



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Αριθμητική προσομοίωση κυρτών πτερυγίων ανεμογεννητριών

Διπλωματική Εργασία
Ζουμπάκη Αθανασία Βασιλική

Επιβλέπων Καθηγητής : Ριζιώτης Βασίλειος

Αθήνα, Μάρτιος 2024

Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Βασίλη Ριζιώτη, για την συνεχή καθοδήγηση του καθ' όλη την διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας, για τις συμβουλές και τις υποδείξεις καθώς και για την ευκαιρία να ασχοληθώ με ένα θέμα που εκφράζει το μεγάλο μου ενδιαφέρον για τον τομέα της αεροδυναμικής. Θα ήθελα ακόμα να τον ευχαριστήσω για τις γνώσεις που μου μετέδωσε όχι μόνο στην διάρκεια της εργασίας αυτής αλλά και σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Δεν θα μπορούσα παρά να ευχαριστήσω και την οικογένειά μου για την απaráμιλλη στήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια, την κατανόηση και την πίστη τους σε εμένα σε κάθε μου βήμα. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου, όπου με την συμπαράστασή τους και την βοήθειά τους, πρακτική και ψυχολογική, με βοήθησαν να φέρω αυτήν την διπλωματική εργασία εις πέρας.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται την αεροδυναμική μελέτη μίας ανεμογεννήτριας IEA-10.0-198 10 MW με κυρτά πτερύγια, με την μέθοδο γραμμής άνωσης και επιφάνειας άνωσης. Για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών μεγεθών χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας GENUVP που αναπτύχθηκε στο Εργαστήριο Αεροδυναμικής του Τομέα Ρευστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Στόχος της αεροδυναμικής μελέτης είναι να διερευνήσει την απόδοση της ανεμογεννήτριας με κυρτά πτερύγια οι οποίες αναπτύσσονται όλο και περισσότερο στα σύγχρονα αιολικά πάρκα λόγω της δυνατότητάς τους να μειώσουν τα φορτία που δέχονται τα πτερύγια. Αυτό δίνει την δυνατότητα για μεγαλύτερους δρομείς που μπορούν να δεσμεύσουν παραπάνω ενέργεια.

Η μέθοδος γραμμής άνωσης χρησιμοποιείται για την ανάλυση της αεροδυναμικής συμπεριφοράς των κυρτών πτερυγίων χρησιμοποιώντας τμηματικά σταθερή κυκλοφορία η οποία κατανέμεται κατά μήκος του πτερυγίου. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει την διαίρεση του πτερυγίου και τμήματα (strips) τα οποία βοηθούν στον υπολογισμό των αεροδυναμικών δυνάμεων, όπως την άνωση και την αντίσταση. Επίσης, ο κώδικας λαμβάνει υπόψιν την επίδραση του ομόρρου και διαχειρίζεται διακριτά τον κοντινό καθώς και τον μακρινό ομόρρο.

Η δεύτερη μέθοδος που εξετάζει την συμπεριφορά των κυρτών πτερυγίων είναι η επιφάνεια άνωσης. Στην επιφάνεια άνωσης το πτερύγιο μοντελοποιείται σαν μια επιφάνεια, η οποία διαμορφώνεται από τις μέσες γραμμές καμπυλότητας των αεροτομών.

Μελετήθηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις παραπάνω μεθόδους για οχτώ διαφορετικά πτερύγια, τέσσερα κυρτά προς τα πίσω και τέσσερα προς τα εμπρός. Η σύγκριση γινόταν σε όλες τις περιπτώσεις με τα αποτελέσματα του ευθύγραμμου πτερυγίου (Baseline) ώστε να εκτιμηθεί η συμπεριφορά των κυρτών πτερυγίων.

Τέλος, αναλύθηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις δύο μεθόδους και σχολιάστηκε η απόκλιση που εμφανίζεται.

Abstract

This thesis deals with the aerodynamic study of an IEA-10.0-198 10 MW wind turbine with swept blades, using the lifting line method. The GENUVP code developed in the Aerodynamics Laboratory of the Fluids Department of the National Technical University of Athens was used to calculate the aerodynamic quantities.

The aim of the aerodynamic study is to investigate the performance of the wind turbine with swept blades which are increasingly deployed in modern wind farms due to their ability to capture extra energy and reduce loads.

The lifting line method is used to analyze the aerodynamic behavior of swept blades using piece wise constant circulation which is distributed along the blade. This approach allows the wing to be divided into strips which help to calculate aerodynamic forces such as lift and drag. Also, the code considers the effect of the wake and handles the near as well as the far wake.

The second method that examines the behaviour of swept blades is the lifting surface. In the lifting surface the wing is modelled as a surface, which is formed by the camber lines of the airfoils.

The results obtained from the above methods were studied for eight different blades, four backward swept and four forward swept blades. Comparison was made in all cases with the straight blade results (Baseline) to achieve the prediction of the behaviour of the swept blades.

Finally, the results obtained from the two methods were analyzed and the divergence that occurs was commented.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	3
Περίληψη.....	5
Abstract.....	7
1. Εισαγωγή.....	12
1.1. Βασικές έννοιες ανεμογεννητριών.....	12
1.1.1. Τύποι ανεμογεννητριών.....	12
1.1.2. Ανεμογεννήτριες κατακόρυφου άξονα.....	12
1.1.3. Ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα.....	13
1.2. Ανεμογεννήτριες με κυρτά πτερύγια (sweep).....	14
1.1. Σκοπός της εργασίας.....	16
1.2. Κώδικας GenUVP ελεύθερου ομόρρου.....	17
1.3. Δομή της εργασίας.....	18
2. Θεωρητικό Υπόβαθρο.....	20
2.1. Παραδοχές ασυμπίεστης, μη-συνεκτικής ροής.....	20
2.2. Οι νόμοι του Helmholtz.....	21
2.3. Διαχωρισμός του Helmholtz.....	22
2.4. Biot-Savart.....	25
2.5. Μέθοδος συνοριακών στοιχείων (BEM).....	26
2.6. Θεωρία γραμμής άνωσης του Prandtl.....	26
2.7. Ομόρρους ως φύλλο στροβιλότητας.....	27
2.8. Kutta-Joukowski.....	29
3. Αεροδυναμική Μοντελοποίηση.....	31
3.1. Η μέθοδος των πλαισίων και ο ελεύθερος ομόρρους.....	31
3.2. Διαχωρισμός του πεδίου ταχύτητας.....	31
3.3. Συνοριακές συνθήκες.....	31
3.4. Γραμμή Άνωσης.....	38
3.3. Επιφάνεια άνωσης (λεπτό πτερύγιο).....	41
3.4. Διατύπωση ελεύθερου ομόρρου.....	45
4. Εφαρμογή μεθόδων γραμμής και επιφάνειας άνωσης στην ανεμογεννήτρια.....	48
4.1. Γεωμετρία πτερυγίου με την μέθοδο γραμμής άνωσης.....	48
4.2. Γεωμετρία πτερυγίου με την μέθοδο επιφάνειας άνωσης.....	52
4.3. Γεωμετρία ομόρρου.....	54

5. Αποτελέσματα.....	56
5.1. Αποτελέσματα για την μέθοδο γραμμής άνωσης.....	56
5.1.1. Κυρτά πτερύγια προς τα πίσω.....	56
5.1.2. Κυρτά πτερύγια προς τα εμπρός.....	58
5.1.3. Σύγκριση ώσης και ισχύος	61
5.2. Αποτελέσματα για την μέθοδο επιφάνειας άνωσης.....	61
6. Σύγκριση μεθόδων	67
7. Συμπεράσματα και μελλοντική έρευνα	69
8. Παράρτημα Α	71
Ανεμογεννήτρια B2	71
Ανεμογεννήτρια B3	73
Ανεμογεννήτρια B4	75
9. Παράρτημα Β	77
Ανεμογεννήτρια B6	77
Ανεμογεννήτρια B7	79
Ανεμογεννήτρια B8	81
Βιβλιογραφία.....	83

1. Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται το τεχνικό πρόβλημα που μελετάται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Επίσης γίνεται αναφορά στις ανεμογεννήτριες με κυρτά πτερύγια και αναλύεται ο λόγος που ο κλάδος της αιολικής ενέργειας στρέφεται όλο και περισσότερο σε αυτές. Τα βασικά χαρακτηριστικά του κώδικα που χρησιμοποιήθηκε για την μελέτη των πτερυγίων περιγράφονται επίσης στην ενότητα αυτή καθώς και το υπολογιστικό μοντέλο που εφαρμόστηκε. Τέλος, επισημαίνεται ο σκοπός της διπλωματικής εργασίας και συνοψίζεται η δομή της.

1.1. Βασικές έννοιες ανεμογεννητριών

Η ανεμογεννήτρια είναι μία μηχανή που μετατρέπει την κινητική ενέργεια του αέρα σε ηλεκτρική. Ο άνθρωπος αξιοποιεί την ενέργεια του ανέμου εδώ και αρκετούς αιώνες. Μια αρχική μορφή εκμετάλλευσης της αιολικής ενέργειας είναι οι ανεμόμυλοι και τα ιστιοφόρα. Στην συνέχεια κατά τον 20^ο αιώνα ξεκίνησε η κατασκευή των πρώτων ανεμογεννητριών με την μορφή που διατηρείται μέχρι σήμερα.

1.1.1. Τύποι ανεμογεννητριών

Οι βασικοί τύποι ανεμογεννητριών χωρίζονται σε δύο, στις ανεμογεννήτριες με οριζόντιο άξονα (HAWT, Horizontal Axis Wind Turbines) και στις ανεμογεννήτριες με κατακόρυφο άξονα (VAWT, Vertical Axis Wind Turbines). Επίσης διακρίνονται σε ανεμογεννήτριες ξηράς (onshore) και θαλάσσης ή υπεράκτιες (offshore). Η παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται η απόδοση ανεμογεννήτριας οριζόντιου άξονα.

1.1.2. Ανεμογεννήτριες κατακόρυφου άξονα

Αυτού του τύπου οι ανεμογεννήτριες, οι οποίες χρησιμοποιούνται λιγότερο και βρίσκονται κυρίως σε πειραματικό στάδιο, ποικίλουν σε σχήμα και μέθοδο εκμετάλλευσης της αιολικής ενέργειας.

Στον τύπο κατακόρυφου άξονα, η ανεμογεννήτρια έχει τον άξονα περιστροφής της τοποθετημένο κατακόρυφα στο έδαφος και στην κατεύθυνση του ανέμου. Το πλεονέκτημα που έχει αυτή η διάταξη είναι ότι δέχεται την δύναμη του αέρα με τον ίδιο τρόπο ανεξάρτητα από την κατεύθυνση του. Σε περιοχές όπου η διεύθυνση του ανέμου μεταβάλλεται συχνά, αυτού του τύπου οι ανεμογεννήτριες έχουν σημαντικό πλεονέκτημα. Επίσης. Οι μηχανισμοί όπως η γεννήτρια και το κιβώτιο ταχυτήτων βρίσκονται στο επίπεδο του εδάφους, το οποίο διευκολύνει την συντήρηση και την επισκευή τους. Το κύριο μειονέκτημά τους είναι η χαμηλή

περιστροφική ταχύτητα τους και συνεπώς η μικρότερη παραγόμενη ισχύς. Τέλος, εκμεταλλεύονται κυρίως μικρές ταχύτητες ανέμου, λόγω του ότι βρίσκονται κοντά στο έδαφος.



Σχήμα 1. Ανεμογεννήτρια κατακόρυφου άξονα τύπου Darrieus. Πηγή : Lysippos, Wikimedia Commons author (GNU free documentation license) (public domain)

1.1.3. Ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα

Οι ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα απαρτίζονται συνήθως από τρία μακριά και λεπτά πτερύγια. Στην κορυφή του πύργου είναι τοποθετημένα η άτρακτος, που περιέχει την γεννήτρια, και τον ρότορα. Ο ρότορας ανάλογα με την φορά του ανέμου μετακινείται ώστε να είναι ευθυγραμμισμένος με την κατεύθυνση του και να καταφέρνει να εκμεταλλεύεται την μέγιστη αιολική ενέργεια. Αυτού του τύπου οι ανεμογεννήτριες είναι οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες διότι αναπτύσσουν μεγάλη περιστροφική ταχύτητα και προσφέρουν την μεγαλύτερη αποδοτικότητα στην παραγωγή ενέργειας.



Σχήμα 2. Ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα

1.2. Ανεμογεννήτριες με κυρτά πτερύγια (sweep)

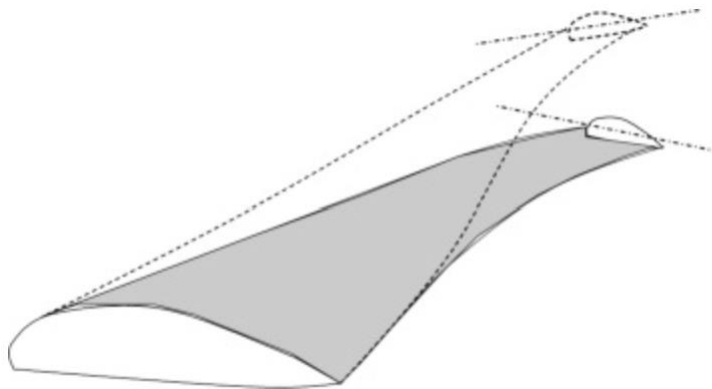
Στις αρχές του 21^{ου} αιώνα, η αιολική ενέργεια έχει γίνει η νέα γρηγορότερα αναπτυσσόμενη πηγή ενέργειας, με την εφαρμογή της να επεκτείνεται σε παγκόσμιο επίπεδο. Καθώς οι περιβαλλοντικές ανησυχίες ολοένα και αυξάνονται, η αιολική ενέργεια κερδίζει συνεχώς έδαφος ως μια βιώσιμη και οικονομικά αποδοτική ανανεώσιμη πηγή ενέργειας, ενώ παράλληλα τα αποθέματα των ορυκτών καυσίμων φθίνουν.

Με την άνοδο των ανεμογεννητριών κύριο μέλημα της βιομηχανίας αιολικής ενέργειας, ώστε να υπάρχει συνεχόμενη ανάπτυξη, είναι να μειώσει το κόστος της παραγόμενης ενέργειας (cost of energy, COE) [1]. Μάλιστα, η προσπάθεια μείωσης του κόστους παραγωγής ενέργειας από ανεμογεννήτριες έχει αποτελέσει αντικείμενο μελέτης. Ένας τρόπος να μειωθεί το κόστος είναι να αυξηθεί η διάμετρος του ρότορα μιας ανεμογεννήτριας για να παραγάγει παραπάνω ενέργεια. Αυτό δημιουργεί την ανάγκη για πιο ανθεκτικούς ρότορες, ώστε να μπορέσουν να αντέξουν τα μεγαλύτερα φορτία που θα δέχονται, με αποτέλεσμα να αυξάνεται το κόστος κατασκευής τους. Για αυτόν τον λόγο δίνεται έμφαση στην αεροδυναμική απόδοση μιας ανεμογεννήτριας, με το σχήμα των πτερυγίων του δρομέα να παίζει καθοριστικό ρόλο.

Καθώς εξελίσσονται οι εμπορικές ανεμογεννήτριες τα τελευταία χρόνια, υπάρχει η τάση για ολοένα και μεγαλύτερης διαμέτρου δρομείς, εφόσον αυτό οδηγεί στην μείωση του κόστους παραγωγής ενέργειας, όπως προαναφέρθηκε. Άλλωστε, αυτός είναι ένας σημαντικός παράγοντας που μπορεί να καταστήσει την αιολική ενέργεια ανταγωνιστική προς τις υπόλοιπες ανανεώσιμες πηγές καθώς και προς τις συμβατικές μεθόδους παραγωγής ενέργειας. Με την αύξηση των δρομέων άρα και των φορτίων που δέχονται, υπάρχει η ανάγκη για διερεύνηση διαφόρων τεχνικών ελέγχου των φορτίων που χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τις ενεργητικές και τις παθητικές μεθόδους. Στον ενεργητικό έλεγχο, τα πτερύγια ελέγχονται ενεργά με αλλαγή του βήματος του πτερυγίου ή χρησιμοποιώντας συσκευές όπως μεταπτερύγια στην ακμή εκφυγής. Τα μειονεκτήματα του ενεργητικού ελέγχου είναι ότι προσθέτει πολυπλοκότητα, πιθανά προβλήματα αξιοπιστίας καθώς και την απαίτηση για επιπρόσθετη ενέργεια.

Η παθητική μέθοδος έχει περισσότερα πλεονεκτήματα, καθώς αξιοποιεί τα καμπυλωμένα (swept) πτερύγια και την γεωμετρική σύζευξη της κάμψης-στρέψης (Liebst 1986, Zuteck 2002, Larwood και Zuteck 2006, Larwood κ.ά. 2014, Manolas κ.ά. 2018), για την μείωση των φορτίων.

Η καμπύλωση (sweep) των πτερυγίων απαιτεί πιο περίπλοκη γεωμετρία ως προς την κατασκευή τους με αποτέλεσμα να αυξάνεται το κόστος. Παρόλα αυτά, το κόστος παραγωγής ενέργειας γενικά μειώνεται λόγω της παραγωγής περισσότερης ισχύος. Με την κυρτή γεωμετρία επιτυγχάνεται η μείωση των φορτίων που δέχεται το πτερύγιο διότι σε τυρβώδεις ανέμους το ακροπτερύγιο στρέφεται και μειώνει τις αεροδυναμικές δυνάμεις. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η άκρη του πτερυγίου (διακεκομμένη γραμμή) να συστρέφεται αριστερόστροφα, μειώνοντας την γωνία προσβολής του, το οποίο συνεπάγεται τη μείωση των αεροδυναμικών δυνάμεων.



Σχήμα 3. Κυρτό πτερύγιο. Η διακεκομμένη γραμμή παριστάνει ένα φορτισμένο πτερύγιο με συστρόφη του ακροπτερυγίου.[8]

Σε προηγούμενες μελέτες, οι Liebst [5] και Zuteck [6] πρότειναν την χρήση των κυρτών πτερυγίων σε ανεμογεννήτριες για παθητικό έλεγχο φορτίων. Συγκεκριμένα, ο Liebst μελέτησε μια ανεμογεννήτρια 10 kW με κυρτά πτερύγια και αποδείχτηκε ότι για την μείωση των φορτίων είναι αναγκαία η μείωση της στρεπτικής ακαμψίας. Τα πτερύγια των σημερινών εμπορικών μηχανών έχουν υιοθετήσει την κύρτωση της γεωμετρίας τους σε μικρό βαθμό, ωστόσο μεγάλες

τιμές κύρτωσης που θα είναι αποτελεσματικότερες στη μείωση των φορτίων δεν έχουν εφαρμοστεί σε εμπορική κλίμακα λόγω δυσκολιών στην κατασκευή και στο κόστος της δημιουργίας νέων κυρτωμένων καλουπιών παραγωγής πτερυγίων.

1.1. Σκοπός της εργασίας

Στην παρούσα εργασία μελετάται η επίδραση των κυρτών (swept) πτερυγίων ανεμογεννητριών συγκριτικά με τα ευθεία πτερύγια. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι η γραμμή άνωσης του Prandtl, καθώς και η επιφάνεια άνωσης, μέσω του κώδικα GenUVP (General Unsteady Vortex Particle), ο οποίος αναπτύχθηκε στο Εργαστήριο Αεροδυναμικής της σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



Σχήμα 4. Ανεμογεννήτρια οριζόντιου άξονα με κυρτά πτερύγια. Πηγή: CA 2008 (photo by H. Shiu).

Στόχος αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η πρόλεξη της συμπεριφοράς των κυρτών πτερυγίων με κύριο στόχο την μείωση των φορτίων που δέχονται. Επίσης, μελετώνται οι διάφορες παράμετροι της γεωμετρίας των κυρτών πτερυγίων και πως αυτές επηρεάζουν τόσο τα φορτία όσο και την παραγόμενη ισχύ. Επίσης, λόγω της κύρτωσης των πτερυγίων, το μήκος των πτερυγίων αυξάνεται, διατηρώντας την ακτίνα σταθερή όπως θα αναφερθεί και σε επόμενο κεφάλαιο, οπότε στόχος είναι και η αύξηση της παραγόμενης ισχύος.

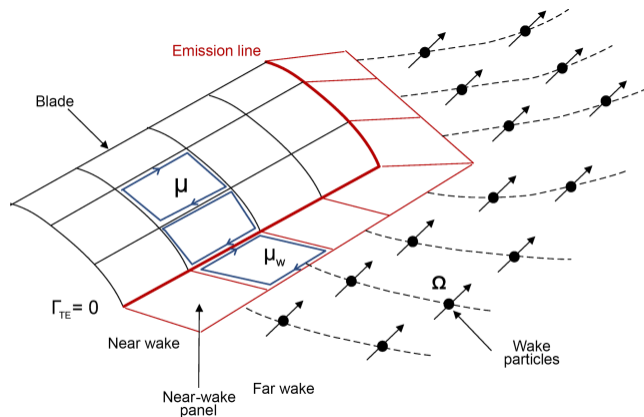
Για την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με αυτά της μελέτης των Ang Li et al. [1].

1.2. Κώδικας GenUVP ελεύθερου ομόρρου

Τα τελευταία χρόνια ο κώδικας GenUVP έχει επικυρωθεί πλήρως μελετώντας και εξάγοντας δεδομένα τόσο για ανεμογεννήτριες όσο και για έλικες ελικοπτέρων στα πλαίσια πολλών ερευνητικών έργων που έχουν χρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση.

Ο κώδικας επιλύει το πρόβλημα της μη-μόνιμης ροής ασυμπέστου και μη-συνεκτικού ρευστού γύρω από ένα σύνολο στερεών σωμάτων που εκτελούν ανεξάρτητες κινήσεις. Η μοντελοποίηση των σωμάτων, στην περίπτωση αυτής της εργασίας των πτερυγίων μιας ανεμογεννήτριας, μπορεί να πραγματοποιηθεί με τρεις μεθόδους, την μέθοδο γραμμής άνωσης, την επιφάνειας άνωσης (σώμα μηδενικού πάχους), και σαν σώμα με πάχος. Οι μέθοδοι που περιγράφονται παρακάτω είναι η γραμμή και η επιφάνεια άνωσης, οι οποίες είναι και οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία. Η αναπαράσταση του ομόρρου είναι κοινή για όλες τις επιλογές μεθόδου. Στην μέθοδο γραμμής άνωσης το σώμα μοντελοποιείται ως μια φέρουσα γραμμη μεταβλητής κυκλοφορίας, πάνω στην οποία βρίσκονται και τα σημεία ελέγχου. Για την επίλυση του προβλήματος είναι απαραίτητα τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά των αεροτομών που απαρτίζουν το πτερύγιο. Το πρόβλημα επιλύεται όταν υπολογιστεί η τιμή της κυκλοφορίας επάνω στα σημεία ελέγχου.

Στην μέθοδο της επιφάνειας άνωσης ο κώδικας συνδυάζει την μέθοδο των πλαισίων στα στερεά σύνορα των πτερυγίων, και την αναπαράσταση του ομόρρου με στοιχεία στροβιλότητας. Τα πτερύγια μοντελοποιούνται ως λεπτές ανωστικές επιφάνειες που φέρουν τμηματικά σταθερή κατανομή διπόλων, η οποία είναι ισοδύναμη με γραμμές δίνης με σχήμα δινοπετάλων. Οι πτέρυγες εκπέμπουν στροβιλότητα στον ομόρρου κατά μήκος της ακμής εκφυγής τους και από τα ακροπτερύγια τους. Κατά την μοντελοποίηση του προβλήματος ακολουθείται ένα υβριδικό μοντέλο, το οποίο αναφέρεται στην μικτή διατύπωση που χρησιμοποιείται και στην αναπαράσταση του ομόρρου. Στην διατύπωση αυτή, η αναπαράσταση των διπόλων διατηρούνται στο κοντινό μέρος του πτερυγίου, ενώ το μακρινό τμήμα μοντελοποιείται από ελεύθερα σωματίδια στροβιλότητας. Ο κοντινός ομόρρους αποτελείται από δίνες οι οποίες εκπέμφθηκαν πρόσφατα, μοντελοποιείται σαν ένα φύλλο στροβιλότητας, το οποίο φέρει επίσης τμηματικά σταθερή κατανομή διπόλων. Μέσα σε κάθε χρονικό βήμα, απελευθερώνεται μια λωρίδα (strip) από πλαίσια (panel) του ομόρρου τα οποία είναι σε επαφή με την γραμμή εκπομπής. Εφαρμόζοντας την συνθήκη μη-εισχώρησης στο κέντρο κάθε στερεού πλαισίου καθώς και την συνθήκη Kutta κατά μήκος της γραμμής εκπομπής, προσδιορίζονται οι μέχρι τώρα άγνωστες εντάσεις των διπόλων. Στη συνέχεια, στο πέρας κάθε χρονικού βήματος, η καινούρια εκπεμπόμενη δίνη μετασχηματίζεται σε σωματίδιο δίνης. Όλα τα σωματίδια δίνης διαδίδονται κατάντι της τοπικής ταχύτητας ροής, στην νέα τους θέση.



Σχήμα 5. Διάταξη πτερυγίου με μοντελοποίηση του ελεύθερου ομόρρου. Οι μάρκες γραμμές αναπαριστούν τα πλαίσια της επιφάνειας του πτερυγίου, οι κόκκινες τον ομόρρου που παράγεται σε ένα χρονικό βήμα και οι μαύρες τελείες τα ελεύθερα στοιχεία του ομόρρου.

1.3. Δομή της εργασίας

Στην πρώτη ενότητα αυτής της εργασίας γίνεται μια γενική επισκόπηση του θεωρητικού υπόβαθρου, δηλαδή των βασικών εξισώσεων που χρησιμοποιούνται. Ξεκινάει αναφέροντας τις παραδοχές ασυμπίεστης και μη συνεκτικής ροής, εξάγεται η εξίσωση στροβιλότητας του Helmholtz, ο νόμος Biot-Savart, η θεωρία γραμμής άνωσης καθώς και περιγράφεται ο ομόρρος των ανεμογεννητριών.

Στη συνέχεια περιγράφεται η αεροδυναμική μοντελοποίηση του προβλήματος. Αναλύεται το μοντέλο γραμμής άνωσης, το μοντέλο επιφάνειας άνωσης, η μέθοδος των πλαισίων που περιγράφει την γεωμετρία των πτερυγίων καθώς και η μοντελοποίηση του κοντινού και του μακρινού ομόρρου.

Στο τρίτο μέρος, αρχικά, γίνεται αναφορά στην διακριτοποίηση της γεωμετρίας. Αναφέρεται η γεωμετρία των τεσσάρων κυρτών πτερυγίων προς τα πίσω και των τεσσάρων προς τα εμπρός, πώς παρήχθησαν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τους καθώς και ο τρόπος με τον οποίο μοντελοποιήθηκε η επιφάνεια άνωσης των πτερυγίων.

Έπειτα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του μοντέλου γραμμής άνωσης και συγκρίνεται η απόδοση των κυρτών πτερυγίων σε σχέση με το ευθύ πτερύγιο. Η ίδια σύγκριση των φορτίων πραγματοποιήθηκε και με την μέθοδο επιφάνειας άνωσης και τέλος συγκρίνονται τα αποτελέσματα που προκύψαν από τις δύο μεθόδους.

Η τελευταία ενότητα περιέχει τα τελικά συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση της προσομοίωσης των κυρτών πτερυγίων των ανεμογεννητριών και αναφέρεται εάν ύστερα από την παρούσα μελέτη επιτεύθηκαν οι στόχοι που τέθηκαν.

2. Θεωρητικό Υπόβαθρο

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται το θεωρητικό υπόβαθρο των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία, με σκοπό να κατανοηθεί το υπολογιστικό μοντέλο που αναλύεται στο επόμενο κεφάλαιο. Για να κατανοηθούν οι μέθοδοι γραμμής άνωσης και επιφάνειας άνωσης αναφέρονται ορισμένα θεωρήματα που συνέβαλαν στην θεμελίωση τους.

2.1. Παραδοχές ασυμπίεστης, μη-συνεκτικής ροής

Για την ανάλυση του προβλήματος είναι αναγκαίο να οριστούν οι παραδοχές ασυμπίεστου, μη συνεκτικού ρευστού έτσι ώστε να απλοποιηθεί η επίλυση του. Με τις παραδοχές αυτές καθίσταται δυνατή η απλοποίηση της εξίσωσης ορμής στην αδιαστατοποιημένη της μορφή, διευκολύνοντας σημαντικά την επίλυση της.

$$(St) \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \cdot \nabla u^* = \left(\frac{1}{Fr^2} \right) f^* - (Eu) \nabla p^* + \left(\frac{1}{Re} \right) \nabla^2 u^* \quad (2.1)$$

Είναι φανερό ότι θεωρώντας τον αριθμό Re μεγάλο συγκριτικά με τους άλλους αδιάστατους αριθμούς, ο όρος συνεκτικότητας μπορεί να αμεληθεί. Αντίστοιχα, στον όρο κλίσης πίεσης ο αριθμός Re μπορεί να συσχετιστεί με τον αριθμό Mach, αφού $p/\rho \sim a^2$, όπου a η ταχύτητα του ήχου. Για τον αριθμό Mach ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις όταν το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο.

$$M \ll 1, \quad \frac{M^2}{Fr^2} \ll 1, \quad \frac{M^2}{Re} \ll 1 \quad (2.2)$$

Για τα τυπικά ρευστά σε συνηθισμένες θερμοκρασίες η συνεκτικότητα τους είναι της τάξεως 10^{-5} για αέρα και 10^{-6} για νερό. Συνεπώς ο αριθμός $Re = \frac{VL}{\nu} \gg 1$ παίρνει τιμές πολύ μεγαλύτερες της μονάδας, όταν η ταχύτητα V και το χαρακτηριστικό μήκος L είναι της τάξης της μονάδας. Ο όρος της ταχύτητας $\nabla^2 u$ δεν μπορεί να αμεληθεί παντού διότι σε περιοχές όπως στην επιφάνεια μιας αεροτομής η ταχύτητα παίρνει τιμές αρκετά μεγαλύτερες της μονάδας.

