ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

«Έλεγχος αποθεμάτων - Εφαρμογές του μοντέλου βέλτιστης παραγγελίας και ABC ανάλυσης σε εταιρεία εμπορίας βιομηχανικών υλικών»

Χαράλαμπος Νεοκλέους ge17705
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών
Τομέας Μαθηματικών

Επιβλέπων: Ιωάννης Κοκλέτσος, Αναπληρωτής Καθηγητής

Η τριμελής εξεταστική επιτροπή

Κολέτσος Ιωάννης	Κοκκίνης Βασίλειος	Στεφανέας Πέτρος
Αναπλ. Καθηγητής	Αναπλ. Καθηγητής	Αναπλ. Καθηγητής

Αθήνα, 2024

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Ιωάννη Κολέτσο, για την καθοδήγησή του κατά την διάρκεια της εκπόνησης αυτής της εργασίας. Επίσης ευχαριστώ ιδιαίτερα τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής για τον χρόνο που αφιέρωσαν. Τέλος θέλω να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, για τη συνεχή της υποστήριξη.

Πρόλογος

Σε έναν ταχύτατα τεχνολογικά αναπτυσσόμενο και ολοένα και πιο περίπλοκο κόσμο, οι οργανισμοί αντιμετωπίζουν πολλές προκλήσεις που απαιτούν αποτελεσματικές διαδικασίες για την λήψη βέλτιστων αποφάσεων και τη σωστή κατανομή πόρων. Η Επιχειρησιακή Έρευνα (Ε.Ε.) είναι ο κλάδος της επιστήμης ο οποίος μελετά τα διάφορα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι εταιρίες και επιχειρήσεις ώστε να δώσει την καλύτερη δυνατή λύση σε αυτά, με βάση τον στόχο του οργανισμού (π.χ. ελαχιστοποίηση κόστους ή μεγιστοποίηση κέρδους). Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας αναλυτικές μεθόδους και μαθηματικά μοντέλα για την βελτιστοποίηση των λειτουργιών και την ενίσχυση της λήψης αποφάσεων.

Σε αυτή την διπλωματική εργασία, θα ασχοληθούμε πιο συγκεκριμένα με μεθόδους που αποσκοπούν στην βελτιστοποίηση της διαχείρισης των αποθεμάτων μιας εταιρίας και με την εφαρμογή των μεθόδων σε πραγματικά δεδομένα μιας επιχείρησης που ασχολείται με εξειδικευμένα υλικά οικοδομής.

Abstract

In a rapidly evolving and increasingly complex technological world, organizations face many challenges that require effective processes for making optimal decisions and allocating recourses correctly. Operational Research (OR) is the branch of science that studies the various problems faced by companies and businesses in order to provide the best possible solutions, based on the organization's objective (e.g. cost minimization or profit maximization). This is achieved by using analytical methods and mathematical models to optimize operations and enhance decision-making processes.

In this thesis, we will specifically focus on methods aimed at optimizing the management of the inventory of a company and applying these methods on real data given by a business specializing in specialized building materials.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα (Ε.Ε.)

1.1 Ιστορική αναδρομή

Από την βιομηχανική επανάσταση μέχρι και σήμερα παρατηρείται μια ραγδαία ανάπτυξη στο μέγεθος και την πολυπλοκότητα των επιχειρήσεων και εταιριών, όπως και στο πλήθος αυτών. Οι οργανισμοί αυτοί, λόγω της ζήτησης της αγοράς και του ανταγωνισμού, χρειάζεται πλέον να δουλεύουν σαν μια καλοφτιαγμένη μηχανή όπου τα γρανάζια της αποτελούνται από εξειδικευμένους εργάτες με τον κάθε ένα να έχει συγκεκριμένο ρόλο. Έτσι δημιουργείται το πρόβλημα όπου οι εξειδικευμένοι υπάλληλοι έχουν βαθιά γνώση στο αντικείμενό τους αλλά ελλιπή γνώση στο κομμάτι των άλλων εργατών και του τρόπου με τον οποίο συνδέονται τα διάφορα τμήματα και οι επί μέρους στόχοι τους, για την επίτευξη του κύριου στόχου του οργανισμού. Αυτό λοιπόν φέρνει την ανάγκη μιας επιστήμης που έχει ως αντικείμενο την εύρεση της βέλτιστης στρατηγικής που πρέπει να ακολουθήσει μια επιχείρηση ώστε να ικανοποιηθεί ο βασικός σκοπός της, αφού πολλές φορές οι επιδιώξεις του κάθε τμήματος αντιτίθενται με αυτές των άλλων τμημάτων.

Το 1940 θεωρείτε ως το έτος γέννησης του νέου αυτού κλάδου παρόλο που όπως αναφέραμε προηγουμένως οι ρίζες μπορούν να ευρεθούν στην περίοδο της βιομηχανικής επανάστασης. Η αρχή έγινε από τον Charles Babbage (1791-1871) ο οποίος χαρακτηρίστηκε ως ο "πατέρας της Επιχειρησιακής Έρευνας" διότι η έρευνά του για το κόστος μεταφοράς και ταξινόμησης της αλληλογραφίας έφερε την δημιουργία του γενικού αγγλικού ταχυδρομείου το 1840, Uniform Penny Post. Το 1917 ο Agner Krarup Erlang (1878-1929) ασχολήθηκε με προβλήματα σχετικά με το χρόνο απασχόλησης των τηλεφωνικών κέντρων και το 1920 ο Horace Clifford Levinson (1895-1968) ερευνούσε προβλήματα πωλήσεων και εμπορίου (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022). Άρα γιατί καθιερώθηκε το 1940 ως το έτος γέννησης της Επιχειρησιακής Έρευνας (Ε.Ε.);

Ο Β’ Παγκόσμιος Πόλεμος έφερε την ανάγκη της βέλτιστης λήψης αποφάσεων για την όσο το δυνατόν καλύτερη λειτουργία του συμμαχικού στρατού μιας και η απειλή ήταν τόσο μεγάλη. Αυτό οδήγησε στην ανάγκη επιστράτευσης όχι μόνο μαχητών, αλλά και επιστημόνων. Το Ηνωμένο Βασίλειο και οι Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής ψάχνοντας τρόπους για την καλύτερη λειτουργία του στρατού έφεραν την δημιουργία του κλάδου αυτού. Η αρχή έγινε όταν οι διοικητές των ενόπλων δυνάμεων της Μεγάλης Βρετανίας έψαχναν τρόπους για την αποτελεσματικότερη χρήση της νέας τότε τεχνολογίας των radar, για την αντιμετώπιση των εχθρικών πολεμικών αεροσκαφών. Έτσι το υπουργείο British Air ίδρυσε το ερευνητικό κέντρο Bawdsey Manor Research Station και μέσα από ασκήσεις φάνηκε πως παρόλο που τα τεχνικά συστήματα radar λειτουργούσαν αποτελεσματικά, υπήρχε πρόβλημα στο λειτουργικό (operational) κομμάτι. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα ιδρύθηκε το Stanmore Research Section το 1939 και το 1941 το Operational Research Section της Royal Air Force, ενώ στις ΗΠΑ, δημιουργήθηκε το U.S. Navy Antisubmarine Warfare Operations Research Group με στόχο την αντιμετώπιση των εχθρικών υποβρυχίων.

Τον Οκτώβριο του 1942, η πρώτη ομάδα Αμερικανών επιστημόνων Επιχειρησιακής Έρευνας έφτασε στη Βρετανία για να συνεργαστεί με σκοπό την βελτιστοποίηση της ακρίβειας πλήξης στόχων. Τα αποτελέσματα της ομάδας έφεραν βελτίωση της αποτελεσματικότητας πλήξης των στόχων κατά 1000%. Φαίνεται λοιπόν πως η Ε.Ε. και οι εφαρμογές της επιφέρουν όντως αποτελέσματα.

Μετά το πέρας του πολέμου, υπήρχε ανάγκη για την, όσο το δυνατόν γίνεται, καλύτερη αξιοποίηση των περιορισμένων πόρων. Παράλληλα, η ταχύτατη ανάπτυξη της βιομηχανίας έφερε το πρόβλημα της αυξανόμενης πολυπλοκότητας των επιχειρήσεων και του εξειδικευμένου προσωπικού, το οποίο έχει καλή γνώση μόνο στο δικό του αντικείμενο όπως είπαμε πιο πριν. Όσοι εργάστηκαν στο χώρο της Ε.Ε. κατά την περίοδο του πολέμου αντιλήφτηκαν πως τα προβλήματα αυτά είχαν την ίδια βάση με αυτά που αντιμετώπιζαν στον στρατό. Έτσι λοιπόν, δημιουργείτε ζήτηση για την νέα αυτή επιστήμη, η οποία έδειξε την ικανότητά της να επιλύει προβλήματα μέσα από τον Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο. Στην Αμερική ιδρύθηκε το Operations Evaluation Group, το οποίο και συνεχίζει έρευνα σε στρατιωτικό επίπεδο, σε συνεργασία με το MIT και στην Αγγλία δημιουργήθηκε η International Federation of Operations Research Societies. Λίγα χρόνια μετά, το 1963, ιδρύθηκε η Ελληνική Εταιρία Επιχειρησιακών Ερευνών με σκοπό την ανάπτυξη και την διάδοση της Επιχειρησιακής Έρευνας στην Ελλάδα. Το όνομα της Επιχειρησιακής Έρευνας προέρχεται από την μετάφραση του αγγλικού όρου “Operational Research”, ή όπως είναι γνωστό στην Αμερική, “Operations Research”. Μια καλύτερη μετάφραση στα ελληνικά θα ήταν “Λειτουργική Έρευνα” αφού ασχολείται με έρευνα πάνω στη λειτουργία συστημάτων αποτελούμενα από ανθρώπους και μηχανές. Όμως, αφού ο νέος αυτός επιστημονικός κλάδος γεννήθηκε κατά τον Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο και οι εφαρμογές του ήταν πάνω σε στρατιωτικές επιχειρήσεις, έχει καθιερωθεί ο όρος που ξέρουμε.

Η βελτίωση των τεχνικών που χρησιμοποιεί η Ε.Ε. για την λύση προβλημάτων και την απόδοση πιο παραγωγικών τρόπων λειτουργίας έπαιξαν σημαντικό ρόλο στην ραγδαία ανάπτυξη του κλάδου. Πολλά εργαλεία της επιχειρησιακής έρευνας όπως ο γραμμικός προγραμματισμός, ο δυναμικός προγραμματισμός και η θεωρία ουρών αναμονής σε συνδυασμό με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών έκαναν δυνατή την αξιοποίηση του κλάδου από μια ευρεία κλίμακα δουλειών.

Τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιούνται διεθνώς και άλλοι όροι που περιγράφουν την επιστήμη αυτή, όπως: Διοικητική Επιστήμη (Management Science), Επιστήμη Αποφάσεων (Decision Science) και Ανάλυση Συστημάτων (System Analysis).

1.2 Ορισμός της Επιχειρησιακής Έρευνας

Η Ε.Ε. είναι μια μέθοδος ανάλυσης προβλημάτων, που αξιοποιεί διάφορους επιστημονικούς κλάδους όπως τα Μαθηματικά και την Επιστήμη των Υπολογιστών, και αποσκοπεί στην βέλτιστη λήψη διοικητικών αποφάσεων.

Παρακάτω παρατίθενται διάφοροι ορισμοί που έχουν δοθεί για την Επιχειρησιακή Έρευνα ανά τα χρόνια:

- “Η Επιχειρησιακή Έρευνα αποσκοπεί στο να ερευνήσει ποσοτικά εάν ένας οργανισμός παίρνει από τη λειτουργία του εξοπλισμού του, τη βέλτιστη δυνατή συνεισφορά σε σχέση με τον ολικό αντικειμενικό σκοπό του, ποιες αλλαγές σε εξοπλισμό και μεθόδους απαιτούνται για τη βελτίωση των αποτελεσμάτων με το μικρότερο δυνατό κόστος σε προσπάθεια και χρόνο και τέλος σε ποιο βαθμό, μεταβολές στους επιμέρους αντικειμενικούς σκοπούς θα συνεισέφεραν στην πιο οικονομική και έγκαιρη εκτέλεση του ολικού στρατηγικού αντικειμενικού σκοπού.”
  -Robert Watson-Watt

- “Επιχειρησιακή Έρευνα είναι η εφαρμογή της σύγχρονης επιστήμης πάνω σε πολύπλοκα προβλήματα, τα οποία ανακύπτουν στη διεύθυνση και τη διοίκηση μεγάλων συστημάτων, αποτελούμενων από ανθρώπους, μηχανές, υλικά και κεφάλαια, στη Βιομηχανία, τις Επιχειρήσεις, τις Κυβερνητικές Υπηρεσίες και την Άμυνα.
  Η χαρακτηριστική της μεθοδολογία συνίσταται στην ανάπτυξη ενός επιστημονικού μοντέλου του υπό μελέτη συστήματος που περιλαμβάνει μετρήσεις τυχαίων παραγόντων και το οποίο προβλέπει και συγκρίνει τα αποτελέσματα εναλλακτικών αποφάσεων, στρατηγικών και ελέγχων.
  Ο σκοπός της είναι να βοηθήσει τη διοίκηση να καθορίσει την πολιτική και τις ενέργειές της επιστημονικά (κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο).”
  -Operational Research Society

- “Επιχειρησιακή Έρευνα μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι η εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων από μεικτές ομάδες σε προβλήματα που αφορούν τον έλεγχο οργανωμένων συστημάτων (αποτελούμενων από ανθρώπους και μηχανές) κατά τρόπο ώστε να παρέχουν λύσεις που εξυπηρετούν κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο τους σκοπούς του οργανισμού ως σύνολο.”
  -Russell Lincoln Ackoff & Maurice W. Sasieni

- “Επιχειρησιακή Έρευνα είναι η επιστημονική προετοιμασία των αποφάσεων της διοικήσεως (με την επιστημονική ανάλυση των δεδομένων και τη δημιουργία μαθηματικών προτύπων).”
  -Ελληνική Εταιρία Επιχειρησιακών Ερευνών

- “Επιχειρησιακή Έρευνα είναι η συστηματική εφαρμογή ποσοτικών μεθόδων, τεχνικών και εργαλείων στην ανάλυση προβλημάτων που εμπεριέχουν την λειτουργία συστημάτων.”
  -Hans G. Daellenbach & John A. George

Παρατηρούμε πως οι προηγούμενοι ορισμοί της Ε.Ε. δεν διαφέρουν και πολύ μεταξύ τους.

1.3 Βήματα μελέτης Επιχειρησιακής Έρευνας

Τα στάδια για την λύση ενός προβλήματος μέσω της επιστήμης της Ε.Ε. είναι σχεδόν πάντα τα ίδια, ανεξάρτητα από το πεδίο εφαρμογής ή το μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί.

Προσδιορισμός του προβλήματος

Στην αρχή πρέπει να κατανοήσουμε το υπό μελέτη σύστημα προσδιορίζοντας την δομή και τον τρόπο λειτουργίας του. Το αναλύουμε στα μέλη που το αποτελούν και εντοπίζουμε που και πως μπορούμε να βοηθήσουμε. Κατανοούμε ποιο ακριβώς είναι το πρόβλημα που θέλουμε να λύσουμε και ορίζουμε τις μεταβλητές - παραμέτρους και τους περιορισμούς που υπάρχουν.

Καθορισμός των στόχων

Ακολούθως πρέπει να θέσουμε τους στόχους που θέλουμε να πετύχουμε. Από τον σωστό καθορισμό των στόχων εξαρτάται η προσέγγιση του προβλήματος αφού διαφορετική λύση θα παραταθεί αν θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε τα κέρδη μιας εταιρίας για παράδειγμα, και άλλη αν θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος λειτουργίας της, μιας και η στρατηγική που θα πρέπει να ακολουθήσουμε είναι διαφορετική σε αυτές τις δύο περιπτώσεις. Πολλές φορές η διατύπωση των στόχων είναι δύσκολη διότι συχνά υπάρχουν πολλαπλοί στόχοι τους οποίους πρέπει είτε να καταφέρουμε να τους συμπτύξουμε, είτε να τους δώσουμε σειρά προτεραιότητας.

Μαθηματική μοντελοποίηση του συστήματος

Στη συνέχεια δημιουργούμε ένα μοντέλο του πραγματικού συστήματος ώστε να ερευνήσουμε την επίδραση που έχουν πάνω σε αυτό οι διάφοροι παράγοντές του και να λάβουμε τη βέλτιστη πορεία δράσης. Έτσι αναπαριστούμε το πρόβλημα μέσω της χρήσεις ποσοτικών σχέσεων και εντολών στον υπολογιστή οι οποίες περιγράφουν τις μεταβλητές, τους περιορισμούς και τους στόχους μας. Αυτή η διαδικασία αποτελείται από τρεις φάσεις:

1. Διατύπωση μερικών ρεαλιστικών υποθέσεων που αποσκοπούν στην απλούστευση του προβλήματος με έτσι ώστε να γίνει ευκολότερη η ανάλυση και η επίλυση του προβλήματος.

2. Διατύπωση των μαθηματικών σχέσεων και εντολών στον υπολογιστή που εκφράζουν τις σχέσεις μεταξύ των παραμέτρων του συστήματος, των περιορισμών του περιβάλλοντος και τους στόχους του οργανισμού.

3. Δοκιμή του μοντέλου με ένα test run (δοκιμαστική χρήση σε ένα “απλό” πρόβλημα) για να ελέγξουμε την ορθότητα των δύο προηγούμενων φάσεων. Σε περίπτωση που τα αποτελέσματα δεν είναι ικανοποιητικά τότε επαναλαμβάνουμε τις φάσεις 1 και 2.

Εάν το μοντέλο είναι εσφαλμένο τότε προφανώς θα δοθεί λάθος λύση στο πρόβλημα. Υπάρχει δηλαδή ο κίνδυνος εύρεσης της σωστής λύσης σε λάθος πρόβλημα και της λάθος λύσης σε σωστό πρόβλημα. Επίσης, πρέπει να βεβαιωθούμε ότι έχουμε περιορίσει τις μεταβλητές σε αυτές που είναι πραγματικά σημαντικές για το πρόβλημα μιας και από αυτό εξαρτάται το κόστος επίλυσής του.

Επίλυση του μοντέλου

Προσδιορίζουμε τη στρατηγική που θα ακολουθήσουμε ώστε να δοθεί βέλτιστη λύση στο πρόβλημα. Οι διάφορες μέθοδοι που μπορούμε να εφαρμόσουμε για την επίλυση του προβλήματος έχουν βάση διάφορους κλάδους των Μαθηματικά. Πιο συχνά εφαρμόζονται τεχνικές της Ε.Ε. μιας και είναι πιο εύκολες.

Η πιο διαδεδομένη τεχνική της επιχειρησιακής έρευνας είναι ο γραμμικός προγραμματισμός (linear programming) και αφορά μοντέλα με γραμμικούς περιορισμούς. Άλλες τεχνικές συμπεριλαμβάνουν τον ακέραιο προγραμματισμό (integer programming) όπου οι μεταβλητές θεωρούνται ακέραιες, τον δυναμικό προγραμματισμό (dynamic programming) στον οποίο το πρόβλημα χωρίζεται σε μικρότερα υποπροβλήματα και τον μη γραμμικό προγραμματισμό (non-linear programming) όπου έχουμε μη γραμμικές συναρτήσεις. Επίσης υπάρχουν χρήσιμες μέθοδοι όπως ο προγραμματισμός δικτύων (network programming), τα δένδρα αποφάσεων (decision trees), η διαχείριση αποθεμάτων (inventory control), η θεωρία ουρών αναμονής (queueing theory) και πολλές άλλες.

Στην περίπτωση που το πρόβλημα είναι πολύ περίπλοκο και καθιστά αδύνατη την εύρεση αναλυτικής λύσης, τότε αναγκαζόμαστε να απλοποιήσουμε περαιτέρω το μοντέλο και να χρησιμοποιήσουμε ευριστικές τεχνικές (heuristics) ή μεθόδους προσομοίωσης (simulation). Είναι δυνατόν να εφαρμοστεί και ένας συνδυασμός των προηγούμενων μεθόδων.

Ανάλυση Ευαισθησίας (Sensitivity Report)

Πριν εφαρμόσουμε την στρατηγική που βρίσκουμε στο προηγούμενο στάδιο για την λύση του προβλήματος θα θέλαμε να ξέρουμε τι επιπτώσεις θα είχαν τυχών μεταβολές στις παραμέτρους του περιβάλλοντος στο οποίο έχουμε ορίσει το πρόβλημα (διαφορετικά κόστη, αλλαγή δυναμικού της εταιρίας κ.τ.λ.). Η ανάλυση ευαισθησίας, όπως δηλώνει και το όνομά της, προσδιορίζει την ευαισθησία της λύσης εάν έχουμε αλλαγή στις παραμέτρους του μοντέλου.

Υλοποίηση της λύσης

Για την υλοποίηση και διατήρηση της λύσης, μετατρέπουμε τα αποτελέσματά μας σε λειτουργικές οδηγίες με όσο το δυνατόν γίνεται πιο κατανοητό τρόπο στα άτομα που είναι αρμόδια για την διαχείριση του συστήματος. Αρμόδια για το στάδιο αυτό είναι κυρίως η ομάδα της επιχειρησιακής έρευνας και πάλι, αφού μπορεί να προκύψουν προβλήματα μετά την εφαρμογή της λύσης στο πραγματικό σύστημα, τα οποία δεν είχαν προβλεφθεί κατά στην μελέτη.

Κεφάλαιο 2: Έλεγχος Αποθεμάτων

2.1 Εισαγωγή

Απόθεμα είναι πλεόνασμα προϊόντων το οποίο δημιουργείται όταν η εισερχόμενη ποσότητα προϊόντων είναι μεγαλύτερη από την εξερχόμενη. Τα αποθέματα μένουν προσωρινά αχρησιμοποίητα ώστε να ικανοποιηθεί η ζήτηση όταν αυτή ξεπεράσει την προσφορά. Η πολιτική που ακολουθεί μια επιχείρηση σχετικά με τις παραγγελίες, ή την παραγωγική διαδικασία, και την αποθήκευση των πρώτων υλών ή και προϊόντων της παίζει τεράστιο ρόλο στην επιτυχία της.

Τα μοντέλα διαχείρισης αποθεμάτων αποσκοπούν στον άριστο προγραμματισμό των παραγγελιών και της διαχείρισης των υλικών μιας εταιρίας. Βασικός στόχος είναι η ελαχιστοποίηση μιας συνολικής συνάρτησης κόστους λειτουργίας που περιλαμβάνει κόστη παραγγελίας, αγοράς, μεταφοράς, αποθήκευσης, έλλειψης προϊόντων κ.τ.λ. λαμβάνοντας υπόψη παραμέτρους όπως η ζήτηση, το περιβάλλον και άλλους διάφορους παράγοντες.

2.2 Παράγοντες πίεσης

Οι παράγοντες πίεσης είναι κάποιοι παράμετροι που επηρεάζουν την συνάρτηση κόστους που αναφέραμε πιο πάνω. Αυτοί οι παράγοντες διαφέρουν μεταξύ τους σε σχέση με το εάν έχουμε να κάνουμε με χαμηλά επίπεδα αποθεμάτων, όπου η εταιρία διατηρεί μικρή ποσότητα αποθέματος, ή υψηλά επίπεδα αποθεμάτων, όπου η εταιρία διατηρεί μεγάλο απόθεμα.

Παράγοντες πίεσης για χαμηλά επίπεδα αποθέματος

Ο κυριότερος παράγοντας πίεσης για χαμηλά επίπεδα αποθέματος είναι το κόστος διατήρησης το οποίο περιλαμβάνει το κόστος ευκαιρίας (opportunity cost), κόστος αποθήκευσης και διαχείρισης (carrying or holding cost), τους φόρους, τις δαπάνες ασφάλισης και το κόστος από τη πιθανή φθορά – μείωση των αποθεμάτων.

Κόστος ευκαιρίας είναι το χρηματικό όφελος που θυσιάζουμε χρησιμοποιώντας κεφάλαιο για την διατήρηση αποθεμάτων αντί να το επενδύσουμε κάπου αλλού. Κόστος αποθήκευσης και διαχείρισης είναι το κόστος για τους χώρους όπου φυλάσσεται το απόθεμα και για την μεταφορά του από ή προς αυτούς. Δημιουργείται όταν μια εταιρία πρέπει να ενοικιάσει χώρους αποθήκευσης ή να χρησιμοποιήσει ιδιόκτητους χώρους αλλά δημιουργώντας έτσι ένα κόστος ευκαιρίας αφού θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει τον χώρο αυτόν για κάτι άλλο (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022). Τα φορολογικά και ασφαλιστικά κόστη αυξάνονται προφανώς όσο περισσότερα αποθέματα έχουμε και το κόστος φθοράς – μείωσης αποθεμάτων οφείλεται στην φύση του προϊόντος, π.χ. εξάτμισης υγρών καυσίμων, σε αχρήστευση λόγω παλαίωσης, π.χ. ημερομηνία λήξης, σε κλοπή ή και φυσικές καταστροφές.

Το κόστος διατήρησης είναι μεταβλητό αφού αλλάζει ανάλογα με την ποσότητα του αποθέματος και συνήθως κυμαίνεται από 10% έως 40% της αξίας του αποθέματος.

Παράγοντες πίεσης για ψηλά επίπεδα αποθέματος

Μία πρώτη μορφή πίεσης για υψηλά επίπεδα αποθέματος είναι οι μηχανισμοί εξυπηρέτησης πελατών. Με την δημιουργία αποθεμάτων μειώνεται η πιθανότητα καθυστερημένης παράδοσης προϊόντων ή μη εκπλήρωσης μιας παραγγελίας.

Άλλη μορφή πίεσης είναι το κόστος παραγγελίας (ordering cost). Κάθε νέα παραγγελία που τοποθετεί μια επιχείρηση στους προμηθευτές της έχει κόστος το οποίο εξαρτάται άμεσα από τον χρόνο, κόπο και πόρους που θα πρέπει να ξοδέψει η εταιρία για να εκτελέσει την παραγγελία, π.χ. αμοιβές συμβούλων, δικηγόρων, συμβολαιογράφων κ.τ.λ.

Επίσης υπάρχει και το κόστος μεταφοράς (transportation cost) το οποίο μπορεί να μειωθεί αυξάνοντας το μέγεθος της παραγγελίας. Υψηλότερα επίπεδα αποθεμάτων επιτρέπουν μαζικότερες μεταφορές με αποτέλεσμα να επιτευχθούν οικονομίες κλίμακας (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022) ή να αποφευχθούν ακριβότερα μέσα μεταφοράς, χρήση πλοίων αντί αεροπλάνων για παράδειγμα, αφού το διάστημα μεταξύ των παραγγελιών θα είναι πιο αραιό λόγω της μεγαλύτερης ποσότητας που έχουμε παραγγείλει.

Τέλος, με τη διατήρηση περισσότερων αποθεμάτων, πέραν από τη μείωση των συνολικών πληρωμών προς τους προμηθευτές, η εταιρία μπορεί να πετύχει μεγάλη έκπτωση λόγω της ογκώδους παραγγελίας.

2.3 Μορφές αποθέματος και μέθοδοι μείωσής του

Υπάρχουν τέσσερεις κατηγορίες αποθεμάτων οι οποίες αφορούν τον τρόπο δημιουργίας του αποθέματος.

Απόθεμα ασφαλείας

Το απόθεμα ασφαλείας δημιουργείται είτε βάζοντας παραγγελίες νωρίτερα απ' ότι χρειάζεται, είτε παραγγέλνοντας μεγαλύτερη ποσότητα από την ζήτηση που αναμένεται να υπάρξει. Βοηθά στο να αποφευχθούν προβλήματα εξυπηρέτησης πελατών και μη διαθεσιμότητας προϊόντων.

Μπορεί να μειωθεί κάνοντας πιο μικρές παραγγελίες οι οποίες όμως τοποθετούνται πιο κοντά στη στιγμή παραλαβής, δημιουργώντας έτσι τον κίνδυνο για μη αποδεκτά επίπεδα εξυπηρέτησης πελατών. Αυτό μπορεί να αποφευχθεί με τη βελτίωση προβλέψεων της ζήτησης, βάζοντας παραγγελία πιο τακτικά κ.τ.λ.

Απόθεμα αναμονής

Το απόθεμα αναμονής χρησιμοποιείται όταν υπάρχει αβεβαιότητα σχετικά με την προμήθεια, για παράδειγμα όταν ο προμηθευτής απειλείται από απεργία ή υπάρχει περιορισμένη δυναμικότητα παραγωγής. Βοηθά επίσης στην απορρόφηση ανόμοιας ζήτησης, όπως τη ζήτηση του πετρελαίου θέρμανσης, που τον χειμώνα είναι πολύ μεγαλύτερη.

Το απόθεμα αναμονής μειώνεται εξισώνοντας τον ρυθμό ζήτησης με τον ρυθμό παραγωγής. Για να επιτευχθεί αυτό θα πρέπει η επιχείρηση να κάνει διαφημιστικές καμπάνιες, να προσφέρει εκπτώσεις σε μη εποχιακά προϊόντα, ή ακόμα να δημιουργήσει νέα προϊόντα με διαφορετικούς κύκλους ζήτησης.

