

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο



Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών
Τομέας IV Συνθέσεων Τεχνολογικής Αιχμής

Τυπολογίες Δομών Origami για εφαρμογές στην Αρχιτεκτονική: Η περίπτωση των Αναδιπλούμενων Κυψελοειδών Συστημάτων

Διδακτορική Διατριβή

Αναστασίας Ιωαννίδης

Τριμελής επιτροπή:

Παναγιώτης Βασιλάτος, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ, Αρχιτέκτων Μηχανικός
Κατερίνα Λιάπη, Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Πατρών, Δρ. Αρχιτέκτων Μηχανικός
Βασίλειος Σπιτάς, Καθηγητής ΕΜΠ, Δρ. Μηχανολόγος Μηχανικός

Επταμελής εξεταστική Επιτροπή:

Παναγιώτης Βασιλάτος, Αναπληρωτής Καθηγητής, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών ΕΜΠ
Αικατερίνη Λιάπη, Καθηγήτρια, Τμήμα Αρχιτεκτόνων Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών
Βασίλειος Σπιτάς, Καθηγητής, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ
Δημήτριος Αντωνίου, Επίκουρος Καθηγητής, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών ΕΜΠ
Μιλτιάδης Κατσαρός, Αναπληρωτής Καθηγητής, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών ΕΜΠ
Κωνσταντίνος - Αλκέτας Ουγγρίνης, Καθηγητής, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών Πολυτεχνείου Κρήτης
Βασίλειος Στρουμπάκος, Επίκουρος Καθηγητής με Θητεία, Τμήμα Αρχιτεκτόνων Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών

Η υλοποίηση της διδακτορικής διατριβής συγχρηματοδοτήθηκε από την Ελλάδα και την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση», 2014-2020, στο πλαίσιο της Πράξης «Ενίσχυση του ανθρώπινου δυναμικού μέσω της υλοποίησης διδακτορικής έρευνας Υποδράση 2: Πρόγραμμα χορήγησης υποτροφιών ΙΚΥ σε υποψηφίους διδάκτορες των ΑΕΙ της Ελλάδας.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού,
Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Αθήνα 2024

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο



Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών
Τομέας IV Συνθέσεων Τεχνολογικής Αιχμής

Τυπολογίες Δομών Origami για εφαρμογές στην Αρχιτεκτονική: Η περίπτωση των Αναδιπλούμενων Κυψελοειδών Συστημάτων

Διδακτορική Διατριβή
Αναστασίας Ιωαννίδης

Τριμελής επιτροπή:

Παναγιώτης Βασιλάτος, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ, Αρχιτέκτων Μηχανικός
Κατερίνα Λιάπη, Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Πατρών, Δρ. Αρχιτέκτων Μηχανικός
Βασίλειος Σπιτάς, Καθηγητής ΕΜΠ, Δρ. Μηχανολόγος Μηχανικός

Επταμελής εξεταστική Επιτροπή:

Παναγιώτης Βασιλάτος, Αναπληρωτής Καθηγητής, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών ΕΜΠ
Αικατερίνη Λιάπη, Καθηγήτρια, Τμήμα Αρχιτεκτόνων Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών
Βασίλειος Σπιτάς, Καθηγητής, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ
Δημήτριος Αντωνίου, Επίκουρος Καθηγητής, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών ΕΜΠ
Μιλτιάδης Κατσαρός, Αναπληρωτής Καθηγητής, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών ΕΜΠ
Κωνσταντίνος - Αλκέτας Ουγγρίνης, Καθηγητής, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών
Πολυτεχνείου Κρήτης
Βασίλειος Στρουμπάκος, Επίκουρος Καθηγητής με Θητεία, Τμήμα Αρχιτεκτόνων
Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών

Η υλοποίηση της διδακτορικής διατριβής συγχρηματοδοτήθηκε από την Ελλάδα και την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση», 2014-2020, στο πλαίσιο της Πράξης «Ενίσχυση του ανθρώπινου δυναμικού μέσω της υλοποίησης διδακτορικής έρευνας Υποδράση 2: Πρόγραμμα χορήγησης υποτροφιών ΙΚΥ σε υποψηφίους διδάκτορες των ΑΕΙ της Ελλάδας.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού,
Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ανάπτυξη - εργασία - αλληλεγγύη

Αθήνα 2024

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευχαριστίες	6
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ	7
2. Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	16
3. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	18
3.1. Ταξινόμηση Τυπολογιών Origami.....	18
3.2. Μαθηματικά των Origami.....	22
3.3. Γεωμετρικές Αρχές, Κανόνες, Αξιώματα και Θεωρήματα	22
3.4. Αξιώματα Huzita-Justin	23
3.5. Θεωρήματα και Γεωμετρικές Κατασκευές Origami	28
3.6. Μηχανισμοί στην κινητική Αρχιτεκτονική	39
3.7. Διευθέτηση Πάχους Υλικών	45
4: ΑΡΧΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ: ΔΟΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟ ΣΤΗ ΧΑΡΑΞΗ ΜΙΟΥΡΑ	66
4.1 Στάδια Εξέλιξης Έρευνας.....	66
4.2 Συνοπτική Περιγραφή Αρχικού Κυψελοειδούς Συστήματος.....	66
4.3 Αξιολόγηση του Αρχικού δομικού συστήματος Miura.....	72
5. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΠΛΥΣΗ ΠΤΥΣΣΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΙΟΥΡΑ -PANTOGRAPH	75
5.1 Αντικείμενο και Ερευνητικοί Στόχοι.....	75
5.2. Επανασχεδιασμός Κατασκευής	75
5.3 Η Κατασκευή ως Σύνολο	92
5.4 Παρατηρήσεις	94
6. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΠΛΥΣΗ ΠΤΥΣΣΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΙΟΥΡΑ -SARRUS	95
6.1 Αντικείμενο και Στόχοι.....	95
6.2 Αρχική Προσέγγιση	96
6.3 Νέα Προσέγγιση.....	98
6.4 Κατασκευή Διάταξης για Γειτονικές Κυψέλες	102
6.5 Αξιολόγηση και Νέοι Σχεδιαστικοί Στόχοι	107
6.6 Επανασχεδιασμός Κατασκευής	108
6.7 Η Κατασκευή ως Σύνολο	115
6.8 Παρατηρήσεις	117
7. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΠΛΥΣΗ ΠΤΥΣΣΟΜΕΝΗΣ ΔΟΜΟΣΤΟΙΧΕΙΩΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ CRATE STRUCTURE	119

7.1. Στόχοι και Σύντομη Περιγραφή	119
7.2. Γεωμετρική Διερεύνηση της Crate Structure.....	121
7.3. Οργάνωση των Πρισματικών Μονάδων σε Δίκτυο	124
7.4. Διαδικασία Δίπλωσης και Τελική Θέση Πλήρως Επίπεδης Δίπλωσης.....	126
7.5. Βαθμοί Ελευθερίας Μονάδων Origami και Κατασκευής.....	127
7.6. Σχεδιασμός με Υλικά Μη-Μηδενικού πάχους.....	131
7.7. Διευθέτηση Πάχους Εξαρτήματος Origami Plier	132
7.8. Διευθέτηση Πάχους της Κατασκευής ως Σύνολο	134
7.9. Αξιολόγηση Αρχικών Μελετών, Επαναπροσδιορισμός Αρχών και Βελτίωση Παραμέτρων Σχεδιασμού.....	137
7.10. Τελική Επεξεργασία Δομών Origami και Δομοστοιχειωτής Κατασκευής	139
7.11. Η Κατασκευή Crate ως Σύνολο	161
7.12. Παρατηρήσεις	162
8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	165
8.1. Ανασκόπηση Διατριβής σε Σχέση με Αρχικούς Ερευνητικούς Στόχους	165
8.2. Καινοτομίες Έρευνας.....	166
8.3. Δυνατότητες Εφαρμογής των Κατασκευών που Αναπτύχθηκαν.....	167
8.4. Επόμενα Στάδια Έρευνας και Μελλοντικές Μελέτες.....	168
Βιβλιογραφία	169

Ευχαριστίες

Η συγκεκριμένη διδακτορική διατριβή, όχι μόνο δε θα είχε ολοκληρωθεί, αλλά δε θα είχε καν αρχίσει χωρίς την καταλυτική παρουσία ανθρώπων που με ενέπνευσαν, με στήριξαν και με βοήθησαν στην προσπάθεια αυτή.

Είχα τη τύχη στην εκπόνηση της διατριβής μου να έχω μια συμβουλευτική επιτροπή αποτελούμενη από τρεις ταλαντούχους επιστήμονες και συγχρόνως εξαιρετικούς δασκάλους και ανθρώπους.

Θέλω λοιπόν να πω από καρδιάς ένα μεγάλο ευχαριστώ στον κύριο Παναγιώτη Βασιλάτο, Αναπληρωτή Καθηγητή της Σχολής Αρχιτεκτόνων Μηχανικών ΕΜΠ, την κυρία Κατερίνα Λιάπη Καθηγήτρια του Τμήματος Αρχιτεκτόνων Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών και τον κύριο Βασίλειο Σπιτά Καθηγητή της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ για την αμέριστη βοήθειά τους, για τη στήριξη και την καθοδήγηση που με εξυπνάδα και ευαισθησία μου παρείχαν όλο αυτό τον καιρό.

Θέλω επίσης να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου κατ' αρχήν για την υπομονή τους μαζί μου όλο αυτό το διάστημα και για την πολύτιμη βοήθεια και συμπαράστασή τους.

Η εργασία αυτή είναι αφιερωμένη στην οικογένειά μου και τους φίλους μου που ακούραστα με βοήθησαν και με στήριξαν όλο αυτό τον καιρό, και στη μνήμη του πολυ-Μηχανικού και εφευρέτη θείου μου Παναγιώτη Στάμου, που η επινοητικότητα του και η αγάπη του για τη Μηχανική ενέπνευσε και επηρέασε βαθιά όλους μας.

Η υλοποίηση της διδακτορικής διατριβής συγχρηματοδοτήθηκε από την Ελλάδα και την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση», 2014-2020, στο πλαίσιο της Πράξης «Ενίσχυση του ανθρώπινου δυναμικού μέσω της υλοποίησης διδακτορικής έρευνας Υποδράση 2: Πρόγραμμα χορήγησης υποτροφιών ΙΚΥ σε υποψηφίους διδάκτορες των ΑΕΙ της Ελλάδας.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Εισαγωγικές σημειώσεις

Η παρούσα διδακτορική διατριβή μελετά χαράξεις Origami με σκοπό να σχεδιαστούν (δημιουργηθούν) τριδιάστατες κυψελοειδείς δομές που έχουν τη δυνατότητα της **αναδίπλωσης**.

Αφορμή για την έρευνα αυτή στάθηκε η παρατήρηση ότι οι διατάξεις που χρησιμοποιούνται σε περιβαλλοντικές μελέτες για ερευνητικές εργασίες που γίνονται επί φυσικού πεδίου (όπως δειγματοληψίες, αναλύσεις κ.ά.) δεν έχουν τη δυνατότητα μετακίνησης με αποτέλεσμα να παραμένουν στο σημείο μελέτης και να αλλοιώνουν το φυσικό περιβάλλον. Εν πολλοίς κάτι ανάλογο συμβαίνει με τις περισσότερες εργασίες έρευνας πεδίου για κάποιο χρονικό διάστημα απαιτούν εργασία με τη συνδρομή χωρικών διατάξεων επί του φυσικού πεδίου.

Σε μια εποχή που στην Αρχιτεκτονική το σταθερό ζητούμενο είναι η ευελιξία και η προσαρμοστικότητα, όπου συνέχεια υπάρχει αίτημα για εφήμερες κατασκευές, όπου όλο και συχνότερα προκύπτουν ανάγκες υπό τη μορφή του κατεπείγοντος για μη μόνιμες υποδομές, τα δομικά συστήματα με δυνατότητα αναδίπλωσης μπορούν να δώσουν λύσεις στα παραπάνω ζητήματα.

Προκαλεί ενδιαφέρον και ταυτόχρονα αποτελεί ένα επιπλέον κίνητρο για έρευνα στο συγκεκριμένο πεδίο το ότι ενώ οι τυπολογίες Origami έχουν μελετηθεί αρχιτεκτονικά και έχουν βρει εφαρμογές ως επιφανειακά δομικά στοιχεία όπως στέγαστρα ή στοιχεία όψεων που προσαρτώνται στην επιδερμίδα ενός κτιρίου, μέχρι τώρα δεν έχουν κατασκευαστεί χωρικές δομές βασισμένες σε χαράξεις Origami που να αναπτύσσονται στις τρεις διαστάσεις και να έχουν τη δυνατότητα της αναδίπλωσης.

Αντικείμενο της παρούσας έρευνας είναι ο σχεδιασμός **διευσταθών** δομών (bistable structures) (Melancon et al, 2021) δηλαδή δομών που έχουν δύο ευσταθείς μορφές, δύο θέσεις στις οποίες ισορροπούν. Η μία θέση ευστάθειας είναι η θέση λειτουργίας τους όπου οι κατασκευές βρίσκονται στην πλήρως ανεπτυγμένη τους μορφή. Η άλλη θέση ευστάθειας είναι η κλειστή τους θέση όπου οι κατασκευές είναι συνεπτυγμένες σε ένα ελάχιστο όγκο υποπολλαπλάσιο του αρχικού ώστε να μπορούν να μεταφέρονται και να αποθηκεύονται με ευκολία.

Με το όρο «αναδίπλωση» εννοούμε τη δυνατότητα μιας χωρικής κατασκευής να αναδιατάσσει τη δομή της ώστε να μετασχηματίζεται από τη μία μορφή στην άλλη (από τη θέση λειτουργίας στην κλειστή θέση ελάχιστου όγκου).

Οι στόχοι της έρευνας

Στόχος της έρευνας είναι η διευστάθεια (bistability) (Melancon et al, 2021) των δομών αυτών να εξαρτάται μόνο από τη γεωμετρία που τις διέπει και συνεπώς να είναι ανεξάρτητη της κλίμακας.

Οι χαράξεις Origami επιλέχθηκαν ως σχεδιαστική αφετηρία διότι η αρχαία τέχνη του Origami αποτελεί ιδανική βάση για το σχεδιασμό αναδιαμορφώσιμων συστημάτων. Από ένα διδιάστατο μέσο που διπλώνεται πάνω σε προκαθορισμένες χαράξεις μπορούν να προκύψουν πολλές διαφορετικές τριδιάστατες μορφές και ογκοπλασίες (Overvelde et al, 2017).

Οι κατασκευές Origami εγγενώς διαθέτουν γεωμετρικές ιδιότητες που τους επιτρέπουν να συμπεριφέρονται ως μηχανισμοί και να αναδιατάσσονται στο χώρο. Οι αρχές που διέπουν τις χαράξεις Origami και τους επιτρέπουν να μετασχηματίζονται στο χώρο αφορούν μόνο στη γεωμετρία τους και είναι ανεξάρτητες από την κλίμακα.

Τα **επιμέρους ζητούμενα** (στόχοι) στις κυψελοειδείς χωρικές κατασκευές που αναπτύσσει η παρούσα έρευνα είναι τα παρακάτω:

Απο την πλήρως ανεπτυγμένη μορφή τους να διπλώνουν σε μία πλήρως συνεπτυγμένη μορφή σε **μία συνεχόμενη και μονοβάθμια** κίνηση. Το ότι μία κατασκευή εκτελεί μονοβάθμια κίνηση σημαίνει ότι όταν ένα από τα μέλη της κινηθεί, όλα τα υπόλοιπα συντονίζονται στην κίνηση αυτή. Επίσης σημαίνει ότι η κατασκευή ως σύνολο έχει μόνο ένα τρόπο να κινείται, όπως συμβαίνει για παράδειγμα με το μηχανισμό μιας ομπρέλας που μπορεί να κάνει μόνο μια συγκεκριμένη κίνηση. Επιπλέον, η δίπλωση- εκδίπλωση γίνεται σε μία συνεχόμενη κίνηση, δηλαδή ολοκληρώνεται σε ένα στάδιο, έχει καθοριστική σημασία για το πώς η κατασκευή μπορεί να αξιοποιηθεί και διευρύνει το φάσμα των εφαρμογών που μπορεί να έχει.

Το να μπορεί ένα δομικό σύστημα να αναπτυχθεί σε μία συνεχόμενη και μονοβάθμια κίνηση παρέχει αυτονομία σε αυτούς που θα τη χρησιμοποιήσουν: δεν υπάρχει ανάγκη από ειδικευμένο ή πολυάριθμο εργατικό δυναμικό: η διαδικασία είναι απλή και μπορεί να επιτελεστεί από τους ίδιους τους χρήστες (ή το χρήστη) της κατασκευής. Αυτή η δυνατότητα (ιδιότητα) έχει ιδιαίτερη σημασία διότι σημαίνει ότι μια τέτοια κατασκευή μπορεί να εγκατασταθεί σε περιβάλλον ακραίων συνθηκών όπου κατά τεκμήριο δε μπορεί να υπάρξει πρόσθετη βοήθεια για την ανάπτυξή της. Τέτοιο περιβάλλον ακραίων συνθηκών μπορεί να είναι για παράδειγμα ο βυθός της θάλασσας, απομακρυσμένες περιοχές στη γη, αλλά και περιβάλλοντα έξω από τη γη.

Η δομή και η μορφολογία των συγκεκριμένων κυψελοειδών κατασκευών όταν βρίσκονται στην πλήρως ανεπτυγμένη μορφή τους, να επιτρέπει την υποδιαίρεση του εσωτερικού χώρου και τη δημιουργία διαφορετικών συνδυασμών υποχώρων. Η δυνατότητα διαμερισματοποίησης του εσωτερικού μιας κατασκευής προσφέρει εξατομικευμένες λύσεις σε διαφορετικές απαιτήσεις και έχει κεντρική σημασία όταν το ζητούμενο είναι η μεταβλητότητα και η προσαρμοστικότητα σε διαφορετικές ανάγκες.

Στην ίδια κατεύθυνση, της προσαρμοστικότητας και της μεταβλητότητας, ο τρίτος στόχος της έρευνας είναι η μορφολογία των κατασκευών αυτών να επιτρέπει τη

σύνδεση με άλλες όμοιές τους είτε κατ' επέκταση είτε καθ' ύψος. Η σύνδεση καθ' ύψος γίνεται με υπέρθεση της μιας δομής επί της άλλης ενώ η κατ' επέκταση συναρμογή τους μπορεί να γίνει απλά με τοποθέτηση της μίας εφαπτομενικά δίπλα στην άλλη. Η δυνατότητα συνδυασμού πολλών αναδιπλούμενων δομών σε ένα σύνολο συνεισφέρει περεταίρω στη δημιουργία ευέλικτων συστημάτων ικανά να αναδιατάσσονται στο χώρο με πολύ απλές κινήσεις ώστε να λειτουργήσουν με διαφορετικό τρόπο και να εξυπηρετήσουν διαφορετικές ανάγκες.

Το τέταρτο ζητούμενο είναι ο όγκος της κατασκευής στην κλειστή θέση να είναι υποπολλαπλάσιος του όγκου που αυτή καταλαμβάνει στην ανοικτή της θέση. Είναι δύσκολο να οριστεί ως στόχος συγκεκριμένη αναλογία όγκων αναμεσα στις δύο θέσεις, διότι ο όγκος είναι συνάρτηση του πάχους το υλικού των μελών. Με τη σειρά του, το πάχος και εν γένει οι διαστάσεις των μελών σε μια δομική κατασκευή (όπως αυτές που μελετώνται στην παρούσα έρευνα) (ορίζεται με βάση) προκύπτει από τα εντατικά μεγέθη που αναπτύσσονται στην κατασκευή. Η έρευνα στον τομέα των δομικών υλικών (συνέχεια) τροφοδοτεί τη βιομηχανία των κατασκευών με ολοένα και ανθεκτικότερα υλικά που επιτρέπουν να την ελαχιστοποίηση των διαστάσεων των δομικών στοιχείων ενώ ταυτόχρονα μεγιστοποιείται η αντοχή τους υπό μηχανικές καταπονήσεις.

Η παρούσα μελέτη, χωρίς να αποκλείει τα υλικά τεχνολογικής αιχμής επιλέγει να ανεξαρτητοποιηθεί από αυτά. Η επιλογή αυτή γίνεται διότι η έρευνα στοχεύει σε ελαχιστοποίηση του όγκου των μελών (άρα και των κατασκευών συνολικά) η οποία θα βασίζεται στον καινοτομικό γεωμετρικό σχεδιασμό χωρίς την επικουρία των υλικών τεχνολογικής αιχμής.

Όπως διατυπώθηκε και αρχικά η έρευνα εστιάζει στο σχεδιασμό συστημάτων που κατασκευάζονται εύκολα από ένα μεγάλο εύρος υλικών ώστε να μπορεί να κρατηθεί χαμηλά το κόστος. Η επιλογή αυτή έγινε αφενός μεν διότι μια τέτοια ερευνητική κατεύθυνση έχει κοινωνικό πρόσημο, αφετέρου διότι κρίθηκε ότι επιφυλάσσει μεγαλύτερες ευκαιρίες για καινοτομική και ρηξικέλευθη έρευνα με σχεδιαστικές προκλήσεις και αντισυμβατική γεωμετρική διερεύνηση υψηλών απαιτήσεων.

Άλλωστε, τα υλικά τεχνολογικής αιχμής μπορούν να συνεπικουρήσουν στην κατασκευή αυτών των κυψελοειδών μορφών σε ένα δεύτερο στάδιο και να βελτιστοποιήσουν τις δομές που αναπτύχθηκαν από την ερευνά. Η χρήση τους όμως δε θα διερευνηθεί στην παρούσα μελέτη.

Επιστρέφοντας στην αναλογία όγκων μεταξύ ανοικτής και κλειστής θέσης, στην παραπάνω ερευνητική κατεύθυνση, μία γεωμετρική ιδιότητα των αναδιπλούμενων κατασκευών με καθοριστική σημασία για τον όγκο της στην κλειστή θέση είναι η δυνατότητα επίπεδης δίπλωσης. Η ιδιότητα αυτή είναι πολύ διαδεδομένη στις χαράξεις origami που γίνονται με χαρτί. Το χαρτί όμως έχει αμελητέο πάχος γι' αυτό και η επίπεδη δίπλωση επιτυγχάνεται ευκολότερα. Όταν οι χαράξεις origami

εφαρμόζονται σε τριδιάστατες κατασκευές από υλικά με πραγματικό πάχος η ισοδύναμη κατάσταση (ιδιότητα) της επίπεδης δίπλωσης είναι η παραλληλία των μελών σε μια κλειστή και ει δυνατόν εφαπτομενική θέση. Όταν τα μέλη μιας αναδιπλούμενης κατασκευής είναι χωροθετημένα με αυτό τον τρόπο, τότε ο όγκος της σε αυτή τη θέση ελαχιστοποιείται.

Επομένως, πέραν της συνολικότερης ελαχιστοποίηση του όγκου των (αναδιπλούμενων) κατασκευών στην κλειστή τους θέση, πιο συγκεκριμένα, στόχο αποτελεί και η επίπεδη δίπλωση, ήτοι η παράλληλη και ει δυνατόν εφαπτομενική χωροθέτηση των μελών της στη θέση αυτή.

Η ιστορία των Origami στην Ανατολή και στη Δύση

Η γέννηση του χαρτιού και η γέννηση του origami

Η λέξη Origami ετυμολογικά προέρχεται από τις ιαπωνικές λέξεις “ori” που σημαίνει «διπλώνω» και “kami” που σημαίνει «χαρτί». Η ερώτηση που συχνά ανακύπτει στις έρευνες που αφορούν το Origami είναι το πότε και το που πρωτοεμφανίστηκε.

Μια πολύ διαδεδομένη αντίληψη είναι το ότι το Origami ως πρακτική εμφανίστηκε αμέσως μετά την εφεύρεση του χαρτιού, και το χαρτί με τη σειρά του επινοήθηκε για πρώτη φορά στην Κίνα το 2^ο μ.Χ. αιώνα (Honda, 1959).

Koshiro Hatori στην εργασία του “History of Origami in the East and the West before Interfusion” (Hatori, 2011) ανασκευάζει αυτή την αντίληψη με πλήθος επιχειρήματα, αφού πρώτα σημειώσει ότι για τον ερευνητή που εξετάζει την προέλευση του origami **η ερώτηση πρέπει να είναι πώς αυτό προέκυψε και αναπτύχθηκε και όχι ποιος δίπλωσε πρώτος ένα κομμάτι χαρτί.**

Για την αποκατάσταση λοιπόν της ιστορικής αλήθειας πρέπει να σημειωθεί ότι το αρχαιότερο κομμάτι χαρτιού που βρέθηκε ποτέ στην Κίνα (και αυτό έγινε το 1986) ήταν στους τάφους της δυναστείας των Han (206π.Χ. - 8μ.Χ.) στο Fan Ma Tan και υπολογίζεται ότι κατασκευάστηκε στα μέσα του 2^{ου} αιώνα π.Χ. (Komiya, 2001).

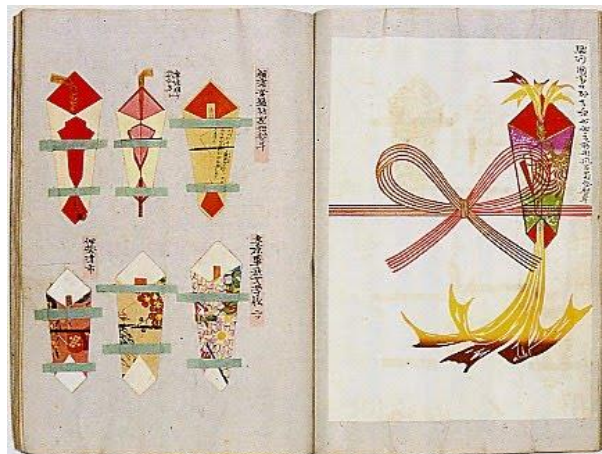
Όπως έχει γίνει πια γνωστό, το χαρτί εμφανίστηκε πολύ νωρίτερα σε διάφορους πολιτισμούς ανά τον κόσμο: Ήδη από το 5000π.Χ. είχε εμφανιστεί ένα είδος χαρτιού που στην Κεντρική Αμερική λεγόταν amate, στη Χαβάη kapa και στη νοτιοανατολική Ασία tara. Η υφή αυτού του χαρτιού, που στη νοτιοανατολική Ασία φτιαχνόταν από το φλοιό της μουριάς, πιστεύεται ότι ήταν κοντά στη υφή του σημερινού χειροποίητου παραδοσιακού γιαπωνέζικου χαρτιού Washi. Υπάρχει μάλιστα μεγάλη πιθανότητα το χαρτί αυτό να ήταν ο πρόγονος του Washi. Είναι πολύ πιθανό αρχαίοι πολιτισμοί όντως να δίπλωναν το χαρτί δεν υπάρχει όμως καμία ένδειξη ότι αυτή η πρακτική είχε οποιαδήποτε σχέση με το origami όπως νοείται σήμερα.

Στη σημερινή εποχή σώζεται ένας μύθος από την περίοδο Heian (794-1185μ.Χ., περίοδος ακμής και ειρήνης για την Ιαπωνία) που αφορά το μάντη και πνευματιστή Abe no Seimei. Το παραμύθι εξιστορεί το πώς ο μάντης αυτός, από ένα κομμάτι χαρτί έφτιαξε ένα πραγματικό ερωδιό για να ψάξει τον τρομερότερό του αντίπαλο, τον Ashiya Doman.

Η ιστορία αυτή υποδεικνύει την κεντρική θέση που έχει στην ιαπωνική παράδοση και τον πολιτισμό το χαρτί και οι κατασκευές με αυτό. Πέραν τούτου όμως δεν υπάρχει κάποιο στοιχείο που να τεκμηριώνει ότι αυτός ο χάρτινος ερωδιός σχετίζεται με κάποιο τρόπο με αυτό που σήμερα αναγνωρίζεται ως origami.

Σύμφωνα με τις πηγές του του Hatori, δεν υπάρχουν ενδείξεις ότι φτιάχονταν origami από την εποχή Heian στην Ιαπωνία. Αντιθέτως, οι μελέτες τεκμηριώνουν ότι το origami προήλθε από χάρτινες πτυχωτές χειροτεχνίες όπως οι παρακάτω:

- I. Τα **Noshi**, τα οποία ήταν χάρτινα τελετουργικά περιτυλίγματα που έφτιαχναν για το noshi-awabi, μια λιχουδιά από αποξηραμένο στρείδι. Τα Noshi επιβιώνουν ακόμα και σήμερα και χρησιμοποιούνται ως δώρα που εκφράζουν «καλές ευχές».



Σχήμα 1.1: Σχέδια των Noshi σε τετράδιο, Πηγή: <https://crispfold.blogspot.com/2010/06/history-of-origami.html>

- II. Οι χάρτινες πεταλούδες **Ocho** και **Mecho** οι οποίες χρησιμοποιούνταν κυρίως στους γάμους, αρχικά ως περιτύλιγμα και αργότερα (μέχρι και σήμερα) ως διακοσμητικά για τα μπουκάλια του sake (σχήμα 1.2(α)).

Τα Ocho και Mecho είναι ίσως το πρώτο παράδειγμα αναπαραστατικού origami στην ιστορία. Στα Ocho και Mecho έχουν αποδοθεί γένη, το αρσενικό και το θρυλικό αντίστοιχα (σχήμα 1.2(β)).

Αξίζει να σημειωθεί ότι το σχήμα των πτυχώσεων του Ocho και Mecho θυμίζει έντονα τη μορφή της πεταλούδας που γεννιέται από το μεταξοσκώληκα (σχήμα 1.2(γ)). Υπάρχει η αντίληψη ότι περιτυλίγματα αυτά κρατάνε από την περίοδο Heian, όμως δεν υπάρχουν στοιχεία που να τεκμηριώνουν κάτι τέτοιο.



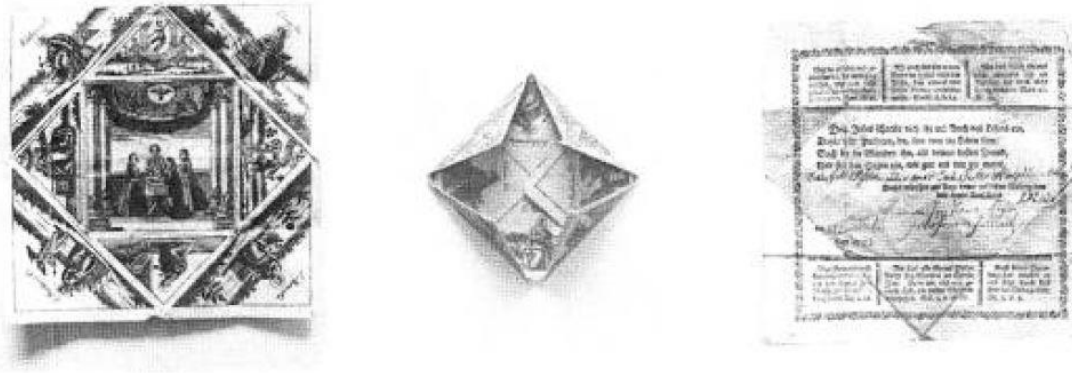
Σχήμα 1.2: (α) Γαμήλιο τελετουργικό Sake Set με τις πεταλούδες επάνω στα κατσαρολάκια του Sake (β) Διαγράμματα των Ocho και Mecho 1885 (γ) Διάγραμμα Ocho σε σχέση με την πεταλούδα που γεννιέται από το μεταξοσκώληκα,

Πηγή: (α),(γ) <https://origami-resource-center.com/mecho-and-ochō/>

(β) <https://www.origamiheaven.com/historyochoandmecho.htm>

Στην περίοδο Edo (1603-1868) όσοι ανήκαν στην τάξη των σαμουράι προκειμένου να στείλουν κάποιο δώρο έπρεπε πρώτα να το τυλίξουν με συγκεκριμένο τρόπο ανάλογα με το τι αυτό περιείχε. Αυτό αποτελούσε εθιμοτυπία της τάξης τους. Σύμφωνα με τον Ise Sadatake, λόγιο και μέλος της προσωπικής φρουράς του Shogun (Αρχιστράτηγος) ο οποίος το 1764 έγραψε ένα βιβλίο για τα τελετουργικά origami, τέτοιες πτυχώσεις σε χαρτί καθιερώθηκαν την περίοδο Muromachi (1333-1573) (Hatori 2011) (Araki 2003).

Σε αντίθεση με ό,τι συνέβαινε στην Ανατολή, οι απαρχές του Origami στην Δύση κατά την επικρατέστερη αντίληψη βρίσκεται στο έθιμο που υπήρχε τον 17^ο και 18^ο αιώνα στην Κεντρική Ευρώπη να διπλώνουν τα πιστοποιητικά βάπτισης σε double blintz. Η πτύχωση αυτή είχε ως εξής: οι τέσσερις γωνίες ενός τετράγωνου χαρτιού διπλώνονταν στο κέντρο, και μετά αυτή η δίπλωση επαναλαμβανόταν στο μικρότερο τετράγωνο που είχε προκύψει (σχήμα 1.3). Σύμφωνα πάντα με τον Hatori, έχει προταθεί από μελετητές ότι αυτού του είδους η πτύχωση μπορεί να είχε ξεκινήσει στην Ευρώπη ακόμα και πριν την Προτεσταντική Μεταρρύθμιση, επομένως μπορεί στη Δύση η ιστορία του origami να ξεκίνησε από τον 16ο αιώνα (Herring 1999).



Σχήμα 1.3: Γερμανικό πιστοποιητικό βάπτισης του 18^{ου} αιώνα, Πηγή: (Hatori, 2001)

Είναι ολοφάνερη η διαφορά ανάμεσα στο ύφος και την εκλέπτυνση των πτυχώσεων στην Ιαπωνία και τις πτυχώσεις σε χώρες της Ευρώπης. Τα γιαπωνέζικα origami που εκείνη την εποχή γίνονται από τις τάξεις των σαμουράι έχουν αυθαίρετες και πολύ προσεκτικές πτυχώσεις καθώς επίσης και πολλά κοψίματα. Επίσης, μέχρι τα μέσα του 19^{ου} αιώνα, για τα origami στην Ιαπωνία δε χρησιμοποιούσαν μόνο τετράγωνα χαρτιά, αλλά και εξάγωνα, οκτάγωνα, και διάφορα άλλα εκκεντρικά σχήματα.

Στην Ευρώπη τα πιστοποιητικά βάπτισης διπλώνονταν σε ορθογώνια καρέ και τις διαγώνιους τους στην καλύτερη περίπτωση. Αντίστοιχα και τα ευρωπαϊκά origami φτιάχνονταν από τετράγωνα ή ορθογώνια παραλληλόγραμμα χαρτιά, οι πτυχώσεις τους περιορίζονταν σε ένα τετραγωνικό κάναβο και τις διαγώνιές του και ως προς τα κοψίματα, αυτά υπήρχαν σε λιγοστές περιπτώσεις.

Ανατολή και Δύση: Άλλο ύφος και άλλη παράδοση

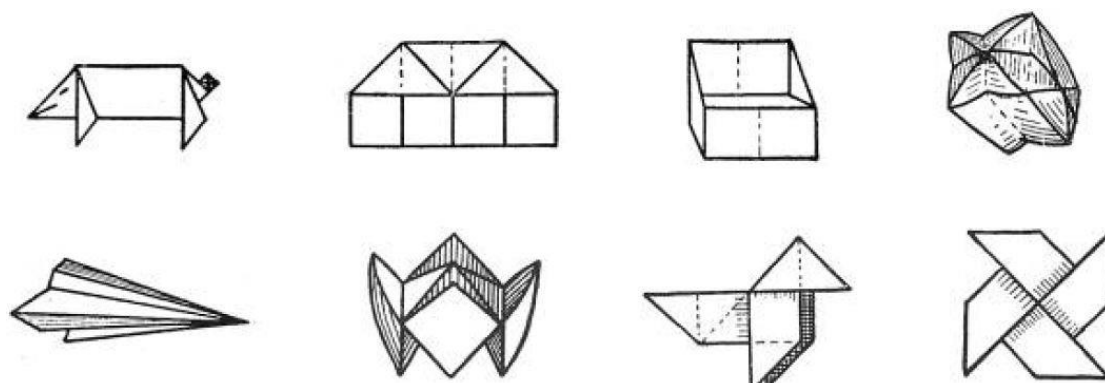
Σύμφωνα με το Hatori, το πιο χαρακτηριστικό θέμα origami στην Ευρώπη είναι το “μικρό πουλί”, που στην Ισπανία το λένε rajarita στη Γαλλία cocotte. Απλό τα οποία, η rajarita της Ισπανίας πρέπει ήδη να είχε κάνει την εμφάνισή της από τα τέλη του 18ου αιώνα.

Άλλα θέματα origami διαδεδομένα στην Ευρώπη ήταν η βάρκα και το καπέλο.

Παρά το ότι και τα δύο αυτά θέματα κατασκευάζονταν από ορθογώνια παραλληλόγραμμα χαρτιά όλα τα παραδοσιακά θέματα origami της Ευρώπης φτιάχνονταν από τετράγωνα κόλλες.

Τα παραπάνω θέματα ήταν όλα πολύ καλά καταγεγραμμένα στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού συστήματος του Froebel (Friedrich Wilhelm August Froebel) ενός Γερμανού παιδαγωγού πρωτοπόρου στην προσχολική αγωγή ο οποίος ίδρυσε το πρώτο μοντέρνο νηπιαγωγείο το 1837. Η παιδαγωγική του μέθοδος περιείχε μια σειρά από παιχνίδια σε μορφή αντικειμένων που τα ονόμαζε “Gifts” (“Δώρα”) και μια σειρά από παιχνίδια δραστηριοτήτων που τα ονόμαζε “Occupations” (“Ασχολίες”). Μία από τις σπουδαιότερες “Ασχολίες” που περιείχε η σειρά ήταν τα

origami (η Maria Kraus-Boelte στο βιβλίο της “Kindergarten Guide” είχε καταγράψει σχεδόν εκατό θέματα origami) (Kraus-Boelte and Kraus, 1882).



Σχήμα 1.4: Παραδείγματα από ευρωπαϊκά μοντέλα origami, Πηγή: (Hatori, 2001)

Πολλά από τα ευρωπαϊκά μοντέλα origami που περιέχονται στο βιβλίο της Kraus-Boelte δεν περιλαμβάνονται στα σύγχρονα ιαπωνικά αρχεία. Το γουρούνι, το σπίτι, ο καναπές (γνωστό και ως πιάνο ή όργανο), μπαλόνι (νερόμπομπα), το βέλος (χάρτινη σαΐτα), το κελάρι αλατιού (cootie catcher), το πουλάκι (rajarita ή cocotte) και ανεμόμυλος στο σχήμα 1.4 γεννήθηκαν όλοι στην Ευρώπη και εισήχθησαν στην Ιαπωνία μαζί με το σύστημα του νηπιαγωγείου.

Το μπαλόνι μπορεί να είναι το ίδιο μοντέλο με τη «χάρτινη φυλακή» που αναφέρθηκε στο έργο του John Webster The Duchess of Malfi, το οποίο έκανε πρεμιέρα το 1614. Με μεγάλη επιφύλαξη, και να χωρίς να αποτελεί ένα τελεσίδικο επιστημονικό ισχυρισμό, θα σημειωθεί ότι το παραπάνω μοντέλο μπορεί να είναι η παλαιότερη αναφορά στο ευρωπαϊκό origami.

Οι δύο παραδόσεις εξελίχθηκαν εντελώς ανεξάρτητα μέχρι το δεύτερο μισό του 19ου αιώνα που η Ιαπωνία άνοιξε τα σύνορά της και άρχισε η πολιτισμική επικοινωνία με τη Δύση.

Κατά την περίοδο της Αποκατάστασης Μείτζι στην Ιαπωνία (από το 1868 και για 30 χρόνια περίπου 30 χρόνια) όταν η Ιαπωνία άνοιξε τα σύνορά της προς τη Δύση, έγιναν θεμελιακές μεταρρυθμίσεις με μια από τις σπουδαιότερες την ίδρυση χιλιάδων καινούργιων σχολείων (54000) και την αναμόρφωση όλου του εκπαιδευτικού της συστήματος. Στο πλαίσιο αυτό εισήχθη και υιοθετήθηκε από την Ιαπωνία το Ευρωπαϊκό εκπαιδευτικό σύστημα και μαζί με αυτό και τα origami συμπεριλαμβάνονταν στις δραστηριότητες του νηπιαγωγείου.

Από εκείνη την εποχή και μετά οι μετακινήσεις και τα διεθνή ταξίδια από και προς την Ιαπωνία ήταν ένα γεγονός που συνετέλεσε στην πολιτισμική ώσμωση μεταξύ Ανατολής και Δύσης και διέδωσε την ιαπωνική παράδοση του origami στο δυτικό κόσμο.

Από τους χάρτινους γερανοούς στην τεχνολογία του διαστήματος

Όπως έχει πει και ο R. Lang μέχρι το πρώτο μισό του 20ου αιώνα η ανθρωπότητα έβλεπε τα origami μόνο ως τέχνη. Στο δεύτερο μισό του 20ου αιώνα ο άνθρωπος εισήγαγε στα Origami τα μαθηματικά και άρχισε να διαβάζει τα μοτίβα πτύχωσης τους με μαθηματικούς όρους. Αυτό άνοιξε το δρόμο ώστε να γίνουν επιστημονικά άλματα. Σήμερα, συστοιχίες ηλιακών συλλεκτών σε δορυφόρους, διαστημικά κάτοπτρα αλλά και φακοί τηλεσκοπίων έχουν κατασκευαστεί βασιζόμενα σε χαράξεις origami. Την ίδια στιγμή, πίσω στη γη, στις επεμβάσεις αγγειοπλαστικής για την αντιμετώπιση της στεφανιαίας νόσου χρησιμοποιείται ένα μικρό Origami που ονομάζεται Stent. Το όντας στην κλειστή του θέση εισάγεται επεμβατικά μέσα στην αρτηρία, σταθεροποιείται στο σημείο της στένωσης και εκπύσσεται ώστε να κρατάει ανοιχτή την αρτηρία.

Αυτά ήταν δύο μόνο ενδεικτικά παραδείγματα των εφαρμογών που έχουν προκύψει από τις χαράξεις origami. Δεν έχει νόημα να απαριθμήσουμε τα τεχνολογικά επιτεύγματα που απολαμβάνει ο πολιτισμός μας χάρη στη μελέτη και την ανάπτυξη των origami. Οφείλουμε όμως να σημειώσουμε ότι οι δομές Origami έχουν κεντρική θέση αφενός στην τεχνολογία του διαστήματος αφ' ετέρου στη μικροκλίμακα και συγκεκριμένα στη δημιουργία “αρχιτεκτονημένων” υλικών, των metamaterials, συνθετικών δηλαδή υλικών που έχουν πολύτιμες μηχανολογικές ιδιότητες.

2. Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Η μεθοδολογία της έρευνας αρχίζει με βιβλιογραφική διερεύνηση, και συνεχίζει σε επόμενο στάδιο όπου με την ευρετική προσέγγιση δημιουργούνται φυσικά μοντέλα σε διάφορες κλίμακες. Ακολούθως διερευνώνται τα γεωμετρικά, κινηματικά και μορφολογικά χαρακτηριστικά των τυπολογιών που μελετώνται. Αρχικά τα προπλάσματα κατασκευάζονται από υλικά αμελητέου πάχους. Στη συνέχεια κατασκευάζονται νέα μοντέλα με πραγματικό πάχος υλικών (στην κλίμακα του προπλάσματος) και γίνεται συγκριτική μελέτη ως προς το πώς επηρεάζεται η κινηματική συμπεριφορά τους από το πάχος του υλικού.

Η τεχνική του origami αρχικά δημιουργεί χαράξεις (μοτίβα πτύχωσης) πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια. Όταν αυτή η επιφάνεια διπλώσει στο χώρο βάσει των συγκεκριμένων χαράξεων, σχηματίζονται τριδιάστατες μορφές. Αυτές οι χωρικές μορφές με τη σειρά τους μπορούν να δημιουργήσουν τριδιάστατα μοτίβα.

Στην παρούσα μελέτη διερευνώνται 2 διαφορετικοί τρόποι χαράξεων που επιτρέπουν τη δημιουργία χωρικών μοτίβων:

Στη πρώτη περίπτωση διερευνώνται μοτίβα πτύχωσης τα οποία όταν διπλώνονται δίνουν μορφές που μπορούν να λειτουργήσουν ως τριδιάστατες μονάδες. Οι μονάδες αυτές μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους σε ένα τριδιάστατο κάναβο συνθέτοντας μία χωρική δομή που έχει κυψελοειδή μορφή. Αυτή η προσέγγιση δίνει τις λεγόμενες δομοστοιχειωτές κατασκευές (modular structures)

Στη δεύτερη περίπτωση τα μοτίβα πτύχωσης όταν διπλώνονται δίνουν τριδιάστατες μορφές που λειτουργούν ως αναδιπλούμενες επιφανειακές δομές και μπορούν να οργανωθούν σε στρώσεις ή στάθμες. Οι στάθμες αυτές με αλληπάλληλη υπέρθεση ανάμεσά τους και με τη συναρμογή μεταξύ τους με εγκάρσια στοιχεία οδηγούν και πάλι σε κυψελοειδείς δομές.

Οι κυψελοειδείς δομές διερευνώνται ως προς τα ιδιαίτερα μορφολογικά χαρακτηριστικά τους και σε σχέση με τις χωρικές συνθήκες που δημιουργούν. Για παράδειγμα μελετάται η σχέση και η αλληλουχία των κενών και πλήρων μερών τους το οποίο επηρεάζει το αν η κυψελοειδής δομή είναι διαμπερής σε έναν από τους άξονές της.

Ένας επιμέρους στόχος της παρούσας έρευνας είναι η μελέτη της κίνησης που κάνει η κατασκευή από τη θέση λειτουργίας της που συνήθως είναι η ανεπτυγμένη μορφή της προς στην κλειστή διπλωμένη της μορφή. Όταν στην κλειστή θέση όλα τα μέλη της δομής είναι σε παραλληλία τότε την ονομάζουμε συμπαγή μορφή και επίπεδη δίπλωση. Στις περισσότερες περιπτώσεις των δομών που σχεδιάζονται, ο στόχος είναι η κίνηση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων τους να είναι συνεχής και με ένα βαθμό ελευθερίας (1-DoF).

Ένα ακόμα θέμα που διερευνάται είναι οι παραλλαγές που μπορούν να λάβουν οι δομές αυτές. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι:

1. Η γεωμετρική επεξεργασία των αρχικών διδιάστατων μοτίβων πτύχωσης, ώστε όταν θα διπλωθούν να δώσουν παραλλαγές της αρχικής μορφής, συγκεκριμένα: α) με επεξεργασία της μονάδας που θα συνδεθεί σε κানাβο για να δημιουργήσει μια δομοστοιχειωτή (modular) δομή και β) με επεξεργασία της επιφανειακής δομής που με υπέρθεση (layering) θα δώσει μια κυψελοειδή δομή.

2. Η ογκοπλαστική επεξεργασία των τριδιάστατων κυψελοειδών μορφών που έχουν προκύψει όπως π.χ. με την αντικατάσταση επιλεγμένων επιφανειακών στοιχείων με γραμμικά μέλη στις ακμές των επιφανειακών στοιχείων που αφαιρούνται.

Στη παρούσα έρευνα δόθηκε μεγαλύτερη έμφαση στη μορφολογική και ογκοπλαστική επεξεργασία. Η επιλογή αυτή έγινε διότι κρίθηκε ότι έχει ερευνητικό και αρχιτεκτονικό ενδιαφέρον να διερευνηθεί το πόσο η μορφή μιας αναδιπλούμενη κυψελοειδούς δομής μπορεί να διαφοροποιηθεί μορφολογικά και ογκοπλαστικά από τη γεωμετρία που τη δημιουργήσε χωρίς να χάσει τα δομικά χαρακτηριστικά της γεωμετρίας αυτής.

Στην παραπάνω διαδικασία η μορφή που προκύπτει διαφοροποιείται ογκοπλαστικά από την αρχική δομή σημαντικά. Από τη μελέτη επιβεβαιώνεται ότι όταν η επεξεργασία ακολουθεί τη γεωμετρία των αρχικών χαράξεων, οι δομές που προκύπτουν έχουν την ίδια κίνηση με την αρχική κυψελοειδή δομή Origami.

Σε αντίθεση με τα διδιάστατα χωρίς πάχος μοντέλα Origami από τα οποία είναι εμπνευσμένες, οι δομές αυτές φτιάχνονται από υλικά με πραγματικό πάχος, το οποίο κατά κανόνα επηρεάζει δυσμενώς την κίνησή τους και τη δυνατότητα αναδίπλωσης. Τα κινούμενα μέλη λόγω του πάχους τους συχνά βρίσκονται το ένα στην τροχιά του άλλου και δημιουργείται εμπλοκή. Για να επιλυθεί αυτό ακολουθείται η διαδικασία που ονομάζεται διευθέτηση του πάχους των υλικών, και σχετίζεται αφενός με την ογκοπλαστική επεξεργασία των μελών της δομής και αφετέρου με την εκλογή και επεξεργασία των συνδέσμων ανάμεσα στα μέλη.

Τέλος η έρευνα εστιάζει στους βαθμούς ελευθερίας που έχει η κάθε δομή. Αρχικά το ζητούμενο είναι οι δομές που θα προκύψουν να έχουν τους ίδιους βαθμούς ελευθερίας και να μπορούν να κάνουν απρόσκοπτα την ίδια ακριβώς κίνηση με τα μηδενικού πάχους μοντέλα Origami από τα οποία προήλθαν. Όπως αναφέρθηκε, στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης, οι νέες δομές που αναπτύσσονται είναι προτιμητέο να είναι μονοβάθμιες. Στις περιπτώσεις που αυτό δεν ισχύει, γίνεται περαιτέρω επεξεργασία της δομής και της συνδεσμολογίας των μελών της, και εφόσον κριθεί αναγκαίο, προσαρτώνται εξαρτήματα που θα μειώσουν τους βαθμούς ελευθερίας στον επιθυμητό αριθμό.

3. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

3.1. Ταξινόμηση Τυπολογιών Origami

Τα μοτίβα πτύχωσης των origami είναι αμέτρητα και κάθε μέρα σχεδιάζονται καινούρια. Στόχος της παρούσας έρευνας είναι να επικεντρώσει στις τυπολογίες Origami με ιδιότητες που επιτρέπουν την αξιοποίησή τους στη νοηματική (θεματική) της Αρχιτεκτονικής και δη, της κινητικής Αρχιτεκτονικής.

Γι' αυτό το λόγο πολλές από τις κατηγορίες των τυπολογιών Origami αποκλείστηκαν από την παρούσα έρευνα.

Πιο συγκεκριμένα, η συγκεκριμένη διδακτορική διατριβή δε διερεύνησε τις παρακάτω κατηγορίες:

1. Τις χαράξεις Origami που εμπεριέχουν καμπύλες πτυχώσεις. Τα μοντέλα Origami που δημιουργούνται από υλικά κατασκευής που έρχονται σε φύλλα ή επίπεδα (διδιάστατα μέσα) εμφανίζουν μόνο μία σταθερή μορφή και δεν έχουν τη δυνατότητα μετασχηματισμού από μία χωρική κατάσταση σε μία άλλη.
2. Τα «κρυσταλλογραφικά επίπεδα origami» όπως ονομάστηκαν από την Kawasaki και Yoshida, 1988 (Demaine and Demaine, 2002). Οι τυπολογίες αυτές στην πλειοψηφία τους έχουν μια επίπεδα αναδιπλωμένη θέση στην οποία ακινητοποιούνται μέσω διάφορων πτυχώσεων συστροφής και αλληλοεπικάλυψης κάποιων από τις έδρες τους. Επιπλέον Ο τρόπος η δίπλωση αυτών των μοντέλων δεν είναι άκαμπτη (rigidly foldable) υπό την έννοια ότι η κατά τη δίπλωση, οι έδρες της τυπολογίας δεν παραμένουν άκαμπτες, και η κίνηση δεν περιορίζεται μόνο στις γραμμές των πτυχώσεων. Άλλωστε το κλείδωμα της τυπολογίας μέσω των πτυχώσεων συστροφής είναι αντίθετη με την πρόθεση για χρήσης τους σε κινητικές δομές.
3. Τα μοτίβα πτύχωσης που δεν επιτυγχάνουν άκαμπτη δίπλωση (σημειώθηκε εν μέρει και παραπάνω)

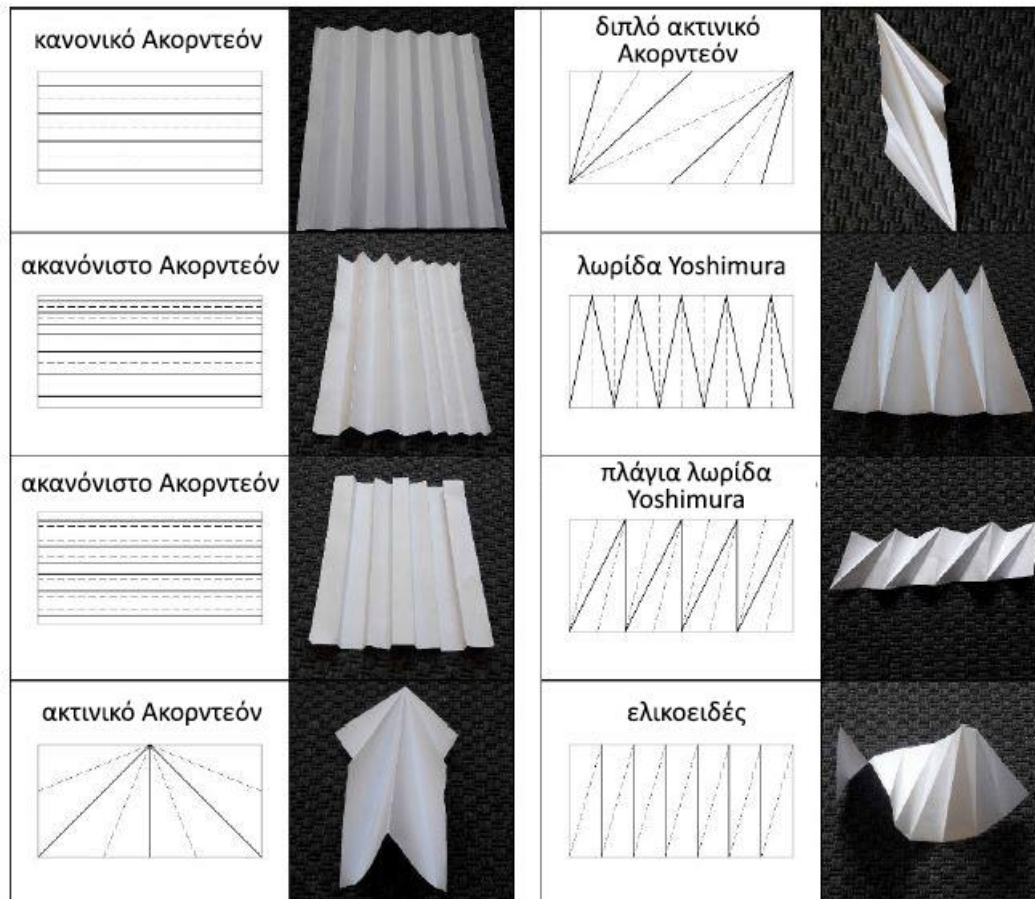
Οι τυπολογίες origami που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια είναι ταξινομημένη με βάση το είδος των κορυφών από τις οποίες αποτελείται το διάγραμμα πτύχωσής τους.

Διαγράμματα πτύχωσης δευτέρου βαθμού

Τα διαγράμματα αυτά είναι ίσως τα πιο κοινότυπα και περιλαμβάνουν μοτίβα όπως αυτό του «ακορντεόν». Όταν εξετάζει κανείς ένα τέτοιο μοτίβο πτύχωσης ουσιαστικά βλέπει κορυφές μόνο στις άκρες του χαρτιού (ή του επιπέδου μέσου στο οποίο αποτυπώνεται η χάραξη). Οι κορυφές αυτές δε θεωρούνται εσωτερικές διότι δεν έχουν χαρτί σε 360° γύρω τους (Hull 2002), και δε λαμβάνονται υπόψη όταν αναζητείται ο βαθμός του διαγράμματος πτύχωσης του origami. Όπως είχε παρατηρήσει ο Hull (2002) μέσα σε οποιαδήποτε πτύχωση μπορεί κανείς να

φανταστεί μια κορυφή που έχει δύο πτυχές της ίδιας ταυτότητας που προέρχονται από αυτήν. Με άλλα λόγια μέσα σε οποιαδήποτε πτύχωση μπορεί κανείς να υποθέσει κορυφή δευτέρου βαθμού στην οποία συντρέχουν δύο αντίρροπες (και άρα της ίδιας διεύθυνσης) πτυχές.

Στο σχήμα 3.1 παρουσιάζονται τα μοτίβα με κορυφές **D2V** που σταχυολογήθηκαν με βιβλιογραφική ανασκόπηση. με μια στήλη για το CP και μια άλλη με ένα παράδειγμα μιας κατάστασης αναδίπλωσης. Στην αριστερή στήλη απεικονίζεται το μοτίβο πτύχωσης και στη δεξιά το αντίστοιχο τριδιάστατο μοντέλο Origami.



Σχήμα 3.1: Διαγράμματα πτύχωσης δευτέρου βαθμού και αντίστοιχα μοντέλα Origami
 Πηγή: (Osorio, 2019)

Διαγράμματα πτύχωσης τετάρτου βαθμού

Προκειμένου να ικανοποιηθεί το Θεώρημα Maekawa-Justin, οι κορυφές **D4V** πρέπει να έχουν τρεις πτυχώσεις όρους και μία πτύχωση κοιλιάδας (ή το αντίστροφο). Υπάρχει μόνο μία διάταξη που ικανοποιεί αυτή τη συνθήκη. Τρεις ομοειδείς πτυχώσεις περιβάλλουν πάντα τη μοναδική πτύχωση του αντίθετου είδους (Hull, 2002), (Demaine and O'Rourke, 2007).

Λόγω της απαίτησης «Μεγάλο-Μικρό-Μεγάλο», η «μοναχική» πτύχωση πρέπει να ορίζει τις μικρότερες γωνίες που περιβάλλουν την κορυφή, διαφορετικά η κορυφή

δε θα επιτυγχάνει επίπεδη δίπλωση.

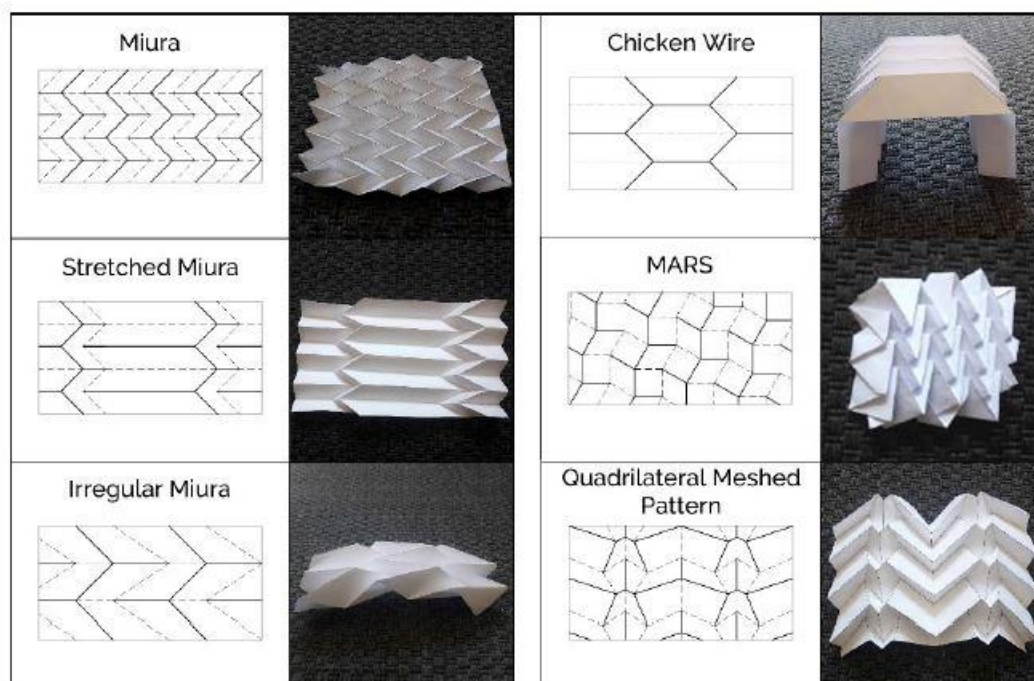
Τέτοιοι τύποι κορυφών χρησιμοποιούνται στο μοτίβο Miura-Ori (η πρώτη ονομασμένη αναπτυσσόμενη επιφάνεια διπλής αυλάκωσης (DDC)), που δημιουργήθηκε από τον Ιάπωνα αστροφυσικό Koryo Miura το 1970. Το Miura-Ori προέρχεται από γεωμετρίες που βρίσκονται στη φύση και πληρούν την αρχή της ελάχιστης δυναμικής ενέργειας (Miura, 2009). Αυτό το μοτίβο αναπτύσσεται ταυτόχρονα και ομοιογενώς σε ορθογώνιες κατευθύνσεις, έχει μόνο ένα DoF και τόσο εκδίπλωση όσο και η δίπλωση ακολουθούν τον ίδιο δρόμο (Miura, 2009).

Το μοτίβο MARS, που προτάθηκε από τον Tabor da Barreto το 1982, έχει ένα μοτίβο πτύχωσης που ξεκινάει από το Miura-Ori αλλά εισάγει μια επιδιωκόμενη ανωμαλία καθώς οι όψεις αποτελούνται από τετράγωνα και ρόμβους, αντί για όμοια πλάγια παραλληλόγραμμα (Barreto, 1994). Αυτή η ιδιομορφία οδηγεί στην επίτευξη μιας μη συμβατικής επίπεδης κατάστασης.

Το μοτίβο Chicken-Wire (ονομάστηκε από Evans et al., 2015 (α)), είναι ένα μοτίβο πτύχωσης που χρησιμοποιεί τραπέζια στις χαράξεις του. Αυτό προκαλεί αλλαγή της φοράς των εδρών στα άκρα των τετράπλευρων.

Το τελευταίο μοτίβο πτύχωσης είναι το τετράπλευρο δικτυωτό μοτίβο, που επίσης ονομάστηκε από τους Evans et al. (2015(α)) και αυτό διπλώνει επίσης σε κυλινδρική μορφή.

Στο σχήμα 3.2 παρουσιάζονται τα μοτίβα πτύχωσης με κορυφές **D4V**, που αναπτύχθηκαν παραπάνω.



Σχήμα 3.2: Διαγράμματα πτύχωσης τετάρτου βαθμού και αντίστοιχα μοντέλα Origami
Πηγή: (Osorio, 2019)

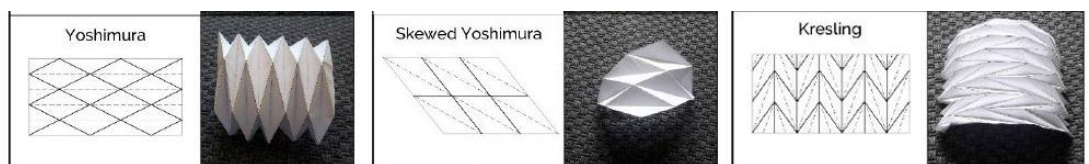
Διαγράμματα πτύχωσης έκτου βαθμού

Προκειμένου να ικανοποιηθεί το Θεώρημα Maekawa-Justin, οι κορυφές **D6V** πρέπει να έχουν τέσσερις πτυχώσεις όρους και δύο πτυχώσεις κοιλάδας (ή το αντίστροφο).

Το γνωστό μοτίβο Yoshimura, που ανακαλύφθηκε από τον Yoshimaru Yoshimura το 1955 μέσα από τη μελέτη του λυγισμού των κυλίνδρων που υπόκεινται σε αξονικές δυνάμεις, ανήκει σε αυτή την κατηγορία. Παρόμοια με το Miura- Ori, το Yoshimura μπορεί επίσης να βρεθεί στη φύση.

Η Biruta Kresling επίσης μελετά μοτίβα που μπορούν να βρεθούν στη φύση και διερευνά αυτό που αποκαλεί «μοτίβα αποτυχίας» δηλαδή μοτίβα που αναδύονται σε συγκεκριμένα φυτά και από τη σύνθλιψη, χρησιμοποιώντας ελάχιστη ενέργεια. Μέσω αυτής της μεθόδου η συγγραφέας παρουσίασε το μοτίβο Kresling το 1997, το οποίο προκύπτει όταν ασκούνται σε κυλίνδρους δυνάμεις σε δύο κατευθύνσεις, μια γραμμική αξονική δύναμη μαζί με μια περιστροφική (Kresling, 1997).

Στο σχήμα 3.3 παρουσιάζονται τα μοτίβα πτύχωσης με κορυφές **D6V**, που αναπτύχθηκαν παραπάνω.



Σχήμα 3.3: Διαγράμματα πτύχωσης έκτου βαθμού και αντίστοιχα μοντέλα Origami
Πηγή: (Osorio, 2019)

3.2. Μαθηματικά των Origami

Η σχέση ανάμεσα στις χαράξεις Origami και τα Μαθηματικά

Η σύνδεση ανάμεσα στη γεωμετρία και τα origami παρουσιάζει σημαντικό ερευνητικό ενδιαφέρον . Αυτή η σύνδεση υπερβαίνει τους απλούς υπολογισμούς και επεκτείνεται θεμελιώδεις αρχές που διέπουν την τέχνη της δίπλωσης του χαρτιού. Τα μαθηματικά παρέχουν το αναλυτικό πλαίσιο και τα εργαλεία που είναι απαραίτητα για τη δημιουργία και την κατανόηση της τέχνης του διπλώματος χαρτιού. Αυτή η συμβιωτική σχέση έχει εμπλουτίσει και συνεχίζει να εμπνέει τη δημιουργικότητα και την καινοτομία στον κόσμο του origami.

Αφενός μεν, η γεωμετρία και τα origami συνδέονται άρρηκτα καθώς η γεωμετρία αποτελεί το θεμέλιο της τέχνης της πτύχωσης του χαρτιού. Η σχέση αυτή περιλαμβάνει τόσο τις θεωρητικές πτυχές της γεωμετρίας όσο και τις πρακτικές εφαρμογές της στο origami(Hull 2011).

Αφετέρου, τα διαγράμματα (μοτίβα) πτύχωσης, (crease patterns) αποτελούν στην ουσία μαθηματικά διαγράμματα που αντιπροσωπεύουν την ακριβή σειρά των πτυχώσεων που απαιτούνται για τη δημιουργία ενός συγκεκριμένου μοντέλου origami (Demaine and O'Rourke 2007).

Η συμμετρία και η αναλογία είναι θεμελιώδεις αρχές στον κόσμο του origami. Οι μαθηματικές αρχές αυτές συνεισφέρουν στη δημιουργία ισορροπημένων και αρμονικών σχεδίων(Lang 2003).

Πιο συγκεκριμένα, όπως αναλύεται και στο παρόν κεφάλαιο, υπάρχει πληθώρα θεωρημάτων και αξιωμάτων που είτε έχουν προκύψει από εφαρμογές origami είτε εξηγούν / παρέχουν ερμηνευτικά εργαλεία για την ανάλυση πτυχώσεων. Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια βιβλιογραφική επισκόπηση των σημαντικότερων αξιωμάτων και θεωρημάτων που σχετίζονται με την παρούσα εργασία.

3.3. Γεωμετρικές Αρχές, Κανόνες, Αξιώματα και Θεωρήματα

Τα Origami διαθέτουν μια εγγενή γεωμετρία η οποία είναι φυσικό να γίνει αντικείμενο μελέτης για όποιον ασχολείται με τις χαράξεις αυτές (των origami). Σύμφωνα με τους Demaine & O'Rourke η παλαιότερη αναφορά στα origami στο πλαίσιο της γεωμετρίας ήταν σε ένα βιβλίο του Dionysius Lardner το 1840. Το βιβλίο αυτό περιείχε εικονογραφημένες διάφορες γεωμετρικές έννοιες χρησιμοποιώντας την πτύχωση του χαρτιού (Demaine & O'Rourke, 2007). Από τότε μέχρι σήμερα έχει γραφτεί αρκετοί τόμοι για τα μαθηματικά που διέπουν τα Origami. Ο τομέας των μαθηματικών που διέπουν τα Origami είναι ένα επιστημονικό πεδίο ανοιχτό στην έρευνα. Ενδεικτικά αναφέρονται οι γεωμετρικές κατασκευές της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, τα πολυώνυμα και η Άλγεβρα.

Στόχος της παρούσας εργασίας δεν είναι να καλύψει όλα τα μαθηματικά των origami αλλά να σταθεί στις πιο ουσιαστικές τους έννοιες.

Παρακάτω θα αναπτυχθούν τα 7 βασικά αξιώματα που ισχύουν για τις χαράξεις origami καθώς επίσης και τα κυριότερα από τα θεωρήματα που έχουν διατυπωθεί αναφορικά με αυτές. Αυτό θα γίνει για δύο λόγους: α) Για να παρασχεθεί το κατάλληλο υπόβαθρο ώστε να γίνουν κατανοητά βασικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες των origami (ενδεικτικά αναφέρουμε τη δυνατότητα επίπεδης δίπλωσης - flat folding). β) Για να επιτευχθεί μια εισαγωγή στη λογική αυτού του ιδιαίτερου επιστημονικού πεδίου.

Τέλος, αυτή η εργασία δε θα επεκταθεί στα αξιώματα, θεωρήματα και κατασκευές που περιλαμβάνουν δύο ή περισσότερες ταυτόχρονες πτυχώσεις.

3.4. Αξιώματα Huzita-Justin

Τα επτά Αξιώματα Huzita-Justin είναι οι βασικές γεωμετρικές αρχές που διέπουν τις πτυχώσεις origami. Τα αξιώματα αυτά στην ουσία αποτελούν κανόνες για τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να τοποθετηθούν οι διπλώσεις ή μια σε σχέση με την άλλη, αλλά και σε σχέση με τα σημεία πάνω στο χαρτί. Παρά το ότι η τέχνη του origami μετράει κάποιους αιώνες ιστορίας, τα αξιώματα που προσδιορίζουν τις γεωμετρικές του δυνατότητες διατυπώθηκαν τη δεκαετία του 1980 (Osorio 2014).

Αξίωμα 1^ο:

Για δύο δεδομένα σημεία σ_1 και σ_2 υπάρχει μοναδική πτύχωση που ενώνει τα δυο σημεία αυτά.



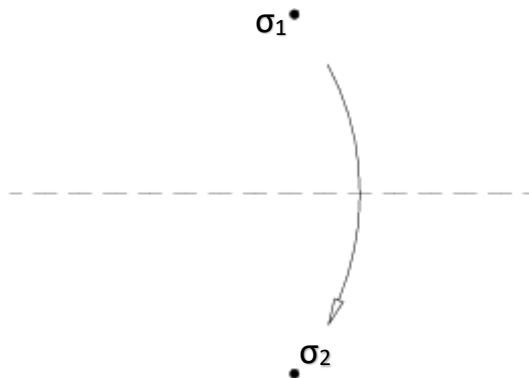
Σχήμα 3.4: 1^ο Αξίωμα Huzita-Justin
Πηγή: (Osorio 2014)

Η παραμετρική διατύπωση της εξίσωσης της καμπύλης (ευθείας) που διέρχεται από τα δυο σημεία είναι η συνάρτηση:

$$F(x) = \sigma_1 + x(\sigma_2 - \sigma_1)$$

Αξίωμα 2^ο:

Για δύο δεδομένα σημεία σ_1 και σ_2 υπάρχει μοναδική πτύχωση που τοποθετεί το σ_1 ακριβώς επάνω στο σ_2 .

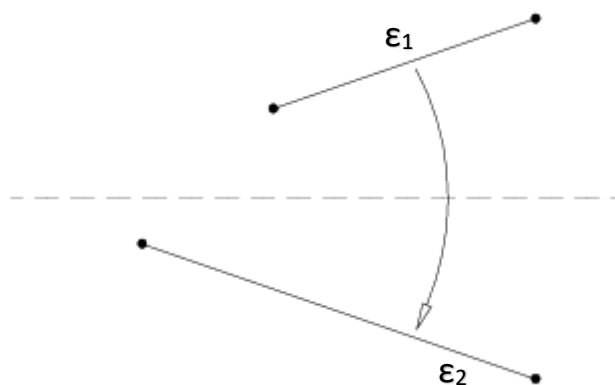


Σχήμα 3.5: 2^ο Αξίωμα Huzita-Justin
Πηγή: (Osorio 2014)

Η ευθεία που ακολουθεί η πτύχωση αυτή αντιστοιχεί στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος p_1p_2 .

Αξίωμα 3^ο:

Για δύο δοθείσες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 υπάρχει πτύχωση που τοποθετεί την ϵ_1 ακριβώς πάνω στην ϵ_2 .

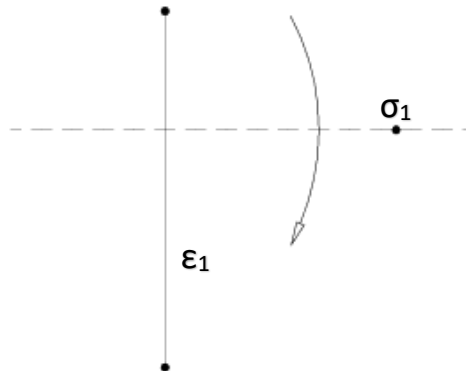


Σχήμα 3.6: 3^ο Αξίωμα Huzita-Justin
Πηγή: (Osorio 2014)

Η ευθεία που ακολουθεί η πτύχωση αυτή αντιστοιχεί στη διχοτόμο της γωνίας που σχηματίζουν οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 .

Αξίωμα 4^ο:

Δοθέντος ενός σημείου σ_1 και μιας ευθείας ϵ_1 υπάρχει μοναδική πτύχωση κάθετη στην ϵ_1 που περνάει από το σημείο σ_1 .

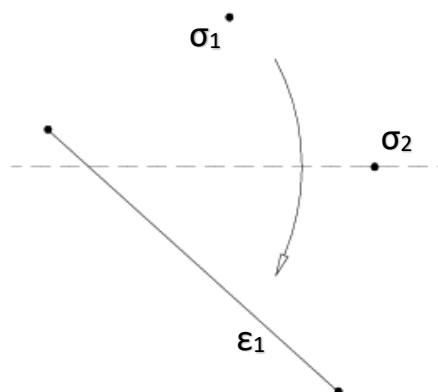


Σχήμα 3.7: 4^ο Αξίωμα Huzita-Justin,
Πηγή: (Osorio 2014)

Το αξίωμα αυτό ισοδυναμεί με το να βρεθεί η κάθετη στην ευθεία ϵ_1 που διέρχεται από το σημείο σ_1 .

Αξίωμα 5^ο:

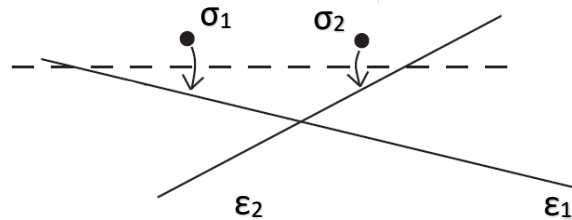
Για δύο δεδομένα σημεία σ_1 και σ_2 και μια ευθεία ϵ_1 υπάρχει πτύχωση που τοποθετεί το p_1 πάνω στην l_1 και διέρχεται από το p_2 .



Σχήμα 3.8: 4^ο Αξίωμα Huzita-Justin
Πηγή: (Osorio 2014)

Αξίωμα 6^ο ή αλλιώς η πτύχωση Beloch:

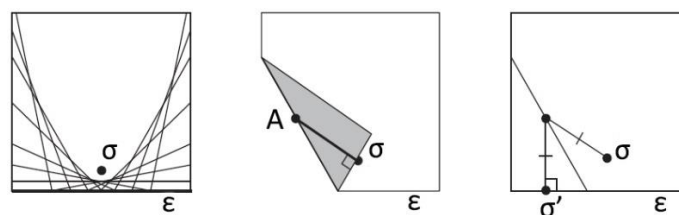
Για δύο δεδομένα σημεία σ_1 και σ_2 και δυο δεδομένες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 υπάρχει πτύχωση που τοποθετεί το σ_1 πάνω στην ϵ_1 και το σ_2 πάνω στην ϵ_2 .



Σχήμα 3.9: Η Πτύχωση Beloch
Πηγή: (Hull, 1996)

Η πτύχωση αυτή λέγεται πτύχωση Beloch προς τιμήν της **Margherita Piazzolla Beloch** η οποία το 1936 χρησιμοποιώντας την έδειξε ότι τα origami μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην επίλυση εξισώσεων τρίτου βαθμού.

Για να καταλάβουμε καλύτερα τι επιτυγχάνει η πτύχωση αυτή ας θεωρήσουμε μόνο το ένα ζευγάρι γραμμής- σημείου στην παραπάνω κατασκευή. Αν διπλώνουμε διαδοχικά ένα σημείο σ επάνω σε μια ευθεία ϵ , οι πτυχές που θα δημιουργηθούν θα είναι οι εφαπτόμενες της παραβολής η οποία έχει εστία το σημείο σ και διευθετούσα την ευθεία ϵ . Για να το αποδείξουμε αυτό αρκεί όταν διπλώσουμε ένα τυχαίο σημείο σ_1 της ευθείας ϵ πάνω στο σημείο σ και να χαράξουμε μία κάθετο στην ευθεία ϵ από το σημείο αυτό. Αν έστω A είναι το σημείο όπου η κάθετος αυτή συναντάει τη γραμμή της πτυχής τότε ξεδιπλώνοντας αποδεικνύεται ότι το σημείο A ισαπέχει από το σημείο σ (εστία) και την ευθεία ϵ (διευθετούσα). Επομένως μπορούμε ισοδύναμα να πούμε ότι το να διπλώσουμε ένα σημείο πάνω σε μια ευθεία είναι σαν να προσδιορίζουμε ένα σημείο πάνω σε μια παραβολή, το οποίο με τη σειρά του είναι ισοδύναμο με το να λύνουμε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού.

