

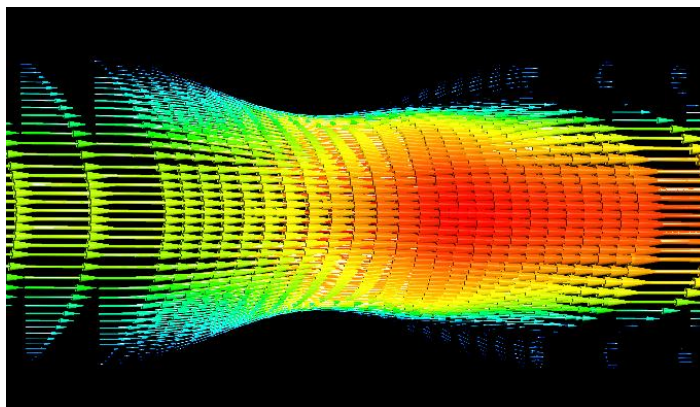


**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ**

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΒΙΟΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**

**ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ-ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΣΕ ΑΓΓΕΙΟ ΜΕ ΗΠΙΟΥΣ ΚΑΙ  
ΕΝΤΟΝΟΥΣ ΒΑΘΜΟΥΣ ΣΤΕΝΩΣΗΣ**

Three-dimensional Computational Flow Dynamics study in a vessel with mild and severe  
stenosis



**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**  
**ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΑΥΓΕΡΗΣ**

Επιβλέπων: Χρήστος Μανόπουλος

Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π

ΑΘΗΝΑ, Φεβρουάριος 2024



## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Χρήστο Μανόπουλο Επίκουρο Καθηγητή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου για την ακαδημαϊκή και συμβουλευτική καθοδήγηση σε όλα τα στάδια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας με τις εύστοχες και πολύ εποικοδομητικές παρατηρήσεις του. Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω τον διδάκτορα Νικόλαο Ρόγκα για τις πολύ χρήσιμες συμβουλές του σχετικά με τη χρήση του λογισμικού “ANSYS Fluent”.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και την οικογένεια μου για την υπομονή και την κατανόηση που επέδειξαν, καθώς και την υποστήριξη που μου παρείχαν καθ’ όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία με τίτλο "Τρισδιάστατη Υπολογιστική-Ρευστοδυναμική Μελέτη σε Αγγείο με Ήπιους και Έντονους Βαθμούς Στένωσης" επικεντρώνεται στην υπολογιστική ανάλυση της ροής ασυμπιέστου νευτώνειου ρευστού (νερού), σε αγωγό αστένωτης διαμέτρου 8mm που σε κάποιο σημείο φέρει στένωση, μέσω χρήσης του εμπορικού λογισμικού "ANSYS Fluent". Η εργασία πραγματοποιείται για τρεις διαφορετικές παροχές: 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s, που αντιστοιχούν σε αριθμούς Reynolds: 1592, 3183, 4775, καθώς και για εννέα (9) βαθμούς στένωσης του αγωγού, από 10% έως 90%. Χρησιμοποιούνται διάφορες μέθοδοι επίλυσης για την καλύτερη κατανόηση της μεταβατικής και τυρβώδους κατάστασης της ροής.

Οι στόχοι της εργασίας περιλαμβάνουν για όλες τις παραπάνω διαφορετικές παροχές και βαθμούς στένωσης της ροής, την κατανομή της πίεσης κατά μήκος του αγωγού, την εκτίμηση του τοπικού συντελεστή απωλειών, την ανάλυση του πεδίου ταχύτητας και την κατανομή των διατμητικών τάσεων στα τοιχώματα του αγωγού.

Στην παρούσα εργασία τεκμηριώνεται η σημασία της κατάλληλης επιλογής υπολογιστικού πλέγματος, του σχήματος διακριτοποίησης των διαφορικών εξισώσεων της ροής, του σχήματος παρεμβολής, των διαφόρων αλγορίθμων και μοντέλων επίλυσης που προσφέρονται από το παραπάνω λογισμικό. Πραγματοποιήθηκε εις βάθος ρευστομηχανική ανάλυση καθώς και σύγκριση των προλέξεων διαφόρων μοντέλων τύρβης. Τέλος, διαπιστώθηκε η ανάγκη σύγκρισης των υπολογιστικών προλέξεων, με τα αποτελέσματα εργαστηριακών μετρήσεων με σκοπό την κατάλληλη επιλογή μοντέλου επίλυσης για κάθε εξεταζόμενη παροχή ρευστού και βαθμό στένωσης.



## Abstract

The present thesis entitled “Three-dimensional Computational Flow Dynamics study in a vessel with mild and severe stenosis” focuses on the prediction of the flow field within a stenotic pipe of 8mm diameter employing the ANSYS Fluent software. The study is conducted for three different flow rates of water: 10 ml/s, 20 ml/s, and 30 ml/s, which correspond to Reynolds numbers: 1592, 3183, 4775 and nine different degrees of pipe stenosis, ranging from 10% to 90%. Various solution methods and turbulence models are employed to gain a better understanding of both the transitional and turbulent flow in a pipe.

The objectives of this research encompass the prediction of the pressure distribution along the stenotic pipe for various flow rates and degrees of stenosis, estimating the hydraulic coefficient of the local losses, analyzing the velocity field, and the shear stresses on the pipe walls.

In this thesis, the importance of the appropriate selection of the computational mesh is highlighted, as well as that of the discretization and interpolation schemes, various algorithms and turbulence models offered by the above software. An in-depth fluid mechanics analysis is presented as well as comparisons of the numerical results of various turbulence models. Finally, the need for comparisons of the CFD results with relevant experimental is proved to be necessary for the selection of the most suitable turbulence model for each examined flow case.



# Περιεχόμενα

1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1	Τύποι στενώσεων.....	1
1.1.1	Αθηροσκλήρωση.....	1
1.1.2	Θρόμβωση.....	2
1.1.3	Αγγειοσπασμός.....	3
1.2	Αιτίες.....	5
1.2.1	Διατροφή.....	5
1.2.2	Καπνός.....	5
1.2.3	Υπέρταση.....	5
1.2.4	Διαβήτης.....	5
1.3	Αντιμετώπιση.....	6
1.3.1	Φαρμακευτική αγωγή.....	6
1.3.2	Επεμβατική αντιμετώπιση.....	6
1.4	Στένωση αγγείων ως πρόβλημα μηχανικής και επισκόπηση σχετικής βιβλιογραφίας.....	7
1.4.1	Πειραματικές Έρευνες.....	8
1.4.2	Υπολογιστικές Έρευνες.....	10
1.5	Σκοπός της διπλωματικής εργασίας.....	13
2.	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ.....	14
2.1	Γεωμετρία στένωσης.....	14
2.2	Περιγραφή εξισώσεων.....	16
2.2.1	Αρχή διατήρησης μάζας ή αλλιώς εξίσωση συνέχειας.....	16
2.2.2	Εξισώσεις διατήρησης ορμής Navier- Stokes για νευτώνειο ρευστό.....	17
2.3	Μέθοδοι επίλυσης και διακριτοποίησης στο περιβάλλον “ANSYS Fluent”.....	17
2.3.1	Γενική Εξίσωση Μεταφοράς: Διακριτοποίηση και Λύση.....	20
2.3.2	Λύτης με βάση την πίεση (Pressure-Based Solver).....	23
2.3.3	Αλγόριθμοι επίλυσης “ANSYS”.....	26
2.3.4	Μοντέλα επίλυσης “ANSYS”.....	29
2.4	Πλεγματοποίηση σε ευθύγραμμο αγωγό.....	35
2.4.1	Υπολογιστική Περίπτωση 1: Τετραεδρικό πλέγμα με inflation, ακμή 1mm και παραβολική είσοδο 10ml/s.....	36
2.4.2	Υπολογιστική Περίπτωση 2: Τετραεδρικό πλέγμα με Inflation, ακμή 1mm και είσοδο 0.0125 ml/s.....	37



2.4.3	Υπολογιστική Περίπτωση 3: Τετραεδρικό πλέγμα χωρίς inflation, ακμή 0.6mm και παραβολική είσοδο 10ml/s .....	37
2.4.4	Υπολογιστική Περίπτωση 4: Εξαεδρικό πλέγμα χωρίς inflation και παραβολική είσοδο 10ml/s	38
2.4.5	Υπολογιστική Περίπτωση 5: Εξαεδρικό “multizone” πλέγμα με inflation ακμή 0.5mm και παραβολική είσοδο 10ml/s .....	39
2.4.6	Κατασκευή O-type πλέγματος .....	40
2.4.7	Υπολογιστική Περίπτωση 6: Εξαεδρικό O-type πλέγμα με παραβολική είσοδο 10 ml/s	42
2.4.8	Υπολογιστική Περίπτωση 7: Εξαεδρικό O-type πλέγμα με είσοδο 10 ml/s .....	44
2.4.9	Υπολογιστική Περίπτωση 8: Εξαεδρικό O-type πλέγμα με παραβολική είσοδο 30ml/s	45
2.4.10	Υπολογιστική Περίπτωση 9: Εξαεδρικό O-type πλέγμα με είσοδο 30ml/s .....	46
2.5	Πλεγματοποίηση σε αγωγό με στένωση .....	47
2.6	Setup “ANSYS” .....	58
3.	Σύγκριση μοντέλου με το μοντέλο YOUNG & TSAI για περιοχή αποκόλλησης-επανακόλλησης.	63
4.	Αποτελέσματα.....	66
4.1	Διαγράμματα πτώσης πίεσης και υδραυλικού συντελεστή τοπικών απωλειών συναρτήσει του βαθμού της στένωσης.....	67
4.2	Αποκόλληση και επανακόλληση ροής .....	72
4.3	Κατανομές πίεσης.....	73
4.4	Προφίλ ταχυτήτων .....	82
4.5	Κατανομές ταχύτητας .....	90
4.6	Διατμητικές τάσεις κατά μήκος του αγωγού .....	103
5.	Συμπεράσματα.....	112
6.	Βιβλιογραφία .....	114

# 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

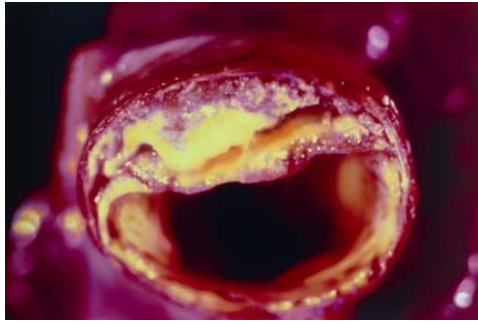
## 1.1 Τύποι στενώσεων

Οι στενώσεις των αγγείων είναι παθήσεις που χαρακτηρίζονται από τη συρρίκνωση ή τη μείωση της αγγειακής διαμέτρου, που μπορεί να οδηγήσει σε περιορισμένη ροή αίματος και έλλειψη παροχής οξυγόνου και θρεπτικών ουσιών προς τους ιστούς. Αυτές οι παθήσεις μπορούν να επηρεάσουν αγγεία σε όλο το σώμα, συμπεριλαμβανομένων των αγγείων της καρδιάς, του εγκεφάλου, των περιφερικών αγγείων και των νεφρών, με ποικίλες κλινικές επιπτώσεις. Παρακάτω θα παρατεθούν κάποιοι τύποι στενώσεων, αιτίες δημιουργίας τους και η αντιμετώπιση τους.

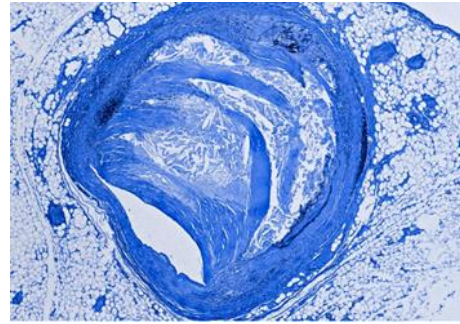
### 1.1.1 Αθηροσκλήρωση

Η αθηροσκλήρωση (Εικ.1.1(α) και Εικ.1.1(β)) είναι μια κατάσταση κατά την οποία αναπτύσσονται αποσπασματικές εναποθέσεις λιπώδους υλικού (αθηρώματα ή αθηρωματικές πλάκες) στα τοιχώματα των μεσαίων και μεγάλων αρτηριών, οδηγώντας σε μειωμένη ή παρεμπόδιση της ροής του αίματος. Είναι η πιο κοινή μορφή αρτηριοσκλήρωσης, η οποία είναι ένας γενικός όρος για πολλές διαταραχές που προκαλούν πάχυνση και απώλεια ελαστικότητας στο αρτηριακό τοίχωμα. Επίσης θεωρείται ως η πιο σοβαρή και κλινικά σχετική μορφή αρτηριοσκλήρωσης επειδή προκαλεί στεφανιαία νόσο και εγκεφαλοαγγειακή νόσο. Μπορεί να επηρεάσει όλες τις μεγάλες και μεσαίου μεγέθους αρτηρίες, συμπεριλαμβανομένων των στεφανιαίων, της καρωτίδας και των εγκεφαλικών αρτηριών, την αορτή, τα κλαδιά της και κύριες αρτηρίες των άκρων.

Η αθηροσκλήρωση αποτελεί την κύρια αιτία νοσηρότητας και θνησιμότητας στις ΗΠΑ και στις περισσότερες ανεπτυγμένες χώρες. Η σχετιζόμενη με την ηλικία θνησιμότητα που αποδίδεται στην αθηροσκλήρωση μειώνεται, αλλά το 2019, η καρδιαγγειακή νόσος, κυρίως η στεφανιαία και η εγκεφαλική αθηροσκλήρωση εξακολουθούν να προκαλούν περίπου 18 εκατομμύρια θανάτους παγκοσμίως (> 30% όλων των θανάτων, WHO 2020). Στις ΗΠΑ, περίπου 558.000 άνθρωποι πέθαναν από καρδιαγγειακή νόσο το 2019 (Virani et al., 2021). Ο επιπολασμός της αθηροσκλήρωσης αυξάνεται ραγδαία σε χώρες χαμηλού και μεσαίου εισοδήματος, και καθώς οι άνθρωποι ζουν περισσότερο, η επίπτωση θα αυξάνεται. Η αθηροσκλήρωση είναι η κύρια αιτία θανάτου παγκοσμίως. Η λιπώδης ράβδωση είναι η πιο πρώιμη ορατή βλάβη της αθηροσκλήρωσης. Είναι μια συσσώρευση αφρωδών κυττάρων φορτωμένων με λιπίδια στο εσωτερικό στρώμα της αρτηρίας. Η αθηροσκληρωτική πλάκα είναι το χαρακτηριστικό γνώρισμα της αθηροσκλήρωσης. Είναι μια εξέλιξη της λιπαρής ράβδου και έχει 3 κύρια συστατικά, (i) τα λιπίδια, (ii) τα φλεγμονώδη και λεία μυϊκά κύτταρα και (iii) μια μήτρα συνδετικού ιστού που μπορεί να περιέχει θρόμβους σε διάφορα στάδια οργάνωσης και εναποθέσεις ασβεστίου.



(α)



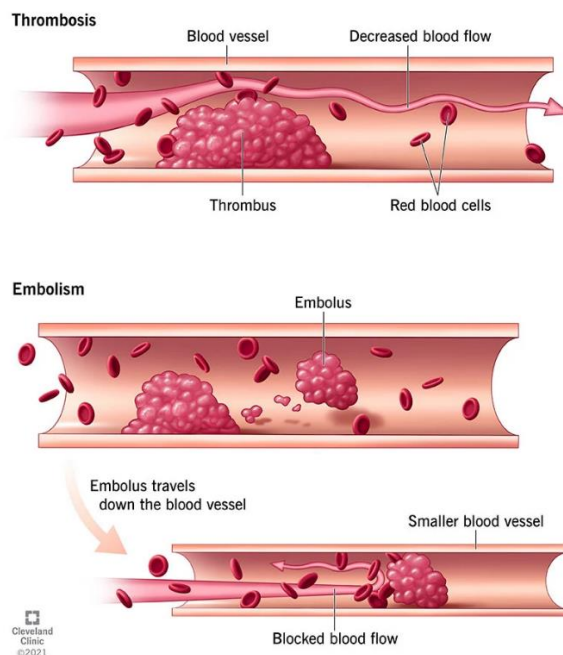
(β)

Εικόνα 1.1: (α) Αθηροσκληρωτική πλάκα, (β) Αθηροσκλήρωση στην στεφανιαία αρτηρία σε ιστολογική τομή

### 1.1.2 Θρόμβωση

Η θρόμβωση (Εικόνα 1.2) είναι ο σχηματισμός θρόμβου αίματος (μερική ή πλήρης απόφραξη) μέσα στα αιμοφόρα αγγεία, είτε φλεβικά είτε αρτηριακά, περιορίζοντας τη φυσική ροή του αίματος και καταλήγοντας σε κλινικά επακόλουθα. Η ικανότητα του αίματος να ρέει ελεύθερα στα αγγεία βασίζεται στη σύνθετη ομοιοστάση που υπάρχει μεταξύ των κυττάρων του αίματος (συμπεριλαμβανομένων των αιμοπεταλίων), των πρωτεϊνών του πλάσματος, των παραγόντων πήξης, των φλεγμονωδών παραγόντων και των κυτοκινών και της ενδοθηλιακής επένδυσης στον αυλό των αρτηριών και των φλεβών. Όταν υπάρχει ανισορροπία με αυτή τη φυσιολογική διαδικασία, μπορεί να υπάρχει αυξημένος κίνδυνος ανάπτυξης θρόμβωσης σε σχέση με πηκτικότητα (αυξημένος κίνδυνος αιμορραγίας).

Σε ορισμένες κλινικές περιστάσεις, οι ασθενείς μπορεί να διατρέχουν αυξημένο κίνδυνο θρόμβωσης και αιμορραγίας ταυτόχρονα (π.χ. διάχυτη ενδαγγειακή πήξη-DIC ή σε ασθενείς με υποκείμενη κακοήθεια που αναπτύσσουν πήξη). Ως εκ τούτου, η διάγνωση και η διαχείριση της θρόμβωσης είναι πολύπλοκες. Μπορούν να εμφανιστούν σε οποιοδήποτε σύστημα οργάνων και η κλινική τους εμφάνιση μπορεί να ποικίλλει ανάλογα με τις υποκείμενες συννοσηρότητες και την παρουσία (ή απουσία) προκλητικών παραγόντων. Πολλοί παράγοντες μπορούν να επηρεάσουν τις αποφάσεις διαχείρισης, συμπεριλαμβανομένου του εάν είναι φλεβικό ή αρτηριακό, οξύ ή χρόνιο, πρώτο ή επόμενο επεισόδιο, οικογενειακό ιστορικό, εκτίμηση παραγόντων κινδύνου και αιμοδυναμική σταθερότητα. Η χρήση και η διάρκεια της αντιπηκτικής ή αντιαιμοπεταλιακής θεραπείας εξαρτώνται από την προσεκτική αξιολόγηση αυτών των παραγόντων. Επιπλέον, η απόφαση να συνεχιστεί μια εξαντλητική υπερπηκτική επεξεργασία για περαιτέρω αξιολόγηση για κληρονομικές ή επίκτητες παθήσεις που προδιαθέτουν σε θρόμβωση είναι αμφιλεγόμενη. Θα πρέπει να ολοκληρώνεται μόνο σε προσεκτικά επιλεγμένους ασθενείς ή με υποειδικευμένη αιματολογική αξιολόγηση πριν (Ashorobi et al., 2023).



Εικόνα 1.2: Σχηματική αναπαράσταση της θρόμβωσης σε αγγείο και αναπαράσταση της εμβολής σε μικρότερο αγγείο

### 1.1.3 Αγγειοσπασμός

Ένας αγγειοσπασμός είναι η στένωση των αρτηριών που προκαλείται από μια επίμονη συστολή των αιμοφόρων αγγείων, η οποία είναι γνωστή ως αγγειοσυστολή. Αυτή η στένωση μπορεί να μειώσει τη ροή του αίματος. Οι αγγειοσπασμοί μπορεί να επηρεάσουν οποιαδήποτε περιοχή του σώματος, συμπεριλαμβανομένου του εγκεφάλου (εγκεφαλικός αγγειοσπασμός) και της στεφανιαίας αρτηρίας (αγγειοσπασμός της στεφανιαίας αρτηρίας).

#### 1.1.3.1 Εγκεφαλικός αγγειοσπασμός

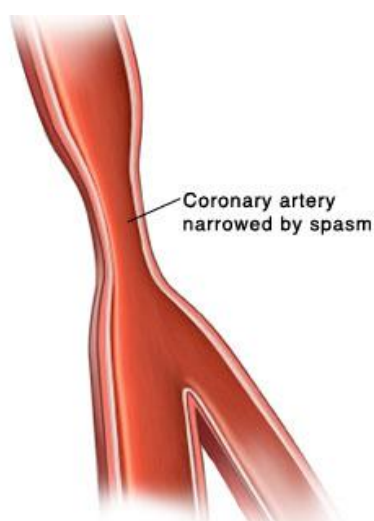
Ο εγκεφαλικός αγγειοσπασμός (Εικόνα 1.3) είναι μια παρατεταμένη αλλά αναστρέψιμη στένωση των εγκεφαλικών αρτηριών που αρχίζει μέρες μετά την υπαραχνοειδή αιμορραγία. Η εξέλιξη στην εγκεφαλική ισχαιμία συνδέεται κυρίως με τη σοβαρότητα του αγγειοσπασμού και η παθογένειά του έγκειται στην αρτηριακή έγκλιση από θρόμβο αίματος, αν και οι πολύπλοκες αλληλεπιδράσεις μεταξύ του αιματώματος και των γύρω δομών δεν είναι πλήρως κατανοητές. Η καθυστερημένη έναρξη του αγγειοσπασμού παρέχει μια πιθανή ευκαιρία για την πρόληψή του. Είναι απογοητευτικό το γεγονός ότι πρόσφατες τυχαίοποιημένες, ελεγχόμενες δοκιμές δεν έδειξαν ότι ο ανταγωνιστής της ενδοθελίνης clazosentan, ο παράγοντας μείωσης της χοληστερόλης συμβαστατίνη και το αγγειοδιασταλτικό θεικό μαγνήσιο βελτιώνουν την έκβαση του ασθενούς. Η ελαχιστοποίηση της ισχαιμίας με την αποφυγή ανεπαρκούς όγκου και πίεσης αίματος, η χορήγηση του ανταγωνιστή του ασβεστίου νιμοδιπίνη και η παρέμβαση με αγγειοπλαστική με μπαλόνι, όταν είναι απαραίτητο, αποτελεί την τρέχουσα καλύτερη αντιμετώπιση. Τις τελευταίες δύο δεκαετίες, η ικανότητά μας να διαχειριζόμαστε τον αγγειοσπασμό έχει οδηγήσει σε σημαντική μείωση της νοσηρότητας και της θνησιμότητας των ασθενών από αγγειοσπασμό, ωστόσο εξακολουθεί να παραμένει ένας σημαντικός καθοριστικός παράγοντας για την έκβαση μετά τη ρήξη του ανευρύσματος (Findlay et al., 2016).



Εικόνα 1.3: Στένωση αγγείου λόγω αγγειοσπασμού

### 1.1.3.2 Αγγειοσπασμός της στεφανιαίας αρτηρίας

Ο αγγειοσπασμός της στεφανιαίας αρτηρίας (CVS) (Εικ.1.4) είναι ένας σημαντικός μηχανισμός της ισχαιμίας του μυοκαρδίου και προκαλεί οποιαδήποτε από τις εκδηλώσεις στεφανιαίας νόσου από σιωπηλή ισχαιμία του μυοκαρδίου, στηθάγχη που προκαλείται από προσπάθεια και παραλλαγή στηθάγχης, έως οξύ στεφανιαίο σύνδρομο, συμπεριλαμβανομένου του εμφράγματος του μυοκαρδίου ή αιφνίδιου καρδιακού θανάτου. Συνοψίζονται η παθογένεση, τα χαρακτηριστικά κλινικά χαρακτηριστικά, η διάγνωση και η θεραπεία του CVS. Δίνεται έμφαση στη σωστή διάγνωση του CVS με τη χρήση φαρμακολογικής δοκιμασίας πρόκλησης σπασμού, είτε κατά τη διάρκεια στεφανιαίας αγγειογραφίας είτε με ηχοκαρδιογραφική παρακολούθηση της κίνησης του κοιλιακού τοιχώματος. Η τρέχουσα υποχρησιμοποίηση της φαρμακολογικής προκλητικής δοκιμασίας κατά τη στιγμή της στεφανιαίας αγγειογραφίας δεν μπορεί να δικαιολογηθεί, καθώς δεν υπάρχουν στοιχεία που να υποστηρίζουν ότι η επίπτωση του CVS μειώνεται. Η επαγρύπνηση των ιατρών για αντικειμενική τεκμηρίωση του CVS είναι απαραίτητη για την κατάλληλη διαχείριση ασθενών με διάφορες κλινικές εκδηλώσεις ισχαιμικής καρδιοπάθειας (Song, 2018).



Εικόνα 1.4: Αναπαράσταση στένωσης αγγειοσπασμού στη στεφανιαία αρτηρία

## **1.2 Αιτίες**

### **1.2.1 Διατροφή**

Η παχυσαρκία είναι παράγοντας κινδύνου για καρδιαγγειακά νοσήματα. Ο Ακουμιανάκης και οι συνεργάτες του (Akoumianakis et al., 2019) μελέτησαν τη σχέση μεταξύ παχυσαρκίας και αθηροσκλήρωσης, διαπιστώνοντας ότι οι αδιποκίνες που ρυθμίζουν τη μη κανονική σηματοδότηση Wnt ήταν απορυθμισμένες. Οι ασθενείς που ήταν παχύσαρκοι και εκείνοι με στεφανιαία νόσο είχαν υψηλές ποσότητες WNT5A στο πλάσμα, το οποίο συσχετίστηκε με την εξέλιξη των αβαστοποιημένων πλακών. Μηχανιστικά, το WNT5A που εκκρίνεται από τον περιαγγειακό λιπώδη ιστό προκάλεσε οξειδωτικό στρες στα τοιχώματα των αιμοφόρων αγγείων και μετανάστευση των λείων μυϊκών κυττάρων. Το υπερβολικό βάρος αυξάνει την πιθανότητα αθηροσκλήρωσης. Η παχυσαρκία μπορεί να οδηγήσει σε διαβήτη και αυτή η παθολογία είναι μια άμεση πορεία προς την αθηροσκλήρωση. Τα λιπαρά, επιβλαβή τρόφιμα είναι ο κύριος παράγοντας κινδύνου. Η χοληστερόλη συμμετέχει ενεργά στη σύνθεση του πεπτικού υγρού και των ορμονών του πάγκρεας, και παρόλο που δεν είναι η αιτία της ανάπτυξης διαβήτη, έχει σημαντική επίδραση στην πορεία του (Tohirova and Shernazarov, 2022).

### **1.2.2 Καπνός**

Το κάπνισμα είναι ένας από τους λόγους για την ανάπτυξη αθηροσκλήρωσης διότι επηρεάζει τα υγιή αιμοφόρα αγγεία (Tohirova and Shernazarov, 2022). Επίσης, το κάπνισμα είναι ένας σημαντικός τροποποιησιμος παράγοντας κινδύνου για την ανάπτυξη καρδιαγγειακών παθήσεων όπως η στεφανιαία νόσος, η σταθερή στηθάγχη, τα οξεία στεφανιαία σύνδρομα, ο αιφνίδιος θάνατος, το εγκεφαλικό επεισόδιο, η περιφερική αγγειακή νόσος, η συμφορητική καρδιακή ανεπάρκεια, η στυτική δυσλειτουργία και τα ανευρύσματα της αορτής μέσω έναρξης και εξέλιξης της αθηροσκλήρωσης (Siasos et al., 2014). Είναι μάλιστα μείζων λόγος για την ύπαρξη στενώσεων λόγω σπασμών στην στεφανιαία αρτηρία (Sugishii and Takatsu, 1993). Άλλη μελέτη καταλήγει ότι η άμεση επίδραση του καπνίσματος στην εγκεφαλική κυκλοφορία περιλαμβάνει περιφερική αγγειοδιαστολή με πιθανή στένωση του κύριου κορμού των βασικών εγκεφαλικών αρτηριών (Kochanowich et al., 2013).

### **1.2.3 Υπέρταση**

Η υψηλή αρτηριακή πίεση αυξάνει την πίεση του αίματος στα αγγεία. Με την πάροδο του χρόνου, αυτή η υπερφόρτωση μπορεί να προκαλέσει την αυξημένη πίεση των αγγείων και να προκαλέσει την πάχυνση των τοιχωμάτων τους. Η υπέρταση μπορεί να προκαλέσει φλεγμονή στα αγγεία, η οποία μπορεί να επηρεάσει την εσωτερική επένδυση τους. Η φλεγμονή μπορεί να επιβραδύνει την αντίδραση των αγγείων στις αλλαγές της πίεσης. Επίσης η υπέρταση μπορεί να προκαλέσει βλάβη στο εσωτερικό των αγγείων. Όταν τα αγγεία τραυματίζονται, η χοληστερόλη μπορεί να αποθηκευτεί στις επηρεασμένες περιοχές, δημιουργώντας αθηρωματώδεις πλάκες. Τέλος η υπέρταση μπορεί να προκαλέσει υψηλό στρες στα αγγεία, καθώς πρέπει να αντέχουν την υψηλή πίεση. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε βλάβη τους και στη στένωση των αγγείων.

### **1.2.4 Διαβήτης**

Ο διαβήτης αυξάνει τον κίνδυνο αθηροσκλήρωσης των αιμοφόρων αγγείων. Επιπλέον, η αθηροσκλήρωση των αγγείων επιδεινώνει τον διαβήτη. Ο κίνδυνος ανάπτυξης αθηροσκλήρωσης παρουσία διαβήτη προσδιορίζεται εξίσου στους άνδρες και γυναίκες. Ο διαβήτης, με τη σειρά του, περιπλέκει σοβαρά την πορεία της αθηροσκλήρωσης, καθώς μπορεί να εμφανιστεί σε μικρότερη ηλικία σε νοσούντες διαβήτη. Αυξάνεται η πιθανότητα εμφάνισης ανευρύσματος. Οι φλέβες όχι μόνο

κλείνουν, αλλά γίνονται και πολύ λεπτές μεγαλώνοντας την πιθανότητα εγκεφαλικού. Η αθηροσκλήρωση ξεκινά και στον διαβήτη τύπου 1 και τύπου 2. Ο διαβήτης σχετίζεται με διαταραχές της πέψης και του μεταβολισμού των λιπιδίων, που προκαλεί τη διακοπή του φυσιολογικού μεταβολισμού. Τα τείχη των αιμοφόρων αγγείων γίνονται εξαιρετικά διαπερατά σε κλάσματα λίπους και πολλή "κακή χοληστερόλη" εισέρχεται στην κυκλοφορία του αίματος. Οι ασθενείς με διαβήτη έχουν 4 φορές περισσότερες πιθανότητες να υποφέρουν από καρδιαγγειακά νοσήματα όπως η υπέρταση, η ισχαιμική καρδιοπάθεια και η στηθάγχη. Επιπλέον, οι διαβητικοί έχουν σχεδόν επτά φορές περισσότερες πιθανότητες να αναπτύξουν νέκρωση (γάγγραινα) των ποδιών μαζί με αθηροσκλήρωση (Tohirova and Shernazarov, 2022).

### **1.3 Αντιμετώπιση**

#### **1.3.1 Φαρμακευτική αγωγή**

Τα αντιπηκτικά είναι φάρμακα που εμποδίζουν τη δημιουργία θρόμβων (πηγμάτων) στο αίμα. Φυσιολογικά ο οργανισμός έχει την ικανότητα μέσω του μηχανισμού πήξεως να ρυθμίζει την πήκτικότητα του αίματος ανάλογα με τις περιστάσεις. Τα αντιπηκτικά παρεμβαίνουν στο μηχανισμό πήξεως με σκοπό να δυσκολέψουν τη διαδικασία της πήξεως για την πρόληψη δημιουργίας θρόμβων και εμβόλων (απόσπαση θρόμβου, μεταφορά του με την κυκλοφορία του αίματος και φράξιμο ενός αγγείου). Επίσης, οι στατίνες είναι τα σπουδαιότερα φάρμακα που έχουμε για τη μείωση της αυξημένης LDL Χοληστερίνης. Η αυξημένη LDL Χοληστερίνη δημιουργεί αθηρωματικές πλάκες (στενώσεις) στις αρτηρίες μας, που προκαλούν στεφανιαία νόσο, έμφραγμα, ισχαιμικό εγκεφαλικό επεισόδιο, στένωση καρωτίδων, περιφερική αρτηριοπάθεια κλπ. Η αιμοδυναμική πρόοδος ήταν σημαντικά χαμηλότερη σε ασθενείς που έλαβαν θεραπεία με στατίνες από ό,τι σε εκείνους που δεν έλαβαν. Αυτή η επίδραση παρατηρήθηκε τόσο σε ασθενείς με ήπια έως μέτρια αορτική στένωση όσο και σε ασθενείς με σοβαρή αορτική στένωση. Μεταξύ των ασθενών με σοβαρή αορτική στένωση, που ορίζεται από μια μέγιστη ταχύτητα αορτής  $>4$  m/s, η αιμοδυναμική εξέλιξη στους ασθενείς που έλαβαν στατίνη ήταν εμφανώς πιο αργή σε σύγκριση με τους ασθενείς που δεν έλαβαν θεραπεία (Rosenhek et al., 2004). Τέλος, σημαντική επίδραση στην πρόληψη της εμφάνισης αγγειακών στενώσεων είναι τα αντιυπερτασικά φάρμακα που ρυθμίζουν την αρτηριακή πίεση, καθώς η αρτηριακή πίεση είναι σημαντική αιτία για την ύπαρξη αγγειακών στενώσεων αλλά και την εξέλιξη τους.

#### **1.3.2 Επεμβατική αντιμετώπιση**

##### *Αγγειοπλαστική*

Η αγγειοπλαστική είναι μια ελάχιστα επεμβατική ενδαγγειακή διαδικασία που περιλαμβάνει το άνοιγμα ενός φραγμένου ή στενωμένου αιμοφόρου αγγείου ή φλέβας με υποκείμενη αθηροσκλήρωση. Μπορεί να γίνει με διάφορες μεθόδους, συμπεριλαμβανομένης της τοποθέτησης ενός στεντ (Chhabra and Muhammad, 2023). Περιλαμβάνει κάθε είδους αγγειακές επεμβάσεις που συνήθως εκτελούνται διαδερμικά. Στις στεφανιαίες αρτηρίες, η αγγειοπλαστική που πραγματοποιείται με μπαλόνι ονομάζεται διαδερμική διαυλική στεφανιαία αγγειοπλαστική (PTCA), ενώ η αγγειοπλαστική που πραγματοποιείται με στεντ ονομάζεται διαδερμική στεφανιαία παρέμβαση (PCI).

##### *Αγγειοχειρουργική*

Η αγγειοχειρουργική είναι κλάδος της χειρουργικής που ασχολείται με την αποκατάσταση όλων των αγγειακών συστημάτων (αρτηρίες, φλέβες, λεμφαγγεία), εκτός των αγγείων της καρδιάς, των

πνευμόνων, και του εγκεφάλου, και επεκτείνεται ουσιαστικά από τα άκρα πόδια μέχρι τις καρωτίδες. Αποτελεί μία αναγνωρισμένη ιατρική ειδικότητα με αντικείμενο την αντιμετώπιση με εγχειρητικές μεθόδους παθήσεων του αγγειακού συστήματος, όπως οι θρομβοεμβολικές αποφράξεις, τα ανευρύσματα και οι κακώσεις περιφερειακών και σπλαχνικών αρτηριών.

#### *Επέμβαση αορτοστεφανιαίας παράκαμψης (Εγχείρηση ανοιχτής καρδιάς "ByPass")*

Η επέμβαση αορτοστεφανιαίας παράκαμψης (CABG, προφέρεται "cabbage"), γνωστή ως εγχείρηση ανοιχτής καρδιάς ή μπαϊπάς (bypass), είναι μια χειρουργική διαδικασία για την αποκατάσταση της κανονικής ροής του αίματος στην καρδιά. Πραγματοποιείται όταν οι στεφανιαίες αρτηρίες της καρδιάς παρουσιάζουν στένωση ή έχουν φράξει. Η χειρουργική επέμβαση μπορεί να μειώσει τον κίνδυνο σοβαρών επιπλοκών για άτομα που πάσχουν από αποφρακτική στεφανιαία νόσο, έναν τύπο ισχαιμικής καρδιακής νόσου. Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί σε περίπτωση έκτακτης ανάγκης, όπως σοβαρή καρδιακή προσβολή.

Κατά τη διάρκεια της εγχείρησης λαμβάνεται αιμοφόρο αγγείο από άλλο μέρος του σώματος, συνήθως αρτηρία από το χέρι ή το στήθος ή φλέβα από τα πόδια. Στη συνέχεια τοποθετείται ακριβώς πάνω και κάτω από τη στενωμένη περιοχή ή απόφραξη. Αυτό επιτρέπει στο αίμα να παρακάμψει την μπλοκαρισμένη αρτηρία. Ανάλογα με τη σοβαρότητα και τον αριθμό των αποφράξεων χρησιμοποιούνται περισσότερα από ένα αιμοφόρα αγγεία. Η διαδικασία περιλαμβάνει το άνοιγμα του στέρνου, την παύση της λειτουργίας της καρδιάς, ενώ το αίμα στέλνεται μέσω ενός μηχανήματος εξωσωματικής κυκλοφορίας (on-pump). Η επέμβαση μπορεί επίσης να πραγματοποιηθεί χωρίς τη χρήση του μηχανήματος, με την καρδιά να συνεχίζει να χτυπά (off-pump). Σε αντίθεση με άλλες μορφές καρδιοχειρουργικής, οι κοιλότητες της καρδιάς δεν ανοίγουν κατά τη διάρκεια της επέμβασης.

#### **1.4 Στένωση αγγείων ως πρόβλημα μηχανικής και επισκόπηση σχετικής βιβλιογραφίας**

Η αρτηριακή στένωση αποτελεί ένα από τα πιο σοβαρά και ευρέως διαδεδομένα προβλήματα υγείας παγκοσμίως. Παρά την ιατρική πρόοδο και την αυξημένη επίγνωση για τους κινδύνους που συνδέονται με αυτήν την πάθηση, η αρτηριακή στένωση παραμένει ένα σημαντικό ζήτημα που επηρεάζει την ποιότητα ζωής και την αναμενόμενη διάρκεια ζωής πολλών ανθρώπων. Στον κόσμο της μηχανικής, η αρτηριακή στένωση έχει αρχίσει να εξετάζεται ως ένα πολύπλοκο μηχανικό πρόβλημα, το οποίο απαιτεί την ανάπτυξη νέων μηχανικών και υπολογιστικών μοντέλων για την κατανόηση, τον προγραμματισμό και την αντιμετώπισή της.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει άρθρο που παρέχει μια επισκόπηση της αρτηριακής στένωσης και των επιπτώσεών της στη ροή του αίματος. Αναφέρεται στις αιτίες της στένωσης, όπως οι αθηρωματικές πλάκες, και οι προκύπτουσες κυκλοφορικές διαταραχές. Η αλληλεπίδραση μεταξύ της ροής του αίματος και της στένωσης είναι κρίσιμη και η εργασία εστιάζει σε τρεις κύριους τομείς: την επίδραση της στένωσης στην περιφερειακή ροή αίματος, εντοπισμένες υδροδυναμικές επιδράσεις και μεθόδους ανίχνευσης και αξιολόγησης. Η εργασία εξετάζει προηγούμενες μελέτες σε αυτόν τον τομέα και καταλήγει ότι η μηχανική των ρευστών διαδραματίζει κεντρικό ρόλο στην κατανόηση αυτών των πτυχών και η εργασία εξετάζει προηγούμενες μελέτες σε αυτόν τον τομέα (Young, 1979).

Με την πάροδο του χρόνου η ρευστομηχανική έρευνα για την αρτηριακή ροή με ύπαρξη στένωσης ανέπτυξε νέα μαθηματικά και υπολογιστικά μοντέλα προκειμένου να φτάσει όσο γίνεται πιο κοντά στην πλήρη εξήγηση του φαινομένου. Το 1997 συντάσσεται βιβλιογραφική μελέτη, που εστιάζει στο αντίκτυπο της στένωσης και τις επιπτώσεις στην υγεία. Τονίζει τη σημασία της κατανόησης των



χαρακτηριστικών μεγεθών της αρτηριακής ροής και της ανίχνευσης της στένωσης για να μπορούν να υπάρξουν αποτελεσματικές θεραπείες. Καταλήγει ότι το μέλλον της έρευνας της αρτηριακής ροής στοχεύει στην πρόβλεψη μεμονωμένων αιμοδυναμικών μεγεθών, την ανάπτυξη διαγνωστικών εργαλείων και τον σχεδιασμό συσκευών για τον χειρισμό της ροής του αίματος (Ku, 1997).

Στη συνέχεια μεγάλο ρόλο έπαιξαν και οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές στην επίλυση των μαθηματικών μοντέλων και επιπλέον έκαναν την εμφάνισή τους λογισμικά τύπου CFD (Computational Fluid Dynamics) που σε αντίθεση με το πρόγραμμα είναι πιο φιλικό στον χρήστη, αλλά στην αρχή τα αποτελέσματα δεν ήταν πολύ ενθαρρυντικά. Συγκεκριμένα, μελέτη που δημοσιεύτηκε το 2007 (Varghese, 2007), συγκρίνει μοντέλα με άμεσες αριθμητικές προσομοιώσεις (DNS) με μοντέλα υπολογιστικής ρευστομηχανικής, για μεταστενωτική τυρβώδη ροή. Βρέθηκε κακή συμφωνία μεταξύ των μοντέλων και των προσομοιώσεων, υποδεικνύοντας την ανεπάρκεια των τρεχουσών μοντέλων αναταράξεων (CFD) για χαμηλό αριθμό Reynolds στις μεταβατικές ροές. Καταλήγει ότι απαιτούνται βελτιωμένα μοντέλα για την πρόβλεψη με σιγουριά της τυρβώδους ροής υπό σχετικές αιμοδυναμικές συνθήκες. Ωστόσο νέα δημοσίευση, που χρησιμοποιεί υπολογιστική δυναμική ρευστών για να αναλύσει τη ροή του αίματος στις στεφανιαίες αρτηρίες και να βελτιώσει την ακρίβεια των μοντέλων CFD για την αξιολόγηση των στεφανιαίων παθήσεων (CAD) καταλήγει ότι τα ευρήματά της συμβάλλουν στην ενίσχυση των προγνωστικών δυνατοτήτων των μοντέλων CFD για αξιολόγηση CAD (Mahalingam, 2016).

#### **1.4.1 Πειραματικές Έρευνες**

Η αδυναμία του τύπου "Poiseuille" στο φαινόμενο της τμηματικής αρτηριακής στένωσης έχει τονιστεί στο παρελθόν από έρευνα του 1965. Η εν λόγω εργασία, αφού μετράει με ακρίβεια τις διαστάσεις των στενώσεων και εξετάζει την επίδρασή τους στη ροή, συμπεριλαμβανομένης της πίεσης και της ιξώδους, καταλήγει σε μια εξίσωση για τη ροή μέσα από στενώσεις, βοηθώντας τη μελλοντική έρευνα και την κατανόηση των επιδράσεων των μεταβλητών (Byar et al., 1965). Έπειτα μια νέα διατριβή εξετάζει τη ροή μέσα από ένα συγκλίνον-αποκλίνον αγωγό και τις επιπτώσεις της στις αγγειακές βλάβες. Πραγματοποιούνται θεωρητικές και πειραματικές αναλύσεις για την κατανόηση των προφίλ ταχύτητας, της πτώσης πίεσης και της καταπόνησης του τοιχώματος. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι η μέτρια στένωση μπορεί να προκαλέσει διαχωρισμό σε μικρά αρτηριακά αγγεία, συμβάλλοντας στην ανάπτυξη της στένωσης. Μετρήθηκαν οι πτώσεις πίεσης για τη ροή νερού και αίματος, με μεγαλύτερες πτώσεις παρατηρούμενες για το αίμα. Αυτά τα ευρήματα υπογραμμίζουν τον ρόλο της ροής στη μεταστενωτική διαστολή (Forrester, 1968).

Αργότερα, δημοσιεύεται μελέτη σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος η μελέτη διεξήγαγε πειράματα "in vitro" για την ανάλυση των χαρακτηριστικών σταθερής ροής σε τοπικά στενούς αγωγούς. Διερεύνησε παράγοντες όπως η πτώση πίεσης, η αποκόλληση της ροής και η τύρβη. Χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικά μοντέλα αγωγών με διαφορετική γεωμετρία και ελήφθησαν υπόψη διάφοροι αριθμοί Reynolds. Η μελέτη αποκάλυψε την επίδραση της γεωμετρίας της στένωσης στη συμπεριφορά ροής, υπογραμμίζοντας τη σημασία του μεγέθους και του σχήματος στον καθορισμό παραγόντων όπως η πτώση πίεσης και η αποκόλληση της ροής. Στο δεύτερο μέρος, η εργασία διερευνά την επίδραση της μη μόνιμης ροής μέσω ενός στενωμένου αγωγού. Η μελέτη διερευνά την ταλαντούμενη ροή και μετρά την πτώση πίεσης χρησιμοποιώντας διάφορες παραμέτρους. Η ανάπτυξη τύρβης εξετάζεται επίσης χρησιμοποιώντας μετρήσεις θερμού φιλμ. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι οι ήπιες συστολές παρουσιάζουν υψηλότερη σταθερότητα στην ταλαντούμενη ροή σε σύγκριση με τη σταθερή ροή, ενώ τα μοντέλα με έντονη συστολή εμφανίζουν ελαφρώς μειωμένη σταθερότητα. Το

πρώτο μέρος της εργασίας παρέχει περαιτέρω πληροφορίες για τις επιπτώσεις μιας στένωσης στη σταθερή ροή (Young and Tsai, 1973).

Στη συνέχεια, διεξάγονται πειράματα σε 13 μικτογενείς σκύλους διερευνώντας την επίδραση των στενώσεων στην πτώση πίεσης και τον ρυθμό ροής στις μηριαίες αρτηρίες τους. Εξετάστηκαν τεχνητά επαγόμενες στενώσεις διαφόρων ποσοστών, μετρώντας τη στιγμιαία πτώση πίεσης και τον ρυθμό ροής. Μια απλή εξίσωση υπολόγισε με ακρίβεια την πτώση πίεσης, λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά της στένωσης, το μέγεθος της αρτηρίας, τις ιδιότητες του αίματος και τη δυναμική της ροής. Τα αποτελέσματα έδειξαν σχεδόν σταθερή ροή για μεγάλες στενώσεις και μη γραμμική αύξηση της πτώσης πίεσης με τη σοβαρότητα της στένωσης. Η μελέτη εντόπισε επίσης μια σχέση μεταξύ της κρίσιμης στένωσης και της ζήτησης ροής αίματος (Young et al., 1975).

Έπειτα λαμβάνει μέρος νέα μελέτη που μάλιστα έκανε και σύγκριση αποτελεσμάτων με το προηγούμενο πείραμα, διερευνά την επίδραση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών στην πτώση πίεσης κατά μήκος της αρτηριακής στένωσης χρησιμοποιώντας δοκιμές "in vitro" με συστολές μοντέλων. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι μια απλή εξίσωση προβλέπει με ακρίβεια την πτώση πίεσης. Η μελέτη διερευνά επίσης την επέκταση των ευρημάτων σε διαφορετικά σχήματα και συζητά τον συσχετισμό μεταξύ πολλαπλών στενώσεων. Πειραματικά δεδομένα υποδεικνύουν ότι η πτώση πίεσης δεν μπορεί να επιτευχθεί αθροίζοντας τις πτώσεις πίεσης μεμονωμένων στενώσεων εκτός εάν ξεπεραστεί μια κρίσιμη απόσταση μεταξύ τους, η οποία εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds (Seeley and Young, 1976).

Ακολούθως, σε νέα μελέτη εξερευνάται η πτώση πίεσης στην αρτηριακή στένωση υπό υψηλούς ρυθμούς ροής αίματος που προκαλούνται από αγγειοδιαστολή. Δημιουργήθηκαν στενώσεις σε αρτηρίες μικτογενών σκύλων και έγιναν μετρήσεις. Μια απλή εξίσωση προβλέπει πτώση πίεσης σε ταχύτητες και σχήματα στένωσης. Η αγγειοδιαστολή αυξάνει τη ροή και μειώνει την πίεση κατάντι. Η πτώση πίεσης σχετίζεται μη γραμμικά με την ταχύτητα, τονίζοντας τη σημασία της στένωσης σε υψηλούς ρυθμούς ροής. Η εργασία προτείνει τον επαναπροσδιορισμό της κρίσιμης στένωσης με βάση τη μέγιστη επίδραση ροής (Young et al., 1977).

Στη συνέχεια, δημοσιεύεται μελέτη, η οποία χρησιμοποίησε ένα μοντέλο μεγάλης κλίμακας στεφανιαίας κυκλοφορίας για να διερευνήσει τη ροή μέσω στενωτικών στοιχείων στις στεφανιαίες αρτηρίες. Έγιναν μετρήσεις πίεσης και ταχύτητας, αποκαλύπτοντας αποκόλληση ροής στις περισσότερες στενώσεις. Παρατηρήθηκε περιορισμένη ανάκτηση πίεσης κατάντι, κυρίως εξαρτώμενη από την περιοχή της στένωσης παρά από τη γεωμετρία. Η μελέτη υπογραμμίζει ότι οι σοβαρές στενώσεις λειτουργούν σαν στόμια και μια απλή θεωρία μπορεί να προβλέψει τον αντίκτυπό τους στη στεφανιαία ροή (Mates et al., 1978).

Με τη βοήθεια της μαγνητικής τομογραφίας ενδιαφέρει παρουσιάζει δημοσίευση που χρησιμοποιεί τον τομογράφο για τη μέτρηση των μηκών επανακόλλησης της ροής σε μια αξονική στένωση. Βάσει του αριθμού Reynolds της στένωσης μελετάται η ροή σε τρεις μορφές: λειτουργία στρωτής ροής, πλήρως τυρβώδους ροής και μεταβατική ροή. Η έρευνα στοχεύει στη βελτίωση των τεχνικών MRI για την ανάλυση πολύπλοκων ροών και έχει επιπτώσεις στον σχηματισμό πλάκας και τη μείωση της τεχνητής ροής στην αξονική αγγειογραφία. Προηγούμενες μελέτες μαγνητικής τομογραφίας επικεντρώθηκαν στις ταχύτητες ροής αλλά όχι στον ποσοτικό προσδιορισμό της επανακόλλησης ροής κατάντι μιας στένωσης (Gach and Lowe, 2000).

Έπειτα, διεξάγεται έρευνα, που παρουσιάζει σε βάθος διερεύνηση του πεδίου ταχύτητας μέσα σε ένα μοντέλο κοιλιακού ανευρύσματος ειδικά για τον ασθενή, εστιάζοντας στη διχοτόμηση αορτής-λαγόνιας. Χρησιμοποιώντας προηγμένες μετρήσεις 2D PIV, η μελέτη στοχεύει να αποκαλύψει τα πολύπλοκα μοτίβα ροής και τα φαινόμενα που σχετίζονται με το ανεύρυσμα, παρέχοντας πολύτιμες πληροφορίες για την αιμοδυναμική του (Stamatoroulos et al., 2011). Επιπλέον, παρουσιάζεται μελέτη που εξετάζει τη στρωτή ροή που ξεκινά σε σωλήνες κυκλικής διατομής, η οποία είναι σχετική με βιομηχανικές και ιατρικές εφαρμογές (Chaudhury et al., 2015). Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η ροή που ξεκινά με απότομη αλλαγή όγκου φτάνει γρηγορότερα στην ευστάθεια και στην πλήρως αναπτυγμένη ροή σε σύγκριση με αυτή που οδηγείται από απότομη αλλαγή πίεσης. Παρουσιάζονται νέες κατευθυντήριες γραμμές για την επίτευξη πλήρως αναπτυγμένων πειραματικών ροών σε ρεαλιστικές γεωμετρικές σωλήνων.

Τέλος, δημοσιεύεται μελέτη που παρουσιάζει μια νέα μέθοδο μέτρησης της πτώσης πίεσης σε μια στένωση χρησιμοποιώντας 4D Flow MRI συγκρίνοντας τα αποτελέσματά του με λογισμικό υπολογιστικής ρευστομηχανικής (Ha et al., 2017). Υπολογίζοντας την παραγωγή στροβιλισμού της ροής, η μέθοδος εκτιμά με ακρίβεια τη μη αναστρέψιμη πτώση πίεσης. Η τεχνική είναι ισχυρή και αξιόπιστη, όπως αποδεικνύεται μέσω προσομοίωσης μαγνητικής τομογραφίας και *in vitro* επικύρωσης σε κανάλι στένωσης.

## **1.4.2 Υπολογιστικές Έρευνες**

### **1.4.2.1 Άμεση αριθμητική προσομοίωση (Direct Numerical Simulation, DNS)**

Αρχικά, διεξάγεται έρευνα, βασιζόμενη σε ένα απλοποιημένο μοντέλο που παραβλέπει τους όρους της συναγωγής επιτάχυνσης στις εξισώσεις Navier-Stokes. Αυτή η εργασία διερευνά την αλληλεπίδραση μεταξύ της αρτηριακής στένωσης που προκαλείται από αθηρωματικές πλάκες και της ροής του αίματος στις αρτηρίες. Υπογραμμίζει ότι ακόμη και μικρές αναπτύξεις μπορούν να ενεργοποιήσουν βιολογικούς μηχανισμούς και συζητά την επίδραση της ανάπτυξης στην κατανομή της πίεσης και την τάση διάτμησης του τοιχώματος (Young, 1968). Ακολούθως, αναπτύσσεται μελέτη σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος αναπτύσσονται εξισώσεις για να περιγράψουν τα χαρακτηριστικά ροής ενός ασυμπίεστου υγρού μέσω ενός αξονικού συγκλίνοντος-αποκλίνοντος αγωγού, ενώ στον δεύτερο πραγματοποιείται ένα πείραμα για τη μελέτη αυτών των χαρακτηριστικών ροής, συμπεριλαμβανομένων των σημείων αποκόλλησης και επανακόλλησης, της πτώσης πίεσης και της σύγκρισης μεταξύ νερού και αίματος. Τα πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ικανοποιητική συμφωνία με τις θεωρητικές προβλέψεις (Forrester and Young, 1970).

Έπειτα συντάσσεται μελέτη συγγραφέων που διερευνά την ιξώδη ροή σε κυκλικούς σωλήνες με συστολές, εστιάζοντας ιδιαίτερα στο πρόβλημα της αρτηριοσκλήρωσης. Οι συγγραφείς αναπτύσσουν μια μέθοδο για την ανάλυση της ροής του αίματος σε αρτηρίες με αυθαίρετα σχήματα. Υποθέτουν σταθερή και αξονική συμμετρική ροή, έναν μικρό αριθμό Reynolds και αντιμετωπίζουν το αίμα ως ένα ομοιογενές Νευτώνειο υγρό. Η μελέτη εξετάζει έναν απείρως μακρύ κυλινδρικό σωλήνα με συμμετρική στένωση και παρέχει αριθμητικά αποτελέσματα μέχρι τον αριθμό Reynolds 25 (Lee and Fung, 1970). Διεξάγεται επίσης μελέτη που ερευνά τη μηχανική της κρίσιμης στένωσης στα αιμοφόρα αγγεία, χρησιμοποιώντας ένα εκτενές θεωρητικό μοντέλο που βασίζεται σε αλλαγές ενέργειας και διάχυσης. Το μοντέλο συμφωνεί καλά με πειραματικά δεδομένα που έχουν συλλεχθεί "in vivo" και επιλύει προηγούμενες αντιφάσεις. Με την λήψη υπόψη της ταχύτητας ροής και της γεωμετρίας της στένωσης, το μοντέλο επιτρέπει την πρόβλεψη της πτώσης πίεσης κατά τη ροή (Berguer and Hwang, 1974).

Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μελέτη όπου οι συγγραφείς εξετάζουν τη σχέση μεταξύ της αιμοδυναμικής και της εξέλιξης της αθηροσκλήρωσης. Επικεντρώνεται στα μοτίβα ροής και τη δημιουργία πλακών σε συγκεκριμένα σημεία του αγγειακού δέντρου. Ο σκοπός της μελέτης είναι να περιγράψει τη ροή μέσα από αρτηριακούς περιορισμούς και να ανιχνεύσει την αρτηριακή νόσο στα πρώιμα στάδια. Αναλύονται προηγούμενες έρευνες για τα χαρακτηριστικά της ροής σε στένωση αρτηριών και αριθμητικές λύσεις για τη ροή μέσα από στενωμένα σωληνάκια. Οι συγγραφείς τονίζουν την ανάγκη σύγκρισης θεωρητικών μοντέλων με πειραματικά δεδομένα για την επικύρωση των προσεγγίσεών τους. Η μελέτη επικεντρώνεται στην μόνιμη στρωτή ροή μέσα σε έναν σωλήνα ακαμψίας με τοπική στενωμένη περιοχή (Deshrande et al., 1976).

Ακολούθως το 1991 παρουσιάζεται η εργασία, που διερευνά τη σταθερή και παλμική ροή εισόδου ενός Νευτώνειου ρευστού σε αγωγούς. Προηγούμενες μελέτες επικεντρώθηκαν στη σταθερή ροή σε κυκλικούς αγωγούς και επίπεδα κανάλια, αναλύοντας την ανάπτυξη των προφίλ ταχύτητας και των μηκών εισόδου. Ωστόσο, η παλμική ροή εισόδου έλαβε λιγότερη προσοχή. Αυτή η εργασία πραγματεύεται τη παλμική ροή σε ένα επίπεδο κανάλι χρησιμοποιώντας αριθμητικές μεθόδους και στοχεύει στην επέκταση της προηγούμενης εργασίας στη βασική αρτηρία. Η εργασία παρουσιάζει μαθηματικές διατυπώσεις, αριθμητικές λύσεις και υπολογιστικά προφίλ για διαφορετικές συχνότητες παλμών και αριθμούς Reynolds. Συνολικά, συμβάλλει στην κατανόηση των ασταθών εσωτερικών ροών ρευστού και της επίδρασής τους στο μήκος εισόδου (Krijger, 1991). Στη συνέχεια, έλαβε τόπο μελέτη σε ημιτονοειδή κυμαινόμενη παλμική ροή Διερευνήθηκαν διάφοροι παράγοντες, όπως ο αριθμός Reynolds, ο αριθμός Womersley, το παλμικό πλάτος, ο λόγος συστολής και το μήκος συστολής. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η δυναμική φύση της ροής εξαρτιόταν από τη συχνότητα των μεταβολών της ροής. Η δίνη κορυφής του τοιχώματος αυξήθηκε με υψηλότερο αριθμό Reynolds, παλμικό πλάτος και λόγο συστολής. Η επίδραση του αριθμού Womersley και του μήκους συστολής ήταν σχετικά μικρή (Lee et al., 2007).

Ακολούθως, διεξάγεται η μελέτη όπου συζητά τον σχηματισμό στένωσης στα αιμοφόρα αγγεία και τον αντίκτυπό της στη ροή του αίματος. Ο συγγραφέας έχει μελετήσει διάφορες πτυχές της στένωσης, συμπεριλαμβανομένων των γεωμετρικών χαρακτηριστικών, της αντίστασης στη ροή και της πτώσης πίεσης. Έχουν χρησιμοποιηθεί μαθηματικά μοντέλα και αριθμητικές προσομοιώσεις για να αναλύσουν τη ροή του αίματος μέσω της στένωσης και τις επιπτώσεις της στο καρδιαγγειακό σύστημα. Τα ευρήματα υποδηλώνουν ότι παράγοντες όπως το σχήμα, το μήκος και το μέγεθος της στένωσης επηρεάζουν τη δυναμική της ροής. Η κατανόηση αυτών των παραγόντων μπορεί να βοηθήσει στη βελτίωση του αρτηριακού συστήματος και να βελτιώσει τις γνώσεις μας για τις επιπλοκές που σχετίζονται με τη στένωση (Singh, 2012). Αργότερα, νέα μελέτη εισάγει έναν νέο αναλυτικό τύπο για το προφίλ ταχύτητας σε σωλήνες κυκλικής διατομής, που μπορεί να εφαρμοστεί τόσο σε στρωτή ροή όσο και σε τυρβώδη (Stigler, 2014). Γίνεται σύγκριση με άλλα προφίλ ταχύτητας, όπως ο νόμος ισχύος και ο νόμος του τοίχου (log-law), για να αξιολογηθεί η απόδοσή του. Ο στόχος είναι να αξιολογηθεί η ακρίβεια και η καταλληλότητα του νέου τύπου σε διάφορα καθεστώτα ροής

Τέλος, νέα μελέτη εξετάζει την επίδραση της στένωσης στη συμπεριφορά της ροής υπό συνθήκες ταλαντούμενης ροής στις αρτηρίες. Διερευνώνται διαφορετικοί βαθμοί στένωσης και διαμορφώσεις και τα αποτελέσματα δείχνουν ότι υψηλότεροι βαθμοί στένωσης και εκκεντρικότητας οδηγούν σε πρώιμη έναρξη αναταράξεων. Η μελέτη υπογραμμίζει επίσης την επίδραση της συχνότητας ταλάντωσης στην αστάθεια ροής, με τις υψηλότερες συχνότητες να προκαλούν πιο εμφανή αποτελέσματα, ειδικά για μικρότερους βαθμούς στένωσης (Jain, 2022).

#### 1.4.2.2 Υπολογιστική ρευστομηχανική (Computational fluid dynamics CFD)

Αρχικά, χρησιμοποιώντας το υπολογιστικό ρευστομηχανικό λογισμικό "NEKTON" διερευνώνται οι συνθήκες εισόδου για παλμική ροή στο αρτηριακό σύστημα. Οι ερευνητές αναλύουν τις παραλλαγές στο μήκος εισόδου και την καθυστέρηση φάσης. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι το πλάτος του μήκους εισόδου μειώνεται με υψηλότερες παραμέτρους Womersley. Για χαμηλές παραμέτρους, το μέγιστο μήκος εισόδου ευθυγραμμίζεται με τη μέγιστη ροή, ενώ για τις υψηλές παραμέτρους γίνεται πιο ομοιόμορφο. Η μελέτη παρατηρεί επίσης ότι ο ρυθμός διάτμησης του τοίχου φτάνει στην κατάντι τιμή γύρω στο μισό του μήκους της εισόδου. Υποστηρίζουν ότι αυτά τα ευρήματα ενισχύουν την κατανόηση της δυναμικής της αρτηριακής ροής (He, 1994). Στη συνέχεια, σε νέα μελέτη αναπτύσσεται ένα τρισδιάστατο μοντέλο για τη ροή του αίματος μέσα από ένα αγγείο με μη συμμετρική στένωση. Χρησιμοποιώντας την υπολογιστική δυναμική ρευστών στο πρόγραμμα "PHOENICS. Η μελέτη δείχνει καλή συμφωνία με δημοσιευμένα αποτελέσματα για την πτώση της πίεσης (Ang, 1997).

