



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΦΘΟΡΑΣ ΤΩΝ  
ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΕΡΑΜΙΚΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ  
ΜΕ ΤΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΗ ΧΡΗΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ  
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ ΚΑΙ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΩΝ  
ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΣΕ ΜΙΚΡΟΚΛΙΜΑΚΑ ΚΑΙ  
ΜΑΚΡΟΚΛΙΜΑΚΑ**

**ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ**

**ΑΧΙΛΛΕΑ Κ. ΒΟΡΤΣΕΛΑ**

Διπλωματούχου Μηχανολόγου Μηχανικού Ε.Μ.Π.

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:

**Α. Γ. ΜΑΜΑΛΗΣ**

Καθηγητής, Ακαδημαϊκός

Αθήνα, Νοέμβριος 2011





**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΦΘΟΡΑΣ ΤΩΝ  
ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΕΡΑΜΙΚΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ  
ΜΕ ΤΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΗ ΧΡΗΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ  
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ ΚΑΙ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΩΝ  
ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΣΕ ΜΙΚΡΟΚΛΙΜΑΚΑ ΚΑΙ  
ΜΑΚΡΟΚΛΙΜΑΚΑ**

**ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ**

**ΑΧΙΛΛΕΑ Κ. ΒΟΡΤΣΕΛΑ**

Διπλωματούχου Μηχανολόγου Μηχανικού Ε.Μ.Π.

**ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ**

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ :**

1. Α. ΜΑΜΑΛΗΣ, Καθ. Ε.Μ.Π.  
(Επιβλέπων)
2. Δ. ΜΑΝΩΛΑΚΟΣ, Καθ. Ε.Μ.Π.
3. Χ. ΠΑΝΑΓΟΠΟΥΛΟΣ, Καθ. Ε.Μ.Π.

**ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ**

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ:**

1. Α. ΜΑΜΑΛΗΣ, Καθ. Ε.Μ.Π.  
(Επιβλέπων)
2. Δ. ΜΑΝΩΛΑΚΟΣ, Καθ. Ε.Μ.Π.
3. Χ. ΠΑΝΑΓΟΠΟΥΛΟΣ, Καθ. Ε.Μ.Π.
4. Μ. ΣΦΑΝΤΖΙΚΟΠΟΥΛΟΣ, Ομ. Καθ.  
Ε.Μ.Π.
5. Δ. ΠΑΝΤΕΛΗΣ, Καθ. Ε.Μ.Π.
6. Θ. ΚΩΣΤΟΠΟΥΛΟΣ, Αν. Καθ. Ε.Μ.Π.
7. Κ. ΧΑΡΙΤΙΔΗΣ, Αν. Καθ. Ε.Μ.Π.

**Αθήνα, Νοέμβριος 2011**

Η έγκριση της διατριβής από τη Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε. Μ. Πολυτεχνείου δεν αποτελεί αποδοχή των γνωμών του συγγραφέα.  
(Ν. 5343/1932, άρθρο 202)

## Πίνακας περιεχομένων

<b>Πίνακας περιεχομένων .....</b>	<b>3</b>
<b>Περίληψη      12</b>	
<b>Abstract        14</b>	
<b>Κεφάλαιο I.    Εισαγωγή .....</b>	<b>16</b>
Ενότητα 1.01    Η φύση του φαινομένου της φθοράς .....	16
Ενότητα 1.02    Διατύπωση του προβλήματος .....	17
Ενότητα 1.03    Στόχοι της Δ. Δ. ....	18
Ενότητα 1.04    Μεθοδολογία της Δ.Δ. ....	19
Παραπομπές κεφαλαίου .....	21
<b>Κεφάλαιο II.    Μηχανισμοί φθοράς και αναλυτικά μοντέλα .....</b>	<b>24</b>
Ενότητα 2.01    Φθορά πρόσφυσης.....	24
(a)    Ιστορική επισκόπηση .....	24
(b)    Περιγραφή .....	26
(c)    Το μοντέλο των Salib et. al.....	28
Ενότητα 2.02    Φθορά εκτριβής .....	29
(a)    Ιστορική επισκόπηση .....	29
(b)    Η κλασική θεώρηση .....	30
(c)    Δισδιάστατο μοντέλο με μία σφηνοειδή τραχύτητα.....	32
(d)    Μοντέλο με τρισδιάστατες ημισφαιρικές τραχύτητες .....	36
(e)    Προτεινόμενοι κανόνες για τον προσδιορισμό των περιοχών δράσης κάθε μηχανισμού.    41	
(f)    Μοντέλο με άμβλυση των τραχυτήτων .....	43
Ενότητα 2.03    Φθορά κόπωσης.....	45
(a)    Περιγραφή .....	46
(b)    Μοντελοποίηση .....	48
Ενότητα 2.04    Τριβοοξείδωση .....	51
(a)    Μηχανισμοί .....	51
(b)    Μοντελοποίηση της φθοράς οξείδωσης .....	53
Ενότητα 2.05    Μηχανική διάβρωση .....	59
Ενότητα 2.06    Αρχική φθορά .....	63

εξισώσεων	(a) Γενική χρονική εξάρτηση της φθοράς και εξαγωγή εμπειρικών παραμετρικών	63
	(b) Υπολογισμός της αρχικής φθοράς από την καμπύλη Abott .....	64
	(c) Η μέθοδος των Jeng et. al. ....	66
	(d) Η μέθοδος των Nonogaki et. al. ....	66
	Συμπεράσματα κεφαλαίου .....	67
	Παραπομπές κεφαλαίου .....	67
<b>Κεφάλαιο III.</b>	<b>Μέθοδοι μοντελοποίησης .....</b>	<b>70</b>
Ενότητα 3.01	Ανασκόπηση των κλασικών προσεγγίσεων.....	70
	(a) Τύποι εξισώσεων για τη φθορά.....	70
	(b) Κριτικές στις έως τώρα προσεγγίσεις .....	71
Ενότητα 3.02	Αριθμητικές προσομοιώσεις και τριβουσυστήματα .....	74
	(a) Αριθμητικές προσομοιώσεις στη μακροκλίμακα των τριβουσυστημάτων .....	74
	(b) Αριθμητικές προσομοιώσεις στη μικροκλίμακα των τριβουσυστημάτων .....	76
Ενότητα 3.03	Πολυκλίμακη μοντελοποίηση.....	76
	(a) Γενικές αρχές.....	76
	(b) Παραδείγματα πολυκλίμακας μοντελοποίησης .....	77
Ενότητα 3.04	Στοχαστικές προσομοιώσεις.....	79
	(a) Η μέθοδος Monte Carlo .....	79
	(b) Εφαρμογές της προσομοίωσης Monte Carlo.....	80
	(c) Κοινά στοιχεία μεθοδολογιών σχεδιασμού και ανάλυσης μηχανολογικών κατασκευών με τις μεθοδολογίες μοντελοποίησης της φθοράς.....	81
	Συμπεράσματα κεφαλαίου .....	83
	Παραπομπές κεφαλαίου .....	83
<b>Κεφάλαιο IV.</b>	<b>Στοχαστική προσομοίωση και αναλυτικά μοντέλα .....</b>	<b>87</b>
Ενότητα 4.01	Φθορά πρόσφυσης.....	87
Ενότητα 4.02	Φθορά εκτριβής.....	88
	(a) Το μοντέλο των Challen & Oxley.....	89
	(b) Το μοντέλο των Williams & Xie .....	91

(c) Μοντέλο αποκοπής τραχυτήτων .....	92
Ενότητα 4.03 Φθορά κόπωσης.....	93
Ενότητα 4.04 Μηχανική διάβρωση .....	95
Ενότητα 4.05 Ανάλυση της αποδοτικότητας της μεθόδου Monte Carlo .....	95
Απόδοση της γεννήτριας τυχαίων αριθμών .....	96
Απόδοση της Monte Carlo .....	96
Απόδοση της χαρτογράφησης.....	96
Συμπεράσματα κεφαλαίου .....	98
Παραπομπές κεφαλαίου .....	98
<b>Κεφάλαιο V. Ένα πολυκλίμακο μοντέλο για τη φθορά .....</b>	<b>101</b>
Ενότητα 5.01 Περιγραφή.....	101
Ενότητα 5.02 Επιλογή των παραμέτρων .....	102
(a) Ισοδύναμη ακτίνα και σχετική κίνηση.....	102
(b) Αρχές διατήρησης.....	102
(c) Εναλλακτικά σετ παραμέτρων.....	103
(d) Περεταίρω μοντελοποίηση .....	103
Ενότητα 5.03 Από το προφίλ στις κατανομές τραχυτήτων .....	105
(a) Ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα.....	106
(b) Πολυπαραμετρικό μοντέλο .....	107
Ενότητα 5.04 Εξαγωγή του δείγματος των τραχυτήτων.....	108
(a) Τεχνικές χαρακτηρισμού του προφίλ επιφανείας.....	108
(b) Πολυεπίπεδος χαρακτηρισμός του προφίλ.....	109
(c) Γένεση δείγματος τραχυτήτων από πολυεπίπεδες κατανομές.....	112
(d) Πραγματικά και προσομοιωμένα προφίλ .....	112
Ενότητα 5.05 Χαρτογράφηση .....	115
(a) Σχεδιασμός του χώρου παραμέτρων .....	116
(b) Ακρίβεια παρεμβολής και πυκνότητα χαρτογράφησης .....	118
(c) Συναρτήσεις Ακτινικής Βάσης.....	118
(d) Επαναχαρτογράφηση .....	120
Ενότητα 5.06 Στοχαστική προσομοίωση .....	123

(a)	Περιγραφή του αλγορίθμου .....	123
(b)	Ισορροπία φορτίου – διακένου .....	123
(c)	Από τις δύο στις τρεις διαστάσεις .....	125
(d)	Μεταβολές στον πληθυσμό τραχυτήτων.....	125
(e)	Εκφυλισμός και αναδειγματοληψία .....	126
(f)	Αρχική φθορά και φθορά σταθερής κατάστασης.....	126
(g)	Μεσοσταθμική φθορά .....	126
Ενότητα 5.07	Ανάλυση μιας χαρακτηριστικής περίπτωσης προσομοίωσης μακροκλίμακας 127	
	Συμπεράσματα κεφαλαίου .....	128
	Παραπομπές κεφαλαίου .....	129
<b>Κεφάλαιο VI.</b>	<b>Μη συμβατικές αριθμητικές μέθοδοι &amp; σχετικές εφαρμογές .....</b>	<b>131</b>
Ενότητα 6.01	Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM) .....	131
(a)	Μαθηματική περιγραφή της FEM.....	132
(b)	Αδυναμίες της μεθόδου.....	132
(c)	Η εξέλιξη της FEM και οι παραλλαγές της .....	134
(d)	Αξιολόγηση της FEM ως προς τα τριβουστήματα .....	139
Ενότητα 6.02	Μέθοδος Συνοριακών Στοιχείων (BEM) .....	140
(a)	Περιγραφή της μεθόδου .....	140
(b)	Εφαρμογές της μεθόδου BEM .....	142
(c)	Αξιολόγηση της μεθόδου BEM για χρήση στην τριβολογία .....	143
Ενότητα 6.03	Μέθοδος Διακριτών Στοιχείων (DEM) .....	145
(a)	Μαθηματική περιγραφή .....	147
(b)	Εφαρμογές της μεθόδου DEM .....	149
(c)	Αξιολόγηση της DEM για χρήση στην τριβολογία .....	155
Ενότητα 6.04	Μέθοδος Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE).....	158
(a)	Μαθηματική περιγραφή .....	159
(b)	Εφαρμογές της μεθόδου.....	160
(c)	Αξιολόγηση της ALE για χρήση στην τριβολογία .....	160
Ενότητα 6.05	Μέθοδος Element – Free Galerkin (EFG).....	161
(a)	Μαθηματική περιγραφή.....	163



(b)	Εφαρμογές της μεθόδου EFG .....	165
(c)	Αξιολόγηση της EFG για χρήση στην τριβολογία.....	171
Ενότητα 6.06	Μέθοδος Μοριακής Δυναμικής (MD) .....	173
(a)	Μαθηματική περιγραφή.....	174
(b)	Εφαρμογές της μεθόδου MD.....	176
(c)	Αξιολόγηση της MD για χρήση στην τριβολογία .....	184
Ενότητα 6.07	Καταλληλότητα των μεθόδων για χρήση στην τριβολογία.....	186
Συμπεράσματα κεφαλαίου .....		187
Παραπομπές κεφαλαίου.....		187
<b>Κεφάλαιο VII. Μέθοδος Smooth Particle Hydrodynamics (SPH).....</b>		<b>192</b>
Ενότητα 7.01	Γενικά.....	192
Ενότητα 7.02	Διατύπωση .....	193
Ενότητα 7.03	Εφαρμογές μεθόδου SPH .....	195
(a)	Κρούση Taylor.....	195
(b)	Βαλλιστική .....	199
(c)	Ασυνέχεια στοιχείων και ανάπτυγμα Taylor .....	200
(d)	Αστοχία ψαθυρών υλικών .....	203
Ενότητα 7.04	Εφελκυστική αστάθεια (tensile instability) .....	203
(a)	Διατύπωση του προβλήματος .....	203
(b)	Μέθοδοι επίλυσης.....	204
(c)	Η μέθοδος των Monaghan & Gray.....	204
Ενότητα 7.05	Αξιολόγηση της SPH ως προς τα τριβοσυστήματα.....	206
Παραπομπές κεφαλαίου.....		207
<b>Κεφάλαιο VIII. Προγραμματιστική υλοποίηση της μεθόδου SPH.....</b>		<b>210</b>
Ενότητα 8.01	Εύρεση γειτόνων .....	210
(a)	Αλγόριθμοι εύρεσης γειτόνων.....	210
(b)	Υλοποίηση και συγκρίσεις .....	212
Ενότητα 8.02	Αλγόριθμος.....	213
(a)	Πυρήνας.....	213
(b)	Μήκος εξομάλυνσης (smoothing length) .....	215

(c)	Διατύπωση των νόμων διατήρησης.....	215
(d)	Στάθμιση ταχυτήτων.....	215
(e)	Τεχνητό ιξώδες.....	215
(f)	Απόκριση υλικού.....	216
(g)	Τάση σταθεροποίησης.....	216
(h)	Διαδικασία υπολογισμών.....	217
(i)	Βελτιστοποίηση επιδόσεων.....	218
<b>Ενότητα 8.03 Μοντέλα υλικών.....</b>		<b>218</b>
(a)	Υλικό ελαστικό – πλαστικό με ιστροπική κράτυνση (MAT12).....	218
(b)	Υλικό ελαστικό – πλαστικό με κινηματική κράτυνση (MAT03).....	219
(c)	Θραύση - αστοχία.....	220
(d)	Μηχανική συμπεριφορά.....	220
(e)	Ιδιότητες των υλικών.....	223
<b>Ενότητα 8.04 Αριθμητικές δοκιμές.....</b>		<b>224</b>
(a)	Εφελκυσμός.....	224
(b)	Μονοαξονική θλίψη.....	227
(c)	Διάτμηση.....	228
(d)	Κάμψη.....	228
Συμπεράσματα κεφαλαίου.....		229
Παραπομπές κεφαλαίου.....		230
<b>Κεφάλαιο ΙΧ. Μοντέλο μικροκλίμακας.....</b>		<b>231</b>
<b>Ενότητα 9.01 Αριθμητικοί κώδικες για δυναμικά προβλήματα.....</b>		<b>231</b>
(a)	Η μέθοδος της ρητής (explicit) προσομοίωσης.....	231
(b)	Ο κώδικας LS-DYNA.....	232
(c)	Υλοποίηση της SPH στο LS-DYNA.....	232
(d)	Υλοποίηση της ALE στο LS-DYNA.....	233
<b>Ενότητα 9.02 Παράμετροι σχεδίασης του μοντέλου.....</b>		<b>234</b>
(a)	Οριακές συνθήκες και υποστρώματα.....	235
(b)	Στοίχιση των κόμβων.....	236
(c)	Αντεπιφάνειες και μηχανική της επαφής.....	237
(d)	Σύζευξη με το θερμικό πρόβλημα.....	237

Ενότητα 9.03	Τρόποι κατασκευής μοντέλων επαφής τραχυτήτων .....	238
(a)	Κατασκευή μοντέλων 3D SPH .....	238
(b)	Κατασκευή μοντέλων 2D SPH .....	240
(c)	Κατασκευή εναλλακτικών μοντέλων .....	240
Ενότητα 9.04	Αυτόματη προεπεξεργασία (preprocessing) .....	240
(a)	Ρύθμιση πυκνότητας πλέγματος .....	241
(b)	Υπολογισμός χρόνου προσομοίωσης .....	241
Ενότητα 9.05	Αυτόματη μεταεπεξεργασία (postprocessing) .....	241
(a)	Δυνάμεις επαφής.....	242
(b)	Όγκοι φθοράς .....	243
(c)	Προφίλ των τραχυτήτων μετά τη φθορά.....	245
(d)	Εντατική – παραμορφωσιακή κατάσταση .....	246
Ενότητα 9.06	Ευστάθεια και έλεγχος των προσομοιώσεων .....	249
(a)	Περιπτώσεις υπολογιστικής αστάθειας .....	249
(b)	Έλεγχος των παραμέτρων της προσομοίωσης .....	250
(c)	Έλεγχος των δυνάμεων .....	251
Ενότητα 9.07	Κλιμάκωση.....	252
(a)	Η κλιμάκωση στην υπολογιστική μηχανική.....	252
(b)	Χρήση της κλιμάκωσης και μελέτες ευστάθειας του μοντέλου .....	253
Ενότητα 9.08	Σύγκριση αποτελεσμάτων .....	256
	Συμπεράσματα κεφαλαίου .....	257
	Παραπομπές κεφαλαίου .....	257
<b>Κεφάλαιο X.</b>	<b>Εφαρμογές στους μηχανισμούς φθοράς.....</b>	<b>258</b>
Ενότητα 10.01	Φθορά πρόσφυσης: LS-DYNA.....	258
Ενότητα 10.02	Φθορά πρόσφυσης: 7-παραμετρικό μοντέλο .....	260
(a)	Ειδικές συνθήκες του προβλήματος.....	261
(b)	Μεταφερόμενος και παραμορφωμένος όγκος .....	261
(c)	Αποτελέσματα της χαρτογράφησης .....	261
Ενότητα 10.03	Φθορά εκτριβής: 7-παραμετρικό μοντέλο.....	263

(a)	Ειδικές συνθήκες του προβλήματος .....	263
(b)	Μέγεθος και σχήμα αποβλίττων .....	263
(c)	Αποτελέσματα της χαρτογράφησης .....	264
Ενότητα 10.04	7-παραμετρικό μοντέλο: σύγκριση με τα αποτελέσματα από τα αναλυτικά μοντέλα 266	
Ενότητα 10.05	Φθορά πρόσφυσης: 5-παραμετρικό μοντέλο .....	268
(a)	Αποτελέσματα Χαρτογράφησης .....	269
(b)	Αποτελέσματα μακρομοντέλου .....	270
Ενότητα 10.06	Φθορά εκτριβής: 5-παραμετρικό μοντέλο .....	271
(a)	Αποτελέσματα χαρτογράφησης .....	271
(b)	Αποτελέσματα μακρομοντέλου .....	273
Ενότητα 10.07	5-παραμετρικό μοντέλο: Σχόλια και συγκρίσεις .....	273
(a)	Διείσδυση και δυνάμεις .....	273
(b)	Παρατηρήσεις στο μακρομοντέλο .....	274
Ενότητα 10.08	5-παραμετρικό μοντέλο: σύγκριση με αναλυτικά και πειραματικά αποτελέσματα 276	
(a)	Το μοντέλο GIWM .....	276
(b)	Ιδιότητες των υλικών .....	277
(c)	Ιδιότητες επιφανειών.....	278
(d)	Αποτελέσματα της προσομοίωσης .....	278
(e)	Συγκρίσεις .....	279
(f)	Συμπεράσματα.....	282
	Συμπεράσματα κεφαλαίου .....	283
	Παραπομπές κεφαλαίου .....	284
<b>Κεφάλαιο XI.</b>	<b>Τριβουστήματα στις κατεργασίες .....</b>	<b>286</b>
Ενότητα 11.01	Ειδικές συνθήκες .....	286
Ενότητα 11.02	Βιβλιογραφική ανασκόπηση .....	287
Ενότητα 11.03	Διαφορές στη μοντελοποίηση στις κατεργασίες διαμόρφωσης.....	288
(a)	Επεξεργασία του προφίλ .....	289
(b)	Διαμόρφωση του μοντέλου μακροκλίμακας .....	290
(c)	Διαμόρφωση του μοντέλου μικροκλίμακας .....	291

Ενότητα 11.04 Αποτελέσματα και παρατηρήσεις .....	293
Αποτελέσματα .....	293
Συμπεράσματα .....	295
Παραπομπές κεφαλαίου .....	296
<b>Κεφάλαιο XII. Συμπεράσματα.....</b>	<b>298</b>
Ενότητα 12.01 Σύνοψη πορισμάτων της δ. δ. ....	298
Ενότητα 12.02 Πλεονεκτήματα της παρούσας προσέγγισης .....	299
Ενότητα 12.03 Ανεπίλυτα προβλήματα.....	299
Ενότητα 12.04 Κατευθύνσεις για περεταίρω έρευνα .....	299
Επίλογος           300	
Πίνακας Εικόνων .....	301
Πίνακες           311	

## Περίληψη

Ο υπέρτατος σκοπός της μοντελοποίησης της φθοράς είναι η σχετικά ακριβής πρόγνωση του ρυθμού φθοράς, σε μια ευρεία κλίμακα λειτουργικών συνθηκών, δίχως την ανάγκη προσφυγής σε πειραματικές δοκιμές φθοράς. Μέχρι σήμερα, η επιστήμη της τριβολογίας απέχει πολύ από την επίτευξη του στόχου αυτού, για τρεις κυρίως λόγους:

- Την πολυπλοκότητα, μη-γραμμικότητα και τα συνεργατικά φαινόμενα που χαρακτηρίζουν τους μηχανισμούς φθοράς, εξασθενίζοντας την αποτελεσματικότητα των αναλυτικών λύσεων.
- Την στοχαστικότητα της μορφολογίας των επιφανειών και των χαρακτηριστικών των υλικών, η οποία δυσχεραίνει κάθε ντετερμινιστική προσέγγιση.
- Την πολυκλίμακη φυσιογνωμία του φαινομένου της φθοράς, καθώς πρόκειται ουσιαστικά για μια μακροσκοπική έκφανση συνεργατικών μικρο- και νανοσκοπικών φαινομένων.

Η παρούσα εργασία παρουσιάζει ένα συνδυασμό καινοτόμων τεχνικών μοντελοποίησης, εστιασμένων στην αντιμετώπιση των παραπάνω προκλήσεων. Στοιχειοθετείται ένα μοντέλο με δύο κλίμακες, τη μικροκλίμακα η οποία αφορά αλληλεπιδράσεις τραχυτήτων μία προς μία και τη μακροκλίμακα, η οποία αφορά την αλληλεπίδραση επιφανειών με στοχαστική μορφολογία. Στο πολυκλίμακο αυτό μοντέλο για τη φθορά ολίσθησης, η διεπιφάνεια μοντελοποιείται στο μακροσκοπικό επίπεδο με μια προσομοίωση Monte Carlo, η οποία είναι μια εξαιρετική μέθοδος για εύκολη ολοκλήρωση στοχαστικών συναρτήσεων σε πολυδιάστατους χώρους. Η προσομοίωση είναι βασισμένη σε δεδομένα για τις δυνάμεις, τον όγκο φθοράς και την εξέλιξη της τοπογραφίας της επιφάνειας για κάθε ζώνη επαφής, τα οποία προκύπτουν από ένα μοντέλο αλληλεπίδρασης τραχυτήτων στη μικροκλίμακα.

Τα αναλυτικά μοντέλα φθοράς αποτελούν τη βάση εκκίνησης για την εφαρμογή της πολυκλίμακας προσέγγισης και μια ενδεδειγμένη ανασκόπησή τους πραγματοποιήθηκε εξ αρχής. Εξετάστηκαν οι μέθοδοι μοντελοποίησης που ακολουθούνται σε αυτά καθώς και στα μοντέλα που κάνουν χρήση αριθμητικών προσομοιώσεων ή και πολυκλίμακας προσέγγισης. Η μέθοδος Monte Carlo εφαρμόστηκε επάνω σε τέτοια μοντέλα για τη φθορά εκτριβής, πρόσφυσης, κόπωσης και μηχανικής διάβρωσης και στη συνέχεια ολοκληρώθηκε εντός του μοντέλου μακροκλίμακας.

Οι αριθμητικές μέθοδοι άνευ πλέγματος (meshfree methods), όπου η ροή των κόμβων – μαζών δεν περιορίζεται από ένα πλέγμα, θεωρούνται καταλληλότερες από τη μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων για την αντιμετώπιση των ιδιαίτερων δυσχερειών που ανακύπτουν σε ένα τριβοσύστημα. Αυτές είναι οι μεγάλες, μη γραμμικές παραμορφώσεις, οι οποίες προκαλούν έντονη αστάθεια στις μεθόδους με πλέγμα, καθώς και ο εκτεταμένος σχηματισμός νέων επιφανειών, εξ' αιτίας της διάδοσης ρωγμών, του θρυμματισμού και της απελευθέρωσης σωματιδίων φθοράς. Η καταλληλότητα των διάφορων αριθμητικών μεθόδων για την επίλυση του προβλήματος εξετάστηκε ενδελεχώς.

Το μοντέλο μικροκλίμακας βασίζεται σε μια παραμετρική αριθμητική προσομοίωση, με χρήση της μεθόδου Smooth Particle Hydrodynamics (SPH). Τα ζητήματα υλοποίησης της μεθόδου SPH για την επίλυση προβλημάτων σε ελαστικά-πλαστικά στερεά σώματα στη μικροκλίμακα (αποδοτικότητα του αλγορίθμου, εφελκυστική αστάθεια, κλιμάκωση μάζας) εξετάστηκαν θεωρητικά και ενσωματώθηκαν στην υλοποίηση της μεθόδου. Διάφορα μοντέλα μικροκλίμακας κατασκευάστηκαν, σε δύο και τρεις διαστάσεις, μαζί με τους ανάλογους αλγόριθμους προ- και μετα- επεξεργασίας τους, έτσι ώστε να ενσωματωθούν μέσα στο πλήρως αυτοματοποιημένο κύκλο λειτουργίας το πολυκλίμακου μοντέλου.

Η ανταλλαγή δεδομένων μεταξύ του μακροσκοπικού και του μικροσκοπικού τμήματος του μοντέλου πραγματοποιείται μέσω παρεμβολής σε ένα χάρτη της απόκρισης του μικρομοντέλου, ο οποίος έχει υπολογιστεί εκ των προτέρων. Ο χάρτης αυτός βασίζεται σε ένα δεδομένο σύνολο παραμέτρων των τραχυτήτων, το οποίο δρα ως ο συνδετικός κρίκος μεταξύ των δύο μοντέλων, παρέχοντας το πλεονέκτημα της διατήρησης της πλήρους εναλλαξιμότητας μεταξύ διαφορετικών μοντέλων της ίδιας κλίμακας. Επίσης εισάγεται μια καινοτόμα μέθοδος δειγματισμού επί της κατατομής επιφάνειας και δημιουργίας δείγματος τραχυτήτων, κατάλληλου για το συγκεκριμένο σύνολο παραμέτρων.

Το μοντέλο αυτό εφαρμόστηκε σε χαρακτηριστικές περιπτώσεις διεπιφανειών ολίσθησης μεταλλικών και κεραμικών υλικών, οι οποίες εμφανίζουν τους μηχανισμούς φθοράς εκτριβής και πρόσφυσης. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίθηκαν με αναλυτικά μοντέλα και με πειραματικά δεδομένα.

Επίσης το μοντέλο αυτό προσαρμόστηκε στις ιδιαίτερες συνθήκες που επικρατούν στο τριβοσύστημα των κατεργασιών διαμόρφωσης, σε μια πρώτη προσπάθεια εφαρμογής των παραπάνω αρχών μοντελοποίησης, για τη χαρτογράφηση του συντελεστή τριβής και του ρυθμού φθοράς του εργαλείου.

## Abstract

Thesis title: **“Microscale and macroscale, wear modeling of metallic and ceramic surfaces, by combined use of numerical simulations and stochastic models.”**

The ultimate goal of wear modelling is the relatively accurate prediction of the wear rate, over a wide range of operational conditions, without the need to recur to wear testing. The current state of the art in tribological modelling may be considered to be still quite far away from this goal, for three main reasons:

- The complexity and non-linearity and the cooperative phenomena found in wear mechanisms, related to relatively weak analytical solutions.
- The stochastic nature of surface morphology and material properties which inhibit a deterministic approach.
- The multiscale nature of wear, since it is essentially a macroscopic manifestation of cooperative micro-, and nanoscale phenomena.

The present work presents a combination of novel modelling techniques, focused in addressing the above challenges. A dual-scale model is formulated, with single asperity interactions at the microscale and interaction of surfaces with stochastic morphology at the macroscale. In this multiscale model of sliding wear, the interface is modelled at the macroscale level by a Monte Carlo simulation, which is an excellent method for the easy integration of stochastic functions in multidimensional spaces. The simulation is based on data about the forces, wear volume and topography evolution of the surface for each contact zone, derived from an asperity interaction model in the microscale.

Analytical wear models are the basis for the original application of the multiscale approach, so initially an extensive review of them was conducted. The modeling methodologies have been examined, for analytical as well as numerical or multiscale models. The Monte Carlo method has been applied on such models for abrasive, adhesive, fatigue and erosive wear and subsequently integrated into the macroscale model.

Meshfree numerical methods, where the flow of nodal masses is not confined by a grid, are considered more suitable than the Finite Element Method to address the complications which arise in a tribosystem. These are large, non-linear deformations, causing severe instability to mesh-based methods, as well as extensive formation of new surfaces, due to crack propagation, fragmentation and wear debris separation. The suitability of various numerical methods in addressing such problems was extensively reviewed.

The microscale model is based on a parametric numerical simulation, employing the Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) method. The issues arising for the implementation of the SPH method in



solving problems of elastic-plastic solids at the microscale (numerical efficiency, tensile instability, mass scaling) have been examined theoretically and solutions have been incorporated in the implementation of the method. Various microscale models have been constructed, in two and three dimensions, along with the respective pre- and post-processing algorithms, in order to be incorporated into a fully automated solution cycle of the multiscale model.

The data exchange between the two scales of the model is conducted via interpolation on a map of microscale model responses, calculated in advance. This map is based on a predefined set of asperity parameters, acting as the link connecting the two models and providing the advantage of full interchangeability between different models of the same scale. In addition, a novel method of sampling the surface profile is introduced, in order to generate asperity samples suitable for the given parameter set.

This model has been applied to characteristic cases of metallic and ceramic interfaces, exhibiting the abrasive and adhesive wear mechanisms. The results were compared with analytical models and experimental data.

This model has been also applied to the specific conditions that arise in forming processes, in a first attempt to apply the above modeling principles, in mapping the friction coefficient and tool wear rate.

## Κεφάλαιο I. Εισαγωγή

### Ενότητα 1.01 Η φύση του φαινομένου της φθοράς

Τα βιομηχανικά προϊόντα, όσο βρίσκονται στη φάση του σχεδιασμού τους, είναι τέλεια. Και όταν τελικά κατασκευάζονται, μπορεί να έχουν ατέλειες, να αποκλίνουν από τον αρχικό τους σχεδιασμό, καθ' όσον όμως εμφανίζουν άριστη λειτουργία και καλύπτουν τις προδιαγραφές, είναι λειτουργικά τέλεια, έχουν ποιότητα. Όσο προχωρά η λειτουργία του όμως, κάθε προϊόν εισέρχεται σε μια ζώνη γεμάτη ασάφειες, στην οποία ανά πάσα στιγμή μπορούν να συμβούν γεγονότα που θα του προκαλέσουν ατέλειες και, αν επηρεάσουν τη λειτουργία του, θα μειώσουν την ποιότητά του. Αν η ποιότητα μειωθεί κάτω από ένα όριο, τότε το προϊόν παύει να είναι λειτουργικά συγκρίσιμο με ένα τέλειο προϊόν και είναι ακατάλληλο για το σκοπό που το χρησιμοποιούμε. Με άλλα λόγια έχει χάσει το στόχο του, ή, σύμφωνα με την τεχνική ορολογία, έχει «αστοχήσει».

Η συντριπτική πλειοψηφία των γεγονότων που αλλοιώνουν ένα εξάρτημα δεν είναι γεγονότα μεγάλης κλίμακας και έτσι περνούν συνήθως απαρατήρητα, αν όμως εκλείψουν τα μεγαλύτερης κλίμακας γεγονότα, ακόμα και τα πιο μικροσκοπικά από αυτά (όπως η μετακίνηση μιας διαταραχής μέσα στο κρυσταλλικό πλέγμα) είναι ικανά αθροιστικά να οδηγήσουν σε αστοχία. Σε αυτήν την κατηγορία ανήκει και η φθορά, η οποία δεν είναι τίποτε άλλο από το συσσωρευμένο αποτέλεσμα αμέτρητων μικροσκοπικών εκφυλιστικών γεγονότων, διαφόρων φύσεων, που λαμβάνουν χώρα στις επιφάνειες των βιομηχανικών προϊόντων.

Αυτός δεν είναι βέβαια ο επίσημος ορισμός της φθοράς, μας βοηθά όμως καλύτερα στην κατανόησή της. Όπως θα δούμε παρακάτω, οποιαδήποτε μακροσκοπική αντιμετώπιση θα είναι ευκαιριακή και εν μέρει εμπειρική, αν δεν προκύπτει αφαιρετικά από την υπέρθεση των αμέτρητων μικροσκοπικών γεγονότων που συνδυάζονται στην αφαίρεση υλικού από την επιφάνεια. Τα γεγονότα αυτά δεν είναι απλές μικρογραφίες των μακροσκοπικών μοντέλων, προσαρμοσμένες στην κλίμακα των τραχυτήτων (μικροκοπή, μικρορωγμές, κ.λ.π.), αλλά λογικές ακολουθίες από στοιχειώδη συμβάντα, οι οποίες εκτυλίσσονται στοχαστικά. Εκεί οφείλεται και η μερική τυχαιότητα που παρατηρείται στο αποτέλεσμα φαινομενικά όμοιων διαδικασιών φθοράς, αλλά και η μεγάλη ευαισθησία που επιδεικνύει το αποτέλεσμα αυτό στις μεταβολές των λειτουργικών συνθηκών, αφού δεν είναι σπάνιο φαινόμενο οι ασυνέχειες δύο και τριών τάξεων μεγέθους σε γραφήματα των ρυθμών φθοράς. Έτσι η φθορά δίνει την εντύπωση ενός εξαιρετικά σύνθετου φαινομένου, ενώ δεν είναι τυχαίο το ότι πρόκειται για επιφανειακό φαινόμενο: η επιφάνεια, και ιδίως η επιφάνεια επαφής μεταξύ δύο στερεών, είναι εκείνο το πεδίο όπου συναντώνται διάφορα φυσικά συστήματα (των στερεών σωμάτων, των απορριμμάτων, του ρευστού λιπαντικού, της ατμόσφαιρας), οπότε πολλαπλασιάζονται οι παράμετροι και οι μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις.

## Ενότητα 1.02 Διατύπωση του προβλήματος

Η επιστήμη της Τριβολογίας έχει ως απώτατο στόχο την ακριβή πρόγνωση του συντελεστή τριβής και του ρυθμού φθοράς σε ένα τριβόσυστημα, βασιζόμενη μόνο στις ιδιότητες των υλικών των επιφανειών, δίχως την ανάγκη εκτέλεσης δοκιμών φθοράς. Η παρούσα τεχνολογική στάθμη στον τομέα της μοντελοποίησης της φθοράς θεωρείται ότι βρίσκεται ακόμη αρκετά μακριά από αυτό το στόχο, καθώς η ακρίβεια των περισσότερων μοντέλων επιτρέπει απλά την πρόβλεψη μιας τάξεως μεγέθους για το φαινόμενο [1,2].

Το γεγονός αυτό μπορεί να αιτιολογηθεί λόγω των ιδιαιτεροτήτων του φαινομένου της φθοράς ολίσθησης, δηλαδή (α) την πολυπλοκότητα και μη γραμμικότητα των μηχανισμών φθοράς και τη συνέργεια διάφορων μηχανικών, θερμικών και χημικών μηχανισμών, εν συγκρίσει με σχετικά ασθενείς αναλυτικές λύσεις, (β) τη στοχαστική φύση των μεταβλητών εισόδου, όπως η μορφολογία της διεπιφάνειας επαφής και οι φυσικοχημικές ιδιότητες των υλικών, οι οποίες δεν επιτρέπουν την απόλυτη, (ντετερμινιστική) γνώση, αλλά ούτε και τον έλεγχο, των πραγματικών συνθηκών που διέπουν το φαινόμενο της φθοράς, (γ) την πολυκλίμακη φύση του φαινομένου, καθώς η μακροσκοπική προσέγγιση των παραπάνω συνεργατικών φαινομένων μπορεί να περιγραφεί επαρκώς μονάχα αν ανατρέξουμε στη μικρο- και νανοκλίμακα [3].

Αξίζει να σημειωθεί ότι η αναλυτική μοντελοποίηση της φθοράς βασίζεται στην υπόθεση ότι η φθορά μπορεί αφ' ενός να περιγραφεί στο σύνολο της διεπιφάνειας με μία και μοναδική εξίσωση, προσαρμοσμένη σε κάθε περίπτωση με χρήση εμπειρικών συντελεστών (μονοκλίμακη μοντελοποίηση), κάτι που απαιτεί πειραματική υποστήριξη [1,4]. Από την άλλη, η χρήση τεχνικών αριθμητικής προσομοίωσης σε μακροσκοπικό επίπεδο, όπως γίνεται π.χ. στις [5,6], προς υποκατάσταση των σχετικών πειραματικών δοκιμών, έχει αποτύχει να παρέχει τα αναμενόμενα αποτελέσματα, καθώς αδυνατεί εξίσου να προσεγγίσει την πραγματική κλίμακα από την οποία πηγάζει το φαινόμενο που περιγράφεται. Αυτού του είδους η μοντελοποίηση περιορίζεται επομένως στην ολοκλήρωση μιας μακροσκοπικής εξίσωσης σε ένα χώρο από τοπικές τιμές των παραμέτρων της.

Μέχρι σήμερα, οι αριθμητικές προσομοιώσεις έχουν τύχει περιορισμένης εφαρμογής στη μικροκλίμακα [7–12], λόγω του προβλήματος της στοχαστικότητας και μη γραμμικότητας των σχετικών φαινομένων. Ακολουθώντας τα πρότυπα των πειραμάτων που αντικαθιστούν, οι προσομοιώσεις που έχουν δοκιμαστεί είναι προσαρμοσμένες στην εκάστοτε εφαρμογή και δε διαθέτουν αρκετές παραμέτρους ώστε να είναι χρήσιμες στα πλαίσια μιας πολυκλίμακης μοντελοποίησης.

### Ενότητα 1.03 Στόχοι της Δ. Δ.

Στόχος της Δ.Δ. είναι η ανάπτυξη καινοτόμων μεθόδων για την εκτίμηση του ρυθμού φθοράς σε ένα τριβασύστημα, δίχως την πραγματοποίηση πειραματικών δοκιμών. Η ικανότητα εκτίμησης του ρυθμού φθοράς με ακρίβεια τουλάχιστον ως προς την τάξη μεγέθους είναι απαραίτητη για το σχεδιασμό ενός τριβασυστήματος, ενώ υπάρχουν εφαρμογές στις οποίες η εξέλιξη των τεχνικών συντήρησης θα απαιτούσε διψήφιο ή μονοψήφιο ποσοστό σφάλματος.

Όπως διαπιστώθηκε έπειτα από ενδελεχή έρευνα των μεθόδων που χρησιμοποιούνται αλλά και αυτών που ακόμα αναπτύσσονται σήμερα, η επιστήμη της τριβολογίας, κατά κοινή ομολογία, απέχει ακόμα αρκετά από αυτό το στόχο. Αυτό οφείλεται στις εξής ιδιομορφίες του φαινομένου της φθοράς:

- Στην **πολυπλοκότητα** και μη γραμμικότητα των μηχανισμών φθοράς, και στη συνέργεια μηχανικών, θερμικών και χημικών φαινομένων, που καθιστούν τις αναλυτικές λύσεις του προβλήματος σχετικά ανίσχυρες.
- Στη **στοχαστικότητα** των μεταβλητών (γεωμετρία, ιδιότητες υλικών) που μας στερεί την πλήρη γνώση και έλεγχο των πραγματικών συνθηκών υπό τις οποίες εξελίσσεται το φαινόμενο.
- Στην **πολυκλίμακη** φύση του φαινομένου, αφού ουσιαστικά εξετάζουμε το μακροσκοπικό αποτέλεσμα της συνέργειας φαινομένων που μπορούν να περιγραφούν μόνο σε μικρο- και ενίοτε και σε νάνο- κλίμακα.

Η μέχρι τώρα αναλυτική μοντελοποίηση θεωρεί ότι το φαινόμενο της φθοράς μπορεί να περιγραφεί σ' ολόκληρη τη διεπιφάνεια από μια ενιαία εξίσωση, προσαρμοσμένη κατά περίπτωση από εμπειρικούς συντελεστές (μονοκλίμακη μοντελοποίηση), οπότε καθίσταται ανεπαρκής δίχως πειραματική υποστήριξη. Ούτε όμως η χρήση μεθόδων αριθμητικής προσομοίωσης στη μακροκλίμακα, προς αντικατάσταση των πειραματικών δοκιμών, έχει δώσει τα αναμενόμενα αποτελέσματα, αφού δεν μπορεί να κατέλθει στην πραγματική κλίμακα που παρατηρείται το φαινόμενο, οπότε περιορίζεται απλά στην ολοκλήρωση μιας μακροσκοπικής εξίσωσης επάνω σε ένα πεδίο των τοπικών τιμών των παραμέτρων της. Από την άλλη, λίγα έχουν γίνει για την εφαρμογή της αριθμητικής προσομοίωσης στη μικροκλίμακα, λόγω του προβλήματος της στοχαστικότητας και της μη γραμμικότητας των φαινομένων.

Στην παρούσα Δ.Δ. γίνεται προσπάθεια να αντιμετωπιστούν οι παραπάνω αδυναμίες με τη συνδυασμένη χρήση τριών κυρίως τεχνικών, οι οποίες ενώ εφαρμόζονται επιτυχώς σε άλλους τομείς, μονάχα πρόσφατα έχουν αρχίσει να εφαρμόζονται σε περιορισμένο βαθμό στην τριβολογία:

**Πολυκλίμακη μοντελοποίηση**, δηλαδή χρήση δύο ή περισσότερων μοντέλων, για την περιγραφή των φαινομένων σε διαφορετικές κλίμακες, με μεταξύ τους διασύνδεση και ανταλλαγή παραμέτρων. Τέτοια μοντελοποίηση συνηθίζεται στη μελέτη των σύνθετων υλικών αλλά έχει βρει εφαρμογή και σε επιφανειακά φαινόμενα, όπως οι κατεργασίες της λείανσης. Σε ένα τριβασύστημα, η κλίμακα της ερτζιανής επαφής αποτελεί τη μακροκλίμακα, ενώ η κλίμακα της επαφής τραχυτήτων

(πραγματικής επαφής) τη μικροκλίμακα. Επίσης μπορεί να θεωρηθεί και τρίτη κλίμακα, η νανοκλίμακα, σε ατομικό επίπεδο, όπου η ύπαρξη νανοδομής το επιβάλλει (οριακά στρώματα).

**Στοχαστική μοντελοποίηση**, δηλαδή επιλογή ορισμένων παραμέτρων του προβλήματος (π.χ. σχετική θέση, ύψος και ακτίνα καμπυλότητας τραχυτήτων, ιδιότητες υλικού, παρουσία ατελειών) από μια τυχαία κατανομή και επίλυση του προβλήματος για μεγάλο αριθμό περιπτώσεων, προκειμένου να λάβουμε μια αντιπροσωπευτικότερη εκτίμηση της λύσης. Χρησιμοποιείται κατά κόρον στην οικονομική επιστήμη (μέθοδος Monte Carlo) αλλά πλέον εφαρμόζεται και στην τριβολογία επάνω σε αναλυτικά μοντέλα. Σε πολύπλοκα προβλήματα αποτελεί πολύ πιο πρακτική μέθοδο από την κλασική ολοκλήρωση του προβλήματος επάνω στις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των στοχαστικών παραμέτρων, ενώ όταν η επίλυση του προβλήματος δεν είναι αναλυτική (όπως στις αριθμητικές προσομοιώσεις), αποτελεί μονόδρομο.

**Μη συμβατικές μέθοδοι αριθμητικής προσομοίωσης**, δηλαδή μέθοδοι που είναι πιο κατάλληλες από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για την αντιμετώπιση των ιδιαίτερων δυσκολιών του τριβουστήματος. Στα όλκιμα υλικά, οι γνωστοί μηχανισμοί φθοράς, όπως και τα προβλήματα πλαστικότητας, περιλαμβάνουν μεγάλες, μη γραμμικές παραμορφώσεις που καθιστούν προβληματικές τις αριθμητικές μεθόδους με πλέγμα. Στα ψαθυρά αντιθέτως παρατηρείται εκτεταμένος σχηματισμός νέων επιφανειών (διάδοση ρωγμής, θρυμματισμός), ενώ γενικότερα η φθορά περιλαμβάνει το σχηματισμό νέων σωματιδίων αλλά και την επανασυγκόλλησή τους. Τα φαινόμενα αυτά είναι σχετικά δύσκολο να περιγραφούν από αριθμητικές μεθόδους του συνεχούς μέσου. Έτσι καταλληλότερες κρίνονται αριθμητικές μέθοδοι άνευ πλέγματος (meshfree) όπως οι Element-Free Galerkin (EFG) και Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) και διακριτές μέθοδοι όπως η Discrete Element Method (DEM), όπως και η μέθοδος Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE). Οι μέθοδοι αυτές αρχίζουν σταδιακά να εφαρμόζονται σε μελέτες κατεργασιών (ορθογωνική κοπή, σφυρηλάτηση, διέλαση, κονιομεταλλουργία) και βαλλιστικής και θεωρούνται πολλά υποσχόμενες.