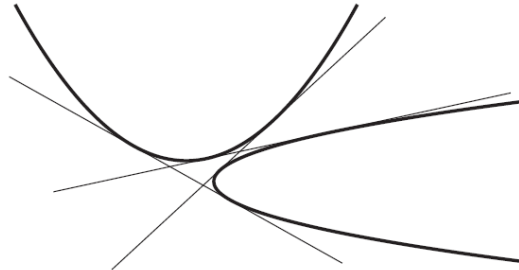


Σχήμα 3.10: Η Πτύχωση σημείου πάνω σε ευθεία χαράσσει τις εφαπτόμενες σε παραβολή η οποία έχει για εστία το σημείο και διευθετούσα την ευθεία. Πηγή: (Hull, 1996)

Το 6^ο αξίωμα με τα δύο ζευγάρια σημείου- ευθείας είναι ισοδύναμο με την εύρεση ευθείας που είναι ταυτόχρονα εφαπτόμενη σε δυο παραβολές. Οι δύο παραβολές έχουν τις εστίες τους στα σημεία σ_1 και σ_2 με διευθετούσες τις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 .

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.11 δυο παραβολές στο επίπεδο μπορούν να έχουν μέχρι τρεις κοινές εφαπτόμενες

και μπορεί να θεωρηθεί ισοδύναμο με την επίλυση τριτοβάθμιας εξίσωσης καθώς στη γενική περίπτωση οι τριτοβάθμιες εξισώσεις έχουν τρεις πραγματικές λύσεις.



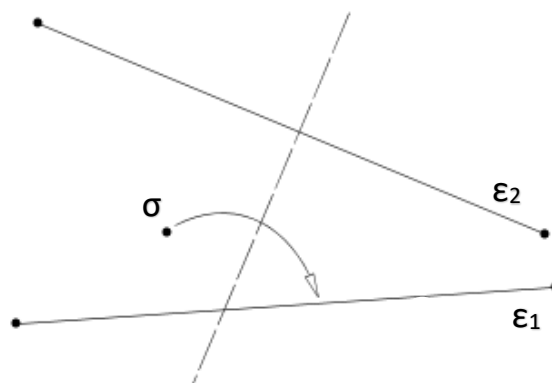
Σχήμα 3.11: Δύο παραβολές μπορούν να έχουν το μέγιστο τρεις κοινές εφαπτόμενες
Πηγή: (Hull, 1996)

Χάρη στην Πτύχωση Beloch μπορούμε να κατασκευάσουμε το $\sqrt[3]{2}$ (κυβική ρίζα του δυο)(Hull 1996).

Αξίζει να αναφερθεί ότι όλες οι βασικές ευκλείδειες κατασκευές που γίνονται με κανόνα και διαβήτη μπορούν να κατασκευαστούν και με πτυχώσεις χρησιμοποιώντας τα έξι παραπάνω αξιώματα. Ο George Martin το 1998 επαλήθευσε ότι η κατασκευή που αντιστοιχεί στο 6^ο αξίωμα του Huzita συνεπικουρούμενο από τον ορισμό ενός σημείου ως τομή δύο πτυχώσεων, ήταν αρκετό για να υλοποιηθούν όλες οι κατασκευές που περιγράφονται στα έξι αξιώματα του Huzita και συνεπώς **όλες οι κατασκευές της ευκλείδειας επιπεδομετρίας** (Martin, 1998).

Αξίωμα 7^ο:

Για ένα δεδομένο σημείο σ και δύο μη παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 υπάρχει μία πτύχωση που είναι κάθετη στην ϵ_2 και τοποθετεί το σ_1 πάνω στην ϵ_1 .



Σχήμα 3.12: 7^ο Αξίωμα Huzita-Justin
Πηγή: (Osorio, 2014)

Το αξίωμα αυτό αρχικά διατυπώθηκε από τον Jacques Justin το 1989. Μάλιστα, στο ίδιο συνέδριο που ο Huzita παρουσίασε τα έξι αξιώματά του, ο Justin παρουσίασε επτά διαφορετικές κατασκευές αντίστοιχες με αυτές του Huzita μόνο που ο Justin συμπεριελάμβανε μια επιπλέον κατασκευή (το 7^ο αξίωμα) που δεν υπήρχε στο υλικό του Huzita. Το υλικό αυτό που ο Justin εν μέρει το απέδωσε στον Peter Messer, δεν έτυχε μεγάλης προσοχής τότε και εν πολλοίς αγνοήθηκε μέχρι που το 2001 ο Koshiro Hatori ξαναανακάλυψε το 7^ο αξίωμα του Justin.

Τα επτά αξιώματα που αναπτύχθηκαν παραπάνω και είθισται να λέγονται Huzita-Justin Axioms (HJA) ή Huzita-Hatori Axioms.

Χάρη σε αυτά αναπτύχθηκαν θεωρήματα και γεωμετρικές κατασκευές που δε μπορούν να υλοποιηθούν με κανόνα και διαβήτη. Ενδεικτικά αναφέρουμε τις εξής:

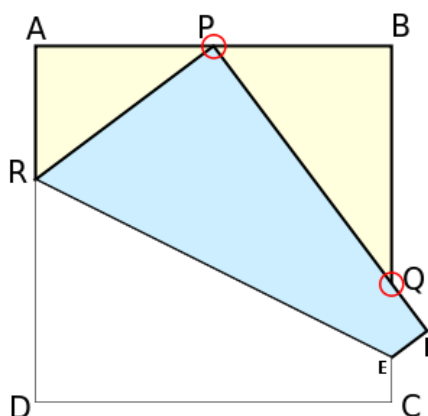
- Η τριχοτόμηση γωνίας
- Ο διπλασιασμός του κύβου που αναφέρθηκε νωρίτερα και ισοδυναμεί με επίλυση τριτοβάθμιας εξίσωσης
- Η κατασκευή διαφόρων κανονικών πολυγώνων

3.5. Θεωρήματα και Γεωμετρικές Κατασκευές Origami

1^ο Θεώρημα του Haga

Σύμφωνα με το 1^ο Θεώρημα του Haga, η πλευρά ενός τετραγώνου μπορεί να διαιρεθεί σε ένα αυθαίρετο κλάσμα (που ανήκει στους πραγματικούς αριθμούς) με διάφορους τρόπους.

Η γεωμετρική κατασκευή που αποτυπώνει το Θεώρημα του Haga δίνεται στο σχήμα 3.13



Σχήμα 3.13: 1^ο Θεώρημα Haga

Πηγή: <https://alchetron.com/Mathematics-of-paper-folding>

Και η σχέση που εξάγεται είναι η παρακάτω:

$$(BEQ) = \frac{2(AP)}{1+(AP)}$$

Η συνάρτηση που συνδέει τα μήκη (AP) και (QC) είναι **αμφιμονοσήμαντη**¹.

Έστω:

$$x=(AP)$$

Τότε τα μήκη των υπολοίπων τμημάτων στην παραπάνω κατασκευή είναι πραγματικές συναρτήσεις του x.

Αναλυτικότερα:

AP	BQ	QC	AR	PQ
x	$\frac{2x}{1+x}$	$\frac{1-x}{1+x}$	$\frac{1-x^2}{2}$	$\frac{1+x^2}{1+x}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{13}{15}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{13}{15}$

Πίνακας 3.1: Τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων στη γεωμετρική κατασκευή του 1^{ου} Θεωρήματος Haga ως συνάρτηση του μήκους x=(AP) Πηγή:

https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics_of_paper_folding

Η γενικευμένη μορφή του Θεωρήματος Haga είναι:

$$\frac{(BQ)}{(CQ)} = \frac{2(AP)}{(BP)}$$

¹ συνάρτηση “ένα προς ένα”

Η πτύχωση (Θεώρημα) Haga επίσης μελετήθηκε και στην γεωμετρία Wasan² όπου μάλιστα αναφέρεται ότι η ακτίνα του κύκλου που είναι εγγεγραμμένος στο τρίγωνο QBR είναι ίση με το μήκος (QF).

Χάρη στην πτύχωση Haga μπορούν να γίνουν γεωμετρικές κατασκευές που επιλύουν προβλήματα που δε μπορούν να λυθούν με κανόνα και διαβήτη. Τα πιο διάσημα απ' αυτά είναι τα παρακάτω:

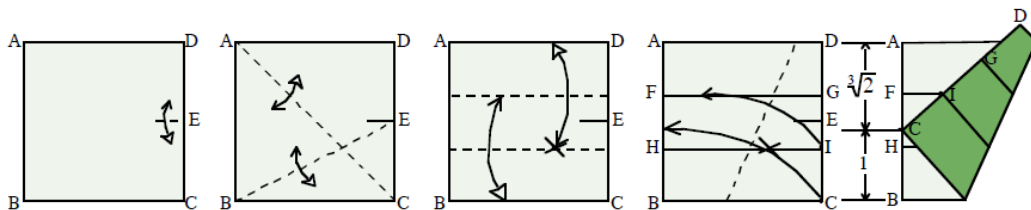
Ο διπλασιασμός του κύβου (Το Δήλιο Πρόβλημα)

Ήδη από την αρχαιότητα ήταν γνωστό το περίφημο Δήλιο Πρόβλημα του διπλασιασμού του όγκου του κύβου. Το πρόβλημα αυτό ισοδυναμεί με την εύρεση της κυβικής ρίζας του δύο $\sqrt[3]{2}$.

Το πρόβλημα αυτό δεν μπορεί να λυθεί με κανόνα και διαβήτη. Μπορεί να λυθεί όμως με πτυχώσεις σε ένα κομμάτι τετράγωνο χαρτί. Η παρακάτω γεωμετρική επίλυση της $\sqrt[3]{2}$ με πτυχώσεις ανήκει στον Peter Messer:

Σε ένα τετράγωνο κομμάτι χαρτί το οποίο πρώτα έχει χωριστεί σε τρεις ίσες λωρίδες κάνουμε μια πτύχωση αντίστοιχη με αυτή του θεωρήματος Haga, έτσι ώστε η κάτω γωνία του χαρτιού [C] να ακουμπάει στην απέναντι πλευρά του χαρτιού [AB] και το σημάδι της πτύχωσης του ενός τρίτου να ακουμπάει στη γραμμή της πτύχωσης του άλλου τρίτου στο σημείο [I] όπως φαίνεται στο σχήμα 3.14. Το μήκος (AC) τότε θα ισούται με την κυβική ρίζα του διπλάσιου του μήκους (CB), δηλαδή:

$$(AC) = \sqrt[3]{2(CB)}$$



Σχήμα 3.14: Γεωμετρική επίλυση του διπλασιασμού του κύβου από τον Peter Messer
Πηγή: (Lang, 2008)

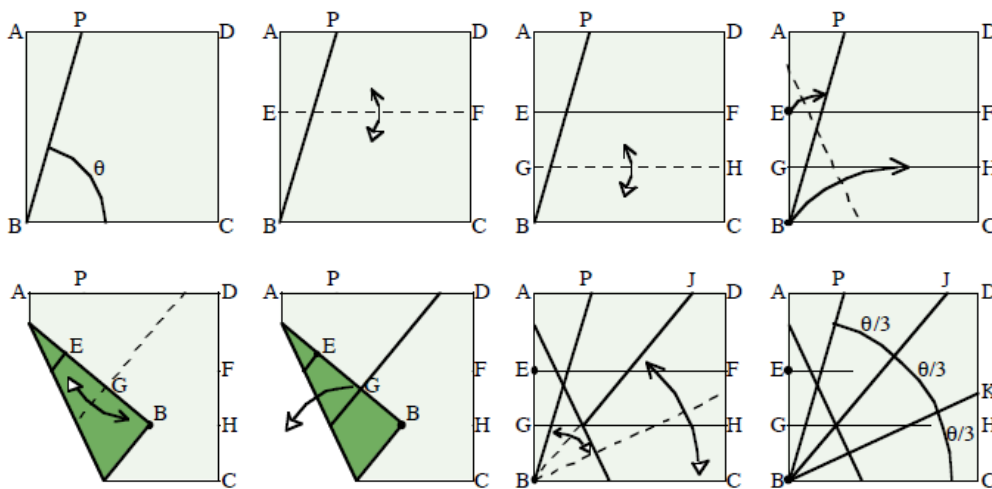
Η τριχοτόμηση γωνίας (Hisashi Abe 1980)

² Wasan, 和算, είναι τα Ιαπωνικά Μαθηματικά που ακμάσαν στην Ιαπωνία κατά την περίοδο Edo [1603 -1867] και αναπτυχθήκαν ανεξάρτητα απο τη μαθηματική παράδοση της Δύσης

Για μια τυχαία γωνία θ που σε ένα τετράγωνο φύλλο χαρτί (βλέπε σχήμα 3.15) κατασκευάζεται με την πτύχωση BP ως CBP, η τριχοτόμος της βρίσκεται με τον ακόλουθο τρόπο:

- Κάνουμε τη δίπλωση EF που είναι παράλληλη με τις πλευρές του τετραγώνου στο τυχαίο σημείο E.
- Στη συνέχεια κάνουμε την πτύχωση GH διπλώνοντας την πλευρά BC του χαρτιού πάνω στην πτύχωση EF.
- Διπλώνουμε την κάτω αριστερά γωνία του χαρτιού έτσι ώστε το σημείο E να πέσει πάνω στην BP και η άκρη B του χαρτιού να πέσει πάνω στην GH.
- Κρατώντας την άκρη διπλωμένη, διπλώνουμε ξανά στο σημείο G έτσι ώστε το B να πέσει πάνω στο E.
- Ξεδιπλώνοντας, διπλώνουμε την κάτω δεξιά γωνία του χαρτιού, έτσι ώστε η πλευρά BC του χαρτιού να πέσει πάνω στην πτύχωση BJ.

Οι γωνίες που δημιουργήθηκαν είναι η κάθε μία το $\frac{1}{3}$ της αρχικής γωνίας θ (Lang, 2008).



Σχήμα 3.15: Τριχοτόμηση γωνίας (Hisashi Abe 1980)
Πηγή: (Lang, 2008)

Τα θεωρήματα της επίπεδης δίπλωσης (flat Folding)

Ένα από τα πιο σημαντικά ζήτημα με τις χαράξεις origami είναι αν ένα συγκεκριμένο μοτίβο μπορεί να διπλωθεί σε επίπεδο (flat folding) και αν ναι, πώς μπορεί να γίνει αυτό.

Η δυνατότητα ή μη της επίπεδης δίπλωσης μπορεί να αναφέρεται: α) σε ολόκληρο το μοτίβο χάραξης (crease pattern) ενός origami ή β) σε μία από τις κορυφές που υπάρχουν σε ένα μοτίβο χάραξης origami. Στη δεύτερη κατηγορία συγκαταλέγεται και η περίπτωση ένα μοτίβο χάραξης να περιλαμβάνει μόνο μία κορυφή. Παρακάτω διερευνάται η κάθε μία από τις δυο περιπτώσεις ξεχωριστά:

Δυνατότητα επίπεδης δίπλωσης για όλο το μοτίβο χάραξης

“Δίνεται ένα τυχαίο μοτίβο χάραξης origami. Έχει τη δυνατότητα να διπλωθεί σε επίπεδο;” Το ερώτημα αυτό είναι ένα θέμα ανοικτό στην έρευνα. Όπως απέδειξαν οι Bern & Hayes το 1996 (Bern and Hayes 1996) είναι ένα πρόβλημα ισχυρά NP-hard, που σημαίνει ότι δεν υπάρχει γνωστός αλγόριθμος που να μπορεί να το λύσει σε πολυωνυμικό χρόνο, δηλαδή σε χρόνο που αυξάνεται πολυωνυμικά ως προς το μέγεθος της εισόδου³.

Έχουν ανακαλυφθεί συνθήκες αναγκαίες αλλά όχι ικανές ώστε το μοτίβο χάραξης (crease pattern) ενός origami να δίνει ένα μοντέλο που έχει δυνατότητα επίπεδης δίπλωσης.

Ο κανόνας των δύο χρωμάτων (Two-Colorability Rule)

Υπάρχει μόνο ένας κανόνας σχετικά με την επίπεδη δίπλωση που να ισχύει για όλο το μοτίβο πτύχωσης (crease pattern) και είναι ο κανόνας των δύο χρωμάτων (Two-Colorability Rule). Ο κανόνας αυτός λέει ότι για να έχει ένα μοτίβο πτύχωση επίπεδη

³ Ένα πρόβλημα που είναι NP-hard είναι ένα πρόβλημα που ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων μη πολυωνυμικής πολυπλοκότητας.

Τα προβλήματα NP-hard είναι τα πιο δύσκολα προβλήματα υπολογιστικής πολυπλοκότητας στην κατηγορία των προβλημάτων που ανήκουν στην κλάση NP (Μη Πολυωνυμικού). Ουσιαστικά, αν μπορούμε να βρούμε γρήγορα (σε πολυωνυμικό χρόνο) μια ακριβή λύση για ένα NP-hard πρόβλημα, τότε μπορούμε επίσης να βρούμε γρήγορα λύσεις για όλα τα προβλήματα στην κατηγορία NP. Αυτό κάνει τα NP-hard προβλήματα ιδιαίτερα δύσκολα και ενδιαφέροντα από άποψη υπολογιστικής πολυπλοκότητας.

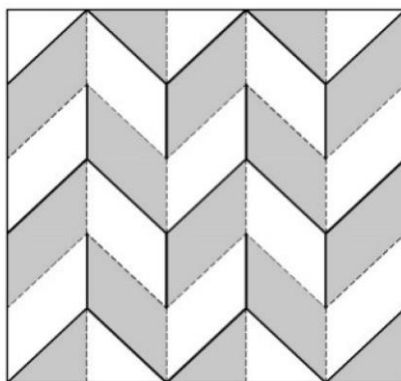
Παρότι δεν υπάρχει αποδεκτός αλγόριθμος για την επίλυση όλων των NP-hard προβλημάτων σε πολυωνυμικό χρόνο, οι επιστήμονες χρησιμοποιούν ποικίλες τεχνικές και προσεγγίσεις για να βρίσκουν προσεγγιστικές λύσεις ή να αναζητούν συγκεκριμένες υποπεριπτώσεις των προβλημάτων που είναι εφικτό να λυθούν σε λογικό χρόνο.

Ο πολυωνυμικός χρόνος (polynomial time) αναφέρεται σε έναν αλγόριθμο υπολογισμού του οποίου ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνεται πολυωνυμικά σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου του προβλήματος. Αυτό σημαίνει ότι ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου αυξάνεται σε ένα πολύ λογικό ρυθμό όσο αυξάνεται το μέγεθος της εισόδου.

Συγκεκριμένα, ένας αλγόριθμος λειτουργεί σε πολυωνυμικό χρόνο αν ο χρόνος εκτέλεσής του είναι περιορισμένος από μια πολυωνυμική συνάρτηση του μεγέθους της εισόδου. Δηλαδή, αν υποθέσουμε ότι το μέγεθος της εισόδου είναι n , τότε ο αλγόριθμος λειτουργεί σε πολυωνυμικό χρόνο αν ο χρόνος εκτέλεσής του είναι $O(n^k)$, όπου k είναι μια σταθερά. Αυτό σημαίνει ότι ο αλγόριθμος εκτελείται σε έναν χρόνο που αυξάνεται πολύ αργά όσο αυξάνεται το μέγεθος της εισόδου.

Ο πολυωνυμικός χρόνος είναι σημαντικός στη θεωρία της υπολογιστικής πολυπλοκότητας, διότι αντιπροσωπεύει τον τύπο αλγορίθμων που θεωρούνται υπολογιστικά αποδεκτοί για πολλά προβλήματα. Αν ένα πρόβλημα μπορεί να λυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο, θεωρείται επιλύσιμο από έναν αποδεκτό αλγόριθμο, ενώ αν απαιτεί υπολογιστικά ανέφικτο χρόνο (όπως το NP-hard προβλήματα), τότε θεωρείται δύσκολο ή ανέφικτο για πρακτική επίλυση σε μεγάλες εισόδους.

δίπλωση πρέπει να είναι εφικτό να χρωματιστεί κάθε όψη του μοτίβου με τέτοιο τρόπο που δύο όψεις⁴ με το ίδιο χρώμα να μην έχουν κοινή γραμμή πτύχωσης (να μην είναι γειτονικές) όπως για παράδειγμα συμβαίνει στο μοτίβο που παίζεται σκάκι. Η τελευταία πρόταση συνεπάγεται ότι το πλήθος των όψεων γύρω από κάθε κορυφή του μοτίβου πτύχωσης πρέπει να είναι ζυγός αριθμός (Demaine and O'Rourke 2007) (Hull 2002).



Σχήμα 3.16: Κανόνας των δύο χρωμάτων (Two-Colorability Rule)
Πηγή: https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics_of_paper_folding

Δεν υπάρχουν άλλες αναγκαίες συνθήκες για την επίπεδη δίπλωση ενός origami που να αφορούν συνολικά όλο το μοτίβο πτύχωσης. Όμως οι συνθήκες που ισχύουν για την επίπεδη δίπλωση κάθε κορυφής ξεχωριστά σε ένα μοτίβο μπορούν να επαληθευτούν διαδοχικά σε όλες τις κορυφές που εμφανίζει ένα origami. Εξωτερικές κορυφές ενός μοτίβου θεωρούνται αυτές που βρίσκονται στο όριο του χαρτιού και επειδή δεν έχουν χαρτί σε 360 γύρω τους αποτελούν “ανοιχτές” κορυφές.

Δυνατότητα επίπεδης δίπλωσης για μεμονωμένη κορυφή σε χάραξη origami

Υπάρχουν τέσσερις αναγκαίες συνθήκες που διέπουν τη χάραξη των κορυφών των μοντέλων origami ώστε να μπορούν να διπλωθούν σε επίπεδο οι οποίοι μάλιστα εμφανίζουν αναλογίες με τους κανόνες που ισχύουν σε μηχανισμούς τεσσάρων αρθρωτών ράβδων.

Θεώρημα 1^ο (Kawasaki, Justin, Hull):

Το διάγραμμα πτυχώσεων (crease pattern) ενός origami έχει επίπεδη δίπλωση (flat folding) αν και μόνο αν σε κάθε κορυφή του η οποία ορίζεται από τις γωνίες $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots + \theta_n = 360^\circ$ ο αριθμός των πτυχώσεων είναι άρτιος και το άθροισμα των περιττών γωνιών θ_{2i+1} είναι ίσο με το άθροισμα των άρτιων γωνιών θ_{2i} , και τα δύο

⁴ Ός όψη σε ένα μοτίβο πτύχωσης ορίζουμε το εμβαδό που περικλείεται ανάμεσα σε διαδοχικές γραμμές χάραξης.

αθροίσματα είναι ίσα με 180° δηλαδή να ισοδυναμούν με μια ευθεία γραμμή (Demaine and O'Rourke 2007).

$$\theta_1 + \theta_3 + \theta_5 + \dots + \theta_{2n+1} = \theta_2 + \theta_4 + \theta_6 + \dots + \theta_{2n} = 180^\circ$$

Το θεώρημα αυτό είναι ευρύτερα γνωστό ως Θεώρημα Kawasaki στην πραγματικότητα όμως ανακαλύφθηκε ανεξάρτητα και από τον Jacques Justin το 1989.

Στη Μηχανολογία, στους Επίπεδους Μηχανισμούς Τεσσάρων Ράβδων το θεώρημα Kawasaki βρίσκει την αναλογία του σε μία από τις περιπτώσεις του θεωρήματος του Grashof.

Έστω επίπεδος μηχανισμός τεσσάρων αρθρωτών ράβδων όπου l : το μήκος της μεγαλύτερης ράβδου, s : το μήκος της μικρότερης ράβδου, p και q : τα μήκη των άλλων δύο ράβδων.

Για να έχει νεκρά σημεία (σημεία αστάθειας) ο μηχανισμός, δηλαδή σημεία όπου η κίνηση κάποιου μέλους του μπορεί να αλλάξει πρέπει να ικανοποιείται το παρακάτω κριτήριο (Greenberg et al. 2011):

$$l+s = p+q$$

Θεώρημα 2ο (Maekawa [Kasahara και Takahama], Justin):

Στο διάγραμμα πτυχώσεων (crease pattern) ενός origami που έχει επίπεδη δίπλωση (flat folding), σε κάθε κορυφή του η οποία ορίζεται από γωνίες $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots + \theta_n = 360^\circ$ ο αριθμός των ορέων και ο αριθμός των κοιλάδων διαφέρουν κατά 2 (Demaine and O'Rourke 2007).

$$M-V = \pm 2$$

Το θεώρημα αυτό είναι γνωστό ως Θεώρημα Maekawa και στην ουσία είναι προϋπόθεση για να το σχηματισμό κλειστού μηχανισμού τεσσάρων αρθρώσεων (Greenberg et al. 2011, 7).

Θεώρημα 3ο (Kawasaki, Justin):

Σε κορυφή ενός διαγράμματος πτύχωσης (crease pattern), αν μία γωνία θ αποτελεί αυστηρά τοπικό ελάχιστο, τότε οι δύο πτυχώσεις που ορίζουν τη γωνία αυτή πρέπει να έχουν αντίθετη φορά δίπλωσης, δηλαδή αν η μία είναι "όρος" η άλλη πρέπει να είναι "κοιλάδα" ή το αντίστροφο (Demaine and O'Rourke 2007).

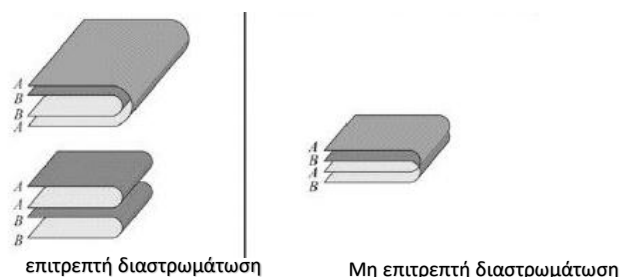
Και αυτό το θεώρημα βρίσκει την αναλογία του στη μηχανολογία, στις προϋποθέσεις που ισχύουν για τους κνωδακοφόρους μηχανισμούς με ελάσματα (spherical four-bar lamina Emergent Mechanisms -LEMs) όπου ο μικρότερος (σε μήκος) σύνδεσμος πρέπει να συνδέει δύο συνδέσμους που έχουν αντίθετη φορά (Greenberg et al., 2011).

Συνθήκες μη διάσχισης

Για να μπορεί ένα μοτίβο πτύχωσης origami να διπλώνει άκαμπτα και επίπεδα πρέπει να διασφαλιστεί ότι οι πλευρές του (οι έδρες του) δε θα εισχωρούν η μια στην άλλη κατά τη διαδικασία της δίπλωσης (Tachi 2009) (Hoberman 2015) (Demaine and O'Rourke 2007) (Lang 2008).

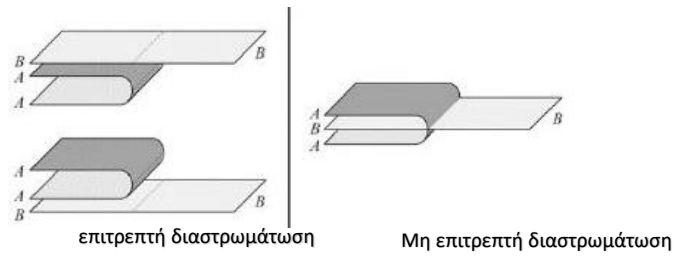
Η περιγραφή της επίπεδης πλήρους δίπλωσης ενός origami πρέπει οπωσδήποτε να περιέχει και τη σειρά με την οποία διαστρωματώνονται οι διάφορες έδρες του γιατί το διάγραμμα ορέων και κοιλάδων δεν είναι αρκετό.

- Ο Jacques Justin το 1997 διατύπωσε τρία αξιώματα ώστε να μη συγκρούονται και μπλοκάρουν η μία την άλλη αλλά και ώστε να μη διαπερνούν η μία την άλλη οι διαφορετικές έδρες ενός origami. Τα αξιώματα αυτά, τα οποία έχουν αποτυπωθεί γραφικά στα σχήματα 3.17-3.19 αφορούν στη διάταξη που θα έχει κάθε πτύχωση κατά τη διαδικασία της δίπλωσης και εν τέλει στη σειρά με την οποία θα διαστρωματωθούν οι διαφορετικές έδρες του origami όταν αυτό θα είναι διπλωμένο επίπεδα (στην πλήρως διπλωμένη και επίπεδη μορφή του). Κατά συνέπεια, τα αξιώματα αυτά έχουν να κάνουν με τον προσανατολισμό των πτυχώσεων, αν δηλαδή είναι όρη ή κοιλάδες, διότι αυτό καθορίζει τη σχέση ανάμεσα σε δύο έδρες που αλληλεπικαλύπτονται στη διπλωμένη μορφή του μοντέλου (Lang 2008) (Lang and Demaine 2009).
- I. Αν δύο πτυχές επικαλύπτουν η μία την άλλη με τέτοιο τρόπο που και οι έδρες τους αλληλεπικαλύπτονται τότε τα ζεύγη των εδρών που προσπίπτουν στην κάθε πτυχή δε μπορούν να παρεμβάλλονται το ένα στο άλλο. Το αξίωμα αυτό περιγράφεται στο σχήμα 3.17, στην αριστερή πλευρά φαίνεται η (διαστρωμάτωση) σειρά που επιτρέπει την επίπεδη δίπλωση ενώ δεξιά φαίνεται η (διαστρωμάτωση) σειρά που δεν την επιτρέπει.



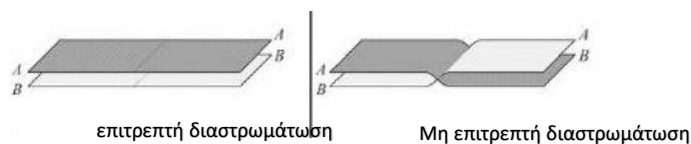
Σχήμα 3.17: 1^ο Αξίωμα του Jacques Justin
Πηγή: (Demaine and O'Rourke 2007)

- II. Αν ένα φύλλο χαρτί επικαλύπτει μια πτύχωση, δεν μπορεί αυτό να βρίσκεται ανάμεσα στις έδρες που δημιουργούν την πτύχωση αυτή.



Σχήμα 3.18: 2° Αξίωμα του Jacques Justin
 Πηγή: (Demaine and O'Rourke 2007)

- III. Αν η μία έδρα μίας πτύχωσης βρίσκεται στη μία πλευρά από μία άλλη ανοικτή (ξεδιπλωμένη) πτύχωση τότε και η δεύτερη έδρα της πρώτης πτύχωσης πρέπει να βρίσκεται στην ίδια πλευρά με την πρώτη. Δηλαδή τα δύο ζεύγη πτυχώσεων δε μπορούν να παρεμβάλλονται και να τέμνουν το ένα το άλλο.



Σχήμα 3.19: 3° Αξίωμα του Jacques Justin
 Πηγή: (Demaine and O'Rourke 2007)

Όπως και στην περίπτωση της επίπεδης δίπλωσης, είναι πολύ δύσκολο να ελεγχθεί ολόκληρο το μοτίβο πτύχωσης για σημεία όπου η μία πτύχωση τέμνει την άλλη. Γι' αυτό οι Robert Lang, Marshall Bern, Erik Demaine και Tomohiro Tachi επιστρατεύουν την τεχνική του "disk-packing" (ψηφιοδοθέτηση) με κύκλους στο επίπεδο ώστε να ελεγχθεί αν υπάρχει αυτό-διασταύρωση των πτυχώσεων (αν η μία πτύχωση τέμνει την άλλη, *self-intersection*) για κάθε κορυφή του διαγράμματος πτύχωσης (Bern et al. 2000) (Lang and Demaine 2009) (Tachi 2009) (Osorio 2014).

Η μέθοδος ψηφιοδοθέτησης επιπέδου με κύκλους για τον έλεγχο μοτίβων πτύχωσης στα origami

Η μέθοδος ψηφιοδοθέτησης με κύκλους αναπτύχθηκε από τον Bern et al. (1998, 2002) αν και πρώτη φορά προτάθηκε από τον R. Lang το 1996, για να προκύψουν μοτίβα πτύχωσης origami τα οποία θα αποτελούνται από τριγωνικές και τετράγωνα έδρες (όψεις) και θα επιτυγχάνουν επίπεδη δίπλωση. Η τεχνική αυτή που αναλύεται βήμα προς βήμα παρακάτω, ξεκινάει από μια συγκεκριμένη μορφή όπως για παράδειγμα ένα πολύγωνο που περιέχεται σε ένα ορθογώνιο χαρτί. Στόχος είναι να δημιουργηθεί ένα μοτίβο πτύχωσης τέτοιο ώστε αφενός να μπορεί να διπλώνει στο επίπεδο

αφετέρου οι πτυχώσεις του να είναι τέτοιες που όταν αυτό είναι στην επίπεδη διπλωμένη μορφή του, το πολύγωνο να μπορεί να αποκοπεί από το χαρτί με μία μόνο τομή.

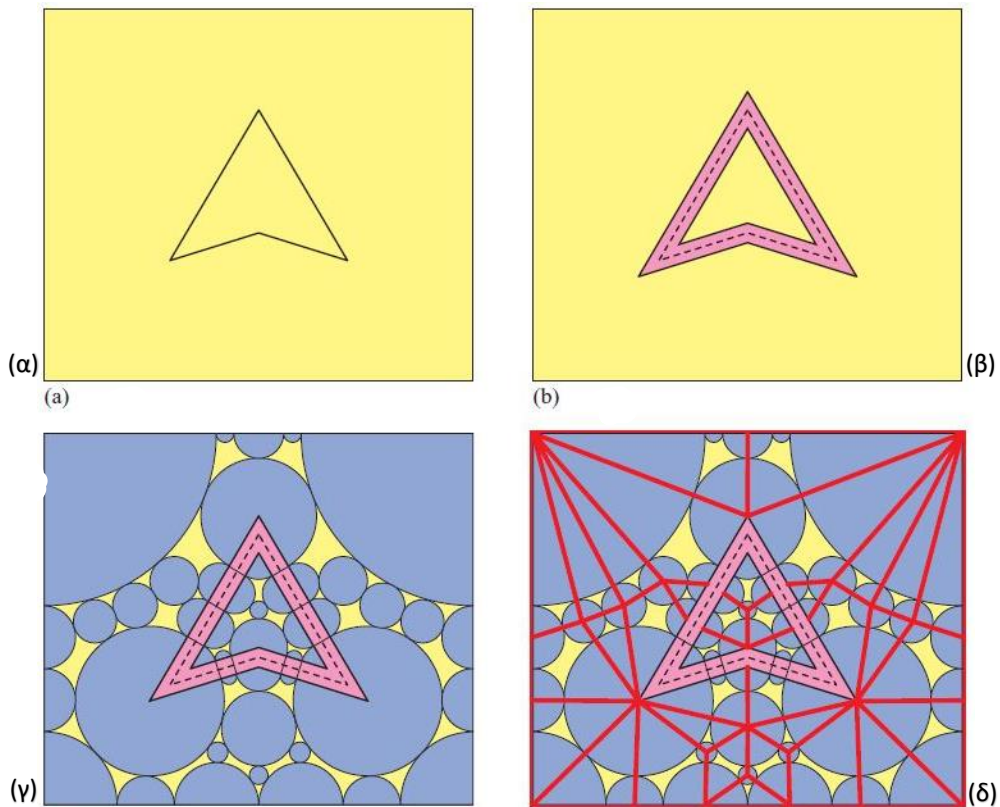
Παρά το ότι κάτι τέτοιο δε μας απασχολεί στην παρούσα έρευνα, η συλλογιστική των αλγόριθμων ψηφιοθέτησης με κύκλους αποδεικνύεται πολύτιμη όταν ελέγχουμε τη διαδικασία δίπλωσης ενός μοτίβου και το κατά πόσο οι έδρες του μπορούν και κλείνουν σωστά χωρίς να εμποδίζει η μία την άλλη (Osorio 2014).

Πρώτα θα περιγράψουμε τη μέθοδο του disk packing που ακολουθούμε για να βρούμε το μοτίβο πτύχωσης που θα επιτρέπει να κόψουμε με μία μόνο τομή ένα τυχαίο πολύγωνο που εμπεριέχεται σε ένα παραλληλόγραμμο χαρτί χωρίς να αγγίζει τα όριά του. Στη συνέχεια θα γενικεύσουμε τη μέθοδο για οποιοδήποτε αυθαίρετο πολύγωνο.

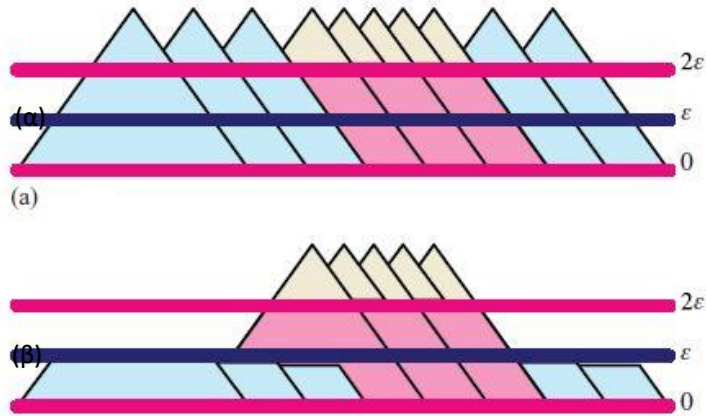
1. Γίνεται παράλληλη μετατόπιση του πολυγώνου κατά ένα μικρό πλάτος ϵ μετατρέποντας το σχήμα σε μία λωρίδα πλάτους 2ϵ (σχήμα 3.20(α),(β))
2. Γίνεται ψηφιοθέτηση με κύκλους με τέτοιο τρόπο ώστε στη λωρίδα που δημιουργήθηκε (σχήμα 3.20(γ))
 - a. Κάθε γωνία της να είναι το κέντρο ενός κύκλου
 - b. Το μήκος κάθε πλευράς της να είναι το άθροισμα των ακτίνων των κύκλων πάνω στην πλευρά αυτή.
 - c. Κάθε ένα από τα εμβαδά ανάμεσα στους κύκλους να έχει τρεις ή τέσσερις πλευρές (τόξα).
3. Χρησιμοποιείται το δυικό διάγραμμα για την ψηφιοθέτηση που έγινε ώστε οι έδρες του παραπάνω πολυγώνου να αναλυθούν σε τρίγωνα και τετράπλευρα με συγκεκριμένες ιδιότητες. Αυτά τα τρίγωνα και τετράγωνα ονομάζονται εσωτερικά ή εξωτερικά **μόρια** ανάλογα με τη θέση τους σε σχέση με το αρχικό πολύγωνο (σχήμα 3.20(δ)).
4. Διπλώνεται κάθε τρίγωνο και τετράγωνο μόνο του, έτσι ώστε τα όριά του (όλες οι πλευρές του) να πέφτουν πάνω σε μία ευθεία.
5. Συνδέουμε όλα αυτά τα επιμέρους διπλωμένα σχήματα σε ένα ενιαίο και επίπεδα διπλωμένο διάγραμμα με τέτοιο τρόπο ώστε τα όρια όλων των εξωτερικών σχημάτων να κείτονται πάνω σε μία οριζόντια ευθεία, και όλα τα όρια όλων των εσωτερικών σχημάτων να κείτονται πάνω σε μία οριζόντια ευθεία μετατοπισμένη κατά 2ϵ προς τα πάνω από την προηγούμενη, ενώ όλα τα σχήματα αυτά βρίσκονται **πάνω** από την ευθεία αναφοράς του καθενός (σχήμα 3.21(a)).
6. Κάνουμε πτυχώσεις βύθισης σε όλα τα εξωτερικά σχήματα επανειλημμένα μέχρι το ύψος τους να είναι μικρότερο ή ίσο του ϵ (σχήμα 3.21(b)).

Τα όρια (οι πλευρές) του αρχικού σχήματος κείτονται πάνω σε μία οριζόντια ευθεία μετατοπισμένη κατά ϵ παράλληλα προς τα πάνω από την ευθεία στην οποία

κείτονται τα όρια των εξωτερικών σχημάτων. Αυτό συμβαίνει επειδή στο πρώτο βήμα της διαδικασίας κάναμε παράλληλη μετατόπιση του πολυγώνου κατά ϵ (σχήμα 3.20(B)). Όλα τα εσωτερικά σχήματα βρίσκονται πάνω από την οριζόντια ευθεία που βρίσκεται σε απόσταση 2ϵ . Στη διπλωμένη κατάσταση που δημιουργήθηκε στο βήμα 5, τα εξωτερικά σχήματα μπορεί να φτάνουν μέχρι επάνω και να τέμνουν την ευθεία σε απόσταση ϵ . Ο σκοπός του βήματος 6 είναι να διπλωθούν τα σχήματα αυτά και να δημιουργηθεί χώρος ώστε στη στάθμη της ευθείας ϵ να υπάρχουν (κείτονται) μόνο οι πλευρές του αρχικού πολυγώνου. Συνεπώς, αν κάνουμε μια τομή κατά μήκος της ευθείας ϵ θα αποκοπεί με ακρίβεια το αρχικό πολύγωνο χωρίς να κοπούν τα σχήματα (εσωτερικά και εξωτερικά) που φτιάξαμε μετά.



Σχήμα 3.20: Μέθοδος ψηφιοθέτησης επιπέδου με κύκλους για τον έλεγχο μοτίβων πτύχωσης στα origami: Βήματα 1-4 της μεθόδου, Πηγή: (Demaine and O'Rourke 2007)



Σχήμα 3.21: Σχηματικό διάγραμμα της επίπεδης δίπλωσης του αρχικού πολυγώνου με εσωτερικά (μπλε) και εξωτερικά (γαλάζια) μόρια. Με ροζ χρώμα επισημαίνεται η λωρίδα 2ε . Πηγή: (Demaine and O'Rourke 2007)

3.6. Μηχανισμοί στην κινητική Αρχιτεκτονική

Σύμφωνα με τους You και Chen (2012) ως **μηχανισμός** ορίζεται η συναρμολόγηση άκαμπτων μελών, γνωστά στην αγγλική γλώσσα και με τον όρο **links**, που συνδέονται μεταξύ τους με κινηματικούς συνδέσμους. Ο όρος **μηχανισμός** πολλές φορές αναφέρεται και ως **κινηματική αλυσίδα**.

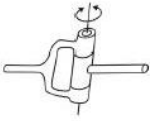
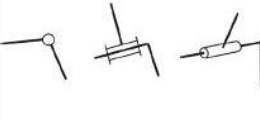
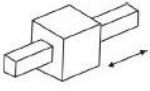
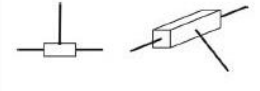
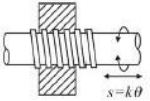

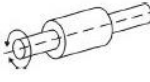


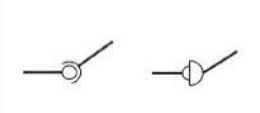
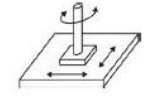
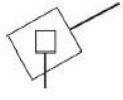
Σύμφωνα με τους ίδιους συγγραφείς, ο **κινηματικός σύνδεσμος** σχηματίζεται από την άμεση επαφή μεταξύ των επιφανειών δύο άκαμπτων μελών. Οι κινηματικοί σύνδεσμοι είναι η πιο σημαντική πτυχή ενός μηχανισμού από κινηματικής πλευράς. Επιτρέπουν τη σχετική κίνηση των μελών προς ορισμένες κατευθύνσεις ενώ περιορίζουν την κίνηση προς άλλες. Οι τύποι κίνησης που επιτρέπει κάθε κινηματικός σύνδεσμος σχετίζεται με τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας του συνδέσμου ο οποίος ισούται με τον ελάχιστο αριθμό των ανεξάρτητων συντεταγμένων που απαιτούνται για τον μοναδικό προσδιορισμό της θέσης ενός συνδέσμου σε σχέση με τον άλλο που περιορίζεται από τον ίδιο σύνδεσμο.

Ο Reuleaux (1875) δημοσίευσε το πρώτο βιβλίο για τη θεωρητική κινηματική των μηχανισμών, στο οποίο ονόμασε ένα κινηματικό σύνδεσμο ζεύγος. Στη συνέχεια χώρισε τους συνδέσμους σε κατώτερα και ανώτερα ζεύγη.

Κατώτερο ζεύγος είναι αυτό στο οποίο εμφανίζεται η επαφή μεταξύ δύο άκαμπτων μελών σε κάθε σημείο ενός ή περισσότερων τμημάτων επιφάνειας.

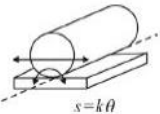
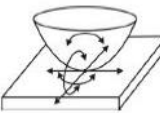
Ανώτερο ζεύγος είναι αυτό στο οποίο η επαφή γίνεται μόνο σε μεμονωμένα σημεία ή κατά μήκος ευθύγραμμων τμημάτων.

Λόγω της απαίτησης για επιφανειακή επαφή, υπάρχουν μόνο έξι θεμελιώδεις τύποι κατώτερων ζευγών που ταξινομούνται με βάση τον τύπο της σχετικής κίνησης που επιτρέπουν. Τα ζεύγη αυτά παρατίθενται στον Πίνακα 1.

Joint name	Letter symbol	Number of degrees of freedom	Typical form	Sketch symbol
Revolute joint (hinge, turning pair or pin)	R	1		
Prismatic joint (slider or sliding pair)	P	1		
Screw joint (helical joint or helical pair)	H	1		
Cylindrical joint (cylindrical pair)	C	2		
Spherical joint (ball joint or spherical pair)	S	3		
Planar joint (planar pair)	P_L	3		

Πίνακας 3.2: Ταξινόμηση των έξι θεμελιωδών τύπων κατώτερων ζευγών, Πηγή: (You and Chen, 2012)

Υπάρχει αντίθετα, άπειρος αριθμός από γεωμετρίες που μπορούν να δώσουν ανώτερα ζεύγη συνδέσμων. Παραδείγματα από ανώτερα ζεύγη συνδέσμων δίνονται στον Πίνακα 2.

Joint names	Number of degrees of freedom	Typical form	Comments
Cylindrical roller	1		Roller rotates about the instantaneous contact line and does not slip on the surface.
Spatial point contact	5		Body can rotate about any axis through the contact point and slide in any direction in the tangent plane.

Πίνακας 3.3: Δύο παραδείγματα από ανώτερα ζεύγη συνδέσμων, Πηγή: (You and Chen, 2012)

Μια κινηματική αλυσίδα, ορίζεται ως linkage (στα ελληνικά ορίζεται και αυτή ως σύνδεσμος) εάν είναι κατασκευασμένη από μια σειρά μελών που συνδέονται μόνο με συνδέσμους κατώτερου ζεύγους.

Όταν στην κινηματική αλυσίδα υπάρχει ένα ή περισσότεροι σύνδεσμοι ανώτερου ζεύγους τότε το σύνολο ονομάζεται μηχανισμός.

Οι μεντεσέδες είναι το απλούστερο παράδειγμα περιστροφικού συνδέσμου. Είναι η πιο κοινή μορφή σύνδεσης και περιστροφής επίπεδων στοιχείων, που χρησιμοποιούνται γενικά σε πόρτες και παράθυρα. Ανάλογα με το σχεδιασμό του μεντεσέ και του σημείου σύνδεσης μεταξύ της άρθρωσης και του επίπεδου στοιχείου, μπορούν να περιοριστούν ώστε να περιστρέφονται εντός καθορισμένης γωνίας και κατεύθυνσης ή μπορούν να περιστρέφονται και στις δύο κατευθύνσεις για 180° ή πολλαπλάσιες γωνίες.

Κινητικότητα

Οι βαθμοί ελευθερίας (Degrees of Freedom -DoFs) ενός μηχανισμού μπορεί να ονομαστεί και **κινητικότητα** του μηχανισμού αυτού και (σε αναλογία με τους βαθμούς ελευθερίας ενός συνδέσμου) αποτελεί τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών που προσδιορίζουν τη σχέση όλων των μελών της κινηματικής αλυσίδας, σε σχέση με μια σταθερή αναφορά που ονομάζεται **γείωση** (Kolonisky et al., 2000) (You and Chen, 2012).

Στην παρούσα έρευνα θα εστιάσουμε σε κινηματικές αλυσίδες που περιέχουν συνδέσμους κατώτερου ζεύγους.

Συγκεκριμένα θα διερευνηθούν και θα χρησιμοποιηθούν στο σχεδιασμό παντογραφικά συστήματα και ο σύνδεσμος Sarrus.

Παντογραφικά συστήματα

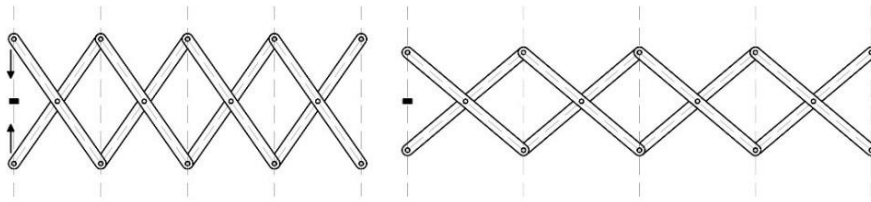
Τα παντογραφικά συστήματα ουσιαστικά είναι κινηματικές αλυσίδες, αφού αποτελούνται μόνο από άκαμπτες ράβδους και περιστροφικούς συνδέσμους (αρθρώσεις κατώτερου ζεύγους), όπως ορίζονται από τους You and Chen (2012).

Παντογραφικά συστήματα, ψαλιδωτοί σύνδεσμοι ή σύνδεσμοι διπλής αλυσίδας (You and Chen, 2012) είναι όλα ονόματα για ομοειδή συστήματα που αποτελούνται από βασικές μονάδες, τα **ψαλιδωτά στοιχεία** (Scissor Like Elements -SLE). Τα SLE αποτελούνται από δύο ευθύγραμμες ή γωνιώδεις αντηρίδες που συνδέονται μεταξύ τους στο μέσο τους, ή σε κάποιο άλλο σημείο του μήκους τους, με μια περιστροφική άρθρωση, έτσι ώστε να επιτρέπεται η ελεύθερη περιστροφή της μιας ράβδου σε σχέση με την άλλη, αλλά να αποτρέπεται οποιαδήποτε άλλη σχετική κίνηση (You and Chen, 2012).

Από αυτή την κατηγορία κινηματικών αλυσίδων, στην παρούσα έρευνα θα εργαλειοποιηθούν οι παρακάτω συγκεκριμένες περιπτώσεις:

Επίπεδοι ψαλιδωτοί μηχανισμοί

Οι επίπεδοι ψαλιδωτοί μηχανισμοί που αποτελούνται από SLE με ευθύγραμμες αντηρίδες που συνδέονται μεταξύ τους στο μέσο τους (σχήμα 3.22). Είναι ίσως η πιο απλή περίπτωση κινηματικής αλυσίδας και έχει μόνο ένα βαθμό ελευθερίας.



Σχήμα 3.22: Επίπεδη ψαλιδωτή κινηματική αλυσίδα που αποτελείται από ευθύγραμμο SLE με άρθρωση στο μέσο του μήκους των μελών τους

Ο κλασικός μηχανισμός του παντογράφου

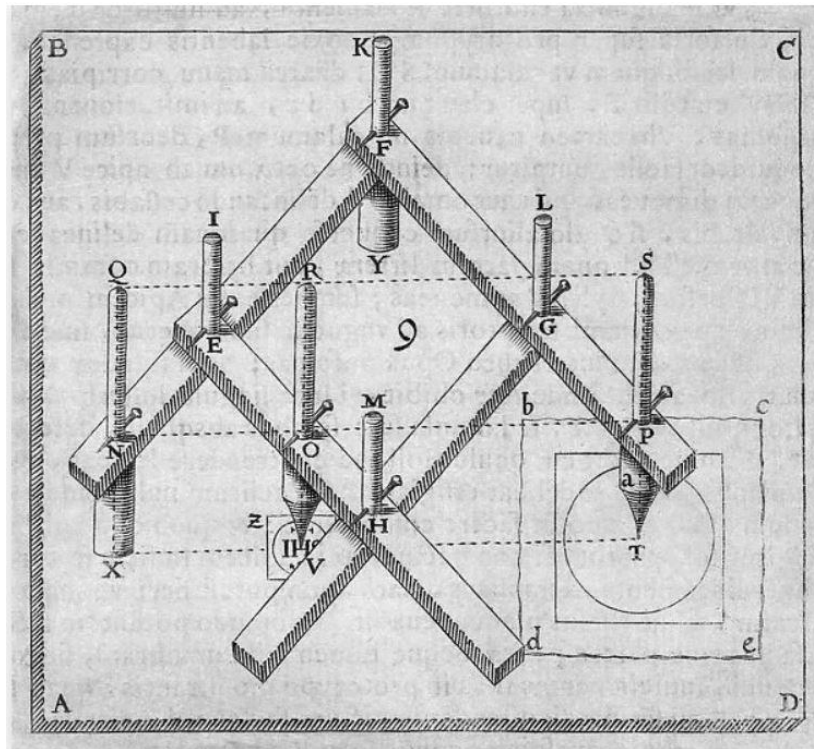
Η κινηματική αλυσίδα που είναι γνωστή με το όνομα «παντογράφος» είναι μηχανικά πανομοιότυπη με τη διάταξη των ψαλιδωτών συνδέσμων για τους οποίους έγινε λόγος ακριβώς παραπάνω.

Ο η συγκεκριμένη διάταξη του παντογράφου είναι γνωστή από την αρχαιότητα, μάλιστα σώζεται περιγραφή του από τον αρχαίο Έλληνα μηχανικό **Ήρωνα της Αλεξάνδρειας**.

Το όνομα οφείλεται στον **Christoph Scheiner** οποίος τον χρησιμοποίησε για να αντιγράψει και να κλιμακώσει διαγράμματα, και 27 χρόνια αργότερα έγραψε για την εφεύρεσή του αυτή στο "Pantographice" που εκδόθηκε το 1631 στη Ρώμη (Πηγή: <https://en.wikipedia.org/wiki/Pantograph>)

Ο ένας βραχίονας του παντογράφου περιείχε μια βελόνα, ενώ ο άλλος είχε ένα εργαλείο σχεδίασης και μετακινώντας τη βελόνα πάνω από ένα διάγραμμα, ένα αντίγραφο του διαγράμματος σχεδιαζόταν σε ένα άλλο κομμάτι χαρτί. Αλλάζοντας τις θέσεις των βραχιόνων στη σύνδεση μεταξύ του βραχίονα δείκτη και του βραχίονα σχεδίασης, μπορεί να αλλάξει η κλίμακα της παραγόμενης εικόνας.

Από τότε και μετά χρησιμοποιήθηκε ευρέως για την ιχνηλάτηση και κλιμάκωση μιας εικόνας (σχήμα 3.23). Μάλιστα υπάρχουν και τριδιάστατες εκδοχές του μηχανισμού αυτού για την αντιγραφή και κλιμάκωση τριδιάστατων αντικειμένων όπως γλυπτά κτλ.



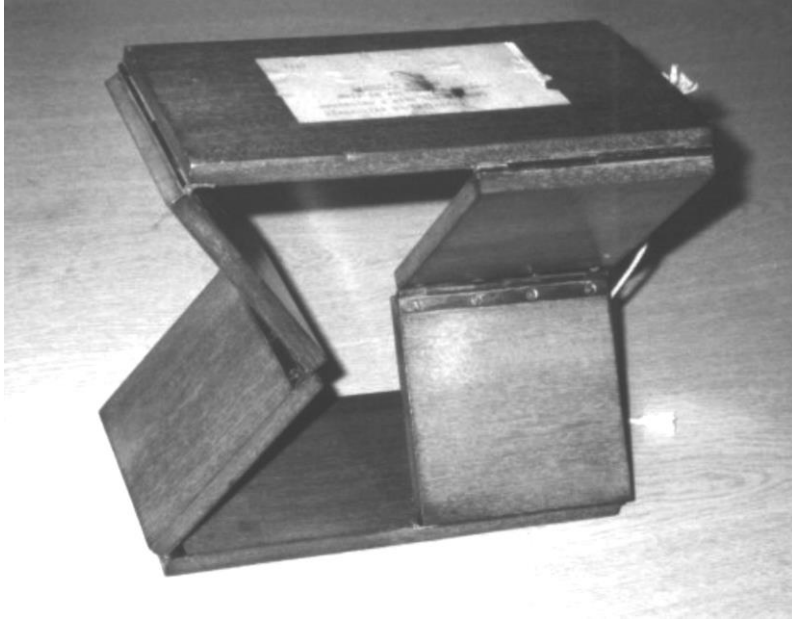
Σχήμα 3.23: Παντογραφική διάταξη όπως την είχε αποδώσει ο Christoph Scheiner Πηγή: <https://www.mediastorehouse.com/science-photo-library/diagram-pantograph-6315363.html>

Ο σύνδεσμος Sarrus

Ο σύνδεσμος Sarrus εφευρέθηκε το 1853 από τον Pierre Frédéric Sarrus και είναι ένας μηχανικός σύνδεσμος για τη μετατροπή μιας περιορισμένης κυκλικής κίνησης σε γραμμική κίνηση ή το αντίστροφο χωρίς οδηγούς αναφοράς. Είναι ένας χωρικός σύνδεσμος έξι ράβδων (6R) με δύο ομάδες τριών παράλληλων προσκείμενων αξόνων αρθρώσεων.

Αν και ο Charles-Nicolas Peaucellier ήταν ευρέως αναγνωρισμένος ως ο πρώτος που εφηύρε έναν τέτοιο μηχανισμό ευθείας γραμμής, ο σύνδεσμος Sarrus είχε εφευρεθεί νωρίτερα αλλά σε μεγάλο διάστημα είχε περάσει απαρατήρητος.

Ο σύνδεσμος Sarrus αποτελείται από τέσσερις συνδέσμους σε δύο όμοιες ομάδες που είναι **μη παράλληλες** μεταξύ τους, με όλους τους συνδέσμους να έχουν ίσα μήκη. Στο παράδειγμα του σχήματος 3.24, η σύνδεση χρησιμοποιεί δύο οριζόντιες πλάκες (κυανό) τοποθετημένες παράλληλα μεταξύ τους, η μία πάνω από την άλλη. Ζεύγη ράβδων ή πλακών (κίτρινο) με περιστροφικούς συνδέσμους στη μέση συνδέουν τις οριζόντιες πλάκες. Η επάνω πλάκα κινείται κατακόρυφα πάνω και κάτω, από και προς την κάτω πλάκα. Κάθε άρθρωση περιορίζει τις προσαρτημένες ράβδους ή πλάκες να παραμείνουν στο ίδιο επίπεδο με τον περιστροφικό σύνδεσμο και επίσης να παραμείνουν στην ίδια αξονική μετατόπιση ([https://en.wikipedia.org/wiki/Sarrus linkage](https://en.wikipedia.org/wiki/Sarrus_linkage)).



Σχήμα 3.24: Ο σύνδεσμος Sarrus, Πηγή: (You and Chen, 2012)

3.7. Διευθέτηση Πάχους Υλικών

Κατά την υλοποίηση κατασκευών εμπνευσμένων από χαράξεις origami οι οποίες έχουν και κινηματικό χαρακτήρα, δηλαδή για κατασκευές που έχουν τη λογική της δίπλωσης και της εκδίπλωσης, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων προκύπτει η ανάγκη χρήσης υλικών που έχουν με μη αμελητέο πάχος. Σε αντίθεση με το χαρτί που συνήθως χρησιμοποιείται στην πρακτική του origami, τα υλικά που επιλέγονται στην περίπτωση αυτή διακρίνονται για την ύπαρξη σημαντικού πάχους. Όταν, συνεπώς, η κλίμακα της κατασκευής ξεπερνά αυτό το επίπεδο, ανοίγεται ένα ευρύ φάσμα ερευνητικών προκλήσεων που αφορούν τη διατήρηση των κινηματικών ιδιοτήτων της κατασκευής και την αποφυγή της μηχανικής εμπλοκής μεταξύ των μερών της καθώς αυτά κινούνται. Ο τομέας αυτός ονομάζεται **Διευθέτηση του Πάχους** των κατασκευών και αναδύεται ως ένα κρίσιμο πεδίο μελέτης στο πλαίσιο των κατασκευών που εμπνέονται από το origami.

Πέραν τούτου, προκύπτουν διαρκώς νέες προσεγγίσεις και μεθοδολογίες που αναζητούν τρόπους μετάβασης από τα διδιάστατα μοτίβα πτυχώσεων με μηδενικό πάχος υλικού σε κατασκευές τριών διαστάσεων με πραγματικά υλικά.

Εισαγωγικά στοιχεία

Το παραδοσιακό origami κατασκευάζεται από εύκαμπτο χαρτί. Ωστόσο, όταν αυτές οι χαράξεις μεταφέρονται στο πεδίο της μηχανικής, οι έδρες που περιέχει ένα μοτίβο πτύχωσης μετατρέπονται σε άκαμπτα πλαίσια και οι γραμμές των πτυχώσεων σε ενδοτικούς περιστροφικούς συνδέσμους.

Στην πραγματικότητα, λοιπόν, για μία κατασκευή που προέκυψε από ένα μοντέλο origami, το ίδιο το origami αποτελεί το αφαιρετικό μαθηματικό και μηδενικού πάχους μοντέλο της συγκεκριμένης κατασκευής. Παρά το γεγονός ότι στο παραδοσιακό origami συχνά συναντάμε τυπολογίες στις οποίες οι έδρες των μοτίβων τους δεν είναι άκαμπτες, για τις τυπολογίες που αντιστοιχούν σε κατασκευές, κατά κύριο λόγο, οι έδρες των μοντέλων τους είναι άκαμπτες. Αυτή η κατηγορία μοντέλων και κατασκευών αποτελεί το κύριο αντικείμενο μελέτης στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας.

Ορίζεται ως άκαμπτα αναδιπλούμενη (rigidly foldable) μία μορφή origami που μπορεί να κάμπτεται ενώ όλες οι έδρες της παραμένουν άκαμπτες και η κίνηση συμβαίνει μόνο στις γραμμές των πτυχώσεων. Η ακαμψία ενός δομικού ή μηχανικού μέλους είναι συνάρτηση του πάχους και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της διατομής του. Γι' αυτό, η δυνατότητα της "δίπλωσης χωρίς κάμψη" (rigid foldability) είναι ιδιαίτερα σημαντική στις κατασκευές origami από υλικά με μη αμελητέο πάχος.

Η παρούσα μελέτη, περιορίζεται στη διερεύνηση αποκλειστικά μοντέλων origami που έχουν τη δυνατότητα δίπλωσης χωρίς κάμψη (rigidly foldable) και αποτελούνται από ευθείες πτυχώσεις και επίπεδες έδρες οι οποίες ανήκουν στην Ευκλείδεια Γεωμετρία.

Αναφορικά με τον τρόπο σύνδεσης των εδρών στις κατασκευές origami

Στην περίπτωση όπου οι έδρες συνδέονται γραμμικά σε μια σειρά, οι σύνδεσμοι μεταξύ των εδρών, των επιφανειακών μελών τους, μπορούν να περιστρέφονται ελεύθερα, με το μόνο περιορισμό να αποτελεί η αποφυγή της αυτό-διασταύρωσης (Demaine- MIT-courses)

Ωστόσο, όταν αντιμετωπίζουμε ένα διάγραμμα (μοτίβο) πτυχώσεων, όπου υπάρχουν εσωτερικές κορυφές, στις οποίες συναντιούνται περισσότερες από δύο έδρες, δηλαδή δημιουργούνται "βρόχοι σύνδεσης", τότε υπάρχουν περισσότεροι περιορισμοί ώστε να επιτευχθεί η συνοχή και η αποτελεσματικότητα κάθε βρόχου κατά την κίνησή του.

Στις κατασκευές Origami, με όλη την πολυπλοκότητα που μπορούν να λάβουν, συνήθως αναζητούμε έναν μικρό, αλλά θετικό βαθμό ελευθερίας (Degrees Of Freedom - DoF).

Σύμφωνα με τους Lang et al στο άρθρο "A Review of Thickness-Accommodation Techniques in Origami-Inspired Engineering" (Lang et al, 2018), όσον αφορά τα μοτίβα Origami από χαρτί, οι άξονες περιστροφής των πτυχώσεων που τέμνονται στις κορυφές του διαγράμματος πτύχωσής τους, κατά μια αποδεκτή προσέγγιση, καθιστούν αυτές τις κορυφές λειτουργικές ως σφαιρικούς μηχανισμούς, μαζί με άλλες αναφορές, συνθέτοντας συνολικά το μοτίβο του Origami ως ένα σύνολο συνδεδεμένων μεταξύ τους συνδέσμων.

Ταξινόμηση των κορυφών που εμπεριέχονται στα μοτίβα πτύχωσης Origami με βάση τις πτυχώσεις που συντρέχουν σε αυτές

Κορυφές τετάρτου βαθμού (Degree-4 Vertices D4V)

Οι Κορυφές τετάρτου βαθμού στις οποίες από εδώ και πέρα θα αναφερόμαστε ως D4V, ονομάζονται οι κορυφές στις οποίες συντρέχουν τέσσερις πτυχώσεις. Πρόκειται για τον πιο απλό αλλά σημαίνοντα μηχανισμό στα origami.

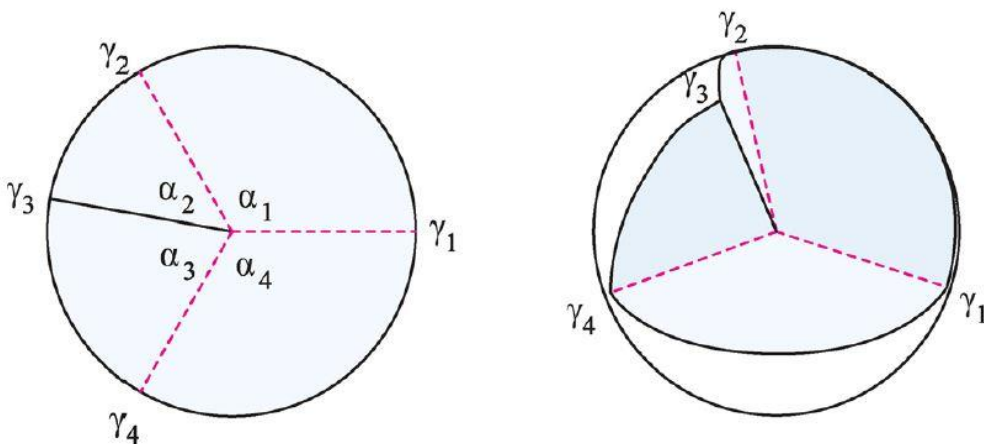
Ως μηχανισμός, έχει ένα μόνο βαθμό ελευθερίας (1-DoF) και αποτελεί δομικό στοιχείο για πολλές άκαμπτα αναδιπλούμενες (rigidly foldable) μορφές Origami. Το ότι αυτή η κατηγορία κορυφών έχει ένα βαθμό ελευθερίας σημαίνει ότι μεταβάλλοντας τη γωνία σε μία από τις πτυχές που συντρέχουν σ' αυτή, αυτόματα ενεργοποιούνται και οι υπόλοιπες τρεις και μεταβάλλει η κάθε μια τη γωνία πτύχωσης της. Σε μια κορυφή D4V με ένα βαθμό ελευθερίας, η σχέση που συνδέει τις γωνίες των πτυχώσεων είναι **αμφιμονοσήμαντη** που σημαίνει ότι για κάθε τιμή γωνίας σε κάθε μία από τις πτυχώσεις υπάρχει μόνο μια αντίστοιχη γωνία για καθεμία από τις υπόλοιπες, και το αντίστροφο.

Στο σχήμα 3.25 φαίνεται διαγραμματικά μια κορυφή 4ου βαθμού. Οι γωνίες στα επίπεδα τμήματα μεταξύ των διαδοχικών πτυχώσεων ονομάζονται στα αγγλικά sector angles. Η ακριβής μετάφραση για τον όρο αυτό θα ήταν **τομειακές γωνίες**, θεωρούμε

όμως ότι ο όρος **γωνία έδρας** ανταποκρίνεται καλύτερα στην ελληνική γλώσσα και δη την παρούσα έρευνα.

Οι διέδρες γωνίες που δημιουργούνται ανάμεσα σε δυο συνεχόμενες έδρες ονομάζονται γωνίες πτύχωσης (fold angles), που στην ουσία είναι οι **γωνίες** ανάμεσα στα **διανύσματα επιφανειών** των δύο εδρών. Οι γωνίες πτύχωσης αποτελούν την απόκλιση από την επιπεδότητα (τις 180 μοίρες) και λαμβάνουν τιμές από $-\pi$ έως π (η ακριβής μαθηματική διατύπωση είναι: ανήκουν στο διάστημα $[-\pi, \pi]$).

Όταν για μια γωνία πτύχωσης γ ισχύει $0 < \gamma \leq \pi$ (σε μαθηματική διατύπωση $\gamma: \gamma \in (0, \pi]$) τότε η γωνία αυτή αποτελεί για τα origami “**κοιλιάδα**” (valley fold). Όταν για μια γωνία πτύχωσης γ ισχύει $0 > \gamma \geq -\pi$ (σε μαθηματική διατύπωση $\gamma: \gamma \in [-\pi, 0)$) τότε η γωνία αυτή αποτελεί για τα origami “**όρος**” (mountain fold). Όταν μία γωνία πτύχωσης γ είναι ίση με μηδέν ($\gamma=0$) έπεται ότι δεν έχει πτυχωθεί.



Σχήμα 3.25: Κορυφή 4ου βαθμού
Πηγή: (Lang et al, 2018)

Θεώρημα Kawasaki–Justin

- I. Σε μία κορυφή D4V καθώς όλες οι γωνίες της εκπτύσσονται συγχρόνως πρέπει υποχρεωτικά να έχουμε **τρεις** γωνίες πτύχωσης του ίδιου είδους (όρος ή κοιλιάδα) και **μία** του αντίθετου (κοιλιάδα ή όρος).
- II. Έστω ότι στο σχήμα 3.25 κατανέμουμε τις γωνίες πτύχωσης σε αντικριστά ζεύγη, επομένως έχουμε τα ζεύγη $\{\gamma_1, \gamma_3\}$ και $\{\gamma_2, \gamma_4\}$. Στο ζεύγος που περιέχει ομοειδείς γωνίες πτύχωσης (δηλαδή δυο όρη ή δυο κοιλιάδες, στην προκειμένη περίπτωση δύο όρη) περιλαμβάνονται οι μεγαλύτερες (σε μέτρο) γωνίες πτύχωσης. Στο ζεύγος που περιέχει αντίθετου είδους γωνίες πτύχωσης (δηλαδή ένα όρος και μία κοιλιάδα) περιλαμβάνονται οι μικρότερες (σε μέτρο) γωνίες πτύχωσης. Στο παράδειγμα του Σχήματος 3.25 το ζεύγος $\{\gamma_2, \gamma_4\}$ είναι αυτό στο οποίο ανήκουν οι μεγαλύτερες γωνίες πτύχωσης.

Χρησιμοποιώντας τη Σφαίρα του Gauss και την ανάλυση που ανέπτυξε αρχικά ο Huffman το 1976 (Huffman, 1976) και συνέχισαν οι Lang, Magleby και Howell το 2016 (Lang, Magleby and Howell, 2016) και οι Callens και Zadpoor το 2018 (Callens and Zadpoor 2018), αποδεικνύεται εύκολα ότι για οποιοδήποτε στιγμιότυπο της

διαδικασίας δίπλωσης ή εκδίπλωσης, αν το ζεύγος γωνιών πτύχωσης $\{\gamma_1, \gamma_3\}$ είναι το μικρότερο (το ελάχιστον ζεύγος) και το ζεύγος γωνιών πτύχωσης $\{\gamma_2, \gamma_4\}$ είναι το μεγαλύτερο (το μείζον ζεύγος) τότε για μια κορυφή που επιτρέπει επίπεδη δίπλωση ισχύει:

$$|\gamma_{1,3}| \leq |\gamma_{2,4}|$$

Όπου η ισότητα ($|\gamma_{1,3}| = |\gamma_{2,4}|$) ισχύει μόνο στις περιπτώσεις:

α) όταν οι πτυχές δεν έχουν διπλωθεί ακόμα και

β) όταν η κορυφή είναι σε πλήρη και επίπεδη δίπλωση.

Για τη γενική περίπτωση κορυφής η παραπάνω ανισότητα λαμβάνει τη μορφή:

$$|\gamma_1| + |\gamma_3| \leq |\gamma_2| + |\gamma_4|$$

Για δεδομένο σύνολο γωνιών έδρας στη γενική περίπτωση μιας κορυφής, κάθε μία από τις γωνίες πτύχωσης προσδιορίζει τις τιμές των άλλων τριών.

Οι κορυφές τετάρτου βαθμού εμφανίζουν ιδιότητες ιδιαίτερα ωφέλιμες και χρήσιμες. Όπως σημείωσε ο Tachi το 2009 (Tachi, 2009) και το 2010 (Tachi, 2010) και οι Evans et al το 2015 (Evans et al., 2015), για μια κορυφή τετάρτου βαθμού (D4V) που έχει μεγαλύτερες (μείζονες) και μικρότερες (ελάχιστονες) πτυχώσεις όπως περιγράφονται διαγραμματικά στο σχήμα 3.25 ισχύει:

$$\gamma_1 = \gamma_3, \quad \gamma_2 = \gamma_4$$

και

$$\frac{\tan\left(\frac{\gamma_2}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\gamma_1}{2}\right)} = \frac{\sin\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}}{\sin\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2}}$$

Όπως φαίνεται και από τις παραπάνω σχέσεις, σε μια κατασκευή origami που αποτελείται από κορυφές τετάρτου βαθμού, οι εφαπτόμενες του μισού των γωνιών πτύχωσης που αναπτύσσονται είναι ανάλογες μεταξύ τους και μάλιστα η αναλογία τους παραμένει σταθερή καθώς η κατασκευή εκπτύσσεται και συμπτύσσεται διότι εξαρτάται μόνο από τις γωνίες έδρας (sector angles) των κορυφών.

Αυτό σημαίνει ότι όσο ο συντελεστής της αναλογίας στο δεύτερο μέρος της τελευταίας εξίσωσης είναι μη μηδενικός, δηλαδή:

$$\sin\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2} \neq 0 \Rightarrow \alpha_1 \neq -\alpha_2$$

και πεπερασμένος, δηλαδή:

$$\sin\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2} \neq 0 \Rightarrow \alpha_1 \neq \alpha_2$$

οποιοδήποτε δίκτυο από κορυφές τετάρτου βαθμού που μπορούν και να ξεδίπλωθούν σε επίπεδο αλλά και να επιτύχουν επίπεδη δίπλωση, μπορεί να κινείται και οι διέδρες

γωνίες πτύχωσής του να λαμβάνουν τιμές από 0 έως π (από 0° έως 180°) με μόνο περιορισμό τις συνθήκες μη αυτοδιασταύρωσης.

Τέλος, η περίπτωση στην οποία οι δύο μεγάλες (μείζονες) γωνίες πτύχωσης είναι συνευθειακές αποτελεί τη μοναδική εξαίρεση στην αμφιμονοσήμαντη σχέση ανάμεσα στις γωνίες έδρας μιας κορυφής. Σ' αυτή την περίπτωση για να επιτευχθεί επίπεδη δίπλωση για την κορυφή, πρέπει οι γωνίες έδρας εκατέρωθεν των μείζονων πτυχώσεων να είναι ίσες μεταξύ τους (Lang et al., 2018).

Κορυφές ανώτερου βαθμού

Στις κορυφές ανώτερου βαθμού οι μαθηματικές σχέσεις που συνδέουν στις γωνίες έδρας και τις γωνίες δίπλωσης σε μια χάραξη γίνονται αρκετά πιο πολύπλοκες. Όπως μας λένε οι Belcastro & Hull (2002) (Belcastro and Hull, 2002) κατά κανόνα τέτοιου είδους προβλήματα προσεγγίζονται με γραμμική άλγεβρα.

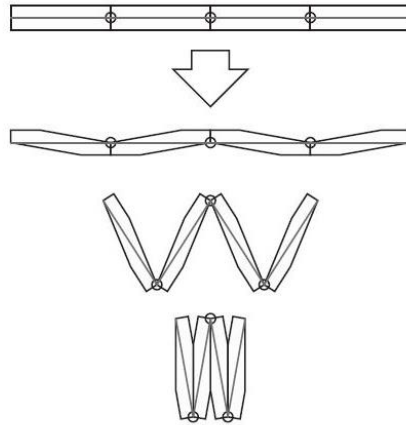
Τεχνικές διευθέτησης του πάχους των υλικών

1. Τεχνική Πλαισίων Απομειούμενου Πάχους (Tapered Pannels Technique)

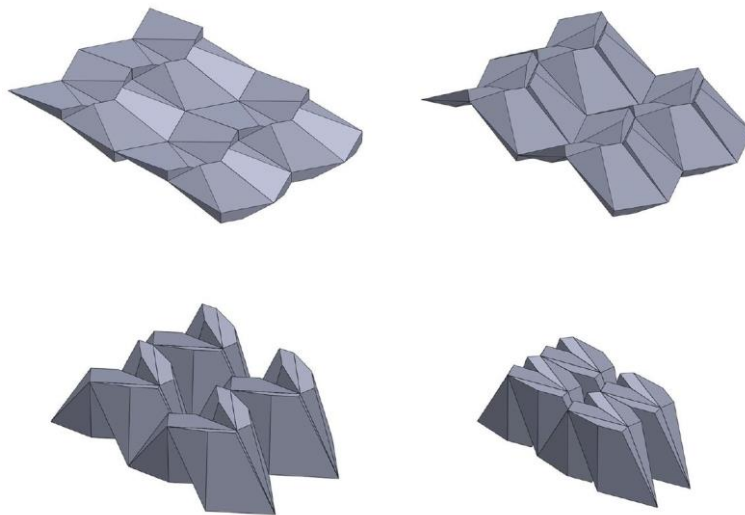
Η τεχνική αυτή είναι από τις πρώτες που χρησιμοποιήθηκαν για τη διευθέτηση του πάχους των υλικών.

Το μεγάλο της πλεονέκτημα, πέραν του ότι δεν προσθέτει βαθμούς ελευθερίας στις κατασκευές στις οποίες χρησιμοποιείται, είναι ότι επιτρέπει στο τριδιάστατο σύστημα να διατηρήσει πλήρως την κινηματική συμπεριφορά του μοντέλου μηδενικού πάχους (Tachi, 2011). Η βασική αρχή που διέπει την τεχνική αυτή είναι ότι το μοντέλο μηδενικού πάχους (που αποτελεί και το αφαιρετικό μαθηματικό μοντέλο της κατασκευής) ενυπάρχει και γύρω του έχει προστεθεί το πάχος του υλικού ώστε να προκύψει ο μηχανισμός. Η τεχνική αυτή πολλές φορές αποκαλείται και *embedded zero-thickness surface technique* (τεχνική της ενσωματωμένης επιφάνειας μηδενικού πάχους)(Lang et al. 2016).