Έπειτα, διεξάγεται νέα εργασία όπου οι συγγραφείς διερευνούν τον αντίκτυπο των φαινομένων ροής στις στενωτικές αρτηρίες, όπως ο η ασύμμετρη αποκόλληση ροής και η στρωτή σε τυρβώδη μετάβαση, σε ασθένειες όπως η αθηροσκλήρωση και το εγκεφαλικό επεισόδιο. Λαμβάνουν μέρος υπολογιστικές προσομοιώσεις(CFD) για τη διερεύνηση της τρισδιάστατης, παλμικής και ασταθούς ροής μέσω μιας στένωσης. Η εστίαση της μελέτης βρίσκεται στην κατανόηση των επιπτώσεων στα πεδία διατμητικής τάσης τοιχώματος (WSS), ταχύτητας και στροβιλισμού. Τα ευρήματα συμβάλλουν στη βελτίωση της ιατρικής διάγνωσης και των τεχνικών ανίχνευσης στένωσης παρέχοντας πληροφορίες σχετικά με την έναρξη της αστάθειας και την επιρροή της στο WSS και τη δημιουργία στροβιλισμού (Mallinger and Drikakis, 2002).

Αργότερα νέα δημοσίευση, εξέτασε τη παλμική ροή και τη συμπεριφορά του αγγειακού τοιχώματος σε ένα απλοποιημένο μοντέλο ενός στενωμένου αγγείου. Προσομοίωσε έναν κυλινδρικό σωλήνα με στένωση 45% και ανέλυσε τα αποτελέσματα της ροής του υγρού και της κίνησης των τοιχωμάτων ξεχωριστά και στη συνέχεια τα συνδύασε. Τα αποτελέσματα έδειξαν μικρές διαφορές στην αποκόλληση ροής, την τάση διάτμησης τοιχώματος και τα πρότυπα τάσεων μεταξύ άκαμπτων και συμβατών μοντέλων. Η παλμική ροή είχε περιορισμένες επιπτώσεις στη συμμόρφωση του τοίχου, με μικρές αλλαγές στη ροή και τις στερεές συμπεριφορές (Lee and Xu, 2002).

Επόμενη μελέτη αποπειράται συγκρίνοντας μοντέλα τύρβης να καταλήξουν στο μοντέλο που θα είναι πιο κατάλληλο για προσομοίωση ροών σε στενούς αγωγούς. Εστιάζεται σε μοντέλα αναταράξεων χαμηλού αριθμού Reynolds (LRN). Τα μοντέλα k-epsilon και Menter k-omega της ομάδας επανακανονικοποίησης (RNG) αποτυγχάνουν να συλλάβουν τη στρωτή ροή σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds και να ενισχύσουν τις αστάθειες ροής. Το μοντέλο LRN k-epsilon παλεύει με την προσομοίωση της μετάβασης σε αναταράξεις και απαιτεί υψηλούς υπολογιστικούς πόρους. Αντίθετα, το μοντέλο LRN k-omega προβλέπει με ακρίβεια στρωτές, μεταβατικές και τυρβώδεις ροές, συμπεριλαμβανομένων των διακυμάνσεων τύρβης (Zhang and Kleinstreuer, 2003).

Στη συνέχεια, έρευνα που έλαβε χώρο σε λογισμικό "ANSYS", εξετάζει τον αντίκτυπο της σοβαρότητας της στένωσης και της εκκεντρότητας της βλάβης στις ζώνες ανακυκλοφορίας ροής και στον ρυθμό διάτμησης στις ανθρώπινες στεφανιαίες αρτηρίες. Χρησιμοποιώντας προσομοιώσεις CFD σε μοντέλα ειδικά για τον ασθενή και τρισδιάστατες ανακατασκευές αρτηριών, η έρευνα δείχνει ότι η σοβαρότητα της στένωσης επηρεάζει έντονα το μήκος της ζώνης ανακυκλοφορίας και το μέγιστο ρυθμό διάτμησης. Αυτά τα ευρήματα υπογραμμίζουν τη σημασία της εξέτασης της σοβαρότητας της

στένωσης και της εκκεντρικότητας της βλάβης στην ανάλυση των χαρακτηριστικών ροής σε νοσούντες στεφανιαίες αρτηρίες (Javadzadegan et al., 2013).

Ακολουθεί έρευνα που αξιολογεί την επίδραση της μετάβασης σε τυρβώδη ροή στις αιμοδυναμικές παράμετρος στις ανθρώπινες στεφανιαίες αρτηρίες. Αυτή η μελέτη χρησιμοποιεί υπολογιστική δυναμική ρευστών (CFD) για να αναλύσει τη ροή του αίματος στις στεφανιαίες αρτηρίες και να βελτιώσει την ακρίβεια των μοντέλων CFD για την αξιολόγηση των στεφανιαίων παθήσεων (CAD). Οι συγγραφείς διερευνούν την επίδραση της υπόθεσης στρωτής ροής σε βασικές αιμοδυναμικές παραμέτρους, όπως η διατμητική τάση τοιχώματος (WSS) και ο δείκτης ταλάντωσης διάτμησης (OSI), σε αρτηρίες με διάφορους βαθμούς στένωσης. Τα ευρήματα συμβάλλουν στην ενίσχυση των προγνωστικών δυνατοτήτων των μοντέλων CFD για αξιολόγηση της στεφανιαίας αθηροσκλήρωσης (Mahalingam et al., 2016). Στην συνέχεια, με τη χρήση του λογισμικού "ANSYS" εξετάζεται την επίδραση της στένωσης της στεφανιαίας αρτηρίας στους αιμοδυναμικούς δείκτες υπό μεταβλητές συνθήκες ροής (Malota et al., 2018). Η χρήση υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD) χρησιμοποιείται για την ανάλυση παραμέτρων όπως ο δείκτης ταλάντωσης και ο συντελεστής πτώσης πίεσης. Τα ευρήματα αποκαλύπτουν σημαντικές διακυμάνσεις στους αιμοδυναμικούς δείκτες λόγω των διαταραχών ροής που σχετίζονται με τη στένωση, που επηρεάζονται από τον ρυθμό ροής, τον καρδιακό ρυθμό και τη γεωμετρία των αγγείων.

Ακολούθως, γίνεται μελέτη με τη χρήση του λογισμικού "ANSYS" προκειμένου να εξεταστεί η επίδραση του ποσοστού και του μήκους της στένωσης στον τοίχο της αρτηρίας στην καρδιαγγειακή νόσο. Χρησιμοποιώντας υπολογιστική δυναμική ρευστών (CFD) και μέθοδο επιφανειακής απόκρισης (RSM), οι συγγραφείς αναπτύσσουν μια ποσοτική σχέση για τη μελέτη της ροής στη στένωση. Χρησιμοποιώντας μεγάλη προσομοίωση λείας ροής (LES), μοντελοποιείται η ροή του αίματος εντός της στενωμένης αρτηρίας, και παράγονται συσχετίσεις μεταξύ του WSS (wall shear stress) και των παραμέτρων της στένωσης με χρήση της RSM (Dwidmuthe et al., 2020).

Τέλος, με τη χρήση του λογισμικού "OPEN FOAM" έγινε χρήση νέου μοντέλου μειωμένης τάξης για τον ποσοτικό προσδιορισμό της πτώσης πίεσης στις στενωτικές αρτηρίες. Αναλύοντας την εξίσωση Navier-Stokes, το μοντέλο ενσωματώνει έναν όρο για τις επιπτώσεις της τύρβης στην απώλεια πίεσης. Οι υπολογιστικές προσομοιώσεις δυναμικής ρευστών (CFD) επικυρώνουν την ακρίβεια του μοντέλου για διάφορους τύπους και επίπεδα σοβαρότητας στενώσεων. Το προτεινόμενο μοντέλο βελτιώνει την εκτίμηση των τιμών του αποθεματικού κλασματικής ροής, συμβάλλοντας στην ασφαλέστερη και πιο οικονομική διαχείριση των αρτηριακών παθήσεων (Lyras and Lee, 2021).

## **1.5 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας**

Η παρούσα μελέτη διερευνά μέσω χρήσης του λογισμικού "ANSYS" την μόνιμη ροή σε αγωγό κυκλικής διατομής με αξονοσυμμετρική στένωση για διάφορες παροχές που αντιστοιχούν σε στρωτή, μεταβατική και τυρβώδη ροή. Συγκεκριμένα για τη μεταβατική και την τυρβώδη ροή χρησιμοποιούνται περισσότερα από ένα μοντέλα τύρβης με σκοπό την επαλήθευση των αποτελεσμάτων με αντίστοιχα πειραματικά. Η εργασία αποσκοπεί να προλέξει τον υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών της στένωσης, την κατανομή της πίεσης κατά μήκος του αγωγού με στένωση, το πεδίο ταχυτήτων σε όλο το μήκος του αγωγού, τα σημεία αποκόλλησης και επανακόλλησης της ροής (μήκη ανακυκλοφορίας) και τις διατμητικές τάσεις του τοιχώματος κατά μήκος του αγωγού συναρτήσει της παροχής-και τους διάφορους βαθμούς στένωσης.

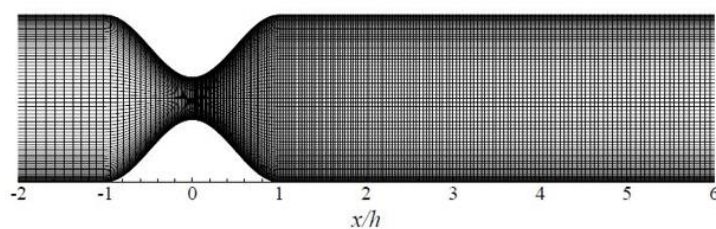
## 2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

### 2.1 Γεωμετρία στένωσης

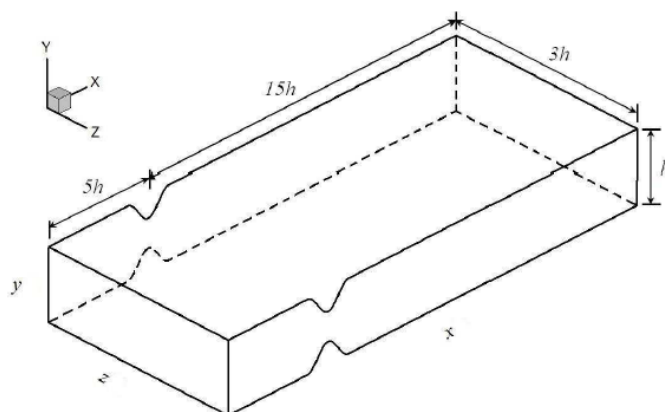
Για το σχήμα της στένωσης μεταχειρίστηκε το σχήμα από το άρθρο του 2013 (Khair, 2013):

$$\frac{y}{h} = 1 - f_c \left( 1 + \cos \frac{x\pi}{h} \right), \quad -h \leq x \leq h \quad (2.1)$$

Σύμφωνα με αυτό το υπολογιστικό χωρίο αποτελείται από ένα τρισδιάστατο κανάλι με μία συμμετρική συνημιτονοειδή στένωση στα άνω και κάτω τοιχώματα—όπως φαίνεται στην εικόνα 2.1. Λόγω της παρουσίας της στένωσης, το ύψος του καναλιού  $\delta$  γύρω από το κέντρο της στένωσης, είναι μια μεταβλητή κατά μήκος, δηλ.  $\delta = \delta(x)$ . Μακριά από τη στένωση, είτε ανάντι είτε κατάντι, το ύψος του καναλιού είναι σταθερό και λαμβάνει την τιμή  $h$ , δηλ.  $\delta = h$ . Το πλάτος του καναλιού είναι  $3h$ . Οι δύο διαμορφώσεις πάνω και κάτω της στένωσης έχουν κέντρο το  $x/h = 0$ , εικόνα 2.1(α). Στην εικόνα 2.1(β), αναπαρίσταται η γεωμετρία σε τρεις διαστάσεις. Η γεωμετρία εκτείνεται κατά  $5h$  κατάντι της εισόδου του καναλιού μέχρι το κέντρο της στένωσης και μετά από αυτό εκτείνεται κατά  $15h$  ως την έξοδο του καναλιού. Η μορφή της στένωσης που επιλέχθηκε για την παρούσα μελέτη περιγράφεται με αφετηρία την εξίσωση (2.1), όπου  $f_c = \delta_{\min}/h$  είναι η παράμετρος για τον έλεγχο του ύψους της στένωσης, ( $\delta_{\min}$  το ελάχιστο ύψος του καναλιού). Από την εξ. (2.1) παρατηρείται ότι το μήκος της στένωσης εκτείνεται από  $-h$  έως  $h$ , άρα το μήκος της στένωσης ισοδυναμεί με  $2h$ .



(α)



(β)

Εικόνα 2.1: (α) Πλάγια όψη γεωμετρίας-πλέγματος από Khair 2013 και (β) Πανοραμικό σκαρίφημα του υπολογιστικού χωρίου

Η Εξ. (2.1) αναφέρεται σε μια πλάκα και όχι σε έναν αγωγό με αξονοσυμμετρική στένωση όπως στην παρούσα εργασία, οπότε πρέπει να γίνουν οι απαραίτητες τροποποιήσεις. Συγκεκριμένα, η Εξ. (2.1) μετατρέπεται όπως παρακάτω:

$$\frac{R}{R_0} = 1 - \frac{f_c}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{x\pi}{\frac{L_{so}}{2}} \right) \right] \quad (2.2)$$

όπου:

$R_0$ : η ακτίνα του αγωγού μακριά από τη στένωση,

$L_{so}$ : το μήκος της στένωσης,

$f_c$ : η παράμετρος πλάτους της στένωσης.

Στη συνέχεια, η Εξ. (2.2) μετατρέπεται ώστε το αριστερό μέρος της να περιέχει μόνο τη μεταβλητή  $R$ :

$$R = R_0 - R_0 \frac{f_c}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{x\pi}{\frac{L_{so}}{2}} \right) \right) \rightarrow R = R_0 - R_0 \frac{2f_c}{2} \left( \frac{1 + \cos \left( \frac{x\pi}{L_{so}/2} \right)}{2} \right) \rightarrow$$

$$R = R_0 - R_0 f_c \cos^2 \left( \frac{x\pi}{L_{so}} \right) \quad (2.3)$$

Η Εξ. (2.3) περιέχει την παράμετρο  $f_c$ , η οποία αναφέρεται στο ποσοστό στένωσης της διαμέτρου, ενώ εμάς μας ενδιαφέρει το ποσοστό στένωσης της διατομής ( $A_b$ ):

$$A_b = (1 - n) \cdot 100\% \quad (2.4)$$

όπου ο λόγος  $n$  ισούται με:

$$n = A_s/A_0 \quad (2.5)$$

με  $A_s$  τη διατομή στο σημείο μέγιστης στένωσης και  $A_0$  τη διατομή του αγωγού μακριά από τη στένωση. Η ακτίνα στο κέντρο της στένωσης ( $R_s$ ) σχετίζεται με την ακτίνα του αγωγού ( $R_0$ ) από την ακόλουθη σχέση:

$$A_s = nA_0 \rightarrow \frac{\pi d_s^2}{4} = n \frac{\pi d_0^2}{4} \rightarrow d_s = \sqrt{n} d_0 \rightarrow R_s = \sqrt{n} R_0 \quad (2.6)$$

Να σημειωθεί ότι ο λόγος  $n$  δεν δείχνει το ποσοστό που είναι φραγμένη η διατομή, αλλά τι ποσοστό της  $A_0$  είναι η  $A_s$ . Χρησιμοποιώντας την Εξ. (2.6) μπορεί να συσχετιστεί το ποσοστό στένωσης της διαμέτρου  $f_c$  με το λόγο  $n$ :

$$f_c = 1 - \frac{d_s}{d_0} = 1 - \frac{R_s}{R_0} = 1 - \sqrt{n} \quad (2.7)$$

Με τη χρήση της Εξ. (2.7), η Εξ. (2.3) καταλήγει στην ακόλουθη παραμετροποίηση της καμπύλης στένωσης:

$$R = R_0 - R_0 (1 - \sqrt{n}) \cos^2 \left( \frac{x\pi}{L_{so}} \right), \quad -L_{so}/2 < x < L_{so}/2 \quad (2.8)$$



Αν μετατοπίσουμε το διάστημα ορισμού του συναρτησιακού ώστε η Εξ. (2.8) να ισχύει σε σύστημα αναφοράς όταν το  $x=0$  είναι στην είσοδο της στένωσης τότε αντικαθίσταται το  $x$  με  $x + L_{so}/2$ , οπότε η Εξ. (2.8) γίνεται:

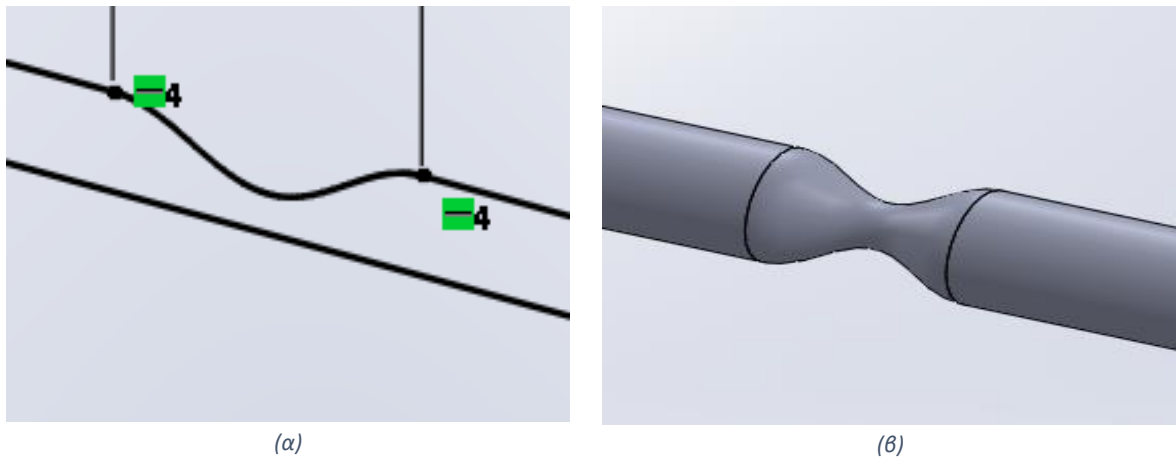
$$R = R_0 - R_0(1 - \sqrt{n})\cos^2\left(\frac{(x + L_{so}/2)\pi}{L_s}\right) \rightarrow R = R_0 - R_0(1 - \sqrt{n})\cos^2\left(\frac{\pi x + \frac{L_{so}}{2}\pi}{L_{so}}\right) \rightarrow$$

$$R = R_0 - R_0(1 - \sqrt{n})\cos^2\left(\frac{\pi x}{L_{so}} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ισχύει η τριγωνομετρική σχέση,  $\cos(\pi/2 + x) = -\sin x$ , οπότε η Εξ. (2.8) γίνεται:

$$R = R_0 - R_0(1 - \sqrt{n})\sin^2\left(\frac{\pi x}{L_{so}}\right), \quad 0 < x < L_{so} \quad (2.9)$$

Στην Εικόνα 2.2 φαίνεται στο λογισμικό "solidworks" το σκαρίφημα και το τρισδιάστατο σχέδιο της καμπύλης για  $R_0 = 4mm$  και  $A_b = 0.8$ , δηλαδή 80% στένωσης διατομής.



Εικόνα 2.2: (α) Δισδιάστατο σχέδιο σε λογισμικό Solidworks που απεικονίζει την στένωση και (β) Τρισδιάστατο σχέδιο που απεικονίζει την στένωση

Για όλες τις προσομοιώσεις έχει επιλεγεί  $L_{so} = 3R_0$ .

## 2.2 Περιγραφή εξισώσεων

Το ρευστό σε αυτό το πρόβλημα θα θεωρηθεί νευτώνειο και ασυμπίεστο από τη στιγμή που αναφερόμαστε σε υγρό νερό.

### 2.2.1 Αρχή διατήρησης μάζας ή αλλιώς εξίσωση συνέχειας

Από το βιβλίο του Τσαγγάρη "Μηχανική των Ρευστών" (Tsangaris, 2013), ισχύει:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.10)$$

όπου "ρ" είναι η πυκνότητα του ρευστού, "u" τα διανύσματα της ταχύτητας και "t" ο χρόνος.

Αλλά για ασυμπίεστο ρευστό η εξίσωση μετατρέπεται σε  $\text{div} \vec{u} = 0$  ή

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.11)$$

όπου “u”, “v” και “w” οι εκφράσεις της ταχύτητας στους άξονες “x”, “y” και “z” αντίστοιχα.

### 2.2.2 Εξισώσεις διατήρησης ορμής Navier- Stokes για νευτώνειο ρευστό

Από το βιβλίο του Τσαγγάρη “Μηχανική των Ρευστών” (Tsangaris, 2013), ισχύει:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \mu' \text{div} \vec{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (2.12)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \mu' \text{div} \vec{u} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (2.13)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \mu' \text{div} \vec{u} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (2.14)$$

όπου “μ” το δυναμικό ιξώδες του ρευστού και  $g_x, g_y, g_z$  η επιτάχυνση της βαρύτητας στους άξονες “x”, “y” και “z” αντίστοιχα.

Η παρούσα εργασία αναφέρεται σε ασυμπίεστο ρευστό ( $\rho$ : σταθερό,  $\mu$ : σταθερό) και  $\text{div} \vec{u}=0$ , προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις Navier – Stokes σε καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.15)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.16)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2.17)$$

### 2.3 Μέθοδοι επίλυσης και διακριτοποίησης στο περιβάλλον “ANSYS Fluent”

Το ANSYS FLUENT επιτρέπει να επιλεγεί μία από τις δύο αριθμητικές μεθόδους:

- Λύτης με βάση την πίεση (Pressure-based solver)
- Λύτης με βάση την πυκνότητα (Density-based solver)

Ιστορικά, η προσέγγιση με βάση την πίεση αναπτύχθηκε για ασυμπίεστες ροές χαμηλής ταχύτητας, ενώ η προσέγγιση με βάση την πυκνότητα χρησιμοποιήθηκε κυρίως για συμπιεστές ροές υψηλής ταχύτητας. Ωστόσο, πρόσφατα και οι δύο μέθοδοι επεκτάθηκαν και αναδιατυπώθηκαν για να λύσουν και να λειτουργήσουν για ένα ευρύ φάσμα συνθηκών ροής πέρα από την παραδοσιακή ή αρχική τους πρόθεση.

Και στις δύο μεθόδους το πεδίο ταχύτητας προκύπτει από τις εξισώσεις ορμής. Στην προσέγγιση με βάση την πυκνότητα, η εξίσωση συνέχειας χρησιμοποιείται για να ληφθεί το πεδίο πυκνότητας ενώ το πεδίο πίεσης προσδιορίζεται από την εξίσωση κατάστασης.

Από την άλλη πλευρά, στην προσέγγιση με βάση την πίεση, το πεδίο πίεσης εξαγεται λύνοντας μια εξίσωση διόρθωσης πίεσης ή πίεσης που προκύπτει από το χειρισμό των εξισώσεων συνέχειας και ορμής.

Χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε μέθοδο, το "ANSYS FLUENT" θα λύσει τις εξισώσεις που διέπουν τις ολοκληρωτικές εξισώσεις για τη διατήρηση της μάζας και της ορμής και (όπου είναι απαραίτητο) για την ενέργεια και άλλα μεγέθη, όπως οι αναταράξεις και τα χημικά είδη. Και στις δύο περιπτώσεις χρησιμοποιείται μια τεχνική βάσει του όγκου ελέγχου που αποτελείται από:

- Διαίρεση του τομέα σε διακριτούς όγκους ελέγχου χρησιμοποιώντας ένα υπολογιστικό πλέγμα.
- Ενσωμάτωση των εξισώσεων που διέπουν τους επιμέρους όγκους ελέγχου για την κατασκευή αλγεβρικών εξισώσεων για τις διακριτές εξαρτημένες μεταβλητές ("άγνωστες") όπως οι ταχύτητες, η πίεση, η θερμοκρασία κλπ.
- Γραμμικοποίηση των διακριτοποιημένων εξισώσεων και επίλυση του προκύπτοντος συστήματος γραμμικών εξισώσεων για την απόδοση ενημερωμένων τιμών των εξαρτημένων μεταβλητών.

Οι δύο αριθμητικές μέθοδοι χρησιμοποιούν παρόμοια διαδικασία διακριτοποίησης (πεπερασμένου όγκου), αλλά η προσέγγιση που χρησιμοποιείται για τη γραμμικοποίηση και την επίλυση των διακριτοποιημένων εξισώσεων είναι διαφορετική.

Για την παρούσα μελέτη χρησιμοποιείται ο λύτης που βασίζεται στη πίεση ( Pressure-based solver) καθώς το ρευστό είναι ασυμπίεστο.

Ο επιλύτης που βασίζεται στην πίεση (Pressure-based solver) χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο που ανήκει σε μια γενική κατηγορία μεθόδων που ονομάζεται μέθοδος προβολής. Στη μέθοδο προβολής, όπου η διατήρηση της μάζας (συνέχεια) του πεδίου ταχύτητας επιτυγχάνεται με την επίλυση μιας εξίσωσης πίεσης (ή διόρθωσης πίεσης). Η εξίσωση πίεσης προκύπτει από τις εξισώσεις της συνέχειας και της ορμής με τέτοιο τρόπο ώστε το πεδίο ταχύτητας, διορθωμένο από την πίεση, να ικανοποιεί τη συνέχεια. Δεδομένου ότι οι κυρίαρχες εξισώσεις είναι μη γραμμικές και συζευγμένες η μία με την άλλη, η διαδικασία επίλυσης περιλαμβάνει επαναλήψεις όπου ολόκληρο το σύνολο των εξισώσεων επιλύεται επαναληπτικά μέχρι να συγκλίνει η λύση.

Δύο αλγόριθμοι επίλυσης που βασίζονται στην πίεση είναι διαθέσιμοι στο "ANSYS FLUENT". Ένας διαχωρισμένος αλγόριθμος και ένας συζευγμένος αλγόριθμος. Αυτές οι δύο προσεγγίσεις συζητούνται παρακάτω.

#### Ο διαχωρισμένος αλγόριθμος με βάση την πίεση (The Pressure-based segregated algorithm)

Ο επιλύτης με βάση την πίεση χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο λύσης όπου οι εξισώσεις λύνονται διαδοχικά (δηλαδή, διαχωρίζονται η μία από την άλλη). Επειδή οι εξισώσεις που διέπουν είναι μη γραμμικές και συζευγμένες, ο βρόγχος λύσης πρέπει να εκτελείται επαναληπτικά για να συγκλίνει η αριθμητική λύση.

Στον διαχωρισμένο αλγόριθμο, λύνονται οι επιμέρους εξισώσεις για τις μεταβλητές λύσης (π.χ.  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$ ,  $T$ ,  $k$ ,  $\epsilon$ , κ.λπ.) το ένα μετά το άλλο. Κάθε κυρίαρχη εξίσωση, ενώ λύνεται, «αποσυνδέεται» ή «διαχωρίζεται» από άλλες εξισώσεις, εξ ου και το όνομά της. Ο διαχωρισμένος αλγόριθμος είναι αποδοτικός στη μνήμη, καθώς οι διακριτικές εξισώσεις πρέπει να αποθηκεύονται στη μνήμη μόνο μία κάθε φορά. Ωστόσο, η σύγκλιση των λύσεων είναι σχετικά αργή, εφόσον οι εξισώσεις λύνονται με αποσυνδεδεμένο τρόπο.

Με τον διαχωρισμένο αλγόριθμο, κάθε επανάληψη αποτελείται από τα βήματα που απεικονίζονται στην και περιγράφονται παρακάτω:

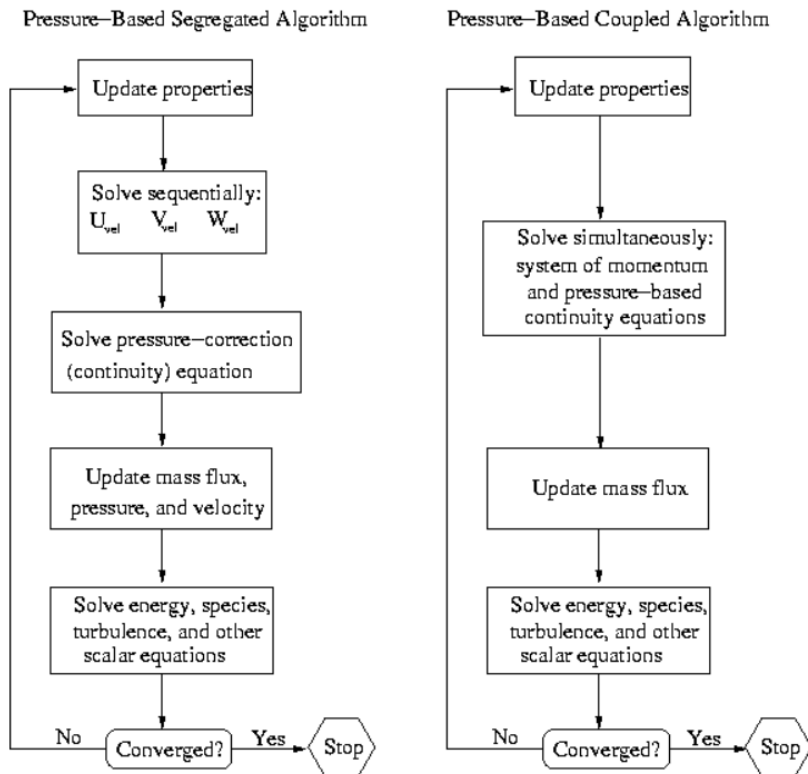
1. Ο αλγόριθμος ενημερώνεται για τις ιδιότητες του υγρού (π.χ. πυκνότητα, ιξώδες, ειδική θερμότητα) συμπεριλαμβανομένου του τυρβώδους ιξώδους (διάχυση) με βάση το τρέχον διάλυμα.
2. Λύνει τις εξισώσεις ορμής διαδοχικά, χρησιμοποιώντας τις ενημερωμένες τιμές της πίεσης σε κάθε βήμα και των παροχών μάζας στις επιφάνειες των κελιών.
3. Λύνει την εξίσωση διόρθωσης πίεσης χρησιμοποιώντας το πεδίο ταχύτητας που λήφθηκε πρόσφατα και την παροχή μάζας.
4. Διορθώνει τις παροχές μάζας στις επιφάνειες των κελιών, την πίεση και το πεδίο ταχύτητας χρησιμοποιώντας τη διόρθωση πίεσης που ελήφθη από το Βήμα 3.
5. Λύνει τις εξισώσεις για άλλα μεγέθη εάν υπάρχουν, όπως τυρβώδεις ποσότητες, ενέργεια, είδη και ένταση ακτινοβολίας χρησιμοποιώντας τις τρέχουσες τιμές των μεταβλητών λύσης.
6. Ενημερώνει τους όρους πηγής που προκύπτουν από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ διαφορετικών φάσεων (π.χ. όρος πηγής για τη φάση φορέα λόγω διακριτών σωματιδίων).
7. Ελέγχει για τη σύγκλιση των εξισώσεων.

Αυτά τα βήματα συνεχίζονται μέχρι να εκπληρωθούν τα κριτήρια σύγκλισης.

#### Αλγόριθμος σύζευξης με βάση την πίεση (The Pressure-Based Coupled Algorithm)

Σε αντίθεση με τον διαχωρισμένο αλγόριθμο που περιεγράφηκε παραπάνω, ο συζευγμένος αλγόριθμος με βάση την πίεση επιλύει ένα συζευγμένο σύστημα εξισώσεων που περιλαμβάνει τις εξισώσεις ορμής και την εξίσωση συνέχειας που βασίζεται στην πίεση. Έτσι, στον συζευγμένο αλγόριθμο, τα βήματα 2 και 3 στον αλγόριθμο διαχωρισμένης λύσης αντικαθίστανται από ένα μόνο βήμα στο οποίο επιλύεται το συζευγμένο σύστημα εξισώσεων. Οι υπόλοιπες εξισώσεις λύνονται με αποσυνδεδεμένο τρόπο όπως στον διαχωρισμένο αλγόριθμο.

Δεδομένου ότι οι εξισώσεις ορμής και συνέχειας επιλύονται με στενά συνδεδεμένο τρόπο, ο ρυθμός σύγκλισης της λύσης βελτιώνεται σημαντικά σε σύγκριση με τον διαχωρισμένο αλγόριθμο. Ωστόσο, η απαίτηση μνήμης αυξάνεται κατά 1,5-2 φορές αυτή του διαχωρισμένου αλγόριθμου, καθώς το διακριτό σύστημα όλων των εξισώσεων συνέχειας ορμής και πίεσης πρέπει να αποθηκευτεί στη μνήμη κατά την επίλυση των πεδίων ταχύτητας και πίεσης (και όχι μόνο ενός εξίσωσης, όπως συμβαίνει με τον διαχωρισμένο αλγόριθμο). Παρατίθενται τα αντίστοιχα διαγράμματα ροής στην Εικόνα 2.3.



Εικόνα 2.3: Διαγράμματα ροής για διαχωρισμένο και συζευγμένο αλγόριθμο με βάση την πίεση

### 2.3.1 Γενική Εξίσωση Μεταφοράς: Διακριτοποίηση και Λύση

Το ANSYS FLUENT χρησιμοποιεί μια τεχνική βασισμένη σε όγκο ελέγχου για να μετατρέψει μια γενική εξίσωση μεταφοράς σε μια αλγεβρική εξίσωση που μπορεί να λυθεί αριθμητικά. Αυτή η τεχνική όγκου ελέγχου συνίσταται στην ενσωμάτωση της εξίσωσης μεταφοράς για κάθε όγκο ελέγχου, δίνοντας μια διακριτή εξίσωση που εκφράζει το νόμο διατήρησης βάσει του όγκου ελέγχου.

Η διακριτοποίηση των βασικών εξισώσεων μπορεί να εξηγηθεί πιο εύκολα με τον υπολογισμό της ανεξάρτητης από το χρόνο εξίσωσης διατήρησης για τη μεταφορά ενός καθαρού μεγέθους “φ”. Αυτό εξηγείται από την παρακάτω εξίσωση σε ολοκληρωτική μορφή για έναν αυθαίρετο όγκο ελέγχου “V” ως εξής:

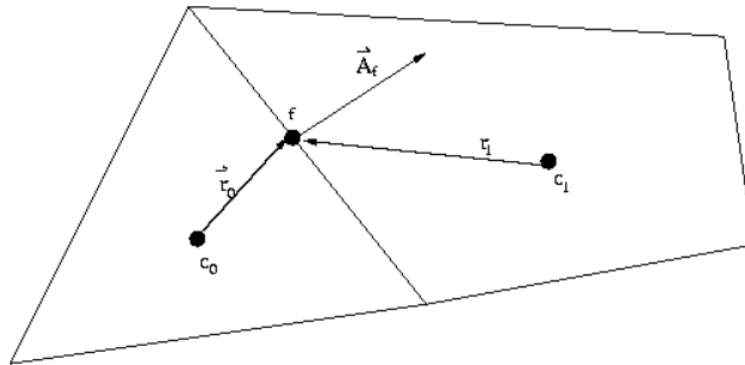
$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \vec{u} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (2.18)$$

όπου “ρ” η πυκνότητα του ρευστού, “u” το διάνυσμα της ταχύτητας, “A” το διάνυσμα της επιφάνειας της διατομής, “Γ<sub>φ</sub>” ο συντελεστής διάχυσης για “φ”, “∇φ” η κλίση του “φ” και “S<sub>φ</sub>” η πηγή του “φ” ανά μονάδα όγκου.

Η εξίσωση αυτή εφαρμόζεται σε κάθε όγκο ελέγχου, ή κελί, στον υπολογιστικό τομέα. Το δισδιάστατο, τριγωνικό κελί που φαίνεται στην εικόνα 2.4 είναι ένα παράδειγμα τέτοιου όγκου ελέγχου. Η διακριτοποίηση της εξίσωσης 2.16 σε ένα δεδομένο κελί γίνεται:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{u}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\phi V \quad (2.19)$$

όπου " $N_{faces}$ " ο αριθμός των επιφανειών που περικλείουν το κελί, " $\phi_f$ " η τιμή " $\phi$ " που μεταφέρεται μέσω της επιφάνειας " $f$ ", " $\rho_f \vec{u}_f \phi_f$ " η παροχή μάζας μέσω της επιφάνειας, " $\vec{A}_f$ " το εμβαδό της επιφάνειας " $f$ ", " $\nabla \phi_f$ " η κλίση " $\phi$ " της επιφάνειας " $f$ " και " $V$ " ο όγκος του κελιού.



Εικόνα 2.4: Όγκος Ελέγχου Χρησιμοποιούμενος για να διακριτοποιηθεί μια Εξίσωση Μεταφοράς

Από προεπιλογή, το ANSYS FLUENT αποθηκεύει διακριτές τιμές του " $\phi$ " στα κέντρα κελιών ( $C_0$  και  $C_1$  στην Εικόνα 2.4). Ωστόσο, οι ονομαστικές τιμές  $\phi_f$  απαιτούνται για τους όρους μεταφοράς στην Εξίσωση 2.17 και πρέπει να παρεμβάλλονται από τις τιμές του κέντρου κελιών. Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας ένα σχήμα αντίθετου ανέμου (Upwind scheme). Αυτό σημαίνει ότι η ονομαστική τιμή " $\phi_f$ " προέρχεται από ποσότητες στο κελί ανάντι, ή "upwind", σε σχέση με την κατεύθυνση της κανονικής ταχύτητας " $u_n$ " στην Εξίσωση 2.17. Το "ANSYS FLUENT" επιτρέπει την επιλογή από πολλά σχήματα ανάντι διακριτοποίησης (Upwind schemes): πρώτης τάξης ανάντι (first-order upwind), δεύτερης τάξης αντίθετα (second-order upwind), νόμος ισχύος (power law) και QUICK.

Οι όροι διάχυσης Εξίσωση 2.17 είναι κεντρικής διαφοροποίησης και είναι πάντα ακριβείς δεύτερης τάξης.

#### Σχήμα διακριτοποίησης πρώτης τάξης ανάντι (first-order upwind)

Όταν είναι επιθυμητή η ακρίβεια πρώτης τάξης, οι ποσότητες στις όψεις κελιών προσδιορίζονται υποθέτοντας ότι οι τιμές του κέντρου κελιών οποιασδήποτε μεταβλητής πεδίου αντιπροσωπεύουν μια μέση τιμή κελιού και διατηρούνται σε ολόκληρο το κελί. Οι ποσότητες επιφανειών είναι ίδιες με τις ποσότητες των κελιών. Έτσι, όταν επιλέγεται σχήμα πρώτης τάξης, η ονομαστική τιμή " $\phi_f$ " ορίζεται ίση με την τιμή κέντρου κυψέλης " $\phi$ " στο κελί ανάντι.

### Σχήμα διακριτοποίησης νόμου ισχύος (power law)

Το σχήμα διακριτοποίησης "power-law" παρεμβάλλει την ονομαστική τιμή μιας μεταβλητής "φ", χρησιμοποιώντας την ακριβή λύση σε μια μονοδιάστατη εξίσωση συναγωγής-διάχυσης.

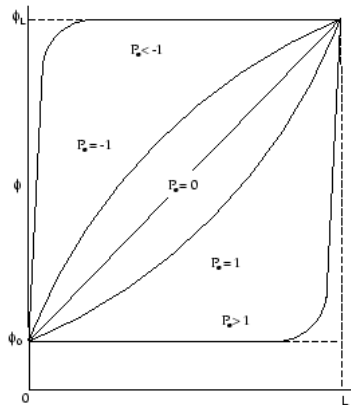
$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.20)$$

όπου τα "Γ" και "ρu" είναι σταθερά στο διάστημα  $\partial x$ . Η εξίσωση 2.20 μπορεί να ενσωματωθεί για να δώσει την ακόλουθη λύση που περιγράφει πώς το "φ" ποικίλλει με το "x"

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{\exp\left(\text{Pe} \frac{x}{L}\right) - 1}{\exp(\text{Pe}) - 1} \quad (2.21)$$

όπου  $\phi_0 = \phi|_{x=0}$ ,  $\phi_L = \phi|_{x=L}$  και αριθμός Peclet:  $\text{Pe} = \frac{\rho u L}{\Gamma}$

Το πεδίο τιμών της  $\phi(x)$  από  $x=0$  μέχρι  $x=L$  απεικονίζεται στην εικόνα 2.5 για διάστημα τιμών του αριθμού Peclet. Παρατηρείται ότι για μεγάλο αριθμό Peclet η τιμή του "φ" για  $x=L/2$  είναι περίπου ίση με τιμή ανάντι. Αυτό σημαίνει ότι, όταν η ροή προκαλείται από τη κίνηση της μάζας του ίδιου του ρευστού (συναγωγικά) μια παρεμβολή μπορεί να επιτευχθεί επιτρέποντας την τιμή στην επιφάνεια του κελιού να εκτιμάται ίση με την τιμή ανάντι. Αυτό είναι ένα τυπικό σχήμα διακριτοποίησης πρώτης τάξης στο "Ansys Fluent". Ακολουθώς, όταν  $\text{Pe}=0$  στην εικόνα 2.5 φαίνεται ότι το "φ" μπορεί να παρεμβληθεί χρησιμοποιώντας ένα απλό γραμμικό μέσο όρο μεταξύ των τιμών για  $x=0$  και για  $x=L$ . Όταν ο αριθμός Peclet έχει μια ενδιάμεση τιμή, η παρεμβαλλόμενη τιμή για "φ" στο  $x=L/2$  πρέπει να προκύψει από την εφαρμογή της εξίσωσης 2.21.



Εικόνα 2.5: Πεδίο τιμών του  $\phi(x)$  για διάφορες τιμές του αριθμού Peclet

### Σχήμα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης ανάντι (second-order upwind)

Όταν είναι επιθυμητή η ακρίβεια δεύτερης τάξης, οι ποσότητες στις όψεις των κελιών υπολογίζονται χρησιμοποιώντας μια πολυδιάστατη γραμμική προσέγγιση ανακατασκευής. Σε αυτήν την προσέγγιση, η ακρίβεια υψηλότερης τάξης επιτυγχάνεται σε όψεις κελιών μέσω μιας επέκτασης της σειράς "Taylor" της κελιο-κεντρικής λύσης σχετικά με το κέντρο του κελιού. Έτσι, όταν επιλέγεται σχήμα δεύτερης τάξης, η τιμή "φ<sub>f</sub>" υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την ακόλουθη έκφραση (Εξ.2.22):

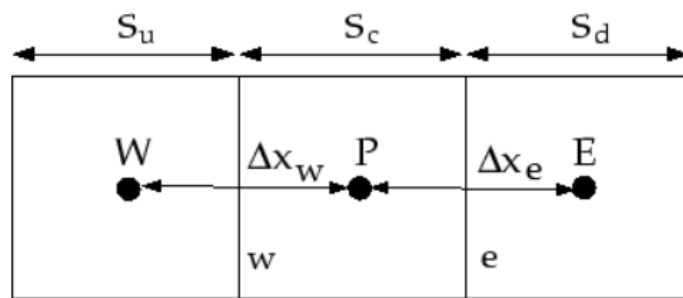
$$\varphi_{f,sou} = \varphi + \nabla\varphi \cdot \vec{r} \quad (2.22)$$

όπου “ $\varphi$ ” και “ $\nabla\varphi$ ” είναι η τιμή με επίκεντρο το κελί και η κλίση της στο ανάντι κελί και το “ $\vec{r}$ ” είναι το διάνυσμα μετατόπισης από το κέντρο του ανάντι κελιού στο κέντρο της επιφάνειας. Αυτή η διατύπωση απαιτεί τον προσδιορισμό της διαβάθμισης “ $\nabla\varphi$ ” σε κάθε κελί, όπως αναλύεται παραπάνω. Τέλος, η κλίση “ $\nabla\varphi$ ” περιορίζεται έτσι ώστε να μην εισάγονται νέα μέγιστα ή ελάχιστα.

### Σχήμα διακριτοποίησης “QUICK”

Για τετράπλευρα και εξαεδρικά πλέγματα, όπου μπορούν να αναγνωριστούν μοναδικές όψεις και κελιά ανάντι και κατάντι, το “ANSYS FLUENT” παρέχει επίσης το σχήμα QUICK για τον υπολογισμό μιας τιμής υψηλότερης τάξης της μεταβλητής συναγωγής “ $\varphi$ ” σε μια όψη. Τα σχήματα διακριτοποίησης τύπου QUICK βασίζονται σε ένα σταθμισμένο μέσο όρο δεύτερης τάξης ανάντι και κεντρικής παρεμβολής της μεταβλητής. Για την όψη “e” στην εικόνα 2.6, εάν η ροή είναι από αριστερά προς τα δεξιά, μια τέτοια τιμή μπορεί να γραφτεί ως

$$\varphi_e = \theta \left[ \frac{S_d}{S_c + S_d} \varphi_P + \frac{S_c}{S_c + S_d} \varphi_E \right] + (1 - \theta) \left[ \frac{S_u + 2S_c}{S_u + S_c} \varphi_P - \frac{S_c}{S_u + S_c} \varphi_W \right] \quad (2.23)$$



Εικόνα 2.6: Μονοδιάστατος όγκος ελέγχου

Στην συγκεκριμένη εργασία επιλέχθηκε το “First- order Upwind scheme” καθώς είναι υπολογιστικά πιο ελαφρύ, έχει καλύτερη σύγκλιση σε συνδυασμό με την μέθοδο “Pressure-based coupled” και χρειάζεται αισθητά χαμηλότερη υπολογιστική ισχύ.

### 2.3.2 Λύτης με βάση την πίεση (Pressure-Based Solver)

Στην ενότητα αυτή, εξετάζονται ειδικές πρακτικές που σχετίζονται με τη διακριτοποίηση των εξισώσεων ορμής και συνέχειας και την επίλυσή τους μέσω του επιλύτη με βάση την πίεση. Αυτές οι ειδικές πρακτικές περιγράφονται πιο εύκολα λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις συνέχειας και ορμής σταθερής κατάστασης σε ολοκληρωμένη μορφή:

$$\oint \rho \vec{u} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2.24)$$

$$\oint \rho \vec{u} \vec{u} \cdot d\vec{A} = - \oint p \mathbf{I} \cdot d\vec{A} + \oint \vec{\tau} \cdot d\vec{A} + \int_V \vec{F} dV \quad (2.25)$$

,όπου  $\mathbf{I}$ : ο ταυτοτικός πίνακας,  $\vec{\tau}$ : τανυστής τάσης και  $\vec{F}$ : διάνυσμα της δύναμης



### 2.3.2.1 Διακριτοποίηση της Εξίσωσης Ορμής (Discretization of the Momentum Equation)

Το σχήμα διακριτοποίησης που περιγράφεται παραπάνω για μια εξίσωση μεταφοράς χρησιμοποιείται επίσης για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων ορμής. Για παράδειγμα, η εξίσωση x-ορμής μπορεί να ληφθεί ορίζοντας  $\phi = u$  :

$$\alpha_p u = \sum_{nb} \alpha_{nb} u_{nb} + \sum p_f A \cdot \hat{i} + S \quad (2.26)$$

Εάν είναι γνωστές οι τιμές του πεδίου πίεσης και παροχής μάζας επιφάνειας κελιού, η Εξίσωση 2.26 μπορεί να λυθεί με τον τρόπο που περιγράφεται παραπάνω στην ενότητα 2.5.1 και να ληφθεί ένα πεδίο ταχύτητας. Ωστόσο, το πεδίο πίεσης και οι παροχές μάζας στις επιφάνειες των κελιών δεν είναι γνωστές εκ των προτέρων και πρέπει να λαμβάνονται ως μέρος της λύσης.

Το "ANSYS FLUENT" χρησιμοποιεί ένα σχήμα, σύμφωνα με το οποίο η πίεση και η ταχύτητα αποθηκεύονται και τα δύο στα κέντρα των κελιών. Ωστόσο, η εξίσωση 2.26 απαιτεί την τιμή της πίεσης στην όψη μεταξύ των κελιών "c0" και "c1", που φαίνεται στην εικόνα 2.4. Επομένως, απαιτείται ένα σχήμα παρεμβολής για τον υπολογισμό των ονομαστικών τιμών της πίεσης από τις τιμές της κυψέλης.

Το προεπιλεγμένο σχήμα στο "ANSYS FLUENT" παρεμβάλλει τις τιμές πίεσης στις όψεις χρησιμοποιώντας συντελεστές εξίσωσης ορμής.

$$P_f = \frac{\frac{P_{c0}}{\alpha_{p,c0}} + \frac{P_{c1}}{\alpha_{p,c1}}}{\frac{1}{\alpha_{p,c0}} + \frac{1}{\alpha_{p,c1}}} \quad (2.27)$$

Αυτή η διαδικασία λειτουργεί καλά εφόσον η διακύμανση της πίεσης μεταξύ των κέντρων των κελιών είναι ομαλή. Όταν υπάρχουν άλματα ή μεγάλες διαβαθμίσεις στους όρους της πηγής ορμής μεταξύ των όγκων ελέγχου, το προφίλ πίεσης έχει υψηλή κλίση στην επιφάνεια του κελιού και δεν μπορεί να παρεμβληθεί χρησιμοποιώντας αυτό το σχήμα. Εάν χρησιμοποιείται αυτό το σχήμα, η απόκλιση εμφανίζεται σε υπερβάσεις/υποβολές της ταχύτητας στο κελί.

Οι ροές για τις οποίες το τυπικό σχήμα παρεμβολής πίεσης θα έχει πρόβλημα περιλαμβάνουν ροές με μεγάλες δυνάμεις σώματος, όπως σε ροές έντονης στροβιλότητας, σε φυσική συναγωγή υψηλού αριθμού Rayleigh και παρόμοια. Σε τέτοιες περιπτώσεις, είναι απαραίτητο να συσκευαστεί το πλέγμα σε περιοχές υψηλής κλίσης για να επιλυθεί επαρκώς η διακύμανση της πίεσης.

Μια άλλη πηγή σφάλματος είναι ότι το "ANSYS FLUENT" υποθέτει ότι η κανονική κλίση πίεσης στον τοίχο είναι μηδέν. Αυτό ισχύει για οριακά στρώματα, αλλά όχι παρουσία σωματικών δυνάμεων ή καμπυλότητας. Ωστόσο, η αποτυχία να υπολογιστεί σωστά η κλίση της πίεσης του τοίχου εκδηλώνεται σε διανύσματα ταχύτητας που δείχνουν μέσα/έξω από τους τοίχους.

Πολλές εναλλακτικές μέθοδοι είναι διαθέσιμες για περιπτώσεις στις οποίες το τυπικό σχήμα παρεμβολής πίεσης δεν είναι έγκυρο:

- Το γραμμικό σχήμα (linear scheme) υπολογίζει την πίεση στις επιφάνειες των κελιών ως τον μέσο όρο των τιμών πίεσης από τα γειτονικά κελιά
- Το σχήμα δεύτερης τάξης (second-order scheme) επαναυπολογίζει την πίεση στις επιφάνειες των κελιών με τον τρόπο που χρησιμοποιείται στη δεύτερης τάξης ακρίβειας συναγωγικούς όρους. Αυτό το σχήμα μπορεί να προσφέρει κάποια βελτίωση σε σχέση με τα τυπικά και γραμμικά σχήματα, αλλά μπορεί να έχει κάποιο πρόβλημα εάν χρησιμοποιείται στην αρχή ενός υπολογισμού ή/και με κακό πλέγμα. Το σχήμα δεύτερης τάξης δεν ισχύει για ροές με ασυνεχείς κλίσεις πίεσης που επιβάλλονται από την παρουσία πορώδους μέσου στην περιοχή ή τη χρήση του μοντέλου VOF ή μείγματος για πολυφασική ροή.
- Το σχήμα σταθμισμένης δύναμης σώματος (body-force-weighted scheme) υπολογίζει την πίεση επιφάνειας κελιού υποθέτοντας ότι η κανονική κλίση της διαφοράς μεταξύ της πίεσης και των δυνάμεων του σώματος είναι σταθερή. Αυτό λειτουργεί καλά εάν οι δυνάμεις του σώματος είναι γνωστές a priori στις εξισώσεις ορμής(π.χ. υπολογισμοί άνωσης και αξονικής συμμετρίας στροβιλισμού).
- Το σχήμα PRESTO (PREssure STaggering Option) χρησιμοποιεί τη διακριτοποιημένη διατήρηση της συνέχειας σε έναν όγκο ελέγχου (staggered control volume), όπου τιμές των ταχυτήτων και πιέσεων μπορούν να είναι σε διαφορετικές θέσεις εντός του υπολογιστικού κελιού, ώστε τελικά να υπολογίζονται οι τιμές της πίεσης στις επιφάνειες που περικλύουν το κάθε κελί. Αυτή η διαδικασία είναι παρόμοια στη φιλοσοφία με τα σχήματα "σταυρωτού πλέγματος" που χρησιμοποιούνται με δομημένα πλέγματα. Να σημειωθεί ότι, για τριγωνικά, τετράεδρα, υβριδικά και πολύεδρα πλέγματα, επιτυγχάνεται συγκρίσιμη ακρίβεια χρησιμοποιώντας έναν παρόμοιο αλγόριθμο. Το σχήμα PRESTO είναι διαθέσιμο για όλα τα πλέγματα.

Για τη συγκεκριμένη προσομοίωση επιλέχθηκε το σχήμα PRESTO καθώς μετά από διάφορες υπολογιστικές περιπτώσεις έδειξε καλύτερη ακρίβεια και σύγκλιση κάτι που είναι αναμενόμενο γιατί το πλέγμα μας είναι δομημένο, αλλά επίσης είναι και το σχήμα που προτείνει ο οδηγός χρήστη της εταιρίας του λογισμικού "Ansys" για ροές με μεγάλο αριθμό Reynolds και μεγάλες αυξομειώσεις πίεσης και ταχύτητας, κάτι που αναμένεται λόγω της γεωμετρίας και τις μεγάλες τιμές παροχής εισόδου.

### 2.3.2.2 Διακριτοποίηση της Εξίσωσης Συνέχειας (Discretization of the Continuity Equation)

Η εξίσωση 2.24 μπορεί να ενσωματωθεί στον όγκο ελέγχου στην εικόνα 2.4 για να δώσει την ακόλουθη διακριτή εξίσωση:

$$\sum_f^{N_{faces}} J_f A_f = 0 \quad (2.28)$$

Για να προχωρήσει περαιτέρω, είναι απαραίτητο να συσχετιστούν οι ονομαστικές τιμές της ταχύτητας, " $\bar{u}_n$ ", με τις αποθηκευμένες τιμές της ταχύτητας στα κέντρα των κελιών. Η γραμμική παρεμβολή των ταχυτήτων των κέντρων των κελιών προς την όψη έχει ως αποτέλεσμα μη φυσικό έλεγχο της πίεσης. Το "ANSYS FLUENT" χρησιμοποιεί μια διαδικασία παρόμοια με αυτή που περιγράφεται από τους Rhie και Chow για να αποτρέψει το "checkerboarding". Η ονομαστική τιμή της ταχύτητας δεν υπολογίζεται γραμμικά. Αντίθετα, πραγματοποιείται σταθμισμένος μέσος όρος

ορμής, χρησιμοποιώντας παράγοντες στάθμισης με βάση τον συντελεστή “ $\alpha_p$ ” από την εξίσωση 2.26. Χρησιμοποιώντας αυτή τη διαδικασία, η παροχή επιφάνειας κελιού, “ $J_f$ ”, μπορεί να γραφτεί ως

$$J_f = \frac{\alpha_{p,c0} u_{n,c0} + \alpha_{p,c1} u_{n,c1}}{\alpha_{p,c0} + \alpha_{p,c1}} + d_f((p_{c0} + (\nabla p)_{c0} \cdot \vec{r}_0) - (p_{c1} + (\nabla p)_{c1} \cdot \vec{r}_1))$$

$$= \hat{J}_f + d_f(p_{c0} - p_{c1}) \quad (2.29)$$

Όπου “ $p_{c0}$ ”, “ $p_{c1}$ ” και “ $u_{n,c0}$ ”, “ $u_{n,c1}$ ” είναι οι πιέσεις και οι κανονικές ταχύτητες, αντίστοιχα, εντός των δύο κελιών εκατέρωθεν της επιφάνειας και το “ $\hat{J}_f$ ” περιέχει την επίδραση των ταχυτήτων σε αυτά τα κελιά (βλ. Εικόνα 2.4). Ο όρος “ $d_f$ ” είναι συνάρτηση του “ $\bar{a}_p$ ”, του μέσου όρου των συντελεστών της εξίσωσης ορμής “ $a_p$ ” για τα κελιά εκατέρωθεν της όψης “ $f$ ”.

### 2.3.3 Αλγόριθμοι επίλυσης “ANSYS”

Η σύζευξη πίεσης-ταχύτητας επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας την Εξίσωση 2.29 για να προκύψει μια πρόσθετη συνθήκη για την πίεση αναδιαμορφώνοντας την εξίσωση συνέχειας (Εξίσωση 2.28). Ο λύτης με βάση την πίεση επιτρέπει την λύση του προβλήματος ροής είτε με διαχωρισμό είτε με συζευγμένο τρόπο. Το “ANSYS FLUENT” παρέχει τη δυνατότητα επιλογής μεταξύ πέντε αλγορίθμων: SIMPLE, SIMPLEC, PISO, Coupled και (για ασταθείς ροές χρησιμοποιώντας το μη επαναληπτικό σχήμα προαγωγής χρόνου (NITA)) Κλασματικό βήμα (FSM). Όλα τα προαναφερθέντα σχήματα, εκτός από το σχήμα «ζευγών», βασίζονται στην προσέγγιση πρόβλεψης-διορθωτή.

Να σημειωθεί ότι ο “SIMPLE”, ο “SIMPLEC”, ο “PISO” και ο “Fractional Step” χρησιμοποιούν τον διαχωρισμένο αλγόριθμο με βάση την πίεση, ενώ ο “Coupled” χρησιμοποιεί τον συζευγμένο λύτη βάσει της πίεσης.

Στην παρούσα προσομοίωση θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος “Coupled”, ωστόσο για λόγους πληρότητας θα αναφερθεί και ο αλγόριθμος “SIMPLE”.

#### Αλγόριθμος επίλυσης “SIMPLE”

Ο αλγόριθμος SIMPLE χρησιμοποιεί μια σχέση μεταξύ των διορθώσεων ταχύτητας και πίεσης για να επιβάλει τη διατήρηση της μάζας και να αποκτήσει το πεδίο πίεσης. Εάν η εξίσωση ορμής λυθεί με ένα πεδίο πίεσης πρόβλεψης “ $p^*$ ” η προκύπτουσα παροχή στις επιφάνειες των κελιών, “ $J_f^*$ ” που υπολογίζεται από την Εξίσωση 2.29,

$$J_f^* = \hat{J}_f + d_f(p_{c0}^* - p_{c1}^*) \quad (2.30)$$

δεν ικανοποιεί την εξίσωση της συνέχειας. Συνεπώς, μια διόρθωση “ $J_f'$ ” προστίθεται στην παροχή των επιφανειών των κελιών “ $J_f^*$ ” έτσι ώστε, “ $J_f$ ”, τελικά να γίνει:

$$J_f = J_f^* + J_f' \quad (2.31)$$

και να ικανοποιεί την εξίσωση συνέχειας. Ο αλγόριθμος SIMPLE υποστηρίζει ότι το “ $J_f'$ ” γράφεται:

$$J_f' = d_f(p'_{c0} - p'_{c1}) \quad (2.32)$$

όπου “ $p'$ ” είναι η διόρθωση της πίεσης του στοιχείου.

Ο αλγόριθμος “SIMPLE” αντικαθιστά τις εξισώσεις διόρθωσης ροής (Εξισώσεις 2.31 και 2.32) στην εξίσωση διακριτής συνέχειας (Εξίσωση 2.28) για να ληφθεί μια διακριτή εξίσωση για τη διόρθωση πίεσης “ $p'$ ” στο κελί:

$$\alpha_p p' = \sum_{nb} \alpha_{nb} p'_{nb} + b \quad (2.33)$$

όπου ο όρος πηγής “ $b$ ” είναι ο καθαρός ρυθμός παροχής στο κελί:

$$b = \sum_f^{N_{faces}} J_f^* A_f \quad (2.34)$$

Η εξίσωση διόρθωσης πίεσης (Εξίσωση 2.33) μπορεί να λυθεί χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αλγεβρικού πολυπλέγματος (AMG). Μόλις ληφθεί η λύση, η πίεση του κελιού και η παροχή επιφάνειας κελιού διορθώνονται χρησιμοποιώντας:

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (2.35)$$

$$J_f = J_f^* + d_f (p'_{c0} - p'_{c1}) \quad (2.36)$$

Εδώ το “ $\alpha_p$ ” είναι ο παράγοντας υπο-χαλάρωσης για την πίεση. Η διορθωμένη παροχή επιφάνειας κελιού, “ $J_f$ ”, ικανοποιεί την εξίσωση διακριτής συνέχειας πανομοιότυπα κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης.

#### Αλγόριθμος επίλυσης “Coupled”

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ο λύτης με βάση την πίεση επιτρέπει την λύση του προβλήματος ροής είτε με διαχωρισμό είτε με συζευγμένο τρόπο. Η χρήση της συνδεδεμένης προσέγγισης προσφέρει ορισμένα πλεονεκτήματα σε σχέση με τη μη συνδεδεμένη ή διαχωρισμένη προσέγγιση. Το συζευγμένο σχήμα αποκτά μια ισχυρή και αποτελεσματική υλοποίηση μονοφασικής ροής για ροές σταθερής κατάστασης, με ανώτερη απόδοση σε σύγκριση με τα σχήματα διαχωρισμένων λύσεων και γι’ αυτό χρησιμοποιήθηκε αυτός ο αλγόριθμος στην συγκεκριμένη εργασία. Αυτός ο αλγόριθμος σύζευξης βάσει της πίεσης προσφέρει μια εναλλακτική λύση στον αλγόριθμο διαχωρισμού με βάση την πυκνότητα και τον διαχωρισμένο αλγόριθμο με σύζευξη πίεσης-ταχύτητας τύπου SIMPLE. Για μεταβατικές ροές, η χρήση του συζευγμένου αλγόριθμου είναι απαραίτητη όταν η ποιότητα του πλέγματος είναι κακή ή εάν χρησιμοποιούνται μεγάλα χρονικά βήματα.

Ο διαχωρισμένος αλγόριθμος με βάση την πίεση λύνει την εξίσωση ορμής και τις εξισώσεις διόρθωσης πίεσης χωριστά. Αυτή η μέθοδος λύσης οδηγεί σε αργή σύγκλιση.

Ο συζευγμένος αλγόριθμος λύνει τις εξισώσεις της ορμής και της συνέχειας που βασίζονται στην πίεση μαζί. Η πλήρης άρρητη σύζευξη επιτυγχάνεται μέσω μιας άρρητης διακριτοποίησης των όρων βαθμίδας πίεσης στις εξισώσεις ορμής και μιας άρρητης διακριτοποίησης της παροχής μάζας επιφάνειας κελιού, συμπεριλαμβανομένων των όρων διάχυσης πίεσης “Rhie-Chow”.

