



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΑΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Μελέτη αυτοπρόωσης πλοίου με χρήση μεθόδων υπολογιστικής ρευστομηχανικής

Μελέτη και υλοποίηση

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΤΙΒΙΚΕΛΗ ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ

Επιβλέπων: Γεώργιος Παπαδάκης
Επικουρος Καθηγητής

Αθήνα, 1η Μαρτίου 2024



Μελέτη αυτοπρόωσης πλοίου με χρήση μεθόδων υπολογιστικής ρευστομηχανικής

Μελέτη και υλοποίηση

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΤΙΒΙΚΕΛΗ ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ

Επιβλέπων: Γεώργιος Παπαδάκης
Επίκουρος Καθηγητής

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 1η Μαρτίου 2024.

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....
Γεώργιος Παπαδάκης
Επίκουρος Καθηγητής

.....
Κωνσταντίνος Μπελιμπασάκης
Καθηγητής

.....
Εμμανουήλ Αγγέλου
Επίκουρος Καθηγητής

Αθήνα, 1η Μαρτίου 2024



Copyright © - All rights reserved. Με την επιφύλαξη παντός δικαιώματος.
2023.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Το περιεχόμενο αυτής της εργασίας δεν απηχεί απαραίτητα τις απόψεις του Τμήματος, του Επιβλέποντα, ή της επιτροπής που την ενέκρινε.

ΔΗΛΩΣΗ ΜΗ ΛΟΓΟΚΛΟΠΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΗΨΗΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΗΣ ΕΥΘΥΝΗΣ

Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ενυπογράφως ότι είμαι αποκλειστικός συγγραφέας της παρούσας Πτυχιακής Εργασίας, για την ολοκλήρωση της οποίας κάθε βοήθεια είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται λεπτομερώς στην εργασία αυτή. Έχω αναφέρει πλήρως και με σαφείς αναφορές, όλες τις πηγές χρήσης δεδομένων, απόψεων, θέσεων και προτάσεων, ιδεών και λεκτικών αναφορών, είτε κατά κυριολεξία είτε βάσει επιστημονικής παράφρασης. Αναλαμβάνω την προσωπική και ατομική ευθύνη ότι σε περίπτωση αποτυχίας στην υλοποίηση των ανωτέρω δηλωθέντων στοιχείων, είμαι υπόλογος έναντι λογοκλοπής, γεγονός που σημαίνει αποτυχία στην Πτυχιακή μου Εργασία και κατά συνέπεια αποτυχία απόκτησης του Τίτλου Σπουδών, πέραν των λοιπών συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων. Δηλώνω, συνεπώς, ότι αυτή η Πτυχιακή Εργασία προετοιμάστηκε και ολοκληρώθηκε από εμένα προσωπικά και αποκλειστικά και ότι, αναλαμβάνω πλήρως όλες τις συνέπειες του νόμου στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δεν μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής άλλης πνευματικής ιδιοκτησίας.

(Υπογραφή)

1η Νοεμβρίου 2023

Περίληψη

Αυτή η εργασία διερευνά την εφαρμογή του δίσκου ορμής (Actuator Disk) ως μοντελοποίηση ναυτικών ελίκων, με στόχο να βελτιώσει την κατανόηση της απόδοσης της προπέλας και να αναπτύξει καινοτόμα εργαλεία για την ανάλυση και τη βελτιστοποίηση της. Οι ναυτικές έλικες αποτελούν αναπόσπαστα στοιχεία των οχημάτων θαλάσσιων μεταφορών, πλοίων, και η ακριβής μοντελοποίησή τους είναι ζωτικής σημασίας για τη βελτίωση της απόδοσής τους, τη μείωση της κατανάλωσης καυσίμου και την ελαχιστοποίηση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων.

Η έρευνα ξεκινά εξετάζοντας τα θεμελιώδη στοιχεία της θεωρίας της υπολογιστικής ρευστομηχανικής και των τεχνικών μοντελοποίησης δίσκου ορμής, δίνοντας έμφαση στη σημασία τους στην πρόβλεψη ώσης, ισχύος και απόδοσης. Στη συνέχεια εστιάζει στην ανάπτυξη ενός μοντέλου δίσκου ώσης. Οι προσομοιώσεις υπολογιστικής υδροδυναμικής (CFD) χρησιμοποιούνται για την επικύρωση και την ακριβή ρύθμιση του προτεινόμενου μοντέλου, διασφαλίζοντας την ακρίβειά του στην αναπαράσταση της συμπεριφοράς της έλικας του πλοίου στον πραγματικό κόσμο.

Για την επικύρωση του ανεπτυγμένου μοντέλου δίσκου ορμής, πραγματοποιούνται πειραματικές δοκιμές σε μοντέλα ελίκων πλοίων σε ελεγχόμενο εργαστηριακό περιβάλλον, δημιουργώντας εμπειρικά δεδομένα για σύγκριση με προβλέψεις μοντέλων. Αυτή η πειραματική διαδικασία επικύρωσης ενισχύει την αξιοπιστία και τη δυνατότητα εφαρμογής του προτεινόμενου μοντέλου σε πραγματικά συστήματα πρόωσης πλοίων.

Συμπερασματικά, η παρούσα διατριβή προάγει την τελευταία λέξη της τεχνολογίας στη μοντελοποίηση δίσκων ορμής για προπέλες πλοίων, προσφέροντας ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο για την ανάλυση και τη βελτιστοποίηση των συστημάτων πρόωσης πλοίων. Η έρευνα όχι μόνο εμβαθύνει την κατανόησή μας για τη συμπεριφορά των ελίκων πλοίων, αλλά παρέχει επίσης πολύτιμες γνώσεις και πρακτικές οδηγίες για μηχανικούς και σχεδιαστές που εργάζονται στη ναυτιλιακή βιομηχανία. Τελικά, αυτές οι εξελίξεις συμβάλλουν σε πιο βιώσιμες και αποτελεσματικές θαλάσσιες μεταφορές, ευθυγραμμισμένες με την παγκόσμια προσπάθεια μείωσης των εκπομπών άνθρακα και ενίσχυσης της φιλικότητας προς το περιβάλλον του ναυτιλιακού τομέα.

Abstract

This thesis explores the application of actuator disk modeling to ship propellers, with the goal of enhancing our comprehension of propeller performance and developing innovative tools for its analysis and optimization. Ship propellers are integral components of maritime transportation systems, and accurate modeling is crucial to improve their efficiency, reduce fuel consumption, and minimize environmental impact.

The research commences by examining the fundamentals of ship propeller theory and actuator disk modeling techniques, emphasizing their significance in predicting thrust, power, and efficiency. It then focuses on the development of an actuator disk model. Computational fluid dynamics (CFD) simulations are used to validate and fine-tune the proposed model, ensuring its accuracy in representing real-world ship propeller behavior.

To validate the developed actuator disk model, experimental tests are conducted on scaled ship propellers in a controlled laboratory environment, generating empirical data for comparison with model predictions. This experimental validation process reinforces the credibility and applicability of the proposed model to actual ship propulsion systems.

In conclusion, this thesis advances the state-of-the-art in actuator disk modeling for ship propellers, offering a comprehensive framework for the analysis and optimization of ship propulsion systems. The research not only deepens our understanding of ship propeller behavior but also provides valuable insights and practical guidance for engineers and designers working in the maritime industry. Ultimately, these advancements contribute to more sustainable and efficient maritime transportation, aligning with the global effort to reduce carbon emissions and enhance the eco-friendliness of the shipping sector.

στους γονείς μου

Ευχαριστίες

Θα ήθελα καταρχήν να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Γεώργιο Παπαδάκη για την επίβλεψη αυτής της διπλωματικής εργασίας και για την ευκαιρία που μου έδωσε να την εκπονήσω στο εργαστήριο Ναυτικής και Θαλάσσιας Υδροδυναμικής. Επίσης ευχαριστώ ιδιαίτερα τον Δρ. Δημήτριο Ντούρα για την καθοδήγησή του και την εξαιρετική συνεργασία που είχαμε. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για την καθοδήγηση και την ηθική συμπαράσταση που μου προσέφεραν όλα αυτά τα χρόνια.

Περιεχόμενα

Περίληψη	1
Abstract	2
Ευχαριστίες	4
Πρόλογος	10
1 Εισαγωγή	11
1.1 Αντικείμενο της διπλωματικής	11
1.2 Οργάνωση του τόμου	11
I Θεωρητικό Μέρος	13
2 Βασικές εξισώσεις	15
2.1 Διατήρηση της μάζας	15
2.2 Διατήρηση της ορμής	16
2.3 Διατήρηση της ενέργειας	17
3 Το πρόβλημα της αυτοπρόωσης	19
3.1 Ασυμπίεστη ροή	19
3.2 Μοντελοποίηση τύρβης	20
3.2.1 Εξισώσεις RANS	20
3.3 Μοντελοποίηση πολυφασικών ροών	23
3.3.1 Volume of Fluid (VOF)	23
4 Επιλύτης MaPFlow	25
4.1 Μοντελοποίηση των εξισώσεων	25
4.2 Χωρική διακριτοποίηση	27
4.3 Χρονική διακριτοποίηση	28
4.4 Τελική μορφή των εξισώσεων	29
5 Ο δίσκος ορμής (Actuator Disk)	31
5.1 Η θεωρία του δίσκου ορμής	31

II Υλοποίηση - Αποτελέσματα	36
6 Πλέγμα αξιολόγησης του δίσκου ορμής	38
6.1 Domain	39
6.1.1 Γεωμετρία - Κατασκευή	39
6.1.2 Συνθήκες στα όρια	40
6.1.3 Αρχική δημιουργία πλέγματος	41
6.2 Περιοχές πύκνωσης	42
6.2.1 Γεωμετρία - Κατασκευή	42
6.2.2 Δημιουργία πυκνώσεων	44
7 Μοντελοποίηση του δίσκου ορμής	45
7.1 Μαθηματικό μοντέλο	45
7.1.1 Εκφράσεις ογκικών δυνάμεων	45
7.1.2 Implicit operators	48
7.2 Ανάπτυξη κώδικα	48
7.2.1 Το addon actuator_disk.f90	49
7.2.2 Ενσωμάτωση στον κύριο κώδικα	50
7.3 Αξιολόγηση του δίσκου ορμής	50
8 Αποτελέσματα	53
9 Αυτοπρόωση	59
9.1 Προσομοίωση σταθερών στροφών	62
9.2 Προσομοίωση μεταβλητών στροφών	64
10 Επίλογος - Συμπεράσματα	69
Παραρτήματα	71
A' Τελικό πλέγμα AD	73
A'.1 Initial mesh	73
A'.2 Adapt to geometry	73
A'.2.1 Surface refinement	73
A'.2.2 Box refinement	74
A'.3 Ρυθμίσεις στην προσομοίωση	75
Βιβλιογραφία	77

Κατάλογος Σχημάτων

4.1	Η μέθοδος variable reconstruction	28
4.2	Ψευδοχρονικές και πραγματικές χρονικές στιγμές	29
5.1	Όγκος ελέγχου και διαγράμματα πίεσης & ταχύτητας του δίσκου ορμής (Actuator Disk)	32
6.1	Βήματα κατασκευής πλέγματος στο λογισμικό HEXPRESS	38
6.2	Μορφή και διαστάσεις του domain	40
6.3	Ορισμός οριακών συνθηκών του domain	41
6.4	Ορισμός παραμέτρων για το αρχικό πλέγμα του domain	41
6.5	Ορισμός παραμέτρων για καλύτερη διακριτοποίηση επιφανειών του domain	42
6.6	Μορφή 1 περιοχών πύκνωσης	43
6.7	Μορφή 2 περιοχών πύκνωσης	43
6.8	Μορφή 3 περιοχών πύκνωσης	43
6.9	Μορφή 4 περιοχών πύκνωσης	43
6.10	Παράμετροι πλεγματοποίησης περιοχών πύκνωσης	44
8.1	Θέση του δίσκου ορμής και διαμέριση πλέγματος	53
8.2	Ομόρους που δημιουργείτε από την λειτουργία του δίσκου ορμής	54
8.3	Γραμμές ροής στην θέση του δίσκου ορμής	54
8.4	Κατανομή πίεσης	55
8.5	Κατανομή ταχύτητας u (ταχύτητα κατά την x διεύθυνση)	55
8.6	Διαγράμματα σύγκρισης αποτελεσμάτων για συντελεστή προχώρησης $J = 0.35$	56
8.7	Διαγράμματα σύγκρισης αποτελεσμάτων για συντελεστή προχώρησης $J = 0.45$	56
8.8	Διαγράμματα σύγκρισης αποτελεσμάτων για συντελεστή προχώρησης $J = 0.55$	57
8.9	Πάνω εικόνες: Ομόρους έλικας KVLCC KP458 Κάτω εικόνες: Ομόρους εφαρμογής δίσκου ορμής	58
9.1	Domain των προσομοιώσεων αυτοπρόωσης	61
9.2	Μορφή και θέση του δίσκου ορμής στις προσομοιώσεις αυτοπρόωσης	61
9.3	Κατανομή πίεσης και ταχύτητας u (ταχύτητα κατά την x διεύθυνση)	63
9.4	Εξέλιξη της αντίστασης του πλοίου	63
9.5	Κατανομή πυκνότητας	65
9.6	Κατανομή πίεσης	65
9.7	Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας	66
9.8	Κατανομή της ταχύτητας u (ταχύτητα κατά την x διεύθυνση)	66

9.9	Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας	67
9.10	Ομόρους πρύμα της γάστρας του πλοίου σε συγκεκριμένες αποστάσεις από την θέση του AD	67
9.11	Εξέλιξη της αντίστασης του πλοίου	67

Κατάλογος Πινάκων

7.1	Γεωμετρικά χαρακτηριστικά προπέλας KVLCC KP458	51
7.2	Χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής προπέλας KVLCC KP458	51
9.1	Γεωμετρικά χαρακτηριστικά προπέλας KCS KP505	59
9.2	Χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής προπέλας KCS KP505	60
9.3	Στοιχεία προσομοίωσης σταθερών στροφών	63
9.4	Στοιχεία προσομοίωσης μεταβλητών στροφών	65
A'.1	Παράμετροι εντολής <i>initial mesh</i>	73
A'.2	Παράμετροι στην καρτέλα <i>Surface refinement</i> της εντολής <i>Adapt to geometry</i>	74
A'.3	Παράμετροι στην καρτέλα <i>Box refinement</i> της εντολής <i>Adapt to geometry</i>	74

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία διενεργήθηκε υπό το πλαίσιο συνέχισης της μεταπτυχιακής εργασίας του Ευσταθείαδη Χρήστου, [1], ο οποίος είχε προτείνει την εφαρμογή της μεθόδου του δίσκου ορμής στο πρόβλημα της αυτοπρόωσης πλοίου. Τόπος διεξαγωγής της μελέτης ήταν η αίθουσα υπολογιστών που προσφέρεται από το εργαστήριο Ναυτικής και Θαλάσσιας Υδροδυναμικής της σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ αλλά και η κατοικία μου στην Αθήνα.

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική (CFD - Computational Fluid Dynamics) αποτελεί ένα σημαντικό και συνεχώς εξελισσόμενο πεδίο της μηχανικής, που αφορά τη μελέτη της ροής των υγρών και των αερίων με χρήση υπολογιστών. Αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο για την ανάλυση και την πρόβλεψη της συμπεριφοράς των ρευστών σε διάφορες εφαρμογές, όπως η αεροδυναμική, η υδροδυναμική, η μεταφορά θερμότητας και μάζας. Η εφαρμογή της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής έχει αποφέρει θετικά αποτελέσματα σε πολλά επιστημονικά πεδία και βιομηχανικούς τομείς, καθώς δίνει τη δυνατότητα να αναλυθεί και να βελτιωθεί η απόδοση πολύπλοκων συστημάτων με βάση τις αρχές της φυσικής.

Συγκεκριμένα στον χώρο της ναυτιλιακής βιομηχανίας, όπου τα προωθητικά συστήματα πλοίων αποτελούν κρίσιμο στοιχείο, επηρεάζοντας άμεσα την απόδοση, την ασφάλεια, και την περιβαλλοντική βιωσιμότητα των πλοίων, η κατανόηση και η βελτιστοποίηση της λειτουργίας αυτών είναι κρίσιμης σημασίας για τον κλάδο αυτόν. Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική (CFD) έχει αναδειχθεί ως ένα ισχυρό εργαλείο για τη μελέτη και τη βελτιστοποίηση τέτοιων προβλημάτων.

1.1 Αντικείμενο της διπλωματικής

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποτελεί η μελέτη και ανάπτυξη της εφαρμογής του δίσκου ορμής (AD - Actuator Disk) για την μοντελοποίηση ναυτικής έλικας με τελικό σκοπό την εισαγωγή της στο πρόβλημα της αυτοπρόωσης του πλοίου. Η ανάπτυξη της εφαρμογής του δίσκου ορμής περιλαμβάνει την κατασκευή πλέγματος και την ανάπτυξη κατάλληλου κώδικα που μοντελοποιεί την θεωρία. Επίσης γίνεται αξιολόγηση της εφαρμογής που τελικά κατασκευάζεται ώστε να υπάρχει πιστότητα με βάση την υπάρχουσα βιβλιογραφία. Τέλος γίνεται δοκιμή της ανεπτυγμένης εφαρμογής σε προσομοίωση αυτοπρόωσης πλοίου, αφού εκτελεστούν κατάλληλες αλλαγές στον κώδικα, και γίνεται παρουσίαση των αποτελεσμάτων.

1.2 Οργάνωση του τόμου

Η εργασία αυτή είναι οργανωμένη σε εννέα κεφάλαια : Στο Κεφάλαιο 2 δίνεται το θεωρητικό υπόβαθρο των βασικών εξισώσεων που διέπουν τον κλάδο της ρευστομηχανικής. Στο Κε-

φάλαιο 3 αρχικά περιγράφεται το πρόβλημα της αυτοπρόωσης που είναι και ο τελικός στόχος της παρούσας μελέτης. Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται ο επιλύτης MaPFlow, εξηγούνται οι διαδικασίες που ακολουθεί για την επίλυση προβλημάτων υπολογιστικής ρευστομηχανικής και παραθέτονται οι εξισώσεις που προκύπτουν από την μοντελοποίηση των προβλημάτων. Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται παρουσίαση της θεωρίας του δίσκου ορμής. Στο Κεφάλαιο 6 δίνονται αναλυτικά τα βήματα που ακολουθήθηκαν για την κατασκευή κατάλληλου πλέγματος για την εφαρμογή του AD. Στο Κεφάλαιο 7 παρουσιάζεται ο τρόπος μοντελοποίησης του δίσκου ορμής μαζί με μία βασική περιγραφή του ανεπτυγμένου κώδικα και των διαδικασιών αξιολόγησης της συνολικής εφαρμογής. Στο Κεφάλαιο 8 παραθέτονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων του AD σε ελεύθερη ροή και γίνεται σύγκριση αυτών με αποτελέσματα της βιβλιογραφίας. Τέλος στο Κεφάλαιο 9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αυτοπρόωσης πλοίου επί των οποίων γίνεται κριτική.

Μέρος I

Θεωρητικό Μέρος

Κεφάλαιο 2

Βασικές εξισώσεις

Τα προβλήματα του κλάδου της ρευστομηχανικής για να μπορέσουν να περιγραφούν καθώς και να μοντελοποιηθούν χρειάζονται μαθηματικές εξισώσεις οι οποίες προκύπτουν μέσα από την εφαρμογή των θεμελιωδών νόμων της μηχανικής επί των ρευστών. Γενικά κάθε πρόβλημα το οποίο θεωρείται πως εμπίπτει στον κλάδο της ρευστομηχανικής χαρακτηρίζεται από τους παρακάτω θεμελιώδεις νόμους και υποθέσεις:

- Διατήρηση της μάζας
- Διατήρηση της ορμής
- Διατήρηση της ενέργειας
- Η υπόθεση του συνεχούς

Η υπόθεση που αναφέρεται τελευταία ορίζει, με βάση τον αριθμό Knudsen (Kn), αν θα χρησιμοποιηθεί στατιστική μηχανική ή μηχανική συνεχούς μέσου για την μοντελοποίηση του προβλήματος.

Στην περίπτωση των προβλημάτων που αφορούν την ροή σε εφαρμογές του κλάδου της ναυπηγικής και της ναυτιλίας γενικότερα τα προβλήματα μοντελοποιούνται με χρήση της μηχανικής συνεχούς μέσου καθώς οι κλίμακες των προβλημάτων είναι κατά πολύ μεγαλύτερες από τις διατομικές αποστάσεις των ρευστών (θαλασσινό νερό & αέρας). Επίσης με βάση τους παραπάνω νόμους γίνεται η εξαγωγή των εξισώσεων που χαρακτηρίζουν τελικά τα προβλήματα, βέβαια ανάλογα με τις επιπλέον υποθέσεις που γίνονται κατά την μοντελοποίηση αυτές οι εξισώσεις μπορούν να απλοποιηθούν.

2.1 Διατήρηση της μάζας

Ο νόμος διατήρησης της μάζας προτάσσει ότι η συνολική μάζα ενός συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή ανεξαρτήτως των εσωτερικών αλληλεπιδράσεων. Μία επίσης παρόμοια πρόταση είναι ότι η ύλη μπορεί να αλλάζει μορφές, αλλά η ποσότητά της παραμένει σταθερή. Αυτός ο νόμος εκφράζεται μέσω της παρακάτω εξίσωσης:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \text{div}(\rho \cdot \vec{u}) = 0$$

Για την παραπάνω εξίσωση ισχύουν τα παρακάτω:

- ▶ $\vec{u} = (u, v, w)$, το διάνυσμα της ταχύτητας
- ▶ $\frac{DA}{Dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial A}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial A}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial A}{\partial z}$, τελεστής υλικής παραγώγου
- ▶ $div A = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial A}{\partial z}$, τελεστής απόκλισης
- ▶ ρ , η πυκνότητα του ρευστού υπό μελέτη

2.2 Διατήρηση της ορμής

Ο νόμος διατήρησης της ορμής προτάσσει ότι το διανυσματικό άθροισμα των ορμών ενός συστήματος σωμάτων παραμένει πάντα σταθερό, αν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν. Αυτός ο νόμος εκφράζεται μέσω της παρακάτω εξίσωσης:

$$\frac{\partial(\rho \cdot \vec{u})}{\partial t} + div(\rho \cdot \vec{u}) \cdot \vec{u} + (grad \vec{u})^T \cdot \rho \cdot \vec{u} = \rho \cdot \vec{g} + div \overleftrightarrow{\sigma}$$

Όπου:

$$\text{▶ } grad \vec{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_x}{\partial x} & \frac{\partial A_y}{\partial x} & \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_x}{\partial y} & \frac{\partial A_y}{\partial y} & \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} & \frac{\partial A_y}{\partial z} & \frac{\partial A_z}{\partial z} \end{bmatrix}, \text{ τελεστής κλίσης ενός διανύσματος}$$

$$\text{▶ } \overleftrightarrow{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \text{ ο τανυστής τάσεων του ρευστού}$$

$$\text{▶ } \vec{g} = (g_x, g_y, g_z), \text{ το διάνυσμα της επιτάχυνσης βαρύτητας}$$

Η παραπάνω εξίσωση απλοποιείται με χρήση της εξίσωσης διατήρησης μάζας και προκύπτει:

$$\rho \cdot \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \cdot \vec{g} + div \overleftrightarrow{\sigma}$$

Οι τάσεις ($\overleftrightarrow{\sigma}$) στα ρευστά περιγράφονται μέσα από τις υλικές και καταστατικές εξισώσεις. Συγκεκριμένα τα συνεκτικά νευτώνεια ρευστά υπακούουν στις παρακάτω εξισώσεις:

$$\begin{aligned} \overleftrightarrow{\sigma} &= -P \cdot I + \overleftrightarrow{\tau} \\ \overleftrightarrow{\tau} &= 2 \cdot \mu + \mu' \cdot tr \overleftrightarrow{D} \cdot I \end{aligned}$$

Όπου:

- ▶ P , η υδροστατική πίεση

$$\text{▶ } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ μοναδιαίος πίνακας διαστάσεων } 3 \times 3$$

► μ , δυναμικό ιξώδες

► μ' , ιξώδες όγκου

► $\overleftrightarrow{A} = A_{11} + A_{22} + A_{33}$, ίχνος τανυστή

$$\text{► } \overleftrightarrow{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}, \text{ τανυστής ρυθμού παραμόρφωσης}$$

Αν γίνει ανάλυση των παραπάνω τελικά προκύπτει ότι:

$$\overleftrightarrow{\sigma} = \begin{bmatrix} -P + 2 \cdot \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \mu' \cdot \text{div} \vec{u} & \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & -P + 2 \cdot \mu \frac{\partial v}{\partial y} + \mu' \cdot \text{div} \vec{u} & \mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & -P + 2 \cdot \mu \frac{\partial w}{\partial z} + \mu' \cdot \text{div} \vec{u} \end{bmatrix}$$

Επομένως για συνεκτικό νευτώνειο ρευστό οι εξισώσεις ορμής στις 3 διαστάσεις είναι:

$$\begin{aligned} \rho \cdot \frac{Du}{Dt} &= \rho \cdot g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \mu' \cdot \text{div} \vec{u} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \rho \cdot \frac{Dv}{Dt} &= \rho \cdot g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left(2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \mu' \cdot \text{div} \vec{u} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ \rho \cdot \frac{Dw}{Dt} &= \rho \cdot g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + \mu' \cdot \text{div} \vec{u} \right) \end{aligned}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις είναι γνωστές και ως οι εξισώσεις Navier-Stokes για συνεκτικά νευτώνεια ρευστά.