Για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος του όρου της ταχύτητας χρησιμοποιήθηκε η τακτική διαχωρισμού της επίλυσης της ροής γύρω από ένα σώμα σε δύο περιοχές, την κοντινή και την μακρινή περιοχή.

Η κοντινή περιοχή ονομάζεται περιοχή οριακού στρώματος και είναι η περιοχή στην οποία δεν αμελούνται οι όροι συνεκτικότητας και από την επίλυση των εξισώσεων προκύπτει πληροφορία για τις διατμητικές τάσεις, ενώ στην μακρινή περιοχή οι όροι αυτοί αμελούνται και από την λύση των εξισώσεων παράγεται πληροφορία για την κατανομή της πίεσης. Στην παρούσα εργασία, ωστόσο, επιλύεται η μη-συνεκτική ροή στην μακρινή περιοχή.

Οι παραπάνω παραδοχές όταν εφαρμόζονται σε τεχνολογικά προβλήματα αεροδυναμικής χαμηλών ταχυτήτων, όπως στην παρούσα διπλωματική εργασία, οδηγούν σε αποτελέσματα που προσεγγίζουν ικανοποιητικά την πραγματικότητα.

2.2. Οι νόμοι του Helmholtz

Ο Helmholtz (1821-1894) ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε την έννοια του σωλήνα στροβιλότητας για την ανάλυση της ασυμπίεστης, μη συνεκτικής ροής.

Στην πορεία του ως φυσικός διατύπωσε διάφορους νόμους για την συμπεριφορά της στροβιλότητας, οι οποίοι έμειναν γνωστοί ως οι νόμοι διατήρησης της στροβιλότητας του Helmholtz.

Οι νόμοι αυτοί είναι οι εξής.

1. Η ένταση ενός σωλήνα στροβιλότητας δεν μεταβάλλεται στον χρόνο.
2. Η γραμμή στροβιλότητας θα πρέπει να είναι κλειστή γραμμή ή να εκτείνεται στο άπειρο. Τα στοιχεία ρευστού που σε μια χρονική στιγμή βρίσκονται σε μια γραμμή στροβιλότητας θα συνεχίσουν να βρίσκονται στην ίδια γραμμή στροβιλότητας.

Ως δινοσωλήνας ορίζεται μια κυλινδρική επιφάνεια στην οποία το διάνυσμα της στροβιλότητας είναι σε όλη την έκταση της παράλληλο σε αυτή. Η επιφάνεια αυτή είτε κλείνει είτε εκτείνεται στο άπειρο. Αν θεωρηθεί ότι το πάχος του δινοσωλήνα θα τείνει στο μηδέν, τότε προκύπτει ένα νήμα στροβιλότητας.

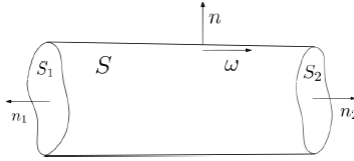
Για μία διατομή A ορίζεται η ένταση του δινοσωλήνα ως την παροχή του διανυσματικού πεδίου ω από την διατομή A.

$$\int_A \omega \cdot n \, dA \quad (2.3)$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα απόκλισης του Green στην συνολική παροχή από κλειστή επιφάνεια S του σχήματος προκύπτει ότι η ένταση του δινοσωλήνα είναι σταθερή κατά μήκος του.

$$\int_D \nabla \cdot \omega \, dD = \int_S \omega \cdot n \, dS = \int_{S_1} \omega \cdot n_1 \, dS + \int_{S_2} \omega \cdot n_2 \, dS = 0 \quad (2.4)$$

Αφού το ω είναι σωληνωειδές και $\omega \cdot n = 0$



Σχήμα 6. Μέρος δινωσολήνα συνολικής επιφάνειας S , με διατομές S_1, S_2

Επίσης εύκολα αποδεικνύεται ότι ο πρώτος νόμος είναι ισοδύναμος με το θεώρημα του Kelvin για την κυκλοφορία $\Gamma \equiv \oint \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l}$.

Όπου \mathbf{u} είναι το διάνυσμα της ταχύτητας επάνω στην επιφάνεια της αεροτομής, και $d\mathbf{l}$ είναι το διάνυσμα του στοιχειωδούς μήκους στην περιφέρεια της αεροτομής.

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \quad (2.5)$$

Η αναπαράσταση της στροβιλότητας με όποιον τρόπο και να γίνει οφείλει να τηρεί τα παραπάνω θεωρήματα. Ιδιαίτερα το θεώρημα του Kelvin είναι απαραίτητη συνθήκη για την πληρότητα του συστήματος των γραμμικών εξισώσεων που προκύπτει προς επίλυση.

2.3. Διαχωρισμός του Helmholtz

Σύμφωνα με το θεώρημα της αναπαράστασης ενός τυχαίου πεδίου ταχύτητας, εάν το πεδίο \mathbf{u} είναι πεπερασμένο, συνεχές, συνεχώς διαφορίσιμο και φθίνει στο άπειρο, τότε περιγράφεται μέσω της σχέσης (2.6).

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_s = \nabla\varphi + \nabla \times \vec{\alpha} \quad (2.6)$$

Όπου φ είναι βαθμωτή συνάρτηση και α το σωληνοειδές διανυσματικό πεδίο. Στην 2.6, επίσης, ισχύει ότι $\mathbf{u}_i = \nabla\varphi$ και $\mathbf{u}_s = \nabla \times \alpha$. Για την απόδειξη της 2.6 είναι αναγκαίο να επιλυθεί η εξίσωση Poisson (2.7) για το βαθμωτό δυναμικό.

$$\nabla^2\varphi = -f(x) \quad (2.7)$$

$$\varphi(x) = - \int_D f(\xi) G(x, \xi) dD(\xi) = \int \frac{f(\xi)}{4\pi|x - \xi|} dD(\xi) \quad (2.8)$$

Η παραπάνω εξίσωση ολοκληρώνεται σε όλο τον χώρο και σε περίπτωση που συνάρτηση f είναι ορισμένη μόνο στο χωρίο $D \subset R^3$, αυτή ορίζεται μηδενική έξω από το χωρίο και εάν $D = R^3$ τότε απαιτείται να τείνει στο μηδέν όσο το $|\xi| \rightarrow \infty$ τείνει στο άπειρο.

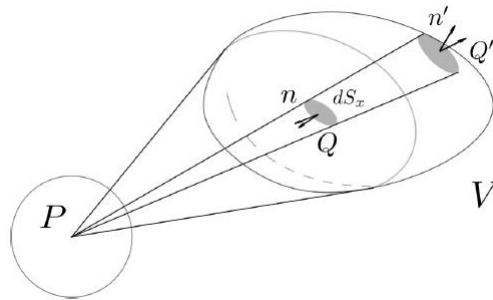
Θέτοντας όπου $|x - \xi| = r$ και θεωρώντας την χωρική κλίση της 2.8 προκύπτει

$$\nabla\varphi = - \int \frac{f(\xi)}{4\pi r^3} (x - \xi) dD(\xi) \quad (2.9)$$

Ολοκληρώνοντας το μέγεθος $\nabla^2\varphi$ σε ένα πεπερασμένο χωρίο V (Σχήμα 7) καταλήγει μέσω του θεωρήματος Green

$$\begin{aligned} \int_V \nabla^2\varphi dV_x &= \int_V \nabla\varphi \cdot n dS_x \\ &= - \int_S dS_x \int_{R^3} \frac{f(\xi)}{4\pi r^3} (x - \xi) \cdot n dD_\xi \\ &= - \int_{R^3} f(\xi) dD_\xi \int_S \frac{(x - \xi) \cdot n}{4\pi r^3} dS_x \end{aligned} \quad (2.10)$$

Παρατηρείται ότι η τελευταία ισότητα ισχύει με αλλαγή της σειράς ολοκλήρωσης. Επίσης, το $(x - \xi) \cdot n/r$ είναι ουσιαστικά το μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση PQ (Σχήμα 7), όπου είναι $P(\xi), Q(x)$, το $n \cdot \frac{x - \xi}{r} \frac{dS}{r^2}$ είναι η στερεά γωνία που βλέπει ένας εξωτερικός παρατηρητής στο σημείο P από το στοιχείο που καταλαμβάνει εμβαδό στο σημείο Q .



Σχήμα 7 Η στερεά γωνία από την οπτική ενός παρατηρητή στο σημείο P

Αν γίνει η θεώρηση ότι το σημείο P βρίσκεται έξω από το χωρίο V , κάθε συνεισφορά από το στοιχείο στο Q αλληλοαναιρείται από την αντίστοιχη συνεισφορά του στοιχείου στο Q' . Με αυτόν τον τρόπο η συνολική στερεά γωνία ισούται με μηδέν. Θεωρώντας τώρα το P εσωτερικό του V η ολοκλήρωση δίνει την συνολική στερεά γωνία, η οποία είναι 4π . Συνεπώς

$$\int_S \frac{(x - \xi) \cdot n}{4\pi r^3} dS_x = \begin{cases} 1 & \text{αν } \xi \text{ εσωτερικό του } V \\ 0 & \text{αν } \xi \text{ εξωτερικό του } V \end{cases} \quad (2.11)$$

Ολοκληρώνεται, λοιπόν, η 2.10 εντός του χωρίου V , αφού εκτός του χωρίου αυτού η 2.11 δίνει μηδενική συνεισφορά.

$$\int_V \nabla^2 \varphi dV = - \int_V f(x) dV \quad (2.12)$$

Η 2.12 ισχύει για οποιοδήποτε χωρίο V , οπότε η εξίσωση 2.7 ισχύει παντού. Έτσι αποδεικνύεται ότι η 2.8 αποτελεί λύση.

Η απόδειξη αυτή είναι απαραίτητη ώστε να κατανοηθεί πλήρως ο ρόλος της στερεάς γωνίας σε τέτοιου είδους προβλήματα.

Επίσης, αποδεικνύεται πλέον εύκολα η εξίσωση 2.6, λαμβάνοντας την απόκλιση του πεδίου ταχύτητας.

$$\nabla \cdot u = \nabla \cdot \nabla \varphi + \nabla \cdot \nabla \times a = \nabla^2 \varphi \quad (2.13)$$

Εφόσον εκ ταυτότητας ισχύει $\nabla \cdot \nabla \times a = 0$. Η εξίσωση 2.13 έχει λύση την παρακάτω σχέση, σύμφωνα με την 2.8.

$$\varphi(x) = - \int_D \frac{(\nabla \cdot u)}{4\pi r} dD_\xi \quad (2.14)$$

Το διανυσματικό πεδίο $u - \nabla \varphi$ έχει μηδενική απόκλιση άρα είναι σωληνοειδές πεδίο. Θεωρώντας δεδομένη την ισοδυναμία 2.15.

$$\nabla \cdot a = 0 \Leftrightarrow a = \nabla \times b \quad (2.15)$$

Όπου b είναι επίσης σωληνοειδές, για το πεδίο $u - \nabla \varphi$ ισχύει

$$\begin{aligned} u - \nabla \varphi &= \nabla \times a \Leftrightarrow \\ u &= \nabla \varphi + \nabla \times a \end{aligned}$$

Άρα η εξίσωση που περιγράφει το πεδίο ροής αποδείχτηκε. Έγινε η υπόθεση ενός πεδίου που είναι παντού συνεχές ή μπορεί να επεκταθεί σε τμηματικά συνεχές πεδίο το οποίο μπορεί να

εμπεριέχει και επιφάνειες ασυνεχειών. Είναι κρίσιμο, το οποιοδήποτε φραγμένο πεδίο ταχύτητας που ικανοποιεί τις προϋποθέσεις παραγωγισιμότητας, να μπορεί να διαχωριστεί σε στροβιλό και αστρόβιλο μέρος. Ο διαχωρισμός αυτός είναι χρήσιμος στην τοποθέτηση του προβλήματος του δυναμικού που θα αναπτυχθεί στην συνέχεια.

2.4. Biot-Savart

Κάθε ανωστικό σώμα που κινείται σε ρευστό διαταράσσει το πεδίο κατάντι της ροής και δημιουργεί τον λεγόμενο ομόρρου. Η κίνηση του σώματος δημιουργεί στροβιλότητα και αυτή περιορίζεται σε συγκεκριμένες περιοχές του ομόρρου της, οι οποίες συνθέτουν ένα χωρίο $D_\omega \subset D$ το οποίο ονομάζεται στήριξη της στροβιλότητας. Θεωρώντας ένα σωληνωειδές πεδίο ταχύτητας u_ω , από τον νόμο του Biot-Savart αυτό μπορεί να γραφτεί ως η συστροφή ενός διανυσματικού δυναμικού Ψ .

$$u_\omega = \nabla \times \bar{\Psi} \quad (2.16)$$

Από την εξίσωση 2.16 εύκολα προκύπτει η διανυσματική εξίσωση Poisson

$$\nabla^2 \bar{\Psi} = -\bar{\omega} \quad (2.17)$$

$$\bar{\Psi}(\bar{x}_o) = - \int_{D_\omega} \bar{\omega}(\bar{x}) G(\bar{x}, \bar{x}_o) dD_\omega(\bar{x}) \quad (2.18)$$

Όπου x_o το διάνυσμα θέσης για τυχαίο σημείο υπολογισμού στο χωρίο D και $G(\bar{x}, \bar{x}_o)$ η συνάρτηση του Green.

$$G(\bar{x}, \bar{x}_o) = -\frac{1}{4\pi|\bar{x} - \bar{x}_o|} \quad (2.19)$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει

$$\begin{aligned} \bar{u}_\omega(\bar{x}_o) &= - \int_{D_\omega} \nabla_o \times (\bar{\omega}(\bar{x}) G(\bar{x}, \bar{x}_o)) dD_\omega = - \int_{D_\omega} \bar{\omega}(\bar{x}) \times \nabla_o G(\bar{x}, \bar{x}_o) dD_\omega \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int_{D_\omega} \bar{\omega}(\bar{x}) \times \nabla_o \frac{(\bar{x} - \bar{x}_o)}{|\bar{x} - \bar{x}_o|^3} dD_\omega \end{aligned} \quad (2.20)$$

Η σχέση 2.20 είναι ο νόμος Biot-Savart για δεδομένη διανομή στροβιλότητας ω , που αποδεικνύεται, ότι όχι μόνο κινηματικά αλλά και δυναμικά συμπεριφέρεται όπως η χωρική

στροβιλότητα. Έστω ότι η στροβιλότητα διανέμεται σε ένα στρώμα πάχους b το οποίο τείνει στο μηδέν, τότε η 2.20 είναι η επαγωγή ταχύτητας ενός φύλλου στροβιλότητας σε ένα σημείο στον χώρο.

2.5. Μέθοδος συνοριακών στοιχείων (BEM)

Η μέθοδος συνοριακών στοιχείων (Boundary Element Methods, BEM) συναντάται συχνά στην επιστημονική κοινότητα και ιδιαίτερα στον τομέα της αεροδυναμικής. Η μέθοδος αυτή παρουσιάζει πολλά πλεονεκτήματα συγκριτικά με τις κλασικές μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Methods, FEM). Ένα κύριο πλεονέκτημα είναι ότι έχει μη-πλεγματικό χαρακτήρα, εφόσον για την επίλυση των εξισώσεων απαιτείται πλέγμα μόνο στο σύνορο του χωρίου του προβλήματος, άρα και διακριτοποίηση μόνο εκεί. Με αυτόν τον τρόπο μειώνεται το υπολογιστικό κόστος, αφού η επίλυση αποτελείται από μητρώα μικρότερων διαστάσεων από ότι στις FEM.

Γενικά, η μέθοδος συνοριακών στοιχείων εφαρμόζεται σε φυσικά προβλήματα που ανάγονται στην επίλυση της εξίσωσης Laplace. Τέτοια προβλήματα βρίσκονται στον ηλεκτρομαγνητισμό, στην υδροδυναμική, στην μεταφορά θερμότητας στην αεροδυναμική κ.ο.κ.

Στην περίπτωση της αεροδυναμικής ανάλυσης ενός σώματος με πάχος, όπως είναι η πτέρυγα, η BEM παράγει ολοκληρωματικές εξισώσεις, που στην ουσία παριστάνουν μια αναδιατύπωση του προβλήματος συνοριακών τιμών, όταν αυτό αποτελείται από ελλειπτικές μερικές διαφορικές εξισώσεις.

2.6. Θεωρία γραμμής άνωσης του Prandtl

Η Θεωρία γραμμής άνωσης διατυπώθηκε από τον Prandtl πριν από σχεδόν έναν αιώνα και αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο για την μοντελοποίηση της αεροδυναμικής τρισδιάστατων λεπτών γεωμετριών. Η ευρεία χρήση του οφείλεται στην απλότητα της διατύπωσης της θεωρίας και στο γεγονός ότι προκύπτουν λογικά αποτελέσματα με χαμηλό υπολογιστικό κόστος.

Η κλασική θεωρία γραμμής άνωσης έχει τον περιορισμό του υψηλού λόγου επιμήκους. Στην περίπτωση πτερυγίων ανεμογεννήτριας αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα εφόσον ο λόγος επιμήκους τους είναι αρκετά υψηλός, $AR > 10$.

Η πτέρυγα μιας ανεμογεννήτριας αν και τρισδιάστατο σώμα, είναι δυνατό να αντικατασταθεί από μια απλή γραμμή άνωσης. Η μέθοδος γραμμής άνωσης του Prandtl μπορεί να προσεγγίσει τις ιδιότητες μίας πτέρυγας με μία απλή ανωστική γραμμή, μία προσέγγιση που θα έχει ως αποτέλεσμα να αποτυπώνει τα βασικά χαρακτηριστικά των τρισδιάστατων ροών και να προβλέπει την μείωση της κλίσης της άνωσης καθώς και την αύξηση της επαγόμενης αντίστασης με τη μείωση του λόγου επιμήκους.

Για την εφαρμογή της θεωρίας γίνεται η παραδοχή ότι το ρευστό είναι ασυμπίεστο και μη-συνεκτικό. Η γραμμή άνωσης τοποθετείται στην πτέρυγα στο $\frac{1}{4}$ της χορδής των αεροτομών, κατά μήκος της οποίας κατανέμεται μεταβλητή κυκλοφορία $\Gamma(r)$. Από την γραμμή εκρέουν ενωμένοι δινοσωλήνες, οι οποίοι εκτείνονται πολύ μακριά του πτερυγίου όπου τελικά θα κλείσουν και θα σχηματίσουν κλειστούς δακτυλίους, δηλαδή κλειστούς δινοσωλήνες. Καθώς εξελίσσεται το φαινόμενο, ένα φύλλο στροβιλότητας εκτελεί μία ελικοειδή κίνηση κατάντι της ελεύθερης ροής που ξεκινάει από την ανωστική γραμμή έτσι ώστε να ικανοποιηθεί η συνέχεια της στροβιλότητας. Το διάνυσμα της ακολουθούσας στροβιλότητας είναι, σε κάθε ακτινική θέση, εφαπτόμενο στην ελικοειδή γραμμή υπό σταθερό βήμα x . Το βήμα εξαρτάται από την ακτινική θέση στην οποία βρίσκεται, είναι ανάλογο των στροφών που περιστρέφεται ο δρομέας και της επαγόμενης ταχύτητας της ακολουθούσας στροβιλότητας. Τέλος, η ακτινικά επαγόμενη ταχύτητα θεωρείται αμελητέα σε σύγκριση με την αξονική, ενώ η προσδεδεμένη κυκλοφορία στην ρίζα του πτερυγίου και στο ακροπτερύγιο ισούται αναγκαστικά με μηδέν.

2.7. Ομόρρους ως φύλλο στροβιλότητας

Φύλλο στροβιλότητας ονομάζεται κάθε κινούμενη ή μη επιφάνεια S_w , που παρουσιάζει ασυνέχεια της εφαπτομενικής ταχύτητας, σε πεδίο ροής ασυμπίεστου, μη συνεκτικού ρευστού. Αυτό αποτελεί το φυσικό ανάλογο των στρωμάτων διάτμησης.

Στην περίπτωση που ένα μη συνεκτικό ρευστό ρέει γύρω από ένα τρισδιάστατο ανωστικό σώμα, ορίζεται μια γραμμή στο στερεό σύνορό του η οποία ξεκινά από την ακμή εκφυγής και από εκεί θα εκτείνεται ο ομόρρους του, δηλαδή ένα επιφανειακό φύλλο στροβιλότητας, με ασυνέχεια της εφαπτομενικής ταχύτητας, συνεπώς και του δυναμικού.

Η επιφάνεια ασυνέχειας μπορεί να αναπαρασταθεί με κατανομή διπόλου, η οποία χρησιμοποιείται για την ανάπτυξη κυκλοφορίας, άρα και άνωσης επάνω στα στερεά σύνορα.

Ο ορισμός του φύλλου στροβιλότητας αναφέρεται σε μια κινούμενη επιφάνεια S_w με ασυνέχεια (πήδημα) ταχύτητας $[[\vec{U}]](\vec{x}_w)$ στην τυχαία θέση $\vec{x}_w \in S_w$. Στην περίπτωση όμως των εφαρμογών ρευστομηχανικής συνηθίζεται η περίπτωση ενός φύλλου στροβιλότητας που παράγεται ως επιφάνεια ασυνέχειας δυναμικού ή ισοδύναμα μιας κατανομής διπόλων και περιγράφεται μαθηματικά ως εξής:

$$[[\vec{U}]](\vec{x}_w) \cdot \vec{n}(\vec{x}_w) = 0 \quad , \quad \vec{x}_w \in S_w \quad (2.37)$$

$$\vec{\gamma}(\vec{x}_w) = [[\vec{U}]](\vec{x}_w) \times \vec{n}(\vec{x}_w) \quad (2.38)$$

Όπου $\vec{n}(\vec{x}_w)$ το κάθετο διάνυσμα στο σημείο x_w της επιφάνειας S_w και $\vec{\gamma}(\vec{x}_w)$ η ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας στην ίδια θέση.

Επίσης για την επιφάνεια S_w ισχύουν οι σχέσεις

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{x}}{dt} &= \vec{u}_w(\vec{x}) \\ \llbracket p \rrbracket(\vec{x}) &= 0\end{aligned}$$

Η u_ω ορίζεται ως η μέση ταχύτητα μεταφοράς του φύλλου στροβιλότητας, δηλαδή το ημιάθροισμα των εφαπτομενικών ταχυτήτων του ομόρρου. Η μέση ταχύτητα του ομόρρου προκύπτει εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli σε ένα τυχαίο σημείο στην πάνω πλευρά του ομόρρου (υποπίεσης, δείκτης +), και στο αντίστοιχο στην κάτω πλευρά του (υπερπίεσης, δείκτης -) και υπολογίζεται η διαφορά τους.

$$\frac{\partial \varphi^+}{\partial t} + p^+ + \frac{u_+^2}{2} = \frac{\partial \varphi^-}{\partial t} + p^- + \frac{u_-^2}{2} \quad (2.39)$$

Απαιτώντας μηδενικό πήδημα πίεσης ύστερα από πράξεις προκύπτει

$$\begin{aligned}\frac{\partial \llbracket \varphi \rrbracket}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^+ + u^-) \cdot \nabla \llbracket \varphi \rrbracket &= 0 \Rightarrow \\ \frac{\partial \llbracket \varphi \rrbracket}{\partial t} + u_\omega \cdot \nabla \llbracket \varphi \rrbracket &= 0 \Rightarrow \\ \frac{d_m \llbracket \varphi \rrbracket}{dt} &= 0\end{aligned} \quad (2.40)$$

Σε ένα ασυμπίεστο μη συνεκτικό ρευστό θα δημιουργηθεί κυκλοφορία στο πεδίο ροής με την εισαγωγή ενός φύλλου στροβιλότητας και έτσι καθίσταται δυνατή η αναπαράσταση ανωστικών σωμάτων.

Τη χρονική στιγμή t σε μια τομή της πτέρυγας, ασυνέχεια του δυναμικού του ομόρρου στην ακμή εκφυγής θα είναι ίση με την κυκλοφορία γύρω από την πτέρυγα στην τομή αυτή.

$$\llbracket \varphi^t \rrbracket(x) = \varphi_+^t - \varphi_-^t = \Gamma^t \quad (2.41)$$

Η ένταση της διαφοράς του δυναμικού $\llbracket \varphi \rrbracket(x)$ καθορίζει την ένταση της κατανομής των διπόλων του ομόρρου ή αλλιώς του δινοσωλήνα $\mu(x)$ στο υλικό σημείο $x \in S_w$.

$$\llbracket \varphi \rrbracket(x) = -\mu(x) \quad , x \in S_w$$

Η θέση του υλικού σημείου θα καθορίζεται από την μέση ταχύτητα:

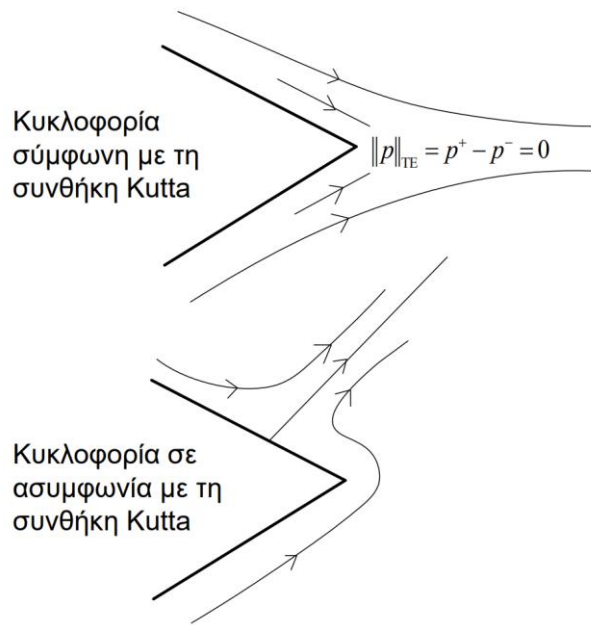
$$\frac{d\vec{x}_w}{dt} = \frac{1}{2} \left\{ \vec{u}^+(\vec{x}_w, t) - \vec{u}^-(\vec{x}_w, t) \right\} = \vec{u}_\omega(\vec{x}_w, t) \quad (2.42)$$

Η αρχή διατήρησης του Kelvin επιβάλλει την υλική διατήρηση της κυκλοφορίας κατά μήκος των αποβαλλόμενων γραμμών στροβιλότητας και συνεπώς η ένταση της διανομή διπόλων που μεταφέρεται με ένα υλικό σημείο κατά μήκος μιας γραμμής στροβιλότητας συντηρεί την ένταση που είχε αυτό το υλικό σημείο κατά την εκπομπή του από την ακμή εκφυγής. Γι' αυτό τον λόγο το υλικό σημείο

2.8. Kutta-Joukowski

Ο ομόρρους για την ομαλή εξέλιξη του απαιτείται να ικανοποιεί την εξίσωση Kutta, η οποία επιβάλλει την ομαλή έξοδο της ροής από την ακμή εκφυγής για μόνιμες συνθήκες ροής. Αυτό συνεπάγεται στην συνέχεια των πιέσεων των ροών από την πλευρά υποπίεσης και την πλευρά υπερπίεσης, εφόσον το ρευστό δεν μπορεί να παραλάβει ορθές τάσεις.

$$P^+ \equiv P^- \Rightarrow \llbracket P \rrbracket = 0 \quad (2.43)$$



Σχήμα 8. Συνθήκη Kutta στην ακμή εκφυγής

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli στην πάνω και την κάτω πλευρά της αεροτομής στην ακμή εκφυγής επιλύεται η δυναμική συνθήκη του προβλήματος.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi^+}{\partial t} + \frac{p^+}{\rho} + \frac{\overline{u_+^2}}{2} &= \frac{\partial \Phi^-}{\partial t} + \frac{p^-}{\rho} + \frac{\overline{u_-^2}}{2} \Rightarrow \\ \frac{\partial \llbracket \Phi \rrbracket}{\partial t} + \frac{\llbracket p \rrbracket}{\rho} + \frac{\llbracket \overline{u^2} \rrbracket}{2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.44)$$

Και εφόσον $[[P]] = 0$ προκύπτει,

$$\frac{\partial [[\Phi]]}{\partial t} + \frac{\overline{[[u^2]]}}{2} = 0 \quad (2.45)$$

Η εξίσωση 2.45 αποτελεί την δυναμική συνθήκη του προβλήματος, η οποία σε συνδυασμό με την κινηματική συνθήκη μη εισχώρησης ορίζουν πλήρως ένα σύστημα του οποίου οι εξισώσεις είναι ίσες σε αριθμό με τις εντάσεις των αγνώστων διανομών του βαθμωτού δυναμικού.

