο για την εκμετάλλευση του από μεγάλους οργανισμούς.

Εκτός από το Blockchain «πρώτης γενιάς» (Proof-Of-Work), όπως το Blockchain πάνω στο οποίο δουλεύει το Bitcoin, υπάρχουν και άλλου είδους Blockchains, όπως αυτό του Ethereum (Proof-Of-Stake), τα οποία είναι πιο αποτελεσματικά. Παρακάτω, παρουσιάζονται εν συντομία τα κυριότερα χαρακτηριστικά τους.

1.2 Κρυπτονομίσματα

1.2.1 Εισαγωγή

Πριν ξεκινήσουμε να μιλάμε για κρυπτονομίσματα είναι απαραίτητο να διακρίνουμε τις διαφορές μεταξύ των εννοιών:

- I. Ηλεκτρονικό χρήμα
- II. Ψηφιακό νόμισμα.

Σύμφωνα με την Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα «ηλεκτρονικό χρήμα είναι το ισοδύναμο του ρευστού χρήματος σε ψηφιακή μορφή και ορίζεται ευρέως ως το ηλεκτρονικό απόθεμα χρηματικής αξίας σε μία τεχνική συσκευή που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ευρέως για την πραγματοποίηση πληρωμών σε οντότητες εκτός του εκδότη ηλεκτρονικού χρήματος. Η συσκευή λειτουργεί ως προπληρωμένο μέσο κομιστή που δεν περιλαμβάνει απαραίτητα τραπεζικούς λογαριασμούς σε συναλλαγές».

Ενώ, σύμφωνα με την Ευρωπαϊκή Αρχή Τραπεζών, «ψηφιακό νόμισμα είναι το νόμισμα που εκδίδεται ηλεκτρονικά και η δυνατότητα του οποίου να μετατραπεί σε παραστατικό χρήμα δεν είναι εγγυημένη από το κράτος. Τα ψηφιακά νομίσματα χωρίζονται σε κεντρικά και αποκεντρωμένα».

Παρόλο που ο δημιουργός του πρώτου κρυπτονομίσματος Bitcoin ήταν ο Satoshi Nakamoto η πρόταση για τη δημιουργία ενός ανώνυμου και ψηφιακού νομίσματος (B-Money) διατυπώθηκε για πρώτη φορά από τον Wei Dai το 1998 [6]. Η κεντρική ιδέα του Dai ήταν να δημιουργήσει ένα ψηφιακό νόμισμα ελεύθερο από κανονισμούς κυβερνήσεων ή αρχών όπου οι χρήστες του θα μπορούν παραμένουν ανώνυμοι. Οι ομοιότητες με την ιδέα του Satoshi Nakamoto είναι εμφανείς, η οποία και υλοποιήθηκε 11 χρόνια μετά. Κατά αυτόν τον τρόπο δημιουργήθηκαν οι βάσεις για τη γέννηση ενός εργαλείου που θα αλλάξει τον τρόπο με τον οποίο μετακινείται αξία.

Με τον όρο κρυπτονομίσματα (Cryptocurrencies) αναφερόμαστε σε μία νέα μορφή χρήματος η οποία αποτελείται από ψηφιακά νομίσματα (παρ' όλα αυτά δεν ορίζονται ως χρήμα διότι δεν πληρούν όλες τις προδιαγραφές του χρήματος). Στον πυρήνα τους

τα κρυπτονομίσματα είναι ένα ψηφιακό, αποκεντρωμένο και κρυπτογραφημένο μέσο συναλλαγής τα οποία βασίζονται στο αποκεντρωμένο δίκτυο του Blockchain που ορίσαμε παραπάνω.

Σήμερα, το σύνολο των κρυπτονομισμάτων που υπάρχουν στην αγορά ξεπερνάει σε πλήθος τα 9 χιλιάδες [37], γεγονός που οφείλεται στη ραγδαία αύξηση της τιμής του Bitcoin. Βέβαια, τα κρυπτονομίσματα με το μεγαλύτερο πλήθος χρηστών είναι λίγα, ενώ η πλειονότητά τους δεν λαμβάνει την ίδια απήχηση με αποτέλεσμα να οδηγούνται στην εξαφάνισή τους. Η αγορά αυτή τα τελευταία χρόνια έχει σημειώσει τρομερή ανάπτυξη με όλο και περισσότερο κόσμο να βρίσκει ελκυστική την ιδέα των κρυπτονομισμάτων, με κυβερνήσεις και μεγάλα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα να προσπαθούν να εκμεταλλευτούν την τεχνολογία του Blockchain αλλά και τη δημοσιότητα που έχουν αποκτήσει.

Παρακάτω, παρουσιάζονται τα κυριότερα χαρακτηριστικά των κρυπτονομισμάτων [12]:

- I. **Open source:** Τα κρυπτονομίσματα χρησιμοποιούν αλγόριθμους ανοιχτού κώδικα οι οποίοι είναι προσβάσιμοι από όλους. Η βελτίωση ή η μελέτη τους είναι ανοιχτή σε όλους τους ενδιαφερόμενους.
- II. **Ανωνυμία:** Για την πραγματοποίηση συναλλαγών οι χρήστες δεν είναι απαραίτητο να υποβάλλουν τα προσωπικά τους στοιχεία.
- III. **Δεν ελέγχονται από αρχές:** Η έλλειψη κάποιας κεντρικής αρχής έχει ως αποτέλεσμα την εκμετάλλευση των κρυπτονομισμάτων από οποιονδήποτε καθώς και της μη δυνατότητας κατάργησης ενός κρυπτονομίσματος (αυτό επιτυγχάνεται εξαιτίας της τεχνολογίας Blockchain). Ένα κρυπτονομίσμα παύει να υπάρχει μόνο όταν σταματήσουν να το χρησιμοποιούν οι χρήστες του.
- IV. **Όγκος νομισμάτων:** Ο όγκος των νομισμάτων (supply) είναι προκαθορισμένος και γνωστός σε όλους και περιορισμένος.
- V. **Διαφάνεια:** Όλες οι συναλλαγές που πραγματοποιούνται στο σύστημα μπορούν να γίνουν γνωστές σε οποιονδήποτε.
- VI. **Μετατροπή σε χρήμα:** Τα κρυπτονομίσματα μπορούν να μετατραπούν σε φυσικό χρήμα μέσω «ανταλλακτηρίων».
- VII. **Double Spending Attack:** Οι χρήστες δεν μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα ίδια νομίσματα για δύο διαφορετικές συναλλαγές. [17]

Δύο βασικά χαρακτηριστικά που χωρίζουν τα κρυπτονομίσματα σε δύο κατηγορίες είναι ο τύπος αλγόριθμου συναίνεσης με τον οποίο το δίκτυο blockchain θα παράγει τα

νέα blocks. Οι δύο αυτοί αλγόριθμοι συναίνεσης είναι ο Proof-of-Stake και ο Proof-of-Work.

Proof Of Stake (Απόδειξη Κυριότητας): Η απόδειξη κυριότητας είναι ένας τύπος αλγόριθμου που υιοθετείται από Blockchains όπως του Ethereum, Eos και Cardano και επικυρώνεται από τους επικυρωτές οι οποίοι για να επιλεγούν καταθέτουν έναν συγκεκριμένο αριθμό νομισμάτων στο δίκτυο ως ασφάλεια. Η πιθανότητα επιλογής του επικυρωτή καθορίζεται κυρίως από το μέγεθος της κατάθεσής του στο δίκτυο, αλλά και από άλλους παράγοντες ανάλογα με το Blockchain. Ο τελικός επικυρωτής κερδίζει τις χρεώσεις από τις συναλλαγές που περιέχονται στο block, ενώ σε περίπτωση κακόβουλης ενέργειας στο block οι συναλλαγές θα αποκαλυφθούν από το υπόλοιπο δίκτυο το οποίο με τη σειρά του θα προσπαθήσει να επικυρώσει το block που θα προστεθεί στο blockchain. Ως αποτέλεσμα, ο επικυρωτής που προσπάθησε να εξαπατήσει το δίκτυο έχασε ένα πολύ μεγάλο μέρος του μεριδίου του [39]. Παρακάτω δίνεται ένα παράδειγμα για καλύτερη κατανόηση της Απόδειξης Κυριότητας.

Ας υποθέσουμε ότι βρισκόμαστε σε μία λοταρία όπου ο νικητής κερδίζει ένα βραβείο. Οι συμμετέχοντες ανάλογα με το μέγεθος του ποσού που διαθέτουμε για την αγορά λαχνών έχουν και τις ανάλογες πιθανότητες να κερδίσουν. Όσο περισσότεροι λαχνοί, τόσες περισσότερες πιθανότητες νίκης. Πάνω σε αυτή την ιδέα βασίζεται και η Απόδειξη Κυριότητας με τον τελικό επικυρωτή να κερδίζει τις χρεώσεις των συναλλαγών του block. Έτσι, αφού ο επικυρωτής με την μεγαλύτερη κατάθεση έχει και τις περισσότερες πιθανότητες να επικυρώσει το block τόσο λιγότερες οι πιθανότητες αυτός ο επικυρωτής να είναι κακόβουλος, αφού με αυτό το τρόπο θα χάσει και την κατάθεσή του.

Proof Of Work (Απόδειξη Εργασίας): Το σύστημα απόδειξης εργασίας είναι από τα πιο αποτελεσματικά στην πράξη και χρησιμοποιείται στο Blockchain του Bitcoin και του Litecoin. Σε αυτό το μοντέλο τα δεδομένα συναλλαγών αποθηκεύονται μέσα στα block τα οποία επικυρώνονται από τους κόμβους (nodes). Για να αποφασιστεί ποιος κόμβος θα επικυρώσει το block, οι κόμβοι ανταγωνίζονται μεταξύ τους για να λύσουν ένα πολύπλοκο μαθηματικό πρόβλημα που είναι συνδεδεμένο με το block (hash). Αυτή η διαδικασία ονομάζεται εξόρυξη (mining) και για να επιτευχθεί χρησιμοποιείται υπολογιστική ισχύς από τους κόμβους. Ο νικητής της διαδικασίας κερδίζει την ανταμοιβή εξόρυξης που διαφέρει ανάλογα με το Blockchain. Μετά την επικύρωση, ο κόμβος που κέρδισε στέλνει στο υπόλοιπο δίκτυο το μήνυμα του block που βρήκε για

να το επικυρώσει με τη σειρά του (κάτι που συμβαίνει πολύ πιο γρήγορα καθώς έχουν στη διάθεσή του όλο το ιστορικό του blockchain μαζί με το νέο hash) έτσι ώστε να συνδεθεί με το υπόλοιπο blockchain και να συνεχιστεί ο αγώνας για το επόμενο block. Με λίγα λόγια, οι κόμβοι ξοδεύουν ηλεκτρική ενέργεια για να λύσουν το μαθηματικό πρόβλημα με κίνητρο την ανταμοιβή και τις χρεώσεις των συναλλαγών που συνέβησαν στο block [39]. Παρακάτω παρουσιάζεται ένα απλό παράδειγμα για την κατανόηση της Απόδειξης Εργασίας.

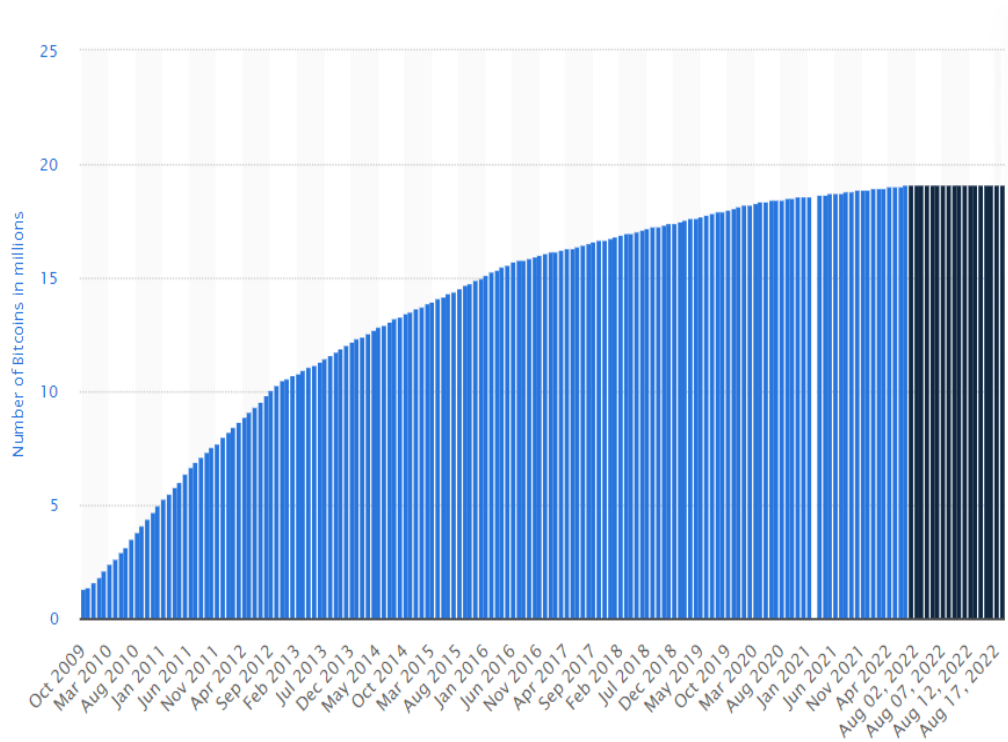
Ας υποθέσουμε ότι μπροστά μας έχουμε ένα σεντούκι το οποίο είναι κλειδωμένο με μία κλειδαριά η οποία για να ανοίξει χρειάζεται έναν κωδικό μήκους 7 ψηφίων. Ζητείται, λοιπόν, από τους συμμετέχοντες να ανοίξουν αυτό το σεντούκι, ενώ ο κωδικός τους είναι άγνωστος. Οι συμμετέχοντες παριστάνουν τους κόμβους, όπου μέσω πολλαπλών δοκιμών θα ανοίξουν τελικά το σεντούκι και ο αυτός που το άνοιξε θα κερδίσει την ανταμοιβή και τις χρεώσεις από τις συναλλαγές που συνέβησαν στο block.

1.2.2 Τα κρυπτονομίσματα που θα μελετήσουμε

I. Bitcoin (BTC)

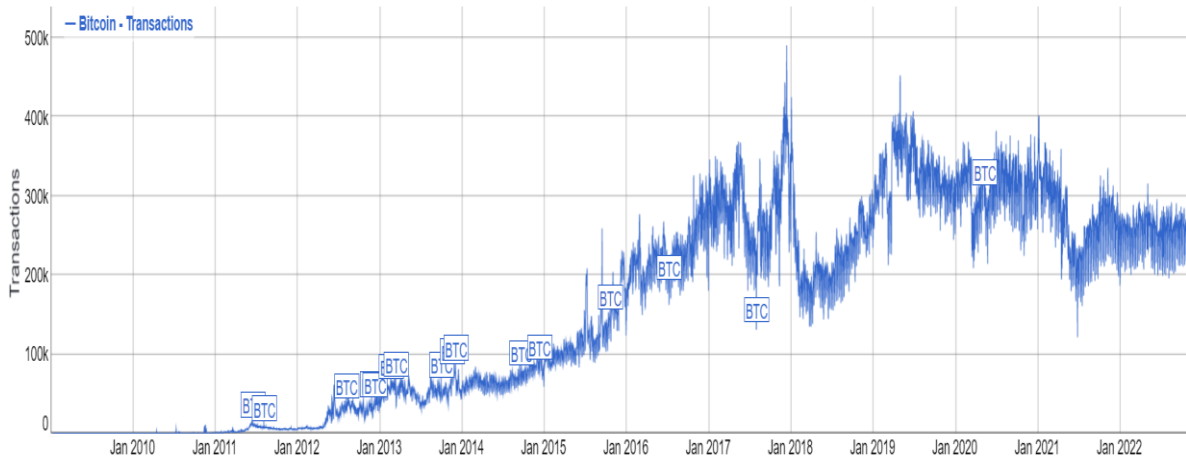
Το Bitcoin είναι προγραμματισμένο να καταγράφει όλες τις συναλλαγές σε ένα νέο block περίπου κάθε 10 λεπτά. Όπως αναφέραμε και παραπάνω, όταν ένα μέλος του δικτύου επαληθεύσει τις συναλλαγές ενός block και επιλύσει το μαθηματικό πρόβλημα που σχετίζεται με αυτό (Proof Of Work) ανταμείβεται με νέα Bitcoins. Ουσιαστικά, το Bitcoin είναι μία τεχνολογία για την μετατροπή ηλεκτρικής ενέργειας και επεξεργαστικής ισχύος σε ακριβή αρχεία, επιβραβεύοντας τους συμμετέχοντες στο βαθμό που ξοδεύουν πόρους για επαλήθευση. Τα μέλη του δικτύου δαπανούν τεράστιες ποσότητες επεξεργαστικής ισχύος και ηλεκτρικής ενέργειας με αποτέλεσμα την παραγωγή ενός ledger, το οποίο είναι αδιαμφησβήτητο, έτσι το δίκτυο δεν χρειάζεται να βασιστεί στην αξιοπιστία κάποιου μεσάζοντα ή τρίτου. Για τα πρώτα 210.000 blocks η ανταμοιβή που δόθηκε στους συμμετέχοντες ανά block ήταν 50 Bitcoins. Από τις 28 Νοεμβρίου 2012, μετά την εξόρυξη των 210.000 blocks, η ανταμοιβή μειώθηκε στο μισό, δηλαδή σε 25 Bitcoins ανά μπλοκ, και στις 9 Ιουλίου 2016, μετά την εξόρυξη των επιπλέον 210.000 blocks, η ανταμοιβή μειώθηκε πάλι στο

μισό, δηλαδή στα 12,5 Bitcoins. Η ανταμοιβή έχει προγραμματιστεί να μειώνεται στο μισό περίπου κάθε 4 χρόνια [24]. Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα με το ρυθμό αύξησης του όγκου νομισμάτων του Bitcoin [29].



Εικόνα 2 Bitcoin Supply

Ενδιαφέρον παρουσιάζει και η εκθετική αύξηση που είχε ο αριθμός των συναλλαγών ανά ημέρα με το πέρασμα του χρόνου συναρτήσει της τιμής κλεισίματός του. Σε περιόδους υψηλής μεταβλητότητας παρατηρούμε μεγάλο όγκο συναλλαγών. Παρακάτω παρουσιάζεται το αντίστοιχο διάγραμμα [34].



Εικόνα 3 Daily Bitcoin Transactions



Εικόνα 4 Daily Bitcoin Closing Prices

II. Ethereum (ETH)

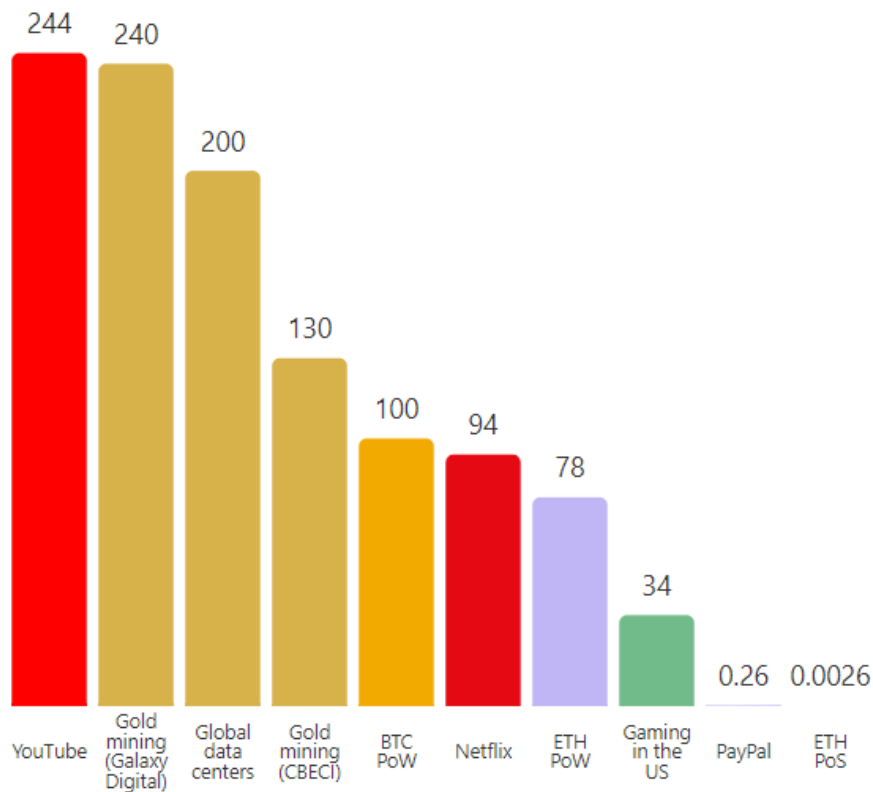
Σύμφωνα με την ιστοσελίδα [ethereum.org](https://www.ethereum.org) (δημόσιος πόρος ανοιχτού κώδικα για την κοινότητα του Ethereum στον οποίο ο καθένας μπορεί να συνεισφέρει, με μία μικρή ομάδα αφιερωμένη στη συντήρηση και την ανάπτυξη του η οποία χρηματοδοτείται από το Ethereum Foundation): «Το Ethereum είναι μία τεχνολογία για τη δημιουργία εφαρμογών και οργανισμών, την αποθήκευση περιουσιακών στοιχείων, την πραγματοποίηση συναλλαγών και την επικοινωνία χωρίς να ελέγχεται από κάποια κεντρική αρχή».

Η εργασία που δημοσιεύτηκε από τον Vitalik Buterin, τον ιδρυτή του Ethereum, στις 27 Νοεμβρίου του 2013 επισήμανε την εισαγωγή του Ethereum στον κόσμο των κρυπτονομισμάτων, η οποία και έγινε περίπου ενάμιση χρόνο μετά στις 30 Ιουλίου του 2015.

Το εγγενές ψηφιακό νόμισμα του Ethereum ονομάζεται Ether (ETH) και, με λίγα λόγια, είναι η ψυχή του Ethereum. Όταν ένας χρήστης στέλνει ETH ή χρησιμοποιεί μία εφαρμογή Ethereum για να μπορέσει να χρησιμοποιήσει το δίκτυο πρέπει να πληρώσει μία χρέωση σε ETH. Αυτές οι χρεώσεις λειτουργούν ως κίνητρο για έναν «παραγωγό» block να επεξεργαστεί και να επαληθεύσει τη συναλλαγή του χρήστη, αλλά και για να παρέχει υπολογιστικούς πόρους στο δίκτυο [35].

Από τις 15 Σεπτεμβρίου του 2022 το Ethereum σταμάτησε να λειτουργεί βάσει του Proof-Of-Work αλγόριθμου και, πλέον, λειτουργεί με βάση τον Proof-Of-Stake αλγόριθμο. Το συμβάν αυτό ονομάστηκε «The Merge» και σήμανε μία νέα αρχή για το Ethereum.

Η μετάβαση σε Proof-Of-Stake, μεταξύ άλλων, μείωσε σε μεγάλο βαθμό το κόστος συναλλαγών και, επίσης, μειώθηκε σημαντικά η κατανάλωση ενέργειας του δικτύου, αφού δεν χρειάζεται, πλέον, τεράστια υπολογιστική ισχύ για τη δημιουργία blocks. Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα της ετήσιας δαπάνης ηλεκτρικής ενέργειας σε TW/y (<https://ethereum.org/en/energy-consumption/>, <https://indices.carbon-ratings.com/>).



Annual Energy Consumption in TW/yr

Εικόνα 5 Ethereum Annual Energy Consumption

Όπως φαίνεται από το παραπάνω διάγραμμα η μετάβαση από αλγόριθμο συναίνεσης Proof-Of-Work (POW) σε Proof-Of-Stake (POS) είχε ως αποτέλεσμα τη μείωση της ενέργειας 30000 χιλιάδες φορές.

III. Litecoin (LTC)

Το Litecoin είναι το δεύτερο παλαιότερο κρυπτονόμισμα και από τα πρώτα altcoin (ονομασία που χρησιμοποιείται για κρυπτονομίσματα εκτός του Bitcoin) το οποίο δημιουργήθηκε από τον Charlie Lee, πρώην μηχανικό της Google, στις 13 Οκτωβρίου του 2011. Το Litecoin, όπως υποδηλώνει το όνομά του, δημιουργήθηκε με αρχικό σκοπό να βελτιώσει διάφορες ιδιότητες του Bitcoin, όπως την ταχύτητα επεξεργασίας των

συναλλαγών, τις χρεώσεις των συναλλαγών και με τελικό στόχο να χρησιμοποιείται σε καθημερινές συναλλαγές, κάτι που το Bitcoin δε θα μπορέσει να το πετύχει [38].

Το Litecoin δουλεύει βάσει του αλγόριθμου συναίνεσης Proof-Of-Work, όπως και το Bitcoin με το οποίο μοιράζεται πολλές ομοιότητες αφού είναι fork του, παρ' όλα αυτά η κατανάλωση ενέργειας για την παραγωγή νέων block είναι εξαιρετικά χαμηλότερη από αυτή του Bitcoin, καθώς είναι περίπου 245 φορές χαμηλότερη (<https://indices.carbon-ratings.com>). Επίσης, η παραγωγή block του Litecoin είναι 4 φορές ταχύτερη από αυτή του Bitcoin αφού παράγει block, περίπου, κάθε 2,5 λεπτά.

Σημείωση: Με τον όρο fork ορίζεται η διαδικασία κατά την οποία ένα Blockchain από ένα σημείο και μετά ακολουθεί δύο διαφορετικές διαδρομές ή αλλιώς όταν αλλάζει το πρωτόκολλο.

IV. Ripple (XRP)

Το 2011, οι David Schwartz, Jed McCaleb και Arthur Britto, προγραμματιστές στο επάγγελμα, ξεκίνησαν να αναπτύσσουν το Ripple (XRP) έχοντας ως στόχο να δημιουργήσουν μία καλύτερη και πιο βιώσιμη έκδοση του Bitcoin, χωρίς εξάρτηση από κεντρικές ανταλλαγές, αξιοποιώντας τους περιορισμούς του και με δυνατότητα να διασφαλίσει ασφαλείς, άμεσες και σχεδόν δωρεάν παγκόσμιες συναλλαγές χρημάτων οποιαδήποτε μεγέθους χωρίς chargebacks.

Εστιάζοντας, επίσης, στη δημιουργία ενός “Πράσινου νομίσματος”, οι τρεις μηχανικοί αφού είχαν παρατηρήσει και αναλύσει την μεγάλη κατανάλωση ενέργειας του Bitcoin και άλλων blockchains κατάφεραν να δημιουργήσουν ένα νόμισμα το οποίο δεν χρειάζεται εξόρυξη, επομένως δεν σπαταλάτε ενέργεια στη διαδικασία συναλλαγής. Η κυκλοφορία του ξεκίνησε τον Ιούνιο του 2012, λίγο αργότερα στην ομάδα μπήκε ο Chris Larsen και το 80% του XRP δόθηκε σε μια νέα εταιρεία που ξεκίνησε να δημιουργήσει περιπτώσεις χρήσης για το ψηφιακό περιουσιακό στοιχείο, που αρχικά ονομαζόταν NewCoin και γρήγορα μετονομάστηκε σε OpenCoin.

Ο Chris Larsen ήταν ο Διευθύνων Σύμβουλος της OpenCoin και κατά την ίδρυση της εταιρείας, ο Jed ήταν συνιδρυτής και CTO, ο David Schwartz ήταν ο Chief Cryptography Officer και ο Arthur Britto σύμβουλος.

Από τις πρώτες μέρες, το OpenCoin ξεκίνησε να φέρει επανάσταση στο παγκόσμιο χρηματοπιστωτικό σύστημα. Παρά τα επαναστατικά ιδανικά πολλών από τους πρώτους πιστούς του Bitcoin, ο Larsen δεν σκέφτηκε ποτέ ότι η τεχνολογία blockchain

θα έπρεπε να χρησιμοποιηθεί για την ανατροπή του υπάρχοντος χρηματοπιστωτικού συστήματος. Πίστευε ότι οι πιο μεταμορφωτικές καινοτομίες της ιστορίας βασίζονταν πάντα στις σπουδαίες ιδέες που υπήρχαν πριν από αυτές οπότε και δεν πρέπει να εκτοπίζονται.

Το 2020 ιδρύθηκε το XRPL το οποίο είναι μια ανεξάρτητη και μη κερδοσκοπική οντότητα με αποστολή να επιταχύνει την ανάπτυξη και την υιοθέτηση του αποκεντρωμένου XRP. Το Ίδρυμα έλαβε μια αρχική δωρεά άνω των 6,5 εκατομμυρίων δολαρίων από τις Coil, Ripple και Gatehub για να χρηματοδοτήσει το έργο του ιδρύματος, την αύξηση του αριθμού των προγραμματιστών και άλλων μελών της κοινότητας που χτίζουν το XRP Ledger [36].

Παρ' όλα αυτά δεν αποδέχονται όλοι την ιδέα του XRP, διότι υπάρχει μία κεντρική αρχή πίσω από την λειτουργία του, γεγονός που πάει κόντρα στη φιλοσοφία των κρυπτονομισμάτων. Ακόμα, με το πέρασμα των χρόνων η Ripple συνεργάστηκε στενά με τον τραπεζικό κλάδο όσον αφορά τις συναλλαγές μεταξύ τραπεζών. Σήμερα το 38% των 100 μεγαλύτερων τραπεζών στον κόσμο συνεργάζονται με τη Ripple.

1.2.3 Decentralized Finance (DeFi)

Ο όρος DeFi ή αλλιώς Αποκεντρωμένη Οικονομία είναι ένας όρος που χρησιμοποιείται για χρηματοοικονομικά προϊόντα και υπηρεσίες που είναι προσβάσιμες σε όποιον έχει στη κατοχή του κρυπτονομίσματα. Λόγω του DeFi, οι αγορές είναι πάντα ανοιχτές και χωρίς να υπάρχει κάποια κεντρική αρχή που να εμποδίζει οποιαδήποτε κίνηση ή πρόσβαση σε κάποια υπηρεσία. Η κρυπτο-οικονομία αυτή τα τελευταία χρόνια ακμάζει με ταχείς ρυθμούς παρέχοντας όλες τις υπηρεσίες που παρέχει μία τράπεζα, όπως τη δυνατότητα δανεισμού σε τρίτους και από τρίτους, τη δυνατότητα κέρδους τόκων και πολλά ακόμα χωρίς τα αρνητικά που έχει η Παραδοσιακή Οικονομία. Στο DeFi οι μεταφορές συναλλάγματος πραγματοποιούνται εντός μερικών λεπτών και είναι ανώνυμες, οι αγορές είναι πάντα ανοιχτές, μπορεί να έχει πρόσβαση οποιοσδήποτε χρήστης με σύνδεση στο διαδίκτυο και όλα είναι χτισμένα στη διαφάνεια με αποτέλεσμα οποιοσδήποτε να μπορεί να μελετήσει τα δεδομένα της αγοράς και τον τρόπο που δουλεύει.

Επιπροσθέτως, στο DeFi οι οικονομικοί οργανισμοί αντικαθίστανται από smart contracts (έξυπνα συμβόλαια) που κάνουν την ίδια δουλειά που θα έκανε ένας υπάλληλος χωρίς όμως να υπάρχει η πιθανότητα λάθους αφού όλα είναι αυτοματοποιημένα. Τα smart contracts είναι αδύνατον να αλλαχτούν από κάποιον τρίτο όσο είναι "live" και θα λειτουργούν πάντα για το λόγο που έχουν προγραμματιστεί.

Με λίγα λόγια, το DeFi χρησιμοποιεί τη βασική προϋπόθεση του Bitcoin και επεκτείνεται σε αυτήν, δημιουργώντας ένα ψηφιακό Wall Street. Κύριος στόχος του DeFi είναι η δημιουργία μίας δίκαιας αγοράς προσβάσιμη από όλους.

1.3 Μεταβλητότητα

Η μεταβλητότητα αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά ενός αγαθού οικονομικού χαρακτήρα αφού περιγράφει τον κίνδυνο που υπάρχει εξαιτίας της διακύμανσης της τιμής του. Από επενδυτική σκοπιά, υψηλή μεταβλητότητα μεταφράζεται δε σε κίνδυνο, αλλά και σε δυνατότητα κέρδους αν πρόκειται για ημερήσια συναλλαγή. Παρ' όλα αυτά μία μακροπρόθεσμη επένδυση δεν θεωρείται «ασφαλής» αν η μεταβλητότητα του αγαθού είναι υψηλή, διότι η αβεβαιότητα την καθιστά επικίνδυνη και μη ελκυστική.

Εξαιτίας του αυξανόμενου ενδιαφέροντος των κρυπτονομισμάτων η ανάγκη για περαιτέρω μελέτη τους έχει απασχολήσει πολλούς ερευνητές τα τελευταία χρόνια όχι μόνο λόγω των υψηλών αποδόσεών τους, αλλά και για τις επιπτώσεις τους στις παραδοσιακές χρηματοοικονομικές αγορές. Η προσοχή που έχει αποκτήσει, λοιπόν, το Bitcoin όντας το πιο επιτυχημένο ψηφιακό νόμισμα έως σήμερα το οποίο αντιπροσωπεύει το 37% της σημερινής συνολικής κεφαλαιακής αξίας των κρυπτονομισμάτων, είναι ιδιαίτερα μεγάλη [40]. Οι προκλήσεις και οι ευκαιρίες που έχει δημιουργήσει σε οικονομολόγους, επιχειρηματίες, καταναλωτές αλλά και τις ρυθμιστικές αρχές το καθιστούν άξιο μελέτης.

Η μελέτη της μεταβλητότητάς της τιμής ενός αγαθού πραγματοποιείται μελετώντας τη χρονοσειρά του. Οι οικονομικές χρονοσειρές παρουσιάζουν διαστήματα υψηλής μεταβλητότητας, διανύοντας περιόδους με απότομες ανόδους και καθόδους κατά τις οποίες η διακύμανση μεταβάλλεται. Η διακύμανση τέτοιου είδους χρονοσειρών ονομάζεται «υπό συνθήκη» διακύμανση. Το 1982 ο Robert F. Engle εξήγησε αυτήν την μεταβαλλόμενη διακύμανση με τη βοήθεια ενός αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος το οποίο ονομάστηκε Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικό Αυτοπαλίνδρομο Υπόδειγμα ή μοντέλο ARCH.

Παρκάρω παρουσιάζονται οι ιδιότητες των οικονομικών χρονοσειρών [5]:

- I. **Συσσώρευση Μεταβλητότητας (Volatility Clustering):** Η μεταβλητότητα μπορεί να είναι παρατεταμένα υψηλή για ένα συνεχόμενο διάστημα ή παρατεταμένα χαμηλή για ένα συνεχόμενο διάστημα. Οι Mandelbrot (1963) και Fama (1965) ανέφεραν ότι μεγάλες αλλαγές στην τιμή ενός περιουσιακού στοιχείου συχνά ακολουθούνται από άλλες μεγάλες και οι μικρές αλλαγές στην τιμή ενός περιουσιακού στοιχείου συχνά ακολουθούνται από άλλες μικρές αλλαγές. Με

λίγα λόγια, συσσώρευση μεταβλητότητας σημαίνει ότι η υψηλή μεταβλητότητα σήμερα θα επηρεάσει και την μεταβλητότητα πολλές περιόδους στο μέλλον.

- II. **Επιστροφή στον μέσο (Mean Reversion):** Επιστροφή στο μέσο της μεταβλητότητας σημαίνει ότι υπάρχει ένα κανονικό επίπεδο στο οποίο η μεταβλητότητα θα επιστρέψει. Μελέτες έχουν δείξει ότι η μεταβλητότητα «κινείται» γύρω από μία σταθερή τιμή. Οι μακροπρόθεσμες προβλέψεις μεταβλητότητας θα πρέπει όλες να συγκλίνουν όλες στο ίδιο κανονικό επίπεδο μεταβλητότητας, ανεξάρτητα από το πότε έγιναν.
- III. **Μόχλευση (Leverage Effect):** Η μεταβλητότητα έχει διαφορετικό αντίκτυπο στην άνοδο και κάθοδο της τιμής π.χ. μίας μετοχής. Αυτή η ασυμμετρία αποδίδεται στην μόχλευση.
- IV. **Παχιές Ουρές (Heavy tails):** Εμπειρικές μελέτες έχουν διεξαχθεί έχουν δείξει ότι οι αποδόσεις διάφορων χρεογράφων ακολουθούν (ομόλογα, μετοχές κ.τ.λ.) λεπτόκυρτες κατανομές (συγκέντρωση τιμών γύρω από τον μέσο).

2. Μεθοδολογία

Βασικές έννοιες και περιγραφή μεθοδολογίας

Σε αυτό το κεφάλαιο θα περιγράψουμε βασικές έννοιες των χρονοσειρών και των εργαλείων που χρησιμοποιήσαμε για την διεξαγωγή της παρούσας εργασίας.

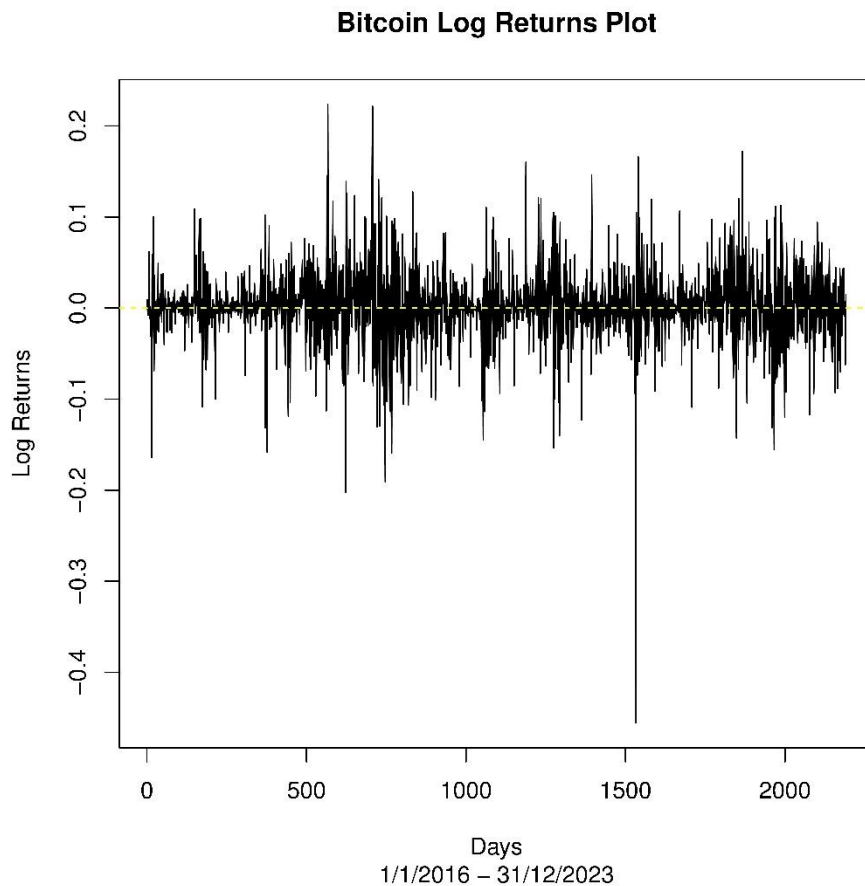
2.1 Εισαγωγή

Με τον όρο χρονοσειρά εννοούμε μία ακολουθία $\{X_t : t=0,1,2,\dots\}$, όπου κάθε X_t εκφράζει την κατά την χρονική στιγμή t κατάσταση ενός συστήματος το οποίο εξελίσσεται στο χρόνο κατά τυχαίο εν γένει τρόπο (stochastic system) [2].

Κάθε χρονοσειρά έχει ως βασικό χαρακτηριστικό την εξάρτηση που υπάρχει μεταξύ των τιμών της. Αυτό σημαίνει ότι μία τυχαία μεταβλητή Y μπορεί να εκφραστεί με τη βοήθεια των προηγούμενων τιμών της, άρα χρειαζόμαστε μόνο παρελθοντικές τιμές της για να την αναλύσουμε.

Κάποια παραδείγματα χρονοσειρών είναι:

- Οι ημερήσιες τιμές ενός χρηματιστηριακού δείκτη.
- Οι εβδομαδιαίες πωλήσεις ενός προϊόντος.
- Οι μετεωρολογικές χρονοσειρές όπως οι ημερήσιες θερμοκρασίες μίας πόλης.
- Το ετήσιο εθνικό ακαθάριστο εθνικό προϊόν.



Εικόνα 6: Ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις του Bitcoin

Οι χρονοσειρές μπορούν να αφορούν διακριτά μεγέθη X_t σε διακριτό χρόνο t ή σε συνεχή χρόνο t και συνεχή μεγέθη X_t σε διακριτό χρόνο t ή συνεχή χρόνο t και κατηγοριοποιούνται σε i) στοχαστικές και ii) ντετερμινιστικές.

Η πρόκληση που πρέπει να αντιμετωπίσουμε στην ανάλυση μίας χρονοσειράς είναι ο προσδιορισμός της φύσης του φαινομένου όπως παρουσιάζεται από τη σειρά των παρατηρήσεων και η πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών του μεγέθους που παρατηρούμε. Για να το πετύχουμε αυτό πρέπει να απορρίψουμε την πιθανότητα ότι η

μεταβολή των τιμών της χρονοσειράς γίνεται εντελώς τυχαία, δηλαδή ότι είναι λευκός θόρυβος (white noise)¹ [20].

2.2 Βασικά χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

Αν οι τιμές μίας χρονοσειράς δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, τότε τα βασικότερα χαρακτηριστικά που θα μελετήσουμε πριν προσαρμοστεί κάποιο μοντέλο στη χρονοσειρά είναι τα παρακάτω [20]:

- I. **Στασιμότητα:** Οι διακυμάνσεις των τιμών της χρονοσειράς δεν αλλάζουν με το πέρασμα του χρόνου. Μη-στάσιμες χρονοσειρές μπορούν να παρουσιάσουν τάσεις (trends), δηλαδή μία διαχρονική κίνηση της χρονοσειράς που έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση ή μείωση των τιμών της και μπορεί να είναι μία ευθεία γραμμή ή καμπύλη. Επίσης, μη-στάσιμες χρονοσειρές μπορούν να παρουσιάζουν εποχικότητα (seasonality) που έχει ως αποτέλεσμα την επανάληψη ενός μοτίβου σε συγκεκριμένες περιόδους του έτους (πολλές φορές οφείλεται σε κοινωνικά φαινόμενα, θρησκευτικά φαινόμενα και έθιμα των ανθρώπων). Ένα παράδειγμα εποχικότητας είναι λιανικές πωλήσεις που τείνουν να κορυφώνονται κατά την περίοδο των Χριστουγέννων, ενώ μετά τις γιορτές μειώνονται.
- II. **Κυκλικότητα (circularity):** Ονομάζεται η μεταβολή λόγω εμφάνισης εξωγενών παραγόντων κατά μεγάλες περιόδους. Αυτές οι μεταβολές ορίζονται ως οικονομικοί κύκλοι που προκύπτουν από περιόδους ύφεσης ή άνθησης των παγκόσμιων ή εγχώριων οικονομιών.
- III. **Ακραίες παρατηρήσεις (outliers):** Αποτελούν τις μεμονωμένες παρατηρήσεις που παρουσιάζουν οι χρονοσειρές οι οποίες είναι απότομες αλλαγές (ακραίες τιμές) οι οποίες αποκλίνουν από το μέσο

¹ **Λευκός Θόρυβος** ονομάζεται η χρονοσειρά που οι μεταβλητές της είναι ανεξάρτητες και πανομοιότυπα κατανοημένες με μέσο όρο μηδέν, δηλαδή όλες οι μεταβλητές έχουν την ίδια διακύμανση και κάθε τιμή έχει μηδενική συσχέτιση με όλες τις άλλες τιμές της σειράς.

όρο των παρατηρήσεων. Επίσης, οι παρατηρήσεις αυτές είναι αδύνατο να προβλεφθούν και η χρονική διάρκειά τους είναι μικρή.

IV. Γραμμικότητα (linearity) και Μη-Γραμμικότητα (non-linearity):

Γραμμικότητα για τη χρονοσειρά σημαίνει πως για ένα γραμμικό σύστημα ορίζουμε την εξέλιξη της χρονοσειράς ως γραμμικό συνδυασμό των προηγούμενων παρατηρήσεων, ενώ η μη-γραμμικότητα θα ορίσει την εξέλιξη της χρονοσειράς με μεγαλύτερη ακρίβεια αν λάβουμε υπόψιν μας και τη συνδυασμένη επίδραση των προηγούμενων παρατηρήσεων. Η μη-γραμμική δομή των μοντέλων θα μπορέσει να εξηγήσει μερικά σημαντικά χαρακτηριστικά οικονομικών δεδομένων όπως η συσσώρευση μεταβλητότητας, τη μόχλευση και άλλα.

2.2.1 Συνάρτηση Αυτοσυσχέτισης (ACF)

Στις χρονοσειρές έχει μεγάλη σημασία η συσχέτιση που παρουσιάζεται μεταξύ των παρατηρήσεων του δείγματος, δηλαδή μας ενδιαφέρει να μάθουμε τη συσχέτιση που υπάρχει μεταξύ δύο παρατηρήσεων X_t και X_{t+k} που απέχουν μεταξύ τους k χρονικές περιόδους. Παρακάτω παρουσιάζεται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης [5]:

$$\rho_k = \text{Corr}(X_t, X_{t+k}) = \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{\text{Var}(X_t)\text{Var}(X_{t+k})}} \quad (3.1)$$

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης εξαρτάται μόνο από τη χρονική υστέρηση k και η σχέση μεταξύ συντελεστή αυτοσυσχέτισης-χρονικής υστέρησης ονομάζεται συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (autocorrelation function/ACF). Η αυτοσυσχέτιση χρησιμοποιείται για την εύρεση συσχετίσεων σε στάσιμες χρονοσειρές και είναι η κανονικοποίηση της συνδιακύμανσης με τη διασπορά, άρα ο τύπος (3.1) γράφεται ως εξής:

$$r_k = \text{Corr}(X_t, X_{t+k}) = \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t+k})}{\text{Var}(X_t)} \quad (3.2)$$

Η συνάρτηση (3.2) παίρνει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$ και για διάφορες τιμές του k παίρνουμε τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης.

Ένα χρήσιμο εργαλείο είναι και το διάγραμμα αυτοσυσχέτισης ή αλλιώς κορρελόγραμμα (ACF plot) το οποίο μας δίνει μία πρώτη ιδέα όσον αφορά τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς. Για παράδειγμα, αν το διάγραμμα αυτοσυσχέτισης φθίνει προς το μηδέν ακαριαία μετά από έναν αριθμό υστερήσεων (lags) τότε αυτό είναι δείγμα ότι η εν λόγω χρονοσειρά είναι στάσιμη, αν φθίνει με αργό ρυθμό τότε είναι μη-στάσιμη. Ακόμα, μπορούμε να ελέγξουμε αν υπάρχει εποχικότητα ή τάσεις. Τα διαγράμματα αυτά είναι συμπληρωματικά εργαλεία για να μπορέσουμε να πάρουμε μία γενική ιδέα όσον αφορά τα χαρακτηριστικά μίας χρονοσειράς, χωρίς να βασιζόμαστε εξ' ολοκλήρου σε αυτά. Για τον έλεγχο των παραπάνω χαρακτηριστικών βασιζόμαστε σε ελέγχους που θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια του κεφαλαίου.

2.2.2 Συνάρτηση Μερικής Αυτοσυσχέτισης (PACF)

Ο συντελεστής μερικής αυτοσυσχέτισης (Partial Autocorrelation Coefficient) ορίζεται ως η συσχέτιση μεταξύ δύο παρατηρήσεων X_t και X_{t+k} , που απέχουν μεταξύ τους k χρονικές περιόδους, λαμβάνοντας υπόψιν και τις ενδιάμεσες συσχετίσεις των παρατηρήσεων $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$.

Για να εξηγήσουμε την μερική αυτοσυσχέτιση έστω η σειρά $\chi_t = X_t - \bar{X}$ που δίνει τις αποκλίσεις από τον μέσο. Στη συνέχεια κάνουμε μία παλινδρόμηση στις δύο προηγούμενες μετρήσεις της ίδιας μεταβλητής [5]:

$$\chi_t = \varphi_{21}\chi_{t-1} + \varphi_{22}\chi_{t-2} + \varepsilon_t$$

Ο δείκτης i του συντελεστή φ_{ij} δηλώνει τη μέγιστη τάξη της παλινδρόμησης, ενώ ο δείκτης j δείχνει τη χρονική υστέρηση της μεταβλητής που πολλαπλασιάζει. Άρα ο συντελεστής φ_{22} είναι ο συντελεστής μερικής αυτοσυσχέτισης δεύτερης τάξης,

αφού αυτός δείχνει τη συσχέτιση μεταξύ των χ_t και χ_{t-2} συμπεριλαμβάνοντας και την ενδιάμεση παρατήρηση χ_{t-1} . Για να γίνει η παλινδρόμησή μας πιο γενική θα βρούμε τον συντελεστή k-οστής τάξης:

$$\chi_t = \varphi_{k1}\chi_{t-1} + \dots + \varphi_{kk}\chi_{t-k} + \varepsilon_t$$

Αυτά τα υποδείγματα τα εκτιμούμε ξεκινώντας με μία χρονική υστέρηση της χ_t προσθέτοντας διαδοχικά από μία κάθε φορά. Από την εκτίμηση των ελαχίστων τετραγώνων οι συντελεστές φ_{kk} για $k=1,2,\dots$ μας δίνουν τη σειρά των συντελεστών μερικής αυτοσυσχέτισης $\widehat{\varphi}_{11}, \dots, \widehat{\varphi}_{kk}$. Οι συντελεστές, λοιπόν, $\widehat{\varphi}_{11}, \dots, \widehat{\varphi}_{kk}$ μας δίνουν τη συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης (Partial Autocorrelation Function/PACF).

Παρατήρηση 1: Αξίζει να σημειωθεί ότι ο συνδυασμός των διαγραμμάτων των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης μας βοηθάει στη διαδικασία εύρεσης του καλύτερου αυτοπαλινδρομου μοντέλου. Για παράδειγμα όταν το διάγραμμα αυτοσυσχέτισης μειώνεται σταδιακά, ενώ ταυτόχρονα το διάγραμμα μερικής αυτοσυσχέτισης μειώνεται ακαριαία τότε αυτό είναι ένδειξη ότι το αυτοπαλινδρομο μοντέλο AR (Autoregressive model) είναι αυτό που προσαρμόζεται καλύτερα στις τιμές της χρονοσειράς. Αν συμβαίνει το ανάποδο, δηλαδή το διάγραμμα αυτοσυσχέτισης είναι αυτό το μειώνεται ακαριαία, ενώ το διάγραμμα μερικής αυτοσυσχέτισης μειώνεται σταδιακά τότε αυτό είναι ένδειξη ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στις τιμές της χρονοσειράς είναι ο κινητός μέσος MA (Moving Average). Τέλος, τα δύο διαγράμματα αυτά παρέχουν μία ιδέα για το ποιο μοντέλο προσαρμόζεται καλύτερα στη χρονοσειρά χωρίς αυτό να σημαίνει ότι είναι τα μόνα εργαλεία που θα χρησιμοποιήσουμε στην εύρεση του βέλτιστου μοντέλου.

2.3 Στασιμότητα

2.3.1 Περιγραφή Στασιμότητας

Μία από τις σημαντικότερες έννοιες στην ανάλυση των χρονοσειρών είναι η έννοια της στασιμότητας η οποία αποτελεί και απαραίτητη προϋπόθεση στην ανάλυση χρονοσειρών. Στάσιμη χρονοσειρά θα λέμε κάθε σταθερή διαδικασία για την οποία ο μέσος όρος, η διασπορά και η αυτοσυσχέτιση δεν μεταβάλλονται στο πέρασμα του χρόνου.

Η στασιμότητα χωρίζεται σε ασθενή στασιμότητα και αυστηρή στασιμότητα.

Μία στοχαστική διαδικασία X_t λέγεται ασθενώς στάσιμη όταν σε κάθε χρονική στιγμή έχει σταθερό μέσο όρο, σταθερή διακύμανση και η συνδιακύμανσή των τιμών της για δύο διαφορετικές χρονικές υστερήσεις εξαρτάται μόνο από τη μεταξύ τους απόσταση, δηλαδή [20] [22]:

$$Cov(X_t, X_{t-k}) = Cov(X_t, X_{t+k}).$$

Μία στοχαστική διαδικασία X_t λέγεται αυστηρά στάσιμη όταν η από κοινού κατανομή της δεν επηρεάζεται από μία αλλαγή στο χρόνο. Δηλαδή, η από κοινού κατανομή πιθανότητας των $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$ είναι ίδια με την από κοινού κατανομή πιθανότητας των $X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k}$.

Έτσι για μία στάσιμη χρονοσειρά και για κάθε τιμή t θα ισχύουν:

$$\mu_t = E(X_t) = \mu \tag{3.3}$$

$$Var(X_t) = E[(X_t - E(X_t))^2] = \sigma_X^2 < \infty \tag{3.4}$$

$$Cov(X_t, X_{t-k}) = E[(X_t - E(X_t))(X_{t-k} - E(X_{t-k}))] = \gamma(k), k = 1, 2, \dots \tag{3.5}$$

Αν στον τύπο (3.5) θέσουμε όπου t το $t+k$ τότε έχουμε:

$$\gamma_k = E[(X_t - E(X_t))(X_{t+k} - E(X_{t+k}))], \forall k \quad (3.6)$$

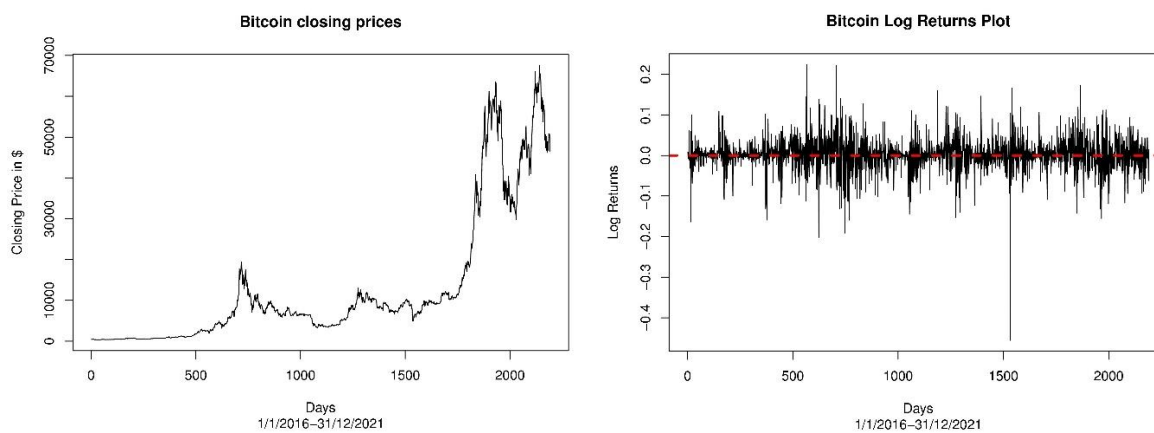
Βλέπουμε ότι η αυτοσυνδιακύμανση γ_k είναι συμμετρική ως προς την τιμή της χρονικής υστέρησης, με άλλα λόγια η αυτοσυνδιακύμανση μίας θετικής χρονικά μετατόπισης ταυτίζεται με την ίδια αρνητική χρονικά μετατόπιση.

Ακόμα, αν θέσουμε στην (3.5) όπου $k=0$ έχουμε:

$$\gamma_0 = \text{Var}(X_t) = \sigma^2 \quad (3.7)$$

Τέλος, είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι οι χρονοσειρές σπάνια είναι αυστηρώς στάσιμες, οπότε στην παρούσα εργασία όταν εμφανίζεται ο όρος στασιμότητα θα αναφερόμαστε σε ασθενώς στάσιμες χρονοσειρές.

Παρακάτω παραθέτουμε δύο διαγράμματα με μία μη-στάσιμη και μία στάσιμη χρονοσειρά.



Εικόνα 7: BTC closing prices - BTC log returns

Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα οι λογαριθμικές αποδόσεις του Bitcoin περιγράφουν μία στάσιμη χρονοσειρά, αφού με μία πρώτη ματιά φαίνεται ο μέσος όρος

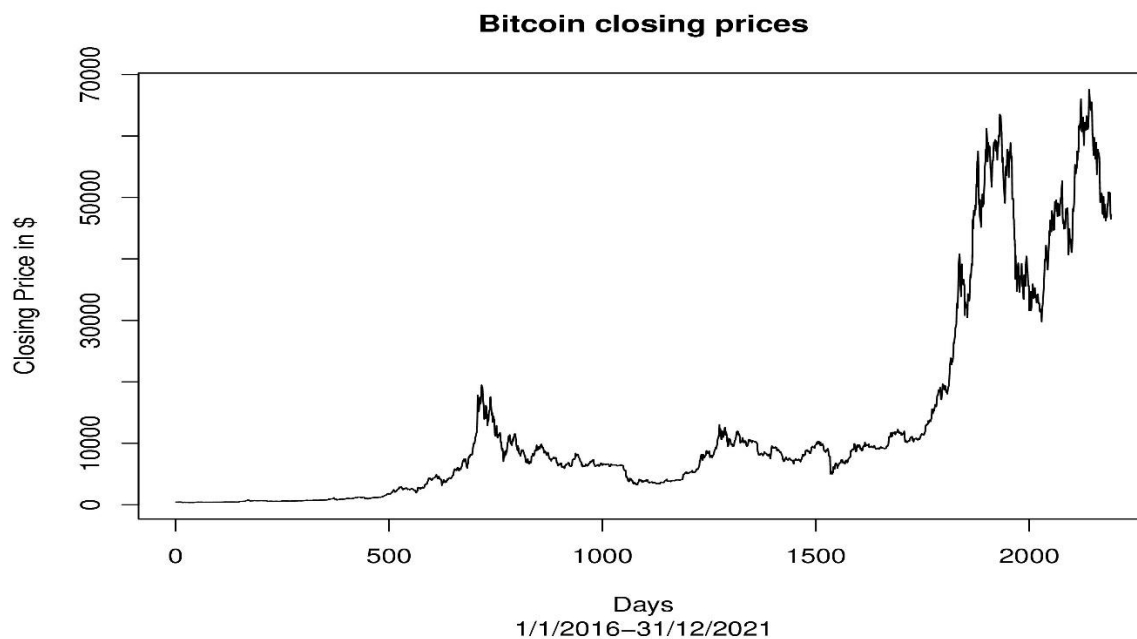
και η διασπορά να μην μεταβάλλονται, ενώ οι τιμές κλεισίματος του Bitcoin περιγράφουν μία μη-στάσιμη χρονοσειρά, αφού είναι εμφανές ότι ο μέσος όρος και η διασπορά δεν παραμένουν σταθερά.

2.3.2 Έλεγχος Στασιμότητας

Όπως αναφέραμε παραπάνω η στασιμότητα μίας χρονοσειράς είναι απαραίτητη για την μελέτη της, αφού όλα τα εργαλεία που θα χρησιμοποιήσουμε για να κατασκευάσουμε ένα μαθηματικό υπόδειγμα που θα την ερμηνεύει απαιτούν στασιμότητα. Αν μία χρονοσειρά είναι μη-στάσιμη είναι αδύνατη η κατασκευή υποδείγματος. Στην πράξη σχεδόν καμία χρηματοοικονομική χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη, παρ' όλα αυτά με τους κατάλληλους μετασχηματισμούς θα μπορέσουμε να επιτύχουμε τη στασιμότητα που ζητούμε. Παρακάτω παρουσιάζονται οι τρόποι με τους οποίους ελέγχουμε τη στασιμότητα μίας χρονοσειράς [20] [22][7].