Στις εξισώσεις ορμής (Εξ.2.26), η κλίση πίεσης για το στοιχείο “ $k$ ” είναι της μορφής :

$$\sum_f p_f A_k = - \sum_j \alpha^{ukp} p_j \quad (2.37)$$

όπου “ $\alpha^{ukp}$ ” είναι ο συντελεστής που προέρχεται από το θεώρημα της απόκλισης Gauss και οι συντελεστές των σχημάτων παρεμβολής πίεσης:

$$P_f = \frac{\frac{P_{c0}}{\alpha_{p,c0}} + \frac{P_{c1}}{\alpha_{p,c1}}}{\frac{1}{\alpha_{p,c0}} + \frac{1}{\alpha_{p,c1}}} \quad (2.38)$$

Τέλος, για κάθε  $i$ -στό κελί, η διακριτή μορφή της εξίσωσης ορμής για το στοιχείο “ $u_k$ ” ορίζεται ως:

$$\sum_j \alpha_{ij}^{u_k u_k} u_{kj} + \sum_j \alpha_{ij}^{u_k p} p_j = b_i^{u_k} \quad (2.39)$$

Στην εξίσωση συνέχειας, Εξίσωση 2.28, η ισορροπία των ρών αντικαθίσταται χρησιμοποιώντας την έκφραση παροχής στην Εξίσωση 2.29, με αποτέλεσμα τη διακριτοποιημένη μορφή:

$$\sum_k \sum_j \alpha_{ij}^{p u_k} u_{kj} + \sum_j \alpha_{ij}^{pp} p_j = b_i^p \quad (2.40)$$

Ως αποτέλεσμα, το συνολικό σύστημα εξισώσεων 2.39 και 2.40, αφού μετασχηματιστεί, παρουσιάζεται ως:

$$\sum_j [A]_{ij} \bar{X}_j = \bar{B}_i \quad (2.41)$$

όπου η επιρροή ενός κελιού “ $i$ ” σε ένα κελί “ $j$ ” έχει τη μορφή,

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} \alpha_{ij}^{pp} & \alpha_{ij}^{pu} & \alpha_{ij}^{pv} & \alpha_{ij}^{pw} \\ \alpha_{ij}^{up} & \alpha_{ij}^{uu} & \alpha_{ij}^{uv} & \alpha_{ij}^{uw} \\ \alpha_{ij}^{vp} & \alpha_{ij}^{vu} & \alpha_{ij}^{vv} & \alpha_{ij}^{vw} \\ \alpha_{ij}^{wp} & \alpha_{ij}^{wu} & \alpha_{ij}^{wv} & \alpha_{ij}^{ww} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

και τα άγνωστα και υπολειπόμενα διανύσματα (residuals) έχουν τη μορφή,

$$\bar{X}_j = \begin{bmatrix} p'_i \\ u'_i \\ v'_i \\ w'_i \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\bar{B}_i = \begin{bmatrix} -r_i^p \\ -r_i^u \\ -r_i^v \\ -r_i^w \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

### 2.3.4 Μοντέλα επίλυσης “ANSYS”

#### Μοντέλο επίλυσης για στρωτή ροή “Laminar”

Το μοντέλο “laminar” για στρωτή ροή λύνει τις εξισώσεις όπως αναφέρονται σε προηγούμενο κεφάλαιο. Για τυρβώδης ροές ή μεταβατικές γίνονται κάποιες διαφοροποιήσεις όπως αναφέρονται παρακάτω.

#### Μοντέλο επίλυσης για τυρβώδης ροές “SST-OMEGA” (Shear-Stress Transport(SST) k-ω Model

Το μοντέλο μεταφοράς διατμητικής τάσης SST omega αναπτύχθηκε από τον Menter, (Menter, 1992) για να συνδυάσει αποτελεσματικά τη στιβαρή και ακριβή σύνθεση του μοντέλου k-omega στην περιοχή κοντά στον τοίχο με την ανεξαρτησία ελεύθερης ροής του μοντέλου k-epsilon στο μακρινό πεδίο. Για να επιτευχθεί αυτό, το μοντέλο k-epsilon μετατρέπεται σε μια σύνθεση με k-omega. Το μοντέλο SST k-omega είναι παρόμοιο με το τυπικό μοντέλο k-omega, αλλά περιλαμβάνει τις ακόλουθες βελτιώσεις:

Το τυπικό μοντέλο k-omega και το μετασχηματισμένο μοντέλο k-epsilon πολλαπλασιάζονται και τα δύο με μια συνάρτηση ανάμειξης και τα δύο μοντέλα προστίθενται μαζί. Η συνάρτηση ανάμειξης έχει σχεδιαστεί ώστε να είναι μία στην περιοχή κοντά στον τοίχο, η οποία ενεργοποιεί το τυπικό μοντέλο k-omega και μηδενική απόσταση από την επιφάνεια, η οποία ενεργοποιεί το μετασχηματισμένο μοντέλο k-epsilon. Το μοντέλο SST ενσωματώνει έναν όρο παραγωγού διασταυρούμενης διάχυσης με απόσβεση στην εξίσωση “omega”. Ο ορισμός του τυρβώδους ιξώδους τροποποιείται για να ληφθεί υπόψη η μεταφορά της τυρβώδους διατμητικής τάσης.

Οι σταθερές μοντελοποίησης είναι διαφορετικές.

Αυτά τα χαρακτηριστικά καθιστούν το μοντέλο SST k-omega πιο ακριβές και αξιόπιστο για μια ευρύτερη κατηγορία ροών (π.χ. ροές αντίθετης κλίσης πίεσης, αεροτομές, υπερηχητικά κύματα κρούσης) από το τυπικό μοντέλο k-omega. Άλλες τροποποιήσεις περιλαμβάνουν την προσθήκη ενός όρου διασταυρούμενης διάχυσης στην εξίσωση k-omega και μια συνάρτηση ανάμειξης για να διασφαλιστεί ότι οι εξισώσεις του μοντέλου συμπεριφέρονται κατάλληλα και στις ζώνες κοντινού και μακρινού πεδίου.

Το μοντέλο SST k-omega έχει παρόμοια μορφή με το τυπικό μοντέλο k- omega:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (2.46)$$

Σε αυτές τις εξισώσεις, το “ $\tilde{G}_k$ ” αντιπροσωπεύει τη δημιουργία κινητικής ενέργειας αναταράξεων λόγω των μέσων βαθμίδων ταχύτητας. Το “ $G_\omega$ ” αντιπροσωπεύει τη δημιουργία του “ $\omega$ ”. Τα “ $\Gamma_k$ ” και τα “ $\Gamma_\omega$ ” αντιπροσωπεύουν την αποτελεσματική διαχυτικότητα των “ $k$ ” και “ $\omega$ ” αντίστοιχα, όπου “ $k$ ” η κινητική ενέργεια στροβιλισμού και “ $\omega$ ” ο ειδικός ρυθμός διάχυσης. Τα “ $Y_k$ ” και τα “ $Y_\omega$ ” αντιπροσωπεύουν τη διάχυση των “ $k$ ” και “ $\omega$ ” λόγω αναταράξεων. Το “ $D_\omega$ ” αντιπροσωπεύει τον όρο διασταυρούμενης διάχυσης, που υπολογίζεται όπως περιγράφεται παρακάτω. Οι “ $S_k$ ” και οι “ $S_\omega$ ” είναι όροι πηγής που ορίζονται από τον χρήστη.

Οι αποτελεσματικές διαχυτικότητες για το μοντέλο SST k- omega δίνονται από:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (2.47)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (2.48)$$

όπου " $\sigma_k$ " και " $\sigma_\omega$ " είναι οι τυρβώδεις αριθμοί Prandtl για " $k$ " και " $\omega$ " αντίστοιχα. Το τυρβώδες ιξώδες, " $\mu_t$ " υπολογίζεται ως εξής:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{\alpha_1 \omega}\right]} \quad (2.49)$$

όπου " $S$ " είναι το μέγεθος του ρυθμού παραμόρφωσης, και

$$\sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{k,2}}} \quad (2.50)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{\omega,2}}} \quad (2.51)$$

Ο συντελεστής " $\alpha^*$ " μειώνει το τυρβώδες ιξώδες προκαλώντας διόρθωση χαμηλού αριθμού Reynolds. Σε υψηλό αριθμό Reynolds  $\alpha^* = \alpha^\infty = 1$ .

Οι συναρτήσεις ανάμειξης, " $F_1$ " και " $F_2$ " δίνονται από :

$$F_1 = \tanh \Phi_1^4 \quad (2.52)$$

$$F_2 = \tanh \Phi_2^2 \quad (2.53)$$

$$\text{όπου } \Phi_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2}\right], \quad D_\omega^+ = \max\left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10}\right]$$

$$\text{και } \Phi_2 = \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right)$$

όπου " $y$ " είναι η απόσταση από την επόμενη επιφάνεια και " $D_\omega^+$ " είναι το θετικό τμήμα του όρου διασταυρούμενης διάχυσης.

Για την μοντελοποίηση της παραγωγής της τύρβης πρέπει να γίνει η παραγωγή των όρων " $k$ " και " $\omega$ ".

Ξεκινώντας για το " $k$ " ο όρος " $\tilde{G}_k$ " αντιπροσωπεύει την παραγωγή κινητικής ενέργειας στροβιλισμού και ορίζεται ως:

$$\tilde{G}_k = \min(G_k, 10\rho\beta^* k\omega) \quad (2.54)$$

$$\text{όπου } G_k = \mu_t S^2$$

Ο όρος " $G_\omega$ " αντιπροσωπεύει την παραγωγή του " $\omega$ " και δίνεται από:

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} \tilde{G}_k \quad (2.55)$$

όπου  $\alpha = \sqrt{\gamma RT}$  και  $v_t$  το τυρβώδους ιξώδες

Για την μοντελοποίηση της διάχυσης της τύρβης ο όρος " $Y_k$ " αντιπροσωπεύει τη διασπορά της κινητικής ενέργειας των αναταράξεων. Η διαφορά έγκειται στον τρόπο αξιολόγησης του όρου " $f_\beta^*$ ". Στο τυπικό μοντέλο k-omega, η " $f_\beta^*$ " ορίζεται ως τμηματική συνάρτηση. Για το μοντέλο SST k-omega, η " $f_\beta^*$ " είναι σταθερά ίση με 1. Έτσι,

$$Y_k = \rho \beta^* k \omega \quad (2.56)$$

Όπου  $\beta^* = \beta_i^*[1 + \zeta^* F(M_t)]$ ,

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \left( \frac{\frac{4}{15} + \left(\frac{Re_t}{R_\beta}\right)^4}{1 + \left(\frac{Re_t}{R_\beta}\right)^4} \right)$$

όπου  $Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}$

$$F(M_t) = \begin{cases} 0 & \text{για } M_t \leq M_{t0} \\ M_t^2 & \text{για } M_t \geq M_{t0} \end{cases}$$

όπου  $M_t^2 = 2k/\alpha^2$

Επιπροσθέτως ο όρος " $Y_\omega$ " αντιπροσωπεύει τη διασπορά του " $\omega$ " και ορίζεται με παρόμοιο τρόπο όπως στο τυπικό μοντέλο k-omega. Η διαφορά έγκειται στον τρόπο αξιολόγησης των όρων " $\beta_i$ " και " $f_\beta$ ". Για το μοντέλο SST k-omega, η " $f_\beta$ " είναι μια σταθερά ίση με 1. Έτσι,

$$Y_\omega = \rho \beta \omega^2 \quad (2.57)$$

και  $\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2}$ .

όπου  $\beta = \beta_i \left[ 1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \zeta^* F(M_t) \right]$

Το μοντέλο SST k-omega βασίζεται τόσο στο τυπικό μοντέλο k-omega όσο και στο τυπικό μοντέλο k-epsilon. Για να συνδυαστούν αυτά τα δύο μοντέλα μαζί, το τυπικό μοντέλο k-epsilon έχει μετατραπεί σε εξισώσεις που βασίζονται σε k και omega, που οδηγεί στην εισαγωγή ενός όρου διασταυρούμενης διάχυσης " $D_\omega$ ". Το " $D_\omega$ " ορίζεται ως:

$$D_\omega = 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2.58)$$

Παρακάτω παρατίθενται και οι σταθερές του μοντέλου

$$a_\infty^* = 1, \quad a_\infty = 0.52, \quad \alpha_0 = \frac{1}{9}, \quad \alpha_1 = 0.31, \quad \beta_\infty^* = 0.09, \quad \beta_i = 0.072, \quad R_\beta = 8, \quad R_k = 6,$$

$$R_\omega = 2.95, \quad \zeta^* = 1.5, \quad M_{t0} = 0.25, \quad \sigma_k = 2.0, \quad \sigma_\omega = 2.0, \quad \sigma_{k,1} = 1.176,$$

$$\sigma_{\omega,1} = 2.0, \quad \sigma_{k,2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega,2} = 1.168, \quad \alpha_1 = 0.31, \quad \beta_{i,1} = 0.075,$$

$$\beta_{i,2} = 0.0828$$



Μοντέλο επίλυσης για μεταβατικές ροές “k-kl Transition Model”

Το μοντέλο μετάβασης k-kl-omega (Walters and Cokljat, 2008) χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη της ανάπτυξης του οριακού επιπέδου και τον υπολογισμό της έναρξης μετάβασης. Αυτό το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποτελεσματική αντιμετώπιση της μετάβασης του οριακού στρώματος από ένα στρωτό σε ένα τυρβώδες καθεστώς.

Το μοντέλο k-kl-omega θεωρείται ότι είναι ένας τύπος ιξώδους τριών εξισώσεων, ο οποίος περιλαμβάνει εξισώσεις μεταφοράς για τυρβώδη κινητική ενέργεια “ $K_T$ ”, στρωτή κινητική ενέργεια “ $K_L$ ” και η αντίστροφη τυρβώδης χρονική κλίμακα ( $\omega$ ).

$$\frac{Dk_T}{Dt} = P_{K_T} + R + R_{NAT} - \omega k_T - D_T + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( v + \frac{\alpha_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_j} \right] \quad (2.59)$$

$$\frac{Dk_L}{Dt} = P_{K_L} - R - R_{NAT} - D_L + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v \frac{\partial k_L}{\partial x_j} \right] \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\omega}{Dt} = & C_{\omega 1} \frac{\omega}{k_T} P_{K_T} + \left( \frac{C_{\omega R}}{f_W} - 1 \right) \frac{\omega}{k_T} (R + R_{NAT}) - C_{\omega 2} \omega^2 + C_{\omega 3} f_W \alpha_T f^2 W \frac{\sqrt{k_T}}{d^3} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( v + \frac{\alpha_T}{\alpha_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (2.61)$$

Η συμπερίληψη των τυρβωδών και στρωτών διακυμάνσεων στις εξισώσεις μέσης ροής και ενέργειας λόγω της ιξώδους επίδρασης των δινών Eddy και της συνολικής θερμικής διάχυσης είναι ως εξής:

$$\overline{-u_i u_j} = \nu_{TOT} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k_{TOT} \delta_{ij} \quad (2.62)$$

$$\overline{-u_i \theta} = \alpha_{\theta, TOT} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (2.63)$$

όπου “ $U_i$ ”, “ $U_j$ ” μέσες ταχύτητες,  $\delta_{ij}$  το δέλτα του “Kronecker”, καθώς το ενεργό μήκος ορίζεται ως  $\lambda_{eff} = \min(C_\lambda d, \lambda_T)$  όπου “ $\lambda_T$ ” είναι η κλίμακα τυρβώδους μήκους και ορίζεται ως  $\lambda_T = \frac{\sqrt{k}}{\omega}$ . Η ενέργεια μικρής κλίμακας ορίζεται ως:

$$k_{T,s} = f_{ss} f_W k_T \quad (2.64)$$

όπου  $f_W = \frac{\lambda_{eff}}{\lambda_T}$ ,  $f_{ss} = \exp \left[ - \left( \frac{C_{ss} \nu \Omega}{k_T} \right)^2 \right]$ . Η ενέργεια μεγάλης κλίμακας δίνεται από:

$$k_{T,1} = k_T - k_{T,s} \quad (2.65)$$

Να σημειωθεί ότι το άθροισμα των Εξισώσεων 2.64 και 2.65 αποδίδει την τυρβώδη κινητική ενέργεια “ $K_T$ ”. Ο όρος παραγωγής αναταράξεων που δημιουργείται από τυρβώδεις διακυμάνσεις δίνεται από’

$$P_{k_T} = v_{T,s} S^2 \quad (2.66)$$

όπου το τυρβώδες ιζώδες μικρής κλίμακας είναι  $v_{T,s} = f_v f_{INT} C_\mu \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{eff}$ , καθώς επίσης δίνονται  $C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \left(\frac{S}{\omega}\right)}$ ,  $f_v = 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{R_{eT,s}}}{A_v}\right)$  και  $R_{eT,s} = \frac{f_W^2 k_T}{\nu \omega}$ . Η συνάρτηση απόσβεσης που ορίζει την τυρβώδη παραγωγή λόγω διαλείψεων δίνεται από:

$$f_{INT} = \text{MIN}\left(\frac{k_L}{C_{INT} k_{TOT}}, 1\right) \quad (2.67)$$

Στην εξίσωση 2.60, το " $P_{KL}$ " είναι η παραγωγή στρωτής κινητικής ενέργειας από τυρβώδεις διακυμάνσεις μεγάλης κλίμακας, έτσι ώστε

$$P_{k_L} = v_{T,1} S^2 \quad (2.68)$$

Το μεγάλης κλίμακας τυρβώδες ιζώδες " $v_{T,1}$ " μοντελοποιείται ως:

$$v_{T,1} = \text{MIN}\left\{v_{T,1}^*, \frac{0.5(k_L + k_{T,1})}{S}\right\} \quad (2.69)$$

Το  $v_{T,1}^*$  ορίζεται ως  $v_{T,1}^* = f_{\tau,1} C_{11} \left(\frac{\Omega \lambda_{eff}^2}{\nu}\right) \sqrt{k_{T,1}} \lambda_{eff} + \beta_{TS} C_{12} \varphi_{NAT} d^2 \Omega$

όπου  $\beta_{TS} = 1 - \exp\left(-\frac{\text{MAX}(\varphi_{NAT} - C_{TS,crit}, 0)^2}{A_{TS}}\right)$ ,  $\varphi_{NAT} = \frac{d^2 \Omega}{\nu}$

όπου " $\Omega$ " ο συγκεκριμένος ρυθμός διάχυσης. Το όριο στην Εξίσωση 2.68 χρησιμεύει στο να μην παραβιάζεται στο διαδιάστατο αναπτυσσόμενο οριακό στρώμα. Η συνάρτηση απόσβεσης βάσει χρονικής κλίμακας " $f_{\tau,1}$ " είναι :

$$f_{\tau,1} = 1 - \exp\left[-C_{\tau,1} \frac{k_{T,1}}{\lambda_{eff}^2 \Omega^2}\right] \quad (2.70)$$

Η διάχυση κοντά στον τοίχωμα δίνεται από:

$$D_T = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \quad (2.71)$$

$$D_L = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \quad (2.72)$$

Στις εξισώσεις 2.59, 2.60, 2.61 το “R” αντιπροσωπεύει τη μέση επίδραση της κατανομής των διακυμάνσεων της ροής λόγω αναταράξεων κατά τη μετάβαση στην τυρβώδη ροή:

$$R = \frac{C_R \beta_{BP} k_L \omega}{f_W} \quad (2.73)$$

όπου  $\beta_{BP} = 1 - \exp\left(-\frac{\varphi_{BP}}{A_{BP}}\right)$  και  $\varphi_{BP} = \text{MAX}\left[\left(\frac{k_T}{v\Omega} - C_{BP,crit}\right), 0\right]$ .

Η διάσπαση σε αναταράξεις λόγω αστάθειας θεωρείται ως φυσικός μεταβατικός όρος παραγωγής, που δίνεται από:

$$R_{NAT} = C_{R,NAT} \beta_{NAT} k_L \Omega \quad (2.74)$$

όπου  $\beta_{NAT} = 1 - \exp\left[-\frac{\text{MAX}\left(\varphi_{NAT} - \frac{C_{NAT,crit}}{f_{NAT,crit}}, 0\right)}{A_{NAT}}\right]$  και  $f_{NAT,crit} = 1 - \exp\left(C_{NC} \frac{\sqrt{k_L d}}{v}\right)$ .

Η χρήση του “ω” ως μεταβλητής προσδιορισμού της κλίμακας μπορεί να οδηγήσει σε μειωμένο φαινόμενο διαλείπουσας λειτουργίας στην εξωτερική περιοχή ενός τυρβώδους οριακού στρώματος και κατά συνέπεια σε εξάλειψη της περιοχής του ομόρρου στο προφίλ ταχύτητας. Η ακόλουθη απόσβεση ορίζεται ως,

$$f_\omega = 1 - \exp\left[-0.41 \left(\frac{\lambda_{eff}}{\lambda_T}\right)^4\right] \quad (2.75)$$

Η επίδραση του συνολικού ιξώδους και της διάχυσης λόγω δινών Eddy περιλαμβάνεται στις Εξισώσεις 2.62 και 2.63 μέσω των παρακάτω συντελεστών που δίνονται ως εξής:

$$v_{TOT} = v_{T,s} + v_{T,1} \quad (2.76)$$

$$\alpha_{\theta,TOT} = f_W \left(\frac{k_T}{k_{TOT}}\right) \frac{v_{T,s}}{Pr_\theta} + (1 - f_W) C_{\alpha,\theta} \sqrt{k_T} \lambda_{eff} \quad (2.77)$$

Η τυρβώδης βαθμωτή διάχυση στις Εξισώσεις 2.59, 2.60, 2.61 ορίζεται ως:

$$\alpha_T = f_v C_{\mu,std} \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{eff} \quad (2.78)$$

$$k_{TOT} = k_T + k_L \quad (2.79)$$

Παρακάτω παρατείνονται οι σταθερές

$$A_0 = 4.04, \quad A_s = 2.12, \quad A_v = 6.75, \quad A_{BP} = 0.6, \quad A_{NAT} = 200, \quad A_{TS} = 200,$$

$$C_{BP,crit} = 1.2, \quad C_{NC} = 0.1, \quad C_{NAT,crit} = 1250, \quad C_{INT} = 0.75, \quad C_{TS,crit} = 1000,$$

$$C_{R,NAT} = 0.02, \quad C_{11} = 3.4 \cdot 10^{-6}, \quad C_{12} = 1.0 \cdot 10^{-10}, \quad C_R = 0.12, \quad C_{\alpha,\theta} = 0.035,$$

$$C_{SS} = 1.5, \quad C_{\tau,1} = 4360, \quad C_{\omega_1} = 0.44, \quad C_{\omega_2} = 0.92, \quad C_{\omega_3} = 0.3, \quad C_{\omega_R} = 1.5,$$

$$C_\lambda = 2.495, \quad C_{\mu,std} = 0.09, \quad Pr_\theta = 0.85, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\omega = 1.17$$

Και στα δύο μοντέλα τύρβης χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του αυτόματου χρονικού βήματος (προεπιλογή του ANSYS), η οποία λειτουργεί προσαρμόζοντας δυναμικά το μέγεθος του χρονικού βήματος με βάση τις τοπικές συνθήκες ροής. Η μέθοδος στοχεύει στη διατήρηση ενός αριθμού Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) εντός ενός καθορισμένου εύρους για να διασφαλίζεται αριθμητική σταθερότητα, ενώ παράλληλα μεγιστοποιείται η υπολογιστική απόδοση.

## 2.4 Πλεγματοποίηση σε ευθύγραμμο αγωγό

Η σωστή πλεγματοποίηση αποτελεί ζωτικής σημασίας παράγοντα για την επίτευξη ακρίβειας και την επαλήθευση των υπολογιστικών μοντέλων ρευστομηχανικής (CFD). Σε αυτό το κεφάλαιο, θα πραγματοποιηθεί μια εμπειριστατωμένη έρευνα με σκοπό την εύρεση του βέλτιστου δυνατού πλέγματος για το πρόβλημα που έχει τεθεί μπροστά μας. Θα δημιουργηθούν διάφορα πλέγματα, τα οποία θα εκτελεστούν μέσω του "ANSYS Fluent" με τις κατάλληλες ρυθμίσεις (setup). Τα αποτελέσματα θα αξιολογηθούν σε πρώτη φάση από τα προφίλ ταχυτήτων.

Για να επαληθευτούν τα αποτελέσματα ακόμα και χωρίς την ύπαρξη στενώσεων, γίνονται προσομοιώσεις με έναν απλό αγωγό μήκους 100 διαμέτρων ( $L=100D$ ). Αυτό θα επιτρέψει να εκτιμηθεί η συμπεριφορά της ροής χωρίς την παρουσία πιθανών παραμέτρων που επηρεάζουν τη ροή, όπως οι στενώσεις. Με αυτήν την απλή γεωμετρία, μπορούν να αξιολογηθούν τα αποτελέσματα για τη σωστή λειτουργία του μοντέλου. Στη συνέχεια, γίνονται προσομοιώσεις σε γεωμετρίες με στένωση με σκοπό την επαλήθευση των αποτελεσμάτων.

Για την επαλήθευση των αποτελεσμάτων και την αξιολόγηση του καλύτερου πλέγματος, εκτελούνται εντολές στο "Ansys Fluent". Αρχικά, γίνεται μια προκαταρκτική ανάλυση της διαδικασίας "calibration". Αυτή η ανάλυση θα συμπεριλάβει λεπτομερή αναφορά στον τρόπο που διεξάγονται οι προσομοιώσεις στο "Ansys Fluent" και τις αντίστοιχες ρυθμίσεις που χρησιμοποιούνται. Σε επόμενη ενότητα θα γίνει μια πιο λεπτομερή ανάλυση του "setup" του "Ansys Fluent".

Αρχικά στις περισσότερες περιπτώσεις το ρευστό εισέρχεται διαμορφωμένο στην είσοδο του αγωγού. Παρόλο που το "Ansys fluent" δεν παρέχει άμεσα αυτήν την επιλογή, μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας τις λειτουργίες των "expressions" που παρέχει το πρόγραμμα. Ορίζεται η ακτίνα, η σχετική ακτίνα, η παροχή, η μέγιστη ταχύτητα εισόδου, καθώς και ο τύπος της ταχύτητας εισόδου που δίνει την παραβολική μορφή ως εξής:

Radius= sqrt(Area(["inlet"])/PI), η ακτίνα του αγωγού

radius= sqrt( $\gamma^2+z^2$ ), η σχετική του ακτίνα

$q_0=10$  ml/s, η παροχή εισόδου

$u_{max} = 2 \cdot q_0 / (\pi \cdot \text{Radius}^2)$ , η μέγιστη ταχύτητα εισόδου

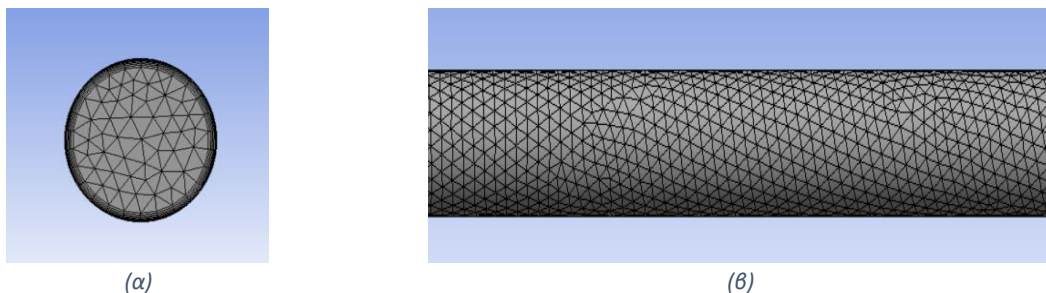
$u_{profile} = u_{max} \cdot (1 - (\text{radius}/\text{Radius})^2)$ , το παραβολικό προφίλ της ταχύτητας

Σε όλες τις υπολογιστικές περιπτώσεις που αναλύονται στην παρούσα εργασία το κριτήριο σύγκλισης για όλες τις εξισώσεις τέθηκε για τα ολοκληρωτικά υπόλοιπα να λαμβάνουν τιμή  $\leq 10^{-3}$ .

#### 2.4.1 Υπολογιστική Περίπτωση 1: Τετραεδρικό πλέγμα με inflation, ακμή 1mm και παραβολική είσοδο 10ml/s

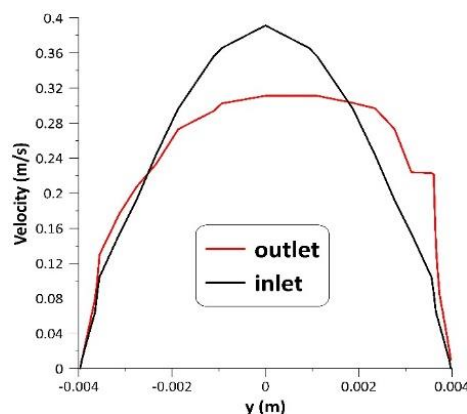
Ξεκινώντας, θα χρησιμοποιηθεί ένα τετραεδρικό πλέγμα με "inflation", όπου το μήκος της κάθε ακμής του στοιχείου θα είναι 1 mm. Το "inflation" θα αποτελείται από επτά ρέλια, με ένα "transition ratio" ίσο με 0.1. Με αυτήν τη ρύθμιση, το πλέγμα θα περιλαμβάνει λεπτά στρώματα κοντά στα τοιχώματα του αγωγού, τα οποία θα βοηθήσουν στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων στην περιοχή του οριακού στρώματος.

Με αυτήν την αρχική ρύθμιση, γίνεται εφικτό να αξιολογηθεί η ροή στον αγωγό και να εξεταστεί η ακρίβεια του μοντέλου. Αναλόγως των αποτελεσμάτων, γίνονται περαιτέρω προσαρμογές του πλέγματος και των ρυθμίσεων του μοντέλου για να επιτευχθεί βέλτιστη ακρίβεια και επαλήθευση των αποτελεσμάτων. Το υπολογιστικό πλέγμα δίνεται στην Εικόνα 2.7 και περιλαμβάνει 555554 τετράεδρα και 219069 κόμβους.



Εικόνα 2.7: (α) Πρόσοψη πλέγματος, (β) Πλάγια όψη πλέγματος

Το μοντέλο υπολογιστικής ρευστομηχανικής τρέχει με παροχή 10 ml/s, που αντιστοιχεί σε αριθμό Reynolds 1592. Με αυτόν τον αριθμό Reynolds, η ροή είναι στρωτή. Για την είσοδο, χρησιμοποιείται ένα παραβολικό προφίλ ταχύτητας, όπως περιγράφεται πιο αναλυτικά παραπάνω. Μετά την ανάλυση του μοντέλου δημιουργούνται τα προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου (Εικόνα 2.8), όπου παρατηρείται ότι δεν ταυτίζονται. Το προφίλ της ταχύτητας στην έξοδο είναι ασύμμετρο και οφείλεται στο μη δομημένο πλέγμα παρόλο που όλα τα ολοκληρωτικά υπόλοιπα ήταν κάτω του  $10^{-3}$ . Αυτό δεν είναι αναμενόμενο για μια στρωτή ροή σε έναν αγωγό. Έτσι, η μελέτη θα συνεχιστεί με μια νέα ανάλυση με αισθητά χαμηλότερη μέση ταχύτητα εισόδου.



Εικόνα 2.8: Διάγραμμα απεικόνισης προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου

### 2.4.2 Υπολογιστική Περίπτωση 2: Τετραεδρικό πλέγμα με Inflation, ακμή 1mm και είσοδο 0.0125 ml/s

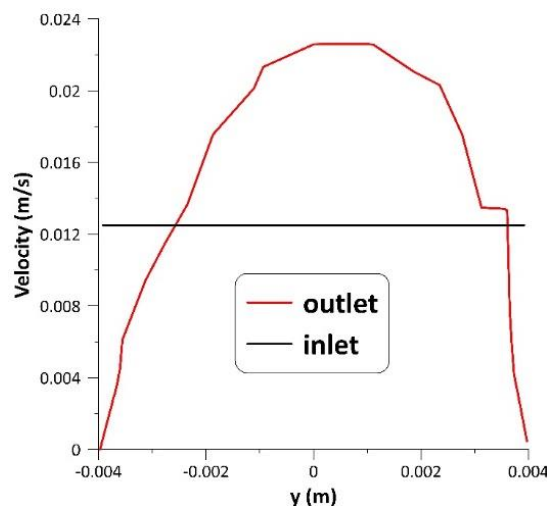
Πραγματοποιήθηκε μια δοκιμή με το ίδιο πλέγμα, αλλά με χαμηλότερο αριθμό Reynolds και χωρίς παραβολικό προφίλ στην είσοδο. Συγκεκριμένα, ο αριθμός Reynolds ήταν 100, οπότε η μέση ταχύτητα εισόδου ήταν 0.0125m/s. Αναμένεται πλήρως διαμορφωμένη ροή στην έξοδο και μέγιστη ταχύτητα εξόδου 0.025m/s, σύμφωνα με το παραβολικό προφίλ που έχει επιλεγεί, καθώς το ρευστό διανύει μια απόσταση 100 διαμέτρων. Σύμφωνα με τον εμπειρικό τύπο του (Bergman and Incropera, 2011), για Reynolds 100 χρειαζόμαστε μήκος διαμόρφωσης ( $L_h, laminar$ ) ίσο με 5.75 διαμέτρους για πλήρη διαμόρφωση της ροής.

$$Re = \frac{ud}{\nu} \rightarrow u = \frac{Re \nu}{d} \rightarrow u = 0.0125m/s$$

$$L_h, laminar = 0.0575ReD$$

$$\text{Άρα για } Re=100 \rightarrow L_h, laminar = 5.75D$$

Με βάση την Εικόνα 2.9, παρατηρείται ότι το προφίλ εξόδου δεν έχει φτάσει στην επιθυμητή ταχύτητα των 0.025 m/s. Αυτό ενισχύει την ανάγκη για μια νέα αλλαγή του πλέγματος, προκειμένου να επιτευχθεί η επιθυμητή διαμόρφωση της ροής στην έξοδο.



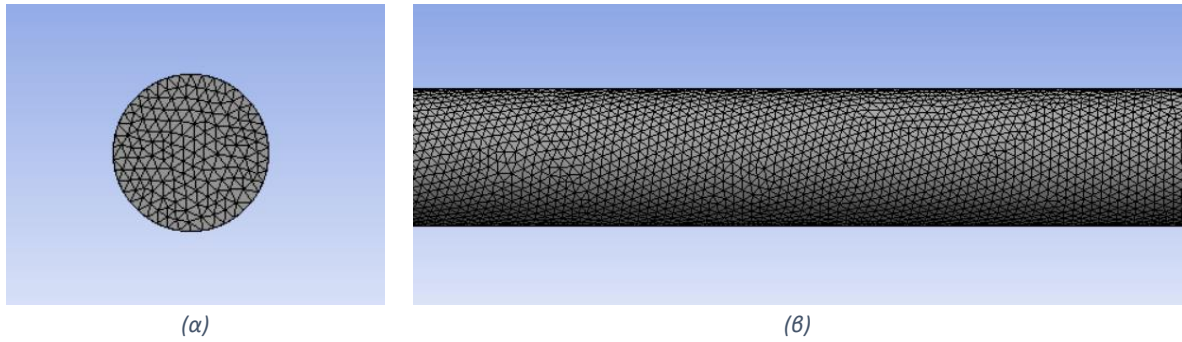
Εικόνα 2.9: Διάγραμμα απεικόνισης προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου

### 2.4.3 Υπολογιστική Περίπτωση 3: Τετραεδρικό πλέγμα χωρίς inflation, ακμή 0.6mm και παραβολική είσοδο 10ml/s

Θα χρησιμοποιηθεί το ίδιο πλέγμα χωρίς “inflation” αλλά με μικρότερες ακμές στα κελιά ίσες με 0.6mm για μεγαλύτερη ακρίβεια. Το πλέγμα δίνεται στην Εικόνα 2.10 και περιλαμβάνει 1001622 στοιχεία και 201951 κόμβους. Αυτή η αλλαγή θα δώσει πιο λεπτομερή και ακριβή απεικόνιση της ροής. Με αυτόν τον τρόπο, θα επιτραπεί ανάλυση μεγαλύτερης ακρίβειας για τη συμπεριφορά του ρευστού εξαγοντας πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Σ’ αυτήν την περίπτωση η παροχή εισόδου θα είναι ίση με 10ml/s, άρα για αριθμό Reynolds ίσο με 1592. Σύμφωνα με τον εμπειρικό τύπο των Bergman και Incropera (Bergman and Incropera, 2011).

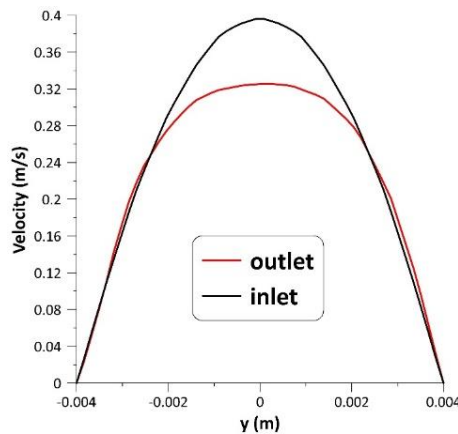
$$L_h, laminar = 0.0575ReD \rightarrow L_h, laminar = 91.51D$$

Το πρόβλημά έχει μήκος διαμόρφωσης 100D άρα αναμένεται πλήρως διαμορφωμένη ροή στην έξοδο.



Εικόνα 2.10: (α) Πρόοψη πλέγματος, (β) Πλάγια όψη πλέγματος

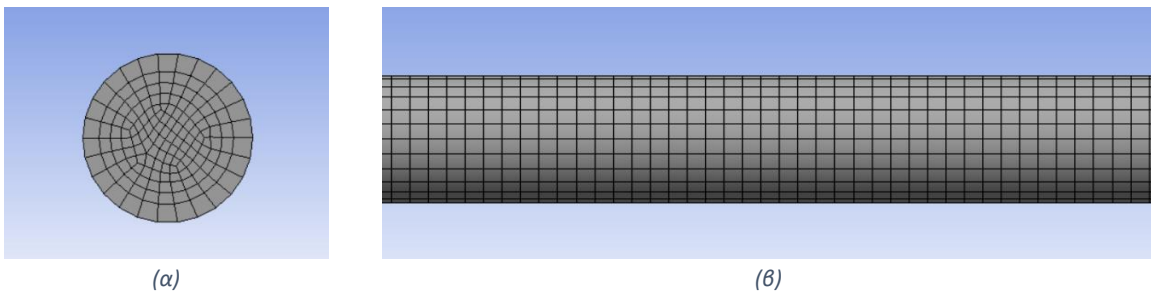
Σε αυτήν την περίπτωση, παρατηρείται ότι το προφίλ της ταχύτητας (Εικόνα 2.11) είναι σχεδόν ίδιο με την πρώτη περίπτωση και ότι η χρήση του ίδιου πλέγματος είχε υψηλό υπολογιστικό κόστος, παρά την έλλειψη πολύπλοκης γεωμετρίας που θα μπορούσε να δυσκολέψει τους υπολογισμούς. Επομένως, είναι αναγκαίο να αναζητηθεί ένα ριζικά διαφορετικό πλέγμα που θα επιτρέψει ακριβέστερη αναπαράσταση της ροής και να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος. Με την εξέταση διάφορων επιλογών πλέγματος, μπορεί να βελτιωθεί η ακρίβεια των αποτελεσμάτων και να εξοικονομηθεί χρόνος υπολογισμού.



Εικόνα 2.11: Διάγραμμα απεικόνισης προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου

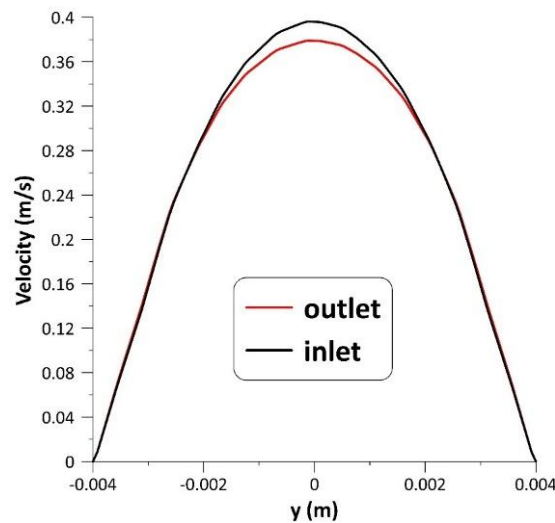
#### 2.4.4 Υπολογιστική Περίπτωση 4: Εξαεδρικό πλέγμα χωρίς inflation και παραβολική είσοδο 10ml/s

Για την επόμενη υπολογιστική δοκιμή χρησιμοποιείται ένα εξαεδρικό πλέγμα, το οποίο είναι επιλογή του αυτόματου εργαλείου "ANSYS Meshing" για τον αγωγό που εξετάζεται. Αυτό το πλέγμα είναι μη-δομημένο, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.12 και περιλαμβάνει 120800 στοιχεία και 132165 κόμβους. Σε αυτήν την περίπτωση, θα εξεταστεί εκ νέου η παραβολική ταχύτητα εξόδου με παροχή 10ml/s.



Εικόνα 2.12: (α) Πρόοψη πλέγματος, (β) Πλάγια όψη πλέγματος

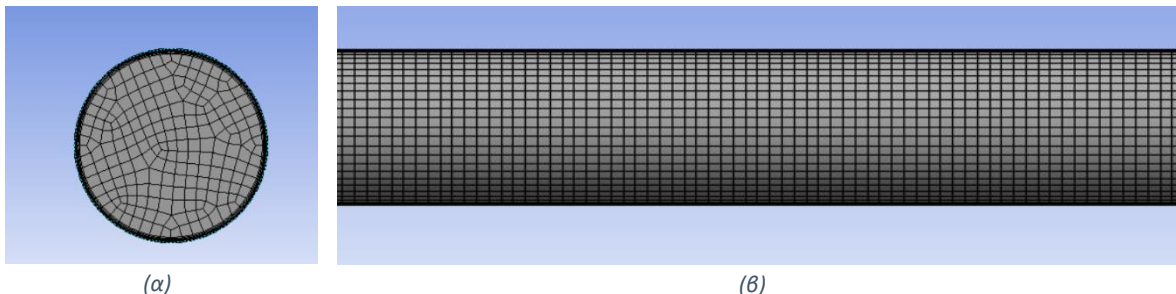
Τα αποτελέσματα της δοκιμής δείχνουν ενθαρρυντική πρόοδο, καθώς παρατηρείται ότι τα προφίλ ταχύτητας τείνουν να ταυτίζονται (Εικόνα 2.13). Αυτό υποδηλώνει ότι η καλύτερη προσέγγιση δείχνει να είναι το εξαεδρικό πλέγμα. Ωστόσο, αντιμετωπίζονται ορισμένα προβλήματα. Πρώτον, το "Ansys Meshing" δεν παρέχει την επιλογή "inflation" για εξαεδρικά πλέγματα. Αυτό σημαίνει ότι όταν εφαρμοστεί το πλέγμα μετατρέπεται σε τετραεδρικό. Για να επιτευχθεί πλέγμα με πιο πυκνά ρέλια κοντά στο τοίχωμα του αγωγού, θα πρέπει να δημιουργηθεί εκ νέου ένα δομημένο εξαεδρικό πλέγμα, προκειμένου να διευκολύνει τη δημιουργία των επιθυμητών ρελιών στην επιθυμητή απόσταση από τα τοίχωμα. Δεύτερον, αναμένεται να χρησιμοποιηθεί ένας αγωγός με στένωση, αλλά λόγω της επιλεγμένης γεωμετρίας της στενώσεως - χωρίς ακμές - δεν υπάρχει δυνατότητα επιλογής εξαεδρικού πλέγματος. Αξίζει να σημειωθεί ότι υπολογιστικά ήταν η πιο ελαφριά επιλογή.



Εικόνα 2.13: Διάγραμμα απεικόνισης προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου

#### 2.4.5 Υπολογιστική Περίπτωση 5: Εξαεδρικό "multizone" πλέγμα με inflation ακμή 0.5mm και παραβολική είσοδο 10ml/s

Στην παρούσα περίπτωση, θα επιχειρηθεί να λυθεί το πρώτο πρόβλημα, που αφορά τη δυνατότητα για "inflation". Χρησιμοποιώντας την επιλογή του πολυζωνικού πλέγματος (multizone meshing), έγινε εφικτή η δημιουργία ρελιών στα τοιχώματα. Συνεπώς, θα εκτελεστεί στο "Ansys Fluent", με είσοδο παροχής 10ml/s και ακμή κελιού 0.5mm. Το μοντέλο δίνεται στην Εικόνα 2.14 και αποτελείται από 910800 κελιά και 954170 κόμβους.

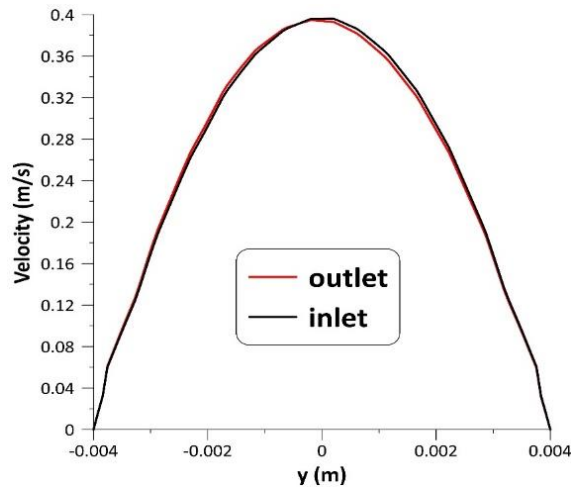


Εικόνα 2.14: (α)Πρόοψη πλέγματος, (β)Πλάγια όψη πλέγματος

Τα αποτελέσματα δείχνουν εξαιρετικά ενθαρρυντικά, καθώς τα προφίλ ταχύτητας συμπίπτουν ακριβώς, όπως αναμενόταν (Εικόνα 2.15). Είναι πλέον σαφές ότι για το πρόβλημά ένα εξαεδρικό πλέγμα είναι ο τρόπος που θα συνεχιστεί η έρευνα για το κατάλληλο πλέγμα. Ωστόσο, υπάρχει ακόμα



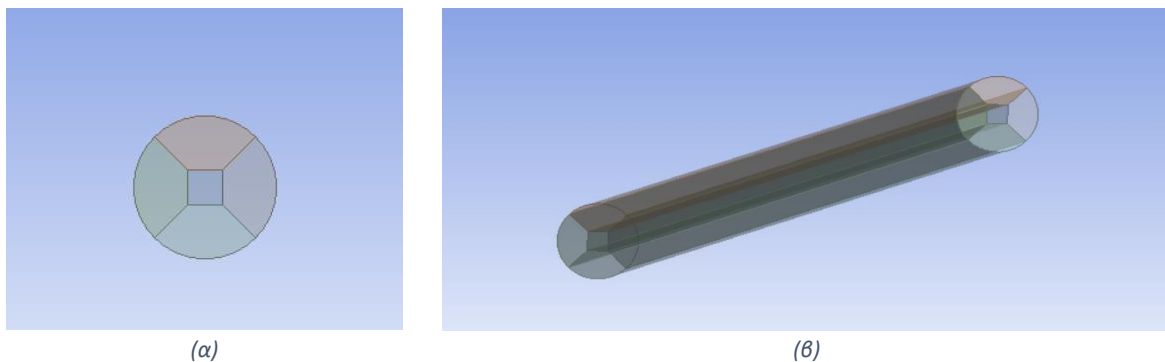
το πρόβλημα ότι λόγω της γεωμετρίας της στενώσεως, ακόμα και με τη χρήση της επιλογής "multi-zone", δεν είναι δυνατή η δημιουργία ενός εξαεδρικού πλέγματος. Συνεπώς, αναζητείται νέα λύση όπου θα μπορεί να δημιουργηθεί ένα δομημένο πλέγμα, στο οποίο μπορεί να διαχωριστεί το χωρίο σε επιμέρους τμήματα, επιτρέποντας την χειροκίνητη δημιουργία ενός πλέγματος που να ταιριάζει στο πρόβλημά. Ένα πιθανό δομημένο πλέγμα που μπορεί να είναι κατάλληλο για αυτό είναι το "O-type" πλέγμα.



Εικόνα 2.15: Διάγραμμα απεικόνισης προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου

#### 2.4.6 Κατασκευή O-type πλέγματος

Για τη δημιουργία ενός O-type πλέγματος, απαιτείται η διαίρεση της περιοχής σε πέντε μικρότερα τμήματα (Εικόνα 2.16(α), (β)). Επιπλέον, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η λειτουργία "edge sizing" του Ansys Meshing για κάθε ακμή της περιοχής μας. Με τη χρήση της λειτουργίας "edge sizing", θα μπορούσαν να καθοριστούν οι επιθυμητές διαστάσεις των κελιών κατά μήκος των ακμών της περιοχής. Αυτό θα επιτρέψει τη δημιουργία ενός πλέγματος που είναι προσαρμοσμένο στις ανάγκες του προβλήματος.

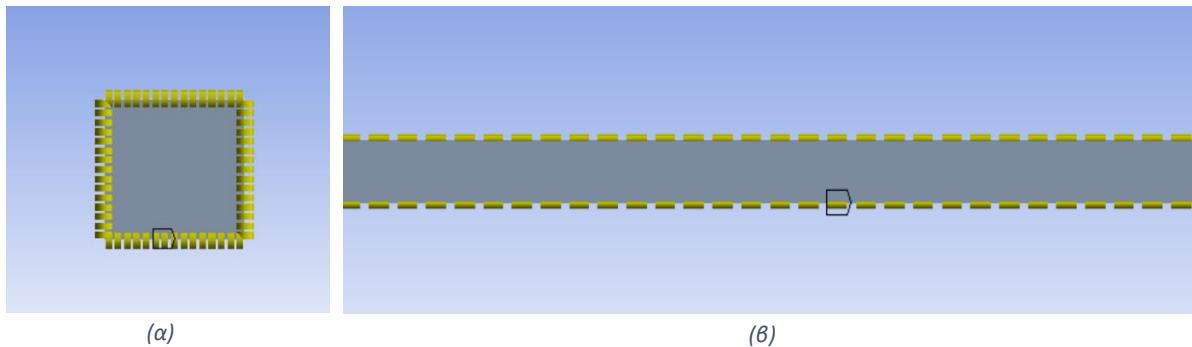


Εικόνα 2.16: (α) Προοπτική απεικόνιση διαίρεσης του χωρίου, (β) Πανοραμική απεικόνιση διαίρεσης του χωρίου

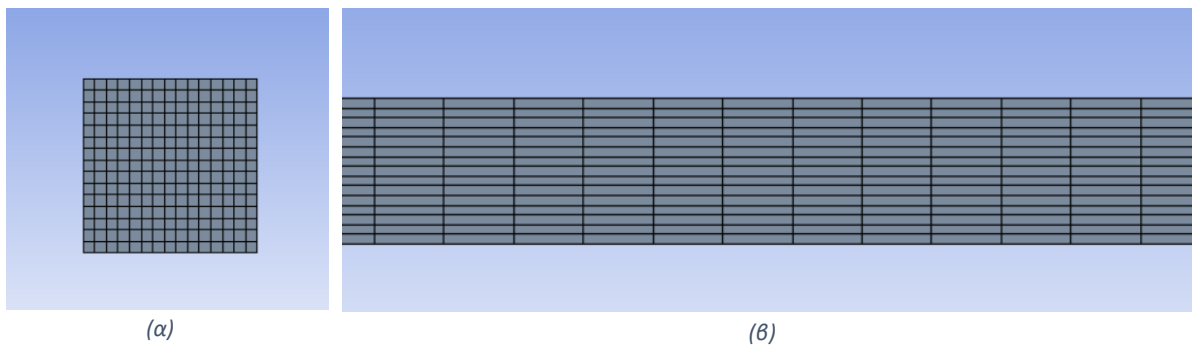
Αρχικά, είναι αναγκαίο να οριστούν οι ακμές που δεν φαίνονται στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο στο κέντρο του πλέγματος. Κατά την είσοδο και την έξοδο γίνεται διαχωρισμός των ακμών του τετραγώνου σε 15 ίσα μέρη (Εικόνα 2.17(α), (β) και 2.18(α), (β)). Επίσης, αντίστοιχα για τις κατά μήκος

γραμμές χωρίζονται σε 400 ίσα μέρη έτσι ώστε κάθε ακμή να έχει μήκος 2mm. Έτσι το επιμέρους αυτό πλέγμα θα έχει την παρακάτω μορφή.

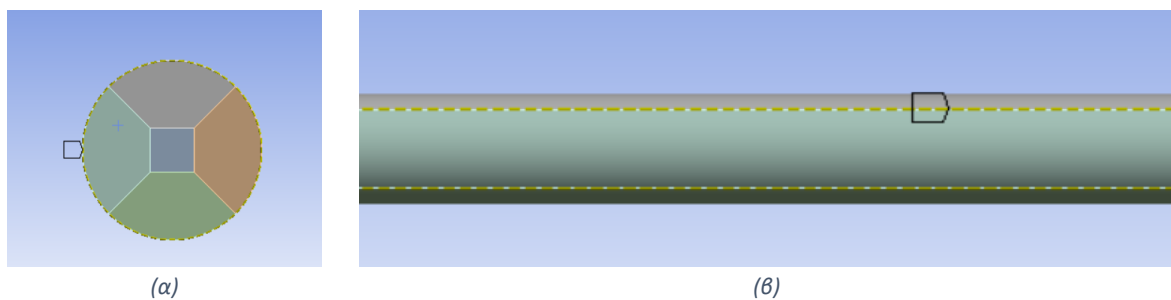
Έπειτα, θα πρέπει και οι εξωτερικές ακμές που επικοινωνούν με τις ακμές του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου να οριστούν κατάλληλα για να μπορέσει το πλέγμα να είναι δομημένο. Άρα για τις ακμές που αθροιστικά σχηματίζουν τους κύκλους στην είσοδο και την έξοδο θα πρέπει να χωριστούν και αυτές σε 15 ίσα μέρη (Εικόνα 2.19(α), (β)). Επιπλέον, οι 4 εξωτερικές ακμές κατά μήκος του αγωγού θα πρέπει επίσης να χωριστούν σε 400 ίσα μέρη.



Εικόνα 2.17: (α) Προοπτική απεικόνιση διαίρεσης του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου, (β) Πλάγια απεικόνιση διαίρεσης του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου



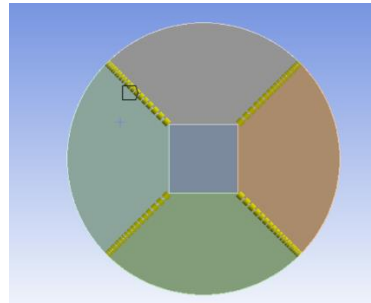
Εικόνα 2.18: (α) Πρόοψη πλέγματος επιμέρους χωρίου, (β) Πλάγια όψη πλέγματος επιμέρους χωρίου



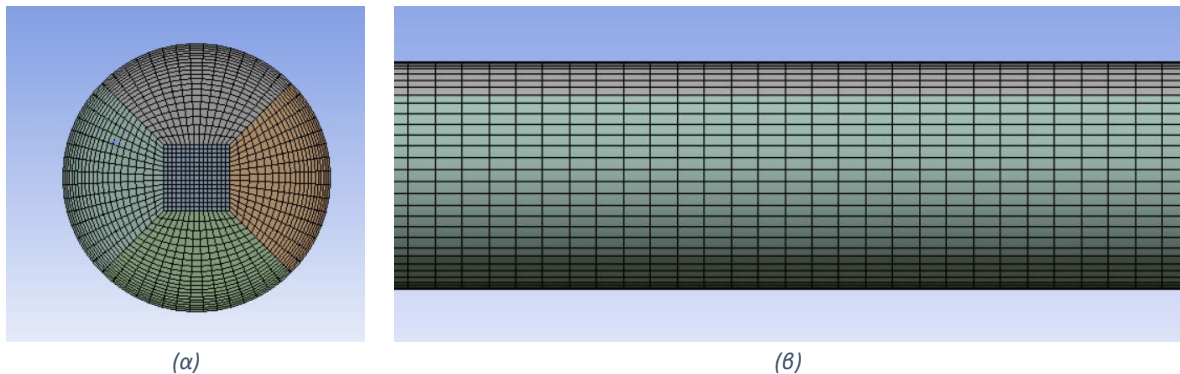
Εικόνα 2.19: (α) Προοπτική απεικόνιση διαίρεσης εξωτερικών ακμών, (β) Πλάγια απεικόνιση διαίρεσης εξωτερικών ακμών

Τέλος θα πρέπει να οριστούν οι ακτινικές ακμές που συνδέουν τα επιμέρους σώματα. Επιλέχθηκε να χωριστούν σε 20 ίσα τμήματα (Εικόνα 2.20). Επιπλέον, επιλέχθηκε "bias" με "bias factor" 4, προκειμένου να υπάρχουν πιο πολλά «ρέλια» στα τοιχώματα. Επιτυχώς, δημιουργήθηκε ένα δομημένο εξαεδρικό πλέγμα με πυκνά «ρέλια» στα τοιχώματα. Η Εικόνα 2.21 απεικονίζει το πλέγμα

από διάφορες όψεις. Τώρα, απομένει το πλέγμα να δοκιμαστεί σε μερικά υπολογιστικές δοκιμές, προκειμένου να επιβεβαιωθεί ότι ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις.



Εικόνα 2.20: Προοπτική απεικόνιση ακτινικής διαίρεσης των ακμών



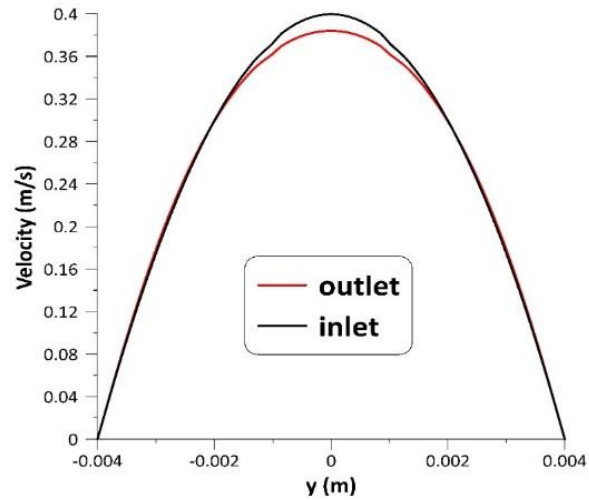
Εικόνα 2.21: (α) Πρόοψη πλέγματος, (β) Πλάγια όψη πλέγματος

Το πλέγμα θα εξεταστεί σε τέσσερις μορφές πειραμάτων. Πρώτον, θα εξεταστεί σε παροχή 10ml/s με παραβολική μορφή εισόδου. Δεύτερον, σε παροχή 10ml/s χωρίς παραβολική μορφή εισόδου. Τρίτον, σε παροχή 30ml/s με παραβολική μορφή εισόδου. Τέλος, σε παροχή 30ml/s χωρίς παραβολική μορφή εισόδου. Η επαλήθευση των αποτελεσμάτων θα γίνει μέσω του προφίλ ταχύτητας, της κατανομής πίεσης, από τη μέση ταχύτητα εισόδου και εξόδου και της επαλήθευσης της εξίσωσης “Poiseuille” ανά 100mm (όταν η ροή είναι στρωτή και διαμορφωμένη, δηλαδή μόνο στην πρώτη περίπτωση). Αξίζει να σημειωθεί ότι με αυτό το πλέγμα το μοντέλο συνέκλινε σε πολύ λίγες επαναλήψεις, ωστόσο είχε υπολογιστικό κόστος λόγω του έντονου πυκνώματος του πλέγματος.

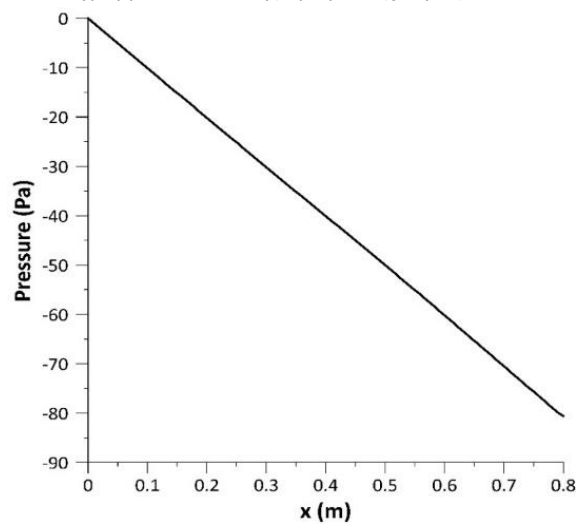
#### 2.4.7 Υπολογιστική Περίπτωση 6: Εξαεδρικό O-type πλέγμα με παραβολική είσοδο 10 ml/s

Στην παρούσα περίπτωση θα εξεταστεί το O-type εξαεδρικό πλέγμα όπως απεικονίζεται στην εικόνα 2.18 για παροχή 10 ml/s με παραβολική ταχύτητας εισόδου. Σ’ αυτήν την περίπτωση ορίζεται πλήρως διαμορφωμένη, στρωτή ροή με Reynolds εισόδου 1592. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση Poiseuille για την επαλήθευση των αποτελεσμάτων. Διεξάχθηκε, επίσης προσομοίωση για διαφορετικής πυκνότητας πλέγματα. Τα αποτελέσματα είναι εξαιρετικά ενθαρρυντικά. Όπως φαίνεται στην εικόνα 2.23 η πτώση πίεσης λόγω γραμμικών απωλειών είναι εντελώς γραμμική. Επίσης στον Πίνακα 2.2 φαίνεται ότι οι πτώσεις πίεσης ανά 100mm υπολογισμένες από το λογισμικό “Ansys Fluent” και από την εξίσωση “Poiseuille” είναι σχεδόν ταυτόσημες, ανεξάρτητα από την πυκνότητα των πλεγμάτων που επιλέχθηκαν. Για λόγους υπολογιστικού κόστους επιλέχθηκε το πιο αραιό πλέγμα από τα τρία. Στην εικόνα 2.22 φαίνονται οι καμπύλες για τα προφίλ ταχύτητας εισόδου

και εξόδου. Μολονότι, οι δυο καμπύλες δεν ταυτίζονται ακριβώς καθώς η μέγιστη ταχύτητα εισόδου δεν είναι 0.4 m/s όπως αναμενόταν, η γεωμετρία τους είναι ομοιόμορφα παραβολική σε αντίθεση με προηγούμενες υπολογιστικές περιπτώσεις. Επίσης, στον Πίνακα 2.1 φαίνεται ότι η μέση ταχύτητα εισόδου και εξόδου σχεδόν ταυτίζονται.