2.3 Διατήρηση της ενέργειας

Ο νόμος διατήρησης της ενέργειας προτάσσει ότι το αλγεβρικό άθροισμα όλων των μορφών ενέργειας που εμφανίζονται σε ένα (απομονωμένο) σύστημα διατηρείται σταθερό με την πάροδο του χρόνου. Αυτός ο νόμος εκφράζεται μέσω της παρακάτω εξίσωσης:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\rho \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot u^2 + e \right) \right] + \text{div} \left[\rho \cdot \vec{u} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot u^2 + e \right) \right] = \rho \cdot \vec{u} \cdot \vec{g} + \text{div} (\overleftrightarrow{\sigma} \cdot \vec{u}) - \text{div} \vec{q} + w \cdot \rho$$

Η παραπάνω εξίσωση απλοποιείται με χρήση των εξισώσεων διατήρησης μάζας και ορμής, οπότε προκύπτει:

$$\rho \cdot \frac{De}{Dt} = \text{tr} (\overleftrightarrow{\sigma}^T \cdot \text{grad} \vec{u}) - \text{div} \vec{q} + w \cdot \rho$$

Όπου:

► e , η εσωτερική ενέργεια του ρευστού

- ▶ \vec{q} , το διάνυσμα της πυκνότητας θερμορροής
- ▶ w , το ποσό θερμότητας που εκλύεται από μία αντίδραση ανά μονάδα μάζας και χρόνου

Με βάση τις καταστατικές εξισώσεις των συνεκτικών νευτώνειων ρευστών που αναφέρθηκαν πιο πάνω τελικά λαμβάνεται η παρακάτω εξίσωση :

$$\rho \cdot \frac{De}{Dt} = -P \cdot \text{div} \vec{u} + \mu \cdot \left[2 \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu' \cdot (\text{div} \vec{u})^2 - \text{div} \vec{q} + w \cdot \rho$$

Κεφάλαιο 3

Το πρόβλημα της αυτοπρόωσης

Στην παρούσα μελέτη γίνεται προσομοίωση της αυτοπρόωσης ενός πλοίου και συνεπώς θα πρέπει να γίνουν υποθέσεις για τα χαρακτηριστικά αυτής της ροής. Με βάση την φύση του προβλήματος είναι εμφανές ότι αυτό εμπεριέχει δύο ρευστά, το ένα υγρό και το άλλο αέριο, το θαλασσινό νερό και τον ατμοσφαιρικό αέρα. Επίσης μπορούμε να κάνουμε την παραδοχή ότι η ροή είναι ασυμπίεστη και για τα δύο ρευστά. Επομένως τελικά το πρόβλημα μας χαρακτηρίζεται από μία ασυμπίεστη, τυρβώδης διφασική ροή. Η τύρβης της ροής είναι λογικό να εμφανιστεί καθώς τόσο το θαλασσινό νερό όσο και ο αέρας αποτελούν συνεκτικά ρευστά, δηλαδή έχουν συγκεκριμένη τιμή ιξώδους για δεδομένη θερμοκρασία.

3.1 Ασυμπίεστη ροή

Μία ασυμπίεστη ροή περιγράφεται πλήρως από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \vec{u} &= 0 \\ \rho \cdot \frac{Du}{Dt} &= \rho \cdot g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \cdot \frac{Dv}{Dt} &= \rho \cdot g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \cdot \frac{Dw}{Dt} &= \rho \cdot g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{εξισώσεις} \\ \text{ορμής} \end{array}$$
$$\rho \cdot \frac{De}{Dt} = \mu \cdot \left[2 \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] - \operatorname{div} \vec{q} + w \cdot \rho$$

Βέβαια στην περίπτωση των ασυμπίεστων ροών το πεδίο ροής χαρακτηρίζεται από τέσσερις αγνώστους (P , u , v , w) οι οποίοι μαζί με τις εξισώσεις συνέχειας (εξίσωση διατήρησης μάζας) και ορμής στις τρεις διαστάσεις δημιουργούν ένα σύστημα 4×4 το οποίο μπορεί να επιλυθεί χωρίς την χρήση της εξίσωσης διατήρησης ενέργειας. Επομένως σε προβλήματα ασυμπίεστων ροών όπου η ενέργεια δεν χρειάζεται να υπολογιστεί η παραπάνω αποσύζευξη των εξισώσεων είναι πολύ χρήσιμη.

3.2 Μοντελοποίηση τύρβης

Όλα τα πεδία ροής στην φύση είναι μεταβαλλόμενα με τον χρόνο. Καθώς η περιγραφή ενός πεδίου μπορεί να γίνει μέσω των μεγεθών της πίεσης και των ταχυτήτων η εύρεση της χρονικής εξέλιξης αυτών των μεγεθών μας δίνει μία καθαρή εικόνα της εξέλιξης της ροής και συνεπώς των χαρακτηριστικών της. Βέβαια σε όλες τις περιπτώσεις τα βασικά μεγέθη ενός πεδίου εμφανίζουν διακυμάνσεις γύρω από μία μέση τιμή σε κάθε χρονική στιγμή, ανάλογα με το μέγεθος αυτής της διακύμανσης τα πεδία κατατάσσονται σε πεδία στρωτής ή τυρβώδους ροής.

Συνεπώς ένα πολύ σημαντικό κομμάτι των προβλημάτων της ρευστομηχανικής είναι η μοντελοποίηση της τύρβης που εμφανίζεται. Η τύρβη δύσκολα ορίζεται αλλά μπορεί να γίνει αντιληπτή μέσω των ιδιοτήτων της. Έτσι μία τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται από ακανόνιστες διακυμάνσεις της ταχύτητας σε όλες τις διευθύνσεις, η ένταση των οποίων είναι μεταβλητή. Αυτές οι “αταξίες” του πεδίου ταχυτήτων δημιουργούν δομές που ονομάζονται δίνες.

Οι δίνες που δημιουργούνται σε μία τυρβώδη ροή έχουν μεγέθη που μπορούν να συγκριθούν με την κλίμακα του προβλήματος που μελετάται και έτσι γίνεται λόγος για μεγαλοδίνες όμως εμφανίζονται και δίνες πολύ μικρότερες από την κλίμακα του προβλήματος όπου και γίνεται λόγος για μικροδίνες. Υπό αυτό το πρίσμα γίνεται αντιληπτό ότι σε ένα πρόβλημα ρευστομηχανικής όπου εμφανίζεται τύρβη υπάρχει πολύ μεγάλη απαίτηση υπολογιστικής ισχύος σε περίπτωση που είναι απαραίτητο να βρεθούν τα μεγέθη του πεδίου ροής τόσο στην μακροκλίμακα όσο και στην μικροκλίμακα αυτού.

Στην σύγχρονη εποχή ένας μελετητής έχει αρκετούς τρόπους για να προσεγγίσει το πρόβλημα της τύρβης μέσα από την βιβλιογραφία αλλά και την έρευνα που έχει γίνει στον τομέα των CFD [2]. Οι μέθοδοι λοιπόν μοντελοποίησης/υπολογισμού της τύρβης είναι:

- RANS equations (Reynolds-averaged Navier-Stokes equations)
- Large eddy simulations
- Detached eddy simulations
- Direct numerical simulations

3.2.1 Εξισώσεις RANS

Ίσως μία από τις πιο χρησιμοποιημένες μεθόδους προσέγγισης του προβλήματος της τύρβης είναι οι εξισώσεις RANS. Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα η απαίτηση σε υπολογιστική ισχύ για την πλήρη επίλυση (δηλαδή σε όλες τις κλίμακες του χρόνου και του χώρου) μίας τυρβώδους ροής μέσω των εξισώσεων Navier-Stokes είναι απαγορευτική για τους σύγχρονους υπολογιστές. Έτσι ο Osborne Reynolds (1985) πρότεινε να γίνει διάσπαση των βασικών μεγεθών στη χρονικά μέση τιμή \bar{A} και στην διακύμανση A' .

Η χρονικά μέση τιμή ορίζεται ως εξής:

$$\bar{A} = \frac{1}{\tau} \cdot \int_t^{t+\tau} A(\vec{r}, t) dt$$

Όπου:

- ▶ τ , το χρονικό διάστημα της ολοκλήρωσης
- ▶ t , η χρονική στιγμή ολοκλήρωσης
- ▶ $\vec{r} = (x, y, z)$, το διάνυσμα θέσης ενός σημείου στον χώρο

Συνεπώς για τα βασικά μεγέθη έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} P &= \bar{P} + P' \\ u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' \\ w &= \bar{w} + w' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{u} = \bar{\vec{u}} + \vec{u}'$$

Με βάση τα παραπάνω αλλά και μέσω των κανόνων σχηματισμού μέσω των τιμών προκύπτουν τελικά οι εξισώσεις RANS για ασυμπίεστο ρευστό.

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z}}_{\text{div} \bar{\vec{u}}=0} + \underbrace{\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z}}_{\text{div} \vec{u}'=0} = 0$$

$$\rho \cdot \left(\bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \underbrace{\frac{\partial \overline{u' \cdot u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u' \cdot v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u' \cdot w'}}{\partial z}}_{\text{Reynolds stresses}} \right) = \rho \cdot g_x - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \mu \cdot \Delta \bar{\vec{u}}$$

$$\rho \cdot \left(\bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \underbrace{\frac{\partial \overline{v' \cdot u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v' \cdot v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v' \cdot w'}}{\partial z}}_{\text{Reynolds stresses}} \right) = \rho \cdot g_y - \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \mu \cdot \Delta \bar{\vec{u}}$$

$$\rho \cdot \left(\bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \underbrace{\frac{\partial \overline{w' \cdot u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w' \cdot v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w' \cdot w'}}{\partial z}}_{\text{Reynolds stresses}} \right) = \rho \cdot g_z - \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \mu \cdot \Delta \bar{\vec{u}}$$

Στόχος λοιπόν είναι να λυθούν οι παραπάνω εξισώσεις ως προς τις μέσες τιμές των βασικών μεγεθών της ροής που μελετάται (\bar{P} , \bar{u} , \bar{v} , \bar{w}) όμως σε αυτή την εργασία εμπόδιο στέκονται οι όροι που ονομάζονται Reynolds stresses. Αυτό το εμπόδιο ξεπερνάτε με μοντέλα τα οποία προσπαθούν να προσεγγίσουν του όρους Reynolds stresses βάση πάντα των μεγεθών \bar{u} , \bar{v} & \bar{w} . Από την βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετά μοντέλα που “κλείνουν” το πρόβλημα των εξισώσεων RANS με την μοντελοποίηση των Reynolds stresses, βέβαια αυτά τα μοντέλα

είναι προσεγγιστικά αλλά δεν απαιτούν τεράστια υπολογιστική ισχύ ώστε να τα κάνουν τελείως απροσέγγιστα από έναν χρήστη που δεν έχει πρόσβαση σε υπερυπολογιστικά συστήματα.

Μία πολύ απλή προσέγγιση για το “κλείσιμο” του προβλήματος είναι αυτή που προτάθηκε από τον Boussinesq το 1877 [3]. Ο οποίος πρότεινε την συσχέτιση των Reynolds stresses με τις μέσες τιμές των βασικών μεγεθών της ροής μέσω του συντελεστή ιξώδους δίνης (eddy viscosity). Συγκεκριμένα οι όροι των Reynolds stresses σύμφωνα με τον Boussinesq μοντελοποιούνται ως εξής:

$$-\overline{u'_i \cdot u'_i} = \nu_t \cdot \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \cdot k \cdot \delta_{ij}$$

Όπου:

- ▶ ν_t , ο συντελεστής ιξώδους δίνης (eddy viscosity)
- ▶ $k = \frac{1}{2} \cdot \left(\overline{(u')^2} + \overline{(v')^2} + \overline{(w')^2} \right)$, η τυρβώδης κινητική ενέργεια
- ▶ $\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$, Kronecker delta

Τα μοντέλα τύρβης που έχουν αναπτυχθεί έχουν σαν στόχο να δώσουν έναν τρόπο υπολογισμού του συντελεστή ιξώδους δίνης (ν_t). Παρακάτω γίνεται αναφορά σε ένα τέτοιο μοντέλο.

Μοντέλο $k - \omega$

Ένα μοντέλο που χρησιμοποιείτε σε μεγάλο βαθμό στον κλάδο της υπολογιστικής ρευστομηχανικής λόγω της αποτελεσματικότητας αλλά και της μικρής απαίτησης σε υπολογιστική ισχύ είναι το $k - \omega$, το οποίο αναπτύχθηκε από τον Wilcox, D. C. [4],[5]. Το μοντέλο αυτό κατατάσσεται στην κατηγορία μοντέλων δύο εξισώσεων και είναι ιδανικό για εφαρμογές όπου η ροή χαρακτηρίζεται από χαμηλό αριθμό Re με παχύ οριακό στρώμα. Βέβαια σε ροές όπου παρατηρούνται φαινόμενα αποκοπής της ροής και ανακυκλοφορίες (αντίστροφες κλίσεις πίεσης) το μοντέλο αυτό υστερεί.

Στο συγκεκριμένο μοντέλο ο συντελεστής ιξώδους δίνης λαμβάνεται από την σχέση:

$$\nu_t = \frac{k}{\omega}$$

Στην οποία τα μεγέθη k , τυρβώδης κινητική ενέργεια, και ω , ρυθμός διάσπασης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας σε θερμική, υπολογίζονται από τις παρακάτω διαφορικές εξισώσεις:

$$\frac{\partial(\rho \cdot k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u_j \cdot k)}{\partial x_j} = P - \beta^* \cdot \rho \cdot \omega \cdot k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \sigma_k \cdot \frac{\rho \cdot k}{\omega} \right) \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$

$$\frac{\partial(\rho \cdot \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u_j \cdot \omega)}{\partial x_j} = \frac{\gamma \cdot \omega}{k} \cdot P - \beta \cdot \rho \cdot \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \sigma_\omega \cdot \frac{\rho \cdot k}{\omega} \right) \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho \cdot \sigma_d}{\omega} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

Μέσα από την βιβλιογραφία μπορεί κανείς να βρει τις μορφές των βοηθητικών συναρτήσεων αλλά και τιμές των παραμέτρων που εμπεριέχονται στις παραπάνω εξισώσεις. Επίσης χρήσιμη είναι και η ιστοσελίδα της NASA που έχει συγκεντρωτικά διάφορες μορφές των εξισώσεων του μοντέλου Wilcox $k - \omega$. [6]

3.3 Μοντελοποίηση πολυφασικών ροών

Η εξέλιξη των μεθόδων της υπολογιστικής ρευστομηχανικής (CFD) καθώς και η τρομερή ανάπτυξη της υπολογιστικής ισχύος έχουν δώσει την δυνατότητα για μελέτη πολυφασικών ροών. Οι πολυφασικές ροές συναντώνται συχνά στην φύση αλλά και σε πάρα πολλά προβλήματα ενός μηχανικού όπως ροή ρευστού-αερίου εντός σωληνώσεων, έγχυση καυσίμου σε κινητήρες εσωτερικής καύσης, ροή αργού πετρελαίου εντός σωλήνωσης κ.λπ.. Στην περίπτωση της παρούσας μελέτης η ροή χαρακτηρίζεται ως διφασική, μία υποκατηγορία των πολυφασικών ροών, λόγω της ύπαρξης διεπαφής θαλασσινού νερού και ατμοσφαιρικού αέρα που ονομάζεται και ελεύθερη επιφάνεια. Σε αυτή την ελεύθερη επιφάνεια δημιουργούνται κυματισμοί οι οποίοι θα πρέπει με κάποιο τρόπο να μοντελοποιηθούν. Οι διαθέσιμοι τρόποι προσέγγισης τέτοιων προβλημάτων χωρίζονται στις κατηγορίες: Euler-Lagrange και Euler-Euler.

Στην προσέγγιση Euler-Lagrange η κύρια φάση της ροής χειρίζεται ως συνεχές μέσο για το οποίο και λύνονται οι εξισώσεις Navier-Stokes, ενώ η φάση που θεωρείτε ότι είναι “διαλυμένη” μέσα στην κύρια φάση λύνεται εντοπίζοντας έναν μεγάλο αριθμό σωματιδίων, φυσαλίδων ή σταγονιδίων εντός του υπολογισμένου πεδίου ροής.

Στην προσέγγιση Euler-Euler οι φάσεις της ροής χειρίζονται ως αλληλοδιδύοντα συνεχή μέσα. Ο όγκος που καταλαμβάνει η μία φάση δεν μπορεί να καταληφθεί από την άλλη φάση. Για κάθε φάση κατασκευάζονται οι εξισώσεις διατήρησης ξεχωριστά δίνοντας τελικά ένα σύστημα εξισώσεων προς επίλυση. Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν τα παρακάτω μοντέλα:

- Volume of Fluid (VOF)
- Mixture model
- Eulerian model

3.3.1 Volume of Fluid (VOF)

Ένας τρόπος μοντελοποίησης πολυφασικών ροών είναι το μοντέλο VOF [7], [8], [9], με το οποίο μπορεί να γίνει προσομοίωση δύο ή περισσότερων μη αναμιξιμων ρευστών. Αυτή η προσομοίωση βασίζεται στην επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes και έλεγχο του κλάσματος όγκου του κάθε ρευστού που εμπεριέχεται στον χώρο της προσομοίωσης. Το μοντέλο αυτό είναι ιδανικό για τις περιπτώσεις υπολογισμού των κινήσεων μεγάλων φυσαλίδων μέσα σε ένα υγρό, υπολογισμού της κίνησης του νερού μετά από την καταστροφή ενός φράγματος

αλλά και για την αναπαράσταση της διεπιφάνειας μεταξύ υγρού και ρευστού. Από την τελευταία περίπτωση γίνεται αντιληπτό ότι το μοντέλο VOF μπορεί να αναπαραστήσει πολύ καλά την διεπιφάνεια θάλασσας και ατμοσφαιρικού αέρα που είναι ένα στοιχείο του προβλήματος της αυτοπρόωσης πλοίου.

Στο μοντέλο VOF η βασική ιδέα είναι ότι για κάθε νέα φάση ή ρευστό που προστίθεται στο πρόβλημα εμφανίζεται και η μεταβλητή του κλάσματος όγκου (a) που υπολογίζεται για κάθε κελί του υπολογιστικού χώρου. Σε κάθε όγκο ελέγχου που μπορεί να επιλεγεί στον υπολογιστικό χώρο της προσομοίωσης το άθροισμα των κλασμάτων όγκου ισούται με 1. Επίσης η τιμή της μεταβλητής a ενός κελιού ορίζει τι ρευστό βρίσκεται σε αυτό το κελί. Στην περίπτωση του προβλήματος της αυτοπρόωσης ισχύει ότι το κλάσμα όγκου ορίζεται ως εξής:

$$a = \frac{\rho_m - \rho_a}{\rho_w - \rho_a}$$

Όπου:

- ▶ ρ_m , η πυκνότητα του κελιού υπό εξέταση
- ▶ ρ_a , η πυκνότητα του ατμοσφαιρικού αέρα
- ▶ ρ_w , η πυκνότητα του θαλασσινού νερού

Από την παραπάνω σχέση είναι φανερό ότι όταν ένα κελί βρίσκεται πλήρως σε περιοχή του υπολογιστικού χώρου της προσομοίωσης όπου υπάρχει ατμοσφαιρικός αέρας η τιμή του a για αυτό θα είναι 0. Ενώ αν ένα κελί βρίσκεται πλήρως σε περιοχή του υπολογιστικού χώρου της προσομοίωσης όπου υπάρχει θαλασσινό νερό η τιμή του a για αυτό θα είναι 1. Αυτό δεν ισχύει για τα κελιά που βρίσκονται κοντά στην περιοχή της ελεύθερης επιφάνειας, σε αυτά τα κελιά η τιμή του a θα κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1. Λόγω αυτού γίνεται η εισαγωγή μίας νέας εξίσωσης για την ελεύθερη επιφάνεια η οποία είναι:

$$\frac{Da}{Dt} = 0$$

Κεφάλαιο 4

Επιλύτης MaPFlow

Στην παρούσα μελέτη έγινε χρήση του κώδικα MaPFlow, ο οποίος αποτελεί έναν Eulerian επιλύτη που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Ναυτικής και Θαλάσσιας Υδροδυναμικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Ο συγκεκριμένος κώδικας επιλύει προβλήματα υπολογιστικής ρευστομηχανικής με την χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων η οποία εφαρμόζεται στις εξισώσεις RANS τόσο για ασυμπίεστες όσο και για συμπιεστές ροές. Επίσης ο κώδικας μπορεί να διαχειριστεί μη δομημένα πλέγματα καθώς και πολυφασικές ροές.

4.1 Μοντελοποίηση των εξισώσεων

Οι εξισώσεις που διέπουν το πρόβλημα της αυτοπρόωσης ενός πλοίου είναι οι παρακάτω :

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \cdot \operatorname{div} P + \operatorname{div} \vec{\sigma} + \vec{F}_B \quad (4.2)$$

$$\frac{Da}{Dt} = 0 \quad (4.3)$$

Όπου :

- ▶ \vec{F}_B , οι όροι πηγής και οι δυνάμεις που ασκεί ένα σώμα, το οποίο βρίσκεται εντός του υπολογιστικού χώρου της προσομοίωσης, στην ροή

Επειδή οι εξισώσεις διατήρησης της μάζας (4.1) και διατήρησης της ορμής (4.2) είναι αποσυνδεδεμένες στο παραπάνω πρόβλημα, πρέπει να βρεθεί ένας τρόπος για να επιτευχθεί η σύζευξη των εξισώσεων και συνεπώς η δημιουργία ενός συστήματος εξισώσεων που μπορεί να επιλυθεί. Στον κώδικα MaPFlow εφαρμόζεται η μέθοδος της τεχνητής συμπίεστικότητας [10]. Βάση αυτής της μεθόδου χρησιμοποιείτε μία τεχνητή σχέση μεταξύ της πίεσης και της πυκνότητας κατά την σύγκλιση η οποία είναι παρόμοια με τον ορισμό της ταχύτητας του ήχου σε μία συμπιεστή ροή. Βέβαια στην περίπτωση της ασυμπίεστης ροής αυτή η σχέση έχει την μορφή παραγώγου ψευδοχρόνου (τ) όπου η ταχύτητα του ήχου αντικαθίσταται από την παράμετρο β για την οποία ισχύει ότι :

$$\frac{\partial \rho}{\partial P} = \frac{1}{\beta} \quad (4.4)$$

Από τον κανόνα της αλυσίδας η (4.4) γίνεται:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial P} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad (4.5)$$

Με αυτόν τον τρόπο λοιπόν προκύπτουν νέοι όροι στις εξισώσεις (4.1), (4.2) και (4.3) με αποτέλεσμα να είναι όλες μεταξύ τους συζευγμένες. Τελικά οι εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα γίνονται:

$$\frac{1}{\beta} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \rho \cdot \text{div} \vec{u} = 0 \quad (4.6)$$

$$\rho \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \Delta \rho \cdot \frac{\partial a}{\partial t} + \rho \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \Delta \rho \cdot \frac{\partial a}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot \vec{u} \cdot \vec{u}) = -\text{div} P + \text{div} \vec{\sigma} + \vec{F}_B \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{a}{\rho \cdot \beta} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + a \cdot \text{div} \vec{u} = 0 \quad (4.8)$$

Όπου:

- $\Delta \rho$, η διαφορά πυκνότητας των δύο ρευστών (θαλασσινού νερού και ατμοσφαιρικού αέρα)

Οι εξισώσεις (4.6), (4.7) και (4.8) μπορούν να γραφτούν σε ολοκληρωτική-μητρική μορφή ως εξής:

$$\Gamma \cdot \int_{\Omega} \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} d\Omega + \Gamma_e \cdot \int_{\Omega} \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} d\Omega = - \oint_S (\vec{F}_c - \vec{F}_v) dS + \int_{\Omega} \vec{S}_q d\Omega \quad (4.9)$$

Όπου:

- Ω , ο στοιχειώδης όγκος (όγκος ενός κελιού του πλέγματος)
- S , η επιφάνεια του στοιχειώδη όγκου (συνολική επιφάνεια του κελιού)

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta \rho} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 & 0 & u \cdot \Delta \rho \\ 0 & 0 & \rho & 0 & v \cdot \Delta \rho \\ 0 & 0 & 0 & \rho & w \cdot \Delta \rho \\ \frac{a}{\beta \rho} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{Q} = \begin{bmatrix} P \\ u \\ v \\ w \\ a \end{bmatrix}$$

$$\blacktriangleright \Gamma_e = \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{Q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 & 0 & u \cdot \Delta \rho \\ 0 & 0 & \rho & 0 & v \cdot \Delta \rho \\ 0 & 0 & 0 & \rho & w \cdot \Delta \rho \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\blacktriangleright \vec{U} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \cdot u \\ \rho \cdot v \\ \rho \cdot w \\ a \end{bmatrix}$$

$$\blacktriangleright \vec{F}_c = \begin{bmatrix} V_n \\ \rho \cdot u \cdot V_n + P \cdot n_x \\ \rho \cdot v \cdot V_n + P \cdot n_y \\ \rho \cdot w \cdot V_n + P \cdot n_z \\ a \cdot V_n \end{bmatrix}$$

$$\blacktriangleright \vec{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \cdot n_x + \tau_{xy} \cdot n_y + \tau_{xz} \cdot n_z \\ \tau_{yx} \cdot n_x + \tau_{yy} \cdot n_y + \tau_{yz} \cdot n_z \\ \tau_{zx} \cdot n_x + \tau_{zy} \cdot n_y + \tau_{zz} \cdot n_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\blacktriangleright V_n = \vec{u} \cdot \vec{n}$$

$\blacktriangleright \vec{n}$, το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια του στοιχειώδη όγκου

$\blacktriangleright \vec{S}_q$, οι όροι πηγής και οι δυνάμεις που ασκεί ένα σώμα, το οποίο βρίσκεται εντός του υπολογιστικού χώρου της προσομοίωσης, στην ροή

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων εφαρμόζεται πάνω στην εξίσωση (4.9), στη συνέχεια θα γίνει ανάλυση αυτής της μεθόδου.

