



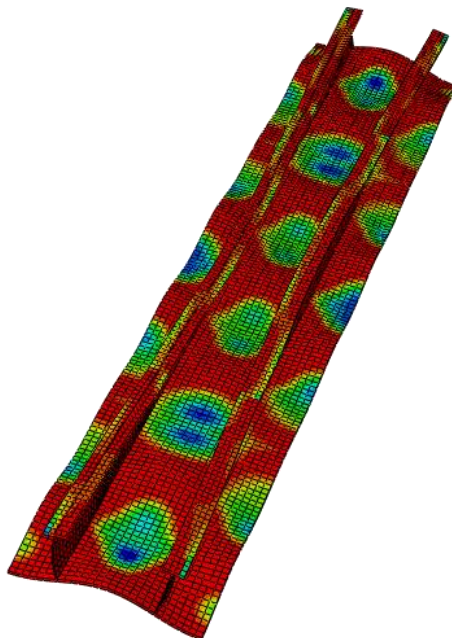
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΩΝ ΕΛΑΣΜΑΤΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΤΟΥ ΦΟΙΤΗΤΗ
ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ-ΝΕΚΤΑΡΙΟΥ Θ. ΜΕΡΑΣΕΔΟΓΛΟΥ



Επιβλέπων Καθηγητής: Εμμανουήλ Σ. Σαμουηλίδης
Αθήνα, Απρίλιος 2024



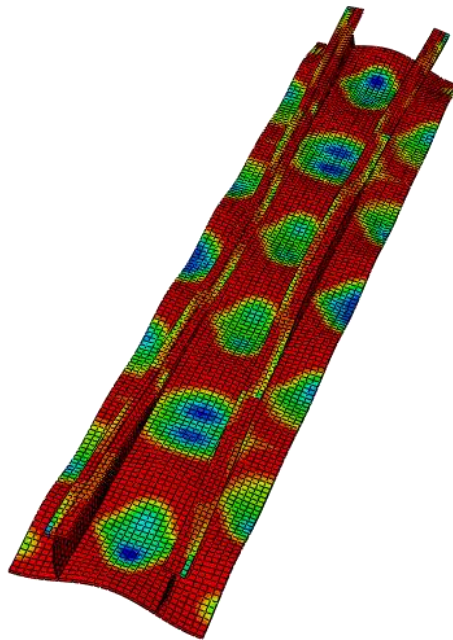
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Υπολογισμός μέγιστης αντοχής ενισχυμένων ελασμάτων με χρήση νευρωνικών δικτύων

Δημήτριος-Νεκτάριος Θ. Μερασεδόγλου



Τριμελής Επιτροπή:

Εμμανουήλ Σαμουηλίδης

Κωνσταντίνος Ανυφαντής

Γεώργιος Παπαλάμπρου

Αθήνα, Απρίλιος 2024

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Εμμανουήλ Σαμουηλίδη που μου έδωσε την ευκαιρία να εκπονήσω την παρούσα διπλωματική εργασία, καθώς επίσης και το διδακτορικό φοιτητή κ. Σταμάτη Φανουργάκη για την πολύτιμη καθοδήγηση που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω το σύνολο των καθηγητών για όλο το γνωστικό υπόβαθρο που μου παρείχαν, το οποίο εξέλιξε σε πολύ μεγάλο βαθμό τις επιστημονικές μου γνώσεις. Επιπροσθέτως, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου, οι οποίοι υπήρξαν συνοδοιπόροι μου στο διάστημα της φοιτητικής μου ζωής. Τέλος, θα ήθελα να απευθύνω το πιο μεγάλο «ευχαριστώ» στην οικογένειά μου, για τη στήριξη που μου έχει παράσχει τόσο στη διάρκεια των σπουδών μου, όσο και στα υπόλοιπα βήματα της ζωής μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η δημιουργία μιας εμπειρικής μεθόδου για τον υπολογισμό της μέγιστης αντοχής των ενισχυμένων ελασμάτων σε μονοαξονική θλιπτική καταπόνηση. Η μέθοδος αυτή δημιουργήθηκε μέσω ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου (ΤΝΔ), του οποίου οι μεταβλητές εισόδου είναι αδιάστατοι συντελεστές που περιγράφουν τη γεωμετρία ενός ενισχυμένου ελάσματος. Στην εργασία αυτή αναφέρονται, μεταξύ άλλων, ο τρόπος λειτουργίας των ΤΝΔ, η μέθοδος εκπαίδευσής τους, το μαθηματικό υπόβαθρο που υπάρχει πίσω από τα ΤΝΔ και οι τρόποι αξιολόγησης της απόδοσής τους.

Η επιτυχής εκπαίδευση του ΤΝΔ έγινε μέσω δεδομένων εισόδου-εξόδου, τα οποία συλλέχθηκαν με εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Για τη δημιουργία αυτής της βάσης δεδομένων μοντελοποιήθηκαν συνολικά 256 ενισχυμένα ελάσματα, για καθένα από τα οποία υπολογίστηκε η μέγιστη αντοχή. Με αυτόν τον τρόπο, συγκεκριμένες τιμές των αδιάστατων συντελεστών οδήγησαν σε συγκεκριμένη τιμή της μέγιστης αντοχής, και αυτά τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου εισήχθησαν στο ΤΝΔ έτσι ώστε αυτό να προσεγγίσει τον τρόπο με τον οποίο εξαρτάται η μέγιστη αντοχή από αυτούς τους αδιάστατους συντελεστές. Ο τρόπος με τον οποίο μοντελοποιήθηκαν τα ενισχυμένα ελάσματα και επιλύθηκε το πρόβλημα εξηγείται αναλυτικά.

Με βάση τα παραπάνω, τελικώς δημιουργήθηκε η μέθοδος υπολογισμού της μέγιστης αντοχής, και τα αποτελέσματα αυτής αξιολογήθηκαν. Αρχικά, αξιολογήθηκε η απόδοση του ΤΝΔ, ενώ στη συνέχεια τα αποτελέσματα που εξάγονται από αυτή τη μέθοδο συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα προγενέστερων εμπειρικών μεθόδων. Από αυτές τις αξιολογήσεις προέκυψε ότι τα ΤΝΔ προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, ενώ επίσης τα αποτελέσματα που αποδίδει η εμπειρική μέθοδος μπορούν να θεωρηθούν αξιόπιστα.

ABSTRACT

The subject of the present study is the construction of an empirical formulae for predicting the ultimate strength of stiffened panels under uniaxial compression. The empirical formulae was constructed through an artificial neural network (ANN), whose input variables are dimensionless parameters which describe the geometry of a stiffened panel. In this study, many aspects of ANNs are referred, including the basic principles of ANNs, their training algorithm, the mathematical background behind ANNs and the methods for evaluation of their performance.

The successful training of the ANN was achieved with input-output data, which were collected through finite element method (FEM) analysis. A total of 256 stiffened panels were modelled for the construction of the database, for each of which the ultimate strength was calculated. Thus, given values of the dimensionless parameters result to specific values of ultimate strength, and these input-output data were imported to the ANN, in order for it to approximate the relation between those dimensionless parameters and the ultimate strength of stiffened panels. The procedure of modelling of stiffened panels and the solution procedure are explained in detail.

According to the above, the empirical formulae for predicting the ultimate strength of stiffened panels was created and its results were evaluated. Firstly, the performance of the ANN was evaluated, and then the results that are derived from this formulae were compared to the respective results of previous empirical formulae. The conclusions yielded from these evaluations are that ANNs can approach satisfactorily the results derived from FEM analysis, while the results derived from the empirical formulae can also be considered reliable.

Περιεχόμενα

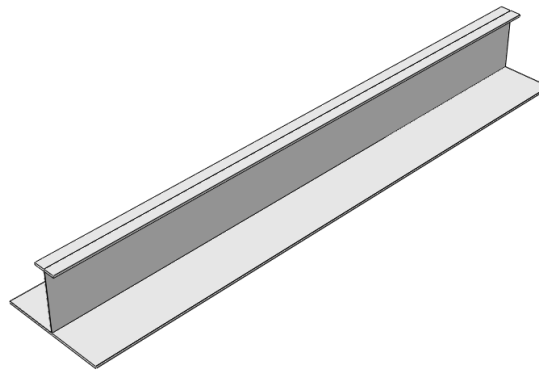
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	3
1.1. Περιγραφή του προβλήματος.....	3
1.2. Περιγραφή των μεταβλητών εισόδου	8
1.3. Βιβλιογραφική έρευνα	12
2. ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	20
2.1. Θεωρητικό υπόβαθρο	20
2.2. Μοντελοποίηση του προβλήματος.....	22
2.2.1. Βασικά στοιχεία.....	22
2.2.2. Σχεδίαση της γεωμετρίας.....	24
2.2.3. Ιδιότητες των υλικών	26
2.2.4. Χρήση του προγράμματος	27
2.2.5. Μέθοδος επίλυσης του προβλήματος.....	31
2.2.6. Φορτίσεις και συνοριακές συνθήκες.....	36
2.2.7. Υπολογιστικό πλέγμα.....	40
2.2.8. Γεωμετρικές ατέλειες	49
2.3. Επικύρωση της μοντελοποίησης.....	52
2.3.1. Μελέτη αναφοράς.....	52
2.3.2. Έλεγχος σύγκλισης του πλέγματος	55
2.3.3. Έκταση του μοντέλου	57
3. ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ.....	61
3.1. Εισαγωγή στα νευρωνικά δίκτυα.....	61
3.1.1. Γενικές πληροφορίες	61
3.1.2. Αρχιτεκτονική ενός νευρωνικού δικτύου.....	63
3.1.3. Μαθηματικό υπόβαθρο.....	64
3.1.4. Διαχωρισμός των δεδομένων	67
3.2. Αλγόριθμος εκπαίδευσης	71
3.2.1. Άλλοι αλγόριθμοι εκπαίδευσης	71
3.2.2. Αλγόριθμος Levenberg-Marquardt.....	76
3.3. Μέθοδοι δειγματοληψίας	81
3.3.1. Τυχαία δειγματοληψία	81
3.3.2. Δειγματοληψία Latin hypercube	81
3.3.3. Ορθογώνια δειγματοληψία	82
3.3.4. Διπλή ορθογώνια δειγματοληψία.....	83
3.3.5. Επιλογή μεθόδου δειγματοληψίας	84
3.4. Μοντελοποίηση νευρωνικού δικτύου	86

3.4.1. Προσδιορισμός των παραμέτρων	86
3.4.2. Αρχικοποίηση βαρών και κατωφλίων	90
3.4.3. Σύνταξη των εντολών.....	97
3.5. Εφαρμογή της μοντελοποίησης σε απλό παράδειγμα.....	102
4. ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ.....	109
4.1. Ανάπτυξη βάσης δεδομένων	109
4.1.1. Συλλογή αρχικών δεδομένων.....	109
4.1.2. Διαστασιολόγηση ενισχυμένων ελασμάτων.....	114
4.2. Ανάπτυξη του νευρωνικού δικτύου	120
4.2.1. Προσδιορισμός της αρχιτεκτονικής.....	120
4.2.2. Μαθηματική περιγραφή του νευρωνικού δικτύου	122
4.3. Απόδοση του νευρωνικού δικτύου	127
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	131
5.1. Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων	131
5.2. Προτάσεις για μελλοντικές εργασίες	150
A. ΛΟΓΟΙ ALLKE/ALLIE	153
B. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΩΝ ΕΛΑΣΜΑΤΩΝ.....	155
B.1. Ελάσματα τύπου T.....	155
B.2. Ελάσματα τύπου L.....	157
B.3. Ελάσματα τύπου I.....	159
B.4. Ελάσματα τύπου P.....	161
Γ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΚΑΤΑ CSR.....	164
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	170

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

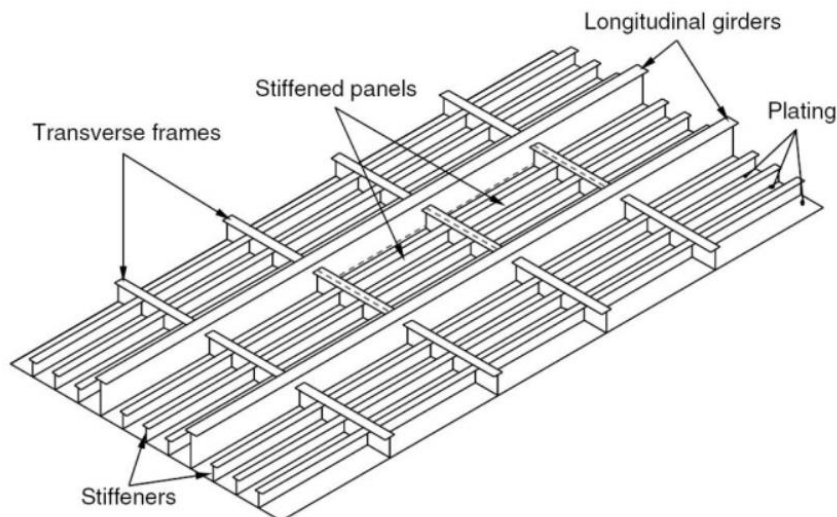
1.1. Περιγραφή του προβλήματος

Η μελέτη της παρούσας διπλωματικής εργασίας πραγματεύεται τη μέγιστη αντοχή των ενισχυμένων ελασμάτων. Τα ενισχυμένα ελάσματα είναι κατασκευαστικά στοιχεία τα οποία εντοπίζονται στις μεταλλικές κατασκευές των πλοίων και καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό την αντοχή της μεταλλικής κατασκευής σε διάφορων ειδών φορτίσεις (όπως οι καμπτικές ροπές και οι διατμητικές δυνάμεις). Ένα τέτοιο ενισχυμένο έλασμα, με προφίλ διατομής τύπου T, απεικονίζεται στην [εικόνα 1.1](#).



Εικόνα 1.1: Ενισχυμένο έλασμα, τύπου T.

Η δομή πολλών ελασμάτων των μεταλλικών κατασκευών αποτελείται από πολλά τέτοια ενισχυμένα ελάσματα, τοποθετημένα το ένα δίπλα στο άλλο, όπως φαίνεται και στην [εικόνα 1.2](#) που ακολουθεί.



Εικόνα 1.2: Εγκάρσια και διαμήκης ενίσχυση ελασμάτων

Επομένως, η εκτίμηση της μέγιστης αντοχής ενός ενισχυμένου ελάσματος όπως αυτό της [εικόνας 1.2](#), συχνά βασίζεται στη μέγιστη αντοχή ενός ενισχυμένου ελάσματος όπως αυτό της [εικόνας 1.1](#), του οποίου η μελέτη είναι πιο γρήγορη, πιο εύκολη και απαιτεί πολύ μικρότερο κόστος (υπολογιστικό ή

χρηματικό). Για το λόγο αυτό, είναι πολύ σημαντικός ο προσδιορισμός της μέγιστης αντοχής ενός τέτοιου ενισχυμένου ελάσματος με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Σε αυτήν την εργασία, αξιολογείται η αντοχή των ενισχυμένων ελασμάτων έναντι θλιπτικής καταπόνησης.

Σε αυτό το σημείο τίθεται το εξής ερώτημα: «Ποιος είναι ο βέλτιστος τρόπος για να προσδιοριστεί η μέγιστη αντοχή ενός τέτοιου ενισχυμένου ελάσματος;». Σε ό,τι αφορά στην αξιοπιστία των αποτελεσμάτων που εξάγονται, η καλύτερη επιλογή είναι η διεξαγωγή σχετικού πειράματος. Παρ' όλο που οι δυνατότητες της τεχνολογίας έχουν αυξηθεί πολύ τα τελευταία χρόνια και συνεχίζουν να αυξάνονται ραγδαία, είναι βέβαιο ότι καμία μοντελοποίηση σε ηλεκτρονικό υπολογιστή δεν μπορεί να αντικαταστήσει τα αποτελέσματα ενός πειράματος που διεξάγεται πάνω σε ένα πραγματικό ενισχυμένο έλασμα, σε φυσικές συνθήκες. Άλλωστε, ο σκοπός των τεχνολογικών μέσων είναι να προσεγγίσουν αυτές τις φυσικές συνθήκες με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Ωστόσο, η διεξαγωγή πειραμάτων δεν είναι πάντα εφικτή, καθώς το κόστος μιας τέτοιας ενέργειας είναι πολύ υψηλότερο συγκριτικά με την προσομοίωση αυτού του πειράματος σε έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή, ενώ επίσης το πείραμα σε φυσικές συνθήκες αποτελεί μια διαδικασία πιο χρονοβόρα σε σχέση με την προσομοίωσή του σε ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Τα παραπάνω μειονεκτήματα της διεξαγωγής πειραμάτων αποτελούν το βασικότερο λόγο για τον οποίο τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο μέθοδοι προσομοίωσης των πειραμάτων μέσω Η/Υ. Μία τέτοια μέθοδος είναι και η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων, η οποία περιγράφεται πιο αναλυτικά στην παράγραφο 2.1. Μέσω αυτών των μεθόδων, οι πραγματικές συνθήκες προσομοιάζονται μέσα σε ένα περιβάλλον Η/Υ, και τα ζητούμενα αποτελέσματα προκύπτουν μέσω της αριθμητικής επίλυσης εξισώσεων. Επομένως, ο ερευνητής μπορεί να λάβει κάποια αποτελέσματα χωρίς να χρειαστεί όλους τους πόρους που απαιτούνται για τη διεξαγωγή του σχετικού πειράματος. Επιπλέον, στο περιβάλλον Η/Υ, ο ερευνητής μπορεί να εκτελέσει το ίδιο πείραμα πολλές φορές, μεταβάλλοντας κάθε φορά τις παραμέτρους που εκείνος επιθυμεί, πράγμα το οποίο δεν είναι πάντα εφικτό σε ένα πείραμα που διεξάγεται σε φυσικές συνθήκες. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε την εφελκυστική καταπόνηση ενός ενισχυμένου ελάσματος. Όταν το πείραμα αυτό διεξάγεται σε περιβάλλον Η/Υ, ο χρήστης μπορεί να εκτελέσει το ίδιο πείραμα πολλές φορές, μεταβάλλοντας κάθε φορά διάφορες παραμέτρους όπως οι δυνάμεις στήριξης που ασκούνται στο έλασμα, η τιμή του εφελκυστικού φορτίου κ.ά. Ωστόσο, αν αυτό το πείραμα διεξαχθεί σε φυσικές συνθήκες, μετά την πρώτη εκτέλεση του πειράματος το δοκίμιο είναι πιθανό να έχει υποστεί πλαστικές παραμορφώσεις, οι οποίες καθιστούν αδύνατη την επαναφορά του συγκεκριμένου δοκιμίου στην αρχική του κατάσταση για τη διεξαγωγή του νέου πειράματος. Για τους παραπάνω λόγους, οι υπολογιστικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο στις μέρες μας και αποτελούν πλέον πολύ καλά υποκατάστατα των πειραμάτων σε φυσικές συνθήκες.

Ωστόσο, ένας μηχανικός δε χρειάζεται μόνο τα εργαλεία εκείνα που του παρέχουν τις ακριβέστερες λύσεις πάνω σε ένα πρόβλημα, αλλά πολλές φορές έχει ανάγκη και από εργαλεία που του παρέχουν μια εκτίμηση των ζητούμενων αποτελεσμάτων κατά τον ταχύτερο και ευκολότερο δυνατό τρόπο. Τέτοια εργαλεία βοηθούν το μηχανικό να κάνει μια προκαταρκτική εκτίμηση και να αποκτήσει μια αίσθηση των αναμενόμενων αποτελεσμάτων, πριν προχωρήσει στην αναλυτική μελέτη του προβλήματος. Για το λόγο αυτό, έχουν επινοηθεί πολλές εμπειρικές σχέσεις, οι οποίες βασίζονται σε κάποια δεδομένα και χρησιμεύουν ώστε να παρέχουν μια προκαταρκτική εκτίμηση των αποτελεσμάτων μέσω απλών μαθηματικών σχέσεων.

Αυτός ακριβώς είναι ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας: η δημιουργία μιας τέτοιας απλής εμπειρικής μεθόδου, μέσω της οποίας ο εκάστοτε ερευνητής θα μπορεί να προσεγγίσει γρήγορα και αξιόπιστα τη μέγιστη αντοχή ενός ενισχυμένου ελάσματος, πριν την εκτέλεση οποιασδήποτε μορφής πειράματος. Μία τέτοια εμπειρική μέθοδος μπορεί να

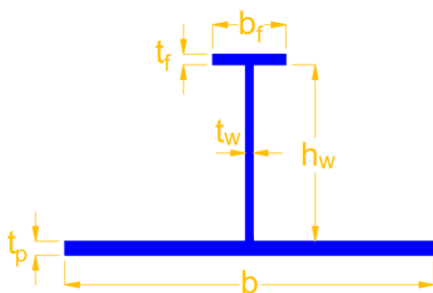
χρησιμοποιηθεί από ναυπηγικά γραφεία, στα πλαίσια της προμελέτης για τη σχεδίαση πλοίων, έναντι των πειραμάτων τα οποία είναι πολύ πιο χρονοβόρα. Ένα χαρακτηριστικό των εμπειρικών μεθόδων που κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί είναι το ενδεχόμενο αυτές οι μέθοδοι να μπορούν να εφαρμοστούν μόνο σε περιορισμένο εύρος διαστάσεων. Ωστόσο, όπως αποδεικνύεται και στη συνέχεια, η μέθοδος που δημιουργείται σε αυτήν την εργασία μπορεί να αποδώσει καλά αποτελέσματα σε ένα μεγάλο εύρος διαστάσεων.

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, το κάθε ενισχυμένο έλασμα μοντελοποιείται με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, με τον τρόπο που περιγράφεται αναλυτικά στην παράγραφο 2.2, και στη συνέχεια εφαρμόζεται σε αυτό θλιπτική καταπόνηση, προκειμένου να εξαχθεί η καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης, και κατά συνέπεια να υπολογιστεί η μέγιστη αντοχή αυτού. Το πείραμα αυτό επαναλαμβάνεται για μεγάλο αριθμό διαφορετικών ενισχυμένων ελασμάτων, και στη συνέχεια τα αποτελέσματα αυτά χρησιμοποιούνται ως δεδομένα για τη δημιουργία μιας εμπειρικής μεθόδου, η οποία βασίζεται στα αποτελέσματα των ενισχυμένων ελασμάτων που έχουν ήδη μελετηθεί και γενικεύεται για όλα τα υπόλοιπα ενισχυμένα ελάσματα. Η δημιουργία αυτής της εμπειρικής μεθόδου γίνεται μέσω ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου (artificial neural network). Ειδικότερα, τα νευρωνικά δίκτυα είναι υπολογιστικές δομές οι οποίες έχουν την ικανότητα να εκπαιδεύονται, τροποποιώντας συνεχώς τις παραμέτρους τους κατάλληλα έτσι ώστε να προσαρμόζονται όσο το δυνατόν καλύτερα στα δεδομένα που εισάγονται σε αυτά. Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τα νευρωνικά δίκτυα και τις παραμέτρους αυτών παρατίθενται στο κεφάλαιο 3.

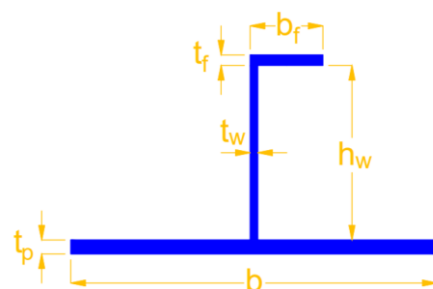
Η εμπειρική μέθοδος δημιουργείται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να δίνει καλές προσεγγίσεις της μέγιστης αντοχής για ένα πολύ ευρύ φάσμα ενισχυμένων ελασμάτων, πράγμα το οποίο αναλύεται περισσότερο στο κεφάλαιο 4. Συγκεκριμένα, η μέθοδος δημιουργήθηκε έτσι ώστε να λειτουργεί σωστά για πολλούς διαφορετικούς τύπους του προφίλ της εγκάρσιας διατομής του ενισχυτικού. Σε αυτήν την εργασία, οι τύποι αυτοί συμβολίζονται με γράμματα του λατινικού αλφαβήτου, ως εξής:

- Προφίλ τύπου T (Tee profiles): ενισχυτικά με κορμό και πέλμα, στα οποία ο άξονας του κορμού αποτελεί άξονα συμμετρίας του πέλματος.
- Προφίλ τύπου L (Angle profiles): ενισχυτικά με κορμό και πέλμα, στα οποία η μία από τις μικρές πλευρές του πέλματος αποτελεί προέκταση της μίας από τις μεγάλες πλευρές του κορμού και η κάτω πλευρά του πέλματος εφάπτεται στην άνω πλευρά του κορμού.
- Προφίλ τύπου I (flat bar profiles): ενισχυτικά με κορμό, αλλά χωρίς πέλμα.
- Προφίλ τύπου P (bulb profiles): ενισχυτικά με κορμό και πέλμα, στα οποία το σχήμα του πέλματος δεν είναι ορθογώνιο, αλλά έχει βολβοειδή μορφή.

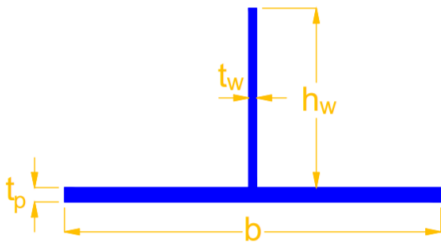
Τα σχήματα των παραπάνω τύπων προφίλ περιγράφονται καλύτερα μέσα από τις [εικόνες 1.3α-1.3δ](#) που ακολουθούν.



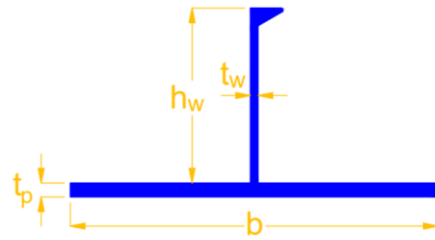
Εικόνα 1.3α: Προφίλ τύπου T



Εικόνα 1.3β: Προφίλ τύπου L



Εικόνα 1.3γ: Προφίλ τύπου I



Εικόνα 1.3δ: Προφίλ τύπου P

Οι παραπάνω τύποι ενισχυτικών είναι οι πλέον διαδεδομένοι στις ναυπηγικές κατασκευές και χρησιμοποιούνται για την ενίσχυση ενός πολύ μεγάλου μέρους της γάστρας στα μεταλλικά πλοία.

Όπως αναφέρεται και στην παράγραφο 2.2, όλα τα παραπάνω προφίλ μοντελοποιούνται με χρήση στοιχείων κελύφους. Τα στοιχεία αυτά είναι συμβατά με τα προφίλ τύπου T, L και I, καθώς σε αυτά τα προφίλ η γεωμετρία του ενισχυμένου ελάσματος διαιρείται σε ορθογώνια σχήματα. Αντιθέτως, η γεωμετρία των ενισχυμένων ελασμάτων με προφίλ τύπου P μοιάζουν να μην είναι συμβατά με τα στοιχεία αυτά, καθώς το πέλμα τους δεν είναι ορθογώνιου σχήματος. Για το λόγο αυτό, τα ελάσματα με προφίλ τύπου P μοντελοποιούνται ως ελάσματα με προφίλ τύπου L, των οποίων οι διαστάσεις προκύπτουν από τις διαστάσεις h_w και t_w του αρχικού ελάσματος. Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται αυτή η αναγωγή λαμβάνεται από τους κατασκευαστικούς κανόνες (CSR) που δημοσίευσε η Διεθνής Ένωση Νηογνομόνων (IACS) το 2023 [1]. Συγκεκριμένα, οι διαστάσεις h_w , t_w , b_f , t_f του ισοδύναμου ελάσματος τύπου L συνδέονται με τις διαστάσεις h'_w και t'_w του αρχικού ελάσματος τύπου P μέσω των παρακάτω σχέσεων:

$$h_w = h'_w - \frac{h'_w}{9.2} + 2 \quad (1.1)$$

$$b_f = \alpha \cdot \left(t'_w + \frac{h'_w}{6.7} - 2 \right) \quad (1.2)$$

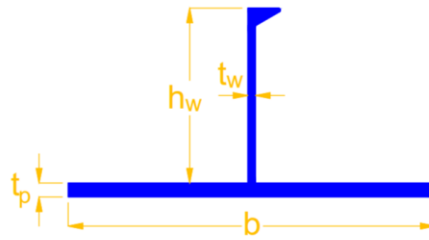
$$t_f = \frac{h'_w}{9.2} - 2 \quad (1.3)$$

$$t_w = t'_w \quad (1.4)$$

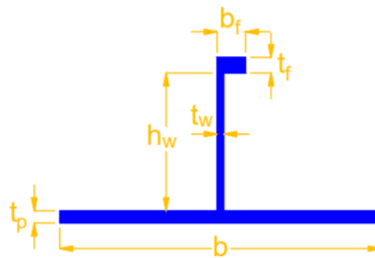
όπου ο συντελεστής α υπολογίζεται ως εξής:

$$\alpha = \begin{cases} 1.1 + \frac{(120 - h'_w)^2}{3000}, & \text{για } h'_w \leq 120 \text{ [mm]} \\ 1.0, & \text{για } h'_w > 120 \text{ [mm]} \end{cases} \quad (1.5)$$

Στις εικόνες 1.4α-1.4β που ακολουθούν απεικονίζεται ένα έλασμα τύπου P και το αντίστοιχο ισοδύναμο έλασμα τύπου L.



Εικόνα 1.4α: Αρχικό έλασμα με προφίλ τύπου P



Εικόνα 1.4β: Ισοδύναμο έλασμα με προφίλ τύπου L

Όπως παρατηρείται, τα δύο παραπάνω ελάσματα έχουν παρόμοια γεωμετρία. Η βασικότερη διαφορά τους είναι ότι το αρχικό έλασμα τύπου P έχει πέλμα πιο τριγωνικό και στρογγυλεμένο στις άκρες του, ενώ το ισοδύναμο έλασμα τύπου L έχει ορθογώνιο πέλμα. Επιπλέον, συγκρίνοντας την [εικόνα 1.3β](#) με την [εικόνα 1.4β](#), παρατηρείται ότι τα ισοδύναμα ελάσματα τύπου L που προκύπτουν από τα ελάσματα τύπου P έχουν σημαντικά διαφορετική γεωμετρία από τα ελάσματα τύπου L, καθώς έχουν πολύ μικρότερο πλάτος πέλματος και μεγαλύτερο πάχος πέλματος. Επομένως, η ένταξη αυτών των ελασμάτων σε μια διαφορετική κατηγορία και η διαφοροποίησή τους από τα ελάσματα τύπου L είναι εύλογη.

1.2. Περιγραφή των μεταβλητών εισόδου

Όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη παράγραφο, το νευρωνικό δίκτυο είναι μια υπολογιστική δομή, της οποίας ο απώτερος σκοπός είναι να λαμβάνει κάποιες πληροφορίες αναφορικά με το εκάστοτε ενισχυμένο έλασμα και τελικώς να προβλέπει το ζητούμενο μέγεθος (το οποίο είναι η μέγιστη αντοχή σε θλιπτική καταπόνηση) με βάση αυτές τις πληροφορίες που δόθηκαν. Σε αυτό το σημείο εγείρεται το ακόλουθο ερώτημα: «Πόσες και ποιες πληροφορίες πρέπει να δοθούν στο νευρωνικό δίκτυο, ώστε αυτό να μπορεί να προβλέψει όσο το δυνατόν καλύτερα την τιμή της μέγιστης αντοχής του ενισχυμένου ελάσματος;». Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα είναι ότι, εντός του νευρωνικού δικτύου, το κάθε ενισχυμένο έλασμα περιγράφεται μέσω των τριών παραμέτρων που ακολουθούν:

- $\lambda [-]$: ο (αδιάστατος) συντελεστής λυγηρότητας κολόνας του ενισχυμένου ελάσματος,
- $\beta [-]$: ο (αδιάστατος) συντελεστής λυγηρότητας του συνεργαζόμενου ελάσματος και
- $j [-]$: μία λογική μεταβλητή, η τιμή της οποίας εκφράζει τον τύπο του προφίλ της εγκάρσιας διατομής του ενισχυμένου ελάσματος.

Η ιδέα για την ανάπτυξη ενός νευρωνικού δικτύου, στο οποίο το ενισχυμένο έλασμα περιγράφεται μέσω των συντελεστών λυγηρότητας β και λ , προέκυψε από τα επιστημονικά άρθρα που παρατίθενται στην παράγραφο 1.3. Οι δύο αυτοί συντελεστές δίνουν μια ένδειξη σχετικά με το πόσο λυγερό ή πόσο στιβαρό είναι το συνεργαζόμενο έλασμα (ή το ενισχυμένο έλασμα) που μελετάται. Συγκεκριμένα, όταν σε ένα συνεργαζόμενο έλασμα ο συντελεστής β έχει μικρή τιμή, η γεωμετρία της εγκάρσιας διατομής στο έλασμα αυτό τείνει να είναι πιο στιβαρή, ενώ όταν ο συντελεστής β έχει μεγάλη τιμή, η γεωμετρία της εγκάρσιας διατομής στο έλασμα αυτό τείνει να είναι πιο λυγερή. Αντίστοιχα, όταν σε ένα ενισχυμένο έλασμα ο συντελεστής λ έχει μικρή τιμή, είτε το μήκος του ελάσματος αυτού είναι μικρό, είτε η γεωμετρία της εγκάρσιας διατομής στο ενισχυμένο έλασμα είναι πιο στιβαρή, ενώ όταν ο συντελεστής λ έχει μεγάλη τιμή, είτε το μήκος του ελάσματος αυτού είναι μεγάλο, είτε η γεωμετρία της εγκάρσιας διατομής στο έλασμα αυτό είναι πιο λυγερή.

Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι, σε γενικές γραμμές, μικρότερες τιμές των συντελεστών β και λ αντιστοιχούν σε πιο στιβαρά ενισχυμένα ελάσματα και μεγαλύτερες τιμές των συντελεστών β και λ αντιστοιχούν σε πιο λυγερά ενισχυμένα ελάσματα. Επομένως, τα πιο λυγερά ενισχυμένα ελάσματα αναμένονται να είναι πιο ευάλωτα στις διάφορες μορφές λυγισμού που εμφανίζονται κατά τη θλιπτική καταπόνηση, και κατά συνέπεια αναμένονται να έχουν μικρότερη μέγιστη αντοχή. Αντίστοιχα, τα πιο στιβαρά ενισχυμένα ελάσματα αναμένονται να είναι συγκριτικά πιο ανθεκτικά έναντι των διαφόρων μορφών λυγισμού, και κατά συνέπεια να έχουν μεγαλύτερη μέγιστη αντοχή. Σε κάθε περίπτωση, δεν υπάρχει αναλυτική μαθηματική σχέση η οποία συνδέει τη μέγιστη αντοχή ενός ενισχυμένου ελάσματος μόνο με τις παραμέτρους β και λ , επομένως δεν υπάρχει σαφής και μονοσήμαντη εξάρτηση της μέγιστης αντοχής από αυτές τις παραμέτρους, όμως παρατηρείται ότι οι τιμές αυτών των παραμέτρων επηρεάζουν κατά κάποιο τρόπο και την τιμή της μέγιστης αντοχής του ενισχυμένου ελάσματος. Επομένως, είναι δυνατή η ανάπτυξη μίας εμπειρικής μαθηματικής σχέσης η οποία συνδέει τις παραμέτρους β και λ με τη μέγιστη αντοχή του ενισχυμένου ελάσματος.

Σε αυτό το σημείο τονίζεται η σημασία της περιγραφής της γεωμετρίας των ενισχυμένων ελασμάτων με χρήση μόνο των παραμέτρων β , λ και j . Για τον πλήρη προσδιορισμό ενός ενισχυμένου ελάσματος χρειάζονται οι ακόλουθες παράμετροι:

- $a [mm]$: Το (ανυποστήρικτο) μήκος του ενισχυμένου ελάσματος,
- $b [mm]$: Το (ανυποστήρικτο) πλάτος του συνεργαζόμενου ελάσματος,

- t_p [mm]: Το πάχος του συνεργαζόμενου ελάσματος,
- h_w [mm]: Το ύψος του κορμού του ενισχυτικού,
- t_w [mm]: Το πάχος του κορμού του ενισχυτικού,
- b_f [mm]: Το πλάτος του πέλματος του ενισχυτικού,
- t_f [mm]: Το πάχος του πέλματος του ενισχυτικού,
- $\sigma_{Y,p}$ [MPa]: Το όριο διαρροής του υλικού του συνεργαζόμενου ελάσματος και
- $\sigma_{Y,s}$ [MPa]: Το όριο διαρροής του υλικού του ενισχυτικού.

Στην περίπτωση όπου στο νευρωνικό δίκτυο εισάγονται και οι 9 παραπάνω παράμετροι, το εκάστοτε ενισχυμένο έλασμα περιγράφεται πολύ καλύτερα συγκριτικά με την περίπτωση όπου το ενισχυμένο έλασμα περιγράφεται μόνο με τις παραμέτρους β , λ και j . Όμως, η κάθε μεταβλητή εισόδου που εισάγεται στο νευρωνικό δίκτυο αποτελεί και μία ανεξάρτητη μεταβλητή στις μαθηματικές σχέσεις που αποτελούν την εμπειρική μέθοδο. Άρα, οι μαθηματικές σχέσεις που προκύπτουν από ένα νευρωνικό δίκτυο με μεταβλητές εισόδου και τις 9 παραμέτρους είναι πολύ πιο περίπλοκες, απαιτούν περισσότερα δεδομένα και τελικώς είναι πιο δύσκολες στην εφαρμογή τους. Για το λόγο αυτό, θεωρείται σημαντική η δημιουργία ενός νευρωνικού δικτύου το οποίο επιλύει με καλή ακρίβεια το ζητούμενο πρόβλημα, έχοντας ταυτόχρονα τον ελάχιστο δυνατό αριθμό μεταβλητών εισόδου. Με το ίδιο σκεπτικό, ακόμη καλύτερο είναι ένα νευρωνικό το οποίο παίρνει ως μεταβλητές εισόδου μόνο τους συντελεστές λυγηρότητας β και λ . Ωστόσο, το γεγονός ότι αυτό το νευρωνικό δίκτυο αναμένεται να λειτουργεί για πολλά διαφορετικά προφίλ ελασμάτων, τελικώς καθιστά αναγκαία την εισαγωγή της πληροφορίας του τύπου του προφίλ μέσω της μεταβλητής εισόδου j .

Σε αυτό το σημείο παρατίθεται αναλυτικά η αλληλουχία μαθηματικών σχέσεων από τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές των συντελεστών λυγηρότητας β και λ όταν είναι γνωστές οι τιμές των παραπάνω 9 μεγεθών. Αρχικά, υπολογίζεται το εμβαδό της εγκάρσιας διατομής του ενισχυμένου ελάσματος από την παρακάτω σχέση:

$$A = b \cdot t_p + h_w \cdot t_w + b_f \cdot t_f \quad (1.6)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η πρώτη ροπή της εγκάρσιας διατομής του ενισχυμένου ελάσματος, ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κατώτατο σημείο του συνεργαζόμενου ελάσματος, ως εξής:

$$M = (b \cdot t_p) \cdot \left(\frac{t_p}{2}\right) + (h_w \cdot t_w) \cdot \left(t + \frac{h_w}{2}\right) + (b_f \cdot t_f) \cdot \left(t + h_w + \frac{t_f}{2}\right) \quad (1.7)$$

Από τα δύο παραπάνω μεγέθη υπολογίζεται η κατακόρυφη θέση του ουδέτερου άξονα του ενισχυμένου ελάσματος, ως εξής:

$$z_c = \frac{M}{A} \quad (1.8)$$

Έπειτα, υπολογίζεται η δεύτερη ροπή της εγκάρσιας διατομής του ενισχυμένου ελάσματος, ως προς τον ουδέτερο άξονα. Για την απλούστευση των μαθηματικών εκφράσεων, επιλέχθηκε η δεύτερη ροπή να υπολογιστεί ξεχωριστά για κάθε μέρος του ενισχυμένου ελάσματος. Η δεύτερη ροπή της εγκάρσιας διατομής του συνεργαζόμενου ελάσματος ως προς τον ουδέτερο άξονα υπολογίζεται ως εξής:

$$I_{zp} = \frac{b \cdot t_p^3}{12} + b \cdot t_p \cdot \left(z_0 - \frac{t_p}{2}\right)^2 \quad (1.9)$$

Η δεύτερη ροπή της εγκάρσιας διατομής του κορμού ως προς τον ουδέτερο άξονα υπολογίζεται ως εξής:

$$I_{zw} = \frac{t_w \cdot h_w^3}{12} + t_w \cdot h_w \cdot \left(t_p + \frac{h_w}{2} - z_0 \right)^2 \quad (1.10)$$

Η δεύτερη ροπή της εγκάρσιας διατομής του πέλματος ως προς τον ουδέτερο άξονα υπολογίζεται ως εξής:

$$I_{zf} = \frac{b_f \cdot t_f^3}{12} + b_f \cdot t_f \cdot \left(t_p + h_w + \frac{t_f}{2} - z_0 \right)^2 \quad (1.11)$$

Η δεύτερη ροπή της εγκάρσιας διατομής ολόκληρου του ενισχυμένου ελάσματος ισούται με το άθροισμα των δευτέρων ροπών των επιμέρους μερών, δηλαδή προκύπτει ως εξής:

$$I_z = I_{zp} + I_{zw} + I_{zf} \quad (1.12)$$

Από την παραπάνω τιμή υπολογίζεται η ακτίνα αδράνειας της εγκάρσιας διατομής του ενισχυμένου ελάσματος ως προς τον ουδέτερο άξονα, ως εξής:

$$r = \sqrt{\frac{I_z}{A}} \quad (1.13)$$

Η επιφάνεια του συνεργαζόμενου ελάσματος είναι ίση με:

$$A_p = b \cdot t_p \quad (1.14)$$

Η επιφάνεια του ενισχυτικού είναι ίση με:

$$A_s = A - A_p \quad (1.15)$$

Το ισοδύναμο όριο διαρροής για ολόκληρο το ενισχυμένο έλασμα υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{Y_{eq}} = \frac{\sigma_{Y_p} \cdot A_p + \sigma_{Y_s} \cdot A_s}{A} \quad (1.16)$$

Αφού υπολογίστηκαν όλα τα παραπάνω μεγέθη, πλέον είναι εφικτός ο υπολογισμός των ζητούμενων παραμέτρων. Συγκεκριμένα, ο συντελεστής λυγηρότητας πλάκας β υπολογίζεται ως εξής:

$$\beta = \frac{b}{t_p} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{Y_p}}{E}} \quad (1.17)$$

ενώ ο συντελεστής λυγηρότητας κολόνας λ υπολογίζεται ως εξής:

$$\lambda = \frac{a}{\pi \cdot r} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{Y_{eq}}}{E}} \quad (1.18)$$

όπου στις παραπάνω σχέσεις το μέτρο ελαστικότητας λαμβάνει την τιμή που προδιαγράφεται από τους CSR, η οποία είναι η ακόλουθη:

$$E = 206000 \text{ MPa}$$

Η τρίτη παράμετρος (j) που δίνει πληροφορίες στο νευρωνικό δίκτυο για το εκάστοτε ενισχυμένο έλασμα, έχει σταθερή τιμή ανάμεσα στα ελάσματα που είναι του ίδιου τύπου. Συγκεκριμένα, η παράμετρος αυτή ορίζεται ως εξής:

$$j = \begin{cases} 0.25, & \text{για ελάσματα τύπου T} \\ 0.50, & \text{για ελάσματα τύπου I} \\ 0.75, & \text{για ελάσματα τύπου L} \\ 1.00, & \text{για ελάσματα τύπου P} \end{cases} \quad (1.19)$$

1.3. Βιβλιογραφική έρευνα

Το Φεβρουάριο του 2006 δημοσιεύτηκε ένα επιστημονικό άρθρο που γράφτηκε από τους ερευνητές Yongchang Pu και Ehsan Mesbahi [2]. Το αντικείμενο αυτού του άρθρου αφορά στην εφαρμογή ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου για την εκτίμηση της μέγιστης αντοχής χαλύβδινων πλακών. Στην έρευνα αυτή αναπτύχθηκαν δύο νευρωνικά δίκτυα, των οποίων η βασική διαφορά αφορά στις παραμέτρους μέσω των οποίων περιγραφόταν το κάθε στοιχείο πλάκας σε κάθε περίπτωση. Συγκεκριμένα, στο πρώτο νευρωνικό δίκτυο, το κάθε στοιχείο πλάκας περιγραφόταν μέσω των παραμέτρων $B, t, \sigma_y, \sigma_r, \delta$, όπου:

- B [mm]: το πλάτος του στοιχείου πλάκας,
- t [mm]: το πάχος του στοιχείου πλάκας,
- σ_y [MPa]: το όριο διαρροής του υλικού του στοιχείου πλάκας,
- σ_r [-]: η (αδιάστατη) παραμένουσα τάση στο στοιχείο πλάκας και
- δ [-]: το (αδιάστατο) αρχικό βέλος κάμψης που εμφανίζεται στο στοιχείο πλάκας λόγω των συγκολλήσεων.

Στο δεύτερο νευρωνικό δίκτυο, οι παράμετροι B, t, σ_y αντικαταστάθηκαν από το συντελεστή λυγηρότητας πλάκας β , στον ορισμό του οποίου περιέχονται και οι τρεις αυτές παράμετροι. Συγκεκριμένα, ο συντελεστής λυγηρότητας πλάκας ορίζεται ως εξής:

$$\beta = \frac{B}{t} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad (1.20)$$

όπου E [MPa] είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού. Επομένως, οι παράμετροι μέσω των οποίων περιγράφεται το στοιχείο πλάκας είναι οι ακόλουθες:

- β [-]: ο (αδιάστατος) συντελεστής λυγηρότητας πλάκας,
- σ_r [-]: η (αδιάστατη) παραμένουσα τάση στο στοιχείο πλάκας και
- δ [-]: το (αδιάστατο) αρχικό βέλος κάμψης που εμφανίζεται στο στοιχείο πλάκας λόγω των συγκολλήσεων.

Σε καθένα από τα δύο νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιήθηκε ένα κρυμμένο στρώμα (hidden layer) και σχετικά μικρός αριθμός νευρώνων (neurons) σε αυτό το κρυμμένο στρώμα (λιγότεροι από 10 νευρώνες και στις δύο περιπτώσεις).

Σε ό,τι αφορά στις παραμέτρους, αυτές επιλέχθηκε να κανονικοποιηθούν κατά τέτοιο τρόπο ώστε όταν εισάγονται στο εκάστοτε νευρωνικό δίκτυο ως μεταβλητές εισόδου, να έχουν αριθμητικές τιμές εντός του διαστήματος [0,1]. Συγκεκριμένα, οι τιμές της κάθε παραμέτρου ανάγονται σε αριθμητική κλίμακα τέτοια ώστε όλες οι τιμές να περιέχονται στο κλειστό διάστημα [L, U], όπου L είναι κάποιος αριθμός τέτοιος ώστε $0 \leq L < 1$, και U είναι κάποιος αριθμός τέτοιος ώστε $L < U \leq 1$. Σύμφωνα με το άρθρο, αυτή η τεχνική βελτιώνει την απόδοση του νευρωνικού δικτύου. Στο κεφάλαιο 3 αναλύονται περισσότεροι οι ιδέες που υπάρχουν πίσω από αυτήν την τεχνική.

Τα αποτελέσματα των δύο νευρωνικών δικτύων συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα άλλων εμπειρικών μεθόδων και διαπιστώθηκε ότι τα νευρωνικά δίκτυα προσεγγίζουν καλύτερα (σε σχέση με τις εμπειρικές μεθόδους) τις πραγματικές τιμές της μέγιστης αντοχής των στοιχείων πλάκας. Τελικώς, από την έρευνα αυτή διαπιστώθηκε ότι και τα δύο νευρωνικά δίκτυα ανταποκρίνονται καλά στο συγκεκριμένο πρόβλημα, επομένως είναι εφικτή η εκτίμηση της μέγιστης αντοχής ενός στοιχείου πλάκας με χρήση νευρωνικών δικτύων, και μάλιστα με σχετικά απλή αρχιτεκτονική.

Τον Οκτώβριο του 2008, οι ίδιοι ερευνητές δημοσίευσαν ένα ακόμη επιστημονικό άρθρο, του οποίου το αντικείμενο αφορά στην εφαρμογή ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου για την εκτίμηση της μέγιστης αντοχής χαλύβδινων ελασμάτων [3]. Επί της ουσίας, σε αυτό το άρθρο έγινε μία επέκταση της προηγούμενης μελέτης, από τα στοιχεία πλάκας στα ενισχυμένα ελάσματα. Σε αυτό το άρθρο δημιουργήθηκε ένα νευρωνικό δίκτυο, στο οποίο το ενισχυμένο έλασμα περιγράφεται από 5 παραμέτρους (λ , β , δ_s , δ_p , σ_r). Οι παράμετροι αυτές ορίζονται ως εξής:

- λ [-]: ο (αδιάστατος) συντελεστής λυγηρότητας κολόνας του ενισχυμένου ελάσματος,
- β [-]: ο (αδιάστατος) συντελεστής λυγηρότητας του συνεργαζόμενου ελάσματος,
- δ_p [-]: το (αδιάστατο) αρχικό βέλος κάμψης που εμφανίζεται στο συνεργαζόμενο έλασμα λόγω των συγκολλήσεων,
- δ_s [-]: το (αδιάστατο) αρχικό βέλος κάμψης που εμφανίζεται στο ενισχυτικό λόγω των συγκολλήσεων και
- σ_r [-]: η (αδιάστατη) παραμένουσα τάση στο συνεργαζόμενο έλασμα.

Ο συντελεστής λυγηρότητας κολόνας λ ορίζεται ως εξής:

$$\lambda = \frac{a}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{yc} \cdot A}{E \cdot I}} \quad (1.21)$$

όπου:

- a [mm]: το μήκος των ενισχυμένων ελασμάτων,
- σ_{yc} [MPa]: το ισοδύναμο όριο διαρροής για όλο το ενισχυμένο έλασμα,
- A [mm²]: το εμβαδό της εγκάρσιας διατομής όλου του ενισχυμένου ελάσματος,
- E [MPa]: το μέτρο ελαστικότητας του υλικού και
- I [mm⁴]: η δεύτερη ροπή της εγκάρσιας διατομής όλου του ενισχυμένου ελάσματος.

Το ισοδύναμο όριο διαρροής για όλο το ενισχυμένο έλασμα είναι ένα μέγεθος που εισάγεται για να καλύψει το ενδεχόμενο όπου το συνεργαζόμενο έλασμα και το ενισχυτικό είναι κατασκευασμένα από υλικά με διαφορετικά όρια διαρροής. Συγκεκριμένα, το ισοδύναμο όριο διαρροής λαμβάνεται ως ένας μέσος όρος, ο οποίος είναι σταθμισμένος ανάλογα με το ποσοστό, επί της επιφάνειας της εγκάρσιας διατομής όλου του ενισχυμένου ελάσματος, που καταλαμβάνει η επιφάνεια του ενισχυτικού. Συγκεκριμένα, το μέγεθος σ_{yc} υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\sigma_{yc} = \frac{b \cdot t_p \cdot \sigma_{yp} + (A - b \cdot t_p) \cdot \sigma_{ys}}{A} \quad (1.22)$$

όπου:

- b [mm]: το πλάτος του στοιχείου πλάκας,
- t_p [mm]: το πάχος του στοιχείου πλάκας,
- σ_{yp} [MPa]: το όριο διαρροής του υλικού του συνεργαζόμενου ελάσματος και
- σ_{ys} [MPa]: το όριο διαρροής του υλικού του ενισχυτικού.

Ο συντελεστής λυγηρότητας πλάκας β υπολογίστηκε από τη [σχέση \(1.20\)](#).

Σε αυτό το νευρωνικό δίκτυο δοκιμάστηκε η εφαρμογή δύο διαφορετικών συναρτήσεων ενεργοποίησης (activation functions) για τις συνδέσεις μεταξύ του στρώματος εισόδου και του κρυμμένου στρώματος, οι οποίες είναι οι εξής:

1. Σιγμοειδής συνάρτηση: $\text{sig}(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$
2. Συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης: $\text{tanh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τις συναρτήσεις ενεργοποίησης παρατίθενται στο κεφάλαιο 3.

Για καθεμία από τις παραπάνω συναρτήσεις ενεργοποίησης, δοκιμάστηκαν διαφορετικές τιμές των παραμέτρων κανονικοποίησης L, U των μεταβλητών εισόδου. Η σιγμοειδής συνάρτηση έχει ως σύνολο τιμών το διάστημα $(0,1)$, επομένως για αυτήν τη συνάρτηση ενεργοποίησης δοκιμάστηκαν τα ακόλουθα ζεύγη (L, U) :

$$\begin{array}{ll} L = 0.05, & U = 0.95 \\ L = 0.20, & U = 0.80 \\ L = 0.30, & U = 0.70 \end{array}$$

Η συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης έχει ως σύνολο τιμών το διάστημα $(-1,1)$, επομένως για αυτήν τη συνάρτηση ενεργοποίησης δοκιμάστηκαν τα ακόλουθα ζεύγη (L, U) :

$$\begin{array}{ll} L = -0.90, & U = 0.90 \\ L = -0.70, & U = 0.70 \end{array}$$

Σε ό,τι αφορά στην αρχιτεκτονική του νευρωνικού δικτύου, επιλέχθηκε ένα κρυμμένο στρώμα, ενώ διεξήχθησαν δοκιμές προκειμένου να ευρεθεί ο βέλτιστος αριθμός νευρώνων που πρέπει να έχει αυτό το κρυμμένο στρώμα. Τελικώς παρατηρήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις ότι το νευρωνικό δίκτυο δίνει σχετικά ακριβή αποτελέσματα όταν το κρυμμένο στρώμα αποτελείται από 5 νευρώνες. Επομένως, διαπιστώθηκε ότι η ιδέα της χρήσης νευρωνικών δικτύων για τον υπολογισμό της μέγιστης αντοχής μπορεί να εφαρμοστεί και για την περίπτωση των ενισχυμένων ελασμάτων.

Οι δύο παραπάνω μελέτες αποτέλεσαν τη βάση για τη δημιουργία της κεντρικής ιδέας της παρούσας διπλωματικής εργασίας, η οποία περιγράφηκε στην παράγραφο 1.1. Ωστόσο, για τη μελέτη της ιδέας αυτής έγινε αναδρομή και σε άλλα επιστημονικά άρθρα, τα οποία σχετίζονται είτε με τα νευρωνικά δίκτυα είτε με τον υπολογισμό της μέγιστης αντοχής ενός ενισχυμένου ελάσματος με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Παρακάτω περιγράφονται συνοπτικά και τα υπόλοιπα άρθρα, από τα οποία ελήφθησαν χρήσιμες πληροφορίες.

Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται αξιολόγηση της απόδοσης του νευρωνικού δικτύου, καθώς και η διαδικασία μέσω της οποίας προσδιορίστηκαν οι βέλτιστες τιμές ορισμένων παραμέτρων αυτού, ελήφθησαν από ένα επιστημονικό άρθρο που δημοσίευσαν οι ερευνητές Parisa Hosseiniour, Mahmoud Hosseiniour και Yasser Sharifi. Συγκεκριμένα, τον Ιανουάριο του 2022 οι εν λόγω ερευνητές δημοσίευσαν ένα άρθρο του οποίου το αντικείμενο είναι η πρόβλεψη της μέγιστης αντοχής χαλύβδινων ελασμάτων με μία κυκλική οπή, όταν αυτά υπόκεινται σε αξονική καταπόνηση [4]. Στα πλαίσια αυτής της έρευνας, εκτελέστηκαν αναλύσεις με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων στο πρόγραμμα ABAQUS σε 270 διαφορετικά χαλύβδινα στοιχεία πλάκας. Στη συνέχεια, τα δεδομένα που εξήχθησαν από όλες αυτές τις αναλύσεις εισήχθησαν σε ένα νευρωνικό δίκτυο και δημιουργήθηκε μια εμπειρική μέθοδος, στην οποία εισάγονται ορισμένα χαρακτηριστικά μεγέθη της γεωμετρίας του στοιχείου πλάκας και μέσω αυτών λαμβάνεται η μέγιστη αντοχή του στοιχείου

πλάκας. Οι παράμετροι που εισήχθησαν στο νευρωνικό δίκτυο ως μεταβλητές εισόδου είναι οι ακόλουθες:

- β : Ο συντελεστής λυγηρότητας πλάκας,
- d/B : Ο λόγος της διαμέτρου της οπής d προς το πλάτος του στοιχείου πλάκας B ,
- d/t : Ο λόγος της διαμέτρου της οπής d προς το πάχος του στοιχείου πλάκας t ,
- E/σ_y : Ο λόγος του μέτρου ελαστικότητας E του υλικού προς το όριο διαρροής σ_y του υλικού.

Η μεταβλητή εξόδου που υπολογίζει το νευρωνικό δίκτυο είναι η μέγιστη αντοχή, κανονικοποιημένη ως προς το όριο διαρροής του υλικού (σ_u/σ_y).

Ένας σημαντικός συντελεστής που υποδεικνύει πόσο καλή είναι η απόδοση του νευρωνικού δικτύου είναι ο συντελεστής συσχέτισης, ο οποίος σύμφωνα με το άρθρο δίνεται από τη σχέση:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}) \cdot (t_i - \bar{t})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \cdot \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2}} \quad (1.23)$$

όπου:

- N : ο συνολικός αριθμός των αναλύσεων, τα δεδομένα των οποίων εισάγονται στο νευρωνικό δίκτυο,
- y_i : η τιμή της μέγιστης αντοχής που προβλέπει το νευρωνικό δίκτυο για την ανάλυση i ,
- \bar{y} : ο μέσος όρος όλων των τιμών της μέγιστης αντοχής που προκύπτουν από το νευρωνικό δίκτυο,
- t_i : η τιμή της μέγιστης αντοχής που έχει υπολογιστεί για την ανάλυση i από τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων,
- \bar{t} : ο μέσος όρος όλων των τιμών της μέγιστης αντοχής που προέκυψαν από τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων.

Όταν ο συντελεστής αυτός είναι ίσος με 1, οι μεταβλητές y και t είναι πλήρως συσχετιζόμενες, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι η μέγιστη αντοχή που υπολογίζεται από τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να υπολογιστεί με απόλυτη ακρίβεια και από το νευρωνικό δίκτυο. Η περίπτωση αυτή είναι η ιδανική, αλλά επιτυγχάνεται σπάνια. Στις περισσότερες περιπτώσεις, ο συντελεστής συσχέτισης είναι μικρότερος από 1. Όσο πιο κοντά στη μονάδα βρίσκεται ο συντελεστής συσχέτισης, τόσο πιο μεγάλη είναι η ακρίβεια με την οποία το νευρωνικό δίκτυο προσεγγίζει τα αποτελέσματα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων.

Εκτός από την αξιολόγηση του νευρωνικού δικτύου, ο συντελεστής συσχέτισης χρησιμεύει και ως κριτήριο για τον προσδιορισμό του βέλτιστου αριθμού νευρώνων για το κρυμμένο στρώμα του νευρωνικού δικτύου. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται ο συντελεστής συσχέτισης του νευρωνικού δικτύου για αριθμό νευρώνων στο κρυμμένο στρώμα από 1 μέχρι 10 και δημιουργείται ένα γράφημα, το οποίο έχει στον οριζόντιο άξονα τον αριθμό των νευρώνων και στον κατακόρυφο άξονα τις τιμές του συντελεστή συσχέτισης. Από αυτό το γράφημα, τελικώς επιλέγεται ο μικρότερος αριθμός νευρώνων που παρέχει σχετικά υψηλές τιμές του συντελεστή συσχέτισης. Η διαδικασία αυτή ακολουθήθηκε και στα πλαίσια της παρούσας εργασίας για τον προσδιορισμό των νευρώνων στο κρυμμένο στρώμα (βλ. κεφάλαιο 4).

Εφόσον προσδιορίστηκε ο αριθμός νευρώνων του κρυμμένου στρώματος, τελικώς κατέστη δυνατή η διατύπωση του νευρωνικού δικτύου μέσω μιας εξίσωσης κλειστού τύπου, της ακόλουθης μορφής:

$$\text{output} = f_2 (W_2 \times (f_1 (W_1 \times X + b_1)) + b_2) \quad (1.24)$$

όπου:

- f_1 : η συνάρτηση μεταφοράς που εφαρμόζεται στο κρυμμένο στρώμα,
- f_2 : η συνάρτηση μεταφοράς που εφαρμόζεται στο στρώμα εξόδου,
- W_1 : ο πίνακας των βαρών των συνδέσεων μεταξύ των νευρώνων του στρώματος εισόδου και των νευρώνων του κρυμμένου στρώματος,
- W_2 : ο πίνακας των βαρών των συνδέσεων μεταξύ των νευρώνων του κρυμμένου στρώματος και των νευρώνων του στρώματος εξόδου,
- b_1 : το διάνυσμα των κατωφλιών των νευρώνων του κρυμμένου στρώματος,
- b_2 : το διάνυσμα των κατωφλιών των νευρώνων του στρώματος εξόδου,
- X : το διάνυσμα των μεταβλητών εισόδου.

Η εξίσωση (1.24) είναι πολύ σημαντική, καθώς επιτρέπει στον αναγνώστη να κατανοήσει καλύτερα ποια ακριβώς είναι η διαδικασία μέσω της οποίας το νευρωνικό δίκτυο υπολογίζει τις μεταβλητές εξόδου. Η αντίστοιχη εξίσωση υπάρχει και στα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας (βλ. κεφάλαιο 4).

Τα παραπάνω επιστημονικά άρθρα παρείχαν αρκετές σημαντικές πληροφορίες τόσο σχετικά με την εφαρμογή των νευρωνικών δικτύων σε προβλήματα που αφορούν στον υπολογισμό της μέγιστης αντοχής κατασκευαστικών στοιχείων, όσο και σχετικά με τη δομή των νευρωνικών δικτύων και τη διαδικασία μέσω της οποίας αυτά υπολογίζουν τα επιθυμητά μεγέθη. Περαιτέρω πληροφορίες σχετικά με τα νευρωνικά δίκτυα ελήφθησαν κι από άλλες πηγές, όπως η 2^η έκδοση του βιβλίου “Neural Network Design” [5]. Εκτός, όμως, από το αντικείμενο των νευρωνικών δικτύων, η βιβλιογραφία έπρεπε να ερευνηθεί και στο αντικείμενο του προβλήματος του υπολογισμού της μέγιστης αντοχής των κατασκευαστικών στοιχείων. Στις επόμενες παραγράφους αναφέρονται τα επιστημονικά άρθρα από τα οποία ελήφθησαν χρήσιμες πληροφορίες πάνω σε αυτό το αντικείμενο.

Τα ενισχυμένα ελάσματα είναι κατασκευαστικά στοιχεία τα οποία συναντώνται σε μεγάλο βαθμό στις κατασκευές πολλών πλοίων, όπως αναφέρθηκε πιο αναλυτικά και στην παράγραφο 1.1. Επομένως, ήταν σημαντικό αφενός να ληφθούν δεδομένα ενισχυμένων ελασμάτων τέτοια ώστε να καλύπτονται όσο το δυνατόν περισσότερα είδη και μεγέθη πλοίων, κι αφετέρου να απεικονιστούν με κατάλληλο τρόπο τα συλλεγμένα δεδομένα ώστε να αναδειχθεί το εύρος των που καλύπτεται. Μια τέτοια απεικόνιση παρατίθεται στο επιστημονικό άρθρο που δημοσίευσαν το 2020 οι ερευνητές Jeom Kee Paik, Dong Hun Lee, Sung Hwan Noh, Dae Kyeom Park και Jonas W. Ringsberg [6]. Στα πλαίσια αυτού του άρθρου, ένα χαλύβδινο ενισχυμένο έλασμα υποβλήθηκε σε θλιπτική φόρτιση μικρού αριθμού κύκλων κατά τη διάρκεια ενός πειράματος που πραγματοποιήθηκε σε φυσικές συνθήκες. Τελικώς, εξήχθησαν αποτελέσματα όπως η γραφική απεικόνιση της ασκούμενης φόρτισης ως προς το χρόνο και των βελών κάμψης του ελάσματος ως προς το χρόνο. Για τον προσδιορισμό των διαστάσεων του ενισχυμένου ελάσματος, κρίθηκε σκόπιμη η μελέτη των ενισχυμένων ελασμάτων σε πλοία μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων (containerships) για ένα μεγάλο εύρος της μεταφορικής ικανότητας των πλοίων (DWT). Η μεταφορική ικανότητα συνήθως αυξάνεται με την αύξηση των κυρίων διαστάσεων του πλοίου, επομένως μέσω της μελέτης αυτής ελήφθησαν διαστάσεις των ενισχυμένων ελασμάτων για ένα μεγάλο εύρος μεγέθους των πλοίων (ελήφθησαν τα σχετικά δεδομένα τόσο για πολύ μεγάλα πλοία, όσο και για πολύ μικρά πλοία). Από αυτά τα δεδομένα υπολογίστηκαν οι συντελεστές λυγηρότητας β και λ και τα αποτελέσματα απεικονίστηκαν

σε συνάρτηση με τη μεταφορική ικανότητα του πλοίου, ενώ επίσης στην εν λόγω απεικόνιση επισημάνθηκαν και οι θέσεις πάνω στο πλοίο στις οποίες βρισκόταν το κάθε ενισχυμένο έλασμα του διαγράμματος. Τα διαγράμματα που περιγράφηκαν παραπάνω δημιουργήθηκαν και σε αυτήν την εργασία, και παρατίθενται στο κεφάλαιο 4.

Σε ό,τι αφορά στη μοντελοποίηση στο πρόγραμμα ABAQUS, σημαντικό ήταν να βρεθεί κάποια άλλη επιστημονική έρευνα πάνω στο αντικείμενο του προσδιορισμού της μέγιστης αντοχής ενός ενισχυμένου ελάσματος το οποίο υπόκειται σε θλιπτικά φορτία. Η εύρεση μιας τέτοιας έρευνας ήταν σημαντική για την αξιολόγηση της ορθότητας των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την μοντελοποίηση που προτείνεται. Το ρόλο αυτής της επιστημονικής έρευνας διαδραμάτισε στην παρούσα εργασία το άρθρο που δημοσίευσαν το 2008 οι ερευνητές Jeom Kee Paik, Bong Ju Kim και Jung Kwan Seo [7]. Στα πλαίσια αυτής της έρευνας, ελήφθησαν οι διαστάσεις ενός ενισχυμένου ελάσματος που υπάρχει σε ένα πραγματικό πλοίο. Στη συνέχεια, το έλασμα αυτό μελετήθηκε σε διαφόρων ειδών φορτίσεις, όπως η μονοαξονική φόρτιση κατά το διαμήκη άξονα και κατά τον εγκάρσιο άξονα, η διαξονική φόρτιση και κατά τον εγκάρσιο και κατά το διαμήκη άξονα και ο συνδυασμός όλων αυτών των φορτίσεων με την υδροστατική πίεση που ασκείται στην πλευρά του συνεργαζόμενου ελάσματος. Τελικώς, τα αποτελέσματα αυτά συγκρίθηκαν με άλλες μεθόδους. Τα αποτελέσματα που αφορούν την παρούσα διπλωματική εργασία ήταν αυτά της μονοαξονικής φόρτισης κατά το διαμήκη άξονα, χωρίς την εισαγωγή υδροστατικής πίεσης. Το άρθρο αυτό λειτούργησε ως αναφορά για την εκπόνηση της παρούσας εργασίας τόσο σε ό,τι αφορά στη μοντελοποίηση (ορισμός συντομικών συνθηκών, γεωμετρικές ατέλειες που εισάγονται κ.ά.), όσο και σε ό,τι αφορά στα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν για το συγκεκριμένο ενισχυμένο έλασμα που μελετήθηκε. Περισσότερες σχετικά με αυτό το άρθρο περιέχονται στην παράγραφο 2.3.

Ένα ακόμη στοιχείο που έπρεπε να απαντηθεί κατά τον προσδιορισμό της μοντελοποίησης των ενισχυμένων ελασμάτων στο ABAQUS ήταν ο τρόπος με τον οποίο κατανομονται οι γεωμετρικές ατέλειες σε ολόκληρη την επιφάνεια όπου αυτές εφαρμόζονται. Οι σχετικές απαντήσεις προήλθαν από το άρθρο που δημοσίευσαν το 2018 οι ερευνητές Do Kyun Kim, Hui Ling Lim και Su Young Yu [8]. Το αντικείμενο του άρθρου αυτού ήταν η ανάλυση, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, ενός μεγάλου αριθμού ενισχυμένων ελασμάτων και η σύγκριση των αποτελεσμάτων αυτών με τα αντίστοιχα αποτελέσματα ορισμένων ήδη υπαρχόντων, εμπειρικών ή αναλυτικών, μεθόδων. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, οι γεωμετρικές ατέλειες που εισήχθησαν κατανεμήθηκαν σε όλη την επιφάνεια όπου εφαρμόστηκαν μέσω αναλυτικών μαθηματικών σχέσεων. Αυτές οι μαθηματικές σχέσεις περιέχουν ημιτονοειδείς (ή συνημιτονοειδείς) όρους, χάρη στους οποίους τα βέλη κάμψης που προκύπτουν από το κάθε είδος γεωμετρικής ατέλειας μεγιστοποιούνται σε συγκεκριμένα σημεία, όπως για παράδειγμα το κέντρο του ανυποστήρικτου μήκους μιας διάστασης. Οι αναλυτικές σχέσεις που παρατέθηκαν σε αυτό το άρθρο για τις γεωμετρικές ατέλειες χρησιμοποιήθηκαν και στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, όπως φαίνεται και στο εδάφιο 2.2.8.

Τέλος, ένα από τα πιο σημαντικά μέρη της παρούσας εργασίας είναι η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν. Για το λόγο αυτό, ερευνήθηκαν βιβλιογραφικές πηγές στις οποίες περιέχεται τέτοιου είδους αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Μια τέτοια βιβλιογραφική πηγή αποτελεί και η επιστημονική έρευνα που δημοσίευσαν οι ερευνητές Νικόλαος Παπανικολάου και Κωνσταντίνος Ανυφαντής του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου το 2022 [9].

Το αντικείμενο αυτού του άρθρου είναι η ανάπτυξη μιας εμπειρικής μεθόδου, μέσω της οποίας υπολογίζεται η μέγιστη ανηγμένη αντοχή των ενισχυμένων ελασμάτων. Για την εξαγωγή δεδομένων, ορίστηκαν κάποιες μέγιστες και ελάχιστες τιμές για τους συντελεστές λυγηρότητας β και λ , και στη συνέχεια ελήφθησαν 9 σημεία πάνω στο ορθογώνιο χωρίο β - λ , από καθένα από τα οποία διαστασιολογήθηκε ένα ενισχυμένο έλασμα. Τα 4 από αυτά τα 9 σημεία που ελήφθησαν είναι οι

κορυφές του ορθογωνίου, το πέμπτο σημείο που ελήφθη είναι το κέντρο του ορθογωνίου και τα υπόλοιπα 4 σημεία που ελήφθησαν είναι τα μέσα των πλευρών του ορθογωνίου. Η διαδικασία αυτή εκτελέστηκε για καθέναν από τους τύπους ελασμάτων I, L και T, οπότε εκτελέστηκαν συνολικά 27 αναλύσεις με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Στη συνέχεια, τα αποτελέσματα που προέκυψαν προσεγγίστηκαν από ένα πολυώνυμο 2^{ου} βαθμού ως προς τις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές β και λ, οπότε δημιουργήθηκε ένα υποκατάστατο μοντέλο (surrogate model) το οποίο είναι πολύ εύχρηστο.

Ακολούθως, τα αποτελέσματα που προέκυψαν αξιολογήθηκαν με σύγκριση με άλλες, προϋπάρχουσες εμπειρικές μεθόδους, οι οποίες παρατίθενται στο άρθρο. Η μέθοδος εκείνη που λειτούργησε ως αναφορά για τη σύγκριση όλων των μεθόδων είναι η μέθοδος υπολογισμού της μέγιστης αντοχής που προτείνεται στους Common Structural Rules της Διεθνούς Ένωσης Μηχανικών, καθώς αυτή η μέθοδος είναι η πιο ευρέως αποδεκτή μέθοδος στο χώρο της ναυτιλίας [1]. Η αξιολόγηση, λοιπόν, των αποτελεσμάτων των εμπειρικών μεθόδων έγινε μέσω της χρωματικής απεικόνισης, στο πεδίο β-λ, των ποσοστιαίων αποκλίσεων των αποτελεσμάτων της εκάστοτε εμπειρικής μεθόδου από τα αντίστοιχα αποτελέσματα της μεθόδου των CSR. Το πλεονέκτημα της χρωματικής απεικόνισης έναντι των στατιστικών στοιχείων είναι ότι, όχι μόνο παρέχει πληροφορίες σχετικά με τη μέση και τη μέγιστη απόκλιση της κάθε μεθόδου από τους CSR, αλλά βοηθά τον αναγνώστη να αποκτήσει πληροφορίες σχετικά με την ποσοστιαία απόκλιση σε οποιοδήποτε σημείο του χωρίου β-λ, με τρόπο πολύ πιο εύκολο και γρήγορο συγκριτικά με την ανάγνωση ενός πίνακα που περιέχει όλες τις αριθμητικές τιμές. Οι εν λόγω χρωματικές απεικονίσεις δημιουργήθηκαν και στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, για την αξιολόγηση της εμπειρικής μεθόδου που δημιουργήθηκε στην παρούσα εργασία.

2. ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

2.1. Θεωρητικό υπόβαθρο

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων είναι μια αριθμητική μέθοδος η οποία παρέχει προσεγγιστικές λύσεις σε προβλήματα της μηχανικής μέσω της εκτέλεσης υπολογιστικών πράξεων. Το βασικό πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η δυνατότητα εκτέλεσης πολλών και πολύπλοκων μαθηματικών πράξεων (επίλυση γραμμικών και μη γραμμικών συστημάτων, επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων, επίλυση ολοκληρωμάτων κ.ά.), στις οποίες η αναλυτική επίλυση είτε δεν είναι δυνατή είτε θα ήταν πολύ χρονοβόρα. Επιπλέον, η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων δύναται να παρέχει αξιόπιστα αποτελέσματα, παρά το γεγονός ότι οι λύσεις που αποδίδει είναι προσεγγιστικές. Συνεπώς, σε πολλές εφαρμογές της μηχανικής προτιμάται η ανάλυση μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων από τη διεξαγωγή ενός πειράματος, η οποία θα ήταν χρονικά και οικονομικά ασύμφορη. Για τους παραπάνω λόγους, η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο, το οποίο τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιείται όλο και περισσότερο και σε όλο και περισσότερους κλάδους της μηχανικής, όπως η στατική ανάλυση, η ρευστομηχανική, η μεταφορά θερμότητας κ.ά. Το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων είναι οι υψηλές απαιτήσεις σε υπολογιστική ισχύ.

Το βασικό χαρακτηριστικό της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων είναι η διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε επιμέρους στοιχεία, των οποίων ο αριθμός είναι πεπερασμένος. Όπως σε κάθε αριθμητική μέθοδο που εκτελείται με τη βοήθεια H/Y , έτσι και στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, δεν είναι δυνατή η επίλυση ενός προβλήματος για όλα τα σημεία ενός συνεχούς χωρίου. Αντιθέτως, το συνεχές χωρίο διακριτοποιείται σε συγκεκριμένα σημεία, τα οποία επιλέγονται ελεύθερα από το χρήστη, και το εκάστοτε πρόβλημα επιλύεται για τα σημεία αυτά. Επομένως, στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων επιλέγονται συγκεκριμένα σημεία πάνω στη γεωμετρία, τα οποία ονομάζονται κόμβοι. Από αυτούς τους κόμβους σχηματίζονται τα στοιχεία, τα οποία έχουν πολυγωνικό σχήμα με τις κορυφές τους πάνω στους κόμβους, δημιουργώντας ένα υπολογιστικό πλέγμα επί της γεωμετρίας. Έτσι, η συνεχής γεωμετρία διακριτοποιείται σε επιμέρους πεπερασμένα στοιχεία και η λύση του εκάστοτε προβλήματος λαμβάνεται για τους κόμβους και τα στοιχεία που συνθέτουν αυτό το πλέγμα. Όταν οι κόμβοι που επιλέγονται γίνονται περισσότεροι, τα επιμέρους στοιχεία στα οποία αναλύεται η γεωμετρία γίνονται επίσης περισσότερα, το υπολογιστικό πλέγμα γίνεται πυκνότερο και η διακριτοποιημένη γεωμετρία προσεγγίζει όλο και καλύτερα την πραγματική (συνεχή) γεωμετρία. Ταυτόχρονα, όμως, με την αύξηση του αριθμού των κόμβων αυξάνονται το υπολογιστικό κόστος και ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος.

Σε μία εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων εκτελούνται διαδοχικά τα ακόλουθα βήματα:

1. Εισαγωγή της υπό μελέτη γεωμετρίας μέσω ενός προγράμματος ψηφιακής σχεδίασης (CAD).
2. Εισαγωγή των υπολοίπων παραμέτρων που επηρεάζουν τη συμπεριφορά της υπό μελέτη γεωμετρίας (όπως για παράδειγμα οι ιδιότητες του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένη η γεωμετρία).
3. Προσδιορισμός της εξωτερικά επιβαλλόμενης καταπόνησης και των στηρίξεων της γεωμετρίας.
4. Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε έναν πεπερασμένο αριθμό στοιχείων (δημιουργία πλέγματος).

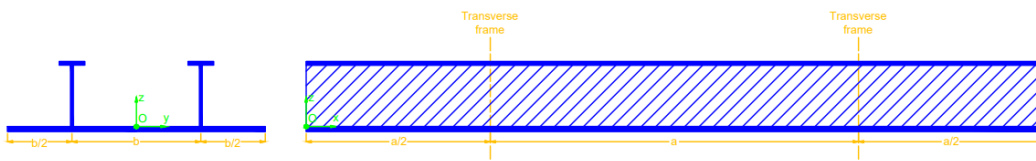
5. Εισαγωγή των παραπάνω δεδομένων σε έναν επιλύτη (solver), ο οποίος επιλύει το πρόβλημα χρησιμοποιώντας αριθμητικές μεθόδους.
6. Εισαγωγή των αποτελεσμάτων που υπολόγισε ο επιλύτης σε ένα πρόγραμμα το οποίο καθιστά δυνατή τη μελέτη και αξιολόγηση αυτών (post-processor).

Η εκτέλεση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων μέσω ενός προγράμματος απαιτεί την εισαγωγή ορισμένων μαθηματικών εξισώσεων μέσα σε αυτό. Οι εξισώσεις αυτές προκύπτουν ως επί το πλείστον μέσα από την εφαρμογή θεμελιωδών νόμων της φυσικής, όπως είναι οι νόμοι του Νεύτωνα και η αρχή διατήρησης της ενέργειας. Η ταυτόχρονη εφαρμογή και επίλυση των εξισώσεων σε όλους τους κόμβους επιτυγχάνεται μέσω της μητρικής ανάλυσης, επομένως τα προβλήματα τελικώς ανάγονται σε συστήματα, τα οποία επιλύει ο επιλύτης. Από τις λύσεις αυτών των συστημάτων μπορούν να υπολογιστούν όλα τα ζητούμενα μεγέθη σε κάθε κόμβο ή στοιχείο.

2.2. Μοντελοποίηση του προβλήματος

2.2.1. Βασικά στοιχεία

Σε αυτήν την παράγραφο περιγράφεται αναλυτικά ο τρόπος με τον οποίο μοντελοποιήθηκε το πρόβλημα, ώστε να λυθεί με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η εκτέλεση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων έγινε στο πρόγραμμα ABAQUS. Σε ό,τι αφορά στην έκταση του συνεργαζόμενου ελάσματος, το μήκος επιλέχθηκε να εκτείνεται κατά $\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}$ φορές και το πλάτος επιλέχθηκε να εκτείνεται κατά $\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}$ φορές ($\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ span & $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ bay model). Η διαμήκης απόσταση μεταξύ των εγκάρσιων εδρών είναι ίση με το μήκος του ελάσματος επί 1 φορά και η εγκάρσια απόσταση μεταξύ των κορμών των ενισχυτικών είναι ίση με το πλάτος του ελάσματος επί 1 φορά, όπως φαίνεται και στην [εικόνα 2.1](#) που ακολουθεί.



Εικόνα 2.1: Έκταση του μοντέλου

Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από αυτήν τη μοντελοποίηση είναι η διαμήκης συνιστώσα της δύναμης αντίδρασης που ασκείται στο ενισχυμένο έλασμα (έστω F_x) και οι διαμήκεις μετατοπίσεις στις εγκάρσιες διατομές μεταξύ των οποίων εμφανίστηκε η τελική μορφή κατάρρευσης του ελάσματος (έστω δx_1 και δx_2). Από τις μετατοπίσεις στις εγκάρσιες διατομές, υπολογίστηκε η απόλυτη τιμή της διαφοράς της μετατόπισης μεταξύ των δύο εγκάρσιων διατομών (έστω δL), ως εξής:

$$\delta L = |\delta x_1 - \delta x_2| \quad (2.1)$$

Στη συνέχεια, υπολογίστηκε η παραμόρφωση ε , ως εξής:

$$\varepsilon = \frac{\delta L}{L} \quad (2.2)$$

όπου L είναι το μήκος του ενισχυμένου ελάσματος μέσα στο οποίο εμφανίστηκε η τελική μορφή κατάρρευσης. Αν η τελική μορφή κατάρρευσης εμφανίστηκε ανάμεσα στις εγκάρσιες έδρες, τότε ισχύει ότι $L = a$, διαφορετικά αν η τελική μορφή κατάρρευσης εμφανίστηκε εκτός του μήκους που ορίζουν οι εγκάρσιες έδρες τότε ισχύει ότι $L = a/2$.

Έπειτα, η παραμόρφωση ε κανονικοποιήθηκε ως εξής:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y} = \frac{\varepsilon \cdot E}{\sigma_Y} \quad (2.3)$$

Στη συνέχεια, από τη διαμήκη συνιστώσα της δύναμης αντίδρασης υπολογίστηκε η ισοδύναμη τάση που παραλαμβάνει το ενισχυμένο έλασμα. Η ορθή τάση που παραλαμβάνει το ενισχυμένο έλασμα κατά τη διαμήκη διεύθυνση (έστω σ_{xx}) υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{xx} = \frac{F_x}{A} \quad (2.4)$$

Ωστόσο, το συνεργαζόμενο έλασμα στηρίζεται κατά μήκος των διαμήκων ακμών του, κατά τρόπο τέτοιο ώστε να περιορίζεται η οποιαδήποτε εγκάρσια μετατόπιση καθ' όλο το μήκος των ακμών (βλ. εδάφιο 2.2.6). Αν δεν υπήρχε αυτή η στήριξη κατά μήκος των διαμήκων ακμών, το συνεργαζόμενο έλασμα θα αποκτούσε παραμόρφωση κατά την εγκάρσια διεύθυνση, σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$\varepsilon_{yy} = -\nu \cdot \varepsilon_{xx} \quad (2.5)$$

όπου:

- ε_{yy} : η παραμόρφωση κατά την εγκάρσια διεύθυνση,
- ε_{xx} : η παραμόρφωση κατά τη διαμήκη διεύθυνση και
- ν : ο λόγος Poisson.

Επομένως, το γεγονός ότι η στήριξη κατά μήκος των διαμήκων ακμών επιβάλλει στο συνεργαζόμενο έλασμα να έχει μηδενική παραμόρφωση συνεπάγεται ότι η στήριξη αυτή ασκεί στο συνεργαζόμενο έλασμα μια εγκάρσια φόρτιση (έστω σ_{yy}). Άρα, το κάθε ενισχυμένο έλασμα που μελετάται τελικώς υπόκειται σε διαξονική φόρτιση, και για το λόγο αυτό η μέγιστη αντοχή λαμβάνεται ίση με τη μέγιστη ισοδύναμη τάση, κατά von Mises, που μπορεί να παραλάβει το έλασμα.

