

## Περιεχόμενα

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	6
1.1	Σύνθετα υλικά .....	6
1.1.1	Ορισμός σύνθετων υλικών, κύριας και δευτερεύουσας φάσης...	6
1.1.2	Ιστορικό σύνθετων υλικών .....	7
1.1.3	Ταξινόμηση των σύνθετων υλικών .....	9
1.2	Πολυμερή .....	13
1.2.1	Δομή πολυμερών .....	13
1.2.2	Γενικά χαρακτηριστικά των πολυμερών .....	16
1.2.3	Ταξινόμηση των πολυμερών .....	17
1.2.4	Πρόσθετα υλικά στα πολυμερή .....	20
1.2.5	Ο μηχανισμός της ενισχυτικής δράσης των εγκλεισμάτων στα πολυμερή	21
1.2.6	Θερμοκρασία τήξης - θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης .....	23
1.3	Ρητίνες .....	25
1.3.1	Γενικά.....	25
1.3.2	Κατηγορίες Ρητινών .....	27
1.3.3	Εποξειδική ρητίνη .....	29
1.3.4	Ιδιότητες στέρεων εποξειδικών ρητινών .....	30
1.3.5	Ιδιότητες υγρών εποξειδικών ρητινών .....	31
1.3.6	Εφαρμογές των εποξειδικών ρητινών .....	32
1.3.7	Επίδραση των εγκλεισμάτων στις ιδιότητες των εποξειδικών ρητινών	34

2	ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	38
2.1	Παράμετροι που χαρακτηρίζουν τη μηχανική συμπεριφορά των υλικών - Ελαστικές σταθερές ( $\nu, E$ ) .....	38
2.2	Δυναμικά μέτρα ελαστικότητας.....	41
2.2.1	Δυναμομηχανική φόρτιση.....	41
2.2.2	Δυναμομηχανικές μετρήσεις.....	44
2.2.3	Δυναμικές μηχανικές ιδιότητες των σύνθετων υλικών .....	49
2.3	Μέτρο ελαστικότητας σύνθετου υλικού με σφαιρικά εγκλείσματα	50
2.4	Περιορισμοί Θεωρητικών μοντέλων σχετικά με το μέτρο ελαστικότητας των συνθέτων υλικών. ....	56
2.5	Παράμετροι που καθορίζουν την αντοχή των κοκκωδών σύνθετων υλικών πολυμερικής μήτρας.....	59
2.5.1	Τάση θραύσης.....	59
2.5.2	Παραμόρφωση θραύσης.....	60
2.5.3	Περιορισμοί των θεωρητικών μοντέλων σχετικά με την αντοχή των σύνθετων υλικών .....	61
3	ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ .....	64
3.1	Γενικά - Ορισμός ενδιάμεσης φάσης (interface) .....	64
3.2	Προσδιορισμός της ειδικής θερμότητας και της θερμοκρασίας μεταβάσεως στην υαλώδη κατάσταση των συνθέτων υλικών ενισχυμένων με κόκκους μετάλλου. Εκτίμηση της ενδιάμεσης φάσης .....	68
3.2.1	Υλικά και πειραματική διαδικασία .....	68
3.2.2	Προσδιορισμός πάχους ενδιάμεσης φάσης.....	70
4	ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΤΩΝ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΩΝ ΣΤΟ ΧΩΡΟ.....	73

4.1	Γενικά .....	73
4.2	Τετραφασικό κυβικό μοντέλο 1 .....	74
4.3	Τετραφασικό κυβικό μοντέλο 2 .....	78
4.4	Τετραφασικό κυβικό μοντέλο 3 .....	80
4.5	Γεωμετρικοί περιορισμοί .....	82
4.5.1	Γεωμετρικοί περιορισμοί στο τετραφασικό κυβικό μοντέλο 1 ...	83
4.5.2	Γεωμετρικοί περιορισμοί στο τετραφασικό κυβικό μοντέλο 2 ...	83
4.5.3	Γεωμετρικοί περιορισμοί στο τετραφασικό κυβικό μοντέλο 3 ...	84
5	ΤΟ ΕΞΑΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ .....	85
5.1	Γενικά .....	85
5.2	Υπολογισμός ακτίνων του ισοδύναμου εξαφασικού μοντέλου .....	86
5.3	Υπολογισμός ελαστικών σταθερών ενδιάμεσου φάσεως .....	91
5.3.1	Γραμμικό μοντέλο .....	93
5.3.2	Παραβολικό μοντέλο .....	94
5.3.3	Εκθετικό μοντέλο .....	96
5.3.4	Υπερβολικό μοντέλο .....	97
5.3.5	Λογαριθμικό μοντέλο .....	98
5.4	Πίνακες - Διαγράμματα ενδιάμεσου φάσεως - Συμπεράσματα ....	100
5.4.1	Πίνακες $E_{i1}$ - $r$ για τα διάφορα μαθηματικά μοντέλα .....	100
5.4.2	Πίνακες $v_2$ - $r$ για τα διάφορα μαθηματικά μοντέλα .....	103
6	ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΟΥ ΕΞΑΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	113
6.1	Παραδοχές για την ανάπτυξη του θεωρητικού μοντέλου .....	113

6.2	Ανάπτυξη του εξαφασικού μοντέλου - Υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας του σύνθετου υλικού $E_c$ .....	114
6.3	Υπολογισμός του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας $E_c'$ και του μέτρου απωλειών $E_c''$ του σύνθετου υλικού .....	129
7	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΜΕ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΛΛΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ.....	144
7.1	Πειραματική διαδικασία - μεθοδολογία .....	144
7.2	Σύγκριση αποτελεσμάτων - συμπεράσματα .....	148
7.2.1	Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας $E_c$ :.....	148
7.2.2	Υπολογισμός του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας $E_c'$ και του μέτρου απωλειών $E_c''$ .....	153
7.2.3	Εξάρτηση του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας σύνθετου υλικού, από τη θερμοκρασία .....	160
7.3	Συμπεράσματα .....	162
7.3.1	Συμπεράσματα που αφορούν στον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας $E_c$ του σύνθετου υλικού .....	163
7.3.2	Συμπεράσματα που αφορούν στον υπολογισμό του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας $E_c'$ και του μέτρου απωλειών $E_c''$ του σύνθετου υλικού	165
7.3.3	Τελικό συμπέρασμα .....	166
8	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	167

## ABSTRACT

In this thesis a theoretical model for the prediction of the dynamic moduli of particulate - filled polymers has been developed by considering the concept of interphase. According to this model an important parameter affecting the behaviour of the composite is the adhesion characterized by the existence of an interphase layer between filler and matrix which possesses physico - chemical properties different from those of the constituent phases. The model also takes into account the influence of neighbouring spherical inclusions on the stiffness of the composite material. A microstructural composite model reproducing the basic cell of the composite at a microscopic scale was transformed to a 6 - phase representative volume element in order to apply the classical theory of elasticity to this simplified model of a composite - unit cell.

The theoretical values were compared to those predicted by other theories and to experimental results obtained from experiments on iron / epoxy composites with various frequencies and temperatures. The thickness and volume fraction of the interphase were determined by heat capacity measurements according to an existing theory.

# 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 Σύνθετα υλικά

### 1.1.1 Ορισμός σύνθετων υλικών, κύριας και δευτερεύουσας φάσης

Για ένα σύστημα ο όρος “σύνθετο” σημαίνει ότι τούτο αποτελείται από δύο ή περισσότερα διακριτά μέρη. Από γενική άποψη, λοιπόν, ένα υλικό αποτελούμενο από δύο ή περισσότερα διαφορετικά υλικά ή φάσεις, μπορεί να χαρακτηριστεί ως σύνθετο υλικό (composite material).

Πιο ειδικά, σήμερα, ως σύνθετα αναγνωρίζονται εκείνα τα υλικά, τα οποία συντίθενται από επιμέρους υλικά με σημαντικά διαφορετικές μηχανικές και φυσικές ιδιότητες μεταξύ τους, ενώ και το ίδιο το σύνθετο υλικό έχει επίσης σημαντικά διαφορετικές ιδιότητες από εκείνες των συστατικών του.

Για να καταταχθεί ένα υλικό στην κατηγορία των σύνθετων, θα ακολουθείται ο εξής κανόνας:

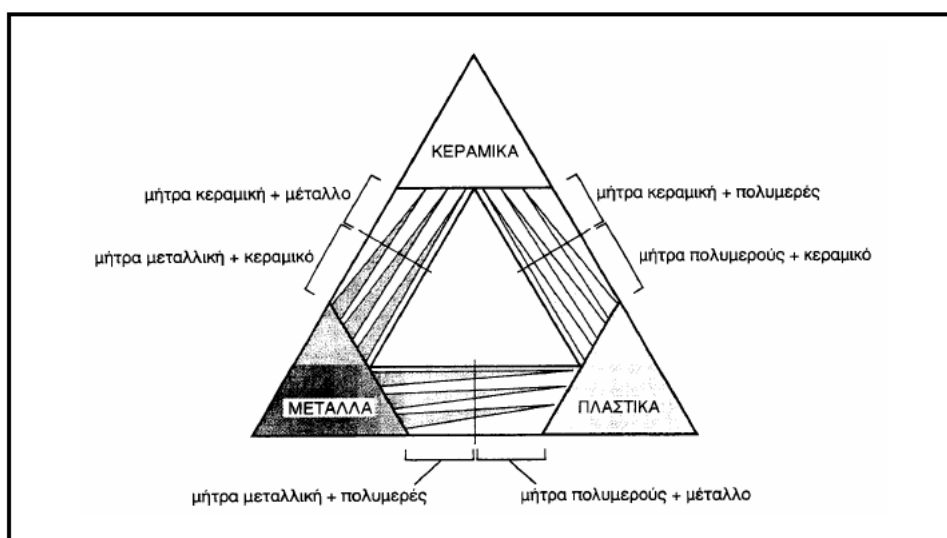
Το υλικό πρέπει να προκύπτει ως συνδυασμός συστατικών μερών, στα οποία οι ιδιότητες του ενός από τα μέρη αυτά να είναι σημαντικά μεγαλύτερες από του άλλου (τουλάχιστον 5πλάσιες) και η κατ’ όγκο περιεκτικότητα του ενός να μην είναι πολύ μικρή (> 10 %).

**ΟΡΙΣΜΟΣ** (Agarwal–1990): *Σύνθετα είναι τα υλικά, τα οποία μακροσκοπικά αποτελούνται από δύο ή περισσότερα χημικά ευδιάκριτα συστατικά μέρη που έχουν μια συγκεκριμένη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ τους.*

Το ένα, από τα συστατικά μέρη, χαρακτηρίζεται ως **συστατικό ενίσχυσης ή δευτερεύουσα φάση**, και προσδίδει στο σύνθετο βελτιωμένες μηχανικές, κυρίως,

ιδιότητες. Το δεύτερο συστατικό καλείται **μήτρα ή κύρια φάση**, είναι συνήθως χαμηλής πυκνότητας και η συμμετοχή του στο σύνθετο εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση των ιδιοτήτων της ενίσχυσης.

Στο Σχ. 1 παρουσιάζεται ο συνδυασμός ανά δύο των βασικών οικογενειών υλικών (μεταλλικά, πολυμερικά και κεραμικά υλικά) και οι ομάδες συνθέτων που προκύπτουν.



Σχήμα 1-1 Κατηγορίες Σύνθετων Υλικών

### 1.1.2 Ιστορικό σύνθετων υλικών

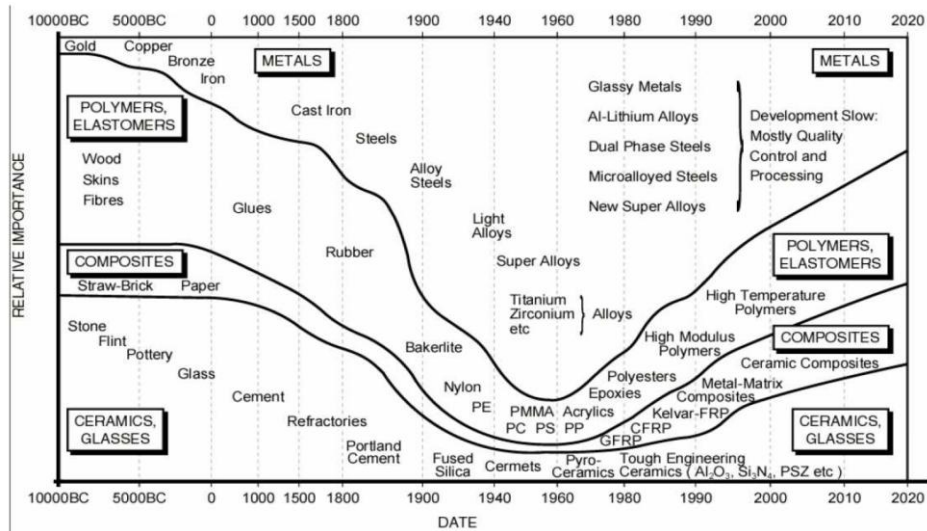
Με βάση τον ορισμό που δόθηκε παραπάνω για τα σύνθετα υλικά, μπορούμε να πούμε ότι ο άνθρωπος επινόησε και χρησιμοποίησε σύνθετα υλικά από την αρχαιότητα. Παραδείγματος χάριν, οι Εβραίοι χρησιμοποίησαν το άχυρο για να δώσουν μεγαλύτερη αντοχή στα λασπότουβλα. Οι Αιγύπτιοι χρησιμοποίησαν ένα είδος «κόντρα πλακέ» όταν κατάλαβαν ότι στρώματα ξύλου μπορούν να συνδυασθούν κατάλληλα ώστε να παρουσιάσουν ικανοποιητική αντοχή σε

διάφορες κατευθύνσεις και να είναι ανθεκτικά στην διόγκωση και στη στρέβλωση που προκαλείται από την υγρασία. Ακόμη στην Αίγυπτο και στην Μεσοποταμία εμφανίσθηκαν σχεδίες από καλάμι παπύρου «δεμένο» με ασφαλτο. Οι Ασύριοι έφτιαξαν πλωτές γέφυρες με σανίδες εμποτισμένες με αδιάβροχη ασφαλτο. Στον Μεσαίωνα κατασκευάσθηκαν σπαθιά, ασπίδες και θώρακες από συνδυασμούς στρωμάτων διαφόρων μετάλλων και πιο πρόσφατα ινώδη σύνθετα υλικά που έχουν μεγάλους λόγους αντοχής / βάρους και ακαμψίας / βάρους χρησιμοποιήθηκαν σε κατασκευές στις οποίες το μικρό βάρος αποτελεί σημαντικό παράγοντα, όπως π.χ. σε αεροσκάφη και διαστημόπλοια.

Τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω μας δείχνουν ότι ο άνθρωπος από τη αρχαιότητα είχε αντιληφθεί ότι συνδυάζοντας δύο ή περισσότερα υλικά μπορούσε να κατασκευάσει ένα τρίτο «σύνθετο υλικό», που ικανοποιούσε καλύτερα τις κατασκευαστικές του ανάγκες.

Η πορεία εξέλιξης των συνθέτων υλικών δεν παρουσιάζει την ίδια ταχύτητα διά μέσου των αιώνων. Μέχρι τον 19ο αιώνα μ.Χ. η εξέλιξη αυτή είναι πολύ μικρή και τα σύνθετα υλικά του 19ου αιώνα δεν απέχουν και πάρα πολύ από αυτά των αρχαίων Αιγυπτίων, Ελλήνων κ.λ.π., ούτε σε ποιότητα, ούτε σε μεθόδους κατασκευής. Η μεγαλύτερη εξέλιξη των συνθέτων υλικών σημειώθηκε τον 20<sup>ο</sup> αιώνα και κυρίως τα τελευταία 30 χρόνια. Το γεγονός αυτό είναι συνέπεια μιας άλλης σημαντικής εξέλιξης: της εξέλιξης της επιστήμης των γιγαντιαίων μορίων των πολυμερών.





Σχήμα 1-2 Ιστορική εξέλιξη των υλικών

### 1.1.3 Ταξινόμηση των σύνθετων υλικών

Ανάλογα με τη μορφή του συστατικού ενίσχυσης, τα σύνθετα υλικά κατατάσσονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες:

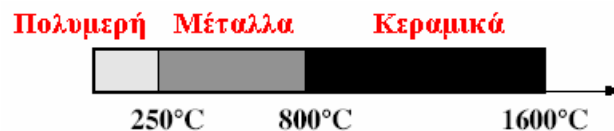
- **Ινώδη σύνθετα** (fibrous composites): Με ενίσχυση ινών εμποτισμένων σε υλικό μήτρας
- **Στρωματικά σύνθετα** (laminated composites): Με επάλληλες στρώσεις υλικών
- **Κοκκώδη σύνθετα** (particulate composites): Με ενίσχυση σωματιδίων (εγκλεισμάτων) διασκορπισμένων στο υλικό της μήτρας

Ανάλογα με τη μορφή του συστατικού της μήτρας, τα σύνθετα υλικά κατατάσσονται σε τρεις βασικές κατηγορίες:

- **Σύνθετα υλικά με μεταλλική μήτρα** (mmc: metal matrix composites)
- **Σύνθετα υλικά με κεραμική μήτρα** (cmc: ceramic matrix composites)

- **Σύνθετα υλικά με οργανική μήτρα** (pmc: polymer matrix composites)

Η επιλογή κατάλληλης μήτρας, εξαρτάται από τη θερμοκρασία και το περιβάλλον χρήσης του σύνθετου. Κατά κανόνα, επιλέγουμε το υλικό της μήτρας σύμφωνα με το σχήμα 1-3:



Σχήμα 1-3 Θερμοκρασιακά όρια χρήσης των υλικών

Στην παρούσα μελέτη, θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με τις μηχανικές ιδιότητες των **κοκκώδων σύνθετων υλικών με οργανική μήτρα**.

#### 1.1.3.1 Κοκκώδη σύνθετα υλικά (Particulate composites)

Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά αποτελούνται από κόκκους ενός υλικού μέσα σε ένα άλλο υλικό-μήτρα. Οι κόκκοι μπορεί να είναι μεταλλικοί ή όχι, όπως και η μήτρα. Έτσι, από αυτή την άποψη, έχουμε Τέσσερις δυνατούς συνδυασμούς:

- **Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας:**

Παράδειγμα τέτοιου υλικού είναι το σκυρόδεμα (όχι το οπλισμένο). Το σκυρόδεμα αποτελείται από κόκκους άμμου και πέτρας δεμένους με ένα μίγμα τσιμέντου και νερού, το οποίο έχει αντιδράσει χημικά και έχει σκληρύνει. Η αντοχή του σκυροδέματος αποδίδεται στην ύπαρξη κόκκων πέτρας. Επίσης φλούδες μη μεταλλικών υλικών, όπως η μίκα ή το γυαλί, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες εγκλείσμα μιας γυάλινης ή

πλαστικής μήτρας αντίστοιχα και με τον τρόπο αυτό να προκύψει, ένα σύνθετο υλικό αυτού του είδους.

- **Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας:**

Πολλά υλικά αυτού του είδους έχουν κατασκευαστεί με σκοπό την αύξηση της θερμικής αγωγιμότητας, τη μείωση του συντελεστή θερμικής διαστολής και τη μείωση της φθοράς της μήτρας.

Παράδειγμα, τέτοιου υλικού είναι έγκλεισμα χαλκού μέσα σε εποξειδική ρητίνη, που αυξάνει κατά πολύ την ηλεκτρική αγωγιμότητα αυτής. Επίσης είναι συνήθη τα σύνθετα υλικά με έγκλεισμα από μέταλλο υπό μορφή φλούδας.

- **Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας:**

Τα υλικά αυτού του τύπου δεν είναι κράματα. Το μεταλλικό έγκλεισμα έχει μορφή κόκκων μέσα στη μήτρα και δεν είναι διαλυμένο μέσα σε αυτήν, όπως είναι στα κράματα.

Σαν παράδειγμα για αυτήν την κατηγορία μπορούμε να αναφέρουμε τους κόκκους μόλυβδου εντός κραμάτων χαλκού και χάλυβα, που σκοπό έχουν τη βελτίωση της κατεργασιμότητας του κράματος στις εργαλειομηχανές.

- **Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας:**

Μη μεταλλικά υλικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μορφή κοκκώδους εγκλείσματος μέσα σε μεταλλική μήτρα. Τα προκύπτοντα υλικά ονομάζονται κεραμομέταλλα. Τα κεραμομέταλλα μπορούν να είναι δύο ειδών ανάλογα με το έγκλεισμα. Το πρώτο είδος είναι κεραμομέταλλα με κόκκους οξειδίου ενός μετάλλου πάνω σε μεταλλική μήτρα, τα οποία χρησιμοποιούνται στην κατασκευή εργαλείων και σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας όπου η αντίσταση στη διάβρωση είναι σημαντική. Το άλλο είδος είναι τα κεραμομέταλλα με κόκκους καρβιδίου ενός μετάλλου μέσα σε μεταλλική μήτρα. Έτσι το καρβίδιο του βολφραμίου μέσα σε μήτρα

κοβαλτίου χρησιμοποιείται σε τμήματα μηχανών τα οποία απαιτούν μεγάλη αντοχή στην οξείδωση και στη διάβρωση, ενώ έχει συντελεστή θερμικής διαστολής παραπλήσιο με αυτόν του χάλυβα και έτσι είναι κατάλληλο για χρήσεις σε βαλβίδες κλπ. Επίσης το καρβίδιο του τιτανίου μέσα σε μήτρα νικελίου ή κοβαλτίου χρησιμοποιείται συχνά σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας, όπως π.χ. σε διάφορα μέρη στροβιλομηχανών. Τέλος τα κεραμομέταλλα χρησιμοποιούνται στους πυρηνικούς αντιδραστήρες σαν καύσιμα.

#### 1.1.3.2 Οργανικές μήτρες

Οι οργανικές μήτρες διακρίνονται σε:

1. **Θερμοπλαστικές:** Πρόκειται για πολυμερή με γραμμικές αλυσίδες.

Λόγω του χαμηλού τους κόστους, χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές ευρείας κατανάλωσης. Αντιπροσωπευτικά παραδείγματα αποτελούν οι μήτρες πολυαιθυλενίου (PE) και πολυστυρενίου (PS).

Ως ενισχυτικά θερμοπλαστικών μητρών χρησιμοποιούνται φθηνά υλικά (αμίαντος, μαρμαρυγίες, κ.α.), ώστε και το τελικό προϊόν να είναι χαμηλής τιμής.

2. **Θερμοσκληρυνόμενες:**

Χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις που απαιτούνται καλύτερες μηχανικές ιδιότητες. Τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή παρουσιάζουν τρισδιάστατη δομή πλέγματος από πρωτογενείς ισχυρούς δεσμούς μεταξύ των μοριακών αλυσίδων. Με την αύξηση της θερμοκρασίας, αυξάνεται και το πλήθος των διαμοριακών δεσμών καθιστώντας τα υλικά αυτά σκληρότερα καθώς και ψαθυρότερα. Τέτοιες μήτρες είναι:

- **Πολυεστερικές ρητίνες**, που ενισχύονται με ίνες γυαλιού και δίνουν υαλονήματα.
- **Εποξειδικές ρητίνες**, με μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους 200° C, καλύτερες μηχανικές ιδιότητες από τις προηγούμενες και χρήση στην αεροναυπηγική.
- **Φαινολικές ρητίνες**, οι οποίες έχουν χαμηλή πλαστικότητα και μέτριες μηχανικές ιδιότητες. Η μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους ωστόσο, φτάνει τους 400° C.

Στην παρούσα εργασία θα μελετήσουμε τις ιδιότητες σύνθετων υλικών με κοκκώδη εγκλείσματα και οργανική μήτρα εποξειδικής ρητίνης.

## 1.2 Πολυμερή

### 1.2.1 Δομή πολυμερών

Η λέξη πολυμερές είναι σύνθετη και προέρχεται από το πολύς + μέρος. Τα πολυμερή είναι φυσικά ή τεχνητά παρασκευασμένα υλικά που αποτελούνται από μόρια μεγάλων διαστάσεων, τα μακρομόρια. Δομικά συστατικά των μακρομορίων είναι τα μονομερή, τα οποία ενώνονται μεταξύ τους και σχηματίζουν τη μακρομοριακή αλυσίδα των πολυμερών. Το επαναλαμβανόμενο μονομερές (A) είναι η δομική μονάδα που επαναλαμβάνεται σε όλη τη δομή του πολυμερούς. Το πολυμερές τότε έχει τη μορφή:



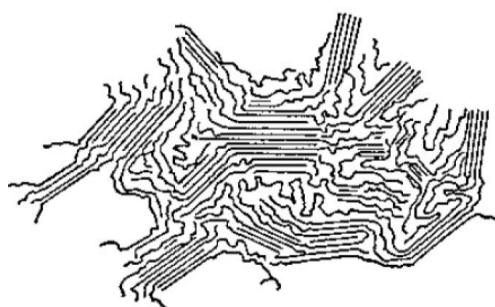
Ο αριθμός των επαναλήψεων του μονομερούς (n) ονομάζεται βαθμός πολυμερισμού (degree of polymerization ή β.π.). Ο βαθμός πολυμερισμού έχει

σχέση και με το μοριακό βάρος του πολυμερούς. Αν τα μονομερή που αποτελούν το πολυμερές είναι ενός τύπου, το μακρομόριο ονομάζεται ομοπολυμερές ενώ αν το αποτελούν διάφοροι τύποι μονομερών ονομάζεται συμπολυμερές. Ο βαθμός πολυμερισμού επηρεάζει τόσο τις φυσικές όσο και τις μηχανικές ιδιότητες των πολυμερών.

Στα πολυμερή συναντάμε τρία είδη χημικών δεσμών: ομοιοπολικούς δεσμούς κατά μήκος της αλυσίδας του μακρομορίου, που είναι και οι πιο ισχυροί, δεσμούς Van der Waals και δεσμούς υδρογόνου μεταξύ απομακρυσμένων τμημάτων της ίδιας αλυσίδας ή μεταξύ διαφορετικών μακρομορίων, οι οποίοι είναι πιο ασθενείς δεσμοί. Εξαιτίας του μεγάλου αριθμού δεσμών άνθρακα στο μόριο του πολυμερούς, η αλυσίδα του πολυμερούς είναι αδύνατο να ευθυγραμμιστεί. Τα μόρια των πολυμερών με την ίδια σύσταση μπορούν να έχουν διαφορετική διεύθυνση των ατόμων τους, ένα φαινόμενο που ονομάζεται ισομέρεια [7].



Σχήμα 1-4 Άμορφο πολυμερές



Σχήμα 1-5 Ημικρυσταλλικό πολυμερές

Ως κρυσταλλικό θεωρείται το πολυμερές του οποίου οι μακρομοριακές αλυσίδες βρίσκονται σε διάταξη περιοδικά επαναλαμβανόμενη, ενώ άμορφο θεωρείται το πολυμερές του οποίου η δομή μοιάζει με αυτή της υγρής φάσης και δεν παρουσιάζει κανονικότητα (σχήματα 1-4, 1-5). Οι παράγοντες που επηρεάζουν την κρυσταλλικότητα των πολυμερών είναι η αρχιτεκτονική των αλυσίδων, δηλαδή αν υπάρχει συμμετρία των αλυσίδων ή αν υπάρχουν πλευρικές ομάδες. Επίσης, το βαθμό κρυσταλλικότητας επηρεάζει ο βαθμός πολυμερισμού. Με την αύξηση του βαθμού πολυμερισμού μειώνεται η κρυσταλλικότητα του πολυμερούς. Η αύξηση της θερμοκρασίας μετά τη μορφοποίηση του πολυμερούς ευνοεί την κρυστάλλωση ενώ η άσκηση μηχανικής καταπόνησης, εφελκυσμού για παράδειγμα, προκαλεί την παράλληλη διεύθυνση των αλυσίδων και επομένως διευκολύνει την κρυστάλλωση. Τα κρυσταλλικά πολυμερή είναι γενικά πιο άκαμπτα από τα άμορφα ή ημικρυσταλλικά πολυμερή. Η αντοχή των ημικρυσταλλικών πολυμερών αυξάνεται όσο αυξάνεται ο βαθμός κρυσταλλικότητας. Η διαφάνεια στα πολυμερή έχει άμεση σχέση με την κρυσταλλικότητα. Όσο πιο μεγάλος είναι ο βαθμός κρυστάλλωσης, τόσο πιο λίγο φως περνάει από το πολυμερές και επομένως τόσο πιο αδιαφανές είναι το υλικό. Τα άμορφα πολυμερή γενικά παρουσιάζουν διαφάνεια, ιδιότητα σημαντική για πολλές εφαρμογές, όπως σε συσκευασίες τροφίμων και φακούς επαφής. Τα πολυμερή με μικρά μοριακά βάρη είναι σε υγρή ή αέρια κατάσταση. Τα πολυμερή με μοριακό βάρος περίπου 1000 gr/mol είναι κηρώδη στερεά ενώ τα στερεά πολυμερή έχουν συνήθως μοριακά βάρη μεταξύ 1000 και μερικών εκατομμυρίων gr/mol. Τα φυσικά χαρακτηριστικά των πολυμερών δεν εξαρτώνται μόνο από το μοριακό τους βάρος αλλά και από τις δομές των μοριακών αλυσίδων. Οι μοριακές δομές είναι γραμμικές, διακλαδιζόμενες, διασταυρωμένες και δικτυωμένες.

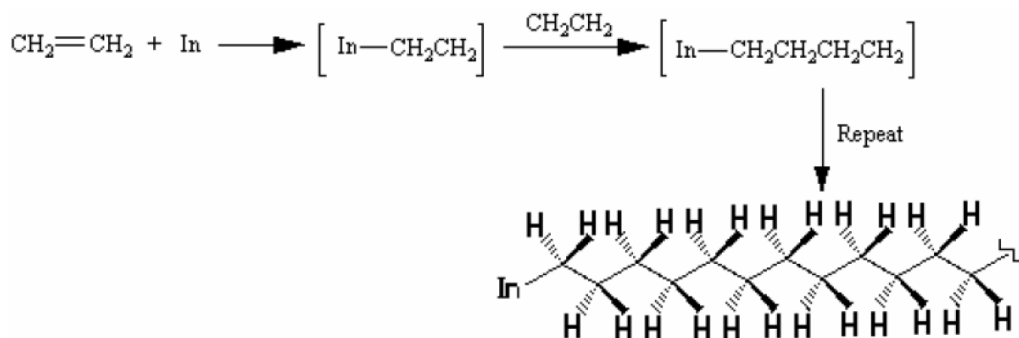
## 1.2.2 Γενικά χαρακτηριστικά των πολυμερών

Κάποια από τα κυριότερα χαρακτηριστικά των πολυμερών είναι τα παρακάτω:

- Αποτελούνται κυρίως από C και H.
- Έχουν χαμηλά σημεία τήξης
- Τα πιο πολλά δεν είναι αγωγοί θερμότητας και ηλεκτρισμού.

Τα πολυμερή έχουν μικρή θερμική αγωγιμότητα και γι' αυτό βρίσκουν εφαρμογή ως θερμομονωτικά. Επίσης χρησιμοποιούνται και ως μονωτές ηλεκτρισμού. Η ιδιότητα αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι οι ομοιοπολικοί δεσμοί των πολυμερών δεν επιτρέπουν ελεύθερο ηλεκτρικό φορτίο, οπότε και εμφανίζουν μεγάλη ειδική ηλεκτρική αντίσταση. Επίσης γενικά παρουσιάζουν μεγάλη αντοχή σε χημική προσβολή. Τα πολυμερικά υλικά είναι ελαφριά, δηλαδή έχουν χαμηλή πυκνότητα και αυτό γιατί τα στοιχεία H, C έχουν μικρά ατομικά βάρη ενώ η δομή των πολυμερών είναι ανοιχτή. Τα κρυσταλλικά πολυμερή παρουσιάζουν μεγαλύτερη πυκνότητα από τα άμορφα εξαιτίας της πυκνής κανονικής διάταξης. Τα πιο ελαφριά πολυμερή είναι τα θερμοπλαστικά. Τα συνθετικά πολυμερή χωρίζονται σε δυο βασικές κατηγορίες: στα πολυμερή προσθήκης και στα πολυμερή συμπύκνωσης [8]. Τα πολυμερή προσθήκης προκύπτουν με διαδοχικές αντιδράσεις προσθήκης μονομερών μέχρι να προκύψει το τελικό πολυμερές (σχήμα 1-6). Τα πολυμερή προσθήκης στην κύρια αλυσίδα έχουν μόνο άτομα άνθρακα. Τα πολυμερή συμπύκνωσης προκύπτουν με την αντίδραση δύο μορίων πολυμερών διαφορετικών ομάδων (σχήμα 1-7). Το πολυμερές που προκύπτει συνήθως περιλαμβάνει στην κύρια αλυσίδα και άλλα άτομα εκτός από άνθρακα.





Σχήμα 1-6 Πολυμερισμός προσθήκης



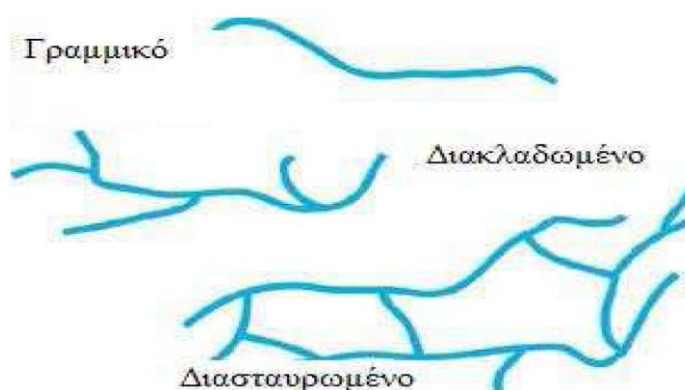
Σχήμα 1-7 Πολυμερισμός συμπύκνωσης

### 1.2.3 Ταξινόμηση των πολυμερών

Οι όροι «πολυμερή» και «πλαστικά» συνήθως θεωρούνται συνώνυμοι. Στην πραγματικότητα όμως υπάρχει διαφορά μεταξύ τους. Το πολυμερές είναι ένα καθαρό υλικό που προκύπτει από τη διαδικασία του πολυμερισμού και συνήθως εκπροσωπεί την οικογένεια των υλικών που χαρακτηρίζονται από μακρομοριακή δομή (συμπεριλαμβανομένων και των ελαστομερών). Καθαρά πολυμερή σπανίως χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές. Συνήθως τα πολυμερή εμπεριέχουν και διάφορες πρόσθετες ουσίες και τότε ονομάζονται πλαστικά. Η ταξινόμηση των πολυμερών πραγματοποιείται με διάφορα κριτήρια. Με κριτήριο την αρχιτεκτονική της αλυσίδας τους, τα πολυμερή διακρίνονται σε:

- Γραμμικά
- Διακλαδωμένα
- Διασταυρωμένα
- Δικτυωμένα

Γραμμικά είναι τα πολυμερή στα οποία οι ομάδες μονομερών συνδέονται μεταξύ τους από τα άκρα σε απλές αλυσίδες. Μεταξύ των αλυσίδων αναπτύσσονται δυνάμεις Van der Waals. Παραδείγματα πολυμερών με γραμμικές δομές είναι το πολυαιθυλένιο, το πολυβινυλοχλωρίδιο, το πολυστυρένιο, το ηγιοπ και άλλα. Διακλαδωμένα είναι τα πολυμερή των οποίων οι κύριες αλυσίδες συνδέονται με πλευρικές αλυσίδες. Η παρουσία πλευρικών αλυσίδων μειώνει την πυκνότητα του πολυμερούς. Στα διασταυρωμένα πολυμερή οι γειτονικές πλευρικές αλυσίδες ενώνονται μεταξύ τους με ομοιοπολικούς δεσμούς. Πολλά από τα ελαστικά υλικά είναι διασταυρωμένα. Τέλος, τα δικτυωμένα πολυμερή ονομάζονται έτσι εξαιτίας των τρισδιάστατων δικτύων που σχηματίζουν τα άτομα άνθρακα των ομάδων των μονομερών με τους τρεις ενεργούς ομοιοπολικούς δεσμούς που διαθέτουν.



Σχήμα 1-8 Γραμμικό, Διακλαδωμένο και Διασταυρωμένο πολυμερές

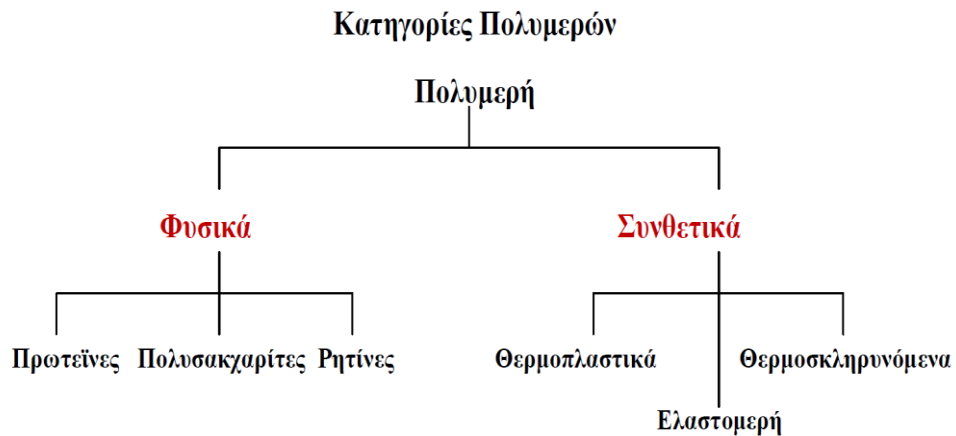
Με κριτήριο τη μηχανική συμπεριφορά τους κατά τη θέρμανση, τα πολυμερή κατατάσσονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες [35]:

- Θερμοπλαστικά (thermoplastics)
- Θερμοσκληρυνόμενα (thermo sets)
- Ελαστομερή (elastomers)

Τα θερμοπλαστικά πολυμερή μαλακώνουν όταν θερμαίνονται και σκληραίνουν όταν ψύχονται. Οι διαδικασίες αυτές είναι αντιστρεπτές. Τα υλικά αυτά μορφοποιούνται με εφαρμογή θερμότητας και πίεσης. Τα θερμοπλαστικά είναι μαλακά και όλκιμα υλικά. Τα περισσότερα γραμμικά πολυμερή είναι θερμοπλαστικά. Τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή σκληραίνουν μόνιμα όταν ψύχονται, εφαρμόζεται σε αυτά τάση και δεν μαλακώνουν με θέρμανση. Είναι σκληρότερα, ισχυρότερα και πιο ψαθυρά από τα θερμοπλαστικά και διαθέτουν σταθερότητα διαστάσεων. Τα περισσότερα διασταυρωμένα και δικτυωμένα πολυμερή είναι θερμοσκληρυνόμενα, όπως για παράδειγμα το καουτσούκ, οι εποξειδικές και οι πολυεστερικές ρητίνες. Τα ελαστομερή κατά τη φόρτισή τους μπορούν να υποστούν μεγάλες παραμορφώσεις και να επανέλθουν στο αρχικό τους σχήμα όταν το φορτίο σταματήσει να υφίσταται. Έχουν μικρά μέτρα ελαστικότητας ενώ η ελαστική περιοχή στην καμπύλη τάσης – παραμόρφωσης δεν είναι γραμμική. Με κριτήριο την προέλευση τα πολυμερή διακρίνονται σε:

- Φυσικά πολυμερή (natural polymers)
- Ημισυνθετικά πολυμερή (artificial polymers)
- Συνθετικά πολυμερή (synthetic polymers)

Τα φυσικά πολυμερή βρίσκονται στη φύση. Ημισυνθετικά ονομάζονται τα πολυμερή που προκύπτουν από χημική επεξεργασία φυσικών πρώτων υλών. Τα συνθετικά πολυμερή έχουν μη ανανεώσιμες πρώτες ύλες και συντίθενται χημικά.



Σχήμα 1-9 Κατηγορίες Πολυμερών

### 1.2.4 Πρόσθετα υλικά στα πολυμερή

Έχει διαπιστωθεί από τα πρώτα βήματα της ανάπτυξης της βιομηχανίας των πολυμερών ότι η ενσωμάτωση πρόσθετων στοιχείων στα πολυμερή παρέχει πολύ χρήσιμα σύνθετα υλικά. Ο Goodyear ανακάλυψε ότι η προσθήκη θείου σε πρώτη ύλη ελαστικού έδωσε προϊόντα με πολύ βελτιωμένες ιδιότητες.

Ο όρος πρόσθετα υλικά αναφέρεται σε εκείνα τα υλικά που διασπείρονται μέσα στο πολυμερές χωρίς να προκαλέσουν σημαντική αλλαγή στη δομή του. Για το λόγο αυτό εξαιρούνται οι καταλύτες, τα μέσα σκλήρυνσης που χρησιμοποιούνται στα θερμοσκληρυνόμενα συστήματα.

Τα πρόσθετα υλικά ταξινομούνται ανάλογα με την λειτουργία τους και όχι με κάποια χημική βάση και είναι:

- 1. πρόσθετα που τροποποιούν τις μηχανικές ιδιότητες:**
  - πλαστικοποιητές
  - εγκλείσματα
  - μέσα δυσκαμψίας
- 2. πρόσθετα που τροποποιούν τις ιδιότητες επιφανείας**

### **3. πρόσθετα για την μείωση του κόστους:**

- διαλύτες
- κοκκώδη εγκλείσματα

### **4. πρόσθετα που βοηθούν την διεργασία παραγωγής:**

- σταθεροποιητές
- λιπαντικά
- θιξοτροπικά μέσα

### **5. τροποποιητές οπτικών ιδιοτήτων κ.α.**

## **1.2.5 Ο μηχανισμός της ενισχυτικής δράσης των εγκλεισμάτων στα πολυμερή**

Η ενσωμάτωση μέσα στη μήτρα του πολυμερούς πολύ λεπτών σωματιδίων ή ινώδων υλικών, ανόργανης ή οργανικής φύσης συνοδεύεται με αλλαγή των φυσικοχημικών, μηχανικών, θερμικών, ηλεκτρικών και άλλων ιδιοτήτων του υλικού, αν και η βασικότερη επιδίωξη είναι η βελτίωση των φυσικοχημικών ιδιοτήτων. Ανάλογα με την αποτελεσματικότητα τους τα εγκλείσματα διακρίνονται σε ενεργά, δηλαδή προκαλούν ενίσχυση και αδρανή, δηλαδή δεν βελτιώνουν τις ιδιότητες του υλικού, αλλά προκαλούν μόνο αλλαγή χρωματισμού, μείωση του κόστους κλπ.

Αναφορικά με τα ενεργά εγκλείσματα μπορούμε να διακρίνουμε τη δραστηριότητα τους σε δομική, κινητική και θερμοδυναμική. Με τον όρο "δομική δραστηριότητα", εννοείται η ικανότητα του εγκλείσματος να επηρεάζει τη δομή του πολυμερούς, έτσι με την ενσωμάτωση των εγκλεισμάτων στη μήτρα παρατηρούνται αλλαγές στο μέγεθος, στο σχήμα και στην κατανομή των δομικών μονάδων. Με τον όρο "κινητική δραστηριότητα", εννοείται η ικανότητα του εγκλείσματος να επηρεάζει διάφορες θερμοδυναμικές παραμέτρους του συνθέτου υλικού.

Η ενίσχυση του υλικού λόγω των εγκλεισμάτων μπορεί να συσχετιστεί με την ενέργεια  $w$  θραύσης του πολυμερούς, όπως μετρείται από το εμβαδόν της επιφανείας κάτω από την καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων,

$$w = \int_{L_0}^{L_b} \sigma \cdot dL$$

όπου  $L_b$  το μήκος του δοκιμίου στη θραύση,  $L_0$  το αρχικό μήκος του και  $\sigma$  η επιβαλλόμενη τάση.

Η αύξηση της ενέργειας θραύσης ανά μονάδα όγκου, με την παρουσία των εγκλεισμάτων, μπορεί να θεωρηθεί σαν βασικό χαρακτηριστικό της ενισχυτικής δράσης των εγκλεισμάτων στα πολυμερή στην ελαστική κατάσταση. Έτσι, τα εγκλείσματα που αυξάνουν την ενέργεια θραύσης θεωρούνται ενεργά, ενώ εκείνα που δεν την αυξάνουν θεωρούνται αδρανή. Το μέγεθος της αύξησης ή ελάττωσης εξαρτάται από την φύση του εγκλείσματος.

Ένας άλλος τρόπος ελέγχου της ενισχυτικής δράσης των εγκλεισμάτων είναι η επίδραση τους στην αντοχή των συνθέτων υλικών. Αυτή η αντοχή επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες, λόγω της αλληλεπίδρασης μήτρας και εγκλεισμάτων. Και αυτό διότι η διαφοροποιούμενη δομή της ενδιάμεσης φάσης είναι σημαντικός παράγοντας που καθορίζει τις φυσικοχημικές και μηχανικές ιδιότητες του συνθέτου υλικού. Παρ'όλα αυτά μπορούμε να φτάσουμε στη γενική διαπίστωση ότι συνήθως η μηχανική αντοχή του συνθέτου υλικού αυξάνει ανάλογα με την περιεκτικότητα και τη λεπτότητα του εγκλείσματος. Το θεωρητικό όριο της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα καθορίζεται από το ποσό του εγκλείσματος που κάνει πιθανή την ύπαρξη κάποιας ενδιάμεσης φάσης ή ενδιάμεσου στρώματος μεταξύ των σωματιδίων.

Έτσι η ενίσχυση των πολυμερών με την προσθήκη λεπτών κοκκωδών σωματιδίων οφείλεται στο σχηματισμό ενός συνεχούς ενισχυτικού σκελετού σαν αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης των σωματιδίων μεταξύ τους. Παράλληλα η αντοχή του συνθέτου υλικού αυξάνει με την περιεκτικότητα σε έγκλεισμα, όπως

προαναφέρθηκε με βέλτιστη περιεκτικότητα εκείνη που προκαλεί κορεσμό των κέντρων προσρόφησης μακρομορίων πάνω στην επιφάνεια του εγκλείσματος [18].

