



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

**ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΕΔΙΩΝ ΚΟΛΥΜΒΗΣΗΣ ΒΑΣΕΙ  
ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΟΥ ΜΗ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ**

Διπλωματική Εργασία

**ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΚΤΕΝΑΣ**

Επιβλέπων : ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΜΑΘΙΟΥΛΑΚΗΣ  
Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

*Αθήνα, Μάρτιος 2012*



# **ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

## **ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΕΔΙΛΩΝ ΚΟΛΥΜΒΗΣΗΣ ΒΑΣΕΙ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΟΥ ΜΗ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ**

Διπλωματική Εργασία

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΚΤΕΝΑΣ

*Αθήνα, Μάρτιος 2012*

Επιβλέπων : ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΜΑΘΙΟΥΛΑΚΗΣ  
Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Στην παρούσα μελέτη, έγινε διερεύνηση του προβλήματος της κολύμβησης σε σταθερή ταχύτητα με τη χρήση πεδίων, μέσα σε ροή μη συνεκτικού ρευστού. Έγινε προσομοίωση του πεδίου με μια ταλαντούμενη αεροτομή σχήματος επίπεδης πλάκας. Η κίνηση της αεροτομής ήταν σύνθετη. Δηλαδή, μεταφορική, κάθετα προς το ελεύθερο ρεύμα, και περιστροφική γύρω από το μέτωπο προσβολής της. Με βάση την εργασία «Propulsion of a flapping and oscillating airfoil» του I.E.Garrick, πραγματοποιήθηκε η θεωρητική διερεύνηση της αποδιδόμενης ώσης από την αεροτομή, του βαθμού απόδοσής της και των συνθηκών υπό τις οποίες τα μεγέθη αυτά βελτιστοποιούνται.



**NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS**  
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING

SWIMFINS EFFICIENCY INVESTIGATION BASED ON INVISCID FLOW  
THEORY

Diploma Thesis  
DIMITRIOS KTENAS

March, 2012

Advisor: DIMITRIOS MATHIOULAKIS, Associate Professor NTUA

In the context of the present diploma thesis, the issue of swimming with a constant speed using swimfins was examined considering the fluid as inviscid. The swimfin was simulated with an oscillating flat plate airfoil performing a complex motion. Namely, it was translating perpendicular to the free stream (Plunging motion) and at the same time rotating about its leading edge (Pitching motion). Based on the paper «Propulsion of a flapping and oscillating airfoil» of I.E.Garrick, the thrust of the airfoil and its efficiency were examined as well as the conditions under which the above variables were optimized.



## **Ευχαριστίες**

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω στον επιβλέποντα Καθηγητή μου Δημήτριο Μαθιουλάκη για την δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με το ενδιαφέρον αυτό θέμα, για την υπομονή και τη διάθεση που επέδειξε όλο το διάστημα που με καθοδηγούσε και με επέβλεπε. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την οικογένειά μου, καθώς και όλους τους κοντινούς μου ανθρώπους για τη συμπαράστασή τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου στο τμήμα των Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ.





# Περιεχόμενα

Εισαγωγή.....	11
---------------	----

## **Κεφάλαιο 1** Βιβλιογραφική ανασκόπηση

1.1	A new system for analyzing swim fin propulsion based on human kinematic data.....	13
1.2	How are Strouhal number, drag, and efficiency adjusted in high level underwater monofin swimming?.....	17
1.3	A kinematic and dynamic comparison of surface and underwater displacement in high level monofin swimming.....	22
1.4	Oscillating foils of high propulsive efficiency.....	24
1.5	Optimization of Unstalled Pitching and Plunging Motion of an Airfoil.....	26

## **Κεφάλαιο 2** Propulsion of a Flapping and

Oscillating airfoil by IE Garrick.....	31
--	----

## **Κεφάλαιο 3** Κίνηση αεροτομής με έναν μόνο βαθμό ελευθερίας.

3.1	Μεταφορική κίνηση (Plunging).....	43
3.2	Περιστροφική κίνηση (Pitching).....	50
3.3	Σύγκριση των δύο επιμέρους κινήσεων.....	57

## **Κεφάλαιο 4** Σύνθετη κίνηση πεδύλου

<b>4.1</b> Προσαρμογή του προβλήματος.....	63
<b>4.2</b> Εύρεση διαφοράς φάσης για μέγιστη απόδοση.....	68
<b>4.3</b> Ανάλυση ταχυτήτων.....	74
<b>4.4</b> Υπολογισμός δυνάμεων και ροπών.....	82

## **Κεφάλαιο 5** Εύρεση περιπτώσεων βέλτιστης λειτουργίας

<b>5.1</b> Παραμετρική Ανάλυση.....	91
<b>5.2</b> Περιπτώσεις αρνητικής ώσης.....	102

## **Κεφάλαιο 6** Συμπεράσματα..... 105 |

## **Βιβλιογραφία**..... 107 |

## Εισαγωγή

Η χρήση πεδίων κατά την κολύμβηση βρίσκει μεγάλη εφαρμογή τόσο σε ερασιτεχνικό επίπεδο, όσο και σε επίπεδο επαγγελματιών αθλητών στα διάφορα θαλάσσια σπορ. Είναι γεγονός ότι τα πέδιλα βελτιώνουν την επίδοση ενός κολυμβητή. Ωστόσο, η ακριβής επίδραση τους στην απόδοση της κολύμβησης είναι ακόμα συζητήσιμη και παραμένει δύσκολο να ποσοτικοποιηθεί. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι στο πεδίο αυτό παρουσιάζεται ένα έλλειμμα γνώσης και η κατασκευή και χρήση των πεδίων κολύμβησης βασίζεται περισσότερο στην εμπειρία και όχι σε επιστημονικά κριτήρια. Για τον λόγο αυτό λοιπόν, στη παρούσα εργασία, θα εστιάσουμε μόνο στο σύστημα του πεδίου προσομοιώνοντάς το με μια αεροτομή σχήματος επίπεδης πλάκας. Το τελικό κέρδος αυτής της μελέτης, θα είναι η παρουσίαση των συνθηκών εκείνων που βελτιστοποιούν την επίδοση του κολυμβητή όταν αυτός κολυμπά χρησιμοποιώντας πέδιλα.

Στο κεφάλαιο 1 παραθέτουμε ως βιβλιογραφία σχετικές έρευνες που πραγματοποιήθηκαν στο παρελθόν. Στο κεφάλαιο 2 γίνεται μια εκτενής αναφορά στην εργασία «Propulsion of a flapping and oscillating airfoil» του I.E.Garrick. Στο κεφάλαιο 3, με την χρήση της εργασίας αυτής, πραγματοποιούμε υπολογισμούς για κίνηση της αεροτομής σε έναν μόνο βαθμό ελευθερίας. Στη συνέχεια στο κεφάλαιο 4 διερευνείται πλέον το πρόβλημα της σύνθετης κίνησης της αεροτομής και στο κεφάλαιο 5 βρίσκουμε τις περιπτώσεις εκείνες στις οποίες το αποτέλεσμα για τον κολυμβητή βελτιστοποιείται και διερευνούμε τις συνθήκες στις οποίες αυτές εμφανίζονται. Τέλος στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα βασικά συμπεράσματα που εξάγαμε από την παρούσα εργασία.



## **Κεφάλαιο 1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση**

Παραθέτουμε σχετικές εργασίες που πραγματοποιήθηκαν στο παρελθόν.

### **1.1 A new system for analyzing swim fin propulsion based on human kinematic data**

Guillaume Nicolas, Benoit Bideau, Nicolas Bideau, Briac Colobert, Gael Le Gerroue, Paul Delamarche

Συνοψίζοντας προηγούμενες μελέτες στο θέμα αυτό, η ανθρώπινη τεχνική κολύμβησης μπορεί να επηρεαστεί από τα διάφορα προς δοκιμή πέδιλα, κάτι που μπορεί να έχει οδηγήσει σε αποκλίσεις στα αποτελέσματα. Για να αξιολογηθεί η επίδραση του πεδίου στην απόδοση κολύμβησης, είναι αναγκαίο να ληφθούν υπόψη τα ακόλουθα σημεία:

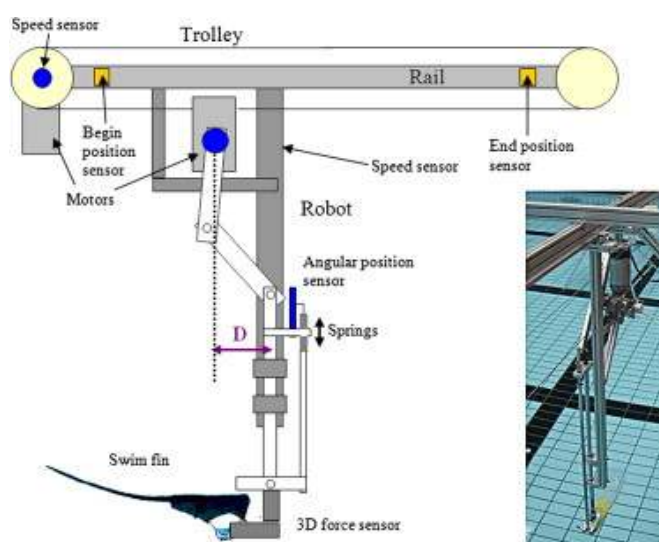
- Εστίαση μόνο στο σύστημα του πτερύγιου με σκοπό την ακριβή εκτίμηση της συμβολής του στην συνολική επίδοση.
- Αξιολόγηση των πτερυγίων λαμβάνοντας υπόψη τις αλληλεπιδράσεις με το υγρό αλλά και τις παραμορφώσεις του κατά τη διάρκεια της κίνησης.
- Τυποποίηση μια συγκεκριμένης τεχνικής κολύμβησης προκειμένου να εξεταστεί η επιρροή της στην απόδοση.

Με τα κριτήρια αυτά συμφωνεί λοιπόν το σύστημα HERMES (σχήμα 1.1.1) με τη χρήση του οποίου θα πραγματοποιηθεί η έρευνα αυτή.

## Μέθοδος

Το σύστημα HERMES μας δίνει τη δυνατότητα να ελέγχουμε όλες τις κινηματικές παραμέτρους ως εξής:

- Η οριζόντια (μόνιμη) ταχύτητα κολύμβησης μπορεί να ρυθμιστεί από 0 έως 1m/s . (μέσος όρος των 10 κολυμβητών που δοκιμάστηκαν 0,88m/s)
- Το κατακόρυφο πλάτος ταλάντωσης ρυθμίζεται από 0 έως 0,6m (μέσος όρος 0,51m). Η συχνότητα μπορεί επίσης να ρυθμιστεί από 0 έως 1 Hz (μέσος όρος 0,63Hz).



Σχήμα 1.1.1 Σύστημα HERMES

Με το σύστημα HERMES δοκιμάστηκαν 7 διαφορετικά πέδιλα σε βάθος κοντά στο μισό μέτρο (0,5m) και σε προκαθορισμένες παραμέτρους ώστε αυτές να συμφωνούν με τους μέσους όρους των δοκιμών των 10 κολυμβητών.  $A=0,5m$   $f=0,6Hz$   $V=0,9m/s$  .

Η μέση δύναμη ώσης υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\bar{F}_x = \frac{1}{T} \int_0^T F_x(t) dt$$

Και η υδρομηχανική αποδοτικότητα ισούται με:

$$\eta = \frac{P_{output}}{P_{input}}$$

όπου

$$P_{output} = \bar{F}_x U \quad P_{input} = \frac{1}{T} \left( \int_0^T F_y(t) \frac{dh}{dt} dt \right) + \frac{1}{T} \left( \int_0^T M(t) \frac{d\theta}{dt} dt \right)$$

Για να αξιολογήσουμε την αποδοτικότητα για διάφορες συνθήκες κολύμβησης, δοκιμάσαμε όλα τα πέδιλα για διάφορους αριθμούς  $St$ .

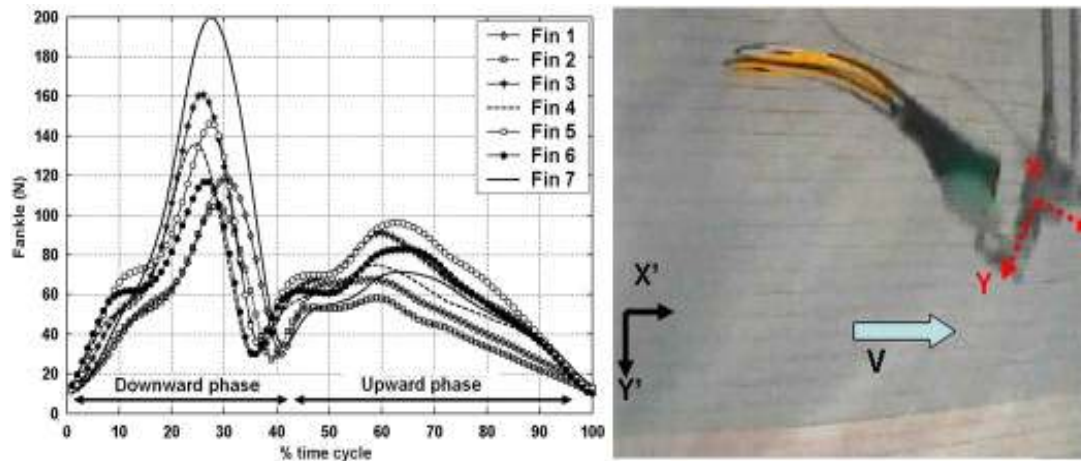
$$St = \frac{Af}{U}$$

Ο αριθμός αυτός, είναι μια αδιάστατη παράμετρος που ελέγχει τον σχηματισμό δινών στον ομόρου του σώματος οπότε μπορεί να έχει σημαντική επίπτωση στην αποδοτικότητα.

## Αποτελέσματα

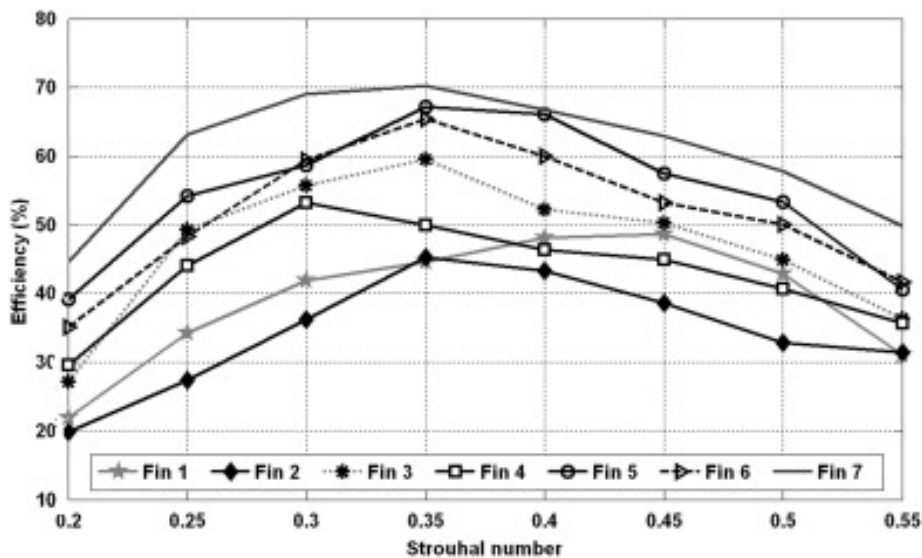
Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι το σκληρότερο πέδιλο επιφέρει μεγαλύτερες δυνάμεις στην άρθρωση του αστραγάλου. Αντιθέτως το δεύτερο πέδιλο που έχει στο μπροστινό του μέρος μια μεγάλη τρύπα προκαλεί τις μικρότερες δυνάμεις.

Στη συνέχεια, προκειμένου να συγκριθούν οι διάφορες φάσεις του κύκλου κίνησης του πεδύλου με τα δυναμικά δεδομένα, αυτά συγχρονίστηκαν με τη κίνηση του πεδύλου. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η «προς τα κάτω κίνηση» του πτερυγίου προκαλεί μεγαλύτερη δύναμη από την «προς τα πάνω κίνηση» (σχήμα 1.1.2).



Σχήμα 1.1.2

Τέλος, το σχήμα 1.1.3 απεικονίζει τις διακυμάνσεις της αποδοτικότητας για τους διάφορους αριθμούς Strouhal. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η βέλτιστη υδρομηχανική αποδοτικότητα συναντάται σε ένα στενό εύρος αριθμών  $St$  μεταξύ 0,3 και 0,45. Ωστόσο φαίνεται ότι το εύρος αυτό εξαρτάται και από το είδος του πεδίου.



Σχήμα 1.1.3



## 1.2 How are Strouhal number, drag, and efficiency adjusted in high level underwater monofin-swimming?

Guillaume Nicolas, Benoit Bideau, Nicolas Bideau, Briac Colobert,

### Μέθοδος

Για το πείραμα αυτό αξιολογήθηκαν 12 κολυμβητές όλοι μέλη της Γαλλικής εθνικής ομάδας κολύμβησης. Ο καθένας από αυτούς κολύμπησε 25m σε μέγιστη ταχύτητα 1m κάτω από την στάθμη του νερού. Κάθε δόκιμη που είχε απόκλιση στο βάθος κολύμβησης πάνω από 10% απορρίφτηκε.

Η αδιάστατη παράμετρος Strouhal υπολογίστηκε από τον τύπο  $St = \frac{Axf}{U}$  όπου η κάθε παράμετρος του τύπου ήταν το αποτέλεσμα της μέσης τιμής μετά από 3 επαναλήψεις του πειράματος.

Με βάση τη θεωρία του επιμηκόμενου σώματος η αποδοτικότητα Froude υπολογίζεται για ένα κολυμβητή με monofin  $\eta F = 0,76 \pm 0,05$  για χαμηλές ταχύτητες κολύμβησης.

Η ενεργός οπισθέλκουσα (AD) υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας το active drag evaluation system (ADES) που βασίζεται στην μέθοδο διαταραγμένης ταχύτητας (VPM).

Συμφώνα με τη μέθοδο αυτή, ο κολυμβητής πρέπει να κάνει δυο δοκιμές κολυμπώντας σε μέγιστη ταχύτητα, μια με και μια χωρίς το υδροδυναμικό σώμα (επιπρόσθετο φορτίο). Και στις δυο δοκιμές, η ενέργεια που καταβάλει για να υπερνικήσει την οπισθέλκουσα θεωρείται μέγιστη και σταθερή :

$$AD_1 \times V_1 = AD_2 \times V_2$$

Όπου, AD1 και AD2 είναι η ενεργός οπισθέλκουσα στις δυο δοκιμές, V1 είναι η ταχύτητα του κολυμβητή χωρίς το επιπρόσθετο φορτίο (m/s) και V2 η ταχύτητα του κολυμβητή με το επιπρόσθετο φορτίο (m/s).

Σύμφωνα με τη μέθοδο VPM η μέση οπισθέλκουσα είναι ανάλογη με το τετράγωνο της ταχύτητας.

$$AD = K \cdot V^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_d \cdot V^2$$

Όπου  $\rho$  είναι η πυκνότητα του νερού,  $S$  είναι η διατομή του κολυμβητή,  $C_d$  είναι ο αδιάστατος συντελεστής οπισθέλκουσας και  $K$  είναι η σταθερά αναλογίας ( $N \cdot s^2 \cdot m^{-2}$ )

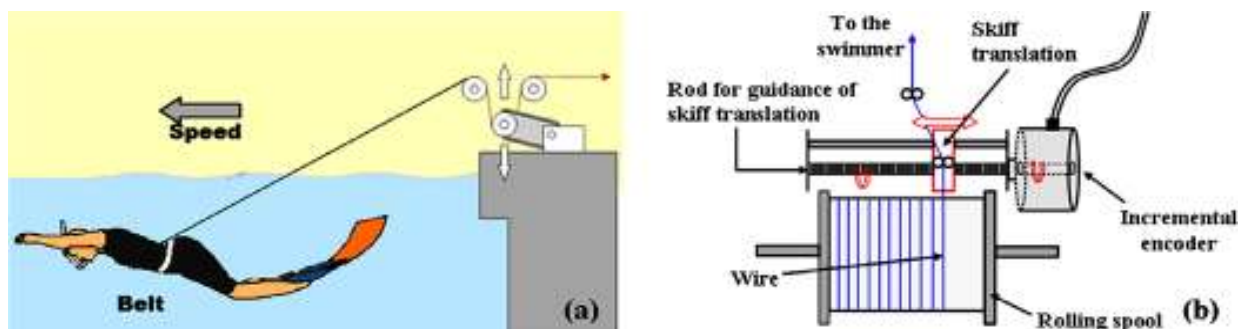
Αν συνδυάσουμε τις δυο παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε τη σχέση

$$\frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_d \cdot V_1^3 = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_d \cdot V_2^3 + F_b \cdot V_2$$

Όπου  $F_b$  είναι η επιπρόσθετη αντίσταση (Newton) λόγω του ΗΒ.

Τέλος, η ενεργός οπισθέλκουσα υπολογίζεται από τον τύπο:

$$AD_1 = \frac{F_b \cdot V_2 \cdot V_1^2}{V_1^3 - V_2^3}$$



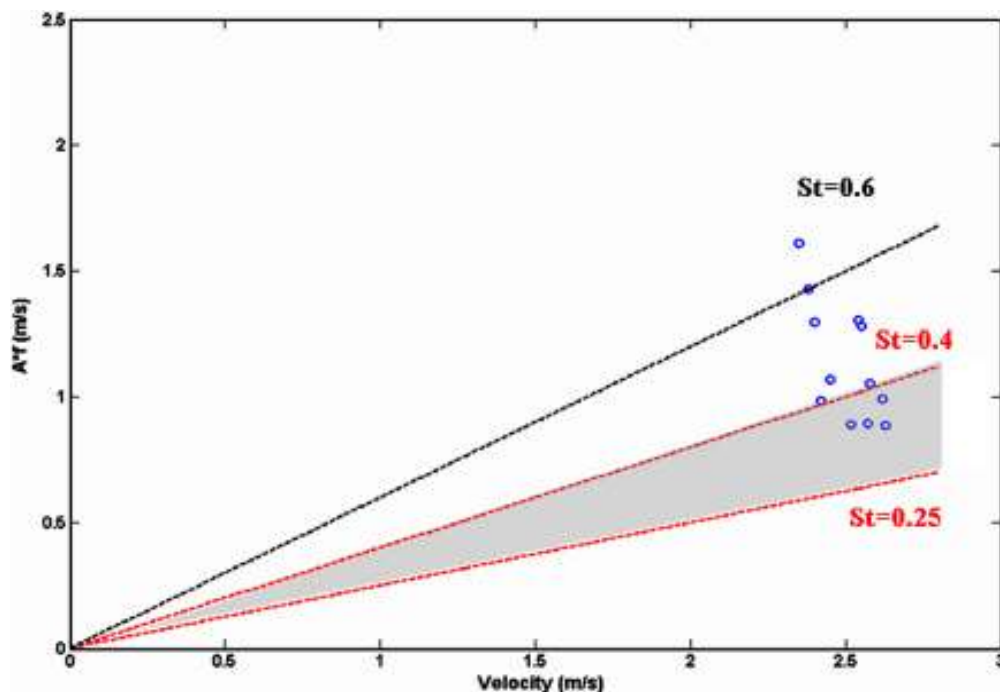
Σχήμα 1.2.1 σύστημα ADES: (a) εξωτερική όψη (b) εσωτερική όψη.

Ο έλεγχος του φορτίου γίνεται έξω από το νερό και μειώνει τις ανακρίβειες στην μέτρηση της. Οι ταχύτητες  $V_1$  και  $V_2$  υπολογίζονται ως η μέση τιμή της οριζόντιας ταχύτητας του κέντρου μάζας του σώματος μετά από κύκλο τριών περιόδων για 2 δοκιμές 25m.

Σε ταχύτητες που πλησίαζαν τα 3m/s εφαρμόζονταν ένα φορτίο  $F_b=20N$ .

## Αποτελέσματα

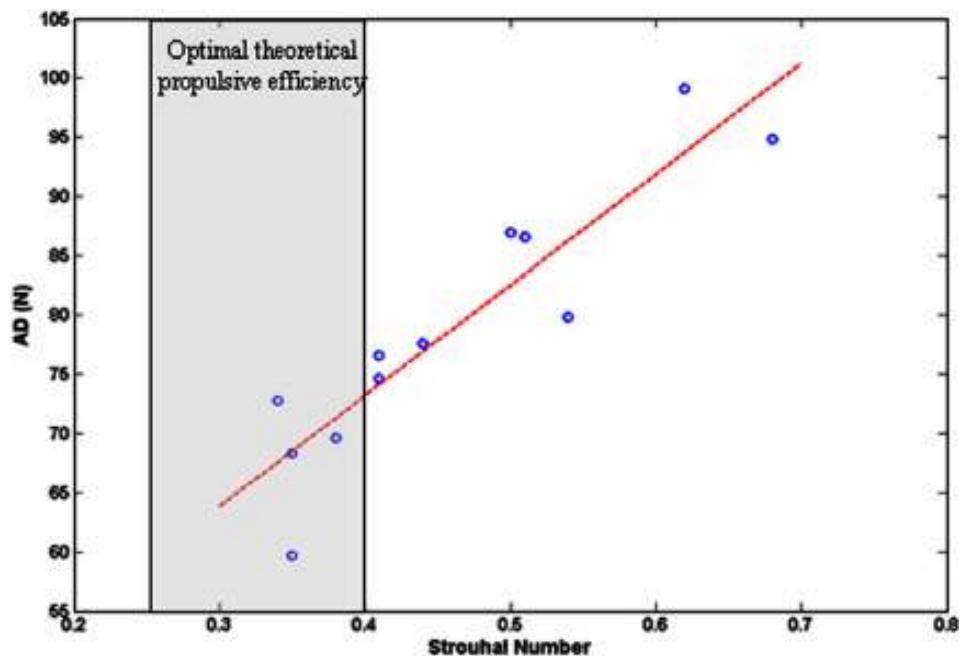
Οι χαμηλότεροι αριθμοί Strouhal ( $St=0,34$  ,  $St=0,35$ ) αντιστοιχούν στους ταχύτερους κολυμβητές κάτι που είναι σύμφωνο με την θεωρητική περιοχή βέλτιστης αποδοτικότητας για ψάρια και πτηνά (γκρι περιοχή στο παρακάτω διάγραμμα).



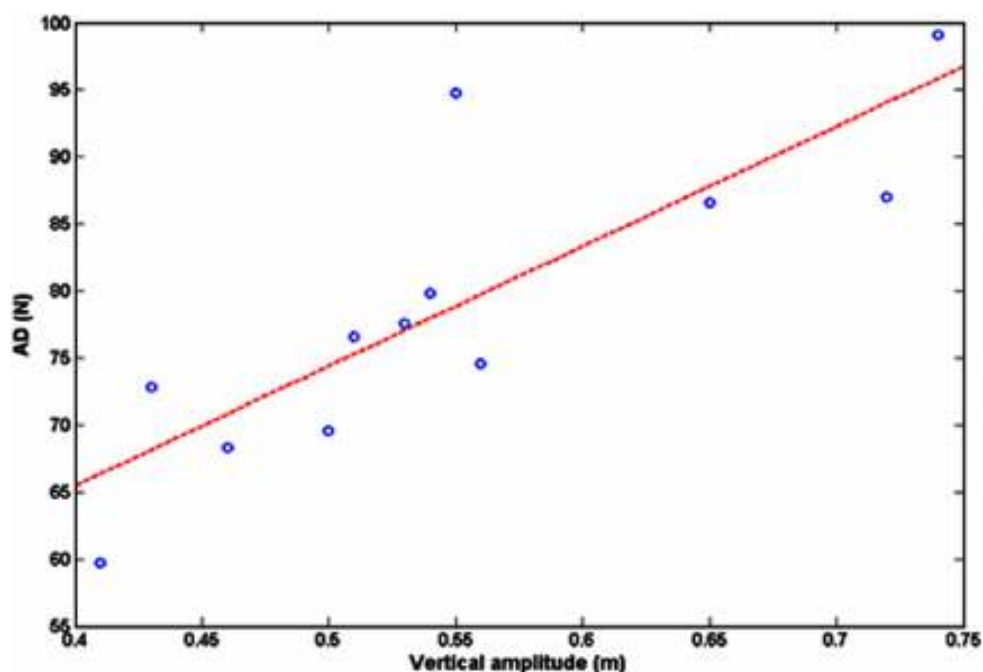
**Σχήμα 1.2.2** Παράγοντας Af (m/s) σε συνάρτηση με την ταχύτητα κολύμβησης (m/s)

Υψηλότερες αποδοτικότητες Froude επιτυγχάνονται σε χαμηλούς αριθμούς St κάτι που σημαίνει ότι λιγότερη ενέργεια πάει «χαμένη» για να προσδοθεί κινητική ενέργεια στο νερό. Σε αυτή τη μελέτη, οι υψηλότερες αποδοτικότητες παρατηρήθηκαν στους ταχύτερους κολυμβητές. Παρόμοιες έρευνες έχουν δείξει ότι η αποδοτικότητα αυξάνεται ανάλογα με την ταχύτητα κολύμβησης για τα ψάρια κάτι που ισχύει και στην συγκεκριμένη μελέτη για τους κολυμβητές με monofin. Τέλος, η αποδοτικότητα Froude επηρεάζεται πολύ από την συχνότητα  $f$ . Τα αποτελέσματά μας συμφωνούν με την βασική αρχή ότι με την αύξηση του  $f$  αυξάνει η ταχύτητα των κυμάτων άρα μειώνεται ο  $\eta F$ .

Τα αποτελέσματα επίσης δείχνουν ότι στο συνολικό δείγμα των κολυμβητών, η ενεργός οπισθέλκουσα τείνει να αυξηθεί γραμμικά σε σχέση με τόσους αριθμούς  $St$ . Κατά συνέπεια, οι καλύτερη κολυμβητές αντιμετωπίζουν μικρότερη αντίσταση με χαμηλότερο αριθμό  $St$ .