## **Ενότητα 1.04 Μεθοδολογία της Δ.Δ.**

Η παρούσα εργασία αφορά την ανάπτυξη ενός πολυκλίμακου μοντέλου για τη φθορά ολίσθησης (Σχ. 1-1), με εφαρμογή μιας προσομοίωσης Monte-Carlo της διεπιφάνειας στο μακροσκοπικό επίπεδο, βασισμένη σε δεδομένα για τις δυνάμεις, τον όγκο φθοράς και την εξέλιξη της τοπογραφίας της επιφάνειας για κάθε ζώνη επαφής, τα οποία προκύπτουν από ένα μοντέλο αλληλεπίδρασης τραχυτήτων στη μικροκλίμακα.

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια εξαιρετική μέθοδος για εύκολη ολοκλήρωση στοχαστικών συναρτήσεων σε πολυδιάστατους χώρους [13]. Έχει εφαρμοστεί επιτυχώς στον τομέα του Σχεδιασμού Μηχανολογικών Κατασκευών, σε μια διαδικασία η οποία αποκαλείται «Σχεδιασμός για Έξι-Σίγμα» (“Design for Six-Sigma”) [14], και η οποία αποσκοπεί στον έλεγχο των ιδιοτήτων του τελικού προϊόντος με τον έλεγχο της διακύμανσης των κατασκευαστικών παραμέτρων. Έχει επίσης

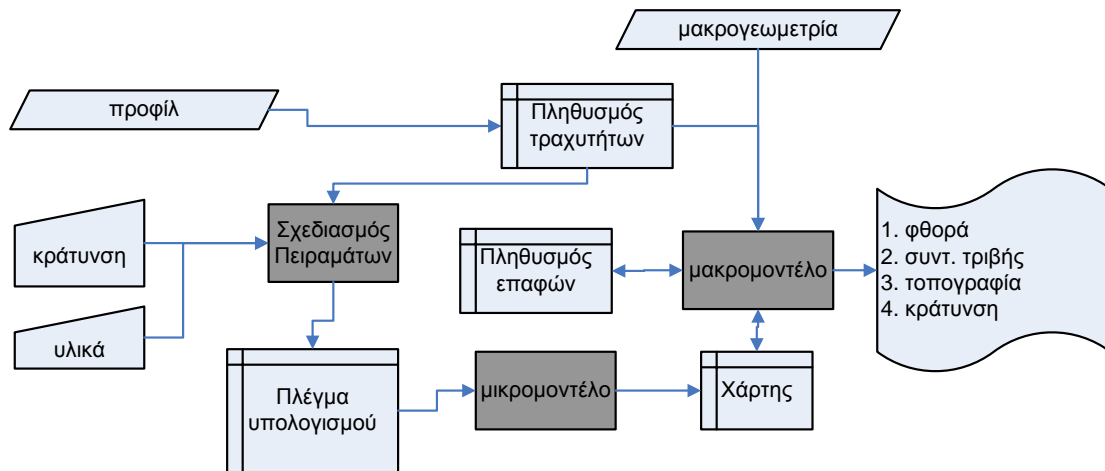
εφαρμοστεί στη μηχανική των επιφανειών και στην Τριβολογία, όπου έχει χρησιμοποιηθεί για την ολοκλήρωση αναλυτικών μοντέλων για τη μηχανική διάβρωση [15] και τη φθορά εκτριβής [16,17].

Τα αναλυτικά μοντέλα φθοράς αποτελούν τη βάση εκκίνησης για την εφαρμογή των πιο καινοτόμων τεχνικών και μια ενδελεχής ανασκόπησή τους πραγματοποιήθηκε εξαρχής (κεφάλαιο 2). Εξετάστηκαν οι μέθοδοι μοντελοποίησης που ακολουθούνται σε αυτά καθώς και στα μοντέλα που κάνουν χρήση αριθμητικών προσομοιώσεων ή και πολυκλίμακας προσέγγισης (κεφάλαιο 3). Η μέθοδος Monte Carlo εφαρμόστηκε επάνω σε μερικά από αυτά (κεφάλαιο 4) και στη συνέχεια ολοκληρώθηκε εντός του μοντέλου μακροκλίμακας.

Οι αριθμητικές μέθοδοι άνευ πλέγματος (meshfree methods), όπου η ροή των κόμβων – μαζών δεν περιορίζεται από ένα πλέγμα, θεωρούνται καταλληλότερες από τη μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων για την αντιμετώπιση των ιδιαίτερων δυσχερειών που ανακύπτουν σε ένα τριβούσστημα. [18] Αυτές είναι οι μεγάλες, μη γραμμικές παραμορφώσεις, οι οποίες προκαλούν έντονη αστάθεια στις μεθόδους με πλέγμα, καθώς και ο εκτεταμένος σχηματισμός νέων επιφανειών, εξ' αιτίας της διάδοσης ρωγμών, του θρυμματισμού και της απελευθέρωσης σωματιδίων φθοράς. Η καταλληλότητα των διάφορων αριθμητικών μεθόδων για την επίλυση του προβλήματος εξετάστηκε ενδελεχώς (κεφάλαιο 6).

Το μοντέλο μικροκλίμακας βασίζεται σε μια παραμετρική αριθμητική προσομοίωση, με χρήση της μεθόδου Smooth Particle Hydrodynamics (SPH). Τα ζητήματα υλοποίησης της μεθόδου SPH για την επίλυση προβλημάτων σε ελαστικά-πλαστικά στερεά σώματα στη μικροκλίμακα (αποδοτικότητα του αλγορίθμου, εφελκυστική αστάθεια, κλιμάκωση μάζας) εξετάστηκαν θεωρητικά (κεφάλαιο 7) και ενσωματώθηκαν στην υλοποίηση της μεθόδου (κεφάλαιο 8). Διάφορα μοντέλα μικροκλίμακας κατασκευάστηκαν, σε δύο και τρεις διαστάσεις, μαζί με τους ανάλογους αλγόριθμους προ- και μετα- επεξεργασίας τους, έτσι ώστε να ενσωματωθούν μέσα στο πλήρως αυτοματοποιημένο κύκλο λειτουργίας το πολυκλίμακου μοντέλου (κεφάλαιο 9).

Η ανταλλαγή δεδομένων μεταξύ του μακροσκοπικού και του μικροσκοπικού τμήματος του μοντέλου πραγματοποιείται μέσω παρεμβολής σε ένα χάρτη της απόκρισης του μικρομοντέλου, ο οποίος έχει υπολογιστεί εκ των προτέρων. Ο χάρτης αυτός βασίζεται σε ένα δεδομένο σύνολο παραμέτρων των τραχυτήτων, το οποίο δρα ως ο συνδετικός κρίκος μεταξύ των δύο μοντέλων, παρέχοντας το πλεονέκτημα της διατήρησης της πλήρους εναλλαξιμότητας μεταξύ διαφορετικών μοντέλων της ίδιας κλίμακας. Επίσης εισάγεται μια καινοτόμα μέθοδος δειγματοληψίας επί της κατατομής επιφάνειας και δημιουργίας δείγματος τραχυτήτων, κατάλληλου για το συγκεκριμένο σύνολο παραμέτρων (κεφάλαιο 5).



Σχ. Ι-1 Διάγραμμα ροής του μοντέλου.

Το μοντέλο αυτό εφαρμόστηκε σε χαρακτηριστικές περιπτώσεις διεπιφανειών ολίσθησης μεταλλικών και κεραμικών υλικών, οι οποίες εμφανίζουν τους μηχανισμούς φθοράς εκτριβής και πρόσφυσης. Οι χαρτογραφήσεις που προέκυψαν, προσομοιώθηκαν και συγκρίθηκαν με αναλυτικά μοντέλα και με πειραματικά αποτελέσματα (κεφάλαιο 10).

Επίσης το μοντέλο αυτό προσαρμόστηκε στις ιδιαίτερες συνθήκες που επικρατούν στο τριβασύστημα των κατεργασιών διαμόρφωσης, σε μια πρώτη προσπάθεια εφαρμογής των παραπάνω αρχών, για τη χαρτογράφηση του συντελεστή τριβής και του ρυθμού φθοράς του εργαλείου (κεφάλαιο 11).

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] K.C. Ludema, Mechanism-based modeling of friction and wear, *Wear*. 200 (1996) 1-7.
- [2] M. Siniawski, S. Harris, Q. Wang, A universal wear law for abrasion, *Wear*. 262 (2007) 883-888.
- [3] A. Cantizano, A. Carnicero, G. Zavarise, Numerical simulation of wear-mechanism maps, *Computational Materials Science*. 25 (2002) 54-60.
- [4] I. Páczelt, Z. Mróz, On the analysis of steady-state sliding wear processes, *Tribology International*. 42 (2009) 275-283.
- [5] P. Pödra, S. Andersson, Simulating sliding wear with finite element method, *Tribology International*. 32 (1999) 71-81.
- [6] V. Hegadekatte, J. Hilgert, O. Kraft, N. Huber, Multi time scale simulations for wear prediction in micro-gears, *Wear*. 268 (2010) 316-324.
- [7] W.W. Tworzydło, W. Cecot, J.T. Oden, C.H. Yew, Computational micro- and macroscopic models of contact and friction: formulation, approach and applications, *Wear*. 220 (1998) 113-140.
- [8] V.L. Popov, S.G. Psakhie, Numerical simulation methods in tribology, *Tribology International*. 40 (2007) 916-923.
- [9] M.A. Masen, Abrasive tool wear in metal forming processes, Ph.D. Thesis, 2004.
- [10] M. Barge, G. Kermouche, P. Gilles, J. Bergheau, Experimental and numerical study of the ploughing part of abrasive wear, *Wear*. 255 (2003) 30-37.
- [11] G. Kermouche, J. Rech, H. Hamdi, J.M. Bergheau, On the residual stress field induced by a scratching round abrasive grain, *Wear*. 269 (2010) 86-92.
- [12] P. Ko, S. Iyer, H. Vaughan, M. Gadala, Finite element modelling of crack growth and

- wear particle formation in sliding contact, *Wear*. 251 (2001) 1265–1278.
- [13] R.Y. Rubinstein, D.P. Kroese, *Simulation and the Monte Carlo method*, Wiley-Interscience, 2008.
- [14] A. Vlahinos, S.G. Kelkar, *Designing for Six-Sigma Quality with Robust Optimization Using CAE*, in: *SAE Technical Papers*, SAE, Paris, France, 2002.
- [15] J.R. Nicholls, D.J. Stephenson, Monte Carlo modelling of erosion processes, *Wear*. 186-187, Part 1 (1995) 64-77.
- [16] L. Fang, J. Xing, W. Liu, Q. Xue, G. Wu, X. Zhang, Computer simulation of two-body abrasion processes, *Wear*. 251 (2001) 1356–1360.
- [17] L. Fang, W. Liu, D. Du, X. Zhang, Q. Xue, Predicting three-body abrasive wear using Monte Carlo methods, *Wear*. 256 (2004) 685–694.
- [18] T. Belytschko, Y. Krongauz, D. Organ, M. Fleming, P. Krysl, Meshless methods: An overview and recent developments, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 139 (1996) 3-47.





## Κεφάλαιο II. Μηχανισμοί φθοράς και αναλυτικά μοντέλα

Εδώ συνοψίζεται το θεωρητικό υπόβαθρο σχετικά με τους βασικότερους μηχανισμούς φθοράς και παρουσιάζεται η ποιότητα στην εκτίμηση του ρυθμού φθοράς που επιτυγχάνεται με αναλυτικούς τύπους.

### Ενότητα 2.01 Φθορά πρόσφυσης

#### (a) Ιστορική επισκόπηση

Η ιστορία της έρευνας επάνω στη φθορά των μετάλλων λόγω πρόσφυσης δεν μπορεί να διαχωριστεί από τις κλασικές μελέτες της τριβής, καθώς αμφότερες περιλαμβάνουν τη μηχανική της επαφής των στερεών. Το 1946, ο Ragnar Holm πραγματοποίησε στη Σουηδία βασική έρευνα επάνω στη φύση της επαφής των στερεών. Δημοσίευσε ένα σημειώδες έργο σχετικά με τα προβλήματα των ηλεκτρικών επαφών, το οποίο επεκτάθηκε και ανατυπώθηκε το 1958 [1]. Ο Holm μελέτησε το ρόλο της μεταφοράς υλικού σε ατομικό επίπεδο και πρότεινε μια σχέση μεταξύ του ρυθμού φθοράς και της πραγματικής επιφάνειας επαφής.

Οι P.F. Bowden και D. Tabor, οι αναγνωρισμένοι ηγέτες της έρευνας για τη φθορά ολίσθησης έγραψαν τα εξής: «οι μεταλλικές επιφάνειες που χρησιμοποιούνται τόσο στην πράξη όσο και στα εργαστηριακά πειράματα είναι γενικά πολύ πολύπλοκες και περιλαμβάνουν α) Επιφανειακές ανωμαλίες που είναι πολύ μεγάλες σε σύγκριση με τις μοριακές διαστάσεις, β) Ένα φιλμ οξειδίου, γ) Ένα αλλοιωμένο ή παραμορφωμένο στρώμα εντός του ίδιου το μετάλλου». Στο ίδιο βιβλίο ο Holm περιέγραψε τη σχέση της σκληρότητας με τη φθορά πρόσφυσης, βάσει του μηχανισμού της εργοσκήρυσης.

Η περισσότερη έρευνα για της φθορά στις δεκαετίες του 1950 και του 1960 αναφερόταν στην ολίσθηση μαλακών μετάλλων πάνω σε σκληρότερες επιφάνειες. Πράγματι, η δεκαετία του 1950 υπήρξε σημαντικότερη σ' αυτόν τον τομέα: Το 1951, ο Tabor δημοσίευσε το σημαντικό του έργο «The Hardness of Metals» [2]. Αυτό το σύντομο αλλά σημαντικό έργο καθιέρωσε ένα πειραματικό και θεωρητικό υπόβαθρο για την κατανόηση της παραμόρφωσης κατά τη διάρκεια της διείδυσης, της εργοσκήρυσης, της ελαστικής ανάπασης, την επίδραση του σχήματος του διείδυτή, τις μεθόδους σκληρομέτρησης και τις διαφορές μεταξύ τους και, κάτι πολύ βασικό για την έρευνα της φθοράς, επανατοποθέτησε το ζήτημα της πραγματικής σε αντιδιαστολή με τη φαινομενική επιφάνεια επαφής μεταξύ των στερεών.

Το 1952, οι Burwell & Strang [3] ήταν μεταξύ των πρώτων που εξέφρασαν τους ευρέως αποδεκτούς νόμους της φθοράς πρόσφυσης. Πρότειναν ότι συνήθως στη φθορά των μετάλλων λαμβάνουν χώρα τα εξής:

1. Πρόσφυση, είτε απλή είτε galling
2. Χημική διάβρωση

3. Παρουσία χαλαρών σωματιδίων εκτριβής (τρίτα σώματα)
4. Είτε κοπή είτε αυλάκωση
5. Ένας αριθμός άλλων παραγόντων όπως η κόπωση και η μηχανική διάβρωση.

Αυτές οι βασικές ιδέες άντεξαν ως επί το πλείστον τη δοκιμασία του χρόνου και πολλές από τις θεωρίες και τα μοντέλα για τη φθορά που ακολούθησαν αναφέρθηκαν με τον ένα ή τον άλλο τρόπο στις επιπτώσεις από αυτούς τους μηχανισμούς.

Το 1953, ο J.F. Archard [4] δημοσίευσε το διάσημο μοντέλο του που περιγράφει μια αναλογία ανάμεσα στον όγκο φθοράς, το ασκούμενο φορτίο, τη σκληρότητα και την απόσταση ολίσθησης. Αποκαλείται συχνά «μοντέλο πρόσφυσης του Archard» αν και το μοντέλο δεν εξαρτάται από την υπόθεση του συγκεκριμένου μηχανισμού. Το 1956, οι Archard & Hirst [5] παρουσίασαν τα αποτελέσματα μιας σειράς εκτεταμένων πειραμάτων επάνω στη φθορά πρόσφυσης των μετάλλων και συμπέραναν: *«...Όταν αποκαθίσταται ισορροπία συνθηκών στην επιφάνεια, οι ρυθμοί φθοράς των υλικών είναι ανεξάρτητοι από την φαινομενική επιφάνεια επαφής και ανάλογοι του εφαρμοζόμενου φορτίου, εκτός και αν μια μεταβολή του φορτίου μεταβάλλει τις επιφανειακές συνθήκες. Αυτοί οι κανόνες ισχύουν τόσο για την ομαλή όσο και για την έντονη μορφή της φθοράς και έχουν παρατηρηθεί για συνδυασμούς υλικών για τους οποίους είναι γνωστό ότι οι μηχανισμοί φθοράς είναι διαφορετικοί.»*

Έτσι αναγνωρίστηκε ότι ήταν δυνατή η ύπαρξη μεταπτώσεων στη φθορά, όπως η αρχική φθορά (running-in) και άλλες, και ότι χρειαζόταν καλύτερη κατανόηση αυτών των φαινομένων, καθώς τα πρώτα απλά μοντέλα για τη φθορά δεν λάμβαναν υπόψη την επίδραση της ταχύτητας ολίσθησης, της θερμοότητας τριβής και των ξαφνικών μεταπτώσεων στις διαδικασίες της φθοράς.

Η μεταφορά μετάλλου ή φιλμ από τη μια επιφάνεια στην άλλη κατά τη διάρκεια της ολίσθησης υπήρξε το αντικείμενο πολλών μελετών. Στα τέλη της δεκαετίας του 1940, ραδιενεργά ισότοπα γίνονταν πιο εύκολα διαθέσιμα στους ερευνητές και έτσι έγιναν διαθέσιμα νέα μέσα για τη μελέτη της διαδικασίας της μεταφοράς υλικού κατά τη διάρκεια της φθοράς. Το 1964, ο Antler [6] δημοσίευσε μια ανασκόπηση της μεταφοράς υλικού στα μέταλλα κατά τη διάρκεια της ολίσθησης. Διαπίστωσε ότι η μεταφορά υλικού είναι εξαιρετικά σημαντική για την απόδοση των διακοπών, των ηλεκτρονόμων, των ακροδεκτών και άλλων ηλεκτρομηχανικών διατάξεων.

Στη δεκαετία του 1960 αυξήθηκε το ενδιαφέρον για την εφαρμογή νέων τεχνικών φυσικής της επιφάνειας στη μελέτη της πρόσφυσης και της μεταφοράς υλικού και της σχέσης τους με την τριβή και τη φθορά. Σημαντική υπήρξε η συνεισφορά του D. Buckley και των συνεργατών του στο ερευνητικό κέντρο Lewis της NASA. Μεγάλο μέρος από αυτό το έργο συνοψίζεται στο βιβλίο του Buckley του 1981 [7].

Στη διάρκεια των δεκαετιών του 1970 και του 1980 πραγματοποιήθηκε σημαντική έρευνα επάνω στο θέμα της επιλεκτικής μεταφοράς υλικού, στη Σοβιετική Ένωση. Ο ορισμός της επιλεκτικής μεταφοράς (selective transfer – ST), κατά τον Garkunov [8] έχει ως εξής: *«Μια κατάσταση τριβής που οφείλεται στον αυτόματο σχηματισμό στη ζώνη επαφής ενός μη-οξειδωνόμενου λεπτού μεταλλικού*

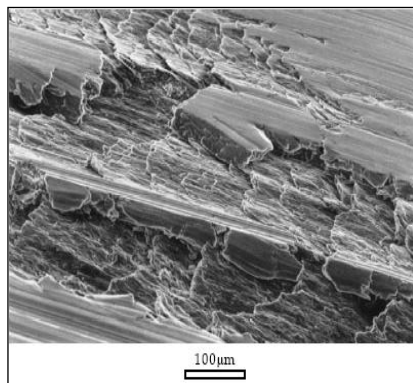
φιλμ που έχει χαμηλή αντίσταση στη διάτμηση και δεν υφίσταται εργοσκληρυνση. Επάνω στο φιλμ αυτό σχηματίζεται ένα δεύτερο, πολυμερές φιλμ, που δρα και αυτό ως αντιτριβικό στρώμα.» Την ίδια εποχή υπήρξε ενδιαφέρον στη Σοβιετική Ένωση για τη «φθορά υδρογόνου». Αυτή θεωρήθηκε ότι οφείλεται στην καταστροφή υλικών που περιέχουν υδρογόνο στην ολισθαίνουσα διεπιφάνεια. Η περίσσεια υδρογόνου υποτέθηκε ότι διαχέεται κάτω από την επιφάνεια των χαλύβων και επιταχύνει τη ρωγμάτωση, οδηγώντας σε υψηλότερους ρυθμούς φθοράς.

Την ίδια εποχή, μια ομάδα του MIT, υπό τον Nam P. Suh, ανέπτυξε αυτό που έγινε γνωστό ως «θεωρία της απολέπισης». Το μοντέλο αυτό [9] (1973), βασιζόταν στην κόπωση και στην πυρηνοποίηση και τη διάδοση υποεπιφανειακών ρωγμών, προς σχηματισμό πλακιδίων που εν τέλει αποκολλώνται από τη φθειρόμενη επιφάνεια, ως επίπεδα απορρίμματα.

Ο T. Sasada [10] (1984) εξέτασε τη μεταφορά υλικού, την επαναμεταφορά και τη μηχανική κατεργασία των σωματιδίων εντός της εργαζόμενης διεπιφάνειας. Δύο άλλες ομάδες Ιαπώνων ερευνητών αποκάλυψαν τις δυνατότητες των επιτόπου πειραμάτων εντός του ηλεκτρονικού μικροσκοπίου σάρωσης (SEM) μελετώντας το σχηματισμό των απορριμμάτων. Η επισκόπηση του Vingsbo [11] ασχολήθηκε με την ταξινόμηση των καταστάσεων φθοράς και περιγράφει, με τη χρήση πολλών μικροφωτογραφιών ως παραδείγματα, διάφορους τύπους φθοράς, των οποίων τα αίτια κυμαίνονται από πλαστική παραμόρφωση, σε ψαθυρή θραύση και κόπωση. Οι Samuels et.al. [12] ανασκόπησαν τους μηχανισμούς φθοράς πρόσφυσης, υπό το φως εκτεταμένων πειραματικών στοιχείων από μελέτες που συμπεριέλαβαν πολλά χρόνια έρευνας στο φρεζάρισμα και τη λείανση.

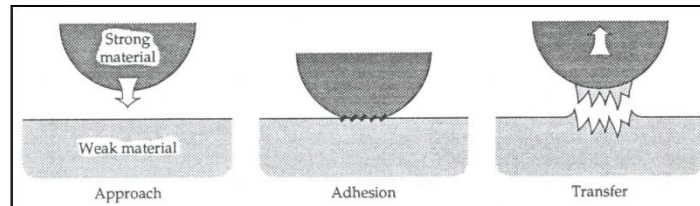
## (b) Περιγραφή

Τα περισσότερα στέρεα όταν έρχονται σε επαφή μεταξύ τους υπό κατάλληλες συνθήκες συγκολλώνται. Η προσκόλληση της μιας επιφάνειας στην άλλη ενισχύεται από την απουσία οξυγόνου, η άλλων στοιχείων στην διεπιφάνεια επαφής καθώς και από την μικρή τραχύτητα των επιφανειών. Η συγκόλληση των υλικών οδηγεί σε δυσανάλογη αύξηση του συντελεστή τριβής με αποτέλεσμα την καταστροφή των επιφανειών ολίσθησης. Επίσης η αύξηση του συντελεστή ολίσθησης ενδέχεται να αποτρέψει εντελώς την ολίσθηση μεταξύ των επιφανειών.



Σχ. II-1 Κράμα Al-Si που έχει υποστεί φθορά προσκολλήσεως [13].

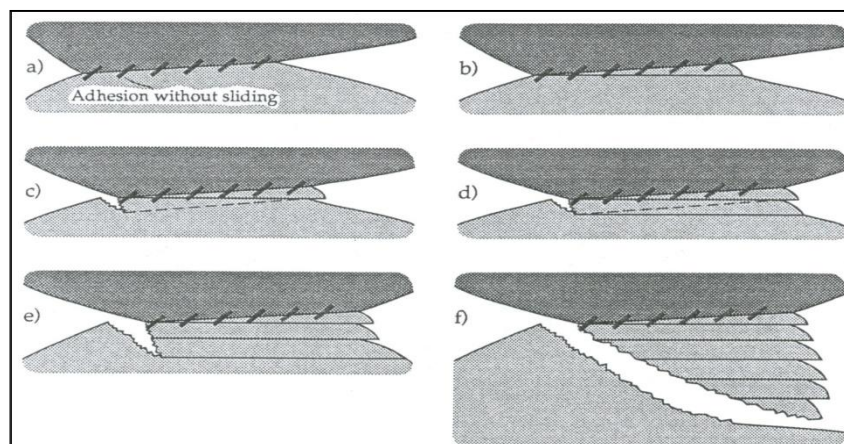
Από πειραματικές διατάξεις οι οποίες λειτουργούν υπό κενό, αφού ο ατμοσφαιρικός αέρας δεν ευνοεί την συσσωμάτωση των δυο επιφανειών, παρατηρήθηκε ότι όταν δυο μέταλλα έρχονται σε επαφή και ασκείται σε αυτά μια μικρή σχετικά δύναμη έχουμε συγκόλληση αυτών. Συγκεκριμένα απαιτείται δύναμη για τον αποχωρισμό των επιφανειών, η οποία μπορεί να είναι και είκοσι φορές μεγαλύτερη από την δύναμη η οποία ασκήθηκε αρχικά. Κατά τον διαχωρισμό των δυο σωμάτων τμήμα του πιο μαλακού υλικού αποσπάται και συμπαρασύρεται προσκολλημένο στο σκληρότερο εκ των δύο.



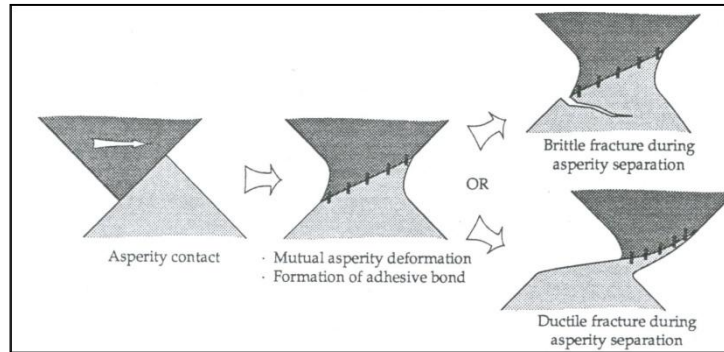
Σχ. II-2 Μεταφορά υλικού λόγω συνάφειας [13].

Η επικρατέστερη εξήγηση του φαινομένου είναι ότι όταν δυο επιφάνειες έρχονται σε επαφή έχουμε μεταφορά ηλεκτρονίων από το ένα μέταλλο στο άλλο. Τα ηλεκτρόνια στο κρυσταλλικό πλέγμα των μετάλλων είναι υπό την μορφή νέφους και έχουν την δυνατότητα κίνησης όταν η απόσταση μεταξύ των επιφανειών λάβει μια κρίσιμη τιμή παρατηρείται η μεταφορά των ηλεκτρονίων από το υλικό με τα περισσότερα ηλεκτρόνια. Με τον τρόπο αυτό αναπτύσσεται η δύναμη συνοχής μεταξύ των δυο επιφανειών παρά την διαφορετική δομή των υλικών. Επίσης ο δεσμός που αναπτύσσεται πολλές φορές ενισχύεται από χημικές αντιδράσεις μεταξύ των μετάλλων.

Ένας από τους κύριους μηχανισμούς φθοράς, ο οποίος κάνει την εμφάνιση του στα τριβουυστήματα φθοράς συνάφειας παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα. Αρχικά οι δυο επιφάνειες συγκολλούνται στην περιοχή επαφής, και στην συνέχεια λόγω της σχετικής κίνησης τους λεπτό φιλμ αποκολλάται από το μαλακότερο υλικό και προσκολλάται στο άλλο αφού ο δεσμός μεταξύ τους είναι ισχυρότερος του δεσμού συνοχής αυτού του μετάλλου. Η ίδια διεργασία μεταξύ των επιφανειών μπορεί να επαναλαμβάνεται συνεχώς, φθείροντας έτσι την μια επιφάνεια και αυξάνοντας τον όγκο της άλλης.



Σχ. II-3 Σχηματικό διάγραμμα μεταφοράς υλικού λόγω συνάφειας [13].

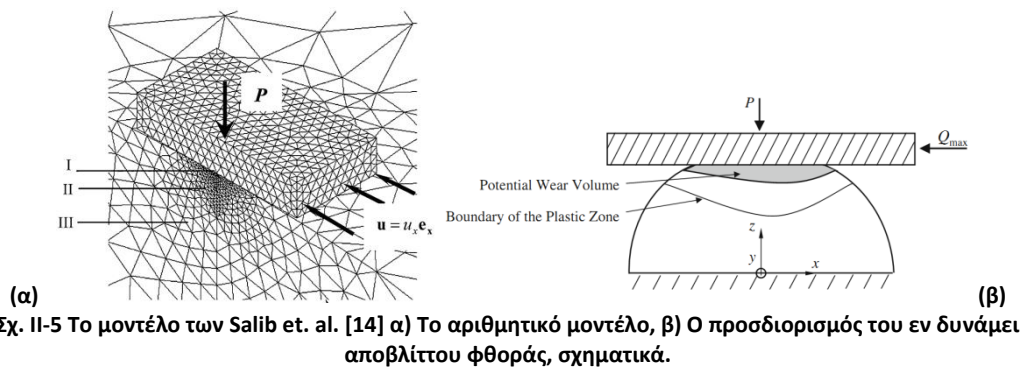


Σχ. II-4 Εναλλακτικό μοντέλο παραμόρφωσης [13].

Επίσης, εκτός της ανωτέρω περίπτωσης, ενδέχεται να έχουμε ψαθυρό θρυμματισμό του υλικού ή έντονη πλαστική παραμόρφωση αν τα υλικά είναι όλκιμα.

### (c) Το μοντέλο των Salib et. al.

Για τη φθορά πρόσφυσης, η παρούσα εργασία θα επικεντρωθεί στην εργασία των Salib et.al. [14], οι οποίοι για το μοντέλο μικροκλίμακας χρησιμοποιούν έμμεσες τρισδιάστατες προσομοιώσεις Πεπερασμένων Στοιχείων των επαφών τύπου σφαίρας επί επιπέδου. Οι επαφές υφίστανται έλξη έως το σημείο έναρξης της ολίσθησης προκειμένου να υπολογιστεί η διαδρομή με την ελάχιστη αντίσταση στο σχηματισμό ρωγμής και την αποκόλληση σωματιδίου μεταφοράς, κάτι που υλοποιείται με μια πολύπλοκη και κοπιώδη διαδικασία. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων αυτών είναι χαρτογραφημένα ως εκθετικές συναρτήσεις του αδιαστατοποιημένου κάθετου φορτίου ( $P^*$ ) και βασικών ιδιοτήτων του υλικού ( $E/Y_0$  και  $\nu$ ).



Σχ. II-5 Το μοντέλο των Salib et. al. [14] α) Το αριθμητικό μοντέλο, β) Ο προσδιορισμός του εν δυνάμει αποβλήτου φθοράς, σχηματικά.

Έτσι, ο αδιάστατος συντελεστής φθοράς γίνεται:

$$k = \frac{(22.8\nu + 9.9)}{(673\nu - 19)} (P^*)^{-0.055 \exp(4 \times 10^{-5} (E/Y_0)^2)}$$

Η προσέγγισή τους ενσωματώνει την επίδραση που έχει η ολίσθηση στη ζώνη πρόσφυσης και στα προφίλ των δυνάμεων [15] αλλά δε λαμβάνει υπόψη την πιθανότητα η πρόσφυση να είναι λόγω χημείας της επιφάνειας, μικρότερη της θεωρητικής και να μην επιτρέψει την ανάπτυξη των

απαραίτητων τάσεων για την ανάπτυξη υποεπιφανειακής ρωγμής. Ως εκ τούτου, οι συντελεστές φθοράς που προβλέπει το μοντέλο αυτό είναι πολύ υψηλότεροι από τους πειραματικούς.

## Ενότητα 2.02 Φθορά εκτριβής

### (a) Ιστορική επισκόπηση

Σταθμός για την έρευνα σχετικά με τη φθορά εκτριβής υπήρξε η αρχή της δεκαετίας του 1940. Η δουλειά των Krushev & Babichev ανέδειξε τη γραμμική αναλογία μεταξύ του λόγου των σκληροτήτων των καθαρών μετάλλων προς τη σχετική τους αντίσταση στην εκτριβή. Στη συνέχεια, όπως έδειξε ο Moore, διαφορετικές σχέσεις εμφανίζονταν όταν η αντιμετώπιση αυτή επεκτεινόταν σε άλλους τύπους υλικών. Η τάση των σκληρών σωματιδίων είτε να κόβουν ρινίσματα είτε να αυλακώνουν και να μετατοπίζουν υλικό της επιφάνειας επηρεάζει την ποιότητα και το μέγεθος των διαδικασιών φθοράς με εκτριβή. Σε γενικές γραμμές, τυποποιήσεις για μοντέλα φθοράς με εκτριβή δύο σωμάτων περιλαμβάνουν τη σκληρότητα της εκτριβόμενης επιφάνειας και μια χαρακτηριστική γωνία της μίας ή των πολλών οξέων τραχυτήτων που προκαλούν την αφαίρεση του υλικού.

Κατά τα τέλη της δεκαετίας του 1950 και στις αρχές της δεκαετίας του 1960, οι Alison e.a. [16] άρχισαν να ενσωματώνουν σε αναλύσεις για τη συμπεριφορά απέναντι στη φθορά εκτριβής στοιχεία για την υφιστάμενη κάτω από την επιφάνεια επαφής μεταλλουργική δομή. Εξέτασαν ζητήματα όπως η πυκνότητα των διαταραχών, η κρυσταλλική δομή και η ενέργεια παραμόρφωσης που αποθηκεύεται στο υλικό κατά την εκτριβή. Εξακρίβωσαν τις σημαντικές ομοιότητες που εμφανίζονται στην ανάπτυξη της κρυσταλλικής δομής, μεταξύ της εκτριβής και της κατεργασίας της έλασης. Περίπου την ίδια εποχή πραγματοποιήθηκε βασική έρευνα σχετικά με τις επιπτώσεις της τριβής ολίσθησης και της φθοράς σε μονοκρυστάλλους. Αργότερα, δημοσιεύθηκαν αρκετές μελέτες φθαρμένων επιφανειών μέσω ηλεκτρονικού μικροσκοπίου.

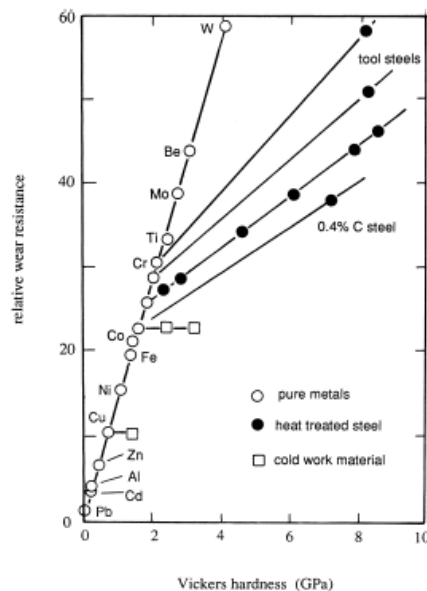
Παράλληλα με της απαρχές των μελετών της μικροδομής σε φθαρμένες επιφάνειες, άλλες πειραματικές εργασίες στα μέσα της δεκαετίας του 1960 ερεύνησαν περαιτέρω την επίδραση της σχετικής σκληρότητας. Οι Nathan & Jones [17] π.χ. πραγματοποίησαν εκτεταμένες μελέτες εκτριβής σε μέταλλα και κράματα. Σε αντίθεση με τη γραμμική αναλογία που διαπίστωσαν οι προηγούμενοι ερευνητές, αυτοί θεώρησαν τον όγκο φθοράς ως ανάλογο του λογαρίθμου του λόγου των σκληροτήτων. Με εξαίρεση τα μαλακά μέταλλα, όπως ο κασίτερος και το αλουμίνιο, η σχέση αυτή φαινόταν αληθής.

Πολλές από τις πρώτες έρευνες για τη φθορά εκτριβής ασχολούνταν με τη φθορά δύο σωμάτων, όπου τα σκληρά σωματίδια που διενεργούν την κοπή ή την αυλάκωση βρίσκονται σταθερά στην απέναντι επιφάνεια. Η φθορά τριών σωμάτων, όπου τα σωματίδια είναι ελεύθερα να κινούνται και άρα να μεταβάλλουν τις γωνίες προσβολής τους, απαιτεί πιο πολύπλοκη μοντελοποίηση. Περιεκτικές μελέτες από τους Mullhearn & Samuels [18] (1962) σχετικά με τις κατεργασίες λείανσης και φρεζαρίσματος, συνέθεσαν μηχανισμούς φθοράς με εκτριβή μαζί με στοιχεία για τη μεταλλουργική δομή.

Το έργο των Challen & Oxley [19] (1979) στην ανάλυση του πεδίου ολίσθησης εισήγαγε μια νέα μεθοδολογία για την ανάλυση της παραμόρφωσης του μεταλλικού υλικού κατά τη διάρκεια της εκτριβής. Μοντέλα εκτριβής για μέταλλα, τα οποία αναπτύχθηκαν στην Ιαπωνία από τους Kato & Hokkirigawa [20] (1983), χρησιμοποίησαν τη θεωρία του πεδίου ολίσθησης και συμπεριέλαβαν ως παραμέτρους το λόγο των σκληροτήτων, την γωνία της κορυφής του κοπτικού σωματιδίου και την αδιάστατη διατμητική αντοχή της διεπιφάνειας (το λόγο της διατμητικής αντοχής της διεπιφάνειας προς την διατμητική αντοχή του φθειρόμενου υλικού). Το 1987, ο Zum-Gahr [21] δημοσίευσε μια εκτεταμένη ανασκόπηση της φθοράς των υλικών με αυλάκωση, η οποία εξέτασε πολλά από τα μεταλλουργικά ζητήματα της εκτριβής.

### (b) Η κλασσική θεώρηση

Η κλασσική πειραματική δουλειά (Krushev 1957, Richardson 1967), βάσει δοκιμών φθοράς τύπου στυλίσκου-δίσκου (pin-on-disk), δείχνει ότι η σχετική αντίσταση των υλικών στην εκτριβή (που εκφράζεται από το λόγο του όγκου φθοράς του κάθε υλικού προς τον αντίστοιχο όγκο φθοράς ενός βασικού υλικού που χρησιμεύει ως μέτρο σύγκρισης) είναι γραμμικά εξαρτημένη από τη σκληρότητά τους. Όμως αυτή η γραμμική σχέση αποκτά διαφορετική κλίση για διφασικά ή πολυφασικά κράματα και για διαφορετικούς τύπους θερμικής και μηχανικής κατεργασίας, όπως φαίνεται στο Σχ. II-6 [22].



Σχ. II-6 Το διάγραμμα του Krushev που συσχετίζει την αντίσταση των μετάλλων στη φθορά με τη σκληρότητά τους



### (i) Ο νόμος του Archard

Για τους παραπάνω λόγους, καταλληλότερη για την περιγραφή του φαινομένου είναι η σχέση του Archard που ισχύει και για τη φθορά λόγω πρόσφυσης:

$$V = K \cdot \frac{P \cdot s}{H}$$

Όμως και η προσέγγιση αυτή, σύμφωνα με τον Williams [22] δεν λαμβάνει υπ' όψη της τα εξής:

α) Κατά τη διάρκεια ζωής ενός εξαρτήματος, η γραμμικότητα μεταξύ όγκου φθοράς και φορτίου δεν διατηρείται, καθώς ο όγκος φθοράς είναι μεγαλύτερος κατά την αρχική (running-in) και τελική (running-out) φάση.

β) Αν έχει σχηματιστεί τρίτο σώμα (3 body abrasion) ο συντελεστής φθοράς είναι πολύ μικρότερος.

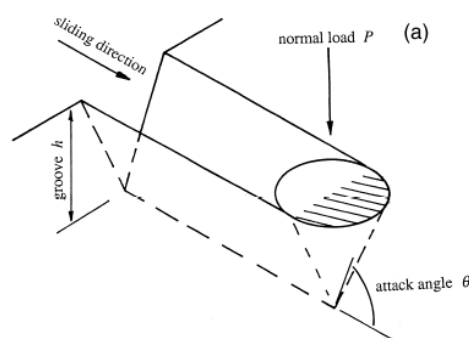
γ) Η φθειρόμενη επιφάνεια προκύπτει από την υπέρθεση πολλαπλών αλληλεπιδράσεων μεταξύ διαφορετικών κόκκων ή τραχυτήτων της σκληρότερης επί της μαλακότερης επιφάνειας.

δ) Δεν λαμβάνονται υπ' όψη υπαρκτές διαδικασίες παραμόρφωσης που λαμβάνουν χώρα κατά το σχηματισμό της φθειρόμενης επιφάνειας.

ε) Αν το υλικό είναι ψαθυρό, τότε η κατάσταση είναι πιο πολύπλοκη γιατί το υλικό μπορεί να αποβληθεί όχι μόνο με πλαστική ροή, αλλά επίσης με πρόσθετους μηχανισμούς θραύσης μεταξύ, αλλά και εντός, των κόκκων του υλικού.

Ανάλογα λοιπόν με το μοντέλο που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση της αλληλεπίδρασης των δύο επιφανειών, ο αδιάστατος συντελεστής φθοράς που χαρακτηρίζει το μοντέλο, μπορεί να εξαρτηθεί από άλλες παραμέτρους.

### (ii) Μοντέλο με μία κωνική τραχύτητα



Σχ. II-7 Μοντέλο με μία κωνική τραχύτητα [22].

Όπως φαίνεται στο Σχ. II-7, πρόκειται για την απλούστερη δυνατή περίπτωση, όπου μια κωνική ταχύτητα, με ημιγωνία  $90^\circ - \theta$ , φέροντας κανονικό φορτίο  $P$ , σχηματίζει ένα τριγωνικό αυλάκι βάθους  $h$  σε μια μαλακή και όλκιμη επιφάνεια. Η γωνία  $\theta$  μπορεί να αντιπροσωπεύει τη «μέση» επιφανειακή κλίση, ή τραχύτητα της αποξέουσας επιφάνειας, η οποία φέρει ένα πλέγμα τέτοιων τραχυτήτων. Είναι  $V = h^2 \cdot \cot \theta \cdot s$ . Το βάθος διείδυσης σχετίζεται άμεσα με το σκληρότητα του υλικού και καθώς μόνο το μπροστινό μέρος του κώνου φέρει το φορτίο  $P$ , η προβολή της φέρουσας

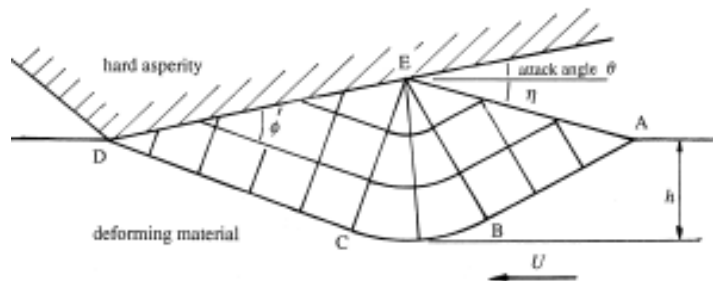
επιφάνειας είναι ημικυκλική με ακτίνα  $h \cot \theta$ , οπότε

$$P = \frac{\pi}{2} \cdot (h \cdot \cot \theta)^2 \cdot H$$

Επομένως έχουμε  $V = \frac{2 \cdot \tan \theta}{\pi} \cdot \frac{P \cdot s}{H}$ , δηλαδή  $K = \frac{2 \cdot \tan \theta}{\pi}$

### (c) Δισδιάστατο μοντέλο με μία σφηνοειδή τραχύτητα

Το μοντέλο αυτό [22,23] είναι δισδιάστατο, καθώς το αντίστοιχο τρισδιάστατο για κωνική ή πυραμιδοειδή τραχύτητα είναι πολύπλοκο και δεν έχει υπολογιστεί. Εδώ λαμβάνεται υπ' όψη το πεδίο γραμμών ολίσθησης (slip line field) της φθειρόμενης επιφάνειας, η οποία θεωρείται απολύτως πλαστική. Ένα τέτοιο πεδίο, όπως έχει προταθεί από τον Green και αναπτυχθεί από τον Petryk και τους Challen & Oxley [19], φαίνεται στο Σχ. II-8.



Σχ. II-8 Το πεδίο γραμμής ολίσθησης (slip – line field) στην περίπτωση του «πλαστικού κύματος» [23].

Ο συνολικός συντελεστής τριβής μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της  $\theta$  και του παράγοντα τριβής  $f$ , που αποτελεί απόλυτο μέτρο της διατμητικής αντοχής της διεπιφάνειας των δύο υλικών.