Κατ' αντιστοιχία με τη [σχέση \(2.5\)](#) που παρατέθηκε παραπάνω, τα μέτρα των ορθών τάσεων που παραλαμβάνει το έλασμα κατά τη διαμήκη και κατά την εγκάρσια διεύθυνση συνδέονται μεταξύ τους μέσω της ακόλουθης σχέσης:

$$\sigma_{yy} = \nu \cdot \sigma_{xx} \quad (2.6)$$

Επιπλέον, στην περίπτωση της επίπεδης εντατικής κατάστασης, η ισοδύναμη τάση κατά von Mises (έστω σ_{vM}) υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{vM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy}} \quad (2.7)$$

Με αντικατάσταση της [σχέσης \(2.6\)](#) στη [σχέση \(2.7\)](#), προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} \sigma_{vM} &= \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \nu^2 \cdot \sigma_{xx}^2 - \nu \cdot \sigma_{xx}^2} \Rightarrow \dots \Rightarrow \\ \sigma_{vM} &= \sigma_{xx} \cdot \sqrt{1 + \nu^2 - \nu} \quad (2.8) \end{aligned}$$

Με αντικατάσταση της [σχέσης \(2.4\)](#) στη [σχέση \(2.8\)](#), προκύπτει ότι:

$$\sigma_{vM} = F_x \cdot \left(\frac{A}{\sqrt{1 + \nu^2 - \nu}} \right)^{-1} \quad (2.9)$$

Επομένως, η ισοδύναμη τάση που παραλαμβάνει το ενισχυμένο έλασμα υπολογίζεται μέσω της σχέσης:

$$\sigma_{vM} = \frac{F_x}{A_{\text{eff}}} \quad (2.10)$$

όπου η επιφάνεια A_{eff} ορίζεται ως εξής:

$$A_{\text{eff}} = \frac{A}{\sqrt{1 + \nu^2 - \nu}} \quad (2.11)$$

Έπειτα, η μέγιστη αντοχή του ενισχυμένου ελάσματος κανονικοποιήθηκε ως εξής:

$$\sigma/\sigma_Y = \frac{\sigma_{vM}}{\sigma_Y} \quad (2.12)$$

Με αυτόν τρόπο, τελικώς εξάγεται ολόκληρη η καμπύλη $\varepsilon/\varepsilon_Y - \sigma/\sigma_Y$ από τις τιμές των μεγεθών F_x , δ_1 και δ_2 , και προφανώς λαμβάνεται και το σημείο της μέγιστης αντοχής.

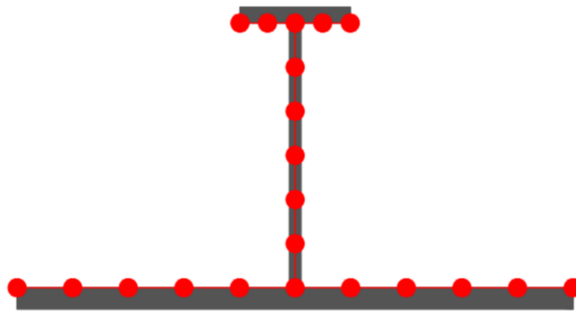
2.2.2. Σχεδίαση της γεωμετρίας

Η πρώτη ενέργεια που έγινε στα πλαίσια της μοντελοποίησης του κάθε ενισχυμένου ελάσματος ήταν η σχεδίαση της γεωμετρίας του. Η γεωμετρία των ενισχυμένων ελασμάτων επιλέχθηκε να αναπαρασταθεί με στοιχεία κελύφους (shell elements). Συγκεκριμένα, το κάθε μέρος του ενισχυμένου ελάσματος (το συνεργαζόμενο έλασμα, ο κορμός του ενισχυτικού και το πέλμα του ενισχυτικού) αναπαρίστατο από ένα διδιάστατο επίπεδο και η τρίτη διάσταση (η οποία αντιστοιχεί στο πάχος) εισήχθη στο λογισμικό ως αριθμητική παράμετρος. Επίσης, οι κόμβοι του υπολογιστικού πλέγματος ελήφθησαν μόνο πάνω στο επίπεδο του κάθε μέρους του ενισχυμένου ελάσματος, άρα στο κάθε μέρος δεν έγινε διακριτοποίηση κατά τη διεύθυνση του πάχους του. Αυτό συνεπάγεται ότι το υπολογιστικό πλέγμα αποτελείται από μικρότερο αριθμό κόμβων, συγκριτικά με την περίπτωση όπου η σχεδίαση και η διακριτοποίηση της γεωμετρίας γίνεται με χρήση τρισδιάστατων στερεών σωμάτων (3D solid elements), επομένως και το υπολογιστικό κόστος είναι μικρότερο.

Αξίζει να σημειωθεί το γεγονός ότι στο πρόγραμμα ABAQUS υπάρχει η δυνατότητα χρήσης στοιχείων κελύφους τα οποία είναι γενικού σκοπού. Σε τέτοιου είδους στοιχεία κελύφους, όταν το πάχος είναι σχετικά μικρό εισάγεται στους σχετικούς υπολογισμούς η θεωρία λεπτότοιχων διατομών, ενώ όταν το πάχος είναι σχετικά μεγάλο δεν εισάγεται στους σχετικούς υπολογισμούς η θεωρία λεπτότοιχων διατομών. Αυτό σημαίνει ότι τα στοιχεία αυτά μπορούν να δώσουν αξιόπιστα αποτελέσματα ανεξαρτήτως της τιμής του πάχους του κάθε μέρους του ενισχυμένου ελάσματος. Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν και τα στοιχεία S4R, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση των ενισχυμένων ελασμάτων και τα οποία περιγράφονται πιο αναλυτικά στο εδάφιο 2.2.7. Το πάχος ενός μέρους θεωρείται σχετικά μικρό όταν είναι μικρότερο από το 1/15 της μικρότερης από τις υπόλοιπες δύο διαστάσεις του. Σε αντίθετη περίπτωση, το πάχος θεωρείται σχετικά μεγάλο.

Η εισαγωγή της γεωμετρίας του κάθε ενισχυμένου ελάσματος στο πρόγραμμα CAD του ABAQUS έγινε μέσω της σχεδίασης της εγκάρσιας διατομής. Συγκεκριμένα, για το κάθε μέρος του ενισχυμένου ελάσματος σχεδιάστηκαν ευθύγραμμα τμήματα. Για το συνεργαζόμενο έλασμα σχεδιάστηκε ένα ευθύγραμμο τμήμα με μήκος ίσο με το συνολικό πλάτος του (δηλαδή ίσο με $2 \cdot b$). Για τους δύο κορμούς σχεδιάστηκαν δύο ευθύγραμμο τμήματα, το καθένα από τα οποία έχει μήκος ίσο με το ύψος κορμού h_w . Για τα δύο πέλματα σχεδιάστηκαν δύο ευθύγραμμο τμήματα, το καθένα από τα οποία έχει μήκος ίσο με το πλάτος πέλματος b_f . Μετά τη σχεδίαση της εγκάρσιας διατομής με μονοδιάστατα ευθύγραμμο τμήματα, εισήχθη στο ABAQUS το συνολικό μήκος (το οποίο είναι ίσο με $2 \cdot a$) ως αριθμητική παράμετρος, οπότε τα μονοδιάστατα ευθύγραμμο τμήματα που σχεδιάστηκαν προηγουμένως ανάχθηκαν σε διδιάστατα επίπεδα. Ο λόγος για τον οποίο επιλέχθηκε το συνολικό μήκος και το συνολικό πλάτος να είναι ίσα με $2 \cdot a$ και $2 \cdot b$, αντίστοιχα, εξηγείται αναλυτικότερα στο εδάφιο 2.3.3. Τέλος, εισήχθη στο πρόγραμμα το πάχος του κάθε μέρους του εκάστοτε ενισχυμένου ελάσματος, ως αριθμητική παράμετρος, καθώς επίσης και η θέση όπου τοποθετείται στο χώρο το πάχος. Συγκεκριμένα, το πάχος του συνεργαζόμενου ελάσματος τοποθετήθηκε κάτω από το επίπεδο όπου λαμβάνονται οι υπολογιστικοί κόμβοι, το πάχος του κορμού του ενισχυτικού ορίστηκε να εκτείνεται συμμετρικά γύρω από το επίπεδο όπου τοποθετούνται οι υπολογιστικοί κόμβοι και το

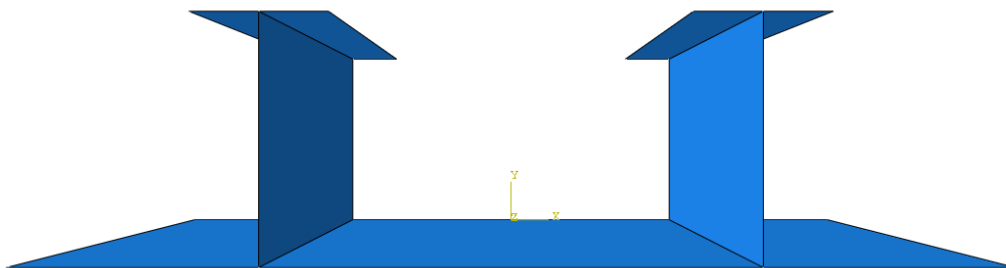
πάχος του πέλματος του ενισχυτικού τοποθετήθηκε πάνω από το επίπεδο όπου λαμβάνονται οι υπολογιστικοί κόμβοι. Με αυτόν τον τρόπο, αφενός τα επίπεδα πάνω στα οποία λαμβάνονται οι κόμβοι τέμνονται μεταξύ τους, πράγμα το οποίο έχει ως συνέπεια να υπάρχουν κοινοί κόμβοι στα σημεία επαφής των μερών, αφετέρου τα πάχη των μερών δεν υπερκαλύπτονται μεταξύ τους. Ο τρόπος με τον οποίο εισάγεται η γεωμετρία της εγκάρσιας διατομής του ενισχυμένου ελάσματος αναπαρίσταται και στην [εικόνα 2.2](#) που ακολουθεί. Το κόκκινο χρώμα δείχνει τα επίπεδα πάνω στα οποία λαμβάνονται οι υπολογιστικοί κόμβοι, ενώ το μαύρο χρώμα δείχνει τη θέση του πάχους του κάθε μέρους του ενισχυμένου ελάσματος.



Εικόνα 2.2: Εγκάρσια διατομή του ενισχυμένου ελάσματος με στοιχεία κελύφους.

Το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία είναι παρόμοιο με αυτό που απεικονίζεται στην [εικόνα 2.1](#). Συγκεκριμένα, η αρχή των αξόνων O τοποθετείται στο σημείο της ανώτερης πλευράς του συνεργαζόμενου ελάσματος που βρίσκεται στο μέσο της απόστασης των δύο κορμών (κατά την εγκάρσια διεύθυνση) και στη μία από τις δύο ελεύθερες εγκάρσιες επιφάνειες (κατά τη διαμήκη διεύθυνση). Ο άξονας x εκτείνεται κατά μήκος της διαμήκουσ διεύθυνσης, ο άξονας y εκτείνεται κατά μήκος της εγκάρσιας διεύθυνσης και ο άξονας z εκτείνεται κατά μήκος της κατακόρυφης διεύθυνσης.

Το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται εντός του προγράμματος ABAQUS είναι λίγο διαφορετικό από αυτό που παρατίθεται στην [εικόνα 2.1](#). Συγκεκριμένα, η αρχή των αξόνων O τοποθετείται στο ίδιο ακριβώς σημείο, όμως οι διευθύνσεις των αξόνων x , y και z είναι διαφορετικές. Συγκεκριμένα, στο πρόγραμμα ABAQUS ο άξονας x εκτείνεται κατά μήκος της εγκάρσιας διεύθυνσης, ο άξονας y εκτείνεται κατά μήκος της κατακόρυφης διεύθυνσης και ο άξονας z εκτείνεται κατά μήκος της διαμήκουσ διεύθυνσης. Το σύστημα συντεταγμένων του προγράμματος φαίνεται στις [εικόνες 2.3α και 2.3β](#) που ακολουθούν, ενώ στον [πίνακα 2.1](#) συγκρίνεται το σύστημα αναφοράς της εργασίας με το σύστημα αναφοράς του προγράμματος.



Εικόνα 2.3α: Πρόσωση



Εικόνα 2.3β: Πλάγια όψη

Πίνακας 2.1: Σύγκριση των συστημάτων συντεταγμένων.

Διεύθυνση	Άξονας (σύστημα εικόνας 2.1)	Άξονας (σύστημα ABAQUS)
Διαμήκης	x	z
Εγκάρσια	y	x
Κατακόρυφη	z	y

Στην παρούσα εργασία, το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται είναι το σύστημα που απεικονίζεται στην [εικόνα 2.1](#), ενώ όταν σε κάποιο σημείο της εργασίας χρησιμοποιείται διαφορετικό σύστημα συντεταγμένων, αυτό επισημαίνεται.

2.2.3. Ιδιότητες των υλικών

Το επόμενο βήμα μετά τη σχεδίαση της γεωμετρίας είναι η εισαγωγή των βασικών ιδιοτήτων των υλικών από τα οποία θεωρείται ότι είναι κατασκευασμένο το κάθε ενισχυμένο έλασμα. Για κάθε ενισχυμένο έλασμα έγινε η παραδοχή ότι η συμπεριφορά των υλικών είναι ελαστική – τελείως πλαστική. Συγκεκριμένα, η τάση που παραλαμβάνει το υλικό είναι ευθέως ανάλογη της παραμόρφωσης ϵ_{xx} όταν αυτή είναι μικρότερη από το όριο διαρροής του, ενώ όταν το ενισχυμένο έλασμα παραλάβει τάση ίση με το όριο διαρροής του υλικού, η τάση αυτή παραμένει σταθερή με την αύξηση της παραμόρφωσης ϵ_{xx} . Η μαθηματική διατύπωση της ελαστικής – τελείως πλαστικής συμπεριφοράς των υλικών παρατίθεται στη [σχέση \(2.13\)](#) που ακολουθεί.

$$\sigma = \begin{cases} E \cdot \epsilon, & \text{όταν } \epsilon < \epsilon_Y \\ \sigma_Y, & \text{όταν } \epsilon \geq \epsilon_Y \end{cases} \quad (2.13)$$

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικοί χάλυβες, οι οποίοι διαφέρουν μεταξύ τους στο όριο διαρροής και έχουν όλες τις υπόλοιπες ιδιότητές τους κοινές. Το όνομα και το όριο διαρροής του κάθε υλικού παρατίθενται στον [πίνακα 2.2](#) που ακολουθεί.

Πίνακας 2.2.: Όριο διαρροής των υλικών.

Steel Grade	Yield Stress [MPa]
A	235
AH-32	315
AH-36	355

Για καθένα από τα τρία παραπάνω υλικά, η τιμή του μέτρου ελαστικότητας E και του λόγου Poisson ν επιλέχθηκε να είναι ίσες με τις αντίστοιχες τιμές που προδιαγράφουν οι CSR, οι οποίες είναι οι ακόλουθες:

$$E = 206000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

Επιπλέον, το πρόβλημα επιλέχθηκε να επιλυθεί ως δυναμικό, πράγμα το οποίο αναλύεται πιο διεξοδικά παρακάτω, στο εδάφιο 2.2.5. Αυτό συνεπάγεται ότι το πρόγραμμα χρειάζεται πληροφορίες που αφορούν στη μάζα του εκάστοτε ενισχυμένου ελάσματος, λόγω των αδρανειακών όρων που περιέχονται στη δυναμική επίλυση του προβλήματος. Για το λόγο αυτό, έπρεπε να εισαχθεί στο πρόγραμμα και η πυκνότητα του κάθε υλικού. Αυτή επιλέχθηκε να έχει μία κοινή τιμή για όλους τους χάλυβες του [πίνακα 2.2](#), η οποία είναι η εξής:

$$\rho = 7.85 \cdot 10^{-9} \frac{\text{t}}{\text{mm}^3}$$

Τελικώς, οι ιδιότητες που δόθηκαν στο κάθε υλικό συνοψίζονται στον [πίνακα 2.3](#) που ακολουθεί.

Πίνακας 2.3: Ιδιότητες των υλικών.

Μέγεθος	Σύμβολο	Τιμή
Μέτρο ελαστικότητας	E	206000 MPa
Λόγος Poisson	ν	0.3
Όριο διαρροής	σ_y	βλ. πίνακα 2.2
Πυκνότητα	ρ	$7.85 \cdot 10^{-9} \frac{\text{t}}{\text{mm}^3}$

2.2.4. Χρήση του προγράμματος

Σε αυτό το εδάφιο παρατίθενται κάποιες λεπτομέρειες αναφορικά με τον τρόπο που χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα, ώστε να εξαχθούν τελικώς τα ζητούμενα αποτελέσματα για κάθε ενισχυμένο έλασμα. Συγκεκριμένα, μετά τη σχεδίαση της γεωμετρίας και τον ορισμό των υλικών, ορίστηκαν τα sections, μέσω της σχετικής εντολής του ABAQUS. Σε κάθε ενισχυμένο έλασμα δημιουργήθηκαν τρία sections, ένα για κάθε μέρος (ένα για το συνεργαζόμενο έλασμα, ένα για όλους τους κορμούς και ένα για όλα τα πέλματα). Μέσα στο κάθε section δίνονται πληροφορίες που σχετίζονται με το εκάστοτε μέρος, όπως το πάχος αυτού και το υλικό από το οποίο αυτό είναι κατασκευασμένο.

Στη συνέχεια, ελέγχθηκε αν οι φορές των κάθετων διανυσμάτων όλων των επιπέδων των μερών έχουν την ίδια φορά, μέσω της σχετικής εντολής (Assign → Element Normal). Συγκεκριμένα, όλα τα κάθετα διανύσματα των επιφανειών επιλέχθηκε να έχουν θετική φορά (η οποία αντιστοιχεί σε καφέ χρώμα στην απεικόνιση του προγράμματος), οπότε όποια κάθετα διανύσματα είχαν αρνητική φορά (η οποία αντιστοιχεί σε μωβ χρώμα στην απεικόνιση) αντιστρέφονταν.

Ακολούθως, έγινε η αντιστοίχιση των sections που ορίστηκαν προηγουμένως στα αντίστοιχα μέρη του ενισχυμένου ελάσματος, μέσω της αντίστοιχης εντολής (Section assignment). Σε αυτό το βήμα, το πρόγραμμα αποδίδει στο κάθε μέρος της γεωμετρίας τις πληροφορίες που εισήχθησαν προηγουμένως στο αντίστοιχο section, ενώ επίσης καθορίζεται και η θέση όπου τοποθετείται το πάχος του κάθε μέρους στο χώρο (η οποία απεικονίζεται στην [εικόνα 2.1](#) που παρατέθηκε προηγουμένως).

Το επόμενο βήμα περιελάμβανε τη δημιουργία ενός αντικειμένου (instance) το οποίο φέρει όλες τις πληροφορίες που παρατέθηκαν παραπάνω. Αυτή η ενέργεια γίνεται στη σχετική υποενότητα του ABAQUS (Assembly). Η υποενότητα αυτή δίνει στο χρήστη δυνατότητες όπως η δημιουργία ενός αντικειμένου ή η δημιουργία πολλών πανομοιότυπων αντικειμένων τα οποία τοποθετούνται σε συγκεκριμένες θέσεις στο χώρο. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας το κάθε ενισχυμένο έλασμα εξετάζεται ξεχωριστά, επομένως κάθε φορά δημιουργείται ένα αντικείμενο. Επιπλέον, το ABAQUS παρέχει στο χρήστη τη δυνατότητα να δημιουργήσει το υπολογιστικό πλέγμα είτε πριν τη δημιουργία του αντικειμένου, είτε πάνω στο αντικείμενο που δημιουργήθηκε. Στην πρώτη περίπτωση, το υπολογιστικό πλέγμα μεταφέρεται σε κάθε αντικείμενο που δημιουργείται μαζί με τις υπόλοιπες πληροφορίες (όπως η γεωμετρία, το υλικό και το πάχος), οπότε τα αντικείμενα που δημιουργούνται είναι εξαρτώμενα από την πληροφορία που έχει δοθεί για το υπολογιστικό πλέγμα (dependent instances). Στη δεύτερη περίπτωση, το υπολογιστικό πλέγμα λαμβάνεται πάνω στο αντικείμενο που δημιουργήθηκε, επομένως το υπολογιστικό πλέγμα ενός αντικειμένου είναι ανεξάρτητο από αυτό οποιουδήποτε άλλου αντικειμένου (independent instances). Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας επιλέχθηκε να λαμβάνεται το υπολογιστικό πλέγμα πάνω στο αντικείμενο που δημιουργείται, όμως δεν υπάρχει κάποια διαφορά ανάμεσα στις δύο ρυθμίσεις διότι δημιουργείται ένα αντικείμενο.

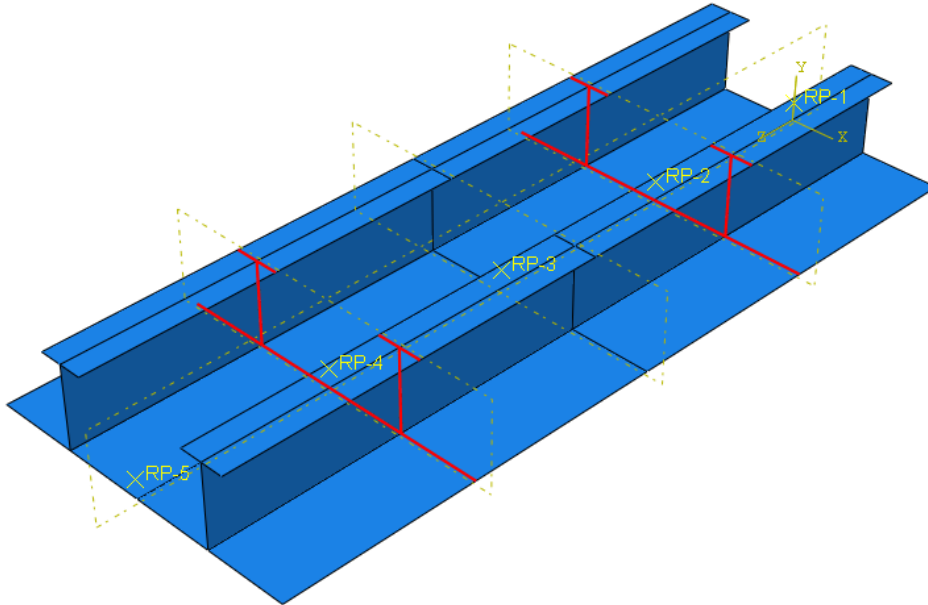
Μετά τη δημιουργία του αντικειμένου, ακολούθησε η αποθήκευση ορισμένων γεωμετρικών τύπων του αντικειμένου του ενισχυμένου ελάσματος (sets). Αυτοί οι γεωμετρικοί τύποι περιλαμβάνουν είτε ολόκληρο το ενισχυμένο έλασμα, είτε επιμέρους τμήματα αυτού, όπως συγκεκριμένες επιφάνειες, συγκεκριμένες ακμές ή και συγκεκριμένα σημεία. Αυτό το βήμα διευκόλυνε τον ορισμό της θλιπτικής καταπόνησης και των αντιδράσεων στήριξης (καθώς ο προσδιορισμός των περιοχών όπου αυτές εφαρμόζονται έγινε πιο εύκολα, μέσω των αποθηκευμένων γεωμετρικών τύπων) και την εισαγωγή των γεωμετρικών ατελειών (οι οποίες αναφέρονται αναλυτικά στο εδάφιο 2.2.8.), ενώ επίσης έκανε πολύ πιο γρήγορη και αυτόματη την ανάλυση ολόκληρου του πλήθους των ενισχυμένων ελασμάτων.

Για τον προσδιορισμό ορισμένων από αυτούς τους γεωμετρικούς τύπους, ήταν απαραίτητη η δημιουργία ορισμένων υποδιαίρεσεων πάνω στο ενισχυμένο έλασμα (partitions). Για παράδειγμα, για τον προσδιορισμό των γεωμετρικών τύπων που αντιστοιχούν στις εγκάρσιες έδρες ήταν απαραίτητη η δημιουργία τέτοιων υποδιαίρεσεων, καθώς προηγουμένως δεν υπήρχαν ακμές πάνω στις αντίστοιχες διαμήκεις θέσεις. Αυτές οι υποδιαίρεσεις έγιναν με τη χρήση νοητών επιπέδων, τα οποία βρίσκονται σε συγκεκριμένη θέση ως προς την αρχή του άξονα που είναι κάθετος σε αυτά, μέσω της σχετικής εντολής του προγράμματος ABAQUS (Create Datum Plane: Offset from Principal Plane). Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτού του τρόπου είναι ότι οι υποδιαίρεσεις που δημιουργούνται εξαρτώνται από αυτά τα νοητά επίπεδα, επομένως αν μεταβληθεί η θέση ενός νοητού επιπέδου μεταβάλλεται ταυτόχρονα και η αντίστοιχη υποδιαίρεση. Αυτό είναι πολύ σημαντικό για μελέτες όπως αυτή, στις οποίες διεξάγεται ένα παρόμοιο πείραμα πολλές φορές, καθώς επιτρέπει στο χρήστη να κρατάει τις υποδιαίρεσεις από το προηγούμενο πείραμα και να τις εφαρμόζει στο τρέχον πείραμα διορθώνοντας μόνο ορισμένες αριθμητικές παραμέτρους, και δεν αναγκάζει το χρήστη του προγράμματος να κάνει τις υποδιαίρεσεις αυτές σε κάθε πείραμα, κάτι που είναι εξαιρετικά χρονοβόρο. Τα νοητά επίπεδα που δημιουργήθηκαν είναι τα ακόλουθα:

- Επίπεδο παράλληλο στο επίπεδο Oyz, με διαμήκη συντεταγμένη $x = \frac{a}{2}$
- Επίπεδο παράλληλο στο επίπεδο Oyz, με διαμήκη συντεταγμένη $x = a$
- Επίπεδο παράλληλο στο επίπεδο Oyz, με διαμήκη συντεταγμένη $x = \frac{3a}{2}$
- Επίπεδο παράλληλο στο επίπεδο Oxz, με εγκάρσια συντεταγμένη $y = 0$

Το σύστημα αξόνων που χρησιμοποιείται παραπάνω είναι το ίδιο με αυτό που αναφέρθηκε στην [εικόνα 2.1](#).

Στη συνέχεια, από κάθε ένα από τα παρακάτω νοητά επίπεδα δημιουργείται μία υποδιαίρεση, από την οποία προκύπτουν οι επιθυμητές γεωμετρίες. Για παράδειγμα, ο γεωμετρικός τόπος των δύο εγκάρσιων εδρών προκύπτει από το σύνολο των ακμών που λαμβάνονται από την τομή των νοητών επιπέδων yz με διαμήκεις συντεταγμένες $x = a/2$ και $x = 3a/2$ με τη γεωμετρία του ενισχυμένου ελάσματος. Ο γεωμετρικός τόπος των εγκάρσιων εδρών απεικονίζεται και στην [εικόνα 2.4](#) που ακολουθεί, για ένα ενισχυμένο έλασμα με προφίλ τύπου T.



Εικόνα 2.4: Εγκάρσιες έδρες

Στις διαμήκεις θέσεις που ορίζονται από τα νοητά επίπεδα και από τα σύνορα της γεωμετρίας του ενισχυμένου ελάσματος, κρίθηκε σκόπιμο να αποθηκευτούν τα κεντροειδή των αντιστοίχων εγκάρσιων διατομών. Ωστόσο, τα κεντροειδή των διατομών δε βρίσκονται πάντα πάνω στη γεωμετρία του ενισχυμένου ελάσματος (αυτό συμβαίνει σε ελάσματα με προφίλ εγκάρσιας διατομής τύπου L ή P). Για το λόγο αυτό, για το κάθε κεντροειδές δημιουργήθηκε από ένα σημείο αναφοράς (reference point), στο οποίο εισήχθησαν οι συντεταγμένες του. Το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται είναι το ίδιο με αυτό που αναφέρθηκε στην [εικόνα 2.1](#), όμως σε αυτό το σύστημα η αρχή των αξόνων O βρίσκεται στο κατακόρυφο επίπεδο πάνω στο οποίο λαμβάνονται οι κόμβοι για το συνεργαζόμενο έλασμα, ενώ στη [σχέση \(1.8\)](#) η κατακόρυφη συντεταγμένη των κεντροειδών των διατομών μετρήθηκε από το κατώτατο σημείο του συνεργαζόμενου ελάσματος. Επομένως, η τιμή της κατακόρυφης συντεταγμένης του κεντροειδούς της κάθε διατομής που εισήχθη στο ABAQUS προκύπτει για κάθε ενισχυμένο έλασμα από την ακόλουθη σχέση:

$$z_c = z'_c - t_p \quad (2.14)$$

όπου με z'_c συμβολίζεται το κεντροειδές, όπως υπολογίζεται από τη [σχέση \(1.8\)](#).

Σε ό,τι αφορά στην εγκάρσια συντεταγμένη του κεντροειδούς, αυτή έχει μηδενική τιμή στα ελάσματα με προφίλ διατομής τύπου T ή τύπου I, καθώς αυτά είναι συμμετρικά ως προς το διάμεκες επίπεδο που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, αλλά έχει μη μηδενική τιμή στα ελάσματα με

προφίλ διατομής τύπου L ή τύπου P. Συγκεκριμένα, η εγκάρσια συντεταγμένη του κεντροειδούς της κάθε εγκάρσιας διατομής λαμβάνεται ως εξής:

$$y_c = \begin{cases} 0, & \text{για προφίλ τύπου T ή I} \\ \frac{b_f \cdot t_f \cdot (b_f - t_w)}{2 \cdot A}, & \text{για προφίλ τύπου L ή P} \end{cases} \quad (2.15)$$

Έπειτα, για καθένα από αυτά τα σημεία αναφοράς δημιουργείται και ο αντίστοιχος γεωμετρικός τόπος (set).

Στον [πίνακα 2.4](#) που ακολουθεί περιέχονται όλοι οι γεωμετρικοί τόποι που εισάγονται στο ABAQUS για κάθε ενισχυμένο έλασμα. Στους γεωμετρικούς τόπους όπου υπάρχει η αρίθμηση $i=1, \dots, 5$, η κάθε τιμή i αναφέρεται στην εγκάρσια διατομή της οποίας η διαμήκης συντεταγμένη είναι ίση με $x_i = (i - 1) \cdot a/2$.

Πίνακας 2.4: Γεωμετρικοί τόποι (sets)

Όνομασία	Περιγραφή
boundary	Όλες οι ακμές επί της περιμέτρου του συνεργαζόμενου ελάσματος
central $i=1, \dots, 5$	Ο κόμβος που αποτελεί την τομή μεταξύ του διαμήκους επιπέδου που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, με την εγκάρσια διατομή που αντιστοιχεί στη θέση i (όπου $i=1, \dots, 5$).
centroid $i=1, \dots, 5$	Το κεντροειδές της εγκάρσιας διατομής που αντιστοιχεί στη θέση i (όπου $i=1, \dots, 5$).
element	Ολόκληρη η επιφάνεια του ενισχυμένου ελάσματος.
flanges	Όλες οι επιφάνειες όλων των πελμάτων του ενισχυμένου ελάσματος.
flange (back)	Όλες οι επιφάνειες του πέλματος στο οποίο οι αλγεβρικές τιμές της εγκάρσιας συντεταγμένης είναι αρνητικές.
flange (front)	Όλες οι επιφάνειες του πέλματος στο οποίο οι αλγεβρικές τιμές της εγκάρσιας συντεταγμένης είναι θετικές.
flange – longitudinal edges	Όλες οι διαμήκεις ακμές όλων των πελμάτων.
flange – transverse edges	Όλες οι εγκάρσιες ακμές όλων των πελμάτων.
longitudinal edges	Όλες οι διαμήκεις ακμές επί της περιμέτρου του συνεργαζόμενου ελάσματος.
plate	Ολόκληρη η επιφάνεια του συνεργαζόμενου ελάσματος.
section $i=1, \dots, N$	Η εγκάρσια διατομή που αντιστοιχεί στη θέση i (όπου $i=1, \dots, 5$).
stiffeners	Όλες οι επιφάνειες όλων των ενισχυτικών.
stiffener (back)	Όλες οι επιφάνειες του ενισχυτικού στο οποίο οι αλγεβρικές τιμές της εγκάρσιας συντεταγμένης είναι αρνητικές.
stiffener (front)	Όλες οι επιφάνειες του ενισχυτικού στο οποίο οι αλγεβρικές τιμές της εγκάρσιας συντεταγμένης είναι θετικές.
transverse edge (back)	Η εγκάρσια ακμή της περιμέτρου του συνεργαζόμενου ελάσματος η οποία αντιστοιχεί στη θέση $i=1$ (όπου $i=1, \dots, 5$).
transverse edge (front)	Η εγκάρσια ακμή της περιμέτρου του συνεργαζόμενου ελάσματος η οποία αντιστοιχεί στη θέση $i=5$ (όπου $i=1, \dots, 5$).
transverse floors – plate	Οι ακμές των εγκαρσίων εδρών που βρίσκονται πάνω στο συνεργαζόμενο έλασμα.
transverse floors - webs	Οι ακμές των εγκαρσίων εδρών που βρίσκονται πάνω στους κορμούς των ενισχυτικών.
webs	Όλες οι επιφάνειες όλων των κορμών του ενισχυμένου ελάσματος.
web (back)	Όλες οι επιφάνειες του κορμού στον οποίο οι αλγεβρικές τιμές της εγκάρσιας συντεταγμένης είναι αρνητικές.
web (front)	Όλες οι επιφάνειες του κορμού στον οποίο οι αλγεβρικές τιμές της εγκάρσιας συντεταγμένης είναι θετικές.
webs – longitudinal edges	Όλες οι διαμήκεις ακμές όλων των κορμών.
webs – vertical edges	Όλες οι εγκάρσιες ακμές όλων των κορμών.

2.2.5. Μέθοδος επίλυσης του προβλήματος

Σε αυτό το εδάφιο αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο το πρόγραμμα ABAQUS επιλύει το πρόβλημα ώστε να εξαγάγει τα ζητούμενα αποτελέσματα. Αυτός ο τρόπος επίλυσης ορίζεται στο πρόγραμμα μέσα στο χρονικό βήμα που επιλέγεται (step). Συγκεκριμένα, για το παρόν πρόβλημα, οι δυνάμεις στήριξης εφαρμόζονται στο αρχικό χρονικό βήμα, το οποίο υπάρχει ήδη στο πρόγραμμα (initial), ενώ η φόρτιση εφαρμόζεται στο επόμενο χρονικό βήμα, το οποίο προσδιορίζεται από το χρήστη. Το αρχικό χρονικό βήμα αντιστοιχεί στην αρχική χρονική στιγμή (έστω t_0), ενώ το επόμενο χρονικό βήμα αντιστοιχεί στην τελική χρονική στιγμή (έστω t_f). Ομοίως, αν υπήρχε η ανάγκη να εισαχθούν περισσότερα από ένα χρονικά βήματα, το καθένα από αυτά θα αντιστοιχούσε σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Στα πλαίσια της μελέτης αντοχής των ενισχυμένων ελασμάτων, η εξίσωση που επιλύεται είναι η θεμελιώδης εξίσωση της κίνησης, η οποία στη γενική της μορφή διατυπώνεται ως εξής:

$$[M] \cdot \{\ddot{x}(t)\} + [C] \cdot \{\dot{x}(t)\} + [K(t)] \cdot \{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (2.16)$$

όπου:

- $[M]$ είναι το μητρώο μάζας (mass matrix),
- $[C]$ είναι το μητρώο απόσβεσης (damping matrix),
- $[K(t)]$ είναι το μητρώο ακαμψίας (stiffness matrix),
- $\{F(t)\}$ είναι το διάνυσμα-στήλη των εξωτερικά επιβαλλόμενων φορτίσεων,
- $\{x(t)\}$ είναι το διάνυσμα-στήλη των μετατοπίσεων,
- $\{\dot{x}(t)\}$ είναι το διάνυσμα-στήλη των ταχυτήτων και
- $\{\ddot{x}(t)\}$ είναι το διάνυσμα-στήλη των επιταχύνσεων.

Η αριθμητική επίλυση της **εξίσωσης (2.16)** μπορεί να πραγματοποιηθεί με πολλούς τρόπους. Ο τρόπος επίλυσης που επιλέγεται καθορίζεται στο χρονικό βήμα που εισάγεται. Σε αυτό το σημείο, οι διαφορετικοί τρόποι επίλυσης διαχωρίζονται στις εξής δύο κατηγορίες:

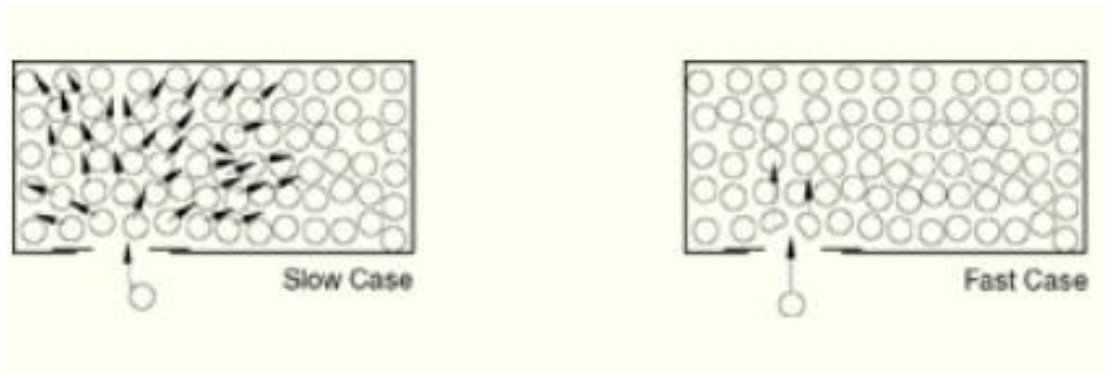
1. Τρόποι επίλυσης μέσω στατικής ανάλυσης (static analysis),
2. Τρόποι επίλυσης μέσω δυναμικής ανάλυσης (dynamic analysis).

Όπως φαίνεται και παραπάνω, στη γενική μορφή της **εξίσωσης (2.16)** τα διανύσματα-στήλες υπάρχει περίπτωση να εξαρτώνται από το χρόνο. Στην περίπτωση της στατικής ανάλυσης, τα εν λόγω διανύσματα δεν εξαρτώνται από το χρόνο, επομένως αυτά παραμένουν σταθερά. Για αυτό το λόγο, η κατάσταση του ενισχυμένου ελασματος μελετάται μόνο σε δύο χρονικές στιγμές, την αρχική και την τελική (οι χρονικές στιγμές t_0 και t_f που αναφέρθηκαν προηγουμένως), πράγμα το οποίο συνεπάγεται ότι τα διανύσματα-στήλες της ταχύτητας και της επιτάχυνσης μηδενίζονται. Έτσι, με βάση τα παραπάνω, όταν το πρόβλημα επιλύεται μέσω στατικής ανάλυσης, η **εξίσωση (2.16)** παίρνει την ακόλουθη, απλοποιημένη μορφή:

$$[K] \cdot \{x\} = \{F\} \quad (2.17)$$

Αντίθετα, στην περίπτωση της δυναμικής ανάλυσης, τα διανύσματα-στήλες μεταβάλλονται με το χρόνο, οπότε η επίλυση γίνεται για την **εξίσωση (2.16)**. Εφόσον στη δυναμική ανάλυση τα αποτελέσματα εξαρτώνται από το χρόνο, δε λαμβάνονται μόνο επί της αρχικής και επί της τελικής χρονικής στιγμής. Αντιθέτως, το χρονικό διάστημα $[t_0, t_f]$ διακριτοποιείται σε έναν πεπερασμένο αριθμό σημείων, και τα αποτελέσματα εξάγονται για καθεμία από τις προκύπτουσες χρονικές στιγμές.

Μία αξιοσημείωτη υποκατηγορία στους τρόπους επίλυσης του προβλήματος μέσω δυναμικής ανάλυσης είναι οι τρόποι επίλυσης μέσω δυναμικής, μερικώς στατικής ανάλυσης (dynamic, quasi-static analysis). Για να γίνει πιο εύκολα κατανοητή η διαφορά των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από μία δυναμική, μερικώς στατική ανάλυση σε σχέση με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από κάποια άλλη δυναμική ανάλυση, χρησιμοποιείται το παράδειγμα που ακολουθεί. Η [εικόνα 2.5](#) που ακολουθεί δείχνει δύο διαφορετικές περιπτώσεις από έναν ανελκυστήρα που είναι γεμάτος από επιβάτες, ενώ προσπαθεί να εισέλθει σε αυτόν επιπλέον ένας επιβάτης.



Εικόνα 2.5: Σύγκριση δυναμικών – μερικώς στατικών αναλύσεων.

Στην πρώτη περίπτωση (slow case), ο επιβάτης επιχειρεί να εισέλθει στον ανελκυστήρα με χαμηλή ταχύτητα. Για να δημιουργηθεί ο απαιτούμενος χώρος για τον νέο επιβάτη ώστε να μπορέσει να εισέλθει στον ανελκυστήρα, οι υπόλοιποι επιβάτες που βρίσκονται κοντά στην είσοδο προχωρούν ελαφρώς προς το εσωτερικό του ανελκυστήρα. Με αυτόν τρόπο, πιέζουν ελαφρώς τους γειτονικούς τους επιβάτες ώστε να μετακινηθούν κι εκείνοι προς το εσωτερικό του ανελκυστήρα, οπότε όλοι οι επιβάτες μετατοπίζονται ελαφρώς προς τα τοιχώματα του ανελκυστήρα. Έτσι, η «διαταραχή» (η οποία στην προκειμένη περίπτωση είναι η μικρή μετατόπιση των επιβατών) γίνεται ομαλά και διαδίδεται σε όλους τους επιβάτες, οπότε η χαμηλή ταχύτητα του νέου επιβάτη δεν επηρεάζει σημαντικά τους επιβάτες του ανελκυστήρα.

Στη δεύτερη περίπτωση (fast case), ο επιβάτης επιχειρεί να εισέλθει στον ανελκυστήρα με υψηλή ταχύτητα. Όταν συμβαίνει αυτό, οι υπόλοιποι επιβάτες δεν έχουν τον απαιτούμενο χρόνο για να μετατοπιστούν προς το εσωτερικό του ανελκυστήρα και να δημιουργήσουν το χώρο που χρειάζεται ο νέος επιβάτης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να συγκρουστεί ο νέος επιβάτης με κάποιους από τους επιβάτες που βρίσκονται κοντά στην είσοδο του ανελκυστήρα, αλλά να μη μετατοπιστούν καθόλου οι υπόλοιποι επιβάτες που βρίσκονται μακριά από την είσοδο του ανελκυστήρα. Έτσι, σε αυτήν την περίπτωση η «διαταραχή» γίνεται αισθητή μόνο από μερικούς επιβάτες του ανελκυστήρα (δηλαδή εμφανίζεται τοπικά), οπότε η υψηλή ταχύτητα του νέου επιβάτη επηρεάζει σημαντικά κάποιους από τους επιβάτες του ανελκυστήρα [10].

Το παράδειγμα αυτό περιγράφει ικανοποιητικά την παραμόρφωση που υφίσταται ένα ενισχυμένο έλασμα που υπόκειται σε θλιπτική καταπόνηση. Όταν εκτελείται δυναμική, μερικώς στατική ανάλυση, τότε η θλιπτική παραμόρφωση κατανέμεται με ομοιόμορφο τρόπο σε όλο το ενισχυμένο έλασμα, καθώς ο ρυθμός εφαρμογής της καταπόνησης είναι τόσο μικρός ώστε οι αδρανειακοί όροι που εισάγονται να μπορούν να αμεληθούν. Όταν, όμως, εκτελείται δυναμική ανάλυση που δεν είναι μερικώς στατική, τότε η θλιπτική παραμόρφωση ενδέχεται να μην εφαρμόζεται ομοιόμορφα σε όλο το ενισχυμένο έλασμα, αλλά να εντοπίζεται κατά κύριο λόγο σε μία περιοχή του ενισχυμένου ελάσματος. Σε αυτήν την περίπτωση, οι αδρανειακοί όροι δεν είναι αμελητέοι και δεν μπορούν να παραλειφθούν, και αυτό είναι κάτι μη επιθυμητό, καθώς στην παρούσα εργασία το πρόβλημα που μελετάται είναι στατικής φύσεως. Για να διασφαλιστεί, λοιπόν,

ότι οι αδρανειακοί όροι μπορούν να παραλειφθούν, επιλέχθηκε η χρονική περίοδος στην οποία εφαρμόζεται η καταπόνηση να είναι σχετικά μεγάλη (συγκεκριμένα ίση με 10s). Με αυτόν τον τρόπο, μειώνεται η ταχύτητα που αποκτά το ελεύθερο άκρο στο οποίο εφαρμόζεται η καταπόνηση, οπότε οι ποσότητες των αδρανειακών όρων λαμβάνουν επίσης μικρότερες τιμές. Για να διαπιστωθεί εάν η επιλογή αυτή της χρονικής περιόδου είναι επαρκώς μεγάλη ώστε το πρόβλημα να μη θεωρείται δυναμικό, χρειάζεται να ελεγχθεί αν η κινητική ενέργεια του ενισχυμένου ελάσματος είναι ικανοποιητικά μικρή (βλ. σχέση (2.27)).

Στον [πίνακα 2.5](#) που ακολουθεί συγκρίνονται τα βασικά χαρακτηριστικά των τρόπων ανάλυσης που αναφέρθηκαν παραπάνω.

Πίνακας 2.5: Σύγκριση των τρόπων ανάλυσης του προβλήματος.

Τρόπος ανάλυσης	Εξίσωση κίνησης	Εξάρτηση από το χρόνο
Dynamic analysis	$[M] \cdot \{\ddot{x}(t)\} + [C] \cdot \{\dot{x}(t)\} + [K(t)] \cdot \{x(t)\} = \{F(t)\}$	Ναι
Dynamic, quasi-static analysis	$[M] \cdot \{\ddot{x}(t)\} + [C] \cdot \{\dot{x}(t)\} + [K(t)] \cdot \{x(t)\} = \{F(t)\}$ $[M] \cdot \{\ddot{x}(t)\} \cong 0, \quad [C] \cdot \{\dot{x}(t)\} \cong 0$	Ναι
Static analysis	$[K] \cdot \{x\} = \{F\}$	Όχι

Στο πρόβλημα που μελετάται στην παρούσα διπλωματική εργασία, το ζητούμενο μέγεθος είναι η μέγιστη αντοχή των ενισχυμένων ελασμάτων που μοντελοποιούνται. Προφανώς, αυτό το μέγεθος δεν είναι γνωστό εκ των προτέρων, επομένως δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων ούτε η ακριβής τιμή της εξωτερικά επιβαλλόμενης φόρτισης, για την οποία το έλασμα παραλαμβάνει τάση ακριβώς ίση με τη μέγιστη τιμή που μπορεί να παραλάβει. Αντιθέτως, χρειάζεται να δημιουργηθεί ολόκληρη η καμπύλη τάσης – παραμόρφωσης για το έλασμα, και εκ των υστέρων προσδιορίζεται το σημείο της καμπύλης όπου η τάση μεγιστοποιείται. Συνεπώς, οι δύο χρονικές στιγμές για τις οποίες εξάγονται αποτελέσματα στα πλαίσια της στατικής ανάλυσης δεν είναι αρκετές ώστε να εντοπιστεί το σημείο της καμπύλης τάσης-παραμόρφωσης όπου η αντοχή μεγιστοποιείται, και κρίθηκε σκόπιμο να επιλυθεί το πρόβλημα με δυναμική ανάλυση. Ταυτοχρόνως, όμως, στα πλαίσια της συγκεκριμένης μοντελοποίησης ο μελετητής δεν ενδιαφέρεται για τα αποτελέσματα που σχετίζονται με την κινηματική συμπεριφορά του ελάσματος στο χρόνο (ταχύτητα, επιτάχυνση), αλλά ενδιαφέρεται μόνο για τον προσδιορισμό της δύναμης που παραλαμβάνει το έλασμα σε συγκεκριμένες τιμές μετατόπισης της μίας πλευράς του (βλ. εδάφιο 2.2.6.). Άρα, τελικώς προέκυψε το συμπέρασμα ότι ο κατάλληλος τρόπος ανάλυσης του εξεταζόμενου προβλήματος είναι μέσω δυναμικής, μερικώς στατικής ανάλυσης (dynamic, quasi-static).

Στη συνέχεια, οι τρόποι επίλυσης του δυναμικού προβλήματος χωρίζονται ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο διακρίτοποιείται η [εξίσωση \(2.16\)](#) στο χρόνο, σε δύο βασικές κατηγορίες:

1. Στους άμεσους τρόπους επίλυσης (explicit) και
2. Στους έμμεσους τρόπους επίλυσης (implicit).

Τόσο στους άμεσους, όσο και στους έμμεσους τρόπους επίλυσης, οι ποσότητες που θεωρούνται γνωστές είναι οι ποσότητες των μεγεθών στην τρέχουσα χρονική στιγμή (n) και οι ποσότητες των μεγεθών σε προηγούμενες χρονικές στιγμές (όπως για παράδειγμα οι $(n-1)$, $(n-2)$), ενώ οι ποσότητες που πρέπει να υπολογιστούν είναι οι ποσότητες των μεγεθών στην επόμενη χρονική στιγμή ($n+1$). Η βασική διαφορά που εντοπίζεται μεταξύ των άμεσων και των έμμεσων μεθόδων είναι ότι στις

άμεσες μεθόδους η εξίσωση μπορεί να λυθεί ως προς την άγνωστη ποσότητα, επομένως η τιμή της υπολογίζεται με αντικατάσταση των γνωστών μεγεθών σε μία εξίσωση κλειστού τύπου, ενώ στις έμμεσες μεθόδους η άγνωστη ποσότητα εμπεριέχεται και στα δύο μέλη της εξίσωσης, οπότε για τον υπολογισμό της τιμής της απαιτείται η εφαρμογή αριθμητικών μεθόδων (όπως η Newton-Raphson), για έναν αριθμό επαναλήψεων.

Σε γενικές γραμμές, οι έμμεσες μεθόδους παρέχουν πιο ακριβή αποτελέσματα σε σχέση με τις άμεσες μεθόδους. Το μειονέκτημα των εμμέσων μεθόδων είναι το πολύ μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με τις άμεσες μεθόδους. Το τελευταίο μπορεί να αποτελέσει σημαντικό πρόβλημα στην περίπτωση μεγάλων μοντέλων, όμως τα μοντέλα που αναλύονται στα πλαίσια αυτής της εργασίας δεν ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία. Επιπλέον, οι άμεσες μέθοδοι είναι γνωστό ότι είναι ευσταθείς υπό προϋποθέσεις, πράγμα το οποίο συνεπάγεται ότι τα χρονικά βήματα δεν μπορούν να είναι πολύ μεγάλα, ενώ οι έμμεσες μέθοδοι είναι πάντοτε ευσταθείς, πράγμα το οποίο επιτρέπει τη χρήση μεγαλύτερων χρονικών βημάτων. Για τους λόγους αυτούς, επιλέχθηκε έμμεση μέθοδος επίλυσης του προβλήματος.

Ένα ακόμη στοιχείο που χρειάζεται να αναφερθεί είναι ότι στην μοντελοποίηση που ακολουθείται σε αυτήν την εργασία δεν εισάγονται όροι απόσβεσης. Συνεπώς, το μητρώο απόσβεσης τελικώς είναι μηδενικό σε όλα τα χρονικά βήματα και ο αντίστοιχος όρος στην [εξίσωση \(2.16\)](#) απαλείφεται. Τελικώς, η εξίσωση κίνησης που επιλύεται είναι η ακόλουθη:

$$[M] \cdot \{\ddot{x}(t)\} + [K(t)] \cdot \{x(t)\} = \{F(t)\}, \quad [M] \cdot \{\ddot{x}(t)\} \cong 0 \quad (2.18)$$

Τα διανύσματα $\{x(t)\}$ και $\{F(t)\}$ υπολογίζονται για την επόμενη χρονική στιγμή (n+1) μέσω της μεθόδου Newton-Raphson. Η σχετική εξίσωση, σύμφωνα με το βιβλίο του Klaus-Jürgen Bathe, διατυπώνεται ως εξής [\[11\]](#):

$$[M] \cdot \{\ddot{x}^{(k)}(t_{n+1})\} + [K(t_n)] \cdot \{\Delta x^{(k)}(t_{n+1})\} = \{R^{(k-1)}(t_{n+1})\} - \{F^{(k-1)}(t_{n+1})\} \quad (2.19)$$

Το διάνυσμα $\{\Delta x^{(k)}(t_{n+1})\}$ ισούται με τη διαφορά του διανύσματος της μετατόπισης που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή (n+1) και στην επανάληψη (k) μείον το διάνυσμα της μετατόπισης που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή (n+1) και στην επανάληψη (k-1), επομένως για το διάνυσμα $\{\Delta x^{(k)}(t_{n+1})\}$ ισχύει ότι:

$$\{x^{(k)}(t_{n+1})\} = \{x^{(k-1)}(t_{n+1})\} + \{\Delta x^{(k)}(t_{n+1})\} \quad (2.20)$$

Με χρήση του τραπεζοειδούς κανόνα για τη χρονική ολοκλήρωση λαμβάνονται οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\{x^{(k)}(t_{n+1})\} = \{x(t_n)\} + \frac{\Delta t}{2} \cdot (\{\dot{x}(t_n)\} + \{\dot{x}^{(k)}(t_{n+1})\}) \quad (2.21)$$

$$\{\dot{x}^{(k)}(t_{n+1})\} = \{\dot{x}(t_n)\} + \frac{\Delta t}{2} \cdot (\{\ddot{x}(t_n)\} + \{\ddot{x}^{(k)}(t_{n+1})\}) \quad (2.22)$$

όπου το χρονικό διάστημα Δt που υπεισέρχεται στις παραπάνω σχέσεις ορίζεται ως εξής:

$$\Delta t = t_{n+1} - t_n \quad (2.23)$$

Με συνδυασμό των [σχέσεων \(2.20\)](#), [\(2.21\)](#) και [\(2.22\)](#), προκύπτει ότι:

$$\{\ddot{x}^{(k)}(t_{n+1})\} = \frac{4}{\Delta t^2} \cdot (\{x^{(k-1)}(t_{n+1})\} - \{x(t_n)\} + \{\Delta x^{(k)}(t_{n+1})\}) - \frac{4}{\Delta t} \cdot \{\dot{x}(t_n)\} - \{\ddot{x}(t_n)\} \quad (2.24)$$

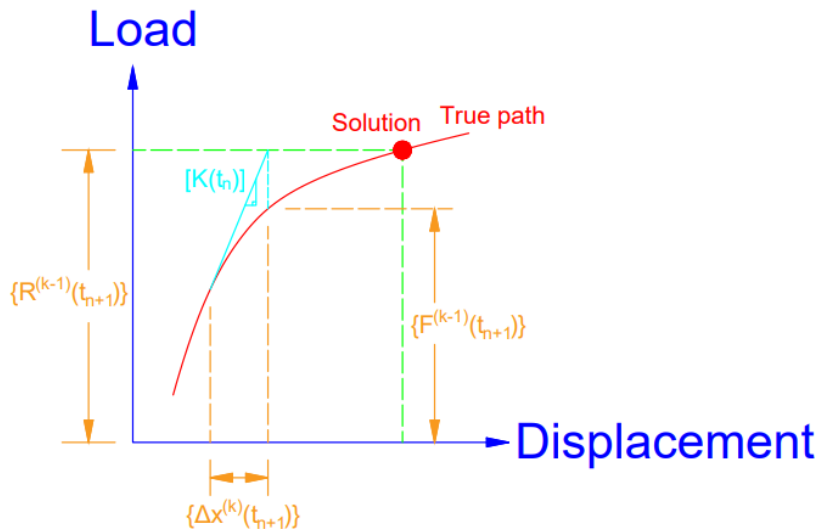
Με αντικατάσταση της [σχέσης \(2.24\)](#) στη [σχέση \(2.22\)](#) και εκτέλεση πράξεων, τελικώς προκύπτει ότι:

$$[\hat{K}(t_n)] \cdot \{\Delta x^{(k)}(t_{n+1})\} = \{R^{(k-1)}(t_{n+1})\} - \{F^{(k-1)}(t_{n+1})\} - [M] \cdot \left[\frac{4}{\Delta t^2} \cdot (\{x^{(k-1)}(t_{n+1})\} - \{x(t_n)\} + \{\Delta x^{(k)}(t_{n+1})\}) - \frac{4}{\Delta t} \cdot \{\dot{x}(t_n)\} - \{\ddot{x}(t_n)\} \right] \quad (2.25)$$

όπου το μητρώο $[\hat{K}(t_n)]$ λαμβάνεται ως εξής:

$$[\hat{K}(t_n)] = [K(t_n)] + \frac{4}{\Delta t^2} \cdot [M] \quad (2.26)$$

Τα διανύσματα $\{R^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ και $\{F^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ που υπεισέρχονται στις [σχέσεις \(2.19\)](#) και [\(2.25\)](#) εκφράζουν τις εξωτερικά επιβαλλόμενες δυνάμεις. Το διάνυσμα $\{R^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ είναι το διάνυσμα των εξωτερικά επιβαλλόμενων δυνάμεων που προκύπτει από το μητρώο $[K(t_n)]$ και το διάνυσμα $\{\Delta x^{(k)}(t_{n+1})\}$, ενώ το διάνυσμα $\{F^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ περιέχει τις πραγματικές τιμές των εξωτερικά επιβαλλόμενων δυνάμεων. Η διαφορά μεταξύ των διανυσμάτων $\{R^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ και $\{F^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ περιγράφεται καλύτερα στην [εικόνα 2.6](#) που ακολουθεί.



Εικόνα 2.6: Απεικόνιση της μεθόδου Newton-Raphson.

Στις μεθόδους όπου η εξωτερική φόρτιση εφαρμόζεται με τη μορφή ασκούμενης δύναμης (load control methods), το διάνυσμα $\{R^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ παραμένει σταθερό σε όλες τις επαναλήψεις και τα διανύσματα $\{x^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ και $\{F^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ μεταβάλλονται σε κάθε επανάληψη, ενώ στις μεθόδους όπου η εξωτερική φόρτιση εφαρμόζεται με τη μορφή επιβαλλόμενης μετατόπισης (displacement control methods), τα διανύσματα $\{x^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ και $\{F^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ παραμένουν σταθερά σε όλες τις επαναλήψεις και το διάνυσμα $\{R^{(k-1)}(t_{n+1})\}$ μεταβάλλεται σε κάθε επανάληψη.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η μέθοδος Newton-Raphson λειτουργεί καλύτερα όταν η εξωτερική φόρτιση εφαρμόζεται υπό τη μορφή επιβαλλόμενης μετατόπισης από ότι όταν εφαρμόζεται υπό τη μορφή ασκούμενης δύναμης, καθώς στη δεύτερη περίπτωση προκύπτουν κάποια προβλήματα σύγκλισης της μεθόδου (convergence issues) τα οποία μπορούν να ξεπεραστούν στην πρώτη περίπτωση. Για το λόγο αυτό, η φόρτιση σε αυτή τη μοντελοποίηση εισάγεται υπό τη μορφή επιβαλλόμενης μετατόπισης, όπως αναφέρεται και στο εδάφιο 2.2.6.

Ο παραπάνω τρόπος επίλυσης εισάγεται στο πρόγραμμα ABAQUS μέσω της αντίστοιχης υποεπένδυσης (Step). Για το χρονικό βήμα που δημιουργήθηκε (step) επιλέχθηκε γενική επίλυση (Procedure Type: General) και συγκεκριμένα επίλυση δυναμικού προβλήματος με έμμεση μέθοδο επίλυσης (Dynamic, Implicit). Στη συνέχεια, στο επόμενο παράθυρο εισήχθησαν οι παράμετροι που περιέχονται στον [πίνακα 2.6](#) που ακολουθεί.

Πίνακας 2.6: Παράμετροι για τον ορισμό του χρονικού βήματος

Παράμετροι του χρονικού βήματος	
Time period	10
Application	Quasi-static
Include adiabatic heating effects	No
Type	Automatic
Initial increment size	0.01
Minimum increment size	10^{-10}
Maximum increment size	0.06

Η αριθμητική παράμετρος “Time period” εκφράζει το χρονικό διάστημα, σε δευτερόλεπτα, από την αρχική κατάσταση (πριν την επιβολή της εξωτερικής φόρτισης) έως την τελική κατάσταση (όπου έχει εφαρμοστεί ολόκληρη η εξωτερική φόρτιση). Οι αριθμητικές παράμετροι “Initial increment size”, “Minimum increment size” και “Maximum increment size” εκφράζουν το αρχικό, το ελάχιστο επιτρεπόμενο και το μέγιστο επιτρεπόμενο μέγεθος της χρονικής αύξησης αντίστοιχα.

Εφόσον το πρόβλημα που μελετάται επιλέχθηκε να επιλυθεί με δυναμικό τρόπο, το ενισχυμένο έλασμα έχει κάποια τιμή κινητικής ενέργειας κατά την κίνησή του. Ωστόσο, το πρόβλημα είναι φύσει στατικό, καθώς ο ερευνητής δεν ενδιαφέρεται για τα κινηματικά κατάσταση του ενισχυμένου ελάσματος. Επομένως, για να διασφαλιστεί ότι το πρόβλημα είναι στατικής φύσεως, πρέπει η κινητική ενέργεια του ενισχυμένου ελάσματος να αποτελεί ένα μικρό κλάσμα της εσωτερικής ενέργειας του ενισχυμένου ελάσματος, σε όλα τα χρονικά βήματα. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με τον οδηγό του προγράμματος ABAQUS [12], πρέπει να ικανοποιείται η ακόλουθη συνθήκη:

$$\frac{ALLKE}{ALLIE} < 0.05 \div 0.10 \quad (2.27)$$

Όπου ALLKE είναι η κινητική ενέργεια όλου του μοντέλου και ALLIE είναι η εσωτερική ενέργεια όλου του μοντέλου.

Ο σχετικός έλεγχος γίνεται στη μελέτη αναφοράς της παραγράφου 2.3, όπου και αποδεικνύεται ότι η συνθήκη της σχέσης (2.27) ικανοποιείται.

2.2.6. Φορτίσεις και συνοριακές συνθήκες

Σε αυτό το εδάφιο προσδιορίζονται με σαφήνεια όλες οι εξωτερικές φορτίσεις και οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόζονται στο κάθε ενισχυμένο έλασμα. Οι συνοριακές συνθήκες διατυπώνονται στην ακόλουθη μορφή:

$$[u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z] = [1, 0, 1, 0, 1, 1]$$

όπου:

- u_x είναι η μετατόπιση κατά τον άξονα x ,
- u_y είναι η μετατόπιση κατά τον άξονα y ,
- u_z είναι η μετατόπιση κατά τον άξονα z ,
- θ_x είναι η στροφή ως προς τον άξονα x ,
- θ_y είναι η στροφή ως προς τον άξονα y ,
- θ_z είναι η στροφή ως προς τον άξονα z .

Στην παραπάνω έκφραση, ο αριθμός 0 δηλώνει ότι ο αντίστοιχος βαθμός ελευθερίας είναι περιορισμένος, ενώ ο αριθμός 1 δηλώνει ότι ο αντίστοιχος βαθμός ελευθερίας δεν είναι περιορισμένος.

Σε ό,τι αφορά στα σύνορα του ενισχυμένου ελάσματος, επιλέχθηκαν συνοριακές συνθήκες συμμετρικές ως προς το αντίστοιχο επίπεδο. Για παράδειγμα, στις διαμήκεις ακμές του συνεργαζόμενου ελάσματος επιβλήθηκαν συνοριακές συνθήκες που είναι συμμετρικές ως προς το διάμηκες επίπεδο. Οι συμμετρικές, ως προς ένα συγκεκριμένο επίπεδο, συνοριακές συνθήκες επιτυγχάνονται όταν περιορίζεται η μετατόπιση κατά τον άξονα που είναι κάθετος σε αυτό το επίπεδο και οι στροφές ως προς τους υπόλοιπους δύο άξονες.

Οι συμμετρικές συνοριακές συνθήκες που εισάγονται στην παρούσα μοντελοποίηση είναι οι ακόλουθες:

- Στις διαμήκεις ακμές των συνεργαζόμενων ελασμάτων εφαρμόζονται συνοριακές συνθήκες που είναι συμμετρικές ως προς το διάμηκες επίπεδο, δηλαδή επιβάλλονται οι περιορισμοί $u_y = \theta_x = \theta_z = 0$.
- Στην εγκάρσια διατομή που αντιστοιχεί στην πλευρά του ενισχυμένου ελάσματος που δε δέχεται φόρτιση, εφαρμόζονται συνοριακές συνθήκες που είναι συμμετρικές ως προς το εγκάρσιο επίπεδο, δηλαδή επιβάλλονται οι περιορισμοί $u_x = \theta_y = \theta_z = 0$.
- Στην εγκάρσια διατομή που αντιστοιχεί στην πλευρά του ενισχυμένου ελάσματος όπου ασκείται η φόρτιση, εφαρμόζονται συνοριακές συνθήκες που είναι συμμετρικές ως προς το εγκάρσιο επίπεδο, οπότε επιβάλλονται οι περιορισμοί $\theta_y = \theta_z = 0$. Σε αυτήν την πλευρά δεν είναι εφικτή η επιβολή του περιορισμού $u_x = 0$ διότι στην πλευρά αυτή αναμένεται να υπάρχει μετατόπιση κατά τον άξονα x λόγω της εξωτερικά επιβαλλόμενης φόρτισης.

Εκτός από τις παραπάνω συνοριακές συνθήκες, εισήχθησαν και κάποιες συνοριακές συνθήκες οι οποίες αφορούν στην αλληλεπίδραση των εγκαρσίων εδρών με το ενισχυμένο έλασμα. Συγκεκριμένα, στα επίπεδα των εγκαρσίων εδρών εισάγονται οι ακόλουθες συνοριακές συνθήκες:

- Στα συνεργαζόμενα ελάσματα περιορίζεται η μετακίνηση κατά την κατακόρυφη διεύθυνση και η στροφή ως προς το διαμήκη άξονα, δηλαδή επιβάλλονται οι περιορισμοί $u_z = \theta_x = 0$.
- Στους κορμούς περιορίζεται η μετακίνηση κατά την εγκάρσια διεύθυνση και η στροφή ως προς το διαμήκη άξονα, δηλαδή επιβάλλονται οι περιορισμοί $u_y = \theta_x = 0$.

Η εισαγωγή των δύο τελευταίων συνοριακών συνθηκών εισάγει στην μοντελοποίηση και τις εγκάρσιες έδρες, οι οποίες ενισχύουν συνολικά τη γεωμετρία του ενισχυμένου ελάσματος και κατά συνέπεια βελτιώνουν την αντοχή του.

Στον [πίνακα 2.7](#) που ακολουθεί συνοψίζονται οι παραπάνω συνοριακές συνθήκες, ενώ αναφέρονται με σαφήνεια και οι γεωμετρικοί τόποι στους οποίους εφαρμόζεται καθεμία από αυτές

τις συνοριακές συνθήκες. Υπενθυμίζεται ότι οι γεωμετρικοί τόποι έχουν προσδιοριστεί στον [πίνακα 2.4](#).

Πίνακας 2.7: Συνοριακές συνθήκες [7].

Γεωμετρικός τόπος (set)	Συνοριακή συνθήκη [$u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$]
longitudinal edges	[1,0,1,0,1,0]
section 1	[1,1,1,1,0,0]
section 5	[0,1,1,1,0,0]
transverse floors – plate	[1,1,0,0,1,1]
transverse floors - webs	[1,0,1,0,1,1]

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στην [εικόνα 1.2](#), τα ενισχυμένα ελάσματα που μελετώνται στα πλαίσια αυτής της εργασίας αποτελούν κατασκευαστικά στοιχεία τα οποία, επαναλαμβανόμενα κατά μήκος και κατά πλάτος, συνθέτουν ορισμένα από τα βασικότερα ελάσματα των μεταλλικών κατασκευών των πλοίων. Για το λόγο αυτό, είναι σημαντικό η μοντελοποίηση ενός τέτοιου ενισχυμένου ελάσματος να γίνεται με τρόπο τέτοιο ώστε να λαμβάνεται υπόψη αυτή η συνέχεια στη μεταλλική κατασκευή, και αυτό επιτυγχάνεται μέσω των συμμετρικών συνοριακών συνθηκών. Για παράδειγμα, αν θεωρηθεί ένα μεγαλύτερο έλασμα το οποίο αποτελείται από δύο ενισχυμένα ελάσματα όπως αυτά της [εικόνας 2.4](#), τοποθετούμενα το ένα δίπλα στο άλλο κατά το πλάτος, τότε κατά μήκος της κοινής διαμήκου ακμής των επιμέρους ελασμάτων ικανοποιούνται οι συνθήκες $u_y = \theta_x = \theta_z = 0$, καθώς η ύπαρξη του ενός επιμέρους ελάσματος περιορίζει τόσο την εγκάρσια μετακίνηση όσο και τις στροφές ως προς τους άξονες x και z οποιουδήποτε σημείου του άλλου ελάσματος. Αντιθέτως, πάνω σε αυτήν την κοινή ακμή δεν περιορίζεται η μετακίνηση κατά τους άξονες x και z , καθώς επίσης και η στροφή ως προς τον άξονα y . Άρα, οι συμμετρικές συνοριακές συνθήκες αναπαριστούν τους γεωμετρικούς περιορισμούς ενός μεγαλύτερου ελάσματος (αποτελούμενο από πολλά όμοια ελάσματα) και κατά συνέπεια τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μελέτη του ενός ενισχυμένου ελάσματος με αυτές τις συνοριακές συνθήκες αναμένονται να είναι κοντινά με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της μελέτης ενός μεγαλύτερου ελάσματος.

Επιπλέον, στις εγκάρσιες διατομές που αντιστοιχούν στις εγκάρσιες έδρες και στα άκρα του ενισχυμένου ελάσματος, επιβλήθηκαν κάποιοι επιπρόσθετοι γεωμετρικοί περιορισμοί (constraints). Συγκεκριμένα, στις εν λόγω μετατοπίσεις όλοι οι υπολογιστικοί κόμβοι περιορίστηκαν έτσι ώστε να έχουν την ίδια μετατόπιση, κατά τον άξονα x , με το κεντροειδές της αντίστοιχης εγκάρσιας διατομής, σε κάθε χρονική στιγμή. Με την εισαγωγή αυτών των περιορισμών, επί της ουσίας εισάγεται η παραδοχή ότι οι εγκάρσιες έδρες λαμβάνονται ως κατασκευαστικά στοιχεία τα οποία παραμένουν απαραμόρφωτα καθ' όλη τη διάρκεια της θλιπτικής καταπόνησης του ενισχυμένου ελάσματος.

Τέλος, εισάγεται στο πρόβλημα και η εξωτερικά επιβαλλόμενη φόρτιση. Η φόρτιση επιλέχθηκε να εισαχθεί στη μοντελοποίηση όχι με τη μορφή εξωτερικά ασκούμενης δύναμης κατά τον άξονα x , αλλά με τη μορφή εξωτερικά επιβαλλόμενης μετατόπισης κατά τον άξονα x . Η επιλογή αυτή γίνεται ώστε να αποφευχθούν τυχόν προβλήματα στη σύγκλιση της μεθόδου Newton-Raphson, όπως αναφέρθηκε και στο εδάφιο 2.2.5. Η μετατόπιση αυτή εφαρμόζεται στο κεντροειδές της εγκάρσιας διατομής που αντιστοιχεί στο άκρο του ενισχυμένου ελάσματος όπου δεν έχει περιοριστεί η μετατόπιση κατά τον άξονα x . Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, όμως, στη διατομή αυτή έχει εισαχθεί ο περιορισμός σύμφωνα με τον οποίο όλοι οι κόμβοι πάνω σε αυτή τη διατομή έχουν την ίδια μετατόπιση κατά τον άξονα x με το κεντροειδές αυτής. Επομένως, η μετατόπιση επί της ουσίας επιβάλλεται ομοιόμορφα σε ολόκληρη την εγκάρσια διατομή. Η τιμή της μετατόπισης που επιβάλλεται σε κάθε ενισχυμένο έλασμα επιλέχθηκε να είναι τέτοια ώστε για την τελική ανηγμένη

παραμόρφωση να ισχύει ότι $\varepsilon/\varepsilon_Y \geq 7$. Με τον τρόπο αυτό, γίνεται σίγουρο ότι καμπύλη $\sigma/\sigma_Y - \varepsilon/\varepsilon_Y$ αφενός περιλαμβάνει σίγουρα το σημείο μέγιστης αντοχής (το οποίο βρίσκεται κοντά στην οριζόντια συντεταγμένη $\varepsilon/\varepsilon_Y = 1$ του αντίστοιχου διαγράμματος), αφετέρου λαμβάνεται σε ικανοποιητικό εύρος.

Σε ό,τι αφορά στην εισαγωγή των παραπάνω περιορισμών στο ABAQUS, τόσο οι συνοριακές συνθήκες όσο και η εξωτερικά επιβαλλόμενη μετατόπιση εισάγονται στο πρόγραμμα ABAQUS ως συνοριακές συνθήκες, στην αντίστοιχη υποενότητα του ABAQUS (Load), με χρήση της εντολής “Create Boundary Condition”. Οι συνοριακές συνθήκες που λειτουργούν ως αντιδράσεις στήριξης (βλ. [πίνακα 2.7](#)) εισάγονται στο αρχικό βήμα, ενώ η συνοριακή συνθήκη που εκφράζει τη φόρτιση ασκείται στο επόμενο χρονικό βήμα. Με αυτόν τον τρόπο εισάγεται στη μοντελοποίηση η έννοια ότι οι αντιδράσεις στήριξης προϋπήρχαν της εξωτερικά επιβαλλόμενης φόρτισης, πράγμα το οποίο αντιπροσωπεύει τις φυσικές συνθήκες. Σε όλες τις συνοριακές συνθήκες επιλέγεται ο τύπος “Displacement/Rotation”.

Οι γεωμετρικοί περιορισμοί που επιβάλλονται στις εγκάρσιες έδρες εισάγονται στην υποενότητα “Interaction” του ABAQUS. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται η εντολή “Create Constraint” κι επιλέγεται ο τύπος “Equation”. Στο παράθυρο που εμφανίζεται, στη στήλη “DOF” εισάγεται ο αριθμός 3 και στις δύο γραμμές, καθώς ο βαθμός ελευθερίας τον οποίο αφορά ο περιορισμός αυτός (δηλαδή η μετακίνηση κατά τον άξονα x) αντιστοιχεί στο βαθμό ελευθερίας 3 σύμφωνα με το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα ABAQUS (βλ. [εικόνα 2.3](#)). Η γενική εξίσωση που εκφράζει τους περιορισμούς του τύπου “Equation” είναι η ακόλουθη:

$$\text{coeff}_1 \cdot u_{x1} + \text{coeff}_2 \cdot u_{x2} = 0 \quad (2.28)$$

Οι συντελεστές coeff_1 και coeff_2 είναι οι τιμές που αντιστοιχούν στην πρώτη και στη δεύτερη γραμμή της στήλης “Coefficient” του παραθύρου. Οι μετατοπίσεις u_{x1} και u_{x2} είναι οι μετατοπίσεις, κατά τον άξονα x, που αντιστοιχούν στα set 1 και 2, αντίστοιχα, όπου το set 1 είναι το set που εισάγεται στην πρώτη γραμμή της στήλης “Set Name” και το set 2 είναι το set που εισάγεται στην δεύτερη γραμμή της στήλης “Set Name”. Τα μεγέθη u_{x1} και u_{x2} εκφράζουν μετατοπίσεις κατά τον άξονα x διότι αυτό ορίστηκε από τους βαθμούς ελευθερίας που εισήχθησαν στη στήλη “DOF”, όμως η [εξίσωση \(2.28\)](#) μπορεί να γραφεί με τον ίδιο τρόπο και για τους υπόλοιπους βαθμούς ελευθερίας. Σε ό,τι αφορά στη στήλη “Set Name”, το set που επιλέγεται στη δεύτερη στήλη πρέπει να αποτελείται από μόνο έναν κόμβο, επομένως σε αυτή τη θέση επιλέγεται το set που περιέχει το κεντροειδές της εκάστοτε εγκάρσιας διατομής. Αντιθέτως, στο set που επιλέγεται στην πρώτη στήλη δεν υπάρχει κάποιος αντίστοιχος περιορισμός, οπότε επιλέγεται το set που περιέχει όλους τους κόμβους της εκάστοτε εγκάρσιας διατομής. Αυτό που είναι επιθυμητό να επιτευχθεί στην παρούσα μοντελοποίηση μέσω της [εξίσωσης \(2.28\)](#) είναι η εξίσωση της μετατόπισης u_x όλων των κόμβων του set 1 με την μετατόπιση u_x του κόμβου του set 2, δηλαδή η [εξίσωση \(2.28\)](#) είναι επιθυμητό να αναχθεί στην ακόλουθη εξίσωση:

$$u_{x1} = u_{x2} \quad (2.29)$$

Αυτό μπορεί να συμβεί αν οι συντελεστές coeff_1 και coeff_2 της [εξίσωσης \(2.28\)](#) λάβουν τις τιμές:

$$\text{coeff}_1 = 1, \quad \text{coeff}_2 = -1$$

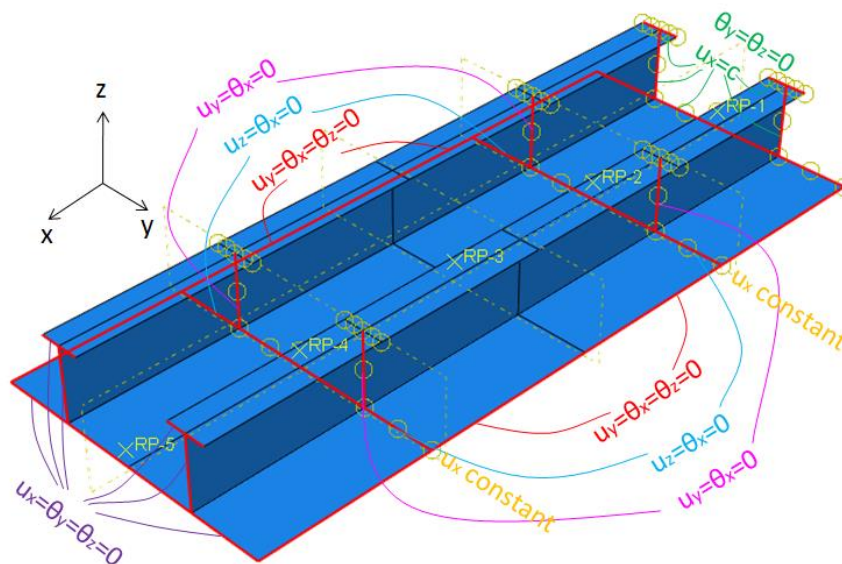
Στον [πίνακα 2.8](#) που ακολουθεί περιέχονται όλες οι τιμές που εισάγονται στο παράθυρο του τύπου “Equation” της εντολής “Create Constraint”.

Πίνακας 2.8: Δημιουργία των περιορισμών στις εγκάρσιες διατομές.

	Coefficient	Set Name	DOF	CSYS ID
1	1	section i	3	(global)
2	-1	centroid i	3	(global)

Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται για τις εγκάρσιες διατομές $i=1, i=2$ και $i=4$, όπου η κάθε τιμή i αναφέρεται στην εγκάρσια διατομή της οποίας η διαμήκης συντεταγμένη είναι ίση με $x_i = (i - 1) \cdot a/2$. Ο περιορισμός αυτός δε χρειάζεται να εφαρμοστεί και στην εγκάρσια διατομή $i=5$, καθώς στη διατομή αυτή έχει ήδη επιβληθεί ο περιορισμός $u_x = 0$.

Στην [εικόνα 2.7](#) που ακολουθεί συνοψίζονται όλες οι συνοριακές συνθήκες και όλοι οι γεωμετρικοί περιορισμοί που εφαρμόζονται στο ενισχυμένο έλασμα. Όπως παρατηρείται, οι συνοριακές συνθήκες είναι τέτοιες που καθιστούν την εντατική κατάσταση συμμετρική ως προς τον άξονα x και ως προς άξονα παράλληλο στον άξονα y (του οποίου η αρχή τοποθετείται στο μέσον του μήκους του ενισχυμένου ελάσματος).



Εικόνα 2.7: Συνοριακές συνθήκες και περιορισμοί

2.2.7. Υπολογιστικό πλέγμα

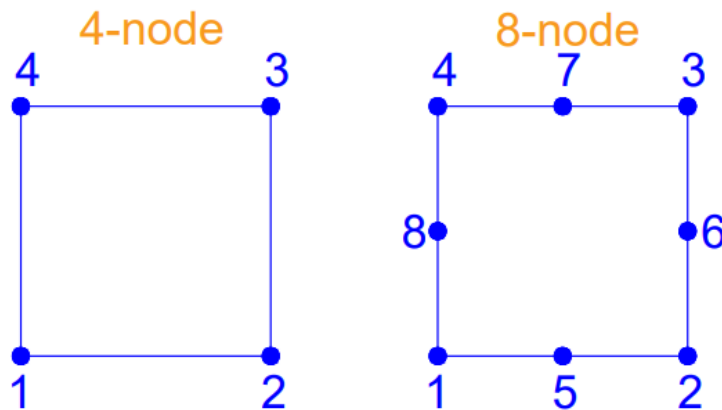
Σε αυτό το εδάφιο περιγράφεται αναλυτικά ο τρόπος με τον οποίο δημιουργείται το υπολογιστικό πλέγμα στο πρόγραμμα ABAQUS. Συγκεκριμένα, προσδιορίζεται το είδος, το σχήμα και το μέγεθος των στοιχείων μέσω των οποίων γίνεται η μοντελοποίηση και η τεχνική που επιλέγεται για τη δημιουργία του πλέγματος.

Το είδος των στοιχείων που επιλέγεται έχει την κωδικοποιημένη ονομασία “S4R”, η οποία προκύπτει ως εξής:

- Το γράμμα S δηλώνει ότι επιλέγονται στοιχεία κελύφους (shell elements),

- Ο αριθμός 4 δηλώνει ότι τα στοιχεία που δημιουργούνται αποτελούνται από 4 κόμβους (οι οποίοι αποτελούν και τα άκρα του τετραπλεύρου στοιχείου),
- Το γράμμα R δηλώνει ότι οι χωρικές ολοκληρώσεις γίνονται με μειωμένη ολοκλήρωση (reduced integration) και όχι με πλήρη ολοκλήρωση (full integration).

Τα στοιχεία κελύφους που χρησιμοποιούνται περιγράφηκαν ήδη στο εδάφιο 2.2.2. Το σχήμα αυτών των στοιχείων κελύφους επιλέχθηκε να είναι τετράπλευρο. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, τα στοιχεία αυτά επιλέχθηκαν να είναι τετρακομβικά (4-node elements) και όχι οκτακομβικά (8-node elements). Στην περίπτωση των τετρακομβικών στοιχείων οι κόμβοι που περιγράφουν το κάθε στοιχείο είναι οι κόμβοι που βρίσκονται στα άκρα του τετραπλεύρου, ενώ στην περίπτωση των οκτακομβικών στοιχείων οι κόμβοι που περιγράφουν το κάθε στοιχείο είναι οι κόμβοι που βρίσκονται στα άκρα του τετραπλεύρου, καθώς επίσης και τα μέσα των πλευρών του τετραπλεύρου. Η διαφορά μεταξύ των τετρακομβικών και των οκτακομβικών στοιχείων φαίνεται στην [εικόνα 2.8](#) που ακολουθεί.



Εικόνα 2.8: Σύγκριση τετρακομβικών – οκτακομβικών στοιχείων

Όπως έχει αναφερθεί και στην παράγραφο 2.1, στις μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων το ζητούμενο πρόβλημα επιλύεται μόνο πάνω στους κόμβους του υπολογιστικού πλέγματος. Στα υπόλοιπα σημεία ενός στοιχείου τα οποία δεν είναι κόμβοι, οι μετατοπίσεις στην τελική κατάσταση προσεγγίζονται από πολυωνυμικές συναρτήσεις, οι οποίες ονομάζονται συναρτήσεις παρεμβολής. Στην περίπτωση των τετρακομβικών στοιχείων οι συναρτήσεις παρεμβολής είναι πρώτης τάξεως ως προς καθεμία από τις συντεταγμένες των αξόνων που συνθέτουν το επίπεδο πάνω στο οποίο βρίσκεται το στοιχείο (διότι ο αριθμός των κόμβων ενός που αντιστοιχεί σε κάθε διεύθυνση είναι $n=2$), ενώ στην περίπτωση των οκτακομβικών στοιχείων οι συναρτήσεις παρεμβολής είναι δεύτερης τάξεως ως προς καθεμία από τις συντεταγμένες των αξόνων που συνθέτουν το επίπεδο πάνω στο οποίο βρίσκεται το στοιχείο (διότι ο αριθμός των κόμβων ενός που αντιστοιχεί σε κάθε διεύθυνση είναι $n=3$).

Από τα παραπάνω γίνεται σαφές ότι η χρήση οκτακομβικών στοιχείων οδηγεί σε ακριβέστερα αποτελέσματα σε σχέση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη χρήση τετρακομβικών στοιχείων. Ωστόσο, η χρήση οκτακομβικών στοιχείων ταυτοχρόνως αυξάνει το υπολογιστικό κόστος και το χρόνο επίλυσης του προβλήματος. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, η γεωμετρία που μοντελοποιείται είναι πολύ απλή, καθώς αποτελείται από ορθογώνια σχήματα. Επίσης, η ακρίβεια μπορεί να βελτιωθεί με τη δημιουργία πυκνότερου υπολογιστικού πλέγματος.

Τέλος, το υπολογιστικό κόστος και ο χρόνος επίλυσης είναι πολύ σημαντικοί παράγοντες, καθώς η μελέτη που περιγράφεται στο κεφάλαιο 2 εκτελείται για μεγάλο αριθμό ενισχυμένων ελασμάτων. Για τους παραπάνω λόγους, τελικώς κρίθηκε ως βέλτιστη επιλογή η χρήση τετρακομβικών στοιχείων.