Εικόνα 2.22: Διάγραμμα απεικόνισης προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου



Εικόνα 2.23: Διάγραμμα κατανομής πίεσης κατά μήκος του αγωγού

Area-Weighted Average Velocity Magnitude	[m/s]
inlet	0.2002432
outlet	0.20010133

Πίνακας 2.1: Μέση ταχύτητα εισόδου και εξόδου

$$\Delta P = \frac{8\mu L Q}{\pi R^4} \quad (2.80)$$

όπου

$\Delta P$ = διαφορά πίεσης (Pa)

$L$ = μήκος που υπολογίζεται η πίεση(m)

$\mu$  = δυναμικό ιξώδες(Pa.s)

$Q = \text{παροχή ρευστού } \left(\frac{m^3}{s}\right)$

$R = \text{ακτίνα του αγωγού}$

Π.χ. για 200mm και 10 ml/s

$$\Delta P = \frac{8\mu L Q}{\pi R^4} \rightarrow \Delta P = \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 0.2 \cdot 10^{-5}}{\pi \cdot 0,004^4} \rightarrow \Delta P = 19.89 \text{ Pa}$$

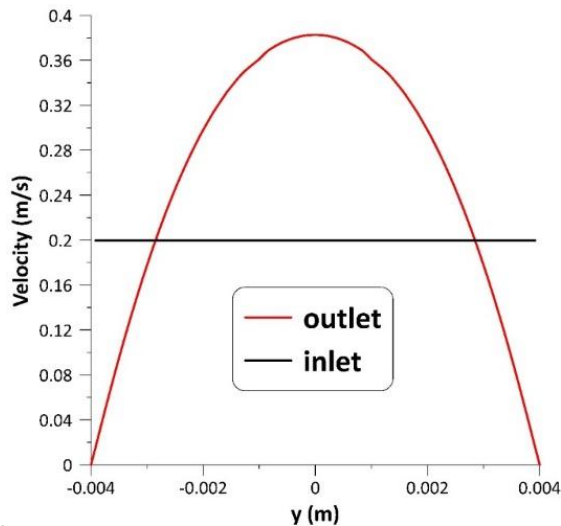
Θα οριστεί λόγος σύγκρισης στην πτώση πίεσης μεταξύ υπολογισμού του λογισμικού "Ansys Fluent" και του υπολογισμού μέσω εξίσωσης Poiseuille, ως εξής:  $\text{Λόγος σύγκρισης} = \frac{\Delta P(\text{Poiseuille})}{\Delta P(\text{Ansys})} \cdot 100\%$

Length(mm)	100	200	300	400	500	600	700	800
$\Delta P$ (Poiseuille)(Pa)	9.94	19.89	29.84	39.78	49.73	59.68	69.63	79.58
$\Delta P$ (Ansys πυκνό)(Pa)	10.11	20.1	30.1	40.2	50.18	60.15	70.24	80.25
$\Delta P$ (Ansys ενδιάμεσο)(Pa)	9.99	20.1	30.2	40.15	50.24	60.32	70.4	80.35
$\Delta P$ (Ansys αραιό)(Pa)	10.14	20.21	30.27	40.33	50.38	60.41	70.69	80.77
Λόγος σύγκρισης (πυκνό)	98.3%	98.9%	99.1%	99%	99.1%	99.2%	99.1%	99.2%
Λόγος σύγκρισης (ενδιάμεσο)	99.5%	98.9%	98.8%	99.1%	99%	99%	98.9%	99%
Λόγος σύγκρισης (αραιό)	98%	98.4%	98.6%	98.6%	98.7%	98.8%	98.5%	98.5%

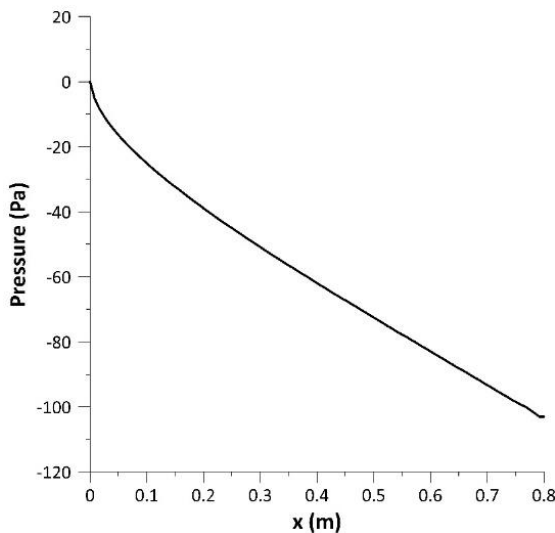
Πίνακας 2.2: Σύγκριση αποτελεσμάτων για πτώση πίεσης μεταξύ Poiseuille και Ansys Fluent

#### 2.4.8 Υπολογιστική Περίπτωση 7: Εξαεδρικό O-type πλέγμα με είσοδο 10 ml/s

Σ' αυτήν την περίπτωση θα εξεταστεί το ίδιο πλέγμα με την ίδια παροχή εισόδου με μοναδική διαφορά ότι το προφίλ ταχύτητας εισόδου δεν θα είναι παραβολικό, όπως απεικονίζεται στην εικόνα 2.24. Στην εικόνα 2.25 παρατηρείται ότι η πτώση πίεσης δεν είναι γραμμική από την αρχή, πράγμα αναμενόμενο καθώς η ταχύτητα δεν είναι διαμορφωμένη στην αρχή. Αυτός είναι ο λόγος που δεν μπορεί να επαληθευτεί αυτή η περίπτωση με την εξίσωση Poiseuille. Ωστόσο το προφίλ ταχύτητας εξόδου είναι πλήρως διαμορφωμένο (Εικ.2.24) και φαίνεται να ταυτίζεται με αυτό την προηγούμενης περίπτωσης (Εικ.2.22). Τέλος είναι αρκετά ενθαρρυντικό για την επαλήθευση του πλέγματος και των μοντέλων που επιλέχθηκαν (όπως αναλύθηκαν διεξοδικά στην ενότητα 2.5), ότι η μέση ταχύτητα εισόδου και εξόδου ταυτίζονται (Πιν.2.3).



Εικόνα 2.24: Διάγραμμα απεικόνισης προφίλ εισόδου και εξόδου



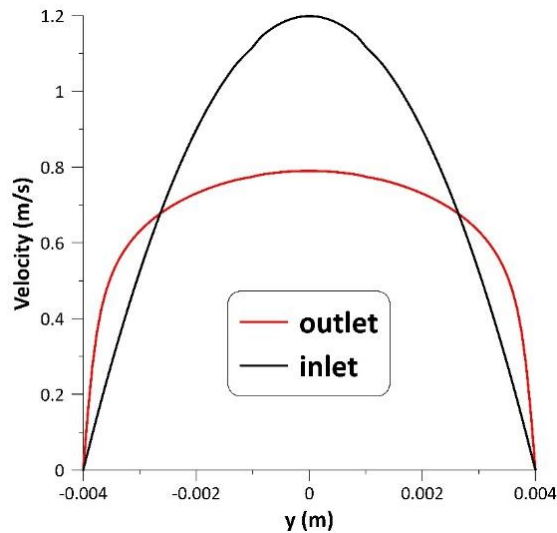
Εικόνα 2.25: Διάγραμμα κατανομής πίεσης κατά μήκος του αγωγού

Area-Weighted Average Velocity Magnitude	[m/s]
inlet	0.19966716
outlet	0.19952688

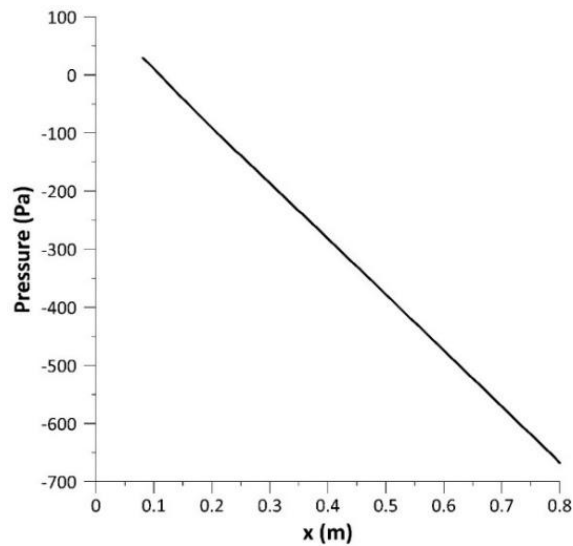
Πίνακας 2.3: Μέση ταχύτητα εισόδου και εξόδου

#### 2.4.9 Υπολογιστική Περίπτωση 8: Εξαεδρικό O-type πλέγμα με παραβολική είσοδο 30ml/s

Έχοντας πλέον επαληθευτεί το πλέγμα για στρωτή ροή, το επόμενο βήμα είναι η επαλήθευσή του για πλήρως τυρβώδη ροή. Έτσι επιλέγεται παραβολική παροχή εισόδου 30 ml/s και παραβολική ταχύτητα εισόδου που ισοδυναμεί για Reynolds εισόδου ίσου με 4775. Σ' αυτήν την περίπτωση δεν αναμένεται τα προφίλ ταχυτήτων να ταυτιστούν, αντιθέτως αναμένεται προφίλ ταχύτητας εξόδου πιο πλατύ και με σημαντικά μικρότερο, μέγιστο αλγεβρικό μέτρο ταχύτητας. Θα επιλεγεί το μοντέλο SST- omega που είναι ιδανικό για τυρβώδης ροές σε κλειστούς αγωγούς. Η πτώση πίεσης λόγω γραμμικών απωλειών είναι πλήρως γραμμική (Εικ.2.27), το προφίλ ταχύτητας εξόδου επίσης ικανοποιεί τα κριτήρια για την επαλήθευση του πλέγματος μας (Εικ.2.26) και τέλος όπως φαίνεται στο Πίνακα 2.4 η μέση ταχύτητα εισόδου και εξόδου σχεδόν ταυτίζονται. Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι το πλέγμα που επιλέχθηκε είναι επαληθευμένο και για πλήρως τυρβώδη ροή.



Εικόνα 2.26: Διάγραμμα απεικόνισης προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου



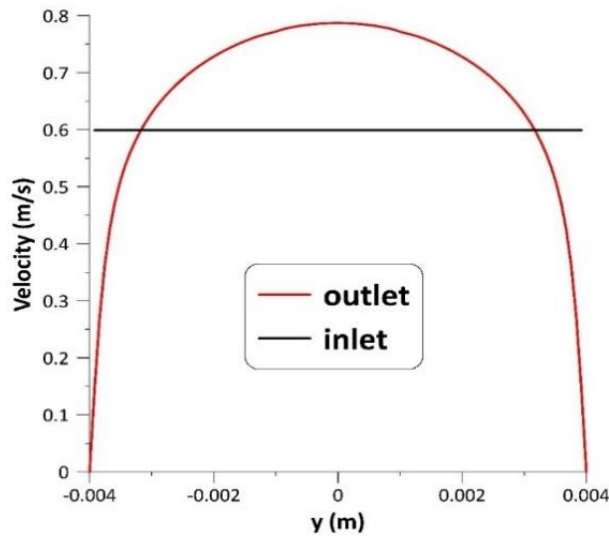
Εικόνα 2.27: Διάγραμμα κατανομής πίεσης κατά μήκος του αγωγού

Area-Weighted Average Velocity Magnitude	[m/s]
inlet	0.6007296
outlet	0.59999466

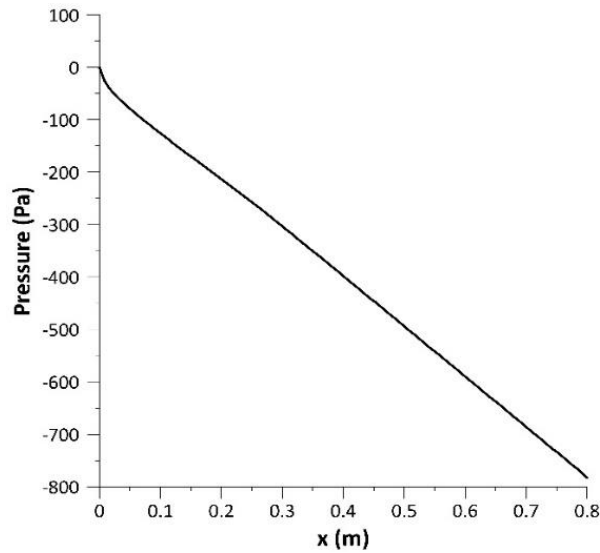
Πίνακας 2.4: Μέση ταχύτητα εισόδου και εξόδου

#### 2.4.10 Υπολογιστική Περίπτωση 9: Εξαεδρικό O-type πλέγμα με είσοδο 30ml/s

Τέλος, το πλέγμα θα εξεταστεί για την αξιοπιστία του σε παροχή με μη-παραβολική ταχύτητα εισόδου στα 30 ml/s, όπως στην προηγούμενη περίπτωση. Στην εικόνα 2.28 παρατηρείται ότι το προφίλ ταχύτητας εξόδου δείχνει να είναι ίδιο με αυτό της προηγούμενης περίπτωσης όπως φαίνεται στην εικόνα 2.26. Επίσης, αντίθετα με την περίπτωση 7 (Εικ.2.25) η πτώση πίεσης γίνεται γραμμική πολύ νωρίτερα (Εικ.2.29), κάτι που είναι αναμενόμενο καθώς σε κατάσταση τύρβης η ροή διαμορφώνεται πιο γρήγορα.



Εικόνα 2.28: Διάγραμμα απεικόνισης προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου



Εικόνα 2.29: Διάγραμμα κατανομής πίεσης κατά μήκος του αγωγού

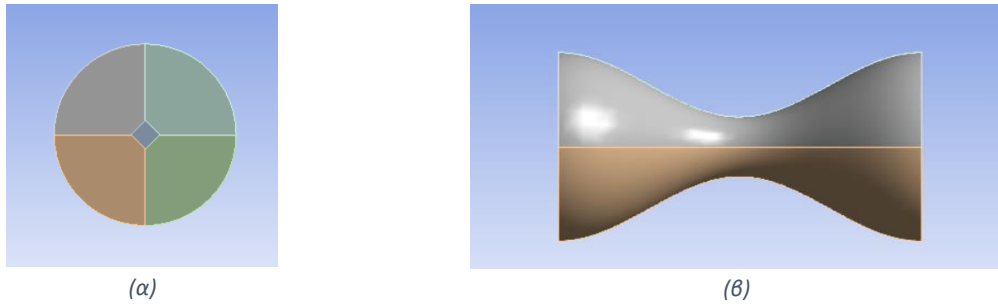
Area-Weighted Average Velocity Magnitude	[m/s]
inlet	0.59900147
outlet	0.59828635

Πίνακας 2.5: Μέση ταχύτητα εισόδου και εξόδου

## 2.5 Πλεγματοποίηση σε αγωγό με στένωση

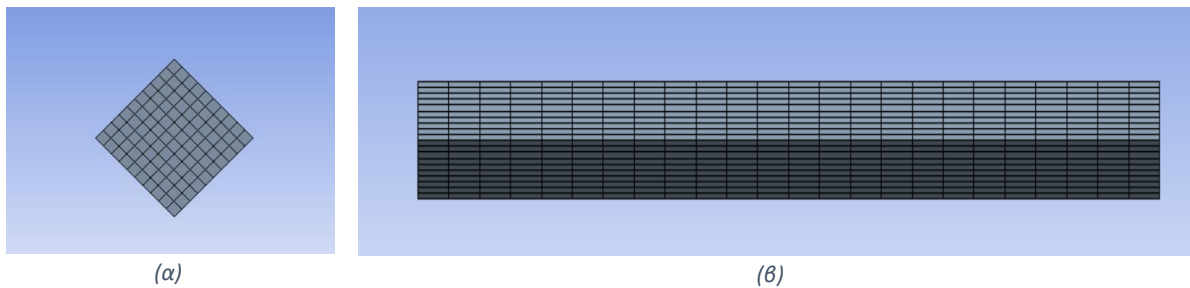
Σύμφωνα με τα αποτελέσματα από τις υπολογιστικές περιπτώσεις δοκιμών στην ενότητα 2.2, αναδεικνύεται ότι το πλέγμα τύπου "o-type" είναι το καλύτερο για τον ευθύγραμμο αγωγό. Σκοπός είναι να εισαχθεί μια στένωση στον ευθύγραμμο αγωγό, συνεπώς, θα δημιουργηθεί μόνο το τμήμα αγωγού με τη στένωση (Εικ.2.30(α), (β)) και κατόπιν θα ενσωματωθεί στον αγωγό.





Εικόνα 2.30: (α) Προοπτική απεικόνιση διαίρεσης τμημάτων στενωτικού, (β) Πλάγια απεικόνιση διαίρεσης τμημάτων στενωτικού

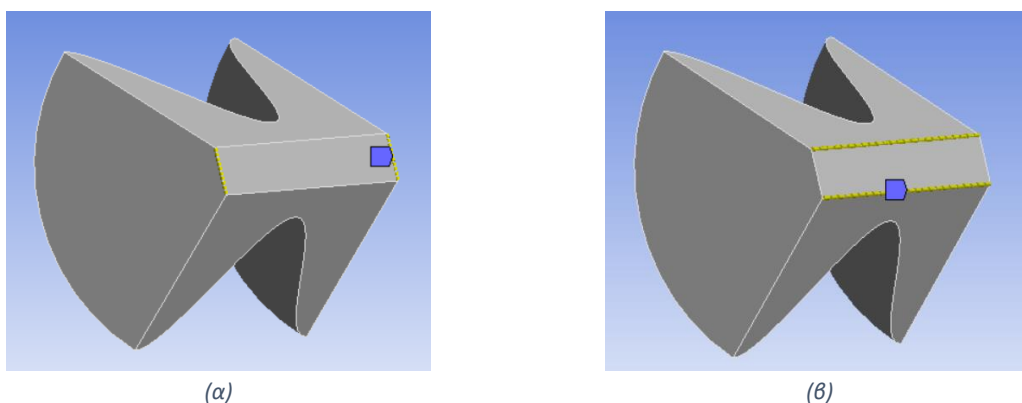
Σε αυτήν την περίπτωση, η δημιουργία του πλέγματος απαιτεί την ξεχωριστή διαχείριση κάθε χωρίου. Αρχικά, η δημιουργία του πλέγματος εστιάζεται στο εσωτερικό ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, όπως προαναφέρθηκε (Εικ.2.31).



Εικόνα 2.31: (α) Πρόοψη επιμέρους πλέγματος στενωτικού, (β) Πλάγια όψη επιμέρους πλέγματος στενωτικού

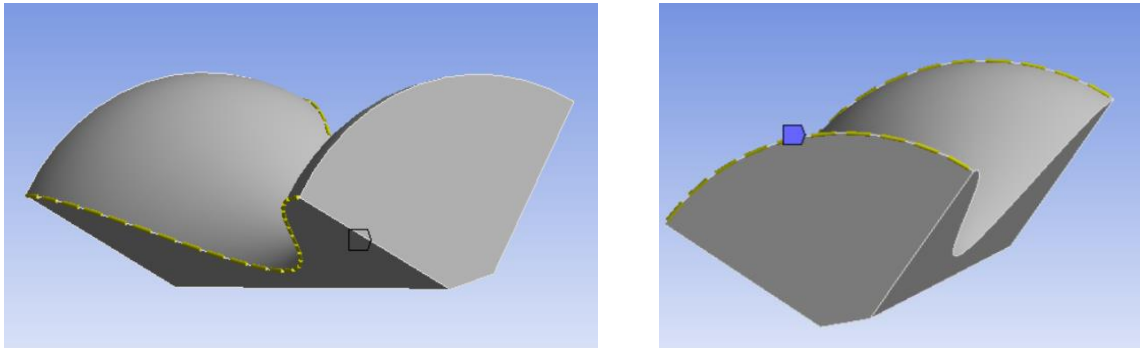
Στη συνέχεια αναπτύσσεται η διαμόρφωση του πλέγματος για κάθε ένα από τα υπόλοιπα υπολογιστικά χωρία της στένωσης αλλά επειδή είναι ακριβώς όμοια και αξονικά συμμετρικά θα αναλυθεί το ένα από τα τέσσερα (Εικ.2.32).

Αρχικά διαμορφώνονται οι εσωτερικές ακμές, όπως φαίνεται παρακάτω, και χωρίζονται σε δέκα ίσα τμήματα, όπως έγινε και για το εσωτερικό ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, προκειμένου να ταυτιστούν οι ακμές των δύο αυτών χωρίων. Αντίστοιχα, χωρίζονται κατά μήκος οι ακμές σε είκοσι-τέσσερα ίσα μέρη, όπως και στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, για να μπορούν να ταυτιστούν οι ακμές των δύο χωρίων. Τα τμήματα θα είναι είκοσι-τέσσερα ώστε να δημιουργηθούν ακμές με μήκος 0,5 mm, έτσι ώστε να είναι πιο πυκνές στο στενωτικό τμήμα του αγωγού από ό,τι στον υπόλοιπο αγωγό. Αυτό είναι σημαντικό για τις υπολογιστικές απαιτήσεις που υπάρχουν σε αυτή την περιοχή.



Εικόνα 2.32: (α) Πανοραμική απεικόνιση διαίρεσης εγκάρσιων ακμών των επιμέρους χωρίων του αγωγού με στένωση, (β) Πανοραμική απεικόνιση διαίρεσης κατά μήκος ακμών των επιμέρους χωρίων του αγωγού με στένωση

Για την διαμέριση των καμπυλωτών ακμών, θα ακολουθηθεί η ίδια μέθοδος με τις ευθείες ακμές. Αρχικά, διαιρούνται οι διασταύρωσες των καμπυλωτών ακμών σε δέκα ίσα μέρη, όπως με τις εγκάρσιες ακμές του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου, ώστε να ευθυγραμμίζονται οι ακμές (Εικ.2.33(α)) Στη συνέχεια, διαιρούνται οι καμπυλωτές ακμές κατά μήκος σε είκοσι-τέσσερα ίσα μέρη (Εικ.2.33(β)), προκειμένου να ταυτιστούν οι ακμές. Αυτή η διαδικασία δημιουργεί ακμές μήκους 0,5 mm, επιτυγχάνοντας μεγαλύτερη πυκνότητα πλέγματος στη στενωμένη περιοχή του αγωγού, όπου υπάρχει απαίτηση καλύτερης υπολογιστικής ακρίβειας.

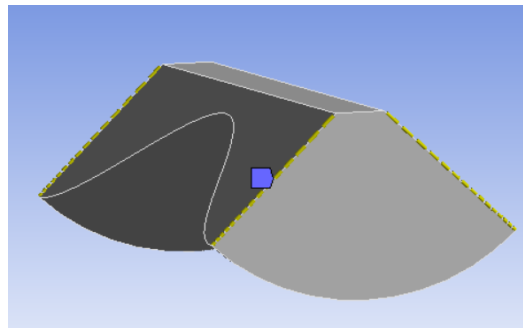


(α)

(β)

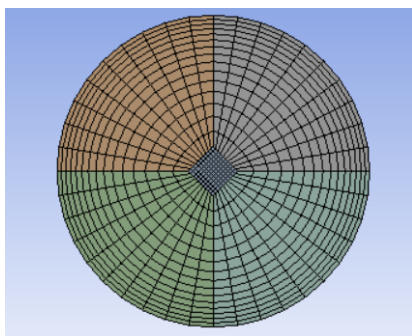
Εικόνα 2.33: (α) Πανοραμική απεικόνιση της διαίρεσης των καμπυλωτών κατά μήκος ακμών, (β) Πανοραμική απεικόνιση της διαίρεσης των καμπυλωτών εγκάρσιων ακμών

Τέλος, οι ακτινικές ακμές χωρίζονται σε δεκαπέντε ίσα τμήματα με ένα συντελεστή (bias factor) 4. Αυτή η προσέγγιση θα επιτρέψει τη δημιουργία πυκνότερων «ρελιών» στα τοιχώματα του αγωγού (Εικ.2.34).

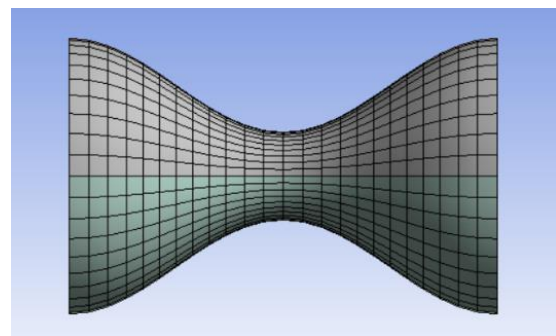


Εικόνα 2.34: Πανοραμική απεικόνιση της διαίρεσης των ακτινικών ακμών

Παρακάτω στην εικόνα 2.35 φαίνεται το πλέγμα του στενωμένου αγωγού σε δύο όψεις και δύο τομές

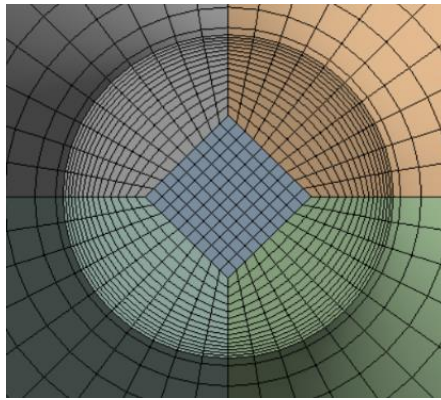


(α)

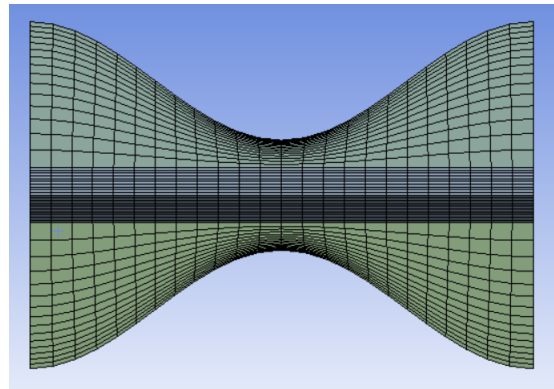


(β)

συνεχίζεται→



(γ)



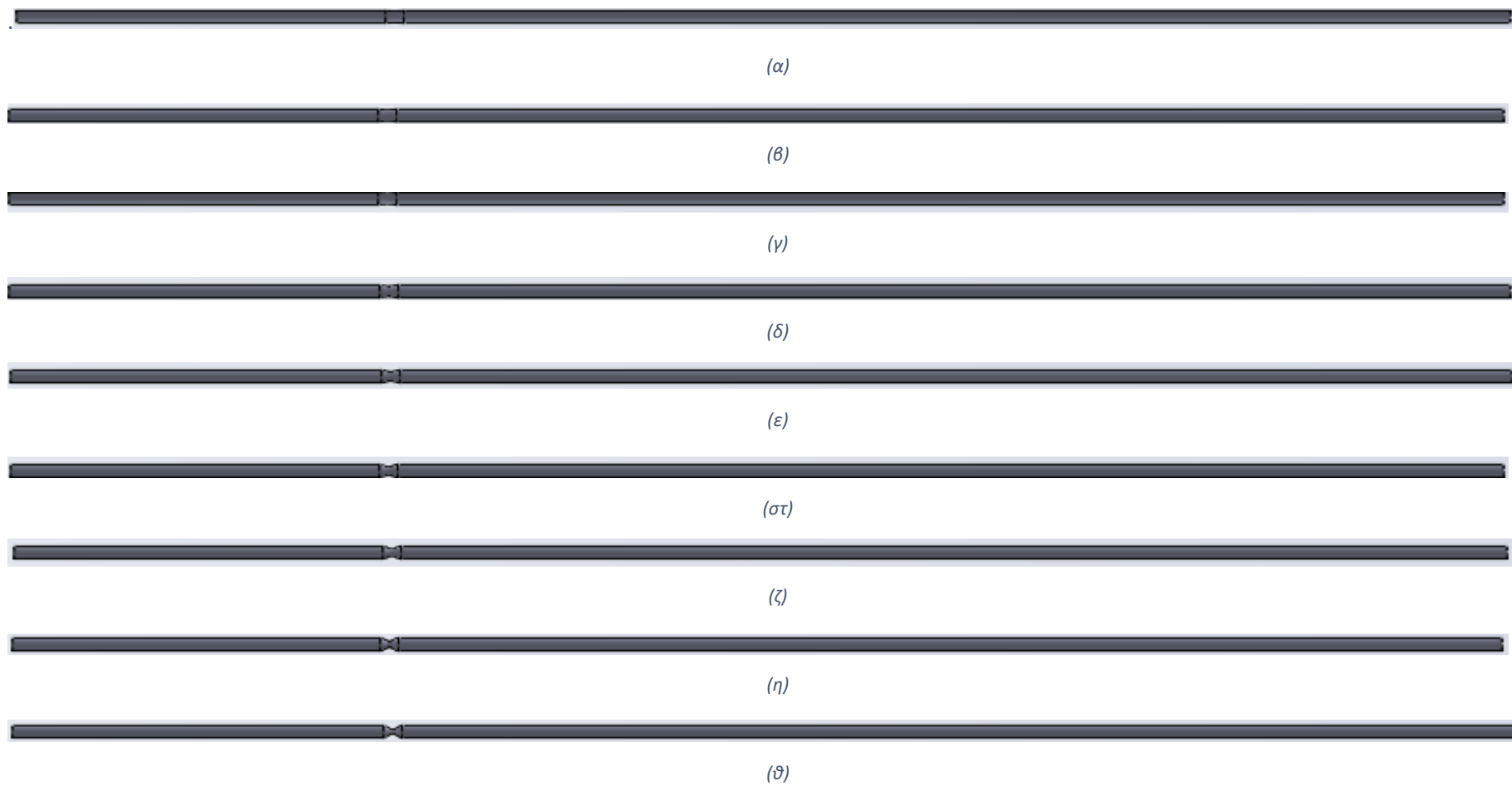
(δ)

Εικόνα 2.35: (α)Πρόοψη πλέγματος στενωτικού, (β)Πλάγια όψη στενωτικού, (γ)Τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ)Πλάγια τομή στενωτικού

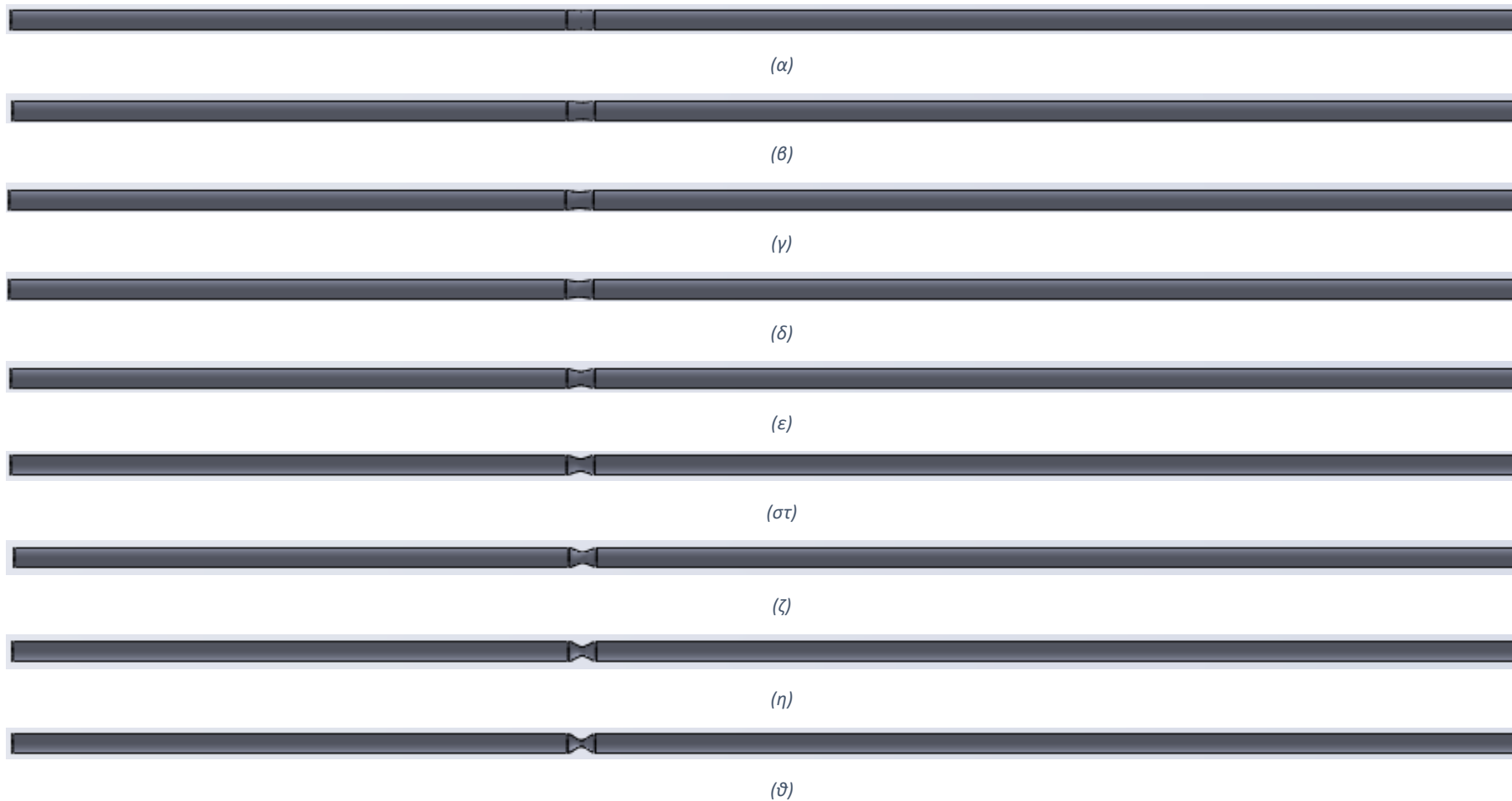
Ακολουθεί η συναρμολόγηση των ανάντι και κατάντι αγωγών του στενωμένου αγωγού. Χρησιμοποιείται μια είσοδος με ομοιόμορφο προφίλ ταχύτητας, με ένα μεγάλο μήκος αγωγός μήκος αγωγού εισόδου. Το μήκος του ανάντι τμήματος του αγωγού είναι ίσο με 30 φορές τη διάμετρο του αγωγού προκειμένου να προλάβει να διαμορφωθεί η κλίση της πίεσης, η οποία πρέπει να είναι ίση με την κλίση της πίεσης κατάντι προς στην έξοδο. Αντίθετα, ο αγωγός της εξόδου είναι αρκετά μεγαλύτερου μήκους, ανάλογα με το αν υπάρχει στρωτή ή τυρβώδη ροή, προκειμένου να επιτραπεί η πλήρης διαμόρφωση της ροής. Συνεπώς, για στρωτή ροή χρησιμοποιείται ένας αγωγός εξόδου μήκους ίσο με 90 φορές τη διάμετρο του αγωγού, ενώ για τυρβώδη ροή χρησιμοποιείται ένας αγωγός εξόδου μήκους ίσο με 50 φορές τη διάμετρο του αγωγού.

Στο πλαίσιο της υπολογιστικής διαδικασίας, χρησιμοποιούνται τρεις διαφορετικές παροχές εισόδου σε αγωγούς με στενώσεις 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80% και 90% της διατομής.

Αρχικά σχεδιάζονται τα χωρία, στο 3D σχεδιαστικό πρόγραμμα "solidworks". Δημιουργούνται 18 σχέδια, 9 με 30 διαμέτρους ανάντι της στένωσης και 90 διαμέτρους κατάντι αυτής για τη στρωτή ροή και 9 με 30 διαμέτρους ανάντι της στένωσης και 50 διαμέτρους κατάντι αυτής για την τυρβώδη ροή, όπως απεικονίζονται στην εικόνα 2.36 και στην εικόνα 2.37.

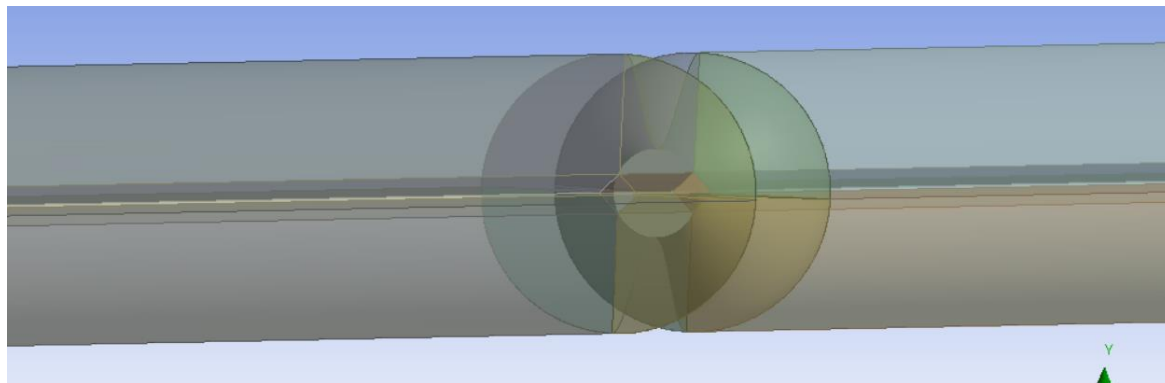


Εικόνα 2.36: Τρισδιάστατα σχέδια των αγωγών για την στρωτή ροή με 30 διαμέτρους ανάντι και 90 κατάντι της στένωσης σε λογισμικό "SOLIDWORKS" για (α) 10%,(β) 20%,(γ) 30%,(δ) 40%,(ε) 50%, (στ) 60%,(ζ) 70%,(η) 80% και (θ) 90% στένωση



Εικόνα 2.37: Τρισδιάστατα σχέδια των αγωγών για την τυρβώδη ροή με 30 διαμέτρους ανάντι και 50 διαμέτρους κατόντι της στένωσης σε λογισμικό "SOLIDWORKS" για (α) 10%,(β) 20%,(γ) 30%,(δ) 40%,(ε) 50%,(στ) 60%,(ζ) 70%,(η) 80% και (θ) 90% στένωση

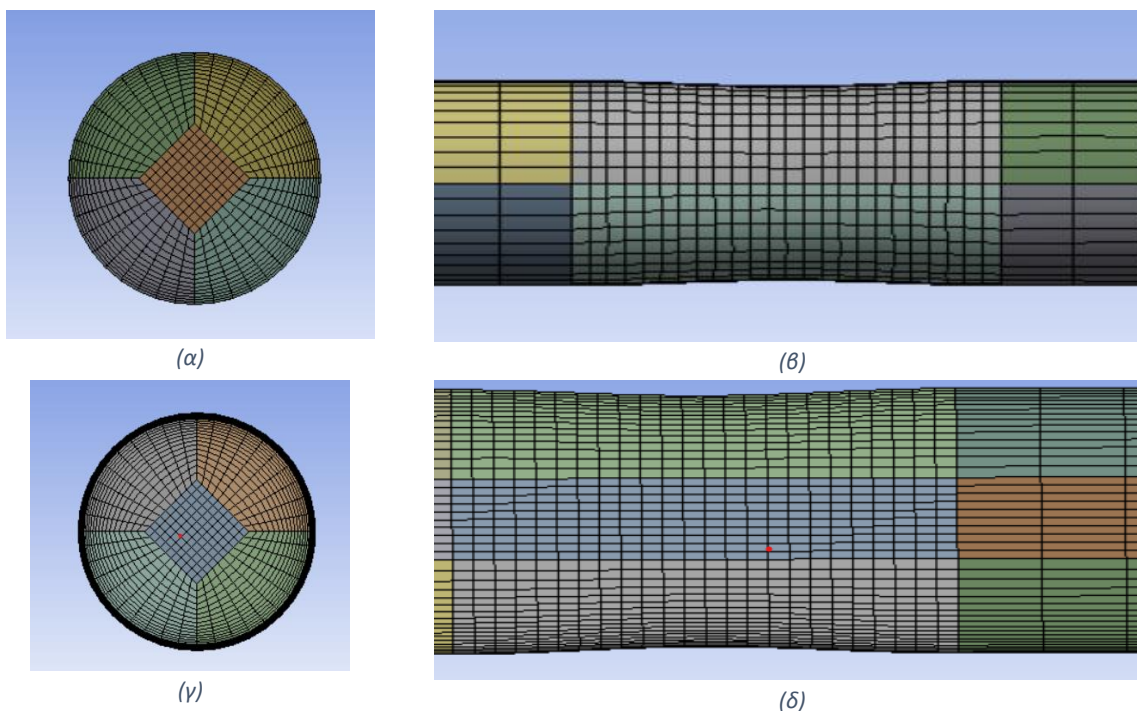
Για να δημιουργηθούν τα πλέγματα με αυτά τα σχέδια πρέπει, όπως αναλύθηκε προηγουμένως για το στενωμένο τμήμα του αγωγού και τα ανάντι και κατάντι ευθύγραμμα τμήματα, να γίνει χωρισμός σε 5 διαφορετικά χωρία. Άρα, στην περίπτωση που συνδέονται όλα μαζί πρέπει το συνολικό σχέδιο να χωριστεί σε επιμέρους δομές. Όλα τα τμήματα του εκάστοτε αγωγού, ανάντι κατάντι και ο στενωμένος αγωγός χωρίζονται σε 5 δομές, δηλαδή συνολικά 15, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.38 για 90% στένωση.



Εικόνα 2.38: Απεικόνιση διαχωρισμένων χωρίων για 90% στένωση

Στις εικόνες 2.39 μέχρι και 2.47 απεικονίζονται τα 9 πλέγματα που έχουν δημιουργηθεί για κάθε ποσοστό στένωσης.

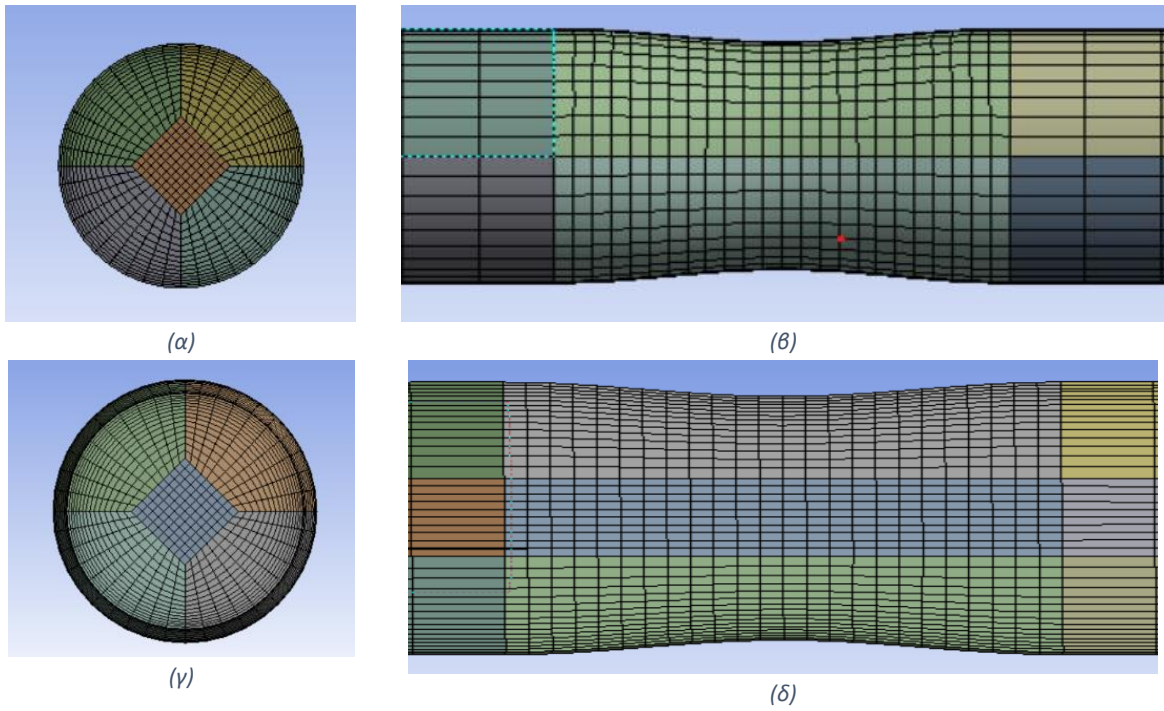
$$A_b = 10\%$$



Εικόνα 2.39: Απεικόνιση αγωγού για 10% στένωση σε (α) πρόοψη, (β) πλάγια όψη, (γ) τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ) πλάγια τομή

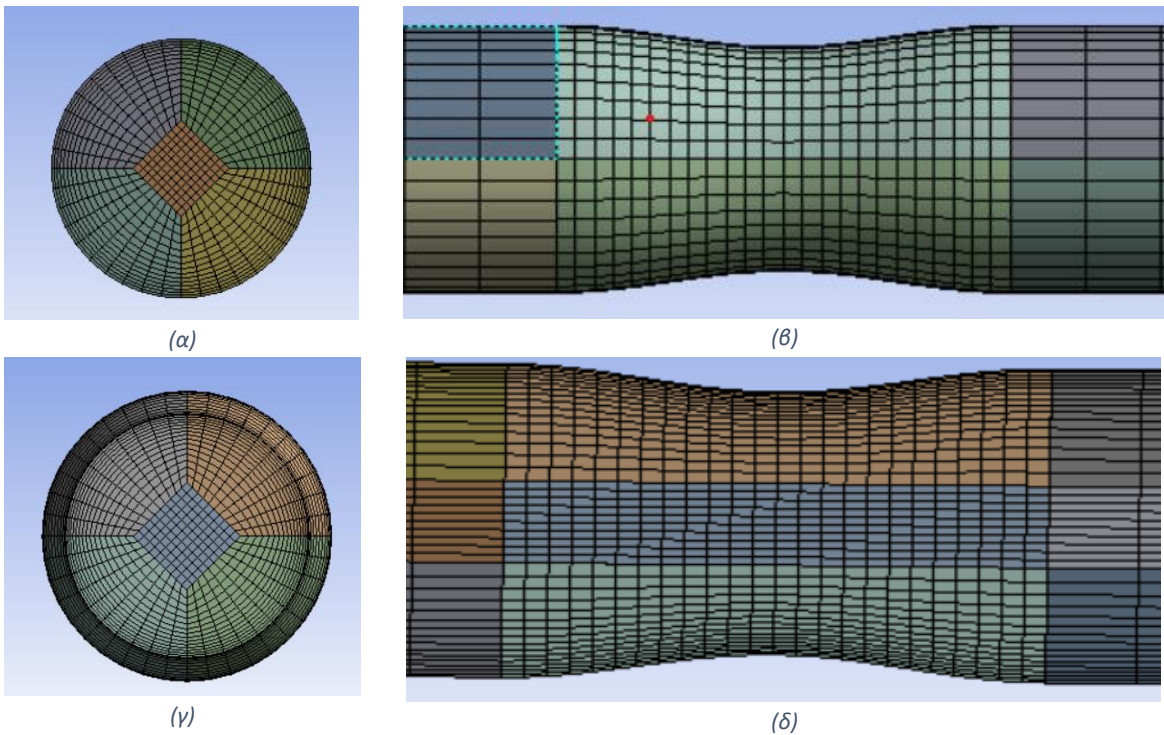


$A_b = 20\%$



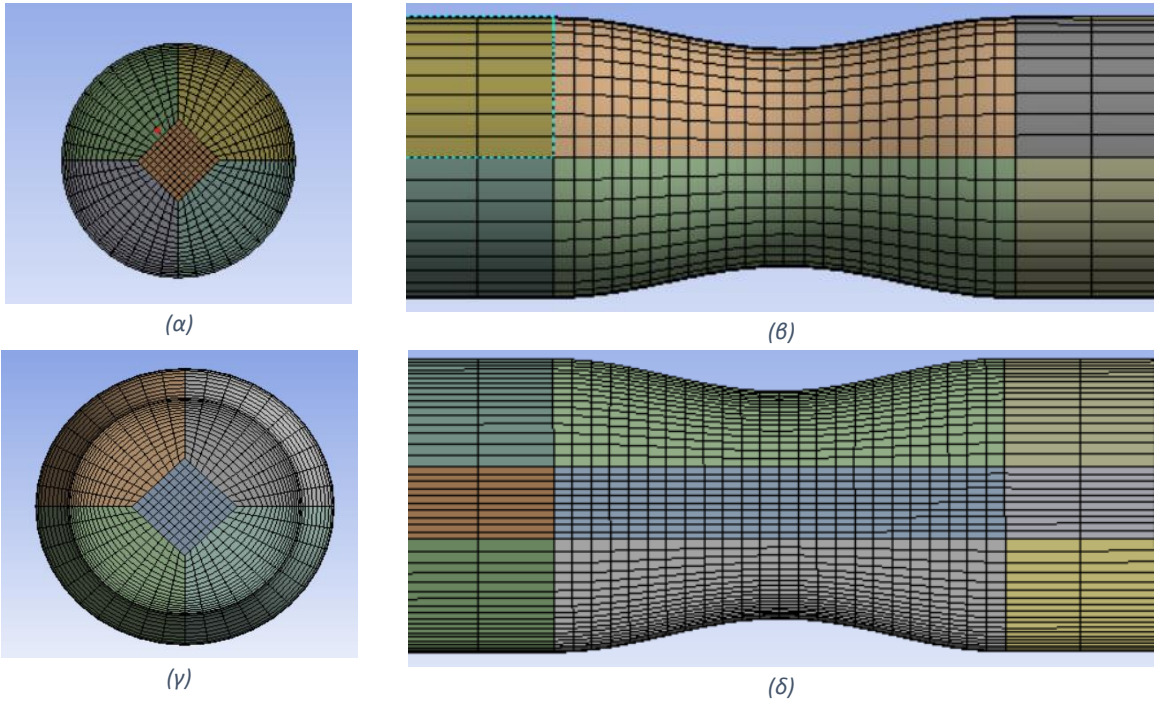
Εικόνα 2.40: Απεικόνιση αγωγού για 20% στένωση σε (α) πρόοψη, (β) πλάγια όψη, (γ) τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ) πλάγια τομή

$A_b = 30\%$



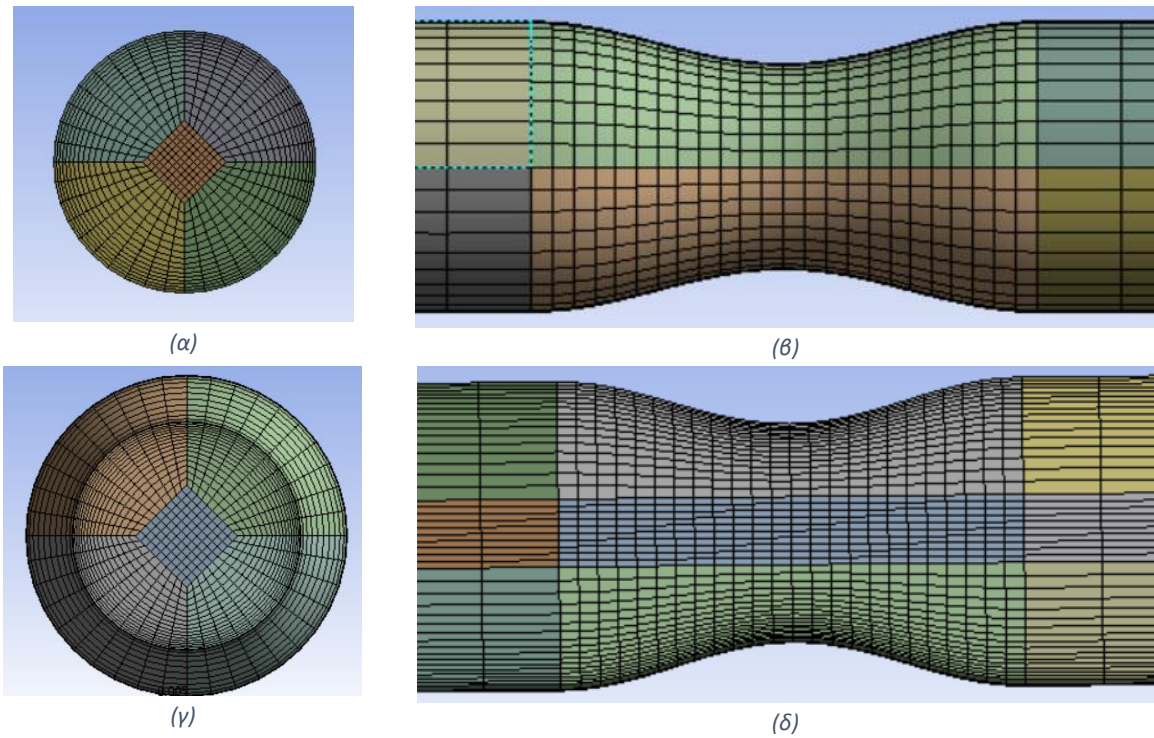
Εικόνα 2.41: Απεικόνιση αγωγού για 30% στένωση σε (α) πρόοψη, (β) πλάγια όψη, (γ) τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ) πλάγια τομή

$A_b = 40\%$



Εικόνα 2.42: Απεικόνιση αγωγού για 40% στένωση σε (α) πρόοψη, (β) πλάγια όψη, (γ) τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ) πλάγια τομή

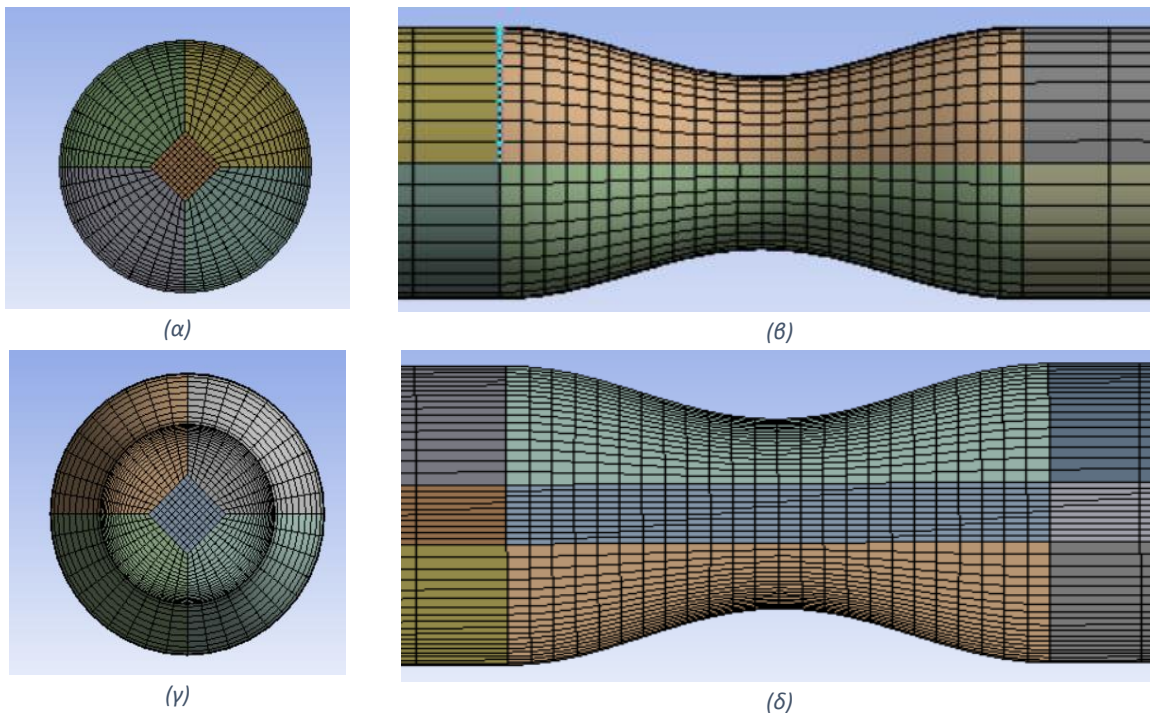
$A_b = 50\%$



Εικόνα 2.43: Απεικόνιση αγωγού για 50% στένωση σε (α) πρόοψη, (β) πλάγια όψη, (γ) τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ) πλάγια τομή

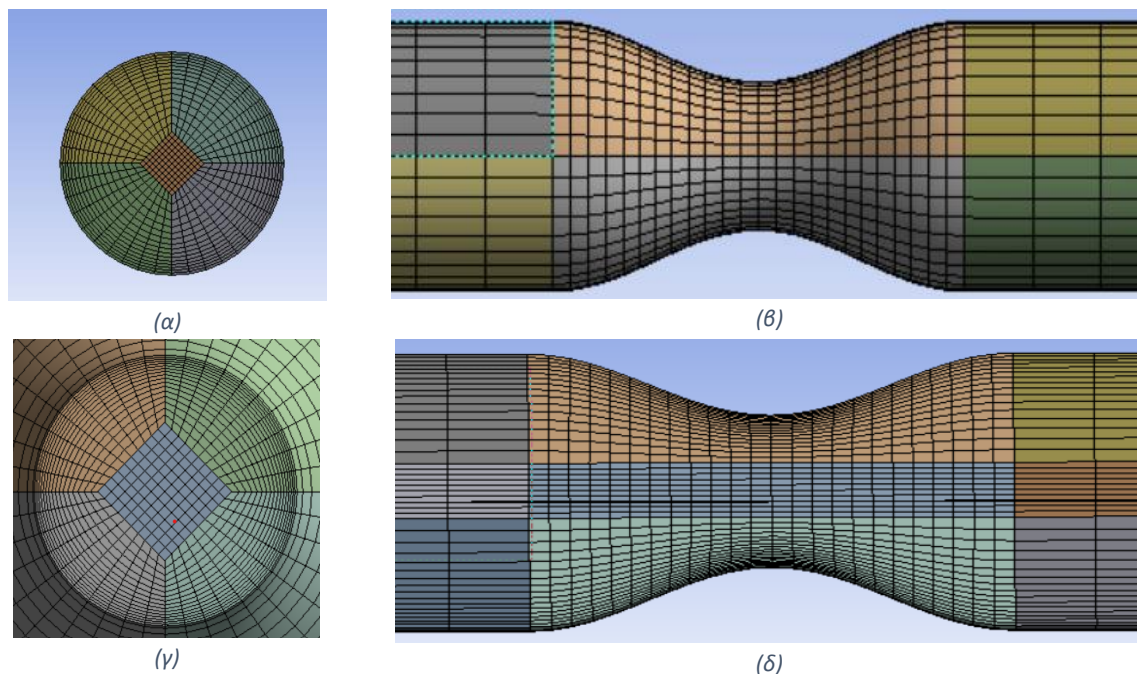


$A_b = 60\%$



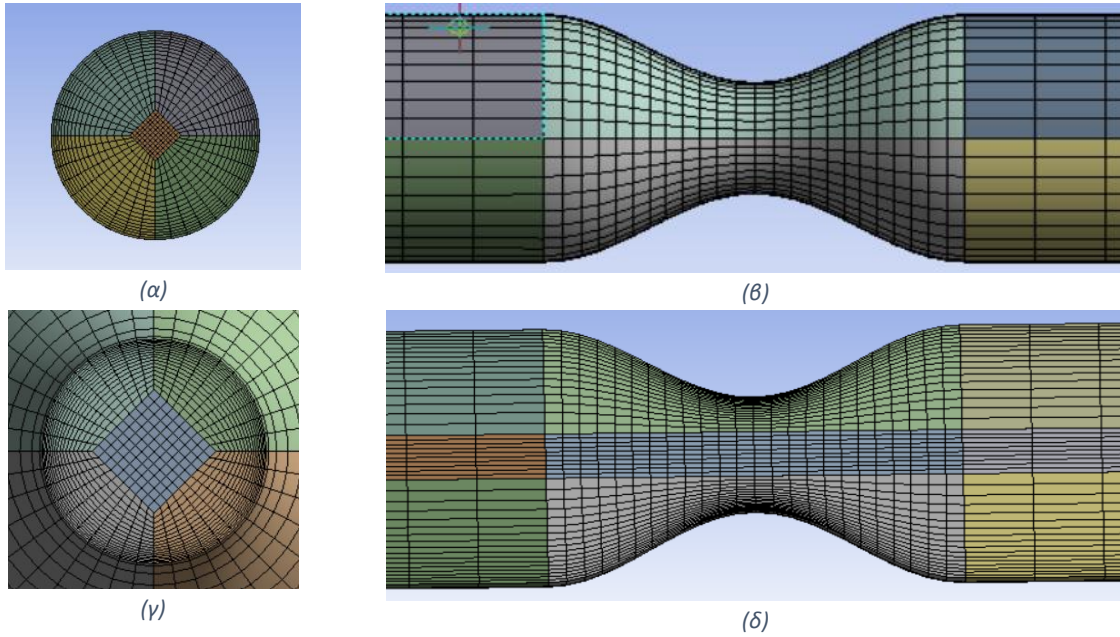
Εικόνα 2.44: Απεικόνιση αγωγού για 60% στένωση σε (α) πρόοψη, (β) πλάγια όψη, (γ) τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ) πλάγια τομή

$A_b = 70\%$



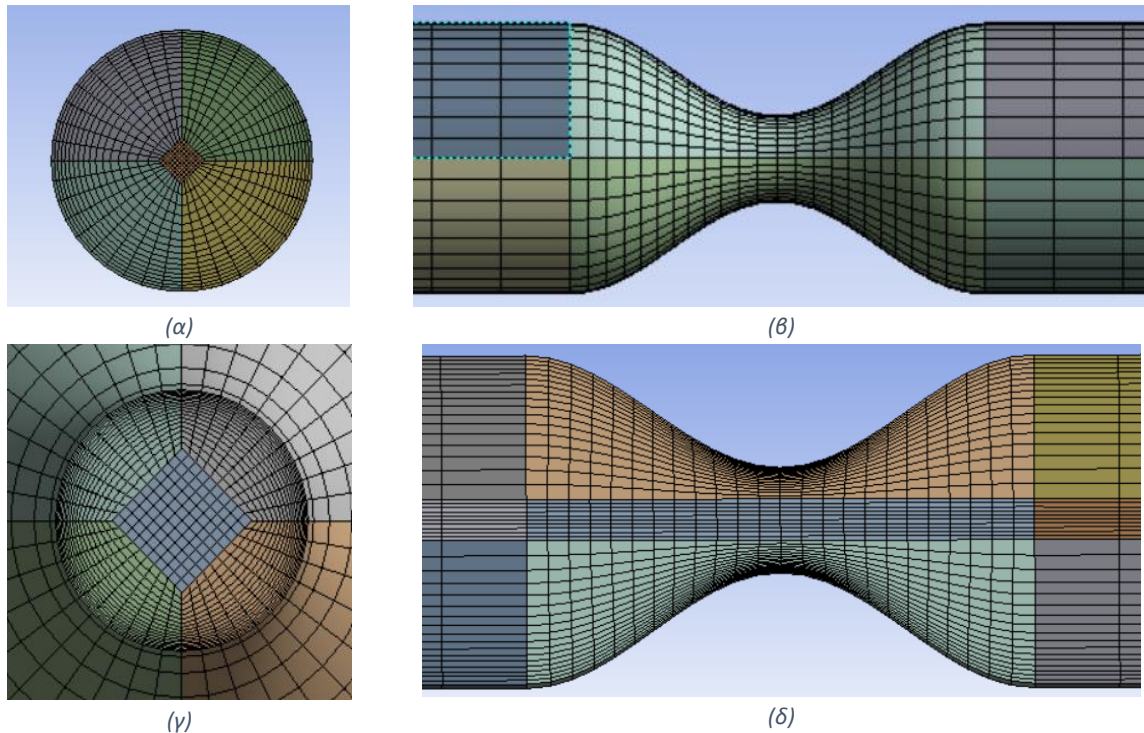
Εικόνα 2.45: Απεικόνιση αγωγού για 70% στένωση σε (α) πρόοψη, (β) πλάγια όψη, (γ) τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ) πλάγια τομή

$$A_b = 80\%$$



Εικόνα 2.46: Απεικόνιση αγωγού για 80% στένωση σε (α) πρόοψη, (β) πλάγια όψη, (γ) τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ) πλάγια τομή

$$A_b = 90\%$$



Εικόνα 2.47: Απεικόνιση αγωγού για 90% στένωση σε (α) πρόοψη, (β) πλάγια όψη, (γ) τομή στο κέντρο της στένωσης, (δ) πλάγια τομή

Παρακάτω, στον πίνακα 2.6, απεικονίζονται οι αριθμοί των κελιών και των κόμβων των πλεγμάτων που δημιουργήθηκαν για κάθε στένωση και μήκος στενωμένου αγωγού.

$A_b$	Γεωμετρία 30D-90D		Γεωμετρία 30D-50D	
	Κελιά	Κόμβοι	Κελιά	Κόμβοι
0%	280000	289121	210000	217021
10%	352800	368147	240800	252787
20%	352800	368147	240800	252787
30%	352800	368147	240800	252787
40%	352800	368147	240800	252787
50%	352800	368147	240800	252787
60%	352800	368147	240800	252787
70%	352800	368147	240800	252787
80%	393120	408907	254560	266767
90%	393120	408907	254560	266767

Πίνακας 2.6: Αριθμός κελιών και κόμβων των πλεγμάτων από 0 έως 90% στένωση για τα διαφορετικά μήκη του στενωμένου αγωγού

Ο πρώτος κόμβος από την εσωτερική επιφάνεια του αγωγού είναι, στην αστένωτη περιοχή 0.059592771 mm, ενώ στο σημείο της μέγιστης στένωσης (90%) 0.019149774 mm.

