2012

ΕΘΝΙΚΟ Μ… ΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Δ.Π.Μ.Σ. «ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΤΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ»

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:
ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ

ΕΙΤΡΟΠΗ:
ΒΟΝΤΑ ΦΙΛΙΑ
ΚΑΡΩΝΗ ΧΡΥΣΑ

ΑΘΗΝΑ, ΜΑΡΤΙΟΣ 2012

ΜΑΡΙΑΝΘΗ ΝΤΑΡΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Διατμηματικού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών ¨Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες¨.

Αποτελείται από δύο μέρη. Το πρώτο μέρος, αποτέλεσμα εκτενούς αναζήτησης και έρευνας, αναφέρεται στο θεωρητικό πλαίσιο ενώ το δεύτερο μέρος αποτελεί μία πρόταση για τη διδασκαλία εννοιών από τη Στατιστική και τις Πιθανότητες στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, μια εφαρμογή όσων το πρώτο μέρος πραγματεύεται.

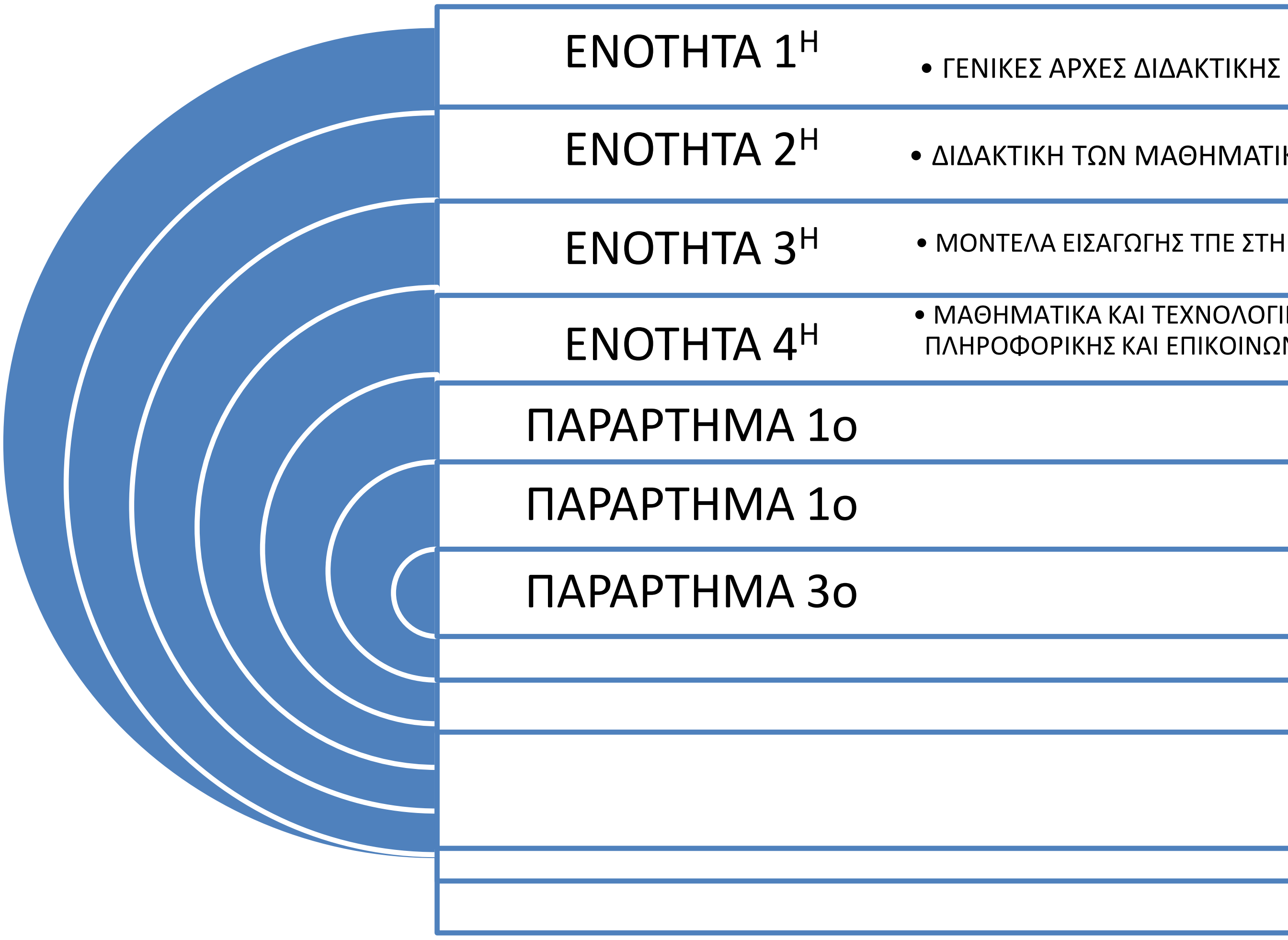
Θα ήθελα να απευθύνω θερμές ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή μου,
κ. Βασίλη Παπανικολάου, για την άριστη συνεργασία μας, το ενδιαφέρον με το οποίο παρακολούθησε την προετοιμασία της εργασίας, τη καθοδήγηση, τη συνεχή ενθάρρυνση, υποστήριξη, και συμπαράσταση για την υπερπήδηση των οποιοδήποτε δυσκολιών συνάντησα σ' αυτή τη προσπάθεια.

Ευχαριστώ θερμά και τις κ. Χρύσα Καρώνη και Φίλια Βόντα που με τίμησαν με τη συμμετοχή τους στην τριμελή επιτροπή.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης τους συναδέλφους μαθηματικούς του ΚΣΕ Μοσχάτου για την αμέριστη υποστήριξη που μου έδωσαν καθώς και τους μαθητές του Γ1 τμήματος του 2ου Λυκείου Αγίου Δημητρίου, για την παραχώρηση του διδακτικού τους χρόνου προκειμένου να υλοποιηθούν οι προτάσεις μου για τη διδασκαλία

Τέλος, δε μπορώ να μην αναφερθώ στην οικογένεια μου, στον σύζυγο και τα παιδιά μου, που ήταν δίπλα μου σε κάθε μου βήμα. Χρωστάω σε όλους ένα μεγάλο ευχαριστώ και τους ζητώ συγνώμη για το χρόνο που τους στέρησα!

Μαριάνθη Ντάρα


ΕΝΟΤΗΤΑ 1Η
• ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ 2Η
• ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙ
ΕΝΟΤΗΤΑ 3Η
• ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΤΠΕ ΣΤΗ
ΕΝΟΤΗΤΑ 4Η
• ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1ο
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1ο
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3ο

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μαθηματική γνώση για πολλούς αιώνες έδειχνε να απευθύνεται σε μια μειοψηφία ανθρώπων που την κατανοούσαν και την ανέπτυσσαν μέσα σε κλειστές μαθηματικές κοινότητες (Davis & Hersh, 1980). Οι εξελίξεις των νέων επιστημών και οι απαιτήσεις των νέων κοινωνικών και τεχνολογικών περιβαλλόντων που δημιουργήθηκαν τα τελευταία χρόνια επιβάλει τη συστηματική ενασχόληση με τα μαθηματικά καθώς πολλές καθημερινές δραστηριότητες απαιτούν ανάλυση, δομημένη λογική σκέψη και εξαγωγή συμπερασμάτων μέσα από διαδικασίες που συνδέονται με το μαθηματικό τρόπο σκέψης.

Στο πλαίσιο μιας άκρως τεχνολογικής εποχής το αίτημα «Μαθηματικά για όλους» (Kilpatrick, 1992) που δείχνει την τάση που δημιουργήθηκε από το β΄ μισό του 20ου αιώνα μέχρι και σήμερα, φαντάζει όχι μόνο λογικό αλλά και κοινωνικά επιβεβλημένο. Οι επαγγελματικές ανάγκες και προσωπική ζωή του καθενός, μας αναγκάζει να εμπλακούμε με μαθηματικού τύπου έννοιες που αφορούν αποφάσεις που σχετίζονται με θέματα «αξιοπιστίας» ,«καταλληλότητας», «βελτιστοποίησης» και γενικά ζητημάτων όπου η ανάπτυξη της συλλογιστικής ικανότητας επιτρέπει στο άτομο να οργανώσει καλύτερα τον περίγυρό του και θέματα που το αφορούν άμεσα. Μια τέτοιου τύπου μαθηματική ικανότητα αναγκαία συνδέεται με τη διαμόρφωση ενός νέου τρόπου σκέψης με τον οποίο το άτομο βλέπει τα Μαθηματικά ως μέσο που το βοηθά να προσεγγίζει καταστάσεις σφαιρικά, να μοντελοποιεί καταστάσεις να επεξεργάζεται δεδομένα και να προτείνει λύσεις.

Η θετική τάση του ατόμου και στην προκείμενη περίπτωση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά εκφράζεται σε μελέτες ερευνητών ως «Μαθηματική τάση» ή «Μαθηματική προδιάθεση» (Mathematical disposition, Lerman 2006). Η ανάπτυξη μιας τέτοιας διάθεσης όπου οι μαθητές αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά ως χρήσιμα, κατανοητά και συνδεδεμένα με τις πραγματικές καταστάσεις μέσα από τις οποίες αυτά αναδύονται και λειτουργούν και όχι πλέον ως αλγοριθμικές ουτοπίες, είναι το ζητούμενο στη σημερινή εκπαίδευση.

Για αυτό το λόγο τα τελευταία χρόνια η μαθηματική εκπαίδευση ανά τον κόσμο κάνοντας μια σημαντική στροφή στο τι ακριβώς είναι τα μαθηματικά και ποια ακριβώς μαθηματικά πρέπει να διδάσκονται στα σχολεία έφτασε με τη βοήθεια ερευνών σε συμπεράσματα και διαφορετικούς τρόπους προσέγγισης της μαθηματικής γνώσης. Η έννοια της «δραστηριότητας» σε συνδυασμό με τη διαθεματικότητα, χρησιμοποιήθηκαν για να δώσουν μια άλλη διάσταση στον τρόπο που διδάσκονται τα μαθηματικά. Η δημιουργία μαθηματικών νοημάτων που προκύπτουν από άτυπες διαδικασίες προσανατολισμένες στο περιεχόμενο πραγματικών καταστάσεων και που στη συνέχεια καταλήγουν σε τυπικές μαθηματικές μορφές (Streefland, 1993) αποδίδουν την πορεία που ακολούθησαν κατά την ιστορική τους εξέλιξη. Βασισμένα σ' αυτή την οπτική κινήθηκαν νεώτερα ερευνητικά προγράμματα διδασκαλίας εκπαιδευτικών συστημάτων του εξωτερικού, όπως τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά της Ολλανδίας, τα Standards 2000 της Αμερικής και το Εθνικό Πρόγραμμα Αριθμητισμού της Αγγλίας.

Στην Ελλάδα μέχρι το 2007 που κυκλοφόρησαν τα νέα βιβλία μαθηματικών του Γυμνασίου, ο τρόπος διδασκαλίας ήταν επηρεασμένος από τα λεγόμενα Μοντέρνα Μαθηματικά των Bourbaki, όπου τα περιεχόμενα είχαν ως βάση τη θεωρία των συνόλων και ακολουθούσαν καθαρά στρουκτουραλιστική λογική στη διδασκαλία. Η αναθεώρηση και ο εκ νέου σχεδιασμός των αναλυτικών προγραμμάτων (Α.Π.Σ.) που ξεκίνησε από το 2000 και η διαμόρφωση του διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών (_.Ε.Π.Π.Σ.) θεωρήθηκαν αναγκαία στην κατεύθυνση της προσαρμογής της εκπαίδευσης και διδασκαλίας των μαθηματικών στα νέα κοινωνικά και επιστημονικά δεδομένα.

Μέσα από αυτή την αλλαγή η ευρύτερη έννοια της Μαθηματικής δραστηριότητας στη Σχολική Τάξη ήρθε να αντικαταστήσει τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας των μαθηματικών, με καινοτομίες όπως η εισαγωγή μαθηματικών εννοιών με χρήση Μαθηματικών δράσεων-Έργων (Mathematical Tasks), ακολουθώντας τις κατευθύνσεις άλλων χωρών και ενσωματώνοντας σύγχρονες τάσεις της Διδακτικής των Μαθηματικών. Μέσα σ' αυτό το πλαίσιο οι εκπαιδευτικοί των γυμνασίων επιμορφώθηκαν ως προς το περιεχόμενο των νέων βιβλίων, όχι όμως και ως προς το πνεύμα που τα διέπει. Αποτέλεσμα, οι περισσότεροι να αποφεύγουν την υλοποίηση των «δραστηριοτήτων» που προτείνονται για την εισαγωγή νέων εννοιών και να συνεχίζουν να διατηρούν ένα μοντέλο παραδοσιακής διδασκαλίας ντυμένο ίσως με μια πιο επικοινωνιακή διάθεση προς τους μαθητές.

Η παρούσα διπλωματική έχει σαν σκοπό:

- **Να ερευνήσει τις σύγχρονες θεωρίες μάθησης και τις βασικές αρχές της Διδακτικής των Μαθηματικών**
- **Να εξετάσει την εφαρμογή των βασικών αρχών της Διδακτικής μέσω της** *υπολογιστικής υποστήριξης της διδασκαλίας και της μάθησης.*

- **Να δημιουργήσει εκπαιδευτικό υλικό με χρήση των ΤΠΕ , με λογισμικά ευρύτερα γνωστά** (MS Excel , Geogebra) **στο χώρο της Στατιστικής και των Πιθανοτήτων.**
- **Να εφαρμόσει ένα εναλλακτικό μοντέλο διδασκαλίας μέσω αξιοποίησης των νέων τεχνολογιών και του εκπαιδευτικού υλικού που προτείνεται στην πράξη.**

Με την παρούσα διπλωματική προτείνεται ένας εναλλακτικός τρόπος διδασκαλίας μέσω αξιοποίησης των νέων τεχνολογιών. Οι δραστηριότητες που προτείνω είναι κατασκευασμένες σε περιβάλλοντα φιλικά και ευρύτερα γνωστά (MSExcel , Geogebra). Είναι από το χώρο της Στατιστικής και των Πιθανοτήτων.
Η εργασία εστιάζει στον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί διαχειρίζονται τις «δραστηριότητες» στη σχολική τάξη και πώς αυτή η διαχείριση επιδρά στη μαθηματική εμπλοκή των μαθητών.

ΕΝΟΤΗΤΑ 1Η

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η επιστήμη της Διδακτικής στην Ελλάδα εκπροσωπείται την τελευταία εικοσαετία από ένα από τα λαμπρότερα πνεύματα στο χώρο. Πρόκειται για τον Ηλία Ματσαγγούρα καθηγητή στο ΠΤΔΕ της Αθήνας.

Η ενότητα αυτή προέρχεται από ένα από τα βιβλία του ,

¨Στρατηγικές Διδασκαλίας : Η Κριτική Σκέψη στη Διδακτική Πράξη¨, Αθήνα, Gutenberg, 2002.

1.1 Η ΚΡΙΤΙΚΗ ΣΚΕΨΗ

ΤΑ ΚΙΝΗΜΑΤΑ ΤΟΥ 20ου ΑΙΩΝΑ

Το παραδοσιακό σχολείο είχε τα εξής χαρακτηριστικά:

- *Συγκεντρωτισμό – Αυταρχικότητα*
- *Χρήση ποινών – αμοιβών*
- *Συσσώρευση γνώσεων*
- *Φρονιματιστικό προσανατολισμό*

Σε αντιπαράθεση με αυτό ήρθε το κίνημα της ΝΕΑΣ ΑΓΩΓΗΣ στις αρχές του 20ου αιώνα για να υπάρξει ένα μικρό πισωγύρισμα στα 1970 με το Back to Basics (3R), χωρίς όμως θεωρητικό υπόβαθρο, απλά συντηρητικές θέσεις.
Επειδή το κίνημα είναι ξεκάρφωτο, δημιουργήθηκε επιστημονικά τεκμηριωμένο το κίνημα της Αποτελεσματικής Διδασκαλίας το οποίο υποστηρίζει ότι ο δάσκαλος έχει μεγάλα περιθώρια παρέμβασης ενάντια στην κοινωνική δυναμική που καθορίζει το ποια παιδιά θα προκόψουν και ποια όχι. Κύριος εκφραστής είναι εδώ ο Τριαλιανός, έξω οι Brookover, Martimor κλπ. Βγάζουν και περιοδικό «School of effectiveness and School of improvement».
Από τη ΝΕΑ ΑΓΩΓΗ, προέκυψαν οι εξής δύο θεωρίες:

I. *Ομαδοσυνεργατική διδασκαλία (Vygotsky)*
II. *Κριτική Σκέψη που χωρίζεται σε*
    - *Γενική Παιδεία*
    - *Ειδικά μαθήματα γνωστικών Δεξιοτήτων*

ΤΟ ΚΙΝΗΜΑ ΤΗΣ ΚΡΙΤΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ

Πρωταρχική αποστολή του Σχολείου η ανάπτυξη της κριτικής σκέψης. Τον πρότεινε ο Deweyστις, αρχές του 20ου αιώνα, αλλά παραμερίστηκε με την επικράτηση του μπιχεβιορισμού με αποτέλεσμα να αγνοηθεί η εσωτερική προσπάθεια του μαθητή. Με την επικράτηση της Γνωστικής Ψυχολογίας επανήλθε στο προσκήνιο. Παράλληλα και με την αποτυχία του "back toy basics", αναπτύχθηκε το κίνημα της Κριτικής Σκέψης.

Α. Ιστορική Ανασκόπηση

1. Η Σκέψη ως αντικείμενο Φιλοσοφίας και Ψυχολογίας

Πρώτος ο Πυθαγόρας θεώρησε τον εγκέφαλο έδρα του νου. Αργότερα αναπτύχθηκαν οι *συλλογιστικές μέθοδοι με τις «μαθηματικές αποδείξεις», την «εις άτοπον απαγωγή» κλπ. Οι προηγούμενοι πολιτισμοί δεν είχαν τέτοιες πολυτέλειες (Ασσύριοι, Αιγύπτιοι) Ο Πλάτωνας με την «Διαλεκτική» του προτείνει την Μαιευτική του Σωκράτη. Τέλος ο Αριστοτέλης στο «Όργανον» έθεσε τους νόμους της Λογικής και συνέδεσε το περιεχόμενο της εκπαίδευσης με την νοητική ανάπτυξη. Οι Ρωμαίοι βάδισαν στα ίχνη των Ελλήνων, ενώ στο Βυζάντιο, παρ' όλο που ο Χριστιανισμός αντέταξε τη Βούληση απέναντι στη Λογική, ως πραγματικά πνευματικοί άνθρωποι εθεωρούντο οι μετέχοντες της Ελληνικής Παιδείας. Στον Μεσαίωνα η ίδια κατάσταση ενώ η ¨έκρηξη¨ έγινε με τον Διαφωτισμός, τον Καρτέσιο και τον Βάκωνα.*

Όταν το 1850 αναπτύχθηκε η Ψυχολογία, η Σκέψη έγινε αντικείμενο μελέτης συστηματικής, ενώ σήμερα η Ψυχολογία ασχολείται με τον τρόπου που ασκούνται οι γνωστικές λειτουργίες για την επιτέλεση σκόπιμων δραστηριοτήτων, ενώ η Φιλοσοφία με την ορθότητα της σκέψης καθώς και με τις κοινωνικο-συναισθηματικές συνθήκες που την επηρεάζουν. Φιλοσοφία και Ψυχολογία επιδρούν άμεσα στην Παιδαγωγική.

2. Η Σκέψη στη Διδακτική

Αντιμετωπίζεται από τρεις σκοπιές:

***α. Ειδολογική**: Ο νους δεν είναι ενιαίος, αλλά πολυσύνθετος με τομείς όπως η βούληση, η λογική, η αντίληψη κλπ. Θέτει ως στόχο της εκπαίδευσης την κατάλληλη επιλογή μαθημάτων για την ανάπτυξη του κάθε τομέα. Το περιεχόμενο λοιπόν της διδασκαλίας είναι το μέσον και όχι ο σκοπός. Εκφραστές ο Βολταίρος, και Θεολόγοι αλλά και η δική μας Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.*

***β. Αναπτυξιακή**: Εξέλιξη του προηγούμενου μοντέλου από τον Κομένιο, Ρουσσώ και Πεσταλότζι. Έχει δύο συστατικά ρεύματα που επηρεάζουν αντίστοιχους τομείς:*
*Το **Νατουραλιστικό** που υποστηρίζει ότι η ανάπτυξη βασίζεται σε φυσικούς νόμους και το **Ρεαλιστικό** που υποστηρίζει ότι οι εμπειρίες διαμορφώνουν το άτομο. Το πρώτο ρεύμα καθορίζει τη μέθοδο και το δεύτερο το Αναλυτικό πρόγραμμα. Οι βασικές θέσεις του αναπτυξιακού μοντέλου είναι:*

1. *Σημασία στη διδασκαλία με βάση το αναπτυξιακό στάδιο*
2. *Σημασία στην εμπειρία και γι' αυτό εισάγονται η Φυσική και η Χειροτεχνία*
3. *Απαίτηση αρμονίας μεταξύ συναισθημάτων και νόησης*
4. *Ανάγκη μαθητοκεντρικής διδασκαλίας*
5. *Δυνατότητα αντισταθμιστικής παρέμβασης του σχολείου στην κοινωνία*

***γ. Του Διδακτικού Υλισμού**: Βασίζεται στους σοφιστές που αντίθετα από τον Σωκράτη υποστήριζαν τη διδασκαλία χρήσιμων πραγμάτων. Όπως είπε και ο Lock ο νους είναι tabula* *rasakai δεν είναι τίποτε άλλο παρά αντιληπτικά στοιχεία που λειτουργούν ως «προσληπτική μάζα» Η αλληλεπίδραση των εμπειριών μέσα από συνειρμικές συνδέσεις οδηγεί στη νέα μάθηση. Σημασία εδώ έχει μόνο το περιεχόμενο της νέας γνώσης και όχι ο τρόπος μετάδοσής του.*

Αυτές οι τρεις θέσεις έρχονται και επανέρχονται και οριοθετούν τον τρόπο δόμησης της διδασκαλίας της κριτικής σκέψης

Β. Σχολές και τάσεις στην Κριτική Σκέψη

Με βάση τις 3 παραπάνω θεωρητικές κατευθύνσεις έχουν αναπτυχθεί και τρία αντίστοιχα είδη προγραμμάτων γνωστικών στρατηγικών.

***α. Τα προγράμματα Γενικής Παιδείας** (content approach) με βάση τον ειδολογικό διδακτισμό. Βασίζονται στην κλασσική παιδεία. Αναπτύσσουν την κριτική σκέψη **μέσα** από τα καθιερωμένα μαθήματα. Πρωταρχική αποστολή του σχολείου η νοητική ανάπτυξη. Η σύγχρονη τάση υποστηρίζει ότι η κριτική σκέψη δεν γενικευμένη δεξιότητα, αλλά έχει πάντα συγκεκριμένο αντικείμενο, όπως π.χ. τα μαθηματικά. Στα μαθήματα πρέπει να διδάσκεται και το ποιο είδος σκέψεις οδηγεί στα συγκεκριμένα πολιτισμικά επιτεύγματα. Δίνεται έμφαση στην ολιστική προσέγγιση και τις Κ.Ι.*

***β. Προγράμματα Άμεσης Διδασκαλίας (skills approach)** Για να αναπτυχθεί η κριτική σκέψη, πράγμα που δεν γινόταν με την κλασσική προσέγγιση, αναζητήθηκαν νέοι τρόποι διδασκαλίας της με βάση τις εξής παραδοχές:*

1. *Η νόηση είναι σύνθετη λειτουργία που αναπτύσσεται σε επιμέρους λειτουργίες*
2. *Οι διαδικασίες νόησης διαφέρουν από το περιεχόμενό της*
3. *Οι διαδικασίες νόησης είναι διδάξιμες*

*Για το λόγο αυτό προτείνεται <u>ειδικό μάθημα</u> εξάσκησης των γνωστικών λειτουργιών. Στη μεθοδολογία υπάρχουν δύο ρεύματα: Το **ψυχολογικό** που υποστηρίζει ότι η κριτική σκέψη είναι η ικανότητα του ατόμου να αντιλαμβάνεται προβληματικές καταστάσεις και να τις επιλύει και το **φιλοσοφικό** που επιχειρεί να διδάξει διαδικασίες ανάλυσης των επιχειρημάτων με τη διαλεκτική μορφή και όχι με την εμπειρία, όπως η ψυχολογική τάση.*

***γ. Προγράμματα Γνωστικών Στρατηγικών** (Fusion approach) τα οποία αποδέχονται την ανάγκη άμεσης διδασκαλίας της σκέψης, όχι όμως σε ειδικά δομημένα γι' αυτό το λόγο μαθήματα. Έτσι επινοήθηκαν Αναλυτικά Προγράμματα που ενισχύουν τη λύση προβλημάτων, τους λογικούς συλλογισμούς κλπ, χωρίς όμως να αναθεωρείται η «θεωρητική» διδασκαλία* *των αντικειμένων. Η τάση αυτή λέει ότι το δίλημμα «περιεχόμενο ή διαδικασία» είναι ψευδές. Τα μικτά προγράμματα είναι καλύτερα γιατί:*

1. *Δεν παίρνουν ώρες από το πρόγραμμα*
2. *Δεν διδάσκουν ανενεργές δεξιότητες*
3. *Δεν δίνουν απλές πληροφορίες*

Υπάρχουν συνδυαστικά προγράμματα που διδάσκουν συγκεκριμένους τρόπους σκέψης που έχουν ευρύτερη εφαρμογή σε όλα τα μαθήματα και άλλα που εξειδικεύονται στο πώς πρέπει να εργάζεται ο μαθητής σε κάθε μάθημα ξεχωριστά.

Γ. Γιατί επιβλήθηκε η Κριτική Σκέψη

α. Λόγοι εκπαιδευτικής ιδεολογίας

1. *Ανάπτυξη αυτόνομης προσωπικότητας*
2. *Απόκτηση έγκυρης γνώσης*
3. *Προετοιμασία για τη ζωή. (Επειδή ο κόσμος αλλάζει ραγδαία, πρέπει να μάθουν να σκέφτονται για να τον αντιμετωπίσουν. Οι γνώσεις αυξάνονται ραγδαία και από τη βαριά βιομηχανία περνάμε στην παροχή υπηρεσιών)*

β. Μαθησιακοί λόγοι

1. *Η εποικοδόμηση της γνώσης. Η κριτική Σκέψη είναι απαραίτητη για να οικοδομηθεί η νέα γνώση στην προϋπάρχουσα αλλά και να καταπολεμηθεί η απάθεια και η πλήξη. Ακόμα και στα μικρά παιδιά πρέπει να διδάσκονται οι μεταγνωστικές τεχνικές.*
2. *Σεβασμός στον Μαθητή. Δημοκρατική Εκπαίδευση*

γ. Κοινωνικοί λόγοι

1. *Εκδημοκρατισμός του πολίτη: Με την αποστασιοποίηση από προσωπικές πεποιθήσεις, αναγνώριση εναλλακτικών τρόπων σκέψης, αναθεώρηση υπάρχουσας νοοτροπίας, αντίσταση σε εξωτερικές πιέσεις, ψυχική ισορροπία, ανάπτυξη υπευθυνότητας απέναντι στους άλλους*
2. *Ενίσχυση του χαρακτήρα της εκπαίδευσης ως προς τα τι θα «διατηρηθεί» και το τι «θα αλλάξει» στην κοινωνία.*

Δ. Γενικές Παραδοχές

I. *Εκτός από τη νευροφυσιολογική υποδομή, το σχολείο έχει τη δυνατότητα να επηρεάσει τη γνωστική υποδομή και τις γνώσεις*

II. *Οι γνωστικές δεξιότητες είναι διδάξιμες*

III. *Η ποιότητα της σκέψης καθορίζεται και από τις έξεις και τις γνωστικές τάσεις.*

IV. *Η εικόνα της πραγματικότητας δεν είναι καθολική αλλά διαφέρει από άτομο σε άτομο.*

V. *Δυνατότητα κριτικής σκέψεις έχουν και τα παιδιά*

VI. *Η μάθηση γίνεται εποικοδομητικά και με βάση τις νέες θεωρίες μάθησης*

VII. *Δεν απαιτείται αλλαγή των Αναλυτικών Προγραμμάτων αλλά απλή ανασυγκρότησή τους και προσθήκη ειδικών ασκήσεων.*

1.2 Η ΚΡΙΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ - ΕΝΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόγραμμα ανήκει στην ομάδα των συνδυαστικών (fusion) και όχι των γνωστικών (cognitive) ή των προγραμμάτων που διδάσκουν απ' ευθείας νοητικές στρατηγικές (thinking skills approach)

II. ΤΙ ΕΙΝΑΙ Η ΚΡΙΤΙΚΗ ΣΚΕΨΗ

- **Η ΝΟΗΣΗ:** Ο νους είναι πολυσύνθετος και αποτελείται από τη μνήμη τη σκέψη, την αντίληψη, την παράσταση και τη φαντασία.

- **Η ΜΝΗΜΗ** έχει μελετηθεί από την ψυχολογία και είναι αισθητηριακή, αντιληπτική, βραχυπρόθεσμη, μακροπρόθεσμη.

Η κριτική σκέψη είναι βασική επιδίωξη της διδασκαλίας. Ως Κριτική Σκέψη εννοούμε τη νοητικο-συναισθηματική λειτουργία που ενεργοποιεί τις γνωστικές δεξιότητες και τις μεταγνωστικές στρατηγικές για την επεξεργασία δεδομένων, και είναι απαλλαγμένη από προκαταλήψεις και προσωπικές πεποιθήσεις.

III. ΤΑ ΔΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΚΡΙΤΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ

Υπάρχουν 3 είδη λογικών συλλογισμών που εφαρμόζει ο άνθρωπος για την επεξεργασία των στοιχείων και αποτελούν τη βάση της ανθρώπινης ευφυΐας.

<u>1. Ο Επαγωγικός Συλλογισμός (inductio)</u>. Όταν από το μερικό εξάγουμε συμπεράσματα για το όλον. Απαιτεί ανάλυση, αφαίρεση, σύγκριση και γενίκευση. Στην παιδαγωγική είναι πολύ χρήσιμος γιατί

- συμβάλει στη συσχέτιση με την παλιότερη γνώση
- διευκολύνει τη συσχέτιση γνώσεων από διάφορα πεδία
- συνδέει τη βιωματική με την επιστημονική γνώση

<u>2. Ο Απαγωγικός ή παραγωγικός Συλλογισμός (diductio)</u> Όταν από τη γενική γνώση εξάγουμε συμπέρασμα για το μερικό. Θεωρήθηκε αντιεπιστημονικός τρόπος, εντούτοις έχει παιδαγωγική αξία, παρ' ότι ενισχύει την στείρα απομνημόνευση. Η ερώτηση τι θα συνέβαινε

αν έπαυε να ισχύει ο νόμος της βαρύτητας αναπτύσσει την κριτική σκέψη.

3. Ο Αναλογικός Συλλογισμός Είναι μια ατελής Επαγωγή. Από το μερικό καταλήγουμε στο μερικό. Είναι πολύ χρήσιμο στην καθημερινή ζωή, γιατί με περιορισμένες εμπειρίες επιτρέπει την εξαγωγή συμπερασμάτων. Είναι ο βασικότερος τρόπος συλλογισμού στο σχολείο που ο δάσκαλος μπορεί να χρησιμοποιήσει με δύο τρόπους:

- Να καλέσει το μαθητή να χρησιμοποιήσει την υπάρχουσα γνώση
- Να προσφέρει γνώση και να καλέσει τον μαθητή να γενικεύσει.

Ο αναλογικός συλλογισμός συνδέει την κριτική με τη δημιουργική σκέψη.

Επίσης δομικά στοιχεία της Κριτικής σκέψης είναι οι 22 γνωστικές δεξιότητες (Παρατήρηση, Αναγνώριση, Ανάκληση, Ανάλυση, Διάκριση Σχέσεων, Μοτίβων και Γεγονότων, Σύγκριση, Κατηγοριοποίηση, Διάταξη, Ιεράρχηση, Επεξήγηση, Πρόβλεψη, Επαλήθευση, Περίληψη, Αξιολόγηση κλπ.) καθώς και η Μεταγνωστικές Ικανότητες που απαρτίζονται από: α) Γνώση, β) Δεξιότητες και γ) Στάσεις. Η Μεταγνώση έχει 2 κατηγορίες: Τις αυτόματες και απλές (π.χ. αυτοδιόρθωση) και τις πολύπλοκες για τις οποίες χρειαζόμαστε εκπαίδευση (π.χ. Επίλυση Προβλημάτων)

IV. ΠΩΣ ΑΝΑΠΤΥΣΣΕΤΑΙ Η ΚΡΙΤΙΚΗ ΣΚΕΨΗ

Α. ΨΥΧΟΚΟΙΝΩΝΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ VYGOTSKY

Ο Vygotsky υποστηρίζει ότι η σκέψη και οι ιδέες είναι δημιούργημα της συλλογικής δράσης και συνείδησης. Η ενσωμάτωση των γνωστικών προϊόντων γίνεται με βάση τα ατομικά χαρακτηριστικά. Δεύτερος βασικός άξονας είναι η λεγόμενη «Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης» Αυτή η ζώνη είναι το «όριο» της γνώσης που μπορεί να κατακτήσει ο μαθητής, και καθορίζεται από το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται ο ίδιος και το επίπεδο στο οποίο μπορεί να φτάσει καθοδηγούμενος από το δάσκαλο. Όταν το κατακτήσει θα έχει καλύψει τη «ζώνη» και θα προχωρήσει παραπέρα. Η θεωρία του Vygotsky θεωρεί το δάσκαλο «διαμεσολαβητή» και του δίνει σημαντική αξία, ενώ παράλληλα (και αντίθετα από τον Piaget) πιστεύει ότι η μάθηση είναι προϋπόθεση για την ανάπτυξη.

Β. Η ΓΝΩΣΙΟΑΝΑΠΤΥΞΙΑΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ PIAGET

Κύρια θέση είναι ότι η γνώση κατακτάται με τις εσωτερικές γνωστικές συγκρούσεις που προέρχονται από τη χρήση φυσικών αντικειμένων. Ο εκπαιδευτικός μπορεί μόνο να δημιουργήσει τις «συγκρουσιακές συνθήκες». Η εποικοδομητική αυτή θεωρία πρεσβεύει ότι η μάθηση συντελείται όταν ο μαθητής συσχετίζει τα νέα στοιχεία με τα ήδη υπάρχοντα γνωστικά σχήματα. Ο δάσκαλος είναι απλός διευκολυντής και παίζει ελάσσονα ρόλο. Ενσωματώνει τη θεωρία του Vygotsky υποστηρίζοντας ότι το κοινωνικό περιβάλλον δημιουργεί συγκρούσεις που έχουν ως αποτέλεσμα την αναδιαμόρφωση των γνωστικών σχημάτων.

Οι νεώτερες θεωρίες συνδυάζουν τις δύο θέσεις, αναγνωρίζοντας την αλληλεπίδραση μεταξύ των ανθρώπων αλλά και την αξία της «γνωστικής σύγκρουσης».

Ο Ματσαγγούρας κλίνει περισσότερο προς τον Vygotsky αν και υιοθετεί τις συνδυαστικές θεωρίες, διότι εκείνος αξιοποιεί το δάσκαλο και τις ερωτήσεις του στην διεξαγωγή των στρατηγικών διδασκαλίας. Εν τούτοις προτείνει έννοιες, γενικεύσεις και σχήματα, διότι αναγνωρίζει την εποικοδομητική διάσταση της μάθησης.

1.3 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ

Η Διδακτική, όπως και όλες οι υπόλοιπες επιστήμες, χρησιμοποιεί εξειδικευμένες έννοες για να προσεγγίσει και να οργανώσει το αντικείμενο της. Μεταξύ των σπουδαιότερων εννοιών της Διδακτικής είναι οι σχετικά πρόσφατες έννοιες «μοντέλο» και «στρατηγική διδασκαλίας» και οι παραδοσιακές έννοιες «πορεία», «μέθοδος» και «μορφή». Τα «μοντέλα» χρησιμοποιούνται άλλοτε για να αποδώσουν παραστατικά τις διδακτικο-μαθησιακές δραστηριότητες της ωριαίας διδασκαλίας και άλλοτε με ευρύτερο περιεχόμενο, για να αποδώσουν τη συνολική οργάνωση και λειτουργία του εκπαιδευτικού συστήματος.

Η «στρατηγική διδασκαλίας», που είναι κεντρική έννοια στην εργασία, αναφέρεται, όπως και το μοντέλο στενού περιεχομένου, στην οργανωμένη με σαφείς αρχές συνακολουθία των διδακτικο-μαθησιακών δραστηριοτήτων, που προσφέρονται για την υλοποίηση συγκεκριμένων διδακτικών στόχων.

Η «πορεία διδασκαλίας», από τις βασικότερες έννοιες της παραδοσιακής Διδακτικής, αναφέρεται στην οργάνωση των επιμέρους διδακτικο-μαθησιακών δραστηριοτήτων σε φάσεις ή βήματα, καθένα από τα οποία επιτελεί συγκεκριμένη διδακτική λειτουργία, και γι' αυτό οργανώνονται με λογική σειρά και ακολουθία.

Ο αριθμός, το είδος και η σειρά των φάσεων μιας διδασκαλίας είναι λίγο-πολύ κοινά σε όλες τις στρατηγικές, διότι καθορίζονται από γενικής ισχύος παράγοντες, όπως είναι η φυσική πορεία μάθησης, η ψυχολογία και η διδακτική έρευνα.

Διαφέρει όμως από στρατηγική σε στρατηγική το περιεχόμενο κάθε φάσης, διότι εξαρτάται από τη φύση του διδακτικού αντικειμένου, τους διδακτικούς στόχους και τις αρχές κάθε στρατηγικής.

Η «μέθοδος» αναφέρεται άλλοτε μεν στον τρόπο επεξεργασίας και συσχέτισης των δεδομένων, οπότε αναφερόμαστε σε μέθοδο επεξεργασίας, και άλλοτε καθιερωμένα και συγκροτημένα συστήματα διδακτικής προσέγγισης, οπότε αναφερόμαστε σε μέθοδο διδασκαλίας.

Η «μορφή» διδασκαλίας αναφέρεται στον τρόπο παρουσίασης του μαθήματος, ο οποίος καθορίζει τις σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ των παραγόντων του διδακτικού τριγώνου. Βασικά είδη αποτελούν η μονολογική, η διαλογική, η διαλεκτική και η επιδεικτική μορφή διδασκαλίας.

Τέλος, «η κοινωνική μορφή» διδασκαλίας αναφέρεται στον τρόπο οργάνωσης του μαθητικού δυναμικού και συσχέτισης των ατομικών επιδιώξεων των μαθητών της τάξης. Βασικές μορφές κοινωνικής οργάνωσης είναι η ανταγωνιστική, η συνεργατική και η ατομική.

Στις στρατηγικές διακρίνουμε την **πορεία**, τη **μέθοδο** ή τις μεθόδους επεξεργασίας, τη **μορφή παρουσίασης** του διδακτικού αντικειμένου και τη **μορφή κοινωνικής οργάνωσης**. Το είδος των αρχών κάθε στρατηγικής ορίζει ποια μέθοδος και ποια μορφή προσφέρονται για τις επιδιώξεις της και ποιες αποκλείονται εξ ορισμού. Γι' αυτό θεωρούμε την έννοια της στρατηγικής *ευρύτερη* από τις λοιπές έννοιες - εκτός βέβαια από την έννοια του μοντέλου, που στην ευρύτερη σημασία του ξεπερνά το εννοιολογικό εύρος της στρατηγικής.

1.4 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΡΙΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Ι. ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Α. ΕΝΝΟΙΑ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΑΙΟΤΗΤΑ

Προγραμματισμός είναι οι προδιδακτικές δραστηριότητες του εκπαιδευτικού που έχουν στόχο την πραγματοποίηση των επιδιώξεων της εκπαίδευσης με οικονομία χρόνου και προσπάθειας. Είναι σημαντικός και δύσκολος διότι απαιτεί τρεις λειτουργίες: Την επιλογή των στόχων του αναλυτικού προγράμματος, την προθεώρηση (visualization) , της διδασκαλίας και την διοργάνωση ρόλων των μαθητών. Αυτό κάνει τον δάσκαλο επιστήμονα. Στη δεκαετία του 50-60 ο προγραμματισμός είχε: 1) στόχους, 2) μέσα, 3) διεξαγωγή, 4) αξιολόγηση. Μόλις επικράτησε η Γνωστική Ψυχολογία, δόθηκε έμφαση στις ανάγκες των μαθητών. Σήμερα υπάρχει η «οικολογική αντίληψη» με την οποία γίνεται προσπάθεια να συνδυαστεί το περιεχόμενο (context) και η αλληλεπίδρασή του με τους μαθητές και το δάσκαλο.

Β. ΕΠΙΠΕΔΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

1. Μακροπρόθεσμος προγραμματισμός
2. Μεσοπρόθεσμος προγραμματισμός
3. Εβδομαδιαίος προγραμματισμός
4. Ωριαίος προγραμματισμός

Ο Προγραμματισμός είναι επιστημονική πράξη, δίνει το περιθώριο να εφαρμοστούν οι στόχοι του Α.Π. αλλά και να υπερκερασθεί αυτό αν κριθεί απαραίτητο. Είναι απαραίτητος διότι:

1. Δημιουργεί αίσθηση ασφάλειας
2. Προβλέπει προβλήματα
3. Προετοιμάζει το υλικό
4. Εξοικονομεί χρόνο και πνευματική ενέργεια
5. Παρέχει αυτοέλεγχο και σωστή αξιολόγηση
6. Αποκαλύπτει την αξία του διδακτέου κειμένου

Ο Προγραμματισμός είναι δυσκολότερος από την Διδασκαλία!

II. ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΣΤΟΧΟΘΕΣΙΑ

Α. ΑΠΟ ΤΑ ΙΔΕΩΔΗ ΣΤΟΥΣ ΣΤΟΧΟΥΣ

Οι επιδιώξεις της εκπαίδευσης καθορίζονται:

- από την κρατούσα αντίληψη
- από τις ανάγκες της κοινωνίας
- από τις ανάγκες του αναπτυσσόμενου ανθρώπου

Οι επιδιώξεις μετεξελίσσονται σε ιδεώδη που διαφέρουν από εποχή σε εποχή. Υπάρχουν «ατομικά» ιδεώδη που προτάσσουν την ανάπτυξη του ατόμου και «κοινωνικά» που δίνουν έμφαση στις κοινωνικές αξίες και δεξιότητες. Το σύνταγμα είναι ασαφές όταν λέει «ελεύθερος και υπεύθυνος πολίτης», αφού μπορεί να εννοεί και τον νομοταγή και τον ριζοσπάστη. Πάντως οι νόμοι για την Παιδεία δίνουν το στίγμα της εξέλιξης των κρατών.

Ως εκπαιδευτική σκοποθεσία είναι το είδος της γνώσης, των δεξιοτήτων και των στάσεων που η πολιτεία επιθυμεί να κατακτήσουν οι μαθητές. Όταν υπάρχουν συγκρούσεις μεταξύ σκοποθεσίας και κοινωνικών αναγκών μιλάμε για κρίση στην εκπαίδευση.

Β΄ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ

Τα Αναλυτικά Προγράμματα είναι είτε **ανοιχτά** όπου ο δάσκαλος μπορεί να έχει κριτικό πνεύμα και μεγάλα περιθώρια παρέμβασης και **κλειστά (teacher proof)** όπου έχει ελάχιστα περιθώρια. Το δικό μας, με το «βιβλίο του καθηγητή» τείνει να είναι κλειστό. Επειδή οι προβλέψεις των Α.Π. είναι συχνά «αξιακές» είναι δύσκολο για τη Διδακτική να τις υποβάλλει σε επιστημονικό έλεγχο. Εν τούτοις δίνει τα εφόδια να κριθεί αν αυτές συνάδουν με τα δημοκρατικά ιδεώδη της πλουραλιστικής κοινωνίας.

III ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗΣ ΣΚΟΠΩΝ ΚΑΙ ΣΤΟΧΩΝ

Α. ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΩΝ ΣΤΟΧΩΝ

1960-1970. Προβλέπει ορθολογική οργάνωση που να αναφέρεται σε μετρήσιμες συμπεριφορές με αξιολογούμενα αποτελέσματα. Αντικαθιστά τα ρήματα «μαθαίνω», «συνειδητοποιώ» κλπ με ρήματα συγκεκριμένων πράξεων: «περιγράφω», «κατονομάζω» κλπ.

Είναι καλό μοντέλο για διατύπωση των απαιτούμενων δεξιοτήτων όχι όμως και για όλους τους στόχους της εκπαίδευσης. Εξ άλλου η διδασκαλία είναι ένα είδος τέχνης που συντελείτε υπό απρόβλεπτες συνθήκες

Β. ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΩΝ ΣΤΟΧΩΝ

Αντιτίθεται στο προηγούμενο αλλά δεν είναι πολύ αποτελεσματικό. Καθώς λέει απλά «να μάθουν οι μαθητές για τους μοχλούς» και δεν καθορίζει μεθόδους συνθήκες, βαθμό γνώσης. Με τη γενικότητα της διατύπωσης ο εκπαιδευτικός δεν βοηθιέται να επιλέξει και να οργανώσει το περιεχόμενο αλλά και τη διαδικασία της διδασκαλίας.

Γ. ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΤΟΧΩΝ

Συνδυάζει τα προηγούμενα: Λέει «οι μαθητές να μάθουν, να κατανοήσουν, να κατακτήσουν» και στη συνέχεια καθορίζει αναλυτικά τους επιμέρους διδακτικούς στόχους.

Αυτό είναι το καλύτερο διότι απαντά στο ερώτημα» κλειστό ή ανοιχτό πρόγραμμα» δίνει τους γενικούς στόχους αλλά παράλληλα αφήνει την πρωτοβουλία στον εκπαιδευτικό. Εξασφαλίζοντας, α) την εμπλοκή του, β) την μέθοδο αξιολόγησης και γ) την δυνατότητα προσαρμογής του Α.Π.

Δ. ΔΙΑΔΙΚΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Δεν διατυπώνει καθόλου στόχους, αλλά αφήνει τον μαθητή να επιλέξει το τι θα μάθει αλλά και στο δάσκαλο να κρίνει με βάση το επίπεδο της τάξης.

IV ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΓΕΝΙΚΩΝ ΣΚΟΠΩΝ ΣΕ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥΣ

Για να γίνει ο μετασχηματισμός προκύπτουν τα εξής προβλήματα

- Με ποια κριτήρια καθορίζονται οι στόχοι
- Αν είναι δυνατό, εφόσον είναι και αλληλοσυγκρουόμενα να μετασχηματιστούν σε συγκροτημένο σύστημα σκοπών
- Πώς μπορούν να πραγματοποιηθούν.

Αν συμμετείχαν οι εκπαιδευτικοί στη δημιουργία των Α.Π. το πρόβλημα θα είχε αμβλυνθεί.

V ΤΑΞΙΝΟΜΙΕΣ ΔΙΔΑΚΙΚΩΝ ΣΤΟΧΩΝ

Στοχοταξινομίες είναι ιεραρχικά συστήματα των προϊόντων και των διαδικασιών της μάθησης

Α. Στοχοταξινομία του Bloom (ΓΚΕΑΣΑ)

Έκανε δύο: την γνωστική και τη συναισθηματική. Η πρώτη είχε μεγάλη απήχηση και αποτελείται από 6 ιεραρχικά δομημένα επίπεδα με ανιούσα τάξη σπουδαιότητας. Τα επίπεδα αυτά είναι:

1. **Γ**νώση, η κατώτερη μορφή μάθησης
2. **Κ**ατανόηση (συνόψιση, μετάφραση, ερμηνεία)
3. **Ε**φαρμογή σε διαφορετικό πλαίσιο
4. **Α**νάλυση στοιχείων, σχέσεων αρχών
5. **Σ**ύνθεση. (Έκθεση, παραγωγή σχεδίου – λόγου)
6. **Α**ξιολόγηση με εξωτερικά ή εσωτερικά κριτήρια

Bloom's Taxonomy of learning. Adapted from: Bloom, B.S. (Ed.) (1956)

Κατηγορήθηκε ότι είναι πολύ αυστηρή αλλά έδωσε στους εκπαιδευτικούς να καταλάβουν την αξία των στόχων στη διδασκαλία.

Β. Στοχοταξινομία του Gagne

Είναι συνδυασμός γνωστικών, συναισθηματικών και ψυχοκινητικών στόχων. Τα επίπεδά της είναι 5:

1. Γλωσσικές πληροφορίες
2. Νοητικές δεξιότητες (ερεθίσματα, έννοιες, κατάταξη, κανόνες, λύση προβλημάτων
3. Γνωστικές στρατηγικές
4. Ψυχικές στάσεις απέναντι σε αρχές και σχέσεις
5. Ψυχοκινητικές δεξιότητες

Γ. Harmin, Simon

1. Επίπεδο πληροφοριών (facts)
2. Επίπεδο εννοιών (concepts)
3. Επίπεδο γενικεύσεων (generalizations)
4. Επίπεδο αξιών (values)

Δ. Στοχοταξινομία της Κριτικής Σκέψης

Οι στοχοταξινομίες βοηθούν και στη σύνταξη των Α.Π. αλλά και στον ωριαίο προγραμματισμό. Από τον εκπαιδευτικό εξαρτάται αν θα παρέχει μόνο γνώση ή και κριτική σκέψη. Στη στοχοταξινομία της κριτικής σκέψης δεν προέχει η γνωστική κατάρτιση αλλά ο μετασχηματισμός του μαθητή σε σκεπτόμενο άτομο. Το σύστημα της στοχοταξινομίας έχει ως εξής:

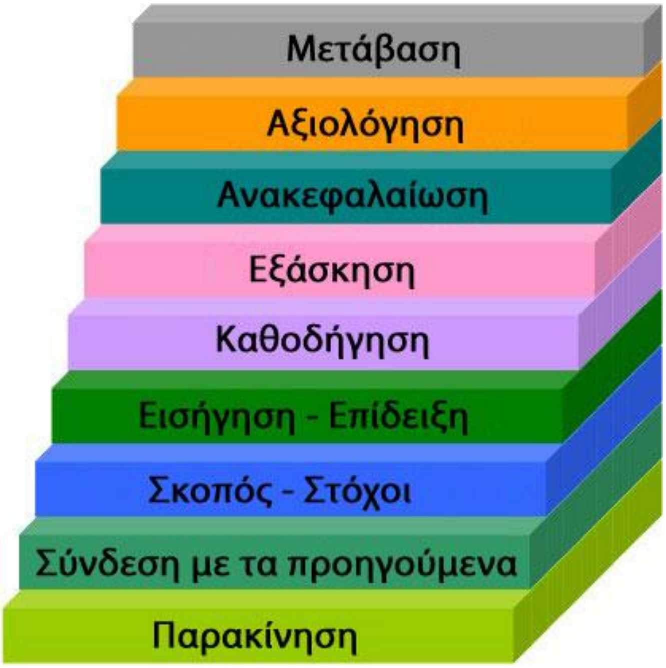
1. Σχηματισμός εννοιών
2. Κρίσεις
3. Απόκτηση δηλωτικής γνώσης
4. Σχηματοποίηση διαδικαστικής γνώσης
5. Σχηματοποίηση παραγωγικής γνώσης
6. Κοινωνικοπολιτικές στάσεις
7. Μεταγνωστικές στρατηγικές

Αυτοί οι στόχοι πρέπει να μετουσιωθούν με την ενίσχυση του δασκάλου και των κατάλληλων συνθηκών σε 10 ρόλους ζωής. Βασικό τους χαρακτηριστικό είναι η αυτονομία στη σκέψη και η ελεύθερη επιλογή στη δράση. Σύμφωνα με τον Spady οι ρόλοι αυτοί δεν προέρχονται από την κοινωνική αλληλεπίδραση, αντίθετα είναι προϋποθέσεις για τη σωστή κοινωνική ένταξη, κι έτσι πρέπει να είναι στην κορυφή των επιδιώξεων της εκπαίδευσης. Οι ρόλοι αυτοί είναι:

1. Εφαρμογής και δράσης
2. Συνειδητοποίησης και επίλυσης προβλήματος
3. Προγραμματισμού και οργάνωσης

4. Δημιουργίας και πρωτοτυπίας
5. Μάθησης και σκέψης
6. Πομπού και δέκτη
7. Διδασκαλίας και καθοδήγησης
8. Ενίσχυσης και βελτίωσης της ζωής των άλλων
9. Συμμετοχής και συνεργασίας
10. Πρωτοπορίας και συμμετοχής στα κοινά

Στη στοχοταξινομία αυτή, στόχοι, μέθοδος και περιεχόμενο έχουν την ίδια αξία και εναλλάσσονται. Στη σύνταξη των Α.Π. πρέπει να προέχουν οι στόχοι. Στον προγραμματισμό της ωριαίας διδασκαλίας το περιεχόμενο. Η δε μέθοδος παραμένει στη διακριτική ευχέρεια του δασκάλου για το πώς π.χ. θα διδάξει υπερκείμενες και υποκείμενες έννοιες κλπ.



Πηγή: Ζωντανή Μάθηση | blog.edu.gr

VI ΕΠΙΠΕΔΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Α. ΜΑΚΡΟΠΡΟΘΕΣΜΟΣ

Γίνεται από ους υπεύθυνους σύνταξης των Α.Π. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να συμμετέχουν συνδικαλιστικά. Πρώτη επαφή στην αρχή της χρονιάς. Τότε ο εκπαιδευτικός κάνει και το πρώτο «φιλτράρισμα» με βάση τις προσωπικές του πεποιθήσεις. Εδώ υπάγεται η δημιουργία κανόνων εργασίας της τάξης. Εδώ πρέπει να ορισθούν υψηλές προσδοκίες για το επίπεδο των μαθητών. Για το λόγο αυτό είναι απαραίτητη η επιστημονική γνώση μεθόδων αξιολόγησης.

Β. ΜΕΣΟΠΡΟΘΕΣΜΟΣ

Γίνεται ανά δίμηνο ή τρίμηνο με σκοπό

α) τον χρονικό επαναπροσδιορισμό
β) την επανεκτίμηση επιδιώξεων
γ) τη συστηματικότερη εξοικείωση με τα μαθήματα

Αναδεικνύει τις σχέσεις και τις έννοιες που θα αποτελέσουν τον βασικό άξονα οργάνωσης για τη διδασκαλία μιας ενότητας

Γ. ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΟΣ

Στοχεύει στην αξιοποίηση του ωρολογίου προγράμματος και την αποφυγή παλινδρομήσεων.

Δ. ΩΡΙΑΙΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Είναι το τελευταίο επίπεδο μετασχηματισμού του Α.Π. σε διαδικασίες καθημερινής σχολικής εργασίας. Αυτός αποκαλύπτει την προσωπική θεωρία διδασκαλίας του Εκπαιδευτικού. Αναφέρεται στις προϋποθέσεις, το περιεχόμενο, τις δραστηριότητες και τα υλικά της διδασκαλίας. Λίγο πολύ όλοι το χρησιμοποιούν αλλά ποτέ δεν ακολουθείται 100% διότι εντάσσονται και οι αντιδράσεις των μαθητών που το μεταβάλλουν έτσι ώστε να επέλθει η **«αμοιβαία κατανόηση»,** η έλλειψη της οποίας είναι αποτέλεσμα της απουσίας κοινής γνώσης και παρόμοιας ερμηνείας των καταστάσεων τόσο εκ μέρους του εκπαιδευτικού όσο και των μαθητών.

VII ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΩΡΙΑΙΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Ο ωριαίος προγραμματισμός έχει 4 φάσεις:

1η: Προβληματική της διδασκαλίας
2η: Προετοιμασία Διδακτικού Αντικειμένου
4η: Αξιολόγηση
5η: Οργανωτικές δραστηριότητες

Συνεκτικός παράγων όλων είναι ο χρόνος που πρέπει να χρησιμοποιείται ορθολογιστικά.

VIII ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΚΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Κατά την κατασκευή του ωριαίου προγραμματισμού ο εκπαιδευτικός προχωρεί σε σαφή προβληματική που αναφέρεται στα εξής:

- εκφράζει συγκεκριμένη αντίληψη για τον απώτερο σκοπό του Αναλυτικού Προγράμματος
- καθορίζει τη σκοποθεσία της συγκεκριμένης διδασκαλίας
- αναζητεί τις προϋποθέσεις γι’ αυτήν
- αναλύει τις επιπτώσεις της

Α. ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ Α.Π.

Η αντίληψη για τη χρησιμότητα μιας διδακτικής ενότητας επηρεάζει σημαντικά τον τρόπο διδασκαλίας της. Υπάρχουν 7 είδη στάσεων απέναντι στο Α.Π.

1. **Πρακτική Θεώρηση:** Επιλέγονται τα μαθήματα που έχουν χρησιμότητα και παραδοσιακή αξία
2. **Ακαδημαϊκή**: Δίνεται έμφαση στο περιεχόμενο και όχι στη διδασκαλία, με χρήση μονολόγου και ερωταποκρίσεων
3. **Γνωστική**: Έμφαση στην κατάκτηση γνωστικών δεξιοτήτων όπως η απαγωγική και αναλογική σκέψη. Είναι το κριτικό πρόγραμμα και γίνεται με ενεργοποίηση των μαθητών.
4. **Θεώρηση της Προετοιμασίας:** για εξετάσεις ή για την επόμενη χρονιά. Κυρίαρχο μέσον τα «ΣΟΣ» θέματα
5. **Ουμανιστική**: Επιδιώκεται η αυτοπραγμάτωση. Κυριότερα χαρακτηριστικά η αποδοχή και η ευελιξία
6. **Πολιτιστικής Μεταβίβασης:** Στόχος του σχολείου είναι η κοινωνική σταθερότητα
7. **Κοινωνικής Ανασυγκρότησης:** Στόχος του σχολείου είναι κοινωνική ανασυγκρότηση του status quo

Β. ΠΡΟΥΠΟΘΕΣΕΙΣ

Απαραίτητα στοιχεία του προγραμματισμού, η γνώση των αναγκών, ελλείψεων, προτιμήσεων κλπ των μαθητών. Αναγκαία η γνώση για την ψυχοκινητική, και κοινωνική κατάστασή τους. επίσης οι νοητικές δυνατότητες, η προηγούμενη γνώση, το επίπεδο άγχους, η αυτοαντίληψη και το ενδιαφέρον τους. Για το λόγο αυτό έχουν εκπονηθεί τα προγράμματα εξατομικευμένης διδασκαλίας. Επειδή αυτή είναι δύσκολο να εφαρμοστεί απαιτείται ποικιλία μέσων και μεθόδων.

Γ. ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ

Προϋπολογίζονται οι επιπτώσεις της διδασκαλίας τόσο στην εφαρμογή των στόχων του Α.Π. όσο και στη γενικότερη κοινωνική προσφορά

IX. ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

Α. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΣΕ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥΣ ΣΤΟΧΟΥΣ

Το τεράστιο ποσό γνώσης που είναι διαθέσιμο, παρέχει περιεχόμενο στα Α.Π. Για να μετασχηματιστεί σε Διδακτικούς Στόχους απαιτούνται 3 βήματα:

1. Οργάνωση σε θεματικούς άξονες

2. Μετασχηματισμός θεματικών αξόνων σε διδακτικούς στόχους. Για να γίνει αυτό πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια συστηματοποιημένη στοχοταξινομία έτσι ώστε να διευκολυνθεί ο μετασχηματισμός

3. Κριτήρια επιλογής στόχων. Επειδή οι στοχοταξινομίες προσφέρουν ευρύ πεδίο εννοιών και στόχων, εμείς πρέπει να επιλέξουμε ορισμένες κάθε φορά, λόγω των χρονικών περιορισμών. Τα κριτήρια με τα οποία θα γίνει αυτό είναι:

   α. το κριτήριο της σημαντικότητας
   β. Το κριτήριο του διευρυμένου ακαδημαϊκού περιεχομένου
   γ. Το κριτήριο των απώτερων επιδιώξεων του Α.Π. με αναφορά στις ατομικές αλλά και κοινωνικές επιδιώξεις του σε ό,τι αφορά τους μαθητές.

Β. ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ

Υπάρχουν 4 επίπεδα μάθησης

α. Η πληροφοριακή, που είναι συλλογή στοιχείων μέσω των αισθήσεων
β. Η οργανωτική που διασυνδέει τις πληροφορίες μεταξύ τους και δημιουργεί τα γνωστικά σχήματα
γ. Η αναλυτική, όπου αναζητούνται οι εσωτερικές σχέσεις ανάμεσα στις έννοιες και δημιουργούνται γενικεύσεις

δ. Η παραγωγική όπου γίνονται προβλέψεις αξιολογήσεις και αναδιοργανώσεις

Κατά τη διάρκεια τα διοργάνωσης του ωριαίου προγραμματισμού, πρέπει να αποσαφηνισθεί το επιδιωκόμενο επίπεδο μάθησης.

Γ.ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΔΙΔΑΚΤΕΑΣ ΥΛΗΣΗ ΣΕ ΔΙΔΑΣΚΤΙΚΗ ΓΝΩΣΗ

Για να γίνει ο μετασχηματισμός αυτός, η ύλη πρέπει να προσφερθεί με έναν από τους δύο τρόπους: είτε με τη «σπειροειδή» μορφή του Bruner, όπου τα ενδιαφέροντα και το επίπεδο των παιδιών καθορίζει το τι τελικά θα διδαχθεί, ενώ τα τυχόντα κενά καλύπτονται ακριβώς από αυτή την «επαναλαμβανόμενη» επαναφορά στη διδακτέα ύλη.

Ο δεύτερος τρόπος του Ausubel είναι η διάταξη του περιεχομένου σε λογική σειρά, έτσι ώστε να ενσωματώνεται στα παλιότερα γνωστικά σχήματα ευκολότερα. Παρόμοια και ο Gagne πιστεύει ότι κάποια στοιχεία της γνώσης προηγούνται έναντι κάποιων άλλων και πρέπει να διδάσκονται πρώτα.

Για να γίνει αυτή η «λογική» οργάνωση παρατίθενται 3 περιπτώσεις διδασκαλίας:

1. Διδασκαλία Δηλωτικής Γνώσης

Απαραίτητο εργαλείο για την διδασκαλία αυτή είναι ο «εννοιολογικός χάρτης», (conceptual map) το γνωστό σχεδιάγραμμα όπου σκιαγραφούνται τα βασικά χαρακτηριστικά και τα υποθέματα του προς διδασκαλία αντικειμένου. Ο μετασχηματισμός της διδακτέας ύλης σε διδάξιμη γνώση, προϋποθέτει προηγούμενη αξιολόγηση του επιπέδου των μαθητών, στη βάση της οποίας:

α. επιλέγονται οι έννοιες
β. Αποφασίζεται η σπουδαιότητα των σημείων
γ. Καθορίζονται οι προσδοκίες
δ. Επιλέγεται το εποπτικό υλικό

2. Διδασκαλία Μεμονωμένων Εννοιών

Αυτό είναι ευκολότερο και απαιτεί:

α. Όρους,
β. Ορισμούς
γ. Χαρακτηριστικά

δ. Παραδείγματα
ε. Εννοιολογική ιεράρχηση

Η σειρά εξαρτάται από το αν η διδασκαλία είναι επαγωγική (μέρος à όλον) ή απαγωγική (όλον à μέρος)

3. Διδασκαλία Διαδικαστικής Γνώσης

Εδώ έχουμε την «ανάλυση έργου» (task analysis). Αναφέρεται δηλαδή από την αρχή στους μαθητές ο τρόπος με τον οποίο θα διδάξουμε το μάθημα, ή η μέθοδος της επίλυσης ενός προβλήματος και στη συνέχεια προχωρούμε στην καθ’ αυτό διδασκαλία

Πρέπει να δίνεται μεγάλη σημασία στην οργάνωση, διότι έτσι αποφεύγονται τα κενά στ διδασκαλία και τη διεξαγωγή πειραμάτων που οδηγεί σε προβλήματα αταξίας.

Χ ΜΕΘΟΔΟΛΟΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Α. ΕΠΙΛΟΓΗ Η ΣΥΝΔΘΕΣΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ

Οι στρατηγικές είναι απαραίτητες για να γίνεται οικονομία χρόνου και κόπου. Η επιλογή μεμονωμένων διδακτικών ενεργειών, (π.χ ερωτήσεις ή έπαινος) δεν δίνει αποτελέσματα. Πρέπει να χρησιμοποιούνται στρατηγικές καθιερωμένες, συνδυαστικά όμως. Οι στρατηγικές διδασκαλίας που αντιστοιχούν στην στοχοταξινομία είναι:

1. Για τις έννοιες: Επαγωγική
2. Για τις γενικεύσεις: Απαγωγική
3. Για την οργάνωση: Μονολογική – νοηματικής προσέγγισης του γραπτού λόγου
4. Για τη διαδικαστική: Αποτελεσματικής διδασκαλίας
5. Για τις κοινωνικοπολιτικές στάσεις: Ομαδοσυνεργατική
6. Για τη λύση προβλημάτων: Κατευθυνόμενη και ελεύθερη διερεύνηση

Β. ΕΠΙΛΟΓΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ

Πρέπει να διαλέγουμε προσεκτικά αν η τάξη θα οργανωθεί ως ενιαίο σύνολο, που ευνοεί την δασκαλοκεντρική εργασία, την απομνημόνευση και τον ανταγωνισμό, ή σε μικρότερες ομάδες, που διευκολύνουν τη συμμετοχή, την αλληλεπικοινωνία και τις γνωστικές ιδιότητες. Πάντως ανάλογα με την τάξη ή το μάθημα η κοινωνική οργάνωση της τάξης μπορεί να ποικίλει.

Γ. ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΧΡΟΝΟΥ

Ο χρόνος σε επίπεδο ωριαίας διδασκαλίας έχει πολύ μεγάλη σημασία. Ο προγραμματισμός πρέπει να τηρείται απαραίτητα, διότι ημιτελείς διδασκαλίες είναι αναποτελεσματικές

XI. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΩΡΙΑΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

Η αξιολόγηση πρέπει να αναφέρεται τόσο στο ποσό της γνώσης που κατακτήθηκε όσο και στους νέους τρόπους σκέψης όπως απαιτεί η κριτική διδασκαλία

XII. ΓΡΑΠΤΟ ΣΧΕΔΟ ΩΡΙΑΙΑΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Πρόκειται για τη γραπτή καταχώρηση των δραστηριοτήτων που επέλεξε με βάση συγκεκριμένα κριτήρια ο εκπαιδευτικός. Είναι γνωστή ως πλάνο, πορεία, σχέδιο κλπ. Είναι καλή για φοιτητές και αρχάριους, διαφορετικά οδηγεί στην τυποποίηση και την αναχαίτιση του απαραίτητου αυθορμητισμού. Διαφέρει από το «οργανόγραμμα στρατηγικής» στο ότι είναι πιο εξειδικευμένο, όπως ο προγραμματισμός είναι ευρύτερη έννοια από το σχεδιασμό της διδασκαλίας.

1.5 ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΚΡΙΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Ι. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Η ωριαία διδασκαλία διακρίνεται σε 7 φάσεις οι οποίες κατανέμονται σε τρεις χρονικές περιόδους διάρκειας 5,30 και 15 λεπτών αντίστοιχα. Στο πρώτο πεντάλεπτο έχουμε την πρώτη φάση, στο μισάωρο τις φάσεις 2-5 και στο δεκάλεπτο την έκτη και έβδομη φάση. Οι φάσεις είναι:

1. Προετοιμασία
2. Επαφή με δεδομένα
3. Επεξεργασία – Συμπεράσματα
4. Εφαρμογή
5. Έλεγχος, ανατροφοδότηση
6. Ανακεφαλαίωση
7. Αξιολόγηση Γνώσης και Μεταγνώσης

Α. 1η ΦΑΣΗ: ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ

1. Εξέταση Προηγουμένου, με σκοπό την αξιολόγηση, αλλά μόνο αν χρειάζεται να επαναληφθεί η ύλη, αφού σύμφωνα με τον Ausubel η προϋπάρχουσα γνώση είναι το μόνο απαραίτητο

2. Ψυχολογική Προετοιμασία για θετικές στάσεις έναντι α) του σχολικού πλαισίου, β) του διδακτικού αντικειμένου γ) του εαυτού τους και δ) του εκπαιδευτικού

3. Κινητοποίηση της προσοχής η οποία εξαρτάται από την παρώθηση του μαθητή και τη σημασία που έχει γι’ αυτόν το μάθημα. Τεχνικές που βοηθούν είναι:

- Η αντιπαράθεση απόψεων
- Η σύγκριση δύο εναλλακτικών λύσεων
- Η ανάδειξη αδιεξόδων με επιτρεπόμενα λάθη
- Φαινομενικές αντιφάσεις (π.χ. το βραστό νερό παγώνει γρηγορότερα από το χλιαρό)
- Παράξενα προβλήματα
- Πρόβλεψη
- Ανασκόπηση υπάρχουσας γνώσης
- Ενεργοποίηση προσωπικών αποριών
- Εποπτικοποίηση διδακτικού αντικειμένου

- Επισήμανση σπουδαιότητας

4. Γνωσιολογική προετοιμασία. Ανακινώντας την παλιά γνώση και γνωστοποιώντας τις προσδοκίες του εκπαιδευτικού καθώς και το αν η διδασκαλία θα είναι πληροφοριακή ή διερευνητική

5. Μεθοδολογική προετοιμασία. Ανακοινώνεται ο τρόπος εργασίας και έχει άμεση σχέση με τη γνωσιολογική.

Β. 2^{η} ΦΑΣΗ : ΕΠΑΦΗ ΜΕ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Γίνεται είτε με άμεση επαφή (πειράματα) είτε με έμμεση (προβολές) Περιλαμβάνει τις εξής δραστηριότητες:

1 Πληροφόρηση, Επίδειξη ή αναζήτηση που γίνεται α) με μονόλογο, β) με επίδειξη, γ) με διάλογο ή δ) με διερεύνηση. Πρέπει να κινητοποιεί όλες τις αισθήσεις.

2. Ενεργοποίηση Στρατηγικών κατανόησης

Η κατανόηση είναι προϋπόθεση για τις ανώτερες μορφές μάθησης και είναι η σύλληψη των σχέσεων που συνδέουν τα δεδομένα και κυμαίνεται από διαισθητική έως πλήρης. Εξαρτάται από την δασκαλοκεντρική ή την μαθητοοκεντρική προσέγγιση.

Γ. 3η ΦΑΣΗ: ΕΠΕΞΕΓΑΣΙΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Υπάρχουν διάφορες στρατηγικές επεξεργασίας που ευνοούν ανάλογα τη δηλωτική γνώση ή τη διαδικαστική, καθώς άλλες φορές αναφέρεται σε κανόνες και νόμους και άλλες στην οργάνωση και επεξεργασία των δεδομένων. Σε όλες πάντως πρέπει να υπάρχει έντονη αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού – μαθητών Η επεξεργασία είναι πολύ σημαντική φάση τόσο για τους μαθητές οι οποίοι πρέπει να αντιληφθούν τη γνώση ως συνεχώς προσδιοριζόμενη και αναπροσδιοριζόμενη, όσο και για τον εκπαιδευτικό που με την ανατροφοδότηση προσαρμόζει το πρόγραμμα στην πραγματικότητα. Υπάρχουν 4 στρατηγικές επεξεργασίας δεδομένων.

1. Η Οργανωτική Επεξεργασία μέσω της οποίας εντοπίζονται τα εξωτερικά χαρακτηριστικά των δεδομένων, οι ομοιότητες, οι διαφορές, ενώ παράλληλα γίνεται κατηγοριοποίησή τους. Είναι δηλαδή η ουσιαστικοποίηση της γνώσης.

2. Η αναλυτική Επεξεργασία που βλέπει στο «εσωτερικό» του αντικειμένου προβαίνοντας στην ανίχνευση των δομικών στοιχείων, των σχέσεων μεταξύ τους, την ανάλυσή του σε μέρη καθώς και την ένταξή τους σε γενικότερα γνωστικά σχήματα.

3. Παραγωγική Επεξεργασία. Με τις διαδικασίες της, αξιοποιείται η νέα γνώση για επίλυση προβλημάτων αλλά και επιχειρείται η λειτουργική κατανόηση.

4. Τέλος με τη Συστηματοποίηση συμπερασμάτων στην οποία προβαίνει κυρίως ο εκπαιδευτικός επιχειρείται να γίνει χρήση μεγάλης ποικιλίας απόψεων πληροφοριών και διαδικασιών. Τα συμπεράσματα πρέπει να είναι δομημένα σε θεματικούς άξονες και διατυπωμένα σε απλή και κατανοητή γλώσσα.

Γ. 4η ΦΑΣΗ: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΝΕΑΣ ΓΝΩΣΗΣ

Οι εργασίες για εφαρμογή βρίσκονται στα βιβλία του μαθητή και έχουν σκοπό την εξάσκηση, την εμπέδωση και λειτουργικοποίηση της νέας γνώσης. Κατά την διάρκεια της φάσης αυτής ο εκπαιδευτικός πρέπει να περιέρχεται στα θρανία καθώς η αλληλεπίδρασή του με τους μαθητές περιορίζεται με αποτέλεσμα να μειώνεται και ο χρόνος της ενεργητικής τους συμμετοχής στο μάθημα. Οι δραστηριότητες της φάσης αυτής είναι 3:

1. Εξάσκηση Σε Παρόμοιες Καταστάσεις

Στόχος είναι ο **έλεγχος της κατανόησης** και η **εμπέδωση** της νέας μάθησης. Επειδή το πρώτο συμβαίνει δύσκολα, πρέπει να υπάρχουν ασκήσεις ιδιαίτερα όταν διδάσκεται διαδικαστική γνώση. Το δεύτερο σημαίνει αναγνώριση της νέας γνώσης σε διαφορετικά γνωσιολογικά πλαίσια (όταν είναι δηλωτική) ή αυτοματοποιημένη εφαρμογή (όταν είναι διαδικαστική).

2.Γενίκευση της Νέας Γνώσης

Αυτό είναι η εφαρμογή σε **καινούριες** καταστάσεις. Οι υποδειγματικές ασκήσεις και η αναλυτική περιγραφή της διαδικασίας από τον εκπαιδευτικό αυξάνουν της πιθανότητες γενίκευσης

3. Μεταφορά της Νέας Γνώσης

Χρήση της νέας γνώσης στην εξωσχολική ζωή. Μόνο το 20% όμως μεταφέρεται. Υπάρχουν πολλές θεωρίες που περιγράφουν τον καλύτερο τρόπο μεταφοράς. Παλιότερη είναι εκείνη της «ειδολογικής» μάθησης που λέει ότι η νόηση αποτελείται από πολλές δυνάμεις και λειτουργίες, όπως η μνήμη, η βούληση, η προσοχή κλπ, και κατά συνέπεια ορισμένα μαθήματα ταιριάζουν στις αντίστοιχες λειτουργίες. Αυτή όμως έχει εγκαταλειφθεί καθώς δεν αποδείχτηκε. Την αντικατέστησε η «Θεωρία των Όμοιων Στοιχείων» του Thorndike που υποστηρίζει ότι η μάθηση γίνεται μόνο όταν υπάρχουν κοινά στοιχεία μεταξύ της παλιάς και της νέας γνώσης. Παράλληλα με αυτόν ο Judd υποστήριξε ότι η μεταβίβαση δεν εξαρτάται από τις εξωτερικές ομοιότητες των στοιχείων αλλά από τον βαθμό στον οποίο κατανόησε ο μαθητής μέσω ανακάλυψης ή μέσω διδασκαλίες τις βασικές δομές της κεκτημένης (σχετικής) γνώσης.

Σ’ αυτούς τους δύο στηριγμένος ο Bruner επινόησε την καλύτερη θεωρία αφού η κατανόηση των εννοιών αρχών και γενικεύσεων φαίνεται να συνιστά την ουσιαστική μάθηση ενός αντικειμένου που δημιουργεί τις προϋποθέσεις για τη μεταβίβαση της μάθησης.

Ο Gagne ξεχώρισε τη μεταβίβαση σε πλάγια και κάθετη, καθορίζοντας την πρώτη στην περίπτωση του ίδιου επίπεδου πολυπλοκότητας και τη δεύτερη από τον ένα γνωστικό χώρο στον άλλο.

Η σύγχρονη Γνωστική Ψυχολογία εντοπίζει τη δυσκολία μεταφοράς της σχολικής γνώσης σε διαφορετικές καταστάσεις και για την αντιμετώπισή της προτείνουν την ενίσχυση της μεταγνωστικής τους ικανότητας. Εκτός από το που, το πότε και το τι, δηλαδή τα παιδιά πρέπει να διδάσκονται και το γιατί το μαθαίνουν αυτό που μαθαίνουν.

Στις αρχές του 1990 προτάθηκε η ελλιπής θεωρία της «ελαττωματικότητας» η οποία πρεσβεύει ότι η μετάβαση της γνώσης είναι αυτή καθ’ αυτή αδύνατη, διότι δεν υπάρχει η έννοια της γνώσης καθ’ εαυτή, αλλά μόνο σχέσεις που συνδέουν το άτομο με τα στοιχεία της περίστασης. Πάντα θα φταίει είτε το μεταγνωστικό έλλειμμα, είτε η ελαττωματική δομή της πληροφορίας.

Γ. 5η ΦΑΣΗ ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

Οι δύο αυτές διαδικασίες πρέπει να γίνονται καθ’ όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας και όχι μόνο στο τέλος της. Στο σημείο αυτό ακριβώς διαφέρει η ζωντανή διδασκαλία από την απλή ανάγνωση του βιβλίου. Προτείνονται συχνές τρίλεπτες παύσεις της διδασκαλίας ώστε να γίνεται ανακεφαλαίωση και εντοπισμός των ενδιαφερόντων σημείων, καθώς και των σημείων σύγχυσης. Η εποικοδομιστική προσέγγιση δίνει ιδιαίτερη αξία σε αυτό τον τρόπο καθώς θεωρεί ότι η αξιολόγηση λειτουργεί παρωθητικά μόνο αν γίνεται ταυτόχρονα με τη διδασκαλία. Έτσι η παρουσίαση της φάσης αυτής ως πέμπτης δεν είναι απόλυτα σωστή. 3 μέθοδοι ελέγχου και ανατροφοδότησης υπάρχουν:

1. Έλεγχος της Κατανόησης

Γίνεται με τη βοήθεια ερωταποκρίσεων από το δάσκαλο προς τους μαθητές. Η αντίδραση του δασκάλου στις απαντήσεις του μαθητή έχουν μεγάλη σπουδαιότητα, καθώς από αυτήν εξαρτάται το είδος της επικοινωνίας που θα εγκατασταθεί, βαθμός συμμετοχής των μαθητών καθώς και το είδος της ανατροφοδότησης προς το δάσκαλο.

2. Έλεγχος Ατομικών Εργασιών.

Ο έλεγχος των ασκήσεων του βιβλίου ή αυτών που έχει ετοιμάσει ο δάσκαλος έχει διττό στόχο: α) να πληροφορήσει για το αποτέλεσμα της διδασκαλίας και β) να πληροφορήσει το μαθητή για την ατομική του πρόοδο. Αυτή η διαδικασία ανατροφοδοτεί και τους δύο έμψυχους παράγοντες της διδασκαλίας

3. Ανατροφοδότηση με Επαναλήψεις, Διορθώσεις και Ασκήσεις.

Ως ανατροφοδότηση εννοείται η πληροφόρηση που παρέχει ο δάσκαλος στο μαθητή αναφορικά με την ορθότητα και την επιτυχία της σχολικής του επίδοσης. Αυτή καθορίζει τη μαθησιακή συμπεριφορά και συμβάλλει στην περαιτέρω οικοδόμηση της γνώσης. Οι λεκτικές επισημάνσεις πρέπει να συνοδεύονται από παρεμβάσεις στη διδασκαλία και καθορισμό της μελλοντικής διδακτικής στρατηγικής πράγμα που επαναεπιβεβαιώνει την κυκλική φορά της διδασκαλίας. Η ανατροφοδότηση πρέπει να αποφεύγει τις γενικότητες ως προς την ποιότητα της εργασίας και να είναι συγκεκριμένη και αναλυτική. Η αξιολόγηση στο σημείο αυτό δεν έχει στόχο την τελική αποτίμηση του αποτελέσματος αλλά αποσκοπεί στην παρώθηση της κατανόησης και των εντοπισμό των διαδικαστικών ή άλλων λαθών.

ΣΤ΄ ΈΚΤΗ ΦΑΣΗ: ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Συνήθως αποφεύγεται καθώς δεν υπάρχει χρόνος, είναι όμως απαραίτητη ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που προσφέρθηκε μεγάλος όγκος πληροφορίας. Μπορεί να πάρει τρεις μορφές

α. Λεκτική, κάτι δηλαδή σαν μια περίληψη του μαθήματος με βάση εννοιολογικούς άξονες

β. Σχηματικής, όπου χρησιμοποιούν τα γραφικά σχήματα και σχεδιαγράμματα κάτι που η σύγχρονη βιβλιογραφία θεωρεί απαραίτητο

γ. Απολογιστική, είναι η διαδικασία στην οποία ο μαθητής αναλογίζεται τι έμαθε, τι γνώριζε και αποδείχτηκε λάθος, τι του έκανε εντύπωση και ποια σημεία παραμένουν αδιευκρίνιστα.

Έχει δηλαδή μεταγνωστικό χαρακτήρα.

Ζ΄ ΈΒΔΟΜΗ ΦΑΣΗ: ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΚΑΙ ΜΕΤΑΓΝΩΣΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Η σημαντική φάση της αξιολόγησης της ωριαίας διδασκαλίας χωρίζεται σε δύο είδη:

1.Την αξιολόγηση της μάθησης που γίνεται με αξιολόγηση

α. της δηλωτικής γνώσης
β. της διαδικαστικής γνώσης
γ. των αξιών και στάσεων που αποκτήθηκαν και,

2. Την μεταγνωστική αξιολόγηση που περιλαμβάνει

α. Τον προγραμματισμό της σκέψης
β. Την καθοδήγηση της σκέψης
γ. Την αυτοαξιολόγηση της σκέψης
δ. Την συναισθηματική αντίδραση και
ε. Τις γνωστικές στάσεις και έξεις.

O Simons για την μεταγνωστική διάσταση της αξιολόγησης προτείνει 8 αρχές:

1. Κατά τη διδασκαλία τονίζεται και η διαδικασία της
2. Επιχειρείται ολιστική προσέγγιση
3. Γίνεται πάντα προσπάθεια γενίκευσης και μεταφοράς
4. Υποβάλλονται πάντα μεταγνωστικές ερωτήσεις
5. Γίνεται συστηματική διδασκαλία στρατηγικών οργάνωσης και τεχνικών υπέρβασης παρορμητικών συμπεριφορών
6. Ο εκπαιδευτικός λειτουργεί ως μοντέλο με έκδηλη σκέψη
7. Παρέχεται συνεργατικό πλαίσιο
8. Χρησιμοποιείται σαφής ορολογία

ΙΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΠΟΥ ΔΙΕΠΟΥΝ ΤΗΝ ΚΡΙΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

- Αρχή της ψυχολογικής αποδοχής και στήριξης
- Αρχή αυτενεργού συμμετοχής
- Αρχή της Ολότητας

- Αρχή της Προσφοράς Συστηματικών Γνώσεων
- Αρχή της Εποπτείας
- Αρχή της Επαγωγικότητας
- Αρχή της Διαφοροποίησης ως προς τις ανάγκες του κάθε μαθητή
- Αρχή της Διαθεματικής Προσέγγισης

III Η ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΡΩΤΗΣΗΣ ΣΤΗ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Α΄ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΕΣ ΤΗΣ ΕΡΩΤΗΣΗΣ

Η ερώτηση χρησιμοποιείται πολύ συχνά και επιτελεί πολλές διδακτικές λειτουργίες όπως:

1. Δημιουργία ενδιαφέροντος
2. Εστίαση προσοχής
3. Ενεργοποίηση συμμετοχής
4. Έλεγχο προϋπάρχουσας γνώσης
5. Επίγνωση παρανοήσεων
6. Εμβάθυνση επεξεργασίας
7. Έμμεσος έλεγχος συμπεριφοράς

Για τους λόγους αυτούς απασχόλησε την ερευνητική και τη θεωρητική βιβλιογραφία

Β. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

Οι ερωτήσεις ταξινομούνται και αυτές με βάση της κλασσικές στοχοταξινομίες. Έτσι έχουμε

α. <u>Ερωτήσεις Χαμηλού και Υψηλού επιπέδου</u> με βάση τον Bloom, όπου Χαμηλού επιπέδου θεωρούνται οι αναφερόμενες σε Γνώση, Κατανόηση, Επεξεργασία και Υψηλού οι αναφερόμενες σε Ανάλυση, Σύνθεση και Αξιολόγηση

<u>β. Ερωτήσεις Ανοικτού ή Κλειστού Τύπου</u> που χρησιμοποιούνται κυρίως για αξιολόγηση

<u>γ. Συγκλίνουσες ή Αποκλίνουσες ερωτήσεις</u> με βάση το μοντέλο λειτουργίας της νόησης του Guilford όπου Συγκλίνουσες είναι οι αναφερόμενες στη μνήμη, κατανόηση, εφαρμογή και ανάλυση, και επιδέχονται μόνο μία απάντηση ενώ οι Αποκλίνουσες αναφέρονται στις προσωπικές απόψεις, υποθέσεις αξιολογήσεις και επιδέχονται περισσότερες από μία αποδεκτές απαντήσεις

<u>δ. Ερωτήσεις Κριτικής Στοχοταξινομίας</u> οι οποίες χωρίζονται σε 4 κύριες ομάδες : Στις ερωτήσεις συλλογής δεδομένων, στις ερωτήσεις οργάνωσης, στις ερωτήσεις ανάλυσης και στις ερωτήσεις υπέρβασης των δεδομένων.

<u>ε. Ερωτήσεις Διδακτικής Λειτουργίας,</u> οι οποίες χωρίζονται σε αρχικές που έχουν στόχο να εστιάσουν την προσοχή του μαθητή και σε συμπληρωματικές που στοχεύουν στην εμβάθυνση της αρχικής απάντησης ή την διευκρίνησή της.

Γ. ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗΣ ΑΡΧΙΚΩΝ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

1. Διατύπωση σε απλή γλώσσα
2. Υποβολή σε όλη την τάξη, εκτός ειδικής περίπτωσης
3. Ισόποση κατανομή και για όλα τα επίπεδα
4. Παροχή απαραίτητου χρόνου απάντησης 3 - 5΄΄
5. Προσοχή στην απάντηση, ανατροφοδότηση, απαίτηση ολοκλήρωσης και στήριξη

Δ. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΔΙΑΥΤΠΩΣΗΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΩΝ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

Οι συμπληρωματικές ερωτήσεις είναι απαραίτητες διότι δείχνουν το ενδιαφέρον του εκπαιδευτικού και προάγουν την «εμπαθητική ακρόαση» από μέρους του, αυτή που πρέπει να χαρακτηρίζει τον κριτικό εκπαιδευτικό

Υπάρχουν δυσκολίες στην εφαρμογή και διατύπωση των συμπληρωματικών ερωτήσεων και παρά τη σπουδαιότητά τους δεν τίθενται όσο συχνά πρέπει. Στόχος του εκπαιδευτικού πρέπει να είναι η παρώθηση του μαθητή σε αναζήτηση, ερμηνεία πρόβλεψη και στήριξη της άποψής του. Οι εποικοδομιστική προσέγγιση δεν προσπαθεί να συμπληρώσει ή να διορθώσει την αρχική απάντηση, αλλά αντίθετα προσπαθούν να διαπραγματευτούν την πληρέστερη εξήγηση

Τέλος η ερώτηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και από τους ίδιους τους μαθητές κατά τηνreciprocal teaching όταν την υποβάλλουν στους συμμαθητές τους προάγοντας όχι μόνο την κατανόηση του διδακτέου αντικειμένου αλλά και την μεταγνωστική τους ικανότητα.

Οι ερωτήσεις είναι επίσης πολύ καλό εργαλείο για την αξιολόγηση, μόνο που τότε χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με το είδος της γνώσης που ελέγχουν και όχι με την διδακτική τους λειτουργία.

1.6 ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

I. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

Η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία έχει τις αρχές της στο cooperative learning movement που εμφανίστηκε στις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Πρωταρχικός σκοπός του σχολείου ο εκδημοκρατισμός και η κοινωνικοποίηση του παιδιού. Λειτουργεί με ολιγομελείς ομάδες μαθητών μέσα στην ίδια τάξη. Αυτό που την προκάλεσε είναι α) η παιδοκεντρική φύση των δραστηριοτήτων που προτάθηκαν, β) οι διαδικασίες συλλογικού προβληματισμού που οδηγούν στον εκδημοκρατισμό και την κοινωνικοποίηση και γ) η οργάνωση της διδασκαλίας σύμφωνα με τις αρχές του Dewey. Συστήματα που εφαρμόζονται είναι το Winnetka, τα σχέδια εργασίας του Kilpatrick, τα σοβιετικά προγράμματα Makarenko κλπ.

Στην Ελλάδα οι πρώτες προσπάθειες από Δελμούζο και Παπαμαύρο στη Μαράσλειο. Σήμερα πολλοί το υποστηρίζουν, λίγοι όμως εκπαιδευτικοί το εφαρμόζουν στην πράξη.

II. ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΘΕΩΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Η επικράτηση του μπιχεβιορισμού την ακύρωσε για ένα διάστημα, όμως επανήλθε δειλά – δειλά στα μέσα της δεκαετίας του 60. ενώ στη δεκαετία του 80 υποστηρίχθηκε από ερευνητική και θεωρητική υποδομή. Σημαντικό ρόλο έπαιξε η πιαζετική θεωρία ότι η μάθηση είναι ενεργητική και συντελείται με τη διαμαθητική επικοινωνία και τις γνωστικές συγκρούσεις. Παράλληλα η θεωρία του Βιγκότσκι περί «Επικείμενης Ζώνης Ανάπτυξης», είναι ο άλλος πόλος στήριξης της διδασκαλίας. Παρ’ ότι διαφορετικές στη βάση τους οι δύο θεωρίες, στηρίζουν την ύπαρξη των ομάδων. Άλλος ένας λόγος που ενισχύει τη θεωρία είναι οι κοινωνικοί παράγοντες: Η σμίκρυνση της οικογένειας και η εξαφάνιση της γειτονικής «αλάνας», καθώς και οι σύγχρονες απαιτήσεις της αγοράς εργασίας.

Για την εφαρμογή της υπάρχουν τρεις τάσεις: Η πρώτη υποστηρίζει ότι όλο το υλικό πρέπει να παρέχεται λεπτομερώς στο δάσκαλο και τους μαθητές. Η δεύτερη λέει ότι ο δάσκαλος πρέπει να ενημερώνεται αδρομερώς για τον τρόπο διδασκαλίας και στη συνέχεια να το παρέχεται πλήρης αυτονομία. Η Τρίτη τάση υποστηρίζει την μέση οδό παρέχοντας τις βασικές αρχές και τις οδηγίες εφαρμογής αφήνοντας όμως και αρκετά περιθώρια πρωτοβουλίας.

III. ΟΙ ΔΙΑΠΡΟΣΩΠΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ (ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΕ ΤΗΝ ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΗ)

Μια πρώτη διαφορά είναι ότι η παραδοσιακή ενεργοποιεί τις δασκαλομαθητικές σχέσεις ενώ η ομαδοσυνεργατική της διαμαθητικές, τις οποίες ο Piaget ονόμασε ισότιμες και σύμμετρες, σε αντίθεση με τις πρώτες που είναι ιεραρχικές και ασύμμετρες. Η δασκαλοκεντρική προσέγγιση διευκολύνει την κοινωνική συνέχεια και την πολιτιστική μεταβίβαση στη νέα γενιά, ενώ η μαθητοκεντρική συμβάλλει στην ανάπτυξη και την αυτονομία του ατόμου. Και τα δύο είδη είναι χρήσιμα και ο σωστός δάσκαλος πρέπει ανάλογα με το διδακτικό αντικείμενο.