Είναι  $f = \tau / \kappa$ , όπου  $\tau$  η διατμητική τάση λόγω της τριβής στη διεπιφάνεια και  $\kappa$  η διατμητική αντοχή του πλαστικού υλικού. Ανάλογα με τις υφιστάμενες τιμές των  $\theta$  και  $f$ , η τραχύτητα μπορεί είτε να οδηγή στην αποβολή υλικού μέσω κοπής, είτε στο σχηματισμό ενός «πλαστικού κύματος», δηλαδή μιας μόνιμης κατάστασης όπου η ακμή της τραχύτητας, λόγω των δυνάμεων του πλαστικού πεδίου, έχει ανέλθει στο επίπεδο της ελεύθερης επιφάνειας και δεν παρατηρείται άμεση αποβολή υλικού, καθώς το πλαστικό κύμα ωθείται από την τραχύτητα κατά μήκος του υλικού, όπως μια ζάρα σε ένα χαλί. Με υπολογισμούς επί του παραμορφωσιακού πεδίου, εκτός από τον συντελεστή τριβής,

μπορούν να βρεθούν εκτιμήσεις και για το συντελεστή φθοράς. Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

### (i) Περίπτωση ολιγοκυκλικής κόπωσης (*low-cycle fatigue*)

Στην περίπτωση της εμφάνισης του πλαστικού κύματος, ενώ δεν υπάρχει άμεση αποβολή υλικού, τα στοιχεία της παραμορφωνόμενης ζώνης δέχονται μια ορθή παραμόρφωση  $\Delta \varepsilon_{xx} = -\Delta \varepsilon_{yy}$ , παράλληλη προς την επιφάνεια, η οποία αντιστρέφεται με το πέρασμα του κύματος επάνω από το στοιχείο, από θλιπτική σε εφελκυστική και δεν παραμένει και μια διατμητική παραμόρφωση  $\Delta \varepsilon_{xy}$ , η οποία δεν αντιστρέφεται και παραμένει. Όταν η ολίσθηση είναι διπλής κατευθύνσεως, η ορθή συνιστώσα του παραμορφωσιακού πεδίου είναι συνήθως η πιο σημαντική, αφού οδηγεί το υλικό σε αστοχία λόγω κοπώσεως, ενώ αντίθετα, όταν είναι μονής κατευθύνσεως, σημαντικότερη είναι η διατμητική, που οδηγεί σε πλαστική διαρροή του υλικού (*ratchetting*).

Στην πρώτη περίπτωση ο συντελεστής φθοράς θα είναι:

$$K = \frac{n_a}{N_f} \cdot h$$

όπου από τη γεωμετρία του πεδίου θα είναι  $h = ED \cdot (\sin \phi - \sin \theta)$  και η ED θα υπολογίζεται από τη διατμητική αντοχή του μαλακού υλικού και από το φορτίο ανά τραχύτητα (Challen & Oxley). Επίσης  $n_a$  είναι ο αριθμός των τραχυτήτων ανά μονάδα μήκους και  $N_f$  ο αριθμός των κύκλων για να πραγματοποιηθεί η θραύση, που υπολογίζεται από το νόμο Coffin – Manson (δεδομένου του ότι η παραμόρφωση αντιστρέφεται):

$$N_f = \left( \frac{2C}{\gamma} \right)^2$$

όπου  $\gamma$  η ολική διατμητική παραμόρφωση στο βάθος  $h$  που υφίσταται το υλικό κατά μήκος της γραμμής ABCD για ένα πέρασμα μιας τραχύτητας και  $C$  η κρίσιμη παραμόρφωση για το σχηματισμό απορριμμάτων. Για πραγματικές επιφάνειες, όπου η  $\theta$  διαφέρει για κάθε τραχύτητα, ο κανόνας του Miner μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό ενός ολικού συντελεστή φθοράς, δεδομένου του ότι τα στατιστικά στοιχεία για τις κλίσεις των τραχυτήτων της επιφάνειας μπορούν να μετρηθούν με κατάλληλο τρόπο [23].

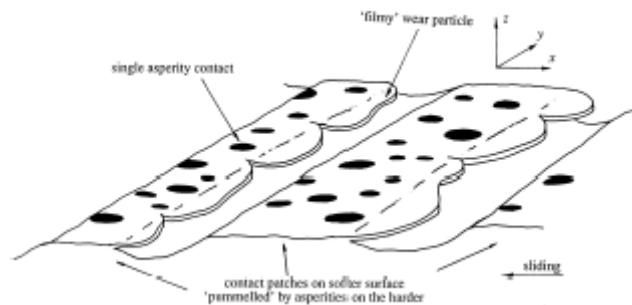
### (ii) Περίπτωση *ratchetting*

Στη δεύτερη περίπτωση (ολίσθηση μονής κατευθύνσεως), η φθορά θα είναι ανάλογη του μη-αναστρέψιμου όρου  $\Delta \varepsilon_{zx}$  και έχει υπολογιστεί:

$$K = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sin \phi - \sin \theta)}{A \cdot \cos \theta - \sin(2\phi - \theta)} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{xy}}{C}$$

όπου  $A = 1 + p/2 + 2\phi - 2\eta - 2\theta$  και  $\phi$  η γωνία του πεδίου που φαίνεται στο σχ. α) και είναι συνάρτηση του παράγοντα τριβής:  $\phi = \frac{1}{2} \arccos f$  Η  $\Delta\epsilon_{xy}$ , όπως και οι αντίστοιχες ορθές παραμορφώσεις  $\Delta\epsilon_{xx}$ ,  $\Delta\epsilon_{yy}$ , υπολογίζεται από το άθροισμα των αντίστοιχων όρων για τα τμήματα AB, BC, CD με έναν πολύπλοκο τύπο που υπάρχει στο [23].

Στην περίπτωση αυτή η φθορά γίνεται, σύμφωνα με τους Karoog & Johnson (1994) με την απόσπαση λεπτότατων μεμβρανοειδών απορριμμάτων, όπως στο Σχ. II-9: το επιφανειακό στρώμα των ζωνών επαφής της μαλακής επιφάνειας με τις τραχύτητες σφυροκοπείται από αυτές. Αυτό παρατηρείται κυρίως όταν η κυμάτωση της μαλακής επιφάνειας είναι κάθετη προς τη διεύθυνση της ολίσθησης, λεπτά μεμβρανοειδή απορρίμματα εξωθούνται κατάντι, αλλά και όταν είναι παράλληλες, τα απορρίμματα εξωθούνται και από τις δύο πλευρές των ζωνών επαφής.

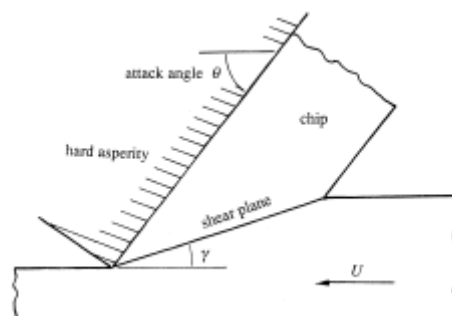


Σχ. II-9 Ο μηχανισμός απώλειας υλικού μέσω ratchetting [22].

### (iii) Περίπτωση κοπής (cutting)

Για μεγάλες γωνίες προσβολής  $\theta$ , η τραχύτητα αποσπά με συνεχή τρόπο ένα απόρριμμα από τη μαλακή επιφάνεια, με τον ίδιο τρόπο που συντελούνται οι κατεργασίες κοπής (μικροκοπή – microcutting). Αν  $\gamma$  είναι η γωνία του διατμητικού επιπέδου, όπως στο Σχ. II-10, τότε ο συντελεστής φθοράς είναι:

$$K = \frac{h \cdot H}{P} = \frac{3\sqrt{3}}{\left[1 + 2\left(\frac{1}{4}\pi - \gamma - \theta\right)\right] \cot(\gamma - \theta) - 1}$$

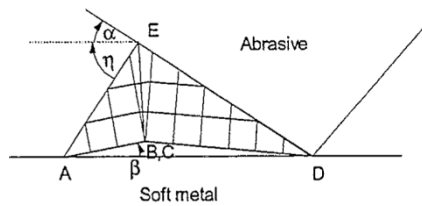


Σχ. II-10 Το πεδίο ολίσθησης στην κοπή [22].

**(iv) Περίπτωση σχηματισμού σφήνας (wedge formation)**

Όταν  $f > 0$ , υπάρχει ένα πεδίο τιμών του  $\theta$  όπου ούτε κοπή ούτε σχηματισμός πλαστικού κύματος είναι δυνατά. Στην περίπτωση αυτή, ο Oxley πρότεινε το πεδίο του Σχ. II-11 που απεικονίζει το αποκορύφωμα μιας ασταθούς διαδικασίας σχηματισμού και απόσπασης σφηνών. Καθώς η τραχύτητα θα κινηθεί από το D στο A, η σφήνα θα αποσπασθεί και στη συνέχεια η τραχύτητα θα βυθισθεί εκ νέου στη μαλακή επιφάνεια για να σχηματίσει μια άλλη σφήνα. Με την εκτίμηση ότι η απόσταση που χρειάζεται για να ανασχηματισθεί η σφήνα είναι περίπου διπλάσια από το πλάτος AD της σφήνας, τότε ο συντελεστής φθοράς, θα είναι [23]:

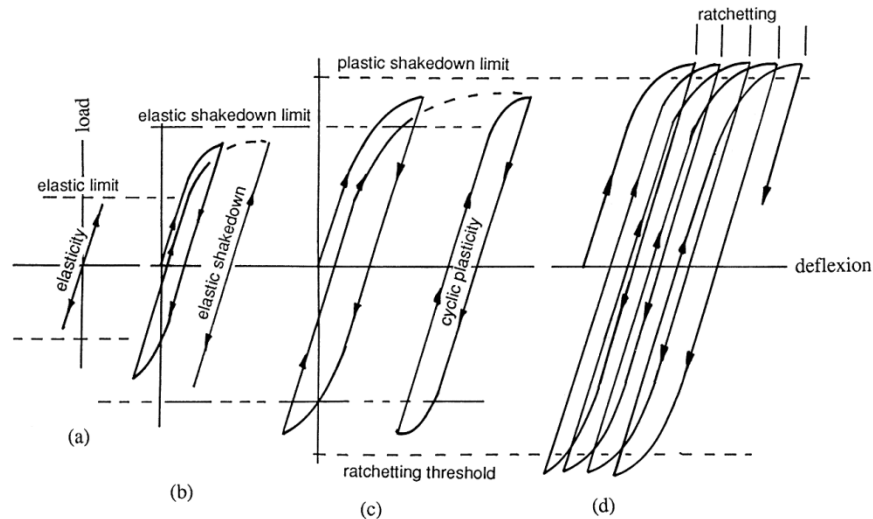
$$K = \frac{\sin^2 \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta}{2\sqrt{3} \cdot (1 + \sin 2\theta)}$$



Σχ. II-11 Το πεδίο ολίσθησης κατά το σχηματισμό σφήνας [23].

**(v) Περίπτωση ελαστικής καθίζησης (elastic shakedown)**

Όταν η γωνία  $\theta$  αποκτά πάρα πολύ μικρές τιμές (όταν δηλαδή το κατατομή των τραχυτήτων είναι μάλλον ημισφαιρικό παρά πυραμιδοειδές), ολοένα και περισσότερες τραχύτητες προκαλούν παραμορφώσεις που βρίσκονται στην ελαστική περιοχή του μαλακού υλικού οπότε ο ρυθμός φθοράς μειώνεται κατά πολύ, γίνεται της τάξης του  $10^{-7} - 10^{-8}$  και ότι φθορά υπάρχει οφείλεται στη πρόσφυση και στην κόπωση.



Σχ. II-12 Οι 4 δυνατές περιπτώσεις κυκλικής παραμόρφωσης ενός κρατυνόμενου υλικού: α) ελαστική, β) ελαστική καθίζηση, γ) κυκλική πλαστικότητα, γ) πλαστική καθίζηση (ratchetting)

Όπως φαίνεται στο Σχ. II-12 η απόκριση του υλικού στην κυκλική φόρτιση μπορεί να έχει 4 μορφές: απόλυτα ελαστική (όπου ο κύκλος της παραμόρφωσης παραμένει ελαστικός), ελαστική καθίζηση (όπου το υλικό έπειτα από μερικούς πλαστικούς κύκλους ισορροπεί και πάλι σε έναν ελαστικό κύκλο), κυκλική πλαστικότητα (όπου επιτυγχάνεται η ισορροπία αλλά ο κύκλος είναι ένας πλαστικός βρόχος) και ratchetting (όπου δεν επιτυγχάνεται ισορροπία και η παραμόρφωση συνεχίζεται σε κάθε κύκλο φόρτισης).

#### (vi) Συνδυασμένη χρήση των παραπάνω μοντέλων

Λαμβάνονται κατατομή της σκληρότερης επιφάνειας με ένα σύνθετο προφιλόμετρο και αναλύονται για την κατασκευή ενός ιστογράμματος με 30 κλάσεις, της κατανομής της κλίσης των τραχυτήτων που βρίσκονται σε επαφή. Μια τιμή του K υπολογίζεται για την τιμή της κλίσης που είναι η χαρακτηριστική κάθε κλάσης. Ο ολικός K προκύπτει ως η σταθμισμένη μέση τιμή των 30 τιμών που προκύπτουν. Αύξηση της πίεσης θα αυξήσει τον αριθμό των τραχυτήτων που έρχονται σε επαφή και μπορεί να μεταβάλει την κατανομή των κλίσεων. Επομένως το μοντέλο αυτό προβλέπει ότι ο συντελεστής φθοράς μπορεί να εξαρτάται από το κανονικό φορτίο [23].

#### (d) Μοντέλο με τρισδιάστατες ημισφαιρικές τραχύτητες

Το μοντέλο αυτό βασίζεται όπως και το προηγούμενο στην ύπαρξη τριών βασικών δομών παραμόρφωσης, την ελαστική καθίζηση, την πλαστική αυλάκωση και την κοπή, οι οποίες θα πρέπει να μοντελοποιηθούν αλλά και να οριοθετηθούν με εμπειρικές εξισώσεις.

Στην ελαστική περιοχή, ισχύουν οι εξισώσεις του Hertz:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3PR}{4E^*}} \quad \delta = \frac{a^2}{R} = \sqrt[3]{\frac{9P^2}{16RE^*2}} \quad p = \frac{2}{3\pi} \cdot \sqrt[3]{\frac{6PE^*2}{R^2}}$$

όπου  $\alpha$  η ακτίνα της κυκλικής ζώνης επαφής,  $\delta$  το βάθος παρεμβολής ανάμεσα στα δύο κατατομή,  $p$  η μέση πίεση της επαφής,  $R$  η ακτίνα των ημισφαιρικών κορυφών και  $E^*$  το ισοδύναμο

μέτρο ελαστικότητας που ορίζεται από τη σχέση  $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$ . Το μέγιστο βάθος παρεμβολής  $\delta_e$  της ελαστικής επαφής υφίσταται όταν το υλικό έχει φτάσει στο όριο της ελαστικής

καθίζησης, οπότε έχουμε την πίεση καθίζησης  $P = P_s$  και προκύπτει:

$$\delta_s = \left(\frac{3\pi}{4}\right)^2 \left(\frac{P_s}{E^*}\right)^2 R$$

Στην πλαστική περιοχή (αυλάκωση και κοπή) και δεδομένου ότι η ημισφαιρική τραχύτητα σχηματίζει στο πέρασμά της ένα ημικυλινδρικό αυλάκι, βρίσκουμε, όπως και στην περίπτωση της κωνικής τραχύτητας, ότι, αφού το φορτίο υποστηρίζεται από το εμπρός μισό μόνο της σφαιρικής ζώνης, η πίεση στην επιφάνεια της επαφής σχετίζεται με την επιφανειακή σκληρότητα  $H_s$  του

μαλακού υλικού (μετά τη φθορά) ως εξής:

$$P \approx \frac{\pi a^2}{2} H_s \Rightarrow p = \frac{P}{\pi a^2} \approx \frac{H_s}{2}$$

Η επιφανειακή σκληρότητα  $H_s$ , καθώς και η ολική σκληρότητα  $H_b$  αντιπροσωπεύουν τη δυνατότητα εργοσκληρυνσης του υλικού. Αυτές είτε μετρούνται απευθείας με πειράματα, είτε προσδιορίζονται από τη σχέση τάσης παραμόρφωσης του υλικού:  $\sigma = \sigma_0 (\varepsilon_0 + \varepsilon)^n$  θεωρώντας αντίστοιχα παραμορφώσεις  $\varepsilon=0.07$  (χαρακτηριστική τιμή για τις δοκιμές Vickers) και  $\varepsilon=1$  (πολύ μεγάλη τιμή, χαρακτηριστική της φθειρόμενης περιοχής), οπότε έχουμε:

$$H_b \approx 6\sigma_b = 6\sigma_0 (\varepsilon_0 + 0.07)^n$$

$$H_s \approx 6\sigma_s = 6\sigma_0 (\varepsilon_0 + 1)^n$$

### (i) Μοντέλο με μία ημισφαιρική τραχύτητα

Αυτό αποτελεί τη βάση για τη γενίκευση με τις πολλαπλές τραχύτητες. Από πειραματικά δεδομένα σε χαλκό και χάλυβα En 24, υπό διάφορες συνθήκες θερμικών και μηχανικών κατεργασιών, με και χωρίς λίπανση, προκύπτουν τα εξής:

**Μικροκοπή:**

$$K \approx 0.003 \frac{\tan^3 \theta}{f \cdot \kappa \cdot f_2(l)} \cdot \left(\frac{H_b}{H_s}\right)^{0.5}, \theta < 45^\circ$$

$$K \approx \frac{0.003}{f \cdot \kappa \cdot f_2(l)} \cdot \left(\frac{H_b}{H_s}\right)^{0.5}, \theta > 45^\circ$$

**Ratchetting:**

$$K \approx 0.225 \frac{\tan^3 \theta \cdot f \cdot l^{0.5}}{\kappa \cdot \varepsilon_f}$$

Όπου  $\theta$  είναι η προκύπτουσα γωνία προσβολής, δηλαδή η εφαπτόμενη γωνία του ημισφαιρίου με την επίπεδη επιφάνεια στο άκρο της ζώνης επαφής,  $\kappa$  η διατμητική αντοχή του μαλακού υλικού,  $\epsilon_f$  η παραμόρφωση θραύσης,  $l$  η αδιαστατοποιημένη απόσταση ανάμεσα στο αυλάκι που σχηματίζεται και σε κάποιο προϋπάρχον (η απόσταση των δύο αυλακιών προς το ήμισυ του πλάτους τους) που θεωρείται στοχαστικό μέγεθος, ισοκατανομημένο στο διάστημα  $[0, 1]$ ,

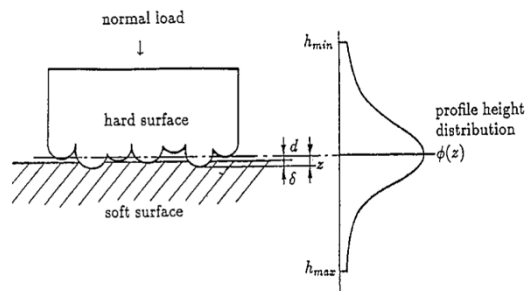
$f_2(l) = \begin{cases} l^{1/2} & (l > 0.2) \\ 0.2^{1/2} & (l \leq 0.2) \end{cases}$  καθώς έχει διαπιστωθεί από πειράματα ότι για  $l < 0.2$  το  $\kappa$  παύει να αυξάνεται.

### (ii) Μοντέλο με κατανομή πολλαπλών ημισφαιρικών τραχυτήτων

Εδώ υποθέτουμε τραχύτητες με γκαουσιανή κατανομή, των υψών τους γύρω από τη μέση γραμμή της σκληρής επιφάνειας και με τυπική απόκλιση  $\sigma$  [24]. Επειδή η γκαουσιανή κατανομή εκτείνεται μέχρι το άπειρο, χρησιμοποιείται μια πεπερασμένη εκδοχή της που ορίζεται στο διάστημα  $z \in [h_{\min}, h_{\max}] = [-3\sigma, 3\sigma]$  όπου βρίσκεται το 99,7% του εμβαδού της κατανομής, ως εξής:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot D} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad \text{όπου} \quad D = \int_{h_{\min}}^{h_{\max}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \cdot dz$$

Υποθέτουμε επίσης ότι υπάρχουν  $N$  τέτοιες τραχύτητες ανά μονάδα επιφανείας, δηλαδή  $\sqrt{N}$  τραχύτητες ανά μονάδα μήκους.



Σχ. II-13 Το επιφανειακό μοντέλο των Greenwood & Williamson [24].

Αν  $d$  είναι η χάρη ανάμεσα στη μέση γραμμή της τραχείας επιφάνειας και στην επίπεδη επιφάνεια, τότε προφανώς για κάθε τραχύτητα ισχύει  $z = d + \delta$  Έτσι:

1. άλλες τραχύτητες δεν εφάπτονται καθόλου, για  $z \in [h_{\min}, d]$ ,
2. άλλες βρίσκονται στην ελαστική περιοχή, για  $z \in [d, d + \delta_s]$ ,
3. άλλες προκαλούν ratchetting, ανεξαρτήτως της  $l$ , για  $z \in [d + \delta_s, d + \delta_p]$ ,



4. άλλες προκαλούν ratchetting, αν  $l < l_v$ , για  $z \in [d + \delta_p, d + \delta_c]$ ,
5. άλλες προκαλούν κοπή με  $\theta < 45^\circ$ , αν  $l > l_v$ , για  $z \in [d + \delta_p, d + \delta_c]$ ,
6. άλλες προκαλούν κοπή με  $\theta < 45^\circ$ , για  $z \in [d + \delta_c, d + 0.293R]$ ,
7. άλλες προκαλούν κοπή με  $\theta > 45^\circ$ , για  $z \in [d + 0.293R, d + R]$ ,
8. άλλες προκαλούν κοπή με ολόκληρο το ημισφαίριο στη ζώνη επαφής, για  $z \in [d + R, h_{\max}]$ .

Στη πρώτη περίπτωση η τοπική πίεση  $p$  είναι 0, στη δεύτερη δίδεται από τον τύπο του Hertz και στις υπόλοιπες είναι  $H_s/2$ . Τα βάθη διείδυσης  $\delta_p, \delta_c$ , υπολογίζονται από τις αντίστοιχες γωνίες  $\theta_p, \theta_c$ , βάσει της απλής γεωμετρικής σχέσης:

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\delta(2R - \delta)}}{R - \delta} \Leftrightarrow \tan \theta = \frac{\sqrt{(z - d)(2R + d - z)}}{R + d - z}$$

Το ποσοστό του ολικού φορτίου που υποστηρίζεται από τραχύτητες με ύψος ανάμεσα σε  $z$  και  $z+dz$  είναι  $dP = N\phi(z)dz \cdot \pi \cdot \alpha^2 p$

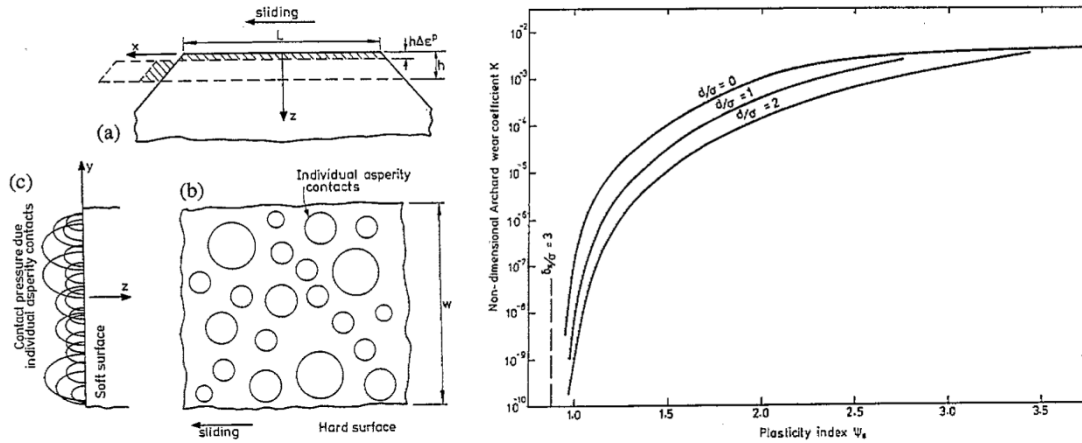
Έτσι ο συνολικός συντελεστής φθοράς προκύπτει, με παρόμοιο τρόπο με το σταθμισμένο μέσο όρο που είδαμε παραπάνω, αν ολοκληρώσουμε, για την πλαστική περιοχή:

$$K = \frac{1}{P} \int_{d + \delta_c}^{h_{\max}} K_z \cdot dP$$

Το ολοκλήρωμα θα περιλαμβάνει τους όρους 3-8 και μπορεί να βρεθεί στο [24].

### (iii) Μοντέλο με χρήση του δείκτη πλαστικότητας

Όπως είδαμε παραπάνω και βάσει των πειραματικών παρατηρήσεων των Akagaki & Kato (1987), μια φθειρόμενη επιφάνεια με ομαλή κυμάτωση, κάθετη στη διεύθυνση της ολίσθησης, προκαλεί απορρίμματα με τη μορφή πολύ λεπτών πλακιδίων, που εξωθούνται προς τις γειτονικές κοιλάδες, λόγω της δράσης των τραχυτήτων της φθειρούσας επιφάνειας. Το ιδεατό μοντέλο του φαινομένου αυτού [25] φαίνεται στο Σχ. II-14, όπου οι φθειρόμενες ράχες της μαλακής επιφάνειας μοντελοποιούνται ως τραπεζοειδείς σφήνες με μήκος  $L$  και πλάτος  $w$ . Ένα λεπτό στρώμα πάχους  $h$ , συμπίεζεται από μια επαναλαμβανόμενη πλαστική παραμόρφωση  $\Delta \varepsilon^p$  και εξωθείται κατάντι της σφήνας. Έτσι σε κάθε κύκλο ο όγκος φθοράς θα είναι  $\Delta V = L \cdot w \cdot h \cdot \Delta \varepsilon^p$



Σχ. II-14 Ο μηχανισμός φθοράς του ratchetting: (a) τομή παράλληλα προς την κατεύθυνση ολίσθησης, όπου το υλικό εξωθείται ως ένα λεπτό επιφανειακό στρώμα πάχους  $h$ , (b) κάτοψη όπου φαίνονται οι τυχαία κατανομημένες επαφές των τραχυτήτων, οι οποίες προκαλούν την κατανομή των πιέσεων (c) Δεξιά: Τιμές του συντελεστή φθοράς  $K$  συναρτήσει του δείκτη πλαστικότητας  $\psi_s$ , για διάφορες τιμές της απόστασης μεταξύ των επιφανειών  $d/\sigma$  [25].

Αν  $\bar{a}_r$  η μέση ακτίνα των επιφανειών επαφής των τραχυτήτων που υπερβαίνουν την πίεση καθίζησης  $p_s$ , τότε, προκειμένου να λειτουργήσει ο μηχανισμός του ratchetting για ολόκληρη τη φθειρόμενη επιφάνεια, είναι αναγκαίο αυτές οι επαφές να απέχουν μεταξύ τους λιγότερο από ένα κλάσμα αυτής της ακτίνας, το  $C_1 \cdot \bar{a}_r$ ,  $C_1 < 1$ . Αν  $l$  είναι το μήκος ολίσθησης που απαιτείται για να επιτευχθεί αθροιστικά κατά την εγκάρσια διεύθυνση αυτή η απόσταση, όπως φαίνεται στο Σχ. II-14, δηλαδή είναι το μήκος ολίσθησης που απαιτείται για την επίτευξη της παραμόρφωσης  $\Delta \epsilon^p$  και  $N_r$  είναι ο αριθμός των τραχυτήτων ανά μονάδα επιφανεάς που υπερβαίνουν την πίεση καθίζησης,

τότε  $l = \frac{1}{N_r C_1 \bar{a}_r}$ . Ας θεωρήσουμε επίσης ότι  $h = C_2 \cdot \bar{a}_r$ ,  $C_2 \approx 0.5$ . Επομένως ο όγκος

φθοράς ανά μονάδα επιφανεάς, δηλαδή το μέσο βάθος φθοράς θα είναι,  $\frac{V}{A} = \frac{s}{l} \cdot \frac{\Delta W}{L \cdot w}$  οπότε

$$\frac{V}{A} = N_r \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot (\bar{a}_r)^2 \cdot \Delta \epsilon^p \cdot s$$

Στη συνέχεια, με τη χρήση μιας γκαουσιανής κατανομής, υπολογίζονται εκφράσεις για τα  $N_r$ ,

$\bar{a}_r$  και  $\Delta \epsilon^p$ , συναρτήσει των  $\frac{d}{\sigma}$ ,  $\frac{\delta_s}{\sigma}$  και η παραπάνω σχέση γίνεται

$$W_n = \frac{V}{s \cdot A} = \frac{3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot B \cdot p}{4 \cdot E^*} \cdot \frac{\kappa}{p_s} \cdot \psi_s \cdot f \left\{ \frac{d}{\sigma}, \frac{\delta_s}{\sigma} \right\}$$

όπου  $B$  είναι μια σταθερά,  $\psi_s$  είναι ο «δείκτης πλαστικότητας», αδιάστατο μέγεθος χαρακτηριστικό της επαφής, που εξαρτάται από τα τοπογραφικά χαρακτηριστικά της φθειρούσας

επιφανεάς και από τις μηχανικές ιδιότητες της φθειρόμενης επιφανεάς:

$$\psi_s = \frac{E^*}{p_s} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{R}}$$

Οι εκφράσεις των  $N_r$ ,  $\bar{a}_r$  και  $\Delta \varepsilon^p$  καθώς και η συνάρτηση  $f$ , δίνονται στο [25]. Αν

$$\bar{p} = \frac{P}{p_s N \sigma R}$$

θεωρήσουμε επίσης την αδιάστατη πίεση  $\bar{p}$  και δεδομένου του ότι ο όρος  $N \sigma R$  είναι σταθερός με τιμή περίπου 0.03, ο τύπος για τη φθορά γίνεται:

$$K = \frac{V \cdot H}{s \cdot P} = C_3 \cdot \frac{H}{E^*} \cdot \frac{k}{p_s} \cdot f(\bar{p}, \psi_s) \quad \text{όπου} \quad C_3 = \frac{3C_1 C_2 B}{4}$$

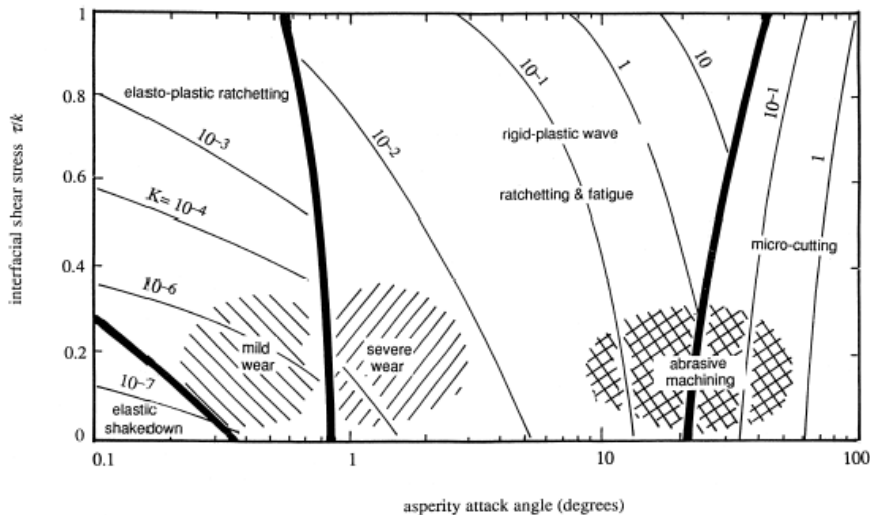
Το γράφημα της παραπάνω σχέσης φαίνεται στο Σχ. II-14 Βασικότερο χαρακτηριστικό αυτού του μοντέλου είναι ότι συναρτά το συντελεστή φθοράς με τη τετραγωνική ρίζα του φορτίου, αφού

προκύπτει  $f \propto \sqrt{p}$ , με εξαίρεση τις περιοχές πολύ κοντά στο όριο μηδενικής φθοράς που είναι το

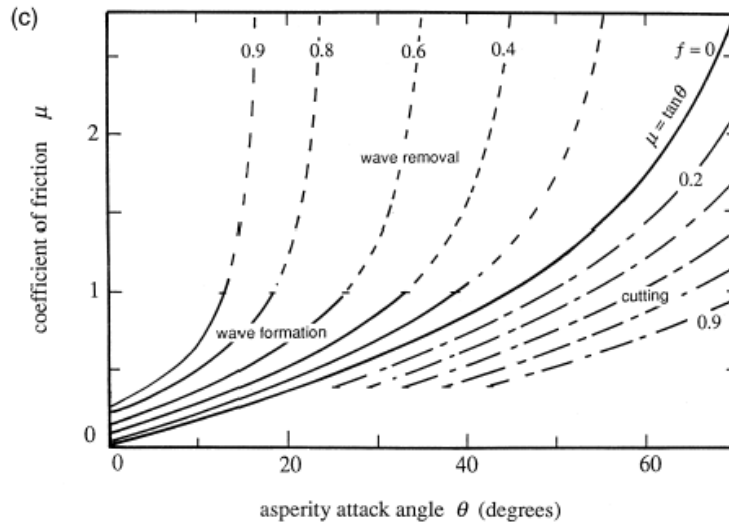
$$\frac{\delta_s}{\sigma} = 3 \quad . \text{ Αυτό σημαίνει ότι θα είναι } V \propto p^{1.5}$$

### (ε) Προτεινόμενοι κανόνες για τον προσδιορισμό των περιοχών δράσης κάθε μηχανισμού.

α. Ο Childs [26] (1988) προτείνει τη χρήση ενός χάρτη φθοράς όπως στο Σχ. II-15, με άξονες το λογάριθμο της γωνίας προσβολής  $\theta$  και τον παράγοντα τριβής  $f = \tau/\kappa$  με καθορισμένα τα όρια των διάφορων μηχανισμών.



Σχ. II-15 Χάρτης των μηχανισμών φθοράς λόγω εκτριβής [22].



Σχ. II-16 Ο χάρτης των Challen & Oxley [22].

β. Οι Challen & Oxley κατασκεύασαν έναν χάρτη των μηχανισμών, ανάλογα με τον συντελεστή τριβής  $\mu$  και τη γωνία προσβολής  $\theta$ , όπως στο Σχ. II-16. Η ελάχιστη γωνιά για την οποία παρατηρείται κοπή είναι η  $\theta=21.2^\circ$ . Για τις γωνίες που είναι δυνατοί και οι δύο μηχανισμοί, πραγματοποιείται κοπή διότι αυτή οδηγεί σε μικρότερο  $\mu$  απ' ότι το πλαστικό κύμα, που σημαίνει απορρόφηση λιγότερης ενέργειας από το τριβοσύστημα.

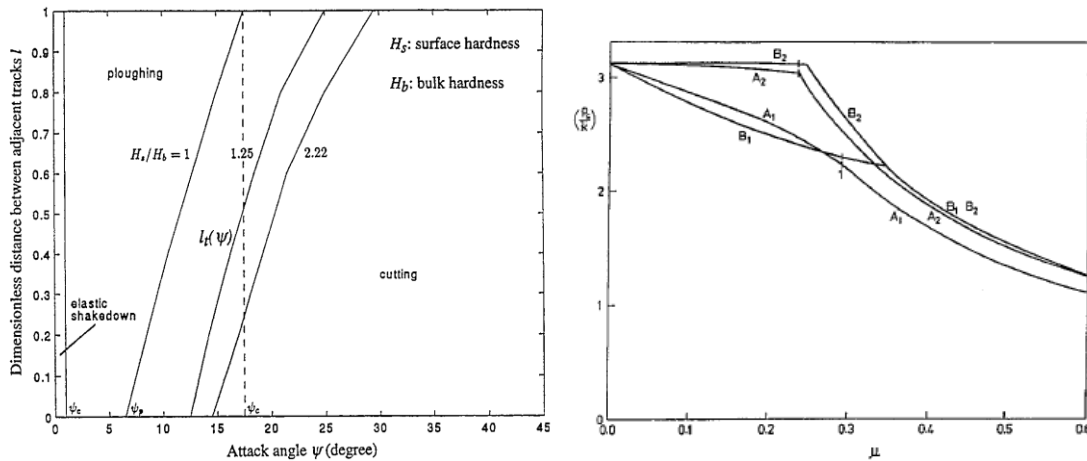
γ. Οι Torrance & Buckley [23] προτείνουν, αν η κοπή είναι δυνατή, τη χρήση της εξίσωσης γ), αλλιώς τη χρήση των α), β) ανάλογα με το είδος της ολίσθησης. Αν ούτε η δημιουργία πλαστικού κύματος είναι δυνατή, τότε ερχόμαστε στην περίπτωση δ) του σχηματισμού σφήνας. Δεν αναφέρουν το πώς θα γίνονται αυτοί οι δύο έλεγχοι, ούτε αναφέρουν έλεγχο για την περίπτωση ε).

δ. Οι Williams & Xie [24] χρησιμοποιούν στο μοντέλο τους εμπειρικές σχέσεις για τον προσδιορισμό της καμπύλης  $l_t(\theta)$  που διαχωρίζει την περιοχή του ratchetting με αυτήν της κοπής, επάνω σε ένα διάγραμμα  $l-\theta$ , όπως στο Σχ. II-17

$$l_t \approx \left( \frac{\theta - \theta_p}{\theta_c - \theta_p} \right)^{\frac{H_b}{H_s}} \quad (\theta_p \leq \theta \leq \theta_c)$$

$$\theta_p \approx \frac{1}{10f} \left( 18.6^\circ - \left( \frac{H_b}{H_s} \right)^4 \cdot 10^\circ \right)$$

$$\theta_p \approx \sqrt{10f} \left( 35.9^\circ - \left( \frac{H_b}{H_s} \right)^4 \cdot 15.5^\circ \right)$$



Σχ. II-17 Αριστερά: Ο χάρτης των Williams & Xie. Δεξιά: Ο χάρτης των Karoor, Johnson & Williams.

ε. Οι Karoor, Johnson & Williams [25] χρησιμοποιούν στο μοντέλο τους την οριακή πίεση  $p_s$  προκειμένου να διαχωρίσουν τις τραχύτητες που συμβάλλουν στο ratchetting από αυτές που βρίσκονται στη περιοχή της ελαστικής καθίζησης. Αυτή μπορεί να υπολογιστεί από γραφήματα όπως το διπλανό, όπου η  $p_s$  συναρτάται με τη διατμητική αντοχή  $k$  του μαλακού υλικού και το συντελεστή τριβής (ή μάλλον καλύτερα τον παράγοντα τριβής  $f$ , αφού αναφερόμαστε σε μικροσκοπικές επαφές), με παραμέτρους το είδος της επαφής (A – σημειακή, B – γραμμική) και τη συμπεριφορά του υλικού (1 – απολύτως πλαστικό, 2 – κινηματικά σκληρυνόμενο). Τα σημεία καμπής ερμηνεύονται από το ότι, καθώς αυξάνεται ο  $\mu$ , το σημείο που υφίσταται την κρίσιμη διατμητική τάση αλλάζει και από κάποιο βάθος, έρχεται στην επιφάνεια του υλικού.

### (f) Μοντέλο με άμβλυνση των τραχυτήτων

Καθώς το φθειρόμενο μέταλλο διέρχεται επαναλαμβανόμενα επάνω από το ίδιο τραχύ κατατομή, το τελευταίο σταδιακά αμβλύνεται και φράσσεται με απορρίμματα, οπότε ο ρυθμός φθοράς σταδιακά μειώνεται. Τόσο ο αρχικός ρυθμός φθοράς όσο και ο ρυθμός μείωσής του εξαρτάται από το μέγεθος των τραχυτήτων. Πάνω από ένα όριο, το μέγεθος δεν παίζει ρόλο, ενώ κάτω από το όριο αυτό, ο αρχικός ρυθμός φθοράς ( $\dot{V}$ ) μειώνεται και ο ρυθμός μείωσής του ( $-\ddot{V}$ ) αυξάνεται με το μέγεθός τους. Βασισμένοι πάνω στην έρευνα για τις κατεργασίες λείανσης, ο Torrance [27] έχει εντοπίσει 3 διαφορετικές επιδράσεις:

### (i) Επιρροή του μεγέθους στον αρχικό ρυθμό φθοράς

Η επίδραση αυτή εξαρτάται από το μέσο κανονικό φορτίο ανά τραχύτητα. Αν η φθορά υπολογιστεί με βάση την παραδοχή της γκαουσιανής κατανομής των υψών των τραχυτήτων, όπως παραπάνω, με την παραδοχή όμως κωνικών τραχυτήτων με ημιγωνία  $\theta$  και σφαιρική ακμή ακτίνας  $R$  (Jacobson e.a. 1988) αντί για ημισφαιρικές (όπου  $\theta=90^\circ$ ), τότε, για χαμηλά φορτία και όσο η κάθε τραχύτητα διεισδύει στο μαλακό υλικό με το ημισφαιρικό τμήμα, ο συντελεστής φθοράς που

προκύπτει αυξάνει με την ακτίνα καμπυλότητας (μέσω των επιδράσεων της επιφάνειας επαφής και του βάθους διείδυσης), όταν όμως λόγω του φορτίου η διείδυση ξεπερνά τις σφαιρικές ακμές, τότε η ακτίνα καμπυλότητας παύει να επιδρά. Ο Torrance, στο [27], εφαρμόζει μια παραλλαγή του μοντέλου των Williams & Xie, όπου αντί για το ημικυκλικό κατατομή χρησιμοποιείται ένα

υπερβολικό, της μορφής:  $\left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2 = 1$ , όπου  $y = \delta + b$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{b}{c}\right)$  και  $R = \frac{c^2}{b}$

ενώ η γωνία προσβολής αντικαθίσταται ως παράμετρος από την  $R_{qs}$ , που είναι η RMS κλίση του τμήματος των τραχυτήτων που βρίσκεται σε επαφή με το μέταλλο και συνδέεται με το μέσο

βάθος διείδυσης  $\delta$  με τη σχέση:  $R_{qs} = \frac{b \sqrt{\delta^2 + 2\delta b}}{c \delta + b}$  Έτσι ο εμπειρικός τύπος του Xie για την περίπτωση της κοπής από μία τραχύτητα με  $\theta < 45^\circ$  γίνεται:

$$K = 0.27 \frac{R_{qs}^3}{fH_s} \sqrt{\frac{H_b}{H_s}}$$

όπου  $f$  ο λόγος της διατμητικής αντοχής της επιφάνειας προς τη διατμητική αντοχή του μαλακού υλικού, δηλαδή ο παράγοντας τριβής. Ο τύπος για τη φθορά που προκύπτει είναι:

$$W = K \cdot p_g \cdot v \cdot \left(\frac{\delta}{R_{qs}}\right)^2 \cdot H_s \cdot A \cdot n_g$$

όπου  $p_g = f(R_{qs})$  το ποσοστό των τραχυτήτων που διενεργούν κοπή

και  $n_g = \frac{1.28 p_g}{\pi(20\sigma)^2}$  ο αριθμός των τραχυτήτων ανά μονάδα επιφανείας που βρίσκονται σε επαφή.

## (ii) Επιρροή του μεγέθους στο ρυθμό άμβλυνσης των τραχυτήτων

Η άμβλυνση μοντελοποιείται ως αύξηση της ακτίνας καμπυλότητας  $R$  της σφαιρικής ακμής των τραχυτήτων. Η μείωση του ρυθμού φθοράς ποσοτικοποιείται με τη σχέση (Mullhearn & Samuels 1962) [18]:

$$M_n = M_\infty (1 - e^{-\beta n})$$

όπου  $M_n$  είναι μάζα του υλικού που έχει αφαιρεθεί έπειτα από  $n$  περάσματα (πάσα),  $M_\infty$  είναι η μάζα του υλικού που έχει αφαιρεθεί έπειτα από πολύ χρόνο, όταν ο ρυθμός φθοράς θα έχει μηδενιστεί και  $\beta$  είναι η εκθετική σταθερά που χαρακτηρίζει την άμβλυνση. Εδώ το μέγεθος των τραχυτήτων είναι αντιστρόφως ανάλογο του ρυθμού άμβλυνσης. Ο Torrance [27], μοντελοποιεί το φαινόμενο με την αύξηση του  $c$  σε κάθε πάσο κατά μια σταθερή ποσότητα  $dc$ , οπότε μειώνονται τα

όρια διακύμανσης του ύψους των τραχυτήτων  $h_{max}$ ,  $h_{min}$  και η  $R_{qs}$ , και επομένως μειώνεται και ο ρυθμός φθοράς.