### 1.2.6 Θερμοκρασία τήξης - θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης

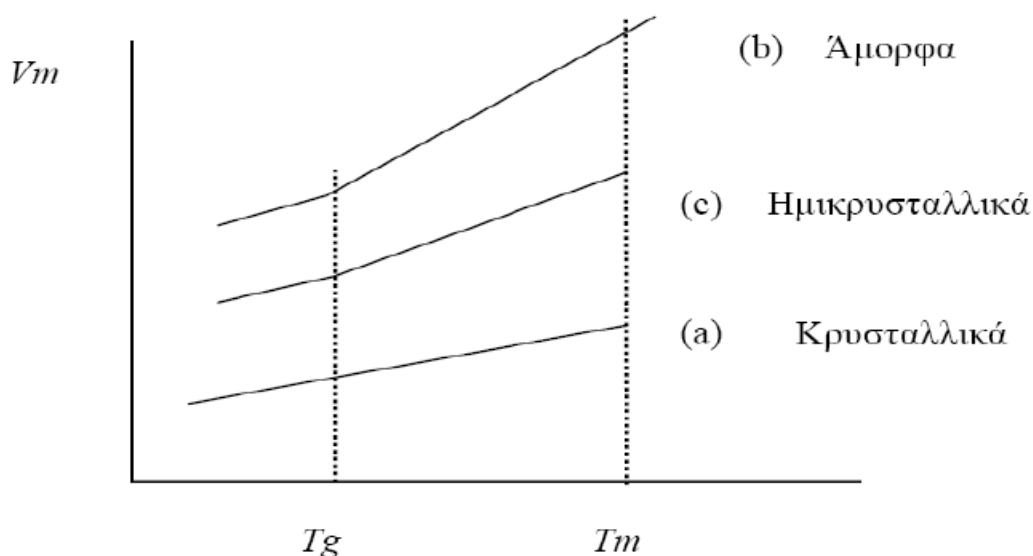
Η θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης (glass transition temperature) **T<sub>g</sub>** αποτελεί την κρίσιμη θερμοκρασία πάνω από την οποία το πολυμερές συμπεριφέρεται όλκιμα, ενώ κάτω από αυτή συμπεριφέρεται ως ψαθυρό και εύθραυστο υλικό. Η υαλώδης μετάπτωση εμφανίζεται στα άμορφα και ημικρυσταλλικά πολυμερή. Κατά την ψύξη η θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης του πολυμερούς αντιστοιχεί στο σταδιακό μετασχηματισμό του από υγρό σε ελαστόμορφο υλικό και τελικά σε άκαμπτο. Η θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης αυξάνεται με την παρουσία πλευρικών ομάδων στο μόριο του πολυμερούς, και με την ύπαρξη διπλών δεσμών και αρωματικών ομάδων στις αλυσίδες. Η αύξηση του μοριακού βάρους αυξάνει τη θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης. Οι δεσμοί διασταύρωσης ανεβάζουν το **T<sub>g</sub>** για το λόγο ότι περιορίζουν τη μοριακή κίνηση και καθιστούν το υλικό πιο άκαμπτο.

Πίνακας 1-1 Θερμοκρασίες υαλώδους μετάπτωσης - τήξης για τα βασικότερα πολυμερή

ΥΛΙΚΟ	Θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης (° C)	Θερμοκρασία τήξης (° C)
LDPE	-110	115
HDPE	-90	137
PP	-18	175

Nylon 6.6	57	165
PET	69	265
PVC	87	212
PS	100	240

Ως θερμοκρασία τήξης (**T<sub>m</sub>**) ονομάζουμε τη θερμοκρασία κατά την οποία ένα στερεό πολυμερές με τακτική δομή μοριακών αλυσίδων μετατρέπεται σε παχύρρευστο υγρό με τυχαία δομή. Η κρυσταλλικότητα επηρεάζει και τη θερμοκρασία τήξης. Όσο μεγαλύτερο βαθμό κρυστάλλωσης έχει ένα πολυμερές, τόσο περισσότερη ενέργεια απαιτείται για το διαχωρισμό των μορίων, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η **T<sub>m</sub>**. Συνεπώς, τα άμορφα πολυμερή έχουν χαμηλότερες **T<sub>m</sub>**. Η θερμοκρασία στην οποία πραγματοποιείται η τήξη και η υαλώδης μετάβαση σε ένα πολυμερές προσδιορίζονται από μια γραφική παράσταση του ειδικού όγκου (το αντίστροφο της πυκνότητας) συναρτήσει της θερμοκρασίας [28]. Για το κρυσταλλικό υλικό υπάρχει μια ασυνεχής αλλαγή του ειδικού όγκου στη θερμοκρασία τήξης. Για το άμορφο υλικό η καμπύλη είναι συνεχής αλλά υφίσταται μια μικρή μείωση της κλίσης στη θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης. Για τα ημικρυσταλλικά πολυμερή η συμπεριφορά είναι ενδιάμεση.



Σχήμα 1-10 Γραφική παράσταση του ειδικού όγκου συναρτήσει της θερμοκρασίας κατά την ψύξη

Ο ρυθμός ψύξης καθορίζει και το βαθμό κρυσταλλικότητας του πολυμερούς. Στα άμορφα πολυμερή το υλικό δεν προλαβαίνει να κρυσταλλωθεί κατά την ψύξη



και μένει σε άμορφη κατάσταση, με αποτέλεσμα να παρατηρείται μεταβολή στο ρυθμό μείωσης του ειδικού όγκου του υλικού. Στα κρυσταλλικά, αντίθετα, στη θερμοκρασία τήξης παρατηρείται αλλαγή φάσης από άμορφο σε κρυσταλλικό καθώς το υλικό προλαβαίνει να σχηματίσει περιοδική δομή. Στα ημικρυσταλλικά παρατηρείται μερική κρυστάλλωση στο σημείο τήξης. Αν το υλικό κρυσταλλωθεί παρατηρείται ασυνέχεια στο μοριακό όγκο κατά τη θερμοκρασία τήξης  $T_m$ . Αν δεν συμβεί κρυστάλλωση ο ρυθμός μεταβολής όγκου-θερμοκρασίας δεν αλλάζει στη θερμοκρασία τήξης και η υγρή δομή παραμένει και κάτω από την  $T_m$ . Κάτω από την θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης το υλικό παρουσιάζει μηχανικές ιδιότητες στερεού παρά υγρού που ψύχεται. Μερικά υλικά κρυσταλλώνονται μερικώς στην θερμοκρασία τήξης και η συμπεριφορά αυτή απεικονίζεται από την καμπύλη  $c$ . Μόνο οι απλές πολυμερικές μοριακές αλυσίδες κρυσταλλώνονται εύκολα [28]. Σε θερμοκρασίες μικρότερες του  $T_g$  ένα πολυμερές μπορεί να βρίσκεται σε ημικρυσταλλική μορφή όπου οι κρυσταλλικές περιοχές βρίσκονται σε ισορροπία με άμορφες περιοχές ή σε καθαρά άμορφη, υαλώδη κατάσταση. Σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες του  $T_g$  οι άμορφες περιοχές είναι σε ρευστή κατάσταση [29]. Η θερμοκρασία τήξης και υαλώδους μετάπτωσης καθορίζουν αντίστοιχα το ανώτερο και κατώτερο θερμοκρασιακό όριο για τις κατεργασίες των πολυμερών.

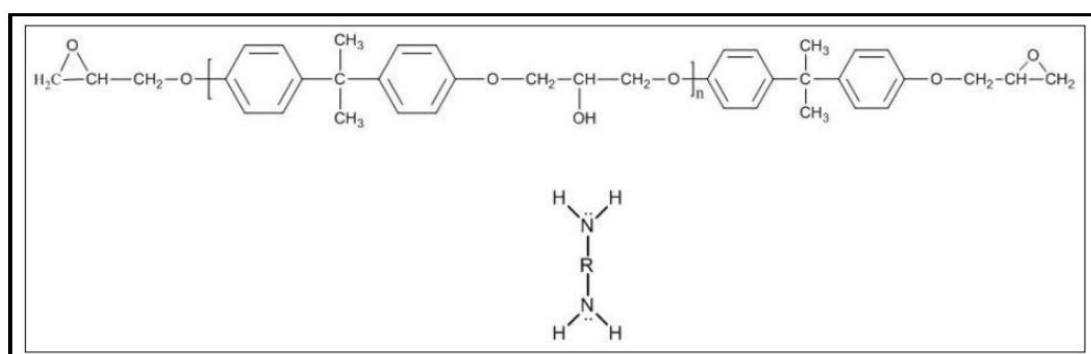
## 1.3 Ρητίνες

### 1.3.1 Γενικά

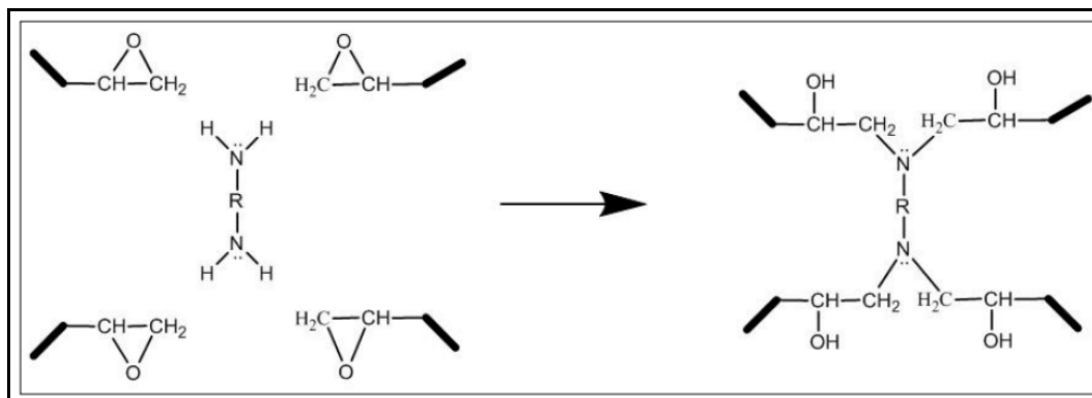
Αν και αναπτύχθηκαν ευρέως κατά τον Δεύτερο Παγκόσμιο πόλεμο, οι εποξειδικές ρητίνες έγιναν εμπορικά διαθέσιμες κατά το 1950, προσφέροντας υψηλή απόδοση σε υψηλές θερμοκρασίες και διαβρωτικά περιβάλλοντα. Λόγω των ιδιοτήτων τους, βρίσκουν μεγάλη εφαρμογή στη βιομηχανία και μια από τις πιο

διαδεδομένες εφαρμογές τους είναι η χρήση τους ως μήτρες στα σύνθετα υλικά [47].

Οι εποξειδικές ρητίνες ανήκουν στην κατηγορία των θερμοσκληρυνόμενων πολυμερών και χαρακτηρίζονται από την παρουσία του οξιρανικού δακτυλίου. Ανάλογα με τον αριθμό των δακτυλίων που βρίσκονται παρόντες στο μόριο, οι εποξειδικές ρητίνες χωρίζονται σε διδραστικές (δύο οξιρανικοί δακτύλιοι), ή πολυδραστικές (τρεις ή περισσότεροι δακτύλιοι). Ο οξιρανικός δακτύλιος αντιδρά με ένα ευρύ φάσμα άλλων οργανικών ενώσεων. Για την ένωση δύο μορίων στα άκρα των οποίων υπάρχει η συγκεκριμένη ομάδα, απαιτείται ένα τρίτο μόριο που ουσιαστικά χρησιμοποιείται ως συνδετικός κρίκος, έτσι ώστε να ξεκινήσει η αντίδραση που οδηγεί στο σχηματισμό ενός τρισδιάστατου δικτύου. Το τρίτο αυτό μόριο ονομάζεται σκληρυντής και συνήθως είναι κάποιος διδραστικός ανυδρίτης ή αμίνη. Ενόστε, χρησιμοποιούνται και άλλες χημικές ουσίες που ονομάζονται εκκινητές, για να ξεκινήσει ομαλότερα η διαδικασία της αντίδρασης. Οι εποξειδικές ρητίνες που κυκλοφορούν στο εμπόριο αποτελούνται συνήθως από μίγματα μακρομορίων που φέρουν στα άκρα τους τον οξιρανικό δακτύλιο, περιέχουν αρωματικούς δακτυλίους και συνοδεύονται από συστήματα σκληρυντών και εκκινητών. Στο σχήμα 1-11 φαίνεται ένα διδραστικό μακρομόριο και ένας εκκινητής (διαμίνη). Στα άκρα του μακρομορίου διακρίνονται οι δύο οξιρανικοί δακτύλιοι. Στο σχήμα 1-12 παρουσιάζεται η αντίδραση της διαμίνης με τους οξιρανικούς δακτυλίους των μακρομορίων [47].



Σχήμα 1-11 Διδραστικό μόριο και εκκινητής (διαμίνη)



Σχήμα 1-12 Σχηματική αναπαράσταση αντίδρασης διαμίνης με τους οξιρανικούς δακτυλίους μακρομορίων

### 1.3.2 Κατηγορίες Ρητινών

Τα πολυμερή ανάλογα με την μορφή στην οποία διατίθενται για την περαιτέρω επεξεργασία τους διακρίνονται σε διάφορες κατηγορίες. Μεταξύ αυτών και οι **συνθετικές ρητίνες** [35].

**Συνθετικές ρητίνες** είναι χαμηλού μοριακού βάρους ενδιάμεσα προϊόντα ή πρώτες ύλες από μακρομοριακές ενώσεις που ευρίσκονται στην υγρή κατάσταση ή είναι διαλυτά ή τηκόμενα στερεά και που λαμβάνουν την απαιτούμενη αντοχή για τις συγκεκριμένες εφαρμογές μόνο κατόπιν της κατάλληλης επεξεργασίας τους. Διακρίνονται σε δύο κατηγορίες :

1. **Βασικές Ύλες** για βερνίκια, επιχρίσματα και κόλλες, φερόμενες με την μορφή διαλυμάτων και γαλακτωμάτων.
2. **Τεχνικές Ρητίνες** ως συνδετικά μέσα για ξύλινα αντικείμενα, δέρματα, τεχνητό λίθο και ενδιάμεσα προϊόντα για την κυρίως επεξεργασία των πολυμερών, ενώ συνήθως μαζί με τα πρόσθετα επεξεργάζονται προς μια «μάζα μορφώσεως», δηλαδή ως πρώτη ύλη για την παραγωγή των

τελικών εμπορικών προϊόντων του πολυμερούς με μορφοποίηση υπό θέρμανση και πίεση [35].

Οι τεχνητές ρητίνες αποτελούνται από μία ευρεία συλλογή πολυμερών:

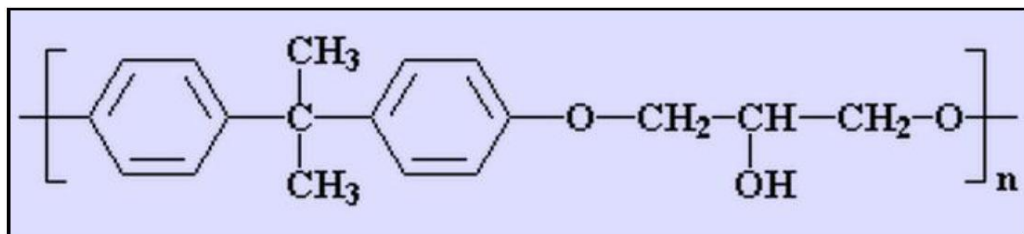
- **Σκληρυνόμενες τεχνητές ρητίνες :**
  - a. **Θερμοσκληρυνόμενες Ρητίνες:** Σκληραίνουν μόνιμα κατά τη διάρκεια του πολυμερισμού και σκλήρυνσής τους (curing). Τέτοιες είναι οι φαινολικές ή φαινοπλάστης (phenolic), οι εποξειδικές (epoxy), οι βινυλεστερικές (vinylester) και οι πολυεστερικές (polyester) ρητίνες, οι οποίες αποτελούν και τις περισσότερο χρησιμοποιούμενες. Αυτές αναμειγνύονται με φυτικές ρητίνες (κυρίως με κολοφώνιο), με λινέλαιο ή με τερεβινθέλαιο δίνουν πολλά είδη υλικών, τα οποία διαλύονται μόνο στα έλαια. Χρησιμοποιούνται στην παρασκευή βερνικιών και χρωμάτων, κυρίως σε εξωτερικές επιφάνειες, λόγω της αντοχής τους στις καιρικές συνθήκες και στην ταχεία ξήρανση [35].
  - b. **Μονομερείς Ρητίνες Χυτεύσεως:** πολυμεθακρυλικό μεθύλιο
- **Ρητίνες για βερνίκια , μέσα διαποτίσεως, κόλλες κλπ :**
  - a. **Θερμοπλαστικές Ρητίνες:** Είναι διαλύματα πτητικών διαλυτών (20-60%) και επίσης αραιές υδατικές διασπορές. Τέτοιες είναι το πολυ(χλωριούχο βινύλιο), πολυ(οξικό βινύλιο), πολυ(βινυλική αλκοόλη).
  - b. **Ρητίνες σκληρυνόμενες ως πλέγμα :** Τέτοιες είναι ρητίνες φορμόλης – ουρίας (αμινοπλάστες) , οι οποίες διαλύονται στο οινόπνευμα και στους υδρογονάνθρακες, οι ακόρεστες πολυεστερικές ρητίνες, οι εποξειδικές ρητίνες, η πολυουρεθάνη, γλυκεροφθαλικές ρητίνες. Τα

παρασκευαζόμενα βερνίκια είναι άχρωμα και ανθεκτικά στο φως, αντέχουν στις καιρικές συνθήκες και ξεραίνονται ταχύτατα. Η σχηματιζόμενη μεμβράνη επί της χρωματιζόμενης επιφάνειας, έχει μεγάλη σκληρότητα και υψηλή αντοχή [35].

### 1.3.3 Εποξειδική ρητίνη

#### 1.3.3.1 Γενικά

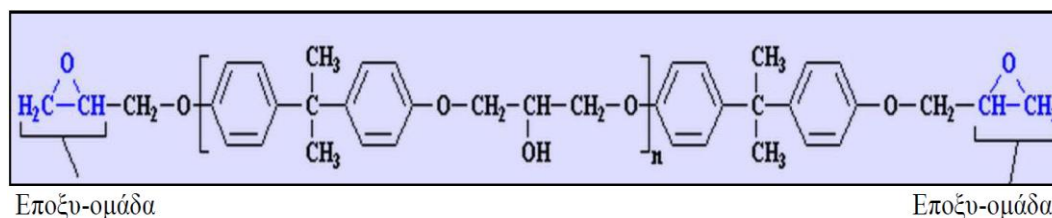
**Εποξειδικό ή πολυεποξειδικό** είναι ένα θερμοσκληρυνόμενο πολυμερές. Οι εποξειδικές ρητίνες αποτελούνται από αλυσίδες που έχουν τουλάχιστον δύο επόξυ-ομάδες.



Σχήμα 1-13 Δομή εποξειδικής ρητίνης

Από πλευράς σύστασης οι εποξειδικές ρητίνες μπορεί να στερεές ή ρευστές. Οι στερεές εποξειδικές ρητίνες είναι άκαμπτα άμορφα στερεά που μοιάζουν με γυαλί. Μελετώντας την δομή των εποξειδικών ρητινών με κάποιο πρόσθετο όπως σκληρυντής, πλαστικοποιητής με την βοήθεια ηλεκτρονικών μικροσκοπίων, παρατηρούμε ότι οι ρητίνες αποτελούνται από σχεδόν μικρού μεγέθους

μακρομόρια τρισδιάστατα διακλαδωμένα δίκτυα ή συσσωματώματα, μέτριου μοριακού βάρους, τοποθετημένα σε ένα πλαίσιο από μόρια μικρού μοριακού βάρους [2, 50].



Σχήμα 1-14 Μορφή μη τροποποιημένης εποξειδικής ρητίνης

### 1.3.4 Ιδιότητες στερεών εποξειδικών ρητινών

Οι στερεές εποξειδικές ρητίνες παρουσιάζουν ισχυρή αντίσταση τριβής και επίσης πολύ καλή χημική αντίσταση.

Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των στερεών εποξειδικών ρητινών σε σύγκριση με των υγρών ρητινών, είναι η εύκολη επεξεργασία τους, η μηχανική αντοχή, η υψηλή χημική αντίσταση και το άριστο κολλώδες [2, 50].

Ένας σημαντικός αριθμός ιδιοτήτων των εποξειδικών ρητινών είχε ως αποτέλεσμα το γρήγορο ρυθμό ανάπτυξης και την ευρεία σε έκταση χρήση τους. Έτσι αποτελούν σχεδόν πάντα το ένα από τα δύο ή περισσότερα προϊόντα που συνδυάζονται για να δώσουν το τελικό σύνθετο υλικό. Σε πάρα πολλές δε περιπτώσεις χρησιμοποιούνται και εντελώς μόνες τους.

### 1.3.5 Ιδιότητες υγρών εποξειδικών ρητινών

Οι υγρές εποξειδικές ρητίνες παρουσιάζουν τις παρακάτω ιδιότητες:

- Χαμηλή υγροσκοπικότητα και ικανοποιητική αντοχή στην επίδραση διαλύματος οξέων, βάσεων και πολλών οργανικών διαλυτών. Είναι υγρά με χαμηλό ιξώδες (low viscosity), καθώς και τα μίγματα τους με πρόσθετα (πλαστικοποιητές, σκληρυντές) με αποτέλεσμα τη εύκολη κατεργασία τους.
- Οι βασικές τους ιδιότητες μπορούν να τροποποιούνται κάθε φορά ανάλογα με τις απαιτήσεις της συγκεκριμένης εφαρμογής (ανάμιξη με κάποιο πρόσθετο της επιλογής μας, χρήση τροποποιητικών και συνθέσεων). κάτι που έχει σαν αποτέλεσμα την ποικιλία των εφαρμογών.
- Υψηλή δύναμη συγκόλλησης, στη σύγχρονη τεχνολογία πλαστικών, ιδιότητα που είναι από τις μεγαλύτερες που έχουν παρατηρηθεί. . Υψηλές μηχανικές ιδιότητες και άριστη ηλεκτρική μόνωση. . Εύκολη επεξεργασία των ρητινών από 5°C έως 150°C, ενώ αυτό εξαρτάται και από την εκλογή του προσθέτου.
- Μικρή συστολή κατά τον πολυμερισμό κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας τους. Αυτή η μικρή συστολή είναι ένα μεγάλο πλεονέκτημα για τις εποξειδικές ρητίνες [2, 50].
- Εξασφαλίζουν πρόσφυση σε ξηρές και υγρές επιφάνειες , ενώ στερεοποιούνται και κάτω από την επιφάνεια ύδατος. Η πρόσφυση εξασφαλίζεται πάνω σε γνωστά δομικά υλικά, όπως σκυρόδεμα, μέταλλα, μάρμαρα, πέτρα και ξύλο.

- Παρουσιάζουν καλή χημική αντίσταση, που εξαρτάται από το πρόσθετο που χρησιμοποιείται. Συνολικά οι Περισσότερες ρητίνες έχουν υψηλή αντίσταση στα καυστικά και καλή μέχρι άριστη στα οξέα.
- Συνδυάζουν υψηλή αντοχή, δεν έχουν όγκο κατά την σκλήρυνση και δεν γίνονται εύθραυστες. Είναι απόλυτα μη διαβρωτικές και είναι κατάλληλες για χρήση σε κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα ή δομικό χάλυβα.

### 1.3.6 Εφαρμογές των εποξειδικών ρητινών

Μερικές από τις σημαντικότερες εφαρμογές των εποξειδικών ρητινών είναι οι ακόλουθες:

- Στην κατασκευή κτιρίων, αυτοκινητοδρόμων, γενικά σε κατασκευές που έχουν απαιτήσεις για υψηλή χημική αντίσταση (βασικό συγκολλητικό σκυροδέματος).
- Στη βιομηχανία κατασκευής αεροσκαφών, αυτοκινήτων, πλοίων (βασικό συγκολλητικό σε δόκιμα μέρη της ατράκτου αεροσκάφους, μεταλλικών και πλαστικών τμημάτων σε βάρκες και αυτοκίνητα) λόγω της υψηλής και τέλει στεγανότητας.
- Στην κατασκευή τριχών για πινέλα
- Ως φυλλώδεις ρητίνες (laminated resins) για την κατασκευή πλαισίων και τελειωμάτων αεροσκαφών και πυραύλων.



- Ως διαλύματα επίστρωσης που έχουν ως βασικό συστατικό τη ρητίνη, που είναι χρήσιμα για τη συντήρηση και την Κατασκευή τελειωμάτων όπως τελειώματα θαλάσσιας υφής, τελειώματα λιθοδομής, τελειώματα αεροσκαφών. Ακόμη χρησιμοποιούνται για επαλείψεις κατασκευαστικού χάλυβα, επαλείψεις δεξαμενών, πτυσσόμενων αγωγών και πλακών σκυροδέματος.
- Συστήματα εποξυ-ρητινών χρησιμοποιούνται σαν συγκολλητικά, επικαλυπτικά και σε μέσα ενσωμάτωσης ηλεκτρικών εξαρτημάτων.
- Τυπικές εφαρμογές χυτών εποξυ-ρητινών αποτελούν οι κατασκευές ανθεκτικών σε χημικά αντλιών και σωλήνων, εργαλείων, μήτρων, καθώς και ηλεκτρομαγνητικών μονωτικών ειδών.

Επίσης υπάρχουν ρητίνες (wetsome) δύο συστατικών για επαλείψεις επιφανειών (υγρών και στερεών). Η ξηρή μεμβράνη που σχηματίζουν έχει πυρανασχετικές ιδιότητες και έτσι δεν επιτρέπουν την εξάπλωση της φωτιάς.

- Οι ρητίνες αυτές προορίζονται για υγρομόνωση, για προστασία και διακόσμηση δαπέδων , τοίχων και ορόφων σε οικοδομικούς, βιομηχανικούς, αγροτικούς και άλλους χώρους.
- Εφαρμόζονται σε επιφάνειες σκυροδέματος. τσιμεντοκονιάματος, πέτρας, σοβάδων, τούβλων, γύψου, ασφάλτου κ.α.
- Για τη σύνδεση παλιού και νέου σκυροδέματος Κυρίως σε υγρούς χώρους.
- Για την προστασία κτιρίων από τη διάβρωση και διείδυση της υγρασίας.
- Για την υγρομόνωση πισινών και δεξαμενών.

- Για την υγραμόνωση υπόγειων χώρων και παταριών, δαπέδων κ.λ.π.

Μειονέκτημα των εποξυ-ρητινών αποτελεί το υψηλό τους κόστος. Το γεγονός αυτό αντισταθμίζεται όμως από τη μεγάλη χρησιμότητα τους και την ευρεία εφαρμογή που έχουν.

### **1.3.7 Επίδραση των εγκλεισμάτων στις ιδιότητες των εποξειδικών ρητινών**

#### **1.3.7.1 Γενική περιγραφή**

Τα εγκλείσματα είναι ανόργανα υλικά που χρησιμοποιούνται μέσα στη μήτρα των εποξειδικών ρητινών, έχουν πολύ μικρές διαστάσεις και μορφή πούδρας σκόνης με μέση διάμετρο 0,015μ. Όσο αυξάνει η κατ' όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσμα, τόσο αυξάνει το ιξώδες και η ρητίνη μετατρέπεται από υγρό σε μια πιο στερεή μορφή.

Τα εγκλείσματα ρυθμίζουν το ιξώδες των ρητινών, ελαττώνουν το ποσοστό συστολής και το συντελεστή θερμικής διαστολής, ενώ ταυτόχρονα χρωματίζουν το σύνθετο. Τα εγκλείσματα Πρέπει να είναι από χημικής απόψεως ουδέτερα ή ελαφρά βασικά και να μην αντιδρούν με τη ρητίνη ή το μέσο σκλήρυνσης.

Το σημαντικότερο όμως πλεονέκτημα των εγκλεισμάτων είναι ότι ελαττώνουν το κόστος του σύνθετου με παράλληλο συνδυασμό καλύτερων ποιοτικών ιδιοτήτων.

Για καλύτερα αποτελέσματα, τα εγκλείσματα πρέπει να θερμαίνονται για την απομάκρυνση της υγρασίας και του αέρα, που τυχόν απορροφήθηκε, και μετά

να ενσωματώνονται στη ρητίνη. Επίσης είναι σκόπιμη η χρησιμοποίηση κάποιου ειδικού μηχανήματος για πλήρη ανάμειξη.

### 1.3.7.2 Ιδιότητες

Η παρουσία εγκλεισμάτων στις ρητίνες, γενικά αυξάνει το μέτρο ελαστικότητας σε αυτές, ενώ αντίθετα η παραμόρφωση θραύσης ελαττώνεται κατ η μεταβολή αυτή είναι ανάλογη με την περιεκτικότητα της σε έγκλεισμα. Αυτό ισχύει για μετρήσεις σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος.

- **Συστολή:**

Η συστολή κατά τη διάρκεια σκλήρυνσης της ρητίνης ελαττώνεται ανάλογα με την αύξηση της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα του σύνθετου υλικού. Αυτό οφείλεται στο ότι η ρητίνη αντικαθίσταται τοπικά από υλικό που δεν εμφανίζει μεταβολή στις διαστάσεις του, σε αντίθεση με την καθαρή ρητίνη.

- **Αντοχή σε χημικά αντιδραστήρια και σε διάβρωση:**

Μερικά εγκλείσματα όπως π.χ. το ανθρακικό ασβέστιο μειώνουν την αντοχή των ρητινών σε οξέα ενώ άλλα όπως το αλουμίνιο μειώνουν την αντοχή αυτή σε υγρασία, τα εγκλείσματα γενικά μειώνουν την ταχύτητα διάχυσης του νερού στα σύνθετα υλικά. Τα εγκλείσματα επίσης συμμετέχουν στην διάβρωση των πολυμερών στην επαφή τους με τα μέταλλα.

Ιόντα που υπάρχουν στη στερεοποιημένη μήτρα μπορούν να μεταφέρουν γαλβανικά ρεύματα και να ενισχύσουν τη διάβρωση. Αυτό οφείλεται στην αύξηση της αγωγιμότητας του σύνθετου, λόγω της ικανότητας των εγκλεισμάτων να απελευθερώνουν ιόντα.

- **Ειδική πυκνότητα:**

Τα εγκλείσματα που στην πλειοψηφία τους έχουν μεγαλύτερη πυκνότητα από την ρητίνη, αυξάνουν την πυκνότητα των σύνθετων υλικών ανάλογα με την κατ' όγκο περιεκτικότητά τους. Έτσι η Παρουσία των εγκλεισμάτων μειώνει αισθητά το κόστος σύνθετου υλικού.

- **Ιξώδες:**

Τα εγκλείσματα αυξάνουν το ιξώδες των εποξειδικών ρητινών. Η αύξηση αυτή είναι μεγαλύτερη με ινώδη και μικρότερη με κοκκώδη εγκλείσματα.

- **Συντελεστής θερμικής διαστολής:**

Ο συντελεστής θερμικής διαστολής της στερεοποιημένης εποξειδικής ρητίνης ελαττώνεται με την αύξηση της κατ' όγκο συγκέντρωσης σε εγκλείσματα. Η ελάττωση δεν είναι γραμμική.

- **Πρόσφυση:**

Τα εγκλείσματα ελαττώνουν το βαθμό συστολής και έτσι αυξάνουν την ικανότητα πρόσφυσης των εποξειδικών ρητινών αποτελεσματικά.

- **Θερμική σταθερότητα:**

Ενισχύεται με την παρουσία εγκλεισμάτων. Με τον όρο θερμική σταθερότητα, εννοούμε την κατάσταση του σύνθετου όταν δεν παρατηρούνται αλλοιώσεις στη δομή του συναρτήσει της θερμοκρασίας.

- **Θερμική αγωγιμότητα:**

Τα εγκλείσματα αυξάνουν τη θερμική αγωγιμότητα των ρητινών, αν και μεγάλες περιεκτικότητες σε έγκλεισμα αυξάνουν την παρουσία φυσαλίδων αέρα (που ως γνωστόν αποτελούν θερμομονωτικά σώματα) μέσα στο σύνθετο. Περισσότερο αυξάνεται η θερμική αγωγιμότητα στην

περίπτωση των μεταλλικών ινών, συγκριτικά με τα κοκκώδη μεταλλικά εγκλείσματα.

- **Αντοχή στη συμπίεση:**

Τα κοκκώδη εγκλείσματα αυξάνουν την αντοχή σε συμπίεση λόγω της δυσκαμψίας που προκαλούν.

- **Συμπεριφορά στην κρούση:**

Τα κοκκώδη εγκλείσματα επηρεάζουν την αντοχή σε κρούση των σκληρυνόμενων εποξειδικών ρητινών σε βαθμό που ποικίλει ανάλογα με τον τύπο του εγκλείσματος, τον τύπο της ρητίνης και το είδος της δοκιμής κρούσης. Γενικά τόσο τα κοκκώδη όσο και τα ινώδη εγκλείσματα ενισχύουν την αντοχή των ρητινών σε κρούση.

- **Συμπεριφορά στην κάμψη:**

Τα κοκκώδη εγκλείσματα γενικά ελαττώνουν την αντοχή στην κάμψη και αυξάνουν το μέτρο ελαστικότητας σε κάμψη.

- **Σκληρότητα επιφάνειας - Αντίσταση στην τριβή:**

Τα εγκλείσματα αυξάνουν την σκληρότητα της επιφάνειας του σύνθετου και την αντίσταση τριβής.

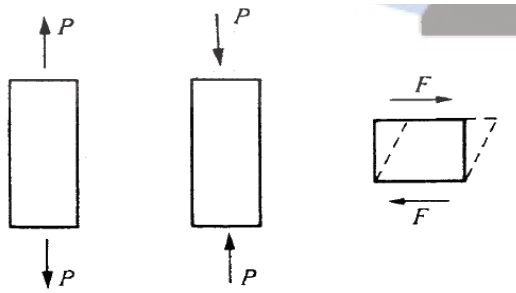
## 2 ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

### 2.1 Παράμετροι που χαρακτηρίζουν τη μηχανική συμπεριφορά των υλικών - Ελαστικές σταθερές ( $\nu, E$ )

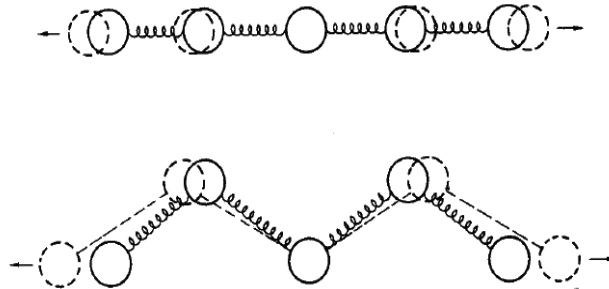
Όπως είναι γνωστό από την Αντοχή των Υλικών, ένα σύνθετο υλικό συνήθως μπορεί να καταπονηθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους, ανάλογα με την παραμόρφωση που τείνει να επιφέρει η επιβαλλόμενη τάση (σχήμα 2-1). Έτσι, αναφέρεται ενδεικτικά η εφελκυστική καταπόνηση (**εφελκυσμός**), η θλιπτική καταπόνηση (**θλίψη**) και η διατμητική καταπόνηση (**διάτμηση** ή **στρέψη**). Τα περισσότερα εξαρτήματα ή στοιχεία μηχανών καταπονούνται σε πιο σύνθετες καταπονήσεις που αναλύονται σε απλούστερες. Όταν η τάση διατηρηθεί κάτω από μία κρίσιμη τιμή (όριο ελαστικότητας) επιφέρει **ελαστικές παραμορφώσεις**, που εξαλείφονται μετά από την απόσυρση της δύναμης. Σε ατομικό επίπεδο οι εν λόγω τάσεις προκαλούν επιμήκυνση ή συμπίεση των ατομικών δεσμών, οι οποίες αντιστοιχούν στις παραμορφώσεις ελατηρίου (σχήμα 2-2). Η τάση που προκαλεί μία τέτοια αντιστρεπτή (ελαστική) παραμόρφωση ακολουθεί το Νόμο του Hooke (βλ. Αντοχή των Υλικών) :

$$\sigma = E \varepsilon$$

όπου  $E$  το μέτρο ελαστικότητας (Young) του υλικού.



Σχήμα 2-1 Βασικές μηχανικές καταπονήσεις : εφελκυσμός, θλίψη και διάτμηση.



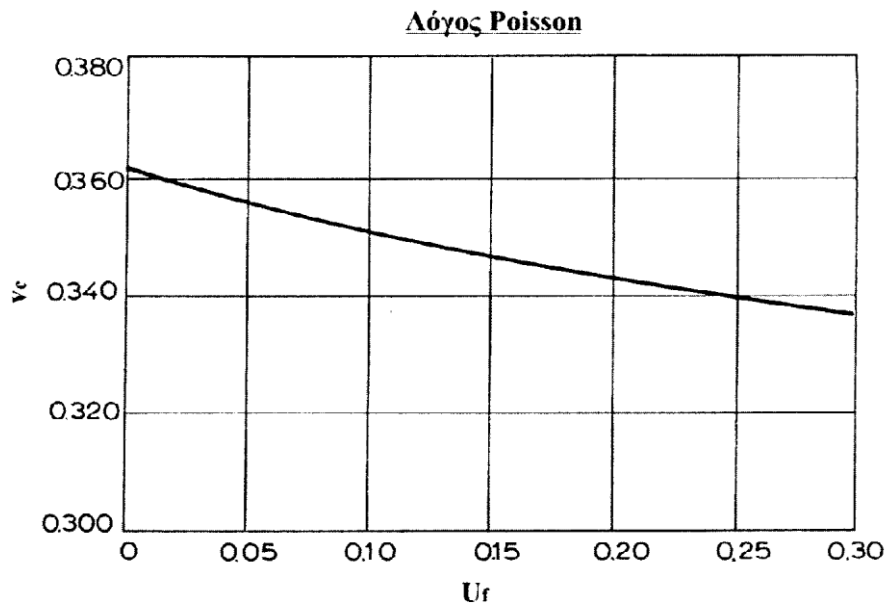
Σχήμα 2-2 Σχηματική

αναπαράσταση της ελαστικής μηχανικής καταπόνησης σε ατομική κλίμακα.

Σε ένα μακροσκοπικό στερεό η επιβολή εφελκυστικής καταπόνησης δεν οδηγεί μόνο σε παραμορφώσεις κατά τη διεύθυνση της τάσης, αλλά και κάθετα προς αυτήν. Όταν η επιβαλλόμενη τάση τείνει να επιμηκύνει το υλικό (κατά τη διεύθυνση  $x$ ), είναι λογικό να μεταβάλλεται το πλάτος ( $y$ ) και το πάχος ( $z$ ) του υλικού. Ο λόγος της επιμέρους παραμόρφωσης ως προς αυτή κατά τη διεύθυνση της τάσης λέγεται λόγος Poisson ( $\nu$ ) :

$$\nu = - \epsilon_y / \epsilon_x = - \epsilon_z / \epsilon_x$$

Το (-) πρόσημο τίθεται για να εξασφαλίσει τις θετικές τιμές του λόγου Poisson. Ο λόγος Poisson έχει συνήθως τιμή ίση προς  $1/3$  για τα μεταλλικά υλικά. Η γραφική παράσταση του λόγου Poisson για τα σύνθετα υλικά συναρτήσει της περιεκτικότητας των εγκλεισμάτων φαίνεται στο σχήμα 2-3 που ακολουθεί:



Σχήμα 2-3 Λόγος Poisson

Ο λόγος του Poisson εκφράζεται με ένα θετικό αριθμό, ο οποίος πάντοτε είναι μικρότερος από 1/2. Ο λόγος αυτός για όλα τα υλικά παίρνει οριακά την τιμή 1/2 όταν αυτά δεν καταπονούνται με φορτία μέσα στην ελαστική περιοχή, στην περιοχή δηλαδή όπου ισχύει ο νόμος του Hooke, αλλά με φορτία μεγαλύτερα, που βρίσκονται δηλαδή στην πλαστική περιοχή.

Η παράμετρος  $\Delta V/V$  (ανηγμένη μεταβολή του όγκου ή μέτρο διογκώσεως) σχετίζεται με τον λόγο του Poisson, με βάση τη σχέση:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

όπου  $\rho = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$  είναι η υδροστατική συνιστώσα των τάσεων.



## 2.2 Δυναμικά μέτρα ελαστικότητας

Τα ιξωδοελαστικά, καθώς και τα σύνθετα υλικά, χρησιμοποιούνται εκτεταμένα σαν κατασκευαστικά υλικά. Για το λόγο αυτό απαραίτητος κρίνεται ο έλεγχος των υλικών αυτών πριν τη σχεδίαση των τελικών προϊόντων. Οι συνηθέστεροι έλεγχοι βασίζονται σε μετρήσεις :

- Ερπυσμού
- Χαλάρωσης τάσεων
- Δυναμομηχανικής φόρτισης

Με τις μετρήσεις αυτές συλλέγουμε δεδομένα που συσχετίζουν τάση, ανηγμένη παραμόρφωση, θερμοκρασία και χρόνο.

Παρακάτω, θα γίνει αναφορά στη δυναμομηχανική φόρτιση.

### 2.2.1 Δυναμομηχανική φόρτιση

Η δυναμομηχανική φόρτιση χρησιμοποιείται με σκοπό να ληφθούν πληροφορίες, με τις οποίες θα γίνει δυνατός ο διαχωρισμός της ελαστικής από την ιξώδη απόκριση των υλικών. Στα πειράματα δυναμομηχανικής φόρτισης η τάση ή η παραμόρφωση, αντί να είναι συναρτήσεις βήματος (step functions), είναι αρμονικές συναρτήσεις της γωνιακής συχνότητας  $\omega$ . Τα αντίστοιχα δυναμικά μέτρα που μετράμε μέσω των πειραμάτων αυτών είναι συναρτήσεις του  $\omega$ .

Με τα δυναμικά πειράματα, μελετούμε τη συμπεριφορά των υλικών όταν σε αυτά επιβάλλονται περιοδικά μεταβαλλόμενες δυνάμεις. Γενικά, η επιβαλλόμενη δύναμη, καθώς και η προκύπτουσα παραμόρφωση είναι ημιτονοειδείς συναρτήσεις του χρόνου. Κατά τα δυναμικά πειράματα είναι δυνατόν να μετρήσουμε

ταυτόχρονα ένα ελαστικό μέτρο και τη μηχανική απόσβεση (mechanical damping). Το ελαστικό μέτρο μπορεί να είναι μέτρο διατμήσεως, μέτρο εφελκυσμού ή μέτρο διογκώσεως, ανάλογα με το πείραμα. Η μηχανική απόσβεση μας δίνει το μέτρο της ενέργειας που δαπανάται υπό τη μορφή θερμότητας κατά την παραμόρφωση του υλικού.

Μπορούμε γενικά, να κατατάξουμε τα σώματα σε τρεις κατηγορίες όσον αφορά την απόκρισή τους στα δυναμικά πειράματα:

### **1. Τέλεια Ελαστικά Σώματα:**

Δεν παρουσιάζουν μηχανική απόσβεση. Τα σχεδόν τέλεια ελαστικά σώματα, αποθηκεύουν δυναμική ενέργεια όταν παραμορφώνονται. Η ενέργεια αυτή μετατρέπεται σε κινητική όταν αφαιρείται το εξωτερικό φορτίο και το σώμα επιστρέφει στις αρχικές του διαστάσεις.

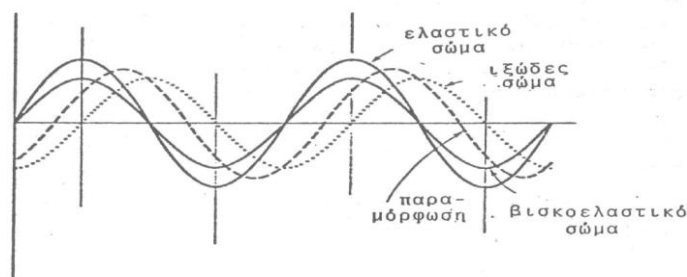
### **2. Ιξώδη ρευστά σώματα:**

Αντίθετα, στην περίπτωση των ιξώδων ρευστών (viscous liquids) όλη η ενέργεια που χρησιμοποιήθηκε για την παραμόρφωση τους, μετατρέπεται σε θερμότητα. Αφού τα ρευστά δεν μπορούν να αποθηκεύσουν δυναμική ενέργεια, παρουσιάζουν μεγάλη δυναμική απόσβεση.

### **3. Βισκοελαστικά Σώματα:**

Εμφανίζουν συμπεριφορά ενδιάμεση μεταξύ εκείνης των τέλειων ελαστικών σωμάτων και των ιξώδων ρευστών. Έτσι, όταν τα βισκοελαστικά σώματα παραμορφώνονται, μέρος της ενέργειας αποθηκεύεται σε αυτά με τη μορφή δυναμικής ενέργειας και η υπόλοιπη ενέργεια μετετρέπεται σε θερμότητα. Η ενέργεια που χάνεται σαν θερμότητα, εκδηλώνεται ως μηχανική απόσβεση.

Τυπικό παράδειγμα βισκοελαστικών σωμάτων, αποτελούν τα υψηλά πολυμερή.



Σχήμα 2-4 Διάγραμμα χρόνου-τάσης για ελαστικό, ιξώδες και βισκοελαστικό σώμα

Το πεδίο των δυναμικών μετρήσεων είναι σχετικά νέο, αλλά ήδη έχει καταστεί μία από τις πλέον σημαντικές τεχνικές τόσο από πρακτική, όσο και από επιστημονική άποψη. Με τη βοήθεια των δυναμικών πειραμάτων, μπορούμε να μετρήσουμε τη μεταβολή των δυναμικών ιδιοτήτων των υλικών, τόσο με τη μεταβολή της θερμοκρασίας, όσο και με τη μεταβολή της συχνότητας της φορτίσεως. Άλλωστε το μέτρο ελαστικότητας ή η ακαμψία (stiffness) ενός υλικού κάτω από συνθήκες λειτουργίας, είναι στοιχεία απαραίτητα σε οποιαδήποτε κατασκευαστική εφαρμογή.

Τα δυναμικά πειράματα πλεονεκτούν έναντι των υπολοίπων μηχανικών πειραμάτων, καθώς καλύπτουν ευρύ φάσμα θερμοκρασιών σε μικρό χρονικό διάστημα, και από τα αποτελέσματά τους μπορούμε να προβλέψουμε τη συμπεριφορά του υλικού, ενώ ταυτόχρονα, μπορούμε να υπολογίσουμε και άλλες μηχανικές ιδιότητες εκτός των δυναμικών.

Επιπλέον, τα δυναμικά πειράματα χρησιμεύουν στη μελέτη της μοριακής δομής των πολυμερών. Οι δυναμικές ιδιότητες είναι πολύ ευαίσθητες στις μεταβατικές θερμοκρασίες (glass transitions), την κρυσταλλικότητα, το είδος των

χημικών δεσμών, τη συσσωμάτωση των μακρομορίων (molecular aggregation), και άλλα χαρακτηριστικά της μοριακής δομής των πολυμερικών αλυσίδων (polymer chains) καθώς και στη μορφολογία των πολυμερών. Τέλος τα δυναμικά πειράματα χρησιμεύουν στην ανάλυση της χημικής σύνθεσης των πολυμερών.

Τα δυναμικά πειράματα πρέπει να εκτελούνται σε ευρύ φάσμα θερμοκρασιών και συχνοτήτων. Βέβαια, χρήσιμες πληροφορίες μπορούμε να λάβουμε ακόμη και στην περίπτωση όπου μετρούμε τα δυναμικά μέτρα και τη μηχανική απόσβεση διατηρώντας τη συχνότητα σταθερή και μεταβάλλοντας τη θερμοκρασία. Στην περίπτωση που διατηρούμε τη συχνότητα σταθερή, είναι προτιμότερο η συχνότητα αυτή να είναι χαμηλή, της τάξης του 1 Hz, δεδομένου ότι τα δυναμικά μεγέθη που μετρώνται σε αυτές τις συχνότητες, μπορούν να συγκριθούν με αντίστοιχα στατικά μεγέθη.