Στο σχήμα 3.27 φαίνεται η εφαρμογή της τεχνικής στο μοτίβο πτύχωσης Miura-ori.



Σχήμα 3.26: Διαγραμματική απεικόνιση της Τεχνικής Πλαισίων Απομειούμενου Πάχους
 Πηγή: (Edmondson et al, 2014)



Σχήμα 3.27: Τεχνικής Πλαισίων Απομειούμενου Πάχους, τριδιάστατη απεικόνιση, Πηγή: (Lang et al, 2018)

Η διαδικασία με τη οποία κατασκευάζονται τα πλαίσια απομειούμενου πάχους είναι η παρακάτω:

Η μορφή origami διαμορφώνεται σε μοντέλο μηδενικού πάχους στην πλήρως ανεπτυγμένη του μορφή. Στη συνέχεια δίνεται πάχος στο μοντέλο αυτό, προβάλλοντας τις επιφάνειές του εκατέρωθεν των παρειών τους κατά μια σταθερή απόσταση. Σ' αυτό το στάδιο της διαδικασίας όταν το μοντέλο προσπαθεί να διπλωθεί, οι όγκοι των γειτονικών πλαισίων συγκρούονται. Στη συνέχεια ο όγκος του κάθε πλαισίου περικόπτεται στη διεύθυνση των επιπέδων που διχοτομούν τις δίεδρες γωνίες που δημιουργούνται ανάμεσα στα γειτονικά πλαίσια ούτως ώστε να αποφευχθεί η σύγκρουση γειτονικών μελών. Το σχήμα των επιφανειακών αυτών μελών καθορίζεται από το μέγεθος της γωνίας πτύχωσης που θέλουμε να λάβουν τα μέλη της κατασκευής origami. Καθορίζοντας την ελάχιστη και μέγιστη γωνιά πτύχωσης στην οποία θέλουμε να κινείται ο μηχανισμός, κατασκευάζονται μέλη που δουλεύουν μέσα σε αυτό το εύρος.

Το μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι δε μπορεί να επιτευχθεί απολύτως επίπεδη δίπλωση (δηλαδή η γωνία δίπλωσης να λάβει τιμή π) διότι για να συμβεί αυτό θα έπρεπε να απομακρυνθεί ο μισός από το συνολικό όγκο του πλαισίου.

Γι' αυτό η μέγιστη γωνία πτύχωσης περιορίζεται σε μία γωνία $(\pi-\delta)$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.28.

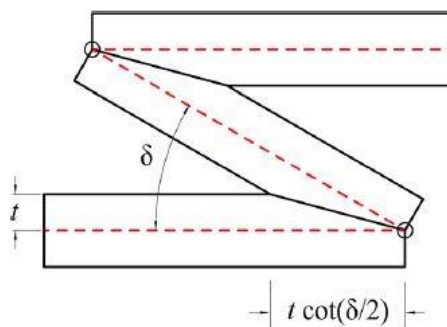
Στο ίδιο σχήμα επίσης γίνεται φανερό ότι όταν το άνω όριο για μια συγκεκριμένη γωνία πτύχωση του μηχανισμού είναι $\pi-\delta$, τότε η άκρη της επάνω παρειάς του πλαισίου κατά τη διαδικασία της απομείωσης απομακρύνεται από την αρχική άκρη του άξονα περιστροφής των πλαισίων κατά

$$t \times \cot \frac{\delta}{2}$$

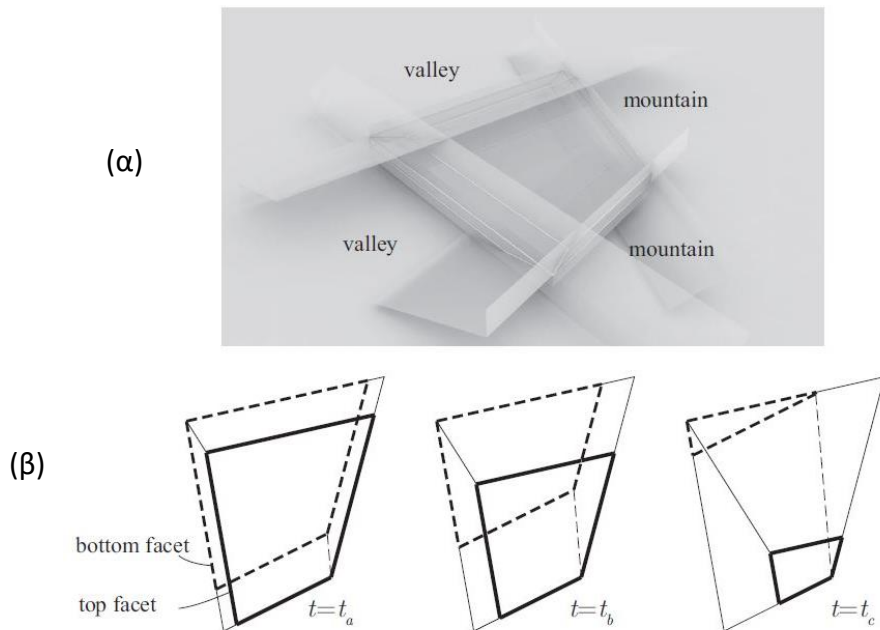
όπου t είναι το μισό του συνολικού πάχους του πλαισίου.

Ο τρόπος με τον οποίο τέμνονται οι όγκοι των πλαισίων που συντρέχουν σε μία κορυφή καθορίζει και τις γωνιώδεις απολήξεις που θα σχηματιστούν στις άκρες τους. Στην ουσία, η μέθοδος αυτή μετατρέπει το θεωρητικό διδιάστατο μοντέλο του origami σε ένα μηχανισμό από πολυεδρικά μέλη.

Στο σχήμα 3.29(α) απεικονίζεται η διαδικασία απομείωσης του πάχους η οποία γίνεται με βάση τα επίπεδα που διχοτομούν τις δίεδρες γωνίες ανάμεσα στις προσκείμενες έδρες. Στο σχήμα 3.29(β) απεικονίζεται πώς διαφοροποιείται ανάλογα με την τιμή του πάχους υλικού t η μορφολογία ενός πλαισίου μετά τη διαδικασία απομείωσης του πάχους υλικού. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ισχύει $t_a < t_b < t_c$. Η διαδικασία θεωρητικά σταματάει όταν το εμβαδό της επάνω παρειάς ενός πλαισίου γίνει ίσο με μηδέν. Στην πράξη όμως σταματάει όταν σε ένα πλαίσιο δυο από τις γωνίες έδρας του συγχωνεύονται σε μία (δηλαδή όταν μία από τις ακμές της παρειάς που επεξεργαζόμαστε εξαφανιστεί). Γι' αυτό το τελικό πάχος ενός πλαισίου περιορίζεται από την έκταση του πλαισίου αυτού και ακολούθως η δίεδρη γωνία δ σχετίζεται με το πάχος του πλαισίου και συγκεκριμένα το ημίσειο πάχος t του πλαισίου είναι ευθέως ανάλογο της $\tan \frac{\delta}{2}$.



Σχήμα 3.28: Επεξηγηματικό διάγραμμα για το εύρος της απομείωσης του πλαισίου, Πηγή: (Lang et al, 2018)



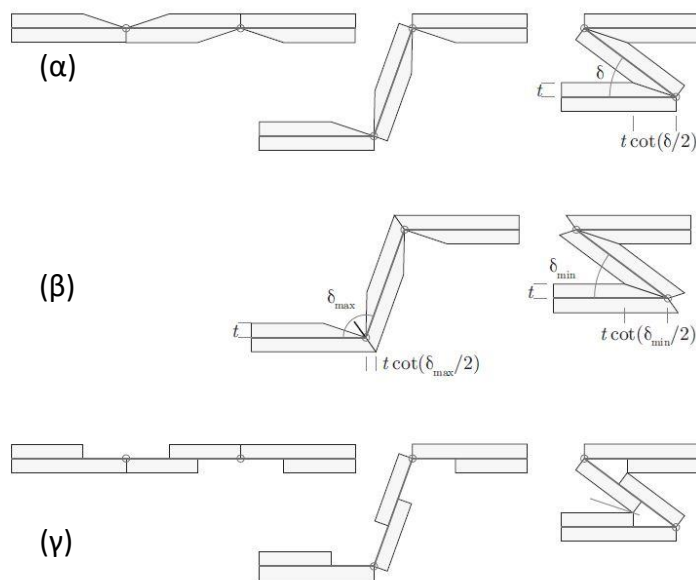
Σχήμα 3.29: (α) Τριδιάστατη απεικόνιση της διαδικασίας απομείωσης του πάχους των πλαισίων, (β) Άνω όψη ενός πλαισίου μετά τη διαδικασία απομείωσης πάχους για διάφορες τιμές του πάχους υλικού t ($t_a < t_b < t_c$), Πηγή: (Tachi, 2011)

Εδώ να σημειωθεί ότι η σύγκρουση ανάμεσα σε δυο πλαίσια μπορεί να συμβεί σε ένα μηχανισμό παρά ότι τα πλαίσια αυτά δεν είναι διαδοχικά μεταξύ τους, δηλαδή χωρίς να συντρέχουν σε μια κοινή γραμμή πτύχωσης. Σε ένα μηχανισμό μπορεί να συμβεί σύγκρουση ανάμεσα σε μη γειτονικά πλαίσια (global collision).

Ένα ακόμα πλεονέκτημα της μεθόδου των πλαισίων απομειούμενου πάχους είναι ότι προσφέρει μια πολύ χρήσιμη παραλλαγή: Πέρα από την περικοπή που γίνεται στις γειτονικές παρειές στην εσωτερική μεριά των γωνιών πτύχωσης (στην «κοιλιάδα»), στην εξωτερική πλευρά (στο «όρος») μπορούμε να επεκτείνουμε τον όγκο του πλαισίου ώστε να περιορίσουμε την κίνηση εκδίπλωσης. Για παράδειγμα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.30 αν επεκτείνουμε την άκρη της εξωτερικής παρειάς του πλαισίου κατά $-t \cot(\delta_{\max}/2)$ η εκδίπλωση του μηχανισμού θα σταματήσει στη γωνία $\pi - \delta_{\max}$. Η τεχνική αυτή είναι πολύ χρήσιμη στο να αποφύγουμε ανεπιθύμητες διαμορφώσεις (θέσεις) της κατασκευής όταν αυτή είναι στη μορφή της πλήρους εκδίπλωσης κι αυτό γιατί στις κατασκευές origami όταν βρίσκονται στην πλήρως οριζόντια (εκδιπλωμένη) θέση, είναι πολύ εύκολο οι σύνδεσμοί τους να πάρουν κάποιες ελάχιστες αρνητικές μοίρες και να διπλώσουν κατά την αντίθετη κατεύθυνση (Tachi, 2011). Στο σχήμα 3.30 δίνονται τρία παραδείγματα για το πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί η απομείωση του πάχους υλικού και πώς επηρεάζεται η κίνηση που εκτελούν τα συνδεδεμένα μέλη: Σχήμα 3.30(α): Απομείωση πάχους και οριοθέτηση της γωνίας δίπλωσης, σχήμα 3.30(β): Απομείωση πάχους και οριοθέτηση της γωνίας εκδίπλωσης. Διατήρηση σταθερού πάχους υλικού.

Στην ίδια λογική με τα όσα διατυπώθηκαν παραπάνω, όπως παρατηρεί ο ίδιος ο T. Tachi (Tachi, 2011) αυτή μέθοδος διευθέτησης του πάχους των υλικών δε μπορεί να δώσει μηχανισμούς ικανούς να διπλώνουν πλήρως (μέχρι τις 180°) με συνέπεια οι κινήσεις δίπλωσης - εκδίπλωσης του μηχανισμού να μη μπορούν να διαχωριστούν μεταξύ τους. Δηλαδή αντί να έχουμε ξεχωριστά και διακριτά την κίνηση της δίπλωσης και της εκδίπλωσης όπως γίνεται σε μηχανισμούς που οι ακμές τους έχουν γωνίες των 90° (και επιτυγχάνουν δίπλωση μέχρι τις 180°) στην περίπτωση του απομειούμενου πάχους των πλαισίων τα μέλη του μηχανισμού μπορούν να κινούνται συνέχεια και παλινδρομικά ανάμεσα στην ακραία θέση της δίπλωσης και την ακραία θέση της εκδίπλωσης.

Τέλος, για την περίπτωση που ο λόγος του πάχους του πλαισίου προς το εύρος του είναι εξαιρετικά μικρό σε σχέση με τη δίδερη προσπίπτουσα γωνία, δηλαδή όταν τα πλαίσια που πρόκειται να ενωθούν έχουν εμβαδά που αλληλεπικαλύπτονται σε οριζόντια προβολή, αντί για τα “σφηνοειδή” μέλη απομειούμενου πάχους μπορούν να σχεδιαστούν μέλη με δύο επίπεδα σταθερού πάχους όπως φαίνεται στο σχήμα 3.30(γ). Αυτή η πρακτική μπορεί μεν να αφήνει κενά στις γωνίες των πλαισίων αλλά απλουστεύει πολύ την κατασκευή των μελών του μηχανισμού. Τα μέλη με σταθερό πάχος μπορούν να φτιαχτούν σε κοπτικά μηχανήματα δυο αξόνων από υλικό που είναι διαθέσιμο σε φύλλα αντίθετα με τα σφηνοειδή πλαίσια που χρειάζονται μηχανήματα τριδιάστατης κοπής για να κατασκευαστούν.



Σχήμα 3.30: Τρία παραδείγματα απομείωσης του πάχους υλικού, Πηγή: (Tachi, 2011)

2. Η τεχνική της προέκτασης των πλαισίων

(Offset Panel Technique) (Edmondson et al., 2014) (Lang et al., 2018)

Οι Edmondson et al. διατύπωσαν μια τεχνική διευθέτησης του πάχους η οποία διατηρεί την κινηματική συμπεριφορά του μοντέλου origami από το οποίο προήλθε

αλλά αντί να αφαιρείται υλικό από τα μέλη για να αποφευχθεί η αλληλοεμπλοκή, χρησιμοποιούνται προεκτάσεις ώστε τα πλαίσια να απομακρυνθούν από την επιφάνεια του γεωμετρικού μοντέλου μηδενικού πάχους. Η μέθοδος αυτή που απεικονίζεται στο σχήμα 3.31 όπου τα πλαίσια της κατασκευής βρίσκονται σε θέση παραλληλίας και επαφής μεταξύ τους. Η μέθοδος επιτυγχάνει το πλήρες φάσμα γωνιακής κίνησης που έχει και η ισοδύναμη επιφάνεια μηδενικού πάχους του γεωμετρικού μοντέλου. Η αρχή που υπόκειται πίσω από την τεχνική προέκτασης των πλαισίων είναι το ότι όλοι οι άξονες περιστροφής κείτονται εντός του ίδιου επιπέδου όπως και στο μοντέλο μηδενικού πάχους τόσο στην πλήρως εκδιπλωμένη όσο και στην πλήρως διπλωμένη μορφή του συστήματος, δημιουργώντας με αυτό τον τρόπο ένα μηχανισμό που είναι κινηματικά ισοδύναμος με το αρχικό διδιάστατο μοτίβο πτύχωσης του Origami.

Τα βασικά πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι τα ακόλουθα:

- Διατηρεί την κινηματική συμπεριφορά του μοντέλου origami από το οποίο προήλθε.
- Πλαίσια από διαφορετικά πάχη μπορούν να προσαρμοστούν και να λειτουργήσουν διατηρώντας την κίνηση του μοντέλου origami που χρησιμοποιήθηκε ως ερευνητική αφετηρία.

Τα μειονεκτήματα της μεθόδου είναι τα παρακάτω:

- Στην πλήρως ανοικτή θέση της κατασκευής τα πλαίσια που την αποτελούν δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.
- Μπορεί να χρειαστεί να γίνουν τρύπες σε κάποια από τα επιφανειακά μέλη της κατασκευής για να αποφευχθεί η μηχανική παρεμβολή.

Η τεχνική της προέκτασης των πλαισίων χρησιμεύει για διευθέτηση του πάχους σε μοτίβα πτύχωσης όπου επιτυγχάνεται επίπεδη άκαμπτη δίπλωση (rigid flat folding) στη διπλωμένη τους μορφή.

Το origami που αποτέλεσε την ερευνητική αφετηρία πρέπει να μπορεί να επιτύχει επίπεδη δίπλωση ενώ η κίνηση συμβαίνει μόνο κατά μήκος των χαράξεών του. Η μαθηματική έκφραση των παραπάνω για τη βασική κορυφή τετάρτου βαθμού (D4V) ανάμεσα στις δίεδρες γωνίες πτύχωσης και τις γωνίες έδρας είναι η εξής:

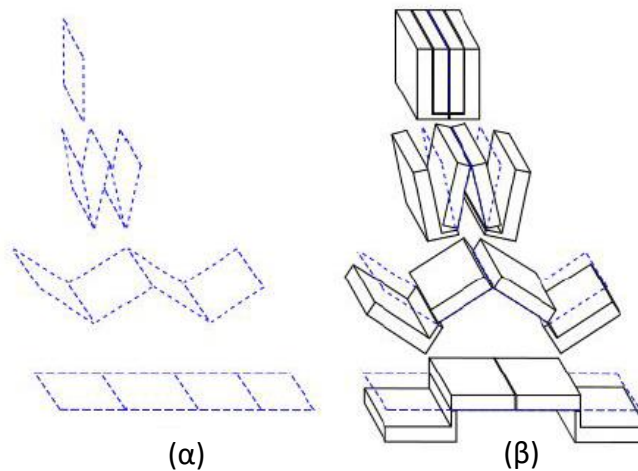
Αν γ_i είναι η δίεδρη γωνία τότε για την κορυφή ζ που επιτυγχάνει επίπεδη δίπλωση ισχύει:

$$\tan \frac{\gamma_i}{2} = c_i \cdot x$$

όπου c_i είναι μια σταθερά που εξαρτάται από τη συγκεκριμένη δίεδρη γωνία και x η μεταβλητή για το μέτρο του ποσό ανοιχτή είναι η συγκεκριμένη κορυφή (Tachi, 2010).

Αν αυτή η σχέση ικανοποιείται για $x \neq 0$ από όλες τις κορυφές σε ένα δίκτυο κορυφών τετάρτου βαθμού τότε το δίκτυο αυτό δίνει άκαμπτη επίπεδη δίπλωση (σε αυτό το στάδιο μελέτης δεν εξετάζεται το ενδεχόμενο αυτοδιασταύρωσης των μελών).

Επισημαίνεται ότι στη μέθοδο αυτή χρησιμοποιούνται επίπεδα πλαίσια των οποίων οι απέναντι παρειές είναι παράλληλα επίπεδα.



Σχήμα 3.31: Σειρά από τέσσερα πλαίσια διπλωμένα σαν ακορντεόν. (α) Μοντέλο μηδενικού πάχους, (β) Μοντέλο που χρησιμοποιεί την τεχνική της προέκτασης των πλαισίων, Πηγή: (Tachi, 2011)

Όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος της επέκτασης των πλαισίων για να φτιαχτεί ένα μοντέλο origami προκειμένου να απλουστευτεί η διαδικασία του σχεδιασμού και να επιτευχθούν τα βέλτιστα αποτελέσματα συνίσταται να:

- Χρησιμοποιούνται φυσικά μοντέλα και να γίνονται και εκδοχές του μοντέλου από χαρτί που θα βοηθήσουν στην οπτικοποίηση του μηχανισμού από υλικά με πάχος.
- Ελαχιστοποιούνται οι αλληλεπικαλύψεις των πλαισίων. Μοτίβα πτύχωσης με λιγότερη αλληλοεπικάλυψη θα χρειαστούν λιγότερες τρύπες για τους συνδέσμους. Το πλήθος των οπών αυτών θα μειωθεί περαιτέρω αν επιλεχτεί έξυπνα το επίπεδο των αξόνων.
- Μπαίνουν ετικέτες σε όλα τα μέλη, διευκολύνει πολύ τη συναρμολόγηση

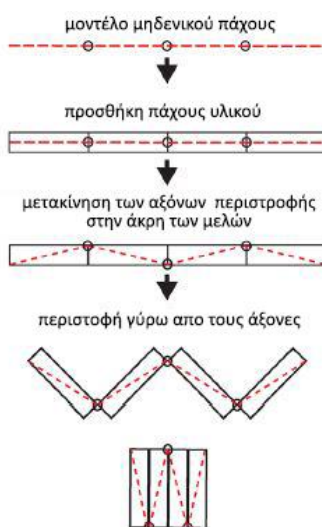
Η Μέθοδος Μετακίνησης των Συνδέσμων (Hinge Shift Technique)

Η μέθοδος αυτή αποτρέπει την αλληλοεμπλοκή των μελών μιας κινούμενης κατασκευής origami και διευθετεί το πάχος του υλικού των μελών της μετακινώντας τους περιστροφικούς συνδέσμους (τους άξονες περιστροφής). Η Μέθοδος Μετακίνησης των Συνδέσμων περιγράφεται διαγραμματικά στο σχήμα 3.32.

Παρ' ότι τη μετακίνηση των αξόνων στις παρειές των μελών ως πρακτική τη συναντάμε και στη βιβλιογραφία του 19ου αιώνα, όταν η μέθοδος εφαρμόζεται σε μοτίβα πτύχωσης με εσωτερικές κορυφές, αποκτά πολύ μεγαλύτερη πολυπλοκότητα.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί σε ένα μοντέλο origami μηδενικού πάχους, οι άξονες περιστροφής των εδρών που το αποτελούν είναι συν επίπεδοι όταν το origami είναι στην ανοιχτή του θέση. Όταν στο μοντέλο προστεθεί το πάχος που έχουν τα

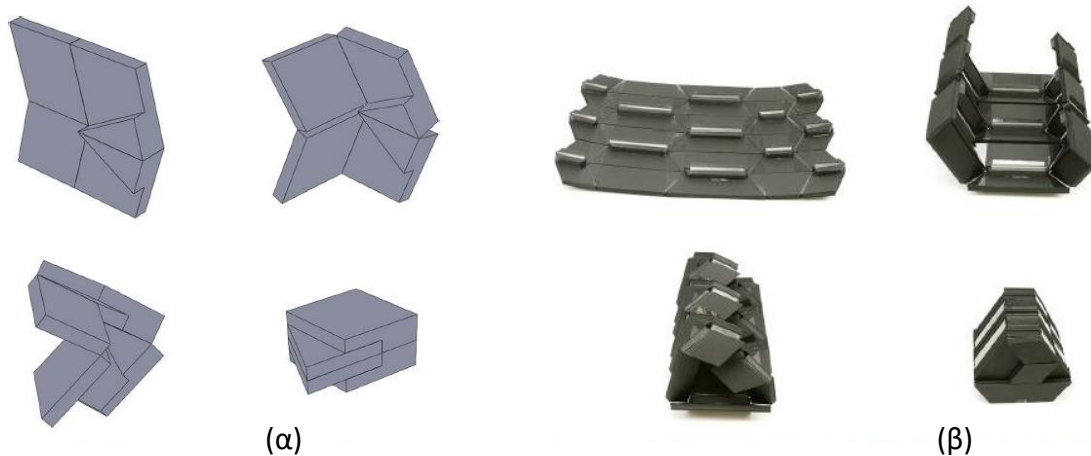
πραγματικά υλικά και αναχθεί σε τριδιάστατο μηχανισμό, σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, οι σύνδεσμοι μετακινούνται από το κοινό επίπεδο στο οποίο βρίσκονται στις παρειές των μελών ώστε να αποφευχθεί η μηχανική εμπλοκή ανάμεσα στα μέλη του. Η πιο απλή περίπτωση της μεθόδου αυτής είναι αυτή που απεικονίζεται στο σχήμα 3.32 όπου οι άξονες περιστροφής των συνδέσμων (συνεπώς και των μελών) μετακινούνται από το μέσο του πάχους του μέλους στην ακμή της έδρας, και συγκεκριμένα στην **παρειά της κοίλης πτύχωσης**, στην «**κοιλιάδα**». Την πρακτική αυτή ο T. Tachi την ονόμασε “**axis shift method**” (Tachi, 2011).



Σχήμα 3.32: Μέθοδος μετακίνησης των συνδέσμων διαγραμματικά, Πηγή: (Lang et al., 2018)

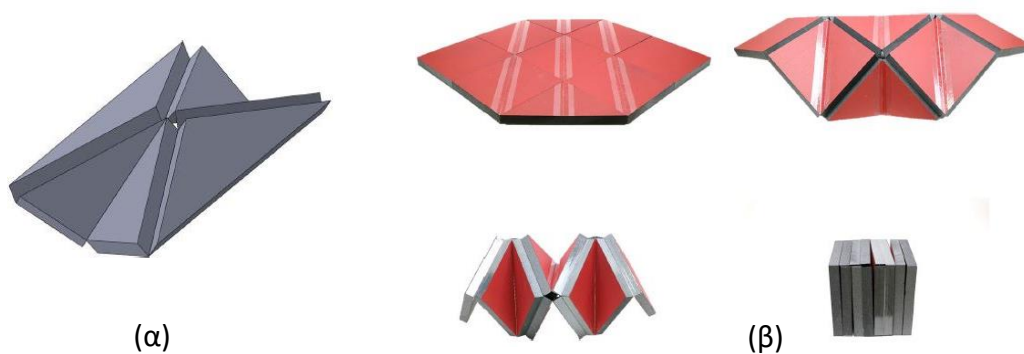
Ο Ch. Hoberman το 2010 εφάρμοσε τη μέθοδο της μετακίνησης των αξόνων ώστε να διπλώσει η εσωτερική συμμετρική γωνία τετάρτου βαθμού στο μοτίβο Miura-ori στο οποίο είχε εισαχθεί πάχος υλικού (Hoberman, 2010). Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.33, η γωνία αυτή χρησιμοποιεί δύο τιμές πάχους (όπου η μεγαλύτερη τιμή είναι διπλάσια από τη μικρότερη) και τοποθετεί τους άξονες περιστροφής στην παρειά των κοίλων πτυχώσεων (των «κοιλιάδων») ούτως ώστε να επιτυγχάνεται μια συνεχής και μονοβάθμια κίνηση από την πλήρως ανοιχτή έως στην πλήρως κλειστή θέση.

Η μέθοδος αυτή δυστυχώς μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε συμμετρικές κορυφές τετάρτου βαθμού (τις λεγόμενες και “bird’s foot” το «πόδι του πουλιού»). Παρ’ όλ’ αυτά έχει χρησιμοποιηθεί σε διάφορες ενδιαφέρουσες εφαρμογές όπως για παράδειγμα στο μοτίβο Yoshimura (Yoshimura 1951) ή στο μοτίβο του ακορντεόν (Lee and Gattas 2016) (σχήματα 3.33(α) και 3.33(β)).



Σχήμα 3.33: (α) Τροποποιημένη μέθοδος μετακίνησης των συνδέσμων από τον Ch. Hoberman (2010) για δίπλωση εσωτερικής συμμετρικής D4V (bird's foot vertex), (β) Η ίδια μέθοδος εφαρμοσμένη στη χάραξη Yoshimura (γνωστή και ως χάραξη -ακορντεόν) εκτελώντας την κίνηση δίπλωσης από την πλήρως ανοικτή στην πλήρως κλειστή θέση, Πηγή: (Lang et al., 2018)

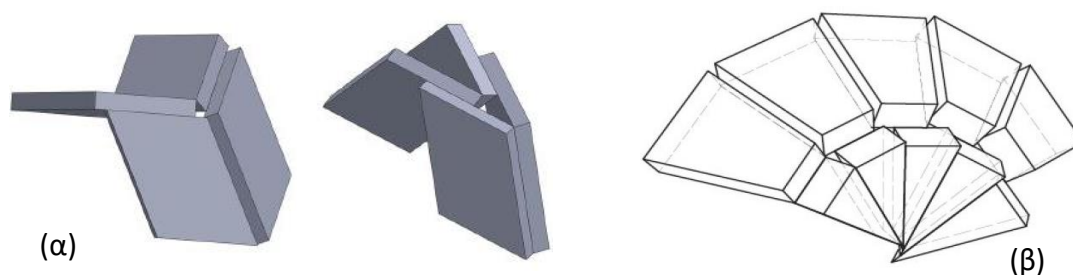
Οι De Temmerman et al το 2006 (De Temmerman et al., 2006) και 2007 (De Temmerman et al., 2007) πρότειναν μια εκδοχή της μεθόδου μετακίνησης των συνδέσμων παρόμοια με του Hoberman μόνο που την εφάρμοζαν σε συμμετρική κορυφή έκτου βαθμού (D6V) στο μοτίβο Yoshimura όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.34. Στην περίπτωση αυτή οι σύνδεσμοι χρησιμοποιούν μόνο μία τιμή για το πάχος (ένα επίπεδο πάχους) στοιχείου. Και πάλι οι άξονες των περιστροφικών συνδέσμων έχουν μετατεθεί στην εσωτερική (κοίλη) ακμή των πτυχώσεων, επομένως είτε στην επάνω είτε στην κάτω παρειά του επιφανειακού μέλους. Και παρά το ότι αυτοί οι σύνδεσμοι είναι ιδανικοί για να φτιάξουν ένα φορέα από επιφανειακά μέλη σύμφωνα με το μοτίβο Yoshimura, οι De Temmerman et al τους χρησιμοποιούν για να κατασκευάσουν μια αναδιπλούμενη ραβδωτή κατασκευή.



Σχήμα 3.34: (α) Τροποποιημένη μέθοδος μετακίνησης των συνδέσμων εφαρμοσμένη στη χάραξη Yoshimura για να διπλωθεί εσωτερική συμμετρική D6V, (β) Η ίδια μέθοδος στη χάραξη Yoshimura κατά τη διαδικασία της δίπλωσης. Πηγή: (Lang et al., 2018)

Η μέθοδος των ολισθαίνοντων συνδέσμων

Οι Trautz και Kunstler το 2009 πρότειναν μια τροποποίηση της μεθόδου της μετακίνησης των αξόνων, κατά την οποία οι περιστροφικοί σύνδεσμοι που συνδέουν δυο διαδοχικές έδρες, πέραν του ότι έχουν μετατεθεί στην εσωτερική (κοίλη) ακμή της πτύχωσης, έχουν τη δυνατότητα να γλιστρούν κατά μήκος της ακμής αυτής. Πρόκειται για τη μέθοδο των ολισθαίνοντων συνδέσμων. Αρχικά διατυπώθηκε όπως απεικονίζεται στο σχήμα 3.35(α) για τέσσερις ίδιες κορυφές τετάρτου βαθμού που είναι τοποθετημένες συμμετρικά στις τέσσερις κορυφές ενός τετραγωνικού βρόχου (Trautz and Kunstler, 2009). Οι ολισθαίνοντες σύνδεσμοι δίνουν στο μηχανισμό τους επιπλέον βαθμούς ελευθερίας που χρειάζεται για να διπλώσει αλλά αυτό έχει συνέπεια η κορυφή να αποκτά επιπλέον βαθμούς ελευθερίας. Επίσης, παρά το ότι στο παράδειγμα που πρότειναν οι Trautz και Kunstler η συγκεκριμένη χάραξη του βρόχου επιτρέπει το να αντισταθμίζεται σε κάθε κορυφή το μήκος της ολίσθησης των συνδέσμων. Σε άλλες περιπτώσεις όμως όπως αποδεικνύει με ένα αντιπαράδειγμα ο Tachi (Tachi 2011) αυτό δε μπορεί να γίνει με αποτέλεσμα τα μήκη ολίσθησης να συσσωρεύονται σε μια κορυφή, να δημιουργούν μηχανολογική εμπλοκή και συνεπώς να μειώνουν το εύρος της κίνησης (σχήμα 3.35(β)).



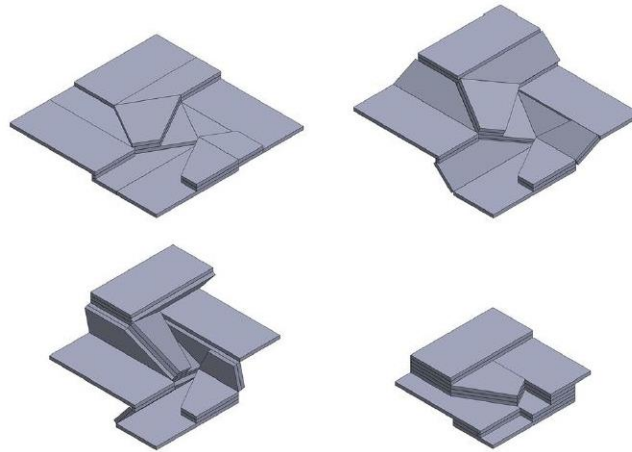
Σχήμα 3.35: (α) Τροποποιημένη μέθοδος μετακίνησης των αξόνων με ολισθαίνοντες συνδέσμους (Trautz and Kunstler, 2009) (β) Τροποποιημένη μέθοδος μετακίνησης των αξόνων με ολισθαίνοντες συνδέσμους όπου δημιουργείται μηχανολογική εμπλοκή (Tachi, 2011) Πηγή: (Lang et al., 2018)

Οι Chen, Peng και You το 2015 (Chen, Peng and You, 2015) ανέπτυξαν μια μέθοδο η οποία γενικεύει την πρακτική της μετατόπισης των συνδέσμων έτσι ώστε να συμπεριληφθεί η περίπτωση της συμμετρικής D4V (το “πόδι του πουλιού”), οι κορυφές του μοτίβου Yoshimura αλλά και χωρικές συνδέσεις (linkages). Το βιβλίο τους “Motion Structures” 2012 σύνδεσε τις 4R, 5R, 6R linkages με τις κορυφές origami μη μηδενικού πάχους.

Ο σύνδεσμος Bennett είναι ο μοναδικός γνωστός χωρικός σύνδεσμος τεσσάρων ράβδων (. Και παρά το ότι η D4V που μελέτησε ο Hoberman είναι όντως σύνδεσμος Bennett, δεν παύει να είναι μόνο μία ιδιαίτερη περίπτωση των συνδέσμων Bennett.

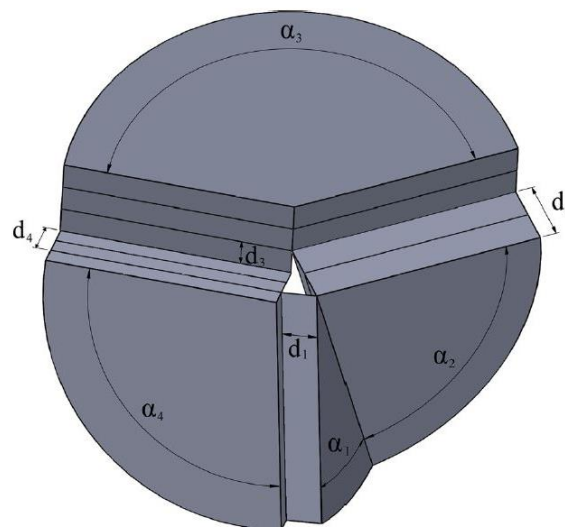
Η σύνδεση των κορυφών σε μοτίβα origami μη μηδενικού πάχους με τους συνδέσμους Bennett και γενικότερα, το γεγονός ότι άρχισαν να αντιμετωπίζονται και να μελετώνται ως σφαιρικοί μηχανισμοί επέτρεψε να γίνει διευθέτηση του

πάχους με την τεχνική της μετατόπισης των συνδέσμων σε κορυφές που έχουν πιο περίπλοκες γεωμετρίες. Χαρακτηριστικό παράδειγμα του πώς η προσέγγιση αυτή εκτίναξε τις δυνατότητες εφαρμογής της μεθόδου μετατόπισης των συνδέσμων φαίνεται στο σχήμα 3.36 όπου η μέθοδος εφαρμόζεται σε ένα συστρεφόμενο τετραγωνικό μοτίβο που επιτυγχάνει άκαμπτη δίπλωση (rigidly foldable square twist pattern).



Σχήμα 3.36: Συστρεφόμενο τετραγωνικό μοτίβο που επιτυγχάνει άκαμπτη δίπλωση (Chen, Peng and You, 2015), Πηγή: (Lang et al., 2018)

Στο σχήμα 3.37 απεικονίζεται η γενική περίπτωση της εφαρμογής συνδέσμου τεσσάρων ράβδων (4R linkage) σε μια κορυφή τετάρτου βαθμού (D4V) από υλικά με πραγματικό πάχος.



Σχήμα 3.37: Γενική περίπτωση κορυφής τετάρτου βαθμού (D4V) από υλικά με πραγματικό πάχος (Chen, Peng and You, 2015), Πηγή: (Lang et al., 2018)

Η γεωμετρία του συνδέσμου στο συγκεκριμένο μοντέλο περιγράφεται από τις τέσσερις γωνίες έδρας $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ και τις τέσσερις αποστάσεις μετατόπισης d_1, d_2, d_3, d_4 . Για το χωρικό σύνδεσμο (μηχανισμό) Bennett τα αντίθετα ζεύγη συνδέσμων είναι ίσα στο μήκος και έχουν την ίδια φορά περιστροφής στους άξονές τους (Bennet, 1903). Σύμφωνα με τους Chen Pen και You (2015) (Chen, Peng and You, 2015), και τον J.S. Beggs (1966) (Beggs, 1996) τα κριτήρια για να μπορεί να κινείται ένας μηχανισμός είναι:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha_3 + \alpha_4 = \pi$$

$$d_1 = d_3, \quad d_2 = d_4$$

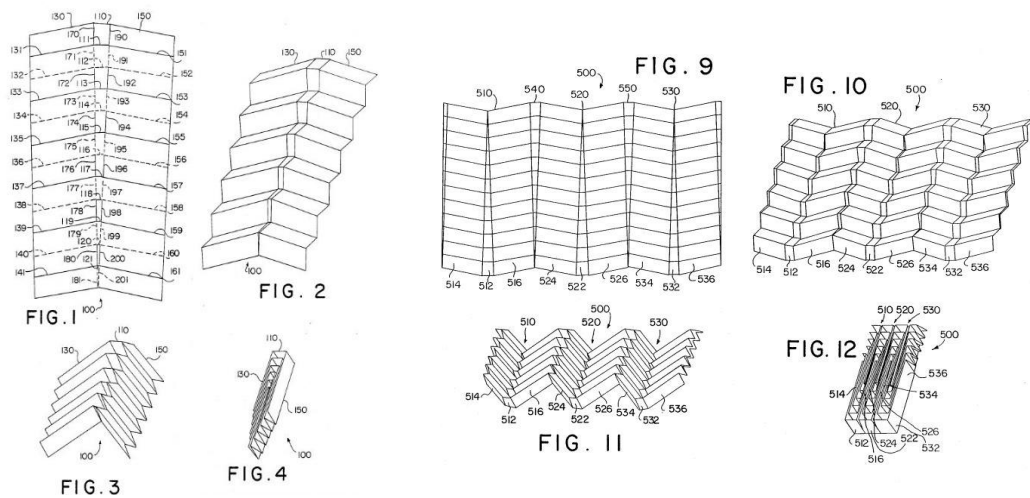
$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)}$$

Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι το πρώτο από τα κριτήρια αντιστοιχεί στο κριτήριο για την επίπεδη δίπλωση κορυφής τέταρτου βαθμού όπως διατυπώθηκε στην παράγραφο και έτσι τεκμηριώνεται ότι η τεχνική της μετατόπισης των συνδέσμων μπορεί να εφαρμοστεί σε κορυφή τέταρτου βαθμού μόνο εάν αυτή μπορεί να κάνει επίπεδη δίπλωση.

Οι Chen et al (2015) επέκτειναν την τεχνική αυτή ώστε να συμπεριλάβει και κάποιες κορυφές ανώτερης τάξης. Ο σύνδεσμος Myard πέντε αξόνων (5R Myard linkage) ανοίγει το δρόμο ώστε να γίνει διευθέτηση πάχους με τη μέθοδο της μετατόπισης των αξόνων σε κορυφές πέμπτου βαθμού (D5V). Ο σύνδεσμος Bricard έξι αξόνων (6R Bricard linkage) όπως είδαμε χρησιμοποιήθηκε στην εφαρμογή της μεθόδου σε κορυφές έκτου βαθμού (D6V). Οι σύνδεσμοι πέντε (5R) και έξι (6R) αξόνων που εφαρμόστηκαν στις αντίστοιχης τάξης κορυφές είναι μονοβάθμιοι μηχανισμοί (1-DOF) συνεπώς και οι μη μηδενικού πάχους μηχανισμοί origami που προκύπτουν από αυτούς είναι επίσης μονοβάθμιοι.

Η Μέθοδος του Διπλασιασμού των Συνδέσμων

Η φιλοσοφία της τεχνικής αυτής είναι το να “διασπαστεί” η κάθε γραμμή πτύχωσης ώστε να προκύψουν δύο ούτως ώστε επεκτείνοντας την περιοχή όπου γίνεται η πτύχωση να προκύψει ο χώρος όπου θα χωρέσει το πάχος των (επιφανειακών) μελών. Ο Hoberman το 1991 είχε προτείνει μία μέθοδο για να διευθετήσει τα αλληλάλληλα πλαίσια μιας κατασκευής για να τροποποιήσει το μοτίβο πτύχωσης μας τυπολογίας (Hoberman, 1991). Και παρά το ότι η μέθοδος του Hoberman αναπτύσσεται ώστε να μπορούν τα πλαίσια της κατασκευής να διπλώνουν σωστά, πρέπει να σημειωθεί ότι πρόκειται για **μια τεχνική μετασχηματισμού των πτυχώσεων και όχι διευθέτησης του πάχους των υλικών**. Η διευθέτηση του πάχους προϋποθέτει ένα επόμενο στάδιο μελέτης όπου θα χρησιμοποιηθεί κάποια από τις τεχνικές που αναλύονται σ’ αυτό το κεφάλαιο.



Σχήμα 3.38: Σχέδια του Ch. Hoberman για την πατέντα της μεθόδου διπλασιασμού των πτυχώσεων, Πηγή: https://courses.csail.mit.edu/6.S080/lectures/04_all.pdf

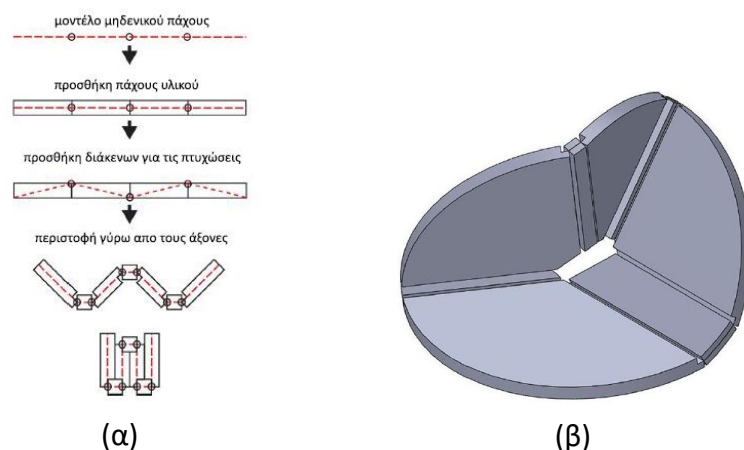
Οι Ku και Demaine (and Demaine, 2016) εισήγαγαν την **τεχνική της μετατόπισης των πτυχώσεων** η οποία ουσιαστικά είναι εφαρμογή της μεθόδου διπλασιασμού των συνδέσμων. Αυτή η τεχνική, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.39, τροποποιεί το μοντέλο μηδενικού πάχους χωρίζοντας κάθε πτύχωση σε δύο. Το τροποποιημένο μοντέλο μηδενικού πάχους παραμένει στη συνέχεια

στη μέση του πάχους του πραγματικού στοιχείου. Παράλληλα αφαιρείται υλικό από τα δύο μέλη εκατέρωθεν της πτύχωσης για την αποφυγή αυτοδιασταύρωσης όπως και στην τεχνική των πλαισίων απομειούμενου πάχους.

Ένα πλεονέκτημα που έχει η τεχνική της μετατόπισης των πτυχώσεων έναντι της τεχνική των πλαισίων απομειούμενου πάχους είναι ότι κάθε πτύχωση διπλώνεται 90° αντί για 180°. Κατά συνέπεια χρειάζεται να αφαιρεθεί λιγότερο υλικό για να αποφευχθεί η αυτοδιασταύρωση. Οι μηχανισμοί στους οποίους χρησιμοποιείται αυτή η τεχνική μπορούν να μετασχηματίζονται από μια πλήρως ανοικτή και επίπεδη μορφή σε μια πλήρως κλειστή και επίπεδη μορφή. Υπάρχουν εμφανή κοψίματα στις κορυφές του μοτίβου πτύχωσης τόσο στην ανοικτή όσο και την κλειστή μορφή του. Ο σκοπός τους είναι να αποτρέψουν την αλληλοεμπλοκή. Τα κοψίματα «αποσυνδέουν» τις πτυχώσεις μεταξύ τους και σε συνδυασμό με το διπλασιασμό του αριθμού των πτυχώσεων γύρω από τις κορυφές, οι βαθμοί ελευθερίας στο μηχανισμό συνολικά αυξάνονται.

Μία κορυφή τετάρτου βαθμού όπως αυτή του σχήματος 3.39 που χρησιμοποιεί την τεχνική της μετατόπισης των πτυχώσεων έχει κατά κανόνα ένα βρόχο οκτώ πτυχών επομένως δύο βαθμούς ελευθερίας. Η κορυφή χρειάζεται ένα βαθμό ελευθερίας για να διπλώσει. Ο άλλος είναι ένας επιπλέον ορθογώνιος ανεξάρτητος βαθμός

ελευθερίας που επιτρέπει στην κορυφή να έχει μικρές παρασιτικές κινήσεις στα εκάστοτε ενδιάμεσα στάδια ανάμεσα στις δύο ακραίες θέσεις της.



Σχήμα 3.39: (α) Διάγραμμα της Μεθόδου Διπλασιασμού των Συνδέσμων, (β) Εφαρμογή της τεχνικής μετατόπισης των πτυχώσεων σε κορυφή D4V Πηγή: (Lang et al., 2018)

Η Τεχνική των Συνδέσμων Κύλισης

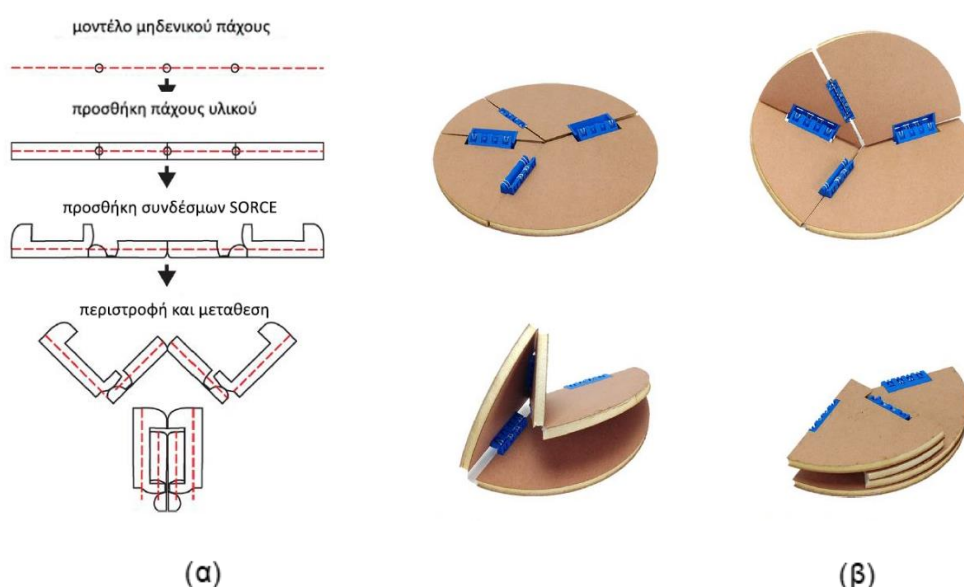
Όπως και σε πολλές ιδέες που σχετίζονται με τα origami, η Τεχνική των Συνδέσμων Κύλισης έχει τις ρίζες της στο 19ο αιώνα. Ένα σχετικό παράδειγμα αυτού του είδους των συνδέσμων είναι το παιχνίδι Jacob's ladder που μετράει πάνω από εκατό χρόνια ζωής. Η εξέλιξη όμως που μεσολάβησε μέχρι σήμερα επέτρεψε ώστε αυτός ο τύπος συνδέσμων να αξιοποιηθεί σε εφαρμογές της μηχανικής όπως στην προσθετική στην άρθρωση του γόνατος (Hillberg and Hall 1976), σε εμφυτεύματα στην σπονδυλική στήλη (Halverson, Bowden and Howell, 2012) και στα δάχτυλα των ρομπότ (Collins, 2003). Μια σημαντική βελτίωση ήρθε με τους ενδοτικούς μηχανισμούς υποβοηθούμενους από επαφή που χρησιμοποιούν ενδοτικούς ευκάμπτους συνδέσμους για να διατηρήσουν την επαφή και να επιβάλλουν συνθήκες μη ολίσθησης μεταξύ των όψεων της κύλισης (Cannon and Howell 2005) (Halverson, Howell and Magleby, 2010). Τέτοιοι σύνδεσμοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε αναδιπλούμενους μηχανισμούς με μη μηδενικό πάχος και μάλιστα ο Cai το 2016 έδωσε μια κινηματική ανάλυση για τους κυλινδρικούς συνδέσμους κύλισης που επιτρέπουν τη δίπλωση κατασκευών από επιφανειακά μέλη με πραγματικό πάχος ως εναλλακτική για τη διευθέτηση του πάχους επίπεδων μηχανισμών (Cai, 2016).

Σε μια περαιτέρω γενίκευση των κυλιόμενων συνδέσμων με επαφή, οι Lang et al. παρουσίασαν μια γενικευμένη τεχνική η οποία αξιοποιεί τα *συγχρονισμένα-με-προεξοχή-κυλιόμενα-στοιχεία-επαφής* (synchronized-offset rolling-contact elements SORCE) προκειμένου να επιτύχει μονοβάθμια κινηματική συμπεριφορά σε μηχανισμούς εμπνευσμένους από origami που είναι φτιαγμένοι από υλικά με πραγματικό πάχος (Lang et al. 2016) (Lang et al., 2018). Η τεχνική αυτή που απεικονίζεται διαγραμματικά στο Σχήμα 3.40, χρησιμοποιεί κυλιόμενους

συνδέσμους με προφίλ τέτοια ώστε να συγχρονίζονται με τέτοιο τρόπο που να επιτυγχάνουν διεδρες γωνίες ίδιες με αυτές του μοντέλου μηδενικού πάχους ενώ συγχρόνως να μεταβάλλουν δυναμικά τις εγκάρσιες προεκτάσεις τους ώστε να αποφεύγεται η μηχανική εμπλοκή (αυτο-διασταύρωση) των διαφορετικών μελών και εξαρτημάτων. Πριν από τη δημοσίευση αυτή οι σύνδεσμοι κύλισης είχαν χρησιμοποιηθεί μόνο για επίπεδους μηχανισμούς χωρίς ποτέ να αξιοποιηθούν στη διευθέτηση του πάχους εσωτερικών κορυφών σε μοτίβα origami. Μία αξιοσημείωτη πλευρά της τεχνικής SORCE είναι ότι “παντρεύει” την εντελώς επίπεδη εκδιπλωμένη κατάσταση (όπου όλα τα κύρια φατνώματα είναι συνεπίπεδα, όχι απαραίτητα συμπεριλαμβανομένων και των συνδέσμων) με μια διπλωμένη θέση η οποία μπορεί και ενσωματώνει τις αυθαίρετες προεξοχές των συνδέσμων ανάμεσα στα πλαίσια. Επίσης οι βαθμοί ελευθερίας του μηχανισμού είναι ακριβώς οι ίδιοι με αυτούς του μοντέλου μηδενικού πάχους.

Τα πλεονεκτήματα της τεχνικής είναι τα ακόλουθα:

- Μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε μοτίβο πτύχωσης που μπορεί να περιέχει οποιοδήποτε συνδυασμό κορυφών οποιουδήποτε βαθμού.
- Μπορεί να κάνει διευθέτηση πάχους σε πάνε οποιουδήποτε πάχους
- Μπορεί να κάνει διευθέτηση του πάχους διατηρώντας την κινηματική συμπεριφορά του μηχανισμού σε όλο το εύρος της κίνησης.



Σχήμα 3.40: (α) Διάγραμμα της Μεθόδου Συνδέσμων SORCE, (β) Πρόπλασμα της Μεθόδου Συνδέσμων SORCE, Πηγή: (Lang et al., 2018)

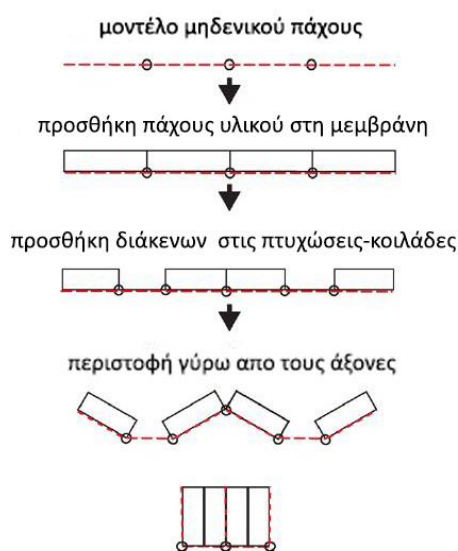
Η Τεχνική της Μεμβράνης

Παρά το ότι λεπτές μεμβράνες είναι χρησιμοποιηθεί και νωρίτερα σε πρότυπες κατασκευές Origami μηδενικού πάχους, η χρήση της μεμβράνης στη διευθέτηση του πάχους πλαισίων διερευνήθηκε και αναπτύχθηκε από τους Zirbel et al.

Οι Zirbel et al. το 2015 (Zirbel et al., 2015) ανέπτυξαν μια τεχνική εμπνευσμένη από την πατέντα του Hoberman της “διάσπασης των κορυφών” η οποία σε συνδυασμό με την τεχνική της μεμβράνης μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο σχεδιασμό της διαστρωμάτωσης που έχουν διπλωμένες οι συστοιχίες των ηλιακών συλλεκτών (Zirbel et al. 2013). Η εργασία αυτή προοριζόταν για εφαρμογές στην τεχνολογία του διαστήματος, όπου ο χώρος που καταλαμβάνουν τα μέλη των πτυσσόμενων κατασκευών είναι προτεραιότητα. Στόχος της εργασίας ήταν να ελαχιστοποιηθούν τα κενά και ο νεκρός χώρος ανάμεσα στα κομμάτια της συστοιχίας όταν αυτή ήταν διπλωμένη, να επιτευχθεί δηλαδή στην κλειστή θέση του συστήματος η μέγιστη δυνατή πυκνότητα. Η τεχνική της μεμβράνης αντιμετωπίζει τη διευθέτηση του πλάτους με τρόπο παρόμοιο με τη διάσπαση των γραμμών πτύχωσης και ουσιαστικά αυξάνει το εύρος μιας πτυχής χρησιμοποιώντας ένα εύκαμπτο υλικό.

Οι μηχανισμοί που χρησιμοποιούν την Τεχνική της Μεμβράνης για τη διευθέτηση του πάχους εμφανίζουν επιπλέον συγκριτικά με τα μηδενικού πάχους γεωμετρικά μοντέλα τους.

Επομένως, όπως και η τεχνική της μετατόπισης των πτυχώσεων, η μέθοδος αυτή δε μπορεί να εγγυηθεί μια συνεπή, μονοσήμαντη κίνηση ανάμεσα στα μέλη που ενώνει.



Σχήμα 3.41: Διάγραμμα της Μεθόδου της Μεμβράνης
 Πηγή: (Lang et al., 2018)

Η τεχνική των Ενδοτικών Αρθρώσεων (Strained Joint Technique)

Η Τεχνική των Ενδοτικών Αρμών εισήχθη στη διευθέτηση του πάχους των υλικών από τους Pehrson et al. (Pehrson et al., 2016) και σχετίζεται με την τεχνική της μεμβράνης. Αντί να χρησιμοποιηθεί μια λεπτή μεμβράνη για να συνδεθούν δύο προσκείμενα επιφανειακά μέλη, το ίδιο το υλικό μη μηδενικού πάχους λειτουργεί αποτελεσματικά όπως μία μεμβράνη η οποία, για παράδειγμα έχει τη δυνατότητα να καταναίμει την πτύχωση του υλικού καταμήκος μίας περιοχής, αντί να λειτουργήσει ως διακεκριμένος περιστροφικός σύνδεσμος. Για να επιτευχθεί αυτό

γίνονται τομές στο επιφανειακό μέλος έτσι ώστε να αποκτήσεις ευελιξία στις περιοχές που πρόκειται να πάρουν τη θέση των περιστροφικών συνδέσμων. Η προσέγγιση αυτή δίνει ένα εξ ολοκλήρου μονολιθικό μηχανισμό. Για να δημιουργηθεί μια περιοχή που θα λειτουργεί ως εύκαμπτος σύνδεσμος σε ένα κατά τα άλλα άκαμπτο πάνελ εισάγονται στο σχεδιασμό παρένθετες πτυχώσεις (Lang et al., 2018) . Οι παρένθετες πτυχώσεις είναι εντοπισμένη μείωση της ακαμψίας του υλικού μέσω της γεωμετρίας ουτωσώστε ένα υλικό που δεν είναι χαρτί να μπορεί να επιτύχει ανάλογη συμπεριφορά με την πτύχωση του χαρτιού. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό για τις παρένθετες πτυχώσεις είναι ότι η καμπτική κίνηση της δίπλωσης δεν προκαλεί πλαστική παραμόρφωση στο υλικό. Στο σχήμα 3.42 απεικονίζεται η Μέθοδος της Ενδοτικής Άρθρωσης σε διάγραμμα και Πρόπλασμα.



Σχήμα 3.42: (α) Διάγραμμα της Μεθόδου Συνδέσμων SORCE, (β) Πρόπλασμα της Μεθόδου Συνδέσμων SORCE,
Πηγή: (Lang et al., 2018)

Όλες οι παραμορφώσεις παραμένουν μέσα στην ελαστική περιοχή παρά τη μεγάλη γωνία στην κάμψη του στοιχείου. Παρά το ότι είχε χρησιμοποιηθεί και πρωτίτερα η εισαγωγή η στρατηγικών τομών σε υλικά προκειμένου να μειωθεί η ακαμψία και να γίνει πιο εύκολη, για παράδειγμα η κάμψη μεταλλικών φύλλων, δεν είχε χρησιμοποιηθεί ευρέως με σκοπό την επαναλαμβανόμενη κίνηση, δηλαδή κίνηση που θα προκαλούσε παραμόρφωση μέσα στην ελαστική περιοχή. Οι παρένθετες πτυχώσεις αποτελούν στην ουσία ενδοτικές αρθρώσεις.

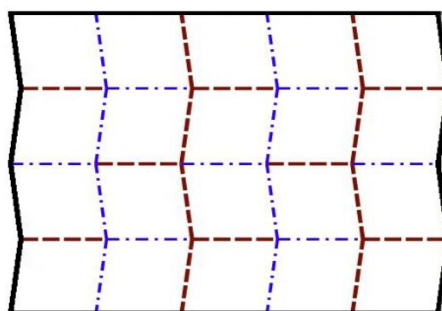
Όπως και στην περίπτωση της Τεχνικής της Μεμβράνης αλλά και την Τεχνική της Μετάθεσης των Πτυχώσεων, ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά των μηχανισμών που περιλαμβάνουν ενδοτικές αρθρώσεις είναι ότι έχουν επιπλέον βαθμούς ελευθερίας συγκριτικά με το μηδενικού πάχους γεωμετρικό τους μοντέλο. Αυτοί οι πρόσθετοι βαθμοί ελευθερίας οφείλονται στις παρασιτικές κινήσεις και παραμορφώσεις που μπορούν να εμφανιστούν σε ενδοτικές αρθρώσεις που λειτουργούν ως παρένθετες πτυχώσεις.

4: ΑΡΧΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ: ΔΟΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟ ΣΤΗ ΧΑΡΑΞΗ ΜΙΟΥΡΑ

4.1 Στάδια Εξέλιξης Έρευνας

Το κεφάλαιο αυτό αφορά στην ανάπτυξη καινοτόμου κυψελοειδούς συστήματος που ακολουθεί τη χάραξη Miura -Ori. Η εργασία που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο είναι η πρώτη και αρχική ερευνητική προσέγγιση στην ανάπτυξη δομικών συστημάτων που ακολουθούν την χάραξη Miura η οποία ξεκίνησε πριν την έναρξη της εκπόνησης της παρούσας διδακτορικής διατριβής.

Στο πλαίσιο της παρούσας διατριβής έγινε αξιολόγηση του δομικού συστήματος αυτού, λεπτομερής αξιολόγηση της κινηματικής του συμπεριφοράς τα οποία παρουσιάζονται λεπτομερώς στο κεφάλαιο 5 αυτού του τόμου. Τα συμπεράσματα που αντλήθηκαν από την αξιολόγηση αυτής της πρώτης προσέγγισης συνέβαλαν ώστε στο πλαίσιο της διδακτορικής διατριβής να αναπτυχθούν τρεις τυπολογίες αναδιπλούμενων κυψελοειδών συστημάτων τα οποία έχουν ως ερευνητική αφετηρία τη χάραξη Miura και παρουσιάζονται αναλυτικά στα κεφάλαια 5, 6 και 7 του παρόντος τόμου.



Σχήμα 4.1: Η Χάραξη Miura

4.2 Συνοπτική Περιγραφή Αρχικού Κυψελοειδούς Συστήματος

Τα ερευνητικά ερωτήματα που αποτέλεσα την αφετηρία για το συγκεκριμένο κεφάλαιο της έρευνας είναι τα παρακάτω:

- I. Το εάν η τυπολογία της χάραξης Miura μπορεί να εξελιχθεί σε ένα τριδιάστατο κυψελοειδές χωρικό σύστημα με δυνατότητα αναδίπλωσης το οποίο διατηρεί τις μηχανικές και κινηματικές ιδιότητες της χάραξης Miura.
- II. Εάν η απάντηση στο πρώτο ερώτημα είναι θετική, η επόμενη ερευνητική ερώτηση αν το σύστημα αυτό μπορεί να υλοποιηθεί με υλικά που έχουν πραγματικό πάχος (έναντι του πάχους του χαρτιού που είναι αμελητέο) διατηρώντας στο ακέραιο τις μηχανικές και κινηματικές ιδιότητες της χάραξης Miura.
- III. Εάν η απάντηση στο δεύτερο ερώτημα είναι θετική τότε το επόμενο στάδιο μελέτης είναι η διευθέτηση του πάχους του υλικού όπου τα βασικά ερευνητικά ερωτήματα είναι με ποιο τρόπο θα διευθετηθεί το πάχος των υλικών και τι είδους συνδεσμοί θα χρησιμοποιηθούν.

Συνοπτική περιγραφή του αρχικού κυψελοειδούς συστήματος βασισμένου στη χάραξη Miura -Ori

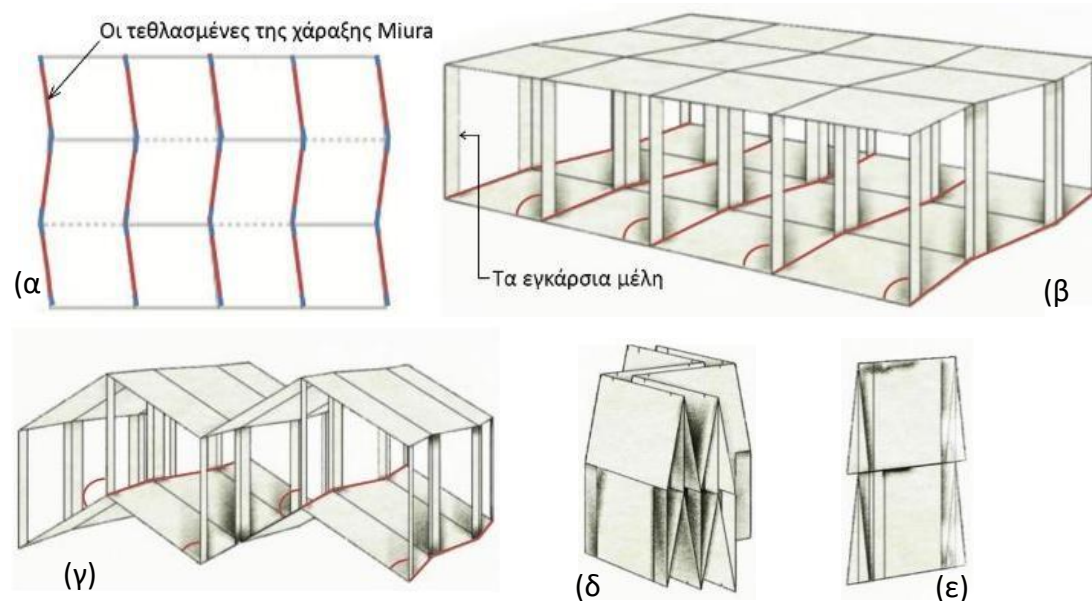
Η κυψελοειδής κατασκευή Miura είναι σχεδιασμένη ώστε να αναπτύσσεται γρήγορα, να κλείνει και να μεταφέρεται εύκολα ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για στέγαση σε προσωρινές καταστάσεις.

Γεωμετρική περιγραφή

Στο αρχικό της στάδιο η κατασκευή αποτελείται από δύο παράλληλα επίπεδα που συνδέονται μεταξύ τους με εγκάρσια γραμμικά μέλη. Κάθε επίπεδο αποτελείται από επιφανειακά στοιχεία σε σχήμα πλάγιου παραλληλόγραμμου ενωμένα μεταξύ τους σύμφωνα με τη χάραξη Miura. Τα εγκάρσια κατακόρυφα γραμμικά μέλη αρθρώνονται με τα επιφανειακά καταμήκως των τεθλασμένων γραμμών της χάραξης Miura. Καθώς η κατασκευή εκπτύσσεται δημιουργείται μια σειρά από παραλληλεπίπεδες κυψέλες ανάμεσα στα δύο επίπεδα.

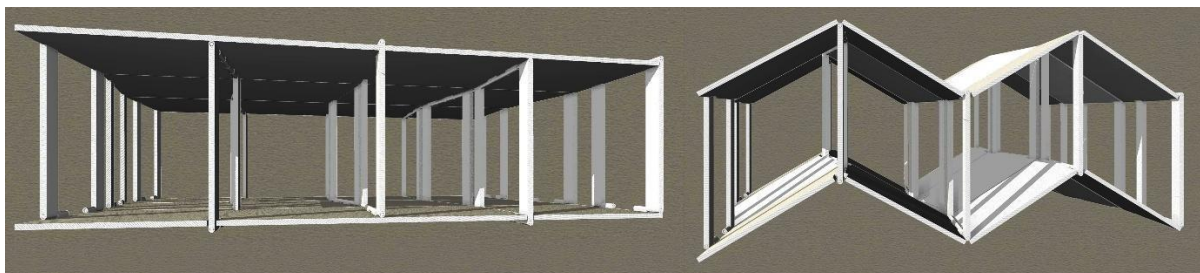
Η τριδιάστατη αυτή κατασκευή διατηρεί την κινηματική συμπεριφορά του διδιάστατου Miura-Ori, δηλαδή είναι ένας μονοβάθμιος μηχανισμός (έχει ένα βαθμό ελευθερίας), ανοίγει σε μία συνεχόμενη κίνηση και στην κλειστή της θέση συμπύσσεται πλήρως σε μια συμπαγή μορφή, με όλα τα μέλη της σε παραλληλία.

Απο πολύ νωρίς τα φυσικά και ψηφιακά μοντέλα απέδειξαν την εγκυρότητα της μεθόδου. Χάρη στις εφαρμογές σε μεγάλη κλίμακα μπόρεσαν να διατυπωθούν οι μαθηματικές σχέσεις που διέπουν τη μέθοδο και έχουν να κάνουν με το πάχος των υλικών. Σε αυτό το στάδιο της μελέτης βρέθηκαν και τα όρια της μεθόδου, οι μαθηματικές συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται ώστε το σύστημα να δουλεύει.



Σχήμα 4.2: (α)Χάραξη Miura, (β), (γ), (δ), (ε) μοντέλο μηδενικού πάχους στη διαδικασία της δίπλωσης

Κατασκευάστηκε ένα πρωτότυπο στο οποίο για χάρη πειραματικής απλότητας χρησιμοποιήθηκαν ρομβοειδή επιφανειακά στοιχεία με πάχος 4% της πλευράς τους, και με οξεία γωνία περίπου 84° . Τα εγκάρσια μέλη έχουν ορθογωνική διατομή με αναλογία πλευρών 1:4 όπου για χάρη πειραματικής απλότητας η μικρότερη από τις δύο πλευρές έχει μέτρο ίσο με το πάχος των επιφανειακών μελών. Όπως είναι προφανές, όσο αυξάνεται το πάχος των υλικών, τόσο λιγότερο εφικτή γίνεται η δίπλωση του συστήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3.

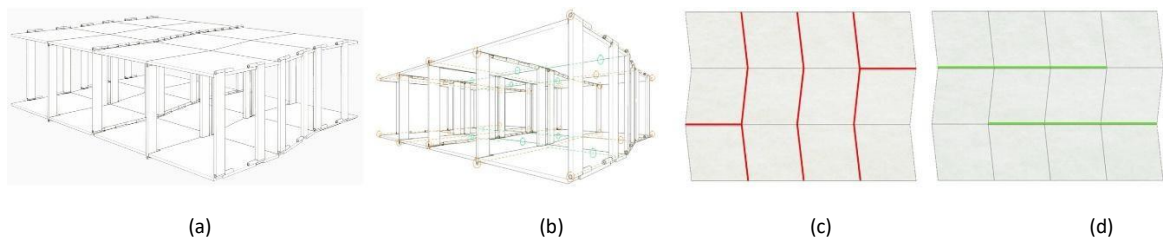


Σχήμα 4.3: Αρχικό μοντέλο με τριδιάστατα μέλη που δεν μπορεί να κλείσει λόγω του πάχους των μελών του.

Η μελέτη του φυσικού μοντέλου έδειξε ότι παρά το ότι η axis shift method μπορεί να εφαρμοστεί σε κάποιες από τις συνδέσεις του συστήματος, τα προβλήματα που δημιουργεί το πάχος του υλικού δε μπορούν να αντιμετωπιστούν με καμία από τις μεθόδους που υπάρχουν μέχρι του παρόντος στη βιβλιογραφία, και η κατασκευή δε μπορεί να διπλώσει πλήρως ώστε στην κλειστή της θέση όλα τα μέλη της να είναι σε παραλληλία.

Αναλύθηκαν οι κινήσεις που συμβαίνουν στην κατασκευή καθώς αυτή κλείνει, και οι χωρικές απαιτήσεις που υπάρχουν προκειμένου να ολοκληρωθούν. Στο σχήμα 4.4 φαίνονται όλες οι περιστροφές που πρέπει να συμβούν ώστε το σύστημα να διπλώσει.

Για να ικανοποιηθούν οι χωρικές απαιτήσεις αυτές, αναπτύχθηκαν δύο νέες μεθοδολογίες διευθέτησης του πάχους των υλικών. Στα σχήματα 4.4(a) και 4.4(b) φαίνεται η κατασκευή πλήρως ανεπτυγμένη με μέλη πραγματικού πάχους, και όλες οι στροφές των μελών που πρέπει να συμβούν ώστε να μπορέσει να κλείσει. Στα σχήματα 4.4(c) και 4.4(d) σημειώνονται σε ποιες χαράξεις του διαγράμματος Miura χρησιμοποιήθηκε η κάθε μία από τις δυο καινούριες μεθόδους για διευθέτηση του πάχους. Με κόκκινο σημειώνονται οι χαράξεις στις οποίες χρησιμοποιήθηκε η **τροποποιημένη μέθοδος μετακίνησης των αξόνων** και με πράσινο οι χαράξεις στις οποίες χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος με το λεγόμενο **σύνδεσμο κάμψης και περιστροφής (flexural hinge joint)** ο οποίος δεν υπήρχε στη βιβλιογραφία και σχεδιάστηκε εξ αρχής στα πλαίσια της έρευνας.

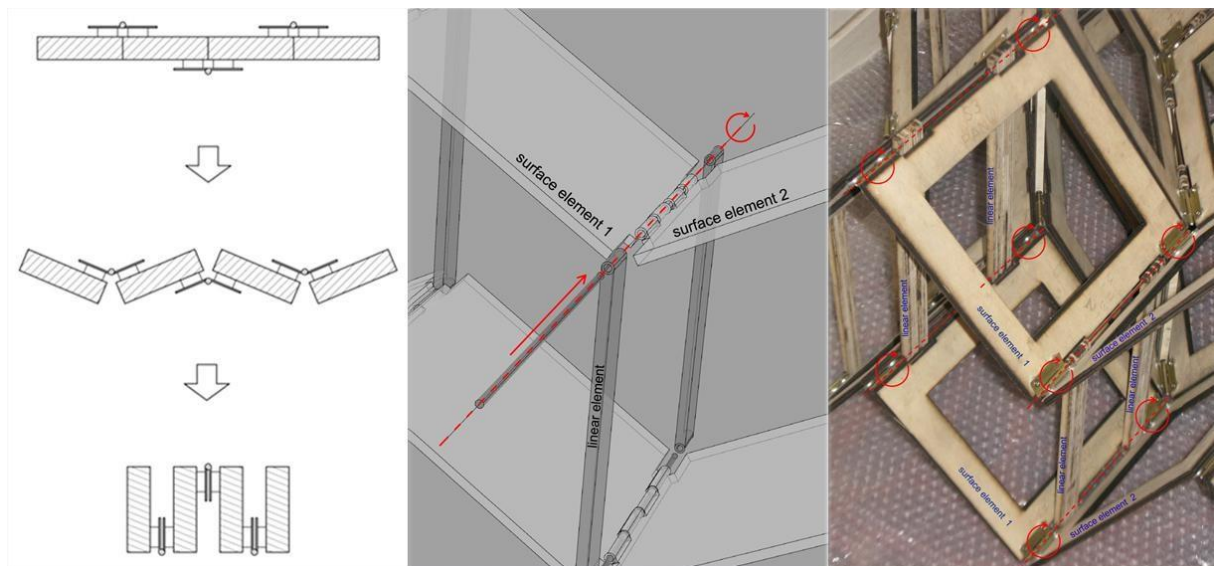


Σχήμα 4.4(a): φαίνεται η κατασκευή πλήρως ανεπτυγμένη με μέλη πραγματικού πάχους, 4(b) οι στροφές των μελών που πρέπει να συμβούν ώστε να μπορέσει να κλείσει, 4(c) τροποποιημένη μέθοδος μετακίνησης των αξόνων, 4(d) σύνδεσμος κάμψης και περιστροφής

Η Τροποποιημένη μέθοδος μετακίνησης των αξόνων

Κατά μήκος των τεθλασμένων γραμμών της χάραξης Miura, στην υπό μελέτη κατασκευή είναι προσαρμοσμένα τα εγκάρσια μέλη που ενώνουν τα δύο επίπεδα.

Στις γραμμές που είναι σημειωμένες με κόκκινο στο σχήμα 4.4(c) λόγω του πάχους του υλικού των ρομβοειδών μελών αλλά και λόγω της ύπαρξης των εγκάρσιων μελών γειτονικά μέλη δε μπορούσαν στραφούν το ένα σε σχέση με το άλλο. Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό ο άξονας περιστροφής των δύο γειτονικών ρομβοειδών μελών μετακινήθηκε περίπου όπως συμβαίνει στη Axis Shift Method που επιγράφηκε παραπάνω, μόνο που στην προκειμένη περίπτωση ο άξονας που αρθρώνει τα συνεχόμενα επιφανειακά μέλη (και το εγκάρσιο στοιχείο) μετακινήθηκε εντελώς έξω από τον όγκο των επιφανειακών μελών. Στο σχήμα 4.5 φαίνεται το διάγραμμα της μεθόδου που εφαρμόστηκε, το ψηφιακό μοντέλο και το φυσικό μοντέλο.



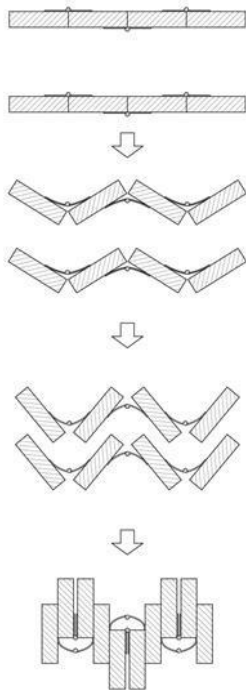
Σχήμα 4.5: Η Τροποποιημένη μέθοδος μετακίνησης των αξόνων σε διάγραμμα, σε ψηφιακό και φυσικό μοντέλο

Ο σύνδεσμος κάμψης και περιστροφής

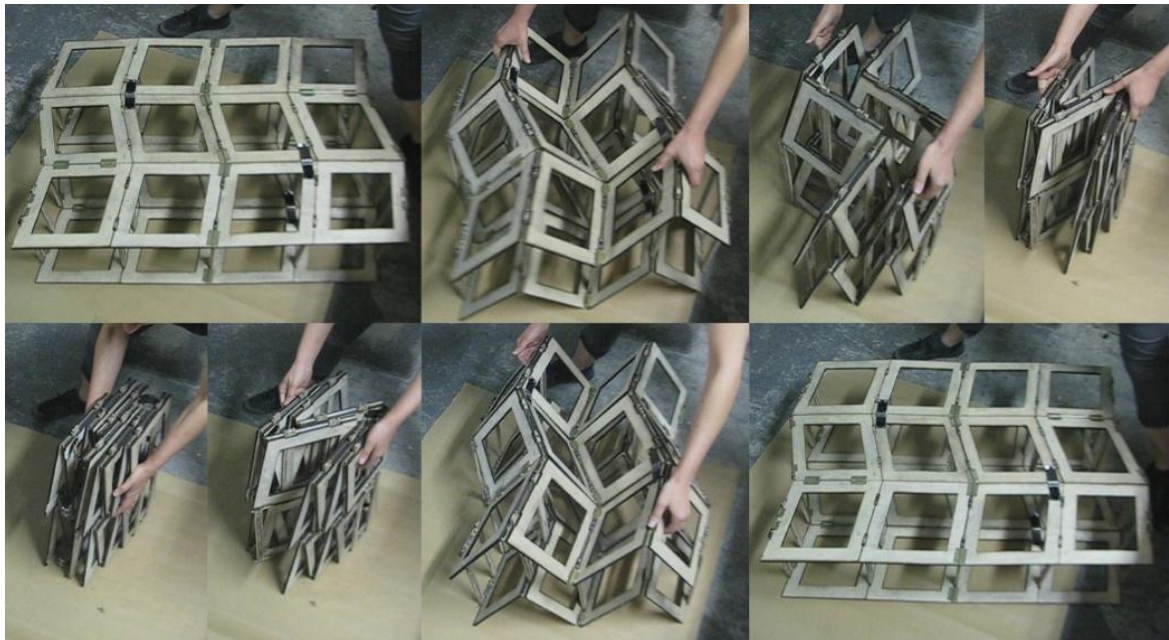
Στις υπόλοιπες συνδέσεις της κατασκευής, αυτές που στο σχ. 4(d) έχουν επισημανθεί με πράσινο, η τροποποιημένη Axis Shift Method δε μπορούσε να δώσει λύση, γιατί η παρουσία των ενδότερων επιφανειακών μελών εμπόδιζε την κατασκευή απ' το να διπλώσει πλήρως. Γι' αυτό έπρεπε να ακολουθηθεί άλλος δρόμος.