Ένα ακόμη στοιχείο το οποίο χρειάζεται να συζητηθεί είναι η μειωμένη ολοκλήρωση (reduced integration) που επιλέχθηκε έναντι της πλήρους ολοκλήρωσης (full integration), καθώς επίσης και η αιτία αυτής της επιλογής. Στις αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις της μηχανικής, ορισμένα φυσικά μεγέθη προκύπτουν μέσω ολοκλήρωσης στο χώρο. Ο υπολογισμός αυτών των ολοκληρωμάτων στο πρόγραμμα ABAQUS γίνεται μέσω μιας τεχνικής αριθμητικής ολοκλήρωσης, η οποία ονομάζεται Gauss-Legendre. Η επιλογή μειωμένης ή πλήρους ολοκλήρωσης επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο εκτελείται η αριθμητική μέθοδος ολοκλήρωσης Gauss-Legendre.

Έστω ένα ολοκλήρωμα της μορφής:

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

Στα πλαίσια της μεθόδου Gauss-Legendre, η ανεξάρτητη μεταβλητή x αντικαθίσταται από μία άλλη μεταβλητή (έστω λ), τέτοια ώστε οι μεταβλητές x και λ να συνδέονται γραμμικά μεταξύ τους, δηλαδή μέσω μίας σχέσης της μορφής:

$$x = C_0 + C_1 \cdot \lambda \quad (2.30)$$

οπότε ταυτοχρόνως ισχύει ότι:

$$dx = C_1 \cdot d\lambda \quad (2.31)$$

Η μεταβλητή λ είναι πάντα τέτοια ώστε να μετασχηματίζει το διάστημα ολοκλήρωσης από το $[a, b]$ στο $[-1, 1]$. Επομένως, όταν η μεταβλητή x είναι ίση με a η μεταβλητή λ είναι ίση με -1 και όταν η μεταβλητή x είναι ίση με b η μεταβλητή λ είναι ίση με 1 . Από την εισαγωγή των δύο αυτών συνθηκών στη [σχέση \(2.30\)](#) προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$a = C_0 + C_1 \quad (2.32)$$

$$b = C_0 - C_1 \quad (2.33)$$

Η επίλυση των παραπάνω σχέσεων ως προς τους συντελεστές C_0 και C_1 τελικά δίνει ότι:

$$C_0 = \frac{b+a}{2} \quad (2.34)$$

$$C_1 = \frac{b-a}{2} \quad (2.35)$$

Με εφαρμογή των [σχέσεων \(2.30\)](#), [\(2.31\)](#), [\(2.34\)](#) και [\(2.35\)](#) στην αρχική έκφραση του ολοκληρώματος, το ολοκλήρωμα γράφεται στην ακόλουθη, ισοδύναμη μορφή:

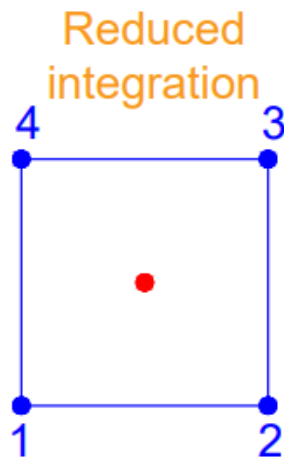
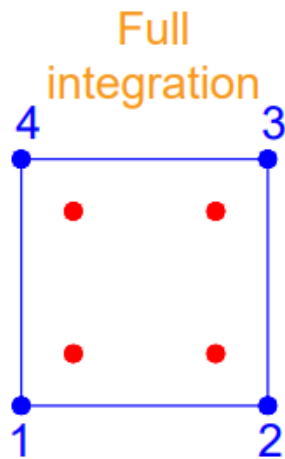
$$I = \int_{-1}^1 g(\lambda) d\lambda \quad (2.36)$$

Τελικώς, το ολοκλήρωμα της [σχέσης \(2.36\)](#) υπολογίζεται αριθμητικά μέσω της ακόλουθης σχέσης:

$$I = \sum_{i=1}^N a_i \cdot g(r_i) \quad (2.37)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, με N συμβολίζεται ο αριθμός των σημείων μέσω των οποίων επιλέγεται να εκτελεστεί η αριθμητική ολοκλήρωση κατά Gauss-Legendre. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός N , τόσο μικρότερο είναι το σφάλμα. Οι συντελεστές $a_i, i = 1, \dots, N$ είναι βάρη, ενώ οι μεταβλητές $r_i, i = 1, \dots, N$ είναι επιλεγμένα σημεία επί του διαστήματος $[-1,1]$. Τόσο οι συντελεστές $a_i, i = 1, \dots, N$ όσο και οι μεταβλητές $r_i, i = 1, \dots, N$ λαμβάνουν τιμές σταθερές και προκαθορισμένες για δεδομένο αριθμό σημείων N .

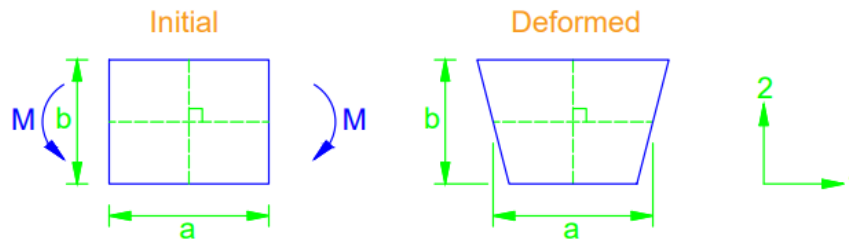
Ο αριθμός σημείων N που αναφέρθηκε παραπάνω είναι αυτός που κάνει τη διαφορά ανάμεσα στην πλήρη και στη μειωμένη ολοκλήρωση στο πρόγραμμα ABAQUS. Συγκεκριμένα, στα τετρακομβικά στοιχεία η πλήρης ολοκλήρωση κατά Gauss γίνεται με χρήση $N = 2$ σημείων σε κάθε διεύθυνση, ενώ η μειωμένη ολοκλήρωση γίνεται με χρήση ενός λιγότερου σημείου, δηλαδή με χρήση $N = 1$ σημείου σε κάθε διεύθυνση. Αντιστοίχως, στα οκτακομβικά στοιχεία, η πλήρης ολοκλήρωση γίνεται με χρήση $N = 3$ σημείων σε κάθε διεύθυνση, ενώ η μειωμένη ολοκλήρωση γίνεται και πάλι με χρήση ενός λιγότερου σημείου, δηλαδή με χρήση $N = 2$ σημείων σε κάθε διεύθυνση. Τα σημεία ολοκλήρωσης που λαμβάνονται πάνω σε ένα τετρακομβικό στοιχείο στην περίπτωση της πλήρους ολοκλήρωσης και στην περίπτωση της μειωμένης ολοκλήρωσης απεικονίζονται και στις [εικόνες 2.9α και 2.9β](#) που ακολουθούν.



Εικόνα 2.9α: Πλήρης ολοκλήρωση

Εικόνα 2.9β: Μειωμένη ολοκλήρωση

Ένα πρόβλημα που παρατηρείται στα τετρακομβικά στοιχεία στα οποία χρησιμοποιείται μειωμένη ολοκλήρωση είναι το φαινόμενο που είναι γνωστό ως “hourglassing”. Για να γίνει κατανοητό το φαινόμενο αυτό, θεωρείται ένα τετρακομβικό στοιχείο το οποίο υπόκειται σε καμπτική ροπή περί τον άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του, όπως φαίνεται στην [εικόνα 2.10](#). Στις ακμές που διέρχονται από το μοναδικό σημείο ολοκλήρωσης και είναι παράλληλες στους άξονες 1 και 2 (πράσινες διακεκομμένες ακμές), το μήκος έχει παραμείνει σταθερό. Επιπλέον, η γωνία που σχηματίζουν αυτές οι δύο ακμές έχει παραμείνει σταθερή. Έτσι, το στοιχείο αυτό δεν αντιλαμβάνεται καμία παραμόρφωση (ούτε ορθή, ούτε διατμητική) και κατά συνέπεια μοιάζει να μην παραλαμβάνει ενέργεια. Άρα, το στοιχείο αυτό δεν είναι ικανό να αντισταθεί στη μετατόπιση που εφαρμόζεται σε αυτό από τα γειτονικά στοιχεία και συμπεριφέρεται σαν να έχει μηδενική ακαμψία. Αυτή η συμπεριφορά μπορεί να διαδίδεται στο υπολογιστικό πλέγμα όταν αυτό δεν είναι ικανοποιητικά πυκνό, πράγμα το οποίο καθιστά τα εξαγόμενα αποτελέσματα μη αξιόπιστα.



Εικόνα 2.10: Φαινόμενο “hourglassing”.

Για τον περιορισμό αυτού του φαινομένου, στα τετρακομβικά στοιχεία όπου εφαρμόζεται μειωμένη ολοκλήρωση, το πρόγραμμα ABAQUS εισάγει με τεχνητό τρόπο ένα μικρό ποσό ακαμψίας (hourglass stiffness) προκειμένου να περιορίσει αυτή τη διάδοση του φαινομένου “hourglassing” στο υπολογιστικό πλέγμα. Η αποτελεσματικότητα αυτού του τεχνάσματος είναι μεγαλύτερη όταν το υπολογιστικό πλέγμα αποτελείται από περισσότερα στοιχεία. Σύμφωνα με τον οδηγό του προγράμματος ABAQUS, όταν χρησιμοποιείται ικανοποιητικά πυκνό πλέγμα τα αποτελέσματα που εξάγονται είναι εντός ενός αποδεκτού εύρους για πολλές εφαρμογές [13]. Επομένως, το φαινόμενο “hourglassing” τελικά μοιάζει να μην προκαλεί σημαντικά προβλήματα στη χρήση τετρακομβικών στοιχείων με μειωμένη ολοκλήρωση. Εκτός αυτού, το υπολογιστικό πλέγμα λαμβάνεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι ικανοποιητικά πυκνό, όπως φαίνεται και στο εδάφιο 2.3.2. Σύμφωνα με τα παραπάνω, και συμπεριλαμβανομένης της σημασίας του υπολογιστικού κόστους για την παρούσα εργασία, κρίθηκε σκόπιμη η χρήση μειωμένης ολοκλήρωσης έναντι της πλήρους ολοκλήρωσης.

Η επιλογή των στοιχείων S4R στο ABAQUS γίνεται στην αντίστοιχη υποενοότητα (Mesh) μέσω της σχετικής εντολής (Assign Element Type). Συγκεκριμένα, επιλέγεται ο γεωμετρικός τόπος (set) που αντιστοιχεί σε όλο το ενισχυμένο έλασμα, και στο παράθυρο που εμφανίζεται ενεργοποιούνται οι επιλογές που περιέχονται στον [πίνακα 2.9](#) που ακολουθεί.

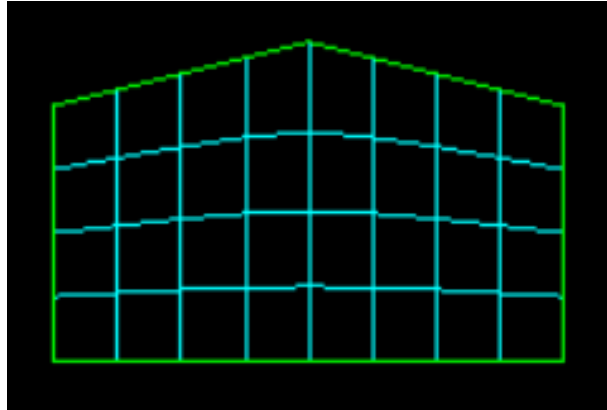
Πίνακας 2.9: Ορισμός των στοιχείων S4R.

Element Library	Standard
Geometric Order	Linear
Family	Shell
Reduced Integration	On

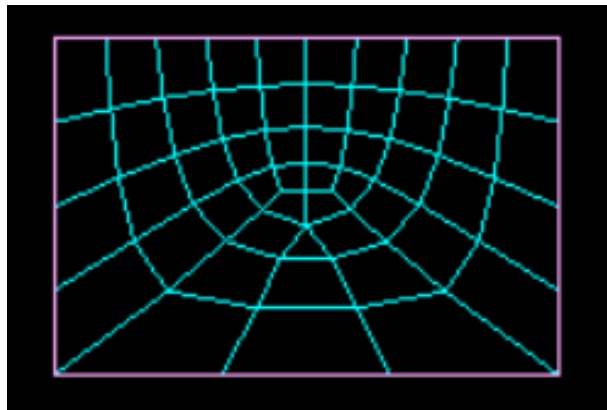
Μετά τον προσδιορισμό του είδους των στοιχείων που απαρτίζουν το υπολογιστικό πλέγμα, ακολουθεί ο προσδιορισμός του γεωμετρικού σχήματος αυτών. Αυτή η διεργασία γίνεται μέσω της εντολής “Assign Mesh Controls”. Στα διδιάστατα στοιχεία κελύφους S4R, το πρόγραμμα ABAQUS δίνει τρεις επιλογές για το σχήμα των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος:

- Quad: Όταν είναι ενεργοποιημένη η επιλογή αυτή, το πλέγμα αποτελείται αποκλειστικά από τετράπλευρα στοιχεία και δεν υπάρχει κανένα τρίγωνο στοιχείο (βλ. [εικόνα 2.11α](#)).
- Quad-dominated: Όταν είναι ενεργοποιημένη η επιλογή αυτή, το πλέγμα αποτελείται κατά κύριο λόγο από τετράπλευρα στοιχεία, όμως είναι δυνατή η δημιουργία και κάποιων τριγωνών στοιχείων, σε περιοχές όπου αλλάζει η πυκνότητα του πλέγματος (βλ. [εικόνα 2.11β](#)).
- Tri: Όταν είναι ενεργοποιημένη η επιλογή αυτή, το πλέγμα αποτελείται αποκλειστικά από τριγωνικά στοιχεία και δεν υπάρχει κανένα τετράπλευρο στοιχείο (βλ. [εικόνα 2.11γ](#)).

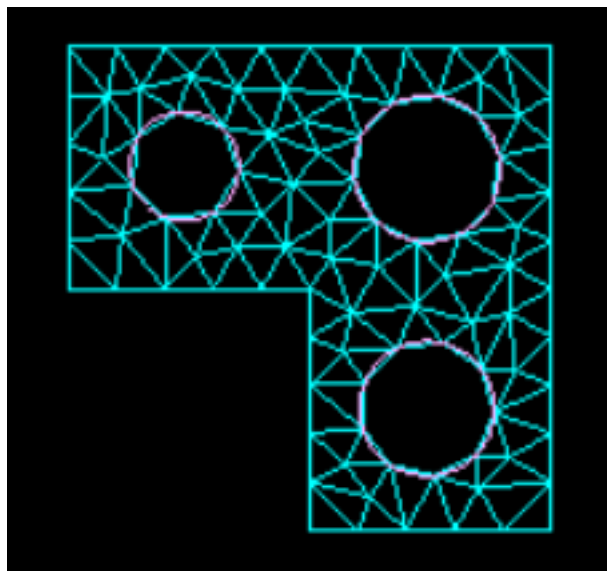
Τα σχήματα των στοιχείων που προκύπτουν από καθεμία από τις τρεις παραπάνω επιλογές φαίνονται στις [εικόνες 2.11α–2.11γ](#) που ακολουθούν [14].



Εικόνα 2.11α: Πλέγμα με την επιλογή “Quad”.



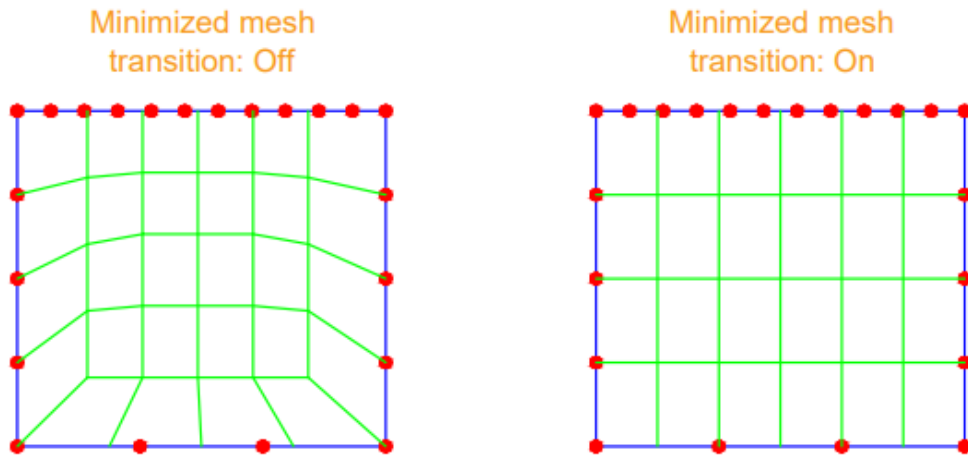
Εικόνα 2.11β: Πλέγμα με την επιλογή “Quad-dominated”.



Εικόνα 2.11γ: Πλέγμα με την επιλογή “Tri”.

Όταν η επιλογή “Quad” είναι ενεργοποιημένη, το πρόγραμμα προσφέρει μια επιλογή για ελαχιστοποίηση της μετάβασης του πλέγματος από πυκνότερο σε αραιότερο ή το αντίστροφο (mesh transition minimization). Όταν η επιλογή αυτή είναι ενεργοποιημένη, τα στοιχεία δημιουργούνται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μην υπάρχουν πολύ απότομες μεταβολές στην πυκνότητα του πλέγματος. Αντιθέτως, όταν η επιλογή αυτή δεν είναι ενεργοποιημένη, είναι δυνατόν να υπάρχουν απότομες μεταβολές στην πυκνότητα του πλέγματος.

Στις εικόνες 2.12α και 2.12β που ακολουθούν γίνεται σύγκριση των πλεγμάτων που δημιουργούνται όταν η επιλογή “Minimize the mesh transition” είναι ενεργοποιημένη ή απενεργοποιημένη.



Εικόνα 2.12α: Minimized mesh transition: Off

Εικόνα 2.12β: Minimized mesh transition: On

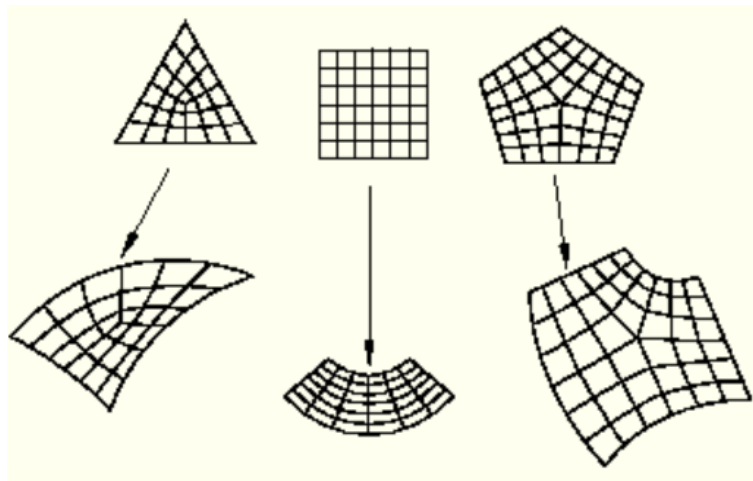
Όπως φαίνεται και στις δύο εικόνες, οι κορυφές των τετράπλευρων στοιχείων δε διέρχονται από όλους τους κόμβους που έχουν τοποθετηθεί στις ακμές της επιφάνειας. Αυτή είναι μία διαφορά μεταξύ των πλεγμάτων που προκύπτουν από τις επιλογές “Quad” και “Quad-dominated”.

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, κρίθηκε ως καλύτερη η επιλογή τετράπλευρων στοιχείων (Quad) και όχι τριγωνικών στοιχείων (Tri). Η επιλογή αυτή έγινε αφενός διότι η επιλογή “Tri” διαιρεί το κάθε τετράπλευρο στοιχείο σε δύο τριγωνικά στοιχεία, επομένως εντάσσει περισσότερα στοιχεία στο υπολογιστικό πλέγμα και αυτό επιφέρει αύξηση του υπολογιστικού κόστους, αφετέρου διότι η γεωμετρία που μοντελοποιείται αποτελείται από ορθογώνιες παραλληλόγραμμες επιφάνειες, οπότε δεν υπάρχει λόγος για να μην είναι ορθογώνια και τα στοιχεία του υπολογιστικού πλέγματος. Η ενεργοποίηση (ή μη ενεργοποίηση) της επιλογής “Minimize the mesh transition” δεν εισάγει καμία διαφοροποίηση στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, καθώς οι υπολογιστικοί κόμβοι λαμβάνονται σε ισαποστάσεις κατά το μήκος οποιασδήποτε διάστασης, επομένως δεν υπάρχουν οι μεταβολές στην πυκνότητα του πλέγματος που απεικονίζονται στην εικόνα 2.12α. Ωστόσο, επιλέχθηκε να ενεργοποιηθεί η επιλογή αυτή, καθώς αυτή είναι η αρχική πρόταση του προγράμματος ABAQUS.

Ένα ακόμη στοιχείο του υπολογιστικού πλέγματος που χρειάζεται να συζητηθεί είναι η τεχνική με την οποία δημιουργείται το πλέγμα. Στην περίπτωση δημιουργίας πλέγματος με χρήση στοιχείων S4R, το πρόγραμμα ABAQUS παρέχει στο χρήστη τη δυνατότητα να επιλέξει τριών τεχνικών δημιουργίας του υπολογιστικού πλέγματος. Αυτές είναι οι ακόλουθες:

- Free meshing (εκφράζεται με χρώμα κόκκινο),
- Swept meshing (εκφράζεται με χρώμα κίτρινο) και
- Structured meshing (εκφράζεται με χρώμα πράσινο).

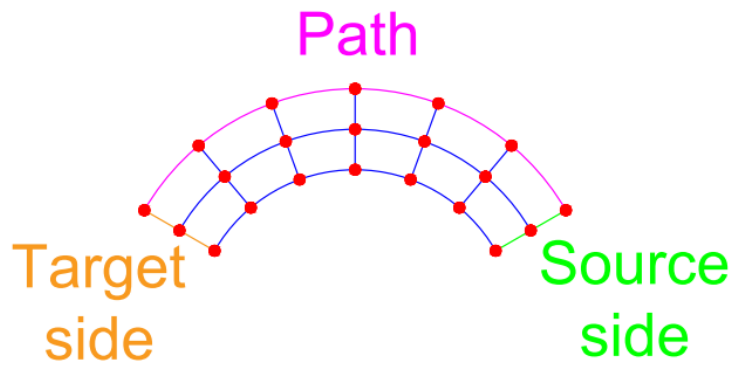
Η τεχνική δομημένου πλέγματος (structured meshing technique) δημιουργεί πλέγματα βασισμένη στα αντίστοιχα πλέγματα που δημιουργούνται πάνω σε κανονικά σχήματα, όπως το τρίγωνο, το τετράγωνο και το πεντάγωνο. Για παράδειγμα, αν η γεωμετρία που μοντελοποιείται είναι τέτοια ώστε να μπορεί με κάποιες παραμορφώσεις να προκύψει από ένα τετράγωνο, τότε το πλέγμα λαμβάνεται μέσω της εφαρμογής των ίδιων παραμορφώσεων πάνω στο αντίστοιχο πλέγμα του αρχικού τετράγωνου σχήματος. Παραδείγματα δομημένου πλέγματος παρατίθενται στην [εικόνα 2.13](#) που ακολουθεί [15].



Εικόνα 2.13: Δομημένα πλέγματα

Τα πλέγματα που προκύπτουν από αυτήν την τεχνική έχουν την καλύτερη ποιότητα σε σχέση με τα πλέγματα που προκύπτουν από τις υπόλοιπες τεχνικές. Ωστόσο, αυτή η τεχνική δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση που η γεωμετρία που μοντελοποιείται είναι πολύ πολύπλοκη.

Στην τεχνική όπου το πλέγμα προκύπτει μέσω σάρωσης (swept meshing technique), η δημιουργία του πλέγματος ξεκινάει από μία πλευρά (source side) και καταλήγει σε μία άλλη πλευρά (target side) ακολουθώντας ένα συγκεκριμένο μονοπάτι. Η τεχνική αυτή είναι κατάλληλη για επιφάνειες (ή τρισδιάστατα στοιχεία) που έχουν προκύψει κατά την επιμήκυνση μιας γεωμετρίας κατά μήκος μίας διάστασης (extruded region) ή κατά την περιστροφή μιας γεωμετρίας γύρω από έναν άξονα (revolved region). Ένα παράδειγμα πλέγματος που δημιουργήθηκε μέσω σάρωσης παρατίθεται στην [εικόνα 2.14](#) που ακολουθεί [16].



Εικόνα 2.14: Πλέγματα που δημιουργούνται μέσω σάρωσης.

Η τεχνική αυτή επίσης αποδίδει πλέγματα καλής ποιότητας, ωστόσο έχει το μειονέκτημα ότι δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε όλες τις γεωμετρίες.

Στην τεχνική ελεύθερου πλέγματος (free meshing technique) δε χρησιμοποιούνται προκαθορισμένα μοτίβα για τη δημιουργία του πλέγματος. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις όπου η μοντελοποιούμενη γεωμετρία είναι τόσο πολύπλοκη ώστε να καθίσταται αδύνατη η χρησιμοποίηση οποιασδήποτε τεχνικής. Επομένως, το πλεονέκτημά της είναι ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κάθε γεωμετρία. Ωστόσο, στην περίπτωση πιο απλών γεωμετριών, το πλέγμα που δημιουργείται μέσω της τεχνικής ελεύθερου πλέγματος ενδέχεται να παρουσιάζει μεγαλύτερες ανομοιομορφίες σε σχέση με τα πλέγματα που προκύπτουν από τις άλλες δύο τεχνικές [17].

Στα πλαίσια της παρούσας μοντελοποίησης χρησιμοποιείται η τεχνική δομημένου πλέγματος. Αυτή η επιλογή έγινε διότι η γεωμετρία που μοντελοποιείται είναι πολύ απλή (αποτελείται από τρεις ορθογώνιες επιφάνειες) και δεν καθίσταται ανέφικτη η χρησιμοποίησή της. Το πλέγμα που προκύπτει από την τεχνική αυτή είναι εντελώς ομοιόμορφο, καθώς αποτελείται αποκλειστικά από ορθογώνια στοιχεία.

Εφόσον προσδιορίστηκε και η τεχνική δημιουργίας του πλέγματος, πλέον χρειάζεται να προσδιοριστεί το μέγεθος των στοιχείων. Συγκεκριμένα, επιλέχθηκε το μήκος της κάθε πλευράς του κάθε ορθογώνιου στοιχείου να είναι περίπου ίσο με 50mm για όλα τα ενισχυμένα ελάσματα που αναλύονται. Η τιμή αυτή προέκυψε από τη μελέτη σύγκλισης του πλέγματος που παρατίθεται στο εδάφιο 2.3.2. Έτσι, τα μήκη των διαστάσεων a , b , h_w , b_f υποδιαιρούνται σε ισαποστάσεις που είναι προσεγγιστικά ίσες με 50mm. Ωστόσο, όταν αυτή η υποδιαίρεση οδηγεί σε μικρό αριθμό στοιχείων σε κάποιες διαστάσεις, τελικώς εκτελείται κατά τρόπο τέτοιο ώστε στην εν λόγω διάσταση να λαμβάνονται τουλάχιστον N στοιχεία. Συγκεκριμένα, στη διάσταση h_w επιλέχθηκε να λαμβάνονται σε κάθε περίπτωση τουλάχιστον $N = 6$ στοιχεία, ενώ στη διάσταση b_f επιλέχθηκε να λαμβάνονται σε κάθε περίπτωση τουλάχιστον $N = 2$ στοιχεία από τον κορμό έως το κάθε ακρότατο σημείο του πλέγματος (δηλαδή συνολικά τουλάχιστον $N = 2$ στοιχεία στα ελάσματα τύπου L και P και τουλάχιστον $N = 4$ στοιχεία στα ελάσματα τύπου T). Επίσης, επιλέχθηκε ο αριθμός των στοιχείων που λαμβάνεται κατά το μήκος αυτών των διαστάσεων να είναι πάντοτε άρτιος.

Η εισαγωγή του επιθυμητού μεγέθους των στοιχείων (ή του επιθυμητού αριθμού των στοιχείων) στο πρόγραμμα ABAQUS γίνεται μέσω της εντολής “Seed Edges”. Στον πίνακα 2.10 που ακολουθεί παρατίθενται τα δεδομένα που εισάγονται στα πλαίσια της εντολής αυτής.

Πίνακας 2.10: Ορισμός του μεγέθους των στοιχείων

Set	Method	Value
boundary	By size	50
flanges – longitudinal edges	By size	50
flanges – transverse edges	By number	N_2 (βλ. σχέση (2.39))
webs – longitudinal edges	By size	50
webs – vertical edges	By number	N_1 (βλ. σχέση (2.38))

Οι σχέσεις (2.38) και (2.39) που αναφέρονται στον πίνακα 2.10 δίνουν τις τιμές που εισάγονται στο πρόγραμμα για τα στοιχεία στις διαστάσεις h_w και b_f , αντίστοιχα.

$$N_1 = \max \left[2 \cdot \text{ceil} \left(\frac{h_w [\text{mm}]}{50 \cdot 2} \right), 6 \right] \quad (2.38)$$

$$N_2 = \max \left[2 \cdot \text{ceil} \left(\frac{b_f [\text{mm}]}{50 \cdot 2} \right), 2 \right] \quad (2.39)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, ο τελεστής $\text{ceil}(\cdot)$ αποδίδει τον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο της ποσότητας που βρίσκεται μέσα στην παρένθεση.

Τέλος, εφόσον πλέον έχει προσδιοριστεί πλήρως η διαδικασία μέσω της οποίας δημιουργείται το υπολογιστικό πλέγμα για κάθε ενισχυμένο έλασμα, μέσω της εντολής “Mesh Part Instance” δημιουργείται το υπολογιστικό πλέγμα.

2.2.8. Γεωμετρικές ατέλειες

Σε αυτό το εδάφιο μελετώνται οι γεωμετρικές ατέλειες που εισάγονται στο κάθε ενισχυμένο έλασμα. Σε όλα τα μεταλλικά ελάσματα, η γεωμετρία δεν είναι δυνατόν να είναι εντελώς τέλεια, αλλά αναπόφευκτα εντοπίζονται κάποιες γεωμετρικές ατέλειες. Αυτές οι γεωμετρικές ατέλειες οφείλονται είτε στη διαδικασία όπου το μέταλλο μορφοποιείται ώστε να λάβει το επιθυμητό σχήμα και τις επιθυμητές διαστάσεις, είτε στη διαδικασία συγκόλλησης μεταξύ δύο μεταλλικών ελασμάτων, είτε σε άλλους παράγοντες. Αποτέλεσμα αυτών των γεωμετρικών ατελειών είναι η δημιουργία αρχικών βελών κάμψης των ελασμάτων, τα οποία είναι μηδενικά στην ιδεατή περίπτωση όπου δεν υπάρχουν γεωμετρικές ατέλειες στο έλασμα. Αυτά τα βέλη κάμψης αποτελούν και το λόγο για τον οποίο παρατηρούνται τα φαινόμενα λυγισμού στα μεταλλικά ελάσματα, καθώς για την εμφάνιση των φαινομένων λυγισμού είναι απαραίτητη προϋπόθεση η ύπαρξη κάποιας, έστω και απειροστής, διαταραχής στη γεωμετρία του ελάσματος. Επομένως, στην παρούσα μοντελοποίηση είναι απαραίτητο να συμπεριληφθούν και οι γεωμετρικές ατέλειες.

Υπάρχουν διάφορων ειδών γεωμετρικές ατέλειες που εισάγονται στις μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων, ενώ επίσης υπάρχουν και διάφορες μαθηματικές σχέσεις που εκφράζουν καθένα από αυτά τα είδη γεωμετρικών ατελειών. Στην παρούσα εργασία, εισάγονται τα ακόλουθα τέσσερα είδη γεωμετρικών ατελειών:

1. Αρχικό βέλος κάμψης κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, το οποίο εφαρμόζεται τοπικά στο συνεργαζόμενο έλασμα (plate initial deflection), με μέγιστη τιμή ίση με:

$$w_{0_pl} = \frac{b}{200} \quad (2.40)$$

2. Αρχικό βέλος κάμψης κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, το οποίο εφαρμόζεται σε ολόκληρο το ενισχυμένο έλασμα (beam column initial deflection), με μέγιστη τιμή ίση με:

$$w_{0,c} = \frac{a}{1000} \quad (2.41)$$

3. Αρχικό βέλος κάμψης κατά την εγκάρσια διεύθυνση, το οποίο εφαρμόζεται τοπικά στους κορμούς των ενισχυτικών (web local buckling initial deflection), με μέγιστη τιμή ίση με:

$$w_{0,w} = \frac{h_w}{200} \quad (2.42)$$

4. Αρχικό βέλος κάμψης κατά την εγκάρσια διεύθυνση, το οποίο εφαρμόζεται σε ολόκληρα τα ενισχυτικά (web sideways initial deflection), με μέγιστη τιμή ίση με:

$$w_{0,s} = \frac{a}{1000} \quad (2.43)$$

Παρακάτω παρατίθενται οι εξισώσεις μέσω των οποίων λαμβάνεται το αρχικό βέλος κάμψης που οφείλεται σε καθεμία από τις παραπάνω γεωμετρικές ατέλειες, σε κάθε σημείο της γεωμετρίας του ενισχυμένου ελάσματος. Συγκεκριμένα, τα κατακόρυφα αρχικά βέλη κάμψης που εφαρμόζονται στο συνεργαζόμενο έλασμα (έστω $w_{01}(x, y)$), προκύπτουν από την ακόλουθη σχέση:

$$w_{01}(x, y) = w_{0,pl} \cdot \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) \quad (2.44)$$

Τα κατακόρυφα αρχικά βέλη κάμψης που εφαρμόζονται σε όλο το ενισχυμένο έλασμα (έστω $w_{02}(x, y)$), προκύπτουν από την ακόλουθη σχέση:

$$w_{02}(x, y) = w_{0,c} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot y}{B}\right) \quad (2.45)$$

Τα εγκάρσια βέλη κάμψης που εφαρμόζονται στους κορμούς των ενισχυτικών (έστω $w_{03}(x, z)$), προκύπτουν από την ακόλουθη σχέση:

$$w_{03}(x, z) = \begin{cases} +w_{0,w} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{h_w}\right) \cdot \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{a}\right), & \text{όταν } y \geq 0 \\ -w_{0,w} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{h_w}\right) \cdot \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{a}\right), & \text{όταν } y < 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

Τα εγκάρσια βέλη κάμψης που εφαρμόζονται σε ολόκληρα τα ενισχυτικά (έστω $w_{04}(x, z)$), προκύπτουν από την ακόλουθη σχέση:

$$w_{04}(x, z) = \begin{cases} +w_{0,s} \cdot \left(\frac{z}{h_w}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{a}\right), & \text{όταν } y \geq 0 \\ -w_{0,s} \cdot \left(\frac{z}{h_w}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{a}\right), & \text{όταν } y < 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

Στις εξισώσεις (2.44)-(2.47), το σύστημα συντεταγμένων είναι το σύστημα αναφοράς που έχει οριστεί στα πλαίσια της παρούσας εργασίας (βλ. εικόνα 2.1).

Ο αριθμός m που υπεισέρχεται στις εξισώσεις (2.44) και (2.46) είναι ο μέγιστος θετικός ακέραιος για τον οποίο ικανοποιείται η ακόλουθη συνθήκη:

$$AR > \sqrt{m \cdot (m + 1)} \quad (2.48)$$

όπου AR είναι ο λόγος επιμήκους του συνεργαζόμενου ελάσματος, ο οποίος ορίζεται ως εξής:

$$AR = \frac{a}{b} \quad (2.49)$$

Ο αριθμός n που υπεισέρχεται στην [εξίσωση \(2.44\)](#) λαμβάνει την τιμή $n = 1$.

Το πλάτος B που υπεισέρχεται στην [εξίσωση \(2.45\)](#) προκύπτει από τη σχέση:

$$B = 3 \cdot b \quad (2.50)$$

Στις επιφάνειες του ενισχυμένου ελάσματος όπου εφαρμόζονται περισσότερες από μία γεωμετρικές ατέλειες, γίνεται υπέρθεση αυτών.

Η εισαγωγή των γεωμετρικών ατελειών μέσα στο πρόγραμμα γίνεται μέσω του αρχείου εισόδου (input file). Το αρχείο εισόδου περιέχει όλες τις πληροφορίες που εισήχθησαν για το ενισχυμένο έλασμα, και είναι το αρχείο εκείνο που εισάγεται στον επιλύτη (solver) ώστε να εξαχθούν τα ζητούμενα αποτελέσματα. Σε αυτό το αρχείο, είναι προφανές ότι περιέχονται, μεταξύ άλλων, και οι συντεταγμένες των κόμβων του υπολογιστικού πλέγματος. Επομένως, για την εισαγωγή των γεωμετρικών ατελειών στο πρόγραμμα, εξάγονται οι συντεταγμένες των κόμβων του υπολογιστικού πλέγματος στους οποίους αρχικά δεν έχουν εισαχθεί γεωμετρικές ατέλειες), έπειτα υπολογίζονται τα αρχικά βέλη κάμψης που αντιστοιχούν σε αυτές τις συντεταγμένες μέσω των [εξισώσεων \(2.44\)-\(2.47\)](#), στη συνέχεια οι αλγεβρικές τιμές αυτών των βελών κάμψης προστίθενται στις αρχικές συντεταγμένες και προκύπτουν οι τελικές συντεταγμένες των κόμβων του υπολογιστικού πλέγματος, οι οποίες εισάγονται στο αρχείο εισόδου, στη θέση των αρχικών συντεταγμένων.

2.3. Επικύρωση της μοντελοποίησης

2.3.1. Μελέτη αναφοράς

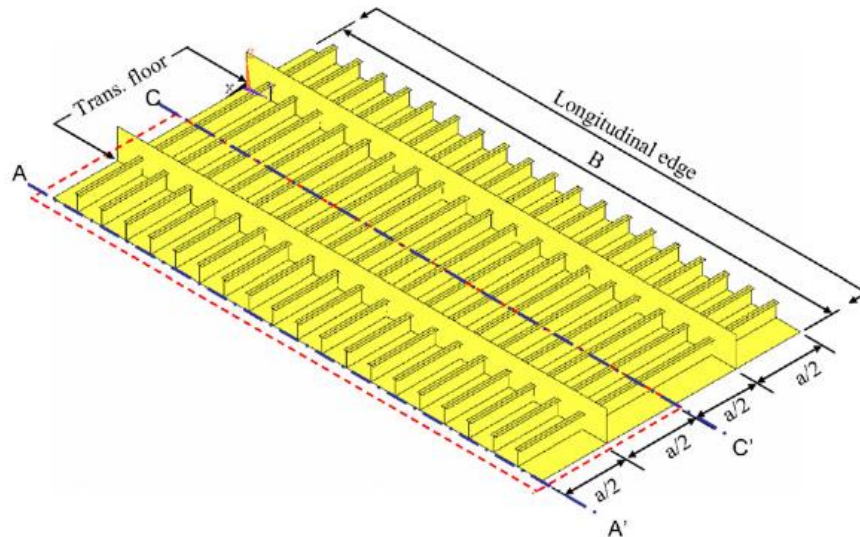
Στην παράγραφο 2.2 που προηγήθηκε, αναλύθηκε ο τρόπος με τον οποίο εισάγεται το πρόβλημα στη μοντελοποίηση. Όπως αναφέρθηκε, το πρόβλημα επιλύεται με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι οι φυσικές συνθήκες προσομοιάζονται μέσα σε ένα περιβάλλον Η/Υ. Αυτό συνεπάγεται ότι, κατά τον ορισμό της μοντελοποίησης, εισάγονται κάποιες παραδοχές, οι οποίες επιλέγονται από το χρήστη του προγράμματος. Επομένως, είναι δυνατόν οι φυσικές συνθήκες ενός προβλήματος να μοντελοποιούνται με διαφορετικό τρόπο από τον κάθε χρήστη, και κατά συνέπεια η επίλυση του ίδιου πειράματος με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να οδηγήσει στην εξαγωγή διαφορετικών αποτελεσμάτων, αν εκτελεστεί από διαφορετικούς αναλυτές. Αυτό είναι λογικό να συμβαίνει, καθώς οι συνθήκες που εισάγονται στον ηλεκτρονικό υπολογιστή δεν είναι ποτέ πανομοιότυπες με τις φυσικές συνθήκες, υπό τις οποίες θα διεξαγόταν ένα πείραμα. Επομένως, στις μεθόδους των πεπερασμένων στοιχείων δεν ισχύει ότι μόνο μία μοντελοποίηση είναι σωστή και όλες υπόλοιπες είναι λανθασμένες, αλλά ισχύει ότι υπάρχουν μοντελοποιήσεις που βασίζονται σε λογικές, ή όχι, παραδοχές.

Για την επικύρωση της μεθοδολογίας μοντελοποίησης που προτάθηκε στην παράγραφο 2.2, χρησιμοποιήθηκε ως μελέτη αναφοράς το άρθρο των Jeom Kee Paik, Bong Ju Kim και Jung Kwan Seo [7]. Συγκεκριμένα, εφαρμόστηκε θλιπτική μετατόπιση στο ενισχυμένο έλασμα τύπου T που περιγράφεται σε αυτό το άρθρο, με τον τρόπο που περιγράφεται στη μεθοδολογία μοντελοποίησης που προτείνεται στην παράγραφο 2.2, και τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα που παρατίθενται στο άρθρο. Τα χαρακτηριστικά του ελάσματος αυτού περιέχονται στον [πίνακα 2.11](#) που ακολουθεί.

Πίνακας 2.11: Χαρακτηριστικά ελάσματος αναφοράς.

Τύπος διατομής	T
a [mm]	4300
b [mm]	815
t_p [mm]	17.8
h_w [mm]	463
t_w [mm]	8
b_f [mm]	172
t_f [mm]	17
$\sigma_{Y,P}$ [MPa]	315
$\sigma_{Y,S}$ [MPa]	315
E [MPa]	205800
ν	0.3

Στην [εικόνα 2.15](#) απεικονίζεται το ενισχυμένο έλασμα που μοντελοποιήθηκε στα πλαίσια της μελέτης αναφοράς. Συγκεκριμένα, το έλασμα που μοντελοποιήθηκε είναι το τμήμα που περιέχεται εντός του ορθογωνίου παραλληλογράμμου AA'C'C.



Εικόνα 2.15: Ενισχυμένο έλασμα της μελέτης αναφοράς

Οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν στη μελέτη αναφοράς περιγράφονται με εκφράσεις της ακόλουθης μορφής:

$$[u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z] = [1, 0, 1, 0, 1, 1]$$

όπου ο αριθμός 0 δηλώνει ότι ο αντίστοιχος βαθμός ελευθερίας είναι περιορισμένος και ο αριθμός 1 δηλώνει ότι ο αντίστοιχος βαθμός ελευθερίας δεν είναι περιορισμένος, και είναι οι εξής:

- Τομές AC και A'C':
 $[1, \text{constant}, 0, 1, 0, 0]$ για την περίπτωση των συνθηκών απλής έδρασης και $[1, \text{constant}, 0, 0, 0, 0]$ για την περίπτωση των συνθηκών πάκτωσης. Τονίζεται ότι η ανάλυση έγινε δύο φορές, μία για τις συνθήκες απλής έδρασης και μία για τις συνθήκες πάκτωσης.
- Εγκάρσιες έδρες:
 $[1, 1, 0, 0, 1, 1]$ για τις ακμές του συνεργαζόμενου ελάσματος και $[1, 0, 1, 0, 1, 1]$ για τις ακμές των κορμών.
- Τομή AA': $[\text{constant}, 1, 1, 1, 0, 0]$.
- Τομή CC': $[0, 1, 1, 1, 0, 0]$.

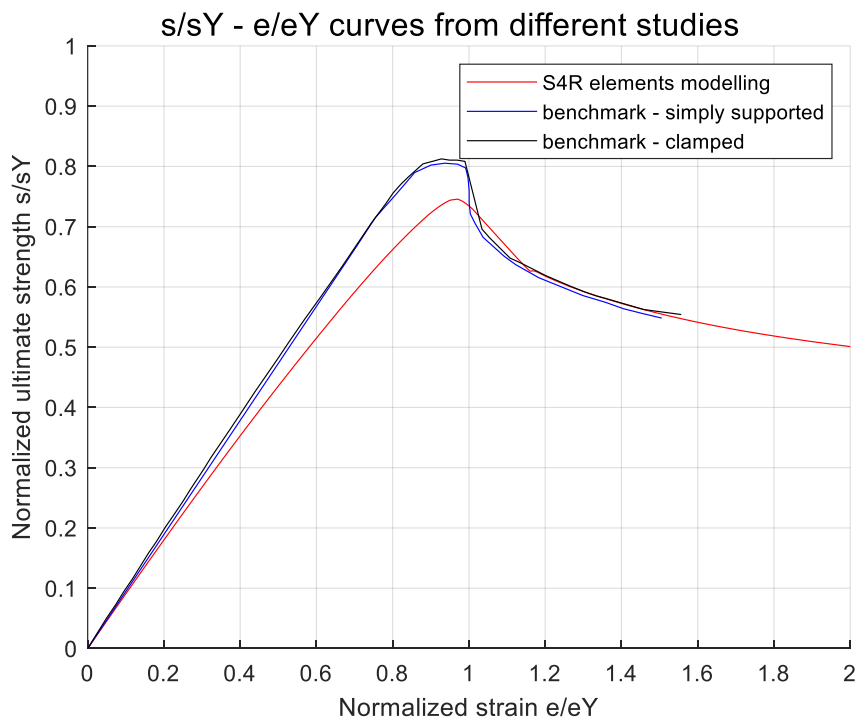
Ο όρος “constant” στις παραπάνω σχέσεις δηλώνει ότι στον αντίστοιχο βαθμός ελευθερίας επιβάλλεται μια σταθερή τιμή μετατόπισης σε όλους τους κόμβους του γεωμετρικού τόπου όπου εφαρμόζεται η εκάστοτε συνοριακή συνθήκη.

Οι συνοριακές συνθήκες που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη αναφοράς είναι σχεδόν ταυτόσημες με τις συνοριακές συνθήκες που θεωρήθηκαν στο εδάφιο 2.2.6, καθώς διαφέρουν μόνο σε δύο σημεία. Η πρώτη διαφορά είναι ότι, στη μελέτη αναφοράς, το ενισχυμένο έλασμα που μοντελοποιήθηκε με την πλήρη έκτασή του κατά τη διάσταση του πλάτους (και όχι με έκταση $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ bay model ή $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ bay model, όπως γίνεται στο εδάφιο 2.3.3). Συνεπώς, στις διαμήκεις ακμές του πλέον δεν πρέπει να εφαρμοστούν συμμετρικές συνθήκες, αλλά συνθήκες απλής έδρασης ή συνθήκες πάκτωσης. Ωστόσο, όπως ήδη αναφέρθηκε στο εδάφιο 2.2.6, οι συμμετρικές συνοριακές συνθήκες αναπαριστούν τους γεωμετρικούς περιορισμούς που υπάρχουν και σε ένα μεγαλύτερο

έλασμα (αποτελούμενο από πολλά όμοια ελάσματα). Συνεπώς, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μοντελοποίηση ενός $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ bay model (ή $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ bay model) με συμμετρικές συνθήκες αναμένεται να μη διαφέρουν πολύ σε σχέση με αυτά που προκύπτουν από τη μοντελοποίηση του ελάσματος με πλήρη έκταση κατά το πλάτος και συνθήκες απλής έδρασης (ή πάκτωσης). Η δεύτερη διαφορά είναι η εισαγωγή των περιορισμών της διαμήκου μετατόπισης στις εγκάρσιες έδρες (constraints), οι οποίες δεν αναφέρονται στη μελέτη αναφοράς.

Σε ό,τι αφορά στις γεωμετρικές ατέλειες που εισήχθησαν στη μελέτη αναφοράς, δίνονται μόνο οι μέγιστες τιμές για τον κάθε τύπο γεωμετρικής ατέλειας, οι οποίες προκύπτουν από τις σχέσεις (2.40) – (2.43).

Στην [εικόνα 2.16](#) που ακολουθεί παρατίθενται οι καμπύλες ανηγμένης τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης $\sigma/\sigma_Y - \varepsilon/\varepsilon_Y$, όπως αυτές προέκυψαν από τη μελέτη αναφοράς (και για τις συνθήκες απλής έδρασης και για τις συνθήκες πάκτωσης στις τομές AC – A'C') και από τη μοντελοποίηση που περιγράφηκε στην παράγραφο 2.2.



Εικόνα 2.16: Καμπύλες $\sigma/\sigma_Y - \varepsilon/\varepsilon_Y$ - σύγκριση των δύο μελετών

Όπως φαίνεται, η καμπύλη $\sigma/\sigma_Y - \varepsilon/\varepsilon_Y$ έχει την ίδια κλίση με τις καμπύλες της μελέτης αναφοράς στα πρώτα βήματα της γραμμικής ελαστικής περιοχής. Αυτό ήταν κάτι που αναμενόταν, από το νόμο του Hooke. Αν η κλίση στα πρώτα βήματα της γραμμικής ελαστικής περιοχής δεν ήταν γραμμική, αυτό θα υποδείκνυε ότι υπάρχει κάποιο λάθος στην εκτέλεση της μοντελοποίησης. Επίσης, στην [εικόνα 2.16](#) φαίνεται ότι όλες οι καμπύλες έχουν παρόμοια μορφή στην περιοχή μετά το λυγισμό του ελάσματος (post-buckling region). Τέλος, η μέγιστη αντοχή που προκύπτει από την καμπύλη της μοντελοποίησης έχει ικανοποιητικά μικρή απόκλιση από τις μέγιστες αντοχές που προκύπτουν από τις καμπύλες της μελέτης αναφοράς. Οι ακριβείς τιμές των μεγίστων αντοχών, καθώς και οι αποκλίσεις και οι διαφορές της μέγιστης αντοχής της μοντελοποίησης αυτής της εργασίας, σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές της μελέτης αναφοράς, παρατίθενται στον [πίνακα 2.12](#) που ακολουθεί.

Πίνακας 2.12: Σύγκριση των μεγίστων αντοχών των τριών καμπυλών.

Μέγεθος	Shell elements modeling (A)	Benchmark study (simply supported) (B)	Benchmark study (clamped) (C)
max σ/σ_Y	74.58%	80.96%	81.47%
max σ [MPa]	234.92	255.02	256.63
Ποσοστιαία απόκλιση max σ/σ_Y (A) από (B) ή (C)		-7.88%	-8.46%
Διαφορά μέγιστης τάσης max σ (A) από (B) ή (C) [MPa]		-20.10	-21.71

Όπως παρατηρείται, η τιμή της μέγιστης αντοχής που προέκυψε από τη μοντελοποίηση της παρούσας εργασίας είναι μικρότερη από την αντίστοιχη τιμή της μέγιστης αντοχής που προέκυψε από τη μοντελοποίηση της μελέτης αναφοράς. Αυτό δεν είναι κάτι μη λογικό, καθώς όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στα πεπερασμένα στοιχεία οι διαφορετικές μοντελοποιήσεις του ίδιου ελάσματος αποδίδουν διαφορετικά αριθμητικά αποτελέσματα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, μπορεί να χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιες ιδιότητες για το μοντελοποιούμενο έλασμα (γεωμετρικές διαστάσεις και υλικό), όμως στη μελέτη αναφοράς δεν υποδεικνύονται κάποιες πληροφορίες σχετικές με τη μοντελοποίηση που ακολουθήθηκε, όπως ο τρόπος επίλυσης του προβλήματος (step), το είδος και η τάξη των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν, οι αναλυτικές κατανομές των γεωμετρικών ατελειών και άλλες. Οι διαφορές που μπορεί να υπάρχουν μεταξύ των δύο μοντελοποιήσεων σε ό,τι αφορά σε αυτές τις πληροφορίες είναι δυνατόν να επηρεάσουν τα τελικά αποτελέσματα που εξάγονται. Επιπλέον, η μελέτη αναφοράς χρησιμοποιήθηκε για να διαπιστωθεί αν η μοντελοποίηση που προτείνεται αποδίδει λογικά αποτελέσματα ή αν εμπεριέχει κάποιο λάθος, και όχι για να ελεγχθεί αν τα αποτελέσματα της μοντελοποίησης είναι πανομοιότυπα με αυτά της μελέτης αναφοράς.

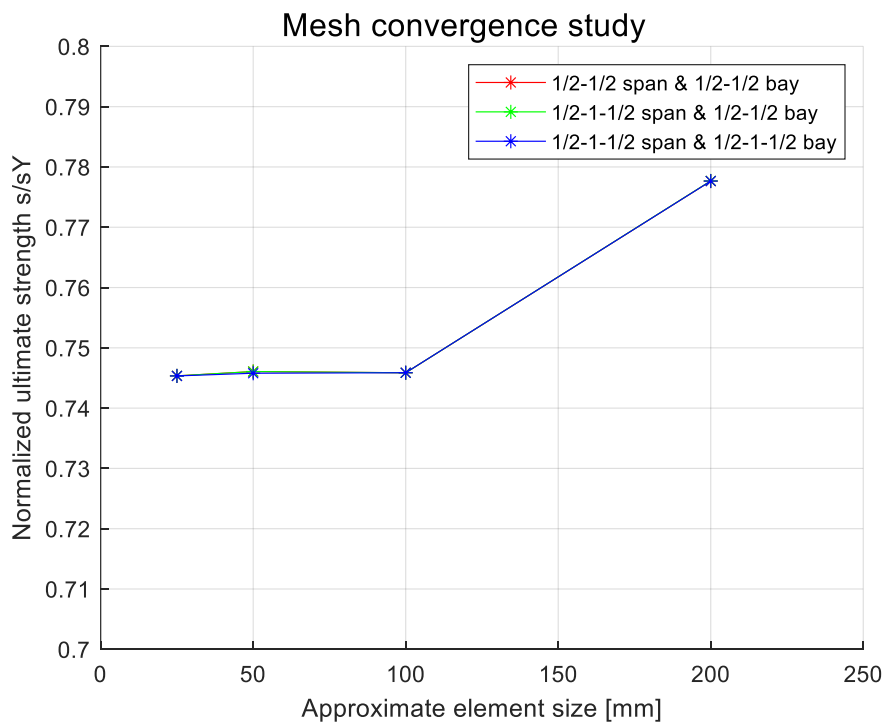
Το τελευταίο πράγμα που ελέγχθηκε κατά την ανάλυση του ελάσματος αναφοράς με τη μοντελοποίηση που προτείνεται, είναι η ικανοποίηση (ή μη) της συνθήκης (2.27) σε όλα τα χρονικά βήματα. Στον πίνακα που βρίσκεται στο παράρτημα Α παρατίθεται τιμή της κινητικής ενέργειας (ALLKE) και της εσωτερικής ενέργειας (ALLIE), καθώς επίσης και ο λόγος ALLKE/ALLIE, για κάθε χρονική στιγμή. Η μονάδα μέτρησης της ενέργειας στην οποία αντιστοιχούν οι αριθμητικές τιμές που παρατίθενται είναι τα mJ (10^{-3} Joule). Όπως παρατηρείται, ο λόγος ALLKE/ALLIE είναι μικρότερος από $5e-2$ σε κάθε χρονική στιγμή, επομένως το κριτήριο ικανοποιείται. Τελικώς, από όλα τα παραπάνω προκύπτει ότι η μοντελοποίηση που προτάθηκε στην παράγραφο 2.2 αποδίδει λογικά αποτελέσματα, και κατά συνέπεια η υπόλοιπη μελέτη που εκτελείται στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας μπορεί να στηριχθεί στα αποτελέσματα αυτής της μοντελοποίησης.

2.3.2. Έλεγχος σύγκλισης του πλέγματος

Στο προηγούμενο εδάφιο αποδείχθηκε ότι η μοντελοποίηση που προτάθηκε είναι κατάλληλη για να προσομοιάσει το πείραμα που μελετάται. Έτσι, το κάθε ενισχυμένο έλασμα που αναλύεται μοντελοποιείται με τον τρόπο που παρουσιάζεται στην παράγραφο 2.2. Ωστόσο, υπάρχουν δύο ερωτήματα τα οποία παραμένουν αναπάντητα. Το ένα ερώτημα έχει να κάνει με το λόγο για τον οποίο επιλέχθηκε τα στοιχεία του υπολογιστικού πλέγματος να έχουν πλευρές περίπου ίσες με 50mm, και το άλλο ερώτημα αφορά στην έκταση του μοντέλου. Σε αυτό το εδάφιο, αναλύεται ο λόγος για τον οποίο επιλέχθηκε το συγκεκριμένο μέγεθος στοιχείων.

Η επιλογή συγκεκριμένου μεγέθους στοιχείων έγινε μέσω μιας μελέτης που διεξήχθη για τον έλεγχο σύγκλισης του πλέγματος (mesh convergence study). Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.1, στις μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων όταν το πλέγμα γίνεται πυκνότερο, η διακριτοποιημένη γεωμετρία προσεγγίζει όλο και περισσότερο την πραγματική γεωμετρία. Επομένως, όπως η διακριτοποιημένη γεωμετρία συγκλίνει στη συνεχή γεωμετρία, έτσι και τα αποτελέσματα πρέπει να συγκλίνουν σε κάποια τιμή όσο το πλέγμα γίνεται πυκνότερο, ειδάλλως υπάρχει κάποιο λάθος στον τρόπο με τον οποίο γίνεται χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Για το λόγο αυτό, η ανάλυση που προτείνεται εφαρμόστηκε στο έλασμα αναφοράς (του οποίου οι διαστάσεις περιέχονται στον [πίνακα 2.11](#)) για διάφορα μεγέθη στοιχείων. Συγκεκριμένα, η ανάλυση έγινε για στοιχεία με πλευρές 200mm, 100mm, 50mm και 25mm. Επιπλέον, η κάθε ανάλυση που αντιστοιχεί σε καθένα από τα τέσσερα μεγέθη πλευρών των στοιχείων εκτελέστηκε και για καθεμία από τις τρεις εκτάσεις του μοντέλου που μελετήθηκαν στο εδάφιο 2.3.3, επομένως στο έλασμα αναφοράς εκτελέστηκαν συνολικά $4 \times 3 = 12$ αναλύσεις.

Στην [εικόνα 2.17](#) που ακολουθεί παρατίθενται οι τιμές της μέγιστης αντοχής που προκύπτουν για κάθε μέγεθος στοιχείων. Οι τρεις διαφορετικές καμπύλες αντιστοιχούν στις τρεις διαφορετικές εκτάσεις του μοντέλου. Όπως φαίνεται, η μέγιστη αντοχή έχει υψηλότερες τιμές στην περίπτωση του μεγαλύτερου μεγέθους στοιχείων (δηλαδή στην περίπτωση του αραιότερου πλέγματος), ενώ καθώς μετακινούμαστε προς τα αριστερά του οριζόντιου άξονα, η μέγιστη αντοχή μειώνεται και συγκλίνει προς μία τιμή (περίπου ίση με 0.745). Το διάγραμμα αυτό είναι συμβατό με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω και επιβεβαιώνει την ορθότητα της μοντελοποίησης.



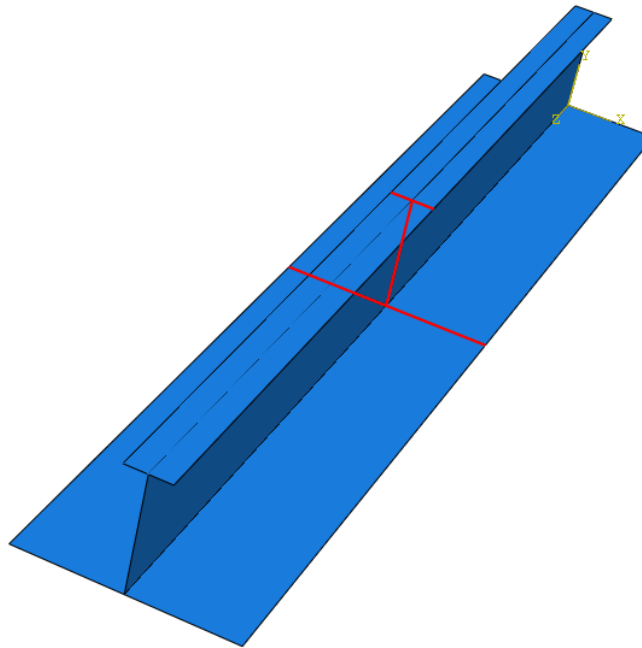
Εικόνα 2.17: Μελέτη σύγκλισης του πλέγματος.

Από την [εικόνα 2.17](#) έγινε η τελική επιλογή του μεγέθους των στοιχείων. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μέγιστη αντοχή συγκλίνει όταν τα στοιχεία έχουν μέγεθος πλευράς μικρότερο από 100mm. Επομένως, η επιλογή στοιχείων με μέγεθος πλευράς 25mm καθίσταται ανώφελη καθώς η τιμή της μέγιστης αντοχής δε βελτιώνεται όταν το πλέγμα γίνεται τόσο πυκνό, ενώ αντιθέτως το

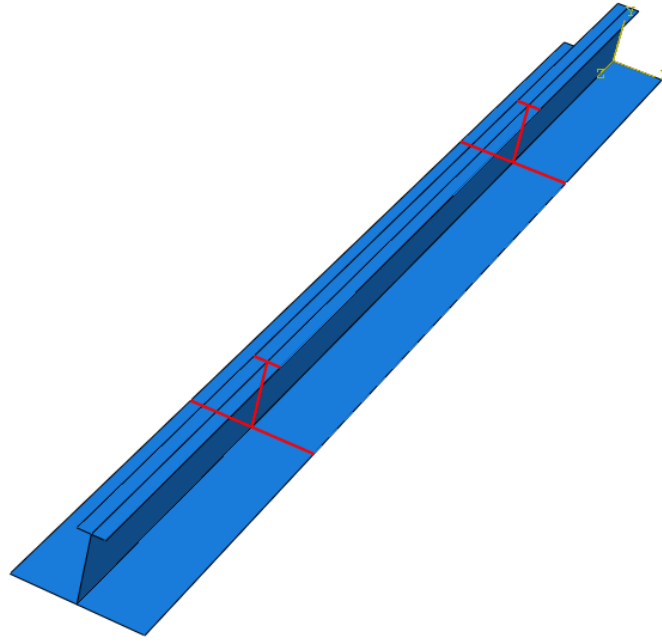
υπολογιστικό κόστος αυξάνεται. Για το λόγο αυτό, επιλέχθηκαν στοιχεία με μέγεθος πλευράς 50mm. Ο λόγος για τον οποίο δεν επιλέχθηκαν στοιχεία με μέγεθος πλευράς 100mm (δεδομένου ότι η μέγιστη αντοχή των δύο αυτών δε διαφέρει πολύ) είναι για να διασφαλιστεί σε μεγαλύτερο βαθμό το γεγονός ότι το πλέγμα είναι ικανοποιητικά πυκνό για να περιγράψει τις μορφές λυγισμού που προκύπτουν.

2.3.3. Έκταση του μοντέλου

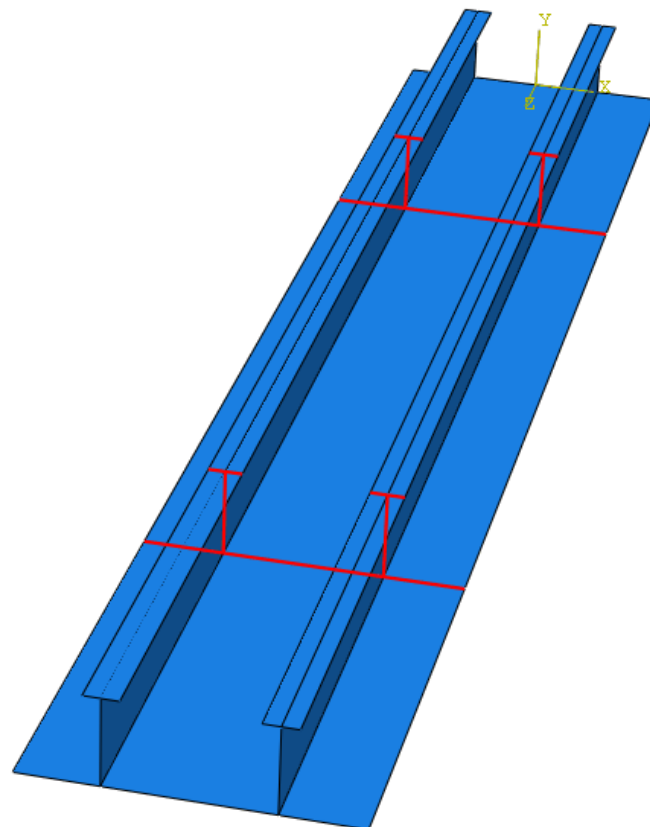
Σε αυτό το εδάφιο απαντάται το τελευταίο ερώτημα που έχει μείνει αναπάντητο, το οποίο σχετίζεται με την έκταση που έχει η μοντελοποιούμενη γεωμετρία. Η πρώτη επιλογή που εξετάστηκε είναι το μοντέλο με έκταση $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ κατά το μήκος και $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ κατά το πλάτος ($\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ span & $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ bay model), η οποία απεικονίζεται στην [εικόνα 2.18α](#). Η δεύτερη επιλογή που εξετάστηκε είναι το μοντέλο με έκταση $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ κατά το μήκος και $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ κατά το πλάτος ($\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ span & $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ bay model), η οποία απεικονίζεται στην [εικόνα 2.18β](#). Η τρίτη επιλογή που εξετάστηκε είναι το μοντέλο με έκταση $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ κατά το μήκος και $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ κατά το πλάτος ($\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ span & $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ bay model), η οποία απεικονίζεται στην [εικόνα 2.18γ](#).



Εικόνα 2.18α: $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ span & $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ bay model

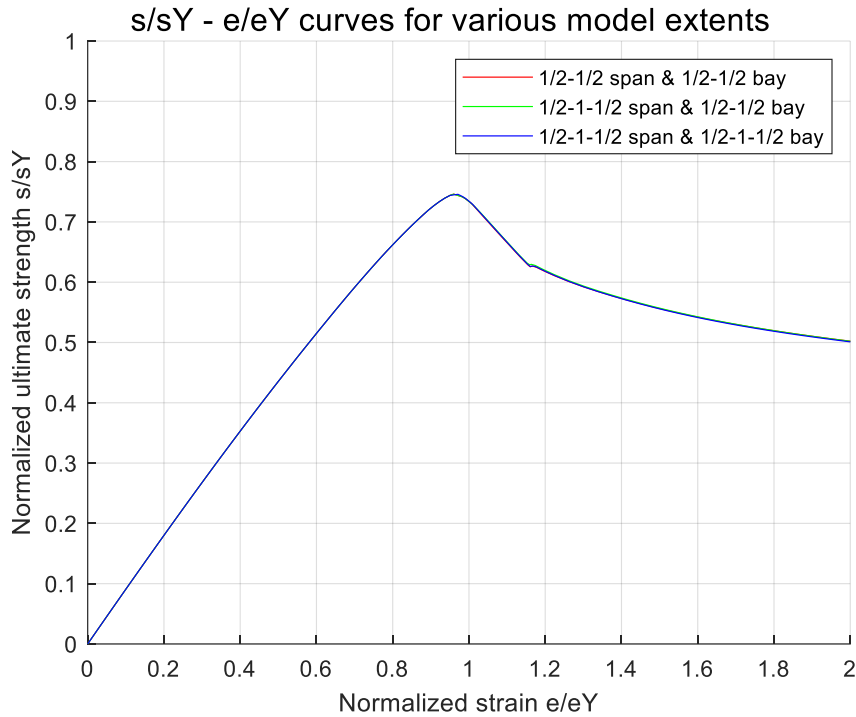


Εικόνα 2.18β: $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ span & $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ bay model



Εικόνα 2.18γ: $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ span & $\frac{1}{2}$ -1- $\frac{1}{2}$ bay model

Για την αξιολόγηση των τριών αυτών εκτάσεων του μοντέλου, δημιουργήθηκε η καμπύλη ανηγμένης τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης $\sigma/\sigma_y - \epsilon/\epsilon_y$ για κάθε έκταση μοντέλου, για το μέγεθος στοιχείων που επιλέχθηκε νωρίτερα στο εδάφιο 2.3.2 (50mm). Οι καμπύλες αυτές παρατίθενται στην [εικόνα 2.19](#) που ακολουθεί.



Εικόνα 2.19: Σύγκριση των διαφορετικών εκτάσεων του μοντέλου.

Στην παραπάνω εικόνα φαίνεται ότι οι τρεις καμπύλες είναι σχεδόν ταυτόσημες μεταξύ τους σε όλη την έκτασή τους. Επομένως, όποια έκταση του μοντέλου κι αν επιλεγθεί, τα αποτελέσματα που προκύπτουν αναμένονται να είναι τα ίδια. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν κάτι αναμενόμενο λόγω των συμμετρικών συνοριακών συνθηκών που επιλέχθηκαν τόσο στις ακραίες εγκάρσιες διατομές όσο και στις διαμήκεις ακμές του συνεργαζόμενου ελάσματος. Επίσης, το αποτέλεσμα αυτό αιτιολογεί το γεγονός ότι και στην [εικόνα 2.17](#) που παρατέθηκε στο προηγούμενο εδάφιο, οι καμπύλες σύγκλισης του πλέγματος είναι σχεδόν ταυτόσημες και στις τρεις διαφορετικές εκτάσεις του μοντέλου. Τελικώς, επιλέχθηκε η έκταση του $\frac{1}{2}$ - 1 - $\frac{1}{2}$ span & $\frac{1}{2}$ - 1 - $\frac{1}{2}$ bay model.

3. ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

3.1. Εισαγωγή στα νευρωνικά δίκτυα

3.1.1. Γενικές πληροφορίες

Σε αυτό το κεφάλαιο συζητείται εκτενώς ο τρόπος με τον οποίο λειτουργούν τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (artificial neural networks). Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα είναι υπολογιστικές δομές οι οποίες επεξεργάζονται πληροφορίες που λαμβάνουν, και με βάση αυτές τις πληροφορίες αποδίδουν τα ζητούμενα αποτελέσματα. Η μοντελοποίηση είναι τέτοια ώστε να προσομοιάζει καλά τη συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών εισόδου και των μεταβλητών εξόδου του νευρωνικού δικτύου, χωρίς όμως να παρέχει σαφείς και τεκμηριωμένες πληροφορίες αναφορικά με την πραγματική εξάρτηση των μεταβλητών εισόδου και των μεταβλητών εξόδου.

Η λειτουργία των τεχνητών νευρωνικών δικτύων (ΤΝΔ) βασίζεται στη λειτουργία του ανθρωπίνου εγκεφάλου, χρησιμοποιώντας μοντέλα του ανθρωπίνου εγκεφάλου τα οποία από τη βιολογία και τη νευροφυσιολογία. Συγκεκριμένα, τα ΤΝΔ έχουν εξοπλισθεί με χαρακτηριστικές ιδιότητες ανάλογες του εγκεφάλου, όπως είναι η ικανότητα απόκτησης νέας γνώσης μέσω εμπειρίας, η αποθήκευση της γνώσης αυτής και η γενίκευση της αποθηκευμένης γνώσης για περιπτώσεις εκτός αυτών που έχουν εισαχθεί στο ΤΝΔ ως δεδομένα. Έτσι, ισχύει για τα ΤΝΔ αυτό που είπε ο Σωκράτης για τον εαυτό του, δηλαδή «γηράσκω αεί διδασκόμενος», ή ισοδύναμα «είμαι μόνιμος μαθητής» [18].

Η χρήση των ΤΝΔ για την επίλυση προβλημάτων μηχανικής είναι σίγουρα μια ενδιαφέρουσα επιλογή, η οποία περιέχει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Ορισμένα σημαντικά πλεονεκτήματα των ΤΝΔ είναι τα ακόλουθα [19]:

1. Τα ΤΝΔ προκύπτουν από μία γενική μοντελοποίηση, η οποία δύναται να χειριστεί ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων, καθώς τα ΤΝΔ δε χρειάζονται κάποια αρχική γνώση της διαδικασίας, ή του φαινομένου, που μελετούν. Επομένως, ένα ΤΝΔ μπορεί να προβλέψει τη μέγιστη αντοχή των ενισχυμένων ελασμάτων μέσω των συντελεστών λυγηρότητας β και λ , χωρίς να απαιτείται η εισαγωγή γνώσεων φυσικής σε αυτό.
2. Τα ΤΝΔ μπορούν να προσφέρουν προσεγγιστικές λύσεις σε περίπλοκα και μη γραμμικά προβλήματα.
3. Σε περιπτώσεις όπου στα δεδομένα που εισάγονται υπάρχει θόρυβος, δηλαδή μια μικρή απόκλιση από τον τρόπο με τον οποίο εξαρτώνται οι μεταβλητές εξόδου από τις μεταβλητές εισόδου, τα ΤΝΔ είναι ισχυρά και μπορούν να ακολουθούν τη γενική μορφή της σχέσης εξάρτησης χωρίς να επηρεάζονται σημαντικά.
4. Ένα ΤΝΔ έχει τη δυνατότητα να υπολογίζει ταυτόχρονα αποτελέσματα για πολλές μεταβλητές εξόδου.
5. Η διαδικασία εκμάθησης των ΤΝΔ μιμείται τη διαδικασία μέσω της οποίας εκπαιδεύεται ο ανθρώπινος εγκέφαλος, πράγμα το οποίο βοηθά τους προγραμματιστές να κατανοήσουν καλύτερα κάποιες συμπεριφορές των ΤΝΔ.

Εκτός από πλεονεκτήματα, όμως, η εφαρμογή των ΤΝΔ εμπεριέχει και μειονεκτήματα, ορισμένα εκ των οποίων είναι τα ακόλουθα:

1. Δεν υπάρχει επαρκής καθοδήγηση σχετικά με τη βέλτιστη επιλογή της αρχιτεκτονικής των ΤΝΔ, οπότε οι προγραμματιστές καταλήγουν σε μια συγκεκριμένη αρχιτεκτονική είτε μετά από πλήθος δοκιμών είτε μετά από μελέτες, τις οποίες πρέπει να εκπονήσουν οι ίδιοι.
2. Στα ΤΝΔ υπάρχουν πολλές παράμετροι οι οποίες, αν πάρουν μεγάλες τιμές, ενδέχεται να εκπαιδεύσουν το νευρωνικό δίκτυο υπερβολικά, με αποτέλεσμα αυτό να προσαρμόζεται πολύ καλά στα συγκεκριμένα σημεία που έχουν εισαχθεί σε αυτό ως δεδομένα, αλλά να μην μπορεί να γενικεύσει και σε άλλα σημεία τη γνώση που του δίνουν τα δεδομένα αυτά. Η κατάσταση αυτή ονομάζεται “overfitting” και εξηγείται εκτενέστερα στο εδάφιο 3.1.4. Για την αποφυγή αυτής της κατάστασης επίσης δεν υπάρχει κάποια ξεκάθαρη καθοδήγηση, και οι προγραμματιστές πρέπει επίσης να εκτελέσουν δοκιμές για να διαπιστώσουν πότε αυτή αποφεύγεται και πότε όχι.
3. Ο εκπαιδευτικός αλγόριθμος ενδέχεται να περιοριστεί σε κάποιο τοπικό ελάχιστο της συνάρτησης κόστους, το οποίο είναι διαφορετικό από το ολικό ελάχιστο, με αποτέλεσμα η απόδοση του ΤΝΔ να μη βελτιωθεί στο μέγιστο δυνατό βαθμό. Αυτό είναι επίσης ένα φαινόμενο το οποίο ο προγραμματιστής δεν μπορεί να προβλέψει εκ των προτέρων.
4. Σε ορισμένα ΤΝΔ ενδέχεται να απαιτούνται μεγάλα χρονικά διαστήματα για την εκπαίδευση.
5. Τα βάρη (weights) και τα κατώφλια (biases) δεν έχουν φυσικό νόημα, πράγμα το οποίο καθιστά πιο δύσκολα κατανοητό τον τρόπο με τον οποίο οι τιμές αυτών επηρεάζουν την απόδοση του ΤΝΔ.

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, το πρόβλημα που επιλύεται είναι σχετικά απλό, καθώς δεν έχει πολλές μεταβλητές εισόδου και εξόδου. Επομένως, είναι λιγότερο περίπλοκο να εκτελεστούν οι ενέργειες μέσω των οποίων μπορούν να ξεπεραστούν τα μειονεκτήματα που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Επίσης, δεν υπάρχει κάποια αποδεδειγμένη μαθηματική σχέση η οποία συνδέει άμεσα τις μεταβλητές εισόδου με τις μεταβλητές εξόδου αυτού του προβλήματος, καθώς η εν λόγω εξάρτηση είναι πολύ περίπλοκη. Επομένως, μία μέθοδος η οποία αποτελείται από μία σειρά απλών αναλυτικών μαθηματικών σχέσεων και αποδίδει προσεγγιστικά τις τιμές της μεταβλητής εξόδου μέσω των μεταβλητών εισόδου είναι σίγουρα χρήσιμη. Για τους λόγους αυτούς, η χρήση ΤΝΔ στο συγκεκριμένο πρόβλημα θεωρείται ότι επιφέρει περισσότερα πλεονεκτήματα παρά μειονεκτήματα, και για αυτό επιλέγεται.

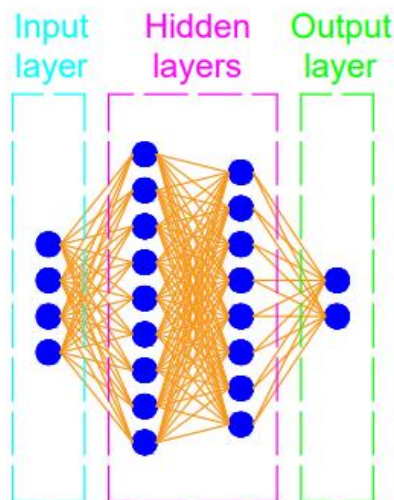
Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η κεντρική ιδέα γύρω από τα ΤΝΔ βασίζεται στον τρόπο με τον οποίο λειτουργούν τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα. Επομένως, είναι χρήσιμο να παρατεθούν ορισμένες βασικές πληροφορίες για τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα. Το θεμελιακό δομικό στοιχείο του ανθρωπίνου νευρικού συστήματος είναι ένα ζων κύτταρο, το οποίο καλείται «νευρώνας». Ο κάθε νευρώνας λαμβάνει σήματα από άλλους νευρώνες ή από εξωτερικά ερεθίσματα που δέχεται ο οργανισμός, και αντιστοίχως μεταφέρει αυτά τα σήματα σε άλλους νευρώνες ή σε καταληκτικούς βολβούς των οργάνων του ανθρωπίνου σώματος. Το κεντρικό μέρος του νευρώνα ονομάζεται κυτταρικό σώμα και μέσα σε αυτό αποθηκεύονται οι πληροφορίες από όλα τα σήματα που λαμβάνει ο νευρώνας. Ο κάθε νευρώνας συνδέεται με τους άλλους νευρώνες μέσω διασυνδέσεων, οι οποίες καλούνται συνάψεις. Μέσω των συνάψεων επιτυγχάνεται η μεταφορά των σημάτων από τον ένα νευρώνα στον άλλο. Ο ανθρωπίνος εγκέφαλος έχει κατά προσέγγιση $1.5 \cdot 10^{10}$

νευρώνες διαφόρων μορφών, ενώ ο κάθε νευρώνας λαμβάνει σήματα από περίπου 10^4 συνάψεις. Είναι προφανές, όμως, ότι στην περίπτωση των ΤΝΔ οι αριθμοί των νευρώνων και των συνάψεων είναι πολύ μικρότεροι, ειδικά σε προβλήματα όπως αυτό που μελετάται σε αυτήν την εργασία, όπου οι μεταβλητές εισόδου και οι μεταβλητές εξόδου είναι πολύ λίγες.

Πολλά από τα χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν παραπάνω εντοπίζονται και στον τρόπο λειτουργίας των ΤΝΔ. Συγκεκριμένα, τα ΤΝΔ αποτελούνται επίσης από νευρώνες, καθένας από τους οποίους έχει αποθηκευμένη μέσα του μία αριθμητική τιμή (δηλαδή μία πληροφορία). Οι νευρώνες αυτοί συνδέονται μεταξύ τους μέσω διασυνδέσεων, οι οποίες ονομάζονται βάρη (weights), και είναι αντίστοιχες με τις συνάψεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως για τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα. Μέσω των βαρών αυτών μεταφέρονται τα σήματα μεταξύ των νευρώνων, οπότε επαγωγικά προκύπτει μια μεταφορά πληροφορίας από τους νευρώνες εισόδου προς τους νευρώνες εξόδου, μέσω όλων των ενδιάμεσων νευρώνων και βαρών. Στα ΤΝΔ, το κάθε δεδομένο που εισάγεται περιέχουν την τιμή που πρέπει να έχει μία μεταβλητή εξόδου, για συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών εισόδου. Αυτές οι επιθυμητές τιμές που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών εισόδου, ονομάζονται «στόχοι» (targets). Το ΤΝΔ, λοιπόν, εκπαιδεύεται διαρκώς κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι πληροφορίες που μεταφέρονται μέσω αυτού στους νευρώνες εξόδου να είναι όσο πιο κοντά γίνεται σε αυτούς τους στόχους. Περισσότερα σχετικά με την δομή και την εκπαίδευση των ΤΝΔ αναφέρονται στα επόμενα εδάφια.

3.1.2. Αρχιτεκτονική ενός νευρωνικού δικτύου

Σε αυτό το εδάφιο εξηγείται καλύτερα η αρχιτεκτονική ενός ΤΝΔ, ώστε να γίνει καλύτερα κατανοητός ο τρόπος λειτουργίας των ΤΝΔ. Στην [εικόνα 3.1](#) που ακολουθεί παρατίθεται μια τυπική αρχιτεκτονική ενός ΤΝΔ.



Εικόνα 3.1: Αρχιτεκτονική ενός τυχαίου ΤΝΔ.

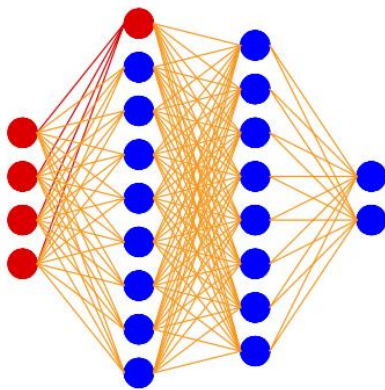
Όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα, οι νευρώνες του ΤΝΔ είναι ταξινομημένοι σε υποομάδες, οι οποίες ονομάζονται «στρώματα». Οι νευρώνες που ανήκουν στο ίδιο στρώμα τοποθετούνται στην ίδια κατακόρυφο. Τα στρώματα αυτά χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες: το 1^ο στρώμα, το οποίο ονομάζεται στρώμα εισόδου (input layer), το τελευταίο στρώμα, το οποίο ονομάζεται στρώμα

εξόδου (output layer) και τα ενδιάμεσα στρώματα, τα οποία ονομάζονται κρυμμένα στρώματα (hidden layers). Ο αριθμός των νευρώνων στο στρώμα εισόδου είναι ίσος με τον αριθμό των μεταβλητών εισόδου και ο αριθμός των νευρώνων στο στρώμα εξόδου είναι ίσος με τον αριθμό των μεταβλητών εξόδου. Ωστόσο, ο αριθμός νευρώνων του κάθε κρυμμένου στρώματος δεν είναι γνωστός εκ των προτέρων, αλλά επιλέγεται ελεύθερα από τον προγραμματιστή. Το στρώμα εισόδου είναι πάντα ακριβώς ένα στον αριθμό, και το ίδιο ισχύει και για το στρώμα εξόδου. Ωστόσο, σε ό,τι αφορά στον αριθμό των κρυμμένων στρωμάτων δεν υπάρχει κανένας περιορισμός, αλλά ο αριθμός αυτός αποτελεί επίσης μία παράμετρο που επιλέγεται από τον προγραμματιστή.