Κυκλικό απόθεμα

Το κυκλικό απόθεμα αποτελεί τμήμα του συνολικού αποθέματος που καθορίζεται άμεσα από το μέγεθος της παραγγελίας, το οποίο μέγεθος εξαρτάται από τον χρόνο ανάμεσα σε δύο διαδοχικές παραγγελίες. Για παράδειγμα αν γίνεται παραγγελία κάθε μήνα, αυτή θα είναι μικρότερη σε ποσότητα παρά αν βάζαμε παραγγελία κάθε τρεις μήνες.

Για να μειωθούν τα επίπεδα του κυκλικού αποθέματος πρέπει να μειωθεί το μέγεθος της παραγγελίας και να εφαρμοστούν μέθοδοι παραγωγής όπως την JIT (just in time). Το JIT είναι σύστημα ελέγχου αποθεμάτων και όπως μας προϊδεάζει το όνομά του, στοχεύει στο να προσφέρονται τα προϊόντα ακριβώς τη στιγμή που ζητούνται με σκοπό να υπάρχει μικρό απόθεμα. Προτιμάτε κυρίως από εταιρίες που εμπορεύονται αγαθά που είναι δύσκολο να διατηρείς μεγάλο απόθεμα, όπως πλοία και αυτοκίνητα. Βασίζεται στο ελάχιστο απόθεμα και πρέπει να υπάρχει καλή οργάνωση στη γραμμή παραγωγής και προμηθευτές που να εγγυώνται ότι οι παραγγελίες θα παραδίδονται στην ώρα τους, τα υλικά δεν θα είναι ελαττωματικά και θα υπάρχει πλάνο αντιμετώπισης σε περίπτωση έκτακτης ανάγκης, όπως για παράδειγμα εάν υπάρχουν απεργίες ή κλειστά λιμάνια. Είναι προφανές ότι η επιχείρηση θα πρέπει να βελτιώσει τις διαδικασίες παραγγελίας και τις γραμμές παραγωγής για να αντιμετωπίσει το κόστος που θα δημιουργηθεί από την μείωση του όγκου παραγγελίας.

Απόθεμα σε κίνηση

Το απόθεμα σε κίνηση αφορά τα υλικά που βρίσκονται σε κίνηση, τόσο στο εξωτερικό, όσο και στο εσωτερικό μιας επιχείρησης. Δηλαδή είναι τα προϊόντα που δεν έχουν παραδοθεί ακόμα από τους προμηθευτές αλλά έχουν δρομολογηθεί, ή προϊόντα που έχουν πουληθεί της μετρητής ή με πίστωση από την εταιρία, αλλά δεν παραδόθηκαν ακόμα στον πελάτη. Επιπρόσθετα, κατά τη διαδικασία παραγωγής, η εταιρία δημιουργεί συχνά απόθεμα σε κίνηση από υλικά που είναι μέρος του τελικού προϊόντος. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιας περίπτωσης είναι τα εξαρτήματα αυτοκινήτων, όπως πιστόνια που περιμένουν να μπουν σε κινητήρα.

Με την επιλογή αξιόπιστων προμηθευτών και εταιριών μεταφοράς εξασφαλίζεται μείωση του αποθέματος σε κίνηση. Επιπλέον, αυτό μπορεί να μειωθεί βάζοντας μικρότερες παραγγελίες εάν ο χρόνος αναμονής για την παράδοση εξαρτάται από το μέγεθος της παραγγελίας.

2.4 Βασικά χαρακτηριστικά ενός συστήματος αποθεμάτων

Τα κύρια χαρακτηριστικά ενός συστήματος αποθεμάτων είναι η ζήτηση, οι οικονομικοί παράμετροι, ο χρόνος παράδοσης και ο κύκλος παραγγελίας.

Ζήτηση

Η ζήτηση μπορεί να είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική. Με τον πρώτο όρο αναφερόμαστε στα προϊόντα για τα οποία η μελλοντική τους ζήτηση είναι γνωστή από πριν (a-priori), ενώ με τον δεύτερο εννοούμε πως η μελλοντική ζήτηση είναι γνωστή με βάση στατιστικών και άρα υπάρχει μια αβεβαιότητα στις προβλέψεις μας. Σε οποιαδήποτε από τις προαναφερθείσες κατηγορίες και να ανήκει η ζήτηση, αυτή μπορεί να είναι είτε σταθερή (στατική) είτε μεταβαλλόμενη (δυναμική), ανάλογα με τον χρόνο (Taha, 2007).

Μια άλλη κατηγοριοποίηση της ζήτησης έχει να κάνει με το αν αυτή είναι εξαρτημένη ή ανεξάρτητη. Η εξαρτημένη ζήτηση αφορά τα υλικά που χρησιμοποιούνται "εσωτερικά" από μια επιχείρηση, για την παραγωγή των τελικών της προϊόντων κατά την παραγωγική διαδικασία και η ανεξάρτητη αφορά τα τελικά προϊόντα της επιχείρησης.

Οικονομικοί παράμετροι

Οι οικονομικοί παράμετροι είναι το κόστος διατήρησης αποθέματος, το κόστος από την απώλεια εμπιστοσύνης των πελατών λόγω μη ικανοποίησης της ζήτησης, το κόστος από τα χαμένα κέρδη στην περίπτωση εξαντλήσεως των αποθεμάτων και το κόστος παραγγελίας. Έχουμε επίσης τις τιμές αγοράς και πωλήσεως μιας μονάδας προϊόντος.

Χρόνος παράδοσης (lead time)

Ο χρόνος παράδοσης είναι το χρονικό διάστημα ανάμεσα στην τοποθέτηση μιας παραγγελίας και στην στιγμή που αυτή παραδίδεται.

Κύκλος παραγγελίας (ordering cycle length)

Ο κύκλος παραγγελίας είναι η διάρκεια μεταξύ δύο διαδοχικών παραγγελιών.

2.5 Είδη ελέγχου του επιπέδου των αποθεμάτων

Υπάρχουν δύο είδη ελέγχου της ποσότητας του αποθέματος, με τον διαχωρισμό να γίνεται με βάση της συχνότητας που γίνεται ο έλεγχος.

Σύστημα συνεχούς επιθεώρησης

Το απόθεμα ελέγχεται συνεχώς και η παραγγελία μπαίνει όταν αυτό φτάσει σε ένα κατώτατο όριο. Η ποσότητα της παραγγελίας είναι είτε ίση με την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, είτε τόση ώστε το σύνολο των αποθεμάτων στην αποθήκη να μην ξεπεράσει μια συγκεκριμένη ποσότητα.

Σύστημα περιοδικής επιθεώρησης

Το απόθεμα ελέγχεται ανά τακτά χρονικά διαστήματα και λαμβάνεται απόφαση για το αν θα δοθεί νέα παραγγελία ή όχι.

2.6 Βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας (EOQ)

Οι επιχειρήσεις έρχονται αντιμέτωπες με διάφορες πιέσεις οι οποίες, πολλές φορές, είναι αντίθετες μεταξύ τους. Για παράδειγμα υπάρχει από τη μία το κόστος διακράτησης αποθεμάτων, το οποίο μειώνεται με διατήρηση αποθεμάτων σε χαμηλά επίπεδα, όμως από την άλλη πρέπει να καλυφθεί εγκαίρως η ζήτηση, πράγμα το οποίο επιτυγχάνεται με διατήρηση αποθεμάτων σε υψηλά επίπεδα.

Μια μέθοδος εξισορρόπησης των πιέσεων αυτών είναι η εύρεση της βέλτιστης (οικονομικότερης) ποσότητας παραγγελίας, EOQ (Economic Order Quantity). Η EOQ βασίζεται σε κάποιες υποθέσεις ώστε η διαδικασία εύρεσής της να είναι ευκολότερη. Οι περιπτώσεις που ανταποκρίνονται στις υποθέσεις αυτές είναι ελάχιστες, όμως η EOQ εξακολουθεί να αποτελεί καλή αφετηρία για την ορθότερη διαχείριση των αποθεμάτων.

2.7 Έλεγχος αποθεμάτων για σταθερή ζήτηση

2.7.1 Βασικό μοντέλο EOQ

Το πρόβλημα διαχείρισης των αποθεμάτων έχει να κάνει με την περιοδική τοποθέτηση και παραλαβή παραγγελιών συγκεκριμένης ποσότητας. Άρα, η πολιτική που πρέπει να ακολουθήσει μια εταιρία πρέπει να απαντά στα ερωτήματα:

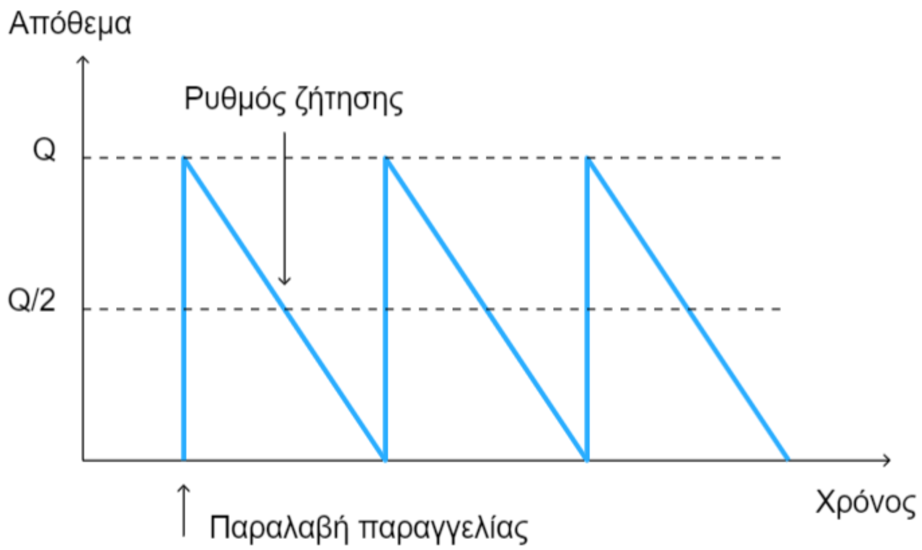
1. Πόση ποσότητα θα παραγγείλω;
2. Πότε θα παραγγείλω;

Όταν έχουμε γνωστή και σταθερή ζήτηση, ενδιαφερόμαστε κυρίως για τις εξής δύο γενικευμένες μορφές κόστους:

1. Κόστος για να γίνει μια παραγγελία.
2. Κόστος αποθήκευσης του αποθέματος.

Το βέλτιστο μέγεθος παραγγελίας (EOQ) και το βέλτιστο σημείο παραγγελίας (Optimum Order Point - R) θα είναι εν γένει συναρτήσεις εξαρτώμενες των δύο προηγούμενων κοστών αλλά και από τον ρυθμό της ζήτησης ανά μονάδας χρόνου. Για την διευκόλυνση της διαδικασίας εύρεσης των παραπάνω ποσοτήτων, θα θέσουμε αρχικά κάποιες υποθέσεις οι οποίες θα αναιρούνται σταδιακά στα μοντέλα που θα ακολουθήσουν ώστε να καταλήξουμε σε δεδομένα που θα αντικατοπτρίζουν προβλήματα βασισμένα στον πραγματικό κόσμο. Ξεκινάμε λοιπόν με τις πιο κάτω προϋποθέσεις:

1. Η ζήτηση είναι γνωστή και σταθερή.
2. Ο χρόνος αναμονής από τη στιγμή που γίνεται μια παραγγελία μέχρι την στιγμή παράδοσής της, είναι γνωστός και ίσος με μηδέν.
3. Η ποσότητα της παραγγελίας παραλαμβάνεται μονομιάς.
4. Δεν επιτρέπονται ελλείψεις αποθέματος.
5. Οι ποσότητες των παραγγελιών είναι ίσες.



Σχήμα 2.1: Ύψος αποθέματος με σταθερή ζήτηση

Στο σχήμα 2.1 βλέπουμε το ύψος των αποθεμάτων με σταθερή ζήτηση, ως συνάρτηση του χρόνου. Εδώ, δεν κρατάμε απόθεμα ασφαλείας (safety stock), οπότε το ελάχιστο επίπεδο αποθέματος (minimum stock level) είναι το μηδέν. Το μέγιστο ύψος αποθέματος (maximum stock level) είναι ίσο με Q και το Q/2 είναι το σημείο όπου τοποθετούμε την νέα παραγγελία, και είναι το μέσο απόθεμα (average stock level). Τέλος, είναι προφανές πως ο ρυθμός μείωσης των αποθεμάτων εκφράζει τον ρυθμό της ζήτησης.

Το συνολικό κόστος TC (Total Cost) για μία περίοδο είναι ίσο με το κόστος των παραγγελιών συν το κόστος διατήρησης του αποθέματος κατά τη διάρκεια της περιόδου αυτής. Θέτουμε:

- $K =$ κόστος για να γίνει μία επιπλέον παραγγελία
- $K_c =$ κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος, ανά περίοδο
- $D =$ συνολική ζήτηση σε μονάδες ανά περίοδο
- $Q(= EOQ) =$ βέλτιστο μέγεθος παραγγελίας

Άρα, μπορούμε να εκφράσουμε τα κόστη παραγγελιών και αποθήκευσης για μια περίοδο ως εξής:

- $OC = \frac{D}{Q}K =$ κόστος παραγγελιών ανά περίοδο (ordering cost)
- $CC = \frac{Q}{2}K_c =$ κόστος αποθήκευσης ανά περίοδο (carrying/holding cost),

όπου $\frac{D}{Q}$ ο αριθμός παραγγελιών ανά περίοδο (ζήτηση γραμμική) και $\frac{Q}{2}$ το μέσο απόθεμα. Επομένως, το συνολικό κόστος κάθε περιόδου θα είναι:

$$TC = \frac{D}{Q}K + \frac{Q}{2}K_c \tag{2.1}$$

Για να βρούμε το ελάχιστο συνολικό κόστος, που είναι η λύση στο πρόβλημα της διαχείρισης αποθεμάτων, δεν έχουμε παρά μόνο να βρούμε το σημείο ελαχίστου της πιο πάνω συνάρτησης, κατά τα γνωστά. Άρα παραγωγίζοντας το συνολικό κόστος ως προς την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας παίρνουμε:

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = -\frac{D}{Q^2}K + \frac{1}{2}K_c$$

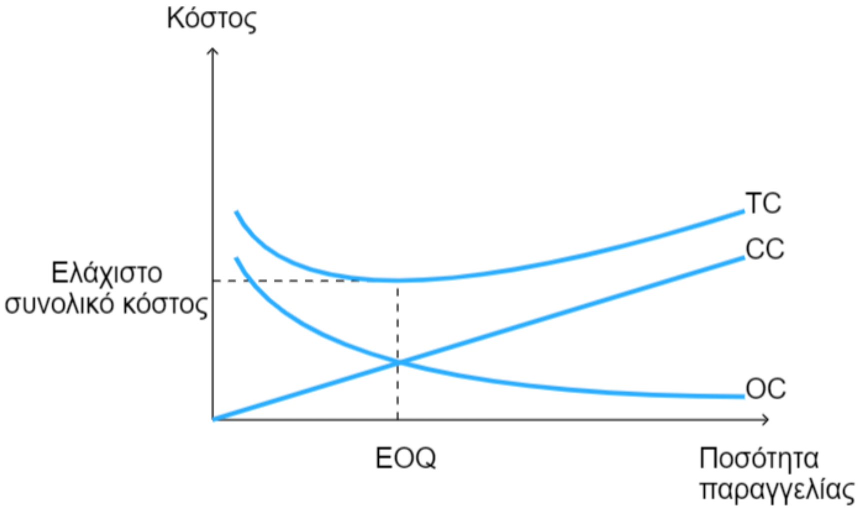
Θέτοντας την $1^{η}$ παράγωγο ίση με μηδέν παίρνουμε τα ακρότατα:

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \Rightarrow \frac{D}{Q^2}K = \frac{1}{2}K_c \Rightarrow EOQ = Q = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{K_c}} \tag{2.2}$$

Τώρα, ελέγχουμε εάν η πιο πάνω τιμή που βρήκαμε είναι σημείο ελαχίστου ή μεγίστου:

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial Q^2} = \frac{2 \cdot K \cdot D}{Q^3} \xRightarrow{Q=\sqrt{\frac{2KD}{K_c}}} \frac{\partial^2 TC}{\partial Q^2} > 0$$

Αφού η $2^η$ παράγωγος λαμβάνει θετική τιμή για $Q = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{K_c}}$, σημαίνει πως η συνάρτηση του συνολικού κόστους ελαχιστοποιείται. Πιο κάτω παρουσιάζουμε σχηματικά τα προηγούμενα:



Σχήμα 2.2: Γραφικές παραστάσεις των κοστών συναρτήσει του μεγέθους παραγγελίας

Παρατηρούμε πως για το βέλτιστο μέγεθος παραγγελίας, στο οποίο παρουσιάζει σημείο ελαχίστου το συνολικό κόστος, τα κόστη παραγγελίας και αποθήκευση ισούνται.

Παράδειγμα 2.1

Η εταιρία "Στεφανής" θέλει να προετοιμαστεί για το βιντεοπαιχνίδι "NBA 2K24" που θα βγει στην αγορά σύντομα. Από στατιστικά της επιχείρησης, παρμένα από τα αντίστοιχα βιντεοπαιχνίδια κάθε προηγούμενης χρονιάς, αναμένει να πουλήσει 9000 αντίγραφα. ($D = 9000 \frac{μονάδες}{περίοδο}$). Αν το κόστος για την τοποθέτηση μιας παραγγελίας είναι $K = 300$ € και το κόστος αποθήκευσης είναι $K_c = 15 \frac{€}{μονάδα \cdot περίοδο}$, τότε από τις εξισώσεις (2.2) και (2.1) προκύπτει πως το βέλτιστο μέγεθος παραγγελίας είναι:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot 9000}{15}} = 600 \text{ μονάδες}$$

και το συνολικό κόστος είναι:

$$TC = OC + CC = \frac{9000}{600} 300 + \frac{600}{2} 15 = 4500 + 4500 = 9{,}000 \text{ €}$$

αντίστοιχα. Συνολικά χρειάζονται $\frac{9000}{600} = 15$ παραγγελίες των 600 μονάδων για να καλυφθεί όλη η ζήτηση. Εάν η χρονική περίοδος στην οποία αναφερόμαστε είναι κάθε έτος και δοθέντος ότι η εταιρία δουλεύει 311 μέρες τον χρόνο, τότε τοποθετείτε μια παραγγελία κάθε $\frac{311}{15} \approx 20.73$ μέρες.

Παρατήρηση 2.1

Για να μετρήσουμε την ποσότητα Q σε ευρώ αντί για μονάδες προϊόντος τότε θα πρέπει η ζήτηση να είναι επίσης μετρημένη σε ευρώ και το κόστος αποθήκευσης μετρημένο ανά ευρώ και ανά χρονική περίοδο.

Με βάση τα δεδομένα του προηγούμενου παραδείγματος και εάν η τιμή μιας μονάδας προϊόντος είναι 50 $\frac{€}{μονάδα}$, τότε η ζήτηση σε ευρώ θα είναι $D = 50 \cdot 9000 = 450000\ \frac{€}{περίοδο}$ και το κόστος αποθήκευσης θα είναι $K_c = \frac{15}{50} = 0.3\ \frac{€}{€ \cdot περίοδο}$. Άρα, από τον τύπο (2.2) το βέλτιστο μέγεθος παραγγελίας θα είναι:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot 450000}{0.3}} = 30{,}000\ €$$

Μπορούμε να ελέγξουμε τώρα πως όντως, $\frac{30000\ €}{50\ \frac{€}{μονάδα}} = 600$ μονάδες προϊόντος.

2.7.2 Ανάλυση ευαισθησίας της EOQ (Sensitivity Analysis)

Όπως αναφέραμε και στην ενότητα 1.3, ο σκοπός της ανάλυσης ευαισθησίας είναι η μελέτη της νέας λύσης του προβλήματός μας σε σχέση με την αλλαγή των αρχικών δεδομένων, και η ερμηνεία αυτών των αποτελεσμάτων. Σε αυτή την ενότητα μας ενδιαφέρει η ανάλυση ευαισθησίας της ποσότητας EOQ σε σχέση με τη ζήτηση και τα κόστη παραγγελίας και αποθήκευσης.

Από τον τύπο (2.2) είναι προφανές ότι τόσο η μεταβολή στην ζήτηση, όσο και η μεταβολή του κόστους παραγγελίας οδηγεί σε μεταβολή μικρότερου βαθμού και προς την ίδια κατεύθυνση της ποσότητας EOQ. Δηλαδή μια αύξηση της ζήτησης ή του κόστους παραγγελίας θα δώσει μια μικρότερη αύξηση της EOQ. Αντίθετα, μια μεταβολή του κόστους διατήρησης οδηγεί σε μεταβολή μικρότερου μεγέθους και πάλι, αλλά προς την αντίθετη κατεύθυνση. Μια αύξηση π.χ. κατά 25% του κόστους διατήρησης αποθέματος θα επιφέρει μείωση, μικρότερη του 25%, της ποσότητας EOQ.

Τέλος, όσον αφορά το συνολικό κόστος, παρατηρούμε πως τείνει να μην είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο σε λάθη των υπολογισμών των παραμέτρων D, K, K_c. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα λάθη αυτά συνήθως αλληλοαναιρούνται και η τετραγωνική ρίζα μειώνει ακόμα περισσότερο της επιπτώσεις τους στον υπολογισμό της EOQ.

Μπορούμε να δούμε καλύτερα τις προηγούμενες προβλέψεις μέσα από το παράδειγμα 2.1. Έστω ότι η πραγματική ζήτηση είναι 18000 μονάδες, που αντιστοιχεί σε αύξηση κατά 100%. Τότε προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot 18000}{15}} = 848.53 \text{ μονάδες}$$

$$TC = \frac{18000}{848.53} 300 + \frac{848.53}{2} 15 = 6364 + 6364 = 12{,}728\ €$$

Η διαφορά του νέου συνολικού κόστους από την λάθος πρόβλεψη της ζήτησης θα είναι:

$$\frac{(νέο\ κόστος) - (παλαιό\ κόστος)}{(παλαιό\ κόστος)} 100\% = \frac{12728 - 9000}{9000} 100\% = 41.4\%$$

Βλέπουμε πως έχουμε σημαντικά μικρότερο ποσοστό αύξησης στο τελικό αποτέλεσμα σε σχέση με το ποσοστό αύξησης της ζήτησης.

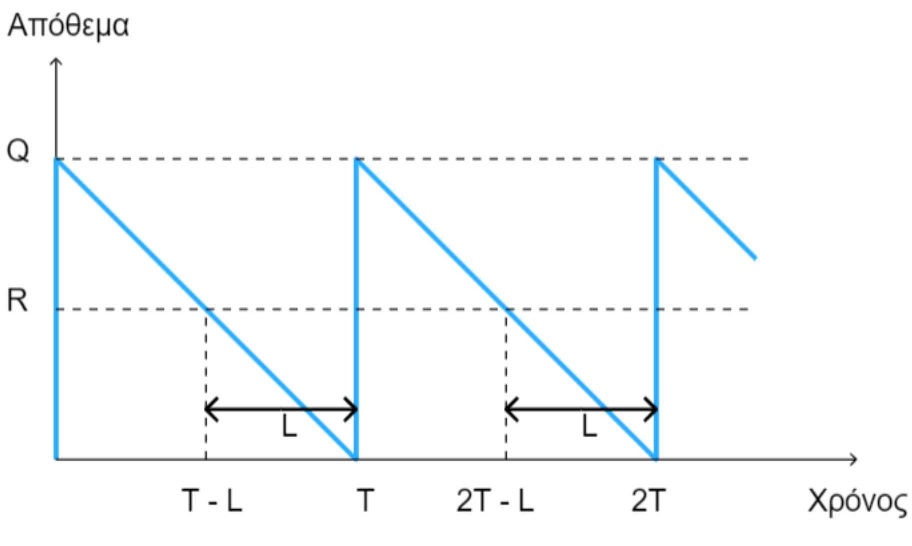
2.7.3 EOQ με καθυστέρηση στην παράδοση παραγγελίας

Η πρώτη αρχική υπόθεση που θα αφαιρέσουμε ώστε να αρχίσουμε να προσαρμόζουμε το βασικό μοντέλο EOQ σε ρεαλιστικές καταστάσεις είναι ο μηδενικός χρόνος παράδοσης της παραγγελίας. Έστω ότι:

- $T =$ χρονική στιγμή όπου μηδενίζεται το απόθεμα στην αποθήκη μας
- $L =$ χρόνος παράδοσης
- $R =$ βέλτιστο σημείο παραγγελίας
- $d =$ ρυθμός ζήτησης

Τότε, κάθε παραγγελία πρέπει να τοποθετείται L μέρες πριν την χρονική στιγμή T. Έτσι, έχουμε ως αποτέλεσμα την παράδοση του νέου εμπορεύματος ακριβώς όταν έχει εξαντληθεί το προϋπάρχον. Προφανώς, λόγω σταθερής ζήτησης, τα ακέραια πολλαπλάσια του T είναι όλοι οι χρόνοι κατά τους οποίους μηδενίζεται το απόθεμά μας. Άρα η παραγγελίες τοποθετούνται τις χρονικές στιγμές $T-L, 2T-L, 3T-L$ κ.τ.λ. Η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας βρίσκεται όπως και στην πρώτη περίπτωση, από τον τύπο (2.2). Το βέλτιστο σημείο παραγγελίας ισούται με τον ρυθμό ζήτησης επί τον χρόνο παράδοσης, δηλαδή:

$$R = d \cdot L$$



Σχήμα 2.3: Μοντέλο με μη μηδενικό χρόνο παράδοσης

Παράδειγμα 2.2

Έστω τώρα ότι για τα δεδομένα του παραδείγματος 2.1 ο "Στεφανής" θέλει να μάθει πότε πρέπει να βάζει τις παραγγελίες δεδομένου ότι ο προμηθευτής της χρειάζεται 5 μέρες για να παραδώσει τα CDs.

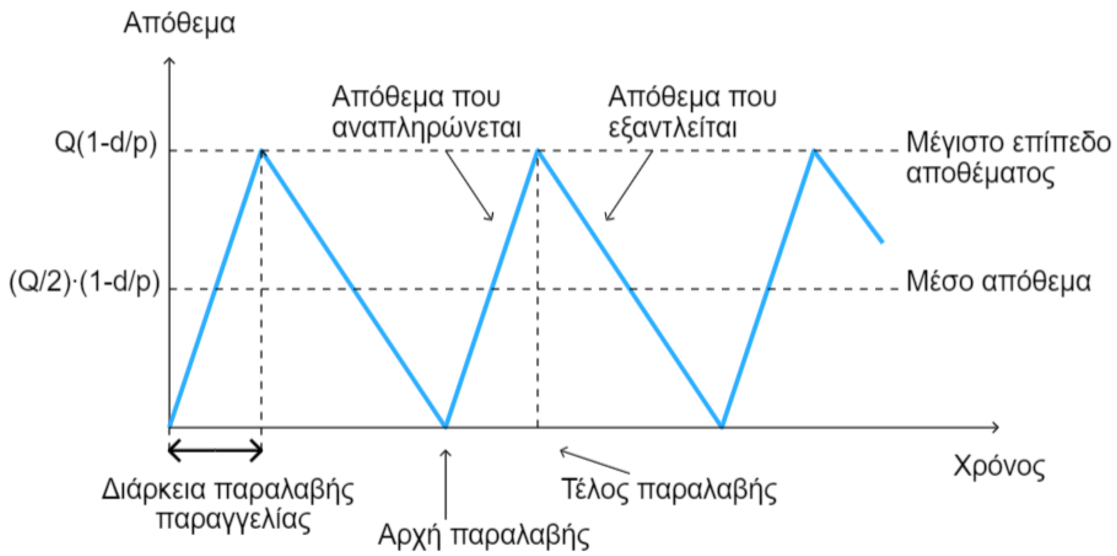
Γνωρίζουμε ήδη πως το απόθεμα της εταιρίας μηδενίζεται κάθε 20.73 μέρες ($T = 20.73$ μέρες) και άρα οι νέες παραγγελίες πρέπει να τοποθετούνται $20.73 - 5 = 15.73$ μέρες μετά την παραλαβή κάθε παραγγελίας.

Διαφορετικά, μια νέα παραγγελία θα πρέπει να τοποθετείται όταν το απόθεμα στην αποθήκη φτάσει τις $R = d \cdot L = \frac{9000}{311} \cdot 5$ ή $\frac{600}{20.73} \cdot 5 \approx 28.9 \cdot 5 = 144.5$ μονάδες. Υπενθυμίζουμε μια περίοδος είναι ένα έτος και θεωρήσαμε 311 εργάσιμες μέρες τον χρόνο.

2.7.4 EOQ με σταδιακή παράδοση παραγγελίας

Θεωρούμε τώρα πως δεν παραλαμβάνεται ολόκληρη η ποσότητα της παραγγελίας μονομιάς, αλλά αυτή παραδίδεται σταδιακά. Τότε, από την στιγμή που γίνεται μια παραγγελία, το εμπόρευμα εισέρχεται στην αποθήκη με ρυθμό *p,* ενώ εξέρχεται με ρυθμό *d* ώστε να ικανοποιηθεί η ζήτηση ($d<p$ αφού ακόμα δεν επιτρέπονται ελλείψεις). Προφανώς, ο χρόνος που απαιτείται για την παραλαβή όλης της παραγγελίας είναι $\frac{Q}{p}$ και το απόθεμα το οποίο πουλήθηκε στον χρόνο αυτό είναι $\frac{Q}{p}d$.