## 2.6 Setup "ANSYS"

Μετά την πλεγματοποίηση του χώρου, είναι αναγκαίο να γίνει το στήσιμο του προβλήματος στο "Ansys Fluent". Αρχικά, θα αναλυθεί το πρόβλημα. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα, θα εκτελεστούν τρεις διαφορετικές παροχές σε μόνιμη ροή: 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s, για στενώσεις της διατομής του αγωγού στο 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80% και 90%. Ανάλογα με τον αριθμό Reynolds, ορισμένα προβλήματα κατατάσσονται ως στρωτή ροή, άλλα ως μεταβατική ροή, ενώ άλλα αποτελούν πλήρως τυρβώδη ροή. Συνεπώς, σε κάποια προβλήματα θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο "Laminar", σε κάποια το "Transition k-kl-w" και σε κάποια το "SST-ω".

Αρχικά για παροχή 30ml/s ο αριθμός Reynolds θα ναι 4775, άρα η ροή θα 'ναι πλήρως τυρβώδης, οπότε θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο SST-omega για τυρβώδη ροή. Ωστόσο για 20 ml/s άρα για Reynolds εισόδου 3189 το μοντέλο πρέπει να προσομοιώνει μεταβατική ροή και ανάλογα το βαθμό της στένωσης και πλήρως τυρβώδη ροή. Γι' αυτό το λόγο για 20ml/s η προσομοίωση θα λυθεί με το μοντέλο για πλήρως τυρβώδη ροή (SST-omega), αλλά και με το μοντέλο για μεταβατική ροή (k-kl-omega). Τέλος για παροχή 10 ml/s, ο Reynolds εισόδου γίνεται 1592, που βρίσκεται στην στρωτή περιοχή. Όμως για 50% στένωση η ταχύτητα στην στένωση περνάει τους 2000 Reynolds. Γι' αυτό από 50% και μετά η προσομοίωση θα λάβει χώρα και για μεταβατική ροή αλλά και για στρωτή ροή.

Έπειτα από τους υπολογισμούς των αριθμών Reynolds που θα γίνουν, θα γίνει και σαφής αναφορά στα μοντέλα που θα χρησιμοποιηθούν (δηλαδή, Laminar, k-kl-w, SST-ω).

Ισχύει  $Re = \frac{ud}{\nu}$  και  $u = \frac{Q}{A}$ , όπου A: το εμβαδόν της διατομής του αγωγού ( $m^2$ ), Q: η παροχή που περνάει από την διατομή A ( $m^3/s$ ), u: η μέση ταχύτητα του ρευστού που περνάει από τη διατομή A ( $m/s$ ), d: η διάμετρος της διατομής A (m),  $\nu$ : το κινηματικό ιξώδες του ρευστού ( $m^2/s$ ), Re: αριθμός

Reynolds και  $Re_0$ : αριθμός Reynolds στην είσοδο του αγωγού και  $Re_s$ : ο αριθμός Reynolds στη στένωση. Με την χρήση των παραπάνω εξισώσεων ο  $Re_s$  καταλήγει,

$$Re_0 = \frac{Qd_o}{Av} \rightarrow Re_0 = \frac{Qd_o}{\frac{\pi d^2}{4}v} \rightarrow Re_0 = \frac{4Q}{\pi d_o v} \quad (2.81)$$

, όπως έχει αποδειχθεί σε προηγούμενη ενότητα  $d_s = \sqrt{nd_o}$ . Για τον Reynolds στη στένωση:

$$Re_s = \frac{4Q}{\pi d_s v} \rightarrow Re_s = \frac{4Q}{\pi \sqrt{nd_o} v} \quad (2.82)$$

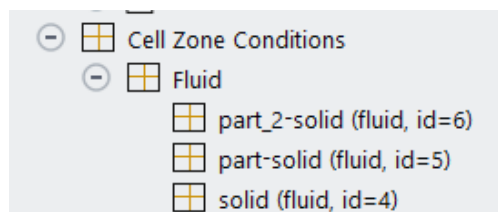
Έτσι, για την περίπτωση της παροχής εισόδου 10 ml/s και στένωσης 50%, ισχύει  $n=0.5$  και αφού η μελέτη αναφέρεται σε νερό για εργαζόμενο μέσο το  $v=10^{-6} \text{ m}^2/s$ . Άρα η εξίσωση 2.82 δίνει,

$$Re_s = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{\pi \cdot \sqrt{0.5} \cdot 0.008 \cdot 10^{-6}} = 2250.79 = 2251$$

Στο περιβάλλον του "ANSYS Fluent" ο χρήστης καλείται αρχικά να διαλέξει μοντέλο όπως ορίστηκε παραπάνω στην ενότητα. Έπειτα πρέπει να οριστεί εργαζόμενο μέσο. Για τη παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε νερό όπως αναγράφεται παρακάτω από το λογισμικό "ANSYS Fluent" (Εικόνα 2.48).

Εικόνα 2.48: Επιλογή εργαζόμενο μέσου σε περιβάλλον "ANSYS"

Στη συνέχεια, πρέπει να εφαρμοστεί το εργαζόμενο μέσο που επιλέχθηκε στα επιμέρους τμήματα του αγωγού (Εικ.2.49).

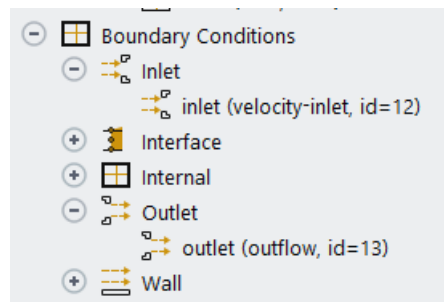


Εικόνα 2.49: Τα επιμέρους τμήματα του αγωγού

όπου "solid" είναι το ανάντι μέρος του στενωμένου αγωγού "part-solid" είναι ο στενωμένος αγωγός και "part\_2-solid" είναι το κατάντι μέρος του στενωμένου αγωγού.

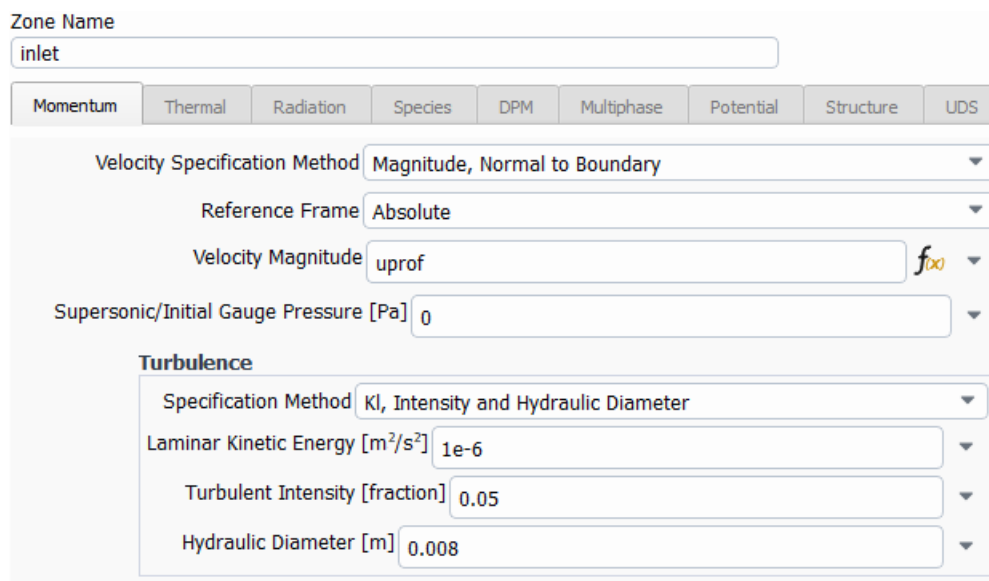


Στη συνέχεια, πρέπει να οριστούν οριακές συνθήκες (Εικόνα 2.50). Αυτά που ορίζονται είναι η είσοδος, η έξοδος και η συνθήκες στα τοιχώματα. Όσο αφορά τη “laminar” περίπτωση και τη μεταβατική ροή δεν είναι εφικτή η επέμβαση στις συνθήκες στα τοιχώματα, καθώς δεν έχει σημασία στο αποτέλεσμα, αντιθέτως για την περίπτωση της τυρβώδης ροής πρέπει να οριστεί όπως θα φανεί παρακάτω στην εικόνα 2.52.



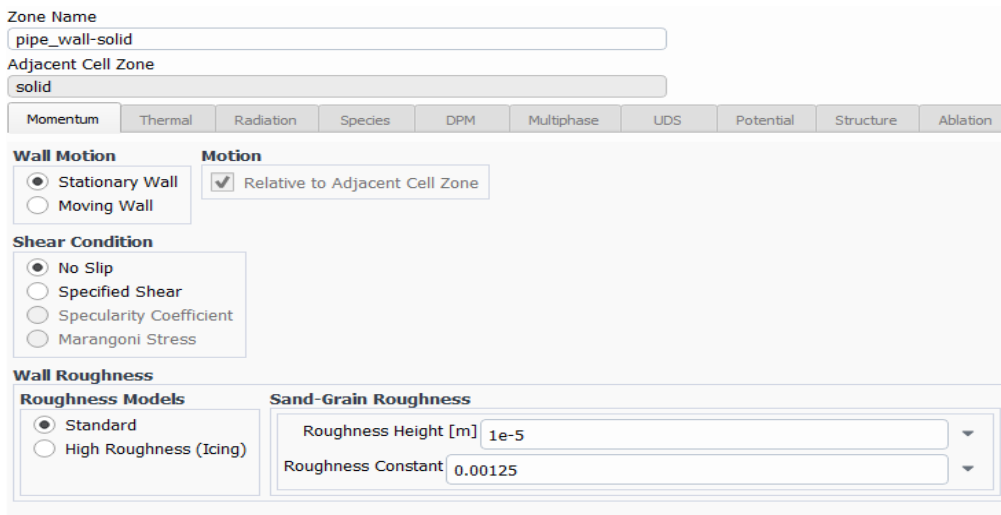
Εικόνα 2.50: Οριακές συνθήκες σε περιβάλλον “ANSYS”

Στην είσοδο, για 10 ml/s έχει οριστεί ένα παραβολικό προφίλ όπως έχει αναλυθεί σε προηγούμενη, ενώ για 20 και 30 ml/s δεν χρειάζεται να οριστεί παραβολικό καθώς για μεταβατικά και τυρβώδη φαινόμενα η ροή διαμορφώνεται για  $L_h = 1.395 \cdot D \cdot (Re_D)^{1/4}$  (Cengel and Cimbala, 2018). Άρα, για 30 ml/s,  $L_h = 11.3D$ . Η έξοδος έχει οριστεί ως “outflow condition” κάτι που αναγκάζει το λογισμικό στην αρχή διατήρησης της μάζας.



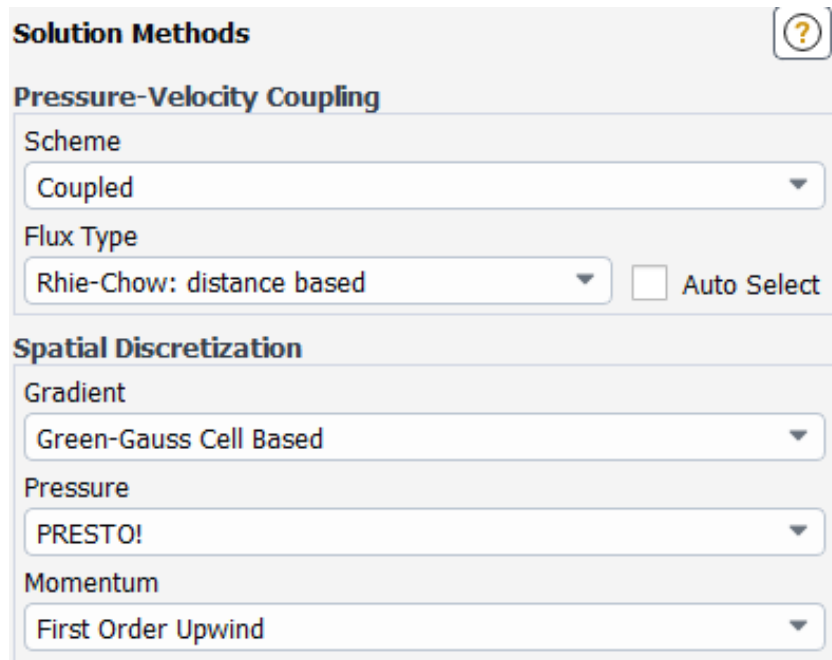
Εικόνα 2.51: Επεξεργασία οριακών συνθηκών εισόδου σε περιβάλλον “ANSYS”

Η δυνατότητα διαχείρισης της τύρβης εισόδου όπως φαίνεται παραπάνω (Εικόνα 2.51) δίνεται μόνο στα “k-kl-omega” και “SST omega” μοντέλα και όχι στη στρωτή ροή. Η μέθοδος προδιαγραφής που επιλέχθηκε ήταν βάσει επιπέδου τύρβης και υδραυλικής διαμέτρου. Επιλέχθηκε επίπεδο τύρβης 5% που είναι η προεπιλογή του λογισμικού, καθώς ο οδηγός χρήσης του “ANSYS” τον προτείνει. Ωστόσο, χρησιμοποιήθηκαν και άλλα επίπεδα τύρβης από 3% έως 7% χωρίς να επηρεάζονται τα αποτελέσματα μιας και αυτή η τιμή χρησιμοποιείται μόνο για αρχικοποίηση χωρίς να επηρεάζει τα τελικά αποτελέσματα μετά τη σύγκλιση. Για τις οριακές συνθήκες στα τοιχώματα αναλύεται μόνο για την τυρβώδη ροή, που για αυτή την εργασία είναι η μέθοδος “SST-omega”.



Εικόνα 2.52: Επεξεργασία οριακών συνθηκών στα τοιχώματα σε περιβάλλον "ANSYS"

Όπως φαίνεται στην εικόνα 2.52, το τοίχωμα είναι σταθερό. Για την κατάσταση της διάτμησης ορίζεται το ρευστό να μην ολισθαίνει και το ύψος τραχύτητας ορίζεται  $10^{-5}$  m. Αυτό γιατί επιλέχθηκε υλικό τοιχώματος καουτσούκ με λεία σωλήνωση. Από το βιβλίο "Rules of Thumb for Chemical Engineers sixth edition" (Hall, 2018) το ύψος τραχύτητας για καουτσούκ με λεία σωλήνωση είναι 10μm. Επιπροσθέτως, όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια επιλέχθηκε η μέθοδος "Coupled" που παρέχει μεγαλύτερη ακρίβεια. Για χωρική διακριτοποίηση επιλέχθηκε η μέθοδος "Green-Gauss Cell based method", για την πίεση η μέθοδος "PRESTO" και για την ορμή το σχήμα "First-order upwind" (Εικ.2.53).



Εικόνα 2.53: Επεξεργασία μεθόδων και διακριτοποίησης σε περιβάλλον "ANSYS"

Τέλος η αρχικοποίηση επιλέχθηκε να γίνει βάσει της εισόδου όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.54).

**Solution Initialization**

**Initialization Methods**

Hybrid Initialization  
 Standard Initialization

Compute from  
inlet

**Reference Frame**

Relative to Cell Zone  
 Absolute

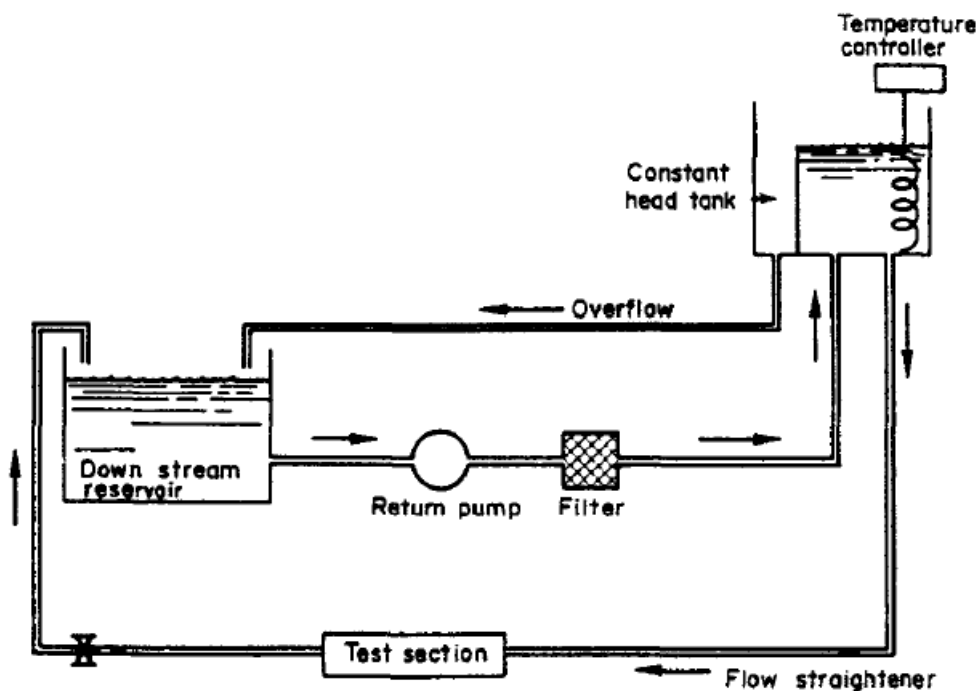
**Initial Values**

Gauge Pressure [Pa]	0
X Velocity [m/s]	0.2002699
Y Velocity [m/s]	0
Z Velocity [m/s]	0
Turbulent Kinetic Energy [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	0.0001999622
Specific Dissipation Rate [s <sup>-1</sup> ]	39.98465

Εικόνα 2.54: Επεξεργασία αρχικοποίησης σε περιβάλλον "ANSYS"

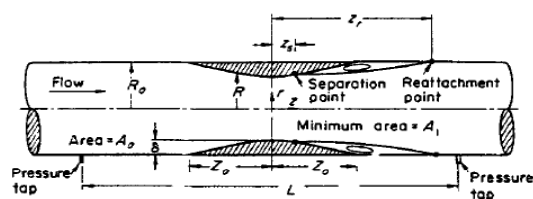
### 3. Σύγκριση μοντέλου με το μοντέλο YOUNG & TSAI για περιοχή αποκόλλησης-επανακόλλησης

Οι Young και Tsai (*"Flow Characteristics in Models of Arterial Stenosis-I. Steady flow"*) πραγματοποίησαν μια έρευνα πάνω σε αξονοσυμμετρικές και μη-συμμετρικές στενώσεις προκειμένου να μελετηθούν υδροδυναμικά μεγέθη όπως οι πτώσεις πίεσης, οι διατμητικές τάσεις, τα σημεία αποκόλλησης-επανακόλλησης κ.λπ. Η διάταξη του πειράματος φαίνεται στην εικόνα 3.1.

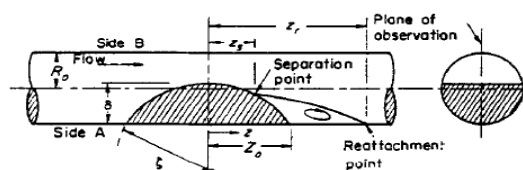


Εικόνα 3.1: Απεικόνιση διάταξης πειράματος Young & Tsai

Το πείραμα έλαβε μέρος σε έξι διαφορετικά μοντέλα. Τρία για αξονοσυμμετρική στένωση και τρία για μη συμμετρική στένωση. Παρακάτω παρατίθενται οι δυο διαφορετικές γεωμετρίες για τη στένωση (Εικόνα 3.2(α)), καθώς και ο πίνακας με τις ιδιότητες του κάθε από τα έξι μοντέλα (Εικόνα 3.3(β)).



(a) Axisymmetric



(a)

συνεχίζεται→

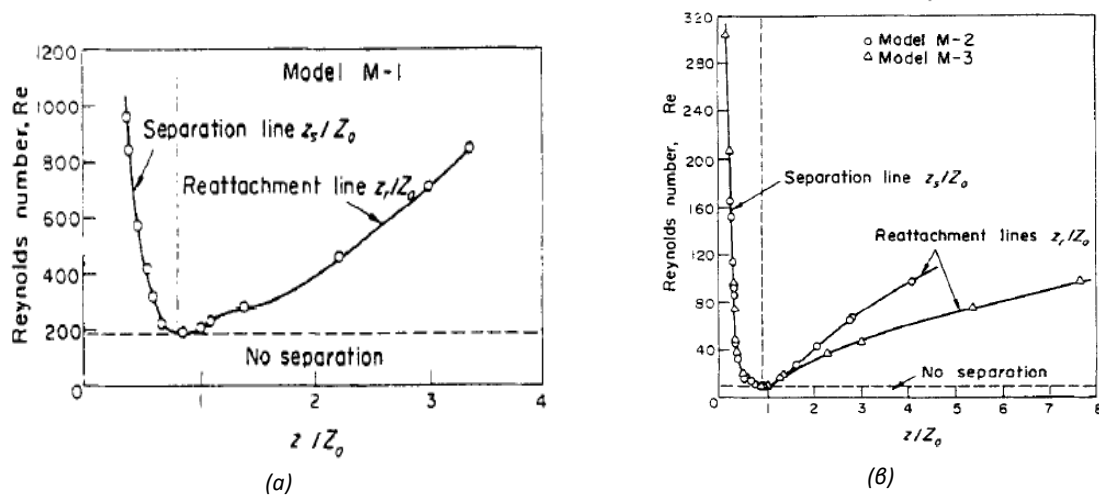


Model No.	$R_o$ (in.)	$\delta$ (in.)	$Z_o/R_o$	$\zeta$ (in.)	Percent Stenosis (% reduction in original lumen area)
M-1 (axisymmetric)	0.372	0.124	4		56
M-2	0.372	0.248	4		89
M-3	0.372	0.248	2		89
M-4 (nonsymmetric)	0.372	0.405	4	2.94	56
M-5	0.372	0.620	4	2.10	89
M-6	0.372	0.620	2	0.76	89

(β)

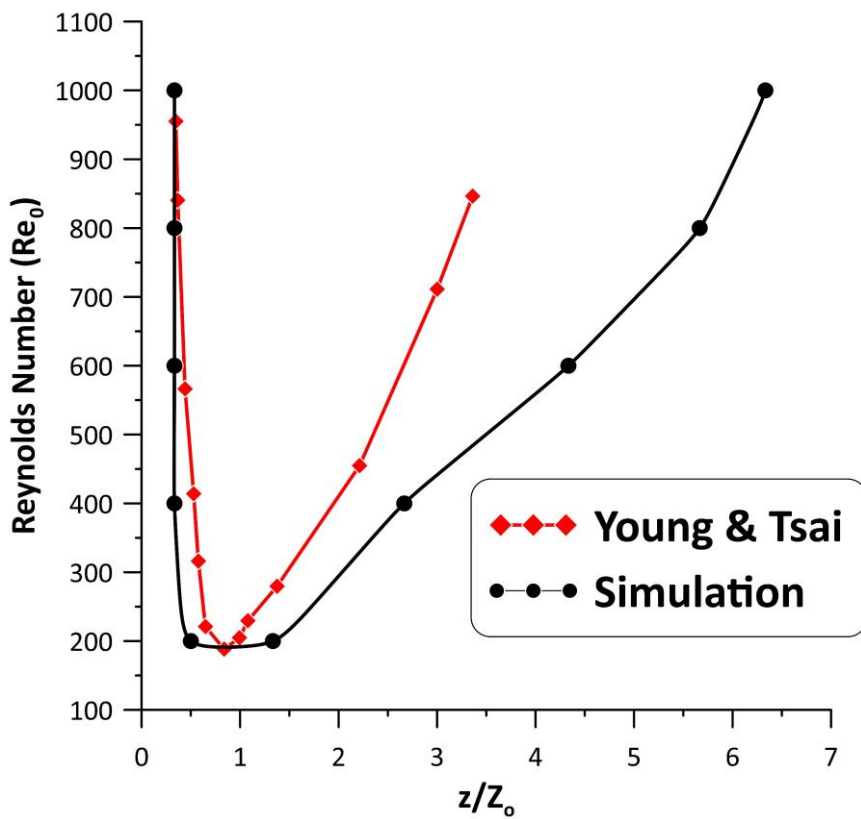
Εικόνα 3.2: (α) Απεικόνιση των στενώσεων που λαμβάνου μέρος στην μελέτη Young & Tsai, (β) Πίνακας με λεπτομέρειες που αφορούν τα διάφορα πειράματα της μελέτης Young & Tsai

Για αυτήν την εργασία με αξιοσυμμετρική στένωση δεν έχει νόημα η σύγκριση με τα μοντέλα M-4, M-5 και M-6. Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα σημείων αποκόλλησης και επανακόλλησης της ροής για διάφορους αριθμούς Reynolds για τα μοντέλα M-1, M-2 και M-3 όπως επισυνάπτονται από την έρευνα των "Young&Tsai" (Εικόνα 3.3(α), (β)). Όπου,  $Z$ : η απόσταση του σημείου αποκόλλησης- επανακόλλησης από το κέντρο της στένωσης,  $Z_o$ : το ημι-μήκος της στένωσης. Στις προσομοιώσεις εδώ εξετάζονται ροές με αρκετά μεγαλύτερο αριθμό Reynolds από τα μοντέλα M-2 και M-3, οπότε για να 'ναι η σύγκριση πιο αξιόπιστη θα πρέπει να επιλεγθεί το μοντέλο M-1.



Εικόνα 3.3: Διαγράμματα αποκόλλησης-επανακόλλησης ροής για (α)M-1, (β)M-2, M-3

Όσο αφορά το μοντέλο M-1 δίνονται οι ιδιότητες και τα γεωμετρικά μεγέθη από τον πίνακα (Εικόνα 3.2(β)). Έχουμε, στένωση 56% της αρχικής διατομής, ακτίνα διατομής  $R_o = 0,372 \text{ in} \rightarrow R_o = 0,4488 \text{ mm}$ , ο λόγος  $Z_o/R_o = 4$ . Άρα,  $Z_o = 9,4488 \cdot 4 = 37,7952 \text{ mm}$ . Αρχικά, τρέχει σε λογισμικό "Ansys Fluent" υπολογιστική περίπτωση με σχεδιασμό και πλέγμα της παρούσας εργασίας για στένωση διατομής 56%. Τέλος, με ειδικό λογισμικό ψηφιοποιείται το διάγραμμα του πειράματος Young & Tsai, για να μπορέσουν να συγκριθούν τα διαγράμμά της εκάστοτε περίπτωσης. Παρακάτω παρατίθενται τα δυο διαγράμματα στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων (Εικόνα 3.4).



Εικόνα 3.4 Διάγραμμα σύγκρισης της υπολογιστικής περίπτωσης της παρούσας εργασίας και της πειραματικής μελέτης Young & Tsai του 1973 για αποκόλληση-επανακόλληση της ροής

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι γεωμετρίες των στενώσεων διαφέρουν αρκετά, καθώς για την προσομοίωση εδώ ισχύει:  $Z_0 = 6\text{mm}$ ,  $R_0 = 4\text{mm} \rightarrow Z_0/R_0 = 1,5 \neq 4$

Ωστόσο, στα δυο αυτά διαγράμματα φαίνεται να υπάρχει αρκετή ομοιότητα στη συμπεριφορά τους, αλλά υπάρχει μεγάλη διαφορά στην τάξη μεγέθους της γεωμετρίας των στενώσεων των συγκρινόμενων αποτελεσμάτων.

## 4. Αποτελέσματα

Αρχικά, επαληθεύονται οι ταχύτητες στη στενωμένη περιοχή. Με τη χρήση του αριθμού Reynolds στην είσοδο και του ποσοστού της στενωμένης περιοχής, μπορούν να υπολογιστούν μαθηματικά οι αναμενόμενες ταχύτητες στη στενωμένη περιοχή. Στη συνέχεια, συγκρίνονται αυτές οι ταχύτητες με τα αποτελέσματα που παρέχει το λογισμικό "Ansys Fluent" για την ίδια στενωμένη περιοχή.

Παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού, και στη συνέχεια θα παρατίθενται οι ταχύτητες που παρέχονται από το λογισμικό "Ansys Fluent" για την αντίστοιχη στενωμένη περιοχή. Έπειτα, θα υπολογίζεται ο λόγος σύγκρισης για κάθε υπολογιστική περίπτωση και για κάθε παροχή και στενωμένη περιοχή που εκτελέστηκαν οι υπολογιστικές αυτές περιπτώσεις:

$$Re_s = \frac{u_s \cdot d_s}{\nu} = \frac{\frac{Q}{A_s} \cdot d_s}{\nu} = \frac{Q \cdot d_s}{A_s \cdot \nu} \quad (4.1)$$

όπου,  $d_{st} = \sqrt{n} d_o$  και  $n = 1 - \%$ (στένωσης). Άρα η Εξ. (4.1) γίνεται:

$$Re_s = \frac{Q \cdot d_s}{\frac{\pi \cdot d_s^2}{4} \cdot \nu} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_s \cdot \nu} \rightarrow Re_s = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \sqrt{n} \cdot d_o \cdot \nu} \quad (4.2)$$

όπου  $Re_s$ :αριθμός Reynolds στον κέντρο της στένωσης

$u_s$ :η ταχύτητα του ρευστού στο κέντρο της στένωσης (m/s)

$Q$ : η παροχή του ρευστού στον αγωγό (m<sup>3</sup>/s)

$d_s$ :η διάμετρος της διατομής στο κέντρο της στένωσης (m)

$A_s$ :η επιφάνεια της διατομής στο κέντρο της στένωσης (m<sup>2</sup>)

$\nu$ :κινηματικό ιξώδες (m<sup>2</sup>/s)

Π.χ. για παροχή  $Q = 10\text{ml/s}$  και ποσοστό στένωσης 10%:

$$Re_s = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \sqrt{n} \cdot d_o \cdot \nu} = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{\pi \cdot \sqrt{0,9} \cdot 0,008 \cdot 10^{-6}} = 1678$$

Άρα:

$$u_s = \frac{Re_s \cdot \nu}{d_s} = \frac{Re_s \cdot \nu}{\sqrt{n} \cdot d_o} = \frac{1677,64 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{0,9} \cdot 0,008} = 0,221 \text{ m/s}$$

Αντιστοίχως υπολογίζεται και συγκρίνεται ο αριθμός Reynolds και η ταχύτητα στο κέντρο της στένωσης για κάθε παροχή και κάθε στένωση. Ο πίνακας 4.1 παρουσιάζει τους λόγους σύγκρισης για παροχή εισόδου 10 ml/s. Αντίστοιχα, ο πίνακας 4.2 παρουσιάζει τους λόγους σύγκρισης για παροχή εισόδου 20 ml/s και τέλος ο πίνακας 4.3 παρουσιάζει τους λόγους σύγκρισης για παροχή εισόδου 30 ml/s. Στην συνέχεια, στον πίνακα 4.4 απεικονίζεται ο αριθμός Reynolds στο κέντρο της στένωσης για κάθε παροχή και βαθμό στένωσης. Να σημειωθεί ότι δεν έγινε διάκριση μεταξύ των μεθόδων επίλυσης στην κατασκευή των πινάκων καθώς για κάθε παροχή το "Ansys Fluent" ανεξαρτήτως μεθόδου έδινε την ίδια ταχύτητα στο κέντρο της στένωσης.

% stenosis	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$u$ (m/s)	0.221	0.2484	0.284	0.331	0.397	0.497	0.663	0.995	1.989
$u$ (ANSYS)(m/s)	0.222	0.249	0.286	0.333	0.4	0.5	0.666	0.999	1.99
Λόγος σύγκρισης·100%	99.5%	99.8%	99.3%	99.4%	99.3%	99.4%	99.5%	99.6%	99.9%

Πίνακας 4.1: Παρουσίαση λόγου σύγκρισης τιμών για ταχύτητα στο κέντρο της στένωσης υπολογισμένες μαθηματικά και με τη χρήση του λογισμικού "Ansys Fluent" για παροχή 10 ml/s

% stenosis	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$u$ (m/s)	0.442	0.497	0.569	0.663	0.795	0.994	1.326	1.989	3.978
$u$ (ANSYS)(m/s)	0.445	0.5	0.572	0.667	0.8	1	1.33	1.998	3.989
Λόγος σύγκρισης·100%	99.3%	99.4%	99.5%	99.4%	99.4%	99.4%	99.7%	99.5%	99.7%

Πίνακας 4.2: Παρουσίαση λόγου σύγκρισης τιμών για ταχύτητα στο κέντρο της στένωσης υπολογισμένες μαθηματικά και με τη χρήση του λογισμικού "Ansys Fluent" για παροχή 20 ml/s

% stenosis	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$u$ (m/s)	0.663	0.746	0.852	0.995	1.193	1.492	1.989	2.984	5.968
$u$ (ANSYS)(m/s)	0.667	0.75	0.858	1	1.2	1.5	2	2.998	5.988
Λόγος σύγκρισης·100%	99.4%	99.5%	99.3%	99.5%	99.4%	99.5%	99.5%	99.5%	99.7%

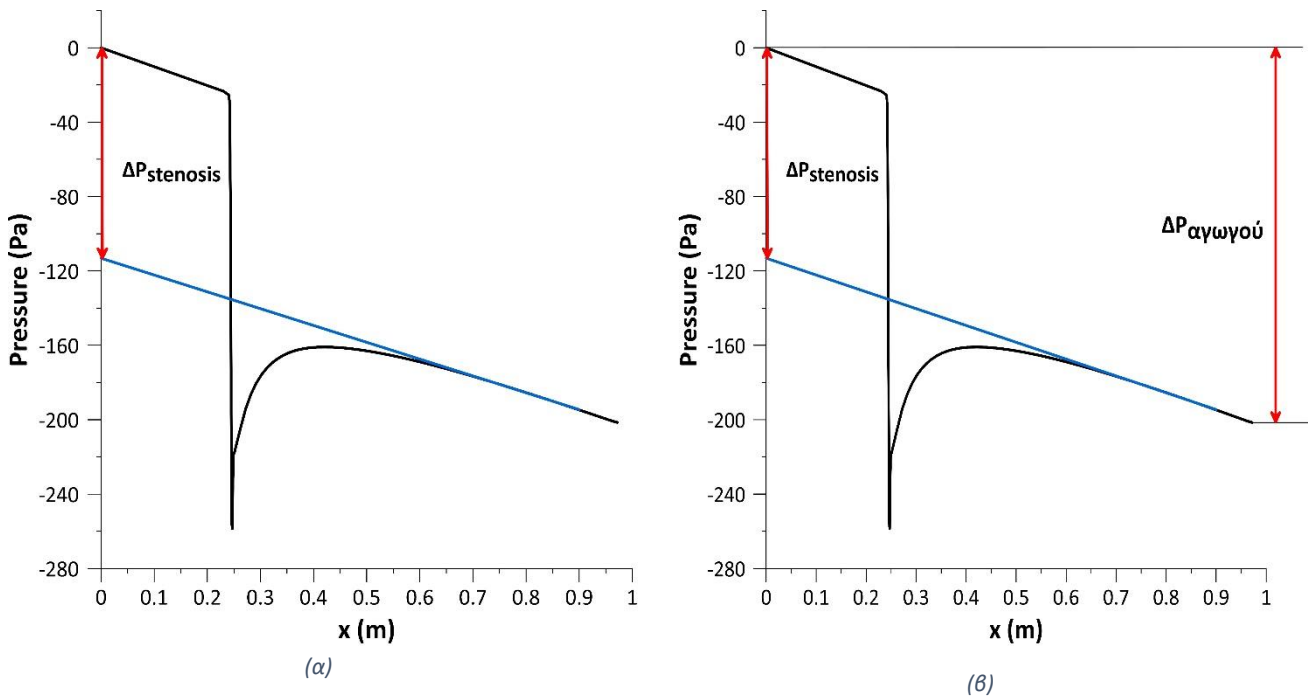
Πίνακας 4.3: Παρουσίαση λόγου σύγκρισης τιμών για ταχύτητα στο κέντρο της στένωσης υπολογισμένες μαθηματικά και με τη χρήση του λογισμικού "Ansys Fluent" για παροχή 30 ml/s

	$Re_s$								
% stenosis	10	20	30	40	50	60	70	80	90
10 ml/s( $Re_0=1592$ )	1678	1779	1902	2056	2251	2516	2906	3559	5033
20 ml/s( $Re_0=3183$ )	3355	3558	3805	4109	4502	5033	5812	7118	10066
30 ml/s( $Re_0=4775$ )	5033	5338	5707	6164	6752	7549	8717	10676	15099

Πίνακας 4.4: Παρουσίαση του αριθμού Reynolds στο κέντρο της στένωσης για κάθε παροχή και βαθμό στένωσης

#### 4.1 Διαγράμματα πτώσης πίεσης και υδραυλικού συντελεστή τοπικών απωλειών συναρτήσει του βαθμού της στένωσης

Παρακάτω θα αποτυπωθούν σε διαγραμματική μορφή (Εικ.4.2) η πτώση πίεσης που προκαλείται από την στένωση ( $\Delta P$ ), ο υδραυλικός συντελεστής τοπικών απωλειών ( $\zeta_s$ ) και ο υδραυλικός συντελεστής τοπικών απωλειών υπολογιζόμενος από την ταχύτητα εισόδου ( $\zeta_o$ ) για κάθε παροχή και κάθε μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε συναρτήσει του ποσοστού στένωσης. Η πτώση πίεσης ( $\Delta P$ ) υπολογίζεται με γραμμική παρεμβολή των ευθύγραμμων τμημάτων της εκατέρωθεν, όπως απεικονίζεται στην εικόνα 4.1(α) Τονίζεται ότι η εργασία και οι υπολογισμοί της δεν αναφέρονται στην συνολική πτώση πίεσης κατά μήκος του αγωγού. Η σύγκριση των δύο αυτών μεγεθών φαίνεται διαγραμματικά στην εικόνα 4.1(β).



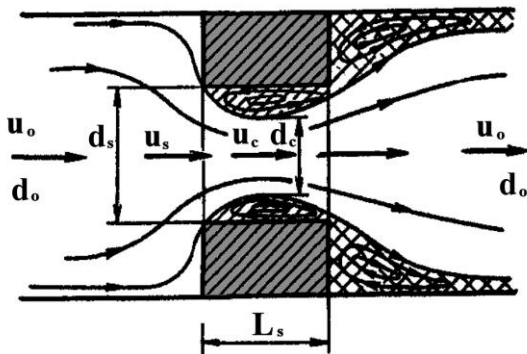
Εικόνα 4.1(α) Μέθοδος συλλογής της πτώσης πίεσης προκαλούμενης από τη στένωση, (β) Σύγκριση της πτώσης πίεσης κατά μήκος του αγωγού και πτώσης πίεσης που προκαλείται από την στένωση

Παρακάτω δίνονται οι σχέσεις με τις οποίες έγιναν οι υπολογισμοί για τους υδραυλικούς συντελεστές τοπικών απωλειών (Εξισώσεις 4.3 και 4.4).

$$\zeta_s = \frac{\Delta P}{\frac{\rho}{2} \cdot u_s^2} \quad (4.3)$$

$$\zeta_o = \frac{\Delta P}{\frac{\rho}{2} \cdot u_o^2} \quad (4.4)$$

Ο  $\zeta_s$  αναφέρεται στην ταχύτητα στο μέγιστο σημείο της στένωσης όπως εκφράζεται και στο βιβλίο του Idelchick ώστε να μπορέσει να γίνει σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας με τα αντίστοιχα πειραματικά του Idelchick. Ο Idelchick χρησιμοποιεί συγκεκριμένες εμπειρικές σχέσεις που έχουν προκύψει από πειραματικά αποτελέσματα, οι οποίες αναλύονται παρακάτω.



Εικόνα 4.2. Θεώρηση στένωσης ως διάφραγμα.

Η στένωση και συνεπώς η εξάρτηση του  $\zeta_s$  μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα διάφραγμα διατομής  $A_s$  και μήκους  $L_s$  που περιέχεται εντός του αγωγού διατομής  $A_o$  (Εικόνα 4.2), (Idelchik, 2007). Το μήκος  $L_s$  του διαφράγματος που χρησιμοποιείται στις σχέσεις του “Idelchik” αποτελεί τα  $\frac{3}{4}$  του μήκους της γεωμετρίας της στένωσης της παρούσας εργασίας ( $L_s = 0.75L_{s0}$ ), καθώς με βάση την επιλογή της μορφής της στένωσης για μια απόσταση 1.5mm από την αρχή και από το τέλος της στένωσης η καμπυλότητα είναι πολύ μεγάλη και δεν επιδρά στην αντίσταση της ροής αφού σχεδόν έχει τη διάμετρο  $d_0$  του αγωγού.

Σε αυτή την περίπτωση ο συντελεστής απωλειών της στένωσης  $\zeta_s = \zeta_s(Re, \eta)$  μπορεί να δοθεί για το διάστημα  $30 \leq Re_s \leq 250000$  που καλύπτει την περιοχή του  $Re_s$  της παρούσας μελέτης, ως εξής:

$$\zeta_s = \zeta_\varphi + \bar{\varepsilon}_{oRe} \cdot \zeta_{oquad} \quad (4.5)$$

όπου  $\zeta_\varphi = M e^{-N \cdot \log Re_s}$ , συντελεστής που προκύπτει με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli με απώλειες σε διάφραγμα που ενώνει δύο μεγάλους χώρους υγρών με

$$M = \sum_{i=0}^7 m_i n^i \text{ και } N = \sum_{j=0}^6 s_j n^j, \text{ με τους συντελεστές } m_i, s_j \text{ να δίνονται όπως ορίζει ο πιο κάτω$$

πίνακας:

$m_0 = 8.21615600952095$	$s_0 = 1.072819565$
$m_1 = 4.90293271209718$	$s_1 = -0.1800818621$
$m_2 = 17.6971965731237$	$s_2 = -3.020938892$
$m_3 = -542.598652907515$	$s_3 = 6.834439862$
$m_4 = -227.290791748811$	$s_4 = 54.26877444$
$m_5 = 8505.31463971457$	$s_5 = -95.91003836$
$m_6 = -13944.5996174559$	$s_6 = 39.29761445$
$m_7 = 6147.6341060494$	

Και επειδή εδώ δεν έχουμε μεγάλους χώρους εκατέρωθεν του διαφράγματος αλλά την πεπερασμένη διατομή  $A_o$  του αγωγού ο συντελεστής  $\zeta_\varphi$  διορθώνεται από τον δεύτερο όρο της εξίσωσης (4.5), όπου:

$$\bar{\varepsilon}_{oRe} = \left( \frac{0.585}{\varepsilon_{oRe}} \right)^2 \text{ είναι συντελεστής που εξαρτάται από τον αδιάστατο συντελεστή συστολής}$$

της δέσμης του ρευστού στο στενότερο σημείο “vena contracta” με  $\varepsilon_{oRe} = A_c/A_s$ , ( $A_s$ ): ελάχιστη εγκάρσια διατομή της δέσμης συστολής, (εικόνα 4.2) και έχει εξάρτηση από τον αριθμό  $Re_s$  ως εξής:

$$\varepsilon_{oRe} = \sum_{k=0}^5 a_k (\log Re_s)^k \text{ με τους συντελεστές } a_k \text{ να δίνονται όπως ορίζει ο πιο κάτω πίνακας:}$$

$a_0 = 0.461465$
$a_1 = -0.2648592$
$a_2 = 0.2030479$
$a_3 = -0.06602521$
$a_4 = 0.01325519$
$a_5 = -0.001058041$

και  $\zeta_{quad}$  ο συντελεστής αντίστασης στην πλήρως ανεπτυγμένη τυρβώδη ροή όπως δίνεται βάσει του νόμου του τετραγώνου από τη σχέση:

$$\zeta_{quad} = \zeta'(1-n)^{\frac{3}{4}} + \tau \cdot (1-n)^{\frac{11}{8}} + (1-n)^2 + \lambda \frac{L_s}{d_s}$$

όπου  $\zeta'$  είναι συντελεστής που λαμβάνει το σχήμα εισόδου της στένωσης που αν θεωρηθεί παχύ-αιχμηρό θα είναι  $\zeta'=0.5$ . Ωστόσο, εδώ η στένωση έχει στρογγυλευμένη είσοδο οπότε δίνεται από τη σχέση:

$$\zeta' = 0.03 + 0.47 \times 10^{-7.7 \frac{r}{d_s}}$$

με  $r$  την ακτίνα καμπυλότητας της στρογγύλευσης της εισόδου, η οποία για το συναρτησιακό της σχέσης (2.9) αποδίδει λόγο  $r/d_s > 1.054$  για κάθε  $x$  του τμήματος εισόδου, οπότε  $\zeta'=0.03$  με βάση την ανωτέρω σχέση.

$\tau = \left| \left( 2.4 - \frac{L_s}{d_s} \right) \times 10^{-\varphi(L_s/d_s)} \right|$  είναι συντελεστής που υπολογίζει την επίδραση του βαθμού στένωσης σε συνδυασμό με το μήκος της για τις συνθήκες διέλευσης της ροής μέσα από το διάφραγμα με:

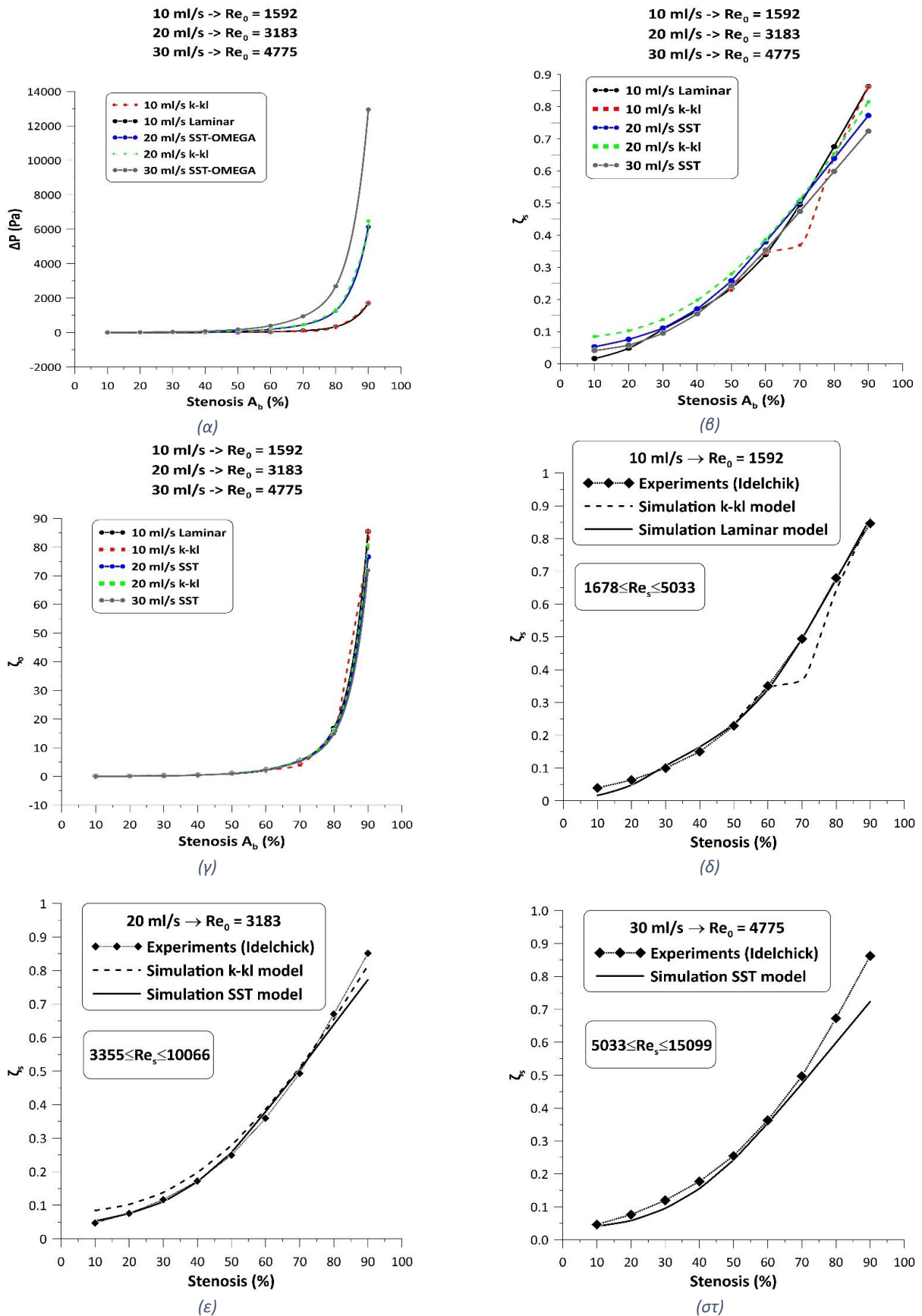
$$\varphi(L_s/d_s) = 0.25 + \frac{0.535 \cdot (L_s/d_s)^8}{0.05 + (L_s/d_s)^7}$$

$\lambda$  ο συντελεστής γραμμικών απωλειών που δίνεται από τον (Churchill, 1977) ως:

$$\lambda = 8 \cdot \left[ \left( \frac{8}{Re_s} \right)^{12} + \frac{1}{(K + \Lambda)^{\frac{3}{2}}} \right]^{\frac{1}{12}} \text{ με}$$

$$K = \left[ 2.457 \cdot \ln \frac{1}{\left( \frac{7}{Re_s} \right)^{0.9} + \frac{0.27 \cdot \varepsilon}{d_s}} \right]^{16} \text{ και } \Lambda = \left( \frac{37530}{Re_s} \right)^{16}$$

Στον συντελεστή  $K$  ανωτέρω  $\varepsilon$  είναι η απόλυτη τραχύτητα της εσωτερικής επιφάνειας του αγωγού, η οποία, θεωρώντας ότι το υλικό του τοιχώματος του αγωγού συμπεριφέρεται ως Rubber Smooth Tubing μπορεί να ληφθεί ίση με 10  $\mu\text{m}$  (σελ. 58, Πιν. 4.5, Rules of Thumb for Chemical Engineers, Stephen M. Hall, 6<sup>th</sup> Edition, Joe Hayton, Elsevier), (Stephen, 2018).



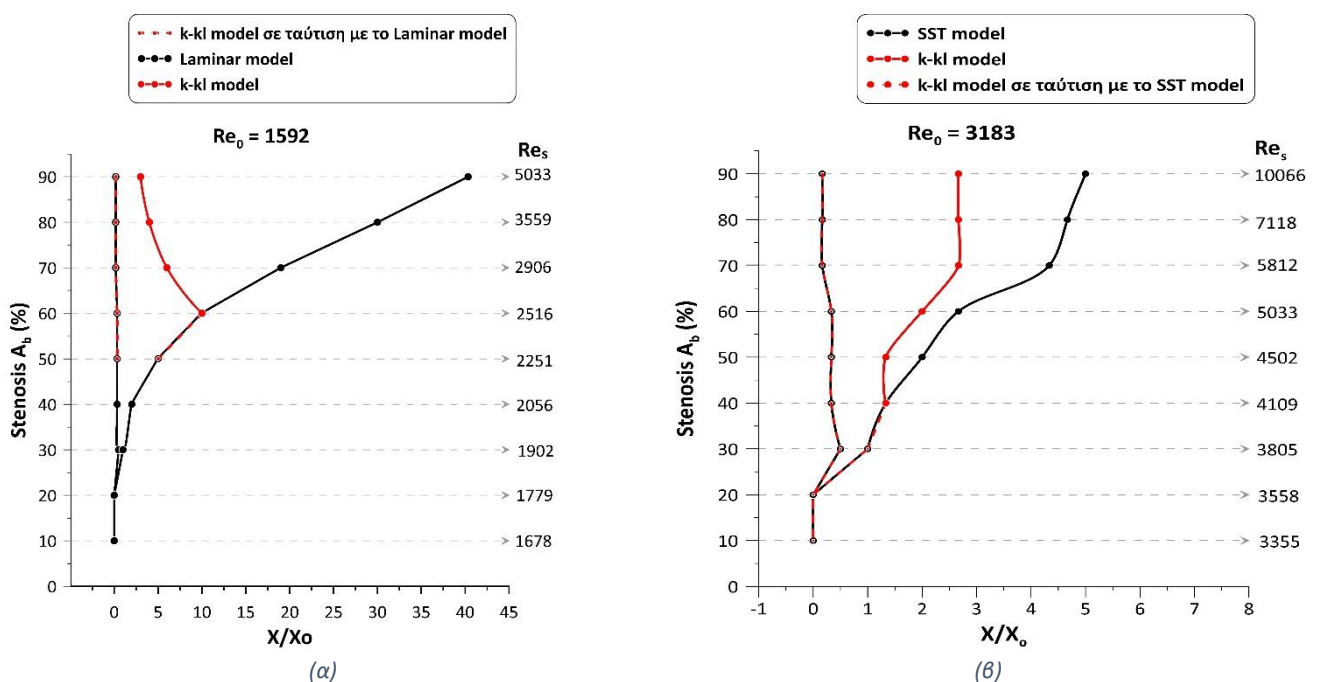
Εικόνα 4.3: Διαγράμματα συναρτήσεως του βαθμού στένωσης για (α) Πτώση πίεσης, (β) Υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών, (γ) Υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών υπολογισμένος από την ταχύτητα εισόδου, (δ) Σύγκριση προσομοίωσης και πειράματος Idelchick για υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών με παροχή 10 ml/s, (ε) Σύγκριση προσομοίωσης και πειράματος Idelchick για υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών με παροχή 20 ml/s, (στυ) Σύγκριση προσομοίωσης και πειράματος Idelchick για υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών με παροχή 30 ml/s



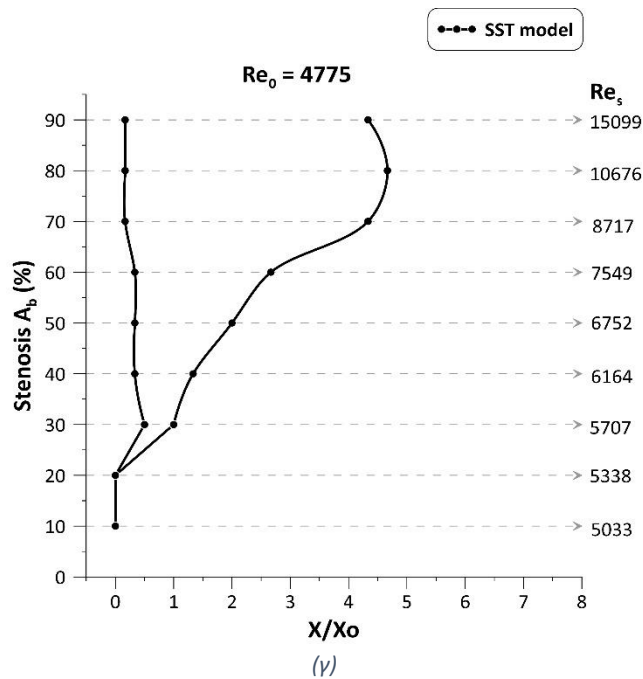
Παρατηρείται ότι η πτώση πίεσης (Εικ.4.3(α)) αυξάνεται σημαντικά για 80% και 90% στένωση, όπως ήταν αναμενόμενο. Επιπλέον, για κάθε παροχή φαίνεται να μην επηρεάζει σημαντικά η χρήση του “k-kl-omega” μοντέλου. Αντιθέτως, ο υδραυλικός συντελεστής τοπικών απωλειών (Εικ.4.3(β)) δείχνει να επηρεάζεται λόγω της χρήσης του μοντέλου “k-kl-omega” ειδικά για την παροχή 10ml/s ( $Re_0=1592$ ), από 60 μέχρι 80% στένωση. Δείχνει να αυξάνεται όσο αυξάνεται και ο βαθμός στένωσης, κάτι το οποίο είναι αναμενόμενο. Ωστόσο, παρατηρείται ότι για βαθμό 70% στένωσης και μετά η μεγαλύτερη παροχή παρουσιάζει μικρότερο υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών και αντιστρόφως. Τέλος, ο υδραυλικός συντελεστής τοπικών απωλειών υπολογισμένος από την ταχύτητα εισόδου δείχνει να ταυτίζεται έως και 60% βαθμό στένωσης. Για εντονότερους βαθμούς στένωσης τα μοντέλα εμφανίζουν μικρές διαφορές. Παρατηρείται, επίσης, για βαθμό στένωσης 80% και 90% η μικρότερη παροχή παρουσιάζει μεγαλύτερο υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών υπολογισμένο από την ταχύτητα εισόδου και αντιστρόφως.

## 4.2 Αποκόλληση και επανακόλληση ροής

Σε αυτήν την ενότητα θα αποτυπωθούν διαγράμματα που δείχνουν την αποκόλληση και την επανακόλληση της ροής (Εικ.4.4) για κάθε παροχή και μοντέλο συναρτήσει του βαθμού στένωσης του αγωγού. Οπότε για κάθε προσομοίωση λαμβάνεται το πρώτο σημείο που η ταχύτητα γίνεται αρνητική καθώς και το τελευταίο σημείο όπου η ταχύτητα είναι αρνητική.



συνεχίζεται→



Εικόνα 4.4: Διαγράμματα αποκόλλησης-επανακόλλησης της ροής για παροχή (α)10 ml/s, (β)20 ml/s, (γ)30 ml/s

,όπου "X" η απόσταση του σημείου αποκόλλησης/επανακόλλησης από το κέντρο της στένωσης και "X<sub>0</sub>" το ημι-μήκος της στένωσης.

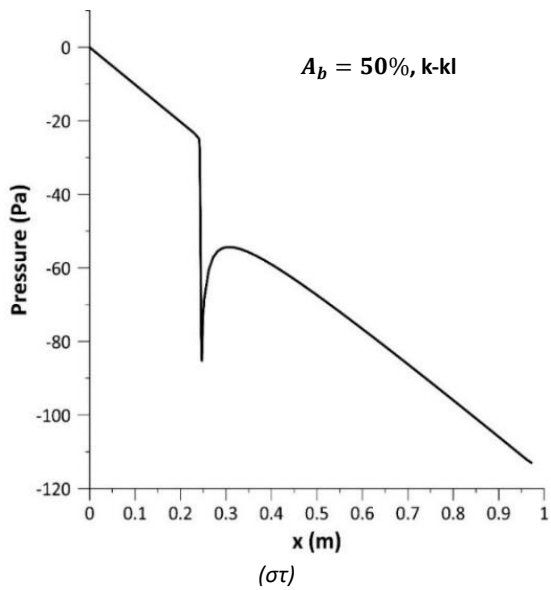
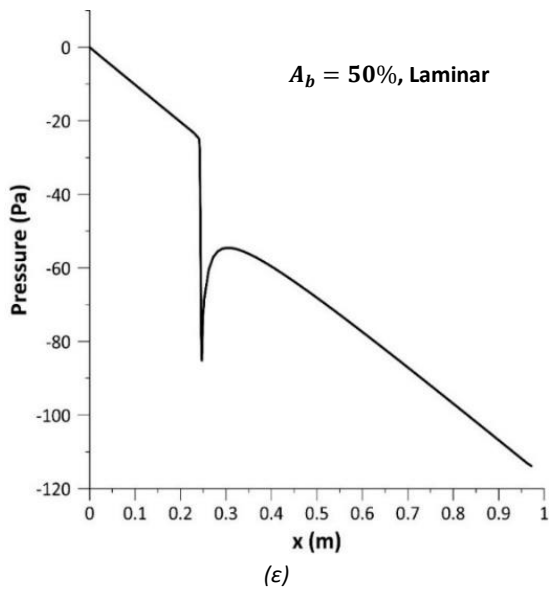
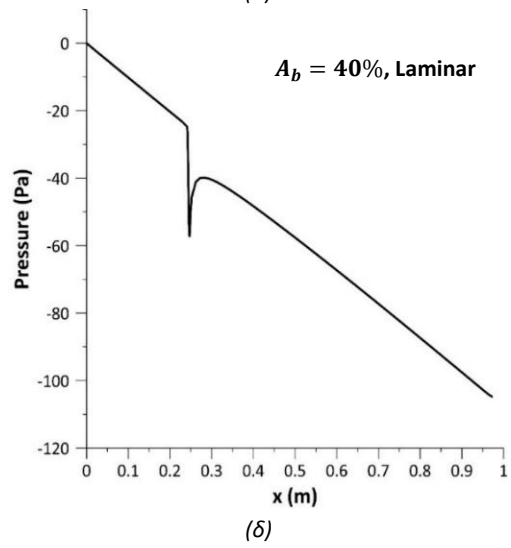
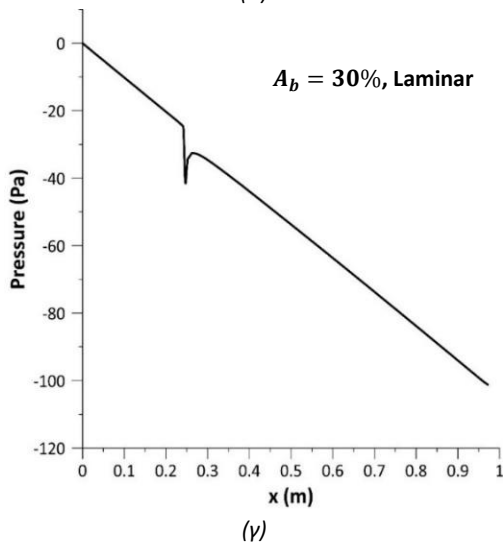
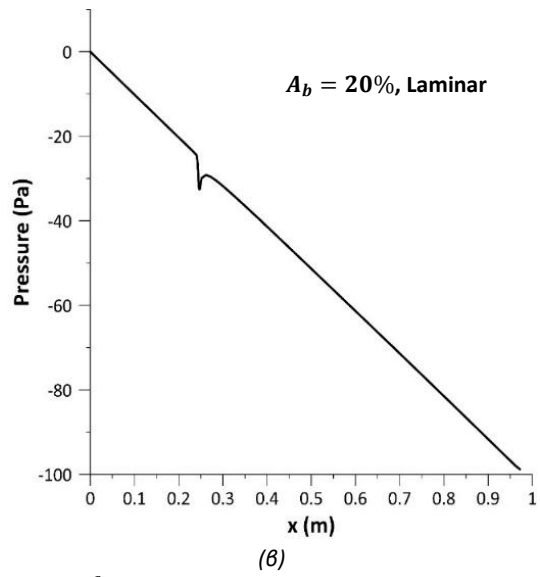
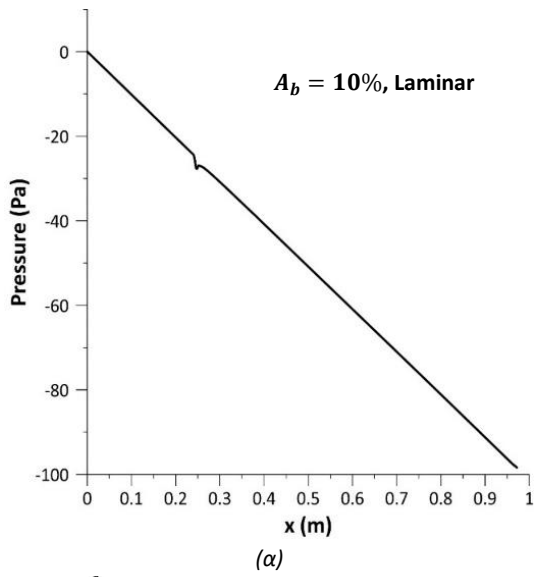
Η πρώτη σημαντική παρατήρηση που προκύπτει αφορά στο γεγονός ότι, για στένωση στα επίπεδα 10% και 20%, δεν παρατηρείται αποκόλληση της ροής. Εξετάζοντας το μοντέλο "Laminar" και το μοντέλο "k-κl-omega" (Εικ.4.4(β)) για παροχή 10 ml/s ( $Re_0=1592$ ), παρατηρείται ότι η αποκόλληση και επανακόλληση της ροής έχουν ίδια τάξη μεγέθους έως 60% στένωσης. Σε αυτό το σημείο, όπου εμφανίζεται τυρβώδης ροή, παρατηρείται αυτή η εναλλαγή. Ωστόσο, έπειτα από το 60% στένωση, το μήκος επανακόλλησης για το μοντέλο "Laminar" αυξάνεται σημαντικά σε σχέση με τα άλλα μοντέλα.