Σχήμα 1.2.3 Ενεργός οπισθέλκουσα σε συνάρτηση με τον αριθμό Strouhal



Σχήμα 1.2.4 Ενεργός οπισθέλκουσα σε συνάρτηση με τον κατακόρυφο πλάτος

Η κολύμβηση σε υψηλό επίπεδο εξαρτάται επίσης από την ικανότητα του κολυμβητή να μειώσει όσο το δυνατόν την οπισθέλκουσα. Η

αύξηση της AD συνδέεται άμεσα με την κατακόρυφη κίνηση του πεδίου. Αυτό συμφωνεί με την προηγούμενη διαπίστωση για μείωση του πλάτους (A) ώστε να βελτιωθεί η αποδοτικότητα.

Εν κατακλείδι, οι καλοί κολυμβητές κολυμπούν με αριθμούς St τέτοιους ώστε να υπάρχει χαμηλή ενεργός οπισθέλκουσα και υψηλή αποδοτικότητα Fr.

### **1.3 A kinematic and dynamic comparison of surface and underwater displacement in high level monofin swimming**

Guillaume Nicolas, Benoit Bideau  
Laboratoire "M2S Mouvement, Sport, Santi" (Physiologie et Biomécanique),  
Université Rennes

#### **Μέθοδος**

Η κολύμβηση με πέδιλα χωρίζεται σε δυο κατηγορίες, την κολύμβηση στην επιφάνεια του νερού και την κολύμβηση κάτω από αυτή. Τα παγκόσμια ρεκόρ είναι περίπου 10% ταχύτερα για κολύμβηση κάτω από την επιφάνεια του νερού αλλά λίγα είναι γνωστά για τα πλεονεκτήματα της όσον αφορά την κολύμβηση με monofin.

Ο στόχος λοιπόν αυτής της μελέτης είναι να αξιολογήσει και να συγκρίνει τις παραμέτρους οπισθέλκουσας και την αποδοτικότητα για US (underwater swimming) και SS (surface swimming).

Για τον σκοπό αυτό λοιπόν, 12 κολυμβητές monofin δοκιμάστηκαν σε κολύμβηση στην επιφάνεια του νερού και κάτω από αυτήν σε μέγιστη ταχύτητα και με βάση τις μετρήσεις που πάρθηκαν υπολογίστηκαν οι κινηματικές παράμετροι. Ο καθένας απ αυτούς, πραγματοποίησε αρχικά δυο κολυμβήσεις των 25m ευρισκόμενος 1m κάτω από την επιφάνεια του νερού σε μέγιστη ταχύτητα. Μια κολυμπώντας ελεύθερα και μια με μια πρόσθετη οπισθέλκουσα. Στη συνέχεια έκανε το ίδιο κολυμπώντας στην επιφάνεια του νερού.

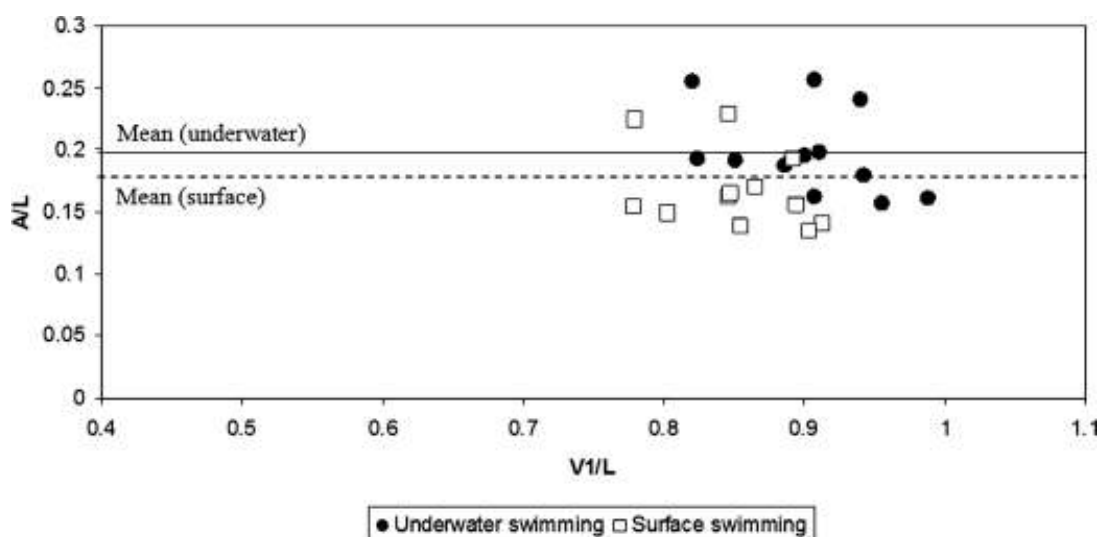
Και για τις δυο συνθήκες κολύμβησης (SS, US) μόνο η δοκιμή χωρίς την πρόσθετη οπισθέλκουσα χρησιμοποιήθηκε στην κινηματική ανάλυση. Η άλλη δοκιμή χρησίμευσε στον υπολογισμό της ενεργού οπισθέλκουσας (AD).

Η αποδοτικότητα Froude  $F_F$  υπολογίστηκε με βάση τη θεωρία επιμηκυνόμενου σώματος και η ενεργός οπισθέλκουσα (AD) υπολογίστηκε με τη χρήση του VPM.

## Αποτελέσματα

Όπως αναμενόταν, τα αποτελέσματα έδειξαν μικρότερες ταχύτητες για κολύμβηση στην επιφάνεια του νερού (SS) . Η αποδοτικότητα για SS ήταν 6% χαμηλότερη από αυτήν για US κάτι που μπορεί να συνδέεται με την αύξηση της συχνότητας. Η ενεργός οπισθέλκουσα (AD) για SS ήταν 7% μεγαλύτερη απ ότι για US και η διατομή(S) μετρήθηκε σημαντικά μικρότερη για SS. Τέλος, ο συντελεστής οπισθέλκουσας (Cd) βρέθηκε αρκετά μεγαλύτερος στην SS απ ότι στην US. Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν μια βελτίωση της επίδοσης κατά τη κολύμβηση κάτω από την επιφάνεια του νερού.

Για να εμβαθύνουμε περισσότερο στον συγχρονισμό των κολυμβητών, εξετάσαμε την επίδραση του κατακόρυφου πλάτους και της συχνότητας στην ταχύτητα κολύμβησης και για τις δυο δοκιμές.



**Σχήμα 1.3.1** Κατακόρυφο πλάτος ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ταχύτητα

Η συνεχόμενη γραμμή αντιπροσωπεύει την μέση τιμή του πλάτους για κολύμβηση κάτω από την επιφάνεια του νερού και η διακεκομμένη για κολύμβηση στην επιφάνεια.

Όσον άφορα την συχνότητα και την ταχύτητα κολύμβησης, δεν παρατηρήθηκε καμία συσχέτιση μεταξύ τους σε καμία από τις δύο δοκιμες.

## 1.4 Oscillating foils of high propulsive efficiency

By J. M. Anderson, K. Streitlien, D. S. Barrett & M. S. Triantafyllou

Στην εργασία αυτή, αεροτομές που παράγουν ώση όταν ταλαντώνονται αρμονικά, μελετούνται με μετρήσεις δύναμης και ενέργειας καθώς και με οπτικά στοιχεία. Τα οπτικά στοιχεία λαμβάνονται για αριθμούς Reynolds 1100 ενώ οι ενεργειακές και δυναμικές μετρήσεις πραγματοποιούνται για Reynolds 40 000. Τα πειραματικά αποτελέσματα στη συνέχεια συγκρίνονται με τα θεωρητικά και παρατηρείται ικανοποιητική σύγκλιση μεταξύ τους για ένα συγκεκριμένο παραμετρικό εύρος. Υπό τις βέλτιστες συνθήκες μετρήθηκε πειραματικά, υψηλή αποδοτικότητα πρόωσης της τάξης του 87% .

Πιο συγκεκριμένα, το πείραμα πραγματοποιήθηκε σε αεροτομές χορδής 10cm με μήκος 60cm εφοδιασμένες με κυκλικές πλάκες ακτίνας  $r=30\text{cm}$  για να εξασφαλιστεί η δισδιάστατη ροή γύρω από το κύριο μέλος της αεροτομής.

Η βέλτιστη απόδοση πρόωσης μιας αρμονικά ταλαντευόμενης αεροτομής ευρίσκεται μετά από μια έρευνα των παραμέτρων η οποία υποστηρίζεται από μια προσεκτική εξέταση των βασικών μηχανισμών που επιδρούν στη δυναμική στον ομόρου της αεροτομής.



Συνθήκες για βέλτιστη αποδοτικότητα είναι:

- Λειτουργία σε αριθμούς Strouhal μεταξύ 0,25 και 0,4. Σε αυτό το σημείο τονίζουμε ότι στα πειραματικά αποτελέσματα παρατηρήθηκε και μια άλλη κορυφή της αποδοτικότητας για χαμηλούς αριθμούς  $St$  αλλά η κορυφή αυτή δεν είναι υπολογίσιμη για εφαρμογές επειδή ο συντελεστής πρόωσης είναι πολύ μικρός.
- Μεγάλο εύρος ταλάντωσης.
- Μεγάλη μέγιστη γωνία προσβολής, μεταξύ  $15^\circ$  και  $25^\circ$ .
- Η γωνία φάσης να είναι περίπου  $75^\circ$  όταν το σημείο αναφοράς στην ανυψωτική κίνηση βρίσκεται στο  $1/3$  του μήκους χορδής από την άκρη που προπορεύεται.

Υψηλές αποδοτικότητες που συνοδεύονται από συντελεστή ώθησης της τάξεως του 1 αποκτώνται για υψηλούς αριθμούς Strouhal από 0,3 ως 0,4. Η μέγιστη αποδοτικότητα στο σετ πειραμάτων που πραγματοποιήθηκε μετρήθηκε 0,87% και παρατηρήθηκε για  $\frac{h_0}{c} = 0,75$ ,  $a_{\max} = 20,2^\circ$ ,  $\psi = 75^\circ$  και  $St = 0,30$ .

Η έρευνα αυτή πραγματοποιήθηκε με αφορμή τις παρατηρήσεις στην αποδοτικότητα των ψαριών που σε πολλές περιπτώσεις θεωρήθηκε εκπληκτική. Εδώ μπορούμε να επιβεβαιώσουμε το γεγονός ότι οι ουρές των ψαριών φτάνουν σε βαθμούς αποδοτικότητας που ξεπερνούν το 85 %. Το πείραμα αυτό λοιπόν αποδεικνύει ότι αποδοτικότητες της τάξης αυτής όχι μόνο είναι εφικτές, αλλά ότι μπορούμε να τις επιτύχουμε παράγοντας αρκετή ώση.

## 1.5 Optimization of Unstalled Pitching and Plunging Motion of an Airfoil

Shuchi Yang, Shijun Luoy, Feng Liuz

Department of Mechanical and Aerospace Engineering University of California

Οι παράμετροι κίνησης μιας αεροτομής που πραγματοποιεί ημιτονοειδής ταλάντωση βελτιστοποιούνται για μέγιστη προωθητική αποδοτικότητα και/ή για μέγιστο μέσο συντελεστή πρόωσης με τη χρήση επιλυτή ροής Navier Stokes και Euler. Η κίνηση αυτή μπορεί να είναι κατακόρυφη κίνηση με συγκεκριμένο μέγιστο πλάτος (plunging) ή περιστροφική κίνηση με συγκεκριμένη μειωμένη μέγιστη γωνία περιστροφής (pitching) η και συνδυασμός αυτών των δυο. Εφαρμόζεται μια μειωμένη μέγιστη γωνία προσβολής της αεροτομής από τη ροή ώστε να διασφαλιστεί η μη αποκόλληση της ροής.

Σε πρώτη φάση η βελτιστοποίηση γίνεται με τη χρήση της κλασικής γραμμικής θεωρίας και σε δεύτερη φάση με την χρήση υπολογισμών Euler. Η υψηλότερη προωθητική αποδοτικότητα είναι της τάξης του 90% με μέσο συντελεστή πρόωσης 0,24 και ο υψηλότερος μέσος συντελεστής πρόωσης είναι 0,86 με αποδοτικότητα 65% για ελεύθερη ροή αριθμού Mach 0,1 και για μηδενική γωνία προσβολής.

### Υπολογισμοί βελτιστοποίησης συγκεκριμένων περιπτώσεων.

Στο σημείο αυτό πραγματοποιούνται υπολογισμοί βελτιστοποίησης για διαφορές περιπτώσεις που έχουν μελετηθεί στη βιβλιογραφία. Ποιο συγκεκριμένα αυτές είναι δυο περιπτώσεις των Isogai et al, μια των Neel et al και μια των Anderson et al. Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις δίνονται τα  $\alpha$ ,  $a_1$  και  $h$  και  $a_0 = 0$ .

A.  $h = 0,5$ ,  $a_1 = 20^\circ$ ,  $\alpha = 1/2$ ,  $M_\infty = 0,3$

Στην περίπτωση αυτή, οι Isogai et al πραγματοποίησαν υπολογισμούς χρησιμοποιώντας έναν κώδικα Navier Stokes με ένα μοντέλο τύρβης Baldwin-Lomax. Η περίπτωση αυτή βελτιστοποιείται πάλι με τη χρήση του επιλυτή Euler και τα συγκριτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 1.5.1 .

k	φ	Euler	Solver	Navier	Stokes
		C <sub>T</sub>	η(%)	C <sub>T</sub>	η(%)
0,4	90	0,00738	61,5	0,0637	34,1
0,4	60	0,054	81,4	0,0301	49,6
0,5	90	0,0778	79,9	0,0768	72,3
0,5	60	0,123	83,5	0,0975	64,4
0,5	120	0,0681	41,5	0,0709	40,5
0,7	90	0,266	70,9	0,271	65,2
0,7	120	0,277	50,3	0,286	50,4
0,49	115	0,11	86,7	N/A	N/A
0,83	90	0,452	64,7	N/A	N/A

**Πίνακας 1.5.1**

Η συμφωνία των αποτελεσμάτων είναι σχετικά αποδεκτή για τον συντελεστή πρόωσης αλλά οι ποσοτικές διαφορές στον βαθμό απόδοσης είναι σημαντικές και χρήζουν περαιτέρω έρευνας.

Τέλος με την χρήση του επιλυτή Euler, δυο βέλτιστες περιπτώσεις μπορούν να διαχωριστούν.

- $k=0,49$ ,  $\phi=115^\circ$ ,  $C_T=0,11$ ,  $\eta=86,7\%$ . Στην περίπτωση αυτή έχουμε υψηλή αποδοτικότητα πρόωσης και σημαντικό συντελεστή πρόωσης.
- $k=0,83$ ,  $\phi=90^\circ$ ,  $C_T=0,452$ ,  $\eta=64,7\%$ . Στην περίπτωση αυτή αν και η αποδοτικότητα είναι χαμηλότερη, παρουσιάζεται πολύ υψηλός συντελεστής πρόωσης.

$$B. h = 1, a_1 = 10^\circ, \alpha = 1/2, M_\infty = 0,3$$

Τους συνθήκες αυτές, εκτός από τους Isogai et al έχουν πραγματοποιήσει υπολογισμοί και οι Tuncer et al και πάλι με τη χρήση κώδικα Navier Stokes. Πραγματοποιείται λοιπόν βελτιστοποίηση με την χρήση του επιλυτή Euler και τα συγκριτικά αποτελέσματα των τριών περιπτώσεων παρουσιάζονται παρακάτω.

k	φ	Euler	Solver	Isogai	et al	Tuncer	et al
		CT	η(%)	CT	η(%)	CT	η(%)
0,15	90	0,0873	89,8	0,0646	79,1	0,0735	88,5
0,15	60	0,116	88,1	0,0883	77,2	0,102	81,1
0,15	120	0,0829	79,9	0,0569	68,1	0,0565	78,1
0,28	90	0,359	71,1	N/A	N/A	N/A	N/A

Πίνακας 1.5.2

Και πάλι υπάρχει μια σχετική συμφωνία της γραμμικής θεωρίας με τους προηγούμενους υπολογισμούς. Όσον αφορά τις βέλτιστες περιπτώσεις, με τη χρήση του επιλυτή Euler παρουσιάζεται μια και αυτή είναι για  $k=0,28$  και  $\phi=90^\circ$  όπου παρουσιάζεται υψηλός συντελεστής πρόωσης 0,359 και απόδοση 71,1%.

$$Γ. h = 0,75, a_1 = 30^\circ, \alpha = 1/3, M_\infty = 0,1$$

Οι Anderson et al κατάφεραν να βρουν μια περίπτωση υψηλής προωθητικής αποδοτικότητας για  $k=0,67$ ,  $\phi=75^\circ$  όπου η αποδοτικότητα ισούται με  $\eta=87\%$ . Η υψηλή απόδοση της περίπτωσης αυτής όμως, συνδέεται με μια σχετική αποκόλληση της ροής που παρατηρείται. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση ο επιλυτής Euler. Ωστόσο, για να δείξουμε τις διαφορές που προκαλούνται από την αποκόλληση της ροής στην απόδοση και στο συντελεστή πρόωσης θα πραγματοποιήσουμε βελτιστοποίηση χρησιμοποιώντας και τον απόλυτη Euler. Τα συγκριτικά αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 1.5.3 .

k	$\phi$	Euler invscid		Euler corrected		anderson et al	
		CT	$\eta(\%)$	CT	$\eta(\%)$	CT	$\eta(\%)$
0,67	75	0,491	78,6	0,478	76,5	0,52	87
0,78	90	0,863	64,5	0,85	63,5	N/A	N/A

**Πίνακας 1.5.3**

Η βέλτιστη περίπτωση όσον αφορά το συντελεστή πρόωσης που υπολογίστηκε είναι:  $k=0,78$ ,  $\phi=90^\circ$  με απόδοση 63,5% και συντελεστή πρόωσης 0,85.

$$\Delta. h = 1, a_1 = 4^\circ, \alpha = 1/4, M_\infty = 0,3$$

Όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα 1.5.4, οι Neef et al υπολόγισαν μια περίπτωση υψηλής αποδοτικότητας για  $k=0,1$ ,  $\phi=90^\circ$  με απόδοση  $\eta=89\%$ . Η συμφωνία των αποτελεσμάτων αυτών με αυτά του υπολογισμού με τον επιλυτή Euler είναι ικανοποιητική με εξαίρεση την διαφορά στον συντελεστή πρόωσης. Η διαφορά αυτή μπορεί να οφείλεται στην μεγάλη διαφορά της πυκνότητας πλέγματος, στα πλέγματα που χρησιμοποιήθηκαν στους δυο υπολογισμούς.

Τέλος, μια περίπτωση βέλτιστης πρόωσης επιλέχθηκε και επιβεβαιώθηκε με τον επιλυτή Euler. Για  $k=0,172$  και  $\phi=90^\circ$  προκύπτει συντελεστής πρόωσης περίπου 0,2 με βαθμό απόδοσης  $\eta=80,5\%$ .

k	$\phi$	Euler solver		Neef et al	
		CT	$\eta(\%)$	CT	$\eta(\%)$
0,1	90	0,0681	89,5	0,048	89
0,172	90	0,197	80,5	N/A	N/A

**Πίνακας 1.5.4**



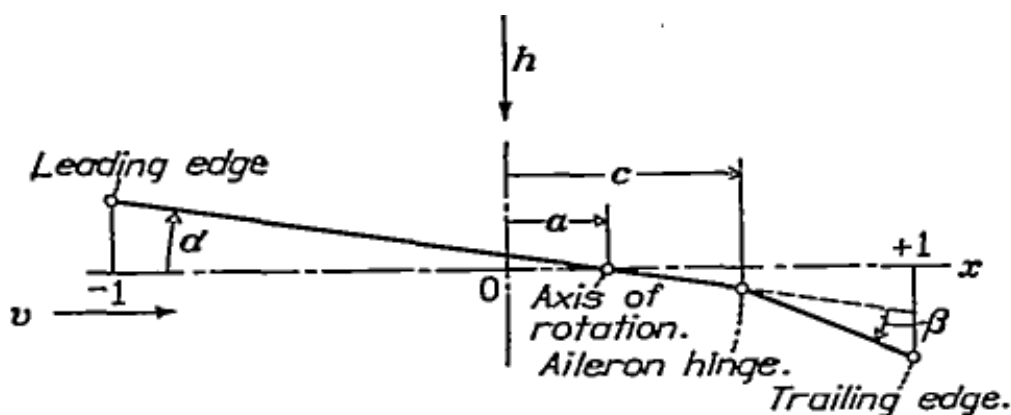
## Κεφάλαιο 2 Propulsion of a Flapping and Oscillating airfoil

by I.E. Garrick Naca Report No 567

Σκοπός αυτής της μελέτης είναι η θεωρητική διερεύνηση των οριζοντίων δυνάμεων σε μια αεροτομή η σε έναν συνδυασμό αεροτομής-πτερυγίου μέσα σε μια ομοιόμορφη ροή όταν αυτά ταλαντώνονται και στους τρεις βαθμούς ελευθερίας.

Θωρήστε την ευθεία γραμμή του σχήματος 2.1 ως την αεροτομή μας. Η χορδή της έχει μήκος  $2b$ . Η συντεταγμένη  $x=a$  αντιπροσωπεύει τον άξονα περιστροφής της και η συντεταγμένη  $x=c$  την απόσταση του συνδέσμου του πτερυγίου. Η αεροτομή λοιπόν εκτελεί τις εξής κινήσεις:

- Μια μεταφορική κίνηση  $h$ , κάθετη στο ελεύθερο ρεύμα και θετική προς τα κάτω.
- Μια περιστροφική κίνηση γύρω από το  $x=a$  θετική ωρολογιακά με γωνιά προσβολής  $\alpha$
- Μια κίνηση του πτερυγίου γύρω από τον σύνδεσμο  $x=c$  με γωνιά  $\beta$ .



Σχήμα 2.1 Παράμετροι του συνδυασμού αεροτομής-πτερυγίου

Οι ημιτονοειδείς ταλαντώσεις στους τρεις βαθμούς ελευθερίας εκφράζονται από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 e^{i(\omega t + \phi_0)} \\ \beta &= \beta_0 e^{i(\omega t + \phi_1)} \\ h &= h_0 e^{i(\omega t + \phi_2)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Επίσης στο σημείο αυτό ορίζεται η παράμετρος  $k$  ως

$$k = \frac{\rho b}{u} \quad (2)$$

Όπου  $\rho$  είναι η γωνιακή ταχύτητα,  $u$  η ταχύτητα της ροής,  $t$  είναι ο χρόνος και  $\phi_0, \phi_1, \phi_2$  οι γωνίες φάσης των κινήσεων  $\alpha, \beta, h$  αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιούνται οι σχέσεις του Theodorsen [2] για την άνοση (θετική προς τα κάτω) και τις ροπές (θετικές ωρολογιακά) σε αεροτομή που κινείται με τρεις βαθμούς ελευθερίας.

$$P = -\rho b^2 (\nu \pi \ddot{\alpha} + \pi \ddot{h} - \pi b a \ddot{\alpha} - \nu T_4 \dot{\beta} - T_1 b \ddot{\beta}) - 2\pi \rho \nu b C(k) Q \quad (3)$$

$$M_\alpha = -\rho b^2 \left[ \pi \left( \frac{1}{2} - a \right) \nu b \dot{\alpha} + \pi b^2 \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \ddot{\alpha} + T_{15} \nu^2 \beta + T_{16} \nu b \dot{\beta} + 2T_{13} b^2 \ddot{\beta} - a \pi b \ddot{h} \right] + 2\rho \nu b^2 \pi \left( a + \frac{1}{2} \right) C(k) Q \quad (4)$$

$$M_\beta = -\rho b^2 \left[ T_{17} \nu b \dot{\alpha} + 2T_{13} b^2 \ddot{\alpha} + \frac{1}{\pi} \nu^2 T_{18} \beta - \frac{1}{2\pi} \nu b T_{19} \dot{\beta} - \frac{1}{\pi} T_3 b^2 \ddot{\beta} - T_1 b \ddot{h} \right] - \rho \nu b^2 T_{12} C(k) Q \quad (5)$$

Στις προαναφερθέντες σχέσεις υπάρχουν σύμβολα που ακόμα δεν έχουν οριστεί .



Τα σύμβολα  $T_1, T_2, T_3, \dots$  είναι σταθερές που καθορίζονται πλήρως από τις παραμέτρους  $c$  και  $a$  (σχήμα 2.1) ως εξής:

$$\begin{aligned}
 T_1 &= -\frac{1}{3}(2+c^2)\sqrt{1-c^2}+c \cos^{-1} c \\
 T_2 &= c(1-c^2) - (1+c^2)\sqrt{1-c^2} \cos^{-1} c + c(\cos^{-1} c)^2 \\
 &\quad [T_2 = T_4(T_{11} + T_{12})] \\
 T_3 &= -\frac{1}{8}(1-c^2)(5c^2+4) + \frac{1}{4}c(7+2c^2)\sqrt{1-c^2} \cos^{-1} c \\
 &\quad - \left(\frac{1}{8}+c^2\right)(\cos^{-1} c)^2 \\
 T_4 &= c\sqrt{1-c^2} - \cos^{-1} c \\
 T_5 &= -(1-c^2) + 2c\sqrt{1-c^2} \cos^{-1} c - (\cos^{-1} c)^2 \\
 T_6 &= T_2 \\
 T_7 &= \frac{1}{8}c(7+2c^2)\sqrt{1-c^2} - \left(\frac{1}{8}+c^2\right) \cos^{-1} c \\
 T_8 &= -\frac{1}{3}(1+2c^2)\sqrt{1-c^2} + c \cos^{-1} c = -\frac{1}{3}(1-c^2)^{\frac{3}{2}} - cT_4 \\
 T_9 &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3}(1-c^2)^{\frac{3}{2}} + aT_4 \right] \\
 T_{10} &= \sqrt{1-c^2} + \cos^{-1} c \\
 T_{11} &= (2-c)\sqrt{1-c^2} + (1-2c) \cos^{-1} c \\
 T_{12} &= (2+c)\sqrt{1-c^2} - (1+2c) \cos^{-1} c \\
 &\quad [T_{12} - T_{11} = 2T_4] \\
 T_{13} &= -\frac{1}{2}(T_7 + (c-a)T_1) \\
 T_{14} &= \frac{1}{16} + \frac{1}{2}ac \\
 T_{15} &= T_4 + T_{10} = (1+c)\sqrt{1-c^2} \\
 T_{16} &= T_1 - T_8 - (c-a)T_4 + \frac{1}{2}T_{11} \\
 &\quad \left[ T_{16} + T_{17} = -\left(\frac{1}{2}-a\right)T_4 + \frac{1}{2}T_{11} \right] \\
 T_{17} &= -2T_9 - T_1 + \left(a - \frac{1}{2}\right)T_4 \\
 T_{18} &= T_5 - T_4T_{10} \\
 T_{19} &= T_4T_{11} \\
 T_{20} &= -\sqrt{1-c^2} + \cos^{-1} c \\
 &\quad [T_{20} = T_{10} - 2\sqrt{1-c^2}]
 \end{aligned}$$

Η συνάρτηση  $C(k)$  είναι μια χρήσιμη συνάρτηση της παραμέτρου  $k$  και δίνεται από τον τύπο

$$C(k) = F(k) + iG(k)$$

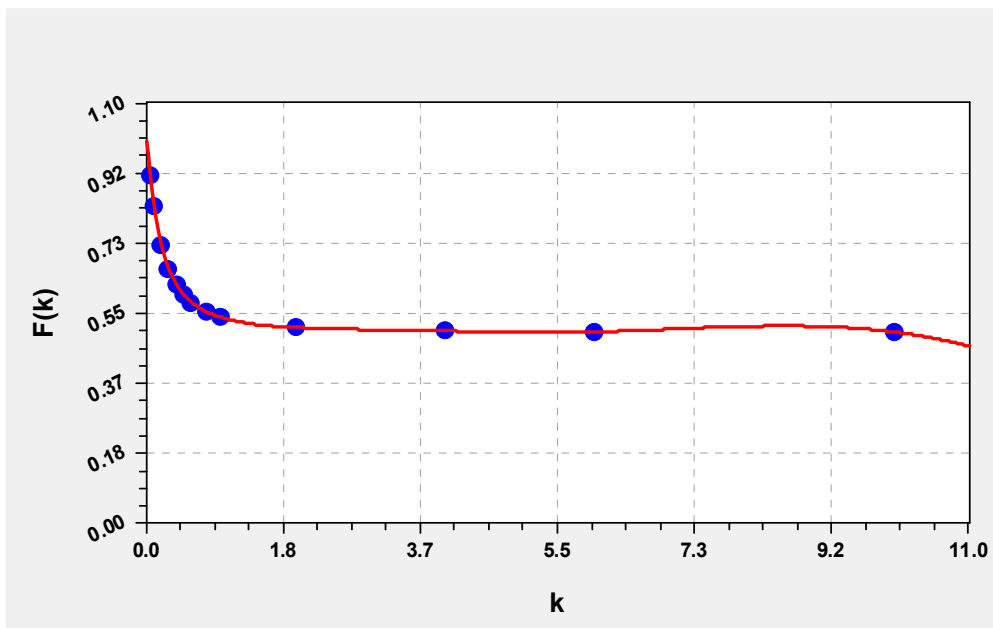
Όπου

$$F = \frac{J_1(J_1 + Y_0) + Y_1(Y_1 - J_0)}{(J_1 + Y_0)^2 + (Y_1 - J_0)^2}$$

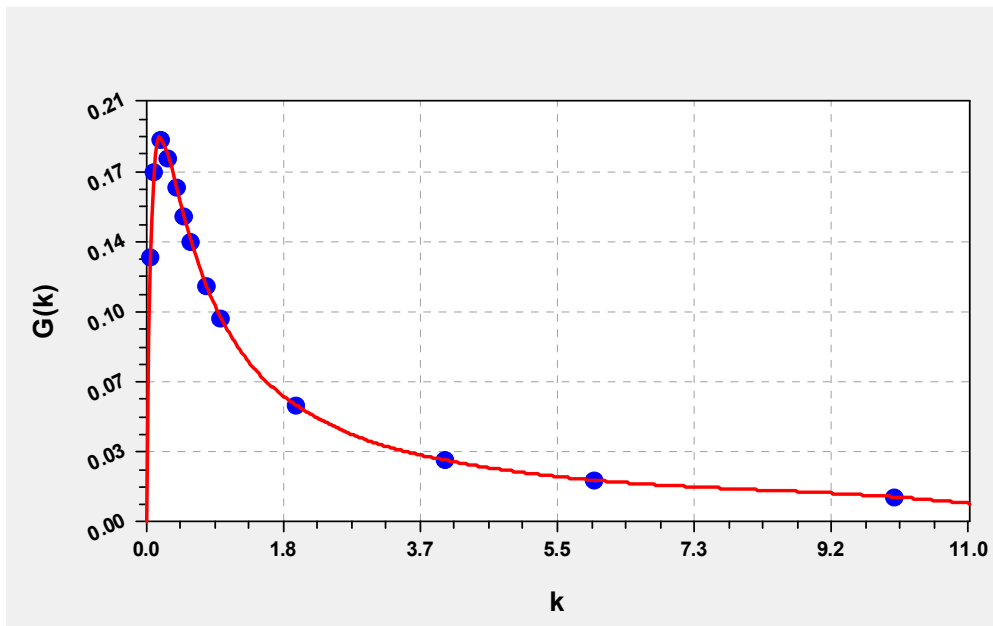
$$G = -\frac{Y_1 Y_0 + J_1 J_0}{(J_1 + Y_0)^2 + (Y_1 - J_0)^2}$$

Τα  $J_0, J_1, Y_0, Y_1$  είναι συναρτήσεις Bessel πρώτης και δεύτερης τάξης συναρτήσεως της παραμέτρου  $k$ .