I. Γραφικός Έλεγχος

Η πρώτη επαφή που έχουμε με μία χρονοσειρά είναι με το διάγραμμά της σε συνάρτηση με το χρόνο. Από εκεί, λοιπόν, ξεκινάει η ανάλυση της χρονοσειράς όπου προσπαθούμε να προσδιορίσουμε τα χαρακτηριστικά της, για παράδειγμα η ύπαρξη τάσης καθιστά τη χρονοσειρά μη-στάσιμη. Παρακάτω παραθέτουμε τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος του Bitcoin σε συνάρτηση με το χρόνο.



Εικόνα 8 BTC daily closing prices

Είναι εμφανές ότι η ημερήσιες τιμές κλεισίματος του Bitcoin είναι μια μη-στάσιμη χρονοσειρά, όπως αναφέραμε και νωρίτερα, λόγω του μη σταθερού μέσου όρου και της μη σταθερής διακύμανσης.

II. Έλεγχος Dickey – Fuller (DF) και Επαυξημένος Έλεγχος Dickey Fuller (ADF)

a) Έλεγχος Dickey – Fuller

Όπως αναφέραμε νωρίτερα, ο έλεγχος στασιμότητας μίας χρονοσειράς από το διάγραμμά της είναι ένας τρόπος για να πάρουμε μία βασική ιδέα για το τρόπο συμπεριφοράς της. Οι οπτικοί έλεγχοι, όμως, δεν είναι πάντα επαρκής. Για αυτόν το λόγο όταν θέλουμε να ελέγξουμε στασιμότητα στηρίζομαστε σε στατιστικούς ελέγχους. Ο έλεγχος των Dickey – Fuller βασίζεται πάνω στην ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας.

Έστω το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα πρώτης τάξης:

$$\chi_t = \rho\chi_{t-1} + \varepsilon_t \Leftrightarrow \chi_t = \alpha^t\chi_0 + \sum_{k=0}^{t-1} \rho^k \varepsilon_{t-k}, \quad (3.8)$$

όπου ε_t είναι iid(0, σ^2). Για να εξετάσουμε τη στασιμότητα του υποδείγματος αρκεί να γίνει ο έλεγχος:

$$\begin{cases} H_0: \rho = 1 \\ H_1: \rho < 1 \end{cases}$$

Αν δεν απορρίψουμε την H_0 τότε η χρονοσειρά είναι μη-στάσιμη. Αυτό μπορεί να φανεί από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\text{Var}(\chi_t) = \sigma^2[\rho^0 + \rho^2 + \dots + \rho^{2(t-1)}]$$

$$E(\chi_t) = \rho E[\chi_{t-1}] = \rho^2 E[\chi_{t-2}] = \dots = \rho^t \chi_0$$

Στη συνέχεια θα γίνει ο παρακάτω μετασχηματισμός ώστε το υπόδειγμά μας να γραφεί στην ισοδύναμη μορφή:

$$\chi_t - \chi_{t-1} = \alpha + (\rho - 1)\chi_{t-1} + \varepsilon_t$$

ή

$$\Delta\chi_t = \alpha + b\chi_{t-1} + \varepsilon_t,$$

όπου $\Delta\chi_t = \chi_t - \chi_{t-1}$ και $b = \rho - 1$. Άρα ο έλεγχος τώρα θα γίνει:

$$\begin{cases} H_0: b = 0 \\ H_1: b < 0 \end{cases}$$

Τώρα το αριστερό μέλος της μετασχηματισμένης σχέσης είναι στάσιμο κάτω από την μηδενική υπόθεση, αφού αν $b=0$ τότε $\Delta\chi_t = \alpha + \varepsilon_t$. Με λίγα λόγια, η νέα μας χρονοσειρά $\Delta\chi_t$ είναι στάσιμη. Για να γίνει ο παραπάνω έλεγχος πρέπει να χρησιμοποιηθεί μία «ειδική» κατανομή, η κατανομή Dickey - Fuller, στην οποία οι κρίσιμες τιμές ποικίλλουν ανάλογα το επίπεδο σημαντικότητας. Ο λόγος που δεν μπορούμε να κάνουμε ένα απλό t-test για το b είναι διότι το χ_{t-1} παραμένει μη-στάσιμο διότι το χ_t θεωρείται μη-στάσιμο βάσει της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι υπάρχει μοναδιαία ρίζα. Να τονισθεί ότι η t-στατιστική ($t_{\hat{b}} = \frac{\hat{b}}{se(\hat{b})}$) για την υπόθεση H_0 είναι ίδια με την παραδοσιακή t-στατιστική, με τη διαφορά ότι η κατανομή της δεν είναι η Student, οπότε δεν χρησιμοποιείται ο πίνακας της κατανομής Student, αλλά ο πίνακας της κατανομής Dickey - Fuller ο οποίος βγαίνει με τη βοήθεια προσομοιώσεων Monte Carlo [5]. Έτσι λοιπόν, επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία N φορές, βρίσκοντας N t-στατιστικές και απεικονίζοντάς τις θα πάρουμε την κατανομή που ψάχναμε, όπου με τη βοήθειά της, εν συνεχεία, θα πάρουμε τις κρίσιμες τιμές που ζητάμε.

Αν ο έλεγχος δείξει ότι η χρονοσειρά είναι μη-στάσιμη μπορούμε να την μετατρέψουμε σε στάσιμη με διάφορους μετασχηματισμούς, όπως κατασκευάζοντας τη σειρά των πρώτων διαφορών ή τις λογαριθμικές διαφορές.

b) Επαυξημένος έλεγχος Dickey - Fuller

Παρόλο που ο έλεγχος Dickey - Fuller είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τον έλεγχο στασιμότητας μίας χρονοσειράς συναντάμε προβλήματα όταν η χρονολογική σειρά που αναλύουμε δεν ακολουθεί υπόδειγμα πρώτης τάξης, αλλά μεγαλύτερης. Ο έλεγχος Dickey - Fuller υποθέτει ότι η χρονοσειρά ταιριάζει σε ένα υπόδειγμα AR(1) που έχει ως αποτέλεσμα την αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων ε_t . Αν η χρονοσειρά περιγράφεται καλύτερα από ένα υπόδειγμα μεγαλύτερης τάξης τότε εμφανίζεται πρόβλημα στα κατάλοιπα διότι θέλουμε να είναι λευκός θόρυβος. Σύμφωνα με τους Dickey - Fuller ο απλός έλεγχος επεκτείνεται προσθέτοντας και άλλους όρους παλινδρόμησης καταλήγοντας σε διαδικασία AR(p). Δηλαδή:

$$\Delta\chi_t = \alpha + b\chi_{t-1} + d_1\Delta\chi_{t-1} + \dots + d_{p-1}\Delta\chi_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

όπου το α είναι μία σταθερά και το d είναι η τάξη της παλινδρόμησης. Ο έλεγχος θα είναι ο:

$$\begin{cases} H_0: b = 0 \\ H_1: b < 0 \end{cases}$$

και ονομάζεται επαυξημένος έλεγχος Dickey – Fuller (ADF test). Για να γίνει, λοιπόν, ο έλεγχος αυτός υπολογίζουμε το t -στατιστικό με τον ίδιο τρόπο που δείξαμε νωρίτερα (test statistic):

$$t_{\hat{b}} = \frac{\hat{b}}{s.e.(\hat{b})}$$

Επίσης, για να διεξαχθεί ο έλεγχος αυτός χρησιμοποιούμε τις κρίσιμες τιμές (critical values) της κατανομής Dickey – Fuller που αναφέραμε νωρίτερα. Τέλος, όπως είπαμε, στον έλεγχο Dickey – Fuller μη-απόρριψη της H_0 σημαίνει μη-στασιμότητα της χρονοσειράς, ενώ η απόρριψη της σημαίνει στασιμότητα της χρονοσειράς.

Οι χρονικές υστερήσεις της $\Delta\chi_t$ που θα συμπεριλάβουμε στο υπόδειγμα θα βρεθούν εισάγοντας έναν μέγιστο αριθμό υστερήσεων και μετά κάνοντας εκτίμηση. Στη συνέχεια, αφαιρούμε από μία υστέρηση κάθε φορά ξανακάνοντας παλινδρόμηση και εξετάζοντας την αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων μέχρι να εξασφαλιστεί η μη-αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων.

Για την επιλογή του κατάλληλου αριθμού υστερήσεων θα χρησιμοποιήσουμε τα κριτήρια πληροφορίας AIC, AICc και BIC, τα οποία θα αναλυθούν παρακάτω.

2.4 Στάσιμα Υποδείγματα

Σε αυτήν την υποενότητα θα ασχοληθούμε με τα στάσιμα υποδείγματα χρονολογικών σειρών προκειμένου να μπορέσουμε να κατασκευάσουμε το βέλτιστο μοντέλο που θα περιγράψει καλύτερα την μεταβλητότητα. Τα υποδείγματα αυτά ονομάζονται Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα Κινητών Μέσων (Autoregressive Moving Average Models) ή αλλιώς ARMA [20] [22] [5]. Η εύρεση του βέλτιστου στάσιμου υποδείγματος είναι ιδιαίτερα σημαντική διότι ένα υπόδειγμα της οικογένειας GARCH (βλ. ενότητα 3.6) ξέρουμε ότι έχει δύο διαστάσεις, μία εξίσωση για τον μέσο και μία εξίσωση για την υπό συνθήκη διακύμανση. Το βέλτιστο στάσιμο υπόδειγμα, λοιπόν, παίζει σημαντικό ρόλο στην εκτίμηση του υποδείγματος GARCH που είναι και ο στόχος της παρούσας εργασίας.

2.4.1 Αυτοπαλίνδρομο Υπόδειγμα – AR (Autoregressive Model)

Με τον όρο αυτοπαλίνδρομα μοντέλα εννοούμε τα μοντέλα γραμμικής παλινδρόμησης όπου η εξαρτημένη μεταβλητή ορίζεται ως μία τυχαία μεταβλητή της χρονοσειράς τη χρονική στιγμή t , ενώ οι ανεξάρτητες μεταβλητές παίρνουν τιμές πριν τη χρονική στιγμή αυτή, δηλαδή X_{t-1}, \dots, X_{t-p} . Η τάξη του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου συμβολίζεται με p και συμβολίζεται ως AR(p). Παρακάτω βλέπουμε την μορφή του AR(p) [22]:

$$X_t = d + a_1 X_{t-1} + \dots + a_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.9)$$

όπου d είναι η σταθερά της παλινδρόμησης και σχετίζεται με τη μέση τιμή της χρονοσειράς, (a_1, \dots, a_p) οι παράμετροι του μοντέλου και $\{\varepsilon_t\}$ χρονοσειρά με μέση τιμή 0 και διασπορά σ^2 (λευκός θόρυβος).

Με τη βοήθεια του συντελεστή υστέρησης L το μοντέλο γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} X_t - a_1 X_{t-1} - \dots - a_p X_{t-p} &= d + \varepsilon_t \\ (1 - a_1 L - \dots - a_p L^p) X_t &= d + \varepsilon_t \end{aligned}$$

$$a(L)X_t = d + \varepsilon_t$$

όπου $a(L) = 1 - a_1 - \dots - a_p L^p$ (3.10) είναι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο της αυτοπαλίνδρομης χρονοσειράς AR(p) και ο τελεστής L ορίζεται ως:

$$L^p X_t = X_{t-p}.$$

Αν οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου είναι εκτός του μοναδιαίου κύκλου τότε η χρονοσειρά AR(p) είναι στάσιμη.

Αν στην εξίσωση (3.9) αντικαταστήσουμε το $p = 1$ τότε θα πάρουμε το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα πρώτης τάξης AR(1), το οποίο γράφεται ως εξής:

$$X_t = d + a_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.11}$$

όπου ε_t λευκός θόρυβος. Όπως αναφέραμε νωρίτερα η συνθήκη $a_1 < 1$ εξασφαλίζει τη στασιμότητα της χρονοσειράς. Ειδικότερα το μοντέλο (3.10) για $a_1 = 0$ γίνεται λευκός θόρυβος, ενώ για $a_1 = 1$ γίνεται τυχαίος περίπατος².

Αν υποθέσουμε ότι η χρονοσειρά είναι στάσιμη τότε ισχύει ότι η μέση τιμή της θα είναι ίδια κάθε χρονική στιγμή, αφού $\mu = E(X_t)$ και $E(\varepsilon_t) = 0$. Άρα θα έχουμε:

$$I. \quad E(X_t) = E(d + a_1 X_{t-1} + \varepsilon_t) = d + E(a_1 X_{t-1}) + E(\varepsilon_t) \Leftrightarrow \mu = d + a_1 \mu \Leftrightarrow \mu = \frac{d}{1-a_1}.$$

Αν τώρα υποθέσουμε ότι $\mu = 0$ ή ότι οι μεταβλητές ορίζονται ως αποκλίσεις από τον μέσο όρο, δηλαδή $z_t = X_t - \mu$, παίρνουμε:

² Τυχαίος Περίπατος: Έστω X_1, X_2, \dots οικογένεια ανεξάρτητων και ισόνομων τυχαίων μεταβλητών. Για $n=1,2,\dots$ ορίζουμε $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ με $S_0 = 0$. Τότε η ακολουθία $\{S_n\}$ ονομάζεται τυχαίος περίπατος.

$$z_t = a_1 z_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{II. } \text{Var}(z_t) = E(z_t^2) - [E(z_t)]^2 = E(z_t^2) = E(a_1 z_{t-1} + \varepsilon_t)^2 = E(a_1 z_{t-1})^2 + 2a_1 E(z_{t-1} + \varepsilon_t) + E(\varepsilon_t)^2 = a_1^2 \text{Var}(z_{t-1}) + 0 + \sigma_\varepsilon^2$$

Και αν πρόκειται για στάσιμη χρονοσειρά τότε $\text{Var}(z_t) = \text{Var}(z_{t-1})$, άρα έχουμε:

$$\text{Var}(z_t) = a_1^2 \text{Var}(z_{t-1}) + \text{Var}(\varepsilon_t) \Leftrightarrow (1 - a_1^2) \text{Var}(z_t) = \sigma_\varepsilon^2 \Leftrightarrow \text{Var}(z_t) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - a_1^2}$$

Αν τώρα στην εξίσωση (3.9) αντικαταστήσουμε το $p = 2$ τότε θα πάρουμε το αυτοπαλινδρομο υπόδειγμα δεύτερης τάξης AR(2), το οποίο γράφεται ως εξής:

$$X_t = d + a_1 X_{t-1} + a_2 X_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.12)$$

όπου $\{\varepsilon_t\}$ λευκός θόρυβος. Επίσης, το μοντέλο (3.12) για $a_2 = 0$ γίνεται AR(1), για $a_1 = a_2 = 0$ γίνεται λευκός θόρυβος, ενώ για $a_1 = 0, a_2 = 1$ γίνεται απλός περίπατος.

2.4.2 Υπόδειγμα Κινητού Μέσου Όρου (Moving Average)

Μία χρονοσειρά X_t ονομάζεται χρονοσειρά κινητού μέσου όρου όταν κάθε παρατήρηση X_t εκφράζεται ως ένα σταθμισμένο άθροισμα αυτής χρονοσειράς λευκού θορύβου ε_t των q προηγούμενων περιόδων. Αυτό το υπόδειγμα είναι τάξης q και γράφεται ως εξής [22]:

$$X_t = d + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.13)$$

όπου $d, \theta_1, \dots, \theta_q$ είναι σταθερές, $\{\varepsilon_t\}$ λευκός θόρυβος και q η τάξη του υποδείγματος.

Στη συνέχεια παρατηρούμε ότι η σταθερά d σχετίζεται με τη μέση τιμή αυτής χρονοσειράς:

$E(X_t) = E(d + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}) = d = \mu$, και θέτοντας $z_t = X_t - \mu$ προκύπτει:

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.14)$$

Γενικός τύπος διασποράς: $\sigma_z^2 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma_\varepsilon^2$

Χρησιμοποιώντας τον τελεστή υστέρησης L το μοντέλο (3.13) γράφεται:

$$z_t = (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t = \theta_q(L) \varepsilon_t \quad (3.15)$$

όπου $\theta_q(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$ το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του MA(q).

Να σημειωθεί ότι τα μοντέλα MA(q) είναι πάντα στάσιμα διότι ουσιαστικά είναι πεπερασμένα αθροίσματα λευκού θορύβου. Το z_t ορίζεται ως ο γραμμικός συνδυασμός των $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$.

Αν στην (3.13) θέσουμε όπου $p = 1$ τότε παίρνουμε το υπόδειγμα κινητών μέσων όρων τάξης 1 που ορίζεται ως:

$$X_t = d + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}$$

ενώ η (3.14) ορίζεται ως:

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Τέλος, η (3.15) γράφεται ως:

$$z_t = (1 - \theta_1 L)\varepsilon_t \Rightarrow z_t = \theta_1(L)\varepsilon_t$$

Το υπόδειγμα MA(1) ορίζει την τυχαία μεταβλητή συνδυάζοντας την παρούσα χρονική στιγμή με την προηγούμενη.

Τέλος, για το υπόδειγμα MA(1) ισχύει ότι $E(z_t) = 0$ και $E(X_t) = \mu$ και αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη αυτής (3.15) με τον όρο z_t τότε θα μπορέσουμε να υπολογίσουμε τη διασπορά της εξίσωσης αυτής. Έχουμε, λοιπόν:

$$\begin{aligned} z_t z_t &= (\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})z_t = (\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})(\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}) \Rightarrow E(z_t z_t) = E[(\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})(\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})] \\ &\Rightarrow \sigma_z^2 = (1 + \theta_1^2)\sigma_\varepsilon^2 \end{aligned}$$

Αν, τώρα, αντικαταστήσουμε όπου $p = 2$ στην (3.13) θα πάρουμε το υπόδειγμα MA(2) δεύτερης τάξης και ορίζεται ως εξής:

$$X_t = d + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

ενώ η (3.14) ορίζεται ως:

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Τέλος, η (3.15) γράφεται ως:

$$z_t = (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2)\varepsilon_t \Rightarrow z_t = \theta_2(L)\varepsilon_t$$

Τέλος, για το υπόδειγμα MA(2) ισχύει ότι $E(z_t) = 0, E(X_t) = \mu$ και δουλεύοντας με τον ίδιο τρόπο που δουλέψαμε και στο MA(1) παίρνουμε τη διασπορά η οποία ορίζεται ως εξής:

$$\sigma_z^2 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)\sigma_\varepsilon^2$$

Αφού ορίσαμε τα μοντέλα MA(q) και AR(p) αξίζει να σημειωθεί ότι μία διαδικασία MA(q) μπορεί να γραφτεί σαν μία διαδικασία AR(∞) και μία διαδικασία AR(p) σαν μία διαδικασία MA(∞) αν είναι αντιστρέψιμες.

Συνθήκη Αντιστρεψιμότητας: Από ένα μοντέλο MA(q) απαιτείται οι ρίζες της εξίσωσης $\theta_q(L) = 0$ να είναι μεγαλύτερες του 1 σε απόλυτη τιμή. Η συνθήκη αντιστρεψιμότητας είναι μαθηματικά ίδια με τη συνθήκη στασιμότητας, αλλά είναι διαφορετική με την έννοια ότι η πρώτη αναφέρεται σε διαδικασίες MA(q) και όχι AR(p). Αυτή η συνθήκη εμποδίζει τον όρο $\theta^{-1}(L)$ να συγκλίνει στο μηδέν.

2.4.3 Αυτοπαλίνδρομα Μοντέλα Κινητού Μέσου Όρου (ARMA)

Η περίπτωση του μικτού δείγματος ARMA(p,q) αναφέρεται σε χρονοσειρές οι οποίες έχουν χαρακτηριστικά τόσο μίας AR(p) όσο και μίας MA(q) διαδικασίας. Για αυτόν το λόγο η μοντελοποίησή τους δεν είναι επαρκής χρησιμοποιώντας μόνο ένα από τα δύο παραπάνω υποδείγματα. Ένα μοντέλο ARMA(p,q) δηλώνει ότι η τωρινή τιμή X_t μίας χρονοσειράς εξαρτάται γραμμικά από τις προηγούμενες τιμές της συν έναν συνδυασμό της τωρινής και των προηγούμενων τιμών ενός όρου σφάλματος λευκού θορύβου. Το μοντέλο γράφεται ως εξής [20] [22]:

$$X_t = d + a_1X_{t-1} + a_2X_{t-2} + \dots + a_pX_{t-p} - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q\varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

ή αλλιώς

$$z_t = a_1X_{t-1} + a_2X_{t-2} + \dots + a_pX_{t-p} - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q\varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

Με τη χρήση του τελεστή υστέρησης έχουμε:

$$z_t - a_1 X_{t-1} - \dots - a_p X_{t-p} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$(1 - a_1 L - \dots - a_p L^p) z_t = (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t$$

$$a_p(L) z_t = \theta_q(L) \varepsilon_t \tag{3.16}$$

Το μοντέλο ARMA(p,q) είναι στάσιμο όταν το χαρακτηριστικό πολυώνυμο (3.10) έχει ρίζες εκτός του μοναδιαίου κύκλου και ισχύει ότι $z_t = \frac{\theta_q(L)}{a_p(L)} \varepsilon_t$ και όταν το χαρακτηριστικό πολυώνυμο (3.16) έχει ρίζες εκτός του μοναδιαίου κύκλου είναι αντιστρέψιμο και ισχύει ότι $\varepsilon_t = \frac{a_p(L)}{\theta_q(L)} z_t$.

2.5 Κριτήρια Πληροφορίας

Πολλές φορές κατά την ανάλυση μίας χρονοσειράς καταλήγουμε σε πάνω από ένα πιθανά υποδείγματα που ουσιαστικά είναι σαν να έχουμε πολλές διαφορετικές εκδοχές του αποτελέσματος που ψάχνουμε. Τα κριτήρια πληροφορίας, λοιπόν, μας βοηθάνε στην επιλογή του βέλτιστου υποδείγματος που περιγράφουν μία χρονοσειρά. Τα κριτήρια αυτά βασίζονται στην απόδοση και την πολυπλοκότητα του μοντέλου. Στη συνέχεια της υποενότητας θα αναλύσουμε τα παρακάτω κριτήρια πληροφορίας [10] [20] [22]:

- Κριτήριο Πληροφορίας Akaike (Akaike Information Criterion – AIC)
- Μπεϋζιανό Κριτήριο Πληροφορίας (Bayesian Information Criterion – BIC)
- Κριτήριο Πληροφορίας Hannan – Quinn (Hannan–Quinn Information Criterion – HQ)

2.5.1 Κριτήριο Πληροφορίας Akaike

Το κριτήριο AIC αναπτύχθηκε από τον Akaike Hirotugu το 1974 και είναι ένας εκτιμητής του σφάλματος πρόβλεψης και στηρίζεται στη θεωρία της πληροφορίας. Η

τιμή του κριτηρίου από μόνης της για ένα υπόδειγμα δεν μας δίνει κάποια χρήσιμη πληροφορία, αντί αυτού συγκρίνουμε τις τιμές του κριτηρίου AIC μίας συλλογής υποδειγμάτων και επιλέγουμε αυτό με τη χαμηλότερη τιμή. Παρακάτω παρουσιάζεται η αλγεβρική περιγραφή του κριτηρίου [Akaike]:

$$AIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{n}$$

όπου $\hat{\sigma}^2$ η διακύμανση των καταλοίπων, $k=p+q+1$ είναι το πλήθος των παραμέτρων του μοντέλου και n το πλήθος των παρατηρήσεων. Όσο μεγαλώνει η τάξη του k ο όρος $\hat{\sigma}^2$ θα μικραίνει. Ο δεύτερος όρος του κριτηρίου λειτουργεί ως ποινή (penalty function), δηλαδή όταν αυξάνεται η τάξη του μοντέλου θα αυξάνεται και η τιμή της συνάρτησης.

Τέλος, δίνεται και το AICc (Corrected AIC) = $AIC + \frac{2k(k+1)}{n-k-1}$ από τους Hurvich και Tsai (1989)

2.5.2 Μπεϋζιανό Κριτήριο Πληροφορίας

Το κριτήριο BIC ή αλλιώς κριτήριο Schwarz αναπτύχθηκε από τον Gideon Schwarz το 1978 και είναι στενά συνδεδεμένο με το κριτήριο AIC. Η διαφορά του με το AIC είναι ότι το BIC έχει μεγαλύτερη ποινή όσο το μεγαλώνει πλήθος των παραμέτρων k . Αλγεβρικά περιγράφεται ως εξής:

$$BIC = n \ln(\hat{\sigma}^2) + k \ln(n)$$

Όπως και στο κριτήριο AIC η τιμή του BIC από μόνη της δεν μας παρέχει κάποια χρήσιμη πληροφορία για αυτό την χρησιμοποιούμε ως μέτρο σύγκρισης μεταξύ των υποδειγμάτων που έχουμε συλλέξει. Τέλος, όπως και στο AIC έτσι και στο BIC βέλτιστο θεωρείται το υπόδειγμα με τη χαμηλότερη τιμή BIC.

2.5.3 Κριτήριο Πληροφορίας Hannan – Quinn

Το κριτήριο πληροφορίας Hannan - Quinn (HQC) αναπτύχθηκε από τους Hannan και Quinn το 1979. Το HQC είναι ένα εναλλακτικό κριτήριο των AIC, BIC και η κεντρική του ιδέα είναι η συνέπεια στην αξιολόγηση μοντέλων σε αντίθεση με το AIC που το κύριο πρόβλημά του είναι η προσπάθεια εξισορρόπησης του «underfitting» και «overfitting». Παρακάτω δίνεται η αλγεβρική περιγραφή του κριτηρίου:

$$HQC = -2L_{max} + 2k \ln(\ln(n)),$$

όπου L_{max} η λογαριθμική πιθανοφάνεια, k το πλήθος των παραμέτρων και n το πλήθος των παρατηρήσεων.

2.6 Υποδείγματα Μεταβλητότητας

Στην καθημερινότητα ο όρος μεταβλητότητα χρησιμοποιείται για να περιγράψει τις διακυμάνσεις ενός φαινομένου. Στα οικονομικά ο όρος αυτός έχει μία διαφορετική έννοια αφού χρησιμοποιείται για να περιγράψει τον κίνδυνο, δηλαδή μία κατάσταση για την οποία γνωρίζουμε τις πιθανές της εκβάσεις αλλά και τις σχετικές πιθανότητες της κάθε έκβασης. Πιο συγκεκριμένα, στα χρηματοοικονομικά, ο κίνδυνος που εκφράζει μία μετοχή είναι η μεταβλητότητα των αποδόσεων της και εκφράζεται με τη διακύμανση (σ^2) και κατά συνέπεια την τυπική απόκλιση (σ). Η μεταβλητότητα των αποδόσεων έχει κύριο ρόλο στα χρηματοοικονομικά όπως έχει σημειωθεί και από τους Campbell, Lo και MacKinlay [15]: «... αυτό που διακρίνει τα χρηματοοικονομικά είναι ο κεντρικός ρόλος που παίζει η αβεβαιότητας τόσο στη χρηματοοικονομική θεωρία όσο και στην εμπειρική εφαρμογή όμως... Πράγματι, όταν λείπει η αβεβαιότητα τα προβλήματα των χρηματοοικονομικών περιορίζονται σε ασκήσεις βασικής μικροοικονομίας».

Η μοντελοποίηση, λοιπόν, της διακύμανσης είναι μία διαδικασία με ιδιαίτερη σημασία αφού κατά αυτόν τον τρόπο ουσιαστικά μοντελοποιούμε τον κίνδυνο που έχει μία επένδυση. Η τιμή της διακύμανσης, όπως καταλαβαίνει κανείς, δεν παραμένει σταθερή αλλά συνεχώς αλλάζει. Οι λόγοι αυξομείωσης της διακύμανσης ενός χρηματιστηριακού δείκτη μπορεί να είναι λόγω της εμφάνισης νέων πληροφοριών όσον αφορά την απόδοση του δείκτη, λόγω εξωγενών παραγόντων, εξαιτίας της προσφοράς και της ζήτησης, αλλά ακόμα και εξαιτίας κακόβουλων ενεργειών.

Αν μία ακολουθία τυχαίων μεταβλητών έχει διαφορετικές διακυμάνσεις σε συνάρτηση με το χρόνο τότε ονομάζεται ετεροσκεδαστική, ενώ όταν η διακύμανση παραμένει ίδια η ακολουθία ονομάζεται ομοσκεδαστική.

Επιπροσθέτως, όλα τα μοντέλα που συζητήθηκαν στην υποενότητα 3.5 είναι γραμμικά στη φύση τους, ενώ όπως αναφέρουν οι Campbell, Lo και MacKinlay [15] οι μη-γραμμικότητες παίζουν σημαντικότερο ρόλο στον οικονομικό κόσμο. Για παράδειγμα, οι αποδόσεις των δικαιωμάτων προαίρεσης είναι μη-γραμμικές, η επιθυμία των επενδυτών, όμως, να πραγματοποιήσουν συναλλαγές και να ρισκάρουν παρέχει σαφή κίνητρα για την εξέταση μη-γραμμικών μοντέλων προκειμένου να αποτυπωθούν καλύτερα τα χαρακτηριστικά των δεδομένων. Στη συνέχεια θα μελετήσουμε μοντέλα τα οποία είναι γραμμικά όσον αφορά τον μέσο όρο και μη-γραμμικά όσον αφορά τη διακύμανση. Τα μοντέλα αυτά ανήκουν στην οικογένεια GARCH [23].

Τέλος, η μεταβλητότητα χρηματιστηριακών δεικτών (ή γενικότερα οι τιμές κλεισίματος ενός δείκτη) μπορούν να χρησιμοποιηθούν απευθείας στον τύπο Black-Scholes για τον υπολογισμό δικαιωμάτων προαίρεσης. Τελικός στόχος της παρούσας εργασίας είναι ο υπολογισμός ενός δικαιώματος αγοράς για ένα Bitcoin.

2.6.1 Υποδείγματα της οικογένειας ARCH/GARCH

Το Υπόδειγμα Αυτοπαλίνδρομης Υπο-συνθήκης Ετεροσκεδαστικότητας ή αλλιώς ARCH (Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity model) προτάθηκε από τον Engle το 1982 με στόχο την μοντελοποίηση της διακύμανσης. Το μοντέλο GARCH (Generalized Auto Regressive Heteroskedasticity model) αποτελεί επέκταση του ARCH και προτάθηκε από τον Bollerslev το 1986, ο οποίος ήταν μαθητής του Engle. Το GARCH είναι μία γενικευμένη μορφή του ARCH [5] [15] [20] [22] [23].

2.6.2 Υποδείγματα ARCH

Το υπόδειγμα ARCH(p) γράφεται ως εξής [22] [23]:

$$r(t) = \mu_t + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (3.17)$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + a_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (3.18)$$

Αφού η υπο-συνθήκη διακύμανση είναι ένας όρος μη αρνητικός όλες οι παράμετροι πρέπει να είναι μη αρνητικές, δηλαδή $a_i \geq 0 \forall i = 0, 1, 2, \dots, p$.

Παρόλο που τα υποδείγματα ARCH ήταν μία σημαντική πρόοδος όσον αφορά τις χρονοσειρές, τα ίδια τα μοντέλα σπάνια έχουν χρησιμοποιηθεί την τελευταία τουλάχιστον δεκαετία καθώς παρουσιάζουν κάποιες δυσκολίες. Κάποιες από αυτές δίνονται παρακάτω:

- I. Η τιμή του q , δηλαδή το πλήθος των υστερήσεων του σφάλματος, μπορεί να είναι πολύ μεγάλη με αποτέλεσμα το μοντέλο της διακύμανσης να μην είναι ικανοποιητικό.
- II. Όσο περισσότερες παράμετροι τόσο μεγαλύτερη η πιθανότητα κάποια από αυτές να είναι αρνητική, γεγονός που πάει κόντρα στους περιορισμούς.

2.6.3 Υποδείγματα GARCH

Το μοντέλο GARCH, όπως αναφέραμε και παραπάνω, αναπτύχθηκε από τον Bollerslev το 1986 μαθητή του Engle και η διαφορά του με το ARCH είναι ότι η υπο-συνθήκη διακύμανση ορίζεται ως γραμμικός συνδυασμός των σφαλμάτων αλλά και των προηγούμενων διακυμάνσεων. Η γενική μορφή του GARCH(p, q) γράφεται ως εξής:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q b_j \sigma_{t-j}^2. \quad (3.19)$$

Η απλούστερη μορφή του μοντέλου είναι η GARCH(1,1) και γράφεται ως εξής:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + b_1 \sigma_{t-1}^2.$$

Απαιτείται οι παράμετροι της παραπάνω εξίσωσης να είναι μη αρνητικοί.

Παρακάτω παρουσιάζουμε γιατί ένα μοντέλο GARCH(1,1) είναι πάντα καλύτερο από ένα μοντέλο ARCH(1,1). Έχουμε:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + b_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (3.20)$$

$$\sigma_{t-1}^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-2}^2 + b_1 \sigma_{t-2}^2 \quad (3.21)$$

$$\sigma_{t-2}^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-3}^2 + b_1 \sigma_{t-3}^2 \quad (3.22)$$

Με αντικατάσταση των (3.21) και (3.22) στην (3.20) και μετά από πράξεις έχουμε:

$$\sigma_t^2 = a_0(1 + b + b^2) + a_1 \varepsilon_{t-1}^2(1 + bL + b^2L^2) + b^3 \sigma_{t-3}^2$$

Και με άπειρες αντικαταστάσεις έχουμε τελικά:

$$\sigma_t^2 = a_0(1 + b + b^2 + \dots) + a_1 \varepsilon_{t-1}^2(1 + bL + b^2L^2 + \dots) + b^\infty \sigma_0^2 \quad (3.23)$$

Ο πρώτος όρος της (3.23) είναι ουσιαστικά μία παράμετρος και καθώς οι υστερήσεις τείνουν στο άπειρο ο όρος b^∞ τείνει στο μηδέν. Για αυτόν το λόγο το μοντέλο GARCH(1,1) μπορεί να γραφτεί και με τον εξής τρόπο:

$$\sigma_t^2 = \gamma_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2(1 + bL + b^2L^2 + \dots) = \gamma_0 + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots,$$

το οποίο είναι ένα ARCH μοντέλο με άπειρες υστερήσεις. Το μοντέλο GARCH(1,1), λοιπόν, έχοντας μόνο 3 υστερήσεις είναι πολύ καλύτερο μοντέλο από το ARCH(1,1).

Τέλος, το μοντέλο GARCH(1,1) είναι αρκετό για να περιγράψει τη συσσώρευση της μεταβλητότητας των δεδομένων και σπανίως θα χρειαστεί να χρησιμοποιηθεί ή και να ερευνηθεί μοντέλο υψηλότερης τάξης [5].

Σε αυτό το σημείο να σημειωθεί ότι όταν χρησιμοποιούμε το υπόδειγμα sGARCH (standard GARCH) θα αναφερόμαστε στο υπόδειγμα GARCH.

Στην έρευνα που θα παρουσιάσουμε στο Κεφάλαιο 4 για την μοντελοποίηση της μεταβλητότητας των τεσσάρων μεγαλύτερων κρυπτονομισμάτων κατά κεφαλαϊακή αξία κρίθηκε απαραίτητο να συγκρίνουμε τα υποδείγματα sGARCH(Standard GARCH), iGARCH (Integrated GARCH), eGARCH (Exponential GARCH), gjrGARCH (Threshold GARCH), csGARCH (Component sGARCH) και fiGARCH (Fractionally Integrated GARCH) από την οικογένεια των υποδειγμάτων GARCH με σκοπό να ερευνήσουμε ποιο περιγράφει καλύτερα την μεταβλητότητα αυτών των κρυπτονομισμάτων. Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα GARCH που θα μελετήσουμε [13]:

- I. **sGARCH:** Το υπόδειγμα sGARCH ή αλλιώς Standard GARCH είναι ουσιαστικά ίδιο με το (3.17) και δίνεται από τον εξής τύπο:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^q a_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p b_j \sigma_{t-j}^2,$$

όπου ω ο σταθερός όρος. Οι παράμετροι a_j και b_j είναι οι παράμετροι του υποδείγματος ARCH(p) και GARCH(q) αντίστοιχα και ε_{t-j} το σφάλμα των προηγούμενων περιόδων. Όπως αναφέραμε νωρίτερα τα υποδείγματα GARCH είναι ικανά να περιγράψουν τη συσσώρευση μεταβλητότητας, η οποία μπορεί να ποσοτικοποιηθεί μέσω της παραμέτρου \hat{P} . Η παράμετρος \hat{P} στο υπόδειγμα sGARCH ισούται με:

$$\hat{P} = \sum_{j=1}^q a_j + \sum_{j=1}^p b_j.$$

Τέλος, πρέπει $\omega, a_j, b_j > 0$ και $a_j + b_j < 1$.

- II. **iGARCH:** Το υπόδειγμα iGARCH ή αλλιώς Integrated GARCH υποθέτει ότι η συσσώρευση μεταβλητότητας $\hat{P} = 1$ και δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_t^2 = \omega + (1 - \beta)\varepsilon_t^2 + \beta\sigma_t^2,$$

όπου ε_t είναι iid(0, σ^2).

III. **eGARCH**: Το υπόδειγμα eGARCH ή αλλιώς Exponential GARCH αναπτύχθηκε από τον Nelson το 1991 και δίνεται από τον τύπο:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{j=1}^q (a_j \left| \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}} \right| + \gamma_j \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}}) + \sum_{j=1}^p b_j \ln(\sigma_{t-j}^2),$$

όπου ω είναι ο σταθερός όρος, το ε_{t-j} είναι τα σφάλματα των προηγούμενων περιόδων, a_j παράμετρος ARCH, b_j παράμετρος GARCH και γ_j η ασύμμετρη σχέση μεταξύ ε_{t-j} και σ_{t-j} (leverage effect term). Τέλος, αν $\gamma=0$ έχουμε συμμετρία.

Το μοντέλο eGARCH δεν απαιτεί περιορισμούς στις παραμέτρους, διότι η διακύμανση θα είναι πάντα θετική αφού στην εξίσωση παίρνουμε τη λογαριθμική διακύμανση, το οποίο είναι και το κύριο πλεονέκτημα αυτού του υποδείγματος. Τέλος η συσσώρευση μεταβλητότητας δίνεται από τον τύπο:

$$\hat{P} = \sum_{j=1}^p b_j.$$

IV. **gjrGARCH**: Το μοντέλο gjrGARCH ή αλλιώς Threshold GARCH αναπτύχθηκε από τους Glosten, Jagannathan και Runkle το 1986. Το gjrGARCH μοντελοποιεί θετικά και αρνητικά «σοκ» στην υπό συνθήκη διακύμανση μέσω της χρήσης της συνάρτησης I, η οποία παίρνει τιμή 1 όταν $\varepsilon \leq 0$, διαφορετικά παίρνει την τιμή 0. Παρακάτω δίνεται ο τύπος:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^q (a_j \varepsilon_{t-j}^2 + \gamma_j I_{t-j} \varepsilon_{t-j}^2) + \sum_{j=1}^p b_j \sigma_{t-j}^2,$$

όπου το γ_j τώρα αντιπροσωπεύει τον όρο μόχλευσης και $\omega, a_j, b_j, \gamma_j > 0$. Η συσσώρευση μεταβλητότητας ποσοτικοποιείται με τη βοήθεια του παρακάτω τύπου:

$$\hat{P} = \sum_{j=1}^q a_j + \sum_{j=1}^p b_j + \sum_{j=1}^q \gamma_j \kappa,$$

όπου κ η αναμενόμενη τιμή των τυποποιημένων σφαλμάτων κάτω από το μηδέν (ουσιαστικά η πιθανότητα να είναι κάτω από το μηδέν), δηλαδή:

$$\kappa = E[I_{t-j} z_{t-j}^2] = \int_{-\infty}^0 f(z, 0, 1, \dots) dz.$$

- V. csGARCH:** Το μοντέλο csGARCH ή αλλιώς Component sGARCH αναπτύχθηκε από τους Engle και Lee το 1999 και αυτό που κάνει είναι να αποσυνθέτει την υπό συνθήκη διακύμανση σε μία μόνιμη και μεταβατική συνιστώσα ώστε να διερευνηθούν οι μακροπρόθεσμες και βραχυπρόθεσμες κινήσεις της μεταβλητότητας. Έχουμε:

$$\sigma_t^2 = q_t + \sum_{j=1}^q a_j (\varepsilon_{t-j}^2 - q_{t-j}) + \sum_{j=1}^p b_j (\sigma_{t-j}^2 - q_{t-j})$$

όπου $q_t = a_0 + \rho q_{t-1} + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2)$ και ρ, ϕ παράμετροι.

- VI. fiGARCH:** Το μοντέλο fiGARCH ή αλλιώς Fractionally Integrated GARCH αναπτύχθηκε από τους Baillie, Bollerslev και Mikkelsen και είναι μία τυπική προσέγγιση για την μελέτη της μακράς μνήμης της μεταβλητότητας. Ο τύπος του υποδείγματος δίνεται παρακάτω:

$$\sigma_t^2 = \omega + \{\varepsilon_t^2 - b(L)\varepsilon_t^2 - (1-L)^d \varepsilon_t^2 + a(L)(1-L)^d \varepsilon_t^2\} + b(L)\sigma_t^2,$$

όπου L τελεστής υστέρησης και $a(L) = \sum_{i=1}^q a_i L^i$, $b(L) = \sum_{j=1}^p b_j L^j$.

Τέλος, τα παραπάνω υποδείγματα θα μοντελοποιηθούν χρησιμοποιώντας την κατανομή Student, την γενικευμένη κανονική κατανομή ή αλλιώς Generalized Error Distribution (GED) και την αντίστροφη κανονική κατανομή ή αλλιώς Normal Inverse Gaussian (NIG). Χρησιμοποιήσαμε τις παραπάνω κατανομές λόγω του ότι τα κατάλοιπα των λογαριθμικών αποδόσεων δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή και της παρουσίας μεγάλης κύρτωσης που οδηγεί στην εμφάνιση παχιών ουρών.

2.7 Μοντέλο Black–Scholes

2.7.1 Εισαγωγή

Το μοντέλο Black–Scholes αναπτύχθηκε από τους Black, Scholes και Merton το 1973. Ο τίτλος του άρθρου ήταν «The Pricing of Options and Corporate Liabilities» και δημοσιολογήθηκε στο «Journal of Political Economy». Λίγο μετά ο Merton έγραψε μία εργασία επεκτείνοντας το μοντέλο των Black–Scholes που οδήγησε σε μία έκρηξη στις συναλλαγές δικαιωμάτων προαίρεσης.

Η μερική διαφορική εξίσωση Black–Scholes πρέπει να ικανοποιείται από την τιμή του χρηματοοικονομικού παραγώγου σε όλη τη διάρκεια της ζωής του. Η γενική ιδέα του μοντέλου είναι η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου με μηδενικό κίνδυνο το οποίο αποτελείται από ένα δικαίωμα προαίρεσης και την υποκείμενη μετοχή, με επιχείρημα ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου σε σύντομο χρονικό διάστημα θα έχει μηδενικό κίνδυνο αφού το κέρδος ή η ζημία της μίας θέσης θα ισορροπείται από το κέρδος ή τη ζημία της άλλης θέσης [14].

Οι υποθέσεις που χρησιμοποιούμε για να εξάγουμε τη διαφορική εξίσωση Black-Scholes σύμφωνα με τον John C. Hull είναι οι εξής:

- I. Η τιμή της μετοχής συγκλίνει σε μία γεωμετρική κίνηση Brown ($\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$) με σταθερό μ και σ .
- II. Επιτρέπεται η ανοιχτή πώληση χρεογράφων με κανέναν περιορισμό.
- III. Δεν υπάρχουν έξοδα συναλλαγής ή φόροι.
- IV. Δεν υπάρχουν μερίσματα κατά τη διάρκεια ζωής του παραγωγού.
- V. Δεν υπάρχει ευκαιρία κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο.
- VI. Οι συναλλαγές υποκείμενων αγαθών είναι συνεχής.
- VII. Το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο r είναι σταθερό και ίδιο για όλους του χρόνους ωρίμανσης.

2.7.2 Διαφορική εξίσωση Black-Scholes

Έστω χαρτοφυλάκιο αξίας V με ένα δικαίωμα αγοράς και μία θέση πώλησης γ υποκείμενων μετοχών. Το δικαίωμα αγοράς αποτελεί συνάρτηση της τιμής S της μετοχής και του χρόνου και την ορίζουμε ως $f_t = f(S, t)$. Άρα η αξία του χαρτοφυλακίου σε μία χρονική στιγμή t είναι [5] [20] [22] [26]:

$$V_t = f_t - \gamma S$$

και η μεταβολή του χαρτοφυλακίου:

$$dV_t = df_t - \gamma dS. \tag{3.24}$$

Η τιμή του δικαιώματος αγοράς σύμφωνα με το λήμμα $\hat{I}to$ δίνεται από τη σχέση:

$$df = \left(\frac{df}{dt} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{d^2 f}{dS^2} \right) dt + \frac{df}{dS} dS \tag{3.25}$$

όπου σ η ετήσια μεταβλητότητα της μετοχής. Με αντικατάσταση της (3.25) στην (3.24) έχουμε:

$$dV_t = \left(\frac{df}{dt} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{d^2f}{dS^2} \right) dt + \frac{df}{dS} dS - \gamma dS. \quad (3.26)$$

Ο όρος dS πρέπει να εξαλειφθεί από την εξίσωση (3.26) διότι είναι ο μοναδικός όρος που εισάγει αβεβαιότητα. Αυτό συμβαίνει διότι, όπως αναφέραμε νωρίτερα, η τιμή της μετοχής ακολουθεί γεωμετρική κίνηση Brown άρα θα ισχύει $dS_t = \mu S_t dt + \sigma X_t dW_t$, $dW_t \sim N(0, dt)$. Θέτουμε $\gamma = \frac{df}{dS}$ και η (3.26) γίνεται:

$$dV = \frac{df}{dS} dt + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{d^2f}{dS^2} dt \quad (3.27)$$

Αφού το χαρτοφυλάκιο έχει την ίδια απόδοση με μία επένδυση με μηδενικό κίνδυνο, ορίζουμε r το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και θεωρούμε αρχικό ποσό V_0 που ανατοκίζεται συνεχώς. Έτσι έχουμε:

$$V_t = V_0 e^{rt} \Rightarrow \frac{dV_t}{dt} = r V_0 e^{rt} \Rightarrow dV_t = r V_t dt. \quad (3.28)$$

Εξισώνοντας τις (3.24), (3.27) και (3.28) παίρνουμε την μερική διαφορική εξίσωση Black-Scholes:

$$\frac{df}{dt} + rS \frac{df}{dS} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{d^2f}{dS^2} = rf. \quad (3.29)$$

Το παράγωγο που προκύπτει όταν λυθεί η εξίσωση εξαρτάται από τις οριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται.

Στην περίπτωση ενός Ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς η οριακή συνθήκη είναι η:

$$f = \max(S - K, 0) \text{ όταν } t = T.$$

Στην περίπτωση ενός Ευρωπαϊκού δικαιώματος πώλησης η οριακή συνθήκη είναι η:

$$f = \max(K - S, 0) \text{ όταν } t = T.$$

Και στις δύο περιπτώσεις το K είναι η τιμή εξάσκησης.

2.7.3 Δικαιώματα Πώλησης και Αγοράς Black-Scholes-Merton

Οι λύσεις της (3.26) είναι οι γνωστές συναρτήσεις για την τιμολόγηση Ευρωπαϊκών δικαιωμάτων πώλησης (put) και αγοράς (call) και δίνονται παρακάτω [5] [20] [22] [26]:

$$p = Ke^{-rT}N(d_2) - S(t)N(-d_1)$$

και

$$c = S(t)N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2),$$

όπου $S(t)$ είναι η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή t , K η τιμή εξάσκησης, σ η μεταβλητότητα της μετοχής, r το επιτόκιο με μηδενικό κίνδυνο, N η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για μία μεταβλητή με τυποποιημένη κανονική κατανομή και T ο χρόνος λήξης. Παρακάτω δίνονται τα d_1 και d_2 :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

Τέλος, ο όρος $N(d_2)$ είναι η πιθανότητα η τιμή της μετοχής να ξεπεράσει την τιμή εξάσκησης, δηλαδή με λίγα λόγια είναι η πιθανότητα εξάσκησης του δικαιώματος.

3. Εφαρμογή Μεθοδολογίας

3.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο 3 είδαμε βασικές έννοιες των χρονοσειρών και ιδιότητές τους και στη συνέχεια παρουσιάσαμε την μεθοδολογία που θα ακολουθήσουμε παρακάτω. Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι η εφαρμογή της μεθοδολογίας του 3^{ου} Κεφαλαίου. Ειδικότερα θα μοντελοποιήσουμε την μεταβλητότητα των τεσσάρων μεγαλύτερων κρυπτονομισμάτων κατά κεφαλαιακή αξία και, τέλος, θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση Black-Scholes για να τιμολογήσουμε ένα δικαίωμα αγοράς ενός Bitcoin με χρόνο ωρίμανσης 8 μηνών.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα βήματα που θα ακολουθήσουμε:

- I. Παρουσίαση Δείγματος.
- II. Περιγραφική στατιστική δείγματος.
- III. Έλεγχος στασιμότητας τιμών κλεισίματος.

- IV. Παρουσίαση λογαριθμικών αποδόσεων και έλεγχος στασιμότητας.
- V. Περιγραφική στατιστική λογαριθμικών αποδόσεων.
- VI. Εκτίμηση υποδείγματος μέσου όρου.
- VII. Εκτίμηση υποδείγματος διακύμανσης εφόσον έχουμε ελέγξει την ύπαρξη υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας στα κατάλοιπα (ARCH Effects).
- VIII. Διαγνωστικός έλεγχος καταλοίπων για να σιγουρευτούμε ότι το υπόδειγμα στο οποίο καταλήξαμε είναι ικανοποιητικό.
- IX. Σύγκριση διαγραμμάτων μεταβλητότητας μεταξύ των μοντέλων που εκτιμήσαμε.
- X. Χρήση εξίσωσης Black-Scholes για την τιμολόγηση του δικαιώματος αγοράς.

3.2 Παρουσίαση Δείγματος

Τα δεδομένα που θα χρησιμοποιήσουμε σε αυτή τη μελέτη είναι οι ημερήσιες τιμές κλεισίματος των τεσσάρων μεγαλύτερων κρυπτονομισμάτων κατά κεφαλαϊακή αξία, τα οποία είναι το Bitcoin (BTC), το Ethereum (ETH), το Litecoin (LTC) και το Ripple (XRP). Επιλέξαμε να μελετήσουμε την τιμή κλεισίματος διότι αντικατοπτρίζει όλες τις δραστηριότητες κάθε κρυπτονομίσματος για κάθε trading day. Οι ημερήσιες τιμές κλεισίματος και για τα 4 κρυπτονομίσματα αφορούν την περίοδο 01-01-2016 έως 31-12-2021 και αντλήθηκαν από τον ιστότοπο <https://finance.yahoo.com>. Για την αποφυγή σύγχυσης κατά την παρουσίαση κώδικα παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τις ονομασίες των χρονοσειρών για κάθε κρυπτονομίσμα.

| | Τιμές κλεισίματος | Λογαριθμικές Αποδόσεις |
|----------|-------------------|------------------------|
| Bitcoin | closebtc | rbtc |
| Ethereum | closeeth | reth |
| Litecoin | closebtc | rltc |
| Ripple | closexrp | rxrp |

3.2.1 Bitcoin

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τα κυριότερα χαρακτηριστικά των τιμών κλεισίματος του Bitcoin.

| Bitcoin | |
|--------------|----------|
| Mean | 12990.6 |
| Median | 7387.7 |
| Maximum | 67549.7 |
| Minimum | 365.1 |
| 1st Qu. | 2576.5 |
| 3rd Qu. | 11350.9 |
| Std. Dev. | 16468.39 |
| Skewness | 1.761236 |
| Kurtosis | 4.852238 |
| Observations | 2192 |

Διαπιστώνουμε ότι οι τιμές κλεισίματος του Bitcoin ακολουθούν κατανομή με θετική ασυμμετρία (ασυμμετρία δεξιά) αφού η τιμή της ασυμμετρίας είναι 1.761236 που υποδεικνύει ότι δεν ακολουθούν κανονική-τυπική κατανομή. Αναφορικά με την κατανομή της σειράς διεξάγουμε τον έλεγχο Shapiro – Wilk normality test καταλήγοντας στο ίδιο συμπέρασμα, αφού η τιμή p-value είναι μικρότερη από 0.05 που είναι και το επιλεγμένο επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας (95%). Παρακάτω παρουσιάζουμε το Shapiro – Wilk normality test:

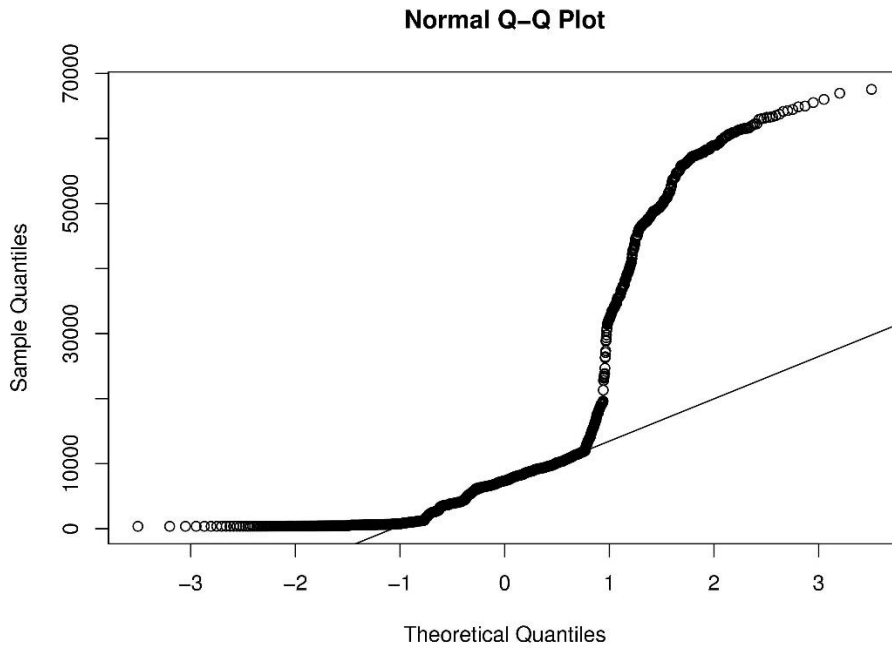
```
> shapiro.test(closebtc)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  closebtc
W = 0.70109, p-value < 2.2e-16
```

Εικόνα 9 Shapiro - Wilk Normality Test

Εναλλακτικά παρατηρώντας το παρακάτω διάγραμμα παίρνουμε ξανά τα ίδια αποτελέσματα.



Εικόνα 10 Bitcoin qqplot

Τέλος, παρατηρούμε ότι η τιμή της κύρτωσης είναι μεγαλύτερη από 3 που σημαίνει ότι η κατανομή μας είναι λεπτόκυρτη, με αποτέλεσμα η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων γεγονότων να είναι μεγαλύτερη σε σύγκριση με μία κατανομή η οποία είναι μεσόκυρτη (κανονική).

3.2.2 Ethereum

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τα κυριότερα χαρακτηριστικά των τιμών κλεισίματος του Ethereum.

| Ethereum | |
|----------|---------|
| Mean | 662.88 |
| Median | 228.78 |
| Maximum | 4811.16 |
| Minimum | 0.92 |

| | |
|--------------|----------|
| 1st Qu. | 115.77 |
| 3rd Qu. | 554.65 |
| Std. Dev. | 1055.485 |
| Skewness | 2.224547 |
| Kurtosis | 7.005923 |
| Observations | 2192 |

Διαπιστώνουμε ότι οι τιμές κλεισίματος του Ethereum ακολουθούν κατανομή με θετική ασυμμετρία (ασυμμετρία δεξιά) αφού η τιμή της ασυμμετρίας είναι 2.224547 που υποδεικνύει ότι δεν ακολουθούν κανονική-τυπική κατανομή. Αναφορικά με την κατανομή της σειράς διεξάγουμε τον έλεγχο Shapiro – Wilk normality test καταλήγοντας στο ίδιο συμπέρασμα. Παρακάτω παρουσιάζουμε το Shapiro – Wilk normality test:

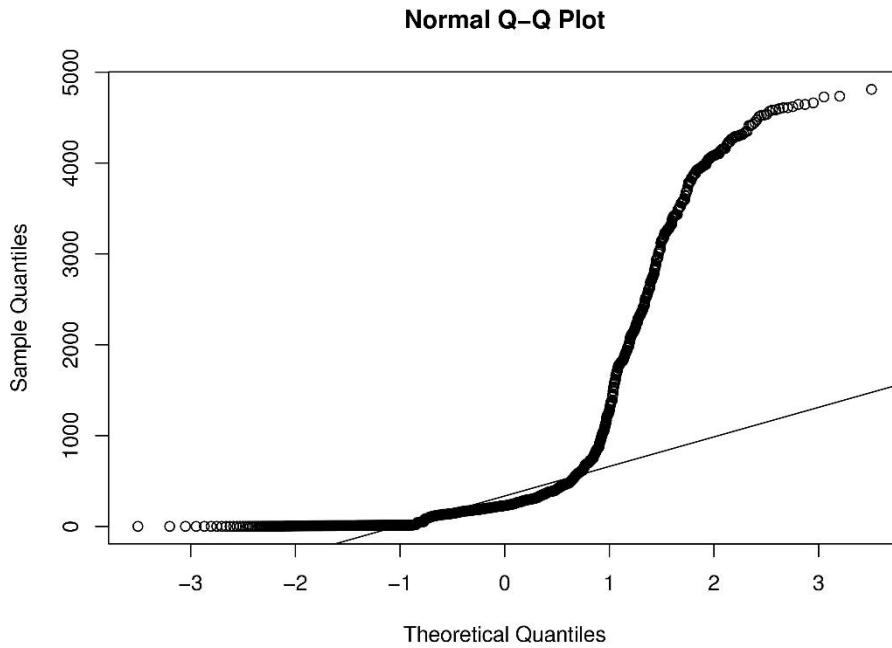
```
> shapiro.test(closeeth)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  closeeth
W = 0.62442, p-value < 2.2e-16
```

Εικόνα 11 Shapiro - Wil Normality Test

Εναλλακτικά παρατηρώντας το παρακάτω διάγραμμα παίρνουμε ξανά τα ίδια αποτελέσματα.



Εικόνα 12 Ethereum qqplot

Τέλος, παρατηρούμε ότι η τιμή της κύρτωσης είναι μεγαλύτερη από 3 που σημαίνει ότι η κατανομή μας είναι λεπτόκυρτη, με αποτέλεσμα η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων γεγονότων να είναι μεγαλύτερη σε σύγκριση με μία κατανομή η οποία είναι μεσόκυρτη (κανονική).