IV. ΣΧΗΜΑΤΑ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΙΚΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ

Α. ΕΤΑΙΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ (ΔΥΑΔΕΣ)

Είναι τα απλούστερα σχήματα που προωθούν τη διπολική επικοινωνία και παρ' όλο που έχουν μεγάλη σχέση με τη δασκαλομαθητική θεώρηση δεν είναι ιεραρχικά κατευθυνόμενη και αποτελεί επικοινωνία ισότιμων μελών ανάλογα βέβαια και με το βαθμό ομοιογένειας ή ανομοιογένειας των μελών που αποτελούν την ομάδα.

1. Ανομοιογενείς Φροντιστηριακές Ομάδες.(Peer tutoring) Αποτελούνται από έναν δυνατό κι έναν αδύνατο μαθητή. Η επικοινωνία έχει ιεραρχικό χαρακτήρα, όμως επειδή η διαφορά γνώσεων δεν είναι μεγάλη, ο αδύνατος μαθητής αισθάνεται ελεύθερος να ρωτήσει και να αλληλεπιδράσει. Θεωρητική στήριξη προσφέρει ο Βιγκότσκι αφού με τη Ζώνη επικείμενης ανάπτυξης προβλέπει ότι εκτός από το δάσκαλο και οι συμμαθητές λειτουργούν αναπτυξιακά. Ωφελούνται και τα δύο μέλη διότι και ο ικανότερος αναγκάζεται να εκφραστεί με ακρίβεια, να αιτιολογήσεις τις θέσεις κλπ. Η μέθοδος εφαρμόστηκε στα αλληλοδιδακτικά σχολεία. Το πρόβλημα είναι μην τυχόν ο καλός μαθητής λύνει τις ασκήσεις μόνος του, χωρίς να βοηθά τον κακό. Εδώ πρέπει να επεμβαίνει ο δάσκαλος.

2. Ομοιογενείς Συνεργατικές Δυάδες (Peer collaboration). Βασίζεται στην πιαζετική άποψη ότι οι μαθητές μέσω της συνεργασίας ξεπερνούν το ατομικό τους μέτρο μέσω της κοινωνικογνωστικής σύγκρουσης. Τα εταιρικά σχήματα πορσφάιουν άριστο πλαίσιο για τη γνωστική, κονωνική και γνωσιολογική ανάπτυξη των μαθητών.

Β. ΟΜΑΔΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

Ομάδα είναι ένας αριθμός ατόμων που αλληλεπικοινωνούν και αλληλοεπηρεάζονται.

Κρίσιμη είναι η ομάδα των τριών μελών, ενώ δεν πρέπει να ξεπερνούν τα 4.

V. ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΕΙΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΤΗΣ ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Απαιτούν μεγάλη προσπάθεια για να πετύχουν και είναι απαραίτητες οι εξής προϋποθέσεις:

1. Θετική αλληλεξάρτηση μεταξύ των μελών της ομάδας που πρέπει να συμπεριλάβει, α) τον επιμερισμό του έργου, β) τον επιμερισμό των πηγών και των ρόλων, γ) κοινές αμοιβές και δ) τον συνυπολογισμό της ατομικής προσπάθειας κατά την αξιολόγηση.
2. Άμεση προσωπική επικοινωνία και δυνατότητα οπτικής επαφής
3. Ατομική και Συλλογική Ευθύνη.
4. Συνεχής εξάσκηση στη διαπροσωπική επικοινωνία, με υποδείξεις
5. Ανομοιογένεια στη σύνθεση, σε ότι αφορά το φύλο, τα διαφέροντα, το στυλ μάθησης κλπ.
6. Αποκέντρωση εξουσίας, με αποτέλεσμα εξοικονόμηση χρόνου, μη διάσπαση της ενότητας της διδασκαλίας, και περιορισμό των προβλημάτων συμπεριφοράς. Η αποκέντρωση της εξουσίας προς τους μαθητές πρέπει να γίνει σταδιακά και να μην είναι ένα κακοστημένο παιχνίδι δημοκρατίας. Οι μαθητές πρέπει να αναλάβουν ουσιαστικές αρμοδιότητες.
7. Περιορισμένος αριθμός μελών. Όσο περισσότερα μέλη, τόσο μεγαλύτερο το πλέγμα των διαπροσωπικών επικοινωνιών, με αποτέλεσμα την κατανάλωση μεγαλύτερου χρόνου. Δεν υπάρχει όριο προς τα πάνω, αφού μετά την προσθήκη του 3^{ου} μέλους, στην ομάδα των δύο, δεν υπάρχει και μεγάλη ψυχολογική επιβάρυνση. Εντούτοις επειδή το πλέγμα αυξάνεται γεωμετρικά σύμφωνα με την συνάρτηση ν(ν-1), όπου ν ο αριθμός των μελών, προτείνεται στο δημοτικό να ξεκινάμε με εταιρικές ομάδες των δύο μαθητών και σταδιακά να αυξάνει μέχρι το μέγεθος των 4-6 ανά ομάδα. Ο αριθμός των 4 μελών προσφέρεται διότι, α) έχει απλούστερο πλέγμα επικοινωνίας, β) επιτρέπει τη δημιουργία δύο υποομάδων, γ) επιτρέπει την ολοκλήρωση μιας εργασίας σε μία ή δύο ώρες και δ) δεν προϋποθέτει ειδική επίπλωση.

VI. ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Α. ΣΤΟΝ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΟΜΕΑ

1. Κοινωνικοποίηση. Απαραίτητη στην εποχή μας με τα πολλά κοινωνικά προβλήματα. Περιορισμός παθητικής ή ενεργητικής αντικοινωνικής συμπεριφοράς. Το σχολείο αποκτά προληπτικό ρόλο γιατί:

α. Προσφέρει διατομική επικοινωνία

β. Επιμερίζει την εργασία και αυξάνει το βαθμό αποδοχής
γ. Καλλιεργεί τη συνεργασία, την αμοιβαιότητα και την αποδοχή
δ. Προσφέρει τρόπο ομαλής επίλυσης των συγκρούσεων
ε.Προσφέρει δυνατότητες θεώρησης από τη σκοπιά του άλλου, (empathy) που διευκολύνει την επίλυση των συγκρούσεων.

2. Σχολική Πειθαρχία. Ελαχιστοποιούνται τα κρούσματα απειθαρχίας αφού μειώνονται οι διαμαρτυρίες για τη μη ικανοποίηση μαθησιακών και κοινωνικών αναγκών. Τις ποινές επιβάλλει η ομάδα στην οποία έχει μεταβιβαστεί η δικαστική, νομοθετική και εκτελεστική εξουσία του δασκάλου. Μειώνεται η επιθετικότητα και αυξάνει ο αλτρουισμός

3. Στάση Μαθητών προς το Σχολείο. Βελτιώνεται η επίδοση στη σχολική εργασία και η στάση προς το διδακτικό προσωπικό. Αυτό αποδεικνύουν οι λιγοστές έρευνες που υπάρχουν.

4. Εκδημοκρατισμός του Ατόμου. Συμμετέχοντας στη λειτουργία της σχολικής ομάδας και έχοντας την ευκαιρία ισότιμης συμμετοχής στην επίλυση των προβλημάτων, ο μαθητής συνειδητοποιεί ότι είναι σε θέση να επηρεάσει τη λειτουργία του συστήματος. Διερευνά τα όρια της πλειοψηφίας, η οποία ασφαλώς δεν μπορεί να εφαρμόζεται παντού. Η λογική τεκμηρίωση, μερικές φορές υπερισχύει της αριθμητικής πλειοψηφίας.

Β. ΣΤΟΝ ΨΥΧΟΛΟΓΙΚΟ ΤΟΜΕΑ

1. Ψυχολογικό κλίμα. Οι τάξεις με ομαδοσυνεργατική διάταξη παρουσιάζουν μεγαλύτερο βαθμό συνεκτικότητας. Επίσης μικρότερο βαθμό σχολικού άγχους και δηλώνουν ότι είναι αποδεκτοί από συμμαθητές και δάσκαλο. Είναι περισσότερο ανεξάρτητοι και ελεύθεροι. Η διδασκαλία γίνεται απρόσκοπτα και ευχάριστα.

2. Αυτοεκτίμηση. Αναπτύσσεται θετική αυτοεικόνα λόγω της συνεργασίας. Αυτό διευκολύνει τόσο την ακαδημαϊκή μάθηση όσο και την κοινωνική προσαρμογή και την προσωπική ευτυχία. Υπάρχουν 15 έρευνες που τα αποδεικνύουν όλα αυτά.

3. Ψυχική Υγεία. Η δυσκολία σύναψης ομαλών σχέσεων στο σχολείο προδικάζει δυσκολίες προσαρμογής στην μετεφηβική ηλικία. Αυτό δίνει το μέτρο της αξίας της ομαδικής εργασίας, καθώς και το ότι οι σύγχρονες ψυχαναλύσεις γίνονται σε ομάδες των 5-8 ατόμων.

Β. ΣΤΟΝ ΓΝΩΣΤΙΚΟ ΤΟΜΕΑ

1. Νοητική Ανάπτυξη. Σύμφωνα με τον Piaget οι εμπειρίες είναι αναγκαίες για τη διαμόρφωση της σκέψης ανώτερου επιπέδου. Οι σύγχρονοι ψυχολόγοι προσθέτουν ότι η διαπροσωπική επικοινωνία προσφέρει πρότυπα αποτελεσματικών στρατηγικών σκέψης. Στην ομαδική προσπάθεια χρησιμοποιούνται ανώτερες στρατηγικές λογικής επεξεργασίας. Τέτοιες είναι η οργάνωση και η ανάλυση, παράλληλη χρήση μεθόδων διερεύνησης και επαλήθευσης, καθώς και ποικίλων τρόπων οργάνωσης της εμπειρίας. Αναπτύσσουν την κριτική σκέψη και απαλλάσσονται από τον εγωκεντρικό τρόπο σκέψης. Προσφέρει ικανότητα αναδιάταξης και προσαρμογής στις νέες καταστάσεις και ικανότητες απαραίτητες στην διαρκώς μεταβαλλόμενη κοινωνία. Μέχρι και 7 φορές λένε οι μελλοντολόγοι θα αλλάζουμε επαγγέλματα. Μειώνεται ο βαθμός απολυτότητας ενώ αυξάνει ο βαθμός ανοχής στην διαφοροποίηση

2. Γλωσσική ανάπτυξη. Το σχολείο προσφέρει λίγες ευκαιρίες γι’ αυτό, διότι μιλά κυρίως ο δάσκαλος, αν και δεν θα έπρεπε να είναι έτσι. Εξ άλλου πολλοί δάσκαλοι θεωρούν τον προφορικό λόγο υποδεέστερο του γραπτού. Με την ομαδοσυνεργατική όμως διδασκαλία υποβαθμίζεται ποσοτικά ο διδασκαλικός λόγος και αναβαθμίζεται ο μαθητικός. Η ποιοτική αναβάθμισή του προέρχεται από το γεγονός ότι απαιτείται ελεύθερη διερεύνηση με στοιχεία διήγησης, περιγραφής, ανάλυσης, συσχέτισης δεδομένων, διατύπωση υποθέσεων κλπ.

3. Ακαδημαϊκή μάθηση. Η ομαδική συνεργασία μεγιστοποιεί τη μάθηση διότι με την αντιπαράθεση: α) ενδυναμώνεται το ενδιαφέρον των μαθητών, β) επισημαίνονται διάφορες παράμετροι του προβλήματος, γ) δίνεται η δυνατότητα να κάνει διευκρινήσεις, συσχετισμούς, υποθέσεις κλπ και δ) διατυπώνεται η λύση μέσω μιας συνθετικής διαδικασίας.

Έτσι δεν προσφέρεται μόνο η αρχική ώθηση αλλά και το υλικό για την εξεύρεση της λύσης. Όλα αυτά αποδεικνύονται και με έρευνες. Η συνεργατική διδασκαλία έχει υψηλότερες επιδόσεις από την ανταγωνιστική και στην κατανόηση εννοιών, και στις γλωσσικές δραστηριότητες, και στην αντίληψη του χώρου, την απομνημόνευση, κλπ. Οι αδύνατοι μαθητές αποδίδουν καλύτερα στις συνεργατικές ανομοιογενείς ομάδες, ακόμα και όσοι έχουν σημαντικά μαθησιακά προβλήματα.

Οι Τζόνσον και Τζόνσον συμπέραναν ότι οι παρακάτω τομείς επηρεάζονται θετικά από την ομαδική διδασκαλία:

1. Χρόνος ενεργητικής συμμετοχής. Ο χρόνος αυτός είναι ένας παράγοντας που

επηρεάζει άμεσα η μάθηση και είναι αυτός που διαφοροποιεί τις σχολικές επιδόσεις μεταξύ μαθητών, τάξεων και χωρών. Με την ομαδική διδασκαλία μεγιστοποιείται. Στο παραδοσιακό ελληνικό σχολείο, η λεκτική επικοινωνία είναι εξαιρετικά υποβαθμισμένη και στην περίπτωση των αδύνατων μαθητών είναι ακόμη χαμηλότερη. Δεδομένης της χαμηλής κοινωνικής προέλευσης των μαθητών αυτών, βλέπουμε να διαιωνίζεται η κατάσταση υπέρ των καλών μαθητών, υποβιβάζοντας έτσι για τους άλλους την εννιάχρονη εκπαίδευση σε …πεντάχρονη.

2. Μαθησιακή διαδικασία. Γίνεται συνεχής προφορική επανάληψη, ερμηνεία και αιτιολόγηση των γεγονότων με αποτέλεσμα ην διατήρηση στη μνήμη των πληροφοριών και των συμπερασμάτων

3. Ενεργοποίηση μαθητών. Αυξάνεται η διάθεση για παρουσίαση πληροφοριών, και ακρόασης της γνώμης των άλλων. Ανταλλάσσονται απόψεις, ενεργοποιούνται στρατηγικές τόσο στον νοητικό όσο και στον ηθικό τομέα.

4. Συλλογική παρέμβαση. Μεγιστοποιείται η σχολική επίδοση καθώς τα υπόλοιπα μέλη συμβάλλουν ομαδικά παρέχοντας παροτρύνσεις, οδηγίες κλπ, αντικαθιστώντας τον δάσκαλο που έτσι κι αλλιώς δεν επαρκούσε. Παράλληλα θέτονται αυτόματα οι κανόνες πειθαρχίας και λειτουργίας της ομάδας.

VII. ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

- Καθορισμός αριθμού μελών και σύνθεσης των ομάδων
- Καθορισμός ενότητας προς διδασκαλία
- Καθορισμός μορφών κοινωνικής συμπεριοφράς
- Καθορισμός υλικού για ατομική και κοινή χρήση
- Καθορισμός τρόπου εξήγησης του έργου και καταμερισμός εργασιών
- Καθορισμός ρόλου δασκάλου και μαθητών
- Καθορισμός κριτηρίων αξιολόγησης

VIII. ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΟΜΑΔΟΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

1Η ΦΑΣΗ: ΠΡΟΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ

1. **Οργάνωση μαθητικών Ομάδων,** με βάση τις εμπειρίες τους, το διαθέσιμο χρόνο, τη φύση του διδακτικού αντικειμένου. Προσοχή στην επιδιωκόμενη ανομοιογένεια ή ομοιογένεια

2. **Οργάνωση χώρου**. Προσοχή στη δυνατότητα άμεσης επικοινωνίας ανάμεσα στην ομάδα αλλά και απομόνωση από τις άλλες ομάδες.

2Η ΦΑΣΗ: ΓΝΩΣΤΙΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ ΨΥΧΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ

3. **Γνωστοποίηση Διδακτικών Στόχων:** Οι στόχοι πρέπει να διατυπώνονται με ακρίβεια και σε συγκεκριμένες μορφές, με βάση τις διάφορες στοχοταξινομίες, του Γκανιέ, του Μπλουμ κτλ.

4. **Καθορισμός αναμενόμενων μορφών Κοινωνικής Συμπεριφοράς:** Κι εδώ η σαφήνεια είναι απαράτητη: Έτσι θέλω να απαντήσετε, έτσι θα γράψετε, έτσι θα κινηθείτε, αυτές τις πράξεις θα κάνετε και θα είστε έτοιμοι να αιτιολογήσετε , να ελέγξετε κλπ.

5. **Γνωστοποίηση διαδικασιών συνεργασίας:** Πώς θα γίνει η παρουσίαση, πώς η σύνθεση των ατομικών εργασιών ποια θα είναι τα κριτήρια αξιολόγησης

3Η ΦΑΣΗ: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

6. **Παρουσίαση ή συλλογή δεδομένων για διδακτικό αντικείμενο:** Ανάλογα με ο μάθημα ο εκπαιδευτικός το παρουσιάζει με μονολογικό τρόπο ή αφήνει τα παιδιά να το ανακαλύψουν από το βιβλίο ή το υλικό.

7. **Καταμερισμός έργου ομάδας στις υποομάδες:** Εδώ επεξηγεί τι περιλαμβάνει κάθε φάση της ομαδικής εργασίας. Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τι ακριβώς πρέπει να κάνουν και πώς θα εργαστούν.

8. **Σύνθεση έργου υποομάδων:** Στο τέλος οι υποομάδες παρουσιάζουν την εργασία τους στην ομάδα, γίνονται τροποποιήσεις και βελτιώσεις και παρουσιάζεται η συνολική εργασία της ομάδας.

4η ΦΑΣΗ: ΚΑΘΟΔΗΓΗΣΗ ΤΗΣ ΟΜΑΔΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

9. **Οργανωτικο-διδακτικές δραστηριότητες του εκπαιδευτικού**: Στις μικρότερες τάξεις που δεν ξέρουν να συνεργάζονται είναι ενεργητικότερος, στις μεγαλύτερες δίνεται ο λόγος στους μαθητές. Πρέπει να βρει τ΄ροπους συστματικής παρακολουθησης της εργασίας των ομάδων, της καθοδήσηγης και της ανατροφοδότησής τους.

10. **Μαθησιακές και συνεργατικές δραστηριότητες των μαθητών**: Εδώ πρέπει να προσεχθεί αν τηρούνται οι ρόλοι που ανατέθηκαν στα άτομα μέσα στην ομάδα.

5η ΦΑΣΗ:ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΗ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΤΑΓΝΩΣΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

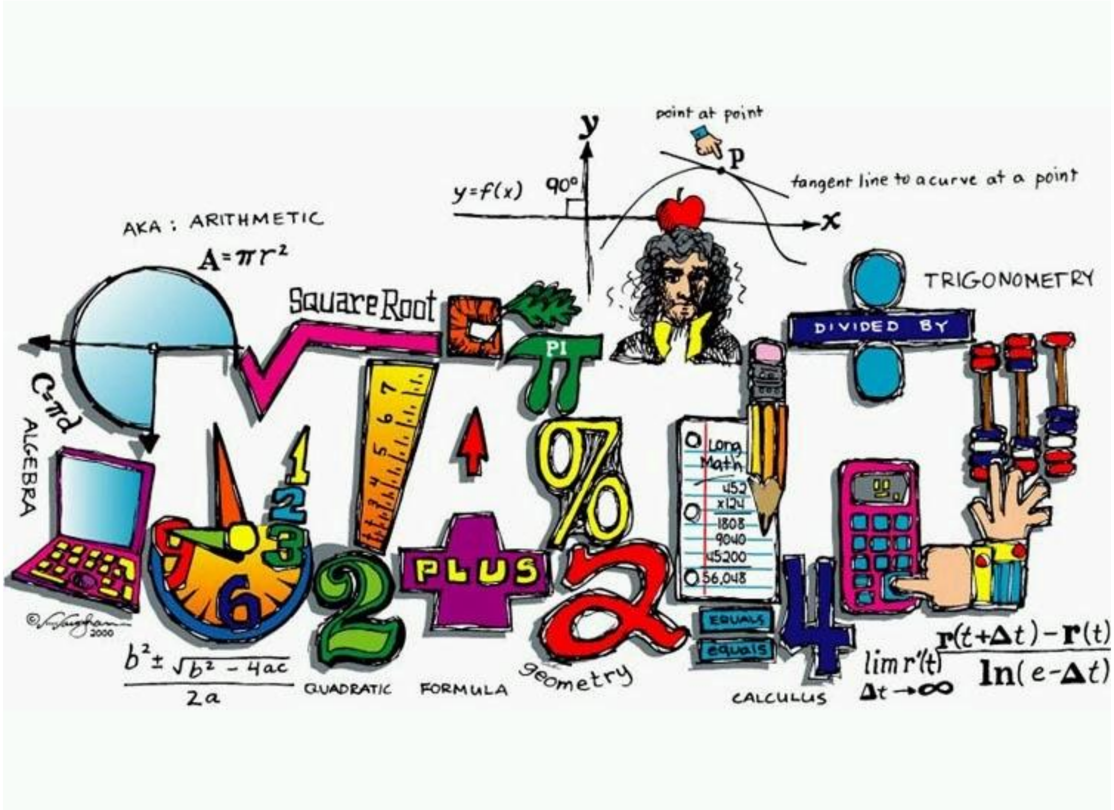
11. **Αξιολόγηση ακαδημαϊκής Εργασίας:** Αξιολογείται το κατά πόσον οι μαθητές πέτυχαν τους στόχους που είχαν τεθεί αρχικά. Πρέπει να συμμετέχουν μαθητές και δάσκαλοι. Για το λόγο αυτό τα κριτήρια πρέπει να είναι σαφή και εκ των προτέρων καθορισμένα. Προσοχή. Η βαθμολόγηση στην ομαδοσυνεργατική διδασκαλία έχει περίπλοκα αποτελέσματα, καθώς αν βαθμολογούνται τα άτομα, αδυνατίζει η συνοχή της ομάδας, ενώ αν βαθμολογείται η ομάδα κάποια μέλη της αδρανοποιούνται. Έτσι πρέπει να αναζητηθεί η χρυσή τομή ανάμεσα σε αυτά τα δύο. Ένας τρόπος είναι να βαθμολογηθούν όλα τα μέλη με τον μ.ο της επίδοσης της ομάδας, ή η πριμοδότηση όλων των μελών κατά μία μονάδα αν η ομάδα «πιάσει» ένα όριο.

12. **Αξιολόγηση Λειτουργικότητας της ομάδας:** Κι εδώ γίνεται με συμμετοχή και των δύο πόλων, με προκαθορισμένα κριτήρια. Εντοπίζονται τα προβλήματα συνεργασίας. Αν υπάρχει συναγωνισμός ανάμεσα στις ομάδες πρέπει να συγκρίνονται και η ακαδημαϊκή επίδοση και η λειτουργικότητά τους.

13. **Μεταγνωστική θεώρηση επιλογών:** Η συλλογική προσπάθεια δίνει περισσότερες δυνατότητες για μεταγνωστική ανάλυση.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2Η

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Υπάρχουν ερωτήματα, τα οποία συχνά απευθύνονται προς τη Διδακτική των Μαθηματικών τα οποία δεν μπορούν να απαντηθούν, όχι λόγω μη ωριμότητας του πεδίου, αλλά λόγω της φύσης των ερωτημάτων και των ζητούμενων απαντήσεων.
Για παράδειγμα, η ερώτηση "ποια προσέγγιση δουλεύει καλύτερα στην τάξη" δεν μπορεί να απαντηθεί και δεν θα μπορέσει ποτέ να απαντηθεί αφού,

- δεν μπορεί να υπάρξει καθολική απάντηση, ανεξάρτητα από την ηλικία και το γνωστικό υπόβαθρο των μαθητών,
- η τάξη έχει τα δικά της ψυχολογικά, κοινωνικά και πολιτισμικά χαρακτηριστικά,
- υπάρχει αλληλεπίδραση και αναπτύσσονται ιδιαίτερες σχέσεις ανάμεσα στον εκπαιδευτικό και τους μαθητές,
- το τι δουλεύει "καλύτερα" σχετίζεται άμεσα με το τι αξιολογεί ο καθένας ως σημαντικότερο από κάτι άλλο. (Schoenfeld 2000).

Έτσι, το να ιεραρχήσουμε ως κύριο στόχο της μαθηματικής εκπαίδευσης την ανάπτυξη αλγοριθμικών δεξιοτήτων από τους μαθητές οδηγεί σε διαφορετικές επιλογές διδακτικών στρατηγικών από εκείνες που θα επιλέγονταν αν ο στόχος ήταν η ανάπτυξη εννοιολογικής κατανόησης ή ικανοτήτων διατύπωσης και επίλυσης προβλημάτων. Σε τέτοια ερωτήματα μπορούν να δοθούν μόνο προσωρινές και δοκιμαστικές απαντήσεις από τον δάσκαλο της τάξης και μέσα από έναν διαρκή αναστοχασμό και ανατροφοδότηση τη πράξης αυτές οι απαντήσεις να βελτιωθούν.

2.1 ΣΧΕΣΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕ ΑΛΛΑ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΠΕΔΙΑ

Στην αναζήτηση απαντήσεων στα ερωτήματα του χώρου, η ΔΜ "επιστρατεύει" όλα τα μέσα που αρμόζουν στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών, "ανεξάρτητα από ποια επιστημονική, ψυχολογική, ιδεολογική, ηθική, πολιτική, κοινωνική, κοινωνιολογική ή άλλη σφαίρα αυτά εμπλέκουν" (Niss 1999).
Με την έννοια αυτή, σήμερα η ΔΜ έχει ισχυρές διασυνδέσεις με διαφορετικά επιστημονικά πεδία: μαθηματικά, φιλοσοφία, επιστημολογία, ηθική, ψυχολογία, γνωσιακή επιστήμη, πληροφορική, ιστορία, γλωσσολογία, κοινωνιολογία, σημειωτική, κοινωνική ανθρωπολογία, κλπ.
Από αυτά τα επιστημονικά πεδία, η ΔΜ αντλεί τόσο μεθοδολογίες, όσο και οπτικές υπό τις οποίες μπορούν να ειδωθούν τα θέματα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών. Αυτό δεν σημαίνει ότι θα μπορούσε η ΔΜ να "αναχθεί" σε κάποια από αυτές τις επιστήμες, αφού είναι κάτι πολύ περισσότερο από το άθροισμα των επιμέρους μεθόδων και οπτικών που προέρχονται από άλλα πεδία.
Η σύνθεση διαφορετικών οπτικών και η ολοκλήρωσή τους είναι αναγκαία λόγω της πολυπλοκότητας των φαινομένων που μελετούνται (ICMI study conference, 1998)

και η αναγωγή αυτής της πολυπλοκότητας σε μονοδιάστατες προσεγγίσεις είναι αδύνατη.
Η ΔΜ επιχειρεί να αναγνωρίσει τις μαθηματικές έννοιες και ιδέες που η δυσκολία τους μπορεί να συνδέεται με τη θεωρία των επιστημολογικών εμποδίων, τους ψυχολογικούς και κοινωνικούς μηχανισμούς που παρεμβαίνουν, και να αξιοποιήσει όλους αυτούς τους παράγοντες για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των μαθητών. Έτσι, η προσέγγιση της ΔΜ μπορεί να συνδυάζει επιστημολογικές, ιστορικές, ψυχολογικές κ.α. προσεγγίσεις, αλλά δεν μπορεί να αναχθεί σ' αυτές.

2.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Η σχέση της ΔΜ με την επιστήμη των μαθηματικών είναι ιδιαίτερου ενδιαφέροντος και αντικείμενο πολλών συζητήσεων. Ειδικότερα, ένα πρώτο θέμα είναι αν τα μαθηματικά έχουν κάτι ξεχωριστό που κάνει τη ΔΜ να διαφέρει π.χ. από τη διδακτική της φυσικής και τη διδακτική της γλώσσας, ή απλώς προσφέρουν το έδαφος στο οποίο αναπτύσσεται η ΔΜ.
Σύμφωνα με τον Bishop (1992) υπάρχουν ερευνητές που θεωρούν τα προβλήματα της μαθηματικής εκπαίδευσης ως υποσύνολο των προβλημάτων της εκπαίδευσης με την έννοια ότι τα μαθηματικά, η φυσική ή η γλώσσα ως αντικείμενα μάθησης περιγράφουν το πλαίσιο στο οποίο αντιμετωπίζονται λίγο ή πολύ παρόμοια προβλήματα. Ωστόσο, η πλειοψηφία των ερευνητών της ΔΜ αναγνωρίζουν ότι τα μαθηματικά έχουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που στρέφουν τη ΔΜ σε αναζητήσεις και προβληματικές συχνά πολύ διαφορετικές συγκριτικά με συγγενή πεδία.

> *"Τα μαθηματικά φαίνονται να είναι διαφορετικά από όλες τις άλλες περιοχές στις αντιθέσεις τους μεταξύ της αφαίρεσης και της μοντελοποίησης, μεταξύ της ανακάλυψης και της εφεύρεσης, μεταξύ της αντικειμενικότητας και της υποκειμενικότητας, μεταξύ της αξιωματικής τυπικότητας και της άτυπης διαίσθησης. Αυτό κάνει την τάξη τωνμαθηματικών ένα μοναδικό περιβάλλον..." (Mason, 1996)*

Τα προβλήματα της μάθησης σε ένα "μοναδικά φανταστικό και αφηρημένο πεδίο", με τα νοήματα "να ορίζονται εσωτερικά, χωρίς αναφορά σε εμπειρικά αντικείμενα του κόσμου", και με την "ισχυρή αντικειμενικότητα" της μαθηματικής γλώσσας, δεν εμφανίζονται σε άλλα πεδία (Ernest, 1998). Έτσι, στα πλαίσια της ΔΜ συχνά έχουμε επεξεργασίες θεωριών και μοντέλων σχετικών με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των μαθηματικών. Η έννοια των αναπαραστάσεων (εικονικών, συμβολικών ή λεκτικών) και η χρήση τους στη διδασκαλία είναι τυπική για τη ΔΜ. Ομοίως τυπική είναι η ειδική επιστημολογική υπόσταση των μαθηματικών αντικειμένων και η επαναληπτική δομή τους: δύσκολα διακρίνονται τα αντικείμενα από τις σχέσεις τους και οι σχέσεις γίνονται αντικείμενα σε ένα ψηλότερο επίπεδο (The ICMI study conference, 1998).

Τα τελευταία χρόνια φαίνεται ότι οι πανεπιστημιακοί δάσκαλοι των μαθηματικών δείχνουν ένα αυξανόμενο ενδιαφέρον για τη ΔΜ και τα αποτελέσματά της. Αυτό οφείλεται εν μέρει στα προβλήματα που αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά τμήματα σε πολλές χώρες με το επίπεδο μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων των νεοεισερχόμενων φοιτητών (Niss, 1999) αλλά και στο αυξανόμενο ενδιαφέρον για την εκπαίδευση των μελλοντικών δασκάλων των μαθηματικών (Bass, 1997). Επιπλέον, αυξάνεται από τους ερευνητές μαθηματικούς η αναγνώριση της ανάγκης να στραφούν και στη ΔΜ για την αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση των διδακτικών τους καθηκόντων, αφού

> *"το να γνωρίζεις κάτι για τον εαυτό σου ή για να επικοινωνήσεις με έναν ειδικό συνεργάτη, δεν είναι το ίδιο με το να γνωρίζεις πώς να το εξηγήσεις σε ένα φοιτητή" (Bass, 1997).*

Έτσι, φαίνεται ότι αρχίζει να ξεπερνιέται και από την πλευρά των μαθηματικών η άποψη ότι για να διδάξει κανείς μαθηματικά πρέπει να έχει ισχυρές γνώσεις μαθηματικών και δευτερευόντως ίσως κάποιες γνώσεις ψυχολογικών και παιδαγωγικών αρχών (Artigue, 1998), άποψη που οι περισσότεροι απόφοιτοι των μαθηματικών τμημάτων στην Ελλάδα έχουν ακούσει πολλές φορές κατά τη διάρκεια των σπουδών τους.
Από την άλλη μεριά, υπάρχουν πολλές διαφορές ανάμεσα στα μαθηματικά και τη ΔΜ. Οι προσεγγίσεις των μαθηματικών από τους ερευνητές της ΔΜ είναι πολύ διαφορετικές από εκείνες που οι ερευνητές μαθηματικοί υιοθετούν για το αντικείμενό τους. Αντίθετα από τους μαθηματικούς, οι διδακτικοί ενδιαφέρονται για τον "*εσωτερικό*" και "*εξωτερικό*" κόσμο των ανθρώπων, δηλαδή για τις νοητικές διεργασίες και το κοινωνικοπολιτισμικό πλαίσιο στο οποίο αυτές εκτυλίσσονται καθώς τα άτομα εμπλέκονται σε διαδικασίες μάθησης των μαθηματικών (Presmeg, 1998). Έτσι, εμπλέκονται με ουσιαστικό τρόπο η ψυχολογία και η κοινωνιολογία.

Επιπλέον, στα πλαίσια της ΔΜ *η έννοια των μαθηματικών διευρύνεται* ώστε να συμπεριλάβει τις μαθηματικές δραστηριότητες που είναι ενσωματωμένες στην κοινωνική ζωή και δεν είναι ίδιες με τις ερευνητικές μαθηματικές δραστηριότητες

(TheICMI study conference, 1998). Αυτή η διεύρυνση φτάνει, στα πλαίσια των θεωριών της "πλαισιοθετημένης[1] μάθησης" (situated learning), να θεωρεί τη μάθηση ως συμμετοχή στις πρακτικές μιας κοινότητας που "κάνει μαθηματικά", και όχι ως απόκτηση ενός σώματος προϋπαρχουσών γνώσεων, διαμορφωμένων από την ακαδημαϊκή μαθηματική κοινότητα.

Στις δεκαετίες του 50 και του 60, κυριαρχούσε στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης η αντίληψη ότι η αυστηρή θεμελίωση των μαθηματικών (μέσω των τυπικών αξιωματικών συστημάτων που είχαν αναπτυχθεί) αποτελεί και τις βάσεις της μάθησης των μαθηματικών. Έτσι, η αξιωματική θεμελίωση των μαθηματικών θα έπρεπε να μεταφερθεί στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση για την αποδοτικότερη διδασκαλία τους. Συνεπακόλουθα, οι ερευνητές μαθηματικοί είχαν τον πρώτο λόγο στο τι πρέπει να διδάσκεται στα σχολεία. Η προσπάθεια μεταφοράς αυτών των "ακαδημαϊκών" μαθηματικών στα αναλυτικά προγράμματα της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης αποτέλεσε το λεγόμενο κίνημα των Νέων Μαθηματικών που κατέληξε σε παταγώδη αποτυχία. "Η απόλυτη κυριαρχία των μαθηματικών¨ (mathematicians) κατέρρευσε μόνο όταν ήρθε η μεγάλη απογοήτευση – όταν δεν είχε μείνει αμφιβολία ότι τα σχολεία δεν είναι ο κατάλληλος τόπος άσκησης των "αληθινών" μαθηματικών"(Sfard, 1998).

Παρόλα αυτά, ακόμη και σήμερα διατυπώνονται αντιρρήσεις από το χώρο των ερευνητών μαθηματικών, π.χ. για την εκτεταμένη χρήση των διαισθητικών προσεγγίσεων στα σχολικά μαθηματικά και για το αν οι γραφικές αναπαραστάσεις συνιστούν τυπικά μαθηματικά, όπως αναφέρει ο Kilpatrick (1992),συνεχίζει να διατυπώνεται η άποψη ότι "η διδασκαλία των μαθηματικών είναι τόσο σημαντική που πρέπει να είναι στα χέρια των ερευνητών μαθηματικών(mathematicians)".

Ωστόσο, σήμερα γίνεται ευρύτατα αποδεκτό, ότι η μάθηση των μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση αφορά (ή πρέπει να αφορά) όλους τους μαθητές και δεν μπορεί να έχει ως στόχο την διαμόρφωση μιας ελίτ με ισχυρά μαθηματικά εφόδια, ούτε την προετοιμασία των μελλοντικών φοιτητών των μαθηματικών τμημάτων. Τα μαθηματικά δεν μπορεί να λειτουργούν ως φίλτρο που σπρώχνει μεγάλα ποσοστά παιδιών έξω από την εκπαίδευση ως "αποτυχημένα".

[1] *Σύμφωνα με τις θεωρίες της situated learning, "η γνώση είναι εγκατεστημένη σε ιδιαίτερες μορφές εμπειρίας που προκύπτουν σε συγκεκριμένες περιστάσεις, γίνεται κατανοητή με σχεσιακό τρόπο, ως κάτι που κατανέμεται μεταξύ ανθρώπων, δραστηριοτήτων και περιβαλλόντων, και όχι ως σταθερό, ατομικό χαρακτηριστικό" (Σακονίδης, 2007).*

Η κυριαρχία της εικόνας των μαθηματικών ως αφηρημένα, τυπικά, αντικειμενικά και ανεξάρτητα των συνθηκών στις οποίες δημιουργήθηκαν και των ανθρώπων που τα δημιούργησαν ή τα μαθαίνουν, οδήγησε στην κυριαρχία μιας φορμαλιστικής διδασκαλίας που αγνοεί τις μαθηματικές εμπειρίες και ενδιαφέροντα των μαθητών (Σακονίδης, 2002).

Η αναγνώριση αυτών των προβλημάτων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών και η ανάπτυξη φιλοσοφιών και επιστημολογιών που αμφισβητούν την απόλυτη βεβαιότητα των μαθηματικών αληθειών, οδήγησε βαθμιαία τους ερευνητές της ΔΜ σε

> *"μια θέαση των μαθηματικών συνεπή με την γενική έννοια της ανθρώπινης γνώσης όπου αναπτύχθηκε από σύγχρονους διανοητές όπως οι Kuhn, Feyerabend, Lakatos, Rorty και Foucault … όπου δεν υπάρχει πια απόλυτη αλήθεια, όπου η ιδέα της αντικειμενικότητας αντικαταστάθηκε από την έννοια της διϋποκειμενικότητας και όπου η ερώτηση για την ορθότητα αντικαταστάθηκε από το ενδιαφέρον για τη χρησιμότητα." (Sfard, 1998)*

"Δυστυχώς, μερικοί μαθηματικοί ,με μια αυτοπεποίθηση που είναι αδικαιολόγητη, σιωπηρά αρνούνται ή απορρίπτουν τη γνώση που έχει αποκτηθεί στο πεδίο της ΔΜ, προτιμώντας μια πολύ απλουστευμένη άποψη. Μια συλλογή καθιερωμένων εννοιών, ορολογίας, μαθηματικών αλγορίθμων, και διαδικασιών λύσης προβλήματος ορίζουν το περιεχόμενο των σχολικών μαθηματικών. Οι δεξιότητες γρήγορης και αυτοματοποιημένης εκτέλεσης αυτών των διαδικασιών αντιμετωπίζονται ως η κύρια ή η μόνη σημαντική προϋπόθεση για την μεταγενέστερη εννοιολογική κατανόηση.
Η μαθηματική ικανότητα συχνά υποτίθεται ότι είναι ένα έμφυτο, ενιαίο χαρακτηριστικό του ατόμου." (Goldin, 2003)

Επιπλέον, πολλοί ακαδημαϊκοί μαθηματικοί, "ζώντας με μια περιοριστική άποψη για την επιστήμη, ακόμα αναρωτιούνται πως γίνεται η μελέτη συστημάτων όπως το εκπαιδευτικό, που είναι τόσο πολύπλοκα, τόσο εξαρτώμενα από τους ανθρώπους, και τόσο μακριά από τον μαθηματικό κόσμο τους, να είναι αντικείμενο πραγματικής επιστημονικής δουλειάς" (Artigue, 1998).

Παρόλα αυτά, η ΔΜ αυξάνει την αναγνώρισή της ως ένα επιστημονικό πεδίο ανάμεσα στα υπόλοιπα, όλο και περισσότερο εντάσσεται στα μαθηματικά τμήματα των πανεπιστημίων, και διεθνώς αυξάνει το ρόλο της σε σημαντικές πλευρές της μαθηματικής εκπαίδευσης (εκπαίδευση των εκπαιδευτικών, διαμόρφωση αναλυτικών προγραμμάτων, κλπ). Αν πρόκειται αυτή η ανάπτυξη της ΔΜ να εκφραστεί στην συνολική βελτίωση της αποτελεσματικότητας της μαθηματικής εκπαίδευσης, τότε είναι ανάγκη να βρεθούν δίαυλοι επικοινωνίας των μαθηματικών με τους διδακτικούς. Και αυτό μπορεί να γίνει μόνο αν αναγνωριστεί εκατέρωθεν η διαφορετικότητα στις προσεγγίσεις και συγχρόνως η επιστημονική "νομιμότητα" του άλλου.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3Η

ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΤΠΕ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι Νέες Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών (ΤΠΕ) έχουν ήδη ενταχθεί στην εκπαιδευτική διαδικασία τόσο σε ευρωπαϊκό όσο και σε εθνικό επίπεδο με σκοπό τη δημιουργία νέων περιβαλλόντων μάθησης όπου, μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων, θα δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να αποκτούν γνώσεις, αλληλεπιδρώντας όχι μόνο με τα αντικείμενα του πραγματικού κόσμου αλλά και με εικονικά αντικείμενα.

Η εισαγωγή του υπολογιστή στην Διδακτική διαδικασία, με τη μορφή καινοτόμου δράσης, θα πρέπει να αλλάζει τις υπάρχουσες διδακτικές μεθόδους, τις μαθησιακές διαδικασίες, τα περιβάλλοντα μάθησης, το ρόλο του εκπαιδευτικού και του μαθητή, τις δραστηριότητες του αναλυτικού προγράμματος, καθώς και τις εκπαιδευτικές διαδικασίες (π.χ. αξιολόγηση) (McKinsey & Company, 1997). Στο πλαίσιο αυτό, ο σκοπός της εισαγωγής των ΤΠΕ στην εκπαίδευση είναι η ανάπτυξη κριτικής και δημιουργικής σκέψης και, κυρίως, διαδικασιών σκέψης όπως η επίλυση αυθεντικών προβλημάτων μάθησης.

Η τεχνολογία των πολυμέσων που εμφανίσθηκε τη δεκαετία του ’90 είχε ως αποτέλεσμα τη μεγάλη ανάπτυξη εκπαιδευτικών λογισμικών αλλά και την ώθηση στη διερεύνηση της σχέσης της Διδακτικής των Επιστημών με τις Νέες Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών (ΤΠΕ).

Η ανάπτυξη τέλος, των Δικτύων στη νέα χιλιετία έδωσε την ώθηση για τη χρήση τους στην εκπαιδευτική διαδικασία μέσω των δυνατοτήτων που προσφέρουν πρόσβαση σε πηγές δεδομένων, αλλά και στη δυνατότητα ανάπτυξης νέων δομών για μαθησιακές θεωρίες.

Η ένταξη (και όχι η ενσωμάτωση) των ΤΠΕ στην εκπαίδευση, στην έρευνα και στη διδακτική διαδικασία στηρίζεται σε επιστημονικούς, μαθησιακούς και κοινωνικούς λόγους.

Οι ΤΠΕ αρχικά εισήχθησαν στην εκπαίδευση για επιστημονικούς λόγους ως εργαλεία δημιουργίας εφαρμογών λογισμικού (κυρίως προσομοιώσεων), γρήγορων υπολογισμών, δημιουργίας βάσεων δεδομένων κλπ..

Οι μαθησιακοί λόγοι συνδέονται με τις δυνατότητες δημιουργίας διδακτικών ή παιδαγωγικών δραστηριοτήτων που εντάσσονται σε μια θεωρία μάθησης, καθώς και με το αντίστοιχο διδακτικό μοντέλο που προκύπτει από την ένταξη αυτή, ενώ οι σύγχρονες διδακτικές εφαρμογές των ΤΠΕ υποστηρίζουν την εποικοδομητική μάθηση (Wilson & Lowry 2000).

Σχετικές μελέτες αναφέρονται σε φάσεις εισαγωγής των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία.

Αρχικά (1970) χρησιμοποιήθηκε η εκπαιδευτική τεχνολογία και οι διδακτικές μηχανές, στη συνέχεια (1980) η πληροφορική προσέγγιση, για να καταλήξουμε μετά το 1990 στην εισαγωγή των ΤΠΕ ως διδακτικό μέσο.

Οι κοινωνικοί λόγοι συνδέονται με το ρόλο που διαδραματίζουν οι ΤΠΕ στην εργασία και στην καθημερινή ζωή (Hawkridge,1996).

Η εισαγωγή των ΤΠΕ, επομένως, επιφέρει αλλαγές στην εκπαίδευση, την έρευνα και τις διαδικασίες της διδασκαλίας και της μάθησης και δημιουργεί νέους ρόλους, μεθοδολογίες και πρακτικές, καθώς και νέα ανοικτά περιβάλλοντα μάθησης. Στο πλαίσιο αυτό, σκοπός είναι η ανάπτυξη κριτικής και δημιουργικής σκέψης και σύνθετων διεργασιών σκέψης, καθώς και η επίλυση αυθεντικών προβλημάτων μάθησης.

3.1 ΠΡΟΤΥΠΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΤΠΕ ΣΤΗΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Σύμφωνα με τους στόχους της Ευρωπαϊκής Επιτροπής που αφορούν την Εκπαίδευση για το 2010, η εισαγωγή των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνιών (ΤΠΕ) στην διδακτική διαδικασία θα πρέπει να ενταχθεί – εκτός των άλλων – και μέσα στη Διδακτική του γνωστικού αντικειμένου.