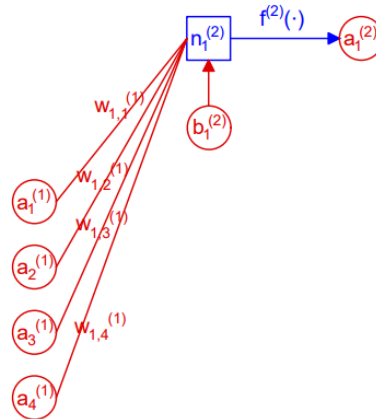
Η πληροφορία που περιέχεται μέσα σε έναν νευρώνα του στρώματος εισόδου αντιστοιχεί στην αριθμητική τιμή μίας μεταβλητής εισόδου. Επίσης, όπως φαίνεται στην [εικόνα 3.1](#), ο κάθε νευρώνας ενός στρώματος συνδέεται μέσω συνάψεων με όλους τους νευρώνες του προηγούμενου στρώματος και με όλους τους νευρώνες του επόμενου στρώματος, ενώ δε συνδέονται με νευρώνες του ίδιου στρώματος, ή με νευρώνες από άλλα στρώματα. Με τον τρόπο αυτό, οι πληροφορίες που εισάγονται στο νευρωνικό δίκτυο (τιμές των μεταβλητών εισόδου) μεταφέρονται μεταξύ των στρωμάτων νευρώνων με φορά από τα αριστερά προς τα δεξιά, οπότε το ΤΝΔ που μελετάται είναι πρόσω τροφοδοτούμενο (feed forward neural network). Με βάση αυτές τις πληροφορίες τελικώς προκύπτουν οι τιμές των μεταβλητών εξόδου. Στη συνέχεια, οι τιμές των μεταβλητών εξόδου που προκύπτουν μέσα από το ΤΝΔ συγκρίνονται με τους αντίστοιχους «στόχους», ώστε να αξιολογηθεί το πόσο καλά αποδίδει το ΤΝΔ στην παρούσα κατάσταση. Η σύγκριση αυτή των τιμών των μεταβλητών εξόδου ποσοτικοποιείται μέσω μιας συνάρτησης κόστους, και ανάλογα με την τιμή της συνάρτησης κόστους μεταβάλλονται τα βάρη και τα κατώφλια, τώρα όμως με αντίθετη φορά, δηλαδή με φορά από δεξιά προς τα αριστερά (back-propagation). Έπειτα, η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για τις νέες τιμές των βαρών και των κατωφλίων, κατά τρόπο τέτοιο ώστε να επιδιώκεται η διαρκής βελτίωση της απόδοσης του ΤΝΔ.

3.1.3. Μαθηματικό υπόβαθρο

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, οι πληροφορίες που εισάγονται στους νευρώνες εισόδου του ΤΝΔ μεταφέρονται με φορά από αριστερά προς τα δεξιά, έτσι ώστε να προκύψουν από αυτές τις πληροφορίες οι τιμές των μεταβλητών εξόδου. Σε αυτό το εδάφιο πρόκειται να εξηγηθούν οι μαθηματικές σχέσεις μέσω των οποίων επιτυγχάνεται αυτή η πρόσω τροφοδότηση. Η επεξήγηση αυτή πρόκειται να γίνει μέσω ενός παραδείγματος. Συγκεκριμένα, θα εξηγηθεί ο τρόπος με τον οποίο προκύπτει η αριθμητική τιμή που περιέχεται μέσα στον 1^ο νευρώνα του 1^{ου} κρυμμένου στρώματος, από τις τιμές που έχουν εισαχθεί στους νευρώνες εισόδου, στο ΤΝΔ που απεικονίζεται στην [εικόνα 3.1](#). Το τμήμα αυτό που πρόκειται να μελετηθεί απεικονίζεται με κόκκινο χρώμα στην [εικόνα 3.2α](#) που ακολουθεί, ενώ στην [εικόνα 3.2β](#) εξηγείται σχηματικά η μαθηματική διαδικασία μέσω της οποίας επιτυγχάνεται η πρόσω τροφοδότηση.



Εικόνα 3.2α: Τμήμα του ΤΝΔ



Εικόνα 3.2β: Σχήμα της πρόσω τροφοδότησης

Οι αριθμητικές τιμές που περιέχονται μέσα στους νευρώνες συμβολίζονται με μεταβλητές της μορφής $a_j^{(i)}$, όπου:

- Ο εκθέτης (i) δηλώνει τον αριθμό του στρώματος στον οποίο βρίσκεται ο νευρώνας που περιέχει την τιμή $a_j^{(i)}$ (όπου όλα τα στρώματα αριθμούνται από αριστερά προς τα δεξιά, με το στρώμα υπ' αριθμόν 1 να είναι το στρώμα εισόδου) και
- Ο δείκτης j δηλώνει τον αριθμό του νευρώνα του στρώματος αυτού.

Τα βάρη (weights) των συνάψεων μεταξύ των νευρώνων δύο διαδοχικών στρωμάτων συμβολίζονται με μεταβλητές της μορφής $w_{j,k}^{(i)}$, όπου:

- Ο εκθέτης (i) δηλώνει τον αριθμό του στρώματος από όπου αρχίζει η σύναψη των δύο νευρώνων,
- Ο πρώτος δείκτης j δηλώνει τον αριθμό του νευρώνα του στρώματος όπου τελειώνει η σύναψη (δηλαδή του στρώματος $i+1$) και
- Ο δεύτερος δείκτης k δηλώνει τον αριθμό του νευρώνα του στρώματος από όπου αρχίζει η σύναψη (δηλαδή του στρώματος i).

Τα κατώφλια (biases), τα οποία εφαρμόζονται στους νευρώνες όλων των στρωμάτων εξαιρουμένου του στρώματος εισόδου, συμβολίζονται με μεταβλητές της μορφής $b_j^{(i)}$, όπου:

- Ο εκθέτης (i) δηλώνει τον αριθμό του στρώματος στον οποίο βρίσκεται ο εκάστοτε νευρώνας και
- Ο δείκτης j δηλώνει τον αριθμό του εκάστοτε νευρώνα.

Τα βάρη $w_{j,k}^{(i)}$ και τα κατώφλια $b_j^{(i)}$ είναι αδιάστατες αριθμητικές παράμετροι οι οποίες δεν έχουν φυσικό νόημα. Ωστόσο, οι τιμές αυτών επηρεάζουν τις τιμές $a_j^{(i)}$ που αποθηκεύονται στους νευρώνες των κρυμμένων στρωμάτων, και τελικώς και αυτές που αποθηκεύονται στους νευρώνες εξόδου. Επομένως, οι τιμές που λαμβάνουν τα βάρη και τα κατώφλια καθορίζουν την απόδοση του ΤΝΔ. Για το λόγο αυτό, κατά την εκπαίδευση του ΤΝΔ οι τιμές που μεταβάλλονται είναι οι τιμές των βαρών και των κατωφλίων, καθώς αυτές αποτελούν και την τεχνητή «νοημοσύνη» που κατέχει το ΤΝΔ.

Στη συνέχεια, για τον κάθε νευρώνα των κρυμμένων στρωμάτων και των στρωμάτων εξόδου υπολογίζεται ένα άθροισμα, το οποίο συμβολίζεται με μία μεταβλητή της μορφής $n_j^{(i)}$, όπου ο εκθέτης (i) και ο δείκτης j ορίζονται όπως και στην περίπτωση των μεταβλητών $b_j^{(i)}$. Στην περίπτωση του παραδείγματος του ΤΝΔ που παρατίθεται στην [εικόνα 3.2α](#), το άθροισμα αυτό που αντιστοιχεί στον 1^ο νευρώνα του 1^{ου} κρυμμένου στρώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$n_1^{(2)} = a_1^{(1)} \cdot w_{1,1}^{(1)} + a_2^{(1)} \cdot w_{1,2}^{(1)} + a_3^{(1)} \cdot w_{1,3}^{(1)} + a_4^{(1)} \cdot w_{1,4}^{(1)} + b_1^{(2)} \quad (3.1)$$

Η παραπάνω σχέση φυσικά δεν εφαρμόζεται μόνο για την ειδική περίπτωση που παρουσιάζεται στην [εικόνα 3.2α](#), αλλά μπορεί να γενικευτεί για οποιαδήποτε άλλη περίπτωση. Έτσι, το ζητούμενο άθροισμα που αντιστοιχεί στον νευρώνα j του στρώματος (i), υπολογίζεται ως εξής:

$$n_j^{(i)} = \sum_{k=1}^{N^{(i-1)}} a_k^{(i-1)} \cdot w_{j,k}^{(i-1)} + b_j^{(i)} \quad (3.2)$$

Τέλος, το άθροισμα αυτό που υπολογίζεται για τον εκάστοτε νευρώνα εισέρχεται ως όρισμα σε μία συνάρτηση, η οποία ονομάζεται συνάρτηση μεταφοράς (transfer function). Ο σκοπός αυτής της συνάρτησης είναι η εισαγωγή μη γραμμικών συμπεριφορών στο ΤΝΔ, ώστε αυτό να μπορεί να αποδίδει καλά σε προβλήματα που είναι πολύ περίπλοκα. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, η συνάρτηση μεταφοράς πρόκειται να είναι κοινή για όλους τους νευρώνες του ίδιου στρώματος, ενώ τα διαφορετικά στρώματα μπορούν να έχουν διαφορετικές συναρτήσεις μεταφοράς. Επομένως, η συνάρτηση μεταφοράς του στρώματος (i) συμβολίζεται ως $f^{(i)}(\cdot)$. Το αποτέλεσμα που προκύπτει όταν εφαρμόζεται η συνάρτηση μεταφοράς $f^{(i)}(\cdot)$ στο όρισμα $n_j^{(i)}$ είναι η αριθμητική τιμή που τελικώς αποθηκεύεται στον νευρώνα j του στρώματος (i). Άρα, στο παράδειγμα της [εικόνας 3.2α](#), η τιμή που αποθηκεύεται στον 1^ο νευρώνα του 1^{ου} κρυμμένου στρώματος λαμβάνεται ως εξής:

$$a_1^{(2)} = f^{(2)}(n_1^{(2)}) \quad (3.3)$$

όπου η τιμή $n_1^{(2)}$ λαμβάνεται από τη [σχέση \(3.1\)](#), ενώ η [σχέση \(3.3\)](#) γενικεύεται ως εξής:

$$a_j^{(i)} = f^{(i)}(n_j^{(i)}) \quad (3.4)$$

όπου η τιμή $n_j^{(i)}$ λαμβάνεται από τη [σχέση \(3.2\)](#).

Είναι προφανές ότι με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται και οι τιμές $a_j^{(i)}$ που αντιστοιχούν στους υπόλοιπους νευρώνες του 1^{ου} κρυμμένου στρώματος, και στη συνέχεια από τις τιμές αυτές υπολογίζονται με τον ίδιο τρόπο και οι τιμές $a_j^{(i)}$ των νευρώνων όλων των επόμενων στρωμάτων. Στη συνέχεια, για κάθε νευρώνα του στρώματος εξόδου υπολογίζεται η διαφορά της τιμής $a_j^{(i)}$ που αντιστοιχεί στο νευρώνα αυτό μείον την τιμή που έχει οριστεί ως «στόχος» για το νευρώνα αυτό (έστω $t_j^{(i)}$). Οι διαφορές αυτές υποδεικνύουν το πόσο κοντά βρίσκονται οι τιμές $a_j^{(i)}$, τις οποίες εξάγει το ΤΝΔ, στις τιμές $t_j^{(i)}$, οι οποίες είναι οι επιθυμητές, και καθορίζουν το μέγεθος των μεταβολών των βαρών και των κατωφλιών.

Οι μαθηματικές [σχέσεις \(3.1\) – \(3.4\)](#) μπορούν να γραφούν σε μία ενιαία σχέση, η οποία περιέχει τα βάρη, τα κατώφλια και τις τιμές που αποθηκεύονται μέσα στους νευρώνες υπό τη μορφή πινάκων και διανυσμάτων. Για το παράδειγμα του ΤΝΔ που απεικονίζεται στην [εικόνα 3.1](#), η σχέση αυτή είναι η ακόλουθη:

$$\mathbf{a}^{(4)} = f^{(4)}(\mathbf{W}^{(3)} \cdot f^{(3)}(\mathbf{W}^{(2)} \cdot f^{(2)}(\mathbf{W}^{(1)} \cdot \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)}) + \mathbf{b}^{(3)}) + \mathbf{b}^{(4)} \quad (3.5)$$

όπου:

- Το διάνυσμα $\mathbf{a}^{(1)}$ αποτελείται από 4 γραμμές και 1 στήλη,
- Ο πίνακας $\mathbf{W}^{(1)}$ αποτελείται από 9 γραμμές και 4 στήλες,
- Το διάνυσμα $\mathbf{b}^{(2)}$ αποτελείται από 9 γραμμές και 1 στήλη,
- Ο πίνακας $\mathbf{W}^{(2)}$ αποτελείται από 8 γραμμές και 9 στήλες,
- Το διάνυσμα $\mathbf{b}^{(3)}$ αποτελείται από 8 γραμμές και 1 στήλη,
- Ο πίνακας $\mathbf{W}^{(3)}$ αποτελείται από 2 γραμμές και 8 στήλες,
- Το διάνυσμα $\mathbf{b}^{(4)}$ αποτελείται από 2 γραμμές και 1 στήλη και
- Το διάνυσμα $\mathbf{a}^{(4)}$ αποτελείται από 2 γραμμές και 1 στήλη.

Η τελευταία σχέση μπορεί να γενικευτεί επαγωγικά για όλα τα ΤΝΔ.

Σε ό,τι αφορά στις συναρτήσεις μεταφοράς, σε γενικές γραμμές δεν υπάρχει κάποιος ισχυρός κανόνας που επιδεικνύει ποια συνάρτηση μεταφοράς είναι καλύτερο να επιλεγεί σε ποια περίπτωση. Ωστόσο, σε πολλές περιπτώσεις η φύση του προβλήματος που πρόκειται να επιλυθεί κατευθύνει κατά κάποιο τρόπο τον προγραμματιστή σχετικά με την επιλογή της συνάρτησης μεταφοράς. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ενός ΤΝΔ του οποίου το αποτέλεσμα αναμένεται να έχει δυαδικό τύπο (π.χ. τιμή 0 αν δεν ικανοποιείται μία συνθήκη και τιμή 1 αν ικανοποιείται), τότε ίσως είναι καλύτερο να χρησιμοποιηθεί μια συνάρτηση μεταφοράς όπως η Hard Limit Function, η οποία ορίζεται ως εξής [5]:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{για } x < 0 \\ 1, & \text{για } x \geq 0 \end{cases}$$

Ομοίως, αν οι ζητούμενες ποσότητες είναι αριθμητικές τιμές, ίσως είναι καλύτερη η χρήση σιγμοειδών ή γραμμικών συναρτήσεων μεταφοράς. Περισσότερα σχετικά με τις συναρτήσεις μεταφοράς και τους λόγους που οδηγούν στην επιλογή τους παρατίθενται στην παράγραφο 3.4, όπου γίνεται επιλογή των συναρτήσεων μεταφοράς για το ΤΝΔ που δημιουργείται σε αυτήν την εργασία.

3.1.4. Διαχωρισμός των δεδομένων

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, τα ΤΝΔ είναι υπολογιστικές δομές οι οποίες χρειάζονται κάποια δεδομένα για να λειτουργήσουν. Τα δεδομένα αυτά εισέρχονται στα ΤΝΔ υπό τη μορφή ζευγών πληροφοριών εισόδου – εξόδου. Συγκεκριμένα, στο ΤΝΔ εισέρχεται ένα διάνυσμα εισόδου, και ταυτόχρονα εισέρχεται το διάνυσμα εξόδου που αναμένεται να προκύψει από αυτό το διάνυσμα εισόδου. Με αυτόν τον τρόπο, το ΤΝΔ αντιλαμβάνεται τη συσχέτιση που έχουν οι μεταβλητές εισόδου με τις μεταβλητές εξόδου και προσπαθεί μέσω της διαδικασίας της εκπαίδευσης να ρυθμίσει τις παραμέτρους του (βάρη και κατώφλια) έτσι ώστε τα αποτελέσματα των διανυσμάτων εξόδου που υπολογίζει το νευρωνικό δίκτυο να έχουν τη μεγαλύτερη δυνατή συσχέτιση με τα αντίστοιχα διανύσματα εξόδου που έχουν εισαχθεί στο ΤΝΔ ως δεδομένα.

Για τη σωστή αξιολόγηση της εκπαίδευσης του ΤΝΔ, αυτά τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου δε χρησιμοποιούνται όλα με τον ίδιο τρόπο, αλλά διαιρούνται σε επιμέρους υποομάδες (sets), καθεμία από τις οποίες εξυπηρετεί σε διαφορετικό σκοπό. Οι υποομάδες στις οποίες χωρίζονται αυτά τα ζεύγη είναι τρεις: η υποομάδα των ζευγών που χρησιμοποιούνται αμιγώς για την

εκπαίδευση του TND (training set), η υποομάδα των ζευγών που χρησιμοποιούνται για την επικύρωση (ή βελτιστοποίηση) της εκπαίδευσης του TND (validation set) και η υποομάδα των ζευγών που χρησιμοποιούνται αμιγώς για τον έλεγχο της απόδοσης του TND (test set).

Το training set είναι η υποομάδα των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του TND. Συγκεκριμένα, η μεταβολή των τιμών των βαρών και των κατωφλίων, με στόχο τη βελτίωση των αποτελεσμάτων που παρέχει το TND, γίνεται με μοναδικό γνώμονα τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου που περιέχονται στο training set. Η υποομάδα αυτή περιέχει το μεγαλύτερο αριθμό των ζευγών σε σχέση με τις άλλες δύο ομάδες, συγκεκριμένα γύρω στο 70%, με την αναλογία αυτή να μπορεί να ρυθμιστεί ελεύθερα από το χρήστη. Αυτό είναι λογικό, διότι όταν η εκπαίδευση του TND βασίζεται σε μεγάλο αριθμό δεδομένων, το TND μπορεί να προσεγγίσει με μεγαλύτερη ακρίβεια τη συσχέτιση ανάμεσα στις μεταβλητές εισόδου και στις μεταβλητές εξόδου.

Το test set είναι η υποομάδα των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που χρησιμοποιούνται αποκλειστικά για τον έλεγχο της απόδοσης του TND, μετά από την εκπαίδευσή του. Συγκεκριμένα, το test set περιέχει ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου, τα οποία είναι διαφορετικά από αυτά που περιέχονται στο training set, έτσι ώστε να αξιολογηθεί αν το εκπαιδευμένο TND μπορεί να δώσει ακριβή αποτελέσματα και στην περίπτωση συνδυασμών εισόδου-εξόδου που θεωρούνται άγνωστοι για αυτό. Όπως είναι προφανές, το test set δε συμμετέχει στην ανανέωση των τιμών των βαρών και των κατωφλίων, ενώ επίσης δεν επηρεάζει τη διαδικασία της εκπαίδευσης με κανέναν άλλο τρόπο.

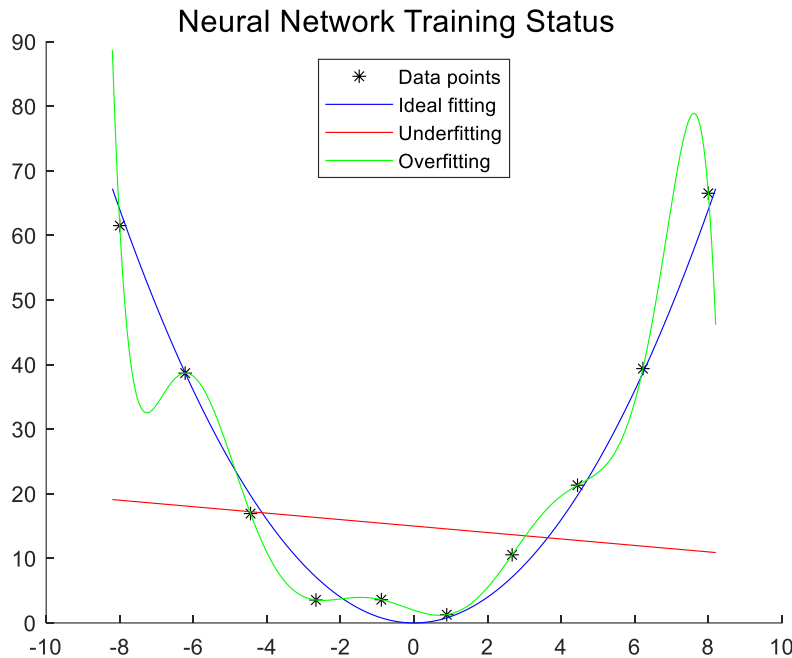
Σε ό,τι αφορά στο ρόλο του validation set, για να γίνει αυτός ευκολότερα κατανοητός θα αναφερθούν προηγουμένως ορισμένες καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρεθεί η εκπαίδευση του TND. Σε ό,τι αφορά στην εκπαίδευση του TND, η ιδανική κατάσταση που επιδιώκει να επιτύχει ο προγραμματιστής είναι η κατάσταση στην οποία το TND έχει αποκωδικοποιήσει με ακρίβεια τη σύνδεση που υπάρχει μεταξύ των μεταβλητών εισόδου και των μεταβλητών εξόδου και μπορεί να εφαρμόσει αυτήν τη σύνδεση για να εξάγει ακριβή αποτελέσματα των μεταβλητών εξόδου όχι μόνο στα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου του training set, αλλά στα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου όλων των υποομάδων. Η κατάσταση αυτή στο εξής θα αναφέρεται ως "ideal fitting". Ωστόσο, υπάρχουν επιπλέον δύο καταστάσεις του TND, οι οποίες δεν είναι επιθυμητές και πρέπει να αποφεύγονται. Η μία κατάσταση αναφέρεται σε ανεπαρκή εκπαίδευση του TND και στο εξής θα αναφέρεται ως "underfitting", ενώ η άλλη κατάσταση αναφέρεται σε υπερβολική εκπαίδευση του TND και στο εξής θα αναφέρεται ως "overfitting".

Η κατάσταση "underfitting" συμβαίνει όταν τα ζεύγη πληροφοριών που εισάγονται στο TND δεν είναι επαρκή, ή όταν ο αριθμός επαναλήψεων εκτέλεσης του αλγορίθμου είναι ανεπαρκής. Όταν η εκπαίδευση του TND βρίσκεται σε αυτήν την κατάσταση, το TND δεν παρέχει αξιόπιστα αποτελέσματα σε καμία από τις υποομάδες, δηλαδή εμφανίζει μια γενική αδυναμία να προσαρμοστεί καλά στα δεδομένα που έχουν εισαχθεί σε αυτό. Αυτό το πρόβλημα συνήθως ξεπερνιέται είτε με την εισαγωγή περισσότερων δεδομένων στο TND, είτε με εκτέλεση του αλγορίθμου για μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων.

Η κατάσταση "overfitting" συμβαίνει όταν τα ζεύγη πληροφοριών που εισάγονται στο TND δεν είναι επαρκή, αλλά ο αριθμός επαναλήψεων εκτέλεσης του αλγορίθμου είναι μεγάλος. Όταν η εκπαίδευση του TND βρίσκεται σε αυτήν την κατάσταση, το TND παρέχει πολύ αξιόπιστα αποτελέσματα στην υποομάδα εκπαίδευσης, αλλά δεν παρέχει αξιόπιστα αποτελέσματα στις υπόλοιπες υποομάδες. Με άλλα λόγια, στην κατάσταση "overfitting" το TND αδυνατεί να αποκωδικοποιήσει τη γενικότερη σχέση εξάρτησης μεταξύ των μεταβλητών εισόδου και των μεταβλητών εξόδου, αλλά αντί αυτού προσαρμόζεται υπερβολικά πολύ στα ζεύγη πληροφοριών του

training set, τα οποία γίνονται γνωστά σε αυτό, και δεν μπορεί να γενικευτεί αποτελεσματικά και για τα ζεύγη πληροφοριών των υπόλοιπων sets, τα οποία δεν είναι γνωστά σε αυτό.

Στην [εικόνα 3.3](#) που ακολουθεί απεικονίζονται σχηματικά οι τρεις καταστάσεις εκπαίδευσης του ΤΝΔ που αναφέρθηκαν προηγουμένως, για το παράδειγμα της προσέγγισης μιας πολυωνυμικής συνάρτησης.



Εικόνα 3.3: Καταστάσεις εκπαίδευσης ενός ΤΝΔ.

Συγκεκριμένα, αν δημιουργούνταν ένα ΤΝΔ με σκοπό να προσεγγίσει τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου που απεικονίζονται μέσω των μαύρων σημείων, τα οποία προσεγγίζονται ιδανικά από την πολυωνυμική συνάρτηση 2^{ου} βαθμού $f(x) = x^2$ (μπλε γραμμή), τότε αυτή η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στην κατάσταση “ideal fitting”. Η καμπύλη που προκύπτει από την πολυωνυμική συνάρτηση 1^{ου} βαθμού (κόκκινη γραμμή) αντιστοιχεί στην κατάσταση “underfitting”, καθώς αναφέρεται σε ένα μοντέλο που δεν έχει εκπαιδευτεί σωστά ώστε να προσαρμοστεί ικανοποιητικά στα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου που έχουν δοθεί σε αυτό. Η καμπύλη που προκύπτει από την πολυωνυμική συνάρτηση μεγαλύτερου βαθμού (πράσινη γραμμή) αντιστοιχεί στην κατάσταση “overfitting”, καθώς αναφέρεται σε ένα μοντέλο το οποίο έχει εκπαιδευτεί σε υπερβολικό βαθμό για συγκεκριμένα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου, αλλά αδυνατεί να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα για ζεύγη πληροφοριών διαφορετικά από αυτά.

Με βάση τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, είναι πλέον ευκολότερος ο προσδιορισμός του ρόλου του validation set. Συγκεκριμένα, η υποομάδα αυτή περιέχει ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου, διαφορετικά από αυτά που περιέχονται στο training set, και η τιμή της συνάρτησης κόστους που προκύπτει για αυτήν την υποομάδα χρησιμοποιείται ως αναφορά για τον έλεγχο (ή και τη βελτιστοποίηση) του τρόπου εκπαίδευσης του ΤΝΔ, κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης του ΤΝΔ. Για παράδειγμα, υπάρχουν ΤΝΔ στα οποία υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης κόστους σε κάθε επανάληψη, και όταν αυτή αυξάνεται μεταβάλλονται ορισμένες υπερ-παραμέτροι του ΤΝΔ, όπως οι αριθμοί των νευρώνων που περιέχονται σε κάθε στρώμα [20]. Ένας άλλος σκοπός τον οποίο εξυπηρετεί το validation set είναι η αποτροπή της κατάστασης “overfitting” κατά την εκπαίδευση του ΤΝΔ. Συγκεκριμένα, η τιμή της συνάρτησης κόστους μειώνεται καθ’ όλη τη διάρκεια της εκπαίδευσης

του TND στο training set, όμως δεν ισχύει το ίδιο για το validation set. Έτσι, όταν από έναν αριθμό επαναλήψεων και μετά η τιμή της συνάρτησης κόστους δε μειώνεται σε σχέση με την ελάχιστη τιμή που έχει καταγραφεί, και αυτό το φαινόμενο συνεχίζεται για μεγάλο χρονικό διάστημα, αυτό ίσως αποτελεί μία ένδειξη ότι το TND βρίσκεται πλέον σε κατάσταση “overfitting”, οπότε η περαιτέρω συνέχιση της εκπαίδευσης δεν αναμένεται να βελτιώσει την απόδοση του TND. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας δεν υπάρχουν υπερ-παράμετροι των οποίων οι τιμές μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης του TND, καθώς η αρχιτεκτονική του TND (αριθμός στρωμάτων και αριθμός νευρώνων σε κάθε στρώμα) ορίζεται από πριν ξεκινήσει η εκπαίδευση και παραμένει σταθερή. Επομένως, στα πλαίσια αυτής της εργασίας το validation set χρησιμεύει στην προστασία του TND από την κατάσταση “overfitting”.

Σε γενικές γραμμές, το validation set και το test set εξυπηρετούν σε παρόμοιους σκοπούς. Η βασική ομοιότητα αυτών των δύο υποομάδων είναι ότι περιέχουν ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου τα οποία είναι άγνωστα ως προς το TND (σε αντίθεση με τα ζεύγη πληροφοριών του training set, τα οποία θεωρούνται γνωστά για το TND). Η βασική διαφορά αυτών των δύο υποομάδων είναι ότι το validation set υπό προϋποθέσεις επηρεάζει τις ιδιότητες του TND με έμμεσο τρόπο, ενώ το test set δεν επηρεάζει τις ιδιότητες του TND με κανέναν τρόπο. Σε ορισμένες περιπτώσεις η ύπαρξη του validation set δεν είναι απαραίτητη, οπότε είναι δυνατόν οι δύο αυτές υποομάδες να συγχωνευτούν σε μία έννοια (η οποία είναι το test set).

Αξίζει να επισημανθεί το γεγονός ότι όλες οι υποομάδες που αναφέρθηκαν παραπάνω εκτελούν τις λειτουργίες τους όχι μόνο μία φορά, αλλά με πολλές επαναλήψεις. Συγκεκριμένα, σε κάθε επανάληψη της εκτέλεσης του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt το TND όλα τα βάρη και τα κατώφλια μεταβάλλονται μία φορά, με γνώμονα τα ζεύγη πληροφοριών του training set. Επίσης, υπολογίζονται ορισμένα μεγέθη για όλες τις υποομάδες, όπως η τιμή της συνάρτησης κόστους και ο συντελεστής συσχέτισης, για τις τιμές των βαρών και των κατωφλίων που έχει το TND σε εκείνη την επανάληψη. Ωστόσο, μία επανάληψη δεν είναι αρκετή για την επιτυχή εκπαίδευση του TND, οπότε η παραπάνω διαδικασία είναι αναγκαίο να εκτελεστεί περισσότερες από μία φορές. Έτσι, ο αλγόριθμος εκτελείται σε πολλές επαναλήψεις, οπότε τα βάρη και τα κατώφλια μεταβάλλονται περισσότερες από μία φορές και αντιστοίχως οι τιμές όλων των μεγεθών που υπολογίζονται, καταγράφονται για όλες τις επαναλήψεις. Αυτές οι επαναλήψεις εκτέλεσης του αλγορίθμου ονομάζονται “epochs”.

3.2. Αλγόριθμος εκπαίδευσης

3.2.1. Άλλοι αλγόριθμοι εκπαίδευσης

Σε αυτήν την παράγραφο πρόκειται να εξηγηθεί ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την ενημέρωση των βαρών και των κατωφλιών του ΤΝΔ, η οποία διαδικασία αποτελεί την εκπαίδευση του ΤΝΔ. Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης που επιλέχθηκε είναι ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt, ο οποίος πρόκειται να αναλυθεί στο επόμενο εδάφιο. Ωστόσο, ο αλγόριθμος αυτός συνδυάζει τα χαρακτηριστικά άλλων εκπαιδευτικών αλγορίθμων, κατά τρόπο τέτοιο ώστε να επιλύονται τα μειονεκτήματα των αλγορίθμων αυτών και να βελτιώνεται η απόδοση της εκπαίδευσης. Επομένως, για να γίνει πιο κατανοητός ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt, κρίνεται σκόπιμο πρωτίστως να εξηγηθούν οι υπόλοιποι αλγόριθμοι, των οποίων ο συνδυασμός οδηγεί στον αλγόριθμο Levenberg-Marquardt. Η ανάλυση αυτών των αλγορίθμων είναι και το αντικείμενο αυτού του εδαφίου.

Ένας αλγόριθμος εκπαίδευσης που χρησιμοποιείται στα ΤΝΔ είναι ο αλγόριθμος steepest descent. Στα πλαίσια αυτού του αλγορίθμου, αρχικά ορίζεται μία συνάρτηση κόστους $F(\mathbf{x})$. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, η συνάρτηση κόστους επιλέχθηκε να είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mean squared error), οπότε ορίζεται ως εξής:

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{Q} \cdot \sum_{q=1}^Q \mathbf{e}_q^T \cdot \mathbf{e}_q \quad (3.6)$$

όπου:

- \mathbf{x} είναι ένα διάνυσμα-στήλη που περιέχει όλα τα βάρη $w_{j,k}^{(i)}$ και όλα τα κατώφλια $b_j^{(i)}$ του ΤΝΔ,
- Q είναι ο αριθμός των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που περιέχονται στην εκάστοτε υποομάδα (training set, validation set ή test set),
- \mathbf{e}_q είναι ένα διάνυσμα το οποίο περιέχει τα σφάλματα μεταξύ των «στόχων» και των τιμών που υπολογίζει το ΤΝΔ, για όλα τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου και για όλες τις μεταβλητές εξόδου και
- \mathbf{e}_q^T είναι το ανάστροφο διάνυσμα του \mathbf{e}_q .

Το διάνυσμα \mathbf{e}_q αποτελείται από N γραμμές και 1 στήλη, όπου ο αριθμός N προκύπτει ως εξής:

$$N = S^{(M)} \quad (3.7)$$

όπου:

- Ο εκθέτης (M) δηλώνει το συνολικό αριθμό των στρωμάτων στο ΤΝΔ και
- Η μεταβλητή $S^{(M)}$ ισούται με τον αριθμό νευρώνων στο στρώμα υπ' αριθμόν M (δηλαδή στο τελευταίο στρώμα, που είναι το στρώμα εξόδου).

Επομένως, το διάνυσμα \mathbf{e}_q^T αποτελείται από 1 γραμμή και N στήλες.

Το διάνυσμα \mathbf{e}_q ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{e}_q = \mathbf{t}_q - \mathbf{a}_q \quad (3.8)$$

όπου:

- \mathbf{t}_q είναι ένα διάνυσμα $S^{(M)}$ γραμμών και 1 στήλης, το οποίο περιέχει τους «στόχους» του ζεύγους πληροφοριών εισόδου-εξόδου υπ' αριθμόν q , για όλες τις μεταβλητές εξόδου, και
- \mathbf{a}_q είναι ένα διάνυσμα $S^{(M)}$ γραμμών και 1 στήλης, το οποίο περιέχει όλες τις τιμές των μεταβλητών εξόδου που υπολογίζει το ΤΝΔ για το ζεύγος πληροφοριών εισόδου-εξόδου υπ' αριθμόν q .

Ο αλγόριθμος steepest descent διατυπώνεται ως εξής [5]:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - a_k \cdot \mathbf{g}_k \quad (3.9)$$

όπου:

- Ο δείκτης k δηλώνει τον αριθμό της επανάληψης (epoch) της εκπαίδευσης του ΤΝΔ σε όλα τα σημεία,
- \mathbf{x}_k είναι το διάνυσμα-στήλη που περιέχει τις τιμές όλων των βαρών $w_{j,k}^{(i)}$ και όλων των κατωφλιών $b_j^{(i)}$ του ΤΝΔ για την τρέχουσα επανάληψη k ,
- \mathbf{x}_{k+1} είναι το διάνυσμα-στήλη που περιέχει τις τιμές όλων των βαρών $w_{j,k}^{(i)}$ και όλων των κατωφλιών $b_j^{(i)}$ του ΤΝΔ για την επόμενη επανάληψη $k+1$,
- a_k είναι η τιμή μιας μεταβλητής που καλείται «ρυθμός εκμάθησης» (learning rate) στην επανάληψη k και
- \mathbf{g}_k είναι η διανυσματική παράγωγος της συνάρτησης κόστους στην επανάληψη k , η οποία έχει ίδιες διαστάσεις με τα διανύσματα \mathbf{x}_k και \mathbf{x}_{k+1} .

Το διάνυσμα \mathbf{g}_k υπολογίζεται ως εξής:

$$\mathbf{g}_k = \nabla F(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k} \quad (3.10)$$

Το διάνυσμα $\nabla F(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k}$ ισοδύναμα γράφεται στην ακόλουθη μορφή:

$$\nabla F(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k} = \left[\frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial w_1}, \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial w_2}, \dots, \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial w_N} \right]^T \quad (3.11)$$

Το σύμβολο w στην προκειμένη περίπτωση αναφέρεται είτε σε κάποιο βάρος ή σε κάποιο κατώφλι.

Ο αλγόριθμος steepest descent είναι αλγόριθμος πρώτης τάξεως, καθώς όπως φαίνεται από τη [σχέση \(3.11\)](#) οι μερικές παράγωγοι που υπολογίζονται είναι πρώτης τάξεως ως προς τα βάρη ή τα κατώφλια. Όταν η τιμή της συνάρτησης κόστους είναι μικρή, οι τιμές του διανύσματος \mathbf{g}_k είναι επίσης μικρές, οπότε σύμφωνα με τη [σχέση \(3.9\)](#) οι μεταβολές των βαρών και των κατωφλιών είναι επίσης μικρές. Αντιθέτως, όταν η τιμή της συνάρτησης κόστους είναι μεγαλύτερη, οι τιμές του διανύσματος \mathbf{g}_k είναι επίσης μεγαλύτερες, και κατά συνέπεια είναι μεγαλύτερες και οι μεταβολές των βαρών και των κατωφλιών.

Ένας άλλος εκπαιδευτικός αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των ΤΝΔ είναι ο αλγόριθμος Newton. Η βασική υπόθεση που γίνεται στον αλγόριθμο Newton είναι ότι όλα τα στοιχεία του διανύσματος \mathbf{g}_{k+1} είναι συναρτήσεις των βαρών και των κατωφλιών, και ότι όλα τα βάρη και τα κατώφλια είναι γραμμικά ανεξάρτητα. Με δεδομένη αυτήν την υπόθεση, το κάθε στοιχείο του διανύσματος \mathbf{g}_{k+1} γράφεται ως εξής:

$$\begin{cases} \mathbf{g}_{1,k+1} = F_1(x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{n,k}) \\ \mathbf{g}_{2,k+1} = F_2(x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{n,k}) \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{N,k+1} = F_N(x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{n,k}) \end{cases} \quad (3.12)$$

όπου οι F_1, F_2, \dots, F_N είναι μη γραμμικές σχέσεις των όρων $\mathbf{g}_{i,k+1}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) ως προς τα βάρη και τα κατώφλια και n είναι ο συνολικός αριθμός των βαρών και των κατωφλίων του ΤΝΔ.

Με εφαρμογή της προσέγγισης πρώτης τάξεως της σειράς Taylor σε καθένα από τα στοιχεία $\mathbf{g}_{i,k+1}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), οι [σχέσεις \(3.12\)](#) μετασχηματίζονται ως εξής:

$$\begin{cases} \mathbf{g}_{1,k+1} \approx \mathbf{g}_{1,k} + \frac{\partial \mathbf{g}_{1,k}}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial \mathbf{g}_{1,k}}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial \mathbf{g}_{1,k}}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n \\ \mathbf{g}_{2,k+1} \approx \mathbf{g}_{2,k} + \frac{\partial \mathbf{g}_{2,k}}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial \mathbf{g}_{2,k}}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial \mathbf{g}_{2,k}}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{n,k+1} \approx \mathbf{g}_{n,k} + \frac{\partial \mathbf{g}_{n,k}}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial \mathbf{g}_{n,k}}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial \mathbf{g}_{n,k}}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n \end{cases} \quad (3.13)$$

Από τον ορισμό του διανύσματος \mathbf{g}_k , ο οποίος αποδίδεται στις [σχέσεις \(3.10\)](#) και [\(3.11\)](#), προκύπτει ότι η κάθε μερική παράγωγος της μορφής $\frac{\partial \mathbf{g}_{i,k}}{\partial x_j}$ γράφεται ισοδύναμα ως εξής:

$$\frac{\partial \mathbf{g}_{i,k}}{\partial x_j} = \frac{\partial \left(\frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_i} \right)}{\partial x_j} = \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3.14)$$

όπου $i = 1, \dots, n$ και $j = 1, \dots, n$.

Για να ληφθεί η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους στην επανάληψη $k+1$, πρέπει όλες οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης κόστους στην επανάληψη $k+1$ να είναι ίσες με 0, επομένως προκύπτει ότι:

$$\mathbf{g}_{k+1} = 0 \quad (3.15)$$

Με αντικατάσταση των [σχέσεων \(3.10\)](#), [\(3.11\)](#), [\(3.14\)](#) και [\(3.15\)](#) στις [σχέσεις \(3.13\)](#), τελικώς προκύπτει ότι:

$$\begin{cases} 0 = \frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1^2} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1 \partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1 \partial x_n} \cdot \Delta x_n \\ 0 = \frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2} + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2 \partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2^2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2 \partial x_n} \cdot \Delta x_n \\ \vdots \\ 0 = \frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n} + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n \partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n \partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n^2} \cdot \Delta x_n \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -\frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1} = \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1^2} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1 \partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1 \partial x_n} \cdot \Delta x_n \\ -\frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2} = \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2 \partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2^2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2 \partial x_n} \cdot \Delta x_n \\ \vdots \\ -\frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n} = \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n \partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n \partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n^2} \cdot \Delta x_n \end{cases} \quad (3.16)$$

Στις [εξισώσεις \(3.16\)](#), οι άγνωστοι είναι οι όροι Δx_i ($i = 1, \dots, n$), ενώ όλοι οι υπόλοιποι όροι είναι γνωστοί. Επομένως, οι [εξισώσεις \(3.16\)](#) συνθέτουν ένα γραμμικό σύστημα με n εξισώσεις και n αγνώστους. Το γραμμικό σύστημα των [εξισώσεων \(3.16\)](#) γράφεται και υπό μορφή πινάκων, ως εξής:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1} \\ -\frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2} \\ \vdots \\ -\frac{\partial F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Στην τελευταία σχέση, ο τετραγωνικός πίνακας είναι ο πίνακας του Hess, ο οποίος για την επανάληψη k ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Από τη [σχέση \(3.18\)](#), η [σχέση \(3.17\)](#) τελικώς γράφεται σε πιο συμπαγή μορφή, ως εξής:

$$-\mathbf{g}_k = \mathbf{H}_k \cdot \Delta \mathbf{x}_k \quad (3.19)$$

Από την επίλυση της τελευταίας σχέσης ως προς το διάνυσμα $\Delta \mathbf{x}_k$, προκύπτει ότι:

$$\Delta \mathbf{x}_k = -\mathbf{H}_k^{-1} \cdot \mathbf{g}_k \quad (3.20)$$

Το διάνυσμα $\Delta \mathbf{x}_k$ ορίζεται ως εξής:

$$\Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k \quad (3.21)$$

Με αντικατάσταση της [σχέσης \(3.21\)](#) στη [σχέση \(3.20\)](#) και επίλυση ως προς το διάνυσμα \mathbf{x}_{k+1} τελικώς προκύπτει ο αλγόριθμος του Newton [\[21\]](#):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{H}_k^{-1} \cdot \mathbf{g}_k \quad (3.22)$$

Ο αλγόριθμος Newton είναι αλγόριθμος δεύτερης τάξεως, καθώς όπως φαίνεται και στη [σχέση \(3.18\)](#) απαιτείται ο υπολογισμός μερικών παραγώγων δεύτερης τάξης ως προς τα βάρη και τα κατώφλια. Επιπλέον, απαιτείται και ο υπολογισμός των μερικών παραγώγων πρώτης τάξεως, για τον προσδιορισμό του διανύσματος \mathbf{g}_k . Τα παραπάνω συνεπάγονται την αύξηση του υπολογιστικού κόστους του αλγορίθμου. Επιπλέον, στη [σχέση \(3.22\)](#) υπεισέρχεται ο αντίστροφος του πίνακα Hess. Ωστόσο, δεν έχει διασφαλιστεί ότι ο πίνακας Hess είναι αντιστρέψιμος σε όλες τις περιπτώσεις.

Μια τροποποιημένη μορφή του αλγορίθμου Newton που παρατέθηκε προηγουμένως είναι ο αλγόριθμος Gauss-Newton. Στα πλαίσια αυτού του αλγορίθμου, η συνάρτηση κόστους γράφεται υπό την ακόλουθη μορφή:

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{Q} \cdot \mathbf{v}^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}) \quad (3.23)$$

Η τελευταία σχέση είναι ισοδύναμη της σχέσης (3.6), καθώς το διάνυσμα $\mathbf{v}^T(\mathbf{x})$ ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{v}^T(\mathbf{x}) = [\mathbf{e}_1^T(\mathbf{x}), \mathbf{e}_2^T(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{e}_Q^T(\mathbf{x})] \quad (3.24)$$

δηλαδή είναι ένα διάνυσμα που αποτελείται από 1 γραμμή και N στήλες.

Με βάση τον παραπάνω ορισμό, το στοιχείο j του διανύσματος \mathbf{g}_k γράφεται ως εξής:

$$g_{j,k} = [\nabla F(\mathbf{x})]_j \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k} = \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial x_j} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k} \Rightarrow g_{j,k} = \frac{2}{Q} \cdot \sum_{i=1}^N v_{i,k}(\mathbf{x}) \cdot \frac{\partial v_{i,k}(\mathbf{x})}{\partial x_j} \quad (3.25)$$

Επομένως, το διάνυσμα \mathbf{g}_k γράφεται υπό μορφή πινάκων, ως εξής:

$$\mathbf{g}_k = \frac{2}{Q} \cdot \mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_k(\mathbf{x}) \quad (3.26)$$

Όπου ο πίνακας $\mathbf{J}_k(\mathbf{x})$ είναι ο Ιακωβιανός πίνακας που αντιστοιχεί στην επανάληψη k, ο οποίος ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{J}_k(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_{1,k}(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial v_{1,k}(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial v_{1,k}(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \frac{\partial v_{2,k}(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial v_{2,k}(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial v_{2,k}(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial v_{N,k}(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial v_{N,k}(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial v_{N,k}(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Το επόμενο βήμα είναι ο προσδιορισμός του πίνακα Hess. Το κάθε στοιχείο m, j του πίνακα Hess που αντιστοιχεί στην επανάληψη k δίνεται από τη σχέση:

$$H_{m,j,k} = [\nabla^2 F(\mathbf{x}_k)]_{m,j} = \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})_k}{\partial x_m \partial x_j} \Rightarrow H_{m,j,k} = \frac{2}{Q} \cdot \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial v_{i,k}(\mathbf{x})}{\partial x_m} \cdot \frac{\partial v_{i,k}(\mathbf{x})}{\partial x_j} + v_{i,k}(\mathbf{x}) \cdot \frac{\partial^2 v_{i,k}(\mathbf{x})}{\partial x_m \partial x_j} \right\} \quad (3.28)$$

Επομένως, ο πίνακας Hess μπορεί να εκφραστεί υπό μορφή πινάκων, ως εξής:

$$\mathbf{H}_k = \frac{2}{Q} \cdot \mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{J}_k(\mathbf{x}) + \frac{2}{Q} \cdot \mathbf{S}_k(\mathbf{x}) \quad (3.29)$$

όπου ο πίνακας $\mathbf{S}_k(\mathbf{x})$ ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{S}_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N v_i(\mathbf{x}) \cdot \nabla^2 v_i(\mathbf{x}) \quad (3.30)$$

Σε αυτό το σημείο γίνεται η υπόθεση ότι οι τιμές των στοιχείων του πίνακα $\mathbf{S}_k(\mathbf{x})$ είναι πολύ μικρές, οπότε ο όρος της [σχέσης \(3.30\)](#) στον οποίο περιέχεται ο πίνακας $\mathbf{S}_k(\mathbf{x})$ μπορεί να αμεληθεί. Επομένως, ο πίνακας Hess τελικά προσεγγίζεται ως εξής:

$$\mathbf{H}_k \approx \frac{2}{Q} \cdot \mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{J}_T(\mathbf{x}) \quad (3.31)$$

Με αντικατάσταση των [σχέσεων \(3.26\)](#) και [\(3.31\)](#) στον αλγόριθμο του Newton ([σχέση \(3.22\)](#)) προκύπτει τελικώς ο αλγόριθμος Gauss-Newton [\[5\]](#):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \left[\frac{2}{Q} \cdot \mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{J}_T(\mathbf{x}) \right]^{-1} \cdot \frac{2}{Q} \cdot \mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_k(\mathbf{x}) \Rightarrow$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - [\mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{J}_T(\mathbf{x})]^{-1} \cdot \mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_k(\mathbf{x}) \quad (3.32)$$

Η σημαντική διαφοροποίηση του αλγορίθμου Gauss-Newton σε σχέση με τον αλγόριθμο Newton είναι ότι στον αλγόριθμο Gauss-Newton δεν απαιτείται ο υπολογισμός μερικών παραγώγων δεύτερης τάξης, αλλά επαρκεί ο υπολογισμός μερικών παραγώγων πρώτης τάξης, λόγω της εισαγωγής του Ιακωβιανού πίνακα. Ωστόσο, όπως συμβαίνει και στον αλγόριθμο Newton, ο πίνακας Hess (στην προκειμένη περίπτωση ο πίνακας $\mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{J}_T(\mathbf{x})$) υπάρχει πιθανότητα να μην είναι αντιστρέψιμος σε κάποιες περιπτώσεις. Αυτό το μειονέκτημα του αλγορίθμου Gauss-Newton έρχεται να λύσει ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt, με τον τρόπο που αναλύεται στο αμέσως επόμενο εδάφιο.

3.2.2. Αλγόριθμος Levenberg-Marquardt

Σε αυτό το εδάφιο πρόκειται να αναλυθεί ο αλγόριθμος εκπαίδευσης που επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί για τα ΤΝΔ της παρούσας διπλωματικής εργασίας, ο οποίος είναι ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt. Ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt περιγράφεται από μια εξίσωση παρόμοια με την [εξίσωση \(3.32\)](#), με τη μόνη διαφορά να εντοπίζεται στον πίνακα Hess.

Συγκεκριμένα, στα πλαίσια του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt, ο πίνακας Hess τροποποιείται ως εξής:

$$\hat{\mathbf{H}}_k = \mathbf{H}_k + \mu_k \cdot \mathbf{I} \quad (3.33)$$

όπου:

- \mathbf{H}_k είναι ο πίνακας Hess που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο Gauss-Newton,
- μ_k είναι ένας θετικός αριθμός, ο οποίος παίρνει τιμές τέτοιες ώστε να διασφαλίζεται πάντα ότι ο πίνακας $\hat{\mathbf{H}}_k$ είναι αντιστρέψιμος και
- \mathbf{I} είναι ο μοναδιαίος πίνακας.

Όπως φαίνεται από την [εξίσωση \(3.33\)](#), τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου του πίνακα $\hat{\mathbf{H}}_k$ εξαρτώνται από τον αριθμό μ_k . Επομένως, τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου είναι δυνατόν να είναι πάντα μεγαλύτερα του μηδενός, αν ο αριθμός μ_k πάρει μια κατάλληλη τιμή. Όταν ικανοποιείται αυτή η συνθήκη, ισχύει ότι ο πίνακας $\hat{\mathbf{H}}_k$ είναι αντιστρέψιμος. Επομένως, το πρόβλημα που εντοπίστηκε στους αλγορίθμους Newton και Gauss-Newton ξεπερνιέται στον αλγόριθμο Levenberg-Marquardt, μέσω της τιμής μ_k .

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η μαθηματική διατύπωση του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt είναι η ακόλουθη [5]:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - [\mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{J}_k(\mathbf{x}) + \mu_k \cdot \mathbf{I}]^{-1} \cdot \mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_k(\mathbf{x}) \quad (3.34)$$

Ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt αποτελεί έναν συνδυασμό των αλγορίθμων steepest descent και Gauss-Newton. Ως εκ τούτου, αυτός εναλλάσσεται συνεχώς μεταξύ των δύο αυτών αλγορίθμων κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης του ΤΝΔ. Συγκεκριμένα, όταν ο συντελεστής μ_k τείνει στο 0, ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt συμπεριφέρεται όπως ο αλγόριθμος Gauss-Newton (καθώς η εξίσωση (3.34) εκφυλίζεται στην εξίσωση (3.33)), ενώ όταν ο συντελεστής μ_k λαμβάνει πολύ μεγάλες τιμές, ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt συμπεριφέρεται όπως ο αλγόριθμος steepest descent, με το ρυθμό μάθησης a_k να δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$a_k = \frac{Q}{2 \cdot \mu_k} \quad (3.35)$$

Ο αλγόριθμος ξεκινάει με το συντελεστή μ_k να έχει μια αρχική τιμή, ενώ τα βάρη και τα κατώφλια έχουν επίσης κάποιες αρχικές τιμές. Για τις τιμές αυτές, υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης κόστους που αντιστοιχεί στην επανάληψη $k = 1$ (δηλαδή η τιμή $F(\mathbf{x})_k$). Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας $\mathbf{J}_k(\mathbf{x})$. Έπειτα, μέσω της σχέσης (3.34) υπολογίζεται το διάνυσμα \mathbf{x}_{k+1} . Μέσω των τιμών αυτού του διανύσματος, υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης κόστους που αντιστοιχεί στην επανάληψη $k+1$ (δηλαδή η τιμή $F(\mathbf{x})_{k+1}$). Σε αυτό το σημείο συγκρίνονται οι τιμές $F(\mathbf{x})_k$ και $F(\mathbf{x})_{k+1}$ και το επόμενο βήμα του αλγορίθμου εξαρτάται από το αποτέλεσμα αυτής της σύγκρισης. Συγκεκριμένα:

- Αν $F(\mathbf{x})_{k+1} < F(\mathbf{x})_k$, τότε αποθηκεύεται το διάνυσμα \mathbf{x}_{k+1} και ο συντελεστής μ_k διαιρείται με κάποιον αριθμό $\theta_1 > 1$, οπότε η συμπεριφορά του αλγορίθμου πλησιάζει στη συμπεριφορά του αλγορίθμου Gauss-Newton, ο οποίος παρέχει ταχύτερη σύγκλιση.
- Αν $F(\mathbf{x})_{k+1} \geq F(\mathbf{x})_k$, τότε το διάνυσμα \mathbf{x}_{k+1} δεν αποθηκεύεται, αλλά ο συντελεστής μ_k πολλαπλασιάζεται με κάποιον αριθμό $\theta_2 > 1$ και το βήμα επαναλαμβάνεται. Με αυτόν τον τρόπο, η συμπεριφορά του αλγορίθμου πλησιάζει στη συμπεριφορά του αλγορίθμου steepest descent, στον οποίο αλγόριθμο δεν εντοπίζονται προβλήματα ευστάθειας.

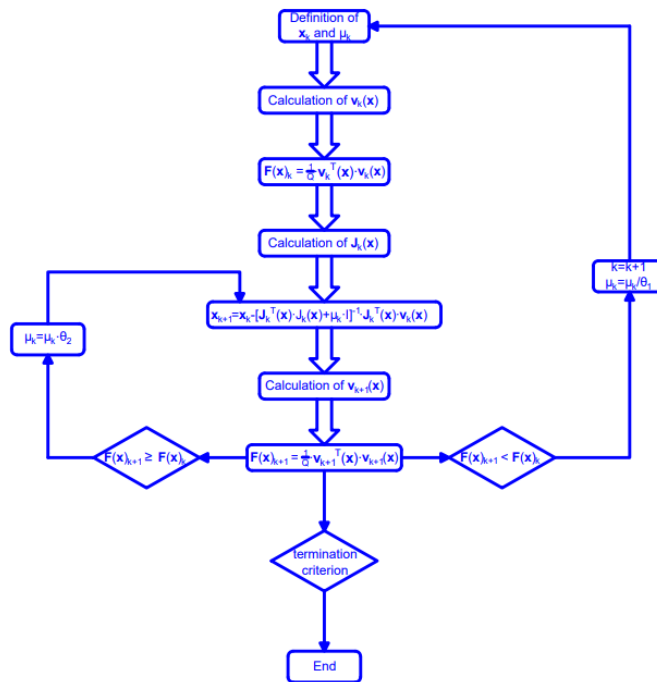
Επομένως, ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt αποτελεί έναν καλό συνδυασμό των αλγορίθμων Gauss-Newton και steepest descent, καθώς διαθέτει την ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου Gauss-Newton, όταν αυτό είναι εφικτό, και ταυτοχρόνως διασφαλίζει τη σύγκλιση σε κάθε περίπτωση καθώς πλησιάζει στη συμπεριφορά του αλγορίθμου steepest descent, όταν αυτό απαιτείται.

Τα βήματα που εκτελεί ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt είναι, κατά σειρά, τα εξής:

1. Είναι γνωστά το διάνυσμα \mathbf{x}_k και η τιμή του συντελεστή μ_k που αντιστοιχούν στην επανάληψη k , επομένως μέσω αυτών υπολογίζεται το διάνυσμα σφάλματος $\mathbf{v}_k(\mathbf{x})$ που αντιστοιχεί στην επανάληψη k , μέσω των σχέσεων (3.8) και (3.24).
2. Μέσω του παραπάνω διανύσματος $\mathbf{v}_k(\mathbf{x})$ υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης κόστους $F(\mathbf{x})_k$ που αντιστοιχεί στην επανάληψη k , μέσω της σχέσης (3.6).
3. Υπολογίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας που αντιστοιχεί στην επανάληψη k , σύμφωνα με τον ορισμό αυτού (σχέση (3.27)).

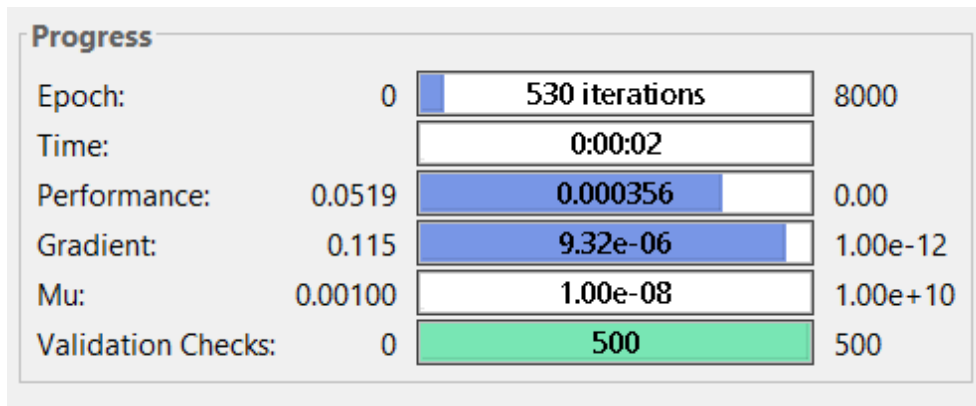
4. Υπολογίζεται το διάνυσμα \mathbf{x}_{k+1} , που αντιστοιχεί στην επανάληψη $k+1$, μέσω της μαθηματικής σχέσης του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt (σχέση (3.34)).
5. Μέσω του διανύσματος \mathbf{x}_{k+1} υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης κόστους $F(\mathbf{x})_{k+1}$ που αντιστοιχεί στην επανάληψη $k+1$.
6. Αν $F(\mathbf{x})_{k+1} < F(\mathbf{x})_k$, τότε αποθηκεύεται το διάνυσμα \mathbf{x}_{k+1} και ο συντελεστής μ_k διαιρείται με κάποιον αριθμό $\theta_1 > 1$
7. Αν $F(\mathbf{x})_{k+1} \geq F(\mathbf{x})_k$, τότε ο συντελεστής μ_k πολλαπλασιάζεται με κάποιον αριθμό $\theta_2 > 1$ και η διαδικασία επαναλαμβάνεται από το βήμα 4 και μετά, μέχρις ότου ικανοποιηθεί η συνθήκη του βήματος 6.
8. Ο αριθμός της επανάληψης k αυξάνεται κατά 1 και η διαδικασία επαναλαμβάνεται από το βήμα 1 και μετά.

Στην [εικόνα 3.4](#) απεικονίζεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt.



Εικόνα 3.4: Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt.

Όπως φαίνεται στην τελευταία εικόνα, η εκτέλεση του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt τερματίζεται όταν ικανοποιείται κάποιο από τα κριτήρια τερματισμού (termination criteria). Στο πρόγραμμα MATLAB, τα κριτήρια τερματισμού που υφίστανται είναι αυτά που φαίνονται στην [εικόνα 3.5](#) που ακολουθεί.



Εικόνα 3.5: Κριτήρια τερματισμού του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt.

Τα κριτήρια τερματισμού που φαίνονται στην εικόνα αυτή είναι, με σειρά από πάνω προς τα κάτω, τα εξής:

1. Το 1^ο κριτήριο (Epoch) αφορά στο μέγιστο αριθμό επαναλήψεων του αλγορίθμου. Η τιμή αυτή ορίζεται από το χρήστη του προγράμματος και αν ξεπεραστεί, τότε η εκπαίδευση του ΤΝΔ τερματίζεται.
2. Το 2^ο κριτήριο (Time) αφορά στο μέγιστο επιτρεπόμενο χρόνο εκπαίδευσης του ΤΝΔ. Σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως αυτή που απεικονίζεται στην [εικόνα 3.5](#), δεν έχει τεθεί σχετικός περιορισμός.
3. Το 3^ο κριτήριο (Performance) αφορά στην ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή της συνάρτησης κόστους για το training set του ΤΝΔ. Αν σε κάποιο σημείο της εκπαίδευσης η τιμή της συνάρτησης κόστους γίνει μικρότερη από την τιμή που έχει οριστεί ως η ελάχιστη επιτρεπόμενη, τότε η εκπαίδευση τερματίζεται. Στην περίπτωση που απεικονίζεται στην [εικόνα 3.5](#), αυτή η ελάχιστη τιμή έχει τεθεί ίση με 0. Ωστόσο, είναι αδύνατον η συνάρτηση κόστους να λάβει ποτέ τιμή μικρότερη ή ίση του μηδενός, επομένως πρακτικά δεν έχει τεθεί κάποιος περιορισμός σε αυτό το κριτήριο.
4. Το 4^ο κριτήριο (Gradient) αφορά στην ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή της νόρμας του διανύσματος \mathbf{g}_k . Όταν η νόρμα αυτή έχει πολύ μικρή τιμή, όλα τα στοιχεία του διανύσματος έχουν επίσης πολύ μικρή τιμή. Συνεπώς, όπως προκύπτει από τις [σχέσεις \(3.26\)](#) και [\(3.34\)](#), η διαφορά $\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$ τείνει να παίρνει επίσης πολύ μικρές τιμές, με αποτέλεσμα η περαιτέρω εκτέλεση του αλγορίθμου να μην βελτιώνει πολύ σημαντικά την απόδοση του ΤΝΔ. Για το λόγο αυτό, όταν η νόρμα του διανύσματος \mathbf{g}_k γίνει μικρότερη από την τιμή που έχει οριστεί από το χρήστη ως ελάχιστη επιτρεπόμενη, η εκτέλεση του αλγορίθμου τερματίζεται.
5. Το 5^ο κριτήριο (Mu) αφορά στη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή του συντελεστή μ_k . Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, όταν η τιμή αυτή αυξάνεται, η συμπεριφορά του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt μοιάζει περισσότερο στη συμπεριφορά του αλγορίθμου steepest descent, με μικρό ρυθμό μάθησης. Ωστόσο, αν η τιμή αυτή αυξηθεί πάρα πολύ, ο ρυθμός μάθησης γίνεται πάρα πολύ μικρός, όπως φαίνεται κι από τη [σχέση \(3.35\)](#). Επομένως, η διαφορά $\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$ τείνει να παίρνει επίσης πολύ μικρές τιμές, με αποτέλεσμα η περαιτέρω εκτέλεση του αλγορίθμου να μην βελτιώνει πολύ σημαντικά την απόδοση του ΤΝΔ. Για το λόγο αυτό, όταν η τιμή του συντελεστή μ_k υπερβεί την τιμή που έχει οριστεί από το χρήστη ως μέγιστη επιτρεπόμενη, η εκτέλεση του αλγορίθμου τερματίζεται.

6. Το 6^ο κριτήριο (Validation Checks) αφορά στο μέγιστο αριθμό συνεχόμενων επαναλήψεων, στις οποίες η τιμή της συνάρτησης κόστους για το validation set δεν είναι μικρότερη από την ελάχιστη τιμή που έχει καταγραφεί. Συγκεκριμένα, όταν η τιμή της συνάρτησης κόστους για το validation set δεν γίνεται μικρότερη από την ελάχιστη τιμή για έναν αριθμό συνεχόμενων επαναλήψεων, αυτό είναι ένα στοιχείο που δηλώνει ότι το η εκπαίδευση του ΤΝΔ ενδεχομένως να βρίσκεται σε κατάσταση “overfitting”. Στην περίπτωση όπου συμβαίνει αυτό, η συνέχιση της εκτέλεσης του αλγορίθμου δε βελτιώνει την απόδοση του ΤΝΔ. Για το λόγο αυτό, όταν ο αριθμός των συνεχόμενων επαναλήψεων στις οποίες δεν έχει μεταβληθεί η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους γίνει μεγαλύτερος από αυτόν που έχει οριστεί από το χρήστη ως ο μέγιστος επιτρεπόμενος, τότε η εκτέλεση του αλγορίθμου τερματίζεται.

Στον [πίνακα 3.1](#) που ακολουθεί συγκρίνονται όλοι οι εκπαιδευτικοί αλγόριθμοι που αναλύθηκαν σε αυτήν την παράγραφο. Η σύγκριση αυτή επικυρώνει την επιλογή του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt για τις εφαρμογές της παρούσας εργασίας [\[21\]](#).

Πίνακας 3.1: Σύγκριση των αλγορίθμων εκπαίδευσης [\[21\]](#).

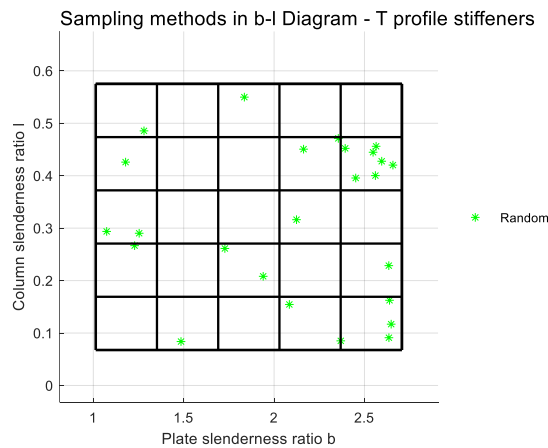
Algorithm	Update Rule	Convergence	Computation Complexity
Steepest descent	$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - a_k \cdot \mathbf{g}_k$	Stable, slow	1 st order
Newton	$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{H}_k^{-1} \cdot \mathbf{g}_k$	Unstable, fast	2 nd order
Gauss-Newton	$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - [\mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{J}_k(\mathbf{x})]^{-1} \cdot \mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_k(\mathbf{x})$	Unstable, fast	1 st order
Levenberg-Marquardt	$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - [\mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{J}_k(\mathbf{x}) + \mu_k \cdot \mathbf{I}]^{-1} \cdot \mathbf{J}_k^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_k(\mathbf{x})$	Stable, fast	1 st order

3.3. Μέθοδοι δειγματοληψίας

3.3.1. Τυχαία δειγματοληψία

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα νευρωνικά δίκτυα λειτουργούν χρειάζονται κάποια δεδομένα (τόσο για τις μεταβλητές εισόδου, όσο και για τις μεταβλητές εξόδου) ώστε να εκπαιδευτούν και στη συνέχεια να μπορούν να αποδίδουν αποδεκτές τιμές των μεταβλητών εξόδου. Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, τα δεδομένα εισόδου είναι σημεία πάνω στο διάστημα χωρίο των ανεξάρτητων μεταβλητών β-λ. Επομένως, το ερώτημα που εγείρεται είναι το ακόλουθο: «Ποιος είναι ο βέλτιστος τρόπος για να ληφθούν αυτά τα σημεία;». Σε αυτήν την παράγραφο παρατίθενται ορισμένες μέθοδοι δειγματοληψίας, και τελικώς επιλέγεται η πλέον κατάλληλη για τις ανάγκες αυτής της εργασίας.

Η πρώτη μέθοδος, και η πιο εύκολα κατανοητή από όλες, είναι η μέθοδος τυχαίας δειγματοληψίας (random sampling method). Σε αυτή τη μέθοδο, επιλέγονται σημεία από το χωρίο β-λ χωρίς να έχουν κανενός είδους συσχέτιση το ένα με το άλλο. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται στο πρόγραμμα MATLAB μέσω της εντολής `rand()`. Συγκεκριμένα, για τη δημιουργία μιας βάσης δεδομένων N στοιχείων με τυχαία δειγματοληψία, αρκεί η λήψη τυχαίων αριθμών που ανήκουν στο διάστημα [0,1] και η αναγωγή αυτών των τιμών στο διάστημα $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$ με γραμμικό τρόπο. Η λήψη των αριθμών αυτών και η αποθήκευσή τους σε έναν πίνακα με 1 γραμμή και N στήλες (έστω Y) γίνεται με τη σύνταξη της εντολής `Y = rand(1, N)`. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται και για το συντελεστή λυγηρότητας λ, οπότε προκύπτουν τυχαίες συντεταγμένες εντός του χωρίου β-λ. Ένα παράδειγμα 25 σημείων που επιλέγονται όταν η δειγματοληψία είναι τυχαία παρατίθεται στην [εικόνα 3.6](#) που ακολουθεί.

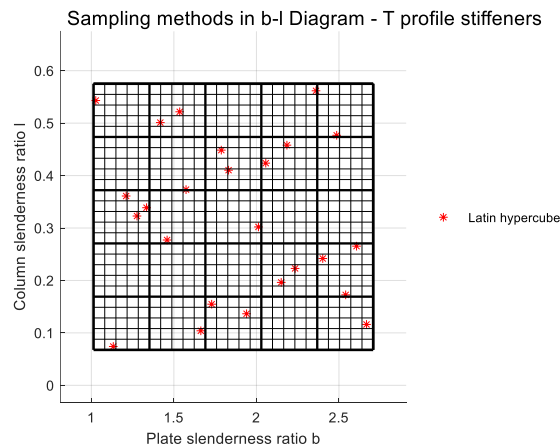


Εικόνα 3.6: Μέθοδος τυχαίας δειγματοληψίας.

3.3.2. Δειγματοληψία Latin hypercube

Μία άλλη μέθοδος δειγματοληψίας που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη λήψη των στοιχείων είναι η μέθοδος Latin hypercube. Όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος αυτή ώστε να ληφθούν N στοιχεία επί του ορθογωνίου χώρου β-λ, τότε το ορθογώνιο αυτό χωρίζεται σε N οριζόντιες λωρίδες (γραμμές) και N κατακόρυφες λωρίδες (στήλες). Στη συνέχεια, όλα τα σημεία λαμβάνονται κατά τέτοιο τρόπο ώστε σε κάθε στήλη και σε κάθε γραμμή να υπάρχει ακριβώς ένα στοιχείο. Με

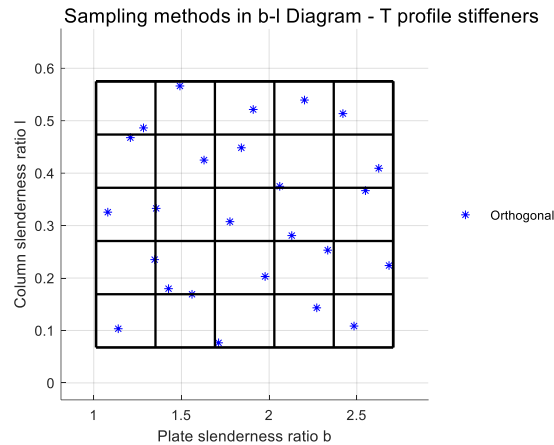
άλλα λόγια, όταν λαμβάνεται το πρώτο στοιχείο, μετά κανένα από τα υπόλοιπα στοιχεία δε λαμβάνεται στην ίδια γραμμή και στην ίδια στήλη με αυτό το στοιχείο, και το ίδιο ισχύει και για όλα τα επόμενα στοιχεία. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται στο πρόγραμμα MATLAB μέσω της εντολής `lhsdesign()`. Συγκεκριμένα, όταν συντάσσεται η εντολή $Y = \text{lhsdesign}(n, p)$, τότε δημιουργείται ένας πίνακας Y , με n γραμμές και p στήλες, ο οποίος περιέχει αριθμούς που ανήκουν στο διάστημα $(0,1)$, κατά τέτοιο τρόπο ώστε σε κάθε στήλη του πίνακα να υπάρχει ακριβώς ένας αριθμός εντός του διαστήματος $(0, 1/n)$, ακριβώς ένας αριθμός εντός του διαστήματος $(1/n, 2/n)$, ακριβώς ένας αριθμός εντός του διαστήματος $(1-1/n, 1)$ και γενικώς ακριβώς ένας αριθμός σε καθένα από όλα τα υποδιαστήματα που προκύπτουν όταν το διάστημα $(0,1)$ διαιρείται σε n ίσα υποδιαστήματα. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, η εντολή αυτή συντάχθηκε για $n=N$ και $p=1$. Η διαδικασία αυτή εκτελείται τόσο για το συντελεστή λυγηρότητας β όσο και για το συντελεστή λυγηρότητας λ , και στη συνέχεια οι τιμές ανάγονται στο διάστημα $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$ με γραμμικό τρόπο, και με συνδυασμό των τιμών αυτών προκύπτουν τα σημεία του χώρου β - λ [22]. Ένα παράδειγμα 25 σημείων που επιλέγονται με τη μέθοδο δειγματοληψίας Latin hypercube παρατίθεται στην [εικόνα 3.7](#) που ακολουθεί.



Εικόνα 3.7: Μέθοδος δειγματοληψίας Latin hypercube.

3.3.3. Ορθογώνια δειγματοληψία

Σε συνέχεια της μεθόδου δειγματοληψίας Latin hypercube που εξηγήθηκε στο προηγούμενο εδάφιο, προτείνεται και η μέθοδος ορθογώνιας δειγματοληψίας (orthogonal sampling method). Όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος αυτή ώστε να ληφθούν $N \times N$ στοιχεία, επί του ορθογωνίου χώρου β - λ , τότε το ορθογώνιο αυτό χωρίζεται σε N^2 οριζόντιες λωρίδες (γραμμές) και N^2 κατακόρυφες λωρίδες (στήλες), και ταυτόχρονα χωρίζεται και σε N γραμμές και N στήλες. Έπειτα, λαμβάνονται στοιχεία με τον ίδιο περιορισμό που αναφέρθηκε προηγουμένως στη μέθοδο Latin hypercube, με τον επιπλέον περιορισμό ότι σε καθένα από τα ορθογώνια που σχηματίζονται από τις N γραμμές και τις N στήλες υπάρχει ακριβώς ένα σημείο. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται στο πρόγραμμα MATLAB μέσω κατάλληλων συνδυασμών της εντολής `lhsdesign()`, και ο είναι πιο περίπλοκη σε σχέση με τις άλλες δύο μεθόδους δειγματοληψίας. Ένα παράδειγμα $5 \times 5 = 25$ σημείων που επιλέγονται με τη μέθοδο ορθογώνιας δειγματοληψίας παρατίθεται στην [εικόνα 3.8](#) που ακολουθεί.



Εικόνα 3.8: Μέθοδος ορθογώνιας δειγματοληψίας.

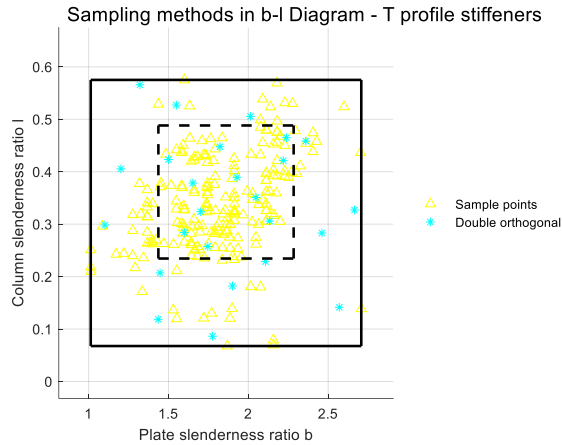
Σχόλιο: Στην περίπτωση όπου εκτελείται ορθογώνια δειγματοληψία για $3 \times 3 = 9$ σημεία, η δειγματοληψία λειτουργεί με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που λειτουργεί και το παιχνίδι SUDOKU, στο οποίο καθένας από τους $1, \dots, 9$ περιέχεται ακριβώς μία φορά σε καθεμία από τις 9 γραμμές, ακριβώς μία φορά σε καθεμία από τις 9 στήλες και ακριβώς μία φορά σε καθένα από τα τετράγωνα 3×3 .

3.3.4. Διπλή ορθογώνια δειγματοληψία

Μία επιπλέον μέθοδος δειγματοληψίας που εξετάστηκε είναι η μέθοδος της διπλής ορθογώνιας δειγματοληψίας. Όπως αναφέρεται πιο αναλυτικά και στο εδάφιο 4.1.1, η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή των συντελεστών β και λ προκύπτει από κάποια πραγματικά ενισχυμένα ελάσματα. Έτσι, δημιουργείται το ορθογώνιο χωρίο μέσα στο οποίο λαμβάνονται τα σημεία προς μοντελοποίηση. Σε ό,τι αφορά στα σημεία αυτά, υπάρχουν περιοχές στις οποίες υπάρχουν περισσότερα σημεία, όπως και περιοχές στις οποίες υπάρχουν σχετικά λιγότερα σημεία. Έτσι, η μέθοδος διπλής ορθογώνιας δειγματοληψίας λειτουργεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να λαμβάνει περισσότερα σημεία στην περιοχή εκείνη όπου είναι περισσότερα και τα σημεία που αντιστοιχούν στα πραγματικά ενισχυμένα ελάσματα. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε ένα ορθογώνιο χωρίο μέσα στο οποίο περιέχεται πάνω από το 70% των σημείων που αντιστοιχούν στα πραγματικά ενισχυμένα ελάσματα. Έπειτα, εκτελείται δύο φορές η ορθογώνια δειγματοληψία που αναλύθηκε στο προηγούμενο εδάφιο, μία για το ορθογώνιο που περιέχει όλα τα σημεία των πραγματικών ελασμάτων (100%) και μία για το ορθογώνιο που περιέχει τα περισσότερα από τα σημεία των πραγματικών ελασμάτων (70%). Τα σημεία που λαμβάνονται από την κάθε επιμέρους ορθογώνια δειγματοληψία είναι περίπου ίσα, οπότε από την κάθε επιμέρους ορθογώνια δειγματοληψία προκύπτουν περίπου τα μισά από τα συνολικά σημεία. Με αυτή τη μέθοδο δειγματοληψίας επί της ουσίας αποδίδεται μεγαλύτερη έμφαση στην περιοχή εκείνη του συνολικού χωρίου β - λ όπου συναντώνται τα περισσότερα ενισχυμένα ελάσματα.

Ένα παράδειγμα 25 σημείων που επιλέγονται με τη μέθοδο διπλής ορθογώνιας δειγματοληψίας παρατίθεται στην [εικόνα 3.9](#) που ακολουθεί. Ο αριθμός των σημείων που προκύπτουν από την ορθογώνια δειγματοληψία στο συνολικό χωρίο β - λ είναι $4 \times 4 = 16$ και ο αριθμός των σημείων που προκύπτουν από την ορθογώνια δειγματοληψία στο μικρότερο χωρίο β - λ είναι $3 \times 3 = 9$. Τα κίτρινα σημεία του διαγράμματος αναπαριστούν τα σημεία που αντιστοιχούν στα πραγματικά ενισχυμένα ελάσματα, ενώ τα κυανά σημεία είναι εκείνα που λαμβάνονται μέσω της

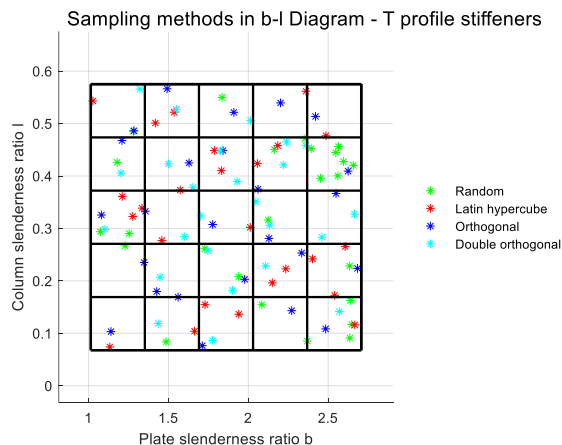
μεθόδου δειγματοληψίας. Το διακεκομμένο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο είναι το ορθογώνιο χωρίο β-λ το οποίο περιέχει τα σημεία των πραγματικών ελασμάτων σε ένα ποσοστό πάνω από 70%.



Εικόνα 3.9: Μέθοδος διπλής ορθογώνιας δειγματοληψίας.

3.3.5. Επιλογή μεθόδου δειγματοληψίας

Στα προηγούμενα εδάφια παρατέθηκαν διάφορες μέθοδοι δειγματοληψίας μέσω των οποίων μπορούν να εξαχθούν τα σημεία με τα οποία τροφοδοτείται το νευρωνικό δίκτυο. Ωστόσο, το αρχικό ερώτημα παραμένει: «Ποια από τις μεθόδους αυτές είναι η πλέον κατάλληλη για το πρόβλημα που μελετάται;». Στην εικόνα 3.10 που ακολουθεί παρατίθενται σε κοινό διάγραμμα όλα τα σημεία που εμφανίστηκαν στις εικόνες 3.6-3.9, τα οποία λαμβάνονται από τις διάφορες μεθόδους δειγματοληψίας.



Εικόνα 3.10: Σύγκριση των μεθόδων δειγματοληψίας

Στην παρούσα εργασία, το ζητούμενο είναι η ανάπτυξη μιας εμπειρικής μεθόδου μέσω της οποίας καθίσταται δυνατή η εκτίμηση της μέγιστης αντοχής των ενισχυμένων ελασμάτων. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι, όσο μεγαλύτερο είναι το εύρος των ενισχυμένων ελασμάτων για το οποίο μπορεί να εφαρμοστεί αυτή η μέθοδος, τόσο πιο μεγάλη είναι η αξία της. Επομένως, είναι προτιμότερο τα σημεία να λαμβάνονται με τέτοιο τρόπο ώστε να καλύπτουν ολόκληρο το εύρος του ορθογώνιου χωρίου β-λ.

Από άποψη προγραμματιστικής δυσκολίας, η μέθοδος τυχαίας δειγματοληψίας είναι η πιο εύκολη στην εφαρμογή της. Ωστόσο, τα αποτελέσματα που προκύπτουν δεν εξασφαλίζουν ότι το σύνολο των σημείων κατανέμεται ομοιόμορφα στο διδιάστατο χωρίο β - λ , πράγμα το οποίο φαίνεται και στην [εικόνα 3.10](#). Συγκεκριμένα, στο μικρότερο ορθογώνιο που είναι 5^ο από τα αριστερά προς τα δεξιά και 4^ο από κάτω προς τα πάνω, με τη μέθοδο τυχαίας δειγματοληψίας έχουν ληφθεί 7 σημεία, ενώ με τη μέθοδο ορθογωνίας δειγματοληψίας έχει ληφθεί 1 σημείο. Αυτό σημαίνει αφενός ότι σε εκείνη την περιοχή ελήφθησαν πολλά σημεία χωρίς αυτό να είναι απαραίτητο, αφετέρου ότι υπάρχουν άλλες περιοχές στις οποίες δεν έχουν ληφθεί πολλά σημεία (όπως για παράδειγμα όλα τα ορθογώνια της 2^{ης} στήλης, στα οποία έχει ληφθεί συνολικά μόλις 1 σημείο).

Κάτι αντίστοιχο παρατηρείται και στην περίπτωση της μεθόδου δειγματοληψίας Latin hypercube. Σε αυτή τη μέθοδο, μπορεί το δείγμα που λαμβάνεται να μην είναι τόσο ακανόνιστο όσο αυτό της μεθόδου τυχαίας δειγματοληψίας, καθώς στη μέθοδο αυτή έχει εισαχθεί ένας περιορισμός, αλλά και πάλι στην [εικόνα 3.10](#) φαίνονται περιοχές οι οποίες έχουν αριθμό σημείων μεγαλύτερο από αυτόν που προβλέπει η μέθοδος ορθογωνίας δειγματοληψίας. Για παράδειγμα, στην 3^η γραμμή (από πάνω προς τα κάτω), το 1^ο και το 2^ο ορθογώνιο (από αριστερά προς τα δεξιά) ελήφθησαν 5 σημεία, ενώ στα 4 ορθογώνια που βρίσκονται ακριβώς από κάτω (το 1^ο και το 2^ο ορθογώνιο της 1^{ης} και της 2^{ης} γραμμής) ελήφθησαν συνολικά μόλις 2 σημεία.

Σε ό,τι αφορά στα σημεία της μεθόδου διπλής ορθογωνίας δειγματοληψίας, αυτά λαμβάνονται με τρόπο πιο ομαλό συγκριτικά με τις μεθόδους που αναφέρθηκαν προηγουμένως, καθώς δεν υπάρχουν περιοχές του χωρίου β - λ με υπερβολικά μεγάλη πυκνότητα σε σημεία. Ωστόσο, και πάλι υπάρχουν κάποιες περιοχές μέσα στις οποίες δε λαμβάνεται επαρκής αριθμός σημείων, πράγμα το οποίο ενδέχεται να επηρεάσει την απόδοση της προκύπτουσας εμπειρικής μεθόδου στις περιοχές αυτές. Επιπλέον, στη μέθοδο αυτή η προγραμματιστική δυσκολία είναι σημαντικά μεγαλύτερη συγκριτικά με όλες τις άλλες μεθόδους, αλλά χωρίς να είναι σίγουρο ότι προκύπτει κάποιο όφελος από αυτό.

Για τους παραπάνω λόγους, τελικώς επιλέχθηκε η λήψη των σημείων να γίνει μέσω της μεθόδου ορθογωνίας δειγματοληψίας, αφενός διότι η προγραμματιστική δυσκολία αυτής της μεθόδου δεν είναι τόσο μεγάλη ώστε να καθιστά πολύ δύσκολη την εφαρμογή της μεθόδου, κι αφετέρου διότι μέσω αυτής της μεθόδου διασφαλίζεται ότι σε κάθε περίπτωση τα σημεία λαμβάνονται έτσι ώστε να εκτείνονται σε ολόκληρο το χωρίο β - λ .