### 2.2.2 Δυναμομηχανικές μετρήσεις

Είναι γνωστό ότι τα περισσότερα στερεά όταν υπόκεινται σε παραμόρφωση υπακούουν στο νόμο του HOOKE:

$$\sigma = E \varepsilon$$

Υποθέτοντας ότι υποβάλλουμε το υλικό σε ημιτονοειδή φόρτιση, τότε και η προκίπτουσα ανηγμένη παραμόρφωση θα είναι ημιτονοειδούς μορφής, της ίδιας μάλιστα συχνότητας με διαφορά φάσης  $\delta$ . Οπότε αν:

$$\sigma = \sigma_0 \eta \mu(\omega t)$$

τότε

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \eta \mu(\omega t - \delta)$$

όπου:

$\sigma_0$  = το πλάτος της τάσης

$\omega$  = η κυκλική συχνότητα,  $\omega = 2\pi f$

$f$  = η συχνότητα ταλαντώσεων

$t$  = χρόνος

Στην περίπτωση των δυναμικών πειραμάτων, τόσο η τάση όσο και η παραμόρφωση περιγράφονται από τα αντίστοιχα μιγαδικά μεγέθη, ως εξής:

$$\sigma^* = \sigma_0 e^{j\omega t}$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 e^{j(\omega t - \delta)}$$

οπότε μπορούμε να ορίσουμε το **μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας  $E^*$**  ως εξής:

$$E^* = E' + iE'' = \sigma^* / \varepsilon^*$$

και αντικαθιστώντας τα  $\sigma^*$  και  $\varepsilon^*$  από τους παραπάνω τύπους θα πάρουμε:

$$E^* = E' + iE'' = (\sigma_0 / \varepsilon_0) e^{j\delta} = (\sigma_0 / \varepsilon_0) (\sigma \text{υν} \delta + j \eta \mu \delta)$$

Επομένως, προκύπτει:

$$E' = (\sigma_0 / \varepsilon_0) \sigma \text{υν} \delta$$

$$E'' = (\sigma_0 / \varepsilon_0) \eta \mu \delta$$

Στις παραπάνω σχέσεις, το  $E'$  που είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας ονομάζεται **δυναμικό μέτρο ελαστικότητας**, ενώ το  $E''$  που είναι το φανταστικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας, ονομάζεται **μέτρο απωλειών**.

Η τάση που δεν βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, αναλύεται σε δύο συνιστώσες, από τις οποίες η μία βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση και η άλλη διαφέρει από αυτήν κατά φάση ίση με  $\pi/2$ . Έτσι μπορούμε να έχουμε έναν ποιοτικό προσδιορισμό των  $E'$  και  $E''$ .

- **ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ( $E'$ ):**

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας  $E'$  είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας. Ισούται δε, με το λόγο μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, προς την τιμή αυτής της παραμόρφωσης.

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας εκφράζει την ποσότητα ενέργειας που λαμβάνεται και που εκλύεται από μία μονάδα κάποιου όγκου ενός σώματος σε διάρκεια μιας περιόδου. Για ταλαντώσεις σταθερού πλάτους η τιμή του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας  $E'$  αυξάνει (ή μένει σταθερή) με κάθε αντίστοιχη αύξηση της συχνότητας.

- **ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ( $E''$ ):**

Το μέτρο απωλειών  $E''$  είναι ο λόγος μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε διαφορά φάσης  $\pi/2$  με την παραμόρφωση, προς την τιμή της παραμόρφωσης.

Το μέτρο απωλειών  $E''$  εκφράζει το μέρος εκείνο της ενέργειας της ελαστικής ταλάντωσης που χάνεται υπό τη μορφή θερμότητας κατά τη διάρκεια μίας περιόδου ταλάντωσης. Όταν η διαφορά φάσης ανάμεσα στην τάση και την παραμόρφωση γίνεται μέγιστη, το μέτρο απωλειών  $E''$  λαμβάνει μία μέγιστη τιμή. Κατά αυτόν τον τρόπο, το μέτρο απωλειών  $E''$  εκφράζει τη διασπορά της ενέργειας της ταλάντωσης σε ένα βισκοελαστικό (ή σε ένα σύνθετο) υλικό.

- **ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ:**

Ως σύνθετο (ή αλλιώς μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας) ορίζεται ο μιγαδικός αριθμός:

$$E^* = E' + E''i$$

με μέτρο:

$$|E^*| = \sqrt{(E')^2 + (E'')^2}$$

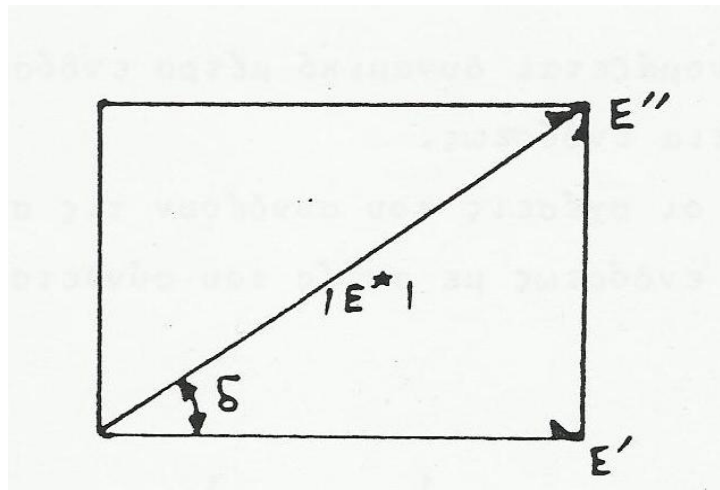
Από την άλλη μεριά, η σχέση μεταξύ του πλάτους των τιμών της τάσης και της παραμόρφωσης μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\sigma_0/\varepsilon_0 = \sqrt{(E')^2 + (E'')^2}$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης-παραμόρφωσης είναι καθορισμένη συνήθως από την κλίση των μηχανικών απωλειών.

$$\varepsilon \phi \delta = E''/E'$$

Οι σχέσεις μεταξύ του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας  $E^*$  και της διαφοράς φάσης τάσης-παραμόρφωσης  $\delta$ , μπορούν εύκολα να αποδοθούν από το διανυσματικό διάγραμμα του παρακάτω σχήματος:



Σχήμα 2-5 Ανάλυση μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας

$$E' = |E^*| \cos \delta$$

$$E'' = |E^*| \sin \delta$$

Παρατηρούμε ότι, όπως προκύπτει και από τις παραπάνω σχέσεις, αν ένα σώμα είναι ιδανικά ελαστικό, τότε έχουμε διαφορά φάσης τάσης-παραμόρφωσης  $\delta = 0$  και  $|E^*| = E'$ . Απλούστερα δηλαδή, το μέτρο ελαστικότητας ενός σώματος είναι πραγματικός αριθμός μόνον εφόσον το σώμα είναι ιδανικά ελαστικό. Στην πραγματικότητα κανένα σώμα δεν είναι ιδανικά ελαστικό. Όλα τα στέρεα σώματα έχουν μαζί ελαστικές και ιξώδεις ιδιότητες μέχρι ένα ορισμένο μέγεθος. Βέβαια, η ιξώδης συμπεριφορά σε πολλά από αυτά εκδηλώνεται τόσο αδύναμα, ώστε πρακτικά τα υλικά αυτά να θεωρούνται ιδανικά ελαστικά.

- **ΤΑ ΑΛΛΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ:**

Μερικές φορές εισάγεται η έννοια του μιγαδικού μέτρου ενδόσεως

$$D^* = 1/E^* = D' - iD''$$

όπου το  $D'$  ονομάζεται δυναμικό μέτρο ενδόσεως και το  $D''$  ονομάζεται απώλεια ενδόσεως.

Ακολουθούν οι σχέσεις που συνδέουν τις συνιστώσες του σύνθετου μέτρου ενδόσεως με αυτές του σύνθετου μέτρου ελαστικότητας.

$$D^* = \frac{\frac{1}{E'} - i \frac{1}{E''} \varepsilon \phi \delta}{1 + \varepsilon \phi^2 \delta}$$

$$D' = \frac{1/E'}{1 + \varepsilon \phi^2 \delta}$$

$$D'' = \frac{\varepsilon \phi \delta / E'}{1 + \varepsilon \phi^2 \delta} = \frac{1/E''}{(1 + \varepsilon \phi^2 \delta) - 1}$$

Για να περιγραφεί η βισκοελαστική συμπεριφορά ενός ισότροπου σώματος, χρειάζονται δύο ανεξάρτητες μιγαδικές σταθερές ελαστικότητας: το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας  $E^*$  και το μιγαδικό μέτρο διάτμησης  $G^*$ .



Δύο ακόμα σημαντικά μεγέθη είναι ο μιγαδικός λόγος του Poisson  $\nu^*$  και το μιγαδικό μέτρο διόγκωσης  $K^*$ . Τα δύο αυτά μεγέθη δίδονται από τις σχέσεις:

$$\nu^* = \nu' - i\nu'' = \frac{E^*}{2G^*} - 1$$

$$K^* = K' + iK'' = \frac{E^*}{3} \frac{1}{1-2\nu}$$

### 2.2.3 Δυναμικές μηχανικές ιδιότητες των σύνθετων υλικών

Οι χρονικά εξαρτημένες μηχανικές ιδιότητες των πολυμερών με ενίσχυση εγκλεισμάτων είναι διαφορετικές από εκείνες των μη ενισχυμένων. Τρεις είναι οι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν κυρίως αυτές τις ιδιότητες :

- Οι ιδιότητες του επιφανειακού στρώματος του πολυμερούς.
- Ο σχηματισμός προσθέτων δεσμών πολυμερούς-επιφάνειας.
- Η παρουσία των εγκλεισμάτων.

Ειδικά για τις εποξειδικές ρητίνες οι οποίες χρησιμοποιούνται πολύ συχνά για μήτρα σύνθετων υλικών, έχει γίνει αρκετή έρευνα πάνω στη δυναμική μηχανική συμπεριφορά τους, όταν είναι ενισχυμένες με εγκλείσματα ή ίνες. Οι Dally και Broutman έκαναν έρευνα για την κόπωση αυτών των υλικών για συχνότητα μέχρι 40Hz. Ο Plunkett διερεύνησε τις πειραματικές μεθόδους για την μέτρηση του συντελεστή απόσβεσης και υπέδειξε κάποιες προφυλάξεις οι οποίες πρέπει να λαμβάνονται όταν γίνονται μετρήσεις. Ο Murayama ανέπτυξε μια νέα μέθοδο για την μέτρηση των δυναμικών μηχανικών ιδιοτήτων σε κάμψη, των συνθέτων υλικών για διάφορες θερμοκρασίες. Επίσης, διάφοροι ερευνητές αναφέρουν αποτελέσματα για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας και τον συντελεστή απόσβεσης ύστερα από πειράματα ταλαντώσεων που έγιναν σε δοκούς και

ράβδους. Οι Schultz και Tsai αναφέρουν καλά αποτελέσματα για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας, αλλά μόνον ποιοτική συμφωνία για τον συντελεστή απόσβεσης και μια ανώμαλη εξάρτηση από την συχνότητα.

### 2.3 Μέτρο ελαστικότητας σύνθετου υλικού με σφαιρικά εγκλείσματα

Τα σφαιρικά εγκλείσματα είναι συνήθως αρκετά μεγάλα, έτσι ώστε η μέση απόσταση μεταξύ τους, ακόμα και για μεγάλες περιεκτικότητες, είναι μεγάλη αν συγκριθεί με τις τιμές της τετραγωνικής ρίζας της απόστασης μεταξύ των άκρων των μακρομορίων του πολυμερούς. Επίσης τα σωματίδια είναι τόσο απομακρυσμένα μεταξύ τους, που δε μπορούν να συνδέονται μαζί μέσω μιας απλής αλυσίδας πολυμερούς.

Για τα σύνθετα υλικά όπου το πάχος του στρώματος του πολυμερούς μεταξύ των σωματιδίων είναι πολύ μεγαλύτερο από το πάχος του οριακού στρώματος, η επίδραση του οριακού στρώματος στις διάφορες ιδιότητες μπορεί να αμεληθεί. Με βάση αυτή την υπόθεση έχουν προταθεί κατά καιρούς πολλές εξισώσεις που να περιγράφουν τη μηχανική συμπεριφορά συνθέτων υλικών με σφαιρικά εγκλείσματα.

Ο πρώτος που ασχολήθηκε με το θέμα ήταν ο Einstein [13], όταν το 1906 έκανε παρατηρήσεις στο ιξώδες αιωρήματος στερεών σφαιρών διασπαρμένων σε κάποιο Νευτώνειο υγρό και κατέληξε στην εξίσωση:

$$E_c = E_m (1 + 2,5U_f)$$

Η εξίσωση αυτή ισχύει για μικρές περιεκτικότητες εγκλείσματος και για περιπτώσεις πλήρους συνοχής μεταξύ εγκλείσματος και μήτρας. Με τον όρο τέλεια συνοχή εννοούμε ότι δεν υπάρχει σχετική κίνηση μήτρας - σωματιδίων, κατά τη

διάρκεια φόρτισης μέχρι κάποιου ορίου πάνω από το οποίο σπάει ο δεσμός μήτρας - σωματιδίου.

Προϋπόθεση για την παραπάνω εξίσωση είναι ότι το έγκλεισμα είναι σκληρότερο υλικό από τη μήτρα. Ο όγκος του εγκλείσματος είναι η σημαντική παράμετρος για την εξίσωση και όχι το βάρος του. Τέλος το μέγεθος των σωματιδίων δεν επηρεάζει την ενισχυτική τους δράση. Συνέχισαν την έρευνα οι Guth και Smallwood [14, 37] προτείνοντας την εξίσωση:

$$E_c = E_m(1 + 2,5U_f + 14,1U_f^2)$$

Αργότερα συνέχισε ο Kerner [17] με τη σχέση:

$$\frac{E_c}{E_m} = \frac{\frac{U_f G_f}{(7 - 5\nu_m)G_m + (8 - 10\nu_m)G_f} + \frac{U_m}{15(1 - \nu_m)}}{\frac{U_f G_m}{(7 - 5\nu_m)G_m + (8 - 10\nu_m)G_f} + \frac{U_m}{15(1 - \nu_m)}}$$

όπου  $G$  το μέτρο διάτμησης, και  $\nu$  ο λόγος Poisson

Για εγκλείσματα σκληρότερα από τη μήτρα, η παραπάνω εξίσωση απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + \frac{U_f}{U_m} \frac{15(1 - \nu_m)}{8 - 10\nu_m}$$

Στην πραγματικότητα δεν ισχύει η προϋπόθεση συνοχής μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος όπως έχει ήδη προαναφερθεί σε παραπάνω παράγραφο. Τότε η πραγματική ενισχυτική δράση του εγκλείσματος είναι μικρότερη από αυτή που υπολογίζεται θεωρητικά και σε ακραίες περιπτώσεις μπορεί να ελαττώσει, παρά να αυξήσει το μέτρο ελαστικότητας του συνθέτου.

Ο Einstein [13], κατά τις παρατηρήσεις που έκανε το 1906 και αναφέρονται παραπάνω κατέληξε πως όταν μεταξύ του αιωρήματος στερεών σφαιρών και του Νευτώνιου υγρού δεν υπάρχει τέλεια συνοχή ισχύει η εξίσωση:

$$E_c = E_m(1+U_f)$$

Εάν τα σωματίδια είναι φυσαλίδες αέρα ή βρίσκονται μέσα σε κενά τότε η εξίσωση Kerner γράφεται:

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1}{E_m} + \frac{U_f}{U_m} \frac{15(1-\nu_m)}{7-5\nu_m}$$

Στην περίπτωση που ο δεσμός εγκλείσματος-μήτρας είναι ασθενής, αυτός σπάει όταν εφαρμόσουμε κάποιο φορτίο. Τότε η μήτρα παραμορφώνεται περισσότερο από το έγκλεισμα με αποτέλεσμα το σχηματισμό κοιλιοτήτων γύρω από το έγκλεισμα. Οι Sato και Furukawa [31] διατύπωσαν την ακόλουθη γι'αυτήν την περίπτωση, σχέση:

$$E_c = E_m \left\{ \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{Y^2}{1-Y} \right] \left[ 1 - \frac{Y^3 T}{3} \left( \frac{1+Y-Y^2}{1-Y+Y^2} \right) \right] - \frac{Y^2 T}{3(1-Y)} \left( \frac{1+Y-Y^2}{1-Y+Y^2} \right) \right\}$$

Επίσης, ο Takahashi [39] πρότείνει την παρακάτω πιο σύνθετη σχέση:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + (1-\nu_m)U_f \frac{E_f(1-2\nu_m) - E_m(1-\nu_f) + 10(1+\nu_m)E_f(1+\nu_m) - E_m(1+\nu_f)}{E_f(1+\nu_m) + 2E_m(1-2\nu_f) + 2E_f(4-5\nu_m)(1+\nu_m) + E_m(7-5\nu_m)(1+\nu_f)}$$

Μια βασική παραδοχή για τις παραπάνω θεωρίες είναι ότι τα εγκλείσματα δεν σχηματίζουν συσσωματώματα και αυτό οφείλεται στο ότι τα συσσωματώματα δημιουργούν κοιλότητες αέρα και έτσι ο φαινόμενος όγκος του εγκλείσματος είναι μεγαλύτερος του πραγματικού.

Για την περίπτωση ενάρξεως των συσσωματωμάτων ο Mooney [23] διετύπωσε την ακόλουθη εξίσωση:

$$\frac{E_c}{E_m} = \exp\left(\frac{2,5U_f}{1-S \cdot U_f}\right)$$

όπου το  $S$  ορίζεται ως:

$$S = \frac{\text{φαινόμενος - όγκος - εγκλείσματος}}{\text{πραγματικός - όγκος - εγκλείσματος}}$$

Η ελάχιστη τιμή του είναι η μονάδα. Σύμφωνα με πειραματικές μετρήσεις το κυμαίνεται από 1.2 μέχρι 2.

Μια άλλη θεωρία που προτάθηκε από τους Eilers και Van-Dyck [12], περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + \frac{k \cdot U_f}{1 - S \cdot U_f}$$

όπου  $k$  και  $S$  είναι με τιμές 1.25 και 1.20 αντίστοιχα. Η επίδραση της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα στο μέτρο ελαστικότητας εκφράζεται επίσης από μια εμπειρική σχέση που προτάθηκε από τον Bills [3]

$$\frac{E_c}{E_m} = \exp\left[\frac{AU_f}{(1 - BU_f)}\right]$$

όπου  $A, B$  σταθερές που υπολογίζονται πειραματικά. Το  $A$  παίρνει την τιμή 2.5, ενώ το  $B$  δίνεται από τη σχέση:

$$B = -6.4 \cdot 10^{-3} \cdot T + 2.51$$

όπου  $T$  η θερμοκρασία του πειράματος. Η εξίσωση Bills, μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + \left[ \frac{2.5U_f}{(1-BU_f)} \right] + \left( \frac{1}{2!} \right) \left[ \frac{2.5U_f}{(1-BU_f)} \right]^2 + \dots$$

που είναι αντίστοιχη με την εξίσωση των Guth και Smallwood. Μια ακόμη ημιεμπειρική εξίσωση που περιγράφει το μέτρο ελαστικότητας κοκκώδων σύνθετων υλικών έχει προταθεί από το Narkis [24]

$$\frac{E_c}{E_m} = \frac{1}{\kappa(1-U_f^{1/3})}$$

όπου  $\kappa$  είναι μια εμπειρική παράμετρος, σχετική με τη συγκέντρωση τάσεων και κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 1.4 έως 1.7.

Τέλος, Ο Takahashi [39] διατύπωσε μια σειρά θεωριών για σύνθετα υλικά με σφαιρικά εγκλείσματα. Έτσι για την περίπτωση της τέλει πρόσφυσης έδωσε την εξίσωση που είδαμε παραπάνω:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + (1-\nu_m)U_f \frac{E_f(1-2\nu_m) - E_m(1-\nu_f) + 10(1+\nu_m)E_f(1+\nu_m) - E_m(1+\nu_f)}{E_f(1+\nu_m) + 2E_m(1-2\nu_f) + 2E_f(4-5\nu_m)(1+\nu_m) + E_m(7-5\nu_m)(1+\nu_f)}$$

ενώ για την περίπτωση ολίσθησης την εξίσωση:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + (1-\nu_m) \left[ \frac{E_f(1-2\nu_m) - E_m(1-\nu_f) + 10(1+\nu_m)E_f(1+\nu_m)(7+5\nu_m) - 4E_m(1+\nu_f)(7-4\nu_f)U_f}{E_f(1+\nu_m) + 2E_m(1-2\nu_f) + E_f(1+\nu_m)(17-19\nu_m)(7+5\nu_f) + 4E_m(7-5\nu_m)(1+\nu_f)(7-4\nu_f)} \right] U_f$$

Στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών έχει γίνει μελέτη, πάνω στο βαθμό πρόσφυσης μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος. Με βάση τον ορισμό της ενδιάμεσης

φάσης που έχει μελετηθεί προτείνεται το ακόλουθο μοντέλο για την περίπτωση των κοκκωδών εγκλεισμάτων. Ο δείκτης  $i$  αναφέρεται στην ενδιάμεση φάση και  $k$ , είναι μια παράμετρος που περιγράφει το βαθμό σύνδεσης μεταξύ εγκλείσματος και ενδιάμεσης φάσης:

$$E_c = E_f U_f k + E_m U_m + E_i U_i$$

Καλύτερη προσέγγιση του προβλήματος έγινε σε μελέτη του καθηγητή Π.Σ. Θεοχάρη [40, 43], όπου προτείνεται μια σειρά μοντέλων στα οποία θεωρείται ότι αναπτύσσεται μια τρίτη ψευδο-φάση μήτρας και εγκλεισμάτων στη διάρκεια του πολυμερισμού της μήτρας.

Επίσης μια άλλη εξίσωση για το μέτρο ελαστικότητας συνθέτου υλικού με εγκλείσματα πρότειναν αργότερα οι E.Sideridis, P.S. Theocharis [41]:

$$\frac{2(1-2\nu_c)}{E_c} = \frac{2\lambda^2 U_f}{E_f} + \frac{1}{E_m} \frac{U_f(1-\lambda)^2(1+\nu_m) + 2(\lambda U_f - 1)^2(1-2\nu_m)}{1-U_f}$$

όπου τα  $\nu_c$ ,  $\lambda$  δίδονται από τις παρακάτω σχέσεις:

Ο λόγος Poisson  $\nu_c$  του συνθέτου μπορεί να υπολογιστεί με μία απλή σχέση, που προέρχεται από το νόμο των αναμίξεων, και η οποία είναι:

$$\frac{1}{\nu_c} = \frac{U_f}{\nu_f} + \frac{U_m}{\nu_m}$$

ενώ το  $\lambda$  υπολογίζεται απο την εξής σχέση:

$$\lambda = \frac{3(1-\nu_m)E_f}{\left[2U_f(1-2\nu_m) + 1 + \nu_m\right]E_f + 2(1-2\nu_f)(1-U_f)E_m}$$

## 2.4 Περιορισμοί Θεωρητικών μοντέλων σχετικά με το μέτρο ελαστικότητας των συνθέτων υλικών.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι στην ανασκόπηση δεν έγινε καμιά προσπάθεια για να συζητηθούν οι προσεγγίσεις, αλλά να δειχθεί ένας αριθμός σε χρήσιμες θεωρητικές υποθέσεις που περιγράφουν τα μέτρα ελαστικότητας ενός συστήματος εγκλεισμάτων . Για τη λεπτομερή συζήτηση των θεωριών γίνεται αναφορά στους Hashin και Hill [15, 16].

Στην πράξη τα εγκλείσματα κόκκων δεν μπορούν τελείως να αποχωριστούν το ένα από το άλλο και η ενίσχυση του στοιχείου μπορεί να είναι σε μικρή κλίμακα, στην πραγματικότητα είναι ένα συσσωμάτωμα από μικρούς κόκκους. Έτσι λοιπόν ως απάντηση στο εφαρμοζόμενο φορτίο, η τάση θα κατανεμηθεί ομοιόμορφα ανάμεσα στους κόκκους και τα συσσωματώματα και η παραδοχή τάση ή ομοιόμορφη επιμήκυνση (παραμόρφωση) είναι καθαρά υπεραπλούστευση.

Οι θεωρίες που ασχολούνται με συστήματα εγκλεισμάτων δέχονται ότι τα μέτρα ελαστικότητας για δεδομένο έγκλεισμα και μήτρα εξαρτώνται μόνο από την περιεκτικότητα σε όγκο του εγκλείσματος και όχι από το μέγεθος των κόκκων . Όμως γενικά το μέτρο αυξάνει όσο το μέγεθος των κόκκων μειώνεται. Οι Lewis και Nielsen [20] παραδέχονται ότι όσο το μέγεθος του κόκκου μειώνεται η επιφάνεια των κόκκων αυξάνεται παρέχοντας ένα πιο ενεργό επιφανειακό δεσμό μεταξύ των δύο φάσεων . Αυτό θα μπορούσε να συνοδευτεί από μια κλίση για την αύξηση συσσώρευσης των κόκκων (συσσωματώματα). Οι ιδιότητες των συνθέτων υλικών μπορούν επίσης να μεταβάλλονται, όταν αλλάζει το σχήμα (μορφή) κόκκου, Ο Vieche [4,5] παρατήρησε ότι διαφορετικές μορφές εγκλεισμάτων καταλήγουν σε διαφορετικές μηχανικές ιδιότητες. Το αποτέλεσμα ήταν ιδιαίτερα έντονο με μεγαλύτερους ή μη σφαιρικούς (μη σφαιροειδείς) κόκκους όπου ένας προτιμώμενος προσανατολισμός θα μπορούσε να τροποποιήσει τη συμπεριφορά παραμόρφωσης.



Ο Wu [49] απέδειξε θεωρητικά ότι κόκκοι σε μορφή δίσκου έδωσαν καλύτερη ενίσχυση από βελονοειδούς ή σφαιρικής μορφής κόκκους, αλλά αγνόησε την ανισοτροπία η οποία συνδέεται με τη χρήση μη σφαιρικών κόκκων σε σύνθετα υλικά.

Ο Chow [10] έχει ασχοληθεί με πρόβλημα για ευθυγραμμισμένους ελλειψοειδείς κόκκους και προέβλεψε το διάμηκες και εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας. Οι επιδράσεις από το μέγεθος του εγκλείσματος και από την επιφάνεια του εγκλείσματος αγνοήθηκαν. Όμως είναι απίθανο στην πράξη ότι τα εγκλείσματα μπορούν να διαταχθούν ομοιόμορφα με τρόπο που παραδέχεται ο Chow έτσι ώστε η πειραματική επιβεβαίωση των δύο θεωριών να είναι απαραίτητη.

Η κατανομή του μεγέθους των κόκκων επηρεάζει την περιεκτικότητα του εγκλείσματος στη μήτρα. Μίγματα από κόκκους με διαφορετικό μέγεθος εγκλεισμάτων μπορούν να διαταχθούν πιο πυκνά από εγκλείσματα ενός μεγέθους διότι τα μικρά εγκλείσματα μπορούν να γεμίσουν το χώρο μεταξύ των στενά διατεταγμένων μεγάλων εγκλεισμάτων και να σχηματίσουν συσσωματώματα. Αυτοί οι κόκκοι που συσσωματώνονται είναι ικανοί να μεταφέρουν ένα μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας για την ίδια περιεκτικότητα που προβλέπεται από τις περισσότερες θεωρίες.

Αυτή η επίδραση δημιουργείται όπου υπάρχει μια διαφορετική ενισχυτική ικανότητα άμμου, όπως έχει παρατηρηθεί από τους Ahmed και Jones [1]. Μια εμπειρική τροποποίηση στην εξίσωση Kerner η οποία περιλαμβάνει ένα συντελεστή αλληλεπίδρασης εγκλείσματος προτάθηκε από τον Dickie [11]. Κάθε μια από τις εξισώσεις εμφανίζεται ικανοποιητική στο να περιγράφει τα δεδομένα των διαφόρων ερευνητών.

Πρέπει να σημειωθεί το σχόλιο από τον Christensen [9] επάνω στην εξίσωση του Kerner, ότι το σαφές σφάλμα σ' αυτή την εξίσωση δεν μπορεί να δειχθεί λόγω της συντομίας της παραγωγίσεως. Αυτό συνεπώς δημιουργεί αμφιβολίες στην εξίσωση του Kerner και στις επακόλουθες τροποποιήσεις.

Οι περισσότερες από τις θεωρίες οι οποίες εξηγούν την ενισχυτική δράση των εγκλεισμάτων παραδέχονται τέλεια πρόσφυση ανάμεσα στα εγκλείσματα και την πολυμερική μήτρα. Η περίπτωση της ελλιπούς προσφύσεως ήταν στην-ελαστική περιοχή, όπως συζητήθηκε από τους Sato και Furukawa [24]. Αυτοί παραδέχονται ότι οι συνδεδεμένοι κόκκοι λειτουργούν ως οπές και προβλέπουν μείωση στα μέτρα ελαστικότητας με την αύξηση της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα.

Μπορεί να υποστηριχθεί ότι οι μη συνδεδεμένοι κόκκοι δεν λειτουργούν εντελώς ως οπές, επειδή αυτοί συγκρατούν τη μήτρα από την κατάρρευση. Σε αυτή την περίπτωση το μέτρο ελαστικότητας συστήματος εγκλεισμάτων πρέπει να αυξάνει με την αύξηση περιεκτικότητας του εγκλείσματος, η οποία είναι η γενικώς αναμενόμενη συμπεριφορά.

Μια μεταβολή στην πρόσφυση μήτρας - εγκλεισμάτων έχει μικρότερη επίδραση στα μέτρα ελαστικότητας από ότι στην αντοχή. Το τελευταίο είναι περισσότερο εξαρτώμενο από την κατεργασία της επιφάνειας [24]. Στην πραγματικότητα ο βαθμός πρόσφυσης δεν φαίνεται να είναι σημαντικός παράγοντας όσο οι δυνάμεις τριβής ανάμεσα στις φάσεις δεν υπερβαίνονται από την εφαρμοζόμενη τάση.

Οι Spanoudakis και Young εξέτασαν εγκλείσματα γυαλιού σε εποξειδική ρητίνη και βρήκαν ότι οι καλύτερες συνολικές μηχανικές ιδιότητες αποκτήθηκαν από σύνθετα υλικά που περιείχαν κόκκους οι οποίοι είχαν εμβαπτιστεί σε ουσία (coupling agent) προς αύξηση της προσφύσεως μήτρας - εγκλείσματος.

Είναι ξεκάθαρο από τις προηγούμενες αναφορές ότι τα μέτρα ελαστικότητας ενός συστήματος εγκλεισμάτων είναι μια λεπτομερειακή συνάρτηση της μικροδομής, όπως επίσης και της ποιότητας πρόσφυσης μεταξύ των δύο φάσεων.

## 2.5 Παράμετροι που καθορίζουν την αντοχή των κοκκωδών σύνθετων υλικών πολυμερικής μήτρας

### 2.5.1 Τάση θραύσης

Τα τελευταία χρόνια μεγάλος αριθμός ερευνητών ασχολήθηκε με την αντοχή συστημάτων πολυμερών ενισχυμένων με εγκλείσματα. Μεταξύ άλλων, οι Leidner και Woodhams [19] και Piggott και Leidner [30] πρότειναν μια εξίσωση της μορφής

$$\sigma_{f,c} = a - b_f$$

όπου  $\sigma_{f,c}$  η αντοχή σε εφελκυσμό του συνθέτου, και  $a$  και  $b$  σταθερές. Οι Nicolais και Mashelkar [25] πρότειναν μια άλλη ημιεμπειρική εξίσωση της μορφής:

$$\sigma_{f,c} = \sigma_{f,m} - b u_f^\phi$$

όπου  $\phi < 1$ ,  $\sigma_{f,c}$  η αντοχή σε εφελκυσμό της μήτρας και η σταθερά  $b$  παίρνει θετικές τιμές.

Η ανωτέρω εξίσωση παρουσιάζει καλή προσέγγιση στις πειραματικές τιμές, αλλά επειδή είναι εμπειρική δεν αντιπροσωπεύει κάποιο πραγματικό μηχανισμό αστοχίας.

Ο Schrage προτείνει κάποιο μοντέλο που περιγράφεται από εξίσωση διαφορετικής μορφής από τις δυο προηγούμενες:

$$\sigma_{f,c} = \sigma_{f,m} \exp(-r u_f)$$

όπου η σταθερά  $r$  βρέθηκε πειραματικά ίση με 2.66. Το μειονέκτημα αυτού του μεγέθους είναι ότι είναι ακριβές για περιορισμένη περιοχή εγκλεισμάτων.

Η εξίσωση αυτή είναι αντίστοιχη με εκείνη που προτάθηκε από τον Passmore [27] για την περίπτωση πορώδων συστημάτων:

$$\sigma_{f,c} = \sigma_{f,0} \exp(-\alpha P)$$

όπου  $\sigma_{f,0}$  η αντοχή της μήτρας χωρίς πόρους,  $\alpha$  σταθερά και  $P$  η κατ'όγκον περιεκτικότητα σε πόρους.

## 2.5.2 Παραμόρφωση θραύσης

Οι θεωρίες που αναφέρονται στην βιβλιογραφία σχετικά με την παραμόρφωση θραύσης κοκκωδών συνθέτων υλικών είναι περίπου ανάλογες και οι μικρές διαφορές τους οφείλονται στα διαφορετικά μοντέλα πάνω στα οποία βασίζονται.

Ο Smith [36] πρότεινε τον τύπο:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m (1 - 1.105 U_f^{1/3})$$

όπου  $\varepsilon_c$  και  $\varepsilon_m$  η παραμόρφωση θραύσης του συνθέτου και της μήτρας αντίστοιχα.

Μια αντίστοιχη εξίσωση πρότεινε ο Bueche [6] χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο από κυβικά σωματίδια σε κυβική διάταξη:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m (1 - U_f^{1/3})$$

Θεωρώντας την επίδραση των ακινητοποιημένων μορίων στην ενδιάμεση φάση ο Ziegler [50] τροποποίησε την εξίσωση ως εξής:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m [1 - U_f (1 + (\Delta r / R))^3]$$

όπου  $\Delta r$  είναι η αύξηση της ακτίνας  $R$  των σωματιδίων, λόγω της παρουσίας της ενδιάμεσης φάσης.

Για πολλά πολυμερή συστήματα πρακτικού ενδιαφέροντος το μέγεθος  $[1+(\Delta r/R)]^3$  βρέθηκε ίσο με 1.75.

Με βάση αυτή την τιμή η εξίσωση μπορεί να γραφτεί:

$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_c} = 1 + 1.75U_f + (1.75U_f)^2 + \dots$$

Η εξίσωση αυτή, αν και βγαίνει γεωμετρικά έχει την ίδια μορφή με την εξίσωση παραμόρφωσης από τους Mullins και Tobin που προέρχεται από θερμοδυναμικές θεωρήσεις του Guth.

Οι εξισώσεις που προαναφέρθηκαν βασίζονται περισσότερο στο πείραμα και λιγότερο στη θεωρία και συνοψίζουν τη συμπεριφορά τάσεων-παραμορφώσεων στα σύνθετα υλικά με κοκκώδες έγκλεισμα. Περιγράφουν ακόμα τη συμμετοχή διαφόρων παραγόντων, όπως κατόγκον περιεκτικότητα εγκλείσματος, μέγεθος σωματιδίων, συσσωματώματα, μέτρο πρόσφυσης μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος στη μηχανική συμπεριφορά των συνθέτων υλικών.

### 2.5.3 Περιορισμοί των θεωρητικών μοντέλων σχετικά με την αντοχή των σύνθετων υλικών

Το μέγεθος των κόκκων επηρεάζει πολύ την αντοχή σε εφελκυσμό των συστημάτων. Γενικά η αντοχή σε εφελκυσμό αυξάνει με την ελάττωση του μεγέθους. Η αύξηση της ενδιάμεσης επιφάνειας μεταξύ δύο φάσεων παρέχει έναν πολύ αποτελεσματικό δεσμό στην επιφάνεια μεταξύ των δύο φάσεων και θεωρείται ότι είναι πολύ σημαντικός παράγων. Το μέγεθος κόκκου είναι επίσης σχετικό με την εξάρτηση από το μέγεθος της ατέλειας του υλικού.

Ο Goodier [46] έχει αποδείξει ότι το τασικό πεδίο κοντά σ' έναν κόκκο, είναι ανεξάρτητο από το μέγεθος του κόκκου. Όμως ο όγκος του πολυμερούς που υφίσταται συγκέντρωση τάσεων, αυξήθηκε με την αύξηση στο μέγεθος του κόκκου, άρα η πιθανότητα εύρεσης μιας μεγάλης ατέλειας αυξάνει με την αύξηση του μεγέθους του κόκκου.

Η επίδραση από την διεπιφανειακή (λεπτή επιφάνεια μεταξύ δύο φάσεων) πρόσφυση επί της αντοχής μπορεί να δικαιολογηθεί με όμοιο τρόπο εφόσον ένας αδύναμος δεσμός μεταξύ εγκλεισμάτων και μήτρας θα δράσει ως μια υπάρχουσα ατέλεια που θα παράγει μια κοιλότητα ίση με το μέγεθος της.

Η μορφή (σχήμα) εγκλείσματος αναμένεται να παίζει σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό της αντοχής του συστήματος εγκλεισμάτων. Όταν έχουμε εγκλείσματα τα οποία δεν έχουν κανονική μορφή, η εξασθένιση της αντοχής του συστήματος εγκλεισμάτων οφείλεται σε μεγάλη συγκέντρωση τάσεων που συζευγνύεται με επίδραση μεγέθους. Σε στρογγυλεμένες ρωγμές και εγκλείσματα, η συγκέντρωση τάσης είναι λιγότερο σημαντική παρά σε εγκλείσματα με οξείες (κοφτερές) γωνίες.

Η προαναφερθείσα αναφορά αποδεικνύει καθαρά ότι αυτά τα υπάρχοντα μοντέλα για την πρόβλεψη της αντοχής θέτουν ένα άνω όριο στην αντοχή ενός συστήματος εγκλεισμάτων.

Όταν γίνεται πρόβλεψη της αντοχής ενός υλικού με έγκλεισμα με την χρησιμοποίηση του νόμου των δυνάμεων (power law) η εκλογή των κατάλληλων σταθερών επηρεάζεται από το σχήμα των κόκκων και την διάταξη τους μέσα στο γεωμετρικό μοντέλο. Επιπλέον η συγκέντρωση τάσεων θα χαμηλώσει αυτές τις τιμές κατά ακαθόριστη ποσότητα.

Απ' την άλλη, στις αναλύσεις των Leidner και Woodhams [19], οι θερμικές τάσεις ( $\sigma_{th}$ ) και της αντοχής του δεσμού μήτρας - κόκκου σε είναι δύσκολο να μετρηθούν για πραγματικά σύνθετα υλικά. Στις πολύ χαμηλές περιεκτικότητες κατ' όγκο  $U_f$  μπορούν να γίνουν εκτιμήσεις για τις θερμικές τάσεις, αλλά σε μεγαλύτερες

περιεκτικότητες κατ' όγκο  $U_f$  οι υπολογισμοί περιπλέκονται από την παρουσία γειτονικών κόκκων.

### 3 ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

#### 3.1 Γενικά - Ορισμός ενδιάμεσης φάσης (interphase)

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας μίας πολυμερικής μήτρας στην οποία έχουν προστεθεί μεταλλικά εγκλείσματα εξαρτάται από τα τασικά και παραμορφωσιακά πεδία που αναπτύσσονται γύρω από κάθε εγκλείσμα ξεχωριστά, υπό την επίδραση δυναμικών φορτίων, και τα οποία με τη σειρά τους εξαρτώνται από:

- το σχήμα των εγκλεισμάτων, καθώς και την κατανομή τους εντός της μήτρας.
- το μέγεθος των εγκλεισμάτων, και ιδιαίτερα από το μέγεθος τους εν συγκρίσει με το μήκος του προσκρούοντος τασικού κύματος
- την αλληλεπίδραση μεταξύ των τασικών και παραμορφωσιακών πεδίων "γειτονικών" εγκλεισμάτων.
- τα τασικά πεδία που δημιουργούνται λόγω της συμπύκνωσης που προκαλείται από την αντίδραση του πολυμερισμού, και η οποία σε πολλές περιπτώσεις δεν είναι ομοιόμορφη.
- τα θερμικά τασικά πεδία που προκύπτουν λόγω των διαφορετικών συντελεστών θερμικής διαστολής των υλικών από τα οποία αποτελείται το σύνθετο υλικό, σε υψηλές θερμοκρασίες.

Έχουν ήδη γίνει πειράματα με σκοπό τον καθορισμό των δυναμικών ιδιοτήτων των σύνθετων υλικών εποξικής μήτρας με μεταλλικά εγκλείσματα. Τα



μέτρα αποθήκευσης και απωλειών ενός μεγάλου αριθμού σύνθετων υλικών έχουν εκτιμηθεί, ενώ και η επίδραση της κατ'όγκον περιεκτικότητας σε εγκλείσματα, καθώς και του μεγέθους των εγκλεισμάτων έχουν μελετηθεί, ειδικά για σύνθετα υλικά που παρουσιάζουν ατελή συνάφεια μεταξύ μήτρας και εγκλεισμάτων.

Η φύση του δεσμού συνάφειας μεταξύ μήτρας και εγκλεισμάτων είναι μέγιστης σημασίας. Στην πραγματικότητα, η υπόθεση της τέλει συνάφειας, η οποία ανταποκρίνεται στη συνέχεια των τάσεων και των μετατοπίσεων της ενδιάμεσης φάσης, είναι η συνηθέστερη και βασικότερη παραδοχή που γίνεται με σκοπό να προχωρήσουμε σε αναλυτική επεξεργασία των δεδομένων. Στην πραγματικότητα βέβαια, η υπόθεση αυτή δεν ισχύει σχεδόν ποτέ. Αντιθέτως, γύρω από κάθε έγκλεισμα, αναπτύσσεται μία πολύπλοκη δομή.

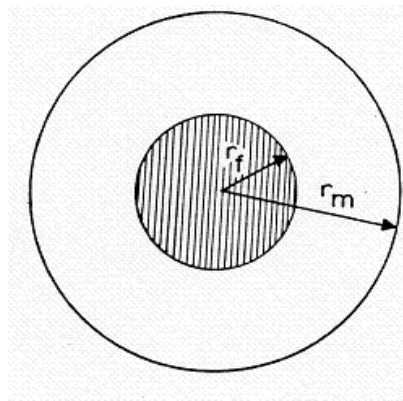
Εντός της δομής αυτής εμφανίζονται :

- περιοχές με ατελείς δεσμούς
- μόνιμες τάσεις που προκύπτουν λόγω της συρρίκνωσης της πολυμερικής μήτρας κατά τη διάρκεια της κατεργασίας-παρασκευής του σύνθετου υλικού, καθώς και λόγω της αλλαγής της θερμικής κατάστασης
- περιοχές υψηλών τασικών φορτίων
- σημειακές τάσεις, λόγω μικρορογμών που εμφανίζονται στις περιοχές αυτές

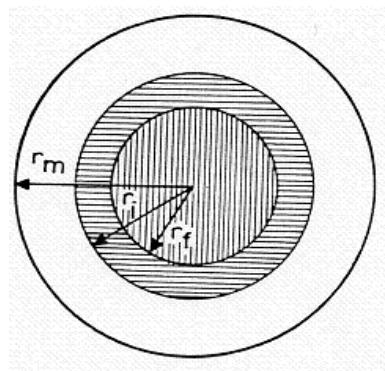
Πέραν τούτου, η αλληλεπίδραση της πολυμερικής μήτρας με την επιφάνεια των στέρεων μεταλλικών εγκλεισμάτων, κατά τη διάρκεια της κατεργασίας-παρασκευής του υλικού, είναι πάντα μια πολύπλοκη διαδικασία. Πράγματι, η παρουσία των εγκλεισμάτων περιορίζει την ελεύθερη ατομική και μοριακή κινητικότητα της πολυμερικής μήτρας καθώς λαμβάνει χώρα η αλληλεπίδραση μεταξύ των φάσεων (μήτρας-εγκλεισμάτων). Το φαινόμενο αυτό επηρεάζει σημαντικά την ποιότητα της συνάφειας που αναπτύσσεται μεταξύ των φάσεων, συνεισφέροντας έτσι στην ανάπτυξη μίας "υβριδικής" φάσης, που ονομάζεται

**ενδιάμεση φάση**[33], και βρίσκεται ανάμεσα στις κύριες φάσεις (μήτρα-εγκλείσματα). Η ύπαρξη της ενδιάμεσης φάσης έχει αποδειχθεί πειραματικά και το μέγεθός της μπορεί να εκτιμηθεί με τη βοήθεια μίας θεωρίας που αναπτύχθηκε από τον Lipaton[21].

Παρακάτω απεικονίζεται ένα διφασικό, καθώς και ένα τριφασικό μοντέλο, αμφότερα σε τομή, ώστε να γίνει ευκολότερα αντιληπτή η διαφορά στον τρόπο προσέγγισης του θεωρητικού υπολογισμού των μηχανικών χαρακτηριστικών του σύνθετου σε καθεμία περίπτωση:



Σχήμα 3-1 Διφασικό μοντέλο



Σχήμα 3-2 Τριφασικό μοντέλο

Σε μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί από τους Παπανικολάου, Παιπέτη και Θεοχάρη [26, 42], η ενδιάμεση φάση αρχικά είχε θεωρηθεί ως ένα ομογενές και ιστροπικό υλικό, ενώ είχαν γίνει θερμικές μετρήσεις [44], με σκοπό τον καθορισμό της ακτίνας, καθώς και του όγκου της. Τα μεγέθη αυτά, χρησιμοποιήθηκαν για να υπολογιστεί ο συντελεστής συνάφειας που πρώτη φορά χρησιμοποιήθηκε σε ένα βελτιωμένο μοντέλο στηριζόμενο στον νόμο της ανάμειξης[38].

Η ιδέα μίας ενδιάμεσης φάσης με μεταβλητά μηχανικά χαρακτηριστικά (μέτρο ελαστικότητας, λόγο Poisson) αναπτύχθηκε από τους Σιδερίδη, Θεοχάρη και Παπανικολάου [34,45]. Στο μοντέλο αυτό, η ενδιάμεση φάση σχηματίζει μια μεταβατική ζώνη μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος, και οι μηχανικές της ιδιότητες σε κάθε σημείο εξαρτώνται από τις πολικές συντεταγμένες του σημείου.

Στην παρούσα μελέτη, οι θεωρητικές σχέσεις που θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των μέτρων αποθήκευσης και απωλειών του σύνθετου υλικού έχουν δημιουργηθεί με τη χρησιμοποίηση του μοντέλου ενδιάμεσης φάσης με μεταβλητά μηχανικά χαρακτηριστικά σε συνδυασμό με την αρωγή της θεωρίας ελαστικότητας.