Σχεδιάστηκε ένα καινούριο είδος συνδέσμου ο οποίος είναι συνδυασμός περιστροφικού συνδέσμου και συνδέσμου με εύκαμπτο έλασμα. Σε καθένα απο τα δύο σκέλη του περιστροφικού συνδέσμου συνδέεται η άκρη ενός ελάσματος. Η άλλη άκρη του κάθε ελάσματος συνδέεται με το επιφανειακό μέλος που θέλουμε να αρθρώσουμε. Αυτός ο σύνδεσμος επιτρέπει να γίνεται κίνηση και με περιστροφή (του περιστροφικού συνδέσμου) αλλά και με κάμψη (του ελάσματος). Χάρη σ' αυτό το νέο τύπο συνδέσμου, που τον ονομάσαμε σύνδεσμο κάμψης και περιστροφής (flexural hinge joint) όταν η κατασκευή διπλώνει, τα γειτονικά ρομβοειδή επιφανειακά μέλη δεν εμποδίζουν το ένα το άλλο, αλλά συνεχίζουν την κίνησή τους. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να διπλώσει πλήρως και όλα τα μέλη της να έρθουν σε παραλληλία, ενώ δεν αλλάζει η κινηματική της συμπεριφορά, δηλαδή παραμένει μονοβάθμιο σύστημα. Ο άξονας της στροφής των επιφανειακών μελών που αρθρώνονται με το σύνδεσμο κάμψης και περιστροφής δεν είναι ο άξονας του συνδέσμου. Ο άξονας της στροφής τους κινείται πάνω στο επίπεδο που διχοτομεί τη δίεδρη γωνία που δημιουργούν τα εκατέρωθεν μέλη καθώς εξελίσσεται η κίνηση, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.6.

Αυτός ο νέος τύπος συνδέσμου επιτρέπει την πολλαπλή αλληλοεπικάλυψη των επιφανειακών μελών της κατασκευής και γι' αυτό επιτρέπει την άμεση μεταφορά των μοτίβων origami σε εφαρμογές πλήρους κλίμακας. Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι η τεχνική που αναπτύξαμε δεν προσθέτει επιπλέον βαθμούς ελευθερίας στο σύστημα. Η κατασκευή παραμένει μονοβάθμιο σύστημα. Στο σχήμα 4.7 απεικονίζεται σε στιγμιότυπα η δίπλωση και η εκδίπλωση προπλάσματος του συστήματος. Το πρόπλασμα φτιάχτηκε απο κόντρα πλακέ πάχους 6mm. Οι διαστάσεις του στην πλήρη ανάπτυξή του είναι 88x65x23,5cm, ενώ στην διπλωμένη του μορφή είναι 30x15x46cm.



Σχήμα 4.6: Ο σύνδεσμος κάμψης και περιστροφής (flexural hinge joint) σε διάγραμμα και σε φυσικό μοντέλο

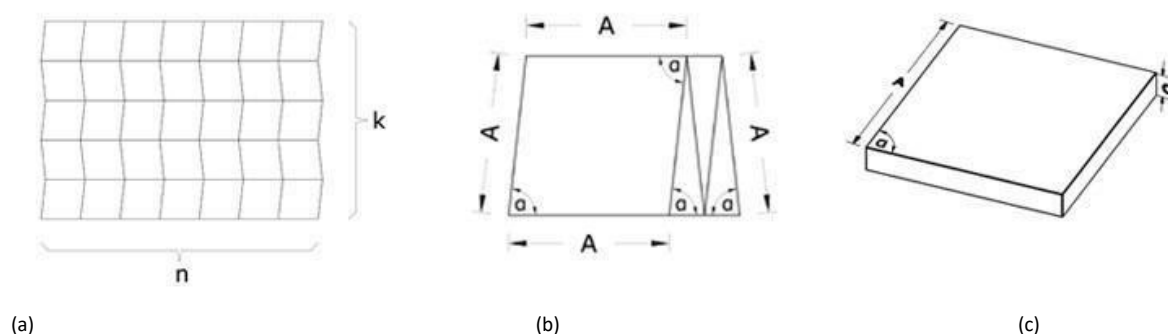


Σχήμα 4.7: Δίπλωση και ανάπτυξη μακέτας του συστήματος απο κόντρα πλακέ πάχους 6mm διαστάσεις στην πλήρη ανάπτυξη: 88x65x23,5cm, στη διπλωμένη μορφή: 30x15x46cm

Γεωμετρικοί περιορισμοί

Η μέθοδος διευθέτησης του πάχους των στοιχείων με το σύνδεσμο κάμψης –περιστροφής έχει γεωμετρικούς περιορισμούς. Αν οι σειρές των κομματιών στη χάραξη είναι n και το κάθε κομμάτι έχει πλευρά A και γωνία α τότε το μέγιστο πάχος υλικού d για το οποίο μπορεί να λειτουργήσει το σύστημα δίνεται από τη σχέση:

$$2A \cos \alpha > (\eta - 1)d + \frac{4\eta - 3}{4} d$$



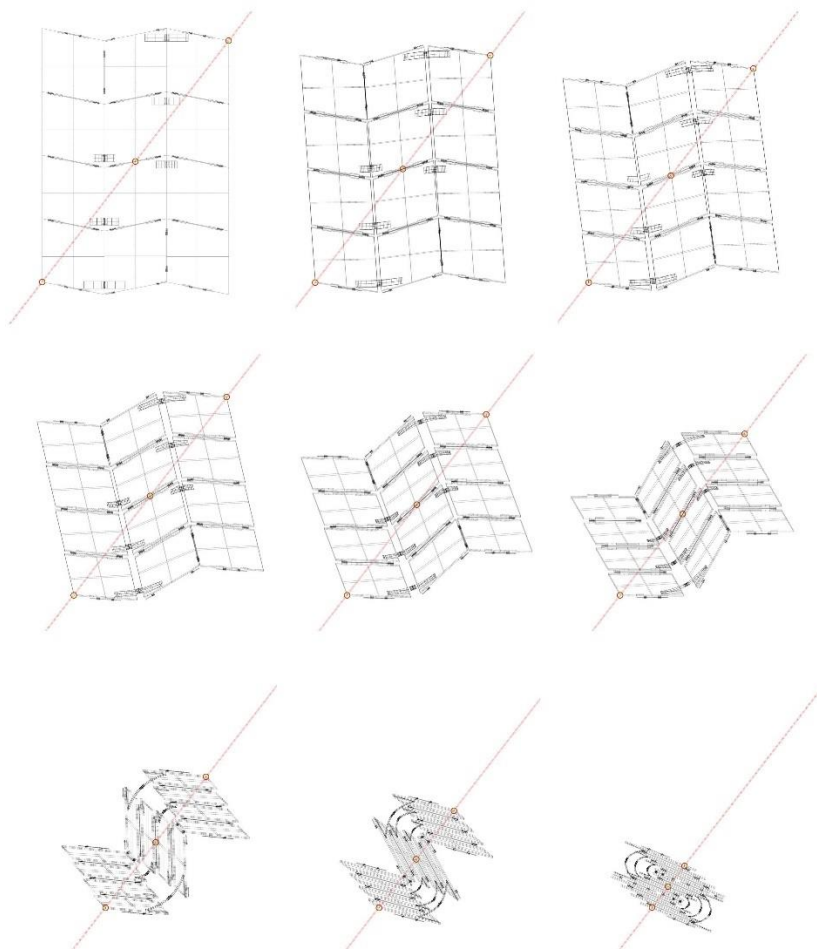
Σχήμα 4.8(a): γενικός τύπος της κάτοψης της πτυσσόμενης κατασκευής Miura , 8(b) όψη της κατασκευής στην κλειστή (flat folded) θέση 8(c) το ρομβοειδές επιφανειακό μέλος της κατασκευής

4.3 Αξιολόγηση του Αρχικού δομικού συστήματος Miura

Η αποτίμηση της κινηματικής συμπεριφοράς της κατασκευής σε πρώτο στάδιο ξεκίνησε πειραματικά. Για να κάνουν τη χαρακτηριστική κίνηση αναδίπλωσης τα προπλάσματα τοποθετήθηκαν επάνω σε οριζόντιο επίπεδο.

Τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από τις πειραματικές δοκιμές είναι τα παρακάτω:

1. Κατά την κίνηση αναδίπλωσης, σε κάθε στάθμη τα δύο ακραία σημεία καθώς και το κέντρο της κατασκευής διαγράφουν ευθεία τροχιά (Σχήμα 4.9), πράγμα που υποδεικνύει ότι η κίνηση αυτή είναι μονοβάθμια.
2. Όταν η κατασκευή λαμβάνει την πλήρως διπλωμένη μορφή της όλα τα μέλη της είναι σε παραλληλία.
3. Όταν η κατασκευή λαμβάνει την πλήρως ανεπτυγμένη μορφή της, οι αρμοί που σχεδιάστηκαν για να διευθετηθεί το πάχος του υλικού των εγκάρσιων γραμμικών μελών ακινητοποιούν τα μέλη αυτά στην κατακόρυφη θέση και εξασφαλίζουν τη σταθερότητα της κατασκευής στη θέση αυτή.
4. Η στήριξη των κατακόρυφων μελών στις οριζόντιες στάθμες της κατασκευής δεν αναπτύσσει επιπλέον εντατικά μεγέθη στο φορέα. Με άλλα λόγια οι αρμοί των επιφανειακών μελών γύρω από τα κατακόρυφα μέλη εξασφαλίζουν την ευστάθεια της κατασκευής στη συγκεκριμένη της θέση, χωρίς να δημιουργούν (εισάγουν) υπερστατικότητα στο σύνολο της κατασκευής.



Σχήμα 4.9: Κίνηση αναδίπλωσης της κατασκευής

5. Η στήριξη των κατακόρυφων μελών στις οριζόντιες στάθμες της κατασκευής δεν αναπτύσσει επιπλέον εντατικά μεγέθη στο φορέα. Με άλλα λόγια οι αρμοί των επιφανειακών μελών γύρω από τα κατακόρυφα μέλη εξασφαλίζουν την ευστάθεια της κατασκευής στη συγκεκριμένη της θέση, χωρίς να δημιουργούν (εισάγουν) υπερστατικότητα στο σύνολο της κατασκευής.
6. Για το σύνδεσμο κάμψης -περιστροφής ισχύει το αντίθετο με τα παραπάνω. Κατά την κίνηση της δίπλωσης της κατασκευής τα ελάσματα του συνδέσμου αυτού να κάμπτονται και αναπτύσσονται ροπές (φορτίο) που απαιτεί την παρουσία επιπλέον εξωτερικής δύναμης ώστε να διπλώσει πλήρως η κατασκευή.
7. Για να επιτευχθεί η κίνηση της κατασκευής όπως επιγράφηκε παραπάνω πρέπει ο άξονας του συνδέσμου να κινείται πάνω στο επίπεδο που διχοτομεί τη διεδρη γωνία που δημιουργούν τα εκατέρωθεν επιφανειακά μέλη που συνδέονται. Για να συμβεί αυτό πρέπει τα ελάσματα του συνδέσμου να κάμπτονται κάθετα στο επίπεδό τους και παράλληλα στη διεύθυνση του άξονα του συνδέσμου. Επειδή όμως ο συγκεκριμένος σχεδιασμός του συνδέσμου δεν περιορίζει τα ελάσματα από το να κινηθούν και με άλλους

τρόπους πέρα από αυτόν, ο σύνδεσμος – κατ' επέκταση τα επιφανειακά μέλη που συνδέει εμφανίζουν «παρασιτικές» κινήσεις πέρα από τη μονοβάθμια κίνηση που περιγράφηκε παραπάνω. Με άλλα λόγια ο σύνδεσμος κάμψης -περιστροφής επιτρέπει να παρεισφρήσουν στο σύστημα επιπλέον βαθμοί ελευθερίας. Παρά το ότι η κατασκευή μακροσκοπικά (δείχνει να) εκτελεί μια συνεχή μονοβάθμια κίνηση, στη πραγματικότητα υπάρχουν και μικροκινήσεις («τρεμοπαίξιμο») που συνοδεύουν τη βασική κίνηση.

8. Όπως σημειώθηκε παραπάνω, Τα εγκάρσια γραμμικά μέλη έχουν ορθογωνική διατομή με αναλογία πλευρών 1:4 Τα μέλη αυτά είναι τοποθετημένα κατά μήκος των τεθλασμένων χαράξεων του διαγράμματος Miura με τον ισχυρό άξονα της διατομής τους (τον άξονα ως προς τον οποίο η διατομή έχει τη μεγαλύτερη ροπή αδράνειας) παράλληλα στη διεύθυνση των τεθλασμένων χαράξεων. Αυτή η διάταξη των κατακόρυφων στοιχείων καθιστά την κατασκευή ως σύνολο περισσότερο ανθεκτική κατά τη διεύθυνση του γ άξονα στο σχήμα 4.10 και λιγότερο ισχυρή κατά τη διεύθυνση του άξονα στο ίδιο σχήμα.

5. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΠΛΥΣΗ ΠΤΥΣΣΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΙΟΥΡΑ-PANTOGRAPH

5.1 Αντικείμενο και Ερευνητικοί Στόχοι

Το θέμα αυτού του κεφαλαίου είναι η ανάπτυξη καινοτόμου κυψελοειδούς συστήματος που ακολουθεί τη χάραξη Miura -Ori όπως και το προηγούμενο κεφάλαιο και έρχεται να δώσει λύσεις στα επιμέρους ζητήματα που παρέμειναν εκκρεμή κατά το στάδιο της έρευνας το οποίο παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 4 αυτού του τόμου. Το στάδιο της έρευνας που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο διεξήχθη μέσα στο χρονικό πλαίσιο της παρούσας διδακτορικής διατριβής και ουσιαστικά ξεκινάει εκεί ακριβώς από που ολοκληρώθηκε το προηγούμενο στάδιο της έρευνας.

Στο κεφάλαιο αυτό το αντικείμενο μελέτης είναι και πάλι η αναγωγή της διδιάστατης χάραξης Miura σε ένα τριδιάστατο κυψελοειδές χωρικό σύστημα με δυνατότητα αναδίπλωσης το οποίο διατηρεί τις μηχανικές και κινηματικές ιδιότητες της χάραξης Miura.

Οι ερευνητικοί στόχοι σε αυτό το στάδιο της μελέτης είναι να επανασχεδιαστεί η κυψελοειδής κατασκευή Miura με τέτοιο τρόπο ώστε:

1. Να αποκλειστούν οι «παρασιτικές» κινήσεις που παρατηρήθηκαν με τη χρήση του συνδέσμου κάμψης -περιστροφής
2. Η κατασκευή να έχει ένα μόνο βαθμό ελευθερίας και να μπορεί να διαγράψει συνεχή μονοβάθμια κίνηση από την πλήρως ανοικτή μορφή της ως την πλήρως διπλωμένη .
3. Στην πλήρως διπλωμένη μορφή της όλα τα μέλη της να είναι σε παραλληλία, δηλαδή να επιτυγχάνει επίπεδη δίπλωση.
4. Τα εγκάρσια στοιχεία που θα συνδέουν τις οριζόντιες στάθμες της να προσδίδουν στην κατασκευή ροπή αδράνειας και προς τους δυο κάθετους άξονες του επιπέδου (x και y) ισοδύναμα.

5.2. Επανασχεδιασμός Κατασκευής

Αναγκαιότητα επανασχεδιασμού συνδέσμου

Η ανάλυση και αξιολόγησή της κατασκευής που έγινε στο κεφάλαιο 4 κάνουν σαφές ότι για να επιτευχθούν τα σημεία 1 έως 3 πρέπει ο σύνδεσμος κάμψης - περιστροφής να αντικατασταθεί. Υπενθυμίζεται ότι ο σύνδεσμος αυτός χρησιμοποιείται στη θέση της κατασκευής όπου συνδέονται δύο επιφανειακά μέλη τα οποία στην ανοικτή θέση της κατασκευής είναι γειτονικά, όμορα και κείτονται εντός του ίδιου οριζοντίου επιπέδου ενώ στην κλειστή (διπλωμένη) θέση της βρίσκονται σε δύο διαφορετικά και απομακρυσμένα κατακόρυφα επίπεδα και

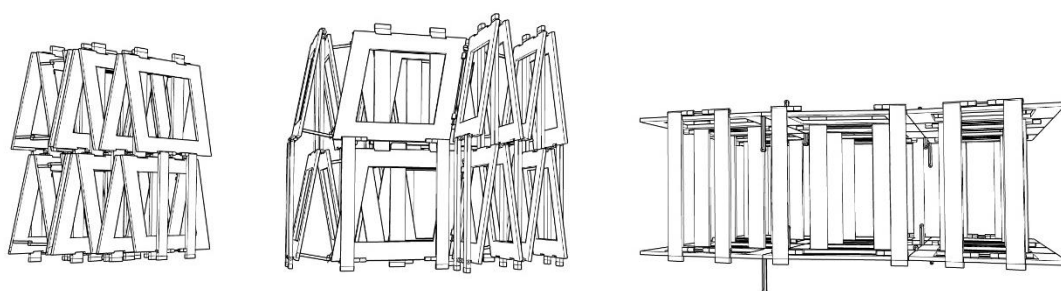
ανάμεσά τους σε παράλληλα επίπεδα έχουν διπλώσει από **δύο** έως **έξι** όμοια επιφανειακά μέλη της κατασκευής.

Επειδή κρίθηκε ότι βελτιστοποίηση του συγκεκριμένου εύκαμπτου συνδέσμου θα μπορούσε να περιορίσει τις παρασιτικές κινήσεις αλλά όχι να τις αποκλείσει εντελώς, η έρευνα στράφηκε σε τύπους συνδέσμων που είναι καθαρά περιστροφικοί και δεν περιέχουν στοιχεία τα οποία κάμπτονται.

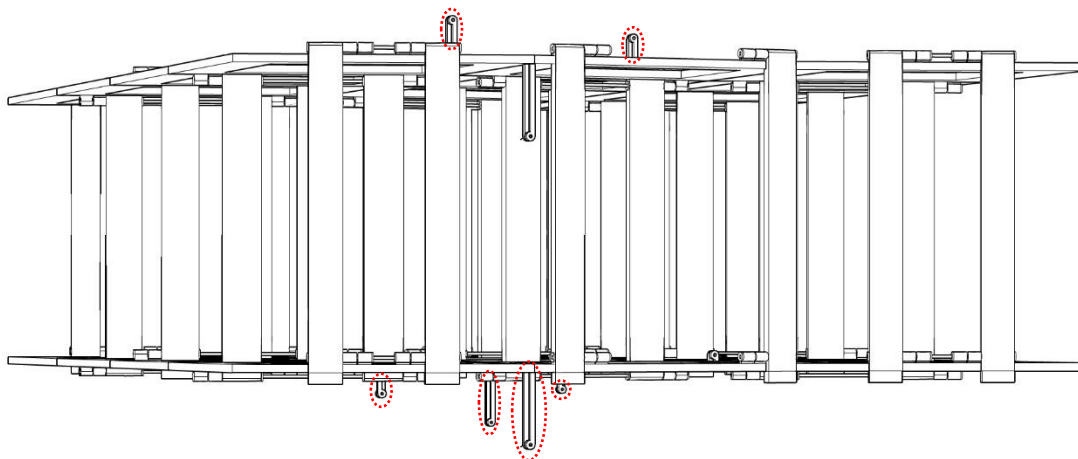
Περιορισμοί και δυσκολίες

Ένας περιστροφικός σύνδεσμος τροποποιημένος σύμφωνα με τη μέθοδο μετακίνησης των αξόνων μπορεί να πάρει τη θέση που στον αρχικό σχεδιασμό της κατασκευής είχε ο σύνδεσμος κάμψης- περιστροφής και συνδέσει σωστά τα επιφανειακά μέλη. Υπενθυμίζεται ότι για το συγκεκριμένο σχεδιασμό και διάσταση της κατασκευής απαιτούνται δώδεκα τέτοιοι σύνδεσμοι, δηλαδή έξι σε κάθε στάθμη. Σε αυτή την περίπτωση όμως η κατασκευή δε μπορεί να σταθεί επί οριζοντίου επιπέδου, καθώς στην ανοικτή της μορφή οι τέσσερις από τους έξι αυτούς σύνδεσμος της κατώτερης στάθμης θα εξέχουν κάτω από το επίπεδό της (σχήματα 5.1 και 5.2). Αντίστοιχα, στην ανώτερη στάθμη της κατασκευής δύο από τους συνδέσμους αυτούς θα εξέχουν και πάνω από το επίπεδό της.

Συμπερασματικά, παρά το ότι από κινηματικής πλευράς ο περιστροφικός σύνδεσμος τροποποιημένος σύμφωνα με τη μέθοδο μετακίνησης των αξόνων μπορεί να αντικαταστήσει επιτυχώς το σύνδεσμο κάμψης-περιστροφής, από λειτουργικής πλευράς είναι αδύνατο να χρησιμοποιηθεί στην εξωτερική παρειά της κάθε μίας από τις στάθμες της κατασκευής (σχήμα 5.2). Στα σημεία αυτά απαιτείται άλλου είδους σύνδεσμος.



Σχήμα 5.1: Η κατασκευή Miura μετά από αντικατάσταση των συνδέσμων κάμψης-περιστροφής με τροποποιημένους περιστροφικούς συνδέσμους



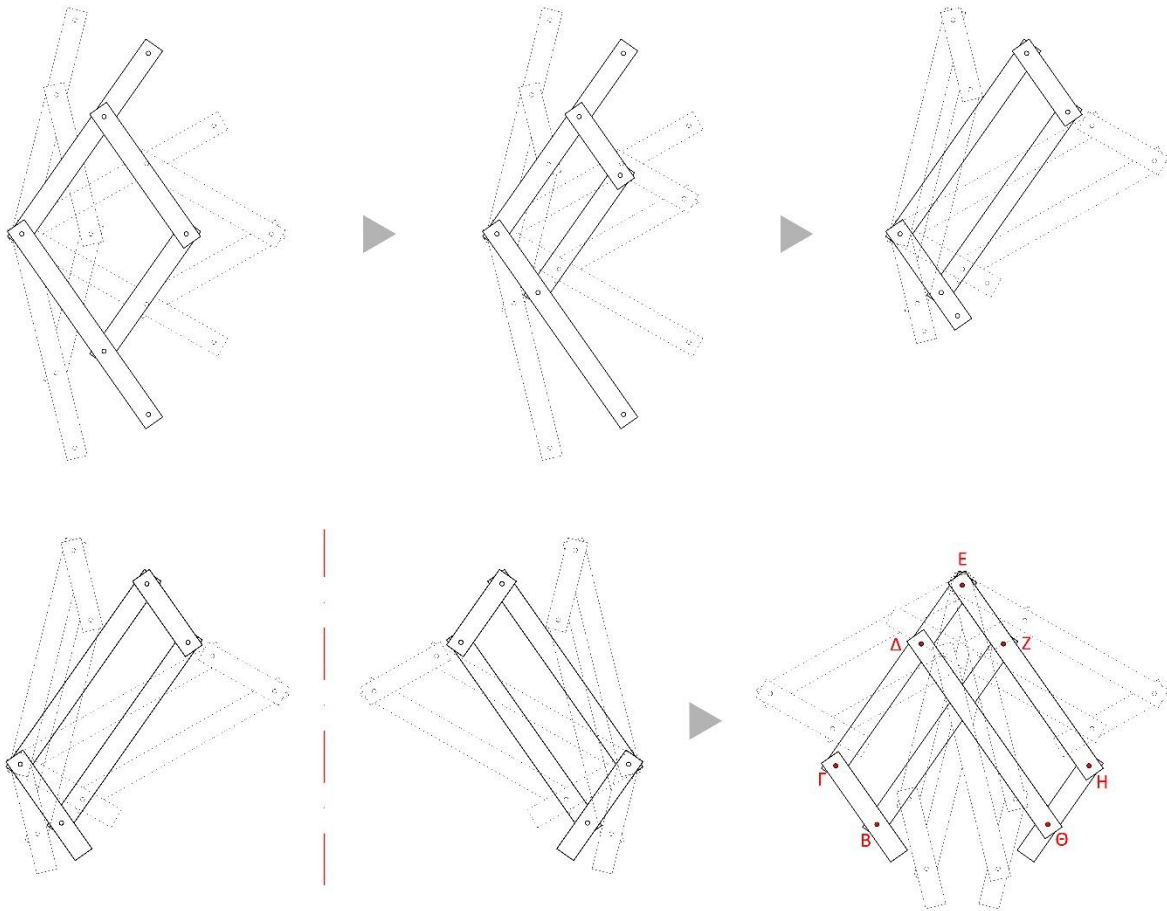
Σχήμα 5.2: Οι τροποποιημένοι περιστροφικοί σύνδεσμοι εξέχουν έχω από το επίπεδο της εξωτερικής παρειάς κάθε στάθμης

Σύνδεσμος βασισμένος στη γεωμετρία του παντογράφου.

Βασική Ιδέα

Σε αυτό το στάδιο της έρευνας το ζητούμενο είναι ο σχεδιασμός ενός συνδέσμου ο οποίος θα είναι σε θέση να αρθρώνει δύο γειτονικά επιφανειακά μέλη και θα τους επιτρέπει μια μονοβάθμια περιστροφική κίνηση πανομοιότυπη με αυτή που επιτρέπει ο περιστροφικός σύνδεσμος τροποποιημένος σύμφωνα με τη μέθοδο μετακίνησης των αξόνων, με τη διαφορά ότι ο καινούριος σύνδεσμος θα βρίσκεται στην αντίθετη πλευρά από αυτή που βρίσκεται το κέντρο περιστροφής των μελών.

Η έρευνα εστιάζει στο σχεδιασμό καινοτόμου μηχανιάζου συνδέσμου (εμπνευσμένου από) με αφητηρία την παραλληλόγραμμη διάταξη των μελών του παντογράφου. Στόχος είναι η ιχνηλάτηση της κίνησης του περιστροφικού συνδέσμου και η αναπαραγωγή του στην αντίθετη πλευρά σε σχέση με τα επιφανειακά μέλη που συνδέει. Στα Σχήματα 5.3 και 5.4 αποτυπώνονται τα βήματα σχεδιασμού του καινούριου συνδέσμου ο οποίος ονομάστηκε «σύνδεσμος διπλού παντογράφου»: δύο κατοπτρικές παντογραφικές διατάξεις συμπτύσσονται σε μία και αναπαράγουν την κίνηση του αρχικού συνδέσμου. Όπως φαίνεται και στα σχήματα, δύο παντογραφικοί μηχανισμοί με τις ίδιες διαστάσεις και κατοπτρική συμμετρία τοποθετούνται σε κατοπτρικά συμμετρική θέση και συγχωνεύονται σε ένα μηχανισμό ούτως ώστε να έχουν μία κοινή κορυφή, τρία από τέσσερα μέλη τους σε κοινές διευθύνσεις και το τέταρτο μέλος του καθενός σε κατοπτρικά συμμετρική θέση ως προς τον άλλο μηχανισμό. Πρέπει να σημειωθεί ότι τα μέλη ΔΘ και ΒΖ δεν συνδέονται με κανένα τρόπο. Το βασικό στοιχείο στη λειτουργία του συνδέσμου είναι ότι τα μέλη που σχηματίζουν τα δύο παραλληλόγραμμα (ΒΓΕΖ και ΔΕΗΘ) κινούνται με κατοπτρική συμμετρία.



Σχήμα 5.3: Από τον παντογράφο στον καινοτομικό σύνδεσμο διπλού παντογράφου

Γεωμετρική διερεύνηση του συνδέσμου στο επίπεδο

Η επίλυση του μηχανισμού του συνδέσμου γίνεται στο επίπεδο διότι ο παντογράφος από τον οποίο προήλθε ανήκει στους επίπεδους μηχανισμούς.

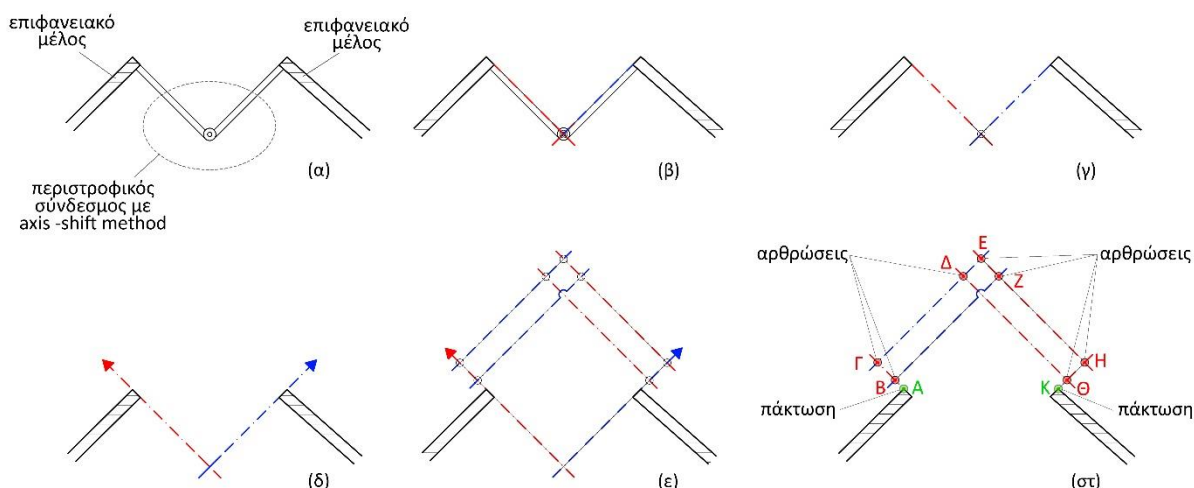
Στο Σχήμα 5.4 (στ) φαίνεται ο τρόπος σύνδεσης των μελών του καινούριου συνδέσμου μεταξύ τους αλλά και ο τρόπος σύνδεσης του του παντογραφικού συνδέσμου με τα επιφανειακά μέλη που αρθρώνει. Τα μέλη του παντογραφικού συνδέσμου ενώνονται μεταξύ τους με αρθρώσεις, ενώ ο παντογραφικός σύνδεσμος πακτώνεται στα μέλη της κατασκευής που αρθρώνει.

Ο καινούριος σύνδεσμος είναι σχεδιασμένος έτσι ώστε τα σημεία που ανήκουν σε κάθε μία από τις παρακάτω ομάδες να είναι μεταξύ τους πάντα συνευθειακά:

- I. Γ, Δ, Ε
- II. Ε, Ζ, Η

Επίσης, οι ευθείες που ορίζονται από τα παρακάτω σημεία είναι συνεχώς παράλληλες μεταξύ τους:

- I. (ΓΕ) // (ΒΖ) // (ΘΗ)
- II. (ΒΓ) // (ΘΔ) // (ΗΕ)



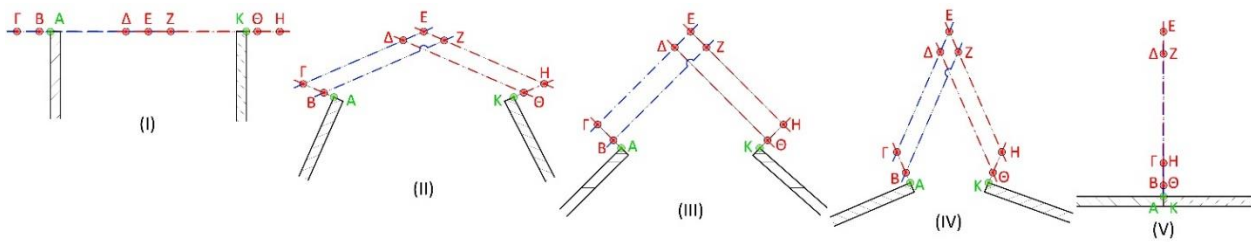
Σχήμα 5.4: Διαγραμματική αποτύπωση των βημάτων σχεδιασμού στο επίπεδο του συνδέσμου διπλού παντογράφου

Στο Σχήμα 5.5 απεικονίζεται διαγραμματικά η κίνηση εκδίπλωσης των επιφανειακών μελών με το σύνδεσμο διπλού παντογράφου από την πλήρως κλειστή θέση (Σχ. 5(I)) όπου τα επιφανειακά μέλη είναι σε διαφορετικά παράλληλα επίπεδα έως την πλήρως ανοικτή θέση (Σχ. 5.5(IV)) όπου τα επιφανειακά μέλη κείτονται στο ίδιο επίπεδο το οποίο είναι κάθετο στα επίπεδα τα οποία βρίσκονταν στην κλειστή θέση.

Παρατηρείται ότι στην αρχική και τελική θέση της κίνησης εκδίπλωσης, όλες οι αρθρώσεις του συνδέσμου διπλού παντογράφου καθώς και οι πακτώσεις που τον συνδέουν με τα επιφανειακά μέλη της κατασκευής βρίσκονται σε ευθυγραμμία. Η πλήρως κλειστή θέση του (θέση (I) στο σχήμα 5.5) όπου ευθυγραμμίζονται όλες οι αρθρώσεις του αποτελεί **σημείο αστάθειας** του μηχανισμού ή αλλιώς **νεκρό σημείο**. Αυτό σημαίνει ότι από αυτή τη θέση ο μηχανισμός μπορεί να στραφεί είτε προς την πλευρά προς την οποία θα συνεχίσει η κίνηση εκδίπλωσης, είτε προς την αντίθετη όπου η κίνηση εκδίπλωσης δε μπορεί να προχωρήσει. Για να αποτραπεί αυτό πρέπει να προστεθεί στο μηχανισμό του συνδέσμου κάποιο εξάρτημα που να εμποδίζει την κίνησή του προς την ανεπιθύμητη πλευρά και ο σύνδεσμος να είναι ελεύθερος να κινηθεί μόνο προς την πλευρά που εξυπηρετεί την κίνηση εκδίπλωσης. Η διευθέτηση αυτού του ζητήματος θα παρουσιαστεί διεξοδικά στην παράγραφο του κεφαλαίου που αναπτύσσεται η τελική μορφολογία των μελών του συνδέσμου διπλού παντογράφου και της κατασκευής Miura ως σύνολο.

Τέλος, όπως γίνεται σαφές από τα σχήματα 5.3 και 5.5, η ευθυγράμμιση των αρθρώσεων του συνδέσμου που απαιτείται ώστε να έρθει το σύστημα στην πλήρως ανοικτή θέση του (σχήμα 5.5 θέση IV) δε μπορεί να επιτευχθεί όταν τα μέλη του συνδέσμου έχουν τη μορφή του σχήματος 5.3. Επομένως πρέπει να γίνει

μορφολογική διερεύνηση και διευθέτηση του πάχους υλικού για τα μέλη που απαρτίζουν το σύνδεσμο διπλού παντογράφου.



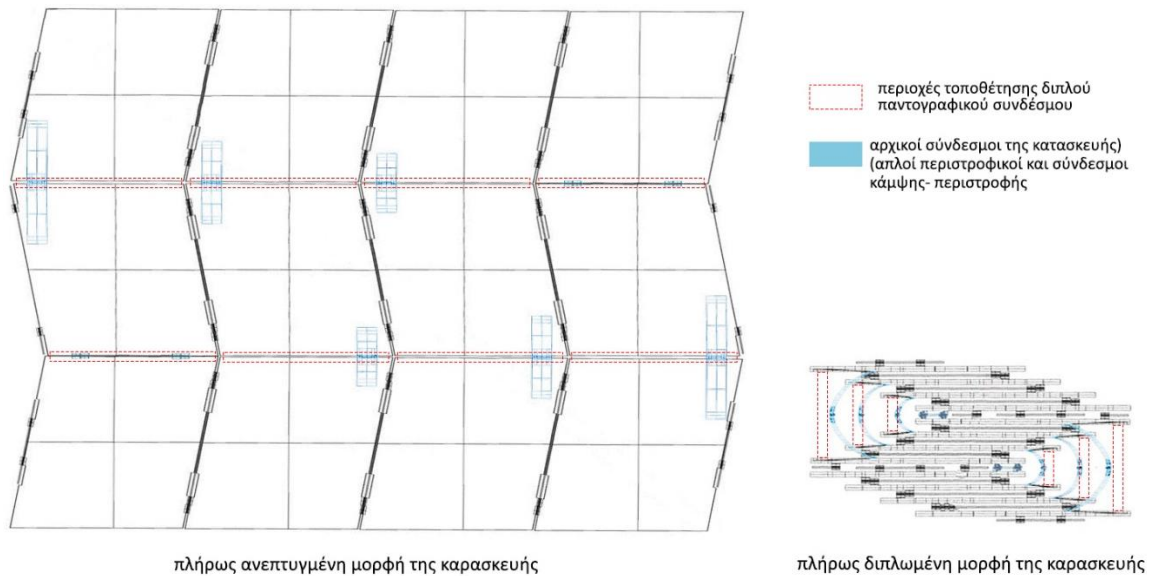
Σχήμα 5.5: Διαγραμματική απεικόνιση της κίνησης εκδίπλωσης των επιφανειακών μελών με το σύνδεσμο διπλού παντογράφου

Γεωμετρική διερεύνηση του συνδέσμου στο χώρο και διευθέτηση του πάχους υλικού

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 6.3.1 ο σύνδεσμος διπλού παντογράφου σχεδιάζεται για να συνδέσει επιφανειακά μέλη της κατασκευής τα οποία ενώ στην ανοικτή θέση της είναι γειτονικά, όμορα και κείτονται εντός του ίδιου οριζοντίου επιπέδου, ενώ στην κλειστή (διπλωμένη) θέση της βρίσκονται σε δύο διαφορετικά και απομακρυσμένα κατακόρυφα επίπεδα και ανάμεσά τους σε παράλληλα επίπεδα έχουν διπλώσει από **δύο** έως **έξι** όμοια επιφανειακά μέλη της κατασκευής.

Το Σχήμα 5.6 απεικονίζει σε κάτοψη την κατασκευή στην πλήρως ανοικτή και στην πλήρως κλειστή της θέση. Με κόκκινο χρώμα υποδεικνύονται οι περιοχές μέσα στις οποίες πρόκειται να τοποθετηθεί ο καινούριος σύνδεσμος. Εννοείται ότι ο σύνδεσμος διπλού παντογράφου δε θα καταλάβει όλο το εύρος της επισημασμένης περιοχής, αλλά να τοποθετηθεί σε οποιοδήποτε σημείο εντός αυτής κριθεί σκόπιμο.

Με γαλάζιο χρώμα σημειώνονται οι θέσεις που στο αρχικό στάδιο μελέτης είχαν τοποθετηθεί οι σύνδεσμοι κάμψης και περιστροφής, προκειμένου να γίνει σαφέστερη η μετάβαση ανάμεσα στην αρχική ερευνητική προσέγγιση και σε αυτή που περιγράφεται σε αυτό το κεφάλαιο.



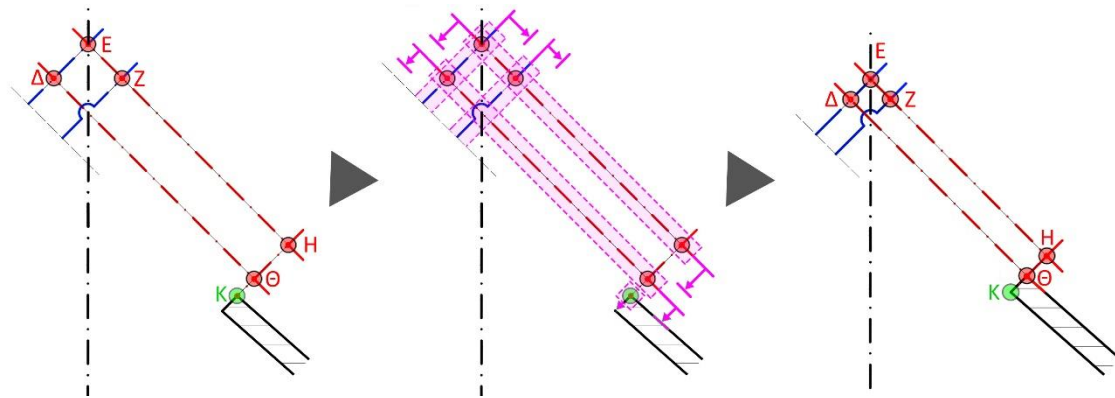
Σχήμα 5.6: Κάτοψη κατασκευής στην πλήρως ανοικτή και στην πλήρως κλειστή θέση

Τα σχήματα 5.7 και 5.8 απεικονίζουν διαγραμματικά τις αλλαγές που έγιναν προκειμένου ο διπλός πλαστογραφικός σύνδεσμος να προσαρμοστεί στην κατασκευή Miura. Το διάγραμμα που αποδίδει τη λειτουργία του συνδέσμου όπως αυτό περιγράφεται στα σχήματα 45. και 5.5 έχει τροποποιηθεί χωρίς όμως να αλλάξουν οι αρχές που ορίζουν τη λειτουργία του συνδέσμου.

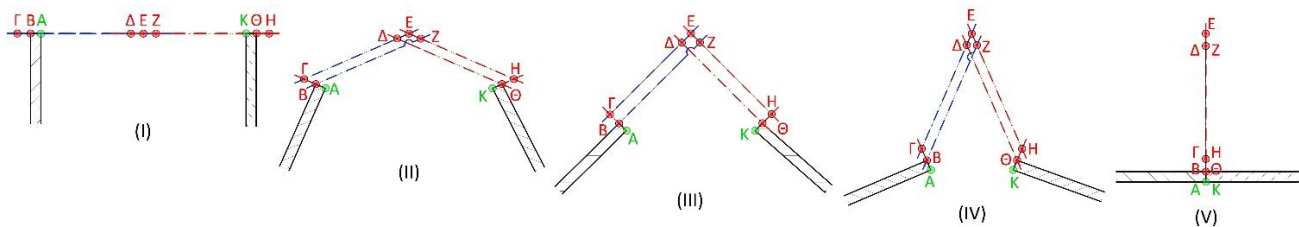
Ο σύνδεσμος διπλού παντογράφου έχει άξονα συμμετρίας ο οποίος περνάει από το κέντρο της άρθρωσης **E**. Οι μετατροπές που γίνονται στο σύνδεσμο είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα αυτό. Στο σχήμα 5.7 απεικονίζονται οι μετατροπές που γίνονται από τη μία πλευρά του άξονα. Εννοείται ότι οι ίδιες αλλαγές γίνονται συμμετρικά και από την άλλη πλευρά του άξονα συμμετρίας.

Συγκεκριμένα:

- ο άξονας του μέλους **ΔΘ** μετακινείται ώστε να ευθυγραμμιστεί με την παρειά του επιφανειακού μέλους και η άρθρωση **Θ** να βρεθεί στην ακμή του επιφανειακού μέλους.
- Η πάκτωση **K** χάρη στην οποία οι αρθρώσεις **Θ** και **H** διατηρούν τη θέση τους, μετατίθεται στο εσωτερικό του επιφανειακού μέλους. Για χάρη σχεδιαστικής απλότητας το σχήμα 7 η πάκτωση **K** έχει τοποθετηθεί στην ακμή της κάτω παρειάς του επιφανειακού μέλους. Η πάκτωση **K** μπορεί να τοποθετηθεί σε οποιοδήποτε σημείο εσωτερικά του επιφανειακού μέλους.
- Το μέλος (και ο άξονας) **ΕΗ** μετατοπίζεται παράλληλα προς τον άξονα **ΔΘ** ώστε οι αποστάσεις ανάμεσα στις **(ΘΗ)** και **(ΔΕ)** να μειωθούν. Η μετατροπή αυτή γίνεται ώστε ο σύνδεσμος διπλού παντογράφου να χωράει στο διάκενο που έχουν μεταξύ τους τα επιφανειακά μέλη της κατασκευής στην κλειστή θέση.



Σχήμα 5.7: Μετακίνηση αρθρώσεων, πακτώσεων και αξόνων των μελών προκειμένου να προσαρμοστεί ο διπλός σύνδεσμος παντογράφου στην κατασκευή Μιυρα



Σχήμα 5.8: Διαγραμματική απεικόνιση κίνησης εκδίπλωσης των επιφανειακών μελών μετά την προσαρμογή των μελών στις καινούριες θέσεις

Στο Σχήμα 5.9 απεικονίζεται ο σύνδεσμος διπλού παντογράφου υλοποιημένος στις τρεις διαστάσεις να αρθρώνει δύο γειτονικά επιφανειακά μέλη της κυψελοειδούς κατασκευής Μιυρα. Το σχήμα αποτελεί ένα στιγμιότυπο της κίνησης του συνδέσμου και των επιφανειακών μελών αναμεσα στις δύο ακραίες θέσεις της κατασκευής και αποσαφηνίζει τη θέση που καταλαμβάνουν τα μέλη και οι αρθρώσεις του συνδέσμου στο χώρο.

Στο σχήμα 5.10 απεικονίζονται τρία στιγμιότυπα από την κίνηση εκδίπλωσης του συνδέσμου διπλού παντογράφου με τα επιφανειακά μέλη που αρθρώνει: την αρχική θέση στην πλήρως διπλωμένη μορφή, την ενδιάμεση θέση όπου τα επιφανειακά μέλη σχηματίζουν δίεδρα γωνία 90 μοιρών και την τελική, πλήρως ξεδιπλωμένη θέση όπου τα μέλη της κατασκευής είναι στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και όλα τα μέλη του παντογραφικού συνδέσμου είναι σε κατακόρυφη θέση κάθετα στο επίπεδο των επιφανειακών μελών.

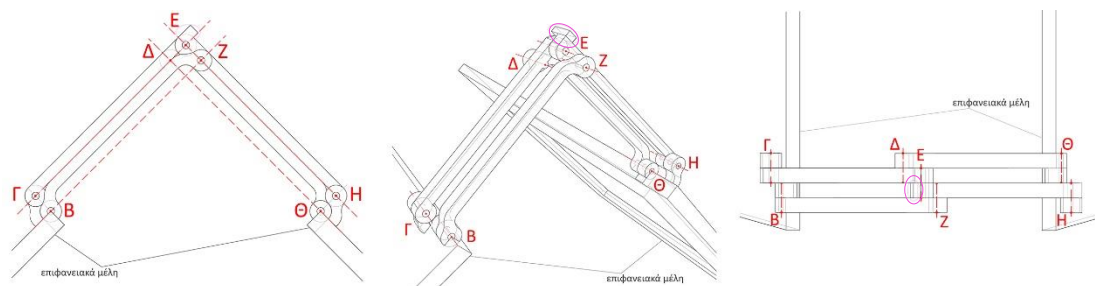
Στα σχήματα 5.9 και 5.10 είναι σημαντικό να γίνουν οι παρακάτω παρατηρήσεις:

1. Οι αρθρώσεις **B** και **Θ** έχουν κατά ένα μέρος εγκιβωτιστεί στα επιφανειακά μέλη με τα οποία συνδέονται με τρόπο ώστε ο άξονάς τους να συμπίπτει με την ακμή της παρειάς του μέλους.
2. Τα μέλη **BZ** και **ΔΘ** είναι καμπυλωμένα παρά το ότι οι αντίστοιχες αρθρώσεις στα άκρα τους δεν έχουν αλλάξει θέση. Το ίδιο ισχύει και για τις στηρίξεις των αρθρώσεων **Γ** και **H**. Αυτό συμβαίνει για μπορούν όλα τα μέλη του

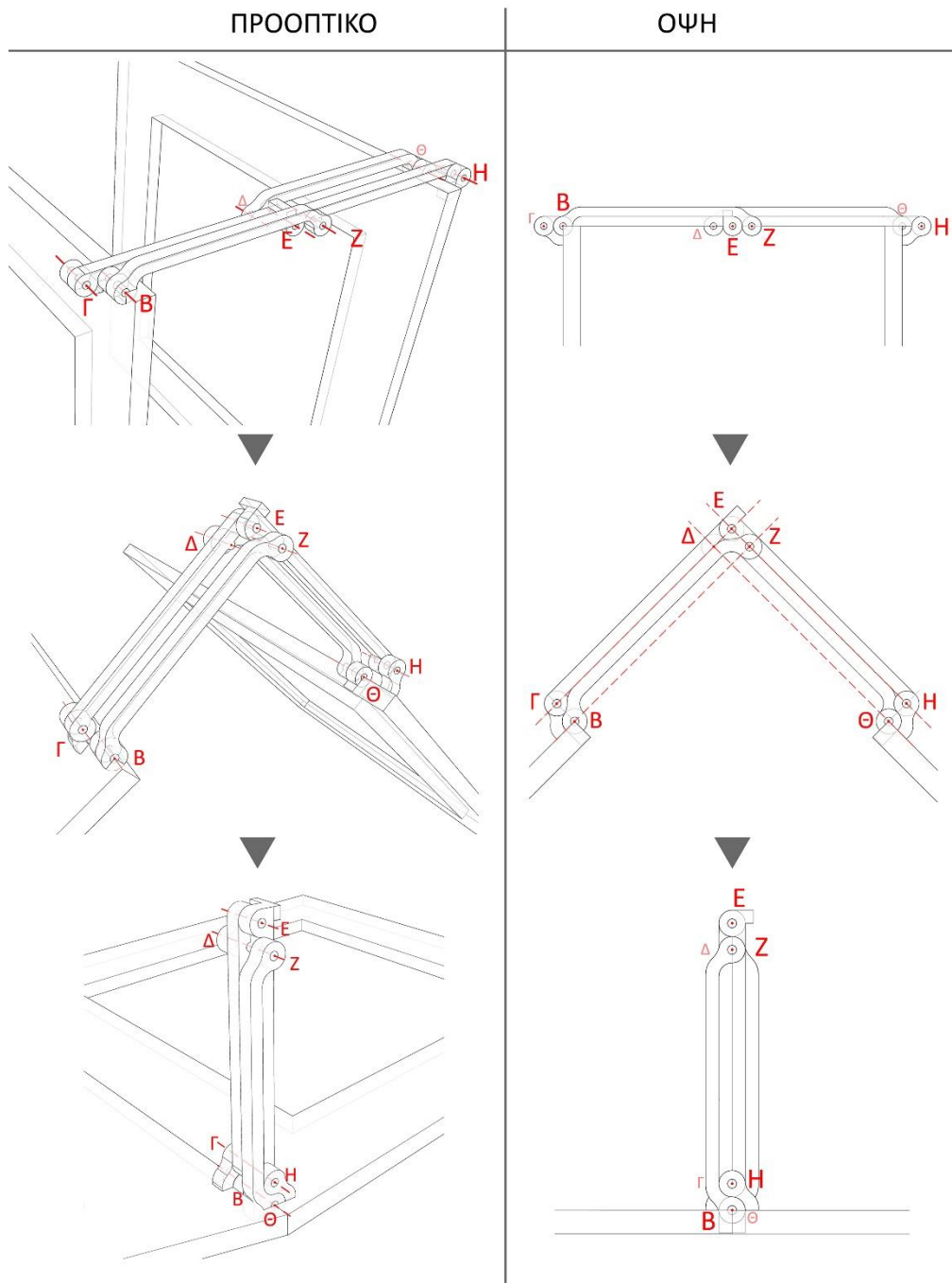
συνδέσμου διπλού παντογράφου να έρχονται σε στην κατακόρυφη θέση χωρίς μηχανολογική εμπλοκή.

3. Στην άκρη του μέλους **ΕΗ** πάνω από την άρθρωση **Ε** είναι σχεδιασμένη μία προεξοχή (σχήματα 5.9 και 5.10 μέσα στην έλλειψη). Όταν όλες οι αρθρώσεις του συνδέσμου είναι σε ευθυγραμμία (σημείο αστάθειας του μηχανισμού ή αλλιώς νεκρό σημείο) η προεξοχή αυτή αποτρέπει το μηχανισμό του συνδέσμου από το να κινηθεί προς την ανεπιθύμητη πλευρά.

Τέλος, υπενθυμίζεται ότι για τη δεδομένη διάσταση της κυψελοειδούς κατασκευής Μίιγα οι διπλοί παντογραφικοί σύνδεσμοι που χρησιμοποιούνται είναι τριών διαφορετικών μεγεθών ώστε να ανταποκρίνονται στις αποστάσεις που καλούνται να γεφυρώσουν όταν η κατασκευή βρίσκεται στην πλήρως διπλωμένη κλειστή της θέση (βλέπε και σχήμα 5.6 παραπάνω). Οι λεπτομέρειες των διαστάσεων και των κατασκευαστικών λεπτομερειών για τρία μεγέθη διπλού παντογραφικού συνδέσμου στην κατασκευή θα παρουσιαστούν σε λεπτομέρεια σε επόμενη παράγραφο αυτού του κεφαλαίου.



Σχήμα 5.9: Σύνδεσμος διπλού παντογράφου σε όψη, προοπτικό και κάτοψη



Σχήμα 5.10: Εκδίπλωση του συνδέσμου διπλού παντογράφου σε όψη και προοπτικό

Αναγκαιότητα σχεδιασμού καινούριων κατακόρυφων γραμμικών μελών συμπληρωματικά στα υπάρχοντα

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 5.2, ένας από τους ερευνητικούς στόχους αυτού του κεφαλαίου είναι τα εγκάρσια στοιχεία που θα συνδέουν τις οριζόντιες στάθμες της κατασκευής να προσδίδουν σε αυτή ροπή αδράνειας ισοδύναμα και προς τους δύο άξονες (x και y) του οριζόντιου επιπέδου.

Για να συμβεί αυτό πρέπει τα κατακόρυφα γραμμικά μέλη της κατασκευής να αποκτήσουν διατομές με μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα x του επιπέδου (δηλαδή διατομές με μεγαλύτερη διάσταση κατά τον x άξονα). Για να γίνει υπάρχουν δύο τρόποι:

1. Να αυξηθεί κατά τον x άξονα η διάσταση στις διατομές των υπαρχόντων κατακόρυφων στοιχείων.
2. Να σχεδιαστούν καινούρια κατακόρυφα στοιχεία με διατομές που έχουν μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τον x άξονα.

Ως προς την πρώτη περίπτωση:

Ο αρχικός σχεδιασμός της κατασκευής Miura προβλέπει ότι τα κατακόρυφα γραμμικά μέλη που συνδέουν και στηρίζουν τις δύο στάθμες της έχουν διατομή που έχει λόγο πλευρών 1:4 με την μεγάλη πλευρά παράλληλα στις τεθλασμένες γραμμές της χάραξης Miura. Στην πλήρως κλειστή θέση της κατασκευής η μεγάλη διάσταση της διατομής των μελών αυτών βρίσκεται σε παραλληλία με τα γειτονικά επιφανειακά μέλη της κατασκευής και σε πολύ μικρή απόσταση από αυτά κατά τη διεύθυνση της μικρής τους πλευράς.

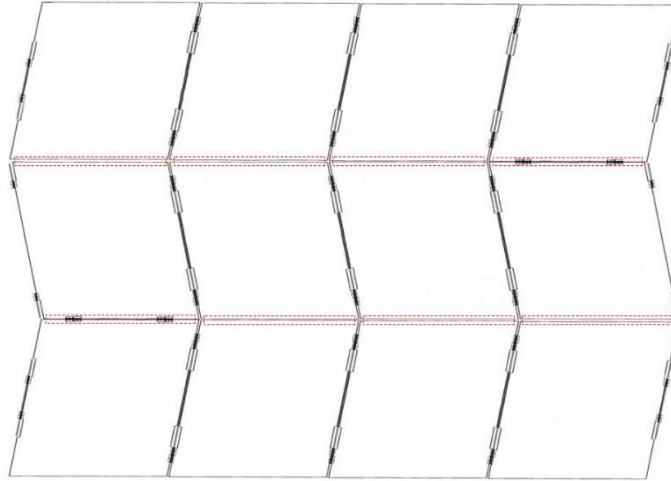
Συνεπώς για τα κατακόρυφα γραμμικά μέλη του αρχικού σχεδιασμού δεν υπάρχει τρόπος να αυξηθεί η μικρότερη διάσταση της διατομής τους χωρίς να αλλάξει αποφασιστικά ο συνολικότερος σχεδιασμός τα κατασκευής, κάτι που δεν ανταποκρίνεται στους ερευνητικούς στόχους αυτού του σταδίου της έρευνας.

Ως προς τη δεύτερη περίπτωση:

Στο πλαίσιο του αρχικού σχεδιασμού της κυψελοειδούς κατασκευής Miura με την αντικατάσταση των συνδέσμων κάμψης -περιστροφής από τους καινούριους συνδέσμους διπλού παντογράφου είναι δυνατόν προστεθούν κατακόρυφα γραμμικά μέλη που θα συνδέουν τις δύο οριζόντιες στάθμες κατά τη διεύθυνση των ευθείων γραμμών της χάραξης Miura, κατά μήκος δηλαδή των ακμών που αρθρώνονται με το σύνδεσμο του διπλού παντογράφου. Σε αυτή τη διεύθυνση μπορούν να σχεδιαστούν κατακόρυφα στοιχεία των οποίων η διατομή έχει τη μεγάλη της διάσταση κατά τον άξονα x του επιπέδου, χωρίς να παρεμποδίζεται η κίνηση ανάπτυξης και σύμπτυξης της κατασκευής. Μία τέτοια λύση ανταποκρίνεται στους ερευνητικούς στόχους αυτού του σταδίου της έρευνας.

Σχεδιασμός κατακόρυφων γραμμικών μελών κατά τη διεύθυνση του άξονα x του οριζοντίου επιπέδου

Σε αυτό το στάδιο διερευνάται ο σχεδιασμός κατακόρυφων γραμμικών μελών κατά τη διεύθυνση του άξονα x του οριζοντίου. Στόχος είναι τα μέλη αυτά να αρθρώνονται και να στηρίζονται επάνω στους συνδέσμους της κατασκευής κατά αυτή τη διεύθυνση, δηλαδή στις περιοχές που είναι επισημασμένες με κόκκινο στο σχήμα 5.11. Κατά τη διεύθυνση αυτή οι ακμές των επιφανειακών μελών αρθρώνονται είτε με το σύνδεσμο διπλού παντογράφου είτε με περιστροφικούς συνδέσμους τροποποιημένους με τη μέθοδο μετακίνησης των αξόνων.



Σχήμα 5.11: Σημεία εισαγωγής των νέων κατακόρυφων γραμμικών μελών

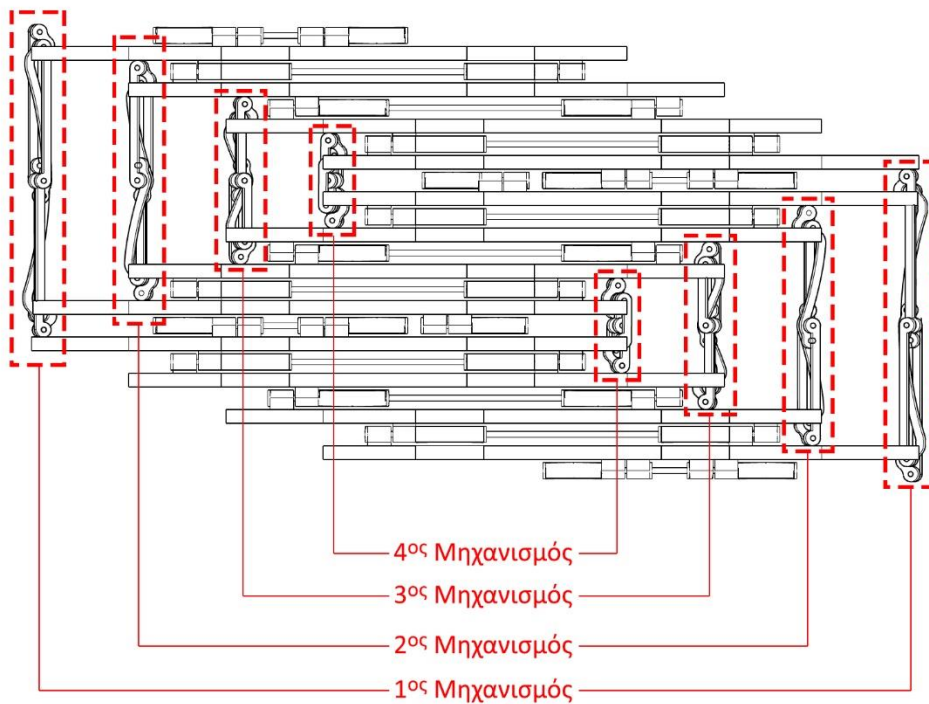
Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 6.3.2 παρά το ότι οι περιστροφικοί σύνδεσμοι τροποποιημένοι με τη μέθοδο μετακίνησης των αξόνων από κινηματικής πλευράς αρθρώνουν σωστά τα επιφανειακά μέλη, από λειτουργικής πλευράς δε μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην εξωτερική παρειά της κάθε μίας από τις στάθμες της κατασκευής. Γι' αυτό και σχεδιάζεται ο σύνδεσμος διπλού παντογράφου που αναπτύσσεται στην πλευρά της εσωτερικής παρειάς σε καθεμία από τις δύο στάθμες. Επομένως, σε κάθε φάτνωμα που τους περιέχει, οι σύνδεσμοι διπλού παντογράφου στη μία στάθμη και οι αντίστοιχοί τους τροποποιημένοι περιστροφικοί στην άλλη μπορούν να τοποθετηθούν συμμετρικά ο ένας ως προς τον άλλο (στον ίδιο κατακόρυφο άξονα) και οι άξονες περιστροφής τους να βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Επόμενος ερευνητικός στόχος είναι να σχεδιαστούν κατακόρυφα γραμμικά μέλη για να συνδέουν τις δύο στάθμες της κατασκευής τα οποία θα αρθρώνονται στους άξονες των συνδέσμων που βρίσκονται σε συμμετρικές θέσεις σε κάθε μία από τις δύο στάθμες.

Γεωμετρική διερεύνηση

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 6.3.3.3 τόσο οι σύνδεσμοι διπλού παντογράφου όσο και οι τροποποιημένοι περιστροφικοί σχεδιάζονται για την κατασκευή σε τρία διαφορετικά μεγέθη ανάλογα με τις αποστάσεις που καλούνται να γεφυρώσουν όταν η κατασκευή βρίσκεται στην πλήρως διπλωμένη κλειστή της θέση. Οι σύνδεσμοι με το μεγαλύτερο άνοιγμα τοποθετούνται ανάμεσα στα επιφανειακά μέλη τα οποία όταν η κατασκευή έρχεται στην κλειστή θέση διπλώνουν ανάμεσά του τα υπόλοιπα τρία ζευγάρια επιφανειακών μελών (σχήμα 5.12).

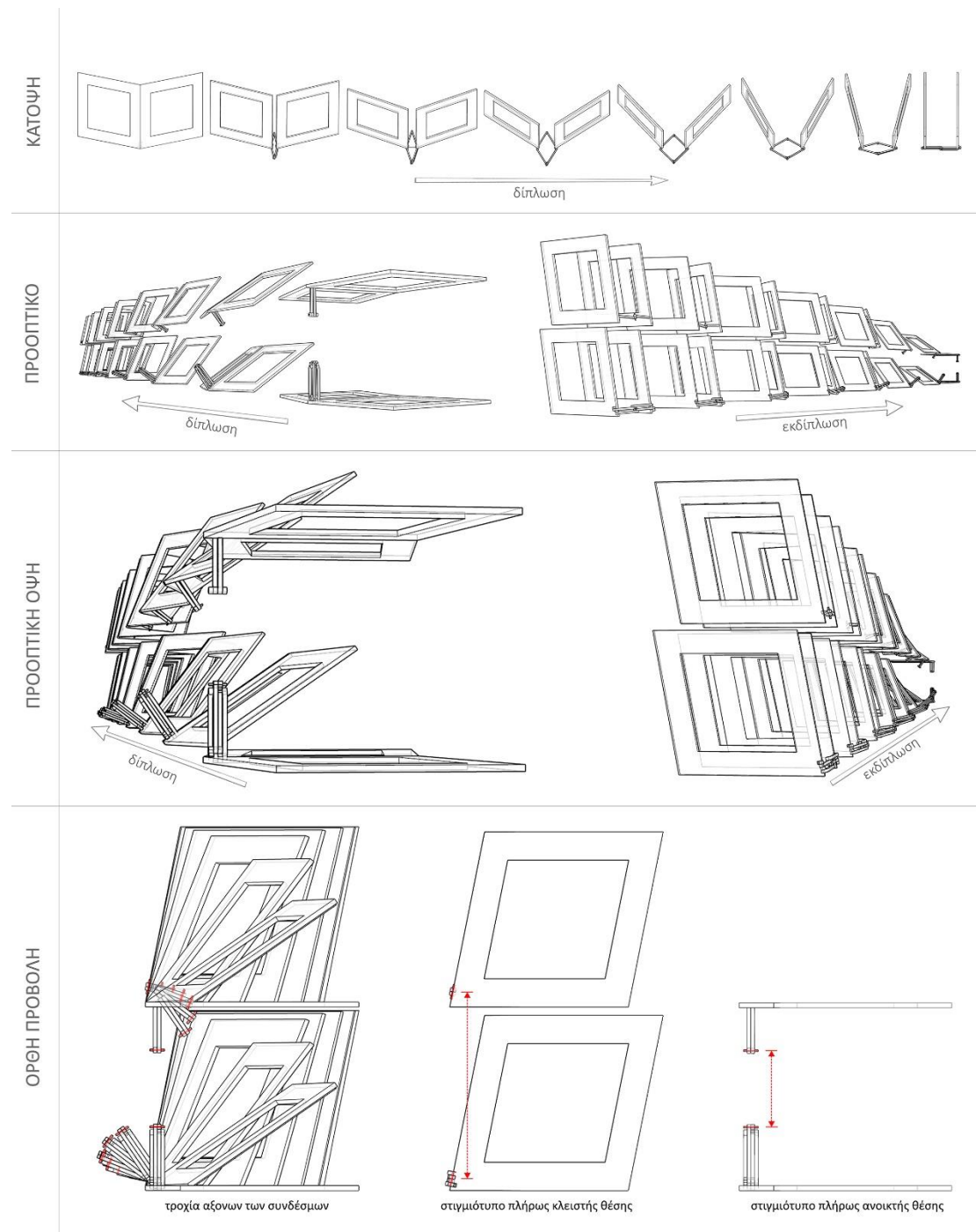
Η γεωμετρική διερεύνηση του κατακόρυφου μέλους που αρθρώνεται στους άξονες των συνδέσμων ξεκινάει με την επίλυση αυτού που αρθρώνεται στους μεγαλύτερους συνδέσμους της κατασκευής, που στη συνέχεια για ευκολία σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφέρεται ως «1^{ος} μηχανισμός».



Σχήμα 5.12: Η κατασκευή Miura στην κλειστή θέση και οι θέσεις των συνδέσμων διπλού παντογράφου

Στο σχήμα 5.13 απεικονίζεται σε στιγμιότυπα η τροχιά που διαγράφουν οι παντογραφικοί και περιστροφικοί σύνδεσμοι που βρίσκονται αντικρουστά στις δύο στάθμες της κατασκευής και τα την κίνηση δίπλωσης και εκδίπλωσης. Στην κάτω στάθμη τα επιφανειακά μέλη της κατασκευής είναι συνδεδεμένα με το διπλό πλαστογραφικό σύνδεσμο ενώ στην πάνω στάθμη με περιστροφικό σύνδεσμο τροποποιημένο με τη μέθοδο μετακίνησης των αξόνων. Καθώς η κατασκευή διπλώνει, ως προς την κίνησή τους παρατηρούνται δύο στοιχεία:

- 1) Η απόσταση ανάμεσά τους αυξάνεται. Η μέγιστη απόσταση ανάμεσα στους δύο άξονες σημειώνεται όταν η κατασκευή βρίσκεται στην πλήρως διπλωμένη θέση της.
- 2) Οι άξονες των συνδέσμων πραγματοποιούν στροφή εντός του κατακόρυφου επιπέδου στο οποίο ανήκουν ώστε να παραμείνουν παράλληλοι στις ακμές των μελών που αρθρώνουν.
- 3) Παρά το ότι η απόσταση μεταξύ τους αυξάνεται, οι άξονες των συνδέσμων παραμένουν παράλληλοι μεταξύ τους.

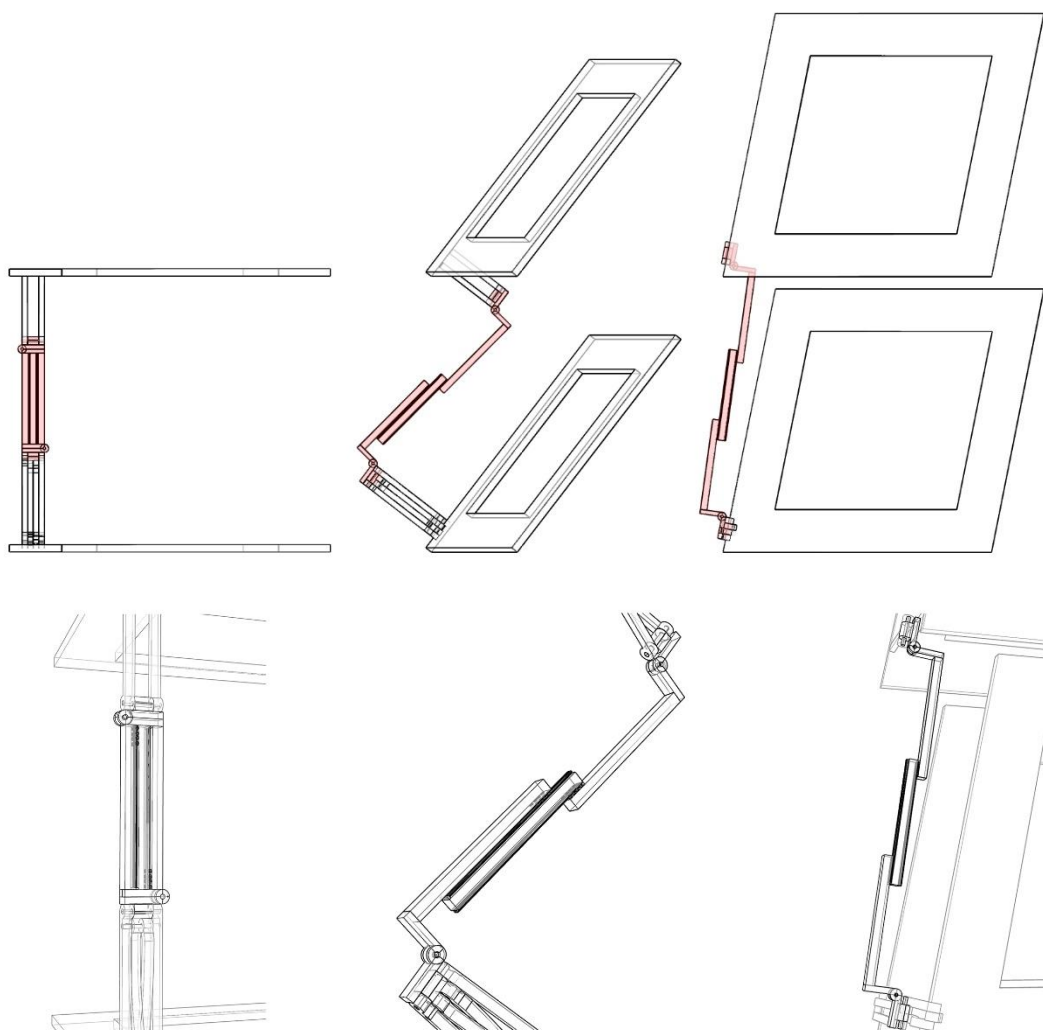


Σχήμα 5.13: Κίνηση δίπλωσης -εκδίπλωσης

Γίνεται σαφές ότι το ζητούμενο κατακόρυφο μέλος που θα τους συνδέει πρέπει καθώς εξελίσσεται η κίνηση αναδίπλωσης:

- να έχει τη δυνατότητα επέκτασης
- ο διαμήκης άξονάς του να βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με τους άξονες των συνδέσμων που συνδέει εκατέρωθεν
- να έχει τη δυνατότητα στροφής εντός του παραπάνω κατακόρυφου επιπέδου με τέτοιο τρόπο που δε θα χάνει τη σύνδεσή του με τους συνδέσμους που συνδέει.

Στο σχήμα 5.14 απεικονίζεται το εγκάρσιο κατακόρυφο μέλος που σχεδιάζεται για τον πρώτο μηχανισμό της κατασκευής. Το κεντρικό τμήμα του αποτελείται από τρεις δοκούς οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με συνδέσμους κύλισης (ολίσθησης). Κατά τη διαδικασία της δίπλωσης, η καθεμία από δοκούς ολισθαίνει σε σχέση με τη διπλανή της. Το συνολικό μήκος τους εγκάρσιου κατακόρυφου μέλους αυξάνεται ώστε να μπορεί να γεφυρώσει την αυξανόμενη απόσταση ανάμεσα στους συνδέσμους που αρθρώνουν τα επιφανειακά μέλη (το αντίστροφο συμβαίνει στη διαδικασία της εκδίπλωσης). Συγχρόνως, οι τρεις παράλληλες δοκοί στρέφονται εντός του κοινού τους κατακόρυφου επιπέδου ώστε η διεύθυνσή τους να είναι πάντα σωστά προσανατολισμένη προς τους συνδέσμους στα άκρα του εγκάρσιου μέλους.



Σχήμα 5.14: Εγκάρσιο γραμμικό μέλος ανάμεσα στις δύο στάθμες

Όπως διευκρινίστηκε και στην αρχή αυτής της παραγράφου, τόσο οι σύνδεσμοι διπλού παντογράφου όσο και οι τροποποιημένοι περιστροφικοί σχεδιάζονται σε τρία διαφορετικά μεγέθη ανάλογα με τις αποστάσεις που καλούνται να γεφυρώσουν όταν η κατασκευή βρίσκεται στην πλήρως διπλωμένη κλειστή της

θέση. Το μέλος που προγράφηκε παραπάνω συνδέεται με το μεγαλύτερο μέγεθος συνδέσμου που περιλαμβάνει η κατασκευή, ο οποίος ονομάστηκε «πρώτος μηχανισμός».

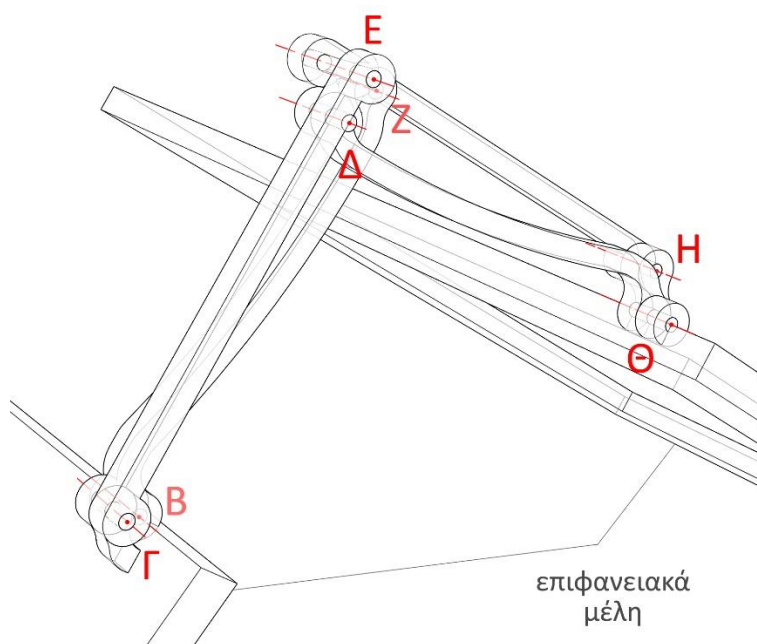
Το μήκος (ύψος) των εγκάρσιων γραμμικών μελών είναι αντιστρόφως ανάλογο με το μέγεθος των συνδέσμων στους οποίους αρθρώνονται. Αυτό συμβαίνει διότι, στην πλήρως ανοικτή θέση της κατασκευής, όσο πιο μικροί σε μέγεθος είναι οι σύνδεσμοι των επιφανειακών μελών τόσο πιο απομακρυσμένοι είναι οι άξονές τους, οι οποίοι όπως είπαμε βρίσκονται στον ίδιο κατακόρυφο άξονα. Επομένως τόσο πιο μεγάλο μήκος (ύψος) έχουν τα γραμμικά μέλη που συνδέουν τους άξονες αυτούς (βλέπε σχήμα 5.15). Γι' αυτό και τα εγκάρσια γραμμικά μέλη που αρθρώνονται με το «δεύτερο», τον «τρίτο» και τον «τέταρτο» μηχανισμό (τους συνδέσμους μικρότερου μεγέθους) έχουν μεγαλύτερο μήκος (ύψος) από ό,τι τα μέλη που αρθρώνουν τον «πρώτο» μηχανισμό.

Χάρη στο μεγαλύτερο μήκος (ύψος) των εγκάρσιων μελών που συνδέονται με το δεύτερο και τρίτο μηχανισμό, αρκούν δύο δοκοί που ολισθαίνουν η μία πάνω στην άλλη για να γεφυρωθεί η απόσταση των εκατέρωθεν συνδέσμων στην κλειστή θέση της κατασκευής (σχήμα 5.15).