4.2 Χωρική διακριτοποίηση

Οι όροι της εξίσωσης (4.9) που θα πρέπει να διακριτοποιηθούν στο χώρο του πλέγματος είναι οι εξής:

$$\oint_S (\vec{F}_c - \vec{F}_v) dS \quad \text{και} \quad \int_{\Omega} \vec{S}_q d\Omega$$

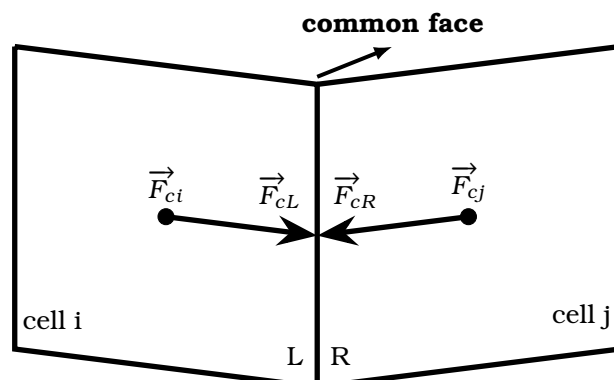
Οι δύο παραπάνω όροι συνθέτουν το χωρικό υπόλοιπο (\vec{R}_{Ω}) για το οποίο έχουμε: $\vec{R}_{\Omega} = \oint_S (\vec{F}_c - \vec{F}_v) - \int_{\Omega} \vec{S}_q d\Omega$, το οποίο διακριτοποιείται για κάθε κελί i ως εξής:

$$\vec{R}_{\Omega,i} = \sum_{j=1}^{N_{\text{faces}}} (\vec{F}_c - \vec{F}_v)_j \cdot \mathbf{S}_{ij} - \vec{S}_q \cdot \Omega_i \quad (4.10)$$

Όπου:

- N_{faces} , ο συνολικός αριθμός επιφανειών από τις οποίες αποτελείται το κελί i

Ο κώδικας MaPFlow αποθηκεύει τις τιμές των μεγεθών \vec{F}_c και \vec{F}_v στα κέντρα των κελιών του πλέγματος όμως η εξίσωση (4.10) απαιτεί οι τιμές αυτές να είναι των επιφανειών των κελιών. Για να λυθεί αυτό το πρόβλημα ο κώδικας χρησιμοποιεί την μέθοδο *variable reconstruction* κατά την οποία βρίσκονται οι τιμές στις πλευρές των κελιών με βάση εκείνες των κέντρων τους. Παρακάτω παρουσιάζεται σχηματικά αυτή η διαδικασία.



Σχήμα 4.1: Η μέθοδος *variable reconstruction*

για αυτήν την μέθοδο προσφέρονται πολλά σχήματα, αυτά είναι τα εξής:

- Piecewise Linear Reconstruction (PLR)
- Interface capturing Scheme
- High Resolution Interface Capturing Scheme (HRIC)
- Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes (CICSAM)
- Switching Technique for Advection and Capturing of Surface (STACS)
- Blended Interface Capturing Scheme (BICS)
- Modified Gamma Discretization Scheme (MGDS)

Έπειτα από την ολοκλήρωση της μεθόδου του *variable reconstruction* οι τιμές των μεγεθών \vec{F}_c και \vec{F}_v στις επιφάνειες γειτονικών κελιών δεν είναι ίδιες και συνεπώς δημιουργούν ασυνέχειες. Για τις τιμές του μεγέθους \vec{F}_c (convective fluxes) αυτό ξεπερνάται με την επίλυση του προβλήματος Riemann ενώ για τις τιμές του μεγέθους \vec{F}_v (viscous fluxes) υπολογίζεται ο μέσος όρος από τις τιμές των επιφανειών.

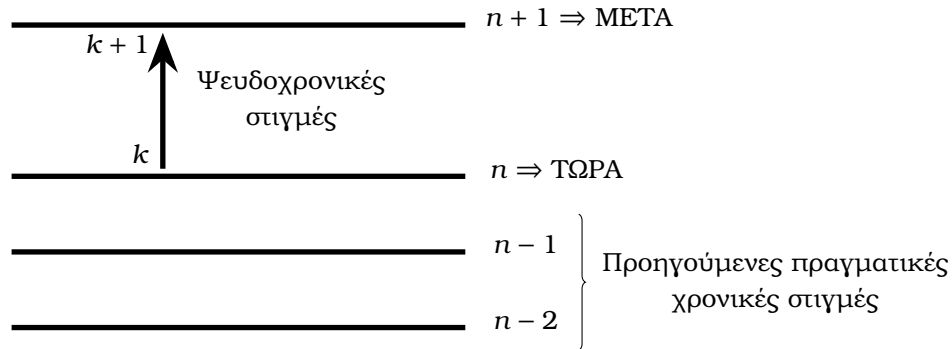
4.3 Χρονική διακριτοποίηση

Οι όροι της εξίσωσης (4.9) που θα πρέπει να διακριτοποιηθούν στο χρόνο είναι:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \vec{\mathcal{Q}}}{\partial \tau} d\Omega \quad \text{και} \quad \int_{\Omega} \frac{\partial \vec{\mathcal{Q}}}{\partial t} d\Omega$$

Από τους παραπάνω όρους ο πρώτος ορίζεται ως ψευδοχρονική παράγωγος, οι χρονικές στιγμές που θα αναφέρονται στον ψευδοχρόνο θα συμβολίζονται με k . Ο δεύτερος όρος ορίζεται ως πραγματική χρονική παράγωγος, οι χρονικές στιγμές που θα αναφέρονται στον πραγματικό χρόνο θα συμβολίζονται με n .

Οι χρονικές στιγμές έχουν την παρακάτω σχηματική διάταξη:



Σχήμα 4.2: Ψευδοχρονικές και πραγματικές χρονικές στιγμές

Για κάθε κελί i οι διακριτοποιήσεις των όρων είναι οι εξής:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \vec{\mathcal{Q}}}{\partial \tau} d\Omega = \frac{\vec{\mathcal{Q}}_i^{k+1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^k}{\Delta \tau} \cdot \Omega_i \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial \vec{\mathcal{Q}}}{\partial t} d\Omega &= \frac{\phi_{n+1} \cdot \vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1} + \phi_n \cdot \vec{\mathcal{Q}}_i^n + \phi_{n-1} \cdot \vec{\mathcal{Q}}_i^{n-1} + \phi_{n-2} \cdot \vec{\mathcal{Q}}_i^{n-2} + \dots}{\Delta t} \cdot \Omega_i = \\ &= \left[\frac{\vec{\mathcal{Q}}_i^n \cdot (\phi_{n+1} + \phi_n + \phi_{n-1} + \phi_{n-2} + \dots) + \phi_{n+1} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^n)}{\Delta t} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\phi_{n-1} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n-1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^n) + \phi_{n-2} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n-2} - \vec{\mathcal{Q}}_i^n) + \dots}{\Delta t} \right] \cdot \Omega_i = \\ &= \frac{\phi_{n+1} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^n) + \phi_{n-1} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n-1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^n) + \phi_{n-2} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n-2} - \vec{\mathcal{Q}}_i^n)}{\Delta t} \cdot \Omega_i \end{aligned} \quad (4.12)$$

Στην εξίσωση (4.12) οι όροι ϕ_i με $i = n+1, n, n-1, \dots$ είναι κατάλληλοι συντελεστές των οποίων το άθροισμα είναι ίσο με 0.

4.4 Τελική μορφή των εξισώσεων

Αφού έχουν γίνει όλες οι απαραίτητες διακριτοποιήσεις επιστρέφουμε στην εξίσωση (4.9) και για κάθε κελί i έχουμε:

$$\begin{aligned} \Gamma_i^{n,k} \cdot \frac{\vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1,k+1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}}{\Delta t} \cdot \Omega_i + \Gamma_{e_i}^{n,k} \cdot \left[\frac{\varphi_{n+1} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1,k+1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}) + \varphi_{n-1} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n-1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k})}{\Delta t} + \right. \\ \left. + \frac{\varphi_{n-2} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n-2} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k})}{\Delta t} \right] \cdot \Omega_i + \vec{R}_{\Omega,i}^{n+1,k+1} = 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Στην εξίσωση (4.13) ο όρος:

$$\begin{aligned} \vec{R}_{u,i}^{n+1,k+1} = \Gamma_{e_i}^{n,k} \cdot \frac{\varphi_{n+1} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1,k+1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}) + \varphi_{n-1} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n-1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}) + \varphi_{n-2} \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n-2} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k})}{\Delta t} \cdot \Omega_i + \\ + \vec{R}_{\Omega,i}^{n+1,k+1} = 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Ονομάζεται μη σταθερό υπόλοιπο και δημιουργεί πρόβλημα στην επίλυση της (4.13) ως προς τον όρο $\vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1,k+1}$ καθώς η μορφή της είναι implicit. Επομένως θα πρέπει να γίνει γραμμικοποίηση του μη σταθερού υπολοίπου $(\vec{R}_{u,i}^{n+1,k+1})$. Με βάση το θεώρημα Taylor το μη σταθερό υπόλοιπο μπορεί να προσεγγιστεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \vec{R}_{u,i}^{n+1,k+1} = \vec{R}_{u,i}^{n,k} + \left(\frac{\partial \vec{R}_{u,i}^{n,k}}{\partial \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}} \right) \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1,k+1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}) = \\ = \vec{R}_{u,i}^{n,k} + \left(\frac{\varphi_{n+1}}{\Delta t} \cdot \Omega_i \cdot \Gamma_{e_i}^{n,k} + \frac{\partial \vec{R}_{u,i}^{n,k}}{\partial \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}} \right) \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1,k+1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

οπότε τελικά η (4.13) γίνεται :

$$\left[\frac{1}{\Delta t} \cdot \Gamma_i^{n,k} \cdot \Omega_i + \frac{\varphi_{n+1}}{\Delta t} \cdot \Gamma_{e_i}^{n,k} \cdot \Omega_i + \frac{\partial \vec{R}_{u,i}^{n,k}}{\partial \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}} \right] \cdot (\vec{\mathcal{Q}}_i^{n+1,k+1} - \vec{\mathcal{Q}}_i^{n,k}) = -\vec{R}_{u,i}^{n,k} - \vec{S}_{dual,i}^{n,k} \quad (4.16)$$

Στην τελική εξίσωση (4.16) ο όρος εντός της αγκίλης ονομάζεται implicit operator. Επίσης ο όρος $\vec{S}_{dual,i}^{n,k}$ είναι ένας όρος πηγής που προκύπτει από την διαδικασία της χρονικής διακριτοποίησης και εμπεριέχει τις τιμές των προηγούμενων πραγματικών χρονικών στιγμών.

Κεφάλαιο 5

Ο δίσκος ορμής (Actuator Disk)

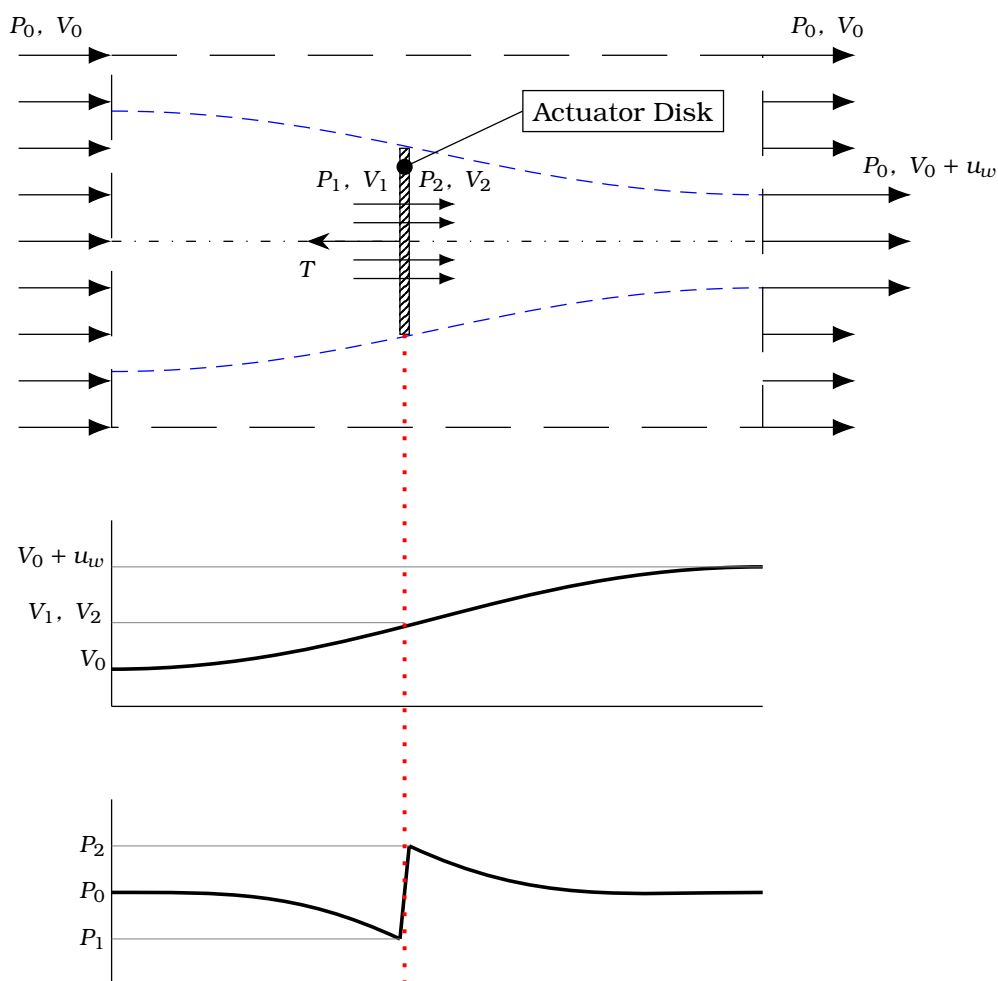
Η προσομοίωση μίας προπέλας και του πεδίου ροής που δημιουργεί κατά την λειτουργία της αποτελεί ένα σημαντικό πρόβλημα της υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Ένας τρόπος προσέγγισης αυτού είναι με την κατασκευή κατάλληλου τρισδιάστατου μοντέλου βάση του οποίου δημιουργείτε και αντίστοιχο πλέγμα, με αυτόν τον τρόπο γίνεται προσομοίωση της ακριβής γεωμετρίας της έλικας. Αυτή βέβαια η διαδικασία απαιτεί τεράστια υπολογιστική δύναμη τόσο για την κατασκευή του πλέγματος όσο και για την εκτέλεση της προσομοίωσης με άμεση συνέπεια την αύξηση του χρόνου για την επίλυση του προβλήματος. Μία εναλλακτική προσέγγιση είναι η προσομοίωση μίας προπέλας με την μέθοδο του δίσκου ορμής (Actuator Disk) που προτάθηκε από τους W.J.M. Rankine, (1865) [11], Alfred George Greenhill, (1888) και Robert Edmund Froude, (1889) [12]. Βάση αυτής της μεθόδου η προπέλα προσομοιώνεται με έναν πολύ λεπτό διαπερατό δίσκο ο οποίος επιβάλλει ένα “άλμα” πίεσης στην ροή που διέρχεται από αυτόν με αποτέλεσμα την επιτάχυνση αυτής κατά την μία διεύθυνση και την ανάπτυξη ώσης προς την αντίθετη διεύθυνση. Αυτή η μέθοδος περιγράφει μία πλήρως εξιδανικευμένη περίπτωση καθώς ο δίσκος ορμής αποτελεί το άνω όριο λειτουργίας μίας προπέλας απείρων πτερυγίων με μηδενικό μήκος χορδής και άπειρης ταχύτητας περιστροφής σε τέλειο ρευστό. Παρακάτω δίνεται η ανάλυση αυτής της μεθόδου.

5.1 Η θεωρία του δίσκου ορμής

Οι υποθέσεις που χαρακτηρίζουν την θεωρία του δίσκου ορμής είναι οι εξής:

- Η ροή θεωρείται σταθερή και ασυμπίεστη
- Η ροή εκτός του σωλήνα ροής που εμπεριέχει τον δίσκο ορμής έχει παντού την ίδια πίεση ανακοπής (P_0)
- Η στροβιλότητα που μεταδίδεται στην ροή λόγω της λειτουργίας του δίσκου ορμής αμελείται
- Κατά το μήκος του δίσκου ορμής η πίεση εμφανίζει ασυνέχεια ενώ η ταχύτητα μεταβάλλεται ομαλά

Παρακάτω δίνεται σχηματικά ο τρόπος λειτουργίας του δίσκου ορμής αλλά και οι μεταβολές των μεγεθών της ταχύτητας και της πίεσης της ροής.



Σχήμα 5.1: Όγκος ελέγχου και διαγράμματα πίεσης & ταχύτητας του δίσκου ορμής (Actuator Disk)

Με βάση το παραπάνω σχήμα μπορεί να εφαρμοστεί η αρχή του Βερνούλλι για δύο ζευγάρια σημείων. Το ένα ζευγάρι αποτελείται από ένα σημείο πολύ μπροστά του δίσκου ορμής όπου επικρατούν οι συνθήκες της ελεύθερης ροής και ένα σημείο ακριβώς πριν τον δίσκο ορμής. Το δεύτερο ζευγάρι αποτελείται από ένα σημείο αμέσως μετά τον δίσκο ορμής και ένα σημείο πολύ πίσω από τον δίσκο ορμής όπου πλέον η ροή έχει μεγαλύτερη ταχύτητα λόγω της λειτουργίας του δίσκου ορμής. Με βάση αυτά τα σημεία προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$P_0 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_0^2 = P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2 \quad (5.1)$$

$$P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2 = P_0 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (V_0 + u_w)^2 \quad (5.2)$$

Στις παραπάνω σχέσεις οι ταχύτητες V_1 και V_2 είναι ίσες και ισχύει ότι $V_1 = V_2 = V_{DISK}$, δηλαδή είναι ίσες με την ταχύτητα της ροής πάνω στο επίπεδο του δίσκου ορμής. Προσθέτοντας τώρα τις (5.1) και (5.2) κατά μέλη λαμβάνουμε την παρακάτω σχέση:

$$P_2 - P_1 = \rho \cdot u_w \cdot \left(V_0 + \frac{u_w}{2} \right) \Rightarrow \Delta P = \rho \cdot u_w \cdot \left(V_0 + \frac{u_w}{2} \right) \quad (5.3)$$

Βάση της σχέσης (5.3) προκύπτει ότι το άλμα πίεσης που υπολογίζεται είναι ανεξάρτητο της ακτίνας του δίσκου ορμής, συνεπώς και η ταχύτητα διαταραχής u_w που εμφανίζεται λόγω της λειτουργίας του δίσκου ορμής είναι ανεξάρτητη της ακτίνας αυτού, είναι δηλαδή σταθερή. Επίσης αφού έχει υπολογιστεί το άλμα πίεσης που δημιουργεί ο δίσκος ορμής μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε την ώση που παράγει ως εξής:

$$T = A_{DISK} \cdot \Delta P = \pi \cdot R_{DISK}^2 \cdot \rho \cdot u_w \cdot \left(V_0 + \frac{u_w}{2} \right) \quad (5.4)$$

Την σχέση (5.4) μπορούμε να την αδιαστατοποιήσουμε ως εξής:

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot R_{DISK}^2 \cdot V_0^2} = 2 \cdot \frac{u_w}{V_0} \cdot \left(1 + \frac{u_w}{2 \cdot V_0} \right) \quad (5.5)$$

Βέβαια για τον υπολογισμό της ώσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και την αρχή διατήρησης της ορμής και να βγάλουμε συμπέρασμα και για την ταχύτητα της ροής επί του επιπέδου του δίσκου ορμής. Γενικά η ολοκληρωτική μορφή της εξίσωσης διατήρησης της ορμής έχει την παρακάτω μορφή:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \cdot \vec{u} \, dV + \int_S \rho \cdot \vec{u} \cdot (\vec{u} \cdot \vec{n}) \, dS = \int_V \vec{g} \cdot \rho \, dV + \int_S \overleftrightarrow{\sigma}^T \cdot \vec{n} \, dS - \vec{F} \quad (5.6)$$

Η παραπάνω εξίσωση απλοποιείται για την περίπτωση που εξετάζεται και τελικά έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} -\vec{F} &= \int_S \rho \cdot \vec{u} \cdot (\vec{u} \cdot \vec{n}) \, dS - \int_S \overleftrightarrow{\sigma}^T \cdot \vec{n} \, dS \Rightarrow \\ T &= \int_S \rho \cdot u_w \cdot (V_0 + V_{DISK}) \cdot n_x \, dS - \int_S P \cdot n_x \, dS \end{aligned} \quad (5.7)$$

Στην παραπάνω εξίσωση το δεύτερο ολοκλήρωμα είναι ίσο με 0 καθώς θεωρείτε ότι ο όγκος ελέγχου που επιλέγεται είναι αρκετά μακριά από τον δίσκο ορμής όπου η πίεση είναι παντού ίδια (P_0) και συνεπώς η ροή είναι σταθερή. Αντιθέτως το πρώτο ολοκλήρωμα που ορίζεται ως η συνολικά εισερχόμενη/εξερχόμενη ορμή ανά μονάδα χρόνου μέσω της επιφάνειας S θα πρέπει να υπολογιστεί.