3.4. Μοντελοποίηση νευρωνικού δικτύου

3.4.1. Προσδιορισμός των παραμέτρων

Σε αυτό το εδάφιο γίνεται ο προσδιορισμός των βασικών παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τα ΤΝΔ που παρατίθενται σε αυτήν την εργασία, ενώ επίσης εξηγείται η επιλογή αυτών. Όπως ήδη αναφέρθηκε προηγουμένως, ο αλγόριθμος εκπαίδευσης που επιλέγεται είναι ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt, για τους λόγους που παρατέθηκαν στην παράγραφο 3.2. Η συνάρτηση κόστους επιλέχθηκε να είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mean squared error), η οποία ορίζεται όπως στην [σχέση \(3.6\)](#) (ή ισοδύναμα όπως στη [σχέση \(3.23\)](#)). Η βασικότερη εναλλακτική συνάρτηση κόστους είναι το άθροισμα του τετραγωνικού σφάλματος (sum squared error), όμως η συνάρτηση αυτή είναι ευθέως ανάλογη με τη συνάρτηση κόστους που επιλέχθηκε, οπότε αναμένεται να μην υπάρχει διαφορά ανάμεσα στα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της κάθε συνάρτησης κόστους. Συγκεκριμένα, αν η τιμή του αθροίσματος τετραγωνικού σφάλματος συμβολίζεται ως “SSE” και η τιμή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος συμβολίζεται ως “MSE”, οι δύο τιμές συνδέονται μεταξύ τους ως εξής:

$$SSE = MSE \cdot Q \quad (3.36)$$

όπου Q είναι ο αριθμός των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου.

Σε ό,τι αφορά στον αριθμό των κρυμμένων στρωμάτων, δεν υπάρχει συγκεκριμένη μεθοδολογία η οποία επιδεικνύει με άμεσο και ευθύ τρόπο ποιος είναι ο βέλτιστος αριθμός στρωμάτων για κάθε πρόβλημα. Επομένως, ο προσδιορισμός αυτού του αριθμού γίνεται από τον ίδιο τον προγραμματιστή, με βάση τα κριτήρια που εκείνος θέτει. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, στόχος δεν είναι μόνο η υψηλή ακρίβεια των αποτελεσμάτων του ΤΝΔ, αλλά και η μεγαλύτερη δυνατή απλότητα στην αρχιτεκτονική αυτού. Για αυτό το λόγο, τα ΤΝΔ αυτής της εργασίας επιλέχθηκε να έχουν μόνο ένα κρυμμένο στρώμα. Στις επόμενες παραγράφους, όπου παρατίθενται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τα ΤΝΔ που έχουν μόνο ένα κρυμμένο στρώμα, διαπιστώνεται ότι αυτή η αρχιτεκτονική είναι επαρκής για να αποδώσει αξιόπιστα αποτελέσματα.

Μετά τον προσδιορισμό του αριθμού κρυμμένων στρωμάτων (και κατά συνέπεια και του συνολικού αριθμού στρωμάτων του ΤΝΔ), σειρά έχει ο προσδιορισμός των συναρτήσεων μεταφοράς που χρησιμοποιούνται σε κάθε στρώμα. Για τον προσδιορισμό των συναρτήσεων μεταφοράς επίσης δεν υπάρχει σαφής μεθοδολογία, ωστόσο ο προγραμματιστής μπορεί να αποκτήσει μία κατεύθυνση μέσα από τη φύση του προβλήματος που μελετά. Συγκεκριμένα, στο πρόβλημα που μελετάται σε αυτήν την εργασία, η μεταβλητή εξόδου είναι η ανηγμένη μέγιστη αντοχή, η οποία μπορεί να πάρει τιμές μόνο εντός του διαστήματος [0,1]. Επομένως, ανάμεσα από τις συναρτήσεις μεταφοράς μεταξύ των οποίων μπορεί να επιλέξει ο προγραμματιστής, μοιάζει φυσικότερη η επιλογή μιας συνάρτησης μεταφοράς της οποίας το σύνολο τιμών ανήκει επίσης μέσα στο διάστημα [0,1]. Σε ό,τι αφορά στα ΤΝΔ αυτής της εργασίας, στο κρυμμένο στρώμα επιλέχθηκε η λογιστική σιγμοειδής συνάρτηση μεταφοράς, ενώ στο στρώμα εξόδου επιλέχθηκε η γραμμική συνάρτηση μεταφοράς. Η επιλογή της λογιστικής σιγμοειδούς συνάρτησης στο κρυμμένο στρώμα επιτρέπει στο ΤΝΔ να προσαρμοστεί σε μη γραμμικές σχέσεις, καθιστώντας το πολύ πιο ευέλικτο, ενώ η επιλογή της γραμμικής συνάρτησης μεταφοράς στο στρώμα εξόδου διατηρεί την απλότητα στις μαθηματικές σχέσεις που διέπουν το ΤΝΔ, πράγμα το οποίο αναδεικνύεται στην εξαγωγή της εμπειρικής μεθόδου στο κεφάλαιο 4. Η επιλογή αυτών των συναρτήσεων μεταφοράς αποδίδει ικανοποιητική αξιοπιστία στα εξαγόμενα αποτελέσματα, όπως φαίνεται στις επόμενες παραγράφους.

Όπως αναλύθηκε στην παράγραφο 3.1, ο αριθμός που τελικώς αποθηκεύεται στο νευρώνα j του στρώματος (i) συμβολίζεται με τη μεταβλητή $a_j^{(i)}$. Ο αριθμός αυτός προκύπτει μετά την εφαρμογή της συνάρτησης μεταφοράς που αντιστοιχεί στο στρώμα (i) , ενώ το όρισμα της συνάρτησης μεταφοράς που αντιστοιχεί στον ίδιο νευρώνα συμβολίζεται ως $n_j^{(i)}$. Επομένως, η συνάρτηση μεταφοράς είναι η μαθηματική σχέση μέσω της οποίας συνδέονται οι μεταβλητές $a_j^{(i)}$ και $n_j^{(i)}$. Όταν η συνάρτηση μεταφοράς είναι η λογιστική-σιγμοειδής, η εν λόγω μαθηματική σχέση είναι η ακόλουθη:

$$a_j^{(i)} = \frac{1}{1 + e^{-n_j^{(i)}}} \quad (3.37)$$

Στην περίπτωση που η συνάρτηση μεταφοράς είναι η υπερβολική εφαπτομένη, η μαθηματική σχέση είναι η εξής:

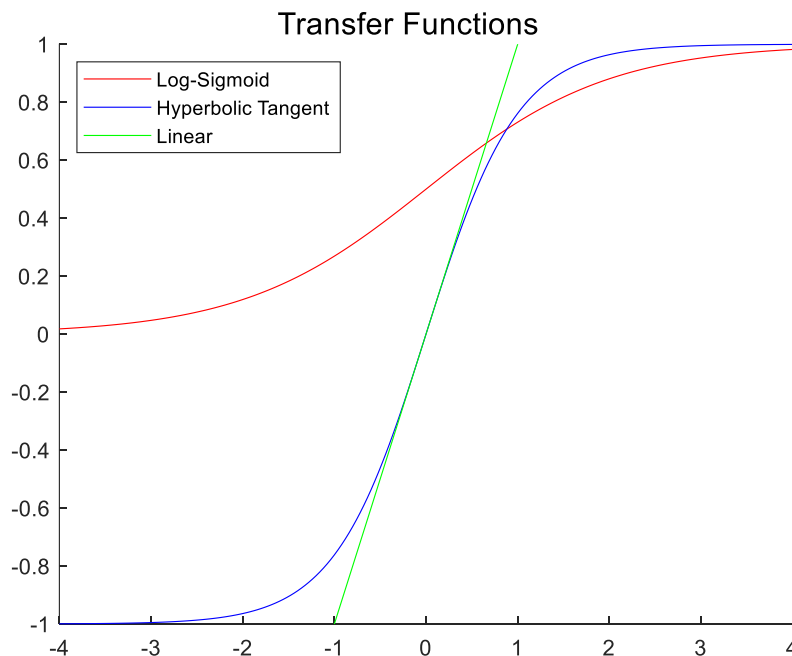
$$a_j^{(i)} = \frac{e^{n_j^{(i)}} - e^{-n_j^{(i)}}}{e^{n_j^{(i)}} + e^{-n_j^{(i)}}} \quad (3.38)$$

Στην περίπτωση που επιλέγεται η γραμμική συνάρτηση μεταφοράς, η μαθηματική σχέση είναι η εξής:

$$a_j^{(i)} = n_j^{(i)} \quad (3.39)$$

οπότε το όρισμα που εισάγεται στη συνάρτηση μεταφοράς αποθηκεύεται αυτούσιο στο νευρώνα.

Οι γραφικές παραστάσεις των τριών παραπάνω συναρτήσεων μεταφοράς παρατίθενται στην [εικόνα 3.11](#) που ακολουθεί.



Εικόνα 3.11: Συναρτήσεις μεταφοράς.

Όπως φαίνεται, τόσο η λογιστική σιγμοειδής συνάρτηση όσο και η υπερβολική εφαπτομένη έχουν σιγμοειδή γραφική παράσταση, ενώ επίσης και οι δύο αυτές συναρτήσεις δύνανται να εισάγουν μη γραμμικότητες στους νευρώνες του ΤΝΔ. Όμως, η λογιστική σιγμοειδής συνάρτηση δίνει τιμές εντός του διαστήματος $[0,1]$ καθ' όλο το πεδίο ορισμού της, ενώ η υπερβολική εφαπτομένη δίνει τιμές εντός του διαστήματος $[-1,1]$ καθ' όλο το πεδίο ορισμού της. Έτσι, δεδομένης της φύσης της μεταβλητής εξόδου, στο υπό μελέτη πρόβλημα ταιριάζει περισσότερο η λογιστική σιγμοειδής συνάρτηση.

Ένα ακόμη στοιχείο που ορίζεται κατά τη δημιουργία του ΤΝΔ είναι οι επιμέρους υποομάδες των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου χωρίζονται σε τρεις υποομάδες: το training set, το validation set και το test set. Σε αυτό το σημείο, λοιπόν, εγείρεται τα εξής ερωτήματα: «Πόσα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου περιέχονται σε κάθε set; Με ποιον τρόπο γίνεται η επιλογή αναφορικά με το ποια ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου πρόκειται να εισαχθούν σε ποιο set;».

Τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου που πρόκειται να περιέχει η κάθε υποομάδα επιλέγονται σε κάθε δοκιμή με συγκεκριμένο τρόπο, δηλαδή ο προγραμματιστής δύναται να ορίσει ποια ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου θα ενταχθούν στο training set, ποια στο validation set και ποια στο test set. Ωστόσο, σε κάθε δοκιμή του κώδικα μέσα στον οποίο δημιουργείται το ΤΝΔ, ο τρόπος με τον οποίο ο προγραμματιστής χωρίζει τις υποομάδες είναι τυχαίος, καθώς δεν υπάρχει συγκεκριμένη μεθοδολογία η οποία υποδεικνύει ποια ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου πρέπει να ενταχθούν σε αυτά τα τρία sets. Συγκεκριμένα, οι πληροφορίες που αφορούν στις μεταβλητές εισόδου εισάγονται στο ΤΝΔ υπό τη μορφή ενός πίνακα που αποτελείται από N_{inp} γραμμές και Q στήλες, όπου N_{inp} είναι ο αριθμός των μεταβλητών εισόδου και Q ο συνολικός αριθμός ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου. Με αυτόν τον τρόπο, κάθε ακέραιος αριθμός $i = 1, 2, \dots, Q$ αντιστοιχεί και σε ένα ζεύγος πληροφοριών εισόδου-εξόδου. Επομένως, για τη διαμόρφωση ενός τυχαίου set (για παράδειγμα του validation set) επιλέγονται αριθμοί με τυχαίο τρόπο, και τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου στα οποία αντιστοιχούν αυτοί οι αριθμοί εισάγονται σε αυτό το set. Στη συνέχεια, για τη διαμόρφωση κάποιου από τα υπόλοιπα δύο sets, επιλέγονται και πάλι αριθμοί με τυχαίο τρόπο, αλλά διαφορετικοί από αυτούς που επιλέχθηκαν προηγουμένως, κι εκτελείται η ίδια διαδικασία. Με τον τρόπο αυτό, ο προγραμματιστής μπορεί να επιλέγει τους ίδιους αριθμούς για κάθε υποομάδα, διασφαλίζοντας έτσι ότι σε κάθε εκτέλεση του κώδικα οι επιμέρους υποομάδες παραμένουν ακριβώς οι ίδιες.

Σε ό,τι αφορά στον αριθμό των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου, αυτός καθορίζεται μέσω του ποσοστού των συνολικών ζευγών που κρίνεται σκόπιμο να έχει η κάθε υποομάδα. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το μεγαλύτερο ποσοστό των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου πρέπει να χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση του ΤΝΔ. Το πρόγραμμα MATLAB, στο οποίο έγινε η κατασκευή των ΤΝΔ της παρούσας εργασίας, προτείνει την χρησιμοποίηση του 70% των ζευγών πληροφοριών για το training set, του 15% για το validation set και του 15% για το test set. Αυτή η προκαθορισμένη ρύθμιση μπορεί να μεταβληθεί από το χρήστη του προγράμματος, εάν εκείνος το επιθυμεί. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας οι αναλογίες αυτές ελήφθησαν ίδιες με αυτές που προτείνει το πρόγραμμα, καθώς δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός που να επιβάλλει την εφαρμογή διαφορετικών αναλογιών.

Στη συνέχεια, ακολουθεί ο προσδιορισμός ορισμένων παραμέτρων που σχετίζονται με την επικείμενη εκπαίδευση του ΤΝΔ. Αρχικά, προσδιορίζεται ο μέγιστος επιτρεπόμενος αριθμός εκτελέσεων του αλγορίθμου (epochs). Αυτή η παράμετρος αποτελεί ένα από τα κριτήρια τερματισμού του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt, τα οποία αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.2. Σε αυτήν την παράμετρο κρίνεται σκόπιμο να δίνονται σχετικά μεγάλες τιμές, έτσι ώστε να μην

τερματίζεται η εκπαίδευση του TND πολύ νωρίς και να μελετάται η απόδοση του TND σε μεγάλο αριθμό επαναλήψεων. Η εκτέλεση μεγάλου αριθμού επαναλήψεων δεν είναι ασύμφορη από πλευράς υπολογιστικού κόστους διότι το πρόβλημα που μελετάται σε αυτήν την εργασία εκφράζεται από μικρό αριθμό μεταβλητών εισόδου και εξόδου.

Μία άλλη παράμετρος που προσδιορίζεται αφορά στο μέγιστο επιτρεπόμενο αριθμό συνεχόμενων επαναλήψεων, στις οποίες η τιμή της συνάρτησης κόστους που αντιστοιχεί στο validation set δεν είναι μικρότερη από την ελάχιστη τιμή που έχει καταγραφεί. Αυτές οι συνεχόμενες επαναλήψεις ορίζονται στα πλαίσια του προγράμματος MATLAB ως “validation checks”. Η εισαγωγή αυτής της παραμέτρου γίνεται με σκοπό να αποτραπεί η εμφάνιση της κατάστασης “overfitting” στην εκπαίδευση του TND. Αυτή η παράμετρος αποτελεί επίσης ένα από τα κριτήρια τερματισμού του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt. Σε αυτήν την παράμετρο κρίνεται και πάλι σκόπιμο να δίνονται σχετικά μεγάλες τιμές, έτσι ώστε να μελετάται η απόδοση του TND σε μεγάλο αριθμό επαναλήψεων. Η μεγάλη τιμή αυτής της παραμέτρου ενδεχομένως να συνεπάγεται και αυξημένη πιθανότητα εμφάνισης της κατάστασης “overfitting”, ή ότι η απόδοση του TND στην τελική κατάσταση είναι χειρότερη από την απόδοση του TND στην επανάληψη εκείνη όπου η τιμή της συνάρτησης κόστους ελαχιστοποιείται για το validation set. Ωστόσο, αυτό δεν προβληματίζει το χρήστη του προγράμματος διότι εκείνος έχει τη δυνατότητα να ξανατρέξει τον κώδικα έτσι ώστε ο αλγόριθμος να εκτελείται μέχρι τον αριθμό επανάληψης που εκείνος επιθυμεί, επομένως έχει τη δυνατότητα να μελετήσει την κατάσταση του TND σε όποια ακριβώς επανάληψη εκείνος επιθυμεί.

Ένα από τα υπόλοιπα κριτήρια τερματισμού του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt αφορά στην τιμή της συνάρτησης κόστους. Συγκεκριμένα, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει μια συγκεκριμένη τιμή της συνάρτησης κόστους (για το training set) ως ικανοποιητικά μικρή (goal), ώστε ο αλγόριθμος να τερματίζεται αν φτάσει αυτήν την τιμή. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, όμως, δεν υπάρχει η ανάγκη να τεθεί κάποιος τέτοιος στόχος, ενώ επίσης δεν υπάρχει σαφής ένδειξη σχετικά με το ποια τιμή θα μπορούσε να θεωρηθεί ικανοποιητικά μικρή. Επομένως, αυτή η τιμή τέθηκε ίση με μηδέν. Με δεδομένο ότι η τιμή της συνάρτησης κόστους δεν είναι δυνατόν να αποκτήσει τιμή μικρότερη του μηδενός, πρακτικά με την επιλογή της τιμής αυτής το εν λόγω κριτήριο τερματισμού απενεργοποιείται.

Μία άλλη παράμετρος που ορίζεται στο πρόγραμμα κατά τη δημιουργία του TND είναι η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή της νόρμας του διανύσματος \mathbf{g}_k (βλ. [σχέση \(3.10\)](#)). Η παράμετρος αυτή αναφέρεται στο πρόγραμμα ως “gradient”. Όταν αυτή η παράμετρος παίρνει πολύ μικρές τιμές, όλα τα στοιχεία του διανύσματος \mathbf{g}_k έχουν πολύ μικρές τιμές. Αυτό σημαίνει ότι η περαιτέρω εκμάθηση του TND γίνεται με πολύ αργό ρυθμό, οπότε η εκτέλεση του αλγορίθμου προτείνεται να τερματιστεί. Η παράμετρος “gradient” που ορίζεται από το χρήστη είναι η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή της νόρμας του διανύσματος \mathbf{g}_k .

Στη συνέχεια, εισάγονται στο πρόγραμμα ορισμένες αριθμητικές παράμετροι που αφορούν στο συντελεστή μ_k του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt. Αρχικά, ορίζεται η τιμή που έχει ο συντελεστής μ_k πριν την πρώτη εκτέλεση του αλγορίθμου. Επίσης, ορίζονται οι πολλαπλασιαστές που εφαρμόζονται στο συντελεστή μ_k όταν αυτός αυξάνεται και όταν αυτός μειώνεται. Συγκεκριμένα, ο πολλαπλασιαστής που εφαρμόζεται στο συντελεστή μ_k όταν ο τελευταίος αυξάνεται, αντιστοιχεί στην αριθμητική παράμετρο θ_2 της [εικόνας \(3.4\)](#), ενώ ο πολλαπλασιαστής που εφαρμόζεται στο συντελεστή μ_k όταν ο τελευταίος μειώνεται, αντιστοιχεί στην αριθμητική παράμετρο $1/\theta_1$ της [εικόνας \(3.4\)](#). Τέλος, εισάγεται η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή για το συντελεστή μ_k , η υπέρβαση της οποίας επιφέρει τον τερματισμό της εκτέλεσης του αλγορίθμου.

Ένας άλλος περιορισμός που δύναται να εφαρμοστεί ο προγραμματιστής, εφόσον κρίνει απαραίτητο ότι αυτό πρέπει να συμβεί, είναι ο μέγιστος χρόνος εκτέλεσης της εκπαίδευσης του TND.

Αυτός ο περιορισμός αποκτά μεγαλύτερη αξία στις περιπτώσεις πολύ μεγάλων ΤΝΔ, των οποίων η εκπαίδευση απαιτεί χρόνο έως και μερικές μέρες για να ολοκληρωθεί. Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, όμως, τα ΤΝΔ που δημιουργούνται είναι πολύ απλά, και κατά συνέπεια η εκπαίδευση αυτών δεν είναι καθόλου ασύμφορη από πλευράς υπολογιστικού κόστους. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει λόγος να τεθεί κάποιος χρονικός περιορισμός στην εκτέλεση του αλγορίθμου. Έτσι, ο μέγιστος επιτρεπόμενος χρόνος εκπαίδευσης επιλέγεται σε όλες τις περιπτώσεις να είναι άπειρος (Inf), επιλογή η οποία πρακτικά απενεργοποιεί αυτό το κριτήριο τερματισμού.

Επιπλέον, ο χρήστης του προγράμματος μπορεί να ορίσει κάποιες παραμέτρους που σχετίζονται με τις πληροφορίες που θέλει εκείνος να βλέπει στην οθόνη του. Περισσότερα σχετικά με αυτές τις παραμέτρους, αλλά και σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο εισάγονται στο πρόγραμμα όλες οι παράμετροι που αναφέρθηκαν σε αυτό το εδάφιο, παρατίθενται στο εδάφιο 3.4.3.

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί το γεγονός ότι οι τιμές των μεταβλητών εισόδου εισάγονται στο ΤΝΔ όχι αυτούσιες, αλλά σε μία κανονικοποιημένη μορφή. Συγκεκριμένα, οι τιμές μίας μεταβλητής εισόδου (έστω a) κυμαίνονται μέσα σε μια κλίμακα από την ελάχιστη αλγεβρική τιμή έως τη μέγιστη αλγεβρική που εντοπίζονται στα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου για τη συγκεκριμένη μεταβλητή. Ωστόσο, πριν εισαχθούν στο ΤΝΔ ανάγονται γραμμικά σε μια κλίμακα που περιέχεται μέσα στο διάστημα $[0,1]$. Αυτό συμβαίνει διότι είναι επιθυμητό οι τιμές $n_j^{(i)}$ να μην είναι ούτε πολύ μεγάλες ούτε πολύ μικρές, όπως εξηγείται και στην επόμενη παράγραφο. Ένας ακόμη λόγος για τον οποίο γίνεται γραμμική αναγωγή των τιμών ώστε αυτές να περιέχονται στο διάστημα $[0,1]$ είναι η χρησιμοποίηση της λογιστικής σιγμοειδούς συνάρτησης μεταφοράς στο 1^ο στρώμα, το σύνολο τιμών της οποίας είναι επίσης το διάστημα $(0,1)$. Στην περίπτωση όπου χρησιμοποιούνταν η υπερβολική εφαπτομένη ως συνάρτηση μεταφοράς, η γραμμική αναγωγή θα μπορούσε να γίνει έτσι ώστε όλες οι τιμές να περιέχονται στο διάστημα $[-1,1]$.

Έτσι, αν a είναι η πραγματική τιμή της μεταβλητής εισόδου και \bar{a} είναι η τιμή που εισάγεται στο ΤΝΔ, ισχύει ότι:

$$\bar{a} = \frac{U - L}{a_{\max} - a_{\min}} \cdot a + \frac{a_{\max} \cdot L - a_{\min} \cdot U}{a_{\max} - a_{\min}} \quad (3.40)$$

όπου L και U είναι η ελάχιστη τιμή και η μέγιστη τιμή, αντίστοιχα, της κλίμακας που περιέχεται μέσα στο διάστημα $[0,1]$. Υπάρχουν διάφοροι πιθανοί συνδυασμοί (L, U) , όπως οι $(L, U) = (0,1)$, $(L, U) = (0.05,0.95)$, $(L, U) = (0.20,0.80)$ και άλλοι.

3.4.2. Αρχικοποίηση βαρών και κατωφλιών

Ένας παράγοντας που σε αρκετές περιπτώσεις επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα που εξάγονται από ένα ΤΝΔ είναι οι αρχικές τιμές που αποδίδονται στα βάρη και τα κατώφλια. Παρ' όλο που δεν υπάρχει συγκεκριμένη μεθοδολογία για την εξαγωγή αυτών των τιμών, υπάρχουν ορισμένες ιδέες οι οποίες μπορούν να δώσουν μία καλή κατεύθυνση στον προγραμματιστή ώστε να αποφεύγει ορισμένα προβλήματα που είναι δυνατόν να εμφανιστούν υπό προϋποθέσεις. Μία τέτοια ιδέα παρατίθεται σε αυτό το εδάφιο.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, είναι καλό οι τιμές $n_j^{(i)}$ να μην είναι ούτε πολύ μεγάλες ούτε πολύ μικρές. Στην περίπτωση όπου οι τιμές $n_j^{(i)}$ είναι πολύ μεγάλες και η συνάρτηση μεταφοράς $f(\cdot)$ που εφαρμόζεται είναι σιγμοειδής, οι παράγωγοι $f'(n_j^{(i)})$ λαμβάνουν πολύ μικρές

τιμές, σχεδόν μηδενικές (πράγμα το οποίο φαίνεται και από την [εικόνα 3.11](#)). Το παραπάνω συνεπάγεται ότι και τα στοιχεία των πινάκων \mathbf{g}_k λαμβάνουν πολύ μικρές τιμές, με αποτέλεσμα να γίνεται πολύ αργή η διαδικασία της εκπαίδευσης του ΤΝΔ, όπως φαίνεται κι από τη [σχέση \(3.34\)](#). Στην περίπτωση όπου οι τιμές $n_j^{(i)}$ είναι πολύ μικρές και η συνάρτηση μεταφοράς $f(\cdot)$ που εφαρμόζεται είναι η υπερβολική εφαπτομένη ή η γραμμική, οι τιμές $f(n_j^{(i)})$ είναι επίσης πολύ κοντά στο μηδέν, πράγμα το οποίο επίσης καθιστά πιο αργή τη διαδικασία εκπαίδευσης του ΤΝΔ [23].

Με γνώμονα την αποφυγή των προβλημάτων που παρατέθηκαν παραπάνω, επινοήθηκε η τεχνική αρχικοποίησης των βαρών και των κατωφλιών του Xavier (Xavier initialization). Η κεντρική ιδέα πίσω από αυτήν την τεχνική αρχικοποίησης είναι ότι οι πληροφορίες που μεταφέρονται μεταξύ των νευρώνων πρέπει να μεταφέρονται ομαλά από το ένα στρώμα στο άλλο, τόσο κατά την πρόσω-τροφοδότηση (feedforward) όσο και κατά την διάδοση της πληροφορίας προς τα πίσω (back-propagation).

Σε ό,τι αφορά στην πρόσω-τροφοδότηση, η μαθηματική σχέση που πρέπει να ικανοποιείται είναι η ακόλουθη:

$$\text{Var}(\mathbf{a}^{(i+1)}) = \text{Var}(\mathbf{a}^{(i)}) \quad (3.41)$$

όπου ο τελεστής $\text{Var}(\cdot)$ συμβολίζει τη διακύμανση της μεταβλητής που βρίσκεται μέσα στην παρένθεση.

Όταν η συνάρτηση μεταφοράς που εφαρμόζεται είναι η λογιστική σιγμοειδής, γύρω από το 0 έχει προσεγγιστική συμπεριφορά. Συγκεκριμένα, η γραμμική συνάρτηση που προσεγγίζει τη λογιστική σιγμοειδή κοντά στο 0 είναι η ακόλουθη:

$$f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \quad (3.42)$$

Με εφαρμογή της συνάρτησης μεταφοράς της [σχέσης \(3.42\)](#) αντί της λογιστικής σιγμοειδούς συνάρτησης μεταφοράς, προκύπτει ότι:

$$\mathbf{a}^{(i+1)} = \frac{1}{4}\mathbf{n}^{(i+1)} + \frac{1}{2} \quad (3.43)$$

Με αντικατάσταση της [σχέσης \(3.43\)](#) στη [σχέση \(3.41\)](#) προκύπτει ότι:

$$\text{Var}\left(\frac{1}{4}\mathbf{n}^{(i+1)} + \frac{1}{2}\right) = \text{Var}(\mathbf{a}^{(i)}) \quad (3.44)$$

Είναι γνωστό ότι ο τελεστής της διακύμανσης ικανοποιεί τις ακόλουθες ιδιότητες:

$$\text{Var}(X + c) = \text{Var}(X) \quad (3.45)$$

$$\text{Var}(c \cdot X) = c^2 \cdot \text{Var}(X) \quad (3.46)$$

όπου στις τελευταίες σχέσεις X είναι μία τυχαία μεταβλητή και c ένας σταθερός αριθμός.

Με εφαρμογή των [ιδιοτήτων \(3.45\)](#) και [\(3.46\)](#) στη [σχέση \(3.44\)](#), προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{16} \cdot \text{Var}(\mathbf{n}^{(i+1)}) = \text{Var}(\mathbf{a}^{(i)}) \quad (3.47)$$

Με αντικατάσταση της [σχέσης \(3.2\)](#) σε μορφή πινάκων, στη [σχέση \(3.47\)](#), προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{16} \cdot \text{Var}(\mathbf{W}^{(i)} \cdot \mathbf{a}^{(i)} + \mathbf{b}^{(i+1)}) = \text{Var}(\mathbf{a}^{(i)}) \quad (3.48)$$

Σε αυτό το σημείο η τελευταία σχέση διατυπώνεται για ένα τυχαίο στοιχείο j του διανύσματος $\mathbf{a}^{(i)}$. Συγκεκριμένα, από τη γραφή αυτή προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{16} \cdot \text{Var} \left(\sum_{k=1}^{N^{(i)}} a_k^{(i)} \cdot w_{j,k}^{(i)} + b_k^{(i+1)} \right) = \text{Var}(a_j^{(i)}) \quad (3.49)$$

Οι μεταβλητές $a_k^{(i)} \cdot w_{j,k}^{(i)}$ θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους, για όλες τις τιμές $k = 1, \dots, N^{(i)}$, ενώ επίσης θεωρούνται ανεξάρτητες και με τις μεταβλητές $b_k^{(i+1)}$. Επίσης, είναι γνωστό ότι η διακύμανση του αθροίσματος πολλών τυχαίων μεταβλητών, ανεξάρτητων μεταξύ τους, ισούται με το άθροισμα των διακυμάνσεων των τυχαίων μεταβλητών, δηλαδή ισχύει ότι:

$$\text{Var} \left(\sum_{i=1}^N X_i \right) = \sum_{i=1}^N \text{Var}(X_i) \quad (3.50)$$

Με εφαρμογή της ιδιότητας (3.50) στη σχέση (3.49), προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{16} \cdot \left\{ \sum_{k=1}^{N^{(i)}} \text{Var} \left(a_k^{(i)} \cdot w_{j,k}^{(i)} + b_k^{(i+1)} \right) \right\} = \text{Var}(a_j^{(i)}) \quad (3.51)$$

Οι μεταβλητές $a_k^{(i)}$ και $w_{j,k}^{(i)}$ θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους. Επίσης, είναι γνωστό ότι η διακύμανση του γινομένου δύο τυχαίων μεταβλητών (έστω X και Y) που είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$\text{Var}(X \cdot Y) = E[X]^2 \cdot \text{Var}(Y) + E[Y]^2 \cdot \text{Var}(X) + \text{Var}(X) \cdot \text{Var}(Y) \quad (3.52)$$

όπου ο τελεστής $E[\cdot]$ συμβολίζει την αναμενόμενη τιμή της εκάστοτε τυχαίας μεταβλητής, η οποία λαμβάνεται ίση με τη μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής.

Με εφαρμογή της ιδιότητας (3.52) στη σχέση (3.51), προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{16} \cdot \left\{ \sum_{k=1}^{N^{(i)}} \left[E[w_{j,k}^{(i)}]^2 \cdot \text{Var}(a_k^{(i)}) + E[a_k^{(i)}]^2 \cdot \text{Var}(w_{j,k}^{(i)}) + \text{Var}(a_k^{(i)}) \cdot \text{Var}(w_{j,k}^{(i)}) + \text{Var}(b_k^{(i+1)}) \right] \right\} = \text{Var}(a_j^{(i)}) \quad (3.53)$$

Σε ό,τι αφορά στις αρχικές τιμές των βαρών, αυτές θεωρείται ότι λαμβάνονται μέσω μίας κατανομής τέτοιας ώστε η μέση τιμή των βαρών να είναι πολύ κοντά στο μηδέν, επομένως λαμβάνεται ότι:

$$E[w_{j,k}^{(i)}] = 0 \quad (3.54)$$

Σε ό,τι αφορά στις αρχικές τιμές των $a_k^{(i)}$, όταν η συνάρτηση μεταφοράς που χρησιμοποιείται είναι η υπερβολική εφαιπτομένη ή η γραμμική, τότε μπορεί να γίνει η παραδοχή ότι οι τιμές $a_k^{(i)}$ κάθε στρώματος προκύπτουν έτσι ώστε να έχουν μέση τιμή ίση με μηδέν. Αυτό συμβαίνει διότι το σύνολο τιμών των δύο αυτών συναρτήσεων είναι συμμετρικό γύρω από το μηδέν. Όταν η συνάρτηση μεταφοράς είναι η λογιστική σιγμοειδής, αυτή η υπόθεση δεν είναι εντελώς ορθή, καθώς το σύνολο τιμών της λογιστικής σιγμοειδούς συνάρτησης είναι το (0,1). Ωστόσο, σε επιστημονικά άρθρα που σχετίζονται με την τεχνική αρχικοποίηση του Xavier, παρατίθεται η άποψη

ότι η τεχνική αυτή λειτουργεί εξίσου καλά και για την υπερβολική εφαιπτομενική σιγμοειδή συνάρτηση μεταφοράς και για τη λογιστική σιγμοειδή συνάρτηση μεταφοράς [24]. Επομένως, η παραδοχή αυτή θεωρείται ότι μπορεί να γίνει και στην περίπτωση της λογιστικής σιγμοειδούς συνάρτησης μεταφοράς, οπότε τελικώς λαμβάνεται ότι:

$$E[a_k^{(i)}]^2 = 0 \quad (3.55)$$

Επιπλέον, στην τεχνική αρχικοποίησης του Xavier εισάγεται η παραδοχή ότι οι αρχικές τιμές όλων των κατωφλιών είναι ίσες με μηδέν, οπότε η διακύμανση αυτών είναι μηδενική, δηλαδή ισχύει ότι [25]:

$$\text{Var}(b_k^{(i+1)}) = 0 \quad (3.56)$$

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας τα κατώφλια αρχικοποιούνται σε τυχαίες τιμές μη μηδενικές, οι οποίες προκύπτουν με τον τρόπο που προκύπτουν τελικώς και τα βάρη. Ωστόσο, όπως φαίνεται και από τα αποτελέσματα των ΤΝΔ που παρατίθενται στις επόμενες παραγράφους, η εφαρμογή της [σχέσης \(3.56\)](#) σε αυτό το στάδιο δε δημιουργεί πρόβλημα στην απόδοση του ΤΝΔ.

Τελικώς, με εφαρμογή των [σχέσεων \(3.54\)](#), [\(3.55\)](#) και [\(3.56\)](#) στη [σχέση \(3.53\)](#), προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{16} \cdot \left\{ \sum_{k=1}^{N^{(i)}} \text{Var}(a_k^{(i)}) \cdot \text{Var}(w_{j,k}^{(i)}) \right\} = \text{Var}(a_j^{(i)}) \Rightarrow$$

$$\frac{N^{(i)}}{16} \cdot \text{Var}(a_k^{(i)}) \cdot \text{Var}(w_{j,k}^{(i)}) = \text{Var}(a_j^{(i)}) \quad (3.57)$$

Με επίλυση της τελευταίας σχέσης ως προς $\text{Var}(w_{j,k}^{(i)})$ και αντικατάσταση του ενός στοιχείου $w_{j,k}^{(i)}$ από ολόκληρο τον πίνακα $\mathbf{W}^{(i)}$, τελικώς προκύπτει ότι:

$$\text{Var}(\mathbf{W}^{(i)}) = \frac{16}{N^{(i)}} \quad (3.58)$$

Μία σχέση παρόμοια με την [\(3.58\)](#) εξάγεται και από τις μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν τη διάδοση της πληροφορίας προς τα πίσω. Προς αυτήν την κατεύθυνση, ορίζεται ο ακόλουθος πίνακας:

$$\frac{\partial \mathbf{n}^{(i+1)}}{\partial \mathbf{n}^{(i)}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial n_1^{(i+1)}}{\partial n_1^{(i)}} & \frac{\partial n_1^{(i+1)}}{\partial n_2^{(i)}} & \dots & \frac{\partial n_1^{(i+1)}}{\partial n_{N^{(i)}}^{(i)}} \\ \frac{\partial n_2^{(i+1)}}{\partial n_1^{(i)}} & \frac{\partial n_2^{(i+1)}}{\partial n_2^{(i)}} & \dots & \frac{\partial n_2^{(i+1)}}{\partial n_{N^{(i)}}^{(i)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial n_{N^{(i+1)}}^{(i+1)}}{\partial n_1^{(i)}} & \frac{\partial n_{N^{(i+1)}}^{(i+1)}}{\partial n_2^{(i)}} & \dots & \frac{\partial n_{N^{(i+1)}}^{(i+1)}}{\partial n_{N^{(i)}}^{(i)}} \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Από τη [σχέση \(3.2\)](#), για το κάθε στοιχείο m, j του πίνακα της τελευταίας σχέσης προκύπτει ότι:

$$\frac{\partial n_m^{(i+1)}}{\partial n_j^{(i)}} = \frac{\partial \left(\sum_{k=1}^{N^{(i)}} w_{m,k}^{(i)} \cdot a_k^{(i)} + b_m^{(i+1)} \right)}{\partial n_j^{(i)}} \Rightarrow \frac{\partial n_m^{(i+1)}}{\partial n_j^{(i)}} = w_{m,j}^{(i)} \cdot \frac{\partial a_j^{(i)}}{\partial n_j^{(i)}} \Rightarrow \dots \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \mathbf{n}_m^{(i+1)}}{\partial \mathbf{n}_j^{(i)}} = \mathbf{w}_{m,j}^{(i)} \cdot f^{(i)'}(\mathbf{n}_j^{(i)}) \quad (3.60)$$

όπου $f^{(i)'}(\mathbf{n}_j^{(i)})$ είναι η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης μεταφοράς $f^{(i)}(\cdot)$ του στρώματος (i) στο σημείο $\mathbf{n}_j^{(i)}$.

Επομένως, για τον πίνακα της σχέσης (3.59) ισχύει ότι:

$$\frac{\partial \mathbf{n}^{(i+1)}}{\partial \mathbf{n}^{(i)}} = \mathbf{W}^{(i)} \cdot \mathbf{D}^{(i)}(\mathbf{n}^{(i)}) \quad (3.61)$$

όπου ο πίνακας $\mathbf{D}^{(i)}(\mathbf{n}^{(i)})$ ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{D}^{(i)}(\mathbf{n}^{(i)}) = \begin{bmatrix} f^{(i)'}(\mathbf{n}_1^{(i)}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & f^{(i)'}(\mathbf{n}_2^{(i)}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & f^{(i)'}(\mathbf{n}_{N^{(i)}}^{(i)}) \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Επιπλέον, για το κάθε στρώμα (i) ορίζεται ο ακόλουθος πίνακας:

$$\mathbf{s}^{(i)} = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}^{(i)}} = \left[\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}_1^{(i)}}, \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}_2^{(i)}}, \dots, \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}_{N^{(i)}}^{(i)}} \right]^T \quad (3.63)$$

όπου $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ είναι η συνάρτηση κόστους.

Με εφαρμογή του κανόνα παραγωγίσισης της αλυσίδας (chain rule) στη μορφή πινάκων, η τελευταία σχέση γράφεται ισοδύναμα ως εξής:

$$\mathbf{s}^{(i)} = \left(\frac{\partial \mathbf{n}^{(i+1)}}{\partial \mathbf{n}^{(i)}} \right)^T \cdot \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}^{(i+1)}} \quad (3.64)$$

Μετά από εφαρμογή της σχέσης (3.61), του ορισμού που αναφέρεται στη σχέση (3.63) και εκτέλεση κατάλληλων πράξεων, η σχέση (3.64) αναδιατυπώνεται ως εξής [5]:

$$\mathbf{s}^{(i)} = \mathbf{D}^{(i)}(\mathbf{n}^{(i)}) \cdot (\mathbf{W}^{(i)})^T \cdot \mathbf{s}^{(i+1)} \quad (3.65)$$

Όταν η συνάρτηση μεταφοράς που χρησιμοποιείται στο στρώμα (i) είναι η λογιστική σιγμοειδής, η πρώτη παράγωγος στο σημείο 0 είναι ίση με 1/4. Επομένως, γίνεται η παραδοχή ότι όλες οι μεταβλητές $\mathbf{n}_1^{(i)}, \mathbf{n}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{n}_{N^{(i)}}^{(i)}$ έχουν τιμές πολύ κοντά στο 0, και κατά συνέπεια προκύπτει ότι:

$$f^{(i)'}(\mathbf{n}_k^{(i)}) = \frac{1}{4}, \quad \forall k = 1, \dots, N^{(i)} \quad (3.66)$$

Με αντικατάσταση της σχέσης (3.66) στη σχέση (3.65), προκύπτει ότι:

$$\mathbf{s}^{(i)} = \frac{1}{4} \cdot (\mathbf{W}^{(i)})^T \cdot \mathbf{s}^{(i+1)} \quad (3.67)$$

Στην τελευταία σχέση, το διάνυσμα $\mathbf{s}^{(i)}$ αποτελείται από $N^{(i)}$ γραμμές και 1 στήλη, ο πίνακας $(\mathbf{W}^{(i)})^T$ αποτελείται από $N^{(i)}$ γραμμές και $N^{(i+1)}$ στήλες και το διάνυσμα $\mathbf{s}^{(i+1)}$ αποτελείται από $N^{(i+1)}$ γραμμές και 1 στήλη. Επομένως, το στοιχείο j του διανύσματος $\mathbf{s}^{(i)}$ υπολογίζεται ως εξής:

$$s_j^{(i)} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{k=1}^{N^{(i+1)}} w_{k,j}^{(i)} \cdot s_k^{(i+1)} \quad (3.68)$$

Με εφαρμογή του τελεστή της διακύμανσης και στα δύο μέλη της τελευταίας σχέσης και εκτέλεση πράξεων, προκύπτει ότι:

$$\text{Var}(s_j^{(i)}) = \text{Var}\left(\frac{1}{4} \cdot \sum_{k=1}^{N^{(i+1)}} w_{k,j}^{(i)} \cdot s_k^{(i+1)}\right) \Rightarrow \dots \Rightarrow$$

$$\text{Var}(s_j^{(i)}) = \frac{1}{16} \cdot \sum_{k=1}^{N^{(i+1)}} \left\{ E[w_{k,j}^{(i)}]^2 \cdot \text{Var}(s_k^{(i+1)}) + \text{Var}(w_{k,j}^{(i)}) \cdot E[s_k^{(i+1)}]^2 + \text{Var}(w_{k,j}^{(i)}) \cdot \text{Var}(s_k^{(i+1)}) \right\} \quad (3.69)$$

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, τα βάρη $w_{k,j}^{(i)}$ επιλέγονται με τέτοιο τρόπο ώστε η μέση τιμή τους να είναι κοντά στο μηδέν (βλ. [σχέση \(3.54\)](#)). Επίσης, οι τιμές $s_k^{(i)}$ λαμβάνουν πολύ μικρές τιμές, καθώς η διαδικασία εκτελείται με τρόπο τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιείται η τιμή της συνάρτησης κόστους, οπότε ισχύει ότι:

$$E[s_k^{(i+1)}]^2 = 0 \quad (3.70)$$

Με αντικατάσταση των [σχέσεων \(3.54\)](#) και [\(3.70\)](#) στη [σχέση \(3.69\)](#), προκύπτει ότι:

$$\text{Var}(s_j^{(i)}) = \frac{1}{16} \cdot \sum_{k=1}^{N^{(i+1)}} \text{Var}(w_{k,j}^{(i)}) \cdot \text{Var}(s_k^{(i+1)}) \Rightarrow$$

$$\text{Var}(s_j^{(i)}) = \frac{N^{(i+1)}}{16} \cdot \text{Var}(w_{k,j}^{(i)}) \cdot \text{Var}(s_k^{(i+1)}) \quad (3.71)$$

Κατ' αντιστοιχία με τη διαδικασία που ακολουθήθηκε κατά την ανάλυση της μαθηματικής σχέσης της πρόσω-τροφοδότησης, στην διάδοση της πληροφορίας προς τα πίσω τίθεται η ακόλουθη απαίτηση:

$$\text{Var}(\mathbf{s}^{(i)}) = \text{Var}(\mathbf{s}^{(i+1)}) \quad (3.72)$$

Με συνδυασμό των [σχέσεων \(3.71\)](#) και [\(3.72\)](#), επίλυση της τελευταίας σχέσης ως προς $\text{Var}(w_{k,j}^{(i)})$ και αντικατάσταση του ενός στοιχείου $w_{k,j}^{(i)}$ από ολόκληρο τον πίνακα $\mathbf{W}^{(i)}$, τελικώς προκύπτει ότι:

$$\text{Var}(\mathbf{W}^{(i)}) = \frac{16}{N^{(i+1)}} \quad (3.73)$$

Η διακύμανση των τιμών του πίνακα $\mathbf{W}^{(i)}$ τελικώς λαμβάνεται με συνδυασμό των [σχέσεων \(3.58\)](#) και [\(3.73\)](#). Συγκεκριμένα, και τα δύο μέλη και των δύο εξισώσεων υψώνονται στον εκθέτη -1, και στη συνέχεια οι σχέσεις που προκύπτουν προστίθενται κατά μέλη, οπότε προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{\text{Var}(\mathbf{W}^{(i)})} + \frac{1}{\text{Var}(\mathbf{W}^{(i)})} = \frac{N^{(i)}}{16} + \frac{N^{(i+1)}}{16} \Rightarrow \dots \Rightarrow$$

$$\text{Var}(\mathbf{W}^{(i)}) = 16 \cdot \frac{2}{N^{(i)} + N^{(i+1)}} \quad (3.74)$$

Άρα, οι τιμές του πίνακα $\mathbf{W}^{(i)}$ κατανομονται με τρόπο τέτοιο ώστε, όποια κατανομή κι αν επιλεγθεί, να έχει διακύμανση ίση με αυτήν που ορίζει η [σχέση \(3.74\)](#). Η τεχνική αρχικοποίησης του Xavier

μπορεί να εφαρμοστεί τόσο σε ομοιόμορφη κατανομή, όσο και σε κανονική κατανομή. Στην περίπτωση της κανονικής κατανομής, όλες οι τιμές $w_{kj}^{(i)}$ επιλέγονται έτσι ώστε να ανήκουν στο διάστημα $[-\text{Var}(\mathbf{W}^{(i)}), \text{Var}(\mathbf{W}^{(i)})]$, δηλαδή σύμφωνα με τη [σχέση \(3.74\)](#) για κάθε στοιχείο $w_{kj}^{(i)}$ ισχύει ότι:

$$w_{kj}^{(i)} \in \left[-4 \cdot \sqrt{\frac{2}{N^{(i)} + N^{(i+1)}}}, 4 \cdot \sqrt{\frac{2}{N^{(i)} + N^{(i+1)}}} \right] \quad (3.75)$$

Στην περίπτωση της ομοιόμορφης κατανομής, όλες οι τιμές $w_{kj}^{(i)}$ επιλέγονται έτσι ώστε να ανήκουν σε ένα διάστημα της μορφής $[-b, b]$. Όμως, είναι γνωστό ότι η διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή σε αυτό το διάστημα δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\mathbf{W}^{(i)}) &= \frac{1}{12} [b - (-b)]^2 \Rightarrow \dots \Rightarrow \\ \text{Var}(\mathbf{W}^{(i)}) &= \frac{b^2}{3} \quad (3.76) \end{aligned}$$

Με συνδυασμό των [σχέσεων \(3.74\)](#) και [\(3.76\)](#) και επίλυση ως προς b , τελικώς προκύπτει ότι:

$$b = 4 \cdot \sqrt{\frac{6}{N^{(i)} + N^{(i+1)}}} \quad (3.77)$$

Επομένως, στην περίπτωση της ομοιόμορφης κατανομής, για κάθε στοιχείο $w_{kj}^{(i)}$ ισχύει ότι:

$$w_{kj}^{(i)} \in \left[-4 \cdot \sqrt{\frac{6}{N^{(i)} + N^{(i+1)}}}, 4 \cdot \sqrt{\frac{6}{N^{(i)} + N^{(i+1)}}} \right] \quad (3.78)$$

Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η τεχνική του Xavier για την αρχικοποίηση των βαρών και των κατωφλιών δεν εφαρμόζεται μόνο στην περίπτωση όπου η συνάρτηση μεταφοράς είναι η λογιστική σιγμοειδής, αλλά μπορεί να εφαρμοστεί και στην περίπτωση όπου η συνάρτηση μεταφοράς είναι η υπερβολική εφαπτομένη, ή ακόμα και η γραμμική. Σε οποιαδήποτε από τις δύο περιπτώσεις ακολουθείται η ίδια διαδικασία που ακολουθήθηκε και παραπάνω, με τις διαφορές να είναι μόνο αριθμητικής φύσεως. Συγκεκριμένα, στην περιοχή κοντά στο μηδέν, η υπερβολική εφαπτομένη προσεγγίζεται από τη γραμμική συνάρτηση $f(x) = x$, ενώ και για τις δύο συναρτήσεις ισχύει ότι $f'(0) = 1$. Έτσι, αν εκτελεστεί η ίδια διαδικασία με αυτές τις διαφοροποιήσεις, τα αποτελέσματα επίσης αναμένονται να είναι διαφορετικά.

Συγκεκριμένα, η σχέση που είναι αντίστοιχη της [\(3.58\)](#) διατυπώνεται ως εξής:

$$\text{Var}(\mathbf{W}^{(i)}) = \frac{1}{N^{(i)}} \quad (3.79)$$

Η σχέση που είναι αντίστοιχη της [\(3.73\)](#) διατυπώνεται ως εξής:

$$\text{Var}(\mathbf{W}^{(i)}) = \frac{1}{N^{(i+1)}} \quad (3.80)$$

Η σχέση που είναι αντίστοιχη της [\(3.74\)](#) διατυπώνεται ως εξής:

$$\text{Var}(\mathbf{W}^{(i)}) = \frac{2}{N^{(i)} + N^{(i+1)}} \quad (3.81)$$

Η σχέση που είναι αντίστοιχη της (3.75) διατυπώνεται ως εξής:

$$w_{k,j}^{(i)} \in \left[-\sqrt{\frac{2}{N^{(i)} + N^{(i+1)}}}, \sqrt{\frac{2}{N^{(i)} + N^{(i+1)}}} \right] \quad (3.82)$$

Η σχέση που είναι αντίστοιχη της (3.78) διατυπώνεται ως εξής:

$$w_{k,j}^{(i)} \in \left[-\sqrt{\frac{6}{N^{(i)} + N^{(i+1)}}}, \sqrt{\frac{6}{N^{(i)} + N^{(i+1)}}} \right] \quad (3.83)$$

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, η κατανομή των αρχικών βαρών και των κατωφλιών προτιμήθηκε να είναι η ομοιόμορφη. Επίσης, η τεχνική αρχικοποίησης του Xavier εφαρμόστηκε ξεχωριστά για τα βάρη και ξεχωριστά για τα κατώφλια στο κάθε στρώμα του ΤΝΔ. Τέλος, όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη παράγραφο, στο 1^ο στρώμα (κρυμμένο στρώμα) επιλέχθηκε η λογιστική σιγμοειδής συνάρτηση μεταφοράς, ενώ στο 2^ο στρώμα (στρώμα εξόδου) επιλέχθηκε η γραμμική συνάρτηση μεταφοράς. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι, τα βάρη του 1^{ου} στρώματος επιλέχθηκαν με ομοιόμορφη κατανομή ικανοποιώντας τη [σχέση \(3.78\)](#), τα κατώφλια του 1^{ου} στρώματος επιλέχθηκαν με ομοιόμορφη κατανομή ικανοποιώντας επίσης τη [σχέση \(3.78\)](#) και με τρόπο ώστε να μην εξαρτώνται από τις επιλογές των βαρών στο 1^ο στρώμα, τα βάρη του 2^{ου} στρώματος επιλέχθηκαν με ομοιόμορφη κατανομή ικανοποιώντας τη [σχέση \(3.83\)](#) και τα κατώφλια του 2^{ου} στρώματος επιλέχθηκαν με ομοιόμορφη κατανομή ικανοποιώντας επίσης τη [σχέση \(3.83\)](#) και με τρόπο ώστε να μην εξαρτώνται από τις επιλογές των βαρών στο 2^ο στρώμα. Όπως φαίνεται και από τα αποτελέσματα των ΤΝΔ που παρατίθενται στις επόμενες παραγράφους, η εφαρμογή αυτής της τεχνικής αρχικοποίησης των βαρών και των κατωφλιών θεωρείται επιτυχής, καθώς οδηγεί σε ικανοποιητικά καλά αποτελέσματα.

3.4.3. Σύνταξη των εντολών

Σε αυτό το εδάφιο παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο συντάσσονται κατάλληλες εντολές στο πρόγραμμα MATLAB, ώστε να δημιουργηθεί ένα ΤΝΔ με τα χαρακτηριστικά που ορίστηκαν νωρίτερα σε αυτήν την παράγραφο. Συγκεκριμένα, θεωρείται ότι το ΤΝΔ υπό κατασκευή έχει το όνομα "net". Η πρώτη ενέργεια είναι ο ορισμός της αρχιτεκτονικής του, ο οποίος γίνεται μέσω της εντολής "feedforwardnet" που συντάσσεται ως εξής:

$$\text{net} = \text{feedforwardnet}(\text{hiddenSizes}, \text{trainFcn}) \quad (3.84)$$

όπου:

- "net" είναι το όνομα που δόθηκε στο ΤΝΔ,
- "trainFcn" είναι ο αλγόριθμος μέσω του οποίου ενημερώνονται τα βάρη και τα κατώφλια σε κάθε επανάληψη και
- "hiddenSizes" είναι ένα διάνυσμα με 1 γραμμή και N_{hidden} στήλες, όπου η μεταβλητή N_{hidden} εκφράζει τον αριθμό των κρυμμένων στρωμάτων του ΤΝΔ. Η τιμή του στοιχείου i του διανύσματος αυτού ισούται με τον αριθμό νευρώνων του στρώματος (i).

Σε αυτήν την εργασία έχει επιλεγθεί ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt, οπότε στη θέση του `trainFcn` τοποθετείται το όρισμα `'trainlm'`. Έτσι, η δημιουργία ενός ΤΝΔ με δύο κρυμμένα στρώματα, εκ των οποίων το 1^ο έχει 8 νευρώνες και το 2^ο έχει 6 νευρώνες, και στο οποίο εφαρμόζεται ο εκπαιδευτικός αλγόριθμος Levenberg-Marquardt, γίνεται ως εξής:

$$\text{net} = \text{feedforwardnet}([8,6], 'trainlm') \quad (3.85)$$

Η επόμενη εντολή που χρησιμοποιείται είναι η εντολή `"configure"`. Στα πλαίσια αυτής της εντολής, το ΤΝΔ προσδιορίζεται πλήρως και είναι έτοιμο προς εκπαίδευση, όμως δεν εκτελείται ακόμα η εκπαίδευση του ΤΝΔ. Συγκεκριμένα, με αυτήν την εντολή εισάγονται στο ΤΝΔ όλα τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου. Η εντολή αυτή συντάσσεται ως εξής:

$$\text{net} = \text{configure}(\text{net}, \text{input}, \text{target}) \quad (3.86)$$

όπου:

- `input` είναι ένας πίνακας με N_{inputs} γραμμές και Q στήλες, όπου N_{inputs} είναι το πλήθος των μεταβλητών εισόδου και Q είναι το πλήθος των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου, ο οποίος περιέχει όλες τις πληροφορίες εισόδου για όλες τις μεταβλητές εισόδου, και
- `target` είναι ένας πίνακας με N_{outputs} γραμμές και Q στήλες, όπου N_{outputs} είναι το πλήθος των μεταβλητών εισόδου και Q είναι το πλήθος των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου, ο οποίος περιέχει τις τιμές εξόδου που αντιστοιχούν στις τιμές των μεταβλητών εισόδου που περιέχονται στον πίνακα `input`.

Σε αυτό το σημείο ακόμη δεν έχουν οριστεί ορισμένες από τις παραμέτρους που περιγράφηκαν στο εδάφιο 3.4.1. Ωστόσο, το ΤΝΔ είναι ήδη έτοιμο προς εκπαίδευση, καθώς αν δεν αποδοθούν από τη χρήση συγκεκριμένες τιμές για τις εν λόγω παραμέτρους, το πρόγραμμα χρησιμοποιεί αυτόματα κάποιες προκαθορισμένες τιμές.

Στη συνέχεια ορίζονται οι αρχικές τιμές των βαρών και των κατωφλιών, οι οποίες προκύπτουν με τον τρόπο που παρατέθηκε στο εδάφιο 3.4.2. Ο ορισμός των αρχικών τιμών των βαρών και των κατωφλιών από τη χρήση του προγράμματος γίνεται μέσω της εντολής `"setwb"`, της οποίας η σύνταξη είναι η ακόλουθη:

$$\text{net} = \text{setwb}(\text{net}, \text{WeightsBiases}) \quad (3.87)$$

όπου `WeightsBiases` είναι ένα διάνυσμα με N_{wb} γραμμές και 1 στήλη. Ο αριθμός N_{wb} είναι ο συνολικός αριθμός όλων των βαρών και όλων των κατωφλιών του ΤΝΔ. Ειδικά στις περιπτώσεις που μελετώνται σε αυτήν την εργασία, όπου τα ΤΝΔ αποτελούνται από το στρώμα εισόδου, το στρώμα εξόδου και 1 κρυμμένο στρώμα, ισχύει ότι:

$$N_{\text{wb}} = N_{\text{neurons}} \cdot (N_{\text{inputs}} + N_{\text{outputs}} + 1) + N_{\text{outputs}} \quad (3.88)$$

Η σειρά με την οποία πρέπει να τοποθετηθούν οι αρχικές τιμές των βαρών και των κατωφλιών στο διάνυσμα `WeightsBiases` είναι η ακόλουθη:

1. Τα πρώτα στοιχεία του διανύσματος `WeightsBiases` είναι τα κατώφλια του 1^{ου} στρώματος, στους νευρώνες του οποίου εφαρμόζονται κατώφλια (στην προκειμένη περίπτωση στο 1^ο κρυμμένο στρώμα).
2. Τα επόμενα στοιχεία του διανύσματος `WeightsBiases` είναι τα βάρη που συνδέουν το 1^ο κρυμμένο στρώμα με την 1^η μεταβλητή εισόδου.

3. Στη συνέχεια το διάνυσμα WeightsBiases συμπληρώνεται με τα βάρη που συνδέουν το 1^ο κρυμμένο στρώμα με τη 2^η μεταβλητή εισόδου, και αντιστοίχως συνεχίζεται η συμπλήρωση στοιχείων μέχρι και τα βάρη που συνδέουν το 1^ο κρυμμένο στρώμα με την τελευταία μεταβλητή εισόδου.
4. Τα αμέσως επόμενα στοιχεία του διανύσματος WeightsBiases είναι τα κατώφλια του 2^{ου} στρώματος, στους νευρώνες του οποίου εφαρμόζονται κατώφλια (στην προκειμένη περίπτωση στο στρώμα εξόδου).
5. Τα τελευταία στοιχεία του διανύσματος WeightsBiases είναι τα βάρη που συνδέουν το στρώμα εξόδου με το 1^ο κρυμμένο στρώμα.

Στην περίπτωση TND με περισσότερα από ένα κρυμμένα στρώματα, η παραπάνω διαδικασία δύναται να γενικευτεί.

Στην περίπτωση όπου ο προγραμματιστής θέλει να αναγνώσει τις τιμές των βαρών και των κατωφλίων που έχουν οριστεί σε αυτό το στάδιο, μπορεί να χρησιμοποιήσει είτε την εντολή “getwb” είτε την εντολή “separatewb”. Η εντολή “getwb” συντάσσεται ως εξής:

$$\text{WeightsBiases} = \text{getwb}(\text{net}) \quad (3.89)$$

όπου το διάνυσμα WeightsBiases είναι ακριβώς το ίδιο με αυτό που ορίστηκε προηγουμένως.

Η σύνταξη της εντολής “separatewb” είναι η ακόλουθη:

$$[A1, A2, A3] = \text{separatewb}(\text{net}, \text{WeightsBiases}) \quad (3.90)$$

όπου:

- A1 είναι ένας πίνακας με στοιχεία τύπου cell, που αποτελείται από $N_{\text{hidden}} + 1$ γραμμές και 1 στήλη. Στην περίπτωση αυτής της εργασίας, όπου ισχύει ότι $N_{\text{hidden}} + 1 = 2$, το στοιχείο cell της 1^{ης} γραμμής και της 1^{ης} στήλης περιέχει έναν πίνακα που αποτελείται από N_{neurons} γραμμές και 1 στήλη, μέσα στον οποίο περιέχονται όλα τα κατώφλια του 1^{ου} κρυμμένου στρώματος, ενώ το στοιχείο cell της 2^{ης} γραμμής και της 1^{ης} στήλης περιέχει έναν πίνακα που αποτελείται από N_{outputs} γραμμές και 1 στήλη, μέσα στον οποίο περιέχονται όλα τα κατώφλια του στρώματος εξόδου.
- A2 είναι ένας πίνακας με στοιχεία τύπου cell, που αποτελείται από $N_{\text{hidden}} + 1$ γραμμές και 1 στήλη. Στην περίπτωση αυτής της εργασίας, όπου ισχύει ότι $N_{\text{hidden}} + 1 = 2$, το στοιχείο cell της 1^{ης} γραμμής και της 1^{ης} στήλης περιέχει έναν πίνακα που αποτελείται από N_{neurons} γραμμές και N_{inputs} στήλες, μέσα στον οποίο περιέχονται όλα τα βάρη που συνδέουν τους νευρώνες του στρώματος εισόδου με τους νευρώνες του 1^{ου} κρυμμένου στρώματος.
- A3 είναι ένας πίνακας με στοιχεία τύπου cell, που αποτελείται από $N_{\text{hidden}} + 1$ γραμμές και $N_{\text{hidden}} + 1$ στήλες. Στην περίπτωση αυτής της εργασίας, όπου ισχύει ότι $N_{\text{hidden}} + 1 = 2$, το στοιχείο cell της γραμμής υπ’ αριθμόν $N_{\text{hidden}} + 1$ και της 1^{ης} στήλης περιέχει έναν πίνακα που αποτελείται από N_{outputs} γραμμές και N_{neurons} στήλες, μέσα στον οποίο περιέχονται όλα τα βάρη που συνδέουν τους νευρώνες του στρώματος εξόδου με τους νευρώνες του 1^{ου} κρυμμένου στρώματος.

Αν μία από τις παραπάνω εντολές εφαρμοστεί σε αυτό το στάδιο (όπου δηλαδή δεν έχει γίνει η εκπαίδευση του ΤΝΔ), οι τιμές που λαμβάνονται είναι οι αρχικές τιμές των βαρών και των κατωφλιών. Αν, όμως, μία από τις παραπάνω εντολές εκτελεστεί μετά την εκπαίδευση του ΤΝΔ, τότε οι τιμές που λαμβάνονται είναι οι τιμές που προέκυψαν για τα βάρη και τα κατώφλια μέσα από τη διαδικασία της εκπαίδευσης.

Σε αυτό το σημείο γίνεται ο προσδιορισμός των παραμέτρων που περιγράφηκαν στο εδάφιο 3.4.1. Στον [πίνακα 3.2](#) που ακολουθεί, στην αριστερή στήλη παρατίθεται η σύνταξη μέσω της οποίας ορίζεται στο πρόγραμμα η τιμή της εκάστοτε παραμέτρου, ενώ στη δεξιά στήλη εξηγείται η πληροφορία που εισάγεται στο ΤΝΔ μέσω της αντίστοιχης εντολής της αριστερής στήλης.

Πίνακας 3.2: Προσδιορισμός των παραμέτρων του ΤΝΔ.

Σύνταξη της εντολής	Επεξήγηση της εισαγόμενης πληροφορίας
<code>net.layers{1}.transferFcn='logsig'</code>	Η συνάρτηση μεταφοράς του 1 ^{ου} στρώματος (μετά το στρώμα εισόδου) είναι η λογιστική σιγμοειδής.
<code>net.layers{2}.transferFcn='purelin'</code>	Η συνάρτηση μεταφοράς του 2 ^{ου} στρώματος (μετά το στρώμα εισόδου) είναι η γραμμική.
<code>net.performFcn='mse'</code>	Η συνάρτηση κόστους είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.
<code>net.divideFcn='divideind'</code>	Τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου μοιράζονται στις επιμέρους υποομάδες με καθορισμό των δεικτών των ζευγών που εισάγονται στην κάθε υποομάδα.
<code>net.divideParam.trainInd=B1</code>	Οι δείκτες των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που εισάγονται στο training set περιέχονται στο διάνυσμα B1 που αποτελείται από 1 γραμμή.
<code>net.divideParam.valInd=B2</code>	Οι δείκτες των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που εισάγονται στο validation set περιέχονται στο διάνυσμα B2 που αποτελείται από 1 γραμμή.
<code>net.divideParam.testInd=B3</code>	Οι δείκτες των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που εισάγονται στο test set περιέχονται στο διάνυσμα B3 που αποτελείται από 1 γραμμή.
<code>net.trainParam.goal=0</code>	Η εκτέλεση του αλγορίθμου τερματίζεται αν η τιμή της συνάρτησης κόστους του training set γίνει μικρότερη από 0.
<code>net.trainParam.max_fail=1000</code>	Η εκτέλεση του αλγορίθμου τερματίζεται αν ο αριθμός των validation checks γίνει μεγαλύτερος από 1000.
<code>net.trainParam.min_grad=1e-012</code>	Η εκτέλεση του αλγορίθμου τερματίζεται αν η νόρμα του διανύσματος \mathbf{g}_k λάβει τιμή μικρότερη από 1e-012.
<code>net.trainParam.mu=1e-003</code>	Η αρχική τιμή του συντελεστή μ_k λαμβάνεται ίση με 1e-003.
<code>net.trainParam.mu_inc=1e+001</code>	Ο πολλαπλασιαστής που εφαρμόζεται στο συντελεστή μ_k όταν η τιμή αυτού αυξάνεται, είναι ίσος με 1e+001.
<code>net.trainParam.mu_dec=1e-001</code>	Ο πολλαπλασιαστής που εφαρμόζεται στο συντελεστή μ_k όταν η τιμή αυτού μειώνεται, είναι ίσος με 1e-001.
<code>net.trainParam.mu_max=1e+010</code>	Η εκτέλεση του αλγορίθμου τερματίζεται αν ο συντελεστής μ_k λάβει τιμή μεγαλύτερη από 1e+010.
<code>net.trainParam.show=25</code>	Στο command window του MATLAB εμφανίζονται πληροφορίες για την αρχική κατάσταση (epoch=0), κι έπειτα ανά 25 epochs (εφόσον ο χρήστης έχει ενεργοποιήσει τη σχετική επιλογή).
<code>net.trainParam.showCommandLine=true</code>	Ο χρήστης ενεργοποιεί την ανωτέρω επιλογή.
<code>net.trainParam.showWindow=true</code>	Ο χρήστης ενεργοποιεί το παράθυρο στο οποίο περιέχονται τιμές και γραφήματα που περιγράφουν τη λειτουργία του ΤΝΔ.
<code>net.trainParam.time=Inf</code>	Η εκπαίδευση του ΤΝΔ επιτρέπεται να διαρκέσει μέχρι και άπειρο χρόνο.

Οι πληροφορίες που αναφέρθηκαν στην επεξήγηση της εντολής `net.trainParam.show=25` είναι οι ακόλουθες:

1. Ο αύξων αριθμός της εκάστοτε επανάληψης.
2. Μία χρονική ένδειξη για την εκάστοτε επανάληψη.
3. Η τιμή της συνάρτησης κόστους του training set στην εκάστοτε επανάληψη.
4. Η τιμή της νόρμας του διανύσματος \mathbf{g}_k στην εκάστοτε επανάληψη.
5. Η τιμή του συντελεστή μ_k στην εκάστοτε επανάληψη.
6. Η τιμή των validation checks στην εκάστοτε επανάληψη.

Μετά τον προσδιορισμό όλων των επιμέρους παραμέτρων που επηρεάζουν τη λειτουργία του ΤΝΔ, ακολουθεί η εκπαίδευσή του. Αυτή εκτελείται μέσω της εντολής “train”, της οποίας η σύνταξη είναι η ακόλουθη:

$$\text{net} = \text{train}(\text{net}, \text{input}, \text{target}) \quad (3.91)$$

όπου οι πίνακες `input` και `target` είναι οι ίδιοι με αυτούς που εισήχθησαν στη [σχέση \(3.86\)](#).

Μετά την εκπαίδευση του ΤΝΔ, ο χρήστης δύναται να αναγνώσει τις αποθηκευμένες τιμές των βαρών και των κατωφλίων μετά την εκπαίδευση, χρησιμοποιώντας τις εντολές “getwb” ή “separatewb”.

Τέλος, εφόσον το ΤΝΔ έχει εκπαιδευτεί και η εκπαίδευσή του θεωρείται ικανοποιητική, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ώστε να προβλέψει τις τιμές των μεταβλητών εξόδου για νέους συνδυασμούς των μεταβλητών εισόδου, οι οποίοι είναι άγνωστοι σε αυτό. Αυτό μπορεί να γίνει μέσω της ακόλουθης γραμμής κώδικα:

$$\text{new_outputs} = \text{net}(\text{new_inputs}) \quad (3.92)$$

όπου:

- `new_outputs` είναι ένας πίνακας που αποτελείται από N_{outputs} γραμμές και Q' στήλες,
- `net` είναι το όνομα του (εκπαιδευμένου πλέον) ΤΝΔ,
- `new_inputs` είναι ένας πίνακας που αποτελείται από N_{inputs} γραμμές και Q' στήλες και
- Q' είναι ο αριθμός των νέων ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου, τα οποία δημιουργούνται με χρήση του ΤΝΔ.

3.5. Εφαρμογή της μοντελοποίησης σε απλό παράδειγμα

Στις προηγούμενες παραγράφους παρατέθηκαν όλες οι λεπτομέρειες που σχετίζονται με τη δημιουργία ενός ΤΝΔ. Με βάση αυτές τις πληροφορίες τελικώς κατασκευάζεται το ΤΝΔ που εφευρίσκει μία σύνδεση ανάμεσα στους συντελεστές λυγηρότητας β, λ και τη μεταβλητή j που δηλώνει τον τύπο του προφίλ του ενισχυμένου ελάσματος (μεταβλητές εισόδου) και στη μέγιστη αντοχή του (μεταβλητή εξόδου). Πριν δημιουργηθεί αυτό το ΤΝΔ, όμως, κρίθηκε σκόπιμη η δημιουργία ενός ΤΝΔ το οποίο επιλύει ένα απλούστερο πρόβλημα, αφενός για να διαπιστωθεί αν οι επιλογές που έγιναν στις προηγούμενες παραγράφους μπορούν να αποδώσουν καλά αποτελέσματα, αφετέρου για να αποκτηθεί μια πρώτη εικόνα της συμπεριφοράς του ΤΝΔ σε προβλήματα παρόμοιας φύσεως.

Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε ένα ΤΝΔ το οποίο υπολογίζει τη μέγιστη αντοχή στοιχείων πλάκας, σύμφωνα με την ανάλογη μαθηματική σχέση των CSR. Η σχέση των CSR ορίζει την τάση που παραλαμβάνει ένα στοιχείο πλάκας συναρτήσει της παραμόρφωσής του, ως εξής [1]:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{Y,P}} = \min \left\{ \Phi, \Phi \cdot \left[\frac{b}{a} \cdot \left(\frac{2.25}{\beta_E} - \frac{1.25}{\beta_E^2} \right) + 0.1 \cdot \left(1 - \frac{b}{a} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta_E^2} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.93)$$

όπου:

- $\sigma_{Y,P}$ [MPa]: είναι το όριο διαρροής του υλικού του στοιχείου πλάκας,
- Φ είναι μια συνάρτηση που ορίζεται ως εξής:

$$\Phi = \begin{cases} -1, & \text{για } \varepsilon < -1 \\ \varepsilon, & \text{για } -1 \leq \varepsilon \leq 1 \\ 1, & \text{για } \varepsilon > 1 \end{cases} \quad (3.94)$$

- a [m]: είναι το μήκος του στοιχείου πλάκας,
- b [m]: είναι το πλάτος του στοιχείου πλάκας,
- β_E [-]: είναι ο συντελεστής λυγηρότητας πλάκας, συναρτήσει της παραμόρφωσης, ο οποίος υπολογίζεται ως εξής:

$$\beta_E = \frac{b}{t_p} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \sigma_{Y,P}}{E}} \quad (3.95)$$

- t_p [m]: είναι το πάχος του στοιχείου πλάκας,
- ε [-]: είναι η ορθή παραμόρφωση του στοιχείου πλάκας και
- E [MPa]: είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού του στοιχείου πλάκας.

Στην προκειμένη περίπτωση, η τιμή που ενδιαφέρει είναι η μέγιστη αντοχή του στοιχείου πλάκας. Η τιμή αυτή λαμβάνεται όταν:

$$\varepsilon = 1 \quad (3.96)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (3.94), για την τιμή της σχέσης (3.96) ισχύει ότι:

$$\Phi = 1 \quad (3.97)$$

Με αντικατάσταση της σχέσης (1.17) στη σχέση (3.95) προκύπτει ότι:

$$\beta_E = \beta \cdot \sqrt{\varepsilon} \quad (3.98)$$

Με αντικατάσταση της σχέσης (3.96) στη σχέση (3.98) προκύπτει ότι:

$$\beta_E = \beta \quad (3.99)$$

Επιπλέον, ο λόγος επιμήκους (Aspect Ratio) του στοιχείου πλάκας ορίζεται ως εξής:

$$AR = \frac{a}{b} \quad (3.100)$$

Επομένως, με αντικατάσταση των [σχέσεων \(3.97\)](#), [\(3.99\)](#) και [\(3.100\)](#) στη [σχέση \(3.93\)](#), τελικώς προκύπτει ότι η μέγιστη αντοχή ενός στοιχείου πλάκας υπολογίζεται σύμφωνα με τους CSR από την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{Y_P}} = \min \left\{ 1, \frac{1}{AR} \cdot \left(\frac{2.25}{\beta} - \frac{1.25}{\beta^2} \right) + 0.1 \cdot \left(1 - \frac{1}{AR} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta^2} \right)^2 \right\} \quad (3.101)$$

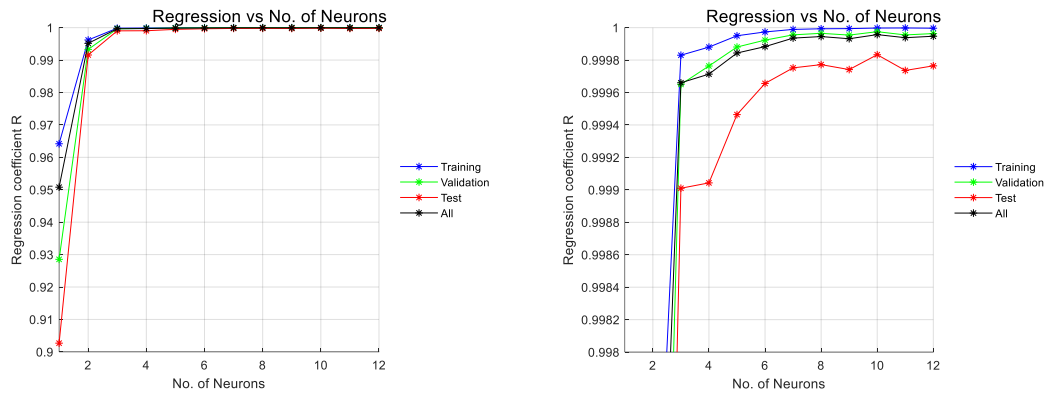
Όπως φαίνεται, η μέγιστη αντοχή εξαρτάται μόνο από τις ανεξάρτητες μεταβλητές β και AR . Αυτή ακριβώς είναι και η εξάρτηση που προσεγγίζει το ΤΝΔ που δημιουργείται σε αυτήν την παράγραφο.

Όπως είναι λογικό, το ΤΝΔ που δημιουργείται έχει δύο μεταβλητές εισόδου (β, AR) και μία μεταβλητή εξόδου (σ/σ_{Y_P}). Επίσης, στο ΤΝΔ χρησιμοποιείται 1 κρυμμένο στρώμα, όπως έχει ήδη αναφερθεί και προηγουμένως, ενώ η συνάρτηση μεταφοράς που χρησιμοποιείται στο κρυμμένο στρώμα είναι η λογιστική σιγμοειδής και η συνάρτηση μεταφοράς που χρησιμοποιείται στο στρώμα εξόδου είναι η γραμμική. Επομένως, το ερώτημα που απομένει να απαντηθεί ώστε να προσδιοριστεί πλήρως η αρχιτεκτονική του ΤΝΔ είναι το εξής: «Ποιος είναι ο κατάλληλος αριθμός νευρώνων που πρέπει να έχει το κρυμμένο στρώμα;».

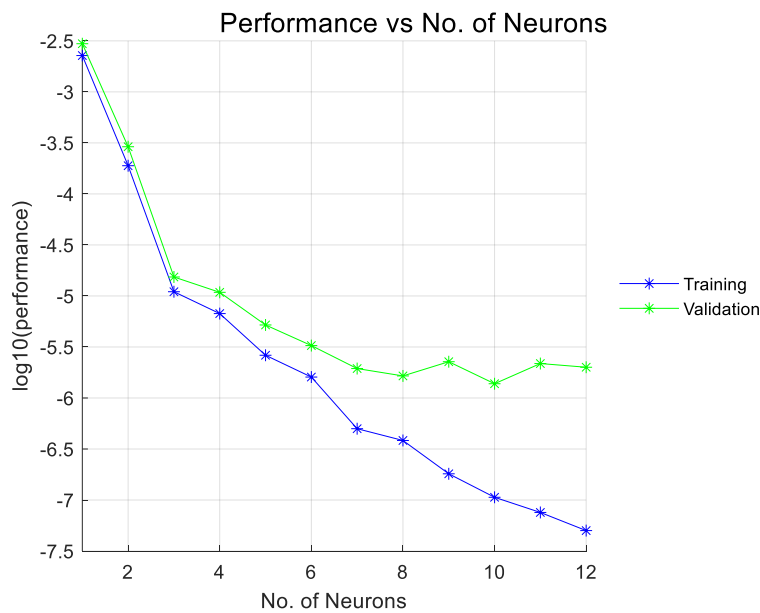
Σε αυτό το ερώτημα δεν υπάρχει κάποια σαφής απάντηση, όμως ο κάθε προγραμματιστής μπορεί να επιλέξει τον αριθμό των νευρώνων βασιζόμενος στα κριτήρια που έχει ορίσει. Σε αυτό το ΤΝΔ, ο βέλτιστος αριθμός νευρώνων είναι ο ελάχιστος δυνατός αριθμός νευρώνων για τον οποίο επιτυγχάνεται ικανοποιητικά καλή ακρίβεια, καθώς το ΤΝΔ που δημιουργείται είναι επιθυμητό όχι μόνο να αποδίδει καλά αποτελέσματα, αλλά να έχει και την απλούστερη δυνατή δομή. Για το λόγο αυτό, εκτελέστηκαν δοκιμές σε ένα εύρος αριθμών νευρώνων, και από τα αποτελέσματα που προέκυψαν από αυτές τις δοκιμές έγινε η επιλογή του αριθμού νευρώνων.

Συγκεκριμένα, εκτελέστηκαν δοκιμές για όλες τις τιμές του αριθμού νευρώνων από 1 έως 12. Τα αποτελέσματα που αξιολογήθηκαν είναι οι συντελεστές συσχέτισης (βλ. [σχέση \(1.23\)](#)) που προκύπτουν για όλες τις επιμέρους υποομάδες, αλλά και για το σύνολο των ζευγών πληροφοριών, και οι τιμές της συνάρτησης κόστους για το training set και για το validation set. Σε ό,τι αφορά στους συντελεστές συσχέτισης, όσο πιο κοντά στη μονάδα είναι οι τιμές που προκύπτουν, τόσο πιο καλή προβλέπεται να είναι η απόδοση του ΤΝΔ. Σε ό,τι αφορά στις τιμές της συνάρτησης κόστους, όσο μικρότερες είναι οι τιμές αυτές, τόσο πιο καλή προβλέπεται να είναι η απόδοση του ΤΝΔ. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις δοκιμές αυτές παρατίθενται στις [εικόνες 3.12α](#) και [3.12β](#) που ακολουθούν.

Ένα πράγμα που χρειάζεται να αναφερθεί είναι ότι οι δοκιμές αυτές δεν εκτελέστηκαν μόνο μία φορά για κάθε αριθμό νευρώνων. Όπως έχει αναφερθεί, οι αρχικές τιμές των βαρών και των κατωφλιών επηρεάζουν την απόδοση του ΤΝΔ, όμως δεν υπάρχει κάποιος σαφής τρόπος για τον προσδιορισμό τους. Επομένως, κάθε τέτοια δοκιμή επηρεάζεται με τρόπο τέτοιο που δεν μπορεί να προβλεφθεί, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι τα αποτελέσματα δύο διαφορετικών δοκιμών για τον ίδιο αριθμό νευρώνων ενδέχεται να είναι εντελώς διαφορετικά μεταξύ τους. Για το λόγο αυτό, για κάθε αριθμό νευρώνων εκτελέστηκαν 10 δοκιμές. Οι τιμές που περιέχονται στα παρακάτω διαγράμματα είναι οι μέσοι όροι αυτών των 10 δοκιμών.



Εικόνα 3.12α: Συντελεστής συσχέτισης R συναρτήσει του αριθμού των νευρώνων.



Εικόνα 3.12β: Μέσο τετραγωνικό σφάλμα συναρτήσει του αριθμού των νευρώνων.

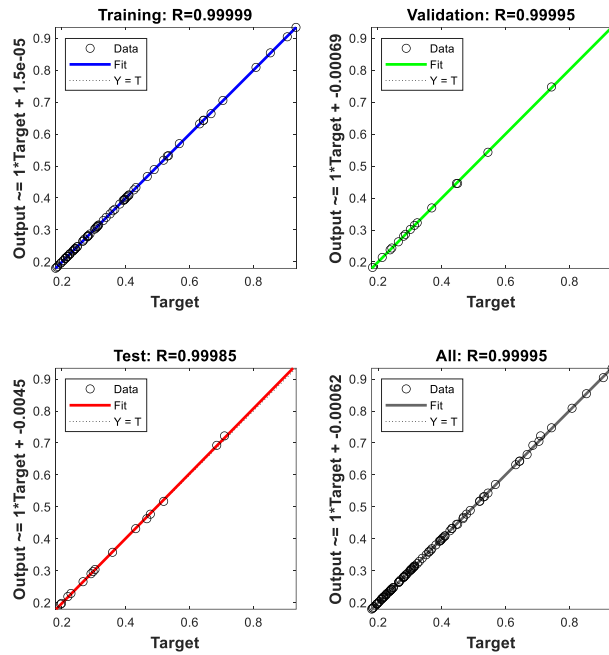
Στην [εικόνα 3.12α](#) φαίνεται ότι όλοι οι συντελεστές συσχέτισης αυξάνονται συνεχώς μέχρι τους 8 νευρώνες, αλλά όταν εισάγονται περισσότεροι νευρώνες κάποιοι από τους συντελεστές συσχέτισης δεν εμφανίζουν γνησίως αύξουσα συμπεριφορά, αλλά αυξομειώνονται. Ομοίως, στην [εικόνα 3.12β](#) φαίνεται ότι η τιμή της συνάρτησης κόστους που προκύπτει για το validation set εμφανίζει γνησίως φθίνουσα συμπεριφορά μέχρι τους 8 νευρώνες, αλλά εμφανίζει αυξομειώσεις όταν εισάγονται περισσότεροι νευρώνες. Η τιμή της συνάρτησης κόστους που προκύπτει για το training set μειώνεται συνεχώς καθώς αυξάνεται ο αριθμός των νευρώνων, πράγμα το οποίο είναι λογικό διότι η εκπαίδευση του ΤΝΔ εκτελείται με βάση τα δεδομένα που περιέχονται στο training set. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι όταν εισάγονται περισσότεροι από 8 νευρώνες στο κρυμμένο στρώμα, το μειονέκτημα της αυξημένης πολυπλοκότητας που αποκτά το ΤΝΔ δεν αντισταθμίζεται από κάποια αισθητή βελτίωση στην απόδοσή του. Συνεπώς, επιλέγεται το κρυμμένο στρώμα να έχει 8 νευρώνες.