Τα πρότυπα εισαγωγής των ΤΠΕ στην διδακτική διαδικασία είναι τα εξής (Μακράκης & Κοντογιαννοπούλου – Πολυδωρίδη, 1995):

- *Οι ΤΠΕ ως αυτόνομο γνωστικό αντικείμενο στα πλαίσια του ψηφιακού-πληροφορικού αλφαβητισμού (ICT digital-literacy). Σε αυτό το πλαίσιο ο βασικός στόχος είναι η απόκτηση βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων σε θέματα ηλεκτρονικών υπολογιστών και η εισαγωγή στην έννοια του προγραμματισμού και των αλγορίθμων.*
- *Οι ΤΠΕ ενταγμένες στη Διδακτική του γνωστικού αντικειμένου με σκοπό την ολιστική, διαθεματική προσέγγιση της μάθησης.*
- *Οι ΤΠΕ ως συνδυασμός των δύο προηγούμενων προσεγγίσεων, Στην περίπτωση αυτή δίνεται βαρύτητα στη χρήση του Η/Υ ως εργαλείου που στηρίζει τα διάφορα γνωστικά αντικείμενα μέσω της χρήσης δραστηριοτήτων κλπ..*

Στην πρώτη προσέγγιση της εισαγωγής των ΤΠΕ, ο προβληματισμός αφορά στην τεχνολογική υποδομή, στο ποια γνώση πρέπει να οικοδομηθεί, ποιες στάσεις και δεξιότητες θα πρέπει να αναπτυχθούν, ποια θα είναι τα προσόντα των εκπαιδευτικών που θα διδάξουν, ποια διδακτική μεθοδολογία θα εφαρμοσθεί κλπ.

Στη δεύτερη προσέγγιση της εισαγωγής των ΤΠΕ στη διδακτική υπάρχει δυαδική σχέση μεταξύ ΤΠΕ και γνωστικού αντικειμένου. Στη προσέγγιση αυτή η έμφαση δίνεται σε θεμελιώδη στοιχεία της Παιδαγωγικής και της Διδακτικής όπως τη μοντελοποίηση, τη προσομοίωση, το σχεδιασμό αλγορίθμων και επιστημονικών δραστηριοτήτων καθώς και την ανάπτυξη επιστημονικής μεθοδολογίας προκειμένου να διερευνηθεί και να ανακαλυφθεί η γνώση μέσω της μοντελοποίησης και της προσομοίωσης. Είναι γνωστό ότι – από τη φύση τους - τα μοντέλα στον Η/Υ αντιστοιχούν σε τρόπους σκέψης και εγκαθιστούν μια δυαδική σχέση ανάμεσα στα νοητικά μοντέλα και τα φαινόμενα που προσομοιώνουν (Jonassen,2000). Είναι επίσης γνωστό ότι η μάθηση σχετίζεται με τις αλλαγές της εσωτερικής γνωστικής δομής, δηλαδή του τρόπου με τον οποίο αλλάζουν και μετασχηματίζονται οι συμβολικές αναπαραστάσεις (γνωστική άποψη) του ατόμου ως αποτέλεσμα της εμπειρίας αλλά και της γνωστικής δραστηριότητάς του.

Στο πλαίσιο των στόχων για την εκπαίδευση μέχρι το 2010, η εκπαίδευση είναι το πεδίο στο οποίο η Ευρωπαϊκή Ένωση βασίζει το Στρατηγικό της Σχέδιο για την δημιουργία της πιο ανταγωνιστικής και δυναμικής οικονομίας που θα βασίζεται στη γνώση και θα θέτει στόχους - μέχρι το 2010 -, ώστε τα συστήματα Εκπαίδευσης της Ευρωπαϊκής Ένωσης να είναι παγκόσμια σημεία αναφοράς.

Ένας από τους βασικούς άξονες για την επίτευξη του παραπάνω στόχου είναι η εισαγωγή των Νέων Τεχνολογιών Πληροφορικής και Επικοινωνιών (ΤΠΕ) στη διδακτική πρακτική και την επιστημονική έρευνα.

Η εισαγωγή αυτή όμως δεν θα πρέπει να παραμένει μόνο στο επίπεδο της αλλαγής των οργανωτικών δομών της εκπαίδευσης ή στην απλή χρήση των ΤΠΕ, αλλά να προκαλεί τη δημιουργία νέων δυναμικών περιβαλλόντων μάθησης όπου οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές θα πρέπει να αναπτύξουν και δεξιότητες σκέψης (κριτική σκέψη και δημιουργική σκέψη) και δεξιότητες διεργασιών σκέψης (λήψης αποφάσεων και επίλυσης αυθεντικών προβλημάτων).

Για την αποτελεσματική εισαγωγή των ΤΠΕ στην διδακτική διαδικασία θα πρέπει να αξιοποιηθούν τα γνωστικά πεδία και άλλων επιστημών, πέρα από το γνωστικό πεδίο της επιστήμης που θα εφαρμόσουμε τις ΤΠΕ, όπως η πληροφορική, η γνωστική ψυχολογία και η Διδακτική της συγκεκριμένης επιστήμης. Αυτό έχει ως συνέπεια το γεγονός ότι οποιαδήποτε ένταξη των ΤΠΕ θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη της τις σύγχρονες θεωρίες μάθησης και, ταυτόχρονα, να αναδιαμορφώνει αυτές μέσω των εργαλείων και των δυνατοτήτων που προσφέρουν για δημιουργία νέων δραστηριοτήτων.

Η εκπαιδευτική τεχνολογία και τα λογισμικά, εξάλλου, δεν ενεργούν προς την επίτευξη του αναμενόμενου γνωστικού επιπέδου των μαθητών, αλλά προς την ενίσχυση των γνωστικών επιπέδων (scaffolding).

Τα τεχνολογικά εργαλεία επομένως, θα είναι εργαλεία συζήτησης, σημασιολογικά εργαλεία, εργαλεία δυναμικής μοντελοποίησης, εργαλεία διερευνητικά και εργαλεία κατασκευής της γνώσης, όπου ο μαθητής με τη χρήση για παράδειγμα των προσομοιώσεων θα ελέγχει τις μεταβλητές του συστήματος με αποτέλεσμα την ανακαλυπτική-διερευνητική μάθησης, ενώ παράλληλα θα ευνοούνται και οι διαδικασίες της επιστημονικής μεθόδου.

3.2 ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΝΤΑΞΗ ΤΩΝ ΤΠΕ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Η εισαγωγή και πλήρης αφομοίωση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση αποτελεί ένα κρίσιμο στόχο για τα περισσότερα ευρωπαϊκά εκπαιδευτικά συστήματα. Η πρωτοβουλία για το e-Learning και το σχετικό πρόγραμμα δράσης εντάσσονται στο πλαίσιο του στόχου αυτού.

Τα ερωτήματα που προκύπτουν από το ενδιαφέρον και τις πρωτοβουλίες σχετικά με την ένταξη των ΤΠΕ στην εκπαίδευση, αφορούν στις φιλοδοξίες που κινητοποιούν τις σχετικές πολιτικές[2], στις στρατηγικές με τις οποίες επιχειρούνται να εφαρμοστούν, στους στόχους και στα επίπεδα τους, στη θέση, στο ρόλο τους και στον αντίκτυπο στα εκπαιδευτικά συστήματα. Τίθενται υπό συζήτηση επίσης, ζητήματα που αφορούν στις συνθήκες και στις προϋποθέσεις υπό τις οποίες οι ΤΠΕ θα συμβάλλουν στην αλλαγή ή στην «επικαιροποίηση» των εκπαιδευτικών συστημάτων.

Για τη διερεύνηση των ερωτημάτων αυτών σε σχέση με τις εφαρμοζόμενες πολιτικές στην Ευρώπη διενεργήθηκε από το Δίκτυο Ευρυδίκη [3] μια έρευνα σχετικά με τον τρόπο εισαγωγής των ΤΠΕ στα εκπαιδευτικά συστήματα 30 ευρωπαϊκών χωρών[4] μέσω ερωτηματολογίων που στάλθηκαν στις αρμόδιες διευθύνσεις τον Νοέμβριο του 2000.

---

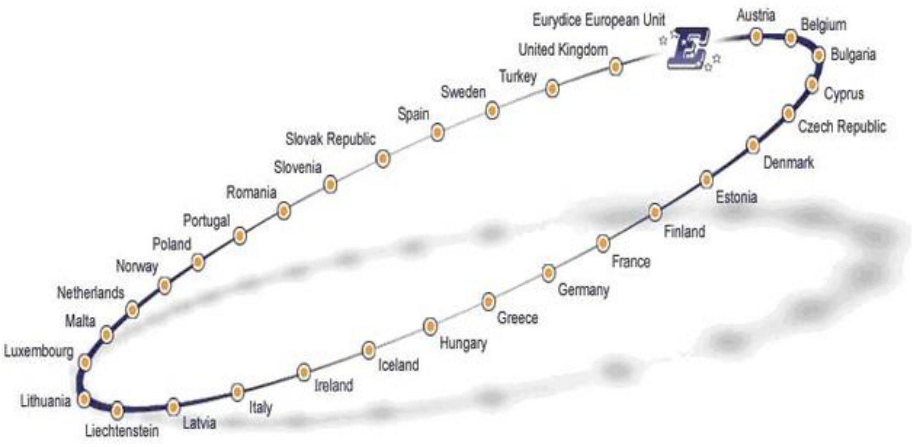
[2] Η έννοια των ΤΠΕ καλύπτει τους υπολογιστές, τη δικτύωση μέσω υπολογιστών (Internet και Intranet) και τα πολυμέσα. Θεωρούνται δε και ως ένα διδακτικό μέσο ή εργαλείο για έρευνα αλλά και ως αμιγές αντικείμενο μελέτης στο πλαίσιο της εκπαίδευσης σε όλες τις βαθμίδες.

3 Δίκτυο Ευρυδίκη είναι το Ευρωπαϊκό Δίκτυο Πληροφόρησης για την Εκπαίδευση. Αποστολή του Δικτύου είναι η μελέτη και παρακολούθηση των εκπαιδευτικών συστημάτων στην Ευρωπαϊκή Ένωση, η συλλογή και ηλεκτρονική διαχείριση των πληροφοριών και η διάδοση των αποτελεσμάτω

[4] Στην έρευνα συμμετείχαν οι εξής χώρες: Βέλγιο, Δανία, Γερμανία, Ελλάδα, Ισπανία, Γαλλία, Ιρλανδία, Ιταλία, Λουξεμβούργο, Ολλανδία, Αυστρία, Πορτογαλία, Φινλανδία, Σουηδία, και Ενωμένο Βασίλειο ως κράτη Μέλη της Ε.Ε. και Ισλανδία, Λιχτενστάιν, και Νορβηγία ως χώρες EFTA/EEA Βουλγαρία, Τσεχία, Εσθονία, Λετονία, Λιθουανία, Ουγγαρία, Πολωνία, Ρουμανία, Σλοβενία, Σλοβακία, Κύπρος και Μάλτα ως υπό ένταξη χώρες.

1) Το Δίκτυο Ευρυδίκη

Το Δίκτυο Ευρυδίκη αποτελείται από την Ευρωπαϊκή Μονάδα με έδρα τις Βρυξέλλες και τις Εθνικές Μονάδες σε κάθε μια από τις 31 χώρες που καλύπτονται από το πρόγραμμα "Σωκράτης" (δηλαδή τα 27 Μέλη Κράτη της Ευρωπαϊκής Ένωσης, τις τρεις χώρες ΕΖΕΣ/ΕΟΧ και την Τουρκία), οι οποίες λειτουργούν κατά κανόνα στα υπουργεία παιδείας ή σε φορείς που συνδέονται άμεσα με αυτά.



Η έρευνα καλύπτει θέματα κεντρικής δημόσιας πολιτικής για την ένταξη των ΤΠΕ στα σχολεία και στα ανώτερα εκπαιδευτικά ιδρύματα, καθώς και την αρχική και ενδοϋπηρεσιακή κατάρτιση των εκπαιδευτικών. Μια προσωρινή έκδοση των αποτελεσμάτων ανακοινώθηκε στο 5° Συνέδριο των Ευρωπαίων Υπουργών Παιδείας στη Ρίγα στις 29-30 Ιουνίου 2001.

Τα ερωτηματολόγια αφορούσαν συγκεκριμένα:

- στους στόχους και στις στρατηγικές με τις οποίες επιχειρείται η εισαγωγή των ΤΠΕ σε κάθε εκπαιδευτικό σύστημα και τις επιμέρους βαθμίδες της
- στα συγκεκριμένα μέτρα εφαρμογής
- στην ανάθεση των σχετικών αρμοδιοτήτων στα διάφορα επίπεδα διοίκησης
- στις δημόσιες/ ιδιωτικές συνεργασίες που έλαβαν χώρα ή προβλέφθηκαν για την υλοποίηση των πρωτοβουλιών σε ευρεία κλίμακα.

(Underwood & Underwood 1990 & Chan D., 2002, Ψυχάρης 2005).

3.3 ΟΙ ΤΠΕ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟΥΣ ΕΜΠΛΕΚΟΜΕΝΟΥΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ.

Θεωρώντας την εισαγωγή και ουσιαστική αφομοίωση των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία ως καινοτόμο εκπαιδευτική δραστηριότητα (και όχι ως διαδικασία μάθησης χειρισμού των Η/Υ και ανάπτυξης δεξιοτήτων προγραμματισμού), προκύπτει ως αναγκαιότητα η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών και η επαγγελματική τους ανέλιξη – στα πλαίσια της Διά βίου μάθησης.

ΤΠΕ και Εκπαιδευτικοί

Προτεραιότητα στο πλαίσιο της εισαγωγής των ΤΠΕ στην μαθησιακή διαδικασία, αποτελεί ο επαναπροσδιορισμός και η διασαφήνιση του ρόλου των εκπαιδευτικών, καθώς η εισαγωγή των ΤΠΕ έχει ως στόχο να μεταβάλλει την τυπική εκπαιδευτική διαδικασία και, συνεπώς, να αλλάξει τον χαρακτήρα της σχέσης εκπαιδευτικού - μαθητή.

Ο επαναπροσδιορισμός του ρόλου των εκπαιδευτικών μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την ανάθεση νέων αρμοδιοτήτων και την αναδιοργάνωση του χρόνου και της προετοιμασίας της διδασκαλίας. Ο ρόλος τους, ως διαμεσολαβητές στη γνώση, οφείλει να αναθεωρηθεί και να ενισχυθεί, γεγονός που μπορεί να προκαλέσει φόρτο εργασίας (όπως αποδεικνύουν σχετικές έρευνες), ενώ η αμεσότερη πρόσβαση στις πηγές της πληροφόρησης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την κουλτούρα του εκπαιδευτικού συστήματος.

ΤΠΕ και Μαθητές

Η πρόσβαση στις ποικίλες πηγές της πληροφορίας, η ευελιξία σε σχέση με τους παραδοσιακούς περιορισμούς του χρόνου και του τόπου, ο σεβασμός στους ατομικούς ρυθμούς μάθησης, η μεγαλύτερη αυτονομία και η διευκόλυνση της μάθησης μέσω της χρήσης των υπολογιστών συμπεριλαμβάνονται μεταξύ των πλεονεκτημάτων της εισαγωγής των ΤΠΕ στην διδακτική διαδικασία.

Τα πλεονεκτήματα αυτά ωστόσο συνδέονται με θέματα όπως:

- τις προσδοκίες και τις απαιτήσεις των διαφορετικών ομάδων των μαθητών
- τη δυνατότητα ταχύτερης απόκτησης των πληροφοριών, αλλά και τη συνειδητοποίηση ότι δεν μπορεί να μειωθεί και ο απαραίτητος χρόνος για την κατάκτηση της γνώσης

- την επίδραση των ΤΠΕ για την απόκτηση και άλλων δεξιοτήτων, όπως της ανάγνωσης, της γραφής κλπ. καθώς επίσης και κοινωνικών δεξιοτήτων.

Συνεπώς, ανεξάρτητα από τις δυνατότητες των ΤΠΕ θα πρέπει να ληφθεί υπόψη και ένα πλήθος περιορισμών, αλλά και ατομικών απαιτήσεων των μαθητών ανάλογα με τους στόχους τους, τις δεξιότητες και τις στρατηγικές που ακολουθούν για την απόκτηση των νέων δεξιοτήτων. Η εισαγωγή των ΤΠΕ συνδέεται, εξάλλου, με πολλές φορές αντιτιθέμενες φιλοσοφικές απόψεις σε σχέση με τη μάθηση, οι οποίες επηρεάζουν τον τρόπο ένταξης των ΤΠΕ σε αυτή.

Οι ΤΠΕ σε σχέση με την οργάνωση της διδασκαλίας.

Σχετικά με την οργάνωση της διδασκαλίας, οι ΤΠΕ μπορούν να αξιοποιηθούν για απλούς τρόπους επικοινωνίας, για τη δημιουργία αρχείων, για την παροχή πληροφορίας, την κινητοποίηση του ενδιαφέροντος, την ενίσχυση δεξιοτήτων, την οργάνωση της διδασκαλίας, την αξιολόγηση, καθώς και για παιδαγωγικές χρήσεις (μοντελοποίηση, προσομοίωση κλπ).

Οι ΤΠΕ παρέχουν ευκαιρίες για την εισαγωγή νέων μαθησιακών καταστάσεων στην τάξη, ενεργοποιώντας τις δεξιότητες της επίλυσης προβλημάτων, διευκολύνοντας την ενσωμάτωση διαφορετικών τύπων γνώσης, την ανάπτυξη διαθεματικών εργασιών, την ενθάρρυνση ανάπτυξης μετα-γνωστικών δεξιοτήτων, τη συνεργατική μάθηση στη σχολική μονάδα ή σε συστήματα εξ αποστάσεως εκπαίδευσης κλπ. Οι επικοινωνιακές τους λειτουργίες μπορεί να είναι ιδιαίτερα σημαντικές και από διαπολιτισμική άποψη μέσω π.χ. της δημιουργίας δικτύων και ηλεκτρονικής επικοινωνίας μεταξύ τάξεων από διαφορετικές χώρες.

Οι ΤΠΕ σε σχέση με τον τρόπο οργάνωσης της εκπαίδευσης

Οι ΤΠΕ μπορεί να αποτελέσουν μηχανισμό υποστήριξης που διευκολύνει την επικοινωνία με το άμεσο περιβάλλον του σχολείου, καθώς και με όλο το φάσμα των φορέων που συνδέονται με αυτό, φέρνοντας έτσι το σχολείο σε επαφή με την ευρύτερη εκπαιδευτική, τοπική, περιφερειακή , εθνική ή και ευρωπαϊκή κοινότητα. Μπορεί ακόμα να μεταβάλλει τις εσωτερικές διοικητικές διαδικασίες των σχολείων και γενικότερα να βελτιώσει ολόκληρο τον εκπαιδευτικό μηχανισμό.

3.4 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΩΝ ΤΠΕ

Η ανάπτυξη διδακτικών εργαλείων με την αξιοποίηση των ΤΠΕ, πρέπει να εκπληρώνει ορισμένες παιδαγωγικές αρχές οι οποίες και προσδιορίζουν το παιδαγωγικό μοντέλο που κρίνεται απαραίτητο να υιοθετηθεί (Crawford R. ,1999, Negroponte N., Resnick M. and Cassel J. 1997)). Ενδεικτικά αναφέρονται:

- *Η γνώση δε μεταφέρεται ούτε μεταδίδεται, αλλά οικοδομείται (Wilson B. & Lowry M.,2000, Mayer R. E. 1999).*
- *Η προσέγγιση της γνώσης μπορεί να γίνεται με βιωματικό τρόπο, ώστε να προκύπτει ενεργητική οικοδόμηση και κατάκτηση της επιστημονικής γνώσης από τον μαθητή.*
- *Ο μαθητής πρέπει να έχει ενεργητικό ρόλο και να βρίσκεται στον πυρήνα της μαθησιακής διαδικασίας. Η διδασκαλία προσαρμόζεται τόσο στις εξατομικευμένες ανάγκες, όσο και στους ατομικούς του ρυθμούς.*
- *Το λογισμικό που αξιοποιείται διδακτικά πρέπει να παρέχει δυνατότητες προσωπικής εξερεύνησης.*
- *Οι ΤΠΕ πρέπει να αξιοποιούνται από το μαθητή όχι μόνο για την πληροφόρηση αλλά κυρίως για την ανακάλυψη της γνώσης.*
- *Να ενθαρρύνεται η συνεργασία των μαθητών στην εκπόνηση ομαδικών εργασιών με την αξιοποίηση των ΤΠΕ, μέσα και έξω από το σχολείο.*
- *Τα διδακτικά εργαλεία που αξιοποιεί ο εκπαιδευτικός πρέπει να του δίνουν τη δυνατότητα να βοηθά τους μαθητές του, να κατευθύνει και να οργανώνει τις προσπάθειές τους, με τρόπο ώστε η διδασκαλία να είναι ευχάριστη και δημιουργική.*
- *Οι ΤΠΕ πρέπει να παρέχουν στον εκπαιδευτικό τη δυνατότητα χρησιμοποίησης ανακαλυπτικών μεθόδων οι οποίες βοηθούν το μαθητή να μαθαίνει πώς να προσεγγίζει τη γνώση, πώς να σκέφτεται, πώς να ελέγχει την προσοχή, τη μνήμη, τη σκέψη, την ικανότητά του στη λύση προβλημάτων και γενικά τη συμπεριφορά του, στοιχεία που θα τον βοηθήσουν να αναπτύξει τη δική του «γνωστική στρατηγική» (Jonassen D. H. 1994).*

Σ΄ ένα τέτοιο περιβάλλον, ο ρόλος του εκπαιδευτικού αλλάζει και αναβαθμίζεται. Είναι πλέον ο σύμβουλος, ο *διευκολυντής, ο* καθοδηγητής της μάθησης και ο πλοηγός της γνώσης (Wilson B. & Lowry M., 2000). Το μάθημα μπορεί να σχεδιάζεται με τέτοιο τρόπο ώστε τα λάθη του μαθητή, κατά τη χρήση του λογισμικού ή των άλλων τεχνολογικών εργαλείων να χρησιμοποιούνται ως ευκαιρίες για μάθηση και να μην εκλαμβάνονται ως αποτυχίες. Απορίες, απόψεις και διαφωνίες που ενδεχόμενα διατυπώνονται πρέπει να αποτελούν αφορμή για δημιουργικούς τρόπους προσέγγισης της γνώσης, που ευνοούν την κριτική ικανότητα και προάγουν τη συνεργατική μάθηση.

Οι διδακτικές ενέργειες που εφαρμόζονται με την αξιοποίηση των ΤΠΕ στοχεύουν στην πρόκληση του ενδιαφέροντος του μαθητή για το γνωστικό αντικείμενο, την παροχή κινήτρων για την απόκτηση γνώσης, την ανάκληση της προϋπάρχουσας γνώσης, την εφαρμογή της αποκτημένης γνώσης (πρακτική εξάσκηση), την παροχή βοήθειας προς το μαθητή, την παροχή δυνατότητας ανάληψης ομαδικών εργασιών που να συνδέουν το διδακτικό αντικείμενο με το ιδιαίτερο περιβάλλον των μαθητών (Clements D. 2000, Caccuran T. & Lambert P. ,1999).

3.5 ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΤΠΕ

Οι εφαρμογές των ΤΠΕ στην εκπαίδευση έχουν βρεθεί τα τελευταία χρόνια στο κέντρο της εκπαιδευτικής έρευνας, καθώς χαρακτηρίζονται ως μέσο αναδιαμόρφωσης της εκπαιδευτικής πρακτικής. Θεωρώντας τις τεχνολογίες της πληροφορίας και των επικοινωνιών ως μέσο για τη βελτιστοποίηση της εκπαίδευσης, συμπληρωματικό των όποιων παραδοσιακών μέσων και υποβοηθητικό για τον εκπαιδευτικό -και όχι ως υποκατάστατό του- παρουσιάζεται ο σχεδιασμός και η υλοποίηση εκπαιδευτικών εφαρμογών των νέων τεχνολογιών σε διάφορα γνωστικά αντικείμενα της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης (Κόμης, επιμ.,2000, Ράπτης Α. και Ράπτη Α. ,1999[α], ΥΠΕΠΘ,1998).

Η αναμενόμενη βελτιστοποίηση της εκπαιδευτικής διαδικασίας με την εφαρμογή μεθόδων, τεχνικών και προϊόντων (υλικού και λογισμικού) των σύγχρονων τεχνολογιών της πληροφορίας και των επικοινωνιών -θέση που απέχει μακράν της θεώρησής τους ως πανάκεια- στηρίζεται τόσο στις δυνατότητές τους όσο και στην ελκυστικότητα, αλλά και στην αποτελεσματικότητά τους, όπως όλες οι ενδείξεις των πιλοτικών/πειραματικών εφαρμογών τους έχουν δείξει - και δείχνουν, σε μια συνεχιζόμενη ερευνητική προσπάθεια διεθνώς (Strommen E. & Lincoln B.,1992 Negroponte N., Resnick M. and Cassel J.,1997).

3.6 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΕΝΟΣ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΣΕΝΑΡΙΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΤΠΕ

Η χρήση των ΤΠΕ στην εκπαίδευση θα πρέπει να γίνεται με οργανωμένο τρόπο, ώστε να είναι αποτελεσματική για τον εκπαιδευτικό και για τους μαθητές (ΥΠΕΠΘ, 2000). Η οργάνωση της χρήσης των ΤΠΕ είναι δυνατό να επιτευχθεί μέσω εκπαιδευτικών σεναρίων διδασκαλίας τα οποία θα περιγράφουν την προεργασία που απαιτείται κατά περίπτωση, την εκπαιδευτική πορεία στην τάξη καθώς και την αξιολόγηση της όλης διαδικασίας μετά τη διδασκαλία. Αυτοί οι βασικοί άξονες ενός εκπαιδευτικού σεναρίου μπορούν να αποτελέσουν το πλαίσιο για τη δημιουργία διαφορετικών σεναρίων ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο και την εκπαιδευτική βαθμίδα. Ένα ενδεικτικό πλαίσιο που υποδεικνύει σε γενικές γραμμές τη συνήθη δόμηση των σεναρίων διδασκαλίας με την αξιοποίηση των ΤΠΕ μπορεί να είναι το ακόλουθο:

- *Περιγραφή γνωσιακού αντικειμένου και εκπαιδευτικών στόχων (τάξη, μάθημα, στόχοι)*
- *Χρόνος και μέσα υλοποίησης (διδακτικός χρόνος, τίτλοι εκπαιδευτικού λογισμικού, ιστοσελίδες αναφοράς, συνοδευτικό υλικό – φύλλα εργασίας)*
- *Μεθοδολογία Υλοποίησης*

Η εκπαιδευτική διαδικασία που θα υλοποιηθεί με βάση το σενάριο θα πρέπει να περιλαμβάνει δραστηριότητες, όπου θα αξιοποιούνται οι ΤΠΕ (αλλά και όλες οι εκπαιδευτικές τεχνολογίες, τεχνολογίες προσομοίωσης / οπτικοποίησης, πειραματισμού,…) και οι οποίες θα εντάσσονται στα παρακάτω μεθοδολογικά βήματα(τα βήματα της επιστημονικής / εκπαιδευτικής μεθοδολογίας):

- *έναυσμα ενδιαφέροντος (αναζητείται κυρίως στο διαδίκτυο και στο διαθέσιμο λογισμικό –και αξιοποιείται– διαθεματική πληροφορία: κείμενα, εικόνες, video, ήχοι,…)*
- *διατύπωση υποθέσεων / προβληματισμός (με βάση πληροφορίες από το διαδίκτυο και το διαθέσιμο λογισμικό, ώστε οι εκπαιδευόμενοι να διατυπώσουν υποθέσεις ή προαντιλήψεις τους)*

- *πειραματισμός / ενεργητικές δραστηριότητες (με την διεξαγωγή μετρήσεων μέσω του Η/Υ –με χρήση αισθητήρων / απτήρων–, την εκτέλεση αναδραστικών προγραμμάτων προσομοίωσης / οπτικοποίησης, την εκτέλεση εκπαιδευτικών παιχνιδιών,…)*
- *διατύπωση συμπερασμάτων / ερμηνειών (με βάση τα αποτελέσματα των δραστηριοτήτων και σύγκριση με τις διατυπωθείσες υποθέσεις,…)*
- *εφαρμογές / εμπέδωση / γενικεύσεις (με την αναζήτηση μέσω του διαδικτύου, του διαθέσιμου λογισμικού αλλά και στην καθημερινή ζωή / τεχνολογία παρόμοιων περιπτώσεων και σχετικών εφαρμογών).*

3.7 ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΤΠΕ

Οι στρατηγικές και πρακτικές που στηρίζονται στην αξιοποίηση των ΤΠΕ εξυπηρετούν σε μεγάλο βαθμό τη *διαθεματική / διεπιστημονική* προσέγγιση της εκπαιδευτικής διαδικασίας, κατά την οποία αναλύεται θεματικά κάθε ζήτημα στις επιμέρους παραμέτρους του (ιστορία, επιστήμη, τεχνολογία, περιβάλλον, κοινωνία, τέχνη,…) και διερευνώνται οι μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις για την ανεύρεση και ανάδειξη των πλέον καθοριστικών στην διαμόρφωσή του. Αυτές οι στρατηγικές πραγματοποιούνται είτε με την ανάθεση επιμέρους δραστηριοτήτων, που συμπληρώνουν και επεκτείνουν σε πλάτος ή βάθος μια γνωστική περιοχή εξασφαλίζοντας μια ολοκληρωμένη – και όχι αποσπασματική – μελέτη, είτε/και με τη σχεδίαση / οργάνωση / εκτέλεση ενός συνόλου προγραμματισμένων δραστηριοτήτων, ενός προ-σχεδίου δραστηριοτήτων (project), που αφορούν σε μια ολοκληρωμένη θεματική, εφαρμόζοντας στην πράξη, στο εργαστήριο και στο πεδίο, τη διασύνδεση της εκπαίδευσης με τον πραγματικό κόσμο και την κοινωνία.

Οι επιμέρους δραστηριότητες ανατίθενται από τον εκπαιδευτικό σε μεμονωμένους μαθητές ή ολιγομελείς ομάδες και ολοκληρώνονται σύντομα, με τη συγκέντρωση πρόσθετης πληροφορίας (από βιβλιογραφική έρευνα, από έρευνα σε βάσεις δεδομένων ή στο διαδίκτυο, από συνεντεύξεις ή ερωτήσεις σε ειδικούς,…), αλλά και για την εκτέλεση μετρήσεων, τον προβληματισμό και πειραματισμό (στον καθημερινό κόσμο με αυτοσχέδιες διατάξεις, στο μουσείο, στο παιγνίδι,...), με τη σχεδίαση ή την κατασκευή προτύπων, την παρουσίαση υλικού ή/και λογισμικού, τη δραματοποίηση.

Η θεματική τους είναι δυνατό να αφορά σε μια γνωστική ενότητα ή μια ευρύτερη γνωστική περιοχή, ευκταίο όμως είναι αυτή η θεματική να συνδέεται με ένα συγκεκριμένο ζήτημα ή πρόβλημα που ενδιαφέρει ή απασχολεί τη σχολική ή ευρύτερη (τοπική, εθνική, διεθνή, παγκόσμια) κοινότητα και προσφέρεται για διαθεματική προσέγγιση (κοινωνική, οικονομική, πολιτιστική,...).

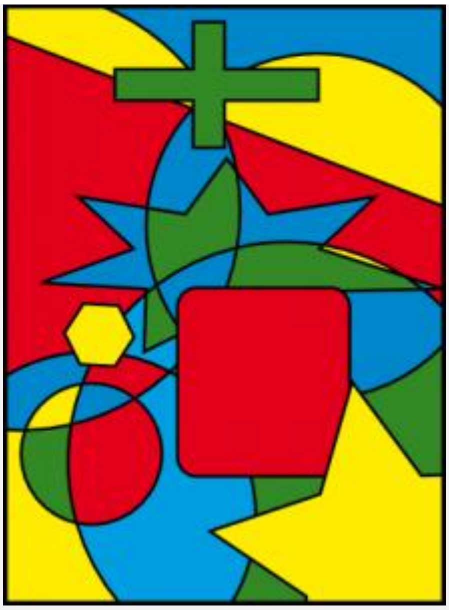
Έτσι μόνο η εκπαίδευση δεν παραμένει απομονωμένη από το φυσικό της πεδίο, - τον πραγματικό κόσμο και τους ανθρώπους του -, επιτυγχάνεται η διασύνδεσή της με τα πραγματικά ζητήματα και προβλήματά του, παρέχει όχι μόνο γνώσεις αλλά και δεξιότητες, τέλος δε εμπλουτίζεται / ολοκληρώνεται με τη σφαιρικότητα και διαθεματικότητα που πρέπει να έχει σήμερα.

Η (αλληλο-)εξάρτηση επιστήμης (/ εκπαίδευσης) και κοινωνίας - σε όλες τις εκφάνσεις της - ήταν πάντα ισχυρή και καθοριστική, για αμφότερα τα μέρη. Αυτή όμως η - απαραίτητη και ευκταία - διαθεματικότητα δεν είναι δυνατό να αποτελεί το επιχείρημα για μια επιφανειακή αντιμετώπιση και - τελικά – μια ελλιπή και αναποτελεσματική εκπαιδευτική διαδικασία.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4Η

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



το πρόβλημα των τεσσάρων χρωμάτων

Εικόνα: Chas zzz brown

Όταν το 1976 οι Kenneth Appel και Wolfgang Haken απέδειξαν το θεώρημα των τεσσάρων χρωμάτων με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή, δίχασαν τη μαθηματική κοινότητα. Ήταν το πρώτο θεώρημα που αποδεικνύονταν με ηλεκτρονικό υπολογιστή και οι αντιρρήσεις σχετικά με τη χρήση του στην αποδεικτική διαδικασία δεν άργησαν να ακουστούν.

Οι πιο θεμελιώδεις εξ αυτών είναι φιλοσοφικού περιεχομένου και έχουν να κάνουν με την επιστημολογία των μαθηματικών. Σύμφωνα με μία άποψη, η αποδοχή του ηλεκτρονικού υπολογιστή ως μέρους της αποδεικτικής διαδικασίας ουσιαστικά καθιστά τη μαθηματική επιστήμη ημι-εμπειρική. Αυτό συμβαίνει γιατί, σύμφωνα πάντα με την ίδια άποψη, η εφαρμογή της λογικής στις χρησιμοποιούμενες μαθηματικές οντότητες παραμερίζεται, εφόσον η απόδειξη είναι εξαιρετικά πολύπλοκη, ενώ πρωτεύοντα ρόλο παίρνει η ίδια η διαδικασία.

Μια άλλη άκρως έγκυρη διαφωνία σχετικά με την αποδοχή της απόδειξης ως τέτοια, είναι αυτή που αρνείται να κατονομάσει την απόδειξη με τη βοήθεια του υπολογιστή “απόδειξη”, αλλά της δίνει τον, τίτλο του “υπολογισμού”. Γεγονός είναι ότι και οι δύο πλευρές φαίνεται να έχουν ισχυρά επιχειρήματα.

Υπάρχουν επίσης και κάποιες αντιρρήσεις πρακτικού χαρακτήρα, σύμφωνα με τις οποίες πιθανά προβλήματα στο λογισμικό, το hardware ή ακόμα και λάθη στον ίδιο τον αλγόριθμο – λάθη που δεν υπεισέρχονται στην τυπική αποδεικτική διαδικασία που βασίζεται στην καθαρή λογική – μπορεί να οδηγήσουν σε αποδεικτικό λάθος.

Αυτός ο διάλογος έχει πολλές φιλοσοφικές και επιστημολογικές προεκτάσεις. Πρέπει όμως να αποδεχτούμε ότι αφορά κατά κύριο λόγο στην έρευνα των μαθηματικών, εκεί που η πολυπλοκότητα των υπολογισμών κάνει σχεδόν αδύνατο τον έλεγχο της ορθότητάς τους από τον άνθρωπο.

Σε καμία περίπτωση όμως μια αντίστοιχη επιχειρηματολογία μπορεί ή πρέπει να θωρακίσει τη διδασκαλία των μαθηματικών στα σχολεία απέναντι στη χρήση του υπολογιστή. Η χρήση του υπολογιστή στη διδασκαλία των μαθηματικών απαλλάσσει τους μαθητές από εξαντλητικούς υπολογισμούς (οι οποίοι σε καμία περίπτωση δεν προσεγγίζουν την πολυπλοκότητα αυτών που εμφανίζονται σε πραγματικά προβλήματα), δίνοντάς τους την ευκαιρία να ασχοληθούν με άλλα, ενδεχομένως σημαντικότερα κομμάτια των μαθηματικών, όπως:

- το να θέτει κανείς τις σωστές ερωτήσεις,
- να “μεταγλωτίζει” τον πραγματικό κόσμο σε μαθηματικά και
- να ελέγχει και να αξιολογεί τις λύσεις του, τις απαντήσεις δηλαδή στα ερωτήματα που τέθηκαν οι οποίες προέκυψαν από τη διαδικασία του υπολογισμού.

Οι επιφυλάξεις ή ο φόβος των διδασκόντων για την ενσωμάτωση του υπολογιστή στη διδασκαλία των μαθηματικών διατυπώνονται με μια πληθώρα ενστάσεων. Κάποιες από αυτές είναι απολύτως έγκυρες και ουσιαστικές, ενώ κάποιες άλλες μετεωρίζονται στη σφαίρα του παραλόγου.

Στην περίπτωση της εκπαίδευσης στην Ελλάδα το ισχυρότερο αντεπιχείρημα είναι αυτό που θέλει τον υπολογιστή να αποβλακώνει τους μαθητές, καθώς κάνει τα πάντα εύκολα χωρίς κόπο. Παράλληλα, σύμφωνα με την ίδια λογική, ο υπολογιστής απομακρύνει την τάξη από το μοντέλο της μαθηματικής κοινότητας, αφού δεν υπάρχουν πλέον εικασίες, αποδείξεις, ανασκευές, νέες εικασίες, κ.ο.κ. σε έναν ατέρμονο κύκλο εφεύρεσης νέας γνώσης.

Αυτό θα γινόταν αν εισάγαμε τον υπολογιστή στη μαθησιακή διαδικασία χωρίς να επαναπροσδιορίσουμε το αναλυτικό πρόγραμμα, τις διδακτικές μας προσεγγίσεις και την ψευδαίσθηση της αυθεντίας που προσδίδει η παραδοσιακή θέση του διδάσκοντος στο ελληνικό σχολείο σε σχέση με τους μαθητές. Για να είμαστε ακριβείς, αυτό που μπορεί να κάνει ο υπολογιστής καλύτερα από οποιοδήποτε άλλο εργαλείο που χρησιμοποιούμε στην τάξη των μαθηματικών, είναι **να τη μετατρέψει σε ένα μοντέλο μιας ζωντανής μικρής μαθηματικής κοινότητας.**

Αυτό που πρέπει να αλλάξει όμως ώστε να γίνει κάτι τέτοιο είναι ο τρόπος που διδάσκουμε τα μαθηματικά.

4.1 ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ

Το ενδιαφέρον για τη διδακτική των εννοιών της στατιστικής αυξάνεται σταδιακά από τα μέσα της προηγούμενης δεκαετίας. Η συζήτηση που αναπτύσσεται στην κοινότητα της διδακτικής των μαθηματικών χαρακτηρίζεται από πολλαπλότητα απόψεων αναφορικά τόσο με το ρόλο των αντίστοιχων γνωστικών περιοχών στο σχολικό πρόγραμμα όσο και των τρόπων με τους οποίους θα μπορούσαν να αναπτυχθούν κατάλληλες διδακτικές παρεμβάσεις

(Lipson & Jones, 1996, Cobb, 1999, NCTM, 2000).

Παρότι από το τέλος της δεκαετίας του 80 η στατιστική και οι πιθανότητες έχουν ενταχθεί επίσημα στα αναλυτικά προγράμματα πολλών χωρών, δεν είχαν μέχρι πρόσφατα αναπτυχθεί οι παιδαγωγικοί στόχοι αναφορικά με τη διδασκαλία των συγκεκριμένων αντικειμένων στη γενική παιδεία. Οι αντίστοιχες μαθηματικές έννοιες έχουν διαφορετική υφή από τις υπόλοιπες περιοχές των μαθηματικών και παραμένουν δυσνόητες για πολλούς μαθητές καθώς αποτελούν τρόπους με τους οποίους μπορούμε να χειριστούμε καταστάσεις αβεβαιότητας και να βγάλουμε συμπεράσματα μέσα από το χειρισμό μεγάλου αριθμού και ποικιλίας δεδομένων. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το είδος και η έκταση των δεδομένων στο πεδίο αυτό των μαθηματικών αποτελεί για τους περισσότερους μαθητές μια αφηρημένη διαδικασία μακριά από τη σφαίρα της εμπειρίας τους.

Τα τελευταία χρόνια ο όρος διαχείριση δεδομένων (data handling) προτείνεται ως συνδετικός κρίκος μέσω του οποίου επιχειρείται η διδακτική προσέγγιση των εννοιών των πιθανοτήτων και της στατιστικής στο σχολείο. Σε αυτή την εξέλιξη συνέβαλλε καθοριστικά η ανάπτυξη ειδικών εργαλείων ψηφιακής τεχνολογίας με τη βοήθεια των οποίων μπορούμε να διαχειριστούμε μεγάλες ποσότητες δεδομένων και να κάνουμε ποικίλων ειδών καταχωρήσεις, ταξινομήσεις και παρουσιάσεις τους. Μπορούμε επίσης να κάνουμε ποσοτικές αναλύσεις των δεδομένων αυτών και άρα να τις επεξεργαστούμε στατιστικά. Έτσι, η ενσωμάτωση των αντικειμένων της στατιστικής και των πιθανοτήτων στο αναλυτικό πρόγραμμα αποτελεί ευκαιρία να καλλιεργηθούν οι στατιστικές διαισθήσεις των μαθητών, να έρθουν στο προσκήνιο οι μαθηματικές έννοιες που εμπλέκονται στις στατιστικές τεχνικές και να δημιουργηθούν πεδία διασύνδεσης των συγκεκριμένων εννοιών με ευρύτερες πτυχές της μάθησης των μαθηματικών όπως η συμβολική χρήση, η επαγωγική σκέψη και η λογική επεξεργασία.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΝΟΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Οι περισσότερες έννοιες της στατιστικής, και αντίστοιχα των πιθανοτήτων, σχετίζονται συχνά με ένα σύνολο δεδομένων και τις ενδείξεις που ανακύπτουν κατά την επεξεργασία του.

Έτσι, στη σχετική συζήτηση στην κοινότητα της διδακτικής των μαθηματικών, τα δεδομένα αποτελούν τον κεντρικό άξονα με βάση τον οποίο διαρθρώνονται οι νέες προτάσεις που αφορούν τη διδασκαλία των αντίστοιχων μαθηματικών εννοιών. Από παιδαγωγική σκοπιά, οι διαδικασίες κατασκευής νοημάτων από τους μαθητές μέσα από την επεξεργασία δεδομένων έχουν αποτελέσει κεντρική πτυχή και της αντίστοιχης έρευνας στο πεδίο της διδακτικής των πιθανοτήτων και της στατιστικής.

Σε αυτό το πλαίσιο ο ρόλος της τεχνολογίας είναι κρίσιμος. Τα ειδικά υπολογιστικά εργαλεία που σχεδιάζονται για τις πιθανότητες και τη στατιστική παρέχουν στους μαθητές δυνατότητες αναπαράστασης και χειρισμού των δεδομένων με βάση κλασικές αναπαραστάσεις (π.χ. γραφήματα διαφόρων τύπων, διαγράμματα Venn, ραβδογράμματα) και είναι σχεδιασμένα να λειτουργούν ως μέσα υποστήριξης των μαθησιακών διαδικασιών αλλά ταυτόχρονα και ως μέσα ανάλυσης και επεξεργασίας των δεδομένων (Gravemeijer et al.2000).

Η συγκεκριμένη οπτική σχεδιασμού βασίζεται στην άποψη ότι η σταδιακή ανάπτυξη

εξειδικευμένων τρόπων επεξεργασίας των δεδομένων και, συνακόλουθα, αντίστοιχων συλλογισμών συνδέεται άρρηκτα με την δυνατότητα εξειδικευμένων τρόπων εγγραφής και περαιτέρω χρήσης των δεδομένων (Macclain & Cobb, 2001).

Ο διαμεσολαβητικός ρόλος της τεχνολογίας σε αυτή την περίπτωση βρίσκεται στο ότι παρέχει λειτουργίες που ευνοούν την εστίαση στα νοήματα που κατασκευάζουν οι μαθητές για αντικείμενα που δεν υπάρχουν στα δεδομένα αλλά αποτελούν δικές τους νοητικές κατασκευές. Η τεχνολογία προσφέρει χειροπιαστές αναπαραστάσεις και δυνατότητες χειρισμού τους στους μαθητές διευκολύνοντας την ανάπτυξη αφαιρετικών διαδικασιών και γενίκευσης.

ΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Τα εργαλεία διαχείρισης δεδομένων σχεδιασμένα για τη διδακτική των μαθηματικών είναι λίγα στον αριθμό και έχουν χαρακτηριστικά που τα διακρίνουν σαφώς από τις κλασσικές γενικής χρήσης βάσεις δεδομένων όπως η Access, η Lotus, η SQL κ.α. ευρέως γνωστές.