Η συνθήκη Kutta βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με την συνθήκη Kelvin και καθορίζει την στροβιλότητα που αποβάλλεται στον ομόρρου της πτέρυγας ή ισοδύναμα την κυκλοφορία πάνω σε αυτήν.

$$[[\Phi]]_{TE} = \Gamma = [[\Phi]]_w \quad (2.46)$$

Η συνθήκη Kelvin τελικά γίνεται :

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \frac{D[[\Phi]]_{TE}}{Dt} = \frac{D[[\Phi]]_w}{Dt} \quad (2.47)$$

Στην ακμή εκφυγής , για ένα τυχαίο σώμα B, την χρονική στιγμή t το δυναμικό προκύπτει:

$$[[\Phi]]_w^t = \Gamma(\eta, t) \quad (2.48)$$

Καθώς για ένα τυχαίο σημείο στην ίδια γραμμή αποβολής θα είναι :

$$[[\Phi]]_w^t (\vec{x}_w((\eta, t_0); t)) = \Gamma(\eta, t_0) \quad (2.49)$$

Συνεπώς, ο ομόρρους, σε ένα φαινόμενο μη μόνιμου χαρακτήρα, αποτελείται από ασυνέχειες δυναμικού που μεταβάλλονται κατά την αξονική και κατά την ακτινική κατεύθυνση της ροής, δηλαδή αποτελείται από ασυνέχεια ταχυτήτων η οποία μεταφράζεται στο φύλλο στροβιλότητας ως επιφανειακή στροβιλότητα. Κατά την μόνιμη ροή ,ωστόσο, η μεταβολή των ασυνεχειών εντοπίζεται μόνο στην ακτινική κατεύθυνση της ροής ενώ η αξονική συνιστώσα της στροβιλότητας μηδενίζεται.

3. Αεροδυναμική Μοντελοποίηση

3.1. Η μέθοδος των πλαισίων και ο ελεύθερος ομόρρους

Η μέθοδος των πλαισίων επιτυγχάνει να μοντελοποιήσει πολλαπλά σώματα τα οποία μπορεί να είναι ανωστικά, δηλαδή αεροδυναμικά ή μη. Αυτό σημαίνει ότι καθίσταται δυνατή η πλήρης μοντελοποίηση διαφόρων γεωμετριών (π.χ. ανεμογεννήτρια) ενώνοντας διαφορετικά σώματα (π.χ. πτερύγια) σε μια κοινή προσομοίωση. Με αυτήν την μέθοδο μπορεί να αναπαρασταθεί λεπτομερώς το τρισδιάστατο πεδίο ροής, το οποίο προσεγγίζεται ως στροβιλό, μη συνεκτικό πεδίο ροής. Συνεπώς τα προβλήματα που αφορούν συμπίεστες και συνεκτικές ροές δεν μπορούν να επιλυθούν, μόνον να πραγματοποιηθούν διορθώσεις. Για τις συμπίεστες και συνεκτικές διορθώσεις των φορτίων των πτερύγων χρησιμοποιούνται τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά διαφορετικών αεροτομών για διαφορετικά τμήματα της πτέρυγας.

3.2. Διαχωρισμός του πεδίου ταχύτητας

Το πεδίο ταχύτητας περιγράφεται στην παρούσα εργασία από το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz στην μορφή :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{U}_{\infty}(\vec{x}, t) + \vec{u}_{\phi}(\vec{x}, t) + \vec{u}_{\psi}(\vec{x}, t) \quad (3.1)$$

Όπου $\vec{u}(\vec{x}, t)$ η επαγόμενη ταχύτητα, $\vec{U}_{\infty}(t)$ η ταχύτητα της επ'άπειρον αδιατάραχτης ροής, $\vec{u}_{\phi} = \nabla\phi$ το βαθμωτό δυναμικό του αστρόβιλου πεδίου ροής και $\vec{u}_{\psi} = \nabla \times \vec{\psi}$ η ταχύτητα λόγω της στροβιλότητας του ομόρρου.

Στην ασυμπίεστη όμως προσέγγιση της ροής και εφαρμόζοντας το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz, η εξίσωση συνέχειας εκφυλίζεται σε εξίσωση Laplace για το βαθμωτό δυναμικό ϕ , με τις αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες.

$$\nabla^2\phi = 0 \quad (3.2)$$

3.3. Συνοριακές συνθήκες

Στην συνέχεια για την επίλυση του προβλήματος είναι απαραίτητο να ισχύουν οι παρακάτω οριακές συνθήκες.

Η κινηματική συνθήκη μη εισχώρησης είναι η πρώτη συνθήκη, η οποία αποτυπώνει το φυσικό σύνορο της γεωμετρίας του σώματος μέσα στο πεδίο ροής επιβάλλοντας τη μη εισχώρηση του

ρευστού σε αυτό το στερεό σύνορο S , που σημαίνει τον μηδενισμό της κάθετης ταχύτητας πάνω στο σώμα και εκφράζεται ως εξής.

$$\left(\vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{U}_b(\vec{x}, t)\right) \vec{n} = 0 \quad (3.3)$$

Ως U_b συμβολίζεται η ταχύτητα κίνησης του σώματος και \vec{n} το κάθετο διάνυσμα στο όριο S και η συνθήκη μηδενικού πηδήματος της κάθετης συνιστώσας ταχύτητας στο φύλλο στροβιλότητας του ομόρρου.

$$\llbracket \vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{U}_b(\vec{x}, t) \rrbracket \vec{n} = 0 \quad (3.4)$$

Η δεύτερη συνθήκη αποτυπώνει την διαταραχή η οποία μηδενίζεται μακριά από το σώμα, όπως απαιτήθηκε από το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz.

$$\nabla \Phi \rightarrow 0 \text{ όταν } \vec{r} \rightarrow \infty$$

ή σε μορφή ορίου

$$\lim_{|\vec{x}| \rightarrow \infty} \varphi(\vec{x}, t) = c$$

$$\lim_{|\vec{x}| \rightarrow \infty} |\nabla \varphi(\vec{x}, t)| = 0 \quad \#(3.5)$$

Τέλος, σύμφωνα με την συνθήκη του Kelvin η υλική παράγωγος της κυκλοφορίας πρέπει να είναι μηδέν.

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \quad (3.6)$$

Η τελευταία συνθήκη απαιτεί μηδενικό πήδημα πίεσης στο φύλλο στροβιλότητας του ομόρρου.

$$\llbracket p \rrbracket(x) = 0 \quad (3.7)$$

Το πεδίο ταχύτητας, λοιπόν, που περιγράφηκε στην εξίσωση 3.1, προκύπτει :

$$\nabla \cdot \vec{u}(\vec{x}, t) = 0 \Rightarrow$$

$$\nabla \cdot \vec{U}_\infty(\vec{x}, t) + \nabla \cdot \vec{u}_\varphi(\vec{x}, t) + \nabla \cdot \vec{u}_\psi(\vec{x}, t) = 0 \Rightarrow$$

$$\cancel{\nabla \cdot \vec{U}_\infty(\vec{x}, t)} + \nabla \cdot (\nabla \varphi(\vec{x}, t)) + \cancel{\nabla \cdot (\nabla \times \vec{\psi}(\vec{x}, t))} = 0 \Rightarrow$$

$$\nabla^2 \varphi(\vec{x}, t) = 0 \quad (3.8)$$

$$\vec{u}(\vec{x}_s, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}_s, t) = \vec{U}_b(\vec{x}_s, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}_s, t) \quad (3.9)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \nabla^2 \varphi(\vec{x}, t) = 0 \quad (3.10)$$

Θεωρώντας ότι η S είναι μια κλειστή επιφάνεια με εσωτερική D^- και εξωτερική πλευρά D^+ όπως φαίνεται στο Σχήμα 10, το πρόβλημα του βαθμωτού δυναμικού μπορεί να χωριστεί σε δύο στο εσωτερικό Φ^- και στο εξωτερικό Φ^+ και λόγω της γραμμικότητας του τελεστή Laplace, η τιμή του φ μπορεί να οριστεί σαν το παρακάτω άθροισμα.

$$\varphi(\vec{x}, t) = \varphi^+(\vec{x}, t) + \varphi^-(\vec{x}, t)$$

$$\varphi^+(\vec{x}, t) = \begin{cases} \neq 0, & \text{αν } \vec{x} \in D^+ \\ = 0 & \text{αν } \vec{x} \in D^- \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\varphi^-(\vec{x}, t) = \begin{cases} = 0, & \text{αν } \vec{x} \in D^+ \\ \neq 0 & \text{αν } \vec{x} \in D^- \end{cases}$$

Για την επίλυση της εξίσωσης Laplace 3.8, στο εσωτερικό και στο εσωτερικό πρόβλημα, εφαρμόζεται το θεώρημα του Green.

$$\begin{aligned} \int_{D^+} \varphi^+(\vec{x}, t) \nabla^2 G(X) dD^+ &= \int_{\partial D^+} [\varphi^+(\vec{x}, t) \nabla G(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) - \nabla \varphi^+(\vec{x}, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) G(\vec{x})] dS \\ &= \int_{S_\infty} [\varphi^+(\vec{x}, t) \nabla G(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) - \nabla \varphi^+(\vec{x}, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) G(\vec{x})] dS \\ &\quad - \int_S [\varphi^+(\vec{x}, t) \nabla G(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) - \nabla \varphi^+(\vec{x}, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) G(\vec{x})] dS \\ \int_{D^-} \varphi^-(\vec{x}, t) \nabla^2 G(X) dD^- &= \int_{\partial D^-} [\varphi^-(\vec{x}, t) \nabla G(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) - \nabla \varphi^-(\vec{x}, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) G(\vec{x})] dS \\ &\quad - \int_S [\varphi^-(\vec{x}, t) \nabla G(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) - \nabla \varphi^-(\vec{x}, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) G(\vec{x})] dS \end{aligned}$$

Όπου $G(\vec{x})$ είναι η συνάρτηση του Green. Λόγω της δεύτερης συνοριακής συνθήκης, όπου η διαταραχή μηδενίζεται μακριά από το σώμα 3.10 ισχύει ότι $\varphi^+(\vec{x}_\infty, t) = 0$ και οι παραπάνω εκφράσεις παίρνουν την μορφή :

$$\int_{D^+} \varphi^+(\vec{x}, t) \nabla^2 G(X) dD^+ = - \int_S [\varphi^+(\vec{x}, t) \nabla G(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) - \nabla \varphi^+(\vec{x}, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) G(\vec{x})] dS \quad (3.12)$$

$$\int_{D^-} \varphi^-(\vec{x}, t) \nabla^2 G(\vec{x}) dD^- = \int_S [\varphi^-(\vec{x}, t) \nabla G(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) - \nabla \varphi^-(\vec{x}, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}, t) G(\vec{x})] dS \quad (3.13)$$

Η διαφορά του προσήμου στο δεξί μέλος των δύο παραπάνω εξισώσεων οφείλεται στον διαφορετικό προσανατολισμό της επιφάνειας S του συνόρου της πτέρυγας, δηλαδή αφορά το εσωτερικό και το εξωτερικό σύνορο αντίστοιχα.

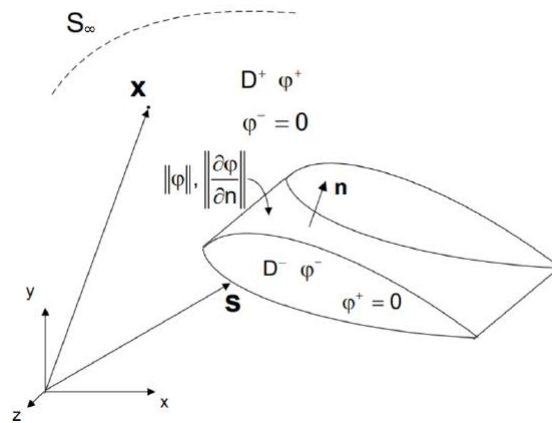
Αθροίζοντας τις εξισώσεις 3.12 και 3.13 και επιλέγοντας την συνάρτηση του Green για ένα σημείο πάνω στην καμπύλη S να είναι η εξής.

$$G(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi|\vec{x} - \vec{x}_S|}$$

Η συνάρτηση του δυναμικού καταλήγει:

$$\varphi(\vec{x}, t) = \int_S \left[\left[\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right] (\vec{x}_S, t) \frac{1}{4\pi|\vec{x} - \vec{x}_S|} dS + \int_S \left[\varphi \right] (\vec{x}_S, t) \frac{1}{4\pi|\vec{x} - \vec{x}_S|^3} \cdot \vec{n}(\vec{x}_S, t) dS \quad (3.14)$$

Όπου $\left[\varphi \right] (\vec{x}_S, t)$ είναι το πήδημα του δυναμικού και $\left[\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right] (\vec{x}_S, t)$ είναι η παράγωγός του στην επιφάνεια S του συνόρου.



Σχήμα 9. Μια κλειστή συνοριακή επιφάνεια S η οποία διαχωρίζει τον χώρο σε εξωτερικό (D^+) και εσωτερικό (D^-) χωρίο, στα οποία ισχύουν φ^+ και φ^- αντίστοιχα. Στην επιφάνεια συνόρου S ορίζονται το πήδημα δυναμικού $\left[\varphi \right] (\vec{x}_S, t)$ και η κανονική του παράγωγος $\left[\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right] (\vec{x}_S, t)$.

Σε μία έμμεση διατύπωση το πήδημα του δυναμικού και η παράγωγός του ορίζουν τις εντάσεις των διπολών $\mu(\vec{x}_S, t) = -\left[\varphi \right] (\vec{x}_S, t)$ και των πηγών $\sigma(\vec{x}_S, t) = \left[\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right] (\vec{x}_S, t)$

αντίστοιχα. Συγκεκριμένα μέσω της συνθήκης Dirichlet οδηγεί στην διανομή πηγών στο σώμα και ορίζεται ως

$$\sigma = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial n} \llbracket \Phi \rrbracket = 0 \Rightarrow \frac{\partial \varphi^-}{\partial n} = \frac{\partial \varphi^+}{\partial n}, \quad x \in S$$

Η συνθήκη Neumann από την άλλη πλευρά οδηγεί στην διατύπωση διπόλων (Johnson and Rubbert, 1975).

$$-\mu = 0 \Rightarrow \llbracket \varphi \rrbracket = 0 \Rightarrow \varphi^- = \varphi^+, \quad x \in S$$

Συνεπώς, τα διάφορα σύνορα των γεωμετριών, όπως τα ανωστικά και μη-ανωστικά σώματα καθώς και ο ομόρρους, μπορούν να διακριτοποιηθούν στην επιφάνεια τους σαν επιφανειακά πλέγματα μεμονωμένων στοιχείων (panels), μια τεχνική που είναι γνωστή ως η μέθοδος συνοριακών στοιχείων (BEM) (βλέπε Σχήμα 10). Αξιοποιώντας την γραμμικότητα του τελεστή Laplace, το πεδίο ροής περιγράφεται ως το άθροισμα της συνεισφοράς διαφόρων συνοριακών στοιχείων (πηγών, διπόλων και δινών) των οποίων η χωρική κατανομή ικανοποιεί εγγενώς την εξίσωση Laplace (3.8) και την συνοριακή συνθήκη στο μακρινό πεδίο ροής (3.10). Για να ικανοποιηθεί η οριακή συνθήκη μη εισχώρησης, το πρόβλημα που προκύπτει είναι ο προσδιορισμός της έντασης των συνοριακών στοιχείων (σ και μ). Σε μια άμεση διατύπωση η τετριμμένη λύση για το εσωτερικό πρόβλημα $\varphi^- = 0$, αποδίδεται στον Morino (1974) και το δυναμικό έχει άμεση συσχέτιση με τις εντάσεις πηγών και διπόλων.

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\partial}{\partial n} \llbracket \Phi \rrbracket = \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} = u_n \\ \mu &= -\llbracket \varphi \rrbracket = -\varphi^+ \end{aligned}$$

Ο στόχος είναι να οριστεί η διανομή του δυναμικού στην επιφάνεια του συνόρου. Η ταχύτητα, στην περίπτωση αυτή, υπολογίζεται ολοκληρώνοντας το δυναμικό στην επιφάνεια.

$$\begin{aligned} \vec{u}(\vec{x}, t) &= \vec{U}_\infty(\vec{x}, t) + \vec{q}(\vec{x}, t) \\ &= \vec{U}_\infty(\vec{x}, t) \\ &+ \int_S \frac{1}{4\pi} \nabla \llbracket \varphi \rrbracket(\vec{x}_s, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}_s, t) \frac{\vec{x} - \vec{x}_s}{|\vec{x} - \vec{x}_s|^3} dS \\ &+ \int_S \frac{1}{4\pi} \nabla \llbracket \varphi \rrbracket(\vec{x}_s, t) \times \vec{n}(\vec{x}_s, t) \times \frac{\vec{x} - \vec{x}_s}{|\vec{x} - \vec{x}_s|^3} dS \\ &+ \oint_{\partial S} \frac{1}{4\pi} \llbracket \varphi \rrbracket(\vec{x}_s, t) d\vec{l}_{\partial S} \frac{\vec{x} - \vec{x}_s}{|\vec{x} - \vec{x}_s|^3} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Όπου U_∞ η συνιστώσα της επάπειρον ταχύτητα της αδιατάραχης ροής,

$\vec{q}(\vec{x}, t) = \vec{u}_\varphi(\vec{x}, t) + \vec{u}_\psi(\vec{x}, t)$ είναι η συνιστωσά ταχύτητας διαταραχής,

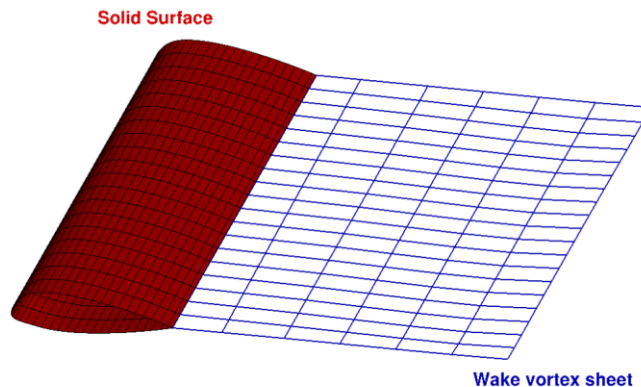
$\vec{u}_\sigma(\vec{x}, t) = \int_S \frac{1}{4\pi} \nabla[\varphi](\vec{x}_S, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}_S, t) \frac{\vec{x} - \vec{x}_S}{|\vec{x} - \vec{x}_S|^3} dS$ η επαγόμενη ταχύτητα από τις πηγές,

$\vec{u}_\mu(\vec{x}, t) = \int_S \frac{1}{4\pi} \nabla[\psi](\vec{x}_S, t) \cdot \vec{n}(\vec{x}_S, t) \frac{\vec{x} - \vec{x}_S}{|\vec{x} - \vec{x}_S|^3} dS$ η επαγόμενη ταχύτητα από τα δίπολα.

Ως αποτέλεσμα του θεωρήματος Kelvin για τη διατήρηση της συνολικής δίνης σε κάθε δεδομένη στιγμή ($\frac{D\Gamma}{Dt} = 0$), ο ομόρρους εκπέμπεται από τα ανωστικά σώματα σαν ελεύθερη στροβιλότητα για να αντισταθμίσει την αύξηση της κυκλοφορίας (βλέπε Σχήμα 10). Ο ομόρρους υπολογίζεται αριθμητικά ως ένα φύλλο δίνης με εφαπτομενική διαφορά ταχύτητας (πήδημα) μεταξύ της πάνω και της κάτω πλευράς του ομόρρου, το οποίο διακριτοποιείται σε στοιχεία τα οποία φέρουν στροβιλότητα και συνεπώς επάγουν ταχύτητα. Τα υπάρχοντα μοντέλα ομόρρου διαφέρουν μεταξύ τους στην επιλογή των στοιχείων τα οποία περιγράφουν τον ομόρρο, αλλά όλα βασίζονται στον νόμο Biot-Savart για να περιγράψουν το πεδίο ροής. Ως εκ τούτου, το πεδίο ροής αναπαρίσταται σε μια υλική διατύπωση Lagrange, όπου η συναγωγή οποιουδήποτε υλικού σημείου δίνεται από την σχέση:

$$\frac{d\vec{Z}_p}{dt}(t) = \vec{U}_p(t) = \vec{U}_\infty(\vec{Z}_p(t), t) + \vec{q}(\vec{Z}_p(t), t) \quad (3.16)$$

Ως αποτέλεσμα των ανωτέρω, δεν απαιτείται διακριτοποίηση του υπολογιστικού χώρου σε σημεία πλέγματος και για το λόγο αυτό οι μέθοδοι αυτές είναι γνωστές ως μη πλεγματικές μέθοδοι. Η απουσία σταθερού πλέγματος διευκολύνει την προσομοίωση αυθαίρετα κινούμενων και εκτρεπόμενων σωμάτων που αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους, γεγονός που τις καθιστά κατάλληλες για αεροελαστικές μεθόδους πολλαπλών σωμάτων εφαρμογές.

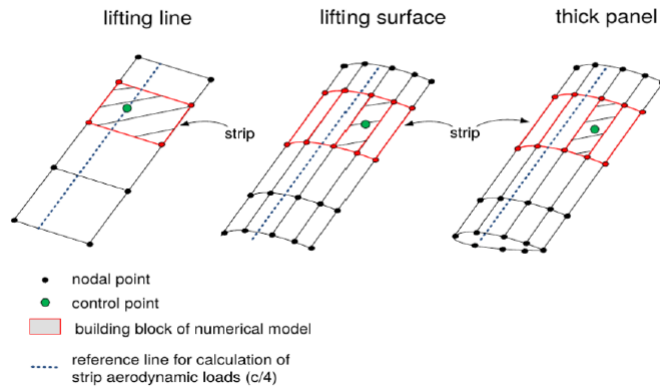


Σχήμα 10. Διατύπωση ελεύθερου ομόρρου. Διακριτοποίηση της στερεής επιφάνειας και του φύλλου ομόρρου σε συνοριακά στοιχεία (panels).

Εκτός από τις διάφορες επιλογές στοιχείων (panels), υπάρχουν επίσης διάφορες επιλογές για την μοντελοποίηση των ανωστικών σωμάτων όπως φαίνεται στο σχήμα 12.

Η απλούστερη μέθοδος είναι αυτή της γραμμής άνωσης του Prandtl, όπου μια πτέρυγα μοντελοποιείται σαν ένας ή πολλοί δινοσωλήνες με σταθερή κυκλοφορία κατά μήκος του $\frac{1}{4}$ της χορδής των αεροτομών. Σύμφωνα με μέθοδο των συνοριακών στοιχείων (BEM), η γεωμετρία της πτέρυγας μπορεί να αναπαρασταθεί σαν ένα σύνολο συνοριακών στοιχείων (πάνελ) τα οποία είναι τοποθετημένα στην πραγματική επιφάνεια της πτέρυγας (σώμα άνωσης) ή στην επιφάνεια που σχηματίζουν οι μέσες γραμμές των αεροτομών (επιφάνεια άνωσης). Στην μέθοδο της επιφάνειας άνωσης (Lifting Surface) οι πτέρυγες θεωρούνται σώματα μηδενικού πάχους και μοντελοποιούνται σαν μια επιφάνεια με διανομή διπόλων κατά μήκος της μέσης επιφάνειας τους, ενώ στο μοντέλο του τρισδιάστατου σώματος, η προσέγγιση της πτέρυγας επιτυγχάνεται με διανομή πηγών και διπόλων μέσω άμεσης και έμμεσης διατύπωσης. Στην περίπτωση των μη ανωστικών σωμάτων, η μοντελοποίησή τους μοιάζει με αυτή των ανωστικών σωμάτων, διακριτοποιώντας την πραγματική τους επιφάνεια μόνο με διατύπωση πηγών και εμποδίζοντας την εκπομπή του ομόρρου.

Στις επόμενες παραγράφους αναλύονται λεπτομερώς οι διάφορες επιλογές μοντελοποίησης των σωμάτων. Η ανάλυση που έγινε βασίστηκε στη χρήση υπολογιστικού κώδικα GenUVP (Generalized Unsteady Vortex Particle Method) που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Τομέα Ρευστών της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ, ο οποίος έχει χρησιμοποιηθεί σε διάφορα προβλήματα.



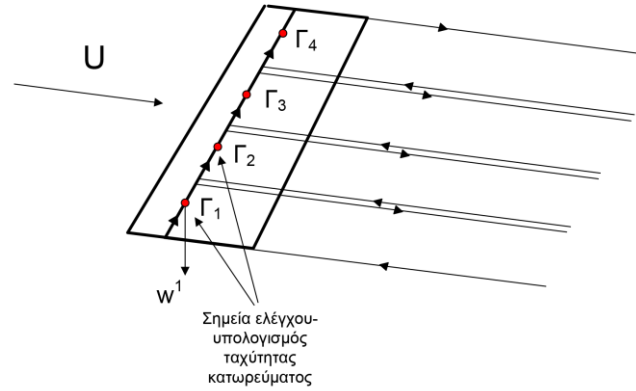
Σχήμα 11. Μοντελοποίηση ανωστικών σωμάτων με τρεις επιλογές του κώδικα GENUVP

3.4. Γραμμή Άνωσης

Στο προηγούμενο κεφάλαιο περιγράφηκε η αναλυτική μορφή επίλυσης του ρότορα μιας ανεμογεννήτριας με την μέθοδο γραμμής άνωσης, σε αυτήν την ενότητα ακολουθεί το αριθμητικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία με τις απαραίτητες διαφοροποιήσεις.

Κατά την διατύπωση της γραμμής άνωσης, δεν επιλύεται η εξίσωση Laplace και συνεπώς ένα ανωστικό σώμα δεν μοντελοποιείται χωρίζοντας την επιφάνεια του σε συνοριακά στοιχεία.

Αντ' αυτού, μοντελοποιείται ως ένα νήμα στροβιλότητας (filament) σταθερής ή μεταβαλλόμενης κυκλοφορίας $\Gamma(y)$ κατά μήκος μιας γραμμής που περνάει από το ένα τέταρτο της χορδής των αεροτομών ($c/4$), η οποία ονομάζεται γραμμή αναφοράς (reference-line). Η γραμμή αναφοράς διαιρείται σε N αριθμό διαδοχικών στοιχείων στροβιλότητας σταθερής έντασης (κυκλοφορίας - Γ^n), όπως φαίνεται στο σχήμα 12. Αυτά τα τμήματα, σταθερής κυκλοφορίας, ονομάζονται λωρίδες, ή αλλιώς strips, και αναπαριστούν πτέρυγες πεπερασμένου εκπετάσματος. Η φαινόμενη ταχύτητα ροής στο τοπικό διδιάστατο σύστημα για κάθε στοιχείο της πτέρυγας, καθορίζεται μέσω κινηματικής ανάλυσης στην οποία η επ' άπειρον ροή, η κίνηση του σώματος και η ταχύτητα που επάγεται από όλα τα σημεία μέσα στο υπολογιστικό χωρίο συμβάλλουν στην εξίσωση 3.18, όπως φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 12. Προσδεδεμένος στρόβιλος σε πτέρυγα και το εκκριμένο φύλλο στροβιλότητας

Η κινηματική ανάλυση εφαρμόζεται σε ένα μοναδικό σημείο για κάθε στοιχείο της πτέρυγας το οποίο βρίσκεται στο μισό του εκπετάσματος και αναφέρεται ως σημείο ελέγχου (cp, control point) του strip. Οι ταχύτητες του ομόρρου υπολογίζονται σε αυτή ακριβώς την θέση των σημείων ελέγχου και με αυτό τον τρόπο υπολογίζονται οι ταχύτητες κατωρεύματος. Η φαινόμενη ταχύτητα χρησιμοποιείται ώστε να καθοριστεί η φαινόμενη γωνία προσβολής a_{eff} και σε συνδυασμό με τα πινακοποιημένα πολικά δεδομένα των αεροτομών που σχηματίζουν το πτερύγιο, επιλύεται η εξίσωση γραμμής άνωσης 3.19 και στην εξίσωση 3.20 υπολογίζονται η κυκλοφορία και τα αεροδυναμικά φορτία πάνω στην λωρίδα (strip).

$$\vec{U}_{str} = \vec{U}_{\infty}(\vec{x}_{cp}, t) - \vec{U}_b(\vec{x}_{cp}, t) + \vec{q}(\vec{x}_{cp}, t)$$

Η ταχύτητα κατωρεύματος είναι:

$$\vec{W}_{eff} = A_{str}^T \vec{U}_{str} \quad \text{όπου } W_{eff,y} = 0 \quad (3.18)$$

$$a_{eff} = \arctan\left(\frac{W_{eff,z}}{W_{eff,x}}\right)$$

Σε κάθε σημείο ελέγχου του κάθε strip επαληθεύεται η εξίσωση μονοπλάνου, η οποία λόγω του θεωρήματος Joukowski γράφεται στην παρακάτω μορφή:

$$\begin{aligned} \rho W_{eff} \Gamma_{str} &= \frac{\partial C_L}{\partial a} (a_{eff} - a_0) \frac{1}{2} \rho W_{eff}^2 c \Rightarrow \\ \Gamma_{str} &= \frac{\partial C_L}{\partial a} (a_{eff} - a_0) \frac{1}{2} \rho W_{eff} c \end{aligned} \quad (3.19)$$

Υστερα από τη σύγκλιση του κώδικα και αφού βρεθούν οι επαγόμενες ταχύτητες και υπολογιστεί η κυκλοφορία των δινοπετάλων, υπολογίζονται οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στην ανεμογεννήτρια όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{2} \rho W_{eff}^2 C_L(a_{eff}) c \Delta r \\
 D &= \frac{1}{2} \rho W_{eff}^2 C_D(a_{eff}) c \Delta r \\
 M &= \frac{1}{2} \rho W_{eff}^2 C_M(a_{eff}) c \Delta r
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

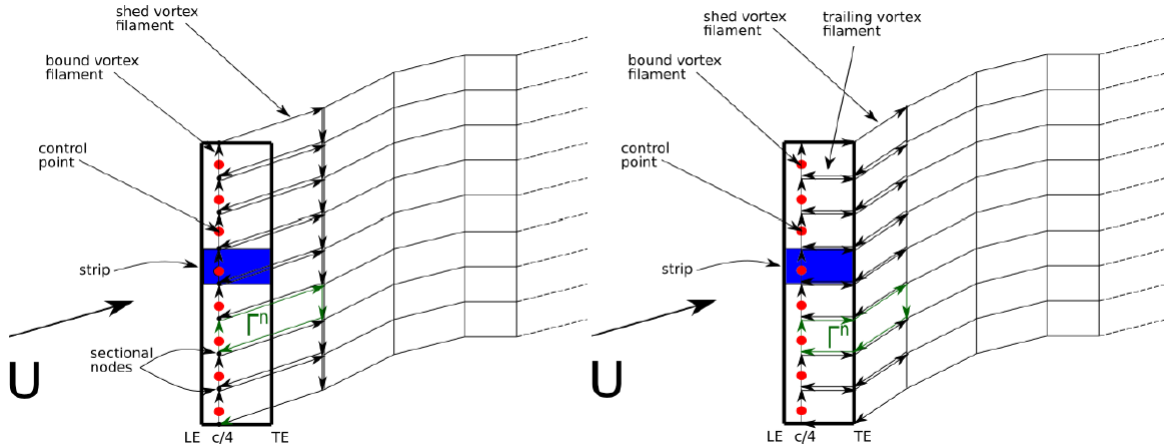
Όπου ρ είναι η πυκνότητα, W_{eff} η νόρμα της φαινόμενης ταχύτητας (η φαινόμενη σημαίνει ότι η συνιστώσα της ταχύτητας ροής κατά το εκπέτασμα αμελείται), Γ_{str} είναι η κυκλοφορία του strip, $\frac{\partial C_L}{\partial a}$ είναι η γραμμική κλίση της άνωσης, η οποία έχει παρθεί από τα διδιάστατα πολικά δεδομένα, a_0 είναι η γωνία μηδενικής άνωσης, c η χαρακτηριστική χορδή του strip. L, D, M είναι η άνωση, η αντίσταση και η ροπή αντίστοιχα του strip, C_L, C_D, C_M είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές και τέλος Δr , είναι το πλάτος της λωρίδας (strip).