Σε αυτό το σημείο εγείρεται ένα ερώτημα, το οποίο αφορά στον αριθμό των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που απαιτούνται για να είναι επιτυχημένη η εκπαίδευση. Στην περίπτωση αυτού του ΤΝΔ, μετά από δοκιμές διαπιστώθηκε ότι 100 ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου αρκούν για να εκπαιδευτεί σωστά το ΤΝΔ. Από τα 100 ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου,

τα 70 εισήχθησαν στο training set, τα 15 εισήχθησαν στο validation set και τα υπόλοιπα 15 εισήχθησαν στο test set. Τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου ελήφθησαν με τη μέθοδο ορθογωνίας δειγματοληψίας που παρατέθηκε στο εδάφιο 3.3.3, ενώ περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με το εύρος από το οποίο επιλέχθηκαν αυτά τα ζεύγη παρατίθενται στην παράγραφο 4.1. Το ερώτημα αυτό παραμένει και για το ΤΝΔ μέσω του οποίου αναμένεται να υπολογίζεται η μέγιστη αντοχή των ενισχυμένων ελασμάτων. Ωστόσο, σε εκείνο το ΤΝΔ η δημιουργία «στόχων» (targets) είναι συγκριτικά δυσκολότερη σε σχέση με το ΤΝΔ που μελετάται σε αυτό το εδάφιο, καθώς ο υπολογισμός της μέγιστης αντοχής ενός ενισχυμένου ελάσματος απαιτεί μία σχετική εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων σε αυτό το έλασμα.

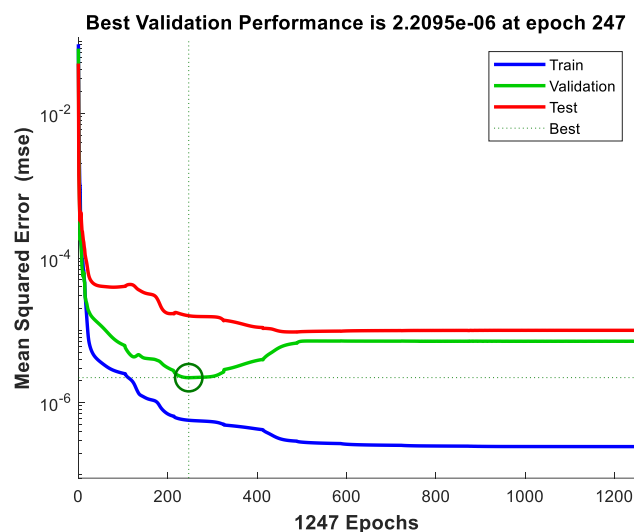
Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο είναι σημαντική η εφαρμογή ενός ΤΝΔ για την επίλυση ενός απλούστερου προβλήματος. Σε αυτό το πρόβλημα, οι «στόχοι» που αντιστοιχούν σε δεδομένες τιμές των μεταβλητών εισόδου εξάγονται απευθείας από τη [σχέση \(3.101\)](#), οπότε είναι πιθανή η εκτέλεση δοκιμών για την εύρεση ενός επιθυμητού αριθμού ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου. Επομένως, ευρίσκεται ένας αριθμός ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου για τον οποίο η εκπαίδευση εκτελείται σωστά, και αυτός ο αριθμός δίνει στον προγραμματιστή μία πρώτη εκτίμηση σχετικά με τον αριθμό των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που απαιτούνται για την εκπαίδευση του ΤΝΔ που επιλύει ένα πιο πολύπλοκο πρόβλημα. Για παράδειγμα, αν διαπιστωνόταν ότι 300 ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου δεν ήταν επαρκή για να εκπαιδευτεί σωστά το ΤΝΔ που επιλύει το απλούστερο πρόβλημα, τότε προφανώς αυτός ο αριθμός ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου δε θα ήταν αρκετός και για την εκπαίδευση του ΤΝΔ που καλείται να επιλύσει το πιο πολύπλοκο πρόβλημα.

Στην [εικόνα 3.13](#) που ακολουθεί απεικονίζεται η συσχέτιση μεταξύ των «στόχων» που έχουν εισαχθεί στο ΤΝΔ ως δεδομένα και των τιμών που υπολογίζει το ΤΝΔ αντί των «στόχων» αυτών, ενώ επίσης αναγράφονται και οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης που υπολογίζονται για κάθε υποομάδα. Η ιδανική κατάσταση είναι η ταύτιση όλων των συντελεστών συσχέτισης με τη μονάδα. Σε αυτήν την περίπτωση, όλα τα κυκλικά σημεία θα βρίσκονταν πάνω στις διαγωνίους, πράγμα το οποίο θα σήμαινε ότι όλες οι τιμές που υπολόγισε το ΤΝΔ είναι ακριβώς οι ίδιες με τους αντίστοιχους «στόχους». Όπως φαίνεται, οι συντελεστές συσχέτισης βρίσκονται πολύ κοντά στη μονάδα, επομένως η απόδοση του ΤΝΔ είναι πολύ καλή.



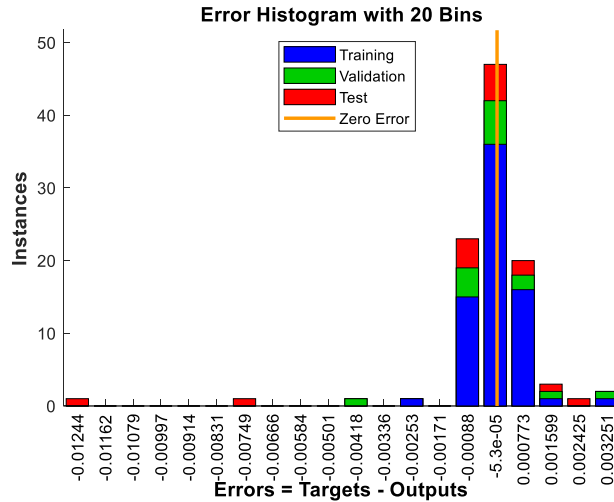
Εικόνα 3.13: Συντελεστές συσχέτισης για το ΤΝΔ του απλούστερου προβλήματος.

Στην εικόνα 3.14 που ακολουθεί παρατίθενται οι τιμές της συνάρτησης κόστους, ως συνάρτηση των επαναλήψεων του αλγορίθμου. Η απεικόνιση αυτή είναι σε πλήρη συμφωνία με όσα έχουν ειπωθεί προηγουμένως. Συγκεκριμένα, η τιμή της συνάρτησης κόστους μειώνεται διαρκώς στο training set, αλλά δεν ισχύει το ίδιο και για το validation set. Η επανάληψη εκείνη όπου η τιμή της συνάρτησης κόστους που υπολογίζεται για το validation set ελαχιστοποιείται, επισημαίνεται ως η βέλτιστη (βλ. κύκλο στην εικόνα 3.14). Μετά από εκείνη την επανάληψη, η τιμή της συνάρτησης κόστους του validation set δεν γίνεται ποτέ μικρότερη από την ελάχιστη τιμή που έχει καταγραφεί και διαρκώς αυξάνεται. Αυτό αποτελεί μία ένδειξη ότι, μετά την επανάληψη αυτή, το ΤΝΔ ενδέχεται να βρίσκεται στην κατάσταση “overfitting”.



Εικόνα 3.14: Τιμές της συνάρτησης κόστους για κάθε επανάληψη.

Στην [εικόνα 3.15](#) παρουσιάζεται το ιστόγραμμα του σφάλματος $e_q = t_q - a_q$ για την μεταβλητή εξόδου του ΤΝΔ. Όπως φαίνεται, η μέγιστη τιμή σφάλματος που παρουσιάζεται αντιστοιχεί σε σφάλμα 1.2% της μέγιστης αντοχής, τιμή που θεωρείται πολύ μικρή, και παρουσιάζεται για μόλις 1 από τα συνολικά 100 ζεύγη πληροφοριών. Επίσης, στα 90 από τα 100 ζεύγη πληροφοριών (τα οποία περιέχονται στις 3 υψηλότερες στήλες) το σφάλμα είναι μικρότερο από 0.1%, τιμή η οποία είναι τόσο μικρή που στα πλαίσια αυτού του προβλήματος μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.



Εικόνα 3.15: Ιστόγραμμα σφάλματος

Από όλα τα παραπάνω προκύπτει το συμπέρασμα ότι η δημιουργία ενός ΤΝΔ σύμφωνα με τις πληροφορίες που παρατέθηκαν στο κεφάλαιο 3 οδηγεί σε πολύ αξιόπιστα αποτελέσματα για ένα πρόβλημα παρόμοιας φύσεως με το πρόβλημα που μελετάται σε αυτήν την εργασία. Όπως ήδη αναφέρθηκε, η προσέγγιση της συσχέτισης $(\beta, AR) \rightarrow (\sigma/\sigma_Y)$ που παρουσιάστηκε σε αυτήν την παράγραφο είναι ευκολότερη σε σχέση με την προσέγγιση της συσχέτισης $(\beta, \lambda, j) \rightarrow (\sigma/\sigma_Y)$ η οποία αποτελεί το κύριο αντικείμενο μελέτης αυτής της εργασίας, καθώς στην πρώτη περίπτωση οι μεταβλητές εξόδου συνδέονται με τις μεταβλητές εισόδου μέσω μιας μαθηματικής σχέσης κλειστού τύπου ([σχέση \(3.101\)](#)), ενώ στη δεύτερη περίπτωση δεν υπάρχει κάποια τέτοια μαθηματική σχέση. Συνεπώς, η ακρίβεια που παρουσιάζεται στις [εικόνες 3.13](#), [3.14](#) και [3.15](#) δεν είναι σίγουρο ότι θα είναι το ίδιο υψηλή και στην περίπτωση του ΤΝΔ που προσεγγίζει τη συσχέτιση $(\beta, \lambda, j) \rightarrow (\sigma/\sigma_Y)$. Ωστόσο, η πολύ καλή απόδοση του ΤΝΔ για το απλούστερο πρόβλημα επικυρώνει ότι οι βασικές επιλογές που έγιναν για τη λειτουργία του ΤΝΔ (όπως η επιλογή του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt ως αλγορίθμου εκπαίδευσης, η επιλογή ενός μόνο κρυμμένου στρώματος, η επιλογή των συναρτήσεων μεταφοράς για το κάθε στρώμα κ.ά.) είναι σωστές. Επιπλέον, μέσα από την εφαρμογή ενός ΤΝΔ για αυτό το απλούστερο παράδειγμα ελήφθη μια πρώτη εκτίμηση του αριθμού των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που απαιτείται να εισαχθούν στο ΤΝΔ που δημιουργείται για την προσέγγιση της συσχέτισης $(\beta, \lambda, j) \rightarrow (\sigma/\sigma_Y)$ που μελετάται στο κεφάλαιο 4 που ακολουθεί.

4. ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

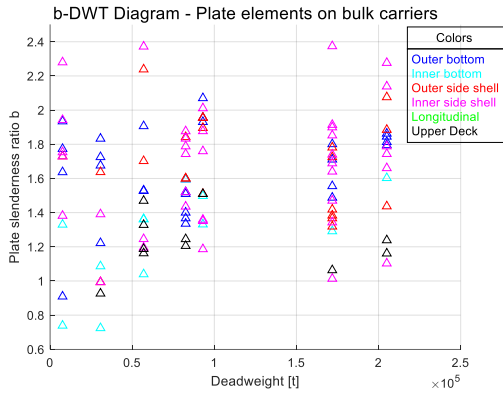
4.1. Ανάπτυξη βάσης δεδομένων

4.1.1. Συλλογή αρχικών δεδομένων

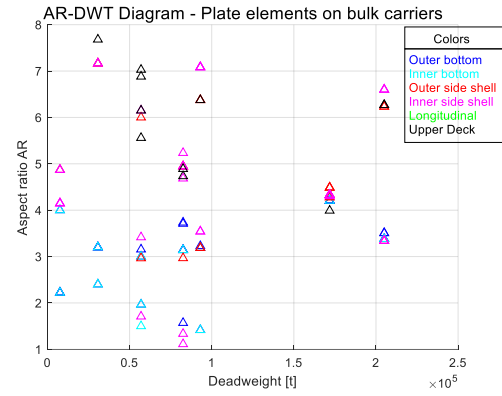
Στα κεφάλαια που προηγήθηκαν, παρατέθηκε όλο το επιστημονικό υπόβαθρο που σχετίζεται τόσο με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, όσο και με τον κλάδο των τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Σε αυτό το κεφάλαιο, όλες αυτές οι πληροφορίες εφαρμόζονται προκειμένου να δημιουργηθεί το ΤΝΔ που υπολογίζει τη μέγιστη αντοχή ενός ενισχυμένου ελάσματος λαμβάνοντας ως ορίσματα τις μεταβλητές (β, λ, j), και τελικώς δημιουργείται μία εμπειρική μέθοδος υπολογισμού της μέγιστης αντοχής μέσω αυτών των τριών μεταβλητών. Για να γίνει αυτό, έπρεπε πρωτίστως να αναπτυχθεί η βάση δεδομένων η οποία εισάγεται στο ΤΝΔ (δηλαδή να οριστούν τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου). Ωστόσο, σε αυτό το σημείο τίθεται το εξής ερώτημα: «Σε ποιο εύρος πρέπει να κυμαίνονται οι τιμές των συντελεστών λυγηρότητας β και λ των πληροφοριών εισόδου;».

Για να απαντηθεί το παραπάνω ερώτημα, έγινε συλλογή κάποιων αρχικών δεδομένων, ώστε να καταστεί δυνατή η λήψη τυπικών τιμών των συντελεστών λυγηρότητας β και λ . Συγκεκριμένα, ελήφθησαν δεδομένα για τις γεωμετρικές διαστάσεις ενισχυμένων ελασμάτων στοιχείων πλάκας από πραγματικά πλοία, και μέσω αυτών προέκυψαν οι τιμές των συντελεστών ενδιαφέροντος. Τα δεδομένα ελήφθησαν από πλοία με πολύ διαφορετικά μεγέθη και διαφορετικούς τύπους, έτσι ώστε να ληφθεί το μεγαλύτερο δυνατό εύρος για τους συντελεστές ενδιαφέροντος. Συγκεκριμένα, ελήφθησαν δεδομένα από 7 πλοία μεταφοράς φορτίου χύδην (bulk carrier), από 7 πλοία τύπου tanker και από 7 πλοία μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων (containerships). Η μεταφορική ικανότητα (DeadWeight) των εν λόγω πλοίων μεταφοράς φορτίου χύδην κυμαίνεται από 7,600t έως 205,000t. Αντιστοίχως, στα εν λόγω πλοία τύπου tanker η μεταφορική ικανότητα κυμαίνεται από 10,500t έως 299,996t, και στα εν λόγω πλοία μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων η μεταφορική ικανότητα κυμαίνεται από 1,700TEU έως 12,726TEU. Το πολύ μεγάλο εύρος των μεγεθών πλοίων που μελετήθηκε δηλώνει ότι και τα εύρη των συντελεστών ενδιαφέροντος που προκύπτουν είναι αντιστοίχως μεγάλα. Επομένως, η μέθοδος υπολογισμού της μέγιστης αντοχής των ενισχυμένων ελασμάτων που δημιουργείται καλύπτει ένα μεγάλο εύρος περιπτώσεων, πράγμα το οποίο αυξάνει την αξία και τη χρησιμότητά της. Στα κατασκευαστικά στοιχεία που ελήφθησαν (στοιχεία πλάκας ή ενισχυμένα ελάσματα) καταγράφηκε και η θέση, επί της μέσης τομής, όπου αυτά βρίσκονται (π.χ. έλασμα εξωτερικού πυθμένα, έλασμα εσωτερικού πυθμένα, κύριο κατάστρωμα κλπ).

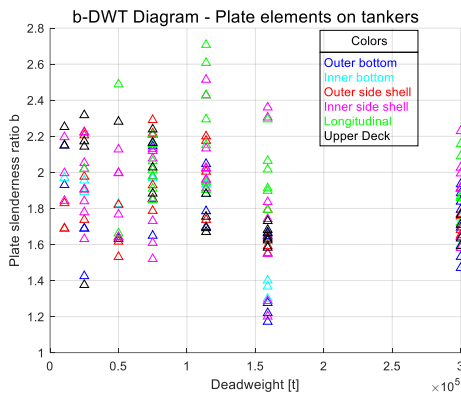
Στην περίπτωση των στοιχείων πλάκας, οι συντελεστές ενδιαφέροντος είναι ο συντελεστής λυγηρότητας πλάκας β , ο οποίος ορίζεται από τη [σχέση \(1.17\)](#), και ο λόγος επιμήκους AR, ο οποίος ορίζεται από τη [σχέση \(3.100\)](#). Στην περίπτωση των ενισχυμένων ελασμάτων, οι συντελεστές ενδιαφέροντος είναι ο συντελεστής λυγηρότητας πλάκας β και ο συντελεστής λυγηρότητας κολόνας λ , ο οποίος ορίζεται από τη [σχέση \(1.18\)](#). Στις [εικόνες 4.1α – 4.1στ](#) που ακολουθούν παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών β και AR των στοιχείων πλακών για όλους τους τύπους πλοίων για τους οποίους ελήφθησαν δεδομένα (bulk carriers, tankers, containerships), συναρτήσει της μεταφορικής ικανότητας του εκάστοτε πλοίου.



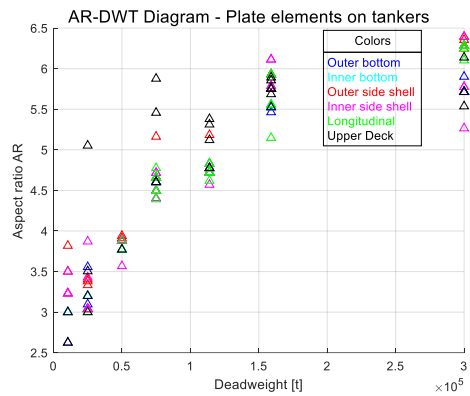
Εικόνα 4.1α: Συντελεστής β – bulk carriers



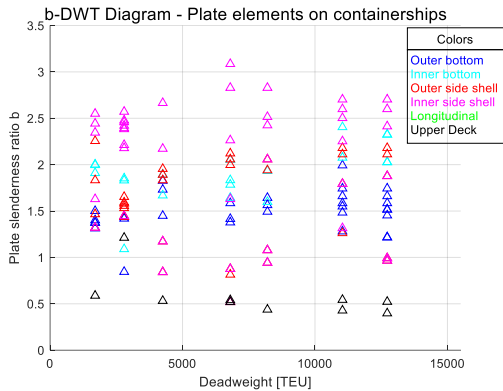
Εικόνα 4.1β: Συντελεστής AR – bulk carriers



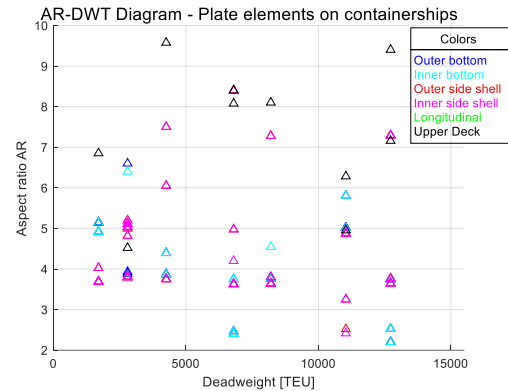
Εικόνα 4.1γ: Συντελεστής β – tankers



Εικόνα 4.1δ: Συντελεστής AR – tankers

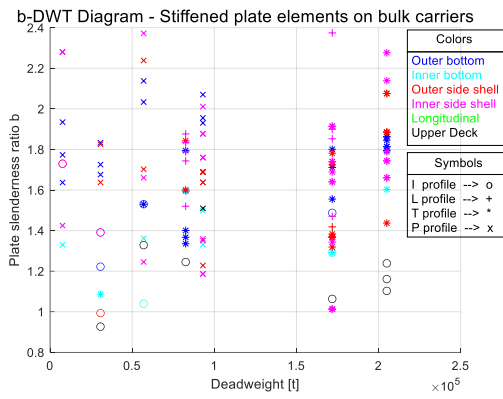


Εικόνα 4.1ε: Συντελεστής β – containerships

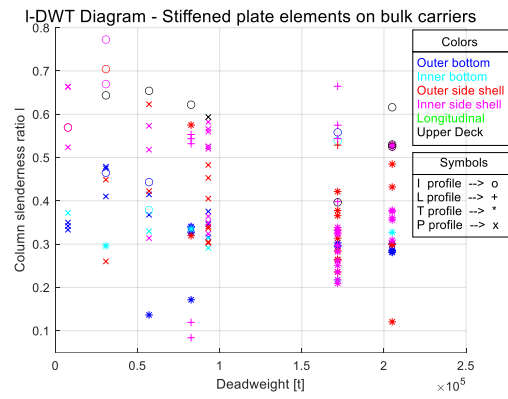


Εικόνα 4.1στ: Συντελεστής AR – containerships

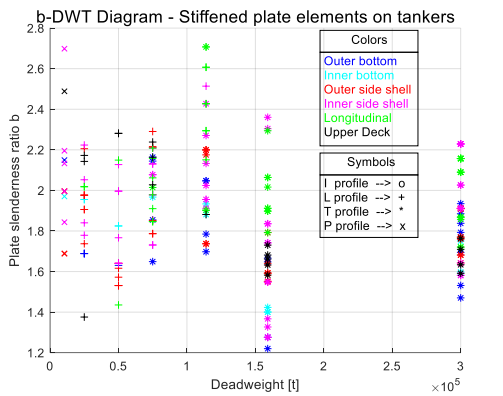
Στις εικόνες 4.2α – 4.2στ που ακολουθούν παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών β και λ των ενισχυμένων ελασμάτων για όλους τους τύπους πλοίων για τους οποίους ελήφθησαν δεδομένα (bulk carriers, tankers, containerships), συναρτήσει της μεταφορικής ικανότητας του εκάστοτε πλοίου.



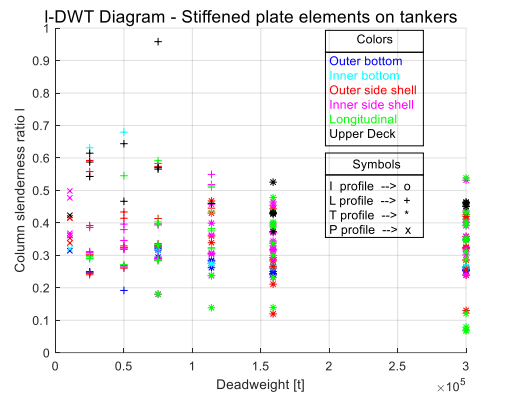
Εικόνα 4.2α: Συντελεστής β – bulk carriers



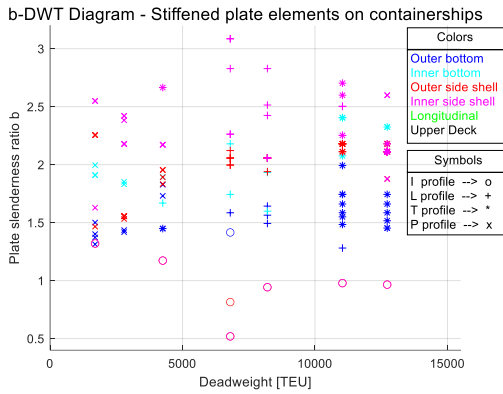
Εικόνα 4.2β: Συντελεστής λ – bulk carriers



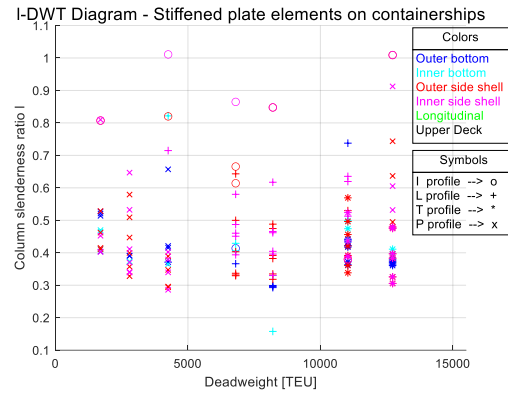
Εικόνα 4.2γ: Συντελεστής β – tankers



Εικόνα 4.2δ: Συντελεστής λ – tankers



Εικόνα 4.2ε: Συντελεστής β – containerships

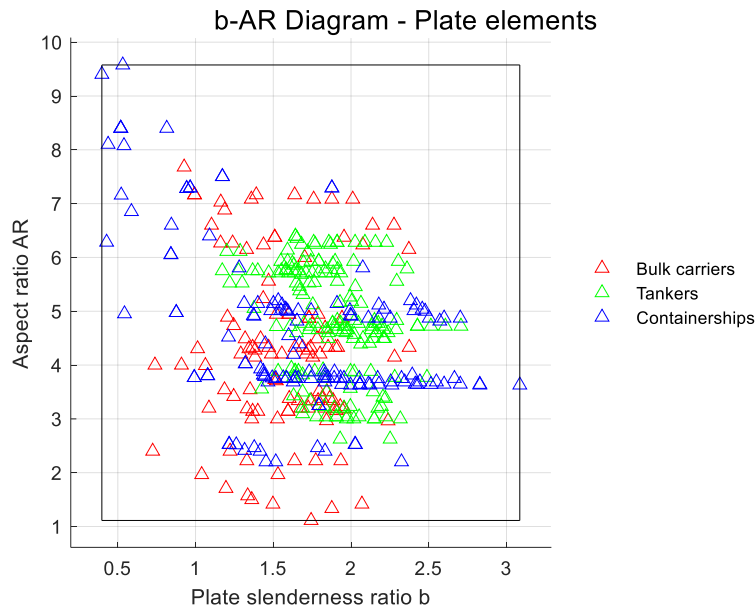


Εικόνα 4.2στ: Συντελεστής λ – containerships

Από τις εικόνες 4.1α – 4.1στ και 4.2α – 4.2στ διαπιστώνεται για όλους τους τύπους πλοίων ότι τα πλοία από τα οποία έγινε η συλλογή των δεδομένων έχουν τιμές μεταφορικής ικανότητας οι οποίες κατανομούνται σχεδόν ομοιόμορφα ανάμεσα στην ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή. Με άλλα λόγια, σε όλους τους τύπους πλοίων δεν επιλέχθηκαν μόνο πολύ μεγάλα πλοία (στα οποία κατά κανόνα αντιστοιχούν πολύ μεγάλες τιμές της μεταφορικής ικανότητας), αλλά ούτε και μόνο πολύ μικρά πλοία (στα οποία κατά κανόνα αντιστοιχούν πολύ μικρές τιμές της μεταφορικής ικανότητας). Αντιθέτως, επιλέχθηκαν δεδομένα από όλα τα μεγέθη πλοίων.

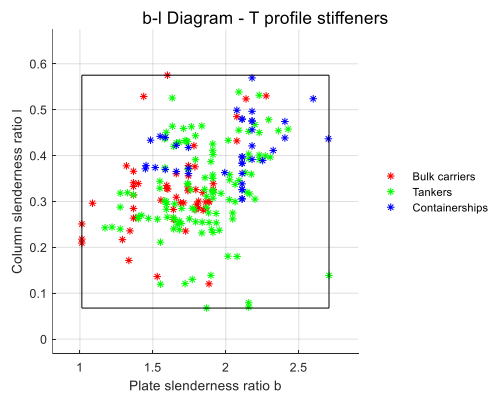
Στην εικόνα 4.3 που ακολουθεί απεικονίζονται όλα τα δεδομένα που ελήφθησαν για τα σημεία πλάκας, μέσα στο διδιάστατο χωρίο β-AR. Το ορθογώνιο χωρίο που δημιουργείται είναι το μικρότερο δυνατό ορθογώνιο χωρίο εντός του οποίου περιέχονται όλα τα δεδομένα. Το ορθογώνιο

χωρίο της εικόνας 4.3 είναι το χωρίο από το οποίο ελήφθησαν 100 σημεία για το ΤΝΔ της παραγράφου 3.5.

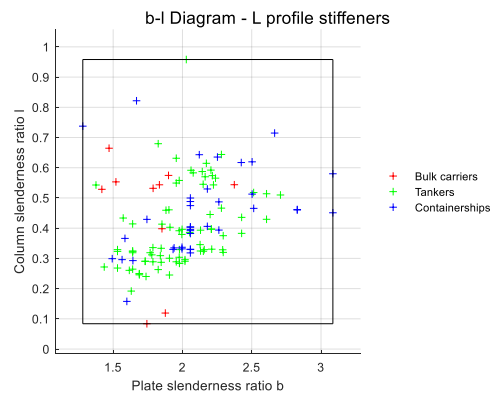


Εικόνα 4.3: Δεδομένα στοιχείων πλακών στο διδιάστατο χωρίο $\beta - AR$.

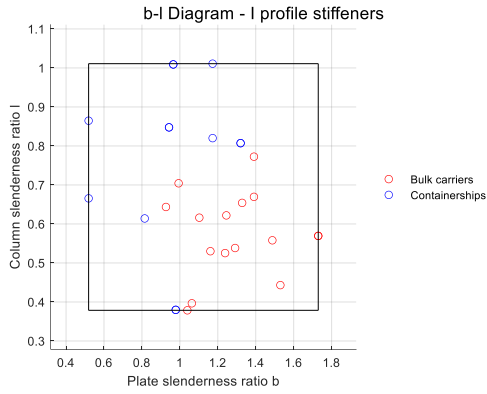
Στις εικόνες 4.4α – 4.4δ που ακολουθούν απεικονίζονται όλα τα δεδομένα που ελήφθησαν για τα ενισχυμένα ελάσματα, μέσα στο διδιάστατο χωρίο β - λ . Κατ' αντιστοιχία με ό,τι ισχύει και για τα στοιχεία πλάκας, τα ορθογώνια χωρία που δημιουργούνται είναι τα μικρότερα δυνατά ορθογώνια χωρία εντός των οποίων περιέχονται όλα τα δεδομένα.



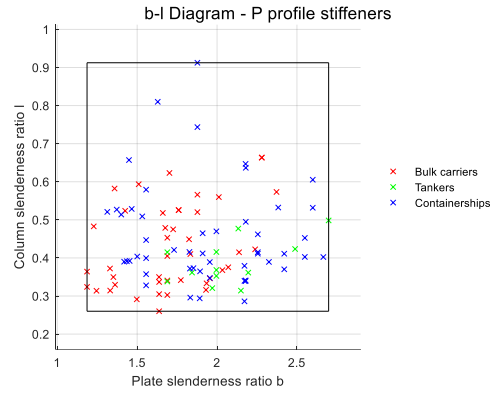
Εικόνα 4.4α: Διδιάστατο χωρίο β - λ – T profiles



Εικόνα 4.4β: Διδιάστατο χωρίο β - λ – L profiles



Εικόνα 4.4γ: Διδιάστατο χωρίο β-λ – I profiles



Εικόνα 4.4δ: Διδιάστατο χωρίο β-λ – P profiles

Στα ορθογώνια χωρία των εικόνων 4.4α – 4.4δ εφαρμόζεται η ορθογώνια μέθοδος δειγματοληψίας που αναλύθηκε στο εδάφιο 3.3.3. Το γεγονός ότι η συλλογή δεδομένων εκτελέστηκε σε πολλά πλοία, διαφορετικών τύπων και διαφορετικών μεγεθών, είχε ως αποτέλεσμα τα ορθογώνια χωρία που παρατέθηκαν στις εικόνες 4.3 και 4.4α – 4.4δ να είναι όσο μεγαλύτερα γίνεται, βασιζόμενα όμως σε πραγματικά δεδομένα. Έτσι, η μέθοδος υπολογισμού της μέγιστης αντοχής που δημιουργείται στα πλαίσια αυτής της εργασίας καλύπτει το μεγαλύτερο δυνατό εύρος των συντελεστών λυγηρότητας β και λ, χωρίς όμως να περιλαμβάνει παράλογες τιμές για τους συντελεστές αυτούς. Τα σημεία που ελήφθησαν μέσα από αυτά τα ορθογώνια χωρία με τη μέθοδο ορθογώνιας δειγματοληψίας παρατίθενται στο εδάφιο 4.1.2.

Μία λεπτομέρεια που αξίζει να αναφερθεί είναι ο τρόπος με τον οποίο λαμβάνονται οι τιμές των συντελεστών β και λ των ενισχυμένων ελασμάτων στις παραπάνω εικόνες. Στις περιπτώσεις των ενισχυμένων ελασμάτων με προφίλ τύπου T, L ή I, ο υπολογισμός των συντελεστών β και λ εκτελείται μέσω των σχέσεων (1.6) – (1.18). Στην περίπτωση των ενισχυμένων ελασμάτων με προφίλ τύπου P, ο υπολογισμός του συντελεστή β εκτελείται επίσης με τον ίδιο τρόπο, όμως στον υπολογισμό του συντελεστή λ υπάρχει μια διαφοροποίηση. Συγκεκριμένα, στα ενισχυμένα ελάσματα με προφίλ τύπου P, οι γεωμετρικές ιδιότητες λαμβάνονται από εμπορικό κατάλογο [26]. Οι ιδιότητες που χρησιμοποιούνται είναι η επιφάνεια της εγκάρσιας διατομής του ενισχυτικού (έστω A_{stf_P}), η κατακόρυφη απόσταση του κεντροειδούς της εγκάρσιας διατομής του ενισχυτικού από το κατώτατο σημείο του κορμού (έστω $z_{C_stf_P}$) και η δεύτερη ροπή της εγκάρσιας διατομής του ενισχυτικού ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κεντροειδές της διατομής (έστω I_{stf_P}).

Όταν οι παραπάνω τιμές είναι γνωστές, η επιφάνεια της εγκάρσιας διατομής ολόκληρου του ενισχυμένου ελάσματος υπολογίζεται ως εξής:

$$A = A_{stf_P} + b \cdot t_p \quad (4.1)$$

Η κατακόρυφη απόσταση του κεντροειδούς της εγκάρσιας διατομής ολόκληρου του ενισχυμένου ελάσματος από το κατώτατο σημείο του συνεργαζόμενου ελάσματος υπολογίζεται ως εξής:

$$z_C = \frac{(z_{C_stf_P} + t_p) \cdot A_{stf_P} + (b \cdot t_p) \cdot \left(\frac{t_p}{2}\right)}{A} \quad (4.2)$$

Η δεύτερη ροπή της εγκάρσιας διατομής ολόκληρου του ενισχυτικού ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κατώτατο σημείο του συνεργαζόμενου ελάσματος (έστω I_{bl}) υπολογίζεται ως εξής:

$$I_{bl} = I_{stf_P} + A_{stf_P} \cdot (z_{C_stf_P} + t_p)^2 + \frac{b \cdot t_p^3}{3} \quad (4.3)$$

Η δεύτερη ροπή της εγκάρσιας διατομής ολόκληρου του ενισχυτικού ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κεντροειδές της διατομής αυτής υπολογίζεται ως εξής:

$$I_z = I_{bl} - A \cdot z_c^2 \quad (4.4)$$

Με τα μεγέθη των *σχέσεων* (4.1) και (4.4) να είναι πλέον γνωστά, ο συντελεστής λ τελικώς υπολογίζεται με χρήση των *σχέσεων* (1.13), (1.16) και (1.18).

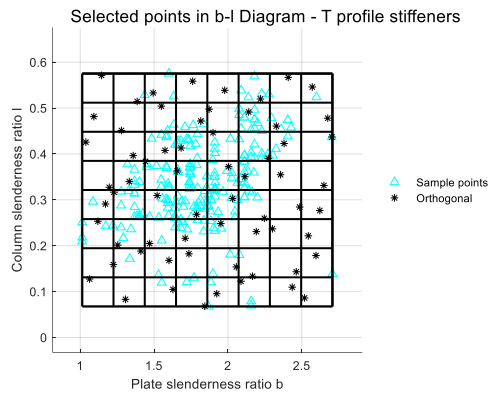
4.1.2. Διαστασιολόγηση ενισχυμένων ελασμάτων

Στο προηγούμενο εδάφιο παρατέθηκαν τα δεδομένα που ελήφθησαν από πραγματικά πλοία, τα οποία όρισαν τα ορθογώνια χωρία β , λ για τα οποία εξάγεται η μέθοδος υπολογισμού της μέγιστης αντοχής των ενισχυμένων ελασμάτων. Σε αυτό το εδάφιο επιλέγονται συγκεκριμένα σημεία μέσα σε αυτά τα χωρία, με τη μέθοδο ορθογώνιας δειγματοληψίας που αναλύθηκε στο εδάφιο 3.3.3, και εξηγείται ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η διαστασιολόγηση ενός ενισχυμένου ελάσματος από κάθε σημείο που επιλέγεται.

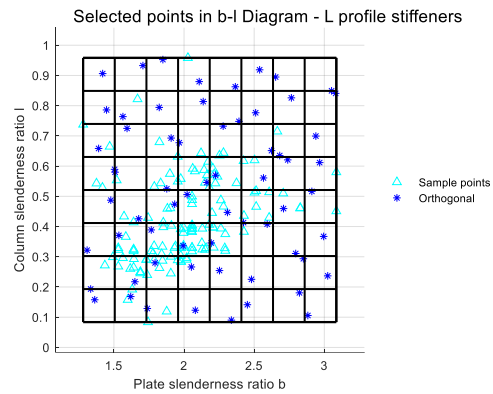
Το πρώτο ερώτημα που προκύπτει αφορά στον αριθμό των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που απαιτείται ώστε να γίνει σωστά η εκπαίδευση του ΤΝΔ. Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.5, 100 ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου ήταν επαρκή για την προσέγγιση της απλούστερης συσχέτισης $(\beta, AR) \rightarrow (\sigma/\sigma_Y)$. Ωστόσο, η συσχέτιση $(\beta, \lambda, j) \rightarrow (\sigma/\sigma_Y)$, της οποίας η προσέγγιση αποτελεί το κύριο αντικείμενο της εργασίας, είναι πιο πολύπλοκη από τη συσχέτιση $(\beta, AR) \rightarrow (\sigma/\sigma_Y)$, καθώς στην περίπτωση αυτή η μεταβλητή εξόδου δε λαμβάνεται απευθείας από τη μαθηματική σχέση κλειστού τύπου (3.101). Συνεπώς, δεν είναι βέβαιο ότι τα 100 ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου είναι επαρκή για την προσέγγιση της συσχέτισης $(\beta, \lambda, j) \rightarrow (\sigma/\sigma_Y)$, και για αυτό το λόγο στο ΤΝΔ που υπολογίζει τη μέγιστη αντοχή των ενισχυμένων ελασμάτων επιλέχθηκε να εισαχθούν περισσότερα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου.

Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκαν συνολικά 64 ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου για κάθε τύπο προφίλ των ενισχυμένων ελασμάτων, δηλαδή συνολικά $4 \times 64 = 256$ ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου. Όπως διαπιστώνεται στις επόμενες παραγράφους, αυτός ο αριθμός ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου είναι επαρκής για την καλή εκπαίδευση του ΤΝΔ. Αν λαμβάνονταν ακόμη περισσότερα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου, αυτό θα βελτίωνε ακόμη περισσότερο την εκπαίδευση του ΤΝΔ, όμως θα αύξανε και το υπολογιστικό κόστος, δεδομένου ότι για την εξαγωγή της καθεμίας πληροφορίας εξόδου απαιτείται η μοντελοποίηση του ενισχυμένου ελάσματος σε περιβάλλον πεπερασμένων στοιχείων.

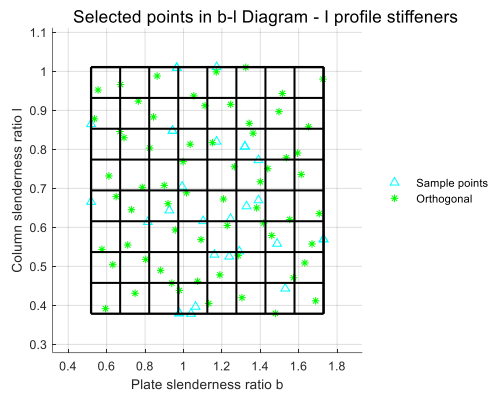
Στις *εικόνες* 4.5α – 4.5δ που ακολουθούν απεικονίζονται τα σημεία που ελήφθησαν για κάθε τύπο προφίλ των ενισχυμένων ελασμάτων. Στην καθεμία από τις παρακάτω *εικόνες*, τα κίτρινα σημεία είναι τα σημεία που παρατέθηκαν στις *εικόνες* 4.4α – 4.4δ, ενώ τα μπλε σημεία είναι τα σημεία που προέκυψαν από την εφαρμογή της ορθογώνιας μεθόδου δειγματοληψίας.



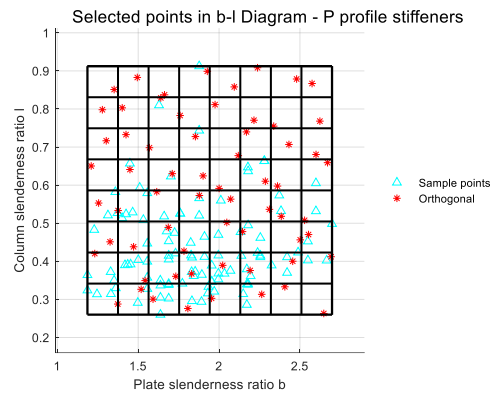
Εικόνα 4.5α: Επιλεγμένα σημεία για τα προφίλ T.



Εικόνα 4.5β: Επιλεγμένα σημεία για τα προφίλ L.

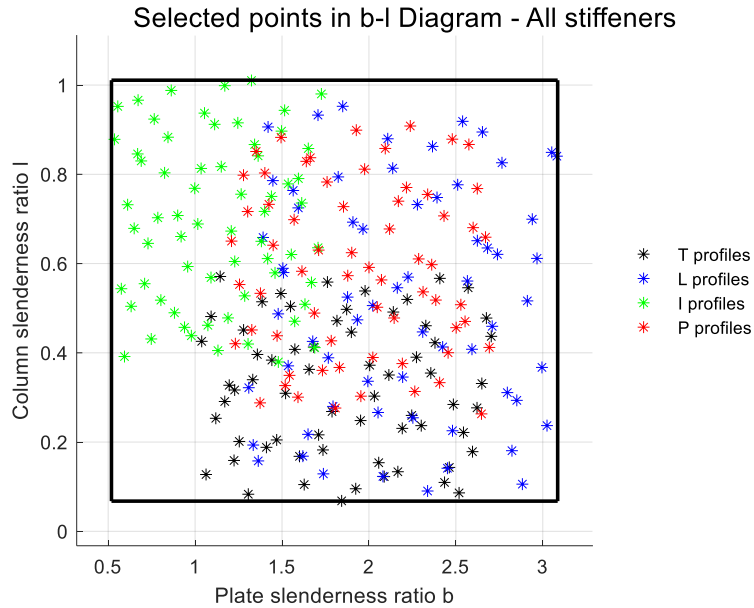


Εικόνα 4.5γ: Επιλεγμένα σημεία για τα προφίλ I.



Εικόνα 4.5δ: Επιλεγμένα σημεία για τα προφίλ P.

Στην [εικόνα 4.6](#) που ακολουθεί παρουσιάζονται σε ένα κοινό διάγραμμα όλα τα σημεία των [εικόνων 4.5α – 4.5δ](#) που ελήφθησαν μέσω της μεθόδου ορθογώνιας δειγματοληψίας. Το ορθογώνιο χωρίο που περικλείει όλα τα σημεία είναι το χωρίο εκείνο στο οποίο τελικώς εφαρμόζεται η μέθοδος. Στην [εικόνα 4.6](#), τα σημεία απεικονίζονται κατά τέτοιο τρόπο που ο αναγνώστης μπορεί να λάβει από το διάγραμμα όλες τις πληροφορίες εισόδου του κάθε σημείου. Συγκεκριμένα, το χρώμα του σημείου δηλώνει τον τύπο του προφίλ όπως ορίζεται από το υπόμνημα του διαγράμματος, πληροφορία η οποία καθορίζει την τιμή της μεταβλητής εισόδου j του ΤΝΔ, ενώ οι τιμές των συντελεστών λυγηρότητας β και λ λαμβάνονται από τις βαθμονομημένες κλίμακες που υπάρχουν στον οριζόντιο και στον κατακόρυφο άξονα αντίστοιχα.



Εικόνα 4.6: Σύνολο των επιλεγμένων σημείων.

Για καθένα από τα παραπάνω σημεία διαστασιολογήθηκε ένα ενισχυμένο έλασμα, τέτοιο ώστε να έχει τις τιμές των συντελεστών β και λ και τον τύπο προφίλ της εγκάρσιας διατομής που φαίνονται στην [εικόνα 4.6](#). Στην περίπτωση ενός ενισχυμένου ελάσματος με προφίλ τύπου P και συγκεκριμένες τιμές των συντελεστών λυγηρότητας (έστω β_1 και λ_1), κατά τη διαστασιολόγηση επιλέχθηκαν οι διαστάσεις h'_w και t'_w για το έλασμα τύπου P κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι διαστάσεις του ισοδύναμου ελάσματος με προφίλ τύπου L (οι οποίες υπολογίζονται από τις [σχέσεις \(1.1\) – \(1.5\)](#)) να δίνουν ένα ενισχυμένο έλασμα με προφίλ τύπου L και τιμές των συντελεστών λυγηρότητας ίσες με β_1 και λ_1 αντίστοιχα.

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο εδάφιο, η μέθοδος δημιουργείται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να εφαρμόζεται σε ένα μεγάλο εύρος ενισχυμένων ελασμάτων, των οποίων οι παράμετροι έχουν ρεαλιστικές τιμές. Για αυτό το λόγο, όλα τα ενισχυμένα ελάσματα διαστασιολογούνται έτσι ώστε οι συντελεστές λυγηρότητας β και λ να βρίσκονται εντός του ορθογωνίου χωρίου της [εικόνας 4.6](#). Αυτή η συνθήκη κρίθηκε σκόπιμο να επιβληθεί και σε όλες τις υπόλοιπες γεωμετρικές παραμέτρους που περιγράφουν το ενισχυμένο έλασμα. Με άλλα λόγια, η κάθε γεωμετρική διάσταση των ενισχυμένων ελασμάτων για κάθε τύπο προφίλ επιλέχθηκε να βρίσκεται ανάμεσα στην ελάχιστη και στη μέγιστη τιμή που ελήφθη για τη διάσταση αυτή από τα δεδομένα των πραγματικών πλοίων, για τον εκάστοτε τύπο προφίλ. Στους [πίνακες 4.1 – 4.5](#) που ακολουθούν παρατίθενται αυτές οι ελάχιστες και μέγιστες τιμές για όλες τις γεωμετρικές παραμέτρους των κατασκευαστικών στοιχείων (ενισχυμένα ελάσματα ή στοιχεία πλάκας).

Πίνακας 4.1: Οριακές τιμές παραμέτρων – Στοιχεία πλάκας

Μέγεθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
a [mm]	890	6512
b [mm]	350	1743
t_p [mm]	9	74
β	0.39734	3.08566
AR	1.11250	9.57647

Πίνακας 4.2: Οριακές τιμές παραμέτρων – Προφίλ τύπου T

Μέγεθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
a [mm]	1230	5610
b [mm]	626	970
t _p [mm]	12.5	28.5
h _w [mm]	250	1275
t _w [mm]	9	17.5
b _f [mm]	85	325
t _f [mm]	10	30
λ	0.06762	0.57512
β	1.01326	2.70720
AR	1.57059	6.60000

Πίνακας 4.3: Οριακές τιμές παραμέτρων – Προφίλ τύπου L

Μέγεθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
a [mm]	890	4450
b [mm]	475	1000
t _p [mm]	11	24
h _w [mm]	150	450
t _w [mm]	9	13
b _f [mm]	90	125
t _f [mm]	9	18
λ	0.08380	0.95812
β	1.28071	3.08566
AR	1.11250	5.80690

Πίνακας 4.4: Οριακές τιμές παραμέτρων – Προφίλ τύπου I

Μέγεθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
a [mm]	1230	6512
b [mm]	575	1296
t _p [mm]	13	60
h _w [mm]	150	500
t _w [mm]	12	60
λ	0.37862	1.01094
β	0.51891	1.72960
AR	1.96489	8.40000

Πίνακας 4.5: Οριακές τιμές παραμέτρων – Προφίλ τύπου P

Μέγεθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
a [mm]	1275	6300
b [mm]	550	900
t _p [mm]	9	25
h _w [mm]	160	370
t _w [mm]	8	14
λ	0.26001	0.91244
β	1.18626	2.69832
AR	1.41667	7.29167

Σε ό,τι αφορά στα υλικά, στα δεδομένα που εξήχθησαν από τα πραγματικά πλοία περιέχονται χάλυβες με τρεις διαφορετικές τιμές του ορίου διαρροής, οι οποίοι παρατίθενται στον [πίνακα 2.2](#). Όλα τα ενισχυμένα ελάσματα που διαστασιολογήθηκαν είχαν υλικό με μία εκ των τριών αυτών τιμών του ορίου διαρροής. Επίσης, σε όλα τα ενισχυμένα ελάσματα επιλέχθηκε να έχουν το ίδιο όριο διαρροής το ενισχυτικό και το συνεργαζόμενο έλασμα.

Μία άλλη παράμετρος που ελήφθη υπόψη κατά τη διαστασιολόγηση των ενισχυμένων ελασμάτων είναι οι απαιτήσεις που θέτουν οι σχετικοί κανονισμοί της Διεθνούς Ένωσης Μηχανικών (CSR) ως προς τη λυγηρότητα των ελασμάτων (slenderness requirements) [1]. Από αυτές τις απαιτήσεις προκύπτουν περιορισμοί για τα πάχη των μερών του ενισχυμένου ελάσματος (συνεργαζόμενο έλασμα, κορμός και πέλμα), και για το πλάτος του πέλματος. Συγκεκριμένα, για το πάχος του συνεργαζόμενου ελάσματος πρέπει να ικανοποιείται η ακόλουθη συνθήκη:

$$t_p \geq \frac{b}{C} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{235}} \quad (4.5)$$

όπου η σταθερά C ορίζεται ως εξής:

$$C = \begin{cases} 100, & \text{for hull envelope and cargo and tank boundaries.} \\ 125, & \text{for other structures.} \end{cases} \quad (4.6)$$

Σε αυτήν την εργασία χρησιμοποιήθηκε η τιμή $C = 125$.

Για το πάχος του κορμού πρέπει να ικανοποιείται η ακόλουθη συνθήκη:

$$t_w \geq \frac{h_w}{C_w} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{235}} \quad (4.7)$$

Για το πάχος του πέλματος πρέπει να ικανοποιείται η ακόλουθη συνθήκη:

$$t_f \geq \frac{b_{f-out}}{C_f} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{235}} \quad (4.8)$$

όπου b_{f-out} είναι το πλάτος του πέλματος από το μέσο του κορμού έως το πιο απομακρυσμένο, από το μέσο του κορμού, σημείο του πέλματος. Το μέγεθος b_{f-out} ορίζεται ως εξής:

$$b_{f-out} = \begin{cases} \frac{b_f - t_w}{2}, & \text{για προφίλ τύπου T} \\ b_f - \frac{t_w}{2}, & \text{για προφίλ τύπου L} \end{cases} \quad (4.9)$$

Οι συντελεστές C_w και C_f που υπεισέρχονται στις [σχέσεις \(4.7\)](#) και [\(4.8\)](#) αντίστοιχα, προκύπτουν από τον [πίνακα 4.6](#) που ακολουθεί.

Πίνακας 4.6: Συντελεστές C_w και C_f .

Τύπος προφίλ	C_w	C_f
T	75	12
L	75	12
I	22	—
P	45	—

Για το πλάτος του πέλματος πρέπει να ικανοποιείται η ακόλουθη συνθήκη:

$$b_f \geq 0.2 \cdot h_w \quad (4.10)$$

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, καθένα από τα 256 ενισχυμένα ελάσματα μοντελοποιήθηκε στο πρόγραμμα ABAQUS, ώστε να εφαρμοστεί σε αυτό η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και τελικώς να υπολογιστεί η μέγιστη αντοχή αυτού, η οποία αποτελεί την πληροφορία εξόδου που εισάγεται στο ΤΝΔ μαζί με τις πληροφορίες εισόδου του ίδιου ελάσματος (β , λ , j). Οι τιμές όλων των παραμέτρων για το κάθε ενισχυμένο έλασμα που δημιουργήθηκε, μαζί με την τιμή της μέγιστης αντοχής που αντιστοιχεί στο κάθε ενισχυμένο έλασμα, περιέχονται στο παράρτημα Β.

4.2. Ανάπτυξη του νευρωνικού δικτύου

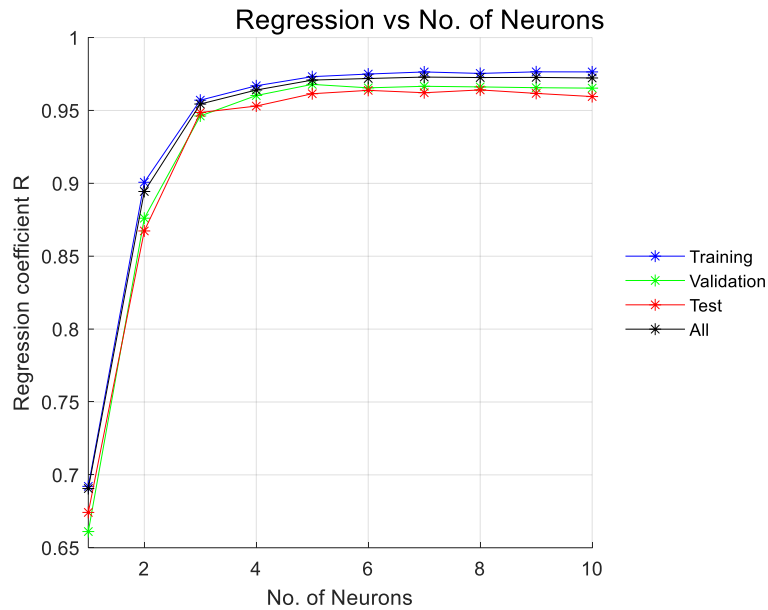
4.2.1. Προσδιορισμός της αρχιτεκτονικής

Μετά τον πλήρη προσδιορισμό των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που εισάγονται στο TND, ακολουθεί ο πλήρης προσδιορισμός του TND, με σκοπό την εξαγωγή της μεθόδου που υπολογίζει την μέγιστη αντοχή ενός ενισχυμένου ελάσματος με χρήση απλών μαθηματικών σχέσεων. Το πρώτο βήμα προς αυτήν την κατεύθυνση είναι ο πλήρης προσδιορισμός της αρχιτεκτονικής του TND.

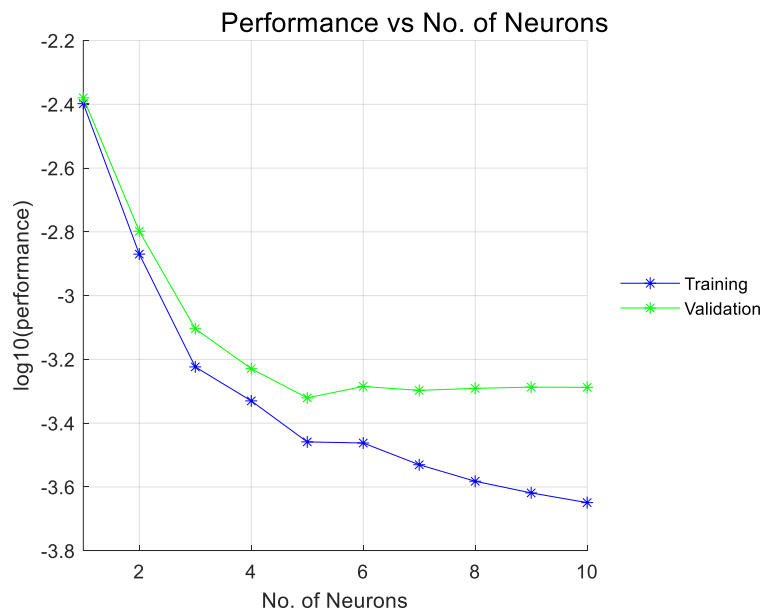
Αρχικά, είναι προφανές ότι το TND έχει τρεις μεταβλητές εισόδου (β, λ, j) και μία μεταβλητή εξόδου (σ/σ_Y). Επομένως, το στρώμα εισόδου του TND αποτελείται από 3 νευρώνες και το στρώμα εξόδου του TND αποτελείται από 1 νευρώνα. Επίσης, το TND επιλέχθηκε να έχει μόνο 1 κρυμμένο στρώμα, έτσι ώστε οι μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν το TND να είναι όσο λιγότερες και όσο απλούστερες γίνεται. Στην παράγραφο 4.3 αποδεικνύεται ότι τα αποτελέσματα που υπολογίζει το TND που έχει μόνο ένα κρυμμένο στρώμα είναι ικανοποιητικά καλά. Τέλος, σε ό,τι αφορά στις συναρτήσεις μεταφοράς που χρησιμοποιούνται σε κάθε στρώμα (εκτός από το στρώμα εισόδου), έγινε η επιλογή να χρησιμοποιηθεί στο κρυμμένο στρώμα η λογιστική σιγμοειδής συνάρτηση μεταφοράς και στο στρώμα εξόδου η γραμμική συνάρτηση.

Συνεπώς, όπως και στην περίπτωση του TND που προσεγγίζει τη συσχέτιση (β, λ, j) \rightarrow (σ/σ_Y), η παράμετρος που απομένει να προσδιοριστεί είναι ο αριθμός των νευρώνων στο κρυμμένο στρώμα. Ο αριθμός αυτός επιλέχθηκε έτσι ώστε αφενός να καθιστά το TND αποδοτικό, αφετέρου να μην είναι πολύ μεγάλος και καθιστά τη μαθηματική περιγραφή του TND πολύ δύσκολη. Με άλλα λόγια, επιλέχθηκε ο μικρότερος αριθμός νευρώνων για τον οποίο η ακρίβεια του TND είναι ικανοποιητική.

Η μεθοδολογία μέσω της οποίας τελικώς επιλέχθηκε ο κατάλληλος αριθμός νευρώνων για το κρυμμένο στρώμα είναι παρόμοια με αυτήν που ακολουθήθηκε και στην παράγραφο 3.5. Συγκεκριμένα, ο αριθμός νευρώνων του κρυμμένου στρώματος έλαβε όλες τις τιμές από 1 έως 10. Για καθεμία από αυτές τις τιμές υπολογίζονται οι συντελεστές συσχέτισης (βλ. [σχέση \(1.23\)](#)) που προκύπτουν για όλες τις επιμέρους υποομάδες, αλλά και για το σύνολο των ζευγών πληροφοριών, και οι τιμές της συνάρτησης κόστους για το training set και το validation set. Σε κάθε δοκιμή, όμως, υπάρχουν παράμετροι οι οποίες είναι δυνατόν να μεταβάλλονται, και η μεταβολή αυτών επηρεάζει και την απόδοση του TND. Τέτοιες παράμετροι είναι οι αρχικές τιμές των βαρών και των κατωφλιών και ο τρόπος με τον οποίο κατανέμονται τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου στις επιμέρους υποομάδες, ενώ για αυτές τις παραμέτρους δεν υπάρχει κάποια ένδειξη σχετικά με το ποιες τιμές αναμένεται να βελτιώσουν την απόδοση του TND. Για το λόγο αυτό, για κάθε τιμή του αριθμού νευρώνων του κρυμμένου στρώματος εκτελέστηκαν 20 δοκιμές, και οι τιμές ενδιαφέροντος (συντελεστές συσχέτισης και τιμές της συνάρτησης κόστους) ελήφθησαν ως οι μέσοι όροι αυτών των δοκιμών. Τα σχετικά αποτελέσματα παρατίθενται στις [εικόνες 4.7α και 4.7β](#) που ακολουθούν.



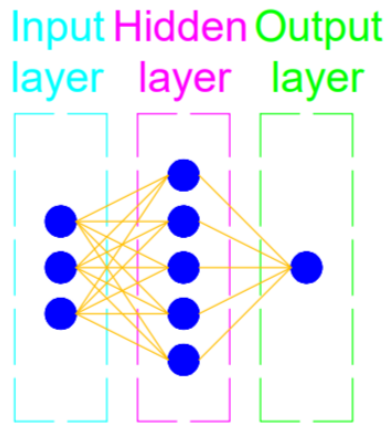
Εικόνα 4.7α: Συντελεστής συσχέτισης R συναρτήσει του αριθμού των νευρώνων.



Εικόνα 4.7β: Μέσο τετραγωνικό σφάλμα συναρτήσει του αριθμού των νευρώνων.

Στην [εικόνα 4.7α](#) φαίνεται ότι όλοι οι συντελεστές συσχέτισης εμφανίζουν γνησίως αύξουσα συμπεριφορά μέχρι όταν ο αριθμός νευρώνων γίνει ίσος με 5, όμως όταν ο αριθμός νευρώνων γίνει μεγαλύτερος από 5, κάποιοι συντελεστές συσχέτισης εμφανίζουν αυξομειώσεις και κάποιοι άλλοι συντελεστές συσχέτισης εμφανίζουν πολύ μικρή αύξηση. Ομοίως, στην [εικόνα 4.7β](#) φαίνεται ότι η τιμή της συνάρτησης κόστους που προκύπτει για το validation set μειώνεται συνεχώς στις τιμές νευρώνων από 1 έως 5, αλλά δε μειώνεται περαιτέρω όταν ο αριθμός νευρώνων γίνει μεγαλύτερος από 5. Αυτά σημαίνουν αφενός ότι όταν επιλέγονται λιγότεροι από 5 νευρώνες η απόδοση του ΤΝΔ είναι χειρότερη σε σχέση με την περίπτωση όπου επιλέγονται 5 νευρώνες, αφετέρου ότι όταν επιλέγονται περισσότεροι από 5 νευρώνες η απόδοση του ΤΝΔ δε βελτιώνεται τόσο σημαντικά ώστε να αντισταθμίζει την αύξηση της πολυπλοκότητας στις μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν το ΤΝΔ. Με βάση τα παραπάνω, λοιπόν, εξάγεται το συμπέρασμα ότι ο βέλτιστος αριθμός νευρώνων

είναι 5. Στην [εικόνα 4.8](#) που ακολουθεί παρουσιάζεται η αρχιτεκτονική του ΤΝΔ μέσω του οποίου προσεγγίζεται η συσχέτιση $(\beta, \lambda, j) \rightarrow (\sigma/\sigma_\gamma)$.



Εικόνα 4.8: Αρχιτεκτονική του ΤΝΔ υπολογισμού της μέγιστης αντοχής.

4.2.2. Μαθηματική περιγραφή του νευρωνικού δικτύου

Σε αυτό το εδάφιο προσδιορίζονται πλήρως όλες οι παράμετροι που επηρεάζουν με οποιοδήποτε τρόπο την απόδοση του ΤΝΔ και τελικώς διατυπώνονται οι μαθηματικές σχέσεις που αποτελούν τη μέθοδο υπολογισμού της μέγιστης αντοχής των ενισχυμένων ελασμάτων. Αρχικά, ορίζονται οι τιμές των παραμέτρων που περιγράφηκαν στο εδάφιο 3.4.1. Οι τιμές αυτές περιέχονται στον [πίνακα 4.7](#) που ακολουθεί. Οι μεταβλητές της αριστερής στήλης του πίνακα αυτού επεξηγούνται με σαφήνεια στον [πίνακα 3.2](#).

Πίνακας 4.7: Τιμές των παραμέτρων του ΤΝΔ.

Μεταβλητή	Εισαγόμενη πληροφορία
net.layers{1}.transferFcn	'logsig'
net.layers{2}.transferFcn	'purelin'
net.performFcn	'mse'
net.divideFcn	'divideind'
net.trainParam.goal	0
net.trainParam.max_fail	500
net.trainParam.min_grad	1e-012
net.trainParam.mu	1e-003
net.trainParam.mu_inc	1e+001
net.trainParam.mu_dec	1e-001
net.trainParam.mu_max	1e+010
net.trainParam.show	25
net.trainParam.showCommandLine	false
net.trainParam.showWindow	true
net.trainParam.time	Inf

Στη συνέχεια προσδιορίζονται οι αρχικές τιμές των βαρών και των κατωφλιών, καθώς επίσης και ο τρόπος με τον οποίο τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου κατανομούνται στις επιμέρους υποομάδες. Για τον προσδιορισμό των τιμών αυτών εκτελέστηκε ένας μεγάλος αριθμός δοκιμών και τελικώς ελήφθησαν οι τιμές εκείνες με τις οποίες βελτιστοποιείται η απόδοση του ΤΝΔ. Τα αρχικά βάρη και κατώφλια ελήφθησαν μέσω της τεχνικής αρχικοποίησης του Xavier, η οποία εξηγήθηκε αναλυτικά στο εδάφιο 3.4.2. Οι πίνακες των αρχικών βαρών και κατωφλιών που επιλέχθηκαν είναι οι ακόλουθοι:

$$\mathbf{W}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} +0.05634 & +2.89834 & -1.37007 \\ +0.26933 & +1.32643 & +0.42571 \\ -3.10279 & -2.66095 & +2.05143 \\ -0.43591 & -0.97256 & -0.20820 \\ -1.94870 & -1.34369 & +2.01729 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{b}_0^{(2)} = [-1.46771 \quad +2.83247 \quad -2.67977 \quad +0.78885 \quad -1.49716]^T \quad (4.12)$$

$$\mathbf{W}_0^{(2)} = [+0.47901 \quad -0.28495 \quad +0.89964 \quad +0.50029 \quad -0.96085] \quad (4.13)$$

$$\mathbf{b}_0^{(3)} = -0.16246 \quad (4.14)$$

όπου στις παραπάνω σχέσεις ο δείκτης 0 δηλώνει ότι οι πίνακες αυτοί περιέχουν τις αρχικές τιμές των βαρών και των κατωφλιών.

Σε ό,τι αφορά στα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου, όπως έχει αναφερθεί αυτά ελήφθησαν μέσω της μεθόδου ορθογώνιας δειγματοληψίας. Επομένως, σε καθένα από τα επιμέρους ορθογώνια που σχηματίζονται περιέχεται ακριβώς ένα σημείο (βλ. [εικόνες 4.5α – 4.5δ](#)). Έτσι, το κάθε σημείο μπορεί να ονοματιστεί από το επιμέρους ορθογώνιο μέσα στο οποίο βρίσκεται. Συγκεκριμένα, το ορθογώνιο χωρίο που περιέχει όλα τα σημεία, χωρίζεται σε 8 στήλες, οι οποίες μπορούν να ονομαστούν ως β_1, \dots, β_8 (όπου η στήλη β_1 είναι η στήλη που αντιστοιχεί στις μικρότερες τιμές του συντελεστή β και η στήλη β_8 είναι η στήλη που αντιστοιχεί στις μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή β) και σε 8 γραμμές, οι οποίες μπορούν να ονομαστούν ως $\lambda_1, \dots, \lambda_8$ (όπου η γραμμή λ_1 είναι η γραμμή που αντιστοιχεί στις μικρότερες τιμές του συντελεστή λ και η γραμμή λ_8 είναι η γραμμή που αντιστοιχεί στις μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή λ). Με έναν αντίστοιχο τρόπο, το κάθε σημείο μπορεί να περιγραφεί από έναν αριθμητικό δείκτη, ο οποίος ορίζεται με τον τρόπο που φαίνεται στον [πίνακα 4.8](#).

Πίνακας 4.8: Περιγραφή των σημείων μέσω αριθμητικών δεικτών.

Ονομασία του επιμέρους ορθογωνίου	Αριθμητικός δείκτης
$\beta_1 - \lambda_1$	1
\vdots	\vdots
$\beta_1 - \lambda_8$	8
$\beta_2 - \lambda_1$	9
\vdots	\vdots
$\beta_2 - \lambda_8$	16
\vdots	\vdots
$\beta_8 - \lambda_1$	57
\vdots	\vdots
$\beta_8 - \lambda_8$	64

Έτσι, η κατανομή των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου περιγράφεται μέσω των δεικτών αυτών. Συγκεκριμένα, για καθέναν από τους τύπους προφίλ ενισχυτικού, η κατανομή των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου γίνεται με τον τρόπο που παρουσιάζεται στον [πίνακα 4.9](#), που ακολουθεί.

Πίνακας 4.9: Κατανομή των ζευγών πληροφοριών στις επιμέρους υποομάδες.

Υποομάδα	Δείκτες				
	1	2	3	7	8
Training set	9	10	12	14	17
	18	19	20	21	23
	24	25	26	27	29
	32	34	36	38	39
	41	42	43	44	45
	46	47	50	51	52
	53	54	55	57	58
	59	61	62	63	64
	Validation set	49	22	56	35
28		16	30	11	48
Test set	6	31	60	40	5
	37	15	4	13	

Έτσι, από τα συνολικά 256 ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου, στο training set εισάγονται τα $4 \times 45 = 180$ (ποσοστό 70.31%), στο validation set εισάγονται τα $4 \times 10 = 40$ (ποσοστό 15.63%) και στο test set εισάγονται τα $4 \times 9 = 36$ (ποσοστό 14.06%).

Με βάση όλες τις παραπάνω πληροφορίες, τελικώς λαμβάνονται οι πίνακες των βαρών και των κατωφλίων που αποθηκεύτηκαν μετά την εκπαίδευση του ΤΝΔ, οι οποίοι είναι οι ακόλουθοι:

$$\mathbf{W}^{(1)} = \begin{bmatrix} -2.52841 & +3.57779 & -2.04340 \\ +0.68102 & +4.45147 & +1.91887 \\ -0.92374 & -0.21828 & +0.67584 \\ -2.78761 & +0.21183 & +7.98590 \\ +0.02127 & +0.60485 & +5.51183 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = [-0.30862 \quad +7.40636 \quad -1.53641 \quad +5.87060 \quad +0.10412]^T \quad (4.16)$$

$$\mathbf{W}^{(2)} = [+0.08397 \quad +1.43135 \quad +2.82673 \quad +1.00077 \quad -1.56275] \quad (4.17)$$

$$\mathbf{b}^{(3)} = -2.09948 \quad (4.18)$$

Στην παράγραφο 3.4 αναφέρθηκε ότι οι τιμές των συντελεστών λυγηρότητας β και λ δεν εισέρχονται αυτούσιες στο ΤΝΔ, αλλά εφαρμόζεται σε αυτές μία γραμμική αναγωγή σε μία κλίμακα που περιέχεται στο διάστημα $[0,1]$, μέσω της [σχέσης \(3.40\)](#). Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές της εκάστοτε παραμέτρου επιλέχθηκε να διαφέρουν, ανάλογα με τον τύπο του προφίλ του ενισχυτικού. Ομοίως, και η τιμή της μεταβλητής j διαφέρει ανάλογα με τον τύπο του προφίλ του ενισχυτικού (βλ. [σχέση \(1.19\)](#)). Οι εν λόγω τιμές συνοψίζονται στον [πίνακα 4.10](#) που ακολουθεί.

Πίνακας 4.10: Αριθμητικές τιμές μεταβλητών για κάθε τύπο προφίλ.

Τύπος προφίλ	j	β_{\min}	β_{\max}	λ_{\min}	λ_{\max}
T	0.25	1.03798	2.70354	0.06819	0.57108
L	0.75	1.30890	3.08102	0.09029	0.95249
I	0.50	0.53650	1.72656	0.37948	1.01029
P	1.00	1.20949	2.69255	0.26316	0.90824

Σε ό,τι αφορά στις παραμέτρους L και U που περιέχονται στη [σχέση \(3.40\)](#), για το συγκεκριμένο ΤΝΔ επιλέχθηκαν οι ακόλουθες τιμές:

$$L = 0.05 \quad (4.19)$$

$$U = 0.95 \quad (4.20)$$

Επομένως, για δεδομένες τιμές των συντελεστών λυγηρότητας β και λ , οι αντίστοιχες τιμές που εισέρχονται στο ΤΝΔ προκύπτουν ως εξής:

$$\bar{\beta} = \frac{0.90}{\beta_{\max} - \beta_{\min}} \cdot \beta + \frac{0.05 \cdot \beta_{\max} - 0.95 \cdot \beta_{\min}}{\beta_{\max} - \beta_{\min}} \quad (4.21)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{0.90}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \cdot \lambda + \frac{0.05 \cdot \lambda_{\max} - 0.95 \cdot \lambda_{\min}}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \quad (4.22)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι ακόλουθες τιμές:

$$n_1 = -2.52841 \cdot \bar{\beta} + 3.57779 \cdot \bar{\lambda} - 2.04340 \cdot j - 0.30862 \quad (4.23)$$

$$n_2 = 0.68102 \cdot \bar{\beta} + 4.45147 \cdot \bar{\lambda} + 1.91887 \cdot j + 7.40636 \quad (4.24)$$

$$n_3 = -0.92374 \cdot \bar{\beta} - 0.21828 \cdot \bar{\lambda} + 0.67584 \cdot j - 1.53641 \quad (4.25)$$

$$n_4 = -2.78761 \cdot \bar{\beta} + 0.21183 \cdot \bar{\lambda} + 7.98590 \cdot j + 5.87060 \quad (4.26)$$

$$n_5 = 0.02127 \cdot \bar{\beta} + 0.60485 \cdot \bar{\lambda} + 5.51183 \cdot j + 0.10412 \quad (4.27)$$

Από τις παραπάνω τιμές υπολογίζονται οι τιμές $a_i, i = 1, \dots, 5$ μέσω της σχέσης:

$$a_i = \frac{1}{1 + e^{-n_i}}, \quad \forall i = 1, \dots, 5 \quad (4.28)$$

Τελικώς, η μέγιστη αντοχή (κανονικοποιημένη ως προς το όριο διαρροής του υλικού) υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{\sigma}{\sigma_Y} = 0.08397 \cdot a_1 + 1.43135 \cdot a_2 + 2.82673 \cdot a_3 + 1.00077 \cdot a_4 - 1.56275 \cdot a_5 - 2.09948 \quad (4.29)$$

Επομένως, η μέθοδος υπολογισμού της μέγιστης αντοχής των ενισχυμένων ελασμάτων, η οποία αποτελεί το βασικό αντικείμενο αυτής της εργασίας, τελικώς αποτελείται από τις [σχέσεις \(4.21\) – \(4.29\)](#) και τις αριθμητικές τιμές του [πίνακα 4.10](#).

Η μέθοδος αυτή μπορεί να γραφεί και με πιο περιεκτικό τρόπο, υπό τη μορφή πινάκων. Συγκεκριμένα, το διάγραμμα που περιέχει τις μεταβλητές εισόδου που εισάγονται στο ΤΝΔ είναι το ακόλουθο:

$$\mathbf{x} = [\bar{\beta}, \bar{\lambda}, j]^T \quad (4.30)$$

Στην παράγραφο 3.1, παρατέθηκε η [σχέση \(3.5\)](#) μέσω της οποίας υπολογίζεται το διάνυσμα των μεταβλητών εξόδου μέσω του διανύσματος των μεταβλητών εισόδου, για μία δεδομένη αρχιτεκτονική του ΤΝΔ. Η αντίστοιχη σχέση που περιγράφει το ΤΝΔ που έχει οριστεί σε αυτήν την παράγραφο είναι η ακόλουθη:

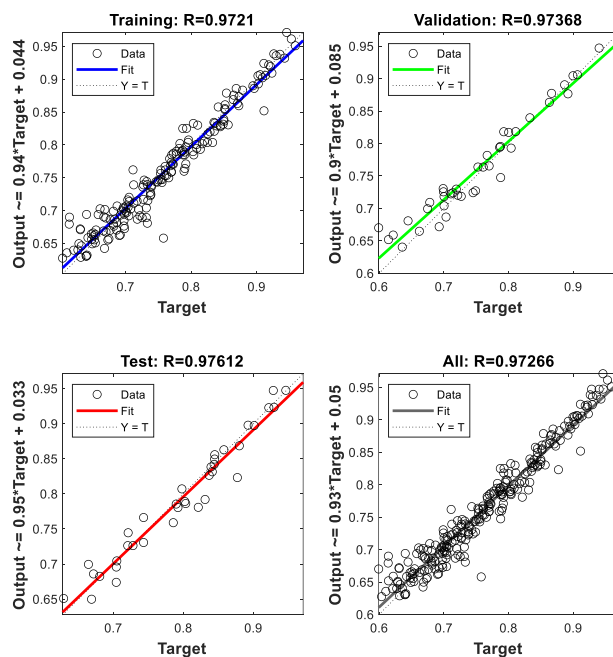
$$\frac{\sigma}{\sigma_Y} = \mathbf{W}^{(2)} \cdot f^{(2)}(\mathbf{W}^{(1)} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b}^{(2)}) + \mathbf{b}^{(3)} \quad (4.31)$$

όπου η συνάρτηση $f^{(2)}$ είναι η λογιστική σιγμοειδής (βλ. [σχέση \(4.28\)](#)).

Όπως φαίνεται, η μέθοδος υπολογισμού της μέγιστης αντοχής των ενισχυμένων ελασμάτων είναι πολύ εύχρηστη, καθώς αποτελείται από λίγες και απλές μαθηματικές σχέσεις. Οι σχέσεις αυτές είναι εύκολο να εισαχθούν σε ένα πρόγραμμα Η/Υ ώστε να λαμβάνονται τα αριθμητικά αποτελέσματα και τελικώς να υπολογίζεται το ζητούμενο μέγεθος, που είναι η μέγιστη αντοχή του ενισχυμένου ελάσματος.

4.3. Απόδοση του νευρωνικού δικτύου

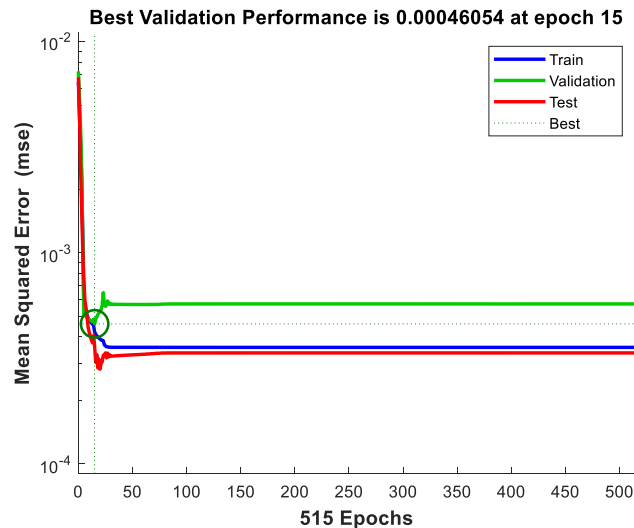
Στην προηγούμενη παράγραφο προσδιορίστηκαν όλες οι παράμετροι που επηρεάζουν τη λειτουργία του ΤΝΔ και διατυπώθηκαν οι μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν το ΤΝΔ. Σε αυτήν την παράγραφο αξιολογείται η απόδοση του ΤΝΔ, ώστε να διαπιστωθεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων που εξάγονται από τη μέθοδο που δημιουργήθηκε. Ο τρόπος με τον οποίο αξιολογείται η απόδοση του ΤΝΔ είναι παρόμοιος με τον τρόπο που παρατέθηκε και στην παράγραφο 3.5. Αρχικά, εξετάζονται οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης που προκύπτουν για καθεμία από τις επιμέρους υποομάδες, αλλά και για το σύνολο των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου. Οι τιμές αυτές περιέχονται στην [εικόνα 4.9](#) που ακολουθεί. Στην εικόνα αυτή, κάθε ένας κύκλος αναπαριστά την τιμή που υπολογίζει το ΤΝΔ για το αντίστοιχο ζεύγος πληροφοριών εισόδου-εξόδου. Όταν ένας τέτοιος κύκλος βρίσκεται ακριβώς πάνω στη διαγώνια διακεκομμένη γραμμή, τότε η τιμή που υπολόγισε το ΤΝΔ είναι ακριβώς η ίδια με την τιμή που έπρεπε να υπολογίσει (η οποία εισήχθη στο ΤΝΔ με τη μορφή της τιμής «στόχου»), περίπτωση η οποία είναι η ιδανική. Όταν ένας τέτοιος κύκλος βρίσκεται πάνω από αυτή τη διαγώνιο, τότε το ΤΝΔ υπολόγισε υψηλότερη τιμή από αυτήν που θα έπρεπε να υπολογίσει, ενώ όταν ένας τέτοιος κύκλος βρίσκεται κάτω από αυτήν τη διαγώνιο, τότε το ΤΝΔ υπολόγισε χαμηλότερη τιμή από αυτήν που θα έπρεπε να υπολογίσει. Όσο περισσότερο απέχει ένας κύκλος από τη διαγώνιο αυτή, τόσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά ανάμεσα στην τιμή που υπολόγισε το ΤΝΔ και στην τιμή που έπρεπε να υπολογίσει.



Εικόνα 4.9: Συντελεστές συσχέτισης για το ΤΝΔ του κυρίου προβλήματος

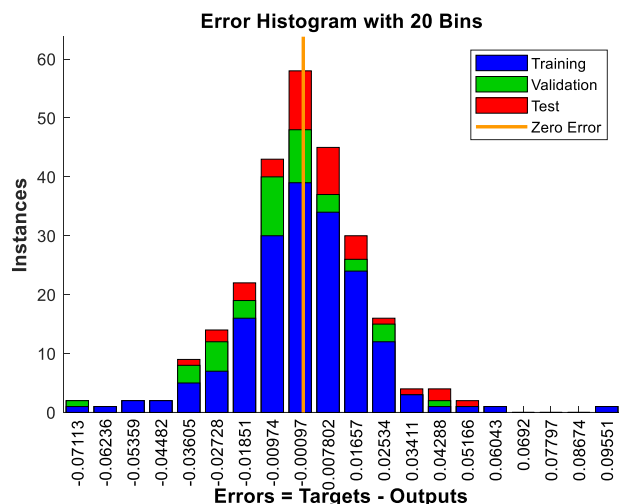
Από την παραπάνω εικόνα φαίνεται ότι οι συντελεστές συσχέτισης είναι μεγαλύτεροι από 97% σε όλες τις περιπτώσεις. Αυτό σε πρώτη φάση υποδεικνύει ότι η εκπαίδευση του ΤΝΔ ήταν επιτυχημένη και δεν εμφανίστηκε η κατάσταση “underfitting” ή η κατάσταση “overfitting”. Επομένως, ο αριθμός των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου που επιλέχθηκε αποδεικνύεται ότι είναι επαρκής για τη σωστή εκπαίδευση του ΤΝΔ.

Στην [εικόνα 4.10](#) που ακολουθεί παρατίθενται οι τιμές της συνάρτησης κόστους που υπολογίζονται για την κάθε υποομάδα, σε κάθε επανάληψη. Όπως φαίνεται, η επανάληψη εκείνη στην οποία η τιμή της συνάρτησης κόστους έλαβε την ελάχιστη τιμή της είναι η επανάληψη υπ' αριθμόν 15. Μετά από αυτήν την επανάληψη η εκτέλεση του αλγορίθμου συνεχίστηκε, και στις επόμενες επαναλήψεις η τιμή της συνάρτησης κόστους αυξήθηκε. Ωστόσο, αυτή η κατάσταση δεν καθιστά τη μέθοδο που δημιουργήθηκε προηγουμένως λιγότερο αξιόπιστη, καθώς στη μέθοδο που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο οι τιμές των βαρών και των κατωφλιών ελήφθησαν για την επανάληψη εκείνη στην οποία ελαχιστοποιείται η τιμή της συνάρτησης κόστους για το validation set (και η οποία θεωρείται βέλτιστη).



Εικόνα 4.10: Τιμές της συνάρτησης κόστους σε κάθε επανάληψη.

Στην [εικόνα 4.11](#) που ακολουθεί παρατίθεται το ιστόγραμμα σφάλματος για το ΤΝΔ που δημιουργήθηκε στην παράγραφο 4.2.



Εικόνα 4.11: Ιστόγραμμα σφάλματος

Μέσα από το συγκεκριμένο γράφημα η απόδοση του ΤΝΔ μπορεί να περιγραφεί μέσω στατιστικών, και κατά συνέπεια να ποσοτικοποιηθεί με πιο άμεσο τρόπο. Συγκεκριμένα, από το γράφημα της [εικόνας 4.11](#) φαίνεται ότι, για καθένα από τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου, η

τιμή της ανηγμένης μέγιστης αντοχής που προέβλεψε το ΤΝΔ δεν έχει διαφορά μεγαλύτερη από 10% από την τιμή που θα έπρεπε αυτό να προβλέψει. Επίσης, παρατηρείται ότι σε μόλις 9 από τα 256 ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου (ποσοστό 3.5%) η διαφορά $e_q = |t_q - a_q|$ είναι μεγαλύτερη από 5%, ενώ σε όλα τα υπόλοιπα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου η διαφορά αυτή είναι μικρότερη από 5%, τιμή η οποία μπορεί να θεωρηθεί ικανοποιητικά μικρή. Τέλος, οι τιμές της μεταβλητής εξόδου που έχουν εισαχθεί στο ΤΝΔ ως «στόχοι» προσεγγίζονται ικανοποιητικά καλά τόσο από το validation set όσο και από το test set, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι το ΤΝΔ μπορεί να γενικεύσει τις προβλέψεις του και για άγνωστα σε αυτό δεδομένα, και επικυρώνει ότι η εκπαίδευσή του έχει εκτελεστεί σωστά.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η απόδοση του ΤΝΔ είναι ικανοποιητικά καλή ώστε να εξάγει αξιόπιστα αποτελέσματα. Βέβαια, κάποιος μπορεί να παρατηρήσει ότι οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης που προέκυψαν για αυτό το ΤΝΔ δεν είναι το ίδιο υψηλές σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές που προέκυψαν για το απλούστερο πρόβλημα της παραγράφου 3.5. Ωστόσο, αυτό είναι λογικό καθώς στο πρόβλημα που επιλύθηκε σε αυτό το κεφάλαιο ο τρόπος με τον οποίο οι μεταβλητές εισόδου επηρεάζουν τη μεταβλητή εξόδου δεν είναι ξεκάθαρος. Άλλωστε, ο στόχος αυτής της εργασίας δεν ήταν η δημιουργία ενός μοντέλου για την εξ' ολοκλήρου αντικατάσταση των γνωστών μεθόδων υπολογισμού της μέγιστης αντοχής, αλλά η δημιουργία ενός απλού, εύχρηστου και αξιόπιστου μοντέλου το οποίο έχει τη δυνατότητα να λειτουργήσει ως υποκατάστατο των γνωστών μεθόδων υπολογισμού της μέγιστης αντοχής, δίνοντας στο μηχανικό μια καλή πρώτη εκτίμηση της μέγιστης αντοχής σε πολύ λίγο χρόνο.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1. Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων

Στα προηγούμενα κεφάλαια δημιουργήθηκε μία μέθοδος για τον υπολογισμό της μέγιστης αντοχής των ενισχυμένων ελασμάτων, αφού πρώτα παρατέθηκε όλο το θεωρητικό υπόβαθρο μέσα από το οποίο προέκυψε η μέθοδος αυτή. Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 1, η μέθοδος αυτή μπορεί δυνητικά να χρησιμοποιηθεί από ναυπηγικά γραφεία στα πλαίσια της προμελέτης των πλοίων, χάρη στην απλότητά της έναντι των αντιστοίχων πειραμάτων. Σε αυτό το κεφάλαιο αξιολογούνται τα αποτελέσματα που εξάγονται μέσω αυτής της μεθόδου, ενώ στη συνέχεια παρατίθενται τα συμπεράσματα που προέκυψαν μέσω αυτής της εργασίας, καθώς επίσης και ορισμένες προτάσεις επέκτασης των ιδεών που παρατέθηκαν σε αυτήν την εργασία, οι οποίες μπορούν να αποτελέσουν τα αντικείμενα μελλοντικών εργασιών.