Στα σχήματα 2.2 και 2.3 δίνονται τα διαγράμματα της συνάρτησης  $F$  και της συνάρτησης  $G$  συναρτήσεως του  $k$  μετά από παρεμβολή των δεδομένων με κυβική spline.



Σχήμα 2.2 Συνάρτηση  $F(k)$



Σχήμα 2.3 Συνάρτηση G(k).

Τέλος  $\rho$  είναι η πυκνότητα του υγρού ή αερίου της ροής.

Από το σημείο αυτό και μετά, στους περαιτέρω υπολογισμούς χρησιμοποιείται το φανταστικό μέρος των εξισώσεων (1) το οποίο είναι

$$a = a_0 \sin(pt + \phi_0)$$

$$\beta = \beta_0 \sin(pt + \phi_1)$$

$$h = h_0 \sin(pt + \phi_2)$$

Με βάση λοιπόν τα παραπάνω, ο Garrick στην εργασία αυτή καταλήγει στην εύρεση εξισώσεων για την στιγμιαία άνωση ( $P$ ), τη μέση δύναμη πρόωσης ( $\bar{P}_x$ ), την μέση απαιτούμενη ισχύ για την διατήρηση των ταλαντώσεων ( $\bar{W}$ ), την μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου ( $\bar{E}$ ) και τέλος, ορίζει έναν βαθμό απόδοσης.

Η στιγμιαία άνωση (Lift Force) δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\begin{aligned}
 P = & -\rho b^2 [v\pi\alpha_0 p \cos (pt + \varphi_0) - \pi h_0 p^2 \sin (pt + \varphi_2) + \pi b a \alpha_0 p^2 \sin (pt + \varphi_0) \\
 & - v T_{14} \beta_0 p \cos (pt + \varphi_1) + T_{11} b \beta_0 p^2 \sin (pt + \varphi_1)] \\
 & - 2\pi \rho v b F \left[ v \alpha_0 \sin (pt + \varphi_0) + h_0 p \cos (pt + \varphi_2) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha_0 p \cos (pt + \varphi_0) \right. \\
 & \left. + \frac{T_{10}}{\pi} v \beta_0 \sin (pt + \varphi_1) + \frac{T_{11}}{2\pi} b \beta_0 p \cos (pt + \varphi_1) \right] \\
 & - 2\pi \rho v b G \left[ v \alpha_0 \cos (pt + \varphi_0) - h_0 p \sin (pt + \varphi_2) - b \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha_0 p \sin (pt + \varphi_0) \right. \\
 & \left. + \frac{T_{10}}{\pi} v \beta_0 \cos (pt + \varphi_1) - \frac{T_{11}}{2\pi} b \beta_0 p \sin (pt + \varphi_1) \right]
 \end{aligned}$$

Η ασκούμενη ροπή για την περιστροφή (pitching) του πτερύγιου:

$$\begin{aligned}
 M_\alpha = & -\rho b^2 \left[ \pi \left( \frac{1}{2} - a \right) v b \alpha_0 p \cos (pt + \varphi_0) - \pi b^2 \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \alpha_0 p^2 \sin (pt + \varphi_0) \right. \\
 & \left. + T_{15} v^2 \beta_0 \sin (pt + \varphi_1) + T_{18} v b \beta_0 p \cos (pt + \varphi_1) \right. \\
 & \left. - 2 T_{13} b^2 \beta_0 p^2 \sin (pt + \varphi_1) + a \pi b h_0 p^2 \sin (pt + \varphi_2) \right] \\
 & + 2 \rho v b^2 \pi \left( a + \frac{1}{2} \right) F \left[ v \alpha_0 \sin (pt + \varphi_0) + h_0 p \cos (pt + \varphi_2) \right. \\
 & \left. + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha_0 p \cos (pt + \varphi_0) + \frac{T_{10}}{\pi} v \beta_0 \sin (pt + \varphi_1) \right. \\
 & \left. + \frac{T_{11}}{2\pi} b \beta_0 p \cos (pt + \varphi_1) \right] + 2 \rho v b^2 \pi \left( a + \frac{1}{2} \right) G \left[ v \alpha_0 \cos (pt + \varphi_0) \right. \\
 & \left. - h_0 p \sin (pt + \varphi_2) - b \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha_0 p \sin (pt + \varphi_0) + \frac{T_{10}}{\pi} v \beta_0 \cos (pt + \varphi_1) \right. \\
 & \left. - \frac{T_{11}}{2\pi} b \beta_0 p \sin (pt + \varphi_1) \right]
 \end{aligned}$$

Όσον αφορά την μέση οριζόντια δύναμη, στην εργασία του ο Garrick παρουσιάζει δυο τρόπους για τον υπολογισμό της:

- Από την εξίσωση της ενέργειας
- Από την εξίσωση της δύναμης

Η συμφωνία των δυο μεθόδων επιβεβαιώνει την ορθότητα των υπολογισμών.

## 1<sup>η</sup> Μέθοδος-Ενεργειακή

Η διατήρηση της ενέργειας απαιτεί την ισχύ της ακόλουθης σχέσης:

$$\overline{W} = \overline{E} + \overline{P}_x v$$

Όπου  $\overline{W}$  είναι η μέση απαιτούμενη ισχύς για την διατήρηση της κίνησης της αεροτομής,  $\overline{E}$  είναι η μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας  $u$  είναι η οριζόντια ταχύτητα της ροής και  $\overline{P}_x$  είναι η μέση οριζόντια δύναμη.

Με βάση λοιπόν την ενεργειακή μέθοδο ο Garrick καταλήγει στις εξής σχέσεις υπολογισμού των παραπάνω μεγεθών:

Έργο:

$$\overline{W} = \pi \rho b^2 \frac{p^3}{k} (B_1 h_0^2 + B_2 \alpha_0^2 + B_3 \beta_0^2 + 2B_4 \alpha_0 h_0 + 2B_5 \beta_0 h_0 + 2B_6 \alpha_0 \beta_0)$$

Αύξηση κινητικής ενέργειας:

$$\overline{E} = \pi \rho b^2 \frac{p^3}{k} [C_1 h_0^2 + C_2 \alpha_0^2 + C_3 \beta_0^2 + 2C_4 \alpha_0 h_0 + 2C_5 \beta_0 h_0 + 2C_6 \alpha_0 \beta_0]$$

Οριζόντια δύναμη (Ωση):

$$\overline{P}_x = \pi \rho b p^2 [A_1 h_0^2 + A_2 \alpha_0^2 + A_3 \beta_0^2 + 2A_4 \alpha_0 h_0 + 2A_5 \beta_0 h_0 + 2A_6 \alpha_0 \beta_0]$$

τα  $A_1, \dots, A_6, B_1, \dots, B_6, C_1, \dots, C_6$  είναι σταθερές που υπολογίζονται από τα δεδομένα του κάθε υπό εξέταση προβλήματος ως εξής:

Σταθερές B

$$\begin{aligned}
 B_1 &= F \\
 B_2 &= b^2 \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - a \right) - \left( a + \frac{1}{2} \right) \left[ F \left( \frac{1}{2} - a \right) + \frac{G}{k} \right] \right\} \\
 B_3 &= b^2 \left[ -\frac{T_{10}}{4\pi^2} + \frac{T_{12}}{2\pi} \left( \frac{T_{11}}{2\pi} F + \frac{T_{10}}{\pi} \frac{G}{k} \right) \right] \\
 B_4 &= \frac{b}{2} \left[ \left( \frac{1}{2} - 2aF + \frac{G}{k} \right) \cos (\varphi_2 - \varphi_0) \right. \\
 &\quad \left. - \left( \frac{F}{k} - G \right) \sin (\varphi_2 - \varphi_0) \right] \\
 B_5 &= \frac{b}{2} \left[ \left( -\frac{T_4}{2\pi} + \frac{T_{11} + T_{12}}{2\pi} F + \frac{T_{10}}{\pi} \frac{G}{k} \right) \cos (\varphi_2 - \varphi_1) \right. \\
 &\quad \left. - \left( \frac{T_{10}}{\pi} \frac{F}{k} + \frac{T_4}{\pi} G \right) \sin (\varphi_2 - \varphi_1) \right] \\
 B_6 &= \frac{b^2}{2} \left\{ \left[ \frac{T_{11}}{4\pi} - \left( \frac{1}{2} - a \right) \frac{T_4}{2\pi} + \left( \frac{T_4}{2\pi} - \frac{T_{11} + T_{12}}{2\pi} a \right) F \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \left( \left( a + \frac{1}{2} \right) \frac{T_{10}}{\pi} - \frac{T_{12}}{2\pi} \right) \frac{G}{k} \right] \cos (\varphi_1 - \varphi_0) \right. \\
 &\quad \left. + \left[ \frac{T_{10}}{2\pi} \frac{1}{k} - \left( \left( a + \frac{1}{2} \right) \frac{T_{10}}{\pi} + \frac{T_{12}}{2\pi} \right) \frac{F}{k} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \left( \frac{T_{11} + T_{12}}{4\pi} - \frac{T_4}{\pi} a \right) G \right] \sin (\varphi_1 - \varphi_0) \right\}
 \end{aligned}$$

Σταθερές C

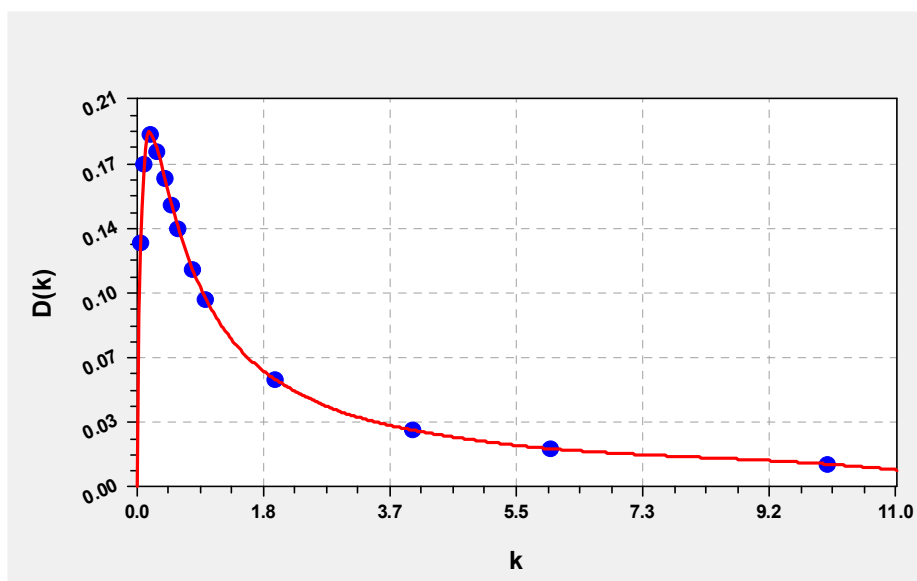
$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{2}{\pi k D} \\
 C_2 &= \frac{2b^2}{\pi k D} \left[ \frac{1}{k^2} + \left( \frac{1}{2} - a \right)^2 \right] \\
 C_3 &= \frac{2b^2}{\pi k D} \left[ \left( \frac{T_{10}}{\pi k} \right)^2 + \left( \frac{T_{11}}{2\pi} \right)^2 \right] \\
 C_4 &= \frac{2b}{\pi k D} \left[ -\frac{1}{k} \sin (\varphi_2 - \varphi_0) + \left( \frac{1}{2} - a \right) \cos (\varphi_2 - \varphi_0) \right] \\
 C_5 &= \frac{2b}{\pi k D} \left[ -\frac{T_{10}}{\pi} \frac{1}{k} \sin (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{T_{11}}{2\pi} \cos (\varphi_2 - \varphi_1) \right] \\
 C_6 &= \frac{2b^2}{\pi k D} \left[ \left( \frac{T_{10}}{\pi} \frac{1}{k^2} + \left( \frac{1}{2} - a \right) \frac{T_{11}}{2\pi} \right) \cos (\varphi_1 - \varphi_0) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{k} \left( \frac{T_{10}}{\pi} \left( \frac{1}{2} - a \right) - \frac{T_{11}}{2\pi} \right) \sin (\varphi_1 - \varphi_0) \right]
 \end{aligned}$$

Σταθερές A

$$A_1 = B_1 - C_1, A_2 = B_2 - C_2 \dots\dots$$

Στις σχέσεις των σταθερών C που χρειάζονται για τον υπολογισμό της μέσης αύξησης της κινητικής ενέργειας ( $\bar{E}$ ) παρατηρούμε το σύμβολο D το οποίο είναι και αυτό συνάρτηση του k.

Το διάγραμμα D(k) παρουσιάζεται παρακάτω μετά από παρεμβολή με κυβική spline.



Σχήμα 2.4 Συνάρτηση D(k)

## 2<sup>η</sup> Μέθοδος-Δυναμική

Η δεύτερη μέθοδος λοιπόν βασίζεται στην εξίσωση της δύναμης:

$$P_x = \pi \rho S^2 + \alpha P + \beta P_\beta$$

Για τον υπολογισμό λοιπόν της μέσης ώσης απαιτείται ο υπολογισμός του μεγέθους  $\pi \rho \bar{S}^2$  όπως και οι μέσες τιμές των μεγεθών  $\alpha P$  και  $\beta P_\beta$ .

Οι τελικές σχέσεις υπολογισμού των παραπάνω μεγεθών λοιπόν είναι:

$$\pi \rho \bar{S}_1^2 = \pi \rho b p^2 (a_1 h_0^2 + a_2 \alpha_0^2 + a_3 \beta_0^2 + 2a_4 \alpha_0 h_0 + 2a_5 \beta_0 h_0 + 2a_6 \alpha_0 \beta_0)$$

Όπου:

$$a_1 = F^2 + G^2$$

$$a_2 = b^2 \left\{ (F^2 + G^2) \left[ \frac{1}{k^2} + \left( \frac{1}{2} - a \right)^2 \right] + \frac{1}{4} - \left( \frac{1}{2} - a \right) F - \frac{1}{k} G \right\}$$

$$a_3 = b^2 \left\{ (F^2 + G^2) \left[ \left( \frac{T_{10}}{\pi k} \right)^2 + \left( \frac{T_{11}}{2\pi} \right)^2 \right] + \frac{1-c^2}{\pi^2 k^2} + \frac{T_4^2}{4\pi^2} \right. \\ \left. + F \left( \frac{-2T_{10}\sqrt{1-c^2}}{\pi^2 k^2} + \frac{T_4 T_{11}}{2\pi^2} \right) + \frac{G}{k} \left( \frac{T_4 T_{10}}{\pi^2} + \frac{T_{11}\sqrt{1-c^2}}{\pi^2} \right) \right\}$$

$$a_4 = b \left\{ (F^2 + G^2) \left[ -\frac{1}{k} \sin (\varphi_2 - \varphi_0) + \left( \frac{1}{2} - a \right) \cos (\varphi_2 - \varphi_0) \right] - \frac{F}{2} \cos (\varphi_2 - \varphi_0) + \frac{G}{2} \sin (\varphi_2 - \varphi_0) \right\}$$

$$a_5 = b \left\{ (F^2 + G^2) \left[ -\frac{T_{10}}{\pi k} \sin (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{T_{11}}{2\pi} \cos (\varphi_2 - \varphi_1) \right] + \frac{F}{2} \left[ \frac{2\sqrt{1-c^2}}{\pi k} \sin (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{T_4}{\pi} \cos (\varphi_2 - \varphi_1) \right] \right. \\ \left. + \frac{G}{2} \left[ \frac{2\sqrt{1-c^2}}{\pi k} \cos (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{T_4}{\pi} \sin (\varphi_2 - \varphi_1) \right] \right\}$$

$$a_6 = b^2 \left\{ (F^2 + G^2) \left[ \left( \frac{T_{10}}{\pi k^2} + \frac{T_{11}}{2\pi} \left( \frac{1}{2} - a \right) \right) \cos (\varphi_1 - \varphi_0) + \left[ \frac{T_{10}}{\pi} \left( \frac{1}{2} - a \right) - \frac{T_{11}}{2\pi} \right] \frac{1}{k} \sin (\varphi_1 - \varphi_0) \right] \right. \\ \left. + \frac{F}{2} \left[ \frac{-2\sqrt{1-c^2}}{\pi k^2} + \frac{T_4}{\pi} \left( \frac{1}{2} - a \right) - \frac{T_{11}}{2\pi} \right] \cos (\varphi_1 - \varphi_0) - \left[ \frac{2\sqrt{1-c^2}}{\pi} \left( \frac{1}{2} - a \right) + \frac{T_4 + T_{10}}{\pi} \right] \frac{1}{k} \sin (\varphi_1 - \varphi_0) \right. \\ \left. + \frac{G}{2} \left[ \frac{-2\sqrt{1-c^2}}{\pi k^2} + \frac{T_4}{\pi} \left( \frac{1}{2} - a \right) + \frac{T_{11}}{2\pi} \right] \sin (\varphi_1 - \varphi_0) + \left[ \frac{2\sqrt{1-c^2}}{\pi} \left( \frac{1}{2} - a \right) + \frac{T_4 - T_{10}}{\pi} \right] \frac{1}{k} \cos (\varphi_1 - \varphi_0) \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{1-c^2}}{2\pi} \frac{1}{k} \sin (\varphi_1 - \varphi_0) - \frac{T_4}{4\pi} \cos (\varphi_1 - \varphi_0) \right\}$$

$$\overline{\alpha P} = \pi \rho b \gamma^2 (b_2 \alpha_0^2 + 2b_4 \alpha_0 h_0 + 2b_6 \alpha_0 \beta_0)$$

Όπου

$$b_2 = b^2 \left[ -\frac{a}{2} - \frac{F}{k^2} + \left( \frac{1}{2} - a \right) \frac{G}{k} \right]$$

$$b_4 = \frac{b}{2} \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{G}{k} \right) \cos (\varphi_2 - \varphi_0) + \frac{F}{k} \sin (\varphi_2 - \varphi_0) \right]$$

$$b_6 = \frac{b^2}{2} \left[ \left( -\frac{T_4}{2\pi} - \frac{F T_{10}}{k^2} + \frac{G T_{11}}{k} \frac{1}{2\pi} \right) \cos (\varphi_1 - \varphi_0) \right. \\ \left. + \left( -\frac{T_4}{2\pi} + F \frac{T_{11}}{2\pi} + \frac{G T_{10}}{k} \frac{1}{\pi} \right) \frac{1}{k} \sin (\varphi_1 - \varphi_0) \right]$$



$$\overline{\beta P_\beta} = \pi \rho b p^2 (c_3 \beta_0^2 + 2c_5 \beta_0 h_0 + 2c_6 \alpha_0 \beta_0)$$

Όπου

$$c_3 = b^2 \left[ -\frac{T_2}{2\pi^2} - \frac{1-c^2}{\pi^2 k^2} - \frac{F}{k^2} \frac{T_{10} T_{20}}{\pi^2} + \frac{G}{k} \frac{T_{11} T_{20}}{2\pi^2} \right]$$

$$c_5 = \frac{b}{2} \left[ \left( -\frac{T_4}{2\pi} + \frac{T_{20} G}{\pi k} \right) \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{T_{20} F}{\pi k} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \right]$$

$$c_6 = \frac{b^2}{2} \left\{ \left[ \frac{T_9}{\pi} - \frac{T_{20} F}{\pi k^2} + \frac{T_{20}}{\pi} \left( \frac{1}{2} - a \right) \frac{G}{k} \right] \cos(\varphi_1 - \varphi_0) \right. \\ \left. + \left[ \frac{T_4 - (1-c)\sqrt{1-c^2}}{2\pi} - \frac{T_{20}}{\pi} \left( \frac{1}{2} - a \right) F \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{T_{20} G}{\pi k} \right] \frac{1}{k} \sin(\varphi_1 - \varphi_0) \right\}$$

Άρα λοιπόν με την χρήση όλων αυτών των σχέσεων, η μέση δύναμη ώσης που ασκείται στην αεροτομή στο διάστημα μιας περιόδου ισούται με:

$$\overline{P_x} = \pi \rho b p^2 [a_1 h_0^2 + (a_2 + b_2) \alpha_0^2 + (a_3 + c_3) \beta_0^2 \\ + 2(a_4 + b_4) \alpha_0 h_0 + 2(a_5 + c_5) \beta_0 h_0 \\ + 2(a_6 + b_6 + c_6) \alpha_0 \beta_0]$$

Όπως αναφέραμε και παραπάνω, ο υπολογισμός της μέσης ώσης μπορεί να πραγματοποιηθεί και με τις δυο μεθόδους και η συμφωνία των αποτελεσμάτων θα καθορίσει την ορθότητα των υπολογισμών.

Τέλος, ο I.E. Garrick ορίζει και έναν βαθμό απόδοσης ως:

$$\frac{\overline{P_x} v}{W} = \frac{\text{energy of propulsion}}{\text{total energy}}$$

Εκφράζει δηλαδή την αναλογία της ενέργειας που παράγεται από την δύναμη ώσης προς την συνολική ενέργεια που καταναλώνεται για την πραγματοποίηση της κίνησης.

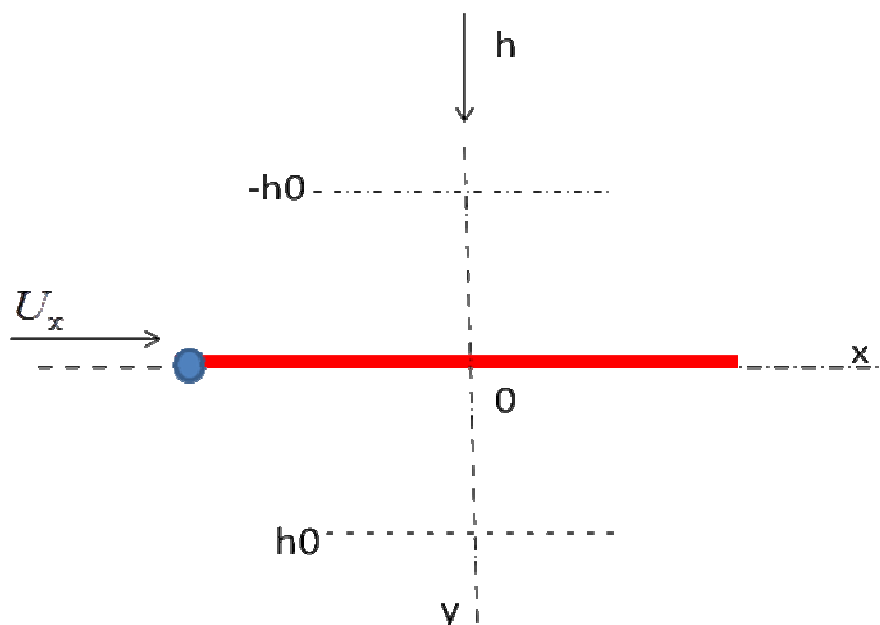
Πλέον λοιπόν, έχει δημιουργηθεί ένα μοντέλο υπολογισμού δυνάμεων και βαθμού απόδοσης. Το μοντέλο αυτό, μπορεί να εφαρμοστεί σ ένα μεγάλο εύρος περιπτώσεων κίνησης μια αεροτομής η ενός συνδυασμού αεροτομής-πτερυγίου μέσα σε μια ομοιόμορφη ροη σε καθέναν η και σε όλους ταυτόχρονα από τους τρεις βαθμούς ελευθερίας.

## Κεφάλαιο 3 Κίνηση αεροτομής με έναν μόνο βαθμό ελευθερίας.

### 3.1 Μεταφορική κίνηση (Plunging)

Στο κεφάλαιο αυτό με βασιζόμενοι στην εργασία του I.E. Garrick “Propulsion of a flapping and oscillating airfoil” που παραθέσαμε παραπάνω, θα διερευνήσουμε την αποδιδόμενη ώση και τον αντίστοιχο βαθμό απόδοσης μιας αεροτομής που πραγματοποιεί μεταφορική κίνηση κάθετα στο ελεύθερο ρεύμα μέσα σε μια ροή μη συνεκτικού ρευστού σταθερής ταχύτητας.

Στο παρακάτω σκαρίφημα παρουσιάζουμε το προς εξέταση πρόβλημα.



Σχήμα 3.1.1 Σκαρίφημα μεταφορικής κίνησης

Επειδή η αεροτομή πραγματοποιεί μόνο μεταφορική κίνηση (plunging) και όχι περιστροφική, οι σχέσεις του Garrick απλοποιούνται αφού  $\alpha=0$  και  $a_0 = 0$ . Επίσης στη περίπτωση μας δεν υπάρχει πτερύγιο (aileron) που σημαίνει ότι  $c=0$  και  $\beta_0 = 0$ .

Οι σχέσεις που δίνονται από τον I.E. Garrick λοιπόν παίρνουν πλέον αυτή τη μορφή.

### 1<sup>η</sup> Μέθοδος υπολογισμού της μέσης ώσης

Μέσο έργο για την διατήρηση της κίνησης:

$$\bar{W} = \pi \rho b^2 \frac{p^3}{k} (B_1 h_0^2)$$

Μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας

$$\bar{E} = \pi \rho b^2 \frac{p^3}{k} (C_1 h_0^2)$$

Μέση ώση

$$\bar{P}_x = \pi \rho b p^2 (A_1 h_0^2)$$

### 2<sup>η</sup> Μέθοδος υπολογισμού της μέσης ώσης

Εξίσωση δύναμης:

$$\bar{P}_x = \pi \rho \bar{S}^2$$

όπου:

$$\pi \rho \bar{S}_1^2 = \pi \rho b p^2 (a_1 h_0^2)$$

Βαθμός απόδοσης

$$\eta = \frac{F^2 + G^2}{F}$$

Τα δεδομένα του προβλήματος διαμορφώνονται ως εξής:

- $b=0,3m$ . Αφού θεωρούμε αεροτομή συνολικού μήκους  $2b=0,6m$  .
- $\rho=1000 \text{ kg} / m^3$  αφού η κίνηση του πέδιλου πραγματοποιείται μέσα σε νερό.

Αρχικά, θα πραγματοποιήσουμε υπολογισμούς με δεδομένες τιμές για την ταχύτητα, το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης και τη συχνότητα κολύμβησης. Οι τιμές των παραμέτρων αυτών προκύπτουν από μέσους όρους προηγούμενων μελετών που βρίσκονται στην βιβλιογραφία [3] και στην συνέχεια της εργασίας θα αναφέρονται ως συνθήκες αναφοράς.

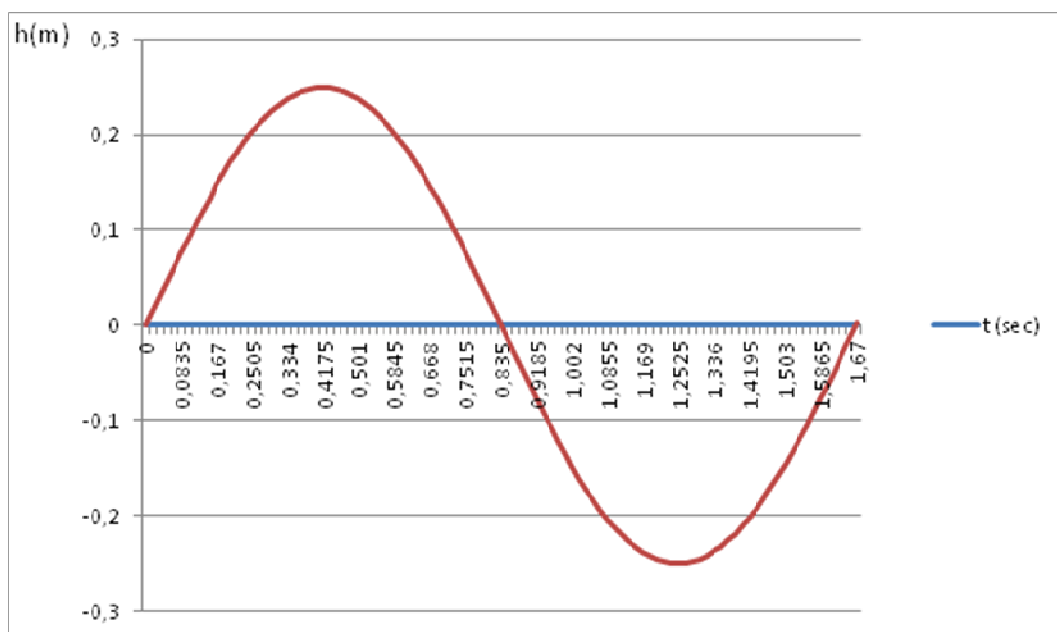
- $h_0 = 0,25m$  . Μέγιστο πλάτος ταλάντωσης.
- $U=1m/s$ . Ταχύτητα ροής.
- $f=0,6Hz$ . Συχνότητα.

Έχουμε λοιπόν μια αεροτομή η οποία πραγματοποιεί μεταφορική κίνηση κάθετα στο ρεύμα ροής με συγκεκριμένο μέγιστο ύψος  $h_0 = 0,25m$  μέσα σε ροή μη συνεκτικού ρευστού σταθερής ταχύτητας  $U_\infty$ .

Το ύψος της αεροτομής την κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση

$$h = h_0 \sin(pt)$$

Θα έχει δηλαδή ημιτονοειδή μεταβολή όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1.2 .