Επίσης δεν μπορούμε να πούμε ότι η ταχύτητα στο επίπεδο του δίσκου ορμής είναι ανεξάρτητη της ακτίνας αυτού, οπότε η (5.7) γίνεται:

$$\begin{aligned} T &= \int_S \rho \cdot u_w \cdot (V_0 + V_{DISK}(r)) \cdot n_x \, dS = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot u_w \cdot \int_0^{R_{DISK}} (V_0 + V_{DISK}(r)) \cdot r \, dr = \\ &= \pi \cdot R_{DISK}^2 \cdot \rho \cdot u_w \cdot V_0 + 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot u_w \cdot \int_0^{R_{DISK}} V_{DISK}(r) \cdot r \, dr = \\ &= \pi \cdot R_{DISK}^2 \cdot \rho \cdot u_w \cdot (V_0 + \tilde{V}_{DISK}) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Όπου:

$$\blacktriangleright \tilde{V}_{DISK} = \frac{2}{R_{DISK}^2} \cdot \int_0^{R_{DISK}} V_{DISK}(r) \cdot r \, dr, \text{ η μέση ταχύτητα στο επίπεδο του δίσκου ορμής}$$

Από τις σχέσεις (5.8) και (5.4) προκύπτει τελικά το συμπέρασμα ότι η μέση ταχύτητα στο

επίπεδο του δίσκου ισούται με την μισή ταχύτητα διαταραχής αρκετά πίσω από τον δίσκο ορμής.

$$\tilde{V}_{DISK} = \frac{u_w}{2} \quad (5.9)$$

Επίσης με βάση την παραπάνω σχέση αλλά και την διατήρηση της μάζας είναι δυνατό να βρεθεί μία σχέση μεταξύ της ακτίνας του δίσκου ορμής αλλά και του ομόρου αυτού που δημιουργείται κατά την λειτουργία του. Έστω ότι η ακτίνα του ομόρου του δίσκου ορμής συμβολίζεται ως R_w , τότε από την διατήρηση μάζας ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \pi \cdot R_{DISK}^2 \cdot (V_0 + \tilde{V}_{DISK}) &= \pi \cdot R_w^2 \cdot (V_0 + u_w) \xrightarrow{(5.9)} \frac{R_w}{R_{DISK}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{u_w}{2 \cdot V_0}}{1 + \frac{u_w}{V_0}}} \xrightarrow{(5.5)} \\ \frac{R_w}{R_{DISK}} &= \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + C_T}}{2 \cdot \sqrt{1 + C_T}}} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Από την παραπάνω σχέση διαπιστώνεται ότι καθώς η ώση που παράγει ο δίσκος ορμής αυξάνεται η ακτίνα του ομόρου του μειώνεται. Βέβαια στην περίπτωση της στατικής ώσης όπου η ταχύτητα $V_0 = 0$ και ο συντελεστής ώσης $C_T = \infty$ η ακτίνα του ομόρου προσεγγίζει ασυμπτωτικά την τιμή $R_w = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Τέλος η απόδοση του δίσκου ορμής μπορεί να υπολογιστεί ως το έργο που παράγει προς την ενέργεια που καταναλώνει. Αρχικά ο δίσκος ορμής σε ένα χρονικό διάστημα δt θα κινηθεί προς την κατεύθυνση της ώσης που παράγει με ταχύτητα V_0 , οπότε ισχύει ότι:

$$\delta x = V_0 \cdot \delta t \quad (5.11)$$

Οπότε το έργο που παράγεται από τον δίσκο ορμής στο χρονικό διάστημα δt είναι ίσο με:

$$W = T \cdot \delta x \quad (5.12)$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα στο ρευστό δίνεται ένα ποσό ενέργειας E . Οπότε η τελική ενέργεια που καταναλώνεται από τον δίσκο ορμής είναι $W + E$, οπότε για τον βαθμό απόδοσης αυτού ισχύει:

$$\eta = \frac{W}{W + E} \xrightarrow{(5.12)} \eta = \frac{T \cdot \delta x}{T \cdot \delta x + E} = \frac{T}{T + \frac{E}{\delta x}} \quad (5.13)$$

Ένα σωματίδιο του ρευστού στην περιοχή του ομόρου του δίσκου ορμής θα διανύσει στο χρονικό διάστημα δt την απόσταση:

$$\delta x_w = (V_0 + u_w) \cdot \delta t \xrightarrow{(5.11)} \delta x_w = \frac{V_0 + u_w}{V_0} \cdot \delta x \quad (5.14)$$

Η ενέργεια συνεπώς που λαμβάνει το ρευστό από την λειτουργία του δίσκου ορμής είναι αυτή που περικλείεται σε έναν κυλινδρικό όγκο ακτίνας R_w και μήκους δx_w , οπότε ισχύει:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_w^2 \cdot \pi \cdot R_w^2 \cdot \delta x_w \stackrel{(5.14)}{\implies} E = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_w^2 \cdot \pi \cdot R_w^2 \cdot \frac{V_0 + u_w}{V_0} \cdot \delta x \stackrel{(5.10)}{\implies} \quad (5.15)$$

$$\frac{E}{\delta x} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_w^2 \cdot \pi \cdot R_{DISK}^2 \cdot \frac{V_0 + \frac{u_w}{2}}{V_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{u_w}{V_0} \cdot T$$

Άρα τελικά ο βαθμός απόδοσης του δίσκου ορμής είναι:

$$(5.13) \stackrel{(5.15)}{\implies} \eta = \frac{T}{T + \frac{1}{2} \cdot \frac{u_w}{V_0} \cdot T} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + C_T}} \quad (5.16)$$

Πληροφορίες σχετικά με την θεωρία του δίσκου ορμής αντλήθηκαν από τις ακόλουθες πηγές: [13] και [14]

Μέρος **II**

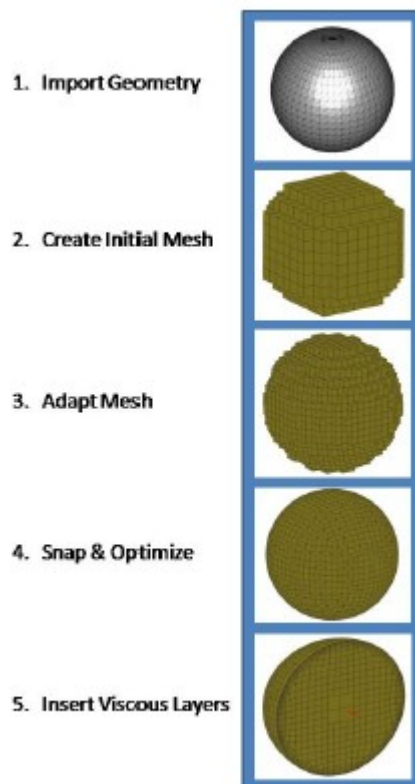
Υλοποίηση - Αποτελέσματα

Κεφάλαιο 6

Πλέγμα αξιολόγησης του δίσκου ορμής

Η εφαρμογή του AD δεν μπορεί να υλοποιηθεί χωρίς την ύπαρξη πλέγματος στο οποίο έχουν δημιουργηθεί στρατηγικές πυκνώσεις που να εξυπηρετούν την απόκτηση αποτελεσμάτων τα οποία συγκλίνουν με εκείνα από πειράματα ή και άλλες προσομοιώσεις πραγματικής γεωμετρίας. Σε αυτό το κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας λοιπόν θα γίνει περιγραφή των διαδικασιών και μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν τόσο για την κατασκευή αλλά και για την αξιολόγηση του πλέγματος που τελικά επιλέχθηκε.

Η κατασκευή πλεγμάτων έγινε με την βοήθεια του προγράμματος HEXPRESS, το οποίο αποτελεί λογισμικό αυτόματης δημιουργίας μη δομημένου, εξαεδρικού πλέγματος σε περιπλοκές δισδιάστατες (2D) και τρισδιάστατες (3D) γεωμετρίες [15]. Το συγκεκριμένο λογισμικό έχει την παρακάτω σειρά βημάτων για την κατασκευή ενός πλέγματος:



Σχήμα 6.1: Βήματα κατασκευής πλέγματος στο λογισμικό HEXPRESS

Στην περίπτωση της κατασκευής πλέγματος για την εφαρμογή του AD το βήμα 5 της εικόνας 6.1 παραλείπεται καθώς στο πλέγμα δεν περιέχεται στερεό αντικείμενο (γεωμετρία πραγματικής έλικας) πάνω στην επιφάνεια του οποίου θα παρατηρούνταν ανάπτυξη οριακού στρώματος.

6.1 Domain

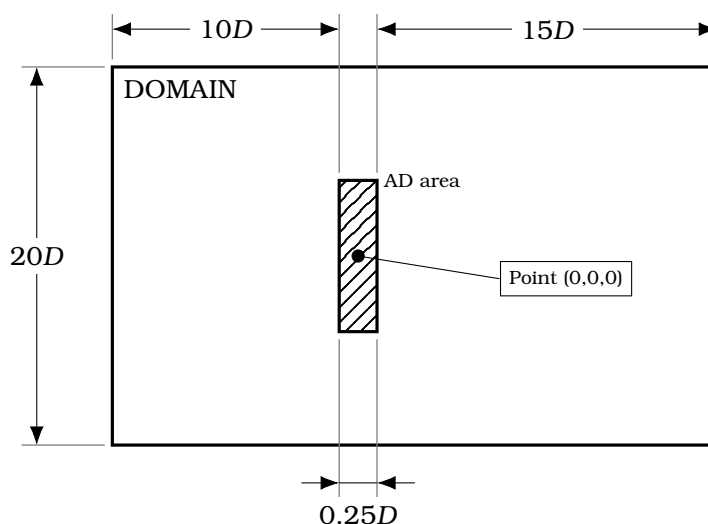
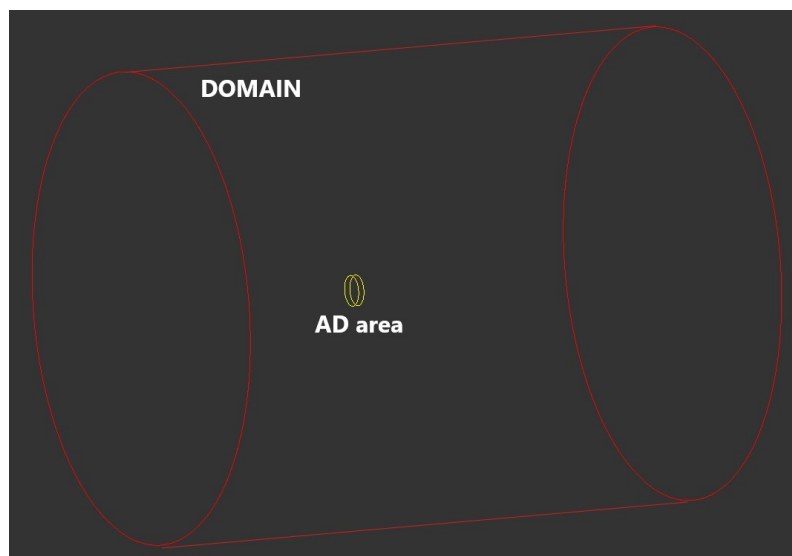
Σε μία προσομοίωση Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής (CFD) δεν είναι εφικτό να μοντελοποιηθεί ολόκληρος ο χώρος, κάτι που θα ήταν ιδανικό, καθώς τα πλέγματα θα ήταν απίστευτα μεγάλα και οι προσομοιώσεις θα χρειάζονταν πάρα πολύ χρόνο για να εκτελεστούν. Συνεπώς επιλέγονται πάντα κάποια όρια στην προσομοίωση που ορίζονται από τις διαστάσεις του domain ή αλλιώς του χώρου όπου βρίσκεται το ρευστό αλλά και οποιαδήποτε αντικείμενα ή μηχανήματα έχουν συμπεριληφθεί. Οι διαστάσεις του domain επιλέγονται έτσι ώστε τα όρια αυτού να βρίσκονται αρκετά μακριά από τα σημεία όπου αναμένονται μεταβολές στο πεδίο ροής καθώς οι συνθήκες που επιβάλλονται στα όρια του domain μπορούν να τις επηρεάσουν με αρνητική επίπτωση ως προς την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων, όμως παράλληλα δεν είναι βέλτιστο να έχουμε ένα πολύ μεγάλο domain.

6.1.1 Γεωμετρία - Κατασκευή

Για την εφαρμογή του AD το domain έχει γεωμετρία κυλίνδρου του οποίου οι διαστάσεις βασίστηκαν στην βιβλιογραφία [1]. Οι διαστάσεις αυτές βασίζονται σε πολλαπλάσια της διαμέτρου της έλικας που επιλέγεται να μοντελοποιηθεί. Έτσι έχουμε έναν κύλινδρο με διάμετρο ίση με $20 \cdot D$ και μήκος ίσο με $25.25 \cdot D$.

Η διάσταση του μήκους προκύπτει ως εξής:

Θεωρείται ότι η περιοχή όπου ενεργεί η έλικα την οποία και προσομοιώνουμε με τον AD εκτείνεται σε ένα μήκος $0.25 \cdot D$, έπειτα πλώρα της θέσης του AD το πλέγμα εκτείνεται κατά $10 \cdot D$ ενώ πρύμα κατά $15 \cdot D$. Αυτές οι επεκτάσεις είναι απαραίτητες καθώς οι συνθήκες που εφαρμόζονται στα όρια του πλέγματος δεν πρέπει να επηρεάσουν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Ακολουθεί σχήμα για να αποδοθεί παραστατικά η γεωμετρία του domain.



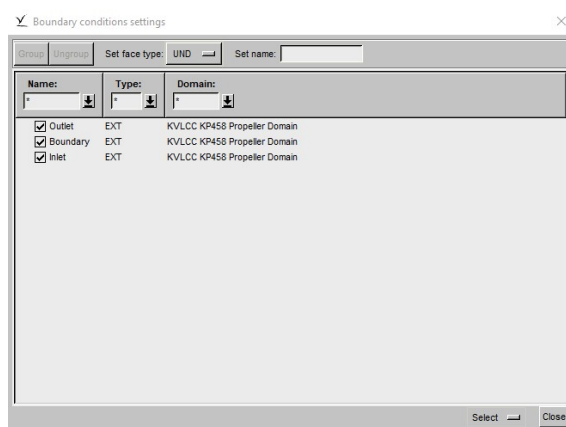
Σχήμα 6.2: Μορφή και διαστάσεις του domain

Με βάση τα παραπάνω σχεδιαγράμματα δίνεται επίσης η πληροφορία ότι το σύστημα συντεταγμένων έχει σαν σημείο 0 το κέντρο της περιοχής όπου θα πρέπει να γίνει η πύκνωση για την εφαρμογή του AD.

6.1.2 Συνθήκες στα όρια

Σε μία προσομοίωση CFD θα πρέπει πάντα να ορίζονται συνθήκες στα όρια του domain καθώς έτσι ο κώδικας ή το λογισμικό επίλυσης των εξισώσεων μπορεί να “καταλάβει” πως θα διαχειριστεί τα κελιά που βρίσκονται στα όρια. Επίσης η φύση της προσομοίωσης μπορεί να απαιτεί η ροή να έχει κάποιες συγκεκριμένες τιμές ταχύτητας και πίεσης στα όρια κάτι το οποίο επίσης θα πρέπει να οριστεί από τον χρήστη. Στην δικιά μας περίπτωση οι 3 επιφάνειες - όρια που σχηματίζει το κυλινδρικό domain ορίζονται μέσα από το HEXPRESS σαν farfields, δηλαδή αυτές οι επιφάνειες θεωρούνται ότι βρίσκονται πολύ μακριά από το αντικείμενο ενδιαφέροντος, στην περίπτωση μας την περιοχή πύκνωσης του AD, με αποτέλεσμα εκεί η ροή να αποσβένει καθώς δεν είναι γνωστές οι συνθήκες που επικρατούν.

Έτσι μέσα από το HEXPRESS με χρήση της εντολής **Boundary Conditions** ορίζουμε όλες τις επιφάνειες του domain σαν τύπο EXT.



Σχήμα 6.3: Ορισμός οριακών συνθηκών του domain

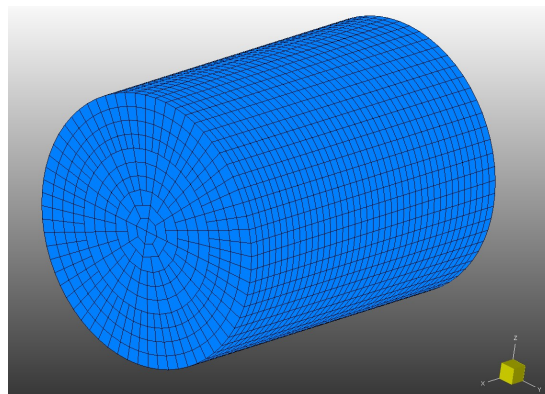
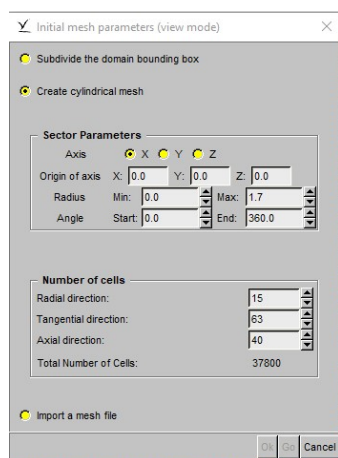
Οι επιφάνειες που σχηματίζει το κυλινδρικό domain στα όρια του ονομάστηκαν ως εξής:

- Inlet: Η κυκλική επιφάνεια από την οποία θεωρούμε ότι εισέρχεται η ροή
- Boundary: Η κυλινδρική επιφάνεια που περιβάλλει τον χώρο του ρευστού
- Outlet: Η κυκλική επιφάνεια από την οποία θεωρούμε ότι εξέρχεται η ροή

Αυτό εξυπηρετεί κυρίως την εύκολη αναγνώριση των επιφανειών αλλά και την φορά της ροής.

6.1.3 Αρχική δημιουργία πλέγματος

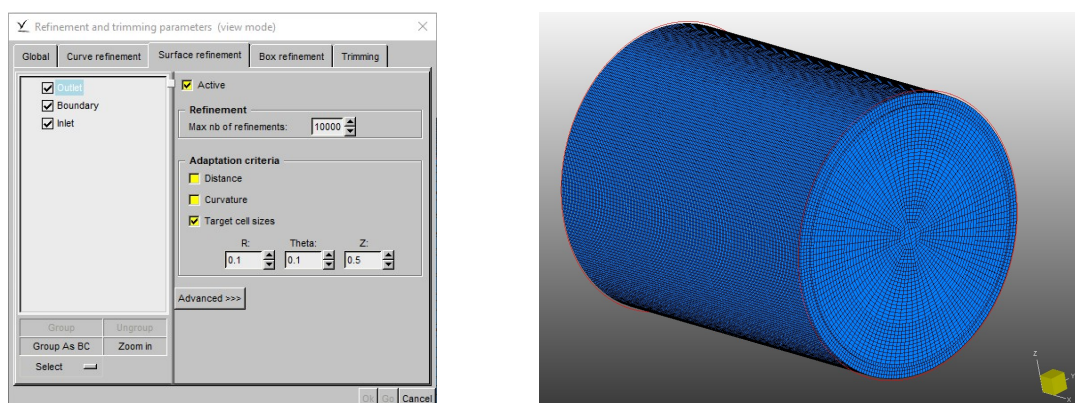
Αφού γίνει η κατασκευή του domain έπειτα ακολουθεί η δημιουργία των αρχικών κελιών αυτού. Αυτό γίνεται μέσα από την εντολή **Initial mesh** όπου και δίνονται διάφορα στοιχεία για τα αρχικά κελιά που θα δημιουργηθούν.



Σχήμα 6.4: Ορισμός παραμέτρων για το αρχικό πλέγμα του domain

Καθώς αυτό το αρχικό πλέγμα δεν έχει τις χωρικές διαμερίσεις που θα ήταν επιθυμητό σε ορισμένες περιοχές γίνεται στη συνέχεια πύκνωση αυτών μέσα από την εντολή **Adapt to**

geometry. Στο στάδιο κατασκευής του πλέγματος του domain αυτή η εντολή χρησιμοποιείται για να γίνει καλύτερη χωρική διακριτοποίηση στις περιοχές των επιφανειών Boundary και Outlet ώστε αυτές να μην μας επηρεάσουν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και ιδιαίτερα η επιφάνεια Outlet που βρίσκεται πρύμα του AD. Συγκεκριμένα από την εντολή **Adapt to geometry** γίνεται χρήση της κατηγορίας **Surface refinement** όπου μπορεί να γίνει επιλογή των διαστάσεων που θα έχει το μεγαλύτερο κελί που εφάπτεται της επιφάνειας.



Σχήμα 6.5: Ορισμός παραμέτρων για καλύτερη διακριτοποίηση επιφανειών του domain

6.2 Περιοχές πύκνωσης

Το επόμενο βήμα έπειτα από την δημιουργία του domain είναι η κατασκευή της περιοχής πύκνωσης όπου και θα τοποθετηθεί ο AD. Η κατασκευή της περιοχής πύκνωσης γενικά δεν είναι προκαθορισμένη αλλά θα γίνει έλεγχος αυτής μέσω των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης, συνεπώς η κατασκευή μίας κατάλληλης περιοχής πύκνωσης είναι διαδικασία trial & error. Στην παρούσα εργασία έγινε χρήση πληροφοριών από την βιβλιογραφία σχετικά με την γεωμετρία της περιοχής πύκνωσης [1], [16] αλλά επίσης έγιναν και τροποποιήσεις και προσθήκες, οι οποίες θα παρουσιαστούν στην συνέχεια.

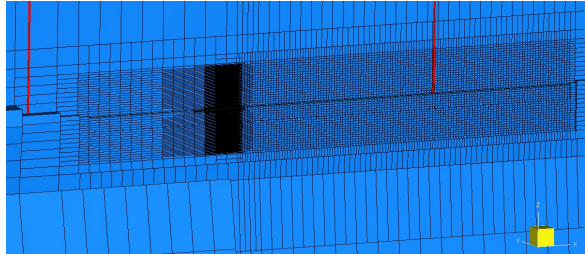
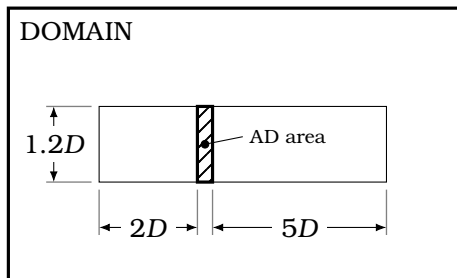
6.2.1 Γεωμετρία - Κατασκευή

Οι τρεις βασικές περιοχές πύκνωσης που προτείνονται και από την βιβλιογραφία είναι οι εξής:

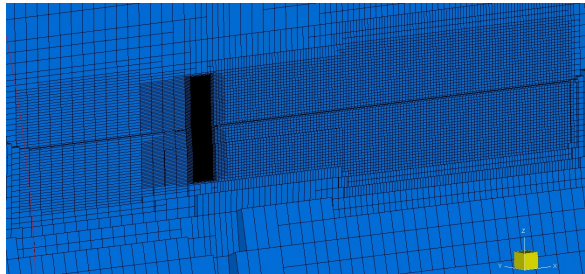
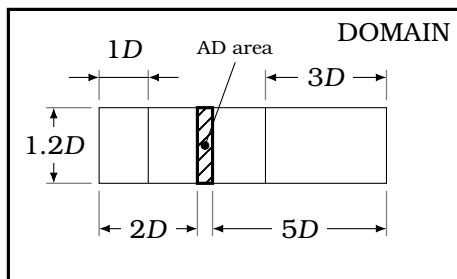
- Η περιοχή του AD
- Μία περιοχή που εκτείνεται πρώραθεν της περιοχής του AD
- Μία περιοχή που εκτείνεται πρύμνηθεν της περιοχής του AD

Με τις παραπάνω περιοχές πύκνωσης επιδιώκεται σωστή μοντελοποίηση και σύγκλιση των αποτελεσμάτων, πάντα με βάση πειραματικά δεδομένα ή προσομοιώσεις πραγματικής γεωμετρίας. Έτσι με βάση τις πληροφορίες που διαθέτονται οι περιοχές πρύμα του AD εκτείνονται κατά $5 \cdot D$ ενώ οι περιοχές πλώρα $2 \cdot D$ ή $5 \cdot D$. Στην συγκεκριμένη μελέτη επιλέγεται να

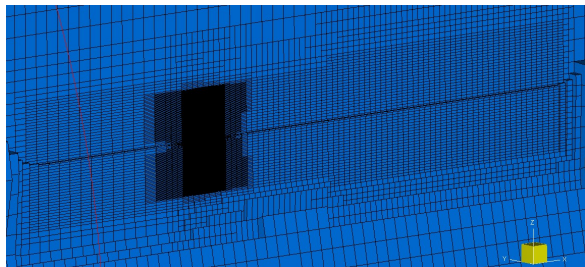
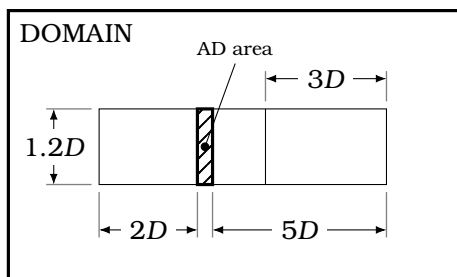
κατασκευαστούν περιοχές $5 \cdot D$ πρύμα και $2 \cdot D$ πλώρα του AD, επισημαίνεται πως όλες οι περιοχές έχουν διάμετρο ίση με $1.2 \cdot D$ συμπεριλαμβανόμενης και της περιοχής του AD. Βέβαια σε αυτές τις περιοχές έγιναν κάποιες τροποποιήσεις οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω:



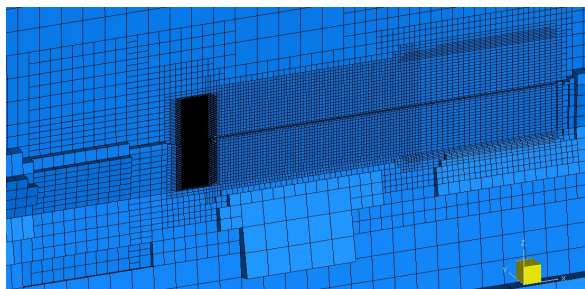
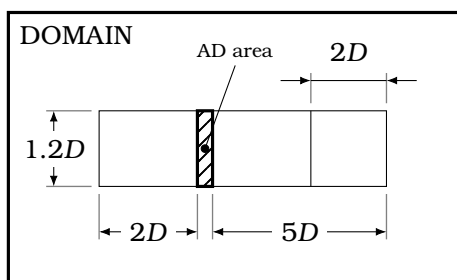
Σχήμα 6.6: Μορφή 1 περιοχών πύκνωσης



Σχήμα 6.7: Μορφή 2 περιοχών πύκνωσης



Σχήμα 6.8: Μορφή 3 περιοχών πύκνωσης



Σχήμα 6.9: Μορφή 4 περιοχών πύκνωσης

Οι παραπάνω παραλλαγές - μορφές των περιοχών πύκνωσης κατασκευάστηκαν ώστε να δώσουν μεγαλύτερη ευελιξία στην διακριτοποίηση του χώρου αλλά και για να αποφευχθούν

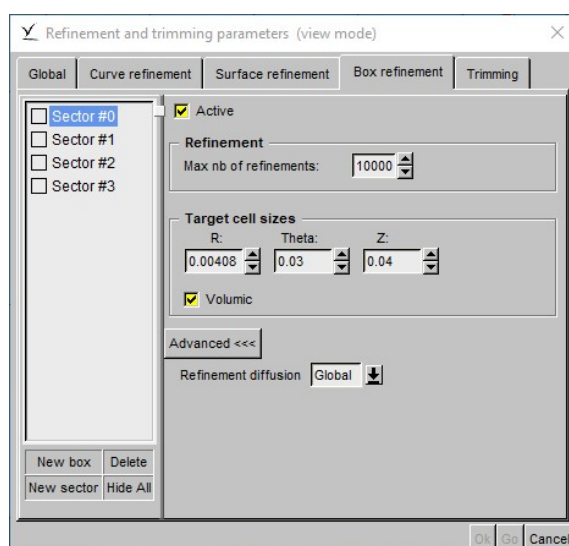
έντονες πυκνώσεις σε περιοχές όπου δεν είναι απαραίτητες. Οι διαδικασίες κατασκευής του πλέγματος εντός αυτών των περιοχών εξηγούνται παρακάτω.