Από τα προηγούμενα, αντιλαμβανόμαστε ότι πλέον η μέγιστη ποσότητα αποθέματος που μπορεί να υπάρξει στην αποθήκη είναι $Q \cdot (1-\frac{d}{p})$, ενώ το μέσο απόθεμα ισούται με $\frac{Q}{2} \cdot (1-\frac{d}{p})$. Το ακόλουθο σχήμα περιγράφει το μοντέλο αυτό:



Σχήμα 2.4: Μοντέλο με σταδιακή παράδοση των παραγγελιών

Ως γνωστόν, το συνολικό κόστος ισούται με το κόστος παραγγελίας συν το κόστος αποθήκευσης. Αφού το τελευταίο έχει αλλάξει, διότι πληρώνουμε έξοδα αποθήκευσης για το νέο μέσο απόθεμα, έχουμε ότι:

$$TC = OC + CC = \frac{D}{Q}K + \frac{Q}{2}(1-\frac{d}{p})K_c \tag{2.3}$$

Η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, όπως είχαμε δείξει στο βασικό μοντέλο EOQ, επιτυγχάνεται ελαχιστοποιώντας το συνολικό κόστος. Παρατηρούμε πως η εξίσωση (2.3) είναι η ίδια με την εξίσωση (2.1), απλά έχει και τον παράγοντα $(1-\frac{d}{p})$ στο *CC*. Άρα παραγογίζοντας ως προς *Q*:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{K_c(1-\frac{d}{p})}} \tag{2.4}$$

Παράδειγμα 2.3

Μια εταιρία εισαγωγής μονωτικών υλικών ενδιαφέρεται να μειώσει το συνολικό κόστος των παραγγελιών ενός προϊόντος της, και κατά συνέπεια ενδιαφέρεται να καθορίσει την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας του. Το προϊόν που ενδιαφέρει την εταιρία, είναι ένα κατρόχαρτο το οποίο έχει τις υψηλότερες πωλήσεις μεταξύ όλων των υλικών της (10000 κατρόχαρτα τον χρόνο). Δεδομένου ότι η παραλαβή μιας παραγγελίας γίνεται σταδιακά με ρυθμό $p = 50$ κατρόχαρτα ανά ημέρα, το κόστος αποθήκευσης είναι $K_c = 24$ € ανά κατρόχαρτο και ανά έτος, η τοποθέτηση μιας παραγγελίας κοστίζει $K = 1500$ € και οι εργάσιμες μέρες της εταιρίας είναι 311 τον χρόνο έχουμε:

$$d = \frac{10000}{311} = 32.15 \approx 32.2\ \frac{κατρόχαρτα}{ημέρα}$$

Άρα:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 1500 \cdot 10000}{24(1-\frac{32.2}{50})}} = 1873.83 \approx 1874 \text{ κατρόχαρτα}$$

$$TC = \frac{10000}{1874}1500 + \frac{1874}{2}\left(1 - \frac{32.2}{50}\right)24 = 8{,}004.27 + 8{,}005.73 \approx 8005 + 8005$$
$$= 16{,}010\text{ €}$$

Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για την παραλαβή ολόκληρης της παραγγελίας είναι:

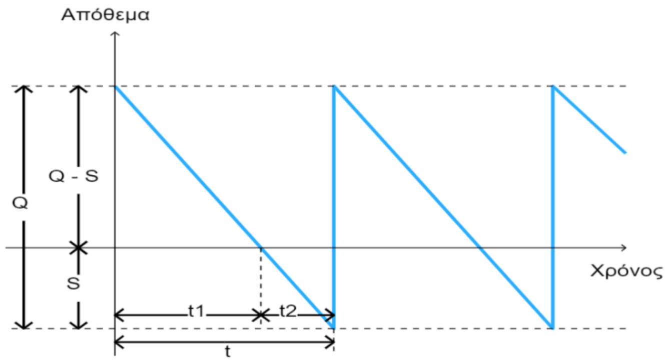
$$\frac{1874}{50} = 37.48 \approx 38 \text{ ημέρες}$$

και το μέγιστο απόθεμα στην αποθήκη ισούται με:

$$1874 \cdot \left(1 - \frac{32.3}{50}\right) = 667.14 \approx 667 \text{ κατρόχαρτα}$$

2.7.5 EOQ με ελλείμματα

Έστω ότι επιτρέπονται ελλείψεις αποθεμάτων. Η επιχείρηση τώρα, μπορεί να καθυστερήσει την παράδοση προϊόντων στους πελάτες, εάν έχει εξαντληθεί το απόθεμα (backorder). Καταργώντας αυτή την προϋπόθεση του βασικού EOQ μοντέλου, το απόθεμα μπορεί πλέον να παίρνει αρνητικές τιμές. Επιπλέον δημιουργείται ένα νέο κόστος που ονομάζεται κόστος έλλειψης αποθέματος (stockout/shortage cost ή cost of understock) και οφείλεται στα χαμένα κέρδη λόγω εξαντλήσεως αποθεμάτων. Το μοντέλο αυτό περιγράφεται από το σχήμα 2.5.



Σχήμα 2.5: Ύψος αποθεμάτων με σταθερή ζήτηση και backorder

Οι ελλείψεις S του αποθέματος αναπληρώνονται όταν μια παραγγελία παραλαμβάνεται. Άρα το μέγιστο απόθεμα στις αποθήκες είναι ίσο με $(Q - S)$. Τώρα, για τα παρακάτω θεωρούμε πως 1 χρονική περίοδος ισούται με 1 έτος.

- Για το χρονικό διάστημα t, το οποίο εκφράζει κάθε πόσο μπαίνει μια παραγγελία, ισχύει:

$$t = \frac{1 \text{ έτος}}{\frac{D}{Q}} \Rightarrow \frac{Q}{D} \text{ έτη}$$

Υπενθυμίζουμε πως $\frac{D}{Q}$ = αριθμός παραγγελιών ανά έτος.

- Για το χρονικό διάστημα t_1 για το οποίο το απόθεμα είναι θετικό, έχουμε:

$$\frac{t_1}{t} = \frac{Q - S}{Q} \Rightarrow t_1 = \frac{Q - S}{Q} t \Rightarrow t_1 = \frac{Q - S}{D} \text{ έτη}$$

- Για το χρονικό διάστημα t_2 για το οποίο το απόθεμα είναι αρνητικό, δηλαδή υπάρχουν ήδη τοποθετημένες παραγγελίες από τους πελάτες της εταιρίας, ενώ το απόθεμα έχει εξαντληθεί, και αναμένεται να παραδοθούν όταν αυτό αναπληρωθεί:

$$\frac{t_2}{t} = \frac{S}{Q} \Rightarrow t_2 = \frac{S}{Q} t \Rightarrow t_2 = \frac{S}{D} \text{ έτη}$$

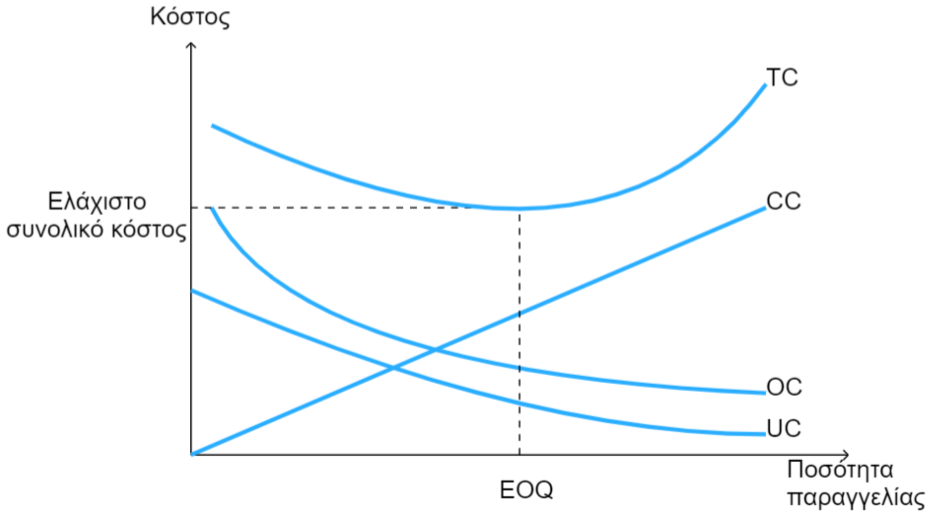
Συμβολίζουμε με K_u το κόστος έλλειψης μιας μονάδας προϊόντος (cost of understock). Επίσης, το μέσο απόθεμα στην αποθήκη κατά την περίπτωση που εξετάζουμε τώρα είναι $\frac{Q-S}{2}$ και το μέσο έλλειμμα είναι $\frac{S}{2}$. Τότε, τα επιμέρους κόστη που αποτελούν το συνολικό κόστος εκφράζονται ως έχει:

- $OC = \frac{D}{Q} K$ = ετήσιο κόστος παραγγελιών (annual ordering cost)
- $CC = K_c \cdot \frac{Q-S}{2} \cdot \frac{t_1}{t} = K_c \frac{(Q-S)^2}{2Q}$ = ετήσιο κόστος αποθήκευσης (annual carrying cost)
- $UC = K_u \cdot \frac{S}{2} \cdot \frac{t_2}{t} = K_u \frac{S^2}{2Q}$ = ετήσιο κόστος έλλειψης (annual understock cost)

Παρατηρούμε πως τα κόστη παραγγελίας και έλλειψης είναι ανάλογα, και αντιστρόφως ανάλογα με το κόστος αποθήκευσης. Δηλαδή, όσο αυξάνεται το μέγεθος της παραγγελίας, τόσο μειώνεται το κόστος της και το κόστος έλλειψης, ενώ το κόστος αποθήκευσης αυξάνεται. Μπορούμε να καταλάβουμε τον λόγο και διαισθητικά, χωρίς να αναλύσουμε τις πιο πάνω εξισώσεις.

Ως γνωστόν, το ετήσιο συνολικό κόστος είναι το άθροισμα των τριών προηγούμενων ποσοτήτων:

$$TC = OC + CC + UC = K\frac{D}{Q} + K_c \frac{(Q - S)^2}{2Q} + K_u \frac{S^2}{2Q} \tag{2.5}$$



Σχήμα 2.6: Τα διάφορα κόστη για μοντέλο με έλλειμμα αποθέματος

Για να καθορίσουμε την οικονομικότερη ποσότητα παραγγελίας Q και το βέλτιστο επίπεδο ελλείψεων S πρέπει να βρούμε τις μερικές παραγώγους του ετήσιου συνολικού κόστους, ως προς Q και ως προς S, να τις μηδενίσουμε και να λύσουμε το σύστημα που προκύπτει (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022). Έπειτα πρέπει να ελέγξουμε τις δεύτερες μερικές παραγώγους στα προηγούμενα σημεία που βρήκαμε για να δούμε αν είναι όντως σημείο ελαχίστου της ποσότητας *TC.* Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι:

$$Q = \sqrt{\frac{2KD}{K_c}\left(\frac{K_u + K_c}{K_u}\right)} \quad \text{και} \quad S = Q\left(\frac{K_c}{K_u + K_c}\right) \tag{2.6}$$

Παράδειγμα 2.4

Το βιβλιοπωλείο “Πάργα”, από περασμένες χρονιές, ξέρει πως η ζήτησή του όσον αφορά τα λογοτεχνικά βιβλία είναι 15000 βιβλία τον χρόνο. Το κατάστημα έχει την δυνατότητα να καθυστερήσει την παράδοση βιβλίων στους πελάτες του με ένα κόστος $K_u = 1.5$ €/βιβλίο. Το κόστος αποθήκευσης του είναι $K_c = 2$ €/βιβλίο και ανά έτος, και η τοποθέτηση μιας παραγγελίας στοιχίζει $K = 50$ €. Με βάση αυτά τα δεδομένα, η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας και το επιτρεπτό επίπεδο ελλείψεων είναι:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 15000}{2}\left(\frac{1.5+2}{1.5}\right)} = 1322.88 \approx 1323 \text{ βιβλία}$$

και

$$S = 1323\left(\frac{2}{1.5+2}\right) = 756 \text{ βιβλία}$$

αντίστοιχα.

2.7.6 Μοντέλο EOQ με διαβάθμιση των τιμών

Όπως είναι γνωστόν, οι προμηθευτές συνηθίζουν να κάνουν καλύτερες τιμές στους πελάτες τους όταν η παραγγελία αυτών είναι μεγάλη (ordering in bulk), και συγκεκριμένα όταν ξεπερνά μια συγκεκριμένη ποσότητα. Οι επιχειρήσεις λοιπόν, καλούνται να αποφασίσουν εάν τους συμφέρει να προχωρήσουν με παραγγελία το μέγεθος της οποίας έχει καθοριστεί από ένα μοντέλο EOQ ή εάν τους συμφέρει να αγοράσουν μεγαλύτερη ποσότητα ούτως ώστε να εκμεταλλευτούν την έκπτωση. Μια επιπλέον παράμετρος που πρέπει να λάβουν υπόψη οι επιχειρήσεις ώστε να πάρουν την σωστή απόφαση για το δίλημμα που αναφέραμε προηγουμένως είναι το κόστος αποθήκευσης. Προφανώς, μεγαλύτερος όγκος παραγγελίας οδηγεί σε αυξημένο συνολικό κόστος αποθήκευσης λόγω του μεγαλύτερου όγκου αποθέματος που θα δημιουργηθεί. Από την άλλη τώρα, η μεγαλύτερη ποσότητα παραγγελίας που οδηγεί στην αγορά του εμπορεύματος σε καλύτερη τιμή, συχνά ρίχνει το κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος προς τα κάτω. Αυτό διότι η αξία του προϊόντος διαμορφώνει έμμεσα το κόστος αποθήκευσής του όπως για παράδειγμα τα έξοδα ασφάλισης του αποθέματος που εξαρτώνται από την συνολική του αξία.

Για να ελέγξουμε αν συμφέρει την επιχείρηση να δεχτεί την έκπτωση αυξάνοντας την ποσότητα κάθε παραγγελίας και αγνοώντας την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, πρέπει να μελετήσουμε τα ακόλουθα:

- Το όφελος της έκπτωσης στο κόστος αγοράς.
- Την αύξηση του συνολικού κόστους αποθήκευσης.
- Το όφελος στο συνολικό κόστος παραγγελίας (λόγω μείωσης του πλήθους παραγγελιών).

Για να δούμε καλύτερα τα πιο πάνω, έστω ότι στο παράδειγμα 2.1 ο προμηθευτής του “Στεφανή” προσφέρει έκπτωση 10 € ανά αντίγραφο για παραγγελίες άνω των 1500 μονάδων, από την αρχική τιμή των 50 €.

Όφελος από την έκπτωση

$$(\text{όφελος έκπτωσης}) = (\text{ζήτηση}) \cdot (\text{έκπτωση ανά μονάδα προϊόντος})$$

Άρα, το όφελος από την έκπτωση στο παράδειγμα 2.1 θα είναι:

$$\text{όφελος έκπτωσης} = 9000 \text{ μονάδες} \cdot \frac{10\ €}{\text{μονάδα}} = 90{,}000\ €$$

Αύξηση του κόστους αποθήκευσης

Το καινούργιο, μειωμένο κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος είναι:

$$K_c' = \frac{\text{νέα κόστος μιας μονάδας προϊόντος}}{\text{παλίο κόστος}} \cdot K_c$$

ενώ η αύξηση του συνολικού κόστους αποθήκευσης είναι:

$$\frac{Q'}{2} K_c' - \frac{Q}{2} K_c$$

όπου *Q’* είναι το νέο μέγεθος παραγγελίας, δηλαδή η ποσότητα η οποία μας εξασφαλίζει την έκπτωση. Με βάση τα δεδομένα του παραδείγματός μας, θα έχουμε:

$$K_c' = \frac{40}{50} \cdot 15 = 12\ \frac{€}{\text{μονάδα, έτος}}$$

$$\text{αύξηση συνολικού κόστους αποθήκευσης} = \frac{1500}{2} \cdot 12 - \frac{600}{2} \cdot 15 = 4{,}500 \text{ €}$$

Μείωση του συνολικού κόστους παραγγελιών για όλη την περίοδο

Κάνοντας παραγγελίες μεγαλύτερων ποσοτήτων ενώ η ζήτηση παραμένει η ίδια, σημαίνει πως θα μειωθεί ο αριθμός των παραγγελιών. Έτσι, δημιουργείτε ένα όφελος στο συνολικό κόστος παραγγελιών του ύψους:

$$\left(\frac{D}{Q} - \frac{D}{Q'}\right) K$$

Ας το δούμε τώρα και αριθμητικά μέσω του παραδείγματος 2.1:

$$\text{μείωση συνολικού κόστους παραγγελιών} = \left(\frac{9000}{600} - \frac{9000}{1500}\right) \cdot 300 = 2{,}700 \text{ €}$$

Έλεγχος για το συνολικό όφελος

(συνολικό όφελος) = (όφελος έκπτωσης) – (αύξηση κόστους αποθήκευσης)
+ (μείωση κόστους παραγγελιών)

Αν το συνολικό όφελος είναι θετικό, τότε η παραγγελία μεγάλων ποσοτήτων με έκπτωση είναι συμφέρουσα για την επιχείρηση. Σε αντίθεση, αν η προηγούμενη ποσότητα είναι αρνητική, σημαίνει πως η επιχείρηση θα ζημιώσει με την επιλογή της αύξησης του μεγέθους των παραγγελιών. Στο παράδειγμά μας το συνολικό όφελος θα είναι:

$$\text{συνολικό όφελος} = 90{,}000 - 4{,}500 + 2{,}700 = 88{,}200 \text{ €}$$

Στο μοντέλο EOQ με διαβάθμιση των τιμών που εξετάζουμε τώρα, λαμβάνουμε υπόψη στο συνολικό κόστος και τα έξοδα αγοράς. Αυτό γίνεται γιατί ενδιαφερόμαστε πλέον για την τιμή στην οποία αγοράζουμε το προϊόν, αφού έχουμε περισσότερες της μίας επιλογής. Συμβολίζοντας με P (Price) την τιμή αγοράς κάθε μονάδας εμπορεύματος έχουμε:

- $PC = P \cdot D =$ έξοδα αγοράς (purchasing cost)

Άρα, το συνολικό κόστος διαμορφώνεται ως εξής:

$$TC = OC + CC + PC = \frac{D}{Q} K + \frac{Q}{2} K_c + P \cdot D \qquad (2.7)$$

Τώρα, έχουμε δύο υποπεριπτώσεις για την εύρεση της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας στο μοντέλο που εξετάζουμε εδώ. Η πρώτη είναι πιο απλή όσον αφορά τους υπολογισμούς, ενώ η δεύτερη η οποία είναι λίγο πιο περίπλοκη, είναι και πιο ρεαλιστική. Αυτές οι περιπτώσεις είναι:

A) EOQ στην περίπτωση εκπτώσεων και με σταθερό κόστος αποθήκευσης

1. Δημιουργούμε έναν πίνακα και καταγράφουμε την τιμή αγοράς του προϊόντος και σε ποια ποσότητα παραγγελίας αντιστοιχεί αυτή η τιμή.

2. Βρίσκουμε την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας από τον τύπο (2.2), ενώ το συνολικό κόστος από τον τύπο (2.7).

3. Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος κάθε συνδυασμού ποσότητας – τιμής θέτοντας κάθε φορά ως Q την ποσότητα που είναι πλησιέστερη στην EOQ, αλλά προσφέρεται σε διαφορετική τιμή από τον προμηθευτή.
4. Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα μας και επιλέγουμε τον συνδυασμό στον οποίον αντιστοιχεί το ελάχιστο συνολικό κόστος.

Παράδειγμα 2.5

Το νούμερο ένα σε πωλήσεις προϊόν της εταιρίας ηλεκτρονικών ειδών "Bionic", είναι οι τηλεοράσεις 40 ιντσών 4K ultra HD. Από μια μελέτη προηγούμενων χρόνων προέκυψε πως η ετήσια ζήτηση είναι 1500 τηλεοράσεις. Επιπλέον το κόστος μιας παραγγελίας είναι 150 € και το κόστος αποθήκευσης είναι 45 €/τηλεόραση. Η επιχείρηση ενδιαφέρεται να μειώσει το συνολικό κόστος που αφορά τις συγκεκριμένες τηλεοράσεις, δεδομένου ότι το εμπόρευμα προσφέρεται σε διαφορετικές τιμές, ανάλογα με το μέγεθος της παραγγελίας.

Αρχικά θα σημειώσουμε τις διάφορες τιμές στις οποίες προσφέρεται το εμπόρευμα και τα αντίστοιχα μεγέθη παραγγελίες:

Ποσότητα	Τιμή (€/μονάδα)
1 – 399	300
400 – 999	280
1000 +	270

Πίνακας 2.1

Έπειτα βρίσκουμε την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας όπως και στο βασικό μοντέλο EOQ

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot 1500}{45}} = 100 \text{ τηλεοράσεις}$$

και το αντίστοιχο συνολικό κόστος, από τον τύπο (2.7). Προφανώς $P = 300$ € αφού το μέγεθος της παραγγελίας βρίσκεται στο πρώτο διάστημα, δηλαδή $1 \leq Q = 100 \leq 399$.

$$TC(Q = 100) = \frac{1500}{100}150 + \frac{100}{2}45 + 300 \cdot 1500 = 454{,}000 \text{ €}$$

Τώρα, θα υπολογίσουμε το συνολικό κόστος εάν επιλέξουμε να αγοράσουμε το εμπόρευμα με έκπτωση, βάζοντας μεγαλύτερη παραγγελία. Πρώτα, για την τιμή $P = 280$ € και $Q = 400$ τηλεοράσεις και μετά για $P = 270$ € και $Q = 1000$ τηλεοράσεις.

$$TC(Q = 400) = \frac{1500}{400}150 + \frac{400}{2}45 + 280 \cdot 1500 = 429{,}562.50 \text{ €}$$

$$TC(Q = 1000) = \frac{1500}{1000}150 + \frac{1000}{2}45 + 270 \cdot 1500 = 427{,}725 \text{ €}$$

Παρατηρούμε πως η 3η επιλογή, δηλαδή παραγγελίες των 1000 τηλεοράσεων ώστε να κερδίσει η επιχείρηση την μεγαλύτερη έκπτωση, δίνουν το ελάχιστο συνολικό κόστος, όμως με αυτή την επιλογή, εν τέλη είτε θα έχουμε επιπλέον απόθεμα 500 μονάδων μεγαλύτερο από την ζήτηση (2 παραγγελίες των 1000 τηλεοράσεων), είτε θα βάλουμε 1 παραγγελία των 1000 τηλεοράσεων, και ακόμα 1 των 500 τηλεοράσεων που θα έχει έξτρα κόστος $150 + 280 \cdot 500 = 140150.00$ €. Άρα, η πιο συμφέρουσα επιλογή είναι η 2η, των 400 τηλεοράσεων ανά παραγγελία, κερδίζοντας έκπτωση 20 € ανά μονάδα εμπορεύματος.

Αξίζει να σημειωθεί πως παρόλο που το συνολικό κόστος μειώνεται αρκετά με την παραγγελία μεγαλύτερης ποσότητας εμπορεύματος, πρέπει να ληφθούν και άλλοι παράγοντες υπόψη. Για παράδειγμα, αν μιλούσαμε για προϊόντα που έχουν περιορισμένη διάρκεια ζωής, όπως τα τρόφιμα που αλλοιώνονται ή υγρά καύσιμα που μπορεί να μειωθούν λόγω εξάτμισης, ίσως να μην ήταν συμφέρουσα η επιλογή αγοράς του εμπορεύματος σε όγκο με σκοπό την εξασφάλισή του σε τιμή ευκαιρίας. Ακόμα, για άλλα προϊόντα υπάρχει ο κίνδυνος να μείνουν εκτός αγοράς λόγω ανάπτυξης της τεχνολογίας και εμφάνισης νέων, καλύτερων μοντέλων με αποτέλεσμα της δημιουργίας άλλων εξόδων όπως η ενοικίαση επιπλέον αποθηκευτικών χώρων, ζημιάς λόγω μη αξιοποίησης του αποθέματος κ.τ.λ. Τέλος, αν υπάρχει περίπτωση να βάλουμε παραγγελία μεγαλύτερου μεγέθους από την ετήσια ζήτησή μας ώστε να κερδίσουμε μια έκπτωση, τότε είναι πολύ πιθανόν αυτή η επιλογή να είναι μη αποδεκτή.

B) EOQ στην περίπτωση εκπτώσεων και με κόστος αποθήκευσης ως ποσοστό της τιμής του εμπορεύματος.

1. Δημιουργούμε έναν πίνακα στον οποίο φαίνονται οι τιμές των προϊόντων και το εύρος της ποσότητες παραγγελίας στο οποίο αντιστοιχούν, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση. Τώρα προσθέτουμε ακόμα μια στήλη η οποία δείχνει το μεταβαλλόμενο κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος.

2. Υπολογίζουμε την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας από τον τύπο (2.2) για τα διαφορετικά K_c. Εάν το αποτέλεσμα δεν είναι αποδεκτό, δηλαδή δεν ανήκει στο αντίστοιχο διάστημα ποσοτήτων, παίρνουμε ως Q την πλησιέστερη τιμή στην EOQ που ανήκει στο διάστημα.

3. Βρίσκουμε τα αντίστοιχα κόστη χρησιμοποιώντας τον τύπο (2.7) για τους διάφορους δυνατούς συνδυασμούς του πίνακα του πρώτου βήματος.

4. Συγκρίνουμε τα αποτελέσματά μας και επιλέγουμε τον συνδυασμό στον οποίο αντιστοιχεί το ελάχιστο συνολικό κόστος.

Παράδειγμα 2.6

Το δεύτερο πιο κερδοφόρο προϊόν της “Bionic” είναι οι φορητοί υπολογιστές ”ThinkPad”, της “Lenovo”. Η επιχείρηση ενδιαφέρεται να μειώσει το συνολικό κόστος που αφορά τα συγκεκριμένα laptops, δεδομένου ότι ο προμηθευτής κάνει έκπτωση για μεγάλες παραγγελίες και το κόστος αποθήκευσης εξαρτάται από την τιμή αγοράς του εμπορεύματος. Η ετήσια ζήτηση αναμένεται να είναι 1200 υπολογιστές, το κόστος μιας παραγγελίας είναι 150 € και το κόστος αποθήκευσης είναι το 15% της τιμής του υπολογιστή.

Ξεκινάμε δημιουργώντας τον πίνακα του βήματος 1, όπου θα αντιστοιχίσουμε την τιμή στην οποία προσφέρεται το εμπόρευμα και το κόστος αποθήκευσης, στα διάφορα μεγέθη παραγγελιών:

Α/Α	Ποσότητα	Τιμή (€/μονάδα)	K_c (€/μονάδα)
1	1 – 49	1200	$1200 \cdot 0.15 = 180$
2	50 – 149	1100	$1100 \cdot 0.15 = 165$
3	150 +	1000	$1000 \cdot 0.15 = 150$

Πίνακας 2.2

Τώρα, υπολογίζουμε τις EOQ για κάθε συνδυασμό και ελέγχουμε εάν τα αποτελέσματα είναι αποδεκτά. Αν δεν είναι, κάνουμε τις κατάλληλες προσαρμογές και προχωράμε στον υπολογισμό του συνολικού κόστους.

$$EOQ_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot 1200}{180}} = 44.72 \approx 45 \text{ υπολογιστές}$$

Παρατηρούμε πως η EOQ για την πρώτη περίπτωση ανήκει στο αντίστοιχο διάστημα, άρα είναι αποδεκτή και συνεχίζουμε με το αποτέλεσμα που βρήκαμε.

$$TC_1 = \frac{1200}{45}150 + \frac{45}{2}180 + 1200 \cdot 1200 = 1{,}448{,}050 \text{ €}$$

Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία και για τους άλλους συνδυασμούς:

$$EOQ_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot 1200}{165}} = 46.71 \approx 47 \text{ υπολογιστές}$$

Αφού η EOQ για την δεύτερη περίπτωση δεν ανήκει στο αντίστοιχο διάστημα, την αντικαταστούμε με την πλησιέστερη τιμή που ανήκει όμως στο σωστό διάστημα μεγέθους παραγγελίας. Έτσι για τον υπολογισμό του συνολικού κόστους, για τον δεύτερο συνδυασμό, θέτουμε $Q = 50$ υπολογιστές.

$$TC_2 = \frac{1200}{50}150 + \frac{50}{2}165 + 1100 \cdot 1200 = 1{,}327{,}725 \text{ €}$$

Και για την τελευταία περίπτωση:

$$EOQ_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot 1200}{150}} = 48.99 \approx 49 \text{ υπολογιστές}$$

$$EOQ_3 \notin [150, +\infty) \Rightarrow Q = 150 \text{ υπολογιστές}$$

$$\Rightarrow TC_3 = \frac{1200}{150}150 + \frac{150}{2}150 + 1000 \cdot 1200 = 1{,}212{,}450 \text{ €}$$

Βλέπουμε ότι η οικονομικότερη ποσότητα παραγγελίας για την εταιρία προκύπτει για μεγάλες παραγγελίας που εξασφαλίζουν την μέγιστη έκπτωση. Άρα ο καλύτερος συνδυασμός είναι ο τρίτος, και για μέγεθος παραγγελίας $Q = 150$ υπολογιστές. Παρατηρούμε πως παρόλο που το συνολικό κόστος μειωνόταν κάθε φορά που αυξάναμε την ποσότητα της παραγγελίας, κάθε τιμή του Q μεγαλύτερη από 150 θα οδηγήσει σε μεγαλύτερο κόστος, αφού θα απέχει περισσότερο από την EOQ της συγκεκριμένης περίπτωσης. Ενδεικτικά, για την παραγγελία 151 υπολογιστών, το συνολικό κόστος θα είναι:

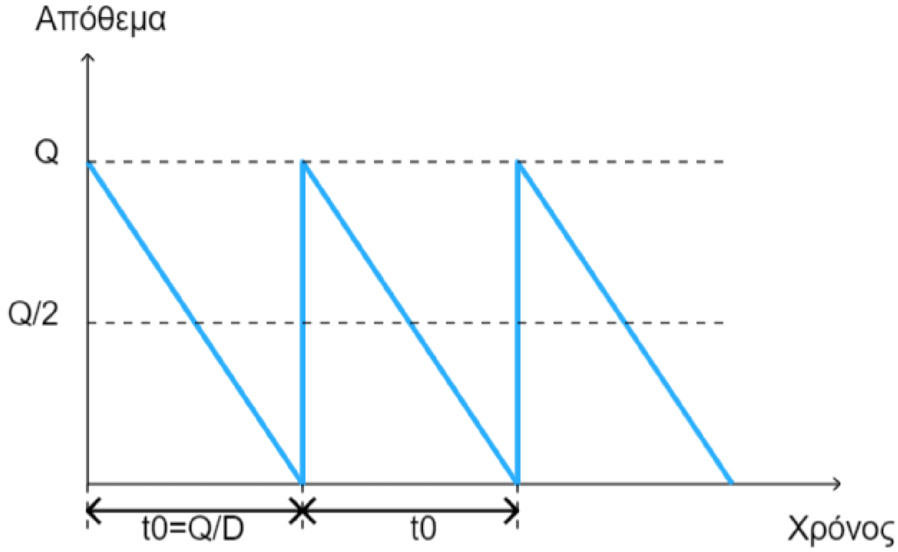
$$TC_3(Q = 151) = \frac{1200}{151}150 + \frac{151}{2}150 + 1000 \cdot 1200 = 1{,}212{,}517.05 \text{ €} > TC_3(Q = 150)$$

EOQ με διαβαθμίσεις στην τιμή αγοράς

Στην συνέχεια δίνεται μια πιο θεωρητική προσέγγιση της εύρεσης του βέλτιστου μεγέθους παραγγελίας όταν ο προμηθευτής προσφέρει το εμπόρευμα σε καλύτερες τιμές για μεγαλύτερες παραγγελίες.