**Σχήμα 3.1.2** Ύψος αεροτομής συναρτήσει του χρόνου

Η αεροτομή δηλαδή, την χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται σε μηδενικό ύψος και κατεβαίνει (το ύψος  $h$  είναι θετικό προς τα κάτω) ώσπου για  $t=T/4$  βρίσκεται στο μέγιστο ύψος. Στη συνέχεια αρχίζει και ανεβαίνει προς τα πάνω και ακολουθεί την αντίστοιχη κίνηση στο πάνω μέρος του οριζοντίου άξονα, και για  $t=T$ , καταλήγει και πάλι στη θέση με μηδενικό ύψος.

Στη συνέχεια, θα υπολογίσαμε με τα υπάρχοντα δεδομένα, την παραγόμενη σε έναν κύκλο λειτουργίας μέση ώση και τον βαθμό απόδοσης της αεροτομής. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 3.1.1 .

f (Hz)	h0(m)	U(m/s)	Px average(N/m)	Efficiency
0,6	0,25	1	242	55%

**Πίνακας 3.1.1**

Στην περίπτωση αυτή, η αεροτομή παράγει ώση και λειτουργεί σαν προωθητικός μηχανισμός με βαθμό απόδοσης 55%.

Στο σημείο αυτό όμως, τίθεται το ερώτημα αν υπό κάποιες συνθήκες η αεροτομή παύει να λειτουργεί σαν προωθητικός μηχανισμός και αν ναι, ποιες είναι οι συνθήκες αυτές.

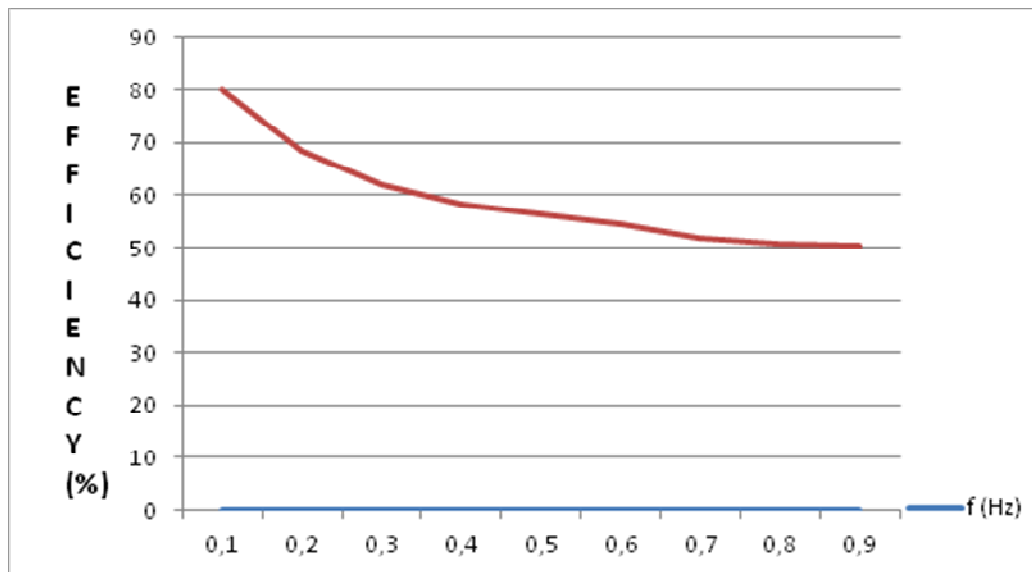
Για την απάντηση στο ερώτημα αυτό, θα υπολογίσουμε την μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου στον ομόρου της αεροτομής  $\bar{E}$ , τη μέση ισχύ για την διατήρηση των ταλαντώσεων  $\bar{W}$ , την μέση ώση  $\bar{P}_x$  τον συντελεστή ώσης  $C_T$  και τον βαθμό απόδοσης για μια γκάμα τιμών των συχνοτήτων από 0,1 έως 0,9 Hz.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 3.1.2 .

f (Hz)	W average	E average	Px average	CT (Thrust coefficient)	efficiency (%)
0,1	17,1	3,5	13,6	0,045	80
0,2	58,8	18,5	40,3	0,134	68,5
0,3	122,25	46,5	75,8	0,253	62
0,4	207,5	86,7	120,8	0,402	58,2
0,5	315,2	137,4	187,2	0,624	56,4
0,6	446,25	202,6	243,6	0,812	54,6
0,7	597	286,2	310,9	1,04	52
0,8	772	380,6	391,5	1,305	50,7
0,9	970,9	480,6	490,2	1,634	50,5

**Πίνακας 3.1.2**

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η εξέλιξη του βαθμού απόδοσης συναρτήσει της συχνότητας.



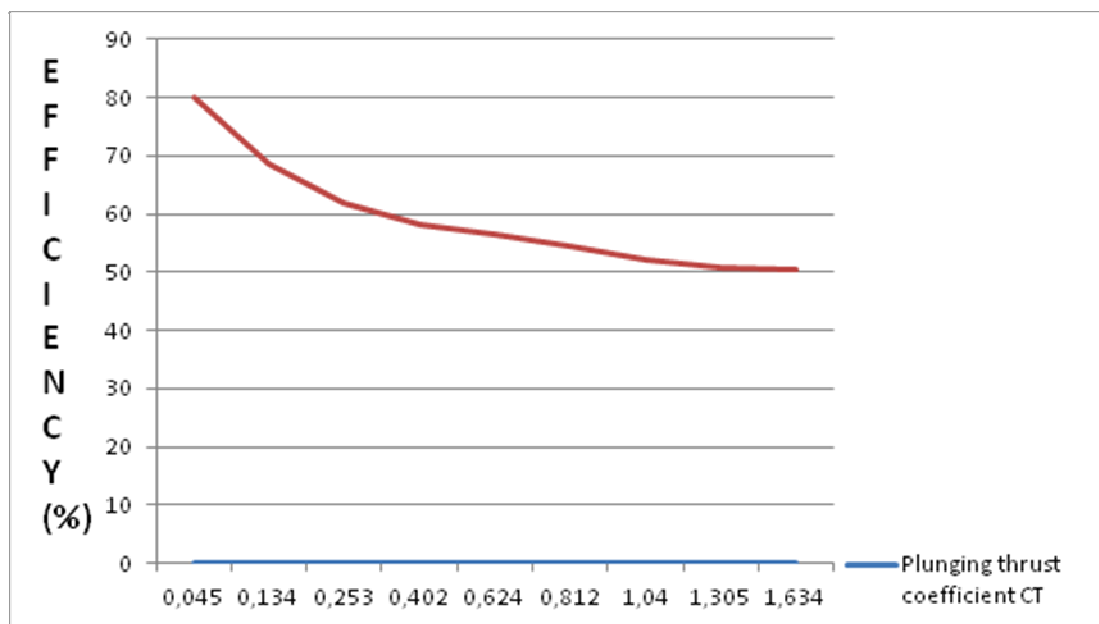
Σχημα 3.1.3 Βαθμός απόδοσης συναρτήσει της συχνότητας

Παρατηρούμε ότι στο εύρος τιμών των συχνοτήτων που επιλέξαμε, η αεροτομή σε κάθε περίπτωση αποδίδει ώση. Η μέση ισχύς για την διατήρηση των ταλαντώσεων δηλαδή, είναι μεγαλύτερη από την μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου στον ομόρου της αεροτομής, άρα, συμφώνα και με τον I.E. Garrick, η οριζόντια δύναμη  $P_x$  είναι θετική και συμβάλλει στην κίνηση της αεροτομής.

Όσον αφορά τον βαθμό απόδοσης, στις μικρές συχνότητες ταλάντωσης είναι υψηλός της τάξης του 70-80%. Όσο όμως αυξάνεται η συχνότητα ταλάντωσης ο βαθμός απόδοσης μειώνεται δραστικά.



Στη συνέχεια παραθέτουμε το διάγραμμα του βαθμού απόδοσης συναρτήσει του συντελεστή ώσης.



**Σχήμα 3.1.4** Βαθμός απόδοσης συναρτήσει του συντελεστή ώσης

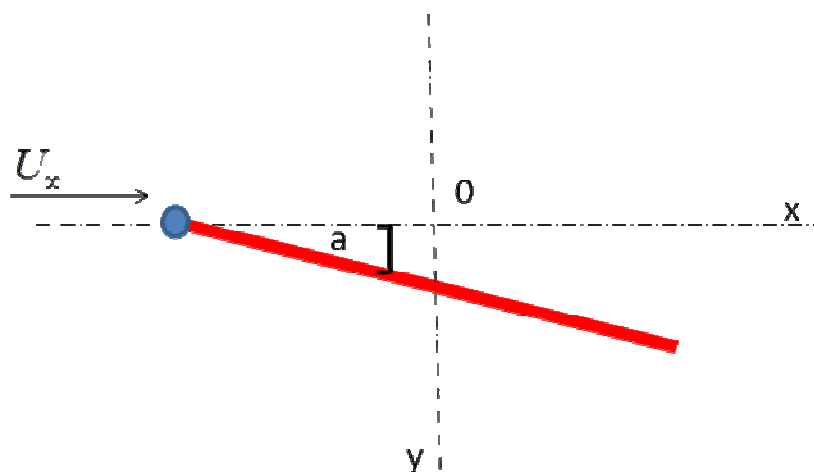
Είναι φανερό από το διάγραμμα ότι τα δυο μεγέθη είναι αντιστρόφως ανάλογα. Μεγάλος βαθμός απόδοσης σημαίνει μικρός συντελεστής ώσης.

Αυτό λοιπόν δηλώνει ότι για να έχουμε το βέλτιστο αποτέλεσμα πρέπει να βρεθεί κατάλληλος συνδυασμός των παραμέτρων που να συνδυάζει όσο το δυνατόν μεγαλύτερο συντελεστή ώσης με όσο το δυνατόν υψηλότερο βαθμό απόδοσης.

### 3.2 Περιστροφική κίνηση (Pitching)

Όπως και στην περίπτωση της κατακόρυφης κίνησης, βασιζόμενοι στην εργασία του I.E. Garrick "Propulsion of a flapping and oscillating airfoil", θα διερευνήσουμε την αποδιδόμενη ώση και τον αντίστοιχο βαθμό απόδοσης μιας αεροτομής που πραγματοποιεί περιστροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής μέσα σε μια ροή μη συνεκτικού ρευστού σταθερής ταχύτητας.

Στο παρακάτω σκαρίφημα παρουσιάζουμε το προς εξέταση πρόβλημα.



Σχήμα 3.2.1 Σκαρίφημα περιστροφικής κίνησης

Επειδή λοιπόν η αεροτομή πραγματοποιεί μόνο περιστροφική κίνηση (pitching) και όχι κατακόρυφη οι σχέσεις του Garrick απλοποιούνται αφού  $h_0 = 0$ . Επίσης στη περίπτωση μας δεν υπάρχει πτερύγιο (aileron) που σημαίνει ότι  $c=0$  και  $\beta_0 = 0$ .

Οι σχέσεις που δίνονται από τον I.E. Garrick λοιπόν παίρνουν πλέον αυτή τη μορφή.

### 1<sup>η</sup> Μέθοδος υπολογισμού της μέσης ώσης

Μέσο έργο για την διατήρηση της κίνησης:

$$\bar{W} = \pi \rho b^2 \frac{p^3}{k} (B_2 a_0^2)$$

Μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας

$$\bar{E} = \pi \rho b^2 \frac{p^3}{k} (C_2 a_0^2)$$

Μέση ώση

$$\bar{P}_x = \pi \rho b p^2 (A_2 a_0^2)$$

### 2<sup>η</sup> Μέθοδος υπολογισμού της μέσης ώσης

Εξίσωση δύναμης:

$$\bar{P}_x = \pi \rho \bar{S}^2 + \bar{a} \bar{P}$$

όπου:

$$\pi \rho \bar{S}_1^2 = \pi \rho b p^2 (a_2 a_0^2)$$

και

$$\bar{a} \bar{P} = \pi \rho b p^2 (b_2 a_0^2)$$

Τα δεδομένα του προβλήματος διαμορφώνονται ως εξής:

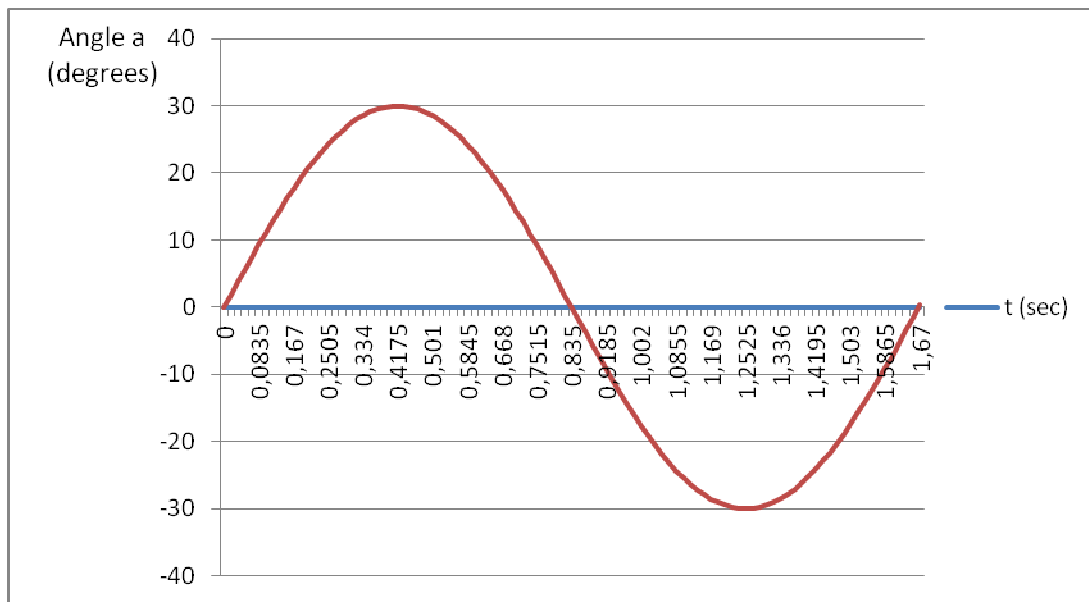
- $b=0,3\text{m}$ . Αφού θεωρούμε αεροτομή συνολικού μήκους  $2b=0,6\text{m}$ .
- $\rho=1000\text{ kg/m}^3$  αφού η κίνηση του πέδιλου πραγματοποιείται μέσα σε νερό.
- $a_0 = 30^\circ$ . Μέγιστη γωνία περιστροφής.
- $U=1\text{m/s}$ . Ταχύτητα ροής.
- $f=0,6\text{Hz}$ . Συχνότητα.
- $\alpha=-1$ . Αφού η περιστροφή πραγματοποιείται γύρω από το μέτωπο προσβολής της αεροτομής.

Έχουμε λοιπόν μια αεροτομή η οποία πραγματοποιεί περιστροφική κίνηση με συγκεκριμένη μέγιστη γωνία περιστροφής  $a_0 = 30^\circ$  μέσα σε ροή μη συνεκτικού ρευστού σταθερής ταχύτητας  $U_\infty$ .

Η γωνία της αεροτομής με τον οριζόντιο άξονα την κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση

$$a = a_0 \sin(pt)$$

Και είναι θετική ωρολογιακά. Θα έχει δηλαδή ημιτονοειδή μεταβολή όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2.2.



**Σχήμα 3.2.2** Γωνία  $\alpha$  συναρτήσει του χρόνου

Η αεροτομή την χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται σε μηδενική γωνία και κατεβαίνει (η γωνία  $\alpha$  είναι θετική ωρολογιακά) ώσπου για  $t=T/4$  βρίσκεται στη μέγιστη γωνία  $\alpha=30^\circ$ . Στη συνέχεια αρχίζει και ανεβαίνει προς τα πάνω και ακολουθεί την αντίστοιχη κίνηση στο πάνω μέρος του οριζοντίου άξονα και για  $t=T$  καταλήγει και πάλι στη θέση με μηδενική γωνία, δηλαδή σε οριζόντια θέση.

Στη συνέχεια, υπολογίσαμε με τα υπάρχοντα δεδομένα, την παραγόμενη σε έναν κύκλο λειτουργίας μέση ώση και τον βαθμό απόδοσης της αεροτομής.

f (Hz)	$\alpha_0$	U (m/s)	Px average N/m	efficiency
0,6	$30^\circ$	1	122,5	33,5%

**Πίνακας 3.2.1**

Στην περίπτωση αυτή λοιπόν, η αεροτομή παράγει ώση και λειτουργεί σαν προωθητικός μηχανισμός με βαθμό απόδοσης 33,5%.

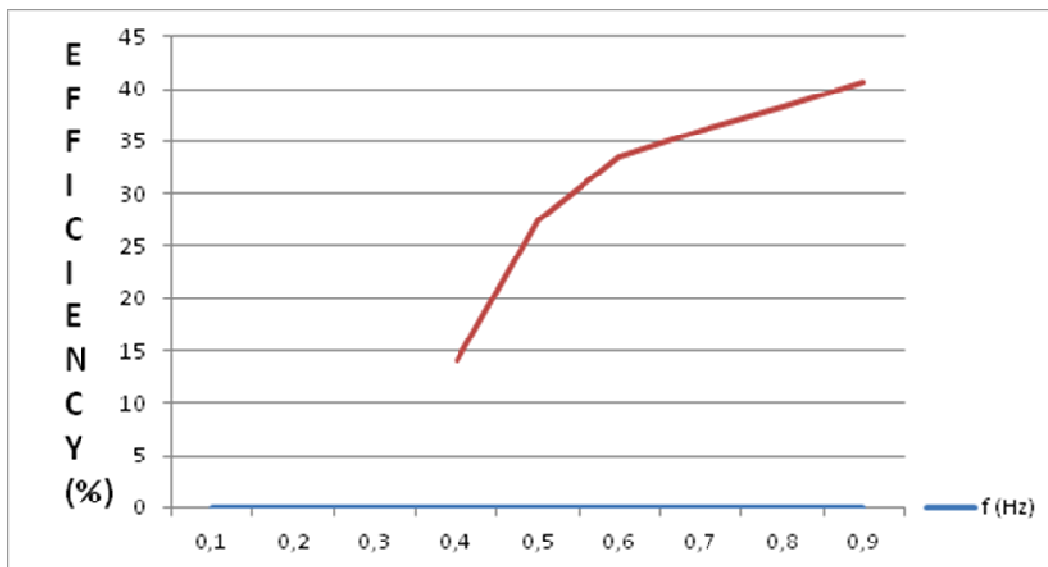
Στο σημείο αυτό, όπως και στην περίπτωση της μεταφορικής κίνησης, τίθεται το ερώτημα αν υπό κάποιες συνθήκες η αεροτομή παύει να λειτουργεί σαν προωθητικός μηχανισμός και αν ναι, ποιες είναι οι συνθήκες αυτές.

Για την απάντηση στο ερώτημα αυτό, θα υπολογίσουμε όπως και πριν την μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας ανα μονάδα χρόνου στον ομόρου της αεροτομής  $\bar{E}$ , την μέση ισχύ για την διατήρηση των ταλαντώσεων  $\bar{W}$ , την μέση ώση  $\bar{P}_x$  τον συντελεστή ώσης  $C_T$  και τον βαθμό απόδοσης για μια γκάμα συχνοτήτων από 0,1 έως 0,9 Hz.

f (Hz)	W average	E average	Px average	CT (Thrust coefficient)	efficiency (%)
0,1	7,3	41,8	-34,5	-0,115	-
0,2	36,7	68	-31,3	-0,104	-
0,3	87,7	98,7	-11	-0,0367	-
0,4	159,7	137,3	22,3	0,074	14
0,5	252,5	183,2	69,3	0,231	27,5
0,6	364,8	242,8	122,5	0,408	33,5
0,7	500	419,2	180,6	0,602	36,1
0,8	654,5	404,2	250,2	0,834	38,2
0,9	830	492,9	337	1,123	40,6

Πίνακας 3.2.2

Στο σχήμα 3.2.3 φαίνεται η εξέλιξη του βαθμού απόδοσης συναρτήσει της συχνότητας.



**Σχημα 3.2.3** Βαθμος αποδοσης συναρτήσει της συχνοτητας

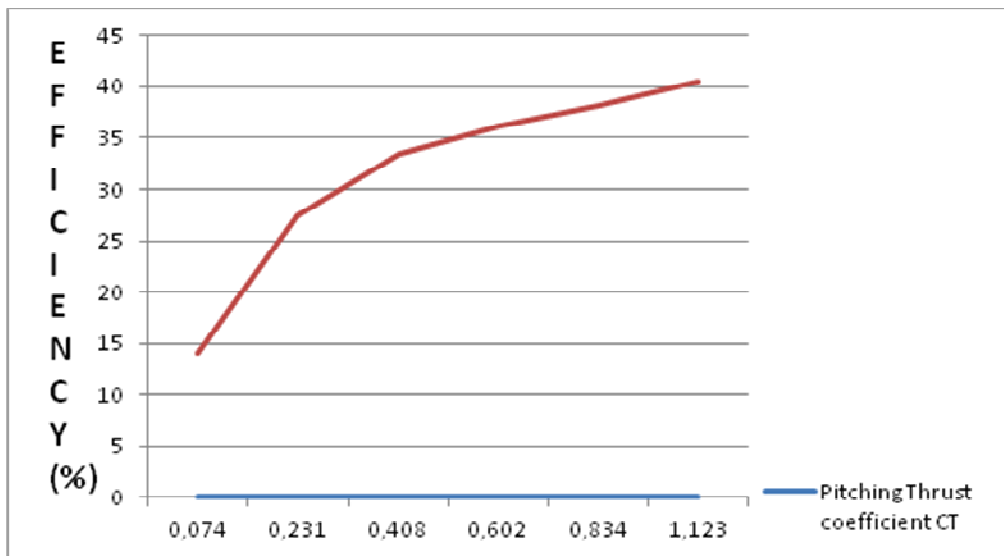
Παρατηρούμε ότι στο εύρος τιμών των συχνοτήτων που επιλέξαμε, η αεροτομή δεν αποδίδει πάντα ώση.

Ποιό συγκεκριμένα, για χαμηλές συχνότητες (0,1-0,2-0,3 Hz), η μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας στον ομόρου της αεροτομής είναι μεγαλύτερη από το μέσο απαιτούμενο έργο για την διατήρηση των ταλαντώσεων. Αυτό σημαίνει ότι η οριζόντια δύναμη είναι αρνητική και αντιτίθεται στη κίνηση της αεροτομής, οπότε δεν παράγεται ώση (Thrust) αλλά οπισθέλκουσα (Drag).

Στις υπόλοιπες περιπτώσεις δηλαδή, καθώς η συχνότητα αυξάνεται, η οριζόντια δύναμη  $P_x$  είναι θετική, συμβάλλει στην κίνηση της αεροτομής και αποτελεί ώση.

Όσον αφορά τον βαθμό απόδοσης, στις μικρές συχνότητες ταλάντωσης όπως προαναφέραμε η ώση είναι αρνητική οπότε αυτός δεν ορίζεται. Όσο όμως αυξάνεται η συχνότητα ταλάντωσης ο βαθμός απόδοσης επίσης αυξάνεται χωρίς όμως να πάρει ιδιαίτερα μεγάλες τιμές.

Στη συνέχεια παραθέτουμε το διάγραμμα του βαθμού απόδοσης συναρτήσει του συντελεστή ώσης.



**Σχήμα 3.2.4** Βαθμός απόδοσης συναρτήσει του συντελεστή ώσης

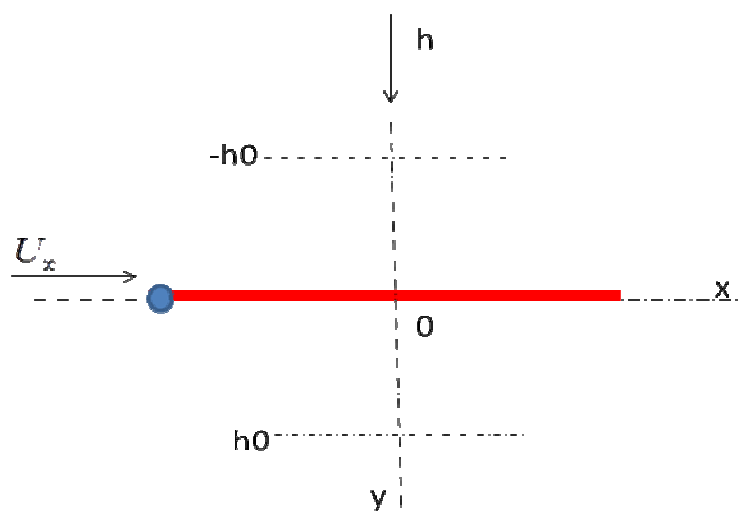
Είναι φανερό ότι όσο αυξάνεται ο συντελεστής ώσης, τόσο αυξάνεται και η απόδοση της αεροτομής κάτι που είναι πολύ θετικό αφού μπορούμε να συνδυάσουμε ταυτόχρονα μέγιστη ώση με μέγιστη απόδοση.



### 3.3 Σύγκριση των δύο επιμέρους κινήσεων

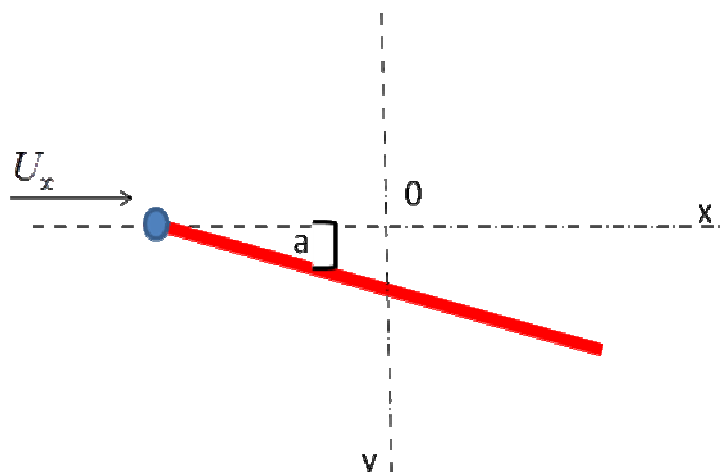
Στα δύο προηγούμενα κεφάλαια αντιμετωπίσαμε δύο διαφορετικά προβλήματα κίνησης μιας αεροτομής σε έναν μόνο βαθμό ελευθερίας μέσα σε ροή μη συνεκτικού ρευστού σταθερής ταχύτητας.

1. Μεταφορική κίνηση της αεροτομής (Plunging) κάθετα προς το ρεύμα ροής με σταθερό μέγιστο ύψος ταλάντωσης.



Σχήμα 3.3.1 Σκαρίφημα κατακόρυφης κίνησης

2. Περιστροφική κίνηση της αεροτομής (Pitching) με σταθερή μέγιστη γωνία περιστροφής.



Σχήμα 3.3.2 Σκαρίφημα περιστροφικής κίνησης

Βασιζόμενοι λοιπόν στην εργασία του I.E. Garrick “Propulsion of a flapping and oscillating airfoil” που παραθέσαμε παραπάνω, πραγματοποιήσαμε και για τις δυο περιπτώσεις υπολογισμούς για την εύρεση της μέσης ώσης και του αντιστοίχου συντελεστή ώσης αλλά και του βαθμού απόδοσης.

Αρχικά πήραμε ως δεδομένα τα εξής:

- $b=0,3m$ . Αφού θεωρούμε αεροτομή συνολικού μήκους  $2b=0,6m$ .
- $\rho=1000 \text{ kg} / m^3$  αφού η κίνηση του πέδilu πραγματοποιείται μέσα σε νερό.
- $U=1m/s$ . Ταχύτητα ροής.
- $f=0,6Hz$ . Συχνότητα.
- $h_0 = 0,25m$  μέγιστο πλάτος ταλάντωσης στην περίπτωση της κατακόρυφης κίνησης.
- $\alpha_0 = 30^\circ$  μέγιστη γωνία περιστροφής και  $\alpha=-1$  για την περίπτωση της περιστροφικής κίνησης.

Στη συνέχεια, πραγματοποιήσαμε του ίδιους υπολογισμούς μεταβαλλόντας τη συχνότητα ταλάντωσης μέσα σε μια γκάμα τιμών των συχνοτήτων από 0,1 έως 0,9 Hz. Ο σκοπός μας ήταν η διερεύνηση της μεταβολής του συντελεστή ώσης και του βαθμού απόδοσης.

Έχοντας πλέον όλα αυτά τα δεδομένα, μπορούμε να προχωρήσουμε στην αξιολόγηση και την σύγκριση των δυο αυτών διαφορετικών περιπτώσεων κίνησης.

### Μεταφορική κίνηση (Pure Plunging)

Με τα δεδομένα που προαναφέραμε για την περίπτωση αυτή ο βαθμός απόδοσης πρόεκυψε 55% και η μέση ώση  $P_x = 242 N / m$  με αντίστοιχο συντελεστή ώσης  $C_T = 0,8$ .

### Περιστροφική κίνηση (Pure Pitching)

Τα αντίστοιχα αποτελέσματα είναι βαθμός απόδοσης 33,4%, μέση ώση  $P_x = 122,5 N / m$  και συντελεστής ώσης  $C_T = 0,41$ .