Προκειμένου να προσδιοριστεί η ταχύτητα διαταραχής $\vec{q}(\vec{x}_{cp}, t)$ είναι απαραίτητη η κυκλοφορία Γ_{str} των strips. Ως εκ τούτου, όταν διακριτοποιείται η εξίσωση 3.19 σχηματίζει ένα μη γραμμικό σύστημα, της μορφής $A(\vec{x})\vec{x} = \vec{b}$, όπου A είναι το μητρώο των στοιχείων εισόδου και \vec{x} η κυκλοφορία των strips Γ_{str} . Συνεπώς, το σύστημα επιλύεται με επαναληπτική διαδικασία, θεωρώντας μία αρχική τιμή για την κυκλοφορία των strips, για παράδειγμα:

$$\begin{aligned}
 \vec{U}_{str,0} &= \vec{U}_\infty(\vec{x}_{cp}, t) - \vec{U}_b(\vec{x}_{cp}, t) \\
 \vec{W}_{eff,0} &= A_{str}^T \vec{U}_{str,0} \quad \text{όπου} \quad W_{eff,0,y} \equiv 0 \\
 a_{eff,0} &= \arctan\left(\frac{W_{eff,0,z}}{W_{eff,0,x}}\right) \\
 \Gamma_{str,0} &= \frac{\partial C_L}{\partial a}(a_{eff,0} - a_0) \frac{1}{2} \rho W_{eff,0} c
 \end{aligned}$$

Ως συνέπεια του θεωρήματος Kelvin, ένα δινοπέταλο εκλύεται από κάθε strip, όπου σε συνδυασμό με την γραμμή στροβιλότητας σχηματίζουν ένα πλαίσιο δίνης (βλέπε σχήμα 13). Στην απλή διατύπωση της θεωρίας γραμμής άνωσης, οι εκλυόμενες γραμμές στροβιλότητας εκρέουν απευθείας από το κέντρο των δινών πάνω στο strip. Αντίθετα, στην διατύπωση που χρησιμοποιείται συνήθως για γεωμετρίες μικρού λόγου επιμήκους (AR, aspect ratio), όπως συμβαίνει στην περίπτωση των ανεμογεννητριών, οι γραμμές στροβιλότητας εκπέμπονται από

την γραμμή εκφυγής του κάθε strip και περαιτέρω γραμμές στροβιλότητας εκπέμπονται από κέντρο των δινών που βρίσκονται στην γραμμή αναφοράς, οι οποίες ακολουθούν την γεωμετρία του πτερυγίου μέχρι την γραμμή εκφυγής. Σύμφωνα με το θεώρημα του Kelvin ($\frac{D\Gamma}{Dt} = 0$), οι γραμμές στροβιλότητας που σχηματίζουν ένα πλαίσιο πρέπει να έχουν την ίδια κυκλοφορία, αυτή της προσδεδεμένης γραμμής δίνης πάνω στην γραμμή αναφοράς των strip Γ^n .



Σχήμα 13. Διαφορετικές διατυπώσεις της γραμμής άνωσης στον κώδικα GENUVP. Στην απλή διατύπωση της γραμμής άνωσης (αριστερά) η στροβιλότητα εκπέμπεται από τον προσδεδεμένο στρόβιλο στο c/4 του πτερυγίου. Στην τροποποιημένη διατύπωση (δεξιά), η εκπεμπόμενη στροβιλότητα ξεκινά από την ακμή εκφυγής και επιπλέον δίνες εκρέουν από τον προσδεδεμένο στρόβιλο προς την ακμή εκφυγής ακολουθώντας την γεωμετρία του πτερυγίου

3.3.Επιφάνεια άνωσης (λεπτό πτερύγιο)

Τα σώματα, όπως και στην γραμμή άνωσης, μπορεί να είναι ανωστικά και μη. Τα μεν ανωστικά θα έχουν κυκλοφορία, και άρα θα παραγάγουν ομόρρου, ενώ τα μη-αεροδυναμικά δεν θα παραγάγουν. Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, τα σώματα που ορίζονται, δηλαδή τα πτερύγια, είναι όλα αεροδυναμικά και εκτελούν την ίδια περιστροφική κίνηση αφού πρόκειται για πτερύγια ανεμογεννήτριας.

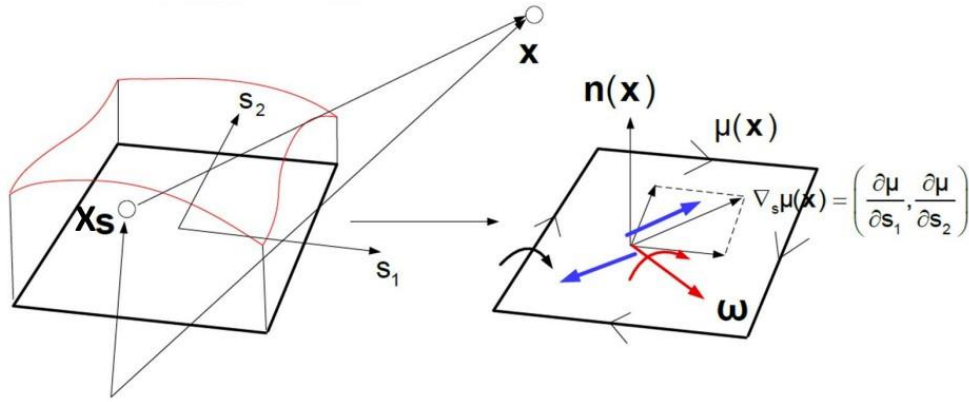
Στην προσέγγιση της επιφάνειας άνωσης, ένα ανωστικό σώμα, όπως είναι η πτέρυγα, προσεγγίζεται ως σώμα μηδενικού πάχους και μοντελοποιείται σαν μια επιφάνεια όπου το πηδύμα της εφαπτομενικής ταχύτητας παράγει μη-μηδενική κυκλοφορία (βλέπε Σχήμα 15). Λόγω του μηδενικού πάχους, δεν υφίσταται διανομή πηγών πάνω στην επιφάνεια του σώματος, αφού ισχύει η σχέση 3.21.

$$\sigma(\vec{x}_s, t) = \frac{\partial[|\varphi|]}{\partial n}(\vec{x}_s, t) \quad (3.21)$$

Συνεπώς, ένα λεπτό σώμα διακριτοποιείται σε δίπολα στην καμπύλη της επιφάνειάς του. Η ένταση των διπόλων που παράγουν το πήδημα της εφαπτομενικής ταχύτητας ανάμεσα στην πάνω πλευρά υποπίεσης και την (κάτω) πλευρά υπερπίεσης της πτέρυγας είναι άμεσα συνδεδεμένη στο αντίστοιχο πήδημα συνεκτικής τιμής $\mu(\vec{x}_s, t) = -[|\varphi|](\vec{x}_s, t)$ και ορίζεται εφαρμόζοντας την συνθήκη μη εισχώρησης σε κάθε σημείο ελέγχου του κάθε panel. Η ένταση των διπόλων θεωρείται σταθερή και συνεπώς ο πρώτος όρος του αθροίσματος της σχέσης 3.22 μηδενίζεται.

$$\sum_{\mu} \left[\int_S \frac{\nabla \mu(\vec{x}_s, t) \times \vec{n}(\vec{x}_s, t) \times (\vec{x} - \vec{x}_s)}{4\pi|\vec{x} - \vec{x}_s|^3} dS - \oint_{\partial S} \frac{\mu(\vec{x}_s, t) d\vec{l}_{\partial S} \times (\vec{x} - \vec{x}_s)}{4\pi|\vec{x} - \vec{x}_s|^3} \right] \cdot \vec{n}(\vec{x}_s, t) =$$

$$= (\vec{U}_b(\vec{x}_s, t) - \vec{U}_{\infty}) \cdot \vec{n}(\vec{x}_s, t) \quad (3.22)$$



Σχήμα 14. Ισοδυναμία διπόλων - στροβιλότητας

Στην περίπτωση όπου και άλλα σώματα είναι παρόντα, για παράδειγμα πτερύγια γραμμής άνωσης ή σώματα με πάχος, η επαγόμενη ταχύτητα αυτών πρέπει επίσης να συμπεριληφθεί στο δεξί μέλος της παραπάνω εξίσωσης 3.22.

Κατά την διακριτοποίηση, η εξίσωση 3.22 γίνεται σύστημα της μορφής:

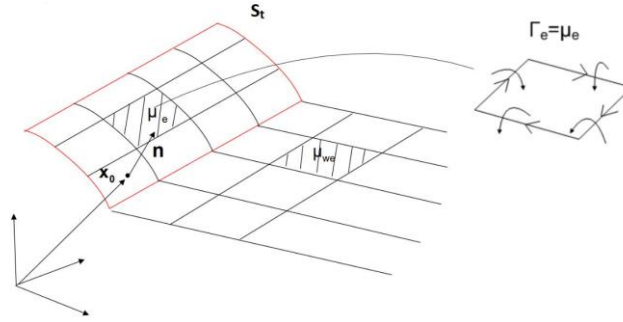
$$A\vec{x} = \vec{b}$$

Όπου A είναι πυκνό μητρώο (dense matrix), και όπου \vec{x} η διανομή του μ επάνω στην επιφάνεια της λεπτής αεροτομής.

Σε αντίθεση με την γραμμή άνωσης, χρησιμοποιούνται περισσότεροι από δύο κόμβοι στα τμήματα των λεπτών σωμάτων έτσι ώστε να επιλυθεί η γραμμή καμπυλότητας (camber line). Ανάμεσα σε δύο διαδοχικά τμήματα ορίζεται μία λωρίδα (strip), όπου από την ακμή εκφυγής της δημιουργείται ένα panel ομόρρου. Σύμφωνα με το θεώρημα του Kelvin, το panel του παραγόμενου ομόρρου μοντελοποιείται ως ένα δίπολο σταθερής έντασης και ίσης με αυτήν του

διπόλου του αντίστοιχου panel στην γραμμή εκφυγής, από το ίδιο strip από το οποίο εκπέμπεται ο ομόρρους $\mu_w = \mu_{TE}$. Η διατύπωση αυτή της αναπαράστασης του ομόρρου με δίπολα σταθερής έντασης είναι ισοδύναμη με την διατύπωση της γραμμής άνωσης που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο, δηλαδή διακριτοποιώντας τον ομόρρου σε δινοπλέγμα με την ίδια κυκλοφορία που έχει το strip από το οποίο εκπέμπεται ο ομόρρους $\Gamma_w = \Gamma_{str}$. Αυτό δικαιολογείται από τον ορισμό της κυκλοφορίας για ένα συγκεκριμένο strip.

$$\Gamma_{str} = \oint \vec{u} \cdot d\vec{s} = \oint \nabla\varphi \cdot d\vec{s} = \oint d\varphi = [|\varphi|]_{TE} = -\mu_{TE}$$



Σχήμα 15. Στην προσέγγιση επιφάνειας άνωσης, το ανωστικό σώμα μοντελοποιείται ως κατανομή διπόλων επάνω στην καμπύλη επιφάνεια. Η στροβιλότητα εκπέμπεται από την ακμή εκφυγής του σώματος στην μορφή διπόλων σταθερής έντασης.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli, μπορεί να υπολογιστεί η διαφορά πίεσης μεταξύ της πάνω (+) και της κάτω (-) επιφάνειας του σώματος (εξίσωση 3.23). Οι αεροδυναμικές δυνάμεις της κάθε λωρίδας υπολογίζονται ολοκληρώνοντας την διαφορά της πίεσης στα πάνελ των strips. Με αυτόν τον τρόπο, η διατύπωση της λεπτής αεροτομής δεν χρειάζεται περαιτέρω πληροφορίες, όπως τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά των αεροτομών, ώστε να παραγάγει μια συνεκτική προσέγγιση των φορτίων της πτέρυγας. Ωστόσο, η συνεκτική διόρθωση και η διόρθωση συμπίεσότητας μπορεί να γίνει εκ των υστέρων, εκτιμώντας την φαινόμενη γωνία (a_{eff}) και ταχύτητα (U_{eff}) της κάθε λωρίδας. Έπειτα, χρησιμοποιώντας την συνεκτική διόρθωση, τροποποιούνται τα φορτία των λωρίδων με βάση την προσέγγιση στοιχείων πτερύγωσης (3.25). Η εκτίμηση της φαινόμενης γωνίας προσβολής μπορεί να βασιστεί στην κινηματική προσέγγιση, υπολογίζοντας μια τοπική δισδιάστατη ταχύτητα στο σημείο ελέγχου του strip, όπως περιγράφεται στην γραμμή άνωσης, ή χρησιμοποιώντας την κυκλοφορία μαζί με μια ισοδύναμη προσέγγιση γραμμής άνωσης της λωρίδας (3.26).

$$\begin{aligned} \frac{\partial\varphi^+}{\partial t} + \frac{u_s^{+2}}{2} + \frac{p^+}{\rho} &= \frac{\partial\varphi^-}{\partial t} + \frac{u_s^{-2}}{2} + \frac{p^-}{\rho} \Rightarrow \\ \frac{p^- - p^+}{\rho} &= \frac{\partial(\varphi^+ - \varphi^-)}{\partial t} + \frac{u_s^{+2} - u_s^{-2}}{2} \Rightarrow \\ \frac{p^- - p^+}{\rho} &= \frac{\partial(\varphi^+ - \varphi^-)}{\partial t} + \frac{\vec{u}_s^+ - \vec{u}_s^-}{2} (\vec{u}_s^+ - \vec{u}_s^-) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\frac{[|p|]}{\rho}(\vec{x}_s, t) = -\frac{\partial[|\varphi|]}{\partial t}(\vec{x}_s, t) - \vec{u}_s^m(\vec{x}_s, t)[|\vec{u}_s|](\vec{x}_s, t) \Rightarrow$$

$$\frac{[|p|]}{\rho}(\vec{x}_s, t) = \frac{\partial\mu}{\partial t}(\vec{x}_s, t) + \vec{u}_{s,m}(\vec{x}_s, t)\nabla\mu(\vec{x}_s, t) \quad (3.23)$$

$$(L, D) = \int_{Sstr} [|\rho|](\vec{x}_s, t)\vec{n}(\vec{x}_s, t)dS \cdot (\vec{e}_L \cdot \vec{e}_D) \quad (3.24)$$

$$M = \int_{Sstr} (\vec{x}_s - \vec{x}_{cp}) \times [|\rho|](\vec{x}_s, t)\vec{n}(\vec{x}_s, t)dS \cdot \vec{e}_M$$

$$dL' = C_L(a_{eff})\frac{1}{2}\rho W_{eff}^2 c \Delta r \quad (3.25)$$

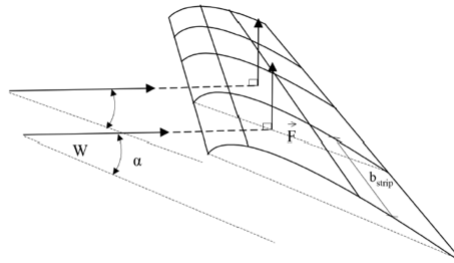
$$dD' = C_D(a_{eff})\frac{1}{2}\rho W_{eff}^2 c \Delta r$$

$$M' = C_M(a_{eff})\frac{1}{2}\rho W_{eff}^2 c \Delta r$$

Παρατηρείται ότι τα στοιχειώδη φορτία dL' και dD' είναι τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται σε μια λωρίδα. Για τον υπολογισμό της άνωσης και της οπισθέλκουσας είναι απαραίτητη η γνώση δύο βασικών μεγεθών, της γωνίας πρόσπτωσης a_{eff} και της φαινόμενης ταχύτητας W_{eff} σε κάθε λωρίδα.

Για να προσδιοριστεί η κατεύθυνση του διανύσματος της φαινόμενης ταχύτητας χρησιμοποιείται το θεώρημα Joukowski, στο οποίο η κατεύθυνση της φαινόμενης ταχύτητας \vec{W}_{eff} σε κάθε λωρίδα, λαμβάνεται κάθετη στο διάνυσμα της δύναμης, πράγμα που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 2.18. Το μέτρο της φαινόμενης ταχύτητας υπολογίζεται από την σχέση 3.26.

$$W_{eff} = \sqrt{u_x^2 + u_z^2} \quad (3.26)$$



Σχήμα 16. Διάνυσμα φαινόμενης ταχύτητας

Η γωνία πρόσπτωσης a_{eff} υπολογίζεται από την σχέση 3.27.

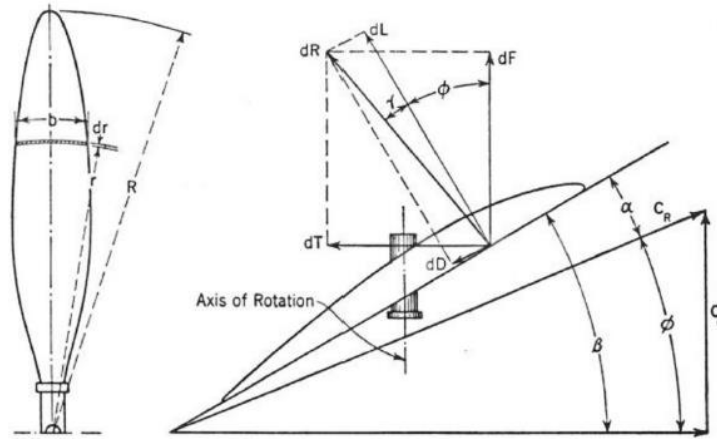
$$a_{eff} = a_0 + \frac{\Gamma_{str}}{0.5 \frac{\partial C_L}{\partial a} W_{eff} c} \quad (3.27)$$

Οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις σε ένα πτερύγιο, δηλαδή η κάθετη στο επίπεδο του δρομέα F_n , η εφαπτομενική F_t και η ροπή M σε κάθε λωρίδα υπολογίζονται μέσω των αεροδυναμικών φορτίων, της άνωσης και της οπισθέλκουσας όπως φαίνεται στις παρακάτω σχέσεις.

$$dF_n = dL \cos \varphi - dD \sin \varphi \quad (3.28)$$

$$dF_t = dL \sin \varphi + dD \cos \varphi \quad (3.29)$$

$$dM = dF_t r \quad (3.30)$$



Σχήμα 17. Αναπτυσσόμενα φορτία σε μια λωρίδα πτερυγίου

Επομένως, για τον προσδιορισμό των παραπάνω φορτίων σε ολόκληρο το πτερύγιο δεν μένει παρά να ολοκληρωθούν οι σχέσεις 3.28 και 3.29 και 3.30 σε όλο το μήκος του πτερυγίου.

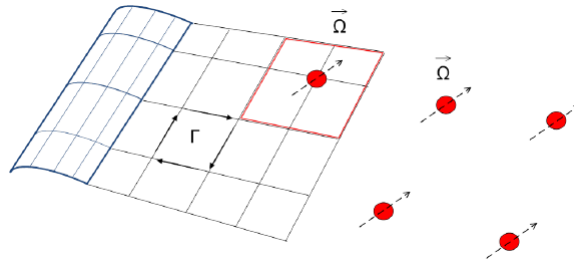
3.4. Διατύπωση ελεύθερου ομόρρου

Ο ομόρρους αναπαρίσταται ως μια ελεύθερη κατανομή στροβιλότητας που μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα φύλλο στροβιλότητας και προσεγγίζεται από μια ομάδα στοιχείων στροβιλότητας. Το φύλλο στροβιλότητας είναι μια επιφάνεια S_w μηδενικού πάχους $\left(\frac{\partial [|\varphi|]}{\partial n}(\vec{x}_w, t) \right)$ η οποία μοντελοποιείται ως μια κατανομή διπόλων σταθερής έντασης $\mu(\vec{x}_w) = -[|\varphi|](\vec{x}_w)$. Ένα panel ομόρρου μπορεί να θεωρηθεί εναλλακτικά ως ένας δακτύλιος (vortex ring) που απαρτίζεται από νήματα στροβιλότητας (vortex filaments) με σταθερή κυκλοφορία $\Gamma(\vec{x}_w) = [|\varphi|](\vec{x}_w)$. Οι δύο διατυπώσεις είναι ισοδύναμες από την άποψη της ολικής κυκλοφορίας ενός πάνελ e , της συνεκτικής τιμής και της ταχύτητας που επάγει.

$$\vec{u}_{w_e}(\vec{x}, t) = - \int_{S_{w_e}} \frac{\nabla[\varphi](\vec{x}_s) \times \vec{n}(\vec{x}_s, t) \times (\vec{x} - \vec{x}_s)}{4\pi|\vec{x} - \vec{x}_s|^3} dS_{w_e} + \oint_{\partial S_{w_e}} \frac{[\varphi](\vec{x}_s) d\vec{l}_{\partial S_{w_e}} \times (\vec{x} - \vec{x}_s)}{4\pi|\vec{x} - \vec{x}_s|^3} \quad (3.31)$$

Η ένταση των πάνελ του ομόρρου προσδιορίζεται από την κυκλοφορία ή την τιμή του πηδήματος του δυναμικού στην ακμή εκφυγής του strip από το οποίο σχηματίστηκαν ($\Gamma_{str} = [\varphi]_{TE} = [\varphi]_w = \Gamma_w$), σαν συνέχεια του θεωρήματος Kelvin.

Στην διατύπωση του ελεύθερου ομόρρου, οι κόμβοι των πάνελ του ομόρρου κινούνται ελεύθεροι στον χώρο ($\frac{D\vec{x}_w}{Dt} = \vec{U}_w$). Αυτή η διατύπωση είναι γνωστό ότι επιδεινώνει σταδιακά την κανονικότητα του φύλλου στροβιλότητας. Για αυτόν τον λόγο, στον μακρινό ομόρρου, τα πάνελ μετατρέπονται σε σωματίδια δίνων τα οποία φέρουν στροβιλότητα, η οποία ορίζεται ολοκληρώνοντας την επιφανειακή στροβιλότητα των πάνελ του ομόρρου που υποκαθιστά $\vec{\Omega}_p = \int_{S_{w_e}} \vec{\omega}_{w_e} dS_{w_e}$, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.16. Περισσότερα από ένα πάνελ μπορούν να συγχωνευτούν σε ένα σωματίδιο δίνης έτσι ώστε να επιταχυνθεί η προσομοίωση μειώνοντας την δραστηριότητα του νόμου Biot-Savart στον μακρινό ομόρρου.



Σχήμα 18. Το υβριδικό μοντέλο του ομόρρου. Ο κοντίνος ομόρρος μοντελοποιείται ως ένα φύλλο στροβιλότητας και ο μακρινός ομόρρος ως ελεύθερα στοιχεία στροβιλότητας.

Η ταχύτητα που επάγεται από ένα σωματίδιο δίνης, ευρισκόμενο στο \vec{Z}_p ορίζεται ως εξής:

$$\vec{u}_p = \vec{\Omega}_p \times \frac{\vec{x} - \vec{Z}_p}{4\pi|\vec{x} - \vec{Z}_p|^3}$$

Τα σωματίδια δίνης, όπως και οι κόμβοι των πάνελ, κινούνται ελεύθερα στον χώρο ($\frac{D\vec{Z}_p(t)}{Dt} = \vec{U}(Z_p(t))$) και η εξέλιξη της στροβιλότητας υπολογίζεται από την εξίσωση μεταφοράς της στροβιλότητας, έτσι ώστε $\frac{D\vec{\Omega}_p(t)}{Dt} = (\vec{\Omega}_p(t) \cdot \nabla) \vec{U}(Z_p(t))$. Αυτή η διαδικασία είναι γνωστή ως «παραμόρφωση σωματιδίων», η οποία υπολογίζεται εκ φύσεως στην μορφή

πλέγματος του κοντινού ομόρρου, όταν οι κόμβοι των πάνελ του ομόρρου κινούνται ελεύθερα στον χώρο.

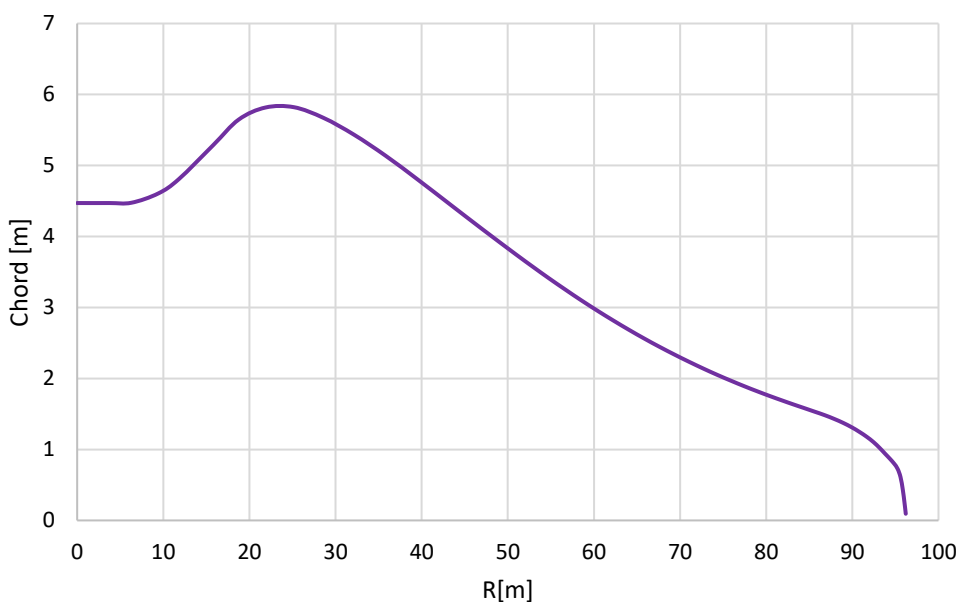
Συνοψίζοντας, η μετατροπή του κοντινού ομόρρου, από ένα φύλλο στροβιλότητας σε ένα σύνολο σωματιδίων δίνης στον μακρινό ομόρρου, ενισχύει την παραμόρφωση του ομόρρου, και έτσι αυξάνεται η ευστάθεια της αριθμητικής διαδικασίας και αυτό εξυπηρετεί ως μια τεχνική επιτάχυνσης.