Για παροχή 20 ml/s ( $Re_0=3183$ ), παρατηρείται παρόμοια συμπεριφορά μεταξύ των μοντέλων "k-κl-omega" και "SST-omega", αν και σε μικρότερο βαθμό (Εικ.4.4(β)). Τέλος, για παροχή 30 ml/s ( $Re_0=4775$ ), η αποκόλληση της ροής φαίνεται να έχει ίδια τάξη μεγέθους με αυτήν της παροχής 20 ml/s ( $Re_0=3183$ ) για το μοντέλο "SST-omega" και το μοντέλο "k-κl-omega" (Εικ.4.4(γ)). Ενδιαφέρον παρουσιάζει η μείωση του μήκους επανακόλλησης της ροής για 90% στένωση.

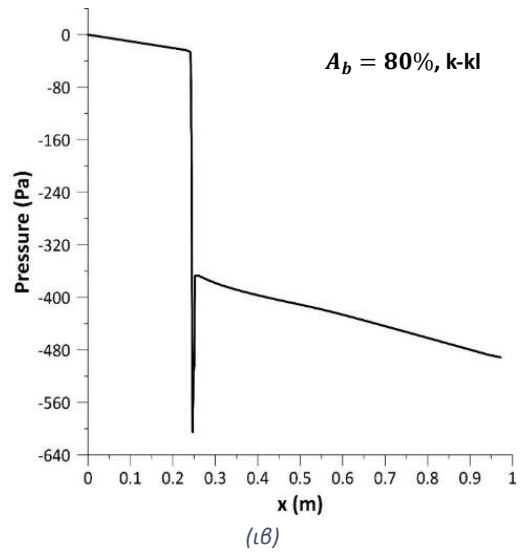
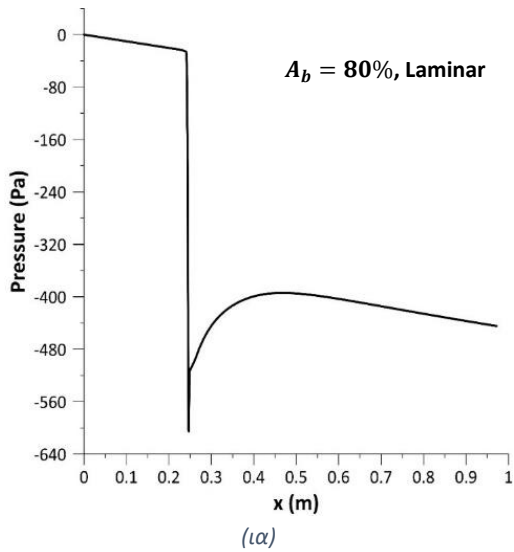
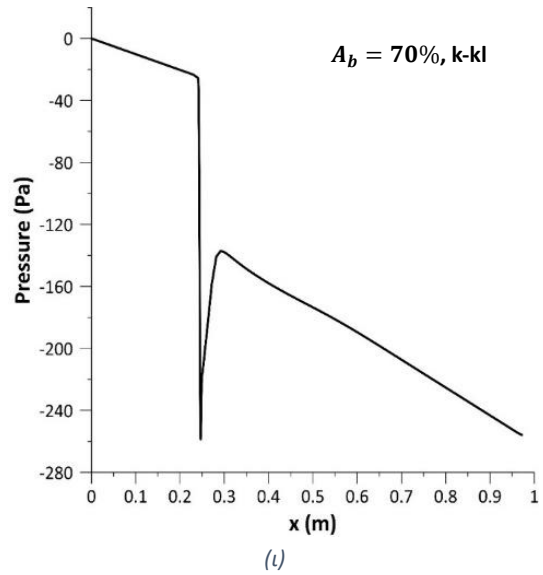
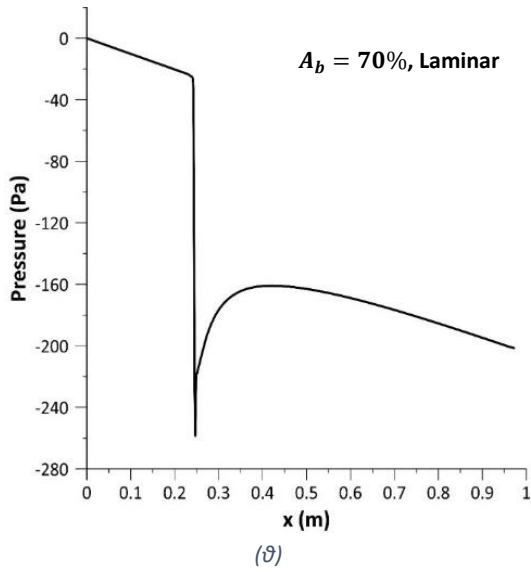
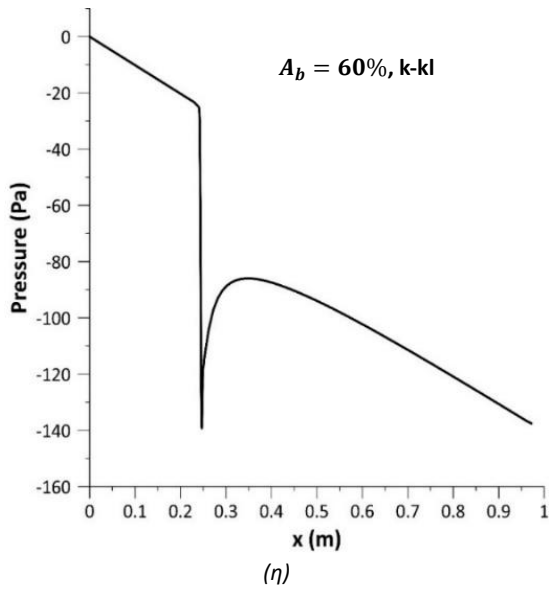
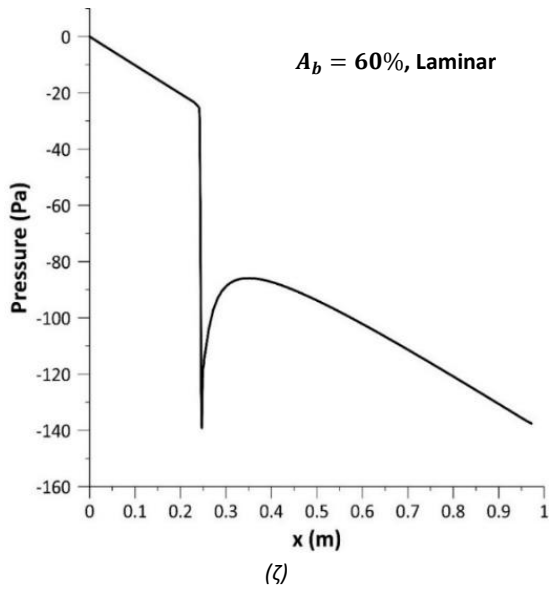
### 4.3 Κατανομές πίεσης

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται τα διαγράμματα κατανομής πίεσης κατά μήκος του στενωμένου αγωγού για τρεις διαφορετικές ποσότητες παροχής: 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s. Κάθε διάγραμμα περιλαμβάνει τα αποτελέσματα για κάθε μοντέλο και μέθοδο επίλυσης που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Συγκεκριμένα στην εικόνα 4.5, 4.6, 4.7 απεικονίζονται τα διαγράμματα κατανομής πίεσης για τις παροχές 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s αντίστοιχα.

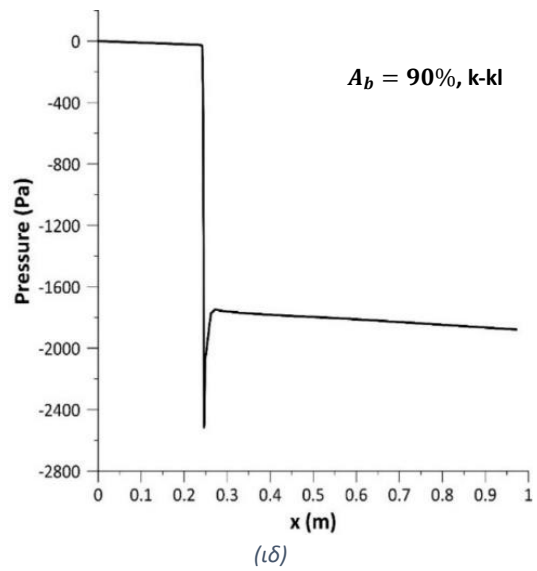
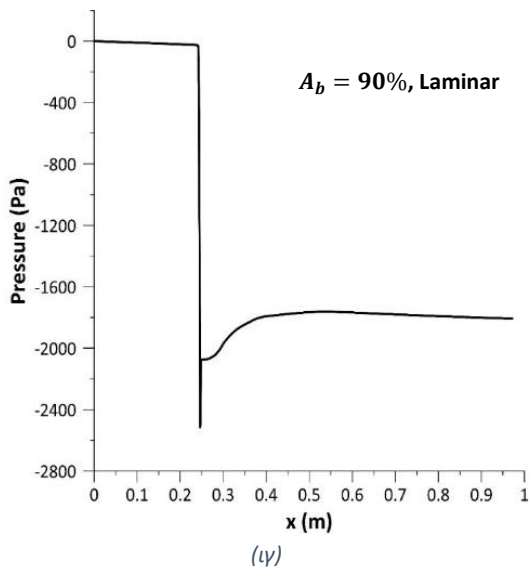
- 10 ml/s ( $Re_0=1592$ )



συνεχίζεται →

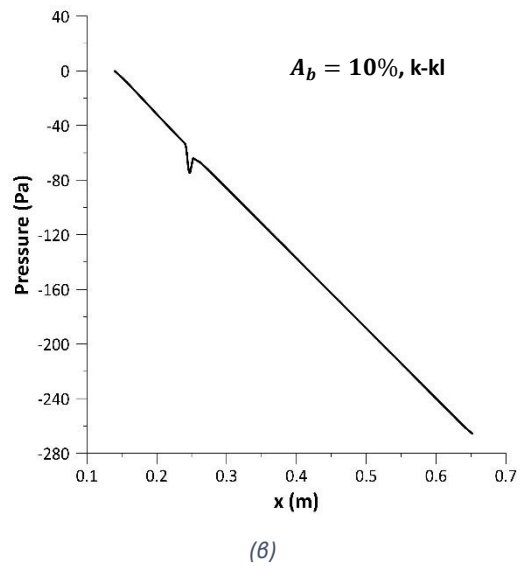
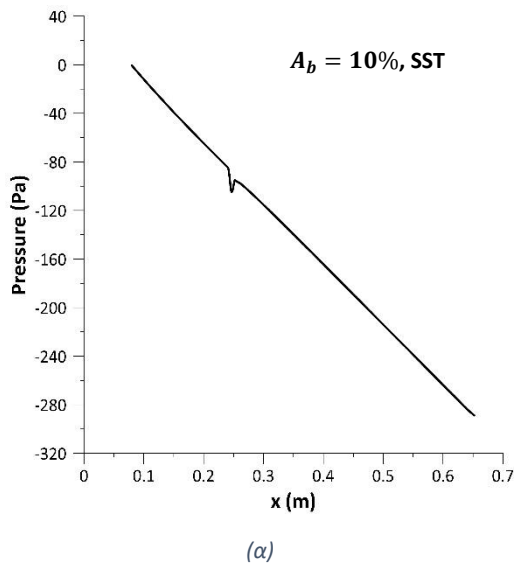


συνεχίζεται→

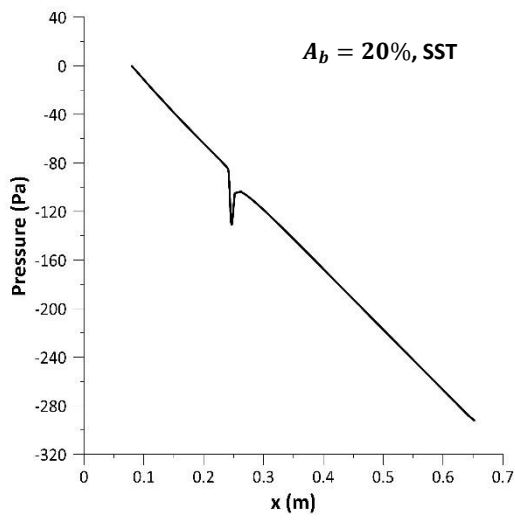


Εικόνα 4.5: Κατανομές πίεσης για παροχή 10ml/s και για (α)10%Laminar, (β)20% Laminar, (γ)30% Laminar, (δ)40 %Laminar, (ε)50% Laminar, (στ)50% k-kl, (ζ)60% Laminar, (η)60% k-kl, (θ)70% Laminar, (ι)70% k-kl, (ια)80% Laminar, (ιβ)80% k-kl, (ιγ)90% Laminar, (ιδ)90% k-kl

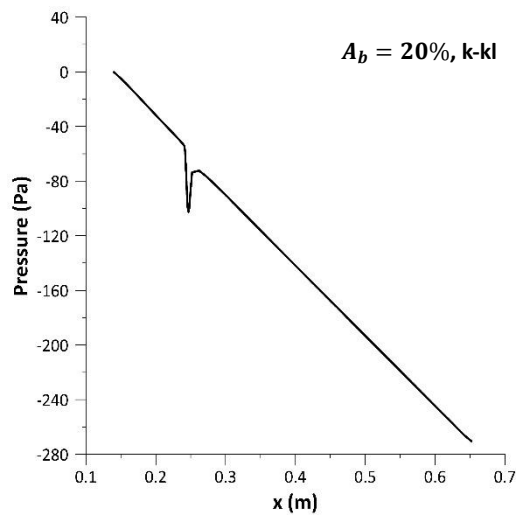
- 20 ml/s( $Re_0=3183$ )



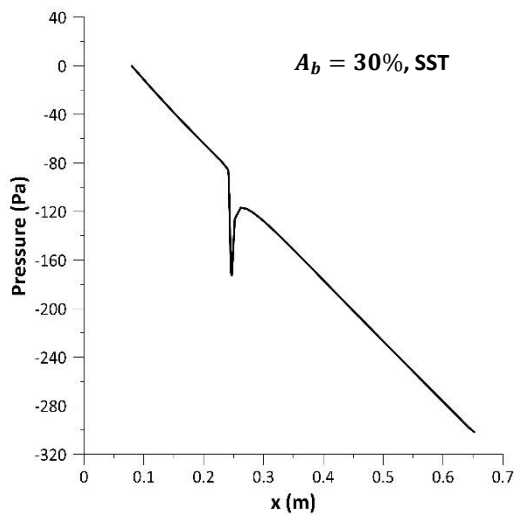
συνεχίζεται→



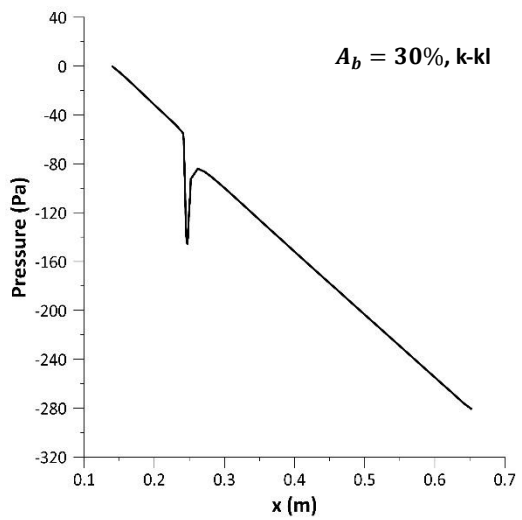
( $\gamma$ )



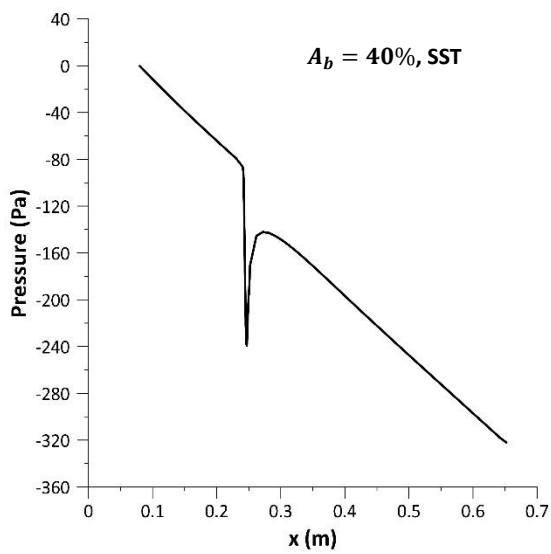
( $\delta$ )



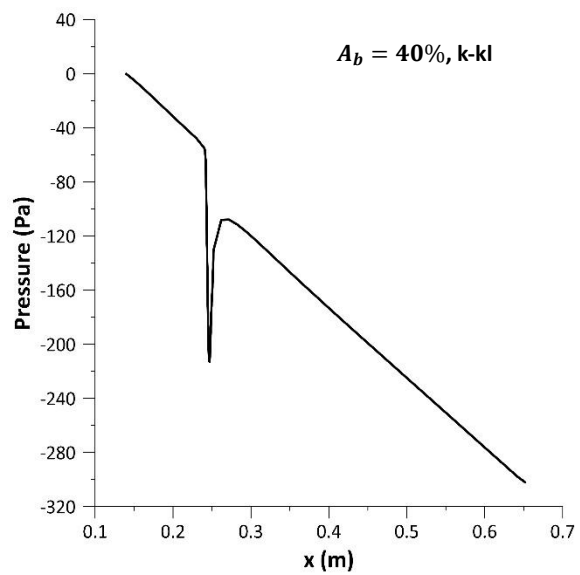
( $\epsilon$ )



( $\sigma\tau$ )

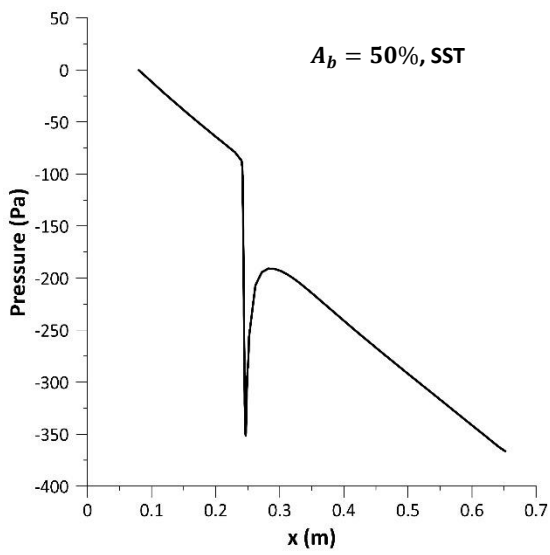


( $\zeta$ )

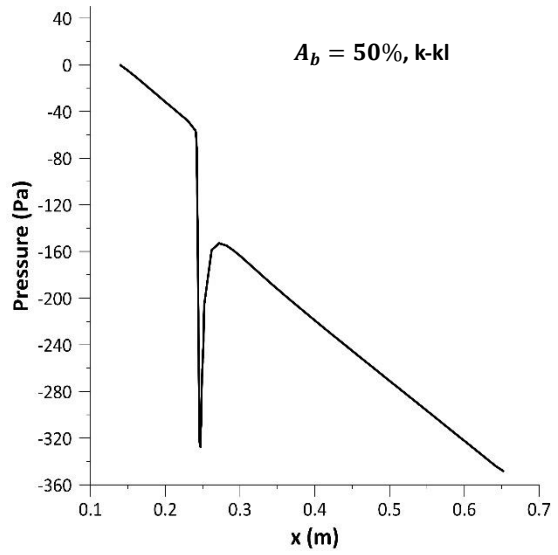


( $\eta$ )

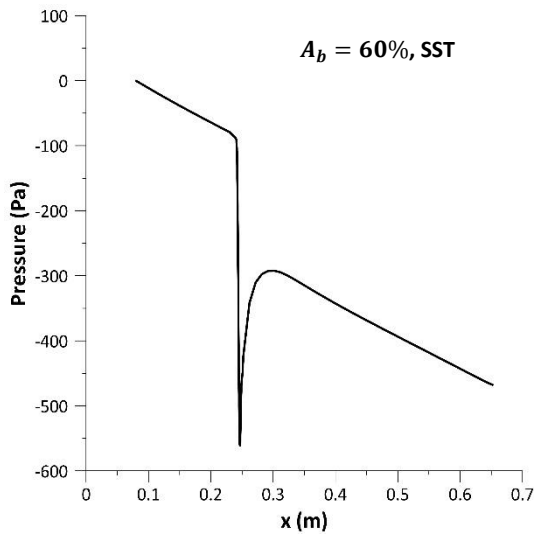
συνεχίζεται→



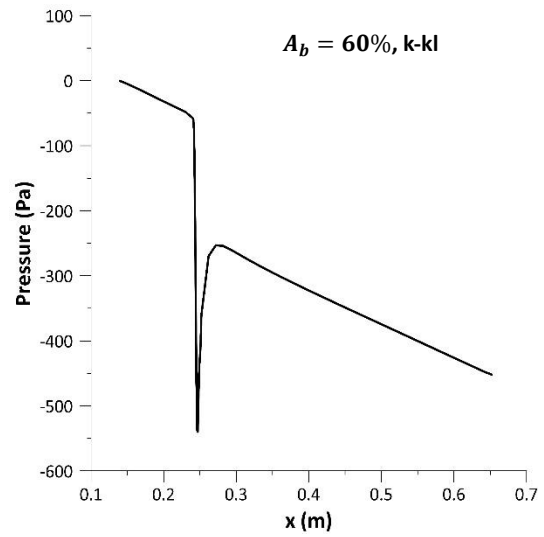
(iθ)



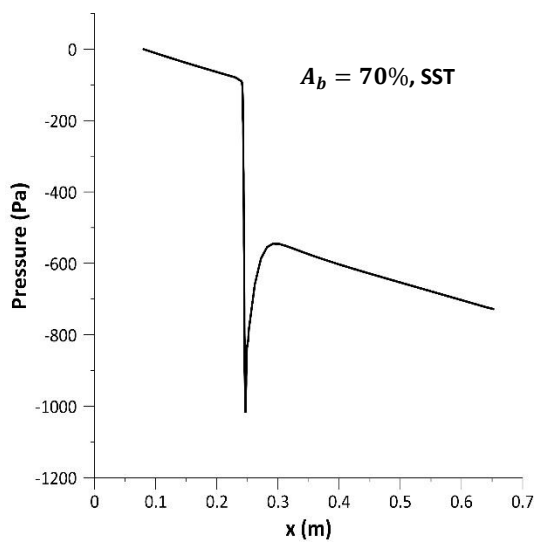
(iι)



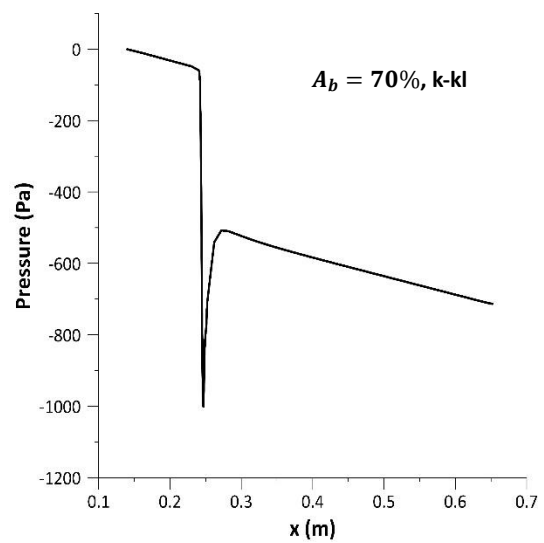
(iα)



(iβ)

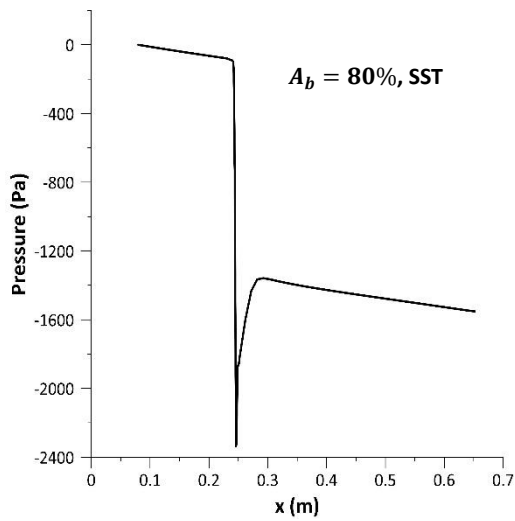


(iγ)

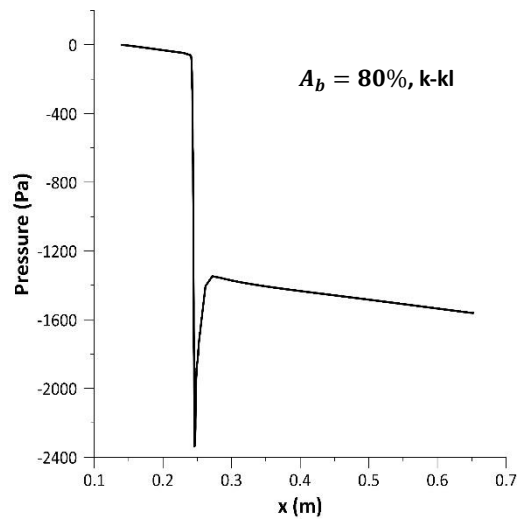


(iδ)

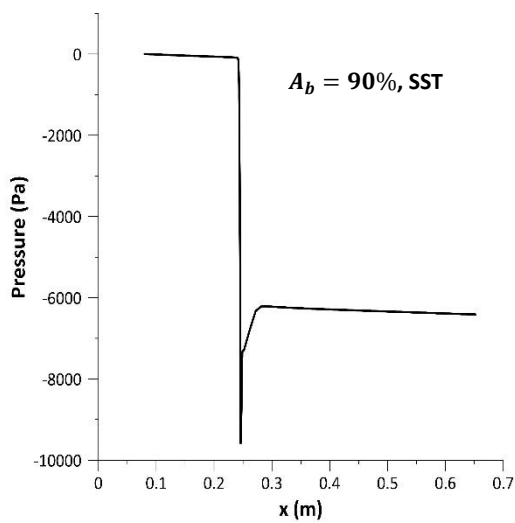
συνεχίζεται→



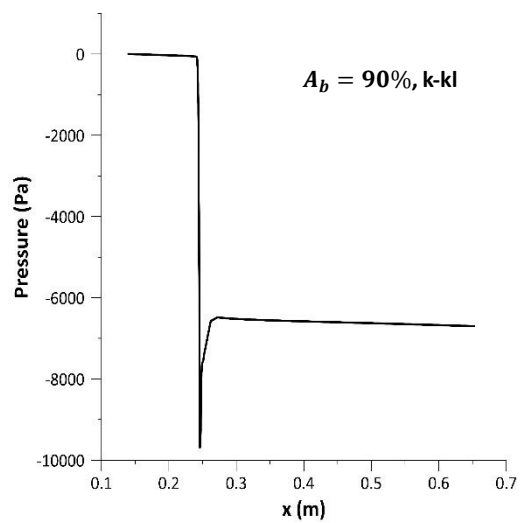
(ιε)



(ιστ)



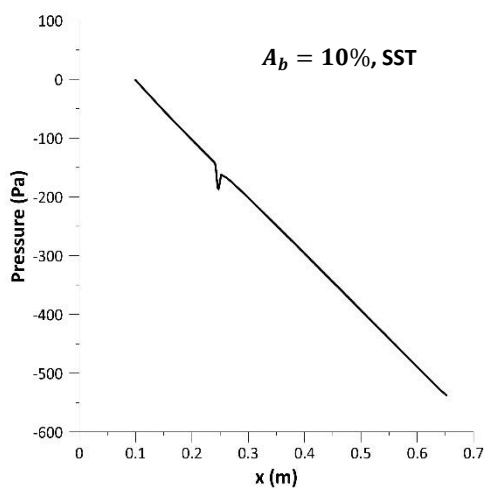
(ιζ)



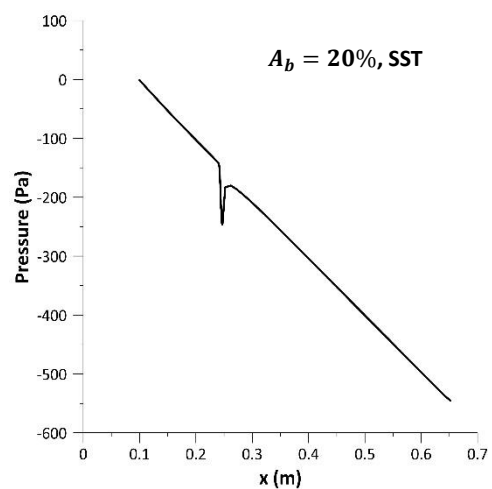
(ιη)

Εικόνα 4.6: Κατανομές πίεσης για παροχή 20ml/s και για (α)10%SST, (β)10% k-kl, (γ)20% SST, (δ)20% k-kl, (ε)30% SST, (στ)30% k-kl, (ζ)40% SST, (η)40% k-kl, (θ)50% SST, (ι)50% k-kl, (ια)60% SST, (ιβ)60% k-kl, (ιγ)70% SST, (ιδ)70% k-kl, (ιε)80% SST, (ιστ)80% k-kl, (ιζ)90% SST, (ιη)90% k-kl

• 30 ml/s ( $Re_0=4775$ )



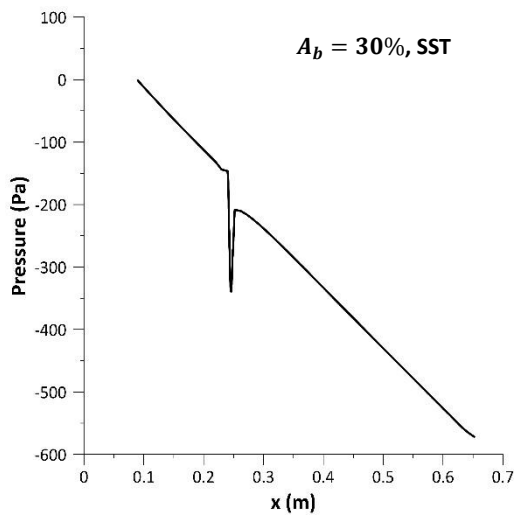
(α)



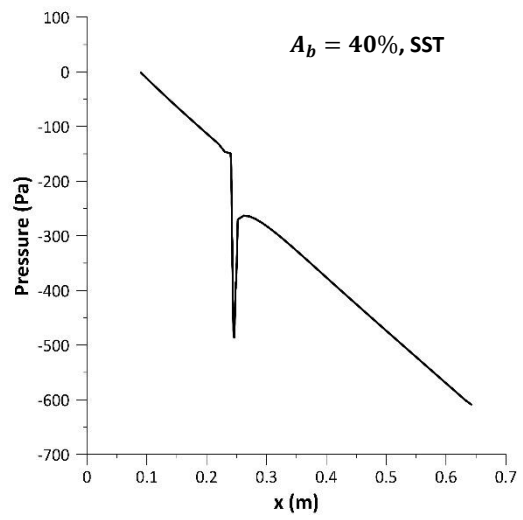
(β)

συνεχίζεται→

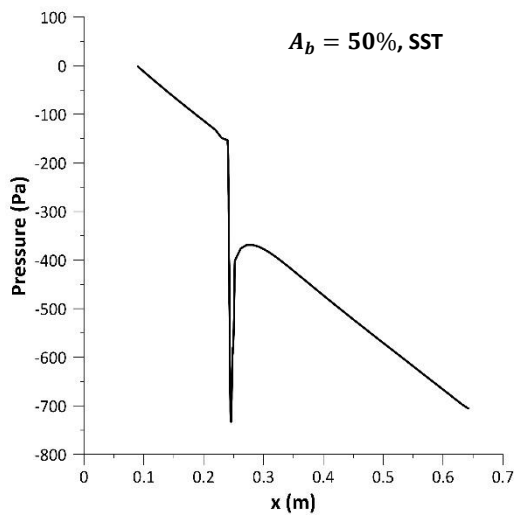




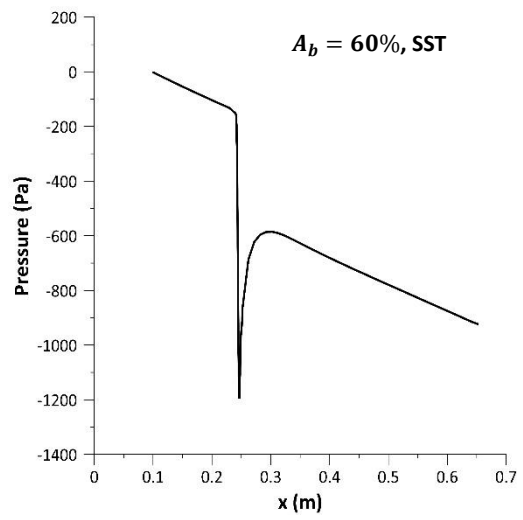
( $\gamma$ )



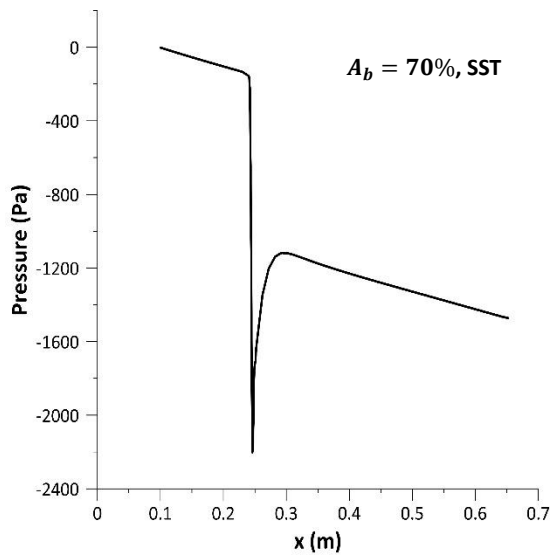
( $\delta$ )



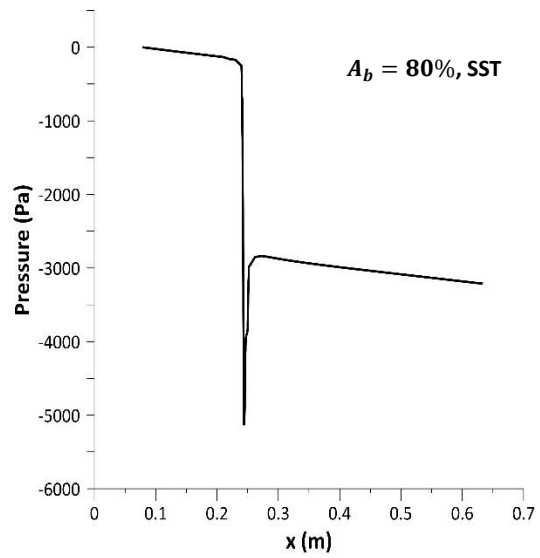
( $\epsilon$ )



( $\sigma\tau$ )

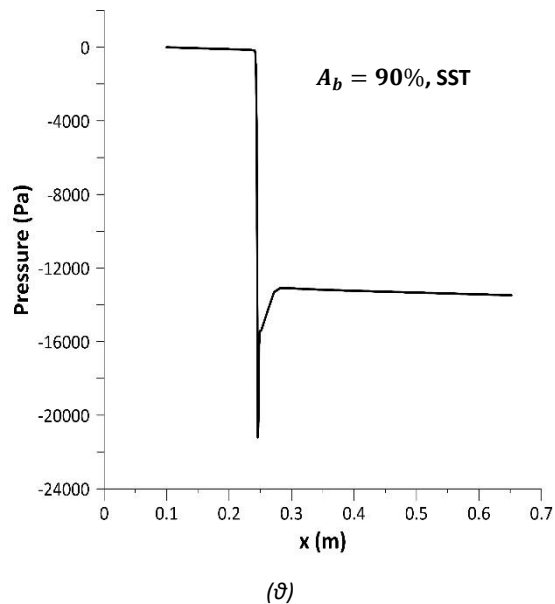


( $\zeta$ )



( $\eta$ )

συνεχίζεται→



Εικόνα 4.7: Κατανομές πίεσης για παροχή 30ml/s και για (α)10%SST, (β)20% SST, (γ)30% SST, (δ)40 %SST, (ε)50% SST, (στ)60% SST, (ζ)70% SST, (η)80% SST, (θ)90% SST

Οι κατανομές πίεσης κατά μήκος του στενωμένου αγωγού αποκαλύπτουν την επίδραση των γραμμικών απωλειών στην πίεση. Φαίνεται γύρω από την στένωση έντονη πτώση πίεσης η οποία επανακάτται κατάντι της στένωσης.

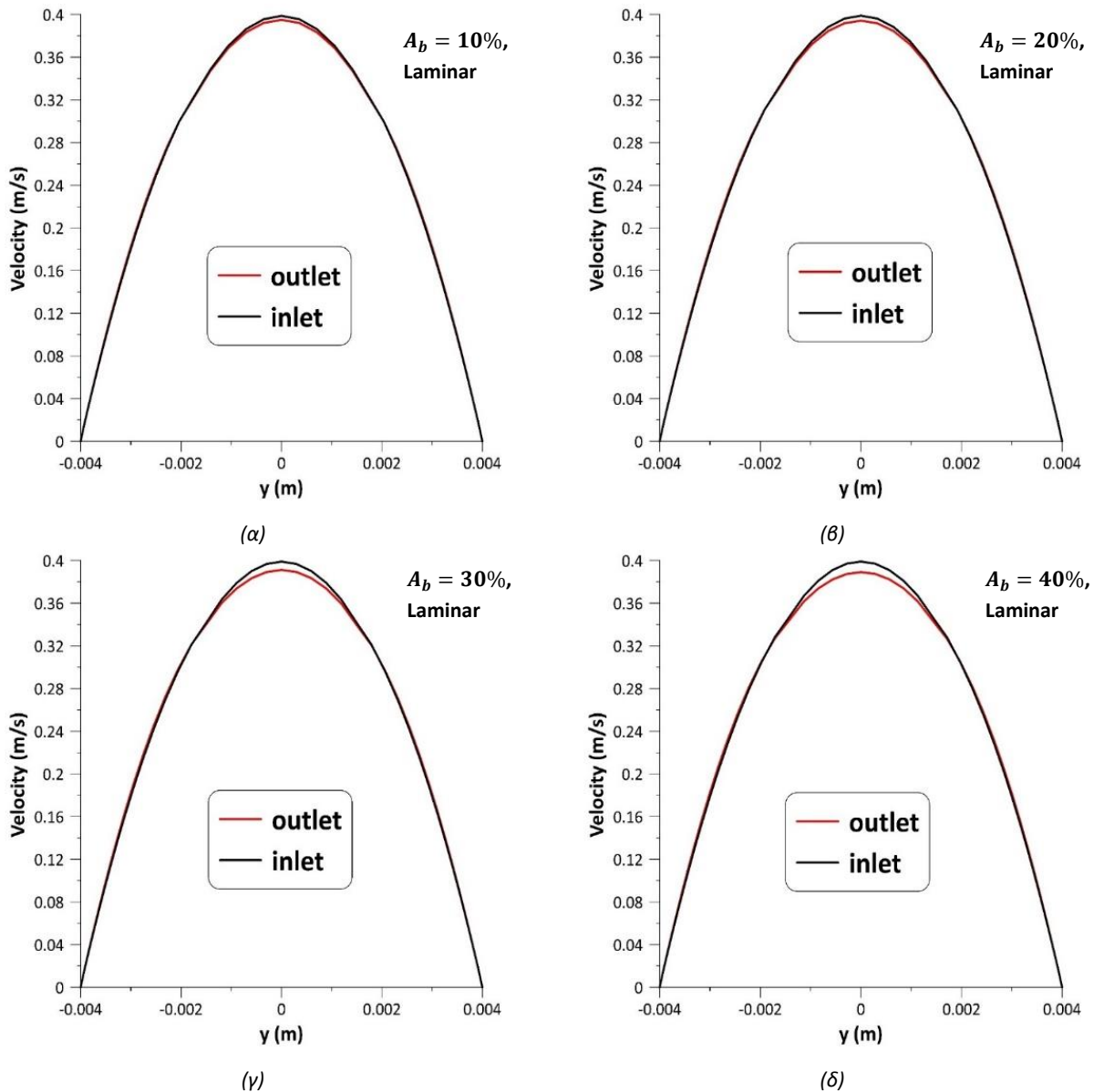
Στα διαγράμματα κατανομής πίεσης για παροχή 10 ml/s, παρατηρείται ότι για στενώσεις 50% και 60%, τα μοντέλα φαίνεται να συμπίπτουν. Ωστόσο, για στενώσεις άνω του 70%, εμφανίζονται διαφοροποιήσεις. Συγκεκριμένα, στα διαγράμματα του μοντέλου "Laminar", η κλίση ανάντι και κατάντι της στένωσης παραμένει σχεδόν σταθερή, ενώ στο μοντέλο "k-kl-omega" παρατηρείται διαφορετική συμπεριφορά. Επίσης, μετά τη στένωση, τα δεδομένα του μοντέλου "Laminar" δείχνουν πιο ομαλή επαναφορά της πίεσης σε σύγκριση με το μοντέλο "k-kl-omega".

Στα διαγράμματα για παροχή 20 ml/s, δεν παρατηρούνται έντονες διαφορές μεταξύ των μοντέλων "SST-omega" και "k-kl-omega". Φαίνεται ότι η επαναφορά της πίεσης γίνεται ελάχιστα πιο απότομα μετά τη στένωση.

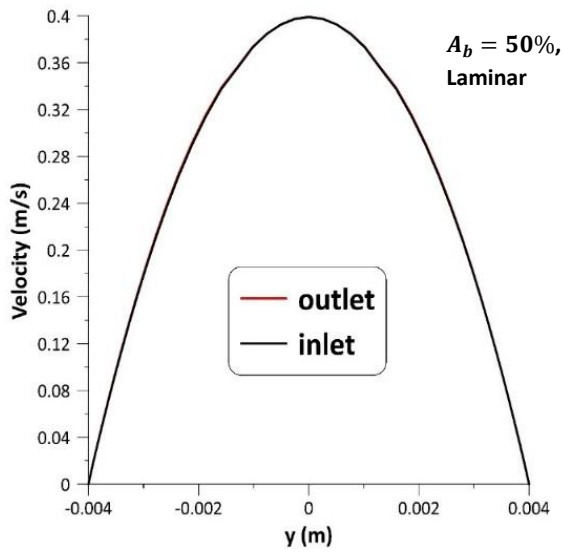
#### 4.4 Προφίλ ταχυτήτων

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται τα προφίλ ταχυτήτων στην είσοδο και την έξοδο του αγωγού για τρεις διαφορετικές ποσότητες παροχής: 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s. Κάθε διάγραμμα περιλαμβάνει τα αποτελέσματα για κάθε μοντέλο και μέθοδο επίλυσης που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Συγκεκριμένα στις εικόνες 4.8, 4.9, 4.10 απεικονίζονται τα διαγράμματα προφίλ ταχύτητας για τις παροχές 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s αντίστοιχα.

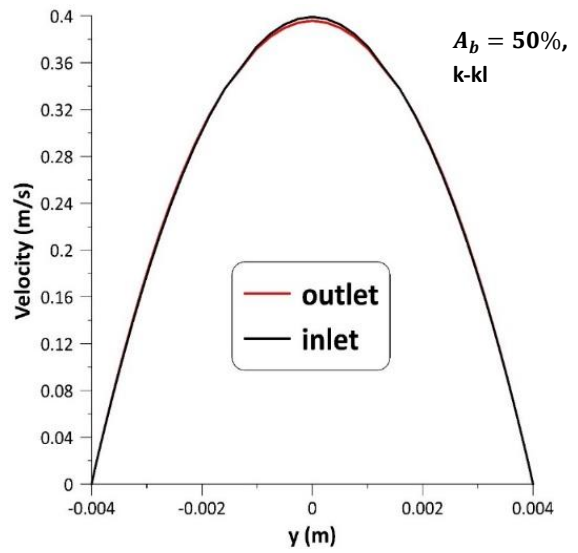
- 10 ml/s ( $Re_0=1592$ )



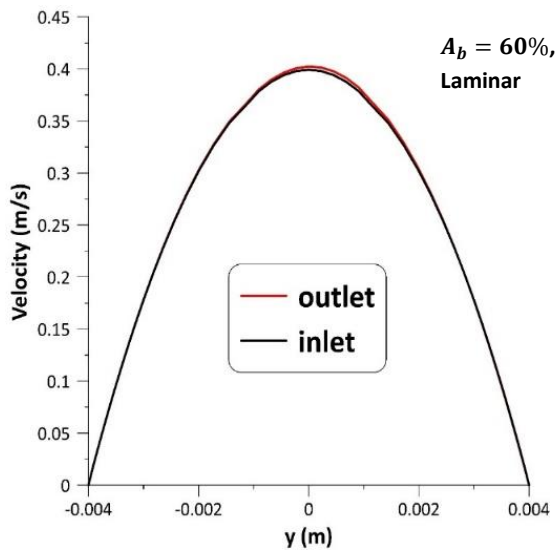
συνεχίζεται→



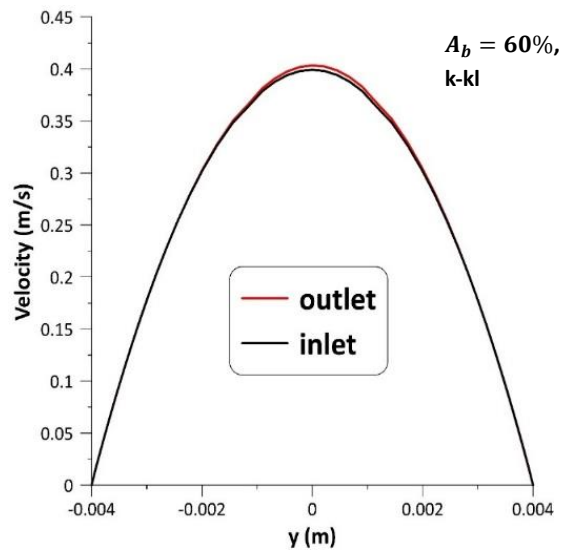
(ε)



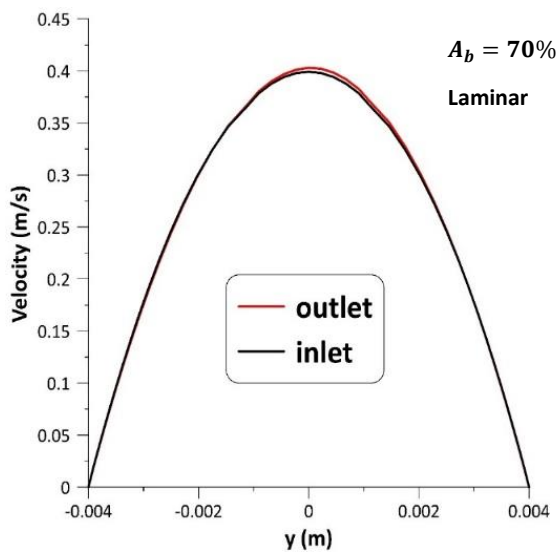
(σ)



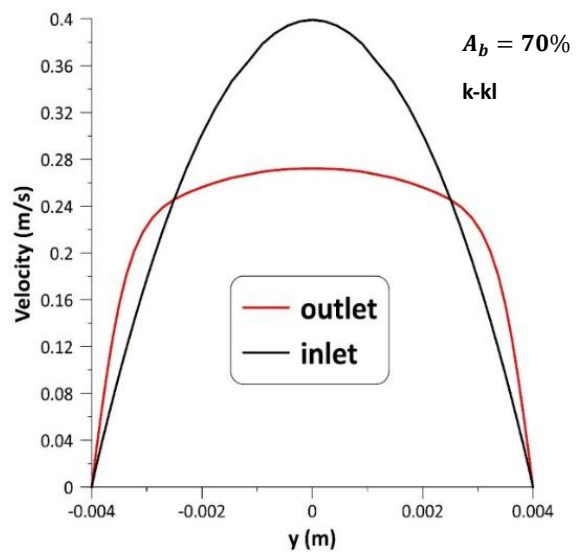
(ζ)



(η)

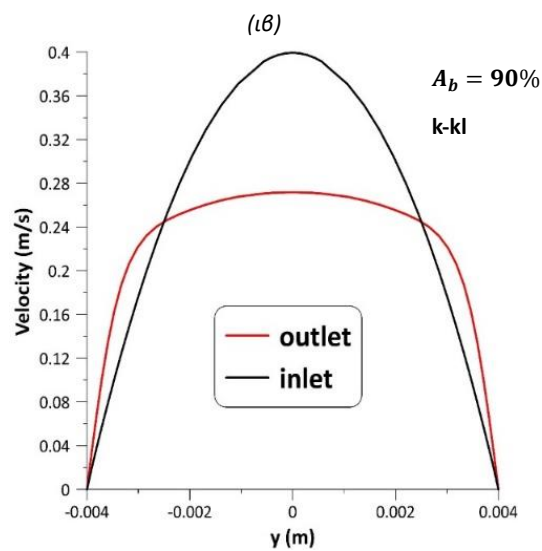
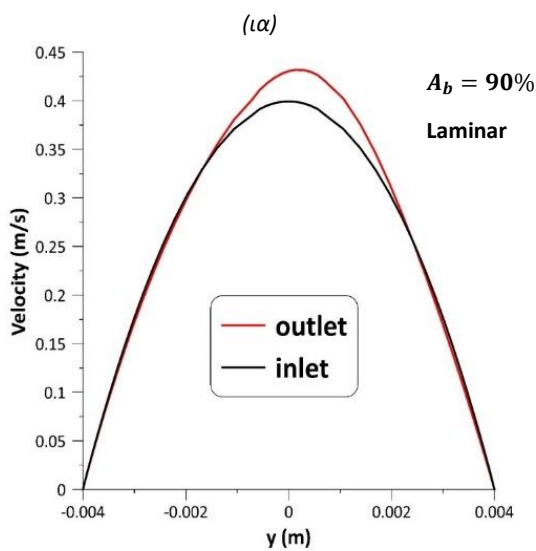
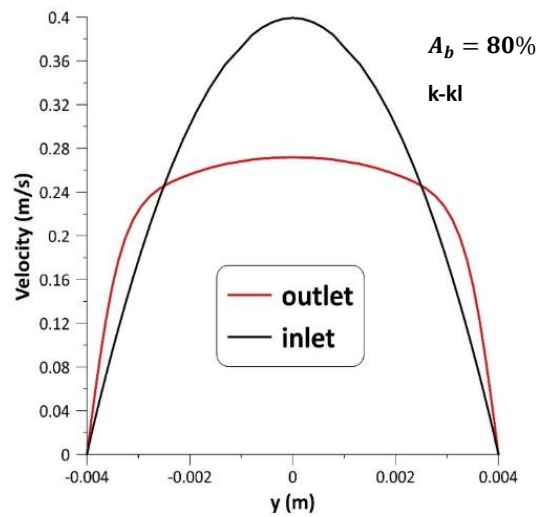
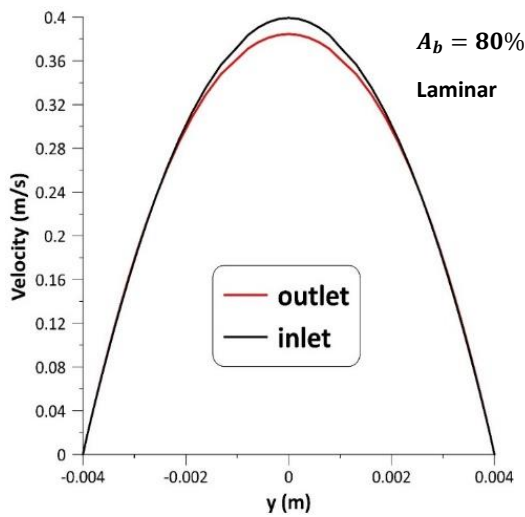


(θ)



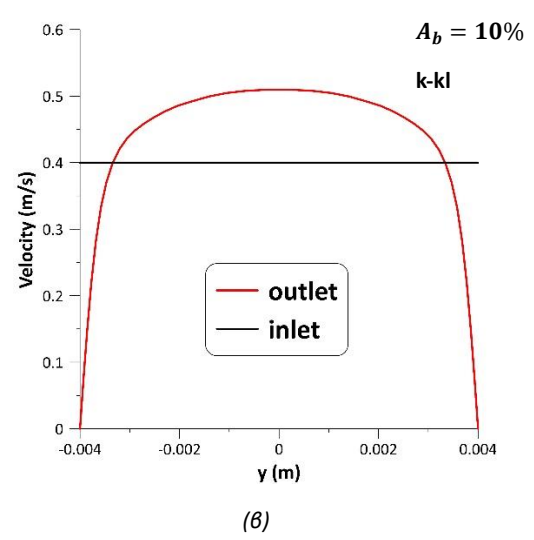
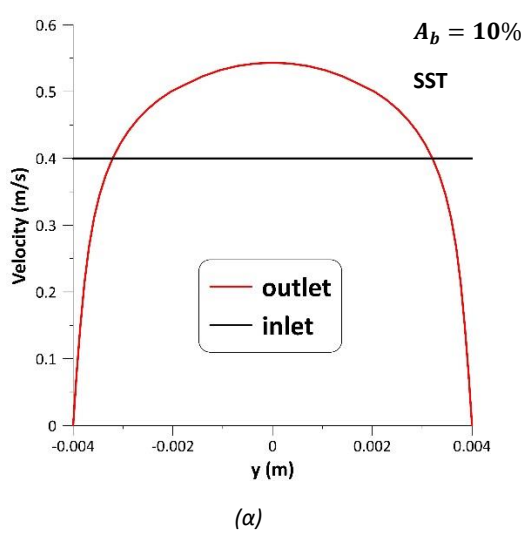
(ι)

συνεχίζεται →

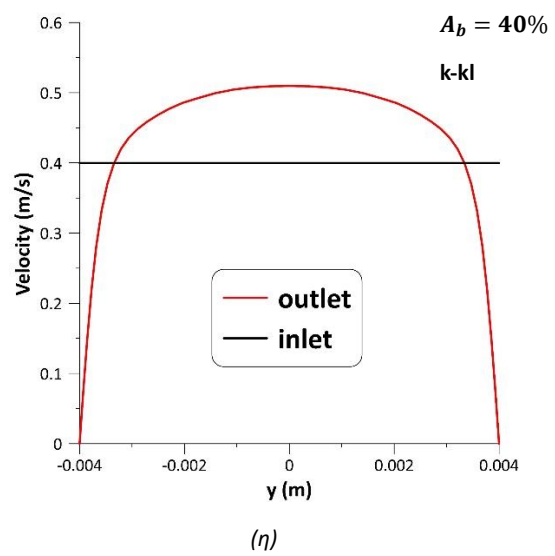
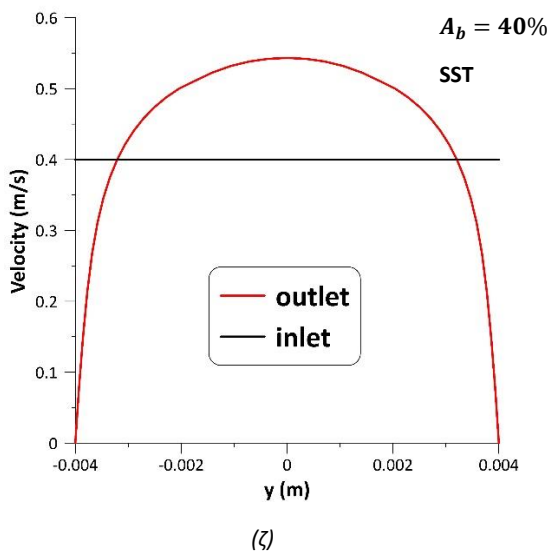
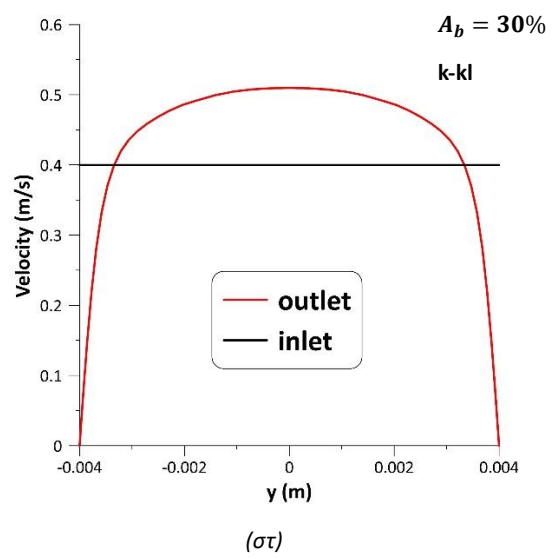
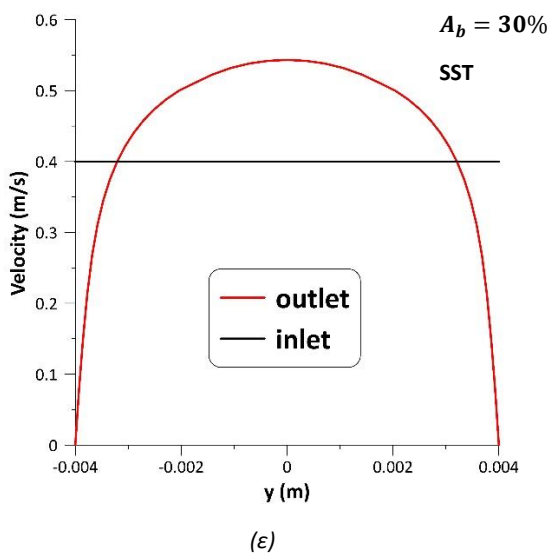
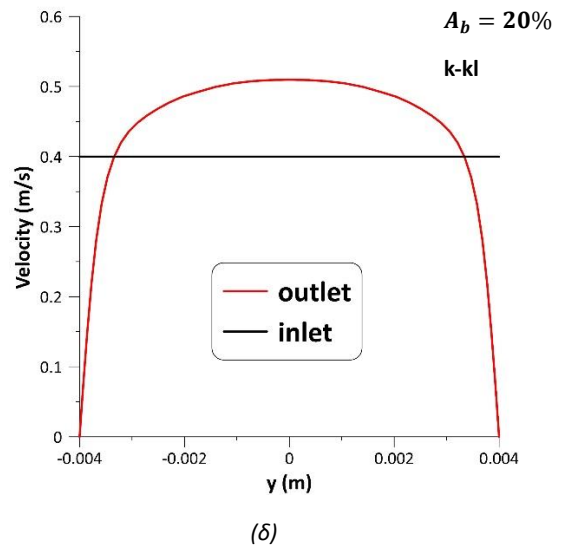
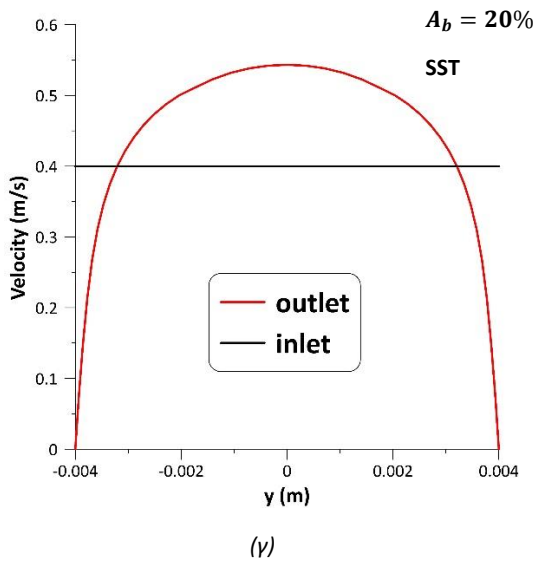


Εικόνα 4.8: Προφίλ ταχυτήτων για παροχή 10 ml/s και για στένωση (α)10% Laminar, (β)20% Laminar, (γ)30% Laminar, (δ)40% Laminar, (ε)50% Laminar, (στ)50% k-kl, (ζ)60% Laminar, (η)60% k-kl, (θ)70% Laminar, (ι)70% k-kl, (ια)80% Laminar, (ιβ)80% k-kl, (ιγ)90% Laminar, (ιδ)90% k-kl