3.2.3 Litecoin

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τα κυριότερα χαρακτηριστικά των τιμών κλεισίματος του Litecoin.

| Litecoin | |
|----------|---------|
| Mean | 78.520 |
| Median | 56.376 |
| Maximum | 386.451 |
| Minimum | 2.997 |

| | |
|--------------|----------|
| 1st Qu. | 30.880 |
| 3rd Qu. | 120.380 |
| Std. Dev. | 71.45338 |
| Skewness | 1.188176 |
| Kurtosis | 4.054237 |
| Observations | 2192 |

Από τον παραπάνω πίνακα διαπιστώνουμε ότι οι τιμές κλεισίματος του Litecoin ακολουθούν κατανομή με θετική ασυμμετρία (ασυμμετρία δεξιά) αφού η τιμή της ασυμμετρίας είναι 1.188176 που υποδεικνύει ότι δεν ακολουθούν κανονική-τυπική κατανομή. Αναφορικά με την κατανομή της σειράς διεξάγουμε τον έλεγχο Shapiro - Wilk normality test καταλήγοντας στο ίδιο συμπέρασμα. Παρακάτω παρουσιάζουμε το Shapiro - Wilk normality test:

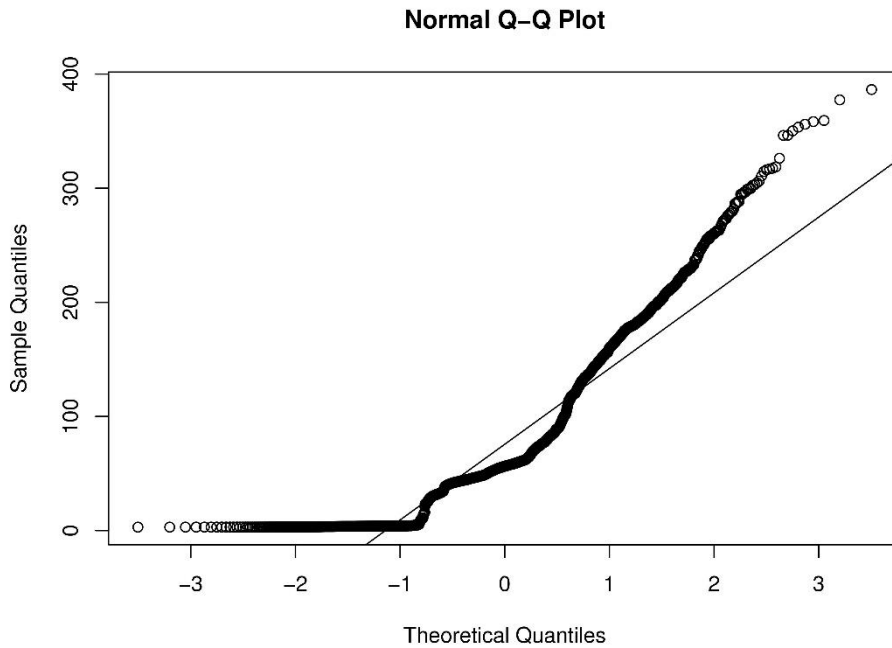
```
> shapiro.test(closeltc)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  closeltc
W = 0.8741, p-value < 2.2e-16
```

Εικόνα 13 Shapiro - Wilk Normality Test

Εναλλακτικά παρατηρώντας το παρακάτω διάγραμμα παίρνουμε ξανά τα ίδια αποτελέσματα.



Εικόνα 14 Litecoin qqplot

Τέλος, παρατηρούμε ότι η τιμή της κύρτωσης είναι μεγαλύτερη από 3 που σημαίνει ότι η κατανομή μας είναι λεπτόκυρτη, με αποτέλεσμα η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων γεγονότων να είναι μεγαλύτερη σε σύγκριση με μία κατανομή η οποία είναι μεσόκυρτη (κανονική).

3.2.4 Ripple

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τα κυριότερα χαρακτηριστικά των τιμών κλεισίματος του Ripple.

| Ripple | |
|-----------|-----------|
| Mean | 0.3815 |
| Median | 0.2764 |
| Maximum | 2.7800 |
| Minimum | 0.0040 |
| 1st Qu. | 0.1771 |
| 3rd Qu. | 0.4868 |
| Std. Dev. | 0.3833459 |

| | |
|--------------|----------|
| Skewness | 1.853019 |
| Kurtosis | 7.867358 |
| Observations | 2191 |

Από τον παραπάνω πίνακα διαπιστώνουμε ότι οι τιμές κλεισίματος του Ripple ακολουθούν κατανομή με θετική ασυμμετρία (ασυμμετρία δεξιά) αφού η τιμή της ασυμμετρίας είναι 1.853019 που υποδεικνύει ότι δεν ακολουθούν κανονική-τυπική κατανομή. Αναφορικά με την κατανομή της σειράς διεξάγουμε τον έλεγχο Shapiro – Wilk normality test καταλήγοντας στο ίδιο συμπέρασμα. Παρακάτω παρουσιάζουμε το Shapiro – Wilk normality test.

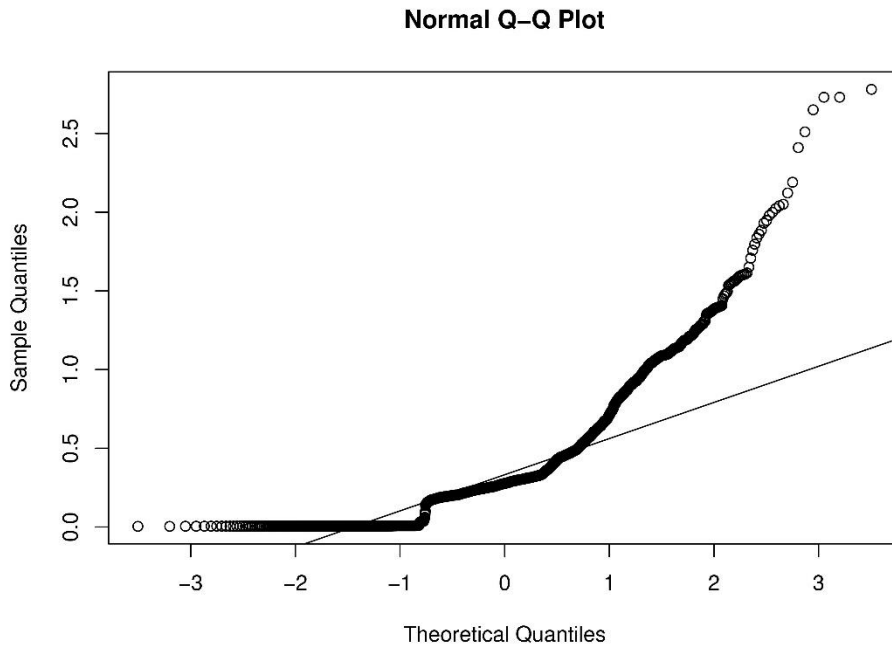
```
> shapiro.test(closexrp)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  closexrp
W = 0.81899, p-value < 2.2e-16
```

Εικόνα 15 Shapiro - Wilk Normality Test

Εναλλακτικά παρατηρώντας το παρακάτω διάγραμμα παίρνουμε ξανά τα ίδια αποτελέσματα.

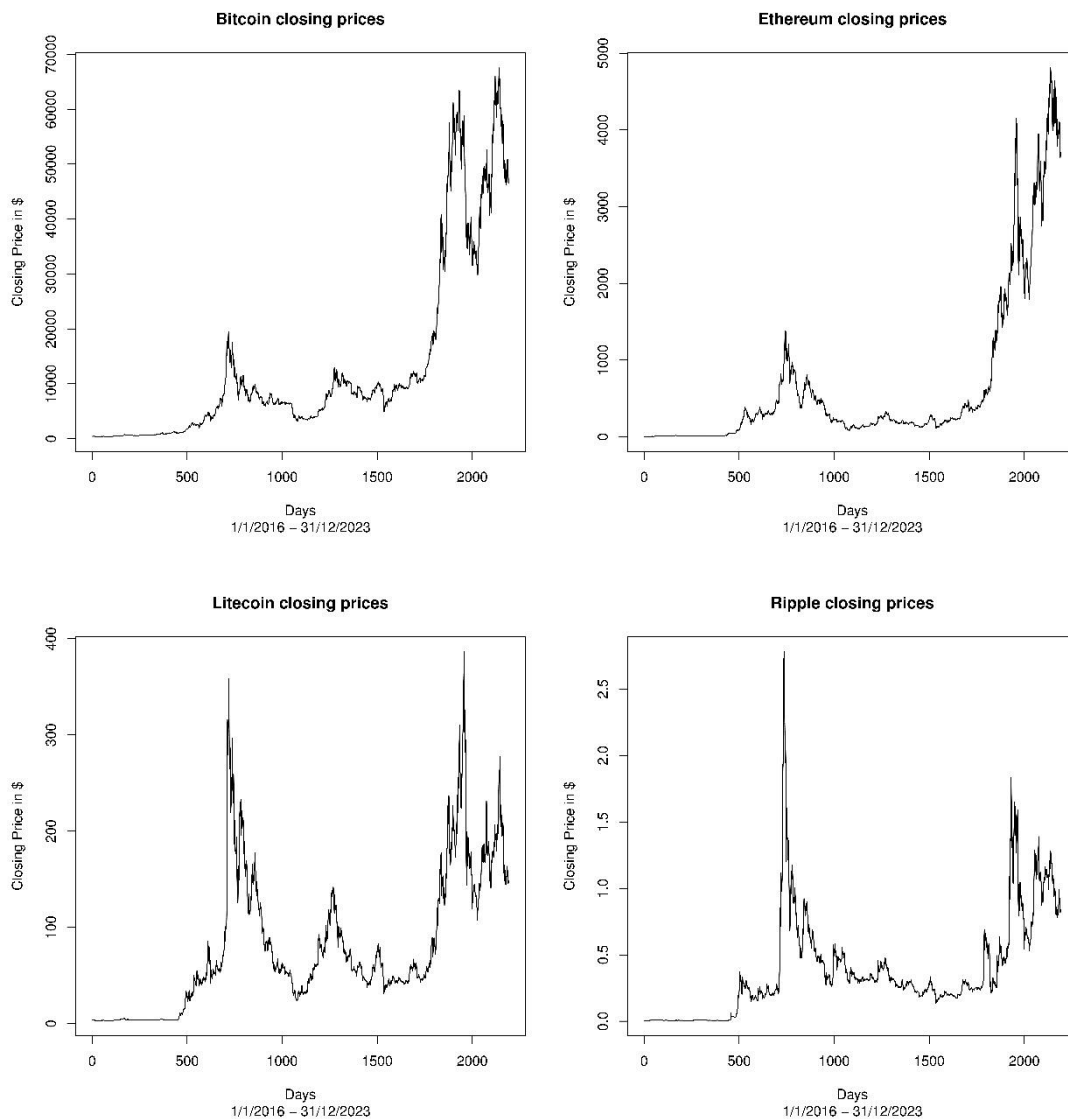


Εικόνα 16 Ripple qqplot

Τέλος, παρατηρούμε ότι η τιμή της κύρτωσης είναι μεγαλύτερη από 3 που σημαίνει ότι η κατανομή μας είναι λεπτόκυρτη, με αποτέλεσμα η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων γεγονότων να είναι μεγαλύτερη σε σύγκριση με μία κατανομή η οποία είναι μεσόκυρτη (κανονική).

3.3 Έλεγχος Στασιμότητας

Το πρώτο βήμα πριν ξεκινήσουμε την ανάλυση είναι ο έλεγχος της στασιμότητας των χρονοσειρών των ημερήσιων τιμών κλεισίματος των τεσσάρων κρυπτονομισμάτων, καθώς τα υποδείγματα που θα χρησιμοποιήσουμε απαιτούν τη χρήση στάσιμων μεταβλητών. Παρακάτω παρατηρούμε τα διαγράμματα των ημερήσιων τιμών κλεισίματος.



Εικόνα 17 Διαγράμματα τιμών κλεισίματος σε δολάρια για την περίοδο 1/1/2016 έως 31/12/2021 – Bitcoin, Ethereum, Litecoin και Ripple αντίστοιχα

Κάνοντας έναν οπτικό έλεγχο φαίνεται από τα διαγράμματα ότι καμία από τις χρονοσειρές δεν είναι στάσιμη. Αυτό μπορεί να διαπιστωθεί και με τον επαυξημένο έλεγχο Dickey – Fuller (ADF test) που θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια.

```

> adf.test(closebtc)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: closebtc
Dickey-Fuller = -1.8517, Lag order = 12, p-value = 0.6411
alternative hypothesis: stationary

> adf.test(closeitc)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: closeitc
Dickey-Fuller = -3.0817, Lag order = 12, p-value = 0.1204
alternative hypothesis: stationary

> adf.test(closexrp)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: closexrp
Dickey-Fuller = -3.475, Lag order = 12, p-value = 0.04469
alternative hypothesis: stationary

> adf.test(closeeth)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: closeeth
Dickey-Fuller = -0.84601, Lag order = 12, p-value = 0.9575
alternative hypothesis: stationary

```

Εικόνα 18 ADF test και για τα τέσσερα κρυπτονομίσματα

Σύμφωνα με τον επαυξημένο έλεγχο Dickey – Fuller φαίνεται ότι η μηδενική υπόθεση (H_0 : η χρονοσειρά έχει μοναδιαία ρίζα και άρα είναι στάσιμη) δεν απορρίπτεται, άρα και οι τέσσερις χρονοσειρές δεν είναι στάσιμες.

3.4 Παρουσίαση Λογαριθμικών Αποδόσεων

Όπως αναφέραμε νωρίτερα στο 3^ο Κεφάλαιο, για να μετατρέψουμε μία στάσιμη χρονοσειρά σε μη-στάσιμη υπάρχουν διάφοροι τρόποι. Στη συνέχεια θα μετασχηματίσουμε τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος σε λογαριθμικές διαφορές ή αλλιώς λογαριθμικές αποδόσεις με σκοπό τη στασιμότητα. Τέλος, μετά τον μετασχηματισμό θα ελέγξουμε οπτικά αλλά και με τη βοήθεια του επαυξημένου ελέγχου Dickey – Fuller τη στασιμότητά τους.

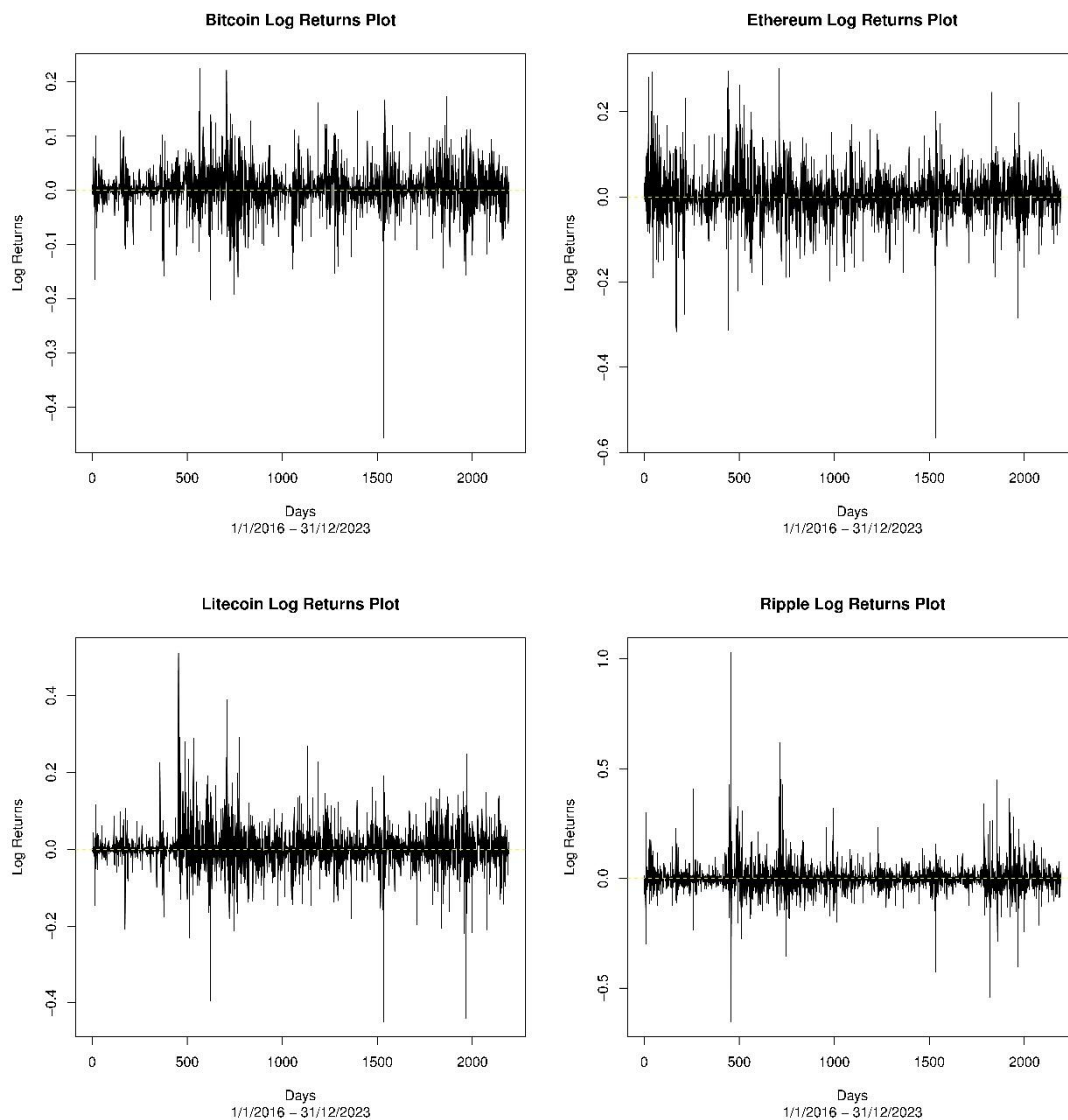
Η σειρά των λογαριθμικών αποδόσεων ορίζεται ως εξής:

$$r_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1}),$$

όπου S_t η τιμή της χρονοσειράς τη χρονική στιγμή t .

3.4.1 Έλεγχος Στασιμότητας Λογαριθμικών Αποδόσεων

Στο παρακάτω διάγραμμα βλέπουμε τις λογαριθμικές αποδόσεις των τεσσάρων κρυπτονομισμάτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



Εικόνα 19 Διαγράμματα Λογαριθμικών Αποδόσεων για την περίοδο 1/1/2016 έως 31/12/2021 - Bitcoin, Ethereum, Litecoin, Ripple αντίστοιχα

Οι χρονοσειρές φαίνονται, πλέον, στάσιμες διότι φαίνεται να κινούνται γύρω από τη μηδενική μέση τιμή. Τυχόν αμφιβολίες μη-στασιμότητας καταρρίπτονται μετά την εφαρμογή του επαυξημένου ελέγχου Dickey – Fuller που έχουμε παρακάτω.

```
> adf.test(rbtc)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: rbtc
Dickey-Fuller = -12.188, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(rbtc) : p-value smaller than printed p-value
> adf.test(rltc)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: rltc
Dickey-Fuller = -12.859, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(rltc) : p-value smaller than printed p-value
> adf.test(rxrp)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: rxrp
Dickey-Fuller = -11.812, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(rxrp) : p-value smaller than printed p-value
> adf.test(reth)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: reth
Dickey-Fuller = -11.566, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(reth) : p-value smaller than printed p-value
> |
```

Εικόνα 20 ADF test Λογαριθμικών Αποδόσεων

Όπως φαίνεται η μηδενική υπόθεση στασιμότητας απορρίπτεται για όλες τις χρονοσειρές λογαριθμικών αποδόσεων, άρα είναι όλες στάσιμες.

3.5 Περιγραφική Στατιστική Λογαριθμικών Αποδόσεων

3.5.1 Bitcoin

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τα κυριότερα χαρακτηριστικά των λογαριθμικών αποδόσεων του Bitcoin.

| Bitcoin | |
|--------------|------------|
| Mean | 0.002143 |
| Median | 0.002191 |
| Maximum | 0.223513 |
| Minimum | -0.455587 |
| 1st Qu. | -0.012742 |
| 3rd Qu. | 0.018676 |
| Std. Dev. | 0.03988638 |
| Skewness | -0.7168681 |
| Kurtosis | 14.0221 |
| Observations | 2191 |

Παρατηρούμε ότι ο μέσος της σειράς είναι κοντά στο μηδέν, γεγονός που επαληθεύει τον επαυξημένο έλεγχο των Dickey - Fuller που είδαμε νωρίτερα. Επίσης, παρατηρούμε μια μικρή αρνητική ασυμμετρία η οποία είναι ίση με -0.716868 . Εν συνεχεία, από τον έλεγχο Shapiro - Wilk normality test, που θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια, βλέπουμε ότι η σειρά των λογαριθμικών αποδόσεων δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή, αλλά οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι πρόκειται για μία λεπτόκυρτη κατανομή αφού η τιμή της κύρτωσης είναι $14.0221 (>3)$.

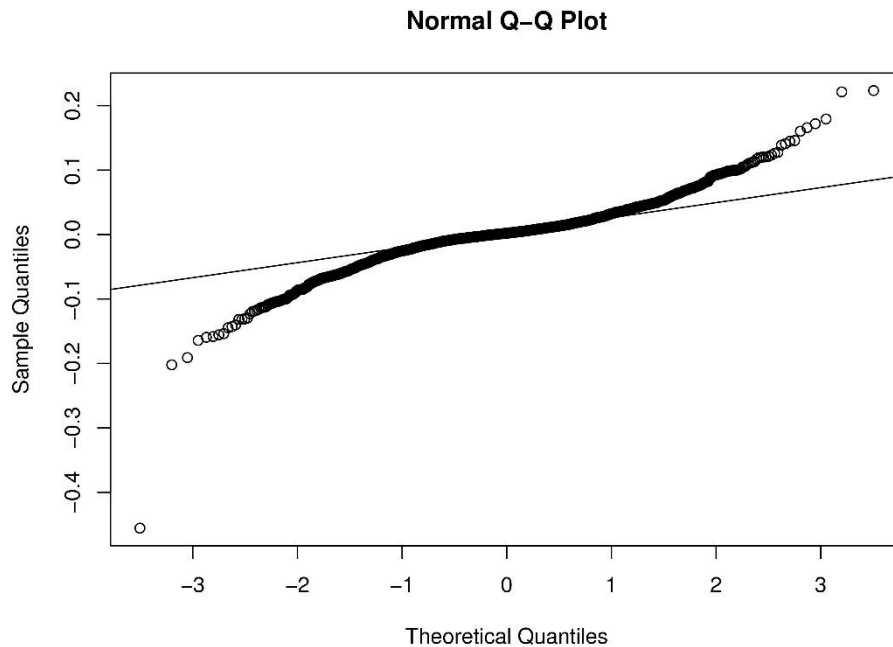
```
> shapiro.test(rbtc)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  rbtc
W = 0.90824, p-value < 2.2e-16
```

Εικόνα 21 Shapiro - Wilk Normality Test

Εναλλακτικά παρατηρώντας το παρακάτω διάγραμμα παίρνουμε ξανά τα ίδια αποτελέσματα.



Εικόνα 22 Q-QPlot Λογαριθμικών Αποδόσεων Bitcoin

3.5.2 Ethereum

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τα κυριότερα χαρακτηριστικά των λογαριθμικών αποδόσεων του Ethereum.

| Ethereum | |
|-----------|------------|
| Mean | 0.003786 |
| Median | 0.001410 |
| Maximum | 0.300615 |
| Minimum | -0.565614 |
| 1st Qu. | -0.022926 |
| 3rd Qu. | 0.030405 |
| Std. Dev. | 0.05907827 |
| Skewness | -0.2732263 |

| | |
|--------------|----------|
| Kurtosis | 10.53416 |
| Observations | 2191 |

Παρατηρούμε ότι ο μέσος της σειράς είναι κοντά στο μηδέν, γεγονός που επαληθεύει τον επαυξημένο έλεγχο των Dickey - Fuller που είδαμε νωρίτερα. Επίσης, βλέπουμε μια μικρή αρνητική ασυμμετρία η οποία είναι ίση με -0.2732263 . Εν συνεχεία, από τον έλεγχο Shapiro - Wilk normality test, που θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια, βλέπουμε ότι η σειρά των λογαριθμικών αποδόσεων δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή, αλλά οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι πρόκειται για μία λεπτόκυρτη κατανομή αφού η τιμή της κύρτωσης είναι $10.53416 (>3)$.

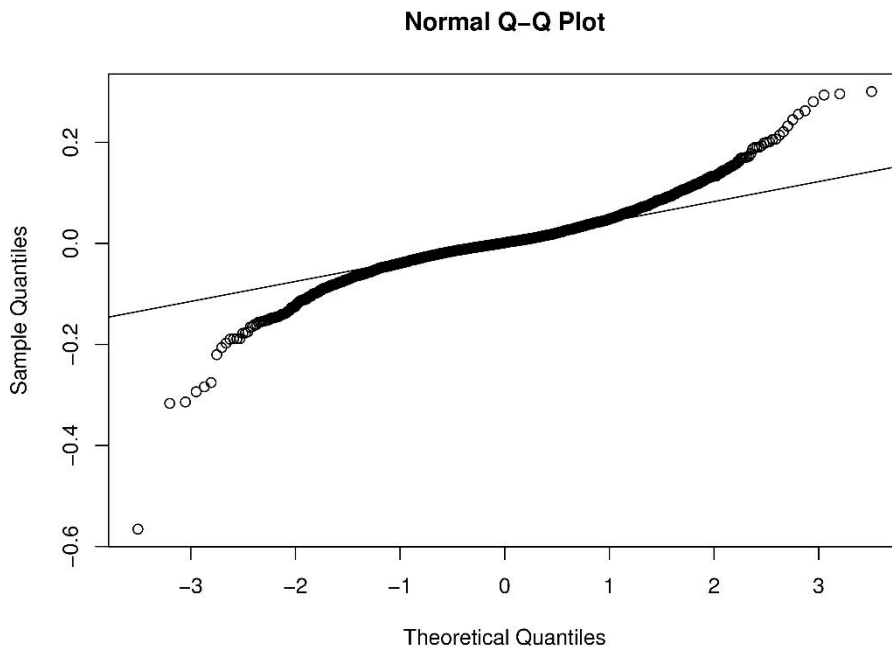
```
> shapiro.test(reth)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  reth
W = 0.92288, p-value < 2.2e-16
```

Εικόνα 23 Shapiro - Wilk Normality Test

Εναλλακτικά παρατηρώντας το παρακάτω διάγραμμα παίρνουμε ξανά τα ίδια αποτελέσματα.



Εικόνα 24 QQPlot Λογαριθμικών Αποδόσεων Ethereum

3.5.3 Litecoin

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τα κυριότερα χαρακτηριστικά των λογαριθμικών αποδόσεων του Litecoin.

| Litecoin | |
|--------------|------------|
| Mean | 0.0017032 |
| Median | 0.0000398 |
| Maximum | 0.5114174 |
| Minimum | -0.4490616 |
| 1st Qu. | -0.0212787 |
| 3rd Qu. | 0.0239981 |
| Std. Dev. | 0.05700581 |
| Skewness | 0.3082793 |
| Kurtosis | 14.48689 |
| Observations | 2191 |

Παρατηρούμε ότι ο μέσος της σειράς είναι κοντά στο, γεγονός που επαληθεύει τον επαυξημένο έλεγχο των Dickey - Fuller που είδαμε νωρίτερα. Επίσης, παρατηρούμε μια

μικρή θετική ασυμμετρία η οποία είναι ίση με 0.3082793. Εν συνεχεία, από τον έλεγχο Shapiro - Wilk normality test βλέπουμε ότι η σειρά των λογαριθμικών αποδόσεων δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή, αλλά οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι πρόκειται για μία λεπτόκυρτη κατανομή αφού η τιμή της κύρτωσης είναι 14.48689 (>3).

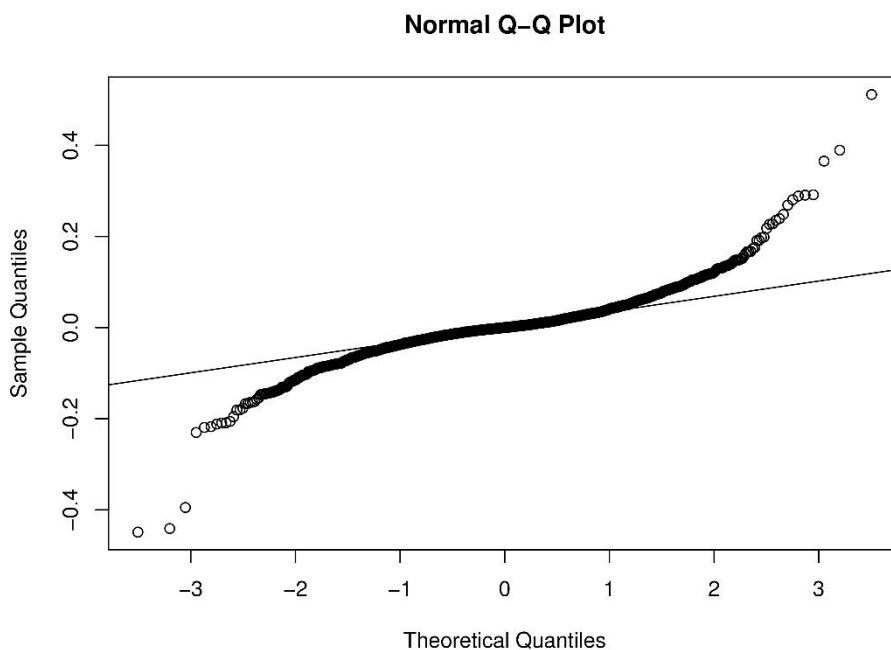
```
> shapiro.test(rltc)

Shapiro-Wilk normality test

data:  rltc
W = 0.87859, p-value < 2.2e-16
```

Εικόνα 25 Shapiro - Wilk Normality Test

Εναλλακτικά παρατηρώντας το παρακάτω διάγραμμα παίρνουμε ξανά τα ίδια αποτελέσματα.



Εικόνα 26 QQPlot Λογαριθμικών Αποδόσεων Litecoin

3.5.4 Ripple

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τα κυριότερα χαρακτηριστικά των λογαριθμικών αποδόσεων του Litecoin.

| Ripple | |
|--------------|------------|
| Mean | 0.0022896 |
| Median | -0.0001858 |
| Maximum | 0.0232710 |
| Minimum | -0.6529888 |
| 1st Qu. | -0.0252872 |
| 3rd Qu. | 0.0232710 |
| Std. Dev. | 0.07380973 |
| Skewness | 1.828796 |
| Kurtosis | 32.16074 |
| Observations | 2191 |

Παρατηρούμε ότι ο μέσος της σειράς είναι κοντά στο μηδέν, γεγονός που επαληθεύει τον επαυξημένο έλεγχο των Dickey - Fuller που είδαμε νωρίτερα. Επίσης, παρατηρούμε έντονη θετική ασυμμετρία η οποία είναι ίση με 1.828796. Εν συνεχεία, από τον έλεγχο Shapiro - Wilk normality test βλέπουμε ότι η σειρά των λογαριθμικών αποδόσεων δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή, αλλά οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι πρόκειται για μία λεπτόκυρτη κατανομή αφού η τιμή της κύρτωσης είναι 32.16074 (>3).

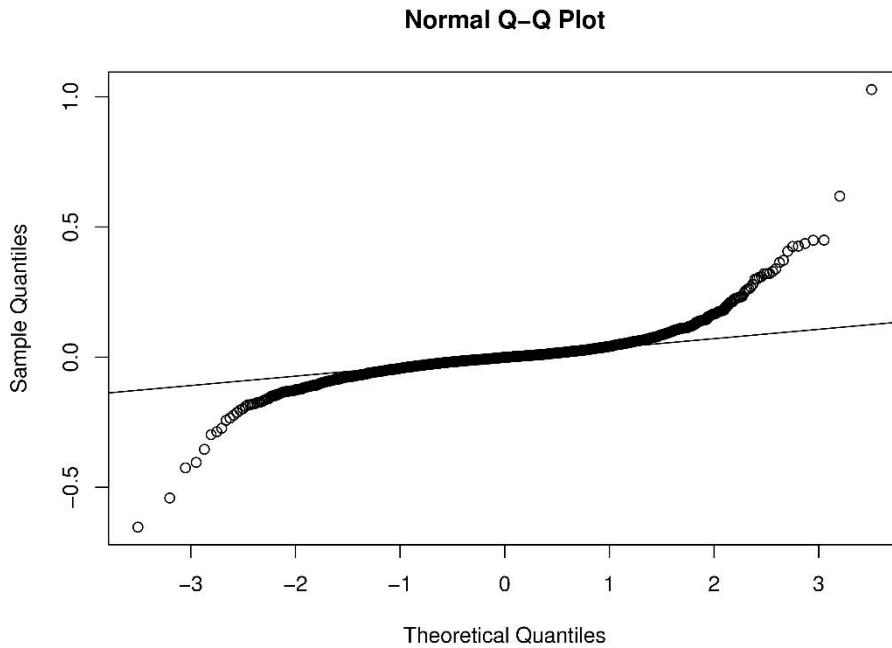
```
> shapiro.test(rxrp)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  rxrp
W = 0.77885, p-value < 2.2e-16
```

Εικόνα 27 Shapiro - Wilk Normality Test

Εναλλακτικά παρατηρώντας το παρακάτω διάγραμμα παίρνουμε ξανά τα ίδια αποτελέσματα.



Εικόνα 28 QQPlot Λογαριθμικών Αποδόσεων Ripple

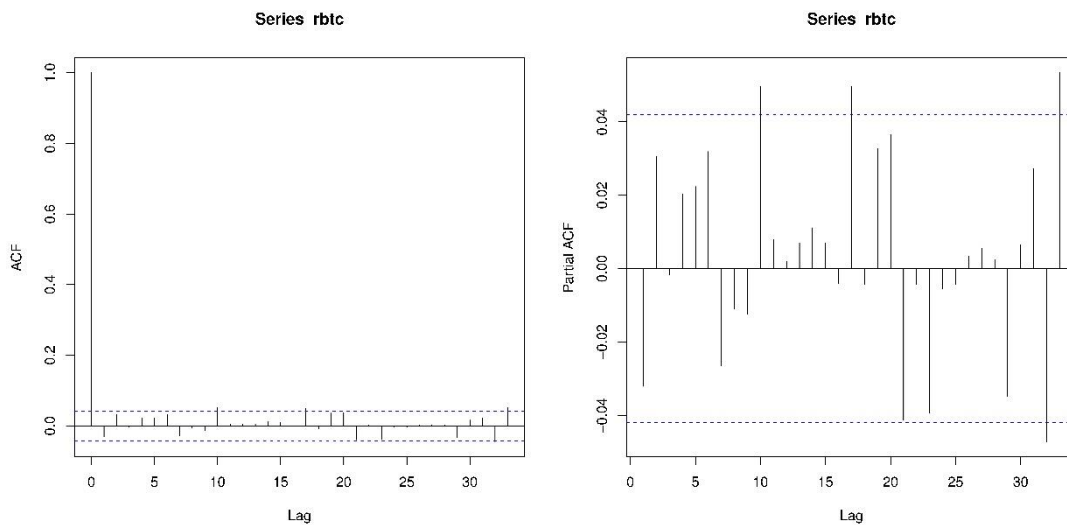
3.6 Εκτίμηση Υποδείγματος Μέσου Όρου

Επόμενο βήμα στην ανάλυσή μας είναι η εκτίμηση ενός στάσιμου υποδείγματος μέσου όρου. Η εύρεση αυτού του υποδείγματος είναι καταλυτικής σημασίας, διότι πάνω σε αυτό θα στηριχτεί η μοντελοποίηση της υπό συνθήκη διακύμανσης. Εξάλλου, όπως αναφέραμε νωρίτερα, ένα υπόδειγμα GARCH ξέρουμε ότι έχει δύο διαστάσεις, μία εξίσωση για τον μέσο και μία εξίσωση για την υπό συνθήκη διακύμανση. Στο κεφάλαιο 3 αναλύσαμε τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης και αναφέραμε ότι τα διαγράμματά τους (ACF & PACF plots) θα μας βοηθήσουν στην εύρεση του βέλτιστου υποδείγματος. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε αυτά τα διαγράμματα και θα εκτιμήσουμε όλα τα πιθανά υποδείγματα λαμβάνοντας υπόψιν τα κριτήρια πληροφορίας AIC, AICc και BIC. Τέλος, αφού βρούμε το βέλτιστο υπόδειγμα θα εφαρμόσουμε τον έλεγχο Ljung - Box για να εξετάσουμε την αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων των σειρών που βρήκαμε. Με λίγα λόγια, ο έλεγχος Ljung - Box ελέγχει αν τα κατάλοιπα είναι λευκός θόρυβος, δηλαδή αν το μοντέλο που επιλέξαμε είναι ικανοποιητικό.

Παρατήρηση 2: Παρατηρώντας, παρακάτω, τα διαγράμματα ACF και PACF δεν παίρνουμε κάποια σημαντική πληροφορία όσον αφορά το υπόδειγμα μέσου όρου. Για αυτόν το λόγο συμβουλευτήκαμε τη συνάρτηση «auto.arima» του πακέτου «forecast». Η συνάρτηση «auto.arima» λαμβάνει ως ορίσματα την μέγιστη τάξη που θέλουμε να έχει το υπόδειγμα και τα κριτήρια πληροφορίας AIC, AICc και BIC και επιστρέφει το βέλτιστο υπόδειγμα. Τέλος, η συνάρτηση «auto.arima» κρίθηκε απαραίτητο να χρησιμοποιηθεί και για τα 4 κρυπτονομίσματα.

3.6.1 Bitcoin

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης.



Εικόνα 29 Διαγράμματα Αυτοσυσχέτισης - Μερικής Αυτοσυσχέτισης

Όπως φαίνεται η πληροφορία που παίρνουμε από τα διαγράμματα δεν είναι αρκετή για να βρούμε το βέλτιστο υπόδειγμα.

Παρακάτω γίνεται χρήση της συνάρτησης «auto.arima».


```

> auto.arima(rbtc, max.p=6, max.q=6, ic = c("aicc", "aic", "bic"), stepwise=FALSE, approximation=FALSE)
Series: rbtc
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean

Coefficients:
      ar1      ma1      mean
-0.8353  0.8087  0.0022
s.e.    0.1433  0.1530  0.0008

sigma^2 = 0.001589:  log likelihood = 3952.97
AIC=-7897.94  AICc=-7897.92  BIC=-7875.17

```

Εικόνα 30 Bitcoin - ARMA(1,1)

Όπως βλέπουμε, το βέλτιστο υπόδειγμα μέσου όρου είναι το ARMA(1,1) με τύπο:

$r_t = 0.0022 - 0.8353r_{t-1} + 0.8087e_{t-1} + e_t$, όπου e_t είναι iid(0, σ^2). Να σημειωθεί ότι η σειρά ARMA(1,1) που βρήκαμε παραπάνω ονομάστηκε «rbtcmode1».

Ακολουθεί ο έλεγχος Ljung - Box.

```

> Box.test(residuals(rbtcmode1), lag=10, type="Ljung-Box")

Box-Ljung test

data:  residuals(rbtcmode1)
X-squared = 10.687, df = 10, p-value = 0.3824

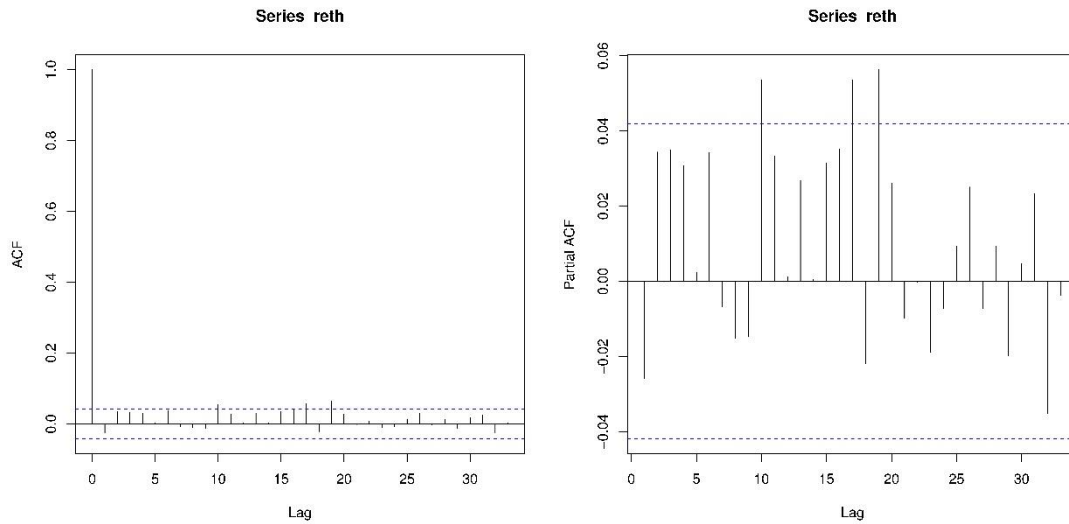
```

Εικόνα 31 Ljung - Box test για BTC ARMA(1,1)

Η μηδενική υπόθεση (H_0 : ανεξαρτησία) δεν απορρίπτεται, άρα το μοντέλο που επιλέξαμε είναι ικανοποιητικό.

3.6.2 Ethereum

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης.



Εικόνα 32 Διαγράμματα Αυτοσυσχέτισης - Μερικής Αυτοσυσχέτισης

Όπως φαίνεται η πληροφορία που παίρνουμε από τα διαγράμματα δεν είναι αρκετή για να βρούμε το βέλτιστο υπόδειγμα.

Παρακάτω γίνεται χρήση της συνάρτησης «auto.arima».

```
> auto.arima(reth, max.p=6, max.q=6, ic = c("aicc", "aic", "bic"), stepwise=FALSE, approximation=FALSE)
Series: reth
ARIMA(2,0,1) with non-zero mean

Coefficients:
    ar1    ar2    ma1    mean
  0.9108  0.0510 -0.9414  0.0039
s.e.  0.0426  0.0224  0.0372  0.0019

sigma^2 = 0.003472: log likelihood = 3096.99
AIC=-6183.99  AICc=-6183.96  BIC=-6155.53
```

Εικόνα 33 Ethereum - ARMA(2,1)

Όπως βλέπουμε, το βέλτιστο υπόδειγμα μέσου όρου είναι το ARMA(2,1) με τύπο:

$r_t = 0.0039 + 0.9108r_{t-1} + 0.051r_{t-2} - 0.9414e_{t-1} + e_t$, όπου $e_t \text{ iid}(0, \sigma^2)$. Να σημειωθεί ότι η σειρά ARMA(2,1) που βρήκαμε παραπάνω ονομάστηκε «rethmodel».

Ακολουθεί ο έλεγχος Ljung - Box.

```
> Box.test(residuals(rethmodel), lag=10, type="Ljung-Box")
```

```
Box-Ljung test
```

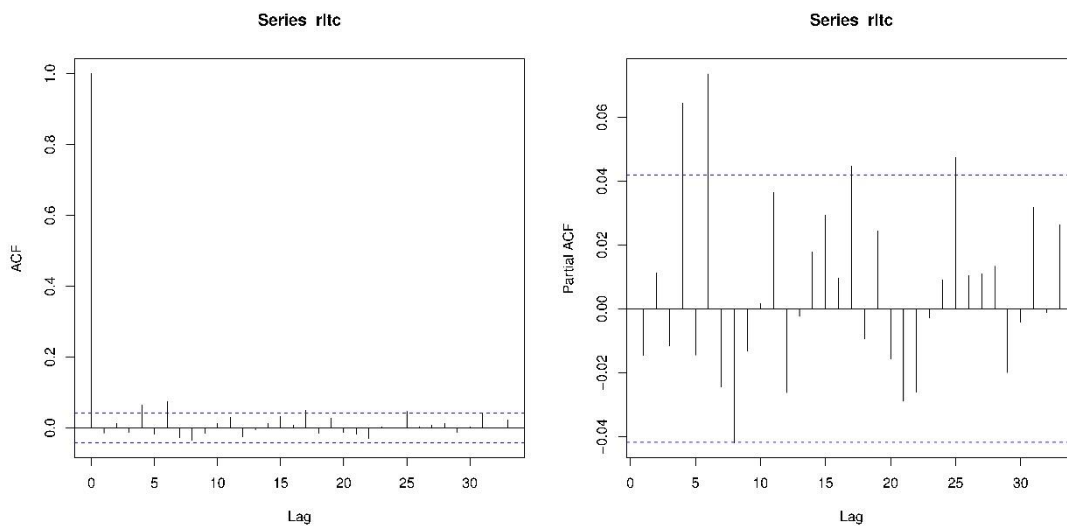
```
data: residuals(rethmodel)  
X-squared = 11.279, df = 10, p-value = 0.3362
```

Εικόνα 34 Ljung - Box test για ETH ARMA(2,1)

Η μηδενική υπόθεση (H_0 : ανεξαρτησία) δεν απορρίπτεται, άρα το μοντέλο που επιλέξαμε είναι ικανοποιητικό.

3.6.3 Litecoin

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης.



Εικόνα 35 Διαγράμματα Αυτοσυσχέτισης - Μερικής Αυτοσυσχέτισης

Όπως φαίνεται η πληροφορία που παίρνουμε από τα διαγράμματα δεν είναι αρκετή για να βρούμε το βέλτιστο υπόδειγμα.

Παρακάτω γίνεται χρήση της συνάρτησης «auto.arima».

```
> auto.arima(rltc, max.p=6, max.q=6, ic = c("aicc", "aic", "bic"), stepwise=FALSE, approximation=FALSE)
Series: rltc
ARIMA(1,0,4) with zero mean

Coefficients:
      ar1      ma1      ma2      ma3      ma4
    -0.6422  0.6334 -0.0021 -0.0071  0.0626
s.e.   0.1175  0.1187  0.0253  0.0238  0.0233

sigma^2 = 0.003234: log likelihood = 3175.18
AIC=-6338.36  AICc=-6338.32  BIC=-6304.21
```

Εικόνα 36 Litecoin - ARMA(1,4)

Όπως βλέπουμε, το βέλτιστο υπόδειγμα μέσου όρου είναι το ARMA(1,4) με τύπο:

$r_t = -0.6422r_{t-1} + 0.6334e_{t-1} - 0.0021e_{t-2} - 0.0071e_{t-3} + 0.0626e_{t-4} + e_t$, όπου e_t iid(0, σ^2). Να σημειωθεί ότι η σειρά ARMA(1,4) που βρήκαμε παραπάνω ονομάστηκε «rltcmode1».

Ακολουθεί ο έλεγχος Ljung - Box.

```
> Box.test(residuals(rltcmode1), lag=10, type="Ljung-Box")

Box-Ljung test

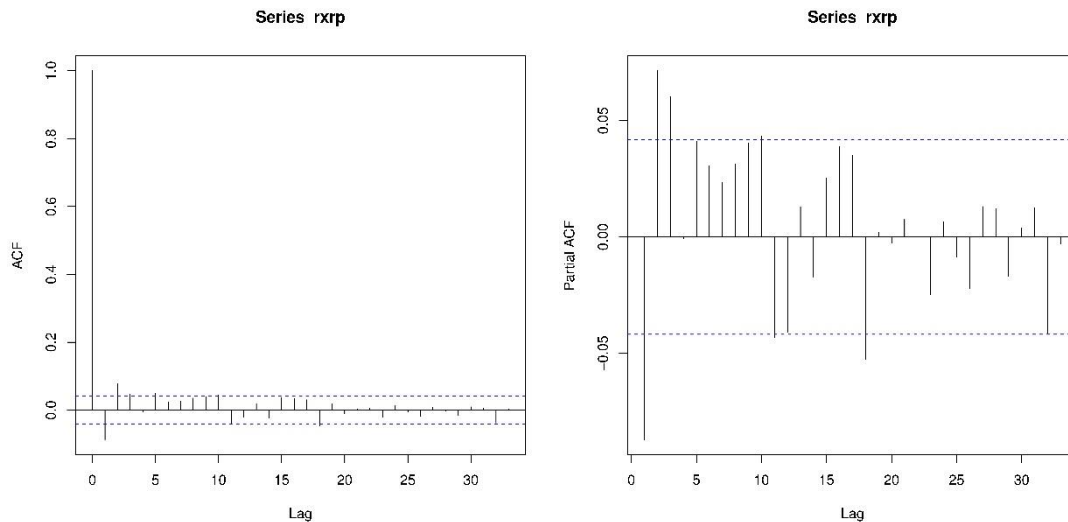
data: residuals(rltcmode1)
X-squared = 12.161, df = 10, p-value = 0.2744
```

Εικόνα 37 Ljung - Box test για LTC ARMA(1,4)

Η μηδενική υπόθεση (H_0 : ανεξαρτησία) δεν απορρίπτεται, άρα το μοντέλο που επιλέξαμε είναι ικανοποιητικό.

3.6.4 Ripple

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης.



Εικόνα 38 Διαγράμματα Αυτοσυσχέτισης - Μερικής Αυτοσυσχέτισης

Όπως φαίνεται η πληροφορία που παίρνουμε από τα διαγράμματα δεν είναι αρκετή για να βρούμε το βέλτιστο υπόδειγμα.

Παρακάτω γίνεται χρήση της συνάρτησης «auto.arima».

```
> auto.arima(rxrp, max.p=6, max.q=6, ic = c("aicc", "aic", "bic"), stepwise=FALSE, approximation=FALSE)
Series: rxrp
ARIMA(2,0,1) with zero mean

Coefficients:
      ar1      ar2      ma1
  0.7062  0.1341 -0.7960
s.e.  0.0720  0.0215  0.0705

sigma^2 = 0.005354: log likelihood = 2622.01
AIC=-5236.02  AICc=-5236  BIC=-5213.25
```

Εικόνα 39 Ripple - ARMA(2,1)

Όπως βλέπουμε, το βέλτιστο υπόδειγμα μέσου όρου είναι το ARMA(2,1), με τύπο:

$r_t = 0.7061r_{t-1} + 0.1341r_{t-2} - 0.796e_{t-1} + e_t$, με $e_t \text{ iid}(0, \sigma^2)$. Να σημειωθεί ότι η σειρά ARMA(2,1) που βρήκαμε παραπάνω ονομάστηκε «rxrpmodel».

Ακολουθεί ο έλεγχος Ljung - Box.

```
> Box.test(residuals(rxrrmodel), lag=10, type="Ljung-Box")  
  
Box-Ljung test  
  
data: residuals(rxrrmodel)  
X-squared = 9.3672, df = 10, p-value = 0.4976
```

Εικόνα 40 Ljung - Box test για XRP ARMA(2,1)

Η μηδενική υπόθεση (H_0 : ανεξαρτησία) δεν απορρίπτεται, άρα το μοντέλο που επιλέξαμε είναι ικανοποιητικό.

3.7 Έλεγχος για ARCH Effects

Η κύρια υπόθεση που γίνεται στα υποδείγματα ARMA είναι ότι οι μεταβλητές ε_t είναι μία οικογένεια iid, ανεξάρτητων και ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών με $\mu=0$ και σ^2 . Στις χρονοσειρές που μελετάμε φαίνεται ότι υπάρχει συγκέντρωση μεταβλητότητας που σημαίνει ότι δεν είναι σταθερή ανά περιόδους. Απόρροια αυτής της παρατήρησης είναι ότι και η διακύμανση είναι μία στοχαστική διαδικασία. Το φαινόμενο της ύπαρξης υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας στα κατάλοιπα θα ελεγχθεί στη συνέχεια μέσω του ελέγχου Lagrange Multiplier (LM test) [5] [22].

Ο έλεγχος Lagrange Multiplier προτάθηκε από τον Engle το 1982 και εφαρμόζεται ως εξής:

Γραμμική Παλινδρόμηση: $X_t = b_0 + b_1x_{t-1} + \dots + b_px_{t-p} + \varepsilon_t$

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1z_{t-1} + \dots + \gamma_pz_{t-p},$$

όπου u_t το σφάλμα. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον συντελεστή προσδιορισμού R^2 των $\widehat{\varepsilon}_t^2$ και τον αντικαθιστάμε παρακάτω:

$$LM = NR^2 \sim \chi_{p-1}^2(q),$$

όπου N το πλήθος των παρατηρήσεων. Ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 ακολουθεί την κατανομή χ^2 με q βαθμούς ελευθερίας. Έτσι αν $LM > \chi_{p-1}^2(q)$ η μηδενική υπόθεση, η οποία λέει ότι τα κατάλοιπα στο τετράγωνο είναι μία σειρά λευκού θορύβου (δηλαδή είναι ομοσκεδαστικά) απορρίπτεται, άρα τα κατάλοιπα είναι ετεροσκεδαστικά ($H_0: \gamma_1 = \gamma_p = 0, H_1: \gamma_1 = 0 \text{ ή } \dots \text{ ή } \gamma_p = 0$).

3.7.1 Bitcoin

Παρακάτω παρουσιάζουμε το Lagrange Multiplier test.

```
> lm.test(rbtcmoel$res, lag.max=5)

Lagrange Multiplier test

data: rbtcmoel$res
LM = 12159, df = 1, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: y is heteroscedastic
```

Εικόνα 41 Bitcoin - LM test

Παρατηρούμε ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και άρα καταλήγουμε σε συμπέρασμα ετεροσκεδαστικότητας για τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης.

3.7.2 Ethereum

Παρακάτω παρουσιάζουμε το Lagrange Multiplier test.

```
> Lm.test(rethmodel$res, lag.max=5)

Lagrange Multiplier test

data: rethmodel$res
LM = 7085.1, df = 1, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: y is heteroscedastic
```

Εικόνα 42 Ethereum - LM test

Παρατηρούμε ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και άρα καταλήγουμε σε συμπέρασμα ετεροσκεδαστικότητας για τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης.

3.7.3 Litecoin

Παρακάτω παρουσιάζουμε το Lagrange Multiplier test.

```
> Lm.test(ltcmodel$res, lag.max=5)

Lagrange Multiplier test

data: ltcmodel$res
LM = 18076, df = 1, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: y is heteroscedastic
```

Εικόνα 43 Litecoin - LM test

Παρατηρούμε ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και άρα καταλήγουμε σε συμπέρασμα ετεροσκεδαστικότητας για τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης.

3.7.4 Ripple

Παρακάτω παρουσιάζουμε το Lagrange Multiplier test.

```
> Lm.test(xrpmodel$res, lag.max=5)

      Lagrange Multiplier test

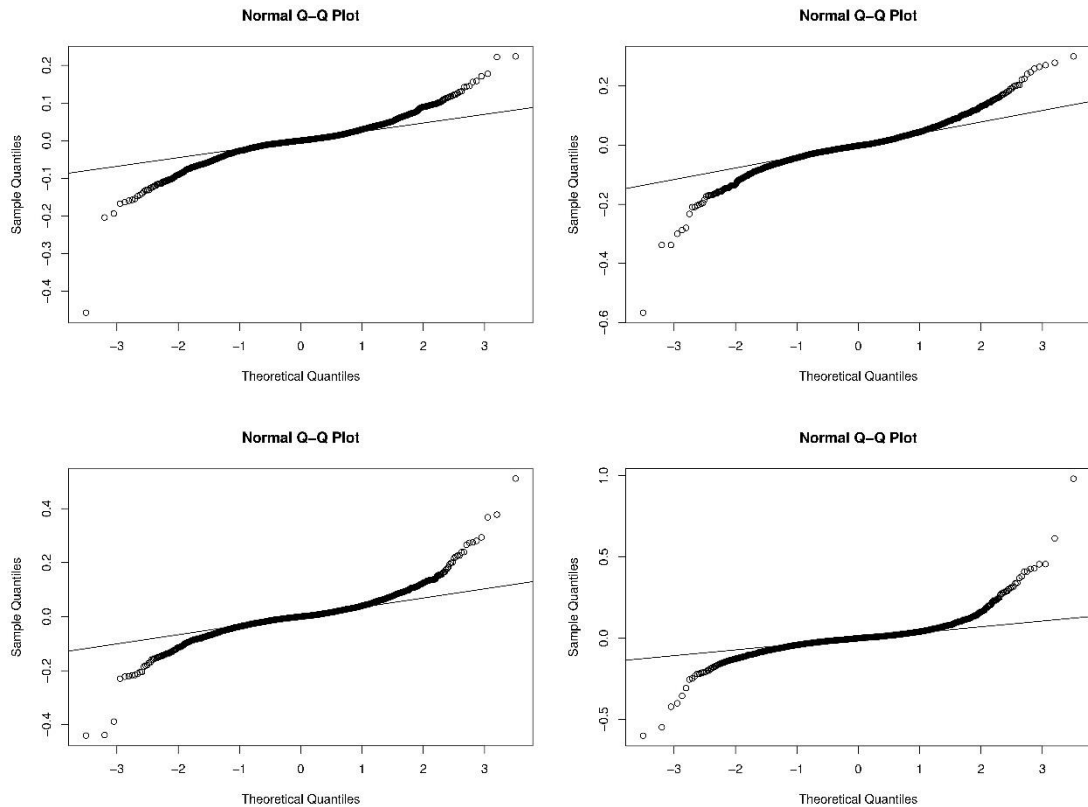
data:  xrpmodel$res
LM = 39942, df = 1, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: y is heteroscedastic
```

Εικόνα 44 Ripple - LM test

Παρατηρούμε ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και άρα καταλήγουμε σε συμπέρασμα ετεροσκεδαστικότητας για τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης.

3.8 Εκτίμηση Υποδειγμάτων Μεταβλητότητας

Όπως αναφέραμε στο Κεφάλαιο 3 τα υποδείγματα που θα εκτιμήσουμε και συγκρίνουμε είναι της οικογένειας GARCH και ειδικότερα είναι τα sGARCH (Standard Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity), eGARCH (Exponential GARCH), iGARCH (Integrated GARCH), gjrGARCH (Threshold GARCH), fiGARCH (Fractionally Integrated GARCH) και csGARCH (Component sGARCH). Ακόμα, λόγω του ότι τα κατάλοιπα των λογαριθμικών αποδόσεων δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα, και της παρουσίας μεγάλης κύρτωσης που οδηγεί στην εμφάνιση παχιών ουρών θα μοντελοποιηθούν χρησιμοποιώντας την κατανομή Student, την γενικευμένη κανονική κατανομή ή αλλιώς Generalized Error Distribution (GED) και την αντίστροφη κανονική κατανομή ή αλλιώς Normal Inverse Gaussian (NIG).



Εικόνα 45 Q-QPlot Καταλοίπων μοντέλων ARMA - Bitcoin, Ethereum, Ripple, Litecoin αντίστοιχα

Στη συνέχεια της Ενότητας 4.8 ακολουθούν τρεις πίνακες για κάθε κρυπτονομίσμα και την αντίστοιχη κατανομή για τα οποία εκτιμούμε τα υποδείγματα sGARCH, eGARCH, iGARCH, gjrGARCH, fiGARCH και csGARCH. Η βέλτιστη τάξη για κάθε υπόδειγμα ορίστηκε μετά από πολλαπλές δοκιμές για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των p και q όπου $p = 1$ ή 2 , $q = 1$ ή 2 και φαίνεται στην πρώτη στήλη του κάθε πίνακα. Να σημειωθεί ότι οι παρακάτω εκτιμήσεις έγιναν λαμβάνοντας υπόψιν και τα δύο μοντέλα ARMA και GARCH ταυτόχρονα για να έχουμε όσο το καλύτερο δυνατή προσέγγιση γίνεται.

Παρατήρηση 3: Κατά την εκτίμηση των υποδειγμάτων GARCH κρίθηκε απαραίτητο να δοκιμαστούν και άλλες τάξεις και για τα μοντέλα ARMA που εκτιμήσαμε νωρίτερα. Όπως βλέπουμε στον παρακάτω πίνακα συνδυάζοντας τα δύο υποδείγματα ARMA και GARCH η τάξη των υποδειγμάτων ARMA, για όλα τα κρυπτονομίσματα εκτός του Ethereum, είναι διαφορετική από αυτήν που εκτιμήσαμε νωρίτερα. Ο λόγος αυτής της αλλαγής στην τάξη των υποδειγμάτων ARMA είναι λογική αν σκεφτεί κανείς ότι ο συνδυασμός των ARMA και GARCH έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση περισσότερων μεταβλητών στο μοντέλο από ότι αν τα παίρναμε ξεχωριστά.

| Distributions | Bitcoin | Ethereum | Litecoin | Ripple |
|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Student | ARMA(1,0,0) | ARMA(2,0,1) | ARMA(0,0,1) | ARMA(0,0,1) |
| GED | ARMA(1,0,0) | ARMA(2,0,1) | ARMA(0,0,1) | ARMA(0,0,1) |
| NIG | ARMA(1,0,0) | ARMA(2,0,1) | ARMA(0,0,1) | ARMA(0,0,1) |

Ο παραπάνω πίνακας δείχνει την τάξη του υποδείγματος ARMA που θα χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση των υποδειγμάτων GARCH για κάθε κρυπτονόμισμα.