Όπως είδαμε προηγουμένως, το μοντέλο αυτό είναι το ίδιο με το κλασσικό μοντέλο EOQ με την διαφορά ότι το προϊόν μπορεί να αγοραστεί σε μειωμένη τιμή, εάν το μέγεθος της παραγγελίας, Q, υπερβεί την ποσότητα q, η οποία είναι γνωστή και καθορίζεται από τον προμηθευτή. Έστω ότι η τιμή αγοράς του εμπορεύματος δίνεται από την συνάρτηση:

$$P = \begin{cases} P_1, & Q \leq q \\ P_2, & Q > q \end{cases}, \qquad P_1 > P_2 \tag{2.8}$$



Σχήμα 2.7: Ο κύκλος παραγγελίας (ordering cycle length)

Έχουμε ήδη ορίσει τον κύκλο παραγγελίας ως το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικές παραγγελίες. Ο χρόνος αυτός ισούται με $t_0 = \frac{Q}{D}$ και είναι σταθερός, μιας και υποθέτουμε ότι η ετήσια ζήτηση είναι γνωστή και σταθερή. Το κόστος αγοράς ανά περίοδο (εδώ θεωρούμε ότι μια περίοδος είναι ίση με ένα έτος) θα είναι:

$$PC = \begin{cases} P_1 Q \frac{1 \text{ έτος}}{t_0} = P_1 Q \frac{D}{Q} = P_1 D, \ Q \leq q \\ P_2 Q \frac{1 \text{ έτος}}{t_0} = P_2 Q \frac{D}{Q} = P_2 D, \ Q > q \end{cases},$$

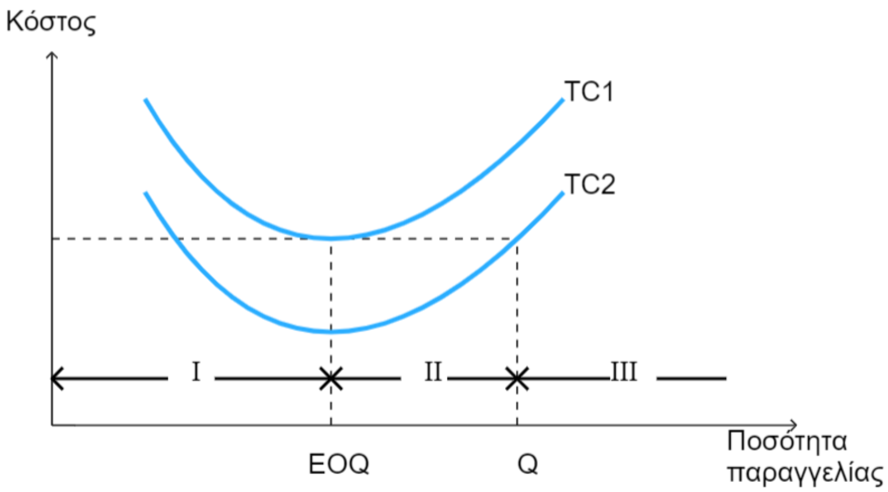
όπου $\frac{1 \text{ έτος}}{t_0} =$ αριθμός παραγγελιών ανά έτος. Άρα, το ετήσιο συνολικό κόστος θα είναι:

$$TC(Q) = OC + CC + PC = \begin{cases} TC_1(Q) = \dfrac{D}{Q} K + \dfrac{Q}{2} K_c + P_1 D, & Q \leq q \\ TC_2(Q) = \dfrac{D}{Q} K + \dfrac{Q}{2} K_c + P_2 D, & Q > q \end{cases}$$

Παρατηρούμε ότι και τα δύο συνολικά κόστη ελαχιστοποιούνται στο ίδιο σημείο όπως και το κλασσικό μοντέλο,

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{K_c}},$$

μιας και η παράγωγος ως προς Q του κόστους αγοράς είναι μηδέν. Πιο κάτω δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων TC_1 και TC_2 συναρτήσει του Q.



Σχήμα 2.8: Συνάρτηση κόστους με διαβαθμίσεις στην τιμή αγοράς

Όπως μπορούμε να δούμε και από τους τύπους των TC_1 και TC_2, οι γραφικές τους παραστάσεις διαφέρουν μόνο ως προς μια σταθερή ποσότητα.

Η συνάρτηση του κόστους $TC(Q)$ ξεκινά από τα αριστερά με τιμή $TC_1(Q)$ και πέφτει στην τιμή $TC_2(Q)$ για $Q = q$. Η ποσότητα q, ανάλογα με το σε ποια περιοχή από τις $\mathbf{I}, \mathbf{II}$ και $\mathbf{III}$ βρίσκεται, καθορίζει την ποσότητα που θα παραγγείλουμε ώστε να εξασφαλίσουμε ελάχιστο συνολικό κόστος. Οι περιοχές $\mathbf{I}, \mathbf{II}$ και $\mathbf{III}$ ορίζονται από τα διαστήματα $(0\,, EOQ)$, $(EOQ\,, Q)$ και $(Q\,, +\infty)$ αντίστοιχα, όπου *Q > EOQ* είναι το σημείο στο οποίο το συνολικό κόστος με την έκπτωση στην αγορά του προϊόντος ισούται με το συνολικό κόστος χωρίς την έκπτωση για επιλογή της *EOQ*, δηλαδή:

$$TC_2(Q) = TC_1(EOQ)\,, \qquad Q > EOQ$$

$$\Rightarrow \frac{D}{Q}K + \frac{Q}{2}K_c + P_2 D = TC_1(EOQ) \Rightarrow 2KD + Q^2 K_c + 2QP_2 D = 2QTC_1(EOQ)$$

$$\Rightarrow K_c Q^2 + 2\big(P_2 D - TC_1(EOQ)\big)Q + 2KD = 0\,, \qquad Q > EOQ$$

Λύνοντας την πιο πάνω εξίσωση λαμβάνουμε την τιμή του *Q*.

Ακολούθως δίνονται τα βήματα για την εύρεση της βέλτιστης οικονομικότερης ποσότητας παραγγελίας, EOQ_{opt} (opt=optimal), που θα συμβολίζουμε EOQ^*, και το ελάχιστο συνολικό κόστος.

- Υπολογίζουμε την οικονομικότερη ποσότητα παραγγελίας από τον τύπο:

  $$EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{K_c}}$$

  Αν το q βρίσκεται στην περιοχή $\mathbf{I}$, τότε:

  $$EOQ^* = EOQ$$

  $$TC = TC_2(EOQ)$$

  και διαδικασία τερματίζει. Αν όμως το q βρίσκεται σε μία από της άλλες περιοχές προχωράμε στα επόμενα βήματα.

- Υπολογίζουμε την ποσότητα Q λύνοντας την εξίσωση

$$K_c Q^2 + 2\big(P_2 D - TC_1(EOQ)\big)Q + 2KD = 0\,, \qquad Q > EOQ$$

  και ορίζουμε τις περιοχές **II** και **III.**

- Αν το q βρίσκεται στην περιοχή **II**, τότε:

$$EOQ^* = q$$

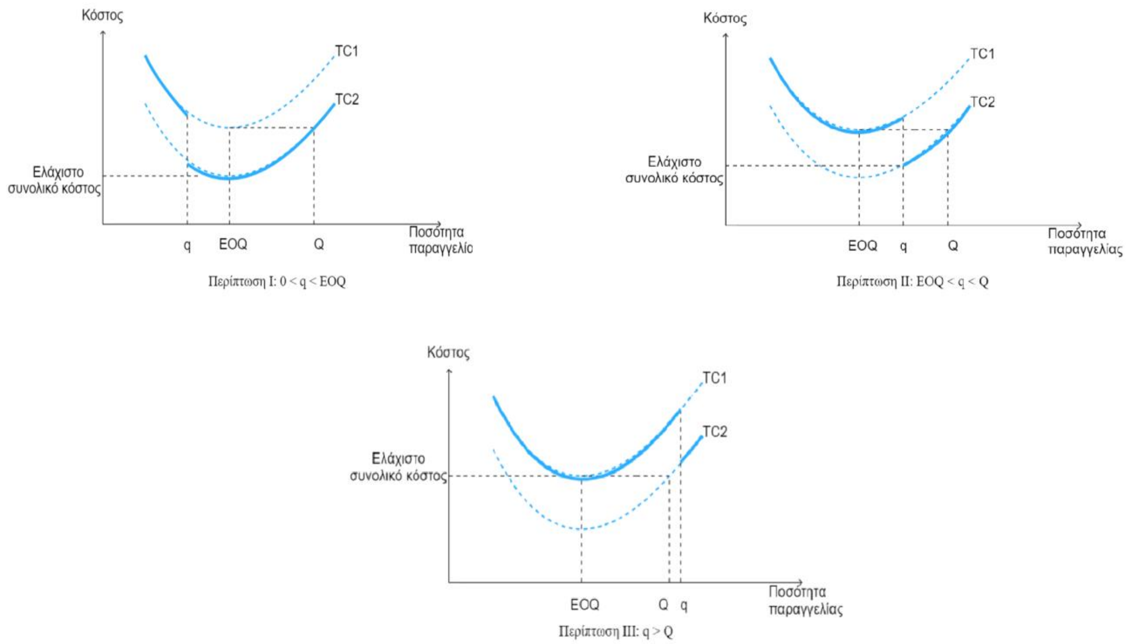
$$TC = TC_2(q)$$

  Αλλιώς το q βρίσκεται στην περιοχή **III** και άρα:

$$EOQ^* = EOQ$$

$$TC = TC_1(EOQ)$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται για κάθε μια από τις περιπτώσεις, πως προκύπτει η EOQ^* και το αντίστοιχο ελάχιστο *TC:*



Σχήμα 2.9: Βέλτιστη λύση στο πρόβλημα διαχείρισης αποθέματος με διαβαθμίσεις στην τιμή αγοράς

2.7.7 Μοντέλο EOQ με ποικιλία προϊόντων και περιορισμό αποθήκευσης

Μέχρι τώρα είδαμε περιπτώσεις που αφορούσαν μόνο ένα προϊόν και χωρίς να υπάρχει περιορισμός στην ποσότητα του εμπορεύματος που θα μπορούσε να αποθηκευτεί. Τώρα, θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου η επιχείρηση ενδιαφέρεται για περισσότερα είδη, έστω *n*, όπου το καθένα ξεχωριστά ακολουθεί το μοντέλο της παραγράφου 2.7.1 και υπάρχει περιορισμένος αποθηκευτικός χώρος. Ορίζουμε και πάλι κάθε χρονική περίοδο να αντιστοιχεί σε ένα έτος και θέτουμε:

- $K_i =$ κόστος μιας παραγγελίας του $i -$ είδους, $i = 1,2,\dots,n$
- $K_{ci} =$ κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα του $i -$ είδους, $i = 1,2,\dots,n$
- $D_i =$ ετήσια ζήτηση του $i -$ είδους, $i = 1,2,\dots,n$
- $Q_i =$ ποσότητα μιας παραγγελίας του $i -$ είδους, $i = 1,2,\dots,n$
- $a_i =$ απαιτούμενος χώρος αποθήκευσης ανά μονάδα αποθέματος του $i -$ είδους, $i = 1,2,\dots,n$
- $A =$ μέγιστος διαθέσιμος αποθηκευτικός χώρος για όλα τα είδη

Έτσι, το συνολικό κόστος που προκύπτει, θα είναι το άθροισμα των ετήσιων κοστών παραγγελιών και ετήσιων κοστών αποθήκευσης κάθε είδους, δηλαδή:

$$TC(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = \sum_{i=1}^{n} OC_i + \sum_{i=1}^{n} CC_i = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{D_i}{Q_i} K_i + \frac{Q_i}{2} K_{ci} \right) \tag{2.9}$$

Ως γνωστόν, το ζητούμενό μας είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους. Αυτό επιτυγχάνεται με την εύρεση των βέλτιστων ποσοτήτων παραγγελίας κάθε είδους, οι οποίες όμως, στο μοντέλο αυτό, θα πρέπει να ικανοποιούν και την εξής ανισότητα:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i \leq A \quad \text{και} \quad Q_i > 0, \qquad i = 1,2,\dots,n \tag{2.10}$$

Ο πιο πάνω περιορισμός προκύπτει λόγω του περιορισμένου αποθηκευτικού χώρου. Παρακάτω δίνονται τα βήματα επίλυσης του μοντέλου:

1. Υπολογίζουμε τις βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας κάθε προϊόντος όπως στο κλασικό μοντέλο:

$$EOQ_i = \sqrt{\frac{2K_i D_i}{K_{ci}}}, \qquad i = 1,2,\dots,n \tag{2.11}$$

2. Ελέγχουμε αν οι ποσότητες EOQ_i ικανοποιούν την ανισότητα (2.10). Αν ναι, τότε μπορεί να αποθηκευτεί όλο το εμπόρευμα χωρίς πρόβλημα και άρα οι ποσότητες που βρήκαμε δίνουν λύση στο πρόβλημα. Αν όχι, προχωρούμε στο επόμενο βήμα.

3. Εφαρμόζουμε την μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange:

$$L(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = TC(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) - \lambda \left(\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i - A \right) \Rightarrow$$

$$L(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{D_i}{Q_i} K_i + \frac{Q_i}{2} K_{ci} \right) - \lambda \left(\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i - A \right),$$

όπου $L(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ η συνάρτηση Lagrange και $\lambda < 0$ ο πολλαπλασιαστής Lagrange. Επειδή η συνάρτηση Lagrange είναι κυρτή, οι βέλτιστες τιμές των Q_i και λ καθορίζονται από τις πιο κάτω αναγκαίες συνθήκες:

$$\frac{\partial L}{\partial Q_i} = -\frac{D_i}{Q_i^2} K_i + \frac{K_{ci}}{2} - \lambda a_i = 0 \xRightarrow{\lambda\acute{\upsilon}\nu o\nu\tau\alpha\varsigma\ \gamma\iota\alpha\ Q_i}$$

$$Q_i = Q_{i,opt} = EOQ_i = \sqrt{\frac{2K_i D_i}{K_{ci} - 2\lambda_{opt} a_i}}, i = 1,2, \dots, n \qquad (2.12)$$

και

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i + A = 0 \xRightarrow{\lambda\acute{\upsilon}\nu o\nu\tau\alpha\varsigma\ \gamma\iota\alpha\ Q_i}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i EOQ_i = A, \qquad i = 1,2, \dots, n \qquad (2.13)$$

Από τον τύπο (2.12) παρατηρούμε πως η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας εξαρτάται από την βέλτιστη τιμή του λ, που συμβολίζουμε με λ_{opt}. Επιπλέον, ο τύπος (2.13) υποδηλώνει ότι ο περιορισμός του συνολικού διαθέσιμου χώρου αποθήκευσης ικανοποιείται ως ισότητα για τη βέλτιστη λύση. Αξίζει να σημειωθεί πως για $\lambda_{opt} = 0$ προκύπτει η λύση χωρίς τους περιορισμούς του βήματος 1. Τέλος, επειδή σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης εξ ορισμού $\lambda < 0$, για να υπολογίσουμε την ακριβή τιμή του λ_{opt}, μειώνουμε διαδοχικά την αρχική τιμή του λ κατά μια λογικά μικρή ποσότητα κάθε φορά, και την αντικαθιστούμε στον τύπο (2.12) για να βρούμε τις EOQ_i. Η βέλτιστη τιμή λ_{opt}, είναι εκείνη που δίνει τιμές EOQ_i οι οποίες ικανοποιούν την σχέση (2.13), δηλαδή αυτές που ικανοποιούν τον περιορισμό του διαθέσιμου χώρου αποθήκευσης ως ισότητα (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022).

Παράδειγμα 2.7

Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα μιας επιχείρησης που ενδιαφέρεται για την βελτιστοποίηση της διαδικασίας παραγγελιών των τριών πιο περιζήτητών της προϊόντων ώστε να εξασφαλίσει ελάχιστο συνολικό κόστος:

Προϊόν *i*	K_i (€)	D_i **(ημερήσια)**	K_{ci} (€)	a_i (m^2)	***A***
1	40	200	1	0.5	117 m^2
2	15	500	0.4	0.1	
3	30	350	0.6	0.3	

Πίνακας 2.3

Ξεκινάμε υπολογίζοντας τις βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας από τον τύπο (2.11) χωρίς να λάβουμε υπόψη τον περιορισμό λόγω συγκεκριμένου αποθηκευτικού χώρου και ελέγχουμε αν ικανοποιούν τον περιορισμό:

$$EOQ_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 40 \cdot 200}{1}} \approx 126.5 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$EOQ_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 15 \cdot 500}{0.4}} \approx 193.6 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$EOQ_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 350}{0.6}} \approx 187.1 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} a_i EOQ_i = 0.5 \cdot 126.5 + 0.1 \cdot 193.6 + 0.3 \cdot 187.1 = 138.7 > 117 = A$$

Αφού οι προηγούμενες ποσότητες παραγγελίας δεν ικανοποιούν τον περιορισμό, υπολογίζουμε τις νέες τιμές τους στον πίνακα 2.4, καθώς μειώνουμε σταδιακά το λ χρησιμοποιώντας τον τύπο (2.12). Να σημειωθεί πως όπως έχουμε ήδη αναφέρει, οι προηγούμενες τιμές που βρήκαμε είναι ίσες με το αν υπολογίζαμε τις βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας χρησιμοποιώντας τον τύπο του επόμενου βήματος για $\lambda_{opt} = 0$.

$\boldsymbol{\lambda}$	$\boldsymbol{Q_1}$	$\boldsymbol{Q_2}$	$\boldsymbol{Q_3}$	$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i - A}$
0.0	126.5	193.6	187.1	21.7
-0.1	120.6	189	178.4	15.7
-0.2	115.5	184.6	170.8	10.5
-0.3	110.9	180.6	164.1	5.7
-0.4	106.9	176.8	158.1	1.6
-0.5	103.3	173.2	152.8	-2.2

Πίνακας 2.4

Η βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται όταν η τελευταία στήλη του προηγούμενου πίνακα είναι ίση με μηδέν, ώστε ο περιορισμός του διαθέσιμου χώρου αποθήκευσης να ικανοποιείται ως ισότητα. Άρα, το λ_{opt} ανήκει στο διάστημα $(-0.5\,, -0.4)$. Εφαρμόζουμε την ίδια διαδικασία για να βρούμε το βέλτιστο λ:

$\boldsymbol{\lambda}$	$\boldsymbol{Q_1}$	$\boldsymbol{Q_2}$	$\boldsymbol{Q_3}$	$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i - A}$
-0.45	105	175	155.4	-0.38
-0.44	105.4	175.3	155.9	0

Πίνακας 2.5

Πάμε πρώτα στην μέση του διαστήματος $(-0.5\,,-0.4)$, μιας και $\frac{1.6+(-2.2)}{2}=-0.3$ που πλησιάζει το μηδέν. Αφού για $\lambda=-0.45$ το αποτέλεσμα της τελευταίας στήλης εξακολουθεί να είναι αρνητικό και άρα υπάρχει αχρησιμοποίητος αποθηκευτικός χώρος, αυξάνουμε την τιμή του λ κατά ένα εκατοστό και παίρνουμε ότι για $\lambda=-0.44$ αξιοποιούμε τον διαθέσιμο χώρο αποθήκευσης στο έπακρο. Άρα, $\lambda_{opt}=-0.44$ και οι βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας είναι:

$$EOQ_1 = 105.4 \text{ μονάδες}, \qquad EOQ_2 = 175.3 \text{ μονάδες}, \qquad EOQ_3 = 155.9 \text{ μονάδες}$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα είναι το βέλτιστο όταν γίνεται στρογγυλοποίηση στο πρώτο δεκαδικό ψηφίο. Τέλος, αν χρησιμοποιήσουμε τις πιο πάνω βέλτιστες τιμές παραγγελίας στον τύπο (2.9), θα λάβουμε το ελάχιστο συνολικό κόστος.

2.7.8 Δείκτης Turnover του αποθέματος

Ο δείκτης turnover είναι ένα μέγεθος απόδοσης του επιπέδου των αποθεμάτων, ο οποίος επικεντρώνεται μόνο στο κόστος αποθήκευσης και είναι μια αναλογία της ετήσιας ζήτησης με το μέσο απόθεμα και για το βασικό μοντέλο EOQ ισούται με:

$$\text{Turnover} = \frac{D}{Q/2} \tag{2.14}$$

Αν ο δείκτης turnover μιας επιχείρησης είναι χαμηλότερος από τον αντίστοιχο των ανταγωνιστών της, τότε συνιστάται μία μείωση του επιπέδου των αποθεμάτων της διότι είναι υψηλό. Λόγω του ότι ο δείκτης αυτός δεν λαμβάνει υπόψη τα κόστη παραγγελίας, ελλείψεις αποθεμάτων και τις εκπτώσεις ανάλογα με το μέγεθος της παραγγελίας, μπορεί να είναι παραπλανητικός και μη αποδοτικός. Αυτό μπορούμε να το δούμε μέσα από το πρώτο παράδειγμα όπου η ετήσια ζήτηση είναι 9000 μονάδες και βρίσκουμε βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας 600 μονάδες, ενώ με την έκπτωση της παραγράφου 2.7.6, η νέα βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας είναι 1500 μονάδες. Τα δεδομένα αυτά μας δίνουν τους ακόλουθους δείκτες αντίστοιχα:

$$\text{Turnover}_1 = \frac{9000}{600/2} = 30 \;\text{ και }\; \text{Turnover}_2 = \frac{9000}{1500/2} = 12$$

Αφού ο δείκτης μειώθηκε, η έκπτωση φαίνεται να μην συμφέρει την επιχείρηση του παραδείγματος, πράγμα το οποίο γνωρίζουμε πως δεν ισχύει, αφού έχει πετύχει συνολικό ετήσιο όφελος *88,200* €. Για αποθέματα πολλών ειδών, ο δείκτης turnover θα ισούται με το συνολικό κόστος των αγαθών που έχουν πουληθεί διά την συνολική αξία του αποθέματος.

2.7.9 Όταν δεν μπορεί να προβλεφτεί η ετήσια ζήτηση

Πολλές φορές, η ετήσια ζήτηση δεν μπορεί να προβλεφθεί με αξιοπιστία. Αυτό μπορεί να συμβαίνει για διάφορους λόγους, όπως εάν έχουμε να κάνουμε με είδη που βγαίνουν στην αγορά για πρώτη φορά ή αν η ζήτηση αλλάζει από βδομάδα σε βδομάδα με τέτοιο τρόπο ώστε η πρόβλεψη για όλο τον χρόνο να είναι αδύνατη.

Παράδειγμα 2.8

Η εταιρία ηλεκτρονικών ειδών "Στεφανής" των προηγούμενων παραδειγμάτων, ετοιμάζεται να πουλήσει ένα νέο μοντέλο κινητού τηλεφώνου της Samsung. Η ζήτηση είναι γνωστή μόνο για τις επόμενες 9 εβδομάδες, που αντιστοιχούν περίπου σε 2 μήνες.

Παρουσιάζουμε στον ακόλουθο πίνακα τις ποσότητες που χρειάζονται για να καλύψουν την ζήτηση:

Εβδομάδα	**Απαιτούμενη παραγγελία**
1	0
2	0
3	0
4	0
5	100
6	80
7	70
8	90
9	90
Σύνολο	430

Πίνακας 2.6

Το κόστος αποθήκευσης είναι $K_c = 30$ € ανά μονάδα και ανά εβδομάδα, το κόστος παραγγελίας είναι $K = 8{,}000$ € ανά παραγγελία και ο χρόνος παράδοσης είναι μηδενικός. Τις πρώτες 5 βδομάδες παρατηρούμε ότι οι ποσότητες που απαιτούνται να παραγγελθούν είναι ίσες με μηδέν. Αυτό δηλώνει ότι, χοντρικά για τον πρώτο μήνα, το κατάστημα έχει ήδη διαθέσιμη ποσότητα εμπορεύματος για να ικανοποιήσει την ζήτηση. Σκοπός μας είναι να εφαρμόσουμε τη θεωρία των μοντέλων EOQ για να βρούμε την οικονομικότερη ποσότητα παραγγελίας. Θα υπολογίσουμε το κατάλληλο μέγεθος της πρώτης παραγγελίας, η οποία θα μπει την 5^{η} εβδομάδα.

Αρχίζουμε υπολογίζοντας τα κόστη αποθήκευσης πέντε διαφορετικών περιπτώσεων. Αν η παραγγελία είναι 100 μονάδες, τότε το κόστος αποθήκευσης θα είναι ίσο με μηδέν, μιας και θα εξαντληθεί όλο το εμπόρευμα κατά την 5^{η} εβδομάδα. Αν είναι 100 + 80 = 180 μονάδες, τότε το κόστος αποθήκευσης αφορά τις μονάδες που έμειναν σαν απόθεμα και δεν χρησιμοποιήθηκαν κατά την 5^{η} εβδομάδα. Άρα σε αυτή την περίπτωση το συνολικό κόστος αποθήκευσης θα είναι:

$$CC = (180 - 100) \cdot 30 \; = 2{,}400 \text{ € ανά περίοδο}$$

Για παραγγελία 100 + 80 + 70 = 250 μονάδων το συνολικό κόστος αποθήκευσης θα ισούται με το κόστος αποθήκευσης της ποσότητας του αποθέματος που κρατήθηκε στην αποθήκη την 5^{η} εβδομάδα συν το απόθεμα που έμεινε στην αποθήκη και την 6^{η} εβδομάδα:

$$CC = (250 - 100) \cdot 30 + (250 - 100 - 80) \cdot 30 = 6{,}600 \text{ € ανά περίοδο}$$

Διαφορετικά, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το συνολικό κόστος αποθήκευσης σε αυτή την περίπτωση ως τις μονάδες που έμειναν στην αποθήκη για μια εβδομάδα επί το κόστος αποθήκευσης, συν τις μονάδες που έμειναν στην αποθήκη για δύο εβδομάδες επί το κόστος αποθήκευσης, δηλαδή:

$$CC = 80 \cdot 30 + 70 \cdot 2 \cdot 30 = 6{,}600 \text{ € ανά περίοδο}$$

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζουμε τα κόστη αποθήκευσης και για τις άλλες περιπτώσεις και τα παρουσιάζουμε στον πίνακα 2.7.