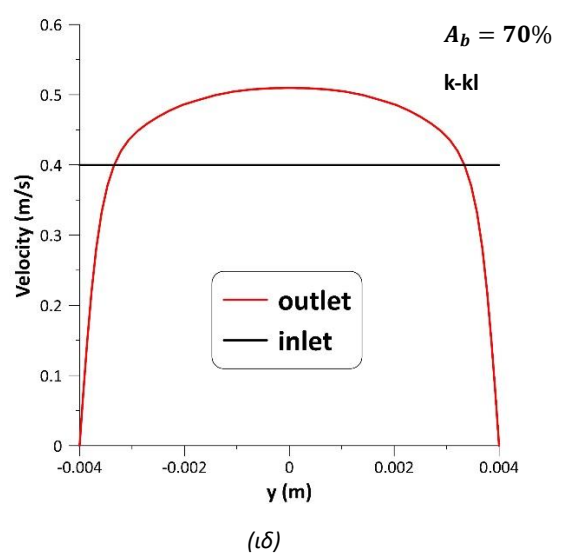
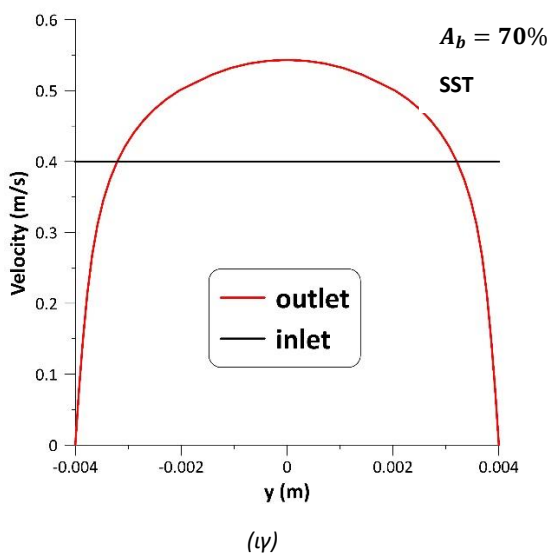
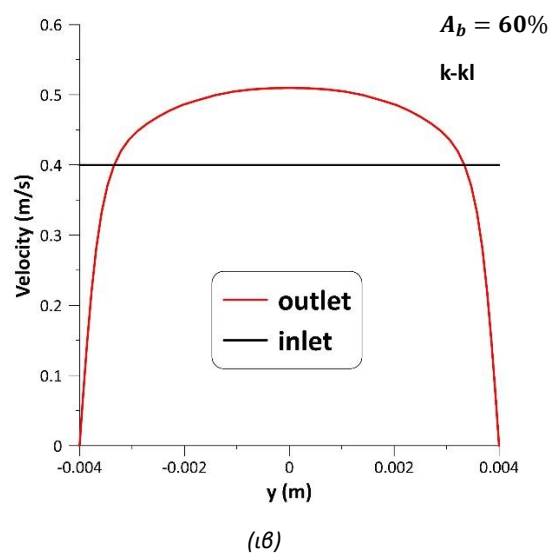
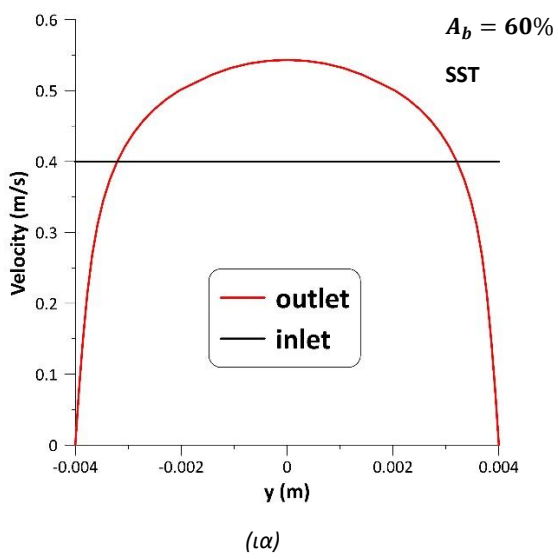
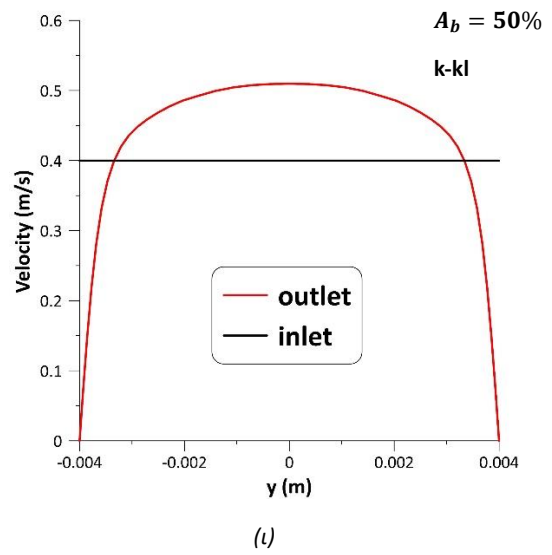
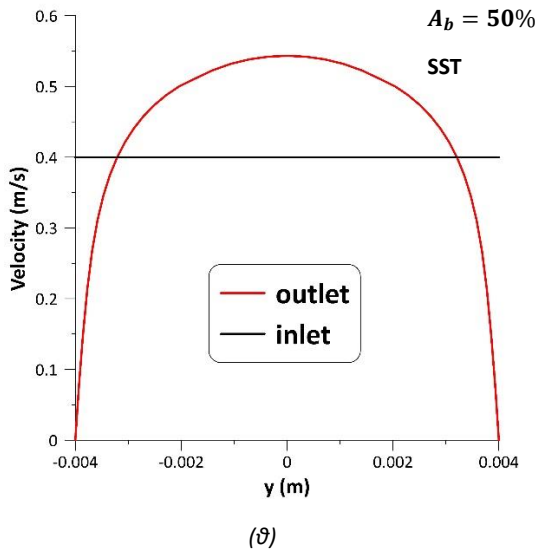
• 20 ml/s ( $Re_0=3183$ )



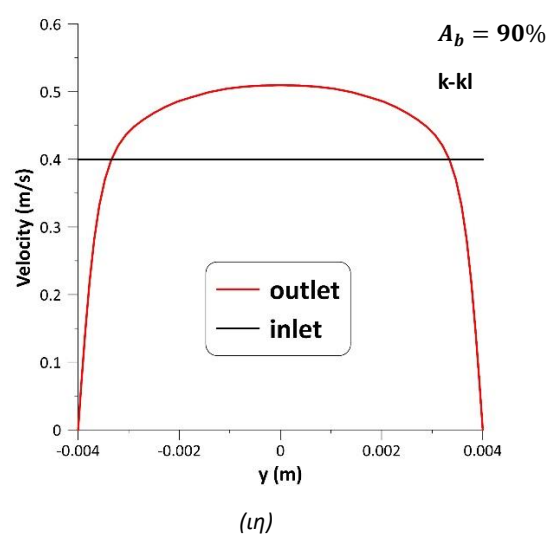
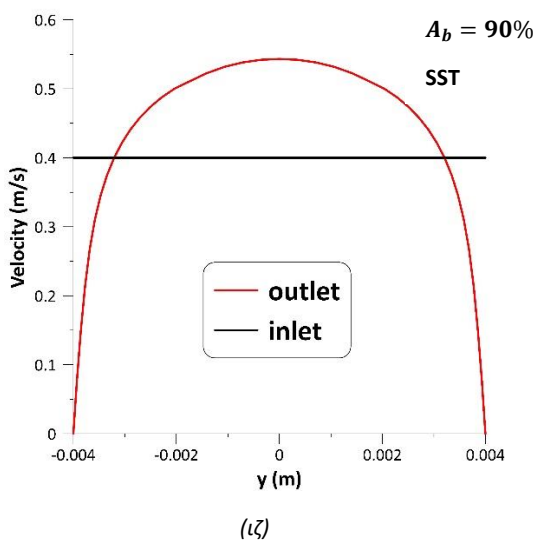
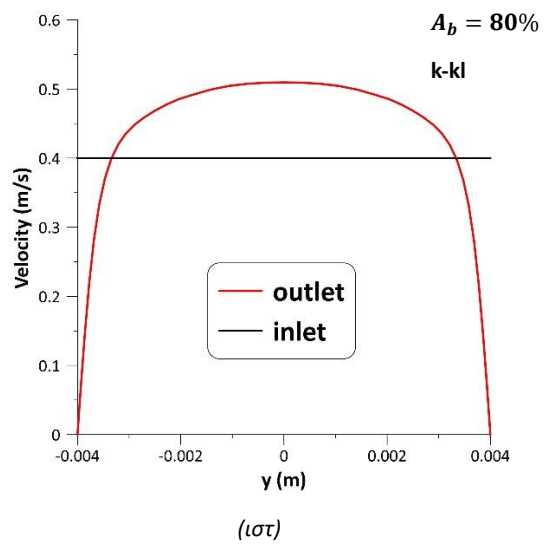
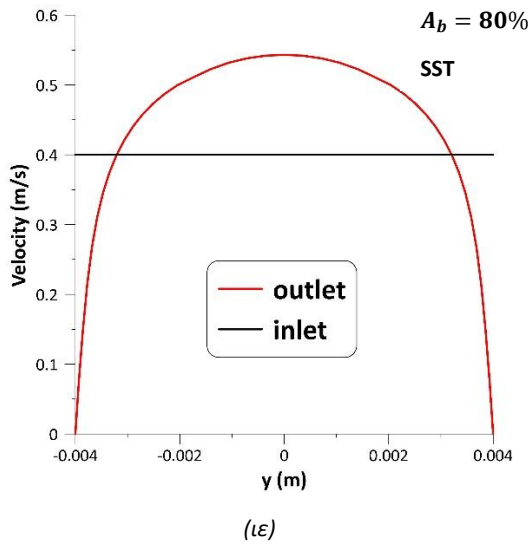
συνεχίζεται→



συνεχίζεται →

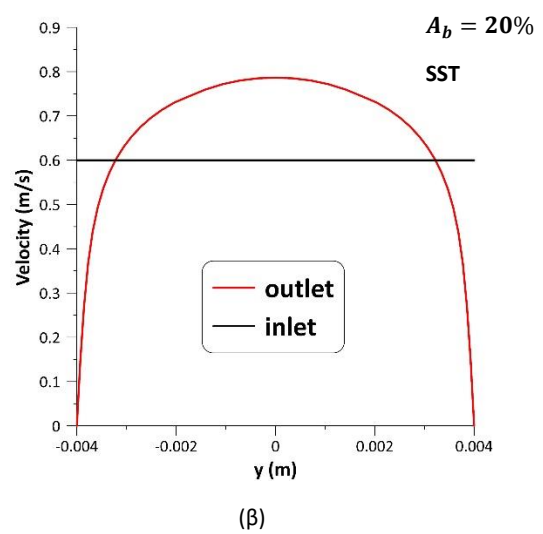
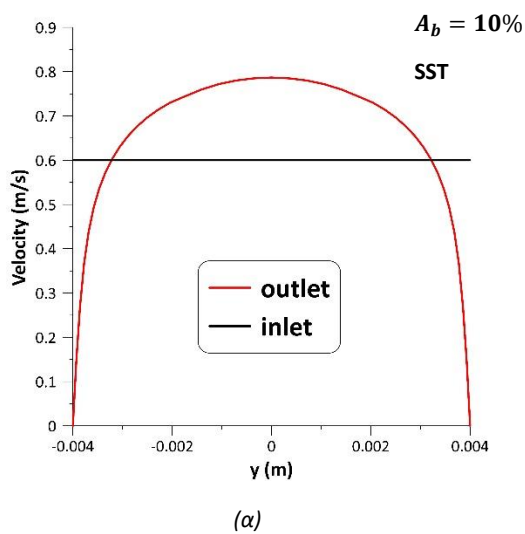


συνεχίζεται →



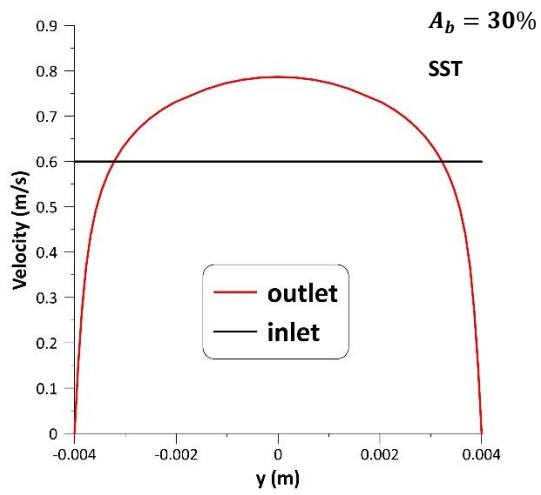
Εικόνα 4.9: Προφίλ ταχυτήτων για παροχή 20ml/s και για (α)10%SST, (β)10% k-kl, (γ)20% SST, (δ)20% k-kl, (ε)30% SST, (στ)30% k-kl, (ζ)40% SST, (η)40% k-kl, (θ)50% SST, (ι)50% k-kl, (ια)60% SST, (ιβ)60% k-kl, (ιγ)70% SST, (ιδ)70% k-kl, (ιε)80% SST, (ιστ)80% k-kl, (ιζ)90% SST, (ιη)90% k-kl

• **30 ml/s ( $Re_0=4775$ )**

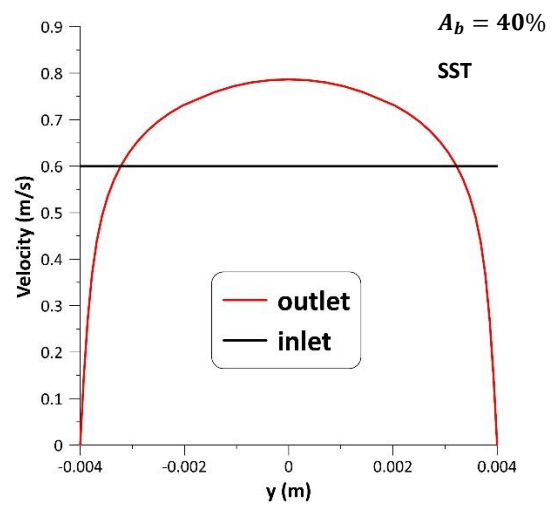


συνεχίζεται→

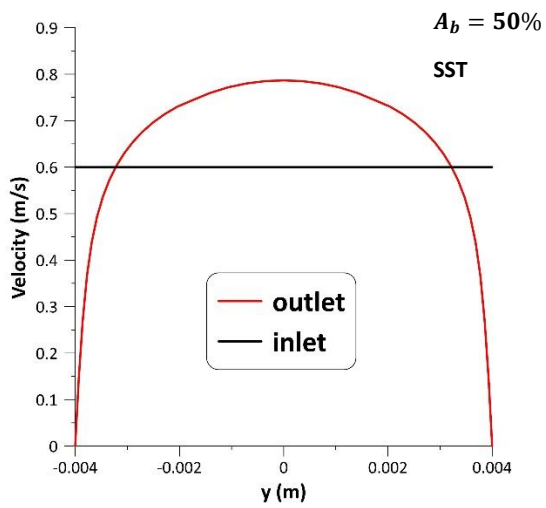




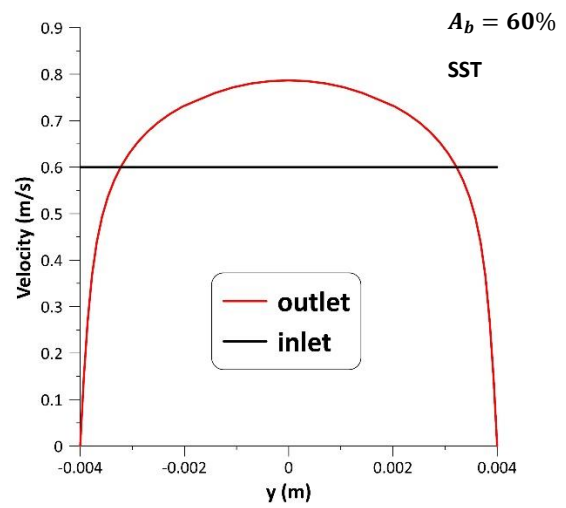
(γ)



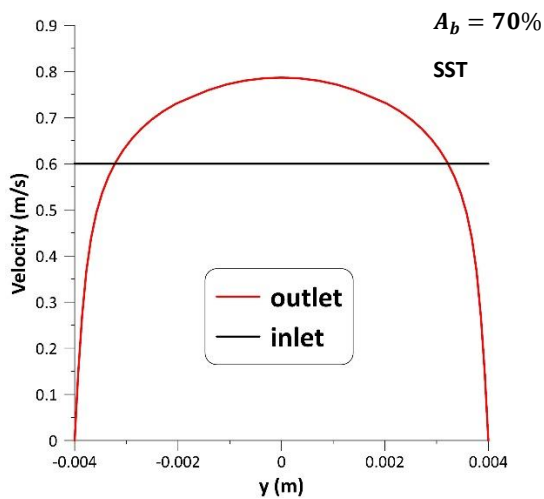
(δ)



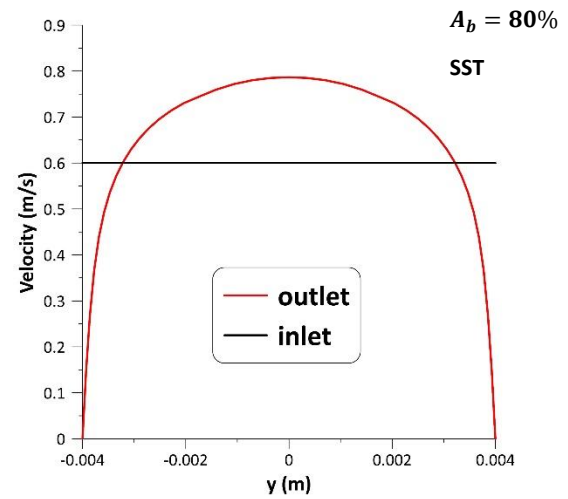
(ε)



(στ)

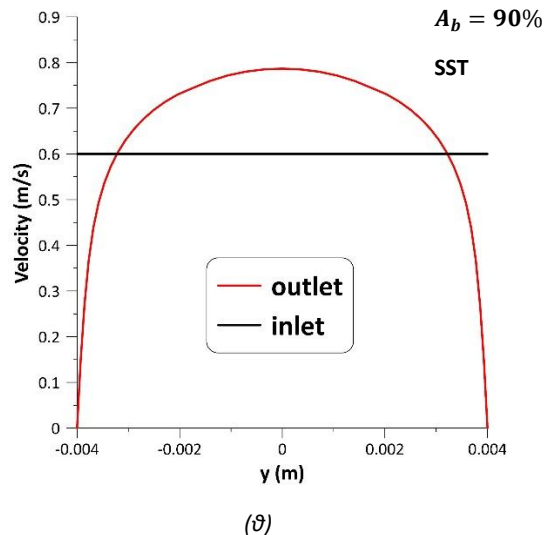


(ζ)



(η)

συνεχίζεται →



Εικόνα 4.10: Προφίλ ταχυτήτων για παροχή 30ml/s και για (α)10%SST, (β)20% SST, (γ)30% SST, (δ)40 %SST, (ε)50% SST, (στ)60% SST, (ζ)70% SST, (η)80% SST, (θ)90% SST

Στην ενότητα αυτή, εξετάζεται η διαμόρφωση των προφίλ ταχύτητας εισόδου και εξόδου σε στενωμένο αγωγό με χρήση διαφορετικών μοντέλων. Αρχικά, τα μήκη κατάντι της στένωσης καθορίζονται έτσι ώστε η ροή να είναι πλήρως διαμορφωμένη στην έξοδο, όπως περιγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Αυτή η ενότητα θα αποκαλύψει την επίδραση του κάθε μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε και μετέβαλλε τη ροή κατάντι της στένωσης και το προφίλ ταχύτητας εξόδου.

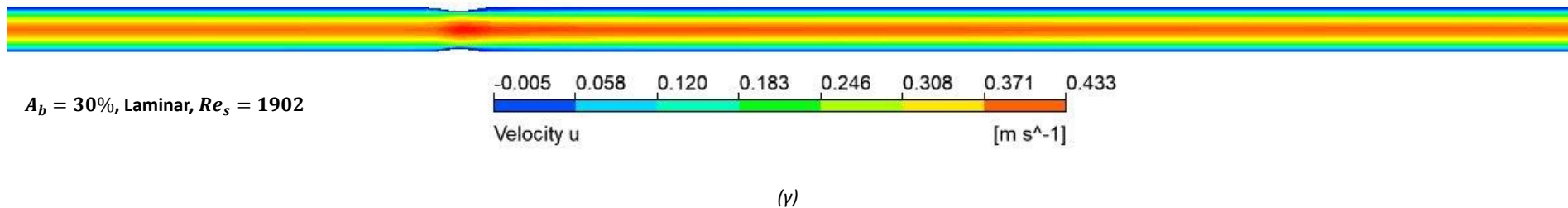
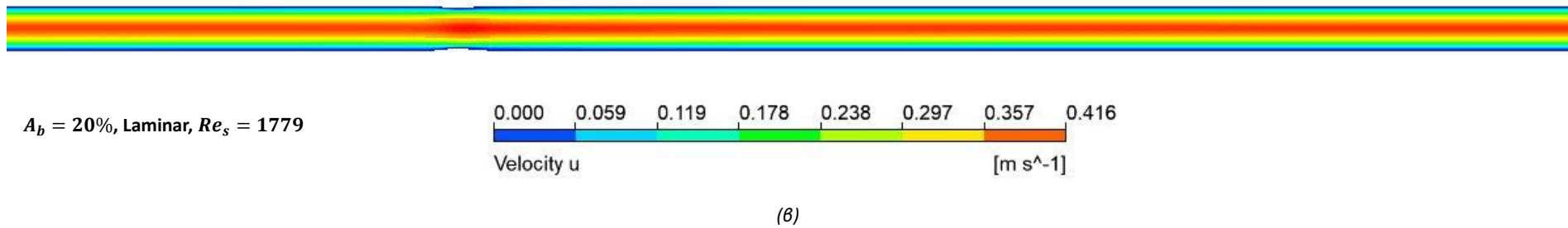
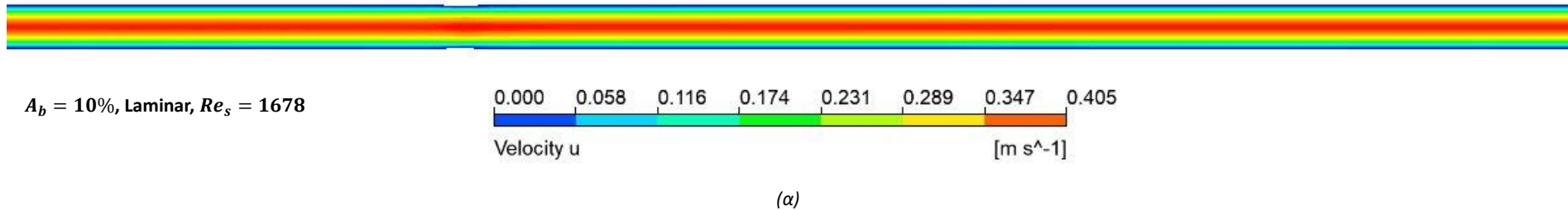
Για παροχή 10 ml/s (Εικ.4.7), παρατηρείται ότι τα προφίλ εισόδου-εξόδου συμπίπτουν, ακόμη και για 50% και 60% στένωση, όταν η ροή γίνεται μεταβατική. Από 70% στένωση και μετά, όταν χρησιμοποιείται το μοντέλο "k-kl-omega", παρατηρείται αλλαγή στα προφίλ ταχύτητας εξόδου, γίνοντας πιο ομοιόμορφα με την μέγιστη ταχύτητά της να ελαττώνεται. Τέλος, για 90% στένωση, χρησιμοποιώντας το μοντέλο για στρωτή ροή, παρατηρείται ότι το προφίλ ταχύτητας εξόδου έχει μεγαλύτερη μέγιστη ταχύτητα από την μέγιστη της εισόδου.

Για παροχή 20 ml/s (Εικ.4.8), συγκρίνονται τα προφίλ ταχύτητας μεταξύ των μοντέλων "SST-omega" και "k-kl-omega" για μεταβατική και τυρβώδη ροή. Η διαφορά εμφανίζεται στα προφίλ εξόδου, όπου φαίνεται ότι για το μοντέλο "k-kl-omega" τα προφίλ είναι ελάχιστα πιο πλατιά από αυτά για το μοντέλο "SST-omega".

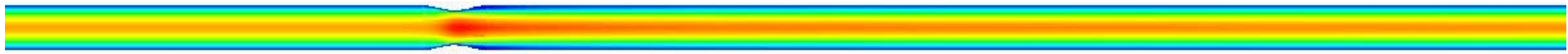
#### 4.5 Κατανομές ταχύτητας

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται τα διαγράμματα κατανομής ταχύτητας κατά μήκος του στενωμένου αγωγού για τρεις διαφορετικές ποσότητες παροχής: 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s. Κάθε διάγραμμα περιλαμβάνει τα αποτελέσματα για κάθε μοντέλο και μέθοδο επίλυσης που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Συγκεκριμένα στην εικόνα 4.11, 4.12, 4.13 απεικονίζονται τα διαγράμματα κατανομής ταχύτητας για τις παροχές 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s αντίστοιχα.

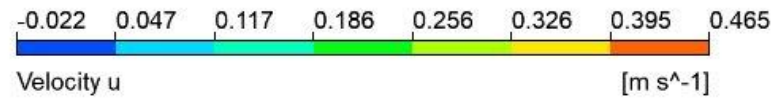
- 10 ml/s ( $Re_0=1592$ )



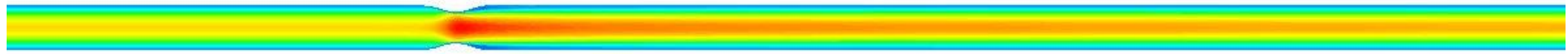
συνεχίζεται→



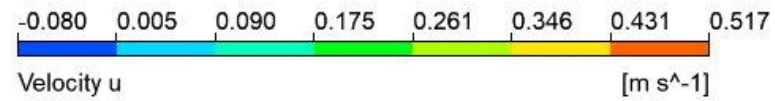
$A_b = 40\%$ , Laminar,  $Re_s = 2056$



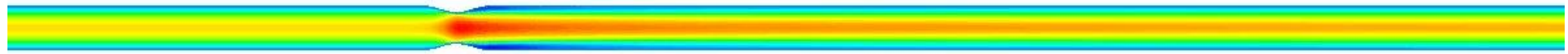
(δ)



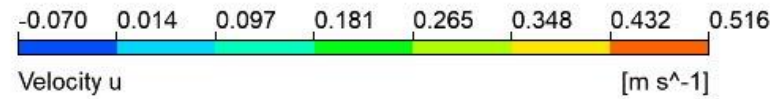
$A_b = 50\%$ , Laminar,  $Re_s = 2251$



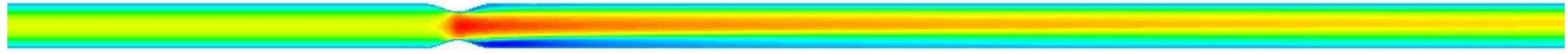
(ε)



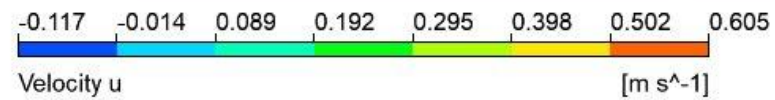
$A_b = 50\%$ , k-kl,  $Re_s = 2251$



(σ)

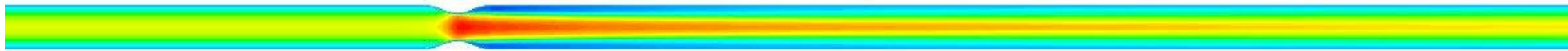


$A_b = 60\%$ , Laminar,  $Re_s = 2516$

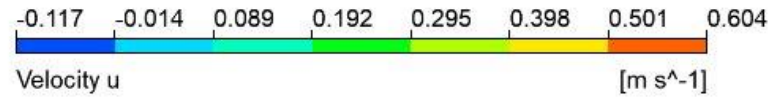


(ζ)

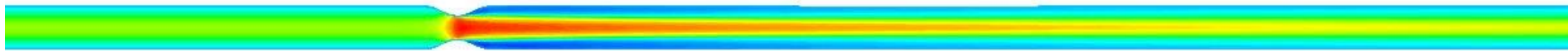
συνεχίζεται→



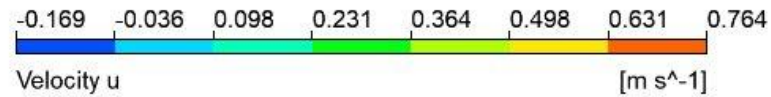
$A_b = 60\%$ , k-kl,  $Re_s = 2516$



(η)



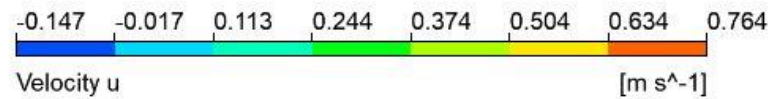
$A_b = 70\%$ , Laminar,  $Re_s = 2906$



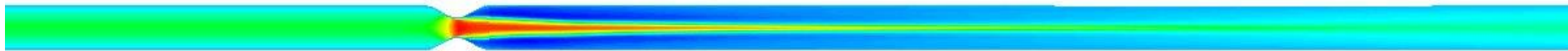
(θ)



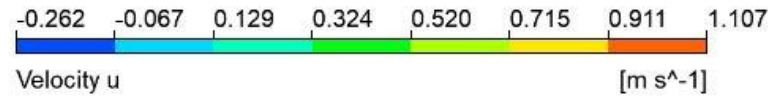
$A_b = 70\%$ , k-kl,  $Re_s = 2906$



(ι)

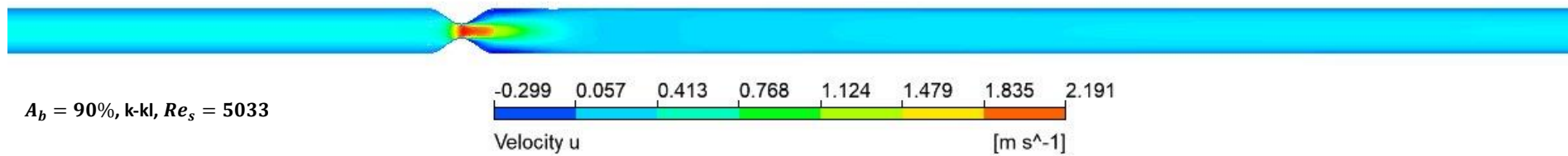
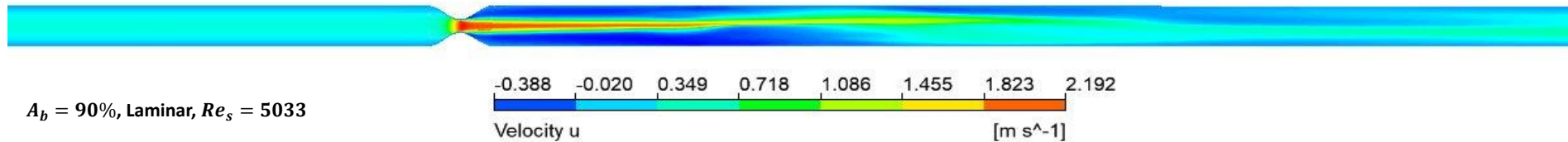
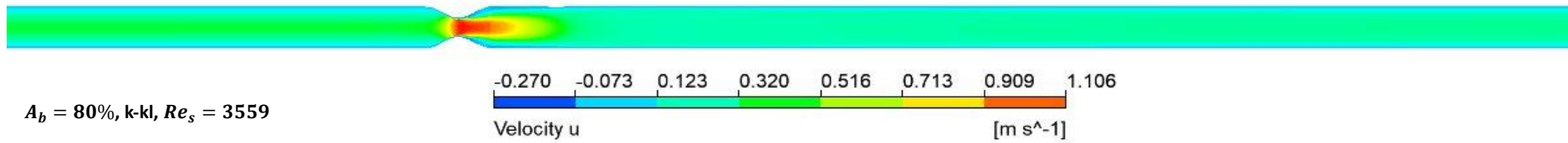


$A_b = 80\%$ , Laminar,  $Re_s = 3559$



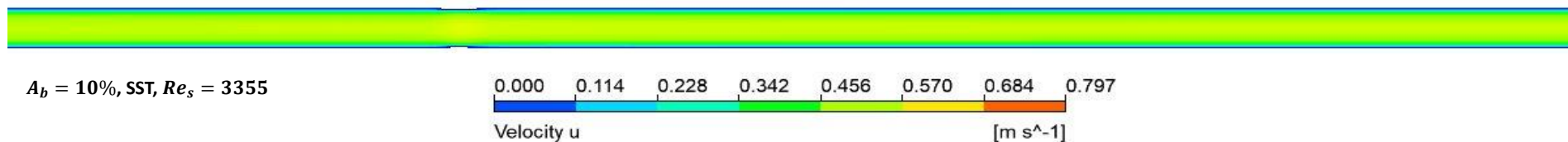
(ια)

συνεχίζεται→



Εικόνα 4.11: Κατανομές ταχυτήτων για παροχή 10 ml/s και για στένωση (α)10% Laminar, (β)20% Laminar, (γ)30% Laminar, (δ)40% Laminar, (ε)50% Laminar, (στ)50% k-kl, (ζ)60% Laminar, (η)60% k-kl, (θ)70% Laminar, (ι)70% k-kl, (ια)80% Laminar, (ιβ)80% k-kl, (ιγ)90% Laminar, (ιδ)90% k-kl

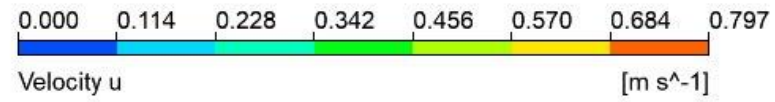
- 20 ml/s ( $Re_0=3183$ )



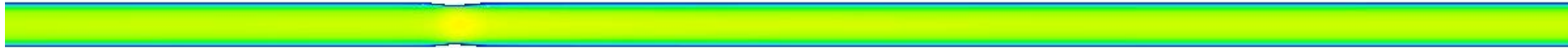
συνεχίζεται→



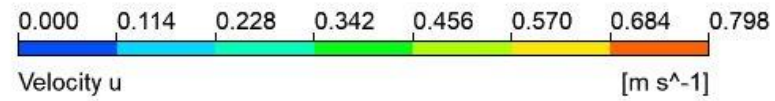
$A_b = 10\%$ , k-kl,  $Re_s = 3355$



(β)



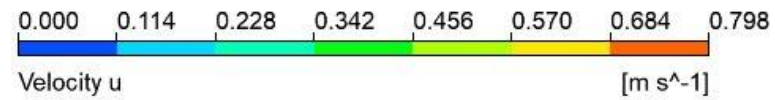
$A_b = 20\%$ , SST,  $Re_s = 3558$



(γ)



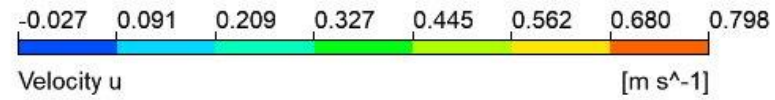
$A_b = 20\%$ , k-kl,  $Re_s = 3558$



(δ)



$A_b = 30\%$ , SST,  $Re_s = 3805$

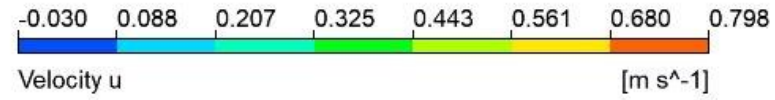


(ε)

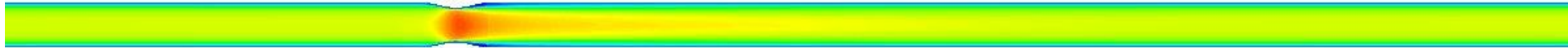
συνεχίζεται→



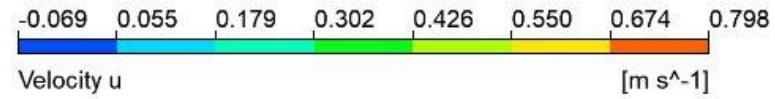
$A_b = 30\%$ , k-kl,  $Re_s = 3805$



(σ)



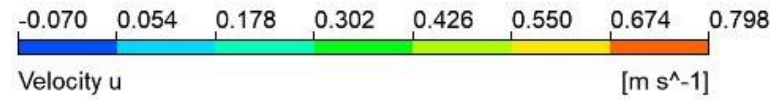
$A_b = 40\%$ , SST,  $Re_s = 4109$



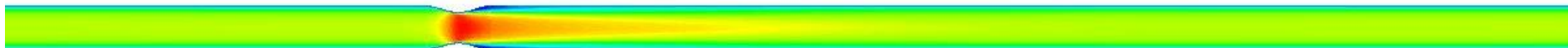
(ζ)



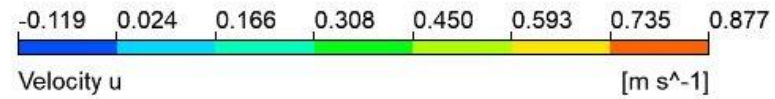
$A_b = 40\%$ , k-kl,  $Re_s = 4109$



(η)



$A_b = 50\%$ , SST,  $Re_s = 4502$



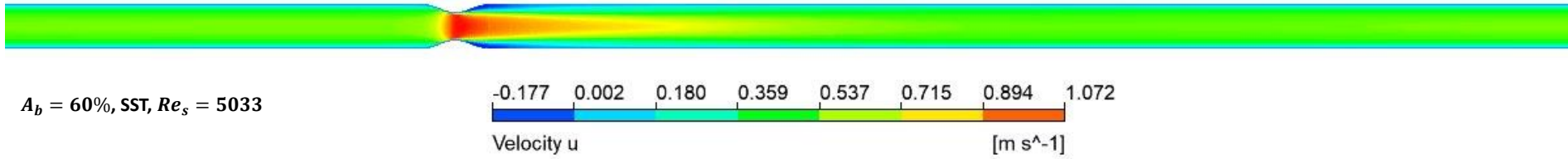
(θ)

συνεχίζεται→

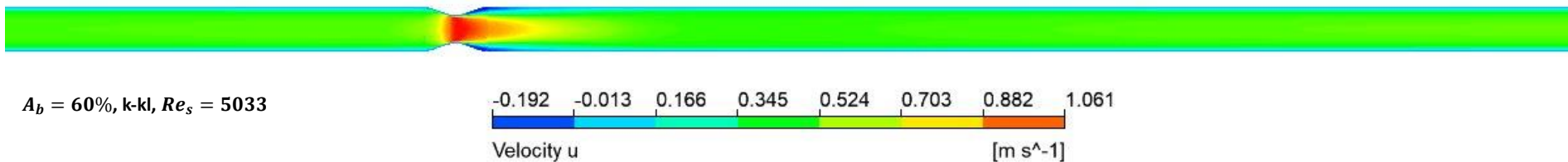




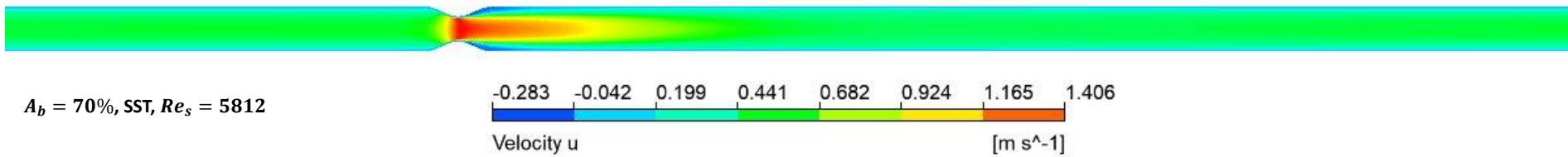
(u)



(u)



(u)

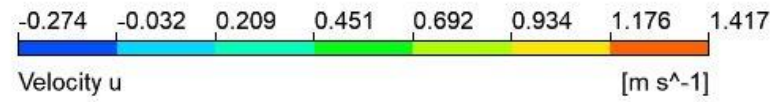


(u)

συνεχίζεται→



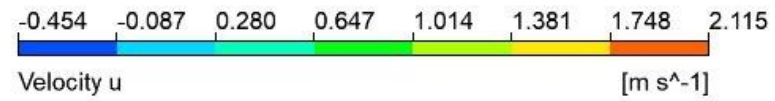
$A_b = 70\%$ , k-kl,  $Re_s = 5812$



(iδ)



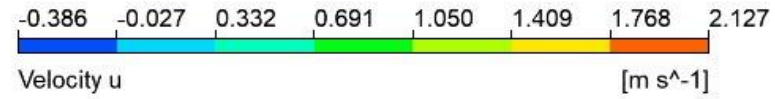
$A_b = 80\%$ , SST,  $Re_s = 7118$



(iε)



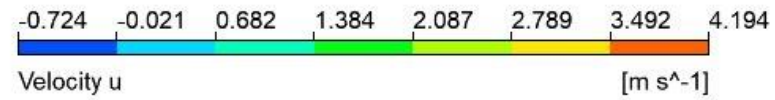
$A_b = 80\%$ , k-kl,  $Re_s = 7118$



(iσ)

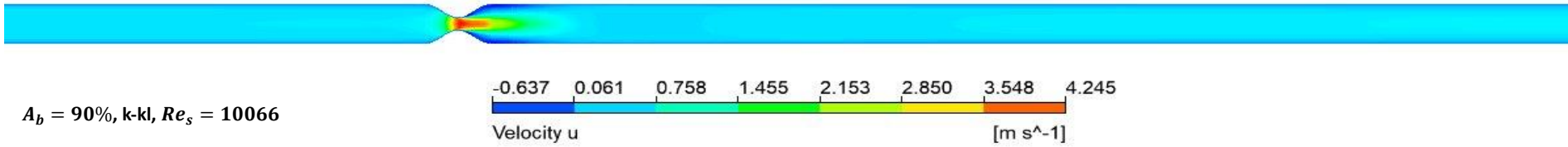


$A_b = 90\%$ , SST,  $Re_s = 10066$



(iζ)

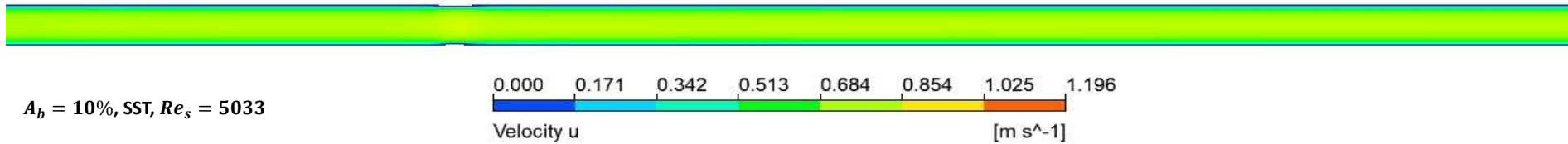
συνεχίζεται→



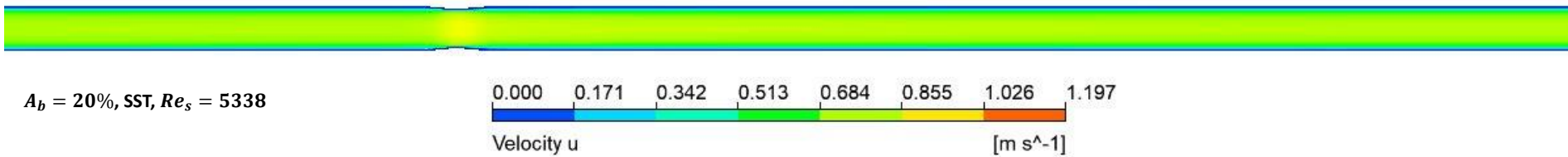
(ιη)

Εικόνα 4.12: Κατανομές ταχυτήτων για παροχή 20ml/s και για (α)10%SST, (β)10% k-kl, (γ)20% SST, (δ)20 %k-kl, (ε)30% SST, (στ)30% k-kl, (ζ)40% SST, (η)40% k-kl, (θ)50% SST, (ι)50% k-kl, (ια)60% SST, (ιβ)60% k-kl, (ιγ)70% SST, (ιδ)70% k-kl, (ιε)80% SST, (ιστ)80% k-kl, (ιζ)90% SST, (ιη)90% k-kl

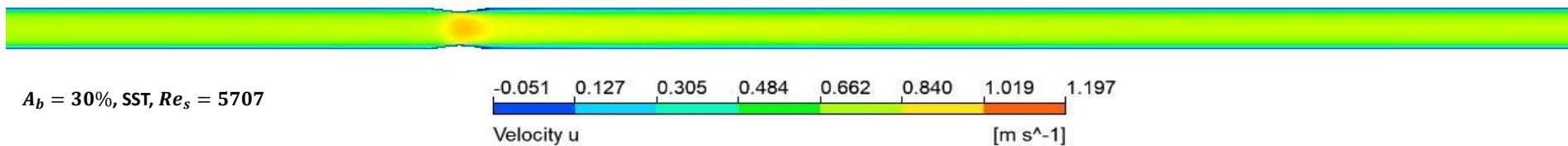
• 30 ml/s( $Re_0=4775$ )



(α)

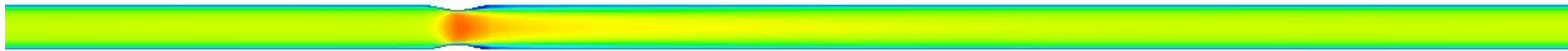


(β)

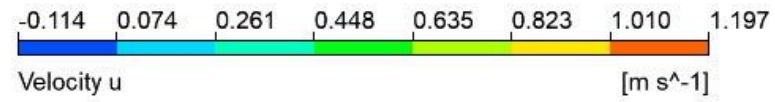


(γ)

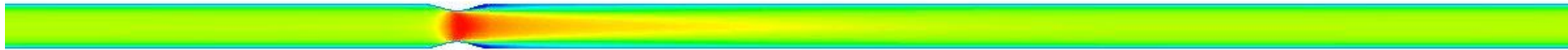
συνεχίζεται→



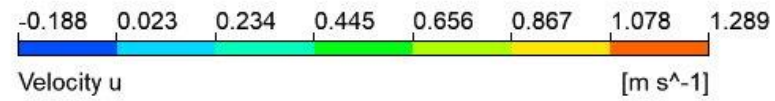
$A_b = 40\%$ , SST,  $Re_s = 6164$



(δ)



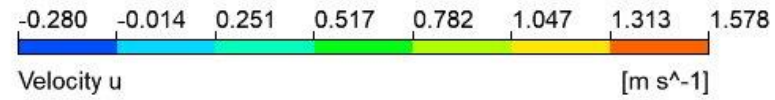
$A_b = 50\%$ , SST,  $Re_s = 6752$



(ε)



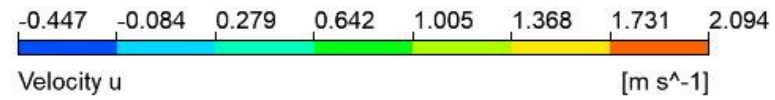
$A_b = 60\%$ , SST,  $Re_s = 7549$



(στ)

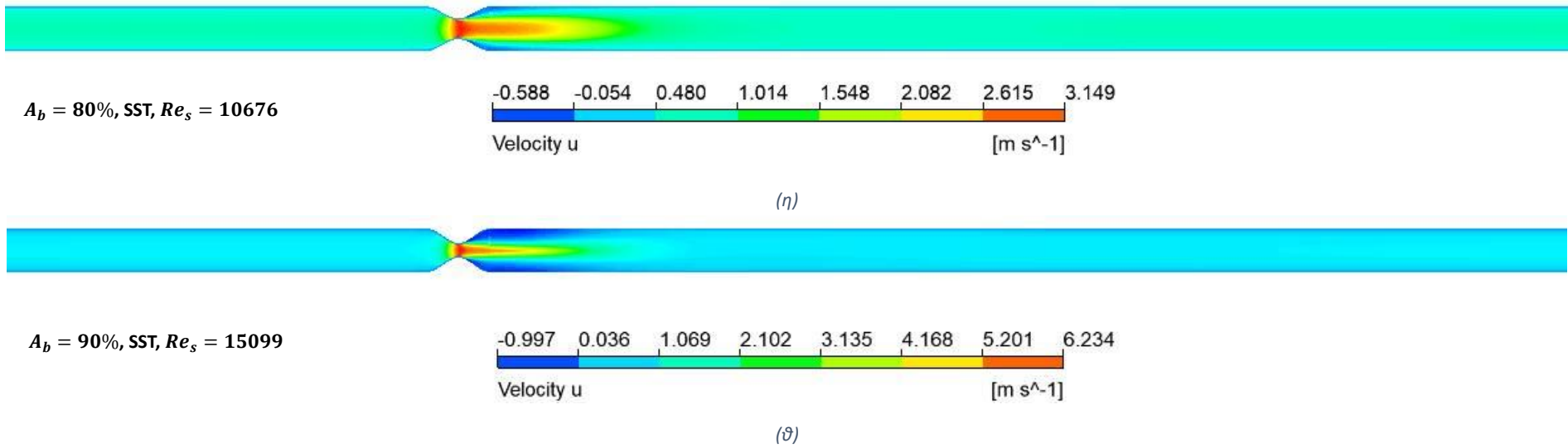


$A_b = 70\%$ , SST,  $Re_s = 8717$



(ζ)

συνεχίζεται→



Εικόνα 4.13: Κατανομές ταχυτήτων για παροχή 30ml/s και για (α)10%SST, (β)20% SST, (γ)30% SST, (δ)40 %SST, (ε)50% SST, (στ)60% SST, (ζ)70% SST, (η)80% SST, (θ)90% SST

Παρατηρείται αρχικά από όλες τις κατανομές ότι για μεγαλύτερους βαθμούς στένωσης η ροή εμφανίζει αρκετά μεγαλύτερη ταχύτητα στη στένωση σε αντίθεση με τις μικρούς βαθμούς στενώσης που δεν υπάρχει σημαντική διαφορά κατά μήκος του αγωγού συγκριτικά με την απουσία στένωσης, κάτι που είναι αναμενόμενο λόγω της μικρής πτώσης πίεσης.

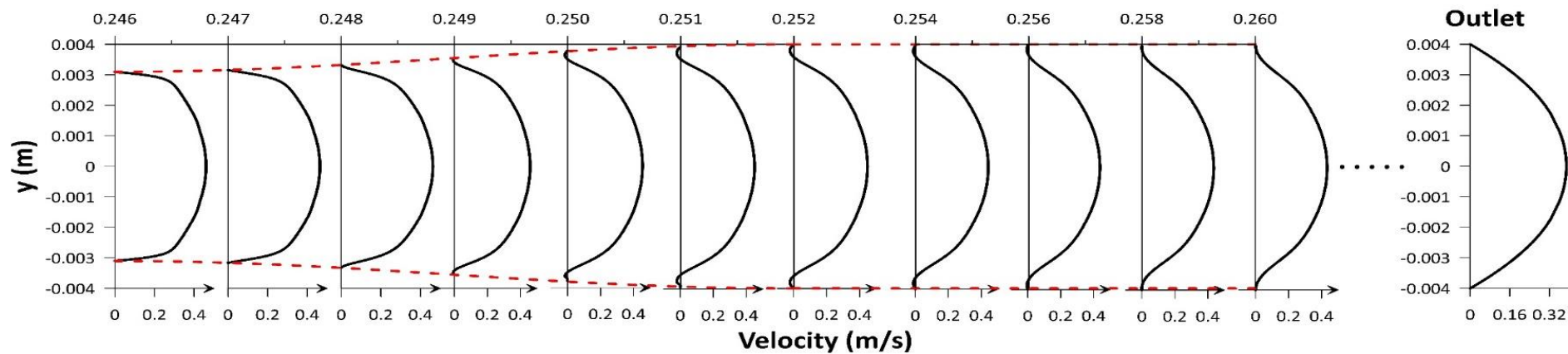
Για 10 ml/s (Εικ.4.11) οι διαφορές των μοντέλων "Laminar" και "SST-omega" εμφανίζονται από 70% στένωση και μετά. Στις προσομοιώσεις που χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο "Laminar" παρατηρούνται υψηλές ταχύτητες σε μεγάλη απόσταση κατάντι της στένωσης σε αντίθεση με τις "k-kl, omega" προσομοιώσεις. Αξίζει να σημειωθεί ότι η ταχύτητα κατά μήκος του αγωγού φαίνεται συμμετρική εκτός από την προσομοίωση για 90% στένωση με το μοντέλο "Laminar". Προφανώς η λύση εδώ δεν συγκλίνει σε μια μόνιμη κατάσταση κατάντι της στένωσης, παρόλο που η είσοδος είναι μόνιμη, όπως συμβαίνει και στην πραγματικότητα, καθώς σε αυτές τις συνθήκες η ροή βρίσκεται στην μεταβατική περιοχή της τύρβης όπου μη μόνιμα φαινόμενα λαμβάνουν χώρα. Προφανώς τα μοντέλα τύρβης ομαλοποιούν τη ροή σε μια μόνιμη κατάσταση παρόλο που αυτό δεν ισχύει στην πραγματικότητα.

Για 20 ml/s (Εικ.4.12), όπως ήταν αναμενόμενο λόγω της καμπυλότητας διαμόρφωσης του προφίλ της ταχύτητας στην τυρβώδη ροή, φαίνονται τα μέτρα της ταχύτητας ανά διατομή να 'ναι πολύ κοντά εκτός φυσικά από αυτές στα τοιχώματα λόγω διατμητικών τάσεων. Όπως και για 10 ml/s παρατηρείται ότι προσομοιώσεις που έτρεξαν με "k-kl-omega" οι μεγάλες ταχύτητες μετά τη στένωση εξομαλύνουν πιο γρήγορα από αυτά που χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο "SST-omega". Τέλος, για 30 ml/s (Εικ.4.13) παρατηρούμε ότι οι κατανομές μοιάζουν πολύ με αυτές των 20 ml/s που λυθήκαν με μοντέλο "SST-omega", προφανώς σε άλλη τάξη μεγέθους.

Παρακάτω στην εικόνα 4.14 παρατίθενται ενδεικτικά δύο διαγράμματα που δείχνουν, για 40% στένωση και παροχή 10 ml/s και για 90% στένωση και παροχή 30 ml/s, τα προφίλ της ταχύτητας κατά μήκος του αγωγού από το κέντρο της στένωσης μέχρι το σημείο επανακόλλησης της ροής.

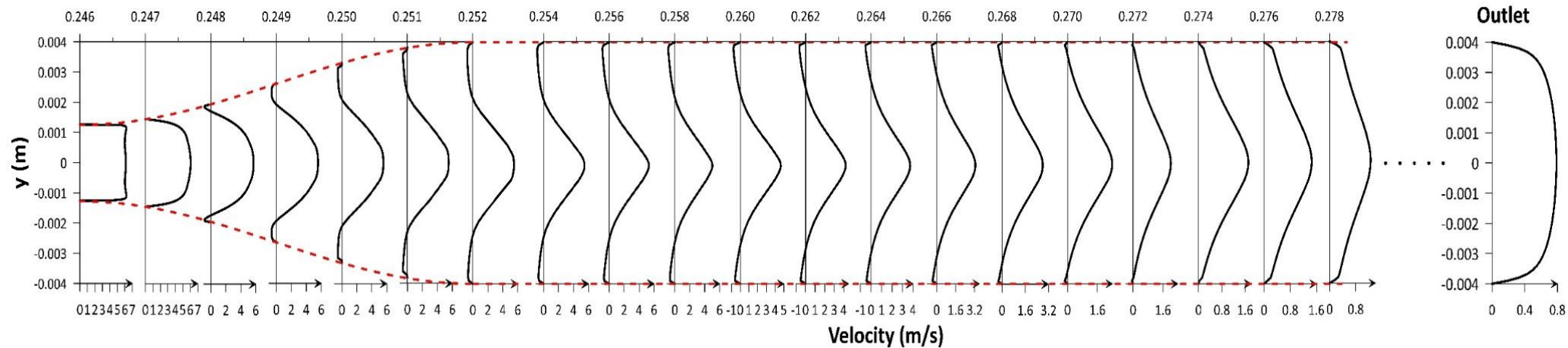
Αρχικά φαίνεται στα διαγράμματα ότι εμφανίζεται ο αγωγός από το κέντρο της στένωσης μέχρι το σημείο που η ροή επανακολλάται. Έτσι μπορεί εύκολα να διακριθεί το μήκος ανακυκλοφορίας. Έπειτα, παρατηρείται ότι τα προφίλ ταχύτητας κατά μήκος είναι πλήρως αξονοσυμμετρικά. Τέλος, είναι εμφανές ότι το μήκος ανακυκλοφορίας για την υπολογιστική περίπτωση με 90% στένωση να 'ναι αρκετά μεγαλύτερο από αυτό για 40% στένωση.

➤ 40% 10ml/s Laminar



(α)

➤ 90% 20ml/s SST



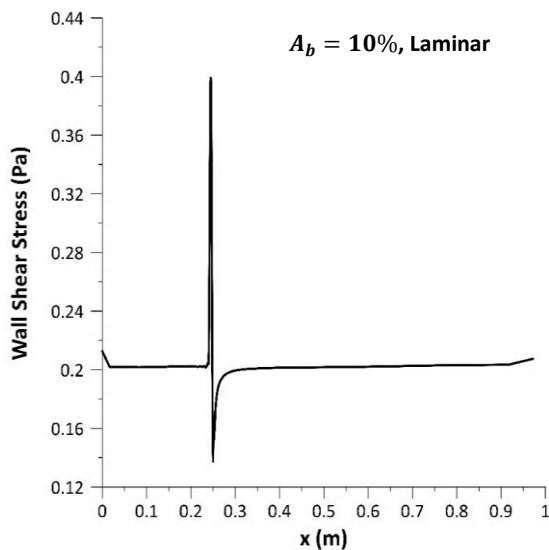
(β)

Εικόνα 4.14: Προφίλ ταχυτήτων κατά μήκος του αγωγού για (α) 10 ml/s και 40% στένωση ( $Re_o = 1592, Re_s = 2056$ ) και (β) 20 ml/s και 90% στένωση ( $Re_o = 3183, Re_s = 10066$ )

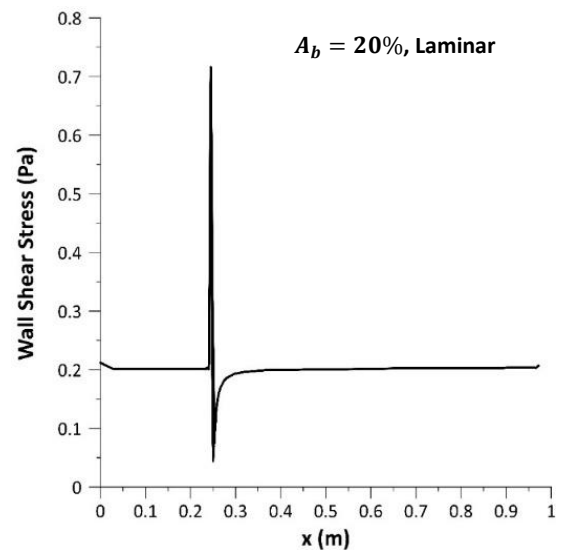
#### 4.6 Διατμητικές τάσεις κατά μήκος του αγωγού

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται τα διαγράμματα διατμητικών τάσεων κατά μήκος του στενωμένου αγωγού για τρεις διαφορετικές ποσότητες παροχής: 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s. Κάθε διάγραμμα περιλαμβάνει τα αποτελέσματα για κάθε μοντέλο και μέθοδο επίλυσης που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Συγκεκριμένα στην εικόνα 4.15, 4.16, 4.17 απεικονίζονται τα διαγράμματα διατμητικών τάσεων για τις παροχές 10 ml/s, 20 ml/s και 30 ml/s αντίστοιχα.