### 3.2 Προσδιορισμός της ειδικής θερμότητας και της θερμοκρασίας μεταβάσεως στην υαλώδη κατάσταση των συνθέτων υλικών ενισχυμένων με κόκκους μετάλλου. Εκτίμηση της ενδιάμεσης φάσης

#### 3.2.1 Υλικά και πειραματική διαδικασία

Τα υλικά των οποίων τα στοιχεία έχουν χρησιμοποιηθεί σ' αυτήν την μελέτη είναι σύνθετα υλικά τα οποία κατασκευάσθηκαν στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών του Ε.Μ.Π. Η μήτρα των συνθέτων υλικών, ήταν σε όλες τις περιπτώσεις εποξειδική ρητίνη του τύπου DGEBA (Diglycidyl Ether of Bisphenol A) με ισοδύναμο 185-192, με μοριακό βάρος μεταξύ 370 και 384, και με ιξώδες 15000cP στους 25°C, πολυμεριζομένη εν ψυχρώ με 8% τριεθυλενική τετραμίνη. Εξ' άλλου, χρησιμοποιήθηκαν κόκκοι σκόνης σιδήρου ως εξής (Πίνακας 3-1) :

Πίνακας 3-1

Μέγεθος κόκκου (mm)	Ειδικός όγκος (cm <sup>3</sup> /100gr)	Φαινόμενη πυκνότητα (gr/cm <sup>3</sup> )
0,15	38-41	2,60-2,40

Οι ιδιότητες των υλικών του συνθέτου υλικού μας είναι όπως φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα 3-2 :

Πίνακας 3-2

Ιδιότητες	Σύμβολα	Μονάδες	Σίδηρος	Ρητίνη
Σταθερές του Lamé	λ	N/m <sup>2</sup>	11,20x10 <sup>10</sup>	3,34x10 <sup>9</sup>
	μ	N/m <sup>2</sup>		1,30x10 <sup>9</sup>
Μέτρο Ελαστικότητας	E	N/m <sup>2</sup>	21,00x10 <sup>10</sup>	3,53x10 <sup>9</sup>
Μέτρο Διογκώσεως	K	N/m <sup>2</sup>	16,70x10 <sup>10</sup>	4,21x10 <sup>9</sup>
Λόγος Poisson	ν	-	0,29	0,36
Πυκνότητα	ρ	gr/cm <sup>3</sup>	7,8	1,19
Συντελεστής Θερμικής Διαστολής	α	C <sup>-1</sup>	15,00x10 <sup>-6</sup>	65,26x10 <sup>-6</sup>

Οι μηχανικές ιδιότητες της μήτρας  $E$  και  $\nu$  έχουν μετρηθεί κατά την διάρκεια πειράματος ερπυσμού στους 20°C και σε χρόνο 15sec από την αρχή του πειράματος. Πρέπει να διευκρινισθεί ότι με  $\alpha$  συμβολίζουμε τον συντελεστή θερμικής διαστολής για θερμοκρασίες κάτω της υαλώδους θερμοκρασίας  $T_g$ .

Όσον αφορά την παρασκευή των δοκιμίων, θερμαίνουμε το προπολυμερές στους 30°C περίπου για να ελαττωθεί η εσωτερική τριβή του και στην συνέχεια προσθέτουμε τις κατάλληλες ποσότητες αμίνης και μετάλλου. Ανακατώνουμε το μίγμα, και στην συνέχεια το τοποθετούμε σε θάλαμο κενού, έτσι ώστε να ελευθερωθούν όλες οι φυσαλίδες αέρος τις οποίες περιέχει το μίγμα.

Στην συνέχεια γίνεται απόχυση του μίγματος σ'ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο καλούπι από plexiglass, διαστάσεων 250 x 250 x 50mm, το οποίο σφραγίσθηκε με ένα σκέπασμα από plexiglass, ούτως ώστε να είναι δυνατή η εκ νέου ανάδευση του μίγματος για να έχουμε τελικά ένα όσο το δυνατόν ομογενές προϊόν. Το μίγμα έμεινε μέσα στο καλούπι και σε θερμοκρασία περιβάλλοντος επί 24 ώρες. Στην συνέχεια, το στερεό πλέον σύνθετο υλικό, υποβλήθηκε σε θερμική κατεργασία διαρκείας 7 ημερών ως εξής:

Εισήχθει σε φούρνο, προγραμματισμένο, έτσι ώστε η θερμοκρασία να αυξάνει κατά 5°C/h, στη συνέχεια να παραμείνει σταθερά στους 100°C και τέλος να ελαττώνεται κατά 1°C/h έως την θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

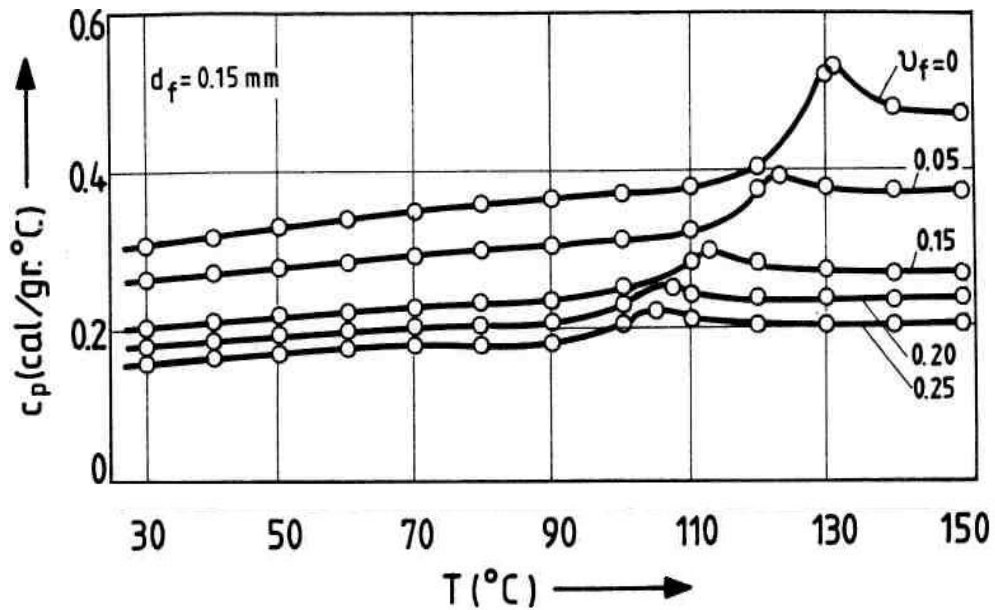
Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνεται πλήρης πολυμερισμός της μήτρας, σ'ένα διάστημα που το σύνθετο υλικό να μη παρουσιάζει έντονη βισκοελαστική συμπεριφορά.

Δοκίμια με διάμετρο 4mm και πάχους 1-1,50mm κόπηκαν από κάθε υλικό με διαφορετική περιεκτικότητα και διάμετρο κόκκων του μετάλλου. Οι μετρήσεις έγιναν με την βοήθεια ενός θερμικού αναλυτή (DSC) Du-Pont 900. Η τοποθέτηση των δοκιμίων έγινε όταν η συσκευή ήταν σε θερμοκρασία περιβάλλοντος και μετά η αύξηση της θερμοκρασίας έγινε με σταθερό ρυθμό. Για να μελετηθεί η επίδραση του ρυθμού θέρμανσης χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικοί ρυθμοί θέρμανσης (5,10 και 205°C/min). Η περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων σε σίδηρο μεταβάλλεται από 5% έως 25%.

### 3.2.2 Προσδιορισμός πάχους ενδιάμεσης φάσης

Η μεταβολή της ειδικής θερμότητας ( $C_p$ ) με την θερμοκρασία για κόκκους σιδηρού με  $d_f=150\mu m$ , εξετάζεται για πέντε περιεκτικότητες ( $U_f=0, 0,05, 0,10, 0,15, 0,20, 0,25$ ) με ρυθμό θέρμανσης  $H_f=5^\circ C/min$ . Από το (Σχήμα 3-3) παρατηρούμε

όχι μόνο μια μεταβολή στην θέση της μεταβατικής περιοχής, η οποία εκδηλώνεται με μια απότομη μεταβολή στην ειδική θερμότητα, αλλά επίσης και μια μείωση της  $\Delta C_p$  στην υαλώδη μεταβατική περιοχή όταν αυξάνεται η περιεκτικότητα του εγκλείσματος.



Σχήμα 3-3 Διάγραμμα  $C_p$  - T

Όταν η περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων αυξάνεται, το ποσοστό των μακρομορίων τα οποία χαρακτηρίζονται από μειωμένη κινητικότητα επίσης αυξάνεται, έτσι ώστε ο αριθμός των μακρομορίων, τα οποία συμμετέχουν στην διαδικασία της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας  $T_g$  ελαττώνεται. Αυτό είναι ισοδύναμο με μια αύξηση του όγκου της ενδιάμεσης φάσης και οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι δηλαδή υπάρχει μια σχέση μεταξύ της  $\Delta C_p$  και του όγκου της ενδιάμεσης φάσης, η οποία εκφράζεται ως εξής:

$$\lambda = 1 - \frac{\Delta C_p^f}{\Delta C_p^0}$$

όπου  $\Delta C_p^f$  και  $\Delta C_p^0$  είναι τα άλματα (απότομη μεταβολή) της ειδικής θερμότητας στην μεταβατική περιοχή για το ενισχυμένο και μη ενισχυμένο πολυμερές αντιστοίχως, ενώ  $\lambda$  είναι μία σταθερά η οποία πολλαπλασιάζεται με την περιεκτικότητα του εγκλείσματος  $U_f$  ώστε να ληφθή υπόψιν η συνεισφορά του όγκου της ενδιάμεσης φάσης στην θερμομηχανική συμπεριφορά του συνθέτου υλικού.

Εάν  $r_f$ ,  $r_i$ ,  $r_m$  συμβολίζουν τις εξωτερικές ακτίνες του εγκλείσματος, της ενδιάμεσης φάσης και της μήτρας αντιστοίχως, τότε οι κατ'όγκον περιεκτικότητες των τριών φάσεων δίνονται ως εξής:

$$U_f = \frac{r_f^3}{r_m^3}$$

$$U_i = \frac{r_i^3 - r_f^3}{r_m^3}$$

$$U_m = \frac{r_m^3 - r_i^3}{r_m^3}$$

όπου προφανώς ισχύει:

$$U_f + U_i + U_m = 1$$

Για να προσδιορισθεί η ακτίνα του σφαιρικού τμήματος το οποίο αντιστοιχεί στην ενδιάμεση φάση εκφράζουμε αυτό ως  $r_i = r_f + \Delta r_i$ , όπου  $\Delta r_i$  το πάχος της ενδιάμεσης φάσης και χρησιμοποιούμε την σχέση η οποία δίνεται από τον Lipaton:

$$\frac{(r_f + \Delta r_i)^3}{r_f^3} - 1 = \frac{\lambda U_f}{1 - U_f}$$



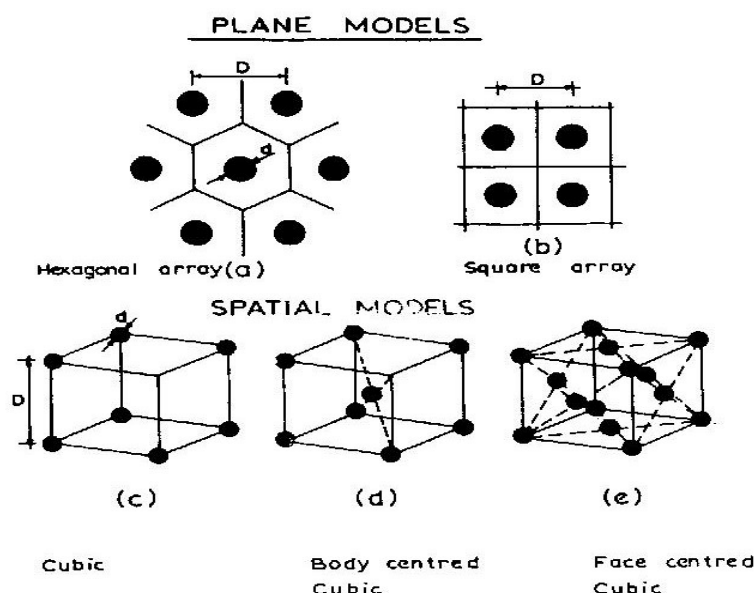
## 4 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΤΩΝ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΩΝ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

### 4.1 Γενικά

Τα μικροδομικά, γεωμετρικά μοντέλα μελέτης των μηχανικών ιδιοτήτων των σύνθετων υλικών με εγκλείσματα, βασίζονται κυρίως στις εξής παραδοχές:

- Μία τυπική γεωμετρική δομή υιοθετείται για την εξομίωση της διάταξης των εγκλεισμάτων στο χώρο. Συνήθως μία σφαίρα ή ένας κύλινδρος.
- Οι υπολογισμοί που γίνονται κατά τη μελέτη του μοντέλου, είναι βασισμένοι στη συνήθη γεωμετρία και τοπολογία.

Τα μοντέλα αυτά μπορεί να είναι είτε επίπεδα (plane models), είτε τρισδιάστατα-ηλιοκεντρικά (spatial models) όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 4-1):



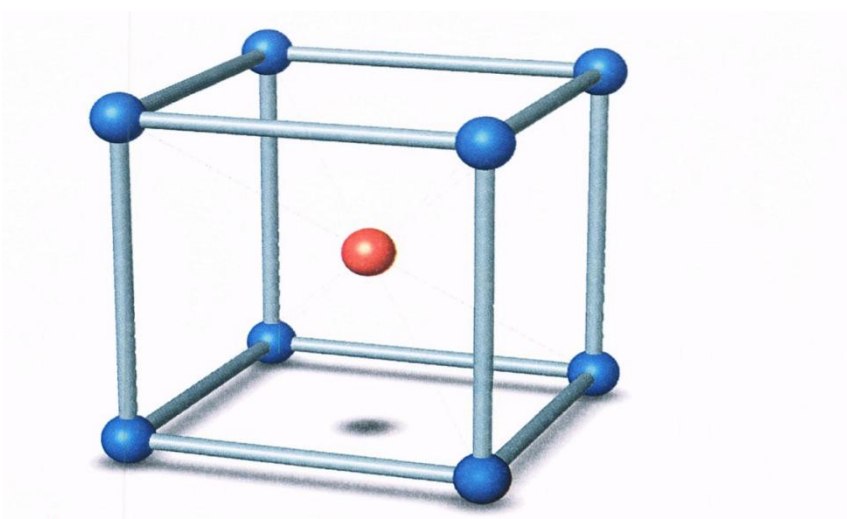
Σχήμα 4-1 Απλά και τρισδιάστατα μοντέλα κατανομής εγκλεισμάτων σύνθετων υλικών στο χώρο

Στην παρούσα εργασία θα θεωρήσουμε ότι το βασικό δομικό κύτταρο του σύνθετου υλικού έχει κυβική μορφή, ενώ τα εγκλείσματα κατανέμονται με διάφορους τρόπους στο χώρο γύρω από τον "δομικό" κύβο, δίνοντας έτσι διαφορετικό κυβικό μοντέλο κάθε φορά.

Τέλος καθένα από αυτά τα μοντέλα θα προσομοιώνεται με ένα αντίστοιχο σφαιρικό πολυφασικό μοντέλο για λόγους απλούστευσης της κατανομής των τάσεων στο δομικό κύτταρο, και άρα απλούστευσης των υπολογισμών (λόγω και της σφαιρικής συμμετρίας).

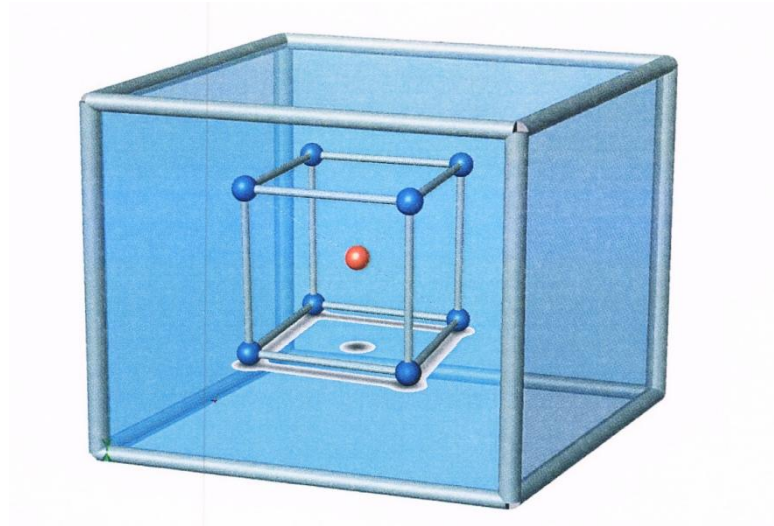
## 4.2 Τετραφασικό κυβικό μοντέλο 1

Θεωρούμε ότι οκτώ (8) σφαιρικά εγκλείσματα καταλαμβάνουν τις κορυφές ενός κύβου ακμής  $\lambda$ , και ένα (1) το κέντρο βάρους του κύβου, ενώ ανάμεσα στα εγκλείσματα υπάρχει μήτρα και το δομικό αυτό μοντέλο επαναλαμβάνεται με πλήρη συμμετρία στο χώρο (σχήματα 4-2 και 4-3).



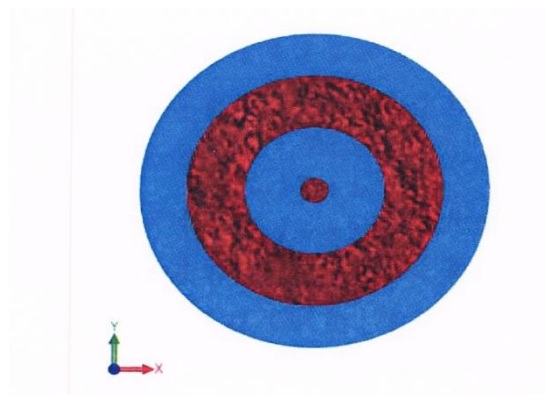
Σχήμα 4-2 Κυβικό μοντέλο 1

Ο Κύβος αυτός ακμής  $\lambda$ , τον οποίο περιγράψαμε παραπάνω, θεωρούμε ότι περικλείεται σε έναν δεύτερο Κύβο ακμής  $2\lambda$ , δημιουργώντας έτσι το δομικό "κύτταρο" του σώματος το οποίο επαναλαμβάνεται συμμετρικά καθ' όλη τη μάζα του σύνθετου υλικού (σχήμα 4-3).



Σχήμα 4-3 Δομικό "κύττατο" σύνθετου υλικού όπως αυτό προκύπτει από το κυβικό μοντέλο 1

Τον κύβο ακμής  $2\lambda$  θα τον ανάγουμε σε ένα τετραφασικό μοντέλο αποτελούμενο από τέσσερις ομόκεντρες σφαίρες ακτίνας  $a$ ,  $b$ ,  $c$  και  $d$  αντίστοιχα ( $a < b < c < d$ ).



Σχήμα 4-4 Προσομοίωση κυβικού μοντέλου 1 με αντίστοιχο σφαιρικό (σε τομή)

Σε αυτό το μοντέλο, η δεύτερη και η τέταρτη φάση, που τις αποτελούν ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $a$  και εξωτερική  $b$  και ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $c$  και εξωτερική  $d$ , αντιπροσωπεύουν το υλικό της μήτρας. Η σφαίρα ακτίνας  $a$  (πρώτη φάση) και ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα  $b$  και εξωτερική  $c$  (τρίτη φάση) αντιπροσωπεύουν το σύνολο των σφαιρών, δηλαδή το υλικό ενίσχυσης. Δηλαδή σε πρώτη προσέγγιση δε θα λάβουμε υπόψιν μας την ύπαρξη της ενδιάμεσου φάσεως που όπως είδαμε παραπάνω αναπτύσσεται μεταξύ εγκλεισμάτων και μήτρας.

Ο όγκος του κύβου ακμής  $2\lambda$  θα είναι:

$$V_{2\lambda} = (2\lambda)^3 \Rightarrow V_{2\lambda} = 8\lambda^3$$

Για ένα οποιοδήποτε σύνθετο υλικό γνωρίζουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα  $U_f$  των σφαιρών, όπως και την ακτίνα τους  $r_f$ . Για τον κύβο ακμής  $2\lambda$  η  $U_f$  θα προκύπτει ως ο λόγος του όγκου των 8 σφαιρών που βρίσκονται στις κορυφές του κύβου και της μιας σφαίρας που βρίσκεται στο κέντρο βάρους του κύβου, προς τον όγκο του Κύβου ακμής  $2\lambda$ , δηλαδή:

$$U_f = \frac{8 \frac{4}{3} \pi \cdot r_f^3 + \frac{4}{3} \pi \cdot r_f^3}{8 \cdot \lambda^3} \Rightarrow \lambda = r_f \sqrt[3]{\frac{9 \cdot \frac{4}{3} \pi}{8 U_f}} = r_f \cdot \sqrt[3]{\frac{3\pi}{2 U_f}}$$

Ο όγκος του Κύβου ακμής  $2\lambda$  στο κυβικό μοντέλο αντιπροσωπεύεται από τον όγκο της σφαίρας ακτίνας  $d$ , ισχύει λοιπόν:

$$8\lambda^3 = \frac{4}{3} \pi d^3 \Rightarrow d = \lambda \cdot \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 3}{4\pi}} = \lambda \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} \text{ και από (4.1)} \Rightarrow d = r_f \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{U_f}}$$

Θεωρούμε τον κύβο ακμής  $\lambda$ . Η απόσταση από το κέντρο βάρους του Κύβου έως μία εκ των κορυφών του, όπως προκύπτει από τη γεωμετρία, έχει μήκος

$\lambda \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Αν ονομάσουμε  $w$  αυτήν την απόσταση, τότε το  $w$  αντιπροσωπεύει την απόσταση του κέντρου βάρους του κύβου από τα κέντρα των σφαιριδίων που βρίσκονται στις κορυφές του.

$$w = \lambda \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Η πρώτη φάση αποτελείται από την σφαίρα που βρίσκεται στο κέντρο βάρους του κύβου. Άρα θα ισχύει:

$$a = r_f$$

Θεωρούμε ότι ο σφαιρικός φλοιός με ακτίνες  $a, b$ , κατανέμεται ισόογκα εκατέρωθεν της σφαιρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα  $w$ . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η δεύτερη φάση "απλώνεται" κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\frac{4}{3} \pi(c^3 - w^3) = \frac{4}{3} \pi(w^3 - b^3) \Rightarrow c^3 + b^3 = 2w^3$$

Ο όγκος όμως της δεύτερης φάσης ισούται με τον όγκο των 8 σφαιρών, δηλαδή:

$$\frac{4}{3} \pi(c^3 - b^3) = 8 \frac{4}{3} \pi r_f^3 \Rightarrow c^3 - b^3 = 8r_f^3$$

Από το παραπάνω σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη έχω :

$$2c^3 = 2w^3 + 8r_f^3 \Rightarrow c^3 = w^3 + \frac{8}{2}r_f^3 \Rightarrow c = \sqrt[3]{w^3 + \frac{8}{2}r_f^3}$$

και αφαιρώντας κατά μέλη έχω:

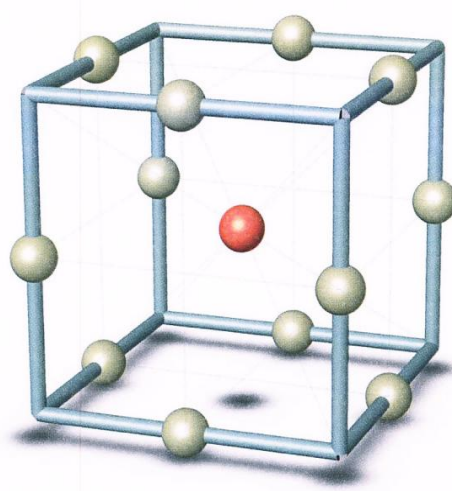
$$2b^3 = 2w^3 - 8r_f^3 \Rightarrow b^3 = w^3 - \frac{8}{2}r_f^3 \Rightarrow b = \sqrt[3]{w^3 - \frac{8}{2}r_f^3}$$

Καταφέραμε λοιπόν να εκφράσουμε τις ακτίνες  $a$ ,  $b$ ,  $c$  και  $d$  συναρτήσει των γνωστών μεγεθών  $U_f$  και  $r_f$ .

### 4.3 Τετραφασικό κυβικό μοντέλο 2

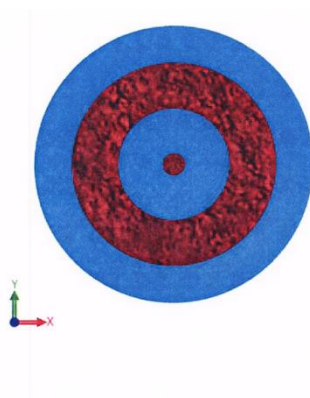
Σε αυτό το κυβικό μοντέλο η διάταξη των εγκλεισμάτων στο χώρο είναι η εξής:

Θεωρούμε ότι υπάρχουν 12 εγκλείσματα στα μέσα των ακμών του κύβου και 1 στο κέντρο βάρους του. Έτσι προκύπτει το παρακάτω σχήμα (σχήμα 4-5):



Σχήμα 4-5 Κυβικό μοντέλο 2

Το παραπάνω μοντέλο ανάγεται στο ισοδύναμο τετραφασικό σφαιρικό μοντέλο, τομή του οποίου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 4-6 Προσομοίωση κυβικού μοντέλου 2 με αντίστοιχο σφαιρικό (σε τομή)

Η κατ' όγκο περιεκτικότητα των κόκκων  $U_f$  είναι:

$$U_f = \frac{13 \frac{4}{3} \pi r_f^3}{(2\lambda)^3} \Rightarrow \lambda = r_f \sqrt[3]{\frac{13\pi}{6U_f}}$$

Ο όγκος του κύβου ακμής  $2\lambda$  αντιπροσωπεύεται από τον όγκο της σφαίρας ακτίνας  $d$ , ισχύει λοιπόν:

$$(2\lambda)^3 = \frac{4}{3} \pi d^3, \text{ η οποία δίνει: } d = r_f \sqrt[3]{\frac{13}{U_f}}$$

Η ακτίνα  $a$  ισούται με την ακτίνα κάθε κόκκου, δηλαδή  $a = r_f$

Η απόσταση από το κέντρο βάρους του κύβου ακμής  $\lambda$  έως το μέσο μιας εκ των ακμών του, την οποία ονομάζω  $w$  είναι:

$$w = \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda \text{ και αντικαθιστώντας το } \lambda \text{ έχω: } w = \frac{\sqrt{2}}{2} r_f \sqrt[3]{\frac{13\pi}{6U_f}}$$

Από το σύστημα των εξισώσεων:

$$c^3 - b^3 = 12r_f^3 \quad c^3 + b^3 = 2w^3$$

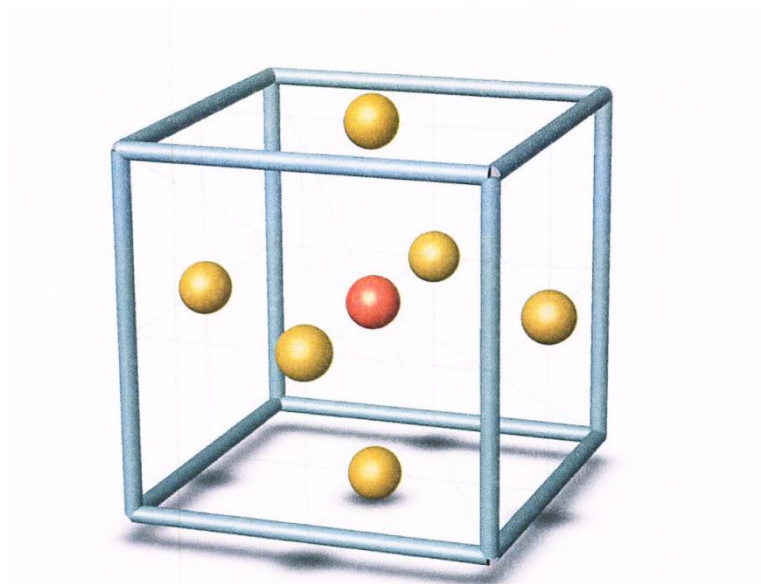
προκύπτουν οι εκφράσεις των ακτίνων  $b$ ,  $c$  στο ισοογκικό μοντέλο ως εξής:

$$b = \sqrt[3]{w^3 - 6r_f^3}$$
$$c = \sqrt[3]{w^3 + 6r_f^3}$$

#### 4.4 Τετραφασικό κυβικό μοντέλο 3

Σε αυτό το κυβικό μοντέλο η διάταξη των εγκλεισμάτων στο χώρο είναι η εξής:

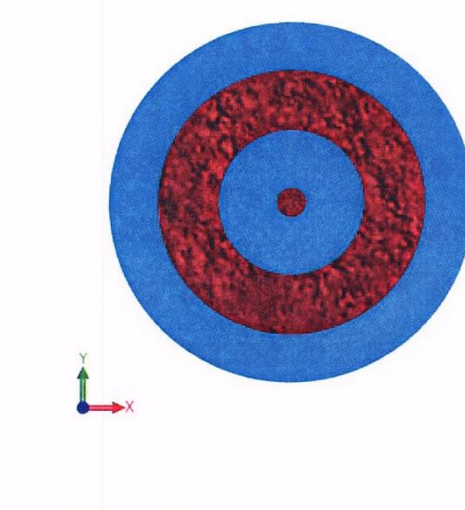
Θεωρούμε ότι υπάρχουν 6 εγκλείσματα στα κέντρα βάρους των πλευρικών επιφανειών του κύβου και 1 στο κέντρο βάρους του. Έτσι προκύπτει το παρακάτω σχήμα (σχήμα 4-7):



Σχήμα 4-7 Κυβικό μοντέλο 3



Το παραπάνω μοντέλο ανάγεται στο ισοδύναμο τετραφασικό σφαιρικό μοντέλο, τομή του οποίου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 4-8 Προσομοίωση κυβικού μοντέλου 3 με αντίστοιχο σφαιρικό (σε τομή)

Η κατ' όγκο περιεκτικότητα των κόκκων  $U_f$  είναι:

$$U_f = \frac{7 \frac{4}{3} \pi r_f^3}{(2\lambda)^3} \Rightarrow \lambda = r_f \sqrt[3]{\frac{7\pi}{6U_f}}$$

Ο όγκος του κύβου ακμής  $2\lambda$  αντιπροσωπεύεται από τον όγκο της σφαίρας ακτίνας  $d$ , ισχύει λοιπόν:

$$(2\lambda)^3 = \frac{4}{3} \pi d^3, \text{ η οποία δίνει: } d = r_f \sqrt[3]{\frac{7}{U_f}}$$

Η ακτίνα  $\alpha$  ισούται με την ακτίνα κάθε κόκκου, δηλαδή  $\alpha = r_f$

Η απόσταση από το κέντρο βάρους του κύβου ακμής  $\lambda$  έως το κέντρο βάρους μιας εκ των εδρών του, την οποία ονομάζω  $w$  είναι:

$$w = \frac{1}{2}\lambda \text{ και αντικαθιστώντας το } \lambda \text{ έχω: } w = \frac{1}{2}r_f \sqrt[3]{\frac{7\pi}{6U_f}}$$

Από το σύστημα των εξισώσεων:

$$c^3 - b^3 = 6r_f^3 \quad c^3 + b^3 = 2w^3$$

προκύπτουν οι εκφράσεις των ακτίνων  $b, c$  στο ισοογκικό μοντέλο ως εξής:

$$b = \sqrt[3]{w^3 - 3r_f^3}$$

$$c = \sqrt[3]{w^3 + 3r_f^3}$$

## 4.5 Γεωμετρικοί περιορισμοί

Στην παράγραφο αυτή θα αναλυθούν οι γεωμετρικοί περιορισμοί που προκύπτουν από το κάθε κυβικό μοντέλο, λόγω της διάταξης των μορίων των εγκλεισμάτων του σιδήρου που θεωρούμε κάθε φορά. Επειδή όπως αναφέρθηκε και στην αρχή του κεφαλαίου 4, σε πρώτη προσέγγιση παραβλέψαμε την ύπαρξη ενδιάμεσου φάσεως, θα εξετάσουμε τους γεωμετρικούς περιορισμούς στα τετραφασικά μοντέλα μας, παραβλέποντας την όποια επίδραση της σε αυτούς.

#### 4.5.1 Γεωμετρικοί περιορισμοί στο τετραφασικό κυβικό μοντέλο 1

$$b > 0 \Leftrightarrow w^3 - 4r_f^3 > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \frac{9\pi}{6U_f} r_f^3 - 4r_f^3 > 0 \Leftrightarrow U_f < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \frac{9\pi}{24} \Leftrightarrow U_f < 0.765196$$

$$a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3 \Leftrightarrow r_f^3 < w^3 - 4r_f^3 \Leftrightarrow r_f^3 < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \frac{9\pi}{6U_f} r_f^3 - 4r_f^3 \Leftrightarrow U_f < \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 9\pi}{30} \Leftrightarrow U_f < 0.612157$$

$$c < d \Leftrightarrow c^3 < d^3 \Leftrightarrow w^3 + 4r_f^3 < r_f^3 \frac{9}{U_f} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \frac{9\pi}{6U_f} r_f^3 + 4r_f^3 < 9 \frac{r_f^3}{U_f} \Leftrightarrow U_f < \frac{9[6 - \pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3]}{24}$$

$$\Leftrightarrow U_f < 1.48$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω θα πρέπει  $U_f < U_{f(\min)} \Leftrightarrow U_f < 0,612157$

#### 4.5.2 Γεωμετρικοί περιορισμοί στο τετραφασικό κυβικό μοντέλο 2

$$b > 0 \Leftrightarrow w^3 - 6r_f^3 > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{13\pi}{6U_f} r_f^3 - 6r_f^3 > 0 \Leftrightarrow U_f < \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{13\pi}{6 \cdot 6} \Leftrightarrow U_f < 0.401093$$

$$a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3 \Leftrightarrow r_f^3 < w^3 - 6r_f^3 \Leftrightarrow r_f^3 < \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{13\pi}{6U_f} r_f^3 - 6r_f^3 \Leftrightarrow U_f < \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 13\pi}{3 \cdot 14} \Leftrightarrow U_f < 0.343794$$

$$c < d \Leftrightarrow c^3 < d^3 \Leftrightarrow w^3 + 6r_f^3 < r_f^3 \frac{13}{U_f} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{13\pi}{6U_f} r_f^3 + 6r_f^3 < 13 \frac{r_f^3}{U_f} \Leftrightarrow U_f < \frac{13[6 - \pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3]}{3 \cdot 12}$$

$$\Leftrightarrow U_f < 1.76$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω θα πρέπει  $U_f < U_{f(\min)} \Leftrightarrow U_f < 0,343794$

### 4.5.3 Γεωμετρικοί περιορισμοί στο τετραφασικό κυβικό μοντέλο 3

$$b > 0 \Leftrightarrow w^3 - 3r_f^3 > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{7\pi}{6U_f} r_f^3 - 3r_f^3 > 0 \Leftrightarrow U_f < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{7\pi}{6 \cdot 3} \Leftrightarrow U_f < 0.152716$$

$$a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3 \Leftrightarrow r_f^3 < w^3 - 3r_f^3 \Leftrightarrow r_f^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{7\pi}{6U_f} r_f^3 - 3r_f^3 \Leftrightarrow U_f < \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 7\pi}{3 \cdot 8} \Leftrightarrow U_f < 0.114537$$

$$c < d \Leftrightarrow c^3 < d^3 \Leftrightarrow w^3 + 3r_f^3 < r_f^3 \frac{7}{U_f} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{7\pi}{6U_f} r_f^3 + 3r_f^3 < 7 \frac{r_f^3}{U_f} \Leftrightarrow U_f < \frac{7[6 - \pi\left(\frac{1}{2}\right)^3]}{3 \cdot 6}$$

$$\Leftrightarrow U_f < 2.18$$

Επομένως η μέγιστη δυνατή κατ' όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα για κάθε μοντέλο, όπως αυτή προκύπτει από τους εκάστοτε γεωμετρικούς περιορισμούς δίδεται στον παρακάτω πίνακα:

**Πίνακας 4-1 Μέγιστη δυνατή κατ' όγκο περιεκτικότητα εγκλεισμάτων ( $U_f$ ) ανά μοντέλο**

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΚΥΒΙΚΟ 1	ΚΥΒΙΚΟ 2	ΚΥΒΙΚΟ 3
Μέγιστη δυνατή κατ' όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα ( $U_f$ )%	61,22%	34,38%	11,45%

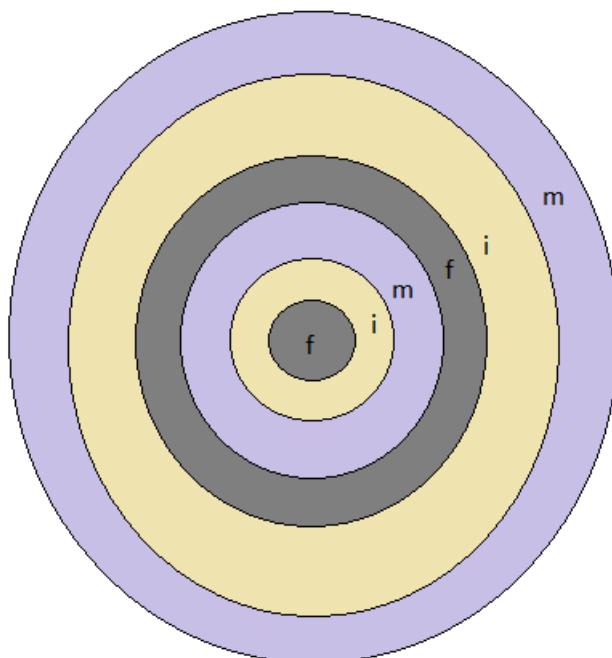
## 5 ΤΟ ΕΞΑΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

### 5.1 Γενικά

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναλύσαμε μία σειρά από γεωμετρικά μοντέλα διάταξης εγκλεισμάτων στο χώρο. Η ανάλυση καθενός από αυτά τα μοντέλα στηρίχτηκε στην προσομοίωση τους με ένα αντίστοιχο σφαιρικό τετραφασικό μοντέλο, αποτελούμενο μόνο από φάσεις εγκλεισμάτων και μήτρας, ενώ εσκεμμένα παραβλέψαμε την ύπαρξη ενδιάμεσου φάσεως.

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναλύσουμε το σφαιρικό εξαφασικό μοντέλο που θα προκύψει αν θεωρήσουμε την ύπαρξη ενδιάμεσου φάσεως ανάμεσα σε κάθε ζευγάρι φάσεων εγκλείσματος-μήτρας.

Η τομή του μοντέλου αυτού φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 5-1):



Σχήμα 5-1 Εξαφασικό σφαιρικό μοντέλο (σε τομή)

όπου:

$f$ : φάση εγκλεισμάτων (filler)

$i$ : ενδιάμεση φάση (interphase)

$m$ : μήτρα (matrix)

Το εξαφασικό μοντέλο που χρησιμοποιούμε αποτελείται από δύο περιοχές εγκλεισμάτων κόκκων σιδήρου (περιοχές 1 και 4) και δύο περιοχές μήτρας εποξειδικής ρητίνης (περιοχές 3 και 6). Ανάμεσα σε αυτές θεωρούμε ότι αναπτύσσεται περιοχή ενδιάμεσης φάσης (περιοχές 2 και 5).

Το μέσο μέτρο ελαστικότητας σε αυτές καθώς και ο μέσος λόγος Poisson που τους αντιστοιχεί  $E_2$ ,  $E_5$  και  $\nu_2$ ,  $\nu_5$  χρειάζεται αρχικά να προσδιοριστούν όπως και οι ακτίνες που αντιστοιχούν στα όρια της κάθε περιοχής, ώστε στη συνέχεια να γίνει εφικτός ο υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας  $E_c$  του συνθετου υλικού καθώς και ο λόγος Poisson  $\nu_c$ .

## 5.2 Υπολογισμός ακτίνων του ισοδύναμου εξαφασικού μοντέλου

Γνωρίζουμε ότι :

$$E_1 = E_4 = E_f = 210\text{GPa}$$

και

$$E_3 = E_6 = E_m = 3,5\text{GPa}$$

Αν με  $U_f$  συμβολίσουμε την συνολική κατά όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος τότε θα ισχύει,

$$U_f = U_1 + U_4$$

Όμως θα είναι επίσης,

$$\frac{U_1}{U_4} = \frac{\frac{4}{3}\pi R_1^3}{\frac{4}{3}\pi(R_4^3 - R_3^3)} = \frac{R_1^3}{R_4^3 - R_3^3} = \gamma$$

Άρα αντικαθιστώντας στην παραπάνω προκύπτει:

$$U_f = \gamma U_4 + U_4$$

και άρα συνεπάγεται ότι

$$U_4 = \frac{U_f}{\gamma + 1}$$

και

$$U_1 = U_f - U_4$$

Συμβολίζοντας με  $U_i$  το κατά όγκο ποσοστό της συνολικής ενδιάμεσης φάσης στο σύνθετο υλικό θα είναι συνολικά:

$$U_i = U_2 + U_5$$

Κάνοντας την παραδοχή ότι η ενδιάμεση φάση μπορεί να θεωρηθεί ως αλλοιωμένη μήτρα και ότι η αναλογία της σε σχέση με το υλικό του εγκλείσματος θα είναι σταθερή και στις δύο περιοχές εμφάνισής της θα ισχύει ότι:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_4}{U_5}$$

Ο παραπάνω λόγος σύμφωνα με τις προηγούμενες σχέσεις ισοδυναμεί με :

$$\frac{U_2}{U_5} = \frac{U_1}{U_4} = \gamma \Rightarrow U_i = (\gamma + 1)U_5$$

$$U_5 = \frac{U_i}{\gamma + 1}$$

και άρα προκύπτει,

$$U_2 = \gamma U_5$$

Για τις κατα όγκο περιεκτικότητες των φάσεων 3, 5, 6 θα ισχύει κατά τα γνωστά:

$$U_2 = \frac{\frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)}{\frac{4}{3}\pi(R_6^3)} = \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_6^3}$$

$$U_3 = \frac{\frac{4}{3}\pi(R_3^3 - R_2^3)}{\frac{4}{3}\pi(R_6^3)} = \frac{R_3^3 - R_2^3}{R_6^3}$$

$$U_6 = \frac{\frac{4}{3}\pi(R_6^3 - R_5^3)}{\frac{4}{3}\pi(R_6^3)} = \frac{R_6^3 - R_5^3}{R_6^3}$$

$$U_5 = \frac{\frac{4}{3}\pi(R_5^3 - R_4^3)}{\frac{4}{3}\pi(R_6^3)} = \frac{R_5^3 - R_4^3}{R_6^3}$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις για κάθε γνωστό ζεύγος τιμών ( $U_f$ ,  $U_i$ ) προκύπτουν οι σχέσεις για τον υπολογισμό των ακτίνων στα όρια της κάθε ενδιάμεσης φάσης:

$$R_5 = (U_5 R_6^3 + R_4^3)^{\frac{1}{3}}$$

και



$$R_2 = (U_2 R_6^3 + R_1^3)^{\frac{1}{3}}$$

Όπως έχουμε ήδη παρουσιάσει στο κεφάλαιο 4 οι ακτίνες  $R_1, R_4, R_3, R_6$  υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$R_1 = r_f = 75\mu\text{m}$$

$$R_6 = d = r_f \sqrt[3]{\frac{9}{U_f}}$$

$$R_3 = b = \sqrt[3]{w^3 - 4r_f^3}, \text{ όπου } w = \lambda \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ και } \lambda = r_f \sqrt[3]{\frac{3\pi}{2U_f}}$$

$$R_4 = c = \sqrt[3]{w^3 + 4r_f^3}$$

Από τον πίνακα 5-1 (του οποίου τα δεδομένα είναι πειραματικά τεκμηριωμένα), σε κάθε σύσταση  $U_f$  αντιστοιχεί μια σύσταση  $U_i$  για το σύνολο της ενδιάμεσης φάσης. Έτσι έχουμε τα ζεύγη :

Πίνακας 5-1 Πίνακας ζευγών  $U_f - U_i$

$U_f$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
$U_i$	0,0013	0,004	0,013	0,02	0,05

Όποτε χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις για κάθε ζεύγος τιμών ( $U_f$ ,  $U_i$ ) υπολογίζονται οι ακτίνες στα όρια της κάθε ενδιάμεσης φάσης καθώς και οι αντίστοιχες τους κατ' όγκο περιεκτικότητες.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν σε κάθε περίπτωση σύστασης. Όλες οι ακτίνες είναι σε  $\mu\text{m}$  :

**Πίνακας 5-2 Ακτίνες φάσεων συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας σε εγκλείσματα**

$U_f$	$U_i$	$R_1(\mu\text{m})$	$R_2(\mu\text{m})$	$R_3(\mu\text{m})$	$R_4(\mu\text{m})$	$R_5(\mu\text{m})$	$R_6(\mu\text{m})$
0,05	0,0013	75	75,64445	289,0013	301,8877	302,2083	423,4662
0,10	0,004	75	75,98696	223,9054	244,4103	245,1613	336,1054
0,15	0,013	75	77,10692	190,5704	217,5483	219,5892	293,6151
0,20	0,02	75	78,34829	168,3208	201,1916	205,0097	266,767
0,25	0,05	75	79,69939	151,5045	189,9407	195,983	247,6445

Ενώ η περιεκτικότητα της κάθε φάσης για κάθε περίπτωση σύστασης είναι :

Πίνακας 5-3 Κατ' όγκο περιεκτικότητα κάθε φάσης ανά περίπτωση σύστασης (κατ' όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα)

$U_f$	$U_i$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$
0,05	0,0013	0,005556	0,000144	0,312165	0,044444	0,001156	0,636535
0,10	0,004	0,011111	0,000444	0,284087	0,088889	0,003556	0,611913
0,15	0,013	0,016667	0,001444	0,25531	0,133333	0,011556	0,58169
0,20	0,02	0,022222	0,003111	0,225865	0,177778	0,024889	0,546135
0,25	0,05	0,027778	0,005556	0,195643	0,222222	0,044444	0,504357

### 5.3 Υπολογισμός ελαστικών σταθερών ενδιάμεσου φάσεως

Η φυσική συμπεριφορά του σύνθετου υλικού εξαρτάται ξεχωριστά από τις ιδιότητες των εγκλεισμάτων και της μήτρας, καθώς και από την αλληλεπίδρασή τους. Αυτή η αλληλεπίδραση μεταξύ μήτρας και εγκλεισμάτων είναι δυνατό να ληφθεί υπόψη υπό τη μορφή της ενδιάμεσης περιοχής-φάσης, η οποία δημιουργείται κατά την παραγωγή του σύνθετου υλικού και παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο στην εν γένει θερμομηχανική συμπεριφορά του.

Γενικά, σε όλα τα προαναφερθέντα σφαιρικά μοντέλα, το μέτρο ελαστικότητας  $E_i$  και ο λόγος Poisson  $\nu_i$  της ενδιάμεσης φάσης μπορούν να εκφραστούν ως ένα πολυώνυμο  $n$  βαθμού με μεταβλητή την ακτίνα  $r$ .