	+180	+90	±0
1 ^{ος} ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ			
2 ^{ος} ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ			
3 ^{ος} ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ			
4 ^{ος} ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ			

Σχήμα 5.15: Εγκάρσια γραμμικά μέλη που συνδέουν τους άξονες των συνδέσμων σε κάθε στάθμη κατά τη διαδικασία της εκδίπλωσης

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι προκειμένου να συνδεθεί σωστά το γραμμικό μέλος με το σύνδεσμο διπλού παντογράφου, ο τελευταίος χρειάστηκε να τροποποιηθεί λίγο σε σχέση με τη διάταξη που του αποδόθηκε στο σχήμα 5.9. Η τελική μορφή του συνδέσμου διπλού παντογράφου που συνδέεται με τα εγκάρσια γραμμικά μέλη αποδίδεται στο σχήμα 5.16. Τα δύο βασικά σκέλη του, **ΕΓ** και **ΕΗ** έχουν μεταφερθεί στην εξωτερική πλευρά της διάταξης ούτως ώστε στο κεντρικό σημείο του μηχανισμού να μπορεί να αρθρωθεί το γραμμικό μέλος. Τα μέλη **ΖΒ** και **ΔΘ** μεταφέρθηκαν κεντρικά στο μηχανισμό έλαβαν σιγμοειδή μορφή, η οποία στην περιοχή κοντά στην άρθρωση **Ζ** και **Δ** αντίστοιχα εμφανίζει αντίθετη καμπυλότητα από αυτή που είχαν τα μέλη στην αρχική τους μορφή. Αυτό έγινε για να μην παρεμποδίζονται τα μέλη αυτά στην κίνησή τους από τον άξονα **Ε**. Τέλος, η προεξοχή του μέλους **ΕΖ** στο σημείο **Ε** που σκοπό είχε η προεξοχή αυτή να αποτρέψει το μηχανισμό του συνδέσμου από το να κινηθεί προς την ανεπιθύμητη πλευρά όταν αυτός προσέγγιζε το σημείο αστάθειάς του (ή αλλιώς νεκρό σημείο) δεν χρειάζεται πια διότι η ανεπιθύμητη κίνηση αποτρέπεται από το γραμμικό μέλος που είναι αρθρωμένο στο σύνδεσμο. Η διάταξη που απεικονίζεται στο σχήμα 5.17 χρησιμοποιείται στον 1^ο, 2^ο και 3^ο μηχανισμό. Στον 4^ο μηχανισμό της κατασκευής χρησιμοποιείται η διάταξη που απεικονίζεται στο σχήμα 5.9.

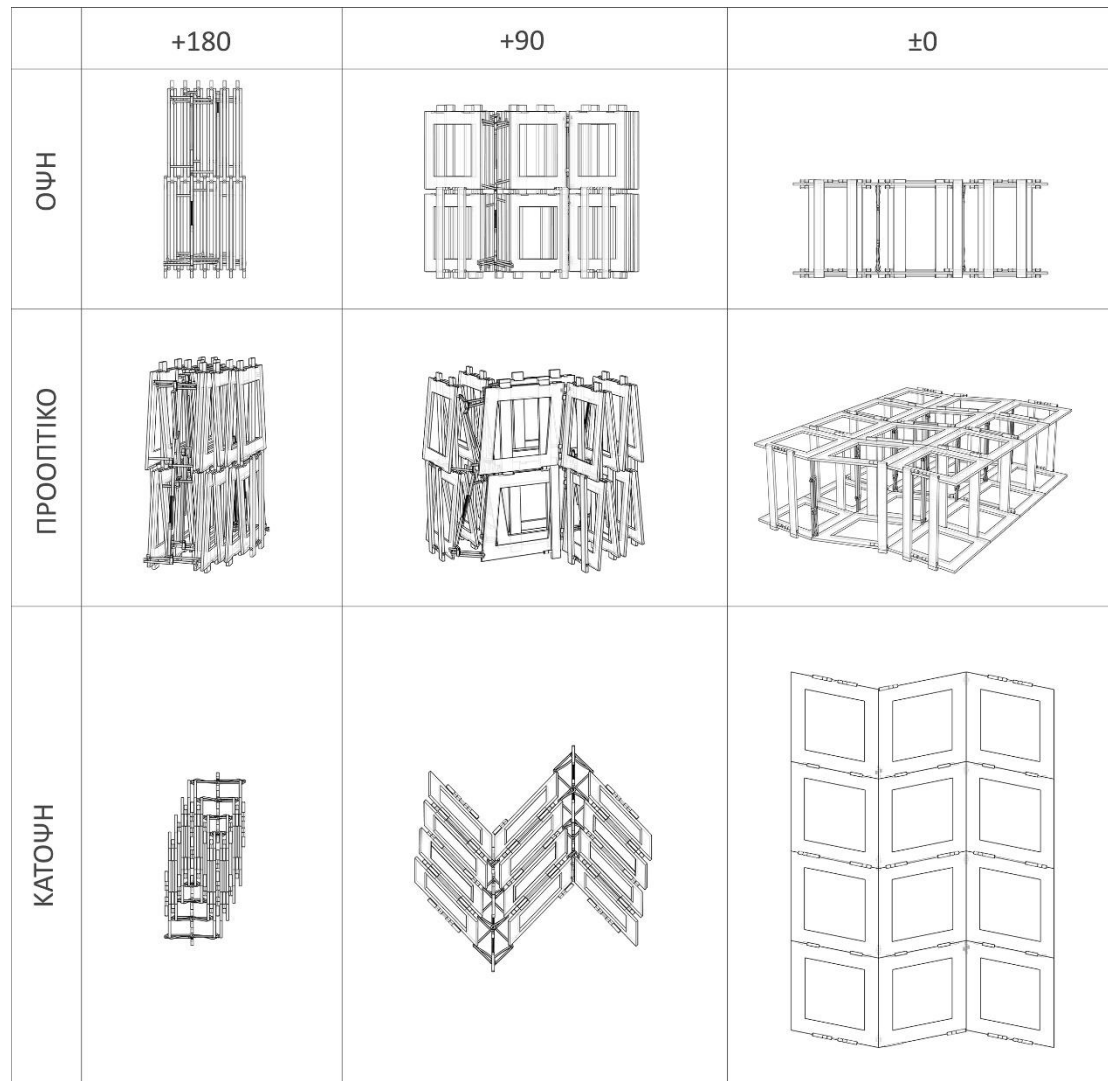


Σχήμα 5.16: Τελική μορφή των διπλών παντογραφικών συνδέσμων

5.3 Η Κατασκευή ως Σύνολο

Στο σχήμα 18 απεικονίζεται η κατασκευή στην πλήρη της μορφή όπου είναι συνδεδεμένα όλα τα μέλη και οι σύνδεσμοι που παρουσιάστηκαν αναλυτικά στις προηγούμενες παραγράφους. Η κατασκευή παρουσιάζεται σε τρία στιγμιότυπα της

κίνησης εκδίπλωσης που εκτελεί, στην πλήρως διπλωμένη μορφή (+180°), σε μία ενδιάμεση θέση (+90°) και στην πλήρως εκδιπλωμένη μορφή της (±0°).

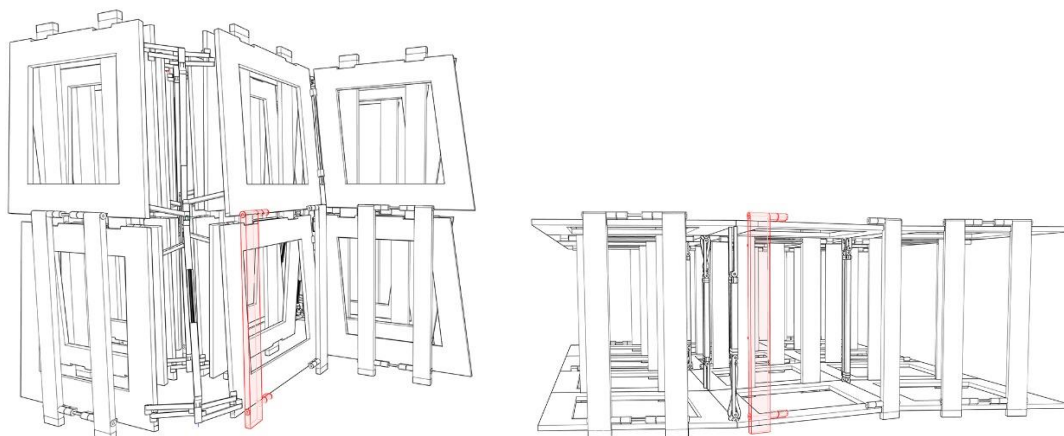


Σχήμα 5.17: Η κατασκευή στο σύνολό της κατά τη διαδικασία της εκδίπλωσης

Τα εγκάρσια γραμμικά μέλη που χρησιμοποιήθηκαν για τη σύνδεση ανάμεσα στις δύο στάθμες είναι όσα προέβλεπε η αρχική μελέτη της πτυσσόμενης κατασκευής Miura και είναι περισσότερα από όσα χρειάζονται για να λειτουργήσει σωστά το σύστημα, συγκεκριμένα είναι τα διπλάσια: ενώ ένα εγκάρσιο μέλος είναι αρκετό σε κάθε άξονα καταμήκος των στρεβλών πλευρών της χάραξης, η αρχική μελέτη περιλάμβανε δύο.

Ο λόγος που διατηρήθηκαν τα επιπλέον γραμμικά μέλη είναι για να διερευνηθεί το εάν και αν ναι, σε ποιο σημείο προκαλείται μηχανολογική εμπλοκή ανάμεσα σε αυτά και στα καινούρια εγκάρσια γραμμικά μέλη που σχεδιάστηκαν σε αυτό το στάδιο της έρευνας. Πράγματι, σε μία μόνο περίπτωση παρατηρήθηκε μηχανολογική εμπλοκή ανάμεσα στα εγκάρσια γραμμικά στοιχεία της αρχικής μελέτης και στο γραμμικό μέλος που συνδέεται με τον πρώτο μηχανισμό της

κατασκευής. Επειδή όπως είπαμε τα εγκάρσια γραμμικά μέλη της αρχικής λύσης είναι περισσότερα από όσα χρειάζονται, το μέλος που προκαλούσε την εμπλοκή αφαιρέθηκε χωρίς να επηρεαστεί η λειτουργία της κατασκευής (σχήμα 5.19).



Σχήμα 5.18: Το εγκάρσιο μέλος που αφαιρέθηκε επειδή προκαλούσε μηχανολογική εμπλοκή επισημασμένο με κόκκινο χρώμα

5.4 Παρατηρήσεις

Στο στάδιο της ερευνάς που παρουσιάστηκε σε αυτό το κεφάλαιο σχεδιάστηκε καινοτομικός σύνδεσμος για να αντικαταστήσει το σύνδεσμο κάμψης-περιστροφής στην κατασκευή Miura.

Ο σύνδεσμος αυτός ο οποίος ονομάστηκε «διπλός παντογραφικός σύνδεσμος» έχει ως σχεδιαστική αφετηρία τη διάταξη του παντογράφου και δεν επιτρέπει «παρασιτικές» κινήσεις σαν αυτές που παρατηρούνται με τη χρήση του συνδέσμου κάμψης -περιστροφής.

Επιπλέον, ο καινούριος σύνδεσμος συνδέεται με εγκάρσιο γραμμικό μέλος που έχει δυνατότητα επιμήκυνσης και συνδέει τις δύο στάθμες της κατασκευής.

Η κίνηση εκδίπλωσης -δίπλωσης που κάνει η κατασκευή με την προσθήκη των παραπάνω μελών είναι μονοβάθμια και συνεχής κίνηση από την πλήρως ανοικτή έως την πλήρως διπλωμένη μορφή της και αντίστροφα.

Τα καινούρια εγκάρσια γραμμικά μέλη έχουν διατομή της οποίας η ροπή αδράνειας είναι μεγαλύτερη κατά τη διεύθυνση που στα αρχικά εγκάρσια μέλη της κατασκευής είναι μικρότερη.

6. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΠΛΥΣΗ ΠΤΥΣΣΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΙΟΥΡΑ-SARRUS

6.1 Αντικείμενο και Στόχοι

Το θέμα αυτού του κεφαλαίου είναι η ανάπτυξη καινοτόμου κυψελοειδούς χωρικού συστήματος με δυνατότητα αναδίπλωσης του οποίου σχεδιαστική αφετηρία είναι η χάραξη Miura. Παρά το ότι και το προηγούμενο κεφάλαιο πραγματεύεται μία αναδιπλούμενη χωρική κατασκευή βασισμένη στη χάραξη Miura, η ερευνητική και σχεδιαστική προσέγγιση σε αυτό το εδάφιο είναι εντελώς διαφορετικές.

Η αναδιπλούμενη κυψελοειδής δομή που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο ονομάστηκε Miura-Sarrus και στην πλήρως ανεπτυγμένη της μορφή (αποτελείται από) (περιλαμβάνει) δυο οριζόντιες στάθμες διαιρεμένες σε επιφανειακά μέλη σύμφωνα με τη χάραξη Miura. Αυτή είναι η μοναδική ομοιότητα που έχει με τη δομή Miura-Pantograph παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 6.

Αντίθετα με την κατασκευή Miura-Pantograph, όταν η δομή Miura-Sarrus βρίσκεται κλειστή (διπλωμένη) της μορφή όλα τα επιφανειακά μέλη της βρίσκονται σε κατακόρυφη θέση παράλληλα μεταξύ τους στην ίδια στάθμη. Η κατασκευή ξεδιπλώνει με μία συνεχόμενη μονοβάθμια κίνηση η οποία θα αναλυθεί σε λεπτομέρεια σε επόμενη παράγραφο. Στη θέση της πλήρους εκδίπλωσης δημιουργείται μια σειρά από παραλληλεπίπεδες κυψέλες αναμεσά στις δύο στάθμες

Το αντικείμενο μελέτης στο κεφάλαιο αυτό είναι ο σχεδιασμός ενός τριδιάστατου κυψελοειδούς χωρικού συστήματος με δυνατότητα αναδίπλωσης. Η αφετηρία στον σχεδιασμό του συστήματος είναι και πάλι η διδιάστατη χάραξη Miura και στόχος είναι το σύστημα που θα δημιουργηθεί να διατηρεί τις μηχανικές και κινηματικές ιδιότητες της χάραξης αυτής.

Στο συγκεκριμένο ερευνητικό στάδιο, ο σχεδιασμός της κίνησης δίπλωσης και εκδίπλωσης της κατασκευής έχει ως αφετηρία το σύνδεσμο Sarrus και βασίζεται στην αρχή λειτουργίας του ψαλιδωτού μηχανισμού (scissor element mechanism).

Οι ερευνητικοί στόχοι σε αυτό το στάδιο της έρευνας είναι να σχεδιαστεί η κυψελοειδής κατασκευή Miura-Sarrus με τέτοιο τρόπο ώστε:

5. Η κατασκευή να έχει ένα μόνο βαθμό ελευθερίας και να μπορεί να διαγράψει συνεχή μονοβάθμια κίνηση από την πλήρως ανοικτή μορφή της ως την πλήρως διπλωμένη .
6. Στην πλήρως διπλωμένη μορφή της όλα τα μέλη της να είναι βρίσκονται στην ίδια στάθμη και σε παραλληλία, δηλαδή να επιτυγχάνει επίπεδη δίπλωση.
7. Στην πλήρως διπλωμένη μορφή της τα επιφανειακά μέλη της να βρίσκονται σε παραλληλία μεταξύ τους, δηλαδή να επιτυγχάνεται επίπεδη δίπλωση.

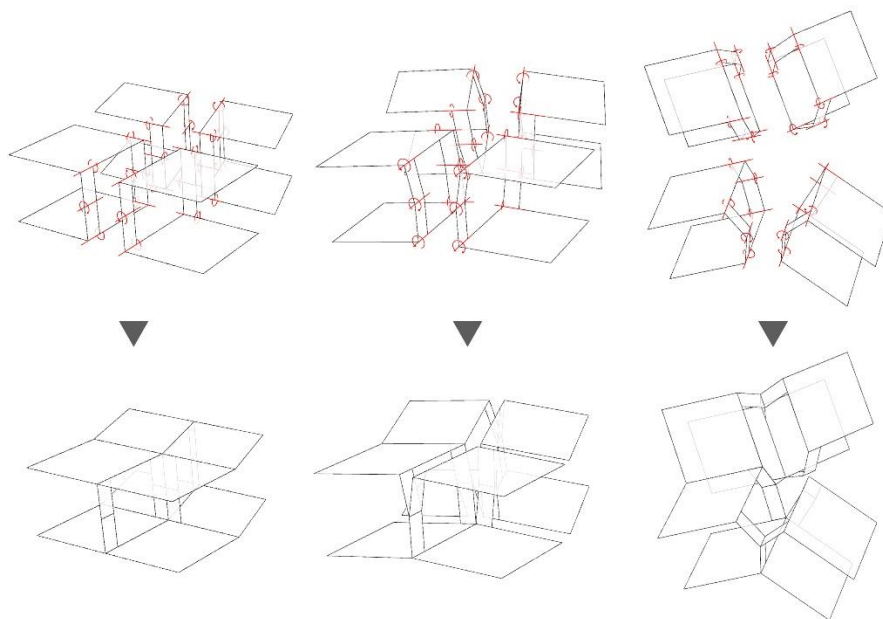
8. Τα εγκάρσια στοιχεία που συνδέουν τις οριζόντιες στάθμες της να συνεισφέρουν στην κατασκευή ροπή αδράνειας ισοδύναμα προς τους δυο κάθετους άξονες του επιπέδου (x και y).

6.2 Αρχική Προσέγγιση

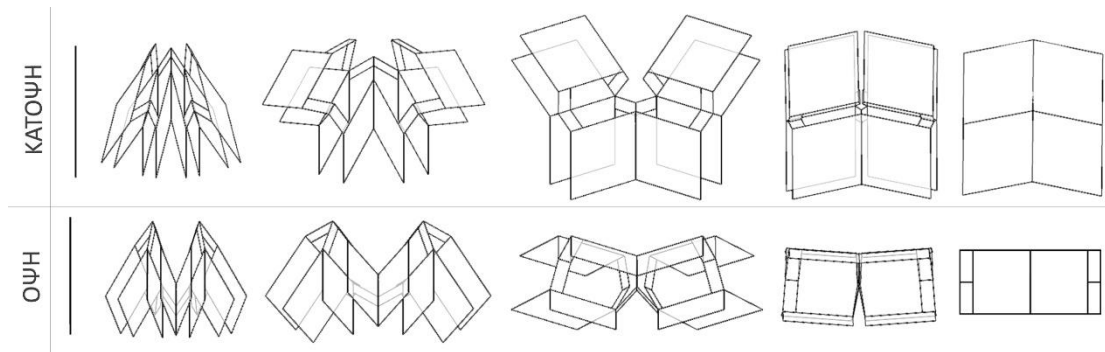
Βασική Ιδέα- αρχικός ερευνητικός στόχος

Στην αρχική ερευνητική προσέγγιση της κατασκευής Miura-Sarrus στόχος ήταν η διδιάστατη χάραξη Miura να αναχθεί σε τριδιάστατη κυψελοειδή κατασκευή η οποία θα επιτύγχανε αναδίπλωση με τον εξής τρόπο:

- Σε κάθε κυψέλη (φάνωμα) της κατασκευής τα επιφανειακά μέλη σχήματος πλάγιου παραλληλόγραμμου τα οποία στην ανοικτή θέση της κατασκευής αποτελούν το δάπεδο και την οροφή της, κατά την κίνηση δίπλωσης πλησιάζουν το ένα το άλλο κινούμενα κάθετα προς το επίπεδό τους. Η κίνηση αυτή εξασφαλίζεται με τη χρήση μηχανισμού τύπου Sarrus.
- Συγκεκριμένα επιφανειακά μέλη συνδέονται μέσω περιστροφικών συνδέσμων με τα γειτονικά τους της ίδιας στάθμης.
- Γειτονικές κυψέλες σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε το ένα από τα δύο μέλη του μηχανισμού Sarrus της καθεμιάς να εφάπτεται με το αντίστοιχο μέλος του Sarrus στη γειτονική κυψέλη. Αυτά τα εφαπτόμενα μέλη των γειτονικών συνδέσμων Sarrus συγχωνεύονται σε ένα (σχήμα 6.1). Με αυτή τη σχεδιαστική διάταξη η έρευνα σε αυτό το στάδιο στόχευε τη μεταφορά της κίνησης δίπλωσης- εκδίπλωσης από κυψέλη σε κυψέλη με τελικό στόχο το συντονισμό όλων των μελών της κατασκευής σε μία μονοβάθμια κίνηση δίπλωσης- εκδίπλωσης (βλέπε και σχήμα 6.2).



Σχήμα 6.1: Μέθοδος συγχώνευσης συνδέσμων Sarrus



Σχήμα 6.2: Εκδίπλωση συστήματος τεσσάρων κυψελών

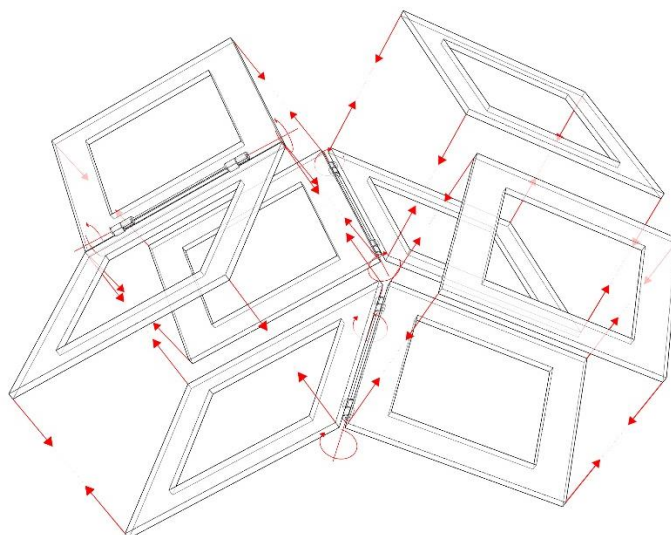
Τα φυσικά και ψηφιακά μοντέλα που κατασκευάστηκαν απέδειξαν ότι με το σχεδιασμό αυτό δε μπορεί να μεταφερθεί η κίνηση δίπλωσης – εκδίπλωσης σε όλες τις κυψέλες της κατασκευής με άλλα λόγια ο ερευνητικός στόχος δε μπορεί να επιτευχθεί με αυτή την επίλυση.

Αποτίμηση της αρχικής επίλυσης.

Η αρχική σχεδιαστική επίλυση διερεύνησε την περίπτωση κατά την οποία ένας σύνδεσμος Sarrus τροποποιημένος με τέτοιο τρόπο ώστε να αρθρώνεται σε δύο κυψέλες θα μπορούσε να μεταφέρει την κίνηση της κάθε κυψέλης στη γειτονική της με μονοσήμαντο τρόπο. Δηλαδή διερεύνησε το κατά πόσο ο παραπάνω σύνδεσμος μπορεί να δεσμεύσει τους υπόλοιπους βαθμούς ελευθερίας των μελών που αρθρώνει και να επιτρέπει μόνο την επιθυμητή κίνηση μίας κυψέλης σε σχέση με τη γειτονική της. Τα πειράματα έδειξαν ότι ο σύνδεσμος Sarrus παρότι τροποποιημένος με τον τρόπο που περιγράφηκε δεν επαρκεί για να επιτύχει κάτι τέτοιο.

Νέο ερευνητικός προσανατολισμός

Στο σημείο αυτό το ερευνητικό ενδιαφέρον στράφηκε στην αναζήτηση μηχανισμού ή διάταξης μηχανισμών οι οποίοι να μπορούν να συσχετίζουν με μονοσήμαντο τρόπο την παράλληλη μετατόπιση των επιφανειακών μελών με τη στροφή που κάνουν γύρω από τον άξονα περιστροφής του συνδέσμου που τα ενώνει με το γειτονικό τους επιφανειακό μέλος (σχήμα 6.3).



Σχήμα 6.3: Μετακινήσεις και περιστροφές στο σύστημα Miura- Sarrus

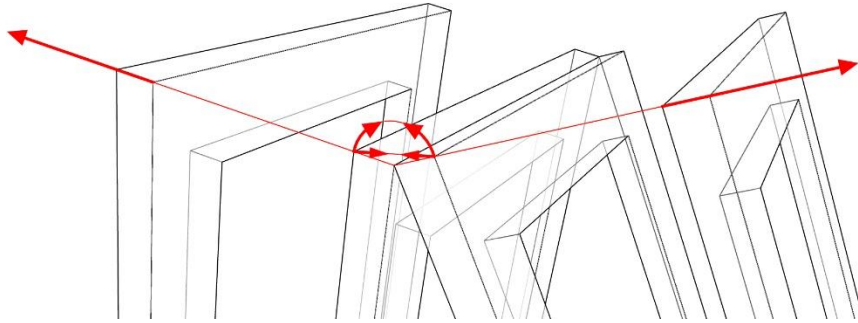
6.3 Νέα Προσέγγιση

Νέα γεωμετρική προσέγγιση και αποσαφήνιση των ερευνητικών στόχων.

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, αφού αποδείχτηκε ότι ο αρχικός σχεδιασμός της κυψελοειδούς δομής δεν αρκούσε για να συντονίσει όλα τα μέλη της σε μια μονοβάθμια κίνηση δίπλωσης- εκδίπλωσης η έρευνα στράφηκε στην αναζήτηση μηχανικής διάταξης ικανής να κάνει κάτι τέτοιο.

Συγκεκριμένα, σε αυτό το στάδιο στόχος είναι πλέον να συσχετιστεί με μονοσήμαντο τρόπο η μείωση της απόστασης των επιφανειακών μελών με την αύξηση της γωνίας που σχηματίζουν τα γειτονικά επιφανειακά μέλη της κατασκευής. Όπως διατυπώθηκε και στην αρχή αυτής της ερευνητικής εργασίας, ανάμεσα στους στόχους της είναι στο σχεδιασμό και την κατασκευή των αναδιπλούμενων κατασκευών να χρησιμοποιούνται απλά και προσιτά εξαρτήματα και συνδέσμους, τους οποίους μπορεί να προμηθευτεί ο καθένας σε χαμηλό κόστος. Συχνά για το συντονισμό μιας περιστροφικής κίνησης με μια γραμμική (κίνηση) χρησιμοποιούνται διατάξεις με γρανάζια και σπειρώματα, η έρευνα όμως ήθελε να αποφύγει τη χρήση εκλεπτυσμένων εξαρτημάτων.

Για να απλουστευτεί η κατασκευή της αναδιπλούμενης δομής υιοθετήθηκε η ακόλουθη γεωμετρική προσέγγιση: Αντί να συσχετιστεί η μείωση της γωνίας των γειτονικών επιφανειακών μελών με την αύξηση της απόστασης των απέναντι μελών στην ίδια κυψέλη, συσχετίζεται η μείωση της απόστασης των ακμών των γειτονικών μελών με την αύξηση της απόστασης των απέναντι παράλληλων μελών (σχήμα 6.4). Δηλαδή το πρόβλημα ανάγεται στη συσχέτιση δυο γραμμικών κινήσεων.

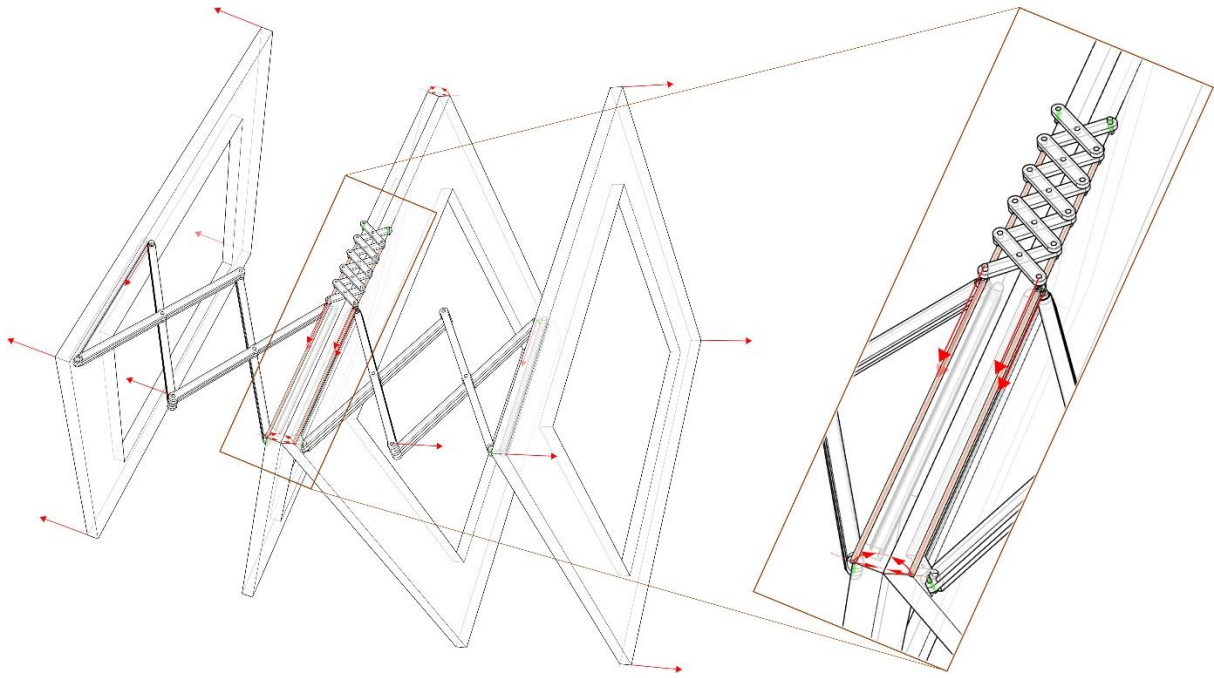


Σχήμα 6.4: Μείωση της απόστασης των ακμών των γειτονικών επιφανειακών μελών συνεπάγεται αύξηση της απόστασης των απέναντι επιφανειακών μελών στην ίδια κυψέλη

Η κατηγορία μηχανισμών που θεωρήθηκαν πιο πρόσφοροι για να επιλύσουν το παραπάνω πρόβλημα είναι οι επίπεδοι ψαλιδωτοί μηχανισμοί.

Πράγματι δύο επίπεδοι ψαλιδωτοί μηχανισμοί τοποθετημένοι σε κάθετα επίπεδα που είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους και με τα επιφανειακά μέλη όπως φαίνεται στο σχήμα 6.5 μπορούν να μετατρέψουν τη μείωση της απόστασης των ακμών των γειτονικών μελών στο ένα επίπεδο σε αύξηση της απόστασης των απέναντι μελών στο κάθετο επίπεδο.

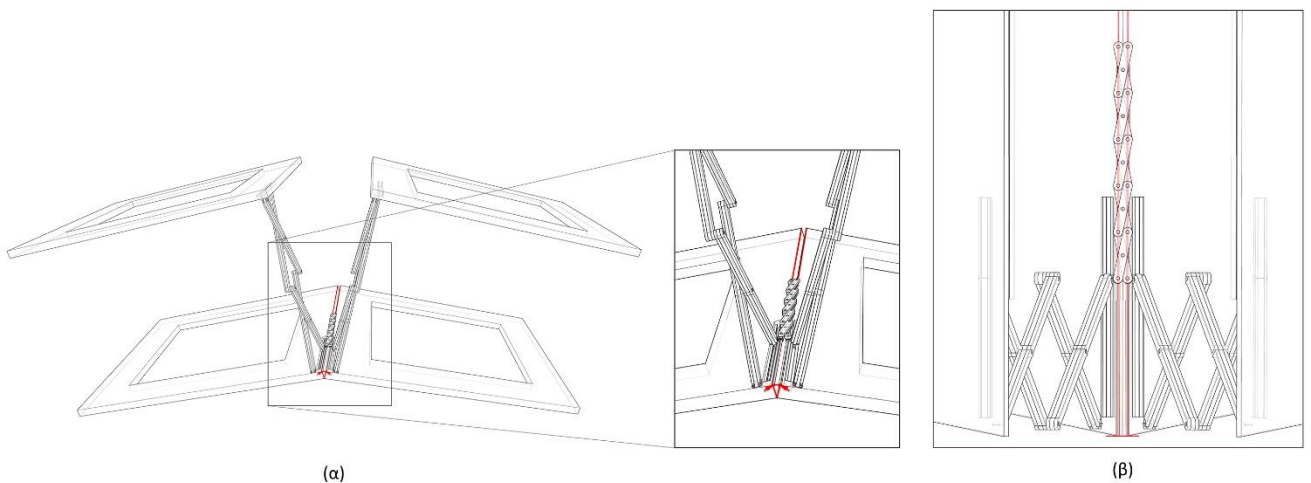
Στο σχήμα 6.5 φαίνονται οι λεπτομέρειες μιας τέτοιας διάταξης. Όλα τα άκρα των μελών τους είναι αρθρωμένα σε στοιχεία τα οποία ολισθαίνουν καταμήκος του άξονα της ακμής των επιφανειακών μελών της κατασκευής. Η ευθύγραμμη κίνηση που εκτελούν διασφαλίζεται από τις ράγες πάνω στις οποίες ολισθαίνουν. Οι ράγες αυτές είναι προσαρμοσμένες στην επάνω παρειά του επιφανειακού μέλους και στο σχήμα επισημαίνονται με πορτοκαλί χρώμα. Δύο από τα αρθρωμένα άκρα του κάθε ψαλιδωτού μηχανισμού δεν ακολουθούν την κίνηση ολίσθησης πάνω στις ράγες γιατί είναι αρθρωμένα στο αντίστοιχο επιφανειακό μέλος. Το ίδιο ισχύει και για δύο από τις αρθρώσεις που συνδέουν τα επιφανειακά μέλη με τους ψαλιδωτούς μηχανισμούς που ρυθμίζουν την απόσταση ανάμεσα στα παράλληλα μέλη, μία από τις αρθρώσεις σε κάθε μέλος έχει σταθερό άξονα. Στο σχήμα 6.5 έχουν επισημανθεί με πράσινο χρώμα οι αρθρώσεις των οποίων οι αρθρώσεις μένουν σταθερές κατά τη διαδικασία δίπλωσης- εκδίπλωσης.



Σχήμα 6.5: Επίπεδοι ψαλιδωτοί μηχανισμοί συνδεδεμένοι εγκάρσια

Επιρροή του πάχους υλικού των μηχανισμών και διευθέτησή του.

Παρά το ότι η διάταξη των ψαλιδωτών μηχανισμών όπως περιγράφηκε μεταφέρει με σωστό τρόπο την κίνηση από το ένα επίπεδο στο άλλο, εμφανίζει το εξής πρόβλημα: Οι αρθρώσεις στις άκρες των ψαλιδωτών μελών, εξαιτίας του πάχους του υλικού των ψαλιδιών δε μπορούν ποτέ να ευθυγραμμιστούν. Αυτό έχει ως συνέπεια οι ακμές των επιφανειακών μελών που είναι συνδεδεμένες με τα ψαλιδωτά μέλη να μη μπορούν να έρθουν σε επαφή όπως συμβαίνει όταν η κατασκευή είναι σε πλήρη ανάπτυξη όπου τα γειτονικά επιφανειακά μέλη κάθε στάθμης κείτονται όλα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο (σχήμα 6.6).



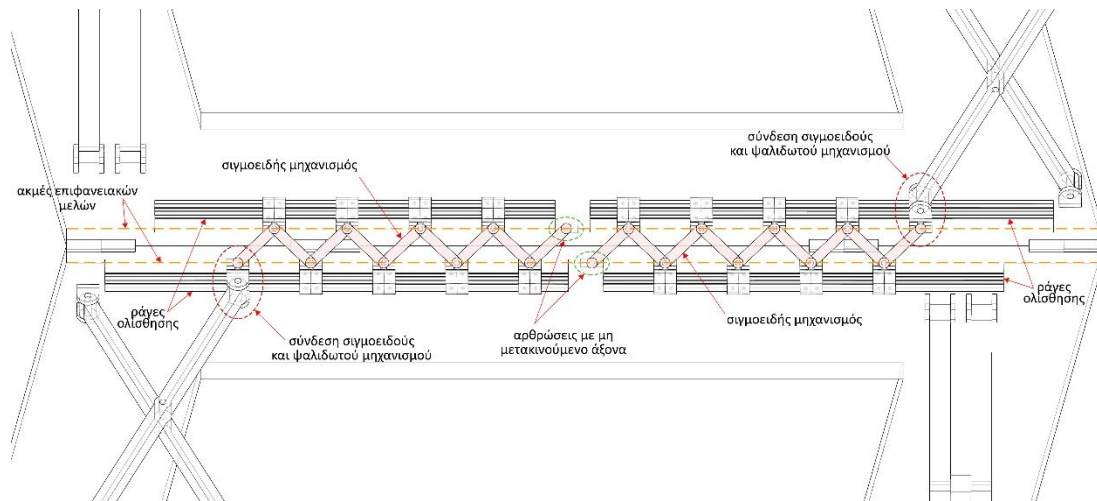
Σχήμα 6.6: Αδυναμία πλήρους σύγκλισης των μελών λόγω πάχους υλικού των επίπεδων ψαλιδωτών συνδέσμων, προοπτικό (α) και κάτοψη (β)

Τελική διερεύνηση

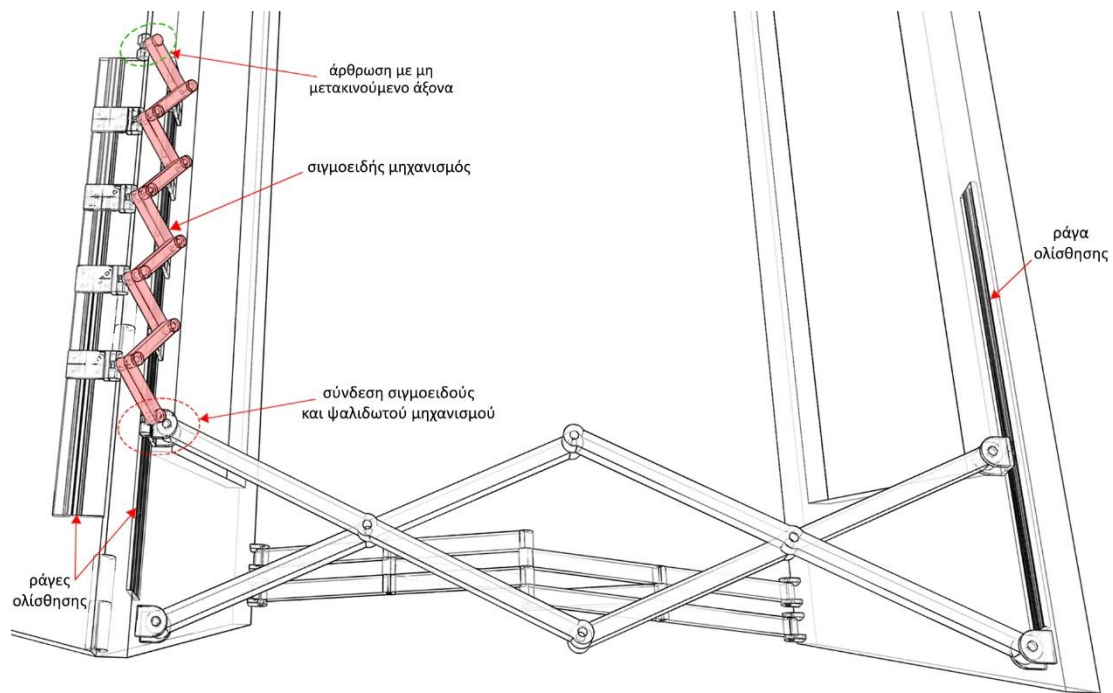
Ας επαναδιατυπώσουμε το πρόβλημα: Στην ανοικτή θέση της κατασκευής, το πάχος του υλικού των οριζόντιων ψαλιδωτών συνδέσμων δεν επιτρέπει να ευθυγραμμιστούν οι αρθρώσεις στα άκρα τους, οι οποίες κινούνται στον άξονα των ακμών των επιφανειακών μελών.

Η λύση που υιοθετήθηκε τελικά για να υποσκελιστεί το πρόβλημα είναι η μετατροπή των οριζόντιων ψαλιδωτών συνδέσμων σε σιγμοειδή διάταξη αποτελούμενη από τα μισά μόνο μέλη του αρχικού ψαλιδωτού μηχανισμού. Η μία άκρη του μηχανισμού αυτού είναι αρθρωμένη στο ένα από τα δύο γειτονικά επιφανειακά μέλη. Τα υπόλοιπα άκρα των μελών του μηχανισμού είναι αρθρωμένα σε στοιχεία τα οποία ολισθαίνουν καταμήκος των αξόνων των ακμών των επιφανειακών μελών της κατασκευής. Η ευθύγραμμη κίνηση που εκτελούν διασφαλίζεται από τις ράγες πάνω στις οποίες ολισθαίνουν. Οι ράγες αυτές είναι προσαρμοσμένες στην εσωτερική παρειά του καθενός από τα γειτονικά επιφανειακά μέλη (σχήμα 6.8).

Εν αντιθέσει με τους ψαλιδωτούς μηχανισμούς, μια σιγμοειδής διάταξη δε μπορεί να κάνει μονοβάθμια κίνηση. Η συγκεκριμένη όμως της οποίας οι αρθρώσεις ολισθαίνουν πάνω σε ευθείες κάνει μονοβάθμια κίνηση, γι' αυτό και μπορεί να μεταφέρει με μονοσήμαντο τρόπο την κίνηση από την περιστροφή των γειτονικών επιφανειακών μελών στην παράλληλη μετάθεση των αντικρουστών επιφανειακών μελών της κυψέλης (σχήμα 6.9).



Σχήμα 6.8: Δύο σιγμοειδείς μηχανισμοί προσαρμοσμένοι ανάμεσα σε δύο γειτονικές κυψέλες



Σχήμα 6.9: Σιγμοειδής μηχανισμός συνδεδεμένος με ψαλιδωτό μηχανισμό

6.4 Κατασκευή Διάταξης για Γειτονικές Κυψέλες

Κατασκευή Διάταξης για δύο γειτονικές κυψέλες

Σ' αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται το πώς σχεδιάζεται και πώς υπολογίζονται οι ακριβείς διαστάσεις της διάταξης που περιγράφηκε παραπάνω και με ποιο τρόπο γίνεται ο συντονισμός του ψαλιδωτού συνδέσμου με το σιγμοειδή μηχανισμό στο εγκάρσιο επίπεδο.

1. Δύο γειτονικές κυψέλες συνδέονται μεταξύ τους με τον εξής τρόπο: Ένα από το δύο επιφανειακά μέλη της κάθε κυψέλης αρθρώνεται με το γειτονικό της άλλης κυψέλης με περιστροφικό σύνδεσμο. Ο περιστροφικός σύνδεσμος μπορεί είτε να είναι απλός, είτε τροποποιημένος με τη μέθοδο της μετακίνησης των αξόνων. Στη δεύτερη περίπτωση, τα επιφανειακά μέλη απομακρύνονται καθώς το σύστημα διπλώνει. Η απόσταση των επιφανειακών μελών στην κλειστή θέση του συστήματος συνδέεται με τον πλήθος και τις διαστάσεις των μελών του σιγμοειδούς συνδέσμου. Στο 6^ο και 7^ο βήμα της διαδικασίας παρουσιάζονται αναλυτικά οι εξισώσεις που διατυπώνουν τη σχέση των παραπάνω παραμέτρων καθώς επίσης και με ποια κριτήρια γίνεται η επιλογή ανάμεσα στη χρήση του απλού περιστροφικού συνδέσμου ή του τροποποιημένου με την μέθοδο μετακίνησης των αξόνων. .
2. Για τον ψαλιδωτό σύνδεσμο που απομακρύνει ή πλησιάζει τα αντικρουστά παράλληλα επιφανειακά μέλη της κυψέλης επιλέγεται να έχει τέσσερα

σκέλη, δηλαδή δύο ζεύγη μελών που είναι αρθρωμένα στο μέσο του μήκους τους και σχηματίζουν τη μορφή του «X». Η επιλογή αυτή επιτρέπει να ελαχιστοποιηθεί η απόσταση των δύο παράλληλων επιφανειακών μελών στην κλειστή θέση της κατασκευής ώστε να ελαχιστοποιείται ο συνολικός της όγκος αλλά συγχρόνως το μέγιστο μήκος του σιγμοειδούς μηχανισμού να είναι αρκετά μικρό ώστε να χωράει στο μισό του μήκους της πλευράς του επιφανειακού μέλους. Τα μέλη του ενώνονται με εγκάρσιο πείρο στο μέσο του μήκους τους ώστε να περιστρέφονται το ένα σε σχέση με το άλλο γύρο από τον άξονα του πείρου. Καθένα από δύο μέλη έχει το ένα άκρο του αρθρωμένο στην εσωτερική παρειά του ενός από τα δύο επιφανειακά μέλη και το άλλο άκρο του αρθρωμένο σε έδρανο που ολισθαίνει πάνω σε γραμμική ράγα προσαρμοσμένη στην εσωτερική παρειά του άλλου επιφανειακού μέλους της κυψέλης.

3. Το έδρανο που βρίσκεται στο επιφανειακό μέλος που συνδέεται με το γειτονικό της άλλης κυψέλης επεκτείνεται μέχρι τον άξονα της ακμής του μέλους αυτού (τον άξονα της ακμής η οποία στην ανοικτή θέση της κατασκευής εφάπτεται με την ακμή του γειτονικού επιφανειακού μέλους). Στο σημείο που περνάει ο άξονας της ακμής συνδέεται στο έδρανο ένα εξάρτημα το οποίο μπορεί να περιστρέφεται ελευθέρα γύρο από τον εν λόγω άξονα. Πάνω στο εξάρτημα αυτό θα αρθρωθεί το ένα άκρο του σιγμοειδούς μηχανισμού.
4. Στην ίδια ράγα με το παραπάνω έδρανο κινούνται κι άλλα της ίδιας μορφής με ίδιο εξάρτημα αρθρωμένα πάνω τους που μπορούν να περιστρέφονται ελευθέρα γύρο από τον άξονα της ακμής του επιφανειακού μέλους στο οποίο υπάγονται. Στα εξαρτήματα των εδράνων αυτών αρθρώνονται τα άκρα των μελών που απαρτίζουν το σιγμοειδή μηχανισμό. Το πρώτο άκρο του σιγμοειδούς μηχανισμού συνδέεται στο έδρανο στο οποίο συνδέεται και ο ψαλιδωτός σύνδεσμος ενώ το τελευταίο άκρο του συνδέεται στο επιφανειακό μέλος και δε μπορεί να μετακινηθεί όπως τα υπόλοιπα κατά τον άξονα της ακμής του επιφανειακού μέλους.
5. Χάρη στην παραπάνω διάταξη η απόσταση που διαγράφει το κινούμενο άκρο του ψαλιδωτού μηχανισμού μέχρι ο μηχανισμός αυτός να αναπτυχθεί πλήρως ισούται με την απόσταση που διαγράφει το κινούμενο άκρο του σιγμοειδούς μηχανισμού μέχρι να ευθυγραμμιστούν όλες οι αρθρώσεις του και τα επιφανειακά μέλη με τα οποία συνδέεται να γίνουν ομοεπίπεδα.
6. Έστω ότι ο σιγμοειδής μηχανισμός αποτελείται από n μέλη μήκους l και οι αρθρώσεις του ολισθαίνουν πάνω στις ακμές των εσωτερικών παρειών των επιφανειακών μελών οι οποίες βρίσκονται σε απόσταση a . Επίσης έστω ότι το μήκος που διαγράφει το άκρο του μηχανισμού κατά την κίνησή του είναι Δx ενώ το μήκος που καταλαμβάνει όταν οι κυψέλες βρίσκονται ακόμα στην κλειστή διπλωμένη θέση τους είναι x . Έστω ότι στη θέση αυτή η γωνία που σχηματίζει ο άξονας του κάθε μέλους με την ακμή του επιπέδου μέλους είναι ϕ . Συνεπάγεται ότι:

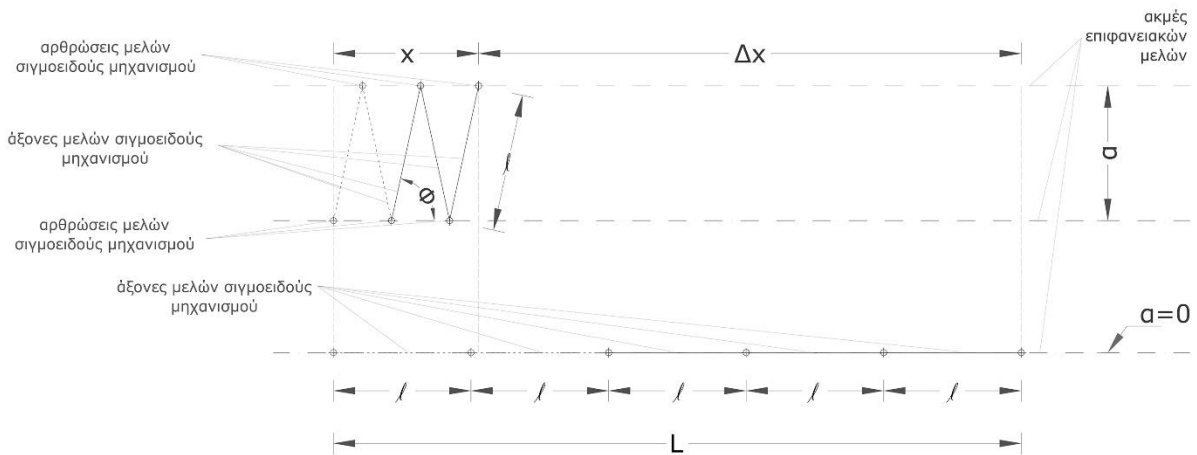
$$x = n \cdot \ell \cdot \cos\phi \quad (1)$$

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 6.10, το μήκος L του μηχανισμού στην πλήρως ανοικτή θέση όπου τα μέλη του ευθυγραμμίζονται θα είναι:

$$L = x + \Delta x = n \cdot \ell \quad (2)$$

Η απόσταση των επιφανειακών μελών συνδέεται με τη γωνία ϕ μέσω της σχέσης:

$$a = \ell \cdot \sin\phi \Leftrightarrow \ell = a / \sin\phi \quad (3)$$



Σχήμα 6.10: Διαγραμματική απεικόνιση σιγμοειδούς μηχανισμού

Από τις σχέσεις (1), (2), (3) προκύπτει ότι οι παράμετροι a , ϕ , x , Δx και n συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση:

$$\sin\phi + \frac{na}{\Delta x} \cos\phi - \frac{na}{\Delta x} = 0 \quad (4)$$

Η παραπάνω τριγωνομετρική εξίσωση δε μπορεί να απλοποιηθεί με τις κοινές τριγωνομετρικές ταυτότητες. Μπορεί να λυθεί ως προς ϕ με απλές αριθμητικές μεθόδους όπως για παράδειγμα τη Newton-Raphson ή τη μέθοδο της διχοτόμησης. Στο πλαίσιο της παρούσας διερεύνησης χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Newton-Raphson επειδή έχει ταχύτερη σύγκλιση και απαιτεί λιγότερες επαναλήψεις για να βρεθεί μια ικανοποιητική προσέγγιση της ρίζας.

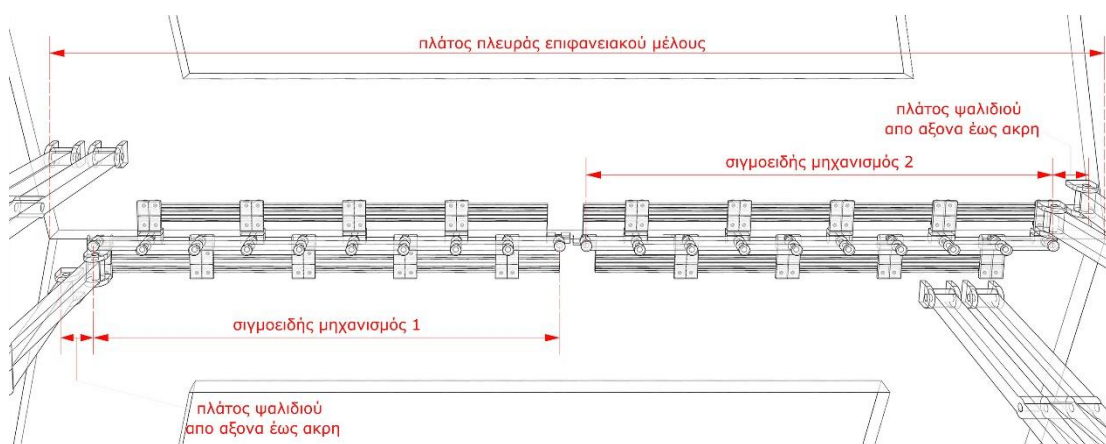
Αξίζει να επισημανθεί ότι για τη συγκεκριμένη κατασκευή που όπως αναφέρθηκε θα περιλαμβάνει ψαλιδωτούς συνδέσμους με δύο μόνο σκέλη, δηλαδή της μορφής «X», απόσταση Δx που θα διαγράψει η άκρη του σιγμοειδούς συνδέσμου ισούται με το μισό της αύξησης της απόστασης (έστω του ύψους ΔH) ανάμεσα στα παράλληλα αντικρουστά επιφανειακά μέλη σε κάθε κυψέλη. Δηλαδή:

$$\Delta x = \Delta H / 2 \quad (5)$$

Οι σχέσεις (4) και (5) συσχετίζουν όλες τις βασικές παραμέτρους του συστήματος των συνδέσμων και των δύο κυψελών.

7. Όπως φαίνεται και στα σχήματα 6.8 και 6.11, στην πλευρά που γίνεται η σύνδεση των δύο κυψελών τοποθετούνται δύο αντίρροποι σιγμοειδείς μηχανισμοί ουτωςώστε ο καθένας από αυτούς να προκαλεί αύξηση της απόστασης των επιφανειακών μελών σε καθεμία από τις δύο κυψέλες.

Επομένως προκύπτει ο γεωμετρικός περιορισμός ότι το μήκος της ακμής κάθε επιφανειακού μέλους πρέπει να χωράει επαρκώς τους δύο σιγμοειδείς μηχανισμούς όταν βρίσκονται σε πλήρη έκταση και την απόσταση που καταλαμβάνουν οι συνδέσεις των ψαλιδωτών συνδέσμων με τα επιφανειακά μέλη όταν αυτοί βρίσκονται σε πλήρη ανάπτυξη.



Σχήμα 6.11: Γεωμετρικοί περιορισμοί της μεθόδου

8. Στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης αρχικά σχεδιάστηκε σύστημα για δύο γειτονικές κυψέλες οι οποίες αποτελούνται από επιφανειακά μέλη κάτοψης πλάγιου παραλληλόγραμμου πλευράς 3.00m και πάχους 0.07m. Τα γειτονικά επιφανειακά μέλη συνδέονται με απλό περιστροφικό σύνδεσμο. Η αύξηση της απόστασης ΔH ανάμεσα στα παράλληλα αντικρουστά επιφανειακά μέλη ορίστηκε: $\Delta H = 1.94 \text{ m}$. Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση των εξισώσεων (4) και (5) ως προς ϕ είναι οι παρακάτω:

$$\alpha = 2d_{\text{πλ.}} \Rightarrow \alpha = 0.14 \text{ m}$$

$$\Delta x = \Delta H / 2 = 0.97 \text{ m}$$

$$n = 9$$

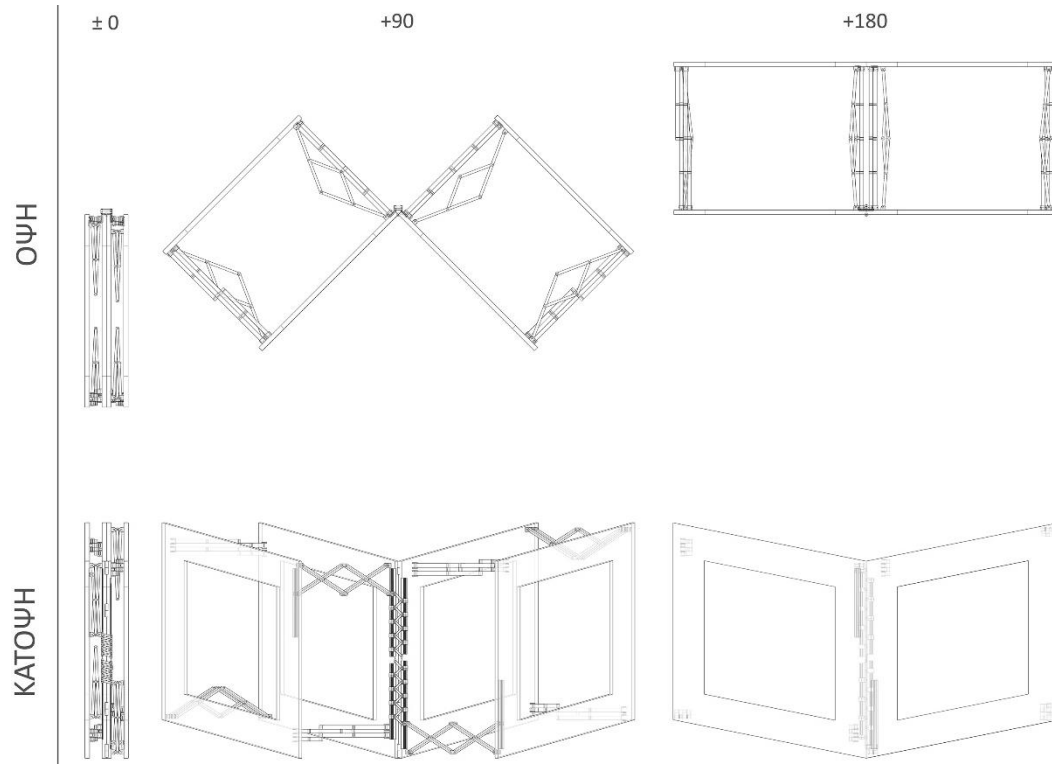
Για τις παραπάνω τιμές των α , Δx και n η εξίσωση (4) έδωσε:

$$\phi = 75,2^\circ$$

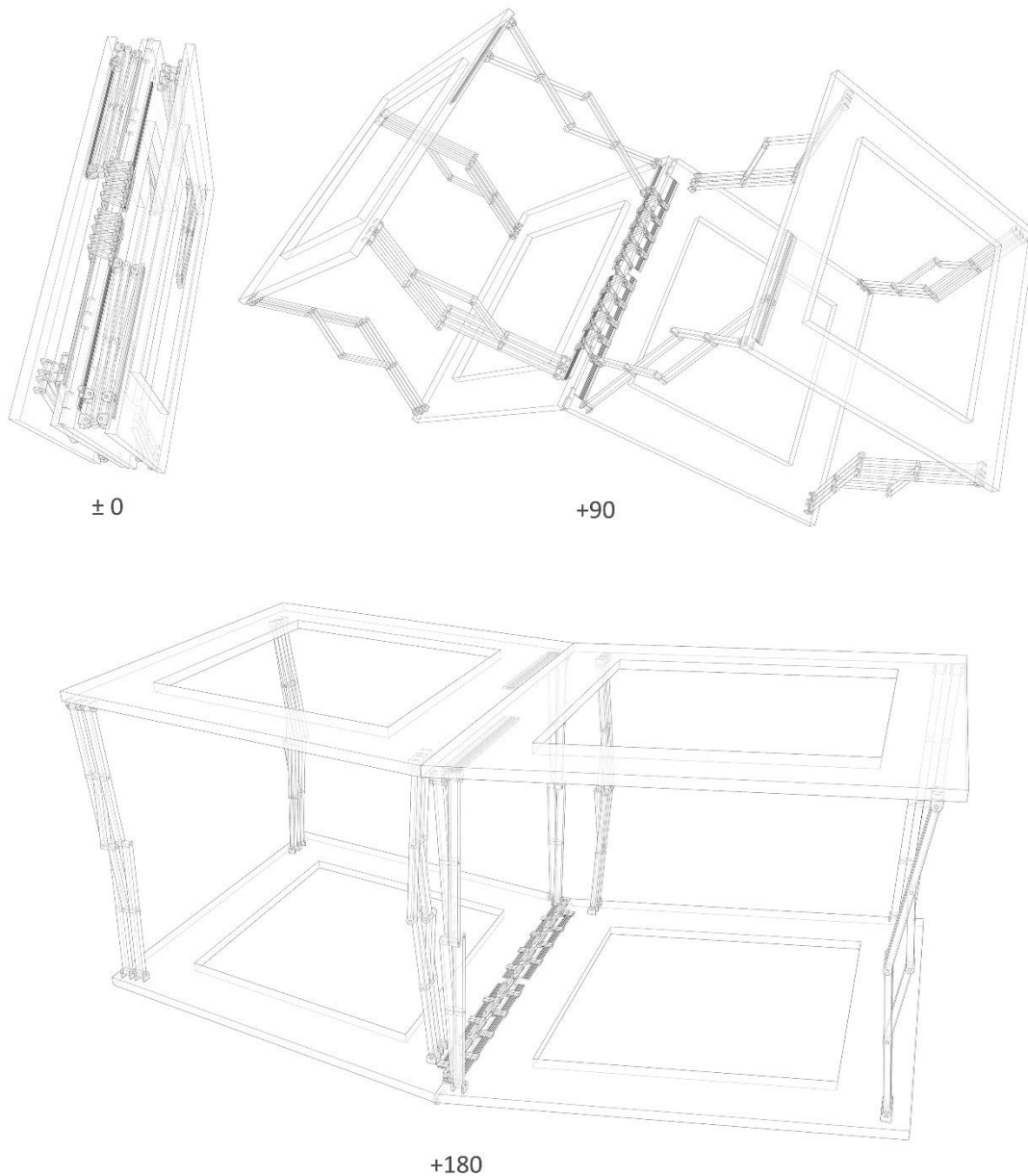
$$(3) \Rightarrow \ell = 0.145 \text{ m}$$

$$(1) \Rightarrow x = 0.333 \text{ m}$$

Στα σχήματα που ακολουθούν απεικονίζεται το πτυσσόμενο σύστημα που αναπτύχθηκε για δύο κυψέλες σύμφωνα με τις παραπάνω προδιαγραφές.



Σχήμα 6.12: Διαδικασία εκδίπλωσης συστήματος με δύο κυψέλες:
Στιγμιότυπα όψης και κάτοψης στις $\pm 0^\circ$, $+90^\circ$, $+180^\circ$



Σχήμα 6.13: Διαδικασία εκδίπλωσης συστήματος με δύο κυψέλες:
Στιγμιότυπα προοπτικού στις $\pm 0^\circ$, $+90^\circ$, $+180^\circ$

6.5 Αξιολόγηση και Νέοι Σχεδιαστικοί Στόχοι

Τα ψηφιακά μοντέλα και τα φυσικά προπλάσματα του συστήματος που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο επιβεβαίωσαν το ότι το παραπάνω σύστημα έχει την επιθυμητή κινηματική συμπεριφορά και ότι η μέθοδος σχεδιασμού που ακολουθήθηκε ήταν επιτυχής .

Η συγκεκριμένη εκδοχή σχεδιασμού του παραπάνω συστήματος προσέφερε δύο πολύτιμα συμπεράσματα:

- i. Ο αριθμός των μελών που αποτελούν το σιγμοειδή μηχανισμό είναι μεγάλος, πράγμα που επηρεάζει δυσμενώς τόσο τη διαδικασία συναρμολόγησής του

όσο και τη συντήρησή του. Γι' αυτό, για το επόμενο σχεδιαστικό στάδιο τέθηκε ως στόχος ο περιορισμός των μελών του σιγμοειδούς μηχανισμού στα **τρία (n=3)**.

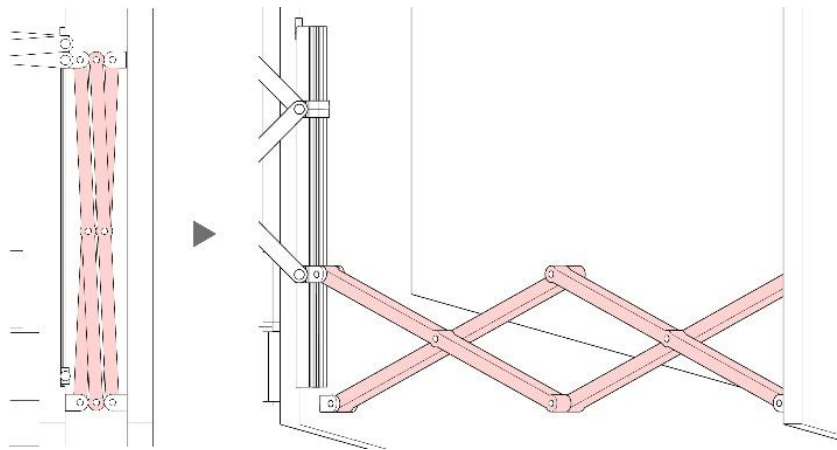
- ii. Στη λογική της απλούστευσης του σχεδιασμού και της αποκόμισης ενός συστήματος που ανταποκρίνεται στους κατασκευαστικούς περιορισμούς, στο επόμενο σχεδιαστικό στάδιο υιοθετήθηκε η αντίστροφη οπτική στη γεωμετρική διερεύνηση της κατασκευής.

Συγκεκριμένα, αντί η εξίσωση (4) να επιλύεται ως προς ϕ για δεδομένο α και να γίνεται βελτιστοποίηση, στο επόμενο σχεδιαστικό στάδιο θα τροφοδοτείται στην εξίσωση (4) η τιμή του ϕ που κρίνεται κατασκευαστικά καταλληλότερη και θα λαμβάνεται η αντίστοιχη τιμή του α .

6.6 Επανασχεδιασμός Κατασκευής

Ψαλιδωτός σύνδεσμος

Στον αρχικό σχεδιασμό των ψαλιδωτών συνδέσμων της κατασκευής προβλέπονται κοιλοδοκοί διατομής 60x40mm, οι οποίες στις περιοχές των αρθρώσεων, έχουν οπές διαμέτρου $\phi=20\text{mm}$, στο μέσο της μικρής πλευράς της διατομής τους και παράλληλα με τη μεγάλη πλευρά της. Γύρω από την οπή γίνεται διαπλάτυνση της δοκού κατά 15mm εκατέρωθεν ώστε να σχηματιστεί ένα κύλινδρος γύρω από την οπή, με εξωτερική διάμετρο $\phi=50\text{mm}$. (σχήμα 14).



Σχήμα 6.14: Ψαλιδωτός σύνδεσμος

Εξάρτημα που συνδέει ψαλιδωτό σύνδεσμο και σιγμοειδή μηχανισμό

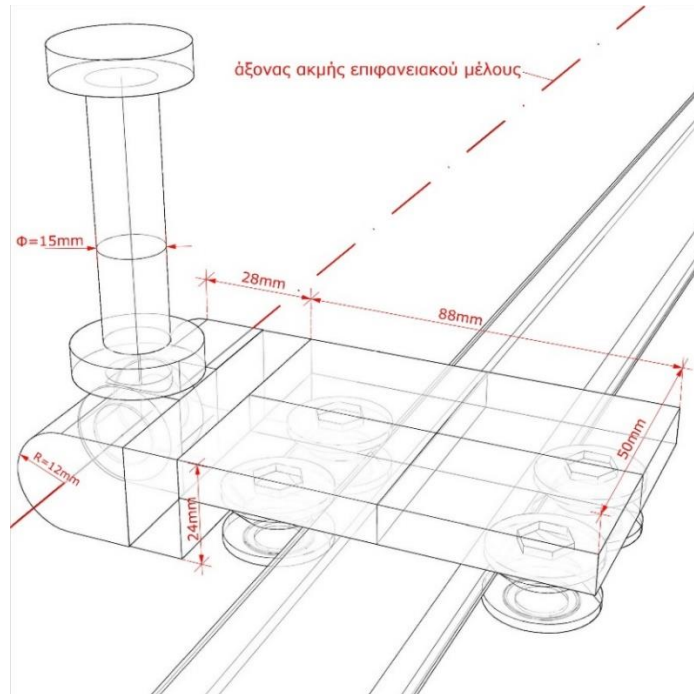
Έδρανο ολισθαίνον πάνω σε ράγες

Αυτό το εξάρτημα του συστήματος ουσιαστικά επιτρέπει τη μεταφορά με μονοσήμαντο τρόπο της κίνησης από το επιφανειακό μέλος της γειτονικής κυψέλης στο αντικρινό παράλληλο επιφανειακό μέλος της ίδιας κυψέλης.

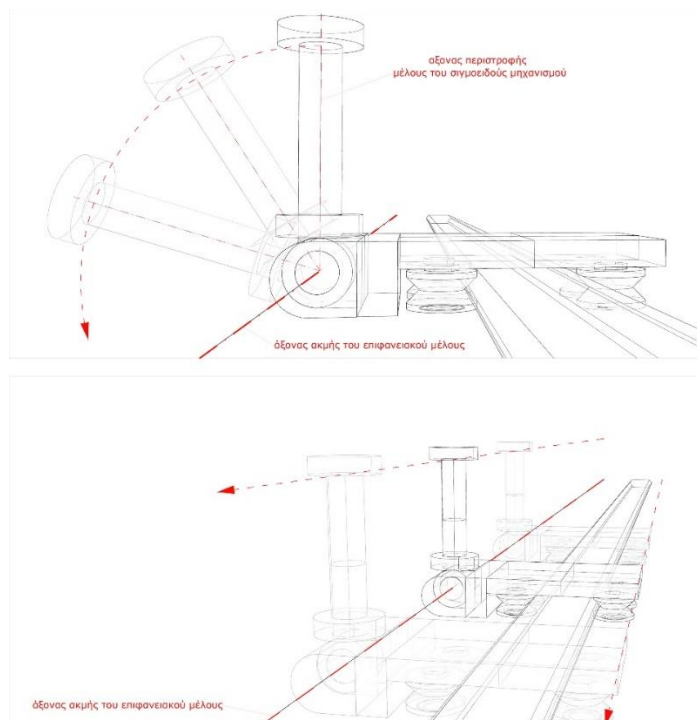
Πρόκειται για ένα έδρανο αποτελούμενο από μία βάση με τέσσερα ροδάκια που ολισθαίνουν πάνω σε μία ευθύγραμμη ράγα (σχήμα 15). Τα ροδάκια έχουν

περιφέρεια με γενέτειρα οξεία εισχωρούσα γωνία και τρέχουν πάνω σε ράγα που έχει την αντίστοιχη προεξέχουσα γωνία. Οι διαστάσεις και η μορφολογία του εδράνου φαίνονται στο σχήμα 6.15.

Στο σχήμα 6.16 φαίνονται οι κινήσεις που μπορεί να κάνει.



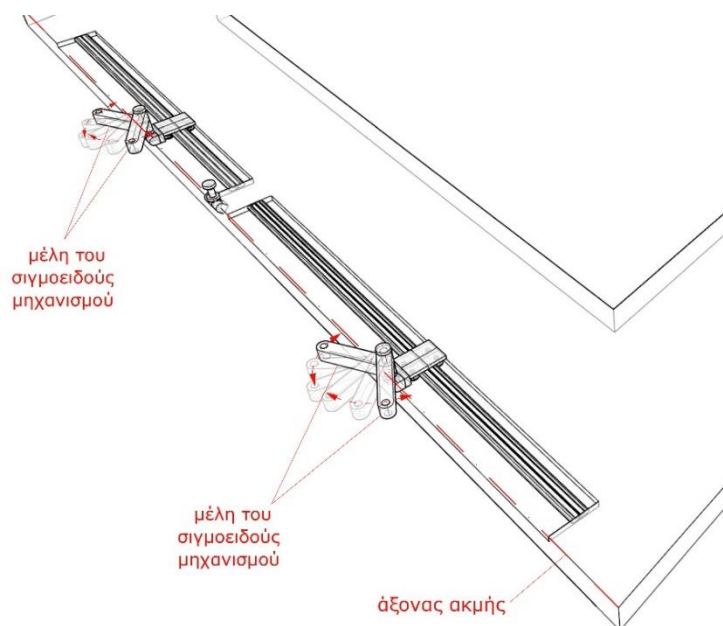
Σχήμα 6.15: Διαστάσεις και μορφολογία εδράνου



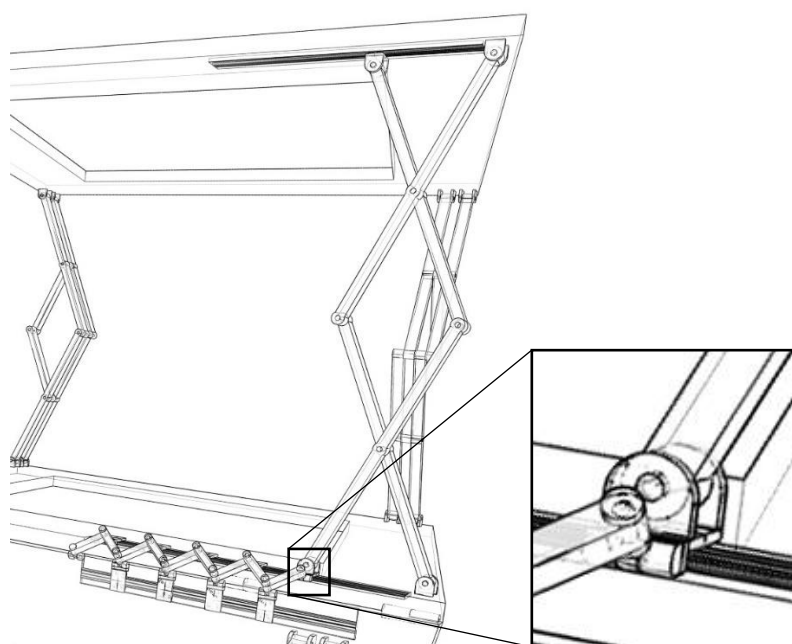
Σχήμα 6.16: Κίνηση και περιστροφή εδράνου

Στο σχήμα 6.17 φαίνεται η σύνδεση του εδράνου με μέλος του σιγμοειδούς μηχανισμού και η προσαρμογή της ράγας στο επιφανειακό μέλος της πτυσσόμενης κατασκευής. Όπως φαίνεται και στο σχήμα, η ράγα είναι προσαρμοσμένη έτσι ώστε να μην εξέχει από την παρειά του επιφανειακού μέλους.

Στο σχήμα 6.18 απεικονίζεται η σύνδεση των δύο μηχανισμών, του σιγμοειδούς και του ψαλιδωτού μέσω του ολισθαίνοντος εδράνου. Επάνω στο ίδιο έδρανο είναι προσαρμοσμένη άρθρωση και του σιγμοειδούς μηχανισμού και του ψαλιδωτού.



Σχήμα 6.17: Σύνδεση εδράνου με μέλος σιγμοειδούς μηχανισμού



Σχήμα 6.18: Σύνδεση σιγμοειδούς και ψαλιδωτού μηχανισμού με το ολισθαίνον έδρανο

Σιγμοειδής μηχανισμός

Στην παράγραφο 6.6 τέθηκε ως στόχος της γεωμετρική διερεύνησης που πραγματοποιείται σε αυτό το στάδιο η επίλυση της κατασκευής με κριτήριο την απλότητα και ευκολία στην κατασκευή και συντήρησή της.

Γι' αυτό και η επιδίωξη σε αυτό το στάδιο της μελέτης είναι η ελαχιστοποίηση των μελών και εξαρτημάτων που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή και η απλότητα στη διαδικασία της σύνδεσης μεταξύ τους. Επίσης επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση του συνολικού μήκους του όταν είναι σε πλήρη ανάπτυξη.

Για δεδομένες διαστάσεις εδράνου όπως αυτές ορίστηκαν στην παράγραφο **6.6.2**, από τις εξισώσεις **(1)** και **(2)** εξάγεται ότι το συνολικό μήκος του σιγμοειδούς προκύπτει όταν το μήκος x που καταλαμβάνει στη συνεπτυγμένη του μορφή γίνεται ελάχιστο, πράγμα που συμβαίνει όταν η γωνία B γίνεται μέγιστη:

$$(1), (2) \rightarrow L = \min \rightarrow x = \min \rightarrow \cos \phi = \min \rightarrow \phi = \max \quad (0^\circ \leq \phi \leq 90^\circ)$$

Με άλλα λόγια, στη συνέχεια θα αναζητηθεί η γωνία ϕ και η απόσταση α ώστε τα έδρανα του σιγμοειδούς μηχανισμού στη συνεπτυγμένη του μορφή να είναι σε επαφή.

Από την εξίσωση (3), το σχήμα 10 και τις διαστάσεις του εδράνου που δίνονται στο σχήμα 15 προκύπτει ότι:

$$2 \cdot \ell \cdot \cos \phi \geq 0.05 \text{ m} \Rightarrow 2 \cdot \frac{\alpha}{\sin \phi} \cdot \cos \phi \geq 0.05 \text{ m} \Rightarrow 2 \cdot \frac{\alpha}{\tan \phi} \geq 0.05 \text{ m} \Rightarrow \tan \phi \leq 40 \cdot \alpha$$

$$\text{Για } \phi = \max \rightarrow \tan \phi = \max \rightarrow \tan \phi_{\max} = 40 \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{40} \cdot \tan \phi$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (4) λαμβάνουμε:

$$\phi = 85,886^\circ \rightarrow \alpha = 0.3476 \approx 0.348 \text{ m}$$

Υπενθυμίζεται ότι παραπάνω απόσταση α είναι αυτή που απαιτείται να έχουν μεταξύ τους τα επιφανειακά μέλη δύο γειτονικών κυψελών προκειμένου ο σιγμοειδής σύνδεσμος που τα ενώνει να αποτελείται από τρία μέλη που ενώνονται με αρθρώσεις πάνω σε έδρανα (σχήμα 6.15) τα οποία στην κλειστή θέση του σιγμοειδούς εφάπτονται.