Περίπτωση	*Q* (ποσότητα)	*CC* (€)	*OC* (€)
1	100	0	8,000
2	180	2,400	8,000
3	250	6,600	8,000
4	340	14,700	8,000
5	430	25,500	8,000

Πίνακας 2.7

Το κόστος παραγγελίας παραμένει σταθερό σε κάθε περίπτωση, ανεξαρτήτως του μεγέθους της παραγγελίας. Στην περίπτωση του προβλήματός μας, όπως έχουμε δει και στην παράγραφο 2.7.1, το ελάχιστο συνολικό κόστος επιτυγχάνεται όταν το κόστος αποθήκευσης ισούται με το κόστος παραγγελίας. Παρατηρούμε πως αυτό συμβαίνει όταν η ποσότητα παραγγελίας είναι μεταξύ των 250 και των 340 μονάδων. Για να υπολογίσουμε τώρα την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, πρέπει να βρούμε πόσες μονάδες προϊόντων αυξάνουν το κόστος αποθήκευσης από 6,600 € σε 8,000 €. Η απάντηση είναι:

$$Q \cdot K_c \cdot (\text{χρονικό διάστημα αποθήκευσης}) = CC_2 - CC_1 \Rightarrow$$

$$Q = \frac{8{,}000€ - 6{,}600€}{30 \frac{€}{\text{μονάδα} \cdot \text{εβδομάδα}} \cdot 3\ \text{εβδομάδες}} \approx 15.56\ \text{μονάδες}$$

Άρα, η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας θα είναι:

$$EOQ = 250 + 15.56 = 265.56\ \text{κινητά τηλέφωνα}$$

2.7.10 Πότε χρησιμοποιούμε τα προηγούμενα μοντέλα EOQ

Σε πολλές περιπτώσεις η ζήτηση μπορεί να είναι μεταβαλλόμενη και να διαφέρει αισθητά από διάστημα σε διάστημα. Αυτό μπορεί να παρατηρηθεί σε εποχιακά είδη, όπως για παράδειγμα το πετρέλαιο θέρμανσης και η διαφορά που παρουσιάζει η ζήτησή του κατά τους χειμερινούς μήνες σε σχέση με τον υπόλοιπο χρόνο.

Έστω ότι σε *n* χρονικές περιόδους παρατηρήθηκαν οι ζητήσεις κάθε περιόδου να είναι $D_1, D_2, \dots, D_n$. Επίσης, έστω ότι έχουμε επαρκή γνώση όσον αφορά την μελλοντική ζήτηση, ώστε η προϋπόθεση για ντετερμινιστική ζήτηση να είναι ρεαλιστική. Για να ικανοποιείται η υπόθεση της σταθερής ζήτησης και να μπορούμε να εφαρμόσουμε τα μοντέλα που έχουμε αναφέρει μέχρι τώρα, θα πρέπει να ακολουθήσουμε τα παρακάτω βήματα:

1. Εκτιμάμε την μέση τιμή της ζήτησης ανά περίοδο:

$$\bar{D} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} D_i$$

2. Εκτιμάμε την διασπορά της ζήτησης ανά περίοδο:

$$\hat{\sigma}_D^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} D_i^2 - \bar{D}^2$$

3. Εκτιμάμε τον συντελεστή μεταβλητότητας της ζήτησης:

$$CV(D) = \frac{\hat{\sigma}_D}{\overline{D}}$$

Ο συντελεστής μεταβλητότητας μπορεί να πάρει τιμές από 0 έως 1, και αν είναι σχετικά μικρός, τότε μπορούμε να πούμε ότι η ζήτησή μας είναι όντως σταθερή. Οι έρευνες δείχνουν ότι τα προηγούμενα μοντέλα EOQ εφαρμόζονται για $CV(D) < 0.20$ (Winston, 2004).

Παράδειγμα 2.9

Στο παράδειγμα 2.8 έχουμε χωρίσει κάθε χρονική περίοδο να είναι ίση με μία εβδομάδα. Άρα, για την 5η μέχρι και την 9η εβδομάδα που έχουμε διαφορετικές ζητήσεις, και έχουμε εφαρμόσει ένα EOQ μοντέλο για την λύση του προβλήματος, θα ήταν καλό να ελέγξουμε τον συντελεστή μεταβλητότητας της ζήτησης ανά περίοδο. Τα δεδομένα μας είναι τα εξής:

Εβδομάδα	i	D_i
5	1	100
6	2	80
7	3	70
8	4	90
9	5	90

Πίνακας 2.8

$$\overline{D} = \frac{1}{5}(100 + 80 + 70 + 90 + 90) = 86$$

$$\hat{\sigma}_D^2 = \frac{1}{n}(100^2 + 70^2 + 80^2 + 2 \cdot 90^2) - 86^2 = 104$$

$$\Rightarrow CV(D) = \frac{\sqrt{104}}{86} \approx 0.12$$

Αφού $CV(D) < 0.20$, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η ζήτησή μας είναι σταθερή και άρα δικαιολογείται η χρήση ενός μοντέλου EOQ.

2.7.11 Όταν δεν είναι γνωστά τα κόστη

Μέχρι τώρα, είδαμε περιπτώσεις στις οποίες οι πληροφορίες για τον υπολογισμό του κόστους παραγγελίας και του κόστους αποθήκευσης ήταν επαρκείς. Όταν οι επιχειρήσεις δεν κρατούν τα απαραίτητα στοιχεία για τον υπολογισμό των κοστών αυτών, μπορούμε με χρήση στοιχειωδών αλγεβρικών πράξεων να εξάγουμε κάποιες σημαντικές πληροφορίες οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν στην καλύτερη διαχείριση των αποθεμάτων.

Α) Μείωση των αποθεμάτων χωρίς την αντίστοιχη αύξηση των παραγγελιών

Ακολούθως, θα παρουσιάσουμε μια μέθοδο η οποία αποσκοπεί στην μείωση του επιπέδου των αποθεμάτων χωρίς όμως να υπάρξει αύξηση στον αριθμό των παραγγελιών ανά περίοδο. Όπως γνωρίζουμε, η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στο κλασσικό μοντέλο EOQ είναι:

$$Q = \sqrt{\frac{2KD}{K_c}}$$

Αφού τώρα, τα κόστη παραγγελίας και αποθήκευσης είναι άγνωστα, μπορούμε να χωρίσουμε την ποσότητα Q σε έναν γνωστό (συνήθως η ζήτηση μπορεί να εκτιμηθεί από τις επιχειρήσεις) και έναν άγνωστο όρο. Έτσι έχουμε:

$$Q = \sqrt{\frac{2K}{K_c}} \cdot \sqrt{D} = X\sqrt{D}, \qquad \text{όπου } X = \sqrt{\frac{2K}{K_c}}$$

Κάνοντας κάποιες απλές αλγεβρικές πράξεις, μπορούμε να γράψουμε την άγνωστη ποσότητα X συναρτήσει της ζήτησης και του αριθμού των παραγγελιών ανά περίοδο:

$$Q = X\sqrt{D} \;\Rightarrow\; \frac{D}{Q} = \frac{D}{X\sqrt{D}} \Rightarrow \frac{D}{Q} = \frac{\sqrt{D}}{X} \;\Rightarrow$$

$$X = \frac{\sqrt{D}}{\frac{D}{Q}}$$

Επεκτείνοντας τον παραπάνω τύπο, που αφορά ένα προϊόν, στην περίπτωση όπου έχουμε να κάνουμε με πληθώρα προϊόντων, έστω *n*, έχουμε τον αντίστοιχο τύπο:

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sqrt{D_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{D_i}{Q_i}} \tag{2.15}$$

Η ποσότητα $\sum_{i=1}^{n} \frac{D_i}{Q_i}$ προφανώς εκφράζει τον συνολικό αριθμό παραγγελιών που έβαλε η επιχείρηση, ανεξαρτήτως είδους προϊόντος. Αφού η ζήτηση δεν αλλάζει και θέλουμε ο αριθμός των παραγγελιών να παραμείνει σταθερός, σημαίνει ότι η ποσότητα X είναι σταθερή. Άρα, η μικρότερη ποσότητα παραγγελίας του *i*-οστού προϊόντος, χωρίς αύξηση των παραγγελιών, ισούται με:

$$Q_i = X\sqrt{D_i}, \qquad i = 1,2,\dots,n \tag{2.16}$$

Δηλαδή, αυτό που έχουμε καταφέρει είναι να υπολογίσουμε την άγνωστη ποσότητα X, η οποία είναι συναρτήσει των άγνωστων συνολικών κοστών παραγγελίας και αποθήκευσης, χρησιμοποιώντας τη ζήτηση και το πλήθος των παραγγελιών όλων των προϊόντων, που είναι γνωστές ποσότητες. Τέλος, χρησιμοποιώντας την πλέον γνωστή X, μπορούμε να υπολογίσουμε την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας κάθε προϊόντος ξεχωριστά.

Παράδειγμα 2.10

Η εταιρία "Στεφανής" των προηγούμενων παραδειγμάτων θέλει να μειώσει το απόθεμα στις αποθήκες του που αφορά κονσόλες παιχνιδιών, "gaming" ηλεκτρονικούς υπολογιστές και κινητά τηλέφωνα, ώστε να αποφύγει να μείνουν απούλητα προϊόντα λόγω τεχνολογικής παλαίωσης. Η επιχείρηση όμως θέλει να κρατήσει την παλιά πολιτική παραγγελιών, όπου έβαζε 11 παραγγελίες τον χρόνο ανά είδος. Οι πληροφορίες όσον αφορά τα κόστη παραγγελιών και αποθήκευσης δεν είναι διαθέσιμες. Δίνεται η κατάσταση της αποθήκης στον πίνακα 2.9.

Προϊόντα	Ζήτηση D_i (€)	Αριθμός παραγγελιών N_i	Ποσότητα παραγγελίας $Q_i = {D_i}/{N_i}$ (€ ανά παραγγελία)	Μέσο απόθεμα ${Q_i}/{2}$ (€)
Playstation 4	1,320,000	11	120,000	60,000
Xbox One	1,100,000	11	100,000	50,000
Gaming PC	715,000	11	65,000	32,500
Gaming Smartphone	82,500	11	7,500	3,750
Σύνολο	**3,217,500**	**44**		**146,250**

Πίνακας 2.9

Αρχίζουμε υπολογίζοντας την άγνωστη ποσότητα *X*, από τον τύπο (2.15), και στην συνέχεια βρίσκουμε τις βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας κάθε προϊόντος από τον τύπο (2.16). Παρουσιάζουμε τα αποτελέσματά μας στον πίνακα 2.10:

$$X = \frac{\sqrt{1320000} + \sqrt{1100000} + \sqrt{715000} + \sqrt{82500}}{44} \approx 75.694$$

Προϊόντα	Ζήτηση D_i (€)	Βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας $Q_i = X\sqrt{D_i}$ (€)	Μέσο απόθεμα ${Q_i}/{2}$ (€)	Αριθμός παραγγελιών ${D_i}/{Q_i}$
Playstation 4	1,320,000	86,965.78	43,482.89	15.18
Xbox One	1,100,000	79,388.54	39,694.27	13.86
Gaming PC	715,000	64,005.08	32,002.54	11.17
Gaming Smartphone	82,500	21,741.45	10,870.73	3.79
Σύνολο	**3,217,500**		**126,050.43**	**44**

Πίνακας 2.10

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των πινάκων 2.9 και 2.10, παρατηρούμε πως καταφέραμε να μειώσουμε την συνολική αξία του αποθέματος στην αποθήκη, και άρα το συνολικό επίπεδο των αποθεμάτων, κρατώντας σταθερό τον συνολικό ετήσιο αριθμό παραγγελιών.

Στην τελευταία στήλη του πίνακα 2.10 παρατηρούμε πως ο αριθμός παραγγελιών δεν είναι ακέραιος αριθμός. Αυτό δεν μας πειράζει διότι αν διαιρέσουμε τις εργάσιμες μέρες του χρόνου με τον αριθμό αυτόν, βρίσκουμε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών παραγγελιών. Για παράδειγμα, εάν οι εργάσιμες μέρες για μια επιχείρηση είναι 311 από τις 365, τότε τα playstations θα πρέπει να παραγγέλνονται κάθε $\frac{311}{15.18} \approx 21$ μέρες.

Β) Μείωση των παραγγελιών χωρίς την αντίστοιχη αύξηση του μέσου αποθέματος

Σε αυτή την περίπτωση μας ενδιαφέρει η μείωση του αριθμού των παραγγελιών ανά περίοδο χωρίς όμως υπάρξει αύξηση του επιπέδου των αποθεμάτων. Όπως έχουμε δει και στην προηγούμενη ανάλυση, Μπορούμε να εκφράσουμε την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας ως γινόμενο μίας άγνωστης και μίας γνωστής ποσότητας:

$$Q = \sqrt{\frac{2K}{K_c}} \cdot \sqrt{D} = X\sqrt{D}, \qquad \text{όπου } X = \sqrt{\frac{2K}{K_c}}$$

Άρα μπορούμε να υπολογίσουμε την άγνωστη σταθερά X χρησιμοποιώντας τις γνωστές ποσότητες Q και D, λύνοντας την προηγούμενη εξίσωση ως προς X:

$$X = \frac{Q}{\sqrt{D}}$$

Η πιο πάνω εξίσωση αφορά την περίπτωση όπου έχουμε να κάνουμε με ένα μόνο προϊόν, αλλά μπορεί να γενικευτεί και στην περίπτωση περισσότερων προϊόντων. Τότε γίνεται:

$$X = \frac{Q_i}{\sqrt{D_i}}, \qquad i = 1,2, \dots n \quad \Rightarrow$$

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\sum_{i=1}^{n} \sqrt{D_i}} \tag{2.17}$$

Τώρα, αφού έχουμε υπολογίσει την άγνωστη ποσότητα X, μπορούμε να υπολογίσουμε τις νέες βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας από τον τύπο (2.16):

$$Q_i = X\sqrt{D_i}, \qquad i = 1,2, \dots, n$$

Παράδειγμα 2.11

Η επιχείρηση του προηγούμενου παραδείγματος άρχισε να αναθεωρεί την πολιτική της περί τον ετήσιο αριθμό παραγγελιών. Έχει κρίνει πως 44 παραγγελίες τον χρόνο είναι πολλές και αποφάσισε να τις μειώσει, κρατώντας όμως σταθερό το επίπεδο των αποθεμάτων της.

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα 2.9, ξεκινάμε υπολογίζοντας την σταθερά X από τον τύπο (2.17):

$$X = \frac{120000 + 100000 + 65000 + 7500}{\sqrt{1320000} + \sqrt{1100000} + \sqrt{715000} + \sqrt{82500}} \approx 87.824$$

Υπολογίζουμε τις νέες βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας για $X = 87.824$, και παρουσιάζουμε τα αποτελέσματά μας στον πίνακα 2.11.

Προϊόντα	Ζήτηση D_i (€)	Βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας $Q_i = X\sqrt{D_i}$ (€)	Μέσο απόθεμα $Q_i/_2$ (€)	Αριθμός παραγγελιών $D_i/_{Q_i}$
Playstation 4	1,320,000	100,902.94	50,451.47	13.08
Xbox One	1,100,000	92,110.59	46,055.30	11.94
Gaming PC	715,000	74,261.93	37,130.97	9.63
Gaming Smartphone	82,500	25,225.52	12,612.76	3.27
Σύνολο	**3,217,500**		**146,250.50**	**37.92**

Πίνακας 2.11

Βλέπουμε ότι το συνολικό μέσο απόθεμα έχει μείνει σταθερό παρόλο που ο συνολικός ετήσιος αριθμός παραγγελιών έχει πέσει στις περίπου 38 παραγγελίες από τις προηγουμένως 44.

2.8 Έλεγχος αποθεμάτων για αβέβαιη ζήτηση

Μέχρι αυτό το σημείο, στα μοντέλα μας βασιζόμασταν στη σημαντικότατη προϋπόθεση της ντετερμινιστικής, και μάλιστα σταθερής ζήτησης. Τί γίνεται στην περίπτωση όμως όπου η ζήτηση δεν είναι γνωστή με βεβαιότητα και δεν έχει σταθερό ρυθμό κατά τη διάρκεια όλου του έτους; Σε αυτή την παράγραφο θα θεωρήσουμε τη ζήτηση για μια περίοδο ως μια ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή, με γνωστή κατανομή (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022). Τα στοχαστικά συστήματα ελέγχου αποθεμάτων που θα αναλύσουμε χωρίζονται στα μοντέλα συνεχούς ανανέωσης (stochastic continuous-review models) και στα μοντέλα περιοδικής ανανέωσης (stochastic periodic-review models).

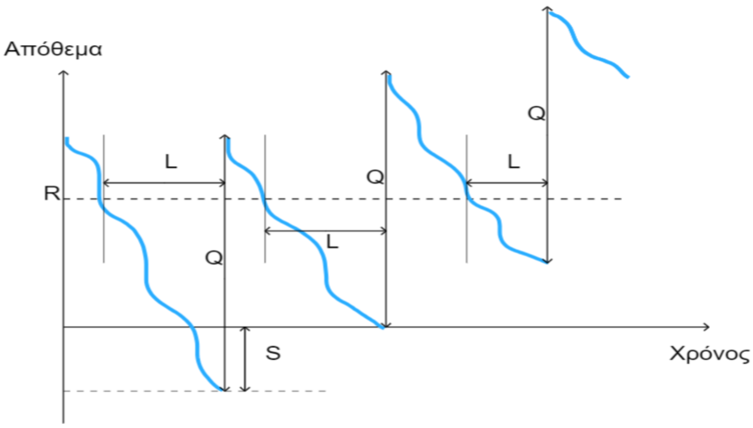
2.8.1 Μοντέλα συνεχούς ανανέωσης

Μοντέλο κόστους εξαντλήσεως του αποθέματος

Προφανώς, το ζητούμενο είναι το ίδιο με αυτό της παραγράφου 2.7.1, δηλαδή πρέπει να απαντήσουμε στα ερωτήματα:

1. Πόση ποσότητα θα παραγγείλω;
2. Πότε θα παραγγείλω;

Η νέα υπόθεση όσον αφορά την ζήτηση, αφού πλέον δεν είναι γνωστή και σταθερή, είναι πως γνωρίζουμε μόνο την κατανομή της, κατά τον χρόνο παράδοσης. Μιας και δεν γνωρίζουμε την ακριβή ζήτηση, πρέπει να θέσουμε ένα σημείο παραγγελίας R (reorder point). Όταν το απόθεμα φτάσει στο επίπεδο R τοποθετείται η νέα παραγγελία μεγέθους Q. Στο σχήμα 2.10 βλέπουμε την συμπεριφορά του αποθέματος συναρτήσει του χρόνου. Έχουμε συμβολίσει τον χρόνο παράδοσης (lead time) με L και τις ελλείψεις (stockout) με S, όπως και στις παραγράφους 2.7.3 και 2.7.5 αντίστοιχα.



Σχήμα 2.10: Ύψος αποθεμάτων με αβέβαιη ζήτηση

Λόγω αβεβαιότητας, το απόθεμα μπορεί να εξαντληθεί χωρίς να ικανοποιηθεί όλη η ζήτηση, και άρα να δημιουργηθεί ένα κόστος έλλειψης αποθεμάτων. Υπάρχει βέβαια και η πιθανότητα να περισσέψουν κάποιες μονάδες προϊόντος, οι οποίες μπορούν να αξιοποιηθούν κατά την επόμενη περίοδο. Το ετήσιο αναμενόμενο κόστος εξαντλήσεως αποθεμάτων επηρεάζεται τόσο από την επιλογή του σημείου παραγγελίας *R*, όσο και από το μέγεθος της παραγγελίας, *Q* (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022). Το κόστος αυτό αυξάνεται για μικρότερες ποσότητες παραγγελίας και για χαμηλότερα σημεία παραγγελίας. Ξεκινάμε την μοντελοποίηση του συστήματος αποθεμάτων υποθέτοντας τα παρακάτω:

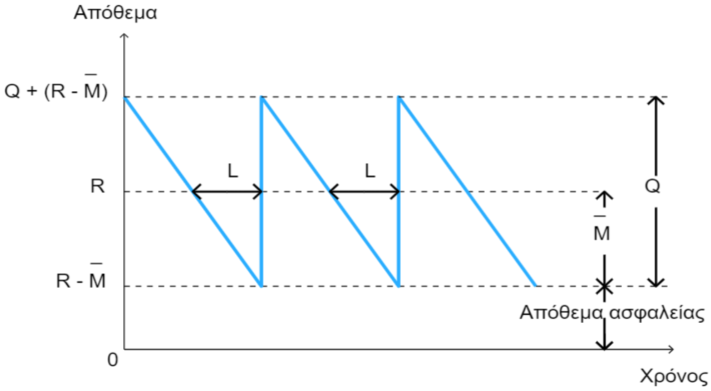
1. Το κόστος έλλειψης είναι ένα υποθετικό κόστος ανά μονάδα προϊόντος, ανεξάρτητο από το χρονικό διάστημα κατά το οποίο η επιχείρηση βρίσκεται χωρίς απόθεμα.

2. Ο χρόνος παράδοσης *L*, είναι γνωστός και σταθερός.

3. Η ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης *M*, ακολουθεί την Κανονική κατανομή.

4. Το βέλτιστο σημείο παραγγελίας *R*, είναι μεγαλύτερο από τη μέση ζήτηση κατά τον χρόνο παράδοσης $\bar{M}$ $(\equiv E(M))$, ούτως ώστε το αντίστοιχο απόθεμα ασφαλείας (safety stock) $R - \bar{M}$, να είναι θετικό.

Από τις πιο πάνω προϋποθέσεις, είναι εμφανές πως θα εντάξουμε στο μοντέλο μας το απόθεμα ασφαλείας, με το οποίο θα προσπαθήσουμε να ελαχιστοποιήσουμε τις ελλείψεις.



Σχήμα 2.11: Μοντέλο με απόθεμα ασφαλείας

Για το μοντέλο μας θα χρειαστούμε τους εξής συμβολισμούς:

- $R =$ σημείο παραγγελίας
- $Q =$ ποσότητα παραγγελίας
- $D =$ ετήσια ζήτηση
- $K =$ κόστος για να γίνει μία επιπλέον παραγγελία
- $K_c =$ κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος
- $K_u =$ κόστος έλλειψης μιας μονάδας προϊόντος
- $M =$ συνεχής τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί Κανονική κατανομή και εκφράζει την ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης
- $m =$ η τιμή της τ.μ. M
- $\bar{M} =$ μέση τιμή της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνο παράδοσης
- $\sigma_M =$ τυπική απόκλιση της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης

Έστω ότι η οικονομικότερη ποσότητα παραγγελίας για τυχαία ζήτηση μπορεί να υπολογισθεί με τον ίδιο τρόπο όπως και στην περίπτωση γνωστής ζήτησης, δηλαδή $Q = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{K_c}}$. Ο προηγούμενος ισχυρισμός μπορεί να γίνει διότι το συνολικό ετήσιο κόστος δεν είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο σε μικρές αλλαγές της ποσότητας Q, και αυτό μπορεί να επαληθευτεί μέσω των παραδειγμάτων που έχουμε δώσει μέχρι τώρα. Επίσης, θεωρητικά, τα Q και R θα πρέπει να υπολογίζονται ταυτόχρονα. Παρ' όλ' αυτά, υπολογίζοντας την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας ανεξάρτητα από το βέλτιστο σημείο παραγγελίας, από τον τύπο (2.2), δεν δημιουργείται κάποιο μεγάλο πρόβλημα όσον αφορά το κόστος.

Για να βρούμε το βέλτιστο σημείο παραγγελίας συγκρίνουμε το αναμενόμενο κόστος για την αύξηση του R κατά μία μονάδα, με το αναμενόμενο κόστος χωρίς την αύξηση αυτή. Το ετήσιο αυξανόμενο κόστος για την προσθήκη μιας επιπλέον μονάδας είναι προσεγγιστικά ίσο με το K_c, αφού αυτή προστέθηκε στο απόθεμα ασφαλείας και κρατήθηκε σχεδόν για όλο τον χρόνο. Το ετήσιο αυξανόμενο προσδοκώμενο κόστος για την μη αύξηση του σημείου παραγγελίας κατά μια μονάδα είναι ίσο με το γινόμενο της πιθανότητας να ζητηθεί αυτή η μονάδα κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης και να μην υπάρχει, επί το K_u και το πλήθος των παραγγελιών ανά έτος, αφού ρισκάρουμε να αφήσουμε ανικανοποίητη την ζήτηση κατά μία μονάδα κάθε φορά που τοποθετείται μία παραγγελία και περιμένουμε αυτή να μας παραδοθεί (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022).

Αφού έχουμε θέσει την ζήτηση κατά τον χρόνο παράδοσης να είναι τυχαία μεταβλητή, τότε, ως γνωστόν, η συνάρτηση κατανομής της θα είναι η

$$F_M(m) = Prob(M \leq m) = \int_0^m f_M(m)dm,$$

όπου η f_M είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της M. Για διευκόλυνση στις πράξεις θα χρησιμοποιούμε και τους συμβολισμούς F και f (χωρίς τον δείκτη M), αντίστοιχα. Έτσι, η πιθανότητα να ζητηθεί μία επιπλέον μονάδα προϊόντος, κατά τον χρόνο παράδοσης, και να μην υπάρχει είναι:

$$1 - F(R) = \int_R^\infty f(m)dm$$

Τα επί μέρους κόστη που αποτελούν το ετήσιο συνολικό κόστος είναι το ετήσιο κόστος παραγγελιών, το ετήσιο κόστος αποθήκευσης και το ετήσιο κόστος εξαντλήσεως του αποθέματος, τα οποία είναι ίσα με:

- $OC = \frac{D}{Q}K$, αφού $\frac{D}{Q}$ είναι ο ετήσιος αριθμός παραγγελιών και πολλαπλασιάζοντάς τον με το κόστος μιας επιπλέον παραγγελίας παίρνουμε το ετήσιο κόστος παραγγελιών.

- $CC = \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M})\right)K_c$, όπου $(R - \bar{M})$ είναι το απόθεμα ασφαλείας και $\frac{Q}{2}$ είναι το μέσο απόθεμα που χρησιμοποιούμε για την ζήτηση που περιμένουμε ανά κύκλο παραγγελίας. Άρα πολλαπλασιάζοντας το άθροισμα των προηγούμενων ποσοτήτων, που είναι το μέσο απόθεμα που φυλάσσεται στην αποθήκη, παίρνουμε το ετήσιο κόστος αποθήκευσης.

- $UC = K_u \frac{D}{Q}\int_R^\infty (m-R)f(m)dm$, όπου η ποσότητα $(m - R)$ δείχνει πόσο μεγαλύτερη είναι η ζήτηση κατά την διάρκεια του χρόνου παράδοσης από το *R* και άρα το ολοκλήρωμα εκφράζει τις αναμενόμενες μονάδες προϊόντος σε έλλειψη ανά κύκλο παραγγελίας. Έτσι, πολλαπλασιάζοντας το προηγούμενο ολοκλήρωμα με το κόστος έλλειψης μιας μονάδας προϊόντος και τον ετήσιο αριθμό παραγγελιών παίρνουμε το ετήσιο κόστος εξαντλήσεως αποθεμάτων.

Επομένως, το ετήσιο συνολικό κόστος είναι το άθροισμα των τριών πιο πάνω κοστών:

$$TC(Q,R) = \frac{D}{Q}K + \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M})\right)K_c + K_u\frac{D}{Q}\int_R^\infty (m-R)f_M(m)dm \qquad (2.18)$$

Για να βρούμε την ακριβή βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, την οποία θα συμβολίζουμε με *Q**, όπως και στις άλλες περιπτώσεις θα παραγωγίσουμε την συνάρτηση του συνολικού κόστους ως προς *Q* και θα την θέσουμε ίση με το μηδέν για να βρούμε τα στάσιμα σημεία. Έπειτα, χρησιμοποιώντας το κριτήριο της δεύτερης παραγώγου, θα δείξουμε ότι το σημείο που βρίσκουμε από τα προηγούμενα οδηγεί σε σημείο ελαχίστου της συνάρτησης του συνολικού κόστους:

$$\frac{\partial TC(Q,R)}{\partial Q} = -\left(KD + K_u D\int_R^\infty (m-R)f_M(m)dm\right)\frac{1}{Q^2} + \frac{K_c}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D\left(K + K_u\int_R^\infty (m-R)f_M(m)dm\right)}{K_c}} \qquad (2.19)$$

Αφού,

$$\frac{\partial^2 TC(Q,R)}{\partial Q^2} = \left(KD + K_u D\int_R^\infty (m-R)f_M(m)dm\right)\frac{2}{Q^3} > 0 \;\forall\; (Q,R)$$

τότε, η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας που μας δίνει ο τύπος (2.19), όντως ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος του τύπου (2.18).

Για τον υπολογισμό του βέλτιστου σημείου παραγγελίας ακολουθούμε την ίδια διαδικασία με πριν, με μόνη διαφορά ότι τώρα παραγωγίζουμε την συνάρτηση του συνολικού κόστους και λύνουμε ως προς *R* αντί για *Q*:

Για διευκόλυνση, γράφουμε το ετήσιο κόστος εξαντλήσεως αποθεμάτων στον τύπο (2.18) ως,

$$UC = K_u \frac{D}{Q}\left(\int_R^{\infty} m f(m) dm - R\int_R^{\infty} f(m) dm\right)$$

άρα:

$$\frac{\partial TC(Q,R)}{\partial R} = K_c + K_u \frac{D}{Q}\left(\frac{d}{dR}\int_R^{\infty} m f(m) dm - \int_R^{\infty} f(m) dm - R\frac{d}{dR}\int_R^{\infty} f(m) dm\right)$$

$$= K_c + K_u \frac{D}{Q}\frac{d}{dR}\left(1 - \int_{-\infty}^{R} m f(m) dm\right) - K_u \frac{D}{Q}\int_R^{\infty} f(m) dm - K_u \frac{D}{Q} R \frac{d}{dR}\left(1 - \int_{-\infty}^{R} f(m) dm\right)$$

$$= K_c - K_u \frac{D}{Q} R f(R) - K_u \frac{D}{Q}\big(1 - F(R)\big) + K_u \frac{D}{Q} R f(R) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial TC(Q,R)}{\partial R} = K_c - K_u \frac{D}{Q}\big(1 - F(R)\big) = 0 \Rightarrow$$

$$1 - F_M(R) = \int_R^{\infty} f_M(m) dm = \frac{QK_c}{DK_u} \tag{2.20}$$

Αφού,

$$\frac{\partial^2 TC(Q,R)}{\partial R^2} = K_u \frac{D}{Q} f(R) > 0 \ \forall \ (Q,R)$$

τότε, το βέλτιστο σημείο παραγγελίας που βρίσκουμε λύνοντας την εξίσωση (2.20) ως προς *R*, όντως ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος του τύπου (2.18). Μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση (2.20) ως:

$$F_M(R) = 1 - \frac{QK_c}{DK_u} \tag{2.21}$$

Προφανώς:

$$F_M(R) = \int_{-\infty}^{R} f_M(m) dm$$

Βρίσκουμε το R ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

1. Υπολογίζουμε το $Q = EOQ$ από τον τύπο (2.2).