Δηλαδή, θα έχουμε:

$$E_i(r) = f(r) \text{ και } v_i(r) = g(r)$$

ή

$$E_i(r) = Ar^n + Br^{n-1} + Cr^{n-2} + \dots, \quad v_i(r) = A'r^n + B'r^{n-1} + C'r^{n-2} + \dots$$

όπου

$$r_f \leq r \leq r_i$$

Για λόγους απλούστευσης των υπολογισμών, θα μελετήσουμε στην παρούσα εργασία τα εξής μαθηματικά μοντέλα συσχέτισης  $E_i - r$  (δηλ.  $E_i(r)$ ) και  $v_i - r$  (δηλ.  $v_i(r)$ ):

- Γραμμικό μοντέλο
- Παραβολικό μοντέλο
- Εκθετικό μοντέλο
- Υπερβολικό μοντέλο
- Λογαριθμικό μοντέλο

Θεωρούμε ότι  $E_m \leq E_i(r) \leq E_f$  και  $v_f \leq v_i(r) \leq v_m$ , όταν  $r_f \leq r \leq r_i$ . Οι οριακές συνθήκες τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε είναι:

$$\text{Στο } r = r_f : E_i(r) = \eta E_f \text{ και } v_i(r) = \xi v_f$$

$$\text{Στο } r = r_i : E_i(r) = E_m \text{ και } v_i(r) = v_m$$

Δεχόμαστε δηλαδή, ότι τα  $E_i(r)$  και  $v_i(r)$  της ενδιάμεσης φάσης στο όριο αυτής με την μήτρα είναι ίσα με  $E_m$  και  $v_m$  αντιστοίχως, ενώ στο όριο

αυτής με το έγκλεισμα είναι τμήμα των  $E_f$  και  $\nu_f$  αντιστοίχως, που εκφράζεται με τους συντελεστές  $n$  και  $\xi$ . Όμως, για να εκτιμήσουμε την μεγίστη δυνατή επίδραση της ενδιάμεσης φάσης, θα θεωρήσουμε ότι τα  $E_i(r)$  και  $\nu_i(r)$  στο όριο αυτής με το έγκλεισμα είναι ίσα με  $E_f$  και  $\nu_f$  αντιστοίχως, δηλαδή ότι  $\eta = \xi = 1$ .

### 5.3.1 Γραμμικό μοντέλο

Σύμφωνα με αυτήν την μεταβολή τα  $E_i(r)$  και  $\nu_i(r)$  μεταβάλλονται ως εξής:

$$E_i(r) = A + Br$$

και

$$\nu_i(r) = A' + B'r$$

με

$$r_f \leq r \leq r_i$$

Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες προκύπτει:

$$A = nE_f + \frac{nE_f - E_m}{r_i - r_f} r_f$$

$$B = \frac{nE_f - E_m}{r_i - r_f}$$

Για τον υπολογισμό της μέσης τιμής του μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης περιοχής θα ισχύει ότι

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} E_i(r) dV = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} (A - Br) 4\pi r^2 dr = \frac{1}{V_i} 4\pi \left[ A \frac{r^3}{3} - B \frac{r^4}{4} \right]_{r_f}^{r_i}$$

Όπου  $dV$  ο όγκος της στοιχειώδους περιοχής της ενδιάμεσης φάσης ίσος με:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \implies \frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$$

Επομένως προκύπτει:

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} 4\pi \left[ \frac{A}{3} (r_i^3 - r_f^3) - \frac{B}{4} (r_i^4 - r_f^4) \right]$$

### 5.3.2 Παραβολικό μοντέλο

Σύμφωνα με αυτήν την μεταβολή τα  $E_i(r)$  και  $v_i(r)$  μεταβάλλονται ως εξής:

$$E_i(r) = Ar^2 + Br + C$$

και

$$v_i(r) = A'r^2 + B'r + C'$$

με

$$r_f \leq r \leq r_i$$

Για τον υπολογισμό των  $A, B, C$  και  $A', B', C'$ , εκτός από τις προαναφερθείσες οριακές συνθήκες θα θεωρήσουμε ότι η  $E_i(r)$  παρουσιάζει ελάχιστο και η  $v_i(r)$  παρουσιάζει μέγιστο για  $r=r_i$ . Δηλαδή:

Στο

$$r = r_i: \frac{dE_i(r)}{dr} = 0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2E_i(r)}{dr^2} > 0$$

και

$$\frac{dv_i(r)}{dr} = 0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2v_i(r)}{dr^2} < 0$$

Έτσι βρίσκουμε:

$$A = \frac{nE_f - E_m}{(r_i - r_f)^2}$$

$$B = - \frac{(nE_f - E_m)2r_i}{(r_i - r_f)^2}$$

$$C = \frac{nE_f r_i^2 + E_m r_f - 2E_m r_f r_i}{(r_i - r_f)^2}$$

Για τον υπολογισμό της μέσης τιμής του μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης περιοχής θα ισχύει όπως και παραπάνω ότι:

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} E_i(r) dV = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} (Ar^2 + Br + C) 4\pi r^2 dr$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει:

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} 4\pi \left[ \frac{A}{5} (r_i^5 - r_f^5) + \frac{B}{4} (r_i^4 - r_f^4) + \frac{C}{3} (r_i^3 - r_f^3) \right]$$

### 5.3.3 Εκθετικό μοντέλο

Σύμφωνα με αυτήν την μεταβολή το  $E_i(r)$  μεταβάλλεται ως εξής:

$$E = Ae^{Br}$$

Με τις προαναφερθείσες οριακές συνθήκες βρίσκουμε:

$$E_m = Ae^{Br_i}$$

$$nE_f = Ae^{Br_f}$$

Διαιρώντας κατά μέλη προκύπτει :

$$\frac{E_m}{nE_f} = e^{B(r_i - r_f)} \Rightarrow \ln\left(\frac{E_m}{nE_f}\right) = B(r_i - r_f) \Rightarrow B = \frac{\ln\left(\frac{E_m}{nE_f}\right)}{(r_i - r_f)}$$

και

$$A = \frac{E_m}{e^{Br_i}}$$

Για την μέση τιμή του μέτρου ελαστικότητας  $E_i(r)$  θα ισχύει ότι:

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} E_i(r) dV = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} Ae^{Br} 4\pi r^2 dr \Rightarrow$$

$$\bar{E}_i = \frac{4\pi}{V_i} A \int_{r_f}^{r_i} e^{Br} 4r^2 dr$$

και τελικά προκύπτει:

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i B^3} 4\pi A [e^{Br_i} (Br_i (Br_i - 2) + 2) - e^{Br_f} (Br_f (Br_f - 2) + 2)]$$



### 5.3.4 Υπερβολικό μοντέλο

Σύμφωνα με αυτήν την μεταβολή το  $E_i(r)$  μεταβάλλεται ως εξής:

$$E_i(r) = A + \frac{B}{r}$$

Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες που αναφέρθηκαν παραπάνω, προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις για τις σταθερές  $A$  και  $B$ :

$$B = \frac{r_i r_f}{r_i - r_f} (nE_f - E_m)$$

$$A = nE_f - \frac{B}{r_f}$$

Για την μέση τιμή του μέτρου ελαστικότητας  $E_i(r)$ , θα ισχύει όπως και για τις προηγούμενες προγεγίσεις ότι:

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} E_i(r) dV$$

Οπότε αντικαθιστώντας προκύπτει,

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} \left( A + \frac{B}{r} \right) 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} (Ar^2 + Br) dr \Rightarrow$$

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} 4\pi \left[ \frac{A}{3} r^3 + \frac{B}{2} r^2 \right]_{r_f}^{r_i}$$

Άρα τελικά :

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} 4\pi \left[ \frac{A}{3} (r_i^3 - r_f^3) + \frac{B}{2} (r_i^2 - r_f^2) \right]$$

### 5.3.5 Λογαριθμικό μοντέλο

Σύμφωνα με αυτήν την μεταβολή το  $E_i(r)$  μεταβάλλεται ως εξής:

$$E_i(r) = A \ln\left(\frac{B}{r}\right)$$

όπου χρησιμοποιώντας τις οριακές συνθήκες προκύπτουν οι τιμές των σταθερών ίσες με :

$$A = \frac{nE_f - E_m}{\ln \frac{r_i}{r_f}}$$

$$B = r_i e^{\frac{E_m}{A}}$$

Για την μέση τιμή του μέτρου ελαστικότητας  $E_i(r)$  θα ισχύει

$$\begin{aligned} \bar{E}_i &= \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} E_i(r) dV = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} A \ln\left(\frac{B}{r}\right) 4\pi r^2 dr \\ &= \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} A (\ln B - \ln r) 4\pi r^2 dr \\ &= \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} A \ln B 4\pi r^2 dr - \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} A \ln r 4\pi r^2 dr \end{aligned}$$

Οπότε τελικά προκύπτει,

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V_i} 4\pi A \ln B \frac{r_i^3 - r_f^3}{3} - \frac{4\pi A}{V_i} \left[ \frac{3r^3 \ln r - r^3}{9} \right]_{r_f}^{r_i}$$

⇒

$$\bar{E}_i = \frac{4\pi A \ln B}{V_i} \frac{(r_i^3 - r_f^3)}{3} - \frac{4\pi A}{9V_i} (3r_i^3 \ln r_i - r_i^3 - 3r_f^3 \ln r_f + r_f^3)$$

Και στις πέντε παράπανω προσεγγίσεις που εξετάσαμε η διαδικασία για την εύρεση των  $v_i$  και είναι ακριβώς η ίδια όπως άλλωστε εξηγήσαμε ήδη, γι αυτό και οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν ακριβώς όπως είναι και για τα  $v_i$ . Αυτό που αλλάζει μόνο είναι οι τιμές των συντελεστών που έχουμε βάλει ( οι τιμές των  $A$  και  $B$  δηλαδή), οι οποίες προσδιορίζονται με βάση τις οριακές τιμές του λόγου Poisson στα όρια των δύο φάσεων.

Οι τιμές των  $E_i$  και  $v_i$  της ενδιαμέσου φάσεως, για κάθε ακτίνα, καθώς και η μορφή της συνάρτησής τους σε σχέση με την ακτίνα  $r$  του ισοδύναμου εξαφασικού μας μοντέλου, σχεδιάστηκαν για την φάση 2, το κυβικό μοντέλο 2 και για μέγιστη επίδραση της ενδιαμέσου φάσεως, δηλαδή για  $n=\xi=1$ , και φαίνονται στους πίνακες και τις γραφικές παραστάσεις που ακολουθούν.

## 5.4 Πίνακες - Διαγράμματα ενδιαμέσου φάσεως - Συμπεράσματα

### 5.4.1 Πίνακες $E_{i1}$ - r για τα διάφορα μαθηματικά μοντέλα

Πίνακας 5-4

r ( $\mu\text{m}$ )	$E_i$ (Γρα) (Γραμμικό Μοντέλο)				
	$\eta= 0,2$	$\eta= 0,4$	$\eta= 0,6$	$\eta= 0,8$	$\eta= 1$
75,00	42,00	84,00	126,00	168,00	210,00
75,06	38,15	75,95	113,75	151,55	189,35
75,13	34,30	67,90	101,50	135,10	168,70
75,19	30,45	59,85	89,25	118,65	148,05
75,26	26,60	51,80	77,00	102,20	127,40
75,32	22,75	43,75	64,75	85,75	106,75
75,39	18,90	35,70	52,50	69,30	86,10
75,45	15,05	27,65	40,25	52,85	65,45
75,52	11,20	19,60	28,00	36,40	44,80
75,58	7,35	11,55	15,75	19,95	24,15
75,64	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50

Πίνακας 5-5

r ( $\mu\text{m}$ )	$E_i$ (Γρα) (Παραβολικό Μοντέλο)				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
75,00	42,00	84,00	126,00	168,00	210,00
75,06	34,69	68,71	102,73	136,74	170,77
75,13	28,14	55,02	81,90	108,78	135,66
75,19	22,37	42,95	63,53	84,11	104,69
75,26	17,36	32,48	47,60	62,72	77,84
75,32	13,13	23,63	34,13	44,63	55,13
75,39	9,66	16,38	23,10	29,82	36,54
75,45	6,97	10,75	14,53	18,30	22,09
75,52	5,04	6,72	8,40	10,08	11,76
75,58	3,89	4,31	4,73	5,14	5,57
75,64	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50

Πίνακας 5-6

r (μm)	E <sub>i</sub> (Γρα) (Υπερβολικό Μοντέλο)				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
75,00	42,00	84,00	126,00	168,00	210,00
75,06	38,10	75,85	113,61	151,36	189,11
75,13	34,22	67,73	101,24	134,75	168,27
75,19	30,34	59,63	88,91	118,20	147,48
75,26	26,48	51,55	76,62	101,68	126,75
75,32	22,62	43,49	64,35	85,21	106,08
75,39	18,78	35,45	52,12	68,78	85,45
75,45	14,94	27,43	39,91	52,40	64,88
75,52	11,12	19,43	27,74	36,06	44,37
75,58	7,30	11,46	15,61	19,76	23,91
75,64	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50

Πίνακας 5-7

r (μm)	E <sub>i</sub> (Γρα) (Λογαριθμικό Μοντέλο)				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
75,00	42,00	84,00	126,00	168,00	210,00
75,06	38,13	75,90	113,68	151,45	189,23
75,13	34,26	67,82	101,37	134,93	168,48
75,19	30,40	59,74	89,08	118,42	147,77
75,26	26,54	51,67	76,81	101,94	127,08
75,32	22,69	43,62	64,55	85,48	106,41
75,39	18,84	35,57	52,31	69,04	85,78
75,45	15,00	27,54	40,08	52,62	65,17
75,52	11,16	19,52	27,87	36,23	44,58
75,58	7,33	11,50	15,68	19,85	24,03
75,64	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50

Πίνακας 5-8

r (μm)	E <sub>i</sub> (Gpa) (Εκθετικό Μοντέλο)				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
75,00	42,00	84,00	126,00	168,00	210,00
75,06	32,76	61,13	88,05	114,07	139,45
75,13	25,55	44,49	61,53	77,46	92,60
75,19	19,93	32,38	43,00	52,59	61,49
75,26	15,54	23,56	30,05	35,71	40,83
75,32	12,12	17,15	21,00	24,25	27,11
75,39	9,46	12,48	14,68	16,47	18,00
75,45	7,38	9,08	10,26	11,18	11,95
75,52	5,75	6,61	7,17	7,59	7,94
75,58	4,49	4,81	5,01	5,15	5,27
75,64	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50

Πίνακας 5-9

r (μm)	E <sub>i</sub> ( για η= 1)				
	Γραμμικό	Παραβολικό	Υπερβολικό	Λογαριθμικό	Εκθετικό
75,00	210,000	210,000	210,000	210,000	210,000
75,00	189,350	170,765	189,106	189,228	139,445
75,00	168,700	135,660	168,266	168,483	92,595
75,00	148,050	104,685	147,482	147,766	61,486
75,00	127,400	77,840	126,751	127,076	40,828
75,00	106,750	55,125	106,075	106,413	27,111
75,00	86,100	36,540	85,453	85,776	18,002
75,00	65,450	22,085	64,885	65,167	11,954
75,00	44,800	11,760	44,370	44,585	7,938
75,00	24,150	5,565	23,908	24,029	5,271
75,00	3,500	3,500	3,500	3,500	3,500

## 5.4.2 Πίνακες $v_2 - r$ για τα διάφορα μαθηματικά μοντέλα

Πίνακας 5-10

r ( $\mu\text{m}$ )	$v_i$ (Γραμμικό Μοντέλο)				
	$\eta= 0,2$	$\eta= 0,4$	$\eta= 0,6$	$\eta= 0,8$	$\eta= 1$
75,00	0,058	0,116	0,174	0,232	0,290
75,06	0,088	0,140	0,193	0,245	0,297
75,13	0,118	0,165	0,211	0,258	0,304
75,19	0,149	0,189	0,230	0,270	0,311
75,26	0,179	0,214	0,248	0,283	0,318
75,32	0,209	0,238	0,267	0,296	0,325
75,39	0,239	0,262	0,286	0,309	0,332
75,45	0,269	0,287	0,304	0,322	0,339
75,52	0,300	0,311	0,323	0,334	0,346
75,58	0,330	0,336	0,341	0,347	0,353
75,64	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360

Πίνακας 5-11

r ( $\mu\text{m}$ )	$v_i$ (Παραβολικό Μοντέλο)				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
75,00	0,058	0,116	0,174	0,232	0,290
75,06	0,115	0,162	0,209	0,256	0,303
75,13	0,167	0,204	0,241	0,278	0,315
75,19	0,212	0,240	0,269	0,297	0,326
75,26	0,251	0,272	0,293	0,314	0,335
75,32	0,284	0,299	0,313	0,328	0,342
75,39	0,312	0,321	0,330	0,340	0,349
75,45	0,333	0,338	0,343	0,348	0,354
75,52	0,348	0,350	0,353	0,355	0,357
75,58	0,357	0,358	0,358	0,359	0,359
75,64	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360

Πίνακας 5-12

r (μm)	v <sub>i</sub> (Υπερβολικό Μοντέλο)				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
75,00	0,058	0,116	0,174	0,232	0,290
75,06	0,089	0,141	0,193	0,245	0,297
75,13	0,119	0,165	0,212	0,258	0,304
75,19	0,149	0,190	0,230	0,271	0,311
75,26	0,180	0,214	0,249	0,284	0,318
75,32	0,210	0,239	0,268	0,296	0,325
75,39	0,240	0,263	0,286	0,309	0,332
75,45	0,270	0,287	0,305	0,322	0,339
75,52	0,300	0,312	0,323	0,335	0,346
75,58	0,330	0,336	0,342	0,347	0,353
75,64	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360

Πίνακας 5-13

r (μm)	v <sub>i</sub> (Λογαριθμικό Μοντέλο)				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
75,00	0,058	0,116	0,174	0,232	0,290
75,06	0,088	0,141	0,193	0,245	0,297
75,13	0,119	0,165	0,211	0,258	0,304
75,19	0,149	0,190	0,230	0,271	0,311
75,26	0,179	0,214	0,249	0,283	0,318
75,32	0,209	0,238	0,267	0,296	0,325
75,39	0,240	0,263	0,286	0,309	0,332
75,45	0,270	0,287	0,304	0,322	0,339
75,52	0,300	0,311	0,323	0,335	0,346
75,58	0,330	0,336	0,342	0,347	0,353
75,64	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360



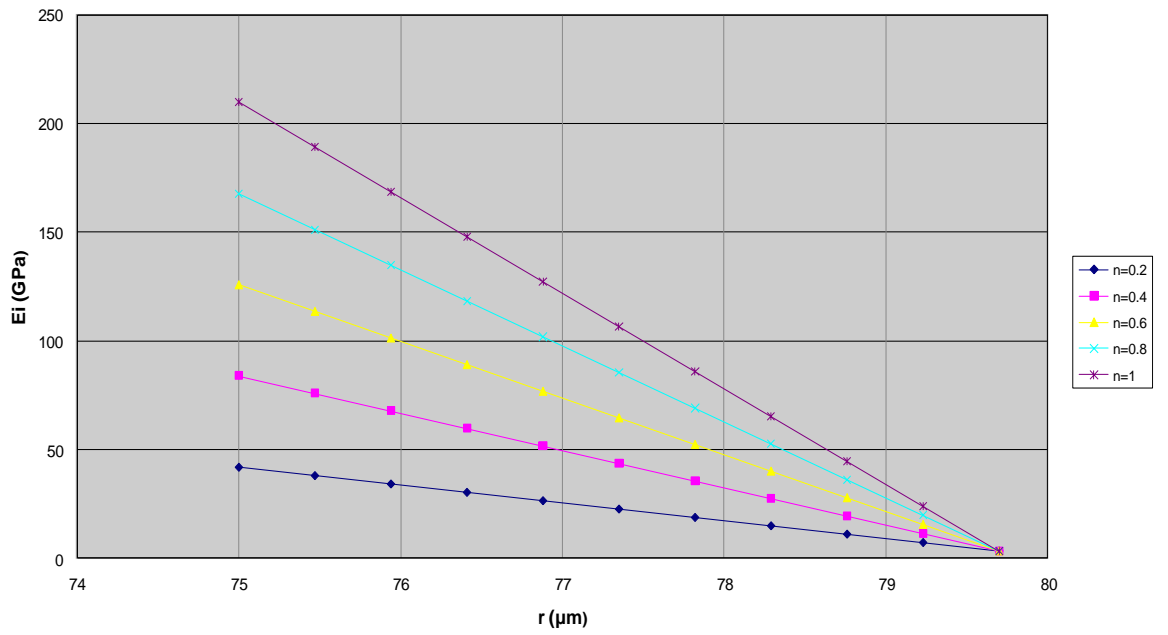
Πίνακας 5-14

r (μm)	v <sub>i</sub> (Εκθετικό Μοντέλο)				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
75,00	0,058	0,116	0,174	0,232	0,290
75,06	0,070	0,130	0,187	0,242	0,296
75,13	0,084	0,145	0,201	0,253	0,303
75,19	0,100	0,163	0,216	0,265	0,309
75,26	0,120	0,182	0,233	0,277	0,316
75,32	0,144	0,204	0,250	0,289	0,323
75,39	0,173	0,229	0,269	0,302	0,330
75,45	0,208	0,256	0,289	0,316	0,337
75,52	0,250	0,287	0,311	0,330	0,345
75,58	0,300	0,321	0,335	0,345	0,352
75,64	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360

Πίνακας 5-15

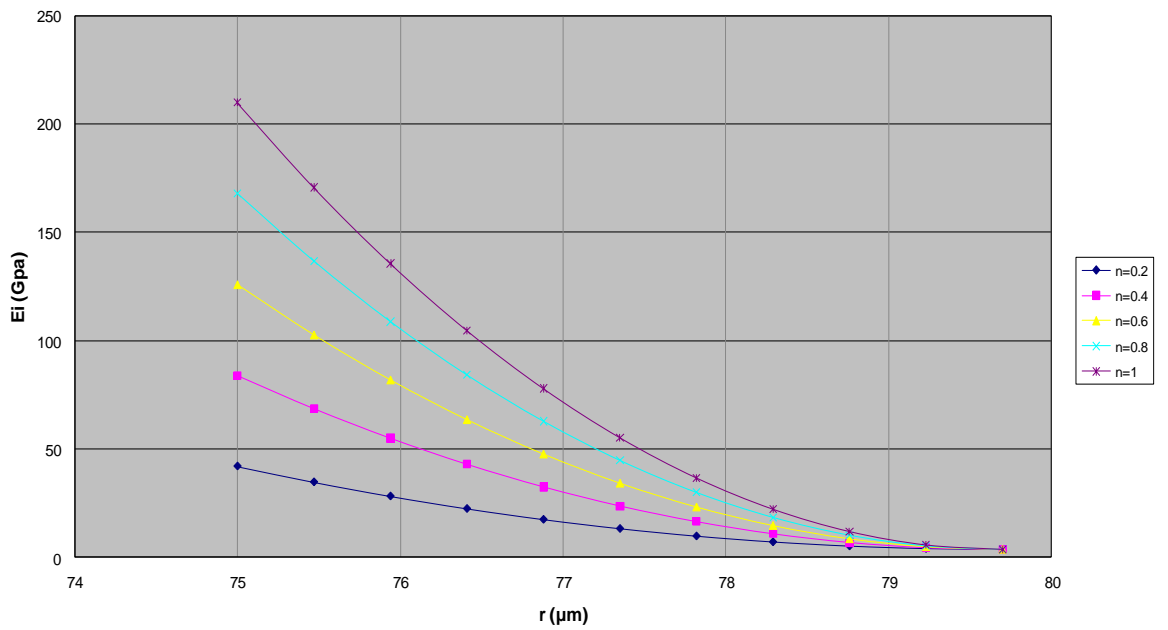
r (μm)	v <sub>i</sub> ( για η= 1)				
	Γραμμικό	Παραβολικό	Υπερβολικό	Λογαριθμικό	Εκθετικό
75,00	0,290	0,290	0,290	0,290	0,290
75,06	0,297	0,303	0,297	0,297	0,296
75,13	0,304	0,315	0,304	0,304	0,303
75,19	0,311	0,326	0,311	0,311	0,309
75,26	0,318	0,335	0,318	0,318	0,316
75,32	0,325	0,342	0,325	0,325	0,323
75,39	0,332	0,349	0,332	0,332	0,330
75,45	0,339	0,354	0,339	0,339	0,337
75,52	0,346	0,357	0,346	0,346	0,345
75,58	0,353	0,359	0,353	0,353	0,352
75,64	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360

### Ε<sub>i</sub> - r : ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



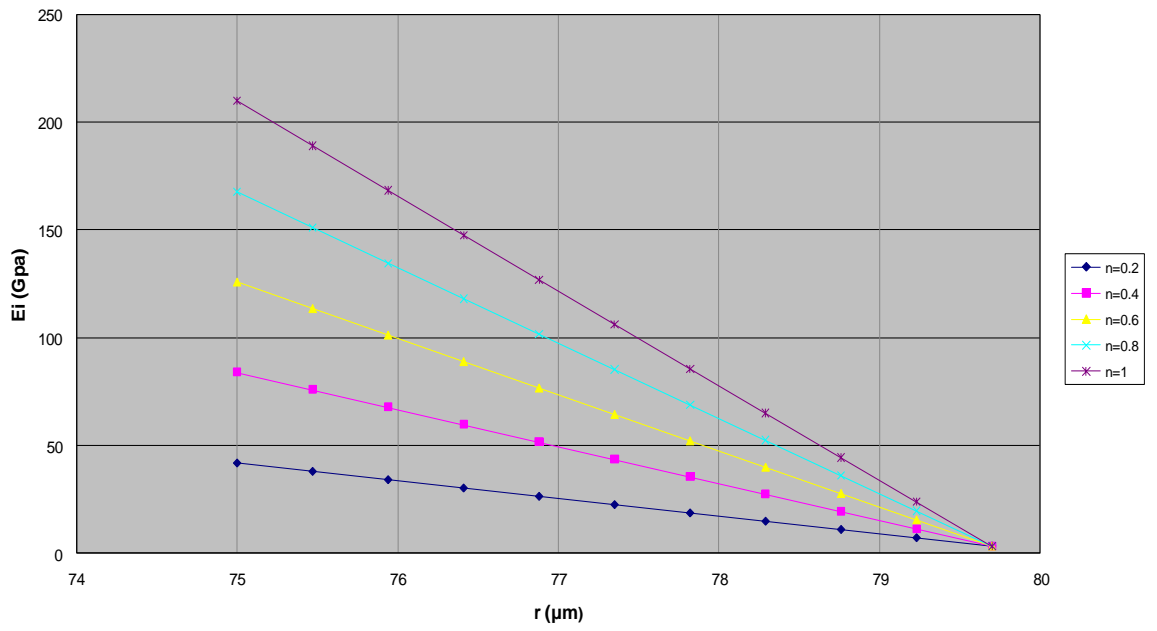
Σχήμα 5-2 Ε<sub>i</sub> - r : ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

### Ε<sub>i</sub> - r : ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



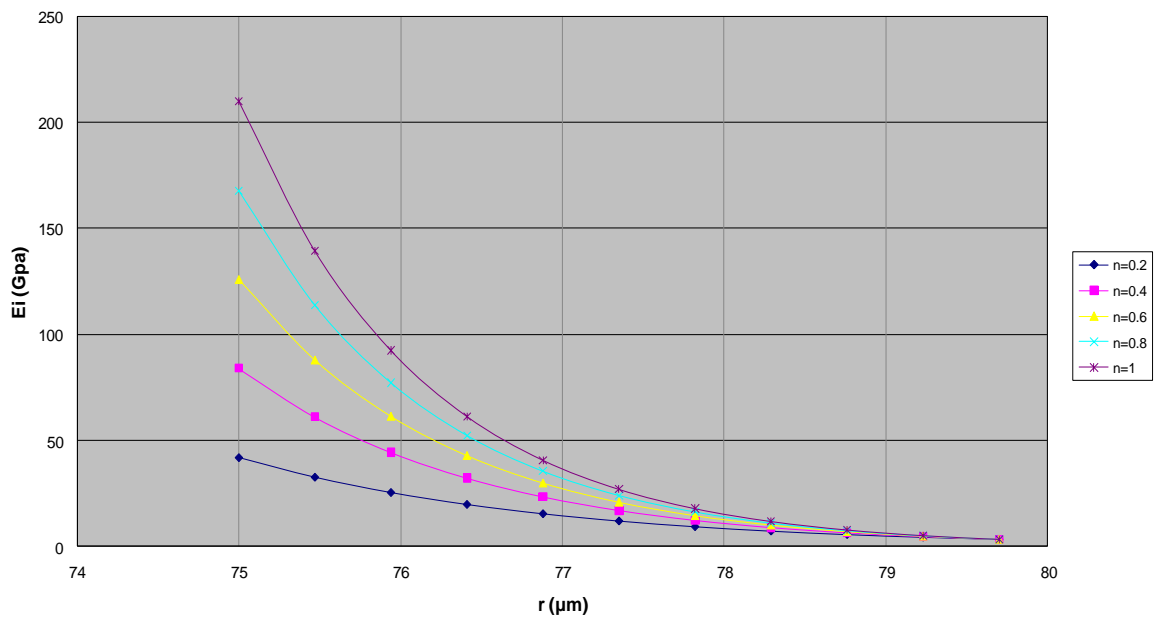
Σχήμα 5-3 Ε<sub>i</sub> - r : ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

### E<sub>i</sub> - r : ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



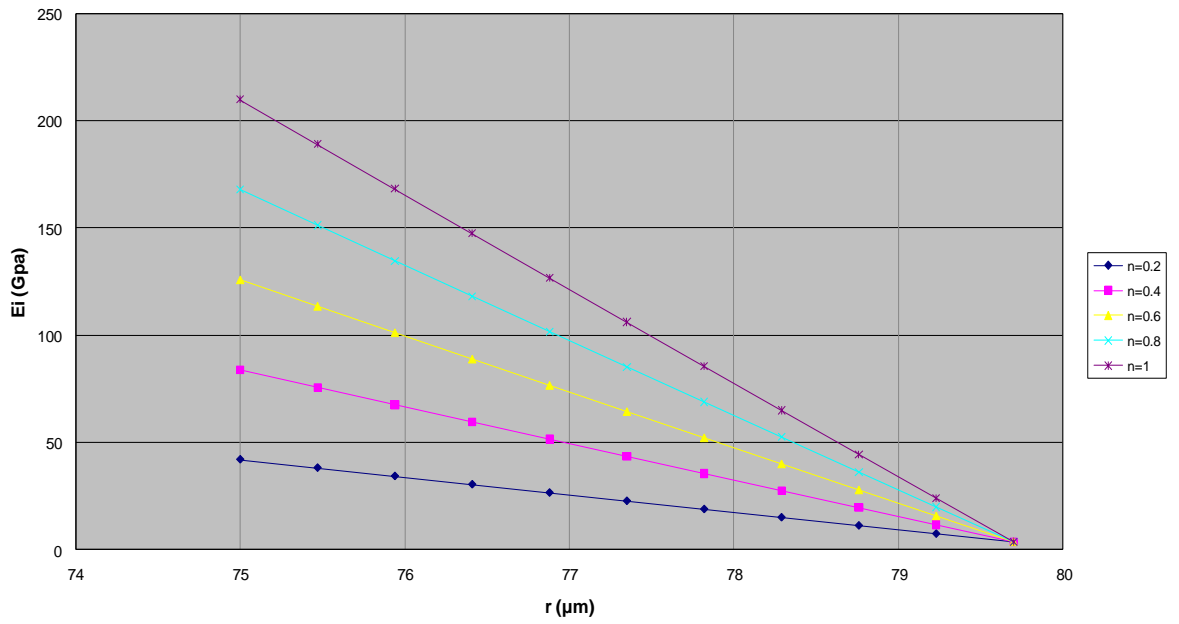
Σχήμα 5-4 E<sub>i</sub> - r : ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

### E<sub>i</sub> - r : ΕΚΘΕΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



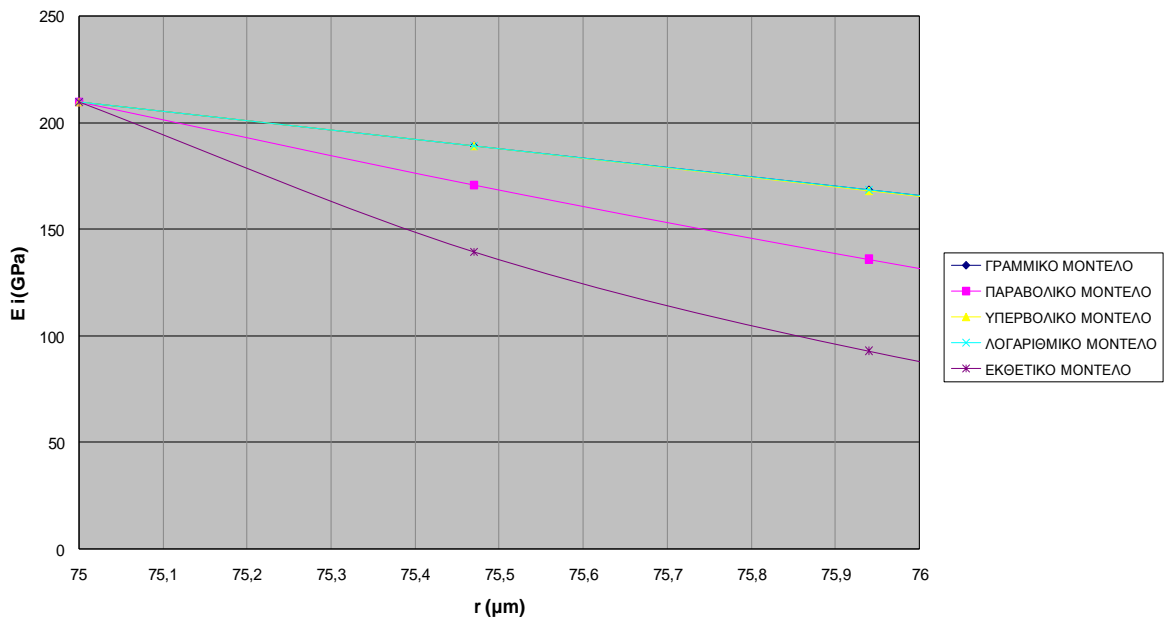
Σχήμα 5-5 E<sub>i</sub> - r : ΕΚΘΕΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

### Ε<sub>i</sub> - r : ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



Σχήμα 5-6 Ε<sub>i</sub> - r : ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

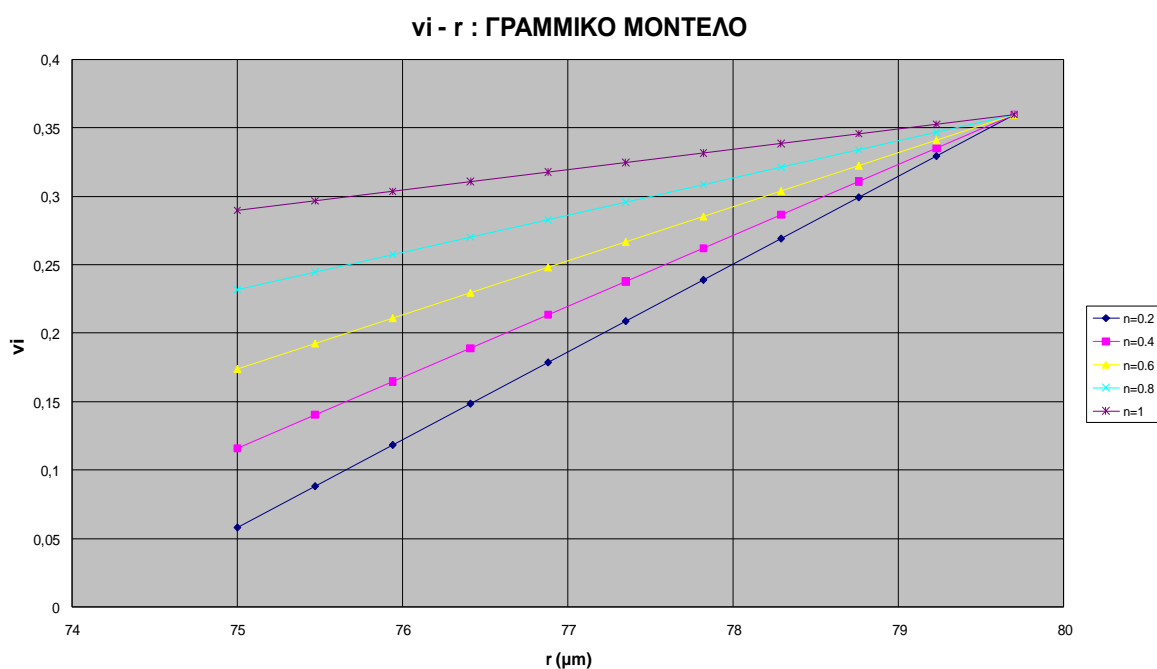
### Ε<sub>i</sub> - r : ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΓΙΑ n=1



Σχήμα 5-7 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΓΙΑ n=1

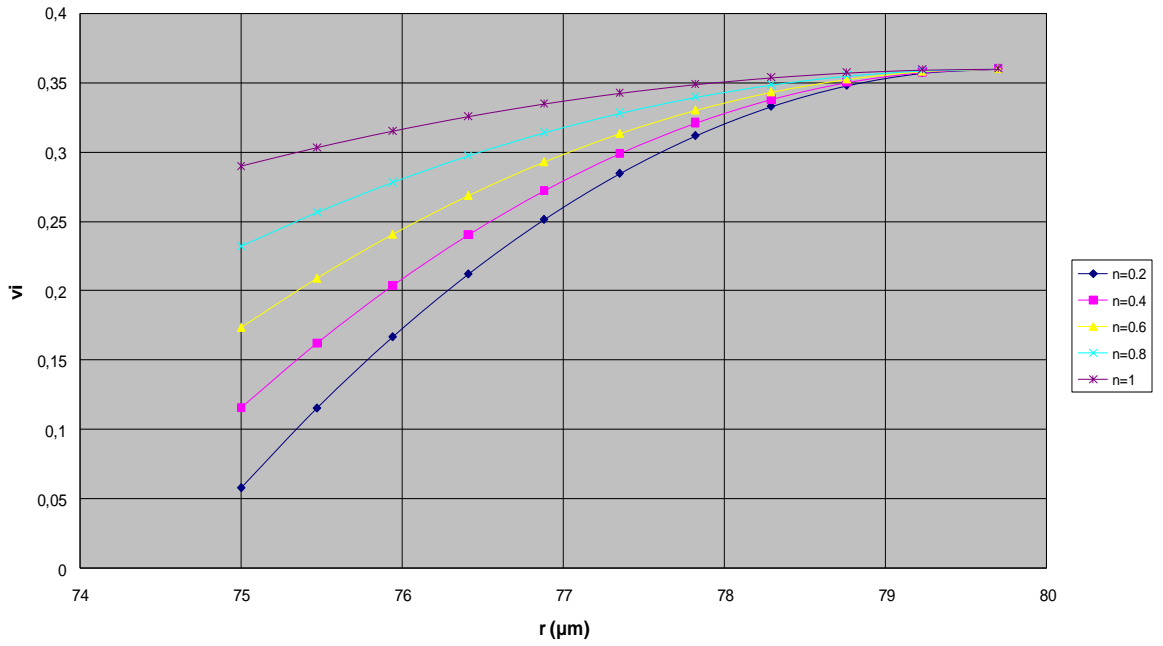
Σε όλες τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις παρατηρούμε ότι η τιμή του  $E$  πέφτει καθώς αυξάνεται η ακτίνα  $r$ . Αυτό είναι κάτι που αναμένουμε, αφού αυξανόμενη της ακτίνας  $r$ , πλησιάζουμε την μήτρα και απομακρυνόμαστε από το έγκλεισμα. Παρατηρούμε ότι στα άκρα της ενδιάμεσης φάσης το  $E$  είναι  $E_f$  και  $E_m$ , πράγμα επίσης λογικό αφού το απαιτήσαμε στις οριακές μας συνθήκες για  $n=1$ .

Επιπροσθέτως βλέπουμε στην τελευταία γραφική παράσταση του  $E_i(r)$ , όπου έχουμε βάλει όλες τις προσεγγίσεις που εξετάσαμε, ότι οι τρεις από αυτές, το γραμμικό, το υπερβολικό και το λογαριθμικό μοντέλο σχεδόν ταυτίζονται. Αυτό συμβαίνει γιατί το πάχος της ενδιάμεσου φάσεως είναι πολύ μικρό (είναι λιγότερο από  $1 \mu\text{m}$ ).



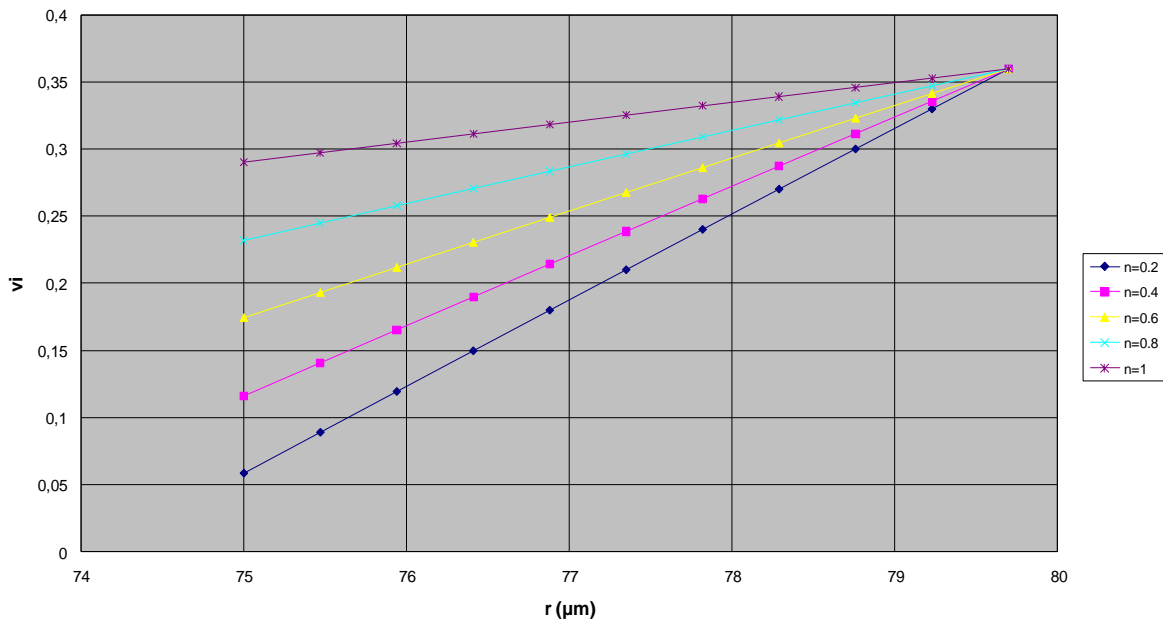
Σχήμα 5-8  $v_i - r$  : ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

### $v_i - r$ : ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



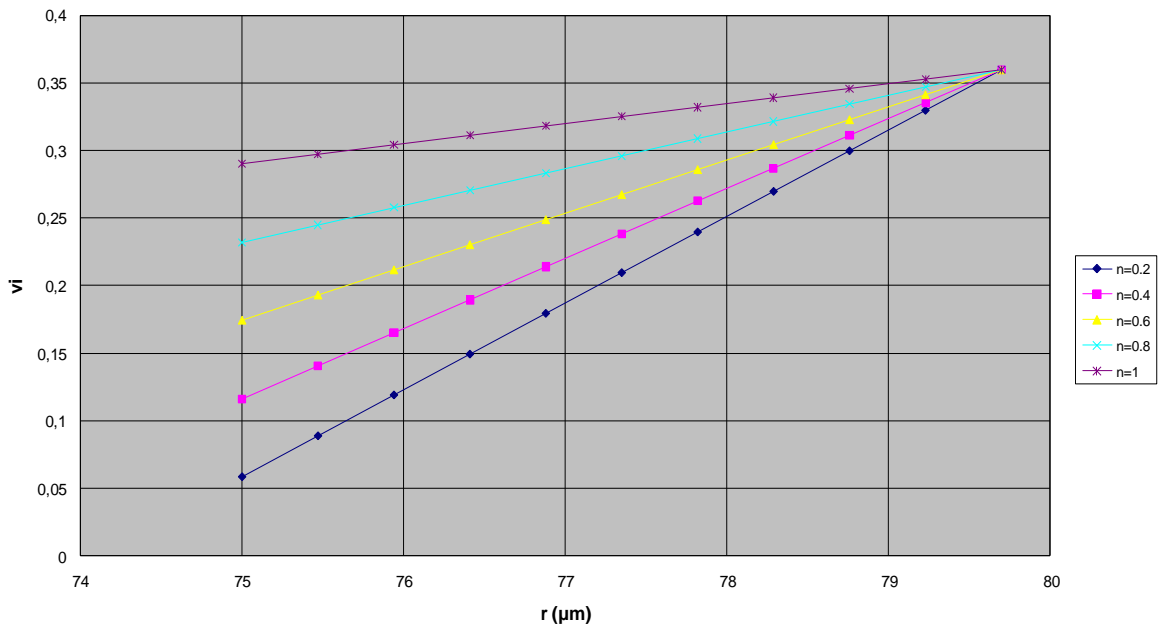
Σχήμα 5-9  $v_i - r$  : ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

### $v_i - r$ : ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



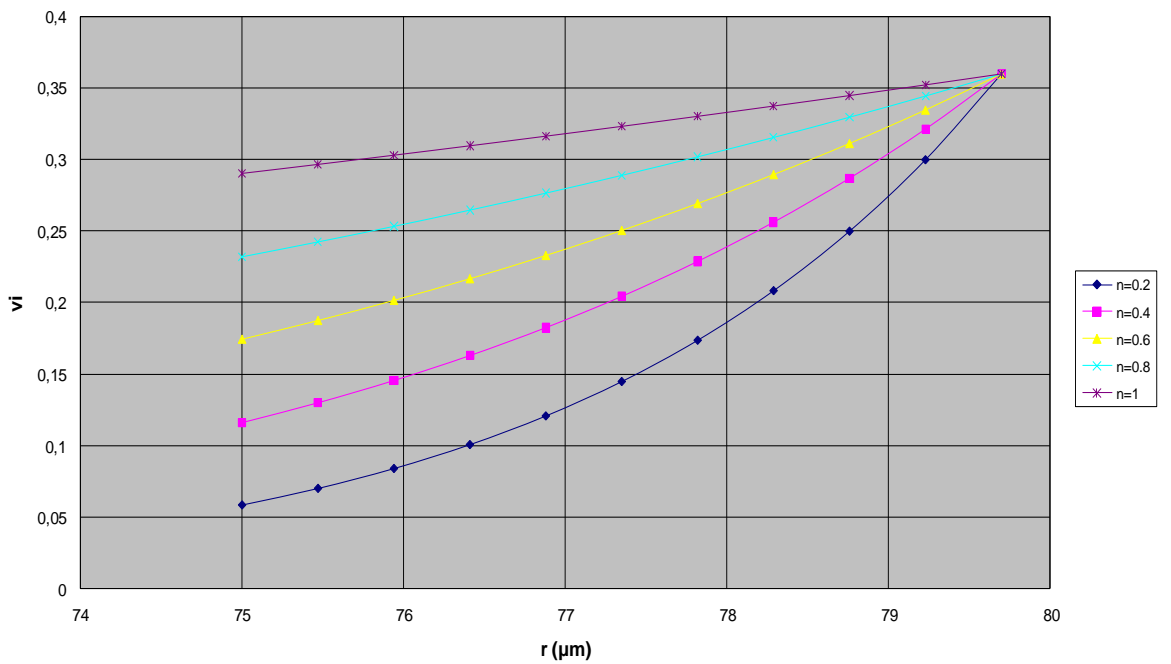
Σχήμα 5-10  $v_i - r$  : ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

**$v_i - r$  : ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ**

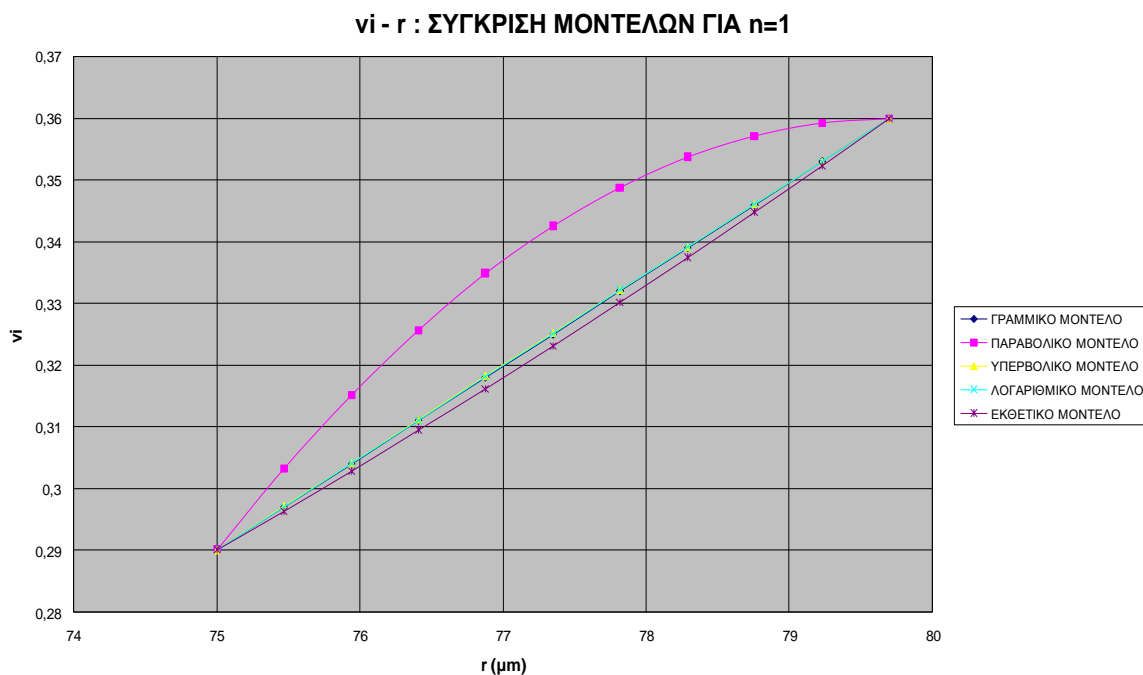


**Σχήμα 5-11  $v_i - r$  : ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ**

**$v_i - r$  : ΕΚΘΕΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ**



**Σχήμα 5-12  $v_i - r$  : ΕΚΘΕΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ**



**Σχήμα 5-13  $v_i - r$  : ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΓΙΑ  $n=1$**

Σε όλες τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις παρατηρούμε ότι η τιμή του  $v$  αυξάνει καθώς αυξάνεται η ακτίνα  $r$ . Αυτό είναι κάτι που αναμένουμε, αφού αυξανόμενης της ακτίνας  $r$ , πλησιάζουμε την μήτρα και απομακρυνόμαστε από το έγκλεισμα. Παρατηρούμε ότι στα άκρα της ενδιάμεσης φάσης το  $v$  είναι  $v_f$  και  $v_m$ , πράγμα επίσης λογικό αφού το απαιτήσαμε στις οριακές μας συνθήκες για  $\xi=1$ .