4. Εφαρμογή μεθόδων γραμμής και επιφάνειας άνωσης στην ανεμογεννήτρια

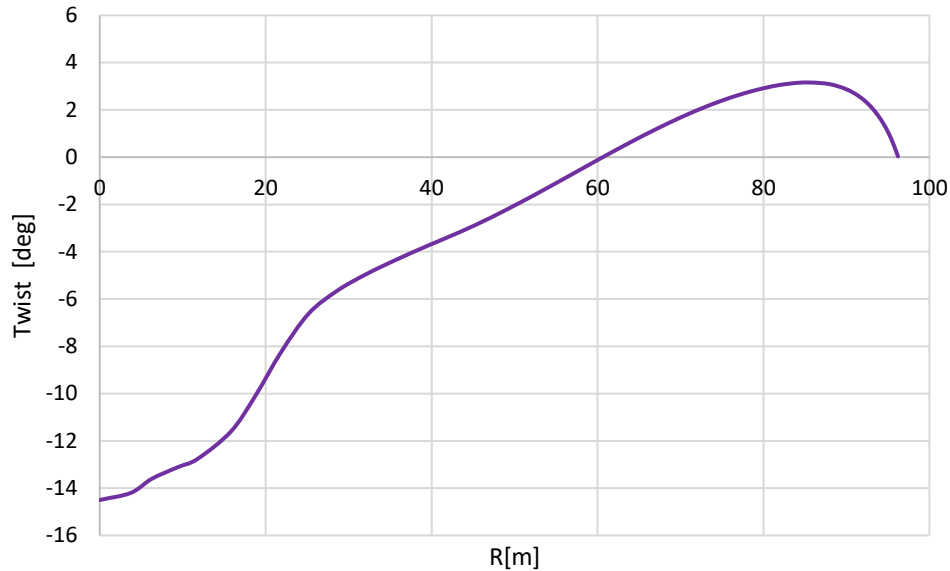
Για την εφαρμογή των δύο μεθόδων η γεωμετρία της ανεμογεννήτριας που μελετήθηκε βασίστηκε στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της ανεμογεννήτριας IEA-10.0-198 10 MW που αναπτύχθηκε από το Εθνικό Εργαστήριο Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας (National Renewable Energy Laboratory, NREL). Για την επικύρωση των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας, τα αποτελέσματα που λήφθηκαν από τον κώδικα που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο αεροδυναμικής του ΕΜΠ συγκρίθηκαν με αυτά που προέκυψαν από την μελέτη της ανεμογεννήτριας DTU 10 MW.

4.1.Γεωμετρία πτερυγίου με την μέθοδο γραμμής άνωσης

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα βασικά γεωμετρικά στοιχεία της ανεμογεννήτριας που εισήχθησαν στα αρχεία εισόδου του κώδικα. Αρχικά, τονίζεται ότι η ανεμογεννήτρια αποτελείται από τρία πτερύγια, έχει διάμετρο $D = 198 \text{ m}$ και το κάθε πτερύγιο έχει μήκος $R = 96.2 \text{ m}$ χωρίς την διάμετρο της πλήμνης με ακτίνα 2.8 m . Παρακάτω παρατίθενται δύο διαγράμματα τα οποία παρουσιάζουν την γεωμετρία της ανεμογεννήτριας με ευθύγραμμα πτερύγια όπως αυτά βρέθηκαν στην βιβλιογραφία [9].

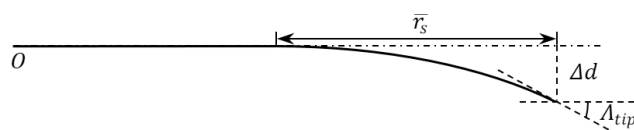


Σχήμα 19. Κατανομή χορδών κατά μήκος του πτερυγίου της ανεμογεννήτριας



Σχήμα 20. Κατανομή συστροφής του πτερυγίου της ανεμογεννήτριας

Για την γεωμετρία των πτερυγίων με καμπυλωμένα άκρα προκύπτει μέσω μίας καμπύλης Bézier η οποία παραμετροποιείται με τρία μεγέθη, την αναλογία της καμπύλης \bar{r}_s , η απόσταση που έχει το ακροπτερύγιο από τον άξονα του Δd , και από την γωνία Λ_{tip} που σχηματίζει η κλίση στο άκρο του πτερυγίου σε σχέση με τον άξονα του. Για καλύτερη σύγκριση των αποτελεσμάτων αφαιρέθηκε από την γεωμετρία της ανεμογεννήτριας αναφοράς η κύρτωση του πτερυγίου στην κατεύθυνση πτερύγισης (prebend). Η καμπύλη που σχηματίζεται είναι η γραμμή αναφοράς του πτερυγίου (reference line), η οποία τοποθετείται στο ένα τέταρτο της χορδής ($c/4$) και ορίζει την γεωμετρία του πτερυγίου. Για την καλύτερη κατανόηση των παραμέτρων, παρουσιάζονται σχηματικά στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 21. Παραμετροποίηση του κυρτού πτερυγίου

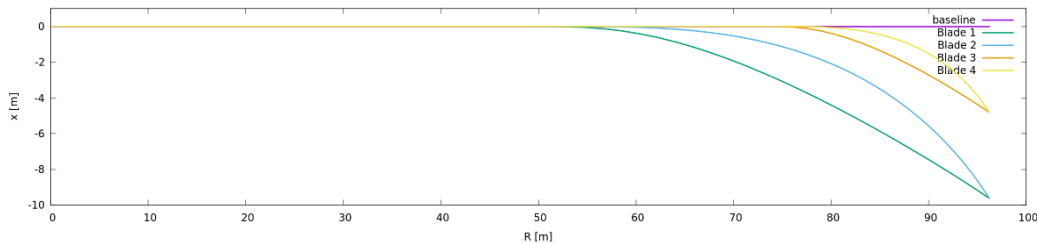
Τα μεγέθη των παραπάνω παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν φαίνονται στον Πίνακα 1. Να τονιστεί ότι μελετήθηκαν οχτώ διαφορετικά πτερύγια, τέσσερα με καμπύλωση προς τα πίσω, δηλαδή αντίθετα από την φορά της περιστροφής της ανεμογεννήτριας, τα οποία είναι τα πτερύγια 1 έως 4, και τα πτερύγια 5 έως 8 με καμπύλωση προς τα μπρος, που ακολουθούν δηλαδή την φορά περιστροφής της ανεμογεννήτριας.

Πίνακας 1. Παράμετροι κυρτών γεωμετριών για τέσσερα διαφορετικά πτερύγια

Όνομα πτερυγίου	Αναλογία καμπύλης \bar{r}_s	Απόσταση ακροπτερυγίου Δd	Γωνία ακροπτερυγίου Λ_{tip}
Πτερύγιο 1	50%	10%	20°
Πτερύγιο 2	50%	10%	40°
Πτερύγιο 3	25%	5%	20°
Πτερύγιο 4	25%	5%	40°

Οι αεροτομές τοποθετούνται κάθετα στον κύριο άξονα της γραμμής αναφοράς, η χορδή και η συστροφή παραμένουν ίδια όπως στο ευθύ πτερύγιο. Για την περίπτωση της ευθείας πτέρυγας, ο y άξονας είναι ισοδύναμος με την ακτινική θέση της πτέρυγας. Για την περίπτωση των πτερυγίων με καμπυλωμένα άκρα, η ακτίνα του πτερυγίου παραμένει σταθερή και ίση με την ακτίνα του ευθύγραμμου πτερυγίου, που σημαίνει ότι το μήκος των καμπυλωμένων πτερυγίων αυξάνεται. Οι παράμετροι των καμπυλωμένων πτερυγίων προς τα εμπρός, δηλαδή για τα πτερύγια 5 έως 8, είναι οι ίδιες με αυτές των πτερυγίων 1 έως 4 αντίστοιχα.

Η γεωμετρία των τεσσάρων καμπυλωμένων πτερυγίων που μελετήθηκαν φαίνεται στο Σχήμα 24 συγκριτικά με το ευθύ πτερύγιο.



Σχήμα 22. Γραμμή αναφοράς των τεσσάρων κυρτών πτερυγίων

Στην συνέχεια, βάσει της γραμμής αναφοράς και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών, δηλαδή της χορδής και της συστροφής, παράχθηκε η επιφάνεια που αναπαριστά το πτερύγιο. Η επιφάνεια αυτή είναι μηδενικού πάχους, δεν εμφανίζει κάποια καμπυλότητα στα επίπεδα yz και xz , παρα μόνο στο επίπεδο xy όπου φαίνονται οι διαφορετικές χορδές των αεροτομών κατά μήκος της ακτίνας του πτερυγίου.

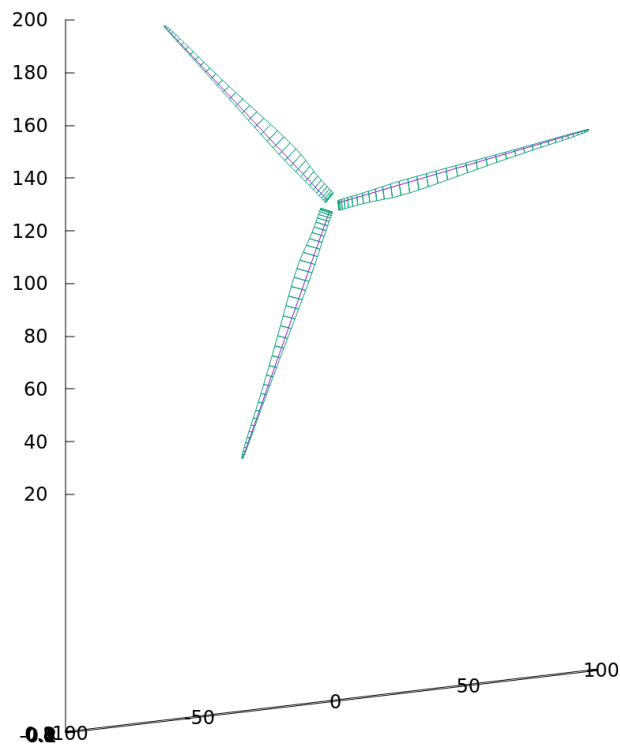
Επίσης, εισάχθηκαν τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά έξι διαφορετικών αεροτομών σε διαφορετικές θέσεις της ακτίνας του πτερυγίου. Πιο αναλυτικά, οι αεροτομές με τις θέσεις τους πάνω στο πτερύγιο φαίνονται στον Πίνακα 2.

Πίνακας 2 Οι αεροτομές που χρησιμοποιήθηκαν στο περύγιο

<i>Αεροτομή</i>	<i>Ακτίνα R[m]</i>
FFA-W3-360	18.867
FFA-W3-330blend	23.415
FFA-W3-301	47.894
FFA-W3-270blend	56.602
FFA-W3-241	66.277
FFA-W3-211	96.755

Τα περύγια τοποθετούνται με γωνία 120 μοιρών στο επίπεδο του ρότορα και έχουν απόσταση από το κέντρο του 2.8 μέτρα ακτινικά, όπως προαναφέρθηκε. Για τον λόγο αυτό στα αποτελέσματα προστέθηκε η ακτίνα της πλήμνης και έτσι η ακτίνα του περυνγίου φτάνει τα 99 μέτρα.

Η προκύπτουσα γεωμετρία ολόκληρης της περωτής της ανεμογεννήτριας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

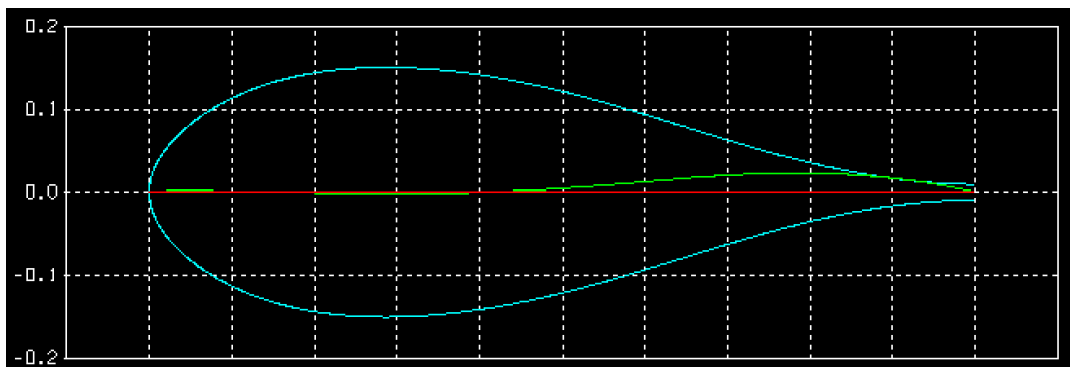


Σχήμα 23. Γεωμετρία του δρομέα της ανεμογεννήτριας που παρήχθησε από τον κώδικα GenUVP

4.2.Γεωμετρία πτερυγίου με την μέθοδο επιφάνειας άνωσης

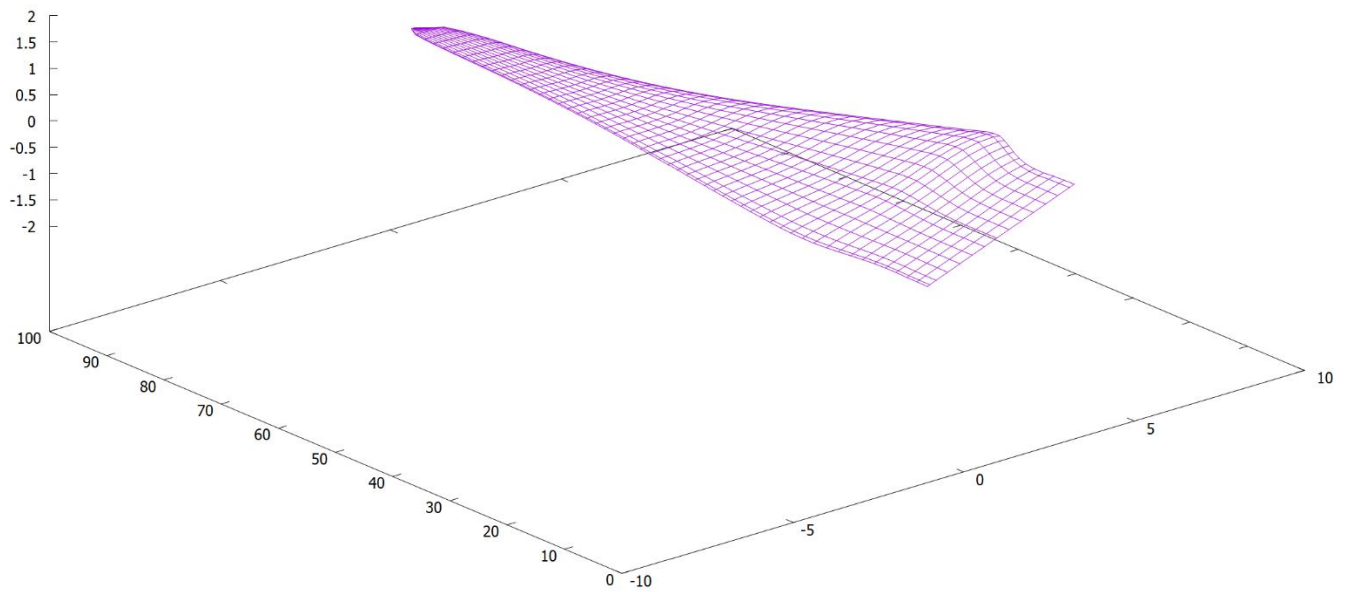
Για την μέθοδο επιφάνειας άνωσης είναι σημαντικό να αναφερθεί η δημιουργία της γεωμετρίας που εισάχθηκε στον κώδικα GENUVP. Αρχικά, επισημαίνεται ότι μελετήθηκαν τρεις διαφορετικές γεωμετρίες, το ίσιο πτερύγιο (Baseline), ένα κυρτό πτερύγιο προς τα πίσω που χρησιμοποιεί την ίδια γραμμή αναφοράς όπως το πτερύγιο 1 στην μέθοδο γραμμής άνωσης και ένα κυρτό πτερύγιο προς τα εμπρός με την γραμμή αναφοράς του πτερυγίου 5.

Για τον σχηματισμό της επιφάνειας του πτερυγίου εκτός από τα βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά, όπως η χορδή, η συστροφή και το sweep, που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα, τώρα είναι απαραίτητη η γραμμή καμπυλότητας των αεροτομών.

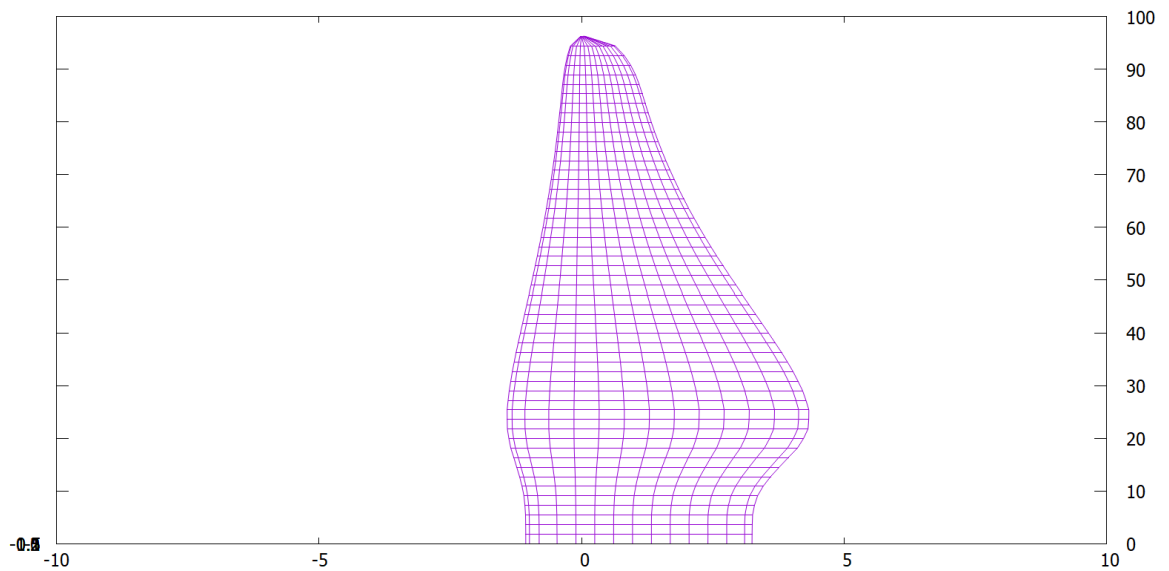


Σχήμα 24. Τοπικό σχήμα αεροτομής με την γραμμή καμπυλότητας (camber line).

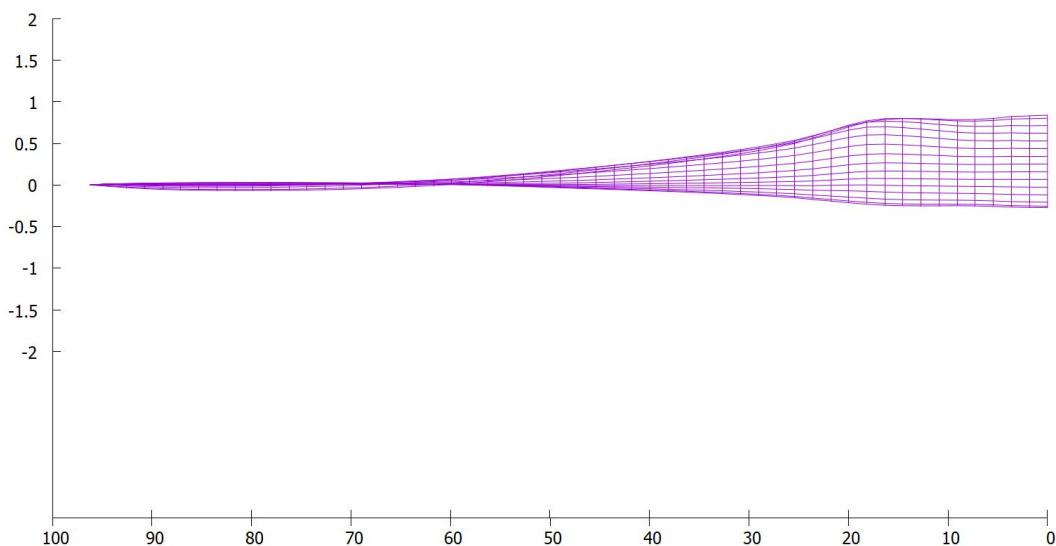
Οι διαφορετικές γεωμετρίες των γραμμών καμπυλότητας των αεροτομών είναι τοποθετημένες κατά μήκος του y άξονα του πτερυγίου και η τρισδιάστατη γεωμετρία που προκύπτει για το ίσιο πτερύγιο, αφού έχει εισαχθεί η συστροφή.



Σχήμα 25. Γεωμετρία πτερυγίου στην μέθοδο επιφάνειας άνωσης



Σχήμα 26. Γεωμετρία πτερυγίου στο επίπεδο xy



Σχήμα 27. Γεωμετρία πτερυγίου στο επίπεδο yz.

Οι γεωμετρίες για τα κυρτά πτερύγια δημιουργήθηκαν με την εισαγωγή των κατάλληλων καμπυλών Βέζιερ στις x συντεταγμένες της τρισδιάστατης επιφάνειας, δηλαδή στην γραμμή αναφοράς.

4.3.Γεωμετρία ομόρρου

Από την θεωρία γραμμής άνωσης, το κάθε πτερύγιο της ανεμογεννήτριας αντικαθίσταται από μια φέρουσα γραμμή μεταβλητής κυκλοφορίας $\Gamma(y)$ η οποία είναι και η γραμμή αναφοράς του πτερυγίου, ώστε να επιτυγχάνεται η διαφορετική φόρτιση ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου. Για την ικανοποίηση της συνέχειας στροβιλότητας, οι γραμμές της ελεύθερης στροβιλότητας ξεκινούν από την προσδεδεμένη στο πτερύγιο γραμμή και σχηματίζουν ελικοειδή επιφάνεια πίσω από τον ρότορα. Με αυτόν τον τρόπο η αρχική θέση του κοντινού ομόρρου είναι γνωστή. Για να προσδιοριστούν όμως με ακρίβεια οι συντεταγμένες του ομόρρου γίνονται οι παρακάτω παραδοχές.

1. Η ακολουθούσα στροβιλότητα σε κάθε ακτινική θέση εφάπτεται σε ελικοειδή γραμμή κατά τον άξονα x . Το βήμα μεταβάλλεται συναρτήσει της ακτίνας.
2. Κάθε γραμμή στροβιλότητας εκφεύγει με διεύθυνση ίδια με την διεύθυνση των στοιχείων που απαρτίζουν τη γραμμή στροβιλότητας του πτερυγίου, ώστε να ισχύει η συνέχεια στο πεδίο ροής.
3. Το βήμα εξαρτάται από την ταχύτητα του ανέμου, από την ταχύτητα περιστροφής του ρότορα και από τις επαγόμενες ταχύτητες της ακολουθούσας στροβιλότητας.

Η ανεμογεννήτρια περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_r , ξεκινώντας από πλήρη ακινησία και σε χρονικό διάστημα dt , κάθε πτερύγιο διαγράφει γωνία $d\theta$. Η περίοδος για μία περιστροφή ορίζεται από την σχέση 4.1.

$$T = N_{timestep} dt \quad (4.1)$$

Η ταχύτητα του πεδίου ροής είναι 8 m/s , κάθετη στον ρότορα των ανεμογεννητριών και ο ρότορας περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega_r = 0.855 \text{ rad/s}$. Το χρονικό βήμα υπολογίζεται από την σχέση 4.1 και η περίοδος μιας περιστροφής από την παρακάτω σχέση 4.2.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_r} \approx 7.35 \text{ s} \quad (4.2)$$

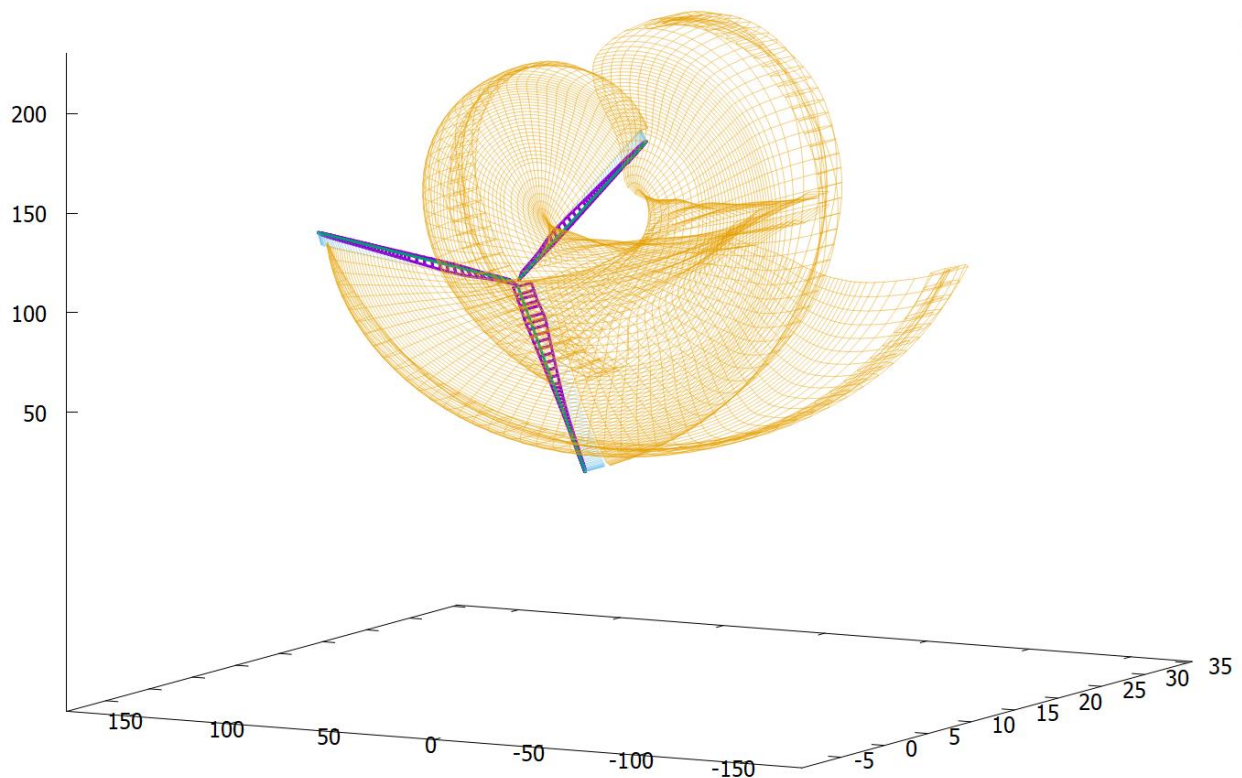
Από την 4.1 το χρονικό βήμα για $N_{timestep} = 1000$ βήματα που εφαρμόστηκαν για περίπου 11 περιστροφές για την σύγκλιση της μεθόδου προκύπτει:

$$dt = \frac{11T}{N_{timestep}} \approx 0.812 \text{ s}$$

Σε κάθε χρονικό βήμα λοιπόν τα πτερύγια διαγράφουν γωνία :

$$d\theta = \omega_r dt \Rightarrow d\theta = 0.695 \text{ rad ή } 40^\circ \text{ σε κάθε χρονικό βήμα}$$

Στο παρακάτω βήμα παρουσιάζεται η γεωμετρία των πτερυγίων καθώς και η γεωμετρία του κοντικού και του μακρινού ομόρρου μετά το τέλος των 1000 βημάτων.



Σχήμα 28. Γεωμετρία ρότορα καθώς και του κοντικού και μακρινού ομόρρου

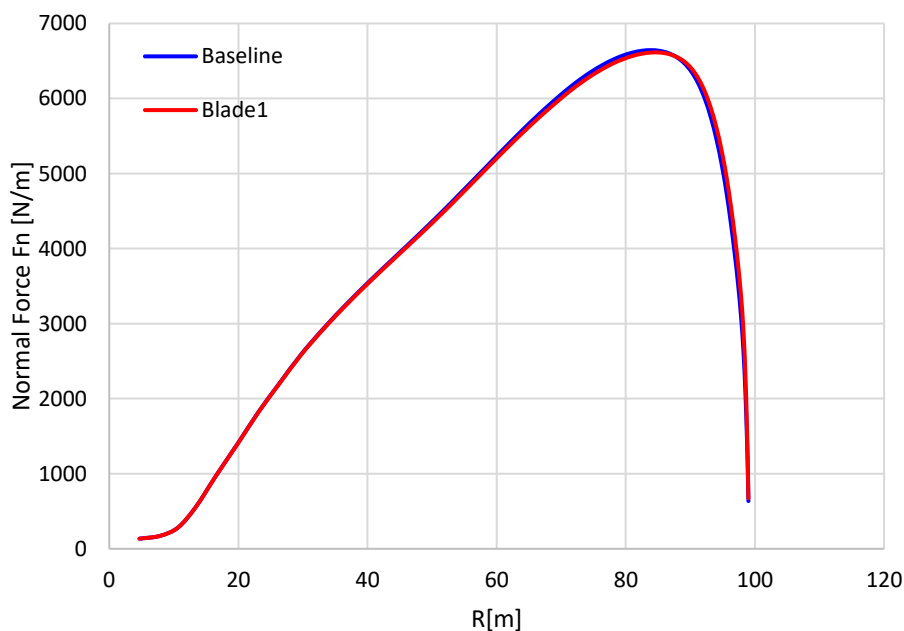
5. Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο αφορούν τις ανεμογεννήτριες με τα τέσσερα προς τα πίσω κυρτά πτερύγια (Blade1 έως Blade 4) και τα τέσσερα προς τα εμπρός (Blade 5 έως Blade 8) σε σχέση πάντα με το ευθύγραμμο πτερύγιο (Baseline). Αρχικά παρουσιάζονται ένα κυρτό προς τα πίσω πτερύγιο και ένα προς τα εμπρός έτσι ώστε να παρατηρηθούν οι διαφορές μεταξύ τους και η διαφορά στις δυνάμεις που δέχονται. Τα υπόλοιπα πτερύγια για λόγους πληρότητας παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α. Τέλος, για την αεροδυναμική απόδοση των ανεμογεννητριών υπολογίζεται η ώση και η ισχύ σε κάθε περίπτωση και συγκεντρώνονται στον Πίνακα 2.