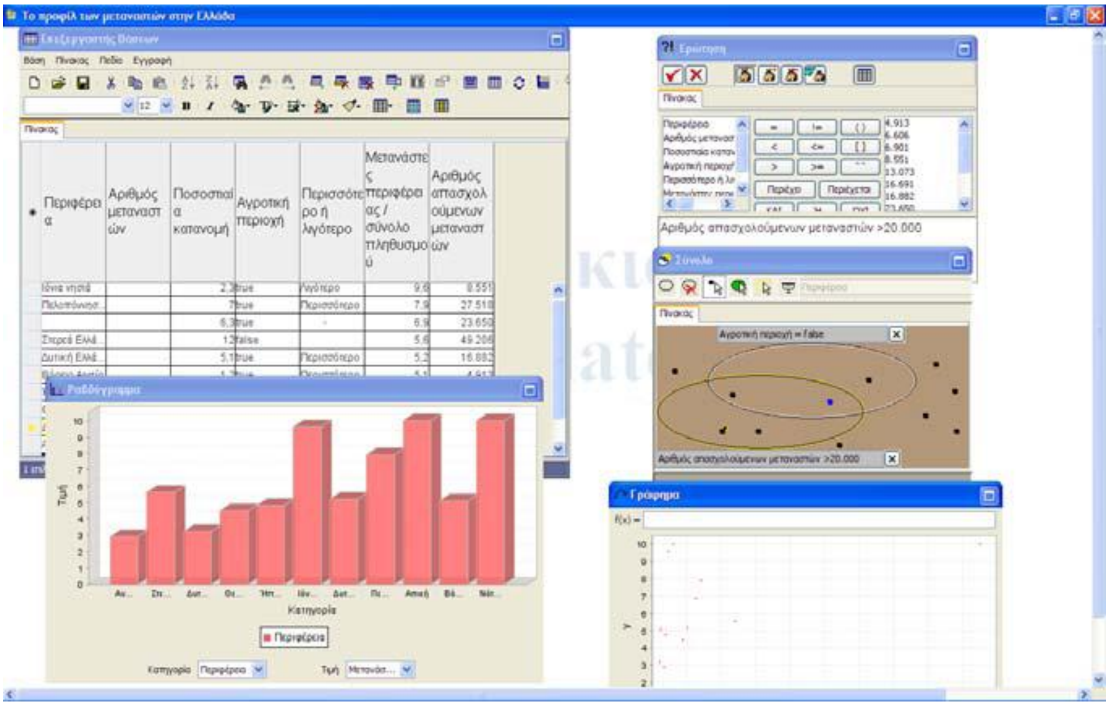
Οι βασικές διαφορές είναι ότι είναι εξαιρετικά υποβαθμισμένη αν όχι ανύπαρκτη η δυνατότητα της διαβαθμισμένης πρόσβασης στην πληροφορία καθώς και αυτή του σχεδιασμού καρτελών.

Τα εργαλεία της διδακτικής έχουν το χαρακτηριστικό της άμεσης ανταπόκρισης οποιασδήποτε καταχώρησης ή ανάλυσης των δεδομένων και κυρίως της ποικιλίας και του δυναμικού χαρακτήρα των αναπαραστάσεων της πληροφορίας και των τρόπων ανάλυσής της.

Τα βασικά εργαλεία είναι το ‘Tabletop’ του Hankock (1995) και μετέπειτα το ‘Fathom’ και το ‘Tinkerplots’ του εκδοτικού οίκου ‘Key Curriculum Press’ που εκδίδει και το Geometry Sketchpad.

Και τα τρία αυτά εργαλεία θεωρούνται κατάλληλα για τη διδασκαλία της στατιστικής και των πιθανοτήτων, συνδυάζοντας έννοιες από τα αντικείμενα αυτά με έννοιες διαχείρισης δεδομένων από την επιστήμη των υπολογιστών.

Το ‘Ταξινομούμε’, που σχεδιάστηκε στο Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας, αποτελεί μια σχεσιακή βάση δεδομένων με δυνατότητα απλών στατιστικών πράξεων, ερωτημάτων με τη μορφή της Άλγεβρας του Boole, αναπαράσταση των δεδομένων με διαγράμματα του Venn, ραβδογράμματα και γραφήματα σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Το ‘Ταξινομούμε’ ενσωματώνει μικρά κομμάτια λογισμικού, που ονομάζονται «ψηφίδες», συνδέονται μεταξύ τους και εκτελούν συγκεκριμένες λειτουργίες. Το ‘Ταξινομούμε’ αποτελείται από πέντε ψηφίδες: Βάση Δεδομένων, Σύνολο, Ερώτηση, Ραβδόγραμμα και Γράφημα.



Εικόνα: Το περιβάλλον του Ταξινομούμε με πέντε διασυνδεόμενες ψηφίδες.

4.2 ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ¨ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ¨

Στην προσπάθεια εισαγωγής του υπολογιστή και των νέων τεχνολογιών στην τάξη των μαθηματικών ενσωματώνοντας παράλληλα όλες τις νέες τάσεις της διδακτικής, στην παρούσα διπλωματική εργασία επιχειρείται μια προσέγγιση για τη διδασκαλία της Στατιστικής και της Θεωρίας Πιθανοτήτων σε μαθητές της Γ΄ Λυκείου.

Για την υλοποίηση μιας τέτοιας πρότασης πρέπει να λάβουμε υπόψη τους περιορισμούς που υπάρχουν:

- *Ανάγκη εφαρμογής του αναλυτικού προγράμματος εφόσον αυτές οι ενότητες διδάσκονται στο μάθημα γενικής παιδείας ¨ Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής ¨*

- *Τα ¨ Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής ¨, που διδάσκονται στη Γ΄ Λυκείου, είναι ένα πανελλαδικά εξεταζόμενο μάθημα και αποτελεί μάθημα αυξημένης βαρύτητας για σχολές του 5ου επιστημονικού πεδίου.*
- *Ανεπαρκής υλικοτεχνική υποδομή.*
- *Δυσκολία συντονισμού μεταξύ του υπευθύνου του σχολικού εργαστηρίου ηλεκτρονικών υπολογιστών και του διδάσκοντα.*
- *Δυσκολία διάθεσης του σχολικού εργαστηρίου για την πραγματοποίηση των μαθημάτων στο χώρο αυτό.*

Για το σχεδιασμό και την πραγματοποίηση εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων δεν χρησιμοποιήθηκαν τα εκπαιδευτικά λογισμικά όπως 'Tabletop' του Hankock (1995) το 'Fathom' και το 'Tinkerplots' του εκδοτικού οίκου 'Key Curriculum Press' , ούτε το ΄ Ταξινομούμε ΄ που προαναφέρθηκαν για τους παρακάτω λόγους:

- *τα λογισμικά αυτά δεν είναι ευρέως διαδεδομένα*
- *δεν αποτελούν βασικό εξοπλισμό των σχολικών εργαστηρίων*
- *η εξοικείωση των μαθητών με τα περιβάλλοντα των ανωτέρω λογισμικών απαιτεί κάποιον χρόνο που δεν είναι διαθέσιμος εφόσον το μάθημα των ¨ Μαθηματικών και Στοιχείων Στατιστικής ¨ είναι πανελλαδικά εξεταζόμενο μάθημα*

Επιλέχθηκαν δύο λογισμικά που είναι ευρύτατα διαδεδομένα και οι μαθητές όπως και οι καθηγητές των μαθηματικών στην πλειονότητά τους έχουν έρθει σε επαφή με αυτά.

- *¨Ένα ελεύθερο λογισμικό[5] η GeoGebra με την οποία μπορεί κανείς να περιγράψει διαδικασίες με τρόπο που θα ήταν αδύνατο να περιγραφούν με τη χρήση παραδοσιακών μέσων.*

---

[5] Ο όρος «ελεύθερο λογισμικό» είναι ιδιαίτερα ευρύς ως προς τη χρήση και τη σημασία του. Σύμφωνα με τον ορισμό του Free Software Foundation[5] : ορίζει ως **ελεύθερο** το λογισμικό που μπορεί να ***χρησιμοποιηθεί***, ***αντιγραφεί***, ***μελετηθεί***, ***τροποποιηθεί*** και ***αναδιανεμηθεί*** χωρίς περιορισμό. Το αντίθετο του ελεύθερου λογισμικού είναι το ιδιόκτητο λογισμικό, και όχι το λογισμικό που πωλείται για κέρδος, όπως το εμπορικό λογισμικό. Το ελεύθερο λογισμικό ορισμένες φορές αναφέρεται και ως ανοιχτό λογισμικό ή λογισμικό ανοιχτού κώδικα.

- *Το Excel του Microsoft Office, ένα ισχυρό εργαλείο το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία, μορφοποίηση, ανάλυση υπολογιστικών φύλλων, τη δημιουργία και χρήση γραφημάτων και πληθώρα άλλων απεικονίσεων και εφαρμογών. Το Microsoft Office αποτελεί βασικό εξοπλισμό όλων των σχολικών εργαστηρίων και των προσωπικών υπολογιστών όλων των εμπλεκομένων (μαθητών και εκπαιδευτικών)*

Η Στατιστική και οι Πιθανότητες αποτελούν κλάδους των μαθηματικών που μπορούν να ενισχυθούν σημαντικά με τη χρήση λογισμικών, με ταυτόχρονη αύξηση της εμπλοκής των μαθητών και βελτίωση των μαθησιακών αποτελεσμάτων. Αν και κυκλοφορούν αρκετά σημαντικά λογισμικά για Δημοτική και Μέση Εκπαίδευση(π.χ. Sketchpad), οι άδειες χρήσης αλλά και η αδυναμία προσαρμογής του περιβάλλοντος εργασίας και της εφαρμογής σε όλα τα λειτουργικά συστήματα, προκαλεί δυσκολίες στην εφαρμογή τους σε μια ευρύτερη βάση.

Το Geogebra είναι ένα βραβευμένο πρόγραμμα που αναπτύχθηκε από τον Αυστριακό μαθηματικό Markus Hohenwarter και τους συνεργάτες του, που ενσωματώνει με δυναμικό τρόπο, Άλγεβρα, Γεωμετρία και Λογισμό, ως βοήθημα για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στα σχολεία. Γύρω από την Geogebra έχει δημιουργηθεί μία μεγάλη και δραστήρια κοινότητα μαθηματικών από όλο τον κόσμο.

Είναι ένα λογισμικό γεωμετρίας που ανήκει στο χώρο του ανοικτού/ ελεύθερου λογισμικού Η Geogebra συνδυάζει χαρακτηριστικά προγραμμάτων δυναμικής γεωμετρίας (Geometer’s Sketchpad , Cabri, Cinderella, EucliDraw, WinGeom) και προγραμμάτων γραφικών παραστάσεων (Graphmat, WinPlot). Παρέχει τη δυνατότητα δημιουργίας δυναμικού φύλλου εργασίας σε μορφή ιστοσελίδας (html). Δημιουργεί γραφικά σε γλώσσα Postcript (eps) αλλά αν τα γραφικά του εξαχθούν (με την εντολή Export) σε μορφή png μπορούν να εισαχθούν ως εικόνες σε έγγραφα του Microsoft Word και άλλων εφαρμογών.

Είναι ιδιαίτερα εύχρηστο λογισμικό το οποίο ενσωματώνεται σε αρκετές εκδόσεις Linux που έχουν εκπαιδευτική κατεύθυνση, ενώ μπορεί να τρέξει σε πολλές και διαφορετικές πλατφόρμες. Το μηδενικό κόστος επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να εγκαταστήσει το λογισμικό αυτό σε όλους τους υπολογιστές του σχολείου, ενώ παράλληλα μπορεί να το προσφέρει και στους μαθητές ώστε η εργασία που γίνεται στο σχολείο να μπορεί να συνεχιστεί και στο σπίτι.

(Για τη λήψη του ελεύθερου λογισμικού Geogebra και σχετικών αρχείων ή για χρησιμοποίηση του WebStart από τη διεύθυνση http://www.geogebra.org Για τη χρήση της Βοήθεια στην ίδια διεύθυνση ή το εγχειρίδιο χρήσης του Μαθηματικού Α.Φεργαδιώτη από τη διεύθυνση http://users.ira.sch.gr/fergadioti.)

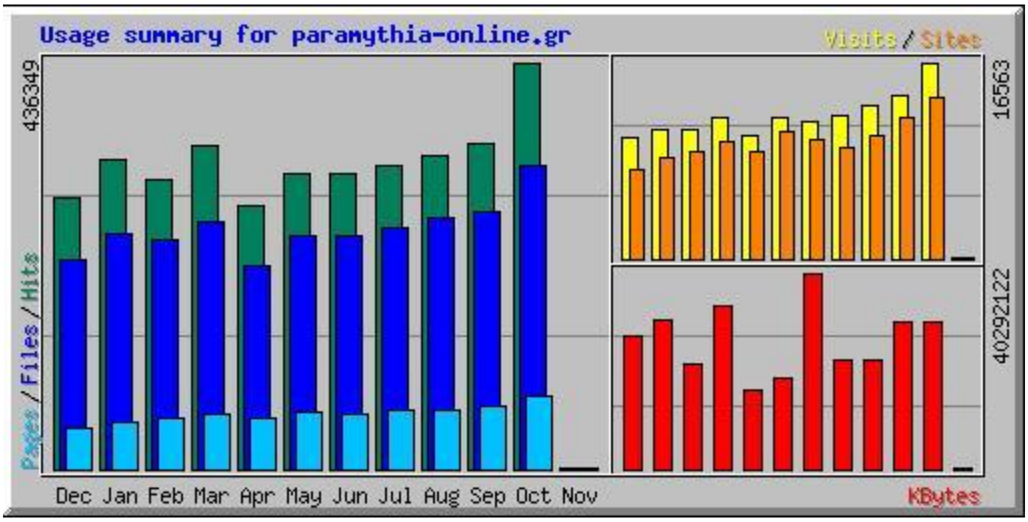
Οι δραστηριότητες που προτείνονται έχουν υλοποιηθεί στην τάξη κατά την περίοδο Δεκεμβρίου 2011 – Μαρτίου 2012 στο Γ1 τμήμα του 2ου Γενικού Λυκείου Αγίου Δημητρίου στα πλαίσια του μαθήματος γενικής παιδείας ¨Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής¨

Οι παιδαγωγικοί στόχοι που ετέθησαν είναι:

- Να μάθουν οι μαθητές να αναπτύσσουν εικασίες και υποθέσεις σχετικές με τις έννοιες και τις διαδικασίες της δραστηριότητας .
- Να μάθουν να ελέγχουν τις υποθέσεις τους είτε ατομικά είτε μπροστά σε όλη την τάξη, με την βοήθεια του υπολογιστή.
- Να μάθουν να υπερασπίζονται τα συμπεράσματα τοις σε όλη την τάξη,
- Να μάθουν να συμμετέχουν στον διάλογο και να συνεισφέρουν με τις ιδέες και τις εκτιμήσεις τους.
- Να οικοδομούν κώδικες επικοινωνίας ώστε να γίνονται αντιληπτοί από τους συμμαθητές τους και τον καθηγητή τους.

4.3 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ – ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΗΝ ΠΡΑΞΗ

Στο δεύτερο κεφάλαιο του σχολικού εγχειριδίου παρουσιάζονται συστηματικότερα τα στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής που γνώρισαν οι μαθητές στο Γυμνάσιο, τα οποία συμπληρώνονται με μερικές χρήσιμες ιδιότητες της μέσης τιμής και της διασποράς καθώς και με την παλινδρόμηση και τη γραμμική συσχέτιση δύο μεταβλητών. Η παρουσίαση των εννοιών και της μεθοδολογίας της Στατιστικής, όπως άλλωστε επιβάλλεται από τη φύση της, είναι πιο αναλυτική από ό,τι στην Άλγεβρα και στη Γεωμετρία.



Για την υλοποίηση τη διδασκαλίας του κεφαλαίου της Στατιστικής τέθηκαν οι ακόλουθοι στόχοι:

- Να κατανοήσουν την έννοια της μεταβλητής και να γνωρίζουν τους τύπους στους οποίου διακρίνονται οι μεταβλητές που αφορούν χαρακτηριστικά του προς μελέτη πληθυσμού.
- Να γνωρίζουν τους βασικούς τρόπους παρουσίασης των δεδομένων (πίνακας διαλογής, πίνακας κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων).

- Να γνωρίζουν την χρησιμότητα και τον τρόπο υπολογισμού των αθροιστικών συχνοτήτων και της σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων μιας μεταβλητής.
- Να γνωρίζουν τρόπους ομαδοποίησης δεδομένων.
- Να εξοικειωθούν με τα διαγράμματα συχνοτήτων ώστε να μπορούν να τα κατανοούν και να τα κατασκευάζουν.
- Να κατανοούν και να μπορούν να υπολογίζουν στατιστικά μέτρα θέσης και διασποράς
- Να επεξεργάζονται στατιστικά δεδομένα και να ερμηνεύουν κριτικά τα στατιστικά συμπεράσματα.
- Να αποκτήσουν οι μαθητές την δυνατότητα ερμηνείας φαινομένων (φυσικών, οικονομικών, κοινωνικών κτλ.) με στατιστικές μεθόδους.
- Να αυξηθεί το ενδιαφέρον των μαθητών για τη Στατιστική, να αναπτυχθέν η δυνατότητα αυτενέργειάς τους και κυρίως να καλλιεργηθεί η ερευνητικής διάθεση από μέρους τους.

Στο Παράρτημα1 παρατίθεται το φύλλο εργασίας και οι ασκήσεις που προτείνονται. Το υλικό αυτό αποτελεί υποστηρικτικό υλικό , δεν υποκαθιστά το σχολικό βιβλίο, αλλά λειτουργεί υποστηρικτικά για την βαθύτερη κατανόηση και εμπέδωση των εννοιών που πραγματεύεται, από τους μαθητές.

4.4 ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ - ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΗΝ ΠΡΑΞΗ

Στο τρίτο κεφάλαιο του σχολικού βιβλίου, γίνεται μια εισαγωγή στη Θεωρία των Πιθανοτήτων και στις σχετιζόμενες με αυτήν μεθόδους απαρίθμησης. Η απόδειξη των ιδιοτήτων της πιθανότητας ενός ενδεχομένου γίνεται μόνο στην περίπτωση που τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα. Η Θεωρία των Πιθανοτήτων ασχολείται με καταστάσεις όπου υπάρχει αβεβαιότητα, και αυτό την κάνει ιδιαίτερα σημαντική στις εφαρμογές της καθημερινής ζωής

Με τις δραστηριότητες που προτείνονται επιδιώκεται:

- Η ενεργητική εμπλοκή των μαθητών στη διερεύνηση προβλημάτων, στη δημιουργία και τον έλεγχο εικασιών, στην ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης προβλήματος και πολλαπλών αποδεικτικών προσεγγίσεων, στην ανάπτυξη διάφορων τρόπων σκέψης (επαγωγική, παραγωγική).

- Η κατανόηση και χρήση της μαθηματικής γλώσσας, των συμβόλων και των αναπαραστάσεων των μαθηματικών αντικειμένων, η ανάπτυξη της ικανότητας μετάφρασης από τη φυσική στη μαθηματική γλώσσα και αντίστροφα καθώς και η ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να επικοινωνούν μαθηματικά.
- Η αναγνώριση της έννοιας της πιθανότητας και η χρησιμοποίηση της για την επίλυση προβλημάτων.
- Η ανάπτυξη ικανοτήτων χρήσης των Μαθηματικών ως εργαλείο κατανόησης και ερμηνείας του κόσμου.

Στο Παράρτημα2 παρατίθεται το φύλλο εργασίας και οι ασκήσεις που προτείνονται. Το υλικό αυτό αποτελεί υποστηρικτικό υλικό , δεν υποκαθιστά το σχολικό βιβλίο, αλλά λειτουργεί υποστηρικτικά για την βαθύτερη κατανόηση και εμπέδωση των εννοιών που πραγματεύεται, από τους μαθητές.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ Γ΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ,OEDB,

Αδαμόπουλος Λεωνίδας, Δαμιανού Χαράλαμπος Σβέρκος Ανδρέας

Ματσαγγούρας Ηλίας: "Στρατηγικές Διδασκαλίας: Η Κριτική Σκέψη

στη Διδακτική Πράξη", Αθήνα, Gutenberg, 2002.

Μακράκης Β. (2000), Υπερμέσα στην Εκπαίδευση. Μια κοινωνικο-εποικοδομητική προσέγγιση, Μεταίχμιο, Αθήνα

Κολέζα, Ε. (2006) Μαθηματικά και σχολικά μαθηματικά: Επιστημολογική και κοινωνιολογική προσέγγιση της μαθηματικής εκπαίδευσης. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κόμης (επιμ.),(2000) «Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση», Πρακτικά 2ου Πανελλήνιου Συνεδρίου 583-592, Πάτρα

Παπαναστασίου, Κ. & Παπαναστασίου, Ε. Κ. (2005) Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας. Λευκωσία.

Πολίτης Π., Ρούσος Π., Καραμάνης Μ. και Τσαούσης Γ. (2000), Αξιολόγηση της επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών στα πλαίσια του έργου ΟΔΥΣΣΕΑΣ, στο Β.

Ράπτης Α. και Ράπτη Α. (1999α), Πληροφορική και Εκπαίδευση. Συνολική Προσέγγιση, Αθήνα

Σακονίδης, Χ. (2002) Κοινωνικοπολιτισμικές συγκρούσεις στην τάξη των μαθηματικών: Η περίπτωση των μειονοτικών σχολείων της Θράκης.

Σακονίδης, Χ. (2007) Κοινότητες πρακτικής στη μάθηση: Μια αλλαγή προοπτικής για τη μαθηματική εκπαίδευση.

ΥπΠΔΒΜ, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Επιμορφωτικό Υλικό Γενικού μέρους του Προγράμματος Σπουδών για την Εκπαίδευση των Επιμορφωτών-ΤΠΕ και Θεωρίες Μάθησης

ΥπΠΔΒΜ (2010),Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Επιμορφωτικό υλικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης

ΥΠΕΠΘ (1998), *Η Πληροφορική στο σχολείο,* Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Αθήνα

ΥΠΕΠΘ (2000), *Προετοιμασία του Δασκάλου της Κοινωνίας της Πληροφορίας. Αρχική επιμόρφωση όλων των εκπαιδευτικών στις Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας,* Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Αθήνα

Alessi, S.M. & Trollip, S.R. (2000). Multimedia for learning: Methods and development, Boston, MA: Allyn & Bacon.

Ausubel, D. P. (1968). Educational Psychology, A Cognitive View, New York: Holt, Rinehart and Winston.

Bruner, J. (1996). The Culture of Education, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Δικτυακοί τόποι:

http://ausweb.scu.edu.au/aw99/papers/caccuran/paper.html

http://www.project2061.org/newsinfo/earlychild/experience/clements.htm

http://www.unesco.org/education/educprog/lwf/doc/portfolio/opinion8.htm

www.springer.com/education/mathematics+education/journal/10649

http://enallax.com/PHP/PHOTO/PHP/exams.php?clearsession=1

http://mathedutech.wordpress.com/

http://www.springer.com/education/mathematics+education/journal/10649

http://www.icme-organisers.dk/dg08/Zan1.doc

http://en.wikipedia.org/wiki/ Educational_software

Περιοδικά Μαθηματικών

- Annals of Mathematics

- Crux
- Duke Mathematical Journal
- Forum Geometricorum
- Komal
- Kvant

- Mathematical Excalibur

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1ο

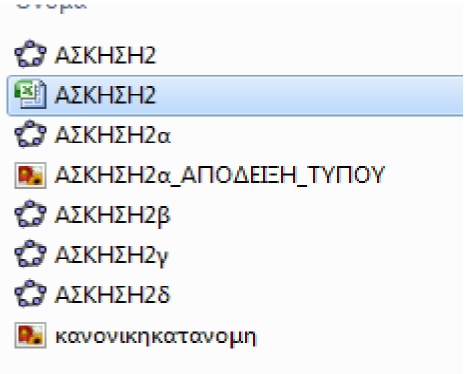
ΥΠΟΣΤΗΡΙΚΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΓΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΦΑΚΕΛΟΣ: ΑΣΚΗΣΗ1

- ΦΥΛΛΟ_ ΕΡΓΑΣΙΑΣ_ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (Αρχείο M.S.Word)
- Ερωτηματολόγιο (Αρχείο M.S.Word)
- ΑΣΚΗΣΗ_Γ1 (Αρχείο M.S.Excel)

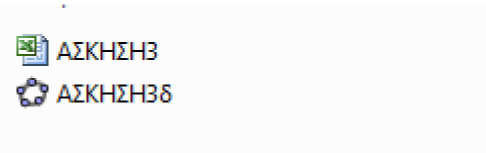
ΦΑΚΕΛΟΣ: ΑΣΚΗΣΗ2

Φάκελος αρχείων



ΦΑΚΕΛΟΣ: ΑΣΚΗΣΗ3

Φάκελος αρχείων



ΦΑΚΕΛΟΣ: ΑΣΚΗΣΗ4

- ΑΣΚΗΣΗ4 (Αρχείο M.S.Excel)

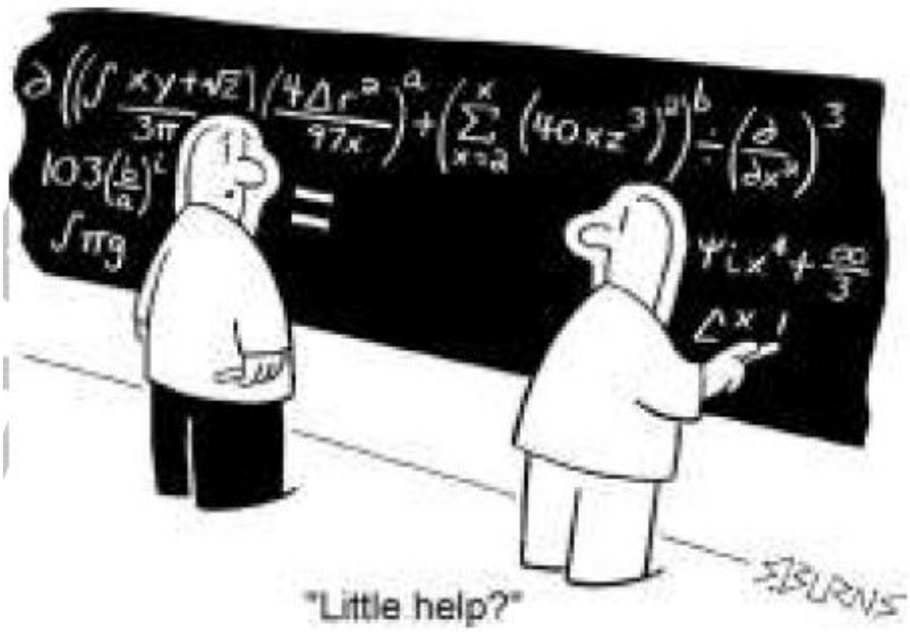
ΦΑΚΕΛΟΣ: ΑΣΚΗΣΗ5

- ΑΣΚΗΣΗ5 (Αρχείο Geogebra)

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΘΕΜΑ: Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων

ΕΠΩΝΥΜΟ:	
ΟΝΟΜΑ:	
ΤΑΞΗ: Γ ΤΜΗΜΑ :	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:



ΦΑΣΗ 1^{Η}

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1:

Θεωρούμε το σύνολο των μαθητών της Γ τάξης του 2^{ου} Λυκείου Αγίου Δημητρίου κατά το τρέχον σχολικό έτος. Θέλουμε να μελετήσουμε αυτό το σύνολο ως προς κάποια χαρακτηριστικά, όπως για παράδειγμα την κατεύθυνση, τα ενδιαφέροντα, το χρόνο μελέτης και άλλα. Ένα τέτοιο σύνολο ονομάζεται πληθυσμός.

Το σύνολο των ψηφοφόρων ενός συγκεκριμένου πολιτικού κόμματος αποτελεί ένα άλλο χαρακτηριστικό παράδειγμα για αυτή την έννοια.

1. Μπορείτε να δώσετε έναν ορισμό για την έννοια του πληθυσμού;

………

………

………

………

………

Πληθυσμός *ονομάζεται κάθε σύνολο, τα στοιχεία του οποίου εξετάζουμε ως προς ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά τους. Τα στοιχεία του πληθυσμού ονομάζονται* ***μονάδες*** *ή* ***άτομα****.*

Μεταβλητές *ονομάζονται τα χαρακτηριστικά εκείνα, ως προς τα οποία εξετάζουμε έναν πληθυσμό. Οι δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει μια μεταβλητή λέγονται* ***τιμές της μεταβλητής****.*

Οι μεταβλητές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, στις **ποιοτικές** και στις **ποσοτικές**.

Ποιοτικές μεταβλητές *είναι εκείνες που δεν επιδέχονται μέτρηση και οι τιμές τους δεν είναι αριθμοί.*

Ποσοτικές μεταβλητές *είναι εκείνες που επιδέχονται μέτρηση και οι τιμές τους είναι αριθμοί.*

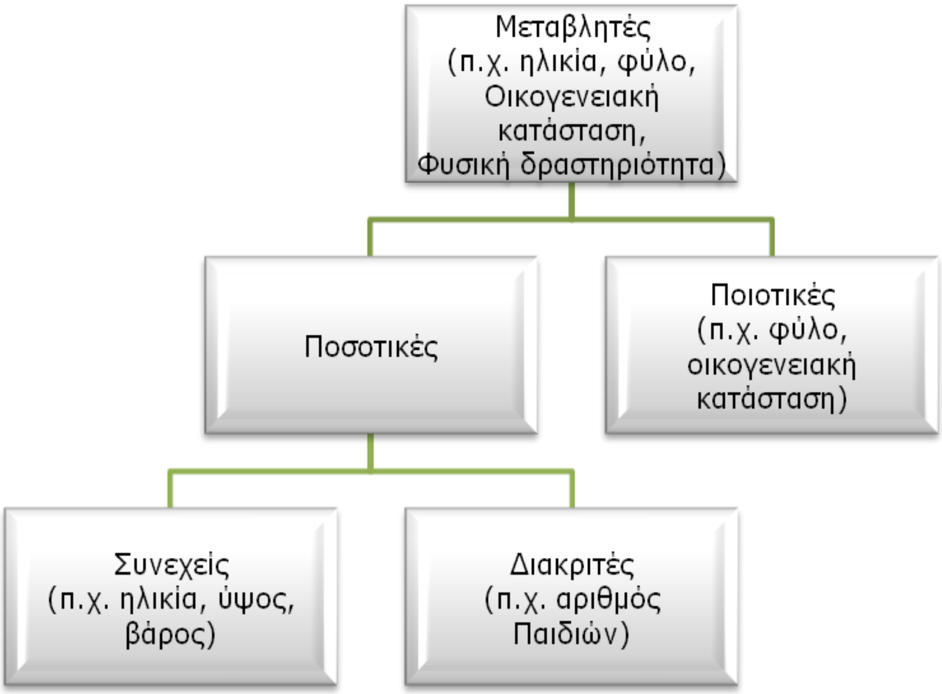
Οι ποσοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε ***συνεχείς*** *και* ***διακριτές*** *(****ασυνεχείς****).*

Συνεχείς *είναι οι ποσοτικές μεταβλητές που μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος (α , β).*

Διακριτές *είναι οι ποσοτικές μεταβλητές που παίρνουν μόνο μεμονωμένες τιμές.*

Για παράδειγμα , αν μελετούμε το σύνολο των μαθητών της Γ΄ τάξης ως προς τη προφορική βαθμολογία τους στα μαθηματικά Γενικής Παιδείας τότε:

- Όλοι οι μαθητές της Γ΄ τάξης θα αποτελούν τον πληθυσμό
- Ο βαθμός του κάθε μαθητή στα Μαθηματικά είναι η μεταβλητή
- Οι αριθμοί 0,1,2,……20 είναι οι δυνατές τιμές της μεταβλητής



Στατιστικά δεδομένα ή παρατηρήσεις είναι μια σειρά δεδομένων, που προκύπτουν από τη διαδοχική εξέταση των ατόμων ενός πληθυσμού ως προς ένα χαρακτηριστικό τους.

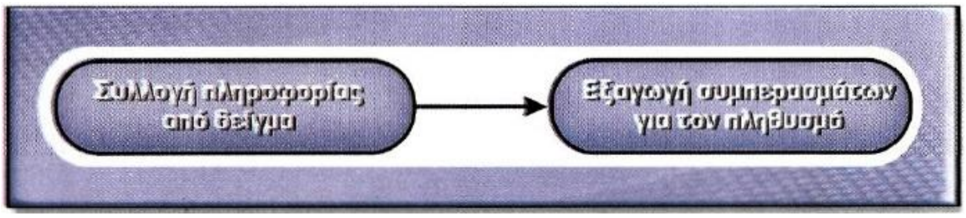
Οι κυριότερες μέθοδοι συλλογής στατιστικών δεδομένων είναι η **απογραφή** και η **δειγματοληψία.**

Απογραφή *είναι μια μέθοδος συλλογής στατιστικών δεδομένων, που ακολουθούμε για να πάρουμε όλες τις απαραίτητες πληροφορίες, για έναν πληθυσμό εξετάζοντας όλα τα άτομα του πληθυσμού ως προς τα χαρακτηριστικά που μας ενδιαφέρουν.*

Η απογραφή όμως είναι δύσκολη, οικονομικά και χρονικά ασύμφορη και πολλές φορές αδύνατη. Γι' αυτό το λόγο επιλέγουμε μια μικρή ομάδα, δηλαδή ένα υποσύνολο του πληθυσμού το οποίο ονομάζεται **δείγμα**.

Η αναγκαιότητα και χρησιμότητα του δείγματος γίνεται φανερή στην πράξη π.χ. εταιρίες ερευνών συλλέγοντας πληροφορίες από μικρό σχετικά αριθμό ψηφοφόρων μπορούν να προβλέψουν με ακρίβεια τα αποτελέσματα των Εθνικών εκλογών. Δηλαδή από τη μελέτη της συμπεριφοράς ενός μικρού τμήματος των ψηφοφόρων (δείγμα) προσδιορίζεται η συμπεριφορά του συνόλου των ψηφοφόρων (πληθυσμός).

Η διαδικασία αυτή μπορεί να αποδοθεί σχηματικά ως εξής:



Συλλέγουμε τις παρατηρήσεις από το δείγμα και στη συνέχεια γενικεύουμε τα συμπεράσματα για ολόκληρο τον πληθυσμό. Τα συμπεράσματα όμως, που θα προκύψουν από τη μελέτη του δείγματος θα είναι αξιόπιστα, δηλαδή θα ισχύουν με ικανοποιητική προσέγγιση για ολόκληρο τον πληθυσμό, μόνο όταν η επιλογή του δείγματος έχει γίνει με τέτοιο τρόπο, ώστε το δείγμα να είναι αντιπροσωπευτικό.

Ένα δείγμα θεωρείται **αντιπροσωπευτικό,** όταν κάθε άτομο του πληθυσμού έχει την ίδια δυνατότητα να επιλεγεί.

Δειγματοληψία είναι αυτή η μέθοδος συλλογής στατιστικών δεδομένων, κατά την οποία συγκεντρώνονται πληροφορίες μόνο για ένα υποσύνολο του πληθυσμού.

2. *Να ορίσετε τις παρακάτω έννοιες: δείγμα, αντιπροσωπευτικό δείγμα, δειγματοληψία.*

………

………

………

………

………

………

3. *Να καταγράψετε 3 μεταβλητές που θα θέλατε να μελετήσουμε στο σύνολο των μαθητών της Γ Λυκείου του σχολείου μας. Κατηγοριοποιείστε κάθε μια από τις προτεινόμενες μεταβλητές σε ποιοτική ή ποσοτική. Δώστε τις πιθανές τιμές που μπορούν να πάρουν. Καταγράψτε τα παραπάνω στον ακόλουθο πίνακα:*

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΠΟΙΟΤΙΚΗ/ΠΟΣΟΤΙΚΗ	ΤΙΜΕΣ				

Για να μπορέσουμε να μελετήσουμε τον πληθυσμό: ¨Σύνολο Μαθητών Γ΄ Τάξης $2^{ου}$ Λυκείου Αγ. Δημητρίου¨ θα συντάξουμε ένα ερωτηματολόγιο το οποίο θα μοιράσουμε στους συμμαθητές μας. Αφού απαντήσουν θα το επεξεργαστούμε και θα βγάλουμε συμπεράσματα σχετικά με το προφίλ των μαθητών της Γ΄ του σχολείου μας κατά την τρέχουσα σχολική χρονιά.

4. *Να εργαστείτε σε ομάδες των 3-4 ατόμων προκειμένου να συντάξετε το ερωτηματολόγιο. Η κάθε ομάδα θα κάνει την πρότασή της και στο τέλος θα συνταχθεί το τελικό ερωτηματολόγιο.*
    - *Τα ερωτήματα που θα υπάρχουν θα αναφέρονται τόσο σε ποσοτικές όσο και σε ποιοτικές μεταβλητές,*
    - *Οι περισσότερες ερωτήσεις θα είναι κλειστού τύπου και με περιορισμένο αριθμό δυνατών επιλογών (το πολύ πέντε), ώστε να απαντώνται εύκολα και γρήγορα.*

………

………

………

………

………

………

Όταν η απογραφή είναι δύσκολο να γίνει σε πολυμελείς ομάδες, εξετάζεται ένα γνήσιο υποσύνολο της ομάδας, ως προς τα χαρακτηριστικά που ενδιαφέρουν, το δείγμα. Βασική προϋπόθεση, για την εγκυρότητα οιασδήποτε Στατιστικής μελέτης που γίνεται με τη μέθοδο της δειγματοληψίας, είναι να είναι το δείγμα αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού.

5. *Να προτείνετε ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα για τον πληθυσμό: ¨Σύνολο Μαθητών Γ΄ Τάξης 2^{ου} Λυκείου Αγ. Δημητρίου¨. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας .*

………

………

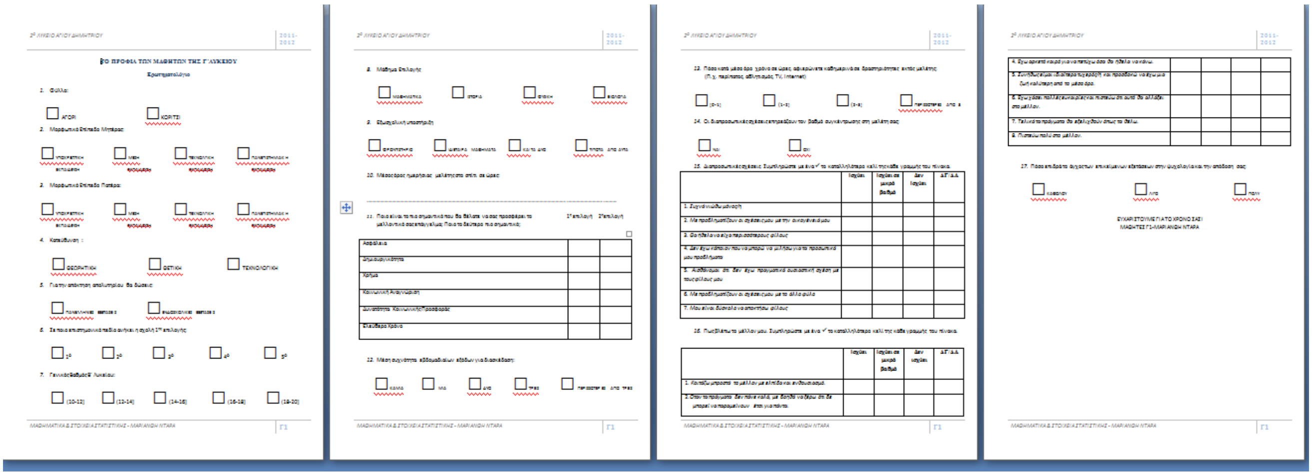
………

………

………

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2η : ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ-ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Μετά από επεξεργασία των προτάσεων όλων των ομάδων καταλήξαμε στο ακόλουθο ερωτηματολόγιο. Ανοίξτε το αρχείο Ερωτηματολόγιο.doc.πατώντας ☞ εδώ.



Να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακλουθεί τοποθετώντας ✓στο κατάλληλο κελί του πίνακα προκειμένου να χαρακτηρίσετε τις εξεταζόμενες μεταβλητές του ερωτηματολογίου που συντάξαμε.

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΠΟΙΟΤΙΚΗ	ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΣΥΝΕΧΗΣ	ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΔΙΑΚΡΙΤΗ
1. Φύλλο			
2. Μορφωτικό Επίπεδο Μητέρας			
3. Μορφωτικό Επίπεδο Πατέρα			
4. Κατεύθυνση			
5. Εξετάσεις για απόκτηση απολυτηρίου			
6. Επιστημονικό πεδίο σχολής 1ης επιλογής			
7. Γενικός Βαθμός Β’			

Λυκείου			
8. Μάθημα Επιλογής			
9. Εξωσχολική υποστήριξη			
10. Μέσος όρος ημερήσιας μελέτης στο σπίτι σε ώρες			
11. Προσφορά μελλοντικού επαγγέλματος			
12. Μέση συχνότητα εβδομαδιαίων εξόδων			
13. Μέσος χρόνος σε ώρες, σε δραστηριότητες εκτός μελέτης;			

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Για τη μελέτη και αξιοποίηση των στατιστικών δεδομένων είναι απαραίτητη η κατασκευή συνοπτικών πινάκων ή γραφικών παραστάσεων . Οι πίνακες είναι είτε γενικοί πίνακες είτε ειδικοί πίνακες. Οι γενικοί περιέχουν όλες τις πληροφορίες με λεπτομέρειες από μία στατιστική έρευνα και αποτελούν συνήθως τις πηγές από τις οποίες αντλούν οι ερευνητές στοιχεία για παραπέρα αναλύσεις και εξαγωγή συμπερασμάτων. Οι ειδικοί πίνακες, είναι συνοπτικοί, ειδικού θέματος και έχουν ληφθεί από ένα γενικό πίνακα.

Κάθε πίνακας περιέχει:

ΤΙΤΛΟΣ (Δηλώνει το περιεχόμενο του πίνακα)

Επικεφαλίδες	Φύση και μονάδες μέτρησης των δεδομένων
	ΚΥΡΙΟ ΜΕΡΟΣ
	ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Πηγή **(** Δηλώνεται η προέλευση των στατιστικών στοιχείων)

Θέλουμε να κατασκευάσουμε έναν πίνακα που θα περιέχει τα στοιχεία που συλλέξαμε από τα ερωτηματολόγια για το τμήμα Γ1 του σχολείου μας. Στον πίνακα αυτό θα παρουσιάσουμε τα δεδομένα από την δειγματοληψία που πραγματοποιήθηκε στο Γ1.

Να εργαστείτε σε ομάδες (όπως έχουν οριστεί στην προηγούμενη δραστηριότητα) και με τη μέθοδο της ¨διαλογής¨ να κατασκευάσετε ένα πίνακα με τις μεταβλητές που αντιστοιχούν στην κάθε ομάδα:

1η ομάδα

1. Φύλλο
2. Μορφωτικό Επίπεδο Μητέρας
3. Μορφωτικό Επίπεδο Πατέρα
4. Κατεύθυνση

2η ομάδα

1. Εξετάσεις για απόκτηση απολυτηρίου
2. Επιστημονικό πεδίο σχολής 1ης επιλογής
3. Γενικός Βαθμός Β’ Λυκείου
4. Μάθημα Επιλογής

3η ομάδα

1. Εξωσχολική υποστήριξη
2. Μέσος όρος ημερήσιας μελέτης στο σπίτι σε ώρες
3. Προσφορά μελλοντικού επαγγέλματος
4. Μέση συχνότητα εβδομαδιαίων εξόδων
5. Μέσος χρόνος σε ώρες, σε δραστηριότητες εκτός μελέτης;

ΦΑΣΗ 2Η

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3η : ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Στον πίνακα που κατασκευάσαμε, στη δεύτερη στήλη, γράφουμε τον αριθμό που δηλώνει πόσες φορές εμφανίστηκε η τιμή xi της εξεταζόμενης μεταβλητής X για i=1,2,3,…,κ στο δείγμα μας. Ο αριθμός αυτός ονομάζεται συχνότητα της τιμής xi της μεταβλητής X

1. Μπορείτε να δώσετε έναν ορισμό για την συχνότητα (ή απόλυτη συχνότητα) της τιμής xi μιας μεταβλητής X ;

……

……

……

……

……

Σε ένα δείγμα με μέγεθος ν ***συχνότητα νi (ή απόλυτη συχνότητα)*** *της τιμής xi,*

i = 1 , 2 ,………., κ με κ ≤ ν,

ονομάζεται ο φυσικός αριθμός που μας δείχνει πόσες φόρες εμφανίζεται η τιμή xi της εξεταζόμενης μεταβλητής X στο σύνολο των παρατηρήσεων.

Αντίστοιχα έχουμε και τους ακόλουθους ορισμούς:

Σχετική συχνότητα fi *της τιμής xi, i = 1 , 2 , …………, κ με κ ≤ ν , ονομάζεται το πηλίκο* $f_i = \frac{\nu_i}{\nu}$ *όπου νi είναι η συχνότητα της τιμής xi και ν το μέγεθος του δείγματος.*

Σχετική συχνότητα fi % *Συνήθως τις σχετικές συχνότητες fi τις εκφράζουμε επί τοις εκατό , συμβολίζουμε με fi % = 100 fi , όπου i = 1 , 2 , …….., κ με κ ≤ ν.*

2. Αν *xi, i = 1 , 2 , …………, κ με κ ≤ ν , είναι οι τιμές* μιας μεταβλητής Χ σε ένα δείγμα μεγέθους ν τότε $\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_\kappa$ = ……………………. , δηλαδή το άθροισμα όλων των συχνοτήτων των τιμών είναι ίσο ………………. ………………………………………..
3. Για τη σχετική συχνότητα ισχύουν δύο χαρακτηριστικές ιδιότητες. Ποιες είναι αυτές; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

……

……

……

……

……

Πατήστε εδώ ☞ για την απάντηση

Αθροιστική συχνότητα (N_i)

*Αν οι τιμές x_1, x_2, x_3,…, x_κ μιας **ποσοτικής μεταβλητής Χ**, ενός δείγματος μεγέθους ν , είναι σε αύξουσα διάταξη και ν_1 , ν_2 , ν_3 ,…, ν_κ οι αντίστοιχες συχνότητές τους, τότε **αθροιστική συχνότητα** της τιμής x_i, i = 1 , 2 , 3 , …, κ λέγεται ο φυσικός αριθμός $N_i = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_i$ που δείχνει πόσες παρατηρήσεις είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i.*

Αθροιστική σχετική συχνότητα (F_i)

*Αν οι τιμές x_1, x_2, x_3,…, x_κ μιας **ποσοτικής μεταβλητής Χ**, ενός δείγματος μεγέθους ν, είναι σε αύξουσα διάταξη και f_1 , f_2 , f_3 ,…, f_κ οι αντίστοιχες συχνότητές τους , τότε **αθροιστική σχετική συχνότητα** της τιμής x_i, i = 1 , 2 , 3 , …, κ λέγεται ο αριθμός $F_i = f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_i$ που δείχνει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i.*

Κατανομή συχνοτήτων (x_i, v_i)

Αν x_1, x_2, x_3, …, x_κ οι τιμές μιας μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν και

*v_1, v_2, v_3, … , v_κ οι αντίστοιχες συχνότητές τους, τότε η **κατανομή συχνοτήτων** αποτελείται από το σύνολο των ζευγών της μορφής (x_i, v_i), $i = 1, 2, 3, …, \kappa$.*

Κατανομή σχετικών συχνοτήτων (x_i, f_i)

Αν x_1, x_2, x_3,…, x_κ οι τιμές μιας μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν και

*f_1, f_2, f_3,…, f_κ οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητές τους , τότε η **κατανομή σχετικών συχνοτήτων** αποτελείται από το σύνολο των ζευγών της μορφής (x_i, f_i),*

$i = 1, 2, 3, …, \kappa$

*Ο **πίνακας κατανομής συχνοτήτων ή πίνακας συχνοτήτων** μίας μεταβλητής Χ*

ενός δείγματος μεγέθους ν είναι ένας συνοπτικός πίνακας στον οποίο τοποθετούμε τις τιμές των ποσοτήτων x_i, v_i και f_i, $i = 1, 2, ……, \kappa$ με $\kappa \le v$.