Αρχικά, η μέθοδος που δημιουργήθηκε στο κεφάλαιο 4 συγκρίνεται με άλλες αντίστοιχες εμπειρικές μεθόδους που υπάρχουν στη βιβλιογραφία. Συγκεκριμένα, το 1985 ο Lin πρότεινε την ακόλουθη μέθοδο [27]:

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \frac{1}{\sqrt{(0.960 + 0.765 \cdot \lambda^2 + 0.176 \cdot \beta^2 + 0.131 \cdot \lambda^2 \cdot \beta^2 + 1.046 \cdot \lambda^4)}} \leq \frac{1}{\lambda^2} \quad (5.1)$$

Το 1997, οι Paik και Thayamballi πρότειναν την ακόλουθη μέθοδο [28]:

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \frac{1}{\sqrt{(0.995 + 0.936 \cdot \lambda^2 + 0.170 \cdot \beta^2 + 0.188 \cdot \lambda^2 \cdot \beta^2 - 0.067 \cdot \lambda^4)}} \leq \frac{1}{\lambda^2} \quad (5.2)$$

Το 2009, οι Zhang και Khan πρότειναν την ακόλουθη μέθοδο [29]:

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \frac{1}{\beta^{0.28} \cdot \sqrt{1.0 + \lambda^{3.2}}} \quad \text{για } \lambda \leq \sqrt{2} \quad (5.3)$$

Το 2017, ο Kim μαζί με άλλους ερευνητές πρότειναν την ακόλουθη μέθοδο [30]:

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \frac{1}{0.8884 + e^{\lambda^2}} + \frac{1}{0.4121 + e^{\sqrt{\beta}}} \quad (5.4)$$

Το 2020, ο Ανυφαντής πρότεινε την ακόλουθη μέθοδο [31]:

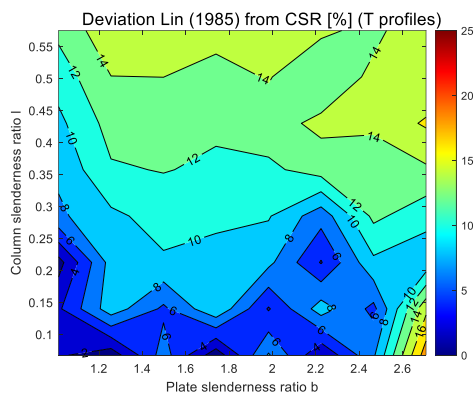
$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = 1.242 - 0.142 \cdot \lambda - 0.260 \cdot \beta - 0.250 \cdot \lambda^2 + 0.078 \cdot \lambda \cdot \beta + 0.0295 \cdot \beta^2 \quad (5.5)$$

Οι παραπάνω μέθοδοι συγκρίνονται με τη μέθοδο που δημιουργήθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας (βλ. σχέσεις (4.21) – (4.29) ή σχέσεις (4.21) – (4.22) και (4.30) – (4.31)). Όμως, για τη σύγκριση όλων αυτών των μεθόδων απαιτείται η εισαγωγή στη συζήτηση μίας μεθόδου, η οποία αποτελεί αναφορά για όλες τις παραπάνω μεθόδους. Αυτή η μέθοδος επιλέχθηκε να είναι εκείνη που περιέχεται στους σχετικούς κανονισμούς της Διεθνούς Ένωσης Νηογνωμόνων (CSR) [1]. Η μέθοδος αυτή αναλύεται στο παράρτημα Γ. Έτσι, για όλες τις παραπάνω μεθόδους υπολογίζεται η ποσοστιαία απόκλιση της τιμής της εκάστοτε μεθόδου από την τιμή που υπολογίζεται από τη μέθοδο των CSR, για δεδομένες τιμές των συντελεστών β και λ , δηλαδή υπολογίζεται το ακόλουθο μέγεθος:

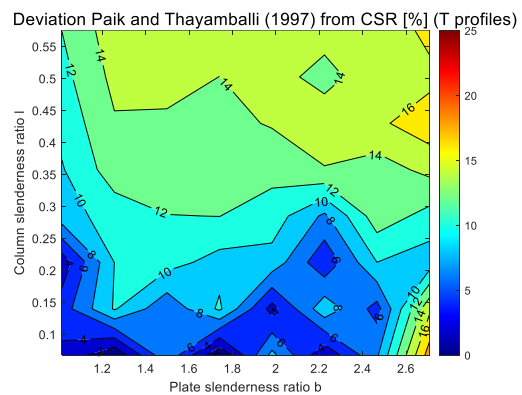
$$\text{percentage}_a = \left| \frac{\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_Y}\right)_a - \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_Y}\right)_{\text{CSR}}}{\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_Y}\right)_{\text{CSR}}} \right| \cdot 100\% \quad (5.6)$$

όπου ο δείκτης a της τελευταίας σχέσης αναφέρεται σε κάποια από τις μεθόδους που περιγράφονται στις σχέσεις (5.1) – (5.5), ή στη μέθοδο που δημιουργήθηκε σε αυτήν την εργασία.

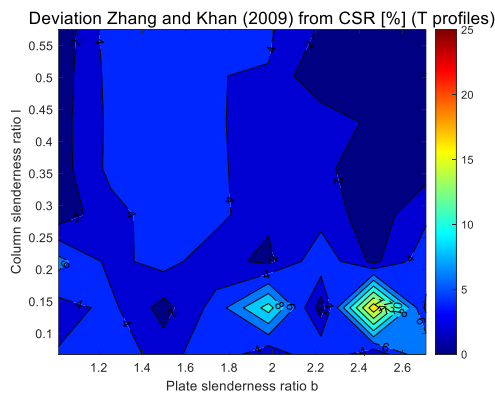
Η ποσοστιαία απόκλιση της σχέσης (5.6) υπολογίζεται για όλες τις μεθόδους και για έναν αριθμό ενισχυμένων ελασμάτων, οπότε κατασκευάζονται χρωματικές απεικονίσεις (contour maps) μέσα στο χωρίο β - λ που αντιστοιχεί στον κάθε τύπο προφίλ του ενισχυτικού. Στις εικόνες 5.1α – 5.1στ που ακολουθούν παρατίθενται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις που αντιστοιχούν σε κάθε μέθοδο, με χρωματική κατανομή μέσα στο χωρίο β - λ των ενισχυμένων ελασμάτων με προφίλ ενισχυτικού τύπου T.



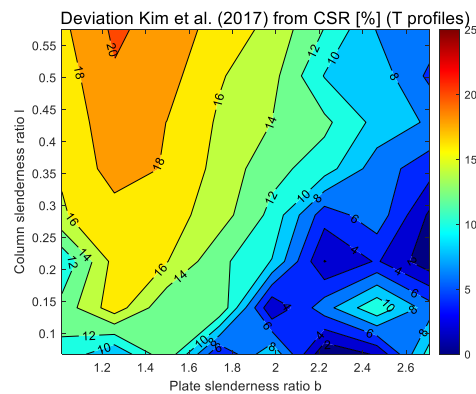
Εικόνα 5.1α: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Lin (1985).



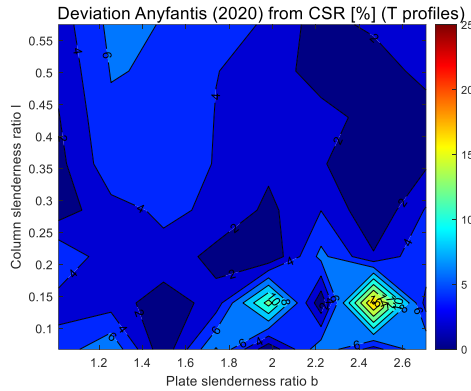
Εικόνα 5.1β: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Paik & Thayamballi (1997).



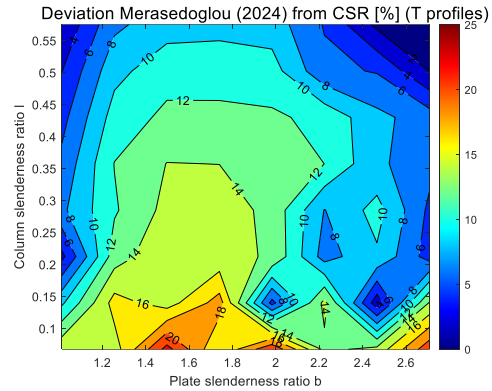
Εικόνα 5.1γ: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Zhang and Khan (2009).



Εικόνα 5.1δ: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Kim et al. (2017).

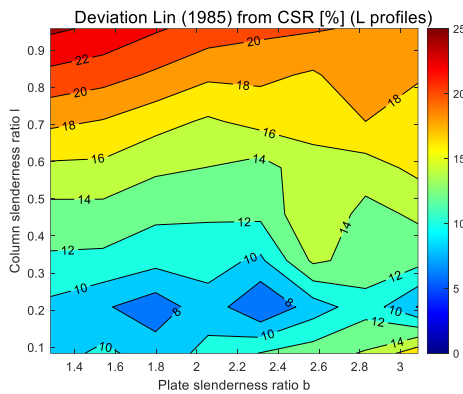


Εικόνα 5.1ε: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Ανυφαντή (2020).

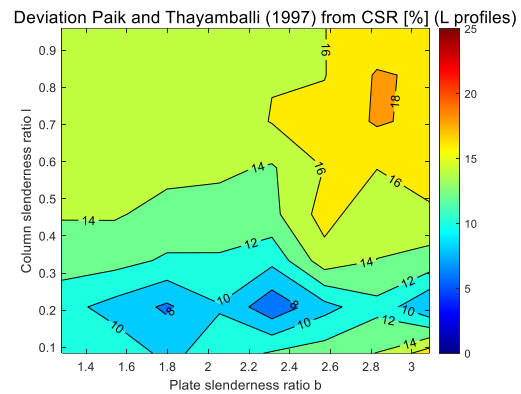


Εικόνα 5.1στ: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Μερασεδόγλου (2024).

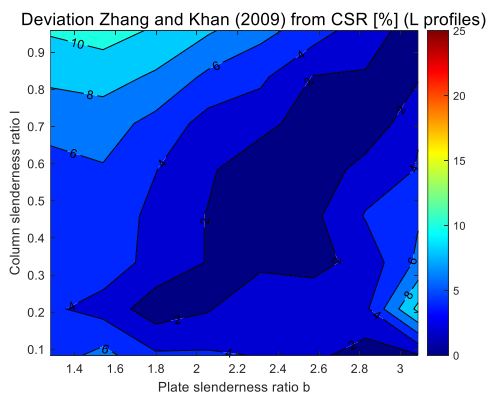
Στις εικόνες 5.2α – 5.2στ που ακολουθούν παρατίθενται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις που αντιστοιχούν σε κάθε μέθοδο, με χρωματική κατανομή μέσα στο χωρίο β-λ των ενισχυμένων ελασμάτων με προφίλ ενισχυτικού τύπου L.



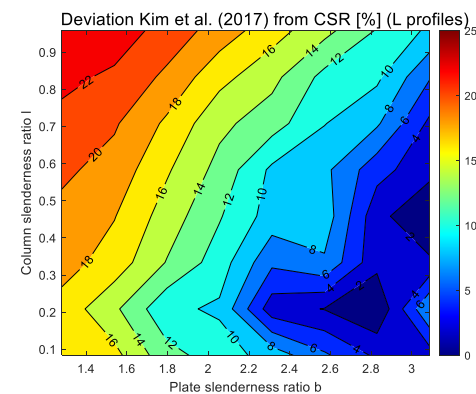
Εικόνα 5.2α: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Lin (1985).



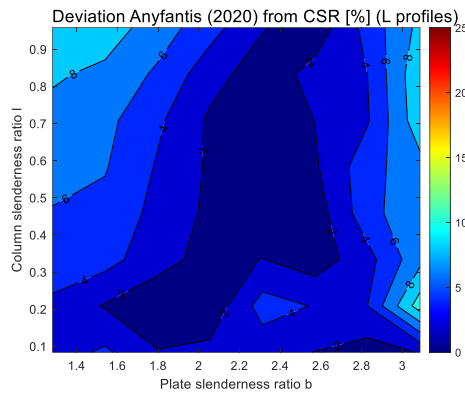
Εικόνα 5.2β: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Paik & Thayamballi (1997).



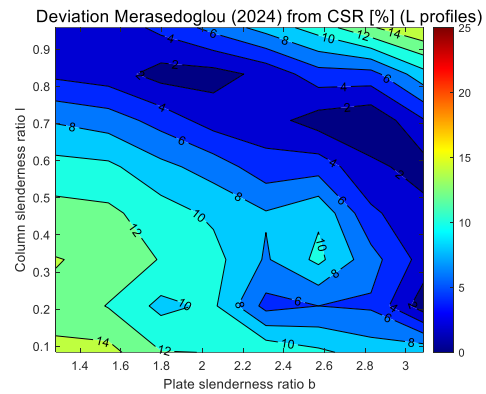
Εικόνα 5.2γ: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Zhang and Khan (2009).



Εικόνα 5.2δ: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Kim et al. (2017).

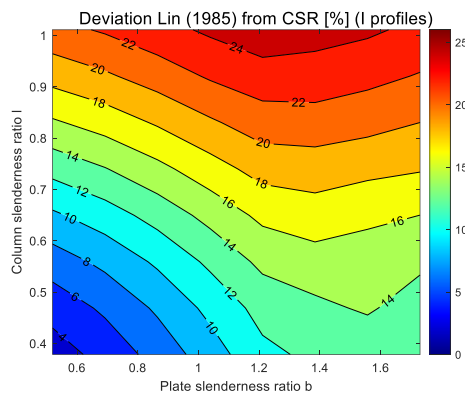


Εικόνα 5.2ε: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Ανυφαντή (2020).

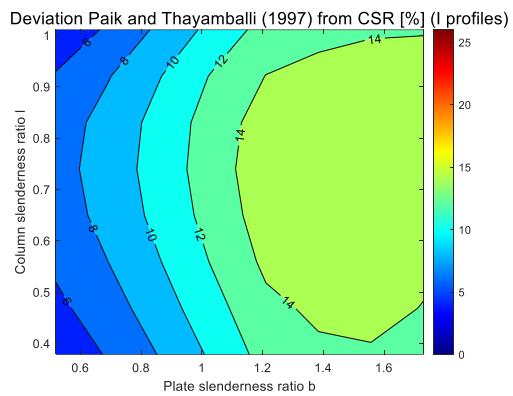


Εικόνα 5.2στ: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Μερασεδόγλου (2024).

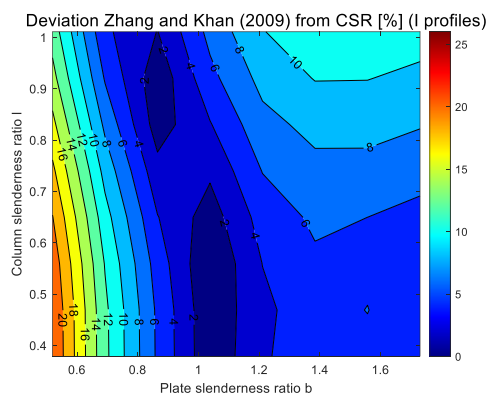
Στις εικόνες 5.3α – 5.3στ που ακολουθούν παρατίθενται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις που αντιστοιχούν σε κάθε μέθοδο, με χρωματική κατανομή μέσα στο χωρίο β-λ των ενισχυμένων ελασμάτων με προφίλ ενισχυτικού τύπου I.



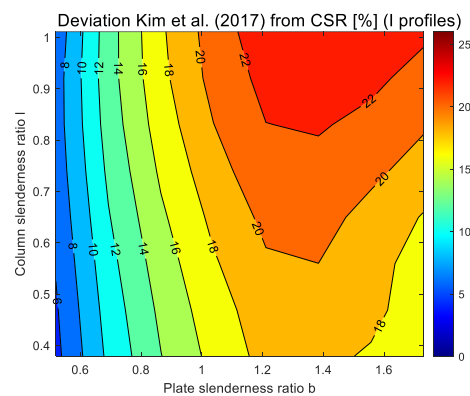
Εικόνα 5.3α: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Lin (1985).



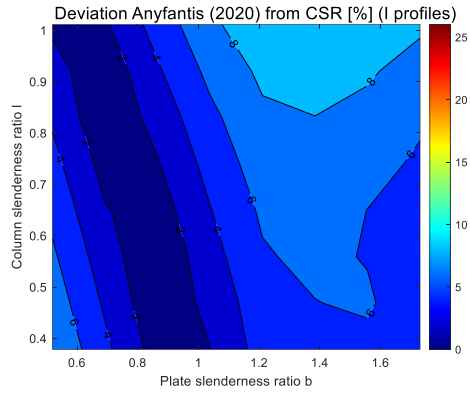
Εικόνα 5.3β: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Paik & Thayamballi (1997).



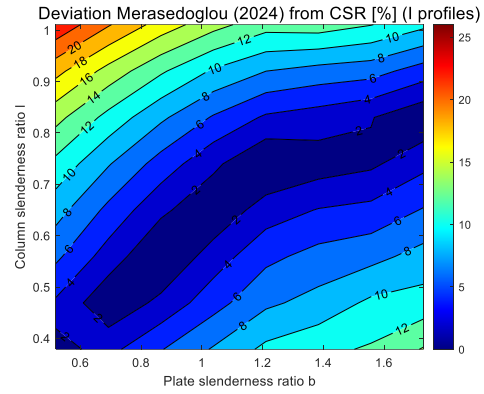
Εικόνα 5.3γ: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Zhang and Khan (2009).



Εικόνα 5.3δ: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Kim et al. (2017).

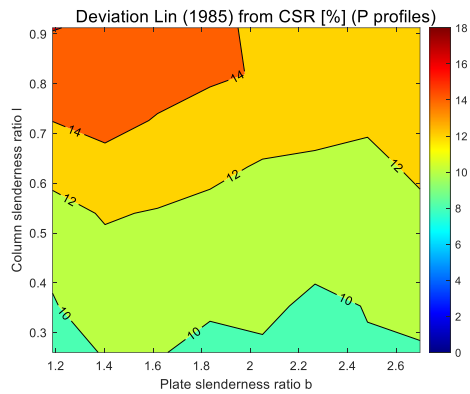


**Εικόνα 5.3ε: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Ανυφαντή (2020).**

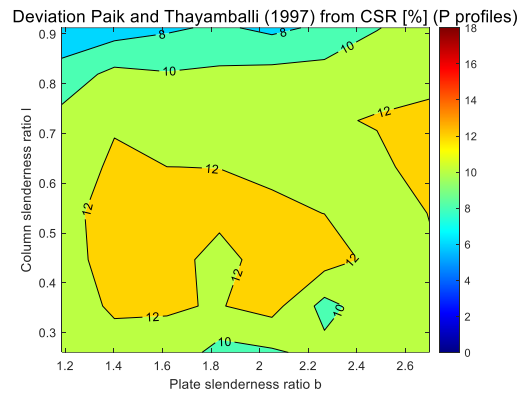


**Εικόνα 5.3στ: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Μερασεδόγλου (2024).**

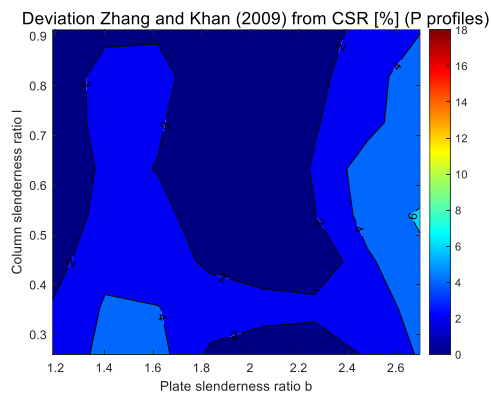
Στις εικόνες 5.4α – 5.4στ που ακολουθούν παρατίθενται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις που αντιστοιχούν σε κάθε μέθοδο, με χρωματική κατανομή μέσα στο χωρίο β-λ των ενισχυμένων ελασμάτων με προφίλ ενισχυτικού τύπου P.



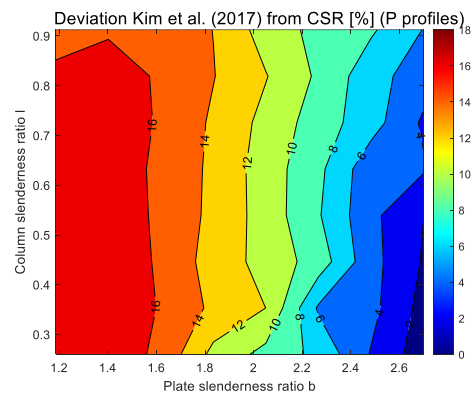
**Εικόνα 5.4α: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Lin (1985).**



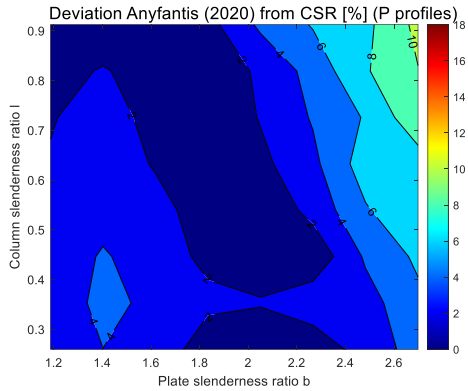
**Εικόνα 5.4β: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Paik & Thayamballi (1997).**



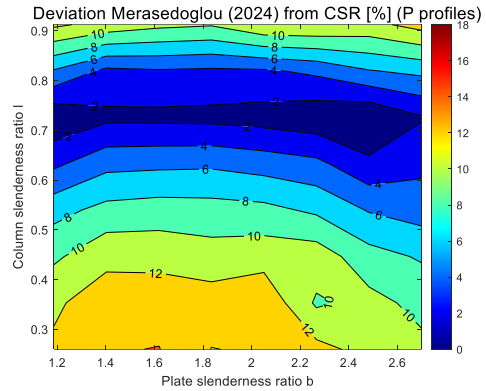
**Εικόνα 5.4γ: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Zhang and Khan (2009).**



**Εικόνα 5.4δ: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Kim et al. (2017).**



Εικόνα 5.4ε: Προφίλ τύπου P Μέθοδος Ανυφαντή (2020).



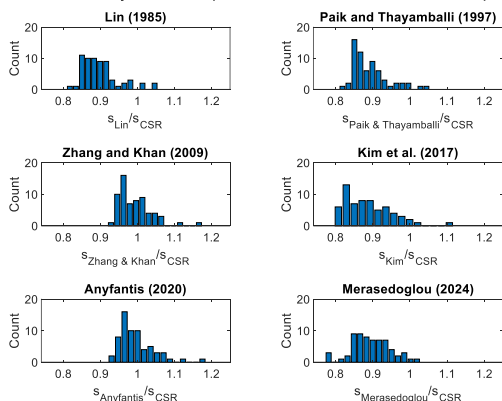
Εικόνα 5.4στ: Προφίλ τύπου P Μέθοδος Μερασεδόγλου (2024).

Σε όλες τις παραπάνω χρωματικές απεικονίσεις, οι περιοχές με σκούρο μπλε χρώμα είναι οι περιοχές στις οποίες η ποσοστιαία απόκλιση είναι σχεδόν μηδενική, ενώ οι περιοχές με σκούρο κόκκινο χρώμα είναι οι περιοχές στις οποίες η ποσοστιαία απόκλιση λαμβάνει την υψηλότερη τιμή της. Στις ενδιάμεσες περιοχές, τα χρώματα μεταβάλλονται με τον τρόπο που δηλώνει η χρωματική κλίμακα στα δεξιά του κάθε γραφήματος.

Οι παραπάνω χρωματικές απεικονίσεις περιγράφουν την κατανομή της ποσοστιαίας απόκλισης της κάθε μεθόδου ως προς τη μέθοδο των CSR με καλύτερο τρόπο από ό,τι θα έκαναν ορισμένα στατιστικά μεγέθη, όπως η μέση τιμή και η μέγιστη τιμή της ποσοστιαίας απόκλισης. Συγκεκριμένα, οι παραπάνω χρωματικές απεικονίσεις αφενός παρέχουν γενικές πληροφορίες σχετικά με τη μέση τιμή και τη μέγιστη τιμή της ποσοστιαίας απόκλισης, αφετέρου παρέχουν την αναλυτική κατανομή της ποσοστιαίας απόκλισης σε όλο το χωρίο β-λ, οπότε ο αναγνώστης γνωρίζει σε ποιες περιοχές του χωρίου β-λ η ποσοστιαία απόκλιση της κάθε μεθόδου από τη μέθοδο των CSR είναι μεγαλύτερη και σε ποιες περιοχές είναι μικρότερη.

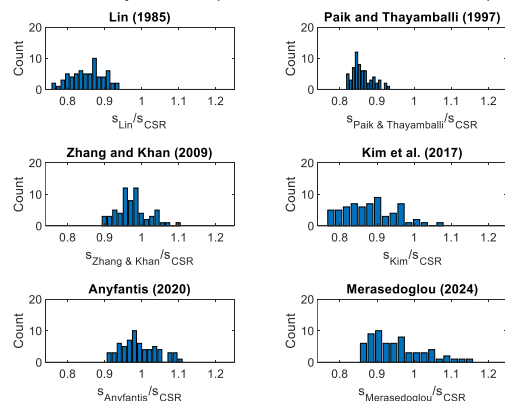
Στις εικόνες 5.5α – 5.5δ που ακολουθούν παρατίθενται τα ιστογράμματα των μεγεθών σ_a/σ_{CSR} , όπου σ_a είναι η τιμή της μέγιστης αντοχής που υπολογίζεται από την εκάστοτε μέθοδο και σ_{CSR} είναι η τιμή της μέγιστης αντοχής που υπολογίζεται από τη μέθοδο των CSR. Τα ιστογράμματα αυτά παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τον αριθμό των περιπτώσεων όπου η κάθε τιμή σ_a είναι κοντά στην αντίστοιχη τιμή σ_{CSR} , τον αριθμό των περιπτώσεων όπου η κάθε τιμή σ_a είναι μικρότερη από την αντίστοιχη τιμή σ_{CSR} (και κατά πόσο) και τον αριθμό των περιπτώσεων όπου η κάθε τιμή σ_a είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη τιμή σ_{CSR} (και κατά πόσο).

Statistical analysis of comparison of methods with CSR - T profiles



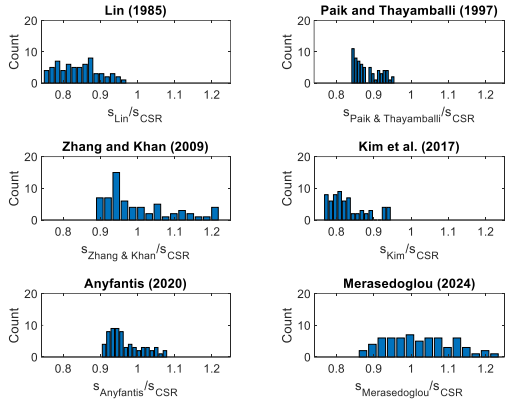
Εικόνα 5.5α: Ιστογράμματα για προφίλ τύπου T

Statistical analysis of comparison of methods with CSR - L profiles



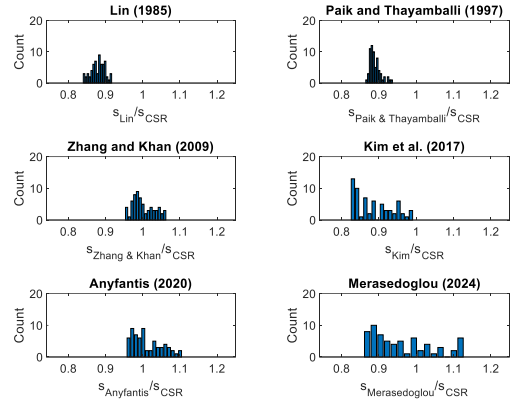
Εικόνα 5.5β: Ιστογράμματα για προφίλ τύπου L

Statistical analysis of comparison of methods with CSR - I profiles



Εικόνα 5.5γ: Ιστογράμματα για προφίλ τύπου I

Statistical analysis of comparison of methods with CSR - P profiles



Εικόνα 5.5δ: Ιστογράμματα για προφίλ τύπου P

Στους πίνακες 5.1α – 5.1δ που ακολουθούν περιέχονται οι μέσες τιμές (mean) και οι τυπικές αποκλίσεις (SD) των μεγεθών σ_a/σ_{CSR} που απεικονίζονται στα παραπάνω ιστογράμματα.

Πίνακας 5.1α: Στατιστικές τιμές – Προφίλ T

Method	Mean	SD
Lin	0.898	0.050
Paik and Thayamballi	0.891	0.049
Zhang and Khan	0.992	0.045
Kim et al.	0.887	0.063
Anyfantis	0.996	0.048
Merasedoglou	0.895	0.051

Πίνακας 5.1β: Στατιστικές τιμές – Προφίλ L

Method	Mean	SD
Lin	0.852	0.043
Paik and Thayamballi	0.860	0.049
Zhang and Khan	0.976	0.027
Kim et al.	0.882	0.070
Anyfantis	0.993	0.050
Merasedoglou	0.954	0.074

Πίνακας 5.1γ: Στατιστικές τιμές – Προφίλ I

Method	Mean	SD
Lin	0.841	0.056
Paik and Thayamballi	0.882	0.035
Zhang and Khan	1.000	0.093
Kim et al.	0.832	0.051
Anyfantis	0.967	0.046
Merasedoglou	1.023	0.089

Πίνακας 5.1δ: Στατιστικές τιμές – Προφίλ P

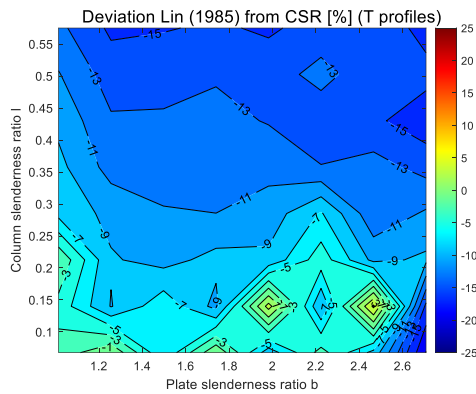
Method	Mean	SD
Lin	0.879	0.019
Paik and Thayamballi	0.890	0.015
Zhang and Khan	1.001	0.029
Kim et al.	0.886	0.051
Anyfantis	1.012	0.040
Merasedoglou	0.962	0.081

Στη συνέχεια παρατίθενται οι χρωματικές απεικονίσεις, στο χωρίο β-λ, των αλγεβρικών τιμών της ποσοστιαίας απόκλισης της τιμής της μέγιστης αντοχής που προκύπτει από την εκάστοτε μέθοδο, από την τιμή της μέγιστης αντοχής που υπολογίζεται από τη μέθοδο των CSR. Το μέγεθος αυτό υπολογίζεται ως εξής:

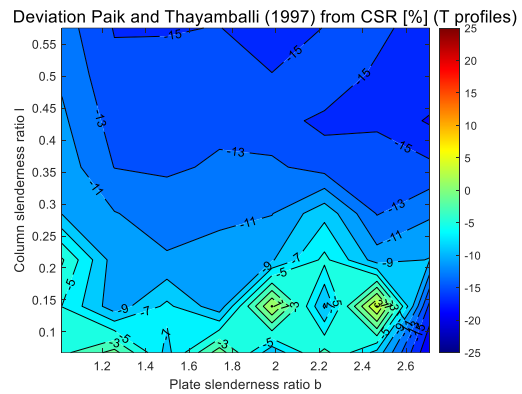
$$\text{percentage_alg}_a = \frac{\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_Y}\right)_a - \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_Y}\right)_{CSR}}{\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_Y}\right)_{CSR}} \cdot 100\% \quad (5.7)$$

Η επιπλέον πληροφορία που αποδίδεται στον αναγνώστη μέσα από αυτά τα διαγράμματα είναι οι συγκεκριμένες περιοχές του χωρίου β-λ όπου η μέγιστη αντοχή της κάθε μεθόδου υποεκτιμάται, ή υπερεκτιμάται, σε σχέση με τη μέγιστη αντοχή των CSR.

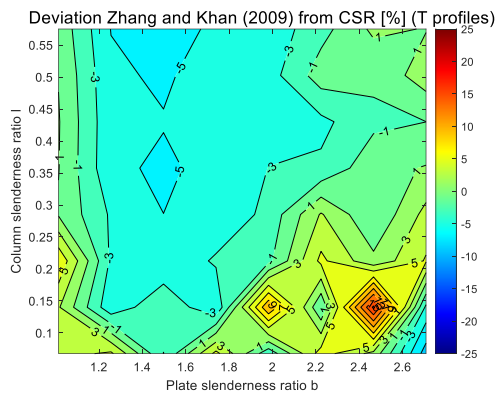
Στις εικόνες 5.6α – 5.6στ που ακολουθούν παρατίθενται οι σχετικές χρωματικές απεικονίσεις για τα ελάσματα με ενισχυτικά τύπου T.



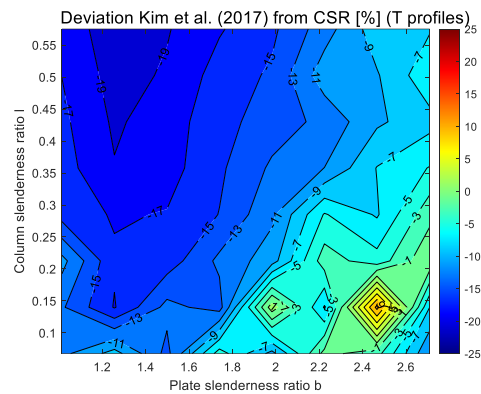
**Εικόνα 5.6α: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Lin (1985).**



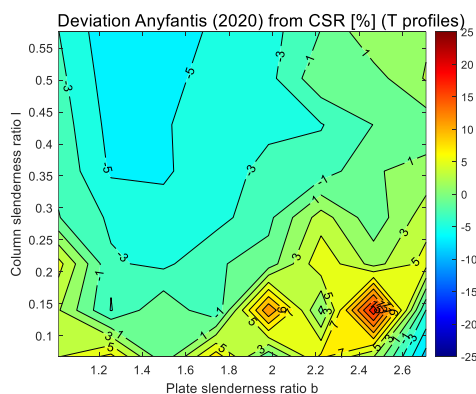
**Εικόνα 5.6β: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Paik & Thayamballi (1997).**



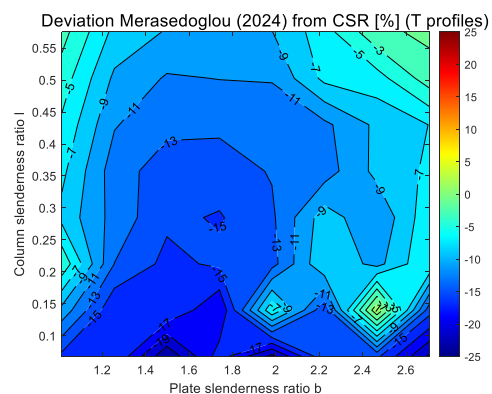
**Εικόνα 5.6γ: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Zhang and Khan (2009).**



**Εικόνα 5.6δ: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Kim et al. (2017).**

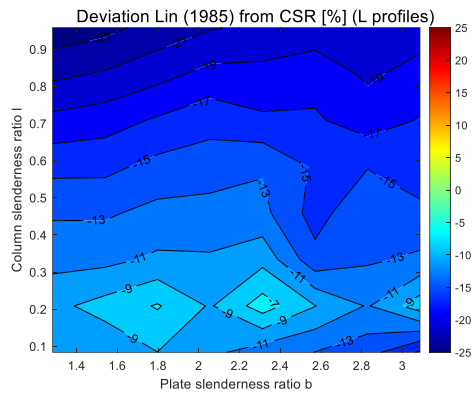


**Εικόνα 5.6ε: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Ανυφαντή (2020).**

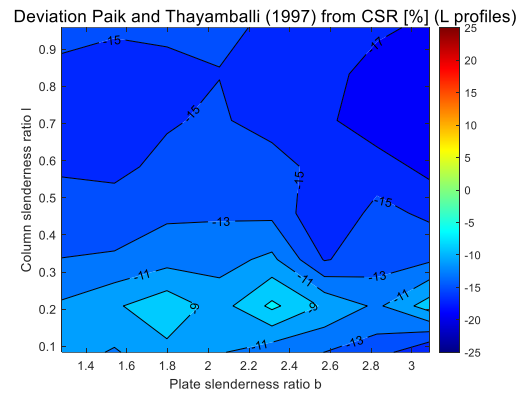


**Εικόνα 5.6στ: Προφίλ τύπου T
Μέθοδος Μερασεδόγλου (2024).**

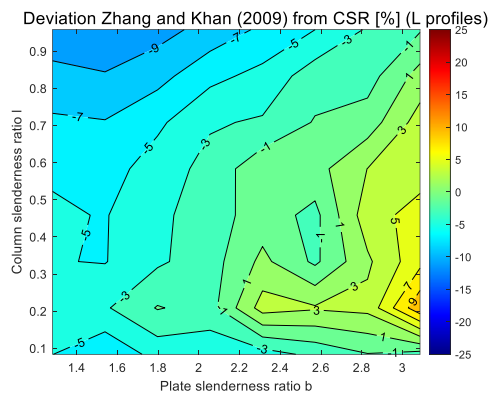
Στις εικόνες 5.7α – 5.7στ που ακολουθούν παρατίθενται οι σχετικές χρωματικές απεικονίσεις για τα ελάσματα με ενισχυτικά τύπου L.



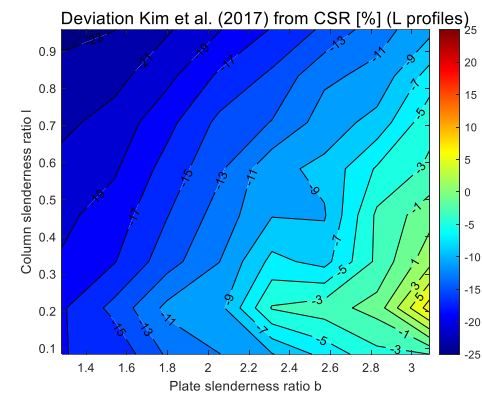
Εικόνα 5.7α: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Lin (1985).



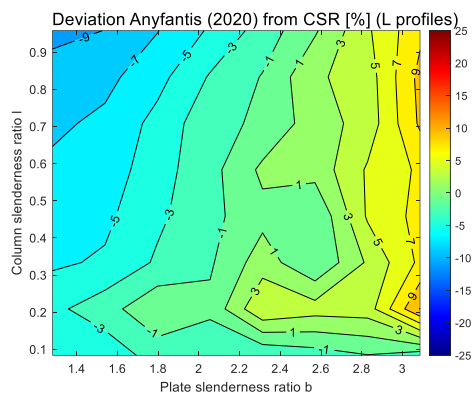
Εικόνα 5.7β: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Paik & Thayamballi (1997).



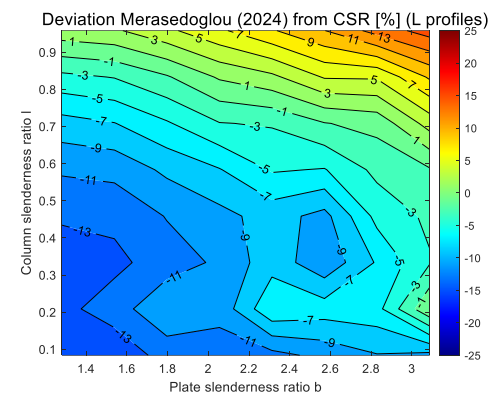
Εικόνα 5.7γ: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Zhang and Khan (2009).



Εικόνα 5.7δ: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Kim et al. (2017).

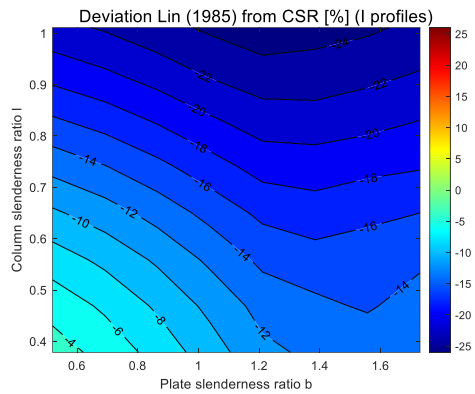


Εικόνα 5.7ε: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Ανυφαντή (2020).

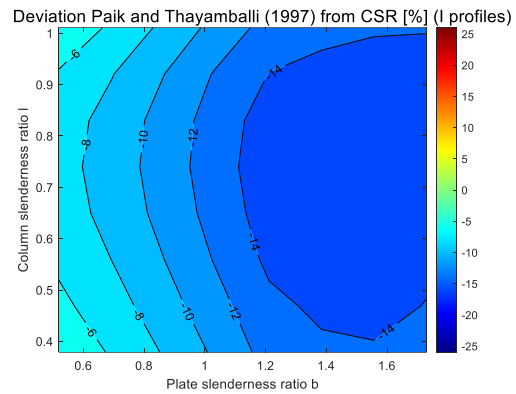


Εικόνα 5.7στ: Προφίλ τύπου L
Μέθοδος Μερασεδόγλου (2024).

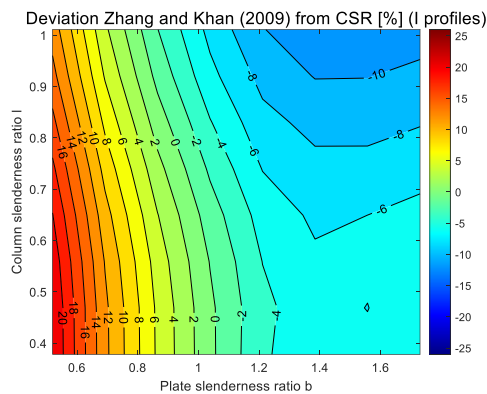
Στις εικόνες 5.8α – 5.8στ που ακολουθούν παρατίθενται οι σχετικές χρωματικές απεικονίσεις για τα ελάσματα με ενισχυτικά τύπου I.



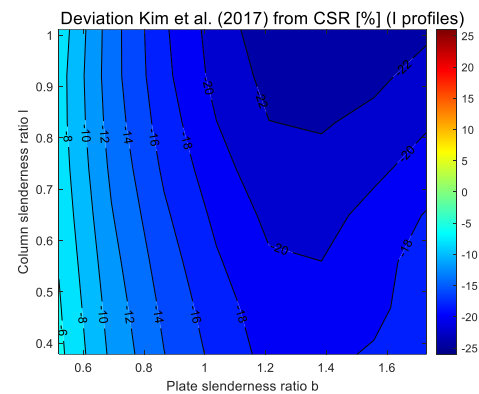
**Εικόνα 5.8α: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Lin (1985).**



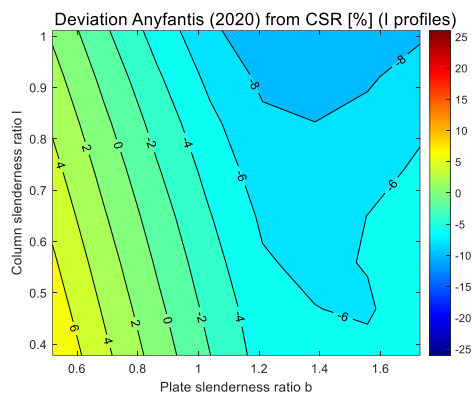
**Εικόνα 5.8β: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Paik & Thayamballi (1997).**



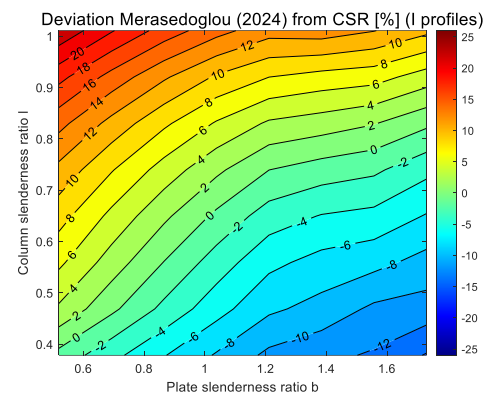
**Εικόνα 5.8γ: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Zhang and Khan (2009).**



**Εικόνα 5.8δ: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Kim et al. (2017).**

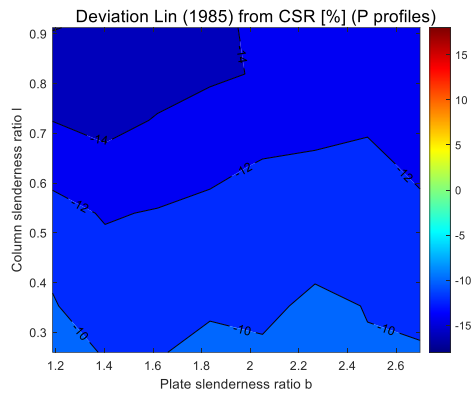


**Εικόνα 5.8ε: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Ανυφαντή (2020).**

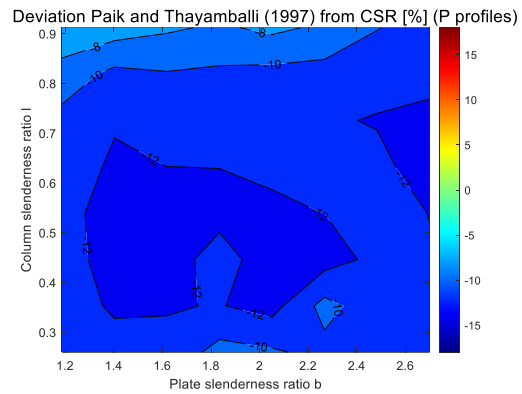


**Εικόνα 5.8στ: Προφίλ τύπου I
Μέθοδος Μερασεδόγλου (2024).**

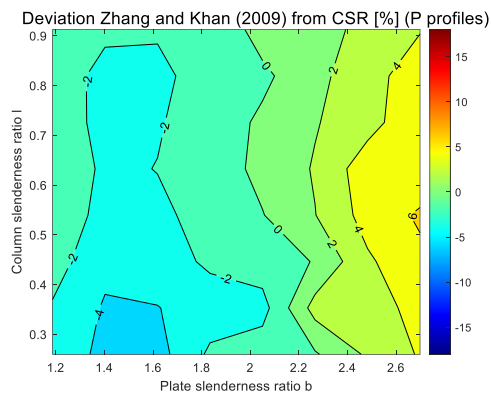
Στις εικόνες 5.9α – 5.9στ που ακολουθούν παρατίθενται οι σχετικές χρωματικές απεικονίσεις για τα ελάσματα με ενισχυτικά τύπου P.



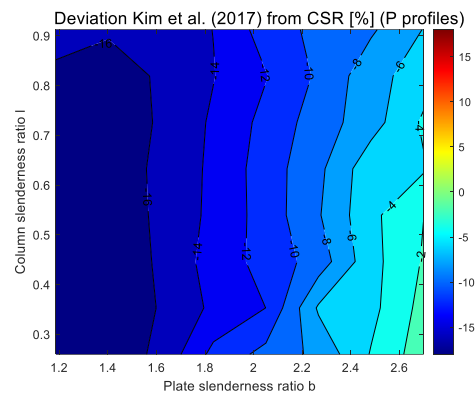
**Εικόνα 5.9α: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Lin (1985).**



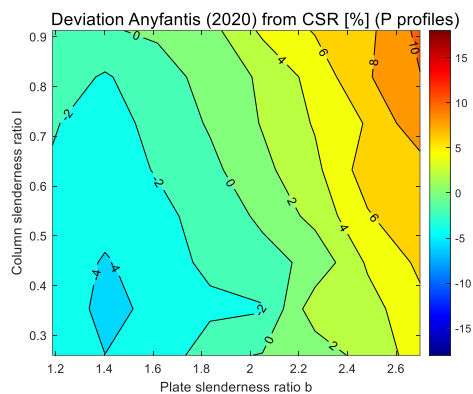
**Εικόνα 5.9β: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Paik & Thayamballi (1997).**



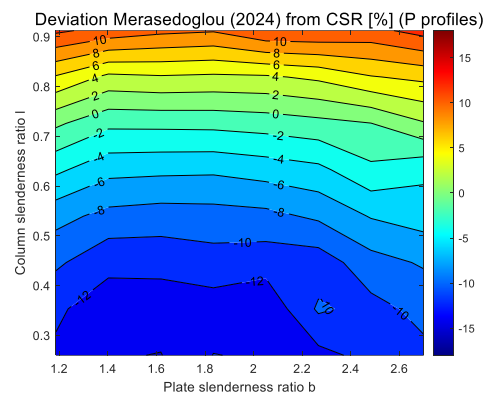
**Εικόνα 5.9γ: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Zhang and Khan (2009).**



**Εικόνα 5.9δ: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Kim et al. (2017).**

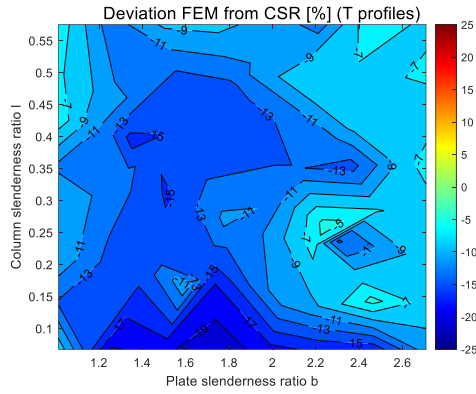


**Εικόνα 5.9ε: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Ανυφαντή (2020).**

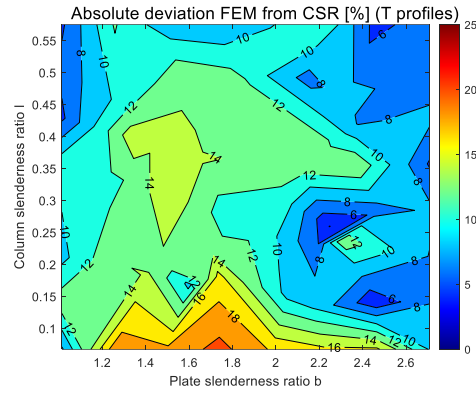


**Εικόνα 5.9στ: Προφίλ τύπου P
Μέθοδος Μερασεδόγλου (2024).**

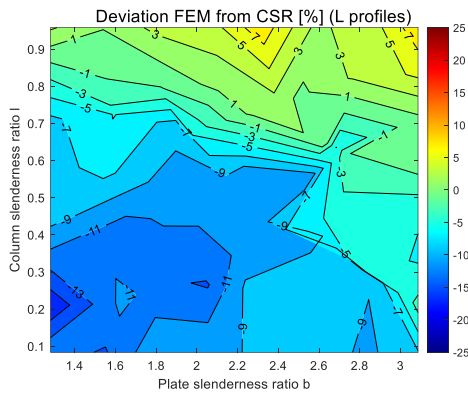
Στις εικόνες 5.10α – 5.10η που ακολουθούν παρατίθενται οι χρωματικές απεικονίσεις, στο χωρίο β-λ, των αλγεβρικών τιμών της ποσοστιαίας απόκλισης της τιμής της μέγιστης αντοχής που προκύπτει από τη μοντελοποίηση στο πρόγραμμα ABAQUS, από την τιμή της μέγιστης αντοχής που υπολογίζεται από τη μέθοδο των CSR, για όλα τα προφίλ των ενισχυτικών. Οι χρωματικές απεικονίσεις της αριστερής στήλης απεικονίζουν την αλγεβρική τιμή της ποσοστιαίας απόκλισης, ενώ οι χρωματικές απεικονίσεις της δεξιάς στήλης απεικονίζουν την απόλυτη τιμή της ποσοστιαίας απόκλισης.



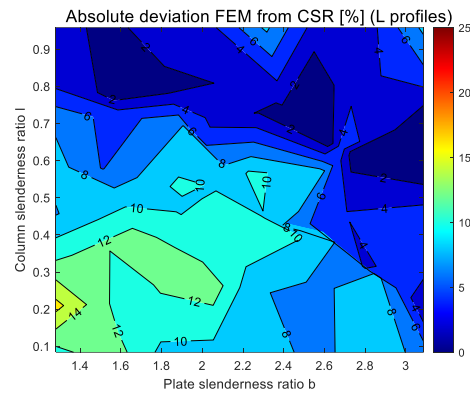
Εικόνα 5.10α: Προφίλ τύπου T
Αλγεβρική ποσοστιαία απόκλιση.



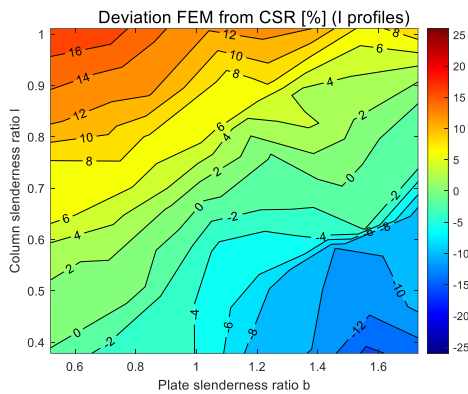
Εικόνα 5.10β: Προφίλ τύπου T
Απόλυτη ποσοστιαία απόκλιση.



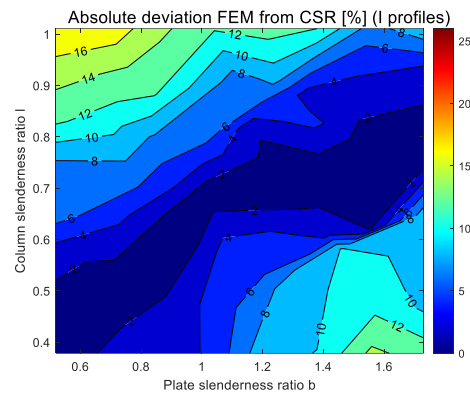
Εικόνα 5.10γ: Προφίλ τύπου L
Αλγεβρική ποσοστιαία απόκλιση.



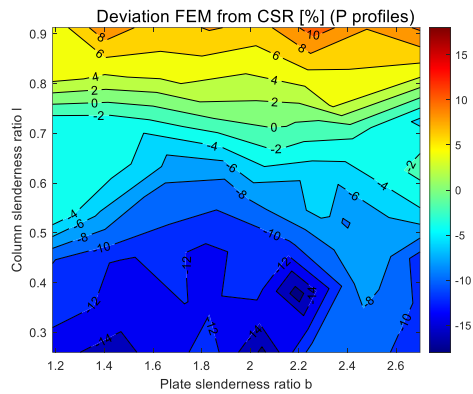
Εικόνα 5.10δ: Προφίλ τύπου L
Απόλυτη ποσοστιαία απόκλιση.



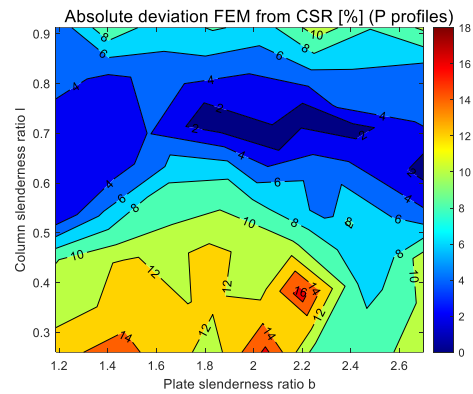
Εικόνα 5.10ε: Προφίλ τύπου I
Αλγεβρική ποσοστιαία απόκλιση.



Εικόνα 5.10στ: Προφίλ τύπου I
Απόλυτη ποσοστιαία απόκλιση.

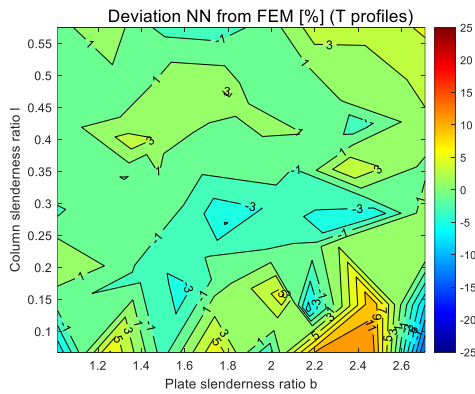


Εικόνα 5.10ζ: Προφίλ τύπου P
Αλγεβρική ποσοστιαία απόκλιση.

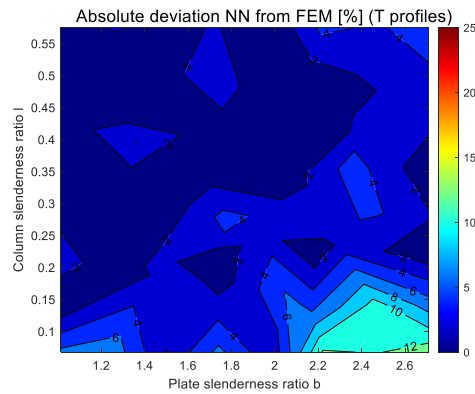


Εικόνα 5.10η: Προφίλ τύπου P
Απόλυτη ποσοστιαία απόκλιση.

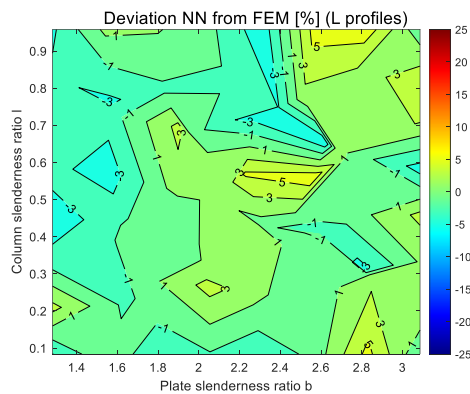
Στις εικόνες 5.11α – 5.11η που ακολουθούν παρατίθενται οι χρωματικές απεικονίσεις, στο χωρίο β-λ, της ποσοστιαίας απόκλισης της τιμής της μέγιστης αντοχής που προκύπτει από την εμπειρική μέθοδο που δημιουργήθηκε μέσω του TND, από την τιμή της μέγιστης αντοχής που προκύπτει από τη μοντελοποίηση στο πρόγραμμα ABAQUS, για όλα τα προφίλ των ενισχυτικών. Οι χρωματικές απεικονίσεις της αριστερής στήλης απεικονίζουν την απόλυτη τιμή της ποσοστιαίας απόκλισης, ενώ οι χρωματικές απεικονίσεις της δεξιάς στήλης απεικονίζουν την αλγεβρική τιμή της ποσοστιαίας απόκλισης.



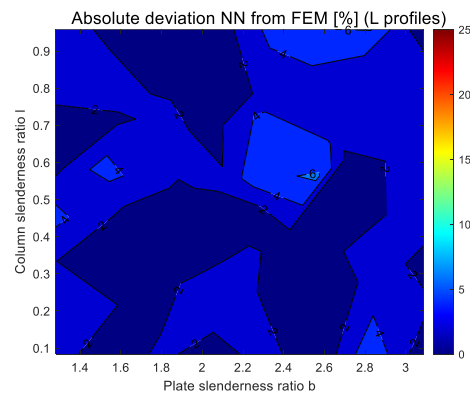
Εικόνα 5.11α: Προφίλ τύπου T
Αλγεβρική ποσοστιαία απόκλιση.



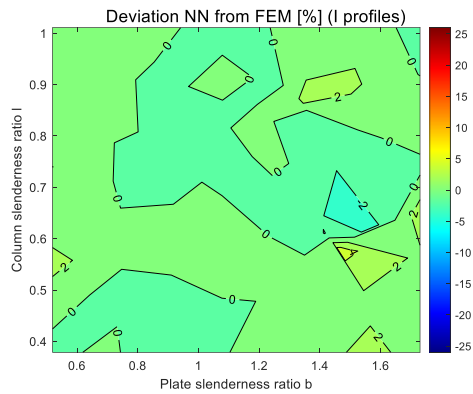
Εικόνα 5.11β: Προφίλ τύπου T
Απόλυτη ποσοστιαία απόκλιση.



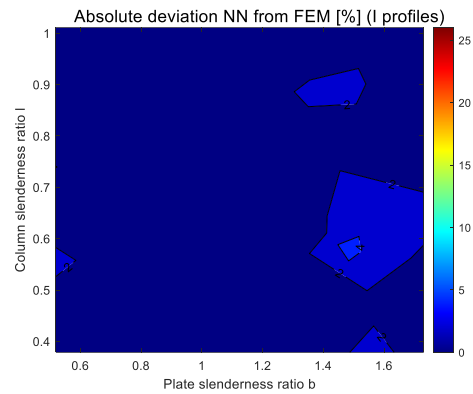
Εικόνα 5.11γ: Προφίλ τύπου L
Αλγεβρική ποσοστιαία απόκλιση.



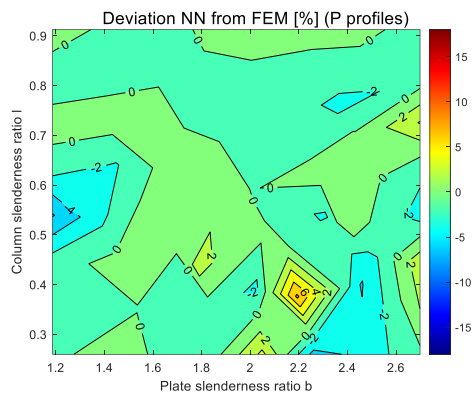
Εικόνα 5.11δ: Προφίλ τύπου L
Απόλυτη ποσοστιαία απόκλιση.



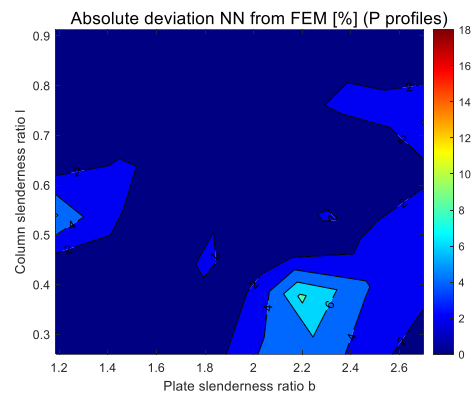
Εικόνα 5.11ε: Προφίλ τύπου I
Αλγεβρική ποσοστιαία απόκλιση.



Εικόνα 5.11στ: Προφίλ τύπου I
Απόλυτη ποσοστιαία απόκλιση.



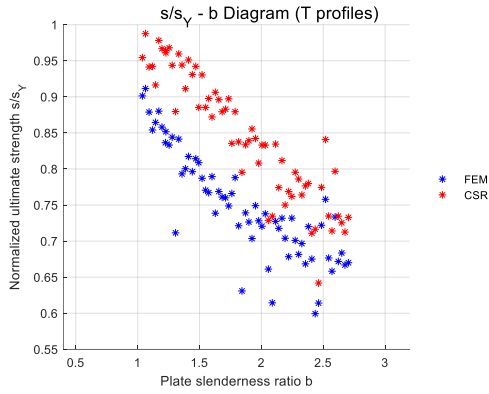
Εικόνα 5.11ζ: Προφίλ τύπου P
Αλγεβρική ποσοστιαία απόκλιση.



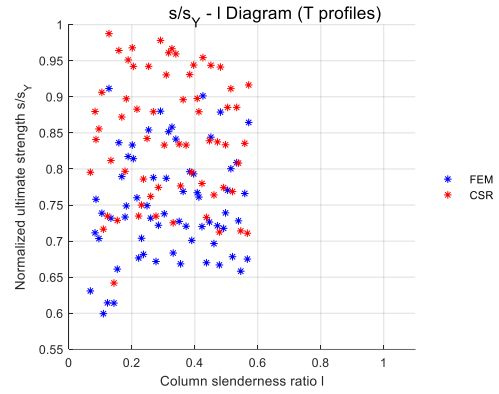
Εικόνα 5.11η: Προφίλ τύπου P
Απόλυτη ποσοστιαία απόκλιση.

Μετά από μία πρώτη ματιά στις παραπάνω απεικονίσεις, φαίνεται ότι σε γενικές γραμμές η μέθοδος που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας εμφανίζει μικρότερες τιμές ποσοστιαίας απόκλισης από τη μέθοδο των CSR συγκριτικά με τις μεθόδους των Lin (1985), Raik & Thayamballi (1997) και Kim et al. (2017), ενώ εμφανίζει μεγαλύτερες τιμές ποσοστιαίας απόκλισης συγκριτικά με τις μεθόδους των Zhang & Khan (2009) και Ανυφαντή (2020).

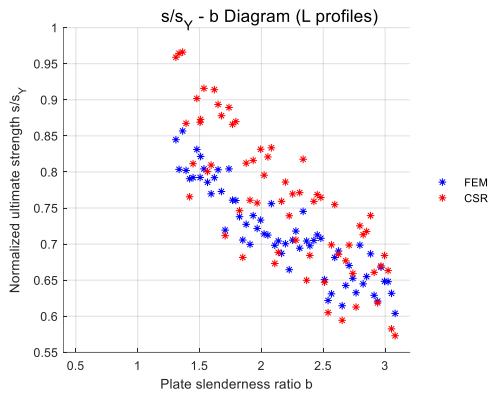
Στις εικόνες 5.12α – 5.12η που ακολουθούν παρατίθενται τα διαγράμματα που εκφράζουν τις τιμές της ανηγμένης αντοχής εξαρτήσεως των συντελεστών λυγηρότητας β και λ , για όλους τους τύπους προφίλ των ενισχυτικών. Τα διαγράμματα της αριστερής στήλης απεικονίζουν την εξάρτηση $\sigma/\sigma_Y - \beta$, ενώ τα διαγράμματα της δεξιάς στήλης απεικονίζουν την εξάρτηση $\sigma/\sigma_Y - \lambda$.



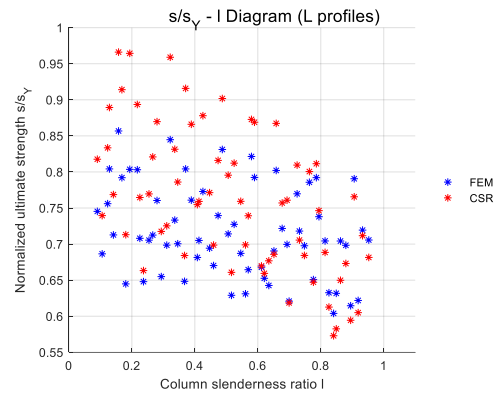
**Εικόνα 5.12α: Διάγραμμα $\sigma/\sigma_\gamma - \beta$
Προφίλ τύπου T.**



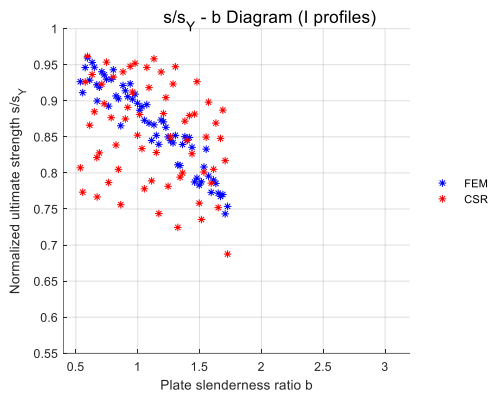
**Εικόνα 5.12β: Διάγραμμα $\sigma/\sigma_\gamma - \lambda$
Προφίλ τύπου T.**



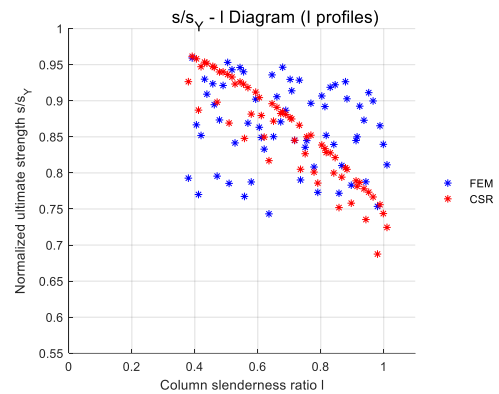
**Εικόνα 5.12γ: Διάγραμμα $\sigma/\sigma_\gamma - \beta$
Προφίλ τύπου L.**



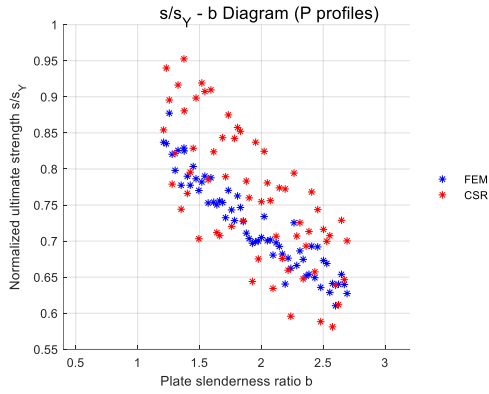
**Εικόνα 5.12δ: Διάγραμμα $\sigma/\sigma_\gamma - \lambda$
Προφίλ τύπου L.**



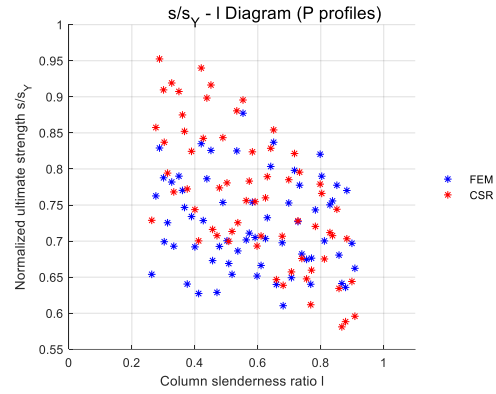
**Εικόνα 5.12ε: Διάγραμμα $\sigma/\sigma_\gamma - \beta$
Προφίλ τύπου I.**



**Εικόνα 5.12στ: Διάγραμμα $\sigma/\sigma_\gamma - \lambda$
Προφίλ τύπου I.**



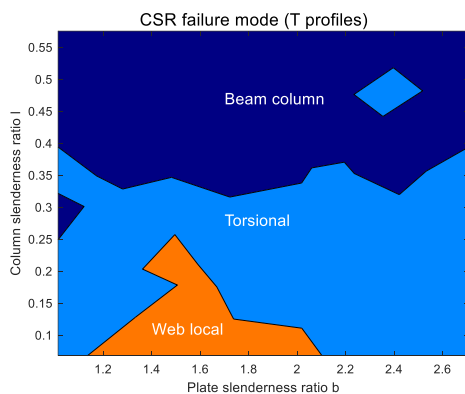
**Εικόνα 5.12z: Διάγραμμα $\sigma/\sigma_y - \beta$
Προφίλ τύπου P.**



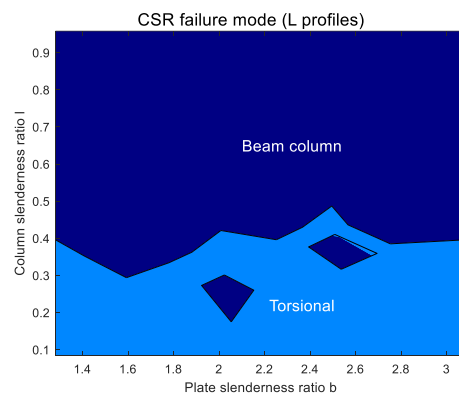
**Εικόνα 5.12η: Διάγραμμα $\sigma/\sigma_y - \lambda$
Προφίλ τύπου P.**

Όπως παρατηρείται στα διαγράμματα της αριστερής στήλης, εν γένει η αύξηση του συντελεστή λυγηρότητας πλάκας β επιφέρει τη μείωση της μέγιστης αντοχής του ενισχυμένου ελάσματος. Συγκεκριμένα, η συμπεριφορά αυτή παρατηρείται στα αποτελέσματα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων για όλους τους τύπους προφίλ, ενώ επίσης παρατηρείται και στα αποτελέσματα της μεθόδου των CSR για όλους τους τύπους προφίλ πλην του τύπου προφίλ I. Ωστόσο, τα σημεία ($\beta, \sigma/\sigma_y$) εμφανίζουν και στις δύο περιπτώσεις μια διασπορά, η οποία είναι αναμενόμενη καθώς η μέγιστη αντοχή δεν έχει αποδειχθεί ότι εξαρτάται μονοσήμαντα από το συντελεστή λυγηρότητας β . Η εν λόγω διασπορά είναι ακόμα μεγαλύτερη στα διαγράμματα της δεξιάς στήλης. Συγκεκριμένα, τα σημεία ($\lambda, \sigma/\sigma_y$) που προκύπτουν από τη μέθοδο των CSR για ελάσματα με προφίλ τύπου I φαίνονται να έχουν παρόμοια συμπεριφορά με αυτήν που περιγράφηκε προηγουμένως για τα σημεία ($\beta, \sigma/\sigma_y$), όμως σε όλα τα υπόλοιπα σημεία ($\lambda, \sigma/\sigma_y$) των διαγραμμάτων της δεξιάς στήλης δεν παρατηρείται κάποια σαφής εξάρτηση της μέγιστης αντοχής σ/σ_y από το συντελεστή λυγηρότητας λ . Από τα παραπάνω, τελικώς προκύπτει ότι η εξάρτηση της μέγιστης αντοχής σ/σ_y από το συντελεστή λυγηρότητας β είναι μεγαλύτερη από την εξάρτηση της μέγιστης αντοχής σ/σ_y από το συντελεστή λυγηρότητας λ .

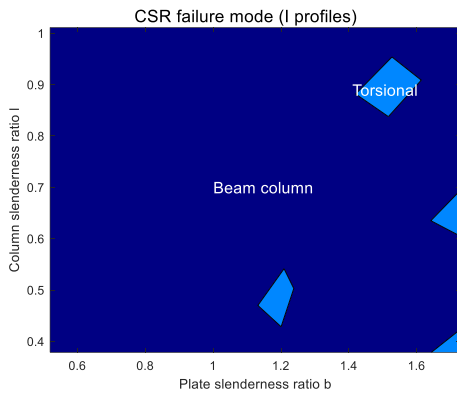
Στις **εικόνες 5.13α – 5.13δ** που ακολουθούν παρατίθενται οι χρωματικές απεικονίσεις των μορφών λυγισμού των ενισχυμένων ελασμάτων, όπως αυτές προκύπτουν από τη μέθοδο των CSR, στο χωρίο β - λ .



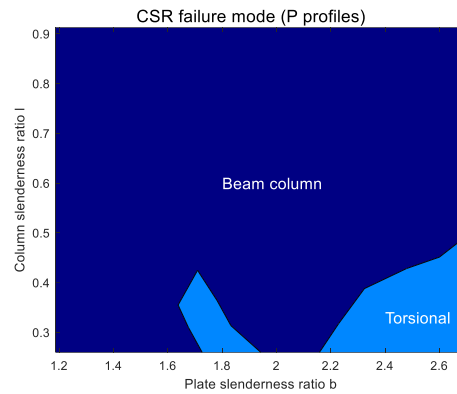
**Εικόνα 5.13α: Μορφές λυγισμού
Προφίλ τύπου T.**



**Εικόνα 5.13β: Μορφές λυγισμού
Προφίλ τύπου L.**



Εικόνα 5.13γ: Μορφές λυγισμού Προφίλ τύπου I.



Εικόνα 5.13δ: Μορφές λυγισμού Προφίλ τύπου P.

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω διαγράμματα, ο τοπικός λυγισμός του κορμού (web local buckling) εμφανίζεται μόνο στα προφίλ τύπου T. Αυτό συμβαίνει διότι στα προφίλ τύπου T και στις χαμηλές τιμές του συντελεστή λυγηρότητας λ , τα ενισχυμένα ελάσματα διαστασιολογήθηκαν με υψηλές τιμές του ύψους κορμού, όπως φαίνεται και στο παράρτημα Β. Επίσης, παρατηρείται ότι η κύρια μορφή λυγισμού είναι η μορφή λυγισμού κολόνας (beam column buckling), ενώ στις εναπομείνουσες περιοχές ο λυγισμός είναι στρεπτικός (torsional buckling). Στις χρωματικές απεικονίσεις που αντιστοιχούν στα ελάσματα με προφίλ τύπου T, L και P παρατηρείται ότι ο λυγισμός είναι στρεπτικός κατά βάση στις χαμηλότερες τιμές του συντελεστή λυγηρότητας λ , ενώ στις υπόλοιπες περιοχές υφίσταται λυγισμός κολόνας. Στη χρωματική απεικόνιση που αντιστοιχεί στα ελάσματα με προφίλ τύπου I παρατηρείται ότι επικρατεί σε σχεδόν ολόκληρο το χωρίο β - λ ο λυγισμός κολόνας, ενώ οι περιοχές όπου εμφανίζεται στρεπτικός λυγισμός είναι μικρές.

Σε ό,τι αφορά στα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μέθοδο που δημιουργήθηκε σε αυτήν την εργασία, αυτά στο μεγαλύτερο μέρος των χωρίων β - λ όλων των τύπων προφίλ δεν υπερβαίνουν το 10%. Το γεγονός αυτό δηλώνει ότι τα αποτελέσματα που αποδίδει η μέθοδος είναι λογικά, καθώς εμφανίζουν μικρές αποκλίσεις από μια μέθοδο η οποία είναι ευρέως αποδεκτή από την επιστημονική κοινότητα. Σε ορισμένες περιοχές κάποιων χωρίων β - λ , οι ποσοστιαίες αποκλίσεις υπερβαίνουν το 10%, όμως αυτό δεν πλήττει την αξιοπιστία της μεθόδου, καθώς η μέθοδος αυτή βασίστηκε σε δεδομένα τα οποία δεν ελήφθησαν από τη μέθοδο των CSR, αλλά προέκυψαν από τη μοντελοποίηση των ενισχυμένων ελασμάτων στο ABAQUS. Επομένως, η μέθοδος δε δημιουργήθηκε με σκοπό να προσεγγίσει τη μέθοδο των CSR όσο γίνεται καλύτερα, αλλά δημιουργήθηκε με σκοπό να παράσχει γρήγορα αποτελέσματα τα οποία θα προσεγγίζουν όσο καλύτερα γίνεται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μοντελοποίηση του κεφαλαίου 2. Αντίστοιχα, υπάρχουν περιοχές των χωρίων β - λ στις οποίες η ποσοστιαία απόκλιση ως προς τη μέθοδο των CSR είναι σχεδόν μηδενική. Μια τέτοια περιοχή είναι εκείνη που αντιστοιχεί σε τιμές του συντελεστή λυγηρότητας κολόνας λ από 0.65 έως 0.80, στην [εικόνα 5.4στ](#).

Επιπλέον, από το παράρτημα Β παρατηρείται ότι τα ενισχυμένα ελάσματα με προφίλ τύπου T που έχουν τις μικρότερες τιμές του συντελεστή λυγηρότητας κολόνας λ (δηλαδή τα ενισχυμένα ελάσματα που αντιστοιχούν στη γραμμή λ_1) επιλέχθηκε να έχουν μεγάλο ύψος κορμού ($h_w \geq 700\text{mm}$). Τέτοια ενισχυμένα ελάσματα ελήφθησαν από τα δεδομένα που παρατέθηκαν στο εδάφιο 4.1.1. μόνο σε συγκεκριμένες περιοχές ορισμένων πλοίων tanker. Σε αυτήν την περιοχή των χρωματικών απεικονίσεων των [εικόνων 5.1στ](#) και [5.6στ](#) παρατηρείται ότι οι ποσοστιαίες αποκλίσεις είναι υψηλότερες τιμές, ενώ στις υπόλοιπες περιοχές της ίδιας χρωματικής απεικόνισης οι ποσοστιαίες αποκλίσεις είναι μικρότερες. Η ίδια παρατήρηση ισχύει και για τις χρωματικές απεικονίσεις των [εικόνων 5.10α](#) και [5.10β](#), στις οποίες φαίνεται ότι οι τιμές της μέγιστης αντοχής που προκύπτουν απευθείας από τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων έχουν επίσης μεγάλες

ποσοστιαίες αποκλίσεις από τις αντίστοιχες τιμές που προκύπτουν από τους CSR. Αυτό ενδεχομένως σημαίνει ότι η μέθοδος δεν αποδίδει καλά αποτελέσματα συγκριτικά με τη μέθοδο των CSR στην περίπτωση των ενισχυμένων ελασμάτων με πολύ υψηλούς κορμούς, αλλά αποδίδει σχετικά καλύτερα αποτελέσματα στα ενισχυμένα ελάσματα με ύψος κορμού μικρότερο από 700mm, των οποίων η χρησιμοποίηση είναι πολύ πιο συνήθης. Ωστόσο, τα αποτελέσματα αυτά επικυρώνουν τον τρόπο με τον οποίο αναπτύχθηκε η εμπειρική μέθοδος, καθώς το TND που χρησιμοποιήθηκε για την εμπειρική μέθοδο λειτουργεί βραδύτα στα δεδομένα που εισάγονται σε αυτό, και τα δεδομένα αυτά προσεγγίζονται σε πολύ καλό βαθμό από το TND που τελικώς δημιουργήθηκε, πράγμα το οποίο ήταν το ζητούμενο.

Τα δεδομένα που παρουσιάζονται στα παραπάνω ιστογράμματα και στους παραπάνω πίνακες αρχικά επιβεβαιώνουν τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τις χρωματικές απεικονίσεις. Συγκεκριμένα, τα στατιστικά μεγέθη των [πινάκων 5.1α – 5.1δ](#) επιβεβαιώνουν το γεγονός ότι τα αποτελέσματα που αποδίδει η μέθοδος που αναπτύχθηκε σε αυτήν την εργασία είναι πιο κοντά στα αποτελέσματα των CSR σε σχέση με τις μεθόδους των Lin (1985), Paik & Thayamballi (1997) και Kim et al. (2017), ενώ είναι πιο μακριά από τα αποτελέσματα των CSR συγκριτικά με τις μεθόδους των Zhang & Khan (2009) και Ανυφαντή (2020). Σε ό,τι αφορά στη μέθοδο που δημιουργήθηκε σε αυτήν την εργασία, από τα δεδομένα των ιστογραμμάτων και των πινάκων φαίνεται ότι στα περισσότερα από τα ενισχυμένα ελάσματα με προφίλ τύπου T η μέθοδος υποεκτιμά τη μέγιστη αντοχή σε σχέση με τη μέθοδο των CSR, ενώ στα υπόλοιπα ενισχυμένα ελάσματα υπάρχουν περιπτώσεις όπου η μέθοδος υποεκτιμά τη μέγιστη αντοχή σε σχέση με τη μέθοδο των CSR, και περιπτώσεις όπου η μέθοδος υπερεκτιμά τη μέγιστη αντοχή σε σχέση με τη μέθοδο των CSR. Επίσης, στα ιστογράμματα φαίνεται ότι τα περισσότερα από τα ενισχυμένα ελάσματα βρίσκονται μέσα στο διάστημα που αντιστοιχεί σε ποσοστιαία απόκλιση (από τη μέθοδο των CSR) μικρότερη από 10% (διάστημα από 0.9 έως 1.1). Συγκεκριμένα, στα ενισχυμένα ελάσματα με προφίλ τύπου T υπάρχουν αρκετές περιπτώσεις στις οποίες η εν λόγω ποσοστιαία απόκλιση υπερβαίνει το 10%, όμως στα υπόλοιπα ενισχυμένα ελάσματα οι περιπτώσεις των ενισχυμένων ελασμάτων στα οποία η εν λόγω ποσοστιαία απόκλιση υπερβαίνει το 10% είναι λιγότερες.

Επιπλέον, από τις [εικόνες 5.11α – 5.11η](#) παρατηρείται ότι η εμπειρική μέθοδος που αναπτύχθηκε μέσω του TND προσεγγίζει σε πολύ καλό βαθμό τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, οπότε η μέθοδος αυτή υποκαθιστά σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό τη μεθοδολογία μοντελοποίησης πεπερασμένων στοιχείων που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 2 αυτής της εργασίας.