Επιπροσθέτως βλέπουμε στην τελευταία γραφική παράσταση του  $v_i(r)$ , όπου έχουμε βάλει όλες τις προσεγγίσεις που εξετάσαμε, ότι οι τρεις από αυτές, το γραμμικό, το υπερβολικό και το λογαριθμικό μοντέλο σχεδόν ταυτίζονται, ενώ πάρα πολύ κοντά τους είναι και η εκθετική μεταβολή. Αυτό συμβαίνει γιατί το πάχος της ενδιάμεσου φάσεως είναι πολύ μικρό (είναι λιγότερο από 1  $\mu\text{m}$ ) και επιπλέον (σε σχέση με τις γραφικές του  $E_i$ ) επειδή το  $v_i$  δεν μεταβάλλεται ιδιαίτερα.



## 6 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΟΥ ΕΞΑΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

### 6.1 Παραδοχές για την ανάπτυξη του θεωρητικού μοντέλου

Η μοντελοποίηση του πραγματικού συνθέτου υλικού, με σκοπό να γίνει η μελέτη του με χρήση της θεωρίας ελαστικότητας, θα βασιστεί στο παρών σύγγραμμα στις εξής παραδοχές :

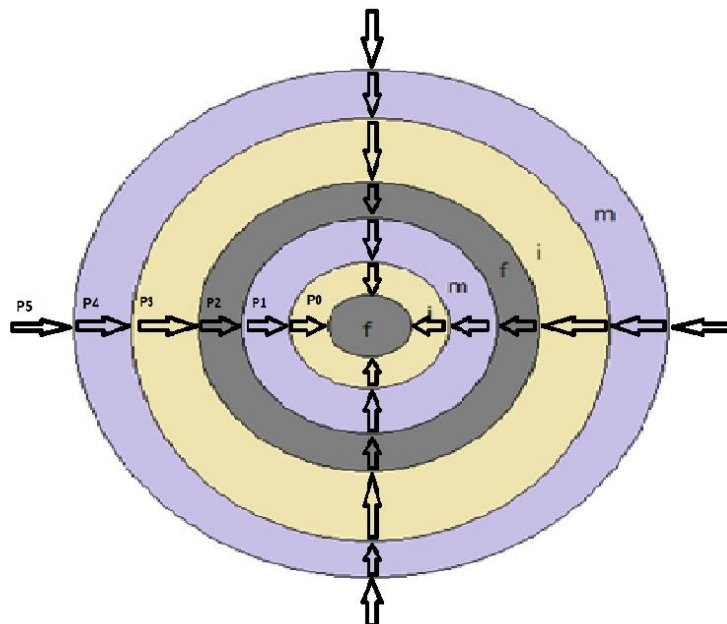
- Το έγκλεισμα (filler) αποτελείται από κόκκους οι οποίοι έχουν τέλειο σφαιρικό σχήμα και είναι όλοι του ιδίου μεγέθους με διάμετρο  $d_f=150\mu m$ .
- Οι φάσεις του συνθέτου υλικού θεωρούνται ελαστικά, ομογενή και ισότροπα υλικά.
- Ο αριθμός των εγκλεισμάτων είναι μεγάλος και η κατανομή τους μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφη, έτσι ώστε το σύνθετο υλικό να μπορεί να θεωρηθεί ομοιογενές και ισότροπο.
- Οι παραμορφώσεις που αναπτύσσονται στο σύνθετο υλικό είναι αρκετά μικρές ώστε να μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύουν οι γραμμικές σχέσεις τάσεων - παραμορφώσεων.
- Θα θεωρηθεί τέλος, ότι ο συντελεστής  $n$  είναι ίσος με  $n=1$ , ούτως ώστε να έχουμε απλούστευση των υπολογισμών, καθώς και του τελικού τύπου που θα προκύψει, με σκοπό να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο αυτό ως βάση για

τη μιγαδική ανάλυση του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας αλλά και του μέτρου απωλειών.

## 6.2 Ανάπτυξη του εξαφασικού μοντέλου - Υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας του σύνθετου υλικού $E_c$

Θεωρούμε το εξαφασικό, σφαιρικό μοντέλο του σχήματος 5-1.

Έστω ότι στην εξωτερική επιφάνεια της σφαίρας ακτίνας  $R_6$  ασκούμε ομοιόμορφα ακτινική πίεση  $P_5$ . Λόγω της αλληλεπίδρασης μεταξύ 5ης και 6ης φάσης, στο σύνορο τους θα ασκείται μια πίεση που την καλούμε  $P_4$ . Ομοίως, λόγω αλληλεπίδρασης 4ης και 5ης φάσης, στο σύνορο τους θα ασκείται μια δύναμη  $P_3$  και ανάλογα στο σύνορο των υπολοίπων φάσεων θα ασκούνται οι δυνάμεις  $P_2$ ,  $P_1$ ,  $P_0$  όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



Σχήμα 6-1 Άσκηση ομοιόμορφης εξωτερικής πίεσης στο ισοδύναμο σφαιρικό εξαφασικό μοντέλο

Ακόμη οι φάσεις θα αριθμούνται από μέσα προς τα έξω, ως εξής :

- **φάση 1** (ένα) → πρώτη φάση εγκλείσματος (filler 1), δηλ.  $f_1$
- **φάση 2** (δύο) → πρώτη ενδιάμεση φάση (interphase 1), δηλ.  $i_1$
- **φάση 3** (τρία) → πρώτη φάση μήτρας (matrix 1), δηλ.  $m_1$
- **φάση 4** (τέσσερα) → δεύτερη φάση εγκλείσματος, δηλ.  $f_2$
- **φάση 5** (πέντε) → δεύτερη ενδιάμεση φάση, δηλ.  $i_2$
- **φάση 6** (έξι) → δεύτερη φάση μήτρας, δηλ.  $m_2$

Η τασική συνάρτηση  $\Phi$  σε σφαιρικές συντεταγμένες, που περιγράφει το πρόβλημα μας είναι:

$$\Phi = \frac{k_1}{r} + k_2 r^2$$

Κάθε μια από τις τρεις φάσεις έχει τη δική της τασική συνάρτηση:

$$\Phi_1 = \frac{A}{r} + Br^2$$

$$\Phi_2 = \frac{C}{r} + Dr^2$$

$$\Phi_3 = \frac{E}{r} + Fr^2$$

$$\Phi_4 = \frac{H}{r} + Jr^2$$

$$\Phi_5 = \frac{L}{r} + Mr^2$$

$$\Phi_6 = \frac{N}{r} + Or^2$$

Στην θέση  $r=0$  πρέπει η τασική συνάρτηση να παίρνει τιμή, οπότε για  $r=0$  πρέπει  $A=0$ .

Οι μετατοπίσεις δίνονται από την σχέση :

$$\vec{u} = \frac{1}{2G} \text{grad}\Phi$$

Λόγω της σφαιρικής συμμετρίας οι μετατοπίσεις κατά τις διευθύνσεις  $\phi$  και  $\theta$  είναι μηδενικές:

$$u_\phi = u_\theta = 0$$

Οι ακτινικές μετατοπίσεις είναι:

$$u_{r_1} = \frac{Br}{G_1}$$

$$u_{r_2} = \frac{-\frac{C}{r^2} + 2Dr}{2G_2}$$

$$u_{r_3} = \frac{-\frac{E}{r^2} + 2Fr}{2G_3}$$

$$u_{r_4} = \frac{-\frac{H}{r^2} + 2Jr}{2G_4}$$

$$u_{r_5} = \frac{-\frac{L}{r^2} + 2Mr}{2G_5}$$

$$u_{r_6} = \frac{-\frac{N}{r^2} + 2Or}{2G_6}$$

## ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}$$

$$u_\varphi = u_\theta = 0$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} 0 = \frac{u_r}{r}$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \Phi} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} 0 = \frac{u_r}{r}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{r_1} = \varepsilon_{\theta_1} = \varepsilon_{\varphi_1} = 2B \frac{1+\nu_1}{E_1}$$

$$\varepsilon_{r_2} = \left[ \frac{2C}{r^3} + 2D \right] \frac{1+\nu_2}{E_2}$$

$$\varepsilon_{\theta_2} = \varepsilon_{\varphi_2} = \left[ -\frac{C}{r^3} + 2D \right] \frac{1+\nu_2}{E_2}$$

$$\varepsilon_{r_3} = \left[ \frac{2E}{r^3} + 2F \right] \frac{1+\nu_3}{E_3}$$

$$\varepsilon_{\theta_3} = \varepsilon_{\varphi_3} = \left[ -\frac{E}{r^3} + 2F \right] \frac{1+\nu_3}{E_3}$$

$$\varepsilon_{r_4} = \left[ \frac{2H}{r^3} + 2J \right] \frac{1+\nu_4}{E_4}$$

$$\varepsilon_{\theta_4} = \varepsilon_{\varphi_4} = \left[ -\frac{H}{r^3} + 2J \right] \frac{1+\nu_4}{E_4}$$

$$\varepsilon_{r_5} = \left( \frac{2L}{r^3} + 2M \right) \frac{1+\nu_5}{E_5}$$

$$\varepsilon_{\theta_5} = \varepsilon_{\varphi_5} = \left( -\frac{L}{r^3} + 2M \right) \frac{1+\nu_5}{E_5}$$

$$\varepsilon_{r_6} = \left( \frac{2N}{r^3} + 2O \right) \frac{1+\nu_6}{E_6}$$

$$\varepsilon_{\theta_6} = \varepsilon_{\varphi_6} = \left( -\frac{N}{r^3} + 2O \right) \frac{1+\nu_6}{E_6}$$

### ΤΑΣΕΙΣ

Από το βιβλίο "Μηχανική Παραμορφosίμων Σωμάτων Ι" του Τσαμασφύρου, έχουμε :

$$\theta = \varepsilon_r + \varepsilon_{\varphi} + \varepsilon_{\theta}$$

$$\sigma_{r_i} = \frac{E_1}{1+\nu_1} \varepsilon_{r_i} + \frac{E_1 \nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \theta = \frac{E_1}{1+\nu_1} \varepsilon_{r_i} + \frac{E_1 \nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} (\varepsilon_{r_i} + \varepsilon_{\varphi_i} + \varepsilon_{\theta_i}) =$$

$$= \frac{E_1}{1+\nu_1} 2B \frac{1+\nu_1}{E_1} + 3 \frac{E_1 \nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} 2B \frac{1+\nu_1}{E_1} = 2B + \frac{6B\nu_1}{1-2\nu_1} \Rightarrow$$

$$\sigma_{r_i} = \frac{2B(1+\nu_1)}{1-2\nu_1}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{r_2} &= \frac{E_2}{1+\nu_2} \varepsilon_{r_2} + \frac{E_2 \nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} (\varepsilon_{r_2} + \varepsilon_{\theta_2} + \varepsilon_{\theta_3}) = \\
&= \frac{E_2}{1+\nu_2} \left[ \frac{2C}{r^3} + 2D \right] \frac{1+\nu_2}{E_2} + \frac{E_2 \nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} \left[ \left( \frac{2C}{r^3} + 2D \right) \frac{1+\nu_2}{E_2} + 2 \left( -\frac{C}{r^3} + 2D \right) \frac{1+\nu_2}{E_2} \right] = \\
&= \frac{2C}{r^3} + 2D + \frac{\nu_2}{1-2\nu_2} \left[ \frac{2C}{r^3} + 2D - \frac{2C}{r^3} + 4D \right] = \frac{2C}{r^3} + 2D + \frac{\nu_2}{1-2\nu_2} 6D \Rightarrow \\
\sigma_{r_2} &= \frac{2C}{r^3} + 2D \frac{1+\nu_2}{1-2\nu_2} \\
\sigma_{\theta_2} &= \frac{E_2}{1+\nu_2} \varepsilon_{\theta_2} + \frac{E_2 \nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} (\varepsilon_{r_2} + 2\varepsilon_{\theta_2}) = \\
&= \frac{E_2}{1+\nu_2} \left[ -\frac{C}{r^3} + 2D \right] \frac{1+\nu_2}{E_2} + \frac{E_2 \nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} \left[ \left( \frac{2C}{r^3} + 2D \right) \frac{1+\nu_2}{E_2} + 2 \left( -\frac{C}{r^3} + 2D \right) \frac{1+\nu_2}{E_2} \right] = \\
&= -\frac{C}{r^3} + 2D + \frac{\nu_2}{1-2\nu_2} 6D = -\frac{C}{r^3} + \frac{2D(1-2\nu_2) + 6D\nu_2}{1-2\nu_2} \Rightarrow \\
\sigma_{\theta_2} &= -\frac{C}{r^3} + 2D \frac{1+\nu_2}{1-2\nu_2} = \sigma_{\varphi_2} \\
\sigma_{r_3} &= \frac{E_3}{1+\nu_3} \varepsilon_{r_3} + \frac{E_3 \nu_3}{(1+\nu_3)(1-2\nu_3)} (\varepsilon_{r_3} + \varepsilon_{\theta_3} + \varepsilon_{\theta_2}) = \\
&= \frac{E_3}{1+\nu_3} \left[ \frac{2E}{r^3} + 2F \right] \frac{1+\nu_3}{E_3} + \frac{E_3 \nu_3}{(1+\nu_3)(1-2\nu_3)} \left[ \left( \frac{2E}{r^3} + 2F \right) \frac{1+\nu_3}{E_3} + 2 \left( -\frac{E}{r^3} + 2F \right) \frac{1+\nu_3}{E_3} \right] = \\
&= \frac{2E}{r^3} + 2F + \frac{\nu_3}{1-2\nu_3} \left[ \frac{2E}{r^3} + 2F - \frac{2E}{r^3} + 4F \right] = \frac{2E}{r^3} + 2F + \frac{\nu_3}{1-2\nu_3} 6F \Rightarrow \\
\sigma_{r_3} &= \frac{2E}{r^3} + 2F \frac{1+\nu_3}{1-2\nu_3} \\
\Rightarrow \sigma_{\theta_3} &= -\frac{E}{r^3} + 2F \frac{1+\nu_3}{1-2\nu_3} = \sigma_{\varphi_3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{r_4} &= \frac{E_4}{1+\nu_4} \varepsilon_{r_4} + \frac{E_4 \nu_4}{(1+\nu_4)(1-2\nu_4)} (\varepsilon_{r_4} + \varepsilon_{\varphi_4} + \varepsilon_{\theta_4}) = \\
&= \frac{E_4}{1+\nu_4} \left( \frac{2H}{r^3} + 2J \right) \frac{1+\nu_4}{E_4} \\
&+ \frac{E_4 \nu_4}{(1+\nu_4)(1-2\nu_4)} \left[ \left( \frac{2H}{r^3} + 2J \right) \frac{1+\nu_4}{E_4} + 2 \left( -\frac{H}{r^3} + 2J \right) \frac{1+\nu_4}{E_4} \right] = \\
&= \frac{2H}{r^3} + 2J + \frac{\nu_4}{(1-2\nu_4)} \left( \frac{2H}{r^3} + 2J - \frac{2H}{r^3} + 4J \right) = \\
&= \frac{2H}{r^3} + 2J + \frac{\nu_4}{(1-2\nu_4)} 6J \\
\Rightarrow \sigma_{r_4} &= \frac{2H}{r^3} + 2J \frac{1+\nu_4}{(1-2\nu_4)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\theta_4} &= \frac{E_4}{1+\nu_4} \varepsilon_{\theta_4} + \frac{E_4 \nu_4}{(1+\nu_4)(1-2\nu_4)} (\varepsilon_{r_4} + 2\varepsilon_{\theta_4}) = \\
&= \frac{E_4}{1+\nu_4} \left( -\frac{H}{r^3} + 2J \right) \frac{1+\nu_4}{E_4} \\
&+ \frac{E_4 \nu_4}{(1+\nu_4)(1-2\nu_4)} \left[ \left( \frac{2H}{r^3} + 2J \right) \frac{1+\nu_4}{E_4} + 2 \left( -\frac{H}{r^3} + 2J \right) \frac{1+\nu_4}{E_4} \right] \\
\Rightarrow \sigma_{\theta_4} &= -\frac{H}{r^3} + 2J \frac{1+\nu_4}{(1-2\nu_4)} = \sigma_{\varphi_4}
\end{aligned}$$



Ανάλογα προκύπτουν οι συνιστώσες των τάσεων στις ακτίνες  $R_5, R_6$  :

$$\sigma_{r_5} = \frac{2L}{r^3} + 2M \frac{1 + \nu_5}{(1 - 2\nu_5)}$$

και

$$\sigma_{\theta_5} = \sigma_{\varphi_5} = -\frac{L}{r^3} + 2M \frac{1 + \nu_5}{(1 - 2\nu_5)}$$

και

$$\sigma_{r_6} = \frac{2N}{r^3} + 2O \frac{1 + \nu_6}{(1 - 2\nu_6)}$$

και

$$\sigma_{\theta_6} = \sigma_{\varphi_6} = -\frac{N}{r^3} + 2O \frac{1 + \nu_6}{(1 - 2\nu_6)}$$

Συνοριακές συνθήκες τάσεων :

$$\text{Για } r=r_1=a : \sigma_{r1}=\sigma_{r2}= -P_0$$

$$\text{Για } r=r_2=b : \sigma_{r2}=\sigma_{r3}= -P_1$$

$$\text{Για } r=r_3=c : \sigma_{r3}=\sigma_{r4}= -P_2$$

$$\text{Για } r=r_4=d : \sigma_{r4}=\sigma_{r5}= -P_3$$

$$\text{Για } r=r_5=e : \sigma_{r5}=\sigma_{r6}= -P_4$$

$$\text{Για } r=r_6=f : \sigma_{r6}= -P_5$$

Εφαρμόζοντας τις παραπάνω οριακές συνθήκες στις αντίστοιχες σχέσεις των ακτινικών τάσεων που παραθέσαμε προηγούμενα διαμορφώνεται ένα σύστημα 11x11 με αγνώστους τις σταθερές B, C, D, E, F, J, H, L, M, N, Q.

Απο την επίλυση του παραπάνω συστήματος προκύπτει :

$$B = -\frac{P_0(1 - 2\nu_1)}{2(1 + \nu_1)}$$

$$C = -\frac{r_1^3}{2} \left[ P_0 + \frac{2(1 + \nu_1)}{1 - 2\nu_1} D \right]$$

$$D = \frac{(r_1^3 P_0 - r_2^3 P_1)(1 - 2\nu_3)(1 - 2\nu_1)}{2[r_2^3(1 + \nu_3)(1 - 2\nu_1) - r_1^3(1 + \nu_1)(1 - 2\nu_3)]}$$

$$E = \frac{(P_2 - P_1)r_2^3 r_3^3}{2(r_3^3 - r_2^3)}$$

$$F = \frac{(r_2^3 P_1 - r_3^3 P_2)(1 - 2\nu_3)}{2(r_3^3 - r_2^3)(1 + \nu_3)}$$

$$H = \frac{(P_3 - P_2)r_4^3 r_3^3}{2(r_4^3 - r_3^3)}$$

$$J = \frac{(r_3^3 P_2 - r_4^3 P_3)(1 - 2\nu_4)}{2(r_4^3 - r_3^3)(1 + \nu_4)}$$

$$L = -\frac{r_4^3}{2} \left[ P_3 + \frac{2(1 + \nu_4)}{1 - 2\nu_4} M \right]$$

$$M = \frac{(r_4^3 P_3 - r_5^3 P_4)(1 - 2\nu_6)(1 - 2\nu_4)}{2[r_5^3(1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4) - r_4^3(1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)]}$$

$$N = \frac{(P_5 - P_4)r_5^3 r_6^3}{2(r_6^3 - r_5^3)}$$

$$Q = \frac{(r_5^3 P_4 - r_6^3 P_5)(1 - 2\nu_6)}{2(r_6^3 - r_5^3)(1 + \nu_6)}$$

Αντικαθιστώντας στις σχέσεις των μετατοπίσεων τις τιμές των σταθερών που υπολογίσαμε παραμένουν σαν άγνωστες ποσότητες σε αυτές οι τιμές των δυνάμεων  $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$ .

Οι τιμές τους θα υπολογισθούν χρησιμοποιώντας τις συνοριακές συνθήκες μετατοπίσεων, οι οποίες περιγράφονται ως εξής :

$$\text{Για } r=a : \quad u_{r_1} = u_{r_2}$$

$$\text{Για } r=b : \quad u_{r_2} = u_{r_3}$$

$$\text{Για } r=c : \quad u_{r_3} = u_{r_4}$$

$$\text{Για } r=d : \quad u_{r_4} = u_{r_5}$$

$$\text{Για } r=e : \quad u_{r_5} = u_{r_6}$$

Απο την επίλυση του παραπάνω 5x5 συστήματος προκύπτει :

$$P_0 = \mu P_1, \text{ όπου :}$$

$$\mu = \frac{(1 - 2\nu_3)(1 + \nu_1)}{(1 + \nu_3)(1 - 2\nu_1)}$$

$$P_1 = \lambda_1 P_2, \text{ όπου :}$$

$$\lambda_1 = \frac{r_3^3 [r_2^3 (1 + \nu_3)(1 - 2\nu_1) - r_1^3 (1 - 2\nu_3)(1 + \nu_1)]}{-(1 + \nu_1)(1 - 2\nu_3)r_2^3 r_1^3 + (1 + \nu_3)(1 - 2\nu_1)[r_2^3 r_3^3 - \mu r_1^3 (r_3^3 - r_2^3)]}$$

$$P_2 = \lambda_2 P_3, \text{ όπου :}$$

$$\lambda_2 =$$

$$= \frac{3r_4^3(1 - \nu_4)(r_3^3 - r_2^3)E_m}{[r_2^3(1 + \nu_3) + 2r_3^3(1 - 2\nu_3)](r_4^3 - r_3^3)E_f + [r_4^3(1 + \nu_4) + 2r_3^3(1 - 2\nu_4)](r_3^3 - r_2^3)E_m - 3\lambda_1 r_2^3 (r_4^3 - r_3^3)(1 - \nu_3)E_f}$$

$P_3 = \lambda_3 P_4$ , όπου :

$$\lambda_3 = \frac{r_5^3(1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)(r_4^3 - r_3^3)}{-r_4^3 r_3^3(1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)(1 - \lambda_2) + r_5^3(1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4)(r_4^3 - \lambda_2 r_3^3)}$$

$P_4 = \lambda_4 P_5$ , όπου :

$$\lambda_4 = \frac{r_6^3[r_5^3(1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4) - r_4^3(1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)]}{-r_5^3 r_4^3(1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6) + (1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4)[r_5^3 r_6^3 - \lambda_3 r_4^3(r_6^3 - r_5^3)]}$$

Για να υπολογίσουμε το μέτρο ελαστικότητας  $E_c$  του σύνθετου υλικού, θα θεωρήσουμε ότι η ενέργεια παραμόρφωσης του υλικού ισούται με το άθροισμα των ενεργειών παραμόρφωσης των έξι φάσεων από τις οποίες αποτελείται:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{V_c} \frac{P_5^2}{K_c} dV_c &= \frac{1}{2} \int_{V_c} (\sigma_{r_1} \varepsilon_{r_1} + \sigma_{\theta_1} \varepsilon_{\theta_1} + \sigma_{\varphi_1} \varepsilon_{\varphi_1}) dV_1 + \frac{1}{2} \int_{V_c} (\sigma_{r_2} \varepsilon_{r_2} + \sigma_{\theta_2} \varepsilon_{\theta_2} \\ &+ \sigma_{\varphi_2} \varepsilon_{\varphi_2}) dV_2 + \frac{1}{2} \int_{V_c} (\sigma_{r_3} \varepsilon_{r_3} + \sigma_{\theta_3} \varepsilon_{\theta_3} + \sigma_{\varphi_3} \varepsilon_{\varphi_3}) dV_3 + \frac{1}{2} \int_{V_c} (\sigma_{r_4} \varepsilon_{r_4} \\ &+ \sigma_{\theta_4} \varepsilon_{\theta_4} + \sigma_{\varphi_4} \varepsilon_{\varphi_4}) dV_4 + \frac{1}{2} \int_{V_c} (\sigma_{r_5} \varepsilon_{r_5} + \sigma_{\theta_5} \varepsilon_{\theta_5} + \sigma_{\varphi_5} \varepsilon_{\varphi_5}) dV_5 \\ &+ \frac{1}{2} \int_{V_c} (\sigma_{r_6} \varepsilon_{r_6} + \sigma_{\theta_6} \varepsilon_{\theta_6} + \sigma_{\varphi_6} \varepsilon_{\varphi_6}) dV_6 \end{aligned}$$

Όπου :

$$K_c = \frac{E_c}{3(1 - 2\nu_c)}$$

είναι το μέτρο διόγκωσης του σύνθετου υλικού, ενώ :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

επομένως :

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

Αντικαθιστώντας στην ανωτέρω σχέση τους τους τύπους που αναπτύχθηκαν παραπάνω για τις τάσεις και τις παραμορφώσεις, και κατόπιν της επίλυσης των επιμέρους ολοκληρωμάτων, προκύπτει τελικά ότι :

$$3 \frac{(1 - 2\nu_c)}{E_c} = \beta_1 \frac{u_1}{E_1} + \frac{u_2}{E_2} \left( \frac{a_2}{r_1^3 r_2^3} + \beta_2 \right) + \frac{u_3}{E_3} \left( \frac{a_3}{r_2^3 r_3^3} + \beta_3 \right) +$$
$$+ \frac{u_4}{E_4} \left( \frac{a_4}{r_3^3 r_4^3} + \beta_4 \right) + \frac{u_5}{E_5} \left( \frac{a_5}{r_4^3 r_5^3} + \beta_5 \right) + \frac{u_6}{E_6} \left( \frac{a_6}{r_5^3 r_6^3} + \beta_6 \right)$$

ή αλλιώς :

$$3 \frac{(1 - 2\nu_c)}{E_c} = \beta_1 \frac{u_{f_1}}{E_f} + \frac{u_{i_1}}{E_{i_1}} \left( \frac{a_2}{r_1^3 r_2^3} + \beta_2 \right) + \frac{u_{m_1}}{E_m} \left( \frac{a_3}{r_2^3 r_3^3} + \beta_3 \right)$$
$$+$$
$$+ \frac{u_{f_2}}{E_f} \left( \frac{a_4}{r_3^3 r_4^3} + \beta_4 \right) + \frac{u_{i_2}}{E_{i_2}} \left( \frac{a_5}{r_4^3 r_5^3} + \beta_5 \right) + \frac{u_{m_2}}{E_m} \left( \frac{a_6}{r_5^3 r_6^3} + \beta_6 \right)$$

όπου :

$$\beta_1 = \frac{12(1 + \nu_1)^2}{1 - 2\nu_1} B_P^2$$

$$\beta_2 = \frac{12(1 + \nu_2)^2}{1 - 2\nu_2} D_P^2$$

$$\beta_3 = \frac{12(1 + \nu_3)^2}{1 - 2\nu_3} F_P^2$$

$$\beta_4 = \frac{12(1 + \nu_4)^2}{1 - 2\nu_4} J_P^2$$

$$\beta_5 = \frac{12(1 + \nu_5)^2}{1 - 2\nu_5} M_P^2$$

$$\beta_6 = \frac{12(1 + \nu_6)^2}{1 - 2\nu_6} Q_P^2$$

$$a_2 = 6(1 + \nu_2)C_P^2$$

$$a_3 = 6(1 + \nu_3)E_P^2$$

$$a_4 = 6(1 + \nu_4)H_P^2$$

$$a_5 = 6(1 + \nu_5)L_P^2$$

$$a_6 = 6(1 + \nu_6)N_P^2$$

με :

$$B_P = \frac{B}{P_5} = \frac{-\mu\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4(1 - 2\nu_1)}{2(1 + \nu_1)}$$

$$C_P = \frac{C}{P_5} = \left[ \mu\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4 + \frac{2(1 + \nu_1)}{(1 - 2\nu_1)} D_P \right]$$

$$D_P = \frac{D}{P_5} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 (\mu r_1^3 - r_2^3) (1 - 2\nu_3) (1 - 2\nu_1)}{2[r_2^3(1 + \nu_3)(1 - 2\nu_1) - r_1^3(1 + \nu_1)(1 - 2\nu_3)]}$$

$$E_P = \frac{E}{P_5} = \frac{\lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 (1 - \lambda_4) r_2^3 r_3^3}{2(r_3^3 - r_2^3)}$$

$$F_P = \frac{F}{P_5} = \frac{\lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 (r_2^3 \lambda_1 - r_3^3) (1 - 2\nu_3)}{2(r_3^3 - r_2^3) (1 + \nu_3)}$$

$$H_P = \frac{H}{P_5} = \frac{(\lambda_3 \lambda_4 - \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4) r_4^3 r_3^3}{2(r_4^3 - r_3^3)}$$

$$J_P = \frac{J}{P_5} = \frac{\lambda_3 \lambda_4 (r_3^3 \lambda_2 - r_4^3) (1 - 2\nu_4)}{2(r_4^3 - r_3^3) (1 + \nu_4)}$$

$$L_P = \frac{L}{P_5} = -\frac{r_4^3}{2} \left[ \lambda_3 \lambda_4 + \frac{2(1 + \nu_4)}{(1 - 2\nu_4)} M_P \right]$$

$$M_P = \frac{M}{P_5} = \frac{\lambda_4 (r_4^3 \lambda_3 - r_5^3) (1 - 2\nu_6) (1 - 2\nu_4)}{2[r_5^3(1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4) - r_4^3(1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)]}$$

$$N_P = \frac{N}{P_5} = \frac{(1 - \lambda_4) r_5^3 r_6^3}{2(r_6^3 - r_5^3)}$$



$$Q_P = \frac{Q}{P_5} = \frac{(r_5^3 \lambda_4 - r_6^3)(1 - 2\nu_6)}{2(r_6^3 - r_5^3)(1 + \nu_6)}$$

Τέλος ο λόγος Poisson του συνθέτου υλικού προκύπτει από τον νόμο των φάσεων και είναι ο εξής :

$$\frac{1}{\nu_c} = \frac{U_1}{\nu_1} + \frac{U_2}{\nu_2} + \frac{U_3}{\nu_3} + \frac{U_4}{\nu_4} + \frac{U_5}{\nu_5} + \frac{U_6}{\nu_6}$$

### 6.3 Υπολογισμός του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας $E_c'$ και του μέτρου απωλειών $E_c''$ του σύνθετου υλικού

Όπως είδαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο της παρούσας μελέτης (που αφορούσε τις δυναμομηχανικές φορτίσεις), η συμπεριφορά ενός βισκοελαστικού υλικού, όταν αυτό υπόκειται σε ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενο φορτίο, μπορεί να περιγραφεί από το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας του υλικού  $E^*(\omega)$  το οποίο εξαρτάται από τη συχνότητα της ημιτονοειδούς φορτίσεως ( $f$ ), όπου  $\omega=2\pi f$  είναι η γωνιακή συχνότητα φόρτισης.

Ισχύει :

$$E^*(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega)$$

και

$$\nu^*(\omega) = \nu'(\omega) - i\nu''(\omega)$$

όπου τα τονούμενα μεγέθη υποδεικνύουν τα δυναμικά μέτρα (ή αλλιώς μέτρα αποθήκευσης) ενώ τα δις τονούμενα υποδεικνύουν τα μέτρα απωλειών.

Για να καταστεί δυνατός ο υπολογισμός των  $E_c'$  και  $E_c''$  θα χρησιμοποιηθεί η μαθηματική αρχή της αντιστοίχισης που αναπτύχθηκε από τον Hashin, και με τη βοήθεια της οποίας μπορεί να υπολογιστεί το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας ( $E_c^*$ ) αν γνωρίζουμε την εξίσωση υπολογισμού του μέτρου ελαστικότητας ( $E_c$ ) του υλικού.

Σύμφωνα με την αρχή αυτή, στον αρχικό τύπο υπολογισμού του μέτρου ελαστικότητας ( $E_c$ ), θα αντικατασταθούν όλα τα μεγέθη με τα αντίστοιχα μιγαδικά, και κατόπιν θα χωριστεί το αποτέλεσμα σε πραγματικό και φανταστικό μέρος. Το πραγματικό μέρος είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας  $E_c'$  (μέτρο αποθήκευσης) ενώ το φανταστικό μέρος είναι το μέτρο απωλειών  $E_c''$ .

Θα πρέπει ακόμη να σημειωθεί, πως για τον υπολογισμό των  $E_c'$  και  $E_c''$ , θα πρέπει να γνωρίζουμε και τις τιμές του δυναμικού μέτρου ( $E_m'$ ), καθώς και του μέτρου αποθήκευσης της μήτρας ( $E_m''$ ), για διάφορες τιμές της συχνότητας της ημιτονοειδούς φόρτισης, όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα :

Πίνακας 6-1 Τιμές  $E_m'$  και  $E_m''$  συναρτήσει της συχνότητας της ημιτονοειδούς φόρτισης

f(Hz)	0.1	1	5	10	20	50	100
$E_m' \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$	2.92	2.99	3.05	3.09	3.12	3.22	3.34
$E_m'' \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$	2.04	2.80	3.41	3.80	4.32	5.20	6.04

## ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

- Το μέτρο ελαστικότητας του σιδήρου (δηλαδή του εγκλείσματος) θεωρούμε πως έχει μέτρο απωλειών ίσο με το μηδεν  $E_f''=0$ , αφού η τάση με την παραμόρφωση στην περίπτωση του σιδήρου (τέλεια ελαστικό σώμα) έχουν πρακτικά μηδενική διαφορά φάσης άρα  $\tan\delta=E''/E'=0 \rightarrow E''=0$  και προφανώς  $E_f^* = E_f' = E_f$

- Λαμβάνοντας υπόψιν ότι για πολλά υλικά τα μέτρα απωλειών σε εφελκυσμό και σε διάτμηση είναι περίπου ίσα, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι λόγοι Poisson των υλικών είναι πραγματικοί οπότε θα έχουμε  $\nu_i' = \nu_i^*$ ,  $\nu_f' = \nu_f^*$  και  $\nu_m' = \nu_m^*$ . Επομένως είναι προφανές ότι  $\nu_i'' = \nu_f'' = \nu_m'' = 0$
- Για τον υπολογισμό των  $E_i'$  και  $E_i''$  χρησιμοποιήθηκε το παραβολικό μοντέλο (που θεωρείται ότι προσεγγίζει καλύτερα τη φύση της ενδιάμεσης φάσης) και οι υπολογισμοί έγιναν ακριβώς όπως στο κεφάλαιο 5.3.2, με τη διαφορά ότι για τον υπολογισμό του  $E_i'$  στις σχέσεις του κεφαλαίου 5.3.2 αντικαταστάθηκε το  $E_m$  με το  $E_m'$  και για τον υπολογισμό του  $E_i''$  αντικαταστάθηκε με το  $E_m''$  που πήραμε κάθε φορά από τον πίνακα 6-1.
- Για τον υπολογισμό του  $E_c^*$  χρησιμοποιήθηκε το κυβικό μοντέλο 2, το οποίο εμφάνισε μικρότερους περιορισμούς από το κυβικό μοντέλο 1, καθώς και πολύ ακριβέστερα αποτελέσματα από το κυβικό μοντέλο 3 (όπως θα δείξουμε αργότερα στη σύγκριση των αποτελεσμάτων που πείραμε από τα τρία κυβικά μοντέλα εν σχέσει με πειραματικά δεδομένα).

Θα έχουμε επομένως, την αρχική σχέση που υπολογίσαμε παραπάνω :

$$3 \frac{(1 - 2\nu_c)}{E_c} = \beta_1 \frac{u_1}{E_1} + \frac{u_2}{E_2} \left( \frac{a_2}{r_1^3 r_2^3} + \beta_2 \right) + \frac{u_3}{E_3} \left( \frac{a_3}{r_2^3 r_3^3} + \beta_3 \right) +$$

$$+ \frac{u_4}{E_4} \left( \frac{a_4}{r_3^3 r_4^3} + \beta_4 \right) + \frac{u_5}{E_5} \left( \frac{a_5}{r_4^3 r_5^3} + \beta_5 \right) + \frac{u_6}{E_6} \left( \frac{a_6}{r_5^3 r_6^3} + \beta_6 \right)$$

η οποία βάσει των παραδοχών θα μετασχηματιστεί σε :

$$3 \frac{(1 - 2\nu_c)}{E_c^*} = \beta_1^* \frac{u_1}{E_1} + \frac{u_2}{E_2^*} \left( \frac{a_2^*}{r_1^3 r_2^3} + \beta_2^* \right) + \frac{u_3}{E_3^*} \left( \frac{a_3^*}{r_2^3 r_3^3} + \beta_3^* \right) +$$

$$+ \frac{u_4}{E_4} \left( \frac{a_4^*}{r_3^3 r_4^3} + \beta_4^* \right) + \frac{u_5}{E_5^*} \left( \frac{a_5^*}{r_4^3 r_5^3} + \beta_5^* \right) + \frac{u_6}{E_6^*} \left( \frac{a_6^*}{r_5^3 r_6^3} + \beta_6^* \right)$$

Το ζητούμενο πλέον είναι ο υπολογισμός του  $E_c^*$ . Για να επιτευχθεί, θα πρέπει να υπολογίσουμε ξεχωριστά το πραγματικό και το φανταστικό μέρος καθενός από τα μιγαδικά μεγέθη του δεξιού μέρους της ανωτέρω εξίσωσης και να αντικαταστήσουμε κάθε μιγαδικό μέγεθος με την ισοδύναμη μορφή  $z = z' + z''i$ . Το τελικό άθροισμα που θα προκύψει στο δεξί μέρος της εξίσωσης, θα χωριστεί σε πραγματικό και φανταστικό μέρος και από αυτή την τελική εξίσωση, θα προκύψει το πραγματικό και το μιγαδικό μέρος του  $E_c^*$ , επομένως, θα υπολογιστεί το  $E_c^*$ .