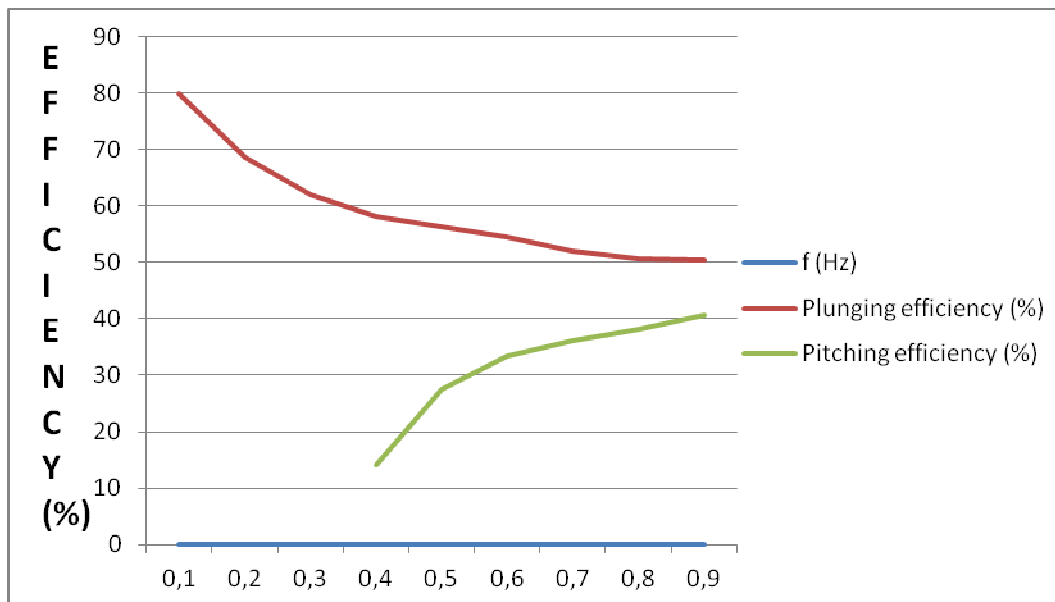
Σε πρώτη φάση λοιπόν βλέπουμε ότι όταν η αεροτομή μας εκτελεί την μεταφορική κίνηση τα αποτελέσματα είναι καλύτερα απ' ό,τι αν εκτελεί την περιστροφική. Τόσο ο βαθμός απόδοσης, όσο και η αποδιδόμενη ώση στην περίπτωση της κατακόρυφης κίνησης είναι περίπου δύο φορές υψηλότερα απ' ό,τι στην περιστροφική.

Στη συνέχεια μεταβάλλαμε την συχνότητα ταλάντωσης και στις δυο περιπτώσεις από 0,1 έως 0,9 Hz. Τα συγκριτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω.

- Βαθμός απόδοσης

	Plunging	Pitching
f (Hz)	efficiency (%)	efficiency (%)
0,1	80	-
0,2	68,5	-
0,3	62	-
0,4	58,2	14
0,5	56,4	27,5
0,6	54,6	33,5
0,7	52	36,1
0,8	50,7	38,2
0,9	50,5	40,6

Πίνακας 3.3.1



**Σχήμα 3.3.3** Συγκριτικό διάγραμμα μεταβολής του βαθμού απόδοσης συναρτήσει της συχνότητας ταλάντωσης

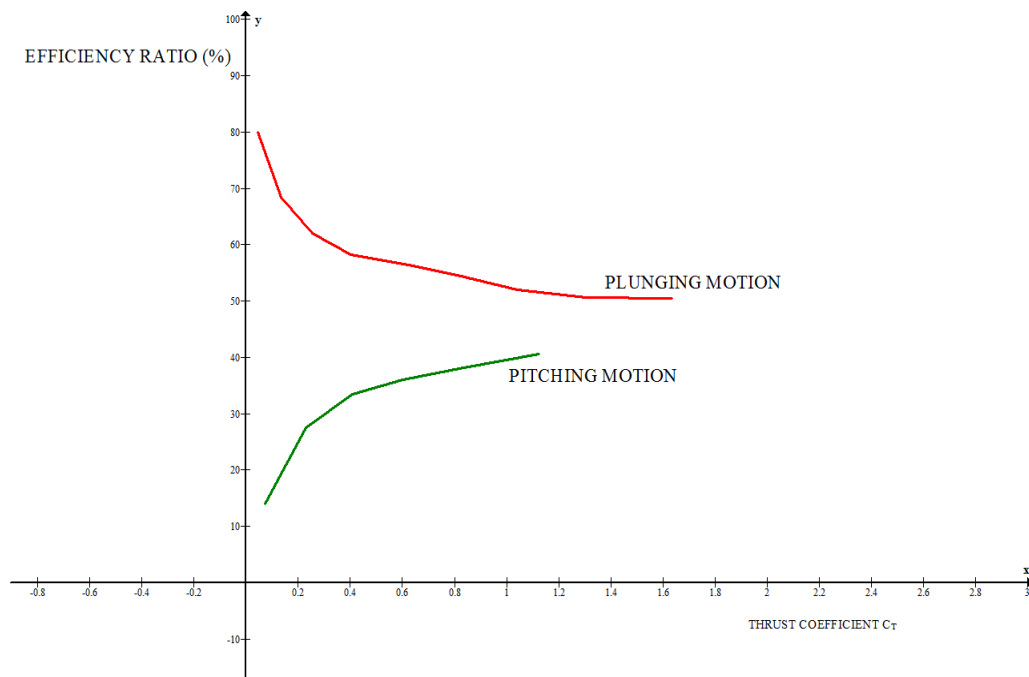
Είναι προφανές ότι κατά την κατακόρυφη κίνηση η αεροτομή παρουσιάζει μεγαλύτερη απόδοση απ ότι στην περιστροφική σε όλες τις περιπτώσεις και ιδίως στις χαμηλές συχνότητες ταλάντωσης.

Η μεγαλύτερη διαφορά είναι ότι ενώ στην περίπτωση της περιστροφικής κίνησης η απόδοση είναι υψηλή για χαμηλές συχνότητες ταλάντωσης και μειώνεται καθώς αυτές μεγαλώνουν, στην περιστροφική κίνηση οι μεγάλες αποδόσεις συναντώνται στις υψηλές συχνότητες ταλάντωσης. Στις χαμηλές συχνότητες όχι μόνο η απόδοση είναι χαμηλή αλλά σε κάποιες περιπτώσεις όπως βλέπουμε δεν ορίζεται βαθμός απόδοσης. Δεν λειτουργεί δηλαδή η αεροτομή σαν προωθητικός μηχανισμός.

- Μέση αποδιδόμενη ώση-Συντελεστής ώσης.

f (Hz)	Plunging		Pitching	
	Px average	CT (Thrust coefficient)	Px average	CT (Thrust coefficient)
0,1	13,6	0,045	-34,5	-0,115
0,2	40,3	0,134	-31,3	-0,104
0,3	75,8	0,253	-11	-0,0367
0,4	120,8	0,402	22,3	0,074
0,5	187,2	0,624	69,3	0,231
0,6	243,6	0,812	122,5	0,408
0,7	310,9	1,04	180,6	0,602
0,8	391,5	1,305	250,2	0,834
0,9	490,2	1,634	337	1,123

Πίνακας 3.3.2



Σχήμα 3.3.4 Μεταβολή του βαθμού απόδοσης συναρτήσει του συντελεστή ώσης για τις δύο επιμέρους κινήσεις.

Από τον πίνακα δεδομένων επιβεβαιώνεται ότι στις χαμηλές συχνότητες, η περιστροφική κίνηση της αεροτομής αποδίδει αρνητική οριζόντια δύναμη. Δε παράγει δηλαδή ώση αλλά οπισθέλκουσα η οποία αντιτίθεται στην κίνηση, οπότε, η αεροτομή δεν λειτουργεί σαν προωθητικός μηχανισμός. Αντιθέτως, η μεταφορική κίνηση παράγει ώση σε όλες τις περιπτώσεις και μάλιστα στις χαμηλές συχνότητες με αρκετά υψηλό βαθμό απόδοσης.

Γενικότερα, κατά την μεταφορική κίνηση της αεροτομής σε όλες τις συχνότητες ταλάντωσης, ο βαθμός απόδοσης και ο συντελεστής ώσης είναι σημαντικά μεγαλύτεροι από τους αντίστοιχους που προκύπτουν κατά την περιστροφική κίνηση της αεροτομής.

Η μεγίστη διαφορά μεταξύ των δυο διαφορετικών κινήσεων της αεροτομής έχει να κάνει με την συσχέτιση του συντελεστή ώσης με τον βαθμό απόδοσης.

Όπως παρατηρούμε από τα αντίστοιχα διαγράμματα, στην περίπτωση της μεταφορικής κίνησης όσο αυξάνεται ο συντελεστής ώσης, ο βαθμός απόδοσης μειώνεται. Αυτό σημαίνει ότι για να έχουμε το βέλτιστο αποτέλεσμα θα πρέπει να βρεθεί ο κατάλληλος συνδυασμός των παραμέτρων της κίνησης ώστε τα δυο αυτά μεγέθη να είναι υψηλό.

Αντιθέτως, στη περίπτωση της περιστροφικής κίνησης, η αύξηση του συντελεστή ώσης σημαίνει και αύξηση της απόδοσης. Όπως βλέπουμε όμως από τα υπολογιστικά αποτελέσματα, σε καμία από τις περιπτώσεις η κίνηση αυτή δεν παράγει καλύτερο αποτέλεσμα από την μεταφορική.

## Κεφάλαιο 4 Σύνθετη κίνηση πένδλου

### 4.1 Προσαρμογή του προβλήματος

Το προς εξέταση πρόβλημά μας είναι αυτό της κίνησης ενός πένδλου κατά την κολύμβηση με συγκεκριμένη σταθερή ταχύτητα. Προσομοιώνουμε το πένδλο με μια ευθεία αεροτομή και την κίνηση του κατά την κολύμβηση με έναν συνδυασμό δύο επιμέρους κινήσεων:

- Της μεταφορικής κίνησης (plunging motion) του πένδλου λόγω της κίνησης ολόκληρου του ποδιού από τον κολυμβητή με συγκεκριμένο μέγιστο πλάτος ( $h_0$ )
- Της περιστροφικής κίνησης (pitching motion) του πένδλου γύρω από τον σύνδεσμο του αστράγαλου με συγκεκριμένη μέγιστη γωνία προσβολής ( $a_0$ )

Στην μελέτη αυτή, θα εστιάσουμε μόνο στο σύστημα του πένδλου με σκοπό την ακριβής εκτίμηση της συμβολής του στην συνολική επίδοση, τη μελέτη της κίνησης αυτής, καθώς και την έρευνα των παραμέτρων που καθορίζουν και βελτιστοποιούν το αποτέλεσμα για τον κολυμβητή.

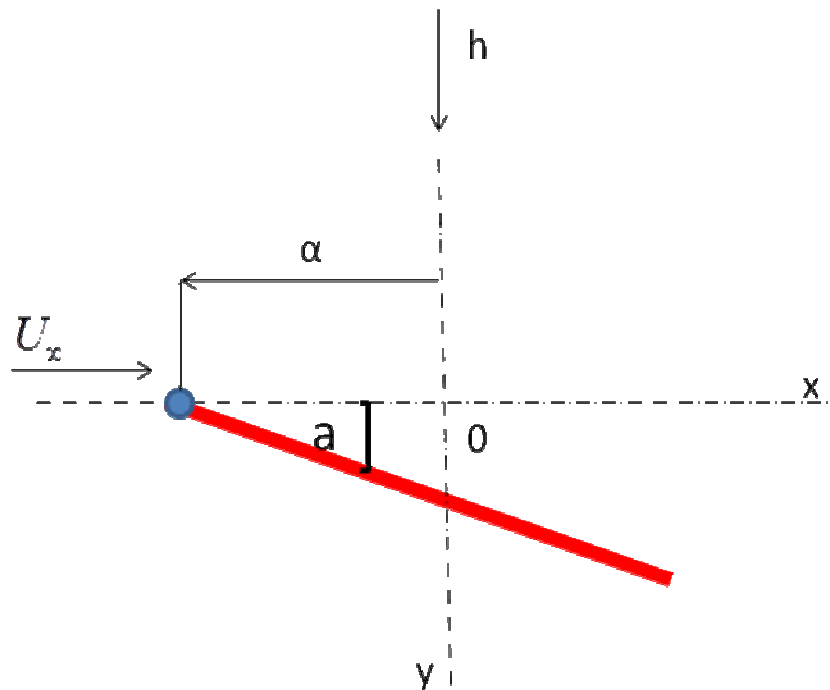
Οι παράμετροι που θα ερευνηθούν λοιπόν είναι οι εξής:

- Η διαφορά φάσης μεταξύ των δυο κινήσεων του πένδλου. Δηλαδή, αν πρέπει να προηγείται η να έπεται η μεταφορική κίνηση της περιστροφικής και κατά πόσο.
- Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης ( $h_0$ ) . Ποιο δηλαδή πρέπει είναι το μέγιστο άνοιγμα των ποδιών του κολυμβητή κατά την κολύμβηση.
- Η συχνότητα κολύμβησης ( $f$ ).
- Η ταχύτητα κολύμβησης ( $U$ ).

Η εργασία *PROPULSION OF A FLAPPING AND OSCILLATING AIRFOIL* του *I.E.Garrick* αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο υπολογισμού δυνάμεων και βαθμού απόδοσης μιας αεροτομής που πραγματοποιεί σύνθετη κίνηση μέσα σε μια ροή μη συνεκτικού ρευστού.

Στη συνέχεια λοιπόν θα προσαρμόσουμε το πρόβλημα μας στην θεωρία του Garrick.

Παρακάτω ακολουθεί σκαρίφημα του προς εξέταση προβλήματος.



**Σχήμα 4.1.1** Σκαρίφημα της σύνθετης κίνησης του πέλδου

Η κόκκινη γραμμή απεικονίζει το πτερύγιο και η μπλε κουκίδα τον σύνδεσμο του αστράγαλου γύρω από τον οποίο πραγματοποιεί την περιστροφική κίνηση.



Στη περίπτωση μας προφανώς δεν υπάρχει πτερύγιο (aileron). Για τον λόγο αυτό λοιπόν, οι σχέσεις του Garrick για τον υπολογισμό δυνάμεων και ενεργειών απλοποιούνται αρκετά αφού  $c=0$  και  $\beta_0=0$  και παίρνουν πλέον αυτή τη μορφή.

*Δύναμη άνωσης (Lift force)*

$$\begin{aligned}
 P = & -\rho b^2 [u\pi a_0 p \cos(pt + \phi_0) - \pi h_0 p^2 \sin(pt + \phi_2) + \pi b a a_0 p^2 \sin(pt + \phi_0)] \\
 & - 2\pi \rho u b F [u a_0 \sin(pt + \phi_0) + h_0 p \cos(pt + \phi_2) + b(\frac{1}{2} - a) a_0 p \cos(pt + \phi_0)] \\
 & - 2\pi \rho u b G [u a_0 \cos(pt + \phi_0) - h_0 p \sin(pt + \phi_2) + b(\frac{1}{2} - a) a_0 p \sin(pt + \phi_0)]
 \end{aligned}$$

*Ροπή για την περιστροφή του της αεροτομής:*

$$\begin{aligned}
 M_a = & -\rho b^2 [\pi(\frac{1}{2} - a) u b a_0 p \cos(pt + \phi_0) - \pi b^2 (\frac{1}{8} + a^2) a_0 p^2 \sin(pt + \phi_0) \\
 & + a \pi b h_0 p^2 \sin(pt + \phi_2)] \\
 & + 2\rho u b^2 \pi (\frac{1}{2} + a) F [u a_0 \sin(pt + \phi_0) + h_0 p \cos(pt + \phi_2) + b(\frac{1}{2} - a) a_0 p \cos(pt + \phi_0)] \\
 & + 2\rho u b^2 \pi (\frac{1}{2} + a) G [u a_0 \cos(pt + \phi_0) - h_0 p \sin(pt + \phi_2) - b(\frac{1}{2} - a) a_0 p \sin(pt + \phi_0)]
 \end{aligned}$$

1<sup>η</sup> Μέθοδος υπολογισμού της μέσης ώσης

Μέσο έργο για την διατήρηση της κίνησης:

$$\bar{W} = \pi \rho b^2 \frac{P^3}{k} (B_1 h_0^2 + B_2 a_0^2 + 2B_4 a_0 h_0)$$

Μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας

$$\bar{E} = \pi \rho b^2 \frac{P^3}{k} (C_1 h_0^2 + C_2 a_0^2 + 2C_4 a_0 h_0)$$

Μέση ώση

$$\bar{P}_x = \pi \rho b p^2 (A_1 h_0^2 + A_2 a_0^2 + 2A_4 a_0 h_0)$$

2<sup>η</sup> Μέθοδος υπολογισμού της μέσης ώσης

Εξίσωση δύναμης:

$$\bar{P}_x = \pi \rho \bar{S}^2 + \bar{aP}$$

όπου:

$$\pi \rho \bar{S}_1^2 = \pi \rho b p^2 (a_1 h_0^2 + a_2 a_0^2 + 2a_4 a_0 h_0)$$

και

$$\bar{aP} = \pi \rho b p^2 (b_2 a_0^2 + 2b_4 a_0 h_0)$$

Τα δεδομένα του προβλήματος διαμορφώνονται ως εξής:

- $b=0,3\text{m}$  Αφού το πέδιλο έχει συνολικό μήκος  $2b=0,6\text{m}$  .
- $\alpha=-1$  Το πέδιλο μας πραγματοποιεί περιστροφική κίνηση γύρω από άξονα που περνά από το μέτωπο προσβολής (αστράγαλος).
- $\alpha_0 = 30^\circ$  Μέγιστη γωνία προσβολής.
- $\rho=1000\text{ kg} / \text{m}^3$  αφού η κίνηση του πέδιλου πραγματοποιείται μέσα σε νερό.

Αρχικά, θα πραγματοποιήσουμε υπολογισμούς στις συνθήκες αναφοράς.

- $h_0 = 0,25\text{m}$  . Μέγιστο πλάτος ταλάντωσης κατά τη κολύμβηση με χρήση πέδινων.
- $U=1\text{m/s}$ . Ταχύτητα κολύμβησης με χρήση πέδινων.
- $f=0,6\text{Hz}$ . Συχνότητα κατά τη κολύμβηση.

## 4.2 Εύρεση διαφοράς φάσης για μέγιστη απόδοση

Όπως έχουμε προαναφέρει, η ταλάντωση του πεδίου κατά την κολύμβηση είναι μια σύνθετη κίνηση η οποία στην πραγματικότητα αποτελείται από δυο επιμέρους κινήσεις.

Την μεταφορική κίνηση (plunging motion) και την περιστροφική κίνηση (pitching motion).

Το ύψος της αεροτομής και η γωνία που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο σε κάθε χρονική στιγμή δίνονται από τις σχέσεις:

$$a = a_0 \sin(pt + \phi_0)$$

$$h = h_0 \sin(pt + \phi_2)$$

Οι δυο κινήσεις λοιπόν μπορούν είτε να είναι συμφασικές είτε να έχουν κάποια διαφορά φάσης μεταξύ τους. Το γεγονός αυτό λοιπόν θα ερευνήσουμε στο κομμάτι αυτό της εργασίας. Αν δηλαδή επηρεάζει η διαφορά φάσης μεταξύ των δυο κινήσεων τον βαθμό απόδοσης της αεροτομής και αν ναι, ποια είναι η διαφορά φάσης με την οποία η απόδοση μεγιστοποιείται.

Κρατώντας σταθερή τη γωνία φάσης της περιστροφικής κίνησης  $\Phi_0 = 0$  και αλλάζοντας αυτήν της μεταφορικής κίνησης  $\Phi_2$  υπολογίσαμε βάση των τύπων της ενεργειακής μεθόδου της εργασίας του I.E. Garrick τη μέση δύναμη πρόωσης ( $\bar{P}_x$ ), την μέση απαιτούμενη ισχύ για την διατήρηση των ταλαντώσεων ( $\bar{W}$ ), την μέση αύξηση της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου ( $\bar{E}$ ) και τέλος, τον βαθμό απόδοσης.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον ακόλουθο πίνακα:

	<b>W average</b>	<b>E average</b>	<b>Px (N/m)</b>	<b>C<sub>T</sub></b>	<b>Efficiency Ratio</b>
<b>Φ2=0</b>	1583,7	831	752,8	2,509333	47,50%
<b>Φ2=60°</b>	940,4	442,8	497,5	1,658333	53%
<b>Φ2=90°</b>	513	220,7	292,2	0,974	57%
<b>Φ2=120°</b>	165,5	59,5	105,9	0,353	64%
<b>Φ2=180°</b>	32,67	63,8	-31,1	-0,10367	-

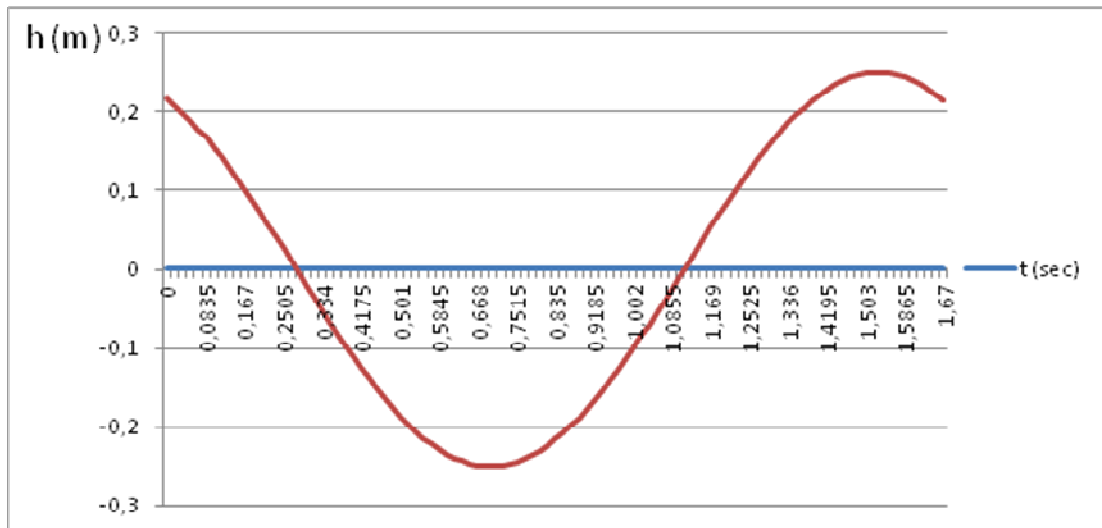
**Πίνακας 4.2.1**

Παρατηρούμε ότι για  $\Phi_2=120^\circ$  ο βαθμός απόδοσης είναι μέγιστος. Επίσης απαιτείται η λιγότερη ενέργεια (W) για την διατήρηση της κίνησης κάτι που στη περίπτωση μας σημαίνει ότι η κολύμβηση θα είναι ποιο ξεκούραστη.

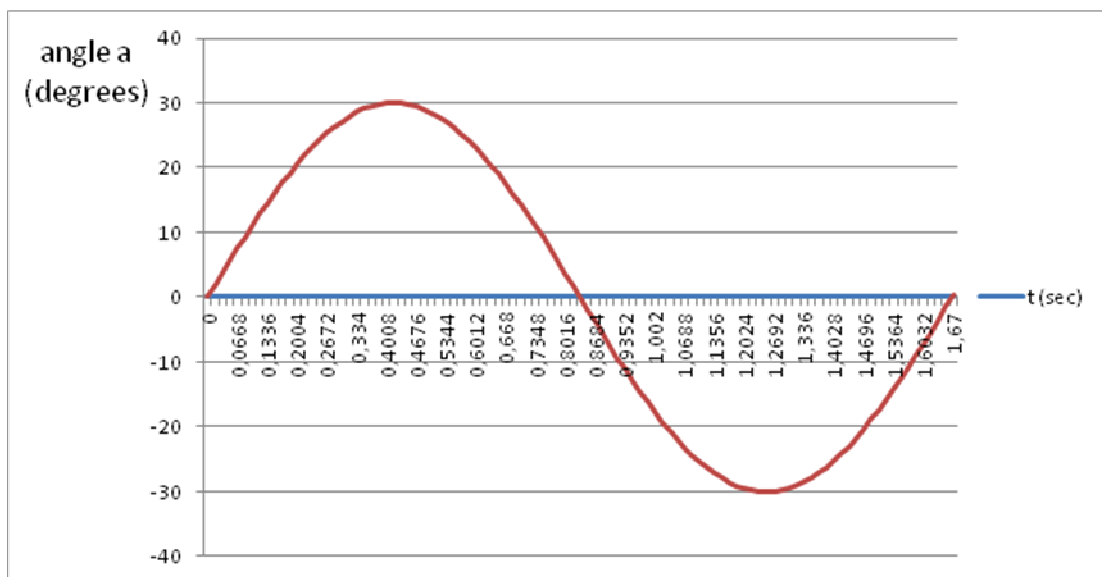
Επίσης, στην περίπτωση  $\Phi_2=180^\circ$  η μέση ώση παίρνει αρνητική τιμή. Αυτό σημαίνει ότι η αεροτομή δεν λειτουργεί σαν προωθητικός μηχανισμός αφού δημιουργείται οπισθέλκουσα (Drag).

Τα δεδομένα λοιπόν μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι ο βέλτιστος βαθμός απόδοσης κατά την κολύμβηση με τη χρήση πεδίων παρατηρείται όταν η μεταφορική κίνηση των ποδιών προηγείται κατά  $120^\circ$  της περιστροφικής κίνησης των πεδίων γύρω από τον αστράγαλο. Στην περίπτωση αυτή η απόδοση ισούται με 64% και ο συντελεστής ώσης με  $C_T = 0,35$ .

Τέλος, παραθέτουμε την εξέλιξη του ύψους h και της γωνίας  $\alpha$  της αεροτομής, όπως και ένα σκαρίφημα που απεικονίζει την σύνθετη κίνηση του πέδιλου στους δυο βαθμούς ελευθερίας κατά τη διάρκεια μιας περιόδου εάν εφαρμοστεί με ακρίβεια η παραπάνω εξεταζόμενη περίπτωση κολύμβησης με διαφορά φάσης  $120^\circ$ .



Σχήμα 4.2.1 Ύψος αεροτομής σε συνάρτηση με το χρόνο (θετικό προς τα κάτω)

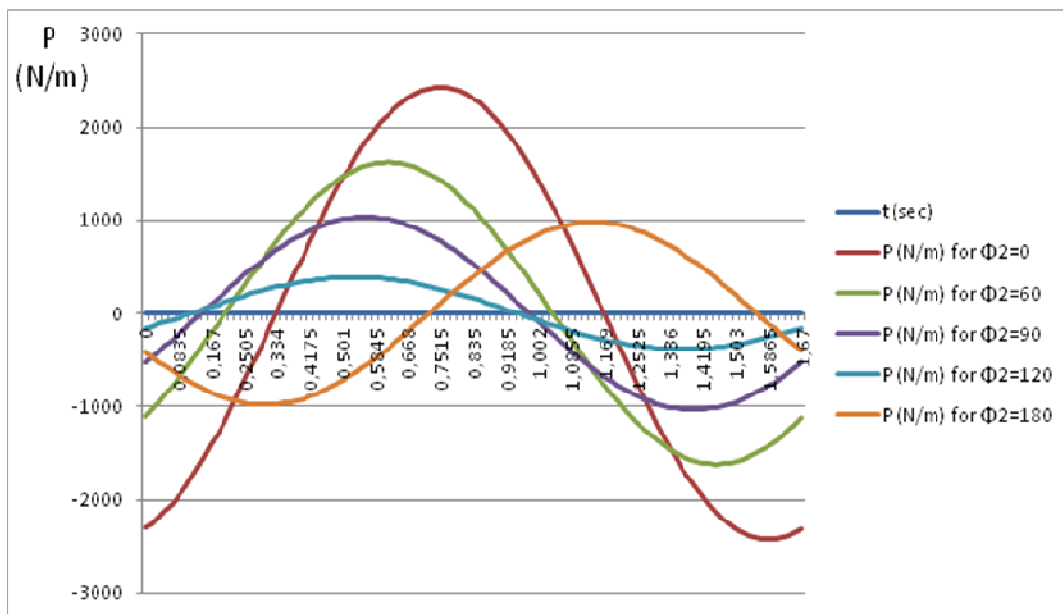


Σχήμα 4.2.2 Γωνία  $\alpha$  της αεροτομής με τον οριζόντιο άξονα σε συνάρτηση με το χρόνο (θετική ωρολογιακά)



Στη συνέχεια, χωρίσαμε το χρονικό διάστημα της μιας περιόδου σε 100 υποδιαστήματα και εξετάσαμε την εξέλιξη της στιγμιαίας άνωσης (P) κρατώντας σταθερή τη γωνία φάσης της περιστροφικής κίνησης  $\Phi_0 = 0$  και αλλάζοντας αυτήν της κατακόρυφης κίνησης  $\Phi_2$

Τα αποτελέσματα συγκεντρωτικά φαίνονται στο σχήμα 4.2.4

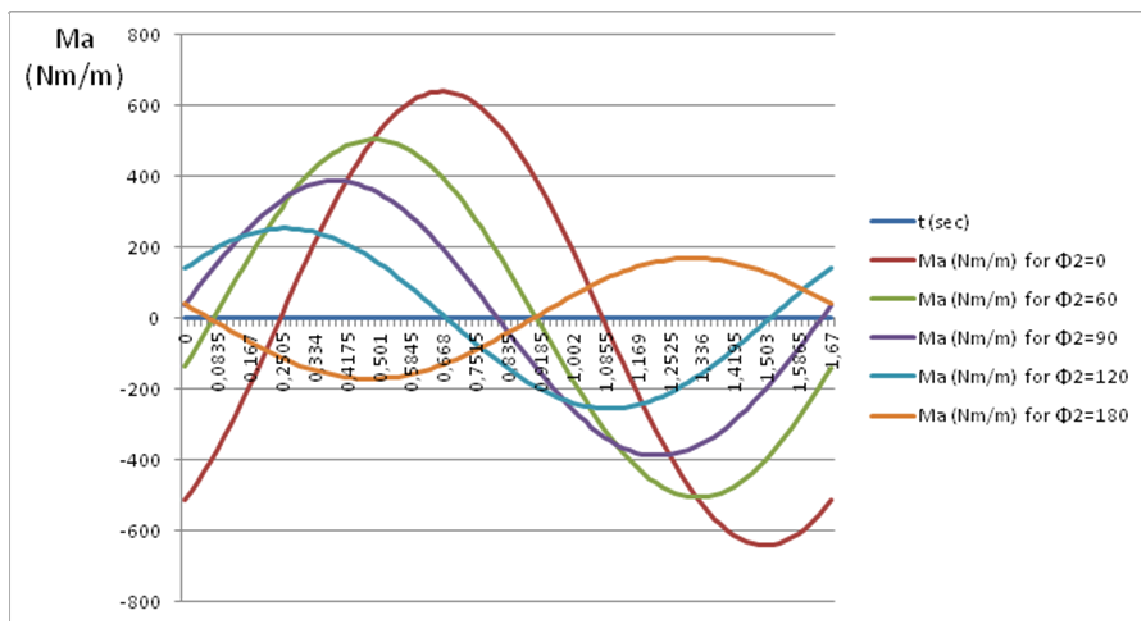


**Σχήμα 4.2.4** Στιγμιαία άνωση σε συνάρτηση με τον χρόνο για διαφορετικές διαφορές φάσης

Παρατηρούμε λοιπόν ότι η άνωση παίρνει τις μεγαλύτερες τιμές για διαφορά φάσης  $0^\circ$ . Αντιθέτως για διαφορά φάσης  $120^\circ$  έχουμε τις μικρότερες τιμές άνωσης.