Παρατήρηση 4: Στους πίνακες που θα ακολουθήσουν η κόκκινη σκίαση δείχνει τα μοντέλα τα οποία δεν έχουν στατιστικά σημαντικές μεταβλητές και άρα αποκλείονται, ενώ η πράσινη σκίαση δείχνει τις βέλτιστες τιμές των κριτηρίων.

3.8.1 Bitcoin

Από την εκτίμηση των υποδειγμάτων GARCH για τις κατανομές Student, GED και NIG πήραμε τα παρακάτω αποτελέσματα.

| Κατανομή Student | | | | |
|------------------|---------|---------|---------|----------|
| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
| sGARCH(1,1) | -4.0584 | -4.0428 | -4.0527 | 4451.946 |
| eGARCH(1,1) | -4.0833 | -4.0651 | -4.0766 | 4480.209 |
| iGARCH(1,1) | -4.0598 | -4.0468 | -4.0550 | 4452.480 |

| | | | | |
|----------------------|---------|---------|---------|----------|
| gjrGARCH(1,1) | -4.0614 | -4.0432 | -4.0547 | 4452.235 |
| fiGARCH(1,1) | -4.0591 | -4.0409 | -4.0524 | 4453.706 |
| csGARCH(1,1) | -4.0562 | -4.0354 | -4.0547 | 4451.516 |

| Κατανομή NIG | | | | |
|----------------------|------------|------------|-----------|------------|
| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
| sGARCH(1,1) | -4.0693 | -4.0511 | -4.0627 | 4464.928 |
| eGARCH(1,1) | -4.0846 | -4.0639 | -4.0771 | 4482.732 |
| iGARCH(1,1) | -4.0706 | -4.0550 | -4.0649 | 4465.299 |
| gjrGARCH(1,1) | -4.0711 | -4.0503 | -4.0635 | 4467.909 |
| fiGARCH(1,1) | -4.0699 | -4.0491 | -4.0622 | 4466.606 |
| csGARCH(1,1) | -4.0658 | -4.0424 | -4.0573 | 4463.112 |

| Κατανομή GED | | | | |
|---------------|---------|---------|---------|----------|
| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
| sGARCH(1,1) | -4.0633 | -4.0507 | -4.0606 | 4460.688 |
| eGARCH(1,1) | -4.0758 | -4.0576 | -4.0692 | 4472.065 |
| iGARCH(1,1) | -4.0674 | -4.0544 | -4.0626 | 4460.826 |
| gjrGARCH(1,1) | -4.0669 | -4.0487 | -4.0603 | 4462.323 |
| fiGARCH(1,1) | -4.0680 | -4.0498 | -4.0613 | 4463.456 |
| csGARCH(1,1) | -4.0638 | -4.0430 | -4.0562 | 4459.891 |

Με βάση τους παραπάνω πίνακες καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι από τα παραπάνω μοντέλα εκείνο με την καλύτερη εκτίμηση της διακύμανσης είναι το eGARCH(1,1) (Exponential General Autoregressive Conditional Heteroskedastic Model) χρησιμοποιώντας την αντίστροφη κανονική κατανομή (NIG), με τύπο:

$$\ln(\sigma_t^2) = -0.062583 + 0.224922v_{t-1} + 0.032372|v_{t-1}| + 0.990507\ln(\sigma_{t-1}^2),$$

$$\text{όπου } v_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{\sigma_t^2}} \text{ και } \varepsilon_t \sim iid(0,1).$$

3.8.2 Ethereum

Από την εκτίμηση των υποδειγμάτων GARCH για τις κατανομές Student, GED και NIG πήραμε τα παρακάτω αποτελέσματα.

| Κατανομή Student | | | | |
|-------------------------|------------|------------|-----------|------------|
| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
| sGARCH(1,1) | -3.156674 | -3.135890 | -3.149077 | 3466.136 |
| eGARCH(1,1) | -3.158713 | -3.135331 | -3.150167 | 3469.370 |
| iGARCH(1,1) | -3.157595 | -3.139409 | -3.150948 | 3466.145 |
| gjrGARCH(1,1) | -3.155833 | -3.132452 | -3.147288 | 3466.215 |
| fiGARCH(1,1) | -3.156224 | -3.132842 | -3.147678 | 3466.643 |
| csGARCH(1,1) | -3.153402 | -3.127422 | -3.143907 | 3464.552 |

| Κατανομή GED | | | | |
|---------------------|------------|------------|-----------|------------|
| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
| sGARCH(1,1) | -3.164754 | -3.143970 | -3.157158 | 3474.988 |
| eGARCH(1,1) | -3.165558 | -3.142177 | -3.157012 | 3476.869 |
| iGARCH(1,1) | -3.162650 | -3.144464 | -3.156004 | 3471.683 |
| gjrGARCH(1,1) | -3.163893 | -3.140511 | -3.155347 | 3475.045 |

| | | | | |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|----------|
| fiGARCH(1,1) | -3.161415 | -3.143229 | -3.154768 | 3470.330 |
| csGARCH(1,1) | -3.160719 | -3.139936 | -3.153123 | 3470.568 |

| Κατανομή NIG | | | | |
|----------------------|------------|------------|-----------|------------|
| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
| sGARCH(1,1) | -3.164351 | -3.140970 | -3.155806 | 3475.547 |
| eGARCH(1,1) | -3.166302 | -3.140322 | -3.156806 | 3478.683 |
| iGARCH(1,1) | -3.164213 | -3.143430 | -3.156617 | 3474.396 |
| gjrGARCH(1,1) | -3.163475 | -3.137496 | -3.153980 | 3475.587 |
| fiGARCH(1,1) | -3.163452 | -3.137472 | -3.153957 | 3475.561 |
| csGARCH(1,1) | -3.161498 | -3.132921 | -3.151053 | 3474.421 |

Με βάση τους παραπάνω πίνακες καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι από τα παραπάνω μοντέλα εκείνο με την καλύτερη εκτίμηση της διακύμανσης είναι το sGARCH(1,1)-GED (Component General Autoregressive Conditional Heteroskedastic Model). Παρόλα αυτά ύστερα από του απαραίτητους διαγνωστικούς ελέγχους, που θα παρουσιάσουμε στην επόμενη ενότητα, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι αυτό το μοντέλο δεν είναι ικανοποιητικό. Το αμέσως επόμενο στην κατάταξη είναι το iGARCH(1,1)-NIG, το οποίο και επιλέγουμε, με τύπο:

$$\sigma_t^2 = 0.000159 + 0.199331e_{t-1}^2 + 0.800669\sigma_{t-1}^2,$$

όπου $e_t \sim iid(0,1)$.

3.8.3 Litecoin

Από την εκτίμηση των υποδειγμάτων GARCH για τις κατανομές Student, GED και NIG πήραμε τα παρακάτω αποτελέσματα.

| Κατανομή Student | | | | |
|------------------|-----------|-----------|-----------|----------|
| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
| sGARCH(1,1) | -3.440372 | -3.424784 | -3.434675 | 3774.928 |
| eGARCH(1,1) | -3.473022 | -3.454836 | -3.466375 | 3811.695 |
| iGARCH(1,1) | -3.441811 | -3.428821 | -3.437063 | 3775.503 |
| gjrGARCH(1,1) | -3.446747 | -3.428561 | -3.440100 | 3782.911 |
| figARCH(1,1) | -3.443842 | -3.425656 | -3.437195 | 3779.729 |
| csGARCH(1,1) | -3.448487 | -3.427704 | -3.440891 | 3785.818 |

| Κατανομή GED |
|--------------|
|--------------|

| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
|---------------|-----------|-----------|-----------|----------|
| sGARCH(1,1) | -3.427409 | -3.411821 | -3.421711 | 3760.726 |
| eGARCH(1,1) | -3.4448 | -3.4266 | -3.4381 | 3780.725 |
| iGARCH(1,1) | -3.4285 | -3.4155 | -3.4238 | 3760.94 |
| gjrGARCH(1,1) | -3.431424 | -3.413238 | -3.424777 | 3766.125 |
| fiGARCH(1,1) | -3.428209 | -3.410023 | -3.421562 | 3762.602 |
| csGARCH(1,1) | -3.442859 | -3.422076 | -3.435263 | 3779.652 |

| Κατανομή ΝΙG | | | | |
|---------------|-----------|-----------|-----------|----------|
| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
| sGARCH(1,1) | -3.444129 | -3.425943 | -3.437482 | 3780.043 |
| eGARCH(1,1) | -3.466034 | -3.445251 | -3.458438 | 3805.040 |
| iGARCH(1,1) | -3.445417 | -3.429829 | -3.439720 | 3780.455 |
| gjrGARCH(1,1) | -3.449026 | -3.428242 | -3.441429 | 3786.408 |
| fiGARCH(1,1) | -3.446112 | -3.425328 | -3.438516 | 3783.216 |
| csGARCH(1,1) | -3.446509 | -3.423127 | -3.437963 | 3784.650 |

Με βάση τους παραπάνω πίνακες καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι από τα παραπάνω μοντέλα εκείνο με την καλύτερη εκτίμηση της διακύμανσης είναι το eGARCH(1,1) (Exponential General Autoregressive Conditional Heteroskedastic Model) χρησιμοποιώντας την αντίστροφη κανονική κατανομή (NIG), με τύπο:

$$\ln(\sigma_t^2) = -0.062720 + 0.197362v_{t-1} + 0.033034(|v_{t-1}| - E(|e_{t-1}|)) + 0.989554 (\sigma_{t-1}^2),$$

όπου $e_t \sim iid(0,1)$.

3.8.4 Ripple

Από την εκτίμηση των υποδειγμάτων GARCH για τις κατανομές Student, GED και NIG πήραμε τα παρακάτω αποτελέσματα.

| Κατανομή Student | | | | |
|------------------|-----------|-----------|-----------|----------|
| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
| sGARCH(1,2) | -3.202356 | -3.184170 | -3.195709 | 3515.181 |
| eGARCH(1,2) | -3.209733 | -3.188950 | -3.202137 | 3524.263 |
| iGARCH(1,2) | -3.203361 | -3.187773 | -3.197664 | 3515.282 |

| | | | | |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|----------|
| gjrGARCH(1,2) | -3.201796 | -3.181012 | -3.194200 | 3515.567 |
| fiGARCH(2,1) | -3.220858 | -3.200074 | -3.213262 | 3536.450 |
| csGARCH(1,1) | -3.220174 | -3.199390 | -3.212578 | 3535.701 |

Κατανομή GED

| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
|----------------------|------------|------------|-----------|------------|
| sGARCH(1,2) | -3.181757 | -3.163571 | -3.175110 | 3492.615 |
| eGARCH(1,2) | -3.184901 | -3.164117 | -3.177304 | 3497.059 |
| iGARCH(1,2) | -3.182008 | -3.166421 | -3.176311 | 3491.890 |
| gjrGARCH(1,2) | -3.181366 | -3.160582 | -3.173770 | 3493.186 |
| fiGARCH(1,1) | -3.203049 | -3.184863 | -3.196402 | 3515.940 |
| csGARCH(1,1) | -3.200464 | -3.179681 | -3.192868 | 3514.109 |

Κατανομή NIG

| GARCH models | AIC | BIC | HQ | LLH |
|---------------|-----------|-----------|-----------|----------|
| sGARCH(1,2) | -3.205427 | -3.184644 | -3.197831 | 3519.546 |
| eGARCH(1,2) | -3.209106 | -3.185725 | -3.200561 | 3524.576 |
| iGARCH(1,2) | -3.206331 | -3.188145 | -3.199684 | 3519.536 |
| gjrGARCH(1,2) | -3.204606 | -3.181224 | -3.196060 | 3519.646 |
| fiGARCH(2,1) | -3.222223 | -3.198842 | -3.213677 | 3538.945 |
| csGARCH(1,1) | -3.222688 | -3.199307 | -3.214143 | 3539.455 |

Με βάση τους παραπάνω πίνακες καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι από τα παραπάνω μοντέλα εκείνο με την καλύτερη εκτίμηση της διακύμανσης είναι το csGARCH(1,1) (Component General Autoregressive Conditional Heteroskedastic Model) χρησιμοποιώντας την αντίστροφη κανονική κατανομή (NIG), με τύπο:

$$\sigma_t^2 = q_t^2 + s_t^2$$

$$s_t = 0.616432s_{t-1} + 0.270672(e_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2)$$

$$q_t = 0.000023 + 0.996222q_{t-1} + 0.050759(e_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2),$$

όπου η υποσυνθήκη διακύμανση αποσυντίθεται σε μία μόνιμη (q_t) και παροδική (s_t) συνιστώσα.

3.9 Διαγνωστικός Έλεγχος Καταλοίπων

Το επόμενο βήμα μετά την εκτίμηση των υποδειγμάτων είναι ο διαγνωστικός έλεγχος με σκοπό να ελέγξουμε αν τα υποδείγματα που εκτιμήσαμε ακολουθούν κάποιες συγκεκριμένες προϋποθέσεις. Με λίγα λόγια, ο διαγνωστικός έλεγχος δουλεύει σαν ένα τεστ που θα μας βοηθήσει να καταλάβουμε αν τα υποδείγματα που εκτιμήσαμε μας δίνουν χρήσιμες πληροφορίες. Οι έλεγχοι που θα ακολουθήσουν είναι οι εξής:

- I. Έλεγχος Pearson Goodness of Fit στον οποίο συγκρίνεται η εμπειρική κατανομή των τυποποιημένων καταλοίπων με τα θεωρητικά.
- II. Έλεγχος κατανομής καταλοίπων.
- III. Έλεγχος συσχέτισης μεταξύ των καταλοίπων.
- IV. Ομοσκεδαστικότητα καταλοίπων.

Παρατήρηση 5: Οι εντολές `rbtcegarch11NIG.res`, `iethn.res`, `eltcn.res` και `csxrpn.res` που φαίνονται στον παρακάτω κώδικα αποτελούν τα κατάλοιπα των υποδειγμάτων GARCH που εκτιμήσαμε των Bitcoin, Ethereum, Litecoin και Ripple αντίστοιχα.

3.9.1 Bitcoin

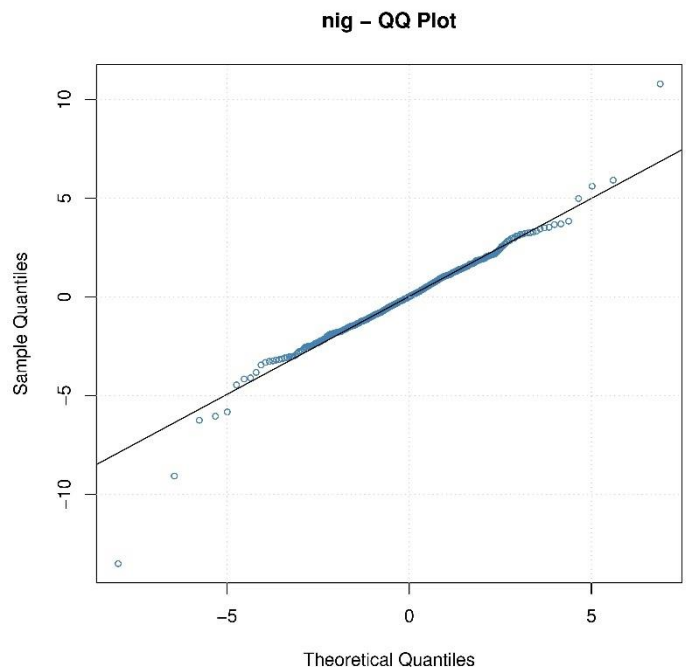
Παρακάτω βλέπουμε τον έλεγχο Adjusted Pearson Goodness of Fit.

```
Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
group statistic p-value (g-1)
1      20      21.17      0.32759
2      30      41.75      0.05916
3      40      46.35      0.19496
4      50      58.54      0.16500
```

Εικόνα 46 Bitcoin - Adjusted Pearson gof test

Παρατηρούμε ότι η Αντίστροφη Κανονική Κατανομή αποτυπώνει επαρκώς την εμπειρική κατανομή που βασίζεται σε αυτό το τεστ, δηλαδή το μοντέλο που επιλέξαμε είναι ικανοποιητικό.

Συνεχίζουμε παρατηρώντας την κατανομή των τυποποιημένων καταλοίπων.



Εικόνα 47 QQPlot τυποποιημένων καταλοίπων

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι τα τυποποιημένα κατάλοιπα ακολουθούν την Κανονική Κατανομή .

Από τον έλεγχο Ljung - Box που ακολουθεί παρατηρούμε ότι τα κατάλοιπα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, αφού η μηδενική υπόθεση (H_0 : ανεξαρτησία) δεν απορρίπτεται.

```
> Box.test(rbtcegarch11NIG.res, type="Ljung-Box", lag=15)

Box-Ljung test

data: rbtcegarch11NIG.res
X-squared = 19.087, df = 15, p-value = 0.2098
```

Εικόνα 48 Ljung - Box test για Bitcoin

Τέλος, με βάση τον έλεγχο LM που βλέπουμε παρακάτω τα κατάλοιπα είναι, πλέον, ομοσκεδαστικά.

```
> ArchTest (rbtcegarch11NIG.res, lags=50, demean = FALSE)

ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data: rbtcegarch11NIG.res
Chi-squared = 67.133, df = 50, p-value = 0.05323
```

Εικόνα 49 LM test για Bitcoin

3.9.2 Ethereum

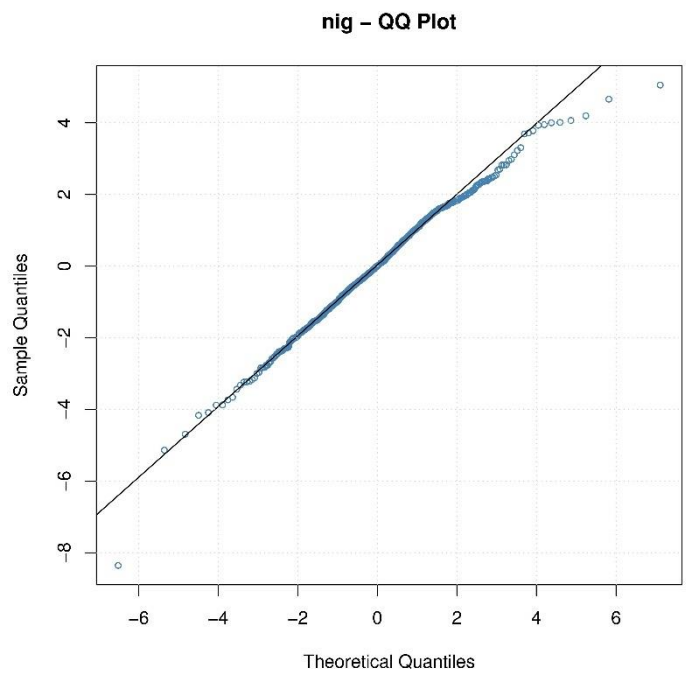
Παρακάτω βλέπουμε τον έλεγχο Adjusted Pearson Goodness of Fit.

```
Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
group statistic p-value (g-1)
1    20    31.56    0.03505
2    30    48.81    0.01209
3    40    55.37    0.04299
4    50    59.27    0.14932
```

Εικόνα 50 Ethereum - Adjusted Pearson gof test

Σύμφωνα με τον έλεγχο Pearson Goodness of Fit test (έλεγχος καταλοίπων) φαίνεται ότι το μοντέλο GARCH που επιλέξαμε δεν είναι όσο ικανοποιητικό θα θέλαμε παρ' όλο που οι υπόλοιποι διαγνωστικοί είναι ικανοποιητικοί.

Συνεχίζουμε παρατηρώντας την κατανομή των τυποποιημένων καταλοίπων.



Εικόνα 51 QQPlot καταλοίπων Ethereum

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι τα τυποποιημένα κατάλοιπα ακολουθούν την Κανονική Κατανομή .

Από τον έλεγχο Ljung - Box που ακολουθεί παρατηρούμε ότι τα κατάλοιπα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, αφού η μηδενική υπόθεση (H_0 : ανεξαρτησία) δεν απορρίπτεται.


```

> Box.test(iethn.res, type="Ljung", lag=40)

      Box-Ljung test

data:  iethn.res
X-squared = 54.982, df = 40, p-value = 0.05765

```

Εικόνα 52 Ljung - Box test για Ethereum

Τέλος, με βάση τον έλεγχο LM που βλέπουμε παρακάτω τα κατάλοιπα είναι, πλέον, ομοσκεδαστικά.

```

> ArchTest(iethn.res, demean=FALSE, lag=50)

      ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data:  iethn.res
Chi-squared = 43.779, df = 50, p-value = 0.7199

```

Εικόνα 53 LM test για Ethereum

3.9.3 Litecoin

Παρακάτω βλέπουμε τον έλεγχο Adjusted Pearson Goodness of Fit

```

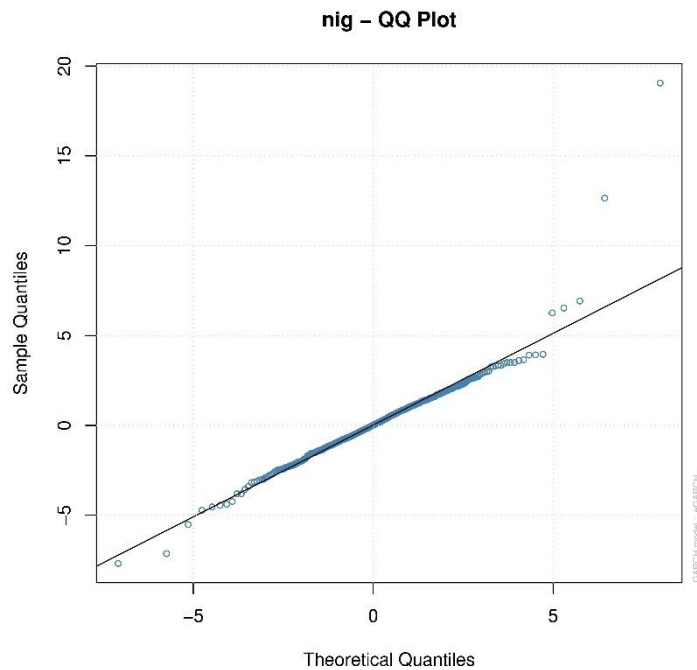
Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
  group statistic p-value(g-1)
1     20      22.45   0.26263
2     30      25.45   0.65451
3     40      50.73   0.09876
4     50      39.74   0.82468

```

Εικόνα 54 Litecoin - Adjusted Pearson god test

Παρατηρούμε ότι η Αντίστροφη Κανονική Κατανομή αποτυπώνει επαρκώς την εμπειρική κατανομή που βασίζεται σε αυτό το τεστ, δηλαδή το μοντέλο που επιλέξαμε είναι ικανοποιητικό.

Συνεχίζουμε παρατηρώντας την κατανομή των τυποποιημένων καταλοίπων.



Εικόνα 55 QQPlot καταλοίπων για Litecoin

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι τα τυποποιημένα κατάλοιπα ακολουθούν την Κανονική Κατανομή .

Από τον έλεγχο Ljung - Box που ακολουθεί παρατηρούμε ότι τα κατάλοιπα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, αφού η μηδενική υπόθεση (H_0 : ανεξαρτησία) δεν απορρίπτεται.

```
> Box.test(eltcn.res, type="Ljung", lag=30)

Box-Ljung test

data: eltcn.res
X-squared = 41.617, df = 30, p-value = 0.07716
```

Εικόνα 56 Ljung - Box test για Litecoin

Τέλος, με βάση τον έλεγχο LM που βλέπουμε παρακάτω τα κατάλοιπα είναι, πλέον, ομοσκεδαστικά.

```

> ArchTest(eltcn.res, demean=FALSE, lags=10)

      ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data: eltcn.res
Chi-squared = 0.75059, df = 10, p-value = 1

```

Εικόνα 57 LM test για Litecoin

3.9.4 Ripple

Παρακάτω βλέπουμε τον έλεγχο Adjusted Pearson Goodness of Fit

```

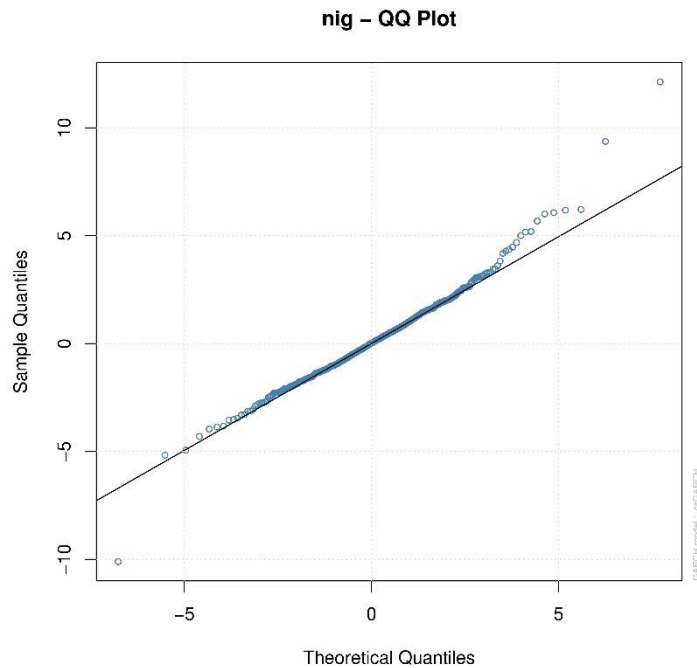
Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
group statistic p-value(g-1)
1      20      16.46      0.6265
2      30      14.25      0.9900
3      40      29.01      0.8786
4      50      35.36      0.9282

```

Εικόνα 58 Ripple - Adjusted Pearson gof test

Παρατηρούμε ότι η Αντίστροφη Κανονική Κατανομή αποτυπώνει επαρκώς την εμπειρική κατανομή που βασίζεται σε αυτό το τεστ, δηλαδή το μοντέλο που επιλέξαμε είναι ικανοποιητικό.

Συνεχίζουμε παρατηρώντας την κατανομή των τυποποιημένων καταλοίπων.



Εικόνα 59 Q-QPlot καταλοίπων για Ripple

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι τα τυποποιημένα κατάλοιπα ακολουθούν την Κανονική Κατανομή .

Από τον έλεγχο Ljung - Box που ακολουθεί παρατηρούμε ότι τα κατάλοιπα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, αφού η μηδενική υπόθεση (H_0 : ανεξαρτησία) δεν απορρίπτεται.

```
> Box.test(csxrpn.res, type="Ljung", lag=75)

Box-Ljung test

data: csxrpn.res
X-squared = 94.475, df = 75, p-value = 0.06381
```

Εικόνα 60 Ljung - Box test για Ripple

Τέλος, με βάση τον έλεγχο LM που βλέπουμε παρακάτω τα κατάλοιπα είναι, πλέον, ομοσκεδαστικά.

```
> ArchTest(csxrpn.res, demean=FALSE, lags=10)

ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data: csxrpn.res
Chi-squared = 5.8768, df = 10, p-value = 0.8255
```

Εικόνα 61 LM test για Ripple

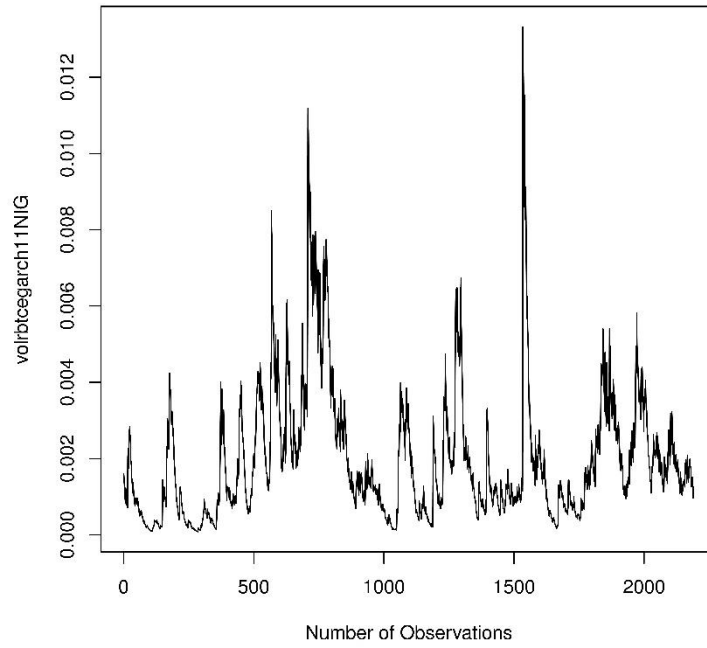
3.10 Διαγράμματα Μεταβλητότητας και Συγκρίσεις

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιάσουμε τα διαγράμματα της μεταβλητότητας των υποδειγμάτων που εκτιμήσαμε, καθώς ο οπτικός έλεγχος θα βοηθήσει στην περαιτέρω κατανόηση των εννοιών που παρουσιάσαμε στην παρούσα εργασία. Τέλος, θα συγκρίνουμε τις τιμές της μεταβλητότητας μεταξύ του βέλτιστου υποδείγματος για κάθε κρυπτονόμισμα με τις τιμές της μεταβλητότητας των υπόλοιπων υποδειγμάτων. Η κατανομή που θα χρησιμοποιήσουμε για τη σύγκριση είναι η ίδια με την κατανομή του αντίστοιχου βέλτιστου υποδείγματος.

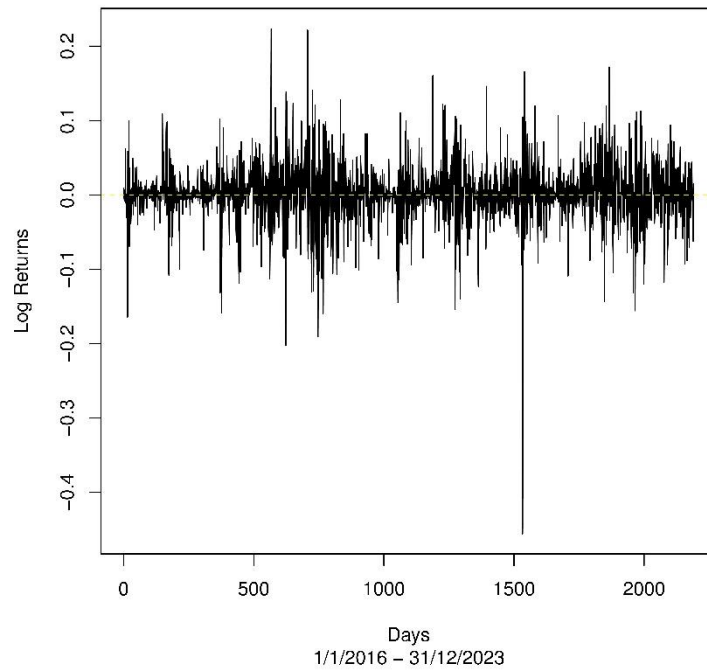
3.10.1 Bitcoin

Παρακάτω βλέπουμε το διάγραμμα της διακύμανσης του μοντέλου eGARCH(1,1)-NIG μαζί με το διάγραμμα των λογαριθμικών αποδόσεων του Bitcoin. Από τα διαγράμματα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι ημέρες μεγάλης διακύμανσης συμπίπτουν με τις ημέρες μεγάλων τιμών των λογαριθμικών αποδόσεων.

BTC Volatility [eGARCH(1,1)-NIG]

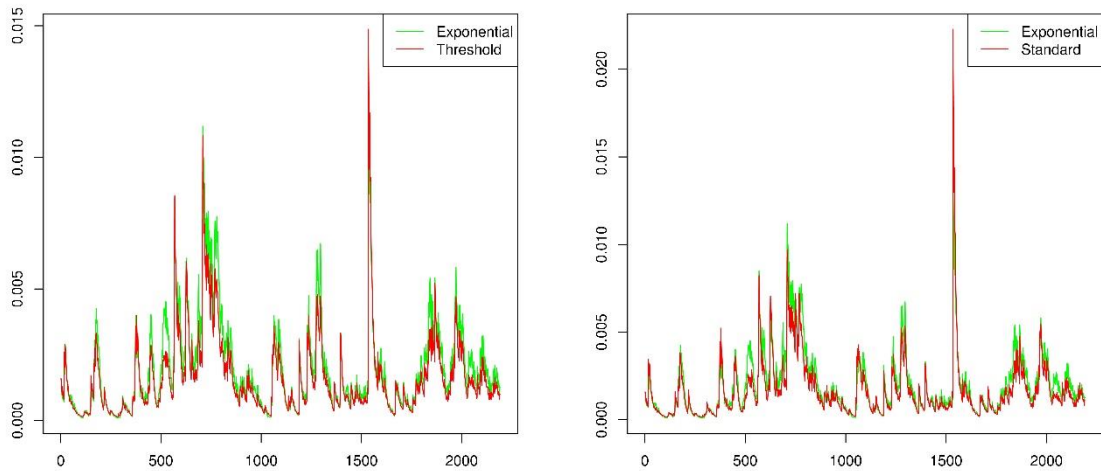


Bitcoin Log Returns Plot

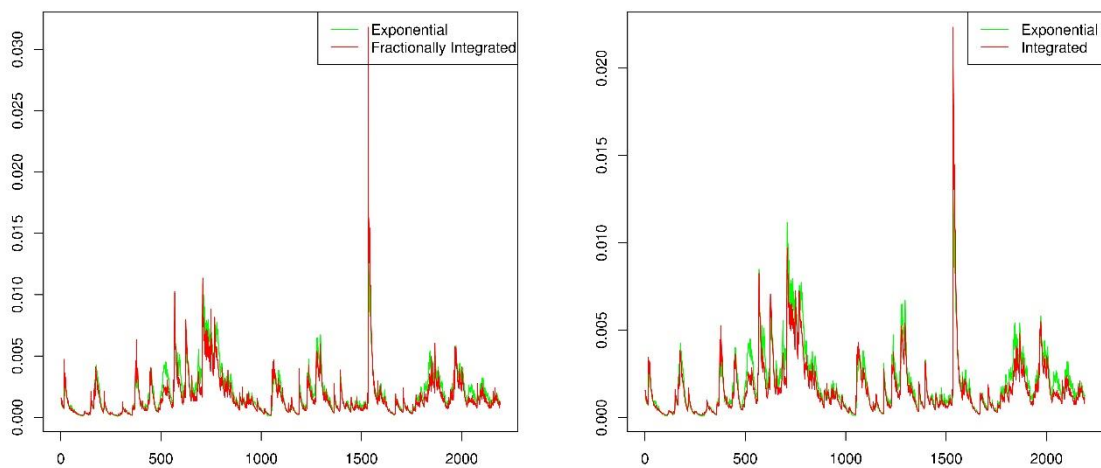


Εικόνα 62 Volatility Plot - Log Returns Plot

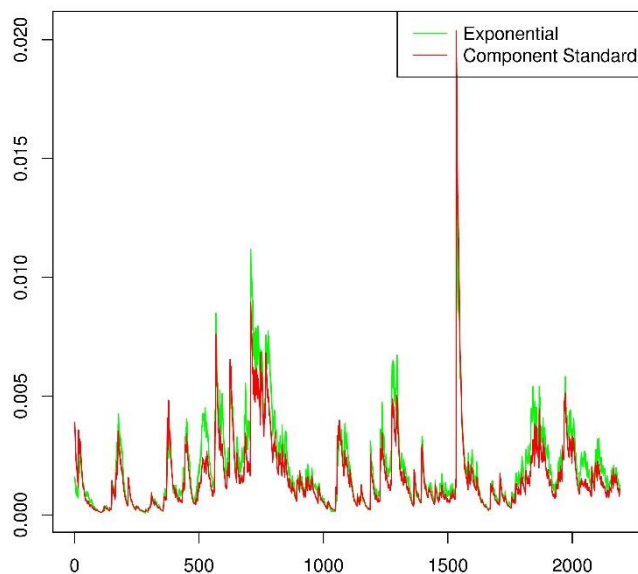
Στη συνέχεια παραθέτουμε 5 διαγράμματα στα οποία βλέπουμε τη διακύμανση του υποδείγματος eGARCH(1,1)-NIG, του βέλτιστου δηλαδή υποδείγματος, μαζί με τα άλλα 5 υποδείγματα που εκτιμήσαμε νωρίτερα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG.



Εικόνα 63 Διαγράμματα Μεταβλητότητας eGARCH-gjrGARCH και eGARCH-sGARCH αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG



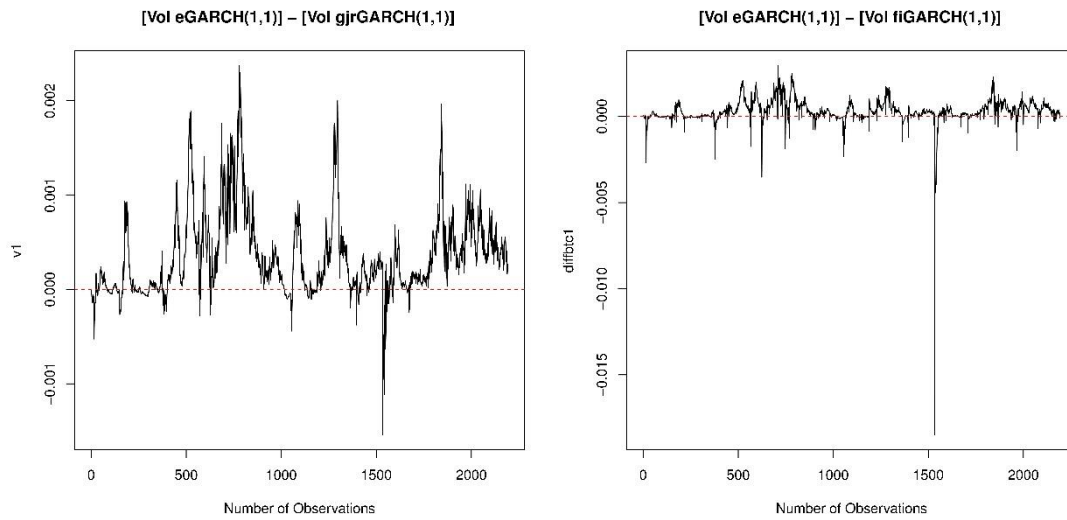
Εικόνα 64 Διαγράμματα Μεταβλητότητας eGARCH-igARCH και eGARCH-fiGARCH αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG



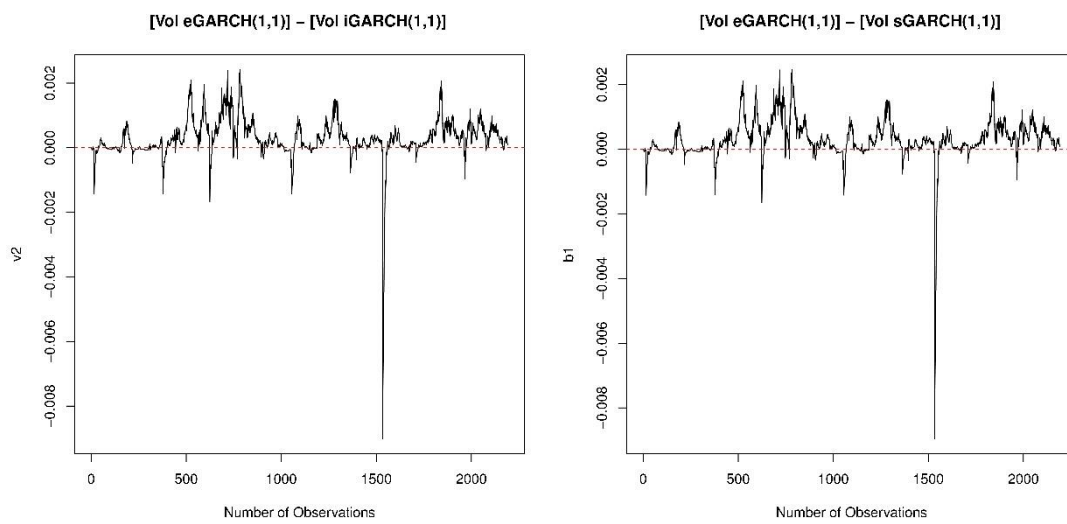
Εικόνα 65 Διάγραμμα Μεταβλητότητας eGARCH-csGARCH χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρείται ότι σε περιόδους υψηλής μεταβλητότητας οι τιμές της διακύμανσης του eGARCH(1,1)-NIG είναι μεγαλύτερες σε σύγκριση με τα υπόλοιπα μοντέλα, ενώ σε περιόδους χαμηλής μεταβλητότητας οι τιμές της διακύμανσης του eGARCH(1,1)-NIG είναι χαμηλότερες. Ακόμα, μπορεί να παρατηρηθεί ότι η μέγιστη τιμή της διακύμανσης του eGARCH(1,1)-NIG είναι μικρότερη από όλες τις υπόλοιπες.

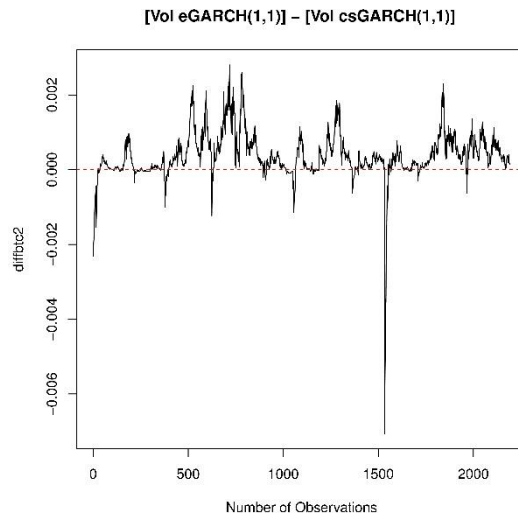
Συνεχίζουμε με τις διαφορές των διακυμάνσεων για να σχηματίσουμε μία καλύτερη εικόνα όσον αφορά τις ακραίες τιμές, αλλά και για να επαληθεύσουμε τους προηγούμενους ισχυρισμούς μας.



Εικόνα 66 Διαφορές Διακυμάνσεων

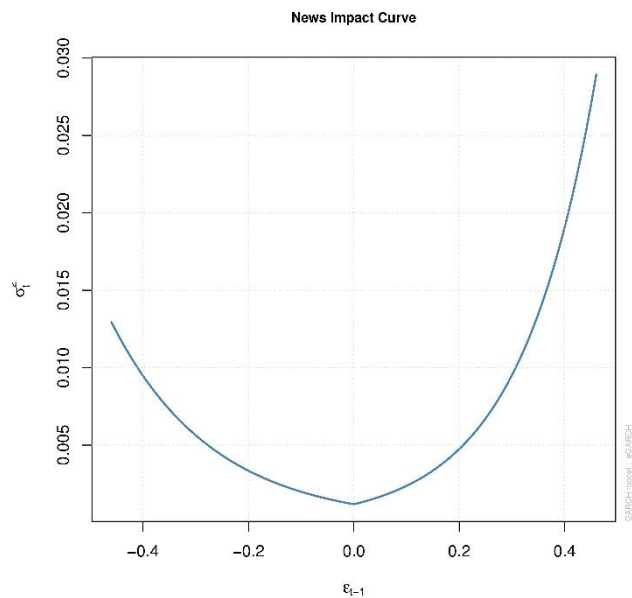


Εικόνα 67 Διαφορές Διακυμάνσεων



Εικόνα 68 Διαφορές Διακυμάνσεων

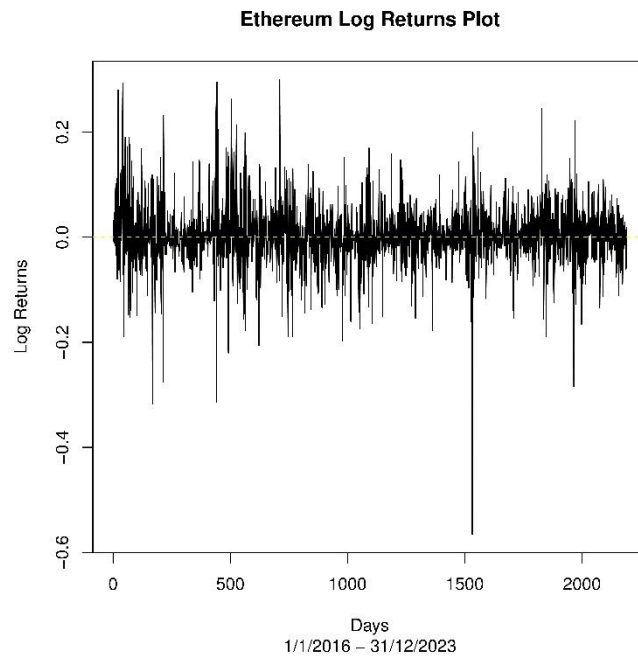
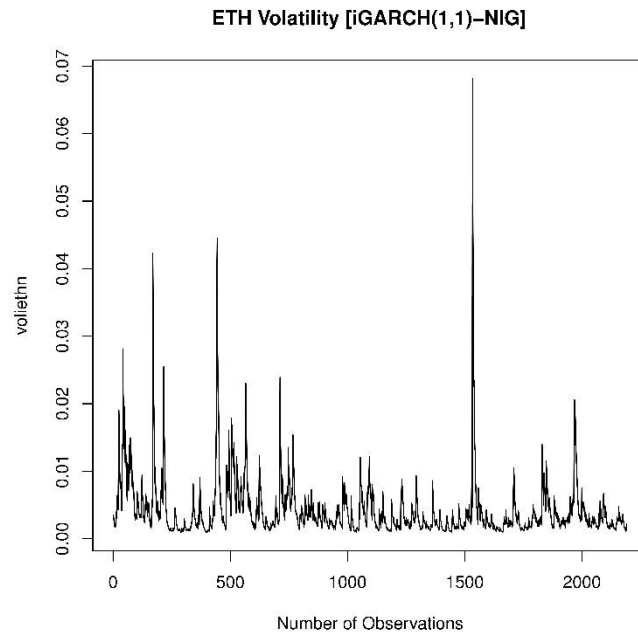
Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε, όπως φαίνεται από το παρακάτω σχήμα, ότι όταν υπάρχουν θετικά νέα για το Bitcoin η αύξηση της τιμής του είναι πιο απότομη απ' ότι όταν υπάρχουν αρνητικά νέα. Με λίγα λόγια, η επίδραση των θετικών και αρνητικών νέων στη τιμή του Bitcoin δεν είναι συμμετρική.



Εικόνα 69 News Impact Curve

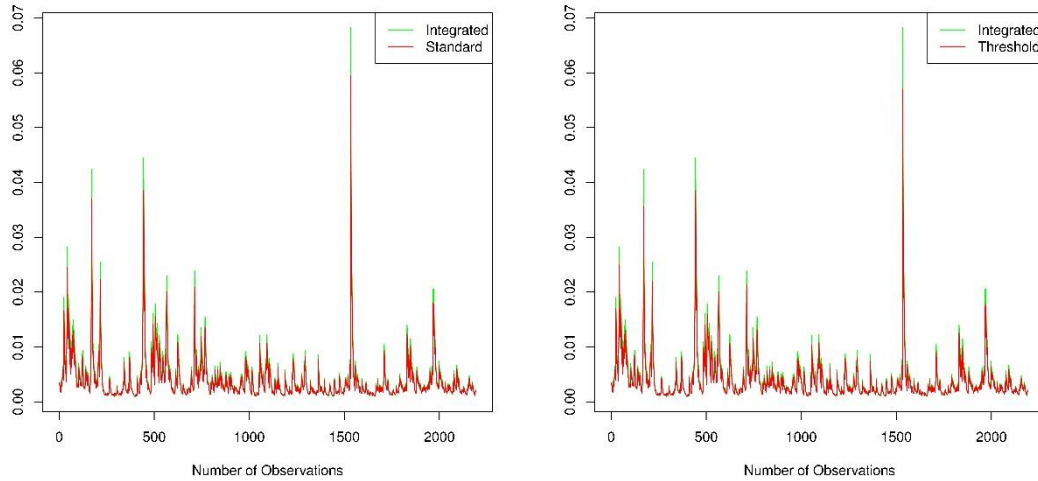
3.10.2 Ethereum

Παρακάτω βλέπουμε το διάγραμμα της διακύμανσης του μοντέλου iGARCH(1,1)-NIG μαζί με το διάγραμμα των λογαριθμικών αποδόσεων του Ethereum. Από τα διαγράμματα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι ημέρες μεγάλης διακύμανσης συμπίπτουν με τις ημέρες μεγάλων τιμών των λογαριθμικών αποδόσεων.

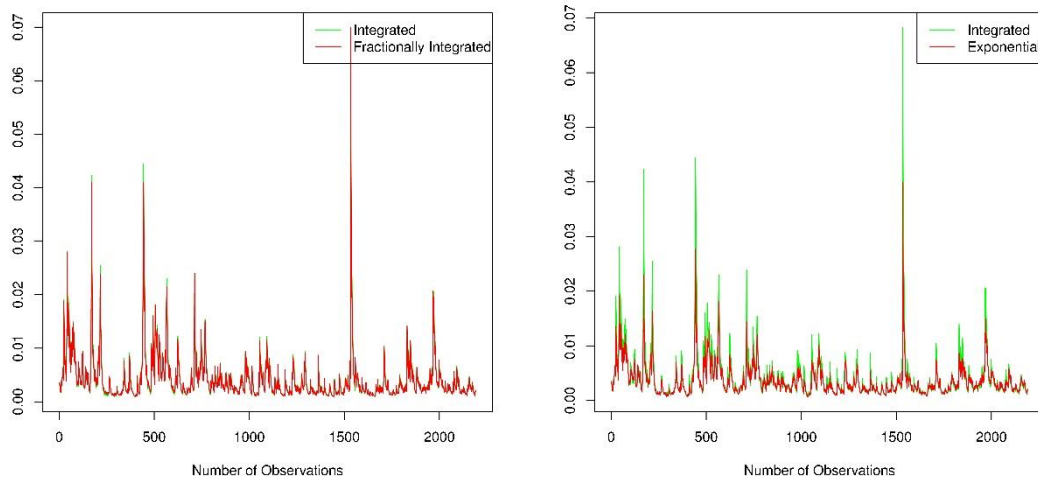


Εικόνα 70 Volatility Plot - Log Returns Plot

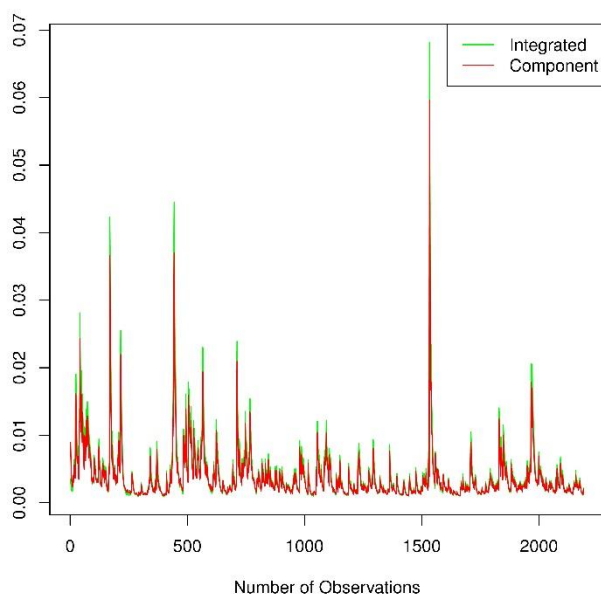
Στη συνέχεια παραθέτουμε 5 διαγράμματα στα οποία βλέπουμε τη διακύμανση του υποδείγματος $iGARCH(1,1)-NIG$, του βέλτιστου δηλαδή υποδείγματος, μαζί με τα άλλα 5 υποδείγματα που εκτιμήσαμε νωρίτερα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG .



Εικόνα 71 Διαγράμματα Μεταβλητότητας $iGARCH-sGARCH$ και $iGARCH-gjrGARCH$ αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG



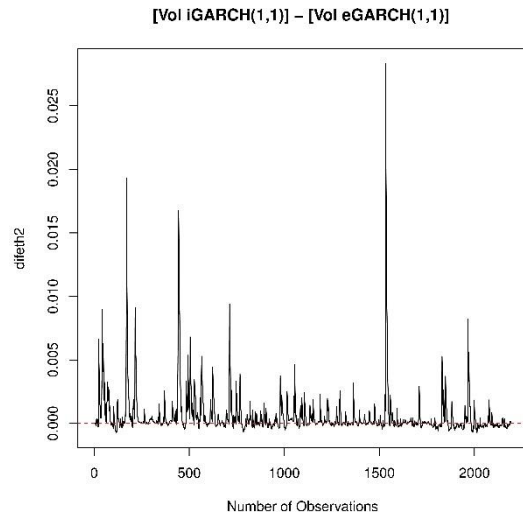
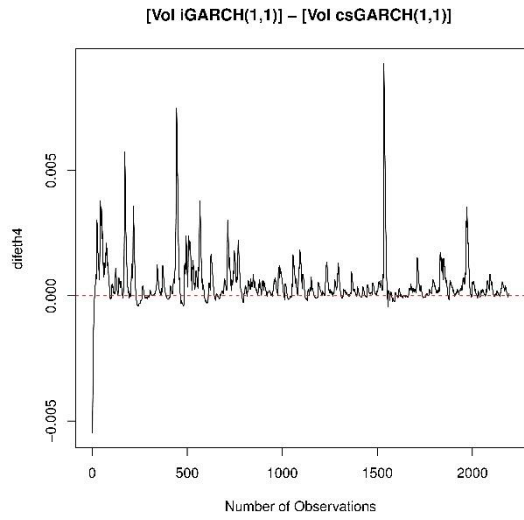
Εικόνα 72 Διαγράμματα Μεταβλητότητας $iGARCH-fiGARCH$ και $iGARCH-eGARCH$ αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG



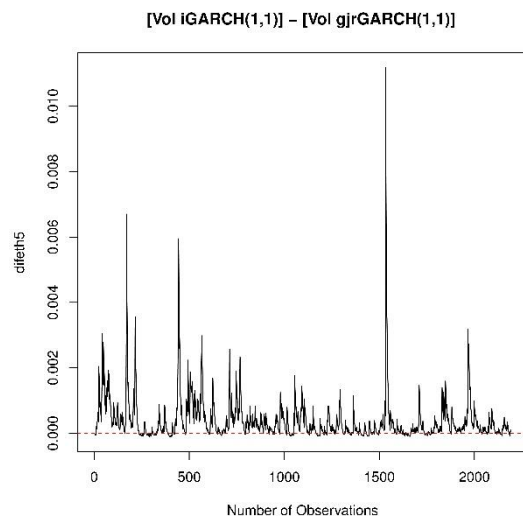
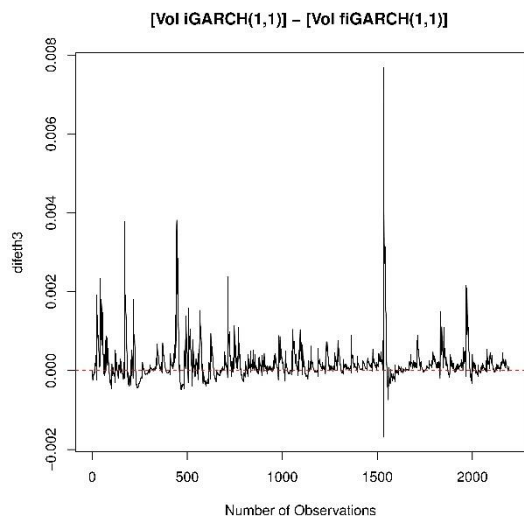
Εικόνα 73 Διάγραμμα Μεταβλητότητας *iGARCH-csGARCH* χρησιμοποιώντας την κατανομή *NIG*

Στα παραπάνω διαγράμματα παρατηρείται ότι η μέγιστη τιμή της διακύμανσης του *iGARCH(1,1)-NIG* μοντέλου είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη τιμή της διακύμανσης των υπόλοιπων μοντέλων. Επίσης, μπορούμε να δούμε ότι σε περιόδους υψηλής μεταβλητότητας οι τιμές της διακύμανσης του *iGARCH(1,1)-NIG* είναι μεγαλύτερες σε σύγκριση με τα υπόλοιπα μοντέλα, ενώ σε περιόδους χαμηλής μεταβλητότητας οι τιμές της διακύμανσης του *iGARCH(1,1)-NIG* είναι χαμηλότερες. Να σημειωθεί ότι οι διαφορές στις τιμές της διακύμανσης μεταξύ των μοντέλων *iGARCH-NIG* και *fiGARCH(1,1)-NIG* είναι πολύ μικρές όπως θα φανεί και στη συνέχεια.

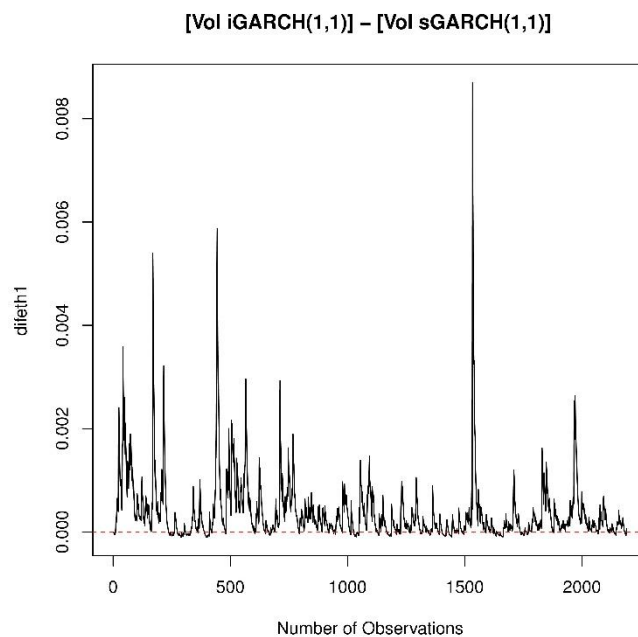
Συνεχίζουμε με τις διαφορές των διακυμάνσεων για να σχηματίσουμε μία καλύτερη εικόνα όσον αφορά τις ακραίες τιμές, αλλά και για να επαληθεύσουμε τους προηγούμενους ισχυρισμούς μας.