### (iii) Επιρροή του μεγέθους στο ρυθμό απόφραξης των τραχυτήτων

Παρατηρήθηκε [28] ότι η αύξηση του μεγέθους των κόκκων συντελεί στη μείωση του ρυθμού απόφραξής τους, γεγονός που οφείλεται κυρίως στο ότι λόγω μεγέθους είναι δύσκολο να καλυφθούν πλήρως από ένα στρώμα απορριμμάτων αλλά και εν μέρει διότι έχουν μεγαλύτερη τάση να θραύονται υπό φορτίο, αποκαλύπτοντας έτσι μια νέα καθαρή επιφάνεια. Ο Torrance μοντελοποιεί το φαινόμενο εισάγοντας στον τύπο της φθοράς το συντελεστή  $P_c$ , που είναι το κλάσμα των τραχυτήτων που δεν μπορούν να κόψουν, όταν έχει σχηματιστεί ένα πάχος απορριμμάτων πάχους  $t$ . Ισχύει ότι:

$$P_c = 1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{p_c \cdot t}{\delta}\right)}$$

όπου  $\delta$  είναι το μέσο βάθος διείσδυσης (το μέσο βάθος των χαρακιών) και  $p_c$  είναι ένας συντελεστής που αντιπροσωπεύει συγχρόνως το κλάσμα των απορριμμάτων που συγκρατούνται από την τραχεία επιφάνεια και την αποτελεσματικότητα της αποφρακτικής διαδικασίας. Το μέγεθος των απορριμμάτων παίζει βασικό ρόλο σε αυτό, καθώς τα λεπτότερα απορρίμματα έχουν μεγαλύτερη επιφανειακή ενέργεια και επομένως κολλούν πιο εύκολα στην τραχεία επιφάνεια. Έτσι το  $p_c$  θα πρέπει να αυξάνει με το μέγεθος των τραχυτήτων, αλλά μέχρι ενός ορίου, πάνω από το οποίο θα πρέπει να είναι σταθερό, όταν οι τραχύτητες θα είναι αρκετά μεγάλες ώστε να παράγουν τόσο μεγάλα απορρίμματα που να μην κολλούν κάτω από τις εκάστοτε κινηματικές συνθήκες. Δυστυχώς δεν υπάρχουν περισσότερα στοιχεία για το πως μπορεί να υπολογιστεί το  $p_c$  οπότε αυτό θα πρέπει να βρεθεί εμπειρικά.

## Ενότητα 2.03 Φθορά κόπωσης

Ακόμα και σε επαφές με καλή λίπανση στις οποίες η πρόσφυση μεταξύ των δύο επιφανειών είναι αμελητέα, υπάρχει ένα σημαντικό ποσοστό φθοράς. Αυτή η φθορά προκαλείται από τις παραμορφώσεις που προκαλούνται από την τραχύτητα των στρωμάτων της επιφάνειας όταν αυτά έρχονται σε επαφή. Οι επαφές μεταξύ τραχυτήτων συνοδεύονται από πολύ υψηλές τοπικές επαναλαμβανόμενες πιέσεις κατά τη διάρκεια της ολίσθησης ή της κύλισης με αποτέλεσμα να παράγονται σωματίδια ή θραύσματα φθοράς από τη διάδοση των ρωγμών κόπωσης και ως εκ τούτου έχουμε τον όρο «φθορά από κόπωση». Η φθορά υπό αυτούς τους όρους καθορίζεται από τους μηχανισμούς της έναρξης ρωγμών, από την αύξηση ρωγμών και τελικά από το σπάσιμο. Οι φθαρμένες επιφάνειες έχουν υποστεί πολύ υψηλού επιπέδου πλαστική καταπόνηση έναντι των μη

φθαρμένων επιφανειών. Αυτή η πίεση και η επακόλουθη τροποποίηση της μικροδομής του υλικού έχουν μια ισχυρή επίδραση στις διαδικασίες φθοράς .

Ο όρος «φθορά κόπωσης» (fatigue wear) ή «κόπωση επιφάνειας» (surface fatigue) που χρησιμοποιείται συνήθως στη βιβλιογραφία είναι τεχνική επαγγελματική ορολογία για τη φθορά επιφάνειας που προκαλείται από μια επαναλαμβανόμενη επαφή κύλισης.

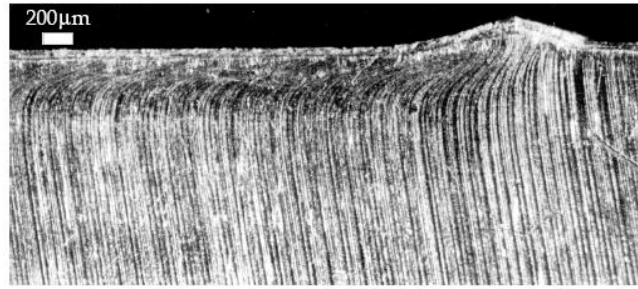
### **(a) Περιγραφή**

Η εξέταση των φθαρμένων επιφανειών στη διατομή τους αποκαλύπτει την έντονη παραμόρφωση του υλικού κάτω από τη φθαρμένη επιφάνεια. Παραδείγματος χάριν, έχει αποδειχθεί ότι υπό συνθήκες έντονης ολίσθησης με έναν συντελεστή τριβής κοντά στην μονάδα, το υλικό σε βάθος 0.1mm από την επιφάνεια μετατοπίστηκε στην κατεύθυνση της ολίσθησης λόγω της παραμόρφωσης που προκλήθηκε από την δύναμη της τριβής. Επίσης, κοντά στην επιφάνεια η δομή των κόκκων του υλικού παραμορφώνεται με φορά προσανατολισμένη παράλληλα στην επιφάνεια φθοράς. Προφανώς με χαμηλότερους συντελεστές τριβής που επικρατούν στα συστήματα που έχουν λιπανθεί, αυτή η παραμόρφωση επιφάνειας είναι μικρότερη ή μπορεί ακόμη και να είναι απύσχα.

Οι τάσεις που προκαλούνται εξαιτίας της διάτμησης στην ολίσθηση παρουσιάζονται σε κάποιο βάθος κάτω από την επιφάνεια και υπερβαίνουν τις μέγιστες τάσεις στην επιφάνεια. Η πίεση που προκαλείται εξαιτίας της ολίσθησης εφαρμόζεται τελικά στην αρχική δομή των κόκκων του υλικού και στη συνέχεια διαμορφώνει τα «κύτταρα διαταραχών». Αυτά τα κύτταρα μπορούν να περιγραφούν ως πολύ μικρού μεγέθους σωματίδια, σχετικά απαλλαγμένα από τις διαταραχές, τα οποία διαχωρίζονται μεταξύ τους με περιοχές (τοιχώρες) ιδιαίτερα πεπλεγμένων διαταραχών. Η κυψελοειδής δομή κάτω από τις φθαρμένες επιφάνειες των μεταλλικών υλικών παρατηρούνται με μικροσκόπιο μετάδοσης ηλεκτρονίων (T.E.M.). Βρέθηκε ότι η δομή είναι παρόμοια, αν όχι ίδια, με τη δομή που εμφανίζουν τα έντονα κατεργασμένα μέταλλα.

Τα υλικά ποικίλλουν πολύ στην τάση τους να διαμορφώσουν τα κύτταρα διαταραχών που, σύμφωνα με τη γενική μεταλλουργική θεωρία, η δημιουργία τους εξαρτάται από τη συσσώρευση της ενέργειας διαταραχών, π.χ. τα σφάλματα επιστοιβάσης (=stacking faults) προωθούν το σχηματισμό κυττάρων. Παραδείγματος χάριν, το αλουμίνιο, ο χαλκός και ο σίδηρος έχουν σφάλματα επιστοιβάσης και επομένως και κύτταρα διαταραχών. Στη διεπαφή τα κύτταρα είναι επιμηκυμένα στην κατεύθυνση της ολίσθησης και είναι σχετικά λεπτά μοιάζοντας με τα στρώματα από επίπεδα πλακίδια. Τα σφάλματα επιστοιβάσης είναι περιοχές για τον πιθανό σχηματισμό κενών και το σχηματισμό ρωγμών. Ο σχηματισμός ενός σωματιδίου φθοράς μπορεί να αρχίσει στα κυψελοειδή τοιχώματα που είναι προσανατολισμένα κάθετα στην διεύθυνση της ολίσθησης δεδομένου ότι η ρωγμή μπορεί να διαδοθεί κατά μήκος των ορίων των κυττάρων διαταραχών. Εναλλακτικά, η ρωγμή μπορεί να αρχίσει από ένα αδύνατο σημείο στην υποεπιφάνεια και να διαδοθεί στη συνέχεια στην επιφάνεια με συνέπεια την απελευθέρωση ενός σωματιδίου φθοράς .

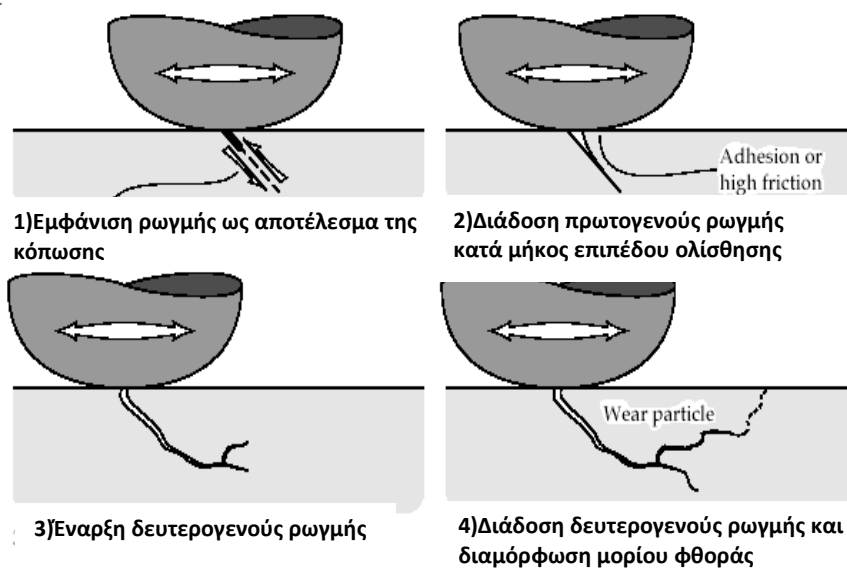




Σχ. II-18 Η συσσώρευση υλικού στην επιφάνεια και η προκύπτουσα πλαστική παραμόρφωση εξαιτίας της ολίσθησης μιας αμβλείας σφήνας [13].

Η πλαστική παραμόρφωση του στρώματος επιφάνειας κατά τη διάρκεια της ολίσθησης προσομοιώθηκε με την κίνηση μιας σκληρής αμβλείας σφήνας πάνω σε μια μαλακή επίπεδη επιφάνεια. Διαπιστώθηκε ότι κατά τη διάρκεια της διαδικασίας δεν παρατηρήθηκε αποσύνδεση υλικού. Κατά τη διάρκεια της επαναλαμβανόμενης ολίσθησης, το συσσωρευμένο υλικό δεν κινείται με τη σφήνα και αντί αυτού, η σφήνα συνεχίζει να περνάει πάνω από την προεξοχή της παραμορφωμένης επιφάνειας. Αυτή η μετακίνηση μοιάζει με ένα κύμα και έτσι έχει προταθεί η έννοια των «κυμάτων» υλικού που οδηγούνται κατά μήκος της επιφάνειας από σκληρές τραχύτητες της αντεπιφάνειας. Οι πολύ υψηλές πιέσεις είναι συνεχείς οδηγώντας στη ρηγμάτωση του υλικού εντός του κύματος. Εντούτοις, πρέπει ακόμα να ερευνηθεί κατά πόσο αυτά τα πειραματικά συμπεράσματα αντιστοιχούν στις διεργασίες πίεσης που εμφανίζονται μεταξύ τραχυτήτων στη φθορά των επαφών. Το παράδειγμα ενός τέτοιου «κύματος» παραμορφωμένου υλικού παρουσιάζεται στο Σχ. II-18.

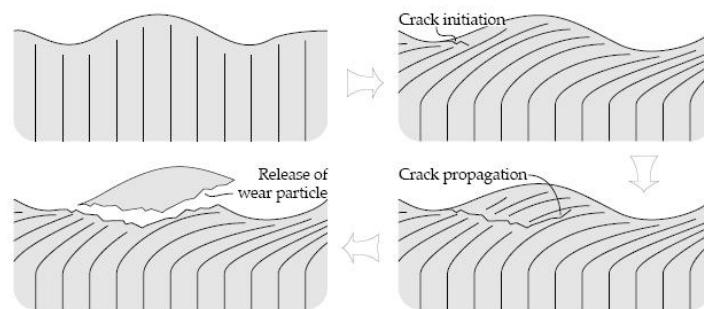
Ρωγμές έχουν παρατηρηθεί συχνά στις μικροφωτογραφίες των φθαρμένων επιφανειών. Ο μηχανισμός έναρξης επιφανειακής ρωγμής στη φθορά κόπωσης διευκρινίζεται σχηματικά στο Σχ. II-19.



Σχ. II-19 Διαδικασία έναρξης και διάδοσης επιφανειακής ρωγμής [13].

Μια αρχική ρωγμή δημιουργείται στην επιφάνεια σε κάποιο αδύνατο σημείο και διαδίδεται προς τα κάτω κατά μήκος της επίπεδης επιφάνειας ολίσθησης ή στα όρια των κυττάρων διαταραχών. Μια δευτεροβάθμια ρωγμή μπορεί να προέλθει από την αρχική ή εναλλακτικά η αρχική ρωγμή μπορεί να συνδεθεί με μια υπάρχουσα ρωγμή κάτω από την επιφάνεια. Όταν η αναπτυσσόμενη ρωγμή φθάνει και πάλι στην επιφάνεια ένα σωματίδιο φθοράς απελευθερώνεται.

Επομένως έχει διαπιστωθεί ότι κατά τη διάρκεια της μη λιπαινόμενης ολίσθησης και συγκεκριμένα στην παλινδρομική ολίσθηση, μπορούν να διαμορφωθούν τα σωματίδια φθοράς λόγω της έναρξης και διάδοσης των επιφανειακών ρωγμών. Κατά τη διάρκεια της ολίσθησης, ασθενή επίπεδα εντός του υλικού προσανατολίζονται παράλληλα προς την επιφάνεια εξαιτίας των παραμορφωτικών διεργασιών που αναφέρθηκαν παραπάνω και έτσι σχηματίζονται επίπεδα σωματίδια φθοράς από μια επιφανειακή ρωγμή που ενώνεται με ένα τέτοιο ασθενές επίπεδο όπως φαίνεται στο Σχ. II-20.



Σχ. II-20 Σχηματική απεικόνιση του μηχανισμού διαμόρφωσης σωματιδίου φθοράς εξαιτίας ανάπτυξης πρωτεύουσών επιφανειακών ρωγμών [13].

Τα παραπάνω στοιχεία δείχνουν ότι η φθορά κόπωσης κατά τη διάρκεια της ολίσθησης είναι ένα αποτέλεσμα της ανάπτυξης ρωγμών στο παραμορφωμένο στρώμα επιφάνειας. Αυτό φαίνεται επίσης να υποστηρίζεται από την αναλογία που παρατηρείται μεταξύ του μέσου πάχους των σωματιδίων φθοράς και του πάχους παραμορφωμένου στρώματος

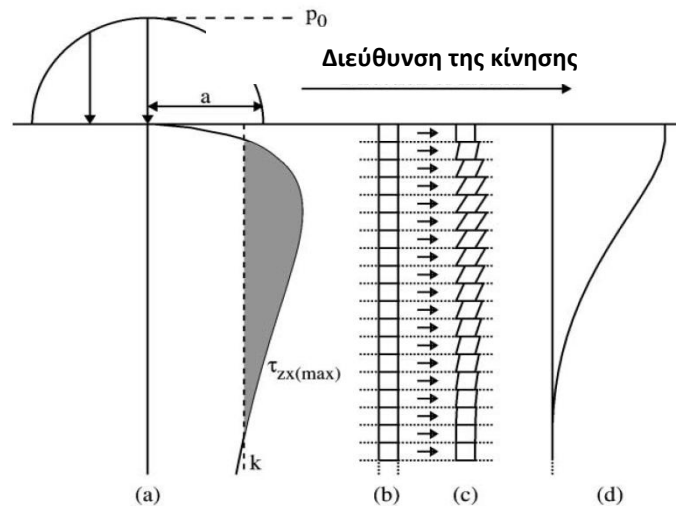
### (b) Μοντελοποίηση

Μελετώντας ένα ουσιαστικά μονοδιάστατο μοντέλο, μιας επιφάνειας που διατρέχεται επανειλημμένα από ένα κύλινδρο σε συνθήκες πλήρους ολίσθησης με συντελεστή τριβής, οι Karoor και Franklin [29] χώρισαν το υλικό κοντά στην επιφάνεια σε λεπτά στρώματα, κάθε ένα από τα οποία υποβάλλεται σε υψηλής πίεσης διατμητική τάση σε κάθε κύκλο (Σχ. II-21). Το ημι-εύρος (half-width) της επαφής είναι  $a$ , η κατανομή έλξης (που υποθέτει ένα μοντέλο τριβής Coulomb) και η επακόλουθη κατανομή πίεσης υποτίθεται ότι προβλέπονται από τη θεωρία Hertz.

Η διατμητική τάση διαρροής ( $k$ ) σχετίζεται με την ορθή τάση διαρροής με το κριτήριο von Mises:

$$k = \frac{\sigma_{\psi}}{\sqrt{3}}$$

Αρχικά όλα τα στρώματα έχουν τις ιδιότητες του κύριου όγκου του υλικού, το οποίο υποτίθεται ότι ήταν ισότροπο και ομοιογενές. Με κάθε στρώμα συνδέονται η τρέχουσα συνολική συσσωρευμένη πλαστική παραμόρφωση ( $\gamma$ ) και το πραγματικό διατμητικό όριο διαρροής ( $k_{eff}$ ) - το αρχικό διατμητικό όριο διαρροής ( $k_0$ ) τροποποιήθηκε σύμφωνα με το βαθμό σκλήρυνσης. Εάν σε δεδομένο στρώμα η εφαρμοσμένη διατμητική τάση υπερβαίνει το πραγματικό διατμητικό όριο διαρροής, τότε το υλικό σε εκείνο το στρώμα ρέει πλαστικά και μπορεί επομένως να έχουμε εργοσκλήρυνση.  $\Delta\gamma(z)$  είναι η αύξηση της πλαστικής διατμητικής παραμόρφωσης για δεδομένο κύκλο σε βάθος  $z$  του στρώματος. Μόλις φθάσει το στρώμα επιφάνειας σε μια κρίσιμη τιμή  $\gamma_c$  διατμητικής παραμόρφωσης, αντίστοιχη στο όριο ολκιμότητας του υλικού [30], το στρώμα αστοχεί και αφαιρείται υλικό ως θραύσματα φθοράς. Τα  $k_0$  και  $\gamma_c$  είναι σταθερές της προσομοίωσης.



Σχ. II-21 (a) Μεταβολή του μεγίστου  $\tau_{zx}$  σε σχέση με το βάθος για κάθε βάθος [29]. Συντελεστής τριβής  $\mu = 0$ . Το  $k$  είναι η διατμητική τάση διαρροής του υλικού. (b) Απαραμόρφωτα μέρη του υλικού. (c) Αύξηση πλαστικής διατμητικής παραμόρφωσης ανά κύκλο ( $\Delta\gamma$ ). (d) Παραμόρφωση του υλικού μετά από 1 κύκλο.

Στο επίκεντρο αυτού του μοντέλου είναι η σχέση μεταξύ της εφαρμοζόμενης τάσης και της επακόλουθης πλαστικής ροής. Από τη θεωρία των Bower and Johnson, η αύξηση παραμόρφωσης ανά κύκλο  $\Delta\gamma$  είναι μια συνάρτηση του όρου  $P/P_s - I$  όπου το  $P$  είναι το εφαρμοζόμενο φορτίο και το  $P_s$  το φορτίο που αντιστοιχεί στο πλαστικό shakedown όριο (δηλαδή στο κατώτατο όριο ratchetting). Πειράματα με χάλυβα σιδηροτροχιών BS11 των Tyfour et.al. [31] υποστήριξαν μια συνάρτηση της μορφής:

$\Delta\gamma \propto P - P_s$  όπου, από τις μετρήσεις σε ένα βάθος 50  $\mu\text{m}$ , η σταθερά της αναλογίας είναι 0.00237. Αυτή είναι η σχέση που χρησιμοποιήθηκε [30].

Η προσομοίωση παρέχει μια δυναμική μοντελοποίηση για το ρυθμό φθοράς με τον αριθμό των κύκλων. Πιο συγκεκριμένα υπάρχει μια αρχική περίοδος, αρχίζοντας με συνθήκες απαραμόρφωτου υλικού, κατά τη διάρκεια των οποίων η πίεση εφαρμόζεται χωρίς κάποιο

περιστατικό αστοχίας. Εάν ο συντελεστής της τριβής είναι χαμηλός υπάρχει μια ζώνη στο υπόστρωμα που συσσωρεύεται παραμόρφωση γρηγορότερα από τα στρώματα επιφάνειας, όπως φαίνεται στο Σχ. II-21. Συνεπώς, τα στρώματα μπορούν να αστοχήσουν πριν φθάσουν στην επιφάνεια, και μια μικρή χρονική περίοδος υψηλής φθοράς παρατηρείται μόλις αρχίσουν επίσης να αστοχούν και τα στρώματα επιφάνειας. Για τις περισσότερες περιπτώσεις, εντούτοις, επιτυγχάνεται μια σταθερή κατάσταση τελικά στην οποία η αστοχία εμφανίζεται τακτικά στην επιφάνεια και ο ρυθμός φθοράς συγκλίνει σε μια σταθερή τιμή.

Η εργασία που περιγράφηκε ανωτέρω υπέθεσε ότι τα υλικά είναι ισότροπα και ομοιογενή, ότι μεγέθη όπως το  $k$  και  $\gamma_c$  είναι αμετάβλητα σε όλο το υλικό και το πραγματικό υλικό έχει μικροδομή και συνεπώς συντελούνται μεταβολές των ιδιοτήτων σε μικροκλίμακα. Οι ιδιότητες του υλικού είναι ένας στατιστικός μέσος όρος των χαρακτηριστικών του σε μικροσκοπικό επίπεδο.

Οι Bhattacharya και Ellingwood [32,33] υπέθεσαν ότι ο συντελεστής σκλήρυνσης και ο λογάριθμος της κρίσιμης διατμητικής παραμόρφωσης, ακολουθούν κανονική κατανομή. Η κανονική κατανομή υποτίθεται επίσης στην εργασία των Franklin κ.α., αλλά με τον όρο ότι όλες οι τυχαίες μεταβλητές πρέπει να είναι αυστηρά θετικές. Η στοχαστικότητα εισάγεται στο μοντέλο κατά τρόπο απλό. Το αρχικό διατμητικό όριο διαρροής ( $k_0$ ) κάθε στρώματος επιλέγεται από μια κανονική κατανομή. Ο συμβολισμός  $k_0 = N(\mu, \sigma)$  χρησιμοποιείται για να δείξει ότι  $k_0 > 0$  έχει μέση τιμή  $\mu$  και σταθερή απόκλιση  $\sigma$ . Ομοίως, μια κρίσιμη τιμή διατμητικής τάσης συνδέεται με κάθε στρώμα και επιτρέπεται να μεταβάλλεται κανονικά. Το  $z$  είναι το βάθος του στρώματος  $i$  οπότε προκύπτει

$$\Delta\gamma^{[i]} = C \left( \frac{\tau_{z^{(\max)}}(z^{[i]})}{k_{eff}^{[i]}} - 1 \right)$$

όπου για το χάλυβα σιδηροτροχιών BS11 η σταθερά ( $C$ ) είναι 0.00237. Το στρώμα  $i$  αστοχεί εάν

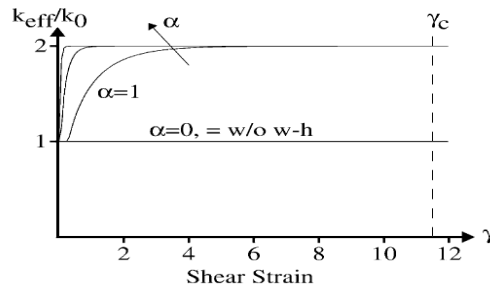
$$\sum_N \Delta\gamma^{[i]} = \gamma^{[i]} \geq \gamma_c^{[i]}$$

όπου  $N$  είναι ο αριθμός κύκλων (του οποίου το  $z^{[i]}$  είναι, τελικά, μια συνάρτηση). Όταν το κορυφαίο στρώμα ( $i=1$ ) αστοχεί, αφαιρείται από την προσομοίωση και γίνεται κίνηση στρωμάτων προς τα επάνω (ουσιαστικά η επιφάνεια κινείται κάτω) έτσι ώστε  $\gamma^{[i]} \leftarrow \gamma^{[i+1]}$  κ.λ.π.

Η διαδικασία εργοσκλήρυνσης μπορεί να εισαχθεί στο μοντέλο μέσω το πραγματικό διατμητικό όριο διαρροής ( $k_{eff}$ ) που σχετίζεται με το αρχικό διατμητικό όριο διαρροής ( $k_0$ ) και τη συνολική συσσωρευμένη πίεση από μια τροποποιημένη εξίσωση Voce Σχ. II-22:

$$\frac{k_{eff}}{k_0} = \max\{1 \cdot \beta \sqrt{1 - \exp(-\alpha\gamma)}\}$$

Οι σταθερές  $\alpha$  και  $\beta$  είναι παράμετροι του υλικού



Σχ. II-22 Τροποποίηση εξίσωσης Voce :  $\alpha=0, 1, 5, 25$  ;  $\beta=2$ .

Το ποσοστό φθοράς ποσοτικοποιείται ως  $\Delta w/\alpha$ , το πάχος του υλικού που αφαιρείται ανά κύκλο από την επιφάνεια και που κανονικοποιείται όσον προς το πλάτος ημι-επαφών. Υποθέτοντας ένα πεπερασμένο πλάτος διαδρομής  $t$  (έτσι ώστε το εμβαδό της επαφής είναι  $2at$ ), ο όγκος φθοράς  $V=S \cdot t \cdot \Delta w$ , όπου το  $S$  είναι το κύλισμα/απόσταση ολίσθησης, και το φορτίο είναι  $P = \pi a t P_0/2$ . Ο συντελεστής φθοράς του Archard ( $K$ ) ορίζεται ως  $K=VH/PS$  έτσι ώστε

$$K = \frac{(\Delta w/a)H}{(\pi P_0/2)}$$

όπου το  $H$  είναι η σκληρότητα του φθαρμένου υλικού. Το μοντέλο εκτιμά απευθείας την ποσότητα  $\Delta w/a$ . Συνεπώς, το πλάτος ημι-επαφών  $a$  δε χρειάζεται να διευκρινιστεί προκειμένου να παραχθεί ο συντελεστής φθοράς Archard.

## Ενότητα 2.04 Τριβοοξείδωση

### (a) Μηχανισμοί

#### (i) Στατική οξείδωση

Ο σχηματισμός οξειδίων στην ελεύθερη επιφάνεια των μεταλλικών κραμάτων εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως τη σύσταση του κράματος, τη διαλυτότητα και διαχυτότητα του οξυγόνου σε αυτό, τις σταθερές αλληλοδιάχυσης των φάσεων του κράματος, τους ρυθμούς ανάπτυξης των διαφόρων οξειδίων, τη μικροδομή και την κατάσταση της επιφάνειας του κράματος, τις μηχανικές ιδιότητες του στρώματος των οξειδίων και τέλος τις οξειδωτικές συνθήκες, ιδιαίτερα τη μερική πίεση του οξυγόνου.

Για παράδειγμα, ο σίδηρος και ο μαλακός χάλυβας σχηματίζουν στρώματα  $Fe_3O_4$  όταν εκτίθενται στον αέρα σε θερμοκρασίες μέχρι  $570^\circ C$ . Αυτά τα στρώματα αποτελούν ικανοποιητικό εμπόδιο στη διάχυση και τα χαλύβδινα εξαρτήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν επιτυχώς για μεγάλο χρονικό διάστημα σε αυτές τις θερμοκρασίες. Σε υψηλότερες θερμοκρασίες, η φάση  $FeO$  σταθεροποιείται και σχηματίζει ένα στρώμα στη διεπιφάνεια μετάλλου/ $Fe_3O_4$ . Το οξείδιο αυτό

αποτελεί κακό εμπόδιο στη διάχυση των αντιδρώντων, επομένως ο ρυθμός οξειδωσης του μαλακού χάλυβα αυξάνει πολύ γρήγορα σε θερμοκρασίες άνω των 570°C.

Γι' αυτό, για χρήση σε υψηλότερες θερμοκρασίες, σχεδιάζονται κράματα (σιδήρου, νικελίου ή σιδήρου – νικελίου) με την ικανότητα σχηματισμού ενός στρώματος στη βάση της κρούστας του οξειδίου, που να αποτελεί ικανό φραγμό στην οξείδωση. Για παράδειγμα, ένα τυπικό κράμα για αεριοστρόβιλους, βασισμένο σε Ni-20%κ.β. Cr, περιέχει αρκετό χρώμιο για το σχηματισμό ενός φράγματος από Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, στη βάση της κρούστας που είναι πλούσια σε NiO, για θερμοκρασίες μέχρι 900°C. Αυτό το προστατευτικό στρώμα παρέχει ικανοποιητική προστασία έναντι σε περαιτέρω οξείδωση και η απώλεια υλικού είναι συνήθως αποδεκτά χαμηλή.

Σε κράματα που περιέχουν λιγότερο από 10-15% Cr, μπορεί να μην υπάρχει αρκετό χρώμιο για το σχηματισμό του προστατευτικού φράγματος, οπότε το Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> σχηματίζει διακριτά σωματίδια, αρχικά εντός του πλέγματος του μετάλλου και εν τέλει εντός του στρώματος του NiO ή FeO, όμως ο ρυθμός οξείδωσης θα καθορίζεται αποκλειστικά από το διαπερατό αυτό στρώμα και όχι από το Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Γι' αυτό και τα φτωχότερα αυτά κράματα παρέχουν πολύ λιγότερη αντιοξειδωτική προστασία στις υψηλές θερμοκρασίες.

### **(i) Τριβο-οξείδωση**

Όταν η οξείδωση συνδυάζεται με τη σχετική κίνηση των επαπτόμενων επιφανειών και με τις μηχανικές καταπονήσεις που αυτή συνεπάγεται, η κατανόηση του φαινομένου είναι πολύ πιο δύσκολη. Οι περισσότεροι μελετητές έχουν ασχοληθεί με την οξείδωση που οφείλεται στην θερμότητα της τριβής κατά την ολίσθηση μονής κατευθύνσεως σε θερμοκρασία δωματίου, αν και η ύπαρξη εξωτερικής πηγής θερμότητας είναι σημαντική για την οξείδωση σε λειτουργικά περιβάλλοντα υψηλών θερμοκρασιών, όπως στους αεριοστρόβιλους.

Η τριβο-οξείδωση μπορεί να διακριθεί, ανάλογα με την ταχύτητα ολίσθησης (που για σταθερά φορτία αντιστοιχεί στην ισχύ της τριβής), σε τρεις διαφορετικές κατηγορίες, για καθεμία από τις οποίες υπάρχουν και αντίστοιχα μοντέλα:

### **(ii) Φθορά ομαλής οξείδωσης**

Για ολίσθηση μονής κατευθύνσεως, με ταχύτητες μεταξύ 1 και 10 m/s, σε θερμοκρασία περιβάλλοντος.

### **(iii) Φθορά ομαλής ολικής οξείδωσης**

Για ολίσθηση διπλής κατευθύνσεως, με ταχύτητες < 1 m/s, σε υψηλές θερμοκρασίες περιβάλλοντος. Εδώ η ισχύς της θερμότητας της τριβής είναι μικρή και επηρεάζει την οξείδωση πολύ λιγότερο. Επίσης δεν πραγματοποιείται τήξη του οξειδίου πουθενά, ακόμα και σε περιβάλλον με

θερμοκρασία 800°C. Κατά τον Stott [34] η οξείδωση επηρεάζει τη φθορά με έναν από τους παρακάτω μηχανισμούς:

**α. Μηχανισμός «Οξείδωσης – εκτριβής – επανοξείδωσης»:** Σχηματίζεται οξείδιο στις κορυφές των τραχυτήτων με ρυθμό που εξαρτάται από τη θερμοκρασία αιχμής και τη διάρκεια της επαφής, ενώ παράλληλα σχηματίζεται οξείδιο σε ολόκληρη την επιφάνεια, με ρυθμό που εξαρτάται από την ολική θερμοκρασία. Οξείδιο και από τις δύο πηγές μπορεί στη συνέχεια να αφαιρεθεί εντελώς, εκθέτοντας καθαρό μέταλλο που κι' αυτό με τη σειρά του οξειδώνεται. Τα απορρίμματα που προκύπτουν μπορούν είτε να αποβληθούν, είτε να προκαλέσουν εκτριβή του μεταλλικού υποστρώματος εντείνοντας τη φθορά, είτε να συμπιεστούν σε στρώματα μεταξύ των δύο επιφανειών, παρέχοντας προστασία από τη φθορά. *Ο μηχανισμός αυτός μοντελοποιείται με το γενικευμένο παραβολικό μοντέλο οξειδωτικής φθοράς του Quinn [35], ή με άλλα παρεμφερή.*

**β. Μηχανισμός «ολικού οξειδίου»:** Σε υψηλότερες θερμοκρασίες περιβάλλοντος, το οξείδιο που προϋπάρχει ή σχηματίζεται επιτόπου μπορεί να αφαιρείται μόνο εν μέρει ή και καθόλου από τη δράση της ολίσθησης, οπότε και το πάχος του συνεχίζει να αυξάνεται με το χρόνο. Το στρώμα αυτό μπορεί να παρέχει προστασία από περαιτέρω φθορά, μέσω μηχανισμού που βασίζεται στην παραμόρφωση του οξειδίου.

**γ. Μηχανισμός «μεταλλικών απορριμμάτων»:** Σε χαμηλότερες θερμοκρασίες περιβάλλοντος, τα μεταλλικά απορρίμματα που προκύπτουν με τους κλασσικούς μηχανισμούς φθοράς, καθώς θρυμματίζονται και μικραίνουν σε μέγεθος κατά τη διάρκεια της ολίσθησης, εκθέτουν ελεύθερες μεταλλικές επιφάνειες με μεγάλη έκταση και επιφανειακή ενέργεια, οι οποίες οξειδώνονται ταχύτατα, έτσι ώστε μεγάλος όγκος οξειδίου να σχηματίζεται, ακόμα και στις χαμηλότερες θερμοκρασίες. Τα οξειδωμένα απορρίμματα που προκύπτουν σχηματίζουν προστατευτικά στρώματα ως ανωτέρω. *Ο μηχανισμός αυτός μοντελοποιείται με το μοντέλο φθοράς υπό προστατευτικά στρώματα οξειδίων του Stott [36].*

#### **(iv) Φθορά έντονης οξείδωσης**

*Για ολίσθηση μονής κατευθύνσεως, με ταχύτητες > 10 m/s, σε θερμοκρασία περιβάλλοντος.*

Εδώ συνεχή στρώματα οξειδίων σχηματίζονται πάνω στην επιφάνεια και η θερμότητα της τριβής επαρκεί για την τήξη των οξειδίων τοπικά, στις κορυφές των τραχυτήτων. Η τηκόμενη τραχύτητα απορροφά τη λανθάνουσα θερμότητα της τήξης και το τηκόμενο υλικό ρέει και εξαπλώνεται στη γειτονική ψυχρότερη επιφάνεια όπου και επαναστεροποιείται, απελευθερώνοντας τη λανθάνουσα θερμότητα.

#### **(b) Μοντελοποίηση της φθοράς οξείδωσης**

##### **(i) Φθορά έντονης οξείδωσης**

Στο μοντέλο θεωρείται ότι ένα κλάσμα  $f_m$  ( $\cong 0.01$ ) από όλο το τηκόμενο υλικό μετατρέπεται σε απορρίμματα και ότι, καθώς ο διασκορπισμός του ρευστού ανακατανέμει τη θερμότητα, το στρώμα ακριβώς κάτω από την επιφάνεια βρίσκεται στην ολική θερμοκρασία της επιφάνειας. Ως εκ τούτου, η απώλεια θερμότητας δι' αγωγής μπορεί να υπολογιστεί, επιτρέποντας τον προσδιορισμό του ποσού θερμότητας που παραμένει στις δύο επιφάνειες. Ο ολικός όγκος του τηκόμενου οξειδίου και κατά συνέπεια ο ρυθμός φθοράς μπορεί να εκτιμηθεί ως ακολούθως:

$$W_n = f_m \left[ \frac{K_o (T_o - T_b)}{L_o a} \cdot \frac{\sqrt{\tilde{p}N}}{\beta \tilde{v}} \right] \cdot \left[ a_d \mu \frac{aH\beta}{K_o (T_o - T_b)} \cdot \sqrt{\frac{\tilde{p}}{N}} \cdot \tilde{v} - 1 \right] \text{ όπου}$$

- $K_o$  είναι η θερμική αγωγιμότητα του οξειδίου
- $T_o$  είναι το σημείο τήξης του οξειδίου
- $T_b$  είναι η ολική θερμοκρασία
- $L_o$  είναι η λανθάνουσα θερμότητα τήξης ανά μονάδα όγκου οξειδίου
- $N$  είναι ο συνολικός αριθμός των εφαπτόμενων τραχυτήτων
- $\beta$  είναι μια αδιάστατη παράμετρος για την ολική θέρμανση
- $\alpha$  είναι η θερμική διαχυτότητα του μετάλλου
- $a_d$  είναι ο συντελεστής διανομής της θερμότητας
- $\mu$  είναι ο συντελεστής τριβής

Το καθεστώς αυτό θα πρέπει να διαχωριστεί από δύο άλλα καθεστώτα ολίσθησης, τα οποία είναι εξίσου έντονα και που οι Lim & Ashby τα μοντελοποιούν με ανάλογο τρόπο. Οι καταστάσεις αυτές δε συνιστούν οξειδωτική φθορά, καθώς η φθορά δεν οφείλεται στη δράση της οξειδωσης, εμφανίζονται όμως σε παρεμφερείς συνθήκες, γι' αυτό και θα πρέπει να αναφερθούν εδώ.

### (ii) Φθορά λόγω τήξης

Στην περίπτωση αυτή δεν είναι το οξείδιο που τήκεται στις κορυφές των τραχυτήτων, αλλά το ίδιο το μέταλλο. Η κατάσταση αυτή παρατηρείται σε μεγαλύτερα φορτία απ' ότι η φθορά έντονης οξειδώσεως. Η φθορά ακολουθεί τον τύπο:

$$W_n = \frac{T_m - T_0}{T^*} \cdot \frac{H}{L} \cdot \frac{1}{\beta \cdot \tilde{v}} \cdot \left[ a\mu \cdot \tilde{p} \tilde{v} \cdot \frac{T^* \beta}{T_m - T_0} - 1 \right]$$

- $T^*$  είναι μια ισοδύναμη θερμοκρασία για το μέταλλο
- $T_m$  είναι η θερμοκρασία τήξης του μετάλλου
- $L$  είναι η λανθάνουσα θερμότητα τήξης ανά μονάδα όγκου μετάλλου



**(iii) Κράτηση**

Η κράτηση (seizure ή scuffing), είναι η περίπτωση που λόγω των κακών συνθηκών λίπανσης και του υψηλού φορτίου, παρατηρείται συγκόλληση των επαπτόμενων τραχυτήτων σε τέτοιο βαθμό που ο συντελεστής τριβής γίνεται πολύ μεγαλύτερος της μονάδας, οδηγώντας το τριβούστημα στην ακινησία. Όταν επέρχεται η κράτηση, το τριβούστημα θεωρείται ότι έχει αστοχήσει και στην περίπτωση αυτή δεν ορίζεται όγκος φθοράς. Η κράτηση είναι φαινόμενο απολύτως ανεξάρτητο της ταχύτητας ολίσθησης. Το συμβατικό όριο της πίεσης πάνω από την οποία προβλέπεται η εμφάνιση της κράτησης ακολουθεί την εξίσωση:

$$\tilde{p} = \frac{1}{\sqrt{1 + a_t \mu^2}} \cdot \left[ 1 - \frac{T_b - T_0}{20T_m} \cdot \ln \left( \frac{10^6}{\beta \tilde{v}} \right) \right]$$

Όπου  $a_t$  η σταθερά του μοντέλου ανάπτυξης των συνδέσμων του Tabor ( $a_t=12$ )

**(iv) Παραβολικό μοντέλο φθοράς ομαλής οξείδωσης κατά Lim – Ashby**

Στο μοντέλο αυτό [37] υποθέτουμε ότι η οξείδωση του σιδήρου ακολουθεί παραβολική δυναμική, οπότε η μάζα του οξυγόνου που απορροφάται από το φιλμ του οξειδίου ανά μονάδα επιφάνειας σε χρόνο  $t$  είναι:  $m^2 = K_p t$  όπου  $K_p$  είναι η παραβολική σταθερά του ρυθμού

οξείδωσης:

$$K_p = A_{Arr} \exp \left[ -\frac{Q}{RT} \right]$$

Υποθέτουμε ότι το φιλμ του οξειδίου σχηματίζεται επί των τραχυτήτων και παχαινει με το χρόνο ώσπου φθάνει το κρίσιμο πάχος  $x_c$  στο οποίο θρυμματίζεται και σχηματίζει απορρίμματα. Υποθέτουμε επίσης ότι η μέση σύνθεση του στρώματος των οξειδίων είναι  $Fe_3O_4$ , επομένως αν ένας όγκος σιδήρου  $V_{Fe}$  οξειδώνεται ανά μονάδα επιφάνειας, η αύξηση της μάζας ως συνέπεια του σχηματισμού οξειδίου είναι:

$$m = \frac{2}{3} V_{Fe} \rho \frac{M_O}{M_{Fe}}$$

όπου  $\rho$  είναι η πυκνότητα του σιδήρου και  $M_O$ ,  $M_{Fe}$  είναι τα μοριακά βάρη του οξυγόνου και του σιδήρου αντίστοιχα.

Υποθέτουμε ότι το πάχος  $x$  του οξειδίου είναι ίσο με το πάχος του σιδήρου από το οποίο προέρχεται, αγνοώντας τη διόγκωση που συνεπάγεται η οξείδωση, οπότε:

$$x^2 = C^2 K_p t \quad \text{όπου} \quad C = \frac{3M_{Fe}}{2M_O \rho}$$

Υπό καθεστώς ομαλής οξειδωτικής φθοράς, υποθέτουμε ότι η οξείδωση προκαλείται από τη θέρμανση λόγω τριβής και περιορίζεται στις κορυφές των τραχυτήτων. Τότε, ο χρόνος στον οποίο σχηματίζεται το κρίσιμο πάχος οξειδίου  $x_c$  είναι

$$t_c = \frac{x_c^2}{C^2 A_{Arr} \exp\left[-\frac{Q}{RT_f}\right]}$$

όπου  $T_f$  η θερμοκρασία αιχμής.

Η φθορά οφείλεται στο θρυμματισμό του στρώματος αυτού, επομένως ένας όγκος  $V = A_r \cdot x_c$ , όπου  $A_r$  είναι η πραγματική επιφάνεια επαφής, χάνεται σε κάθε χρονική περίοδο  $t_c$ .

Στο χρόνο αυτό, η απόσταση ολίσθησης είναι  $s = v \cdot t_c$ , επομένως ο ρυθμός φθοράς θα είναι:

$$W = \frac{V}{s} = \frac{A_r C^2 A_{Arr}}{v \cdot x_c} \cdot \exp\left[-\frac{Q}{RT_f}\right]$$

ή με αδιάστατες μεταβλητές:

$$W_n = \frac{C^2 A_{Arr} \cdot r}{a \cdot x_c} \cdot \exp\left[-\frac{Q}{RT_f}\right] \cdot \frac{\tilde{p}}{\tilde{v}}$$

Οι αδιάστατες (κανονικοποιημένες) μεταβλητές είναι η κανονικοποιημένη πίεση

$$\tilde{p} = \frac{A_r}{A} = \frac{P}{A \cdot H} \quad \text{και η κανονικοποιημένη ταχύτητα} \quad \tilde{v} = \frac{v \cdot r}{a}, \quad \text{όπου } r \text{ είναι η ακτίνα της}$$

ονομαστικής επιφάνειας επαφής (αφού το μοντέλο αναπτύχθηκε βάσει δοκιμών στυλίσκου-δίσκου (pin-on-disc), με κυκλική επιφάνεια επαφής) και  $a$  είναι η θερμική διαχυτότητα του μετάλλου.

### (v) Μοντέλο με χρήση της ολικής επιφανειακής θερμοκρασίας

Εδώ αναγνωρίζεται η ύπαρξη δύο μοντέλων για την οξειδωτική φθορά, τα οποία γίνονται αντικείμενο σύγκρισης (Straffelini e.a.) [30]:

#### α) Οξειδωτική φθορά υψηλών ταχυτήτων ολίσθησης:

Εδώ η φθορά θεωρείται ότι ακολουθεί το παραβολικό μοντέλο του Quinπ, ακριβώς όπως το είδαμε παραπάνω, οπότε δε χρειάζεται να το επαναλάβουμε.

#### β) Οξειδωτική φθορά χαμηλών ταχυτήτων ολίσθησης:

Στους θερμικά κατεργασμένους χάλυβες υψηλής αντοχής, οξειδωτική φθορά, ήπιας μορφής, μπορεί όμως να συμβαίνει και σε μικρότερες ταχύτητες ολίσθησης, παρόλο που η παραγόμενη θερμότητα δεν είναι αρκετή για να επιφέρει την άμεση οξείδωση των τραχυτήτων. Στην περίπτωση αυτή, η επαφή μετάλλου με μέταλλο που προκαλεί την έντονη φθορά λόγω πρόσφυσης δε συμβαίνει, λόγω του σχηματισμού επιφανειακών στρωμάτων που οφείλονται στη συμπίεση και στη σύντηξη οξειδίων του σιδήρου. Σύμφωνα με τους Rigney e.a. (1984), η φθορά αυτού του τύπου ακολουθεί τα εξής βήματα:

- Πλαστική παραμόρφωση
- Σχηματισμός απορριμμάτων και μεταφορά υλικού
- Αντίδραση με το περιβάλλον

## d) Μηχανική ανάμιξη

Στην περίπτωση αυτή δεν χρησιμοποιείται το μοντέλο του Quinn, αλλά όπως έδειξε η πειραματική δουλειά των Straffelini et.al. στο [38] καταλληλότερο είναι ένα παρόμοιο μοντέλο [39]:

$$W = A_2 \cdot \beta \cdot a \cdot (2 - a) \cdot \frac{\exp\left(-\frac{Q_2}{RT_b}\right)}{\nu} \cdot A_r$$

όπου  $A_2$  και  $Q_2$  είναι παράμετροι που σχετίζονται με την κινητική της οξείδωσης,  $\alpha$  και  $\beta$  είναι παράμετροι που σχετίζονται με την κατάσταση της φθειρόμενης επιφάνειας και  $T_b$  είναι ολική θερμοκρασία της επιφάνειας.