Την ίδια διαδικασία ακλουθήσαμε για να υπολογίσουμε και να παρακολουθήσουμε την εξέλιξη της στιγμιαίας ροπής του πέδilu (Ma) σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου. Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο ακόλουθο διάγραμμα.



**Σχήμα 4.2.5** Στιγμιαία ροπή σε συνάρτηση με τον χρόνο για διαφορετικές διαφορές φάσης

Όπως λοιπόν παρατηρούμε, η ροπή ελαχιστοποιείται για διαφορά φάσης  $120^\circ$ . Αυτό λοιπόν σημαίνει ότι πρέπει να καταναλωθεί λιγότερη ενέργεια για να υπερνικηθεί η ροπή αυτή. Αντιθέτως η ροπή μεγιστοποιείται για διαφορά φάσης  $0^\circ$ .

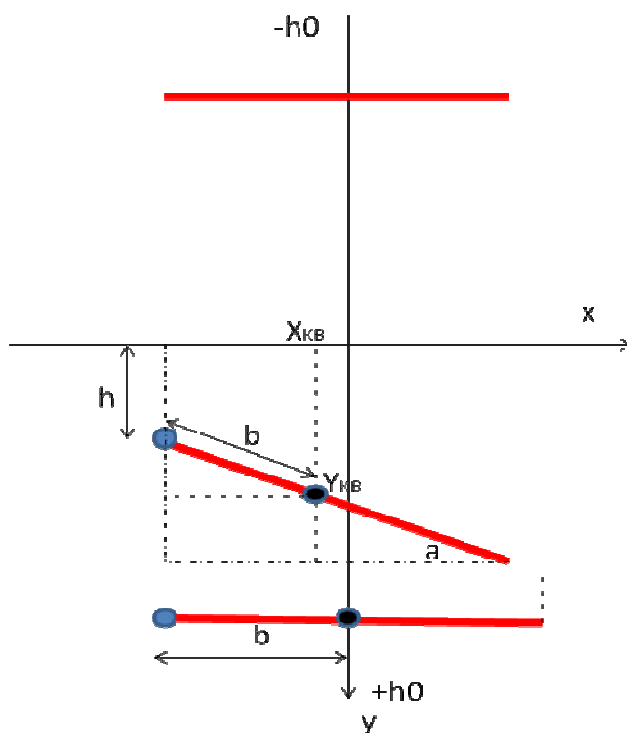
Μπορούμε πλέον να συμπεράνουμε, ότι για να μεγιστοποιηθεί η απόδοση κατά την σύνθετη κίνηση της αεροτομής, πρέπει η διαφορά φάσης μεταξύ της μεταφορικής και της περιστροφικής κίνησης να είναι  $120^\circ$  με την μεταφορική κίνηση να προηγείται (plunging leading pitching).

Καθ όλη τη συνέχεια λοιπόν της εργασίας, οι υπολογισμοί θα πραγματοποιούνται για την περίπτωση βέλτιστης απόδοσης δηλαδή για διαφορά φάσης  $120^\circ$  μεταξύ των δυο κινήσεων.

### 4.3 Ανάλυση ταχυτήτων

Ο I.E. Garrick στην εργασία του υπολογίζει το μέτρο της άνωσης που ασκείται πάνω στην αεροτομή την κάθε χρονική στιγμή. Ωστόσο, δεν δίνει πληροφορίες για την κατεύθυνση της δύναμης αυτής. Σύμφωνα με τη θεωρία του μη συνεκτικού ρευστού, πάνω στην αεροτομή ασκείται μόνο η δύναμη της άνωσης. Η δύναμη αυτή είναι κάθετη στο διάνυσμα της σχετικής ταχύτητας και η προβολή της πάνω στον οριζόντιο άξονα αποτελεί την ώση ή την οπισθέλκουσα. Στο πλαίσιο αυτό λοιπόν, θα προχωρήσουμε στον υπολογισμό της σχετικής ταχύτητας, και στη συνέχεια των δυνάμεων που ασκούνται πάνω στην αεροτομή.

Για να υπολογίσουμε την σχετική ταχύτητα παίρνουμε το παρακάτω αδρανειακό σύστημα αξόνων και τοποθετούμε την αεροτομή σε μια τυχαία χρονική στιγμή. Αυτή λοιπόν, λόγω της σύνθετης κίνησης που πραγματοποιεί, θα βρίσκεται σε ένα ύψος  $h$  και θα σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία  $\alpha$  όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3.1 .



Σχήμα 4.3.1

Η μαύρη κουκίδα είναι το κέντρο βάρους της αεροτομής (KB) και έχει συντεταγμένες  $X_{KB}, Y_{KB}$ .

Όπως βλέπουμε στο σχήμα αυτές είναι:

$$X_{KB} = -(b - b \cos a)$$

$$Y_{KB} = h + b \sin a$$

Αν τώρα τις παραγωγίσουμε θα έχουμε τις ταχύτητες του κέντρου βάρους στον άξονα των x και τον άξονα των y.

$$\dot{X}_{KB} = -\dot{a}b \sin a$$

$$\dot{Y}_{KB} = \dot{h} + b\dot{a} \cos a$$

Όπου όπως έχουμε προαναφέρει στην εργασία του Garrick[1]:

$$a = a_0 \sin(pt)$$

$$h = h_0 \sin(pt + \phi_2)$$

Η διανυσματική ταχύτητα λοιπόν του κέντρου βάρους της αεροτομής ισούται με:

$$\vec{U}_{KB} = (-\dot{a}b \sin a)\vec{i} + (\dot{h} + b\dot{a} \cos a)\vec{j}$$

Όπως είναι γνωστό, η απολυτή ταχύτητα ενός σώματος ισούται με το άθροισμα της ταχύτητας του με την σχετική ταχύτητα. Στην περίπτωση μας λοιπόν:

$$\vec{U}_{\infty} = \vec{U}_{KB} + \vec{U}_{relative} \Rightarrow \vec{U}_{relative} = \vec{U}_{\infty} - \vec{U}_{KB} \Rightarrow$$

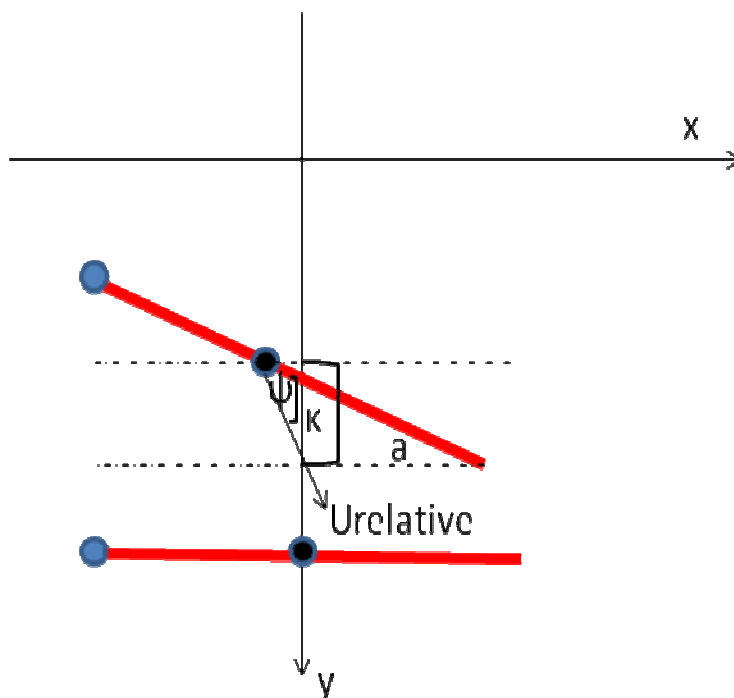
$$\vec{U}_{relative} = (U_{\infty} + \dot{a}b \sin a)\vec{i} + (-\dot{h} - \dot{a}b \cos a)\vec{j}$$

Το μετρό της ταχύτητας αυτής ισούται με:

$$U_{relative} = \sqrt{(U_{\infty} + \dot{a}b \sin a)^2 + (-\dot{h} - \dot{a}b \cos a)^2}$$

Και όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα σχηματίζει γωνία  $\kappa$  με τον άξονα των  $x$  που ισούται με:

$$\kappa = \arctan\left(\frac{-\dot{h} - \dot{a}b \cos a}{U_{\infty} + \dot{a}b \sin a}\right)$$



Σχήμα 4.3.2 Απεικόνιση γωνιών  $\kappa$  και  $\psi$

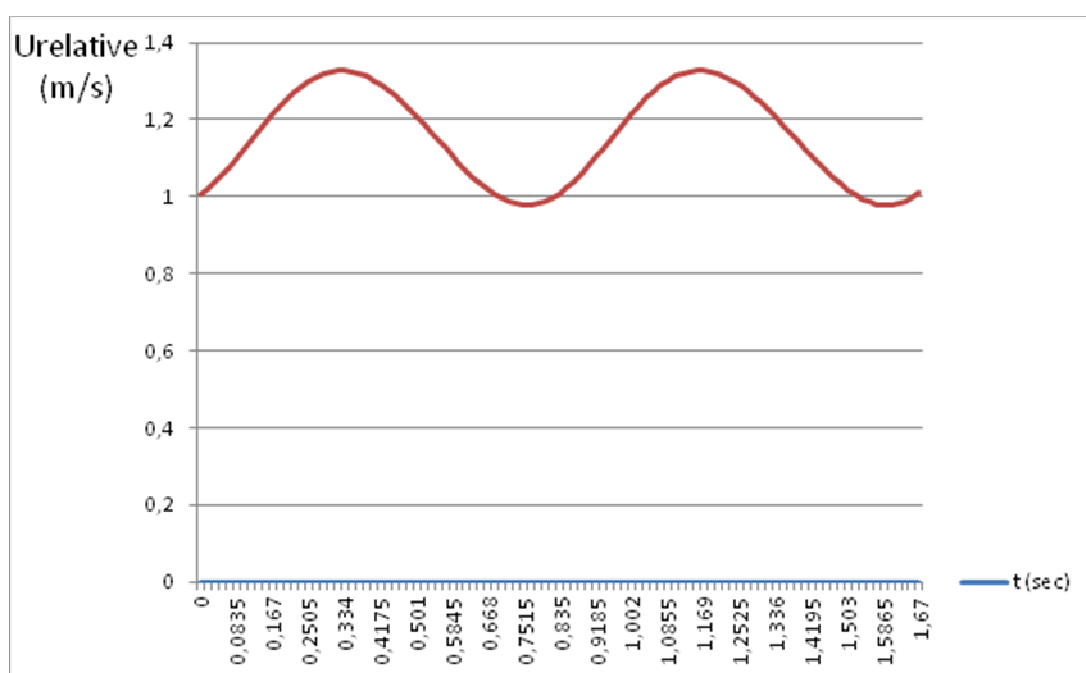
Ενδιαφέρον όμως παρουσιάζει η γωνία  $\psi$ . Δηλαδή, η γωνία που σχηματίζει η σχετική ταχύτητα με την αεροτομή η οποία ισούται με:

$$\psi = \kappa - a = \arctan\left(\frac{-\dot{h} - \dot{a}b \cos a}{U_{\infty} + \dot{a}b \sin a}\right) - a$$

Πλέον λοιπόν, μπορούμε να υπολογίσουμε για την κάθε χρονική στιγμή, το μέτρο της συνολικής σχετικής ταχύτητας του κέντρου βάρους της αεροτομής (πέδδilu) αλλά και την κατεύθυνση της.

Αυτό λοιπόν, θα μας δώσει αναλυτικότερα συμπεράσματα για τις συνθήκες που επικρατούν στο πέδδilo κατά την κολύμβηση με διαφορά φάσης  $120^\circ$  μεταξύ των δυο κινήσεων.

Στο παρακάτω διάγραμμα, απεικονίζεται η μεταβολή του μέτρου της συνολικής σχετικής ταχύτητας  $U_{relative}$  σε συνάρτηση με το χρόνο.



**Σχήμα 4.3.3** Σχετική ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου

Η σχετική ταχύτητα, εκφράζει την ταχύτητα με την οποία «βλέπει» την ροή το κέντρο βάρους της αεροτομής καθώς αυτό κινείται.

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι στο χρονικό διάστημα της μιας περιόδου αυτή παρουσιάζει δυο μέγιστα και δυο ελάχιστα.

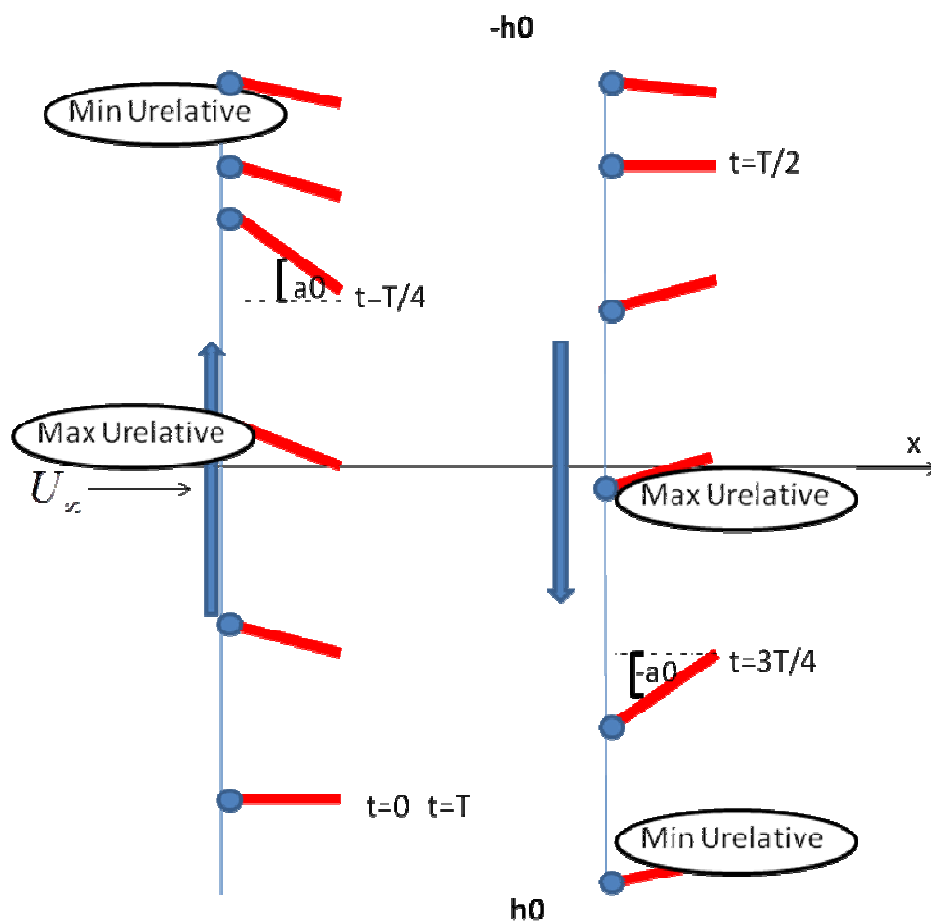
Η μέγιστη τιμή της ταχύτητας αυτής ισούται με  $U_{relative_{max}} \cong 1,327m/s$

και παρουσιάζεται όταν το πέδιλο βρίσκεται σε ύψος  $h = -0,05m$  και  $h = 0,05m$

Η ελάχιστη τιμή της σχετικής ταχύτητας ισούται με  $U_{relative_{min}} \cong 0,978m/s$

και παρουσιάζεται όταν το πέδιλο βρίσκεται σε ύψος  $h = -0,244m$  και  $h = 0,244m$ .

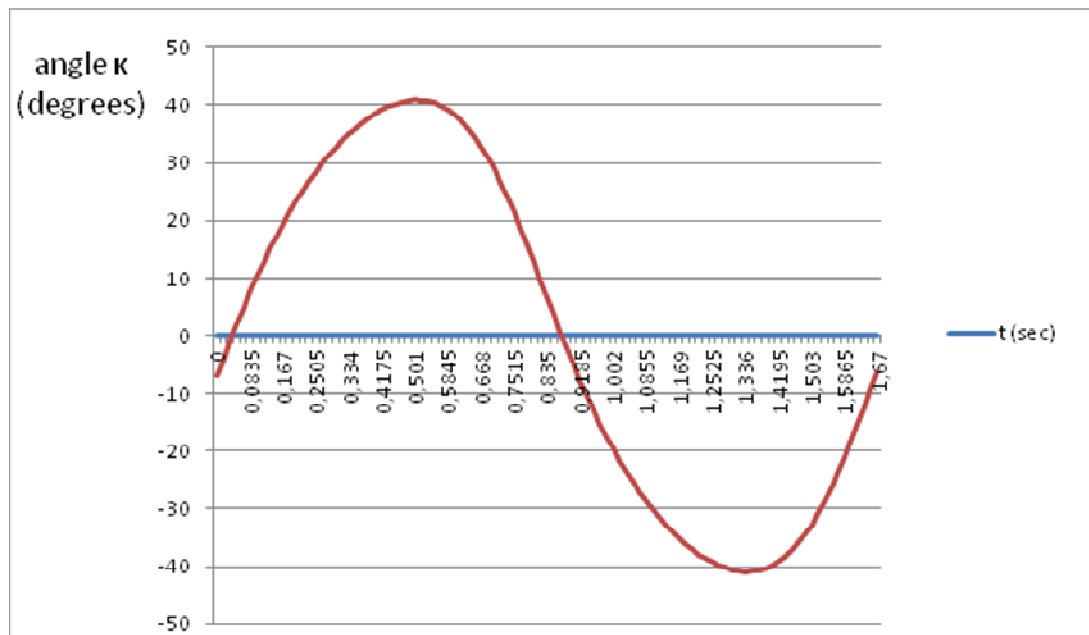
Οι θέσεις του πέδिलου όταν παρουσιάζονται αυτές οι ταχύτητες φαίνονται στο σχήμα 4.3.4.



Σχήμα 4.3.4 Θέσεις των μέγιστων και ελαχίστων της σχετικής ταχύτητας

Στη συνέχεια μελετάμε την μεταβολή της γωνίας  $\kappa$  στο χρονικό διάστημα μιας περιόδου. Όπως έχουμε προαναφέρει είναι η γωνία που σχηματίζει η σχετική ταχύτητα του κέντρου βάρους του πέδλου με τον οριζόντιο άξονα των  $x$ .

Η μεταβολή της γωνίας  $\kappa$  απεικονίζεται στο σχήμα 4.3.5

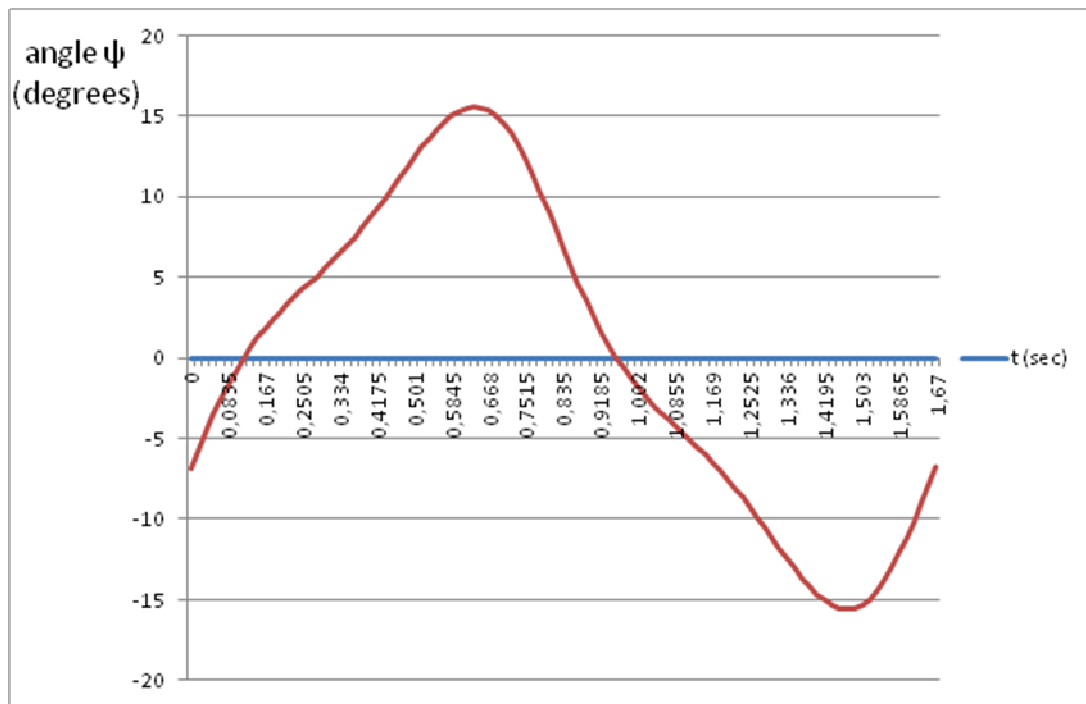


**Σχήμα 4.3.5** μεταβολή της γωνίας  $\kappa$  με το χρόνο σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου

Το μεγαλύτερο όμως ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην μεταβολή της γωνίας  $\psi$  με το χρόνο.

Όπως έχουμε προαναφέρει, ισούται με  $\psi = \kappa - \alpha$  και είναι η γωνία που σχηματίζει η σχετική ταχύτητα του κέντρου βάρους με την αεροτομή. Υπό ποια γωνιά δηλαδή αυτή βλέπει την ροή καθώς πραγματοποιεί την σύνθετη κίνηση. Πρόκειται δηλαδή για την πραγματική γωνία προσβολής της αεροτομής από τη ροή.

Η μεταβολή της λοιπόν φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



**Σχήμα 4.3.6** Μεταβολή της γωνίας  $\psi$  με το χρόνο σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου

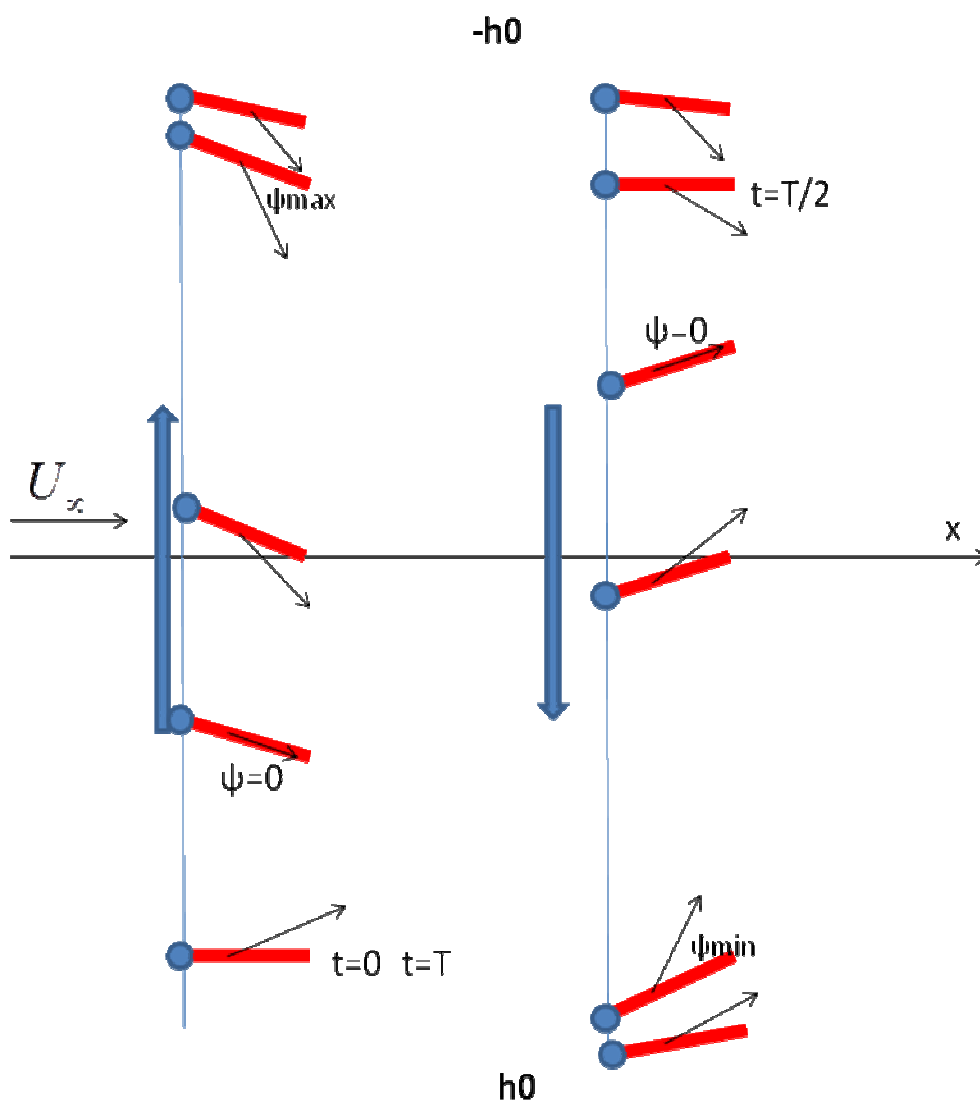
Η γωνία αυτή λοιπόν παίρνει τιμές στο διάστημα  $[15,6^\circ, -15,6^\circ]$  και μηδενίζεται δυο φορές. Αυτό σημαίνει ότι τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές η ροή έρχεται ακριβώς παράλληλα με την αεροτομή. Όταν η γωνία  $\psi$  είναι αρνητική, σημαίνει ότι η σχετική ταχύτητα «κοιτάζει» προς τα πάνω σε σχέση με την αεροτομή και όταν είναι θετική τότε η σχετική ταχύτητα «κοιτάζει» προς τα κάτω.



Πιο συγκεκριμένα, η γωνία  $\psi$  παίρνει την μέγιστη τιμή της όταν η αεροτομή βρίσκεται σε ύψος  $h = -0,24m$  και την ελάχιστη τιμή της όταν η αεροτομή βρίσκεται σε ύψος  $h = 0,24m$ .

Τέλος, η γωνία  $\psi$  μηδενίζεται δυο φορές για ύψος αεροτομής  $h = 0,14m$  και  $h = -0,14m$ .

Όλα τα παραπάνω απεικονίζονται στο σχήμα 4.3.7



Σχήμα 4.3.7 Εξέλιξη της γωνίας  $\psi$  με την σύνθετη κίνηση της αεροτομής

## 4.4 Υπολογισμός δυνάμεων και ροπών

Έχοντας πλέον υπολογίσει την σχετική ταχύτητα, μπορούμε να προχωρήσουμε στον υπολογισμό των δυνάμεων που ασκούνται στην αεροτομή την κάθε χρονική στιγμή και των αντίστοιχων συντελεστών.