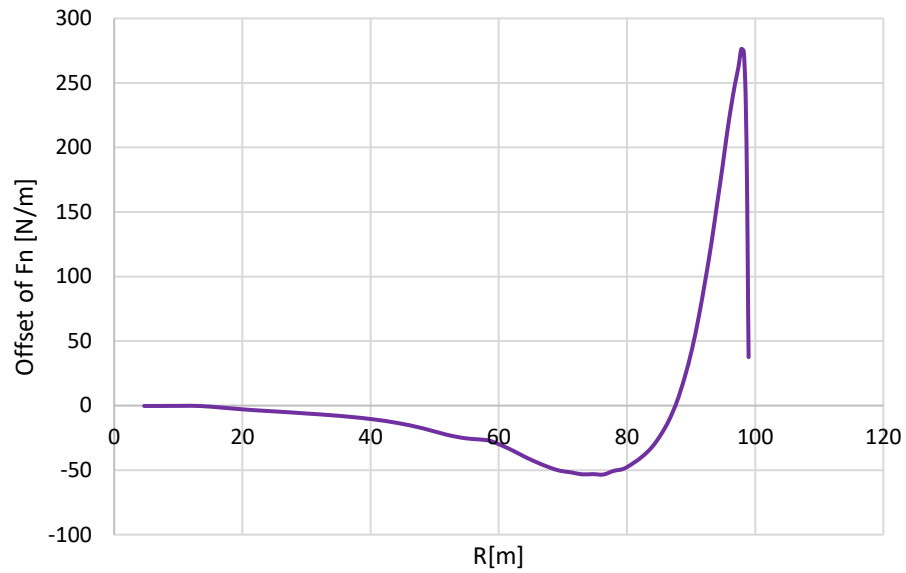
5.1. Αποτελέσματα για την μέθοδο γραμμής άνωσης

5.1.1. Κυρτά πτερύγια προς τα πίσω

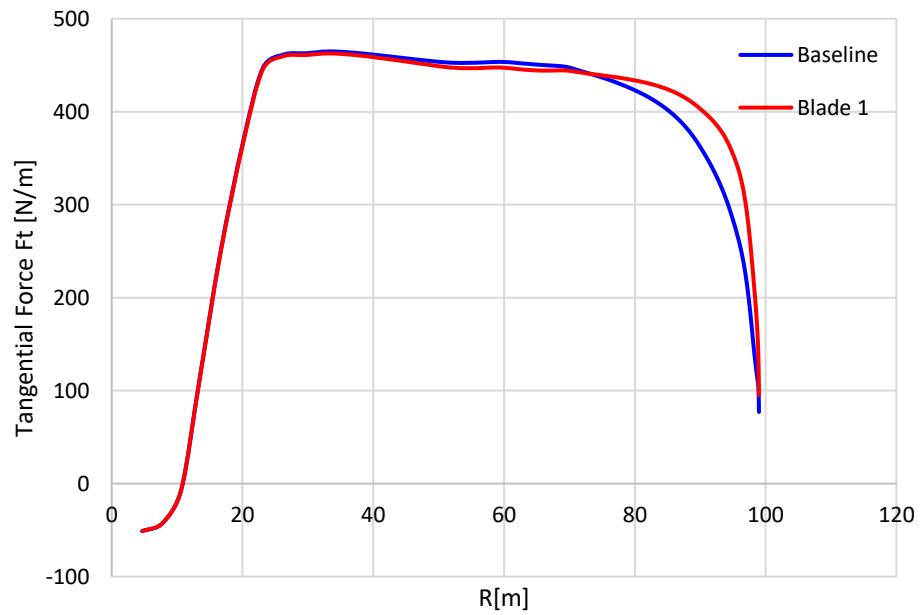
Πρώτα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την ανεμογεννήτρια του πτερυγίου 1 (Blade 1), όπου παρουσιάζονται η κάθετη και η εφαπτομενική δύναμη πάνω στο πτερύγιο, σε σχέση με το ευθύ πτερύγιο (Baseline). Όπως παρατηρείται, τα διαγράμματα λόγω των υψηλών τιμών δεν διακρίνεται με ευκρίνεια η διαφορά των κυρτών από το ευθύ πτερύγιο και για αυτόν τον λόγο υπολογίστηκε η διαφορά και απεικονίστηκε σε γράφημα. Να σημειωθεί ότι στην παρούσα εργασία τα φορτία ορίζονται ως δύναμη προς μονάδα μήκους του y άξονα, που αντιστοιχεί στην ακτίνα του πτερυγίου. Συνεπώς, εφαρμόζεται στα αποτελέσματα ο λόγος $\frac{ds}{dz}$, που είναι η τοπική στοιχειώδης αύξηση του μήκους του κυρτού πτερυγίου.



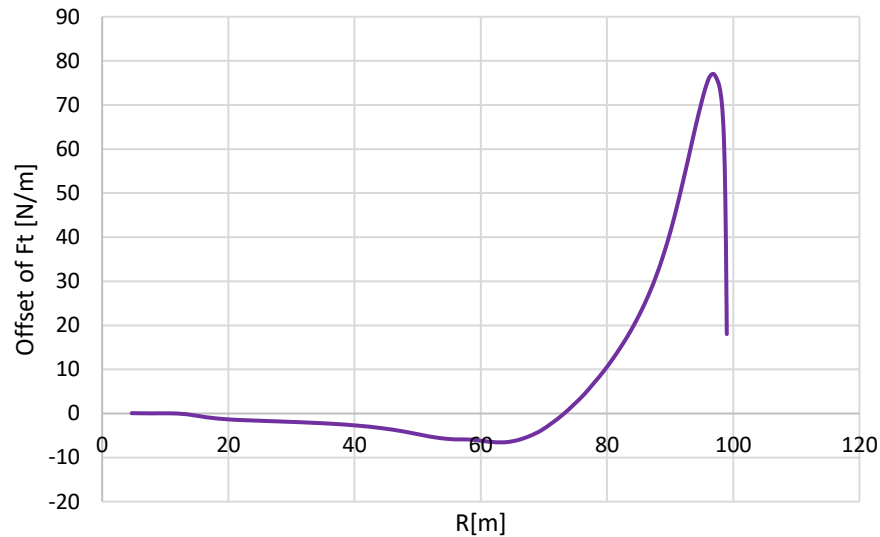
Σχήμα 29. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 1 (Blade 1)



Σχήμα 30. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κορτό πτερύγιο 1 (Blade 1)



Σχήμα 31. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κορτό πτερύγιο 1 (Blade 1)

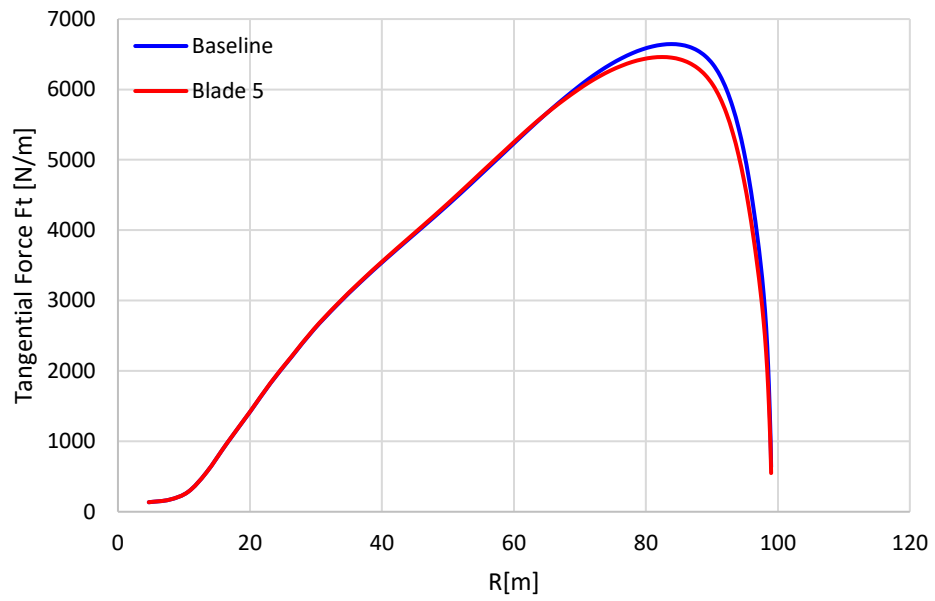


Σχήμα 32. Διαφορά της εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους μεταξύ του ίσιου πτερυγίου και του κυρτού πτερυγίου 1 (Blade 1)

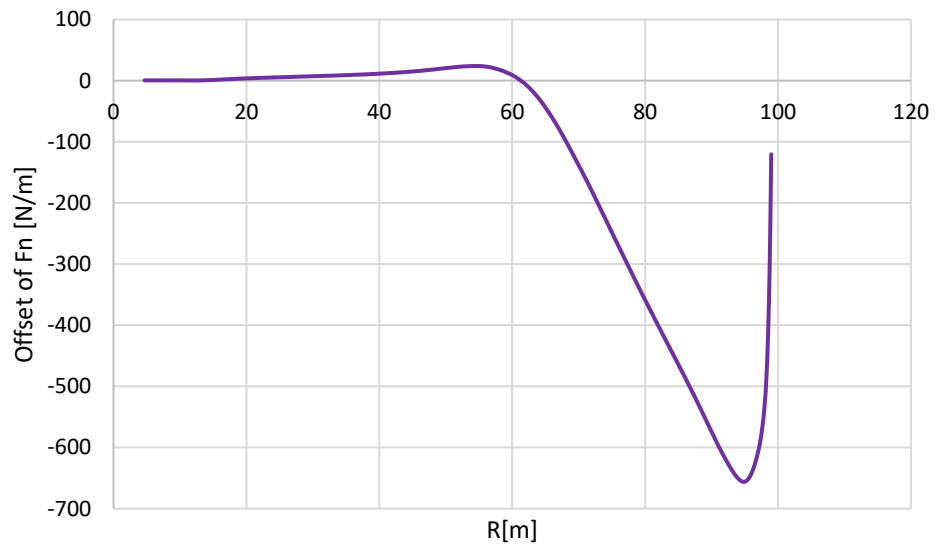
Όπως παρατηρείται, στη διαφορά (offset) των φορτίων για το εσωτερικό τμήμα του πτερυγίου, όσο ο άξονας του διατηρείται ευθύς, τα φορτία του κυρτού πτερυγίου είναι σχεδόν πανομοιότυπα με το ευθύ. Προχωρώντας προς το ακροπτερύγιο, τα φορτία του κυρτού πτερυγίου είναι μικρότερα από του ίσιου μέχρι περίπου 25 μέτρα πριν το τέλος του πτερυγίου, όπου αρχίζουν και αυξάνονται. Από εκεί και μέχρι το άκρο του πτερυγίου τα φορτία είναι αυξημένα σε σχέση με τα φορτία του ίσιου. Το ίδιο μοτίβο παρατηρείται και στα τέσσερα προς τα πίσω κυρτά πτερύγια, των οποίων τα αποτελέσματα φαίνονται στο Παράρτημα Α.

5.1.2. Κυρτά πτερύγια προς τα εμπρός

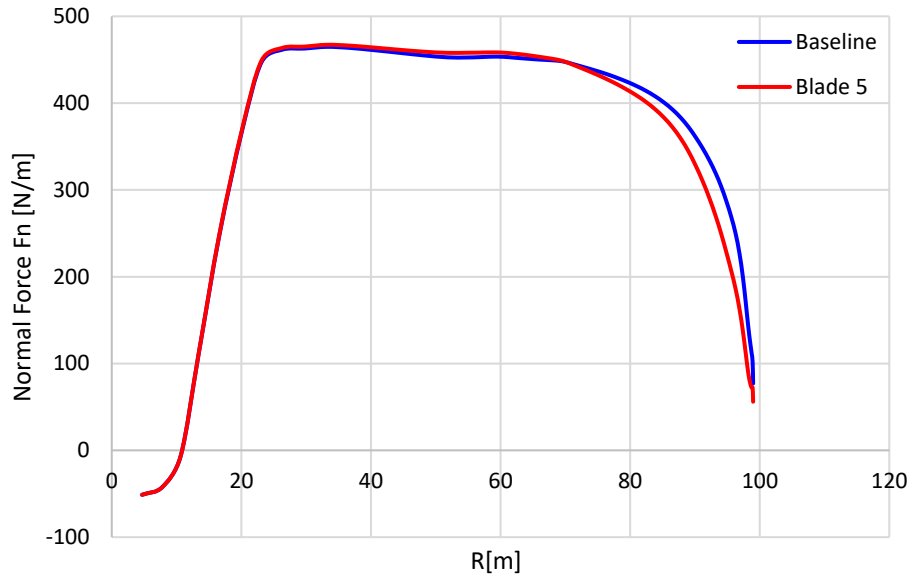
Τα αποτελέσματα για τα προς τα εμπρός κυρτά πτερύγια φαίνονται παρακάτω στα σχήματα 33 με 36. Όπως και στα προς τα πίσω κυρτά πτερύγια, τα φορτία είναι ορισμένα ως δύναμη προς μονάδα μήκους και για αυτό τον λόγο πολλαπλασιάζονται οι τιμές με τον λόγο $\frac{ds}{dz}$. Η διαφορά των φορτίων του κυρτού πτερυγίου 5 (Blade 5) με του ίσιου πτερυγίου (Baseline) ακολουθεί το ίδιο μοτίβο με αυτό των κυρτών πτερυγίων προς τα πίσω. Η διαφορά τους είναι ότι έχουν αντίθετο πρόσημο, δηλαδή όταν πλησιάζοντας στην μέση του πτερυγίου, από όπου ξεκινάει η κυρτότητά του, το φορτίο αυξάνεται και λίγα μέτρα αργότερα αρχίζει να μειώνεται έως ότου φτάσει σχεδόν στο άκρο του πτερυγίου που αυξάνεται ξανά και πλησιάζει το μηδέν.



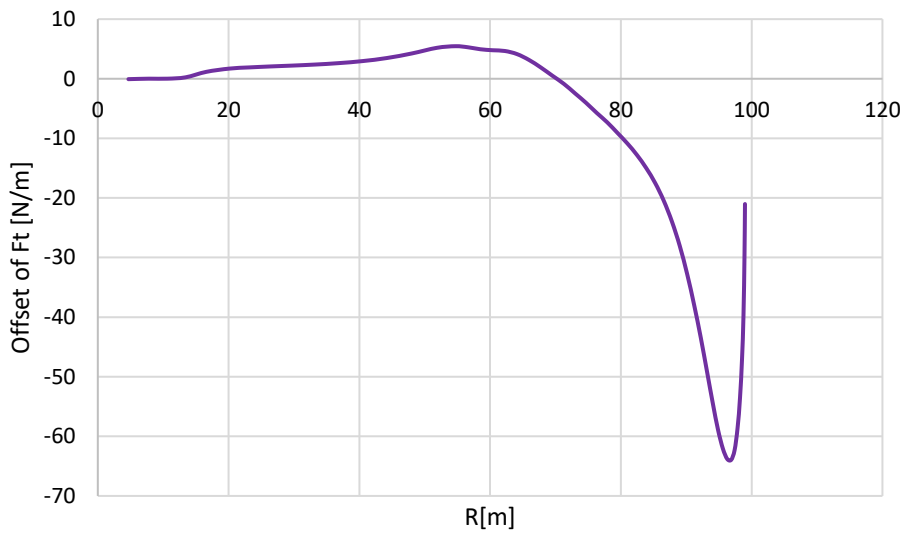
Σχήμα 33. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 5 (Blade 5)



Σχήμα 34. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 5 (Blade 5)



Σχήμα 35. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_i ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 5 (Blade 5)



Σχήμα 36. Διαφορά εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 5 (Blade 5)

Τα υπόλοιπα προς τα εμπρός κυρτά πτερύγια 6 έως 8 έχουν διαγράμματα που έχουν την ίδια μορφή με το πτερύγιο 5 και για λόγους πληρότητας παρουσιάζονται στο παράρτημα Β.

5.1.3. Σύγκριση ώσης και ισχύος

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται η αεροδυναμική ισχύς και ώση του ρότορα με ίσια και κυρτά πτερύγια που υπολογίστηκαν από την μέθοδο γραμμής άνωσης. Για να μπορεί να γίνει καλύτερη σύγκριση υπολογίστηκε η τις εκατό διαφορά της ώσης και της ισχύος των κυρτών πτερυγίων σε σχέση με το ευθύ πτερύγιο.

Πίνακας 3. Μεταβολή (%) Ώσης (kN) και Ισχύος (kW) των κυρτών πτερυγίων ως προς το ευθύγραμμο πτερύγιο

	Ώση (kN)	Ισχύς (kW)
Baseline	1132	5790
Πτερύγιο 1	-0.09%	2.80%
Πτερύγιο 2	-0.18%	3.66%
Πτερύγιο 3	0.18%	2.40%
Πτερύγιο 4	0.18%	2.95%
Πτερύγιο 5	-1.50%	-3.37%
Πτερύγιο 6	-2.21%	-5.11%
Πτερύγιο 7	-1.15%	-3.16%
Πτερύγιο 8	-1.33%	-3.87%

Το συμπέρασμα που εξάγεται από τις παραπάνω τιμές της ισχύος είναι ότι όπως ήταν αναμενόμενο, στα κυρτά πτερύγια προς τα πίσω αυξάνεται η ισχύς ενώ στα κυρτά προς τα εμπρός μειώνεται. Επίσης, παρατηρείται ότι οι διαφορετικές παράμετροι επηρεάζουν την αύξηση της ισχύος. Συγκεκριμένα, ανάμεσα στα πτερύγια 1 και 2 την μεγαλύτερη ισχύ την έχει το πτερύγιο 2, του οποίου το ακροπτερύγιο σχηματίζει μεγαλύτερη γωνία από τον κύριο άξονα του σε σχέση με το πτερύγιο 1. Το ίδιο μοτίβο εμφανίζεται και στα πτερύγια 3 και 4. Επίσης τα πτερύγια 1 με 2 έχουν μεγαλύτερη ισχύ από τα 3 και 4 αντίστοιχα λόγω του ότι η κύρτωση τους ξεκινάει νωρίτερα από το 50% της ακτίνας τους. Αντίστοιχα συμπεριφέρεται και η μείωση της ισχύος στα κυρτά πτερύγια προς τα εμπρός.

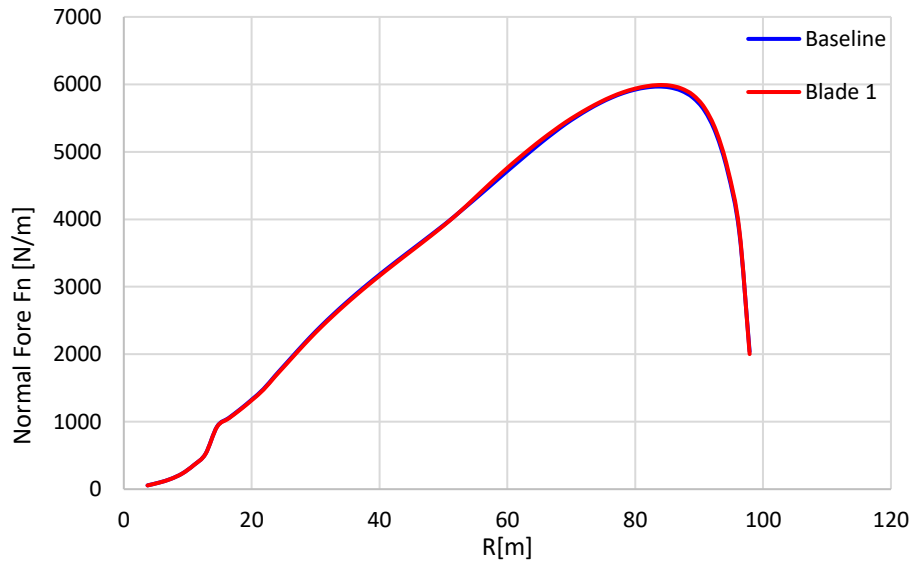
Για την ώση τα αποτελέσματα για τα κυρτά πτερύγια προς τα πίσω δεν εμφανίζουν ένα ξεκάθαρο μοτίβο ως προς τις παραμέτρους κύρτωσης, ενώ για τα πτερύγια προς τα εμπρός η μείωση της ώσης εμφανίζει ικανοποιητικές τιμές που ακολουθούν το μοτίβο της ισχύος. Τα αποτελέσματα συνεχίζουν να είναι κοντά στις τιμές που προέκυψαν από προηγούμενες μελέτες, ωστόσο περαιτέρω μελέτη είναι αναγκαία για να βελτιωθούν τα αποτελέσματα που αφορούν την ώση της ανεμογεννήτριας, καθώς οι τιμές είναι μικρές και δεν είναι εύκολο να εξηγηθεί το φαινόμενο.

5.2. Αποτελέσματα για την μέθοδο επιφάνειας άνωσης

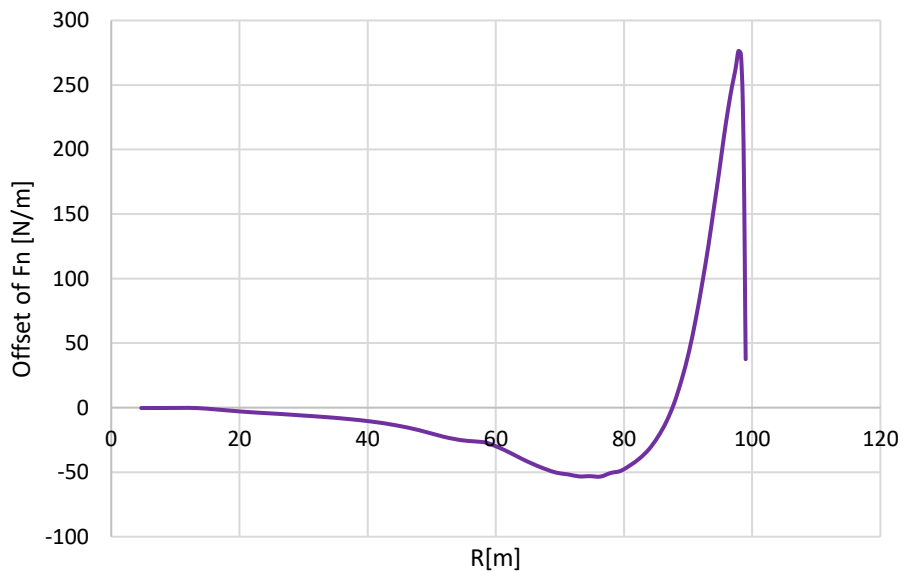
Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την μέθοδο επιφάνειας άνωσης για τα φορτία που δέχεται το πτερύγιο του ρότορα φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα. Οι συνθήκες του πεδίου ροής

είναι οι ίδιες με αυτές που εισήχθησαν στην μέθοδο γραμμής άνωσης. Τα αποτελέσματα είναι αυτά που προέκυψαν ύστερα από 10 περιστροφές της ανεμογεννήτριας.

Στα σχήματα 38 έως 41 παρουσιάζονται τα φορτία για το πτερύγιο 1, ενώ στα 42 έως 45 για το πτερύγιο 5. Λόγω υψηλού υπολογιστικού κόστους για την μέθοδο επιφάνειας άνωσης μελετήθηκαν δύο πτερύγια εκ των οχτώ, ένα κυρτό προς τα πίσω και ένα προς τα εμπρός.

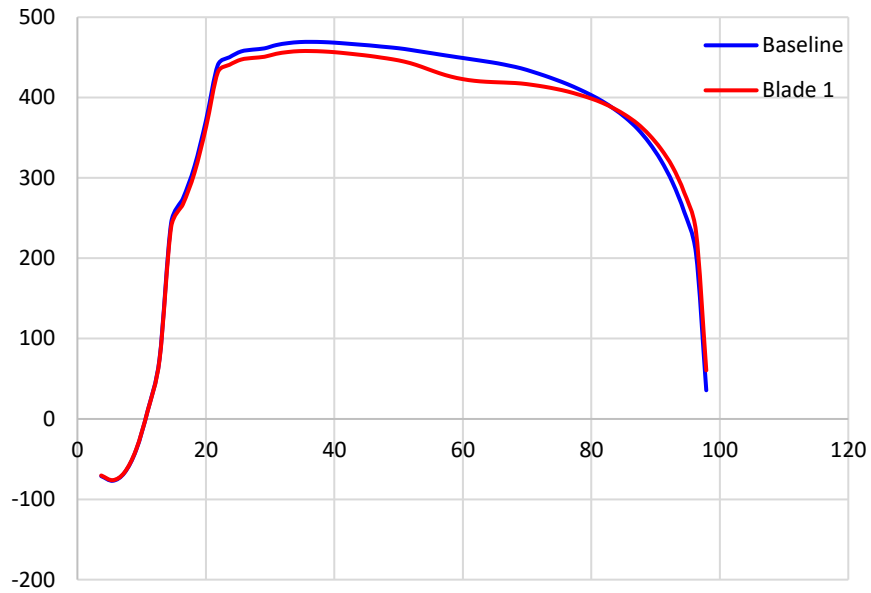


Σχήμα 37. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 1 (Blade 1)

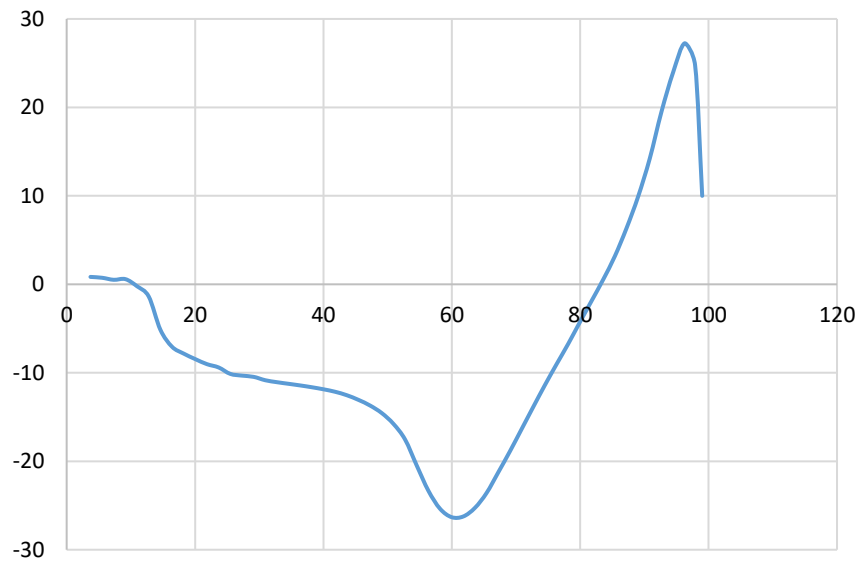


Σχήμα 38. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 1

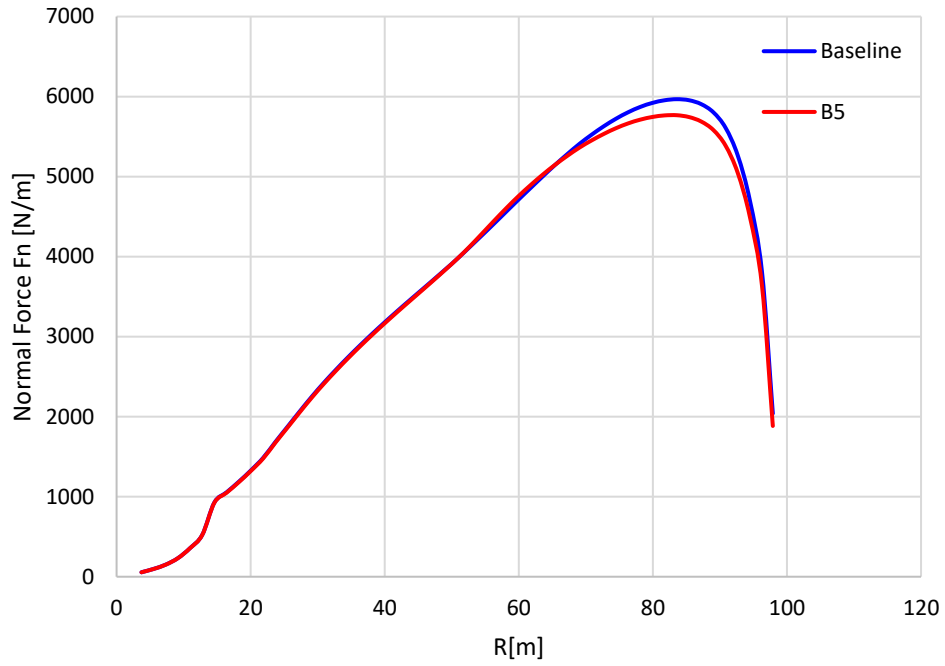
(Blade 1)