**(vi) Το παραβολικό μοντέλο του Quinn**

Στις ζώνες επαφής των δύο σωμάτων, η ανάπτυξη του τριβολογικού σώματος οξειδίων γίνεται με τη θερμοκρασία αιχμής, ενώ στις μη επαπτόμενες ζώνες η οξείδωση γίνεται με την ολική θερμοκρασία της επιφάνειας που είναι πολύ χαμηλότερη. Έτσι το πάχος του οξειδίου στις ζώνες επαφής είναι μεγαλύτερο και αυτές διογκώνονται, σχηματίζοντας «υψίπεδα». Το μοντέλο υποθέτει πως η φθορά πραγματοποιείται με την απολέπιση του «κυρίαρχου» οξειδωμένου υψιπέδου επαφής, αφού καθεμιά από τις  $N$  ταυτόχρονες τραχύτητές του έχει έρθει σε επαφή  $1/K$  φορές με τις αντίστοιχες τραχύτητες της απέναντι επιφάνειας, όπου  $K$  είναι η πιθανότητα ένα απόρριμμα να δημιουργηθεί σε μία τέτοια επαφή τραχυτήτων (η φυσική ποσότητα που πρώτη χρησιμοποιήθηκε στο νόμο του Archard ως ο αδιάστατος συντελεστής φθοράς). Έτσι η οξείδωση λαμβάνει χώρα με αυξανόμενο πάχος οξειδίου, μέχρι ένα κρίσιμο πάχος και η σχέση του ρυθμού φθοράς με το χρόνο είναι γι' αυτό το λόγο, σύμφωνα με τον Quinn, παραβολική μέχρι τη στιγμή της απολέπισης και όχι γραμμική. Ο θεωρητικός ρυθμός φθοράς αποτελείται από τρεις συντελεστές:  $W_{TH} = W_{TH1} + W_{TH2} + W_{TH3}$ , όπου:

$$W_{TH1} = \frac{a \cdot B}{C} \begin{cases} a = 2P \cdot r_a \\ B = A_{p1} \cdot \exp\left[\frac{-Q_p}{RT_f}\right] \\ C = \nu \cdot H_{s1} \cdot (f_{oc} \rho_{oc} t_{o1})^2 \end{cases}$$

$A_{p1}, A_{p2}$  είναι οι παραβολικές σταθερές του Arrhenius

$Q_p$  είναι η ενέργεια ενεργοποίησης της τριβολογικής οξείδωσης

$T_f$ , είναι η θερμοκρασία αιχμής, σε °K.

$r_a$  η ακτίνα του κάθε σημείου επαφής

$f_{oc}$ , είναι η κατά βάρος περιεκτικότητα του οξειδίου σε οξυγόνο, σε θερμοκρασία αιχμής

$\rho_{oc}, \rho_{ob}$  είναι η πυκνότητα του οξειδίου σε θερμοκρασία αιχμής

$H_{s1}$  είναι η σκληρότητα του υλικού του υποστρώματος του στυλίσκου

$t_{o1}$  είναι το πάχος του στρώματος οξειδίου στο στυλίσκο

Ο  $W_{TH1}$  είναι ο όρος που προκύπτει αν υποθέσουμε ότι η έκταση της οξειδωσης που λαμβάνει χώρα όταν το υπ' όψη σημείο δεν βρίσκεται σε επαφή είναι ασήμαντη, και αποτελεί το αρχικό παραβολικό μοντέλο. Οι επιπλέον όροι αναφέρονται σε οξείδωση εκτός του σημείου επαφής.

### (vii) Μοντέλο φθοράς υπό προστατευτικά στρώματα οξειδίων

Το μοντέλο αυτό [34,36] αναπτύχθηκε με βάση δοκιμές εναλλασσόμενης ολίσθησης τύπου στυλίσκου-δίσκου σε νικέλιο και σε κράματά του. Υποθέτουμε ότι ο ρυθμός φθοράς των προστατευτικών στρωμάτων οξειδίων είναι αμελητέος, σε σύγκριση με τις απροστάτευτες περιοχές και ότι όλα τα απορρίμματα σχηματίζονται στις τελευταίες. Τότε ο όγκος φθοράς έπειτα από χρόνο ολίσθησης  $t$ , θα είναι:

$$V(t) = \frac{\pi}{6} \int_0^t \left\{ A(t) \cdot N(t) \cdot [1 - C_e(t)] \cdot \int_0^\infty [D^3 \cdot f(D) \cdot P_r(D)] dD \right\} dt$$

όπου:

$N(t)$  είναι ο αριθμός των απορριμμάτων που σχηματίζονται ανά μονάδα χρόνου τη χρονική στιγμή  $t$ . Ακολουθεί τον εμπειρικό τύπο:  $N = 0.026 \cdot p_{O_2}^{1/4} \cdot \nu$  ( $s^{-1}$ ), όπου  $p_{O_2}$  είναι η μερική πίεση του οξυγόνου (atm). Θεωρείται ότι είναι σταθερός και όπως φαίνεται, βασίζεται στον οξειδωτικό μηχανισμό φθοράς και όχι σε κάποιον άλλο μηχανισμό όπως η εκτριβή ή η πρόσφυση.

$A(t)$  είναι η φαινόμενη επιφάνεια της ζώνης φθοράς τη χρονική στιγμή  $t$ . Στις δοκιμές στυλίσκου-δίσκου, και όπου αλλού η επαφή είναι σημειακή ή γραμμική, αυτή αυξάνεται ανάλογα με τη φθορά, αλλιώς είναι σταθερή.

$C_e(t)$  η ενεργός κάλυψη από προστατευτικά στρώματα κατά της φθοράς τη χρονική στιγμή  $t$ .  $f(D)dD$  είναι το ποσοστό των νεοσχηματιζόμενων απορριμμάτων με διάμετρο μεταξύ  $D$  και  $D+dD$ . Η  $f(D)$  θεωρείται ότι ακολουθεί γκαουσιανή κατανομή, με μέση τιμή  $D_0$  που ακολουθεί έναν εμπειρικό τύπο και τυπική απόκλιση  $\sigma_D$ , τέτοια ώστε (όπως έχει παρατηρηθεί) το μικρότερο σωματίδιο να έχει το 1/3 της μέσης διαμέτρου:

$$f(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_D} \exp\left[-\frac{(D-D_0)^2}{2\sigma_D^2}\right]$$

$$D_0 = 0.0301 \cdot \nu^{1/3} \cdot \left(\frac{P}{A}\right)^{0.23}, \quad \sigma_D = \frac{D_0 - \frac{1}{3}D_0}{3} = \frac{2}{9}D_0$$

$P_r(D)$  είναι η πιθανότητα που έχει ένα (θεωρούμενο ως σφαιρικό) σωματίδιο διαμέτρου  $D$  να αφαιρεθεί από τη ζώνη φθοράς.

## Ενότητα 2.05 Μηχανική διάβρωση

Στην ενότητα αυτή, θα παρουσιαστεί μονάχα το γενικευμένο μοντέλο του A. Magnée [40], το οποίο είναι και το πληρέστερο. Το μοντέλο αναγνωρίζει 5 κύριους τύπους φθοράς: πρόσφυση, τριβοχημική φθορά, κόπωση, εκτριβή, διάβρωση. Αυτοί καθορίζονται από τις εξής 12 γενικευμένες μεταβλητές:

- Σχετική ταχύτητα  $V$  [ $LT^{-1}$ ]
- Απόσταση κίνησης  $L$  [L]
- Μάζα των σωματιδίων  $M$  [M]
- Σκληρότητα του φθειρόμενου υλικού  $H$  [ $L^{-1}MT^{-2}$ ]
- Σκληρότητα του φθείροντος υλικού  $H_a$  [ $L^{-1}MT^{-2}$ ]
- Δύναμη επαφής  $F$  [ $LMT^{-2}$ ]
- Γωνία προσβολής  $\alpha$  [-]
- Οξύτητα του φθείροντος σωματιδίου  $\lambda$  [-]
- Συντελεστής τριβής  $\mu$  [-]

$$\gamma^* = \frac{\gamma_{ad}}{HR_q}$$

- Αδιάστατος συντελεστής πρόσφυσης  $\gamma^*$  [-] (πρόσφυση)

$$Q^* = \frac{Q}{RT}$$

- Αδιάστατη ενέργεια ενεργοποίησης  $Q^*$  [-] (τριβοχημική φθορά)

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon_p}{\bar{\varepsilon}_r}$$

- Αδιάστατος συντελεστής τριβο-ολιγοκυκλικής παραμόρφωσης  $\varepsilon^*$  [-] (κόπωση)

$\gamma_{ad}$  είναι η δύναμη συνάφειας μεταξύ των δύο σωμάτων,  $R_q$  είναι η τραχύτητα του φθειρόμενου σώματος,  $\varepsilon_p$  είναι η μικροπλαστική παραμόρφωση της επιφάνειας κατά τη διάρκεια ενός κύκλου και  $\bar{\varepsilon}_r$  η παραμόρφωση θραύσης του φθειρόμενου υλικού.

Η εξίσωση της φθοράς βασίζεται αφ' ενός στο θεώρημα της διαστατικής ανάλυσης που λέει ότι κάθε σχέση μεταξύ ποσοτήτων αντιπροσωπεύεται από μια λειτουργική συσχέτιση μεταξύ των αδιάστατων συνδυασμών αυτών των ποσοτήτων και αφ' ετέρου στο θεώρημα του Buckingham, που δίδει τον αριθμό των αδιάστατων ποσοτήτων που συνδέονται με το σύστημα. Αυτά οδηγούν στην

$$W = K \frac{\Delta}{H}$$

παρακάτω ενοποιημένη εξίσωση φθοράς: όπου  $\Delta$  είναι το ενεργειακό δυναμικό που μένει αποθηκευμένο στο φθειρόμενο σώμα συγκριτικά με την αρχική απαραμόρφωτη κατάστασή

$$\Delta = \frac{FL}{2} = \frac{MV^2}{2} \quad [M L^2 T^{-2}]$$

του, όταν εκλείψουν όλες οι εξωτερικές δυνάμεις:

Η πηγή του ενεργειακού δυναμικού θα είναι είτε μια δύναμη  $F$  που παράγει έργο πάνω σε ένα μήκος ολίσθησης  $L$  (η κατάσταση αυτή χαρακτηρίζει τους 4 πρώτους θεμελιώδεις τύπους

φθοράς), είτε η κινητική ενέργεια ενός σωματιδίου (η κατάσταση αυτή χαρακτηρίζει τη διάβρωση).

Στη δεύτερη περίπτωση θα έχουμε:

$$\frac{K}{H} = \frac{K\left(a, \lambda, \frac{H_a}{H}, \mu, k\right)}{3\sigma_y}$$

Πιο συγκεκριμένα έχει διατυπωθεί η εξής σχέση:

$$K = f_1(a, n, k) \cdot \lambda \cdot f\left(\frac{H_a}{H}\right)$$

**Οξύτητα:** Στη συμβατική θεωρία για τη μηχανική διάβρωση (Bitter 1963), για λόγους απλότητας τα φθείροντα σωματίδια θεωρούνται τελείως σφαιρικά. Εντούτοις, στην πραγματικότητα διαθέτουν σύνθετη μορφολογία και γνωρίζουμε ότι η έκταση της διάβρωσης μπορεί να αυξηθεί σημαντικά, υπό τις ίδιες συνθήκες, όταν η μορφολογία είναι γωνιώδης αντί για σφαιρική. Για το λόγο

$$\lambda = \frac{2\pi}{9} \cdot \sqrt{\frac{2R}{h}} \cdot \frac{\cot \theta}{\pi/3}$$

αυτό λαμβάνουμε υπόψη τον παράγοντα οξύτητας  $\lambda$  που ορίζεται ως εξής:

Στην περίπτωση της κρούσης με ταχύτητα λίγων m/s,  $\frac{h}{2R} \approx \frac{1}{10}$  (Engel 1960), οπότε μια

$$\lambda \approx \frac{6}{\pi} \cot \theta$$

κωνική επιφάνεια με γωνία κορυφής  $2\theta$ , θα έχει Παρατηρούμε ότι για γωνία περίπου

$120^\circ$ ,  $\lambda \approx 1$ , ενώ για σφαιρικές επαφές εξ' ορισμού  $\lambda \equiv 1$ . Ο παράγοντας  $\lambda$  είναι ισοδύναμος του

δείκτη σφαιρικότητας  $\xi$  που χρησιμοποιείται από άλλους μελετητές:  $\lambda = \xi^{-3}$

**Σκληρότητα:** Η σκληρότητα του φθείροντος σωματιδίου είναι γνωστό πως επηρεάζει τη φθορά λόγω εκτριβής (Krushev 1957). Στη διάβρωση, η επίδραση αυτή παρίσταται με τη συνάρτηση

$$f\left(\frac{H_a}{H}\right) = 1 - \exp\left[-\ln 2 \cdot \left(\frac{H_a}{mH}\right)^{1-2m}\right]$$

όπου  $m$  είναι ο κρίσιμος συντελεστής εκτριβής που χαρακτηρίζει το σημείο καμπής της φθοράς ( $1 < m < \pi$ ). Όταν η σκληρότητα του φθείροντος υλικού είναι μεγαλύτερη από εκείνη του φθειρόμενου, η συνάρτηση τείνει στη μονάδα και στην πράξη φτάνει αυτήν την τιμή όταν  $H_a \geq 2H$

**Ανάκλαση:** Η παράμετρος  $n$  προσδιορίζει τη κρίσιμη γωνία  $\alpha_0$  για την ανάκλαση των σωματιδίων, δηλαδή τη γωνία προσβολής πάνω από την οποία η παραμένουσα επαφτομενική

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2n} = \arctan\left(\frac{1}{6\mu}\right)$$

ταχύτητα των σωματιδίων μηδενίζεται. Ισχύει

**Μικροδομή:** Εκτός από τις προαναφερθείσες γενικευμένες μεταβλητές, μία ή περισσότερες συμπληρωματικές μεταβλητές μπορούν να επηρεάζουν το συντελεστή  $K$ . Πρόκειται για εσωτερικές

μεταβλητές της μικροδομής του υλικού που επηρεάζουν τη μακροσκοπική διαδικασία φθοράς και εκφράζονται από το συντελεστή  $k$ , που σχετίζεται με την ελαστοπλαστική συμπεριφορά του

$$k = \frac{3\sigma_y}{\int \sigma \cdot d\varepsilon}$$

φθειρόμενου υλικού. Μπορεί να οριστεί ως εξής: Ο παρονομαστής εκφράζει την τοπική ενέργεια παραμόρφωσης που επάγεται στο υλικό κατά τη κρούση των σωματιδίων.

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

**α. Όλκιμα υλικά:** Αν ορίσουμε την ενέργεια παραμόρφωσης ως το γινόμενο της πραγματικής τάσης θραύσης του υλικού επί την πραγματική τοπική παραμόρφωση θραύσης, τότε σε συνδυασμό με το νόμο Lüdwig – Hollomon, έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{3\sigma_y}{\bar{\sigma} \cdot \bar{\varepsilon}_r} \\ \bar{\sigma} &= \sigma_y + k_0 (\bar{\varepsilon}_r)^{n_0} \end{aligned} \right\} k = \frac{3\sigma_y}{\sigma_y \cdot \bar{\varepsilon}_r + k_0 (\bar{\varepsilon}_r)^{n_0+1}}$$

Στην περίπτωση ενός πολύ όλκιμου υλικού, η παραμόρφωση θραύσης θα είναι πολύ μεγάλη ( $\bar{\varepsilon}_r > 1$ ) και η  $k$  θα έχει πολύ μικρή τιμή (θα τείνει στο 0). Αντιθέτως, αν το υλικό είναι πολύ σκληρό, η  $\bar{\varepsilon}_r$  θα είναι περιορισμένη και η  $k$  θα είναι μεγαλύτερη.

**β. Ψαθυρά υλικά:** Αν ορίσουμε τον  $k$  βάσει ενός μοντέλου διάδοσης ρωγμών, συναρτήσει

$$\sigma_c \approx \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi \cdot a}}$$

της τάσης θραύσης του υλικού (βάσει ενός γραμμικού μηχανισμού θραύσης) της μετατόπισης  $\delta$  μέσω διάνοιξης ρωγμών του υλικού που ακολουθεί το νόμο Burdekin-Dugdale και της αρχική ακτίνας  $\rho$  μιας ρωγμής, με τη μορφή μικρορωγμών που ενυπάρχουν στο φθειρόμενο υλικό, τότε έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{\sigma_c}{\frac{1}{2} \sigma_c \frac{\delta}{2\rho}} \\ \delta &= \frac{K_{Ic}^2}{E \cdot \sigma_y} \end{aligned} \right\} k = \frac{H}{\frac{3K_{Ic}^2}{4E \cdot \rho}}$$

Η συμπεριφορά του υλικού καθορίζεται από το συντελεστή εντάσεως των τάσεων πρώτου

τύπου (που στα ψαθυρά υλικά ισούται με τη σερρότητα - fracture toughness)  $K_{Ic} = \sqrt{2E\gamma}$  της

μικροδομής του, όπου  $\gamma$  είναι η επιφανειακή τάση του υλικού. Είναι  $\rho \propto \frac{r^2}{h}$  (Francois & Joly 1972),

επομένως, βάσει του νόμου των Meyer & Tabor,  $\rho \propto H^{-1/2}$ , οπότε  $k \propto \frac{H^{1/2}}{K_{Ic}^2}$ . Οι αριθμητικές τιμές που προκύπτουν από αυτή τη τυποποίηση ανταποκρίνονται σε πολύ μεγάλες τιμές του  $k$  ( $\gg 1$ ).

Στην κλασική ανάλυση για τη διάβρωση (Bitter 1963, Neilson & Gilchrist 1968), η

παράμετρος της μικροδομής αντιστοιχεί στο λόγο:  $k = \frac{\phi}{\Omega}$ , όπου  $\phi$  ( $\text{Jm}^{-3}$ ) είναι η ενέργεια κοπής του υλικού που είναι πρακτικά ισοδύναμη με τη σκληρότητα του υλικού σύμφωνα με τον Finnie (1960). Η  $\Omega$  ( $\text{Jm}^{-3}$ ) είναι η ενέργεια που απαιτείται για την αφαίρεση μιας μονάδας όγκου του υλικού μέσω παραμόρφωσης.

**Ταχύτητα:** Η συνάρτηση  $f_1$  αντιπροσωπεύει το κλάσμα της ενέργειας που μεταφέρεται από τα σωματίδια στο υλικό και προκαλεί τη διάβρωση. Η συνιστώσα της ταχύτητας του σωματιδίου που είναι κάθετη στην επιφάνεια του φθειρόμενου υλικού προκαλεί παραμόρφωση που οδηγεί σε απώλεια υλικού, ενώ η εφαπτομενική συνιστώσα προκαλεί κοπή.

Η φθορά που οφείλεται στην παραμόρφωση είναι:

$$W_D = \frac{M}{2\Omega} (V \sin a - V_e)^2$$

όπου  $V_e$  είναι η οριακή ταχύτητα κρούσης για την οποία το υλικό έχει ακόμα ελαστική συμπεριφορά. Για ένα απαραμόρφωτο σωματίδιο με πυκνότητα  $m_s$ , το οποίο προσκρούει σε ένα υλικό με χαρακτηριστικά  $E$ ,  $H$ ,  $\nu$ , η ταχύτητα αυτή είναι:

$$V_e = \frac{\pi^2(1-\nu^2)^2}{2\sqrt{10}} \left(\frac{H}{E}\right)^2 \left(\frac{H}{m_s}\right)^{1/2}$$

Η φθορά που οφείλεται στην κοπή είναι:

$$W_C = \frac{M}{2\phi} (V^2 \cos^2 a - V_r^2)$$

όπου  $V_r$  είναι η παραμένουσα εφαπτομενική ταχύτητα του σωματιδίου μετά την κρούση. Αυτή είναι θετική για γωνίες προσβολής μεταξύ  $0^\circ$  και  $a_0$ , βάσει του τύπου των Neilson & Gilchrist (1968):

$$V_r = V \cos a \sqrt{1 - \sin^2(na)}$$

Η συνάρτηση  $\sin(na)$  ισούται με τη μονάδα όταν  $a > a_0$ .

**Συνολικά:** Έχουμε την παρακάτω έκφραση για τη μηχανική διάβρωση:

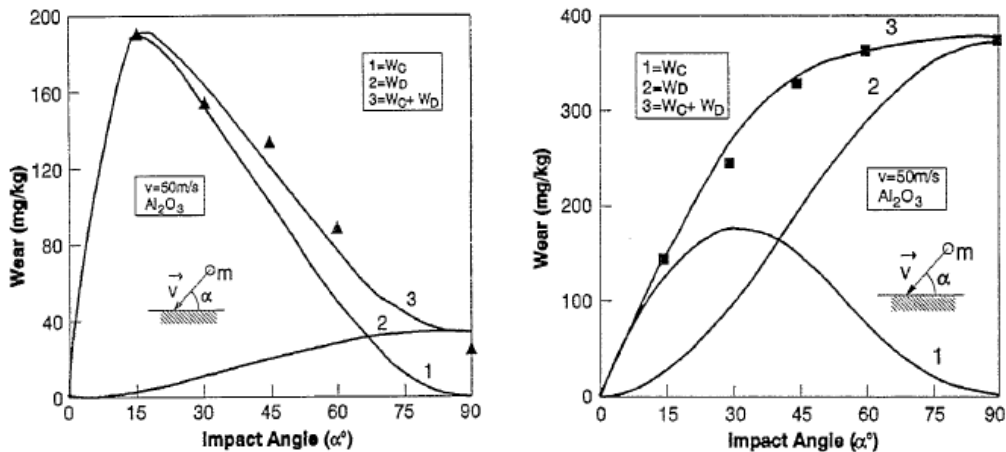
$$W = \frac{MV^2}{2\phi} \cdot \lambda \cdot f\left(\frac{H_a}{H}\right) \cdot \left[ \cos^2 a \cdot \sin(na) + k \left( \sin a - \frac{V_e}{V} \right)^2 \right]$$

Για τα μεταλλικά υλικά, η ταχύτητα  $V_e$  είναι λίγα m/s και μπορεί να μη ληφθεί υπ' όψη. Τότε, ο γενικευμένος νόμος μπορεί να γραφεί σε αδιάστατη μορφή ως εξής:

$$W^*(n, k, a) = \frac{2W\phi}{MV^2 \lambda f(H_a/H)} = \cos^2 a \cdot \sin(na) + k \sin^2 a$$

Η μορφή που παίρνει ο νόμος, για ένα ψαθυρό και ένα όλκιμο υλικό, φαίνεται στα παρακάτω σχήματα:



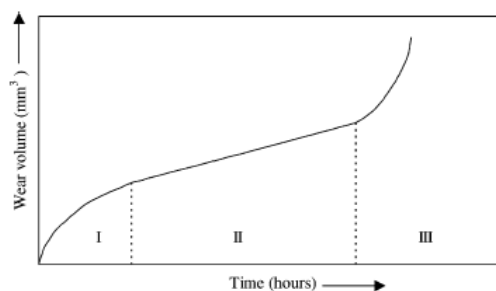


Σχ. II-23 Ρυθμός διάβρωσης συναρτήσει της γωνίας προσβολής: α) Al β) Χυτοσίδηρος υψηλής περιεκτικότητας σε χρώμιο.

### Ενότητα 2.06 Αρχική φθορά

#### (α) Γενική χρονική εξάρτηση της φθοράς και εξαγωγή εμπειρικών παραμετρικών εξισώσεων

Είναι γνωστό ότι κατά τη διάρκεια ζωής μιας φθειρόμενης επιφάνειας, ο όγκος φθοράς ακολουθεί την καμπύλη του Σχ. II-24, που χωρίζεται σε τρία τμήματα, την αρχική φθορά (running-in ή wear-in), τη σταθερή φθορά (steady-state) και την τελική φθορά (wear-out) που οδηγεί και στην αστοχία.



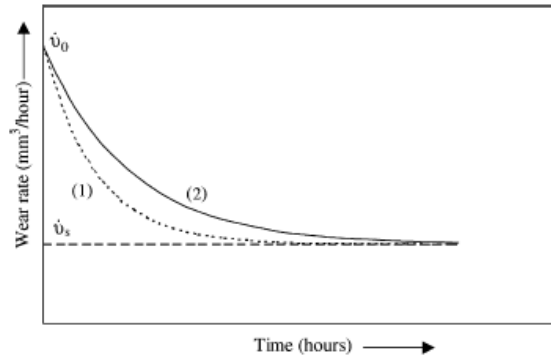
Σχ. II-24 Σχηματικά η εξέλιξη του όγκου φθοράς με το χρόνο.

Τα δύο πρώτα στάδια μπορούν να προσεγγιστούν είτε με δύο γραμμικά τμήματα με διαφορετικούς σταθερούς ρυθμούς φθοράς, είτε με μια ενιαία σχέση εκθετικής μορφής. Έχουν προταθεί οι παρακάτω εκθετικές σχέσεις:

α) Η μεταβολή του ρυθμού φθοράς θεωρείται ανάλογη της μέσης διατμητικής δύναμης  $I$  ενός λεπτού στρώματος υλικού κοντά στην επιφάνεια και της διατμητικής του αντοχής  $S$ . Η σχέση που δίνεται για τη δύναμη αυτή είναι:  $I(t_i) = (I_0 - I_s) \cdot \exp(-q \cdot t_i) + I_s$  με  $W(t_i) \propto I(t_i)$

$$\beta) \quad \dot{V} = (\dot{V}_0 - \dot{V}_s) \cdot e^{-bt} + \dot{V}_s \Rightarrow V = -\alpha \cdot (1 - e^{-bt}) + \dot{V}_s \cdot t, \quad \alpha = \frac{\dot{V}_0 - \dot{V}_s}{b}$$

Οι Kumar et.al. [41] ανέπτυξαν μια συστηματική μεθοδολογία για τον υπολογισμό των παραμέτρων της καμπύλης της φθοράς: Υποθέτουμε τιμές για το  $b$  οπότε, με δεδομένα πειραματικά σημεία  $(V,t)$  η σχέση γίνεται γραμμική ως προς  $\alpha$  και  $\dot{V}_s$ , τα οποία υπολογίζονται με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Το  $b$  υπολογίζεται με τη μέθοδο της διχοτόμησης, έτσι ώστε ο συντελεστής συσχέτισης  $R$  να τείνει στο 1.



Σχ. II-25 Χρονική εξάρτηση του ρυθμού φθοράς

Η περίοδος του running-in,  $t_r$ , υπολογίζεται αν την ορίσουμε ως το χρόνο στον οποίο ο ρυθμός φθοράς αποκτά μια συγκεκριμένη ποσοστιαία αναλογία ως προς τον τελικό ρυθμό φθοράς.

$$\dot{V}_s = \dot{V}_{tr} \cdot \frac{P}{100} \quad \text{Θα είναι τότε:}$$

$$t_r = -\frac{\ln\left(\frac{\dot{V}_s}{\dot{V}_0 - \dot{V}_s} \cdot \frac{100}{P} - 1\right)}{b}$$

Με την πραγματοποίηση παραμετρικών πειραμάτων συναρτήσεως του φορτίου  $P$ , της θερμοκρασίας της επαφής  $T_c$  και της αρχικής rms τραχύτητας  $R_q$ , μπορούν να εκτιμηθούν παραμετρικές σχέσεις για τα  $\dot{V}_0$ ,  $\dot{V}_s$ ,  $t_r$ , του τύπου:

$$X = K \cdot P^a \cdot T_c^b \cdot R_q^c$$

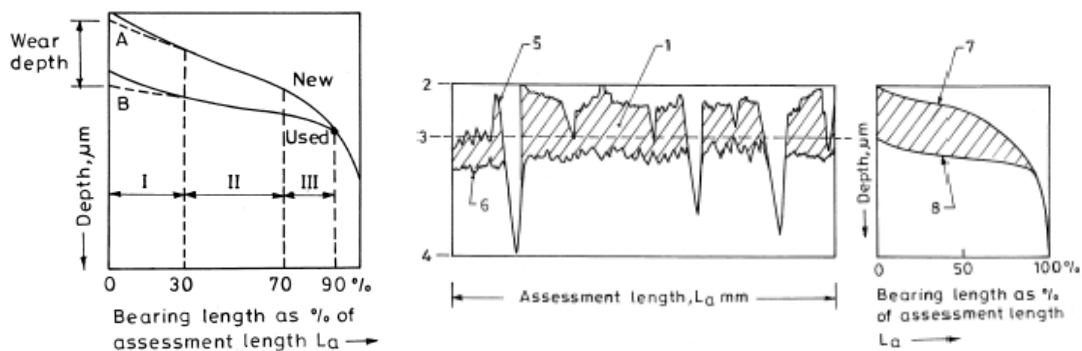
### (b) Υπολογισμός της αρχικής φθοράς από την καμπύλη Abbott

Οι Kumar et.al. [42], προτείνουν μία μέθοδο για την εκτίμηση της φθοράς στο εσωτερικό κυλίνδρων ΜΕΚ, όταν η φθορά δεν έχει υπερβεί την αρχική τραχύτητα (δηλαδή το βάθος των κοιλάδων που δημιουργεί η κατεργασία του honing, το λεγόμενο «honing depth»), δηλαδή της περιπτώσεις όπου η αρχική φθορά δεν έχει ολοκληρωθεί τυπικά. Στις περιπτώσεις αυτές, λόγω του πολύ μικρού όγκου, ακόμα και ο ίδιος ο άμεσος υπολογισμός του βάθους φθοράς (από τη διαφορά

των μετρούμενων διαστάσεων πριν και μετά τη λειτουργία) είναι προβληματικός.

Οι καμπύλες κατανομής της φέρουσας επιφάνειας (σύντομα ΚΚΦΕ ή καμπύλες Abbott) δεν είναι τίποτε άλλο από γραφήματα της κατανομής του βάθους κάτω από τη γραμμή αναφοράς προς το ποσοστό του φέροντος μήκους (ή μήκους εδράσεως), όπως αυτό υπολογίζεται από ένα 2D κατατομή τραχύτητας (βλ. Σχ. II-26). Αλλιώς μπορούμε να πούμε ότι είναι γραφήματα της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας (σ.κ.π.) του κατατομή.

Καθώς προχωράει η φθορά, η ΚΚΦΕ μεταβάλλεται και γίνεται πιο επίπεδη στ' αριστερά, ενώ δεξιά μένει αναλλοίωτη. Μπορούμε να υποθέσουμε ότι το σημείο του 90% διατηρεί αναλλοίωτο βάθος κατά τη διάρκεια της φθοράς. Έτσι, μπορούμε να συγκρίνουμε την ΚΚΦΕ πριν τη φθορά με την ΚΚΦΕ μετά τη φθορά, με βάση αυτό το σημείο όπου οι δύο καμπύλες συντρέχουν. Το βάθος φθοράς θα είναι το εμβαδόν μεταξύ των δύο επιφανειών.



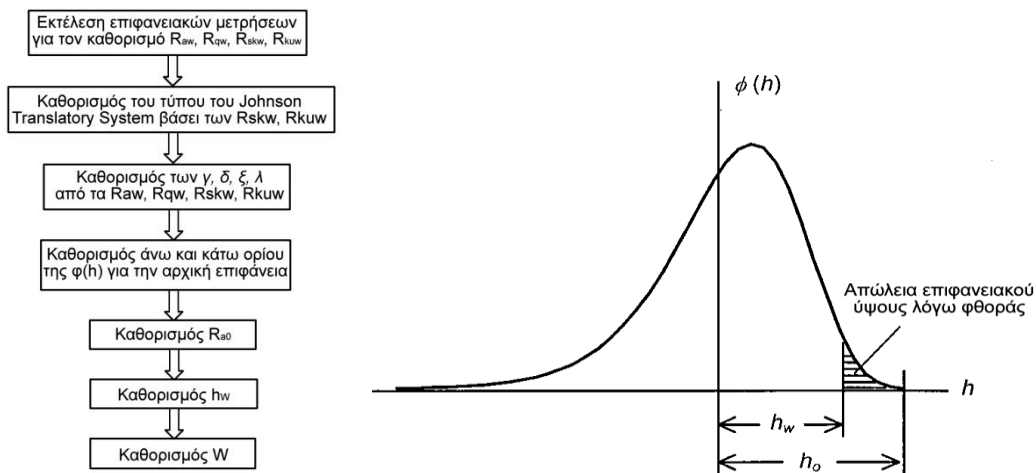
Σχ. II-26 Αριστερά: Εκτίμηση της φθοράς με ταύτιση των δύο ΚΚΦΕ, στο σημείο του 90%, Δεξιά: Σχηματικό διάγραμμα των κατατομή των τραχυτήτων και των αντίστοιχων ΚΚΦΕ, πριν και μετά τη φθορά. (1) Φθαρμένο υλικό, (2) Κατατομή αναφοράς πριν τη φθορά, (3) Κατατομή αναφοράς μετά τη φθορά, (4) Βασικό κατατομή πριν και μετά τη φθορά, (5) Κατατομή της τραχύτητας πριν, (6) Κατατομή της τραχύτητας μετά, (7) ΚΚΦΕ πριν, (8) ΚΚΦΕ μετά

Για τον υπολογισμό του, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ολοκλήρωση των δεδομένων των καμπυλών με τη χρήση υπολογιστή, μπορούμε όμως να ακολουθήσουμε και την εξής προσεγγιστική τεχνική, όπως στο Σχ. II-26: Χωρίζουμε την επιφάνεια σε τρεις ζώνες, με όρια τα σημεία 0%, 30%, 70%, 90% και υπολογίζουμε τα εμβαδά θεωρώντας τις ζώνες ως τραπέζια. Για την πρώτη περιοχή, προτιμάται να γίνεται η προβολή, με γραμμική παρεμβολή, των καμπυλών πάνω στον άξονα του βάθους και να μη χρησιμοποιούνται τα πραγματικά σημεία τομής, καθώς αυτά είναι ακραίες περιπτώσεις κορυφών τραχυτήτων που δεν είναι χαρακτηριστικές της κατανομής. Η δεύτερη περιοχή θεωρείται τραπέζιο και η τρίτη τριγωνική.

Ως σημείο αναφοράς (επίπεδο αναφοράς) λαμβάνεται το 90% γιατί τα δεξιότερα (95%, 100%) χαρακτηρίζουν λίγες βαθιές κοιλάδες που μπορεί να μην είναι γενικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας και να αλλάζουν με το σημείο μέτρησης. Δεν λαμβάνονται επίσης αριστερότερα σημεία (70%, 80%) γιατί καθώς δεν επιτρέπουν μετρήσεις φθοράς που φθάνει κάτω από αυτό το επίπεδο, κάνουν την τεχνική πολύ περιοριστική.

### (c) Η μέθοδος των Jeng et. al.

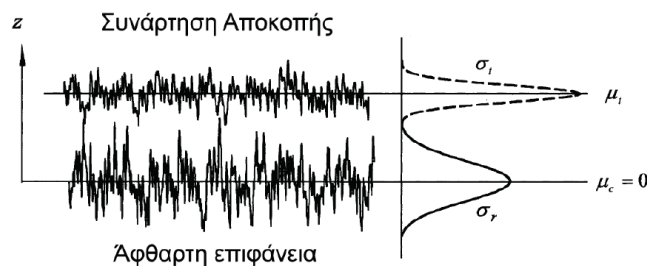
Οι Jeng et.al. [43,44] χρησιμοποιούν το σύστημα κατανομών Johnson για να μετασχηματίσει την κατανομή της τραχύτητας μιας γενικής επιφάνειας σε μία μεταβλητή που να περιγράφεται με κατανομή Gauss. Θεωρώντας ότι η κατανομή υψών του προφίλ της φθαρμένης επιφάνειας είναι μία από τις παραμετρικές καμπύλες που ανήκουν στο σύστημα Johnson, είμαστε σε θέση να προσαρμόσουμε μια «άφθαρτη» τέτοια κατανομή με τις ίδιες κεντρικές ροπές με τη φθαρμένη και να υπολογίσουμε τον όγκο φθοράς από τη διαφορά εμβαδού.



Σχ. II-27 Αλγόριθμος υπολογισμού του συστήματος Johnson και σχηματικό διάγραμμα της μεταβολής του είδους της κατανομής υψών του προφίλ λόγω φθοράς [45].

### (d) Η μέθοδος των Nonogaki et. al.

Οι Nonogaki et.al. [46] βασίστηκαν επάνω στο μοντέλο αποκοπής τραχυτήτων των King et.al. [47] και προχώρησαν στον ανάστροφο υπολογισμό των παραμέτρων αποκοπής, ξεκινώντας από τη λοξότητα και την κύρτωση του φθαρμένου προφίλ. Με υπολογισμένες τις παραμέτρους της συνάρτησης αποκοπής, μπορεί στη συνέχεια να υπολογιστεί ο όγκος των κορυφών των τραχυτήτων που έχουν φθαρεί.



Σχ. II-28 Αλληλεπίδραση της συνάρτησης αποκοπής με την άφθαρτη επιφάνεια [46].

## Συμπεράσματα κεφαλαίου

Τα αναλυτικά μοντέλα που υπάρχουν για όλους τους μηχανισμούς φθοράς ανεξαιρέτως πραγματοποιούν χονδροειδείς απλουστεύσεις σε σχέση με τα φαινόμενα που περιγράφουν.

Τα περισσότερα αναλυτικά μοντέλα προσπαθούν να εισάγουν τη στοχαστικότητα, αλλά το επιτυγχάνουν μόνο μερικώς, λόγω της μαθηματικής πολυπλοκότητας που υπεισέρχεται.

Για όλους τους μηχανισμούς φθοράς μεγάλη σημασία έχει η χρήση καλών «υπομοντέλων» για τη σωστή αναπαράσταση της συμπεριφοράς του υλικού, του θερμικού προβλήματος και του προβλήματος της αλληλεπίδρασης τραχιών επιφανειών.

Είναι δύσκολο να οριστούν σωστά και να ακολουθηθούν κατά τη μοντελοποίηση τα όρια μετάπτωσης από τον ένα υπομηχανισμό στον άλλο.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] R. Holm, E. Holm, *Electric contacts handbook*, Springer, 1958.
- [2] D. Tabor, *The Hardness of Metals*, Oxford University Press, 1951.
- [3] J.T. Burwell, C.D. Strang, On the Empirical Law of Adhesive Wear, *Journal of Applied Physics*. 23 (1952) 18-28.
- [4] J.F. Archard, Contact and Rubbing of Flat Surfaces, *Journal of Applied Physics*. 24 (1953) 981-988.
- [5] J.F. Archard, W. Hirst, The Wear of Metals under Unlubricated Conditions, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. 236 (1956) 397 -410.
- [6] M. Antler, Processes of metal transfer and wear, *Wear*. 7 (1964) 181-203.
- [7] D.H. Buckley, *Surface effects in adhesion, friction, wear, and lubrication*, Elsevier, 1981.
- [8] D. Garkunov, I. Kragel'skii, A. Polyakov, *Selective Transfer in Friction Units*, Transport Publishers, Moscow. (1969).
- [9] N.P. Suh, The delamination theory of wear, *Wear*. 25 (1973) 111-124.
- [10] T. Sasada, Wear research in Japan: Trends and future directions, *Wear*. 100 (1984) 561-577.
- [11] O. Vingsbo, S. Söderberg, On fretting maps, *Wear*. 126 (1988) 131-147.
- [12] L. Samuels, E. Doyle, D. Turley, Sliding Wear Mechanisms, in: *Fundamentals of Friction and Wear of Materials: Papers Presented at the 1980 ASM Materials Science Seminar, 4-5 October 1980*, Pittsburgh, Pennsylvania, 1981: p. 13.
- [13] G.W. Stachowiak, A.W. Batchelor, *Engineering tribology*, Butterworth-Heinemann, 2005.
- [14] J. Salib, Y. Kligerman, I. Etsion, A Model for Potential Adhesive Wear Particle at Sliding Inception of a Spherical Contact, *Tribology Letters*. 30 (2008) 225-233.
- [15] V. Brizmer, Y. Kligerman, I. Etsion, The effect of contact conditions and material properties on the elasticity terminus of a spherical contact, *International Journal of Solids and Structures*. 43 (2006) 5736-5749.
- [16] P.J. Alison, H. Wilman, The different behaviour of hexagonal and cubic metals in their friction, wear and work hardening during abrasion, *British Journal of Applied Physics*. 15 (1964) 281-289.
- [17] G.K. Nathan, W.J.D. Jones, The empirical relationship between abrasive wear and the applied conditions, *Wear*. 9 (1964) 300-309.
- [18] T.O. Mulhearn, L.E. Samuels, The abrasion of metals: A model of the process, *Wear*. 5 (1962) 478-498.
- [19] J.M. Challen, P.L.B. Oxley, An explanation of the different regimes of friction and wear using asperity deformation models, *Wear*. 53 (1979) 229-243.
- [20] T. Kayaba, K. Kato, K. Hokkirigawa, Theoretical analysis of the plastic yielding of a hard asperity

- sliding on a soft flat surface, *Wear*. 87 (1983) 151-161.
- [21] K.-H. Zum Gahr, *Microstructure and wear of materials*, Elsevier, 1987.
- [22] J. Williams, *Wear modelling: analytical, computational and mapping: a continuum mechanics approach*, *Wear*. 225 (1999) 1–17.
- [23] A.A. Torrance, T.R. Buckley, A slip-line field model of abrasive wear, *Wear*. 196 (1996) 35-45.
- [24] Y. Xie, J.A. Williams, The prediction of friction and wear when a soft surface slides against a harder rough surface, *Wear*. 196 (1996) 21-34.
- [25] A. Kapoor, K.L. Johnson, J.A. Williams, A model for the mild ratcheting wear of metals, *Wear*. 200 (1996) 38-44.
- [26] T.H.C. Childs, The mapping of metallic sliding wear, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Mechanical Engineering Science 1983-1988 (vols 197-202)*. 202 (1988) 379-395.
- [27] A.A. Torrance, The effect of grit size and asperity blunting on abrasive wear, *Wear*. 253 (2002) 813-819.
- [28] S. Date, S. Malkin, Effects of grit size on abrasion with coated abrasives, *Wear*. 40 (1976) 223–235.
- [29] A. Kapoor, F.J. Franklin, Tribological layers and the wear of ductile materials, *Wear*. 245 (2000) 204-215.
- [30] F.J. Franklin, I. Widiyarta, A. Kapoor, Computer simulation of wear and rolling contact fatigue, *Wear*. 251 (2001) 949–955.
- [31] W.R. Tyfour, J.H. Beynon, A. Kapoor, Deterioration of rolling contact fatigue life of pearlitic rail steel due to dry-wet rolling-sliding line contact, *Wear*. 197 (1996) 255-265.
- [32] B. Bhattacharya, B. Ellingwood, Continuum damage mechanics analysis of fatigue crack initiation, *International Journal of Fatigue*. 20 (1998) 631–639.
- [33] B. Bhattacharya, B. Ellingwood, A CDM analysis of stochastic ductile damage growth and reliability, *Probabilistic Engineering Mechanics*. 14 (1999) 45–54.
- [34] F. Stott, The role of oxidation in the wear of alloys, *Tribology International*. 31 (1998) 61–71.
- [35] T. Quinn, The oxidational wear of low alloy steels, *Tribology International*. 35 (2002) 691–715.
- [36] F. Stott, High-temperature sliding wear of metals, *Tribology International*. 35 (2002) 489–495.
- [37] S.C. Lim, M.F. Ashby, J.H. Brunton, Wear-rate transitions and their relationship to wear mechanisms, *Acta Metallurgica*. 35 (1987) 1343-1348.
- [38] G. Straffelini, D. Trabucco, A. Molinari, Oxidative wear of heat-treated steels, *Wear*. 250 (2001) 485–491.
- [39] J.L. Sullivan, S.G. Hodgson, A study of mild oxidational wear for conditions of low load and speed, *Wear*. 121 (1988) 95-106.
- [40] A. Magnée, Generalized law of erosion: application to various alloys and intermetallics, *Wear*. 181-183, Part 2 (1995) 500-510.
- [41] R. Kumar, B. Prakash, A. Sethuramiah, A systematic methodology to characterise the running-in and steady-state wear processes, *Wear*. 252 (2002) 445-453.
- [42] R. Kumar, S. Kumar, B. Prakash, A. Sethuramiah, Assessment of engine liner wear from bearing area curves, *Wear*. 239 (2000) 282-286.
- [43] Y.-R. Jeng, Z.-W. Lin, S.-H. Shyu, A Microscopic Wear Measurement Method for General Surfaces, *Journal of Tribology*. 124 (2002) 829.
- [44] Y.-R. Jeng, Z.-W. Lin, S.-H. Shyu, Changes of Surface Topography During Running-In Process, *Journal of Tribology*. 126 (2004) 620.
- [45] Κ. Καρακιάλης, Μέτρηση, μοντελοποίηση και τοπογραφική εκτίμηση της αρχικής φθοράς, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2007.
- [46] M. Nonogaki, T. Morimoto, T. Nakahara, Method of determination of truncation parameters from measured surface profile, *Tribology International*. 36 (2003) 745-752.
- [47] T. King, W. Watson, K. Stout, Modelling the micro-geometry of lubricated wear, in: *Proc. of 4th Leeds/Lyon Symp. on Trib. in Surface Roughness Effects in Lubrication*, 1977.