6.2.2 Δημιουργία πυκνώσεων

Το πρόγραμμα HEXPRESS για την κατασκευή πλεγμάτων παρέχει μία σειρά βημάτων - εντολών στην καρτέλα **Mesh Wizard**, από αυτές τις εντολές έχει γίνει ανάλυση των δύο πρώτων (**Initial mesh & Adapt to geometry**). Στην φάση της κατασκευής των πυκνώσεων σε συγκεκριμένες περιοχές γίνεται χρήση και πάλι της εντολής **Adapt to geometry** αλλά της κατηγορίας **Box refinement**.

Πριν δοθεί η εξήγηση κρίσιμο είναι να γίνει κατανοητό το πως χειρίζεται τα πλέγματα το HEXPRESS όταν πρέπει να γίνει διαμέριση αυτών. Το πρόγραμμα στην ουσία εκτελεί διαιρέσεις των κελιών του πλέγματος και σταματάει όταν φτάσει τον μέγιστο αριθμό διαιρέσεων που έχει δοθεί από τον χρήστη ή όταν το μέγεθος των κελιών δεν μπορεί να γίνει μικρότερο λόγω των παραμέτρων που έχουν δοθεί στις διάφορες κατηγορίες εντός της εντολής **Adapt to geometry**.

Στην κατηγορία **Box refinement** της εντολής **Adapt to geometry** μπορούν να κατασκευαστούν κύβοι και κυκλικοί δίσκοι εντός των οποίων μπορούν να οριστούν οι επιθυμητές διαστάσεις των κελιών. Στην παρούσα εργασία οι περιοχές πυκνώσης αποτελούνται όλες από κυκλικούς δίσκους. Επίσης μπορεί να ενεργοποιηθεί και η επιλογή **Refinement diffusion** η οποία θα δημιουργήσει μία ομαλή μετάβαση από την περιοχή πυκνώσης προς τον περιβάλλοντα χώρο. Παρακάτω φαίνεται η καρτέλα με τις επιλογές που προσφέρονται στον χρήστη για την επίτευξη επιθυμητής διακριτοποίησης στις περιοχές ενδιαφέροντος.



Σχήμα 6.10: Παράμετροι πλεγματοποίησης περιοχών πυκνώσης

Με βάση όλα τα παραπάνω κατασκευάστηκαν συνολικά 11 πλέγματα τα οποία αξιολογήθηκαν με βάση τα αποτελέσματα που έδωσαν αλλά και το πλήθος των κελιών τους. Το βέλτιστο πλέγμα που τελικά επιλέχθηκε παρουσιάζεται στο παράρτημα της παρούσας εργασίας.

Μοντελοποίηση του δίσκου ορμής

Στηριζόμενοι στην θεωρία του δίσκου ορμής που αναπτύχθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο γίνεται εδώ εισαγωγή στον τρόπο εφαρμογής. Η υλοποίηση του δίσκου ορμής στην παρούσα μελέτη επιτυγχάνεται με την κατασκευή κατάλληλου πλέγματος και ανάπτυξη σχετικού κώδικα που εμπλουτίζει τον υπάρχοντα επιλύτη MaPFlow. Ο στόχος της δεύτερης διαδικασίας είναι να αποδώσει τις συνθήκες στην περιοχή του πλέγματος που ορίζεται ότι τοποθετείτε ο AD. Στην ουσία αυτό που απαιτείται από τον AD είναι να παράγει την ίδια ώση με εκείνη που θα παρείχε η αντίστοιχη έλικα, βέβαια το πλεονέκτημα στην περίπτωση του AD είναι ότι αυτός αποτελεί πλεγματοκό και προγραμματιστικό τέχνασμα ενώ η αντίστοιχη έλικα είναι ένα τρισδιάστατο αντικείμενο για το οποίο θα πρέπει να γίνει μοντελοποίηση και κατασκευή κατάλληλου πλέγματος κάτι που αυξάνει κατά πολύ την πολυπλοκότητα μίας προσομοίωσης. Επομένως με την χρήση ενός σχετικά απλού πλέγματος και με την ανάπτυξη κατάλληλου κώδικα μπορεί να κατασκευαστεί ένας δίσκος ορμής ο οποίος θα προσεγγίζει ικανοποιητικά την λειτουργία της αντίστοιχης έλικας.

7.1 Μαθηματικό μοντέλο

Πριν γίνει η οποιαδήποτε απόπειρα προγραμματισμού θα πρέπει πρώτα να δημιουργηθεί ένα μαθηματικό μοντέλο για την λειτουργία του AD που θα βασίζεται στην προηγουμένως ανεπτυγμένη θεωρία του δίσκου ορμής. Έτσι κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστούν παρακάτω οι εξισώσεις που χαρακτηρίζουν αυτό το μοντέλο.

7.1.1 Εκφράσεις ογκικών δυνάμεων

Καθώς ο δίσκος ορμής “παράγει” ώση δημιουργώντας ένα άλμα πίεσης στην ροή θα πρέπει να βρεθεί ένας τρόπος για την μοντελοποίηση αυτής της διαφοράς πίεσης στο επίπεδο του AD. Επίσης πέρα από την ώση σε μία πραγματική έλικα ενδιαφέρει και η ροπή που χρειάζεται για να παράξει ώση. Συνεπώς θα πρέπει να γίνει μοντελοποίηση και της εφαπτομενικής ταχύτητας η οποία θα επάγει swirl στην ροή, αυτό το κομμάτι δεν θίχτηκε στην ανάπτυξη της θεωρίας του δίσκου ορμής καθώς θεωρήθηκε ότι ο AD έδινε μόνο ώση και το swirl της ροής ήταν αμελητέο. Στην παρούσα μελέτη οι εκφράσεις που θα ακολουθήσουν για το άλμα πίεσης αλλά και για την εφαπτομενική ταχύτητα βασίζονται στο μοντέλο των ογκικών δυνάμεων, [16], [17], [18].

Το μοντέλο των ογκικών δυνάμεων προτείνει τις παρακάτω σχέσεις:

$$fb_x = A_x \cdot r^* \cdot \sqrt{1 - r^*} \quad (7.1)$$

$$fb_\theta = A_\theta \cdot \frac{r^* \cdot \sqrt{1 - r^*}}{r^* \cdot (1 - r_h) + r_h} \quad (7.2)$$

Όπου:

- ▶ fb_x , συντελεστής αξονικής ογκικής δύναμης (ώσης)
- ▶ fb_θ , συντελεστής ογκικής ροπής
- ▶ A_x , κατάλληλος συντελεστής
- ▶ A_θ , κατάλληλος συντελεστής
- ▶ $r^* = \frac{r' - r_h}{1 - r_h}$, η κανονικοποιημένη ακτίνα του δίσκου ορμής
- ▶ $r' = \frac{r}{R_p}$, ο λόγος της ακτίνας ενός σημείου του δίσκου προς την ακτίνα της προσομοιούμενης έλικας
- ▶ $r_h = \frac{R_H}{R_p}$, ο λόγος ακτίνας πλύμνης προς ακτίνα έλικας της προσομοιούμενης έλικας

Οι συντελεστές των σχέσεων (7.1) και (7.2) αφού υπολογιστούν μπορούν με πολλαπλασιασμό με τον όγκο του κάθε κελιού που εντοπίζεται στον AD να δώσουν την ώση και την ροπή του συγκεκριμένου κελιού. Αφού γίνει άθροισμα των ώσεων και των ροπών όλων των κελιών τελικά λαμβάνεται η ώση και η ροπή του δίσκου ορμής.

Το άλμα πίεσης εκφράζεται σύμφωνα με την κατανομή του Goldstein, [19], ως εξής:

$$\Delta P = A_x \cdot r^* \cdot \sqrt{1 - r^*} \quad (7.3)$$

Η ώση τώρα προκύπτει ως το ολοκλήρωμα του παραπάνω άλματος πίεσης επί της επιφάνειας του δίσκου ορμής. Αλλά επειδή σε μία πραγματική έλικα η πλύμνη της καθώς περιστρέφεται δεν παράγει ώση αυτό θα πρέπει να εφαρμοστεί και στον AD. Συνεπώς θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν κατάλληλα όρια ολοκλήρωσης, οπότε ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} T &= \int_{A_{DISK}} \Delta P \, dA_{DISK} = \int_{R_H}^{R_P} \int_0^{2\pi} \Delta P \cdot d\theta \cdot r \, dr = \int_{R_H}^{R_P} \Delta P \cdot 2\pi \cdot r \, dr \xrightarrow{(7.3)} \\ T &= \int_{R_H}^{R_P} A_x \cdot r^* \cdot \sqrt{1 - r^*} \cdot 2\pi \cdot r \, dr \xrightarrow[r=R_H \rightarrow r^*=0, \quad r=R_P \rightarrow r^*=1]{dr=(R_P-R_H) \cdot dr^*} \\ T &= 2\pi \cdot (R_P - R_H) \cdot \int_0^1 A_x \cdot r^* \cdot \sqrt{1 - r^*} \cdot (R_H + r^* \cdot (R_P - R_H)) \, dr^* = \\ &= 2\pi \cdot (R_P - R_H) \cdot A_x \cdot \left[\int_0^1 r^* \cdot \sqrt{1 - r^*} \, dr^* + (R_P - R_H) \cdot \int_0^1 r^{*2} \cdot \sqrt{1 - r^*} \, dr^* \right] \end{aligned} \quad (7.4)$$

Τα ολοκληρώματα εντός της αγκύλης στην σχέση (7.4) μπορούν να υπολογιστούν αναλυτικά και συνεπώς έχουμε:

$$\int_0^1 r^* \cdot \sqrt{1-r^*} dr^* = \frac{4}{15} \quad (7.5)$$

$$\int_0^1 r^{*2} \cdot \sqrt{1-r^*} dr^* = \frac{16}{105} \quad (7.6)$$

Άρα τελικά η (7.4) μέσω των (7.5) και (7.6) γίνεται :

$$T = A_x \cdot \frac{8}{105} \cdot \pi \cdot (R_p - R_H) \cdot (3 \cdot R_H + 4 \cdot R_p) \Rightarrow$$

$$A_x = \frac{105}{8} \cdot \frac{T}{\pi \cdot (R_p - R_H) \cdot (3 \cdot R_H + 4 \cdot R_p)} \quad (7.7)$$

Όμοια με το άλμα πίεσης η αλλαγή στην εφαπτομενική ταχύτητα εκφράζεται σύμφωνα με την κατανομή του Goldstein οπότε έχουμε :

$$\Delta u_t = A_\theta \cdot \frac{r^* \cdot \sqrt{1-r^*}}{r^* \cdot (1-r_h) + r_h} \quad (7.8)$$

Όπου :

- u_t , η εφαπτομενική ταχύτητα στο επίπεδο του AD

Η ροπή δίνεται από τον παρακάτω τύπο :

$$Q = \int_V r \cdot \frac{\Delta u_t}{\Delta t} \cdot \rho dV \quad (7.9)$$

Το παραπάνω ολοκλήρωμα στον όγκο μπορεί να μετατραπεί σε επιφανειακό ολοκλήρωμα και συνεπώς έχουμε :

$$Q = \int_S r \cdot \frac{\Delta u_t}{\Delta t} \cdot \rho \cdot u_x \cdot \Delta t dS = \int_{R_H}^{R_p} r \cdot \Delta u_t \cdot \rho \cdot u_x \cdot 2 \cdot \pi \cdot r dr \quad (7.10)$$

Όπου :

- u_x , η αξονική ταχύτητα στο επίπεδο του AD

Οπότε εισάγοντας την (7.8) στην (7.9) έχουμε ότι :

$$Q = \int_{R_H}^{R_p} r \cdot A_\theta \cdot \frac{r^* \cdot \sqrt{1-r^*}}{r^* \cdot (1-r_h) + r_h} \cdot \rho \cdot u_x \cdot 2 \cdot \pi \cdot r dr \xrightarrow[r=R_H \rightarrow r^*=0, r=R_p \rightarrow r^*=1]{dr=(R_p-R_H) \cdot dr^*}$$

$$Q = A_\theta \cdot 2 \cdot \pi \cdot u_x \cdot \rho \cdot R_p^3 \cdot (1-r_h) \cdot$$

$$\cdot \left[r_h \cdot \int_0^1 r^* \cdot \sqrt{1-r^*} dr^* + (1-r_h) \cdot \int_0^1 r^{*2} \cdot \sqrt{1-r^*} dr^* \right] \xrightarrow[(7.5)]{(7.6)} \quad (7.11)$$

$$Q = A_\theta \cdot \frac{8}{105} \cdot \pi \cdot u_x \cdot \rho \cdot R_p \cdot (R_p - R_H) \cdot (3 \cdot R_H + 4 \cdot R_p) \Rightarrow$$

$$A_\theta = \frac{105}{8} \cdot \frac{Q}{\pi \cdot u_x \cdot \rho \cdot R_p \cdot (R_p - R_H) \cdot (3 \cdot R_H + 4 \cdot R_p)}$$

Άρα τελικά για τους συντελεστές των ογκικών δυνάμεων ισχύει ότι :

$$(7.1) \xrightarrow{(7.7)} fb_x = \frac{105}{8} \cdot \frac{T}{\pi \cdot (R_P - R_H) \cdot (3 \cdot R_H + 4 \cdot R_P)} \cdot r^* \cdot \sqrt{1 - r^*} \quad (7.12)$$

$$(7.2) \xrightarrow{(7.11)} fb_\theta = \frac{105}{8} \cdot \frac{Q}{\pi \cdot u_x \cdot \rho \cdot R_P \cdot (R_P - R_H) \cdot (3 \cdot R_H + 4 \cdot R_P)} \cdot \frac{r^* \cdot \sqrt{1 - r^*}}{r^* \cdot (1 - r_h) + r_h} \quad (7.13)$$

Οι παραπάνω σχέσεις πολλαπλασιαζόμενες με τον όγκο του κάθε κελιού που εντοπίζεται στον δίσκο ορμής θα δώσουν τελικά τις ογκικές δυνάμεις του κάθε κελιού. Ειδική μεταχείριση χρειάζεται η σχέση (7.13) καθώς αυτή θα δώσει ροπή και όχι δύναμη συνεπώς χρειάζεται να γίνει κατάλληλη ανάλυση ώστε να ληφθούν οι συνιστώσες της δύναμης του AD κατά την y και z διεύθυνση. Αντιθέτως η σχέση (7.12) δίνει κατευθείαν την συνιστώσα της δύναμης του AD κατά την x διεύθυνση και δεν χρειάζεται περαιτέρω ανάλυση.

7.1.2 Implicit operators

Όταν αναπτύχθηκε ο τρόπος επίλυσης προβλημάτων υπολογιστικής ρευστομηχανικής με την χρήση του επιλύτη MaPFlow είχε γίνει λόγος για τους implicit operators στην τελική σχέση (4.16). Επειδή λοιπόν με την εφαρμογή του AD στην ουσία προσθέτονται όροι δυνάμεων στην σχέση (4.16) θα πρέπει επίσης να βρούμε και τους implicit operators αυτών των όρων. Οι implicit operators των όρων δυνάμεων είναι στην ουσία οι παράγωγοι τους ως προς τα μεγέθη P, u, v, w, a , δηλαδή ισχύει ότι:

$$\frac{\partial(\vec{S}_q \cdot \Omega_i)}{\partial \vec{Q}_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial F_x}{\partial P} & \frac{\partial F_x}{\partial u} & \frac{\partial F_x}{\partial v} & \frac{\partial F_x}{\partial w} & \frac{\partial F_x}{\partial a} \\ \frac{\partial F_y}{\partial P} & \frac{\partial F_y}{\partial u} & \frac{\partial F_y}{\partial v} & \frac{\partial F_y}{\partial w} & \frac{\partial F_y}{\partial a} \\ \frac{\partial F_z}{\partial P} & \frac{\partial F_z}{\partial u} & \frac{\partial F_z}{\partial v} & \frac{\partial F_z}{\partial w} & \frac{\partial F_z}{\partial a} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

Όπου:

$$\blacktriangleright \vec{S}_q \cdot \Omega_i = \begin{bmatrix} 0 \\ fb_x \cdot \Omega_i \\ fb_{\theta y} \cdot \Omega_i \\ fb_{\theta z} \cdot \Omega_i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_x \\ F_y \\ F_z \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ οι όροι δυνάμεων που προσθέτονται για την εφαρμογή του AD}$$

- ▶ $fb_{\theta y}$, κατάλληλος συντελεστής για τον υπολογισμό της δύναμης στην διεύθυνση y
- ▶ $fb_{\theta z}$, κατάλληλος συντελεστής για τον υπολογισμό της δύναμης στην διεύθυνση z

7.2 Ανάπτυξη κώδικα

Με το μαθηματικό μοντέλο πλήρως κατανοητό αλλά και με την επίγνωση των implicit operators που πρέπει να υπολογιστούν και να συμπεριληφθούν στην εφαρμογή του AD έγινε

ανάπτυξη κώδικα ο οποίος αποτελεί μία προσθήκη στον κύριο κώδικα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τον χρήστη σε περίπτωση που το επιθυμεί. Παρακάτω θα δοθεί μία γενική περιγραφή των υπορουτινών που τον συνιστούν.

7.2.1 To addon actuator_disk.f90

Το βασικό αρχείο κώδικα που αναπτύχθηκε αποτελείται από 5 υπορουτίνες με την κάθε μία να έχει τον δικό της σκοπό, η σύζευξη του ανεπτυγμένου κώδικα με τον κύριο γίνεται στην υπορουτίνα όπου υπολογίζονται το δεξιό και αριστερό μέλος των εξισώσεων που πρέπει να λυθούν τελικά για κάθε κελί.

Υπορουτίνα "read_actuator_disk"

Σε αυτήν την υπορουτίνα ο κώδικας αντλεί όλα τα στοιχεία που χρειάζεται μέσα από ένα απλό αρχείο .def. Τα αντλούμενα στοιχεία είναι:

1. Τρόπος υπολογισμού δυνάμεων
2. Συντεταγμένες του κέντρου του AD
3. Διάμετρος του AD (ίση με την διάμετρο της προσομοιούμενης έλικας)
4. Ελάχιστη απόσταση κατά την διεύθυνση X με βάση την οποία εντοπίζονται τα κελιά εντός της περιοχής του AD
5. Το όνομα του αρχείου που περιέχει τα δεδομένα ελεύθερης ροής (J , kT & kQ) της έλικας που προσομοιώνεται
6. Τον λόγο διαμέτρου-πλύμνης της έλικας που προσομοιώνεται

Υπορουτίνα "locate_actuator_disk"

Σε αυτήν την υπορουτίνα εντοπίζονται όλα τα κελιά εντός της περιοχής του AD με βάση την διάμετρο και την ελάχιστη απόσταση κατά την X διεύθυνση που έχουν διαβαστεί από την προηγούμενη υπορουτίνα. Αφού αυτά εντοπιστούν ακολουθεί μία διαδικασία εύρεσης των επιφανειών αυτών των κελιών που θα αποτελέσουν τελικά τον AD για να μπορεί να γίνει σύγκριση τελικά με την πραγματική επιφάνεια. Επίσης με βάση τον συντελεστή προχώρησης (J) που έχει οριστεί για την προσομοίωση αντλούνται από το αρχείο των δεδομένων ελεύθερης ροής οι συντελεστές ώσης (kT) και ροπής (kQ). Στη συνέχεια γίνεται αρχικά ο υπολογισμός των στροφών (n (RPS)) και έπειτα της ώσης (T (N)) και ροπής (Q (N · m)) που προβλέπεται να έχει η αντίστοιχη έλικα με βάση τα χαρακτηριστικά της προσομοίωσης, στη συνέχεια αυτά τα μεγέθη θα χρησιμοποιηθούν για να υπολογιστούν οι δυνάμεις σε κάθε κελί του AD. Τέλος δημιουργούνται κατάλληλα text αρχεία τα οποία αποθηκεύουν τις νέες πληροφορίες.

Υπορουτίνα "actuator_forces"

Σε αυτήν την υπορουτίνα γίνεται ο υπολογισμός των δυνάμεων κατά τις διευθύνσεις X, Y & Z, που θα πρέπει να αποδοθούν στα κελιά εντός της περιοχής του AD, σύμφωνα με την μέθοδο

κατανομής του Goldstein αξιοποιώντας την ώση και ροπή που βρέθηκαν στην προηγούμενη υπορουτίνα. Επίσης σε αυτήν την υπορουτίνα υπολογίζονται και οι implicit operators, δηλαδή οι παράγωγοι των όρων των δυνάμεων που προκύπτουν από την διαδικασία γραμμικοποίησης του συστήματος εξισώσεων που λύνεται για κάθε κελί.

Υπορουτίνα "actuator_disk_outputs"

Αυτήν η υπορουτίνα χρησιμεύει για να γίνεται άθροιση των δυνάμεων των κελιών του AD σε κάθε χρονική στιγμή, με αυτόν τον τρόπο παρατηρούνται οι δυνάμεις που "παράγει" ο AD σε κάθε χρονική στιγμή. Επίσης αυτή η πληροφορία αποθηκεύεται σε κατάλληλο αρχείο text.

7.2.2 Ενσωμάτωση στον κύριο κώδικα

Τα μεγέθη που υπολογίζονται από τον ανεπτυγμένο κώδικα και πρέπει να εισαχθούν κατάλληλα στον κύριο κώδικα ώστε να λάβουμε την επιθυμητή λειτουργία του AD είναι οι δυνάμεις των κελιών εντός της περιοχής του AD αλλά και οι implicit operators αυτών. Αυτή η εισαγωγή γίνεται με κατάλληλη δομή στο σημείο του βασικού κώδικα όπου υπολογίζονται τα δεξιά και αριστερά μέλη των εξισώσεων προς επίλυση σε κάθε κελί. Αυτή η δομή αναγνωρίζει αν έχει γίνει εφαρμογή του AD και στη συνέχεια προσθέτει στα δεξιά μέλη των εξισώσεων τις δυνάμεις των κατάλληλων κελιών ενώ στα αριστερά μέλη των εξισώσεων προσθέτει τους implicit operators.