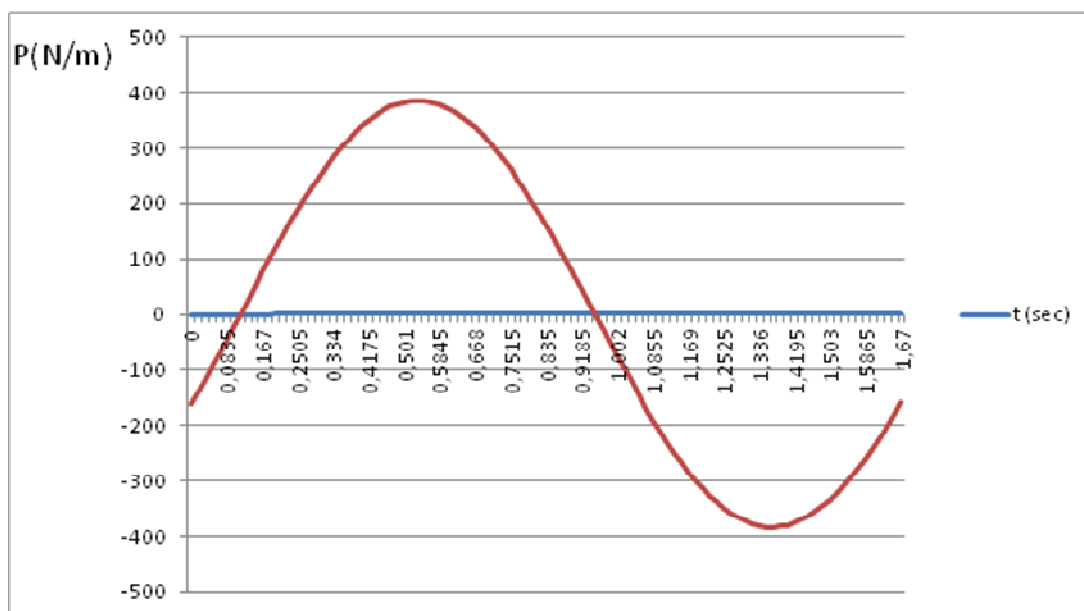
### Άνωση (Lift)

Ξεκινάμε από τον υπολογισμό της στιγμιαίας άνωσης  $P$ . Την δύναμη αυτή την έχουμε ήδη υπολογίσει στο κεφάλαιο 4.2 χρησιμοποιώντας τον τύπο

$$P = -\rho b^2 [u\pi a_0 p \cos(pt + \phi_0) - \pi h_0 p^2 \sin(pt + \phi_2) + \pi b a a_0 p^2 \sin(pt + \phi_0)]$$

$$-2\pi\rho u b F [u a_0 \sin(pt + \phi_0) + h_0 p \cos(pt + \phi_2) + b(\frac{1}{2} - a)a_0 p \cos(pt + \phi_0)]$$

$$-2\pi\rho u b G [u a_0 \cos(pt + \phi_0) - h_0 p \sin(pt + \phi_2) + b(\frac{1}{2} - a)a_0 p \sin(pt + \phi_0)]$$

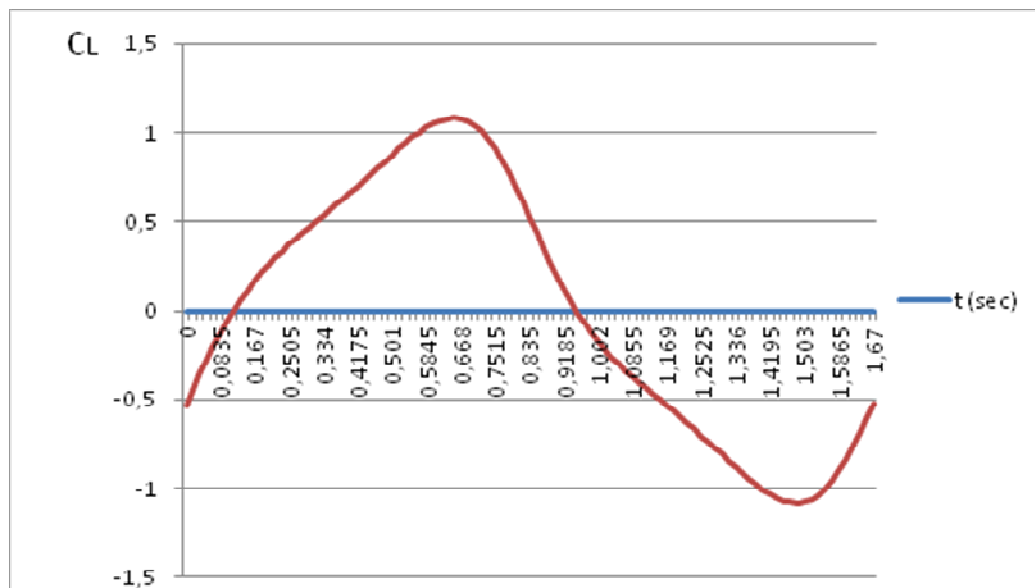


Σχήμα 4.4.1 Στιγμιαία άνωση συναρτήσει του χρόνου

Ο αντίστοιχος στιγμιαίος συντελεστής άνωσης υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο.

$$P = \frac{1}{2}(2b)\rho C_L U_{relative}^2 \Rightarrow$$

$$C_L = \frac{2P}{(2b)\rho U_{relative}^2}$$



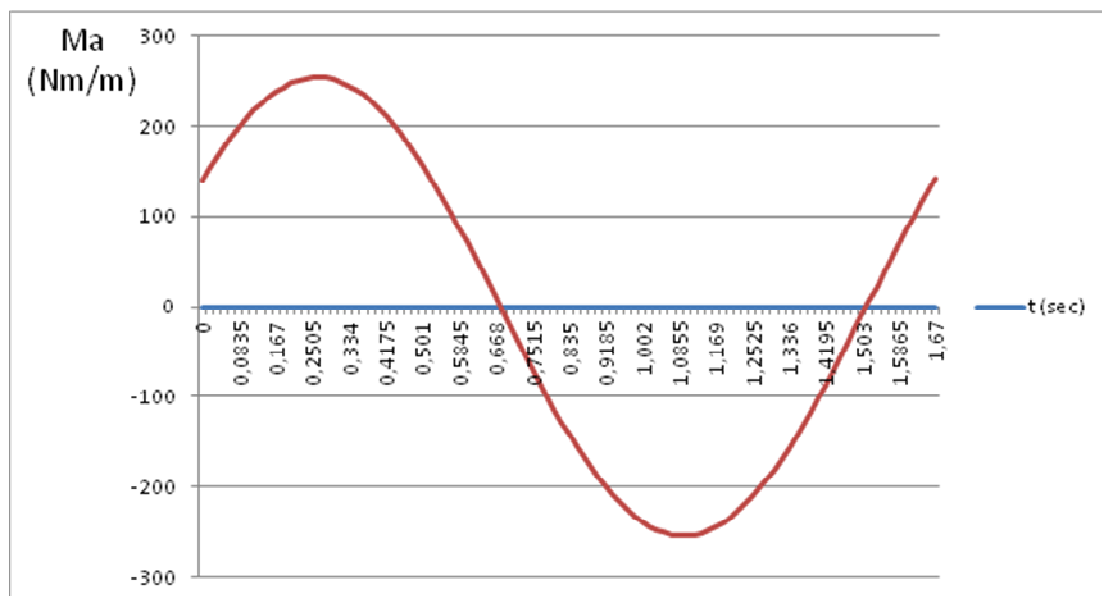
**Σχημα 4.4.5** Συντελεστής άνωσης συναρτησει του χρονου

Ο συντελεστής αυτός λοιπόν παίρνει τιμές από 1, 08 έως -1, 08 και όπως είναι αναμενόμενο μηδενίζεται σε δυο χρονικές στιγμές στις οποίες μηδενίζεται και η άνωση.

### Ροπή γύρω από τον άξονα περιστροφής

Συνεχίζουμε παραθέτοντας το διάγραμμα της ροπής που ασκείται για την περιστροφή της αεροτομής γύρω από το σημείο  $x=a$ . Όπως και η άνωση, έτσι και η ροπή έχει υπολογιστεί στο κεφάλαιο 4.2 με τον ακόλουθο τύπο και είναι θετική ωρολογιακά.

$$M_a = -\rho b^2 \left[ \pi \left( \frac{1}{2} - a \right) u b a_0 p \cos(pt + \phi_0) - \pi b^2 \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) a_0 p^2 \sin(pt + \phi_0) \right. \\ \left. + a \pi b h_0 p^2 \sin(pt + \phi_2) \right] \\ + 2 \rho u b^2 \pi \left( \frac{1}{2} + a \right) F \left[ u a_0 \sin(pt + \phi_0) + h_0 p \cos(pt + \phi_2) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) a_0 p \cos(pt + \phi_0) \right] \\ + 2 \rho u b^2 \pi \left( \frac{1}{2} + a \right) G \left[ u a_0 \cos(pt + \phi_0) - h_0 p \sin(pt + \phi_2) - b \left( \frac{1}{2} - a \right) a_0 p \sin(pt + \phi_0) \right]$$



**Σχήμα 4.4.2** Ροπή πέλδου συναρτήσει του χρόνου

### Ώση (Thrust)

Όπως έχουμε προαναφέρει στην «θεωρητική εισαγωγή», ο I.E. Garrick εισάγει δυο μεθόδους υπολογισμού της μέσης ώσης. Την ενεργειακή μέθοδο και την δυναμική μέθοδο.

#### Ενεργειακή μέθοδος

Στο κεφάλαιο 4.2 έχει ήδη υπολογιστεί η μέση ώση στο διάστημα μιας περιόδου με την ενεργειακή μέθοδο.

Για την εξεταζόμενη περίπτωση λοιπόν με διαφορά φάσης  $120^\circ$  η μέση ώση ισούται με  $\bar{P}_x = 105,9 N / m$ .

#### Δυναμική μέθοδος

Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε με την μέθοδο αυτή την μέση ώση και το αποτέλεσμα θα πρέπει να ισούται με αυτό της ενεργειακής μεθόδου. Η συμφωνία των αποτελεσμάτων θα επιβεβαιώσει την ορθότητα των μέχρι τώρα υπολογισμών.

Η εξίσωση δύναμης δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\bar{P}_x = \pi \rho \bar{S}^2 + \overline{aP}$$

όπου:

$$\pi \rho \bar{S}_1^2 = \pi \rho b p^2 (a_1 h_0^2 + a_2 a_0^2 + 2a_4 a_0 h_0)$$

και

$$\overline{aP} = \pi \rho b p^2 (b_2 a_0^2 + 2b_4 a_0 h_0)$$

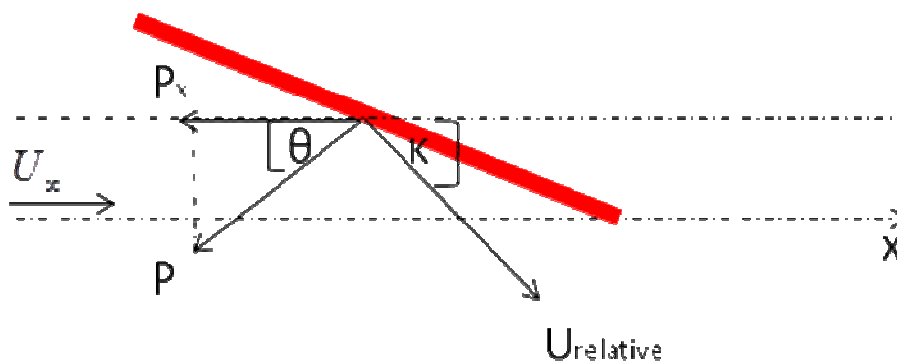
Πραγματοποιούμε λοιπόν τους υπολογισμούς και το αποτέλεσμα είναι ότι η μέση ώση ισούται με  $\bar{P}_x = 106,7 N / m$ .

Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων των δυο μεθόδων υπολογισμού της μέσης ώσης θεωρείται ικανοποιητική. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνει την ορθότητα των μέχρι τώρα υπολογισμών.

Έχουμε πλέον υπολογίσει και επιβεβαιώσει την μέση ώση που ασκείται στην αεροτομή κατά την διάρκεια ενός κύκλου λειτουργίας. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον όμως θα παρουσίαζε ο υπολογισμός της στιγμιαίας ώσης που επιδρά στην αεροτομή την κάθε χρονική στιγμή.

Συμφώνα με την θεωρία μη συνεκτικού ρευστού, την κάθε χρονική στιγμή πάνω στην αεροτομή επιδρά μόνο η δύναμη της άνωσης. Η δύναμη αυτή έχει μέτρο  $P$  όπως έχει υπολογιστεί παραπάνω (όταν είναι θετική έχει κατεύθυνση προς τα κάτω και όταν είναι αρνητική έχει κατεύθυνση προς τα πάνω) και έχει διεύθυνση που είναι κάθετη στη σχετική ταχύτητα του σώματος. Η προβολή της στιγμιαίας άνωσης  $P$  πάνω στον οριζόντιο άξονα αποτελεί τη στιγμιαία ώση. Στους υπολογισμούς μας θεωρούμε ως σημείο αναφοράς το κέντρο βάρους της αεροτομής. Δηλαδή, ότι η ταχύτητα με την οποία βλέπει η αεροτομή την ροή, είναι η σχετική ταχύτητα του κέντρου βάρους της.

Όλα τα παραπάνω απεικονίζονται στο σχήμα 4.4.3 .



Σχήμα 4.4.3

Από το σχήμα βλέπουμε πως

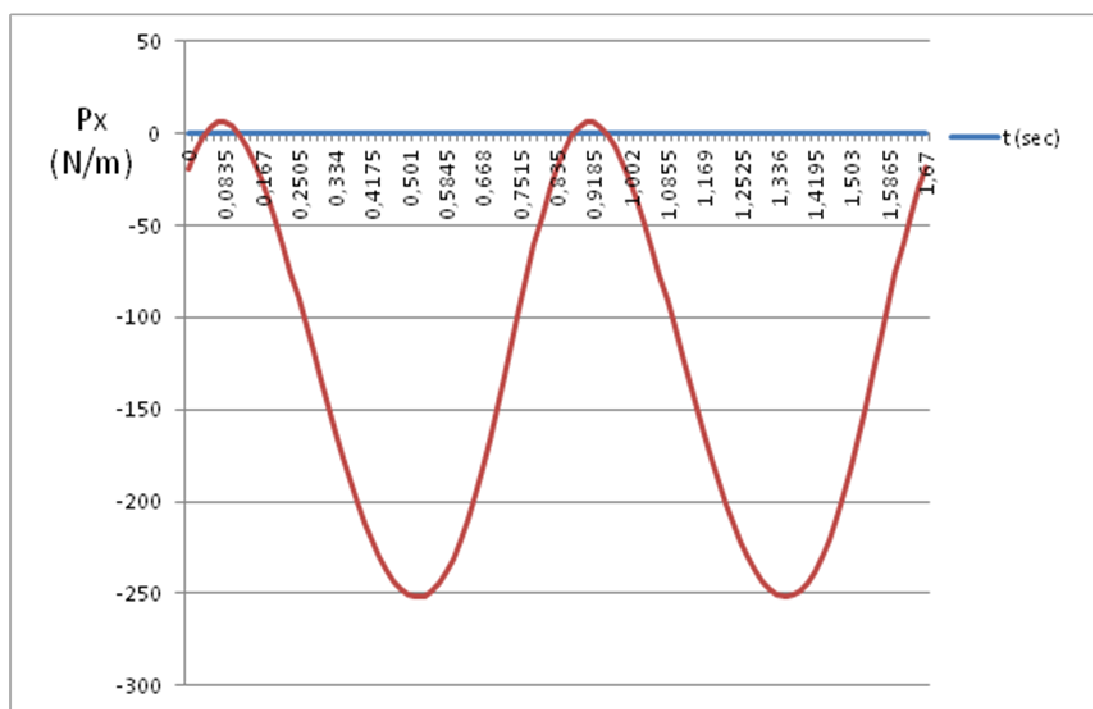
$$\theta + \kappa + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\theta = 90^\circ - \kappa$$

Επίσης

$$\cos \theta = \frac{P_x}{P} \Rightarrow P_x = P \cos \theta \Rightarrow$$

$$P_x = P \cos(90 - \kappa)$$



Σχήμα 4.4.4 Στιγμαία ώση συναρτήσει του χρόνου

Η ώση έχει αρνητικές τιμές γιατί έχει κατεύθυνση προς τα αρνητικά του οριζοντίου άξονα (αναμενόμενο αφού η ταχύτητα της ροής είναι θετική) και μηδενίζεται 4 φορές μέσα στο διάστημα της μιας περιόδου. Δυο φορές όταν η γωνία  $\kappa = 0$  και δυο φορές όταν η άνωση  $P=0$ .

Το μέτρο της μέσης ώσης για χρονική διάρκεια ενός κυκλικού λειτουργίας ισούται με  $\left| \overline{P}_x \right| = 125 N/m$ . Παρουσιάζεται μια διαφορά της τάξης του 17% σε σχέση με τις τιμές της μέσης ώσης που υπολογίστηκαν παραπάνω με την δυναμική και την ενεργειακή μέθοδο του I.E. Garrick.

Τέλος, όπως βλέπουμε στο σχήμα 4.4.4, σε τρία χρονικά διαστήματα κατά τη διάρκεια ενός κύκλου παρατηρείται ώση με κατεύθυνση προς τις θετικές τιμές του οριζοντίου άξονα, δηλαδή οπισθέλκουσα (Drag). Τα χρονικά διαστήματα αυτά και τα αντίστοιχα ύψη της αεροτομής είναι τα εξής:

- Από  $t = 0,033 \text{ sec}$  και ύψος  $h = 0,2m$  μέχρι  $t = 0,11 \text{ sec}$  και ύψος  $h = 0,14m$ .
- Από  $t = 0,87 \text{ sec}$  και ύψος  $h = -0,2m$  μέχρι  $t = 0,95 \text{ sec}$  και ύψος  $h = -0,14m$ .

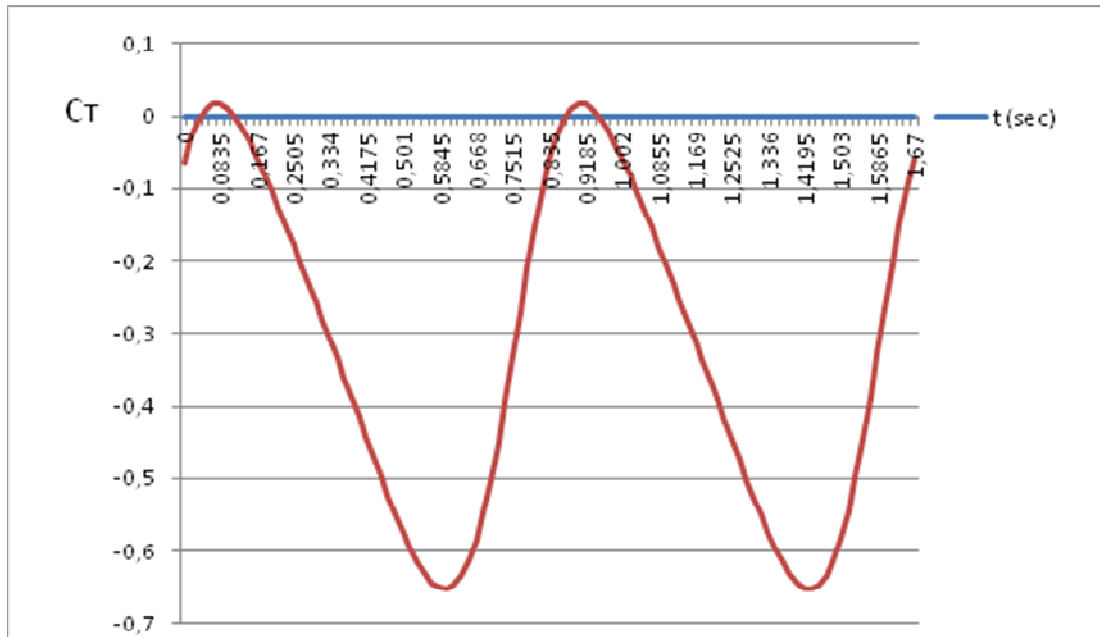
Στο σημείο αυτό μπορούμε να υπολογίσουμε και τον συντελεστή ώσης της αεροτομής την κάθε χρονική στιγμή ως εξής:

$$P_x = \frac{1}{2} (2b) \rho C_T U_{relative}^2 \Rightarrow$$

$$C_T = \frac{2P_x}{(2b) \rho U_{relative}^2}$$

Η μεταβολή του συντελεστή  $C_T$  στο χρονικό διάστημα της μιας περιόδου απεικονίζεται στο σχήμα 4.4.6 της επόμενης σελίδας.





**Σχήμα 4.4.6** Συντελεστής ώσης συναρτήσει του χρόνου

Οι αρνητικές τιμές όπως έχουμε εξηγήσει οφείλονται στην κατεύθυνση της ώσης και τα μικρά διαστήματα στα οποία ο συντελεστής είναι θετικός είναι όταν η οριζόντια δύναμη αντιτίθεται στην κίνηση.



## Κεφάλαιο 5 Εύρεση περιπτώσεων βέλτιστης λειτουργιάς

### 5.1 Παραμετρική Ανάλυση

Όπως αποδείξαμε λοιπόν προηγουμένως, όταν η μεταφορική κίνηση του ποδιού του κολυμβητή (Plunging) προηγείται  $120^\circ$  της περιστροφικής κίνησης του αστραγάλου του (Pitching), τότε η απόδοση του πέλδλου μεγιστοποιείται.

Πιο συγκεκριμένα, για ταχύτητα ροής  $U_\infty = 1\text{m/s}$ , μέγιστο πλάτος ταλάντωσης  $h_0 = 0,25\text{m}$ , μέγιστη γωνία περιστροφής  $a_0 = 30^\circ$  και συχνότητα ταλάντωσης  $f = 0,6\text{Hz}$  η αεροτομή μας αποδίδει συντελεστή ώσης  $C_T = 0,35$  με βαθμό απόδοσης 64%.

Με αυτό το δεδομένο λοιπόν, συνεχίζουμε την μελέτη μας πραγματοποιώντας παραμετρική ανάλυση με σκοπό την εύρεση περιπτώσεων στις οποίες βελτιώνονται όσο το δυνατόν περισσότερο τόσο η αποδιδόμενη ώση, όσο και η απόδοση της αεροτομής. Θέλουμε δηλαδή να διερευνήσουμε τις συνθήκες στις οποίες κάποιος κολυμβητής με πέλδλο που κολυμπά με ταχύτητα  $1\text{m/s}$  μπορεί ταυτόχρονα να παράγει τη μέγιστη δυνατή ώση «χαραμίζοντας» την ελάχιστη δυνατή ενέργεια.

Η ταχύτητα κολύμβησης διατηρείται σταθερή στο  $1\text{m/s}$  αφού αυτός είναι ο στόχος του κολυμβητή. Επίσης η μέγιστη γωνία περιστροφής μένει σταθερή  $a_0 = 30^\circ$  καθώς αναφέρεται στην περιστροφή του αστραγάλου του κολυμβητή και θεωρούμε πως δεν είναι μια παράμετρος που αλλάζει κατά την κολύμβηση.

Θα πραγματοποιήσουμε λοιπόν υπολογισμούς για μια γκάμα τιμών συχνοτήτων και μέγιστων πλατών ταλάντωσης.

f (Hz)	h0 (m)
0,4	0,1
0,5	0,2
0,6	0,25
0,7	0,3
0,8	0,4
0,9	0,5

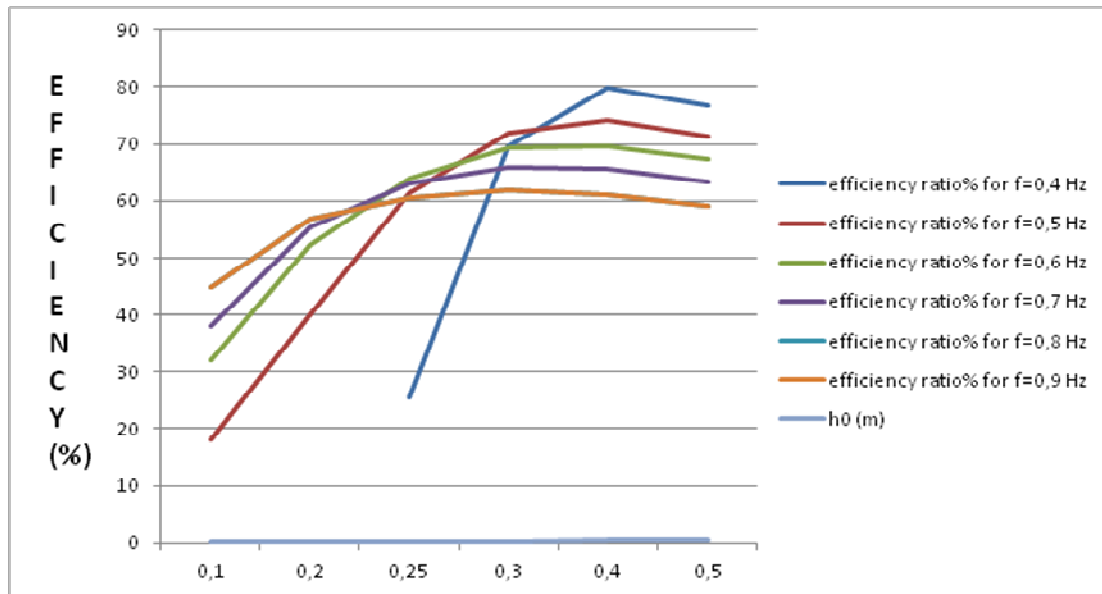
**Πίνακας 5.1**

Η συγκεκριμένη γκάμα τιμών επιλέχτηκε με βάση τα αποτελέσματα των μετρήσεων που πραγματοποιήθηκαν σε 10 κολυμβητές με πέδιλα στην μελέτη «*A new system for analyzing swim fin propulsion based on human kinematic data*»[3]. Παρακάτω σας παραθέτουμε τους μέσους όρους για την συχνότητα, την ταχύτητα και το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης όπως και τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές.

	h0(m)	f(Hz)	V(m s <sup>-1</sup> )
<b>Mean</b>	0,25	0,63	0,88
<b>Min</b>	0,2	0,58	0,81
<b>Max</b>	0,37	0,89	1

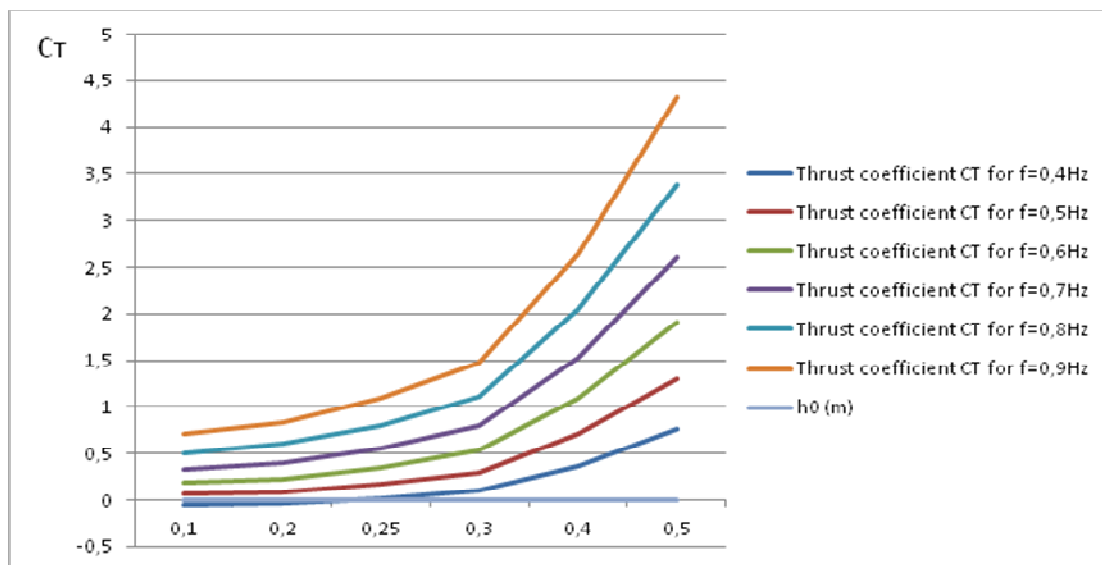
**Πίνακας 5.2**

Παραθέτουμε παρακάτω σε μορφή διαγραμμάτων τα αποτελέσματα της παραμετρικής ανάλυσης.



**Σχήμα 5.1** Βαθμός απόδοσης της αεροτομής σε συνάρτηση με το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης για τις διάφορες συχνότητες.

Διαπιστώνουμε ότι για σταθερή ταχύτητα κολύμβησης  $U=1\text{m/s}$ , όσο αυξάνεται η συχνότητα, μειώνεται ο βαθμός απόδοσης. Στο συμπέρασμα αυτό καταλήγουν και οι ερευνητές στην εργασία *How are Strouhal number, drag, and efficiency adjusted in high level underwater monofin-swimming?* [4].



**Σχήμα 5.2** Συντελεστής ώσης σε συνάρτηση με το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης για τις διάφορες συχνότητες

Εδώ παρατηρούμε ότι η αποδιδόμενη ώση αυξάνεται με την αύξηση της συχνότητας ταλάντωσης εν αντιθέσει με την απόδοση.

Αυτό που μπορούμε να συμπεράνουμε, είναι ότι ο συντελεστής ώσης είναι αντιστρόφως ανάλογος με την απόδοση της αεροτομής. Όσο δηλαδή αυτή αυξάνεται, τόσο μειώνεται η αποδιδόμενη ώση.

Στο ίδιο συμπέρασμα κατέληξαν και οι ερευνητές στην εργασία *Optimization of Unstalled Pitching and Plunging Motion of an Airfoil*[7]. Στην έρευνα αυτή, χρησιμοποιήθηκαν ένας επιλυτής Euler και ένας κώδικας Navier-Stokes και τα αποτελέσματα και στις δυο περιπτώσεις επιβεβαιώνουν το δικό μας συμπέρασμα.

Αυτό σημαίνει ότι για να έχουμε το βέλτιστο αποτέλεσμα κατά την κολύμβηση, δεν αρκεί μόνο να έχουμε υψηλή απόδοση αλλά να βρούμε τις περιπτώσεις αυτές που συνδυάζουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερο συντελεστή απόδοσης και όσο το δυνατόν υψηλότερο συντελεστή ώσης.

Παρατηρώντας τα σχήματα 5.1 και 5.2 καταλήγουμε στις περιπτώσεις βέλτιστου αποτελέσματος του πίνακα 5.3 που βρίσκεται στην επόμενη σελίδα. Υπενθυμίζουμε ότι βέλτιστες περιπτώσεις ονομάζουμε αυτές που εκπληρώνουν το αρχικό κριτήριο. Δηλαδή, να είναι ταυτόχρονα μεγαλύτερος τόσο ο συντελεστής ώσης όσο και ο βαθμός απόδοσης από τις υπολογισμένες τιμές στις συνθήκες αναφοράς.

( $C_T = 0,35$ , βαθμός απόδοσης 64%).

case	$\alpha_0$ (rad)	$\Phi_2-\Phi_1$ (rad)	U (m/s)	f (Hz)	h0 (m)	efficiency ratio	thrust coefficient CT
1	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,4	0,4	80%	0,37
2	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,4	0,5	76,70%	0,77
3	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,5	0,4	74,00%	0,7
4	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,5	0,5	71,30%	1,3
5	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,6	0,3	69,20%	0,53
6	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,6	0,4	69,60%	1,1
7	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,6	0,5	67,20%	1,9
8	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,7	0,3	66,00%	0,8
9	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,7	0,4	65,50%	1,5

Πίνακας 5.3

Έχουμε λοιπόν 9 περιπτώσεις στις οποίες ο συντελεστής ώσης και ο βαθμός απόδοσης είναι ταυτόχρονα μεγαλύτεροι από τις τιμές στις συνθήκες αναφοράς. Στις πρώτες περιπτώσεις στις οποίες η συχνότητα ταλάντωσης είναι χαμηλή, ο βαθμός απόδοσης είναι ιδιαίτερα υψηλός εν αντιθέσει με τον συντελεστή ώσης. Το αντίθετο συμβαίνει στις τελευταίες περιπτώσεις στις οποίες η συχνότητα ταλάντωσης είναι αυξημένη.

Η υπό μελέτη δηλαδή σύνθετη κίνηση παρουσιάζει την ίδια συμπεριφορά με την μεταφορική κίνηση της αεροτομής με έναν μόνο βαθμό ελευθερίας (pure Plunging) που μελετήθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο αφού η αύξηση του βαθμού απόδοσης σημαίνει μείωση του συντελεστή ώσης.

Ανάλογα με τις απαιτήσεις και τις δυνατότητες ενός κολυμβητή ο οποίος θα κολυμπά με ταχύτητα 1m/s, είμαστε πλέον σε θέση να παρουσιάσουμε μια γκάμα τιμών, συνδυασμών μέγιστων πλατών ταλάντωσης και συχνοτήτων ταλάντωσης του πεδίου, στους οποίους παρουσιάζονται οι μέγιστες τιμές του συντελεστή ώσης και του βαθμού απόδοσης. Όλα αυτά φυσικά με δεδομένο ότι η μεταφορική κίνηση του ποδιού του κολυμβητή προηγείται κατά  $120^\circ$  της περιστροφικής κίνησης του αστραγάλου του.