2. Υπολογίζουμε το $F(R)$ από τον τύπο (2.21).

3. Από τους πίνακες της τυποποιημένης Κανονικής κατανομής βρίσκουμε την τιμή του $z = z_0$ για την οποία ισχύει ότι $\Phi(z_0) = F(R)$. Υπενθυμίζουμε ότι $Prob(Z \leq z) = \Phi(z)$, όπου $Z \sim N(0,1)$.

4. Θέτουμε $R = \bar{M} + z_0\sigma_M$.

Υπενθύμιση:

Από γνωστό θεώρημα, αφού $M \sim N(\bar{M}, \sigma_M^2)$, τότε η νέα τυχαία μεταβλητή $Z = \frac{M-\bar{M}}{\sigma_M}$ θα ακολουθεί την τυποποιημένη Κανονική κατανομή, $N(0,1)$.

$$F(R) = Prob(M \leq R) = Prob\left(\frac{M-\bar{M}}{\sigma_M} \leq \frac{R-\bar{M}}{\sigma_M}\right) = Prob\left(Z \leq \frac{R-\bar{M}}{\sigma_M}\right) = \Phi\left(\frac{R-\bar{M}}{\sigma_M}\right)$$

$$\Rightarrow F(R) = \Phi\left(\frac{R-\bar{M}}{\sigma_M}\right) = \Phi(z) \ \Rightarrow \ z = \Phi^{-1}\left(\Phi\left(\frac{R-\bar{M}}{\sigma_M}\right)\right) = \frac{R-\bar{M}}{\sigma_M}$$

$$\Rightarrow R = \bar{M} + z\sigma_M$$

Δεδομένου των αρχικών υποθέσεων ότι η M ακολουθεί Κανονική κατανομή και ότι $R > \bar{M}$, μπορούμε να γράψουμε το ολοκλήρωμα που εκφράζει τις αναμενόμενες μονάδες προϊόντος σε έλλειψη ανά κύκλο παραγγελίας συναρτήσει της συνάρτησης απώλειας (loss function), $L(z)$, της τυποποιημένης κανονικής κατανομής. Η εναλλακτική αυτή μορφή είναι:

$$\int_R^{\infty} (m-R) f_M(m) dm = \sigma_M L(z)$$

Τις τιμές της συνάρτησης απώλειας τις βρίσκουμε από τους κατάλληλους πίνακες, για $z = z_0$ που βρίσκουμε από την διαδικασία υπολογισμού του R. Έτσι λοιπόν, ο τύπος (2.19) μπορεί να γραφεί ως

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D(K + K_u\sigma_M L(z))}{K_c}} \tag{2.22}$$

και άρα, το συνολικό κόστος παίρνει την μορφή:

$$TC(Q,R) = \frac{D}{Q}K + \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M})\right)K_c + K_u\frac{D}{Q}\sigma_M L(z) \tag{2.23}$$

Τελειώνοντας, να αναφέρουμε πως τόσο η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας *Q*, όσο και το βέλτιστο σημείο παραγγελίας *R*, δεν μπορούν να υπολογιστούν σε κλειστή μορφή από τους τύπους (2.19) και (2.20). Το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο των διαδοχικών προσεγγίσεων των Hadley και Whitin, μετά από ορισμένο αριθμό επαναλήψεων. Να παρατηρήσουμε πως για $R = 0$, έχουμε $F(R) = F(0) = 0$, και άρα οι εξισώσεις (2.19) και (2.20) δίνουν αντίστοιχα τις παρακάτω τιμές:

$$\hat{Q} = \sqrt{\frac{2D(K + K_u\bar{M})}{K_c}} \quad \text{και} \quad \tilde{Q} = \frac{K_u D}{K_c}$$

Να σημειωθεί πως για τους πιο πάνω τύπους χρησιμοποιήσαμε τον ορισμό της μέσης τιμής μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής $\left(\mu = \bar{X} = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x)dx\,, \text{όπου } X = \text{τ.μ.}\right)$. Αν $\tilde{Q} \geq \hat{Q}$, τότε το σύστημα των εξισώσεων έχει μοναδική λύση. Η μικρότερη δυνατή τιμή του $\hat{Q}$ είναι η $\hat{Q} = \sqrt{\frac{2KD}{K_c}}$ και επιτυγχάνεται όταν $\int_R^{\infty}(m - R)f_M(m)dm = 0$.

Αλγόριθμος διαδοχικών προσεγγίσεων των Hadley και Whitin

Start

$Q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{K_c}}$;

$R_0 = 0$;

$i = 1$;

$Q_{opt} = -1$;

While ($Q_{opt} = -1$) Do{

Υπολόγισε το R_i μέσω του Q_{i-1} από τη σχέση (2.21) και τον αλγόριθμο εύρεσης του *R*;

If ($R_i \approx R_{i-1}$) Then{

$Q_{opt} = Q_{i-1}$;

$R_{opt} = R_i$;

}

Else{

Υπολόγισε το Q_i μέσω του R_i από τη σχέση (2.22);

$i = i + 1$;

}

}

End

Οι πιο πάνω εντολές περιγράφουν τον αλγόριθμο διαδοχικών προσεγγίσεων των Hadley και Whitin σε μορφή ψευδοκώδικα.

Παράδειγμα 2.12

Μια επιχείρηση παροχής εξαρτημάτων ηλεκτρονικών υπολογιστών ενδιαφέρεται να βελτιστοποιήσει τον τρόπο διαχείρισης των αποθεμάτων του πιο κερδοφόρου προϊόντος της. Η ετήσια ζήτηση της συγκεκριμένης κάρτας γραφικών (GPU για συντομία) εκτιμάται να είναι 9000 κομμάτια, αλλά η ζήτηση δεν είναι σταθερή. Το κόστος διατήρησης αποθέματος για κάθε μονάδα προϊόντος είναι το 10% της αξίας του προϊόντος ενώ το κόστος έλλειψης εκτιμάται να είναι το 12% της αξίας του. Ο προμηθευτής της εταιρίας πουλά την συγκεκριμένη GPU στην τιμή των 250 €. Ο χρόνος που μεσολαβεί από την στιγμή που τοποθετεί η επιχείρηση μια παραγγελία, μέχρι την στιγμή της παραλαβής της, είναι 1 εβδομάδα. Εναλλακτικά, η επιχείρηση μπορεί να παραγγείλει τις GPUs απευθείας από τον κατασκευαστή, στην τιμή των 200 € ανά μονάδα, αλλά στην προκειμένη περίπτωση, ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι 2 εβδομάδες. Και στις δύο περιπτώσεις, τα έξοδα τοποθέτησης κάθε νέας παραγγελίας είναι 150 €. Η ζήτηση του προϊόντος κατά την διάρκεια του χρόνο αναμονής ακολουθεί την κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση 17 μονάδες ανά εβδομάδα.

i. Να δοθεί μία πρώτη εκτίμηση για το βέλτιστο μέγεθος και σημείο παραγγελίας.

ii. Να υπολογιστούν τα ακριβή βέλτιστα μεγέθη του προηγούμενου ερωτήματος.

iii. Να υπολογιστούν τα ολικά κόστη με βάση τις απαντήσεις των ερωτημάτων i και ii, και να συγκριθούν.

iv. Να εξεταστεί αν συμφέρει την επιχείρηση να παραγγέλνει απευθείας από τον κατασκευαστή, χωρίς την χρήση μεσάζον προμηθευτή.

Λύση

Ξεκινάμε καταγράφοντας τις όσες πληροφορίες θα μας χρειαστούν για τους διάφορους υπολογισμούς:

$$D = 9000\ \frac{\text{μονάδες}}{\text{έτος}}, \qquad K = 150\ €, \qquad L = 1\ \text{εβδομάδα}, \qquad \sigma_M = 17\ \text{μονάδες}$$

$$P = 250\ \frac{€}{\text{μονάδα}} \Rightarrow K_c = 0.10 \cdot 250 = 25\ \frac{€}{\text{μονάδα, έτος}} \quad \& \quad K_u = 0.12 \cdot 250 = 30\ €$$

Αφού η μέση τιμή της ζήτησης κατά τον χρόνο παράδοσης δεν μας δίνεται, και θεωρώντας ότι ένα έτος έχει 52 εβδομάδες, την υπολογίζουμε ως εξής:

$$\bar{M} = \frac{9000\ \frac{\text{μονάδες}}{\text{έτος}}}{52\ \frac{\text{εβδομάδες}}{\text{έτος}}} = 173.08\ \text{μονάδες}$$

Άρα, με βάση τα παραπάνω δεδομένα, για την περίπτωση που η εταιρία παραγγέλνει από τον προμηθευτή που έχει ήδη, και όχι από τον κατασκευαστή, έχουμε ότι:

i. Μπορούμε να υπολογίσουμε τις αρχικές εκτιμήσεις της βέλτιστης ποσότητας και σημείου παραγγελίας από τον τύπο (2.2) και ακολουθώντας τα βήματα εύρεσης του *R* αντίστοιχα:

$$Q = \sqrt{\frac{2KD}{K_c}} = 328.64 \approx 329 \text{ μονάδες}$$

$$F(R) = 1 - \frac{QK_c}{DK_u} = 0.9695 \Rightarrow \Phi(z_0) = 0.9695 \Rightarrow z_0 = 1.873 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \bar{M} + z_0\sigma_M = 204.92 \approx 205 \text{ μονάδες}$$

ii. Για να βρούμε της ακριβές ποσότητες του πρώτου ζητήματος, εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο διαδοχικών προσεγγίσεων των Hadley και Whitin:

i	Q_i	R_i	Q_{opt}	R_{opt}	$Q_{opt} = -1$	$R_i \approx R_{i-1}$
0	328.64	0	-1	-	-	-
1	335.54	204.93	-1	-	T	F
2	-	204.79	335.54	204.79	T	T
3	-	-	-	-	F	-

Πίνακας 2.11

Ακολουθώντας τον ψευδοκώδικα για τον αλγόριθμο, λαμβάνουμε τα αποτελέσματα του πίνακα 2.11. Να σημειωθεί πως ο αλγόριθμος τερματίζει μετά από μόλις μία επανάληψη. Επίσης το *i* δεν παίρνει ποτέ τις τιμές 0 και 3, απλά το θέσαμε έτσι για να δείξουμε τις τιμές των Q_0 και R_0 και πότε τερματίζει ο αλγόριθμος αντίστοιχα. Τα τελικά αποτελέσματα λοιπόν, είναι:

$$Q = 336, \qquad R = 205$$

iii. Υπολογίζουμε τα συνολικά κόστη χρησιμοποιώντας τον τύπο (2.23) και τα αποτελέσματα των ερωτημάτων i και ii αντίστοιχα:

$$TC(329{,}205) = \frac{9000}{329}150 + \left(\frac{329}{2} + (205 - 173.08)\right)25 + 30\frac{9000}{329}17L(1.873)$$
$$= 9{,}189.21 \text{ €}$$

$$TC(336{,}205) = \frac{9000}{336}150 + \left(\frac{336}{2} + (205 - 173.08)\right)25 + 30\frac{9000}{336}17L(1.865)$$
$$= 9{,}187.03 \text{ €}$$

Προφανώς το συνολικό κόστος χρησιμοποιώντας τα ακριβή βέλτιστα μεγέθη, του δεύτερου ερωτήματος, είναι μικρότερο, αλλά βλέπουμε πως η διαφορά είναι πολύ μικρή, σχεδόν αμελητέα. Τα αποτελέσματά μας συμφωνούν με την υπόθεση που κάναμε ότι τα Q και R μπορούν να υπολογιστούν ανεξάρτητα χωρίς να δημιουργηθεί κάποιο μεγάλο πρόβλημα.

iv. Τα νέα δεδομένα, όταν η επιχείρηση αποφασίζει να χρησιμοποιήσει την εναλλακτική λύση όπου παραγγέλνει απευθείας από τον προμηθευτή θα είναι:

$$D = 9000\ \frac{\mu\text{ονάδες}}{\text{έτος}}, \qquad K = 150\ €, \qquad L = 2\ \text{εβδομάδες}$$

$$P = 200\ \frac{€}{\mu\text{ονάδα}} \Rightarrow K_c = 20\ \frac{€}{\mu\text{ονάδα, έτος}}\ \ \&\ \ K_u = 24\ €$$

$$\bar{M} = \frac{9000\ \frac{\mu\text{ονάδες}}{\text{έτος}}}{52\ \frac{\text{εβδομάδες}}{\text{έτος}}} \cdot 2\ \text{εβδομάδες} = 346.15\ \mu\text{ονάδες}$$

Υπολογίζουμε τώρα την τυπική απόκλιση της ζήτησης κατά τον νέο χρόνο παράδοσης, που είναι δύο εβδομάδες αντί για μία:

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=1}^{L} \sigma_i^2 = 2\sigma^2 \Rightarrow \sigma_M = \sqrt{2\sigma^2} = 17 \cdot \sqrt{2} = 24.04\ \mu\text{ονάδες}$$

Άρα,

$$Q = \sqrt{\frac{2KD}{K_c}} = 367.42 \approx 367\ \mu\text{ονάδες}$$

$$F(R) = 1 - \frac{QK_c}{DK_u} = 0.9660 \Rightarrow \Phi(z_0) = 0.9660 \Rightarrow z_0 = 1.825 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \bar{M} + z_0\sigma_M = 389.99 \approx 390\ \mu\text{ονάδες}$$

Τελικά, το συνολικό κόστος θα είναι:

$$TC(367{,}390) = \frac{9000}{367}150 + \left(\frac{367}{2} + (390 - 346.15)\right)20 + 24\frac{9000}{367}24.04L(1.825)$$
$$= 8{,}416.48\ €$$

Συμφέρει οικονομικά την εταιρία να παραγγέλνει απευθείας από τον κατασκευαστή, αφού αγοράζει τις GPUs σε αρκετά χαμηλότερη τιμή, και άρα πέφτει το κόστος αποθήκευσης και έλλειψης, και ο χρόνος παράδοσης αυξάνεται μόνο κατά μία εβδομάδα.

Παρατήρηση 2.2

Παρατηρούμε πως το βέλτιστο σημείο παραγγελίας, στην απάντηση του ερωτήματος iv, είναι μεγαλύτερο από την ποσότητα παραγγελίας. Αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα, αφού το απόθεμα του μοντέλου μας μοιάζει με αυτό του σχήματος 2.11, και άρα κρατάμε απόθεμα ασφαλείας του ύψους των $R - \bar{M} = 44$ μονάδων, έτσι το μέγιστο επίπεδο αποθέματος στην αποθήκη είναι $Q + (R - \bar{M}) = 411$ μονάδες.

2.8.2 Μοντέλα περιοδικής ανανέωσης

Θα δούμε δύο είδη μοντέλων περιοδικής ανανέωσης τα οποία ξεχωρίζουν μεταξύ τους λόγω του κόστος παραγγελίας, όπου στο πρώτο μοντέλο που θα δούμε, το K δεν λαμβάνεται υπόψη, ενώ στο δεύτερο λαμβάνεται. Συνήθως, τα μοντέλα περιοδικής ανανέωσης χρησιμοποιούνται για εποχιακά προϊόντα των οποίων η τιμή πώλησης τους πέφτει κατά τις χρονικές περιόδους όπου δεν είναι "in season", δηλαδή εκτός της εποχής τους. Επίσης, δεν έχουμε την δυνατότητα αναπαραγγελίας όταν τα προϊόντα είναι "in season" διότι ο χρόνος παραλαβής της παραγγελίας πιθανόν να είναι μεγαλύτερος από το διάστημα υψηλής ζήτησης, π.χ. προϊόντα "back to school" που εισάγονται από την Κίνα. Στα επόμενα μοντέλα θεωρούμε "σταθερά προϊόντα" (stable products) τα οποία παραμένουν πωλήσιμα επ' αόριστον (Hillier & Lieberman, 2022), όπως για παράδειγμα τα Χριστουγεννιάτικα στολίδια.

Και στα δύο μοντέλα υποθέτουμε ότι υπάρχει ένα αρχικό απόθεμα στην αποθήκη, έστω x, από την περασμένη φορά όπου το προϊόν ήταν "in season". Ο στόχος μας είναι ο καθορισμός της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας Q^* που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος. Αφού η ποσότητα αποθέματος που βρίσκεται ήδη στην αποθήκη είναι το περίσσευμα της περασμένης περιόδου, τότε προφανώς ισχύει ότι $Q^* > x$. Άρα, με βάση τα προηγούμενα, τοποθετείται μία μόνο παραγγελία ύψους $Q^* - x$. Θα χρησιμοποιήσουμε τους εξής συμβολισμούς:

- $P =$ τιμή αγοράς ανά μονάδα προϊόντος
- $K =$ κόστος τοποθέτησης κάθε παραγγελίας
- $K_c =$ κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος κατά τη διάρκεια μιας περιόδου
- $K_u =$ κόστος έλλειψης μιας μονάδας προϊόντος κατά τη διάρκεια μιας περιόδου
- $M =$ ζήτηση κατά τη διάρκεια μιας περιόδου (συνεχής τυχαία μεταβλητή)
- $m =$ η τιμή της τ.μ. M
- $f_M(m) = f(m) =$ συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ζήτησης κατά τη διάρκεια μιας περιόδου
- $Q =$ ποσότητα παραγγελίας
- $x =$ προϋπάρχων απόθεμα πριν την τοποθέτηση της παραγγελίας

Α) Μοντέλο χωρίς κόστος παραγγελίας

Οι υποθέσεις αυτού του μοντέλου είναι οι ακόλουθες:

1. Τα προϊόντα ζητούνται αφότου έχει ήδη παραληφθεί η παραγγελία.
2. Δεν υπάρχει κόστος τοποθέτησης παραγγελίας.

Μετά το πέρας της χρονικής περιόδου που μας ενδιαφέρει για τα εποχιακά προϊόντα του υπό μελέτη συστήματος, είναι δυνατόν είτε να περισσέψει απόθεμα $(m < Q)$ ποσότητας $Q - m$, είτε να υπάρξει έλλειψη αποθέματος $(m > Q)$ του ύψους των $m - Q$ μονάδων. Έτσι, το αναμενόμενο συνολικό κόστος θα είναι το άθροισμα των ετήσιων κοστών αγοράς, αποθήκευσης και έλλειψης:

$$E\big(TC(Q)\big) = P(Q - x) + K_c \int_0^Q (Q - m) f(m) dm + K_u \int_Q^\infty (m - Q)\, f(m) dm \qquad (2.24)$$

Με χρήση του ορισμού της μέσης τιμής μιας τ.μ., του ορισμού της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας και των ιδιοτήτων $Prob(M \geq m) = 1 - Prob(M < m)$ και $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x)dx = \int_{-\infty}^{a} g(x)dx + \int_{a}^{+\infty} g(x)dx$, η εξίσωση (2.24) γράφεται:

$$E\big(TC(Q)\big) = P(Q - x) + K_c Q \int_0^Q f(m)dm - K_c \int_0^Q m f(m)dm + K_u\left(\bar{M} - \int_0^Q m\, f(m)dm\right) - K_u Q\left(1 - \int_0^Q f(m)dm\right)$$

Παραγωγίζοντας την $E\big(TC(Q)\big)$ ως προς Q και θέτοντας την παράγωγο ίση με μηδέν, προκύπτει:

$$P + K_c Prob(M \leq Q) + K_c Q f(Q) - K_c Q f(Q) - K_u Q f(Q) - K_u + K_u Prob(M \leq Q) + K_u Q f(Q) = 0$$

$$\Rightarrow Prob(M \leq Q^*) = \frac{K_u - P}{K_u + K_c} \tag{2.25}$$

Το Q^* είναι το μοναδικό ελάχιστο της $E\big(TC(Q)\big)$, επειδή αυτή είναι κυρτή ως προς Q. Η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας Q^* ορίζεται μόνο στην περίπτωση που το δεύτερο μέλος της σχέσης (2.25) είναι μη αρνητικό, δηλαδή $K_u \geq P$. Η περίπτωση $K_u < P$ είναι άνευ σημασίας, αφού το κόστος αγοράς μιας μονάδας προϊόντος είναι πάντα μεγαλύτερο από το κόστος που δημιουργείται από την έλλειψή της (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022). Τα προηγούμενα, αφορούν προφανώς την περίπτωση όπου η τ.μ. M είναι συνεχής. Για την περίπτωση της διακριτής ζήτησης, η διαδικασία της εύρεσης της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας που ελαχιστοποιεί το αναμενόμενο συνολικό κόστος τροποποιείται ως εξής:

$$E\big(TC(Q)\big) = P(Q - x) + K_c \sum_{m=0}^{Q} (Q - m) f(m) + K_u \sum_{m=Q}^{\infty} (m - Q) f(m) \tag{2.26}$$

Αφού η οικονομικότερη ποσότητα παραγγελίας Q^* οφείλει να ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος, τότε προφανώς θα πρέπει ισχύει ότι:

$$E\big(TC(Q^* - 1)\big) \geq E\big(TC(Q^*)\big) \text{ και } E\big(TC(Q^* + 1)\big) \geq E\big(TC(Q^*)\big)$$

Οι προηγούμενες συνθήκες, είναι και οι ικανές, επειδή η συνάρτηση $E\big(TC(Q)\big)$ είναι κυρτή. Επιβάλλοντας τις συνθήκες αυτές στον τύπο (2.26), παίρνουμε:

$$Prob(M \leq Q^* - 1) \leq \frac{K_u - P}{K_u + K_c} \leq Prob(M \leq Q^* + 1) \tag{2.27}$$

Παράδειγμα 2.13

Το κατάστημα διακόσμησης εσωτερικών χώρων “Serelia” θέλει να υπολογίσει πόσες χριστουγεννιάτικες φάτνες το συμφέρει να παραγγείλει για να καλύψει την ζήτηση που αναμένει τον μήνα του Νοέμβρη όπου είναι η περίοδος υψηλής ζήτησης των χριστουγεννιάτικων στολιδιών. Η τιμή που δίνει ο προμηθευτής τις φάτνες είναι 3 €, ενώ το κατάστημα τις πουλά 10 €. Για τις μονάδες προϊόντων που θα παραμείνουν απούλητες, το κατάστημα έχει ιδιόκτητο αποθηκευτικό χώρο και τις φυλάσσει εκεί για να χρησιμοποιηθούν τον επόμενο χρόνο. Άρα, υπάρχει ένα κόστος ευκαιρίας διότι χρησιμοποιείται κεφάλαιο (αποθηκευτικός χώρος), το οποίο θα μπορούσε να αξιοποιηθεί αλλιώς, για την διατήρηση του αποθέματος. Το κόστος ευκαιρίας υπολογίζεται να είναι ίσο με 4 € ανά φάτνη. Πόσες φάτνες πρέπει να παραγγείλει το κατάστημα για να ελαχιστοποιήσει το συνολικό του κόστος στην περίπτωση όπου η ζήτηση προσεγγίζεται από:

i. μια Κανονική κατανομή με μέση τιμή 100 και τυπική απόκλιση 15.

ii. μια κατανομή με συνάρτηση μάζας πιθανότητας ορισμένη ως εξής:

m	70	85	100	115	130
f(m)	0.04	0.35	0.5	0.1	0.01

Λύση

Στην περίπτωση του παραδείγματός μας, το κόστος ευκαιρίας αντικαθιστά το κόστος αποθήκευσης, δηλαδή $K_c = 4$ €. Μία φάτνη που ζητείται αλλά έχει τελειώσει το απόθεμα, κοστίζει στο κατάστημα $K_u = 10 - 3 = 7$ €.

i. Η ζήτηση είναι συνεχής τ.μ. και άρα χρησιμοποιούμε τον τύπο (2.25). Παίρνουμε ότι:

$$Prob(M \leq Q^*) = \frac{7-3}{7+4} \approx 0.36364$$

Τώρα, αφού $M \sim N(100, 15^2)$ και $Z = \frac{M-100}{15} \sim N(0,1)$, κάνουμε τις απαραίτητες μετατροπές ώστε να χρησιμοποιήσουμε τους πίνακες της τυποποιημένης Κανονικής κατανομής:

$$Prob(M \leq Q^*) = Prob(100 + 15Z \leq Q^*) = Prob\left(Z \leq \frac{Q^* - 100}{15}\right) = 0.36364$$

$$\Rightarrow Prob\left(Z \leq \frac{Q^* - 100}{15}\right) = \Phi(z) = 0.36364$$

Από τους πίνακες της τυποποιημένης Κανονικής κατανομής, βρίσκουμε ότι $\Phi(z) = 0.36364$ για $z = -0.348$. Αφού $z = \frac{Q^*-100}{15}$, τότε $Q^* = 100 - 0.348 \cdot 15 = 94.78$ φάτνες. Άρα, δεδομένου ότι στην αποθήκη υπάρχουν ήδη 10 φάτνες, το κατάστημα πρέπει να παραγγείλει:

$$Q^* \approx 95 \text{ φάτνες}$$

ii. Στην δεύτερη περίπτωση η ζήτηση περιγράφεται από την ακόλουθη διακριτή κατανομή πιθανότητας:

m	70	85	100	115	130
f(m)	0.04	0.35	0.5	0.1	0.01
F(m)	0.04	0.39	0.89	0.99	1

Υπενθυμίζουμε ότι για διακριτές τ.μ. ισχύει ότι $F_M(m_n) = Prob(M \leq m_n) = \sum_{i=1}^{n} f(m_i)$. Χρησιμοποιώντας τον τύπο (2.27) έχουμε:

$$Prob(M \leq Q^* - 1) \leq 0.36364 \leq Prob(M \leq Q^* + 1) \Rightarrow$$

$$Prob(M \leq 70) \leq 0.36364 \leq Prob(M \leq 85) \Rightarrow$$

$$Q^* = 85$$

Άρα το κατάστημα πρέπει να παραγγείλει 85 φάτνες.

B) Μοντέλο με κόστος παραγγελίας

Αυτό το μοντέλο είναι το ίδιο με το προηγούμενο, με μόνη διαφορά ότι υπάρχει το κόστος για την τοποθέτηση κάθε παραγγελίας (setup cost), K. Όπως είπαμε προηγουμένως, στα μοντέλα αυτά τοποθετείται μόνο μία παραγγελία, και άρα το αναμενόμενο συνολικό κόστος θα ισούται με αυτό του προηγούμενου μοντέλου προστιθέμενο με το κόστος παραγγελίας:

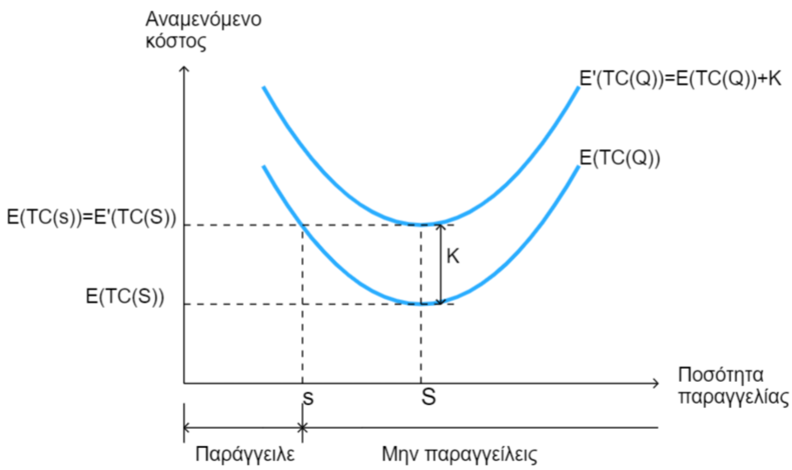
$$E'\big(TC(Q)\big) = K + P(Q - x) + K_c \int_0^Q (Q - m) f(m) dm + K_u \int_Q^\infty (m - Q) f(m) dm \qquad (2.28)$$

Να σημειωθεί ότι το αναμενόμενο συνολικό κόστος στον τύπο (2.28), το συμβολίσαμε ως τονούμενο, μιας και πρόκειται για το ίδιο με αυτό του τύπου (2.24) συν το K. Εφαρμόζοντας την διαδικασία εύρεσης ακροτάτων, η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας Q^* δίνεται και πάλι από την σχέση $Prob(M \leq Q^*) = \frac{K_u - P}{K_u + K_c}$. Επειδή το κόστος παραγγελίας είναι σταθερό, οι δύο συναρτήσεις, $E\big(TC(Q)\big)$ και $E'\big(TC(Q)\big)$, ελαχιστοποιούνται στο ίδιο σημείο, Q^*.