7.3 Αξιολόγηση του δίσκου ορμής

Αφού έχει γίνει εξήγηση και περιγραφή όλων των βασικών μερών για την υλοποίηση του δίσκου ορμής στην παρούσα μελέτη είναι απαραίτητο να κατασκευαστεί και ένα πλάνο αξιολόγησης αυτής της εφαρμογής. Αρχικά θα πρέπει να αντληθούν αποτελέσματα από προσομοιώσεις πραγματικής γεωμετρίας έλικας ή από πειράματα ελεύθερης ροής. Έπειτα εκτελώντας την προσομοίωση του AD, όπου όλες οι παράμετροι του θα πρέπει να είναι ίδιες με εκείνες της έλικας για την οποία έχει γίνει συλλογή δεδομένων, λαμβάνονται τελικά τα αριθμητικά αποτελέσματα. Τέλος θα πρέπει να γίνει σύγκριση μεταξύ αποτελεσμάτων ώστε να αξιολογηθεί ως προς την πιστότητα του ο δίσκος ορμής, δεν αναμένεται να υπάρχει τέλεια σύγκλιση μεταξύ των αποτελεσμάτων αλλά σίγουρα θα πρέπει να υπάρχει μία ομοιότητα μεταξύ τους.

Στην παρούσα μελέτη τα αποτελέσματα που αντλήθηκαν μέσα από την βιβλιογραφία, [1], αφορούν προσομοιώσεις τρισδιάστατης γεωμετρίας της έλικας KVLCC KP458 της οποίας τα βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά, [20], δίνονται στον παρακάτω πίνακα :

Geometrical data of KVLCC KP458 propeller		
Περιγραφή	Σύμβολο	Τιμή
Αριθμός πτερυγίων	z	4
Διάμετρος	D	0.17 m
Λόγος κλίμακας	$scale$	58
Λόγος μέσου βήματος	P/D	0.690
Λόγος διαμέτρου πλύμνης	r_{hub}	0.155
Λόγος εκτεταμένης επιφάνειας	A_E/A_0	0.431
Γωνία πλευρικής απόκλισης	$skew\ angle$	21.15°

Πίνακας 7.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά προπέλας KVLCC KP458

Επίσης παρακάτω δίνονται πινακοποιημένα και τα χαρακτηριστικά της ελεύθερης ροής, [20], για την συγκεκριμένη έλικα.

Freestream data			
J	K_T	$10 \cdot K_Q$	η
0.100	0.2654	0.2876	0.1468
0.150	0.2506	0.2751	0.2174
0.200	0.2347	0.2644	0.2825
0.250	0.2162	0.2467	0.3486
0.300	0.1994	0.2335	0.4077
0.350	0.1825	0.2186	0.4650
0.400	0.1632	0.2005	0.5181
0.450	0.1422	0.1820	0.5595
0.500	0.1173	0.1614	0.5783
0.550	0.0968	0.1426	0.5942
0.600	0.0756	0.1252	0.5766
0.650	0.0554	0.1032	0.5553
0.700	0.0341	0.0780	0.4870

Πίνακας 7.2: Χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής προπέλας KVLCC KP458

Συνεπώς κατασκευάστηκε δίσκος ορμής που προσομοιώνει την έλικα KVLCC KP458 και εκτελέστηκαν προσομοιώσεις στα κατασκευασμένα πλέγματα. Τέλος αντήθησαν αποτελέσματα ίδιας φύσεως με αυτά που βρέθηκαν στην βιβλιογραφία ώστε να γίνει η σύγκρισή τους. Συγκεκριμένα η σύγκριση γίνεται σε 3 γραφήματα, τα οποία είναι:

- Η ταχύτητα u (ταχύτητα της ροής κατά την διεύθυνση X) στο 75% του πτερυγίου της προσομοιωμένης έλικας για θέσεις από $-2R$ έως $+2R$ επί του άξονα X.
- Ακτινική κατανομή της ταχύτητας u (ταχύτητα της ροής κατά την διεύθυνση X) στη θέση $0.1R$
- Ακτινική κατανομή της ταχύτητας u (ταχύτητα της ροής κατά την διεύθυνση X) στη θέση $2R$

Επίσης γίνεται και οπτικός έλεγχος του ομόρου του δίσκου ορμής με εκείνο της έλικας KVLCC KP458 σε κατάλληλα σημεία με χρήση ισοϋψών καμπυλών. Τέλος σημειώνεται ότι οι συγκρίσεις των αποτελεσμάτων από την βιβλιογραφία και των προσομοιώσεων της παρούσας μελέτης γίνονται για συντελεστές προχώρησης $J = 0.35$, $J = 0.45$ & $J = 0.55$, δηλαδή για τρεις διαφορετικές καταστάσεις φόρτωσης της έλικας και του δίσκου ορμής.

Οι διαδικασίες υπολογισμών σε μία εκτελούμενη προσομοίωση έχουν ως εξής:

1. Ορίζεται από τον χρήστη ο συντελεστής προχώρησης J με τον οποίο θα λειτουργήσει ο AD.
2. Με βάση τον συντελεστή προχώρησης J που έχει οριστεί αρχικά από τον χρήστη και με τα χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής της έλικας KVLCC KP458 επιλέγονται οι αντίστοιχοι συντελεστές ώσης και ροπής K_T & $10 \cdot K_Q$.
3. Με βάση την ταχύτητα της ελεύθερης ροής και την διάμετρο του AD υπολογίζονται οι στροφές λειτουργίας του από την σχέση: $J = \frac{V}{n \cdot D} \Rightarrow n = \frac{V}{J \cdot D}$.
4. Από τις υπολογισμένες στροφές λειτουργίας του AD και τους συντελεστές ώσης και ροπής που έχουν βρεθεί μπορούν να υπολογιστούν η δύναμη ώσης που απαιτείται να παρέχει ο AD αλλά και η ροπή που αυτός χρειάζεται για την λειτουργία του από τις σχέσεις:

$$T = K_T \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^4 \quad , \quad Q = K_Q \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^5$$

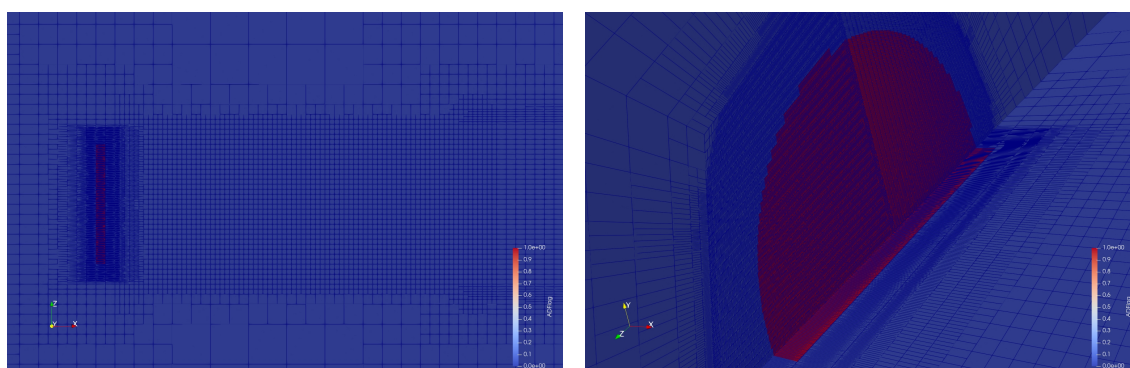
5. Αφού είναι γνωστές τώρα η ώση και η ροπή του AD μπορούν να υπολογιστούν οι συντελεστές fb_x και fb_θ από τις σχέσεις (7.12) και (7.13) αντίστοιχα.
6. Γίνεται υπολογισμός των ογκικών δυνάμεων κάθε κελιού με πολλαπλασιασμό των παραπάνω συντελεστών και του όγκου του εκάστοτε κελιού.
7. Τέλος γίνεται και ο υπολογισμός των implicit operators.

Κεφάλαιο 8

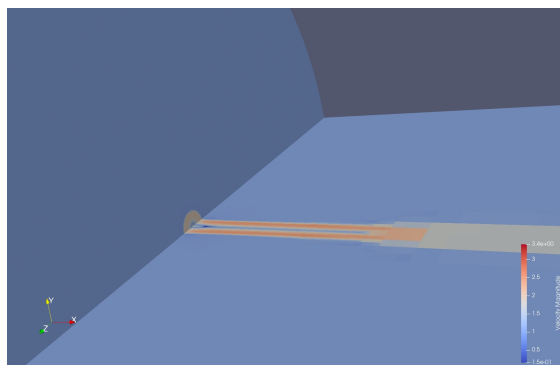
Αποτελέσματα

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα του βέλτιστου πλέγματος που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της έλικας KVLCC KP458. Το βέλτιστο πλέγμα επιλέχθηκε με βάση τον αριθμό κελιών αλλά και την πιστότητα των αποτελεσμάτων του ως προς εκείνα της βιβλιογραφίας. Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του πλέγματος αλλά και η μορφή του δίνονται σε παράρτημα στο τέλος της παρούσας μελέτης.

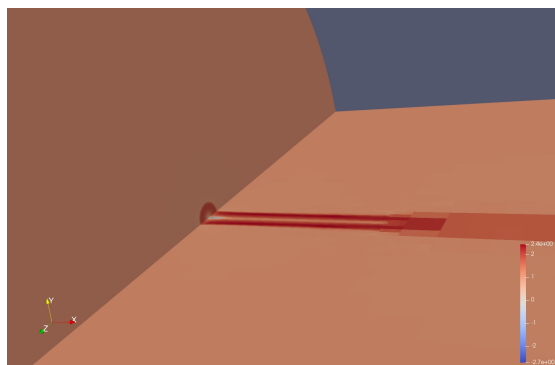
Αρχικά με την βοήθεια του προγράμματος Paraview μπορούμε να οπτικοποιήσουμε τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και να λάβουμε κάποιες αρχικές απεικονίσεις της προσομοίωσης. Οπότε παρακάτω ακολουθεί η θέση του δίσκου ορμής που εντοπίζεται από τον κώδικα εντός του πλέγματος αλλά και την διαμέριση του πλέγματος που έχει επιτευχθεί. Επίσης παρουσιάζεται το μέτρο της ταχύτητας αλλά και η αξονική ταχύτητα u όπως αναπτύσσονται πίσω από τον δίσκο ορμής, δηλαδή στον ομόρου του. Τέλος δίνονται και οι γραμμές ροής που διέρχονται από τον δίσκο ορμής.



Σχήμα 8.1: Θέση του δίσκου ορμής και διαμέριση πλέγματος

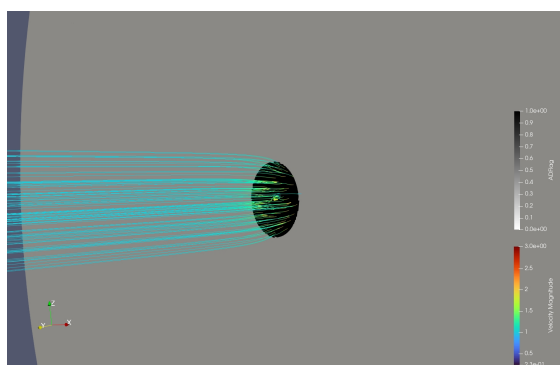


(α) Ανάπτυξη του μέτρου της ταχύτητας πίσω από τον δίσκο ορμής

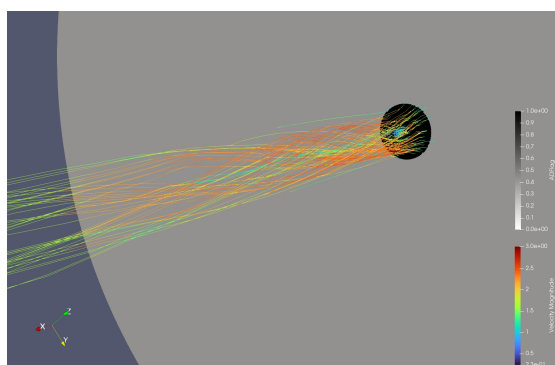


(β) Ανάπτυξη της ταχύτητας u πίσω από τον δίσκο ορμής

Σχήμα 8.2: Ομόρους που δημιουργείτε από την λειτουργία του δίσκου ορμής



(α) Γραμμές ροής κατά την είσοδο στον δίσκο ορμής

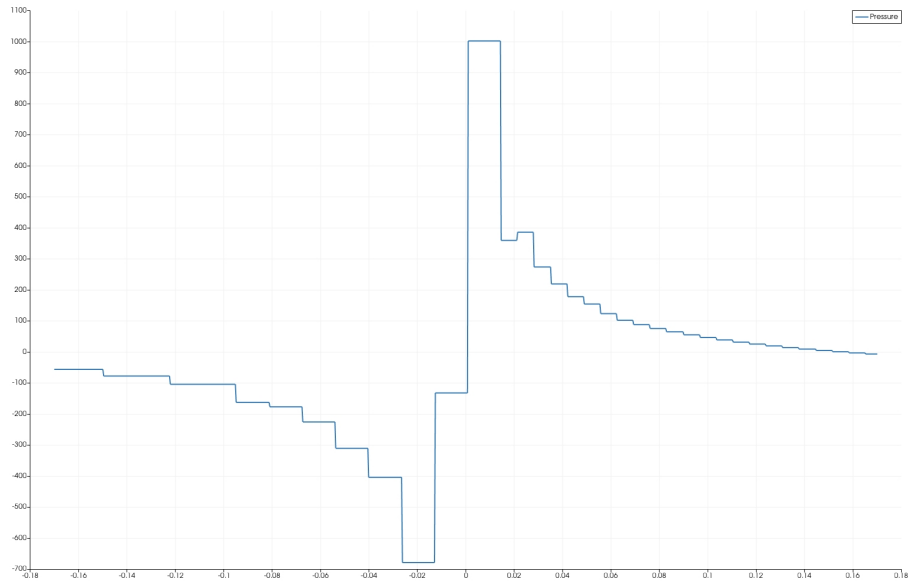


(β) Γραμμές ροής κατά την έξοδο από τον δίσκο ορμής

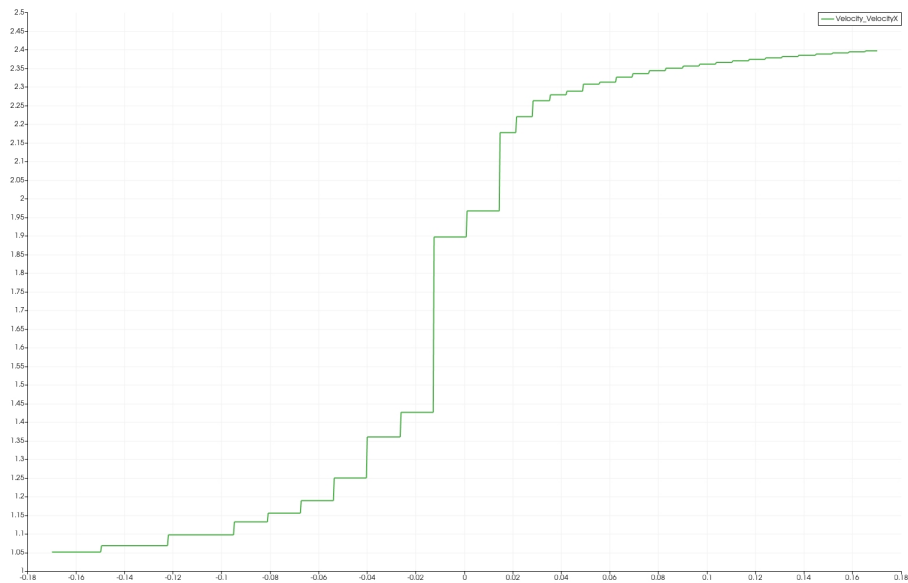
Σχήμα 8.3: Γραμμές ροής στην θέση του δίσκου ορμής

Με βάση τις παραπάνω εικόνες γίνεται αντιληπτό ότι η ροή επιταχύνεται από την δράση του δίσκου ορμής. Επιπροσθέτως από την εικόνα των γραμμών ροής παρατηρείται η δημιουργία του swirl στην ροή, το οποίο και προκύπτει καθώς έγινε μοντελοποίηση της εφαιπτομενικής ταχύτητας που επάγει ο δίσκος ορμής κατά την λειτουργίας του.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι κατανομές της πίεσης και της ταχύτητας στις τρεις διευθύνσεις κατά μήκος μίας γραμμής που διέρχεται από το 75% του περυγίου της έλικας και εκτείνεται από $-2R$ έως $2R$.

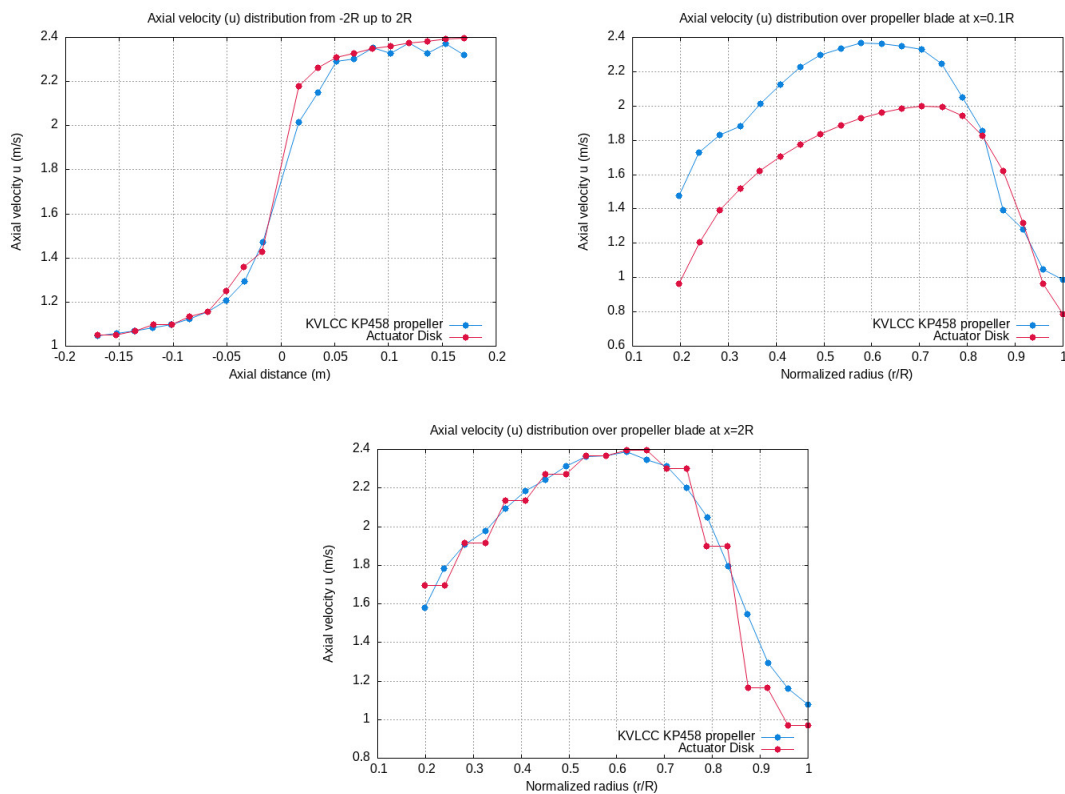


Σχήμα 8.4: Κατανομή πίεσης

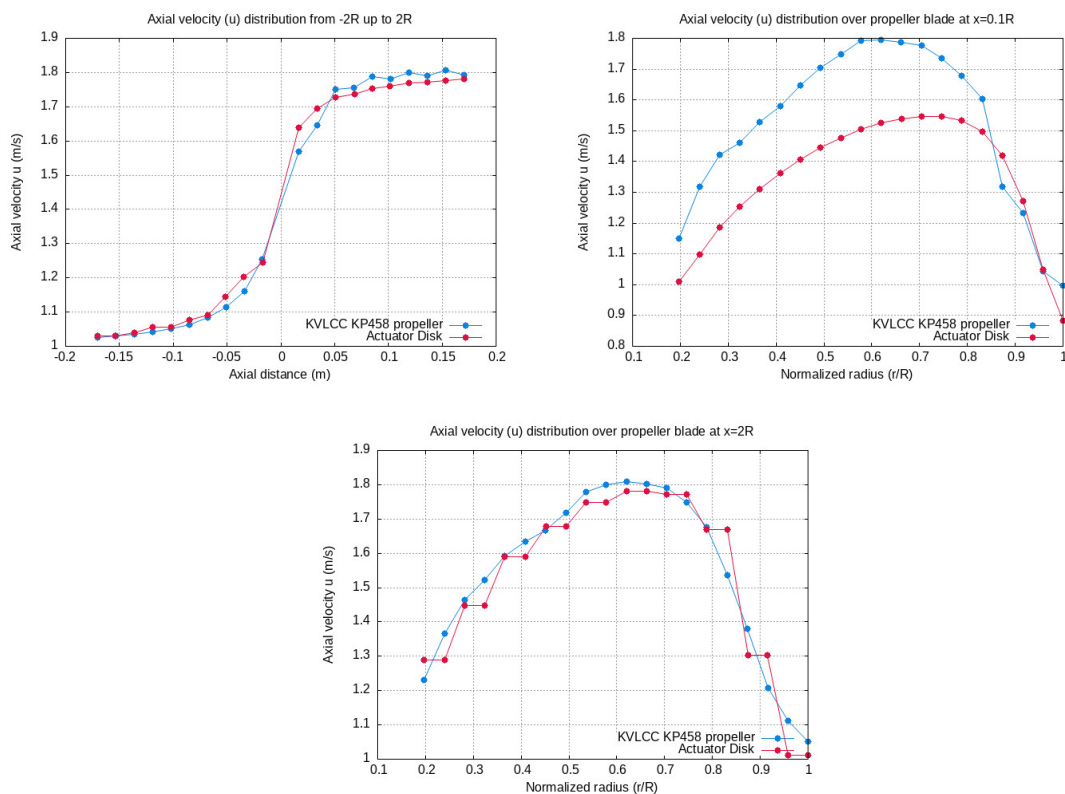


Σχήμα 8.5: Κατανομή ταχύτητας u (ταχύτητα κατά την x διεύθυνση)

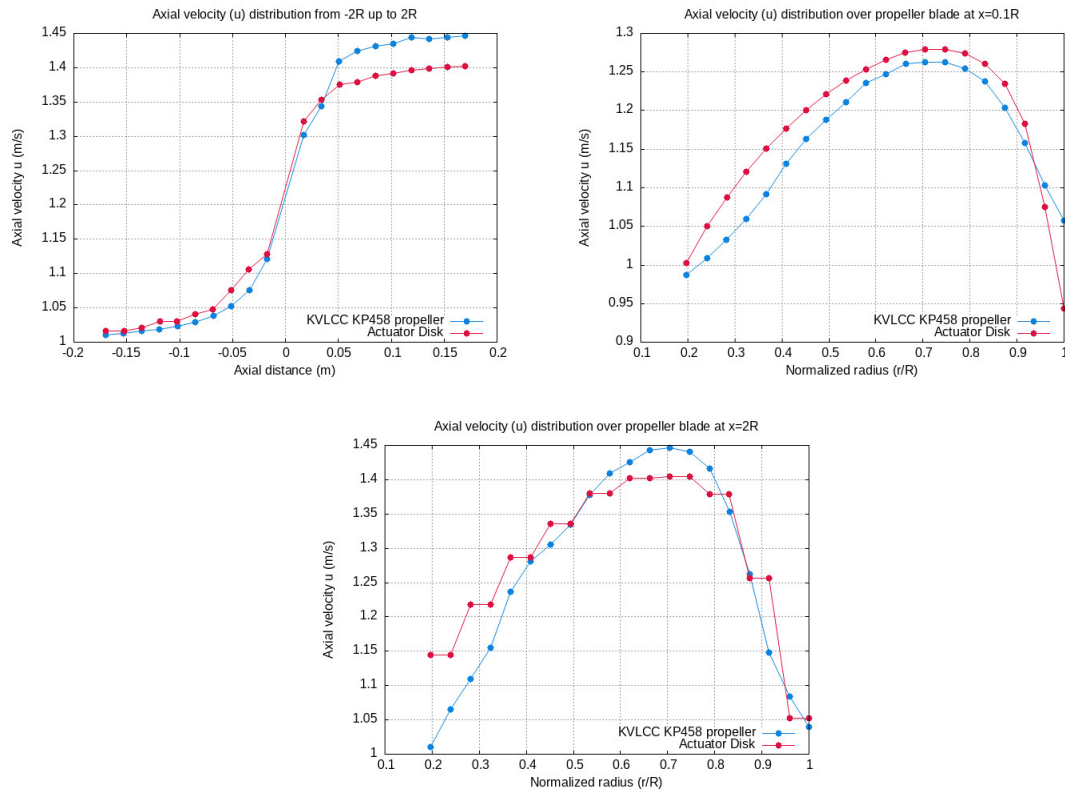
Από τις παραπάνω κατανομές παρατηρείτε ότι ο δίσκος ορμής που εφαρμόστηκε βρίσκεται σε συμφωνία με την θεωρία που αναλύθηκε στο κεφάλαιο 5 της παρούσας μελέτης. Αυτό το συμπέρασμα προκύπτει από την ομοιότητα των σχημάτων 8.4 και 8.5 με εκείνα του σχήματος 5.1. Παρακάτω παρουσιάζονται σε κοινά διαγράμματα τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για το τελικό πλέγμα και τα αποτελέσματα προσομοίωσης της πραγματικής γεωμετρίας για το μοντέλο της έλικας KVLCC KP458.