Το σύμβολο ” Σ „

Το άθροισμα $v_1 + v_2 + v_3 + … + v_\kappa$ συμβολίζεται $\sum_{i=1}^{\kappa} v_i$. Άρα ισχύουν :

$$\text{α)} \ \sum_{i=1}^{\kappa} v_i = v \qquad \text{β)} \ \sum_{i=1}^{\kappa} f_i = 1 \ ,$$

$$\text{γ)} \ \sum_{i=1}^{\lambda} v_i = N_\lambda \qquad \text{δ)} \ \sum_{i=1}^{\lambda} f_i = F_\lambda \quad \text{όπου} \quad \lambda = 1, 2, 3, \ldots, \kappa .$$

Ομαδοποίηση παρατηρήσεων

Η ομαδοποίηση των παρατηρήσεων γίνεται όταν το πλήθος των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής είναι μεγάλο.

Στην περίπτωση αυτή οι παρατηρήσεις κατανέμονται σε σύνολα (ομάδες) που λέγονται **κλάσεις** και οι οποίες είναι δυνατόν να έχουν ίσο ή άνισο πλάτος .

Για την ομαδοποίηση ν παρατηρήσεων σε **κλάσεις ίσου πλάτους** εργαζόμαστε ως εξής :

- Προσδιορίζουμε τον αριθμό **κ** των κλάσεων. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από το μέγεθος ν του δείγματος και δίνεται από τον πίνακα της σελίδας 72 του σχολικού βιβλίου ή ορίζεται από τον ερευνητή σύμφωνα με την εμπειρία του.
- Προσδιορίζουμε το εύρος **R** των παρατηρήσεων. Είναι $\mathbf{R = x_{max} - x_{min}}$
- Προσδιορίζουμε το πλάτος **c** κάθε κλάσης
- Κατασκευάζουμε τις κλάσεις ξεκινώντας από τη μικρότερη παρατήρηση και προσθέτουμε κάθε φορά το πλάτος c των κλάσεων. Κάθε παρατήρηση πρέπει να ανήκει σε μια μόνο κλάση. Αν έχουμε κλάσεις ίσου πλάτους c, και οι κεντρικές τιμές διαφέρουν κατά c.
- Κάνουμε διαλογή των παρατηρήσεων. Κατασκευάζουμε πίνακα .

Κεντρική τιμή της κλάσης [αi,βi) είναι ο αριθμός $\frac{ai+\beta i}{2}$, i = 1, 2, 3, …, κ .

Γραφικές παραστάσεις

Τα στατιστικά δεδομένα παρουσιάζονται και με τη μορφή γραφικών παραστάσεων ή διαγραμμάτων. Με τα διαγράμματα διευκολύνεται η σύγκριση μεταξύ ομοειδών στοιχείων για το ίδιο χαρακτηριστικό ή και για διαφορετικά χαρακτηριστικά. Όπως και οι στατιστικοί πίνακες έτσι και τα στατιστικά διαγράμματα πρέπει να συνοδεύονται από τον τίτλο, την κλίμακα με τις τιμές των μεγεθών που απεικονίζονται, το υπόμνημα που επεξηγεί τις τιμές της μεταβλητής και την πηγή των δεδομένων.

Α. Ποιοτική μεταβλητή

Ραβδόγραμμα συχνοτήτων - Ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων

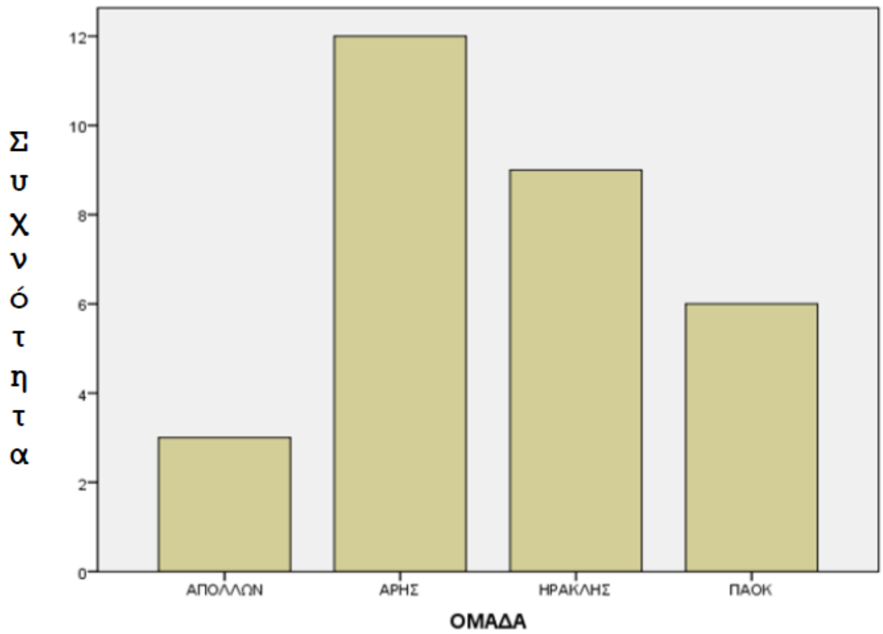
Το **ραβδόγραμμα** χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας **ποιοτικής** μεταβλητής. Αποτελείται από ορθογώνιες στήλες, που οι βάσεις τους βρίσκονται πάνω στον οριζόντιο άξονα ή και στον κατακόρυφο άξονα. Σε κάθε τιμή της μεταβλητής Χ αντιστοιχεί μία ορθογώνια στήλη της οποίας το ύψος είναι ίσο με την αντίστοιχη συχνότητα ή τη σχετική συχνότητα, έτσι έχουμε το **ραβδόγραμμα συχνοτήτων** ή το **ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.** Η απόσταση μεταξύ των στηλών και το μήκος των βάσεών τους καθορίζονται αυθαίρετα.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ερωτήθηκαν 30 μαθητές μιας τάξης ενός λυκείου σχετικά με την προτίμηση τους ως προς τις ποδοσφαιρικές ομάδες της Θεσσαλονίκης. Τα διδόμενα παρουσιάζονται στον παρακάτω πινάκα συχνοτήτων.

Πίνακας 1

Ομάδα x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Ποσοστά f_i %
ΠΑΟΚ	6	0,2	20
ΑΡΗΣ	12	0,4	40
ΗΡΑΚΛΗΣ	9	0,3	30
ΑΠΟΛΛΩΝ ΚΑΛΑΜΑΡΙΑΣ	3	0,1	10
Σύνολο	ν=30	**1**	**100**



Β. Ποσοτική ή Ποιοτική μεταβλητή

Κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων ή σχετικών συχνοτήτων

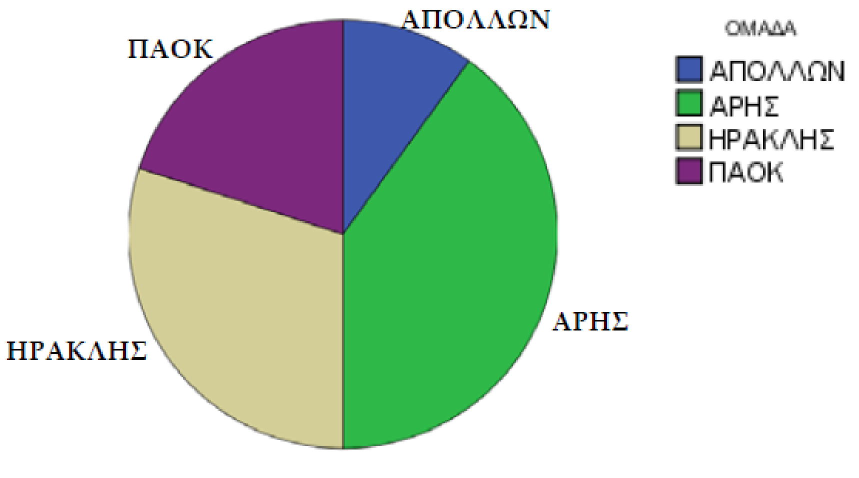
Το **κυκλικό διάγραμμα** χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο των **ποιοτικών** όσο και των **ποσοτικών** μεταβλητών, όταν οι τιμές της μεταβλητής είναι σχετικά λίγες.

Το **κυκλικό διάγραμμα** είναι ένας κυκλικός δίσκος χωρισμένος σε κυκλικούς τομείς των οποίων τα τόξα ή ισοδύναμα τα εμβαδά είναι ανάλογα προς τις αντίστοιχες συχνότητες ν_i ή τις σχετικές συχνότητες f_i ή $\% f_i$ των τιμών x_i της μεταβλητής.

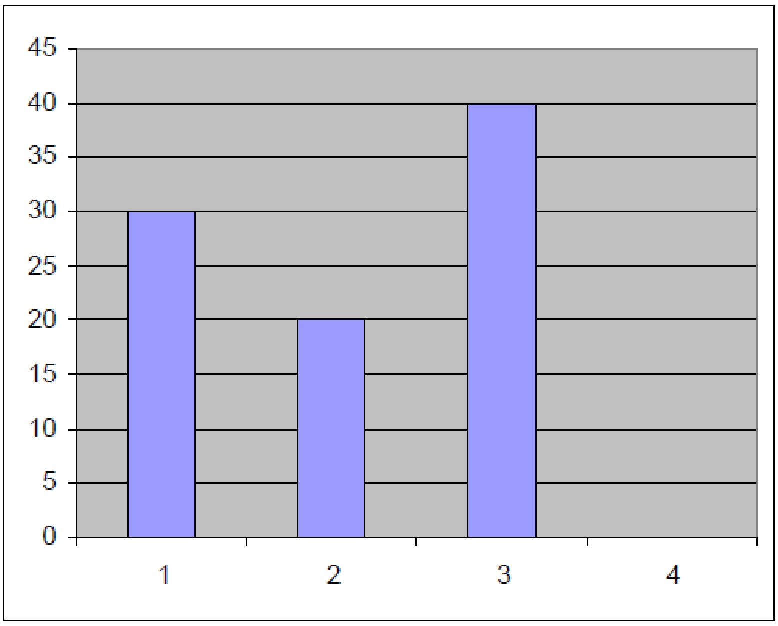
Αν συμβολίσουμε με α_i το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τομέα στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων ή σχετικών συχνοτήτων τότε $\alpha_i = 360^0 \cdot \frac{\nu_i}{\nu} = 360^0 \cdot f_i$, i = 1, 2, 3, …, κ .

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Τα δεδομένα του Πίνακα 1 μπορούν να παρασταθούν γραφικά με το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα.



4. *Το παρακάτω ραβδόγραμμα δίνει το ποσοστό τηλεθέασης 200 ατόμων, οι οποίοι παρακολουθούν τα κανάλια 1 , 2 , 3 , 4.*
   i. *Να βρείτε το πλήθος των τηλεθεατών που παρακολουθεί το κανάλι 4.*
   ii. *Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.*
   iii. *Να μετατρέψετε το ραβδόγραμμα σε κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων fi %.*



ΚΑΝΑΛΙ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ%	ΓΩΝΙΑ ΤΟΞΟΥ
xi	**vi**	**fi**	**fi%**	**αi**
ΚΑΝΑΛΙ 1				
ΚΑΝΑΛΙ 2				
ΚΑΝΑΛΙ 3				
ΚΑΝΑΛΙ 4				
ΣΥΝΟΛΟ				

……

……

………

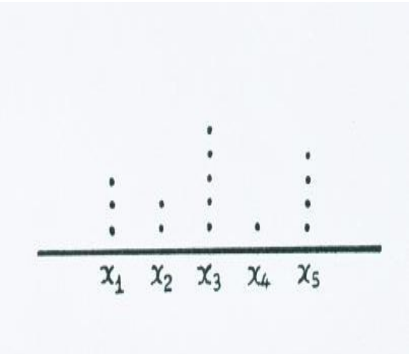
………

………

Πατήστε εδώ ☞ για την απάντηση

Το **σημειόγραμμα** χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο των **ποιοτικών** όσο και των **ποσοτικών** μεταβλητών, όταν τα στατιστικά δεδομένα είναι λίγα.

Το **σημειόγραμμα** αποτελείται από έναν οριζόντιο άξονα πάνω στον οποίο τοποθετούμε τις τιμές της μεταβλητής. Σε κάθε μία τιμή σημειώνουμε κατακόρυφα προς τα πάνω τόσα σημεία (τελείες) όσο και η συχνότητα τη τιμής x_i ή σχετική συχνότητα f_i ή f_i%



.

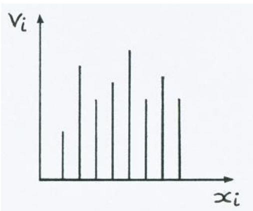
Γ. Ποσοτική μεταβλητή

Διάγραμμα συχνοτήτων -Διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων/ Πολύγωνα συχνοτήτων

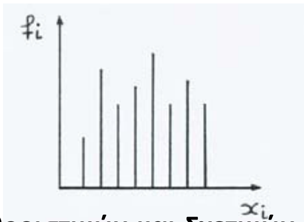
Το **διάγραμμα συχνοτήτων** χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας **ποσοτικής** μεταβλητής (μη ομαδοποιημένης). Στο διάγραμμα συχνοτήτων, αντί να χρησιμοποιούμε συμπαγή ορθογώνια, υψώνουμε σε κάθε τιμή x_i της μεταβλητής ,ταξινομημένες κατά αύξουσα σειρά, ένα κάθετο ευθύγραμμο τμήμα που έχει μήκος ίσο προς την αντίστοιχη συχνότητα $_i ν$.

Αν αντί των συχνοτήτων $ν_i$ χρησιμοποιήσουμε τις σχετικές συχνότητες f_i ή f_i % παίρνουμε το **διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων**.

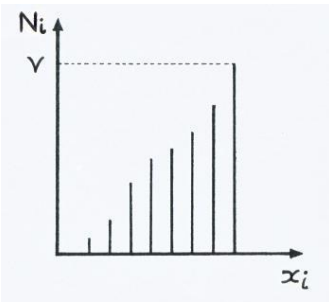
Διάγραμμα συχνοτήτων

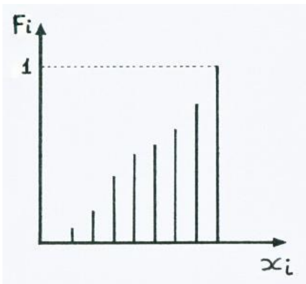


Διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων



Αντίστοιχα κατασκευάζονται και τα **διαγράμματα Αθροιστικών και Σχετικών Αθροιστικών Συχνοτήτων.**

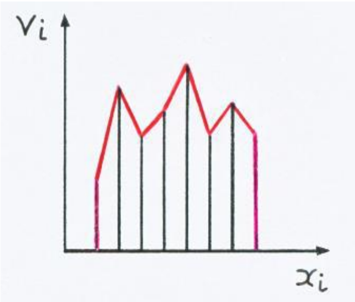




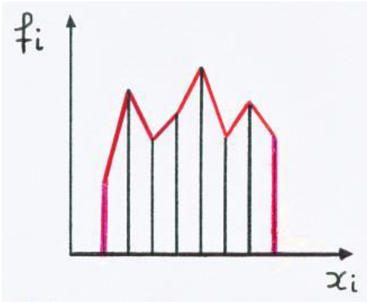
Αν σ' ένα διάγραμμα συχνοτήτων ενώσουμε τα σημεία (x_i, $ν_i$) δημιουργείται μια τεθλασμένη γραμμή που ονομάζεται **πολύγωνο συχνοτήτων**.

Αν σ' ένα διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων ενώσουμε τα σημεία (x_i , f_i) δημιουργείται μια τεθλασμένη γραμμή που ονομάζεται **πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων**.

Πολύγωνο συχνοτήτων



Πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων



Ιστόγραμμα Συχνοτήτων

Το **ιστόγραμμα συχνοτήτων** χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση ενός πίνακα συχνοτήτων με **ομαδοποιημένα δεδομένα** και είναι ένα σύστημα συντεταγμένων, όπου στον οριζόντιο άξονα σημειώνουμε με κατάλληλη κλίμακα τα όρια των κλάσεων.

Στη συνέχεια **κατασκευάζουμε διαδοχικά ορθογώνια (ιστούς), καθένα από τα οποία έχει βάση ίση με το πλάτος της κλάσης και ύψος τέτοιο, ώστε το εμβαδόν του ορθογωνίου να είναι ίσο με τη συχνότητα της αντίστοιχης κλάσης.**

Αν θεωρήσουμε **το πλάτος c ως μονάδα μέτρησης** του χαρακτηριστικού στον οριζόντιο άξονα, τότε **το ύψος κάθε ορθογωνίου θα είναι ίσο με τη συχνότητα της αντίστοιχης κλάσης, αφού το εμβαδόν κάθε ορθογωνίου πρέπει να είναι ίσο με την αντίστοιχη συχνότητα**.

Συνεπώς σε κάθε ιστόγραμμα συχνοτήτων στον κατακόρυφο άξονα σημειώνουμε τις συχνότητες.

Αν στον κατακόρυφο άξονα σημειώσουμε τις σχετικές συχνότητες, τότε με ανάλογο τρόπο κατασκευάζουμε το **ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων**.

Αν συμβολίσουμε με **Ε** το **άθροισμα των εμβαδών των ορθογωνίων** σ' ένα :

- Ιστόγραμμα συχνοτήτων, τότε

$$\mathbf{E} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \cdots + \mathbf{v}_\kappa \Leftrightarrow \mathbf{E} = \mathbf{v}$$

- Ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων , τότε :

$$\mathbf{E} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \cdots + \mathbf{f}_\kappa \Leftrightarrow \mathbf{E} = \mathbf{1} \quad \text{ή} \quad \mathbf{E} = \mathbf{f}_1\% + \mathbf{f}_2\% + \cdots + \mathbf{f}_\kappa\% \Leftrightarrow \mathbf{E} = \mathbf{100}$$

Αν σ' ένα **ιστόγραμμα συχνοτήτων** θεωρήσουμε δύο ακόμη υποθετικές κλάσεις, μία στην αρχή και μία στο τέλος με συχνότητα μηδέν και στη συνέχεια ενώσουμε τα μέσα των άνω βάσεων των ορθογωνίων, δηλαδή τα σημεία (x_{ii}, v_i), όπου x_i η κεντρική τιμή της κλάσης και v_i η αντίστοιχη συχνότητά της, τότε σχηματίζεται το **πολύγωνο συχνοτήτων**.

*Το **εμβαδόν του χωρίου** που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον*

άξονα είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των ορθογωνίων, δηλαδή ***E = v***

Αν σ' ένα **ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων** θεωρήσουμε δύο ακόμη υποθετικές κλάσεις, μία στην αρχή και μία στο τέλος με σχετική συχνότητα μηδέν και στη συνέχεια ενώσουμε τα μέσα των άνω βάσεων των ορθογωνίων, δηλαδή τα σημεία

(x , f), i i όπου i x η κεντρική τιμή της κλάσης και i f η αντίστοιχη σχετική συχνότητά της, τότε σχηματίζεται το **πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων**.

Το **εμβαδόν του χωρίου** που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των ορθογωνίων, δηλαδή **E =1** ή

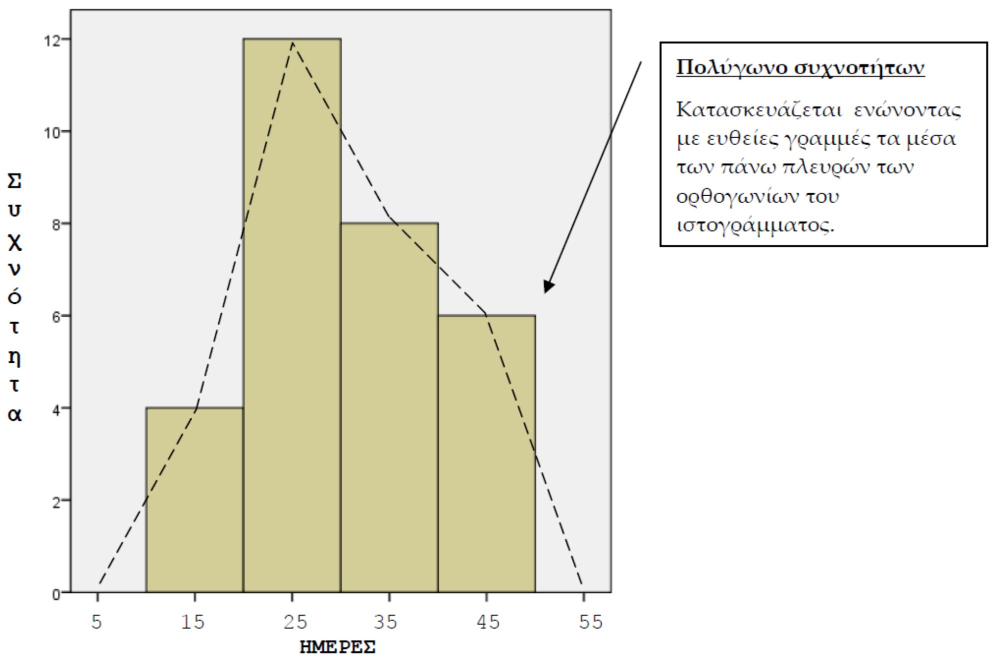
E =100

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ο παρακάτω πινάκας δείχνει το πλήθος των λυκείων και τις αντίστοιχες ημέρες κατάληψης κατά τις μαθητικές κινητοποιήσεις 2009-2010.

Ημέρες	Κέντρο κλάσης x_i	Συχνότητα v_i
[10,20)	15	4
[20,30)	25	12
[30,40)	35	8
[40,50)	45	6
\\\\\\	Σύνολο	ν = 30

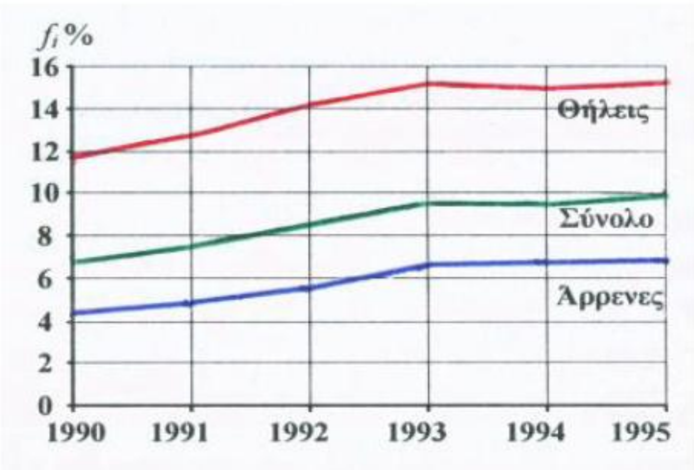
Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων και το αντίστοιχο πολύγωνο συχνοτήτων.



Χρονόγραμμα

Το **χρονόγραμμα** χρησιμοποιείται για την γραφική απεικόνιση της **διαχρονικής εξέλιξης** ενός οικονομικού, δημογραφικού ή άλλου μεγέθους, όπως η αξία μιας μετοχής, τα ποσοστά ανεργίας, το ύψος του πληθωρισμού, το πλήθος των γεννήσεων κ.τ.λ.

Αποτελείται από ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, όπου ο οριζόντιος άξονας θεωρείται ως άξονας μέτρησης του χρόνου και ο κατακόρυφος άξονας θεωρείται ως άξονας μέτρησης της συχνότητας νi ή της σχετικής συχνότητας fi ή fi % των τιμών της εξεταζόμενης μεταβλητής



Ποσοστά ανεργίας στην Ελλάδα κατά τα έτη 1990-1995

Καμπύλη συχνοτήτων

Όταν το πλήθος των κλάσεων είναι αρκετά μεγάλο (τείνει στο άπειρο) και το πλάτος

κάθε κλάσης είναι μικρό (τείνει στο μηδέν), τότε το πολύγωνο συχνοτήτων ή σχετικών συχνοτήτων παίρνει τη μορφή μιας ομαλής καμπύλης της καμπύλης συχνοτήτων ή σχετικών συχνοτήτων αντίστοιχα.

Η μορφή της καμπύλης συχνοτήτων εξαρτάται από το πώς είναι κατανεμημένες οι παρατηρήσεις σ’ όλη την έκταση του εύρους τους.

Μορφές καμπύλης συχνοτήτων

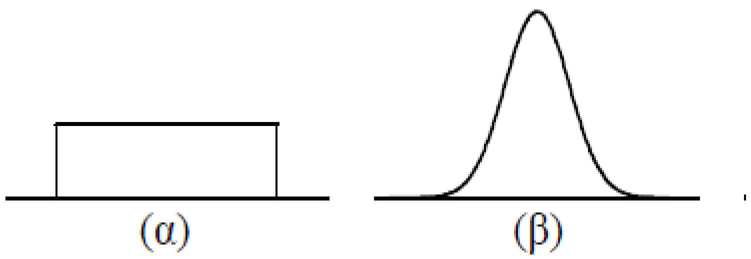
Αν οι παρατηρήσεις κατανέμονται συμμετρικά ως προς μια κατακόρυφη ευθεία, τότε λέμε ότι ακολουθούν την **κανονική κατανομή.**

Η καμπύλη που αντιστοιχεί στην κανονική κατανομή έχει ‘‘**κωδωνοειδή**’’ μορφή.

Η συχνότητα που αντιστοιχεί στον άξονα συμμετρίας της καμπύλης είναι η μεγαλύτερη από όλες τις άλλες συχνότητες και σημαίνει ότι η αντίστοιχη τιμή της μεταβλητής εμφανίζεται πιο συχνά από κάθε άλλη τιμή.

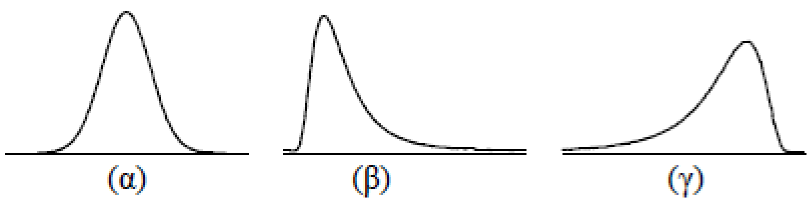
Αν οι παρατηρήσεις κατανέμονται ομοιόμορφα σ’ ένα διάστημα [α , β], τότε λέμε ότι ακολουθούν την **ομοιόμορφη κατανομή**.

Στην ομοιόμορφη κατανομή κάθε παρατήρηση ή κλάση έχει την ίδια συχνότητα **.**

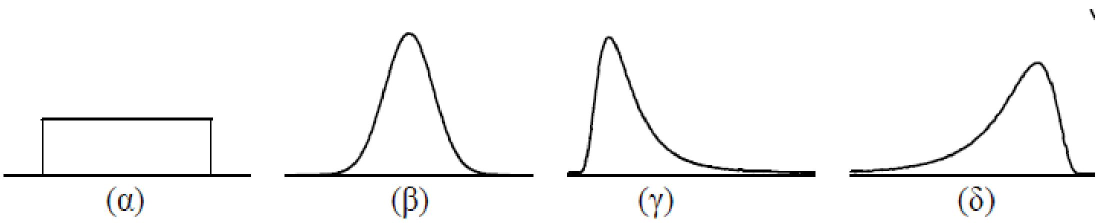


Ομοιόμορφη κατανομή **Κανονική κατανομή**

Αν οι παρατηρήσεις δεν είναι συμμετρικά κατανεμημένες, τότε η κατανομή λέγεται **ασύμμετρη** με :



Κανονική κατανομή **Θετική ασυμμετρία** **Αρνητική ασυμμετρία**



ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στην παρακάτω εφαρμογή θα επεξεργαστούμε τα στοιχεία που έχουμε συλλέξει από τα ερωτηματολόγια που έχουμε απαντήσει.

Ανοίξτε το αρχείο ΑΣΚΗΣΗ_Γ1 πατώντας εδώ: ☞ ΑΣΚΗΣΗ_Γ1

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 Σ’ ένα δρόμο άναρχα δομημένο, μετρήθηκαν οι όροφοι κάθε μιας από τις 20 οικοδομές του, με τα παρακάτω αποτελέσματα:

1 3 3 1 3 2 3 5 4 3

4 3 1 2 4 2 2 4 4 5

I. Να κατασκευασθεί πίνακας κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (απολύτων και αθροιστικών).
II. Να σχεδιασθεί διάγραμμα συχνοτήτων και πολύγωνο συχνοτήτων, καθώς και σχετικών συχνοτήτων.

2 Δώστε ένα δικό σας παράδειγμα ποιοτικής μεταβλητής, κατασκευάστε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων και το αντίστοιχο κυκλικό διάγραμμα.

3 Μια ποιοτική μεταβλητή μπορεί να πάρει τρεις δυνατές τιμές. Ποιοι από τους επτά αριθμούς $\frac{4}{10}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5},$ 0,4, 1 είναι κατάλληλοι να αποτελέσουν τις σχετικές συχνότητες των τιμών της μεταβλητής αυτής;

4 Δίνονται οι αριθμοί: -0,5 0 0,3 $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 1 1,2. Ποιοι από αυτούς δεν μπορούν να είναι τιμές σχετικής συχνότητας και γιατί;

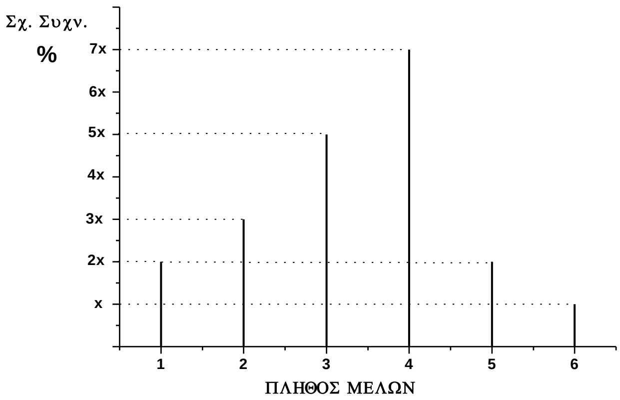
5 Τρεις προτάσεις Α,Β και Γ σε μια ψηφοφορία ενός τμήματος από 30 μαθητές της Γ΄ Λυκείου συγκέντρωσαν η Α διπλάσιο ποσοστό από τη Β, ενώ η Γ πήρε το 40%. Να βρεθεί ο αριθμός των ψήφων και τα ποσοστά των τριών προτάσεων. (12-6-12)

6 Το 23% των αγοριών και το 29% των κοριτσιών μιας τάξης, θέλουν το Γιώργο για πρόεδρο. Κρίνεται αν είναι σωστές οι παρακάτω προτάσεις δικαιολογώντας την απάντησή σας.

I. Ο Γιώργος τυγχάνει της αποδοχής του 52% της τάξεως.
II. Η αποδοχή του Γιώργου από την τάξη βρίσκεται μεταξύ 23% και 29%.
III. Η αποδοχή του Γιώργου από την τάξη βρίσκεται μεταξύ 20% και 30%.

7 Στο παρακάτω διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων, που αναφέρεται στο πλήθος των ατόμων που έχουν οι οικογένειες ενός χωριού, να βρεθεί:

I. το ποσοστό των οικογενειών που έχουν τουλάχιστον 4 μέλη,
II. το ποσοστό των οικογενειών που έχουν το πολύ 4 μέλη. Το άθροισμα των δύο αυτών ποσοστών είναι 100; Δικαιολογείστε την απάντησή σας,
III. να κατασκευασθεί κυκλικό διάγραμμα για το πλήθος των μελών. (50%, 85%)



8 Να συμπληρωθούν οι παρακάτω πίνακες:

x_i	v_i	f_i	f_i %	N_i	F_i	F_i %
x_1						
x_2	100			150		
x_3						67,5
x_4		0,1				
x_5				400		

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
7			100	
14				
21	250	0,5		

(α: v_i: 50,100,120,40,90, β: v_i: 100, 150, 250)

9 Η μεταβλητή X παίρνει τιμές x_1, x_2, x_3 με $x_1<x_2<x_3$ και αθροιστικές συχνότητες $N_2=70$ και $N_3=120$.

I. Να βρεθεί η σχετική συχνότητα επί τοις εκατό της τιμής x_3.
II. Αν γνωρίζουμε ότι $N_1=30$ να βρεθεί η κατανομή συχνοτήτων.

10 Η μεταβλητή X παίρνει τιμές x_1, x_2, x_3 με $x_1<x_2<x_3$ και με αθροιστικές σχετικές συχνότητες επί τοις εκατό $F_1\%=30$ και $F_2\%=60$.

I. Να βρεθεί η σχετική συχνότητα επί τοις εκατό της τιμής x_3.
II. Αν γνωρίζουμε ότι το μέγεθος του δείγματος είναι $v=30$ να βρεθεί η κατανομή συχνοτήτων.

11 Η σχετική συχνότητα της τιμής x_5 μιας ποσοτικής διακριτής μεταβλητής X είναι $f_5=0,15$, ενώ ακόμα ισχύει $N_5=220$ και $N_4=160$. Να υπολογισθεί το μέγεθος του πληθυσμού. ($v=400$)

12 Σ' ένα κυκλικό διάγραμμα με τέσσερις κυκλικούς τομείς, δύο έχουν κεντρική γωνία 130^0 και 100^0. Αν ο μεγαλύτερος κυκλικός τομέας έχει συχνότητα 26, να βρεθεί το μέγεθος του δείγματος και η συχνότητα του κυκλικού τομέα με κεντρική γωνία 100^0.

13 Για τις σχετικές συχνότητες f_i% των τιμών της μεταβλητής $x_1,x_2,\ldots,x_\nu$ όπου $x_1<x_2<\ldots<x_\nu$ γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων είναι 50%, ενώ το άθροισμα των ν-3 τελευταίων είναι 70%

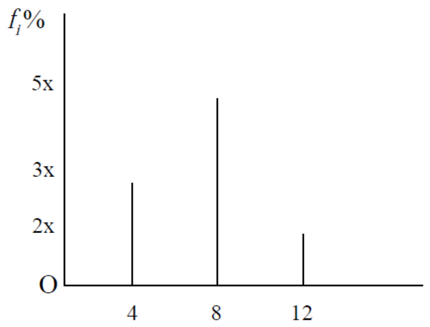
α) Να βρεθεί η f_4. (20%)

β) Αν γνωρίζουμε ότι οι $f_1,f_2,\ldots,f_{\nu-1}$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου να βρεθεί το ν και να συμπληρωθεί ο πίνακας συχνοτήτων.

($f_1=5$, $\omega=5$, $\nu=6$)

14 Να αποδειχθεί ότι $F_i=\frac{N_i}{\nu}$, όπου N_i είναι η αθροιστική συχνότητα και F_i η αθροιστική σχετική συχνότητα μιας μεταβλητής ενός δείγματος μεγέθους ν.

15 Το παρακάτω διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων δίνει τα ποσοστά επιτυχίας ενός καλαθοσφαιριστή στις ελεύθερες βολές (πέτυχε 4), στα δίποντα (πέτυχε 8) και τρίποντα (πέτυχε 12) αντιστοίχως σε έναν αγώνα.



i) Να βρείτε τα ποσοστά αυτά.

ii) Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Ισχύει : $\nu_1 + \nu_2 + \ldots\ldots + \nu_\kappa = \nu$, δηλαδή το άθροισμα όλων των συχνοτήτων των τιμών είναι ίσο με το μέγεθος ν του δείγματος.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΧΕΤΙΚΉΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

i. $0 \le f_i \le 1$ *για* $i = 1, 2, \ldots\ldots, \kappa$
ii. $f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_\kappa = 1$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Αν ν_i είναι η συχνότητα της τιμής xi της μεταβλητής Χ , i= 1,…,κ με $\kappa \le \nu$ θα έχουμε:

i. $0 \le \nu_i \le \nu \Leftrightarrow 0 \le \frac{\nu_i}{\nu} \le 1 \Leftrightarrow 0 \le f_i \le 1$, και

ii. $f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_\kappa = \frac{\nu_1}{\nu} + \frac{\nu_2}{\nu} + \ldots\ldots + \frac{\nu_\kappa}{\nu} =$

$$= \frac{\nu_1 + \nu_2 + \ldots\ldots + \nu_k}{\nu} = \frac{\nu}{\nu} = 1$$

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ Ο.Ε.Δ.Β.

ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΣΤΟ ΔΙΑΔΙΚΤΥΟ

http://www.nsmavrogiannis.gr/

http://www.mathimatikos.edu.gr/EXERCISES/Lykeio/C/typologio/Pithanotites.pdf

ΤΟ ΠΡΟΦΙΛ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΗΣ Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ

Ερωτηματολόγιο

1. Φύλλο:

☐ ΑΓΟΡΙ ☐ ΚΟΡΙΤΣΙ

2. Μορφωτικό Επίπεδο Μητέρας:

☐ ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ☐ ΜΕΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ☐ ΤΕΧΝΟΛΓΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ☐ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

3. Μορφωτικό Επίπεδο Πατέρα:

☐ ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ☐ ΜΕΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ☐ ΤΕΧΝΟΛΓΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ☐ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

4. Κατεύθυνση :

☐ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ☐ ΘΕΤΙΚΗ ☐ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ

5. Για την απόκτηση απολυτηρίου θα δώσεις:

☐ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ☐ ΕΝΔΟΣΧΟΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

6. Σε ποιο επιστημονικό πεδίο ανήκει η σχολή 1ης επιλογής;

☐ 1ο ☐ 2ο ☐ 3ο ☐ 4ο ☐ 5ο

7. Γενικός Βαθμός Β' Λυκείου:

☐ (10-12] ☐ (12-14] ☐ (14-16] ☐ (16-18] ☐ (18-20]

8. Μάθημα Επιλογής

☐ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ☐ ΙΣΤΟΡΙΑ ☐ ΦΥΣΙΚΗ ☐ ΒΙΟΛΟΓΙΑ

9. Εξωσχολική υποστήριξη

☐ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ☐ ΙΔΙΕΤΑΙΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ ☐ ΚΑΙ ΤΑ ΔΥΟ ☐ ΤΙΠΟΤΑ ΑΠΟ ΑΥΤΑ

10. Μέσος όρος ημερήσιας μελέτης στο σπίτι σε ώρες:

………

11. Ποιο είναι το πιο σημαντικό που θα θέλατε να σας προσφέρει το μελλοντικό σας επάγγελμα; Ποιο το δεύτερο πιο σημαντικό;

	1η επιλογή	2η επιλογή
Ασφάλεια		
Δημιουργικότητα		
Χρήμα		
Κοινωνική Αναγνώριση		
Δυνατότητα Κοινωνικής Προσφοράς		
Ελεύθερο Χρόνο		

12. Μέση συχνότητα εβδομαδιαίων εξόδων για διασκέδαση:

☐ ΚΑΜΙΑ ☐ ΜΙΑ ☐ ΔΥΟ ☐ ΤΡΕΙΣ ☐ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ

13. Πόσο κατά μέσο όρο χρόνο σε ώρες, αφιερώνετε καθημερινά σε δραστηριότητες εκτός μελέτης;
(Π.χ. περίπατος, αθλητισμός, TV, Internet)

☐ [0-1] ☐ (1-2] ☐ (2-3] ☐ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ ΑΠΟ 3

14. Οι διαπροσωπικές σχέσεις επηρεάζουν τον βαθμό συγκέντρωσης στη μελέτη σας;

☐ ΝΑΙ ☐ ΟΧΙ

15. Διαπροσωπικές σχέσεις. Συμπληρώστε με ένα ✓ το καταλληλότερο κελί της κάθε γραμμής του πίνακα.

	Ισχύει	**Ισχύει σε μικρό βαθμό**	**Δεν Ισχύει**	ΔΓ/ΔΑ
1. *Συχνά νιώθω μόνος/η*				
2. *Με προβληματίζουν οι σχέσεις μου με την οικογένειά μου*				
3. *Θα ήθελα να είχα περισσότερους φίλους*				
4. *Δεν έχω κάποιον που να μπορώ να μιλήσω για τα προσωπικά μου προβλήματα*				
5. *Αισθάνομαι ότι δεν έχω πραγματικά ουσιαστική σχέση με τους φίλους μου*				
6. *Με προβληματίζουν οι σχέσεις μου με*				

το άλλο φύλο				
7. *Μου είναι δύσκολο να αποκτήσω φίλους*				

16. Πως βλέπω το μέλλον μου. Συμπληρώστε με ένα ✓ το καταλληλότερο κελί της κάθε γραμμής του πίνακα.

	Ισχύει	**Ισχύει σε μικρό βαθμό**	**Δεν ισχύει**	ΔΓ/ΔΑ
1. *Κοιτάζω μπροστά το μέλλον με ελπίδα και ενθουσιασμό.*				
2.*Οταν τα πράγματα δεν πάνε καλά, με βοηθά να ξέρω ότι δε μπορεί να παραμείνουν έτσι για πάντα.*				
4. *Έχω αρκετό καιρό για να πετύχω όσα θα ήθελα να κάνω.*				
5. *Συνήθως είμαι ιδιαίτερα τυχερός/ή και προσδοκώ να έχω μια ζωή καλύτερη από το μέσο όρο.*				
6. *Έχω χάσει πολλές ευκαιρίες και πιστεύω ότι αυτό θα αλλάξει στο μέλλον.*				
7. *Τελικά τα πράγματα θα εξελιχθούν όπως τα θέλω.*				
8. *Πιστεύω πολύ στο μέλλον.*				

17. Πόσο επιδρά το άγχος των επικείμενων εξετάσεων στην ψυχολογία και την απόδοση σας;

☐ ΚΑΘΟΛΟΥ ☐ ΛΙΓΟ ☐ ΠΟΛΥ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΟΥΜΕ ΓΙΑ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΣΑΣ! ΜΑΘΗΤΕΣ Γ1-ΜΑΡΙΑΝΘΗ ΝΤΑΡΑ

ΑΣΚΗΣΗ

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων της βαθμολογίας μιας ομάδας μαθητών της Γ τάξης σε ένα διαγώνισμα στο μάθημα των μαθηματικών κατεύθυνσης . Η βαθμολογία κυμαίνεται από 0 έως 20.

Δίνεται ότι 20 μαθητές έχουν βαθμό μικρότερο του 6.

α) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός των μαθητών είναι 80.

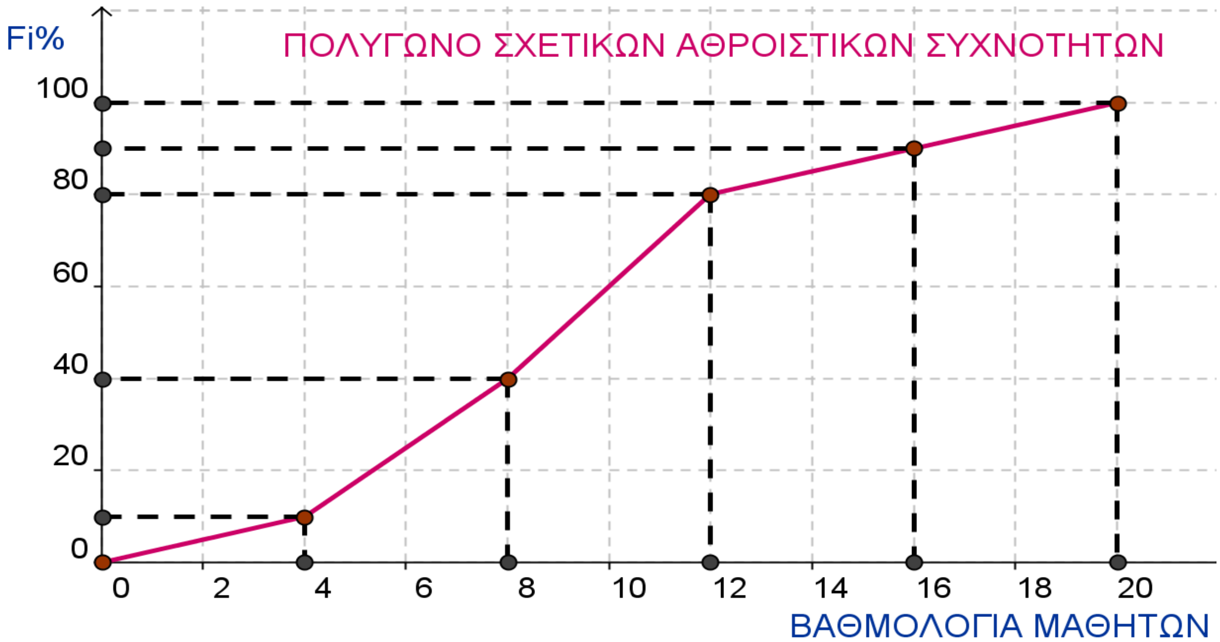
β) Να υπολογίσετε τη διάμεσο δ.

γ) Να υπολογίσετε τον αριθμό των μαθητών με βαθμολογία μεγαλύτερη από 6 και μικρότερη ή ίση του 14.

δ) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων , αθροιστικών συχνοτήτων και το πολύγωνο συχνοτήτων . Να εξετάσετε αν η καμπύλη συχνοτήτων προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή.