## Κεφάλαιο III. Μέθοδοι μοντελοποίησης

Εδώ πραγματοποιείται μια γενική θεώρηση της μοντελοποίησης της φθοράς, συνοψίζοντας τα δεδομένα του κεφαλαίου 2. Γίνεται ανασκόπηση της συζήτησης γύρω από τις ως τώρα προοπτικές της μοντελοποίησης της φθοράς και ορίζονται οι πυλώνες της προσέγγισης που θα ακολουθηθεί, για τους οποίους παρατίθεται μια ανασκόπηση των θεωρητικών τους απαρχών καθώς και παρόμοιων εφαρμογών τους που ενδιαφέρουν.

### Ενότητα 3.01 Ανασκόπηση των κλασικών προσεγγίσεων

#### (a) Τύποι εξισώσεων για τη φθορά

Οι εξισώσεις για τη φθορά με τον καιρό έχουν αλλάξει ως προς το χαρακτήρα τους και ως προς τα σημεία που δίνουν έμφαση, ακολουθώντας δίχως αμφιβολία τις τάσεις που επικρατούν στα συγγενή επιστημονικά πεδία. Καμία εξίσωση ως τώρα δεν έχει αναπτυχθεί αυστηρά βάσει των στοιχειωδών φυσικών νόμων, παρόλο που μερικές προσέγγισαν το στόχο αυτό. Οι πραγματικά στοιχειώδεις εξισώσεις φέρουν την ελπίδα ότι, αν γίνουν ποτέ αρκετά πλήρεις, θα μπορέσουν να προβλέψουν τη φθορά με ικανή αριθμητική ακρίβεια ώστε η πρόβλεψη να είναι χρήσιμη. Πολλές εξισώσεις προέκυψαν με τη χρήση μεθόδων της μηχανικής των στερεών υλικών. Σύμφωνα με τους Meng & Ludema [1], μπορούν να διακριθούν 3 γενικά ιστορικά στάδια στη μοντελοποίηση, τα οποία είναι χρονικά αλληλοκαλυπτόμενα:

#### (i) Εμπειρικές εξισώσεις

Τέτοιες εξισώσεις ήταν κοινές στην προ του 1970 εποχή. Κατασκευάζονται άμεσα, από δεδομένα που λαμβάνονται από δοκιμές, στα οποία ορισμένες από τις συνθήκες μεταβάλλονται. Ακολουθούν συνήθως 4 τυπικές μορφές:

$$1) V = \frac{\beta}{a} [1 - \exp(-at)] \quad 2) V = at \quad 3) V = \beta \exp(at) \quad 4) V = K \cdot P^a \cdot v^b \cdot t^c$$

Εξ. III-1

Η παράμετρος  $\beta$  είναι ένας μυστηριώδης όρος, που ορίζεται ως «κάποιο χαρακτηριστικό της αρχικής επιφάνειας» και πιθανότατα δεν περιγράφει μια επίδραση που έχει προβλεφθεί αλλά μία επίδραση που παρατηρείται κατά τη διάρκεια των δοκιμών. Εξισώσεις του τέταρτου τύπου, όπου όλες οι επιλεγμένες μεταβλητές πολλαπλασιάζονται, είναι κοινότερες. Τρία σετ δοκιμών πραγματοποιούνται, με τις δύο από αυτές τις παραμέτρους να παραμένουν σταθερές και τη μία να



μεταβάλλεται στο κάθε σετ. Συχνά η σχέση που διαπιστώνεται είναι προσεγγιστικά λογαριθμική, και έτσι προκύπτουν τιμές για τους εκθέτες. Στην περίπτωση αυτή, πάντοτε υποτίθεται αλλά σπανίως αποδεικνύεται ότι κάθε εκθέτης είναι ανεξάρτητος από τις μεταβολές των άλλων παραμέτρων.

Τυπικά οι εμπειρικές εξισώσεις ισχύουν μόνο εντός του πεδίου τιμών των δοκιμών, αλλά είναι πολύ πιο ακριβείς εντός αυτού του πεδίου απ' ό,τι οι θεωρητικές εξισώσεις. Η μεγάλη πλειοψηφία από αυτές περιγράφει τη φθορά υπό σταθερές συνθήκες ολίσθησης, συνήθως δίχως έλεγχο ή μέτρηση της θερμοκρασίας, της επιφανειακής τραχύτητας, κ.λπ.

### **(ii) Εξισώσεις που βασίζονται στη μηχανική των επαφών**

Αυτού του τύπου οι εξισώσεις ήταν κοινές την περίοδο 1970-1980. Ξεκινούν συνήθως ως μοντέλα ενός συστήματος, υποθέτοντας απλές σχέσεις μεταξύ των λειτουργικών συνθηκών. Λαμβάνεται επίσης συχνά υπόψη η τοπογραφία των επαπτόμενων επιφανειών, για τον υπολογισμό της τοπικής επιφάνειας επαφής. Πολλές από αυτές τις εξισώσεις βασίζονται στην υπόθεση ότι μια συμβατική ιδιότητα του υλικού (της επιλογής του συγγραφέα) είναι σημαντική για τη διαδικασία της φθοράς. συνήθως αυτή είναι το μέτρο ελαστικότητας  $E$  ή η σκληρότητα  $H$ . Τυπικό παράδειγμα αυτού του τύπου της εξίσωσης είναι ο νόμος του Archard, όπου ο λόγος  $P/H$  θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει την πραγματική επιφάνεια επαφής, ενώ ο συντελεστής  $K$  ένα πλήθος στοχαστικών παραγόντων.

### **(iii) Εξισώσεις που βασίζονται στους μηχανισμούς αστοχίας των υλικών**

Ο μεγαλύτερος αριθμός από αυτές έχει αναπτυχθεί τα τελευταία 30 χρόνια. Οι συγγραφείς τώρα φαίνεται να αναγνωρίζουν ότι η αντίσταση στη φθορά δεν είναι μια εσωτερική ιδιότητα των υλικών και ότι οι μηχανικές ιδιότητες που επιλέγονται για τη μηχανική των επαφών (π.χ. για τον υπολογισμό της πραγματικής επιφάνειας επαφής), μπορεί να μην είναι άμεσα εφαρμόσιμες. Η έμφαση έχει στραφεί στην ενσωμάτωση περισσότερων ποσοτήτων που σχετίζονται με τη ροή του υλικού, όπως στερρότητα, παραμόρφωση θραύσης, κ.λπ. Τα πρώτα φαινόμενα που μελετήθηκαν ήταν η μηχανική των διαταραχών, οι ιδιότητες της κόπωσης, η διατμητική αστοχία όπως καθορίζεται από την ανάλυση του πεδίου ολίσθησης και οι ιδιότητες της ψαθυρής θραύσης, ενώ έχουν ερευνηθεί πολύ περισσότερα έκτοτε. Παραδόξως, ενώ η φθορά θεωρείται από πολλούς ερευνητές ότι οφείλεται στην απώλεια οξειδίου, κανένα νέο μοντέλο που να καλύπτει αυτό το μηχανισμό δεν έχει εμφανιστεί τελευταία παρά μόνο παραλλαγές του μοντέλου του Quinn.

### **(b) Κριτικές στις έως τώρα προσεγγίσεις**

Οι Hsu e.a., στην ανασκόπησή τους [2], αφού εξέτασαν τις δυνατότητες για την εκ των προτέρων πρόβλεψη της φθοράς των μετάλλων, συμπέραναν: «Η βιβλιογραφία περιέχει έναν μεγάλο αριθμό μοντέλων αλλά και δεδομένων φθοράς, τα οποία βασίζονται στην κατανόηση των

μηχανισμών και μπορούν να ερμηνεύσουν μια μεγάλη ποικιλία φαινομένων αρκετά καλά. Όμως δεν υπάρχει διαθέσιμο μοντέλο που να μπορεί να προβλέπει τη φθορά εκ των προτέρων, από ιδιότητες των υλικών και παραμέτρους της επαφής. Οι κύριοι λόγοι γι' αυτό φαίνεται πως είναι η αντίληψη ότι η φθορά περιλαμβάνει ένα και μοναδικό καθολικό γεγονός, η εφαρμογή ενός πολύ απλοποιητικού μοντέλου και η εγκατάλειψη των λειτουργικών εξαρτήσεων από τις συνθήκες λειτουργίας. Συνεπώς, φαίνεται πως η ανάπτυξη ενός καθολικού προγνωστικού μοντέλου φθοράς μένει για το πολύ μακρινό μέλλον.»

Ο P.J. Blau, στην ανασκόπησή του [3], σχολιάζει την εγγύτητα των μοντέλων των επιφανειών με τις πραγματικές επιφάνειες: «Δεκάδες χιλιάδες φωτογραφίες SEM επιφανειών φθοράς έχουν καταγραφεί τις τελευταίες τέσσερις δεκαετίες και η πολυπλοκότητα των παρατηρούμενων επιφανειών έχει θέσει αμφιβολίες σχετικά με το ρεαλισμό των μοντέλων φθοράς που βασίζονται σε απλούς κώνους και σφαίρες. Το ερώτημα, πόσο απλά μπορεί κανείς να αναπαραστήσει μια επιφάνεια φθοράς και συγχρόνως να αναπτύξει ένα χρήσιμο και φυσικά ορθό μοντέλο, είναι ακόμα ανοικτό προς συζήτηση.»

Οι Meng & Ludema [1], αλλά και μόνος του ο Ludema στο [4], κάνουν μια πολύ εύστοχη κριτική στις πρακτικές των ερευνητών που ασχολούνται με τη φθορά και τους καταλογίζουν τα εξής:

1. Πάρα πολύ λίγοι ερευνητές παγκοσμίως ασχολούνται με τη καθεμία από τις υποκατηγορίες της φθοράς, πολύ λίγοι για να αποτελέσουν μια «κρίσιμη μάζα» που θα μπορούσε μέσω της συνεργασίας και της αμοιβαίας κριτικής να προωθήσει αποτελεσματικά την επιστημονική γνώση στον κλάδο, όπως γίνεται με άλλους κλάδους. Επίσης, όπως φαίνεται από τους πίνακες των παραπομπών, οι ερευνητές, δρουν σχετικά απομονωμένοι από τους συναδέλφους τους.
2. Οι περισσότεροι ερευνητές φαίνεται να επιλέγουν αυθαίρετα τις παραμέτρους των υλικών που χρησιμοποιούν, ή με τρόπο άσχετο με τους πραγματικούς μηχανισμούς απώλειας υλικού. Πάνω σε αυτό υπάρχουν τρία σχόλια:
  - a. Στις λειτουργικές συνθήκες εμφανίζονται πολύ συχνά εκθέτες που δε συμβαδίζουν με τα αναμενόμενα (π.χ. στη μηχανική διάβρωση εκθέτες μεγαλύτεροι του 2 για την ταχύτητα). Αυτό σημαίνει ότι απουσιάζει κάποια παράμετρος που εξαρτάται από τη συγκεκριμένη μεταβλητή ή ότι χρησιμοποιούνται ακατάλληλες παράμετροι των υλικών (π.χ. στατικές αντί για δυναμικές).
  - b. Οι επιλεγόμενες μηχανικές ιδιότητες πολύ συχνά δεν αντανακλούν γεγονότα επαναλαμβανόμενης καταπόνησης ή γεγονότα θραύσης, παρόλο που αυτά είναι γνωστό ότι πραγματοποιούνται.
  - c. Οι επιλεγόμενες μηχανικές ιδιότητες πολύ συχνά δεν είναι εσωτερικές ιδιότητες των υλικών (π.χ.  $E$ ,  $H$ ,  $K_c$ ) ούτε είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες (π.χ.  $E$ ,  $H$ , σημείο τήξης, δύναμη ατομικού δεσμού, που είναι ιδιότητες περίπου ανάλογες μεταξύ τους).
3. Τα πειράματα που γίνονται για την επαλήθευση των μοντέλων σπάνια αποδεικνύουν την ορθότητά τους πέρα από κάθε αμφισβήτηση. Όλα τα πειράματα περιέχουν αρκετές ακούσιες επιπλοκές που παραπλανούν τον αναγνώστη. Δεν πρέπει να διαφεύγει της προσοχής μας ότι το

60% των συγγραφέων των δημοσιεύσεων εμφανίζονται μόνο μία φορά και ότι αυτοί είναι που έχουν πραγματοποιήσει τη συντριπτική πλειοψηφία των πειραμάτων, χωρίς να έχουν καμία προηγούμενη πείρα στο συγκεκριμένο αντικείμενο.

4. Οι περισσότεροι ερευνητές αναφέρουν έναν ή περισσότερους μηχανισμούς φθοράς, είτε ως τη βάση για το μοντέλο τους, είτε στα πλαίσια της γενικής συζήτησης. Είναι εμφανές ότι υπάρχει πολύ μικρή συναίνεση για το *νόημα* των όρων που χρησιμοποιούνται. Αυτός είναι πιθανότητα ο σημαντικότερος λόγος για την έλλειψη ορατής προόδου για την κατάστρωση χρήσιμων εξισώσεων για τη φθορά και την τριβή. Έτσι, ενώ υπάρχουν ευρύτατες λίστες από μηχανισμούς, λίγοι από τους όρους είναι του ίδιου «επιπέδου» (κατηγορίες, μηχανισμοί, υπομηχανισμοί, κ.λ.π.), λίγοι είναι αλληλοαποκλειόμενοι και λίγοι εμφανίζονται στην πράξη εντελώς ανεξάρτητα από άλλους. Δεν μπορούν να θεωρηθούν επομένως ούτε ως ισοδύναμες εναλλακτικές περιπτώσεις, ούτε ως προσθετικά φαινόμενα. Επίσης, οι μηχανισμοί δεν έχουν διακριθεί σε άμεσες και έμμεσες αιτίες απώλειας υλικού.
5. Πολλοί ερευνητές υποθέτουν ότι η τριβή και η φθορά *μεταβάλλονται μονότονα* στις κλίμακες των περισσότερων μεταβλητών. Οι περισσότεροι ερευνητές επιλέγουν τις περιοχές των μεταβλητών τους τόσο στενές όσο τους αρκεί για να δείξουν τις τάσεις που επιθυμούν, καθώς πειράματα *ευρείας κλίμακας* κοστίζουν πολύ σε χρόνο και χρήμα και είναι δύσκολο να δικαιολογηθούν όταν η μοντελοποίηση δεν έχει ευρύτερους στόχους.
6. Πολλοί ερευνητές υποθέτουν ότι οι μηχανισμοί της φθοράς είναι *ανεξάρτητοι του χρόνου*, δηλαδή ότι δεν εξαρτώνται από προηγούμενα γεγονότα.
7. Πολλοί ερευνητές θεωρούν ότι κάθε σύνολο συνθηκών ολίσθησης μπορεί να καταταχθεί βάσει ενός «εσωτερικού» μηχανισμού φθοράς, οπότε για την αποτροπή της φθοράς χρειάζεται απλώς η επιλογή ενός υλικού που να ανθίσταται στον αναγνωρισμένο μηχανισμό φθοράς. Στην πραγματικότητα όμως, το επιλεγόμενο υλικό *εισάγει το δικό του μηχανισμό* στο τριβούσστημα.
8. Οι προσπάθειες για τη μοντελοποίηση φαίνεται να ακολουθούν δύο αμοιβαία αποκλειόμενες φιλοσοφίες. Η μία είναι η κατασκευή εξισώσεων με τη μέτρηση των ξεχωριστών εξαρτήσεων της τριβής και της φθοράς από ξεχωριστές ιδιότητες του υλικού. Η άλλη είναι η κατάστρωση εμπειρικών μοντέλων, τα οποία δεν ενσωματώνουν καμία γνώση για τους μηχανισμούς της φθοράς και επομένως έχουν περιορισμένη αξία για την πρόγνωση της φθοράς κάτω από νέες συνθήκες.
9. Πολλοί ερευνητές θεωρούν ότι οι επιλεγμένες μεταβλητές στις εξισώσεις μπορούν να αντιμετωπιστούν ως *ανεξάρτητες*, οδηγώντας όπως φαίνεται σε τρεις αλληλοκαλυπτόμενες προσδοκίες:
  - a. Ότι κάθε μεταβλητή μπορεί να διακυμαίνεται ανεξάρτητα, με τις άλλες να παραμένουν σταθερές σε κάποια βολική τιμή, δίχως αυτό να αλλοιώνει το τελικό συμπέρασμα. Αυτό δεν ισχύει συνήθως, αφού λίγες από τις ιδιότητες των υλικών είναι ανεξάρτητες από τις άλλες.

- b. Ότι μεταβλητές που δεν συμπεριλαμβάνονται «επί του παρόντος» μπορούν να προστεθούν στο μέλλον, χωρίς να μεταβληθεί η δομή των εξισώσεων, ιδιαίτερα όσον αφορά μεταβλητές από άλλα επιστημονικά πεδία.
- c. Ότι οι ερευνητές ενός από τους κλάδους που σχετίζονται με τη φθορά (μηχανική των ρευστών, μηχανική των επαφών, επιστήμη των υλικών, χημεία) μπορούν να δουλέψουν αποτελεσματικά στη μοντελοποίηση της φθοράς δίχως να ασχολούνται ιδιαίτερα με τις μεταβλητές από τους άλλους κλάδους.

## Ενότητα 3.02 Αριθμητικές προσομοιώσεις και τριβουσυστήματα

### (a) Αριθμητικές προσομοιώσεις στη μακροκλίμακα των τριβουσυστημάτων

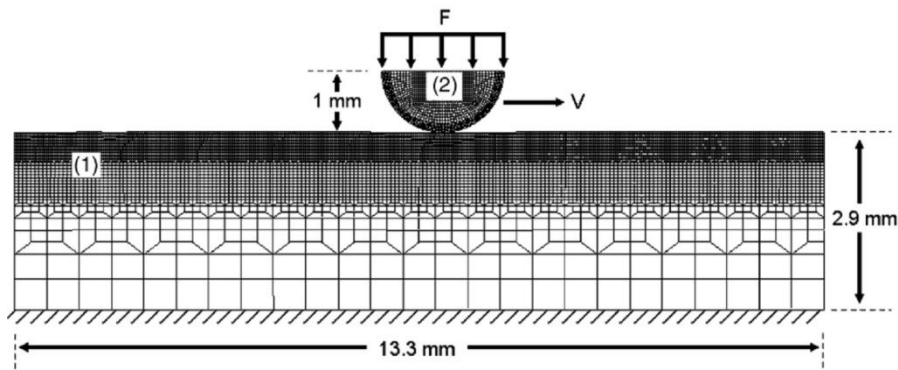
Βασικό ζητούμενο στα προβλήματα εκτίμησης της φθοράς είναι η αντιμετώπιση της μη-γραμμικής επίδρασης που επιφέρει η μεταβολή της γεωμετρίας των φθειρόμενων επιφανειών. Σε συνδυασμό ενίοτε και με τη μη-γραμμικότητα της παραμόρφωσης του υλικού, η επίδραση αυτή εκφράζεται ως αναντιστοιχία ολικής και τοπικής πίεσεως. Ένας τρόπος να υπερκεραστεί αυτή η δυσκολία είναι η προσομοίωση. Εδώ προσομοιώνεται η απλή περίπτωση της ομαλής φθοράς κατά την ολίσθηση μιας κυλινδρικής επάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια. Οι υπολογισμοί ακολουθούν τα εξής βήματα:

1. Ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία του τασικού-παραμορφωσιακού πεδίου των δύο επαπτόμενων σωμάτων, με δεδομένη την πλήρη ελαστικότητα.
2. Εκτίμηση της πίεσης  $p(t)$  και της απόστασης ολίσθησης  $s(t)$  για κάθε επιφανειακό κόμβο.
3. Υπολογισμός του βάρους φθοράς σε κάθε κόμβο που βρίσκεται σε επαφή, για ένα βήμα της προσομοίωσης, βάσει του νόμου του Archard:

$$h = \frac{K}{H} \cdot s \cdot p$$

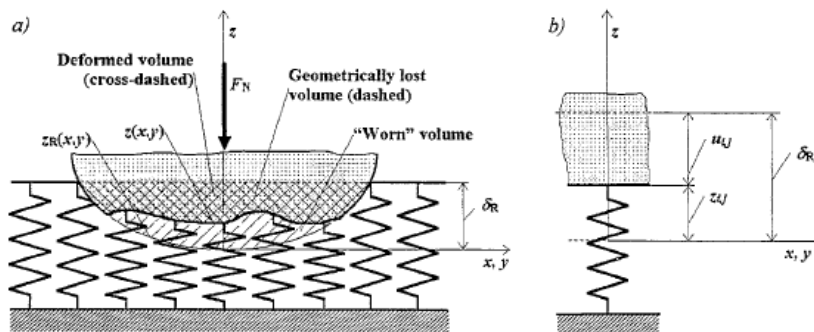
4. Ανανέωση της γεωμετρίας, δίχως ανασχηματισμό του πλέγματος, αλλά απλώς με μεταβολή των διαστάσεων των επιφανειακών στοιχείων.

Η αντιμετώπιση αυτή έχει χρησιμοποιηθεί ήδη από την Öqvist [5], με χρήση του λογισμικού NIKE3D για τη φθορά ολίσθησης και από τους Podra & Andersson [6,7], με χρήση του ANSYS, για διάφορα τριβουσυστήματα ολίσθησης. Οι Molinari et.al. [8] υπήρξαν πρωτοπόροι στο ότι εφοδίασαν το μοντέλο FEM που χρησιμοποίησαν με μια τεχνική ανάταξης πλέγματος (adaptive remeshing). Πιο πρόσφατα, αριθμητική προσομοίωση στη μακροκλίμακα χρησιμοποιήθηκε από τους AbuBakar & Ouyang [9], με χρήση του ABAQUS για τον υπολογισμό της φθοράς στα τακάκια των φρένων και από τους Ding et.al. [10], με το ίδιο λογισμικό για τη μοντελοποίηση του fretting. Οι Hegadekotte et.al. [11,12], χρησιμοποίησαν το λογισμικό UMESHMOTION για τον υπολογισμό του ρυθμού φθοράς σε τριβόμετρα αλλά και σε οδοντοτροχούς. Τέλος οι Akarca et.al. [13], έγινε χρήση του LS-DYNA για τη φθορά κόπωσης κατά την ολίσθηση σφαιρικού εργαλείου σε επίπεδη επιφάνεια.



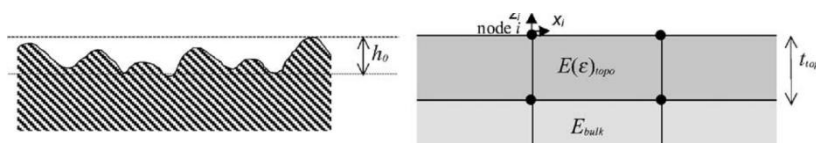
Σχ. III-1 Το μοντέλο FEM των Akarca et.al. [13]

Από όλες αυτές τις προσπάθειες, ιδιαίτερη αναφορά αξίζει να κάνουμε στις καινοτομικές προσπάθειες της ερευνητικής ομάδας του S. Andersson. Για τον υπολογισμό της κατανομής της πίεσης στη φθειρόμενη επαφή χρησιμοποιούνται συνήθως πολύπλοκες αριθμητικές μέθοδοι, όπως η FEM, που μπορεί να είναι πολύ χρονοβόρες. Από τους Podra & Andersson [14] προτείνεται η χρήση της απλουστευμένης μεθόδου Winkler, όπου κάθε επιφάνεια μοντελοποιείται ως ένα «στρώμα» με πολλά γραμμικά στοιχεία - «ελατήρια», επιφάνειας  $A_i$ , τα οποία παραμορφώνονται ανεξάρτητα το ένα από το άλλο:  $P_i = K_N u_{zi}$ . Η στιβαρότητα  $K_N$  των στοιχείων είναι παράμετρος που εκτιμάται ανά περίπτωση, έτσι ώστε η κατανομή της πίεσης να προσομοιάζει αυτήν του τύπου του Hertz.



Σχ. III-2 Το μοντέλο Winkler: a) Το σύνολο των στοιχείων, b) Ένα μεμονωμένο στοιχείο

Επίσης, οι Sellgren et.al. [15], εισήγαγαν την έννοια του «επιφανειακού» πεπερασμένου στοιχείου, το οποίο αντλεί τα χαρακτηριστικά του (κυρίως την ελαστικότητα του), από την κατατομή των τραχυτήτων της επιφάνειας. Με τον τρόπο αυτό, επιτυγχάνεται τρόπος τινά η ομογενοποίηση της ζώνης των τραχυτήτων.

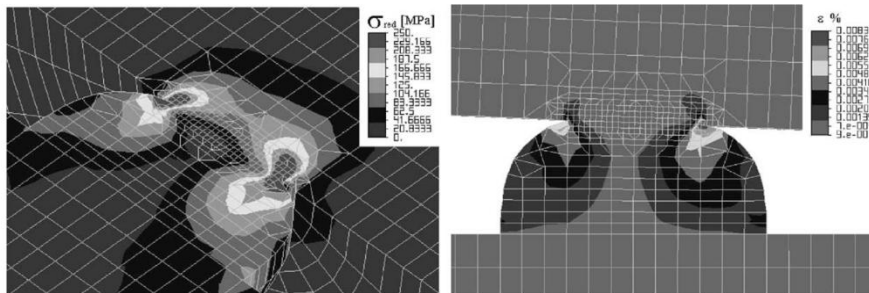


Σχ. III-3 Το επιφανειακό στρώμα πεπερασμένων στοιχείων των Sellgren et.al. [15].

## (b) Αριθμητικές προσομοιώσεις στη μικροκλίμακα των τριβουσστημάτων

Η προσέγγιση αυτή είναι λιγότερο διαδεδομένη από τη μακροσκοπική και συνήθως οι ερευνητές καταφεύγουν σε αυτή για εντελώς διαφορετικούς λόγους.

Έχει χρησιμοποιηθεί από τους Barge et.al. [16], με χρήση του λογισμικού SYSTUS για την άρωση ημιεπίπεδου από σφαιρικό διεισδυτή. Οι Holmberg et.al. [17] μοντελοποίησαν τη θραύση και απολέπιση επιστρώματος TiN, κατά τη διάρκεια ενός scratch test. Ο Posmyk [18], με χρήση του λογισμικού ALGOR, προσομοίωσε την πλαστική επαφή τραχυτήτων από  $Al_2O_3+Cr_2O_3$  με ένα σύνθετο επίστρωμα Al-SiC.



Σχ. III-4 Το μοντέλο FEM πλαστικής επαφής τραχυτήτων του Posmyk [18].

Έχει εφαρμοστεί επίσης η μοντελοποίηση της ανομοιογενούς μορφολογίας του εσωτερικού του υλικού, κοντά στην επιφάνεια με σκοπό τη προσομοίωση της φθοράς κόπωσης ψαθυρών υλικών. Η τοπολογία των κελιών Voronoi έχει χρησιμοποιηθεί από τους Slack & Sadeghi [19] σε συνδυασμό με τη μέθοδο FEM, για το σκοπό αυτό.

## Ενότητα 3.03 Πολυκλίμακη μοντελοποίηση

### (a) Γενικές αρχές

Στην υπολογιστική μηχανική, οι κλίμακες με τις οποίες αντιμετωπίζονται τα φαινόμενα είναι τρεις:

- Η **μακροκλίμακα**, (macroscale) σε επίπεδο κατασκευών και στην οποία εξετάζονται τα τοπικά φαινόμενα λόγω της συγκέντρωσης μηχανικών ή θερμικών φορτίσεων. Τα υλικά θεωρούνται ομογενή.
- Η **μεσοκλίμακα**, (mesoscale) σε επίπεδο υλικού, όπου εξετάζονται οι μακροσκοπικές ατέλειες και ανισοτροπίες του υλικού.
- Η **νανοκλίμακα**, (nanoscale) όπου εξετάζεται η συμπεριφορά των ατόμων του υλικού και η κρυσταλλική ή άμορφη διάταξή τους.

#### (i) Ομογενοποίηση

Ένα υλικό το οποίο μοντελοποιείται στη μικροκλίμακα αντιμετωπίζεται ως μη-ομογενές, δηλαδή μοντελοποιούνται οι ατέλειές του (πόροι, ρωγμές, όρια κόκκων, διαταραχές, κ.λπ.) ή οι

μεταβολές στη σύστασή του (φάσεις και κατακρημνίσματα στα μεταλλικά κράματα, μοριακές αλυσίδες στα πολυμερή, σωματίδια ή ίνες ενίσχυσης στα σύνθετα). Στη μακροκλίμακα όμως μοντελοποιείται ως ένα ομοιογενές υλικό, το οποίο ακολουθεί μια καταστατική εξίσωση, η οποία υπαγορεύεται από τη συμπεριφορά του μοντέλου μικροκλίμακας. Η διαδικασία αυτή αποκαλείται *ομογενοποίηση*.

Η ομογενοποίηση έχει εξεταστεί θεωρητικά από αρκετούς ερευνητές [20–24], οι οποίοι επιχειρούν να γενικεύσουν κάποιους όρους με τους οποίους συνίσταται να προβαίνει κανείς στην ομογενοποίηση της συμπεριφοράς ενός υλικού, βασιζόμενος σε καταστατικές εξισώσεις, οι οποίες έχουν προκύψει αναλυτικά, ημιεμπειρικά ή υπολογιστικά.

### **(ii) Εναλλαξιμότητα**

*Εναλλαξιμότητα* σε ένα πολυκλίμακο μοντέλο, είναι η δυνατότητα να εναλλάσσουμε μοντέλα σε μία κλίμακα, δίχως οι βασικές παραδοχές που πραγματοποιούμε για την κλίμακα αυτή να επηρεάζουν ή να δεσμεύουν τη λειτουργία του μοντέλου στις άλλες κλίμακες. Με άλλα λόγια, ένα πολυκλίμακο μοντέλο έχει καλή εναλλαξιμότητα στα υπομοντέλα του όταν διαθέτει «στεγανά», όταν δηλαδή αυτά ανταλλάσσουν πληροφορίες με ελεγχόμενο τρόπο. Για να είναι ελεγχόμενος ο τρόπος μετάδοσης της πληροφορίας,

## **(b) Παραδείγματα πολυκλίμακας μοντελοποίησης**

### **(i) Στην υπολογιστική μηχανική**

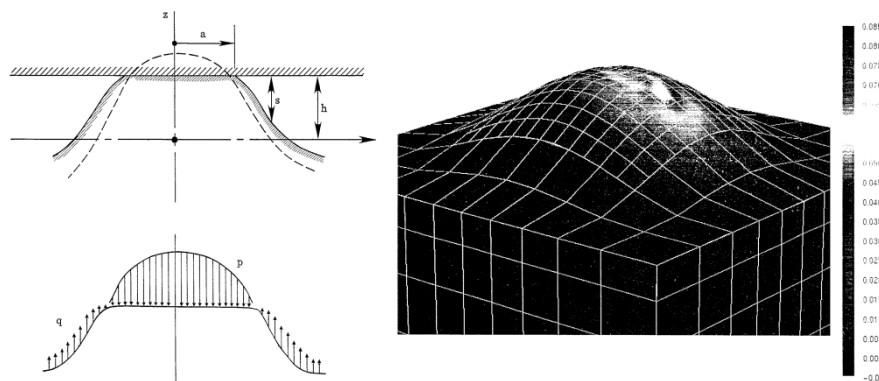
Οι Hao et. al. [25] μοντελοποίησαν το μηχανισμό της περικρυσταλλικής θραύσης στους χάλυβες με χρήση μιας παραλλαγής της μεθόδου FEM στη μεσοσκοπική κλίμακα (στο επίπεδο των κόκκων του υλικού) και με χρήση μοριακής δυναμικής σε ατομική κλίμακα.

Ο Ε. Καξίρας και οι συνεργάτες του [26–28] έχουν προβεί σε εκτεταμένη και πολυετή έρευνα επάνω σε μοντέλα υλικών τα οποία συνδυάζουν την FEM στη μεσοσκοπική κλίμακα με τη μοριακή δυναμική στη νανοκλίμακα.

### **(ii) Στις κατεργασίες και στην τριβολογία**

Πολυκλίμακη μοντελοποίηση έχει χρησιμοποιηθεί επίσης στην προσομοίωση των κατεργασιών εναπόθεσης λεπτών υμενίων σε θάλαμο κενού από τους Mizuseki et.al. [29], μια εφαρμογή με την εξαιρετική ιδιαιτερότητα της ανάγκης για εξέταση φαινομένων της μικροκλίμακας σε πολύ εκτεταμένη χρονική κλίμακα, κάτι που απαιτεί την εφαρμογή μιας υβριδικής μεθόδου, όπου μια μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo εφαρμόζεται σε δύο διαφορετικές κλίμακας, μια για τη προσομοίωση του σχηματισμού συστάδων από άτομα του μετάλλου εντός του θαλάμου κενού (1cm~1m) και μία για τη προσομοίωση της εναπόθεσης των συστάδων στο υπόστρωμα του υμενίου (0.1nm~100nm).

Η πολυκλίμακη προσέγγιση στα πλαίσια της επαφής τραχυτήτων έχει εξεταστεί από διάφορους ερευνητές. Οι Tworzydło et.al. δημοσίευσαν το 1998 μια εργασία [30], η οποία έχει πολλούς παραλληλισμούς με τα παραπάνω αλλά και με το μοντέλο το οποίο πραγματεύεται η παρούσα διατριβή. Η μοντελοποίηση γινόταν για ξηρά τριβή και εκτιμούσε το συντελεστή τριβής υπό συνθήκες πρόσφυσης. Χρησιμοποιούσε αριθμητική ολοκλήρωση (quadrature) στη μακροκλίμακα επάνω σε ένα διπαραμετρικό πληθυσμό τραχυτήτων βάσει του μοντέλου του Nayak. Στη μικροκλίμακα ήταν η πρώτη ιστορικά εργασία η οποία χρησιμοποιούσε τη μέθοδο FEM, πλαισιωμένη με ένα μοντέλο ελαστοπλαστικής παραμόρφωσης των τραχυτήτων ελλειπτικού σχήματος. Δυστυχώς η εργασία τους έμεινε δίχως συνέχεια, εν μέρει ίσως επειδή αντιμετώπισαν δυσκολίες με το απαγορευτικό για την εποχή εκείνη υπολογιστικό κόστος της μεθόδου FEM αλλά και τις δυσκολίες που αντιμετώπισε στην αντιμετώπιση της μη-γραμμικής συμπεριφοράς του φαινομένου.



Σχ. III-5 Μοντέλο ελαστοπλαστικών τραχυτήτων και μοντέλο FEM των Tworzydło et. al. [30].

Η Goryacheva [31] ακολουθεί μια προσέγγιση βασισμένη σε μια μέθοδο μεσοστάθμισης, για την επίλυση του προβλήματος της διακριτής επαφής για δύο σώματα τα οποία διαθέτουν μικρο- και μακρο- γεωμετρία. Διακρίνει το πρόβλημα σε δύο κλίμακες: στη μακροκλίμακα η επαφή είναι συνεχής και η πίεση επαφής βρίσκεται με ολοκλήρωση επί αυτής. Κάθε σημείο της μακρογεωμετρίας υφίσταται μια επιπρόσθετη μετατόπιση η οποία προέρχεται από τη μικροκλίμακα. Στη μικροκλίμακα επιλύεται το περιοδικό πρόβλημα της διακριτής επαφής και προκύπτει η επιπρόσθετη μετατόπιση. Λαμβάνεται υπόψη και η αλληλεπίδραση μεταξύ των ζωνών επαφής.

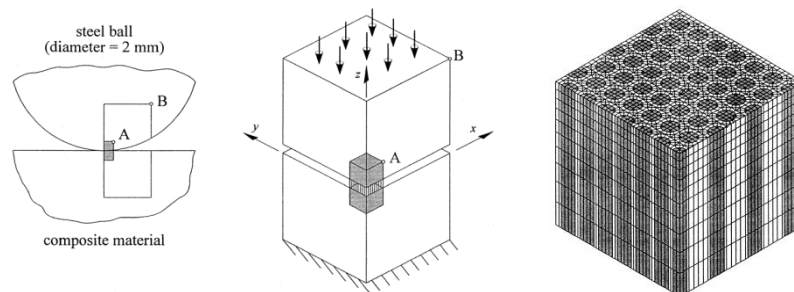
Οι Bucher et al. [32] μοντελοποίησαν τη στατική τριβή κατά την επαφή κύλισης τροχού σιδηροτροχιάς χρησιμοποιώντας 3 κλίμακες: για τη μακροκλίμακα την επίλυση για την ελαστική επαφή κατά Hertz, για τη μικροκλίμακα μια μοντελοποίηση της επαλληλίας της ελαστοπλαστικής αλληλεπίδρασης τραχυτήτων και για τη νανοκλίμακα μια προσομοίωση με κινούμενα κυτταρικά αυτόματα (Movable Cell Automata – MCA).

Οι Watremetz et. al. [33] χρησιμοποίησαν τη λεγόμενη «πολυπλεγματική» προσέγγιση για την επίλυση του θερμομηχανικού προβλήματος επαφής. Αυτή συνίσταται στην επίλυση του μηχανικού και του θερμικού προβλήματος με χρήση τις μεθόδου πεπερασμένων διαφορών, με



διαφορετικά πλέγματα, με διαφορετική κλιμάκωση το καθένα, αντιμετωπίζοντας έτσι το ζήτημα του διαφορετικής έκτασης του οριακού υποεπιφανειακού στρώματος για κάθε φαινόμενο.

Οι Varadi et. al. [34–36] εξέτασαν το πεπλεγμένο μηχανικό – θερμικό πρόβλημα της ολίσθησης και φθοράς ενός σύνθετου υλικού επάνω σε χάλυβα, ένα ομολογουμένως πολύπλοκο πρόβλημα, μέσω μιας πολυκλίμακας αντιμετώπισης με δύο μοντέλα FEM, ένα μακρομοντέλο το οποίο υπολογίζει τις τάσεις και τη μακρογεωμετρία μιας επαφής σφαίρας – επιπέδου και ένα μικρομοντέλο το οποίο υπολογίζει τη μηχανική και θερμική συμπεριφορά του σύνθετου υλικού απέναντι στο θερμικό και μηχανικό φορτίο που προκαλεί η σημειακή επαφή. Τα στοιχεία του μακρομοντέλου είναι ανισότροπα αλλά το μοντέλο είναι ομοιογενές, ενώ αντίθετα τα στοιχεία του μικρομοντέλου είναι ισότροπα, αλλά το μοντέλο είναι ανομοιογενές. Τα δύο μοντέλα είναι μη-πεπλεγμένα, δηλαδή υπολογίζονται ανεξάρτητα και εναλλάξ και ανταλλάσσουν στοιχεία στο σύνορό τους. Η διάταξη του μοντέλου αυτού φαίνεται στο .



Σχ. III-6 Το πολυκλίμακο μοντέλο των Varadi et.al. [36]. Αριστερά το τριβασύστημα, στο κέντρο η σχετική θ'ση μακρομοντέλου – μικρομοντέλου, δεξιά το μικρομοντέλο, με τις ίνες του σύνθετου υλικού.

Ο Masen, στη μεταδιδακτορική του διατριβή [37], πραγματεύεται τη φθορά εργαλείου σε ένα περιβάλλον βαθείας κοίλανσης και αντιμετωπίζει την αλληλεπίδραση τραχυτήτων στη μικροκλίμακα με ένα 3D αναλυτικό ελαστοπλαστικό μοντέλο και στη μακροκλίμακα με ένα «ντετερμινιστικό» μοντέλο, όπου ένα συγκεκριμένο προφίλ τραχυτήτων αντιστοιχίζεται με μια και μοναδική ακολουθία τραχυτήτων, οι οποίες αλληλεπιδρούν με την αντεπιφάνεια με έναν και μοναδικό τρόπο.

## Ενότητα 3.04 Στοχαστικές προσομοιώσεις

### (a) Η μέθοδος Monte Carlo

Η αριθμητική μέθοδος επίλυσης ενός προβλήματος, όπου μία ή περισσότερες μεταβλητές είναι στοχαστικές, με προσομοίωση τυχαίας δειγματοληψίας στον H/Y ονομάζεται μέθοδος Monte Carlo. Ως γεννήτρια τυχαίων αριθμών μπορεί να θεωρηθεί και η ρουλέτα του καζίνο από το οποίο προέρχεται και το όνομα της μεθόδου.

Η μέθοδος βρίσκει καταρχήν σήμερα τεράστια εφαρμογή στην καθαρή θεωρία πιθανοτήτων και τη στατιστική. Κατά την περίοδο 1978 με 1982 χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι Monte

Carlo σε περίπου 30% των δημοσιεύσεων στο *Journal of the American Statistical Association*. Επίσης η μέθοδος Monte Carlo έχει ποικίλες εφαρμογές σαν αριθμητική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων στα εφαρμοσμένα μαθηματικά. Η πιο συνήθης εφαρμογή αφορά υπολογισμό πολλαπλών ολοκληρωμάτων. Η μέθοδος χρησιμοποιείται, τέλος, εκτεταμένα στην προσομοίωση (Monte Carlo Simulation) φυσικών διεργασιών και φαινομένων.

### (b) Εφαρμογές της προσομοίωσης Monte Carlo

Ο όρος Monte Carlo Simulation αναφέρεται στην προσομοίωση πραγματικών συστημάτων ή φυσικών διεργασιών. Αν οι τυχαίες μεταβλητές ορίζονται από πραγματική φυσική διεργασία τότε έχουμε άμεση προσομοίωση (μίμηση) της διεργασίας. Προσομοιώσεις στον Η/Υ έχουν γίνει για:

- συστήματα μεταφοράς,
- σκέδαση σωματιδίων: νετρονίων, γάμμα-κβάντων, φωτονίων, ηλεκτρονίων και άλλων,
- προσομοιώσεις της κίνησης συνόλων μορίων για την επίλυση διαφόρων προβλημάτων στην κλασική και κβαντική στατιστική φυσική
- προσομοίωση διεργασιών ουράς (queuing) και βιομηχανικών διεργασιών και συστημάτων
- προσομοίωση ποικίλων στοχαστικών διεργασιών τεχνολογικών, βιολογικών, κλπ.

για παράδειγμα, υποθέτουμε ότι σε ένα σύστημα κατεργασιών οι αφίξεις τεμαχίων σε μία εργαλειομηχανή ακολουθούν κατανομή-Poisson

$$\text{Εξ. III-2} \quad P(x=k|\lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

της οποίας οι παράμετροι διαφέρουν ανάλογα με την ώρα της ημέρας κατά τη διάρκεια της βάρδιας. Ο χρόνος που απαιτείται για την κατεργασία των τεμαχίων ακολουθεί (έστω) κατανομή-Γάμμα:

$$G(t | \alpha, p) = \frac{\alpha^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-\alpha x}, \quad \Gamma(p) = \int_0^{\infty} x^{p-1} e^{-x} dx$$

#### Εξ. III-3

Τα τεμάχια διέρχονται από έναν αριθμό εργαλειομηχανών και συναρμολογούνται με άλλα τεμάχια στη διαδρομή. Σε κάθε κατεργασία υπάρχει μία μη-μηδενική πιθανότητα το εξάρτημα να γίνει ελαττωματικό. Προσομοίωση μπορεί να γίνει για εκτίμηση του χρόνου που απαιτείται για την κατασκευή ενός τελικού εξαρτήματος, εκτίμηση του αριθμού των τεμαχίων που παράγονται σε κάποιο χρόνο, για μελέτη του μήκους των ουρών, για διερεύνηση εναλλακτικών τρόπων διαρρύθμισης του συστήματος κατεργασιών και ούτω καθ' εξής.

Στη μηχανολογία επίσης, η μέθοδος Monte Carlo έχει χρησιμοποιηθεί για τη στοχαστική αντιμετώπιση της Δυναμικής των κατασκευών [38]. Σε σημαντικό βαθμό, χρησιμοποιείται σε μελέτες της αξιοπιστίας των συστημάτων, όπου πολύ συχνά ενσωματώνεται και η φθορά, ως ένας άγνωστος

συντελεστής ο οποίος περιορίζει την αξιοπιστία και τη λειτουργική διάρκεια ζωής ενός συστήματος [39].

Η Monte Carlo έχει συνδυαστεί με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για την προσομοίωση του φαινομένου της ανακρυστάλλωσης σε κράματα χαλκού [40]. Όπως είδαμε και παραπάνω, έχει χρησιμοποιηθεί και για τη μοντελοποίηση της κατεργασίας εναπόθεσης λεπτών υμενίων σε θάλαμο κενού.

Η Monte Carlo έχει αρχίσει να εφαρμόζεται με διάφορους τρόπους στον κλάδο της Τριβολογίας. Οι Chevalier et.al. [41] την εφήρμοσαν στο επίπεδο μιας μακροσκοπικής πειραματικής διάταξης τριβής κύλισης, η οποία υφίσταται μερική ολίσθηση και φθορά με το νόμο του Archard. Οι Pal et.al. [42] την εφήρμοσαν στο τριβούστημα του εμφυτεύματος αρθροπλαστικής γονάτου, ενσωματώνοντας 13 συνολικά στοχαστικές παραμέτρους στην ολοκλήρωση του νόμου του Archard και πάλι, στην πολύπλοκη γεωμετρία και κινηματική του εμφυτεύματος.