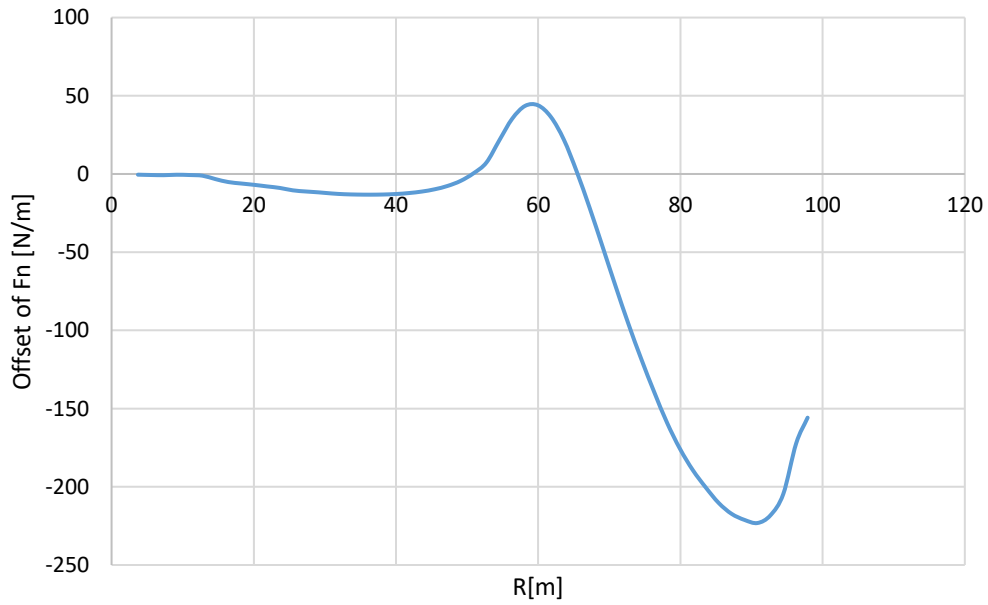
Σχήμα 39. Σύγκριση εραπτομενικής δύναμης F_i ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 1 (Blade 1)



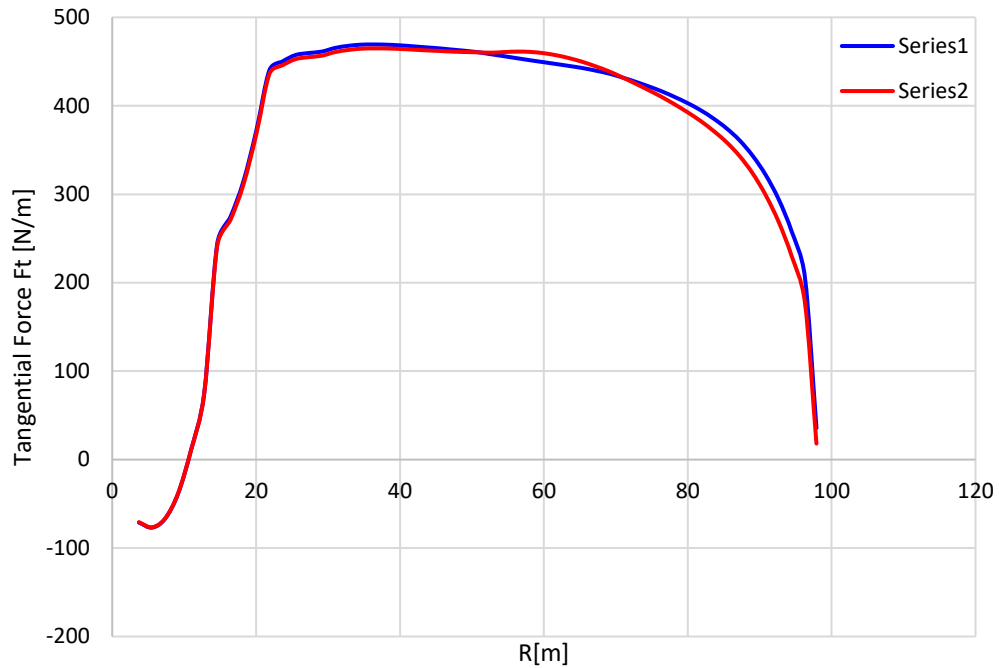
Σχήμα 40. Διαφορά εραπτομενικής δύναμης F_i ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 1 (Blade 1)



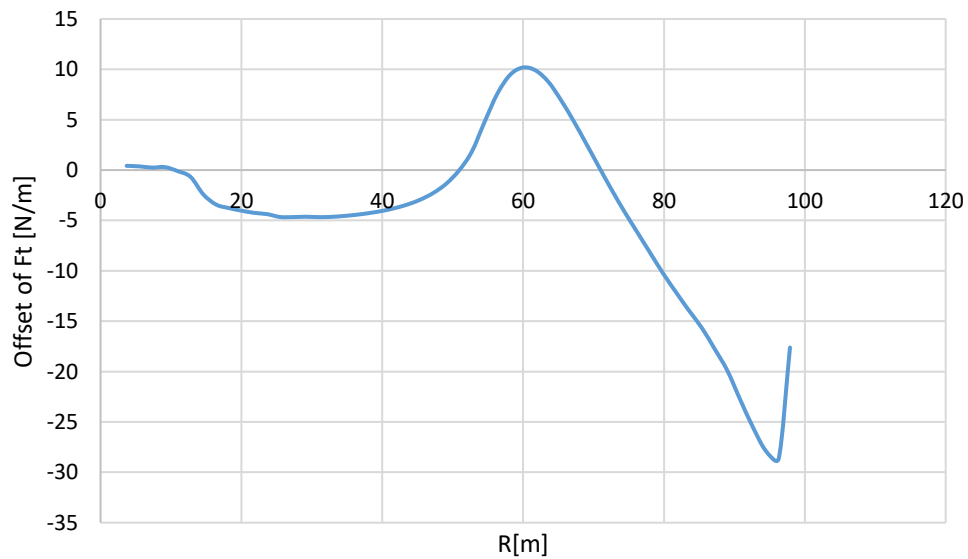
Σχήμα 41. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κορτό πτερύγιο 5 (Blade 5)



Σχήμα 42. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κορτό πτερύγιο 5 (Blade 5)



Σχήμα 43. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 5 (Blade 5)



Σχήμα 44. Διαφορά εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 5 (Blade 5)

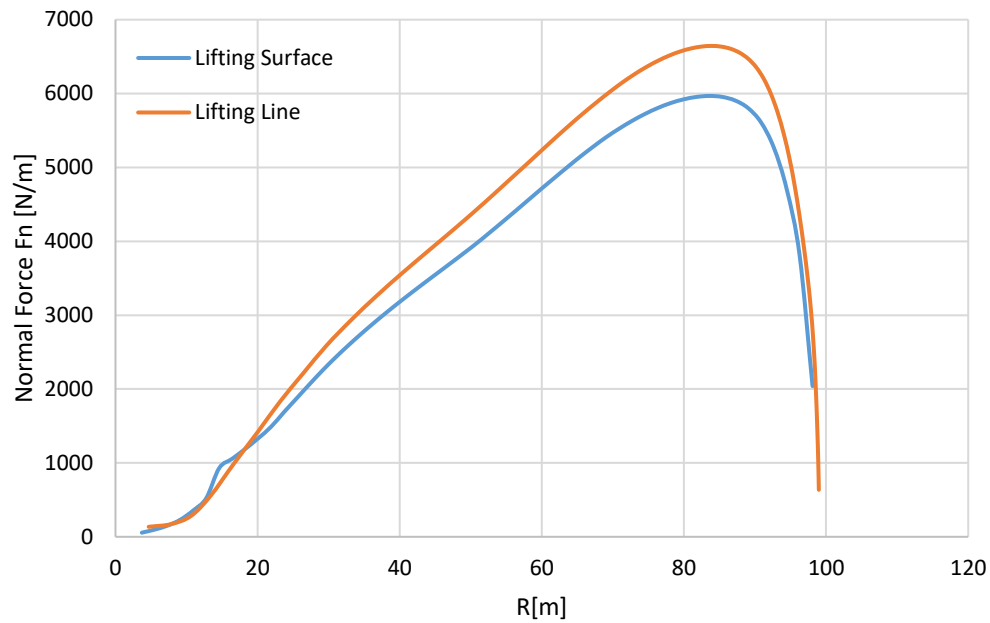
Τα αποτελέσματα των φορτίων για την μέθοδο επιφάνειας άνωσης είναι σε συμφωνία με την μέθοδο γραμμής άνωσης. Όπως φαίνεται στα διαγράμματα που υπολογίστηκε η διαφορά των φορτίων των κυρτών πτερυγίων με του ευθύγραμμου, ξεκινώντας από την ρίζα και έως περίπου

την μέση του πτερυγίου εμφανίζεται μια μείωση των φορτίων των κυρτών πτερυγίων, η οποία όμως είναι μικρή συγκριτικά με την αλλαγή των φορτίων που εμφανίζεται από την μέση έως το ακροπτερύγιο, οφείλεται πιθανώς στα σφάλματα των αποτελεσμάτων και άρα δεν λαμβάνεται υπόψιν. Από περίπου την μέση του πτερυγίου στο κυρτό πτερύγιο προς τα πίσω εμφανίζεται μείωση των φορτίων μέχρι να φτάσει περίπου στα τρία τέταρτα του πτερυγίου όπου ξεκινάει αύξηση των φορτίων μέχρι το ακροπτερύγιο. Στην περίπτωση του κυρτού προς τα εμπρός πτερυγίου τα φορτία ακολουθούν την αντίθετη πορεία δηλαδή είναι μεγαλύτερα από τα φορτία του ευθύγραμμου πτερυγίου από την μέση έως τα τρία τέταρτα αυτού, και έπειτα μειώνονται σημαντικά.

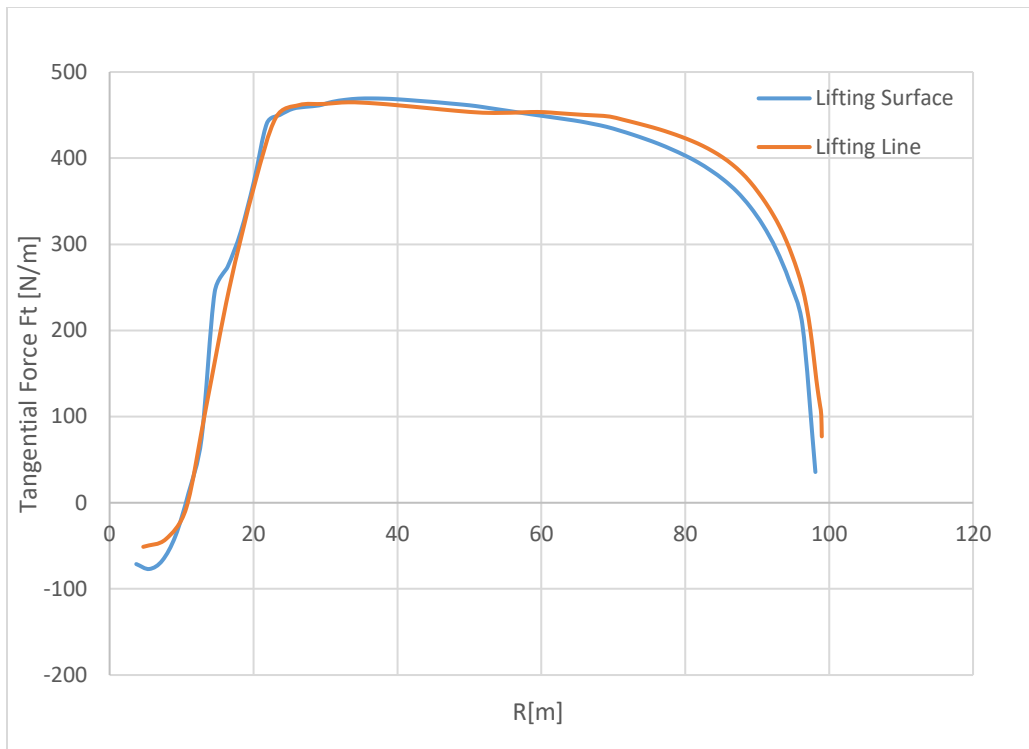
Τα αποτελέσματα που παρήχθησαν από την μέθοδο επιφάνειας άνωσης εμφανίζουν στην αρχή του πτερυγίου, περίπου στα 18 μέτρα από την ρίζα του πτερυγίου μία αλλαγή στην κλίση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι από το σημείο αυτό και μετά εφαρμόζεται στα αποτελέσματα η διόρθωση απώλειας στήριξης του πτερυγίου. Στην μέθοδο γραμμής άνωσης η διόρθωση έχει εφαρμοστεί σε όλο το μήκος του πτερυγίου, ενώ αν συνέβαινε το ίδιο και στην επιφάνεια άνωσης ο κώδικας δεν θα επιτύγχανε την σωστή μορφή των διαγραμμάτων. Επίσης, όταν το μέγεθος

6. Σύγκριση μεθόδων

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων και οι διαφορές ανάμεσά τους. Παρακάτω φαίνεται η σύγκριση των δύο μεθόδων στα φορτία που δέχεται το ευθύγραμμο πτερόγιο.



Σχήμα 45. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ευθύγραμμου πτερυγίου με την μέθοδο γραμμής άνωσης και επιφάνειας άνωσης



Σχήμα 46. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ευθύγραμμου πτερυγίου με την μέθοδο γραμμής άνωσης και επιφάνειας άνωσης

Όπως είναι φανερό ότι τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις δύο μεθόδους για την ορθή δύναμη αποκλίνουν. Ο λόγος που εμφανίζεται μειωμένη η κάθετη δύναμη στην επιφάνεια άνωσης οφείλεται στον τρόπο που η μέθοδος διορθώνει την δυναμική απώλεια στήριξης. Στην περίπτωση της μεθόδου γραμμής άνωσης ο κώδικας λαμβάνει τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης από τις πολικές των αεροτομών που εισήχθησαν στον κώδικα και από την κλίση τους αφαιρεί την απαραίτητη τιμή λόγω της απώλειας στήριξης. Στην μέθοδο επιφάνειας η κλίση των αεροδυναμικών μεγεθών στην δυναμική λύση είναι μικρότερη από αυτήν των πολικών και έτσι προκύπτει μικρότερη κάθετη δύναμη.

Τα αποτελέσματα για την εφαπτομενική δύναμη είναι σε συμφωνία μεταξύ των δύο μεθόδων και είναι ικανοποιητικά.

Τέλος, όπως προαναφέρθηκε, μία ακόμα διαφορά ανάμεσα στα δύο διαγράμματα είναι η απότομη αλλαγή στην κλίση που συμβαίνει στην μέθοδο επιφάνειας άνωσης, το οποίο όμως οφείλεται στα δεδομένα εισόδου στον κώδικα, αφού περίπου στα 18 μέτρα από την ρίζα του πτερυγίου εφαρμόστηκε η διόρθωση απώλειας στήριξης ενώ στην μέθοδο γραμμής άνωσης, εφαρμόζεται από την αρχή του πτερυγίου.

7. Συμπεράσματα και μελλοντική έρευνα

Στο παρόν εκπόνημα πραγματοποιήθηκε η προσομοίωση των ανεμογεννητριών με κυρτά πτερύγια με την μέθοδο γραμμής άνωσης και επιφάνειας άνωσης. Οι δύο μέθοδοι εφαρμόστηκαν μέσω του κώδικα GenUVP ο οποίος, ύστερα από την σύγκριση των αποτελεσμάτων του με τα αποτελέσματα που βρέθηκαν στην βιβλιογραφία [1], αποδείχτηκε να παράγει έγκυρα αποτελέσματα όσον αφορά την συμπεριφορά των κυρτών πτερυγίων.

Και στις δύο μεθόδους τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα κυρτά πτερύγια προς τα πίσω δέχονται μικρότερες δυνάμεις στο κυρτό μέρος του πτερυγίου και μεγαλύτερες στο ακροπτερύγιο, το οποίο είναι και το πιο ευαίσθητο τμήμα του πτερυγίου. Από τον υπολογισμό της ώσης και της ισχύς φαίνεται ότι τα κυρτά πτερύγια προς τα πίσω εμφανίζουν σχεδόν ίδια ώση με το ευθύγραμμο πτερύγιο, με πολύ μικρές μεταβολές, ενώ παράλληλα αύξηση στην ισχύ. Το γεγονός ότι οι τιμές της ώσης δεν μεταβλήθηκαν πολύ, σημαίνει ότι ενώ το μήκος του πτερυγίου αυξήθηκε λόγω της κύρτωσης, δέχθηκε φορτία όμοια με το ευθύγραμμο πτερύγιο, αφού η ώση είναι η συνολική συνεισφορά της ορθής δύναμης και από τα τρία πτερύγια. Άρα, ο στόχος επιτεύχθηκε αφού αυξήθηκε η διάμετρος του ρότορα, διατηρώντας σταθερά φορτία και αυξάνοντας την παραγόμενη ισχύ. Τα κυρτά προς τα εμπρός πτερύγια έδειξαν ότι δέχονται σημαντικά μικρότερες δυνάμεις από το ευθύγραμμο πτερύγιο, με μείωση στην ώση αλλά και στην ισχύ.

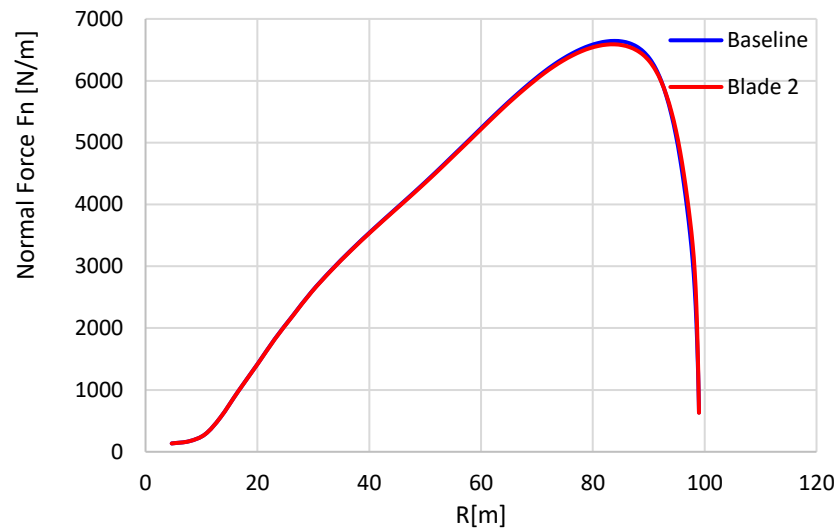
Οι δύο μέθοδοι αν και εμφάνισαν αποκλίσεις κατάφεραν να προβλέψουν με τον ίδιο τρόπο την συμπεριφορά των φορτίων στο κυρτό μέρος του πτερυγίου και να καταλήξουν στο ίδιο συμπέρασμα για τα κυρτά πτερύγια προς τα πίσω και προς τα εμπρός.

Σημαντική, επίσης, είναι η επίδραση των παραμέτρων της γεωμετρίας τους. Παρατηρήθηκε, ότι σημαντικό ρόλο στην αύξηση της ισχύος αποτέλεσε η γωνία Λ_{tip} που σχηματίζει το ακροπτερύγιο από τον κύριο άξονα του πτερυγίου. Όσο αυξάνεται η γωνία αυτή τόσο αυξάνεται και η ισχύς που παράγει η A/Γ. Αύξηση στην ισχύ παρατηρήθηκε και με μεγαλύτερο ποσοστό αναλογίας καμπύλης r_s , αφού στα πτερύγια 1 και 2 όπου η κύρτωση ξεκινούσε από το 50% του πτερυγίου η ισχύς ήταν μεγαλύτερη από τα πτερύγια 3 και 4 που ξεκινάει από το 25% από το ακροπτερύγιο.

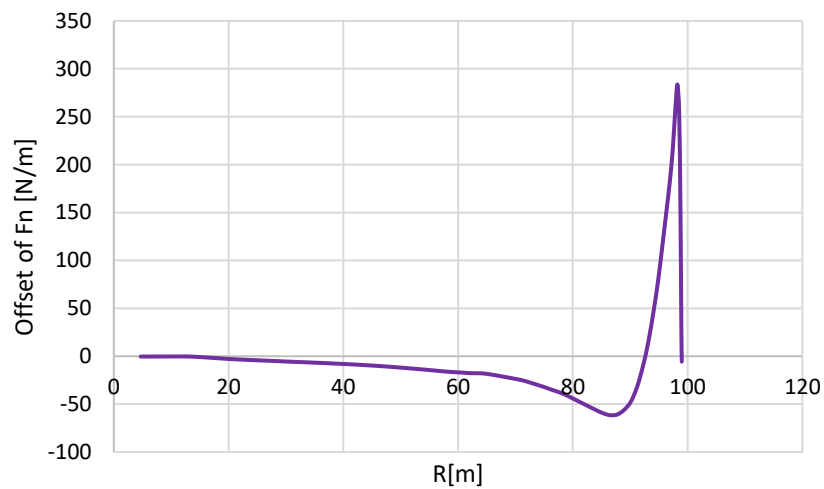
Για μελλοντική μελέτη, είναι σημαντικό να δοθεί περισσότερο ενδιαφέρον στην συμπεριφορά της ώσης συναρτήσει των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των κυρτών πτερυγίων, ώστε να μπορεί να εκτιμηθεί καλύτερα η συμπεριφορά τους. Στο κομμάτι του κώδικα, περαιτέρω έρευνα χρειάζεται στην μέθοδο επιφάνειας άνωσης ώστε να εξηγηθεί η απόκλιση από την μέθοδο γραμμής άνωσης και τον τρόπο που διορθώνει την απώλεια στήριξης.

8. Παράρτημα Α

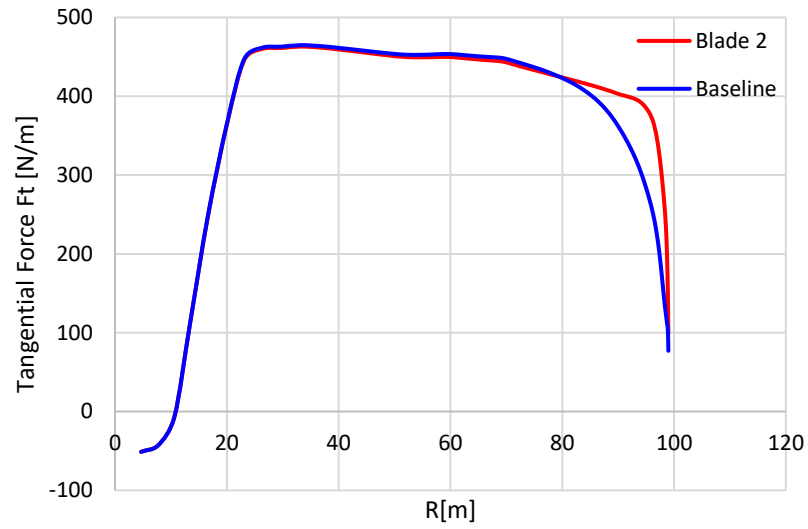
Ανεμογεννήτρια Β2



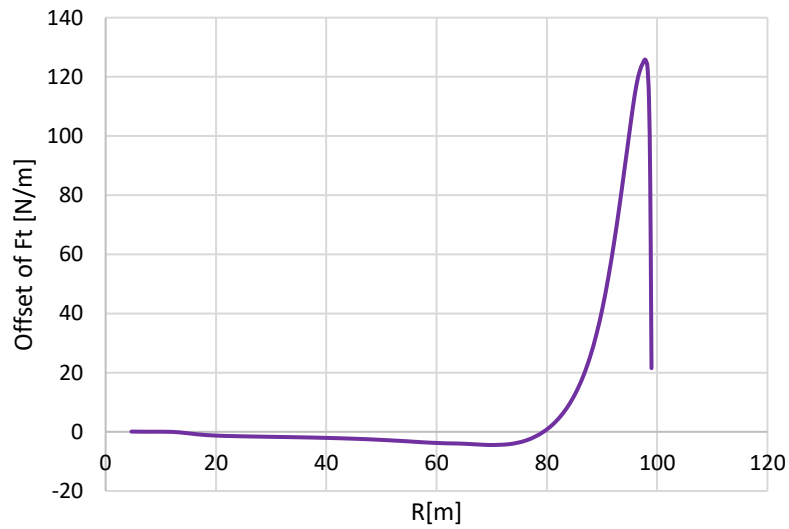
Σχήμα 47. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κορτό πτερύγιο 2 (Blade 2)



Σχήμα 48. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κορτό πτερύγιο 2 (Blade 2)

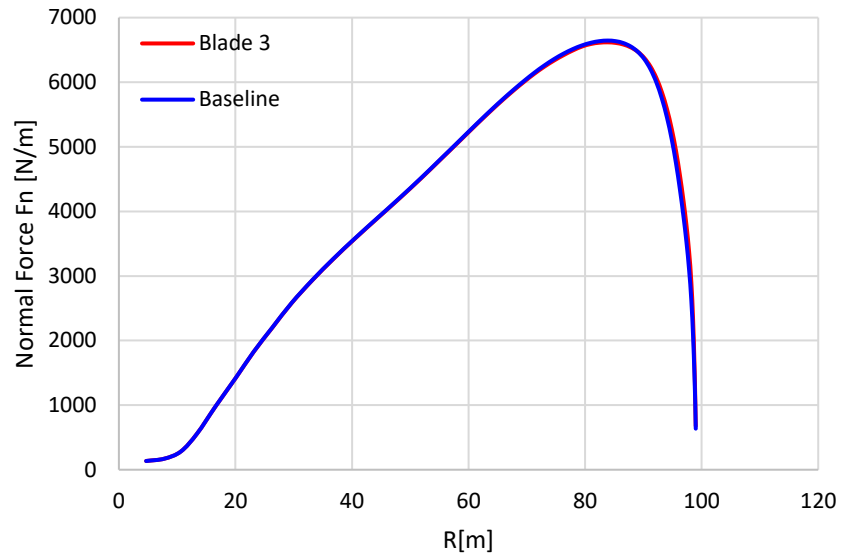


Σχήμα 49. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερόγιο 2 (Blade 2)

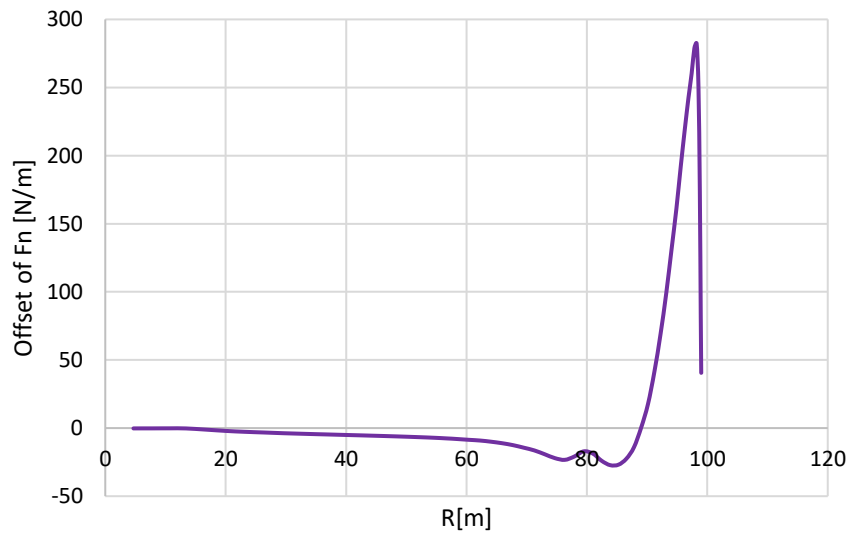


Σχήμα 50. Διαφορά εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερόγιο 2 (Blade 2)

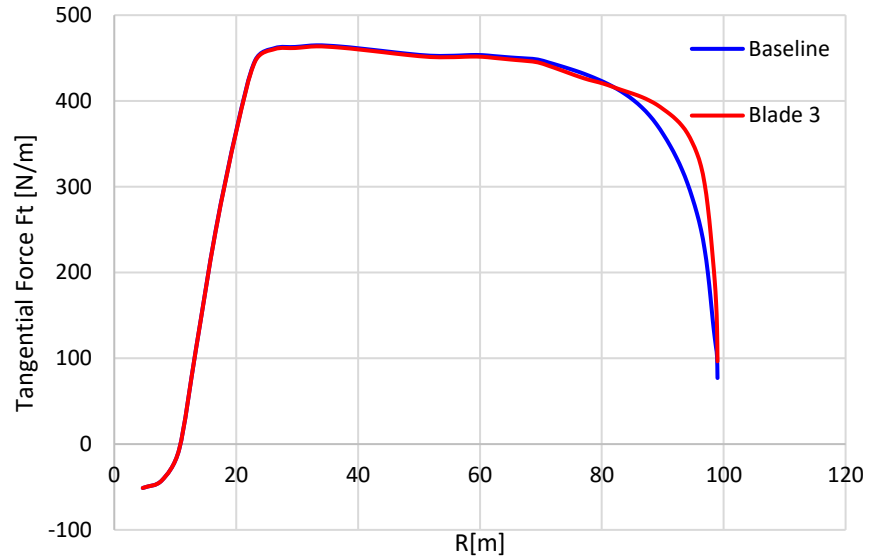
Ανεμογεννήτρια Β3



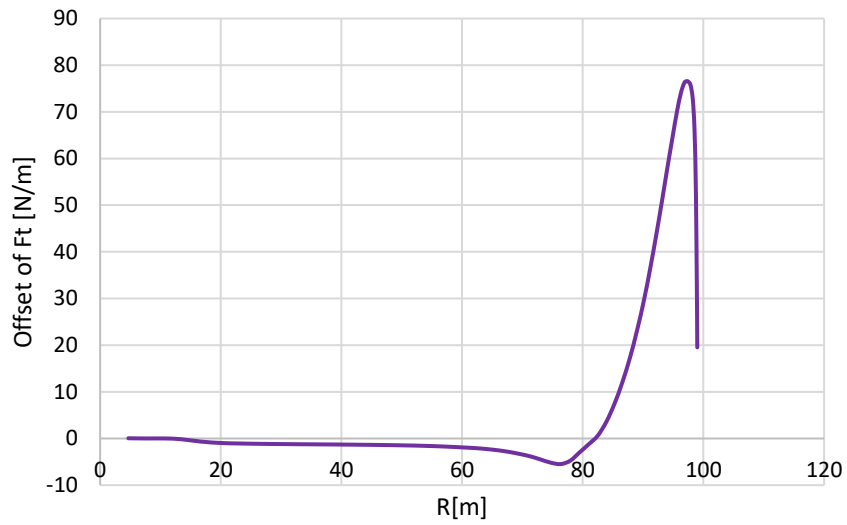
Σχήμα 51. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 3 (Blade 3)