Για τα επόμενα, χρησιμοποιούμε τους εξής συμβολισμούς:

- $S =$ η τιμή Q^* που ελαχιστοποιεί το αναμενόμενο συνολικό κόστος $E\big(TC(Q)\big)$
- $s =$ η τιμή Q για την οποία ισχύει ότι $E\big(TC(s)\big) = E'\big(TC(S)\big) = E\big(TC(S)\big) + K,\ \ s < S$

Παρουσιάζουμε τα προηγούμενα στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 2.12: Βέλτιστη (s-S) πολιτική παραγγελίας μοντέλου μίας περιόδου με setup cost

Δεδομένου τώρα ότι υπάρχει ήδη διαθέσιμη ποσότητα αποθέματος, x, στην αποθήκη, πρέπει να αποφανθεί αν είναι οικονομικά συμφέρουσα η τοποθέτηση νέας παραγγελίας ώστε να καλυφθεί η αναμενόμενη ζήτηση, μιας και θα υπάρξει το επιπλέον κόστος παραγγελίας. Για να παρθεί η απόφαση, πρέπει να εξεταστούν οι παρακάτω περιπτώσεις:

1. $\boldsymbol{x < s}$

   Από το σχήμα 2.12 έχουμε ότι:

$$\min_{Q > x} \{E'(TC(Q))\} = E'(TC(S)) < E(TC(x))$$

   Άρα, το ελάχιστο αναμενόμενο συνολικό κόστος επιτυγχάνεται εάν τοποθετηθεί μια παραγγελία ύψους $S - x$ μονάδων.

2. $\boldsymbol{s \leq x \leq S}$

   Από το σχήμα 2.12 έχουμε ότι:

$$E(TC(x)) \leq \min_{Q > x} \{E'(TC(Q))\} = E'(TC(S))$$

   Άρα, το ελάχιστο αναμενόμενο συνολικό κόστος επιτυγχάνεται εάν δεν τοποθετηθεί νέα παραγγελία, δηλαδή $Q^* = x$.

   Μπορούμε να πετύχουμε το ίδιο αναμενόμενο συνολικό κόστος, στην περίπτωση όπου $x = s$ και $\bar{M} > x$, τοποθετώντας παραγγελία ύψους $S - x$ ώστε να μην μείνουν ανεξυπηρέτητοι πελάτες, ρισκάροντας όμως το να μείνει πλεόνασμα αποθέματος στην αποθήκη αφού περάσει η περίοδος υψηλής ζήτησης του προϊόντος.

3. $\boldsymbol{x > S}$

   Από το σχήμα 2.12 έχουμε ότι:

$$E(TC(x)) < E'(TC(Q))$$

   Άρα, το ελάχιστο αναμενόμενο συνολικό κόστος επιτυγχάνεται και πάλι όταν δεν τοποθετηθεί νέα παραγγελία, δηλαδή $Q^* = x$.

Παρατήρηση 2.3

Το συνολικό κόστος του αποθέματος που υπάρχει ήδη στην αποθήκη είναι ίσο με $E(TC(x))$. Εάν παραγγελθεί κάποια επιπλέον ποσότητα προϊόντος $Q > x$, τότε αντίστοιχο συνολικό κόστος θα είναι $E(TC(Q)) + K$.

Η βέλτιστη πολιτική διαχείρισης αποθέματος που πρέπει να ακολουθήσει κανείς στην περίπτωση ενός τέτοιου μοντέλου, αναφέρεται συνήθως ως $s - S$ πολιτική και συνοψίζεται ως έχει (Taha, 2007):

- Αν $x < s$, τότε παράγγειλε $S - x$ μονάδες.
- Αν $x \geq s$, τότε μην τοποθετήσεις νέα παραγγελία.

Παράδειγμα 2.14

Η ζήτηση ενός εποχιακού προϊόντος κατά την διάρκεια μίας περιόδου είναι ομοιόμορφη και κυμαίνεται μεταξύ 0 και 10 μονάδων. Θεωρούμε πως όλη η ζήτηση του προϊόντος πραγματοποιείται αμέσως, στην αρχή της περιόδου. Το κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος κατά την διάρκεια της περιόδου είναι ίσο με 1 € και το κόστος έλλειψης είναι ίσο με 4.50 € ανά μονάδα και ανά περίοδο. Η επιχείρηση αγοράζει το προϊόν στην τιμή των 2 € ανά μονάδα και υπάρχει ένα σταθερό setup cost για κάθε νέα παραγγελία που τοποθετείται, ίσο με 20 €. Ποια είναι η βέλτιστη πολιτική παραγγελίας για το συγκεκριμένο αγαθό;

Από τον τύπο (2.25) έχουμε ότι

$$Prob(M \leq Q^*) = \frac{4.5-2}{4.5+1} = 0.45.$$

Η ζήτηση είναι ομοιόμορφη, άρα

$$Prob(M \leq Q^*) = \int_0^{Q^*} \frac{1}{10} dm = \frac{Q^*}{10}.$$

Εξισώνοντας τις δύο προηγούμενες εξισώσεις, βρίσκουμε την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας:

$$\frac{Q^*}{10} = 0.45 \Rightarrow Q^* = S = 4.5 \text{ μονάδες}$$

Από τον τύπο (2.24), έχουμε ότι το αναμενόμενο συνολικό κόστος θα είναι

$$E\big(TC(Q)\big) = 2(Q - x) + 1 \int_0^Q (Q - m) \frac{1}{10} dm + 4.5 \int_Q^{10} (m - Q) \frac{1}{10} dm$$

$$\Rightarrow E\big(TC(Q)\big) = 2Q - 2x + 0.1Q^2 - 0.05Q^2 + 22.5 - 4.5Q + 0.225Q^2$$
$$= 0.275Q^2 - 2.5Q + 22.5 - 2x$$

Τώρα, υπολογίζουμε την τιμή s από την εξίσωση:

$$E\big(TC(s)\big) = E'\big(TC(S)\big) = E\big(TC(S)\big) + K, \ \ s < S$$

$$\Rightarrow 0.275s^2 - 2.5s + 22.5 - 2x = 0.275S^2 - 2.5S + 22.5 - 2x + 20$$

$$\Rightarrow 0.275s^2 - 2.5s = 0.275 \cdot 4.5^2 - 2.5 \cdot 4.5 + 20$$

$$\Rightarrow 0.275s^2 - 2.5s - 14.32 = 0$$

Λύνοντας, την πιο πάνω εξίσωση, προκύπτει ότι $s_1 = 13.07 > S$ και άρα απορρίπτεται αφού είναι μεγαλύτερο του S. Η δεύτερη λύση είναι $s_2 = -3.98 < 0$. Αυτή η τιμή δεν είναι εφικτή και μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $s = 0$. Άρα, η βέλτιστη πολιτική παραγγελίας για το συγκεκριμένο προϊόν είναι να μην γίνει καμία παραγγελία, μιας και πάντα θα ισχύει ότι $x \geq s = 0$. Συνήθως, καταλήγουμε σε αυτό το συμπέρασμα όταν η συνάρτηση του αναμενόμενου συνολικού κόστους είναι σχεδόν ευθεία, δηλαδή έχει μικρή κυρτότητα, ή όταν το κόστος τοποθέτησης παραγγελίας είναι αρκετά μεγαλύτερο σε σύγκριση με τα υπόλοιπα κόστη που συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο.

2.9 Απόθεμα ασφαλείας

Η διατήρηση αποθέματος ασφαλείας είναι ιδιαίτερα σημαντική στα μοντέλα με αβέβαιη ζήτηση, ώστε να αποφευχθούν οι επιπτώσεις που έρχονται με την μη εξυπηρέτηση πελατών, λόγω μεγαλύτερης ζήτησης από την αναμενόμενη. Εάν οι προβλέψεις μας για την ζήτηση αποδειχτούν σωστές, τότε το απόθεμα ασφαλείας μένει αχρησιμοποίητο.

Το επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών (service level) ορίζεται ως την πιθανότητα να μην υπάρξουν ελλείψεις κατά την διάρκεια ενός κύκλου παραγγελίας. Έτσι, ένα επίπεδο εξυπηρέτησης α%, σημαίνει ότι υπάρχει α% πιθανότητα η ζήτηση να μην ξεπεράσει το απόθεμα κατά την διάρκεια του κύκλου παραγγελίας, και πιο συγκεκριμένα κατά τον χρόνο παράδοσης/αναμονής, που είναι και η κρίσιμη περίοδος όσον αφορά τις ελλείψεις. Αυτό το α-επίπεδο εξυπηρέτησης αποτελεί μία μέθοδο καθορισμού του αποθέματος ασφαλείας και συνήθως μπορεί να αναφερθεί και ως επίπεδο εξυπηρέτησης τύπου 1 (type 1 service level).

Προφανώς, για τον καθορισμό του αποθέματος ασφαλείας θα πρέπει να είναι γνωστή και η κατανομή της ζήτησης κατά το χρονικό διάστημα όπου μπορεί να παρουσιαστεί έλλειμμα. Εάν η ζήτηση παρουσιάζει μικρές διακυμάνσεις, τότε το απόθεμα ασφαλείας μπορεί να είναι μικρό. Αντίθετα, αν η ζήτηση παρουσιάζει μεγάλες διακυμάνσεις, τότε το απόθεμα ασφαλείας θα πρέπει να είναι μεγάλο, αφού είναι πιο επίφοβο να παρουσιαστεί μεγαλύτερη ζήτηση από την αναμενόμενη.

Α) Σημείο παραγγελίας R με αβέβαιη ζήτηση

Υποθέτουμε ότι η ημερήσια ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου αναμονής είναι ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την Κανονική κατανομή και ο χρόνος παράδοσης να είναι γνωστός και σταθερός. Χρησιμοποιούμε τους εξής συμβολισμούς:

- $d =$ ημερήσια ζήτηση
- $\bar{d} =$ μέση ημερήσια ζήτηση
- $\sigma_d =$ τυπική απόκλιση της ημερήσιας ζήτησης
- $L =$ διάρκεια χρόνου παράδοσης σε ημέρες
- $Z =$ αριθμός των τυπικών αποκλίσεων της ζήτησης που αντιστοιχεί σε επίπεδο εξυπηρέτησης α%

Η μέση ζήτηση κατά την διάρκεια του χρόνου παράδοσης ισούται με $L \cdot \bar{d}$, ενώ η τυπική απόκλιση της ζήτησης κατά την διάρκεια του χρόνου παράδοσης ισούται με $\sigma^2 = L \cdot \sigma_d^2$ $\Rightarrow \sigma = \sigma_d \sqrt{L}$. Άρα, το απόθεμα ασφαλείας θα ισούται με $Z\sigma_d\sqrt{L}$.

Έτσι, το σημείο παραγγελίας με επίπεδο εξυπηρέτησης α% είναι:

$$R = L\bar{d} + Z\sigma_d\sqrt{L} \tag{2.29}$$

Β) Σημείο παραγγελίας R με αβέβαιο χρόνο παράδοσης

Τώρα, υποθέτουμε ότι η ημερήσια ζήτηση είναι σταθερή αλλά ο χρόνος παράδοσης είναι αβέβαιος. Χρησιμοποιούμε τους εξής συμβολισμούς:

- $d =$ σταθερή ημερήσια ζήτηση
- $\bar{L} =$ μέσος χρόνος παράδοσης
- $\sigma_L =$ τυπική απόκλιση του χρόνου παράδοσης
- $Z =$ αριθμός των τυπικών αποκλίσεων της ζήτησης που αντιστοιχεί σε επίπεδο εξυπηρέτησης α%

Με βάση τους παραπάνω συμβολισμούς, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της ζήτησης κατά την διάρκεια του χρόνου παράδοσης είναι $\bar{L}d$ και $\sigma_L d$ αντίστοιχα. Άρα, το απόθεμα ασφαλείας θα ισούται με $Z\sigma_L d$.

Τελικά, το σημείο παραγγελίας με επίπεδο εξυπηρέτησης α% είναι:

$$R = \bar{L}d + Z\sigma_L d \tag{2.30}$$

Γ) Σημείο παραγγελίας R με αβέβαιη ζήτηση και χρόνο παράδοσης

Εδώ, και η ζήτηση, και ο χρόνος παράδοσης είναι τυχαίες μεταβλητές. Έτσι, χρησιμοποιούμε τους εξής συμβολισμούς:

- $\bar{d} =$ μέση ημερήσια ζήτηση
- $\bar{L} =$ μέσος χρόνος παράδοσης
- $\sigma_d =$ τυπική απόκλιση της ημερήσιας ζήτησης
- $\sigma_L =$ τυπική απόκλιση του χρόνου παράδοσης
- $Z =$ αριθμός των τυπικών αποκλίσεων της ζήτησης που αντιστοιχεί σε επίπεδο εξυπηρέτησης α%

Έτσι, η μέση ζήτηση κατά την διάρκεια του χρόνου παράδοσης είναι $\bar{L}\bar{d}$, ενώ η τυπική απόκλισή της κατά τον χρόνο αυτό είναι $\sqrt{\sigma_d^2 L + \sigma_L^2 \bar{d}^2}$. Το απόθεμα ασφαλείας σε αυτή την περίπτωση θα ισούται προφανώς με $Z\sqrt{\sigma_d^2 L + \sigma_L^2 \bar{d}^2}$.

Άρα, το σημείο παραγγελίας με επίπεδο εξυπηρέτησης α% δίνεται από τον τύπο:

$$R = \bar{L}\bar{d} + Z\sqrt{\sigma_d^2 L + \sigma_L^2 \bar{d}^2} \tag{2.31}$$

Τα πιο πάνω αφορούν αποθέματα ασφαλείας μοντέλων συνεχούς ανανέωσης, όπου η ποσότητα παραγγελίας είναι σταθερή και διαφέρει ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο παραγγελιών. Στο επόμενο ισχύει το αντίστροφο, αφού αφορά μοντέλα περιοδικής ανανέωσης και άρα ο χρόνος μεταξύ δύο παραγγελιών είναι σταθερός, με την ποσότητα παραγγελίας να είναι αυτή που διαφέρει κάθε φορά.

Δ) Ποσότητα παραγγελίας Q σε σύστημα περιοδικής ανανέωσης

Στα συστήματα περιοδικής ανανέωσης υπάρχει ο κίνδυνος εξάντλησης του αποθέματος πριν να μπει η επόμενη παραγγελία. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα και να ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος όπου η επιχείρηση μένει χωρίς απόθεμα, πρέπει να αυξηθεί το ύψος του αποθέματος ασφαλείας.

Όταν ο ρυθμός της ζήτησης και ο χρόνος παράδοσης είναι σταθερός, τότε η ποσότητα αποθέματος που παραγγέλνεται, Q, ανά συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα ισούται με την οικονομικότερη ποσότητα παραγγελίας EOQ του συστήματος συνεχούς αναθεώρησης (κάτω από τις ίδιες συνθήκες) (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022).

Εάν η ζήτηση είναι αβέβαιη, τότε τα δύο μοντέλα διαφέρουν. Υποθέτουμε ότι η ημερήσια ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου αναμονής είναι ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή γνωστής κατανομής και ότι ο χρόνος παράδοσης να είναι γνωστός και σταθερός. Χρησιμοποιούμε τους εξής συμβολισμούς:

- $\bar{d}$ = μέση ημερήσια ζήτηση
- σ_d = τυπική απόκλιση της ημερήσιας ζήτησης
- L = διάρκεια χρόνου παράδοσης σε ημέρες
- t_R = δεδομένος χρόνος μεταξύ δύο παραγγελιών
- x = προϋπάρχον απόθεμα στην αποθήκη
- Z = αριθμός των τυπικών αποκλίσεων της ζήτησης που αντιστοιχεί σε επίπεδο εξυπηρέτησης α%

Εδώ, ο ολικός χρόνος που μεσολαβεί από την στιγμή που παραλαμβάνουμε την μια παραγγελία μέχρι την στιγμή που παραλαμβάνουμε την επόμενη, είναι ίσος με $t_R + L$ (δηλαδή, ισούται με το άθροισμα του χρονικού διαστήματος του κύκλου παραγγελίας και του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας). Έτσι, η μέση ζήτηση και η τυπική απόκλισή της κατά το χρονικό αυτό διάστημα θα είναι $(t_R + L)\bar{d}$ και $\sigma_d\sqrt{t_R + L}$ αντίστοιχα. Προφανώς το απόθεμα ασφαλείας ισούται με $Z\sigma_d\sqrt{t_R + L}$.

Άρα, η ποσότητα παραγγελίας για το σύστημα περιοδικής ανανέωσης, στην περίπτωση αβέβαιης ζήτησης και γνωστού χρόνου παράδοσης είναι:

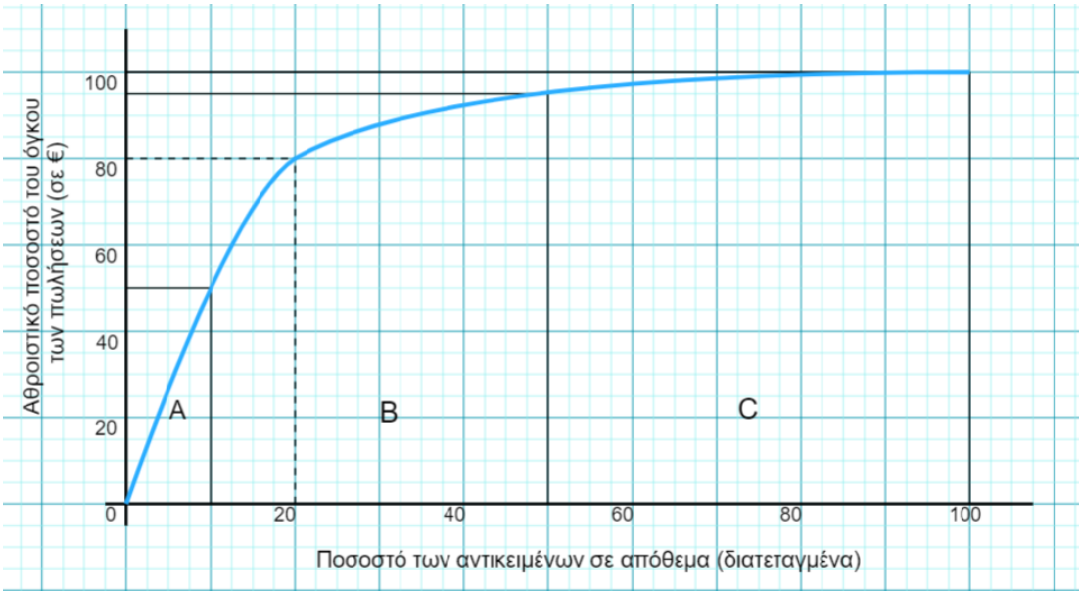
$$Q = (t_R + L)\bar{d} + Z\sigma_d\sqrt{t_R + L} - x \qquad (2.32)$$

2.10 ABC ανάλυση (ABC analysis)

Στις πλύστες περιπτώσεις, το απόθεμα μιας επιχείρησης αποτελείτε από περισσότερα του ενός είδους προϊόντα, με το απόθεμα του κάθε διαφορετικού προϊόντος να χρειάζεται τον δικό του έλεγχο και να έχει την δική του βέλτιστη πολιτική παραγγελίας. Βέβαια, δεν είναι όλα τα είδη που πωλεί μια εταιρία το ίδιο σημαντικά για αυτήν.

Η ανάλυση ABC κατατάσσει τα προϊόντα μιας εταιρίας σε 3 κατηγορίες, τις A, B και C, ανάλογα με το τί μας ενδιαφέρει να μετρήσουμε σε κάθε περίπτωση. Η σύγκριση των προϊόντων μπορεί να γίνει για παράδειγμα με βάση τα κέρδη από τις πωλήσεις κάθε προϊόντος, τον όγκο των πωλήσεων κάθε προϊόντος σε τεμάχια ή και σε € κ.τ.λ. Προφανώς, τα αποτελέσματα της ABC analysis, μπορούν να οδηγήσουν στην καλύτερη διαχείριση των αποθεμάτων της εταιρίας. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί εστιάζοντας στα σπουδαιότερα προϊόντα (κατηγορία Α) και δίνοντας μικρότερη βαρύτητα στα προϊόντα μικρότερης σημασίας (κατηγορία Β) ή ακόμα και μηδενική προσοχή στα πιο ασήμαντα προϊόντα (κατηγορία C), με βάση το μέτρο σημαντικότητας γύρω από το οποίο διεξάχθηκε η ανάλυση. Ανάλογα με την περίσταση ο manager της επιχείρησης, ίσως χρειαστεί να προβεί στις ακριβώς αντίθετες από το αναμενόμενο αποφάσεις, ενισχύοντας τα προϊόντα με τις χαμηλότερες επιδόσεις (Κολέτσος & Στογιάννης, Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, 2022).

Στο σχήμα 2.13 φαίνεται μια τυπική ABC καμπύλη, όταν το μέτρο σημαντικότητας με το οποίο διαχωρίζονται τα προϊόντα είναι η αξία των πωλήσεών τους σε €. Αρχικά, κατατάσσονται τα προϊόντα του αποθέματος με βάση την αξία των πωλήσεών τους κατά φθίνουσα σειρά. Στη συνέχεια υπολογίζονται οι αθροιστικές πωλήσεις και στο τέλος γίνεται το γράφημα του αθροιστικού ποσοστού των πωλήσεων σε σχέση με το ποσοστό του αποθέματος το οποίο αντιπροσωπεύουν. Στο σχήμα 2.13 φαίνεται ο γνωστός κανόνας του “20%-80%”, όπου το 20% των σημαντικότερων προϊόντων είναι υπεύθυνο για το 80% της αξίας των πωλήσεων περίπου.



Σχήμα 2.13: Τυπική καμπύλη μιας ανάλυσης ABC

Η μορφή αυτής της καμπύλης είναι σχεδόν πάντα η ίδια, εκτός από την πολύ σπάνια περίπτωση όπου τα διάφορα είδη που αποτελούν το απόθεμα έχουν όλα τον ίδιο όγκο πωλήσεων.

Αφού διαταχτούν τα προϊόντα σε φθίνουσα σειρά σύμφωνα με το μέτρο σημαντικότητας που επιλέγεται, και αφότου γίνει η άθροιση ώστε να πάρουμε την καμπύλη, χωρίζουμε την καμπύλη σε τρείς διακριτές περιοχές ως έχει:

1. **Κατηγορία Α:** τα καλύτερα προϊόντα, τα οποία πετυχαίνουν το 50% των συνολικών πωλήσεων.

2. **Κατηγορία C:** το 50% των διαφορετικών προϊόντων, τα οποία πετυχαίνουν τα χειρότερα αποτελέσματα από πλευράς πωλήσεων.

3. **Κατηγορία Β:** όλα τα προϊόντα που βρίσκονται μεταξύ των δύο προηγούμενων κατηγοριών.

Το τελευταίο προϊόν της κατηγορίας A είναι εκείνο που αποφέρει αθροιστικές πωλήσεις ίσες με το 50% των συνολικών πωλήσεων. Έστω ότι οι πωλήσεις του συγκεκριμένου είναι x €, τότε τα προϊόντα τύπου A είναι όλα αυτά που έχουν πετύχει πωλήσεις μεγαλύτερες ή ίσες των x €. Αντίστοιχα, το τελευταίο αντικείμενο της κατηγορίας B είναι εκείνο που αντιστοιχεί στο 50% των διαφορετικών, και πιο σημαντικών, αντικειμένων στο απόθεμα. Έστω ότι οι πωλήσεις αυτού του αντικειμένου ήταν y €, τότε τα προϊόντα τύπου B είναι αυτά που έχουν πετύχει πωλήσεις των y € και πάνω, αλλά κάτω των x €. Τέλος, στην κατηγορία C ανήκουν όλα τα προϊόντα με πωλήσεις κάτω των y €, και το τελευταίο αντικείμενο τύπου C είναι εκείνο που έχει πετύχει τις χειρότερες πωλήσεις.

Αποδεικνύεται στην πράξη πως οι τεχνικές του έλεγχου αποθεμάτων πρέπει να εφαρμόζονται στα προϊόντα της κατηγορίας A, τα οποία είναι και τα πιο κερδοφόρα ενώ παράλληλα αποτελούν μικρό ποσοστό των διαφορετικών προϊόντων μιας επιχείρησης.

Όταν πρόκειται να εφαρμόσουμε μία ABC ανάλυση πρέπει να έχουμε δύο θέματα κατά νου. Το πρώτο έχει να κάνει με την επιλογή του σωστού μέτρου σημαντικότητας. Για την διευκόλυνση στην εφαρμογή της ανάλυσης, τις περισσότερες φορές επιλέγεται ο όγκος των πωλήσεων σε € ως ο παράγοντας σύγκρισης των προϊόντων, ενώ θα ήταν πιο εύλογο να χρησιμοποιηθούν τα κέρδη που αποφέρει το κάθε προϊόν. Το δεύτερο πρόβλημα αφορά κυρίως τα είδη που ανήκουν στην κατηγορία C. Ένα αντικείμενο χαμηλού κόστους και συνεπώς μικρού όγκου πωλήσεων σε €, μπορεί εύκολα να καταταγεί σε αυτή την κατηγορία, ασχέτως του πόσα τεμάχια πωλούνται και των κερδών που φέρνει στην επιχείρηση. Έτσι, τα αντικείμενα τύπου C θα πρέπει να εξεταστούν περαιτέρω, ως προς άλλες παραμέτρους, και να τους αποδίδεται η φροντίδα και προσοχή που τους αρμόζει.

Η μελέτη μπορεί να εφαρμοστεί και σε ένα δείγμα των διάφορων ειδών που απαρτίζουν το συνολικό απόθεμα της εταιρίας. Η καμπύλη που θα δημιουργηθεί, προφανώς δεν θα είναι απόλυτα ακριβής, αλλά θα είναι τόσο ικανοποιητική, όσο να μπορέσει να βοηθήσει στην λήψη κάποιων αποφάσεων. Τονίζεται όμως η σημαντικότητα της τυχαίας επιλογής του δείγματος των προϊόντων που θα χρησιμοποιηθούν για την εφαρμογή της μεθόδου, ώστε να εξασφαλίζεται η αντιπροσωπευτικότητα όλου του αποθέματος στα αποτελέσματα. Η χρήση ενός τυχαίου δείγματος διευκολύνει την διαδικασία πραγματοποίησης της μεθόδου και συνήθως επιλέγεται ένα δείγμα από το 10% ή ακόμα και το 20% των προϊόντων της εταιρίας.

Κεφάλαιο 3: Μελέτη σε πραγματικά δεδομένα

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα εφαρμόσουμε την θεωρία του έλεγχου αποθεμάτων που έχουμε παραθέσει προηγουμένως, σε πραγματικά δεδομένα μιας επιχείρησης. Αρχικά, θα κάνουμε μία ABC ανάλυση χρησιμοποιώντας τις ετήσιες πωλήσεις ώστε να βρούμε τα καλύτερα προϊόντα της εταιρίας. Ακολούθως, θα χρησιμοποιήσουμε ένα μοντέλο EOQ για τα προϊόντα της κατηγορίας Α, που θα αποσκοπεί στην βελτιστοποίηση της πολιτικής των παραγγελιών τους.

Η εταιρία με την οποία γίνεται η συνεργασία είναι η Domoline LTD., η οποία είναι μία μικρομεσαία εισαγωγική επιχείρηση εξειδικευμένων υλικών οικοδομής. Η Domoline εδράζεται στην Λευκωσία της Κύπρου και ιδρύθηκε τον Οκτώβριο του 2007.

3.2 ABC ανάλυση με πραγματικά δεδομένα

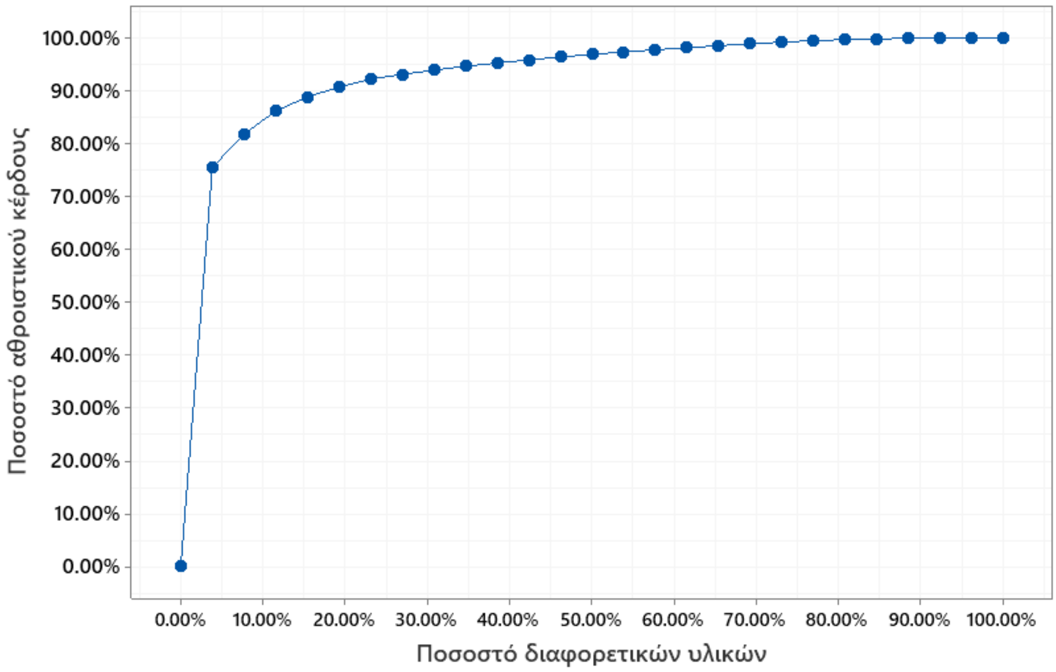
Ως μέτρο σημαντικότητας στην ανάλυσή μας, θα χρησιμοποιήσουμε το ετήσιο οικονομικό κέρδος κάθε υλικού. Η επιχείρηση έχει γύρω στα 250 διαφορετικά είδη προϊόντων και γι' αυτό τον λόγω επιλέχτηκαν, τυχαία, κάποια υλικά από κάθε κατηγορία (τύπο υλικού), με εξαίρεση το Penetron Admix, το οποίο ισχυρίζεται ο ιδιοκτήτης της εταιρίας ότι είναι "όλη του η δουλειά". Αφού πλέον πήραμε το δείγμα μας, το οποίο αντιστοιχεί περίπου στο 10% των διαφορετικών προϊόντων που πωλεί η εταιρία, χρησιμοποιούμε τον συνολικό όγκο των πωλήσεων και το συνολικό κόστος κάθε υλικού σε ευρώ, για το έτος 2022, ώστε να βρούμε το ετήσιο κέρδος ανά υλικό. Στη συνέχεια ταξινομούμε τα υλικά σε φθίνουσα σειρά με βάση το κέρδος τους και υπολογίζουμε το αθροιστικό ποσοστό του κέρδους για κάθε υλικό. Όλα αυτά γίνονται με χρήση του προγράμματος MS Excel και τα αποτελέσματα φαίνονται στην ακόλουθη εικόνα.