Σχήμα 8.6: Διαγράμματα σύγκρισης αποτελεσμάτων για συντελεστή προχώρησης $J = 0.35$



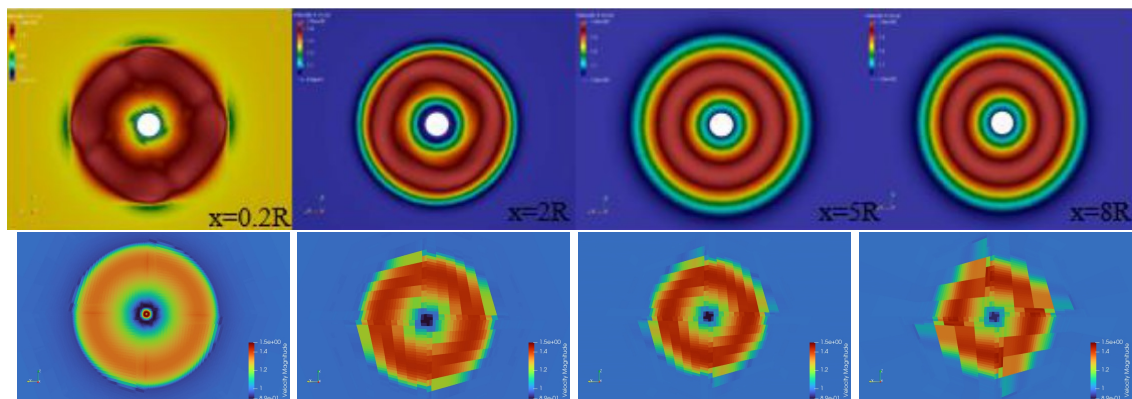
Σχήμα 8.7: Διαγράμματα σύγκρισης αποτελεσμάτων για συντελεστή προχώρησης $J = 0.45$



Σχήμα 8.8: Διαγράμματα σύγκρισης αποτελεσμάτων για συντελεστή προχώρησης $J = 0.55$

Από τα παραπάνω διαγράμματα γίνεται η παρατήρηση ότι το τελικό πλέγμα έχει ικανοποιητική προσέγγιση του πεδίου ταχύτητας της ροής που δημιουργεί η πραγματική γεωμετρία του μοντέλου της έλικας KVLCC KP458. Βέβαια παρατηρούνται κάποιες αποκλίσεις στα διαγράμματα ακτινικής κατανομής της ταχύτητας u στη θέση $x = 0.1R$ για τους συντελεστές προχώρησης 0.35 & 0.45 ενώ μία μικρή απόκλιση παρατηρείτε στην αξονική κατανομή της ταχύτητας u για τον συντελεστή προχώρησης 0.55. Θεωρούμε ότι τα παραπάνω αποτελέσματα της προσομοίωσης με την χρήση του δίσκου ορμής είναι ικανοποιητικά και συνεπώς θα γίνει χρήση του πλέγματος, βάση του οποίου αυτά προέκυψαν, στο πρόβλημα της αυτοπρόωσης.

Τέλος γίνεται παρουσίαση της εξέλιξης του ομόρου για συντελεστή προχώρησης $J = 0.55$ του δίσκου ορμής στις θέσεις $0.2R$, $2R$, $5R$ & $8R$ κατάντι αυτού. Επίσης δίνεται για σύγκριση και ο ομόρους της προσομοίωσης πραγματικής γεωμετρίας της έλικας KVLCC KP458 στον αντίστοιχο συντελεστή προχώρησης και στις αντίστοιχες θέσεις, ο οποίος ανλήθηκε από την βιβλιογραφία, [1].



Σχήμα 8.9: Πάνω εικόνες: Ομόρους έλικας KVLCC KP458
 Κάτω εικόνες: Ομόρους εφαρμογής δίσκου ορμής

Οπτικά οι διαφορές μεταξύ των δύο ομόρων εμφανίζονται σε μεγαλύτερες αποστάσεις κατόντι του δίσκου ορμής όπου η διαμέριση του πλέγματος αραιώνει. Αλλά γενικά παρατηρείται μία σχετική ομοιότητα μεταξύ των δύο ομόρων ως προς την κατανομή της ταχύτητας κάτι που δείχνει την ικανότητα του δίσκου ορμής να προσεγγίζει αρκετά καλά πραγματικές γεωμετρίες ελίκων.

Κεφάλαιο 9

Αυτοπρόωση

Το πρόβλημα της αυτοπρόωσης μελετήθηκε σε δοσμένο πλέγμα της γάστρας KCS (KRISO Container Ship). Το μοντέλο της γάστρας είναι εκείνο που χρησιμοποιήθηκε και στο CFD Workshop του Tokyo το 2015, [21], στις περιπτώσεις 2.1, 2.5 & 2.7. Στην παρούσα μελέτη το μοντέλο χρησιμοποιείται μαζί με το πηδάλιο και γίνεται εισαγωγή της πύκνωσης στο πρυμναίο τμήμα για την μοντελοποίηση του δίσκου ορμής.

Επίσης η έλικα που μοντελοποιείται με την μέθοδο του δίσκου ορμής δεν είναι η KVLCC KP458 αλλά η KCS KP505, θεωρείτε όμως ότι καθώς τα αποτελέσματα για την πρώτη έλικα έδειξαν πολύ καλή προσέγγιση, η ίδια πύκνωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για να επιτευχθεί προσομοίωση έλικας που έχει διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά και στοιχεία ελεύθερης ροής. Παρακάτω δίνονται τα νέα αυτά στοιχεία για την έλικα KCS KP505.

Geometrical data of KCS KP505 propeller		
Περιγραφή	Σύμβολο	Τιμή
Αριθμός πτερυγίων	z	5
Διάμετρος	D	0.25 m
Λόγος κλίμακας	$scale$	31.6
Λόγος μέσου βήματος	P/D	0.950
Λόγος διαμέτρου πλύμνης	r_{hub}	0.180
Λόγος εκτεταμένης επιφάνειας	A_E/A_0	0.800
Γωνία πλευρικής απόκλισης	$skew\ angle$	24.18°

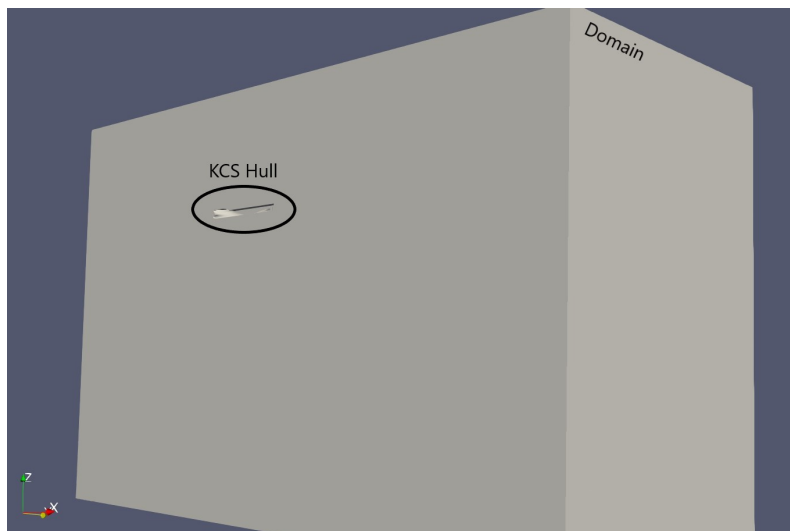
Πίνακας 9.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά προπέλας KCS KP505

Freestream data			
J	K_T	$10 \cdot K_G$	η
0.100	0.482	0.677	0.113
0.150	0.458	0.646	0.169
0.200	0.435	0.622	0.223
0.250	0.412	0.589	0.278
0.300	0.387	0.557	0.332
0.350	0.361	0.531	0.379
0.400	0.336	0.497	0.431
0.450	0.310	0.466	0.477
0.500	0.285	0.437	0.519
0.550	0.259	0.405	0.561
0.600	0.235	0.376	0.597
0.650	0.209	0.343	0.631
0.700	0.185	0.311	0.665
0.750	0.161	0.278	0.691
0.800	0.137	0.247	0.705
0.850	0.111	0.215	0.697
0.900	0.083	0.181	0.654
0.950	0.053	0.140	0.575
1.000	0.022	0.096	0.373
1.050	-0.012	0.046	-0.437

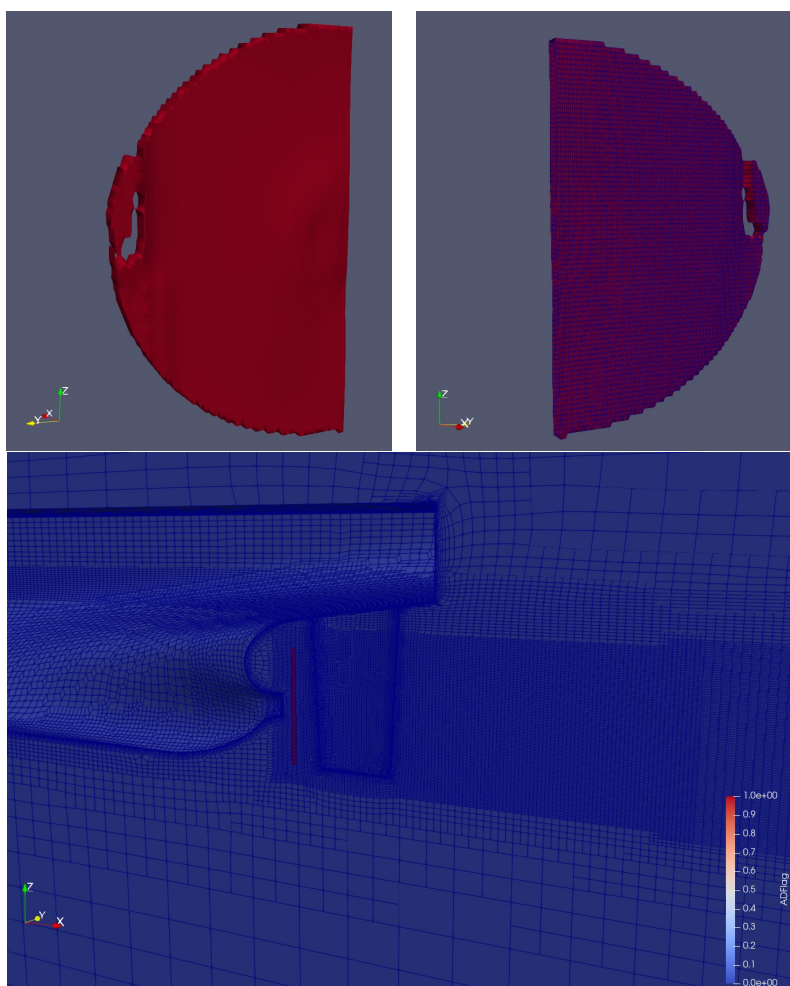
Πίνακας 9.2: Χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής προπέλας KCS KP505

Καθώς το πρόβλημα της αυτοπρόωσης σημαίνει την κίνηση της γάστρας του πλοίου θα πρέπει να υπάρχει μία εφαρμογή αυτής της έννοιας από την μεριά του κώδικα ώστε η μοντελοποίηση να είναι σωστή, συγκεκριμένα στον κώδικα MaPFlow η περίπτωση της αυτοπρόωσης διαχειρίζεται ως εξής, το πλέγμα παραμένει ακίνητο ενώ η γάστρα του πλοίου κινείται. Η ταχύτητα με την οποία κινείται η γάστρα του πλοίου είναι ίση με 2.2 m/s , αυτή η τιμή της ταχύτητας δεν δίνεται στην γάστρα του πλοίου κατά την έναρξη της προσομοίωσης αλλά σταδιακά ώστε να μην υπάρξουν προβλήματα στους υπολογισμούς. Οι προσομοιώσεις που έγιναν στην παρούσα μελέτη αφορούν 2 καταστάσεις, σταθερές στροφές έλικας και μεταβαλλόμενες στροφές έλικας. Στην πρώτη περίπτωση η ώση που παρέχεται από τον AD είναι σταθερή και δεν είναι ίση με την αντίσταση της γάστρας οπότε γίνεται λόγος για μία περίπτωση όπου το πλοίο επιταχύνεται ή επιβραδύνεται ανάλογα με το μέγεθος των δυνάμεων ώσης και αντίστασης. Σκοπός αυτής της προσομοίωσης είναι να επιβεβαιωθεί η λειτουργία του δίσκου ορμής στην κατάσταση αυτοπρόωσης. Στην δεύτερη προσομοίωση με την μεταβολή των στροφών της έλικας μεταβάλλεται και η ώση που παρέχει ο AD μέχρις ότου αυτήν έρθει αρκετά κοντά με την αντίσταση της γάστρας ώστε τελικά να επιτευχθεί ισορροπία δυνάμεων, σκοπός αυτής της προσομοίωσης είναι να παρουσιαστεί η γενική συμπεριφορά της γάστρας αλλά και της αντίστασης που τελικά αναπτύσσεται λόγω της αυτοπρόωσης.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση αποτελεσμάτων των δύο αυτών προσομοιώσεων δίνονται παρακάτω εικόνες από το domain της προσομοίωσης αλλά και από την θέση και μορφή του δίσκου ορμής.



Σχήμα 9.1: Domain των προσομοιώσεων αυτοπρόωσης



Σχήμα 9.2: Μορφή και θέση του δίσκου ορμής στις προσομοιώσεις αυτοπρόωσης

Από τις παραπάνω εικόνες είναι φανερό ότι η γεωμετρία του δίσκου ορμής δεν είναι ιδανική, παρουσιάζεται παραμορφωμένος και μία περιοχή του φαίνεται να έχει μετατοπιστεί. Αυτό το πρόβλημα προκύπτει από το πρόγραμμα κατασκευής του πλέγματος, HEXPRESS, καθώς αυτό καμπυλώνει τις πλεγματικές γραμμές ώστε να “φεύγουν” όσο πιο κάθετα γίνεται από τα στερεά σώματα που εντοπίζονται στο πλέγμα, στην συγκεκριμένη περίπτωση την γάστρα του πλοίου. Έγιναν προσπάθειες για τον περιορισμό αυτής της παραμόρφωσης του δίσκου ορμής και οι παραπάνω εικόνες αποτελούν την τελική μορφή αυτού. Θεωρείτε ότι αυτή η κατάσταση δεν θα επηρεάσει σημαντικά τα αποτελέσματα και συνεπώς οι προσομοιώσεις εκτελούνται με αυτήν την μορφή του δίσκου ορμής. Επίσης να σημειωθεί ότι οι προσομοιώσεις εκτελούνται για την μισή γάστρα πλοίου και συνεπώς μισό δίσκο ορμής καθώς το πρόβλημα παρουσιάζει συμμετρία ως προς τον άξονα x .

9.1 Προσομοίωση σταθερών στροφών

Στην προσομοίωση σταθερών στροφών η ώση που παρέχει ο δίσκος ορμής παραμένει σταθερή και αναμένεται μία αύξηση της αντίστασης που υπολογίζεται. Η διαδικασία των υπολογισμών σε αυτήν την προσομοίωση σχετικά με την εφαρμογή του δίσκου ορμής είναι η εξής:

1. Ορίζονται από τον χρήστη οι στροφές, n , με τις οποίες θα λειτουργήσει ο AD.
2. Με δεδομένη την ταχύτητα του πλοίου ($V_S = 2.2 \text{ m/s}$), τις στροφές λειτουργίας και την διάμετρο του AD υπολογίζεται ο συντελεστής προχώρησης J από την σχέση: $J = \frac{V_S}{n \cdot D}$
3. Με βάση τον υπολογισμένο συντελεστή προχώρησης J και με τα χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής της έλικας KCS KP505 επιλέγονται οι αντίστοιχοι συντελεστές ώσης και ροπής K_T & $10 \cdot K_Q$.
4. Από τις στροφές λειτουργίας του AD που έχουν οριστεί στην αρχή και τους συντελεστές ώσης και ροπής που έχουν βρεθεί μπορούν να υπολογιστούν η δύναμη ώσης που απαιτείται να παρέχει ο AD αλλά και η ροπή που αυτός χρειάζεται για την λειτουργία του από τις σχέσεις:

$$T = K_T \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^4 \quad , \quad Q = K_Q \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^5$$

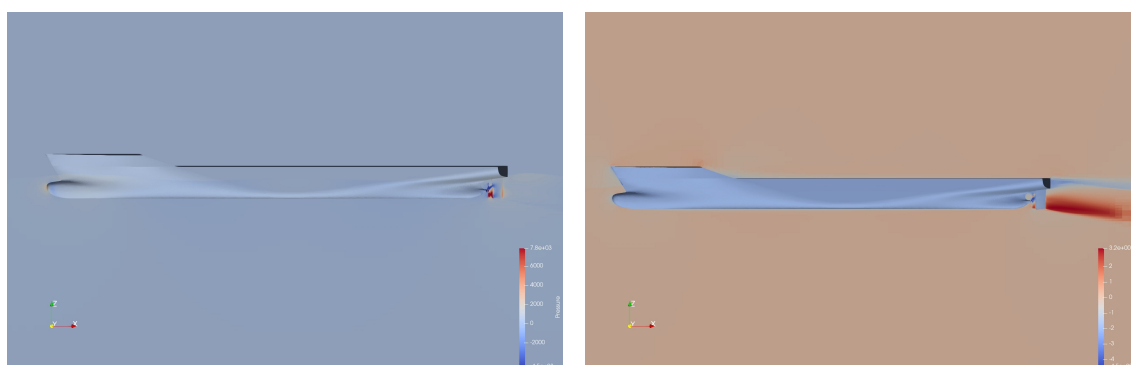
5. Αφού είναι γνωστές τώρα η ώση και η ροπή του AD μπορούν να υπολογιστούν οι συντελεστές f_{b_x} και f_{b_θ} από τις σχέσεις (7.12) και (7.13) αντίστοιχα.
6. Γίνεται υπολογισμός των ογκικών δυνάμεων κάθε κελιού με πολλαπλασιασμό των παραπάνω συντελεστών και του όγκου του εκάστοτε κελιού.
7. Τέλος γίνεται και ο υπολογισμός των implicit operators.

Τα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης προσομοίωσης δίνονται πινακοποιημένα παρακάτω:

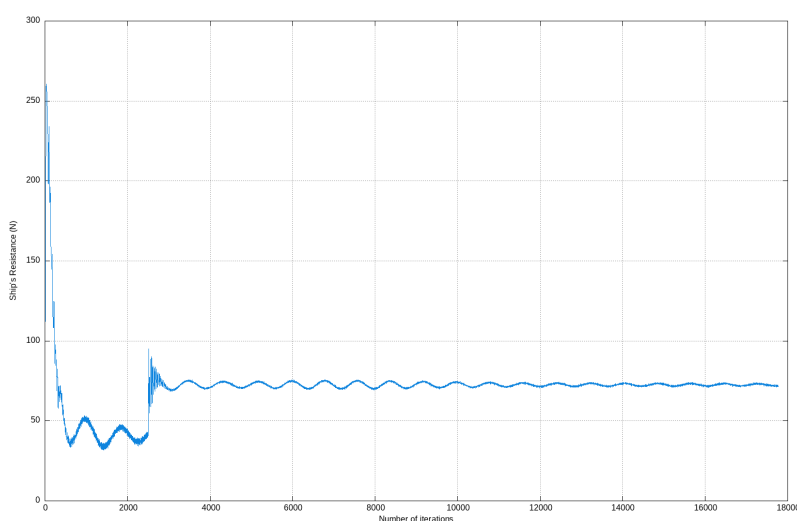
Steady Revolutions Simulation Data		
Περιγραφή	Σύμβολο	Τιμή
Στροφές	n	20 RPS
Ταχύτητα πλοίου	V_S	2.2 m/s
Συντελεστής προχώρησης	J	0.44
Ώση	T	499.7 N
Αντίσταση πλοίου	R	41.2 N
Ροπή	Q	19.8 N · m

Πίνακας 9.3: Στοιχεία προσομοίωσης σταθερών στροφών

Από τα παραπάνω στοιχεία παρατηρείτε ότι η αντίσταση του πλοίου και η ώση δεν είναι ίσες και συνεπώς η γάστρα δεν βρίσκεται σε ισορροπία αλλά επιταχύνεται. Βέβαια σκοπός είναι εδώ να επιβεβαιωθεί η λειτουργία του AD από τα αποτελέσματα αλλά και την οπτικοποίηση αυτών. Παρακάτω ακολουθούν σχετικές εικόνες τις προσομοίωσης αλλά και διάγραμμα της εξέλιξης της αντίστασης του πλοίου.



Σχήμα 9.3: Κατανομή πίεσης και ταχύτητας u (ταχύτητα κατά την x διεύθυνση)



Σχήμα 9.4: Εξέλιξη της αντίστασης του πλοίου

Από τα παραπάνω παρατηρείται ότι ο δίσκος ορμής λειτουργεί σωστά στην προσομοίωση αυτοπρόωσης. Επίσης στο διάγραμμα της εξέλιξης της αντίστασης του πλοίου εντοπίζεται

ένα άλμα στην επανάληψη 2500 το οποίο σημαίνει και την έναρξη λειτουργίας του AD, στην συνέχεια η αντίσταση συγκλίνει με την πάροδο των επαναλήψεων.

9.2 Προσομοίωση μεταβλητών στροφών

Στην προσομοίωση μεταβλητών στροφών η ώση που παρέχει ο δίσκος ορμής μεταβάλλεται έως ότου έρθει αρκετά κοντά στην αντίσταση του πλοίου μία αρχική αύξηση της αντίστασης είναι αναμενόμενη αλλά στην συνέχεια θα πρέπει να μειώνεται. Η διαδικασία των υπολογισμών σε αυτήν την προσομοίωση σχετικά με την εφαρμογή του δίσκου ορμής είναι η εξής:

1. Ορίζονται από τον χρήστη οι αρχικές στροφές, n , με τις οποίες θα λειτουργήσει ο AD.
2. Με δεδομένη την ταχύτητα του πλοίου ($V_S = 2.2 \text{ m/s}$), τις στροφές λειτουργίας και την διάμετρο του AD υπολογίζεται ο συντελεστής προχώρησης J από την σχέση: $J = \frac{V_S}{n \cdot D}$
3. Με βάση τον υπολογισμένο συντελεστή προχώρησης J και με τα χαρακτηριστικά ελεύθερης ροής της έλικας KCS KP505 επιλέγονται οι αντίστοιχοι συντελεστές ώσης και ροπής K_T & $10 \cdot K_Q$.
4. Από τις στροφές λειτουργίας του AD που έχουν οριστεί στην αρχή και τους συντελεστές ώσης και ροπής που έχουν βρεθεί μπορούν να υπολογιστούν η δύναμη ώσης που απαιτείται να παρέχει ο AD αλλά και η ροπή που αυτός χρειάζεται για την λειτουργία του από τις σχέσεις:

$$T = K_T \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^4 \quad , \quad Q = K_Q \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^5$$

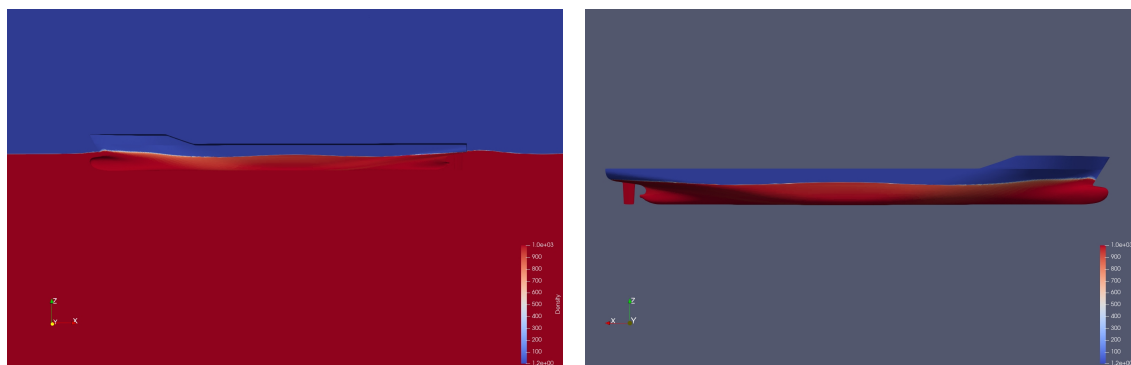
5. Γίνεται σύγκριση μεταξύ της υπολογισμένης ώσης (T) και της αντίστασης του πλοίου (R) και γίνεται ανάλογη μεταβολή των στροφών λειτουργίας του AD. Επαναλαμβάνονται τα βήματα 2, 3 & 4 έως ότου η ώση του AD και η αντίσταση του πλοίου εξισωθούν.
6. Αφού είναι γνωστές τώρα η τελική ώση και η τελική ροπή του AD μπορούν να υπολογιστούν οι συντελεστές f_{b_x} και f_{b_θ} από τις σχέσεις (7.12) και (7.13) αντίστοιχα.
7. Γίνεται υπολογισμός των ογκικών δυνάμεων κάθε κελιού με πολλαπλασιασμό των παραπάνω συντελεστών και του όγκου του εκάστοτε κελιού.
8. Τέλος γίνεται και ο υπολογισμός των implicit operators.