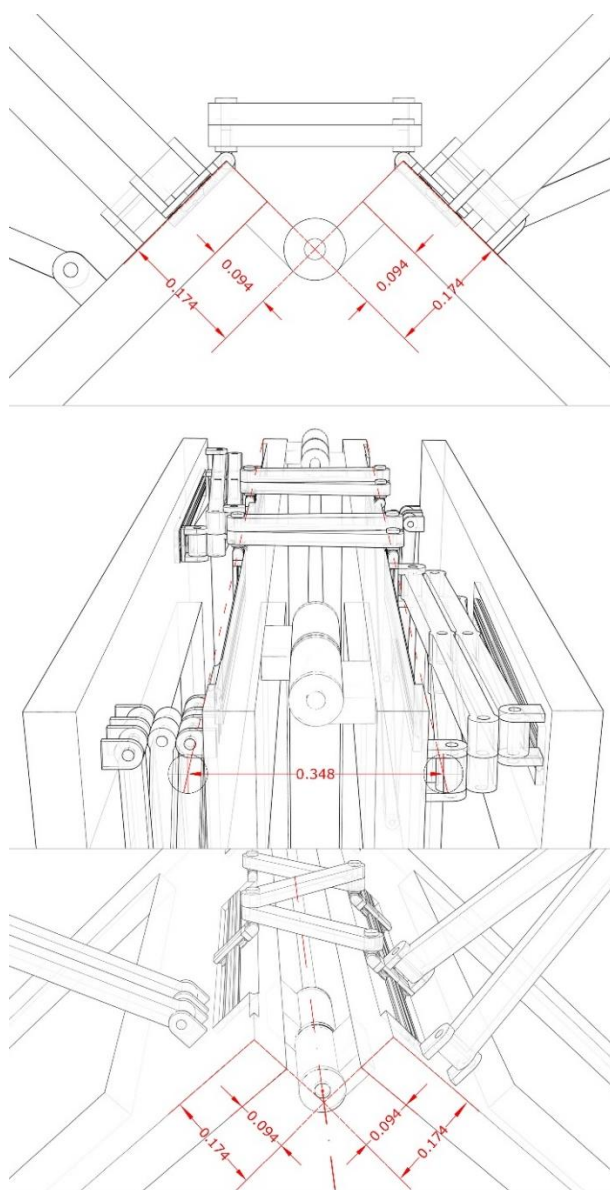
Σύνδεση γειτονικών επιφανειακών μελών των κυψελών με περιστροφικό σύνδεσμο και σιγμοειδή μηχανισμό

Για να επιτύχει ο περιστροφικός σύνδεσμος την παραπάνω απόσταση α ανάμεσα στα επιφανειακά μέλη δύο γειτονικών κυψελών πρέπει να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος μετακίνησης των αξόνων.

Το πάχος των επιφανειακών μελών ορίζεται στα 0.08 m, δηλαδή ελαφρά μεγαλύτερο από τα 0.07 m που του είχε δοθεί πρωτότερα. Η διαστασιολόγηση των

μελών στην κατασκευή που σχεδιάζεται ξεφεύγει από τους ερευνητικούς σκοπούς της παρούσας διατριβής. Παρ' όλ' αυτά, επειδή λόγω της εγχάραξης που έγινε στο επιφανειακό μέλος ώστε να μην εξέχει η ράγα από την παρειά του επιφανειακού μέλους και της συνακόλουθης μείωσης του στατικού του ύψους και μάλιστα στην περιοχή του όπου συγκεντρώνονται οι μεγαλύτερες εντάσεις κατά την ανάπτυξη της κατασκευής κρίνεται σκόπιμη η αύξηση του πάχους (στατικό ύψος) του μέλους. Η ακριβής τιμή του πάχους θα δοθεί σε μελλοντική μελέτη όταν γίνει ακριβής υπολογισμός των εντατικών μεγεθών που ενεργούν στην κατασκευή και γίνει ακριβής διαστασιολόγηση των μελών της.

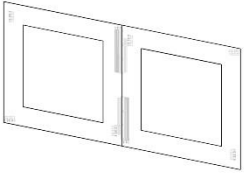
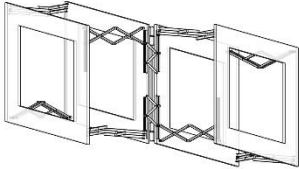

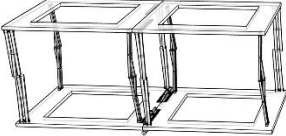
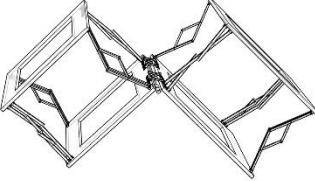

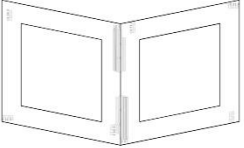
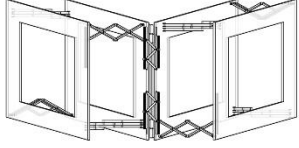

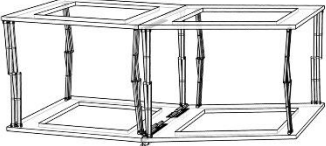
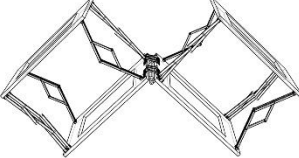
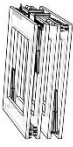
Για να επιτευχθεί η απόσταση $a=0.348$ m μεταξύ των επιφανειακών μελών ο άξονας του συνδέσμου μεταξύ τους πρέπει να μετακινηθεί κατά 0,094m έξω από την εξωτερική παρειά των μελών (σχήμα 6.19).



Σχήμα 6.19: Μετακίνηση αξόνων για τον περιστροφικό σύνδεσμο ανάμεσα στα δύο επιφανειακά μέλη

Σύνδεση δύο γειτονικών κυψελών

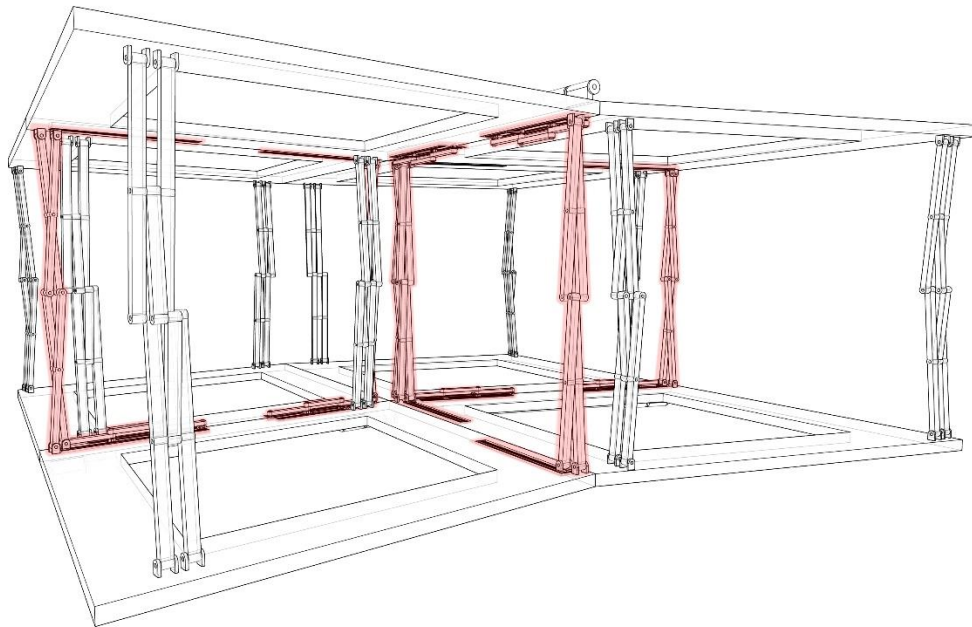
Η σύνδεση δύο γειτονικών κυψελών γίνεται μέσω του σιγμοειδούς μηχανισμού όπως αυτός περιγράφηκε στην παράγραφο 6.5 και ενός περιστροφικού συνδέσμου τροποποιημένου με την μέθοδο της μετακίνησης των αξόνων όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 6.7.4. Στο σύνολο της κατασκευής συνδέονται με αυτό τον τρόπο είτε δύο κυψέλες έχουν πανομοιότυπα επιφανειακά μέλη είτε δύο κυψέλες που εμφανίζουν κατοπτρική συμμετρία. Στο σχήμα 6.20 απεικονίζεται η δίπλωση δύο γειτονικών κυψελών με ίδια μέλη και η δίπλωση δύο κυψελών με κατοπτρική συμμετρία.

		±0	+90	+180
ΙΔΙΑ ΜΕΛΗ	ΚΑΤΟΨΗ			
	ΠΡΟΟΠΤΙΚΟ			
ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΑ ΜΕΛΗ	ΚΑΤΟΨΗ			
	ΠΡΟΟΠΤΙΚΟ			

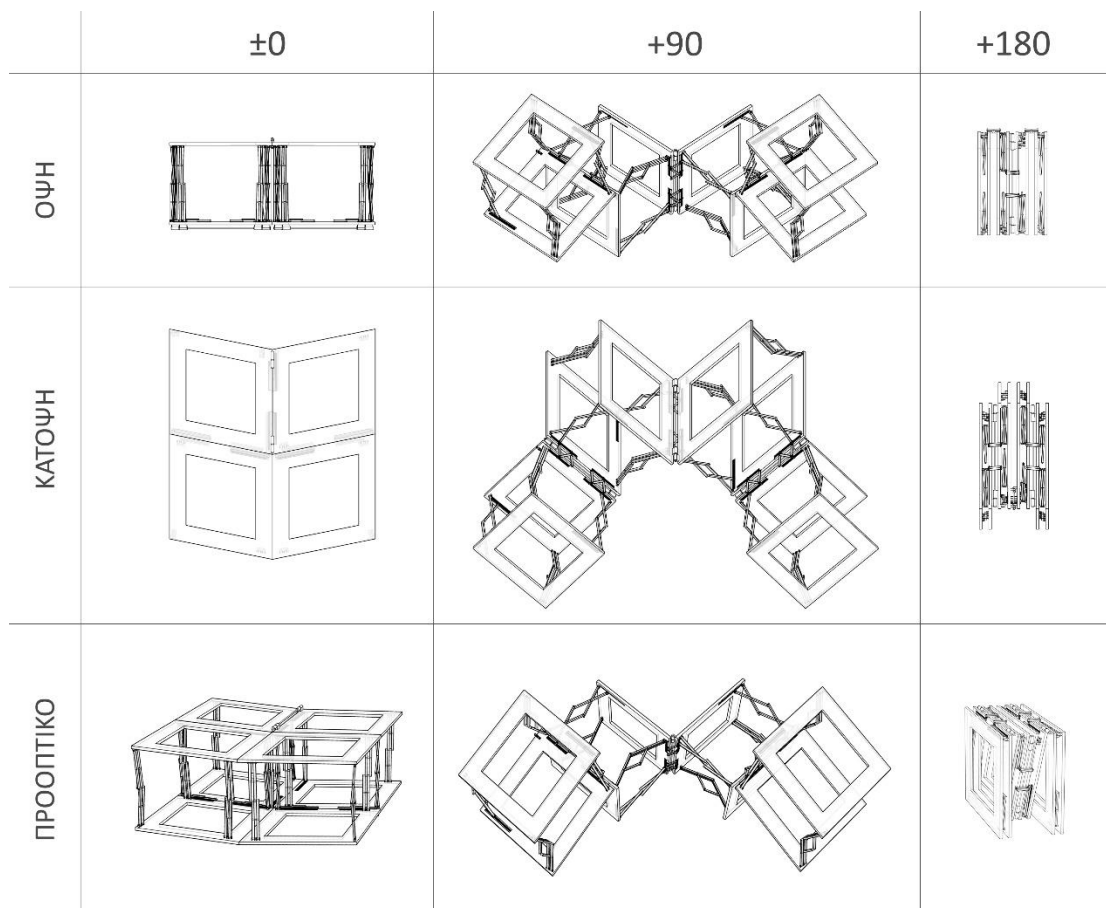
Σχήμα 6.20: Διαδικασία δίπλωσης για τους δύο συνδυασμούς κυψελών

Σύνδεση τεσσάρων γειτονικών κυψελών

Για να συνδεθούν τέσσερις κυψέλες μαζί στον κάναβο της κατασκευής χρησιμοποιείται η ίδια διάταξη ψαλιδωτού συνδέσμου-σιγμοειδούς μηχανισμού. Η διαφορά στην προκείμενη περίπτωση είναι ότι η διάταξη αυτή δε χρησιμοποιείται στις απέναντι πλευρές μιας κυψέλης, αλλά σε αυτές που είναι προσκείμενες στην ίδια γωνία. Στο σχήμα 21 απεικονίζεται ένα σύστημα τεσσάρων κυψελών σε πλήρη ανάπτυξη όπου με κόκκινο χρώμα έχει επισημανθεί η θέση των διατάξεων ψαλιδωτού συνδέσμου-σιγμοειδούς μηχανισμού. Στο σχήμα 6.22 αποτυπώνεται η διαδικασία της δίπλωσης ενός τέτοιου συστήματος.



Σχήμα 6.21: Σύστημα τεσσάρων κυψελών σε πλήρη ανάπτυξη και θέση διατάξεων ψαλιδωτού συνδέσμου-σιγμοειδούς μηχανισμού

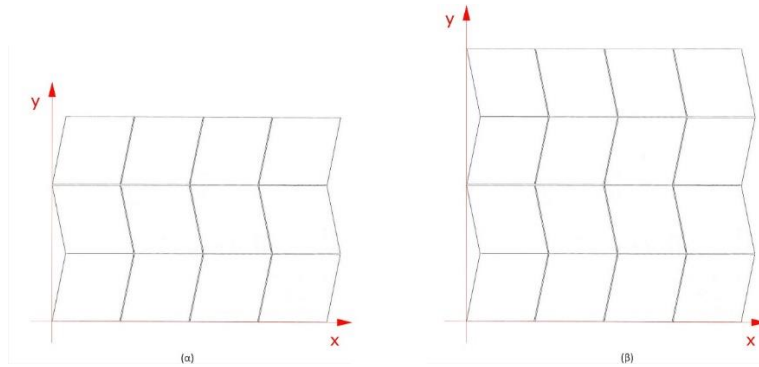


Σχήμα 6.21: Σύστημα τεσσάρων κυψελών σε πλήρη ανάπτυξη και θέση διατάξεων ψαλιδωτού συνδέσμου-σιγμοειδούς μηχανισμού

6.7 Η Κατασκευή ως Σύνολο

Στην παρούσα μελέτη, για τις κατασκευές που είχαν σαν ως σχεδιαστική αφετηρία την χάραξη Miura συνήθως για λόγους πειραματικής απλότητας και εφόσον δεν υπήρχαν άλλοι περιορισμοί, χρησιμοποιείτο κάναβος 4x3 (σχήμα 6.22(α)).

Για την πτυσσόμενη κατασκευή που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο η διαδικασία εκδίπλωση απλουστεύεται κατά πολύ όταν κατά τη διεύθυνση του y άξονα όπως φαίνεται στο σχήμα 6.22(β) συνδέεται ζυγός αριθμός επιφανειακών μελών. Αυτό συμβαίνει διότι οι βραχίωνες (κυψέλες συνδεδεμένες εν σειρά) της κατασκευής παράλληλα στο x άξονα εκπτύσσονται εκτός επιπέδου. Στην περίπτωση που οι βραχίωνες αυτοί είναι περιττοί σε αριθμό, κατά τη διαδικασία της εκδίπλωσης προκειμένου να ισορροπήσει επί οριζοντίου επιπέδου η κατασκευή στρέφεται ως προς την αρχική της θέση. Στην περίπτωση που οι βραχίωνες είναι άρτιοι σε αριθμό, η κατασκευή κατά την εκδίπλωσή της ισορροπεί επί οριζοντίου επιπέδου χωρίς να χρειάζεται να στραφεί στο σύνολό της.



Σχήμα 6.22: Κάναβοι 4x3 (α) και 4x4 (β)

Στο σχήμα 6.23 απεικονίζεται η διαδικασία εκδίπλωσης για μια κατασκευή Miura - Sarrus που αποτελείται από 4x4 κυψέλες.

	ΟΨΗ	ΚΑΤΟΨΗ	ΠΡΟΟΠΤΙΚΟ
±0			
+90			
+180			

Σχήμα 6.23: Διαδικασία εκδίπλωσης για κατασκευή Miura - Sarrus με 4x4 κυψέλες

6.8 Παρατηρήσεις

Η μελέτη που παρουσιάστηκε σε αυτό το κεφάλαιο έχει ως αντικείμενο τη δημιουργία αναδιπλούμενης κυψελοειδούς χωρικής κατασκευής η οποία βασίζεται στη διδιάστατη χάραξη Miura.

Ο σχεδιασμός της κίνησης δίπλωσης και εκδίπλωσης της κατασκευής χρησιμοποιεί ως σχεδιαστική αφετηρία από το σύνδεσμο Sarrus.

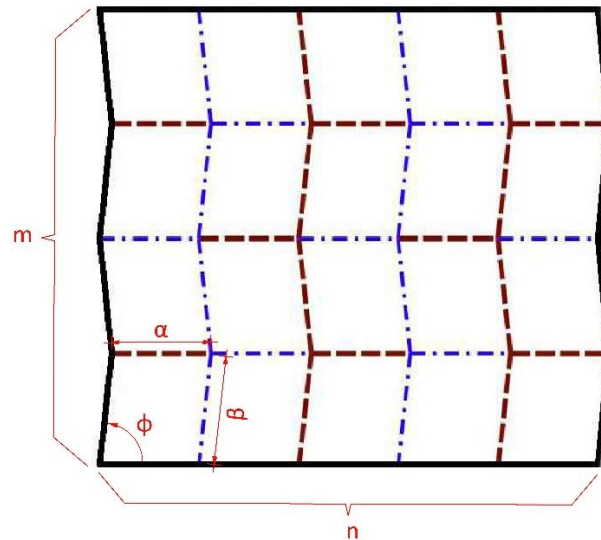
Όμως η κινηματική επίλυση της κατασκευής βασίζεται στην αρχή λειτουργίας των ψαλιδωτών μηχανισμών (scissor element mechanisms).

Η γεωμετρική και κινηματική διερεύνηση που έγινε οδήγησε στην αναδιπλούμενη χωρική που ονομάστηκε Miura-Sarrus και έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

- Έχει ένα βαθμό ελευθερίας (1DoF) και μπορεί να διαγράψει συνεχή μονοβάθμια κίνηση από την πλήρως ανοικτή μορφή της ως την πλήρως διπλωμένη.
- Στην πλήρως διπλωμένη μορφή της τα επιφανειακά μέλη της να βρίσκονται σε παραλληλία μεταξύ τους, δηλαδή να επιτυγχάνεται επίπεδη δίπλωση.
- Τα εγκάρσια στοιχεία που συνδέουν τις οριζόντιες στάθμες της συνεισφέρουν στην κατασκευή ροπή αδράνειας ισοδύναμα προς τους δυο κάθετους άξονες του επιπέδου (x και y).

Εκ των υστέρων, για τη διάταξη του σιγμοειδούς μηχανισμού σε συνδυασμό με τον εγκάρσιο ψαλιδωτό σύνδεσμο η οποία αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της έρευνας, μπορεί να λεχθεί το εξής:

Οι παράμετροι που ορίζουν μία διδιάστατη χάραξη Miura, οι οποίοι απεικονίζονται και στο σχήμα 6.24, είναι ακόλουθοι πέντε: Το μήκος της πλευράς α του παραλληλογράμμου, το μήκος της πλευράς β του παραλληλογράμμου, η γωνία ϕ ανάμεσα στις πλευρές α και β , το πλήθος n των παραλληλογράμμων κατά x και το πλήθος m των παραλληλογράμμων κατά y .



Σχήμα 6.24: Η χάραξη Miura και οι πέντε παράμετροι που την προσδιορίζουν

Η λειτουργία της διάταξης του σιγμοειδούς μηχανισμού σε συνδυασμό με τον εγκάρσιο ψαλιδωτό σύνδεσμο δε βασίζεται ούτε είναι συνάρτηση κάποιας από τις πέντε παραμέτρους (α , β , ϕ , m , n) της χάραξης Miura. Η παρατήρηση αυτή υποδηλώνει ότι ενδεχομένως η διάταξη αυτή να μπορεί να προσαρμοστεί και να λειτουργήσει με τον ίδιο τρόπο και σε άλλου είδους χαράξεις πέραν της Miura. Η διερεύνηση αυτή όμως αποτελεί μία μελλοντική μελέτη και δε θα γίνει στο πλαίσιο της παρούσας έρευνας.

7. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΠΛΥΣΗ ΠΤΥΣΣΟΜΕΝΗΣ ΔΟΜΟΣΤΟΙΧΕΙΩΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ CRATE STRUCTURE

7.1. Στόχοι και Σύντομη Περιγραφή

Το θέμα αυτού του κεφαλαίου είναι η ανάπτυξη καινοτόμου κυψελοειδούς χωρικού συστήματος με δυνατότητα αναδίπλωσης το οποίο ανήκει στην κατηγορία των δομοστοιχειωτών κατασκευών (modular structures).

Η κατασκευή αυτή ονομάστηκε Crate Structure και αποτελείται από πρισματικές μονάδες που έχουν προέλθει από χάραξη origami οι οποίες διατάσσονται στο χώρο δημιουργώντας ένα τριδιάστατο δίκτυο.

Το κεφάλαιο αυτό έχει ως αντικείμενο τη γεωμετρική επίλυση και μορφολογική διερεύνηση αναδιπλούμενη χωρικής δομής Crate Structure.

Οι μονάδες που αποτελούν την κατασκευή βασίζονται στη γεωμετρία του κανονικού εξαγώνου και μπορούν να διπλώνουν στο επίπεδο. Όπως και οι επιμέρους μονάδες της, η κατασκευή στο σύνολό της έχει τη δυνατότητα της επίπεδης δίπλωσης. Στην πλήρως διπλωμένη διαμόρφωσή της, οι μονάδες της δημιουργούν ένα εξαγωνικό μοτίβο. Από την πλήρως διπλωμένη θέση της μπορεί να επεκταθεί στην πλήρως ανεπτυγμένη μορφή της ακολουθώντας τροχιά κάθετη στο επίπεδο της πλήρως διπλωμένης θέσης της.

Σχεδιάζονται δύο ειδών μονάδες origami. Η διαφορά ανάμεσά τους έγκειται στον τρόπο που διπλώνουν στο επίπεδο. Η διαδικασία δίπλωσης καθεμιάς περιγράφεται λεπτομερώς σε επόμενη ενότητα.

Οι πρισματικές μονάδες origami τοποθετούνται σε ορθογώνιο κάναβο και παράγουν ένα γεωμετρικό χωρικό μοτίβο. Αυτό το χωρικό μοτίβο αποτελεί το γεωμετρικό μοντέλο μηδενικού πάχους της Crate Structure. Το γεωμετρικό μοντέλο της κατασκευής συνολικά όπως διαμορφώνεται με τις συνιστώσες που το αποτελούν επιτυγχάνει επίπεδη δίπλωση.

Από το γεωμετρικό μοντέλο μηδενικού πάχους της στοιχειοδομής προκύπτει μία τριδιάστατη κατασκευή από μέλη με πραγματικό πάχος υλικού. Η κατασκευή αυτή έχει τη δυνατότητα της αναδίπλωσης και μπορεί να διπλώσει πλήρως σε μία κλειστή θέση.

Για να επιτευχθεί αυτό πραγματοποιείται γεωμετρική και μηχανική διερεύνηση καθώς και επεξεργασία των συνδέσμων που χρησιμοποιούνται.

Ο βασικός ερευνητικός στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι η αναδιπλούμενη χωρική δομή Crate Structure είναι οι παρακάτω:

- Να μπορεί να κινείται μεταξύ μιας πλήρως εκδιπλωμένης μορφής (θέση λειτουργίας) σε μία κλειστή όπου οι δομικές μονάδες της θα βρίσκονται σε παραλληλία.
- Η μετάβαση ανάμεσα στις δύο αυτές ακραίες θέσεις να γίνεται σε μία συνεχόμενη και μονοβάθμια κίνηση.

Ο σχεδιασμός της κατασκευής Crate περιλαμβάνει διάφορα στάδια διερεύνησης, στο καθένα από τα οποία υπάρχουν επιμέρους ερευνητικοί στόχοι.

Η γεωμετρική διερεύνηση της κατασκευής έχει δύο επιμέρους στόχους:

- Τα δύο είδη μονάδων που σχεδιάζονται να έχουν ένα βαθμό ελευθερίας και να μπορούν να επιτύχουν επίπεδη δίπλωση σε μία μονοβάθμια κίνηση. Η δίπλωση του ενός από τα δύο είδη είναι μονοβάθμια εξ αρχής. Το δεύτερο είδος όμως απαιτεί περαιτέρω σχεδιασμό ώστε να καταστεί η δίπλωσή του μονοβάθμια.
- Η πλήρως διπλωμένη και επίπεδη μορφή του μοντέλου διαμορφώνει ένα καινούριο γεωμετρικό μοτίβο, το οποίο προφανώς ανήκει στο επίπεδο. Συνεπώς ο δεύτερος στόχος της γεωμετρικής διερεύνησης είναι να σχεδιαστεί ένα χωρικό (τριδιάστατο) μοτίβο που μέσω γεωμετρικών μετασχηματισμών να μεταβαίνει σε ένα διδιάστατο (επίπεδο) μοτίβο και αντίστροφα.

Η διερεύνηση της κατασκευής ως τριδιάστατη δομή εμπεριέχει τους δύο παραπάνω στόχους προσαρμοσμένους στην απαίτηση τα μέλη της κατασκευής να έχουν μη μηδενικό πάχος.

Συνολικά σε αυτό το στάδιο της μελέτης οι επιμέρους στόχοι είναι:

- Τα δύο είδη δομικών μονάδων της κατασκευής να έχουν ένα βαθμό ελευθερίας και να μπορούν να επιτύχουν επίπεδη δίπλωση σε μία μονοβάθμια κίνηση.
- Η κατασκευή ως ένα τριδιάστατο χωρικό μοτίβο μη μηδενικού πάχους μέσω μίας συνεχούς και μονοβάθμιας κίνησης να μπορεί να μεταβεί σε μία πλήρως διπλωμένη θέση η οποία αντιστοιχεί στο διδιάστατο μοτίβο του γεωμετρικού μοντέλου.

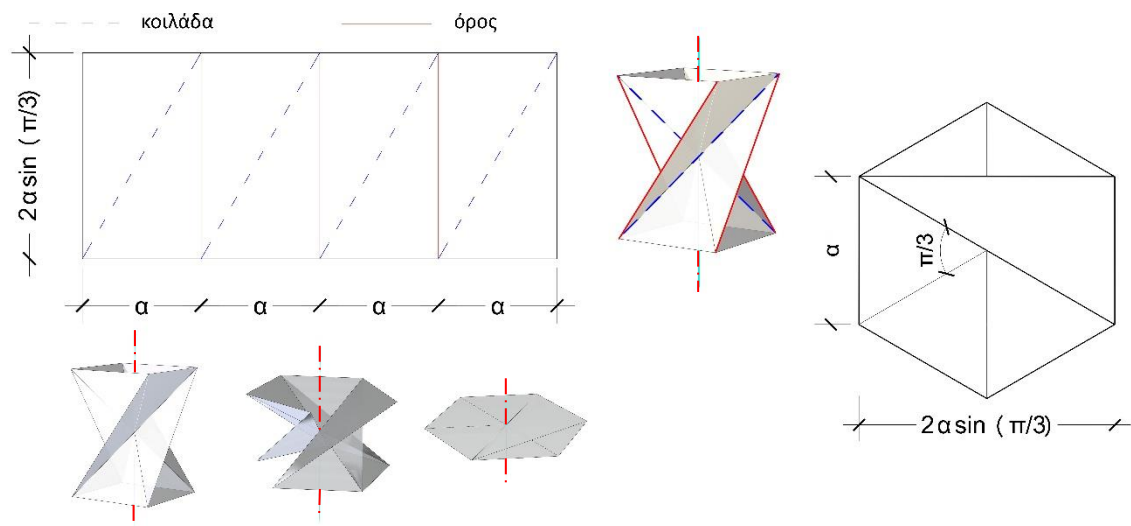
Μεθοδολογία της ερευνητικής προσέγγισης

Η κατασκευή αρχικά προσεγγίζεται ως μια τριδιάστατη γεωμετρική δομή μηδενικού πάχους. Διερευνώνται η κινηματική της συμπεριφορά, οι βαθμοί ελευθερίας που έχει ως σύστημα, η διαδικασία δίπλωσης και εκδίπλωσης και βελτιστοποιούνται. Στη συνέχεια η κατασκευή μετατρέπεται από γεωμετρική δομή μηδενικού πάχους σε μία η οποία είναι κατασκευασμένη από πραγματικά υλικά μη μηδενικού πάχους με τρόπο που δεν επηρεάζεται η κινηματική της συμπεριφορά.

7.2. Γεωμετρική Διερεύνηση της Crate Structure

Σχεδιασμός πρισματικών μονάδων μηδενικού πάχους υλικού

Η γεωμετρική διερεύνηση της κατασκευής απαιτεί αρχικά υπόθεση μηδενικού πάχους υλικού για τα στοιχεία της προτεινόμενης δομής. Η γεωμετρική κατασκευή συντίθεται από λεπτότοιχες πρισματικές μονάδες με στρεβλό σχήμα, οι οποίες προκύπτουν από διπλώσεις origami (σχήμα 7.1). Το ανάπτυγμα αυτών των μονάδων αποτελείται από τέσσερα όμοια ορθογώνια τοποθετημένα εν σειρά, το καθένα από τα οποία διαιρείται σε δύο τρίγωνα εκατέρωθεν της διαγωνίου του. Έτσι, οι διαγώνιες πτυχές είναι παράλληλες μεταξύ τους. Οι διαστάσεις των πλευρών κάθε ορθογωνίου έχουν λόγο $2\sin(\pi/3) = 2\sin(60^\circ) \approx 1,732$. Η επιλογή αυτής της αναλογίας θα αναλυθεί λεπτομερώς σε επόμενη ενότητα.



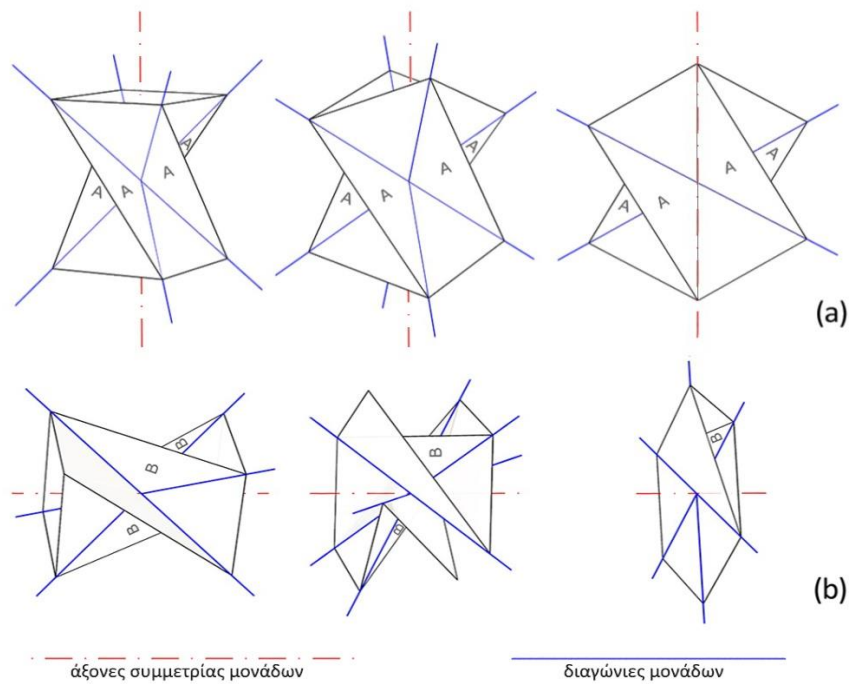
Σχήμα 7.1: Μοτίβο πτύχωσης των μονάδων και γεωμετρική κατασκευή των διαστάσεων των πλευρών.

Κατά τη διαδικασία της δίπλωσης, το μοτίβο πτύχωσης παράγει στρεβλές πρισματικές μορφές με τετράγωνη βάση που εμφανίζουν αξονική συμμετρία ως προς τον κατακόρυφο άξονά τους (Σχήμα 7.2). Οι μορφές αυτές μπορούν να επιτύχουν επίπεδη δίπλωση με δύο διαφορετικούς τρόπους. Ανάλογα με τον τρόπο που διπλώνουν διακρίνονται σε μονάδες «Τύπου Α» και μονάδες «Τύπου Β»:

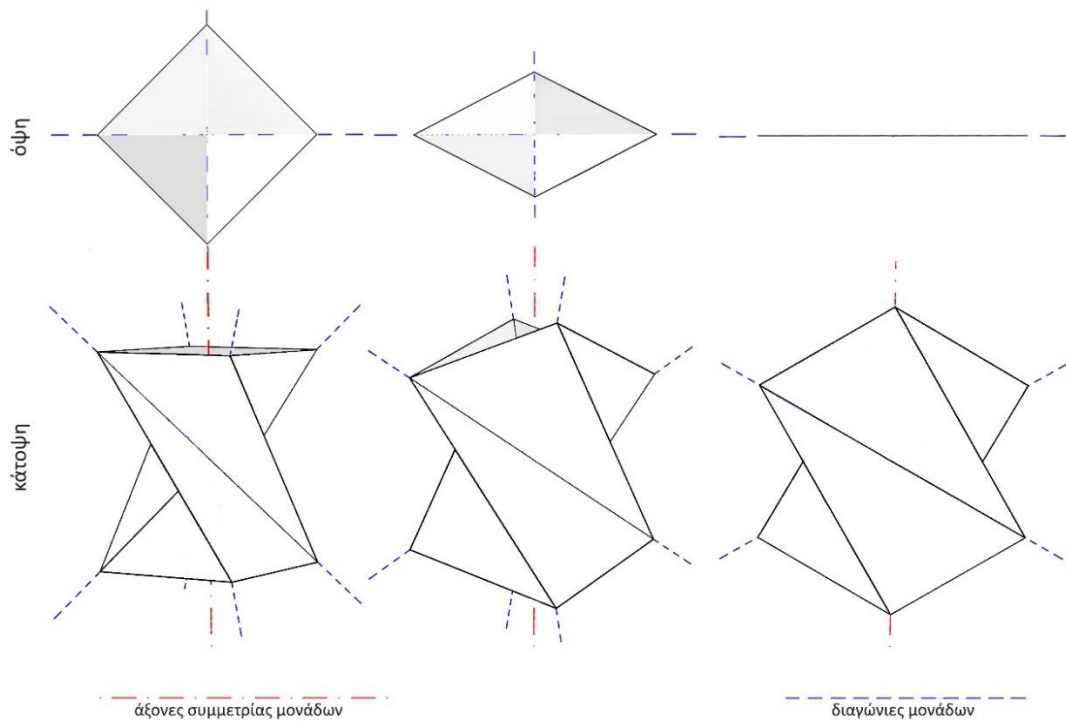
Οι μονάδες «Τύπου Α» διπλώνουν επίπεδα σε κατακόρυφο επίπεδο παράλληλο προς τον άξονα συμμετρίας τους (σχήμα 7.2α και σχήμα 7.3). Αυτό συμβαίνει όταν κατά τη διαδικασία της δίπλωσης η μεταβολή της γωνίας είναι ίση και ομόρροπη στις απέναντι ακμές της μονάδας και αντίθετη και αντίρροπη στις παρακείμενες (γειτονικές) ακμές της μονάδας. Στο Σχήμα 7.2 οι περιοχές Α συνδέονται με τέτοιο τρόπο ώστε να περιστρέφονται μόνο γύρω από τις αντίθετες διαγώνιές τους. Οι μονάδες «Τύπου Α» αποτελούν τα κατακόρυφα στοιχεία της κατασκευής.

Οι μονάδες «Τύπου Β» διπλώνουν επίπεδα σε ένα επίπεδο που είναι κάθετο προς τον άξονα συμμετρίας τους. Αυτό συμβαίνει όταν κατά τη διαδικασία της δίπλωσης η μεταβολή της γωνίας είναι ίση και ομόρροπη σε όλες τις ακμές της μονάδας (Σχήμα 7.3). Οι μονάδες «Τύπου Β» αποτελούν τα οριζόντια στοιχεία της δομής. Τα όριά τους έχουν διάσταση a και $2a\sin(\pi/3)$.

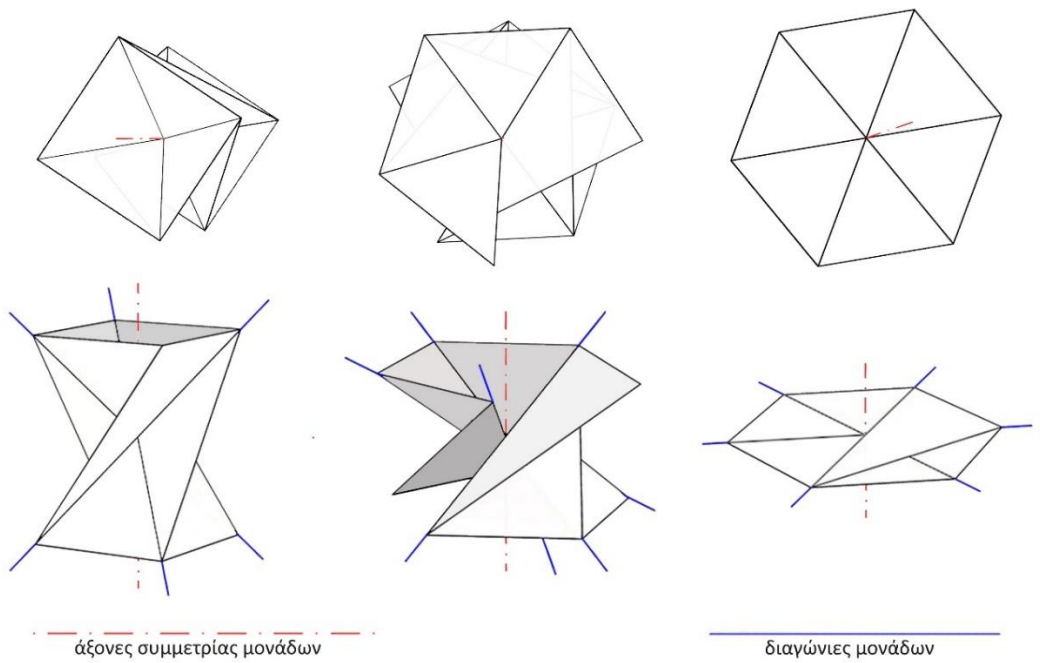
Τόσο οι μονάδες «Τύπου Α» όσο και οι μονάδες «Τύπου Β» στην πλήρως διπλωμένη μορφή τους εγγράφονται σε ένα κανονικό εξάγωνο (Σχήμα 7.3(b) και 7.4).



Σχήμα 7.2: Οι δύο τρόποι με τους οποίους μπορούν διπλωθούν οι μονάδες



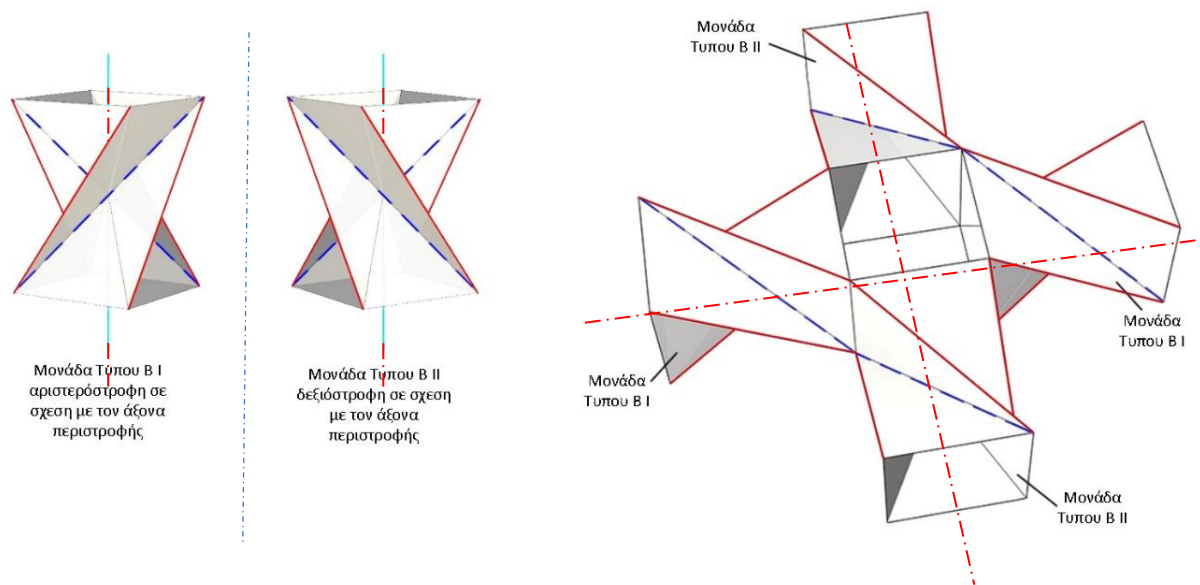
Σχήμα 7.3: Μονάδες «Τύπου A», τα κατακόρυφα στοιχεία της κατασκευής



Σχήμα 7.4: Μονάδες «Τύπου B» τα οριζόντια μέλη της κατασκευής.

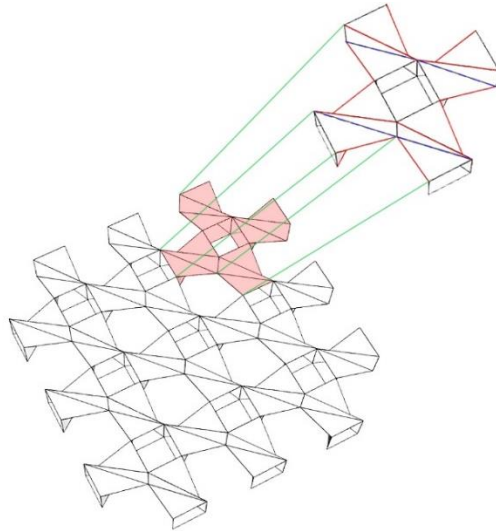
7.3. Οργάνωση των Πρισματικών Μονάδων σε Δίκτυο

Η οργάνωση των μονάδων σε τριδιάστατο δίκτυο όπως περιγράφεται στην ενότητα αυτή αναφέρεται στην πλήρως ανεπτυγμένη μορφή του συστήματος. Για τα οριζόντια στοιχεία της δομής χρησιμοποιούνται Μονάδες «Τύπου Β». Προκειμένου να επιτευχθεί επίπεδη δίπλωση, οι μισές Μονάδες «Τύπου Β» είναι κατοπτρικά είδωλα στις άλλες μισές. Όλες οι μονάδες είναι διατεταγμένες σε ορθογώνιο οριζόντιο δίκτυο, εξασφαλίζοντας τη σύνδεσή τους με μια κατοπτρική μονάδα στις δύο απέναντι πλευρές κάθε μιας από τις τετράγωνες βάσεις της. Τα στοιχεία αυτά συνδέονται με περιστροφικούς συνδέσμους που επιτρέπουν την περιστροφή τους γύρω από το κοινό τους όριο (σχήμα 7.5).

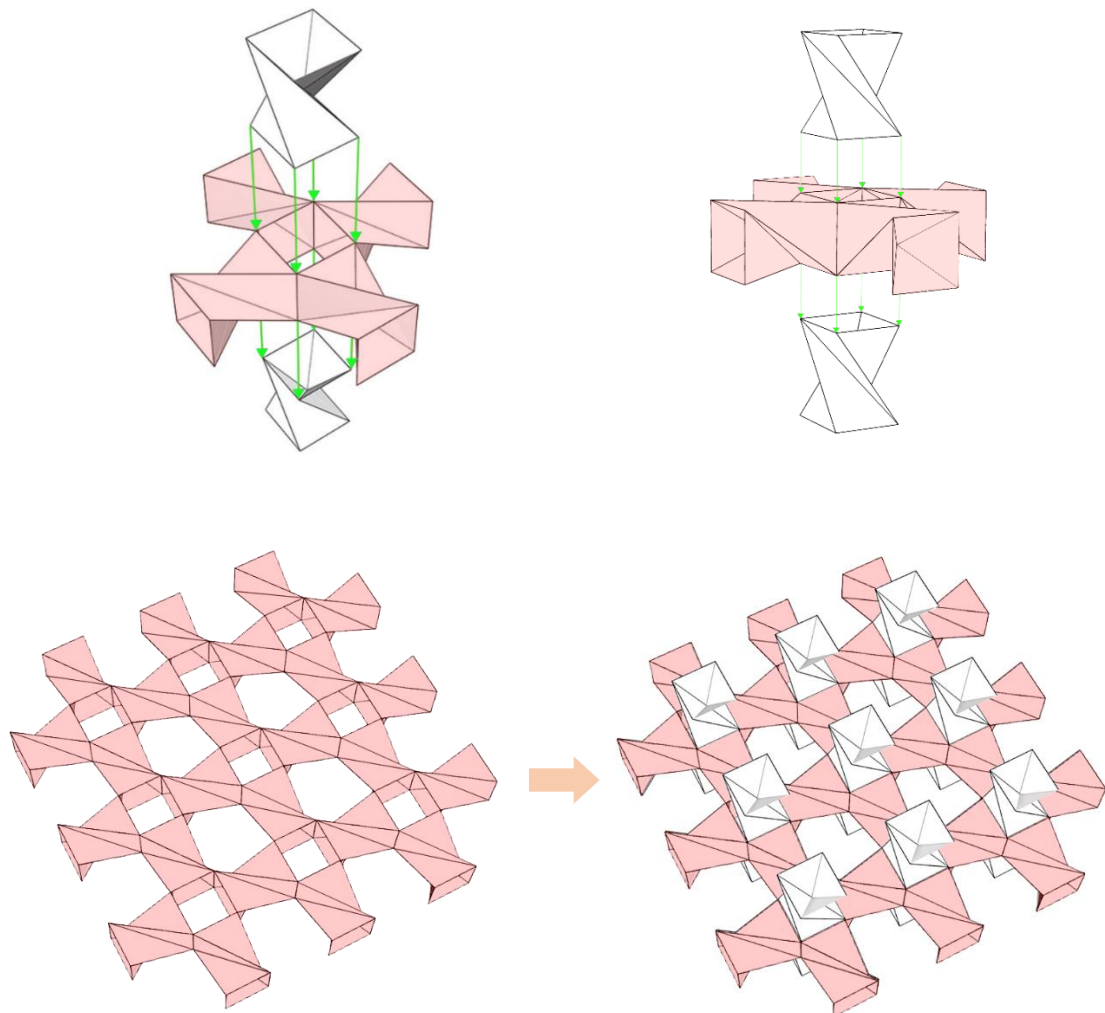


Σχήμα 7.5: Μονάδες Τύπου Β συνδέονται με το κατοπτρικό τους είδωλο σε ορθογώνιο οριζόντιο δίκτυο

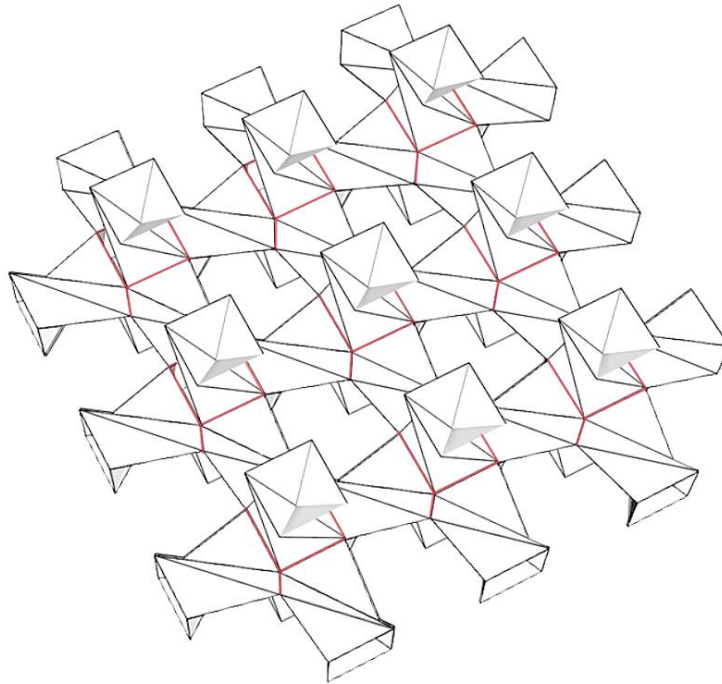
Για τα κατακόρυφα στοιχεία της δομής χρησιμοποιούνται Μονάδες «Τύπου Α». Κάθε μία έχει τις τέσσερις πλευρές της βάσης της συνδεδεμένες με τις υπόλοιπες ελεύθερες πλευρές των μονάδων τύπου Β. Τα στοιχεία αυτά συνδέονται με περιστροφικούς συνδέσμους που επιτρέπουν τη στροφή τους γύρω από την κοινή τους άκρη (Σχήμα 7.8). Η χρήση κατοπτρικών εικόνων των μονάδων για τα κατακόρυφα μέρη του δικτύου, δεν επιφέρει καμία αλλαγή στην κινηματική απόδοση της κατασκευής ως σύνολο.



Σχήμα 7.6: Συναρμογή των Μονάδων Τύπου Β Ι και Β ΙΙ στο ορθογώνιο οριζόντιο δίκτυο



Σχήμα 7.7: Συναρμογή των Μονάδων Τύπου Α στο δίκτυο



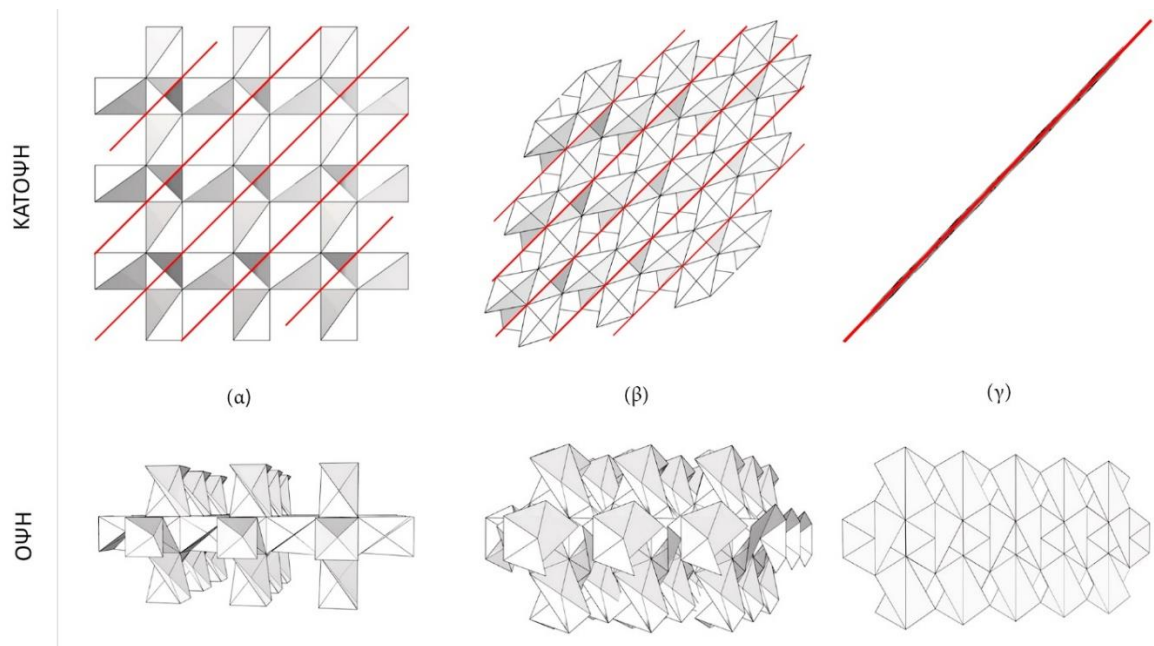
Σχήμα 7.8: Άξονες των περιστροφικών συνδέσμων που συνδέουν τις οριζόντιες και τις κατακόρυφες μονάδες του συστήματος

7.4. Διαδικασία Δίπλωσης και Τελική Θέση Πλήρως Επίπεδης Δίπλωσης.

Τα λοξά λεπτότοιχα πρίσματα που αποτελούν τις μονάδες τύπου A και B διατάσσονται σε ένα ορθογώνιο πλέγμα όπως απεικονίζεται στο σχήμα 7.7. Στην πλήρως αναπτυγμένη της μορφή η δομή παράγει μια ακολουθία που δημιουργεί ένα τριδιάστατο γεωμετρικό μοτίβο.

Κατά την εφαρμογή εξωτερικής δύναμης στη δομή, κάθε μέλος της συμπύσσεται με τον τρόπο που περιγράφεται λεπτομερώς σε επόμενη ενότητα. Καθ' όλη τη διαδικασία, η συνολική δομή διπλώνει επίπεδα προς ένα κατακόρυφο επίπεδο, παράλληλα προς τις διαγώνιες των τετραγώνων βάσεων των κατακόρυφων στοιχείων origami.

Οι οριζόντιες μονάδες της δομής επιτυγχάνουν επίπεδη δίπλωση σε μορφή κανονικού κυρτού εξαγώνου, ενώ οι κάθετες μονάδες πραγματοποιούν επίπεδη δίπλωση σε μορφή κοίλου εξαγώνου ίσων πλευρών.



Σχήμα 7.9: Στοχευόμενη διαδικασία δίπλωσης: (α) πλήρως ανεπτυγμένη μορφή, (β)ενδιάμεση μορφή, (γ) πλήρως επίπεδη διπλωμένη μορφή

Ένας από τους στόχους της γεωμετρικής διερεύνησης της κατασκευής, όπως περιγράφηκε παραπάνω, είναι ο εξής:

Οι πρισματικές μονάδες origami τοποθετούνται σε ορθογώνιο κάναβο και παράγουν ένα γεωμετρικό χωρικό μοτίβο. Κάθε ένα από τα δύο είδη μονάδων origami που συνθέτουν την κατασκευή δίπλώνει σε επίπεδη μορφή με διαφορετικό τρόπο. Η κατασκευή συνολικά όπως διαμορφώνεται με τις συνιστώσες που την αποτελούν επιτυγχάνει επίπεδη δίπλωση. Η πλήρως διπλωμένη και επίπεδη μορφή της κατασκευής διαμορφώνει ένα καινούριο γεωμετρικό μοτίβο, το οποίο προφανώς ανήκει στο επίπεδο.

Επομένως, επιτυγχάνοντας επίπεδη δίπλωση για τη γεωμετρική κατασκευή που περιγράφηκε παραπάνω, επιτυγχάνεται και η πλήρης μετάβαση από ένα γεωμετρικό μοτίβο τριών διαστάσεων σε ένα αντίστοιχο μοτίβο δύο διαστάσεων και αντίστροφα.

7.5. Βαθμοί Ελευθερίας Μονάδων Origami και Κατασκευής

Βαθμοί ελευθερίας και γεωμετρία των μονάδων Τύπου A:

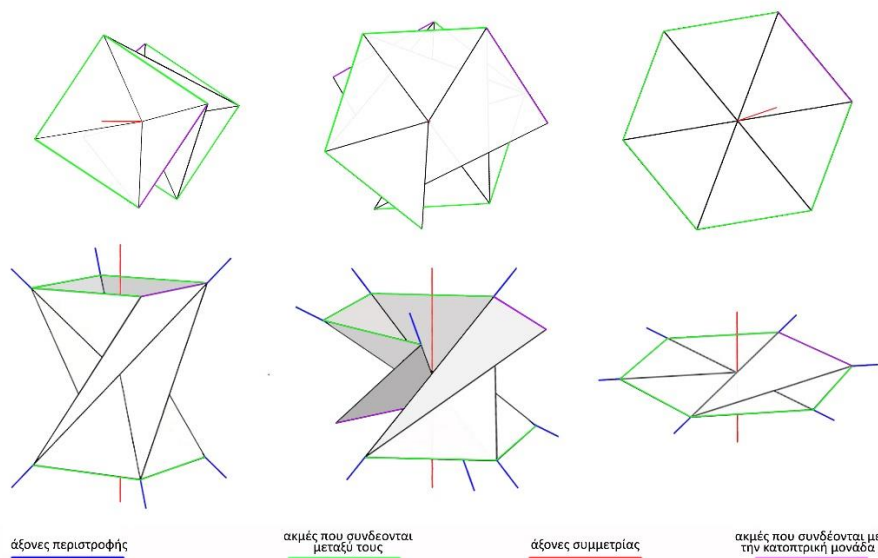
Οι πρισματικές origami μονάδες Τύπου A που χρησιμοποιούνται για τα κατακόρυφα μέλη της κατασκευής παρουσιάζουν ένα βαθμό ελευθερίας και πραγματοποιούν μια μονοβάθμια κίνηση (Σχήμα 7.3). Οι δίεδρες γωνίες που σχηματίζονται πάνω στους άξονες περιστροφής τους μεταβάλλονται είτε από 0° έως $109,47^\circ$ είτε από $109,47^\circ$

έως 180° . Όταν η πρισματική μονάδα Τύπου A είναι στην πλήρως ανεπτυγμένη μορφή της, οι τέσσερις διέδρες γωνίες ανάμεσα στα επίπεδα που σχηματίζουν την πυραμιδοειδή μορφή στο εσωτερικό της σχηματίζουν γωνίες $109,47^\circ$. Στη θέση αυτή οι ακμές των παραπάνω επιπέδων σχηματίζουν τετραγωνικές βάσεις. Οι γωνίες ανάμεσα στις ακμές αυτές είναι προφανώς 90° . Στη θέση όπου η πρισματική μονάδα Τύπου A είναι πλήρως διπλωμένη στο επίπεδο, οι παραπάνω διέδρες γωνίες λαμβάνουν τιμή 0° ή 180° ανάλογα με τη θέση που έχουν σε σχέση με την επίπεδη δίπλωση.

Βαθμοί ελευθερίας και γεωμετρία των μονάδων Τύπου B

Οι μονάδες Τύπου B έχουν περισσότερους από ένα βαθμό ελευθερίας και η κίνηση που πραγματοποιούν δεν είναι μονοβάθμια.

Στόχος του σχεδιασμού σε αυτό το στάδιο είναι: (α) να περιοριστούν οι βαθμοί ελευθερίας των μονάδων Τύπου B σε δύο (β) τα τρία από τα τέσσερα επίπεδα που σχηματίζουν την πυραμιδοειδή μορφή στο εσωτερικό της μονάδας να κάνουν μια συντονισμένη μονοβάθμια κίνηση (γ) οι αντίστοιχες ακμές των παραπάνω επιπέδων κατά τη διαδικασία της δίπλωσης και εκδίπλωσης να κινούνται πάνω σε κοινό επίπεδο (δ) στην πλήρως ανοικτή θέση οι παραπάνω ακμές να σχηματίζουν μεταξύ τους ορθές γωνίες ενώ στην πλήρως διπλωμένη θέση οι ίδιες ακμές να σχηματίζουν μεταξύ τους γωνίες 120° και να αποτελούν τρεις συνεχόμενες πλευρές ενός εξάγωνου (ε) το τέταρτο επίπεδο συνδέεται με τη γειτονική κατοπτρική μονάδα origami κάνει διαφορετικού είδους κίνηση. Τα παραπάνω φαίνονται διαγραμματικά στο σχήμα 7.10.



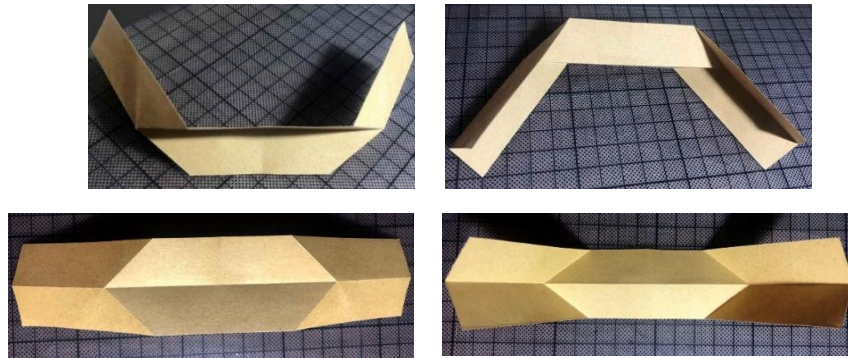
Σχήμα 7.10: Η επιδιωκόμενη διαδικασία δίπλωσης- εκδίπλωσης της μονάδας Τύπου A

Προκειμένου να περιοριστούν οι βαθμοί ελευθερίας των μονάδων Τύπου Β στο πλαίσιο της έρευνας αναπτύχθηκε ένα καινοτόμο εξάρτημα που βασίζεται σε χάραξη origami που ονομάστηκε origami plier το οποίο προσαρτάται στις μονάδες Τύπου Β. Το εξάρτημα αυτό έχει την ιδιότητα να ορίζει τη σχέση της γωνίας που έχουν δυο ή περισσότερα μέλη τα οποία συνδέονται μαζί του επιτρέποντας μόνο μονοβάθμια κίνηση. Στην εικόνα 7.11 εικονίζεται μοντέλο από χαρτί του εξαρτήματος. Στο σχήμα 7.12 δίνεται το μοτίβο πτύχωσής του όπου με κόκκινο χρώμα είναι σημειωμένες οι κυρτές πτυχώσεις (όρη) και με μπλε η κοίλη πτύχωση (κοιλιάδα). Στο σχήμα 7.13 δίνεται η γεωμετρική του περιγραφή και η σχέση των γωνιών που σχηματίζουν τα μέλη του καθώς κινούνται.

Σχεδιασμός εξαρτήματος origami plier

Η χάραξη του εξαρτήματος origami plier περιέχει μόνο δύο κορυφές τέταρτου βαθμού. Στην κάθε μία συναντιούνται τρεις κυρτές ομοειδείς πτυχώσεις (κοίλες ή κυρτές ανάλογα με την πλευρά που βλέπουμε τη χάραξη) και μία αντίστροφη (αντίστοιχα κυρτή ή κοίλη). Οι γωνίες που δημιουργούνται στις κορυφές έχουν μέτρο 45° και 135° .

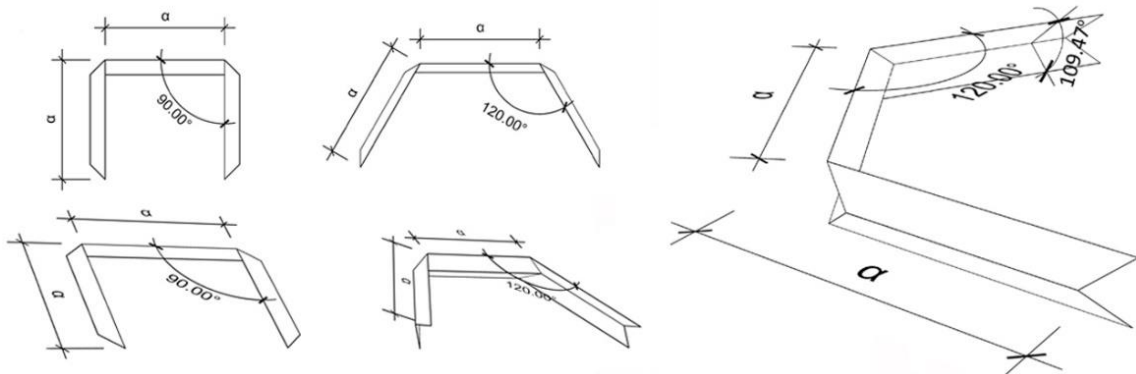
Το Origami Plier έχει τη δυνατότητα επίπεδης δίπλωσης. Όταν είναι διπλωμένο στο επίπεδο οι ακμές που συντρέχουν σε κάθε πτύχωση σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία (Σχήμα 7.13). Καθώς το εξάρτημα -origami plier εκπτύσσεται από το επίπεδο η διέδρη γωνία με κορυφή τη διαμήκη πτύχωσή του αυξάνεται. Η γωνία που σχηματίζουν οι εξωτερικές ακμές των παρειών του επίσης αυξάνονται. Όταν η διέδρη γωνία της διαμήκους πτύχωσης λάβει τιμή $109,47^\circ$ η γωνία ανάμεσα στις εξωτερικές ακμές των παρειών του λαμβάνει τιμή 120° όταν η ίδια διέδρη γωνία είναι 0° , η αντίστοιχη γωνία που σχηματίζουν οι εξωτερικές ακμές των μελών του είναι 90° . Οι ακμές του origami plier κινούνται πάντα πάνω στο ίδιο επίπεδο. Η κίνηση των μελών του είναι μονοβάθμια. Τα μέλη του κινούνται γύρω από τις χαράξεις του μοτίβου πτύχωσης σχηματίζοντας διέδρες γωνίες από 0° (στην πλήρως διπλωμένη θέση) έως 180° στην πλήρως ανεπτυγμένη θέση. Στις δύο ακραίες θέσεις της κίνησης του που τα μέλη του έρχονται σε παραλληλία επί του ίδιου επιπέδου. Τα επίπεδα στα οποία κείται το εξάρτημα αυτό στις δύο ακραίες θέσεις της κίνησης του είναι κάθετα μεταξύ τους.



Εικόνα 7.11: Μοντέλο του εξαρτήματος Origami Plier



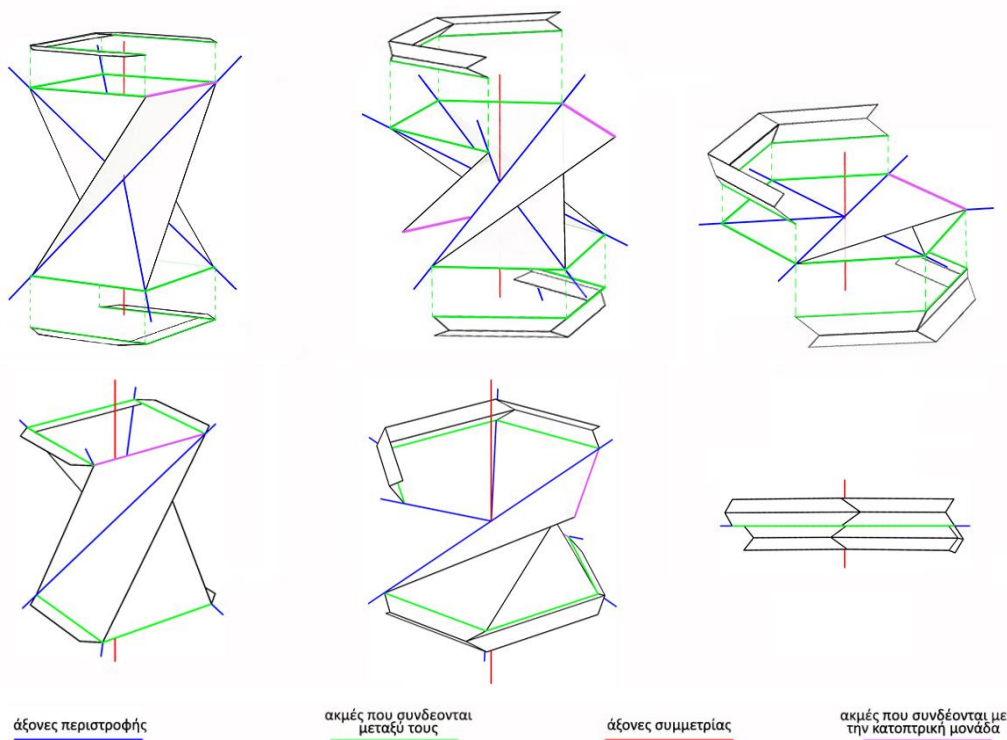
Σχήμα 7.12: Χάραξη (το μοτίβο πτύχωσης) του εξαρτήματος origami plier.



Σχήμα 7.13: Origami Plier: Γεωμετρική περιγραφή, σχέση των γωνιών που σχηματίζουν τα μέλη καθώς κινούνται.

Όπως προκύπτει, οι εξωτερικές ακμές του εξαρτήματος origami plier κάνουν την κίνηση που πρέπει να κάνουν οι ακμές της βάσης της μονάδας Τύπου Β για να μπορεί η κυψελοειδής κατασκευή στο σύνολό της να κάνει την επιθυμητή κίνηση δίπλωσης – εκδίπλωσης.

Αν λοιπόν οι εξωτερικές ακμές του origami plier κατασκευαστούν με μήκος ίσο με αυτό των ακμών της τετράγωνης βάσης της μονάδας origami Τύπου Β, τότε το εξάρτημα μπορεί να συνδεθεί με περιστροφικούς συνδέσμους με τη μονάδα Τύπου Β και να την υποχρεώνει να ακολουθεί την κίνησή του όπως φαίνεται στο σχήμα 7.14.



Σχήμα 7.14: Προσαρμογή του εξαρτήματος Origami plier στη μονάδα origami Τύπου Β και η κοινή τους κίνηση

7.6. Σχεδιασμός με Υλικά Μη-Μηδενικού πάχους

Η κινηματική συμπεριφορά των μοντέλων που βασίζονται σε χαράξεις origami εξαρτάται σημαντικά από το πάχος του υλικού, επιβάλλοντας περιορισμούς στην γεωμετρία και στην απόδοσή τους (Tachi [3] Morgan et al. [4]). Σε σχέση με την προτεινόμενη δομή, το πάχος του υλικού αποτελεί καθοριστικό παράγοντα, καθώς επιδρά αρνητικά τόσο στην κίνηση όσο και στην δυνατότητα επίπεδης αναδίπλωσης.

Ειδικότερα, το πάχος του υλικού εμποδίζει την επίπεδη δίπλωση και μετακινεί τους άξονες περιστροφής των μονάδων. Αυτό το φαινόμενο δυσχεραίνει την κίνηση των επιμέρους μονάδων και αποτρέπει την ομαλή λειτουργία της κατασκευής ως σύνολο. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, γίνεται μελέτη διευθέτησης του πάχους του υλικού, έτσι ώστε οι άξονες περιστροφής να διατηρούν τη θέση τους, όπως είχαν στο αρχικό μοντέλο μηδενικού πάχους.

Η βασική ιδέα είναι η προσαρμογή του πάχους του υλικού ώστε να επιτρέπει την ομαλή κίνηση και επίπεδη δίπλωση της κατασκευής, εξασφαλίζοντας παράλληλα τη διατήρηση της επιθυμητής γεωμετρίας και λειτουργίας.

7.7. Διευθέτηση Πάχους Εξαρτήματος Origami Plier

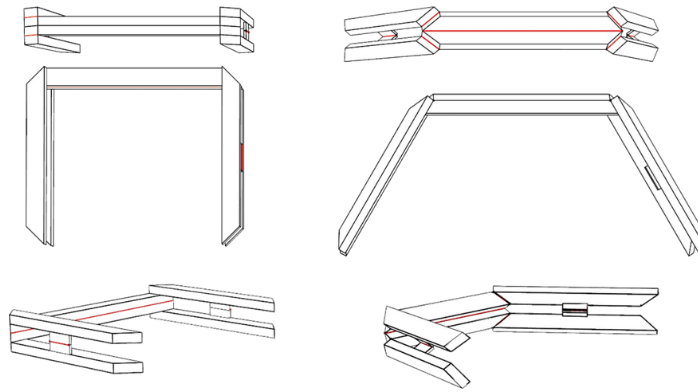
Όπως προαναφέρθηκε, όταν επιχειρείται η μετατροπή μιας γεωμετρικής δομής που προέκυψε από χαράξεις origami σε μια πραγματική κατασκευή με μη αμελητέο πάχος υλικών, είναι ουσιώδες να διατηρηθεί η κινηματική της συμπεριφορά. Σε αυτήν την περίπτωση, η διατήρηση της θέσης των αξόνων περιστροφής της κατασκευής αποτελεί σημαντικό κριτήριο, προκειμένου να διασφαλιστεί η επιθυμητή κινηματική συμπεριφορά.

Για να επιτευχθεί αυτό, αναγκαία είναι η διευθέτηση του πάχους του υλικού με τέτοιο τρόπο ώστε οι άξονες περιστροφής να διατηρούν όσο το δυνατόν καλύτερα τη θέση που είχαν στο αρχικό γεωμετρικό μοντέλο μηδενικού πάχους, ή τουλάχιστον να διατηρείται η γεωμετρική σχέση μεταξύ τους. Αυτή η προσαρμογή αποτελεί κρίσιμο στοιχείο για τη διατήρηση της ακρίβειας και της αποτελεσματικότητας του συστήματος, επιτρέποντας ταυτόχρονα τη συμμόρφωση με τις ειδικές απαιτήσεις της πραγματικής κατασκευαστικής διαδικασίας.

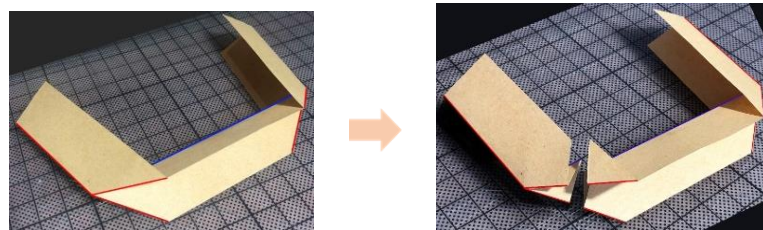
Στην περίπτωση του εξαρτήματος Origami Plier, κατά την εισαγωγή του πάχους των πραγματικών υλικών, διατηρώντας ταυτόχρονα την αρχική μορφολογία και γεωμετρία των μελών του, το Origami Plier λαμβάνει τη μορφή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 15 όπου απεικονίζεται η αρχική μορφολογία του μετά τη εισαγωγή μη μηδενικού πάχους στα μέλη του. Οι άξονες περιστροφής του είναι επισημασμένοι με κόκκινο χρώμα. Η κινηματική συμπεριφορά του εξαρτήματος δεν έχει επηρεαστεί, ωστόσο, οι άξονες περιστροφής έχουν μετακινηθεί λόγω του πάχους του υλικού, ενώ τα μέλη του έχουν υποστεί σημαντική αύξηση σε διαστάσεις που προκαλεί προβλήματα στη σύνδεσή του με άλλα εξαρτήματα.

Για την αποφυγή των προβλημάτων που προκύπτουν λόγω της αύξησης του πάχους των υλικών στο Origami Plier, επινοήθηκε μια τεχνική που τροποποιεί τη γεωμετρία των μελών του, διατηρώντας παράλληλα τη θέση των αξόνων περιστροφής. Η νέα γεωμετρία των μελών δίνει τη δυνατότητα να κατανεμηθεί ομοιόμορφα αναμεσα σε αυτά η αύξηση τους πάχους του υλικού τους, αποφεύγοντας τις μεγάλες αλλαγές στη γεωμετρία τους που δυσχεραίνουν τη σύνδεσή τους με άλλα μέλη.

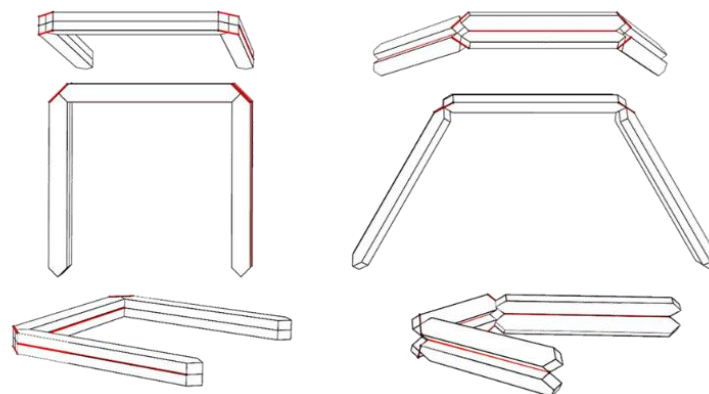
Η τεχνική αυτή απεικονίζεται στα σχήματα 7.16, 7.17 και 7.18 όπου εφαρμόζεται αρχικά στο μοντέλο μηδενικού πάχους (σχήμα 7.14) και στη συνέχεια και σε ένα πρότυπο του origami plier από υλικό με πραγματικό πάχος (σχήμα 17.5).



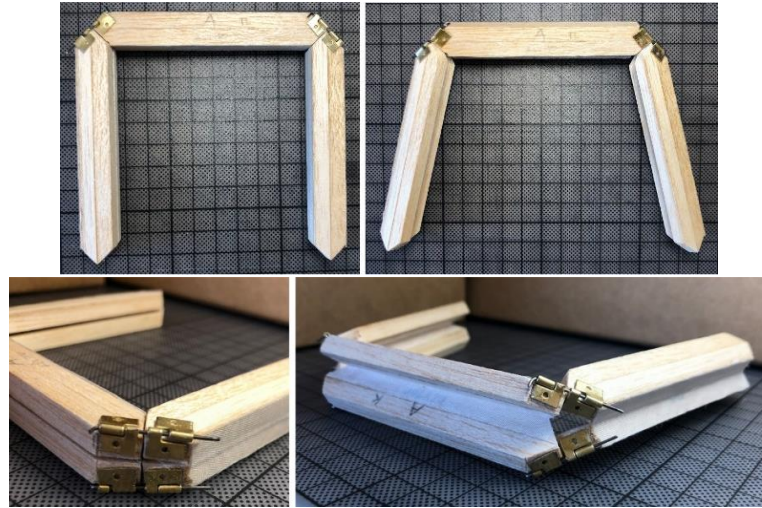
Σχήμα 7.15: Αρχική μορφολογία του Origami plier μετά τη εισαγωγή μη μηδενικού πάχους



Σχήμα 7.16: Τεχνική τροποποίησης της γεωμετρίας των μελών του Origami Plier με διατήρηση της τη θέσης των αξόνων περιστροφής



Σχήμα 7.17: Τεχνική τροποποίησης της γεωμετρίας των μελών του Origami Plier με διατήρηση της τη θέσης των αξόνων περιστροφής μετα την εισαγωγή πάχους υλικού



Σχήμα 7.18: Origami plier σε πρόπλασμα

7.8. Διευθέτηση Πάχους της Κατασκευής ως Σύνολο

Αρχική προσέγγιση

Στη αρχική προσέγγιση που είχε η έρευνα σχετικά με τη διευθέτηση του πάχους των μονάδων που αποτελούν τη δομοστοιχειωτή κατασκευή που σχεδιάστηκε, είχε γίνει η παραδοχή ότι η εισαγωγή πάχους υλικού στα μέλη δεν επηρεάζει την κινηματική συμπεριφορά των μονάδων και της κατασκευής, εφόσον οι άξονες περιστροφής διατηρούν την ίδια σχετική μεταξύ τους θέση.