Για κάθε μιγαδικό μέγεθος του δεξιού μέρους της παραπάνω εξίσωσης και βάσει της αρχής της αντιστοίχισης, θα προκύψουν από τους αρχικούς τύπους τα εξής :

$$\beta_1^* = \frac{12(1 + \nu_1)^2}{1 - 2\nu_1} |B_P^*|^2 e^{j2\theta_{B_P}}$$

οπότε βάσει της σχέσης του Euler για μιγαδικούς αριθμούς (έστω μιγαδικός  $z = a + bi$ , μέτρο  $z \rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ , τότε ο μιγαδικός μπορεί να γραφεί ως  $z = |z|e^{j\theta}$ , όπου βάσει του τύπου Euler ισχύει :  $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$  προκύπτει :

$$\beta_1' = \frac{12(1 + \nu_1)^2}{1 - 2\nu_1} |B_P^*|^2 \cos(2\theta_{B_P})$$

$$\beta_1'' = \frac{12(1 + \nu_1)^2}{1 - 2\nu_1} |B_P^*|^2 \sin(2\theta_{B_P})$$

με  $|B_P^*| = \sqrt{B_P'^2 + B_P''^2}$  και  $\theta_{B_P} = \tan^{-1}(B_P''/B_P')$

Όμοια προκύπτουν :

$$\beta_2' = \frac{12(1 + \nu_2)^2}{1 - 2\nu_2} |D_P^*|^2 \cos(2\theta_{D_P})$$

$$\beta_2'' = \frac{12(1 + \nu_2)^2}{1 - 2\nu_2} |D_P^*|^2 \sin(2\theta_{D_P})$$

με  $|D_P^*| = \sqrt{D_P'^2 + D_P''^2}$  και  $\theta_{D_P} = \tan^{-1}(D_P''/D_P')$

$$\beta_3' = \frac{12(1 + \nu_3)^2}{1 - 2\nu_3} |F_P^*|^2 \cos(2\theta_{F_P})$$

$$\beta_3'' = \frac{12(1 + \nu_3)^2}{1 - 2\nu_3} |F_P^*|^2 \sin(2\theta_{F_P})$$

με  $|F_P^*| = \sqrt{F_P'^2 + F_P''^2}$  και  $\theta_{F_P} = \tan^{-1}(F_P''/F_P')$

$$\beta_4' = \frac{12(1 + \nu_4)^2}{1 - 2\nu_4} |J_P^*|^2 \cos(2\theta_{J_P})$$

$$\beta_4'' = \frac{12(1 + \nu_4)^2}{1 - 2\nu_4} |J_P^*|^2 \sin(2\theta_{J_P})$$

$$\mu\epsilon \quad |J_P^*| = \sqrt{J_P'^2 + J_P''^2} \quad \text{και} \quad \theta_{J_P} = \tan^{-1}(J_P''/J_P')$$

$$\beta_5' = \frac{12(1 + \nu_5)^2}{1 - 2\nu_5} |M_P^*|^2 \cos(2\theta_{M_P})$$

$$\beta_5'' = \frac{12(1 + \nu_5)^2}{1 - 2\nu_5} |M_P^*|^2 \sin(2\theta_{M_P})$$

$$\mu\epsilon \quad |M_P^*| = \sqrt{M_P'^2 + M_P''^2} \quad \text{και} \quad \theta_{M_P} = \tan^{-1}(M_P''/M_P')$$

$$\beta_6' = \frac{12(1 + \nu_6)^2}{1 - 2\nu_6} |Q_P^*|^2 \cos(2\theta_{Q_P})$$

$$\beta_6'' = \frac{12(1 + \nu_6)^2}{1 - 2\nu_6} |Q_P^*|^2 \sin(2\theta_{Q_P})$$

$$\mu\epsilon \quad |Q_P^*| = \sqrt{Q_P'^2 + Q_P''^2} \quad \text{και} \quad \theta_{Q_P} = \tan^{-1}(Q_P''/Q_P')$$

$$a_2' = 6(1 + \nu_2)|C_P^*|^2 \cos(2\theta_{C_P})$$

$$a_2'' = 6(1 + \nu_2)|C_P^*|^2 \sin(2\theta_{C_P})$$

$$\mu\varepsilon \quad |C_P^*| = \sqrt{C_P'^2 + C_P''^2} \quad \text{και} \quad \theta_{C_P} = \tan^{-1}(C_P''/C_P')$$

$$a_3' = 6(1 + \nu_3)|E_P^*|^2 \cos(2\theta_{E_P})$$

$$a_3'' = 6(1 + \nu_3)|E_P^*|^2 \sin(2\theta_{E_P})$$

$$\mu\varepsilon \quad |E_P^*| = \sqrt{E_P'^2 + E_P''^2} \quad \text{και} \quad \theta_{E_P} = \tan^{-1}(E_P''/E_P')$$

$$a_4' = 6(1 + \nu_4)|H_P^*|^2 \cos(2\theta_{H_P})$$

$$a_4'' = 6(1 + \nu_4)|H_P^*|^2 \sin(2\theta_{H_P})$$

$$\mu\varepsilon \quad |H_P^*| = \sqrt{H_P'^2 + H_P''^2} \quad \text{και} \quad \theta_{H_P} = \tan^{-1}(H_P''/H_P')$$

$$a_5' = 6(1 + \nu_5)|L_P^*|^2 \cos(2\theta_{L_P})$$

$$a_5'' = 6(1 + \nu_5)|L_P^*|^2 \sin(2\theta_{L_P})$$

$$\mu\varepsilon \quad |L_P^*| = \sqrt{L_P'^2 + L_P''^2} \quad \text{και} \quad \theta_{L_P} = \tan^{-1}(L_P''/L_P')$$

$$a_6' = 6(1 + \nu_6)|N_p^*|^2 \cos(2\theta_{N_p})$$

$$a_6'' = 6(1 + \nu_6)|N_p^*|^2 \sin(2\theta_{N_p})$$

$$\mu \varepsilon |N_p^*| = \sqrt{N_p'^2 + N_p''^2} \quad \text{και} \quad \theta_{N_p} = \tan^{-1}(N_p''/N_p')$$

όπου βάσει αρχής της αντιστοιχίας, και από τους τύπους της προηγούμενης παραγράφου έχουμε:

$$B_p^* = -\mu \lambda_1 \lambda_2^* \lambda_3^* \lambda_4^* \frac{(1 - 2\nu_1)}{2(1 + \nu_1)}$$

\* (τα  $\mu, \lambda_1$  είναι πραγματικοί αριθμοί αφού δεν εξαρτώνται από κανέναν μιγαδικό αριθμό  $\rightarrow$

$$\mu = \frac{(1-2\nu_3)(1+\nu_1)}{(1+\nu_3)(1-2\nu_1)} \quad , \quad \lambda_1 = \frac{r_3^3[r_2^3(1+\nu_3)(1-2\nu_1) - r_1^3(1-2\nu_3)(1+\nu_1)]}{-(1+\nu_1)(1-2\nu_3)r_2^3r_1^3 + (1+\nu_3)(1-2\nu_1)[r_2^3r_3^3 - \mu r_1^3(r_3^3 - r_2^3)]}$$

ή αλλιώς

$$B_p^* = -\mu \lambda_1 |\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*| \frac{(1 - 2\nu_1)}{2(1 + \nu_1)} e^{j(\theta_{\lambda_1} + \theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3})}$$

και από τον τύπο του Euler παίρνουμε τελικά :

$$B_p' = -\mu \lambda_1 |\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*| \frac{(1 - 2\nu_1)}{2(1 + \nu_1)} \cos(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})$$

$$B_p'' = -\mu \lambda_1 |\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*| \frac{(1 - 2\nu_1)}{2(1 + \nu_1)} \sin(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})$$



Όμοια υπολογίζονται τα παρακάτω :

$$C_P' = \frac{-r_1^3 \mu \lambda_1 |\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*|}{2} \cos(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - \frac{r_1^3 (1 + \nu_1) D_P'}{(1 - 2\nu_1)}$$

$$C_P'' = \frac{-r_1^3 \mu \lambda_1 |\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*|}{2} \sin(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - \frac{r_1^3 (1 + \nu_1) D_P''}{(1 - 2\nu_1)}$$

$$D_P' = \frac{\lambda_1 |\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*| (\mu r_1^3 - r_2^3) (1 - 2\nu_3) (1 - 2\nu_1)}{2[r_2^3 (1 + \nu_3) (1 - 2\nu_1) - r_1^3 (1 + \nu_1) (1 - 2\nu_3)]} \cos(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})$$

$$D_P'' = \frac{\lambda_1 |\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*| (\mu r_1^3 - r_2^3) (1 - 2\nu_3) (1 - 2\nu_1)}{2[r_2^3 (1 + \nu_3) (1 - 2\nu_1) - r_1^3 (1 + \nu_1) (1 - 2\nu_3)]} \sin(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})$$

$$E_P' = \frac{|\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*| r_2^3 r_3^3 [\cos(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - |\lambda_4^*| \cos(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})]}{2(r_3^3 - r_2^3)}$$

$$E_P'' = \frac{|\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*| r_2^3 r_3^3 [\sin(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - |\lambda_4^*| \sin(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})]}{2(r_3^3 - r_2^3)}$$

$$F_P' = \frac{|\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*| (\lambda_1 r_2^3 - r_3^3) (1 - 2\nu_3)}{2(r_3^3 - r_2^3) (1 + \nu_3)} \cos(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})$$

$$F_P'' = \frac{|\lambda_2^*| |\lambda_3^*| |\lambda_4^*| (\lambda_1 r_2^3 - r_3^3) (1 - 2\nu_3)}{2(r_3^3 - r_2^3) (1 + \nu_3)} \sin(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})$$

$$H_P' = \frac{|\lambda_3^*||\lambda_4^*|r_4^3r_3^3[\cos(\theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - |\lambda_2^*| \cos(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})]}{2(r_4^3 - r_3^3)}$$

$$H_P'' = \frac{|\lambda_3^*||\lambda_4^*|r_4^3r_3^3[\sin(\theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - |\lambda_2^*| \sin(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})]}{2(r_4^3 - r_3^3)}$$

$$J_P' = \frac{|\lambda_3^*||\lambda_4^*|(1 - 2\nu_4)[|\lambda_2^*|r_3^3 \cos(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - r_4^3 \cos(\theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})]}{2(r_4^3 - r_3^3)(1 + \nu_4)}$$

$$J_P'' = \frac{|\lambda_3^*||\lambda_4^*|(1 - 2\nu_4)[|\lambda_2^*|r_3^3 \sin(\theta_{\lambda_2} + \theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - r_4^3 \sin(\theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4})]}{2(r_4^3 - r_3^3)(1 + \nu_4)}$$

$$L_P' = \frac{-r_4^3}{2} \left[ |\lambda_3^*||\lambda_4^*| \cos(\theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) + 2 \frac{(1 + \nu_4)}{(1 - 2\nu_4)} M_P' \right]$$

$$L_P'' = \frac{-r_4^3}{2} \left[ |\lambda_3^*||\lambda_4^*| \sin(\theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) + 2 \frac{(1 + \nu_4)}{(1 - 2\nu_4)} M_P'' \right]$$

$$M_P' = \frac{|\lambda_4^*|(1 - 2\nu_6)(1 - 2\nu_4)[|\lambda_3^*|r_4^3 \cos(\theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - r_5^3 \cos(\theta_{\lambda_4})]}{2[r_5^3(1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4) - r_4^3(1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)]}$$

$$M_P'' = \frac{|\lambda_4^*|(1 - 2\nu_6)(1 - 2\nu_4)[|\lambda_3^*|r_4^3 \sin(\theta_{\lambda_3} + \theta_{\lambda_4}) - r_5^3 \sin(\theta_{\lambda_4})]}{2[r_5^3(1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4) - r_4^3(1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)]}$$

$$N_P' = \frac{[1 - |\lambda_4^*| \cos(\theta_{\lambda_4})] r_5^3 r_6^3}{2(r_6^3 - r_5^3)}$$

$$N_P'' = \frac{-|\lambda_4^*| \sin(\theta_{\lambda_4}) r_5^3 r_6^3}{2(r_6^3 - r_5^3)}$$

$$Q_P' = \frac{(r_5^3 |\lambda_4^*| \cos(\theta_{\lambda_4}) - r_6^3)(1 - 2\nu_6)}{2(r_6^3 - r_5^3)(1 + \nu_6)}$$

$$Q_P'' = \frac{r_5^3(1 - 2\nu_6) |\lambda_4^*| \sin(\theta_{\lambda_4})}{2(r_6^3 - r_5^3)(1 + \nu_6)}$$

Τέλος, βάσει της αρχής της αντιστοιχίας και των τύπων\_ της προηγούμενης παραγράφου για τα  $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  παίρνουμε αντίστοιχα για τα  $\lambda_2^*, \lambda_3^*, \lambda_4^*$  :

$$\lambda_2 =$$

$$= \frac{3r_4^3(1 - \nu_4)(r_3^3 - r_2^3)E_m}{[r_2^3(1 + \nu_3) + 2r_3^3(1 - 2\nu_3)](r_4^3 - r_3^3)E_f + [r_4^3(1 + \nu_4) + 2r_3^3(1 - 2\nu_4)](r_3^3 - r_2^3)E_m - 3\lambda_1 r_2^3(r_4^3 - r_3^3)(1 - \nu_3)E_f}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\{[r_2^3(1 + \nu_3) + 2r_3^3(1 - 2\nu_3)](r_4^3 - r_3^3) - 3\lambda_1 r_2^3(r_4^3 - r_3^3)(1 - \nu_3)\}E_f}{3r_4^3(1 - \nu_4)(r_3^3 - r_2^3)E_m} + \frac{[r_4^3(1 + \nu_4) + 2r_3^3(1 - 2\nu_4)](r_3^3 - r_2^3)}{3r_4^3(1 - \nu_4)(r_3^3 - r_2^3)}$$

Επομένως, βάσει της αρχής της αντιστοίχισης, θα έχω :

$$\frac{1}{\lambda_2^*} = \frac{\{[r_2^3(1 + \nu_3) + 2r_3^3(1 - 2\nu_3)](r_4^3 - r_3^3) - 3\lambda_1 r_2^3(r_4^3 - r_3^3)(1 - \nu_3)\}E_f^*}{3r_4^3(1 - \nu_4)(r_3^3 - r_2^3)E_m^*} + \frac{[r_4^3(1 + \nu_4) + 2r_3^3(1 - 2\nu_4)](r_3^3 - r_2^3)}{3r_4^3(1 - \nu_4)(r_3^3 - r_2^3)}$$

Κάνοντας τις πράξεις (και πολλαπλασιάζοντας αριθμητή και παρονομαστή με το συζηγή μιγαδικό αριθμό του  $E_m^*$ ) καταλήγουμε τελικά στα εξής :

για ευκολία στη διατύπωση των ακολουθόντων τύπων, θέτω :

$$Re_2 = \frac{\{[r_2^3(1 + \nu_3) + 2r_3^3(1 - 2\nu_3)](r_4^3 - r_3^3) - 3\lambda_1 r_2^3(r_4^3 - r_3^3)(1 - \nu_3)\}E_f E_m'}{3r_4^3(1 - \nu_4)(r_3^3 - r_2^3)|E_m^*|^2} + \frac{[r_4^3(1 + \nu_4) + 2r_3^3(1 - 2\nu_4)](r_3^3 - r_2^3)}{3r_4^3(1 - \nu_4)(r_3^3 - r_2^3)}$$

$$Im_2 = \frac{\{[r_2^3(1 + \nu_3) + 2r_3^3(1 - 2\nu_3)](r_4^3 - r_3^3) - 3\lambda_1 r_2^3(r_4^3 - r_3^3)(1 - \nu_3)\}E_f E_m''}{3r_4^3(1 - \nu_4)(r_3^3 - r_2^3)|E_m^*|^2}$$

όπου βέβαια  $|E_m^*| = \sqrt{E_m'^2 + E_m''^2}$ , με τα  $E_m'$  και  $E_m''$  να δίδονται από τον πίνακα 6-1

και καταλήγουμε ότι :

$$\lambda_2' = \frac{Re_2}{Re_2^2 + Im_2^2}$$

$$\lambda_2'' = \frac{-Im_2}{Re_2^2 + Im_2^2}$$

όμοια παίρνουμε ότι :

$$\lambda_3' = \frac{Re_3}{Re_3^2 + Im_3^2}$$

$$\lambda_3'' = \frac{-Im_3}{Re_3^2 + Im_3^2}$$

με

$$Re_3 = \frac{[r_4^3 r_3^3 (1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6) - r_5^3 r_3^3 (1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4)]\lambda_2' + r_5^3 r_4^3 (1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4) - r_4^3 r_3^3 (1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)}{r_5^3 (1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)(r_4^3 - r_3^3)}$$

$$Im_3 = \frac{[r_4^3 r_3^3 (1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6) - r_5^3 r_3^3 (1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4)]\lambda_2''}{r_5^3 (1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)(r_4^3 - r_3^3)}$$

και

$$\lambda_4' = \frac{Re_4}{Re_4^2 + Im_4^2}$$

$$\lambda_4'' = \frac{-Im_4}{Re_4^2 + Im_4^2}$$

με

$$Re_4 = \frac{r_5^3 r_6^3 (1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4) - r_5^3 r_4^3 (1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6) - (1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4)r_4^3 (r_6^3 - r_5^3)\lambda_3'}{r_6^3 [r_5^3 (1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4) - r_4^3 (1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)]}$$
$$Im_4 = \frac{-(1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4)r_4^3 (r_6^3 - r_5^3)\lambda_3''}{r_6^3 [r_5^3 (1 + \nu_6)(1 - 2\nu_4) - r_4^3 (1 + \nu_4)(1 - 2\nu_6)]}$$

Πλέον έχουν υπολογιστεί τα πραγματικά και τα φανταστικά μέρη όλων των μιγαδικών αριθμών της αρχικής εξίσωσης και μετά από πράξεις παίρνουμε τελικά :

$$E_c' = \frac{1}{\sqrt{(Re_{E_c^{-1}})^2 + (Im_{E_c^{-1}})^2}} \cos(\theta_{E_c^{-1}})$$

$$E_c'' = -\frac{1}{\sqrt{(Re_{E_c^{-1}})^2 + (Im_{E_c^{-1}})^2}} \sin(\theta_{E_c^{-1}})$$

με

$$\theta_{E_c^{-1}} = \tan^{-1}(Im_{E_c^{-1}}/Re_{E_c^{-1}})$$

και

$$\begin{aligned} Re_{E_c^{-1}} = & \frac{\beta_1' u_1}{3E_f(1-2\nu_c)} + \frac{u_2}{3r_1^3 r_2^3 (1-2\nu_c)} \frac{|a_2^*|}{|E_{i1}^*|} \cos(\theta_{a_2} - \theta_{E_{i1}}) + \\ & + \frac{u_2}{3(1-2\nu_c)} \frac{|\beta_2^*|}{|E_{i1}^*|} \cos(\theta_{\beta_2} - \theta_{E_{i1}}) + \frac{u_3}{3r_2^3 r_3^3 (1-2\nu_c)} \frac{|\alpha_3^*|}{|E_m^*|} \cos(\theta_{\alpha_3} - \theta_{E_m}) + \\ & + \frac{u_3}{3(1-2\nu_c)} \frac{|\beta_3^*|}{|E_m^*|} \cos(\theta_{\beta_3} - \theta_{E_m}) + \frac{u_4 \alpha_4'}{3E_f(1-2\nu_c) r_3^3 r_4^3} + \frac{u_4 \beta_4'}{3E_f(1-2\nu_c)} + \\ & + \frac{u_5}{3r_4^3 r_5^3 (1-2\nu_c)} \frac{|\alpha_5^*|}{|E_{i2}^*|} \cos(\theta_{\alpha_5} - \theta_{E_{i2}}) + \frac{u_5}{3(1-2\nu_c)} \frac{|\beta_5^*|}{|E_{i2}^*|} \cos(\theta_{\beta_5} - \theta_{E_{i2}}) + \\ & + \frac{u_6}{3r_5^3 r_6^3 (1-2\nu_c)} \frac{|\alpha_6^*|}{|E_m^*|} \cos(\theta_{\alpha_6} - \theta_{E_m}) + \frac{u_6}{3(1-2\nu_c)} \frac{|\beta_6^*|}{|E_m^*|} \cos(\theta_{\beta_6} - \theta_{E_m}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Im_{E_c^{-1}} = & \frac{\beta_1'' u_1}{3E_f(1-2\nu_c)} + \frac{u_2}{3r_1^3 r_2^3 (1-2\nu_c)} \frac{|a_2^*|}{|E_{i1}^*|} \sin(\theta_{a_2} - \theta_{E_{i1}}) + \\ & + \frac{u_2}{3(1-2\nu_c)} \frac{|\beta_2^*|}{|E_{i1}^*|} \sin(\theta_{\beta_2} - \theta_{E_{i1}}) + \frac{u_3}{3r_2^3 r_3^3 (1-2\nu_c)} \frac{|\alpha_3^*|}{|E_m^*|} \sin(\theta_{\alpha_3} - \theta_{E_m}) + \\ & + \frac{u_3}{3(1-2\nu_c)} \frac{|\beta_3^*|}{|E_m^*|} \sin(\theta_{\beta_3} - \theta_{E_m}) + \frac{u_4 \alpha_4''}{3E_f(1-2\nu_c) r_3^3 r_4^3} + \frac{u_4 \beta_4''}{3E_f(1-2\nu_c)} + \\ & + \frac{u_5}{3r_4^3 r_5^3 (1-2\nu_c)} \frac{|\alpha_5^*|}{|E_{i2}^*|} \sin(\theta_{\alpha_5} - \theta_{E_{i2}}) + \frac{u_5}{3(1-2\nu_c)} \frac{|\beta_5^*|}{|E_{i2}^*|} \sin(\theta_{\beta_5} - \theta_{E_{i2}}) + \\ & + \frac{u_6}{3r_5^3 r_6^3 (1-2\nu_c)} \frac{|\alpha_6^*|}{|E_m^*|} \sin(\theta_{\alpha_6} - \theta_{E_m}) + \frac{u_6}{3(1-2\nu_c)} \frac{|\beta_6^*|}{|E_m^*|} \sin(\theta_{\beta_6} - \theta_{E_m}) \end{aligned}$$

## 7 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΜΕ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΛΛΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

### 7.1 Πειραματική διαδικασία - μεθοδολογία

Για να ελέγξουμε το πόσο καλά προσεγγίζουν την πραγματικότητα τα κυβικά εξαφασικά μοντέλα μας με ενδιάμεση φάση χρησιμοποιήσαμε πειραματικά δεδομένα απο πειράματα τα οποία πραγματοποιήθηκαν στο εργαστήριο Αντοχής Υλικών.

Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν στο πείραμα έχουν ως μήτρα εποξειδική ρητίνη τύπου DGEBA (Dyglycidyl Ether Bispherol A) με ισοδύναμο 185-192, με μοριακό βάρος μεταξύ 370 και 384 και με ιξώδες 15000P στους 25°C, πολυμεριζόμενα εν ψυχρώ με 8% τριεθυλενική τετραμίνη.

Τα υλικά παρασκευάζονται ως εξής:

Το προ-πολυμερές θερμαίνεται σε θερμοκρασία πάνω από τους 30°C ώστε να μειωθεί το ιξώδες του και στη συνέχεια σε κατάλληλη ποσότητα αυτού προστίθεται κονιοποιημένος σίδηρος με διάμετρο κόκκων 150 μm. Το μίγμα αφού ανακατευτεί πλήρως τοποθετείται σε θάλαμο χαμηλής πίεσης για περίπου 15 λεπτά για απομαγνητισμό.

Στη συνέχεια τοποθετείται σε ορθογώνιο καλούπι από *plexiglass*, με κατάλληλο όγκο και σχήμα, επενδυμένο με σιλικόνη ώστε να μην κολλήσει.

Έπειτα κλείνεται έτσι ώστε να είναι δυνατό να περιστραφεί, για να αποτραπεί η κατακρήση των εγκλεισμάτων σιδήρου και να προκύψει όσο το δυνατό ομοιογενές υλικό. Ο χρόνος τον οποίο χρειάζεται για να «πήξει» το υλικό, για θερμοκρασία 20°C είναι 20-25 λεπτά, χρόνος ο οποίος μειώνεται ελαφρά από



την παρουσία εγκλεισμάτων. Μετά την πάροδο των 20-25 λεπτών το ανακάτεμα δεν είναι πλέον απαραίτητο.

Το καλούπι απομακρύνεται 24 ώρες αργότερα και το χυτό υποβάλλεται σε θερμική επεξεργασία που περιλαμβάνει:

- Αύξηση της θερμοκρασίας με ρυθμό  $5^{\circ}\text{C}/\text{h}$ , σταθερή διατήρηση στους  $100^{\circ}\text{C}$
- Τελική μείωση σε θερμοκρασία περιβάλλοντος με ρυθμό  $1^{\circ}\text{C}/\text{h}$ .

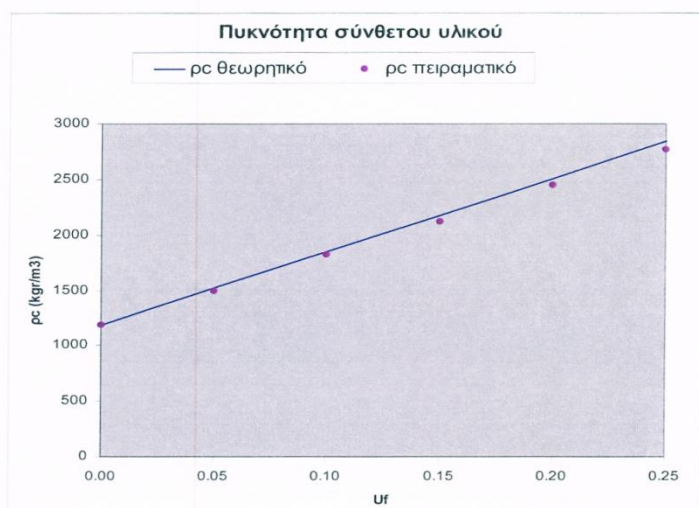
Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνουμε πλήρη πολυμερισμό του υλικού που θα χρησιμοποιηθεί ως μήτρα και επομένως οι ιδιότητες του τελικού προϊόντος είναι οι επιθυμητές.

Στα επεξεργασμένα δοκίμια γίνεται μέτρηση της πυκνότητας και η τιμή αυτή συγκρίνεται με την αντίστοιχη θεωρητική που προκύπτει από τη σχέση:

$$\rho_c = \rho_f U_f + \rho_m U_m$$

Τα αποτελέσματα από αυτή τη μέτρηση φαίνονται στο διάγραμμα που ακολουθεί. Οι πυκνότητες δίδονται σε  $\text{kg}/\text{m}^3$ :

Uf (%)	0	5	10	15	20	25
$\rho_c$ θεωρητικό	1190	1520,5	1851	2181,5	2512	2842,5
$\rho_c$ πειραματικό	1190	1500	1820	2120	2450	2770

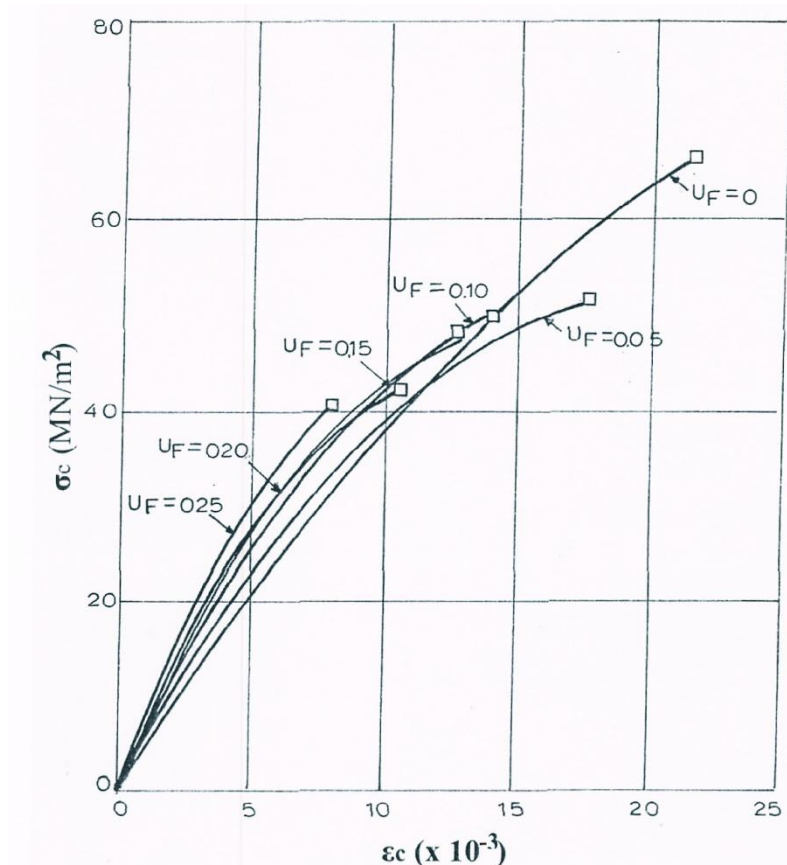


Σχήμα 7-1 Πυκνότητα σύνθετου υλικού συναρτήσει της περιεκτικότητας του σε εγκλείσματα

Παρατηρούμε ότι τα πειραματικά μας αποτελέσματα έχουν πολύ μικρή απόκλιση από τα θεωρητικά, οπότε το υλικό μας μπορεί να θεωρηθεί συμπαγές και χωρίς ατέλειες (ασυνέχειες, κενά αέρος κ.λ.π.).

Για τον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων του κοκκώδους σύνθετου υλικού έγιναν πειράματα εφελκυσμού με συσκευή τύπου instron σε θερμοκρασία δωματίου. 5 δοκίμια διαστάσεων 45x6x3mm χρησιμοποιήθηκαν για κάθε περιεκτικότητα. Η ταχύτητα φόρτισης  $c$  ήταν 0,1 cm/min.

Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνονται οι καμπύλες τάσεων-παραμορφώσεων για την εποξειδική ρητίνη ενισχυμένη με κόκκους σιδήρου.

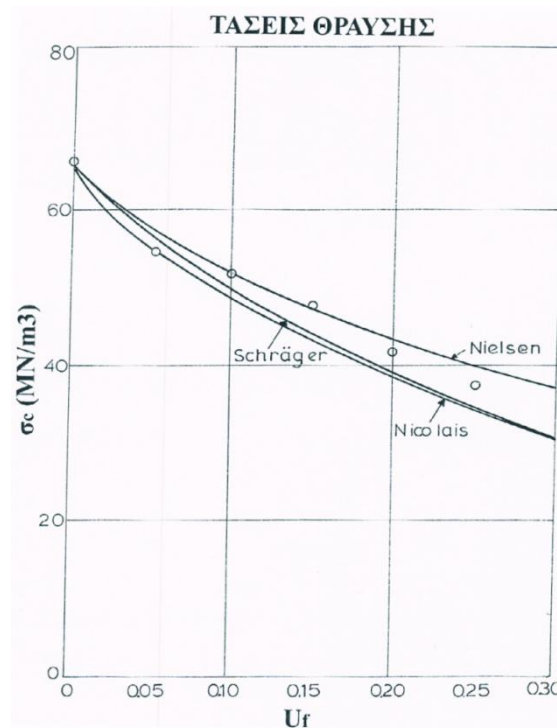


Σχήμα 7-2 καμπύλες τάσεων-παραμορφώσεων για την εποξειδική ρητίνη ενισχυμένη με κόκκους σιδήρου

Από τις καμπύλες αυτές φαίνεται η επίδραση της κατ' όγκο περιεκτικότητας σε σίδηρο στη μηχανική συμπεριφορά του σύνθετου υλικού. Η μορφή των καμπυλών αυτών δείχνει ότι γενικά τα σύνθετα αυτά υλικά εμφανίζουν μη γραμμικότητα. Επειδή η μήτρα είναι βισκοελαστικό υλικό η μη γραμμική συμπεριφορά η οποία παρατηρείται δύναται να οφείλεται σε παράγοντες εξαρτώμενους από το χρόνο. Είναι φανερό ότι ελαστική συμπεριφορά παρατηρείται μόνο στο αρχικό τμήμα τάσεων παραμορφώσεων.

Από τις ίδιες καμπύλες φαίνεται ότι καθώς αυξάνει η κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος, προκύπτει μια πλέον ελαστική συμπεριφορά. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι το έγκλεισμα είναι καθαρά ελαστικό υλικό και η παρουσία του αποδυναμώνει την βισκοελαστική συμπεριφορά της μήτρας.

Τέλος μετρήθηκε η τάση θραύσης για διάφορες περιεκτικότητες και για ταχύτητα φορτίσεως  $c=0,1\text{cm/min}$ . Τα αποτελέσματα των μετρήσεων φαίνονται στο διάγραμμα που ακολουθεί.

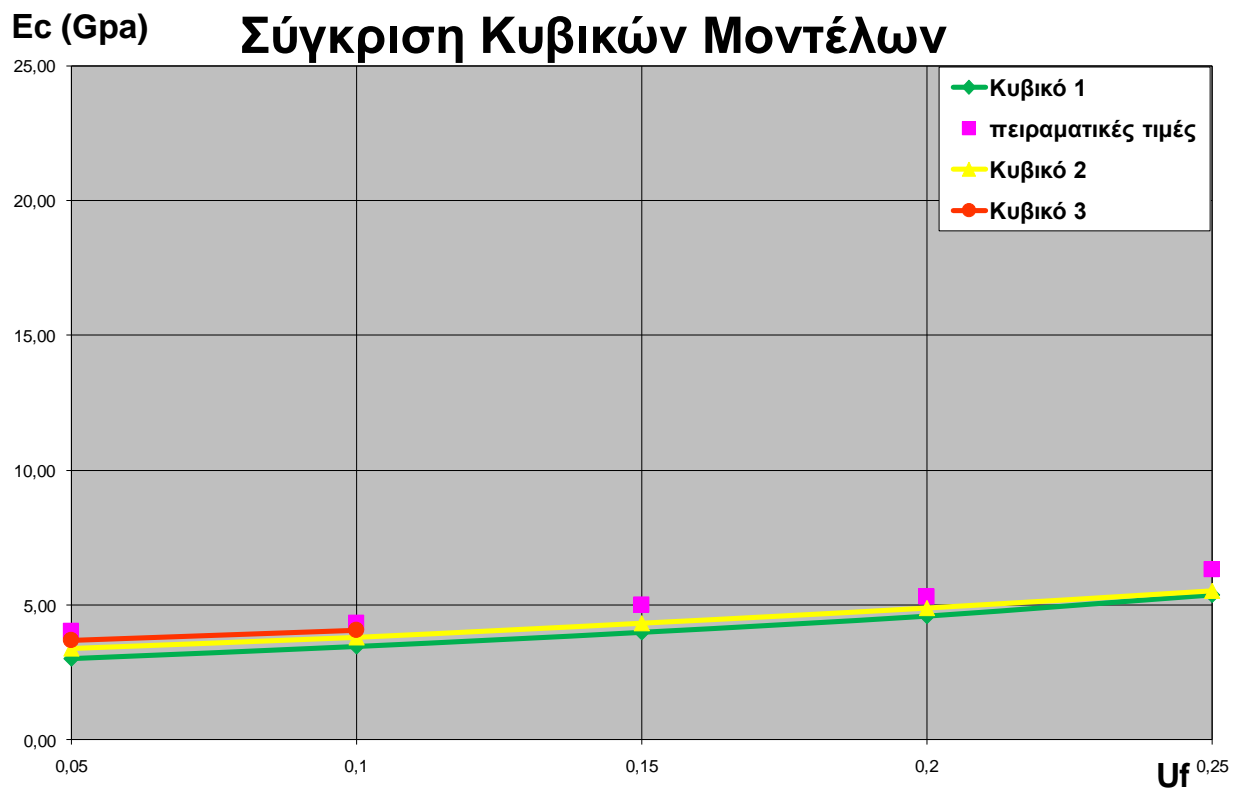


Σχήμα 7-3 τάση θραύσης σύνθετου υλικού για διάφορες περιεκτικότητες και για ταχύτητα φορτίσεως  $c=0,1\text{cm/min}$

Η κάποια διασπορά η οποία εμφανίζεται στα αποτελέσματα βρίσκεται μέσα στα όρια των θεωρητικών καμπυλών των Nielsen, Nicolais και Schragger.

## 7.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων - συμπεράσματα

### 7.2.1 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας $E_c$ :



Διάγραμμα 7-1 Σύγκριση κυβικών μοντέλων

Πίνακας 7-1 Τιμές πειραματικών δεδομένων και αποτελέσματα κυβικών μοντέλων

U <sub>f</sub>	Πειραματικά	Κυβικό 1	Κυβικό 2	Κυβικό 3
	E <sub>c</sub>	E <sub>c</sub>	E <sub>c</sub>	E <sub>c</sub>
0,05	4,00	3,01	3,36	3,68
0,1	4,31	3,45	3,81	4,05
0,15	5,01	3,97	4,31	4,43
0,2	5,30	4,59	4,87	4,84
0,25	6,30	5,36	5,52	5,31

Εδώ, θα πρέπει να σημειωθεί πως το κυβικό μοντέλο 3, όπως είδαμε παραπάνω, λόγω γεωμετρικών περιορισμών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για  $U_f < 0.11$  και επομένως στο διάγραμμα εμφανίζονται μόνο τα σημεία με  $U_f < 0.11$ . Τα υπόλοιπα σημεία του κυβικού 3 που βλέπουμε στον πίνακα 7-1 δεν υπάρχουν στην πραγματικότητα και απλά θα χρησιμοποιηθούν για να δούμε πόσο καλά προσεγγίζει το κυβικό 3 τα πειραματικά δεδομένα.

Για να δούμε πόσο προσεγγίζουν οι θεωρητικές καμπύλες για το κάθε μοντέλο, τα πειραματικά σημεία, εισάγουμε από τη στατιστική ένα δείκτη προσαρμογής που φανερώνει πόσο καλά προσαρμόζεται η θεωρητική καμπύλη στα πειραματικά σημεία.

Ο συντελεστής προσαρμογής δίνεται από τον παρακάτω τύπο :

$$r = 100 \left[ 1 - \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\hat{y}_i^2} \right] \%$$

όπου  $\hat{y}$  η πρόβλεψη του μεγέθους  $y$  (για εμάς  $E_c$ ) στην τιμή  $x_i$  ( $U_f$ ).

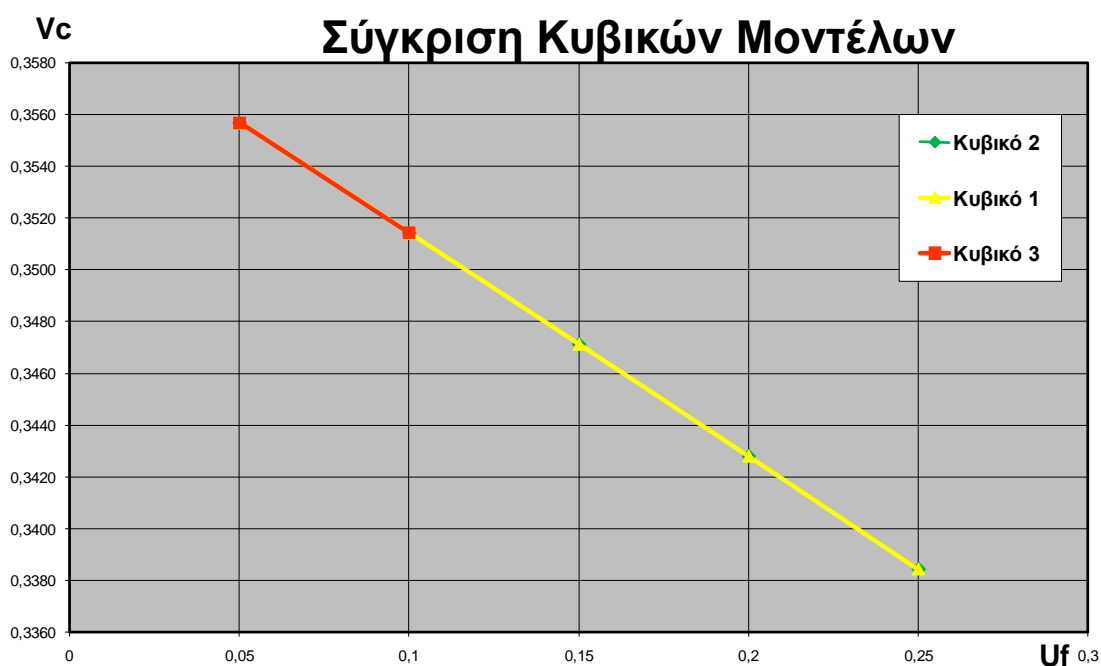
Η τιμή του συντελεστή προσαρμογής κυμαίνεται στο διάστημα  $[0, 1]$ . Μάλιστα όσο πιο πολύ τείνει προς τη μονάδα τόσο πιο καλή προσέγγιση στα πειραματικά μου δεδομένα έχω ενώ όσο τείνει προς το μηδέν, τόσο πιο κακή είναι η θεωρητική μου εκτίμηση.

Για τον συντελεστή προσαρμογής των δύο κυβικών μοντέλων 1 και 2 σε σχέση με τις πειραματικές τιμές, προέκυψαν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 7-2 Τιμές συντελεστή προσαρμογής για το κάθε κυβικό μοντέλο

R1=	90,15%
R2=	96,39%
R3=	97,58%

Επομένως εύκολα διαπιστώνουμε πως τα μοντέλα 2 και 3 είναι άκρως ακριβή ενώ το 1 όχι. Βέβαια, το μοντέλο 3 λόγω γεωμετρικών περιορισμών δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για  $U_f > 0.11$ , οπότε και καταλήγουμε πως το προτιμότερο και χρησιμότερο απο τα τρία θεωρητικά μοντέλα, είναι το κυβικό μοντέλο 2.

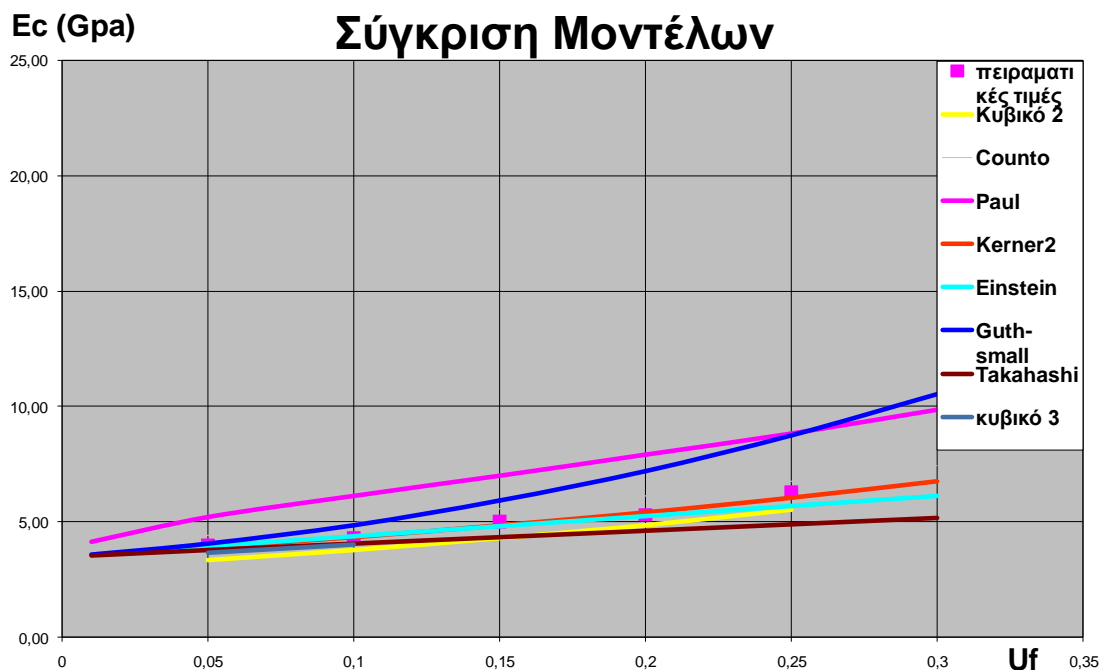


Διάγραμμα 7-2 Σύγκριση κυβικών μοντέλων σε διάγραμμα  $v_c - U_f$

Πίνακας 7-3 Πίνακας  $v_c - U_f$  για τη σύγκριση των τριών κυβικών μοντέλων

$U_f$	Κυβικό 1	Κυβικό 2	Κυβικό 3
	$v_c$	$v_c$	$v_c$
0,05	0,3557	0,3557	0,3557
0,1	0,3514	0,3514	0,3514
0,15	0,3471	0,3471	0,3471
0,2	0,3428	0,3428	0,3428
0,25	0,3384	0,3384	0,3384

Για την τιμή του  $v_c$  παρατηρούμε ότι και τα τρία διαγράμματα συμπίπτουν. Αυτό συμβαίνει γιατί το εύρος μεταβολής του  $v_c$ , είναι πολύ μικρό, οπότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε οποιοδήποτε από τα τρία κυβικά μοντέλα (βεβαίως το κυβικό 3 μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε μόνο για  $U_f < 11\%$ , ώστε να ορίζεται).



Διάγραμμα 7-3  $E_c - U_f$ , Σύγκριση θεωρητικών μοντέλων

Το διάγραμμα 7-3 είναι η γραφική παράσταση του κυβικού μοντέλου 2 , το οποίο προέκυψε ως η καλύτερη μοντελοποίηση του σύνθετου υλικού μας, σε σχέση με διαγράμματα μοντέλων που έχουν προτείνει στο παρελθόν επιστήμονες.

Παρατηρούμε ότι αποτελεί μια πάρα πολύ καλή προσέγγιση της πραγματικότητας του συνθέτου υλικού μας , δηλαδή ενός συνθέτου υλικού που έχει ως έγκλεισμα κόκκους σιδήρου διαμέτρου  $d=150\mu\text{m}$  και μήτρα εποξειδικής ρητίνης ενώ είναι πάρα πολύ κοντά, σχεδόν ταυτίζεται, με το μοντέλο του Takahashi.

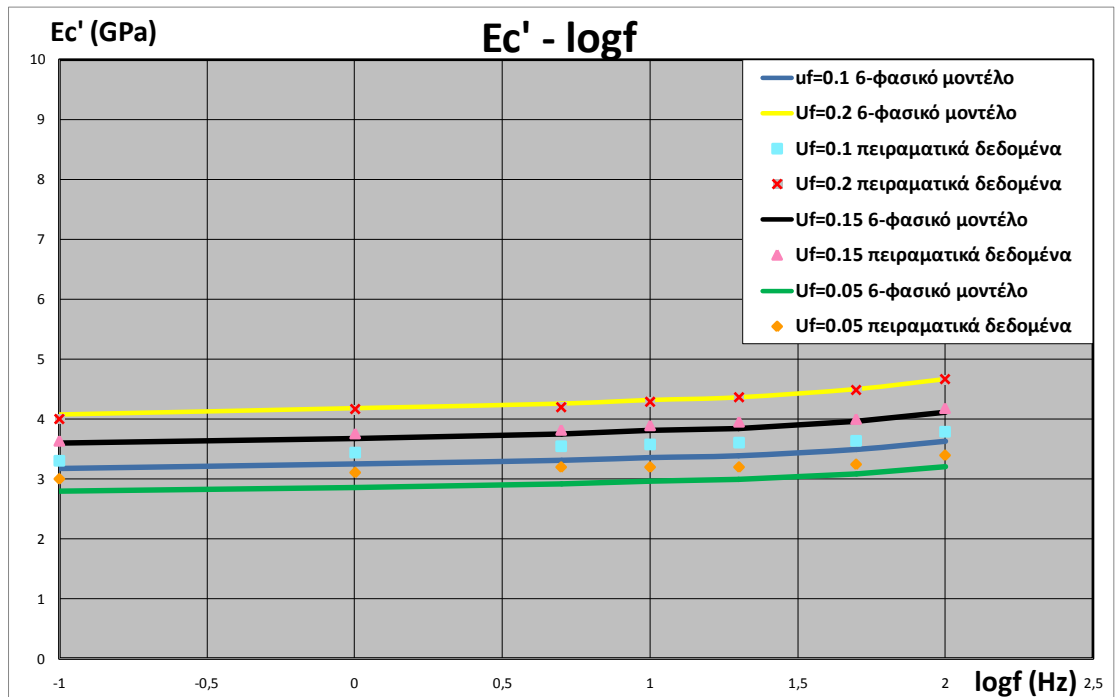
Τελικώς, όσον αφορά τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας, συμπαιρνουμε, πως όσο αυξάνεται η κατ'όγκο περιεκτικότητα του σύνθετου υλικού σε εγκλείσματα, τόσο αυξάνεται και το μέτρο ελαστικότητας του ( $E_c$ ).

Η μικρή απόκλιση των θεωρητικών μας προβλέψεων για το  $E_c$  από τα πειραματικά δεδομένα είναι αναμενόμενη κυρίως για τους εξής λόγους:

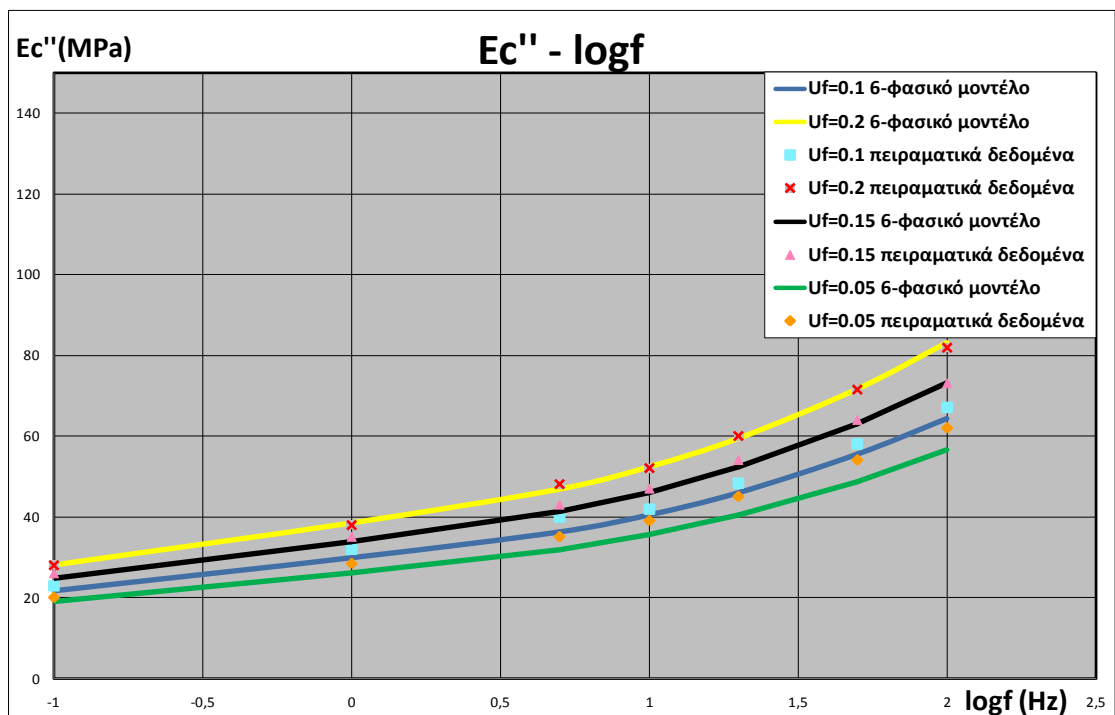
1. Η κατανομή των εγκλεισμάτων μέσα στη ρητίνη στην πραγματικότητα είναι ανομοιογενής και τυχαία και όχι ομοιογενής όπως έχουμε υποθέσει.
2. Ύπαρξη ατελειών στη μήτρα (φυσαλίδες, ατελείς δεσμοί κλπ)
3. Ύπαρξη ασυνέχειας μεταξύ εγκλείσματος και μήτρα, δηλαδή όχι καλή συνοχή του υλικού.
4. Τα θεωρητικά μοντέλα προβλέπουν τέλεια γεωμετρικά σχήματα (σφαιρικοί κόκκοι) ενώ στην πραγματικότητα η επιφάνεια των εγκλεισμάτων είναι ανώμαλη και τραχεία.



## 7.2.2 Υπολογισμός του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας $E_c'$ και του μέτρου απωλειών $E_c''$



Διάγραμμα 7-4  $E_c'$  -  $\log f$  Σύγκριση πειραματικών δεδομένων με αποτελέσματα 6-φασικού



Διάγραμμα 7-5  $E_c''$  -  $\log f$  Σύγκριση πειραματικών δεδομένων με αποτελέσματα 6-φασικού μοντέλου

Παρατηρούμε από τα δύο παραπάνω διαγράμματα (7-4,7-5) ότι αυξανόμενη της συχνότητας φόρτισης και για σταθερή κατ'όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα, τα  $E_c'$  και  $E_c''$  αυξάνονται, ενώ τα πειραματικά δεδομένα πρακτικά ταυτίζονται με τα αποτελέσματα που πήραμε από το 6-φασικό μοντέλο που κατασκευάσαμε για τον υπολογισμό τόσο του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας  $E_c'$  του σύνθετου υλικού, όσο και του μέτρου απωλειών του  $E_c''$ .