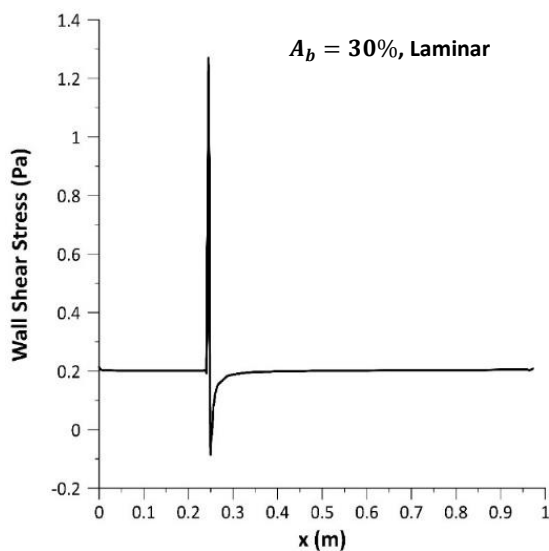
- **10 ml/s ( $Re_0=1592$ )**



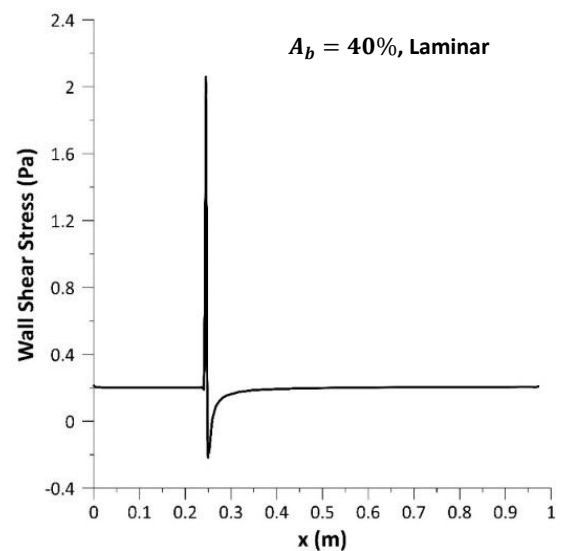
(α)



(β)



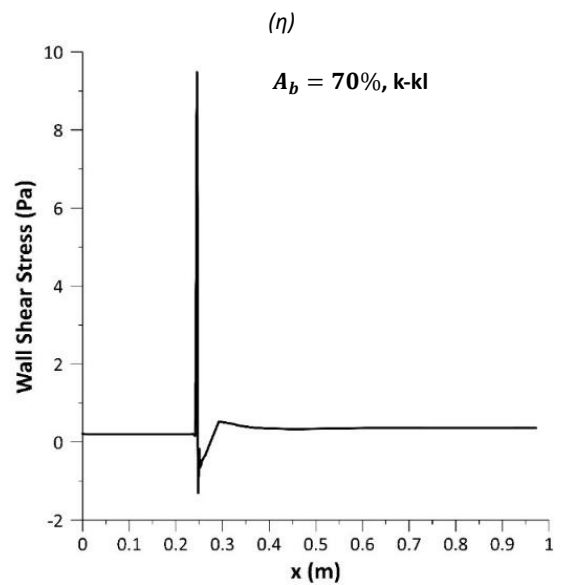
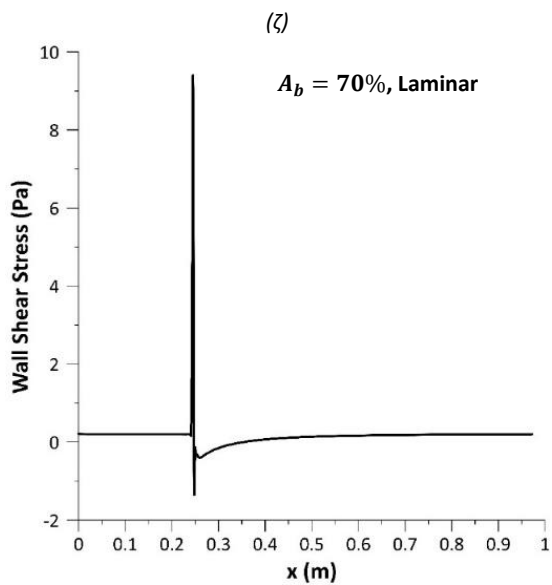
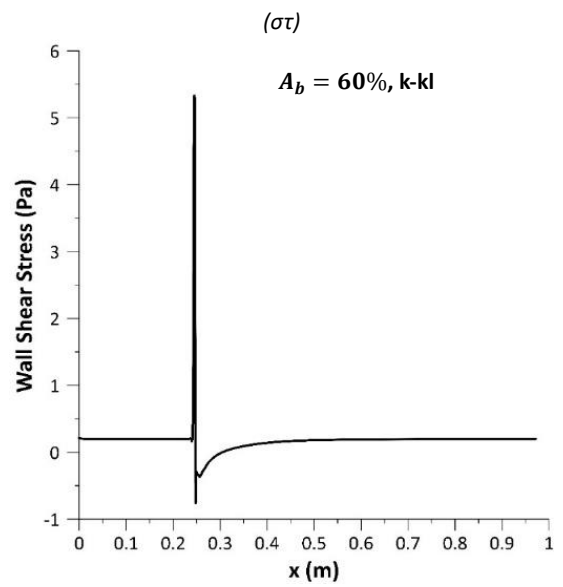
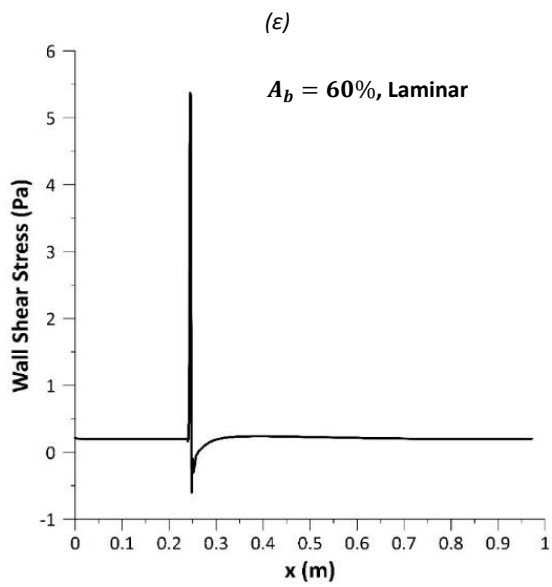
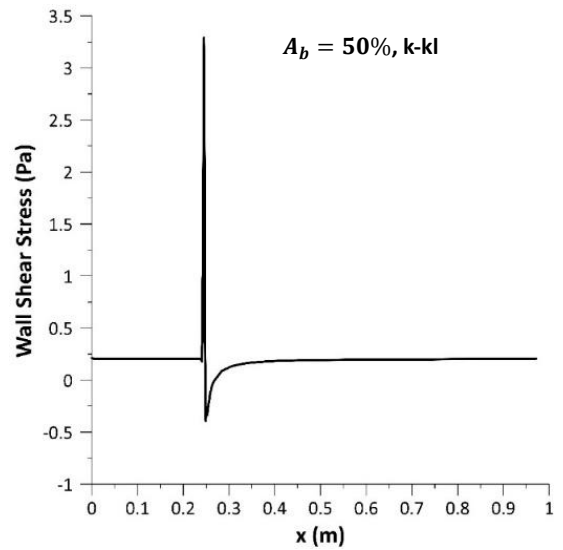
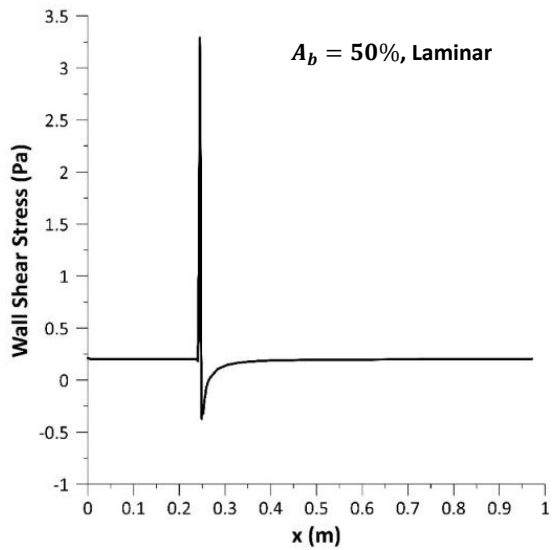
(γ)



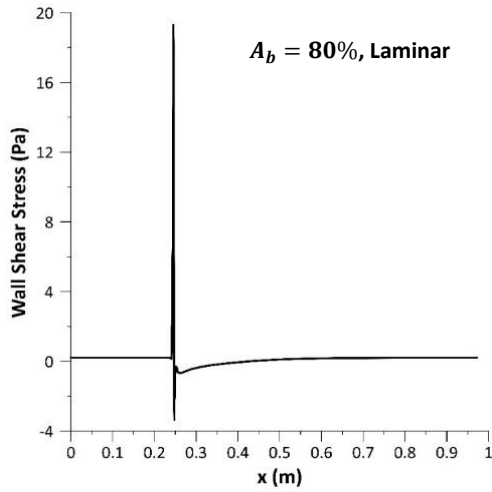
(δ)

συνεχίζεται→

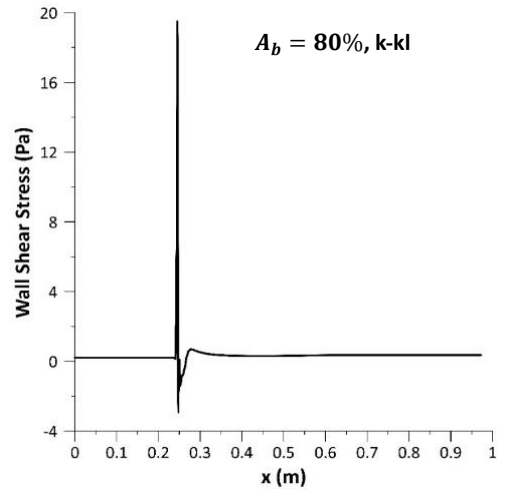




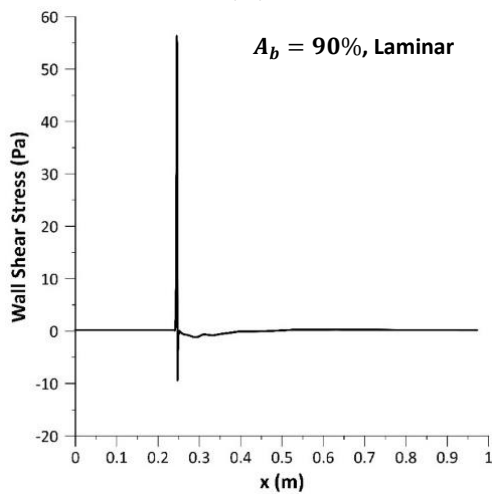
συνεχίζεται→



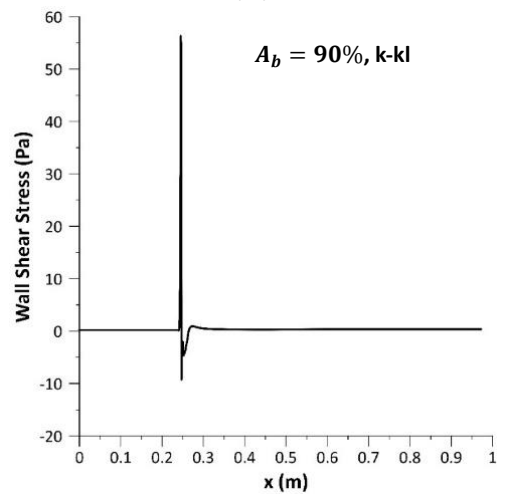
(ια)



(ιβ)



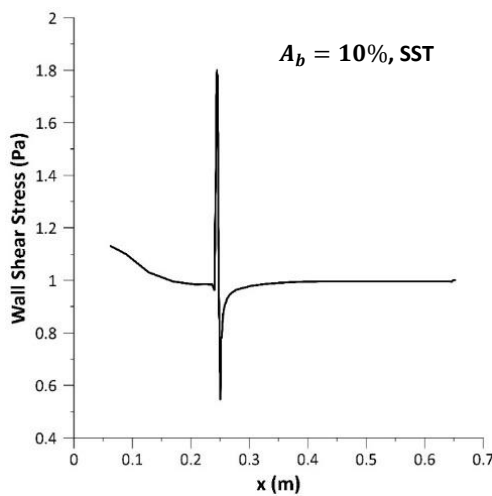
(ιγ)



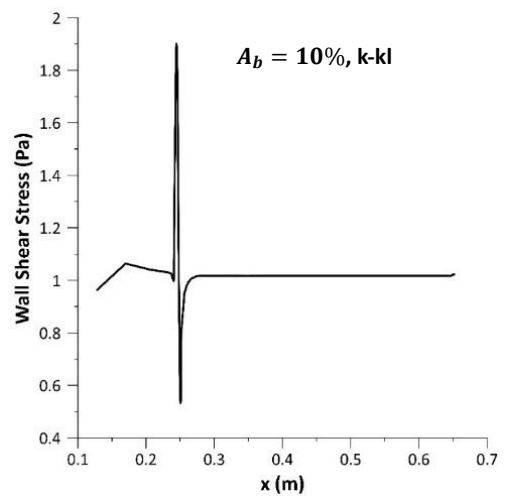
(ιδ)

Εικόνα 4.15: Διατμητικές τάσεις κατά μήκος του αγωγού για παροχή 10 ml/s και για στένωση (α)10% Laminar, (β)20% Laminar, (γ)30% Laminar, (δ)40% Laminar, (ε)50% Laminar, (στ)50% k-kl, (ζ)60% Laminar, (η)60% k-kl, (θ)70% Laminar, (ι)70% k-kl, (ια)80% Laminar, (ιβ)80% k-kl, (ιγ)90% Laminar, (ιδ)90% k-kl

- 20 ml/s ( $Re_0=3183$ )

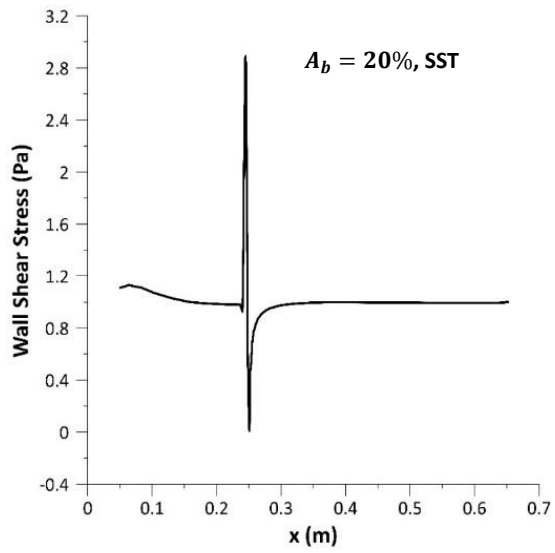


(α)

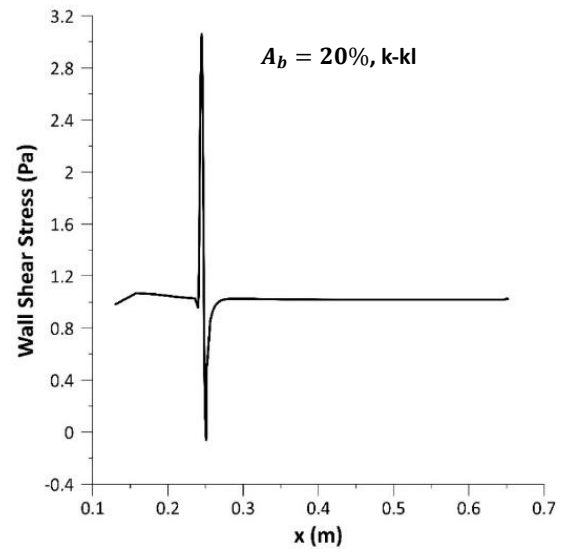


(β)

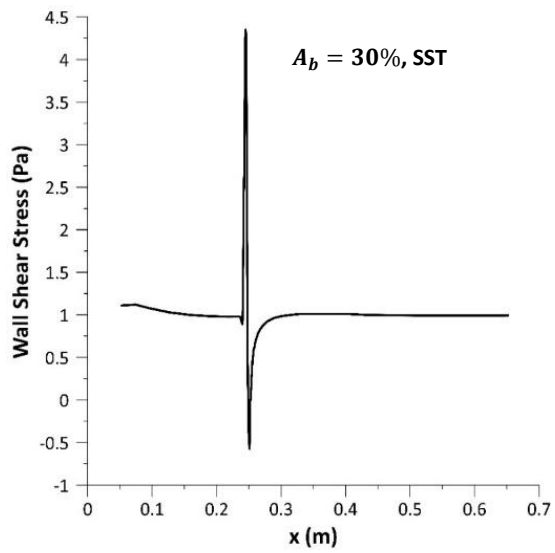
συνεχίζεται→



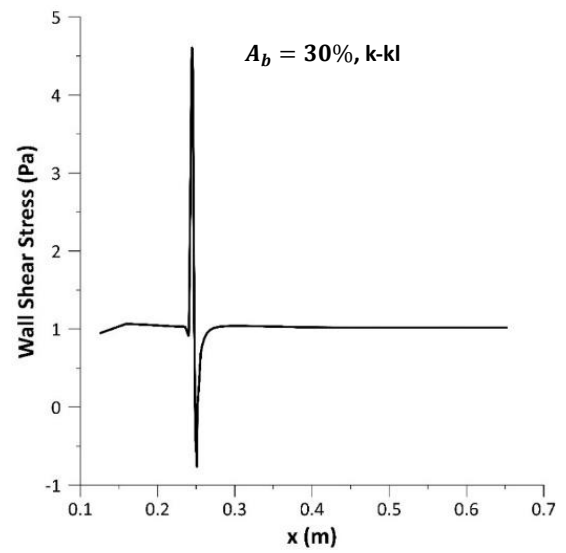
( $\gamma$ )



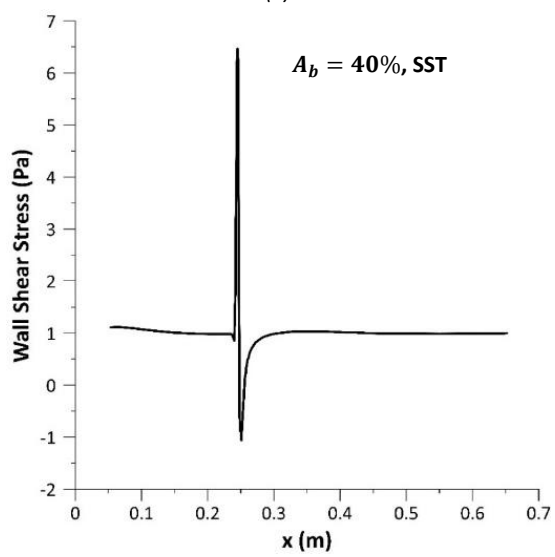
( $\delta$ )



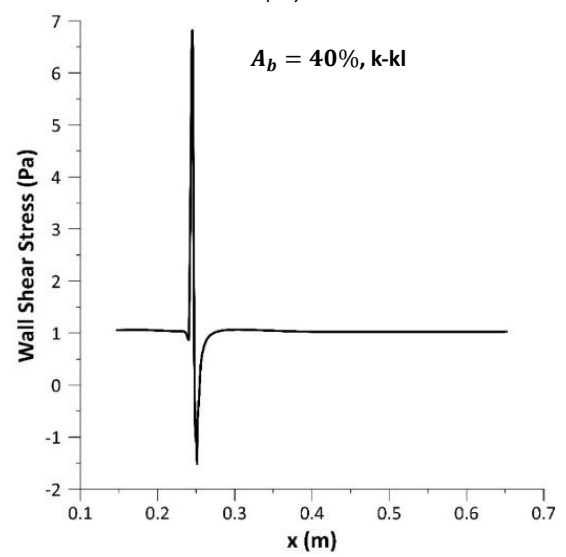
( $\epsilon$ )



( $\sigma\tau$ )

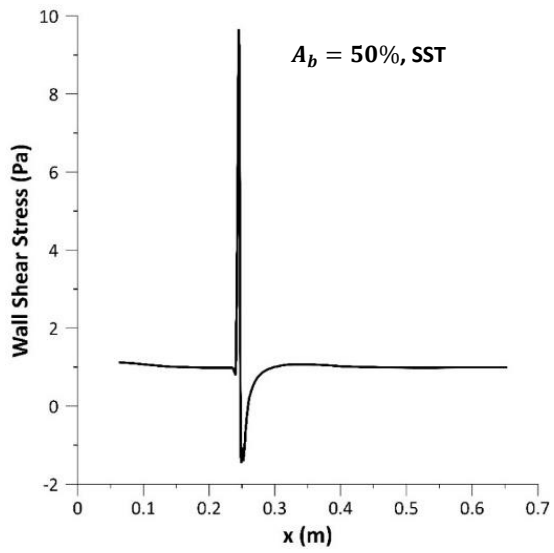


( $\zeta$ )

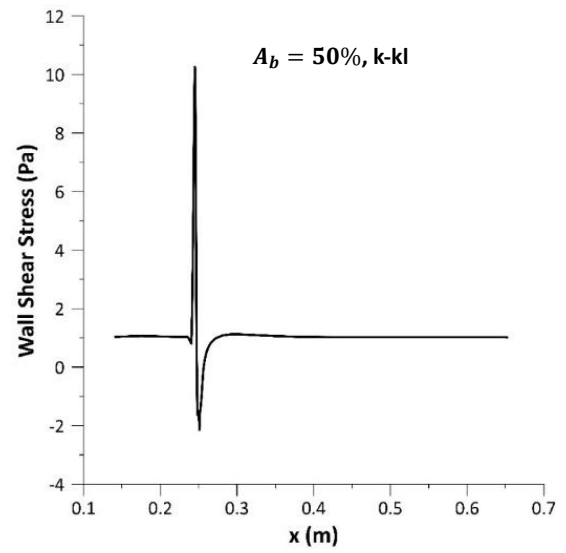


( $\eta$ )

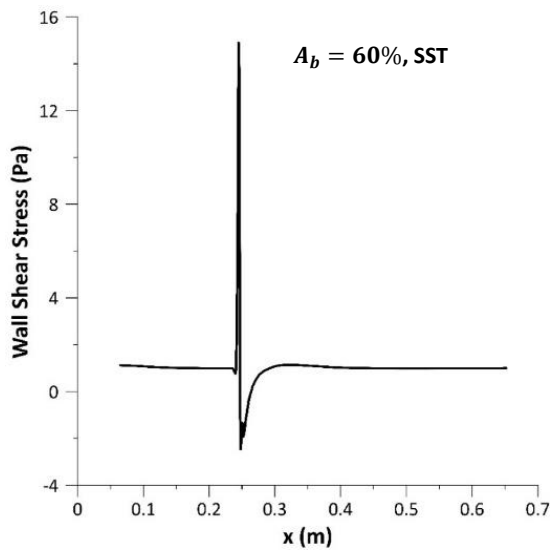
συνεχίζεται→



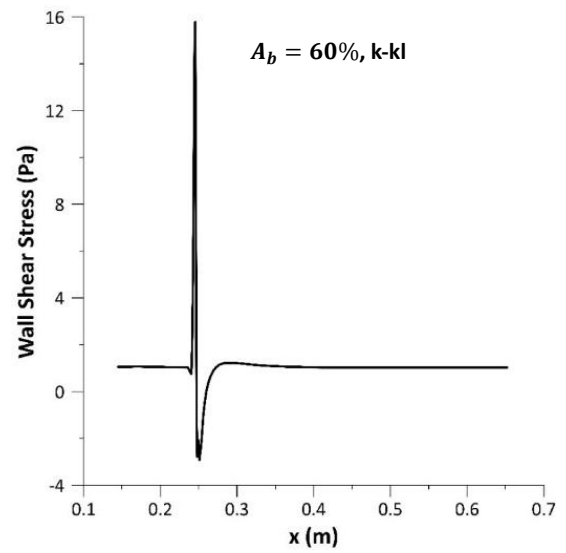
(d)



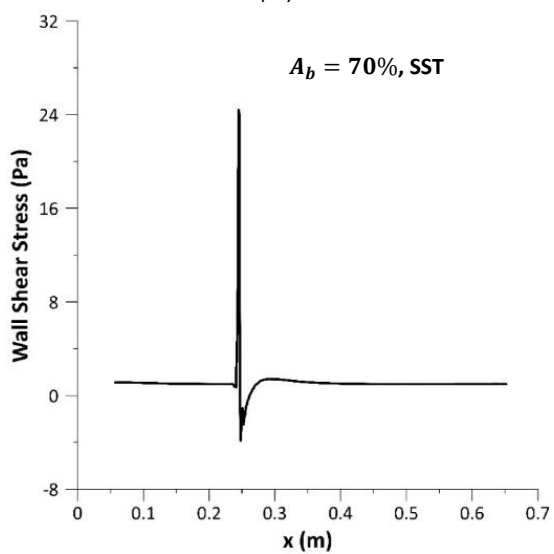
(l)



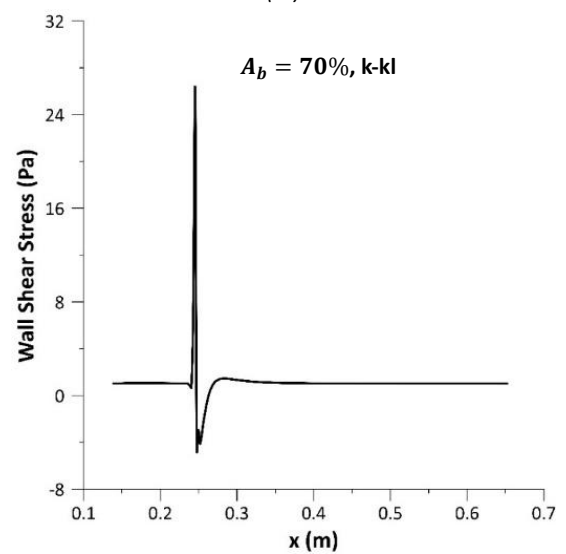
(α)



(ιβ)

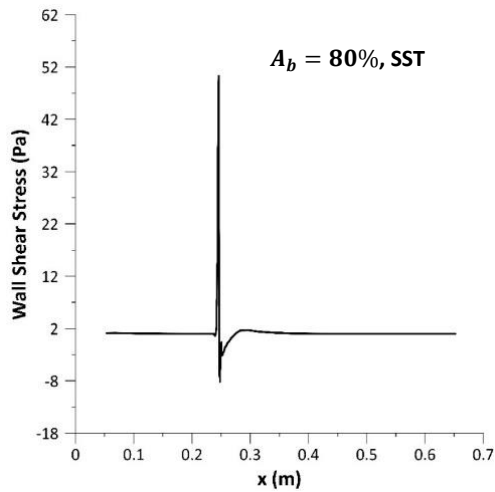


(ιγ)

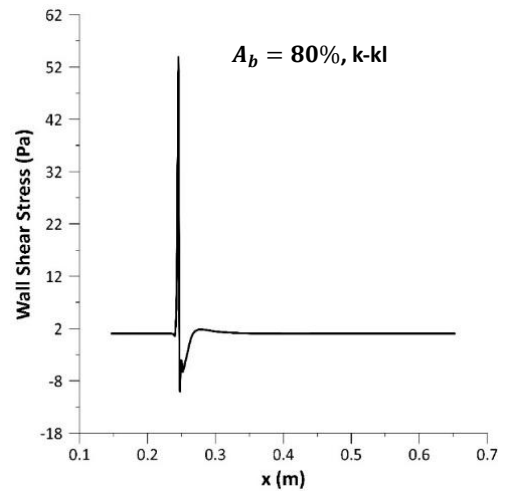


(ιδ)

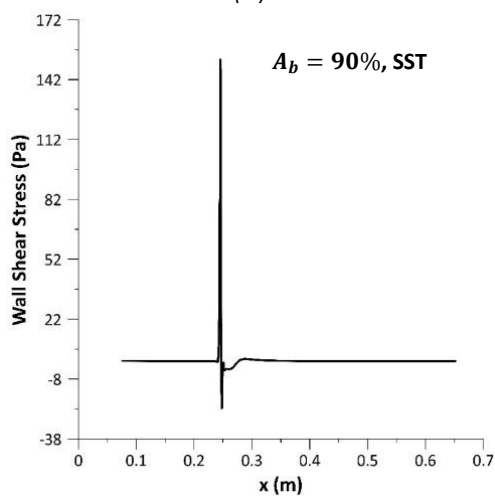
συνεχίζεται→



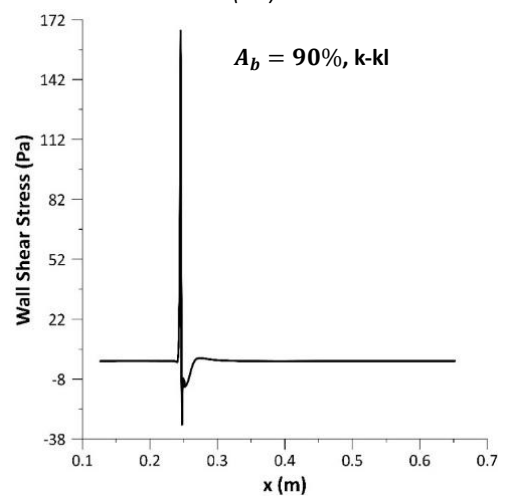
(iε)



(iσ)



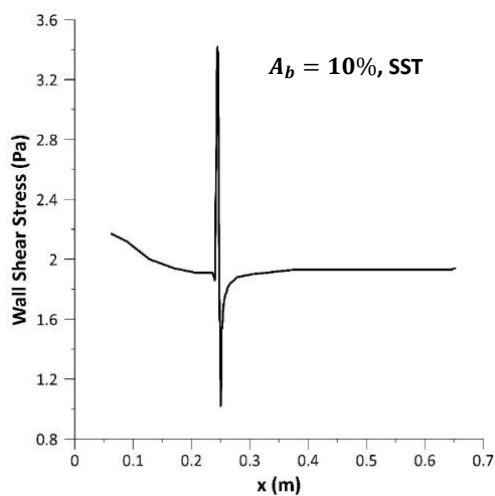
(iζ)



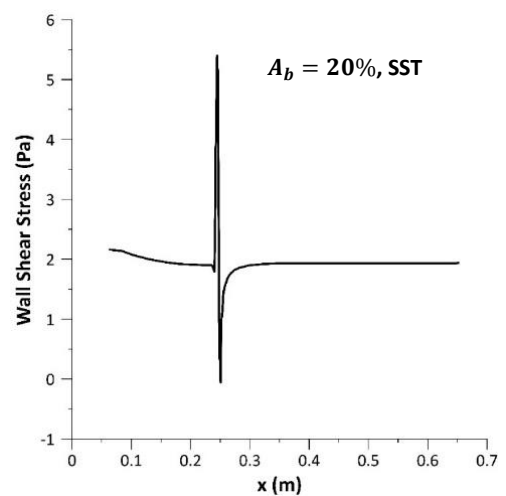
(iη)

Εικόνα 4.16: Διατμητικές τάσεις κατά μήκος του αγωγού για παροχή 20ml/s και για (α)10%SST, (β)10% k-kl, (γ)20% SST, (δ)20% k-kl, (ε)30% SST, (στ)30% k-kl, (ζ)40% SST, (η)40% k-kl, (θ)50% SST, (ι)50% k-kl, (ια)60% SST, (ιβ)60% k-kl, (ιγ)70% SST, (ιδ)70% k-kl, (ιε)80% SST, (ιστ)80% k-kl, (ιζ)90% SST, (ιη)90% k-kl

• **30 ml/s ( $Re_0=4775$ )**

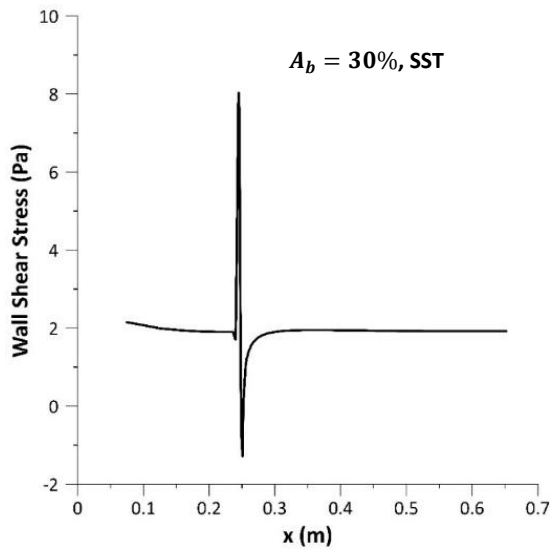


(α)

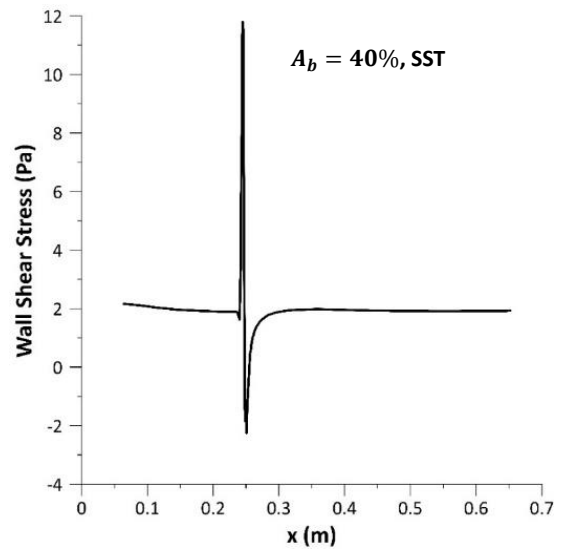


(β)

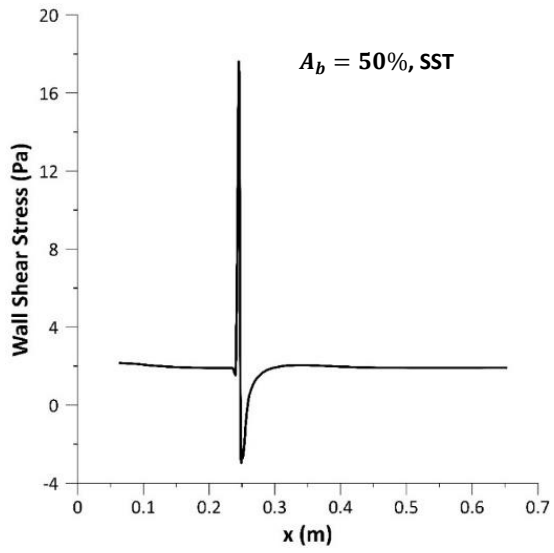
ΣΥΝΕΧΙΖΕΤΑΙ→



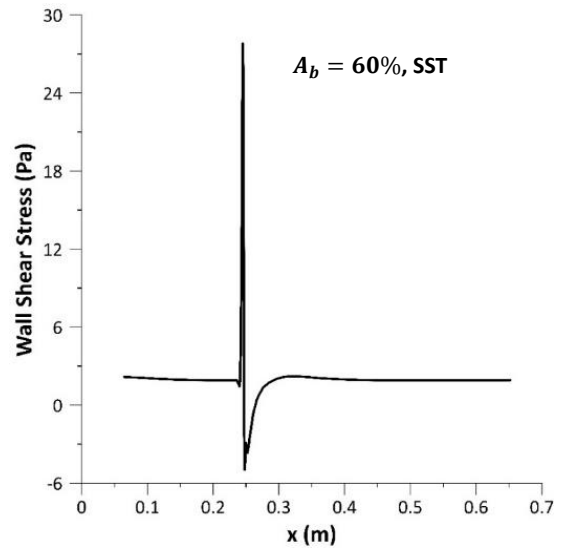
(γ)



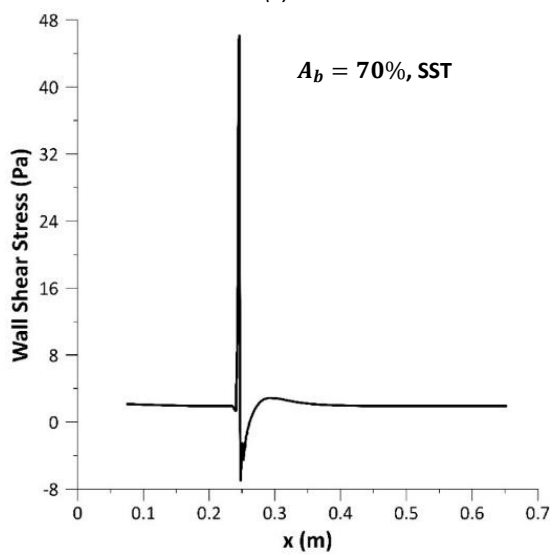
(δ)



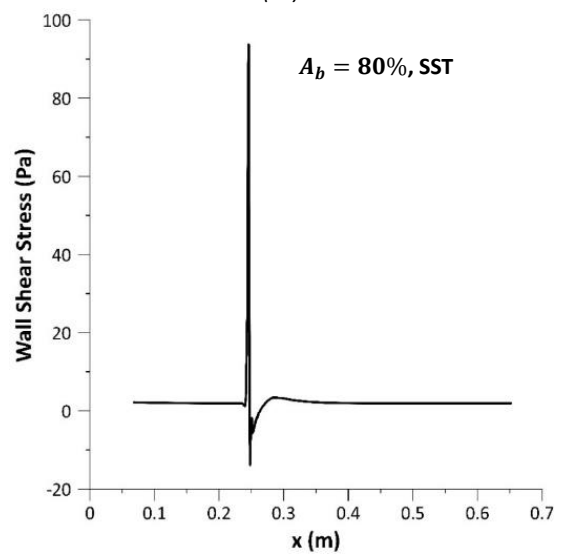
(ε)



(στ)

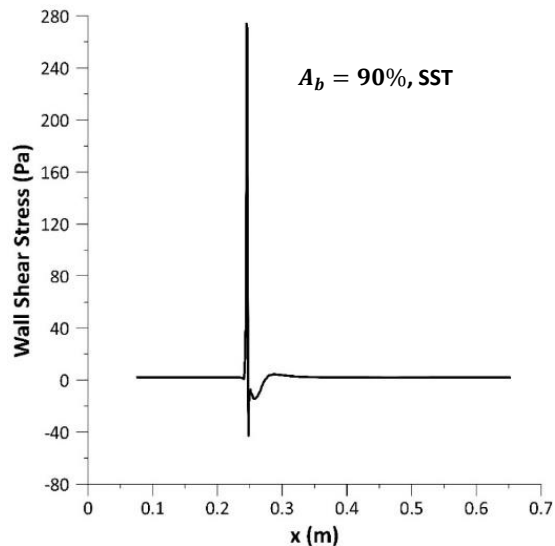


(ζ)



(η)

συνεχίζεται→



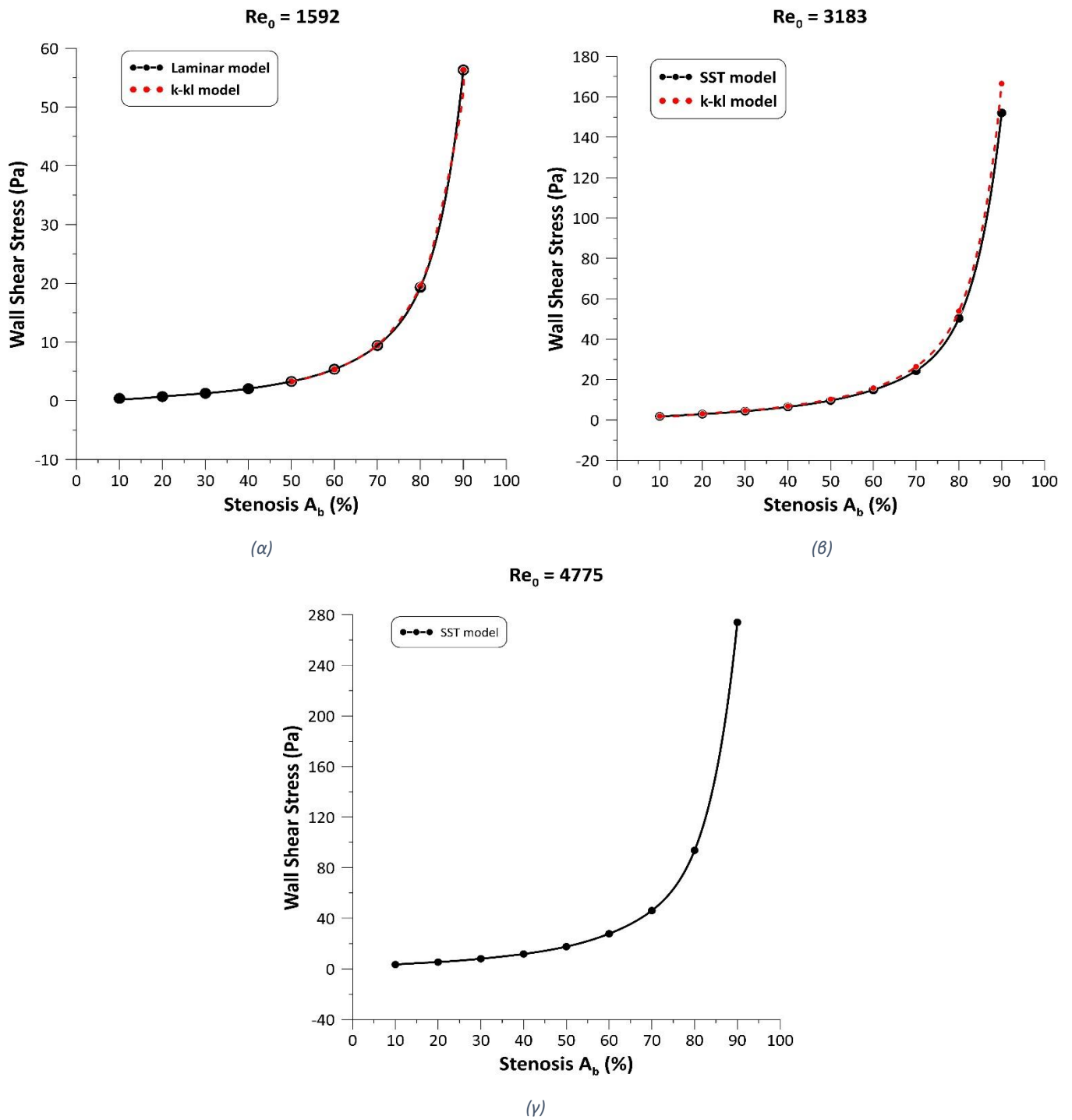
(θ)

Εικόνα 4.17: Διατμητικές τάσεις κατά μήκος του αγωγού για παροχή 30ml/s και για (α)10%SST, (β)20% SST, (γ)30% SST, (δ)40 %SST, (ε)50% SST, (στ)60% SST, (ζ)70% SST, (η)80% SST, (θ)90% SST

Παρατηρούνται, όπως αναμενόταν, αυξημένες διατμητικές τάσεις στην περιοχή της στένωσης. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η αύξηση της μέγιστης διατμητικής τάσης όσο περισσότερο φράζεται ο αγωγός.

Για παροχή 10 ml/s (Εικ.4.15), η σύγκριση μεταξύ των μοντέλων "Laminar" και "k-kl-omega" δείχνει σχεδόν αμελητέα διαφορά, με μοναδική διαφορά να είναι η πιο ομαλή επαναφορά των διατμητικών τάσεων για το μοντέλο "Laminar". Σε αντίθεση, για παροχή 20 ml/s (Εικ.4.16), η σύγκριση των μοντέλων "SST-omega" και "k-kl-omega" αποκαλύπτει εμφανές υψηλότερο μέγιστο διατμητικής τάσης για το μοντέλο "k-kl-omega" για τον ίδιο βαθμό στένωσης.

Ενδιαφέρον δείχνει συγκριτική ανάλυση για τις μέγιστες διατμητικές τάσεις για κάθε παροχή και μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε. Στη εικόνα 4.18 παρουσιάζονται γραφήματα σύγκρισης των μέγιστων διατμητικών τάσεων για κάθε προσομοίωση και παροχή. Παρατηρείται ότι για 10 ml/s, τα μοντέλα "Laminar" και "k-kl-omega" συμφωνούν στις τιμές των μεγίστων. Αντίθετα, για 20 ml/s, παρατηρείται ότι οι τιμές των μεγίστων για το μοντέλο "k-kl-omega" είναι ελαφρώς αυξημένες σε σύγκριση με το μοντέλο "SST-omega". Τέλος, σε όλα τα διαγράμματα παρατηρείται μικρή σταδιακή αύξηση των μεγίστων τιμών διατμητικής τάσης μέχρι το 60%. Από 70% στένωση και έπειτα, η αύξηση των μεγίστων φαίνεται να είναι εκθετική.



Εικόνα 4.18: Μέγιστες τιμές διατμητικών τάσεων για (α) 10 ml/s (β) 20 ml/s και (γ) 30 ml/s



## 5. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται αποτελέσματα που προέκυψαν από τη χρήση “CFD” λογισμικού (“ANSYS Fluent”) για μόνιμη ροή σε τρισδιάστατο αγωγό με αξονοσυμμετρική στένωση. Τα αποτελέσματα αφορούν σε τρεις διαφορετικές παροχές εισόδου: (α) 10 ml/s,  $Re_0=1592$ , (β) 20 ml/s,  $Re_0=3183$ , (γ) 30 ml/s,  $Re_0=4775$ .

Ανάλογα τον αριθμό Reynolds στην είσοδο επιλέγονται μοντέλα για στρωτή, μεταβατική και τυρβώδη ροή. Από τη φύση του προβλήματος λόγω της ύπαρξης στένωσης η ροή του ρευστού αλλάζει. Συγκεκριμένα για 10 ml/s από 50% στένωση και μετά η ροή από τη στένωση και για κάποιο διάστημα κατάντι της στένωσης περνάει στην μεταβατική περιοχή. Ωστόσο αυτό δεν σημαίνει ότι θα παραμείνει στην μεταβατική περιοχή. Γι’ αυτό από 50% και μετά το πρόβλημα λύθηκε ξεχωριστά ως πρόβλημα στρωτής και ως πρόβλημα μεταβατικής ροής (“Laminar model” και “k- $\kappa$ -omega model”). Επιπλέον για 20 ml/s ο Reynolds στην είσοδο βρίσκεται στην μεταβατική περιοχή, αλλά κατάντι της στένωσης περνάει στην τυρβώδη περιοχή. Γι’ αυτό λύνεται ξεχωριστά ως πρόβλημα μεταβατικής και τυρβώδους ροής (“k- $\kappa$ -omega model” και “SST-omega model”). Τέλος, για 30 ml/s ο Reynolds στην είσοδο είναι ήδη στην τυρβώδη περιοχή και το πρόβλημα λύνεται ως τέτοιο (“SST-omega model”).

Αυτή η εργασία δείχνει τη σημασία που έχει η κατάλληλη επιλογή υπολογιστικού πλέγματος στην ακρίβεια και την επαλήθευση των αποτελεσμάτων. Πιο συγκεκριμένα, ένα δομημένο “O-type” πλέγμα για έναν αγωγό με αξονοσυμμετρική στένωση που υπόκειται σε μεγάλο αριθμό Reynolds είναι ιδανικό. Επιπλέον, απαιτείται καλή γνώση ρευστομηχανικής έτσι ώστε να γίνει η κατάλληλη επαλήθευση των πλεγμάτων που δοκιμάζονται. Μεγάλης σημασίας είναι και η επιλογή σχήματος διακριτοποίησης, σχήματος παρεμβολής, των διαφόρων αλγορίθμων και μοντέλων επίλυσης που προσφέρει το λογισμικό “ANSYS Fluent”, αναλόγως το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται ως προς την ακρίβεια όσο και για την επαλήθευση των αποτελεσμάτων.

Στη συνέχεια, όσο αφορά την πτώση πίεσης και τους υδραυλικούς συντελεστές τοπικών απωλειών η επιλογή μοντέλου δεν επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα. Είναι ωστόσο εμφανές ότι η συμπεριφορά των διαγραμμάτων αλλάζει σημαντικά από 70% στένωση και μετά. Η πτώση πίεσης αυξάνεται εκθετικά, όπως επίσης και ο υδραυλικός συντελεστής τοπικών απωλειών υπολογισμένος από την ταχύτητα εισόδου. Αντιθέτως, για τον υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών στην στένωση φαίνεται να αυξάνεται σχεδόν γραμμικά, ωστόσο για 70% βαθμό στένωσης το “k- $\kappa$ ” μοντέλο παρουσιάζει έντονη διαφορά με το μοντέλο “Laminar”. Φαίνεται, επίσης, ότι από 70% στένωση και μετά η μεγαλύτερη παροχή έχει μικρότερο υδραυλικό συντελεστή τοπικών απωλειών και αντιστρόφως. Τα μοντέλα της παρούσας εργασίας προσομοιάζουν ικανοποιητικά τα πειραματικά αποτελέσματα που περιγράφονται μέσω των εμπειρικών σχέσεων του Idelchik.

Από τα διαγράμματα αποκόλλησης και επανακόλλησης της ροής φαίνεται η εξάρτηση που έχουν με τον βαθμό της στένωσης, καθώς ανεξαρτήτως παροχής για 10% και 20% στένωση δεν παρατηρείται αποκόλληση της ροής. Για 10ml/s ( $Re_0=1592$ ) το μήκος ανακυκλοφορίας είναι μεγαλύτερο από αυτά των μεταβατικών και τυρβωδών ροών. Εδώ φαίνεται η έντονη αλλαγή στα μοντέλα “Laminar” και “k- $\kappa$ ” για στρωτή προς μεταβατική ροή καθώς για “k- $\kappa$ ” μοντέλο το μήκος ανακυκλοφορίας μειώνεται σημαντικά, ενώ για το μοντέλο “Laminar” αυξάνεται εκθετικά. Γενικά παρατηρείται ότι όπου χρησιμοποιείται το μοντέλο “k- $\kappa$ ” δίνει μικρότερο μήκος ανακυκλοφορίας. Το μοντέλο “SST” δίνει μήκος ανακυκλοφορίας ίδιας τάξης μεγέθους ανεξαρτήτως παροχής στην είσοδο, ενώ ενδιαφέρον

παρουσιάζει ότι για τυρβώδη ροή το μήκος ανακυκλοφορίας για 90% στένωση μειώνεται συγκριτικά με αυτό για 80% στένωση.

Αξίζει να αναλυθούν και οι κατανομές πίεσης κατά μήκος του αγωγού. Το αναμενόμενο θα ήταν η κλίση της κατανομής ανάντι και κατάντι της στένωσης να είναι ίσες. Ωστόσο, για την περίπτωση της ροής από στρωτή σε μεταβατική το μοντέλο “k-kl” έχει ελαφρώς διαφορετικές κλίσεις ανάντι και κατάντι της στένωσης, φανερώνοντας τη μετάβαση της ροής από στρωτή σε μεταβατική. Αντίθετα, για τη ροή που μεταβαίνει από την μεταβατική στην τυρβώδη περιοχή το “k-kl” μοντέλο δίνει την ίδια κλίση ανάντι και κατάντι της στένωσης. Οι κατανομές σ’ αυτήν την περίπτωση για “SST” και “k-kl” μοντέλο είναι στην ίδια τάξη μεγέθους δείχνοντας ότι και τα δύο μοντέλα μπορούν να εξηγήσουν αυτό το φαινόμενο, εκτός της μικρής διαφοράς στην τιμή της πτώσης πίεσης.

Σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds στρωτής ροής με είσοδο 10 ml/s όπου χρησιμοποιείται παραβολικό προφίλ για την είσοδο, για 80% και 90% στένωση, στην έξοδο αρχίζουν να φανερώνονται πιθανά σφάλματα από τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν. Σε αυτές τις δύο περιπτώσεις όπου η ροή μεταβαίνει από τη στρωτή στην μεταβατική περιοχή για 80% και 90% στένωση, στις κατανομές ταχύτητας φαίνεται ότι τα μέτρα των ταχυτήτων δεν είναι αξονοσυμμετρικά. Προφανώς η λύση εδώ δεν συγκλίνει σε μια μόνιμη κατάσταση κατάντι της στένωσης, παρόλο που η είσοδος είναι μόνιμη, όπως συμβαίνει και στην πραγματικότητα, καθώς σε αυτές τις συνθήκες η ροή βρίσκεται στην μεταβατική περιοχή της τύρβης όπου μη μόνιμα φαινόμενα λαμβάνουν χώρα. Προφανώς τα μοντέλα τύρβης ομαλοποιούν τη ροή σε μια μόνιμη κατάσταση παρόλο που αυτό δεν ισχύει στην πραγματικότητα. Το Laminar μοντέλο, παρόλο που φαίνεται να είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα στη μεταβατική περιοχή, όπου υπάρχει μία μη-μόνιμη συμπεριφορά της ροής με αξονική ασυμμετρία κατάντι της στένωσης, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τιμές μεγαλύτερες από τον κρίσιμο αριθμό Reynolds. Αυτή η ασυμμετρία και η μη-μόνιμη συμπεριφορά εξαλείφονται από τα μοντέλα τύρβης.

Οι διατμητικές τάσεις κατά μήκος του στενωμένου αγωγού δείχνουν να εξαρτώνται τόσο από την παροχή όσο και από το βαθμό στένωσης. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η σύγκριση των μεγίστων διατμητικών τάσεων. Για την περίπτωση της ροής που μεταβαίνει από τη στρωτή στην μεταβατική περιοχή, με τη χρήση των μοντέλων “Laminar” και “k-kl”, οι μέγιστες διατμητικές τάσεις δείχνουν να ταυτίζονται. Ωστόσο, για την περίπτωση που η ροή μεταβαίνει από την μεταβατική στην τυρβώδη περιοχή, οι μέγιστες διατμητικές τάσεις είναι μεγαλύτερες για το “k-kl” μοντέλο σε σύγκριση με αυτές για το μοντέλο “SST”.

Εν κατακλείδι, όπως φανέρωσε η βιβλιογραφική επισκόπηση για μελέτες που χρησιμοποιήθηκε λογισμικό CFD (Computational Fluid Dynamics) για την ανάλυση ροών σε αγωγούς, με το πέρασμα των χρόνων και την αναβάθμιση των εκάστοτε λογισμικών οι υπολογιστικές μέθοδοι μπορούν να επιτύχουν καλή ακρίβεια. Ωστόσο, δεν έχει ακόμα αντικαταστήσει τους DNS (Direct Numerical Simulation) υπολογισμούς και τα εργαστηριακά πειράματα. Καλύτερη αντίληψη των αποτελεσμάτων των λογισμικών CFD μπορεί να γίνει μόνο μέσω σύγκρισης με αποτελέσματα από αντίστοιχα εργαστηριακά πειράματα.

## 6. Βιβλιογραφία

Akoumianakis I., F Sanna, M Margaritis, L Herdman, A S Antonopoulos, R Sayeed, G Krasopoulos, M Petrou, K M Channon, C Antoniades "Adipose Tissue-Derived Wnt5a as a Novel Link Between Obesity and Vascular Disease" *European Heart Journal*, Volume 39, Issue suppl\_1, August 2018, ehy564.P592,2018, <https://doi.org/10.1093/eurheartj/ehy564.P592>.

Ang K.C., Mazumdar J.N. "Mathematical Modelling of Three-Dimensional Flow through an Asymmetric Arterial Stenosis" *M&I. Comput. Modelling* Vol. 25, pp. 19-29, 1997, [https://doi.org/10.1016/S0895-7177\(96\)00182-3](https://doi.org/10.1016/S0895-7177(96)00182-3).

Ansys theory guide and tutorial 18.2 (<https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/index.htm>).

Ashorobi D, Ameer MA, Fernandez R. Thrombosis. 2023 Aug 8. In: *StatPearls* [Internet]. Treasure Island (FL): StatPearls Publishing; 2023 Jan-. PMID: 30860701.

Bergman, T.L., Incropera, Frank P., "Fundamentals of heat and mass transfer" 2011 Wiley. ISBN 9780470501979.

Berguer R. Hwang N.H.C. "A Theoretical and Experimental Solution", *Annals of Surgery* 180(1):p 39-50, July 1974, doi: 10.1097/00000658-197407000-00007.

Byar D., Quereau M., Hobbs J.T. Edwards A. "The fallacy of applying the Poiseuille equation to segmental arterial stenosis", *American Heart Journal* Volume 70, Issue 2, August 1965, Pages 216-224, [https://doi.org/10.1016/0002-8703\(65\)90070-0](https://doi.org/10.1016/0002-8703(65)90070-0).

Çengel, Yunus A., John M. Cimbala *Fluid mechanics: fundamentals and applications*. (Fourth ed.) (2018). New York, NY. ISBN 978-1-259-69653-4. OCLC 958355753

Chaudhury R.A., Herrmann M., Frakes D.H., Adrian R.J. "Length and time for development of laminar flow in tubes following a step increase of volume flux", *Experiments in Fluids*, Volume 56, article id.22, pp 10, 2015, 10.1007/s00348-014-1886-2.

Chhabra L., Muhammad A.Z. "Angioplasty", *Treasure Island (FL): StatPearls Publishing*; 2023 Jan.

Churchill S. W., "Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes", *Chemical Engineering Journal*, 84, 91-92, (1977).

Deshpande M.D., Giddens D.P., Mabon R.F. "Steady laminar flow through modelled vascular stenoses" *J. Biomechanics*, 1976, pp 165-174, doi: 10.1016/0021-9290(76)90001-4.

Dwidmuthe Prachi D., Gaurav G. Dastane, Channamallikarjun S. Mathpati, Jyeshtharaj B. Joshi, " Study of blood flow in stenosed artery model using computational fluid dynamics and response surface methodology", *Can J Chem Eng.* 2021;99:S820–S837, DOI: 10.1002/cjce.23991.

Findlay J.M., Nisar J., Darsaut T. "Cerebral vasospasm: A review", *Can.J.Neurol.Sci.* 2016 Jan;43(1):15-32, doi: 10.1017/cjn.2015.288.

Forrester J.H. "Flow through a converging-diverging tube and its implications in occlusive vascular disease" (1968).

Forrester J.H., Young D.F. "Flow through a converging-diverging tube and its implications in occlusive vascular disease-I", *J Biomech* 1970 May 3(3), pp:297-305. doi: 10.1016/0021-9290(70)90031-x (1970).

Forrester J.H., Young D.F. "Flow through a converging-diverging tube and its implications in occlusive vascular disease-II" *J Biomech*. 1970 May 3(3):307-16. doi: 10.1016/0021-9290(70)90032-1.

Gach H.M., Lowe I.J. "Measuring Flow Reattachment Lengths Downstream of a Stenosis Using MRI" (*J Magn Reson Imaging* 2000 Dec 12(6):939-48. doi: 10.1002/1522-2586(200012)12:6<939::aid-jmri18>3.0.co;2-f.2000).

Ha H., Lantz J., Ziegler M., Casas B., Karlsson M., Dyverfeldt P., Ebbers T. "Estimating the irreversible pressure drop across a stenosis by quantifying turbulence production using 4DFlow MRI" *April 2017Scientific Reports* 7(1):46618, DOI:10.1038/srep46618.

Hall S., Stephen M. "Rules of Thumb for Chemical Engineers 6<sup>th</sup> Edition" 2018, ISBN:978-0-12-811037-9.

He X., Ku D.N. "Unsteady Entrance Flow Development in a Straight Tube" *J Biomech Eng*. Aug 1994, 116(3): 355-360, doi.org/10.1115/1.2895742 (1994).

Idelchik I. E., "Handbook of Hydraulic Resistance", Chap. 4 "Resistance to flow through orifices with sudden change in velocity and flow area", 4th edition, ISBN: 9781567002515, (2007).

Jain K. "The effect of varying degrees of stenosis on transition to turbulence in oscillatory flows" *Biomech Model Mechanobiol*. 2022; 21(3): 1029–1041. 2022 Apr 20. doi: 10.1007/s10237-022-01579-0.

Javadzadegan A., Yong A.S.C., Chang M., Austin C.C, Yiannikas J., Martin K.C., Behnla M., Kritharides L. "Flow recirculation zone length and shear rate differentially affected by stenosis severity in human coronary arteries" *Am J Physiol Heart Circ Physiol* 2013 Feb 15;304(4):H559-66. doi: 10.1152/ajpheart.00428.2012.

Khair A. "Direct Numerical Simulation of Physiological Pulsatile Flow through Arterial Stenosis" Conference: THMT-12. Proceedings of the Seventh International Symposium On Turbulence, Heat and Mass Transfer Palermo, Italy, 24-27 September, 2012, DOI:10.1615/ICHMT.2012.ProcSevIntSympTurbHeatTransfPal. 1270.

Kochanowich J., Jolanta L. et al. "Influence of smoking cigarettes on cerebral blood flow parameters" *Biol Res Nurs* 2015 Jan;17(1):8-12. doi: 10.1177/1099800413512175, (2013).

Krijger J.K.B. "Pulsating entry-flow in a plane channel" *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP* volume 42, pages139–153 (1991), doi.org/10.1007/BF00944764.

Ku D.N. "Blood flow in arteries", *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1997. 29:399–434, <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.29.1.399>.

Lee J. S. and Y. C. Fung, Flow in locally constricted tubes at low Reynolds numbers, *J. Appl. Mech.* 37 (1970) 9-16, <https://doi.org/10.1115/1.3408496>.

Lee K.W., Xu X.Y. "Modelling of flow and wall behaviour in a mildly stenosed tube", *Medical Engineering & Physics*, Volume 24, Issue 9, November 2002, Pages 575-586, [https://doi.org/10.1016/S1350-4533\(02\)00048-6](https://doi.org/10.1016/S1350-4533(02)00048-6).

Lee T.S., Liu X., Li G.C., Low H.T. "Numerical study on sinusoidal fluctuated pulsatile laminar flow through various constrictions", COMMUNICATIONS IN COMPUTATIONAL PHYSICS, ol. 2, No. 1, pp. 99-122 (2007).

Lyras K., Lee J. "An improved reduced-order model for pressure drop across arterial stenoses", PLoS One, 2021 Oct 1;16(10):e0258047, doi: 10.1371/journal.pone.0258047(2021).

Mahalingam Arun, Udhav Ulhas Gawandalkar, Girish Kini, Abdulrajak Buradi, Tadashi Araki, Nobutaka Ikeda, Andrew Nicolaides, John R. Laird, Luca Saba, Jasjit S. Sur, "Numerical analysis of the effect of turbulence transition on the hemodynamic parameters in human coronary arteries", Cardiovasc Diagn Ther 2016;6(3):208-220, doi: 10.21037/cdt.2016.03.08.

Mallinger F., Drikakis D. "Instability in three-dimensional unsteady stenotic flows", International Journal of Heat and Fluid Flow 23 (2002) 657–663, [https://doi.org/10.1016/S0142-727X\(02\)00161-3](https://doi.org/10.1016/S0142-727X(02)00161-3).

Malota Z., Glowacki J., Sadowski W., Kostur M. "Numerical analysis of impact of flow rate, heart rate, vessel geometry and degree of stenosis on coronary hemodynamic indices", BMC Cardiovascular Disorders (2018) 18:132, <https://doi.org/10.1186/s12872-018-0865-6>.

Mates R.E., R L Gupta, A C Bell, F J Klocke, " Fluid dynamics of coronary artery stenosis", Circ Res, 1978 Jan;42(1):152-62, doi: 10.1161/01.res.42.1.152.

Menter F.R., " Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows", NASA STI/Recon Technical Report N, Volume: 93, Pages: 22809(1992), <https://doi.org/10.2514/6.1993-2906>.

Rosenhek Raphael, Florian Rader, Nicole Loho, Harald Gabriel, Maria Heger, Ursula Klaar, Michael Schemper, Thomas Binder, Gerald Maurer, Helmut Baumgartner, " Statins but not angiotensin-converting enzyme inhibitors delay progression of aortic stenosis", Circulation, 2004 Sep 7;110(10):1291-5, doi: 10.1161/01.CIR.0000140723.15274.53.

Seeley B.D., D.F. Young, " Effect of geometry on pressure losses across models of arterial stenoses", Journal of Biomechanics Volume 9, Issue 7, 1976, Pages 439-446, IN3, 447-448, [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(76\)90086-5](https://doi.org/10.1016/0021-9290(76)90086-5).

Siasos Gerasimos, Vasiliki Tsigkou, Eleni Kokkou, Evangelos Oikonomou, Manolis Vavuranakis, Charalambos Vlachopoulos, Alexis Verveniotis, Maria Limperi, Vasiliki Genimata, Athanasios G Papavassiliou, Christodoulos Stefanadis, Dimitris Tousoulis, " Smoking and atherosclerosis: mechanisms of disease and new therapeutic approaches", Curr Med Chem, 2014;21(34):3936-48, doi: 10.2174/092986732134141015161539.

Singh A.K., " Effects of Shape Parameter and Length of Stenosis on Blood Flow through Improved Generalized Artery with Multiple Stenoses", Advances in Applied Mathematical Biosciences, Volume 3, Number 1 (2012), pp. 41-48, ISSN 2248-9983.

Song Jae Kwan, " Coronary Artery Vasospasm", Korean Circ J, 2018 Sep;48(9):767-777, doi: 10.4070/kcj.2018.0251.

Stamatopoulos D. Ch., S. Mathioulakis, Y. Papaharilaou A., Katsamouris, " Experimental unsteady flow study in a patient-specific abdominal aortic aneurysm model", Exp Fluids (2011) 50:1695–1709, DOI:10.1007/s00348-010-1034-6.

Jaroslav Stigler, "Analytical velocity profile in tube for laminar and turbulent flow, Engineering MECHANICS, Vol. 21, 2014, No. 6, p. 371–379, DOI:10.13140/2.1.3153.5046.

Sugiishi M, F Takatsu, "Cigarette smoking is a major risk factor for coronary spasm.", *Circulation*. 1993;87:76–79, <https://doi.org/10.1161/01.CIR.87.1.76>.

Tohirova J., Shernazarov F., "Atherosclerosis: Causes, Symptoms, Diagnosis, Treatment and Prevention", *International scientific journal*, Volume 1, issue 5, <https://doi.org/10.5281/zenodo.698810>.

Tsangaris S., "Fluid Mechanics", 2013, ISBN: 978-960-9400-38-1.

Varghese Sonu S., Steven H. Frankel, Paul F. Fischer, "Modeling Transition to Turbulence in Eccentric Stenotic Flows", *J Biomech Eng* 2008 Feb;130(1):014503, DOI: 10.1115/1.2800832.

Virani Salim S, Alvaro Alonso, Hugo J Aparicio, Emelia J Benjamin, Marcio S Bittencourt, Clifton W Callaway, April P Carson, Alanna M Chamberlain, Susan Cheng, Francesca N Delling, Mitchell S V Elkind, Kelly R Evenson, Jane F Ferguson, Deepak K Gupta, Sadiya S Khan, Brett M Kissela, Kristen L Knutson, Chong D Lee, Tené T Lewis, Junxiu Liu, Matthew Shane Loop, Pamela L Lutsey, Jun Ma, Jason Mackey, Seth S Martin, David B Matchar, Michael E Mussolino, Sankar D Navaneethan, Amanda Marma Perak, Gregory A Roth, Zainab Samad, Gary M Satou, Emily B Schroeder, Svati H Shah, Christina M Shay, Andrew Stokes, Lisa B VanWagner, Nae-Yuh Wang, Connie W Tsao; American Heart Association Council on Epidemiology and Prevention Statistics Committee and Stroke Statistics Subcommittee, "Heart Disease and Stroke Statistics-2021 Update: A Report From the American Heart Association", *Circulation* 2021 Feb 23;143(8):e254-e743, doi: 10.1161/CIR.0000000000000950.

Young D.F., "Effects of a Time-Dependent Stenosis of Flow through a Tube", *Journal of Engineering for Industry*", Vol. 90, No. 1, 1968, pp. 248-254, DOI:10.1115/1.3604621.

Young Donald F, Frank Y. Tsai, "Flow characteristics in models of arterial stenoses — I. Steady flow", *Journal of Biomechanics*, Volume 6, Issue 4, July 1973, Pages 395-402, IN3, 403-410, [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(73\)90099-7](https://doi.org/10.1016/0021-9290(73)90099-7).

Young Donald F, Frank Y. Tsai, "Flow characteristics in models of arterial stenoses — II. Unsteady flow", *Journal of Biomechanics*, Volume 6, Issue 5, September 1973, Pages 547-559, [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(73\)90012-2](https://doi.org/10.1016/0021-9290(73)90012-2).

Young D F, N R Cholvin, A C Roth, "Pressure drop across artificially induced stenoses in the femoral arteries of dogs", *Circ Res* 1975 Jun;36(6):735-43, doi: 10.1161/01.res.36.6.735.

Young D F, N R Cholvin, R L Kirkeeide, A C Roth, "Hemodynamics of arterial stenoses at elevated flow rates", *Circ Res* 1977 Jul;41(1):99-107, doi: 10.1161/01.res.41.1.99.

Young D. F., "Fluid Mechanics of Arterial Stenoses", *J Biomech Eng*. Aug 1979, 101(3): 157-175, <https://doi.org/10.1115/1.3426241>.

Walters D. Keith, Davor Cokljat, "A Three-Equation Eddy-Viscosity Model for Reynolds-Averaged Navier–Stokes Simulations of Transitional Flow", *J. Fluids Eng*. Dec 2008, 130(12): 121401, <https://doi.org/10.1115/1.2979230>.

WHO, 2020, "Global Health Estimates 2020: Deaths by Cause, Age, Sex, by Country and by Region, 2000–2019".

Zhang Zhe, Clement Kleinstreuer, *AIAA Journal*, Vol.41, No. 5, May 2003, <https://doi.org/10.2514/2.2044>.