Εικόνα 74 Διαφορές Διακυμάνσεων



Εικόνα 75 Διαφορές Διακυμάνσεων

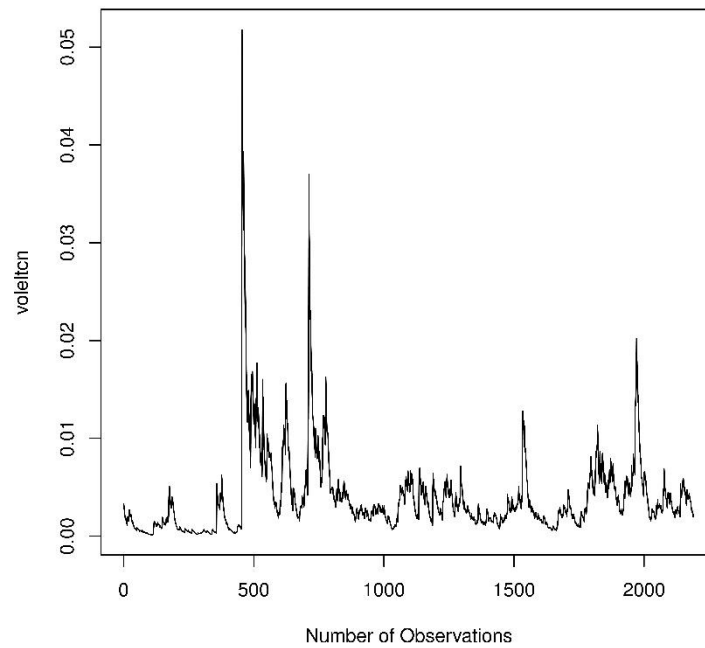


Εικόνα 76 Διαφορές Διακυμάνσεων

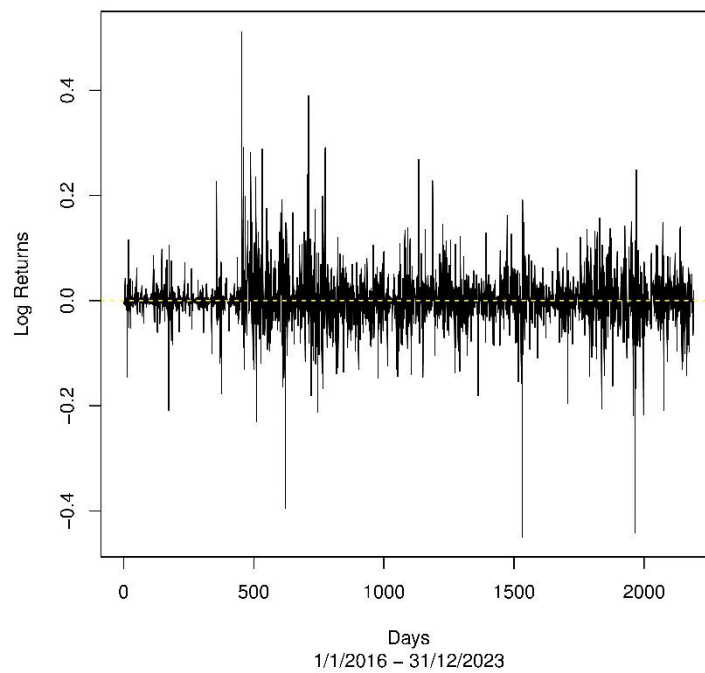
3.10.3 Litecoin

Παρακάτω βλέπουμε το διάγραμμα της διακύμανσης του μοντέλου eGARCH(1,1)-NIG μαζί με το διάγραμμα των λογαριθμικών αποδόσεων του Litecoin. Από τα διαγράμματα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι ημέρες μεγάλης διακύμανσης συμπίπτουν με τις ημέρες μεγάλων τιμών των λογαριθμικών αποδόσεων.

LTC Volatility [eGARCH(1,1)-NIG]



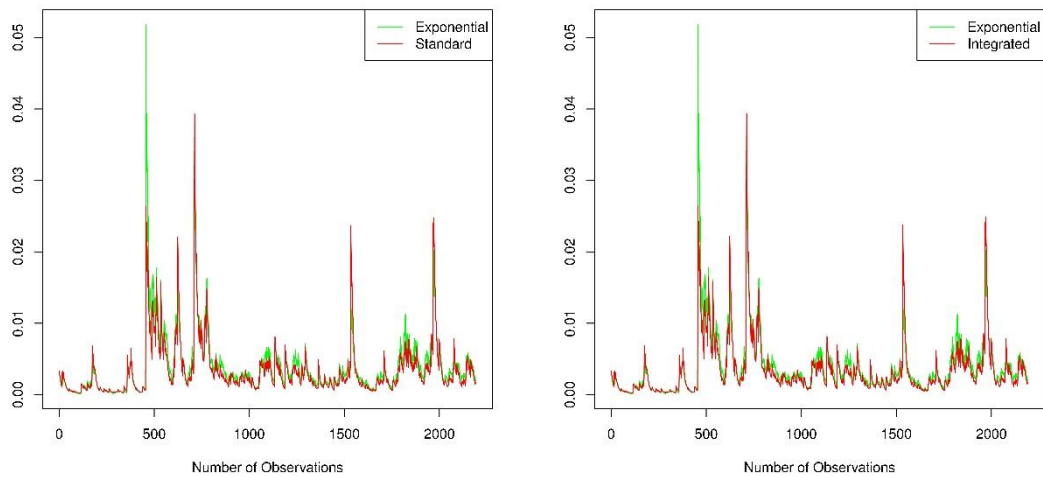
Litecoin Log Returns Plot



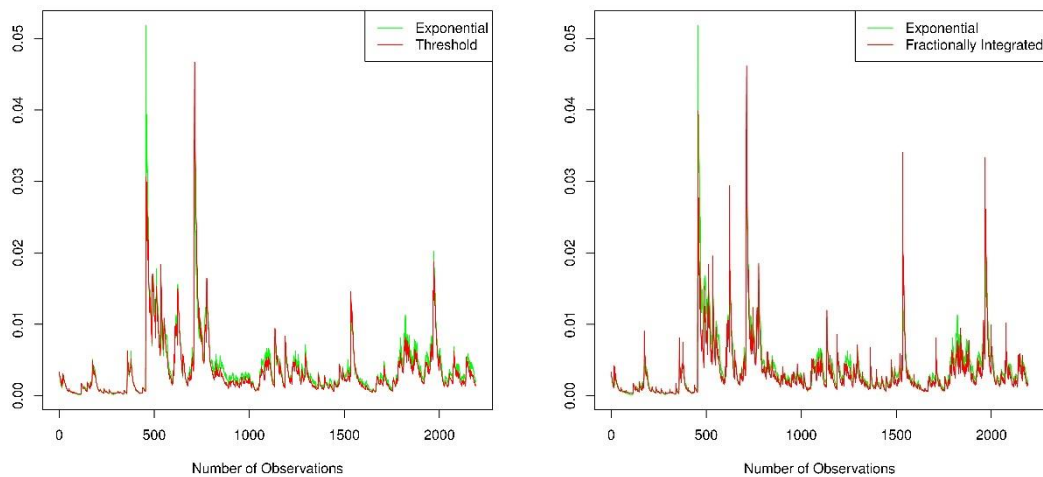
Εικόνα 77 Volatility Plot - Log Returns Plot

Στα παρακάτω διαγράμματα παρατηρείται ότι μέγιστη τιμή της διακύμανσης του eGARCH(1,1)-NIG μοντέλου είναι μεγαλύτερη από των υπόλοιπων μοντέλων. Ακόμα

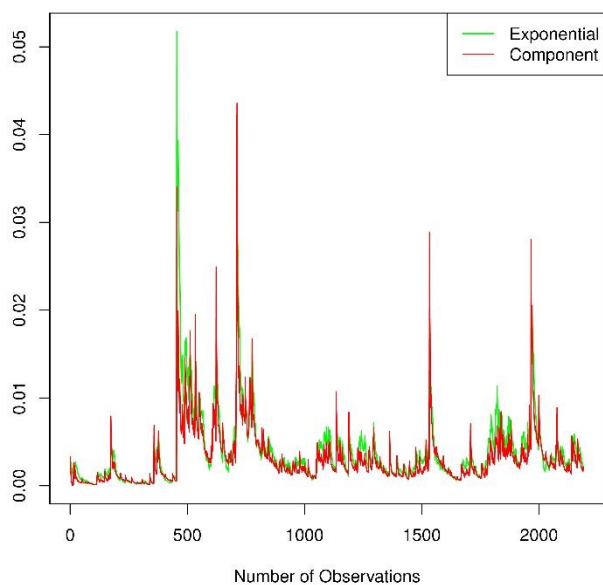
μπορούμε να διακρίνουμε ότι σε περιόδους όπου η μεταβλητότητα είναι μεγάλη σε διάρκεια (συνεχόμενη) το μοντέλο eGARCH(1,1)-NIG τείνει να έχει υψηλότερες κορυφές, ενώ όταν η μεταβλητότητα του ίδιου μοντέλου αυξάνεται απότομα βλέπουμε ότι έχει χαμηλότερες κορυφές από τα υπόλοιπα μοντέλα.



Εικόνα 78 Διαγράμματα Μεταβλητότητας eGARCH-sGARCH και eGARCH-iGARCH αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG

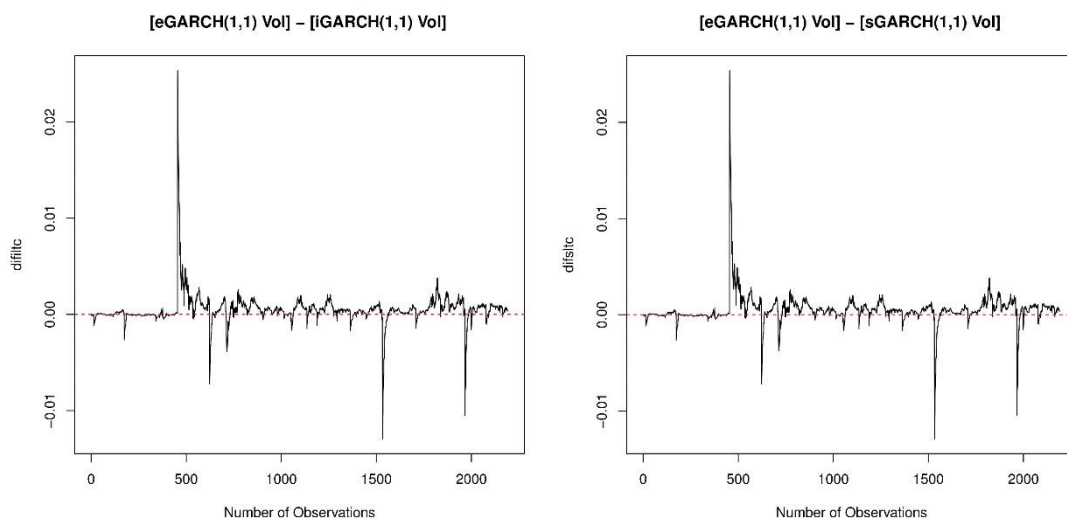


Εικόνα 79 Διαγράμματα Μεταβλητότητας eGARCH-gjrGARCH και eGARCH-fjGARCH αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG

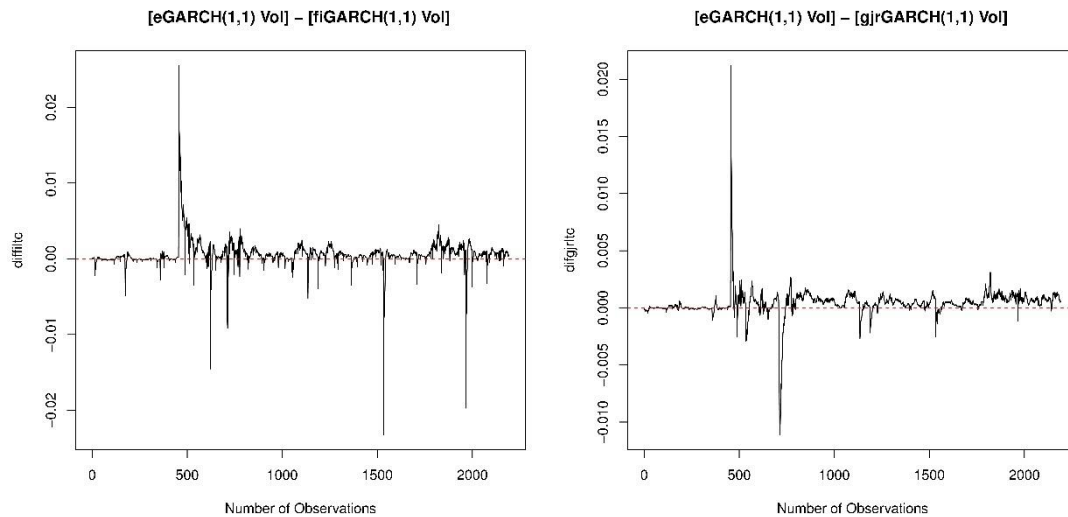


Εικόνα 80 Διάγραμμα Μεταβλητότητας eGARCH-csGARCH χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG

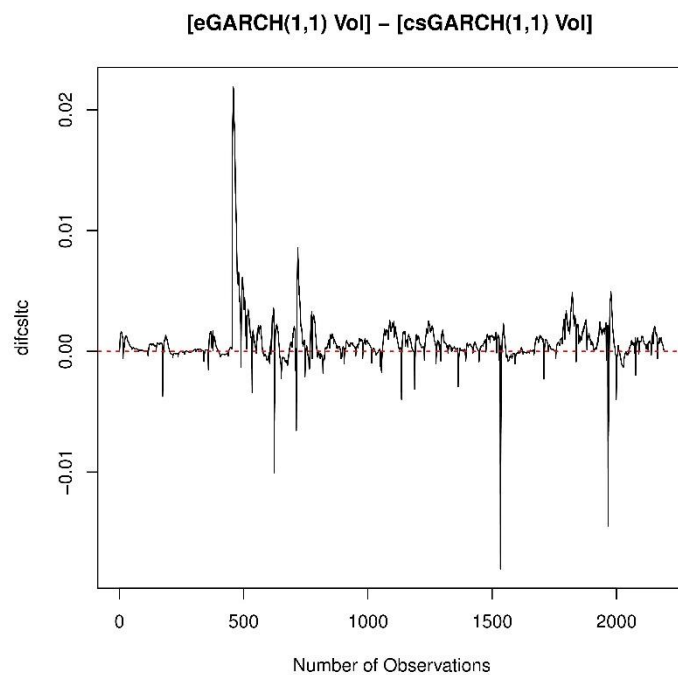
Συνεχίζουμε με τις διαφορές των διακυμάνσεων για να σχηματίσουμε μία καλύτερη εικόνα όσον αφορά τις ακραίες τιμές, αλλά και για να επαληθεύσουμε τους προηγούμενους ισχυρισμούς μας.



Εικόνα 81 Διαφορές Διακυμάνσεων



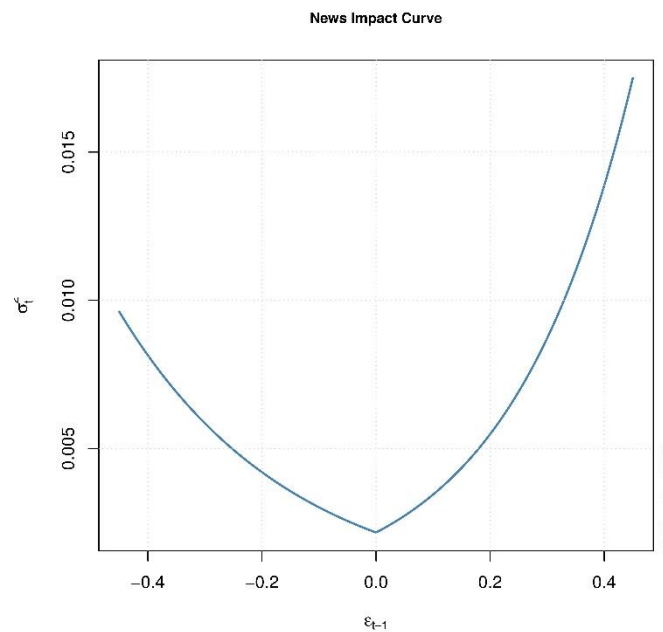
Εικόνα 82 Διαφορές Διακυμάνσεων



Εικόνα 83 Διαφορές Διακυμάνσεων

Όπως φαίνεται από το παρακάτω σχήμα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι όταν υπάρχουν θετικά νέα για το Litecoin η αύξηση της τιμής του είναι πιο απότομη απ' ότι όταν υπάρχουν αρνητικά νέα. Με λίγα λόγια, η επίδραση των θετικών και αρνητικών

νέων στη τιμή του Litecoin δεν είναι συμμετρική.

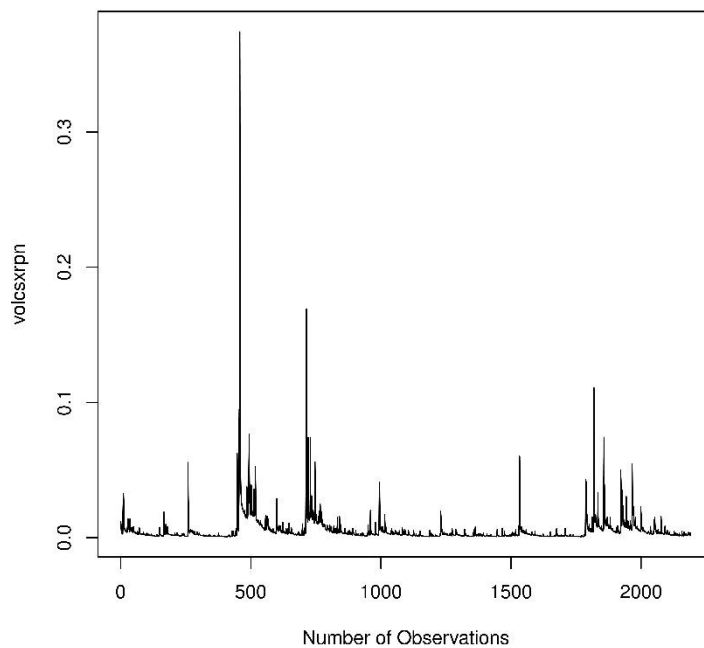


Εικόνα 84 News Impact Curve

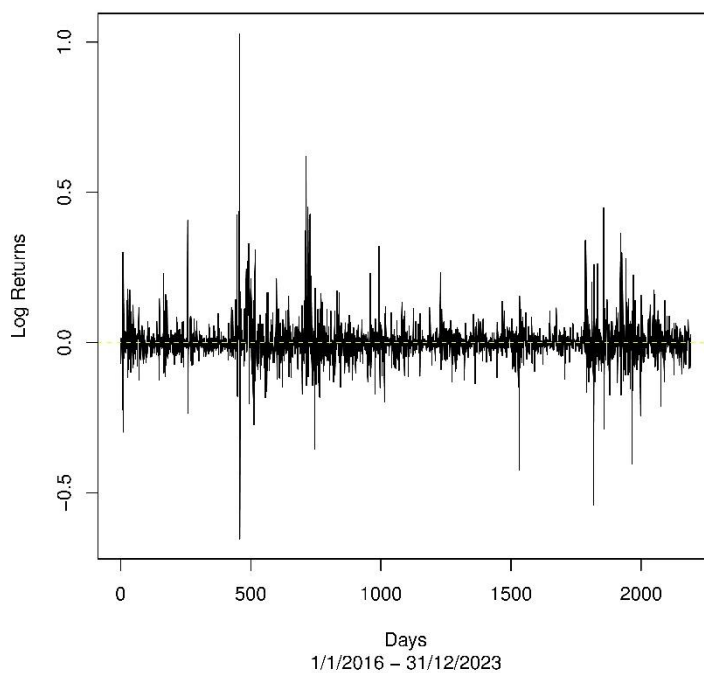
3.10.4 Ripple

Παρακάτω βλέπουμε το διάγραμμα της διακύμανσης του μοντέλου csGARCH(1,1)-NIG μαζί με το διάγραμμα των λογαριθμικών αποδόσεων του Ripple. Από τα διαγράμματα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι ημέρες μεγάλης διακύμανσης συμπίπτουν με τις ημέρες μεγάλων τιμών των λογαριθμικών αποδόσεων.

XRP Volatility [csGARCH(1,1)-NIG]



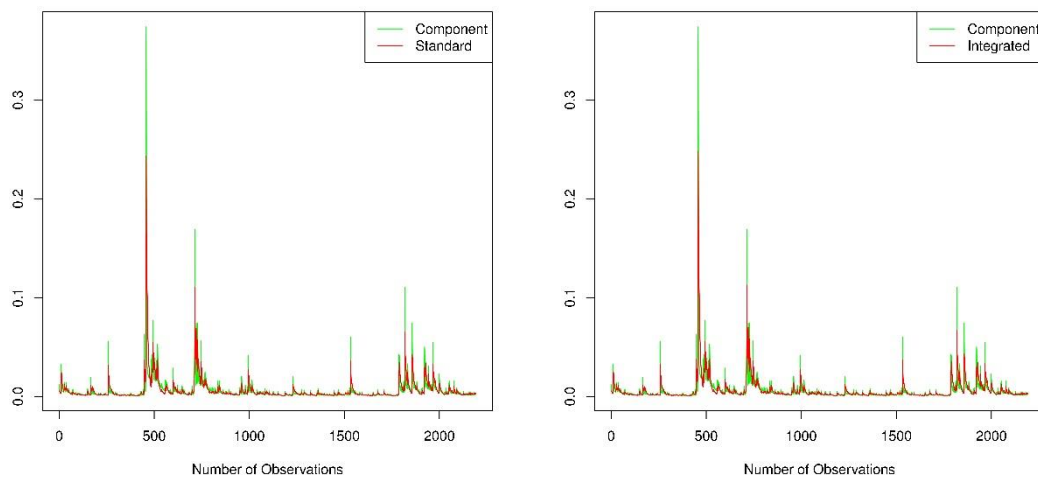
Ripple Log Returns Plot



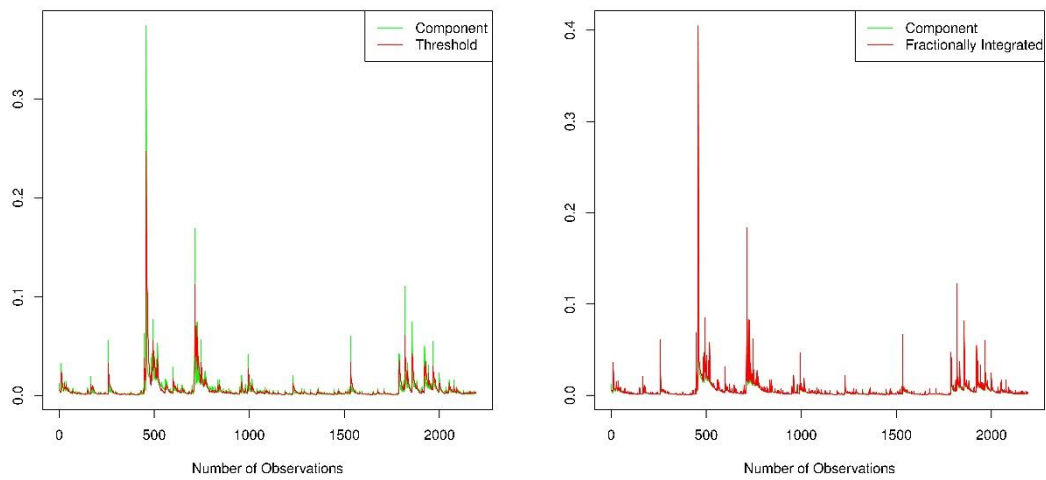
Εικόνα 85 Volatility Plot - Log Returns Plot

Στα παρακάτω διαγράμματα παρατηρείται ότι η μέγιστη τιμή της διακύμανσης του csGARCH(1,1)-NIG μοντέλου είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη τιμή της διακύμανσης

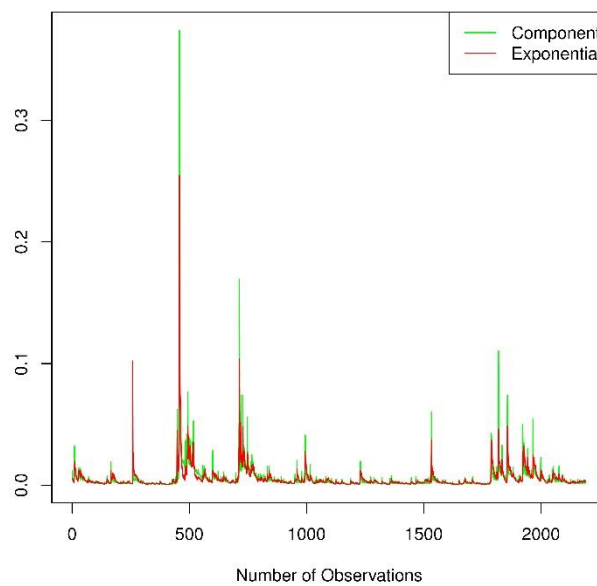
των υπόλοιπων μοντέλων, εκτός του $fiGARCH(2,1)-NIG$. Φαίνεται ότι το συγκεκριμένο μοντέλο, σε γενικές γραμμές, παρουσιάζει μεγαλύτερη μεταβλητότητα καθ' όλη τη χρονική περίοδο που εξετάζεται. Ακόμα μπορούμε να διακρίνουμε ότι σε περιόδους όπου η μεταβλητότητα είναι χαμηλή το μοντέλο $csGARCH(1,1)-NIG$ έχει, κατά κύριο λόγο, χαμηλότερες κορυφές από ότι τα υπόλοιπα μοντέλα, ενώ σε περιόδους υψηλής μεταβλητότητας οι κορυφές που σχηματίζει το $csGARCH(1,1)-NIG$ μοντέλο είναι υψηλότερες από των υπόλοιπων, με εξαίρεση να αποτελεί το μοντέλο $fiGARCH(2,1)-NIG$ και για τις δύο παραπάνω παρατηρήσεις.



Εικόνα 86 Διαγράμματα Μεταβλητότητας $csGARCH-sGARCH$ και $csGARCH-iGARCH$ αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG

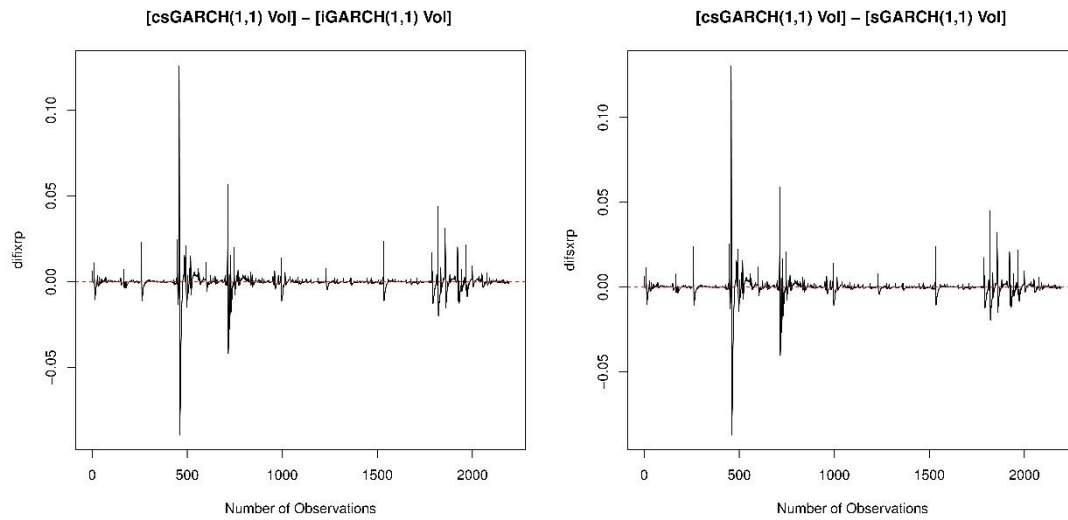


Εικόνα 87 Διαγράμματα Μεταβλητότητας $csGARCH-gjrGARCH$ και $csGARCH-fiGARCH$ αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG

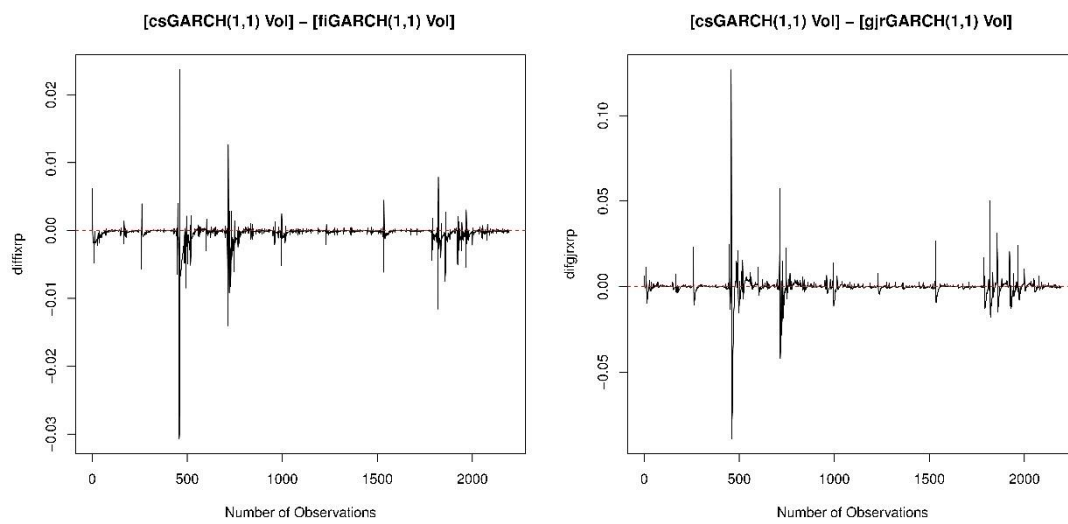


Εικόνα 88 Διαγράμματα Μεταβλητότητας $csGARCH-eGARCH$ χρησιμοποιώντας την κατανομή NIG

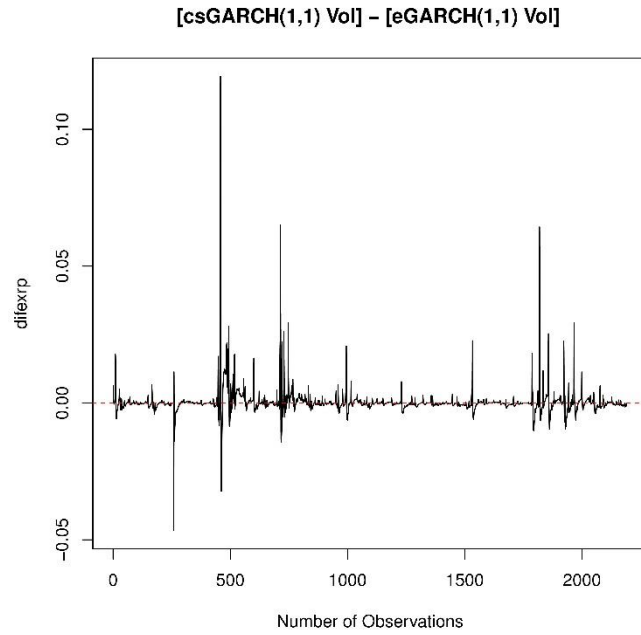
Συνεχίζουμε με τις διαφορές των διακυμάνσεων για να σχηματίσουμε μία καλύτερη εικόνα όσον αφορά τις ακραίες τιμές, αλλά και για να επαληθεύσουμε τους προηγούμενους ισχυρισμούς μας.



Εικόνα 89 Διαφορές Διακυμάνσεων

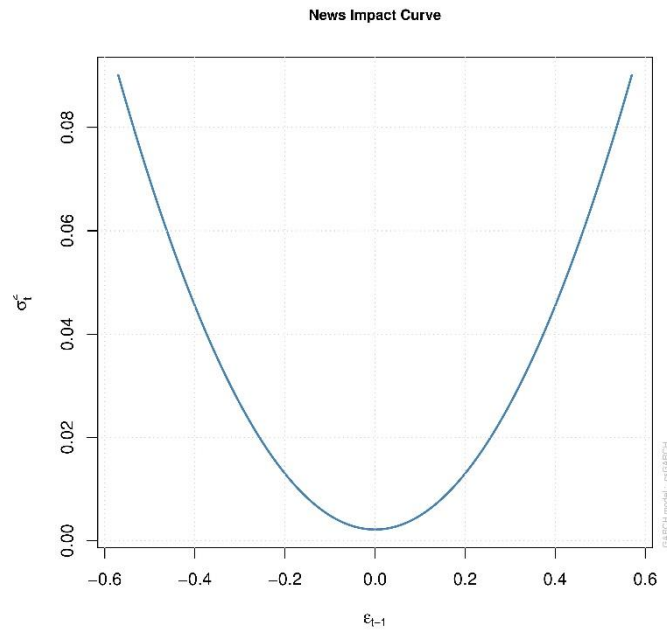


Εικόνα 90 Διαφορές Διακυμάνσεων



Εικόνα 91 Διαφορές Διακυμάνσεων

Τέλος, όπως φαίνεται από το παρακάτω σχήμα, η επίδραση των θετικών και αρνητικών νέων στην τιμή του Ripple είναι συμμετρική.



Εικόνα 92 News Impact Curve

3.11 Αποτίμηση Δικαιώματος Αγοράς Bitcoin

Πρώτο βήμα για την αποτίμηση του δικαιώματος αγοράς ενός Bitcoin είναι ο υπολογισμός του unconditional variance ή αλλιώς της άνευ όρων διακύμανσης. Ο τύπος της δίνεται ως εξής:

$$LRV = \sqrt{e^{\left(\frac{\omega}{1-\beta_1}\right)}}, \tag{4.1}$$

όπου ω και β_1 οι όροι a_0 και b_1 αντίστοιχα τις εξίσωσης GARCH (3.19).

Στην περίπτωση μας οι παράμετροι του υποδείγματος eGARCH(1,1) με κατανομή NIG (βέλτιστο υπόδειγμα για τη μεταβλητότητα του Bitcoin) είναι οι παρακάτω.

```
Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.001085   0.000524   2.0721 0.038254
arl     -0.073030   0.018519  -3.9436 0.000080
omega  -0.062583   0.023274  -2.6890 0.007167
alpha   0.032372   0.014011   2.3105 0.020858
beta1   0.990507   0.003689 268.5277 0.000000
gamma1  0.224922   0.003793  59.2992 0.000000
skew   -0.089417   0.046296  -1.9314 0.053431
shape   0.335610   0.044352   7.5670 0.000000
```

Εικόνα 93 Παράμετροι υποδείγματος eGARCH(1,1) με κατανομή NIG

Στη συνέχεια, θα να την μετατρέψουμε σε ετήσια άνευ όρων διακύμανση ως εξής:

$$ALRV = LRV * \sqrt{365}.$$

Πολλαπλασιάσαμε την (4.1) με την τετραγωνική ρίζα του πλήθους των ημερών που μπορούμε να κάνουμε συναλλαγές. Συναλλαγές με κρυπτονομίσματα μπορούν να γίνουν όλες τις ημέρες του χρόνου σε αντίθεση με το χρηματιστήριο στο οποίο συναλλαγές γίνονται 252 ημέρες το χρόνο.

Τέλος, γίνεται η αποτίμηση του δικαιώματος αγοράς ενός Bitcoin με χρόνο ωρίμανσης 8 μήνες χρησιμοποιώντας τη διαφορική εξίσωση Black-Scholes. Να σημειωθεί ότι ως τιμή άσκησης του Bitcoin πήραμε την τιμή κλεισίματος σε δολάρια στις 31/12/2021 (46306.455\$) και ότι η αποτίμηση έγινε με τη χρήση της συνάρτησης «bscall» του πακέτου «derivmkt». Η συνάρτηση «bscall» δέχεται ως ορίσματα την τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου, την τιμή άσκησης, την μεταβλητότητα (στην περίπτωση μας την ετήσια διακύμανση άνευ όρων), το χρόνο ωρίμανσης, την ετησιοποιημένη μερισματική απόδοση και το ετήσιο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο.

Επενδυτές που επενδύουν παραδοσιακά νομίσματα, όπως το δολάριο ή το ευρώ, σε κρατικά ομόλογα μπορούν να κερδίζουν δίχως κίνδυνο, διότι η ιδέα του επιτοκίου χωρίς κίνδυνο βασίζεται στην υπόθεση ότι μία κυβέρνηση δε μπορεί να χρεοκοπήσει. Για παράδειγμα, το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο 10ετούς κρατικού ομολόγου των ΗΠΑ είναι 3,98% κατά τη στιγμή γραφής της παρούσας εργασίας. Στη περίπτωση του Bitcoin ο κίνδυνος είναι πολύ μεγαλύτερος από ότι των κρατικών ομολόγων από τη στιγμή που δεν υπάρχει κυβερνητική υποστήριξη ή κάποια άλλη υποστήριξη. Σύμφωνα με την αμερικάνικη εταιρία παγκόσμιων αγορών CME (<https://www.cmegroup.com/>), ένα από τα μεγαλύτερα χρηματιστήρια στον κόσμο, το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο για το Bitcoin είναι 5,02%.

Η ετησιοποιημένη μερισματική απόδοση σύμφωνα με την «ψηφιακή τράπεζα» Binance είναι ίση με 0.1% έως 1.5% ανάλογα το ποσό που επιθυμεί κανείς να διαθέσει. Ειδικότερα για 0-0.01 BTC η ετησιοποιημένη μερισματική απόδοση είναι 1.5%, για 0.01-0.2 BTC είναι 0.5%, ενώ για >0.2 BTC είναι 0.1%. Στην παρούσα εργασία θα υποθέσουμε ετησιοποιημένη μερισματική απόδοση είναι της τάξης του 0.1%.

Να σημειωθεί ότι η Binance αποτελεί ένα από τα μεγαλύτερα «ψηφιακά ανταλλακτήρια» κρυπτονομισμάτων και παρέχει τις αντίστοιχες υπηρεσίες που παρέχει και μία τράπεζα. Ο όγκος των συναλλαγών τις τελευταίες 365 αγγίζει τα 4 τρις. δολάρια και για το 2021 είχε σύνολο 28.6 εκατ. χρήστες.

<https://buybitcoinworldwide.com/binance-statistics/>,
<https://www.coingecko.com/en/exchanges/binance#statistics>)

3.11.1 Εφαρμογή της Μεθοδολογίας

Η εκτίμηση και η εύρεση του βέλτιστου υποδείγματος GARCH είναι ιδιαίτερα σημαντική, όπως έχουμε αναφέρει, και σε αυτήν την Υποενότητα θα εκμεταλλευτούμε το υπόδειγμα που επιλέξαμε ως βέλτιστο, το οποίο περιγράφει καλύτερα τη μεταβλητότητα του Bitcoin.

Παρακάτω παραθέτουμε την άνευ όρων διακύμανση.

```
> LRV <- sqrt(exp(-0.062583/(1-0.990507)))  
> LRV  
[1] 0.03702096
```

Εικόνα 94 Διακύμανση άνευ όρων

Στη συνέχεια την μετατρέπουμε σε ετήσια ως εξής.

```
> ALRV <- LRV * sqrt(365)  
> ALRV  
[1] 0.7072845
```

Εικόνα 95 Ετήσια Διακύμανση Άνευ Όρων

Τέλος, γίνεται η αποτίμηση δικαιώματος αγοράς ενός Bitcoin με χρόνο ωρίμανσης 8 μήνες.

```
> bscall(46306.455, 46306.455, ALRV, 0.052, 0.66, 0.001)  
[1] 11073.65
```

Εικόνα 96 Αποτίμηση δικαιώματος αγοράς

Σύμφωνα, λοιπόν, με την εξίσωση Black - Scholes η αποτίμηση ενός δικαιώματος αγοράς ενός Bitcoin με χρόνο ωρίμανσης 8 μήνες είναι 11073.65 δολάρια.

Σύμφωνα με δημόσια δεδομένα που έχουμε στη διάθεσή μας η τιμή του Bitcoin στις 30/6/2022 ήταν 19805.35 δολάρια, που σημαίνει ότι ο επενδυτής θα ασκήσει το δικαίωμα αγοράς αφού η τιμή του Bitcoin στην ωρίμανση είναι μεγαλύτερη της τιμής άσκησης.

4. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία ασχοληθήκαμε με την μοντελοποίηση της μεταβλητότητας των τεσσάρων μεγαλύτερων κρυπτονομισμάτων κατά κεφαλαιακή αξία. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι τα βέλτιστα υποδείγματα για τα Bitcoin, Ethereum, Litecoin και Ripple είναι τα eGARCH(1,1)-NIG, iGARCH(1,1)-NIG, eGARCH(1,1)-NIG και csGARCH(1,1)-NIG αντίστοιχα και παρατηρούμε ότι η βέλτιστη τάξη δίνεται για $p=1$ και $q=1$ σε όλες τις περιπτώσεις. Η κατανομή που μας έδωσε τα καλύτερα αποτελέσματα (μικρότερες τιμές στα κριτήρια πληροφορίας) ήταν η αντίστροφη κανονική κατανομή (NIG), μάλιστα χρησιμοποιήθηκε και για τις 4 χρονοσειρές που εκτιμήσαμε. Επίσης, είδαμε ότι τα βέλτιστα υποδείγματα του μέσου για την καλύτερη εκτίμηση της μεταβλητότητας για τα Bitcoin, Ethereum, Litecoin και Ripple είναι τα ARMA(1,0), ARMA(2,1), ARMA(0,1) και ARMA(0,1) αντίστοιχα. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του βέλτιστου υποδείγματος μεταβλητότητας που εκτιμήσαμε για το Bitcoin, αποτιμήσαμε το δικαίωμα αγοράς του.

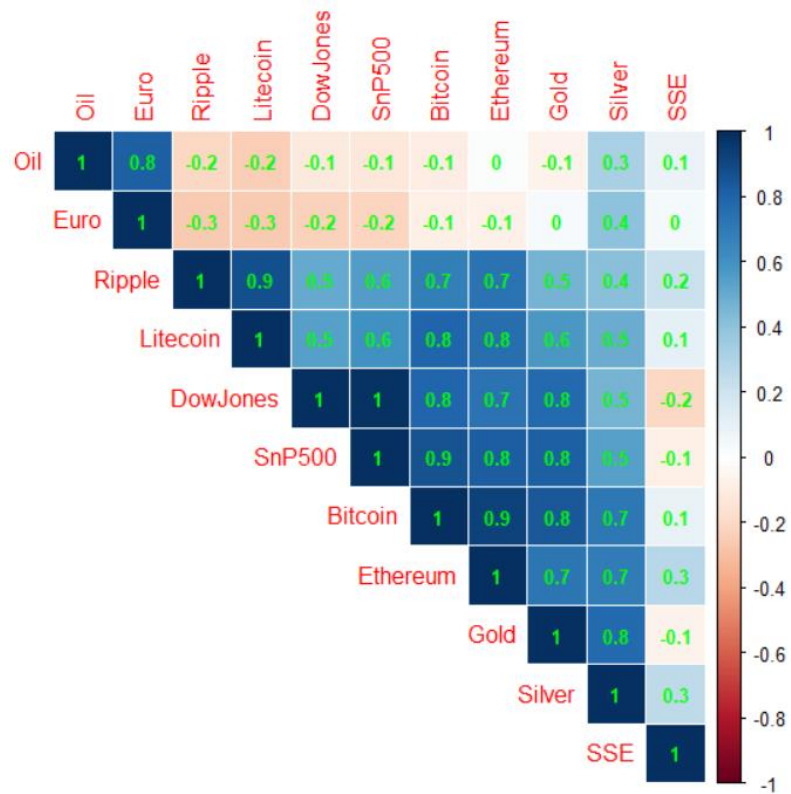
Η αποτίμηση έγινε στις 31/12/2021 με χρόνο ωρίμανσης 8 μηνών και το αποτέλεσμα της διαφορικής εξίσωσης Black-Scholes είναι ότι το δικαίωμα αγοράς ανέρχεται στα 11073.65 δολάρια. Στις 30/6/2022 η τιμή του Bitcoin ήταν στα 19805.35 δολάρια άρα ο επενδυτής θα ασκήσει το δικαίωμα.

Βέβαια, προτού γίνει αυτή η ανάλυση ήταν απαραίτητο να αναφερθούμε στον τρόπο λειτουργίας των κρυπτονομισμάτων και την επίδραση που έχουν στη σύγχρονη οικονομία. Στο 1^ο Κεφάλαιο ορίσαμε την τεχνολογία Blockchain, βάση της οποίας λειτουργούν τα κρυπτονομίσματα, αναλύσαμε τα Smart Contracts, τα οποία χρησιμεύουν στην αυτοματοποίηση ενεργειών που γίνονται στο Blockchain, ορίσαμε τον όρο «κρυπτονομίσμα» και αναφερθήκαμε στην ιστορία και τα κύρια χαρακτηριστικά των κρυπτονομισμάτων που μελετήσαμε. Στο 3^ο Κεφάλαιο ορίσαμε τον όρο «μεταβλητότητα» και την επίδραση αυτού στις επενδυτικές στρατηγικές οργανισμών και επενδυτών, αλλά και τις ιδιότητές της. Εν συνεχεία, παρουσιάσαμε την μεθοδολογία την οποία ακολουθήσαμε για την μοντελοποίηση της μεταβλητότητας, τον τρόπο εκτίμησης κάθε υποδείγματος και συγκρίναμε την μεταβλητότητα των υποδειγμάτων που εκτιμήσαμε με την μεταβλητότητα του βέλτιστου υποδείγματος για κάθε κρυπτονομίσμα. Τέλος, με τη βοήθεια της εξίσωσης Black - Scholes, αλλά και του μοντέλου μεταβλητότητας που εκτιμήσαμε προηγουμένως, έγινε η αποτίμηση δικαιώματος αγοράς ενός Bitcoin με χρόνο ωρίμανσης 8 μηνών.

Παρόλο που η μοντελοποίηση της μεταβλητότητας είναι εξαιρετικά σημαντική, τα κρυπτονομίσματα είναι μία αγορά η οποία δεν έχει ωριμάσει ακόμα, με αποτέλεσμα το ρίσκο μίας επένδυσης να είναι ιδιαίτερα υψηλό. Η ακραία μεταβλητότητα καθιστά την εκτίμησή τους απαιτητική, αλλά ταυτόχρονα ιδιαίτερα ελκυστική λόγω της τεράστιας ανάπτυξης που έχουν παρουσιάσει την τελευταία δεκαετία.

Περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να γίνει πάνω σε παράγοντες που επηρεάζουν την μεταβλητότητα των κρυπτονομισμάτων που δεν ανήκουν στον κόσμο της κρυπτογραφίας, όπως είναι τα μακροοικονομικά δεδομένα, τα ευγενή μέταλλα, βασικά αγαθά όπως το φυσικό αέριο, διάφοροι χρηματιστηριακοί δείκτες, η ισοτιμία των παραδοσιακών νομισμάτων κτλ. Η συσχέτιση μεταξύ αυτών το αγαθών, όπως παρατηρούμε στον παρακάτω πίνακα είναι εμφανής.

Correlation Matrix



Εικόνα 97 Παράγοντες που επηρεάζουν την τιμή των κρυπτονομισμάτων
 Όσο πιο κοντά στο 1 τόσο καλύτερη αυτοσυσχέτιση, ενώ όσο πιο κοντά στο -1 τόσο καλύτερη η αντιστρόφως ανάλογη αυτοσυσχέτιση

Τέλος, ενδιαφέρον παρουσιάζει η αποτίμηση δικαιωμάτων των κρυπτονομισμάτων όπου περαιτέρω έρευνα κρίνεται απαραίτητη.

Παράρτημα

```
> summary(closebtc)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
365.1 2576.5 7387.7 12990.6 11350.9 67549.7
> summary(closettc)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
 2.997 30.880  56.376  78.520 120.380 386.451
> summary(closexrp)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
0.0040 0.1771  0.2764  0.3815  0.4868  2.7800
> summary(closeeth)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
  0.92 115.77 228.78  662.88  554.65 4811.16
```

Εικόνα 98 Σύνοψη της ημερήσιας τιμής κλεισίματος των 4 κρυπτονομισμάτων

```
> kurtosis(closebtc)
[1] 4.852238
> kurtosis(closettc)
[1] 4.054237
> kurtosis(closexrp)
[1] 7.867358
> kurtosis(closeeth)
[1] 7.005923
```

Εικόνα 99 Κύρτωση της ημερήσιας τιμής κλεισίματος των 4 κρυπτονομισμάτων

```
> shapiro.test(closexrp)
      Shapiro-Wilk normality test

data:  closexrp
W = 0.81899, p-value < 2.2e-16

> shapiro.test(closettc)
      Shapiro-Wilk normality test

data:  closettc
W = 0.8741, p-value < 2.2e-16

> shapiro.test(closeeth)
      Shapiro-Wilk normality test

data:  closeeth
W = 0.62442, p-value < 2.2e-16

> shapiro.test(closebtc)
      Shapiro-Wilk normality test

data:  closebtc
W = 0.70109, p-value < 2.2e-16
```

Εικόνα 100 Τεστ Κανονικότητας της ημερήσιας τιμής κλεισίματος των 4 κρυπτονομισμάτων


```

> skewness(closebtc)
[1] 1.761236
> skewness(closettc)
[1] 1.188176
> skewness(closexrp)
[1] 1.853019
> skewness(closeeth)
[1] 2.224547

```

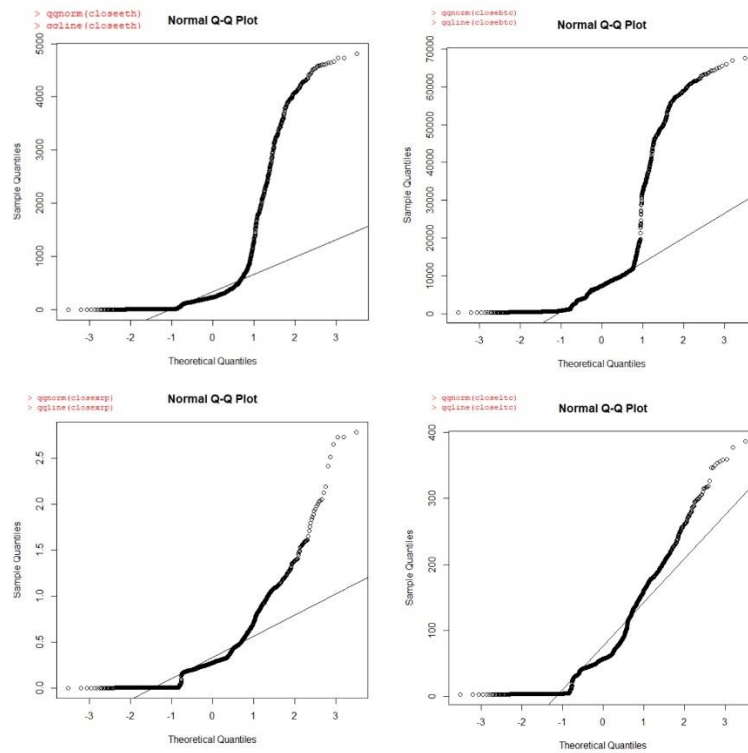
Εικόνα 101 Ασυμμετρία της ημερήσιας τιμής κλεισίματος των 4 κρυπτονομισμάτων

```

> sd(closebtc)
[1] 16468.39
> sd(closettc)
[1] 71.45338
> sd(closexrp)
[1] 0.3833459
> sd(closeeth)
[1] 1055.485

```

Εικόνα 102 Τυπική απόκλιση της ημερήσιας τιμής κλεισίματος των 4 κρυπτονομισμάτων



Εικόνα 103 QQplots των ημερήσιων τιμών των 4 κρυπτονομισμάτων

```

> summary(rbtc)
      Min.   1st Qu.   Median     Mean   3rd Qu.     Max.
-0.455587 -0.012742  0.002191  0.002143  0.018676  0.223513
> summary(rltc)
      Min.   1st Qu.   Median     Mean   3rd Qu.     Max.
-0.4490616 -0.0212787  0.0000398  0.0017032  0.0239981  0.5114174
> summary(rxrp)
      Min.   1st Qu.   Median     Mean   3rd Qu.     Max.
-0.6529888 -0.0252872 -0.0001858  0.0022896  0.0232710  1.0279947
> summary(reth)
      Min.   1st Qu.   Median     Mean   3rd Qu.     Max.
-0.565614 -0.022926  0.001410  0.003786  0.030405  0.300615

```

Εικόνα 104 Σύνοψη των λογαριθμικών αποδόσεων των 4 κρυπτονομισμάτων

```

> kurtosis(rbtc)
[1] 14.0221
> kurtosis(rltc)
[1] 14.48689
> kurtosis(reth)
[1] 10.53416
> kurtosis(rxrp)
[1] 32.16074

```

Εικόνα 105 Κύρτωση των λογαριθμικών αποδόσεων των 4 κρυπτονομισμάτων

```

> skewness(rbtc)
[1] -0.7168681
> skewness(rltc)
[1] 0.3082793
> skewness(reth)
[1] -0.2732263
> skewness(rxrp)
[1] 1.828796
> sd(rxrp)
[1] 0.07380973
> sd(rbtc)
[1] 0.03988638
> sd(rltc)
[1] 0.05700581
> sd(reth)
[1] 0.05907827

```

Εικόνα 106 Κύρτωση και Τυπική Απόκλιση των λογαριθμικών αποδόσεων των 4 κρυπτονομισμάτων

```

> shapiro.test(rbtc)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  rbtc
W = 0.90824, p-value < 2.2e-16

> shapiro.test(rltc)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  rltc
W = 0.87859, p-value < 2.2e-16

> shapiro.test(reth)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  reth
W = 0.92288, p-value < 2.2e-16

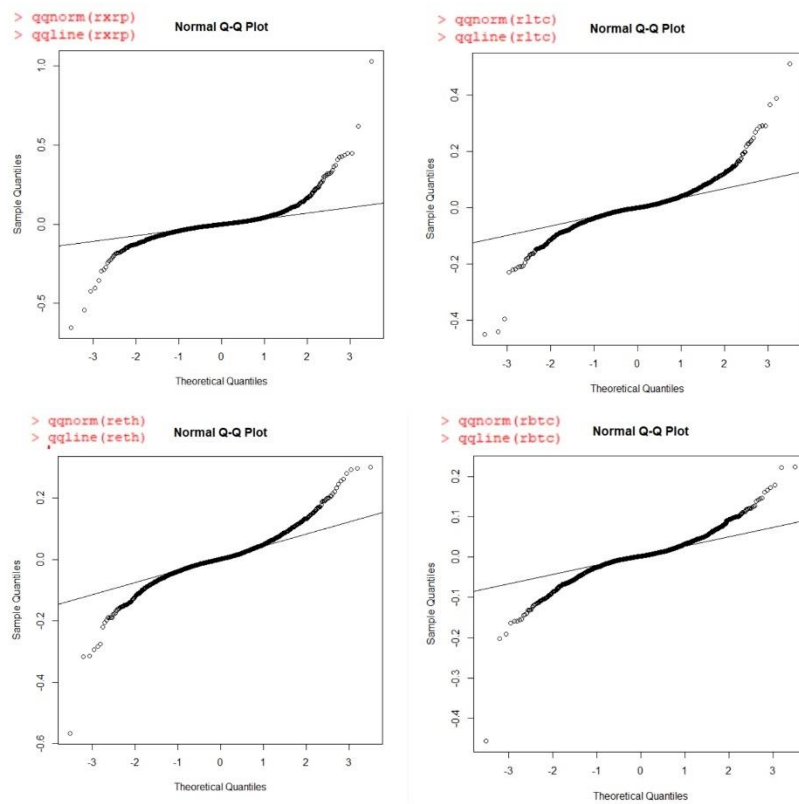
> shapiro.test(rxrp)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  rxrp
W = 0.77885, p-value < 2.2e-16

```

Εικόνα 107 Τεστ Κανονικότητας για τις λογαριθμικές αποδόσεις των 4 κρυπτονομισμάτων



Εικόνα 108 QQPlots των λογαριθμικών αποδόσεων των 4 κρυπτονομισμάτων

```

> adf.test(rbtc)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: rbtc
Dickey-Fuller = -12.188, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(rbtc) : p-value smaller than printed p-value
> adf.test(rltc)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: rltc
Dickey-Fuller = -12.859, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(rltc) : p-value smaller than printed p-value
> adf.test(rxrp)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: rxrp
Dickey-Fuller = -11.812, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(rxrp) : p-value smaller than printed p-value
> adf.test(reth)

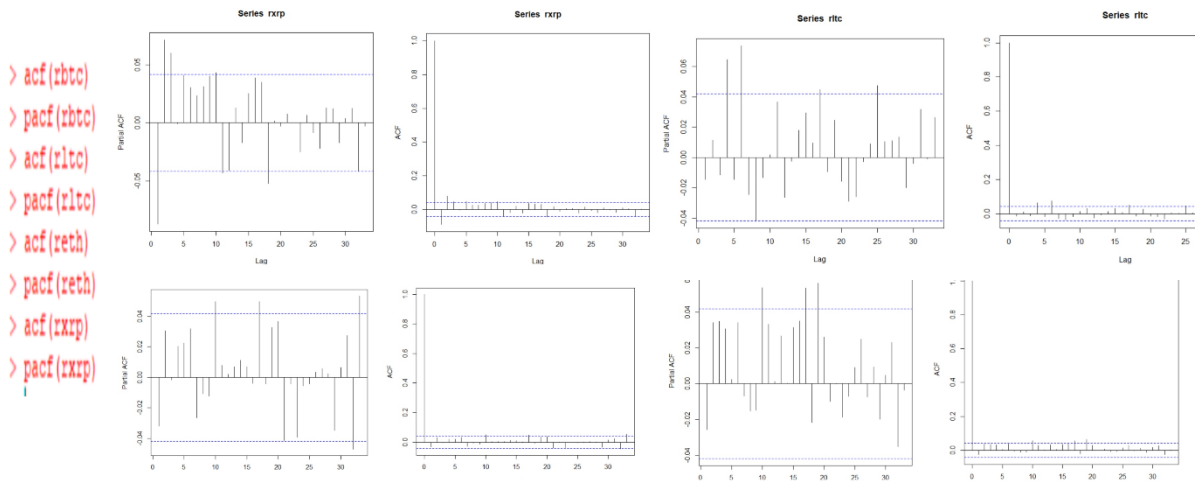
Augmented Dickey-Fuller Test

data: reth
Dickey-Fuller = -11.566, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(reth) : p-value smaller than printed p-value
> |

```

Εικόνα 109 ADF test των λογαριθμικών αποδόσεων των 4 κρυπτονομισμάτων



Εικόνα 110 ACF & PACF Plot των λογαριθμικών αποδόσεων των 4 κρυπτονομισμάτων

```

> auto.arima(rltc, max.p=6, max.q=6, ic = c("aicc", "aic", "bic"), stepwise=FALSE, approximation=FALSE)
Series: rltc
ARIMA(1,0,4) with zero mean

Coefficients:
    ar1    ma1    ma2    ma3    ma4
-0.6422  0.6394 -0.0021 -0.0071  0.0626
s.e.   0.1175  0.1187  0.0253  0.0238  0.0233

sigma^2 = 0.003234: log likelihood = 3175.18
AIC=-6338.36 AICC=-6338.32 BIC=-6304.21

> auto.arima(rxrp, max.p=6, max.q=6, ic = c("aicc", "aic", "bic"), stepwise=FALSE, approximation=FALSE)
Series: rxrp
ARIMA(2,0,1) with zero mean

Coefficients:
    ar1    ar2    ma1
  0.7062  0.1341 -0.7960
s.e.   0.0720  0.0215  0.0705

sigma^2 = 0.005354: log likelihood = 2622.01
AIC=-5236.02 AICC=-5236 BIC=-5213.25

> auto.arima(rbtc, max.p=6, max.q=6, ic = c("aicc", "aic", "bic"), stepwise=FALSE, approximation=FALSE)
Series: rbtc
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean

Coefficients:
    ar1    ma1    mean
-0.8353  0.8087  0.0022
s.e.   0.1433  0.1530  0.0008

sigma^2 = 0.001589: log likelihood = 3952.97
AIC=-7897.94 AICC=-7897.92 BIC=-7875.17

> auto.arima(rbtc, max.p=6, max.q=6, ic = c("aicc", "aic", "bic"), stepwise=FALSE, approximation=FALSE)
Series: rbtc
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean

Coefficients:
    ar1    ma1    mean
-0.8353  0.8087  0.0022
s.e.   0.1433  0.1530  0.0008

sigma^2 = 0.001589: log likelihood = 3952.97
AIC=-7897.94 AICC=-7897.92 BIC=-7875.17

```

Εικόνα 111 Συναρτήσεις *auto.arima* των λογαριθμικών αποδόσεων των 4 κρυπτονομισμάτων

```

> Box.test(residuals(rbtcmodel), lag=10, type="Ljung-Box")

Box-Ljung test

data: residuals(rbtcmodel)
X-squared = 10.687, df = 10, p-value = 0.3824

> Box.test(residuals(rethmodel), lag=10, type="Ljung-Box")

Box-Ljung test

data: residuals(rethmodel)
X-squared = 11.279, df = 10, p-value = 0.3362

> Box.test(residuals(rltcmoel), lag=10, type="Ljung-Box")

Box-Ljung test

data: residuals(rltcmoel)
X-squared = 12.161, df = 10, p-value = 0.2744

> Box.test(residuals(rxrpmodel), lag=10, type="Ljung-Box")

Box-Ljung test

data: residuals(rxrpmodel)
X-squared = 9.3672, df = 10, p-value = 0.4976

```

Εικόνα 112 Ljung - Box test για τις λογαριθμικές αποδόσεις των 4 κρυπτονομισμάτων

```

> Lm.test(rethmodel$res, lag.max=5)

Lagrange Multiplier test

data: rethmodel$res
LM = 7085.1, df = 1, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: y is heteroscedastic

> Lm.test(rxrpmodel$res, lag.max=5)

Lagrange Multiplier test

data: rxrpmodel$res
LM = 39942, df = 1, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: y is heteroscedastic

> Lm.test(ltcmoel$res, lag.max=5)

Lagrange Multiplier test

data: ltcmoel$res
LM = 18076, df = 1, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: y is heteroscedastic

> Lm.test(rbtcmodel$res, lag.max=5)

Lagrange Multiplier test

data: rbtcmodel$res
LM = 12159, df = 1, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: y is heteroscedastic

```

Εικόνα 113 LM test για τις λογαριθμικές αποδόσεις των 4 κρυπτονομισμάτων

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. sGARCH, 2. eGARCH, 3. iGARCH, 4. fiGARCH, 5. csGARCH και 6. gjrGARCH αντίστοιχα για το Bitcoin με κατανομή GED.