Επομένως οι τύποι του 6-φασικού μοντέλου που κατασκευάσαμε μπορούν να χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των  $E_c'$  και  $E_c''$ , προσδίδοντας μάλιστα και μεγάλη ακρίβεια αποτελεσμάτων.

Αυτό άλλωστε γίνεται φανερό και αν δούμε τους συντελεστές προσαρμογής των θεωρητικών αποτελεσμάτων πάνω στα πειραματικά δεδομένα, όπως φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα :

Πίνακας 7-4 Συντελεστές προσαρμογής στους υπολογισμούς των  $E_c'$  και  $E_c''$

<b>ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ R</b>		
<b>U<sub>f</sub></b>	<b>E<sub>c</sub>'</b>	<b>E<sub>c</sub>''</b>
0.05	0,9921	0,9875
0.1	0,9957	0,9946
0.15	0,9994	0,9986
0.2	0,9999	0,9998

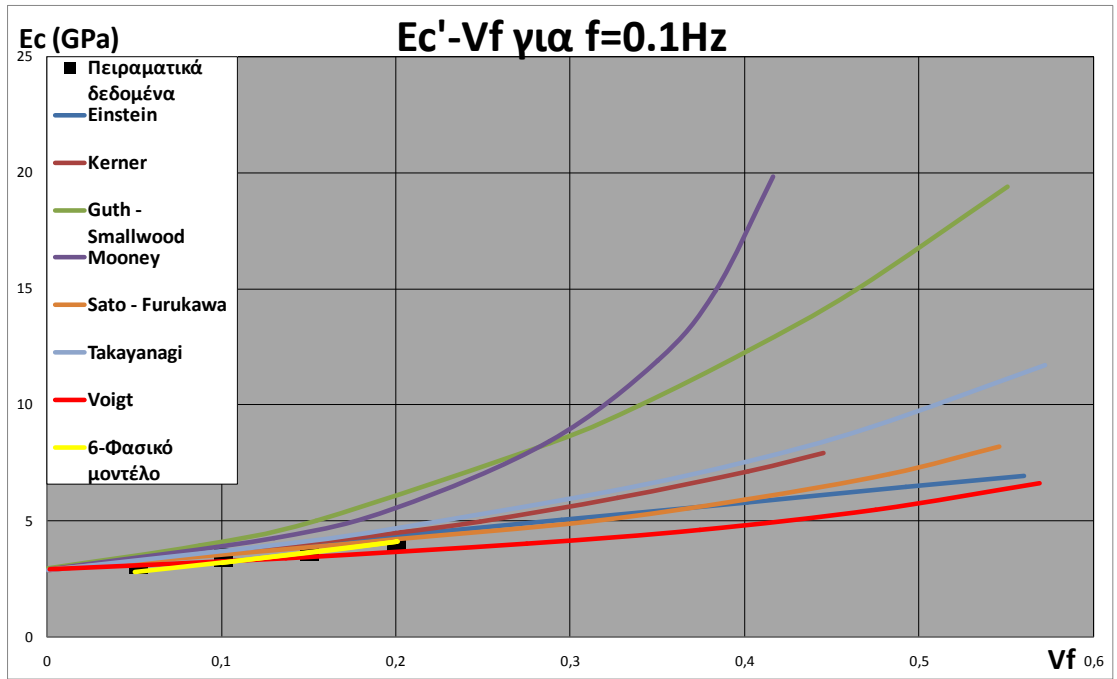
Παρατηρούμε ότι οι συντελεστές προσαρμογής  $R$  σε όλες τις περιπτώσεις είναι  $R > 0.99$ , δηλαδή πρακτικά έχουμε ταύτιση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται διαγράμματα :

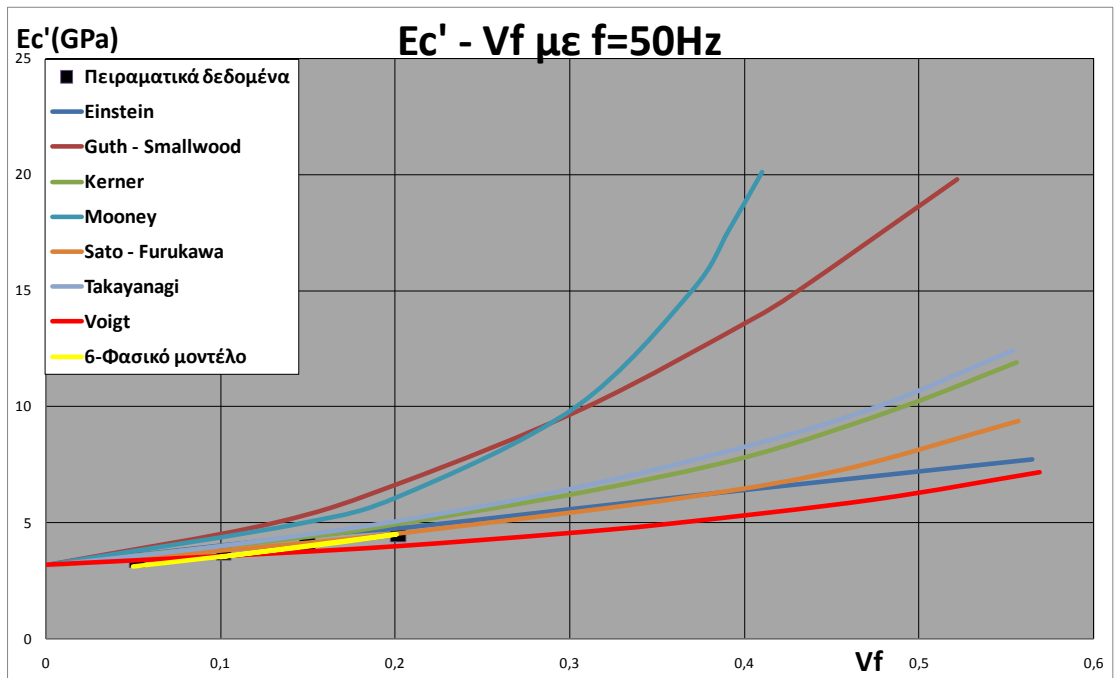
- $E_c'$  -  $V_f$  για  $f = 0.1\text{Hz}$  και  $f = 50\text{Hz}$
- $E_c''$  -  $V_f$  για  $f = 0.1\text{Hz}$  και  $f = 50\text{Hz}$
- $E_c'$  -  $\log f$  για  $V_f = 0.2$
- $E_c''$  -  $\log f$  για  $V_f = 0.2$

Όπου εμφανίζονται :

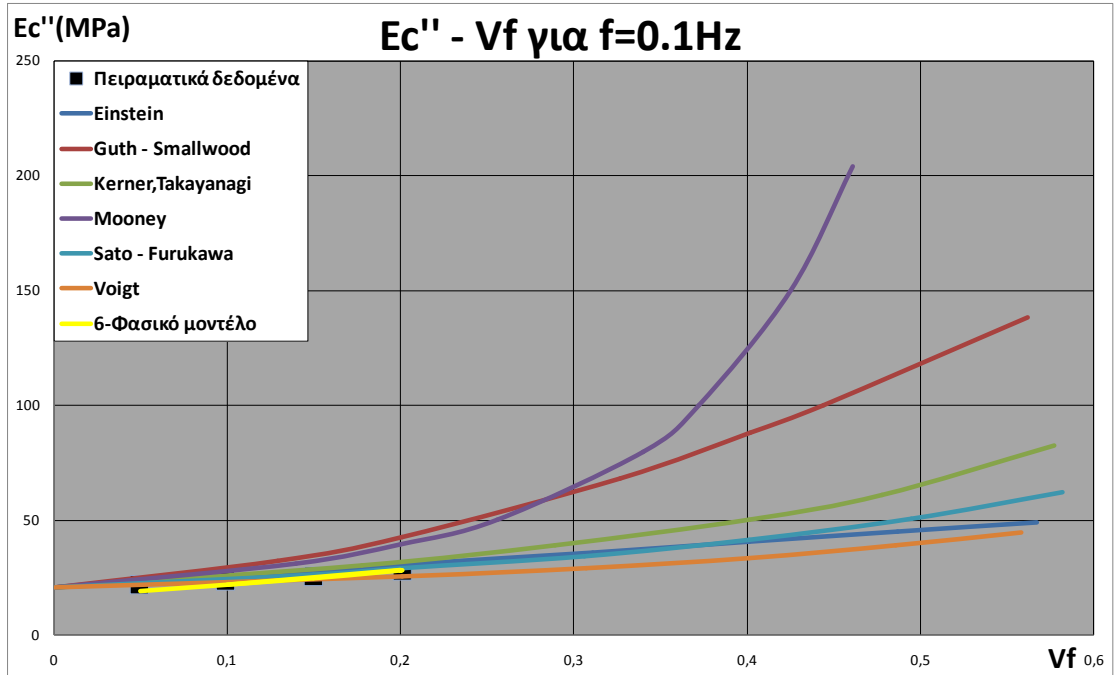
- τα πειραματικά δεδομένα
- τα αποτελέσματα του 6-φασικό μοντέλου
- τα αποτελέσματα των μοντέλων *Einstein, Kerner, Guth - Smallwood, Takayanagi, Sato - Furukawa, Voigt και Mooney*



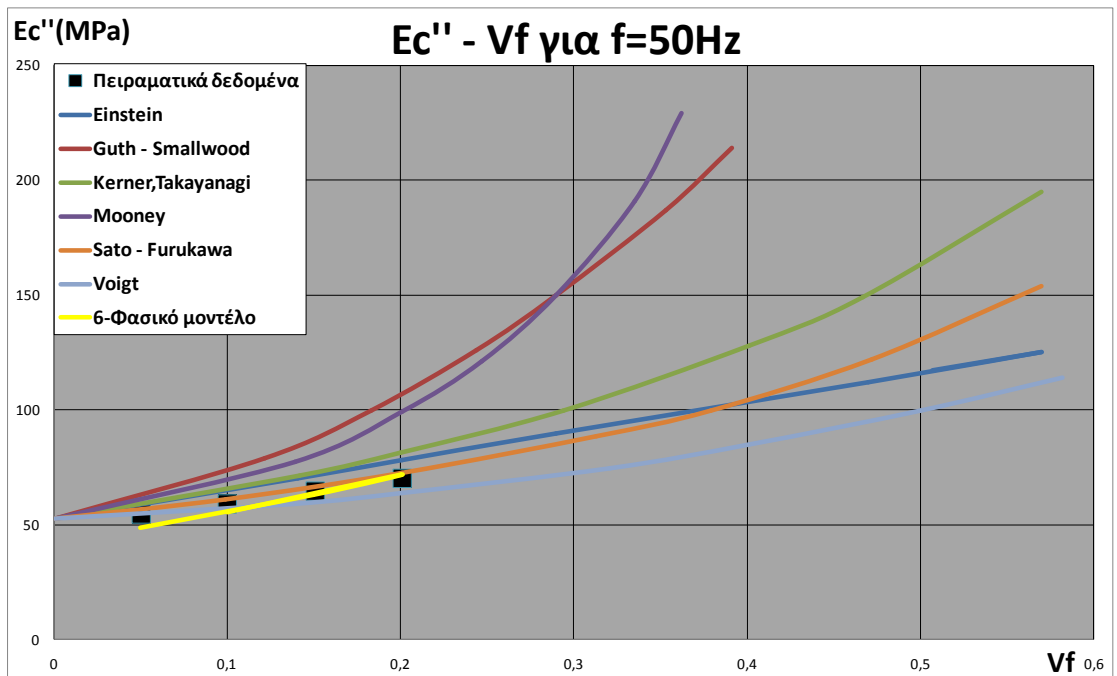
Διάγραμμα 7-6  $E_c' - V_f$  για  $f=0.1\text{Hz}$



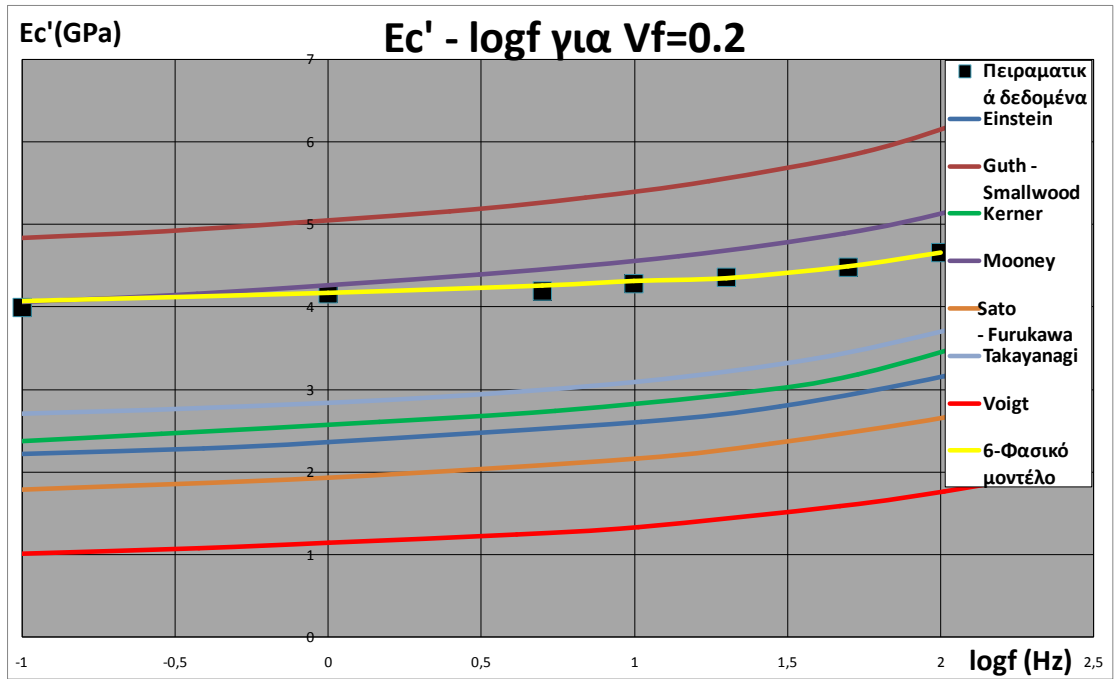
Διάγραμμα 7-7  $E_c' - V_f$  για  $f=50\text{Hz}$



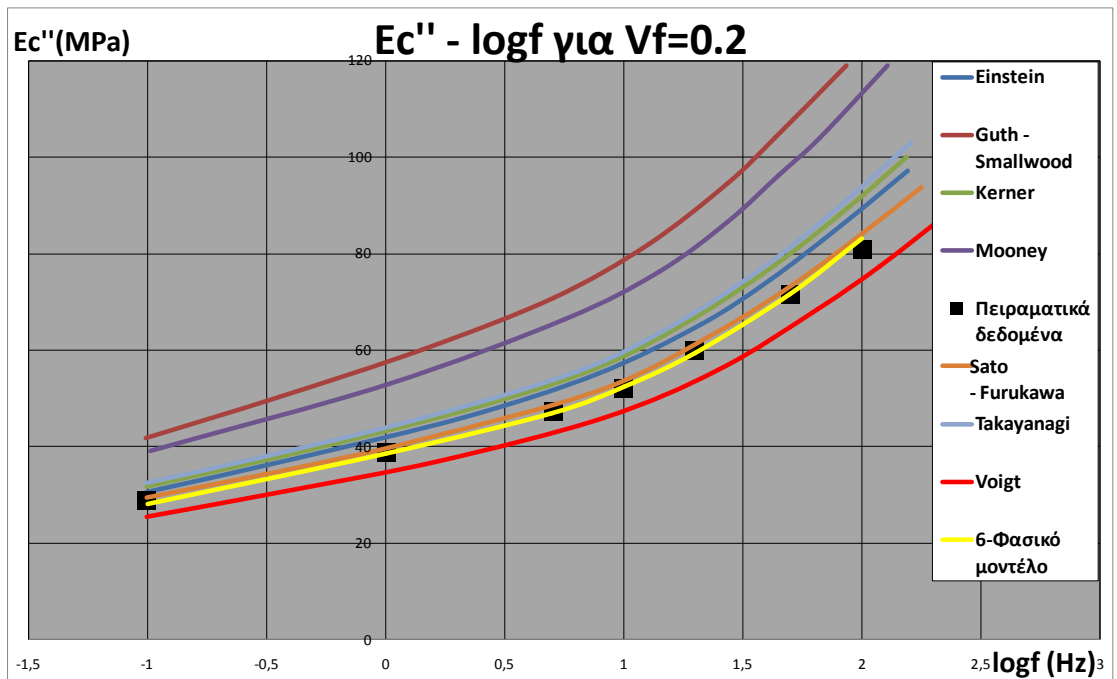
Διάγραμμα 7-8  $E_c''$  -  $V_f$  για  $f=0.1\text{Hz}$



Διάγραμμα 7-9  $E_c''$  -  $V_f$  για  $f=50\text{Hz}$



Διάγραμμα 7-10  $E_c'$  - logf για  $V_f=0.2$



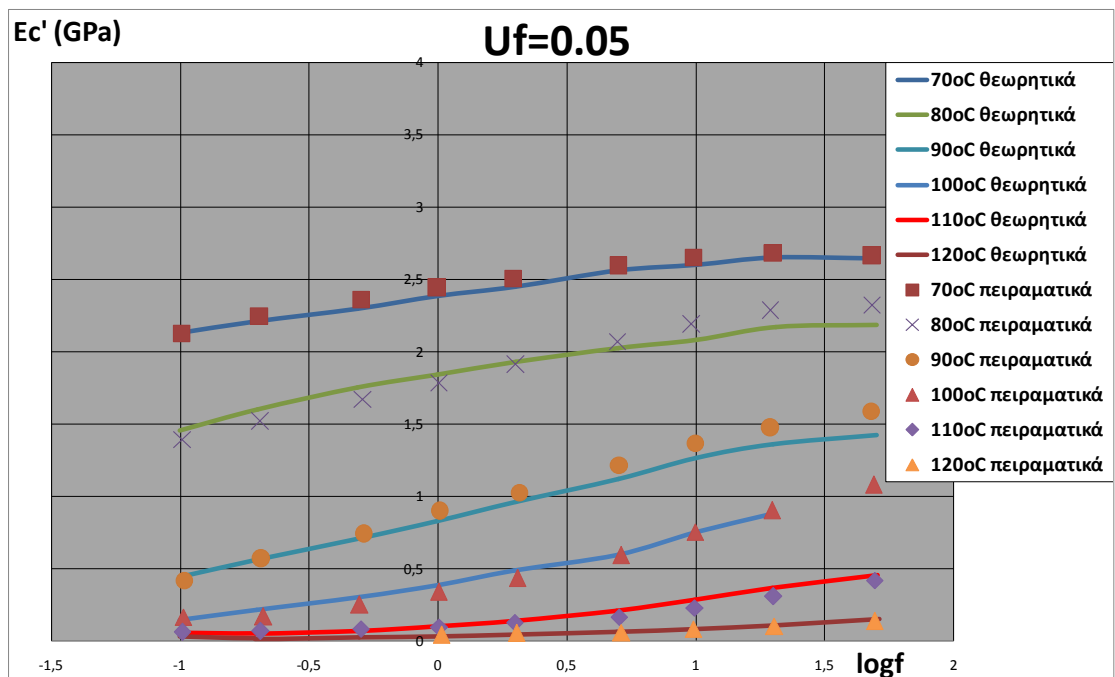
Διάγραμμα 7-11  $E_c''$  - logf για  $V_f=0.2$

Τα διαγράμματα αυτά, είναι ενδεικτικά όσον αφορά την προσέγγιση του υπολογισμού των  $E_c'$  και  $E_c''$  από τα διάφορα θεωρητικά μοντέλα. Είναι δε φανερό ότι το 6-φασικό μοντέλο, προσεγγίζει πολύ καλύτερα (πρακτικά ταυτίζεται) από οποιοδήποτε άλλο θεωρητικό μοντέλο, τα πειραματικά δεδομένα.

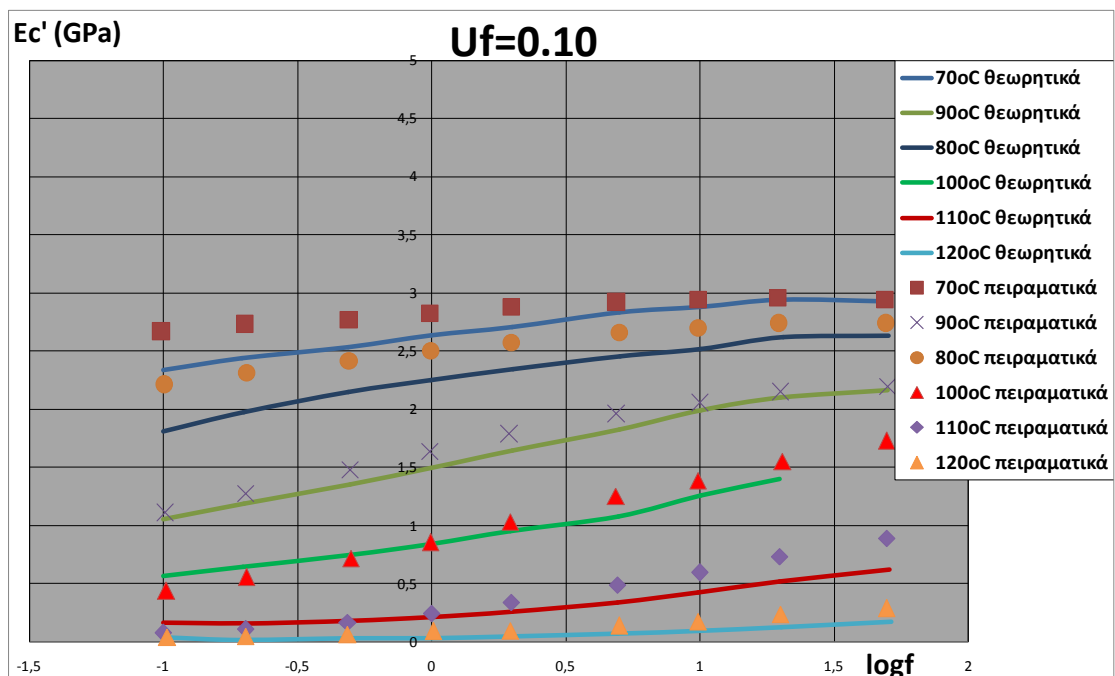
Παρατηρείται στα διαγράμματα 7-6 - 7-9, ότι αυξανόμενης της κατ'όγκο περιεκτικότητας σε εγκλείσματα, και για σταθερή συχνότητα φόρτισης, αυξάνεται τόσο το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, όσο και το μέτρο απωλειών του σύνθετου υλικού.

Ακόμη, παρατηρείται, ότι αυξανόμενης της συχνότητας της ημιτονοειδούς φόρτισης, και για σταθερή κατ'όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα, αυξάνεται τόσο το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, όσο και το μέτρο απωλειών του σύνθετου υλικού.

### 7.2.3 Εξάρτηση του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας σύνθετου υλικού, από τη θερμοκρασία

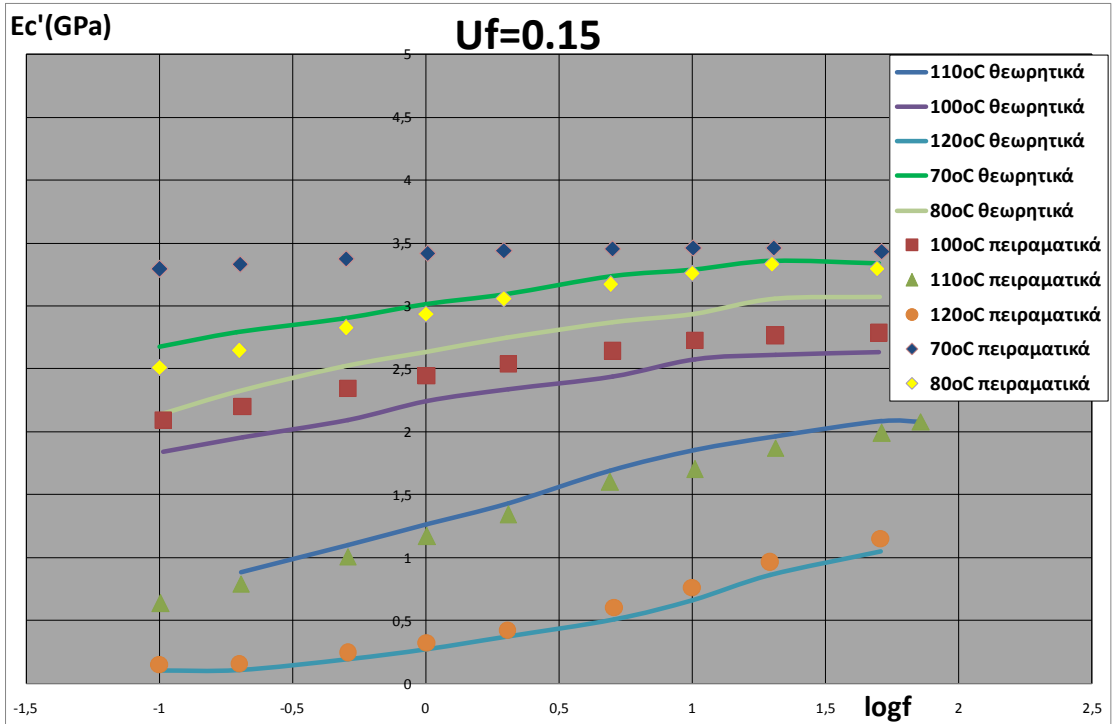


Διάγραμμα 7-12 E<sub>c</sub>' - logf για U<sub>f</sub> = 0.05

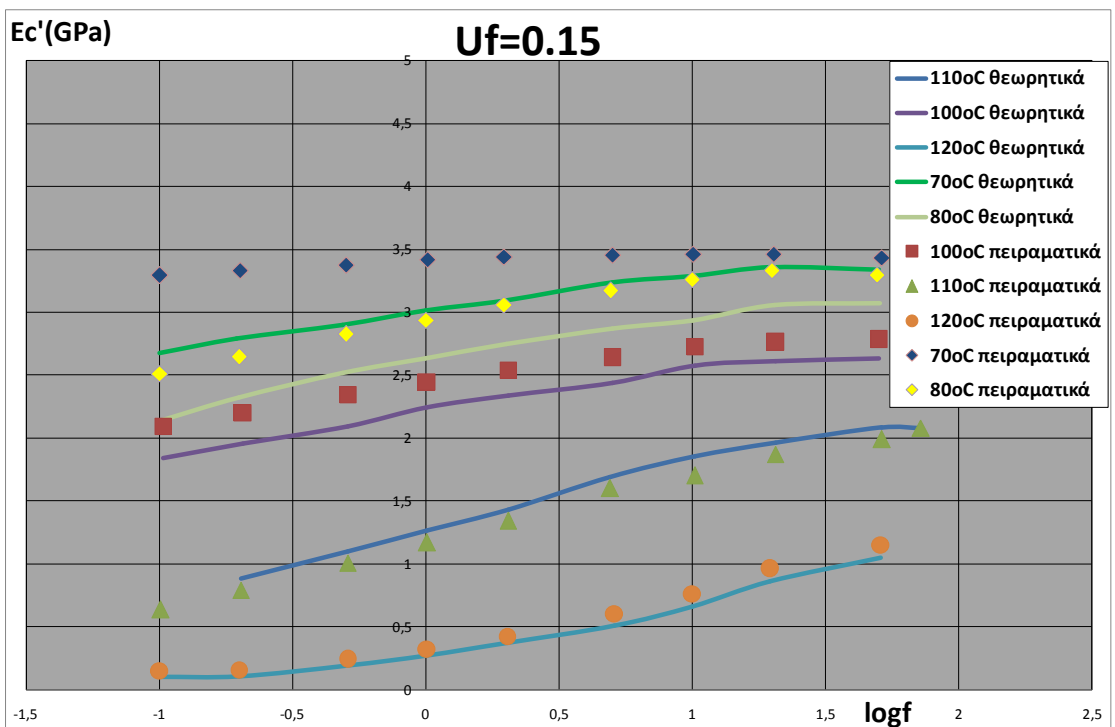


Διάγραμμα 7-13 E<sub>c</sub>' - logf για U<sub>f</sub> = 0.10

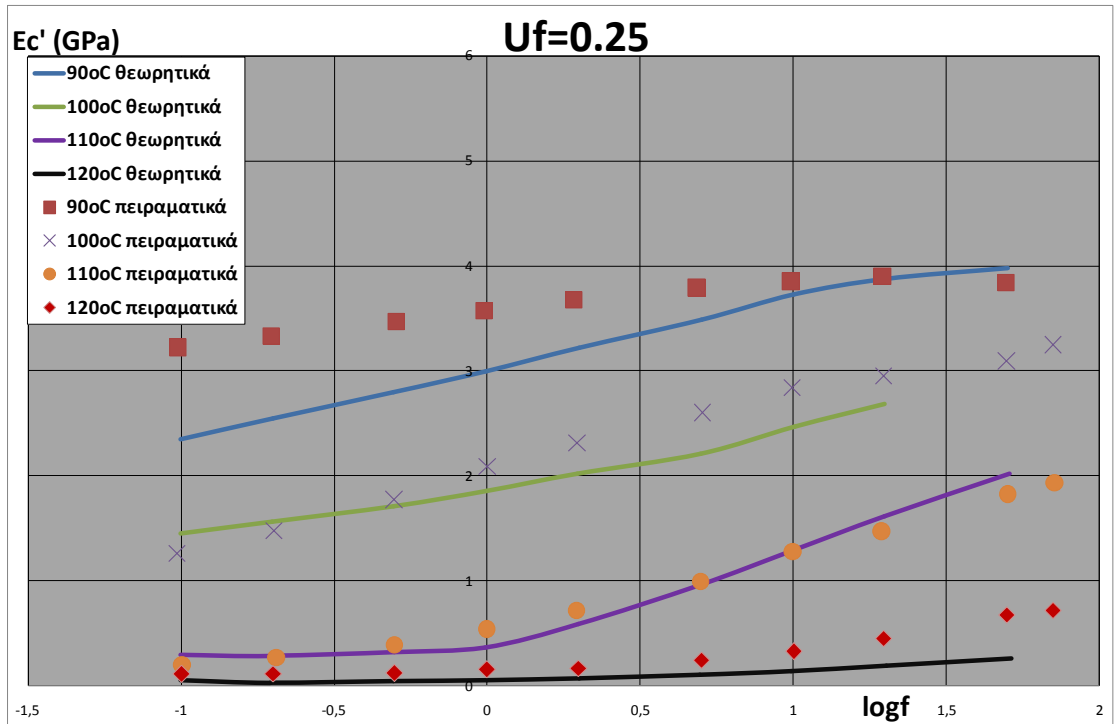




Διάγραμμα 7-14 E<sub>c</sub>' - logf για U<sub>f</sub> = 0.15



Διάγραμμα 7-15 E<sub>c</sub>' - logf για U<sub>f</sub> = 0.20



Διάγραμμα 7-16  $E_c'$  -  $\log f$  για  $U_f = 0.25$

Παρατηρούμε ότι αυξανόμενης της θερμοκρασίας, και για σταθερή κατ'όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα, μειώνεται το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού, όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο, ενώ φαίνεται πως το 6-φασικό μοντέλο προσεγγίζει με ικανοποιητικότητα ακρίβεια τα πειραματικά δεδομένα.

### 7.3 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία, επιχειρήθηκε η ανάπτυξη ενός θεωρητικού μοντέλου με σκοπό τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας  $E_c$ , καθώς και του σύνθετου (μιγαδικού) μέτρου ελαστικότητας  $E_c^*$  σύνθετου υλικού με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου συναρτήσει της κατ'όγκο περιεκτικότητας σε εγκλείσματα.

Για το σκοπό αυτό, θεωρήσαμε ότι η κατανομή των εγκλεισμάτων στο χώρο, εν σχέσει με τη μήτρα, είναι συγκεκριμένη και μοντελοποιείται με τη μορφή κύβου

με τρεις πιθανούς τρόπους, ενώ θεωρήσαμε και την ύπαρξη μιας τρίτης φάσης (εκτός της μήτρας και των εγκλεισμάτων), η οποία συνδυάζει χαρακτηριστικά και των δύο άλλων φάσεων και καλείται ενδιάμεση φάση (*interface*). Έπειτα αντιστοιχήσαμε το κυβικό μοντέλο σε αντίστοιχο σφαιρικό ώστε να απλουστευτούν οι υπολογισμοί.

Αρχικά υπολογίσαμε τη μέση τιμή του μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης  $E_i$  που έδινε το καθένα από τα τρία κυβικά μοντέλα και συγκρίναμε τα αποτελέσματα που έδωσε το κάθε μοντέλο. Έπειτα υπολογίσαμε το μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού  $E_c$  όπως αυτό προέκυψε από τη διαφορετική τιμή του  $E_i$  που έδωσε το κάθε κυβικό μοντέλο και συγκρίναμε τα αποτελέσματα τόσο μεταξύ τους, όσο και με πειραματικά δεδομένα αλλά και με αποτελέσματα άλλων επιστημόνων.

Τέλος, με βάση τον τύπο που αναπτύξαμε για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας του σύνθετου υλικού  $E_c$  και με τη χρήση μιγαδικής ανάλυσης, δημιουργήσαμε μοντέλο για τον υπολογισμό τόσο του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας  $E_c'$  όσο και του μέτρου απωλειών  $E_c''$ . Τα αποτελέσματα του μοντέλου αυτού, συγκρίθηκαν με πειραματικά δεδομένα, καθώς και με αποτελέσματα μοντέλων άλλων επιστημόνων.

### 7.3.1 Συμπεράσματα που αφορούν στον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας $E_c$ του σύνθετου υλικού

Μελετώντας όλα τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας διαπιστώσαμε ότι :

- Όσον αφορά στο μέτρο ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης του σύνθετου υλικού  $E_i$ , η τιμή του μειώνεται καθώς αυξάνεται η ακτίνα  $r$  (η

απόσταση δηλαδή από το κέντρο της σφαίρας με την οποία εξισώνουμε στη θεωρητική μας μοντελοποίηση το σύνθετο υλικό).

- Όσον αφορά στο λόγο Poisson της ενδιάμεσης φάσης  $\nu_i$ , η τιμή του αυξάνεται καθώς αυξάνεται η ακτίνα  $r$  (η απόσταση δηλαδή από το κέντρο της σφαίρας με την οποία εξισώνουμε στη θεωρητική μας μοντελοποίηση το σύνθετο υλικό).
- Όσον αφορά τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας σύνθετου υλικού εποξειδικής μήτρας με εγκλείσματα σιδήρου, προτιμότερο και χρησιμότερο, από τα τρία κυβικά θεωρητικά μοντέλα διάταξης των ατόμων του υλικού στο χώρο, είναι το κυβικό μοντέλο 2.
- Όσον αφορά τον υπολογισμό του λόγου Poisson του σύνθετου υλικού μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε με ίδια ακρίβεια οποιοδήποτε από τα τρία κυβικά μοντέλα διάταξης των ατόμων του υλικού στο χώρο. Αυτό, οφείλεται στη μικρή διαφορά των λόγων Poisson μήτρας και εγκλεισμάτων.
- ο τελικός τύπος που έδωσε το 6-φασικό θεωρητικό μοντέλο για τον υπολογισμό του μετρώ ελαστικότητας, αποτελεί μια πάρα πολύ καλή προσέγγιση του πραγματικού μέτρου του συνθέτου υλικού μας, δηλαδή ενός συνθέτου υλικού που έχει ως εγκλείσμα κόκκους σιδήρου διαμέτρου  $d=150\mu m$  και μήτρα εποξειδική ρητίνη, ενώ είναι πάρα πολύ κοντά, σχεδόν ταυτίζεται, με το μοντέλο του Takahashi.
- Όσον αφορά τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας  $E_c$ , όσο αυξάνεται η κατ'όγκο περιεκτικότητα του σύνθετου υλικού σε εγκλείσματα τόσο αυξάνεται και το μέτρο ελαστικότητας του ( $E_c$ ).

### 7.3.2 Συμπεράσματα που αφορούν στον υπολογισμό του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας $E_c'$ και του μέτρου απωλειών $E_c''$ του σύνθετου υλικού

Μελετώντας όλα τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας διαπιστώσαμε ότι :

- τα πειραματικά δεδομένα πρακτικά ταυτίζονται με τα αποτελέσματα που πήραμε απο το 6-φασικό μοντέλο που κατασκευάσαμε για τον υπολογισμό τόσο του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας  $E_c'$  του σύνθετου υλικού, όσο και του μέτρου απωλειών του  $E_c''$ . Επομένως οι τύποι του 6-φασικού μοντέλου που κατασκευάσαμε μπορούν να χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των  $E_c'$  και  $E_c''$ , προσδίδοντας μάλιστα και μεγάλη ακρίβεια αποτελεσμάτων.
- αυξανόμενης της κατ'όγκο περιεκτικότητας σε εγκλείσματα, και για σταθερή συχνότητα φόρτισης, αυξάνεται τόσο το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, όσο και το μέτρο απωλειών του σύνθετου υλικού.
- αυξανόμενης της συχνότητας της ημιτονοειδούς φόρτισης, και για σταθερή κατ'όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα, αυξάνεται τόσο το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, όσο και το μέτρο απωλειών του σύνθετου υλικού
- το 6-φασικό μοντέλο, προσεγγίζει πολύ καλύτερα (πρακτικά ταυτίζεται) από οποιοδήποτε άλλο θεωρητικό μοντέλο έχει υπάρξει έως τώρα (Einstein, Guth - Smallwood, Kerner, Mooney, Takayanagi, Sato-Furukawa, Voigt) τα πειραματικά δεδομένα που αφορούν στη σχέση :

- i. των  $E_c'$  -  $V_f$  με σταθερή συχνότητα φόρτισης
  - ii.  $E_c''$  -  $V_f$  με σταθερή συχνότητα φόρτισης
  - iii.  $E_c'$  -  $\log f$  με σταθερή κατ'όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα
  - iv.  $E_c''$  -  $\log f$  με σταθερή κατ'όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα
- αυξανόμενης της θερμοκρασίας, και για σταθερή κατ'όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα, μειώνεται το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας  $E_c'$  του σύνθετου υλικού, όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο, ενώ φαίνεται πως το 6-φασικό μοντέλο προσεγγίζει με ικανοποιητικότερη ακρίβεια τα πειραματικά δεδομένα.

### 7.3.3 Τελικό συμπέρασμα

Έχοντας επεξεργαστεί όλα τα διαθέσιμα πειραματικά και θεωρητικά δεδομένα που αφορούν στην έως τώρα μελέτη του σύνθετου (μιγαδικού) μέτρου ελαστικότητας των σύνθετων υλικών με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου, και κατόπιν επεξεργασίας των αποτελεσμάτων που έδωσε το θεωρητικό 6-φασικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία, συμπεράναμε ότι, το 6-φασικό μοντέλο αποτελεί την ακριβέστερη μέχρι σήμερα θεωρητική απόπειρα υπολογισμού τόσο του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας, όσο και του μέτρου απωλειών ενός σύνθετου υλικού που καταπονείται δυναμομηχανικά.

## 8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. S. Ahmed and F. R. Jones, *Composites* 19 (1988) 277.
2. Αθανασάκος Γεώργιος, 'Στατικές και Δυναμικές Ελαστικές Σταθερές των Κοκκωδών Συνθέτων Υλικών', Διπλωματική Εργασία, Αθήνα Ιούλιος 2008.
3. K.Bills, K.Sweeny and F.Salcedo, *J.Appl.Polym.Sci.* , 12, 259(1960)
4. A. M. Bueche, *J. Polym. Sci.* 25 (1957) 139.
5. F. Bueche, "Molecular Basis for the Mullins Effect", *Jnl. Appl. Polym. Sci.*, Vol. 4, pp. 107-114,(1960).
6. F.Bueche, *J.Appl.Pol.Sci.* 4,107(1960)
7. W. Callister, Jr, *Επιστήμη και Τεχνολογία των Υλικών*, εκδόσεις Τζιόλα, 2000
8. <http://www.cem.msu.edu/~reusch/VirtualText/polymers.htm>
9. R. M. Christensen, "Mechanics of Composite Materials", (Wiley New York, 1979).
10. T. S. Chow, *J. Polym. Phys.* 16 (1978) 959.
11. R. L. Dickie, *J. Appl. Polym. Sci.*, 17 (1973) 454.
12. H. Eilers and Van Dyck, *kolloid Z*, Vol. 97, pp. 313-318, (1941).
13. A. Einstein, "Uber die von Molekularkinetischen theorie der. Warme Gefoderto Bewegung von in Ruhenden Flussigkeiten suspendionten Teilchen", *Ann Physic*, Vol. 17, p. 549, (1905), "Eine Neue Bestimmung der Molekuldimensionen", *Ann Physic*, Vol 19, p. 289, (1906), "Berichtigung zu meiner Arbeit Eine neue Bestimmung der Molekuldimensionen", Vol. 34, p. 591, (1911).
14. Guth, *J. Appl. Phys* 15 (1945) 20.
15. Z. Hashin and B. W. Rosen, *J. Appl. Mech.* 31 (1964) 223.
16. R. Hill, *J. Mech, Phys. Solids* 13 (1965) 213.
17. E. H. Kerner, "The Elastic and Thermoelastic Properties of Composite Media", *Proc. Phys. Soc.* 698, pp. 808-813, (1956).
18. Ε.Κοντού, Σχέση δομής και θερμομηχανικής συμπεριφοράς εποξειδικής ρητίνης τροποποιημένης με μηχανικά και χημικά πρόσθετα, 1, 43,(1985)
19. J.Leidner and R.T.Woodhams, *J.Appl.Pol.Sci.*,18,1639(1974).
20. T .Lewis and L. Nielsen, *J. Appl. Polym. Sci.* 14 (1970) 1449

21. Y. Lipatov, Physical Chemistry of Filled Polymers (English trans. by R. J. Mosely), Int Polymer Sci. and Techn., Monograph No. 2, 1977.
22. Δ. Μανωλάκος , "Σύνθετα Υλικά", Σημειώσεις Κατεύθυνσης Κατασκευαστών Μηχ. Μηχ. 9ου εξαμήνου για το μάθημα "Εφαρμογές Προηγμένων Υλικών", Αθήνα 2004
23. M. Mooney, "The Viscosity of a Concentrated Suspension of Spherical Particles", Jnl. Colloid Sci. Vol. 6, pp. 162-169, (1951).
24. M.Narkis, Polym.Eng.Sci., 15, 316(1975)
25. L.Nicolais and R.A.Mashelkar, J.Appl.Pol.Sci.,20,561(1976).
26. G. C. Papanicolaou, S. A. Paipetis and P. S. Theocaris, Colloid Polym. Sci., 256 (1978) p.625.
27. E. M. Passmore, R. M. Spriggs and T. Vasilos, J. Amer. Ceram. Soc., 48, 1 (1965).
28. Δ.Παντελής, *Μη μεταλλικά τεχνικά υλικά (δομή-ιδιότητες-τεχνολογία-εφαρμογές)*, εκδόσεις Παπασωτηρίου, 1996
29. Γ. Πετεκίδης, *Πολυμερή, κολλοειδή, βιοϋλικά*, ΥΛΙΚΑ 2, Πανεπιστήμιο Κρήτης, σημειώσεις, 2003
30. M.R.Piggott and J.Leidner, J.Appl.Pol.Sci.,18,1619(1974).
31. Y.Sato and J.Furukawa, Rubber Chem.Tech.,35,857(1962)
32. M.Schrager, J.Appl.Pol.Sci. , 22, 2379(1978).
33. E. Sideridis, "The Dynamic Moduli of Particulate - Filled Polymers as Defined by the Concept of Interphase", Composites Sci. and Techn., 27 (1986) pp 305-332.
34. E. Sideridis, P. S. Theocaris and G. C. Papanicolaou, Acta Mechanica (1986), in press.
35. Ιωάννης Χρ. Σιμιτζής, «Πολυμερή και Σύνθετα Υλικά» , Σημειώσεις Κατεύθυνσης 8ου Εξαμήνου Χημικών Μηχανικών – ΜΕΡΟΣ Α , Αθήνα 2010, σελ. 21, 38-39.
36. T.L.Smith, Rubber Chem.Tech., 34,123(1961), Trans.Soc.Rheol., 3,113(1959).
37. H. M. Smallwood, "Limiting Law of the Reinforcement of Rubber", Jnl. Appl. Phys, Vol. 15, pp. 758-762, (1944).



38. G. Spathis, E. Sideridis and P. S. Theocaris, *Int. J. Adhesion and Adhesives*, 1 (1981) p. 195.
39. K. Takahashi, M. Ikeda, K. Harakawa and K. Tanaka, "Analysis of the Effect of Intefacial Slippage on the Elastic Moduli of a Particle - Filled Polymer", *Jnl. Pol. Phys. Ed.*, Vol. 16, pp. 415-421, (1978).
40. P. S. Theocaris, "The Mesophase and its influence on the Mechanical Behaviour of Composites", *Advances in Polymer Science* 66, Springer - Verlag Berlin, pp. 149-186, (1985).
41. P. S. Theocaris and E. Sideridis, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 29, 2997-3011 (1984).
42. P. S. Theocaris and G. C. Papanicolaou, *Fibre Sci. Tech.*, 12 (1979) p.421.
43. P. S. Theocaris, "The Adhesion Quality and the Extent of the Mesophase in Particulates", *Jnl. of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 3, pp. 204-2331 Verlag Berlin, pp. 149-186, (1985).
44. P. S. Theocaris, G. C. Papanicolaou and E. Sideridis, *J. Reinforced Plast. and Comp.*, 1 (1982) p. 90.
45. P. S. Theocaris, *J. Reinforced Plast. Comp.*, 3 (1984) p. 204.
46. S.P. Timoshenko and J.N. Goodier, "Theory of Elasticity", Mc Graw-Hill (1983).
47. Εργασία Ειδίκευσης, Πανεπιστήμιο Πατρών, Σχολή Θετικών Επιστημών Τμήμα Φυσικής «Μηχανικές Ιδιότητες Νανοσύνθετων Υλικών», Τρακάκης Γεώργιος, Πάτρα 2010, Σελ( 25-26)
48. Γ.Ι . Τσαμασφύρος , *Μηχανική Παραμορφωσίμων Σωμάτων Ι* , Εκδόσεις Συμμετρία 1991.
49. T. T. Wu, *Int. J. Solids Struc.* 2 (1966) 1.
50. K.D.Ziegel, H.K.Frensdorff and A.W.Fogiel, *J. Appl.Pol.Sci.*,13,867(1967)

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Αιμίλιο Σιδερίδη για την καθοδήγηση, την βοήθεια και τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσε για να φέρω εις πέρας αυτή τη διπλωματική εργασία.

Ακόμη ευχαριστώ την αδελφή μου Δέσποινα Παυλογιάννη και την Κορίνα Ιγγλέση για τη βοήθεια και τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσαν καθώς και για την υποστήριξη τους καθόλη τη διάρκεια της προσπάθειας.