Επιπλέον η έρευνα είχε από την αρχή προσανατολιστεί στην αναγωγή των επιφανειακών μελών των μονάδων origami σε μέλη που αποτελούνται από γραμμικά στοιχεία (ράβδους). Η σύνδεση των μελών γινόταν κυρίως με περιστροφικούς συνδέσμους, ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκαν σφαιρικοί σύνδεσμοι για τη σύνδεση δύο μελών

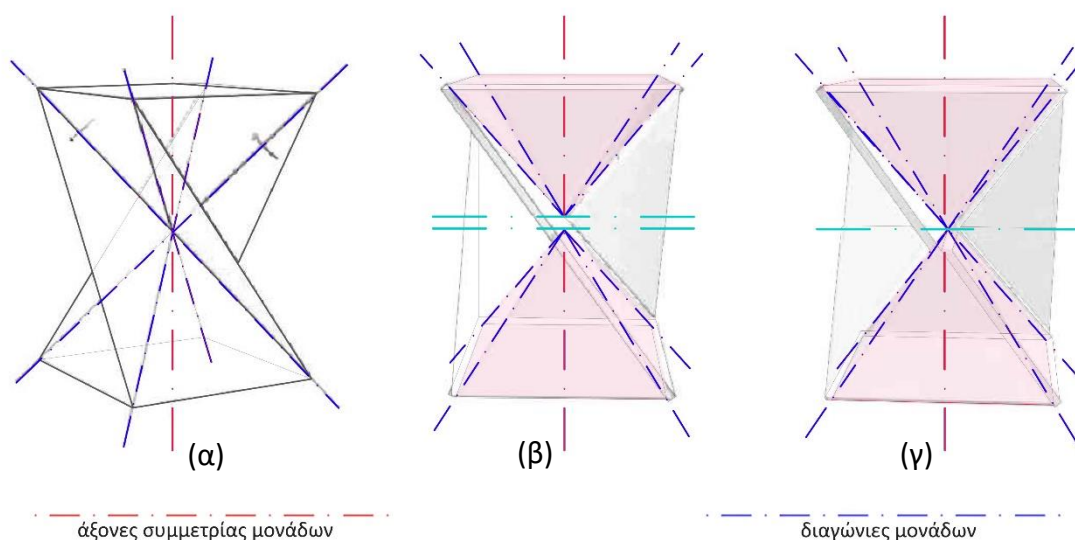
Με βάση τα προαναφερθέντα, αναπτύχθηκαν μονάδες Τύπου Α και Τύπου Β, οι οποίες αποτελούνται από γραμμικά στοιχεία σύμφωνα με το γεωμετρικό μοντέλο που περιγράφεται στην ενότητα 2. Αυτές οι μονάδες συναρμολογήθηκαν σε μια τριδιάστατη χωρική κατασκευή, σύμφωνα με το γεωμετρικό μοντέλο της κατασκευής, ενώ πραγματοποιήθηκε η τελική διευθέτηση του πάχους για όλα τα μέλη στις τελικές τους θέσεις. Στόχος ήταν η κατασκευή συνολικά να μπορεί να εκτελεί πλήρως και απρόσκοπτα τη διαδικασία δίπλωσης και εκδίπλωσης σε μια συνεχή κίνηση, όπως προβλέπει το γεωμετρικό μοντέλο μηδενικού πάχους.

Το Σχήμα 16 αναπαριστά γεωμετρικά τη μονάδα Τύπου Α και Τύπου Β στην ανοιχτή πρισματοειδή της θέση πριν την εισαγωγή του πάχους υλικού και μετά από αυτό. Ο κατακόρυφος άξονας συμμετρίας επισημαίνεται με σκούρα μπλε αξονική γραμμή, ενώ οι άξονες περιστροφής κάθε στοιχείου κατά τη διαδικασία αναδίπλωσης εμφανίζονται με

κόκκινη αξονική γραμμή. Και οι τέσσερις άξονες περιστροφής διέρχονται από το κέντρο της μονάδας, επιτρέποντας έτσι τη διαδικασία δίπλωσης.

Μετά τη εισαγωγή του πάχους υλικού, οι άξονες περιστροφής του ανώτερου τμήματος της μονάδας δεν είναι παράλληλοι με τους άξονες του κατώτερου τμήματος, επομένως αποκλείεται η κίνηση αναδίπλωσης.

Το πρώτο βήμα της διαδικασίας διευθέτησης του πάχους είναι η ευθυγράμμιση των αξόνων περιστροφής των δύο τμημάτων (πάνω και κάτω) της μονάδας. Οι άξονες περιστροφής κάθε πλευράς τέμνονται σε ένα συγκεκριμένο σημείο, ενώ οι άξονες της μίας πλευράς αντιστοιχούν κατοπτρικά στους άξονες της άλλης. Απομακρύνεται το πάχος ανάμεσα στα σημεία τομής των αξόνων και ενώνοντάς τους, επιτυγχάνεται η συνευθειακότητα των αντίστοιχων αξόνων περιστροφής. Αυτό αποτελεί το πρώτο βήμα για να γίνει εφικτή η κίνηση της αναδίπλωσης.

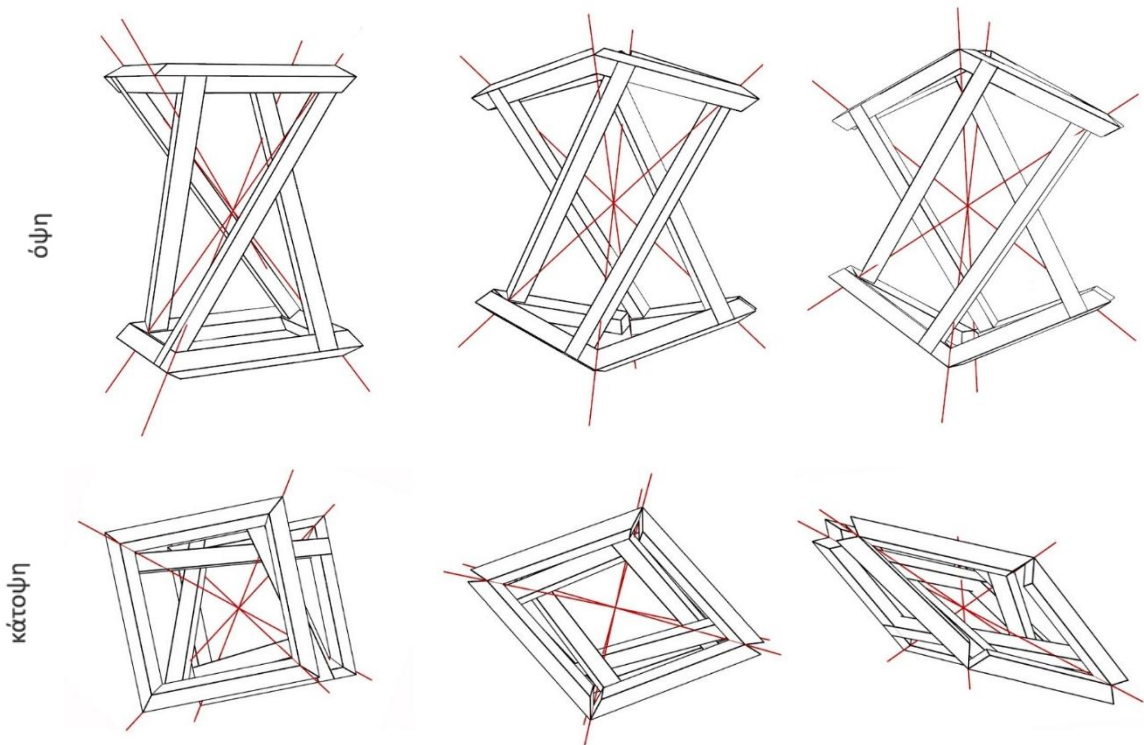


Σχήμα 7.19: Μονάδα Τύπου A: (α) Γεωμετρικό μοντέλο μηδενικού πάχους, (β) γεωμετρικό μοντέλο μετά την εισαγωγή πραγματικού υλικού πάχους, (γ) γεωμετρικό μοντέλο μη μηδενικού πάχους μετά την επεξεργασία για τη συνευθειακότητα των αξόνων περιστροφής

Αρχικός σχεδιασμός και διευθέτηση του πάχους για τη μονάδα Τύπου A

Στο Σχήμα 7.20 παρουσιάζεται η αρχική μορφή της μονάδας origami τύπου A, η οποία κατασκευάζεται από γραμμικά στοιχεία με μη μηδενικό πάχος. Η μονάδα κινείται επειδή τα μέλη της περιστρέφονται γύρω από τους άξονες (επισημασμένοι με κόκκινο χρώμα) που προέκυψαν από τη διαδικασία που αναλύθηκε παραπάνω. Η μονάδα τείνει να διπλωθεί σε ένα κατακόρυφο επίπεδο και να πάρει τη μορφή κατακόρυφου κυρτού

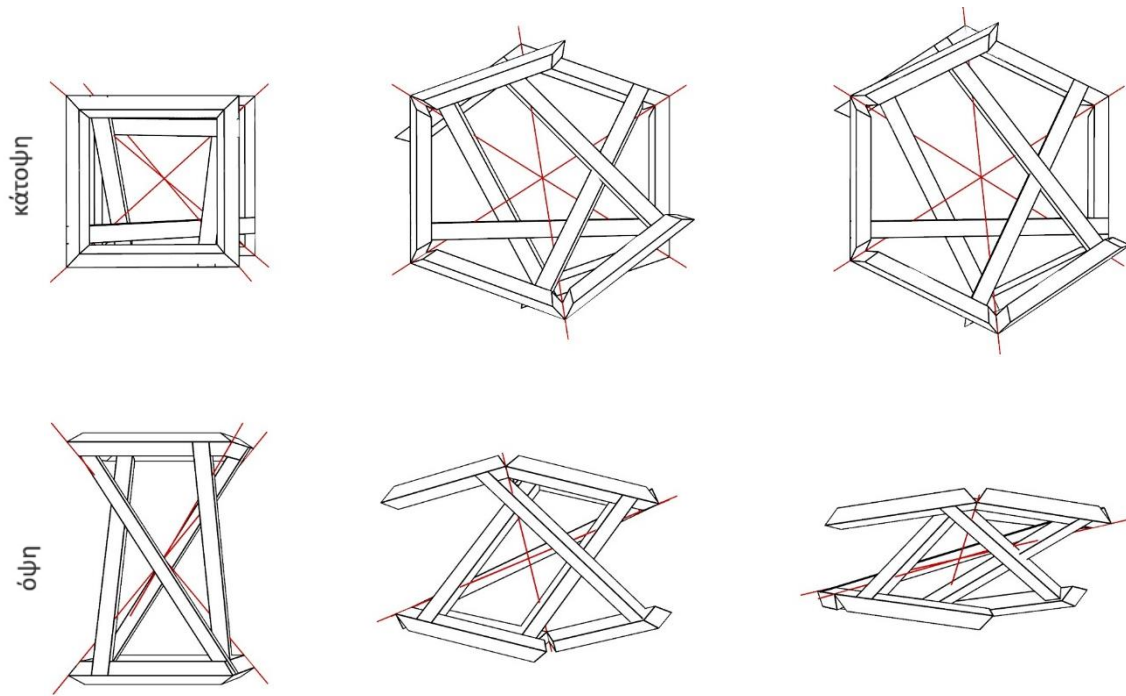
εξαγώνου κατά αντιστοιχία με το θεωρητικό μηδενικού πάχους μοντέλο. Όμως η επίπεδη δίπλωση δεν επιτυγχάνεται λόγω του πάχους των υλικών.



Σχήμα 7.20: Μονάδα origami Τύπου A από γραμμικά στοιχεία πραγματικού πάχους κατά τη διαδικασία της αναδίπλωσης σε όψη και κάτοψη.

Αρχικός σχεδιασμός και διευθέτηση πάχους για την μονάδα Τύπου B

Στο Σχήμα 7.21 παρουσιάζεται η αρχική μορφή της μονάδας origami τύπου B, η οποία κατασκευάζεται από γραμμικά στοιχεία με μη μηδενικό πάχος. Η μονάδα κινείται επειδή τα μέλη της περιστρέφονται γύρω από τους άξονες (επισημασμένοι με κόκκινο χρώμα) που πορέκυψαν από τη διαδικασία που αναλύθηκε παραπάνω. Η μονάδα όπως φαίνεται στο σχήμα τείνει να διπλωθεί σε ένα κατακόρυφο επίπεδο και να πάρει τη μορφή κατακόρυφου κανονικού εξαγώνου κατά αντιστοιχία με το θεωρητικό μηδενικού πάχους μοντέλο. Όμως η επίπεδη δίπλωση δεν επιτυγχάνεται λόγω του πάχους των υλικών.



Σχήμα 7.21: Μονάδα Τύπου Β από γραμμικά στοιχεία πραγματικού πάχους κατά τη διαδικασία της αναδίπλωσης όψη και κάτοψη.

7.9. Αξιολόγηση Αρχικών Μελετών, Επαναπροσδιορισμός Αρχών και Βελτίωση Παραμέτρων Σχεδιασμού

Οι πρισματικές μονάδες origami, όταν τοποθετήθηκαν σε ορθογώνιο κάναβο, παρήγαγαν το γεωμετρικό χωρικό μοτίβο που διέπει την κατασκευή. Κάθε ένα από τα δύο είδη μονάδων (modules) origami που συνθέτουν την κατασκευή επιτυγχάνει επίπεδη δίπλωση με διαφορετικό τρόπο.

Βασικός στόχος είναι η κατασκευή συνολικά όπως διαμορφώνεται με τις συνιστώσες που την αποτελούν να επιτυγχάνει επίπεδη δίπλωση. Σε αυτή την περίπτωση, η πλήρως διπλωμένη και επίπεδη μορφή της κατασκευής διαμορφώνει ένα καινούριο γεωμετρικό μοτίβο, το οποίο επίσης ανήκει στο επίπεδο.

Συμπερασματικά η μελέτη στοχεύει όχι μόνο στην επίπεδη δίπλωση της γεωμετρικής κατασκευής που περιγράφηκε παραπάνω αλλά και στην πλήρη μετάβαση από ένα γεωμετρικό μοτίβο τριών διαστάσεων σε ένα αντίστοιχο μοτίβο δύο διαστάσεων και αντίστροφα.

Επιμερους ερευνητικά ερωτήματα που προκύπτουν αφορούν:

1. Την ικανότητα του δομοστοιχειωτού μοντέλου με γεωμετρική μορφή μηδενικού πάχους να επιτύχει πλήρως επίπεδη δίπλωση όπως οι δομικές μονάδες που το αποτελούν.
2. Σε περιπτώσεις που θα προκύψει θετική απάντηση στο πρώτο ερώτημα, τότε το επομενο ερωτημα αφορά στη δυνατότητα σχεδιασμού δομοστοιχειωτού χωρικό

μοντέλου κυψελοειδούς μορφής που προέρχεται από το παραπάνω γεωμετρικό μοντέλο, το οποίο να αποτελείται από στοιχεία με πραγματικό πάχος υλικών και να μπορεί:

- α) να διατηρήσει την κινηματική συμπεριφορά του γεωμετρικού μοντέλου και
- β) να επιτύχει επίπεδη δίπλωση

3. Ένα τρίτο ερωτημα που προκύπτει αφορά στις κινηματικές ιδιότητες μιας τέτοιας κατασκευής, και πώς μπορούν να βελτιωθούν (αν χρειάζεται), προκειμένου να επιτευχθεί η επιθυμητή συμπεριφορά της κατασκευής και η επίπεδη δίπλωσή της.

Η απάντηση στο πρώτο ερώτημα δώθηκε στο πρώτο μέρος του κεφαλαίου:

Το δομοστοιχειωτό μοντέλο με γεωμετρική μορφή μηδενικού πάχους που μελετήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας έρευνας μπορεί να επιτύχει πλήρως επίπεδη δίπλωση αντίστοιχη με αυτή που επιτυγχάνουν οι δομικές μονάδες που το αποτελούν. Η ορθότητα του ισχυρισμού αποδείχτηκε αναλυτικά και πειραματικά.

Συγχρόνως αποδείχτηκε ότι το συγκεκριμένο γεωμετρικό μοντέλο που στην πλήρως εκδίπλωμένη (ανοικτή) του μορφή δημιουργεί το συγκεκριμένο χωρικό (τριδιάστατο) μοτίβο, όταν διπλώνει στο επίπεδο δημιουργεί ένα νέο γεωμετρικό μοτίβο δύο διαστάσεων.

Η απάντηση στο δεύτερο ερώτημα μπορεί να δωθεί μόνο λαμβάνοντας υποψηφν ότι το χωρικό μοντέλο μη μηδενικού πάχους ουσιαστικά είναι ένα μοτίβο αποτελουμενο από δομικές μονάδες που συδέονται μεταξύ τους με συγκεκριμένο τρόπο. Οι δομικές μονάδες του μοντέλου διέπονται από συγκεκριμένες γεωμετρικές αρχές. Οι συνδέσεις μεταξύ των μονάδων διέπονται από συγκεκριμένες γεωμετρικές και μηχανικές αρχές. Οι δομικές μονάδες του μοντέλου εκτελούν συντονισμένη κίνηση και από μια τριδιάστατη - ανοικτή θέση (τριδιάστατο μοτίβο) μεταβαίνουν σε μια επίπεδη -διπλωμένη θέση (διδιάστατο μοτίβο). Είναι αναγκαίο οι ιδιότητες και οι αρχές που διέπουν τόσο τις δομικές μονάδες όσο και τις συνδέσεις μεταξύ τους να διατηρούνται τόσο κατά τη μεταβατική κίνηση του μοντέλου όσο στις δύο τελικές θέσεις του.

Η παραπάνω παρατήρηση αιτιολογει την αδυναμία λειτουργίας της αρχικής ερευνητικής προσεγγίσης. Συγκεκριμένα:

- (α) Τα μέλη από τα οποία αποτελούνταν οι δομικές μονάδες συνδέονται μεταξύ τους με τρόπο που δεν επιτρέπε σε αυτές να συνδεθουν σε δικτυο το οποίο θα είχε την ικανότητα να λάβει τη μορφή των δύο τελικών θέσεων.
- (β) Ο τρόπος με τον οποίο είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους οι δομικές μονάδες δεν τους επιτρέπει να εκτελέσουν σωστά τη μεταβατική κίνηση αναμεσα στις δύο τελικές θέσεις (ανοικτή-εκδίπλωμένη και κλειστη-διπλωμένη θέση).

Δηλαδή ενώ μεν οι στοιχειοδομές βρίσκονται **σε παραλληλία** και **σε ορθή προβολή δείχνουν ότι είναι σε αλληλουχία μεταξύ τους**, στο χώρο μπορεί να απέχουν. Το αν υπάρχει απόσταση μεταξύ τους και πόση είναι αυτή, εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται, το πάχος των μελών τους και τις διαστάσεις των συνδέσμων τους.

Όσον αφορά το τρίτο ερώτημα, στο πλαίσιο της έρευνας αναπτύσσεται καινοτόμος μεθοδολογία προκειμένου να βελτιωθεί η κινηματική συμπεριφορά του νεου αναδιπλούμενου συστήματος. Αυτό ουσιαστικά επιτευχθηκε με την κατασκευή του μηχανισμού origami pliers. Ο μηχανισμός αυτός είναι ένα πρόσθετο εξάρτημα που προσαρτάται πάνω στις μη μονοβαθμίες στοιχειοδομές του συστήματος και (α) περιορίζει τους ανεπιθυμητους βαθμούς ελευθερίας τους (β) καθοδηγεί την κίνησή τους στη επιθυμητη τροχιά ώστε να επιτευχθει η μετάβαση της κατασκευής από τη μία χωρική κατάσταση στην άλλη.

7.10. Τελική Επεξεργασία Δομών Origami και Δομοστοιχειωτής Κατασκευής

Μοτίβα δύο και τριών διαστάσεων

Τόσο οι δομικές μονάδες origami όσο και συνολικά η κατασκευή που συντίθεται από αυτές σε γεωμετρικό επίπεδο και ως μοντέλο μηδενικού πάχους έχουν μελετηθει διεξοδικά.

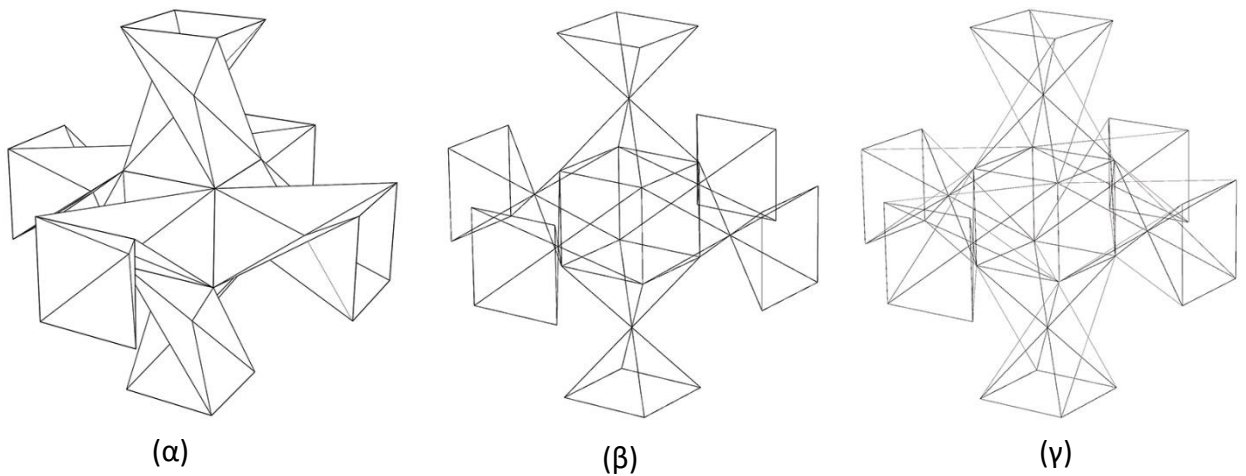
Σε αυτό το στάδιο της μελέτης στόχος είναι η ανάλυση και έπειτα ο σχεδιασμός της συναρμογής και σύνδεσης που θα έχουν α) τα μέλη που αποτελούν τις δομικές μονάδες της κατασκευής, β) οι δομικές μονάδες της κατασκευής μεταξύ τους ώστε η κατασκευή ως σύνολο να λαμβάνει τη μορφή των δυο τελικών θέσεων (ανοικτή -εκδιπλωμένη και κλειστή -διπλωμενη στο επίπεδο) και να εκτελεί απρόσκοπτα τη μεταβατική κίνηση ανάμεσα σε αυτές τις δύο θέσεις. Με αυτό το στόχο, η κατασκευή μελετάται στην κλειστή και στην ανοικτή της θέση ως μοτίβο, δύο διαστάσεων στην πρώτη περίπτωση και τριων διαστασεων στη δευτερη. Η μελέτη πραγματοποιείται δύο φορές, μία για το γεωμετρικό μοντέλο μηδενικού πάχους της κατασκευής και μία για το πραγματικό μοντέλο όπου υπεισέρχεται το πάχος των υλικών. Η συγκριτική μελέτη των αποτελεσμάτων σκιαγραφεί την επίδραση που έχει το πάχος των υλικών στη διαμόρφωση της κατασκευής και το κατά πόσο το πάχος των υλικών εμποδίζει την κατασκευή να κάνει την κίνηση για την οποία σχεδιάζεται. Κυρίως όμως, η συγκριτική μελέτη υποδεικνύει το σωστό τροπο συνδεσης μεταξύ των δομοστοιχειων επανω στην κατασκευή.

Συγκριτική μελέτη του βασικού κόμβου της πραγματικής κατασκευής και του αντίστοιχου κόμβου στο γεωμετρικό μοντέλο μηδενικού πάχους.

Έστω ο κόμβος όπου συναντιούνται δύο κατακόρυφες και τεσσερις οριζόντιες δομικές μονάδες origami (Τύπου Α και Τυπου Β) της χωροκατασκευής.

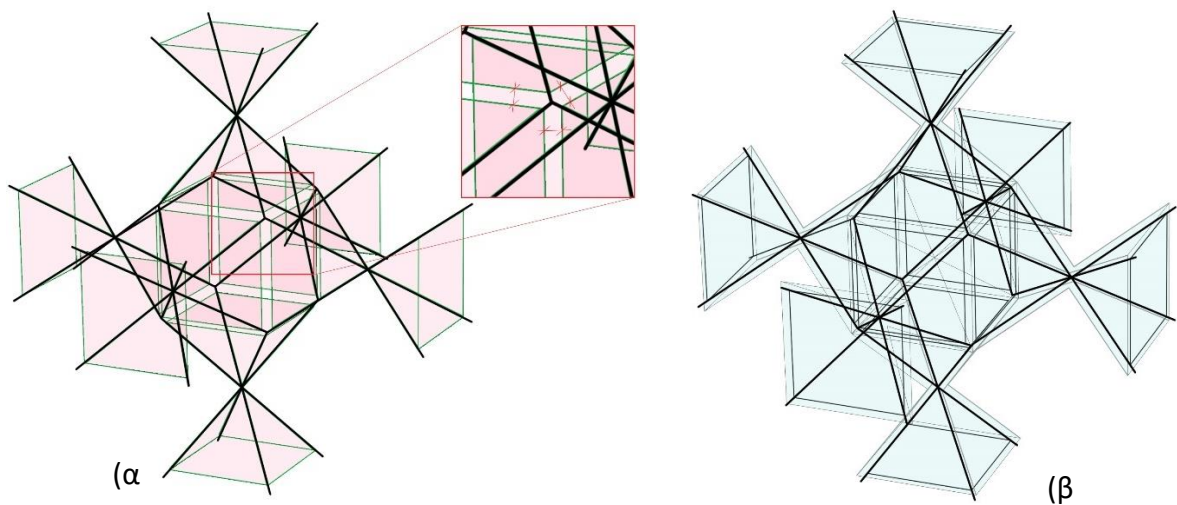
Στο γεωμετρικό μηδενικού πάχους μοντέλο ο κόμβος αυτός θα έχει τη μορφή που απεικονίζεται στο σχημα 7.22(α) . Οι άξονες περιστροφής που διατρέχουν τον κόμβο αυτό

εχουν επισημανθει ξεχωριστα στο σχημα 7.22(β) ενώ στο σχημα 7.22(γ) φαινονται και οι ακμές των επιπέδων των δομοστοιχειων origami.

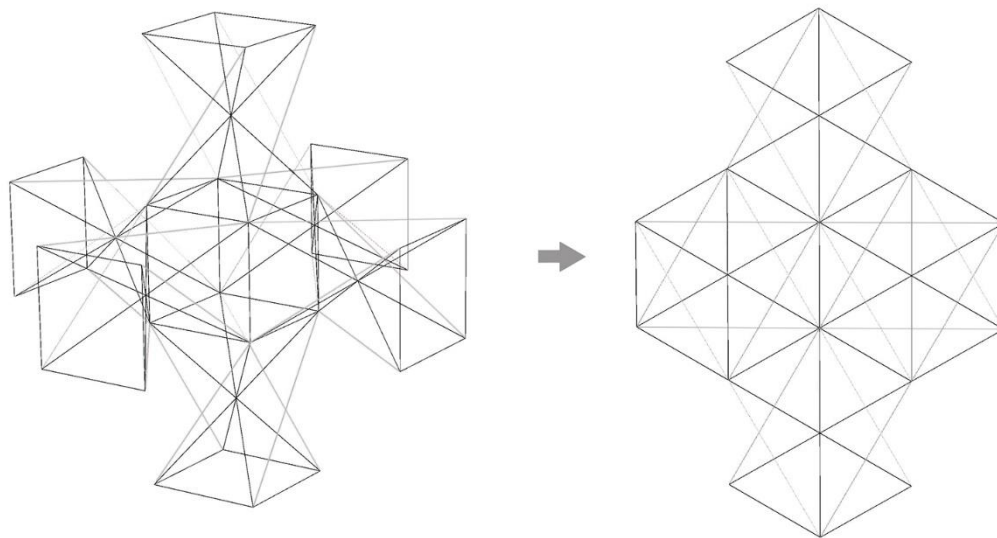


Σχήμα 7.22: Βασικός κόμβος

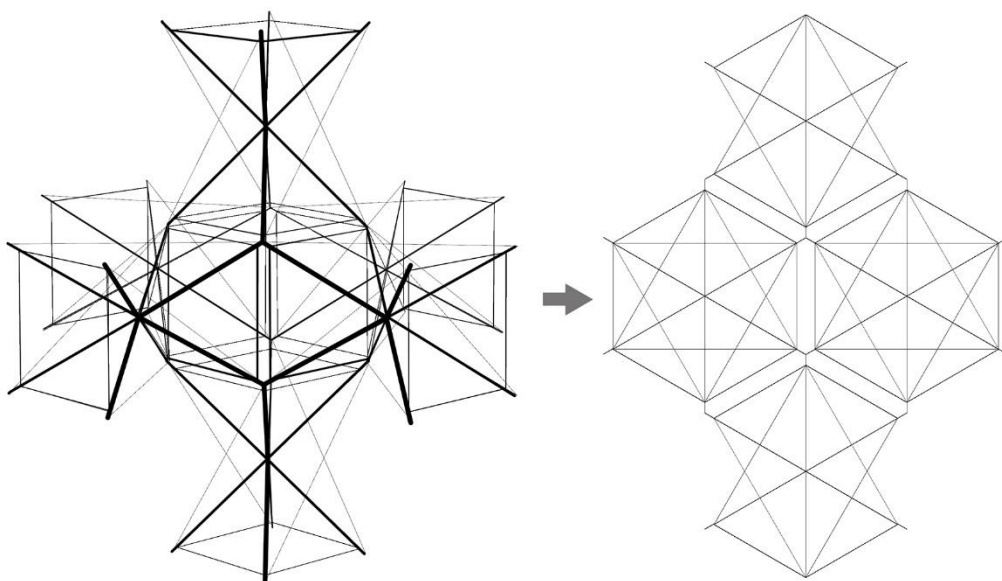
Μετα την εισαγωγή του πάχους των υλικών και με το δεδομένο ότι διατηρουν τη θέση τους μεσα στις δομικές μονάδες ώστε να μην παρεμποδίζεται η κίνησή τους, οι οι αξονες περιστροφής θα έχουν μέσα στον κομβο τη θέση που φαινεται στο σχημα 7.23 (α). Όπως φαίνεται, μετα την εισαγωγή του πάχους του υλικού οι τετραγωνικές βασεις των στοιχειοδομών δεν συμπιπτουν. Παρα το ότι το ακριβές περίγραμμα της κατασκευής και εν προκειμενω, του κόμβου θα καθοριστεί αφού πρωτα ολοκληρωθεί η μορφή της κατασκευής, με την εισαγωγή του πάχους του υλικού στο σύστημα περιμένουμε να έχουμε μια περιβαλλουσα των όγκων των στοιχείων σαν αυτή που φαινεται στο σχημα 7.23(β).



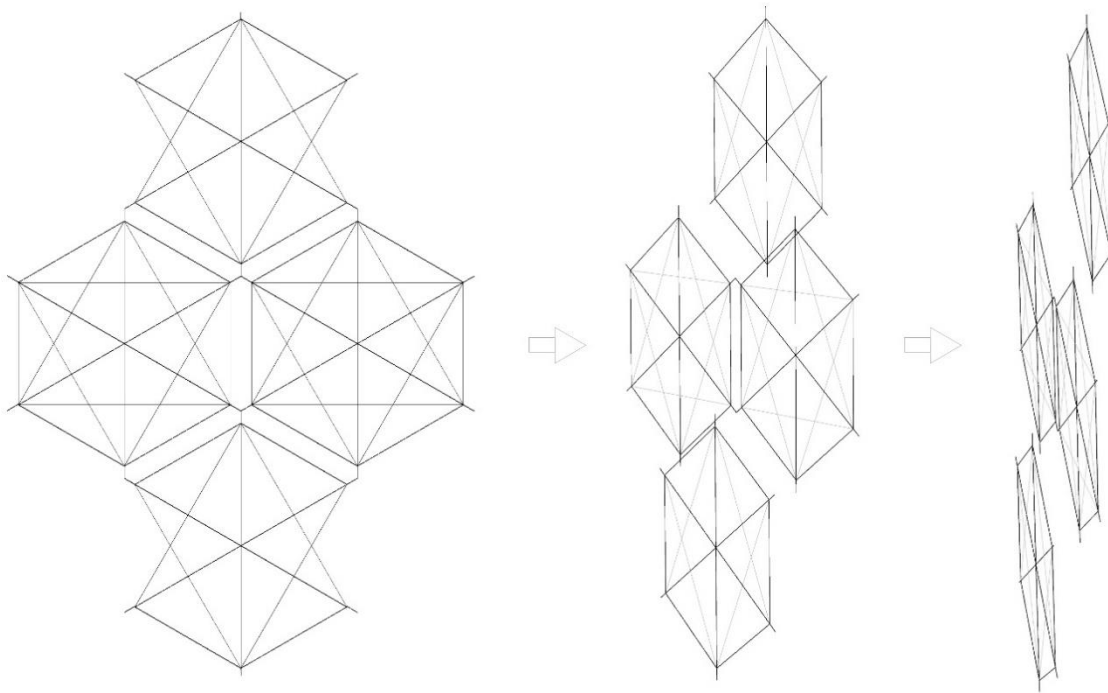
Σχήμα 7.23: Κόμβος σχηματος 22: (α) μετα την εισαγωγή πάχους υλικών, (β) περιβάλλουσα όγκων



Σχήμα 7.24: Ο κόμβος του σχήματος 25 και η διπλωσή του σε κατακορυφο επίπεδο



Σχήμα 7.25: Κόμβος σχήματος 23 και επίπεδη δίπλωσή του

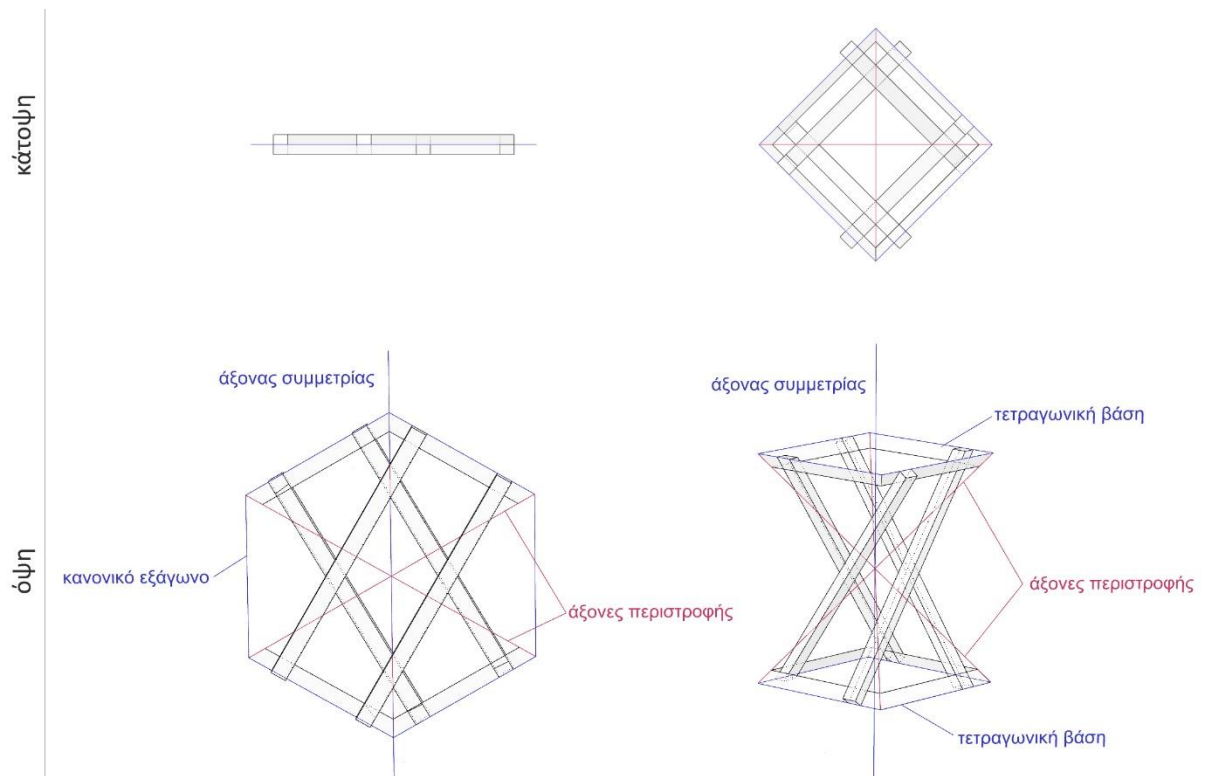


Σχήμα 7.26: Κόμβος σχήματος 25 σε κατακόρυφη επίπεδη δίπλωση. Οι στοιχειομονάδες δεν είναι όλες στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο

Σχεδιασμός μονάδας Τύπου Α

Σε αυτό το στάδιο της έρευνας, ο σχεδιασμός της μονάδας Τύπου Α αρχίζει αντίστροφα. Διερευνούνται οι ακριβείς θέσεις στις οποίες πρέπει να βρίσκονται τα μέλη της μονάδας όταν η κατασκευή ως σύνολο βρίσκεται στην πλήρως διπλωμένη της μορφή. Έπειτα οριστήκαν κανόνες ώστε να ικανοποιηθούν οι χωρικές απαιτήσεις που δημιουργεί η επίπεδη δίπλωση. Οι κανόνες αυτοί διατυπώνονται παρακάτω και επεξηγούνται στο σχήμα 7.27.

- 1) Ολόκληρη η στοιχειοδομή πρέπει να εγγράφεται μέσα σε κατακόρυφο κανονικό εξαγώνο. Οι ακμές των μελών που σχηματίζουν τις τετραγωνικές βάσεις πρέπει να εφάπτονται με τις αντιστοιχες πλευρές του εξαγώνου.
- 2) Όταν η μονάδα βρίσκεται στην επίπεδη διπλωμένη θέση, τα μέλη της πρέπει να είναι μοιρασμένα εκατέρωθεν του επιπέδου πάνω στο οποίο έχει διπλωθεί η δομή. Κανένα μέλος δε μπορεί να διασχίζει το επίπεδο πάνω στο οποίο πραγματοποιείται η δίπλωση της μονάδας.
- 3) Οι άξονες περιστροφής που έφεραν τη μονάδα σε αυτή τη θέση συμπίπτουν τις διαγωνίους του εξαγώνου.



Σχήμα 7.27: Πρώτο στάδιο σχεδιασμού της στοιχειοδομής Τυπου Α

Όπως προκύπτει από τις γεωμετρικές απαιτήσεις, τα γραμμικά μέλη που ενώνουν τις δύο τετραγωνικές βάσεις είναι μοιρασμένα εκατέρωθεν του επιπέδου της δίπλωσης.

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 7.27, τα μέλη της βάσης εφάπτονται με τους άξονες περιστροφής και είναι τα στοιχεία που μπορούν να πραγματοποιήσουν την περιστροφή.

Σε επόμενο στάδιο μελέτης, στις ακμές αυτές θα τοποθετηθούν οι περιστροφικοί συνδεσμοί που θα πραγματοποιούν τη στοφή των μελών της στοιχειοδομής. Ο

σχεδιασμός της στοιχειοδομής Τύπου Α ακολουθείτα παρακάτω βήματα:

1) Με άξονες περιστροφής τις διαγωνίους τις διαγωνίους του εξαγώνου η δομή ξεδιπλώνεται στην ανοικτή της θέση. Εκεί γίνεται μελέτη διεύθετησης του πάχους για τα γραμμικά μέλη που σχηματίζουν τις τετραγωνικές βάσεις. Το πάχος του υλικού θα τοποθετείται εξωτερικά από το επίπεδο πάνω στο οποίο διπλώνεται η κατασκευή. Η μορφή των μελών αυτόν προκύπτει ως εξής: Η διατομή του είναι πλάγιο παραλληλόγραμμο. Από τις παρειές τους, οι δύο είναι παράλληλες με το επίπεδο της δίπλωσης και οι άλλες δύο είναι παράλληλες με το επίπεδο της τετραγωνικής βάσης (η μία παρεία εφάπτεται με το επίπεδο της βάσης). Το ακριβές πλάτος των παρειών θα οριστικοποιηθεί σε επόμενο στάδιο μελέτης. Για να προχωρήσει η διαδικασία της διεύθετησης του πλάτους, αρχικά δίνεται στις παρειές πλάτος ίσο με το ίχνος του γραμμικού μέλους που ενώνει τις δύο βάσεις. Επειδή το μέλος της τετραγωνικής βάσης έχει μη ορθογώνια διατομή, το πλάτος της παρειάς δεν πρέπει να συγχέεται με το πλάτος του μέλους.

Τα γραμμικά μέλη που ενώνουν τις βάσεις για ευκολία στη συνέχεια θα τα ονομάζουμε κολώνες της στοιχειοδομής.

Τα γραμμικά στοιχεία στήριξης σχεδιάζονται με ορθογωνική διατομή. Τα όριά τους είναι

οι τετραγωνικές βάσεις και σχεδιάζονται έτσι ώστε η μικρότερη τους παρεια να επαπτεται με το επίπεδο της βάσης.

2) Στη συνέχεια η δομή ξαναδιπλώνεται στο κατακόρυφο επίπεδο για να γίνει το επόμενο στάδιο της διευθέτησης του πάχους.

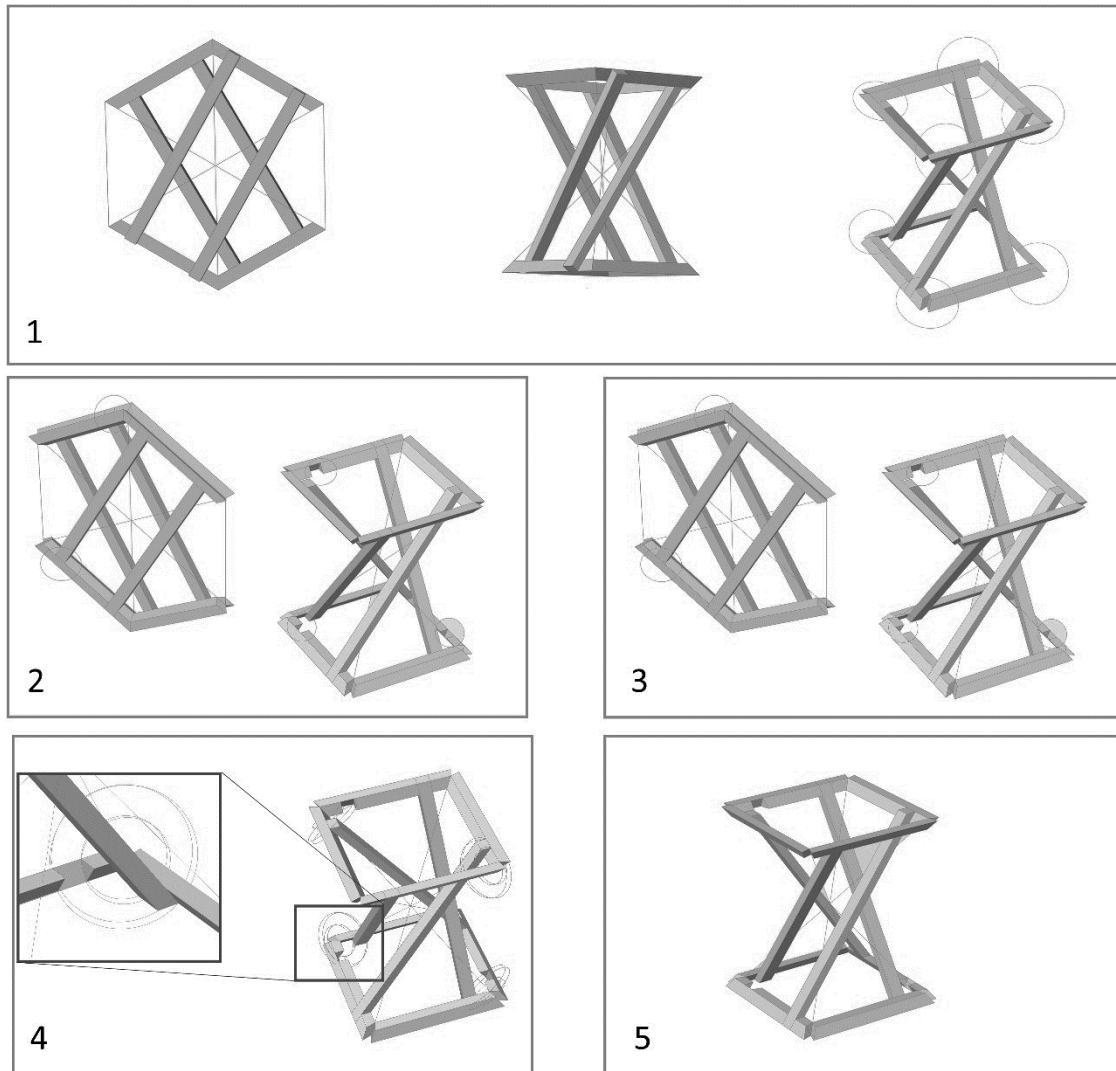
Στην κατακόρυφη θέση, σε κάθε βάση, δύο από τις κολώνες παρεμποδίζονται στην κίνηση τους από το αντιστοιχο μέλος της βάσης. Σε εκείνο το σημείο γίνεται τομή στο οριζόντιο γραμμικό στοιχείο της βάσης ώστε να προκύψει χώρος για το κατακόρυφο γραμμικό στοιχείο στήριξης. Επειδή η βάση του γραμμικού στοιχείου στήριξης έχει κλίση σε σχέση με το μέλος της βάσης, η τομή αυτή μπορεί να γίνει χωρίς να καταστραφεί η συνέχεια του μέλους της βάσης.

3) Στην ίδια θέση ελέγχονται οι διαστάσεις των μελών της βάσης ώστε να μη δημιουργείται εμπλοκή μεταξύ τους κατά τη δίπλωση της στοιχειοδομής.

4) Στη συνέχεια η δομή ξεδιπλώνεται και πάλι στην ανοικτή θέση όπου γίνεται ένας ακόμα έλεγχος. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, χρειαστηκε να γίνει τομή σε δύο από τα μέλη της βάσεις προκειμένου να χωρέσουν οι κολώνες. Πρέπει να ελεγχθεί ότι το γραμμικό στοιχείο στήριξης σε όλη την τροχιά που διαγράφει από την ανοικτή θέση έως τη διπλωμένη στο κατακορυφοεπίπεδο δεν παρεμποδίζεται από το συγκεκριμένο μέλος. Πράγματι, όπως προκύπτει από τη διερεύνηση, στο σημείο της τομής, στη μία από τις παρειές πρέπει να κοπεί κατά μία μικρή γωνία ώστε κατά τη διαδικασία της δίπλωσης το γραμμικό στοιχείο στήριξης να μπορεί να φτάνει απρόσκοπτα στη θέση της.

Οι διαστάσεις τα στοιχειοδομής Τυπου Α θα διερευνηθούν εκ νέου και θα γίνει δευτερο σταδιο διευθέτησης του πάχους όταν συνδεθεί με τη στοιχειοδομή Τυπου Β.

Ολόκληρη η διαδικασία του σχεδιασμού της στοιχειοδομής και του πρώτου σταδίου της διευθέτησης του πάχους περιγράφεται στο σχήμα 7.28. Στο σχήμα αυτό έχει χρησιμοποιηθεί κώδικας χρωμάτων για να διακρίνονται ευκολα τα μέλη της δομής.



Σημα 7.28: Σταδια σχεδιασμου στοιχειοδομής Τυπου Α

Σχεδιασμός στοιχειοδομής Τύπου Β

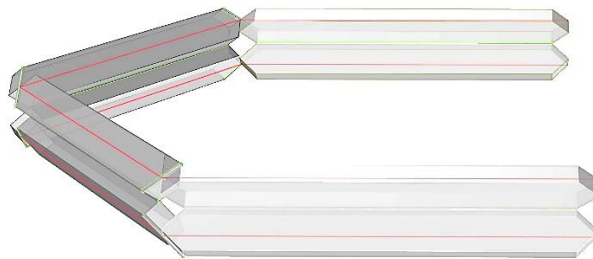
Η σχεδιαστική προσέγγιση για τις στοιχειοδομές Τύπου Β είναι σημαντικά διαφορετική από την αρχική.

Οι Βάσεις της στοιχειοδομής αποτελούνται αποκλειστικά από ένα μηχανισμό origami plier όμοιο με αυτόν του παρουσιάστηκε σε προηγούμενη ενότητα μόνο που στην προσκευμένη περίπτωση θα έχει τέσσερα σκέλη. Τα γραμμικά μέλη που συνδέουν τις δύο βάσεις της στοιχειοδομής σχεδιάστηκα έτσι ώστε να συνέονται με το μηχανισμό origami plier με περιστροφικούς συνδέσμους. Η γεωμετρία τους μελετήθηκε έτσι ώστε να μπορούν να κάνουν επίπεδη δίπλωση.

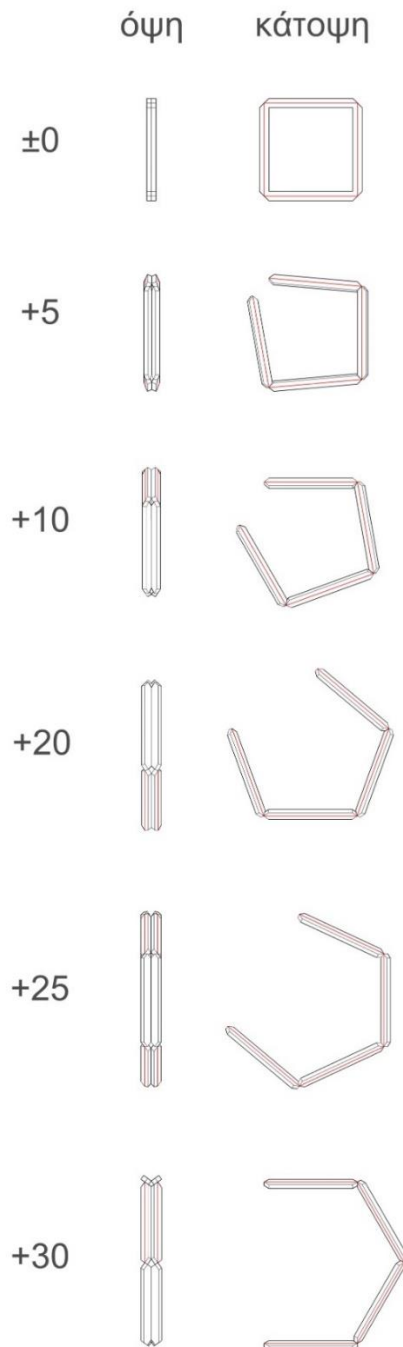
Μηχανισμός Origami Plier ως βάση της στοιχειοδομής Τύπου Β

Ο μηχανισμός origami plier περιλαμβάνει μόνο περιστροφικούς συνδέσμους και μπορεί να εκτελέσει συνεχή και μονοβάθμια κίνηση επι ενός επιπέδου. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, κατά την κίνηση διπλώσης και εκδίπλωσης, τρία από τα τέσσερα μέλη της βάσης στη στοιχειομονάδα Τύπου Β κινούνται πάνω στο ίδιο επίπεδο, ενώ το τέταρτο μέλος κινείται εκτός επιπέδου. Σε αυτό το στάδιο μελέτης αυτό θα παραβλεφθεί, δηλαδή η διερεύνηση θα προχωρήσει σαν να και τα τέσσερα μέλη της βάσης να κινούνται στο ίδιο επίπεδο και σε επόμενο στάδιο μελέτης αυτό θα διορθωθεί. Στο σχήμα 7.30 φαίνεται η κίνηση ενός μηχανισμού origami plier με τεσσερα σκέλη, τα οποία κατά την κίνηση συμπτυξης της κατασκευής διαγράφουν οριζόντια γωνία 30 μοιρών. Στα σχήματα 7.29 και 7.30 σημειώνεται με κόκκινο ο άξονας που δεν περιστρέφεται και παραμένει στο ίδιο επίπεδο. Κάθε σκέλος αποτελείται από δύο επίπεδα μέλη που συνδέονται μεταξύ τους με περιστροφικό σύνδεσμο. Στο σχήμα 7.32 επισημαίνονται με πράσινο χρώμα οι άξονες των περιστροφικών συνδέσμων. Τα μέλη αυτά συνδέονται μέσω ενός άξονα με τα γειτονικά ομότιμα μέλη στο γειτονικό σκέλος του μηχανισμού.

Κατά την κίνηση έκπτυξης του τα γειτονικά μέλη του μηχανισμού πρέπει να στραφουν προς την αντίθετη κατεύθυνση ώστε να αυξηθεί η γωνία αναμεσα στα γειτονικά σκέλη του origami plier. Παρ' όλ' αυτά, ο άξονας των μελών σε κάθε πλευρα του μηχανισμού παραμένει στο ίδιο επίπεδο. Αυτή η ιδιοτητα του origami plier είναι που τον κανει ιδανικό για υποκαταστήσει τις βάσεις της στοιχειοδομής Τύπου Β.



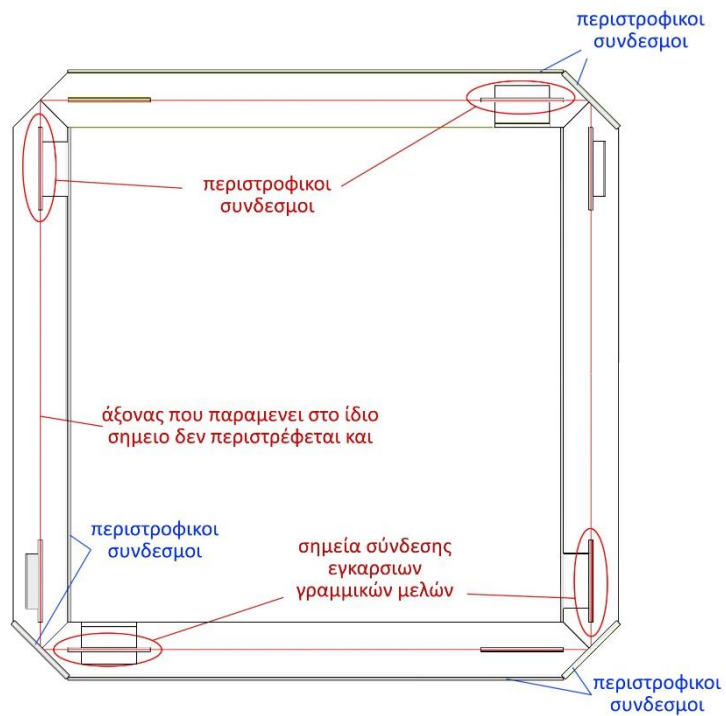
Σχήμα 7.29: Μηχανισμός origami plier.



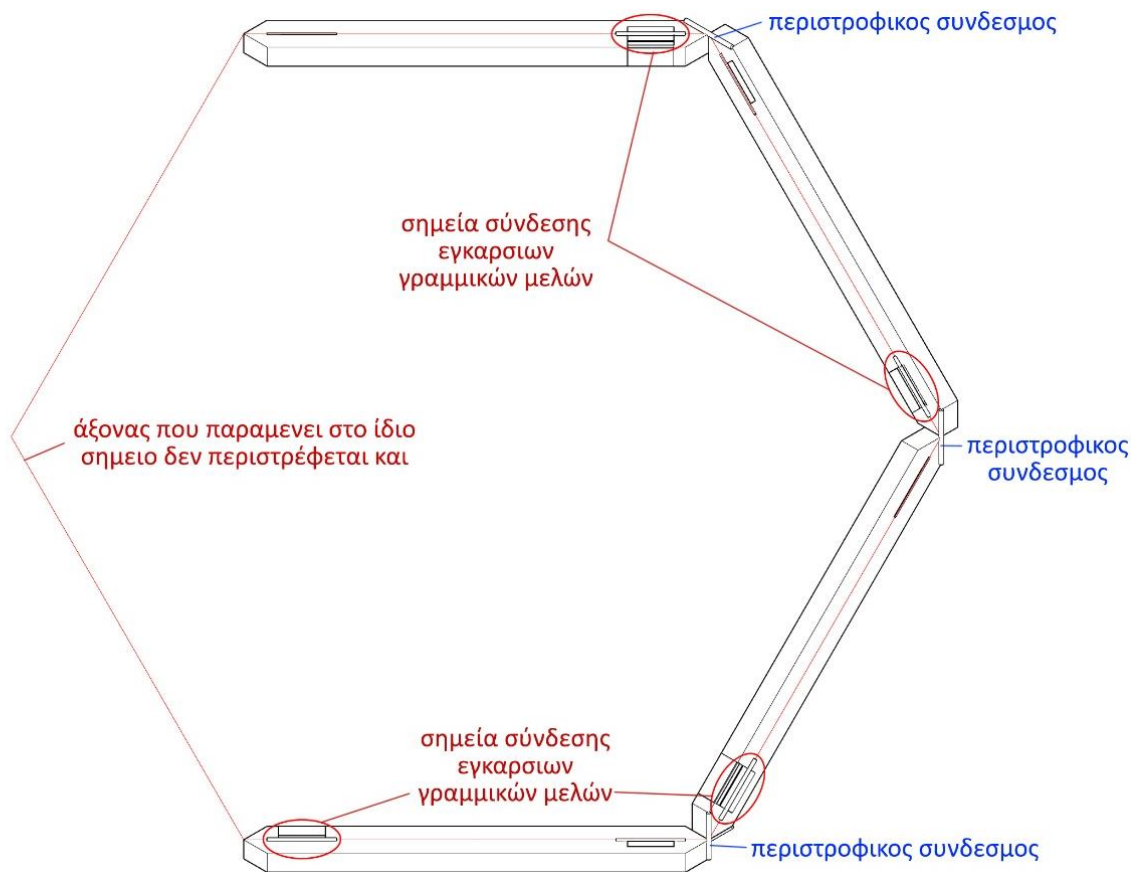
Σχήμα 7.30: Κίνηση του origami plier

Σύνδεση του μηχανισμού origami plier με τα εγκάρσια γραμμικά μέλη και ολοκλήρωση της στοιχειοδομής Τύπου Β

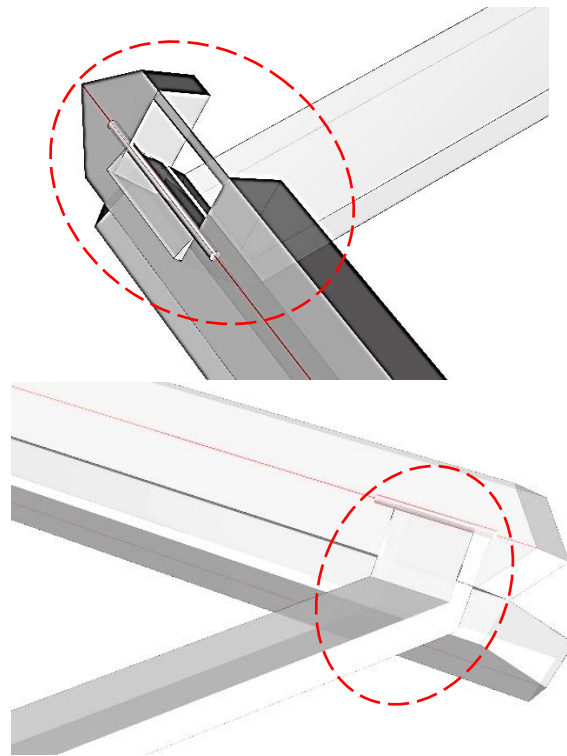
Τα εγκάρσια μέλη που συνδέουν τις δύο τετραγωνικές βάσεις της στοιχειοδομής Τύπου Β συνδέονται επάνω στο μηχανισμό origami plier σε άξονα του μέλους που δεν περιστρέφεται. Τα σχήματα 7.31, 7.32 και 7.33 περιγράφουν λεπτομερώς τη συνδεσμολογία των διαφορετικών μερών.



Σχήμα 7.31: Βάση δομικής μονάδας στην τετραγωνική θέση

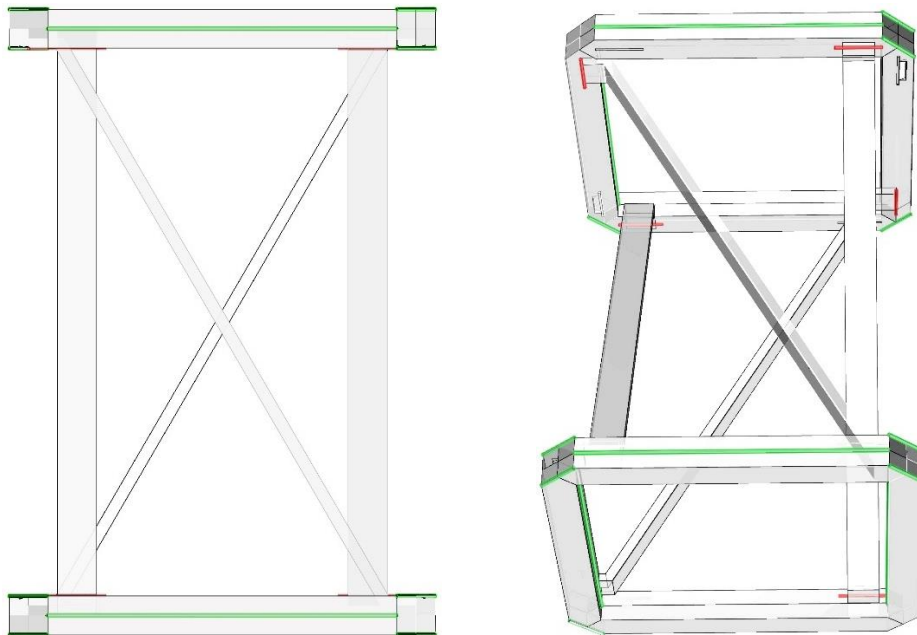


Σχήμα 7.32: Βάση δομικής μονάδας στην εξαγωνική θέση

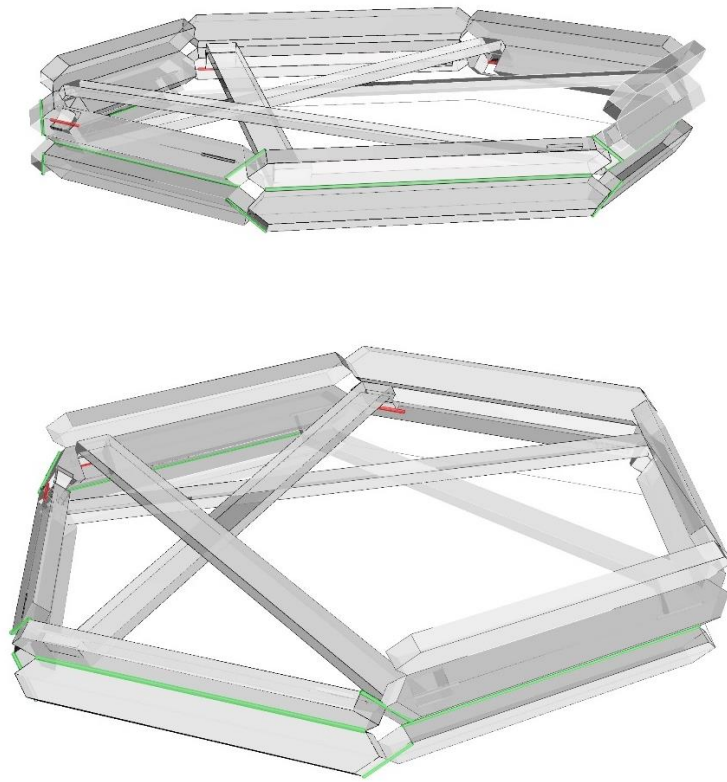


Σχήμα 7.33: Λεπτομέρεια συνδεσης εγκάρσιου μέλους και βάσης

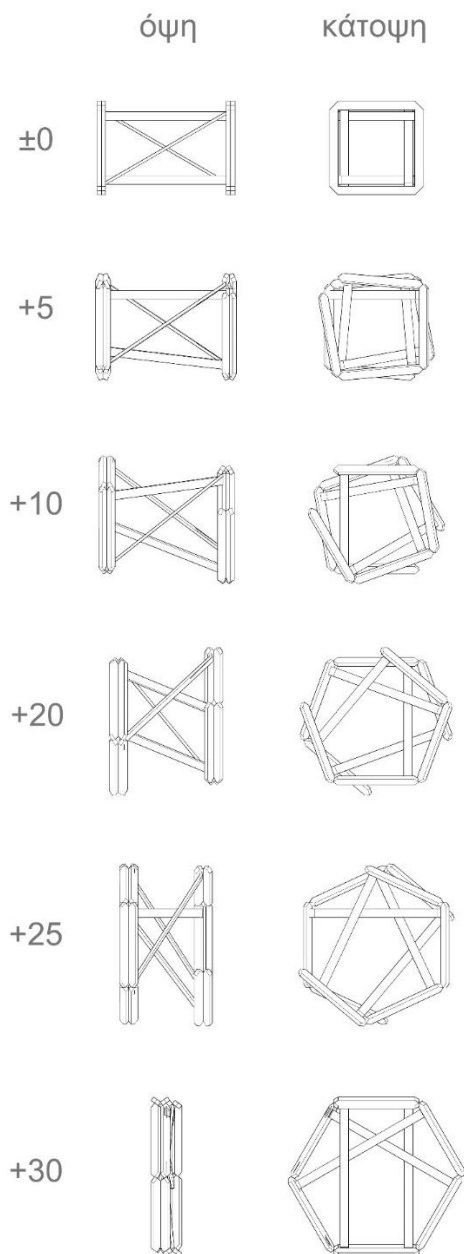
***Η στοιχειοδομή Τύπου Β συναρμολογημένη και επομένο σταδιο
διευθετησης του πάχους***



Σχήμα 7.34: Δομική μονάδα Τύπου Β στην πλήρως ανοικτή θέση



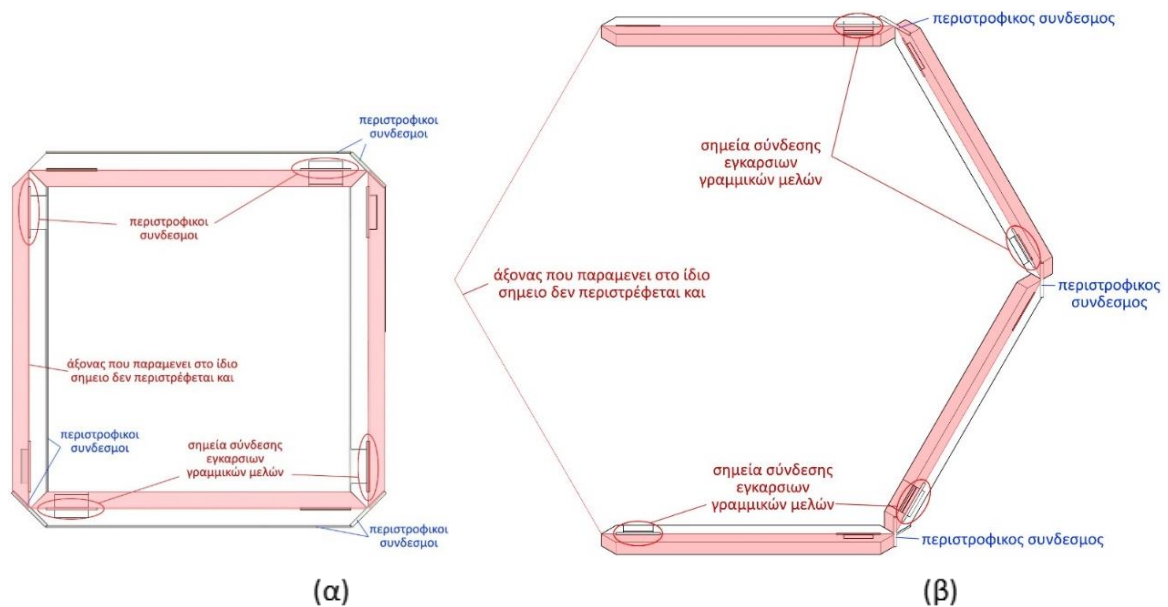
Σχήμα 7.35: Δομική μονάδα Τύπου Β διπλωμενη επίπεδα σε εξαγωνική θέση



Σχήμα 7.36: Διαδικασία δίπλωσης στοιχειοδομής Τύπου Β σε όψη και κάτοψη αντιστοιχισμένη σε ενδεικτικές τιμές της μεταβολής της γωνίας των μελών της τετραγωνικής βάσης. Η τιμή μηδέν αντιστοιχεί στην πλήρως ανοικτή θέση της στοιχειοδομής (και κατ' επεκταση της κατασκευής). Η γωνία +30° αντιστοιχεί στην πλήρως (επίπεδα διπλωμένη θέση όπου οι πλευρές της τετραγωνικής βάσης εφάπτονται στις πλευρές κανονικού εξαγώνου).

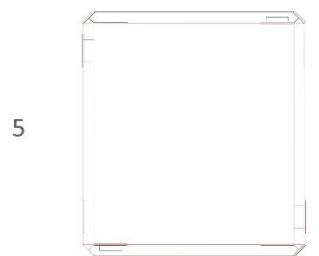
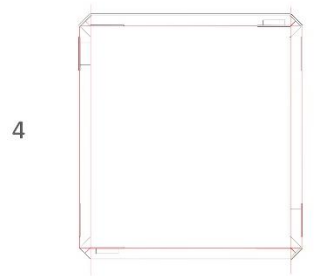
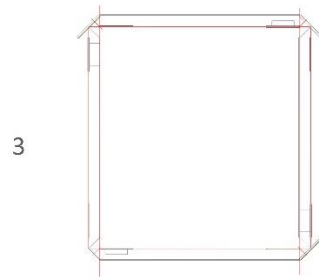
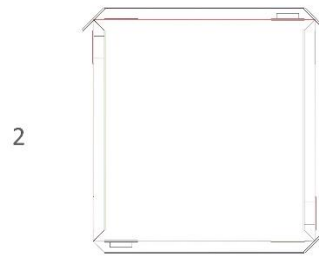
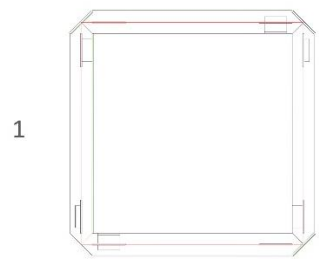
Επόμενο στάδιο διευθέτησης του παχους για τη βάση της στοιχειοδομής Τύπου Β

Σε αυτό το στάδιο μελέτης γίνεται περαιτέρω μείωση του όγκου των μελών της βάσης στη στοιχειοδομή Τύπου Β. Στο σχήμα 7.37 απεικονίζεται η βάση στη μορφή που έχει όταν η κατασκευή είναι στην ανοικτή της θέση (α) και στην κλειστή της θέση (β). Τα τμήματα που είναι επισημασμένα με κόκκινο χρώμα δε συμμετέχουν ενεργά στην κινηματική συμπεριφορά του συστήματος επομένως μπορούν να παραληφθούν.

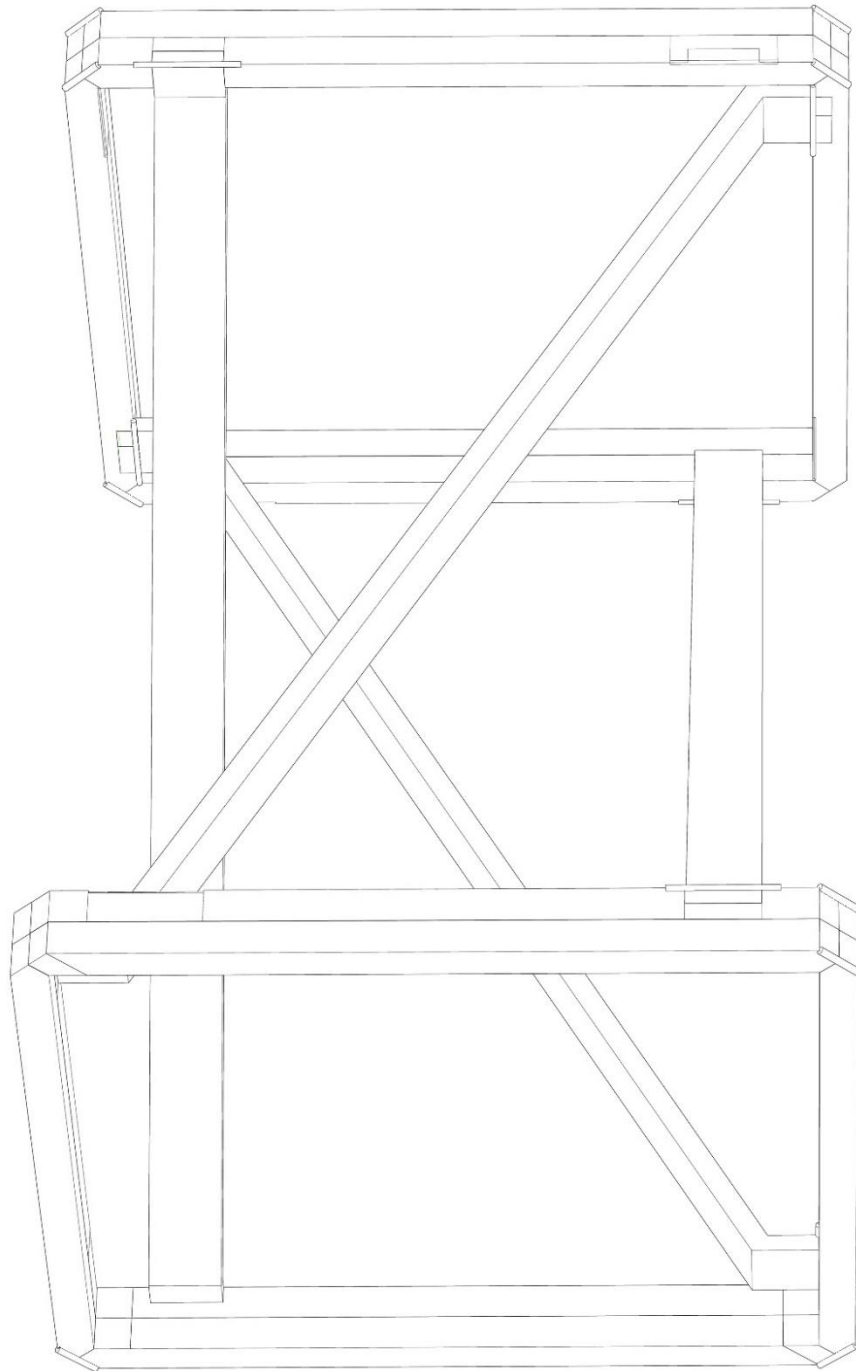


Σχήμα 7.37: Η βάση της στοιχειοδομής Τύπου Β στην ανοικτή (α) και κλειστή (β) θέση της κατασκευής. Τα ανενεργά τμήματα είναι επισημασμένα με κόκκινο χρώμα

Στο σχήμα 7.38 αποτυπώνεται βήμα βήμα η διαδικασία αφαίρεσης των ανενεργών τμημάτων στη βάση της στοιχειοδομής Τύπου Β και στο σχήμα 7.39 απεικονίζεται ολόκληρη η στοιχειοδομή Τύπου Β με λεπτότερα στοιχεία βάσης.



Σχήμα 7.38: Διδικασία αφαίρεσης ανενεργών τμημάτων στη βάση της στοιχειοδομής Τύπου Β

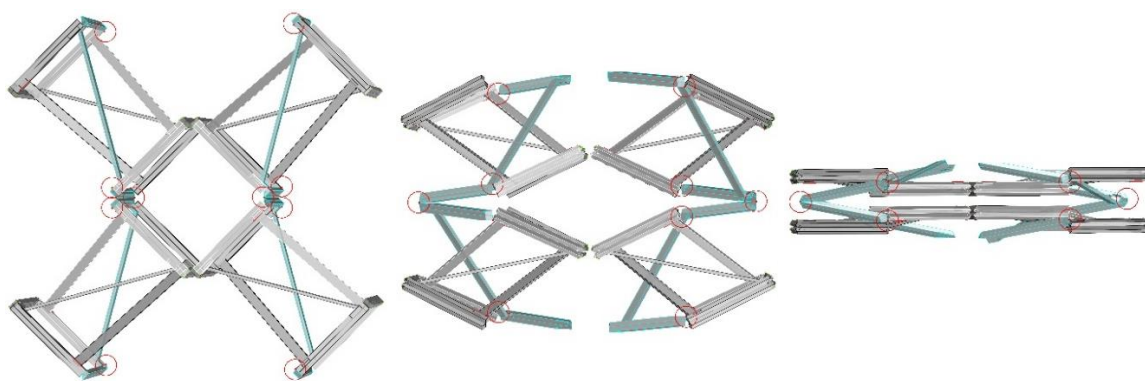


Σχήμα 7.39: Μορφή της στοιχειοδομής Τύπου Β μετά τη διαδικασία διευθέτησης του πάχους

Επεξεργασία του μέλους που κινείται εκτός επιπέδου.

Στην παραγραφο 5.4.1. υπογραμμιστηκε ότι το ένα από τα τέσσερα μέλη της στοιχειοδομής τύπο Β κινείται εκτός του επιπέδου που κινούνται τα άλλα τρία. Τα τρία μέλη που είναι συνδεδεμένα στο *origami plier* είναι συνδεδεμένα μόνο μεταξύ τους και με τις στοιχειοδομές Τυπου Α επάνω και κάτω. Το τέταρτο μέλος συνδέεται με μια γειτονική

στοιχειοδομή γι' αυτό και διαγράφει κίνηση επιπέδου. Το μέλος αυτό αρθρώνεται με σφαιρικό σύνδεσμο με το μέλος που γειτνιάζει στην ίδια στοιχειοδομή σε δύο σημεία ένα σε κάθε μια από τις βάσεις. Επιπλέον αρθρώνεται με σφαιρικό σύνδεσμο με το μέλος που εφάπτεται στη γειτονική στοιχειοδομή η οποία είναι κατοπτρική σε σχέση με αυτή που ανήκει. Στο σχήμα 7.42 III φαίνεται η θέση των σφαιρικών συνδέσμων. Η κίνηση δίπλωσης στην οποία στοχεύει η έρευνα περιγράφεται στο σχήμα 7.42. Με γαλάζιο χρώμα επισημαίνεται το μέλος που κινείται εκτός επιπέδου. Με κόκκινο χρώμα επισημαίνονται οι θέσεις των περιστροφικών αξόνων. Για να συμβεί αυτό αποδεικνύεται πειραματικά ότι οι όταν η κατασκευή είναι στην πλήρως ανοικτή θέση η μία από τις δυο βάσεις της στοιχειοδομής πρέπει να είναι σε επαφή με τις δυο γειτονικές στοιχειοδομές.