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="ged",data=rbtc)

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
arl     -0.077312  0.006124  -12.6249 0.000000
omega   0.000015  0.000005   2.9883 0.002805
alpha1  0.107904  0.016501   6.5391 0.000000
beta1   0.891096  0.015906  56.0241 0.000000
shape   0.865848  0.030921  28.0023 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.001652  0.000042  39.5939 0.000000
arl     -0.077312  0.002600 -29.7369 0.000000
omega   0.000015  0.000007   2.3284 0.019893
alpha1  0.107904  0.018235   5.9173 0.000000
beta1   0.891096  0.018780  47.4487 0.000000
shape   0.865848  0.042663  20.2950 0.000000

LogLikelihood : 4460.668

Information Criteria
-----
Akaike      -4.0663
Bayes      -4.0507
Shibata     -4.0663
Hannan-Quinn -4.0606

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                23.11 1.527e-06
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 24.34 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 27.74 3.656e-12
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.0007006 0.9789
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.2592457 0.7988
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 1.8912392 0.9176
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.9851 0.500 2.000 0.3209
ARCH Lag[5]  1.8846 1.440 1.667 0.4973
ARCH Lag[7]  2.0030 2.315 1.543 0.7167
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 3.8816

Individual Statistics:

mu 0.3302
arl 0.1977
omega 0.4477
alpha1 0.2365
beta1 0.5007
shape 0.8070

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.49 1.68 2.12

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.5969 0.5506
Negative Sign Bias 0.7048 0.4810
Positive Sign Bias 0.4927 0.6223
Joint Effect 1.2266 0.7466

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 31.92 0.03190
2 30 40.35 0.07836
3 40 48.36 0.14469
4 50 63.34 0.08182

Elapsed time : 0.719207

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="ged"),data=rbtc)
```

```
*-----*  
* GARCH Model Fit *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : eGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(1,0,0)
Distribution : ged

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001544 0.000179 8.6355 0.000000
arl -0.083595 0.008571 -9.7530 0.000000
omega -0.122838 0.035827 -3.4286 0.000607
alpha1 0.018431 0.014289 1.2898 0.197119
beta1 0.981688 0.005353 183.3879 0.000000
gamma1 0.223248 0.028011 7.9700 0.000000
shape 0.853456 0.030570 27.9182 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001544 0.000145 10.6779 0.000000
arl -0.083595 0.006783 -12.3249 0.000000
omega -0.122838 0.039853 -3.0823 0.002054
alpha1 0.018431 0.016644 1.1073 0.268146
beta1 0.981688 0.006306 155.6670 0.000000
gamma1 0.223248 0.034192 6.5292 0.000000
shape 0.853456 0.042291 20.1807 0.000000

LogLikelihood : 4472.065

Information Criteria

 Akaike -4.0758
 Bayes -4.0576
 Shibata -4.0758
 Hannan-Quinn -4.0692

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

| | statistic | p-value |
|--------------------------|-----------|-----------|
| Lag[1] | 23.24 | 1.428e-06 |
| Lag[2* (p+q)+(p+q)-1][2] | 24.34 | 0.000e+00 |
| Lag[4* (p+q)+(p+q)-1][5] | 27.98 | 2.771e-12 |

 d.o.f=1
 H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

| | statistic | p-value |
|--------------------------|-----------|---------|
| Lag[1] | 0.009246 | 0.9234 |
| Lag[2* (p+q)+(p+q)-1][5] | 1.094481 | 0.8379 |
| Lag[4* (p+q)+(p+q)-1][9] | 2.001957 | 0.9048 |

 d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

| | Statistic | Shape | Scale | P-Value |
|-------------|-----------|-------|-------|---------|
| ARCH Lag[3] | 0.6353 | 0.500 | 2.000 | 0.4254 |
| ARCH Lag[5] | 2.0389 | 1.440 | 1.667 | 0.4627 |
| ARCH Lag[7] | 2.2618 | 2.315 | 1.543 | 0.6620 |

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 2.7972

Individual Statistics:

mu 0.17527
 ar1 0.08518
 omega 0.37250
 alpha 0.36814
 beta1 0.38676
 gamma1 0.93574
 shape 0.35024

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

| | t-value | prob | sig |
|--------------------|---------|--------|-----|
| Sign Bias | 0.6437 | 0.5198 | |
| Negative Sign Bias | 0.6957 | 0.4867 | |
| Positive Sign Bias | 0.6120 | 0.5406 | |
| Joint Effect | 1.5627 | 0.6679 | |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value (g-1) |
|-------|-----------|----------------|
| 1 | 20 | 32.87 0.024881 |
| 2 | 30 | 47.85 0.015217 |
| 3 | 40 | 48.58 0.139859 |
| 4 | 50 | 82.19 0.002084 |

Elapsed time : 0.929867


```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="ged"),data=rbtc)
```

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : iGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.001652  0.000085  19.4989 0.000000
ar1     -0.076312  0.025151  -3.0341 0.002412
omega    0.000015  0.000004  3.7901 0.000151
alpha    0.108453  0.015493  7.0000 0.000000
beta1    0.891547      NA      NA      NA
shape    0.864983  0.027636  31.2991 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.001652  0.000158  10.4276 0.000000
ar1     -0.076312  0.044411  -1.7183 0.085739
omega    0.000015  0.000004  3.7299 0.000192
alpha    0.108453  0.017521  6.1897 0.000000
beta1    0.891547      NA      NA      NA
shape    0.864983  0.032772  26.3941 0.000000

LogLikelihood : 4460.826
```

Information Criteria

```
-----
Akaike      -4.0674
Bayes       -4.0544
Shibata     -4.0674
Hannan-Quinn -4.0626
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
              statistic p-value
Lag[1]                22.83 1.771e-06
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 24.05 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 27.45 5.103e-12
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
              statistic p-value
Lag[1]                0.0007137 0.9787
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.2468239 0.8017
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 1.8738191 0.9195
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.9819 0.500 2.000 0.3217
ARCH Lag[5]  1.8654 1.440 1.667 0.5018
ARCH Lag[7]  1.9834 2.315 1.543 0.7208
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 3.3359

Individual Statistics:

mu 0.25380
arl 0.09693
omega 0.40239
alpha 1.51717
shape 0.80858

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.28 1.47 1.88

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.5823 0.5604
Negative Sign Bias 0.7084 0.4787
Positive Sign Bias 0.5034 0.6147
Joint Effect 1.2249 0.7470

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value (g-1)
1 20 32.27 0.02915
2 30 41.17 0.06651
3 40 49.89 0.11345
4 50 62.24 0.09696

Elapsed time : 0.688081

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="figARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="ged", data=rbtc)
```

```
*-----*  
* GARCH Model Fit *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : figARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(1,0,0)
Distribution : ged

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001652 0.000110 14.9703 0.000000
arl -0.077294 0.006424 -12.0327 0.000000
omega 0.000017 0.000008 2.2077 0.027268
alpha 0.198650 0.082860 2.3974 0.016511
beta1 0.807443 0.065631 12.3027 0.000000
delta 0.767603 0.138405 5.5461 0.000000
shape 0.876502 0.029689 29.5228 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001652 0.000042 39.9480 0.000000
arl -0.077294 0.002668 -29.9690 0.000000
omega 0.000017 0.000010 1.6973 0.099635
alpha 0.198650 0.090038 2.4819 0.013067
beta1 0.807443 0.063523 12.7110 0.000000
delta 0.767603 0.136295 5.6319 0.000000
shape 0.876502 0.041325 21.2098 0.000000

LogLikelihood : 4463.456

Information Criteria

```
-----
Akaike      -4.0680
Bayes      -4.0498
Shibata    -4.0680
Hannan-Quinn -4.0613
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          20.99 4.614e-06
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [2]  22.23 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [5]  25.80 3.422e-11
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.09592  0.7568
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [5]  1.27238  0.7956
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [9]  1.96833  0.9088
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.7996 0.500 2.000 0.3712
ARCH Lag[5]    2.0114 1.440 1.667 0.4687
ARCH Lag[7]    2.1677 2.315 1.543 0.6818
```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 3.3348
Individual Statistics:
mu      0.3077
arl     0.1154
omega   0.7374
alpha  1.2762
beta   1.7150
delta  1.7796
shape  0.7342
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.6344 0.5259
Negative Sign Bias 1.0446 0.2963
Positive Sign Bias 0.8054 0.4207
Joint Effect    2.3052 0.5115
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 30.53 0.04539
2 30 41.69 0.05983
3 40 54.02 0.05539
4 50 59.73 0.14011
```

Elapsed time : 1.676852

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="ged", data=rbtc)
```

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.001650   0.000113  14.6417 0.000000
arl     -0.077240   0.006724  -11.4872 0.000000
omega   0.000009   0.000005   1.6361 0.101826
alpha   0.028847   0.010109   2.8537 0.004322
beta1   0.946682   0.001091  868.0203 0.000000
eta11   0.996241   0.002367  420.8058 0.000000
eta21   0.070308   0.028458   2.4706 0.013489
shape   0.880678   0.028367  31.0454 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.001650   0.000045  36.53505 0.000000
arl     -0.077240   0.003081 -25.06737 0.000000
omega   0.000009   0.000018   0.50295 0.615000
alpha   0.028847   0.031568   0.91378 0.360830
beta1   0.946682   0.003252 291.07378 0.000000
eta11   0.996241   0.007589 131.27625 0.000000
eta21   0.070308   0.091835   0.76559 0.443920
shape   0.880678   0.039490  22.30136 0.000000

LogLikelihood : 4459.891
```

Information Criteria

```
-----
Akaike      -4.0638
Bayes       -4.0430
Shibata     -4.0638
Hannan-Quinn -4.0562
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                23.24 1.428e-06
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 24.42 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 27.84 3.290e-12
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.007472 0.9311
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.335969 0.7801
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 2.041010 0.9001
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.9523 0.500 2.000 0.3291
ARCH Lag[5]    2.1114 1.440 1.667 0.4471
ARCH Lag[7]    2.2364 2.315 1.543 0.6673
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 13.0081

Individual Statistics:

mu 0.3740
arl 0.1205
omega 0.2256
alpha 1.1337
beta1 0.6119
eta1 1.0596
eta2 1.2506
shape 0.7563

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.5135 0.6077
Negative Sign Bias 0.6271 0.5306
Positive Sign Bias 0.4492 0.6533
Joint Effect 0.9617 0.8105

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 29.79 0.0546
2 30 36.30 0.1650
3 40 49.97 0.1121
4 50 58.91 0.1570

Elapsed time : 0.8531621

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrgarch",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="ged"),data=rbtc)

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : gjrgarch(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.001651  0.000111  14.8635 0.000000
arl     -0.077810  0.006671  -11.6638 0.000000
omega    0.000013  0.000005   2.6004 0.009311
alpha    0.115681  0.018032   6.4153 0.000000
beta1    0.901670  0.016004  56.3396 0.000000
gamma1  -0.036702  0.019688  -1.8642 0.062299
shape    0.866011  0.032138  26.9466 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.001651  0.000044  37.3475 0.000000
arl     -0.077810  0.003078  -25.2779 0.000000
omega    0.000013  0.000007   1.8488 0.064485
alpha    0.115681  0.019225   6.0172 0.000000
beta1    0.901670  0.021484  41.9703 0.000000
gamma1  -0.036702  0.022780  -1.6111 0.107153
shape    0.866011  0.046780  18.5126 0.000000

LogLikelihood : 4462.323
```

Information Criteria

```
-----
Akaike      -4.0669
Bayes      -4.0487
Shibata    -4.0670
Hannan-Quinn -4.0603
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          21.13  4.295e-06
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  22.24  0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  25.55  4.571e-11
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.001493  0.9692
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  1.176626  0.8186
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  1.915318  0.9149
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.6758 0.500 2.000 0.4110
ARCH Lag[5]    2.0277 1.440 1.667 0.4651
ARCH Lag[7]    2.1757 2.315 1.543 0.6801
```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 5.5326
Individual Statistics:
mu      0.3877
arl     0.1500
omega  0.3234
alpha  0.2600
beta1  0.4525
gamma1 0.2907
shape  0.7138
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.7418 0.4583
Negative Sign Bias 0.5567 0.5778
Positive Sign Bias 0.5343 0.5932
Joint Effect    1.5969 0.6601
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 28.89 0.06773
2 30 39.94 0.08492
3 40 46.90 0.18015
4 50 65.02 0.06233
```

Elapsed time : 1.742854

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. gjrGARCH, 5. iGARCH και 6. sGARCH αντίστοιχα για το Bitcoin με κατανομή NIG.

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="nig"), data=rbtc)

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : nig

Optimal Parameters
-----
mu      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
arl     -0.060896  0.018313  -3.3253 0.000883
omega   0.000007  0.000003   2.7741 0.005536
alpha1  0.016756   0.000770   21.7614 0.000000
beta1   0.962987  0.000056 17255.3161 0.000000
eta11   0.996923  0.001443   690.7025 0.000000
eta21   0.075635  0.005738   13.1814 0.000000
skew    -0.051476  0.040053  -1.2852 0.198719
shape   0.445371   0.044903   9.9184 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
mu      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
arl     -0.060896  0.019430  -3.1341 0.001724
omega   0.000007  0.000004   2.0197 0.043417
alpha1  0.016756  0.000763   21.9559 0.000000
beta1   0.962987  0.000106 9092.2822 0.000000
eta11   0.996923  0.001730   576.2573 0.000000
eta21   0.075635  0.007841   9.6463 0.000000
skew    -0.051476  0.042293  -1.2171 0.223558
shape   0.445371  0.063730   6.9884 0.000000

LogLikelihood : 4463.112

Information Criteria
-----

Akaike      -4.0658
Bayes       -4.0424
Shibata     -4.0659
Hannan-Quinn -4.0573

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                18.14 2.047e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 19.25 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 22.60 1.313e-09
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.01514 0.9021
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.19343 0.8146
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 1.85063 0.9221
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
              Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.870 0.500 2.000 0.3510
ARCH Lag[5]    1.913 1.440 1.667 0.4907
ARCH Lag[7]    2.034 2.315 1.543 0.7102

```

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 8.5108

Individual Statistics:

mu 0.3197
 ar1 0.0612
 omega 0.1514
 alpha1 1.2103
 beta1 0.2890
 etall 1.3460
 eta21 1.3748
 skew 0.3032
 shape 1.0291

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
 Sign Bias 0.3168 0.7514
 Negative Sign Bias 0.5934 0.5529
 Positive Sign Bias 0.5524 0.5807
 Joint Effect 0.8371 0.8406

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
 1 20 30.11 0.05037
 2 30 33.09 0.27396
 3 40 40.95 0.38500
 4 50 65.53 0.05734

Elapsed time : 1.223667

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="nig"),data=rbtc)
```

```
*-----*  
* GARCH Model Fit *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

 GARCH Model : eGARCH(1,1)
 Mean Model : ARFIMA(1,0,0)
 Distribution : nig

Optimal Parameters

 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
 mu 0.001085 0.000524 2.0721 0.038254
 ar1 -0.073030 0.018519 -3.9436 0.000080
 omega -0.062583 0.023274 -2.6890 0.007167
 alpha1 0.032372 0.014011 2.3105 0.020858
 beta1 0.990507 0.003689 268.5277 0.000000
 gamma1 0.224922 0.003793 59.2992 0.000000
 skew -0.089417 0.046296 -1.9314 0.053431
 shape 0.335610 0.044352 7.5670 0.000000

Robust Standard Errors:

 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
 mu 0.001085 0.000592 1.8342 0.066619
 ar1 -0.073030 0.019929 -3.6830 0.000230
 omega -0.062583 0.033283 -1.8803 0.060063
 alpha1 0.032372 0.014966 2.1631 0.030537
 beta1 0.990507 0.004849 204.2496 0.000000
 gamma1 0.224922 0.023061 9.7533 0.000000
 skew -0.089417 0.049424 -1.8092 0.070421
 shape 0.335610 0.059198 5.6693 0.000000

LogLikelihood : 4482.732

Information Criteria

Akaike -4.0846
Bayes -4.0639
Shibata -4.0847
Hannan-Quinn -4.0771

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 19.37 1.079e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 20.40 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 24.32 1.865e-10
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.02042 0.8864
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.30245 0.7883
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 2.81659 0.7888
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 0.4715 0.500 2.000 0.4923
ARCH Lag[5] 2.9452 1.440 1.667 0.2978
ARCH Lag[7] 3.3896 2.315 1.543 0.4432

Nyblom stability test

Joint Statistic: 3.0726

Individual Statistics:

mu 0.38046
arl 0.09242
omega 0.44063
alpha 0.36297
beta 0.45113
gamma 0.84040
skew 0.29258
shape 0.54171

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 0.6574 0.5110
Negative Sign Bias 0.7768 0.4373
Positive Sign Bias 0.7513 0.4525
Joint Effect 1.9482 0.5832

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
1 20 21.17 0.32759
2 30 41.75 0.05916
3 40 46.35 0.19496
4 50 58.54 0.16500

Elapsed time : 1.822178

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="figARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="nig", data=zbtc)
```

```
*-----*  
*      GARCH Model Fit      *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----  
GARCH Model      : figARCH(1,1)  
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)  
Distribution      : nig
```

Optimal Parameters

```
-----  
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu      0.001421  0.000608  2.33755 0.019411  
arl     -0.061316  0.018782 -3.26454 0.001096  
omega   0.000011  0.000029  0.37828 0.705224  
alpha   0.110879  0.837049  0.13246 0.894617  
beta    0.877557  0.413019  2.12474 0.033609  
delta   0.913690  1.315216  0.69471 0.487239  
skew    -0.058057  0.061145 -0.94949 0.342373  
shape   0.427009  0.235271  1.81497 0.069529
```

Robust Standard Errors:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu      0.001421  0.012134  0.117129 0.906758  
arl     -0.061316  0.019941 -3.074852 0.002106  
omega   0.000011  0.000450  0.024659 0.980327  
alpha   0.110879  12.825064  0.008646 0.993102  
beta    0.877557  6.323757  0.138771 0.889631  
delta   0.913690  20.117033  0.045419 0.963774  
skew    -0.058057  1.123885 -0.051657 0.958802  
shape   0.427009  3.650044  0.116987 0.906870
```

LogLikelihood : 4466.606

Information Criteria

```
-----  
Akaike      -4.0699  
Bayes       -4.0491  
Shibata     -4.0700  
Hannan-Quinn -4.0623
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----  
statistic p-value  
Lag[1]          16.54 4.765e-05  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [2] 17.71 0.000e+00  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [5] 21.19 6.457e-09  
d.o.f=1  
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----  
statistic p-value  
Lag[1]          0.05957 0.8072  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [5] 1.11280 0.8336  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [9] 1.75996 0.9316  
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----  
Statistic Shape Scale P-Value  
ARCH Lag[3]     0.7241 0.500 2.000 0.3948  
ARCH Lag[5]     1.8130 1.440 1.667 0.5141  
ARCH Lag[7]     1.9482 2.315 1.543 0.7283
```

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 4.0732
 Individual Statistics:

mu 0.32388
 ar1 0.06323
 omega 0.44471
 alphas 1.47740
 beta1 1.78998
 delta 2.15050
 skew 0.32928
 shape 1.13660

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
 Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

| | t-value | prob | sig |
|--------------------|---------|--------|-----|
| Sign Bias | 0.4465 | 0.6553 | |
| Negative Sign Bias | 0.9674 | 0.3335 | |
| Positive Sign Bias | 0.8703 | 0.3842 | |
| Joint Effect | 2.0292 | 0.5664 | |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value(g-1) |
|-------|-----------|---------------|
| 1 | 20 | 29.47 0.05888 |
| 2 | 30 | 37.39 0.13643 |
| 3 | 40 | 46.50 0.19093 |
| 4 | 50 | 67.63 0.04001 |

Elapsed time : 1.968014

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="nig"),data=rhtc)

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : gjrGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : nig

Optimal Parameters
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1     -0.065006 0.018354  -3.5418 0.000397
omega   0.000009 0.000006  1.4308 0.152477
alpha   0.110434 0.015719  7.0256 0.000000
beta1   0.909891 0.017404 52.2802 0.000000
gamma1  -0.043726 0.017787  -2.4583 0.013958
skew    -0.061429 0.041465  -1.4815 0.138483
shape   0.423874 0.054314  7.8041 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1     -0.065006 0.020419  -3.18353 0.001455
omega   0.000009 0.000014  0.63308 0.526684
alpha   0.110434 0.017310  6.37960 0.000000
beta1   0.909891 0.033272 27.34740 0.000000
gamma1  -0.043726 0.023480  -1.86222 0.062572
skew    -0.061429 0.044472  -1.38131 0.167185
shape   0.423874 0.083977  5.04753 0.000000

LogLikelihood : 4467.909

```

Information Criteria

```
-----
Akaike      -4.0711
Bayes      -4.0503
Shibata    -4.0711
Hannan-Quinn -4.0635
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                16.51  4.852e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  17.54  0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  20.80  1.001e-08
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                0.004713  0.9453
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  1.128964  0.8299
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  1.932595  0.9129
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]      0.5524 0.500 2.000 0.4573
ARCH Lag[5]      2.0840 1.440 1.667 0.4530
ARCH Lag[7]      2.2561 2.315 1.543 0.6632
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 7.743

Individual Statistics:

```
mu      0.40325
arl     0.06664
omega   0.41291
alpha   0.71845
beta    0.52486
gamma   0.50074
skew    0.36985
shape   1.07894
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias                0.6271  0.5307
Negative Sign Bias       0.4937  0.6216
Positive Sign Bias       0.6140  0.5393
Joint Effect              1.4899  0.6846
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value (g-1)
1  20  30.66  0.04396
2  30  41.61  0.06084
3  40  47.67  0.16081
4  50  61.01  0.11659
```

Elapsed time : 1.845889

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="nig"),data=rbtc)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : iGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : nig

Optimal Parameters
-----
Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
mu        0.001404    0.000514   2.7323  0.006290
ar1       -0.061163    0.018321  -3.3383  0.000843
omega     0.000011    0.000003   3.3895  0.000700
alpha     0.101419    0.013430   7.5518  0.000000
beta1     0.898581         NA         NA         NA
skew      -0.058779    0.041816  -1.4056  0.159831
shape     0.415734    0.042508   9.7802  0.000000

Robust Standard Errors:
Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
mu        0.001404    0.000493   2.8489  0.004388
ar1       -0.061163    0.019320  -3.1658  0.001547
omega     0.000011    0.000003   3.4376  0.000587
alpha     0.101419    0.014796   6.8543  0.000000
beta1     0.898581         NA         NA         NA
skew      -0.058779    0.042185  -1.3934  0.163508
shape     0.415734    0.048974   8.4889  0.000000

LogLikelihood : 4465.299

Information Criteria
-----
Akaike          -4.0706
Bayes           -4.0550
Shibata         -4.0706
Hannan-Quinn   -4.0649

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                18.00  2.212e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  19.16  0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  22.52  1.435e-09
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.002902  0.9570
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  1.156038  0.8235
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  1.770280  0.9306
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.9024 0.500 2.000 0.3421
ARCH Lag[5]    1.7871 1.440 1.667 0.5202
ARCH Lag[7]    1.9027 2.315 1.543 0.7379

```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 4.4425
Individual Statistics:
mu 0.33216
arl 0.06299
omega 0.30406
alpha 1.79211
skew 0.34280
shape 1.16745

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 1.49 1.68 2.12
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.4186 0.6756
Negative Sign Bias 0.6646 0.5064
Positive Sign Bias 0.5804 0.5617
Joint Effect 1.0651 0.7855

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 24.82 0.1666
2 30 35.09 0.2015
3 40 39.23 0.4594
4 50 66.07 0.0523

Elapsed time : 0.661701

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="nig"),data=rbtc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : sGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(1,0,0)
Distribution : nig

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001410 0.000516 2.7347 0.006243
arl -0.061076 0.018352 -3.3280 0.000875
omega 0.000012 0.000005 2.4662 0.013655
alpha 0.101176 0.013565 7.4583 0.000000
beta1 0.897824 0.015089 59.5001 0.000000
skew -0.058446 0.041712 -1.4012 0.161158
shape 0.418957 0.053224 7.8716 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001410 0.000601 2.3450 0.019025
arl -0.061076 0.019495 -3.1330 0.001731
omega 0.000012 0.000007 1.6358 0.101891
alpha 0.101176 0.014761 6.8543 0.000000
beta1 0.897824 0.020644 43.4911 0.000000
skew -0.058446 0.043965 -1.3294 0.183727
shape 0.418957 0.075415 5.5553 0.000000

LogLikelihood : 4464.928

Information Criteria

 Akaike -4.0693
 Bayes -4.0511
 Shibata -4.0693
 Hannan-Quinn -4.0627

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

| | statistic | p-value |
|-------------------------|-----------|-----------|
| Lag[1] | 17.93 | 2.291e-05 |
| Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] | 19.10 | 0.000e+00 |
| Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] | 22.45 | 1.557e-09 |

 d.o.f=1
 H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

| | statistic | p-value |
|-------------------------|-----------|---------|
| Lag[1] | 0.002486 | 0.9602 |
| Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] | 1.167432 | 0.8208 |
| Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] | 1.784327 | 0.9291 |

 d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

| | Statistic | Shape | Scale | P-Value |
|-------------|-----------|-------|-------|---------|
| ARCH Lag[3] | 0.909 | 0.500 | 2.000 | 0.3404 |
| ARCH Lag[5] | 1.802 | 1.440 | 1.667 | 0.5167 |
| ARCH Lag[7] | 1.917 | 2.315 | 1.543 | 0.7349 |

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 6.8924

Individual Statistics:

mu 0.33225
 ar1 0.06287
 omega 0.31181
 alpha1 0.69367
 beta1 0.53334
 skew 0.34242
 shape 1.17658

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

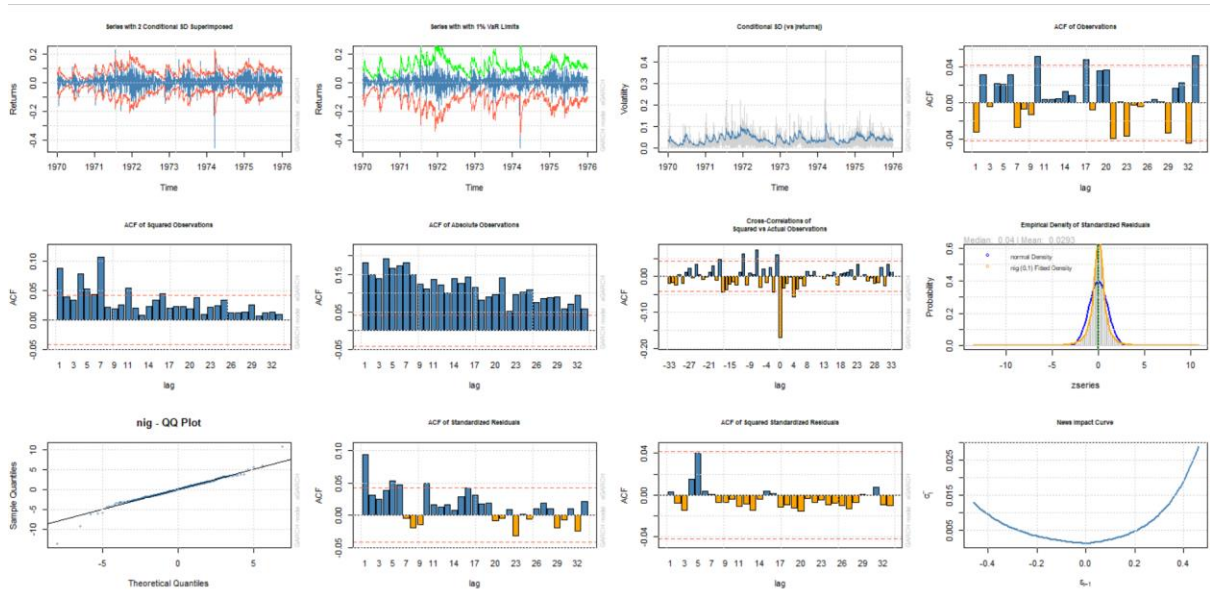
Sign Bias Test

| | t-value | prob sig |
|--------------------|---------|----------|
| Sign Bias | 0.4287 | 0.6682 |
| Negative Sign Bias | 0.6632 | 0.5073 |
| Positive Sign Bias | 0.5760 | 0.5647 |
| Joint Effect | 1.0702 | 0.7843 |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value (g-1) |
|-------|-----------|---------------|
| 1 | 20 | 26.54 |
| 2 | 30 | 35.89 |
| 3 | 40 | 41.13 |
| 4 | 50 | 67.53 |

Elapsed time : 0.971091



Εικόνα 114 Σύνοψη του eGARCH(1,1)-NIG για το Bitcoin

Παρακάτω παρουσιάζεται ο κώδικας για την εύρεση της μεταβλητότητας του υποδείγματος eGARCH(1,1)-NIG του Bitcoin, το διάγραμμα της μεταβλητότητας των eGARCH(1,1)-NIG και sGARCH(1,1)-NIG και η διαφορά τους αντίστοιχα. Τον ίδιο τρόπο ακολουθήσαμε για όλους του συνδυασμούς των υποδειγμάτων GARCH με κατανομή NIG.

```
volrbtcegarchllNIG <- rbtcegarchllNIG@fit$sigma^2
```

Εικόνα 115 Μεταβλητότητα eGARCH(1,1)-NIG για Bitcoin

```
plot(volrbtcegarchllNIG,main="Bitcoin Volatility (GARCH[1,1])", xlab="Nnumber of Observations")
```

Εικόνα 116 Plot Μεταβλητότητας eGARCH(1,1)-NIG για Bitcoin

```
> plot(volrbtcegarchllNIG,volrbtcsGARCHllNIG,col=c("green","red"),xlab="")+
+ legend("topright",legend=c("Exponential","Standard"),col=c("green","red"),lty=c(1,1))
```

Εικόνα 117 Plot μεταβλητότητας eGARCH(1,1)-NIG και sGARCH(1,1)-NIG

```
v3 <- volrbtcegarchllNIG-volrbtcsGARCHllNIG
```

Εικόνα 118 Διαφορά μεταβλητότας eGARCH(1,1)-NIG και sGARCH(1,1)-NIG


```
> plot(v3, type='l')+  
+ abline(h=0,col="red",lty=2)
```

Εικόνα 119 Διάγραμμα Διαφοράς της Μεταβλητότητας των eGARCH(1,1)-NIG και sGARCH(1,1)-NIG

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. iGARCH, 5. sGARCH και 6. gjrGARCH αντίστοιχα για το Bitcoin με κατανομή STD.

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="std", data=rbtc)
```

```
*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : std
```

Optimal Parameters

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|-------------|----------|
| mu | 0.001992 | 0.000419 | 4.75433 | 0.000002 |
| arl | -0.046154 | 0.019266 | -2.39557 | 0.016595 |
| omega | 0.000000 | 0.000001 | 0.01938 | 0.984538 |
| alpha1 | 0.048399 | 0.001201 | 40.28489 | 0.000000 |
| beta1 | 0.914661 | 0.001215 | 752.51530 | 0.000000 |
| eta11 | 0.999947 | 0.000065 | 15290.11271 | 0.000000 |
| eta21 | 0.047999 | 0.002498 | 19.21786 | 0.000000 |
| shape | 3.453859 | 0.137752 | 25.07300 | 0.000000 |

Robust Standard Errors:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|------------|----------|
| mu | 0.001992 | 0.000524 | 3.802913 | 0.000143 |
| arl | -0.046154 | 0.019584 | -2.356693 | 0.018438 |
| omega | 0.000000 | 0.000033 | 0.000457 | 0.999636 |
| alpha1 | 0.048399 | 0.002387 | 20.272383 | 0.000000 |
| beta1 | 0.914661 | 0.013857 | 66.005762 | 0.000000 |
| eta11 | 0.999947 | 0.003541 | 282.389012 | 0.000000 |
| eta21 | 0.047999 | 0.034583 | 1.387920 | 0.165161 |
| shape | 3.453859 | 1.431866 | 2.412138 | 0.015859 |

LogLikelihood : 4451.516

Information Criteria

```
-----
Akaike          -4.0562
Bayes           -4.0354
Shibata         -4.0562
Hannan-Quinn   -4.0486
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                    statistic  p-value
Lag[1]                13.63  2.222e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  14.62  4.663e-15
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  17.92  2.461e-07
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                    statistic  p-value
Lag[1]                0.01714  0.8958
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  1.22504  0.8070
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  1.87816  0.9190
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                    Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]         0.8022  0.500  2.000  0.3704
ARCH Lag[5]         1.9465  1.440  1.667  0.4832
ARCH Lag[7]         2.0859  2.315  1.543  0.6991
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 134.7497

Individual Statistics:

mu 0.20731
arl 0.06025
omega 82.75760
alpha 0.39295
beta1 0.06434
eta11 0.02659
eta21 0.52790
shape 0.74310

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.3960 0.6921
Negative Sign Bias 0.8187 0.4130
Positive Sign Bias 0.6326 0.5271
Joint Effect 1.2869 0.7322

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 55.86 1.718e-05
2 30 67.85 5.943e-05
3 40 72.50 8.931e-04
4 50 97.34 4.850e-05

Elapsed time : 0.545543

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="std",data=rbtc)
```

```
*-----*  
* GARCH Model Fit *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : eGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(1,0,0)
Distribution : std

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001746 0.000413 4.2238 0.000024
arl -0.064196 0.020363 -3.1526 0.001618
omega -0.019418 0.009876 -1.9662 0.049275
alpha 0.046702 0.017748 2.6314 0.008504
beta1 0.996265 0.002159 461.4694 0.000000
gamma1 0.269272 0.026520 10.1537 0.000000
shape 2.471364 0.166547 14.8388 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001746 0.000488 3.5803 0.000343
arl -0.064196 0.024021 -2.6725 0.007529
omega -0.019418 0.018152 -1.0697 0.284733
alpha 0.046702 0.019502 2.3947 0.016635
beta1 0.996265 0.002821 353.1280 0.000000
gamma1 0.269272 0.035318 7.6242 0.000000
shape 2.471364 0.202221 12.2211 0.000000

LogLikelihood : 4480.209

Information Criteria

```
-----
Akaike      -4.0833
Bayes       -4.0651
Shibata     -4.0833
Hannan-Quinn -4.0766
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          16.66 4.470e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 17.63 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 21.70 3.644e-09
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic p-value
Lag[1]          0.05162 0.8203
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.59345 0.7169
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 3.75063 0.6313
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.3734 0.500 2.000 0.5412
ARCH Lag[5]    3.9344 1.440 1.667 0.1799
ARCH Lag[7]    4.6210 2.315 1.543 0.2657
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 2.8381

Individual Statistics:

```
mu      0.24200
arl     0.09483
omega   0.42371
alpha   0.53296
beta1   0.43709
gamma1  0.73395
shape   0.19001
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.5103 0.6099
Negative Sign Bias 0.7606 0.4470
Positive Sign Bias 0.8235 0.4103
Joint Effect    1.8448 0.6052
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 20.69 0.3540
2 30 36.05 0.1721
3 40 42.92 0.3068
4 50 46.27 0.5846
```

Elapsed time : 0.8499579

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="fiGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="std", data=rbtc)
```

```
*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----
GARCH Model      : fiGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : std
```

Optimal Parameters

```
-----
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.001919  0.000425  4.52037 0.000006
arl     -0.046879  0.019761 -2.37226 0.017680
omega   0.000007  0.000005  1.47885 0.139182
alpha   0.079739  0.094802  0.84111 0.400285
beta    0.900405  0.045943  19.59834 0.000000
delta   0.957983  0.134606  7.11693 0.000000
shape   3.347818  0.159264  21.02060 0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.001919  0.000462  4.15238 0.000033
arl     -0.046879  0.019849 -2.36179 0.018187
omega   0.000007  0.000010  0.73298 0.463568
alpha   0.079739  0.127205  0.62686 0.530753
beta    0.900405  0.069976  12.86726 0.000000
delta   0.957983  0.199965  4.79075 0.000002
shape   3.347818  0.228576  14.64643 0.000000
```

LogLikelihood : 4453.706

Information Criteria

```
-----
Akaike      -4.0591
Bayes      -4.0409
Shibata    -4.0591
Hannan-Quinn -4.0524
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
statistic p-value
Lag[1]      12.80 3.459e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 13.87 3.664e-14
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 17.23 5.260e-07
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
statistic p-value
Lag[1]      0.03984 0.8418
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.05945 0.8461
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 1.72345 0.9353
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.6753 0.500 2.000 0.4112
ARCH Lag[5]  1.7955 1.440 1.667 0.5182
ARCH Lag[7]  1.9361 2.315 1.543 0.7309
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 3.29

Individual Statistics:

mu 0.24475
arl 0.06525
omega 0.78206
alphal 1.39084
betal 1.67417
delta 2.13487
shape 1.16479

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.3769 0.7063
Negative Sign Bias 0.9548 0.3398
Positive Sign Bias 0.8481 0.3965
Joint Effect 1.8847 0.5967

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value (g-1)
1 20 57.70 8.894e-06
2 30 64.53 1.633e-04
3 40 74.50 5.299e-04
4 50 91.36 2.296e-04

Elapsed time : 1.12135

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="IGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="std",data=rbtc)
```

```
*-----*  
* GARCH Model Fit *  
*-----*  
  
Conditional Variance Dynamics  
-----  
GARCH Model : IGARCH(1,1)  
Mean Model : ARFIMA(1,0,0)  
Distribution : std  
  
Optimal Parameters  
-----  
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu 0.001924 0.000425 4.5278 0.000006  
arl -0.046944 0.019180 -2.4475 0.014384  
omega 0.000008 0.000004 2.0050 0.044966  
alphal 0.094653 0.012044 7.8591 0.000000  
betal 0.905347 NA NA NA  
shape 3.316874 0.139740 23.7360 0.000000  
  
Robust Standard Errors:  
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu 0.001924 0.000401 4.7926 0.000002  
arl -0.046944 0.019898 -2.3592 0.018314  
omega 0.000008 0.000006 1.4007 0.161292  
alphal 0.094653 0.014394 6.5757 0.000000  
betal 0.905347 NA NA NA  
shape 3.316874 0.151297 21.9230 0.000000  
  
LogLikelihood : 4452.48
```

Information Criteria

```
-----
Akaike      -4.0598
Bayes      -4.0468
Shibata    -4.0598
Hannan-Quinn -4.0550
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          13.97 1.862e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 15.05 1.443e-15
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 18.31 1.600e-07
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic p-value
Lag[1]          0.007411 0.9314
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.082791 0.8407
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 1.695666 0.9381
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.8378 0.500 2.000 0.3600
ARCH Lag[5]    1.7289 1.440 1.667 0.5343
ARCH Lag[7]    1.8510 2.315 1.543 0.7488
```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 3.0023
Individual Statistics:
mu      0.25202
arl     0.06077
omega   0.48614
alpha  1.74803
shape   1.15886
```

```
Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.28 1.47 1.88
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.3623 0.7171
Negative Sign Bias 0.6643 0.5066
Positive Sign Bias 0.5666 0.5710
Joint Effect    0.9811 0.8058
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1  20  55.20  2.167e-05
2  30  63.76  2.054e-04
3  40  75.02  4.631e-04
4  50  89.44  3.710e-04
```

Elapsed time : 0.286536

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="std"),data=rbtc)
```

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.001928  0.000427  4.5125 0.000006
arl     -0.046810  0.019243 -2.4326 0.014990
omega   0.000009  0.000006  1.5189 0.128793
alpha   0.094489  0.012083  7.8199 0.000000
beta1   0.904511  0.014707  61.5031 0.000000
shape   3.332817  0.194880  17.1019 0.000000
```

```
Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.001928  0.000491  3.92356 0.000087
arl     -0.046810  0.020191 -2.31832 0.020432
omega   0.000009  0.000013  0.66301 0.507322
alpha   0.094489  0.015154  6.23529 0.000000
beta1   0.904511  0.026869  33.66434 0.000000
shape   3.332817  0.254858  13.07714 0.000000
```

LogLikelihood : 4451.946

Information Criteria

```
-----
Akaike          -4.0584
Bayes           -4.0428
Shibata         -4.0584
Hannan-Quinn   -4.0527
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                13.91 1.915e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 15.00 1.665e-15
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 18.26 1.704e-07
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.006604 0.9352
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.092168 0.8385
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 1.705146 0.9371
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.8462 0.500 2.000 0.3576
ARCH Lag[5]  1.7382 1.440 1.667 0.5320
ARCH Lag[7]  1.8593 2.315 1.543 0.7471
```


Nyblom stability test

Joint Statistic: 12.7975

Individual Statistics:

mu 0.25332
arl 0.06094
omega 0.45532
alpha 0.89285
beta1 0.51370
shape 1.17249

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.49 1.68 2.12
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.3728 0.7094
Negative Sign Bias 0.6647 0.5063
Positive Sign Bias 0.5640 0.5728
Joint Effect 0.9897 0.8038

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value (g-1)
1 20 54.94 2.372e-05
2 30 63.33 2.340e-04
3 40 74.61 5.149e-04
4 50 87.89 5.432e-04

Elapsed time : 0.3806341

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrgarch",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(1,0)),distribution.model="std"),data=rbtc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : gjrgarch(1,1)
Mean Model : ARFIMA(1,0,0)
Distribution : std

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001935 0.000419 4.61224 0.000004
arl -0.051710 0.019153 -2.69987 0.006937
omega 0.000006 0.000006 0.89108 0.372884
alpha 0.105255 0.014027 7.50371 0.000000
beta1 0.916954 0.015599 58.78442 0.000000
gamma1 -0.046419 0.015474 -2.99972 0.002702
shape 3.363309 0.196352 17.12900 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001935 0.000482 4.01786 0.000059
arl -0.051710 0.021780 -2.37415 0.017589
omega 0.000006 0.000020 0.27597 0.782570
alpha 0.105255 0.019822 5.30998 0.000000
beta1 0.916954 0.040478 22.65302 0.000000
gamma1 -0.046419 0.022960 -2.02168 0.043209
shape 3.363309 0.280973 11.97024 0.000000

LogLikelihood : 4456.235

```

Information Criteria
-----
Akaike      -4.0614
Bayes      -4.0432
Shibata    -4.0614
Hannan-Quinn -4.0547

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          12.78 3.498e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 13.75 5.085e-14
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 17.01 6.717e-07
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.009616 0.9219
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 1.123992 0.8310
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 2.024006 0.9021
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.4837 0.500 2.000 0.4868
ARCH Lag[5]    2.1985 1.440 1.667 0.4290
ARCH Lag[7]    2.4066 2.315 1.543 0.6317

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic: 14.8409
Individual Statistics:
mu      0.31489
arl     0.05951
omega   0.96783
alpha   0.87930
beta    0.52351
gamma   0.61886
shape   1.05773

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.5613 0.5746
Negative Sign Bias 0.4865 0.6267
Positive Sign Bias 0.6360 0.5249
Joint Effect    1.4084 0.7036

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
group statistic p-value (g-1)
1 20 49.67 1.467e-04
2 30 72.45 1.393e-05
3 40 63.81 7.342e-03
4 50 82.78 1.820e-03

Elapsed time : 0.7096519

```

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. iGARCH, 5. sGARCH και 6. gjrGARCH αντίστοιχα για το Ethereum με κατανομή GED.

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="ged"),data=reth)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
mu      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
ar1     0.834053  0.013156  63.3962 0.000000
ar2     0.098794  0.013185   7.4928 0.000000
ma1    -0.916900  0.026801 -34.2117 0.000000
omega   0.000088  0.000018  4.8992 0.000001
alpha1  0.109230  0.027569   3.9621 0.000074
beta1   0.790507  0.059570  13.2701 0.000000
eta11   0.979206  0.000098 9977.5400 0.000000
eta21   0.059729  0.006720   8.8888 0.000000
shape   0.972433  0.036069  26.9604 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
mu      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
ar1     0.834053  0.012052  69.2058 0.0e+00
ar2     0.098794  0.018928   5.2194 0.0e+00
ma1    -0.916900  0.043847 -20.9113 0.0e+00
omega   0.000088  0.000018  4.7953 2.0e-06
alpha1  0.109230  0.026559   4.1128 3.9e-05
beta1   0.790507  0.061448  12.8647 0.0e+00
eta11   0.979206  0.000094 10425.5396 0.0e+00
eta21   0.059729  0.007157   8.3452 0.0e+00
shape   0.972433  0.043440  22.3855 0.0e+00

LogLikelihood : 3474.504

Information Criteria
-----

Akaike          -3.1625
Bayes           -3.1365
Shibata         -3.1625
Hannan-Quinn   -3.1530

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                16.61 4.593e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 19.65 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 23.63 1.159e-07
d.o.f=3
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                0.1664 0.6834
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.1743 0.3761
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 4.6392 0.4842
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]      1.705 0.500 2.000 0.1917
ARCH Lag[5]      4.124 1.440 1.667 0.1630
ARCH Lag[7]      4.305 2.315 1.543 0.3047

```

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 2.7878

Individual Statistics:

mu 0.37523
 ar1 0.10458
 ar2 0.12745
 ma1 0.09623
 omega 0.08444
 alpha1 0.30667
 beta1 0.04214
 eta11 0.08280
 eta21 0.29434
 shape 0.62921

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

| | t-value | prob | sig |
|--------------------|---------|--------|-----|
| Sign Bias | 1.3352 | 0.1819 | |
| Negative Sign Bias | 0.7184 | 0.4726 | |
| Positive Sign Bias | 0.2772 | 0.7817 | |
| Joint Effect | 1.9808 | 0.5764 | |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value (g-1) |
|-------|-----------|---------------|
| 1 | 20 | 35.08 |
| 2 | 30 | 47.12 |
| 3 | 40 | 57.20 |
| 4 | 50 | 59.41 |

Elapsed time : 1.595449

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="ged"),data=reth)

 * GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

 GARCH Model : eGARCH(1,1)
 Mean Model : ARFIMA(2,0,1)
 Distribution : ged

Optimal Parameters

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|----------|----------|
| mu | 0.001038 | 0.000217 | 4.7813 | 0.000002 |
| ar1 | 0.838104 | 0.002503 | 334.8123 | 0.000000 |
| ar2 | 0.094217 | 0.014430 | 6.5295 | 0.000000 |
| ma1 | -0.918955 | 0.013732 | -66.9229 | 0.000000 |
| omega | -0.351459 | 0.090052 | -3.9028 | 0.000095 |
| alpha1 | 0.008409 | 0.019318 | 0.4353 | 0.663346 |
| beta1 | 0.940006 | 0.015365 | 61.1783 | 0.000000 |
| gamma1 | 0.273305 | 0.037607 | 7.2675 | 0.000000 |
| shape | 0.970701 | 0.036562 | 26.5497 | 0.000000 |

Robust Standard Errors:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|------------|----------|
| mu | 0.001038 | 0.000059 | 17.68695 | 0.000000 |
| ar1 | 0.838104 | 0.017968 | 46.64507 | 0.000000 |
| ar2 | 0.094217 | 0.013801 | 6.77773 | 0.000000 |
| ma1 | -0.918955 | 0.007954 | -115.52895 | 0.000000 |
| omega | -0.351459 | 0.086530 | -4.06171 | 0.000049 |
| alpha1 | 0.008409 | 0.018718 | 0.44925 | 0.653252 |
| beta1 | 0.940006 | 0.014811 | 63.46502 | 0.000000 |
| gamma1 | 0.273305 | 0.038741 | 7.05476 | 0.000000 |
| shape | 0.970701 | 0.042761 | 22.70061 | 0.000000 |

LogLikelihood : 3476.869

Information Criteria

Akaike -3.1656
Bayes -3.1422
Shibata -3.1656
Hannan-Quinn -3.1570

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 15.54 8.093e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 19.37 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 22.96 2.647e-07
d.o.f=3
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.04053 0.8404
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 2.22312 0.5667
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 3.47422 0.6788
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 1.276 0.500 2.000 0.2586
ARCH Lag[5] 3.313 1.440 1.667 0.2476
ARCH Lag[7] 3.483 2.315 1.543 0.4273

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 2.8792

Individual Statistics:

mu 0.27667
 ar1 0.10756
 ar2 0.12297
 ma1 0.09347
 omega 0.18997
 alphas 0.37467
 betas 0.16422
 gammas 0.83159
 shape 0.48156

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

| | t-value | prob | sig |
|--------------------|---------|--------|-----|
| Sign Bias | 1.3908 | 0.1644 | |
| Negative Sign Bias | 0.2067 | 0.8363 | |
| Positive Sign Bias | 0.5219 | 0.6018 | |
| Joint Effect | 2.2718 | 0.5180 | |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value (g-1) |
|-------|-----------|---------------|
| 1 | 20 | 32.58 0.02687 |
| 2 | 30 | 46.87 0.01920 |
| 3 | 40 | 53.91 0.05652 |
| 4 | 50 | 67.95 0.03781 |

Elapsed time : 1.336024

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="fiGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="ged"),data=rETH)

```

*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : fiGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000888   0.000261   3.4023 0.000668
ar1     0.832649   0.017496  47.5901 0.000000
ar2     0.099557   0.008043  12.3777 0.000000
ma1    -0.916146   0.010046 -91.1931 0.000000
omega   0.000203   0.000067   3.0294 0.002451
alpha   0.186651   0.090851   2.0545 0.039930
beta    0.598746   0.126599   4.7295 0.000002
delta   0.621415   0.155819   3.9881 0.000067
shape   0.955681   0.035695  26.7736 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000888   0.000079  11.2560 0.000000
ar1     0.832649   0.009439  88.2101 0.000000
ar2     0.099557   0.006708  14.8404 0.000000
ma1    -0.916146   0.013823 -66.2749 0.000000
omega   0.000203   0.000056   3.6385 0.000274
alpha   0.186651   0.100492   1.8574 0.063258
beta    0.598746   0.131207   4.5634 0.000005
delta   0.621415   0.195585   3.1772 0.001487
shape   0.955681   0.043321  22.0602 0.000000

LogLikelihood : 3474.175

```

Information Criteria

Akaike -3.1631
Bayes -3.1397
Shibata -3.1631
Hannan-Quinn -3.1546

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 16.63 4.551e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 19.92 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 23.77 9.720e-08
d.o.f=3
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.5476 0.4593
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.7290 0.2898
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 5.2763 0.3900
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 1.913 0.500 2.000 0.1666
ARCH Lag[5] 4.312 1.440 1.667 0.1478
ARCH Lag[7] 4.519 2.315 1.543 0.2778

Nyblom stability test

Joint Statistic: 2.6752

Individual Statistics:

mu 0.35501
ar1 0.10418
ar2 0.11560
ma1 0.09271
omega 0.13018
alpha1 0.99691
beta1 0.78775
delta 0.97827
shape 0.71034

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 1.46553 0.1429
Negative Sign Bias 1.19546 0.2320
Positive Sign Bias 0.09308 0.9258
Joint Effect 3.16145 0.3674

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
1 20 30.22 0.04903
2 30 46.21 0.02235
3 40 56.54 0.03429
4 50 68.54 0.03402

Elapsed time : 2.557811

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="ged",data=reth)
```

```
*-----*  
*          GARCH Model Fit          *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----  
GARCH Model      : iGARCH(1,1)  
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)  
Distribution      : ged
```

Optimal Parameters

```
-----  
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu        0.000931  0.000272  3.4290 0.000606  
ar1       0.832002  0.049927  16.6642 0.000000  
ar2       0.097245  0.006456  15.0628 0.000000  
ma1      -0.912007  0.052162 -17.4840 0.000000  
omega     0.000147  0.000039  3.7157 0.000203  
alpha1    0.200280  0.030826  6.4970 0.000000  
beta1     0.799720          NA          NA          NA  
shape     0.939682  0.034631  27.1345 0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu        0.000931  0.000085  10.9350 0.000000  
ar1       0.832002  0.064672  12.8650 0.000000  
ar2       0.097245  0.005450  17.8420 0.000000  
ma1      -0.912007  0.070698 -12.9000 0.000000  
omega     0.000147  0.000045  3.2573 0.001125  
alpha1    0.200280  0.035705  5.6094 0.000000  
beta1     0.799720          NA          NA          NA  
shape     0.939682  0.036644  25.6436 0.000000
```

LogLikelihood : 3471.683

Information Criteria

```
-----  
Akaike      -3.1627  
Bayes       -3.1445  
Shibata     -3.1627  
Hannan-Quinn -3.1560
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----  
statistic p-value  
Lag[1]          17.28 3.228e-05  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 20.39 0.000e+00  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 24.07 6.708e-08  
d.o.f=3  
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----  
statistic p-value  
Lag[1]          0.3399 0.5599  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.9530 0.2600  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 5.5649 0.3513  
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----  
Statistic Shape Scale P-Value  
ARCH Lag[3]     2.646 0.500 2.000 0.1038  
ARCH Lag[5]     3.853 1.440 1.667 0.1877  
ARCH Lag[7]     4.122 2.315 1.543 0.3293
```


Nyblom stability test

 Joint Statistic: 1.8844

Individual Statistics:

mu 0.28857
 ar1 0.13642
 ar2 0.15780
 ma1 0.11463
 omega 0.05744
 alpha 0.28160
 shape 0.65386

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

| | t-value | prob | sig |
|--------------------|---------|--------|-----|
| Sign Bias | 1.59796 | 0.1102 | |
| Negative Sign Bias | 1.27740 | 0.2016 | |
| Positive Sign Bias | 0.04031 | 0.9679 | |
| Joint Effect | 3.60498 | 0.3074 | |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value (q-1) |
|-------|-----------|---------------|
| 1 | 20 | 41.36 |
| 2 | 30 | 53.88 |
| 3 | 40 | 64.79 |
| 4 | 50 | 72.69 |

Elapsed time : 0.8290572

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="ged"),data=reth)
```

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

 GARCH Model : sGARCH(1,1)
 Mean Model : ARFIMA(2,0,1)
 Distribution : ged

Optimal Parameters

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|-------|-----------|------------|----------|----------|
| mu | 0.000958 | 0.000242 | 3.9599 | 0.000075 |
| ar1 | 0.832964 | 0.033748 | 24.6816 | 0.000000 |
| ar2 | 0.096421 | 0.005197 | 18.5535 | 0.000000 |
| ma1 | -0.912297 | 0.036795 | -24.7943 | 0.000000 |
| omega | 0.000200 | 0.000052 | 3.8324 | 0.000127 |
| alpha | 0.160834 | 0.028232 | 5.6970 | 0.000000 |
| beta1 | 0.792910 | 0.032364 | 24.4998 | 0.000000 |
| shape | 0.970719 | 0.036853 | 26.3400 | 0.000000 |

Robust Standard Errors:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|-------|-----------|------------|----------|----------|
| mu | 0.000958 | 0.000068 | 14.0343 | 0.000000 |
| ar1 | 0.832964 | 0.030240 | 27.5448 | 0.000000 |
| ar2 | 0.096421 | 0.001743 | 55.3181 | 0.000000 |
| ma1 | -0.912297 | 0.035773 | -25.5025 | 0.000000 |
| omega | 0.000200 | 0.000054 | 3.6878 | 0.000226 |
| alpha | 0.160834 | 0.029637 | 5.4267 | 0.000000 |
| beta1 | 0.792910 | 0.034259 | 23.1446 | 0.000000 |
| shape | 0.970719 | 0.042877 | 22.6396 | 0.000000 |

LogLikelihood : 3474.988

Information Criteria

Akaike -3.1648
Bayes -3.1440
Shibata -3.1648
Hannan-Quinn -3.1572

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 16.16 5.822e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 19.14 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 23.01 2.485e-07
d.o.f=3
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.08495 0.7707
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 2.98708 0.4094
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 4.44707 0.5148
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 1.851 0.500 2.000 0.1736
ARCH Lag[5] 3.893 1.440 1.667 0.1838
ARCH Lag[7] 4.082 2.315 1.543 0.3349

Nyblom stability test

Joint Statistic: 2.4059
Individual Statistics:
mu 0.25742
ar1 0.10440
ar2 0.11350
ma1 0.08955
omega 0.07635
alpha 0.43207
beta1 0.12150
shape 0.61157

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 1.3956 0.1630
Negative Sign Bias 0.7065 0.4800
Positive Sign Bias 0.3756 0.7073
Joint Effect 2.0796 0.5561

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
1 20 36.25 0.009840
2 30 49.61 0.009953
3 40 59.57 0.018525
4 50 73.74 0.012678

Elapsed time : 0.9310369

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrgarch",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="ged",data=reth)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : gjrgarch(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1     0.829668  0.033982  24.4151 0.000000
ar2     0.099637  0.004424  22.5220 0.000000
ma1     -0.912397  0.034351 -26.5607 0.000000
omega   0.000198  0.000053   3.7531 0.000175
alpha1  0.165498  0.031020   5.3351 0.000000
beta1   0.794711  0.033104  24.0066 0.000000
gamma1  -0.012420  0.035145  -0.3534 0.723787
shape   0.969624  0.036652  26.4552 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1     0.829668  0.000041 22.53415 0.000000
ar2     0.099637  0.031717  26.15845 0.000000
ma1     -0.912397  0.003859 25.81607 0.000000
omega   0.000198  0.030345 -30.06783 0.000000
alpha1  0.000055  3.57156  0.000355
beta1   0.165498  0.031417  5.26772 0.000000
gamma1  0.794711  0.035681 22.27265 0.000000
shape   -0.012420  0.033542  -0.37029 0.711165
-----
LogLikelihood : 3475.045

Information Criteria
-----

Akaike      -3.1639
Bayes       -3.1405
Shibata     -3.1639
Hannan-Quinn -3.1553

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
                statistic p-value
Lag[1]                16.83 4.094e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [8] 19.81 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [14] 23.69 1.082e-07
d.o.f=3
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
                statistic p-value
Lag[1]                0.07589 0.7829
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [5] 2.97978 0.4108
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [9] 4.44027 0.5159
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]      1.827 0.500 2.000 0.1765
ARCH Lag[5]      3.887 1.440 1.667 0.1844
ARCH Lag[7]      4.076 2.315 1.543 0.3357

```

```

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic: 2.6936
Individual Statistics:
mu      0.33661
ar1     0.12288
ar2     0.12323
ma1     0.11055
omega   0.07665
alpha   0.39425
beta1   0.11724
gamma1  0.16092
shape   0.60483