Οι da Silva & Pintaude [43] τη χρησιμοποίησαν, σε συνδυασμό με τη μέθοδο χαρτογράφησης Latin Hypercube, για να ποσοτικοποιήσουν την επίδραση που θα έχει η θεώρηση του αδιάστατου συντελεστή φθοράς του Archard,  $k$ , ως στοχαστικής μεταβλητής, στο αποτέλεσμα της φθοράς. Η προσέγγιση αυτή έγινε αντικείμενο σύγκρισης με τη προσέγγιση του προβλήματος ως μια στοχαστική διεργασία. Σε αυτή η φθορά αντιμετωπίζεται ως μιας διαφορική εξίσωση (πρόβλημα αρχικών τιμών) η οποία στην περίπτωση αυτή μοντελοποιήθηκε ως μια στοχαστική διεργασία δεύτερης τάξης ως μια σειρά Karhunen-Loeve (KL).

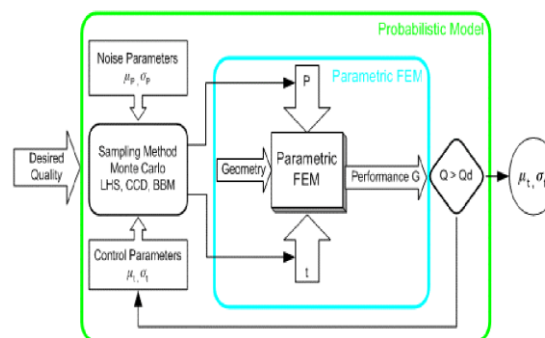
Αλλά και σε μικρομηχανικό επίπεδο Όπως θα δούμε παρακάτω, οι Nicholls & Stephenson [44] την εφάρμοσαν για τη μοντελοποίηση του συνεργατικού φαινομένου της οξειδωσης – μηχανικής διάβρωσης, τη μέθοδο των οποίων υλοποιήσαμε και αξιολογήσαμε στο Εργαστήριο Τεχνολογίας των Κατεργασιών σε συνεργασία με τον Μ. Βανακάρη [45]. Οι Fang et. al. [46,47] την εφάρμοσαν στη φθορά εκτριβής, δύο και τριών σωμάτων, βασισμένοι σε αναλυτικά μοντέλα για τη φθορά στη μικροκλίμακα. Οι De Pellerin & Stachowiak [48] την εφάρμοσαν σε ένα αναλυτικότατο μοντέλο τρισδιάστατης φθοράς εκτριβής δύο σωμάτων, βασισμένο σε ένα παραμετρικό στοχαστικό μοντέλο επαφής τραχυτήτων. Ανάλογη ήταν και η εργασία που πραγματοποιήσαμε σε συνεργασία με τους Γ. Γιαννάκη [49] επάνω στη φθορά εκτριβής, το Χ. Μετσίνη [50] επάνω στη φθορά κοπώσεως. Οι εργασίες αυτές επικεντρώθηκαν στη μελέτη των δυνατοτήτων αύξησης της πολυπλοκότητας της μοντελοποίησης που είναι δυνατή με τα αναλυτικά χωρίς περιορισμό της ακρίβειας των υπολογισμών και με εύλογο υπολογιστικό κόστος. Αλλά και με τον Κ. Καρακιόλη [51], εξετάσαμε τη χρήση της στοχαστικής προσέγγισης επάνω σε μοντέλα για την αρχική φθορά. Σε αυτά η στοχαστικότητα υπεισέρχεται λόγω της στοχαστικής φύσεως που έχουν τα προφίλ των επιφανειών.

### **(c) Κοινά στοιχεία μεθοδολογιών σχεδιασμού και ανάλυσης μηχανολογικών κατασκευών με τις μεθοδολογίες μοντελοποίησης της φθοράς**

Η μέθοδος *Six-Sigma* είναι μια στρατηγική Οργάνωσης Παραγωγής η οποία αποσκοπεί στην αναγνώριση και εξάλειψη των αιτίων των ατελειών σε κατασκευαστικές αλλά και άλλες διεργασίες

[52]. Χρησιμοποιεί διάφορες στατιστικές μεθόδους σε συνδυασμό με διαδικασίες Διοίκησης Ποιότητας. Αναπτύχθηκε από την Motorola το 1986 και αντλεί το όνομά της από το στόχο για επίτευξη ποιότητας έξι τυπικών αποκλίσεων ( $6\sigma$ ) στις μηχανολογικές κατασκευές, που ισοδυναμεί με ένα σφάλμα ανά ένα εκατομμύριο τεμάχια. Στα πλαίσια της, προσομοιώσεις Monte Carlo χρησιμοποιούνται για τη διευκόλυνση του σχεδιασμού μηχανολογικών κατασκευών (ΣΜΚ) ή της διαδικασίας λήψης αποφάσεων. Όταν η μέθοδος εφαρμόζεται στον ΣΜΚ, ονομάζεται *Σχεδιασμός Για  $6\sigma$*  (Design For Six-Sigma – DFSS) και συνδυάζεται συχνά με μεθόδους στιβαρού σχεδιασμού (robust design) και *Βελτιστοποίησης Σχεδιασμού βάσει Αξιοπιστίας* (Reliability-Based Design Optimisation - RBDO). Έχει εφαρμοστεί στο σχεδιασμό ηλεκτρικών μηχανών [53] σε συνδυασμό με πολυεπίπεδους γενετικούς αλγορίθμους (Multi-Level Genetic Algorithms – MLGA), στο σχεδιασμό υπεραγωγίων καλωδίων [54], συστημάτων καύσης για ΜΕΚ [55], αλλά και συστημάτων κατεργασιών (έλαση) [56].

Οι Vlahinos & Kelkar [57], στα πλαίσια της μεθόδου Six Sigma, παρουσίασαν μια μεθοδολογία στιβαρού σχεδιασμού για μηχανολογικές κατασκευές, βασισμένη στις αρχές της RBDO. Σύμφωνα με αυτή ένα «εσωτερικό» παραμετρικό μοντέλο FEM μιας μηχανολογικής κατασκευής χρησιμοποιείται για να εκτιμήσει ένα σύνθετο χαρακτηριστικό ποιότητας συναρτήσει ενός αριθμού παραμέτρων της παραγωγικής διαδικασίας. Οι παράμετροι αυτοί είναι στοχαστικά μεγέθη, αφού διαθέτουν ανοχές. Μέσω μια προσομοίωσης Monte Carlo ολοκληρώνονται από ένα «εξωτερικό» πιθανοθεωρητικό μοντέλο προκειμένου να εκτιμηθεί το ποσοστό των προϊόντων τα οποία θα βρίσκονται εκτός ορίων ανοχών, ως προς το σύνθετο χαρακτηριστικό ποιότητας. Αλλιώς, ανάστροφα, προκειμένου να οριστούν τα όρια ανοχών των παραμέτρων παραγωγής προκειμένου να επιτευχθεί δεδομένη ποιότητα.



Σχ. III-7 Η μεθοδολογία ΣΜΚ/RBDO των Vlahinos & Kelkar [57].

Συγκρίνοντας τη λειτουργία της μοντελοποίησης αυτής με τη μεθοδολογία που παρουσιάζεται στην παρούσα εργασία, βλέπουμε ότι υπάρχουν πολλά κοινά χαρακτηριστικά, αν και το πρόβλημα της μοντελοποίησης της φθοράς είναι αρκετά πιο περίπλοκο. Το γεγονός αυτό ενισχύει την άποψη ότι στο πλαίσια της σύγχρονης μηχανολογίας, ο συνδυασμός της στοχαστικότητας με τις αριθμητικές μεθόδους, ο οποίος επιχειρείται εδώ, δε αποτελεί παραδοξότητα αλλά αντιθέτως εντάσσεται στα πλαίσια των τεχνολογιών αιχμής του κλάδου αυτού.

## Συμπεράσματα κεφαλαίου

Οι αναλυτικές σχέσεις για τη μοντελοποίηση της φθοράς είναι εκ φύσεως αδύνατον να προχωρήσουν τη μοντελοποίηση στα επίπεδα που απαιτούν οι σύγχρονες ανάγκες.

Όσο οι αναλυτικές σχέσεις, αλλά και αρκετά από τα υπολογιστικά μοντέλα, θα καταφεύγουν σε εμπειρικές παραμέτρους για τη σύνδεσή τους με τα φυσικά φαινόμενα, τόσο θα μετατρέπονται και οι ίδιες σε εμπειρικά ή ημιεμπειρικά εργαλεία περιορισμένης αποτελεσματικότητας.

Οι αριθμητικές μέθοδοι μπορούν να μας δώσουν μια πολύ καλή εικόνα των φαινομένων που συντελούνται στο επίπεδο της τραχύτητας, αρκεί να είναι καλά πληροφορημένα για τις συνθήκες που επικρατούν εκεί. Είναι όμως δύσκολο να εξαχθούν ποσοτικά εκτός από ποιοτικά πορίσματα και χαρτογραφήσεις από τις αριθμητικές προσομοιώσεις και γι' αυτό λίγοι ερευνητές το έχουν επιχειρήσει.

Η πολυκλίμακη αντιμετώπιση αποτελεί μονόδρομο για το μέλλον, καθώς τα σύγχρονα επιτεύγματα στην επιστήμη των υλικών μας οδηγούν στην ανάγκη να εξετάσουμε το υλικό από το ατομικό επίπεδο και τη νανοκλίμακα, μέχρι τη μακροκλίμακα. Ακόμα και μοντέλα με δύο κλίμακες, όπως αυτό που αναπτύσσεται στην παρούσα εργασία, στο μέλλον δε θα είναι αρκετά.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] H.C. Meng, K.C. Ludema, Wear models and predictive equations: their form and content, *Wear*. 181-183, Part 2 (1995) 443-457.
- [2] S.M. Hsu, M.C. Shen, A.W. Ruff, Wear prediction for metals, *Tribology International*. 30 (1997) 377-383.
- [3] P.J. Blau, Fifty years of research on the wear of metals, *Tribology International*. 30 (1997) 321-331.
- [4] K.C. Ludema, Mechanism-based modeling of friction and wear, *Wear*. 200 (1996) 1-7.
- [5] M. Öqvist, Numerical simulations of mild wear using updated geometry with different step size approaches, *Wear*. 249 (2001) 6-11.
- [6] P. Pödra, S. Andersson, Simulating sliding wear with finite element method, *Tribology International*. 32 (1999) 71-81.
- [7] P. Pödra, S. Andersson, Finite element analysis wear simulation of a conical spinning contact considering surface topography, *Wear*. 224 (1999) 13-21.
- [8] J. Molinari, M. Ortiz, R. Radovitzky, E. Repetto, Finite-element modeling of dry sliding wear in metals, *Engineering Computations*. 18 (2001) 592-610.
- [9] A.R. AbuBakar, H. Ouyang, Wear prediction of friction material and brake squeal using the finite element method, *Wear*. 264 (2008) 1069-1076.
- [10] J. Ding, I. Mccoll, S. Leen, P. Shipway, A finite element based approach to simulating the effects of debris on fretting wear, *Wear*. 263 (2007) 481-491.
- [11] V. Hegadekatte, N. Huber, O. Kraft, Finite element based simulation of dry sliding wear, *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 13 (2005) 57-75.
- [12] V. Hegadekatte, J. Hilgert, O. Kraft, N. Huber, Multi time scale simulations for wear prediction in micro-gears, *Wear*. 268 (2010) 316-324.
- [13] S. Akarca, W. Altenhof, A. Alpas, Subsurface deformation and damage accumulation in aluminum-silicon alloys subjected to sliding contact, *Tribology International*. 40 (2007) 735-747.
- [14] P. Pödra, S. Andersson, Wear simulation with the Winkler surface model, *Wear*. 207 (1997) 79-85.
- [15] U. Sellgren, S. Björklund, S. Andersson, A finite element-based model of normal contact

- between rough surfaces, *Wear*. 254 (2003) 1180–1188.
- [16] M. Barge, G. Kermouche, P. Gilles, J. Bergheau, Experimental and numerical study of the ploughing part of abrasive wear, *Wear*. 255 (2003) 30–37.
- [17] K. Holmberg, A. Laukkanen, H. Ronkainen, K. Wallin, S. Varjus, A model for stresses, crack generation and fracture toughness calculation in scratched TiN-coated steel surfaces, *Wear*. 254 (2003) 278–291.
- [18] A. Posmyk, Influence of material properties on the wear of composite coatings, *Wear*. 254 (2003) 399–407.
- [19] T. Slack, F. Sadeghi, Explicit finite element modeling of subsurface initiated spalling in rolling contacts, *Tribology International*. 43 (2010) 1693–1702.
- [20] A. Ibrahimbegovic, D. Markovic, Strong coupling methods in multi-phase and multi-scale modeling of inelastic behavior of heterogeneous structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 192 (2003) 3089–3107.
- [21] A. Ibrahimbegovic, A. Delaplace, Microscale and mesoscale discrete models for dynamic fracture of structures built of brittle material, *Computers & Structures*. 81 (2003) 1255–1265.
- [22] M. Kröger, I. Stankovic, S. Hess, Towards multiscale modeling of metals via embedded particle computer simulation, *Multiscale Modeling & Simulation*. 1 (2003) 25–39.
- [23] P. Ladevèze, A. Nouy, On a multiscale computational strategy with time and space homogenization for structural mechanics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 192 (2003) 3061–3087.
- [24] P. Ladevèze, A. Nouy, O. Loiseau, A multiscale computational approach for contact problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 191 (2002) 4869–4891.
- [25] S. Hao, H. Lin, R.R. Binomiemi, D.M.G. Combs, G. Fett, A multi-scale model of intergranular fracture and computer simulation of fracture toughness of a carburized steel, *Computational Materials Science*. 48 (2010) 241–249.
- [26] F.F. Abraham, J.Q. Broughton, N. Bernstein, E. Kaxiras, Spanning the length scales in dynamic simulation, *Comput. Phys*. 12 (1998) 538–546.
- [27] G. Smith, E. Tadmor, E. Kaxiras, Multiscale simulation of loading and electrical resistance in silicon nanoindentation, *Physical Review Letters*. 84 (2000) 1260–1263.
- [28] E. Tadmor, G. Smith, N. Bernstein, E. Kaxiras, Mixed finite element and atomistic formulation for complex crystals, *Physical Review B*. 59 (1999) 235–245.
- [29] H. Mizuseki, K. Hongo, Y. Kawazoe, L.T. Wille, Multiscale simulation of cluster growth and deposition processes by hybrid model based on direct simulation Monte Carlo method, *Computational Materials Science*. 24 (2002) 88–92.
- [30] W.W. Tworzydło, W. Cecot, J.T. Oden, C.H. Yew, Computational micro- and macroscopic models of contact and friction: formulation, approach and applications, *Wear*. 220 (1998) 113–140.
- [31] I.G. Goryacheva, Mechanics of discrete contact, *Tribology International*. 39 (2006) 381–386.
- [32] F. Bucher, A. Dmitriev, M. Ertz, K. Knothe, V. Popov, S. Psakhie, et al., Multiscale simulation of dry friction in wheel/rail contact, *Wear*. 261 (2006) 874–884.
- [33] B. Watremetz, M.C. Baietto-Dubourg, A. Lubrecht, 2D thermo-mechanical contact simulations in a functionally graded material: A multigrid-based approach, *Tribology International*. 40 (2007) 754–762.
- [34] K. Váradi, Z. Néder, K. Friedrich, J. Flöck, Numerical and finite element contact temperature analysis of real composite-steel surfaces in sliding contact, *Tribology International*. 31 (1998) 669–686.
- [35] K. Friedrich, J. Flöck, K. Váradi, Z. Néder, Numerical and finite element contact and thermal analysis of real composite-steel surfaces in sliding contact, *Wear*. 225–229, Part 1 (1999) 368–379.
- [36] K. Váradi, Z. Néder, K. Friedrich, J. Flöck, Finite-element analysis of a polymer composite subjected to ball indentation, *Composites Science and Technology*. 59 (1999) 271–281.
- [37] M.A. Masen, Abrasive tool wear in metal forming processes, Ph.D. Thesis, 2004.
- [38] C. Proppe, H. Pradlwarter, G. Schuëller, Equivalent linearization and Monte Carlo simulation in stochastic dynamics, *Probabilistic Engineering Mechanics*. 18 (2003) 1–15.
- [39] J.J. Jin, Y. Chen, Quality and reliability information integration for design evaluation of fixture system reliability, *Quality and Reliability Engineering International*. 17 (2001) 355–372.
- [40] M. Kazeminezhad, A. Karimi Taheri, A. Kiet Tieu, Utilization of the finite element and Monte Carlo model for simulating the recrystallization of inhomogeneous deformation of copper,

- Computational Materials Science. 38 (2007) 765–773.
- [41] L. Chevalier, S. Cloupet, C. Soize, Probabilistic model for random uncertainties in steady state rolling contact, *Wear*. 258 (2005) 1543-1554.
- [42] S. Pal, H. Haider, P.J. Laz, L.A. Knight, P.J. Rullkoetter, Probabilistic computational modeling of total knee replacement wear, *Wear*. 264 (2008) 701-707.
- [43] C.R.Á. da Silva Jr., G. Pintaude, Uncertainty analysis on the wear coefficient of Archard model, *Tribology International*. 41 (2008) 473-481.
- [44] J.R. Nicholls, D.J. Stephenson, Monte Carlo modelling of erosion processes, *Wear*. 186-187, Part 1 (1995) 64-77.
- [45] Μ. Βανακάρης, Μοντελοποίηση της διάβρωσης και φθοράς από στερεά σωματίδια με τη μέθοδο Monte Carlo, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2004.
- [46] L. Fang, W. Liu, D. Du, X. Zhang, Q. Xue, Predicting three-body abrasive wear using Monte Carlo methods, *Wear*. 256 (2004) 685–694.
- [47] L. Fang, J. Xing, W. Liu, Q. Xue, G. Wu, X. Zhang, Computer simulation of two-body abrasion processes, *Wear*. 251 (2001) 1356–1360.
- [48] D. De Pellegrin, G. Stachowiak, Evaluating the role of particle distribution and shape in two-body abrasion by statistical simulation, *Tribology International*. 37 (2004) 255–270.
- [49] Γ. Γιαννάκης, Μοντελοποίηση της φθοράς εκτριβής δύο σωμάτων με τη μέθοδο Monte Carlo, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2005.
- [50] Χ. Μετσίνης, Μοντελοποίηση της φθοράς κοπώσεως με τη μέθοδο Monte Carlo, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2007.
- [51] Κ. Καρακιάλης, Μέτρηση, μοντελοποίηση και τοπογραφική εκτίμηση της αρχικής φθοράς, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2007.
- [52] S. Raychaudhuri, Introduction to Monte Carlo simulation, in: *Proceedings of the 40th Conference on Winter Simulation, Winter Simulation Conference*, 2008: pp. 91–100.
- [53] Xiangjun Meng, Shuhong Wang, Jie Qiu, Qihui Zhang, Jian Guo Zhu, Youguang Guo, et al., Robust Multilevel Optimization of PMSM Using Design for Six Sigma, *IEEE Transactions on Magnetics*. 47 (2011) 3248-3251.
- [54] Xinying Liu, Shuhong Wang, Jie Qiu, Jian Guo Zhu, Youguang Guo, Zhi Wei Lin, Robust Optimization in HTS Cable Based on Design for Six Sigma, *IEEE Transactions on Magnetics*. 44 (2008) 978-981.
- [55] F. Gerhorst, M. Wirth, K. Kuhlbach, Application of Monte-Carlo-Simulation and Most Probable Limit State on Gasoline DI Combustion System Optimization, *SAE International*, Warrendale, PA, 2010.
- [56] G. Sun, Sheet Metal Forming Based Six Sigma Robust Optimization Design, *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 44 (2008) 248.
- [57] A. Vlahinos, S.G. Kelkar, Designing for Six-Sigma Quality with Robust Optimization Using CAE, in: *SAE Technical Papers*, SAE, Paris, France, 2002.





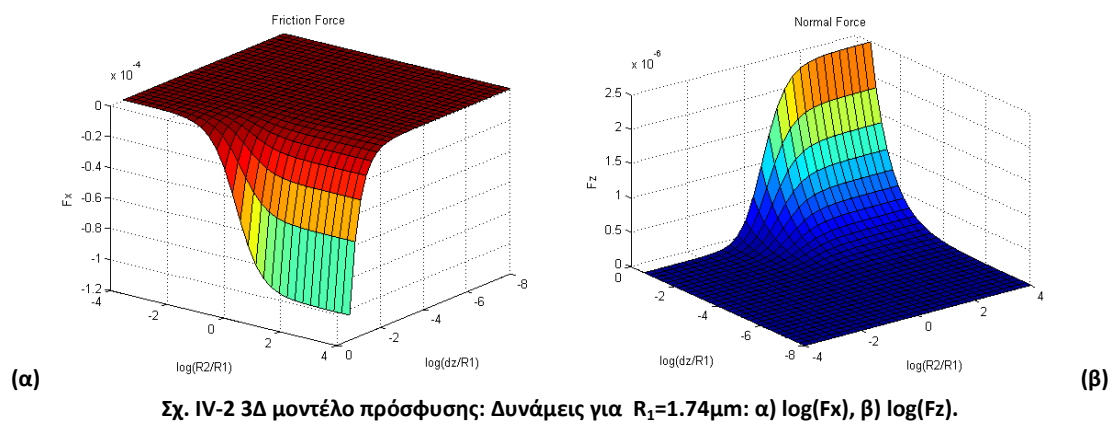
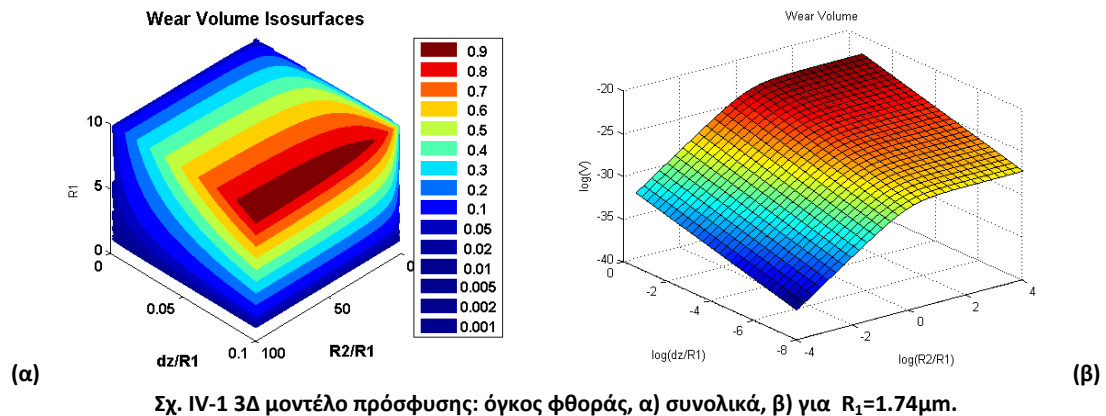
## Κεφάλαιο IV. Στοχαστική προσομοίωση και αναλυτικά μοντέλα

Εδώ παρουσιάζονται εφαρμογές της στοχαστικής αντιμετώπισης και, πιο συγκεκριμένα, της μεθόδου Monte Carlo που εφαρμόσαμε παλαιότερα σε δεδομένα αναλυτικά μοντέλα για τη φθορά, τα οποία διαθέτουν σε ένα βαθμό την πολυκλίμακη θεώρηση. Με τον τρόπο αυτό εξετάζουμε τη χρησιμότητα της μεθόδου στην απλοποίηση της ολοκλήρωσης στοχαστικών προβλημάτων με διάφορους βαθμούς πολυπλοκότητας, καθώς επίσης και την αποτελεσματικότητα της χρήσης χαρτογραφήσεων έναντι του ακριβούς υπολογισμού του μοντέλου σε κάθε βήμα.

Τα περισσότερα σύγχρονα μοντέλα για τη φθορά έμμεσα ή άμεσα χρησιμοποιούν κάποιου τύπου πολυκλίμακη προσέγγιση και στοχαστική αναπαράσταση των βασικών παραμέτρων εισόδου τους. Χάρι συγκρίσεως, υλοποιήσαμε ορισμένα από αυτά, προσαρμόζοντας τα στο πλαίσιο παραμέτρων της δικής μας μοντελοποίησης.

### Ενότητα 4.01 Φθορά πρόσφυσης

Ένα μοντέλο για τη φθορά πρόσφυσης πρέπει να διευκολύνει τους παρακάτω υπολογισμούς: για δεδομένο φορτίο και κατανομή τραχυτήτων, εύρεση του αριθμού και του μεγέθους των ζωνών πρόσφυσης, υπολογισμός των κατατομών της κάθετης και εφαπτομενικής δύναμης σε κάθε ζώνη, διόρθωση για την επίδραση της σχετικής κύλισης ή ολίσθησης και τέλος εύρεση του πιθανού τύπου της επιφάνειας θραύσης της κάθε ζώνης. Τα πρώτα δύο στάδια αυτής της διαδικασίας έχουν μοντελοποιηθεί επαρκώς, με χρήση στοχαστικών μοντέλων μηχανικής της πλαστικής επαφής, από τους Greenwood [1], Nayak [2] και άλλους [3,4]. Η αλληλεπίδραση μεταξύ τραχυτήτων αντιμετωπίζεται με τις θεωρίες επαφής – πρόσφυσης των Derjaguin-Muller-Torogon [5], Johnson-Kendall-Roberts [6] και του Maugis [7]. Τα τελευταία δύο στάδια είναι ωστόσο υπερβολικά πολύπλοκα και δυσχεραίνουν την αναλυτική προσέγγιση. Εδώ προσαρμόσαμε το μοντέλο των Salib et.al. [8] το οποίο παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 2. Σε όλες τις χαρτογραφήσεις που ακολουθούν το φθειρόμενο υλικό είναι χάλυβας AISI1015, εν ξηρώ ( $f=0.2$ ).

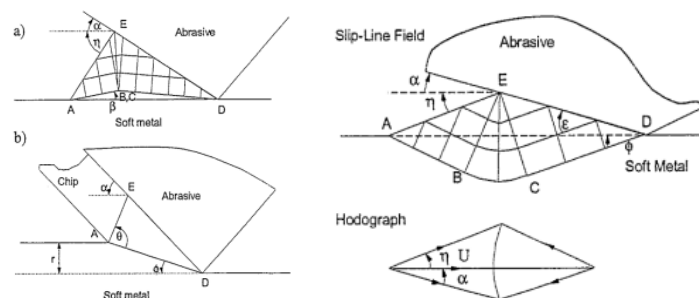


Οι όγκοι φθοράς και οι δυνάμεις είναι ιδιαίτερα υψηλές, όπως είναι αναμενόμενο για ένα μοντέλο πρόσφυσης. Όμως η περιορισμένη αναφορά που κάνει αυτό στις φυσικές και μηχανικές ιδιότητες του υλικού, το καθιστούν αρκετά περιορισμένης εφαρμογής. Πράγματι και οι ίδιοι ερευνητές που το ανέπτυξαν αναφέρουν ότι προσφέρει ένα άνω όριο για τον πιθανό συντελεστή φθοράς και ότι ο πραγματικός συντελεστής φθοράς στα περισσότερα υλικά θα είναι αρκετά μικρότερος, λόγω ατελούς πρόσφυσης.

## Ενότητα 4.02 Φθορά εκτριβής

Οι μηχανισμοί φθοράς εκτριβής είναι απλούστεροι από αυτούς της πρόσφυσης καθώς η χημεία της επιφάνειας, με τη μορφή του συντελεστή έλξης διεπιφάνειας  $f$ , παίζει μικρότερο ρόλο κάτω από συνθήκες γενικευμένης ολίσθησης και επειδή τα προφίλ πίεσης στις ζώνες επαφής είναι ευκολότερο να υπολογιστούν. Η φθορά, στο επίπεδο των τραχυτήτων, μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τη θεωρία των γραμμών ολίσθησης [9], όπως προσαρμόστηκε στις συνθήκες της εκτριβής από τους Challen & Oxley [10]. Πολλοί ερευνητές έχουν αρχίσει επίσης να χρησιμοποιούν τη μέθοδο των προσαρμοζόμενων Πεπερασμένων Στοιχείων για την προσομοίωση του φαινομένου, με τα προαναφερθέντα μειονεκτήματα στον προσδιορισμό της διαδρομής σχηματισμού του

αποβλίττου [11]. Το γεγονός που καθιστά εξαιρετικά πολύπλοκη τη μοντελοποίηση είναι στην περίπτωση αυτή το ότι το απόβλιττο μπορεί να μην προκύψει έπειτα από μία επαφή, όπως παρατηρείται στους μηχανισμούς μικροκοπής και σχηματισμού σφήνας, αλλά μπορεί να δημιουργηθεί ύστερα από πολλαπλούς κύκλους επαφής (ο καθένας από αυτούς υπό διαφορετικές συνθήκες) όπως γίνεται στην περίπτωση του ratchetting. Περεταίρω επιπλοκές προκύπτουν από το ότι οι ιδιότητες που πηγάζουν από το σχήμα των τραχυτήτων, όπως η γωνία προσβολής, είναι ιδιαίτερα σημαντικές και επίσης από το ότι η τρίτη διάσταση (το βάθος) είναι δύσκολο να παραβλεφθεί, λόγω του φαινομένου της άροσης.



Σχ. IV-3 Πεδία γραμμών ολίσθησης για τους τρεις τύπους φθοράς εκτριβής: σχηματισμός σφήνας, μικροκοπή, σχηματισμός πλαστικού κύματος.

Για σύγκριση με τη δική μας εργασία, προσαρμόσαμε δύο μοντέλα φθοράς εκτριβής, ένα δισδιάστατο μοντέλο των Hockenhull κ.α. [10], βασισμένο στη θεωρία του πεδίου γραμμών ολίσθησης, καθώς και ένα τρισδιάστατο μοντέλο των Xie & Williams, [12,13] βασισμένο στην πειραματική χαρτογράφηση των μηχανισμών φθοράς μιας μοναδικής τραχύτητας. Και τα δύο μοντέλα βασίζονται στο απλό μοντέλο μηχανικής επαφών των Greenwood - Williamson και σε αναλυτική ολοκλήρωση για τη μακροκλίμακα, όμως εμείς απομονώσαμε τα μικρομοντέλα προκειμένου να τα συνδυάσουμε με την προσομοίωση Monte Carlo που περιγράφεται παρακάτω.

### (a) Το μοντέλο των Challen & Oxley

Το δισδιάστατο μοντέλο βασίζεται σε μια κυλινδρική απαραμόρφωτη τραχύτητα η οποία προκαλεί ένα πεδίο ολίσθησης σε ένα παραμορφώσιμο ημιχώρο. Διακρίνεται σε τρεις μηχανισμούς: μικροκοπή, σχηματισμό σφήνας και ratchetting. Το πεδίο γραμμών ολίσθησης για τον καθένα έχει διαφορετικό σχήμα, οδηγώντας σε απότομες μεταπτώσεις του ρυθμού φθοράς. Το μοντέλο αυτό είχε χαρτογραφηθεί, στα πλαίσια της εργασίας του Γ. Γιαννάκη [14], συναρτήσε της γωνίας προσβολής  $\alpha$  και του συντελεστή πρόσφυσης της διεπιφάνειας  $f$  (Σχ. IV-4). Εδώ γίνεται χρήση της επαπτόμενης γωνίας ενός κυλινδρικού άκαμπτου διεισδυτή ακτίνας  $R$ , που έχει διεισδύσει κατά  $dz$  σε ένα παραμορφώσιμο ημιχώρο:

$$a = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{dz(2R - dz)}}{R - dz} \right), \text{ όπου } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ η ισοδύναμη ακτίνα καμπυλότητας.}$$

Έπειτα από την εύρεση του όγκου φθοράς  $V$  από το μοντέλο, η νέα γεωμετρία της τραχύτητας βρίσκεται ως εξής:

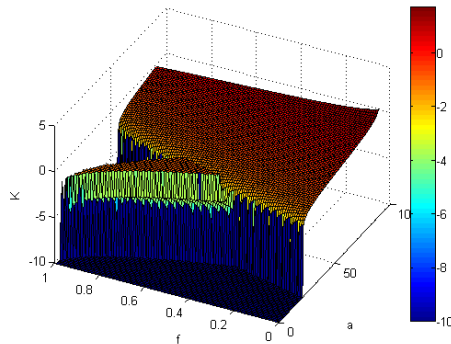
Η φθορά θεωρείται ότι προκαλεί αύλακα με σχήμα κυκλικού τομέα με χορδή:  $c_w = 2V/R^2$  και με γωνία τόξου που βρίσκεται από τη λύση της:  $c_w = a_w - \sin a_w$

$$\text{Το βέλος του τόξου αυτού είναι } z_w = R(1 - \cos(a_w/2))$$

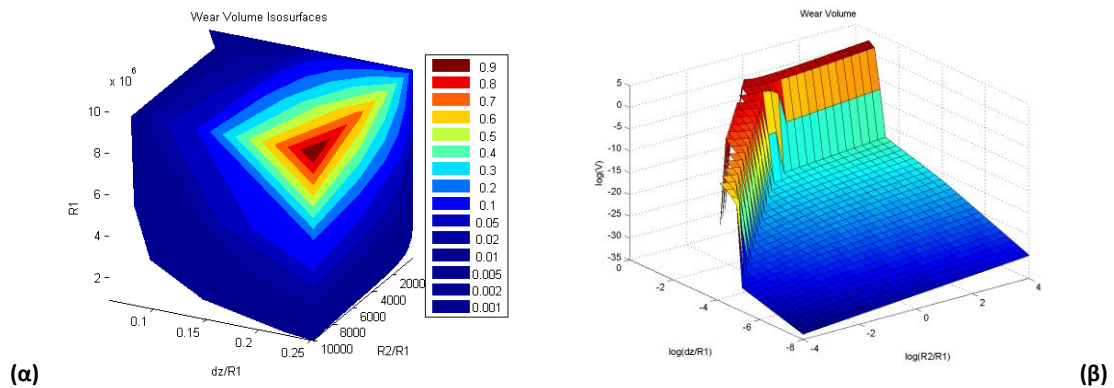
Η νέα τιμή της παρεμβολής μεταξύ των τραχυτήτων θα είναι  $dz_w = dz - z_w$

Θεωρούμε τώρα ότι ο κυκλικός τομέας είναι προσεγγιστικά ίσος σε εμβαδόν (ισχύει για μικρές γωνίες τόξου) με τον κυκλικό μηνίσκο που έχει χορδή τόξου  $c_w$  και ακτίνες  $R_1, R_{1w}$ , οπότε βρίσκουμε:

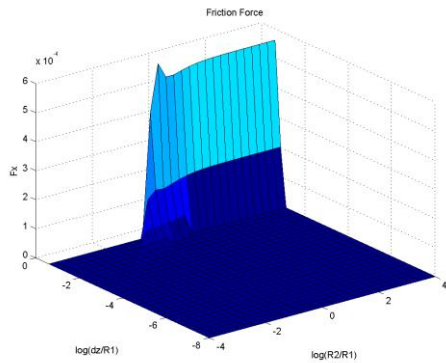
$$R_{1w} = \frac{R_1^2 + dz_w^2 - (R_1 - dz_w)^2}{2dz_w}$$



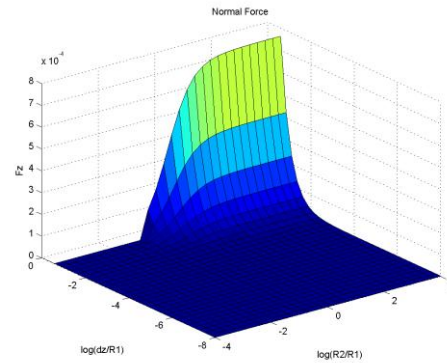
Σχ. IV-4 2D μοντέλο εκτριβής: Χαρτογράφηση του  $\log(K)$ , συναρτήσει των  $f, a$  [14].



Σχ. IV-5 2D μοντέλο εκτριβής: όγκος φθοράς, α) συνολικά, β) για  $R_1=1.74\mu\text{m}$ .



(α)



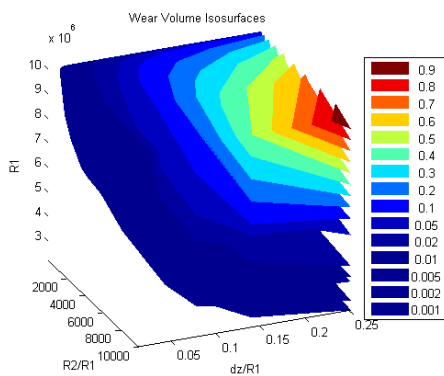
(β)

Σχ. IV-6 2Δ μοντέλο εκτριβής: Δυνάμεις για  $R_1=1.74\mu\text{m}$ : α)  $\log(F_x)$ , β)  $\log(F_z)$ .

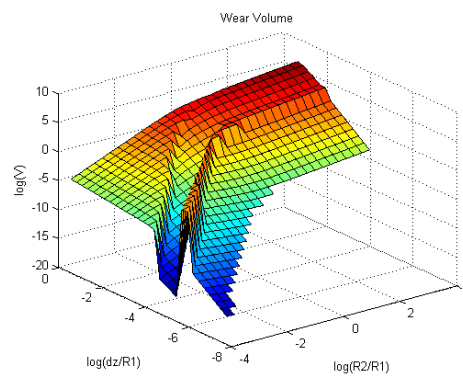
Παρατηρούμε ότι το μοντέλο αυτό λειτουργεί για ιδιαίτερα στενή περιοχή συνθηκών, ενώ αντίθετα η χαρτογράφηση έχει γίνει με μεγάλο εύρος. Το γεγονός αυτό αναμένεται να προκαλεί αστάθεια στις προσομοιώσεις.

**(b) Το μοντέλο των Williams & Xie**

Το τρισδιάστατο μοντέλο βασίζεται σε σφαιρικές απαραμόρφωτες τραχύτητες, οι οποίες αλληλεπιδρούν με ένα παραμορφώσιμο ημικύβιο, είτε με μικροκοπή, είτε με ratchetting είτε με άροση. Η επίδραση της μερικής υπέρθεσης των αυλακίων φθοράς στην τρίτη διάσταση αντιμετωπίζεται με τη στοχαστική παράμετρο  $l$  για την απόσταση μεταξύ διαδοχικών αυλακίων, η οποία ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή. Στο μοντέλο αυτό, οι μεταπτώσεις μεταξύ μηχανισμών φθοράς χαρτογραφούνται ως συναρτήσεις του  $l$  και της γωνίας προσβολής  $\psi$ .

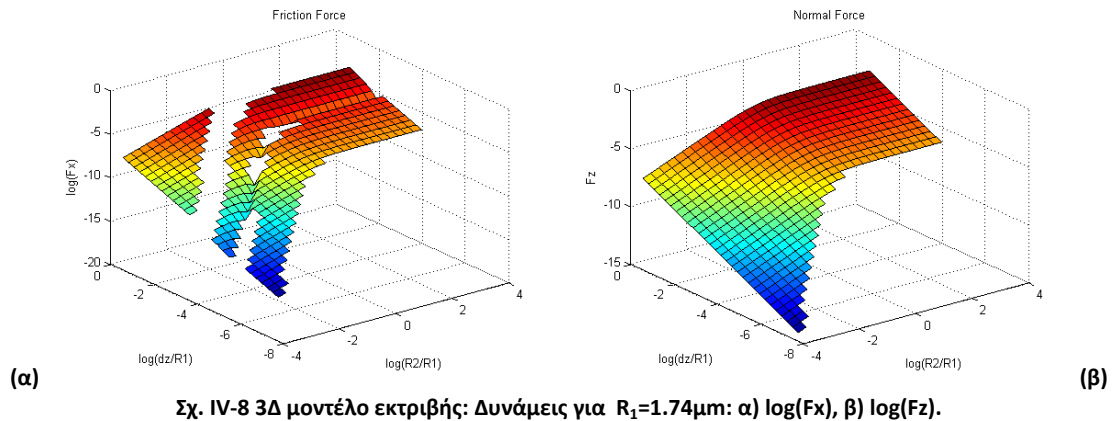


(α)



(β)

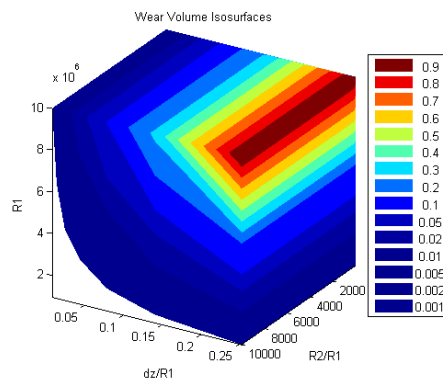
Σχ. IV-7 3Δ μοντέλο εκτριβής: όγκος φθοράς, α) συνολικά, β) για  $R_1=1.74\mu\text{m}$ .



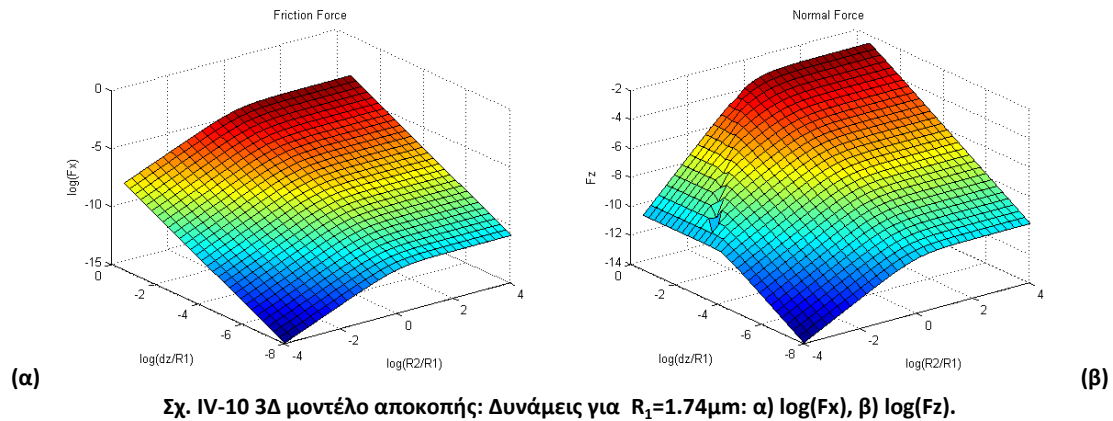
Στο μοντέλο αυτό παρατηρούνται έντονες μεταπτώσεις στο συντελεστή φθοράς και αυτές αντικατοπτρίζονται στη χαρτογράφηση (Σχ. IV-7β).

### (c) Μοντέλο αποκοπής τραχυτήτων

Υλοποιήσαμε επίσης ένα απλό μοντέλο αποκοπής τραχυτήτων, στο οποίο όλος ο όγκος που παρεμβάλλεται στην αποκόπτουσα τραχύτητα αφαιρείται και κανένας όγκος του υλικού δεν παραμορφώνεται και δε μετατοπίζεται. Το μοντέλο αυτό λειτουργεί ως ένα άνω όριο για κάθε αλληλεπίδραση εκτριβής μεταξύ τραχυτήτων. Ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζεται το ύψος και η ακτίνα της φθαρμένης τραχύτητας είναι ίδιος με αυτόν του 3Δ μοντέλου εκτριβής.



Σχ. IV-9 Μοντέλο αποκοπής: όγκος φθοράς.



Η χαρτογράφηση αποκαλύπτει αποτελέσματα τάξης μεγέθους ανάλογης με αυτά του μοντέλου των Xie & Williams. Οι γενικές τάσεις που ακολουθεί η διακύμανση των δυνάμεων και του όγκου φθοράς είναι αντίστοιχες.

### Ενότητα 4.03 Φθορά κόπωσης

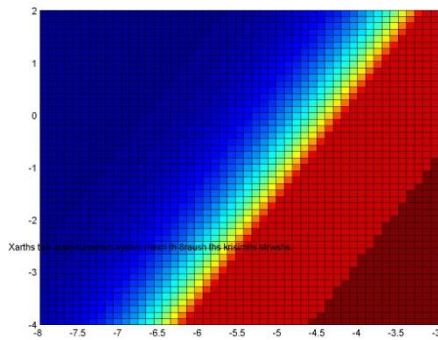
Η φθορά κόπωσης είναι άλλος ένας στοιχειώδης μηχανισμός φθοράς, ο οποίος έχει καταστεί αντικείμενο πολυκλίμακας στοχαστικής μοντελοποίησης. Τόσο αριθμητικές προσομοιώσεις [15,16] όσο και αναλυτικές λύσεις [17,18] έχουν χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό των υποεπιφανειακών Συντελεστών Εντάσεως Τάσεων (Stress Intensity Factors – SIFs) οι οποίοι οδηγούν στη διάδοση της ρωγμής και εντέλει στο σχηματισμό σωματιδίων λόγω απολέπισης. Χρησιμοποιούνται τα ίδια μοντέλα μηχανικής επαφών με παραπάνω, εισάγοντας την ακτίνα επαφής και τη διείδυση ως στοχαστικές μεταβλητές. Στην περίπτωση αυτή ωστόσο, η ανομοιόμορφη κατανομή των ιδιοτήτων του υλικού στην υποεπιφάνεια καθιστά αναγκαία την προσθήκη επιπλέον στοχαστικών μεταβλητών για την περιγραφή της.