ε) Να υπολογίσετε την μέση τιμή.

στ) Να εξετάσετε αν το δείγμα των 80 μαθητών είναι ομοιογενές ως προς τη βαθμολογία .



ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧ. ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧ. ΕΠΙ ΤΟΙΣ ΕΚΑΤΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΥΧΝΝΟΤΗΤΑ	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΧ. ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΧ. ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΕΠΙ ΤΟΙΣ ΕΚΑΤΟ
(……]	vi	fi	΄100fi΄	΄Ni΄	΄Fi΄	΄100Fi΄
(0 , 4]						10
(4 , 8]						40
(8,12]						80
(12 , 16]						90
(16 , 20]						100
ΣΥΝΟΛΟ		1	100	-	-	-

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

α) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός των μαθητών είναι 80

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ανόιξτε το αρχείο ΑΣΚΗΣΗ2α.ggb ☞ ΑΣΚΗΣΗ2α.ggb

Από την τιμή 6 του οριζόντιου άξονα φέρνουμε την κάθετη στον άξονα των βαθμολογιών η οποία τέμνει το πολύγωνο των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων στο σημείο Λ.

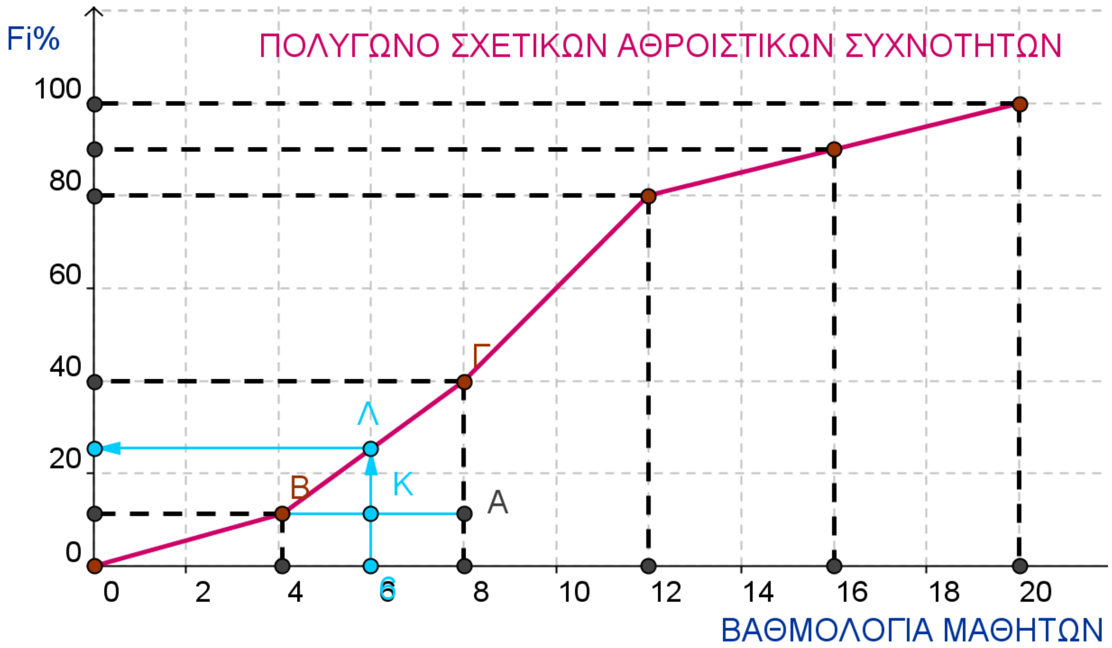
Από το σημείο αυτό φέρνουμε την κάθετη στον κατακόρυφο άξονα των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων. Το σημείο που η κάθετη τέμνει τον κατακόρυφο άξονα δίνει το ποσοστό των μαθητών με βαθμό μικρότερο ή ίσο του 6.

Από την ομοιότητα των τριγώνων ΒΚΛ και ΒΓΑ έχουμε:

$$\boxed{\frac{\mathrm{BK}}{\mathrm{BA}}=\frac{\Lambda\mathrm{K}}{\mathrm{A}\Gamma}\Leftrightarrow\frac{2}{4}=\frac{x}{30}\Leftrightarrow 4x=60\Leftrightarrow x=15}$$

Συνεπώς το τμήμα ΛΚ=15. Άρα το ποσοστό των μαθητών με βαθμολογία μικρότερη του 6 είναι 10%+1%5=25%

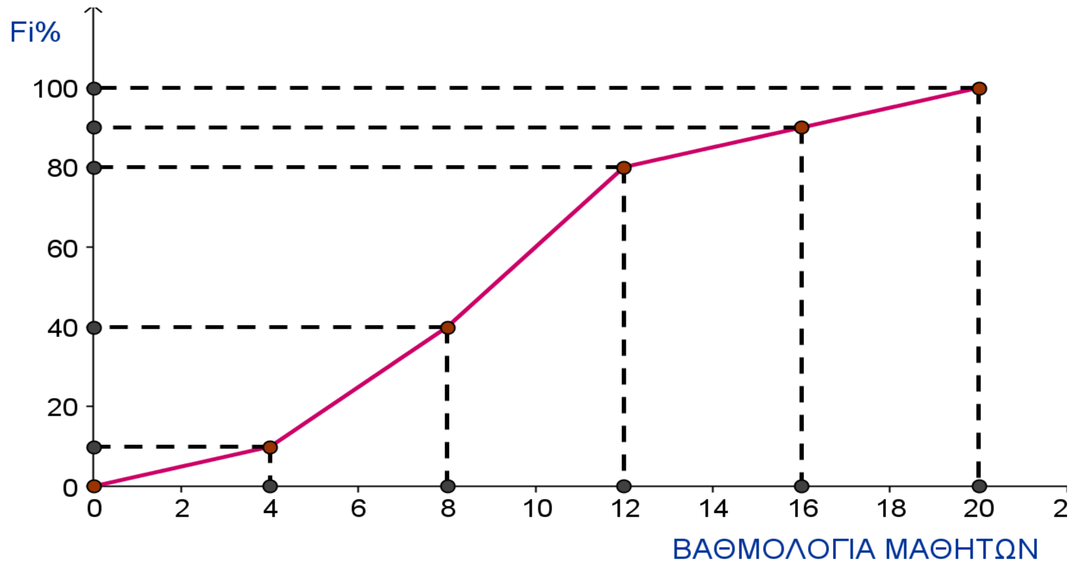
Για να βρούμε τον αριθμό των μαθητών αρκεί να σκεφτούμε ότι το 25% είναι 20 μαθητές .Συνεπώς το σύνολο των μαθητών , δηλαδή το 100% θα είναι 20*(100/25) = 80 μαθητές.



β) Να υπολογίσετε τη διάμεσο δ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ανόιξτε το αρχείο ΑΣΚΗΣΗ2β.ggb ☞ ΑΣΚΗΣΗ2β.ggb



Από την τιμή 50% του άξονα σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων φέρνουμε παράλληλη στον άξονα των βαθμολογιών η οποία τέμνει το πολύγωνο των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων στο σημείο Σ.

Από το σημείο αυτό φέρνουμε την κάθετη στον οριζόντιο άξονα . Το σημείο που η κάθετη τέμνει τον άξονα των βαθμολογιών δίνει τη διάμεσο δ.

Αν εργαστούμε όπως στο ερώτημα (α) από ομοιότητα τργώνων θα πάρουμε:

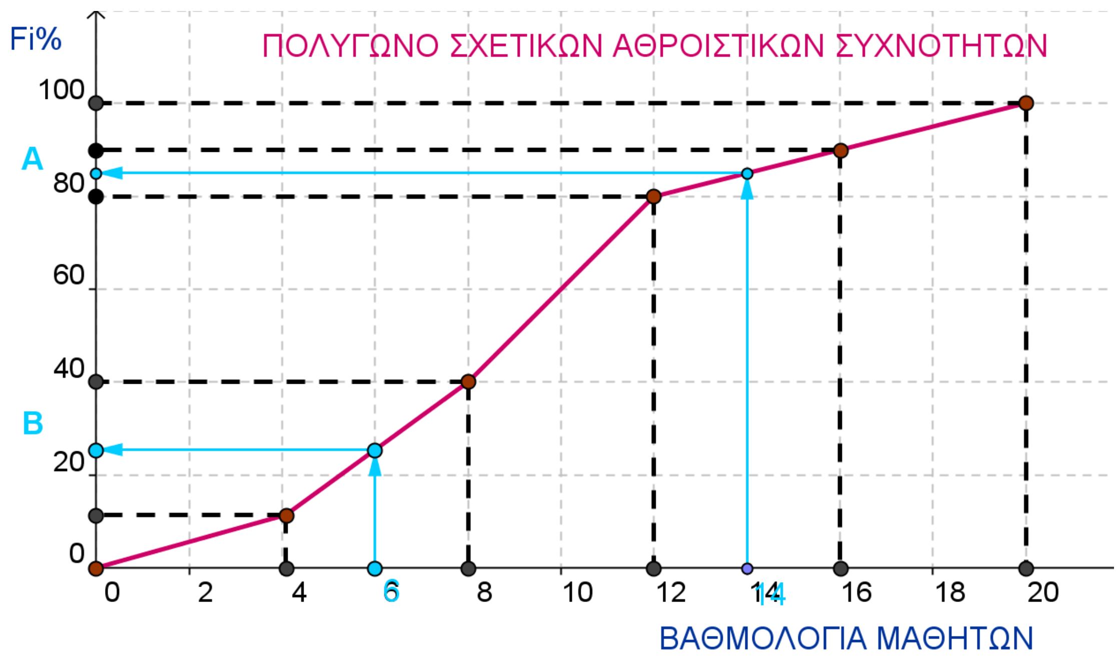
$$\boxed{\frac{80-40}{50-40}=\frac{12-8}{x}\Leftrightarrow\frac{40}{10}=\frac{4}{x}\Leftrightarrow x=1}$$

Συνεπώς η διάμεσος δ=8 + x =8 + 1 = 9

γ) Να υπολογίσετε τον αριθμό των μαθητών με βαθμολογία μεγαλύτερη από 6 και μικρότερη ή ίση του 14..

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ανόιξτε το αρχείο ΑΣΚΗΣΗ2γ.ggb ☞ [ΑΣΚΗΣΗ2γ.ggb]



Αν εργαστούμε όπως στο 1ο ερώτημα θα προσδιορίσουμε το ποσοστό των μαθητών με βαθμολογία μεγαλύτερη από 6 και μικρότερη ή ίση του 14.

Τα σημεία Α και Β στον άξονα των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων έχουν τεταγμένες 85 και 25 αντίστοιχα.

Συνεπώς το ζητούμενο ποσοστό είναι: 85% - 25% = 60%

Άρα ο αριθμός των των μαθητών με βαθμολογία μεγαλύτερη από 6 και μικρότερη ή ίση του 14 είναι 80*60%=80*0,60=48 μαθητές.

δ) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων , αθροιστικών συχνοτήτων και το πολύγωνο συχνοτήτων .
Να εξετάσετε αν η καμπύλη συχνοτήτων προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή.

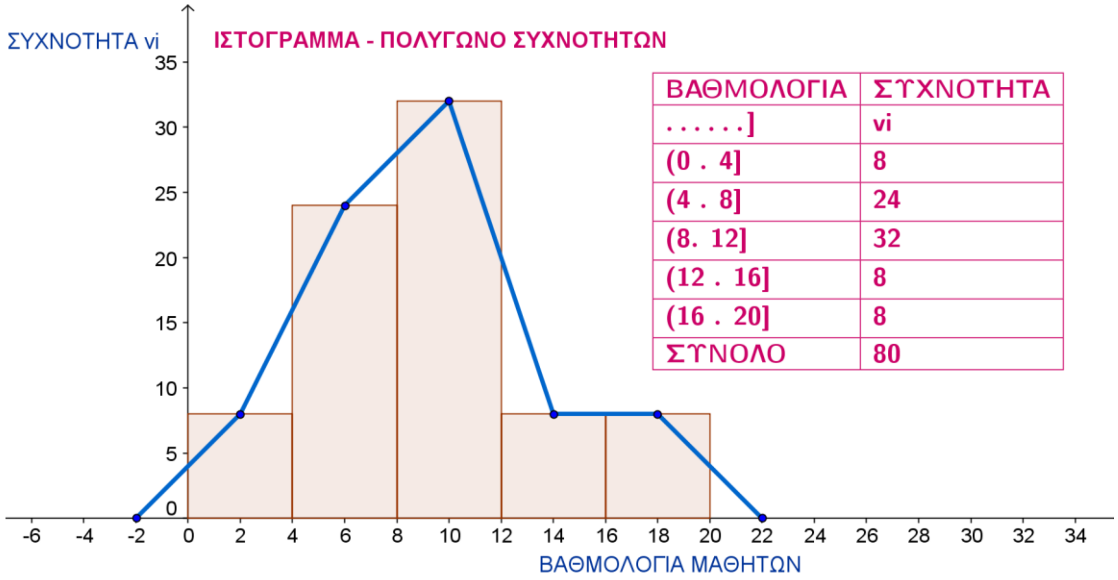
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ισχύει $F_i\% = 100F_i$ και $F_i = F_{i-1} + f_i$ για $i = 1,\ldots,κ$.

Για τον υπολογισμό των v_i θα αξιοποιήσουμε τον τύπο $f_i = v_i/v$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧ. ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧ. ΕΠΙ ΤΟΙΣ ΕΚΑΤΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΥΧΝΝΟΤΗΤΑ	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΧ. ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΧ. ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΕΠΙ ΤΟΙΣ ΕΚΑΤΟ
(......]	vi	fi	΄100fi΄	΄Ni΄	΄Fi΄	΄100Fi΄
(0 , 4]	8	0.10	10	8	0.10	10
(4 , 8]	24	0.30	30	32	0.40	40
(8, 12]	32	0.40	40	64	0.80	80
(12 , 16]	8	0.10	10	72	0.90	90
(16 , 20]	8	0.10	10	80	1	100
ΣΥΝΟΛΟ	80	1	100	-	-	-



ε) Να υπολογίσετε την μέση τιμή.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για τον υπολογισμό της μέσης τιμής σε ομαδοποιημένα δεδομένα θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο:

$$\bar{x} = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\kappa} x_i \nu_i$$

όπου ν το μέγεθος του δείγματος, κ το πλήθος των κλάσεων και xi το κέντρο της i κλάσης για i=1,...,κ.

$$\bar{x} = \frac{736}{80} = 9,2$$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ			
ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ * ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ
(......]	xi	vi	xi * vi
(0 , 4]	2	8	16
(4 , 8]	6	24	144
(8, 12]	10	32	320
(12 , 16]	14	8	112
(16 , 20]	18	8	144
ΑΘΡΟΙΣΜΑ	-	80	736

στ) Να εξετάσετε αν το δείγμα των 80 μαθητών είναι ομοιογενές ως προς τη βαθμολογία .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για τον υπολογισμό της διακύμανσης σε ομαδοποιημένα δεδομένα θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο: $s^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\kappa}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \nu_i$

όπου ν το μέγεθος του δείγματος, κ το πλήθος των κλάσεων και xi το κέντρο της i κλάσης για i=1,...,κ.

Εναλλακτικά μπορούμε να κάνουμε χρήση του παρακάτω τύπου:

$$S^2 = \frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\kappa} x_i^2 \nu_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\kappa} x_i \nu_i\right)^2}{\nu}\right\}$$

Για να εξετάσουμε αν το δείγνα είναι ομοιογενές θα υπολογίσουμε τον συντελεστή μρταβολής CV $CV = \frac{S}{\bar{x}}$

Το δείγμα είναι ομοιογενές όταν η τιμή του είναι μικρότερη ή ίση από 10%.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ				
ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ*ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	(ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ)^2 * ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
(......]	xi	vi	xi * vi	xi^2 * vi
(0 , 4]	2	8	16	32
(4 , 8]	6	24	144	864
(8, 12]	10	32	320	3200
(12 , 16]	14	8	112	1568
(16 , 20]	18	8	144	2592
ΑΘΡΟΙΣΜΑ	-	80	736	8256

Μέση τιμή	**x**	**9,2**
Διάμεσος	**δ**	**9**
Διακύμανση	**s^2**	**18,56**
Τυπική απόκλιση	**s**	**4,3081**
Συντελεστής Μεταβολής	**CV**	**46,83%**

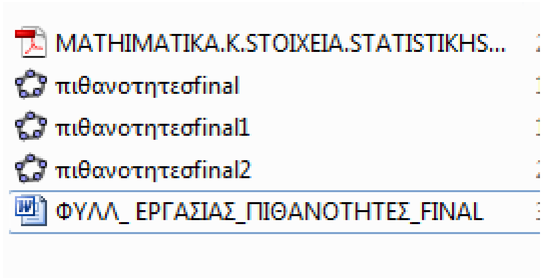
Επειδή CV>10% το δείγμα <u>δεν είναι</u> ομοιογενές.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2ο

ΥΠΟΣΤΗΡΙΚΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΓΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

ΦΑΚΕΛΟΣ: ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

- ΦΥΛΛ_ ΕΡΓΑΣΙΑΣ_ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ_FINAL (Αρχείο M.S.Word)
- 3 ΑΡΧΕΙΑ GEOGEBRA
- 1MATHIMATIKA.K.STOIXEIA.STATISTIKHS.G.LYKEIOY__Downloaded_from_eBooks4Greeks.gr (1) ΑΡΧΕΙΟ PDF



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΘΕΜΑ: ΚΑΝΟΝΕΣ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

ΕΠΩΝΥΜΟ:	
ΟΝΟΜΑ:	
ΤΑΞΗ: Γ ΤΜΗΜΑ :	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΦΑΣΗ 1Η

ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ-ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ

ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ ΤΥΧΗΣ-ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1: ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΥΝΟΛΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1Η

Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ***(Σ)****, αν είναι σωστή, ή (****Λ)****, αν είναι λανθασμένη.*

i. Πείραμα τύχης ονομάζεται εκείνη η διαδικασία την οποία όσες φορές και αν την επαναλάβουμε, κάτω από τις ίδιες συνθήκες, δεν μπορούμε να προβλέψουμε το αποτέλεσμά της.

Σ **Λ**

ii. Δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης ονομάζεται το σύνολο όλων των δυνατών αποτελεσμάτων που μπορούν να εμφανιστούν κατά την εκτέλεση του πειράματος.

Σ **Λ**

iii. Ρίχνουμε ένα νόμισμα 5 φορές και συμβολίζοντας με «Κ» το δυνατό αποτέλεσμα «κεφαλή» και με «Γ» το δυνατό αποτέλεσμα «γράμματα», φέρνουμε την πρώτη φορά «κεφαλή», τη δεύτερη και την τρίτη «γράμματα» και την τέταρτη και πέμπτη «κεφαλή». Ο Δειγματικός χώρος του πειράματος είναι Ω= {Κ, Γ, Γ, Κ, Κ}.

Σ **Λ**

iv. Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης ονομάζεται και βέβαιο ενδεχόμενό του.

Σ **Λ**

ΑΣΚΗΣΗ 2Η

Να συμπληρώσετε τις προτάσεις που ακολουθούν:

i. Σε ένα πείραμα τύχης δύο ενδεχόμενα Α και Β ονομάζονται ασυμβίβαστα όταν ……………………………………………….

ii. Ρίχνουμε ένα ζάρι και η ένδειξη της πάνω έδρας του είναι ένας από τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5 και 6.

   a. Ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι το σύνολο Ω=………………………………

   b. Το ενδεχόμενο η πάνω έδρα να είναι άρτιος αριθμός είναι Α=…………………….

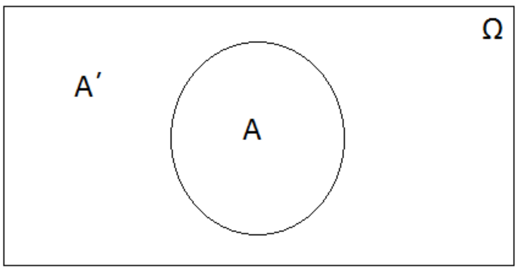
   c. Το ενδεχόμενο η πάνω έδρα να είναι αριθμός μικρότερος του 4 είναι Β=…………………….

   d. Στη γλώσσα των συνόλων το ενδεχόμενο να πραγματοποιούνται συγχρόνως και το Α και το Β είναι ……………………………………………

ΑΣΚΗΣΗ3Η

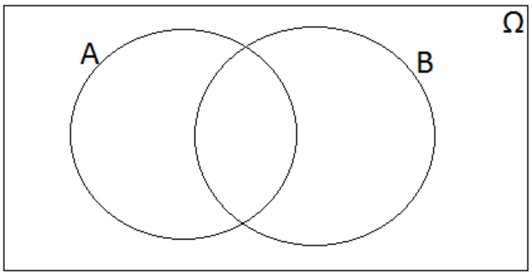
Να συμπληρώσετε στη γλώσσα των συνόλων το που ανήκει το δυνατό αποτέλεσμα «ω». Στη συνέχεια να γραμμοσκιάσετε την αντίστοιχη περιοχή στο διάγραμμα Venn.

1. Το ενδεχόμενο Α δεν πραγματοποιείται.



Το $\omega \in$ …………………………………..

2. Πραγματοποιούνται συγχρόνως τα A και B.



Το ω ∈ …………………………………

ΑΣΚΗΣΗ4^{Η}

Δίνεται ο δειγματικός χώρος Ω= {1,2,3,4,5,6,7,8,9} και τα ενδεχόμενα A= {2,3,4,5} και

B= {4,5,7,8}.

i. Να ορίσετε τα ενδεχόμενα $A\cup B$, $A\cap B$, A', B', A- B και B – A.
ii. Να υπολογίσετε τα N (A), N(B), N $(A\cap B)$ και N $(A\cup B)$

………

………

………

………

………

………

ΑΣΚΗΣΗ5^{Η}

Ένα κουτί περιέχει τρεις μπάλες, μία κόκκινη, μία μαύρη και μία άσπρη. Κάνουμε το εξής πείραμα: Παίρνουμε από το κουτί μια μπάλα και καταγράφουμε το χρώμα της. Στη συνέχεια παίρνουμε από τις δύο μπάλες που απέμειναν τη μία και καταγράφουμε και πάλι το χρώμα της. Να βρείτε:

i. τον δειγματικό χώρο του πειράματος,
ii. το ενδεχόμενο Α: << η πρώτη μπάλα να είναι μαύρη>>,
iii. το πλήθος των στοιχείων του δειγματικού χώρου του πειράματος, καθώς και το πλήθος των στοιχείων του ενδεχομένου Α.

………

………

………

………

………

……

ΑΣΚΗΣΗ6Η

Στη στήλη Α του πίνακα γράφονται ισχυρισμοί για τα ενδεχόμενα Α και Β ενός πειράματος. Στη στήλη Β γράφονται ισοδύναμοι ισχυρισμοί διατυπωμένοι στη γλώσσα των συνόλων (w ένα αποτέλεσμα του πειράματος αυτού). Αντιστοιχίστε κατάλληλα κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο της στήλης Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. Το Α δεν πραγματοποιείται. 2. Ένα τουλάχιστον από τα Α και Β πραγματοποιείται.	i) $w \in A$ ii) $w \in (A \cup B')$ iii) $w \in (A' - A)$

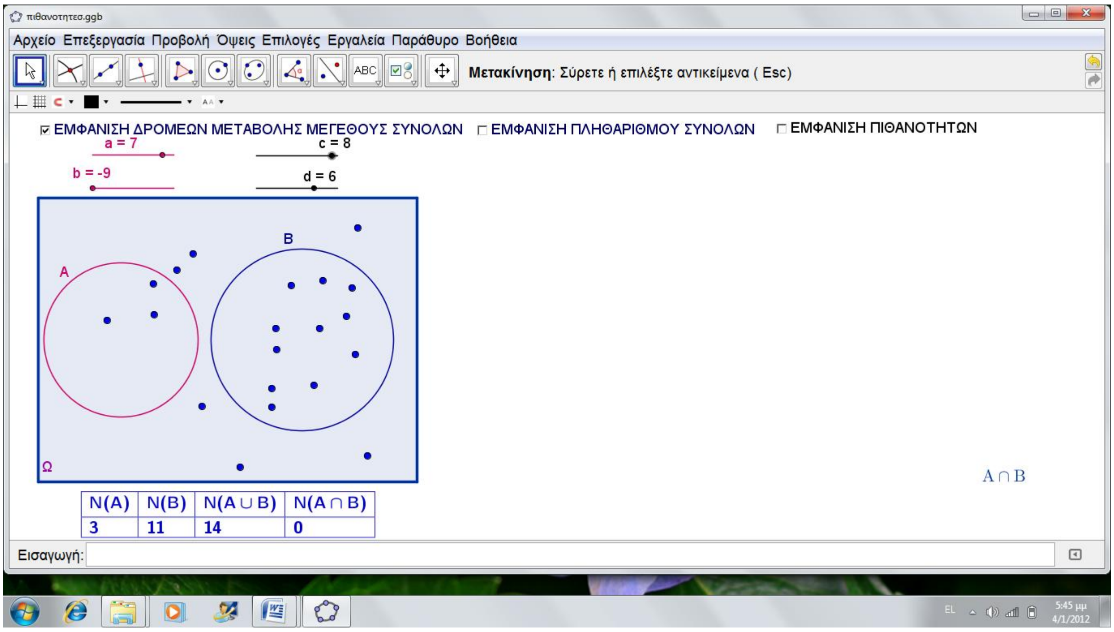
3. Πραγματοποιούνται συγχρόνως και το A και το B.	iv) $w \in (A \cap B)$
	v) $w \in (A \cup B)$
4. Το A πραγματοποιείται.	vi) $w \in A'$
5. Κανένα από τα A και B δεν πραγματοποιείται.	vii) $w \in (A \cup B)'$
	viii) $w \in (A \cap B') \cup (A' \cap B)$
6. Πραγματοποιείται μόνο το A ή μόνο το B.	ix) $w \in B$
	x) $w \in (A \cap B')$
7. Το B πραγματοποιείται	xi) $w \in (B \cap A')$
8. Πραγματοποιείται μόνο το A.	xii) $w \in (B \cap A)'$
9. Πραγματοποιείται μόνο το B.	xiii) $w \in (A \cap B)'$
	xiv) $w \in (A' \cup B)$

ΦΑΣΗ 2^{Η}

ΑΠΛΟΣ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ

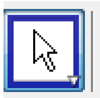
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2 :ΑΠΛΟΣ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ

Ανοίξτε το αρχείο πιθανότητεςfinal



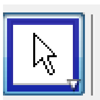
Μεταβάλλοντας τις τιμές των δρομέων μπορούμε να αλλάξουμε το μέγεθος και τη θέση των δύο συνόλων Α και Β. Οι δύο κόκκινοι δρομείς a και b μεταβάλλουν το σύνολο Α , ενώ οι δύο μπλε c και d το σύνολο Β.

Στον πίνακα που εμφανίζεται στο αρχείο σημειώνονται οι πληθικοί αριθμοί των συνόλων A ,B, A∪B, A∩ B. Οι τιμές αυτές μεταβάλλονται καθώς διαφοροποιούνται τα στοιχεία των δύο συνόλων.

i. Επιλέξτε το εργαλείο επιλογής αντικειμένων  .Με τη βοήθεια του παραπάνω εργαλείου να μετακινήσετε τους δρομείς ώστε τα δύο σύνολα A και B να είναι ξένα[6] μεταξύ τους,

ii. Να καταγράψετε στον πίνακα που ακολουθεί τα N (A), N(B), και N (A∪B) για 5 διαφορετικές θέσεις των στοιχείων του Ω και να συμπληρώσετε την τελευταία στήλη του πίνακα.

N (A)	**N(B)**	**N(A∪B)**	**N(A)+N(B)**

Έχοντας επιλεγμένο το εργαλείο επιλογής αντικειμένων  μπορείτε να μετακινήσετε τα στοιχεία του συνόλου Ω ώστε να μεταβληθούν τα στοιχεία των δύο συνόλων A και B.

[6] *Υπενθύμιση: Δύο ενδεχόμενα A και B λέγονται ασυμβίβαστα ή ξένα μεταξύ τους όταν A∩ B = ∅.*

iii. Να καταγράψετε στον πίνακα που ακολουθεί τα Ν (Α), Ν(Β), και Ν (Α∪Β) για 5 διαφορετικές θέσεις των στοιχείων του Ω αλλάζοντας τους πληθάριθμους των συνόλων Α και Β, Να συμπληρώσετε την τελευταία στήλη του πίνακα.

Ν (Α)	***Ν(Β)***	***Ν(Α∪Β)***	***Ν(Α)+Ν(Β)***

iv. Να εξετάσετε αν υπάρχει κάποια σχέση που συνδέει τους πληθικούς αριθμούς των συνόλων;

………

………

………

………

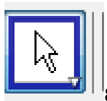
v. Να εξετάσετε αν υπάρχει κάποια σχέση που συνδέει τις πιθανότητες των ενδεχομένων Α, Β και Α∪Β.

………

………

………

………

Έχοντας επιλεγμένο το εργαλείο επιλογής αντικειμένων  ενεργοποιείστε το κουμπί

☑ ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΩΝ .

Εμφανίζεται ένας πίνακας με τις πιθανότητες των ενδεχομένων Α, Β, $A\cap B$ και $A\cup B$. Στον πίνακα που προβάλλεται στο αρχείο σημειώνονται οι πιθανότητες των ενδεχομένων Α, Β, $A\cap B$ και $A\cup B$.. Οι τιμές αυτές αλλάζουν καθώς διαφοροποιούνται τα στοιχεία των δύο συνόλων. Μπορείτε να εξετάσετε αν ο ισχυρισμός που διατυπώσατε στο προηγούμενο ερώτημα είναι αληθής παρατηρώντας τις τιμές αυτού του πίνακα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα:

Για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει :

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B).$$

Η σχέση αυτή ονομάζεται απλός προσθετικός νόμος.

vi. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα Α και Β ισχύει ο απλός προσθετικός νόμος:

$P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

………

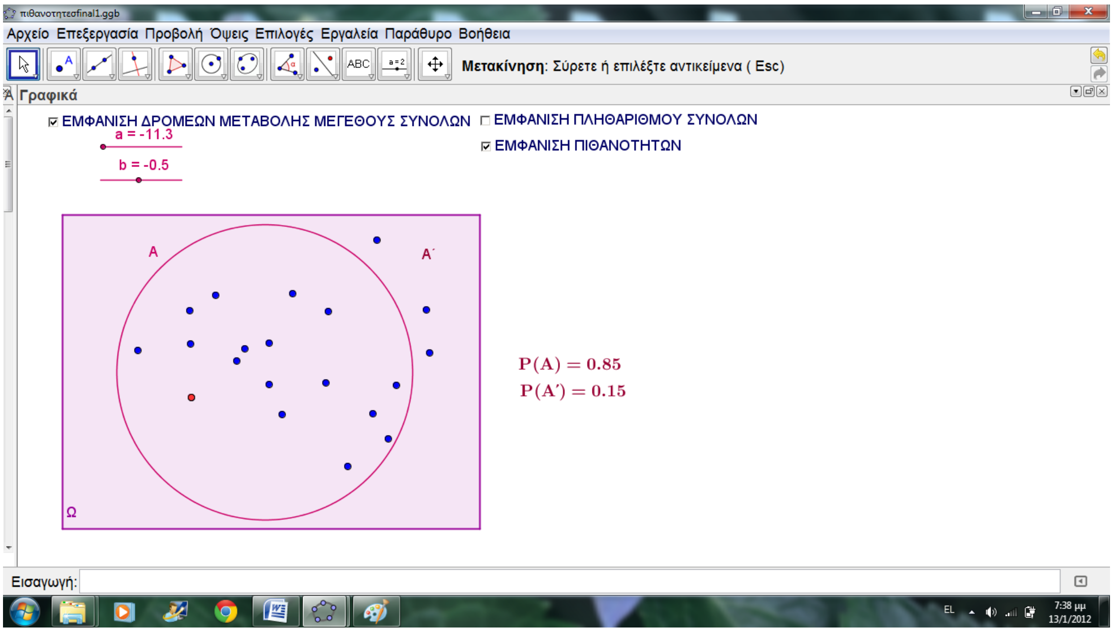
………

………

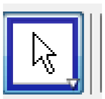
……………………………………………………………………………………… ☞ ΔΕΣ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3: ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

Ανοίξτε το αρχείο πιθανότητεςfinal1



Τα ενδεχόμενα Α και Α΄ είναι συμπληρωματικά[7].

Επιλέξτε το εργαλείο επιλογής αντικειμένων  . Μεταβάλλοντας τις τιμές των δρομέων a και b μπορούμε να αλλάξουμε το μέγεθος και τη θέση του συνόλου Α.

Μπορείτε να μετακινήσετε τα στοιχεία του συνόλου Ω ώστε να μεταβληθούν τα στοιχεία των δύο συνόλων Α και Α΄.

i. Να καταγράψετε στον πίνακα που ακολουθεί τα Ν (Α), Ν(Α΄), και

[7] Το ενδεχόμενα Α΄ ονομάζεται συμπληρωματικό του Α και πραγματοποιείται όταν δεν πραγματοποιείται το Α. Ισχύει: $A \cup A' = \Omega, A \cap A' = \varnothing$.

Ν (Α∪Α΄) για 5 διαφορετικές θέσεις των στοιχείων του Ω αλλάζοντας τους πληθάριθμους των συνόλων Α και Α΄, Να συμπληρώσετε την τελευταία στήλη του πίνακα.

N (A)	***N(A)***	***N(A∪A΄)***	***N(A)+N(A΄)***

ii. Να εξετάσετε αν υπάρχει κάποια σχέση που συνδέει τους πληθικούς αριθμούς των συνόλων;

……

……

……

……

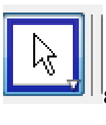
iii. Να εξετάσετε αν υπάρχει κάποια σχέση που συνδέει τις πιθανότητες των ενδεχομένων Α, Α΄

……

……

……

……

Έχοντας επιλεγμένο το εργαλείο επιλογής αντικειμένων  ενεργοποιείστε τα κουμπιά

☑ ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΠΛΗΘΑΡΙΘΜΟΥ ΣΥΝΟΛΩΝ

☑ ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΩΝ

Εμφανίζονται οι πληθικοί αριθμοί των συνόλων, οι μεταξύ τους σχέσεις και ένας πίνακας με τις πιθανότητες των ενδεχομένων Α, Α΄ .

Οι τιμές αυτές αλλάζουν καθώς διαφοροποιούνται τα στοιχεία των δύο συνόλων. Μπορείτε να εξετάσετε αν ο ισχυρισμός που διατυπώσατε στο προηγούμενο ερώτημα είναι αληθής παρατηρώντας τις τιμές αυτού του πίνακα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα:

Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α′ ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει: ***P(A′) = 1− P(A)***

iv. Να αποδείξετε ότι για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α′ ισχύει:

P(A′) = 1− P(A)

……

……

……

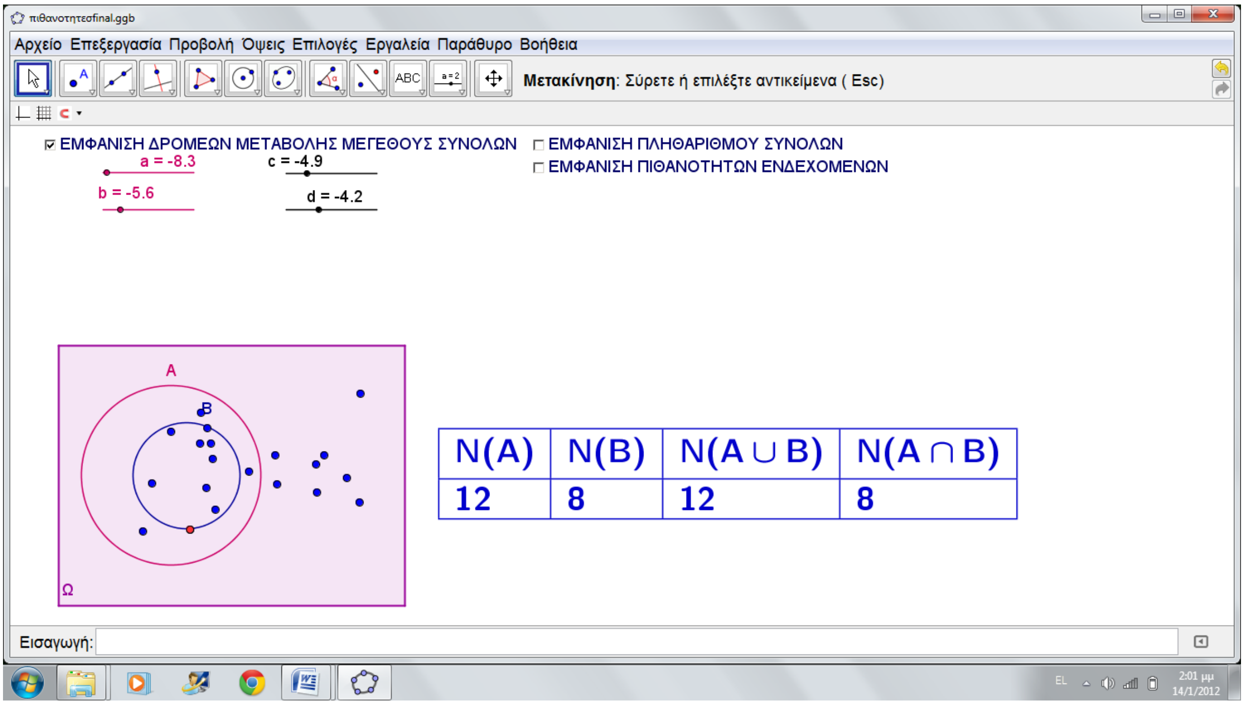
☞ ΔΕΣ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

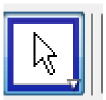
ΦΑΣΗ 3Η

ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ -ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4η : ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ -ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ

Ανοίξτε το αρχείο πιθανότητεςfinal



Επιλέξτε το εργαλείο επιλογής αντικειμένων .

Μπορείτε να αλλάξετε τους πληθικούς αριθμούς των δύο ενδεχομένων Α και Β είτε μεταβάλλοντας τους δρομείς a, b, c, d είτε μετακινώντας τα σημεία που αποτελούν στοιχεία του συνόλου Ω ώστε να τροποποιθύνται τα στοιχεία των συνόλων Α και Β.

Στον πίνακα που εμφανίζεται στο αρχείο σημειώνονται οι πληθικοί αριθμοί των συνόλων Α ,Β, Α∪Β,

$A \cap B$. Οι τιμές αυτές μεταβάλλονται καθώς αλλάζουν τα στοιχεία των δύο συνόλων.

i. Να καταγράψετε στον πίνακα που ακολουθεί τα $N(A)$, $N(B)$, $N(A \cap B)$ και $N(A \cup B)$ για 5 διαφορετικές θέσεις των στοιχείων του Ω και να συμπληρώσετε τις δύο τελευταίες στήλες ρου πίνακα.

N (A)	*N(B)*	*N (A∩B)*	*N(A∪B)*	*N(A)+N(B)*	*N(A)+N(B)- N (A∩B)*

ii. Μπορείτε να εξετάσετε αν υπάρχει κάποια σχέση που συνδέει τους πληθικούς αριθμούς των συνόλων;

………

………

………

………

Ενεργοποιείστε τα κουμπιά

☑ ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΠΛΗΘΑΡΙΘΜΟΥ ΣΥΝΟΛΩΝ
☑ ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΩΝ

ii. Να εξετάσετε αν υπάρχει κάποια σχέση που συνδέει τις πιθανότητες των ενδεχομένων Α, Β και Α∪Β, Α∩ Β.

………

………

………

………

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα:

Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει : ***P(A∪ B) = P(A) + P(B) − P(A∩ B).*** *Η σχέση αυτή ονομάζεται προσθετικός νόμος*

iii. Να αποδείξετε ότι για δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ο προσθετικός νόμος***: P(A∪ B) = P(A) + P(B) − P(A∩ B)***

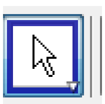
………

………

………

………

☞ <u>ΔΕΣ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ</u>

Επιλέξτε το εργαλείο επιλογής αντικειμένων  . Μετακινήσετε τους δρομείς ώστε για τα δύο ενδεχόμενα Α και Β να ισχύει Α⊂Β.

iv. Ποια σχέση συνδέει τους πληθικούς αριθμούς και τις πιθανότητες των ενδεχομένων Α, Β στην περίπτωση που $A \subset B$; Μπορείτε να αποδείξετε τον ισχυρισμό σας;

………

………

………

………

☞ ΔΕΣ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

Αν για δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ι ισχύει

Α ⊆ Β , τότε P(A) ≤ P(B) *.*

v. Πότε πραγματοποιείται η διαφορά Α − Β του Β από το Α; Να παραστήσετε το Α - Β σε ένα διάγραμμα του Venn.

………

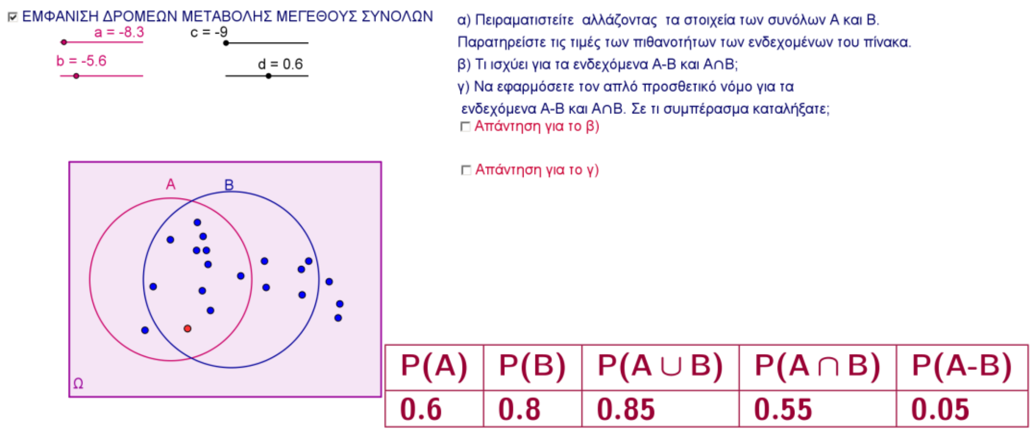
………

………

………

☞ ΔΕΣ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ανοίξτε το αρχείο πιθανότητεςfinal2 .



P(A)	P(B)	P(A ∪ B)	P(A ∩ B)	P(A-B)
0.6	0.8	0.85	0.55	0.05

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

Για δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) .$$

vi. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων Α-Β και Β-Α στις παρακάτω περιπτώσεις:

- Αν $A \subseteq B$,
- Αν Α και Β ασυμβίβαστα ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω.

………

………

………

………

☞ ΔΕΣ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ

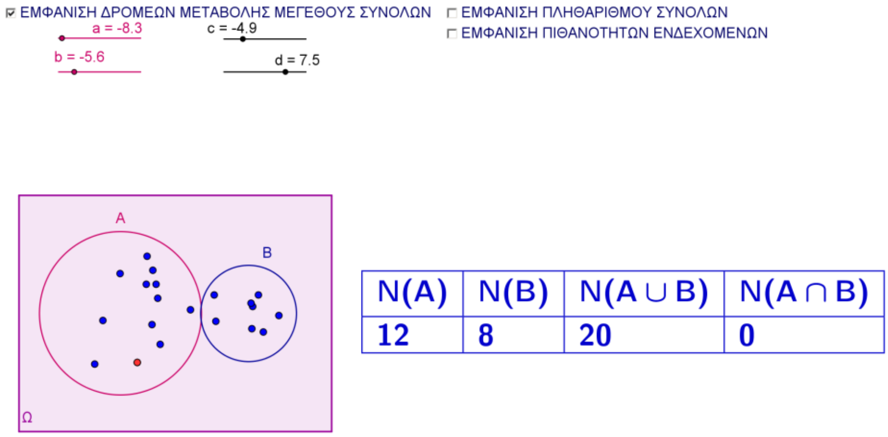
ΦΑΣΗ 4Η

ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ -ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 5η : ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ -ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1Η

Ανοίξτε το αρχείο πιθανότητεςfinal



Μεταβάλλοντας τις τιμές των δρομέων a, b, c, d ή μετακινώντας τα σημεία που αποτελούν στοιχεία του συνόλου Ω τροποποιούνται τα στοιχεία των συνόλων Α και Β.

i. Να κάνετε τις απαιτούμενες μεταβολές ώστε
   - Να πραγματοποιείται μόνο το Α
   - Να μην πραγματοποιείται κανένα από τα Α και Β
   - Να πραγματοποιείται μόνο ένα από τα Α και Β

ii. Να γράψετε τα παραπάνω ενδεχόμενα στη γλώσσα των συνόλων.

iii. Αν P(A)=0,5 , P(B)=0,4 και P(A∩ B)=0,2 να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παραπάνω ενδεχομένων.

……

……

………

………

………

………

………

………

………

………

………

☞ ΕΔΩ Η ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2Η

Αν για δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν P(A) =0, 8 και P(B) = 0, 4 να αποδείξετε ότι:

i. $0,2 \leq P(A \cap B) \leq 0,4$
ii. Τα Α και Β δεν είναι ασυμβίβαστα

………

………

………

………

………

………

………

………

……

☞ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ2

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3Η

Έστω A,B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω ώστε:

$|2P(A) + 1| + |P(A) - 3| = 4\lambda$ και $P(B) = 1 - \ln(\kappa + 1)$ όπου $\kappa, \lambda \in Z^*$.

i. Να υπολογιστούν οι αριθμοί κ, λ.
ii. Να βρεθούν τα P (A), P (B).