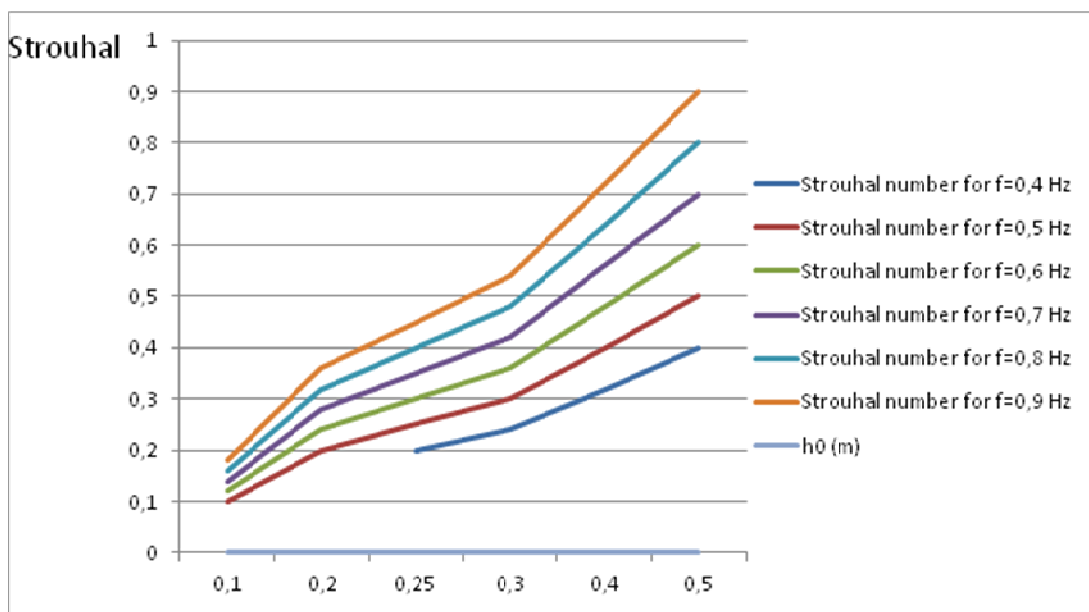
Σε κάθε μια από αυτές τις περιπτώσεις αντιστοιχεί ένας αριθμός Strouhal. Ο αριθμός Strouhal (St) αντιστοιχεί σε μια παράμετρο που έχει βάση την κινηματική της ουράς των ψαριών σύμφωνα με τον τύπο

$$St = \frac{Af}{U}, \text{ όπου } f \text{ είναι η συχνότητα χτυπήματος κατά την κολύμβηση}$$

(stroke frequency),  $A = 2h_0$  είναι το πλάτος από κορυφή σε κορυφή που καλύπτει το πέδιλο κατά την κολύμβηση, και U είναι η ταχύτητα προς τα εμπρός.

Αυτή η παράμετρος μπορεί να επηρεασθεί από την τεχνική κολύμβησης.

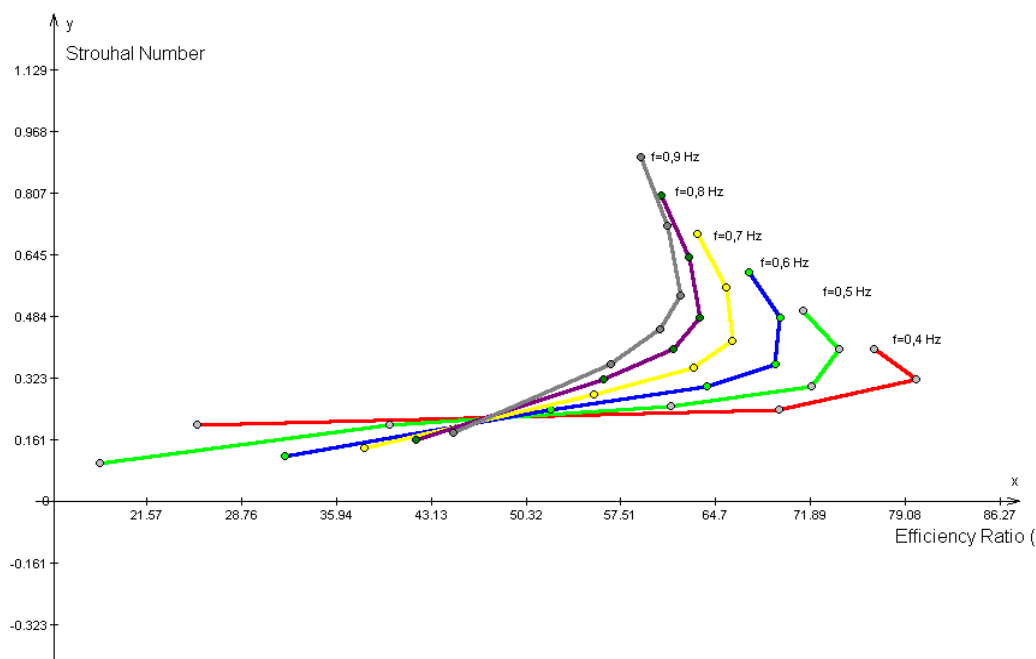
Κάνοντας τους υπολογισμούς για όλες τις περιπτώσεις κολύμβησης, μπορούμε να μελετήσουμε την εξέλιξη του αριθμού Strouhal.



**Σχήμα 5.3** Αριθμός Strouhal συναρτήσει του μέγιστου πλάτους και της συχνότητας ταλάντωσης



Επίσης, παρουσιάζει ενδιαφέρον η εξέλιξη του αριθμού Strouhal ανάλογα με τον βαθμό απόδοσης για όλες τις συχνότητες ταλάντωσης.



**Σχήμα 5.4** Αριθμός Strouhal συναρτήσει του βαθμού απόδοσης για όλες τις συχνότητες ταλάντωσης.

Βλέπουμε ότι οι μεγαλύτερες αποδώσεις της αεροτομής αποδίδονται για ένα εύρος τιμών αριθμών Strouhal  $St=(0,25 - 0,5)$ .

Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από την βιβλιογραφία. Πιο συγκεκριμένα το εύρος αριθμών Strouhal για βέλτιστη αποδοτικότητα σε προηγούμενες μελέτες είναι το εξής:

- *Oscillating foils of high propulsive efficiency*[6]  **$St=(0,25-0,4)$**
- *A new system for analyzing swim fin propulsion based on human kinematic data*[3]  **$St=(0,3-0,45)$**
- *How are Strouhal number, drag, and efficiency adjusted in high level underwater monofin-swimming?*[4]  **$St=(0,25-0,4)$**
- *Thrust and Efficiency of Propulsion by Oscillating Foils*[9]  **$St=(0,15-0,3)$**

Τα αποτελέσματα προηγούμενων ερευνητών, επιβεβαιώνουν και αυτά της παρούσας εργασίας. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί, ότι σχετικές έρευνες του παρελθόντος πάνω στο θέμα έχουν αποδείξει πως τα ψαριά και τα πτηνά έχουν μέγιστο βαθμό απόδοσης όταν οι αριθμοί Strouhal των πτερυγίων τους είναι μέσα στο εύρος τιμών  $St=(0,25-0,4)$ .

Μπορούμε τέλος να παρουσιάσουμε τους αριθμούς Strouhal για τις 9 περιπτώσεις βέλτιστης ώσης και απόδοσης της αεροτομής.

case	Strouhal
1	0,32
2	0,4
3	0,4
4	0,5
5	0,36
6	0,48
7	0,6
8	0,42
9	0,56

**Πίνακας 5.4**

Βλέπουμε πως οι αριθμοί Strouhal των περιπτώσεων αυτών κυμαίνονται σε ένα εύρος τιμών  $St=(0,32 - 0,56)$ .

Όπως είναι φυσιολογικό αυτή διαφέρει, έστω και ελάχιστα, από τις τιμές αριθμών Strouhal βέλτιστου βαθμού απόδοσης γιατί όπως προαναφέραμε, η επιδίωξη ενός κολυμβητή δεν είναι αποκλειστικά η βέλτιστη απόδοση αλλά και η βέλτιστη αποδιδόμενη ώση, δυο έννοιες που όπως αποδείχτηκε δεν είναι συνυφασμένες.

Στη συνέχεια πραγματοποιήσαμε μια δεύτερη παραμετρική ανάλυση.

Αυτή τη φορά, κρατάμε σταθερό το πλάτος ταλάντωσης  $h_0 = 0,25m$  όσο το έχουμε αρχικά επιλέξει και μεταβάλλουμε την συχνότητα ταλάντωσης και την ταχύτητα της ροής.

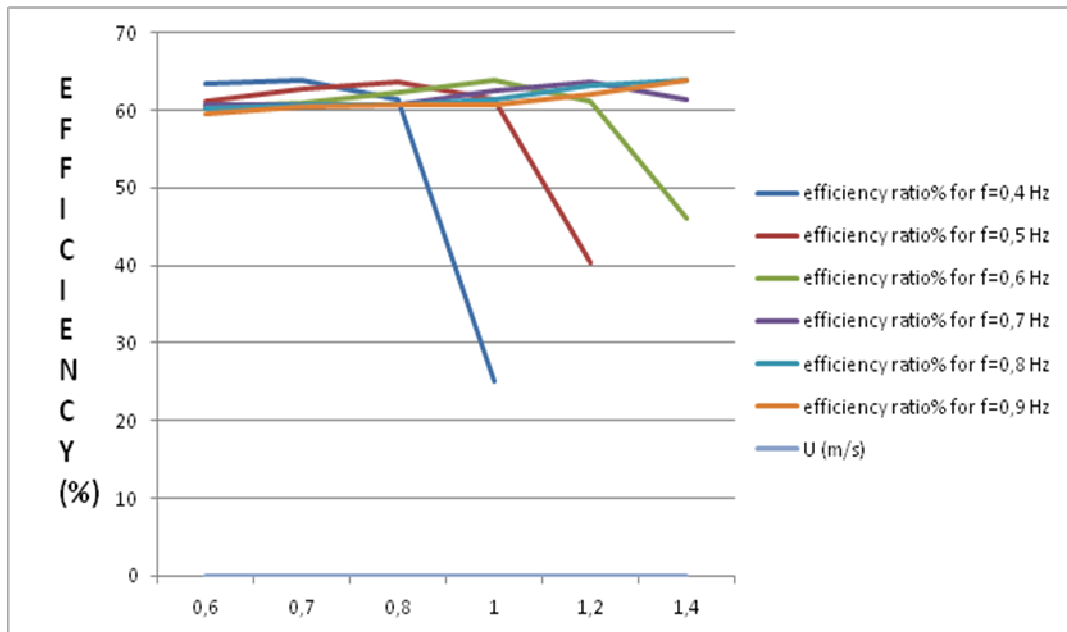
Ο σκοπός μας όπως και προηγουμένως είναι να βρούμε υπό ποιές συνθήκες παρουσιάζονται συγχρόνως αυξημένες τιμές του συντελεστή ώσης και του βαθμού απόδοσης σε σχέση με τις αρχικά υπολογισμένες (συντελεστής ώσης  $C_T = 0,35$  , βαθμός απόδοσης=64%).

Πιο συγκεκριμένα οι τιμές της συχνότητας ταλάντωσης και της ταχύτητας ροής που χρησιμοποιήσαμε είναι οι παρακάτω.

f (Hz)	U (m/s)
0,4	0,6
0,5	0,7
0,6	0,8
0,7	1
0,8	1,2
0,9	1,4

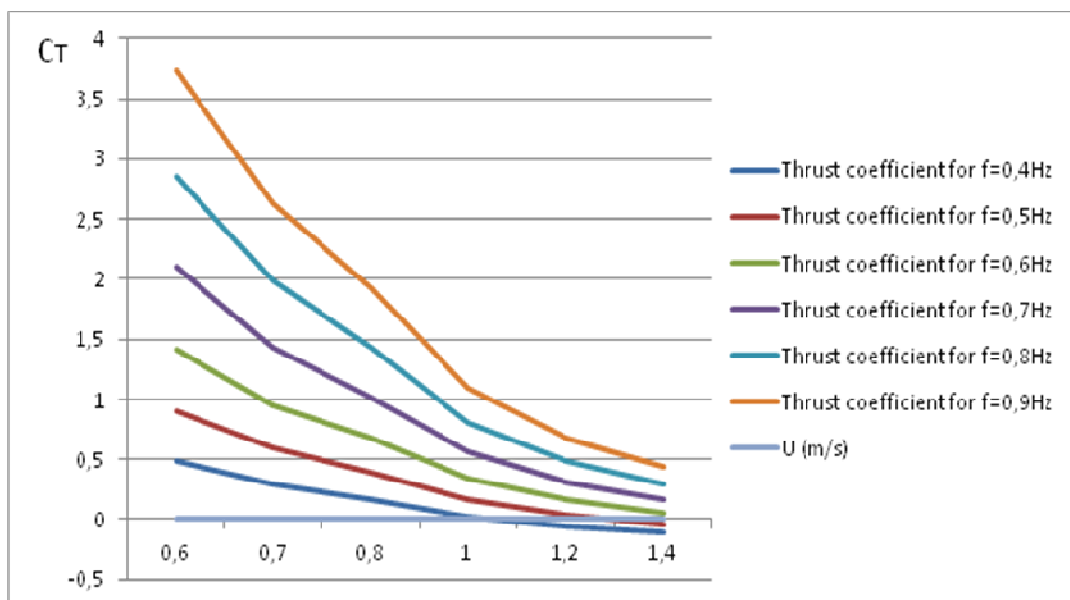
**Πίνακας 5.5**

Παραθέτουμε στη συνέχεια σε μορφή διαγραμμάτων τα αποτελέσματα της παραμετρικής ανάλυσης.



**Σχήμα 5.5** Βαθμός απόδοσης της αεροτομής σε συνάρτηση με την ταχύτητα ροής για τις διάφορες συχνότητες

Παρατηρούμε λοιπόν, ότι ο βαθμός απόδοσης δεν παίρνει σε καμία από τις περιπτώσεις τιμές μεγαλύτερες από 64%. Η ταχύτητα ροής λοιπόν στην περίπτωση μας δεν είναι μια παράμετρος που θα αυξήσει σημαντικά τον βαθμό απόδοσης της αεροτομής.



**Σχήμα 5.6** Συντελεστής ώσης σε συνάρτηση με το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης για τις διάφορες συχνότητες.

Όσον αφορά τον συντελεστή ώσης, παρουσιάζει τις υψηλότερες τιμές στις μεγάλες συχνότητες ταλάντωσης και στις μικρές ταχύτητες ροής. Στο σημείο αυτό μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η ταχύτητα ροής είναι μια παράμετρος που επηρεάζει την αποδιδόμενη ώση από την αεροτομή αλλά όχι τον βαθμό απόδοσης.

Στην περίπτωση αυτή, βέλτιστες περιπτώσεις όπως τις έχουμε ορίσει προηγουμένως δεν μπορούν να βρεθούν. Ο λόγος είναι όπως προαναφέραμε προηγουμένως ότι σε καμία περίπτωση της παραμετρικής ανάλυσης ο βαθμός απόδοσης δεν βελτιώνεται σε σχέση με την αρχικά υπολογισμένη τιμή του 64%.

Φυσικά, όπως βλέπουμε και από το αντίστοιχο διάγραμμα, με συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων η αεροτομή αποδίδει μεγάλο συντελεστή ώσης της τάξης του 1 - 2 έως και 3,7. Η αντίστοιχη όμως απόδοση είναι περίπου 60% (χαμηλότερη από την αρχική μας 64%).

## 5.2 Περιπτώσεις αρνητικής ώσης

Παρατηρώντας τα διαγράμματα βαθμού απόδοσης και στις δυο παραμετρικές αναλύσεις, βλέπουμε ότι για κάποιους συνδυασμούς των παραμέτρων δεν ορίζεται βαθμός απόδοσης και ο αντίστοιχος συντελεστής ώσης στις περιπτώσεις αυτές είναι αρνητικός.

Ο I.E. Garrick διατυπώνει σαφώς στην εργασία του ότι για να δημιουργηθεί ώση, πρέπει το απαιτούμενο έργο για την διατήρηση των ταλαντώσεων να είναι μεγαλύτερο από την αύξηση της κινητικής ενέργειας στον ομόρου της αεροτομής. Στην περίπτωση αυτή λοιπόν η ώση είναι θετική και συμβάλλει στην κίνηση της κολυμβητή. Στην αντίθετη περίπτωση που είναι αρνητική, αντιστέκεται στην κίνηση και ονομάζεται οπισθέλκουσα (Drag).

Κατά την μελέτη μας λοιπόν, παρουσιάστηκαν οι εξής πέντε περιπτώσεις.

case	$\alpha_0$ (rad)	$\Phi_2-\Phi_1$ (rad)	U (m/s)	$h_0$ (m)	f (Hz)	W	E	CT
1	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,1	0,4	55,15	68,4	-0,044
2	$\pi/6$	$2\pi/3$	1	0,2	0,4	17	27,2	-0,034
3	$\pi/6$	$2\pi/3$	1,2	0,25	0,5	-10,35	21,7	-0,06
4	$\pi/6$	$2\pi/3$	1,4	0,25	0,5	-57,7	32,7	-0,11
5	$\pi/6$	$2\pi/4$	1,4	0,25	0,6	9	37,6	-0,035

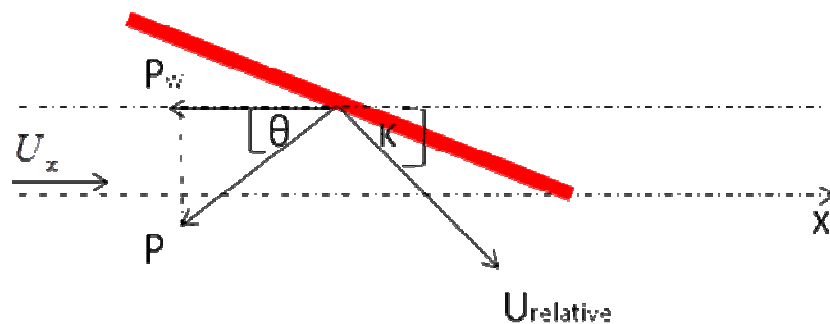
Πίνακας 5.6

Επιβεβαιώνεται η εξήγηση του I.E. Garrick αφού και στις πέντε αυτές περιπτώσεις, η αύξηση της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου στον ομόρου της αεροτομής είναι μεγαλύτερη από την απαιτούμενη ισχύ για την διατήρηση των ταλαντώσεων.

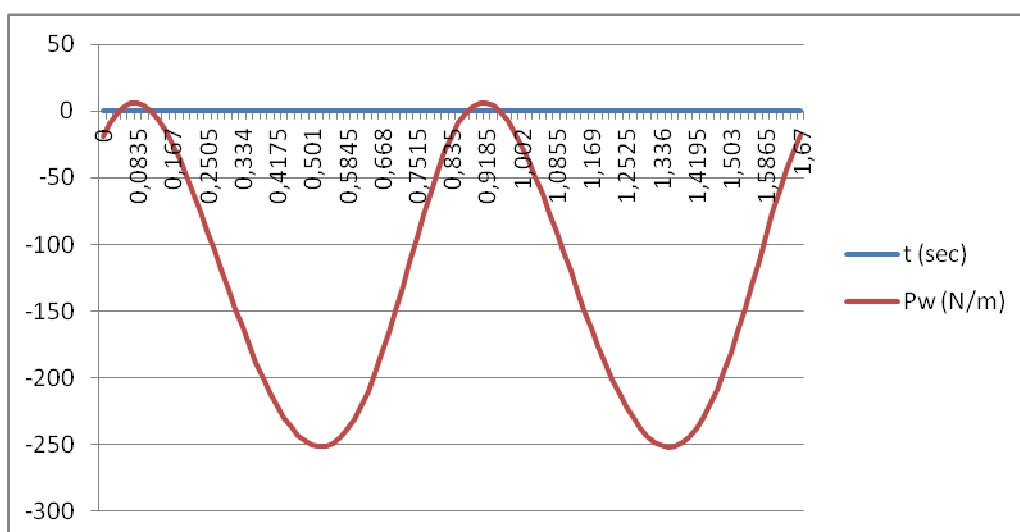
Στην εύρεση δυνάμεων και ροπών που πραγματοποιήσαμε προηγουμένως με σημείο αναφοράς το κέντρο βάρους της αεροτομής, υπολογίσαμε προσεγγίστεκα την ώση που ασκείται στην αεροτομή την κάθε χρονική στιγμή με τον τύπο:

$$P_w = P \cos(90 - \kappa)$$

Όπου P είναι η στιγμιαία άνωση πάνω στην αεροτομή και κ η γωνία που σχηματίζει η σχετική ταχύτητα του κέντρου βάρους της αεροτομής με τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με το σχήμα 4.4.3 .

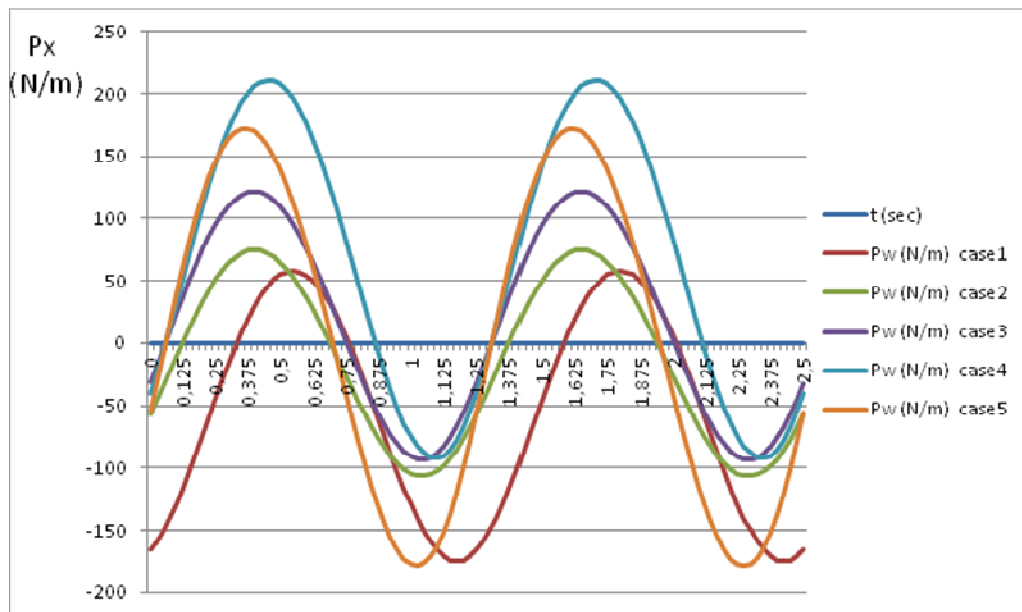


Η μεταβολή της στιγμιαίας ώσης με τον χρόνο λοιπόν είχε αυτήν τη μορφή (σχήμα 4.4.4).



Όπου φυσικά οι τιμές είναι αρνητικές γιατί η αεροτομή κινείται προς τα αρνητικά του οριζοντίου άξονα και η οριζόντια δύναμη συμβάλλει στην κίνηση αυτή.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η απεικόνιση της στιγμιαίας ώσης με τον ίδιο τρόπο για τις πέντε εξεταζόμενες περιπτώσεις.



Σχήμα 5.7 Στιγμιαία ώση συναρτήσει του χρόνου για τις περιπτώσεις αρνητικής ώσης.

Παρατηρούμε ότι για όλες τις περιπτώσεις τα διαγράμματα είναι μετατοπισμένα προς τα πάνω, δηλαδή προς τις θετικές τιμές.

Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο. Σύμφωνα με το σχήμα 4.4.3, σημαίνει ότι η στιγμιαία ώση έχει κατεύθυνση προς τα θετικά του οριζοντίου άξονα, άρα, αντίθετη με την κίνηση του κολυμβητή. Η οριζόντια δύναμη που προκαλείται από την κίνηση της αεροτομής αντιστέκεται στην κίνηση του κολυμβητή, δεν αποτελεί ώση (Thrust) αλλά οπισθέλκουσα (Drag) και η κινούμενη αεροτομή δεν λειτουργεί πλέον σαν προωθητικός μηχανισμός.



## Κεφάλαιο 6 Συμπεράσματα

Στο σημείο αυτό που η εργασία φτάνει στο τέλος της, παραθέτουμε επισκοπικά τα βασικά συμπεράσματα που μπορούμε πλέον να εξάγουμε.

- Κατά την κίνηση της αεροτομής με έναν μόνο βαθμό ελευθερίας, η μεταφορική κίνηση (plunging) είναι σαφώς πιο αποδοτική από την περιστροφική (pitching). Πιο συγκεκριμένα, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι με την ίδια συχνότητα ταλάντωσης, όταν η αεροτομή εκτελεί την μεταφορική κίνηση, αποδίδει μεγαλύτερη ώση και με μεγαλύτερο βαθμό απόδοσης απ' ό,τι όταν κινείται περιστροφικά. Επιπροσθέτως, καθώς μεταβάλλαμε την συχνότητα ταλάντωσης, παρατηρήσαμε ότι όταν η αεροτομή εκτελεί την μεταφορική κίνηση αποδίδει σε κάθε περίπτωση ώση. Αυτό δεν ισχύει κατά την περιστροφική κίνηση στην οποία υπό κάποιες συνθήκες, όχι μόνο η αεροτομή δεν λειτουργεί σαν προωθητικός μηχανισμός, αλλά δημιουργεί και οπισθέλκουσα.
- Όταν η αεροτομή πραγματοποιεί την σύνθετη κίνηση στις συνθήκες αναφοράς ( $f=0,6\text{Hz}$  ,  $U=1\text{m/s}$  ,  $h_0 = 0,25\text{m}$  ,  $\alpha_0 = 30^\circ$  ), η απόδοση μεγιστοποιείται όταν η διάφορα φάσης είναι  $120^\circ$  και ισούται με 64%. Ένας κολυμβητής λοιπόν που κολυμπά με τις παραπάνω συνθήκες για να μεγιστοποιήσει την απόδοσή του πρέπει η μεταφορική κίνηση του ποδιού του να προηγείται κατά  $120^\circ$  της περιστροφικής κίνησης του αστραγάλου του.
- Κατά την παραμετρική ανάλυση με σταθερή ταχύτητα ροής, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η αύξηση του βαθμού απόδοσης της αεροτομής, σημαίνει μείωση του συντελεστή ώσης. Για να έχουμε το βέλτιστο αποτέλεσμα κατά την κολύμβηση, δεν αρκεί μόνο ο υψηλός βαθμός απόδοσης, αλλά, να βρούμε τις περιπτώσεις αυτές που συνδυάζουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερο βαθμό απόδοσης με όσο το δυνατόν υψηλότερο συντελεστή ώσης. Την ίδια συμπεριφορά παρουσιάζουν τα δυο αυτά μεγέθη όταν η

αεροτομή πραγματοποιεί μόνο μεταφορική κίνηση (plunging). Αντιθέτως, όταν πραγματοποιεί περιστροφική κίνηση (pitching) η αύξηση του βαθμού απόδοσης συνδέεται με αύξηση και του συντελεστή ώσης ασχέτως αν κανένα από τα δύο αυτά μεγέθη δεν παίρνει συγκριτικά μεγαλύτερες τιμές απ ότι στις άλλες δύο περιπτώσεις κίνησης της αεροτομής.

- Ο βαθμός απόδοσης της αεροτομής παίρνει μέγιστες τιμές, της τάξης του 75-80%, για συγκεκριμένες παραμέτρους λειτουργιάς. Οι μέγιστες αποδώσεις της αεροτομής παρουσιάζονται για ένα εύρος τιμών του αριθμού Strouhal  $St=(0,25 - 0,5)$ . Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από την βιβλιογραφία. Επίσης, τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν με προηγούμενες μελέτες σχετικές με τα πτερύγια ψαριών και πτηνών σύμφωνα με τις οποίες οι βαθμοί απόδοσης τους μεγιστοποιούνται σε ένα εύρος τιμών αριθμών Strouhal από 0,25 έως και 0,4.
- Για την λειτουργία της αεροτομής με το βέλτιστο αποτέλεσμα για τον κολυμβητή όπως εμείς το έχουμε ορίσει (κριτήριο βελτιστοποίησης), πρέπει οι αριθμοί Strouhal να κυμαίνονται μέσα σε ένα εύρος τιμών  $St=(0,32 - 0,56)$ . Στις περιπτώσεις αυτές τόσο ο βαθμός απόδοσης, όσο και ο συντελεστής ώσης, είναι αυξημένοι σε σχέση με τις τιμές για κίνηση της αεροτομής στις συνθήκες αναφοράς.

## Βιβλιογραφία

1. *Propulsion of a Flapping and Oscillating airfoil*  
by I.E. Garrick Naca Report No 567
2. *General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter*  
by Theodore Theodorsen report No 496
3. *A new system for analyzing swim fin propulsion based on human kinematic data*  
Guillaume Nicolas, Benoit Bideau, Nicolas Bideau, Briac Colobert, Gael Le Gerroue, Paul Delamarche
4. *How are Strouhal number, drag, and efficiency adjusted in high level underwater monofin-swimming?*  
Guillaume Nicolas, Benoit Bideau, Nicolas Bideau, Briac Colobert,
5. *A kinematic and dynamic comparison of surface and underwater displacement in high level monofin swimming*  
Guillaume Nicolas, Benoit Bideau
6. *Oscillating foils of high propulsive efficiency*  
By J. M. Anderson, K. Streitlien, D. S. Barrett & M. S. Triantafyllou
7. *Optimization of Unstalled Pitching and Plunging Motion of an Airfoil*  
Shuchi Yang, Shijun Luoy, Feng Liuz  
Department of Mechanical and Aerospace Engineering University of California
8. *Review of Fish Swimming Modes for Aquatic Locomotion*  
Michael Sfakiotakis, David M. Lane, and J. Bruce C. Davies
9. *Thrust and Efficiency of Propulsion by Oscillating Foils*  
J.Young, J.C.S Lai, M.Kaya, and I.H. Tuncer
10. *Μηχανική των Ρευστών*  
Σωκράτης Τσαγκάρης
11. *Μηχανική των Ρευστών Τόμος II Ασκήσεις*  
Σωκράτης Τσαγκάρης