ABC Analysis								
A/A	Όνομα υλικού	Ποσοστό διαφορετικών υλικών	Πωλήσεις (€)	Κόστος (€)	Κέρδος (€)	Αθροιστικό κέρδος (€)	Ποσοστό αθροιστικού κέρδους	Κατηγορία
1	PENETRON ADMIX (18KG)	3.85%	1212123	846387	365736	365736	75.45%	A
2	PENETRON ADMIX SOLUBLE BAGS - 3kg	7.69%	83168	52765	30403	396139	81.72%	
3	PENEBAR SW45 RAPID A (19x25x5)	11.54%	67608	46365	21243	417382	86.10%	
4	GENERAL MEMBRANE COLUMBA P160 -5C 4.5KG/M2 WH	15.38%	89100	76261	12839	430221	88.75%	
5	PENECRETE MORTAR (22.68KG)	19.23%	22761	13741	9020	439241	90.61%	
6	PENETRON (22.68kg)	23.08%	22329	14894	7435	446676	92.14%	
7	WINKLER ISOBITOL (20kg)	26.92%	12276	8099	4177	450853	93.01%	B
8	DAST DW CONEXION 99 WHITE EP (25kg	30.77%	14670	10848	3822	454675	93.79%	
9	DECORTEX 1mm FULL WHITE 25kg	34.62%	14227	10527	3700	458375	94.56%	
10	WINKLER WR07-FIBROWIN TIXOTROPICA (25kg	38.46%	8779	5847	2932	461307	95.16%	
11	DAST BETON CONTACT RED BROWN (20kg)	42.31%	6787	4007	2780	464087	95.74%	
12	WF03-WINTOSAN -25K	46.15%	7886	5179	2707	466794	96.29%	
13	WINKLER WINGRIP EVO GREY 20k	50.00%	6658	4268	2390	469184	96.79%	
14	WINKLER 2021 WHITE (20kg)	53.85%	7559	5346	2213	471397	97.24%	
15	DAST DW CONEXION 77 WHITE EP (25kg)	57.69%	6712	4697	2015	473412	97.66%	
16	WINKLER 2021 FIBER WHITE 20KG	61.54%	6472	4537	1935	475347	98.06%	
17	PENETRON NPT U-SEAL 500 GREY (600cc	65.38%	2960	1195	1765	477112	98.42%	
18	EXOCEM G2 (25kg	69.23%	6697	4970	1727	478839	98.78%	
19	WINKLER ECOIMPRIMER 18kg	73.08%	4653	3022	1631	480470	99.11%	
20	REDNET E-160 PLUS (3.7X4.0mm) 1X50m	76.92%	8471	7182	1289	481759	99.38%	C
21	WINKLER WINGUM P (20KG)	80.77%	3890	2886	1004	482763	99.59%	
22	SINTECNO P103(4kg) (A+B)	84.62%	3020	2397	623	483386	99.72%	
23	WINKLER ECOIMPRIMER 180kg	88.46%	1341	867	474	483860	99.81%	
24	KLB EP 216 RAL 7040 (30kg	92.31%	1055	638	417	484277	99.90%	
25	SINTECNO P103(1kg	96.15%	973	704	269	484546	99.96%	
26	SINTECNO SINPAST J/A(1kg)	100.00%	780	564	216	484762	100.00%	
				Συνολικό κέρδος (€)	484762			

Εικόνα 3.1: Δεδομένα και αποτελέσματα της ανάλυσης ABC

Η κατηγορία A συμπεριλαμβάνει τα υλικά τα οποία πετυχαίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα. Στην περίπτωσή μας, μόλις ένα υλικό βρίσκεται σε αυτή την κατηγορία, διότι μόνο του, πετυχαίνει το 75.45% των συνολικών ετήσιων κερδών. Η κατηγορία C συμπεριλαμβάνει το 50% των διαφορετικών υλικών τα οποία πετυχαίνουν τα χειρότερα αποτελέσματα, ενώ η B συμπεριλαμβάνει τα υλικά που δεν ανήκουν σε καμία από τις δύο προηγούμενες κατηγορίες.

Έπειτα, δημιουργούμε την γραφική παράσταση του ποσοστού των αθροιστικών κερδών σε συναρτήσει του ποσοστού των διαφορετικών ειδών στο απόθεμα, με χρήση του προγράμματος Minitab.



Σχήμα 3.1: Η ABC καμπύλη της μελέτης μας

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η ABC καμπύλη του σχήματος 3.1 είναι παρόμοια με αυτήν του σχήματος 2.13. Βέβαια, είναι εμφανής η μεγάλη διαφορά που παρουσιάζεται στην αρχή της δικής μας καμπύλης (αυτήν του τελευταίου σχήματος), η οποία είναι αποτέλεσμα του προϊόντος της κατηγορίας A, Penetron Admix – 18 kg, που όπως είδαμε και προηγουμένως, ενώ είναι μόνο το ένα από τα εικοσιέξι διαφορετικά είδη του αποθέματος στο δείγμα, είναι υπεύθυνο για το 75.45% των κερδών.

Τα αποτελέσματα της μελέτης δεν ξάφνιασαν την διοίκηση της Domoline. Περίμεναν ότι το Penetron Admix θα είναι το υλικό με την καλύτερη επίδοση, ασχέτως του ποιου μέτρου σημαντικότητας και να χρησιμοποιούσαμε (π.χ. όγκος πωλήσεων σε € ή μονάδες προϊόντος που πωλήθηκαν). Βέβαια, τους έπιασε εξ απροόπτου το γεγονός ότι τα υπόλοιπα υλικά, σε σύγκριση με αυτό της κατηγορίας A, είχαν τόση μικρή συνεισφορά στα συνολικά κέρδη. Αυτό μπορούμε να το δούμε αφαιρώντας το ποσοστό αθροιστικών κερδών του 4^{ου} υλικού, για παράδειγμα, με αυτό του 3^{ου} υλικού. Έτσι παίρνουμε το ποσοστό κέρδους του 4^{ου} υλικού, που ήταν μόλις 2.65%. Μπορούμε να φτάσουμε στο ίδιο αποτέλεσμα διαιρώντας τα κέρδη του 4^{ου} υλικού με τα συνολικά κέρδη, και πολλαπλασιάζοντας με το 100 για να μετατραπεί σε ποσοστό.

Αξίζει να αναφέρουμε πως με βάση τα στοιχεία που μας δόθηκαν από την εταιρία, εάν το μέτρο σημαντικότητας της ABC ανάλυσης ήταν ο όγκος των πωλήσεων κάθε υλικού σε μονάδες προϊόντος, τότε θα φαινόταν ότι εν τέλει, πολλά από τα υλικά δεν είναι ασήμαντα για την επιχείρηση, αφού έχουν μεγάλη ζήτηση από τους πελάτες.

Το Penetron Admix είναι σύστημα υδατοστεγανοποίησης. Είναι σε μορφή τσιμεντένιας σκόνης και προστίθεται στο σκυρόδεμα ως πρόσμικτο. Με την μέθοδο της κρυσταλλοποίησης καταφέρνει να ενδυναμώνει το σκυρόδεμα και να το προστατεύει από το νερό. Είναι το πρώτο υλικό του τύπου του που ήρθε στον χώρο της κατασκευαστικής στην Κύπρο, και μετά από ορθές στρατηγικές μάρκετινγκ έχει παραμείνει στην πρώτη θέση, όσον αφορά την προτίμηση των εργολάβων.

Τέλος, αφού έχουμε πάρει τα αποτελέσματα της ABC ανάλυσης, στην επόμενη παράγραφο θα εφαρμόσουμε ένα μοντέλο EOQ για το προϊόν της κατηγορίας Α, με σκοπό την καλυτέρευση της διαδικασίας παραγγελίας του.

3.3 Μοντέλο EOQ για το υλικό με τα περισσότερα ετήσια κέρδη

Αρχικά θα ξεκινήσουμε προσδιορίζοντας το είδος της ζήτησης. Θεωρούμε ως μία περίοδο να είναι κάθε έτος. Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που μας δίνει η εταιρία όσον αφορά την ζήτηση του Penetron Admix – 18 kg, για τα έτη 2019, 2020, 2021 και 2022, και εφαρμόζουμε την διαδικασία της παραγράφου 2.7.10. Οι υπολογισμοί φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Όνομα υλικού	Έτος				Αποτελέσματα		
PENETRON ADMIX (18KG)	2019	2020	2021	2022	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	CV(D)
Ποσότητα	13098	13993	14725	14697	14128	765.7882105	0.05 < 0.20

Πίνακας 3.1

Πιο πάνω, η τυπική απόκλιση υπολογίστηκε με χρήση της Excel. Υπολογίζοντάς την με την μέθοδο της παραγράφου 2.7.10, δεν αλλάζουν τα αποτελέσματα:

$$\overline{D} = \frac{1}{4}(13098 + 13993 + 14725 + 14697) = 14128.25$$

$$\hat{\sigma}_D^2 = \frac{1}{4}(13098^2 + 13993^2 + 14725^2 + 14697^2) - 14128.25^2 = 439823.6875$$

$$\Rightarrow \hat{\sigma}_D = 663.192$$

$$\Rightarrow CV(D) = \frac{663.192}{14128.25} = 0.05 < 0.20$$

Επειδή ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι μικρότερος του 20%, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ετήσια ζήτηση είναι γνωστή, παρόλο που η τυπική απόκλιση είναι τόσο μεγάλη. Βέβαια, αφού παρατηρείται ανοδική πορεία στις πωλήσεις του υλικού σε μονάδες προϊόντος, θα μπορούσαμε να εκτιμήσουμε την ζήτηση να είναι λίγο μεγαλύτερη από αυτήν του 2021. Άρα, έστω ότι η ετήσια ζήτηση είναι 15000 σάκοι.

Παρόλο που η ζήτησή μας είναι γνωστή, δεν είναι σταθερή, διότι εξαρτάται από το πότε γίνονται τα διάφορα κατασκευαστικά έργα στον Κυπριακό χώρο, και από το μέγεθος των έργων αυτών. Αυτό φαίνεται και από τα δεδομένα των μηνιαίων πωλήσεων που μας δίνει η εταιρία, στον πίνακα 3.2. Να σημειωθεί πως στις μηνιαίες πωλήσεις δεν συμπεριλαμβάνονται υλικά τα οποία δεν πουλήθηκαν σε πελάτες, αλλά χρησιμοποιήθηκαν από το συνεργείο της εταιρίας σε έργα που ανέλαβε η ίδια. Αυτό όμως το εμπόρευμα, έχει συμπεριληφθεί στις συνολικές ετήσιες πωλήσεις.

Item Comparative Sales Report

DOMOLINE LTD															
												Date	:	02/02/2024	
Account From:												Time	:	04:59:08	
Account To:															
Period:	12	Comparison Years:	2021	, 2020	, 2019	Show:	Qty/SalesAmount/Cost		Items Active: Active:	Both	ms Obsolete:	Both	Store Class:	Normal	Deduct Allocated:
Item	Description				Supplier			Launch Date	Cycle	Part No		On Order		On Hand	
	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec	Total	Avg. Mvm	SLTime
10050015	PENETRON ADMIX (18KG)							01/01/2010							
Year:	2019														
Qty:	596	592	700	989	893	1379	1864	826	1095	1322	1952	890	13098	1091.50	
Year:	2020														
Qty:	832	1267	870	0	1835	1182	1292	532	2450	1363	1318	1052	13993	1166.08	
Year:	2021														
Qty:	1178	1593	1616	1358	933	1297	1045	892	1277	1283	1314	939	14725	1227.08	1.09
Year:	2022														
Qty:	838	1328	1665	1057	1208	1174	1120	756	1015	1397	1424	1715	14697	1224.75	

Πίνακας 3.2: Στοιχεία πωλήσεων όπως δόθηκαν από την εταιρία

Η Domoline έχει δύο προμηθευτές για το συγκεκριμένο υλικό. Ο ένας είναι η Penetron, που εδράζεται στην Αμερική, και ο άλλος είναι η θυγατρική της εταιρία, η Penetron Hellas, με έδρα προφανώς την Ελλάδα. Από την αμερικανική εταιρία, το προϊόν αγοράζεται στην τιμή των $P_1 = 49.00\,€\,\text{ανά σάκο}$, με τον χρόνο παράδοσης να είναι $L_1 = 2.5\,\text{μήνες} \approx 11\,\text{εβδομάδες}$. Επιπλέον, αν το εμπόρευμα έρθει από Αμερική, τότε το κόστος παραγγελίας λόγω μεταφορικών και φόρου εισαγωγής προϊόντος εκτός Ευρωπαϊκής Ένωσης είναι $K_1 = 1558.22\,€$, κατά μέσο όρο. Η ελληνική εταιρία προσφέρει το υλικό στην τιμή των $P_2 = 68.11\,€\,\text{ανά σάκο}$ και το κόστος παραγγελίας λόγω μεταφορικών είναι $K_2 = 401.04\,€$, κατά μέσο όρο, αλλά ο χρόνος παράδοσης είναι $L_2 = 1.5\,\text{εβδομάδα}$. Το κόστος αποθήκευσης είναι και στις δύο περιπτώσεις το ίδιο, και ισούται με $K_c = 5.19\,€\,\text{ανά σάκο}$.

Για τον λόγο, της γνωστής μεν, αλλά μη σταθερής ζήτησης δε, θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο της παραγράφου 2.8.1 και θα αντιστοιχίσουμε το πρόβλημά μας με αυτό του παραδείγματος 2.12. Το κόστος έλλειψης μίας μονάδας προϊόντος υπολογίζεται να είναι ίσο με $K_u = 15\,€$ (είναι λίγο πιο χαμηλό από το κέρδος που βγάζει η Domoline κατά την αγορά μιας μονάδας προϊόντος από πελάτη, μιας και πολλοί εργολάβοι δεν αγοράζουν κάποιο άλλο υλικό του ίδιου τύπου από άλλον ανταγωνιστή και περιμένουν μέχρι να έρθει πίσω σε stock το υλικό). Υποθέτουμε ότι η ζήτηση του προϊόντος κατά την διάρκεια του χρόνο παράδοσης ακολουθεί την Κανονική κατανομή. Η υπόθεση αυτή μπορεί να γίνει διότι κάθε χρονιά, οι περισσότεροι μήνες του έτους, έχουν πωλήσεις κοντά στον μηνιαίο μέσο όρο των πωλήσεων (στήλη Average Movement, Avg. Mvm, του πίνακα 3.2), αν λάβουμε υπόψη και την τυπική απόκλιση ($\sigma_{Monthly} = \frac{663.192}{\sqrt{12}} \approx 191$ σάκοι).

Η εβδομαδιαία μέση τιμή της ζήτησης είναι $\overline{M} = \frac{15000\,\frac{\text{σάκοι}}{\text{έτος}}}{52\,\frac{\text{εβδομάδες}}{\text{έτος}}} \approx 288\,\text{σάκοι}$ και η εβδομαδιαία τυπική απόκλιση είναι $\sigma^2_{Annual} = 52 \cdot \sigma^2_{Weekly} \Rightarrow \sigma_W = \frac{663.192}{\sqrt{52}} \approx 92\,\text{σάκοι}$. Με βάση τα προηγούμενα υπολογίζουμε τις μέσες τιμές της ζήτησης κατά την διάρκεια των δύο διαφορετικών χρόνων παράδοσης. Έτσι έχουμε ότι $\overline{M}_1 = 11 \cdot \overline{M} = 3168\,\text{σάκοι}$ και $\overline{M}_2 = 1.5 \cdot \overline{M} = 432\,\text{σάκοι}$, όταν οι χρόνοι παράδοσης είναι 11 και 1.5 εβδομάδες αντίστοιχα. Η τυπική απόκλιση για το διάστημα των 11 εβδομάδων είναι $\sigma_1 = \sqrt{11} \cdot \sigma_W \approx$

305 σάκοι, ενώ για το διάστημα της 1.5 εβδομάδας είναι $\sigma_2 = \sqrt{1.5} \cdot \sigma_W \approx 113$ σάκοι. Άρα, η κατανομή που ακολουθεί η ζήτηση κατά την διάρκεια του χρόνου παράδοσης σε αυτές τις δύο περιπτώσεις είναι $N_1(3168, 305^2)$ και $N_2(432, 113^2)$ αντίστοιχα.

Συνοψίζοντας, έχουμε τα εξής δεδομένα:

- $D = 15000$ σάκοι (ετήσια ζήτηση)
- $K_1 = 1558.22$ € και $K_2 = 401.04$ € (κόστος παραγγελίας)
- $K_c = 5.19$ € (κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος)
- $K_u = 15$ € (κόστος έλλειψης μιας μονάδας προϊόντος)
- $P_1 = 49.00$ € και $P_2 = 68.11$ € (τιμή αγοράς μιας μονάδας προϊόντος)
- $L_1 = 11$ εβδομάδες και $L_2 = 1.5$ εβδομάδα (χρόνος παράδοσης παραγγελίας)
- $M_1 \sim N(3168, 305^2)$ και $M_2 \sim N(432, 113^2)$ (συνεχής τυχαία μεταβλητή που εκφράζει την ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης)

Το ζητούμενο είναι να ελαχιστοποιήσουμε το συνολικό ετήσιο κόστος της Domoline, όσον αφορά τις παραγγελίες του Penetron Admix (18 kg), βελτιστοποιώντας την πολιτική παραγγελίας του υλικού, καθορίζοντας από ποιον προμηθευτή την συμφέρει να παραγγέλνει και βρίσκοντας τις ποσότητες:

- *Q* (βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας)
- *R* (βέλτιστο σημείο παραγγελίας)

Θα υπολογίσουμε ξεχωριστά τις δύο πιο πάνω ποσότητες για αρχή, αφού όπως είδαμε και μέσα από το παράδειγμα 2.12, οι διαφορές με τα αποτελέσματα που θα παίρναμε αν τα υπολογίζαμε με την ακριβή διαδικασία, όπου η μία ποσότητα εξαρτάται από την άλλη, είναι μηδαμινές. Αφού βρούμε ποιον από τους δύο προμηθευτές συμφέρει την επιχείρηση να παραγγέλνει, τότε θα εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο των διαδοχικών προσεγγίσεων των Hadley και Whitin, ώστε να βρούμε τα βέλτιστα αποτελέσματα.

Στο μοντέλο συνεχούς ανανέωσης, για αβέβαιη ζήτηση, χρησιμοποιούσαμε τον τύπο (2.23) για την συνάρτηση συνολικού κόστους:

$$TC(Q,R) = \frac{D}{Q}K + \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M})\right)K_c + K_u \frac{D}{Q}\sigma_M L(z)$$

Στην περίπτωση αυτού του προβλήματος, για τον υπολογισμό του συνολικού κόστους, θα λάβουμε υπόψη μας και την τιμή αγοράς του προϊόντος. Έτσι, η τελική συνάρτηση θα είναι:

$$TC(Q,R) = \frac{D}{Q}K + \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M})\right)K_c + K_u \frac{D}{Q}\sigma_M L(z) + P \cdot D \tag{3.1}$$

Τα τελικά αποτελέσματα των *Q* και *R* δεν αλλάζουν, αφού παραγωγίζοντας το συνολικό κόστος της εξίσωσης (3.1) ως προς *Q* και ως προς *R*, παίρνουμε τις ίδιες παραγώγους με αυτές της παραγράφου 2.8.1, και άρα τα ίδια στάσιμα σημεία.

Ξεκινάμε υπολογίζοντας τις αρχικές εκτιμήσεις της βέλτιστης ποσότητας και σημείου παραγγελίας από τον τύπο (2.2) και ακολουθώντας τα βήματα εύρεσης του *R* αντίστοιχα:

$$Q = \sqrt{\frac{2KD}{K_c}} \Rightarrow$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2K_1D}{K_c}} \approx 3001 \text{ σάκοι} \quad \text{και} \quad Q_2 = \sqrt{\frac{2K_2D}{K_c}} \approx 1523 \text{ σάκοι}$$

$$F(R) = 1 - \frac{QK_c}{DK_u} \Rightarrow F_1(R) = 0.93078 \quad \text{και} \quad F_2(R) = 0.96487 \Rightarrow$$

$$\Phi(z_1) = 0.93078 \;\Rightarrow\; z_1 = 1.48163 \quad \text{και} \quad \Phi(z_2) = 0.96487 \;\Rightarrow\; z_2 = 1.81023 \Rightarrow$$

$$R = \bar{M} + z_0\sigma_M \Rightarrow$$

$$R_1 = \bar{M}_1 + z_1\sigma_1 \approx 3620 \text{ σάκοι} \quad \text{και} \quad R_2 = \bar{M}_2 + z_2\sigma_2 \approx 637 \text{ σάκοι}$$

Άρα, τα ζεύγη των βέλτιστων ποσοτήτων και σημείων παραγγελίας, για τους δύο προμηθευτές είναι:

$$Q_1 = 3001 \text{ με } R_1 = 3620 \quad \text{και} \quad Q_2 = 1523 \text{ με } R_2 = 637$$

Υπενθυμίζουμε πως το γεγονός ότι το R_1 είναι μεγαλύτερο από το Q_1, δεν μας πειράζει (βλέπε παρατήρηση 2.2). Προχωράμε υπολογίζοντας το συνολικό κόστος μέσω του τύπου (3.1) και χρησιμοποιώντας τις πιο πάνω εκτιμήσεις:

$$\begin{aligned} TC_1(3001,3620) &= \frac{15000}{3001}1558.22 + \left(\frac{3001}{2} + (3620 - 3168)\right)5.19 \\ &\quad + 15\frac{15000}{3001}305L(1.48163) + 49 \cdot 15000 \\ &= 753{,}630.87 \text{ €} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} TC_2(1523,637) &= \frac{15000}{1523}401.04 + \left(\frac{1523}{2} + (637 - 432)\right)5.19 \\ &\quad + 15\frac{15000}{1523}113L(1.81023) + 68.11 \cdot 15000 \\ &= 1{,}030{,}844.68 \text{ €} \end{aligned}$$

Αφού, $TC_1(3001,3620) < TC_2(1523,637)$, προφανώς συμφέρει στην Domoline να παραγγέλνει το Penetron Admix (18 kg) από τον κατασκευαστή, δηλαδή την αμερικανική εταιρία Penetron. Αυτό θα μπορούσαμε να το δούμε και διαισθητικά, μιας και το κόστος αποθήκευσης είναι και στις δύο περιπτώσεις μικρό σε σχέση με την αξία του υλικού και σταθερό, ενώ η διαφορά στο κόστος του υλικού είναι αρκετά μεγάλη ($68.11 - 49 = 19.11$ €).

Τώρα θα υπολογίσουμε τις ακριβές βέλτιστες ποσότητες των Q και R, μέσω του ψευδοκώδικα που γράψαμε για τον αλγόριθμο διαδοχικών προσεγγίσεων των Hadley και Whitin. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 3.3.

i	Q_i	R_i	Q_{opt}	R_{opt}	$Q_{opt} = -1$	$R_i \approx R_{i-1}$
0	3001	0	-1	-	-	-
1	3134.78	3620	-1	-	T	F
2	3141.1	3612.93	-1	-	T	F
3	-	3612.6	3141.1	3612.6	T	T
4	-	-	-	-	F	-

Πίνακας 3.3

Τα τελικά αποτελέσματα λοιπόν, είναι

$$Q = 3141 \quad \text{και} \quad R = 3613,$$

με το ετήσιο συνολικό κόστος να είναι ίσο με

$$\begin{aligned} TC(3141{,}3613) &= \frac{15000}{3141}1558.22 + \left(\frac{3141}{2} + (3613 - 3168)\right)5.19 \\ &\quad + 15\frac{15000}{3141}305L(1.45771) + 49 \cdot 15000 \\ &= 753{,}611.87 \text{ €}. \end{aligned}$$

Παρατηρούμε πως με την βέλτιστη ποσότητα και το βέλτιστο σημείο παραγγελίας από τον αλγόριθμο των διαδοχικών προσεγγίσεων, γλυτώνουμε μόλις $753{,}630.87 - 753{,}611.87 = 19$ €. Δηλαδή η διαφορά είναι αμελητέα.

Συνοψίζοντας, η Domoline πετυχαίνει ελαχιστοποίηση του ετήσιου συνολικού κόστους, όσον αφορά το Penetron Admix (18 kg), τοποθετώντας παραγγελίες μεγέθους 3141 σάκων κάθε φορά που το απόθεμα φτάσει τους 3613 σάκους. Οι παραγγελίες πρέπει να έρχονται απευθείας από τον κατασκευαστή, δηλαδή την αμερικανική εταιρία Penetron. Τέλος, πρέπει να διατηρείται απόθεμα ασφαλείας του ύψους των $3613 - 3168 = 445$ σάκων. Να αναφέρουμε πως δεν μας πειράζει το γεγονός ότι μπορεί να μείνει υλικό αχρησιμοποίητο αρκετό χρονικό διάστημα στην αποθήκη, λόγω του μεγάλου μεγέθους της παραγγελίας, διότι ο χρόνος ζωής του υλικού είναι 2 χρόνια. Έτσι, δεν υπάρχει φόβος αλλοίωσης του προϊόντος.

3.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων με τρέχουσα πολιτική παραγγελίας

Η τρέχων πολιτική παραγγελίας της Domoline, είναι να βάζει παραγγελίες των 1100 σάκων, όσον αφορά το Penetron Admix (18 kg), στον κατασκευαστή. Οι παραγγελίες μπαίνουν όταν κρίνει ο ιδιοκτήτης της εταιρίας ότι το απόθεμα έχει φτάσει σε χαμηλό επίπεδο, ανάλογα με τα έργα που γίνονται και την δουλειά που περιμένουν. Σε περιπτώσεις έκτατης ανάγκης περισσότερου υλικού, τοποθετούνται παραγγελίες στον προμηθευτή από Ελλάδα, λόγω του μικρού χρόνου παράδοσης.

Ο λόγος που η εταιρία διατηρεί αυτή την πολιτική παραγγελίας είναι ώστε να υπάρχει αρκετός αποθηκευτικός χώρος για όλα τα υλικά που προσφέρει, και το μεγάλο κεφάλαιο που θα χρειαζόταν για να μπει μια παραγγελία σχεδόν τριπλάσιου μεγέθους από το σύνηθες. Βέβαια, οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός ποσότητας παραγγελίας, σημείου παραγγελίας και προμηθευτή, από αυτά που υπολογίσαμε, προφανώς ανεβάζει το ετήσιο συνολικό κόστος προς τα πάνω.

Εδώ έρχεται να μπει η ανάλυση ABC που εφαρμόσαμε στην παράγραφο 3.2. Όπως είδαμε, πολλά υλικά είναι ασήμαντα για την εταιρία, τουλάχιστον ως προς τα κέρδη που της φέρνουν. Έτσι, θα ήταν καλό να παραχωρηθεί περισσότερος αποθηκευτικός χώρος και κεφάλαιο για το προϊόν της κατηγορίας Α και να εφαρμοστεί η νέα πολιτική παραγγελίας της παραγράφου 3.3.

Από τα δεδομένα που έχουμε στην κατοχή μας, βλέπουμε ότι το 2022, το συνολικό κόστος της Domoline για το υλικό ήταν 846,387 €, για 14697 σάκους (εικόνα 3.1 και πίνακας 3.1). Εάν η εταιρία ακολουθήσει την πολιτική παραγγελίας που προτείνουμε μετά την μελέτη που κάναμε, τότε γλυτώνει 92,775.13 € αγοράζοντας 303 επιπλέον σάκους ετησίως.

Βιβλιογραφία

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2022). *Introduction to Operations Research.* McGraw-Hill Science/Engineering/Math.

Taha, H. A. (2007). *Operations Research: An Introduction.* Pearson Prentice Hall.

Winston, W. L. (2004). *Operations Research: Applications and Algorithms.* Cengage Learning.

Κολέτσος, Ι., & Στογιάννης, Δ. (2021). *Επιχειρησιακή Έρευνα: Θεωρία, Αλγόριθμοι & Εφαρμογές, 1η έκδοση.* ΑΘΗΝΑ: ΣΥΜΕΩΝ.

Κολέτσος, Ι., & Στογιάννης, Δ. (2022). *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα.* Εκδόσεις ΣΥΜΕΩΝ.