Σχήμα 52. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 3 (Blade 3)

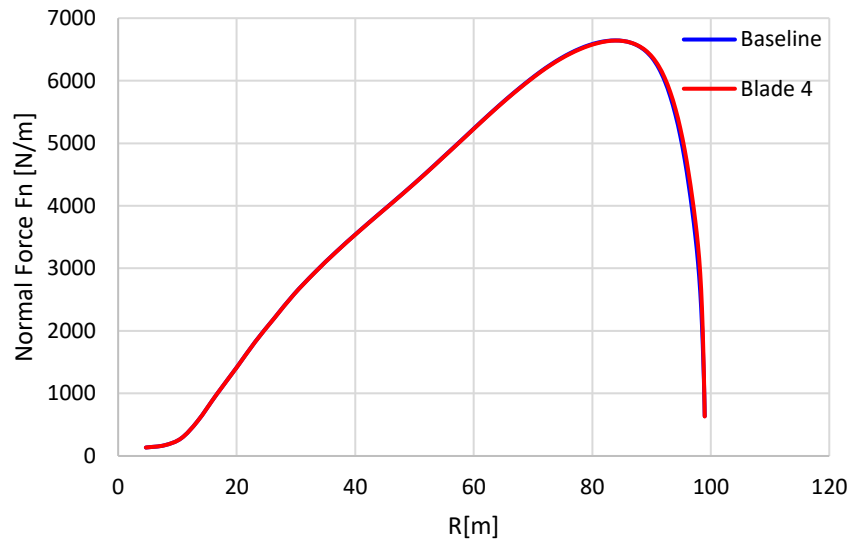


Σχήμα 53. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 3 (Blade 3)

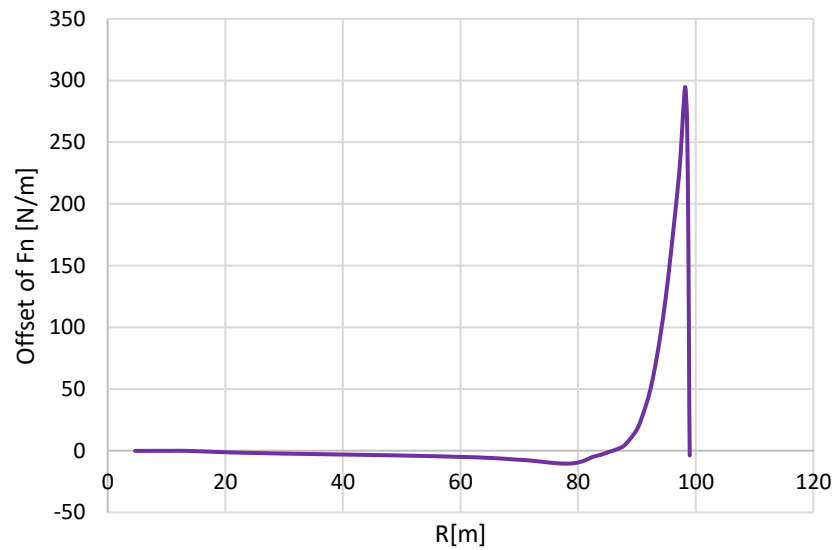


Σχήμα 54. Διαφορά εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 3 (Blade 3)

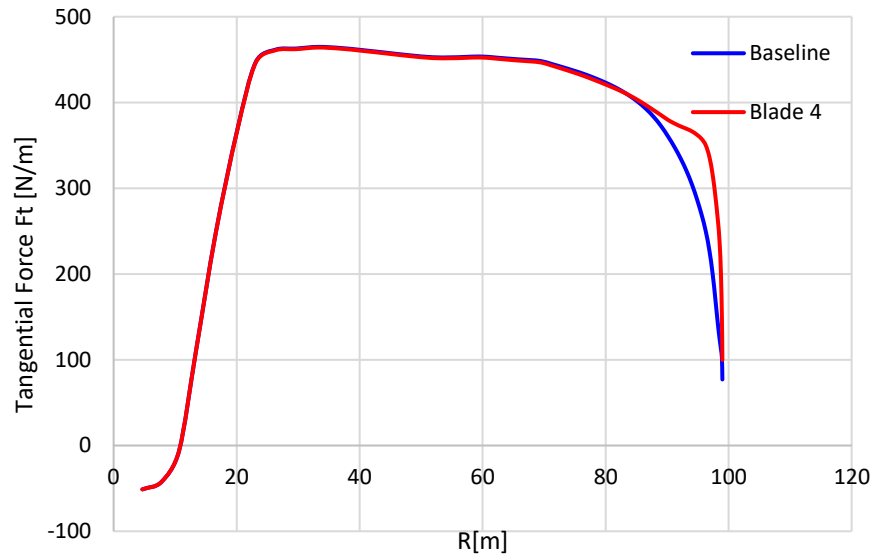
Ανεμογεννήτρια Β4



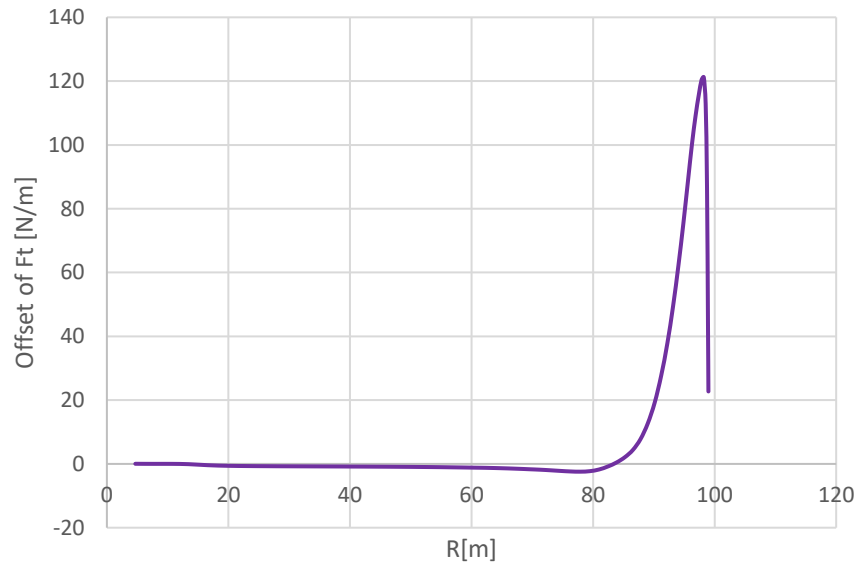
Σχήμα 55 . Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερόγιο 4 (Blade 4)



Σχήμα 56. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερόγιο 4 (Blade 4)



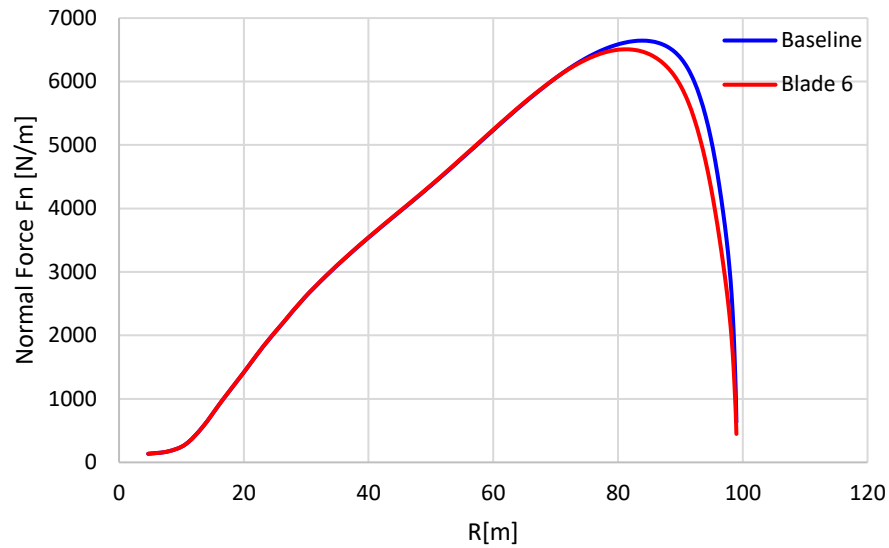
Σχήμα 57. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 4 (Blade 4)



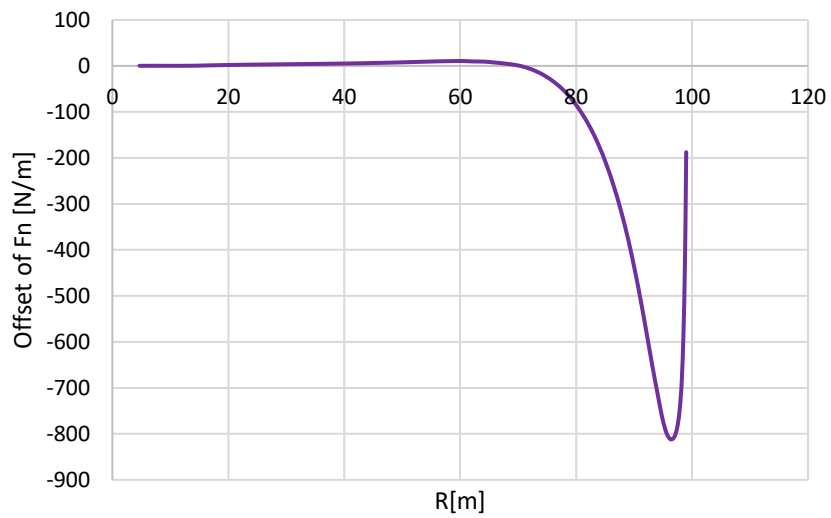
Σχήμα 58. Διαφορά εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 4 (Blade 4)

9. Παράρτημα Β

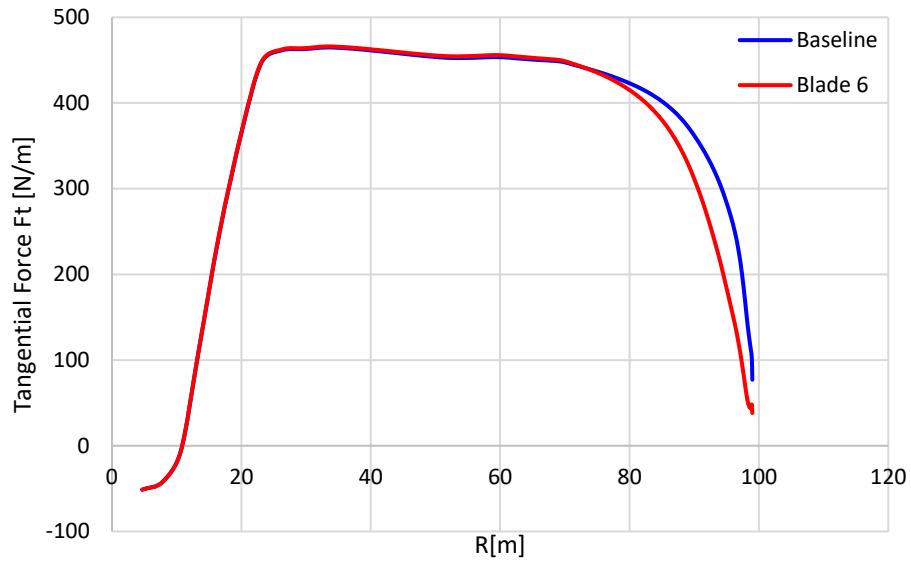
Ανεμογεννήτρια Β6



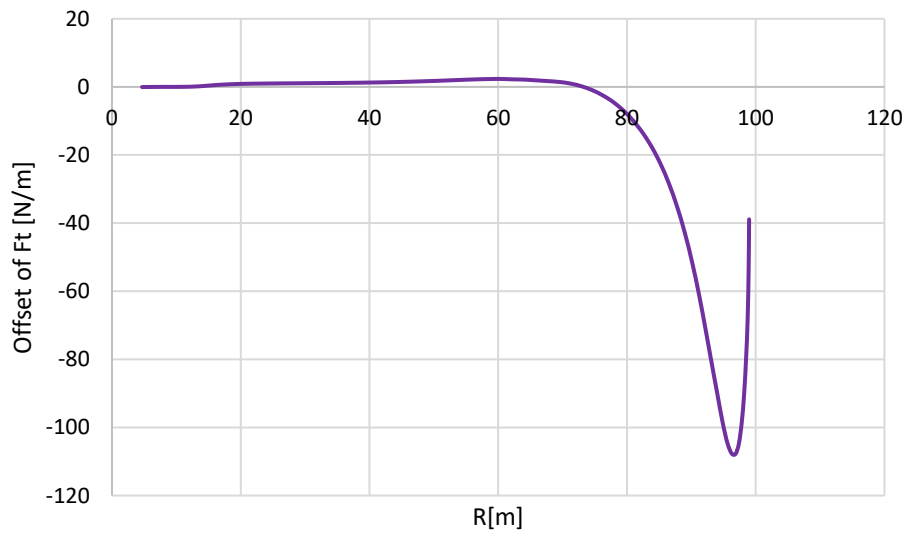
Σχήμα 59. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 6 (Blade 6)



Σχήμα 60. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 6 (Blade 6)

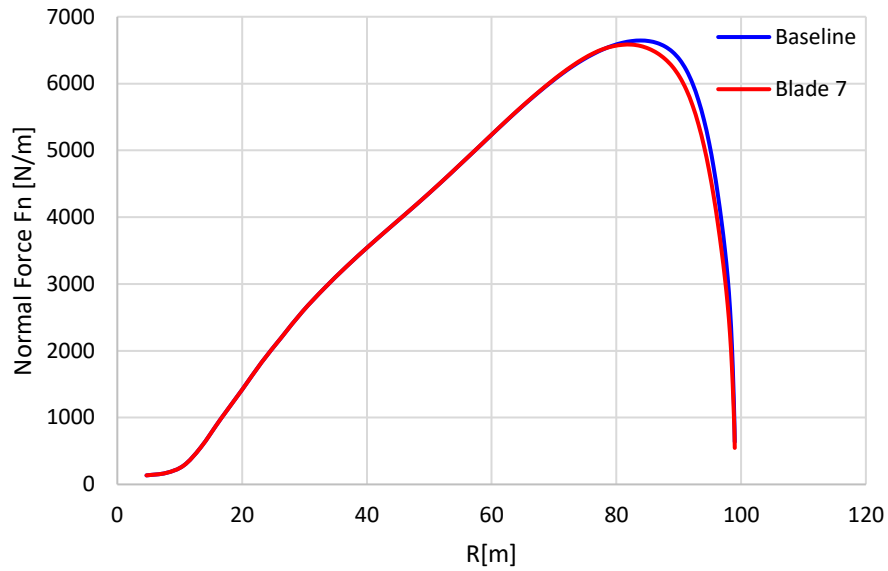


Σχήμα 61. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κερτό πτερύγιο 6 (Blade 6)

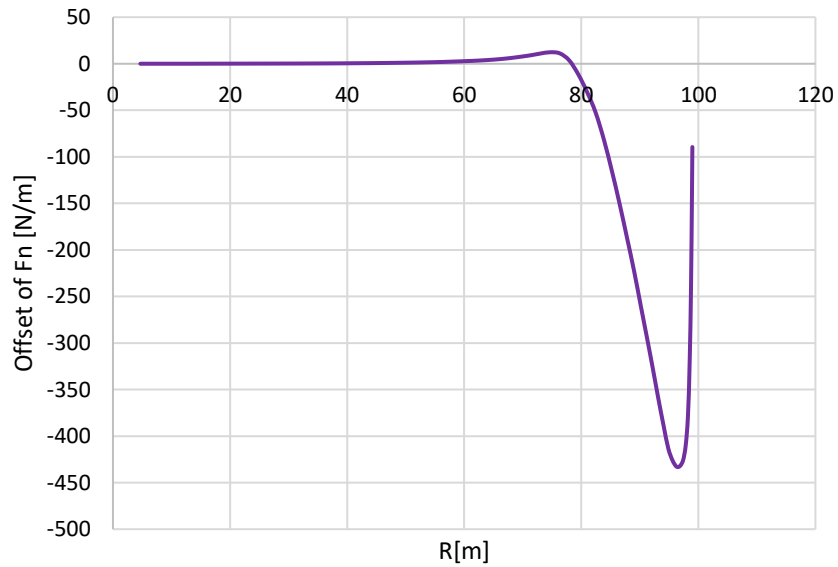


Σχήμα 62. Διαφορά εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κερτό πτερύγιο 6 (Blade 6)

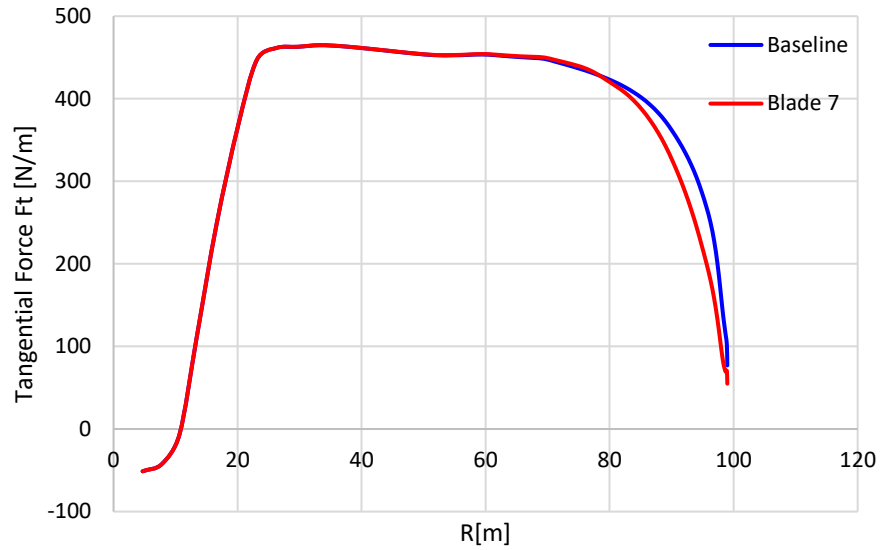
Ανεμογεννήτρια Β7



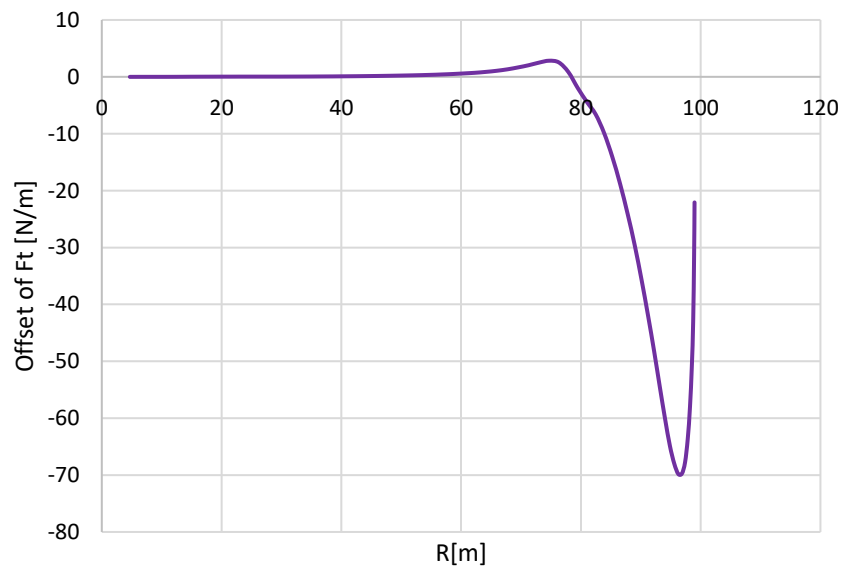
Σχήμα 63. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 7 (Blade 7)



Σχήμα 64. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κυρτό πτερύγιο 7 (Blade 7)

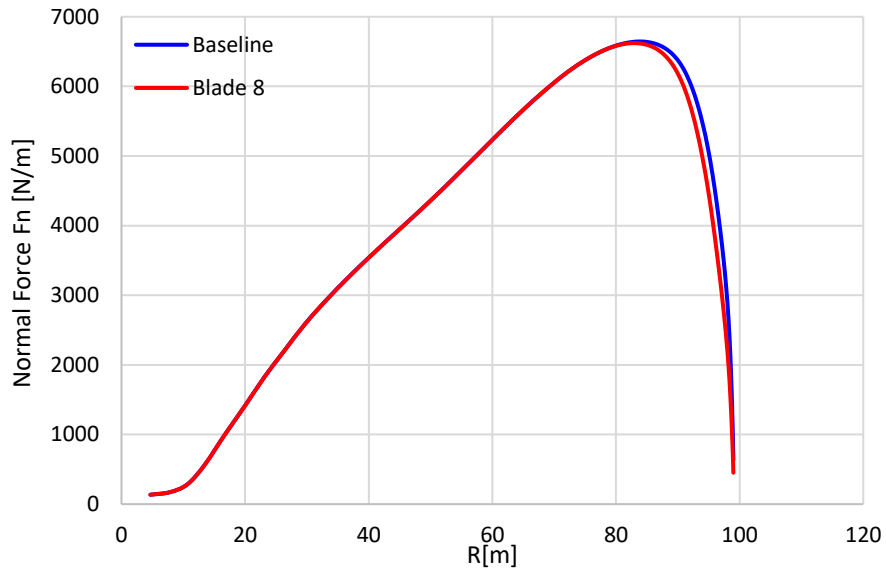


Σχήμα 65. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κερτό πτερύγιο 7 (Blade 7)

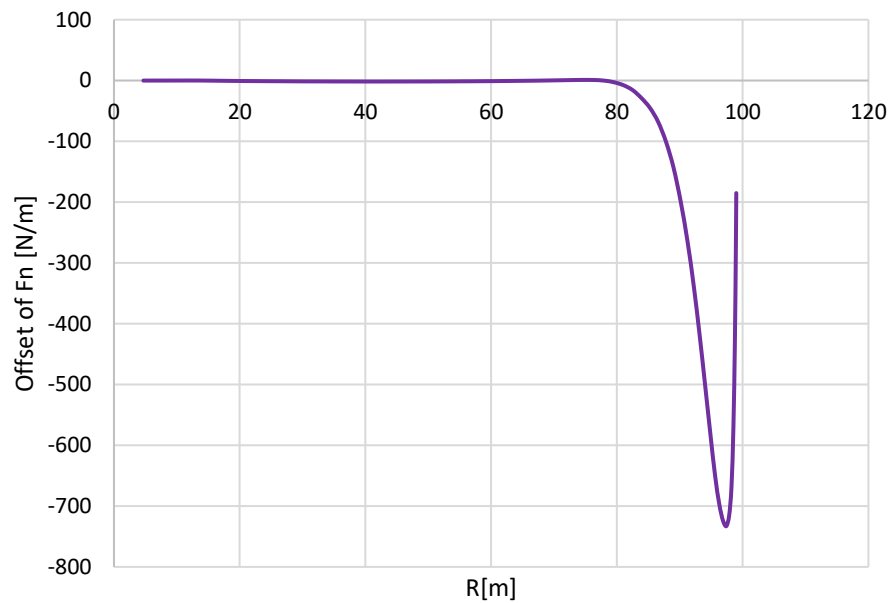


Σχήμα 66. Διαφορά εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κερτό πτερύγιο 7 (Blade 7)

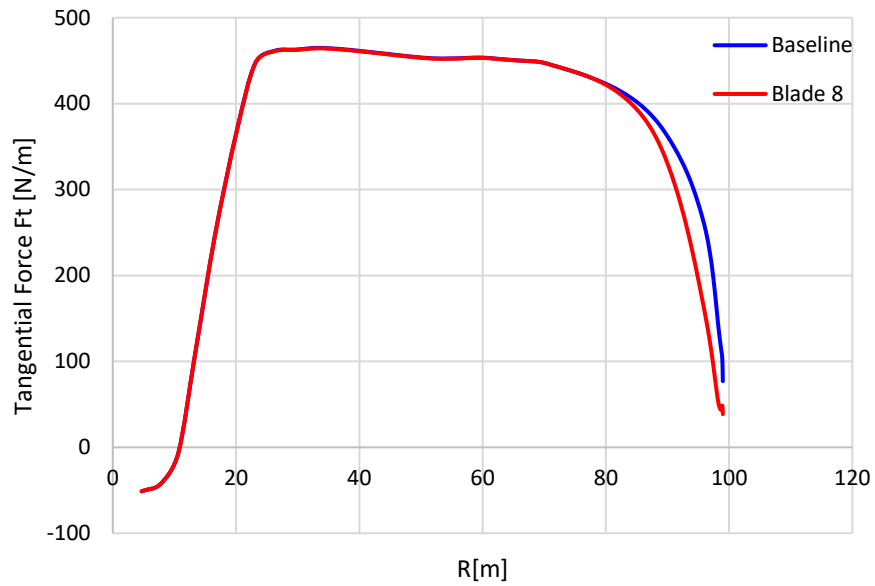
Ανεμογεννήτρια Β8



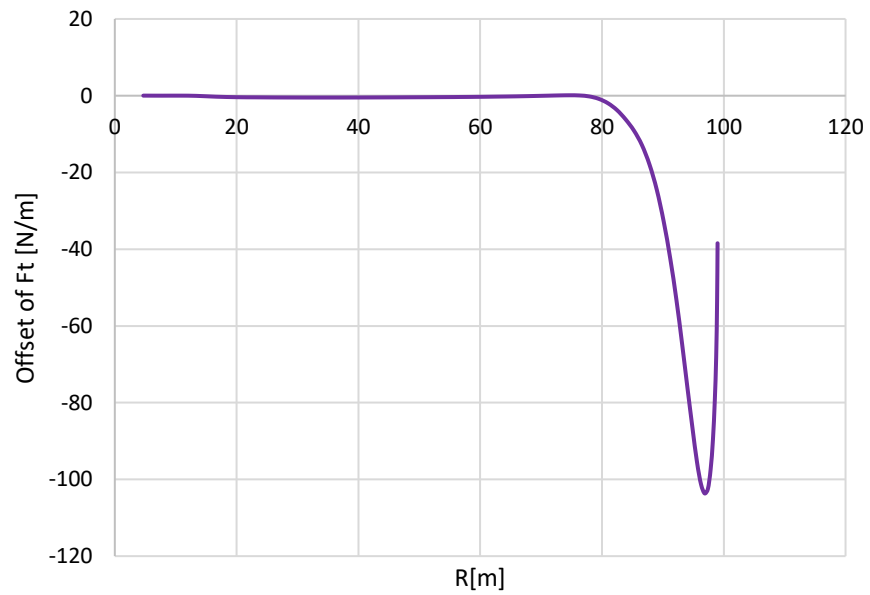
Σχήμα 67. Σύγκριση ορθής δύναμης F_n ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κερτό πτερύγιο 8 (Blade 8)



Σχήμα 68. Διαφορά της ορθής δύναμης F_n μεταξύ του ίσιου πτερυγίου με το κερτό πτερύγιο 8 (Blade 8)



Σχήμα 69. Σύγκριση εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κερτό πτερύγιο 8 (Blade 8)



Σχήμα 70. Διαφορά εφαπτομενικής δύναμης F_t ανά μονάδα μήκους του ίσιου πτερυγίου με το κερτό πτερύγιο 8 (Blade 8)

Βιβλιογραφία

- [1] Li, A., Pirrung, G. R., Gaunaa, M., Madsen, H. A., and Horcas, S. G.: A computationally efficient engineering aerodynamic model for swept wind turbine blades, *Wind Energ. Sci.*, 7, 129–160, <https://doi.org/10.5194/wes-7-129-2022>, 2022.
- [2] Bossanyi E, Savini B, Iribas M, Hau M, Fischer B, Schlipf D, et al. Advanced controller research for multi-MW wind turbines in the UPWIND project. *Wind Energy* 2012;15:119-45.
- [3] Johnson SJ, van Dam CP, Berg DE. Active load control techniques for wind turbines. SAND2008e4809. Sandia National Laboratories; August 2008.
- [4] Johnson SJ, Baker JP, van Dam CP, Berg DE. An overview of active load control techniques for wind turbines with an emphasis on microtabs. *Wind Energy* 2010;13:239-53.
- [5] Lobitz DW, Veers P, Eisler R, Laino DJ, Migliore PG, Bir G. The use of twist-coupled blades to enhance the performance of horizontal axis wind turbines. SAND2001-1303. Sandia National Laboratories; May 2001.
- [6] Liebst B.S.: Wind turbine gust load alleviation utilizing curved blades, *J Propul. Power*, 2, 371-377, 1986.
- [7] Zuteck M. Adaptive blade concept assessment: curved planform induced twist investigation. SAND2002-2996. Sandia National Laboratories; October 2002.
- [8] Scott Larwood, C.P. van Dam, Daniel Schow, Design studies of swept wind turbine blades, *Renewable Energy*, Volume 71, 2014, Pages 563-571, ISSN 0960-1481, <https://doi.org/10.1016/j.renene.2014.05.050>
- [9] Pietro Bortolotti and Helena Canet Tarres and Katherine Dykes and Karl Merz and Latha Sethuraman and David Verelst and Frederik Zahle, IEA Wind Task 37 on Systems Engineering in Wind Energy -- WP2.1 Reference Wind Turbines, NREL/TP-73492, International Energy Agency, 2019, <https://www.nrel.gov/docs/fy19osti/73492.pdf>