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

☞ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ3

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να επαληθεύσετε τις ισότητες:

- $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$

(Νόμοι de Morgan)

2. Να αποδείξετε την σχέση:

$P(A \cup B \cup \Gamma) = P(A) + P(B) + P(\Gamma) - P(A \cap B) - P(A \cap \Gamma) - P(\Gamma \cap B) + - P(A \cap B \cap \Gamma)$

3. Να βρεθεί η πιθανότητα P (Α) αν, κατά περίπτωση, είναι γνωστό ότι:

i. $P(A') = \frac{3}{4} P(A)$

ii. $5P(A) + 2P(A') = 4$

4. Μία τάξη έχει 30 παιδιά. Είναι γνωστό ότι η πιθανότητα σε τυχαία επιλογή ενός παιδιού να είναι αγόρι είναι $\frac{2}{5}$.Πόσα κορίτσια έχει η τάξη;

5. Αν για τα ενδεχόμενα Α και Β ισχύουν: $P(A \cap B) = \frac{1}{5},\ P(A) = \frac{1}{4},\ P(B) = \frac{3}{4}$ να βρείτε :

i. την πιθανότητα να πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα Α και Β,
ii. την πιθανότητα να μην πραγματοποιείται κανένα από τα Α και Β,
iii. την πιθανότητα να πραγματοποιείται μόνο το Α,
iv. την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα Α και Β,
v. την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το Α ή να μην πραγματοποιηθεί το Β,
vi. την πιθανότητα $P(A - B)'$.

6. Να αποδείξετε ότι για κάθε ενδεχόμενο ισχύει πάντα $0 \le P(X)P(X') \le 1$

7. Έχουμε 30 σφαίρες μέσα σε ένα δοχείο , αριθμημένες από το 1 έως το 30 . Επιλέγουμε στη τύχη μια σφαίρα . ΄Εστω Α το ενδεχόμενο ο αριθμός της σφαίρας να είναι άρτιος και Β το ενδεχόμενο ο αριθμός της σφαίρας να είναι πολλαπλάσιο του 5 . Να υπολογιστούν οι πιθανότητες .

i. *P(A)* , P(B)
ii. $P(A \cup B)$
iii. $P(A \cup B')$
iv. $P[(A' \cap \mathrm{B}) \cup (\mathrm{A} \cap \mathrm{B}')]$

8. Έστω Α και Β-Α συμπληρωματικά ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω.

i. Να δείξετε ότι $P(A \cup B)=1$.
ii. Αν ισχύει $P(A \cap B)=P2(B)$ και $P(B)=x$, να βρείτε:
   a. την πιθανότητα P(A) ως συνάρτηση του x.
   b. την πιθανότητα P(B), για την οποία η P(A) γίνεται ελάχιστη καθώς και την ελάχιστη αυτή πιθανότητα.

7. Έστω Ω={1,2,….,8} δειγματικός χώρος που αποτελείτε από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα. Εκλέγουμε τυχαία ένα απλό ενδεχόμενο $\lambda \in \Omega$. Δίνονται ακόμη οι συναρτήσεις συναρτήσεις $f(x)=4x^3-\frac{7}{2}\lambda x^2+\lambda^2 x+2005\lambda^3$, $x \in \Re$ και g συνεχής στο x=0 με $5g(0)-3=\lim\limits_{x\to 0} g(x)$.

Θεωρούμε τις τα ενδεχόμενα:

A:{ η γραφική παράσταση τις f έχει στο σημείο K(1,f(1)) εφαπτομένη παράλληλη στην ευθεία ε1: y+3=0} και Β με με $\mathrm{P(B)} = \frac{1}{2} g(0)$.

Ακόμη ισχύει ότι $P(A \cap B) = \frac{7}{32}$.

Να βρείτε τις πιθανότητες:

i. να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα Α και Β.
ii. να πραγματοποιηθεί μόνο το Β.
iii. να πραγματοποιηθεί ένα μόνο από τα Α και Β.

8. Έστω Ω={0,1,2,3} ο δειγματικός χώρος τις πειράματος τύχης με $P(0)=\frac{6}{5}P(1)$, $P(1)=\frac{5}{4}P(2)$, $P(3)=\frac{3}{4}P(2)$.

i. Να βρείτε τις πιθανότητες των στοιχειωδών ενδεχομένων του δειγματικού χώρου Ω.

ii. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$ και το ενδεχόμενο

$A=\{\lambda\in\Omega \,/\, \lim_{x\to5} f(x)=\frac{\lambda}{\lambda^2+3}\}$, να βρείτε:

α. το όριο $\lim_{x\to5} f(x)$.

β. την πιθανότητα P(A).

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=2x^3-P(A\cup B)x^2+2[P(A\cap B)-3]x+P(A)$, όπου Α, Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Αν η εφαπτομένη της καμπύλης της f στο σημείο Μ(1,f(1)) είναι παράλληλη προς τον άξονα $x'x$:

i. Να βρείτε την $f'(x)$

ii. Να δείξετε ότι $P(A\cup B)=P(A\cap B)$

iii. Να δείξετε ότι $P(A\cup B)\geq P(A)$ και $P(A\cup B)\geq P(B)$

iv. Να δείξετε ότι P(A)= P(B)

v. Να δείξετε ότι P(A-B)=P(B-A)

10. Σ' ένα αγώνα η πιθανότητα να κερδίσει ο παίκτης Α είναι 25%, η πιθανότητα να κερδίσει ο παίκτης Β είναι 15% και η πιθανότητα να κερδίσει ο παίκτης Γ είναι 30%. Να βρείτε την πιθανότητα :

i. να κερδίσει ο παίκτης Α ή ο παίκτης Β,

ii. να μην κερδίσει ο παίκτης Α ή ο παίκτης Γ.

11. Αν για τα ενδεχόμενα Α και β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν :

$$P(A)=\frac{3}{4}P(B),\ P(A')=\frac{3}{2}P(B')$$

i. να βρεθούν οι P(A) και P(B),

ii. να αποδειχθεί ότι τα Α και Β δεν είναι ασυμβίβαστα

ΦΑΣΗ 5^{Η}

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:…………………………………………………………………………………………………

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:……………………………………………………………………………………………………….

ΤΜΗΜΑ:………

1 Αν για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν $P(A) = 0,8$ και $P(B) = 0,4$ να αποδείξετε ότι:

(α′) Τα A και B δεν είναι ασυμβίβαστα

(β′) $0,2 \leq P(A \cap B) \leq 0,4$

2 Έστω A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω ώστε:

$$|2P(A) + 1| - |P(A) - 3| = 4\lambda$$

και

$$P(B) = 1 - \ln(\kappa + 1)$$

όπου $\kappa, \lambda \in \mathbb{Z}$, $\lambda \neq 0$.

(α′) Να υπολογιστούν οι αριθμοί κ, λ.

(β′) Να αποδείξετε ότι

$$\ln\frac{e}{2} \leq P(A \cup B) \leq \ln\frac{e\sqrt[3]{e^2}}{2}$$

Απαντηση: $\lambda = 0$, $\kappa = 0, 1$

Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

(α′) Έστω A, B ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω, τότε:

$$P(A - B) + P(B) = P(B - A) + P(A)$$

(β′) Έστω A, B ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω, τότε:

$$P(A \cup B) \leq \frac{P(A) + P(B)}{2}$$

(γ′) Έστω A, B ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω, με: $P(A) = 0,7$ και $P(B) = 0,6$ τότε τα A, B είναι ασυμβίβαστα.

(δ′) Αν ενδεχόμενα A, B είναι ασυμβίβαστα τότε

$$P(B) > P(A)$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

(ε′) Το βέβαιο ενδεχόμενο και το αδύνατο ενδεχόμενο είναι αντίθετα ενδεχόμενα

1. Τι ονομάζεται δειγματικός χώρος ενός πείραμα τύχης;
   ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Αν ω_1, ω_2, ω_3, …..,ω_ν είναι τα δυνατά αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης, τότε το σύνολο $\Omega = \{\omega_1, \omega_2,\ldots,\omega_\nu\}$ των δυνατών αποτελεσμάτων του πειράματος ονομάζεται δειγματικός χώρος .

2. Τι ονομάζεται ενδεχόμενο ενός πείραμα τύχης;
   ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Είναι το σύνολο που έχει ως στοιχεία ένα ή περισσότερα αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης δηλαδή το σύνολο όλων των υποσυνόλων του δειγματικού χώρου

   $\Omega = \{\omega_1, \omega_2,\ldots,\omega_\nu\}$.

3. Αν ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι $\Omega = \{\omega_1, \omega_2,\ldots,\omega_\nu\}$ όπου ν φυσικός αριθμός να γράψετε δύο ενδεχόμενα του Ω.
   ΑΠΑΝΤΗΣΗ:$A=\{\omega_1, \omega_2\}$, $\Omega = \{\omega_1, \omega_2,\ldots,\omega_\nu\}$.

4. Ποιοι λέγεται απλό και ποιο σύνθετο ενδεχόμενο ενός πείραμα τύχης;
   ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Ένα ενδεχόμενο λέγεται απλό όταν έχει ένα μόνο στοιχείο και σύνθετο αν έχει περισσότερα στοιχεία.

5. Πότε λέμε ότι ένα ενδεχόμενο Α ενός πειράματος τύχης πραγματοποιείται ή συμβαίνει σε μια συγκεκριμένη εκτέλεσή του πειράματος;
   ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Όταν το αποτέλεσμα ενός πειράματος, σε αυτή την εκτέλεσή είναι στοιχείο του ενδεχομένου Α.

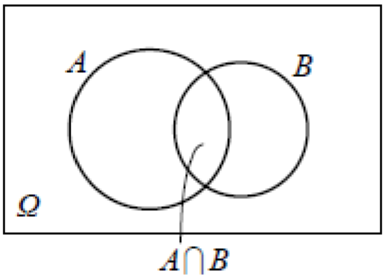
6. Τι ονομάζονται ευνοϊκές περιπτώσεις για την πραγματοποίησή ενός ενδεχομένου;
   ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Είναι τα στοιχεία του ενδεχομένου.

7. Ποιο είναι το βέβαιο και ποιο το αδύνατο ενδεχόμενο
   ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Είναι αντιστοίχως το Ω και το $\emptyset$.

8. Αν A είναι ένα ενδεχόμενο τι συμβολίζει το $N(A)$;
   ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το πλήθος των στοιχείων του A;

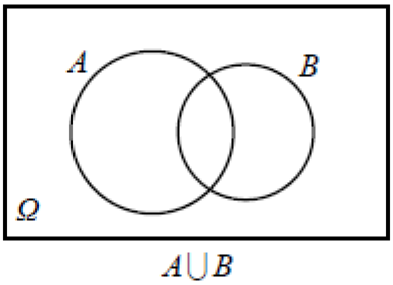
9. Πότε πραγματοποιείται το ενδεχόμενο Α∩ Β ; Να παραστήσετε το Α∩ Β σε ένα διάγραμμα του Venn.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Όταν πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β.



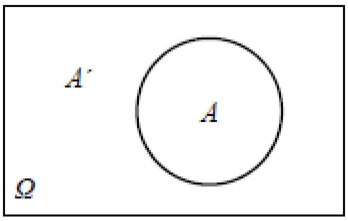
10. Πότε πραγματοποιείται το ενδεχόμενο ΑU Β ;
Να παραστήσετε το Α∩ Β σε ένα διάγραμμα του Venn.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Όταν πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα Α, Β.



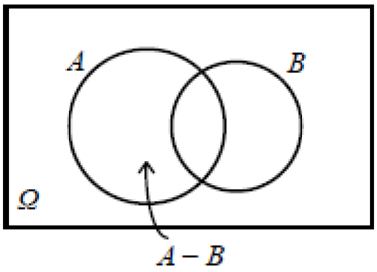
11. Πότε πραγματοποιείται το αντίθετο ενδεχόμενο Α′ του Α; Να παραστήσετε το Α′ σε ένα διάγραμμα του Venn.;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Όταν δεν πραγματοποιείται το Α.



12. Πότε πραγματοποιείται η διαφορά Α − Β του Β από το Α; Να παραστήσετε το Α Β σε ένα διάγραμμα του Venn.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Η διαφορά Α − Β πραγματοποιείται όταν πραγματοποιείται, το Α αλλά όχι το Β.



13. Πότε δύο ενδεχόμενα Α και Β λέγονται ασυμβίβαστα ή ξένα μεταξύ τους;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 'Οταν $A \cap B = \varnothing$.

14. Να δώσετε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Σε ένα πείραμα τύχης με ισοπίθανα αποτελέσματα ορίζουμε ως πιθανότητα του ενδεχομένου Α τον αριθμό:

$$P(A) = \frac{\text{Πλήθος Ευνοϊκών Περιπτώσεων}}{\text{Πλήθος Δυνατών Περιπτώσεων}} = \frac{N(A)}{N(\Omega)}.$$

15. Πως από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας προκύπτει ότι:
    i. $P(\Omega) = 1$
    ii. $P(\varnothing) = 0$
    iii. $0 \le P(A) \le 1$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$P(\varnothing) = \frac{N(\varnothing)}{N(\Omega)} = 0$$

$$P(\Omega) = \frac{N(\Omega)}{N(\Omega)} = 1$$

Για κάθε ενδεχόμενο Α ισχύει $0 \le P(A) \le 1$, αφού το πλήθος των στοιχείων ενός ενδεχομένου είναι ίσο ή μικρότερο από το πλήθος των στοιχείων του δειγματικού χώρου Ω.

16. Να δώσετε τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Έστω $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_\nu\}$ ένας δειγματικός χώρος με πεπερασμένο πλήθος στοιχείων. Σε κάθε απλό ενδεχόμενο $\{\omega_i\}$ αντιστοιχίζουμε έναν πραγματικό αριθμό, που τον συμβολίζουμε με $P(\omega_i)$, έτσι ώστε να ισχύουν:

- $0 \leq P(\omega_i) \leq 1$
- $P(\omega_1) + P(\omega_2) + \ldots + P(\omega_\nu) = 1$.

Τον αριθμό $P(\omega_i)$ ονομάζουμε πιθανότητα του ενδεχομένου $\{\omega_i\}$.

Ως πιθανότητα $P(A)$ ενός ενδεχομένου $A = \{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_\kappa\} \neq \varnothing$ ορίζουμε το άθροισμα

ενώ ως πιθανότητα του αδύνατου ενδεχομένου $\varnothing$ ορίζουμε τον αριθμό $P(\varnothing) = 0$.

$P(A)=P(\alpha_1) + P(\alpha_2) + \ldots + P(\alpha_\kappa)$,

17. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα Α και Β ισχύει ο απλός προσθετικός νόμος:
    $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Αν $N(A) = \kappa$ και $N(B) = \lambda$, τότε το $A \cup B$ έχει $\kappa + \lambda$ στοιχεία, γιατί αλλιώς τα Α και Β δε θα ήταν ασυμβίβαστα. Δηλαδή, έχουμε $N(A \cup B) = \kappa + \lambda = N(A) + N(B)$.

Επομένως:

$$P(A \cup B) = \frac{N(A \cup B)}{N(\Omega)} = \frac{\kappa+\lambda}{N(\Omega)} = \frac{N(A) + N(B)}{N(\Omega)} =$$

$$= \frac{N(A)}{N(\Omega)} + \frac{N(B)}{N(\Omega)} = P(A) + P(B).$$

18. Να αποδείξετε ότι για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα *Α* και *Α'* ισχύει:

$P(A') = 1 - P(A)$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Επειδή $A \cap A' = \varnothing$, δηλαδή τα *Α* και *Α'* είναι ασυμβίβαστα, έχουμε διαδοχικά, σύμφωνα με τον απλό προσθετικό νόμο:

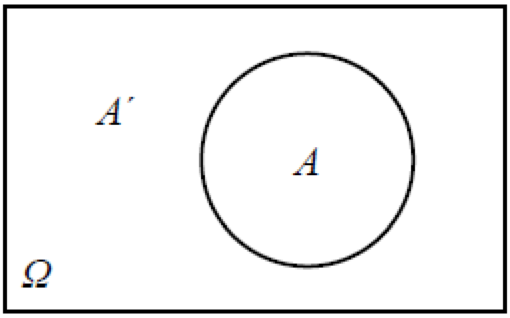
$\Omega = A' + A$

$P(A \cup A') = P(A) + P(A')$

$P(\Omega) = P(A) + P(A')$

$1 = P(A) + P(A')$.

Οπότε $P(A') = 1 - P(A)$.



19. Να αποδείξετε ότι για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ο προσθετικός νόμος: $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Για δυο ενδεχόμενα A και B έχουμε

$N(A\cup B) = N(A) + N(B) - N(A\cap B)$, (1)

αφού στο άθροισμα $N(A) + N(B)$ το πλήθος των στοιχείων του $A\cap B$

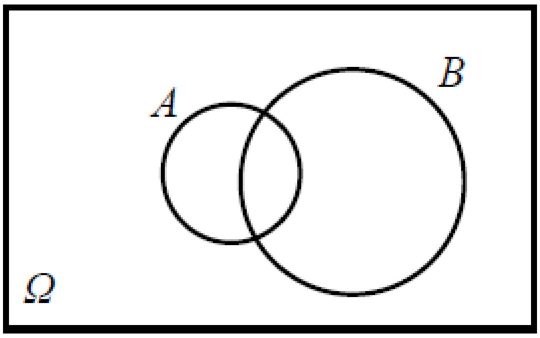
υπολογίζεται δυο φορές.

Αν διαιρέσουμε τα μέλη της (1) με $N(\Omega)$ έχουμε:

και επομένως:

$$P(A\cup B) = \frac{N(A\cup B)}{N(\Omega)} = \frac{N(A)+N(B)-N(A\cap B)}{N(\Omega)} =$$

$$= \frac{N(A)}{N(\Omega)} + \frac{N(B)}{N(\Omega)} - \frac{N(A\cap B)}{N(\Omega)} = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$



$A \bigcup B$

.

20. Να αποδείξετε ότι αν $A \subseteq B$, τότε $P(A) \leq P(B)$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Επειδή $A \subseteq B$ έχουμε διαδοχικά:

.

$\mathrm{N(A)} \leq \mathrm{N(B)}$,

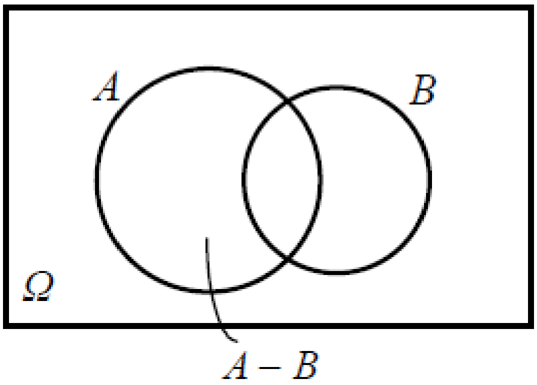
$$\frac{\mathrm{N(A)}}{\mathrm{N(\Omega)}} \leq \frac{\mathrm{N(B)}}{\mathrm{N(\Omega)}} \text{ άρα } \mathrm{P(A)} \leq \mathrm{P(B)}.$$

21. Να αποδείξετε ότι για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Επειδή τα ενδεχόμενα $A - B$ και $A \cap B$

είναι ασυμβίβαστα και $(A - B)\cup(A\cap B) = A$, έχουμε: $P(A) = P(A - B) + P(A\cap B)$. Άρα $P(A - B) = P(A) - P(A\cap B)$.



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ1:

Αν N(A) = κ και N(B) = λ , τότε το $A\cup B$ έχει κ + λ στοιχεία, γιατί αλλιώς τα A και B δε θα ήταν ασυμβίβαστα. Δηλαδή, έχουμε $N(A\cup B)$ = κ + λ = N(A) + N(B) .

Επομένως:

$$P(A\cup B)=\frac{N(A\cup B)}{N(\Omega)}=\frac{\kappa+\lambda}{N(\Omega)}=\frac{N(A)+N(B)}{N(\Omega)}=$$
$$=\frac{N(A)}{N(\Omega)}+\frac{N(B)}{N(\Omega)}=P(A)+P(B).$$

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ2:

Επειδή $A\cap A' = \varnothing$, δηλαδή τα A και A′ είναι ασυμβίβαστα, έχουμε διαδοχικά, σύμφωνα με τον απλό προσθετικό νόμο:

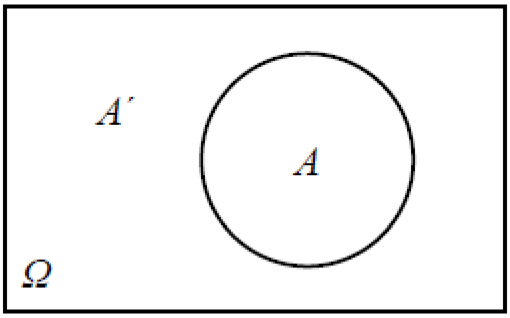
Ω=A΄+A

$P(A\cup A') = P(A) + P(A')$

P(Ω) = P(A) + P(A′)

1 = P(A) + P(A′) .

Οπότε P(A′) = 1− P(A) .



ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ3:

Για δυο ενδεχόμενα *Α* και *Β* έχουμε

$N(A\cup B) = N(A) + N(B) - N(A\cap B)$, (1)

αφού στο άθροισμα $N(A) + N(B)$ το πλήθος των στοιχείων του $A\cap B$

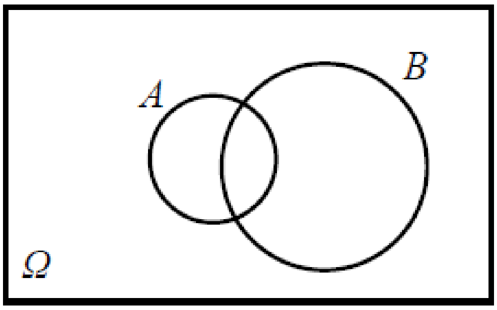
υπολογίζεται δυο φορές.

Αν διαιρέσουμε τα μέλη της (1) με $N(\Omega)$ έχουμε:

και επομένως:

$$P(A\cup B) = \frac{N(A\cup B)}{N(\Omega)} = \frac{N(A)+N(B)-N(A\cap B)}{N(\Omega)} =$$

$$= \frac{N(A)}{N(\Omega)} + \frac{N(B)}{N(\Omega)} - \frac{N(A\cap B)}{N(\Omega)} = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$



$A\bigcup B$

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ

ΑΠΟΔΕΙΞΗ4:

Επειδή $A \subseteq B$ έχουμε διαδοχικά:

.

$N(A) \le N(B)$,

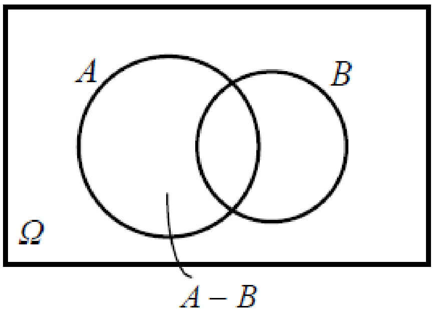
$$\frac{N(A)}{N(\Omega)} \le \frac{N(B)}{N(\Omega)}$$ άρα $P(A) \le P(B)$.

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ5:

Η διαφορά Α − Β πραγματοποιείται

όταν πραγματοποιείται, το Α αλλά όχι το Β.



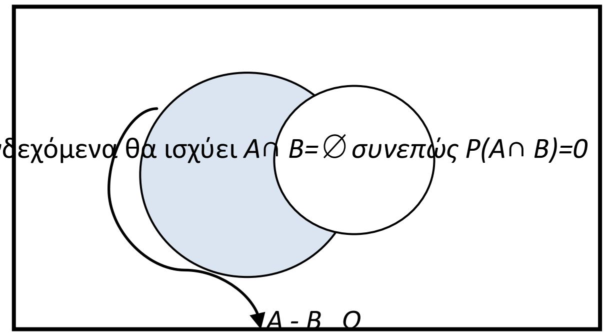
ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ6

- *Επειδή $A \subseteq B$ έχουμε $P(A - B) = P(A) - P(A\cap B)$ και $P(B\text{-}A)= P(B) - P(A\cap B)$. Όμως $P(A\cap B) = P(A)$ συνεπώς θα έχουμε:*

$P(A - B) = P(A) - P(A) = 0$

$P(B\text{-} A)= P(B) - P(A)$.



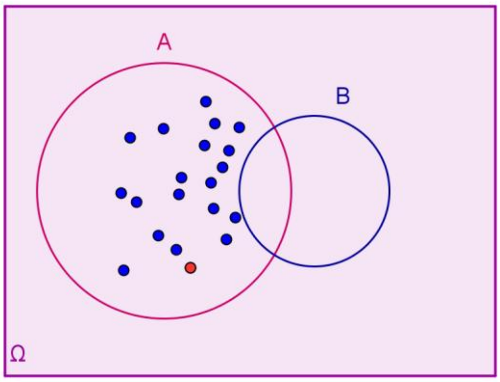
- Αν Α και Β ασυμβίβαστα ενδεχόμενα θα ισχύει *$A\cap B=\varnothing$ συνεπώς $P(A\cap B)=0$ Άρα $P(A - B) = P(A)$*

$P(B\text{-} A)= P(B)$.

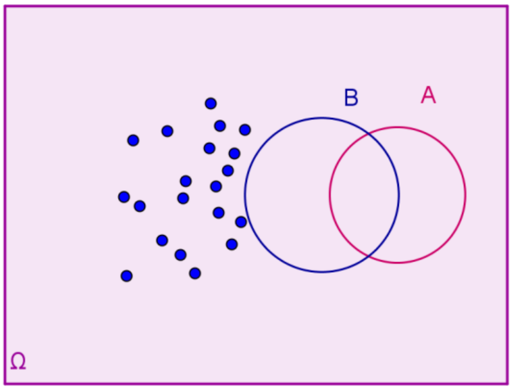
ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ1:

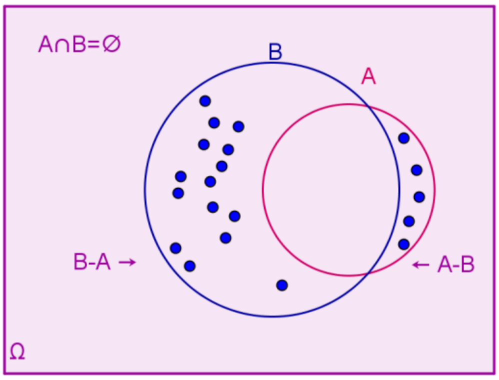
i.



¨ Πραγματοποιείται μόνο το Α¨



¨Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α και Β¨



¨Πραγματοποιείται μόνο ένα από τα Α και Β¨

ii.

- *Να πραγματοποιείται μόνο το A ➔ $w \in A - B$*
- *Να μην πραγματοποιείται κανένα από τα A και B ➔ $w \notin (A \cup B)$*
- *Να πραγματοποιείται μόνο ένα από τα A και B ➔ $w \in (A - B) \cup (B - A)$*

iii. $P(A)=0,5$, $P(B)=0,4$ και $P(A\cap B)=0,2$

- $P(A - B) = P(A) - P(A\cap B) = 0,5 - 0,2 = 0,3$
- *Από προσθετικό νόμο έχουμε:*

  $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0,5 + 0,4 - 0,2 = 0,7$

- *Τα ενδεχόμενα $(A - B)$ και $(B - A)$ είναι ασυμβίβαστα. Εφαρμόζοντας τον απλό προσθετικό νόμο έχουμε:*

  $P((A - B) \cup (B - A)) = P(A - B) + P(B - A) = (P(A) - P(A\cap B)) + (P(B) - P(A\cap B))$

  $= P(A) + P(B) - 2P(A\cap B) = 0,5 + 0,4 - 2\cdot 0,2 = 0,5$.

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ2:

Ισχύει: $P(A \cap B) = P(A)+P(B)-P(A \cup B) \geq P(A)+P(B)-1 = 0,8 + 0,4 - 1 = 0,2$

Αφού $P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow -P(A \cup B) \geq -1$ *Επομένως* $P(A \cap B) \geq 0,2$.

Επίσης αφού $A \cap B \subseteq B$ *θα είναι και* $P(A \cap B) \leq P(B)$, *επομένως*

$P(A \cap B) \leq 0,4$.

Συνοψίζοντας έχουμε ότι $0,2 \le P(A \cap B) \le 0,4$

Αν τα Α, Β ήσαν ασυμβίβαστα θα είχαμε ότι $A \cap B = \varnothing$ και επομένως

$P(A \cap B) = P(\varnothing) = 0$, πράγμα αδύνατο αφού έχουμε ότι $P(A \cap B) \ge 0,2$.

Άρα τα Α, Β δεν είναι ασυμβίβαστα.

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ3

Εύρεση του λ.

Αφού $0 \le P(A) \le 1$ θα είναι $2P(A) + 1 > 0$,

$P(A) - 3 < 0$ επομένως η σχέση $|2P(A) + 1| + |P(A) - 3| = 4\lambda$ γράφεται

$(2P(A) + 1) - (P(A) - 3) = 4\lambda$ από την οποία βρίσκουμε $3P(A) - 2 = 4\lambda$ και επομένως $P(A) = -4 + 4\lambda$.

Πρέπει $0 \le P(A) \le 1$ άρα πρέπει $0 \le -4+4\lambda \le 1$. Λύνοντας την ανίσωση $-4+4\lambda \ge 0$ βρίσκουμε ότι $1 \le \lambda$ και λύνοντας την $-4+4\lambda \le 1$ βρίσκουμε ότι $\lambda \le \frac{5}{4}$.

Δηλαδή $1 \le \lambda \le \frac{5}{4}$. Αφού ο λ παίρνει ακέραιες τιμές θα είναι $\lambda = 1$.

Εύρεση του κ.

Πρέπει $0 \le P(B) \le 1$. Επομένως πρέπει

$0 \le 1 - \ln(\kappa + 1) \le 1$. Λύνουμε την $0 \le 1 - \ln(\kappa + 1)$ και βρίσκουμε $\kappa \le e - 1$

ενώ από την επίλυση της $1 - \ln(\kappa + 1) \le 1$ βρίσκουμε $0 \le \kappa$. ΄Αρα πρέπει $0 \le \kappa \le e - 1$. Επειδή ο κ είναι θετικός ακέραιος και $e = 2,7$ συμπεραίνουμε ότι $\kappa = 1$.

Από την ισότητα $P(A) = -4+4\lambda$ και αφού $\lambda = 1$ έχουμε ότι $P(A) = 0$.

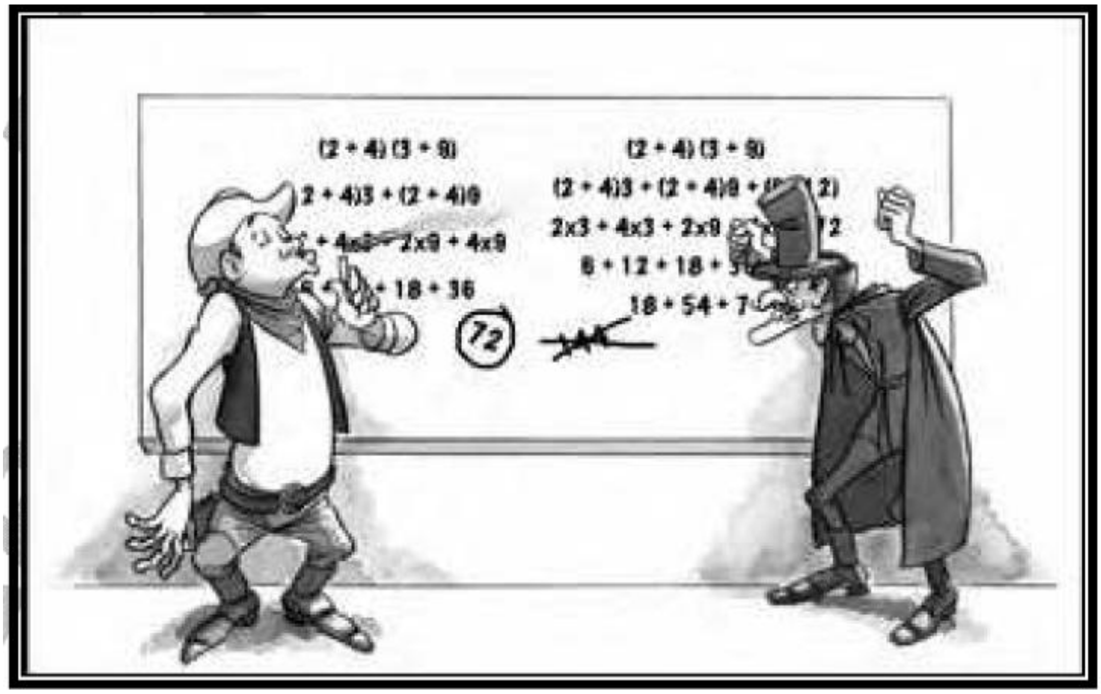
Από την ισότητα $P(B) = 1 - \ln(\kappa + 1)$ και αφού $\kappa = 1$ θα είναι $P(B) = 1 - \ln 2$.

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ

Μια ιστορία εκδρομών και ....δειγματοχώρων!!!

Μια μέρα που ο καθηγητής Ξερολίδης είχε τα κέφια του, έθεσε στην τάξη το εξής πρόβλημα πιθανοτήτων δίνοντας την υπόσχεση ότι αν κάποιος μαθητής το έλυνε την επόμενη θα τους πήγαινε περίπατο. Ξεκίνησε λοιπόν να αφηγείται το πρόβλημα:

≪Σε ένα σάκο υπάρχουν τρεις κάρτες απόλυτα όμοιες που διαφέρουν μονό ως προς το χρώμα, η μια από αυτές (Α) έχει λευκές και τις δυο όψεις της , η δεύτερη (Β) μια όψη λευκή και μια μαύρη και η τρίτη (Γ) δυο όψεις μαύρες .Εξάγεται τυχαία μια από αυτές και τοποθετείται στο τραπέζι ώστε να φαίνεται μονό η μια όψη της .Διαπιστώνεται ότι η όψη που φαίνεται είναι η λευκή. Ποια η πιθανότητα να είναι λευκή και η άλλη όψη; ≫



Η τάξη έμεινε σιωπηλή και όλα έδειχναν να έχουν χαθεί ώσπου ο Τοτός το αστέρι της τάξης σηκώνει το χέρι .

≪*Ναι παιδί μου Τοτό*≫Τον ενθαρρύνει Ο Καθηγητής Ξερολιδης.

Ο Τοτός τότε απαντάει: ≪*Κύριε Ξερολιδη η λογική λέει ότι δεν είναι δυνατόν η κάρτα που τραβήχτηκε να είναι η (Γ) άρα έχουμε 50% πιθανότητα να είναι η (Α) και 50% πιθανότητα να είναι η (Β) οπότε η πιθανότητα να είναι λευκή η άλλη όψη της κάρτας είναι* $\frac{1}{2}$ *»*.

≪*Λάθος κάνεις Τοτό!*≫Είπε ο καθηγητής Ξερολίδης και συνέχισε :

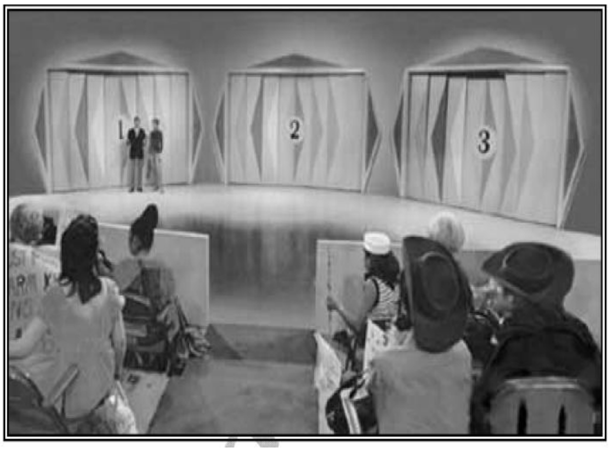
≪*Το πρόβλημα αυτό δίνει και ένα κλασσικό παράδειγμα για το πόσο έξω μπορούμε να πέσουμε χωρίς να έχουμε ξεκαθαρίσει σωστά το δειγματικό χώρο και τις πιθανότητες των δυνατών αποτελεσμάτων. Η όλη διαδικασία της επιλογής που κάναμε , δεν επιλεγεί απλά και μονό μια κάρτα από τις τρεις ,αλλά επιλεγεί μια όψη κάρτας (από τις έξη που υπάρχουν) που είναι ορατή στο τραπέζι .Παρατηρούμε ότι αφού βλέπουμε μια λευκή πλευρά στο τραπέζι αυτή θα είναι είτε μια από τις δυο λευκές όψεις Α1 ,Α2 της κάρτας Α , είτε η λευκή πλευρά Β1 της τας Β .Ο αντίστοιχος δείγματος χώρος Ω περιέχει τρία ισοπίθανα αποτελέσματα :* Ω={A1,A2,B1}

Το ενδεχόμενο Α={ είναι και η άλλη όψη λευκή } *αντιστοιχεί στο υποσύνολο* Α={Α1,Α2} *του δειγματικού χώρου . Είναι λοιπόν* P(A)=$\frac{2}{3}$ »

Την επόμενη μέρα έγινε κανονικά μάθημα!!!!!!

The Monty Hall problem - Ένα απρόσμενο παράδοξο πιθανοτήτων

*Ο Monty Hall είναι Καναδός σόουμαν, που παρουσίαζε το περίφημο τηλεπαιχνίδι **Let's make a deal** στο ABC από το 1963 μέχρι το1977 και σε μερικές ακόμα μεμονωμένες σαιζόν μέχρι και το 1991. Το τηλεπαιχνίδι αυτό είναι από τα ιστορικότερα που έχουν περάσει από την τηλεόραση, και- χαρακτηριστικό είναι ότι αρκετά στοιχεία του έχουν εμπνεύσει και επηρεάσει πολλά τηλεπαιχνίδια μέχρι και σήμερα.*



Το όνομα του Monty Hall, όμως, είναι πλέον γνωστό κυρίως στους μελετητές της επιστήμης των πιθανοτήτων, αφού αντιστοιχεί σε ένα από τα μεγαλύτερα παράδοξα της επιστήμης αυτής.

Όλα ξεκίνησαν όταν το 1975 ο Steve Selvin έστειλε ένα γράμμα στο περιοδικό American Statistician, δημοσιεύοντας ένα πρόβλημα βασισμένο στο συγκεκριμένο τηλεπαιχνίδι, το οποίο αργότερα ονόμασε Monty Hall problem, .Το Monty Hall problem έχει ως εξής.

Πίσω από τρεις κουρτίνες τοποθετούνται ένα ωραίο σπορ αυτοκίνητο και δύο κατσίκες. Ο παρουσιαστής γνωρίζει ποια κουρτίνα κρύβει το αυτοκίνητο. Ο παίκτης καλείται να επιλέξει μια κουρτίνα, π.χ. την Α. Στη συνέχεια ο παρουσιαστής ανοίγει μία από τις άλλες κουρτίνες που κρύβει πίσω της μία κατσίκα. Ας πούμε ότι ανοίγει τη Β. Δίνεται τώρα στον παίκτη η δυνατότητα είτε να επιμείνει στην αρχική επιλογή του(κουρτίνα Α) είτε να αλλάξει και να ανοίξει την κουρτίνα Γ. Τι έχει συμφέρον να κάνει ο παίκτης;

Η πρώτη απάντηση που έρχεται στο μυαλό των περισσοτέρων είναι ότι αφού έχει ήδη ανοίξει μία κουρτίνα που έκρυβε κατσίκα και έχουν απομείνει μία κουρτίνα με κατσίκα και μία με το αυτοκίνητο, οι πιθανότητες είναι πια 50-50 και καμιά από ις δυνατές επιλογές του παίκτη δεν είναι ευνοϊκότερη από την άλλη. Ωστόσο, αυτή η άποψη είναι λανθασμένη!

Για να κατανοήσουμε το γιατί πρέπει να απογυμνώσουμε το πρόβλημα από κάθε παρελκυστικό παράγοντα εντυπωσιασμού και να ο αντιμετωπίσουμε με καθαρή μαθηματική λογική. Αγνοώντας τον ψυχολογικό παράγοντα (χαμόγελα, χειροκροτήματα, γκριμάτσες του παρουσιαστή κ.λπ.) ο παίκτης οφείλει να καθορίσει τη στρατηγική του από το σπίτι του, πριν καν μπει στο στούντιο:

Υπάρχουν δύο δυνατές στρατηγικές:

***1η** Ο παίκτης επιλέγει μία κουρτίνα π.χ. την (Α) και εμμένει σε αυτήν μέχρι το τέλος, ότι και αν του πει ο παρουσιαστής. Αφού υπάρχουν τρεις κουρτίνες και ένα αυτοκίνητο, η πιθανότητα νίκης με αυτή τη στρατηγική είναι 1/3.*

***2η** Ο παίκτης επιλέγει αρχικά μία κουρτίνα (π.χ. την Α) και μόλις ο παρουσιαστής ανοίξει μία άλλη κουρτίνα (π.χ. τη Β) και αποκαλύψει μία κατσίκα, αλλάζει και επιλέγει την κουρτίνα (Γ)που έχει απομείνει.*

Με αυτή τη στρατηγική, ο παίκτης για να κερδίσει τελικά οφείλει να επιλέξει αρχικά μία κουρτίνα με κατσίκα. Ο παρουσιαστής θα ανοίξει τότε την άλλη κουρτίνα με την κατσίκα και αλλάζοντας ο παίκτης θα πάρει τελικά το αυτοκίνητο. Έτσι η πιθανότητα νίκης του με αυτή τη δεύτε-ρη στρατηγική είναι 2/3.

Ακόμα και μαθηματικοί τεραστίου διαμετρήματος λέγεται, δε βρίσκουν τη σωστή απάντηση. Οι στατιστικές δείχνουν ότι μόλις το 13% των ανθρώπων απαντάει σωστά στην παραπάνω ερώτηση.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ Ο.Ε.Δ.Β.

Αδαμόπουλος Λεωνίδας-Δαμιανού Χαράλαμπος-Σβέρκος Ανδρέας

ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΣΤΟ ΔΙΑΔΙΚΤΥΟ

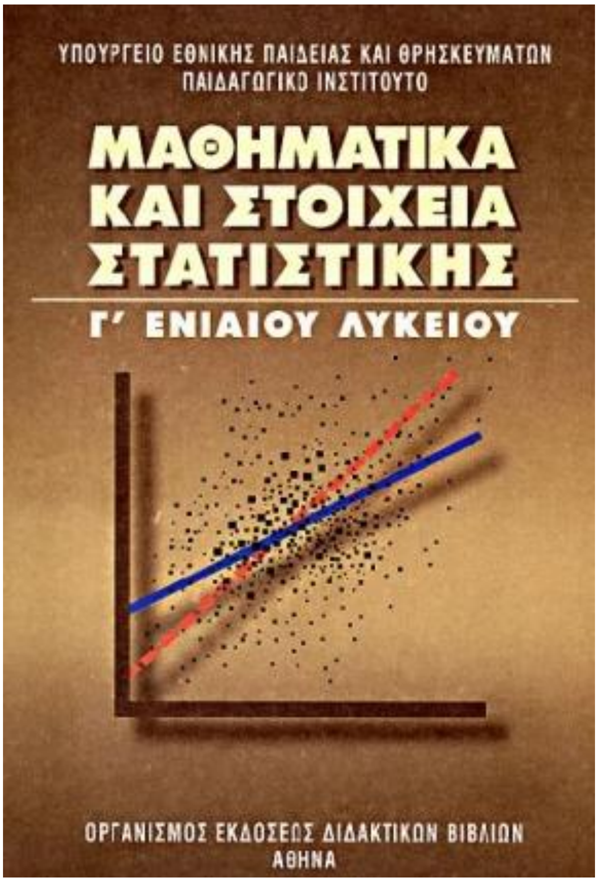
http://www.nsmavrogiannis.gr/

http://www.mathimatikos.edu.gr/EXERCISES/Lykeio/C/typologio/Pithanotites.pdf

http://users.sch.gr/gkaripid/theory/c%20lik/pithanotitta.pdf

http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/al/153-2010-04-19-11-44-40

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3ο



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ Γ΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Αδαμόπουλος Λεωνίδας, Επ. Σύμβουλος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Δαμιανού Χαράλαμπος Αναπλ. Καθηγητής Παν/μίου Αθηνών

Σβέρκος Ανδρέας Σχολικός Σύμβουλος

Το βιβλίο αποτελείται από τρία κεφάλαια.

- Στο πρώτο κεφάλαιο εισάγεται η έννοια της παραγώγου. Για τον ορισμό της λαμβάνεται υπόψη η ιστορική πορεία της εξέλιξης της έννοιας. Έτσι, προηγείται το πρόβλημα του καθορισμού της εφαπτομένης μιας καμπύλης σε ένα σημείο της και του προσδιορισμού της στιγμιαίας ταχύτητας ενός σώματος. Οι βασικές ιδιότητες της παραγώγου σχετικά με τη μονοτονία και τα ακρότατα μιας συνάρτησης παρουσιάζονται εποπτικά με τη βοήθεια κατάλληλων παραδειγμάτων.

- Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται συστηματικότερα τα στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής που γνώρισαν οι μαθητές στο Γυμνάσιο, τα οποία συμπληρώνονται με μερικές χρήσιμες ιδιότητες της μέσης τιμής και της διασποράς καθώς και με την παλινδρόμηση και τη γραμμική συσχέτιση δύο μεταβλητών. Η παρουσίαση των εννοιών και της μεθοδολογίας της Στατιστικής, όπως άλλωστε επιβάλλεται από τη φύση της, είναι πιο αναλυτική από ό,τι στην Άλγεβρα και στη Γεωμετρία.
- Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στη Θεωρία των Πιθανοτήτων και στις σχετιζόμενες με αυτήν μεθόδους απαρίθμησης. Η απόδειξη των ιδιοτήτων της πιθανότητας ενός ενδεχομένου γίνεται μόνο στην περίπτωση που τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα. Η Θεωρία των Πιθανοτήτων ασχολείται με καταστάσεις όπου υπάρχει αβεβαιότητα, και αυτό την κάνει ιδιαίτερα σημαντική στις εφαρμογές της καθημερινής ζωής.

Μπορείτε να αποθηκεύσετε το βιβλίο σε μορφή αρχείου pdf από τον παρακάτω σύνδεσμο

http://www.ebooks4greeks.gr/dowloads/Ekpaideytika/Deyterobathmia/Gen.Lykeio/MATHIMATIKA.K.STOIXEIA.STATISTIKHS.G.LYKEIOY__Downloaded_from_eBooks4Greeks.gr.pdf