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
          t-value  prob sig
Sign Bias      1.3692 0.1711
Negative Sign Bias 0.6092 0.5425
Positive Sign Bias 0.3154 0.7525
Joint Effect    2.0687 0.5583

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
  group statistic p-value (g-1)
1    20     41.09   0.002351
2    30     52.84   0.004389
3    40     62.13   0.010689
4    50     69.59   0.028109

Elapsed time : 2.061726

```

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. iGARCH, 5. sGARCH και 6. gjrGARCH αντίστοιχα για το Ethereum με κατανομή NIG.

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="nig", data=reth)
```

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : nig
```

Optimal Parameters

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|-----------|----------|
| mu | 0.001934 | 0.001299 | 1.4895 | 0.136344 |
| ar1 | 0.854089 | 0.014625 | 58.4009 | 0.000000 |
| ar2 | 0.098616 | 0.019949 | 4.9435 | 0.000001 |
| ma1 | -0.940844 | 0.014917 | -63.0706 | 0.000000 |
| omega | 0.000089 | 0.000027 | 3.2416 | 0.001189 |
| alpha1 | 0.101801 | 0.034819 | 2.9237 | 0.003459 |
| beta1 | 0.812199 | 0.054366 | 14.9396 | 0.000000 |
| eta11 | 0.983731 | 0.000249 | 3951.8602 | 0.000000 |
| eta21 | 0.072973 | 0.027564 | 2.6474 | 0.008111 |
| skew | 0.047922 | 0.044422 | 1.0788 | 0.280677 |
| shape | 0.531570 | 0.068610 | 7.7477 | 0.000000 |

Robust Standard Errors:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|-----------|----------|
| mu | 0.001934 | 0.001431 | 1.3519 | 0.176421 |
| ar1 | 0.854089 | 0.020752 | 41.1576 | 0.000000 |
| ar2 | 0.098616 | 0.018875 | 5.2246 | 0.000000 |
| ma1 | -0.940844 | 0.006989 | -134.6267 | 0.000000 |
| omega | 0.000089 | 0.000025 | 3.5484 | 0.000388 |
| alpha1 | 0.101801 | 0.032277 | 3.1540 | 0.001610 |
| beta1 | 0.812199 | 0.051577 | 15.7474 | 0.000000 |
| eta11 | 0.983731 | 0.000256 | 3845.9781 | 0.000000 |
| eta21 | 0.072973 | 0.027310 | 2.6720 | 0.007541 |
| skew | 0.047922 | 0.045100 | 1.0626 | 0.287975 |
| shape | 0.531570 | 0.080114 | 6.6352 | 0.000000 |

LogLikelihood : 3474.421

Information Criteria

```
-----
Akaike          -3.1615
Bayes           -3.1329
Shibata        -3.1615
Hannan-Quinn   -3.1511
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                    statistic  p-value
Lag[1]                18.44  1.753e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]  22.58  0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  26.49  3.184e-09
d.o.f=3
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                    statistic  p-value
Lag[1]                0.1775  0.6736
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  3.2353  0.3658
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  4.7439  0.4680
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                    Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]         1.764 0.500 2.000 0.1841
ARCH Lag[5]         4.141 1.440 1.667 0.1616
ARCH Lag[7]         4.337 2.315 1.543 0.3005
```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 3.3702
Individual Statistics:
mu      0.38614
ar1     0.09496
ar2     0.09338
ma1     0.11955
omega   0.17676
alpha   0.33584
beta1   0.06411
eta11   0.15669
eta21   0.35361
skew    0.93258
shape   0.59201
```

```
Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      2.49 2.75 3.27
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias          1.2047 0.2284
Negative Sign Bias 0.6927 0.4886
Positive Sign Bias 0.2135 0.8310
Joint Effect       1.6613 0.6456
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value (g-1)
1   20   35.83   0.011081
2   30   56.70   0.001561
3   40   64.03   0.006985
4   50   70.41   0.024139
```

Elapsed time : 2.656622

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="nig"),data=reth)
```

```
*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : nig
```

Optimal Parameters

```
-----
Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.002223  0.000948  2.34459 0.019027
ar1     0.858326  0.034152  25.13233 0.000000
ar2     0.097031  0.009898  9.80315 0.000000
ma1     -0.944463  0.039414 -23.96286 0.000000
omega   -0.307639  0.079546  -3.86746 0.000110
alpha   0.007675  0.019652  0.39055 0.696127
beta1   0.947051  0.013646  69.40274 0.000000
gamma1  0.283558  0.037760  7.50956 0.000000
skew    0.061182  0.040439  1.51295 0.130293
shape   0.515530  0.070017  7.36295 0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
-----
Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.002223  0.000797  2.78837 0.005297
ar1     0.858326  0.046442  18.48168 0.000000
ar2     0.097031  0.004969  19.52625 0.000000
ma1     -0.944463  0.051360 -18.38896 0.000000
omega   -0.307639  0.073684  -4.17509 0.000030
alpha   0.007675  0.019841  0.38685 0.698869
beta1   0.947051  0.012690  74.63018 0.000000
gamma1  0.283558  0.037372  7.58746 0.000000
skew    0.061182  0.037084  1.64983 0.098978
shape   0.515530  0.077759  6.62983 0.000000
```

LogLikelihood : 3478.683

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.1663
Bayes      -3.1403
Shibata    -3.1663
Hannan-Quinn -3.1568
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          17.81  2.440e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]  22.69  0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  26.31  4.003e-09
d.o.f=3
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.02687  0.8698
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  2.23677  0.5636
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  3.51213  0.6723
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    1.360 0.500 2.000 0.2436
ARCH Lag[5]    3.233 1.440 1.667 0.2577
ARCH Lag[7]    3.417 2.315 1.543 0.4384
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 3.7584

Individual Statistics:

```
mu      0.38428
ar1     0.08981
ar2     0.08854
ma1     0.10918
omega   0.14479
alpha   0.23454
beta1   0.12671
gamma1  0.69190
skew    1.00475
shape   0.48980
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      1.2326  0.2179
Negative Sign Bias 0.2457  0.8059
Positive Sign Bias 0.3938  0.6938
Joint Effect    1.7736  0.6207
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1  20  30.52  0.04560
2  30  46.79  0.01957
3  40  60.12  0.01650
4  50  65.30  0.05957
```

Elapsed time : 1.715269

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="fiGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="nig", data=rETH)
```

```
*-----*  
*          GARCH Model Fit          *  
*-----*
```

```
Conditional Variance Dynamics
```

```
-----  
GARCH Model      : fiGARCH(1,1)  
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)  
Distribution      : nig
```

```
Optimal Parameters
```

```
-----  
Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)  
mu        0.001947    0.001337    1.4559  0.145424  
ar1       0.854796    0.015504   55.1350  0.000000  
ar2       0.099280    0.020012    4.9612  0.000001  
ma1      -0.942150    0.014146  -66.6025  0.000000  
omega     0.000222    0.000074    2.9892  0.002797  
alpha1    0.137524    0.088593    1.5523  0.120587  
beta1     0.647819    0.124379    5.2084  0.000000  
delta     0.715731    0.166795    4.2911  0.000018  
skew      0.050598    0.046435    1.0896  0.275872  
shape     0.491092    0.062633    7.8408  0.000000
```

```
Robust Standard Errors:
```

```
Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)  
mu        0.001947    0.001483    1.3126  0.189314  
ar1       0.854796    0.020439   41.8219  0.000000  
ar2       0.099280    0.018777    5.2874  0.000000  
ma1      -0.942150    0.006392  -147.4027  0.000000  
omega     0.000222    0.000066    3.3528  0.000800  
alpha1    0.137524    0.095835    1.4350  0.151284  
beta1     0.647819    0.122064    5.3072  0.000000  
delta     0.715731    0.180753    3.9597  0.000075  
skew      0.050598    0.047647    1.0619  0.288267  
shape     0.491092    0.074306    6.6091  0.000000
```

```
LogLikelihood : 3475.561
```

```
Information Criteria
```

```
-----  
Akaike      -3.1635  
Bayes       -3.1375  
Shibata     -3.1635  
Hannan-Quinn -3.1540
```

```
Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
```

```
-----  
statistic  p-value  
Lag[1]      18.83  1.425e-05  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]  23.29  0.000e+00  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  27.12  1.405e-09  
d.o.f=3  
H0 : No serial correlation
```

```
Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
```

```
-----  
statistic  p-value  
Lag[1]      0.424  0.5149  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  3.614  0.3062  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  5.186  0.4026  
d.o.f=2
```

```
Weighted ARCH LM Tests
```

```
-----  
Statistic Shape Scale P-Value  
ARCH Lag[3]  2.097  0.500  2.000  0.1476  
ARCH Lag[5]  4.191  1.440  1.667  0.1574  
ARCH Lag[7]  4.422  2.315  1.543  0.2897
```


Nyblom stability test

 Joint Statistic: 3.0822

Individual Statistics:

mu 0.36239
 ar1 0.10242
 ar2 0.09978
 ma1 0.12739
 omega 0.20484
 alpha1 1.04943
 beta1 0.74026
 delta 0.94785
 skew 0.91000
 shape 0.61693

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

| | t-value | prob sig |
|--------------------|---------|----------|
| Sign Bias | 1.32387 | 0.1857 |
| Negative Sign Bias | 1.05908 | 0.2897 |
| Positive Sign Bias | 0.03258 | 0.9740 |
| Joint Effect | 2.49964 | 0.4754 |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value(g-1) |
|-------|-----------|--------------|
| 1 | 20 | 31.28 |
| 2 | 30 | 53.82 |
| 3 | 40 | 57.78 |
| 4 | 50 | 60.23 |

Elapsed time : 2.985246

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="nig"),data=reth)
```

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----
GARCH Model      : iGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : nig
```

Optimal Parameters

```
-----


|        | Estimate  | Std. Error | t value  | Pr(> t ) |
|--------|-----------|------------|----------|----------|
| mu     | 0.001981  | 0.001357   | 1.4599   | 0.144305 |
| ar1    | 0.855956  | 0.012952   | 66.0890  | 0.000000 |
| ar2    | 0.098651  | 0.019866   | 4.9657   | 0.000001 |
| ma1    | -0.942327 | 0.016783   | -56.1480 | 0.000000 |
| omega  | 0.000159  | 0.000042   | 3.7726   | 0.000162 |
| alpha1 | 0.199331  | 0.029367   | 6.7876   | 0.000000 |
| beta1  | 0.800669  | NA         | NA       | NA       |
| skew   | 0.053888  | 0.047147   | 1.1430   | 0.253044 |
| shape  | 0.466843  | 0.056896   | 8.2051   | 0.000000 |


```

Robust Standard Errors:

```
-----


|        | Estimate  | Std. Error | t value   | Pr(> t ) |
|--------|-----------|------------|-----------|----------|
| mu     | 0.001981  | 0.001325   | 1.4952    | 0.134850 |
| ar1    | 0.855956  | 0.022817   | 37.5141   | 0.000000 |
| ar2    | 0.098651  | 0.019857   | 4.9680    | 0.000001 |
| ma1    | -0.942327 | 0.009228   | -102.1126 | 0.000000 |
| omega  | 0.000159  | 0.000045   | 3.5530    | 0.000381 |
| alpha1 | 0.199331  | 0.032367   | 6.1584    | 0.000000 |
| beta1  | 0.800669  | NA         | NA        | NA       |
| skew   | 0.053888  | 0.046439   | 1.1604    | 0.245880 |
| shape  | 0.466843  | 0.059000   | 7.9126    | 0.000000 |


```

LogLikelihood : 3474.396

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.1642
Bayes      -3.1434
Shibata    -3.1642
Hannan-Quinn -3.1566
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          19.60 9.571e-06
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 23.96 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 27.68 6.769e-10
d.o.f=3
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic p-value
Lag[1]          0.270 0.6033
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.674 0.2976
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 5.288 0.3884
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    2.426 0.500 2.000 0.1194
ARCH Lag[5]    3.837 1.440 1.667 0.1893
ARCH Lag[7]    4.112 2.315 1.543 0.3307
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 2.4743

Individual Statistics:

```
mu      0.3622
ar1     0.1181
ar2     0.1167
ma1     0.1462
omega   0.1356
alpha1  0.3477
skew    0.9305
shape   0.5651
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic:      1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      1.38567 0.1660
Negative Sign Bias 1.07977 0.2804
Positive Sign Bias 0.01502 0.9880
Joint Effect    2.63397 0.4516
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1  20  31.56  0.03505
2  30  48.81  0.01209
3  40  55.37  0.04299
4  50  59.27  0.14932
```

Elapsed time : 1.07683

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="nig"),data=reth)
```

```
*-----*  
*          GARCH Model Fit          *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
GARCH Model      : sGARCH(1,1)  
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)  
Distribution      : nig
```

Optimal Parameters

```
-----  
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
ar1     0.853953  0.011092  76.9904 0.000000  
ar2     0.098123  0.019882   4.9352 0.000001  
ma1    -0.939640  0.017945 -52.3622 0.000000  
omega   0.000189  0.000050   3.7605 0.000170  
alpha1  0.173439  0.030318   5.7206 0.000000  
beta1   0.796507  0.030510  26.1062 0.000000  
skew    0.053849  0.045004   1.1965 0.231487  
shape   0.516305  0.070990   7.2729 0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
-----  
mu      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
ar1     0.853953  0.021792  39.1863 0.000000  
ar2     0.098123  0.018839   5.2085 0.000000  
ma1    -0.939640  0.010059 -93.4115 0.000000  
omega   0.000189  0.000052   3.6265 0.000287  
alpha1  0.173439  0.031042   5.5872 0.000000  
beta1   0.796507  0.031934  24.9424 0.000000  
skew    0.053849  0.046111   1.1678 0.242885  
shape   0.516305  0.080532   6.4112 0.000000
```

LogLikelihood : 3475.547

Information Criteria

```
-----  
Akaike      -3.1644  
Bayes       -3.1410  
Shibata     -3.1644  
Hannan-Quinn -3.1558
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----  
statistic p-value  
Lag[1]          18.83 1.431e-05  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 23.02 0.000e+00  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 26.83 2.033e-09  
d.o.f=3  
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----  
statistic p-value  
Lag[1]          0.1288 0.7197  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.1445 0.3813  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 4.6691 0.4796  
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----  
Statistic Shape Scale P-Value  
ARCH Lag[3]     1.977 0.500 2.000 0.1597  
ARCH Lag[5]     3.884 1.440 1.667 0.1847  
ARCH Lag[7]     4.106 2.315 1.543 0.3315
```

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 3.5522

Individual Statistics:

mu 0.3817
 ar1 0.1134
 ar2 0.1136
 ma1 0.1380
 omega 0.1390
 alphas 0.3371
 beta1 0.1691
 skew 0.9791
 shape 0.5638

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

| | t-value | prob | sig |
|--------------------|---------|--------|-----|
| Sign Bias | 1.2271 | 0.2199 | |
| Negative Sign Bias | 0.7329 | 0.4637 | |
| Positive Sign Bias | 0.2302 | 0.8180 | |
| Joint Effect | 1.7141 | 0.6338 | |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value | p-value(g-1) |
|-------|-----------|---------|--------------|
| 1 | 20 | 39.11 | 0.0042695 |
| 2 | 30 | 65.65 | 0.0001163 |
| 3 | 40 | 62.38 | 0.0101026 |
| 4 | 50 | 74.43 | 0.0110507 |

Elapsed time : 1.476492

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrgarch",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="nig"),data=reth)

-----*
 * GARCH Model Fit *
 -----*

Conditional Variance Dynamics

 GARCH Model : gjrgarch(1,1)
 Mean Model : ARFIMA(2,0,1)
 Distribution : nig

Optimal Parameters

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|----------|----------|
| mu | 0.002091 | 0.001320 | 1.5842 | 0.113158 |
| ar1 | 0.852997 | 0.010652 | 80.0811 | 0.000000 |
| ar2 | 0.098476 | 0.019892 | 4.9506 | 0.000001 |
| ma1 | -0.939060 | 0.018198 | -51.6028 | 0.000000 |
| omega | 0.000186 | 0.000051 | 3.6837 | 0.000230 |
| alphas | 0.176843 | 0.033076 | 5.3466 | 0.000000 |
| beta1 | 0.798632 | 0.031229 | 25.5734 | 0.000000 |
| gamma1 | -0.010866 | 0.037927 | -0.2865 | 0.774498 |
| skew | 0.053607 | 0.045021 | 1.1907 | 0.233762 |
| shape | 0.516590 | 0.071049 | 7.2709 | 0.000000 |

Robust Standard Errors:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|-----------|----------|
| mu | 0.002091 | 0.001490 | 1.40399 | 0.160322 |
| ar1 | 0.852997 | 0.021974 | 38.81932 | 0.000000 |
| ar2 | 0.098476 | 0.018904 | 5.20937 | 0.000000 |
| ma1 | -0.939060 | 0.010158 | -92.44543 | 0.000000 |
| omega | 0.000186 | 0.000053 | 3.51159 | 0.000445 |
| alphas | 0.176843 | 0.032651 | 5.41608 | 0.000000 |
| beta1 | 0.798632 | 0.033504 | 23.83710 | 0.000000 |
| gamma1 | -0.010866 | 0.037542 | -0.28944 | 0.772247 |
| skew | 0.053607 | 0.046120 | 1.16234 | 0.245097 |
| shape | 0.516590 | 0.080639 | 6.40620 | 0.000000 |

LogLikelihood : 3475.587

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.1635
Bayes       -3.1375
Shibata     -3.1635
Hannan-Quinn -3.1540
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          18.68  1.548e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]  22.87  0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  26.69  2.464e-09
d.o.f=3
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.116  0.7335
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  3.118  0.3859
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  4.645  0.4833
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    1.941 0.500 2.000 0.1636
ARCH Lag[5]    3.883 1.440 1.667 0.1848
ARCH Lag[7]    4.106 2.315 1.543 0.3316
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 3.6594

Individual Statistics:

```
mu      0.3800
ar1     0.1189
ar2     0.1196
ma1     0.1437
omega   0.1386
alpha1  0.3204
beta1   0.1675
gamma1  0.2171
skew    0.9702
shape   0.5603
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

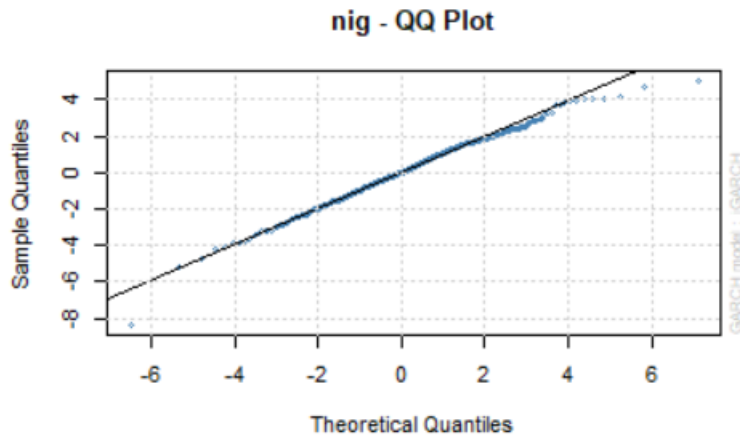
Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      1.2138  0.2250
Negative Sign Bias 0.6501  0.5157
Positive Sign Bias 0.1872  0.8515
Joint Effect    1.7156  0.6335
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1  20  38.51  0.0051055
2  30  62.40  0.0003081
3  40  61.40  0.0125422
4  50  72.19  0.0172007
```

Elapsed time : 2.432735



Εικόνα 120 Plot των τυποποιημένων καταλοίπων του $iGARCH(1,1)$ -NIG του Ethereum

Τα διαγράμματα μεταβλητότητας του Ethereum έγιναν ακριβώς με τον ίδιο που έγιναν τα διαγράμματα μεταβλητότητας του Bitcoin. Προφανώς η μόνη διαφορά είναι ότι αυτή τη φορά χρησιμοποιήσαμε τα υποδείγματα GARCH που εκτιμήσαμε για το Ethereum με κατανομή NIG.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. iGARCH, 5. sGARCH και 6. gjrGARCH αντίστοιχα για το Ethereum με κατανομή STD.

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="std", data=reth)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
mu      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
ar1     0.869399  0.018705  46.4793 0.000000
ar2     0.089659  0.020363   4.4031 0.000011
ma1    -0.947392  0.011963 -79.1912 0.000000
omega   0.000055  0.000023   2.3587 0.018337
alpha1  0.135530  0.018742   7.2312 0.000000
beta1   0.799854  0.030990  25.8104 0.000000
eta11   0.997727  0.000014 68836.7403 0.000000
eta21   0.060067  0.014687   4.0898 0.000043
shape   3.189358  0.188697  16.9020 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
mu      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
ar1     0.869399  0.020233  42.9687 0.000000
ar2     0.089659  0.018235   4.9168 0.000001
ma1    -0.947392  0.005655 -167.5276 0.000000
omega   0.000055  0.000030   1.8418 0.065498
alpha1  0.135530  0.012060  11.2378 0.000000
beta1   0.799854  0.027892  28.6768 0.000000
eta11   0.997727  0.000015 68090.9938 0.000000
eta21   0.060067  0.019400   3.0963 0.001960
shape   3.189358  0.223672  14.2591 0.000000

LogLikelihood : 3464.552

Information Criteria
-----

Akaike      -3.1534
Bayes       -3.1274
Shibata     -3.1534
Hannan-Quinn -3.1439

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                15.27 9.303e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 19.00 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 22.95 2.679e-07
d.o.f=3
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                0.1702 0.6799
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.5251 0.3195
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 5.2017 0.4004
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]      1.535 0.500 2.000 0.2154
ARCH Lag[5]      4.685 1.440 1.667 0.1214
ARCH Lag[7]      4.920 2.315 1.543 0.2328

```

```

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic: 2.4077
Individual Statistics:
mu      0.35516
ar1     0.07611
ar2     0.07060
ma1     0.10582
omega   0.26390
alpha   0.25262
beta1   0.08807
eta11   0.09841
eta21   0.36056
shape   0.35482

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      2.29 2.54 3.05
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      1.3592  0.1742
Negative Sign Bias 0.6969  0.4859
Positive Sign Bias 0.2260  0.8212
Joint Effect    2.1233  0.5472

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
  group statistic p-value(g-1)
1     20      50.49   0.0001111
2     30      59.22   0.0007717
3     40      74.07   0.0005945
4     50      77.94   0.0053203

Elapsed time : 0.5689049

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="std"),data=reth)

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.001553  0.001072    1.44895  0.147353
ar1     0.869500  0.013109   66.32962  0.000000
ar2     0.091387  0.015489    5.90022  0.000000
ma1    -0.950187  0.008218  -115.62124  0.000000
omega  -0.287048  0.074984   -3.82811  0.000129
alpha   0.011375  0.021827    0.52114  0.602273
beta1   0.948246  0.013250   71.56399  0.000000
gamma1  0.315064  0.044897    7.01756  0.000000
shape   3.019820  0.236576   12.76470  0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.001553  0.001174    1.32341  0.185698
ar1     0.869500  0.011885   73.15757  0.000000
ar2     0.091387  0.013199    6.92402  0.000000
ma1    -0.950187  0.004864  -195.36053  0.000000
omega  -0.287048  0.073838   -3.88754  0.000101
alpha   0.011375  0.023070    0.49305  0.621976
beta1   0.948246  0.013135   72.19301  0.000000
gamma1  0.315064  0.045627    6.90526  0.000000
shape   3.019820  0.237950   12.69097  0.000000

LogLikelihood : 3469.37

```


Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.1587
Bayes       -3.1353
Shibata     -3.1587
Hannan-Quinn -3.1502
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          16.05 6.154e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]  21.14 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  24.75 2.898e-08
d.o.f=3
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.01495 0.9027
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  2.25981 0.5584
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  3.53427 0.6685
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    1.404 0.500 2.000 0.2360
ARCH Lag[5]    3.211 1.440 1.667 0.2606
ARCH Lag[7]    3.399 2.315 1.543 0.4415
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 2.7168

Individual Statistics:

```
mu      0.32394
ar1     0.06653
ar2     0.06551
ma1     0.09121
omega   0.21468
alpha   0.24865
beta1   0.18883
gamma   0.69965
shape   0.37483
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic:    2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      1.3985 0.1621
Negative Sign Bias 0.3501 0.7263
Positive Sign Bias 0.3701 0.7114
Joint Effect    2.2910 0.5142
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1    20    46.69  0.0003954
2    30    59.38  0.0007365
3    40    70.27  0.0015701
4    50    96.70  0.0000575
```

Elapsed time : 0.63238

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="figARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="std", data=reth)
```

```
*-----*  
*          GARCH Model Fit          *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----  
GARCH Model      : figARCH(1,1)  
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)  
Distribution      : std
```

Optimal Parameters

```
-----  
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu      0.001513  0.001048  1.4434 0.148909  
ar1     0.866659  0.017307  50.0750 0.000000  
ar2     0.090100  0.020581  4.3779 0.000012  
ma1    -0.944537  0.013100 -72.1000 0.000000  
omega   0.000299  0.000117  2.5639 0.010351  
alpha  0.106833  0.094362  1.1322 0.257567  
beta1  0.687867  0.133759  5.1426 0.000000  
delta  0.798459  0.194916  4.0964 0.000042  
shape   3.135552  0.180618  17.3602 0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu      0.001513  0.001014  1.4915 0.135840  
ar1     0.866659  0.020165  42.9786 0.000000  
ar2     0.090100  0.018626  4.8373 0.000001  
ma1    -0.944537  0.005742 -164.4890 0.000000  
omega   0.000299  0.000116  2.5686 0.010212  
alpha  0.106833  0.101061  1.0571 0.290459  
beta1  0.687867  0.133227  5.1631 0.000000  
delta  0.798459  0.199652  3.9993 0.000064  
shape   3.135552  0.205032  15.2930 0.000000
```

LogLikelihood : 3466.643

Information Criteria

```
-----  
Akaike          -3.1562  
Bayes           -3.1328  
Shibata         -3.1563  
Hannan-Quinn   -3.1477
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----  
                statistic p-value  
Lag[1]                15.80 7.023e-05  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [8] 20.19 0.000e+00  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [14] 24.04 7.039e-08  
d.o.f=3  
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----  
                statistic p-value  
Lag[1]                0.3074 0.5793  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [5] 3.2641 0.3609  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [9] 4.8055 0.4585  
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----  
                Statistic Shape Scale P-Value  
ARCH Lag[3]        1.850 0.500 2.000 0.1738  
ARCH Lag[5]        4.181 1.440 1.667 0.1583  
ARCH Lag[7]        4.401 2.315 1.543 0.2925
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 2.0905

Individual Statistics:

mu 0.35441
ar1 0.08145
ar2 0.07882
ma1 0.10852
omega 0.18365
alpha1 0.91236
beta1 0.49790
delta 0.82421
shape 0.33982

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

Sign Bias t-value prob sig
Sign Bias 1.3011 0.1934
Negative Sign Bias 0.8831 0.3773
Positive Sign Bias 0.1086 0.9135
Joint Effect 2.1050 0.5509

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value (g-1)
1 20 50.32 0.0001174
2 30 62.97 0.0002600
3 40 72.17 0.0009716
4 50 78.90 0.0043274

Elapsed time : 1.942756

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="std"),data=reth)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : iGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(2,0,1)
Distribution : std

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001495 0.001047 1.4286 0.153111
ar1 0.867313 0.015987 54.2508 0.000000
ar2 0.089997 0.020420 4.4073 0.000010
ma1 -0.944977 0.015032 -62.8654 0.000000
omega 0.000229 0.000063 3.6351 0.000278
alpha1 0.207537 0.030188 6.8749 0.000000
beta1 0.792463 NA NA NA
shape 3.074510 0.159083 19.3265 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.001495 0.000988 1.5133 0.130196
ar1 0.867313 0.023219 37.3543 0.000000
ar2 0.089997 0.020486 4.3931 0.000011
ma1 -0.944977 0.008217 -115.0085 0.000000
omega 0.000229 0.000067 3.3949 0.000687
alpha1 0.207537 0.033589 6.1788 0.000000
beta1 0.792463 NA NA NA
shape 3.074510 0.166143 18.5052 0.000000

LogLikelihood : 3466.145

Information Criteria

 Akaike -3.1576
 Bayes -3.1394
 Shibata -3.1576
 Hannan-Quinn -3.1509

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
 Lag[1] 16.37 5.223e-05
 Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 20.68 0.000e+00
 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 24.50 3.960e-08
 d.o.f=3
 H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
 Lag[1] 0.1583 0.6907
 Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.1982 0.3720
 Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 4.7176 0.4720
 d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
 ARCH Lag[3] 1.992 0.500 2.000 0.1581
 ARCH Lag[5] 3.892 1.440 1.667 0.1839
 ARCH Lag[7] 4.112 2.315 1.543 0.3307

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 1.5248

Individual Statistics:

mu 0.34889
 ar1 0.08584
 ar2 0.08440
 ma1 0.11604
 omega 0.16506
 alpha 0.29082
 shape 0.35083

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
 Sign Bias 1.3126 0.1894
 Negative Sign Bias 0.8020 0.4227
 Positive Sign Bias 0.2076 0.8355
 Joint Effect 1.9960 0.5732

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value (g-1)
 1 20 49.39 1.609e-04
 2 30 67.16 7.341e-05
 3 40 72.09 9.899e-04
 4 50 87.07 6.630e-04

Elapsed time : 0.4023199

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="std"),data=rETH)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.001498   0.001051   1.4251 0.154123
ar1     0.867312   0.016002  54.1988 0.000000
ar2     0.089952   0.020477   4.3928 0.000011
ma1    -0.944924   0.015088 -62.6278 0.000000
omega   0.000229   0.000063   3.6204 0.000294
alphal  0.206676   0.039926   5.1765 0.000000
betal   0.792324   0.030522  25.9588 0.000000
shape   3.080609   0.244381  12.6058 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.001498   0.001035   1.4474 0.147798
ar1     0.867312   0.021044  41.2136 0.000000
ar2     0.089952   0.018756   4.7958 0.000002
ma1    -0.944924   0.007953 -118.8142 0.000000
omega   0.000229   0.000068   3.3471 0.000817
alphal  0.206676   0.039871   5.1837 0.000000
betal   0.792324   0.033677  23.5274 0.000000
shape   3.080609   0.248065  12.4186 0.000000

LogLikelihood : 3466.136

Information Criteria
-----
Akaike      -3.1567
Bayes      -3.1359
Shibata    -3.1567
Hannan-Quinn -3.1491

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]              16.34 5.292e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 20.65 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 24.47 4.098e-08
d.o.f=3
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]              0.1564 0.6925
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.1905 0.3734
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 4.7086 0.4734
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    1.985 0.500 2.000 0.1588
ARCH Lag[5]    3.893 1.440 1.667 0.1838
ARCH Lag[7]    4.113 2.315 1.543 0.3306

```

```

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic: 3.0149
Individual Statistics:
mu      0.34888
ar1     0.08600
ar2     0.08457
ma1     0.11613
omega   0.16509
alpha   0.52261
beta1   0.20222
shape   0.35169

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
                t-value  prob  sig
Sign Bias      1.3109  0.1900
Negative Sign Bias 0.7969  0.4256
Positive Sign Bias 0.2112  0.8327
Joint Effect    1.9855  0.5754

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
  group statistic p-value(g-1)
1    20      49.41  1.599e-04
2    30      67.68  6.253e-05
3    40      71.18  1.248e-03
4    50      85.93  8.718e-04

Elapsed time : 0.6302319

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrgarch",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(2,1)),distribution.model="std"),data=reth)

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : gjrgarch(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,1)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.001565  0.001060    1.4765  0.139818
ar1     0.865746  0.015475   55.9440  0.000000
ar2     0.090597  0.020494    4.4206  0.000010
ma1     -0.944126  0.015491  -60.9459  0.000000
omega   0.000224  0.000063    3.5302  0.000415
alpha   0.212352  0.043136    4.9229  0.000001
beta1   0.795643  0.031300   25.4197  0.000000
gamma1  -0.017990  0.044485   -0.4044  0.685920
shape   3.079356  0.244925   12.5726  0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.001565  0.001088    1.43839  0.150322
ar1     0.865746  0.021258   40.72505  0.000000
ar2     0.090597  0.018873   4.80036  0.000002
ma1     -0.944126  0.008019  -117.73193  0.000000
omega   0.000224  0.000069    3.22345  0.001267
alpha   0.212352  0.042466    5.00056  0.000001
beta1   0.795643  0.035796   22.22710  0.000000
gamma1  -0.017990  0.047506   -0.37868  0.704928
shape   3.079356  0.248689   12.38237  0.000000

LogLikelihood : 3466.215

```

Information Criteria

Akaike -3.1558
Bayes -3.1325
Shibata -3.1559
Hannan-Quinn -3.1473

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 16.21 5.660e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 20.56 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 24.36 4.692e-08
d.o.f=3
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.1341 0.7142
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 3.1449 0.3812
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 4.6653 0.4802
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 1.934 0.500 2.000 0.1643
ARCH Lag[5] 3.885 1.440 1.667 0.1846
ARCH Lag[7] 4.106 2.315 1.543 0.3315

Nyblom stability test

Joint Statistic: 3.08
Individual Statistics:
mu 0.34828
ar1 0.09348
ar2 0.09283
ma1 0.12417
omega 0.16402
alpha 0.48807
beta1 0.19750
gamma1 0.30171
shape 0.34496

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 1.3344 0.1822
Negative Sign Bias 0.7012 0.4833
Positive Sign Bias 0.1736 0.8622
Joint Effect 2.1036 0.5512

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
1 20 48.44 2.213e-04
2 30 66.20 9.847e-05
3 40 71.73 1.086e-03
4 50 86.57 7.482e-04

Elapsed time : 0.994343

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. fiGARCH, 3. sGARCH, 4. gjrGARCH, 5. eGARCH και 6. iGARCH αντίστοιχα για το Litecoin με κατανομή GED.

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged"), data=r1tc)

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      -0.000258  0.000287  -8.9920e-01  0.36855
ma1     -0.093951  0.015219  -6.1732e+00  0.00000
omega   0.000000  0.000000  3.8075e-02  0.96963
alpha1  0.077048  0.013515  5.7010e+00  0.00000
beta1   0.861713  0.018823  4.5781e+01  0.00000
eta11   0.999951  0.000054  1.8448e+04  0.00000
eta21   0.008691  0.001673  5.1951e+00  0.00000
shape   0.848576  0.024275  3.4957e+01  0.00000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      -0.000258  0.000255  -1.009443  0.312762
ma1     -0.093951  0.038511  -2.439590  0.014704
omega   0.000000  0.000044  0.000426  0.999660
alpha1  0.077048  1.568739  0.049115  0.960828
beta1   0.861713  2.508005  0.343585  0.731158
eta11   0.999951  0.004439  225.263964  0.000000
eta21   0.008691  0.209734  0.041439  0.966946
shape   0.848576  0.436639  1.943425  0.051965

LogLikelihood : 3779.652

Information Criteria
-----
Akaike      -3.4429
Bayes       -3.4221
Shibata     -3.4429
Hannan-Quinn -3.4353

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]                13.68 2.167e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [2] 13.99 2.653e-14
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [5] 15.20 4.838e-06
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]                0.02228 0.8814
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [5] 0.11774 0.9974
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [9] 0.26191 0.9998
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.05271 0.500 2.000 0.8184
ARCH Lag[5]  0.10797 1.440 1.667 0.9853
ARCH Lag[7]  0.21812 2.315 1.543 0.9964
```


Nyblom stability test

Joint Statistic: 302.1376

Individual Statistics:

mu 0.24751
mal 0.78011
omega 138.26612
alpha1 0.03612
beta1 0.02899
eta11 0.10394
eta21 0.16660
shape 1.89779

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 1.20344 0.2289
Negative Sign Bias 0.01248 0.9900
Positive Sign Bias 0.90398 0.3661
Joint Effect 1.87929 0.5978

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 36.81 0.008371
2 30 53.41 0.003777
3 40 55.01 0.046080
4 50 71.78 0.018620

Elapsed time : 0.85008

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="figARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged"), data=rltc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : figARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : ged

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000349 0.000071 -4.89773 0.000001
mal -0.092477 0.012284 -7.52819 0.000000
omega 0.000025 0.000012 2.05889 0.039505
alpha1 0.117789 0.128438 0.91708 0.359099
beta1 0.890968 0.081213 10.97073 0.000000
delta 0.932700 0.217824 4.28190 0.000019
shape 0.838845 0.025680 32.66562 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000349 0.000013 -26.45457 0.000000
mal -0.092477 0.009840 -9.39763 0.000000
omega 0.000025 0.000031 0.79347 0.427504
alpha1 0.117789 0.331992 0.35479 0.722744
beta1 0.890968 0.174961 5.09238 0.000000
delta 0.932700 0.501837 1.85857 0.063088
shape 0.838845 0.043445 19.30819 0.000000

LogLikelihood : 3762.602

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.4282
Bayes      -3.4100
Shibata    -3.4282
Hannan-Quinn -3.4216
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          11.31 7.723e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  11.84 9.506e-12
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  13.38 3.358e-05
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.07626 0.7824
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.19235 0.9931
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.34549 0.9996
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.06067 0.500 2.000 0.8054
ARCH Lag[5]    0.13851 1.440 1.667 0.9792
ARCH Lag[7]    0.23216 2.315 1.543 0.9959
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 8.055

Individual Statistics:

```
mu      0.2427
mal     0.7356
omega   1.2266
alpha   0.6708
beta    0.9559
delta   0.8861
shape   3.2231
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic:      1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.9484 0.3430
Negative Sign Bias 0.2724 0.7853
Positive Sign Bias 1.1066 0.2686
Joint Effect    1.8657 0.6007
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 33.14 0.02314
2 30 38.54 0.11072
3 40 43.40 0.28945
4 50 55.99 0.22920
```

Elapsed time : 1.404961

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged",data=r1tc)

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : gjrGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000301  0.000185   -1.6227 0.104656
ma1     -0.089083  0.005855  -15.2143 0.000000
omega   0.000017  0.000007   2.4010 0.016352
alpha   0.110484  0.017738   6.2288 0.000000
beta1   0.918277  0.013044  70.3983 0.000000
gamma1  -0.059570  0.017325  -3.4385 0.000585
shape   0.839823  0.028062  29.9270 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000301  0.000077  -3.8845 0.000103
ma1     -0.089083  0.002367  -37.6359 0.000000
omega   0.000017  0.000010   1.6565 0.097630
alpha   0.110484  0.020035   5.5146 0.000000
beta1   0.918277  0.018160  50.5665 0.000000
gamma1  -0.059570  0.018858  -3.1589 0.001584
shape   0.839823  0.046857  17.9232 0.000000

LogLikelihood : 3766.125

Information Criteria
-----

Akaike          -3.4314
Bayes           -3.4132
Shibata         -3.4314
Hannan-Quinn   -3.4248

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                10.37 1.279e-03
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 10.88 1.259e-10
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 12.49 8.622e-05
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.02417 0.8765
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.17537 0.9943
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.33032 0.9996
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.1087 0.500 2.000 0.7416
ARCH Lag[5]    0.1752 1.440 1.667 0.9712
ARCH Lag[7]    0.2460 2.315 1.543 0.9953

```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 7.5134

Individual Statistics:

mu 0.1594
mal 0.8355
omega 0.7384
alpha 0.7815
beta1 1.0658
gamma1 0.8141
shape 3.4954

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 1.0006 0.3171
Negative Sign Bias 0.1336 0.8937
Positive Sign Bias 1.0174 0.3091
Joint Effect 1.4551 0.6927

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 34.53 0.01589
2 30 41.58 0.06119
3 40 45.59 0.21710
4 50 65.02 0.06233

Elapsed time : 1.065368

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged"), data=rltc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : sGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : ged

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000434 0.000105 -4.1305 0.000036
mal -0.083034 0.007232 -11.4820 0.000000
omega 0.000025 0.000012 2.1360 0.032677
alpha 0.096992 0.016176 5.9959 0.000000
beta1 0.902008 0.016301 55.3357 0.000000
shape 0.838274 0.027818 30.1346 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000434 0.000029 -14.8515 0.000000
mal -0.083034 0.003744 -22.1764 0.000000
omega 0.000025 0.000023 1.1024 0.270308
alpha 0.096992 0.020223 4.7962 0.000002
beta1 0.902008 0.025333 35.6065 0.000000
shape 0.838274 0.046049 18.2039 0.000000

LogLikelihood : 3760.726

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.4274
Bayes       -3.4118
Shibata     -3.4274
Hannan-Quinn -3.4217
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          10.98 9.225e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  11.46 2.675e-11
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  12.98 5.154e-05
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic p-value
Lag[1]          0.03617  0.8492
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.19168  0.9932
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.35810  0.9995
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.0856 0.500 2.000 0.7698
ARCH Lag[5]    0.1752 1.440 1.667 0.9712
ARCH Lag[7]    0.2659 2.315 1.543 0.9944
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 8.9916

Individual Statistics:

```
mu      0.2350
mal     0.8799
omega   1.3246
alpha   0.5713
beta    0.8725
shape   3.3335
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic:      1.49 1.68 2.12
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.96578  0.3343
Negative Sign Bias 0.09595  0.9236
Positive Sign Bias 0.91781  0.3588
Joint Effect    1.45994  0.6915
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1   20    32.74    0.02574
2   30    33.86    0.24439
3   40    47.01    0.17729
4   50    45.13    0.63096
```

Elapsed time : 0.5540142

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged", data=r1tc)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000164  0.000074  -2.2188 0.026502
ma1     -0.094888  0.006705 -14.1511 0.000000
omega   -0.089488  0.008500 -10.5279 0.000000
alpha   0.032373  0.014104   2.2954 0.021713
beta1   0.985411  0.001312  751.2393 0.000000
gamma   0.181137  0.021913   8.2661 0.000000
shape   0.836020  0.028309  29.5318 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000164  0.000013 -12.1835 0.000000
ma1     -0.094888  0.003162 -30.0133 0.000000
omega   -0.089488  0.004234 -21.1366 0.000000
alpha   0.032373  0.015343   2.1100 0.034861
beta1   0.985411  0.000463 2130.5738 0.000000
gamma   0.181137  0.026306   6.8858 0.000000
shape   0.836020  0.046694  17.9043 0.000000

LogLikelihood : 3780.725

Information Criteria
-----

Akaike      -3.4448
Bayes       -3.4266
Shibata     -3.4448
Hannan-Quinn -3.4381

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]                12.32 4.491e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 12.78 7.357e-13
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 14.26 1.329e-05
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]                0.007908 0.9291
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.151484 0.9957
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.312189 0.9997
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.1005 0.500 2.000 0.7512
ARCH Lag[5]  0.1791 1.440 1.667 0.9704
ARCH Lag[7]  0.2506 2.315 1.543 0.9951

```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 5.6675
Individual Statistics:
mu      0.3051
mal     0.5756
omega   0.5542
alpha   0.1601
beta    0.5627
gamma   0.2046
shape   1.9645
```

```
Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.97552  0.3294
Negative Sign Bias 0.04817 0.9616
Positive Sign Bias 0.88224 0.3777
Joint Effect    1.31054 0.7266
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value (g-1)
1    20    44.06    0.000926
2    30    42.79    0.047620
3    40    58.77    0.021895
4    50    64.29    0.070220
```

Elapsed time : 1.431436

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged", data=r1tc)
```

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----
GARCH Model      : iGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : ged
```

Optimal Parameters

```
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000291  0.000067  -4.3743 0.000012
mal     -0.092532  0.012936  -7.1529 0.000000
omega    0.000024  0.000009  2.5606 0.010450
alpha    0.097147  0.015672  6.1988 0.000000
beta     0.902853      NA      NA      NA
shape    0.836628  0.025759  32.4794 0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000291  0.000036  -8.1394 0.000000
mal     -0.092532  0.012186  -7.5935 0.000000
omega    0.000024  0.000015  1.5995 0.109701
alpha    0.097147  0.021495  4.5196 0.000006
beta     0.902853      NA      NA      NA
shape    0.836628  0.038650  21.6462 0.000000
```

LogLikelihood : 3760.94

```

Information Criteria
-----
Akaike      -3.4285
Bayes      -3.4155
Shibata    -3.4285
Hannan-Quinn -3.4238

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          13.10  2.945e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  13.64  6.883e-14
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  15.19  4.863e-06
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.03415  0.8534
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.18700  0.9935
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.35142  0.9995
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.08413 0.500 2.000 0.7718
ARCH Lag[5]    0.17305 1.440 1.667 0.9717
ARCH Lag[7]    0.26304 2.315 1.543 0.9946

Weighted ARCH LM Tests
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.08413 0.500 2.000 0.7718
ARCH Lag[5]    0.17305 1.440 1.667 0.9717
ARCH Lag[7]    0.26304 2.315 1.543 0.9946

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic:  7.3898
Individual Statistics:
mu      0.0895
mal     0.7376
omega   1.2660
alpha   0.9975
shape   3.3887

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.28 1.47 1.88
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.9187 0.3583
Negative Sign Bias 0.1211 0.9036
Positive Sign Bias 0.8893 0.3739
Joint Effect    1.3693 0.7127

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
                group statistic p-value (g-1)
1      20      33.87      0.01901
2      30      37.50      0.13379
3      40      45.81      0.21061
4      50      53.89      0.29283

Elapsed time : 0.5172091

```

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. gjrGARCH, 5. iGARCH και 6. sGARCH αντίστοιχα για το Litecoin με κατανομή NIG.


```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"), data=r1tc)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : nig

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000089   0.000559   0.159571 0.87322
mal     -0.108514   0.018191  -5.965229 0.00000
omega   0.000000   0.000002   0.000001 1.00000
alpha   0.087975   0.002660   33.071499 0.00000
beta1   0.723074   0.004815  150.181485 0.00000
eta11   0.999407   0.000227  4402.067326 0.00000
eta21   0.039945   0.001799   22.204132 0.00000
skew    0.049276   0.038387   1.283684 0.19925
shape   0.395737   0.035781  11.059898 0.00000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000089   0.001127   0.079086 0.936964
mal     -0.108514   0.158586  -0.684256 0.493813
omega   0.000000   0.000054   0.000000 1.000000
alpha   0.087975   0.023701   3.711912 0.000206
beta1   0.723074   0.074624   9.689500 0.000000
eta11   0.999407   0.004813  207.656814 0.000000
eta21   0.039945   0.002699  14.800546 0.000000
skew    0.049276   0.050477   0.976212 0.328959
shape   0.395737   0.145125   2.726860 0.006394

LogLikelihood : 3784.65
Information Criteria
-----

Akaike      -3.4465
Bayes      -3.4231
Shibata    -3.4465
Hannan-Quinn -3.4380

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]              13.33 2.614e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 13.99 2.665e-14
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 15.27 4.457e-06
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]              0.06339 0.8012
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.14506 0.9960
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.23335 0.9999
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.01496 0.500 2.000 0.9027
ARCH Lag[5]  0.03233 1.440 1.667 0.9973
ARCH Lag[7]  0.10662 2.315 1.543 0.9993

```

```

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic: 43.3341
Individual Statistics:
mu      0.14486
mal     0.21455
omega   11.05841
alpha   0.05688
beta1   0.01933
eta11   0.91633
eta21   0.29761
skew    0.56257
shape   3.19392

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.7093 0.4782
Negative Sign Bias 0.4911 0.6234
Positive Sign Bias 1.0581 0.2901
Joint Effect    1.7182 0.6329

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
  group statistic p-value(g-1)
1   20    19.85    0.4034
2   30    28.47    0.4931
3   40    34.30    0.6838
4   50    42.39    0.7365

Elapsed time : 1.706767

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"), data=rltc)
*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : nig

Optimal Parameters
-----
      Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000587   0.000656   0.89518 0.370691
mal     -0.107572  0.018281  -5.88439 0.000000
omega   -0.062720  0.009017  -6.95581 0.000000
alpha    0.033034   0.014655   2.25408 0.024191
beta1    0.989554   0.001416  698.75849 0.000000
gamma1   0.197362   0.025675   7.68685 0.000000
skew     0.071297   0.046110   1.54624 0.122046
shape    0.320121   0.041351   7.74157 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
      Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000587   0.000716   0.8201 0.412161
mal     -0.107572  0.020390  -5.2758 0.000000
omega   -0.062720  0.005880 -10.6671 0.000000
alpha    0.033034   0.016255   2.0322 0.042129
beta1    0.989554   0.000773 1280.1920 0.000000
gamma1   0.197362   0.033487   5.8937 0.000000
skew     0.071297   0.051413   1.3867 0.165519
shape    0.320121   0.058781   5.4460 0.000000

LogLikelihood : 3805.04

```

Information Criteria

Akaike -3.4660
Bayes -3.4453
Shibata -3.4661
Hannan-Quinn -3.4584

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 15.14 9.967e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 15.69 2.220e-16
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 17.03 6.570e-07
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.01041 0.9187
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.14748 0.9959
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.29504 0.9997
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 0.09473 0.500 2.000 0.7582
ARCH Lag[5] 0.17624 1.440 1.667 0.9710
ARCH Lag[7] 0.24112 2.315 1.543 0.9955

Nyblom stability test

Joint Statistic: 5.4632

Individual Statistics:

mu 0.1340
mal 0.1905
omega 1.0727
alpha 0.2131
beta1 1.1091
gamma1 0.2101
skew 0.7035
shape 2.6650

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 0.98926 0.3226
Negative Sign Bias 0.07575 0.9396
Positive Sign Bias 0.98035 0.3270
Joint Effect 1.53355 0.6745

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
1 20 22.45 0.26263
2 30 25.45 0.65451
3 40 50.73 0.09876
4 50 39.74 0.82468

Elapsed time : 1.607103

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="fIGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"), data=r1tc)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : fIGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : nig

Optimal Parameters
-----
Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
mu        0.000496   0.000632  0.78497  0.432469
mal       -0.102106   0.019278 -5.29655  0.000000
omega     0.000023   0.000021  1.08072  0.279823
alpha     0.258882   0.068737  3.76624  0.000166
beta      0.710530   0.083504  8.50896  0.000000
delta     0.602143   0.108890  5.52981  0.000000
skew      0.068878   0.040837  1.68667  0.091666
shape     0.394320   0.039015  10.10686  0.000000

Robust Standard Errors:
Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
mu        0.000496   0.000650  0.76322  0.445333
mal       -0.102106   0.019619 -5.20442  0.000000
omega     0.000023   0.000032  0.72967  0.465594
alpha     0.258882   0.071040  3.64414  0.000268
beta      0.710530   0.107762  6.59352  0.000000
delta     0.602143   0.131480  4.57973  0.000005
skew      0.068878   0.044523  1.54703  0.121857
shape     0.394320   0.058852  6.70020  0.000000

LogLikelihood : 3783.216

Information Criteria
-----

Akaike          -3.4461
Bayes           -3.4253
Shibata         -3.4461
Hannan-Quinn   -3.4385

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                13.69  2.150e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  14.14  1.743e-14
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  15.40  3.876e-06
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                0.05591  0.8131
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.16328  0.9950
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.27800  0.9998
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]      0.05987 0.500 2.000 0.8067
ARCH Lag[5]      0.13198 1.440 1.667 0.9806
ARCH Lag[7]      0.19231 2.315 1.543 0.9973

```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 8.1432

Individual Statistics:

mu 0.1561
mal 0.2288
omega 1.8556
alpha 1.2274
beta 1.3322
delta 1.7790
skew 0.6858
shape 4.4370

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

Sign Bias t-value prob sig
Negative Sign Bias 0.2659 0.7903
Positive Sign Bias 1.0867 0.2773
Joint Effect 1.9169 0.5898

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 11.95 0.8878
2 30 17.16 0.9597
3 40 26.42 0.9379
4 50 37.32 0.8888

Elapsed time : 2.181698

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrgarch",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"),data=rltc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : gjrgarch(1,1)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : nig

Optimal Parameters

mu Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mal -0.105278 0.018508 -5.68821 0.000000
omega 0.000014 0.000006 2.17867 0.029356
alpha 0.114559 0.016763 6.83386 0.000000
beta 0.916158 0.013556 67.58096 0.000000
gamma 1 -0.061843 0.016818 -3.67728 0.000236
skew 0.062475 0.041398 1.50912 0.131268
shape 0.380358 0.044810 8.48825 0.000000

Robust Standard Errors:

mu Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mal -0.105278 0.019884 -5.29447 0.000000
omega 0.000014 0.000010 1.35420 0.175673
alpha 0.114559 0.019634 5.83466 0.000000
beta 0.916158 0.022069 41.51273 0.000000
gamma 1 -0.061843 0.018257 -3.38744 0.000705
skew 0.062475 0.044570 1.40175 0.160991
shape 0.380358 0.066646 5.70716 0.000000

LogLikelihood : 3786.408

Information Criteria

Akaike -3.4490
Bayes -3.4282
Shibata -3.4491
Hannan-Quinn -3.4414

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 14.11 1.725e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 14.73 3.442e-15
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 16.33 1.409e-06
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.02685 0.8698
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.17770 0.9941
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.32811 0.9996
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 0.1066 0.500 2.000 0.7440
ARCH Lag[5] 0.1753 1.440 1.667 0.9712
ARCH Lag[7] 0.2435 2.315 1.543 0.9954

Nyblom stability test

Joint Statistic: 9.6889
Individual Statistics:
mu 0.1556
mal 0.1849
omega 0.9116
alpha 1.2735
beta 1.5455
gamma 1.3228
skew 0.4917
shape 4.8232

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 0.94613 0.3442
Negative Sign Bias 0.03035 0.9758
Positive Sign Bias 1.04521 0.2960
Joint Effect 1.45521 0.6926

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
1 20 15.05 0.7193
2 30 16.77 0.9656
3 40 25.47 0.9534
4 50 41.25 0.7765

Elapsed time : 2.439647

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"),data=r1tc)
```

```
*-----*  
*      GARCH Model Fit      *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
GARCH Model      : iGARCH(1,1)  
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)  
Distribution      : nig
```

Optimal Parameters

```
-----  
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu        0.000452   0.000629   0.71921 0.472014  
mal       -0.103179   0.018679  -5.52386 0.000000  
omega     0.000020   0.000008   2.32199 0.020234  
alpha     0.098796   0.015467   6.38748 0.000000  
beta1     0.901204           NA           NA           NA  
skew      0.065514   0.041292   1.58660 0.112602  
shape     0.377607   0.036957  10.21739 0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
mu        0.000452   0.000615   0.73478 0.462475  
mal       -0.103179   0.020920  -4.93212 0.000001  
omega     0.000020   0.000013   1.52207 0.127991  
alpha     0.098796   0.021618   4.57007 0.000005  
beta1     0.901204           NA           NA           NA  
skew      0.065514   0.044504   1.47211 0.140992  
shape     0.377607   0.048167   7.83956 0.000000
```

LogLikelihood : 3780.455

Information Criteria

```
-----  
Akaike          -3.4454  
Bayes           -3.4298  
Shibata         -3.4454  
Hannan-Quinn   -3.4397
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----  
statistic p-value  
Lag[1]                15.42 8.585e-05  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 16.03 1.110e-16  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 17.54 3.769e-07  
d.o.f=1  
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----  
statistic p-value  
Lag[1]                0.0347 0.8522  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.1828 0.9938  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.3351 0.9996  
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----  
Statistic Shape Scale P-Value  
ARCH Lag[3]          0.08163 0.500 2.000 0.7751  
ARCH Lag[5]          0.16990 1.440 1.667 0.9724  
ARCH Lag[7]          0.25030 2.315 1.543 0.9951
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 7.0539

Individual Statistics:

mu 0.1376
mal 0.2400
omega 2.2129
alpha 1.6818
skew 0.5883
shape 4.5201

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.49 1.68 2.12

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.9114 0.3622
Negative Sign Bias 0.1915 0.8482
Positive Sign Bias 0.9350 0.3499
Joint Effect 1.4662 0.6901

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 11.18 0.9176
2 30 15.65 0.9793
3 40 23.75 0.9741
4 50 43.98 0.6762

Elapsed time : 0.6236379

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"), data=rltc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : sGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : nig

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.000454 0.000629 0.72137 0.470684
mal -0.103087 0.018704 -5.51160 0.000000
omega 0.000021 0.000011 1.83290 0.066818
alpha 0.098688 0.015563 6.34125 0.000000
beta1 0.900312 0.017284 52.08935 0.000000
skew 0.065380 0.041184 1.58750 0.112401
shape 0.380436 0.043413 8.76318 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.000454 0.000641 0.70782 0.479060
mal -0.103087 0.019874 -5.18707 0.000000
omega 0.000021 0.000025 0.83019 0.406433
alpha 0.098688 0.022858 4.31738 0.000016
beta1 0.900312 0.032760 27.48229 0.000000
skew 0.065380 0.044223 1.47843 0.139293
shape 0.380436 0.062748 6.06297 0.000000

LogLikelihood : 3780.043

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.4441
Bayes       -3.4259
Shibata     -3.4441
Hannan-Quinn -3.4375
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          15.46 8.418e-05
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 16.06 1.110e-16
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 17.58 3.618e-07
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.03532 0.8509
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.18624 0.9935
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.34049 0.9996
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.08318 0.500 2.000 0.7730
ARCH Lag[5]    0.17228 1.440 1.667 0.9719
ARCH Lag[7]    0.25353 2.315 1.543 0.9950
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 12.6459

Individual Statistics:

```
mu      0.1385
mal     0.2401
omega   2.3056
alpha   1.0884
beta1   1.3469
skew    0.5900
shape   4.5481
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic:      1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.9066 0.3647
Negative Sign Bias 0.1914 0.8483
Positive Sign Bias 0.9319 0.3515
Joint Effect    1.4537 0.6930
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

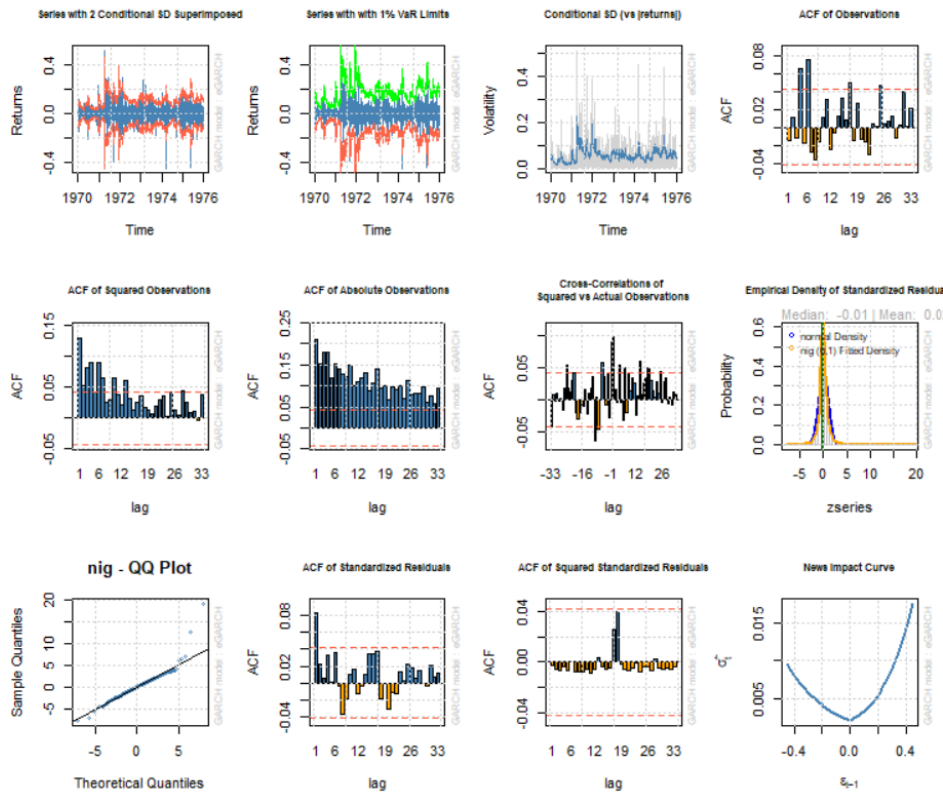
```
-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 11.51 0.9055
2 30 14.88 0.9859
3 40 21.49 0.9897
4 50 40.79 0.7917
```

Elapsed time : 1.024795

Τα διαγράμματα μεταβλητότητας του Litecoinin έγιναν ακριβώς με τον ίδιο που έγιναν τα διαγράμματα μεταβλητότητας του Bitcoin. Προφανώς η μόνη διαφορά είναι ότι αυτή τη φορά χρησιμοποιήσαμε τα υποδείγματα GARCH που εκτιμήσαμε για το Litecoinin με κατανομή NIG.