Τελικώς, μέσα από όλα τα αποτελέσματα που παρατέθηκαν στα κεφάλαια 4 και 5 εξάγονται τα ακόλουθα σημαντικά συμπεράσματα:

1. Αρχικά, γίνεται σαφές ότι τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα μπορούν να εφαρμοστούν για την επίλυση προβλημάτων της ναυπηγικής, δίνοντας ακριβή αποτελέσματα. Αυτό είναι πολύ σημαντικό, καθώς τα TND δύνανται να εκφράσουν με προσεγγιστικό τρόπο ακόμη και συσχετίσεις για τις οποίες δεν έχει διατυπωθεί κάποια ακριβής μαθηματική σχέση (όπως η συσχέτιση $(\beta, \lambda, j) \rightarrow (\sigma/\sigma_c)$ που μελετήθηκε σε αυτήν την εργασία).
2. Η μέθοδος που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας συμφωνεί με τη μέθοδο των CSR σε μεγαλύτερο βαθμό συγκριτικά με τις μεθόδους των Lin (1985), Paik & Thayamballi (1997) και Kim et al. (2017) και σε μικρότερο βαθμό συγκριτικά με τις μεθόδους των Zhang & Khan (2009) και Anyfantis (2020).

3. Η μεθοδολογία μοντελοποίησης των ενισχυμένων ελασμάτων που προτάθηκε στο κεφάλαιο 2 μπορεί να περιγράψει ικανοποιητικά τη θλιπτική φόρτιση ενός ενισχυμένου ελάσματος, καθώς τα αποτελέσματα που προκύπτουν από αυτή τη μοντελοποίηση συμφωνούν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της μεθόδου των CSR.
4. Τα αποτελέσματα της μεθόδου που δημιουργήθηκε σε αυτήν την εργασία προσεγγίζουν σε αρκετές περιοχές τα αντίστοιχα αποτελέσματα της μεθόδου των CSR σε ικανοποιητικό βαθμό.
5. Μία εμπειρική μέθοδος που δημιουργείται μέσω ενός ΤΝΔ μπορεί να υποκαταστήσει τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μοντελοποίηση ενός ενισχυμένου ελάσματος σε πρόγραμμα που εκτελεί τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, πράγμα το οποίο μπορεί να μειώσει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος για ένα μηχανικό ο οποίος υπό άλλες συνθήκες θα έπρεπε να εκτελέσει πολλές φορές τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για να εξάγει μεγάλο αριθμό αποτελεσμάτων.

5.2. Προτάσεις για μελλοντικές εργασίες

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εκτελέστηκε μια μελέτη η οποία αφορά στη χρήση των τεχνητών νευρωνικών δικτύων ως εργαλεία τα οποία μπορούν να διευκολύνουν σημαντικά τη δουλειά ενός μηχανικού. Το αντικείμενο που μελετήθηκε σε αυτήν την εργασία ήταν η προσέγγιση της μέγιστης αντοχής ενός ενισχυμένου ελάσματος το οποίο υπόκειται σε θλιπτική φόρτιση. Τα αποτελέσματα που παρατέθηκαν στο κεφάλαιο 4 έδειξαν ότι ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο είναι ικανό να προσεγγίσει ένα τέτοιο πρόβλημα με ικανοποιητική ακρίβεια. Αυτό σημαίνει ότι τα ΤΝΔ έχουν προοπτικές να εφαρμοστούν και για την προσέγγιση πολλών άλλων προβλημάτων της ναυπηγικής, γεγονός το οποίο γεννά πολλές προτάσεις για μελλοντικές εργασίες.

Κατά τη μοντελοποίηση των ενισχυμένων ελασμάτων σε αυτήν την εργασία έγιναν ορισμένες παραδοχές. Μία από αυτές τις παραδοχές είναι η μη ύπαρξη παραμενουσών τάσεων καθ' όλη την έκταση των ενισχυμένων ελασμάτων. Επίσης, έγινε η παραδοχή ότι στη γεωμετρία των ενισχυμένων ελασμάτων που μοντελοποιήθηκαν δεν υπάρχουν ασυνέχειες (π.χ. ρωγμές). Οι ανωτέρω παραδοχές περιγράφουν μία εξιδανικευμένη κατάσταση, η οποία όμως σπάνια συναντάται στη φύση. Επιπλέον, οι γεωμετρικές ατέλειες και οι φορτίσεις ορίστηκαν με συγκεκριμένο τρόπο, όπως περιγράφηκε στο κεφάλαιο 2. Ωστόσο, οι γεωμετρικές ατέλειες θα μπορούσαν να οριστούν με διαφορετικό μέγεθος και σχήμα, ενώ επίσης η καταπόνηση που ασκείται στο κάθε ενισχυμένο έλασμα είναι δυνατόν να έχει και άλλες μορφές, όπως η διαξονική καταπόνηση (biaxial loading) ή η σύνθετη καταπόνηση, που περιλαμβάνει ταυτόχρονη εφαρμογή μονοαξονικής ή διαξονικής καταπόνησης και πλευρικής πίεσης (lateral pressure). Τέλος, το υλικό ορίστηκε ως ελαστικό - τελείως πλαστικό, δηλαδή δεν εισήχθη σε αυτό κάποια εργοσκληρύνηση (hardening). Επομένως, ένας μελετητής μπορεί να μελετήσει τη συμπεριφορά των ενισχυμένων ελασμάτων μοντελοποιώντας αυτά κατά τέτοιο τρόπο ώστε να εισάγονται στη μοντελοποίηση και ορισμένες ατέλειες όπως αυτές που αναφέρθηκαν παραπάνω, ή να λαμβάνονται διαφορετικές θεωρήσεις για τις γεωμετρικές ατέλειες και τις φορτίσεις. Έπειτα, ο μελετητής μπορεί να αναπτύξει μία βάση δεδομένων μέσω αυτής της μοντελοποίησης και εν συνεχεία να δημιουργήσει μία αντίστοιχη εμπειρική μέθοδο, με τον ίδιο τρόπο που παρουσιάστηκε σε αυτήν την εργασία, επιλύοντας όμως ένα διαφορετικό πρόβλημα.

Όπως συζητήθηκε εκτενώς σε αυτήν την εργασία, το κάθε ενισχυμένο έλασμα περιγράφηκε μέσω τριών αδιάστατων συντελεστών (β, λ, j) και όχι μέσω όλων των γεωμετρικών διαστάσεων και των ιδιοτήτων του υλικού του. Αυτό συνεπάγεται το γεγονός ότι τα ενισχυμένα ελάσματα δεν ορίζονται μονοσήμαντα από τους τρεις αυτούς συντελεστές, δηλαδή είναι δυνατόν να σχεδιαστούν 2 (ή και περισσότερα) ενισχυμένα ελάσματα τα οποία έχουν τις ίδιες τιμές των συντελεστών β, λ και j . Σε αυτό το σημείο, λοιπόν, τίθεται το ακόλουθο ερώτημα: «Αν σχεδιαστούν δύο διαφορετικά ενισχυμένα ελάσματα, τα οποία έχουν τις ίδιες τιμές στους συντελεστές β, λ και j , αυτά αναμένεται να έχουν και την ίδια μέγιστη αντοχή; Αν όχι, πόσο μεγάλες μπορούν να γίνουν οι προκύπτουσες διαφορές;». Η απάντηση του τελευταίου θέματος μπορεί να αποτελέσει ένα θέμα για μελλοντική εργασία, τα αποτελέσματα της οποίας μπορούν να δείξουν πόσο μεγάλη είναι η εξάρτηση της μέγιστης αντοχής από τους τρεις αδιάστατους συντελεστές, και κατά συνέπεια να εξετάσουν την ισχύ της μεθόδου που αναπτύχθηκε σε αυτήν την εργασία.

Μία ακόμη παραδοχή που έγινε στα πλαίσια αυτής της εργασίας αφορά στην αναλογία με την οποία τα ζεύγη πληροφοριών εισόδου-εξόδου μοιράζονται στις επιμέρους υποομάδες. Στην εργασία αυτή, το 70% των δεδομένων του ΤΝΔ εισήχθη στο training set, το 15% των δεδομένων του ΤΝΔ εισήχθη στο validation set και το 15% των δεδομένων εισήχθη στο test set. Σε αυτό το σημείο, λοιπόν, εγείρονται τα εξής ερωτήματα:

- Αν η αναλογία αυτή ήταν διαφορετική, η απόδοση του ΤΝΔ θα επηρεαζόταν; Αν ναι, θα επηρεαζόταν σε σημαντικό βαθμό;
- Υπάρχει κάποια βέλτιστη αναλογία διαμοιρασμού των ζευγών πληροφοριών εισόδου-εξόδου, δηλαδή μια αναλογία για την οποία η απόδοση του ΤΝΔ μεγιστοποιείται;

Η απάντηση των ερωτημάτων αυτών μπορεί επίσης να διερευνηθεί σε μελλοντική εργασία.

Ένα ακόμη πολύ ενδιαφέρον αντικείμενο προς μελέτη είναι η δημιουργία ενός ΤΝΔ, το οποίο υπολογίζει όχι μόνο τη μέγιστη αντοχή ενός ενισχυμένου ελασματος, αλλά ολόκληρη την καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης. Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2, η μοντελοποίηση των ενισχυμένων ελασμάτων έγινε με τρόπο τέτοιο ώστε να λαμβάνεται ολόκληρη η καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης, επομένως από τις αναλύσεις που εκτελέστηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας δημιουργήθηκαν δεδομένα και για τις καμπύλες τάσης-παραμόρφωσης των ενισχυμένων ελασμάτων. Επομένως, αυτά τα δεδομένα θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν έτσι ώστε να δημιουργηθεί ένα ΤΝΔ το οποίο υπολογίζει κάποια χαρακτηριστικά μεγέθη, μέσω των οποίων μπορεί να προκύψει ολόκληρη η καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης. Μία τέτοια εργασία θα αποτελούσε μία επέκταση της παρούσας εργασίας. Η επέκταση της παρούσας εργασίας μπορεί να επιτευχθεί και με απλούστερο τρόπο, και συγκεκριμένα με τον εμπλουτισμό του ΤΝΔ που δημιουργήθηκε σε αυτήν την εργασία με ακόμα περισσότερα δεδομένα, για τη βελτίωση της απόδοσής του.

A. ΛΟΓΟΙ ALLKE/ALLIE

#	ALLKE	ALLIE	ALLKE/ALLIE	#	ALLKE	ALLIE	ALLKE/ALLIE
1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	93	5.27E+01	8.61E+07	6.13E-07
2	4.53E+00	4.68E+02	9.68E-03	94	4.72E+01	8.76E+07	5.39E-07
3	4.58E+00	1.87E+03	2.45E-03	95	4.33E+01	8.92E+07	4.85E-07
4	4.56E+00	5.73E+03	7.96E-04	96	3.99E+01	9.07E+07	4.40E-07
5	4.56E+00	1.55E+04	2.95E-04	97	3.73E+01	9.22E+07	4.05E-07
6	4.57E+00	3.89E+04	1.17E-04	98	3.50E+01	9.37E+07	3.73E-07
7	4.58E+00	9.40E+04	4.87E-05	99	3.30E+01	9.52E+07	3.47E-07
8	4.59E+00	1.90E+05	2.41E-05	100	3.15E+01	9.67E+07	3.26E-07
9	4.61E+00	3.20E+05	1.44E-05	101	3.01E+01	9.81E+07	3.06E-07
10	4.62E+00	4.83E+05	9.57E-06	102	2.88E+01	9.96E+07	2.90E-07
11	4.64E+00	6.80E+05	6.82E-06	103	2.78E+01	1.01E+08	2.75E-07
12	4.66E+00	9.10E+05	5.12E-06	104	2.68E+01	1.02E+08	2.62E-07
13	4.67E+00	1.17E+06	3.98E-06	105	2.60E+01	1.04E+08	2.50E-07
14	4.69E+00	1.47E+06	3.19E-06	106	2.52E+01	1.05E+08	2.40E-07
15	4.71E+00	1.80E+06	2.62E-06	107	2.46E+01	1.07E+08	2.31E-07
16	4.73E+00	2.16E+06	2.19E-06	108	2.40E+01	1.08E+08	2.22E-07
17	4.75E+00	2.56E+06	1.86E-06	109	2.35E+01	1.09E+08	2.15E-07
18	4.77E+00	2.98E+06	1.60E-06	110	2.30E+01	1.11E+08	2.07E-07
19	4.80E+00	3.45E+06	1.39E-06	111	2.25E+01	1.12E+08	2.00E-07
20	4.82E+00	3.94E+06	1.22E-06	112	2.20E+01	1.14E+08	1.94E-07
21	4.85E+00	4.47E+06	1.09E-06	113	2.15E+01	1.15E+08	1.87E-07
22	4.87E+00	5.02E+06	9.70E-07	114	2.13E+01	1.16E+08	1.83E-07
23	4.90E+00	5.62E+06	8.72E-07	115	2.14E+01	1.18E+08	1.82E-07
24	4.93E+00	6.24E+06	7.89E-07	116	2.11E+01	1.19E+08	1.77E-07
25	4.95E+00	6.89E+06	7.18E-07	117	2.07E+01	1.20E+08	1.72E-07
26	4.98E+00	7.58E+06	6.57E-07	118	2.04E+01	1.22E+08	1.68E-07
27	5.01E+00	8.30E+06	6.04E-07	119	2.01E+01	1.23E+08	1.63E-07
28	5.04E+00	9.05E+06	5.57E-07	120	1.98E+01	1.24E+08	1.59E-07
29	5.07E+00	9.84E+06	5.16E-07	121	1.95E+01	1.26E+08	1.55E-07
30	5.11E+00	1.07E+07	4.79E-07	122	1.92E+01	1.27E+08	1.52E-07
31	5.14E+00	1.15E+07	4.47E-07	123	1.89E+01	1.28E+08	1.48E-07
32	5.17E+00	1.24E+07	4.18E-07	124	1.87E+01	1.29E+08	1.44E-07
33	5.20E+00	1.33E+07	3.92E-07	125	1.85E+01	1.31E+08	1.41E-07
34	5.24E+00	1.42E+07	3.68E-07	126	1.82E+01	1.32E+08	1.38E-07
35	5.27E+00	1.52E+07	3.47E-07	127	1.80E+01	1.33E+08	1.35E-07
36	5.30E+00	1.62E+07	3.27E-07	128	1.78E+01	1.35E+08	1.33E-07
37	5.34E+00	1.72E+07	3.10E-07	129	1.77E+01	1.36E+08	1.30E-07
38	5.37E+00	1.83E+07	2.93E-07	130	1.75E+01	1.37E+08	1.27E-07
39	5.40E+00	1.94E+07	2.79E-07	131	1.73E+01	1.38E+08	1.25E-07
40	5.43E+00	2.05E+07	2.65E-07	132	1.72E+01	1.40E+08	1.23E-07
41	5.46E+00	2.17E+07	2.52E-07	133	1.70E+01	1.41E+08	1.21E-07
42	5.49E+00	2.28E+07	2.40E-07	134	1.71E+01	1.42E+08	1.20E-07
43	5.52E+00	2.41E+07	2.29E-07	135	1.70E+01	1.43E+08	1.19E-07
44	5.55E+00	2.53E+07	2.19E-07	136	1.69E+01	1.45E+08	1.17E-07
45	5.57E+00	2.66E+07	2.10E-07	137	1.68E+01	1.46E+08	1.15E-07
46	5.60E+00	2.79E+07	2.01E-07	138	1.66E+01	1.47E+08	1.13E-07
47	5.62E+00	2.92E+07	1.93E-07	139	1.64E+01	1.48E+08	1.11E-07
48	5.65E+00	3.06E+07	1.85E-07	140	1.63E+01	1.50E+08	1.09E-07
49	5.67E+00	3.20E+07	1.77E-07	141	1.61E+01	1.51E+08	1.07E-07
50	5.69E+00	3.34E+07	1.70E-07	142	1.60E+01	1.52E+08	1.05E-07

51	5.71E+00	3.48E+07	1.64E-07	143	1.57E+01	1.53E+08	1.03E-07
52	5.72E+00	3.63E+07	1.58E-07	144	1.55E+01	1.54E+08	1.00E-07
53	5.74E+00	3.78E+07	1.52E-07	145	1.52E+01	1.56E+08	9.75E-08
54	5.77E+00	3.93E+07	1.47E-07	146	1.48E+01	1.57E+08	9.46E-08
55	5.81E+00	4.09E+07	1.42E-07	147	1.46E+01	1.58E+08	9.26E-08
56	5.84E+00	4.25E+07	1.37E-07	148	1.46E+01	1.59E+08	9.14E-08
57	5.87E+00	4.41E+07	1.33E-07	149	1.44E+01	1.60E+08	9.00E-08
58	5.90E+00	4.57E+07	1.29E-07	150	1.43E+01	1.62E+08	8.85E-08
59	5.92E+00	4.74E+07	1.25E-07	151	1.42E+01	1.63E+08	8.74E-08
60	5.95E+00	4.91E+07	1.21E-07	152	1.41E+01	1.64E+08	8.61E-08
61	5.98E+00	5.08E+07	1.18E-07	153	1.41E+01	1.65E+08	8.51E-08
62	6.05E+00	5.26E+07	1.15E-07	154	1.40E+01	1.66E+08	8.40E-08
63	6.12E+00	5.43E+07	1.13E-07	155	1.39E+01	1.68E+08	8.28E-08
64	6.16E+00	5.61E+07	1.10E-07	156	1.38E+01	1.69E+08	8.18E-08
65	6.18E+00	5.79E+07	1.07E-07	157	1.38E+01	1.70E+08	8.11E-08
66	6.20E+00	5.98E+07	1.04E-07	158	1.39E+01	1.71E+08	8.12E-08
67	6.24E+00	6.16E+07	1.01E-07	159	1.39E+01	1.72E+08	8.06E-08
68	6.35E+00	6.35E+07	9.99E-08	160	1.39E+01	1.73E+08	8.03E-08
69	6.60E+00	6.54E+07	1.01E-07	161	1.40E+01	1.75E+08	8.02E-08
70	6.99E+00	6.74E+07	1.04E-07	162	1.41E+01	1.76E+08	8.02E-08
71	8.47E+00	6.93E+07	1.22E-07	163	1.43E+01	1.77E+08	8.10E-08
72	9.65E+00	7.13E+07	1.35E-07	164	1.53E+01	1.78E+08	8.57E-08
73	1.21E+01	7.33E+07	1.65E-07	165	1.55E+01	1.79E+08	8.63E-08
74	1.57E+01	7.53E+07	2.08E-07	166	1.55E+01	1.80E+08	8.59E-08
75	4.20E+01	7.73E+07	5.44E-07	167	1.56E+01	1.82E+08	8.58E-08
76	5.15E+02	7.78E+07	6.62E-06	168	1.58E+01	1.83E+08	8.64E-08
77	9.48E+02	7.80E+07	1.22E-05	169	1.59E+01	1.84E+08	8.62E-08
78	1.92E+03	7.83E+07	2.45E-05	170	1.59E+01	1.85E+08	8.58E-08
79	2.94E+03	7.84E+07	3.76E-05	171	1.59E+01	1.86E+08	8.52E-08
80	4.55E+04	7.84E+07	5.80E-04	172	1.58E+01	1.87E+08	8.45E-08
81	6.24E+04	7.85E+07	7.96E-04	173	1.57E+01	1.88E+08	8.35E-08
82	3.91E+04	7.86E+07	4.98E-04	174	1.57E+01	1.90E+08	8.27E-08
83	1.67E+04	7.87E+07	2.12E-04	175	1.56E+01	1.91E+08	8.18E-08
84	4.95E+02	7.89E+07	6.28E-06	176	1.55E+01	1.92E+08	8.08E-08
85	4.78E+02	7.92E+07	6.04E-06	177	1.54E+01	1.93E+08	7.99E-08
86	1.09E+02	7.94E+07	1.38E-06	178	1.53E+01	1.94E+08	7.90E-08
87	3.48E+01	7.97E+07	4.37E-07	179	1.52E+01	1.95E+08	7.80E-08
88	1.09E+02	8.01E+07	1.36E-06	180	1.51E+01	1.96E+08	7.69E-08
89	9.29E+01	8.07E+07	1.15E-06	181	1.50E+01	1.97E+08	7.60E-08
90	7.82E+01	8.16E+07	9.59E-07	182	1.49E+01	1.99E+08	7.52E-08
91	7.22E+01	8.29E+07	8.71E-07	183	1.49E+01	2.00E+08	7.44E-08
92	6.22E+01	8.45E+07	7.36E-07	184	1.47E+01	2.01E+08	7.35E-08

B. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΩΝ ΕΛΑΣΜΑΤΩΝ**B.1. Ελάσματα τύπου T**

#	a [mm]	b [mm]	t _p [mm]	h _w [mm]	t _w [mm]	b _f [mm]	t _f [mm]	σ _{Y P} [MPa]	σ _{Y S} [MPa]	β	λ	σ _{ult} /σ _{eq} (FEM) [%]
β ₁ -λ ₁	1500	632	20.08	320	16.00	175	13.63	235	235	1.06305	0.12731	91.145
β ₁ -λ ₂	3000	818	22.57	510	12.00	175	21.60	235	235	1.22411	0.15878	83.639
β ₁ -λ ₃	4600	777	27.15	575	12.00	180	22.42	315	315	1.11911	0.25326	85.407
β ₁ -λ ₄	2400	746	24.92	300	15.00	100	16.78	315	315	1.17061	0.29090	88.006
β ₁ -λ ₅	3880	627	17.70	350	11.00	100	13.93	235	235	1.19645	0.32728	85.801
β ₁ -λ ₆	3480	722	27.20	275	16.50	150	16.50	315	315	1.03798	0.42576	90.128
β ₁ -λ ₇	3730	875	27.06	250	10.00	150	15.22	235	235	1.09215	0.48129	87.884
β ₁ -λ ₈	4930	747	27.10	325	10.00	150	15.50	355	355	1.14428	0.57108	86.450
β ₂ -λ ₁	3600	626	16.19	1130	17.50	300	29.70	235	235	1.30595	0.08311	71.144
β ₂ -λ ₂	1930	666	15.95	300	11.30	100	14.00	235	235	1.41031	0.18823	81.726
β ₂ -λ ₃	3580	935	25.18	500	11.00	180	22.00	235	235	1.25417	0.20135	83.318
β ₂ -λ ₄	3960	700	23.67	400	11.00	150	25.00	355	355	1.22767	0.31672	85.164
β ₂ -λ ₅	3920	674	19.79	350	13.00	150	20.00	315	315	1.33179	0.33977	84.139
β ₂ -λ ₆	4000	682	16.96	300	10.20	100	14.50	235	235	1.35818	0.39624	79.320
β ₂ -λ ₇	3020	897	23.69	250	10.00	100	12.00	235	235	1.27887	0.45104	84.405
β ₂ -λ ₈	5260	916	22.33	325	11.50	125	16.15	235	235	1.38550	0.51436	80.033
β ₃ -λ ₁	3650	932	19.34	925	17.50	325	17.70	235	235	1.62765	0.10474	73.869
β ₃ -λ ₂	4500	708	14.94	650	13.00	200	30.00	235	235	1.60060	0.16807	78.938
β ₃ -λ ₃	2990	951	21.86	400	14.00	150	25.00	235	235	1.46937	0.20477	81.422
β ₃ -λ ₄	3520	941	24.20	390	12.00	150	20.00	315	315	1.52053	0.30932	78.710
β ₃ -λ ₅	3120	805	18.86	250	9.20	125	14.00	235	235	1.44163	0.38370	79.623
β ₃ -λ ₆	2600	966	25.48	270	9.90	150	13.00	355	355	1.57383	0.40769	76.708
β ₃ -λ ₇	4900	853	18.60	300	11.00	125	14.00	235	235	1.54895	0.50415	77.054
β ₃ -λ ₈	3120	934	25.96	270	9.00	125	11.55	355	355	1.49356	0.53292	80.876
β ₄ -λ ₁	2380	658	13.96	1100	17.50	320	17.50	315	315	1.84316	0.06819	63.089
β ₄ -λ ₂	1730	703	13.68	270	10.00	125	12.00	235	235	1.73568	0.18236	74.875
β ₄ -λ ₃	2750	940	21.49	425	11.50	150	20.00	315	315	1.71046	0.21619	76.003
β ₄ -λ ₄	2700	635	13.89	300	11.50	125	18.00	315	315	1.78769	0.26841	78.795
β ₄ -λ ₅	2960	765	19.18	300	11.00	100	17.83	355	355	1.65574	0.36287	76.884
β ₄ -λ ₆	3060	773	19.07	300	10.50	100	12.00	355	355	1.68271	0.41292	76.107
β ₄ -λ ₇	3150	864	19.75	270	9.00	125	12.50	355	355	1.81605	0.47174	72.125
β ₄ -λ ₈	4550	731	17.23	275	10.50	150	15.00	355	355	1.76122	0.55853	76.598
β ₅ -λ ₁	2370	800	17.26	800	17.00	325	16.00	355	355	1.92411	0.09536	70.355
β ₅ -λ ₂	3350	752	14.30	700	12.00	150	15.10	315	315	2.05638	0.15374	66.118
β ₅ -λ ₃	4390	875	15.14	450	11.00	150	25.00	235	235	1.95201	0.24823	74.913
β ₅ -λ ₄	2750	680	13.09	300	10.80	100	13.50	315	315	2.03138	0.30296	73.788
β ₅ -λ ₅	3180	845	17.50	300	11.70	150	15.00	355	355	2.00447	0.37220	72.063
β ₅ -λ ₆	5110	908	19.85	400	11.50	150	19.00	355	355	1.89892	0.44643	72.643
β ₅ -λ ₇	4530	753	15.73	300	11.00	100	18.00	315	315	1.87192	0.49743	73.913
β ₅ -λ ₈	5110	785	15.52	300	11.50	125	18.00	315	315	1.97788	0.53855	72.811
β ₆ -λ ₁	3660	845	16.80	1025	17.00	225	16.00	355	355	2.08799	0.12252	61.443
β ₆ -λ ₂	1730	964	17.40	450	11.30	150	14.00	315	315	2.16645	0.13348	73.176
β ₆ -λ ₃	4400	718	12.81	600	13.30	175	13.50	315	315	2.19178	0.23072	70.393
β ₆ -λ ₄	4240	744	13.75	500	13.80	150	27.00	355	355	2.24621	0.25975	73.182
β ₆ -λ ₅	4860	854	13.64	350	11.10	150	22.00	235	235	2.11468	0.35026	72.730

Υπολογισμός μέγιστης αντοχής ενισχυμένων ελασμάτων με χρήση νευρωνικών δικτύων

$\beta_6-\lambda_6$	4190	886	15.24	350	11.80	150	15.00	315	315	2.27337	0.39016	70.101
$\beta_6-\lambda_7$	3230	959	18.60	270	10.50	125	12.00	355	355	2.14036	0.49138	71.766
$\beta_6-\lambda_8$	5450	952	17.80	400	11.30	120	15.00	355	355	2.22023	0.51968	67.838
$\beta_7-\lambda_1$	3200	840	13.49	950	16.50	200	14.90	315	315	2.43494	0.10956	59.940
$\beta_7-\lambda_2$	3140	777	13.10	750	14.50	150	16.00	355	355	2.46224	0.14320	61.409
$\beta_7-\lambda_3$	2650	966	14.18	325	10.40	125	16.00	235	235	2.30092	0.23678	68.155
$\beta_7-\lambda_4$	3300	956	12.99	300	11.00	150	20.00	235	235	2.48570	0.28428	72.195
$\beta_7-\lambda_5$	3370	941	13.49	275	10.00	125	15.00	235	235	2.35601	0.35467	66.846
$\beta_7-\lambda_6$	4450	821	13.49	325	10.50	150	16.00	315	315	2.37987	0.42259	72.008
$\beta_7-\lambda_7$	5000	814	14.52	375	10.20	125	16.00	355	355	2.32722	0.46070	69.660
$\beta_7-\lambda_8$	3290	968	15.72	250	9.00	85	10.00	315	315	2.40793	0.56688	67.508
$\beta_8-\lambda_1$	1600	950	14.75	530	17.50	250	24.40	315	315	2.51857	0.08610	75.792
$\beta_8-\lambda_2$	2200	796	12.73	375	15.00	200	19.00	355	355	2.59576	0.17847	73.336
$\beta_8-\lambda_3$	2060	967	15.78	350	11.00	125	14.00	355	355	2.54390	0.22151	67.660
$\beta_8-\lambda_4$	2710	938	13.99	325	11.50	125	16.00	315	315	2.62184	0.27672	67.177
$\beta_8-\lambda_5$	5600	954	14.08	500	11.50	150	26.00	315	315	2.64952	0.33122	68.350
$\beta_8-\lambda_6$	3610	958	14.71	280	15.50	150	16.50	355	355	2.70354	0.43689	67.003
$\beta_8-\lambda_7$	4010	934	13.65	270	9.00	150	15.00	315	315	2.67569	0.47783	66.692
$\beta_8-\lambda_8$	5600	945	15.26	370	9.00	150	13.85	355	355	2.57074	0.54580	65.827

B.2. Ελάσματα τύπου L

#	a [mm]	b [mm]	t _p [mm]	h _w [mm]	t _w [mm]	b _f [mm]	t _f [mm]	σ _{γ, P} [MPa]	σ _{γ, S} [MPa]	β	λ	σ _{ult} /σ _{eq} (FEM) [%]
β ₁ -λ ₁	1480	488	12.09	236.00	11.50	125	14.00	235	235	1.36331	0.15777	85.677
β ₁ -λ ₂	2270	917	23.21	382.00	12.50	100	18.00	235	235	1.33443	0.19330	80.359
β ₁ -λ ₃	2796	562	16.79	284.00	11.00	90	16.00	315	315	1.30890	0.32186	84.469
β ₁ -λ ₄	1958	576	15.24	139.00	11.00	90	11.00	315	315	1.47795	0.48727	83.114
β ₁ -λ ₅	2586	626	14.05	141.00	9.00	90	9.00	235	235	1.50487	0.58942	79.236
β ₁ -λ ₆	3896	700	20.89	235.00	9.00	90	15.00	355	355	1.39104	0.65844	80.209
β ₁ -λ ₇	3642	630	14.70	138.00	10.40	90	12.00	235	235	1.44752	0.78589	79.209
β ₁ -λ ₈	3220	655	19.15	138.00	9.00	100	12.00	355	355	1.41988	0.90619	79.507
β ₂ -λ ₁	1865	529	11.03	287.00	9.50	120	13.00	235	235	1.61987	0.16836	79.203
β ₂ -λ ₂	2085	991	23.49	384.00	11.50	100	16.00	315	315	1.64973	0.21728	80.306
β ₂ -λ ₃	2470	779	19.84	234.00	11.50	110	16.00	315	315	1.53539	0.37071	80.418
β ₂ -λ ₄	4055	910	18.33	304.00	11.00	100	16.00	235	235	1.67679	0.42560	77.288
β ₂ -λ ₅	3218	625	17.20	183.00	13.00	110	17.00	355	355	1.50845	0.57984	82.143
β ₂ -λ ₆	3156	780	16.53	138.00	12.00	100	12.00	235	235	1.59376	0.72479	76.970
β ₂ -λ ₇	2920	878	23.30	166.00	10.00	100	14.00	355	355	1.56430	0.76377	78.571
β ₂ -λ ₈	3060	870	19.93	139.00	12.00	90	11.00	315	315	1.70700	0.93270	71.936
β ₃ -λ ₁	1518	741	14.40	333.00	12.00	100	17.00	235	235	1.73803	0.12868	80.420
β ₃ -λ ₂	3326	715	15.59	384.00	12.50	120	16.00	315	315	1.79342	0.27989	76.044
β ₃ -λ ₃	2722	848	19.93	285.00	11.50	90	15.00	355	355	1.76632	0.38889	76.089
β ₃ -λ ₄	3132	937	18.95	254.00	12.00	90	16.00	315	315	1.93354	0.47383	73.949
β ₃ -λ ₅	2916	917	16.50	186.00	10.00	90	14.00	235	235	1.87709	0.52480	72.738
β ₃ -λ ₆	2210	831	18.08	139.00	10.50	90	11.00	355	355	1.90802	0.69285	69.957
β ₃ -λ ₇	3865	744	16.94	185.00	9.50	90	15.00	355	355	1.82322	0.79423	73.797
β ₃ -λ ₈	3655	654	13.83	140.00	9.00	90	10.00	315	315	1.84917	0.95249	70.563
β ₄ -λ ₁	1445	830	15.60	383.00	12.50	125	17.00	315	315	2.08054	0.12307	75.601
β ₄ -λ ₂	1332	866	16.50	186.00	9.00	100	14.00	315	315	2.05237	0.26629	71.247
β ₄ -λ ₃	2822	879	17.24	303.00	12.00	90	17.00	315	315	1.99376	0.33629	73.326
β ₄ -λ ₄	3832	904	15.10	235.00	10.00	100	15.00	235	235	2.02205	0.50588	71.411
β ₄ -λ ₅	1974	730	14.01	140.00	10.90	100	10.00	355	355	2.16304	0.54581	68.714
β ₄ -λ ₆	2765	841	14.45	140.00	10.60	90	10.00	235	235	1.96575	0.67740	72.168
β ₄ -λ ₇	2644	787	15.29	141.00	9.90	90	9.00	355	355	2.13672	0.81360	70.435
β ₄ -λ ₈	4240	808	15.91	187.00	10.00	100	13.00	355	355	2.10825	0.87959	69.835
β ₅ -λ ₁	1450	827	11.95	432.00	12.50	125	18.00	235	235	2.33743	0.09029	74.533
β ₅ -λ ₂	3206	833	15.35	432.00	12.40	125	18.00	355	355	2.25277	0.25439	70.546
β ₅ -λ ₃	3750	951	16.95	382.00	12.80	100	18.00	315	315	2.19398	0.34570	70.048
β ₅ -λ ₄	2992	759	11.10	186.00	10.20	100	14.00	235	235	2.30951	0.44681	69.432
β ₅ -λ ₅	2544	924	16.24	167.00	9.90	110	13.00	315	315	2.22489	0.56966	66.450
β ₅ -λ ₆	3745	690	11.84	168.00	12.00	100	12.00	315	315	2.27887	0.73224	71.802
β ₅ -λ ₇	4038	753	13.07	186.00	11.40	110	14.00	355	355	2.39166	0.74803	69.768
β ₅ -λ ₈	3700	683	11.29	138.00	12.00	100	12.00	315	315	2.36564	0.86256	70.424
β ₆ -λ ₁	1905	675	11.43	432.00	11.50	125	18.00	355	355	2.45154	0.14137	71.269
β ₆ -λ ₂	1230	692	11.58	185.00	10.00	90	15.00	355	355	2.48072	0.22536	70.801
β ₆ -λ ₃	4150	892	11.62	284.00	12.50	110	16.00	235	235	2.59274	0.40796	68.146
β ₆ -λ ₄	4074	915	14.76	333.00	12.00	110	17.00	315	315	2.42413	0.41307	70.505
β ₆ -λ ₅	3445	968	12.74	185.00	10.50	100	15.00	235	235	2.56629	0.56081	63.109
β ₆ -λ ₆	3325	754	11.93	165.00	11.50	120	15.00	355	355	2.62368	0.65121	69.045
β ₆ -λ ₇	2740	877	13.66	140.00	10.50	90	10.00	315	315	2.51056	0.77657	65.079
β ₆ -λ ₈	4200	918	15.01	187.00	10.00	90	13.00	355	355	2.53888	0.91867	62.186

$\beta_7-\lambda_1$	2425	987	11.81	385.00	11.50	120	15.00	235	235	2.82272	0.18065	64.483
$\beta_7-\lambda_2$	3470	974	11.54	333.00	11.80	110	17.00	235	235	2.85071	0.29346	65.491
$\beta_7-\lambda_3$	3212	933	11.27	307.00	12.90	100	13.00	235	235	2.79613	0.31084	69.851
$\beta_7-\lambda_4$	3416	993	12.38	236.00	9.30	90	14.00	235	235	2.70912	0.45948	67.024
$\beta_7-\lambda_5$	3170	966	13.79	186.00	10.00	100	14.00	315	315	2.73927	0.62063	65.258
$\beta_7-\lambda_6$	4160	902	13.96	234.00	11.10	110	16.00	355	355	2.68227	0.63498	64.266
$\beta_7-\lambda_7$	4135	842	12.64	186.00	10.20	90	14.00	355	355	2.76532	0.82588	63.261
$\beta_7-\lambda_8$	2938	996	14.68	140.00	10.00	90	10.00	315	315	2.65311	0.89487	61.456
$\beta_8-\lambda_1$	1450	892	12.10	432.00	11.50	125	18.00	315	315	2.88271	0.10570	68.648
$\beta_8-\lambda_2$	2690	949	12.27	384.00	12.00	100	16.00	315	315	3.02443	0.23686	64.794
$\beta_8-\lambda_3$	2838	951	13.18	283.00	13.00	90	17.00	355	355	2.99534	0.36731	64.837
$\beta_8-\lambda_4$	3038	999	11.59	187.00	10.00	90	13.00	235	235	2.91127	0.51630	62.899
$\beta_8-\lambda_5$	4175	789	11.04	234.00	12.00	90	16.00	355	355	2.96680	0.61158	66.794
$\beta_8-\lambda_6$	3028	987	11.34	138.00	11.50	90	12.00	235	235	2.93971	0.69936	62.087
$\beta_8-\lambda_7$	4034	950	12.80	186.00	9.80	90	14.00	355	355	3.08102	0.84068	60.393
$\beta_8-\lambda_8$	4410	866	11.78	189.00	11.50	120	11.00	355	355	3.05178	0.84914	63.174

B.3. Ελάσματα τύπου I

#	a [mm]	b [mm]	t _p [mm]	h _w [mm]	t _w [mm]	b _f [mm]	t _f [mm]	σ _{γ,p} [MPa]	σ _{γ,s} [MPa]	β	λ	σ _{ult} /σ _{eq} (FEM) [%]
β ₁ -λ ₁	3330	862	56.76	340	60.00	0	0	315	315	0.59386	0.39171	95.937
β ₁ -λ ₂	4820	1107	59.16	360	55.00	0	0	235	235	0.63200	0.50425	95.317
β ₁ -λ ₃	6144	1013	59.44	400	60.00	0	0	235	235	0.57561	0.54363	94.606
β ₁ -λ ₄	4580	924	59.05	320	45.00	0	0	355	355	0.64958	0.67893	94.647
β ₁ -λ ₅	5906	721	39.80	300	33.00	0	0	235	235	0.61186	0.73187	92.859
β ₁ -λ ₆	6120	947	55.32	300	60.00	0	0	315	315	0.66941	0.84562	92.218
β ₁ -λ ₇	5890	934	58.80	300	30.00	0	0	235	235	0.53650	0.87838	92.644
β ₁ -λ ₈	6268	748	55.92	280	56.00	0	0	355	355	0.55528	0.95223	91.124
β ₂ -λ ₁	5186	699	31.57	400	38.00	0	0	235	235	0.74783	0.43102	92.995
β ₂ -λ ₂	2774	723	37.37	250	33.00	0	0	355	355	0.80315	0.51801	94.298
β ₂ -λ ₃	3380	677	32.22	240	25.50	0	0	235	235	0.70968	0.55488	94.018
β ₂ -λ ₄	5412	941	50.47	380	36.00	0	0	315	315	0.72908	0.64526	93.586
β ₂ -λ ₅	4456	778	41.11	290	37.00	0	0	355	355	0.78562	0.70268	92.965
β ₂ -λ ₆	5726	938	45.91	290	32.00	0	0	235	235	0.69007	0.82997	91.869
β ₂ -λ ₇	6244	1276	56.34	280	52.00	0	0	235	235	0.76495	0.92373	89.255
β ₂ -λ ₈	5388	707	41.14	250	32.00	0	0	315	315	0.67201	0.96608	89.975
β ₃ -λ ₁	5030	1296	57.29	500	55.00	0	0	355	355	0.93909	0.45710	92.353
β ₃ -λ ₂	4360	818	31.35	330	30.10	0	0	235	235	0.88128	0.48971	92.125
β ₃ -λ ₃	5400	1180	48.20	430	35.00	0	0	315	315	0.95732	0.59326	90.223
β ₃ -λ ₄	4194	890	32.69	250	33.00	0	0	235	235	0.91955	0.66062	90.563
β ₃ -λ ₅	5572	1098	47.71	380	33.00	0	0	315	315	0.89994	0.70770	91.382
β ₃ -λ ₆	3084	851	34.86	190	20.00	0	0	235	235	0.82452	0.80328	90.667
β ₃ -λ ₇	5696	1039	51.10	330	36.00	0	0	355	355	0.84406	0.88321	90.274
β ₃ -λ ₈	6346	1272	49.79	300	33.00	0	0	235	235	0.86287	0.98799	86.537
β ₄ -λ ₁	2410	865	34.57	270	25.00	0	0	315	315	0.97845	0.43829	90.917
β ₄ -λ ₂	2500	1219	38.35	270	24.00	0	0	235	235	1.07359	0.46172	89.459
β ₄ -λ ₃	1812	656	20.30	150	14.60	0	0	235	235	1.09146	0.56864	86.901
β ₄ -λ ₄	5342	771	25.64	290	26.00	0	0	235	235	1.01563	0.68876	88.681
β ₄ -λ ₅	4146	854	35.52	270	28.50	0	0	355	355	0.99808	0.76869	89.651
β ₄ -λ ₆	5830	1139	45.70	350	41.00	0	0	355	355	1.03464	0.81323	89.199
β ₄ -λ ₇	2965	579	17.58	150	12.30	0	0	235	235	1.11240	0.91207	84.492
β ₄ -λ ₈	5554	698	27.49	270	27.00	0	0	355	355	1.05405	0.93716	87.301
β ₅ -λ ₁	2432	961	33.21	290	27.00	0	0	315	315	1.13156	0.40503	86.665
β ₅ -λ ₂	6396	903	25.64	450	36.00	0	0	235	235	1.18952	0.47820	87.340
β ₅ -λ ₃	4200	776	24.71	300	25.00	0	0	315	315	1.22803	0.60476	86.326
β ₅ -λ ₄	4602	875	28.32	300	29.50	0	0	315	315	1.20819	0.67282	87.079
β ₅ -λ ₅	4542	1187	38.95	310	35.00	0	0	355	355	1.26510	0.75550	84.479
β ₅ -λ ₆	5524	851	24.98	260	27.50	0	0	235	235	1.15063	0.81725	85.202
β ₅ -λ ₇	4434	841	26.40	220	29.80	0	0	315	315	1.24570	0.91533	85.003
β ₅ -λ ₈	3796	581	20.60	190	17.00	0	0	355	355	1.17082	0.99865	83.961
β ₆ -λ ₁	4676	863	27.46	460	36.00	0	0	355	355	1.30464	0.41969	85.194
β ₆ -λ ₂	3432	1076	28.27	280	25.00	0	0	235	235	1.28554	0.52768	84.161
β ₆ -λ ₃	4592	833	22.98	300	36.00	0	0	315	315	1.41748	0.61115	84.910
β ₆ -λ ₄	4784	816	23.10	300	32.00	0	0	315	315	1.38134	0.64990	85.025
β ₆ -λ ₅	4286	796	23.60	270	28.50	0	0	355	355	1.40017	0.71691	84.510
β ₆ -λ ₆	5404	745	21.38	270	26.00	0	0	315	315	1.36261	0.84136	83.945
β ₆ -λ ₇	2614	575	16.75	150	14.50	0	0	315	315	1.34238	0.86675	81.017
β ₆ -λ ₈	4764	578	14.74	180	17.00	0	0	235	235	1.32444	1.01029	81.123

Υπολογισμός μέγιστης αντοχής ενισχυμένων ελασμάτων με χρήση νευρωνικών δικτύων

$\beta_7-\lambda_1$	3600	1291	36.24	450	36.00	0	0	355	355	1.47883	0.37948	79.274
$\beta_7-\lambda_2$	5662	971	24.14	470	35.00	0	0	315	315	1.57291	0.47076	79.557
$\beta_7-\lambda_3$	3890	847	22.69	300	22.50	0	0	315	315	1.45972	0.57918	78.745
$\beta_7-\lambda_4$	2664	1135	30.33	250	23.00	0	0	355	355	1.55347	0.62030	83.296
$\beta_7-\lambda_5$	2448	1208	34.85	200	27.00	0	0	355	355	1.43895	0.75044	83.552
$\beta_7-\lambda_6$	5245	961	21.14	260	27.00	0	0	235	235	1.53539	0.77856	80.817
$\beta_7-\lambda_7$	6330	1107	28.91	330	28.20	0	0	315	315	1.49734	0.89681	78.305
$\beta_7-\lambda_8$	4736	1165	31.92	270	29.00	0	0	355	355	1.51511	0.94332	78.763
$\beta_8-\lambda_1$	3972	1110	25.71	400	35.00	0	0	315	315	1.68827	0.41159	77.007
$\beta_8-\lambda_2$	3368	1047	26.63	320	28.00	0	0	355	355	1.63214	0.50887	78.550
$\beta_8-\lambda_3$	3496	1157	27.10	300	28.00	0	0	315	315	1.66950	0.55759	76.738
$\beta_8-\lambda_4$	3802	1296	25.64	270	25.00	0	0	235	235	1.70721	0.63546	74.326
$\beta_8-\lambda_5$	3174	588	15.13	200	17.00	0	0	355	355	1.61331	0.73568	79.022
$\beta_8-\lambda_6$	3626	1272	33.12	250	33.00	0	0	355	355	1.59433	0.79052	77.305
$\beta_8-\lambda_7$	4714	627	14.85	230	19.00	0	0	315	315	1.65106	0.85781	77.184
$\beta_8-\lambda_8$	3622	596	14.33	180	15.00	0	0	355	355	1.72656	0.98011	75.361

B.4. Ελάσματα τύπου P

Πίνακας B.4.1: Ιδιότητες των αρχικών ελασμάτων, τύπου P

#	a [mm]	b [mm]	t _p [mm]	h _w [mm]	t _w [mm]	A _{stiff} [mm ²]	z0 _{stiff} [mm]	I _{stiff} [mm ⁴]	σ _{y P} [MPa]	σ _{y S} [MPa]
β ₁ -λ ₁	2696	807	22.97	320	12	5425.00	201.2	5.53E+07	315	315
β ₁ -λ ₂	3559	897	24.60	280	13	4828.00	170.4	3.76E+07	235	235
β ₁ -λ ₃	4960	791	24.76	370	13	6970.00	235.4	9.47E+07	355	355
β ₁ -λ ₄	2882	843	22.68	200	11	2766.00	118.2	1.09E+07	235	235
β ₁ -λ ₅	5022	755	24.41	280	12	4548.00	172.3	3.65E+07	315	315
β ₁ -λ ₆	4184	887	23.00	220	11	3120.00	131.9	1.50E+07	235	235
β ₁ -λ ₇	2812	567	18.41	160	8	1620.00	95.0	4.11E+06	355	355
β ₁ -λ ₈	5875	875	21.87	240	12	3729.00	144.2	2.13E+07	235	235
β ₂ -λ ₁	3878	784	17.44	320	12	5425.00	201.2	5.53E+07	235	235
β ₂ -λ ₂	1728	556	14.09	180	9	2086.00	107.3	6.64E+06	315	315
β ₂ -λ ₃	1871	651	17.30	180	8	1886.00	108.9	6.09E+06	315	315
β ₂ -λ ₄	3542	550	15.63	220	10	2900.00	133.5	1.40E+07	315	315
β ₂ -λ ₅	3612	564	15.22	200	9	2366.00	121.2	9.42E+06	315	315
β ₂ -λ ₆	3964	599	14.20	180	8	1886.00	108.9	6.09E+06	235	235
β ₂ -λ ₇	3163	731	17.62	160	8	1620.00	95.0	4.11E+06	235	235
β ₂ -λ ₈	5785	796	22.11	260	12	4131.00	158.1	2.77E+07	355	355
β ₃ -λ ₁	2022	616	13.07	200	10	2566.00	119.6	1.02E+07	235	235
β ₃ -λ ₂	4088	685	15.46	320	14	6085.00	196.8	6.17E+07	315	315
β ₃ -λ ₃	4331	846	19.62	300	13	2086.00	107.3	6.09E+06	315	315
β ₃ -λ ₄	5068	897	23.06	320	14	6085.00	196.8	6.17E+07	355	355
β ₃ -λ ₅	5571	836	19.11	300	12	4979.00	187.0	4.46E+07	315	315
β ₃ -λ ₆	2736	760	20.10	180	11	2426.00	104.7	7.70E+06	355	355
β ₃ -λ ₇	5715	786	16.19	220	12	3340.00	130.4	1.60E+07	235	235
β ₃ -λ ₈	3468	799	18.79	180	11	2426.00	104.7	7.70E+06	315	315
β ₄ -λ ₁	3095	895	20.56	370	14	7340.00	232.9	9.98E+07	355	355
β ₄ -λ ₂	3713	866	19.64	340	14	6554.00	211.0	7.54E+07	355	355
β ₄ -λ ₃	2146	596	13.07	180	10	2086.00	107.3	6.09E+06	315	315
β ₄ -λ ₄	3401	590	10.61	180	8	1886.00	108.9	6.09E+06	235	235
β ₄ -λ ₅	2790	716	12.72	160	9	1780.00	93.7	4.49E+06	235	235
β ₄ -λ ₆	2552	767	16.18	160	9	1780.00	93.7	4.49E+06	315	315
β ₄ -λ ₇	3315	763	16.96	180	10	2246.00	105.9	7.17E+06	315	315
β ₄ -λ ₈	4505	883	19.02	220	11	3120.00	131.9	1.50E+07	355	355
β ₅ -λ ₁	1522	600	12.01	180	9	2086.00	107.3	6.64E+06	315	315
β ₅ -λ ₂	5561	779	13.01	340	13	6224.00	213.4	7.15E+07	235	235
β ₅ -λ ₃	5638	824	13.59	300	11	4678.00	189.0	4.19E+07	235	235
β ₅ -λ ₄	3919	657	10.71	200	10	2566.00	119.6	1.02E+07	235	235
β ₅ -λ ₅	3061	732	14.31	200	9	2366.00	121.2	9.42E+06	315	315
β ₅ -λ ₆	3636	833	16.32	220	11	3120.00	131.9	1.50E+07	355	355
β ₅ -λ ₇	3278	641	12.69	160	9	1780.00	93.7	4.49E+06	315	315
β ₅ -λ ₈	5490	797	15.80	240	12	3729.00	144.2	2.13E+07	355	355
β ₆ -λ ₁	3416	624	9.31	260	10	3611.00	162.2	2.43E+07	235	235
β ₆ -λ ₂	1931	775	11.94	180	8	1886.00	108.9	6.09E+06	235	235
β ₆ -λ ₃	4728	819	15.85	320	13	5745.00	198.9	5.85E+07	355	355
β ₆ -λ ₄	3973	899	15.21	260	12	4131.00	158.1	2.77E+07	315	315
β ₆ -λ ₅	2933	592	10.75	180	8	1886.00	108.9	6.09E+06	355	355
β ₆ -λ ₆	4466	675	10.51	180	11	2426.00	104.7	7.70E+06	235	235
β ₆ -λ ₇	3538	838	15.70	200	10	2566.00	119.6	1.02E+07	355	355

$\beta_6-\lambda_8$	5778	807	14.97	240	11	3489.00	145.8	2.00E+07	355	355
$\beta_7-\lambda_1$	3034	709	9.95	240	10	3249.00	147.7	1.87E+07	235	235
$\beta_7-\lambda_2$	4900	695	11.75	340	12	5884.00	216.9	6.76E+07	355	355
$\beta_7-\lambda_3$	2785	810	12.66	220	10	2900.00	133.5	1.40E+07	315	315
$\beta_7-\lambda_4$	2513	849	14.78	200	12	2966.00	116.9	1.16E+07	355	355
$\beta_7-\lambda_5$	2465	827	14.54	180	11	2426.00	104.7	7.70E+06	355	355
$\beta_7-\lambda_6$	4783	715	9.93	200	9	2366.00	121.2	9.42E+06	235	235
$\beta_7-\lambda_7$	5042	724	12.11	220	12	3340.00	130.4	1.60E+07	315	315
$\beta_7-\lambda_8$	3071	746	12.49	160	8	1620.00	95.0	4.11E+06	355	355
$\beta_8-\lambda_1$	2488	863	11.01	260	11	3871.00	160.0	2.61E+07	235	235
$\beta_8-\lambda_2$	1808	650	9.44	160	9	1780.00	93.7	4.49E+06	315	315
$\beta_8-\lambda_3$	2092	600	9.19	160	8	1620.00	95.0	4.11E+06	315	315
$\beta_8-\lambda_4$	2346	678	11.13	180	9	2086.00	107.3	6.64E+06	355	355
$\beta_8-\lambda_5$	5239	825	12.08	260	10	3611.00	162.2	2.43E+07	315	315
$\beta_8-\lambda_6$	3331	892	11.59	180	8	1886.00	108.9	6.09E+06	235	235
$\beta_8-\lambda_7$	6268	867	13.72	280	12	4548.00	172.3	3.65E+07	355	355
$\beta_8-\lambda_8$	4722	887	14.30	220	11	3120.00	131.9	1.50E+07	355	355

Πίνακας Β.4.2: Ιδιότητες των ισοδύναμων ελασμάτων, τύπου L

#	a [mm]	b [mm]	t_p [mm]	h_w [mm]	t_w [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	$\sigma_{Y,P}$ [MPa]	$\sigma_{Y,S}$ [MPa]	β	λ	σ_{ult}/σ_{eq} (FEM) [%]
$\beta_1-\lambda_1$	2696	807	22.97	287.22	12.00	57.76	32.78	315	315	1.37383	0.28776	82.906
$\beta_1-\lambda_2$	3559	897	24.60	251.57	13.00	52.79	28.43	235	235	1.23157	0.42040	83.501
$\beta_1-\lambda_3$	4960	791	24.76	331.78	13.00	66.22	38.22	355	355	1.32619	0.45115	82.571
$\beta_1-\lambda_4$	2882	843	22.68	180.26	11.00	38.85	19.74	235	235	1.25541	0.55307	87.728
$\beta_1-\lambda_5$	5022	755	24.41	251.57	12.00	51.79	28.43	315	315	1.20949	0.65032	83.699
$\beta_1-\lambda_6$	4184	887	23.00	198.09	11.00	41.84	21.91	235	235	1.30256	0.71663	79.800
$\beta_1-\lambda_7$	2812	567	18.41	144.61	8.00	29.88	15.39	355	355	1.27853	0.79817	82.041
$\beta_1-\lambda_8$	5875	875	21.87	215.91	12.00	45.82	24.09	235	235	1.35132	0.85114	77.743
$\beta_2-\lambda_1$	3878	784	17.44	287.22	12.00	57.76	32.78	235	235	1.51834	0.32662	78.192
$\beta_2-\lambda_2$	1728	556	14.09	162.43	9.00	33.87	17.57	315	315	1.54307	0.34950	79.002
$\beta_2-\lambda_3$	1871	651	17.30	162.43	8.00	32.87	17.57	315	315	1.47149	0.43809	78.638
$\beta_2-\lambda_4$	3542	550	15.63	198.09	10.00	40.84	21.91	315	315	1.37602	0.53321	82.500
$\beta_2-\lambda_5$	3612	564	15.22	180.26	9.00	36.85	19.74	315	315	1.44906	0.64118	80.344
$\beta_2-\lambda_6$	3964	599	14.20	162.43	8.00	32.87	17.57	235	235	1.42475	0.73268	77.747
$\beta_2-\lambda_7$	3163	731	17.62	144.61	8.00	29.88	15.39	235	235	1.40124	0.80311	78.995
$\beta_2-\lambda_8$	5785	796	22.11	233.74	12.00	48.81	26.26	355	355	1.49453	0.88274	77.015
$\beta_3-\lambda_1$	2022	616	13.07	180.26	10.00	37.85	19.74	235	235	1.59186	0.30068	78.775
$\beta_3-\lambda_2$	4088	685	15.46	287.22	14.00	59.76	32.78	315	315	1.73262	0.36066	77.032
$\beta_3-\lambda_3$	4331	846	19.62	269.39	13.00	55.78	30.61	315	315	1.68614	0.48908	75.356
$\beta_3-\lambda_4$	5068	897	23.06	287.22	14.00	59.76	32.78	355	355	1.61478	0.58267	75.397
$\beta_3-\lambda_5$	5571	836	19.11	269.39	12.00	54.78	30.61	315	315	1.71067	0.63021	73.240
$\beta_3-\lambda_6$	2736	760	20.10	162.43	11.00	35.87	17.57	355	355	1.56963	0.69842	75.285
$\beta_3-\lambda_7$	5715	786	16.19	198.09	12.00	42.84	21.91	235	235	1.63974	0.82905	75.024
$\beta_3-\lambda_8$	3468	799	18.79	162.43	11.00	35.87	17.57	315	315	1.66281	0.83725	75.570
$\beta_4-\lambda_1$	3095	895	20.56	331.78	14.00	67.22	38.22	355	355	1.80709	0.27624	76.260
$\beta_4-\lambda_2$	3713	866	19.64	305.04	14.00	62.75	34.96	355	355	1.83045	0.36725	74.664
$\beta_4-\lambda_3$	2146	596	13.07	162.43	10.00	34.87	17.57	315	315	1.78317	0.42679	72.847
$\beta_4-\lambda_4$	3401	590	10.61	162.43	8.00	32.87	17.57	235	235	1.87818	0.57280	71.101
$\beta_4-\lambda_5$	2790	716	12.72	144.61	9.00	30.88	15.39	235	235	1.90119	0.62437	70.346
$\beta_4-\lambda_6$	2552	767	16.18	144.61	9.00	30.88	15.39	315	315	1.85370	0.72758	72.702

$\beta_4-\lambda_7$	3315	763	16.96	162.43	10.00	34.87	17.57	315	315	1.75922	0.78273	74.323
$\beta_4-\lambda_8$	4505	883	19.02	198.09	11.00	41.84	21.91	355	355	1.92722	0.89884	69.699
$\beta_5-\lambda_1$	1522	600	12.01	162.43	9.00	33.87	17.57	315	315	1.95357	0.30280	69.913
$\beta_5-\lambda_2$	5561	779	13.01	305.04	13.00	61.75	34.96	235	235	2.02237	0.38942	73.404
$\beta_5-\lambda_3$	5638	824	13.59	269.39	11.00	53.78	30.61	235	235	2.04790	0.50211	70.051
$\beta_5-\lambda_4$	3919	657	10.71	180.26	10.00	37.85	19.74	235	235	2.07194	0.56324	70.162
$\beta_5-\lambda_5$	3061	732	14.31	180.26	9.00	36.85	19.74	315	315	2.00029	0.59139	70.501
$\beta_5-\lambda_6$	3636	833	16.32	198.09	11.00	41.84	21.91	355	355	2.11888	0.67753	69.769
$\beta_5-\lambda_7$	3278	641	12.69	144.61	9.00	30.88	15.39	315	315	1.97523	0.81152	70.025
$\beta_5-\lambda_8$	5490	797	15.80	215.91	12.00	45.82	24.09	355	355	2.09402	0.85801	68.061
$\beta_6-\lambda_1$	3416	624	9.31	233.74	10.00	46.81	26.26	235	235	2.26379	0.31338	72.543
$\beta_6-\lambda_2$	1931	775	11.94	162.43	8.00	32.87	17.57	235	235	2.19229	0.37583	64.048
$\beta_6-\lambda_3$	4728	819	15.85	287.22	13.00	58.76	32.78	355	355	2.14504	0.47800	69.261
$\beta_6-\lambda_4$	3973	899	15.21	233.74	12.00	48.81	26.26	315	315	2.31128	0.53656	68.638
$\beta_6-\lambda_5$	2933	592	10.75	162.43	8.00	32.87	17.57	355	355	2.28609	0.61034	66.624
$\beta_6-\lambda_6$	4466	675	10.51	162.43	11.00	35.87	17.57	235	235	2.16921	0.73991	68.206
$\beta_6-\lambda_7$	3538	838	15.70	180.26	10.00	37.85	19.74	355	355	2.21577	0.77046	67.635
$\beta_6-\lambda_8$	5778	807	14.97	215.91	11.00	44.82	24.09	355	355	2.23786	0.90824	66.228
$\beta_7-\lambda_1$	3034	709	9.95	215.91	10.00	43.82	24.09	235	235	2.40671	0.33317	69.294
$\beta_7-\lambda_2$	4900	695	11.75	305.04	12.00	60.75	34.96	355	355	2.45543	0.40026	69.197
$\beta_7-\lambda_3$	2785	810	12.66	198.09	10.00	40.84	21.91	315	315	2.50192	0.45636	67.300
$\beta_7-\lambda_4$	2513	849	14.78	180.26	12.00	39.85	19.74	355	355	2.38459	0.51822	65.397
$\beta_7-\lambda_5$	2465	827	14.54	162.43	11.00	35.87	17.57	355	355	2.36114	0.59748	65.158
$\beta_7-\lambda_6$	4783	715	9.93	180.26	9.00	36.85	19.74	235	235	2.43196	0.70688	64.926
$\beta_7-\lambda_7$	5042	724	12.11	198.09	12.00	42.84	21.91	315	315	2.33785	0.75489	67.466
$\beta_7-\lambda_8$	3071	746	12.49	144.61	8.00	29.88	15.39	355	355	2.47946	0.87877	63.586
$\beta_8-\lambda_1$	2488	863	11.01	233.74	11.00	47.81	26.26	235	235	2.64743	0.26316	65.393
$\beta_8-\lambda_2$	1808	650	9.44	144.61	9.00	30.88	15.39	315	315	2.69255	0.41217	62.732
$\beta_8-\lambda_3$	2092	600	9.19	144.61	8.00	29.88	15.39	315	315	2.55304	0.47033	62.888
$\beta_8-\lambda_4$	2346	678	11.13	162.43	9.00	33.87	17.57	355	355	2.52880	0.50776	66.896
$\beta_8-\lambda_5$	5239	825	12.08	233.74	10.00	46.81	26.26	315	315	2.67060	0.65905	63.990
$\beta_8-\lambda_6$	3331	892	11.59	162.43	8.00	32.87	17.57	235	235	2.59945	0.68053	61.046
$\beta_8-\lambda_7$	6268	867	13.72	251.57	12.00	51.79	28.43	355	355	2.62329	0.76807	64.022
$\beta_8-\lambda_8$	4722	887	14.30	198.09	11.00	41.84	21.91	355	355	2.57495	0.86690	64.126

Γ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΚΑΤΑ CSR

Στη μέθοδο των CSR, η μέγιστη αντοχή προκύπτει ως η ελάχιστη τιμή της μέγιστης αντοχής που προκύπτει για κάθε μορφή κατάρρευσης. Η μέθοδος των CSR παρέχει μαθηματικές σχέσεις για τον υπολογισμό της τάσης που παραλαμβάνει το ενισχυμένο έλασμα σε κάθε τιμή της παραμόρφωσης. Ωστόσο, στην παρούσα εργασία το μέγεθος ενδιαφέροντος είναι η μέγιστη αντοχή, οπότε σύμφωνα με τις σχέσεις (3.96), (3.97) και (3.99) στο σημείο της μέγιστης αντοχής ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\varepsilon = 1 \quad (\Gamma.1)$$

$$\Phi = 1 \quad (\Gamma.2)$$

$$\beta_E = \beta \quad (\Gamma.3)$$

Οι τέσσερις μορφές κατάρρευσης που λαμβάνονται υπόψη από τους CSR είναι οι ακόλουθες [1]:

1. Ελαστοπλαστική κατάρρευση (elastoplastic collapse), με μέγιστη αντοχή έστω σ_1 ,
2. Λυγισμός κολόνας (beam column buckling), με μέγιστη αντοχή έστω σ_2 ,
3. Στρεπτικός λυγισμός (torsional buckling), με μέγιστη αντοχή έστω σ_3 και
4. Λυγισμός του κορμού των ενισχυτικών (web local buckling), με μέγιστη αντοχή έστω σ_4 .

Η μέγιστη αντοχή έναντι ελαστοπλαστικής κατάρρευσης υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_1 = \Phi \cdot \sigma_{Y_{eq}} \text{ [MPa]} \xrightarrow{(\Gamma.2)}$$

$$\sigma_1 = \sigma_{Y_{eq}} \text{ [MPa]} \quad (\Gamma.4)$$

όπου σύμφωνα με τη σχέση (1.22) η ισοδύναμη τάση $\sigma_{Y_{eq}}$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{Y_{eq}} = \frac{b \cdot t_p \cdot \sigma_{Y_P} + (A - b \cdot t_p) \cdot \sigma_{Y_S}}{A} \text{ [MPa]} \quad (\Gamma.5)$$

Η μέγιστη αντοχή έναντι λυγισμού κολόνας υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_2 = \Phi \cdot \sigma_{C1} \cdot \frac{A_{s-n50} + A_{pE-n50}}{A_{s-n50} + A_{p-n50}} \text{ [MPa]} \xrightarrow{(\Gamma.2)}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{C1} \cdot \frac{A_{s-n50} + A_{pE-n50}}{A_{s-n50} + A_{p-n50}} \text{ [MPa]} \quad (\Gamma.6)$$

Η τάση σ_{C1} υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{C1} = \begin{cases} \frac{\sigma_{E1}}{\varepsilon}, & \text{για } \sigma_{E1} \leq \frac{R_{eHB}}{2} \cdot \varepsilon \\ R_{eHB} \cdot \left(1 - \frac{R_{eHB} \cdot \varepsilon}{4 \cdot \sigma_{E1}}\right), & \text{για } \sigma_{E1} \geq \frac{R_{eHB}}{2} \cdot \varepsilon \end{cases} \text{ [MPa]} \xrightarrow{(\Gamma.1)}$$

$$\sigma_{C1} = \begin{cases} \sigma_{E1}, & \text{για } \sigma_{E1} \leq \frac{R_{eHB}}{2} \\ R_{eHB} \cdot \left(1 - \frac{R_{eHB}}{4 \cdot \sigma_{E1}}\right), & \text{για } \sigma_{E1} \geq \frac{R_{eHB}}{2} \end{cases} \text{ [MPa]} \quad (\Gamma.7)$$

Η τάση σ_{E1} υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{E1} = \pi^2 \cdot E \cdot \frac{I_{E-n50}}{A_{E-n50} \cdot a^2} \cdot 10^{-4} \text{ [MPa]} \quad (\Gamma.8)$$

όπου:

- I_{E-n50} [cm⁴]: είναι η ροπή αδράνειας του ενισχυμένου ελάσματος με πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος ίσο με b_{E1} και
- A_{E-n50} [cm⁴]: είναι το εμβαδό της εγκάρσιας διατομής του ενισχυμένου ελάσματος με πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος ίσο με b_E .

Το πλάτος b_{E1} υπολογίζεται ως εξής:

$$b_{E1} = \begin{cases} \frac{b}{\beta_E}, & \text{για } \beta_E > 1.0 \quad (\Gamma.3) \\ b, & \text{για } \beta_E \leq 1.0 \end{cases} \implies$$

$$b_{E1} = \begin{cases} \frac{b}{\beta}, & \text{για } \beta > 1.0 \\ b, & \text{για } \beta \leq 1.0 \end{cases} \text{ [mm]} \quad (\Gamma.9)$$

Το πλάτος b_E υπολογίζεται ως εξής:

$$b_E = \begin{cases} \left(\frac{2.25}{\beta_E} - \frac{1.25}{\beta_E^2} \right) \cdot b, & \text{για } \beta_E > 1.25 \quad (\Gamma.3) \\ b, & \text{για } \beta_E \leq 1.25 \end{cases} \implies$$

$$b_E = \begin{cases} \left(\frac{2.25}{\beta} - \frac{1.25}{\beta^2} \right) \cdot b, & \text{για } \beta > 1.25 \\ b, & \text{για } \beta \leq 1.25 \end{cases} \text{ [mm]} \quad (\Gamma.10)$$

Το εμβαδό A_{pE-n50} υπολογίζεται ως εξής:

$$A_{pE-n50} = 0.01 \cdot b_E \cdot t_p \text{ [cm}^2\text{]} \quad (\Gamma.11)$$

Το εμβαδό $A_{pE1-n50}$ υπολογίζεται ως εξής:

$$A_{pE1-n50} = 0.01 \cdot b_{E1} \cdot t_p \text{ [cm}^2\text{]} \quad (\Gamma.12)$$

Το εμβαδό A_{s-n50} υπολογίζεται ως εξής:

$$A_{s-n50} = 0.01 \cdot (h_w \cdot t_w + b_f \cdot t_f) \text{ [cm}^2\text{]} \quad (\Gamma.13)$$

Το ισοδύναμο όριο διαρροής R_{eHB} υπολογίζεται ως εξής:

$$R_{eHB} = \frac{\sigma_{Y_P} \cdot A_{pE1-n50} \cdot l_{pE} + \sigma_{Y_S} \cdot A_{s-n50} \cdot l_{sE}}{A_{pE1-n50} \cdot l_{pE} + A_{s-n50} \cdot l_{sE}} \text{ [MPa]} \quad (\Gamma.14)$$

όπου:

- l_{pE} [mm]: είναι η κατακόρυφη απόσταση του ουδέτερου άξονα της εγκάρσιας διατομής του ενισχυμένου ελάσματος, με πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος ίσο με b_{E1} , από το κατώτατο σημείο του συνεργαζόμενου ελάσματος και

- I_{sE} [mm]: είναι η κατακόρυφη απόσταση του ουδέτερου άξονα της εγκάρσιας διατομής του ενισχυμένου ελάσματος, με πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος ίσο με b_{E1} , από το ανώτατο σημείο του ενισχυτικού.

Η μέγιστη αντοχή έναντι στρεπτικού λυγισμού υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_3 = \Phi \cdot \frac{A_{s-n50} \cdot \sigma_{C2} + A_{p-n50} \cdot \sigma_{CP}}{A_{s-n50} + A_{p-n50}} \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.2)$$

$$\sigma_3 = \frac{A_{s-n50} \cdot \sigma_{C2} + A_{p-n50} \cdot \sigma_{CP}}{A_{s-n50} + A_{p-n50}} \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.15)$$

Η τάση σ_{C2} υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{C2} = \begin{cases} \frac{\sigma_{E2}}{\varepsilon}, & \text{για } \sigma_{E2} \leq \frac{\sigma_{Y.s}}{2} \cdot \varepsilon \\ \sigma_{Y.s} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{Y.s} \cdot \varepsilon}{4 \cdot \sigma_{E2}}\right), & \text{για } \sigma_{E2} \geq \frac{\sigma_{Y.s}}{2} \cdot \varepsilon \end{cases} \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.1)$$

$$\sigma_{C2} = \begin{cases} \sigma_{E2}, & \text{για } \sigma_{E2} \leq \frac{\sigma_{Y.s}}{2} \\ \sigma_{Y.s} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{Y.s}}{4 \cdot \sigma_{E2}}\right), & \text{για } \sigma_{E2} \geq \frac{\sigma_{Y.s}}{2} \end{cases} \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.16)$$

Η τάση σ_{E2} υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{E2} = \frac{E}{I_p} \cdot \left[\left(\frac{m_{\text{tor}} \cdot \pi}{I_{\text{tor}}} \right)^2 \cdot I_{\omega} \cdot 10^2 + \frac{1}{2(1+\nu)} \cdot I_T + \left(\frac{l_{\text{tor}}}{m_{\text{tor}} \cdot \pi} \right)^2 \cdot \varepsilon \cdot 10^{-4} \right] \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.17)$$

όπου:

- I_p [cm⁴]: η πολική ροπή αδράνειας του ενισχυτικού, η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$I_p = \begin{cases} \frac{h_w^3 \cdot t_w}{3 \cdot 10^4}, & \text{για προφίλ τύπου I} \\ \left[\frac{h_w \cdot t_w \cdot (e_f - 0.5 \cdot t_f)^2}{3} + b_f \cdot t_f \cdot e_f^2 \right] \cdot 10^{-4}, & \text{για προφίλ τύπου T, L} \end{cases} \quad (\Gamma.18)$$

- I_T [cm⁴]: η ροπή αδράνειας του ενισχυτικού κατά St. Venant, η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$I_T = \begin{cases} \frac{h_w \cdot t_w^3}{3 \cdot 10^4} \cdot \left(1 - 0.63 \frac{t_w}{h_w}\right), & \text{για προφίλ τύπου I} \\ \left[\frac{(e_f - 0.5 \cdot t_f) \cdot t_w^3}{3 \cdot 10^4} \cdot \left(1 - 0.63 \cdot \frac{t_w}{e_f - 0.5 \cdot t_f}\right) + \frac{b_f \cdot t_f^3}{3 \cdot 10^4} \cdot \left(1 - 0.63 \frac{t_f}{b_f}\right) \right], & \text{για προφίλ τύπου T, L} \end{cases} \quad (\Gamma.19)$$

- I_{ω} [cm⁶]: η ροπή αδράνειας της εγκάρσιας διατομής του ενισχυτικού, η οποία υπολογίζεται ως εξής:

- $I_{\omega} = \frac{h_w^3 \cdot t_w^3}{36 \cdot 10^6}$, για προφίλ τύπου I (Γ.20α)
- $I_{\omega} = \frac{(b_f \cdot t_f)^3 + (h_w \cdot t_w)^3}{36 \cdot 10^6} + \frac{e_f^2}{10^6} \cdot \left[\frac{t_f \cdot b_f^3 + h_w \cdot t_w^3}{3} - \frac{(t_f \cdot b_f^2 + h_w \cdot t_w^2)^2}{4 \cdot (b_f \cdot t_f + h_w \cdot t_w)} \right]$, για προφίλ τύπου L (Γ.20β)
- $I_{\omega} = \frac{b_f^3 \cdot t_f \cdot e_f^2}{12 \cdot 10^6}$, για προφίλ τύπου T (Γ.20γ)

- e_f [mm]: η απόσταση του κέντρου της φλάντζας από το ανώτατο σημείο του συνεραζόμενου ελάσματος, η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$e_f = h_w + \frac{t_f}{2} \quad (\Gamma.21)$$

- Το μέγεθος ε [mm²] προκύπτει ως εξής:

$$\varepsilon = \begin{cases} \left(\frac{3b}{t_p^3} + \frac{2h_w}{t_w^3} \right)^{-1}, & \text{για προφίλ τύπου T, L} \\ \frac{t_p^3}{3b}, & \text{για προφίλ τύπου I} \end{cases} \quad (\Gamma.22)$$

- l_{tor} [mm]: η διαμήκης απόσταση μεταξύ δύο εγκαρσίων εδρών
- m_{tor} [mm]: ο αριθμός των ημικυμάτων εντός του μήκους l_{tor} , ο οποίος λαμβάνεται ως ο θετικός ακέραιος που ελαχιστοποιεί την τάση σ_{E2}
- ν : ο λόγος Poisson και
- E [MPa]: το μέτρο ελαστικότητας.

Η τάση σ_{CP} υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{CP} = \begin{cases} \left(\frac{2.25}{\beta_E} - \frac{1.25}{\beta_E^2} \right) \cdot \sigma_{Y_P}, & \text{για } \beta_E > 1.25 \quad [\text{MPa}] \xrightarrow{(\Gamma.3)} \\ \sigma_{Y_P}, & \text{για } \beta_E \leq 1.25 \end{cases}$$

$$\sigma_{CP} = \begin{cases} \left(\frac{2.25}{\beta} - \frac{1.25}{\beta^2} \right) \cdot \sigma_{Y_P}, & \text{για } \beta > 1.25 \quad [\text{MPa}] \\ \sigma_{Y_P}, & \text{για } \beta \leq 1.25 \end{cases} \quad (\Gamma.23)$$

Το εμβαδό A_{p-n50} υπολογίζεται ως εξής:

$$A_{p-n50} = 0.01 \cdot b \cdot t_p \quad [\text{cm}^2] \quad (\Gamma.24)$$

Το εμβαδό A_{s-n50} υπολογίζεται όπως και προηγουμένως.

Η μέγιστη αντοχή έναντι λυγισμού του κορμού των ενισχυτικών για προφίλ τύπου T, L υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_4 = \Phi \cdot \frac{b_E \cdot t_p \cdot \sigma_{Y_P} + (h_{we} \cdot t_w + b_f \cdot t_f) \cdot \sigma_{Y_S}}{s \cdot t_p + h_w \cdot t_w + b_f \cdot t_f} \quad [\text{MPa}] \xrightarrow{(\Gamma.2)}$$

$$\sigma_4 = \frac{b_E \cdot t_p \cdot \sigma_{Y_P} + (h_{we} \cdot t_w + b_f \cdot t_f) \cdot \sigma_{Y_S}}{b \cdot t_p + h_w \cdot t_w + b_f \cdot t_f} \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.25)$$

όπου το πλάτος b_E υπολογίζεται από τη [σχέση \(Γ.10\)](#).

Στην τελευταία σχέση, η απόσταση μεταξύ των κορμών των ενισχυτικών s [mm] θεωρήθηκε ότι είναι ίση με το πλάτος των ενισχυτικών b [mm].

Το ενεργό ύψος κορμού h_{we} υπολογίζεται ως εξής:

$$h_{we} = \begin{cases} \left(\frac{2.25}{\beta_w} - \frac{1.25}{\beta_w^2} \right) \cdot h_w, & \text{για } \beta_w > 1.25 \\ h_w, & \text{για } \beta_w \leq 1.25 \end{cases} \quad [\text{mm}] \quad (\Gamma.26)$$

Ο συντελεστής λυγηρότητας β_w υπολογίζεται ως εξής:

$$\beta_w = \frac{h_w}{t_w} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \sigma_{Y,S}}{E}} \quad (\Gamma.1)$$

$$\beta_w = \frac{h_w}{t_w} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{Y,S}}{E}} \quad (\Gamma.27)$$

Η μέγιστη αντοχή έναντι λυγισμού του κορμού των ενισχυτικών για προφίλ τύπου I υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_4 = \Phi \cdot \frac{A_{p-n50} \cdot \sigma_{CP} + A_{s-n50} \cdot \sigma_{C4}}{A_{p-n50} + A_{s-n50}} \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.2)$$

$$\sigma_4 = \frac{A_{p-n50} \cdot \sigma_{CP} + A_{s-n50} \cdot \sigma_{C4}}{A_{p-n50} + A_{s-n50}} \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.28)$$

Το εμβαδό A_{p-n50} υπολογίζεται από τη [σχέση \(Γ.24\)](#).

Το εμβαδό A_{s-n50} υπολογίζεται από τη [σχέση \(Γ.13\)](#), με δεδομένο ότι $b_f = t_f = 0$.

Η τάση σ_{CP} υπολογίζεται από τη [σχέση \(Γ.23\)](#).

Η τάση σ_{C4} υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{C4} = \begin{cases} \frac{\sigma_{E4}}{\varepsilon}, & \text{για } \sigma_{E4} \leq \frac{\sigma_{Y,S}}{2} \cdot \varepsilon \\ \sigma_{Y,S} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{Y,S}}{4 \cdot \sigma_{E4}} \right), & \text{για } \sigma_{E4} \geq \frac{\sigma_{Y,S}}{2} \cdot \varepsilon \end{cases} \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.1)$$

$$\sigma_{C4} = \begin{cases} \sigma_{E4}, & \text{για } \sigma_{E4} \leq \frac{\sigma_{Y,S}}{2} \\ \sigma_{Y,S} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{Y,S}}{4 \cdot \sigma_{E4}} \right), & \text{για } \sigma_{E4} \geq \frac{\sigma_{Y,S}}{2} \end{cases} \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.29)$$

Η τάση τοπικού λυγισμού του Euler σ_{E4} υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{E4} = 160000 \cdot \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.30)$$

Τελικώς, σύμφωνα με τη μέθοδο των CSR η μέγιστη τάση σ_u που δύναται να παραλάβει το ενισχυμένο έλασμα προκύπτει από τη [σχέση](#):

$$\sigma_u = \min(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4) \quad [\text{MPa}] \quad (\Gamma.31)$$

Επομένως, η ανηγμένη μέγιστη αντοχή του ελάσματος είναι η ποσότητα $\sigma_u / \sigma_{Y,eq}$, όπου η τάση σ_u δίνεται από τη [σχέση \(Γ.31\)](#) και η τάση $\sigma_{Y,eq}$ δίνεται από τη [σχέση \(Γ.5\)](#).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] International Association of Classification Societies. Common Structural Rules for Bulk Carriers and Oil Tankers. 2023
- [2] Pu Y, Mesbahi E. Application of artificial neural networks to evaluation of ultimate strength of steel panels. Engineering Structures. 2006
- [3] Pu Y, Mesbahi E. Application of ANN-Based Response Surface Method to Prediction of Ultimate Strength of Stiffened Panels. Journal of Structural Engineering. 2008
- [4] Hosseinpour P, Hosseinpour M, Sharifi Y. Artificial neural networks for predicting ultimate strength of steel plates with a single circular opening under axial compression. Ships and Offshore Structures. 2022
- [5] Martin T. Hagan, Howard B. Demuth, Mark Hudson Beale, Orlando De Jesús. Neural Network Design
- [6] J K Paik, D H Lee, S H Noh, D K Park, J W Ringsberg. Full-scale collapse testing of a steel stiffened plate structure under cyclic axial-compressive loading. Structures. 2020
- [7] J K Paik, B J Kim, J K Seo. Methods for ultimate limit state assessment of ships and ship-shaped offshore structures: Part II stiffened panels. Ocean Engineering. 2008
- [8] D K Kim, H L Lim, S Y Yu. A technical review on ultimate strength prediction of stiffened panels in axial compression. Ocean Engineering. 2018
- [9] N Papanikolaou, K Anyfantis. Construction of surrogate models for predicting the buckling strength of stiffened panels through DoE and RSM methods. Engineering Computations. 2022
- [10] ABAQUS Version 6.5 Documentation. Getting Started with ABAQUS. 13 Quasi-Static Analysis with ABAQUS/Explicit. 13.1 Analogy for explicit dynamics
- [11] K J Bathe. Finite Element Procedures.
- [12] ABAQUS Version 6.5 Documentation. Getting Started with ABAQUS. 13 Quasi-Static Analysis with ABAQUS/Explicit. 13.4 Energy Balance
- [13] ABAQUS Version 6.5 Documentation. Getting Started with ABAQUS. 4 Using Continuum Elements. 4.1 Element formulation and integration. 4.1.2 Reduced integration
- [14] ABAQUS Version 6.5 Documentation. ABAQUS/CAE User's Manual. 17 The Mesh module. 17.15 Controlling mesh characteristics. 17.15.2 Choosing an element shape
- [15] ABAQUS Version 6.5 Documentation. ABAQUS/CAE User's Manual. 17 The Mesh module. 17.8 Structured meshing. 17.8.1 What is structured meshing?
- [16] ABAQUS Version 6.5 Documentation. ABAQUS/CAE User's Manual. 17 The Mesh module. 17.10 Swept meshing. 17.10.1 What is swept meshing?
- [17] ABAQUS Version 6.5 Documentation. ABAQUS/CAE User's Manual. 17 The Mesh module. 17.9 Free meshing. 17.9.1 What is free meshing?

- [18] Γ.Ι. Γρηγορόπουλος. Τεχνητή και Υπολογιστική Νοημοσύνη και Εφαρμογές στη Σχεδίαση και Λειτουργία Πλοίων. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών. 2014
- [19] T Ray, R P Gokarn, O P Sha. Neural network applications in naval architecture and marine engineering. *Artificial Intelligence in Engineering* 1. 1996
- [20] <https://towardsdatascience.com/train-validation-and-test-sets-72cb40cba9e7>
- [21] H Yu, B M Wilamowski. *Intelligent Systems (Chapter 12: Levenberg-Marquardt Training)*. 2010
- [22] McKay, M.D.; Beckman, R.J.; Conover, W.J. (May 1979). "A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code". *Technometrics. American Statistical Association*. 21 (2): 239–245. doi:10.2307/1268522. ISSN 0040-1706. JSTOR 1268522. OSTI 5236110.
- [23] <https://towardsdatascience.com/weight-initialization-techniques-in-neural-networks-26c649eb3b78>
- [24] <https://cs230.stanford.edu/section/4/>
- [25] X Glorot, Y Bengio. Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks. DIRO, Université de Montréal, Montréal, Québec, Canada. 2010
- [26] <https://www.ozkansteel.com/en/details/shipbuilding-oil-gas-profiles/bulb-flats-199>
- [27] Y T Lin. Hip Longitudinal Strength. PhD Thesis, Dept. of NA&OE, University of Glasgow, Scotland. 1985.
- [28] J K Paik, A K Thayamballi. An empirical formulation for predicting the ultimate compressive strength of stiffened panels. *International Conference on Offshore and Polar Engineering*, pp. 328-338. 1997
- [29] S Zhang, I Khan. Buckling and ultimate capability of plates and stiffened panels in axial compression. *Marine Structures*, Vol. 22, pp. 791-808, doi: 10.1016/j.marstruc.2009.09.001. 2009
- [30] D Kim, H lim, M Kim, O Hwang, K Park. An empirical formulation for predicting the ultimate strength of stiffened panels subjected to longitudinal compression. *Ocean Engineering*, Vol. 140, pp. 270-280, doi: 10.1016/j.oceaneng.2017.05.031. 2017
- [31] K N Anyfantis. Ultimate strength of stiffened panels subjected to non-uniform thrust. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, Vol. 12, pp. 325-342, doi: 10.1016/j.ijnaoe.2020.03.003. 2020