Τα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης προσομοίωσης δίνονται πινακοποιημένα παρακάτω:

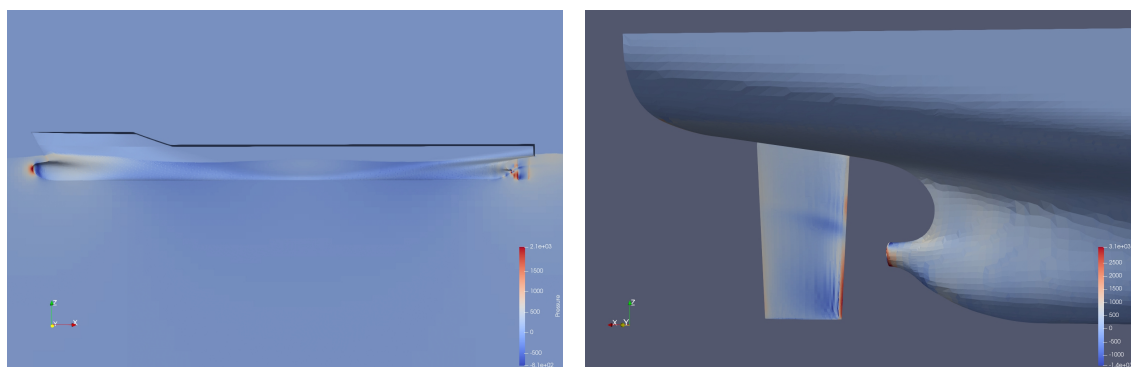
Changing Revolutions Simulation Data		
Περιγραφή	Σύμβολο	Τιμή
Αρχικές στροφές	n	20 RPS
Τελικές στροφές	n_f	10.1 RPS
Ταχύτητα πλοίου	V_S	2.2 m/s
Συντελεστής προχώρησης	J	0.87
Ώση	T	41.0 N
Αντίσταση πλοίου	R	41.9 N
Ροπή	Q	2.3 N · m

Πίνακας 9.4: Στοιχεία προσομοίωσης μεταβλητών στροφών

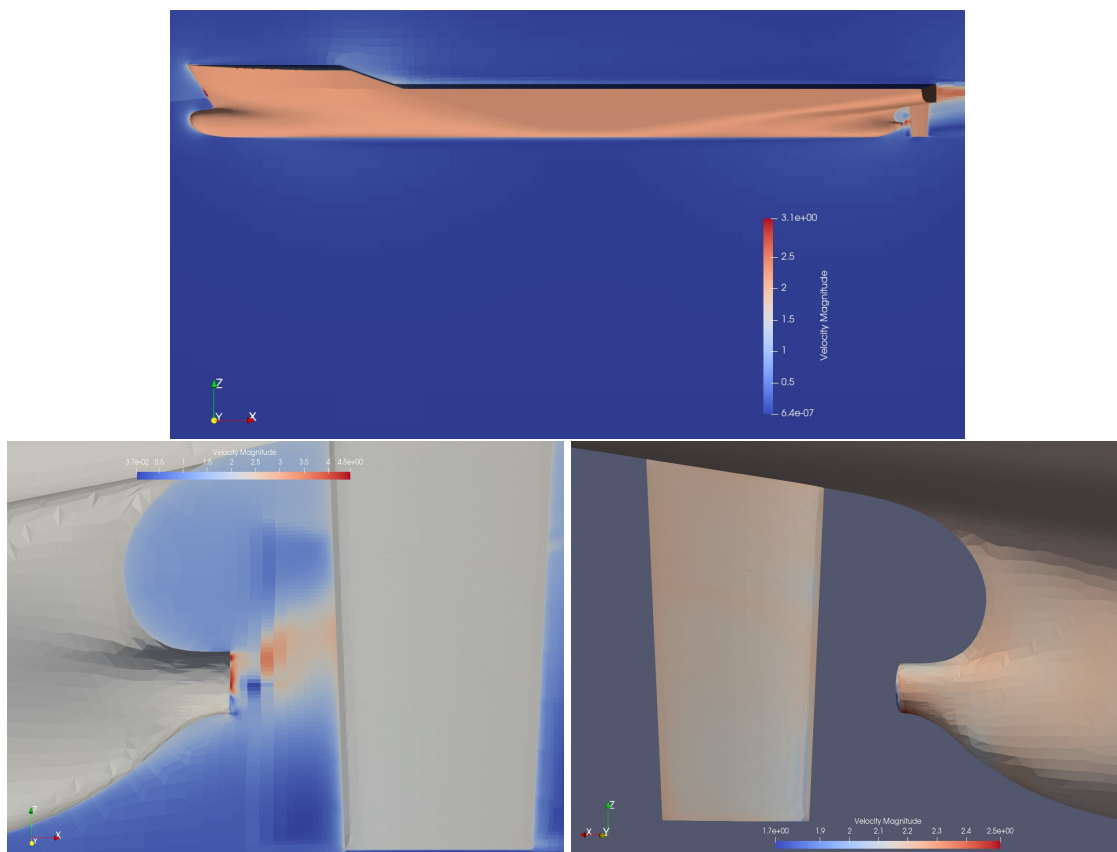
Παρακάτω ακολουθούν σχετικές εικόνες τις προσομοίωσης.



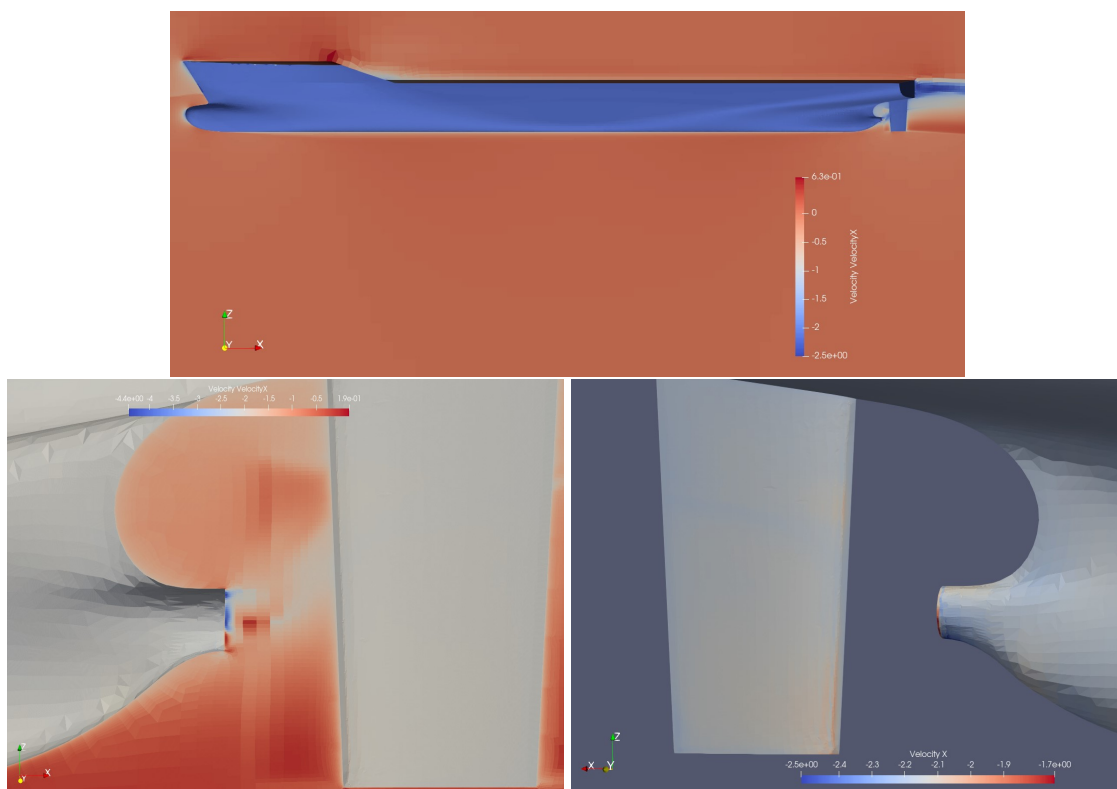
Σχήμα 9.5: Κατανομή πυκνότητας



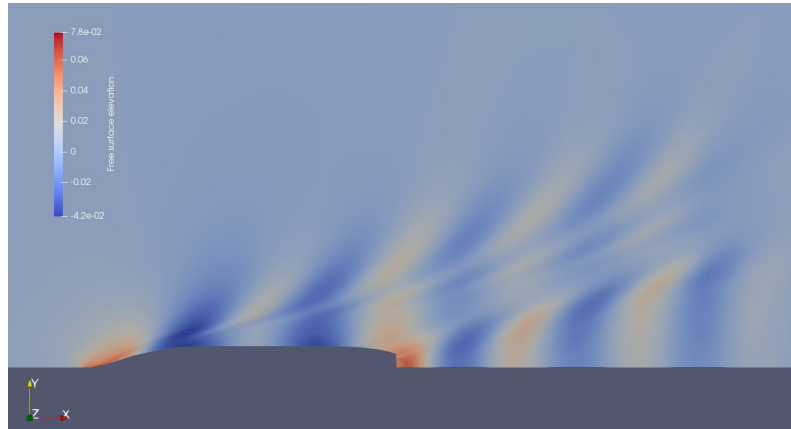
Σχήμα 9.6: Κατανομή πίεσης



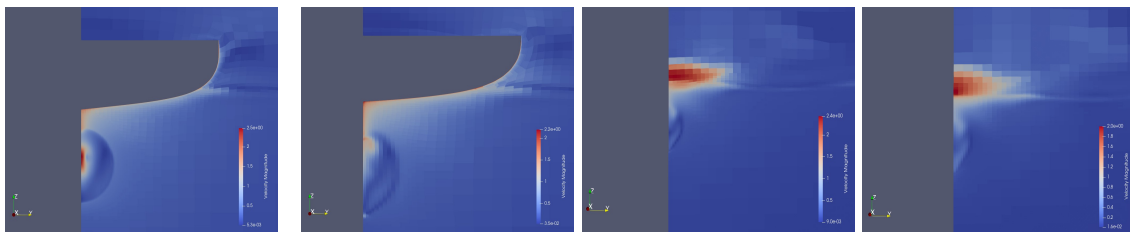
Σχήμα 9.7: Κατανομή του μέτρου της ταχύτητας



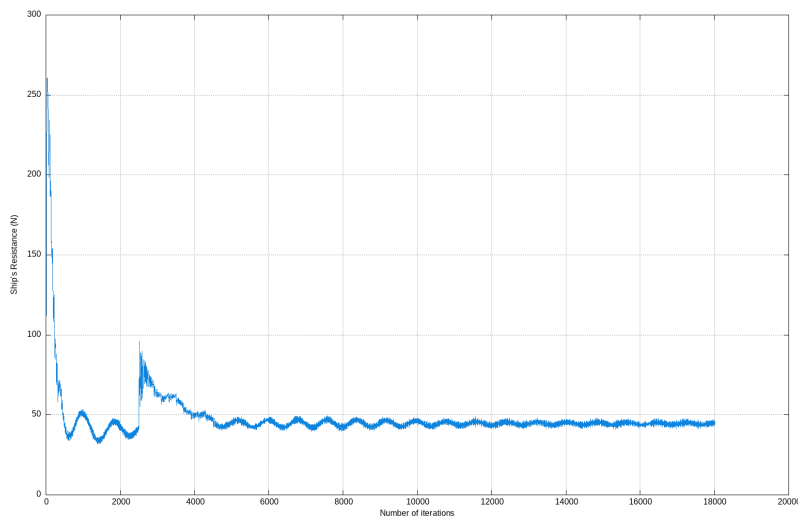
Σχήμα 9.8: Κατανομή της ταχύτητας u (ταχύτητα κατά την x διεύθυνση)



Σχήμα 9.9: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας

(α) $x = 0.2 \cdot R$ (β) $x = 2 \cdot R$ (γ) $x = 5 \cdot R$ (δ) $x = 8 \cdot R$

Σχήμα 9.10: Ομόρους πρύμα της γάστρας του πλοίου σε συγκεκριμένες αποστάσεις από την θέση του AD



Σχήμα 9.11: Εξέλιξη της αντίστασης του πλοίου

Από τις εικόνες 9.5 παρατηρούμε την θέση της ελεύθερης επιφάνειας κατά την αυτοπρόωση του πλοίου, σημειώνεται πως εμφανίζεται έντονη ανύψωση αυτής στην πρυμναία περιοχή της γάστρας εντοπίζεται και στην εικόνα 9.9. Αυτήν η ανύψωση μπορεί να δικαιολογηθεί από την λειτουργία του AD και από την κίνηση του πλοίου. Επίσης στις εικόνες 9.6 παρατηρείται αύξηση της πίεσης στην πρυμναία περιοχή της γάστρας του πλοίου, αποτέλεσμα λογικό καθώς λειτουργεί ο δίσκος ορμής. Στις εικόνες της κατανομής ταχύτητας 9.7 και 9.8 αλλά

και στις εικόνες του ομόρου 9.10 δεν παρατηρείτε η αναμενόμενη επιτάχυνση της ροής στην θέση του δίσκου ορμής, κάτι το οποίο οφείλεται στον τρόπο διαχείρισης του πλέγματος κατά την προσομοίωση αυτοπρόωσης από την μεριά του κώδικα MaPFlow. Τέλος παρατηρείται ότι ο δίσκος ορμής τίθεται σε λειτουργία κατά την επανάληψη 2500, συγκεκριμένα αυτό μπορεί να γίνει αντιληπτό από το διάγραμμα 9.11 εκεί όπου εμφανίζεται το αρχικό άλμα. Στην συνέχεια γίνεται διόρθωση των στροφών λειτουργίας του δίσκου ορμής έως ότου επέλθει εξίσωση της ώσης που παρέχει ο AD με την αντίσταση της γάστρας του πλοίου. Οι στροφές λειτουργίας του AD λαμβάνουν την τελική τους τιμή στην επανάληψη 4700 και παραμένουν σταθερές από εκεί και πέρα.

Επίλογος - Συμπεράσματα

Με την παρούσα μελέτη αναδείχτηκε η ικανότητα της εφαρμογής του δίσκου ορμής να προσομοιώνει ναυτικές έλικες. Υπάρχει βέβαια συμβιβασμός μεταξύ της ακρίβειας των αποτελεσμάτων και του χρόνου εκτέλεσης των υπολογισμών, ωστόσο σε περιπτώσεις όπου είναι επιθυμητή η ποιοτική αποτίμηση αλλά και η γρήγορη εξαγωγή αποτελεσμάτων για αρχικούς ελέγχους η μέθοδος του δίσκου ορμής παρέχει μία πάρα πολύ σημαντική λύση. Επίσης η μέθοδος του δίσκου ορμής διευκολύνει αρκετά την διαδικασία κατασκευής πλέγματος δίνοντας ακόμα μεγαλύτερη ευελιξία.

Από την διαδικασία κατασκευής πλέγματος αποδείχθηκε η σημαντικότητα της χρήσης περιοχών πύκνωσης πλώρα και πρύμα της θέσης του δίσκου ορμής. Επίσης παρατηρήθηκε ότι χρειάστηκε καλύτερη διαμέριση των περιοχών του δίσκου ορμής αλλά και εκείνης πρύμα αυτού. Στην περιοχή του δίσκου ορμής φάνηκε ότι σημαντική ήταν η παράμετρος περιμετρικής διακριτοποίησης ενώ στην πρυμναία περιοχή μεγάλο ρόλο έπαιξαν η ακτινική και διαμήκης παράμετροι διακριτοποίησης.

Επίσης έγινε επιβεβαίωση του μοντέλου των ογκικών δυνάμεων, βάση του οποίου μοντελοποιούνται οι δυνάμεις που αποδίδει ο δίσκος ορμής, και αξιολογήθηκε με βάση αποτελέσματα προσομοίωσης πραγματικής γεωμετρίας έλικας. Η ακρίβεια αποτελεσμάτων που προέκυψε θεωρήθηκε ικανοποιητική σε σύγκριση με την πολυπλοκότητα του πλέγματος αλλά και τον απαιτούμενο χρόνο υπολογισμών.

Τέλος αποδείχθηκε η δυνατότητα εφαρμογής της μεθόδου του δίσκου ορμής σε προσομοιώσεις αυτοπρώωσης, όπου η εξέλιξη της αντίστασης της γάστρας του πλοίου εμφανίζει άλμα κατά την έναρξη λειτουργίας του δίσκου ορμής το οποίο σιγά σιγά εξομαλύνεται έως ότου γίνει εξίσωση ώσης-αντίστασης. Με αυτό τον τρόπο εντοπίζεται το σημείο λειτουργίας της έλικας κάτι που αποτελεί κρίσιμο σημείο της επιλογής προωστήριας εγκατάστασης για ένα πλοίο.

Ολοκληρώνοντας, δίνονται μερικές προτάσεις που θα μπορούσαν να επεκτείνουν την παρούσα εργασία.

- Χρήση διαφορετικού προγράμματος κατασκευής πλέγματος με σκοπό να γίνει κατασκευή πλήρως δομημένου πλέγματος στην περιοχή τοποθέτησης του δίσκου ορμής. Με αποτέλεσμα να περιορίζονται τα προβλήματα εντοπισμού του δίσκου ορμής καθώς και να έχει την επιθυμητή μορφή.
- Ανάπτυξη κώδικα ώστε να λαμβάνεται υπόψη ο ομόρους της γάστρας του πλοίου και συνεπώς να επηρεάζεται η λειτουργία του δίσκου ορμής. Σύγκριση των περιπτώσεων χρήσης και μη χρήσης του ομόρου της γάστρας του πλοίου.

Παραρτήματα

Τελικό πλέγμα AD

Το τελικό πλέγμα έχει γεωμετρία περιοχών πύκνωσης όπως δίνεται στο σχήμα 6.9. Παρακάτω ακολουθούν όλες οι βασικές παράμετροι που ορίζονται στο πρόγραμμα Hexpress για να κατασκευαστεί το εν λόγω πλέγμα.

A'.1 Initial mesh

Στην εντολή **Initial mesh** δίνονται οι παρακάτω παράμετροι:

Create cylindrical mesh	
Radial direction	15
Tangential direction	63
Axial direction	40

Πίνακας A'.1: Παράμετροι εντολής **initial mesh**

A'.2 Adapt to geometry

Εδώ αρχικά ορίζονται ο μέγιστος αριθμός διαιρέσεων που θα γίνουν στο πλέγμα (Maximum number of refinements) καθώς και ο αριθμός που ορίζει την δημιουργία ομαλής μετάβασης από περιοχή έντονης πύκνωσης σε περιοχή πιο αραιής πύκνωσης (Global refinement diffusion). Οι αριθμοί αυτοί είναι αντίστοιχα 8 και 2.

A'.2.1 Surface refinement

Στην καρτέλα **Surface refinement** της εντολής **Adapt to geometry** δίνονται οι παρακάτω παράμετροι για το target cell size:

Outlet surface	
R	0.1
Theta	0.1
Z	0.5
Boundary surface	
R	0.5
Theta	0.1
Z	0.1

Πίνακας Α'.2: Παράμετροι στην καρτέλα *Surface refinement* της εντολής *Adapt to geometry*

Για τις επιφάνειες που δίνονται οι παραπάνω παράμετροι ορίζεται επίσης και διαφορετικός αριθμός για την ομαλοποίηση των περιοχών πύκνωσης προς τις πιο αραιές περιοχές. Ορίζεται δηλαδή Refinement diffusion ίσο με 1 και για τις δύο επιφάνειες.

Α'.2.2 Box refinement

Στην καρτέλα *Box refinement* της εντολής *Adapt to geometry* δίνονται οι παρακάτω παράμετροι για το target cell size:

AD sector	
R	0.055
Theta	0
Z	0.02
Sector infront of AD	
R	0.055
Theta	0.02
Z	0.035
First sector behind AD	
R	0.055
Theta	0.02
Z	0.01
Second sector behind AD	
R	0.055
Theta	0.03
Z	0.02

Πίνακας Α'.3: Παράμετροι στην καρτέλα *Box refinement* της εντολής *Adapt to geometry*

Για τους κυκλικούς δίσκους που δίνονται οι παραπάνω παράμετροι ορίζεται επίσης και διαφορετικός αριθμός για την ομαλοποίηση των περιοχών πύκνωσης προς τις πιο αραιές περιοχές. Ορίζεται δηλαδή Refinement diffusion ίσο με 0, Global, 0 και Global αντίστοιχα. Επίσης για όλους τους κυκλικούς δίσκους δεν χρησιμοποιήθηκε η διάμετρος $1.2D$ αλλά τελικά η διάμετρος τους κρίθηκε ότι πρέπει να είναι ίση με περίπου $1.3D$. Τέλος σε όλους τους κυκλικούς δίσκους χρησιμοποιείται η επιλογή Volumic.

Α.3 Ρυθμίσεις στην προσομοίωση

Οι βασικές ρυθμίσεις για να γίνει σωστή εκτέλεση της προσομοίωσης και να εντοπιστεί ο AD γίνονται στον φάκελο `ad_file.def`. Εκεί δίνονται

- Η διάμετρος του AD, ίση με 0.170
- Οι συντεταγμένες του κέντρου του AD, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$
- Η ελάχιστη απόσταση ώστε να γίνει εντοπισμός ακριβώς ενός κελιού κατά την διεύθυνση x , ίση με 0.015

Βιβλιογραφία

- [1] Ευσταθειάδης Βασίλειος Χρήστος. *Ανάπτυξη και εφαρμογή Μεθόδου Δίσκου Ορμής και Φέρουσας Γραμμής σε Eulerian Επιλύτη για την Προσομοίωση Ναυτικών Εσθίκων*. Μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2022.
- [2] *Turbulence modeling*. https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence_modeling.
- [3] Joseph Boussinesq. *Thōrie analytique de la chaleur mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la thōrie mcanique de la lumi_re: Refroidissement et chauffage par rayonnement, conductibilit des tiges, lames et masses cristallines, courants de convection, thōrie mcanique de la lumi_re*. 1903. xxxii, 625,[1] p, τόμος 2. Gauthier-Villars, 1903.
- [4] David C Wilcox και others. *Turbulence modeling for CFD*, τόμος 2. DCW industries La Canada, CA, 1998.
- [5] David C Wilcox. *Formulation of the kw turbulence model revisited*. *AIAA journal*, 46(11):2823-2838, 2008.
- [6] *Turbulence Modeling Resources, Langley Reaserch Center*. <https://turbmodels.larc.nasa.gov/wilcox.html>.
- [7] Cyril W Hirt και Billy D Nichols. *Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries*. *Journal of computational physics*, 39(1):201-225, 1981.
- [8] *Approaches to Multiphase Modeling*. <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node293.htm>.
- [9] *Two phase flow*. https://www.cfd-online.com/Wiki/Two_phase_flow.
- [10] Alexandre Joel Chorin. *A numerical method for solving incompressible viscous flow problems*. *Journal of computational physics*, 135(2):118-125, 1997.
- [11] William John Macquorn Rankine. *On the mechanical principles of the action of propeellers*. *Transactions of the Institution of Naval Architects*, 6, 1865.
- [12] Robert Edmund Froude. *On the part played in propulsion by differences of fluid pressure*. *Trans. Inst. Naval Architects*, 30:390, 1889.
- [13] Justin E Kerwin. *13.04 LECTURE NOTES HYDROFOILS AND PROPELLERS*, 2001.
- [14] *Thermodynamics and Propulsion by Prof. Z. S. Spakovszky*. <https://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/thermodynamics/notes/node86.html>.

-
- [15] NUMECA INTERNATIONAL. *User Guide, HEXPRESS 7.1*.
- [16] Erik Svenning. *Implementation of an actuator disk in OpenFOAM*. Chalmers University of Technology, 2010.
- [17] Borna Šeb. *Numerička karakterizacija brodskog propelera*. Διδακτορική Διατριβή, University of Zagreb. Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, 2017.
- [18] Andro Bakica, Inno Gatin, Vuko Vukčević, Hrvoje Jasak και Nikola Vladimir. *Accurate assessment of ship-propulsion characteristics using CFD*. *Ocean Engineering*, 175:149–162, 2019.
- [19] Sydney Goldstein. *On the vortex theory of screw propellers*. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 123(792):440–465, 1929.
- [20] *SIMAN 2008 Workshop*. <http://www.simman2008.dk/index.html>.
- [21] *Tokyo 2015 - A Workshop on CFD in Ship Hydrodynamics*. <https://www.t2015.nmri.go.jp/index.html>.