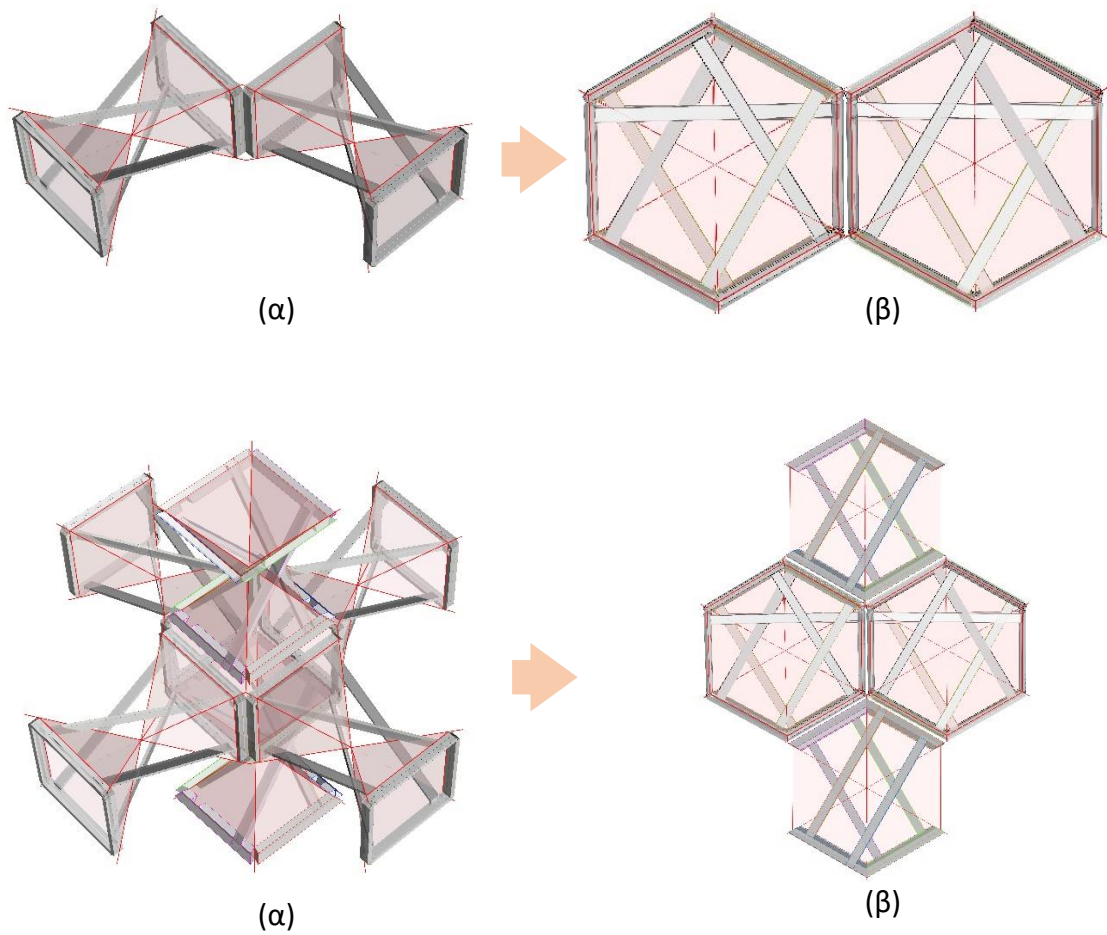
Σχήμα 7.40: Οι στοιχειοδομές Τύπου Β στη διαδικασία της δίπλωσης.

Συνθέτοντας το τριδιάστατο χωρικό μοτίβο που εμπεριέχει το πάχος των υλικών.

Όπως αναφερθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, από τη στιγμή που εισαγεται το π[αχος των υλικών στα μέλη, το διδιάστατο και τριδιάστατο μοτίβο που δημιουργεί το γεωμετρικό μοντέλο αλλάζει. Στόχος της διερεύνησης είναι να σχεδιαστεί μια κατασκευή που επιτυγχάνει αυτή τη μετάβαση δηλαδή που όταν είναι στη ανοικτή θέση δημιουργεί τριδιάστατο μοτίβο, και όταν είναι στην κλειστή θέση δημιουργεί διδιάστατο μοτίβο.

Παρακάτω διερευνούνται οι χωρικές απαιτήσεις που πρέπει να κανοποιηθούν για να κατασκευαστεί μια τέτοια κατασκευή.

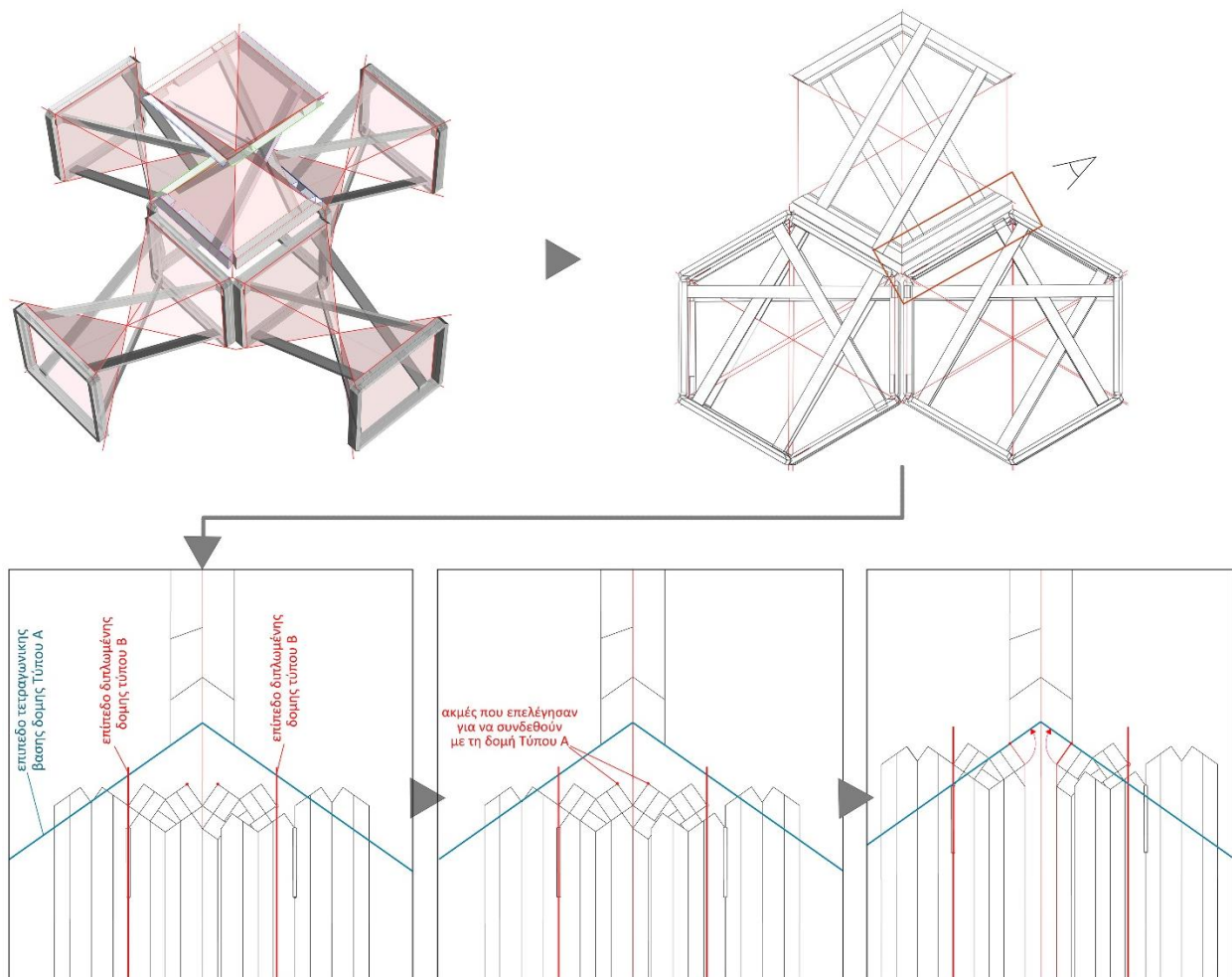
Οι στοιχειομονάδες τύπου Β που βρίσκονται στον ίδιο κόμβο, στην ανοικτή θέση είναι σε επαφή ενώ στην κλειστή θέση δεν εφάπτονται. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 7.41, στην κλειστή θέση, παρα το ότι τα δύο μέλη είναι σε επαφή, οι ιδέατοι κώνοι των πρισματικών στοιχειοδομών τους έχουν απομακρυνθεί μεταξύ τους λόγω του πάχους του υλικού. Η απόσταση αυτή πρέπει να αποτυπώνεται και στο διδιάστατο μοτίβο της κλειστής θέσης ανάμεσα στα εξάγωνα που έχουν σχηματίσει οι στοιχειοδομές.



Σχήμα 7.43: Ιδέατοι κώνοι πρισματικών στοιχειοδομών με πάχος υλικού (α) στην ανοικτή και (β) στην κλειστή θέση

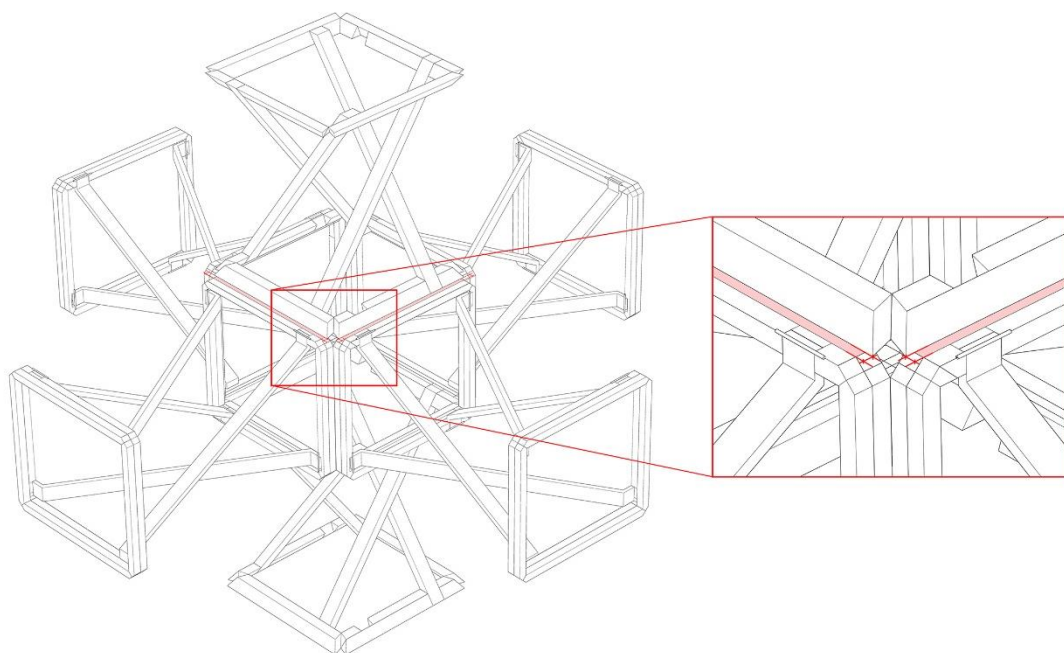
Η προσαρμογή της στοιχειομονάδας Τύπου Α και η τελική διευθέτηση του πάχους της γίνεται με την ευρετική μέθοδο (σχήμα 7.42 και 7.43 αντίστοιχα) με στόχο όλα τα μέλη της κατασκευής να πραγματοποιούν σωστά τη μετάβαση από το ένα μοτίβο στο άλλο. Κατά τη διαδικασία αυτή, όπως αλλάζει η μορφολογία των μελών της κατασκευής μπορεί να κριθεί σκοπιμο να μεταβληθεί το αρχικό και το τελικό μοτίβο του συστήματος. Κάτι τέτοιο δεν αντιτίθεται στον ερευνητικό στόχο στο βαθμό που το διδιάστατο και τριδιάστατο μοτίβο ανταποκρίνονται το ένα στο άλλο.

Η στοιχειομονάδα τύπου Α προσαρμόζεται με βάση τις χωρικές απαιτήσεις και των υπολοίπων μελών της κατασκευής. Ενώ το τριδιάστατο μοτίβο (στην ανοικτή θέση) προβλέπει ότι η βάση της δομής τύπου Α θα απέχει από τις δομές τύπου Β, η έρευνα οδηγήθηκε στο να τοποθετηθεί η δομή Α σε επαφή με τις δομές Β στην κατακόρυφη (κλειστή) θέση (σχήμα 7.44 και 7.45). Αυτό σημαίνει ότι το διδιάστατο μοτίβο αλλάζει επομένως πρέπει να αλλάξει και το τριδιάστατο.

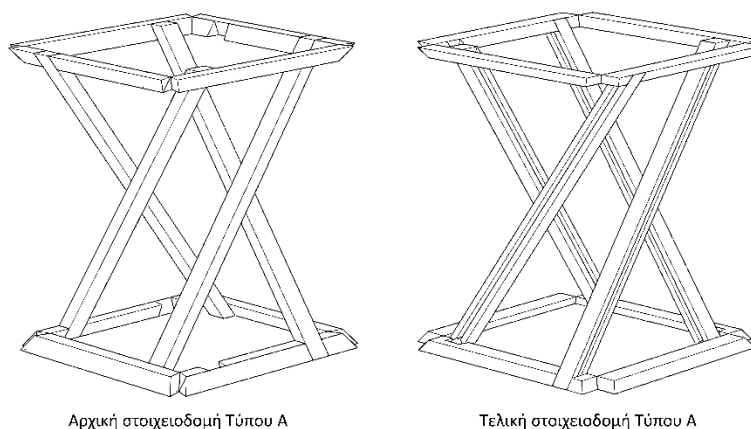


Σχήμα 7.44: Πάνω: Επίδραση του πάχους υλικών στο γεωμετρικό μοντέλο. Κάτω: Προσδιορισμός της θέσης της στοιχειοδομής Τυπου Α με την ευρετική μεθοδο.

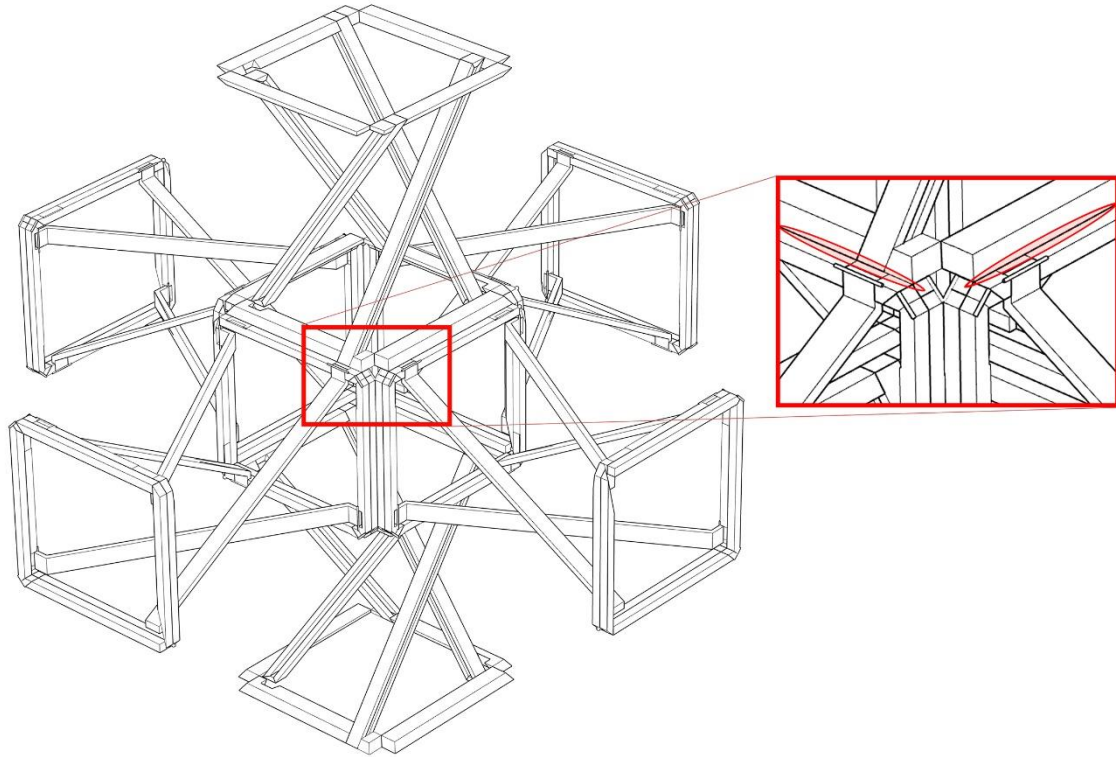
Όπως φαίνεται και στο σχήμα 44 στην κατακόρυφη θέση, η στοιχειοδομή Τυπου Α συνδέεται εκατέρωθεν του επιπέδου της με τις ακμές της στοιχειοδομής Τύπου Β που είναι παραλληλες στα μέλη της βάσης της. Τα δύο μέρη ενωνονται με περιστροφικό συνδεσμο ο άξονας του οποίου διέρχεται από το σημείο (σε κάθε πλευρά) που είναι επισημασμένο με κοκκινο χρώμα. Όταν οι στοιχειοδομές είναι στην κλειστή θέση του συστήματος διπλωμένες στο κατακόρυφο επίπεδο η συνδεση αυτή δείχνει εφικτή. Όταν οι στοιχειοδομές βρίσκονται στην ανοικτή θέση του συστήματος αποδεικνύεται ότι για να γίνει σωστά η σύνδεση πρέπει το μελος της βάσης της στοιχειοδομής Τύπου Α να αποκτήσει μεγαλύτερο πλάτος (σχήμα 7.45) ώστε η ακμή τους να φτάνει έως την ακμή του μέλους με το οποίο θα συνδεθούν. Στο σχήμα 7.46 φαίνεται η τελική μορφή της στοιχειοδομής Τύπου Α σε σύγκριση με την αρχική.



Σχήμα 7.45: Παραδειγμα προβληματικής σύνδεσης ανάμεσα στη δομή Τύπου Α με τις δομές Τύπου Β. Απαίτηση για αύξηση του πλάτους των μελών της βάσης της δομής Τύπου Α



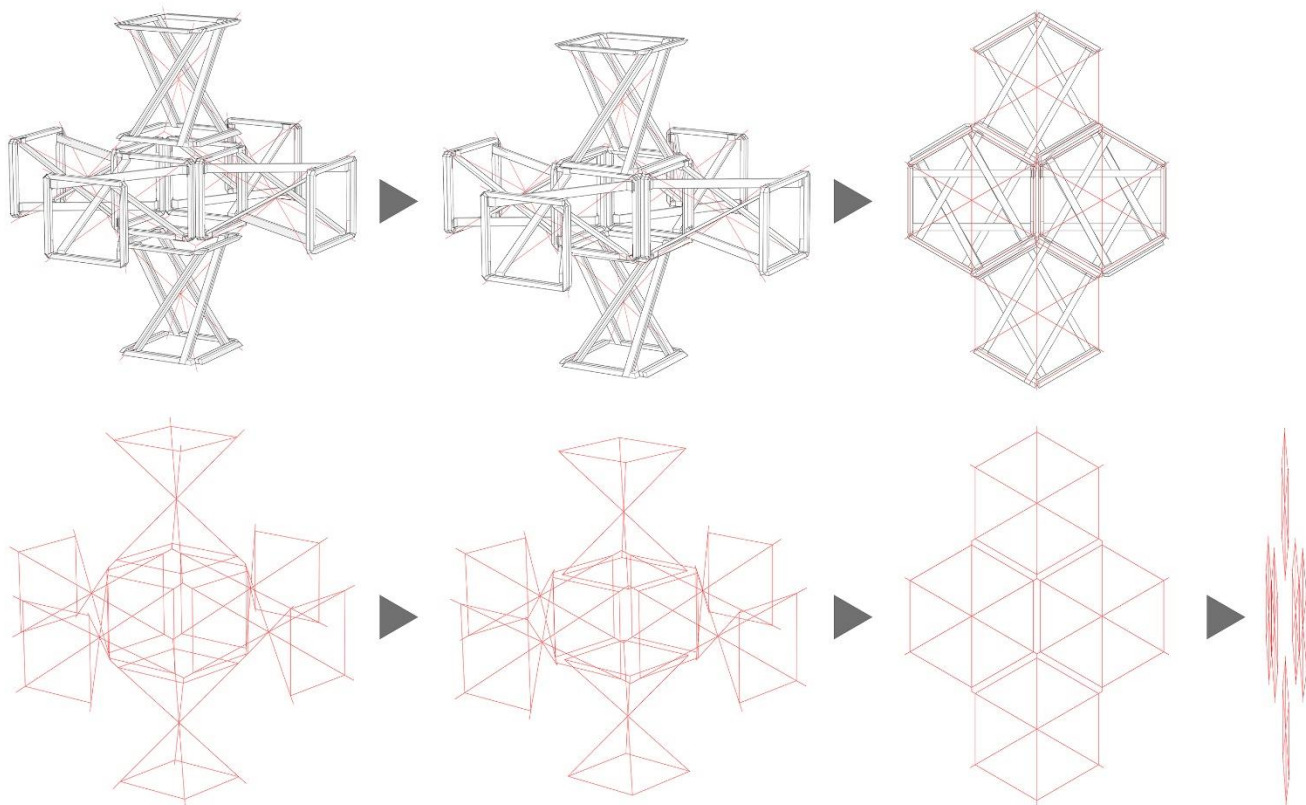
Σχήμα 7.46: Αρχική και τελική μορφή στοιχειοδομής Τύπου Α



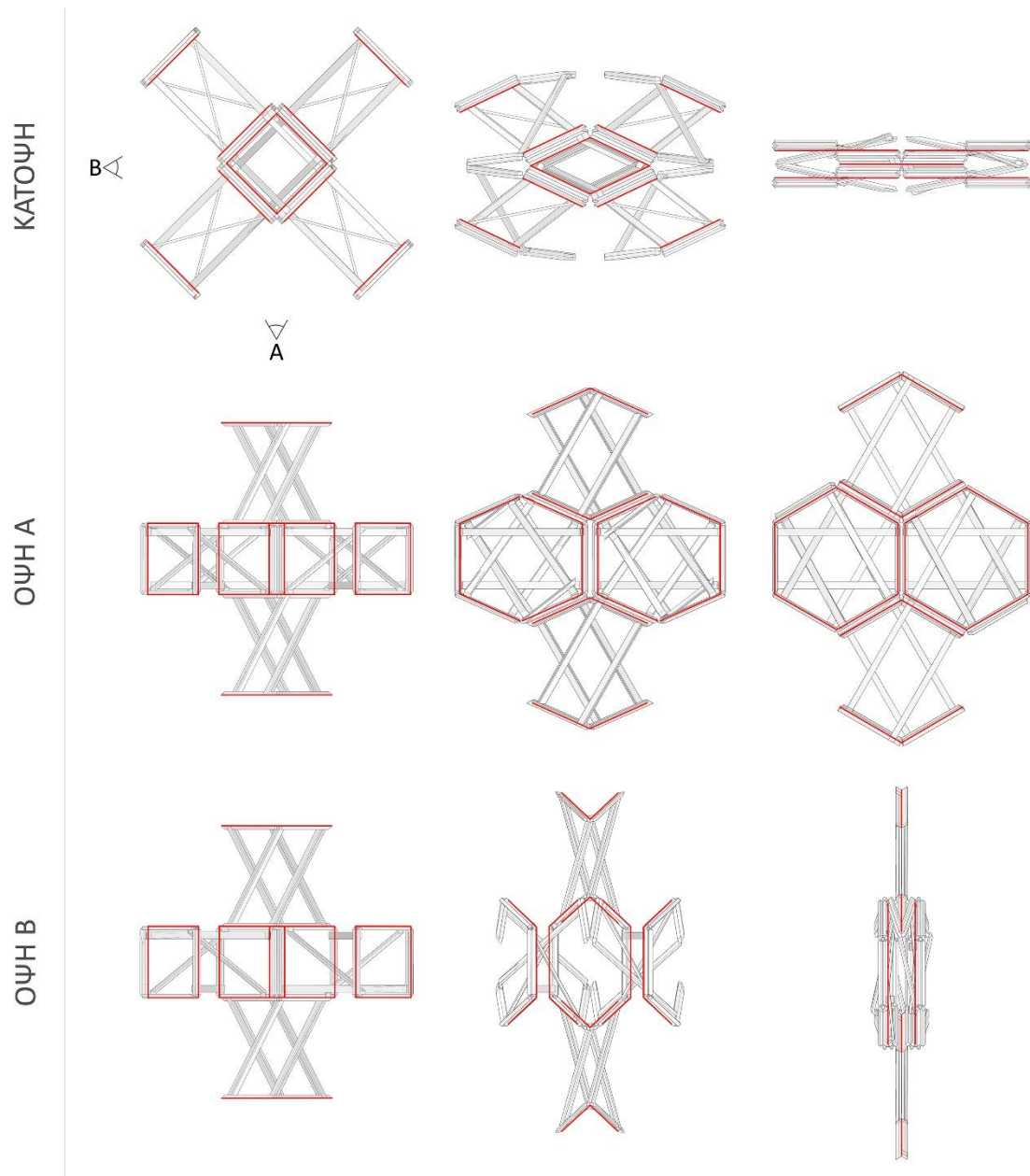
Σχήμα 7.47: Η σωστή συνδεση της δομής Τύπου Α με τις δομές Τύπου Β

Η αλλαγή που έγινε στη σχετική θέση της στοιχειοδομής Α σε σχέση με τις στοιχειοδομές Β επιφέρει αλλαγή στο τριδιάστατο γεωμετρικό μοτίβο της κατασκευής αλλά και στο διδιάστατο που προκύπτει μετά τη δίπλωση. Η αλλαγή περιγράφεται στο σχήμα 7.48. Ο κόμβος που σχηματίζεται είναι ο βασικός της κατασκευής και αποτελεί το ελάχιστο τμήμα της στο οποίο διατηρείται το σύνολο των ιδιοτήτων της. Στο σχήμα 7.49 απεικονίζεται ο κόμβος αυτός στη διαδικασία της δίπλωσης. Οι βάσεις των έξι στοιχειοδομών που τον αποτελούν είναι επισημασμένες με κόκκινο χρώμα. Όπως φαίνεται και στο σχήμα, στην κλειστή θέση οι βάσεις έρχονται σε παραλληλία. Το ίδιο συμβαίνει και για τα γραμμικά μέλη που συνδέουν τις δύο βάσεις στις στοιχειοδομές τύπου Α.

Δεν ισχύει το ίδιο όμως για τα γραμμικά μέλη που συνδέουν τις βάσεις στις στοιχειοδομές τύπου Β. Ο άξονας των μελών αυτών διατηρεί κάποια γωνία σε σχέση με τα μέλη των βάσεων που συνδέει. Η γωνία αυτή είναι συνάρτηση του πάχους του υλικού των μελών και του τρόπου σύνδεσης των στοιχειοδομών μεταξύ τους.



Σχήμα 7.48: Μεταβολή του μοτίβου



Σχήμα 7.49: Ο βασικός κόμβος της κατασκευής στη διαδικασία της δίπλωσης

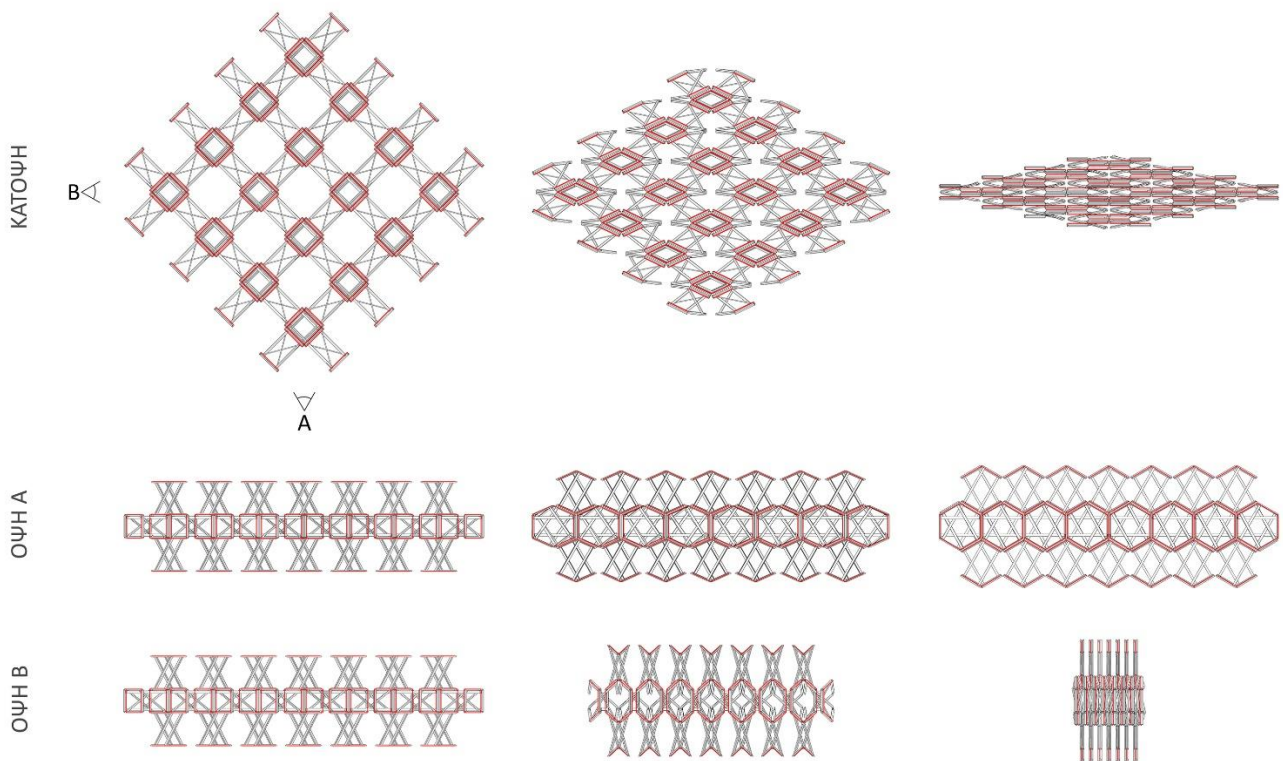
7.11. Η Κατασκευή Crate ως Σύνολο

Στο σχήμα 7.50 απεικονίζεται τμήμα της κατασκευής που αποτελείται από **5x5** βασικούς κόμβους. Το σχήμα απεικονίζει τη μετάβαση της κατασκευής από την πλήρως ανοικτή θέση (θέση λειτουργίας) στην πλήρως κλειστή που αντιστοιχεί στην επίπεδη δίπλωση

Οι βάσεις των στοιχειοδμών που τους αποτελούν είναι επισημασμένες με κόκκινο χρώμα. Στο σχήμα 7.50 γίνεται σαφής η μετάβαση από το χωρικό μοτίβο της ανοικτής θέσης (θέσης λειτουργίας) της κατασκευής στο διδιάστατο μοτίβο της κλειστής θέσης.

Τέλος, για τη συγκεκριμένη κατασκευή που αποτελείται από 5x5 βασικούς κόμβους με τις συγκεκριμένες διαστάσεις μελών η αναλογία όγκων μεταξύ ανοικτής και κλειστής θέσης είναι:

$$V_A \div V_K = 4,5$$



Σχήμα 7.50: Η κατασκευή στη διαδικασία της δίπλωσης

7.12. Παρατηρήσεις

Η μελέτη που παρουσιάστηκε σε αυτό το κεφάλαιο έχει ως αντικείμενο τη δημιουργία αναδιπλούμενης κυψελοειδούς χωρικής κατασκευής η οποία ανήκει στην κατηγορία των δομοστοιχειωτών κατασκευών (modular structures). Οι στοιχειομονάδες (modules) της κατασκευής έχουν ως σχεδιαστική αφετηρία συγκεκριμένη χάραξη origami και βασίζεται στη γεωμετρία του κανονικού εξαγώνου.

Η διερεύνηση της κατασκευής τόσο γεωμετρικά όσο και κινηματικά οδήγησε στην αναδιπλούμενη χωρική δομή που ονομάστηκε Crate Structure και έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

- Έχει ένα βαθμό ελευθερίας (1DoF)
- Μπορεί να κινείται μεταξύ μιας πλήρως εκδιπλωμένης μορφής (θέση λειτουργίας) σε μία κλειστή όπου οι δομικές μονάδες της θα βρίσκονται σε παραλληλία.
- Η μετάβαση ανάμεσα στις δύο αυτές ακραίες θέσεις να γίνεται σε μία συνεχόμενη και μονοβάθμια κίνηση.
- Η αναλογία όγκων μεταξύ ανοικτής και κλειστής θέσης είναι: $V_A \div V_K = 4,5$

Αυτό που είχε αποφασιστική σημασία στην εξέλιξη την επιτυχή έκβαση της έρευνας είναι το ότι η κίνηση δίπλωσης εκδίπλωσης της κατασκευής αντιμετωπίστηκε ως η μετάβαση από ένα χωρικό μοτίβο (ανοικτή θέση) σε ένα μοτίβο δύο διαστάσεων. Αυτή η ερευνητική προσέγγιση στην επίλυση της αναδιπλούμενης κατασκευής αποτελεί και μία από τις πρωτοτυπίες της συγκεκριμένης διατριβής.

Στο πλαίσιο της έρευνας για την Crate Structure σχεδιάστηκε η καινοτομική διάταξη Origami Plier η οποία αναπτύχθηκε εκτενώς στις παραγράφους 7.5.3 και 7.7

Η διάταξη αυτή σχεδιάστηκε με στόχο να περιοριστούν οι επιπλέον βαθμοί ελευθερίας των στοιχειοδομών τύπου B. Για το σκοπό αυτό, το Origami Plier αρκεί να έχει μόνο τρία σκέλη, καθένα από τα οποία αποτελείται από δύο μέλη, οι δε γωνίες που διαγράφουν τα μεταξύ τους τα μέλη που ανήκουν στο ίδιο σκέλος περιορίζεται στις 109.47° . Αντίστοιχα, οι γωνίες που διαγράφουν τα μεταξύ τους τα παρακείμενα (γειτονικά/ συνδεδεμένα) μέλη που ανήκουν σε διαφορετικό σκέλος περιορίζεται στις 90° και ανάλογα με τον περιστροφικό σύνδεσμο για τον οποίο πρόκειται. Τα πειράματα σε φυσικά και ψηφιακά μοντέλα έδειξαν ότι τα σκέλη του Origami Plier αφενός μεν μπορούν να αυξηθούν σε αριθμό, αφετέρου τα μέλη τους είτε ανήκουν στο ίδιο σκέλος είτε σε γειτονικό, μπορούν να αναπτύξουν μεταξύ τους γωνίες από 0° έως 180° . Συμπερασματικά, το Origami Plier είναι μία μονοβάθμια διάταξη που μπορεί να αναπτυχθεί αυτόνομα και να εξελιχθεί περαιτέρω.

Το ίδιο ισχύει και με το συνδυασμό των γραμμικών μελών και των δύο Origami Pliers εν είδει βάσεων στη στοιχειοδομή τύπου B. Αν για βάσεις της στοιχειοδομή τύπου B, χρησιμοποιηθούν Origami Pliers με τέσσερα σκέλη, τότε όλα της κάθε βάσης θα εκτελεί την κίνηση αναδίπλωσης εντός του ίδιου επιπέδου και η στοιχειοδομή τύπου B θα μπορεί να εκτελέσει μία μονοβάθμια κίνηση εκδίπλωσης από την επίπεδη συνεπτυγμένη θέση στην ανεπτυγμένη πρισματική μορφή. Πολλές τέτοιες στοιχειοδομές τύπου B μπορούν να συνδεθούν εν σειρά και να δώσουν μια δομή που από μία συνεπτυγμένη θέση εκτελώντας μια συνεχή και μονοβάθμια κίνηση μετατρέπεται σε ένα γραμμικό χωροδικτύωμα (χωροδικτύωμα μίας διεύθυνσης).

Αυτά όλα όμως θα αποτελέσουν αντικείμενο μιας μελλοντικής μελέτης και δε θα καλυφθούν στο πλαίσιο της παρούσας έρευνας.

8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

8.1. Ανασκόπηση Διατριβής σε Σχέση με Αρχικούς Ερευνητικούς Στόχους

Η παρούσα διδακτορική διατριβή μελέτησε τις χαράξεις Origami και συγκεκριμένα διερεύνησε τυπολογίες που έχουν τη δυνατότητα της επίπεδης δίπλωσης (flat folding), και στη συνέχεια τις ανήγαγε σε τριδιάστατες διευσταθείς κυψελοειδείς χωρικές κατασκευές οι οποίες έχουν τη δυνατότητα της αναδίπλωσης από ένα ελάχιστο όγκο σε μια πλήρως εκδιπλωμένη μορφή πολλαπλάσιου όγκου (και το αντίστροφο).

Στο πλαίσιο της έρευνας αναπτύχθηκαν τρεις διαφορετικές κυψελοειδείς δομές με τα παραπάνω χαρακτηριστικά, τα συμπεράσματα επί των οποίων παρουσιάστηκαν αναλυτικά στο εκάστοτε κεφάλαιο που αφορούσε την καθεμία από αυτές τις κατασκευές.

Τα επιμέρους ζητούμενα που τέθηκαν εξ αρχής για τις παραπάνω κυψελοειδείς χωρικές κατασκευές καλύφθηκαν επαρκώς:

- I. Οι μορφές που αναπτύχθηκαν μπορούν να διπλώνουν από την πλήρως ανεπτυγμένη μορφή τους σε μία πλήρως συνεπτυγμένη (και το αντίστροφο) εκτελώντας **μία συνεχόμενη** και **μονοβάθμια** κίνηση. Η ιδιότητα αυτή απλουστεύει εξαιρετικά τη διαδικασία δίπλωσης -εκδίπλωσης ελαχιστοποιεί τον αριθμό των χειριστών που απαιτούνται και χάρη στην απλότητά της απαλλάσσει από την ανάγκη για ειδικευμένο προσωπικό. Συνεπώς παρέχει αυτονομία γιατί οι ίδιοι οι χρήστες (ή ο χρήστης) της κατασκευής μπορεί να διπλώσει και να ξεδιπλώσει την κατασκευή.
- II. Ο σχεδιασμός των κατασκευών αυτών αφενός μεν προσφέρει τη δυνατότητα μετασχηματισμού και διαμερισματοποίησης του χώρου στο εσωτερικού τους, αφετέρου επιτρέπει τη σύνδεσή τους είτε κατ' επέκταση είτε καθ' ύψος με άλλες ομοειδείς τους.
- III. Όταν οι αναδιπλούμενες κατασκευές βρίσκονται στην κλειστή διπλωμένη τους μορφή, τα βασικά τους μέλη βρίσκονται σε παραλληλία. Η θέση αυτή αντιστοιχεί στην επίπεδη δίπλωση του γεωμετρικού του μοντέλου με μηδενικό πάχος υλικών. Η παράλληλη χωροθέτηση των μελών όταν η κατασκευή είναι στην κλειστή μορφή εν πολλοίς εγγυάται την ελαχιστοποίηση του όγκου της. Στον τελικό τους όγκο όμως καταλυτική επίδραση έχουν οι διαστάσεις των μελών τους που με τη σειρά εξαρτώνται από τις αντοχές των υλικών που χρησιμοποιούνται. Κάτι τέτοιο όμως ήταν εξ αρχής έξω από το πλαίσιο και τις προθέσεις της παρούσας έρευνας, η οποία επικεντρώνεται στη γεωμετρία των μοτίβων πτύχωσης των origami, στις κινηματικές ιδιότητες που έχουν τα origami ως συνέπεια της γεωμετρίας αυτής και στην διατήρηση αυτών των ιδιοτήτων όταν τα origami ανάγονται σε τριδιάστατες χωρικές κατασκευές από υλικά με πραγματικό πάχος.

Σε αυτό το πλαίσιο, στις κατασκευές που μελετήθηκαν, ο λόγος των όγκων τους στην κλειστή και ανοικτή μορφή είναι μεγαλύτερος από 4. Συγκεκριμένα για την κατασκευή **Miura-Pantograph** η αναλογία αυτή είναι **1÷ 4,39**.

Για την κατασκευή **Miura-Sarrus** στην τελική της μορφή η αναλογία αυτή είναι **1÷ 4,91**. Η τελική της μορφή είναι αυτή όπου ο σιγμοειδής μηχανισμός αποτελείται από τρία μέλη. Σε προγενέστερη εκδοχή της όπου ο σιγμοειδής μηχανισμός είχε εννέα μέλη συνολικά, η κλειστή μορφή της κατασκευής αποκτούσε ακόμα πιο συμπαγή μορφή και μικρό όγκο και η παραπάνω αναλογία όγκων ήταν **1÷ 6,79**.

Η κατασκευή **Crate** δίνει ένα λόγο όγκων μεταξύ κλειστής και ανοικτής μορφής ίσο με **1÷ 4,53**.

8.2. Καινοτομίες Έρευνας

Στο πλαίσιο της έρευνας και για τις ανάγκες των αναδιπλούμενων κυψελοειδών κατασκευών που μελετήθηκαν, προκειμένου να δοθούν λύσεις σε συγκεκριμένα ζητήματα, σχεδιάστηκαν διάφορες καινοτόμες διατάξεις και μηχανισμοί οι οποίοι προσαρτήθηκαν πάνω στις αναδιπλούμενες κατασκευές.

Κάποιες όμως από τις διατάξεις αυτές κρίνεται ότι μπορούν να αναπτυχθούν και αυτόνομα, πέρα από το πλαίσιο των κατασκευών που έχουν ως σχεδιαστική αφετηρία τις τυπολογίες Origami.

Οι διατάξεις αυτές είναι οι παρακάτω:

I. Το εξάρτημα Origami Plier:

Όπως επισημάνθηκε και στην παράγραφο 7.5.3, η διάταξη αυτή σχεδιάστηκε με στόχο να περιοριστούν οι επιπλέον βαθμοί ελευθερίας των στοιχειοδομών τύπου B. Για να επιτευχθεί αυτό, το Origami Plier αρκεί να έχει μόνο τρία σκέλη, καθένα από τα οποία αποτελείται από δύο μέλη. Οι γωνίες που διαγράφουν τα μεταξύ τους τα μέλη που ανήκουν στο ίδιο σκέλος περιορίζεται στις 109.47° . Αντίστοιχα, οι γωνίες που διαγράφουν τα μεταξύ τους τα παρακείμενα συνδεδεμένα μέλη που ανήκουν σε διαφορετικό σκέλος περιορίζεται στις 90° και ανάλογα με τον περιστροφικό σύνδεσμο για τον οποίο πρόκειται.

Τα πειράματα σε φυσικά και ψηφιακά μοντέλα έδειξαν ότι τα σκέλη του Origami Plier αφενός μεν μπορούν να αυξηθούν σε αριθμό, αφετέρου τα μέλη τους είτε ανήκουν στο ίδιο σκέλος είτε σε γειτονικό, μπορούν να αναπτύξουν μεταξύ τους γωνίες από 0° έως 180° . Συμπερασματικά, το Origami Plier είναι μία μονοβάθμια διάταξη που μπορεί να αναπτυχθεί αυτόνομα και να εξελιχθεί περαιτέρω.

II. Ακολουθώς, αυτόνομα μπορεί να αναπτυχθεί και ο συνδυασμός των γραμμικών μελών και των δύο Origami Pliers εν είδει βάσεων, στη στοιχειοδομή τύπου B η οποία αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της μελέτης για

την Κατασκευή Crate. Αν για βάσεις της στοιχειοδομής τύπου B, χρησιμοποιηθούν Origami Pliers με τέσσερα σκέλη, τότε όλα τα μέλη της κάθε βάσης θα εκτελεί την κίνηση αναδίπλωσης εντός του ίδιου επιπέδου και η στοιχειοδομή τύπου B θα μπορεί να εκτελέσει μία μονοβάθμια κίνηση εκδίπλωσης από την επίπεδη συνεπτυγμένη θέση στην ανεπτυγμένη πρισματική μορφή. Πολλές τέτοιες στοιχειοδομές τύπου B μπορούν να συνδεθούν εν σειρά και να δώσουν μια δομή που από μία συνεπτυγμένη θέση εκτελώντας μια συνεχή και μονοβάθμια κίνηση μετατρέπεται σε ένα γραμμικό χωροδικτύωμα (χωροδικτύωμα μίας διεύθυνσης) αποτελούμενο από πολλές πρισματικές μονάδες σαν τη στοιχειοδομή τύπου B.

- III. Η διάταξη που περιλαμβάνει το συνδυασμό του σιγμοειδούς μηχανισμού με τον εγκάρσιο ψαλιδωτό σύνδεσμο η οποία αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της έρευνας για την αναδιπλούμενη κατασκευή Miura-Sarrus, σχεδιάστηκε για να συνδέσει με μονοσήμαντο τρόπο την μεταβολή της γωνίας ανάμεσα σε δύο γειτονικές κυψέλες και τη μεταβολή της απόστασης ανάμεσα στα παράλληλα επιφανειακά μέλη της ίδιας κυψέλης. Παρατηρείται ότι η λειτουργία της δε βασίζεται ούτε είναι συνάρτηση κάποιας από τις παραμέτρους από τις οποίες προσδιορίζεται η χάραξη Miura. Η παρατήρηση αυτή είναι η πρώτη ένδειξη ότι η διάταξη αυτή ενδεχομένως να μπορεί να αξιοποιηθεί και να λειτουργήσει ανεξάρτητα από το πλαίσιο της χάραξης Miura. Επίσης με κατάλληλη τροποποίηση του μήκους και του πλήθους των μελών της διάταξης μπορεί να επιτευχθεί διαφορετική αναλογία ανάμεσα στη μεταβολή της γωνίας και την μεταβολή του μήκους που αντιστοιχίζονται μέσα από τη διάταξη αυτή.

8.3. Δυνατότητες Εφαρμογής των Κατασκευών που Αναπτύχθηκαν

Οι κατασκευές που απέφερε η παρούσα έρευνα θα μπορούσαν να συμβάλλουν στις περιβαλλοντικές μελέτες και να έχουν εφαρμογές όπως προσωρινές ερευνητικές υποδομές για μετρήσεις και δειγματοληψίες σε φυσικά πεδία, είτε χερσαία είτε υδάτινα (θάλασσα, λίμνες ή ποτάμια), να αποτελέσουν προσωρινούς χώρους εργασίας ή χώρους αποθήκευσης για μικρό χρονικό διάστημα, ή ακόμα να λειτουργήσουν σαν χώροι περιβαλλοντικής εκπαίδευσης οι οποίοι επειδή γειτνιάζουν με πεδία που πραγματοποιούνται περιβαλλοντικές έρευνες, προσφέρουν μια πιο ενεργή ενασχόληση με τα περιβαλλοντικά ζητήματα.

Αμφίβιες εκδοχές των κυψελοειδών δομών θα μπορούσαν να τοποθετηθούν σε παράκτιες περιοχές για να πραγματοποιηθούν δειγματοληψίες και μετρήσεις, ή να βοηθήσουν στην υλοποίηση πειραμάτων μέσα στο νερό.

Η αυτονομία που παρέχει η ευκολία με την οποία αναπτύσσεται (και συμπύσσεται) όπως εξηγήθηκε αναλυτικότερα και στην πρώτη ενότητα αυτού του κεφαλαίου, την καθιστά ιδανική για εφαρμογές που λαμβάνουν χώρα σε περιβάλλοντα ακραίων συνθηκών όπου κατά τεκμήριο δε μπορεί να υπάρξει πρόσθετη βοήθεια. Τέτοιο

περιβάλλον ακραίων συνθηκών, εκτός από το βυθό της θάλασσας που αναφέρθηκε παραπάνω, μπορεί να είναι για παράδειγμα απομακρυσμένες περιοχές στη γη, αλλά και περιβάλλοντα έξω από τη γη.

8.4. Επόμενα Στάδια Έρευνας και Μελλοντικές Μελέτες

Στην κατασκευή Miura-Pantograph αναφορικά με τα εγκάρσια τηλεσκοπικά γραμμικά μέλη που σχεδιάστηκαν, λόγω των ανοχών που πρέπει να υπάρχουν σε τέτοιου είδους μηχανισμούς, υπάρχουν ανοικτά θέματα όσον αφορά τη συνολική στιβαρότητα του μηχανισμού και την ικανότητά του να παραλαμβάνει ροπές. Τα ζητήματα αυτά είναι αντικείμενο περαιτέρω έρευνας.

Η παρούσα διατριβή μελέτησε την αναγωγή χαράξεων origami τριδιάστατες κυψελοειδείς κατασκευές με τη δυνατότητα της αναδίπλωσης. Ως ερευνητικό της πεδίο ορίστηκε η γεωμετρία των κατασκευών αυτών. Παρ' όλ' αυτά, η παρούσα μελέτη μπορεί να ανοίξει πεδίο μελλοντικής έρευνας στα υλικά με τα οποία μπορούν να υλοποιηθούν οι κατασκευές αυτές. Η μελέτη που μπορεί να ακολουθήσει μετά από αυτή είναι η δομοστατική ανάλυση και διαστασιολόγηση των μελών της κάθε μίας από τις κατασκευές που αναπτύχθηκαν.

Βιβλιογραφία

- ABEL, Z.; Cantarella, J.; Demaine, E.; Eppstein, D.; Hull, T.; Ku, J.; Lang, R.; Tachi, T.; Rigid Origami Vertices: Conditions and Forcing Sets, in Journal of Computational Geometry, pp. 171-184, 2016.
- ADDINGTON, M.; Schodek, D.; Smart Materials and New Technologies – For the architecture and design professions, Architectural Press, 2005.
- AHLQUIST, S.; Menges, A.: Computational Design Thinking: Computation Design Thinking, in Architectural Design Reader, Computational Design Thinking, 2011
- ABEL, Z.; Cantarella, J.; Demaine, E.; Eppstein, D.; Hull, T.; Ku, J.; Lang, R.; Tachi, T.; Rigid Origami Vertices: Conditions and Forcing Sets, in Journal of Computational Geometry, pp. 171-184, 2016.
- ADDINGTON, M.; Schodek, D.; Smart Materials and New Technologies – For the architecture and design professions, Architectural Press, 2005.
- AHLQUIST, S.; Menges, A.: Computational Design Thinking: Computation Design Thinking, in Architectural Design Reader, Computational Design Thinking, 2011
- AKGUN, Y.; Charis J.; Gantes, C.; Sobekd, W.; Korkmaz, K.; Kalochairetis, K.; A novel adaptive spatial scissor-hinge structural mechanism for convertible roofs, in Engineering Structures, 33, pp. 1365–1376, 2011.
- <https://alchetron.com/Mathematics-of-paper-folding> Πρόσβαση: 14-09-2023
- ALPERIN, R.; Lang, R.; One-, Two-, and Multi-Fold Origami Axioms in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 371-394, A. K. Peters, 2009.
- ASHBY, M.; Materials Selection in Mechanical Design, Elsevier, 2005 (3rd Edition).
- AZUMA, H.; On the Fish Base Crease Pattern and Its Flat Foldable Property in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 417-428, A. K. Peters, 2009.
- BALKCOM, D.; Demaine, E.; Demaine, M.; Ochsendorf, J.; You, Z.; Folding Paper Shopping Bags in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 315-333, A. K. Peters, 2009.
- BARRETO, P. T.; Lines Meeting on a Surface - The Mars Paperfolding in Origami Science and Art, Proceedings of the Second International Meeting of Origami Science and Scientific Origami, pp. 343-360, Tokyo Seian University of Art and Design, 1994.

- BATEMAN, A.; Computer Tools and Algorithms for Origami Tessellation Design, in Origami3 - Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 121-127, A. K. Peters, 2002.
- BEGGS, J.S.; Advanced Mechanism, Macmillan, Basingstoke, UK, 1996.
- BELCASTRO, S-M.; Hull, T.; Modelling the folding of paper into three dimensions using affine transformations, in: Linear Algebra and its Applications, Vol. 348, no. 1-3, pp. 273-282, 15 June 2002.
- BENNET, G.; A New Mechanism, in Engineering 76:12, pp. 777-778, 1903.
- BERN, M.; Hayes, B.; The Complexity of Flat Origami, SODA '96: Proceedings of the seventh annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms, pp. 175-183, January 1996.
- BERN, M.; Demaine, E.; Eppstein, D.; Hayes, B.; A Disk-Packing Algorithm for an Origami Magic Trick. in Origami3 - Third International Meeting of Basis for Morphological Analysis and Generation of NASA-Type Cubic Deployables, in IUTAM-IASS Symposium on Deployable Structures: Theory and Applications. Solid Mechanics and Its Applications, vol 80, pp.45-54, Springer, 2002.
- BOELTE, M.; Kraus, J.; The Kindergarten Guide Volume Two: The Occupations (reprinted version). New York: E. Steiger & Co., 1882
- BURRY, M.; Burry, J.; Prototyping for Architects, Thames & Hudson, 2016
- CACHIM, P.; Construções em Madeira - a Madeira como Material de Construção, Publindústria, 2007.
- CAI, J.; Kinematic Analysis of Foldable Plate Structures With Rolling Joints, in ASME, J. Mechanisms Robotics, vol. 8, no. 3, March 2016.
- CALLENS, S.J.P.; Zadpoor, A.A.; From flat sheets to curved geometries: Origami and kirigami approaches, Materials Today, vol. 21, no. 3, pp. 241-264, April 2018.
- CANNON, J.R.; Howell, L.L.; A Compliant Contact-Aided Revolute Joint, in Mechanism and Machine Theory, vol. 40, no. 11, pp. 1273-1293, November 2005.
- CASALE, A.; Valenti, G. M.; Architettura delle Superfici Piegate: le Geometrie che Muovono gli Origami, Nuovi Quaderni di Applicazioni della Geometria Descrittiva, Edizioni Kappa, 2012
- CASALE, A.; Valenti, G. M.; Calvano, M.; From Origami to Folded Surfaces: Representing Moving Forms, in the 17th International Conference on Geometry and Graphics, pp. 0-11, 2016
- CHEN, Y.; Peng, R.; You, Z.; Origami of thick panels, in Science – July 2015, vol. 349, iss. 6246, pp. 396-400, July 2015.

- CHENG, H. Y.; A General Method of Drawing Biplanar Crease Patterns, in Origami5 - Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 421-435, A K Peters/CRC Press, 2011.
- COLLINS, C.L.; Kinematics of Robot Fingers With Circular Rolling Contact Joints, Journal of Robotic Systems, vol. 20, no. 6, pp. 285-296, June 2003.
- https://courses.csail.mit.edu/6.S080/lectures/04_all.pdf Πρόσβαση: 15-10-2023
- DE LAS PEÑAS, M. L. A. N.; Taganap, E. C.; Rapanut, T. A.; Color Symmetry Approach to the Construction of Crystallographic Flat Origami, in Origami 6 - Sixth International Meeting on Origami Science, Mathematics, and Education, I: Mathematics, pp. 11-20, American Mathematical Society, 2015.
- DE RUYSSER, T.; Wearable Metal Origami, in Origami 6 - Sixth International Meeting on Origami Science, Mathematics, and Education, II: Technology, Art, Education, pp. 613-624, American Mathematical Society, 2015.
- DE TEMMERMAN, N.; Alegria Mira, L.; Vergauwen, A.; Hendrickx, H.; De Wilde, W. P.; Transformable Structures in Architectural Engineering, in High Performance Structure and Materials VI, pp. 457-468, WIT Press, 2012.
- DE TEMMERMAN, N.; Mollaert M.; Van Mele T.; De Laet L.; Design and Analysis of a Foldable Mobile Shelter System, International Journal of Space Structures, 2017, 22(3), pp. 161-168, 2007.
- DE TEMMERMAN, N.; Mollaert, M.; Van Mele, T.; Beaumesnil, B.; De Laet, L.; Development of a Foldable Mobile Shelter System, Adaptables2006, TU/e, International Conference on Adaptable Building Structures Endhoven The Netherlands, pp. 5-13 – 5-17, July 2006.
- DEL GROSSO, A. E.; Basso, P.; Deployable Structures, in Advances in Science and Technology Vol. 83 pp 122-131, Trans Tech Publications, 2013.
- DEMAINE, E.; Demaine, M.; Hart, V.; Price, G.; Tachi, T.; (Non)existence of Pleated Folds: How Paper Folds Between Creases, in Graphs and Combinatorics, Vol. 27, 3, pp. 377-397, Springer Japan, 2011 (a).
- DEMAINE, E.; Demaine, M.; Huffman, D.; Koschitz, D.; Tachi, T.; Conic Crease Patterns with Reflecting Rule Lines, in Origami 7, Seventh International Meeting on Origami in Science, Mathematics, and Education, Vol.2: Mathematics, pp. 573-589, Tarquin Group, 2018.
- DEMAINE, E.; Demaine, M.; Koschitz, D.; Reconstructing David Huffman's Legacy in Curved-Crease Folding, in Origami5 - Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 39-52, A K Peters/CRC Press, 2011 (b).

- DEMAINE, E.; Demaine, M.; Koschitz, D.; Tachi, T.; A Review on Curved Creases in Art, Design and Mathematics, in *Symmetry: Culture and Science*, Vol. 26, No. 2, pp. 145-161, 2015
- DEMAINE, E.; Demaine, M.; Recent Results in Computational Origami, in *Origami3 - Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education*, pp. 3-16, A. K. Peters, 2002.
- DEMAINE, E.; O'Rourke, J.; *Geometric Folding Algorithms: Linkages, Origami, Polyhedra*, Cambridge University Press, 2007.
- DUREISSEIX, D.; An Overview of Mechanisms and Patterns with Origami, in *International Journal of Space Structures*, Multi-Science Publishing, 27 (1), pp.1-14, 2012.
- EDMONDSON, B.; Lang, R.; Spencer, P.; Magleby, S.; Howell, L.; An Offset Panel Technique for Thick Rigidly Foldable Origami, in *Proceedings of the ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, 2014.
- EDMONDSON, B.; Lang, R.; Morgan, M.; Magleby, S.; Howell, L.; Thick Rigidly Foldable Structures Realized by an Offset Panel Technique, in *Origami 6 - Sixth International Meeting on Origami Science, Mathematics, and Education, I: Mathematics*, pp. 149-161, American Mathematical Society, 2015.
- EL RAZAZ, Z.; Sustainable vision of kinetic architecture, in *Journal of Building Appraisal* Vol. 5, 4, pp. 341–356, Macmillan Publishers, 2010.
- ENGEL, H.; *Sistemas Estruturais*; Editorial Gustavo Gili, 2001.
- ESCRIG, F.; Valcarcel, J.; Geometry of Expandable Space Structures, *International Journal of Space Structures*, Vol.8 No. 1/2, pp. 71- 84,1993.
- EVANS, T.; Lang, R.; Magleby, S.; Howell, L.; Rigidly Foldable Origami Gadgets and Tessellations, *R. Soc. open sci.*2: 150067, 2015 (a).
- EVANS, T.; Lang, R.; Magleby, S.; Howell, L.; Rigidly Foldable Origami Twists in *Origami 6 - Sixth International Meeting on Origami Science, Mathematics, and Education, I: Mathematics*, pp. 119-130, American Mathematical Society, 2015 (b).
- FASTAG, J.; eGami: Virtual Paperfolding and Diagramming Software, in *Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education*, pp. 273-283, A. K. Peters, 2009
- FENCI, G.; Currie, N.; Deployable structures classification: A review. *International Journal of Space Structures*. 2017. Vol. 32, no. 2, pp. 112–130, 2017.
- FOX, M.; Bio Robotic Architecture, in *Building Dynamics: Exploring Architecture of Change*, pp.161-176, Routledge, 2015.

- FOX, M.; Kemp, M.; Interactive Architecture, New York, Princeton Architectural Press, 2009.
- FOX, M.; Yeh, B.; Intelligent Kinetic Systems in Architecture, in 1st International Workshop on Managing Interactions in Smart Environments (MANSE'99), pp. 91-103, Dublin, Springer, London, 2000.
- FOX, M.; Kinetic Architectural Systems Design, in Kronenburg, R., Transportable Environments 2, pp. 163-186, Spon Press, London, 2003.
- FUJIMOTO, S.; Nishiwaki, M.; Sozo Suru Origami Asobi e no Shotai (Invitation to Creative Playing with Origami, in Japanese). Osaka, Japan: Asahi Culture Center, 1982.
- FUSE, T.; Spiral: Origami, Art, Design, Vieweg Verlag, 2012
- GARDINER, M.; A Brief History of Oribotics, in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 51-60, A. K. Peters, 2009.
- GARDINER, M.; Oribotics: The Future Unfolds, in Origami5 – Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 127-137, A K Peters/CRC Press, 2011.
- GARDINER, M.; PhD Thesis; ORI*: On the Aesthetics of Folding and Technology, University of Newcastle, Australia, 2018.
- GJERDE, E.; Origami Tessellations: Awe-Inspiring Geometric Designs. AK Peters Ltd., 2008.
- GRAY, S.; Zeichner, N. J.; Yim, M.; Kumar, V.; A Simulator for Origami-Inspired Self-Reconfigurable Robots, in Origami5 - Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 323-333, A K Peters/CRC Press, 2011.
- GREENBERG, H.C.; Gong, M.L.; Magleby S.P.; Howell L.L.; Identifying links between origami and compliant mechanisms, in Mechanical Sciences, pp. 217-225, December 2011.
- GUIMARÃES, N.; Paio, A.; Oliveira, S.; Osório, F. C.; Oliveira, M; (editors); Architecture INPLAY International Conferences Proceedings, 2016.
- HALLORAN, E.; Concepts and Modelling of a Tessellated Molecule Surface in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 305-314, A. K. Peters, 2009.
- HALVERSON, P.A.; Bowden, A.E.; Howell, L.L.; A Compliant Mechanism approach to achieving specific quality of motion in a lumbar total disc replacement, Int. J. Spine Surge., vol. 6, no. 1, pp. 78-86, December 2012.

- HALVERSON, P.A.; Howell, L.L.; Magleby, S.P.; Tension-Based Multi-Stable Compliant Rolling-Contact Elements, in Mechanism and Machine Theory, vol. 45, no. 2, pp. 147-156, January 2008.
- HANAOR, A.; Some Structural-Morphological Aspects of Deployable Structures for Space Enclosures, in An Anthology for Structural Morphology, pp. 83-108, World Scientific Publishing, 2009.
- HATORI, K.; History of Origami in the East and the West before Interfusion, in Origami5 - Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 3-11, A K Peters/CRC Press, 2011.
- HAWKES, E.; An, B.; Benbernou, N. M.; Tanaka, H.; Kim, S.; Demaine, E.; Rus, D.; Wood, R. J.; Programmable Matter by Folding, in Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA, vol.107, pp. 12441– 12445, 2010.
- HENRIQUES, G. C.; TetraScript: A Responsive Pavilion, From Generative Design to Automation, in International Journal of Architectural Computing, Built Environment, Architectural Theory and Computer Aided Architectural Design, Issue 1, Vol. 10, pp. 87-104, Multi Science Publishing, 2012.
- HILLBERRY, B.M.; Hall, A.S. Jr.; Rolling Contact Prosthetic Knee Joint, U.S. Patent No. 3,945,053, 1976.
- HOBERMAN, C.; Company Profile and Selected Works: 1990 – 2012, 2012 (www.hoberman.com).
- HOBERMAN, C.; Folding Structures Made of Thick Hinged Sheets, U.S. Patent no. 7,794,019, 2010.
- HOBERMAN, C.; Radial expansion/retraction truss structures, US Patent No. 5,024,031, 1991.
- HOBERMAN, C.; Reversibly Expandable Three-Dimensional Structure, US Patent No. 4,780,344, 1988.
- HOBERMAN, C.; Transformable: Building Structures that Change Themselves, in Building Dynamics: Exploring Architecture of Change, pp.101-126, Routledge, 2015.
- HONDA, I.; How to Make Origami, Mcdowell, Obolensky, New York, 1959.
- HULL, T.; Coloring Connections with Counting Mountain-Valley Assignments, in Origami 6 - Sixth International Meeting on Origami Science, Mathematics, and Education, I: Mathematics, pp. 3-10, American Mathematical Society, 2015.
- HULL, T.; Origami: Mathematics and Beyond, Springer
- HULL, T.; Project Origami: Activities for Exploring Mathematics, CRC Press, Taylor and Francis Group, 2013.

- HULL, T.; Solving Cubics With Creases: The Work of Beloch and Lill, στο The American Mathematical Monthly, p. 145-159, March 1996.
- HULL, T.; The Combinatorics of Flat Folds: A Survey, in Origami3 – Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 29-38, A. K. Peters, 2002.
- HUFFMAN, D., A.; Curvature and Creases: A Primer on Paper, in IEEE Transactions on Computers, Vol. C-25, no. 10, October 1976, pp. 1010-1019.
- IKEGAMI, U.; Fractal Crease Patterns, in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 31-40, A. K. Peters, 2009.
- JACKSON, P.; Folding Techniques for Designers: From Sheet to Form, Laurence, King Publishing, London, 2011.
- JENSEN, F.; Pellegrino, S.; Expandable Structures formed by Hinged Plates, in Fifth International Conference on Space Structures, University of Surrey, 2002.
- JENSEN, F.; PhD Thesis; Concepts for Retractable Roof Structures, University of Cambridge, 2004.
- KOMIYA, H.; Kami-no Tanjo-to Sono Rekishi, in Kami-no Daihyakka, pp.38-49, Tokyo: Bijutsu Shuppan-sha, 2001.
- KASSABIAN, P. E.; You, Z.; Pellegrino, S.; Retractable roof structures, in Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures & Buildings, 134, pp. 45- 56, 1999.
- KAWAMURA, M.; Origami with Trigonometric Functions, in Origami3 – Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 169-178, A. K. Peters, 2002.
- KAWASAKI, T.; The Geometry of Orizuru, in Origami3 - Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 61-73, A. K. Peters, 2002.
- KLETT, Y.; Drechsler, K.; Designing Technical Tessellations, in Origami5 -Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 305-322, A K Peters/CRC Press, 2011.
- KOLAREVIC, B; Towards Architecture of Change, in Building Dynamics: Exploring Architecture of Change, pp.1-16, Routledge, 2015.
- KOLOVSKY, M.; Evgrafov, A.; Semenov, J.; Slousch, A.; Advanced Theory of Mechanisms and Machines, Springer, 2000.
- KOMIYA, H.; Kami-no Tanjo-to Sono Rekishi (στα Ιαπωνικά) In Kami-no Daihyakka, pp. 38–49. Tokyo: Bijutsu Shuppan-sha, 2001.
- KONG, M.; Januário, P; Remeshylo-Rybchynska, O.; Paper Architecture and Parametric Design Workbook, Lviv Polytechnic Publishing House, 2015.

- KORKMAZ K.; PhD Thesis; An analytical study of the design potentials in kinetic architecture. İzmir: İzmir Institute of Technology, 2004.
- KRAUS-BOELTE, M.; Kraus, J.; The Kindergarten Guide Volume Two: The Occupations (reprinted version), E. Steiger & Co., New York, 1882.
- KRESLING, B.; Folded and Unfolded Nature, in Origami Science and Art, Proceedings of the Second International Meeting of Origami Science and Scientific Origami, pp. 93-108, Tokyo Seian University of Art and Design, 1997.
- KRONENBURG, R.; Flexible Architecture: Continuous and Developing, in Building Dynamics: Exploring Architecture of Change, pp.29-42, Routledge, 2015.
- KRONENBURG, R.; Portable Architecture, Elsevier/Architectural Press, 2003.
- KU, J.; Demaine, E.; Folding Flat Crease Patterns With Thick Materials. Proceedings of the ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Volume 5B: 39th Mechanisms and Robotics Conference 2015
- LANG, R.; Bateman, A.; Every Spider Web has a Simple Flat Twist Tessellation, in Origami5 - Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 455-473, A K Peters/CRC Press, 2011.
- LANG, R.; Demaine, E.; Facet Ordering and Crease Assignment in Uniaxial Bases in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 189-205, A. K. Peters, 2009.
- LANG, R.; From Flapping Birds to Space Telescopes: The Modern Science of Origami, Usenix Conference, Boston, MA, June, 2008.
- LANG, R.; Kyler, T.; Crampton, E.; Magleby, S.; Howell, L.; A Review of Thickness-Accommodation Techniques in Origami-Inspired Engineering, in Applied Mechanics Reviews, Vol. 60, no. 1, pp. 010805-1 – 010805-20, January 2018.
- LANG, R.; Origami and Geometric Constructions, langorigami.com, 2010.
- LANG, R.; Origami Design Secrets: Mathematical Method for an Ancient Art, CRC Press, 2011.
- LANG, R.; Polypolyhedra in Origami, in Origami3 - Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 153-167, A. K. Peters, 2002.
- LANG, R.; Twists, Tilings, and Tessellations - Mathematical Methods for Geometric Origami, CRC Press by Taylor & Francis Group, 2018.
- LANG, R.; Magleby, S.; Howell, L.; Single Degree-of-Freedom Rigidly Foldable Cut Origami Flashers, Journal of Mechanisms and Robotics 8(3), November 2015.

- LANG, R.; Nelson. T.G.; Magleby S.P.; Howell, L.L.; Thick Rigidity Foldable Origami Mechanisms Based on Synchronized Offset Rolling Contact Elements, in: Proceedings of the ASME 2016 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference 2016, Charlotte, North Carolina, August 2016.
- LEBÉE. A.; From Folds to Structures, a Review, in International Journal of Space Structures, 30 (2), pp. 55-74, Multi-Science Publishing, 2015. LI, R.; Yao, Y.; Kong, X.; A class of reconfigurable deployable platonic mechanisms, in Mechanism and Machine Theory, 105, pp. 409–427, 2016.
- LEE, T.-U.; Gattas, J.M.; Geometric Design and Construction of Structurally Stabilized Accordion Shelters, ASME. J. Mechanisms Robotics 2016; 8(3), 2016.
- MADEN, F.; Korkmaz, K.; Akgun, Y.; A Review of Planar Scissor Structural Mechanisms: Geometric Principles and Design Methods, Architectural Science Review, 54:3, pp. 246-257, Taylor and Francis Group, 2011.
- MEGAHED, N.; Understanding kinetic architecture: typology, classification, and design strategy, in Architectural Engineering and Design Management, 13:2, pp. 130-146, 2017.
- MELANCON, D.; Gorissen, B.; García-Mora, C. J.; Hoberman, C.; Bertoldi, K.; Multistable inflatable origami structures at the metre scale, in Nature 592(7855), pp. 545–550, 2021.
- MERCHAN, C.; Deployable Structures, MSc Thesis, MIT – Massachusetts Institute of Technology, 1987.
- MITANI, J.; Oripa: Origami Pattern Editor, 2005. (available at mitani.cs.tsukuba.ac.jp/pukiwiki-oriipa/)
- MIURA, K.; The Application of Origami Science to Map and Atlas Design in Origami3 - Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 137-146, A. K. Peters, 2002.
- MIURA, K.; The Science of Miura-Ori: A Review, in Origami4 – Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 87-99, A. K. Peters, 2009.
- MOLONEY, J., Designing Kinetics for Architectural Facades - State change, Routledge, 2011.
- NEGROPONTE, N; The Architecture Machine: Toward a More Human Environment, The MIT Press, 1973
- OpenCourseWare: Lecture videos from Prof. Erik Demaine’s class: Geometric Folding Algorithms: Linkages, Origami, Polyhedra <https://ocw.mit.edu/courses/6-849-geometric-folding-algorithms-linkages-origami-polyhedra-fall-2012/>
 Ημερομηνία πρόσβασης: 12-01-2019

- OSÓRIO, F.; Paio, A.; Oliveira, S.; Kinetic Origami Surfaces, From Simulation to Fabrication, in Proceedings of the 17th International Conference,
- OSÓRIO, F.; Geometry of Kinetic Folded Surfaces, GEOMETRIAS'14 Proceedings, pp. 115-122, May 2014, Aproved, ISCTE-IUL, Lisbon, Portugal
- OVERVELDE, J.; Weaver, J.; Hoberman, C.; Bertoldi, K.; Rational design of reconfigurable prismatic architected materials, in NATURE 541, pp. 347-352, 2017.
- CAAD Futures 2017, Istanbul, Turkey, pp. 229-248, 2017.
- PARLAC, V.; Material as Mechanism in Agile Spaces, in Building Dynamics: Exploring Architecture of Change, pp.176-190, Routledge, 2015. (a)
- PELLEGRINO, S.; Deployable Structures in Engineering, in Deployable Structures, International Centre for Mechanical Sciences, Courses and Lectures - No. 412, pp. 1-35, Springer-Verlag Wien New York, 2001.
- PIKER, D.; Kangaroo: Form Finding with Computational Physics, Architectural Design, Vol.83 (2), pp. 136-137, 2013
- PREISINGER, C.; Karamba3D Parametric Engineering, User Manual Version 1.3.1, 2018
- PREISINGER, C.; Linking Structure and Parametric Geometry in Architectural Design, 83: pp. 110-113. doi: 10.1002/ad.1564, 2013 (Karamba 3D Software).
- RIVAS ADROVER, E.; Deployable Structures, Laurence King Publishing Ltd., United Kingdom, 2015.
- ROW, T. S.; Geometric Exercises in Paper Folding, Addison & Co., 1893.
- SCHÖN, D.; The Reflective Practitioner: How Professionals Think in Action, Basic Books, 1984
- SCHUMACHER, M.; Schaeffer, O.; Vogt, M.; Move: Architecture in Motion - Dynamic Components and Elements, Birkhauser, Germany, 2010.
- SCIMEMI, B.; Paper-Folding Constructions in Euclidean Geometry: An Exercise in Thrift, in Origami3 - Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 107-117, A. K. Peters, 2002.
- SEYMOUR, K.; Burrow, D.; Avila, A.; Bateman, T.; Morgan, D.; Magleby, S.; Howell, L.; Origami-Based Deployable Ballistic Barrier, in Origami 7, Seventh International Meeting on Origami in Science, Mathematics, and Education, Vol.3: Engineering One, pp. 763-777, Tarquin Group, 2018.
- STEVENSON, C.; Morphological Principles of Kinetic Architectural Structures in Adaptive Architecture Conference, pp. 1-12, London, 2011.

- SZINGER, J.; The Foldinator Modeler and Document Generator, in Origami3 - Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 129-135, A. K. Peters, 2002.
- TACHI, T.; 3D Origami Design Based on Tucking Molecules, in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 259-272, A. K. Peters, 2009 (a).
- TACHI, T.; Freeform Rigid-Foldable Structure Using Bidirectionally Flat-Foldable Planar Quadrilateral Mesh, in Advances in Architectural Geometry 2010, pp. 87-102, Springer-Verlag, Berlin, 2010.
- TACHI, T.; Generalization of Rigid Foldable Quadrilateral Mesh Origami, in Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia, Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures, pp. 2287-2294, December 2009 (b).
- TACHI, T.; Rigid Folding of Periodic Origami Tessellations, in Origami 6 – Sixth International Meeting on Origami Science, Mathematics, and Education, I: Mathematic, pp. 97-108, American Mathematical Society, 2015.
- TACHI, T.; Rigid-Foldable Thick Origami, in Origami5 - Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 253-264, A K Peters/CRC Press, 2011.
- TACHI, T.; Simulation of Rigid Origami, in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 175-188, A. K. Peters, 2009 (c).
- TERZIDIS, K.; Algorithmic Architecture, Architectural Press, 2006
- TRAUTZ, M.; Kunstler, A.; Deployable Folded Plate Structures – Folding Patterns Based On 4-Fold-Mechanism Using Stiff Plates." In Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, pp. 2306-2317, Valencia, 2009.
- TSURUTA, N.; Mitani, J.; Kanamori, Y.; Fukui, Y.; A CAD System for Diagramming Origami with Prediction of Folding Processes, in Origami5 - Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 335-346, A K Peters/CRC Press, 2011.
- VALCÁRCEL, J.; Escrig, F.; La Obra Arquitectónica de Emilio Pérez Piñero, Boletín Académico, Nº. 16, pp. 3-12, 1992.
- WANG, C.; Li, J. L.; You, Z.; A Kirigami-Inspired Foldable Model for Thick Panels, in Origami 7, Seventh International Meeting on Origami in Science, Mathematics, and Education, Vol.3: Engineering One, pp. 715-730, Tarquin Group, 2018.

- WANG, K; Chen, Y.; Folding a Patterned Cylinder by Rigid Origami, in Origami5 - Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 265-276, A K Peters/CRC Press, 2011.
- WATANABE, N.; Kawaguchi, K.; The Method for Judging Rigid Foldability, in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 165-174, A. K. Peters, 2009.
- https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics_of_paper_folding Πρόσβαση: 14-09-2023
- YAR, M.; Korkmaz, K.; Kiper, G.; Maden, F.; Akgün, Y.; Aktas, E.; A Novel Planar Scissor Structure Transforming Between Concave and Convex Configurations, in International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements, Vol. 5, Issue 4, pp. 442-450, WitPress, 2017.
- YOSHIMURA, Y.; On the Mechanism of a Circular Cylindrical Shell Under Axial Compression, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, DC, Technical Report No. NACA-TM-1390, 1951.
- YOU, Z.; Chen, Y.; Motion Structures: Deployable Structural Assemblies of Mechanisms, Spon Press, 2012.
- YOU, Z.; Kuribayashi, K.; Expandable Tubes with Negative Poisson's Ratio and their Application in Medicine, in Origami4 - Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education, pp. 117-127, A. K. Peters, 2009.
- YOU, Z.; Pellegrino, S.; Foldable Bar Structures, in International Journal of Solids and Structures, vol. 34, no. 15, pp. 1825-1847, 1997.
- ZEIGLER, T. R.; Collapsible self-supporting structures, US Patent No. 4,026,313, 1977.
- ZHANG, K.; Qiu, C.; Dai, J. S.; Screw Algebra and Static Modelling of Origami Inspired Mechanisms, in Origami 6 - Sixth International Meeting on Origami Science, Mathematics, and Education, I: Mathematics, pp. 139-148, American Mathematical Society, 2015.
- ZIRBEL, S.A.; Wilson, M.E.; Magleby, S.P., Howell, L.L.; An Origami-Inspired Self-Deployable Array, in Proceedings of the ASME 2013 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems. Volume 1: Development and Characterization of Multifunctional Materials; Modeling, Simulation and Control of Adaptive Systems; Integrated System Design and Implementation, Snowbird, Utah, USA, September 16-18, 2013.
- ZUK, W.; Clark, R.; Kinetic Architecture, Van Nostrand Reinhold, New York, 1970.