```
> plot(ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"), data=rltc), which='all')
```

Εικόνα 121 Εντολή σύνοψης eGARCH(1,1)-NIG για Litecoinin



Εικόνα 122 Σύνοψη eGARCH(1,1)-NIG για Litecoinin

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. gjrGARCH, 5. iGARCH και 6. sGARCH αντίστοιχα για το Litecoinin με κατανομή STD.

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std", data=r1tc)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000088  0.000488  -0.180521 0.856744
mal     -0.095439  0.020089  -4.750817 0.000002
omega    0.000000  0.000002  0.000001 1.000000
alpha    0.089665  0.013294   6.744895 0.000000
beta1    0.713106  0.006942  102.722360 0.000000
eta11    0.999518  0.002477  403.479970 0.000000
eta21    0.047745  0.004085  11.689241 0.000000
shape    3.260969  0.175963  18.532099 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000088  0.001011  -0.08721 0.930504
mal     -0.095439  0.020394  -4.67980 0.000003
omega    0.000000  0.000067  0.000000 1.000000
alpha    0.089665  0.109869   0.81611 0.414437
beta1    0.713106  0.118515   6.01703 0.000000
eta11    0.999518  0.051681  19.34021 0.000000
eta21    0.047745  0.030972   1.54157 0.123179
shape    3.260969  3.220505   1.01256 0.311268

LogLikelihood : 3785.818

Information Criteria
-----

Akaike          -3.4485
Bayes           -3.4277
Shibata         -3.4485
Hannan-Quinn   -3.4409

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                10.39 1.265e-03
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 10.93 1.111e-10
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 12.01 1.415e-04
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.06271 0.8023
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.16063 0.9952
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.24991 0.9999
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
              Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.04473 0.500 2.000 0.8325
ARCH Lag[5]    0.06366 1.440 1.667 0.9930
ARCH Lag[7]    0.13394 2.315 1.543 0.9988

```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 46.9646
Individual Statistics:
mu      0.08632
mal     0.15694
omega   19.22905
alpha   0.10508
beta    0.06720
eta1    0.86579
eta2    0.72990
shape   2.61851
```

```
Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
Sign Bias          t-value  prob sig
Negative Sign Bias 0.4617  0.6444
Positive Sign Bias 1.1341  0.2569
Joint Effect       1.9741  0.5778
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1  20  43.64  0.001058
2  30  51.39  0.006375
3  40  57.12  0.030548
4  50  65.30  0.059565
```

Elapsed time : 0.498214

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std",data=r1tc)
```

```
*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : std
```

Optimal Parameters

```
-----
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000008  0.000501  0.015859  0.987347
mal     -0.105241  0.020324 -5.178069  0.000000
omega   -0.026443  0.009066 -2.916687  0.003538
alpha    0.045889  0.021276  2.156832  0.031019
beta    0.994417  0.001440 690.523688  0.000000
gamma   0.274437  0.069449  3.951620  0.000078
shape   2.336141  0.184057 12.692453  0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
-----
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000008  0.000470  0.016892  0.986523
mal     -0.105241  0.024212 -4.346587  0.000014
omega   -0.026443  0.009072 -2.914702  0.003560
alpha    0.045889  0.026128  1.756307  0.079036
beta    0.994417  0.001084 917.329288  0.000000
gamma   0.274437  0.118277  2.320293  0.020325
shape   2.336141  0.326143  7.162930  0.000000
```

LogLikelihood : 3811.695

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.4730
Bayes      -3.4548
Shibata    -3.4730
Hannan-Quinn -3.4664
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          13.65  2.201e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  14.21  1.432e-14
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  15.45  3.680e-06
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.00874  0.9255
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.12536  0.9970
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.25307  0.9998
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.08094  0.500  2.000  0.7760
ARCH Lag[5]    0.14934  1.440  1.667  0.9769
ARCH Lag[7]    0.20742  2.315  1.543  0.9968
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 5.12

Individual Statistics:

```
mu      0.08975
mal     0.15403
omega   1.23809
alpha   0.31460
beta    1.40327
gamma   0.19658
shape   1.39682
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic:      1.69  1.9  2.35
Individual Statistic:  0.35  0.47  0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob  sig
Sign Bias      0.9876  0.3235
Negative Sign Bias  0.1387  0.8897
Positive Sign Bias  1.0320  0.3022
Joint Effect    1.6748  0.6426
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1   20    20.36    0.3729
2   30    21.02    0.8585
3   40    30.58    0.8303
4   50    45.95    0.5977
```

Elapsed time : 0.7642431

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="figARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1),distribution.model="std"), data=r1tc)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : figARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000001  0.000517  0.002779  0.997783
ma1     -0.088589  0.020183 -4.389366  0.000011
omega   0.000000  0.000017  0.001874  0.998505
alpha   0.267581  0.059248  4.516313  0.000006
beta1   0.704758  0.067921  10.376084  0.000000
delta   0.589158  0.073936  7.968502  0.000000
shape   3.286149  0.118039  27.839499  0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000001  0.000406  0.003538  0.997177
ma1     -0.088589  0.019386 -4.569639  0.000005
omega   0.000000  0.000030  0.001107  0.999117
alpha   0.267581  0.063213  4.233039  0.000023
beta1   0.704758  0.090375  7.798126  0.000000
delta   0.589158  0.092497  6.369506  0.000000
shape   3.286149  0.130369  25.206497  0.000000

LogLikelihood : 3779.729

Information Criteria
-----

Akaike      -3.4438
Bayes       -3.4257
Shibata     -3.4439
Hannan-Quinn -3.4372

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                10.36  1.288e-03
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  10.73  1.926e-10
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  11.81  1.736e-04
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.05069  0.8219
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.14347  0.9961
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.24268  0.9999
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.05241  0.500  2.000  0.8189
ARCH Lag[5]  0.11912  1.440  1.667  0.9832
ARCH Lag[7]  0.16974  2.315  1.543  0.9979

```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 6.1715
Individual Statistics:
mu 0.1174
mal 0.1420
omega 3.6459
alpha 1.3188
beta 1.4221
delta 2.1117
shape 3.8760

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 1.0457 0.2958
Negative Sign Bias 0.2876 0.7737
Positive Sign Bias 1.1434 0.2530
Joint Effect 2.1250 0.5469

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 36.96 0.008027
2 30 47.64 0.016030
3 40 46.46 0.191928
4 50 57.22 0.196413

Elapsed time : 1.415811

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std",data=rltc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : gjrGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : std

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.000019 0.000509 0.036806 0.970640
mal -0.095686 0.019097 -5.010656 0.000001
omega 0.000008 0.000008 1.041348 0.297714
alpha 0.109576 0.015695 6.981429 0.000000
beta 0.919659 0.015432 59.594754 0.000000
gamma -0.060476 0.014637 -4.131616 0.000036
shape 3.204054 0.174381 18.373914 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.000019 0.000432 0.043357 0.965417
mal -0.095686 0.020220 -4.732323 0.000002
omega 0.000008 0.000022 0.386410 0.699193
alpha 0.109576 0.025157 4.355684 0.000013
beta 0.919659 0.037175 24.738780 0.000000
gamma -0.060476 0.016951 -3.567676 0.000360
shape 3.204054 0.261700 12.243211 0.000000

LogLikelihood : 3782.911

Information Criteria

Akaike -3.4467
Bayes -3.4286
Shibata -3.4468
Hannan-Quinn -3.4401

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 11.42 7.285e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 11.97 6.741e-12
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 13.44 3.176e-05
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.02584 0.8723
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.16294 0.9950
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.30521 0.9997
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 0.09671 0.500 2.000 0.7558
ARCH Lag[5] 0.16437 1.440 1.667 0.9737
ARCH Lag[7] 0.22910 2.315 1.543 0.9960

Nyblom stability test

Joint Statistic: 17.1518
Individual Statistics:

mu 0.1946
ma1 0.1150
omega 1.7472
alpha 1.4603
beta1 1.5543
gamma 1.5194
shape 4.2925

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 1.0310 0.3027
Negative Sign Bias 0.0299 0.9762
Positive Sign Bias 1.1090 0.2676
Joint Effect 1.6887 0.6395

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 30.66 0.04396
2 30 37.12 0.14319
3 40 47.27 0.17074
4 50 60.23 0.13047

Elapsed time : 0.6018801


```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std", data=r1tc)
```

```
*-----*  
*          GARCH Model Fit          *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----  
GARCH Model      : iGARCH(1,1)  
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)  
Distribution      : std
```

Optimal Parameters

```
-----  
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)  
mu      -0.000024  0.000513  -0.046413  0.962981  
ma1     -0.091620  0.019357  -4.733119  0.000002  
omega   0.000013  0.000005  2.658338  0.007853  
alpha   0.095130  0.012802  7.430696  0.000000  
beta1   0.904870      NA      NA      NA  
shape   3.189087   0.116188  27.447619  0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)  
mu      -0.000024  0.000471  -0.050558  0.959677  
ma1     -0.091620  0.021425  -4.276235  0.000019  
omega   0.000013  0.000005  2.503055  0.012313  
alpha   0.095130  0.018049  5.270700  0.000000  
beta1   0.904870      NA      NA      NA  
shape   3.189087   0.120684  26.425062  0.000000
```

LogLikelihood : 3775.503

Information Criteria

```
-----  
Akaike      -3.4418  
Bayes       -3.4288  
Shibata     -3.4418  
Hannan-Quinn -3.4371
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----  
              statistic  p-value  
Lag[1]                12.26 4.634e-04  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 12.81 6.827e-13  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 14.20 1.403e-05  
d.o.f=1  
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----  
              statistic  p-value  
Lag[1]                0.0340 0.8537  
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.1661 0.9948  
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.3068 0.9997  
d.o.f=2
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----  
      Statistic Shape Scale P-Value  
ARCH Lag[3]  0.07301 0.500 2.000 0.7870  
ARCH Lag[5]  0.15810 1.440 1.667 0.9750  
ARCH Lag[7]  0.23175 2.315 1.543 0.9959
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 4.6719

Individual Statistics:

mu 0.1057
mal 0.1566
omega 1.1071
alpha 1.7186
shape 3.8180

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.28 1.47 1.88

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.9403 0.3472
Negative Sign Bias 0.2070 0.8360
Positive Sign Bias 0.9796 0.3274
Joint Effect 1.5953 0.6604

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value (g-1)
1 20 29.89 0.05316
2 30 37.39 0.13643
3 40 48.25 0.14715
4 50 51.01 0.39443

Elapsed time : 0.2568231

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std", data=rltc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : sGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : std

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000021 0.000515 -0.041275 0.967077
mal -0.091443 0.019420 -4.708742 0.000002
omega 0.000014 0.000007 2.043921 0.040961
alpha 0.095163 0.012884 7.386282 0.000000
beta1 0.903837 0.015145 59.678260 0.000000
shape 3.203261 0.168802 18.976493 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000021 0.000411 -0.051694 0.958773
mal -0.091443 0.019854 -4.605689 0.000004
omega 0.000014 0.000013 1.088634 0.276315
alpha 0.095163 0.018563 5.126370 0.000000
beta1 0.903837 0.028444 31.776109 0.000000
shape 3.203261 0.208332 15.375767 0.000000

LogLikelihood : 3774.928

```

Information Criteria
-----
Akaike      -3.4404
Bayes      -3.4248
Shibata    -3.4404
Hannan-Quinn -3.4347

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          12.26  4.618e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  12.81  6.816e-13
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  14.21  1.400e-05
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.03477  0.8521
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.16946  0.9946
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.31174  0.9997
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.07458 0.500 2.000 0.7848
ARCH Lag[5]    0.16053 1.440 1.667 0.9745
ARCH Lag[7]    0.23471 2.315 1.543 0.9958

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic: 17.0409
Individual Statistics:
mu      0.1065
mal     0.1564
omega  1.2941
alpha  1.2795
beta   1.3904
shape  3.8614

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.49 1.68 2.12
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      0.9362 0.3493
Negative Sign Bias 0.2086 0.8348
Positive Sign Bias 0.9790 0.3277
Joint Effect    1.5889 0.6619

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
group statistic p-value(g-1)
1  20  30.61  0.04457
2  30  37.67  0.12991
3  40  47.48  0.16527
4  50  57.68  0.18514

Elapsed time : 0.295099

```

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. gjrGARCH, 5. iGARCH και 6. sGARCH αντίστοιχα για το Ripple με κατανομή GED.

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged"), data=rzrp)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.001282   0.000179  -7.1698 0.000000
mal     -0.193400   0.008418 -22.9748 0.000000
omega    0.000033   0.000009   3.8965 0.000098
alpha    0.324286   0.051093   6.3469 0.000000
beta1    0.255898   0.091856   2.7859 0.005339
eta11    0.994838   0.000363 2737.6741 0.000000
eta21    0.063801   0.004257  14.9882 0.000000
shape    0.866508   0.028530  30.3722 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.001282   0.000071 -18.1590 0.000000
mal     -0.193400   0.004321 -44.7540 0.000000
omega    0.000033   0.000010   3.3327 0.000860
alpha    0.324286   0.057285   5.6609 0.000000
beta1    0.255898   0.100889   2.5364 0.011199
eta11    0.994838   0.000504 1974.5350 0.000000
eta21    0.063801   0.007610   8.3841 0.000000
shape    0.866508   0.035982  24.0814 0.000000

LogLikelihood : 3514.109
Information Criteria
-----

Akaike      -3.2005
Bayes      -3.1797
Shibata    -3.2005
Hannan-Quinn -3.1929

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                24.75 6.514e-07
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 26.31 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 32.59 1.310e-14
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.05813 0.8095
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.27242 0.9865
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.86145 0.9913
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.05414 0.500 2.000 0.8160
ARCH Lag[5]  0.30067 1.440 1.667 0.9401
ARCH Lag[7]  0.91100 2.315 1.543 0.9276

```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 1.8333

Individual Statistics:

mu 0.58477
mal 0.23885
omega 0.03838
alpha1 0.33674
beta1 0.06760
eta11 0.04962
eta21 0.06329
shape 0.17501

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.8235 0.4103
Negative Sign Bias 0.6239 0.5327
Positive Sign Bias 0.2654 0.7907
Joint Effect 2.6819 0.4433

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 48.06 0.0002515
2 30 51.91 0.0055823
3 40 57.12 0.0305484
4 50 69.09 0.0308105

Elapsed time : 0.7628901

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,2)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged", data=rxrxp)
```

```
*-----*  
* GARCH Model Fit *  
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : eGARCH(1,2)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : ged

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.001058 0.000117 -9.0280 0.000000
mal -0.191677 0.010204 -18.7847 0.000000
omega -0.330619 0.098450 -3.3582 0.000784
alpha1 0.046799 0.024753 1.8907 0.058666
beta1 0.570219 0.075299 7.5727 0.000000
beta2 0.373072 0.076164 4.8982 0.000001
gamma1 0.385003 0.057216 6.7290 0.000000
shape 0.845611 0.028969 29.1906 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.001058 0.000038 -27.8678 0.000000
mal -0.191677 0.006873 -27.8889 0.000000
omega -0.330619 0.158632 -2.0842 0.037143
alpha1 0.046799 0.026088 1.7939 0.072827
beta1 0.570219 0.046258 12.3269 0.000000
beta2 0.373072 0.059399 6.2808 0.000000
gamma1 0.385003 0.089651 4.2945 0.000018
shape 0.845611 0.036823 22.9641 0.000000

LogLikelihood : 3497.059

Information Criteria

 Akaike -3.1849
 Bayes -3.1641
 Shibata -3.1849
 Hannan-Quinn -3.1773

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

| | statistic | p-value |
|-------------------------|-----------|-----------|
| Lag[1] | 28.23 | 1.075e-07 |
| Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] | 30.25 | 0.000e+00 |
| Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] | 36.46 | 1.110e-16 |

 d.o.f=1
 H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

| | statistic | p-value |
|--------------------------|-----------|---------|
| Lag[1] | 0.1307 | 0.7177 |
| Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] | 1.1312 | 0.9641 |
| Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] | 2.4073 | 0.9810 |

 d.o.f=3

Weighted ARCH LM Tests

| | Statistic | Shape | Scale | P-Value |
|-------------|-----------|-------|-------|---------|
| ARCH Lag[4] | 0.09578 | 0.500 | 2.000 | 0.7570 |
| ARCH Lag[6] | 0.73623 | 1.461 | 1.711 | 0.8243 |
| ARCH Lag[8] | 0.83507 | 2.368 | 1.583 | 0.9470 |

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 1.6738
 Individual Statistics:
 mu 0.61180
 mal 0.17872
 omega 0.12591
 alphas 0.10673
 beta1 0.12034
 beta2 0.12065
 gamma1 0.04531
 shape 0.11602

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.89 2.11 2.59
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

| | t-value | prob sig |
|--------------------|---------|----------|
| Sign Bias | 1.0617 | 0.2885 |
| Negative Sign Bias | 0.4016 | 0.6880 |
| Positive Sign Bias | 1.2341 | 0.2173 |
| Joint Effect | 4.3448 | 0.2266 |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value (g-1) |
|-------|-----------|-----------------|
| 1 | 20 | 48.39 0.0002254 |
| 2 | 30 | 59.44 0.0007251 |
| 3 | 40 | 68.26 0.0025756 |
| 4 | 50 | 76.07 0.0078934 |

Elapsed time : 1.00499

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="figARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged"), data=rxxrp)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : figARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.001237   0.000180  -6.8598  0.00000
mal     -0.193051   0.007930 -24.3433  0.00000
omega    0.000028   0.000019   1.5210  0.12826
alpha    0.778931   0.081200   9.5928  0.00000
beta     0.874650   0.044450  19.6771  0.00000
delta    0.494479   0.095063   5.2016  0.00000
shape    0.870095   0.028703  30.3136  0.00000

Robust Standard Errors:
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.001237   0.000070 -17.7689  0.000000
mal     -0.193051   0.003649 -52.9048  0.000000
omega    0.000028   0.000023   1.2457  0.212867
alpha    0.778931   0.108697   7.1661  0.000000
beta     0.874650   0.052039  16.8076  0.000000
delta    0.494479   0.103285   4.7875  0.000002
shape    0.870095   0.037304  23.3245  0.000000

LogLikelihood : 3515.94

Information Criteria
-----

Akaike          -3.2030
Bayes           -3.1849
Shibata         -3.2031
Hannan-Quinn   -3.1964

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                24.91 6.008e-07
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 26.50 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 32.78 1.044e-14
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic p-value
Lag[1]                0.07173 0.7888
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.30065 0.9837
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.87908 0.9907
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.08538 0.500 2.000 0.7701
ARCH Lag[5]  0.38078 1.440 1.667 0.9181
ARCH Lag[7]  0.94794 2.315 1.543 0.9219

```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 1.5183

Individual Statistics:

mu 0.69915
mal 0.18029
omega 0.08023
alpha 0.10273
beta1 0.05908
delta 0.11990
shape 0.23083

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.8401 0.4009
Negative Sign Bias 0.6123 0.5404
Positive Sign Bias 0.2842 0.7763
Joint Effect 2.7435 0.4329

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value (g-1)
1 20 47.79 0.0002754
2 30 50.02 0.0089919
3 40 56.87 0.0321377
4 50 73.79 0.0125631

Elapsed time : 1.717142

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,2)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged"), data=rxrp)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : gjrGARCH(1,2)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : ged

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.001002 0.000199 -5.0310 0.000000
mal -0.191196 0.009818 -19.4748 0.000000
omega 0.000145 0.000056 2.5916 0.009554
alpha 0.206428 0.056105 3.6793 0.000234
beta1 0.376191 0.121649 3.0924 0.001985
beta2 0.413505 0.115497 3.5802 0.000343
gamma1 -0.044626 0.039187 -1.1388 0.254787
shape 0.842748 0.028769 29.2936 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.001002 0.000094 -10.6195 0.000000
mal -0.191196 0.006486 -29.4788 0.000000
omega 0.000145 0.000117 1.2349 0.216865
alpha 0.206428 0.110714 1.8645 0.062249
beta1 0.376191 0.085978 4.3754 0.000012
beta2 0.413505 0.124939 3.3096 0.000934
gamma1 -0.044626 0.040636 -1.0982 0.272119
shape 0.842748 0.036845 22.8728 0.000000

LogLikelihood : 3493.186

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.1814
Bayes       -3.1606
Shibata     -3.1814
Hannan-Quinn -3.1738
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic p-value
Lag[1]          29.00 7.25e-08
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 30.60 0.00e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 36.12 2.22e-16
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic p-value
Lag[1]          0.2055 0.6503
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 1.0562 0.9700
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 2.2886 0.9845
d.o.f=3
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[4]    0.04752 0.500 2.000 0.8274
ARCH Lag[6]    0.73314 1.461 1.711 0.8252
ARCH Lag[8]    0.90080 2.368 1.583 0.9384
```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 1.6946
Individual Statistics:
```

```
mu      0.4847
ma1     0.1654
omega   0.1225
alpha1  0.1379
beta1   0.1453
beta2   0.1403
gamma1  0.1866
shape   0.1474
```

```
Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      1.2941 0.1958
Negative Sign Bias 0.3539 0.7235
Positive Sign Bias 1.0216 0.3071
Joint Effect    4.5947 0.2040
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 43.71 0.001034
2 30 56.81 0.001514
3 40 59.46 0.018955
4 50 67.44 0.041309
```

Elapsed time : 1.386895

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,2)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged"), data=rxxrp)
```

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : iGARCH(1,2)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : ged

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.001202   0.000127  -9.4576 0.000000
ma1     -0.185524   0.008888  -20.8744 0.000000
omega    0.000150   0.000061   2.4363 0.014838
alpha    0.236511   0.057472   4.1152 0.000039
beta1    0.373037   0.114920   3.2460 0.001170
beta2    0.390452    NA         NA      NA
shape    0.833179   0.027373  30.4376 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.001202   0.000037  -32.4858 0.000000
ma1     -0.185524   0.005152  -36.0077 0.000000
omega    0.000150   0.000133   1.1238 0.261091
alpha    0.236511   0.125738   1.8810 0.059973
beta1    0.373037   0.089613   4.1628 0.000031
beta2    0.390452    NA         NA      NA
shape    0.833179   0.032360  25.7474 0.000000
```

LogLikelihood : 3491.89

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.1820
Bayes      -3.1664
Shibata    -3.1820
Hannan-Quinn -3.1763
```

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.1820
Bayes      -3.1664
Shibata    -3.1820
Hannan-Quinn -3.1763
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                27.39 1.661e-07
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 28.84 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 34.13 2.220e-15
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.07902 0.7786
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 0.91474 0.9796
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 2.06975 0.9898
d.o.f=3
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[4]    0.1286 0.500 2.000 0.7198
ARCH Lag[6]    0.8289 1.461 1.711 0.7973
ARCH Lag[8]    1.0110 2.368 1.583 0.9227
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 1.4673

Individual Statistics:

mu 0.80602
mal 0.12327
omega 0.10176
alpha 0.08665
beta1 0.07148
shape 0.15366

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.49 1.68 2.12

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

Sign Bias t-value prob sig
Sign Bias 1.30090 0.1934
Negative Sign Bias 0.00517 0.9959
Positive Sign Bias 0.79436 0.4271
Joint Effect 4.48196 0.2139

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 54.12 3.166e-05
2 30 62.18 3.286e-04
3 40 70.74 1.394e-03
4 50 83.83 1.429e-03

Elapsed time : 0.523335

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,2)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="ged"), data=rxrp)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : sGARCH(1,2)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : ged

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.001063 0.000114 -9.3052 0.000000
mal -0.191674 0.009165 -20.9147 0.000000
omega 0.000158 0.000061 2.5664 0.010275
alpha 0.202537 0.055266 3.6648 0.000248
beta1 0.377693 0.118074 3.1988 0.001380
beta2 0.397032 0.111768 3.5523 0.000382
shape 0.841754 0.028773 29.2548 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.001063 0.000034 -31.7025 0.000000
mal -0.191674 0.005575 -34.3786 0.000000
omega 0.000158 0.000132 1.1932 0.232793
alpha 0.202537 0.115084 1.7599 0.078423
beta1 0.377693 0.083229 4.5380 0.000006
beta2 0.397032 0.125159 3.1722 0.001513
shape 0.841754 0.037044 22.7231 0.000000

LogLikelihood : 3492.615

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.1818
Bayes      -3.1636
Shibata    -3.1818
Hannan-Quinn -3.1751
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          30.36 3.592e-08
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 32.04 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 37.71 0.000e+00
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic p-value
Lag[1]          0.186 0.6663
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 1.032 0.9718
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 2.254 0.9855
d.o.f=3
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[4]    0.1123 0.500 2.000 0.7375
ARCH Lag[6]    0.7870 1.461 1.711 0.8095
ARCH Lag[8]    0.9260 2.368 1.583 0.9349
```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 1.4462
Individual Statistics:
mu      0.5442
ma1     0.2658
omega   0.1212
alpha   0.1502
beta1   0.1575
beta2   0.1514
shape   0.1571
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      1.3513 0.1767
Negative Sign Bias 0.1725 0.8631
Positive Sign Bias 1.0919 0.2750
Joint Effect    5.4479 0.1418
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 46.62 0.000405
2 30 56.21 0.001786
3 40 61.76 0.011582
4 50 79.08 0.004159
```

Elapsed time : 0.911509

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. gjrGARCH, 5. iGARCH και 6. sGARCH αντίστοιχα για το Ripple με κατανομή NIG.

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig", data=rzrxp)

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : nig

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000555   0.000759  -0.73098 0.464790
mal     -0.184926   0.020455  -9.04050 0.000000
omega   0.000023   0.000007   3.32344 0.000889
alpha   0.270672   0.049112   5.51130 0.000000
beta1   0.345760   0.107302   3.22231 0.001272
eta11   0.996222   0.001193  835.38924 0.000000
eta21   0.050759   0.008116   6.25453 0.000000
skew    0.079529   0.045740   1.73872 0.082084
shape   0.370617   0.040742   9.09666 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000555   0.000863  -0.64327 0.520049
mal     -0.184926   0.020995  -8.80792 0.000000
omega   0.000023   0.000008   3.10906 0.001877
alpha   0.270672   0.060458   4.47704 0.000008
beta1   0.345760   0.131945   2.62048 0.008781
eta11   0.996222   0.002039  488.51315 0.000000
eta21   0.050759   0.010273   4.94116 0.000001
skew    0.079529   0.053369   1.49019 0.136175
shape   0.370617   0.049383   7.50496 0.000000

LogLikelihood : 3539.455

Information Criteria
-----

Akaike      -3.2227
Bayes       -3.1993
Shibata     -3.2227
Hannan-Quinn -3.2141

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                23.90 1.016e-06
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 25.42 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 31.63 4.030e-14
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.00216 0.9629
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.18830 0.9934
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.94404 0.9885
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
              Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.06332 0.500 2.000 0.8013
ARCH Lag[5]    0.31967 1.440 1.667 0.9350
ARCH Lag[7]    1.11730 2.315 1.543 0.8938
```

Nyblom stability test

 Joint Statistic: 3.055

Individual Statistics:

mu 0.54538
 mal 0.38365
 omega 0.06532
 alphas 0.55344
 betas 0.06941
 etas 0.08908
 eta2 0.11007
 skew 1.12886
 shape 0.23931

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

| | t-value | prob sig |
|--------------------|---------|----------|
| Sign Bias | 1.0920 | 0.2749 |
| Negative Sign Bias | 0.3349 | 0.7378 |
| Positive Sign Bias | 0.4102 | 0.6817 |
| Joint Effect | 3.2434 | 0.3556 |

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

| group | statistic | p-value (g-1) |
|-------|-----------|---------------|
| 1 | 20 | 16.46 |
| 2 | 30 | 14.25 |
| 3 | 40 | 29.01 |
| 4 | 50 | 35.36 |

Elapsed time : 0.9947579

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,2)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"), data=rxrp)

 * GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

 GARCH Model : eGARCH(1,2)
 Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
 Distribution : nig

Optimal Parameters

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|---------|----------|
| mu | -0.000687 | 0.000367 | -1.8699 | 0.061502 |
| mal | -0.178318 | 0.018134 | -9.8336 | 0.000000 |
| omega | -0.249426 | 0.079323 | -3.1444 | 0.001664 |
| alpha | 0.025698 | 0.024670 | 1.0417 | 0.297565 |
| beta1 | 0.602578 | 0.050194 | 12.0050 | 0.000000 |
| beta2 | 0.354098 | 0.050309 | 7.0384 | 0.000000 |
| gamma1 | 0.367442 | 0.055276 | 6.6470 | 0.000000 |
| skew | 0.068398 | 0.037792 | 1.8098 | 0.070320 |
| shape | 0.326722 | 0.041740 | 7.8276 | 0.000000 |

Robust Standard Errors:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|--------|-----------|------------|---------|----------|
| mu | -0.000687 | 0.000213 | -3.2236 | 0.001266 |
| mal | -0.178318 | 0.018475 | -9.6518 | 0.000000 |
| omega | -0.249426 | 0.129244 | -1.9299 | 0.053622 |
| alpha | 0.025698 | 0.025658 | 1.0015 | 0.316566 |
| beta1 | 0.602578 | 0.016410 | 36.7205 | 0.000000 |
| beta2 | 0.354098 | 0.025340 | 13.9738 | 0.000000 |
| gamma1 | 0.367442 | 0.085111 | 4.3172 | 0.000016 |
| skew | 0.068398 | 0.036681 | 1.8647 | 0.062227 |
| shape | 0.326722 | 0.048328 | 6.7606 | 0.000000 |

LogLikelihood : 3524.576

Information Criteria

Akaike -3.2091
Bayes -3.1857
Shibata -3.2091
Hannan-Quinn -3.2006

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 25.46 4.528e-07
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 27.35 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 33.64 3.886e-15
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.2641 0.6073
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 1.3691 0.9418
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 2.7107 0.9697
d.o.f=3

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[4] 0.1506 0.500 2.000 0.6980
ARCH Lag[6] 0.7276 1.461 1.711 0.8268
ARCH Lag[8] 0.8023 2.368 1.583 0.9511

Nyblom stability test

Joint Statistic: 2.52
Individual Statistics:

mu 0.65193
mal 0.36416
omega 0.14239
alpha 0.21535
beta1 0.13604
beta2 0.13656
gamma 0.03503
skew 0.97017
shape 0.17855

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 1.3058 0.1918
Negative Sign Bias 0.3773 0.7060
Positive Sign Bias 1.3579 0.1746
Joint Effect 6.0086 0.1112

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
1 20 19.85 0.4034
2 30 23.21 0.7669
3 40 40.80 0.3911
4 50 43.71 0.6868

Elapsed time : 1.370709

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="fiGARCH",garchOrder=c(2,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"), data=rxrp)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : fiGARCH(2,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : nig

Optimal Parameters
-----
Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu        -0.000628    0.000776   -0.80934 0.418322
ma1       -0.186000    0.020502   -9.07246 0.000000
omega     0.000016    0.000005    3.34047 0.000836
alpha1    0.315633    0.107537    2.93510 0.003334
alpha2    0.110994    0.044483    2.49522 0.012588
beta1     0.961150    0.003119  308.12442 0.000000
delta     1.000000    0.093721   10.67000 0.000000
skew      0.073525    0.047604    1.54452 0.122461
shape     0.352415    0.038784    9.08659 0.000000

Robust Standard Errors:
Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu        -0.000628    0.000901   -0.6975 0.485489
ma1       -0.186000    0.021044   -8.8387 0.000000
omega     0.000016    0.000006    2.8606 0.004229
alpha1    0.315633    0.154870    2.0381 0.041545
alpha2    0.110994    0.053695    2.0671 0.038723
beta1     0.961150    0.001423  675.3042 0.000000
delta     1.000000    0.135282    7.3919 0.000000
skew      0.073525    0.057144    1.2867 0.198211
shape     0.352415    0.045055    7.8219 0.000000

LogLikelihood : 3538.945

Information Criteria
-----

Akaike          -3.2222
Bayes           -3.1988
Shibata         -3.2223
Hannan-Quinn   -3.2137

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                24.30 8.235e-07
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 25.69 0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 32.10 2.343e-14
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
                statistic  p-value
Lag[1]                0.007892 0.9292
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 0.687377 0.9907
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 2.089221 0.9894
d.o.f=3

Weighted ARCH LM Tests
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[4]      0.2867 0.500 2.000 0.5924
ARCH Lag[6]      0.6038 1.461 1.711 0.8626
ARCH Lag[8]      1.1402 2.368 1.583 0.9027

```


Nyblom stability test

Joint Statistic: 4.0266

Individual Statistics:

mu 0.5290
ma1 0.4261
omega 0.1226
alpha 0.4802
alpha2 0.1220
beta1 0.1267
delta 0.1160
skew 1.0550
shape 0.2303

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 1.0213 0.3072
Negative Sign Bias 0.4392 0.6606
Positive Sign Bias 0.3081 0.7580
Joint Effect 3.0007 0.3915

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value (g-1)
1 20 15.91 0.6633
2 30 18.33 0.9372
3 40 32.04 0.7775
4 50 31.48 0.9756

Elapsed time : 2.692677

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,2)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"), data=rxrp)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : gjrGARCH(1,2)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : nig

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000622 0.000801 -0.77653 0.437434
ma1 -0.180384 0.019444 -9.27726 0.000000
omega 0.000114 0.000044 2.58207 0.009821
alpha 0.184579 0.049022 3.76526 0.000166
beta1 0.423269 0.135717 3.11876 0.001816
beta2 0.396483 0.127393 3.11229 0.001856
gamma1 -0.017579 0.038426 -0.45748 0.647326
skew 0.067120 0.048298 1.38971 0.164617
shape 0.324877 0.041600 7.80950 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000622 0.000913 -0.68109 0.495816
ma1 -0.180384 0.021565 -8.36475 0.000000
omega 0.000114 0.000084 1.35613 0.175057
alpha 0.184579 0.083985 2.19777 0.027966
beta1 0.423269 0.087402 4.84279 0.000001
beta2 0.396483 0.112829 3.51402 0.000441
gamma1 -0.017579 0.042598 -0.41268 0.679840
skew 0.067120 0.054064 1.24149 0.214424
shape 0.324877 0.048747 6.66460 0.000000

LogLikelihood : 3519.646

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.2046
Bayes       -3.1812
Shibata     -3.2046
Hannan-Quinn -3.1961
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          26.28  2.948e-07
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  27.82  0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  33.50  4.552e-15
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.3347  0.5629
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]  1.1509  0.9625
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  2.3791  0.9819
d.o.f=3
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[4]    0.08398 0.500 2.000 0.7720
ARCH Lag[6]    0.69517 1.461 1.711 0.8362
ARCH Lag[8]    0.83501 2.368 1.583 0.9470
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 2.6916

Individual Statistics:

```
mu      0.6608
mal     0.4030
omega   0.1488
alpha  0.1647
beta1   0.1807
beta2   0.1754
gamma   0.2468
skew    0.8273
shape   0.2046
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic:      2.1 2.32 2.82
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
                t-value  prob  sig
Sign Bias      1.4757  0.1402
Negative Sign Bias 0.3583  0.7202
Positive Sign Bias 1.1231  0.2615
Joint Effect    5.8878  0.1172
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group  statistic  p-value(g-1)
1     20     15.71     0.6766
2     30     19.18     0.9165
3     40     36.64     0.5780
4     50     43.53     0.6938
```

Elapsed time : 1.918148

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,2)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig"), data=rxrp)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : iGARCH(1,2)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : nig

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000655  0.000800  -0.81788  0.413424
ma1     -0.180080  0.019459  -9.25442  0.000000
omega   0.000117  0.000045   2.61687  0.008874
alpha   0.185840  0.042005   4.42424  0.000010
beta1   0.426182  0.133980   3.18094  0.001468
beta2   0.387978      NA         NA         NA
skew    0.066575  0.048357   1.37675  0.168590
shape   0.320564  0.034854   9.19741  0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      -0.000655  0.000800  -0.81872  0.412945
ma1     -0.180080  0.021331  -8.44218  0.000000
omega   0.000117  0.000077  1.51999  0.128514
alpha   0.185840  0.074951   2.47950  0.013157
beta1   0.426182  0.090358   4.71661  0.000002
beta2   0.387978      NA         NA         NA
skew    0.066575  0.051363   1.29617  0.194918
shape   0.320564  0.038526   8.32069  0.000000

LogLikelihood : 3519.536

Information Criteria
-----

Akaike      -3.2063
Bayes      -3.1881
Shibata    -3.2064
Hannan-Quinn -3.1997

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                26.61  2.492e-07
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 28.15  0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 33.86  2.998e-15
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.309  0.5783
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8] 1.112  0.9657
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14] 2.327  0.9835
d.o.f=3

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[4]  0.1148  0.500  2.000  0.7348
ARCH Lag[6]  0.7214  1.461  1.711  0.8286
ARCH Lag[8]  0.8554  2.368  1.583  0.9444

```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 1.9256

Individual Statistics:

mu 0.65674
mal 0.42193
omega 0.14391
alpha1 0.11638
beta1 0.05909
skew 0.81789
shape 0.20044

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 1.4823 0.1384
Negative Sign Bias 0.2689 0.7880
Positive Sign Bias 1.1258 0.2604
Joint Effect 6.0937 0.1071

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 17.68 0.5438
2 30 22.47 0.8003
3 40 41.61 0.3580
4 50 47.13 0.5491

Elapsed time : 0.93242

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,2)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig", data=rxrp)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : sGARCH(1,2)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : nig

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000649 0.000800 -0.81158 0.417034
mal -0.180082 0.019452 -9.25783 0.000000
omega 0.000117 0.000045 2.62235 0.008733
alpha1 0.182209 0.047763 3.81482 0.000136
beta1 0.426184 0.134195 3.17585 0.001494
beta2 0.388985 0.124735 3.11848 0.001818
skew 0.067042 0.048341 1.38683 0.165493
shape 0.323609 0.041346 7.82681 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000649 0.000896 -0.72455 0.468731
mal -0.180082 0.021526 -8.36563 0.000000
omega 0.000117 0.000082 1.42404 0.154436
alpha1 0.182209 0.083400 2.18475 0.028907
beta1 0.426184 0.086417 4.93173 0.000001
beta2 0.388985 0.105350 3.69232 0.000222
skew 0.067042 0.053866 1.24461 0.213276
shape 0.323609 0.048171 6.71798 0.000000

LogLikelihood : 3519.546

Information Criteria

```
-----
Akaike      -3.2054
Bayes      -3.1846
Shibata    -3.2055
Hannan-Quinn -3.1978
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          26.69  2.393e-07
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  28.24  0.000e+00
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  33.97  2.665e-15
d.o.f=1
H0 : No serial correlation
```

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```
-----
                statistic  p-value
Lag[1]          0.3288  0.5664
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]  1.1442  0.9631
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]  2.3713  0.9821
d.o.f=3
```

Weighted ARCH LM Tests

```
-----
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[4]    0.1124 0.500 2.000 0.7374
ARCH Lag[6]    0.7170 1.461 1.711 0.8299
ARCH Lag[8]    0.8465 2.368 1.583 0.9456
```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 1.9923

Individual Statistics:

```
mu      0.6582
mal     0.4215
omega   0.1452
alpha   0.1629
beta1   0.1793
beta2   0.1739
skew    0.8245
shape   0.2011
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

```
Joint Statistic:      1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

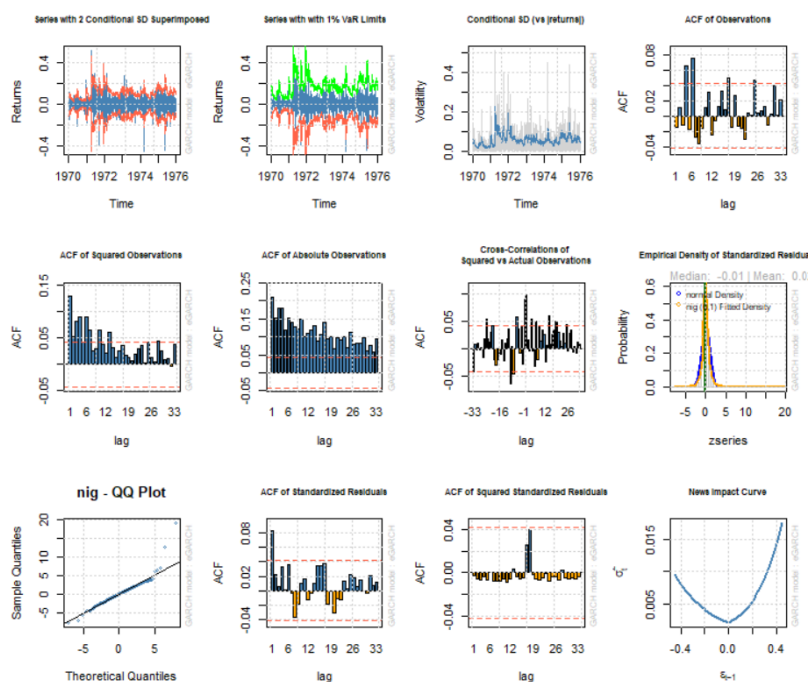
```
-----
                t-value  prob sig
Sign Bias      1.4825  0.1383
Negative Sign Bias 0.2861  0.7748
Positive Sign Bias 1.1602  0.2461
Joint Effect    6.2074  0.1019
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1    20    17.15    0.5796
2    30    20.77    0.8674
3    40    39.67    0.4400
4    50    44.30    0.6637
```

```
> plot(ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="nig", data=rltc), which='all')
```

Εικόνα 123 Εντολή σύνοψης csGARCH(1,1)-NIG για Ripple



Εικόνα 124 Σύνοψη csGARCH(1,1)-NIG για Ripple

Τα διαγράμματα μεταβλητότητας του Ripple έγιναν ακριβώς με τον ίδιο που έγιναν τα διαγράμματα μεταβλητότητας του Bitcoin. Προφανώς η μόνη διαφορά είναι ότι αυτή τη φορά χρησιμοποιήσαμε τα υποδείγματα GARCH που εκτιμήσαμε για το Ripple με κατανομή NIG.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα υποδείγματα μεταβλητότητας 1. csGARCH, 2. eGARCH, 3. fiGARCH, 4. gjrGARCH, 5. iGARCH και 6. sGARCH αντίστοιχα για το Ripple με κατανομή STD.

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="csGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std", data=r1tc)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : csGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000088  0.000488  -0.180521 0.856744
mal     -0.095439  0.020089  -4.750817 0.000002
omega   0.000000  0.000002  0.000001 1.000000
alpha   0.089665  0.013294   6.744895 0.000000
beta1   0.713106  0.006942  102.722360 0.000000
eta11   0.999518  0.002477  403.479970 0.000000
eta21   0.047745  0.004085  11.689241 0.000000
shape   3.260969  0.175963  18.532099 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000088  0.001011  -0.08721 0.930504
mal     -0.095439  0.020394  -4.67980 0.000003
omega   0.000000  0.000067  0.000000 1.000000
alpha   0.089665  0.109869   0.81611 0.414437
beta1   0.713106  0.118515   6.01703 0.000000
eta11   0.999518  0.051681  19.34021 0.000000
eta21   0.047745  0.030972   1.54157 0.123179
shape   3.260969  3.220505   1.01256 0.311268

LogLikelihood : 3785.818

Information Criteria
-----

Akaike          -3.4485
Bayes           -3.4277
Shibata         -3.4485
Hannan-Quinn   -3.4409

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                10.39 1.265e-03
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 10.93 1.111e-10
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 12.01 1.415e-04
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.06271 0.8023
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.16063 0.9952
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.24991 0.9999
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
              Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]   0.04473 0.500 2.000 0.8325
ARCH Lag[5]   0.06366 1.440 1.667 0.9930
ARCH Lag[7]   0.13394 2.315 1.543 0.9988

```

Nyblom stability test

```
-----
Joint Statistic: 46.9646
Individual Statistics:
mu      0.08632
mal     0.15694
omega   19.22905
alpha   0.10508
beta    0.06720
eta1    0.86579
eta2    0.72990
shape   2.61851
```

```
Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75
```

Sign Bias Test

```
-----
Sign Bias          t-value  prob sig
Negative Sign Bias 0.4617  0.6444
Positive Sign Bias 1.1341  0.2569
Joint Effect       1.9741  0.5778
```

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```
-----
group statistic p-value(g-1)
1    20    43.64    0.001058
2    30    51.39    0.006375
3    40    57.12    0.030548
4    50    65.30    0.059565
```

Elapsed time : 0.498214

```
> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std",data=r1tc)
```

```
*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*
```

Conditional Variance Dynamics

```
-----
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : std
```

Optimal Parameters

```
-----
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000008  0.000501  0.015859 0.987347
mal     -0.105241  0.020324 -5.178069 0.000000
omega   -0.026443  0.009066 -2.916687 0.003538
alpha    0.045889  0.021276  2.156832 0.031019
beta    0.994417  0.001440 690.523688 0.000000
gamma   0.274437  0.069449  3.951620 0.000078
shape   2.336141  0.184057 12.692453 0.000000
```

Robust Standard Errors:

```
-----
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.000008  0.000470  0.016892 0.986523
mal     -0.105241  0.024212 -4.346587 0.000014
omega   -0.026443  0.009072 -2.914702 0.003560
alpha    0.045889  0.026128  1.756307 0.079036
beta    0.994417  0.001084 917.329288 0.000000
gamma   0.274437  0.118277  2.320293 0.020325
shape   2.336141  0.326143  7.162930 0.000000
```

LogLikelihood : 3811.695

Information Criteria

Akaike -3.4730
Bayes -3.4548
Shibata -3.4730
Hannan-Quinn -3.4664

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 13.65 2.201e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 14.21 1.432e-14
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 15.45 3.680e-06
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.00874 0.9255
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.12536 0.9970
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.25307 0.9998
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 0.08094 0.500 2.000 0.7760
ARCH Lag[5] 0.14934 1.440 1.667 0.9769
ARCH Lag[7] 0.20742 2.315 1.543 0.9968

Nyblom stability test

Joint Statistic: 5.12

Individual Statistics:

mu 0.08975
ma1 0.15403
omega 1.23809
alpha 0.31460
beta1 1.40327
gamma 0.19658
shape 1.39682

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 0.9876 0.3235
Negative Sign Bias 0.1387 0.8897
Positive Sign Bias 1.0320 0.3022
Joint Effect 1.6748 0.6426

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
1 20 20.36 0.3729
2 30 21.02 0.8585
3 40 30.58 0.8303
4 50 45.95 0.5977

Elapsed time : 0.7642431

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="figARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1),distribution.model="std"), data=r1tc)
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : figARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000001  0.000517  0.002779  0.997783
ma1     -0.088589  0.020183 -4.389366  0.000011
omega   0.000000  0.000017  0.001874  0.998505
alpha   0.267581  0.059248  4.516313  0.000006
beta1   0.704758  0.067921  10.376084  0.000000
delta   0.589158  0.073936  7.968502  0.000000
shape   3.286149  0.118039  27.839499  0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000001  0.000406  0.003538  0.997177
ma1     -0.088589  0.019386 -4.569639  0.000005
omega   0.000000  0.000030  0.001107  0.999117
alpha   0.267581  0.063213  4.233039  0.000023
beta1   0.704758  0.090375  7.798126  0.000000
delta   0.589158  0.092497  6.369506  0.000000
shape   3.286149  0.130369  25.206497  0.000000

LogLikelihood : 3779.729

Information Criteria
-----

Akaike      -3.4438
Bayes       -3.4257
Shibata     -3.4439
Hannan-Quinn -3.4372

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                10.36  1.288e-03
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  10.73  1.926e-10
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  11.81  1.736e-04
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.05069  0.8219
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.14347  0.9961
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.24268  0.9999
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.05241  0.500  2.000  0.8189
ARCH Lag[5]  0.11912  1.440  1.667  0.9832
ARCH Lag[7]  0.16974  2.315  1.543  0.9979

```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 6.1715
Individual Statistics:
mu 0.1174
mal 0.1420
omega 3.6459
alpha 1.3188
beta 1.4221
delta 2.1117
shape 3.8760

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 1.0457 0.2958
Negative Sign Bias 0.2876 0.7737
Positive Sign Bias 1.1434 0.2530
Joint Effect 2.1250 0.5469

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 36.96 0.008027
2 30 47.64 0.016030
3 40 46.46 0.191928
4 50 57.22 0.196413

Elapsed time : 1.415811

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std"),data=rltc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : gjrGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : std

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.000019 0.000509 0.036806 0.970640
mal -0.095686 0.019097 -5.010656 0.000001
omega 0.000008 0.000008 1.041348 0.297714
alpha 0.109576 0.015695 6.981429 0.000000
beta 0.919659 0.015432 59.594754 0.000000
gamma -0.060476 0.014637 -4.131616 0.000036
shape 3.204054 0.174381 18.373914 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu 0.000019 0.000432 0.043357 0.965417
mal -0.095686 0.020220 -4.732323 0.000002
omega 0.000008 0.000022 0.386410 0.699193
alpha 0.109576 0.025157 4.355684 0.000013
beta 0.919659 0.037175 24.738780 0.000000
gamma -0.060476 0.016951 -3.567676 0.000360
shape 3.204054 0.261700 12.243211 0.000000

LogLikelihood : 3782.911

Information Criteria

Akaike -3.4467
Bayes -3.4286
Shibata -3.4468
Hannan-Quinn -3.4401

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 11.42 7.285e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 11.97 6.741e-12
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 13.44 3.176e-05
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.02584 0.8723
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.16294 0.9950
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.30521 0.9997
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 0.09671 0.500 2.000 0.7558
ARCH Lag[5] 0.16437 1.440 1.667 0.9737
ARCH Lag[7] 0.22910 2.315 1.543 0.9960

Nyblom stability test

Joint Statistic: 17.1518

Individual Statistics:

mu 0.1946
ma1 0.1150
omega 1.7472
alpha 1.4603
beta1 1.5543
gamma 1.5194
shape 4.2925

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.69 1.9 2.35
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 1.0310 0.3027
Negative Sign Bias 0.0299 0.9762
Positive Sign Bias 1.1090 0.2676
Joint Effect 1.6887 0.6395

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value(g-1)
1 20 30.66 0.04396
2 30 37.12 0.14319
3 40 47.27 0.17074
4 50 60.23 0.13047

Elapsed time : 0.6018801

```

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std"), data=r1tc)

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : iGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,1)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000024  0.000513  -0.046413  0.962981
mal     -0.091620  0.019357  -4.733119  0.000002
omega   0.000013  0.000005  2.658338  0.007853
alpha   0.095130  0.012802  7.430696  0.000000
beta    0.904870      NA      NA      NA
shape   3.189087  0.116188  27.447619  0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000024  0.000471  -0.050558  0.959677
mal     -0.091620  0.021425  -4.276235  0.000019
omega   0.000013  0.000005  2.503055  0.012313
alpha   0.095130  0.018049  5.270700  0.000000
beta    0.904870      NA      NA      NA
shape   3.189087  0.120684  26.425062  0.000000

LogLikelihood : 3775.503

Information Criteria
-----

Akaike      -3.4418
Bayes       -3.4288
Shibata     -3.4418
Hannan-Quinn -3.4371

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                12.26  4.634e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  12.81  6.827e-13
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  14.20  1.403e-05
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
              statistic  p-value
Lag[1]                0.0340  0.8537
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.1661  0.9948
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.3068  0.9997
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
      Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  0.07301  0.500  2.000  0.7870
ARCH Lag[5]  0.15810  1.440  1.667  0.9750
ARCH Lag[7]  0.23175  2.315  1.543  0.9959

```

Nyblom stability test

Joint Statistic: 4.6719

Individual Statistics:

mu 0.1057
mal 0.1566
omega 1.1071
alpha 1.7186
shape 3.8180

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.28 1.47 1.88

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

t-value prob sig
Sign Bias 0.9403 0.3472
Negative Sign Bias 0.2070 0.8360
Positive Sign Bias 0.9796 0.3274
Joint Effect 1.5953 0.6604

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group statistic p-value (g-1)
1 20 29.89 0.05316
2 30 37.39 0.13643
3 40 48.25 0.14715
4 50 51.01 0.39443

Elapsed time : 0.2568231

> ugarchfit(ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(0,1)),distribution.model="std", data=rltc)

* GARCH Model Fit *

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : sGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(0,0,1)
Distribution : std

Optimal Parameters

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000021 0.000515 -0.041275 0.967077
mal -0.091443 0.019420 -4.708742 0.000002
omega 0.000014 0.000007 2.043921 0.040961
alpha 0.095163 0.012884 7.386282 0.000000
beta1 0.903837 0.015145 59.678260 0.000000
shape 3.203261 0.168802 18.976493 0.000000

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu -0.000021 0.000411 -0.051694 0.958773
mal -0.091443 0.019854 -4.605689 0.000004
omega 0.000014 0.000013 1.088634 0.276315
alpha 0.095163 0.018563 5.126370 0.000000
beta1 0.903837 0.028444 31.776109 0.000000
shape 3.203261 0.208332 15.375767 0.000000

LogLikelihood : 3774.928

Information Criteria

Akaike -3.4404
Bayes -3.4248
Shibata -3.4404
Hannan-Quinn -3.4347

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 12.26 4.618e-04
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2] 12.81 6.816e-13
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5] 14.21 1.400e-05
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

 statistic p-value
Lag[1] 0.03477 0.8521
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 0.16946 0.9946
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 0.31174 0.9997
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

 Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3] 0.07458 0.500 2.000 0.7848
ARCH Lag[5] 0.16053 1.440 1.667 0.9745
ARCH Lag[7] 0.23471 2.315 1.543 0.9958

Nyblom stability test

Joint Statistic: 17.0409

Individual Statistics:

mu 0.1065
mal 0.1564
omega 1.2941
alpha 1.2795
beta 1.3904
shape 3.8614

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.49 1.68 2.12
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

 t-value prob sig
Sign Bias 0.9362 0.3493
Negative Sign Bias 0.2086 0.8348
Positive Sign Bias 0.9790 0.3277
Joint Effect 1.5889 0.6619

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

 group statistic p-value(g-1)
1 20 30.61 0.04457
2 30 37.67 0.12991
3 40 47.48 0.16527
4 50 57.68 0.18514

Elapsed time : 0.295099

```

> ArchTest (rbtcegarchllNIG.res, lags=50, demean = FALSE)
      ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
data:  rbtcegarchllNIG.res
Chi-squared = 67.133, df = 50, p-value = 0.05323
> ArchTest(eltcn.res, demean=FALSE, lags=10)
      ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
data:  eltcn.res
Chi-squared = 0.75059, df = 10, p-value = 1

> ArchTest(iethn.res, demean=FALSE, lag=50)
      ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
data:  iethn.res
Chi-squared = 43.779, df = 50, p-value = 0.7199
> ArchTest(csxrpn.res, demean=FALSE, lags=10)
      ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
data:  csxrpn.res
Chi-squared = 5.8768, df = 10, p-value = 0.8255

```

Εικόνα 125 LM test καταλοίπων των βέλτιστων υποδειγμάτων για κάθε κρυπτονόμισμα

```

> Box.test(rbtcegarchll.res, type="Ljung", lag=80)
      Box-Ljung test
data:  rbtcegarchll.res
X-squared = 100.8, df = 80, p-value = 0.05801
> Box.test(iethn.res, type="Ljung", lag=40)
      Box-Ljung test
data:  iethn.res
X-squared = 54.982, df = 40, p-value = 0.05765

> Box.test(eltcn.res, type="Ljung", lag=30)
      Box-Ljung test
data:  eltcn.res
X-squared = 41.617, df = 30, p-value = 0.07716
> Box.test(csxrpn.res, type="Ljung", lag=75)
      Box-Ljung test
data:  csxrpn.res
X-squared = 94.475, df = 75, p-value = 0.06381

```

Εικόνα 126 Ljung - Box test καταλοίπων για κάθε κρυπτονόμισμα

Βιβλιογραφία

Μιχάλης Λουλάκης (2015). Εισαγωγή Στη Μαθηματική Χρηματοοικονομία. [1]

Γ. Ε. Κοκολάκης. Σημειώσεις Ανάλυσης Χρονοσειρών. [2]

Alexios Ghalanos (2022). Introduction to the rugarch package (Version 1.4–3). [3]

Anton Badev and Matthew Chen (2014). Bitcoin: Technical Background and Data Analysis. [4]

Chris Brooks (2008). Introductory Econometrics for Finance. [5]

Dai Wei (1998). B–Money [6]

D.A. Dickey, W.A. Fuller (2006). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. [7]

George Liu, Matthew Turk (2022). Quantitative Crypto Insight: Stablecoins and Risk–Free Rate (<https://www.coinbase.com/blog/part-1-quantitative-crypto-insight-stablecoins-and-risk-free-rate>). [8]

G.E.P. Box & G.M. Jenkins (1976). Time series analysis, forecasting and control. [9]

H. Akaike (1974). A new look at the statistical model identification. [10]

Hossein Kakavand, Nicolette Kost De Sevres, Bart Chilton (2016). The Blockchain Revolution: An Analysis of Regulation and Technology Related to Distributed Ledger. [11]

Jan Lansky (2018). Possible State Approaches to Cryptocurrencies. [12]

Jeffrey Chu, Stephen Chan, Saralees Nadarajah, Joerg Osterrieder (2017). GARCH Modelling of Cryptocurrencies [13]

John C. Hull (2015). Options, Futures and Other Derivatives (Ninth Edition). [14]

John Y. Campbell, Andrew W. Lo, A. Craig MacKinlay (1997). The Econometrics of Financial Markets. [15]

Julija Golosova, Andrejs Romanovs (2008). Overview of the Blockchain Technology Cases.
[16]

J. Chiu, T. Koepl. (2017). The Economics of Cryptocurrencies: Bitcoin and Beyond [17]

Katsiampa Paraskevi (2017). Volatility Estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. [18]

Nick Szabo (1997). The Idea Of Smart Contracts. [19]

Peter J. Brockwell, Richard A. Davis (2016). Introduction to Time Series and Forecasting (Third Edition). [20]

Robert F. Engle, Andrew J. Patton (2000). What Good is a Volatility Model? [21]

Ruey S. Tsay (2005). Analysis of Financial Time Series, Second Edition. University of Chicago Graduate School of Business. [22]

R.F. Engle (2001). The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics. Journal of Economic Perspectives. [23]

Satoshi Nakamoto (2009). A peer-to-peer Electronic Cash System. [24]

Saifedean Ammous (2017). Can cryptocurrencies fulfil the functions of money? [25]

T. Bollerslev (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics. [26]

Zohra Bi, Abdullah Yousuf, Mihir Dash (2014). A Study on Options Pricing Using GARCH and Black-Scholes-Merton. [27]

<https://caia.org/blog/2019/10/15/bitcoins-behaving-just-like-other-normal-underlying-assets> (2019). Bitcoin Derivatives Behaving Just Like Other Underlying Assets. [28]

<https://www.statista.com/> [29]

<https://www.cmegroup.com/> [30]

learn.bybit.com/options/how-are-crypto-options-priced/ (2017). Options Pricing: How It Works & Why It Matters. [31]

<https://propy.com> [32]

<https://101blockchains.com/> [33]

<https://bitinfocharts.com/> [34]

<https://ethereum.org> [35]

<https://ripple.com/> [36]

<https://coinmarketcap.com> [37]

<https://www.businessinsider.com/> [38]

<https://www.forbes.com/> [39]

<https://coingecko.com> [40]