Σε συνεργασία με το Γ. Μετσίνη [19], πραγματοποιήθηκαν εκτεταμένες μελέτες για την επίδραση της στοχαστικότητας στις μεταβλητές του μοντέλου φθοράς κοπώσεως των Karoor & Franklin [20], το οποίο παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 2. Πιο συγκεκριμένα, έγιναν 4 μελέτες:

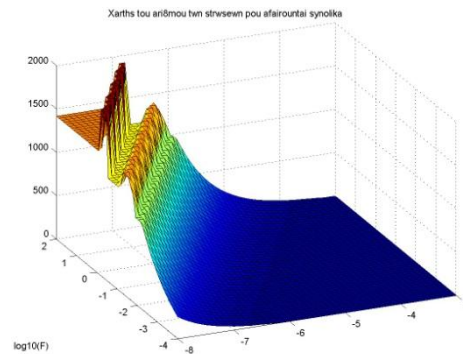
1. Υπολογίζεται ο αριθμός των κύκλων φόρτισης στον οποίο θα αστοχήσει για πρώτη φορά κάποιο στρώμα εξαιτίας της κόπωσης από κύλιση. Ερευνάται η διακύμανση της αντοχής σε βάθος. Η μέγιστη διατμητική τάση απαντάται στον z-άξονα της επαφής δηλαδή ισχύουν συνθήκες κύλισης. Το φορτίο τραχυτήτων  $F$  και η ισοδύναμη ακτίνα καμπυλότητας  $R_{eq}$  είναι σταθερή. Οι τραχύτητες περνούν από το ίδιο σημείο του υλικού.
2. Παρόμοια με την Π.1 με μόνη διαφορά ότι το υλικό αφαιρείται από την κορυφή και προστίθεται από κάτω. Οι τιμές της αντοχής  $s_y$  από κανονική κατανομή. Το υλικό έχει μνήμη των προηγούμενων διεργασιών που συντελέστηκαν με χρήση της μεταβλητής κατάστασης  $\gamma$  (πλαστική παραμόρφωση).
3. Το υλικό υφίσταται φορτίο  $F$  το οποίο προκύπτει από μια κανονική κατανομή. Αυτό αναπαριστά διαφορετικές τραχύτητες οι οποίες περνούν από ίδιο σημείο. Η διακριτοποίηση των στρωμάτων

του υλικού γίνεται με βάση τη μέγιστη ακτίνα επαφής  $a$  κατά Hertz. Το τασικό πεδίο για κάθε δύναμη υπολογίζεται εκ νέου σε κάθε επανάληψη.

4. Το φορτίο των τραχυτήτων προκύπτει από το μοντέλο των Greenwood-Williamson με τυπική απόκλιση  $\sigma$  (sigma) της κατανομής των υψών των τραχυτήτων και ακτίνα καμπυλότητας  $R_{eq}$  για δεδομένο διάκενο  $d$ . Οι τραχυτήτες περνούν από το ίδιο σημείο του υλικού. Οι παράμετροι  $\sigma(h)$ ,  $R_{eq}$  και  $d$  του προφίλ είναι σταθερές.

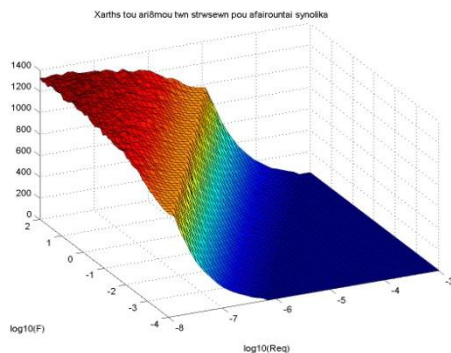


Π1

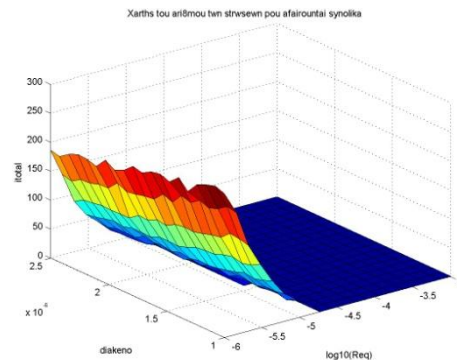


Π2

Σχ. IV-11 Π1: Χάρτης απαιτούμενων κύκλων για τη θράυση του κρίσιμου βάθους, Π2: Χάρτης του αριθμού των στρώσεων που αφαιρούνται, (συναρτήσεις των  $F$ ,  $R_{eq}$ ) [19].



Π3



Π4

Σχ. IV-12 Π3: Χάρτης του αριθμού των στρώσεων που αφαιρούνται, (συναρτήσεις των  $F$ ,  $R_{eq}$ ), Π4: Χάρτης του αριθμού των στρώσεων που αφαιρούνται, (συναρτήσεις των  $d$ ,  $R_{eq}$ ) [19].

Ο Γ. Μετσίνης παρατήρησε γραμμική σχέση μεταξύ του βάθους φθοράς του υλικού και του αριθμού των κύκλων φόρτισης. Δηλαδή το μοντέλο του είχε φτάσει ήδη σε καθεστώς φθοράς σταθερής κατάστασης, από τη σκοπιά της παραμορφωσιακής κατάστασης της υποεπιφάνειας όμως και όχι της εξέλιξης της γεωμετρίας των τραχυτήτων.

Παρατηρήσαμε εμφανή διαφοροποίηση στις αντιδράσεις του υλικού για σταθερές και στοχαστικές συνθήκες αντίστοιχα. Προκύπτει ότι είναι σημαντική ευαισθησία των αποτελεσμάτων στη μεταβλητότητα των στοχαστικών εισόδων.

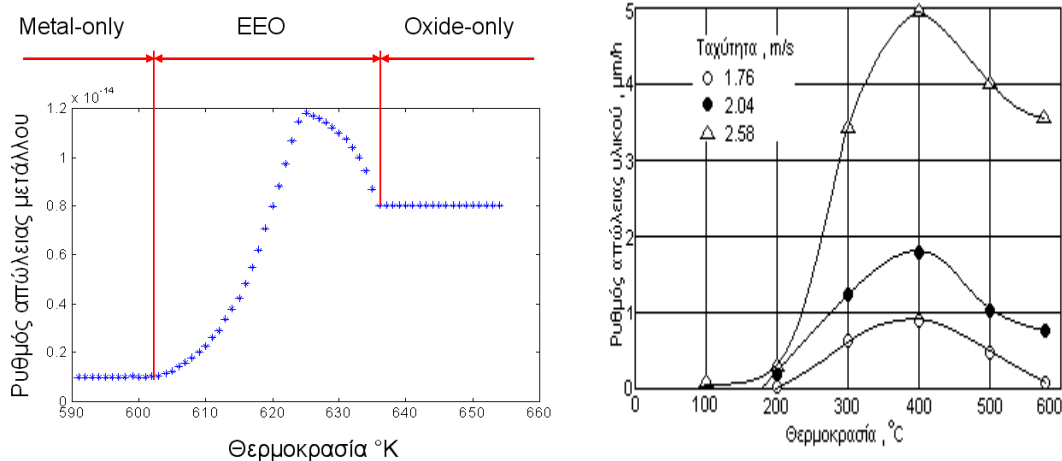


Ένα επόμενο βήμα στο οποίο εργαστήκαμε είναι η επέκταση του μοντέλου στην τρίτη διάσταση (πλάτος), διατηρώντας τη χρήση αναλυτικών σχέσεων για τον προσδιορισμό της εντατικής κατάστασης υποεπιφανειακά.

#### Ενότητα 4.04 Μηχανική διάβρωση

Η τριβοοξείδωση [21] και η μηχανική διάβρωση από στερεά σωματίδια [22] είναι οι άλλοι δύο στοιχειώδεις μηχανισμοί φθοράς που έχουν υποστεί κατά κόρον στοχαστική μοντελοποίηση. Και οι δύο αποτελούν ιδιαίτερα σύνθετες στοχαστικές διεργασίες, όπου διαφορετικά τμήματα της επιφάνειας προστατεύονται σε διαφορετικό βαθμό από την κρούστα οξειδίου που σχηματίζεται και διασπάται με διάφορους ρυθμούς. Η μοντελοποίηση της μηχανικής διάβρωσης έχει τύχει της πιο εκτεταμένης χρήσης στοχαστικών μεταβλητών [22,23], καθώς η απουσία ενός βρόχου εξισορρόπησης φορτίου – διακένου απλοποιεί την ολοκλήρωση πολλών μεταβλητών.

Καθόσον το δικό μας μοντέλο μικροκλίμακας δεν έχει ακόμα προσαρμοστεί στις συνθήκες τις κόπωσης και της τριβοοξείδωσης, δεν πρόκειται να παρουσιάσουμε εδώ κάποια τέτοια προσομοίωση. Αρκεί να αναφερθεί ότι, σε συνεργασία με το Μ. Βανακάρη [24], έγιναν μελέτες για την επίδραση της στοχαστικότητας στους συντελεστές του συνεργατικού μηχανισμού της οξείδωσης – μηχανικής διάβρωσης, με βάση το μοντέλο των Nicholls & Stephenson [23]. Συγκεκριμένα, στη μετάβαση από την περιοχή όπου η διάβρωση επικρατεί της οξείδωσης και το μέταλλο είναι γυμνό στην περιοχή όπου επικρατεί η οξείδωση και υπάρχει φιλμ οξειδίου σταθερού πάχους. Ερευνήθηκε το κρίσιμο πάχος οξειδίου και τα χαρακτηριστικά της μετάβασης αυτής (Σχ. IV-13).



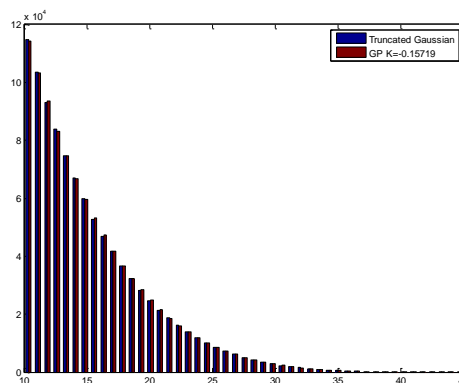
Σχ. IV-13 Αριστερά: Το μοντέλο Monte Carlo εμφανίζει χαρακτηριστική μετάπτωση στο ρυθμό φθοράς από διάβρωση κατά τη μετάβαση από γυμνή μεταλλική επιφάνεια σε επιφάνεια με σταθερό στρώμα οξειδίου. Δεξιά: πειραματικά δεδομένα από τη βιβλιογραφία, όπου εμφανίζεται η ίδια συμπεριφορά. [24]

#### Ενότητα 4.05 Ανάλυση της αποδοτικότητας της μεθόδου Monte Carlo

Προκειμένου να εξεταστεί η ακρίβεια και η ταχύτητα της ολοκλήρωσης Monte Carlo σε σχέση με τη συμβατική (για απλά σχετικά προβλήματα, λίγων μεταβλητών όπου είναι συγκρίσιμες), έγιναν ορισμένες δοκιμές με το 3D μοντέλο εκτριβής. Επιλέχθηκε το μοντέλο αυτό γιατί η ολοκλήρωση του μπορεί να γίνει και αριθμητικά, με χρήση του κανόνα του τραπεζιού.

### Απόδοση της γεννήτριας τυχαίων αριθμών

Για την υλοποίηση του μοντέλου εκτριβής απαιτείται ένα μεγάλο δείγμα από την ουρά μιας γκαουσιανής κατανομής. Ο συμβατικός τρόπος με τον οποίο λαμβάνεται αυτό το δείγμα είναι με την γένεση δεσμών από τιμές που ανήκουν σε μια γκαουσιανή κατανομή και την απόρριψη των περισσότερων από αυτές, κάτι που είναι ιδιαίτερα χρονοβόρο. Αντ' αυτού, είναι δυνατή η χρήση της γενικευμένης κατανομής Pareto, η οποία είναι προορισμένη για να περιγράφει τις ουρές άλλων κατανομών. Η τεχνική που ακολουθείται είναι η γένεση ενός μικρού δείγματος, η προσαρμογή της κατανομής Pareto στο δείγμα αυτό για προσδιορισμό των δύο παραμέτρων της,  $K$  και  $\theta$  και στη συνέχεια η γένεση του μεγάλου δείγματος με αυτή αντί της συνέχισης της χρήσης της γκαουσιανής. Στο Σχ. IV-14 φαίνεται ότι η μέθοδος αυτή αποδίδει κατανομές ιδιαίτερα πιστές στις αναζητούμενες.



Σχ. IV-14 Σύγκριση των αποδιδόμενων κατανομών με τις μεθόδους αποκοπής της γκαουσιανής κατανομής και της γενικευμένης μεθόδου Pareto.

### Απόδοση της Monte Carlo

Έγιναν συγκριτικές δοκιμές απόδοσης και ακρίβειας για τη μέθοδο Monte Carlo, σε σχέση με τη μέθοδο άμεσης ολοκλήρωσης.

Ο σχετικός λόγος του όγκου είναι  $R_V = \frac{V_{MC} - V_{Dir}}{V_{Dir}}$  και του χρόνου  $R_t = \frac{t_{MC} - t_{Dir}}{t_{Dir}}$

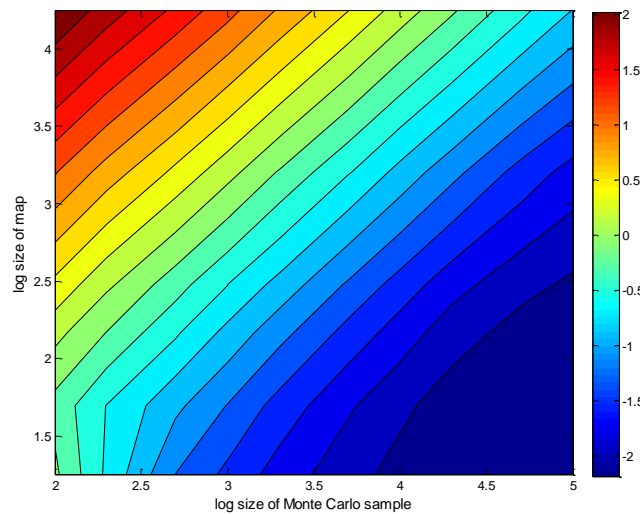
### Απόδοση της χαρτογράφησης

Εξετάσαμε τη δυνατότητα να πραγματοποιηθεί βελτίωση του χρόνου υπολογισμού του προβλήματος με τη χρήση χαρτογράφησης, ως ενδιάμεσου σταδίου για την πραγματοποίηση της ολοκλήρωσης. Στο Σχ. IV-15 φαίνονται οι λόγοι των απαιτούμενων χρόνων και των υπολογιζόμενων

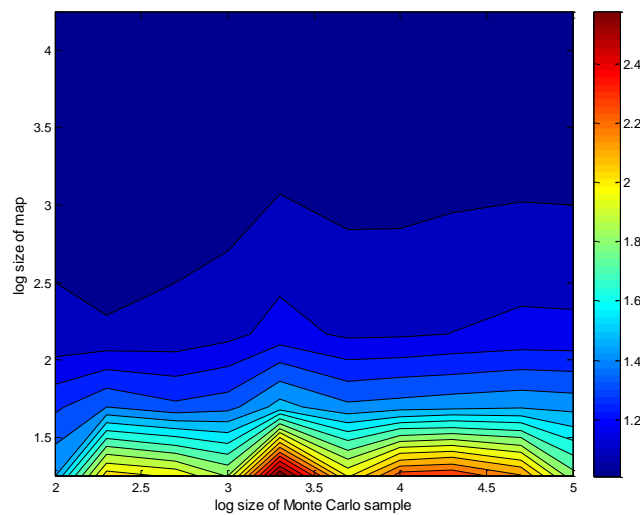
όγκων φθοράς. Για χρήση του χάρτη απαιτείται χρόνος και για τη δημιουργία του και για την πρόσβασή του, ωστόσο για μερικές χιλιάδες δειγματοληψίες, ο χρόνος της άμεσης πρόσβασης, ακόμα και σε αυτό το πολύ απλό αναλυτικό μοντέλο είναι ταχύτερος με τη χαρτογράφηση.

Ο σχετικός λόγος του όγκου είναι  $R_V = \frac{V_{MCmap} - V_{MCdir}}{V_{MCdir}}$  και του χρόνου

$$R_t = \frac{t_{map} + t_{interp}}{t_{MC-direct}}$$



Σχ. IV-15 Σχετικός λόγος των χρόνων υπολογισμού συναρτήσει του μεγέθους του δείγματος Monte Carlo και του μεγέθους του χάρτη.



Σχ. IV-16 Σχετικός λόγος των εκτιμώμενων όγκων φθοράς συναρτήσει του μεγέθους του δείγματος Monte Carlo και του μεγέθους του χάρτη.

Από την ανάλυση του Σχ. IV-16 για προκύπτει ότι για χάρτες με πάνω από 1000 σημεία, το σχετικό σφάλμα που εισάγει η χαρτογράφηση είναι αμελητέο. Οι χάρτες που χρησιμοποιούμε έχουν μερικές δεκάδες χιλιάδες σημεία.

## Συμπεράσματα κεφαλαίου

Η μέθοδος Monte Carlo μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα σε διάφορα μοντέλα για τη φθορά, είτε εντελώς αναλυτικά είτε ημιαναλυτικά. Μπορούν δε να προκύψουν περισσότερες παραλλαγές για το κάθε μοντέλο, ανάλογα με το πόσες από τις παραμέτρους του εξετάζονται στοχαστικά.

Η σωστή εφαρμογή της μεθόδου στηρίζεται στη σωστή παραμετροποίηση του μοντέλου και στην ανάθεση των κατάλληλων στοχαστικών κατανομών στην καθεμία.

Η ολοκλήρωση Monte Carlo γίνεται συμφέρουσα έναντι της συμβατικής ολοκλήρωσης σε προβλήματα με περισσότερες των δύο παραμέτρους, αλλά και σε προβλήματα με πολλές ασυνέχειες, όταν ο μηχανισμός φθοράς υποδιαιρείται σε πολλαπλά καθεστώτα.

Η στοχαστική ολοκλήρωση δε μπορεί να αντισταθμίσει τις αστοχίες των βασικών παραδοχών ενός μοντέλου. Αντιθέτως μάλιστα, είναι σε θέση να αναδείξει τις περιοχές τιμών των παραμέτρων τις οποίες το μοντέλο αυτό δε μπορεί να καλύψει επαρκώς.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] J.A. Greenwood, J.B.P. Williamson, Contact of Nominally Flat Surfaces, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. 295 (1966) 300 -319.
- [2] P.R. Nayak, Random Process Model of Rough Surfaces, Journal of Lubrication Technology. 93 (1971) 398.
- [3] R.L. Jackson, J.L. Streater, A multi-scale model for contact between rough surfaces, Wear. 261 (2006) 1337-1347.
- [4] A. Majumdar, B. Bhushan, Fractal Model of Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces, J. Tribol. 113 (1991) 1-11.
- [5] B.. Derjaguin, V.. Muller, Y.. Toporov, Effect of contact deformations on the adhesion of particles, Journal of Colloid and Interface Science. 53 (1975) 314-326.
- [6] K.L. Johnson, K. Kendall, A.D. Roberts, Surface Energy and the Contact of Elastic Solids, Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences. 324 (1971) 301 -313.
- [7] D. Maugis, Adhesion of spheres: The JKR-DMT transition using a dugdale model, Journal of Colloid and Interface Science. 150 (1992) 243-269.
- [8] J. Salib, Y. Kligerman, I. Etsion, A Model for Potential Adhesive Wear Particle at Sliding Inception of a Spherical Contact, Tribology Letters. 30 (2008) 225-233.
- [9] W. Johnson, A.G. Mamalis, Engineering Plasticity: Theory of Metal Forming Processes, in: Springer, Wien, 1977: p. 345.
- [10] B.S. Hockenull, E.M. Kopalinsky, P.L.B. Oxley, Mechanical wear models for metallic surfaces in sliding contact, Journal of Physics D: Applied Physics. 25 (1992) A266-A272.
- [11] P. Ko, S. Iyer, H. Vaughan, M. Gadala, Finite element modelling of crack growth and wear particle formation in sliding contact, Wear. 251 (2001) 1265-1278.
- [12] Y. Xie, J.A. Williams, The prediction of friction and wear when a soft surface slides against a harder rough surface, Wear. 196 (1996) 21-34.
- [13] J. Williams, Wear modelling: analytical, computational and mapping: a continuum mechanics approach, Wear. 225 (1999) 1-17.
- [14] Γ. Γιαννάκης, Μοντελοποίηση της φθοράς εκτριβής δύο σωμάτων με τη μέθοδο Monte Carlo, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2005.
- [15] F.J. Franklin, I. Widiyarta, A. Kapoor, Computer simulation of wear and rolling contact fatigue, Wear. 251 (2001) 949-955.

- [16] J. Ringsberg, M. Loo-Morrey, B. Josefson, A. Kapoor, J.H. Beynon, Prediction of fatigue crack initiation for rolling contact fatigue, *International Journal of Fatigue*. 22 (2000) 205–215.
- [17] J. Farley, L.C. Wrobel, K. Mao, Low cycle fatigue simulation and fatigue life prediction of multilayer coated surfaces, *Wear*. 269 (2010) 639–646.
- [18] A. Kapoor, K.L. Johnson, J.A. Williams, A model for the mild ratchetting wear of metals, *Wear*. 200 (1996) 38-44.
- [19] Χ. Μετσίνης, Μοντελοποίηση της φθοράς κοπώσεως με τη μέθοδο Monte Carlo, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2007.
- [20] A. Kapoor, F.J. Franklin, Tribological layers and the wear of ductile materials, *Wear*. 245 (2000) 204-215.
- [21] F. Stott, High-temperature sliding wear of metals, *Tribology International*. 35 (2002) 489–495.
- [22] A. Magnée, Generalized law of erosion: application to various alloys and intermetallics, *Wear*. 181-183, Part 2 (1995) 500-510.
- [23] J.R. Nicholls, D.J. Stephenson, Monte Carlo modelling of erosion processes, *Wear*. 186-187, Part 1 (1995) 64-77.
- [24] Μ. Βανακάρης, Μοντελοποίηση της διάβρωσης και φθοράς από στερεά σωματίδια με τη μέθοδο Monte Carlo, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2004.



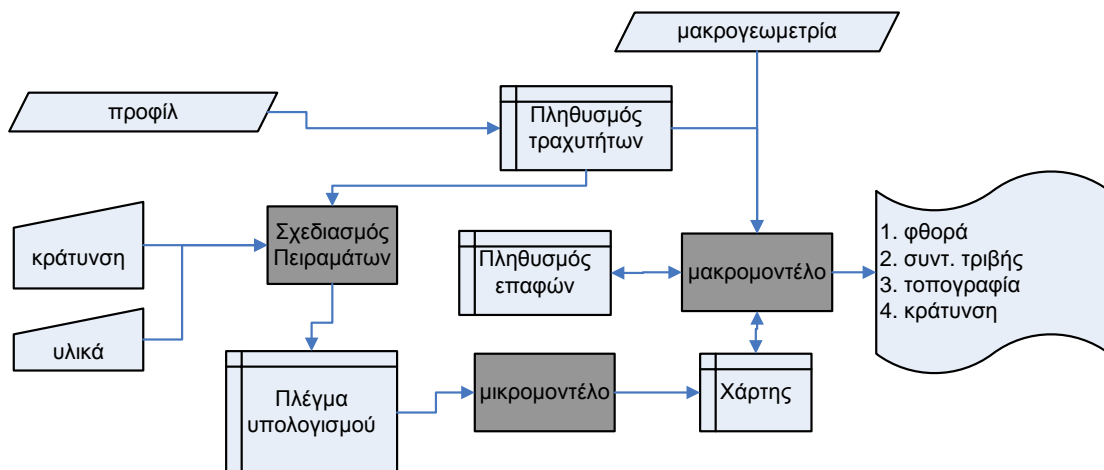
## Κεφάλαιο V. Ένα πολυκλίμακο μοντέλο για τη φθορά

Εδώ παρουσιάζεται η γενική λειτουργία του μοντέλου και το τμήμα εκείνο της μοντελοποίησης που αναλαμβάνει να γεφυρώσει το χάσμα ανάμεσα στην αλληλεπίδραση τραχυτήτων και στην αλληλεπίδραση επιφανειών.

### Ενότητα 5.01 Περιγραφή

Το πολυκλίμακο μοντέλο που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας για τη φθορά ολίσθησης εφαρμόζει μια προσομοίωση Monte-Carlo της διεπιφάνειας στο μακροσκοπικό επίπεδο, βασισμένη σε δεδομένα για τις δυνάμεις, τον όγκο φθοράς και την εξέλιξη της τοπογραφίας της επιφάνειας για κάθε ζώνη επαφής, τα οποία προκύπτουν από ένα μοντέλο αλληλεπίδρασης τραχυτήτων στη μικροκλίμακα.

Η ανταλλαγή δεδομένων μεταξύ του μακροσκοπικού και του μικροσκοπικού τμήματος του μοντέλου πραγματοποιείται μέσω παρεμβολής σε ένα χάρτη της απόκρισης του μικρομοντέλου, ο οποίος έχει υπολογιστεί εκ των προτέρων. Ο χάρτης αυτός βασίζεται σε ένα δεδομένο σύνολο παραμέτρων των τραχυτήτων, το οποίο δρα ως ο συνδετικός κρίκος μεταξύ των δύο μοντέλων, παρέχοντας το πλεονέκτημα της διατήρησης της πλήρους εναλλαξιμότητας μεταξύ διαφορετικών μοντέλων της ίδιας κλίμακας. Επίσης εισάγεται μια καινοτόμα μέθοδος δειγματοσμού επί της κατατομής επιφάνειας και δημιουργίας δείγματος τραχυτήτων, κατάλληλου για το συγκεκριμένο σύνολο παραμέτρων.



Σχ. V-1 Διάγραμμα ροής του μοντέλου.

## Ενότητα 5.02 Επιλογή των παραμέτρων

### (a) Ισοδύναμη ακτίνα και σχετική κίνηση

Τα ως τώρα χρησιμοποιούμενα μοντέλα αλληλεπίδρασης τραχυτήτων ξεκινούν με μια στοιχειώδη απλοποίηση: αντικαθιστούν το σύστημα των δύο τραχυτήτων, με καμπυλότητες  $R_1, R_2$  με ένα ισοδύναμο όπου η φθειρόμενη επιφάνεια είναι επίπεδη και η φθείρουσα απεικονίζεται με την ισοδύναμη ακτίνα καμπυλότητας  $R^*$ : (Εξ. V-1)

$$\text{Εξ. V-1: } \frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

### (b) Αρχές διατήρησης

Η απεικόνιση μιας πραγματικής τραχύτητας από μια παραμετρική, η οποία περιγράφεται πλήρως από ένα περιορισμένο σετ παραμέτρων απαιτεί ορισμένες παραδοχές, οι οποίες βασίζονται πάνω σε συγκεκριμένες αρχές διατήρησης των ιδιοτήτων της τραχύτητας. Η επιλογή των ιδιοτήτων της τραχύτητας οι οποίες απαιτείται να διατηρηθούν εξαρτάται από το σκοπό της μοντελοποίησης και δε μπορεί να είναι a priori δεδομένη.

Μια πραγματική τραχύτητα, όπως αυτή μετρείται από ένα προφίλομετρικό όργανο, αποτελείται από ένα σύνολο σημείων  $(x, z)$ . Παρακάτω εξετάζονται ορισμένες αρχές διατήρησης.

#### (i) Διατήρηση του όγκου τραχυτήτων

Ο όγκος των τμημάτων της μετρούμενης τραχύτητας επάνω από την γραμμή αναφοράς υπολογίζεται με ολοκλήρωση με τον κανόνα του τραπέζιου. Οι παράμετροι της ισοδύναμης τραχύτητας επιλέγονται έτσι ώστε να διατηρείται ο όγκος, ή αλλιώς η επιφάνεια της κατατομής όταν αναφερόμαστε σε 2D προφίλ. Η προσέγγιση αυτή είναι πιο κατάλληλη στην περίπτωση της αρχικής φθοράς, όπου όγκος φθοράς πρέπει να αφαιρείται με ακρίβεια από τις κορυφές των τραχυτήτων, προκειμένου να μετατοπιστεί η γραμμή αναφοράς επάνω στο αρχικό προφίλ.

#### (ii) Διατήρηση της επιφάνειας επαφής

Διατήρηση της επιφάνειας επαφής γίνεται με εκτίμηση της επιφάνειας επαφής για το άθροισμα των ισοδύναμων τραχυτήτων για το συγκεκριμένο διάκενο μεταξύ των προφίλ και σύγκρισή του με την καμπύλη Abbott της επιφάνειας. Τα σημεία που χρήζουν προσοχής είναι:

- Η ορθή επιλογή της καθ' ύψος θέσης η οποία για κάθε τραχύτητα χαρακτηρίζει την επιφάνεια επαφής. Η θέση αυτή αποτελεί τη βάση για τον υπολογισμό της γεωμετρίας της τραχύτητας ώστε να ικανοποιείται η αρχή διατήρησης. Ο υπολογισμός αυτός δυσχεραίνεται όταν δεν χρησιμοποιείται η θεώρηση της ισοδύναμης επαφής, οπότε και οι δύο τραχύτητες διαθέτουν γεωμετρία.



- Η αντιμετώπιση της διατήρησης όγκου κατά την πλαστική παραμόρφωση, η οποία αυξάνει την πραγματική επιφάνεια επαφής μεταξύ τραχυτήτων. Το ζήτημα αυτό έχει μελετηθεί εκτενώς από διάφορους ερευνητές.
- Η σωστή προβολή τόσο της καμπύλης Abbott όσο και της παραμετρικής γεωμετρίας στις τρεις διαστάσεις.

### (iii) Διατήρηση της γωνίας προσβολής

Αυτή η αρχή έχει χρησιμοποιηθεί κατά κύριο λόγο σε αναλυτικά μοντέλα για τη φθορά εκτριβής, όπου η γωνία προσβολής αποτελεί βασική παράμετρο. Το προφίλ παραγωγίζεται αριθμητικά και οι παράγωγοι στα σημεία αρχής και τέλους της τραχύτητας αποτελούν παραμέτρους του προβλήματος. Το μοντέλο γεωμετρίας της τραχύτητας πρέπει να καλύπτει το εύρος των τιμών των παραγώγων που προκύπτουν από το προφίλ.

### (c) Εναλλακτικά σετ παραμέτρων

Παρατίθεται πίνακας των παραμέτρων που μπορούν να εισαχθούν σε ένα μοντέλο αλληλεπίδρασης τραχυτήτων, όπως έχουν κωδικοποιηθεί στους αλγορίθμους που αναπτύχθηκαν. Προφανώς, χαρτογράφηση της απόκρισης ενός τριβουστήματος δε μπορεί να γίνει για όλες τις παραμέτρους ταυτόχρονα, γιατί το μέγεθός του καθίσταται απαγορευτικό.

Πίν. 1 Δυνατές παράμετροι για το μοντέλο αλληλεπίδρασης τραχυτήτων.

Όνομα	$dz/R1$	$R2/R1$	$R1 (\mu m)$	$rps1$	$rps2$	$dz (\mu m)$	$c1/dz$	$c2/dz$	$vf1$	$vf2$	$sq1$	$sq2$
Ελάχιστο	0,001	1	1	0	0	0,001	5	5	0,2	0,2	-1	-1
Μέγιστο	0,1	100	10	10	10	10	50	50	0,8	0,8	-1	1
Αρ. Σημείων	30	30	5	5	5	5	5	5	3	3	1	1
Λογαριθμικό;	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0

Σύμφωνα με τα όσα περιγράφονται παρακάτω, οι παράμετροι αυτές έχουν συνδυαστεί σε δύο υποομάδες, μία με 5 παραμέτρους και μια με 7. Οι παράμετροι κάθε υποομάδας είναι γραμμικά ανεξάρτητες μεταξύ τους. Η πρώτη υποομάδα (5-παραμετρικό μοντέλο) επικεντρώνεται λιγότερο στη γεωμετρία των τραχυτήτων και εισάγει την εργοσκήρυνση του υλικού στις παραμέτρους. Το κλασσικό 3-παραμετρικό μοντέλο που χρησιμοποιείται στα αναλυτικά μοντέλα είναι υποπερίπτωση αυτού. Η δεύτερη υποομάδα (7-παραμετρικό μοντέλο)

### (d) Περεταίρω μοντελοποίηση

Εδώ θα διερευνηθούν ορισμένα επιπλέον ζητήματα της μοντελοποίησης, τα οποία δεν ενσωματώθηκαν στο μοντέλο το οποίο παρουσιάζεται στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

### **(i) Κατανομές μηχανικών ιδιοτήτων**

Όλα τα υλικά είναι σε κάποιο βαθμό ανομοιογενή, δηλαδή δεν έχουν τις ίδιες τιμές στις μηχανικές τους ιδιότητες σε κάθε σημείο. Κοντά στην επιφάνεια, η πιο σημαντική επίδραση είναι αυτή της εργοσκήρυσης, υπάρχει όμως και η επιρροή χημικών παραγόντων, μέσω του μηχανισμού της διάχυσης. Η εναζώτωση των χαλύβων και η ψαθυροποίηση λόγω διάχυσης υδρογόνου είναι παραδείγματα τέτοιων παραγόντων.

Η ανομοιογένεια έχει σημαντικότερο ρόλο στην περίπτωση των μηχανισμών κόπωσης, αφού στην περίπτωση αυτή, η έναρξη των μικρορωγμών δεν είναι απαραίτητα επιφανειακή, οπότε η μεταβολή των μηχανικών ιδιοτήτων με το βάθος, υφίσταται συνέλιξη με την αντίστοιχη μεταβολή των συντελεστών εντάσεως τάσεων (stress intensity factors) και επηρεάζει το αποτέλεσμα της κόπωσης (το μέγεθος των σωματιδίων που αποκολλώνται).

Με την προσέγγιση αυτή ασχοληθήκαμε σε συνεργασία με τον Γ. Μεσίνη [7], εφαρμόζοντας τη μέθοδο Monte Carlo και το μοντέλο επαφών των Greenwood & Williamson σε ένα μοντέλο φθοράς κόπωσης [8].

### **(ii) Κατανομές ρωγμών**

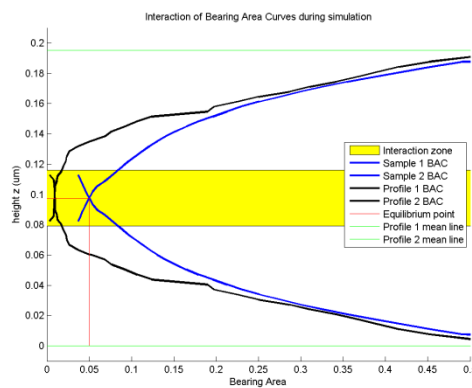
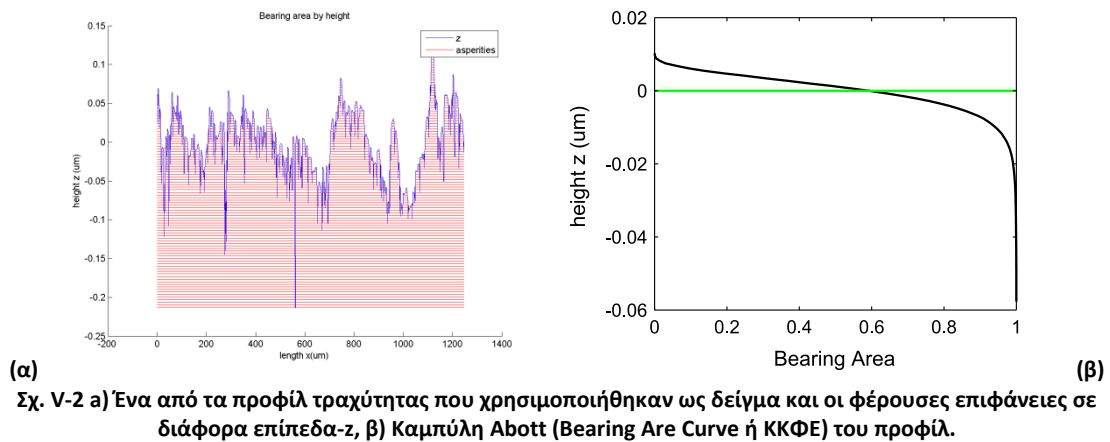
Με αντίστοιχο με τα παραπάνω τρόπο θα μπορούσε να θεωρηθεί ένα μοντέλο υλικού στο οποίο, εκτός από τις τραχύτητες της επιφάνειας να αναπαρίστανται παραμετρικά και οι μικρορωγμές του υλικού. Οι ρωγμές αυτές είτε είναι επιφανειακές και συνδέονται με την ολιγοκυκλική κόπωση και με τις επιδράσεις της πίεσης του λιπαντικού κατά την ελαστοϋδροδυναμική λίπανση, είτε είναι υποεπιφανειακές και συνδέονται με τη φθορά από κόπωση, δηλαδή είναι στην περιοχή επίδρασης των επιφανειακών τάσεων. Μια τέτοια ρωγμή, εντός ενός υλικού το οποίο αναπαρίσταται με ένα ημιεπίπεδο (προτού δηλαδή του εφαρμοστεί κάποιο γεωμετρικό μοντέλο τραχύτητας) χρειάζεται για την αναπαράστασή της τις εξής παραμέτρους, με σειρά σημαντικότητας:

1. Χαρακτηριστικό μήκος της ρωγμής,  $a$ .
2. Γωνία της ρωγμής ως προς την διεύθυνση ολίσθησης,  $\theta$ . ( $0-360^\circ$ )
3. Βάθος για την αρχή της ρωγμής,  $\beta$ .
4. Ακτίνα καμπυλότητας της ρωγμής,  $r$ .
5. Κατά μήκος θέση της ρωγμής σε σχέση με την κορυφή της τραχύτητας,  $x_c$ .

Με τα χαρακτηριστικά αυτά ένα μοντέλο το οποίο θα παρακολουθεί την εξέλιξη των ρωγμών κατά τη διάρκεια αλληπάληλων αλληλεπιδράσεων με τραχύτητες της αντεπιφάνειας, θα είναι σε θέση να οδηγήσει σε εις βάθος μελέτη της διαδικασίας φθοράς από κόπωση, με έμφαση στα ψαθυρά υλικά, όπως τα υψηλής αντοχής κεραμικά.

### Ενότητα 5.03 Από το προφίλ στις κατανομές τραχυτήτων

Το μοντέλο μακροκλίμακας ξεκινά με τη διακριτοποίηση μιας κατατομής (προφίλ) επιφάνειας που έχει προέλθει από μετρήσεις ή έχει παραχθεί βάσει παραμέτρων τραχύτητας σε ένα πληθυσμό τραχυτήτων με παραμετρικές συναρτήσεις μορφής. Λόγω του υψηλού υπολογιστικού κόστους του μοντέλου μικροκλίμακας, το σύνολο των παραμέτρων πρέπει να περιοριστεί σε αυτές που έχουν σημαντική επίπτωση στον όγκο φθοράς, έτσι ώστε το υπολογιστικό πλέγμα να έχει πρακτικό μέγεθος.



Σχ. V-3 Αλληλεπίδραση των ΚΚΦΕ κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης.

Οι τραχύτητες έχουν μοντελοποιηθεί στο παρελθόν ως τμήματα σφαιρών, ελλειψοειδών, κώνων με ημισφαιρικές αιχμές και παραβολοειδών [9].

**(a) Ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα**

Μια ανασκόπηση των μοντέλων που συναντώνται στη βιβλιογραφία για την παραμετρική απεικόνιση των τραχυτήτων φαίνεται στο Σχ. V-4 (De Pellegrin & Stachowiak [4]).

Gene-ratrix	Formula	Schematic
Line	$w = Mh$ $\Omega = \pi(Mh)^2$ $A = Mh^2$	
Circle	$w = \sqrt{R^2 - (h - R)^2}$ $\Omega = \pi(2Rh - h^2)$ $A = (h - R)\sqrt{2Rh - h^2} + R^2 \sin^{-1}\left(\frac{h - R}{R}\right) + R^2 \frac{\pi}{2}$	
Ellipse	$w = \frac{B}{A} \sqrt{A^2 - (h - A)^2}$ $\Omega = \pi \left(\frac{B}{A}\right)^2 (2Ah - h^2)$ $A = \frac{B}{A} \left[ (h - A)\sqrt{2Ah - h^2} + A^2 \sin^{-1}\left(\frac{h - A}{A}\right) + A^2 \frac{\pi}{2} \right]$	
Line + Circle	$w = \begin{cases} \sqrt{R^2 - (h - R)^2}, & 0 \leq h < h_0 \\ M(h - h_0) + w_0, & h_0 \leq h < H \end{cases}$ $h_0 = R - \frac{RM}{\sqrt{1 + M^2}}, \quad w_0 = \sqrt{R^2 - \frac{(RM)^2}{1 + M^2}}$ $A_0 = (h_0 - R)\sqrt{2Rh_0 - h_0^2} + R^2 \sin^{-1}\left(\frac{h_0 - R}{R}\right) + R^2 \frac{\pi}{2}$ $\Omega = \begin{cases} \pi(R^2 - (h - R)^2), & 0 \leq h < h_0 \\ \pi(M(h - h_0) + w_0)^2, & h_0 \leq h < H \end{cases}$ $A = \begin{cases} (h - R)\sqrt{2Rh - h^2} + R^2 \sin^{-1}\left(\frac{h - R}{R}\right) + R^2 \frac{\pi}{2}, & 0 \leq h < h_0 \\ A_0 + Mh^2 + 2h(w_0 - Mh_0) + h_0(Mh_0 - 2w_0), & h_0 \leq h < H \end{cases}$	
Hyperbola	$w = \frac{B}{A} \sqrt{(h + A)^2 - A^2}$ $\Omega = \pi \left(\frac{B}{A}\right)^2 (h^2 + 2Ah)$ $A = \frac{B}{A} \left[ (h + A)\sqrt{h^2 + 2Ah - A^2} \ln\left(h + A + \sqrt{h^2 + 2Ah - A^2}\right) + A^2 \ln A \right]$	
Power-law	$w = Bh^E$ $\Omega = \pi(Bh^E)^2$ $A = \frac{2B}{E + 1} h^{E+1}$	

Σχ. V-4 Η κατηγοριοποίηση των παραμετρικών μοντέλων κορυφών τραχυτήτων [4].

Το μονοπαραμετρικό μοντέλο Greenwood-Williamson είναι το απλούστερο και πρώτο χρονολογικά (1966) μοντέλο που αναπτύχθηκε. Συγχρόνως είναι και αυτό που χρησιμοποιείται πιο ευρέως από όλα, από τους ερευνητές που αναπτύσσουν μοντέλα για τη φθορά: Οι τραχύτητες μοντελοποιούνται ως τμήματα σφαιρών [5] με δεδομένη ακτίνα καμπυλότητας (μια μέση τιμή) και το ύψος των κορυφών ακολουθεί κανονική κατανομή, με αποκομμένες τις ουρές στο επίπεδο 95%.

Το διπαραμετρικό μοντέλο Nayak είναι το δεύτερο πιο διαδεδομένο. Οι τραχύτητες μοντελοποιούνται από τον Nayak (1973) ως τμήματα ελλειψοειδών [6]. Είναι χρήσιμο για 3Δ μοντέλα αλληλεπίδρασης τραχυτήτων, όμως δεν προσθέτει επιπλέον πληροφορία σε ένα 2Δ μοντέλο. Ο Greenwood επίσης του έχει ασκήσει κριτική [7], βάσει του ότι η επιπλέον καμπυλότητα δεν έχει

σπουδαία επίπτωση σε πραγματικά προβλήματα επαφής, λόγω του ότι οι δύο καμπυλότητες έχουν υψηλό βαθμό μεταξύ τους συσχέτισης.

Σύνηθες είναι επίσης και το μοντέλο κωνικών τραχυτήτων με σφαιρικά άκρα. Η γωνία κορυφής του κώνου είναι συνήθως δεδομένη και στοχαστικές παράμετροι είναι το ύψος κορυφών και προαιρετικά η ακτίνα καμπυλότητας.

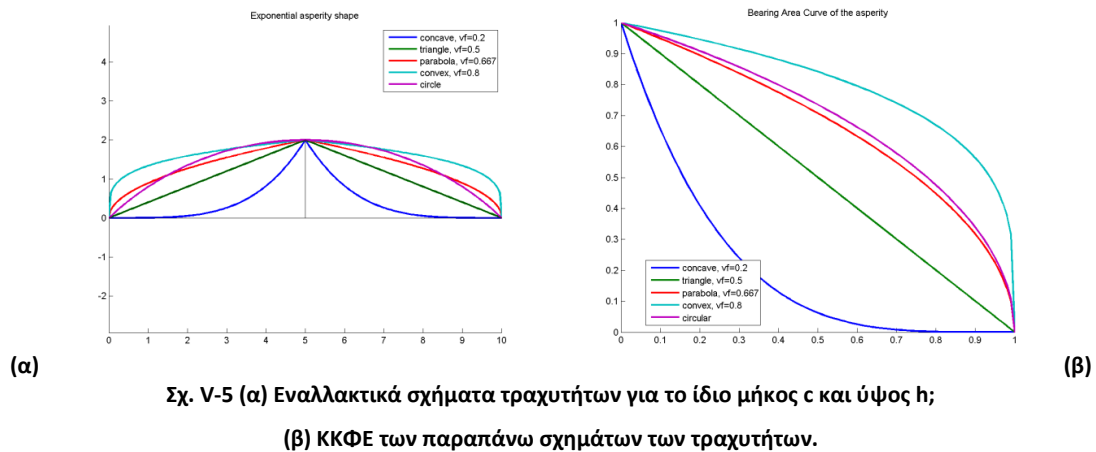
### (b) Πολυπαραμετρικό μοντέλο

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ένα απλό δισδιάστατο μοντέλο τραχυτήτων θα περιέγραφε ένα προφίλ με 2 παραμέτρους, το ύψος της κορυφής της κάθε τραχύτητας σε σχέση με τη μέση γραμμή του προφίλ  $z$  και την ακτίνα καμπυλότητας  $R$  της τραχύτητας. Μια αλληλεπίδραση μεταξύ δύο τέτοιων τραχυτήτων θα είχε επομένως 3 παραμέτρους: την αλληλοδιείσδυση  $dz$  και τις δύο ακτίνες  $R_1, R_2$ . Εφαρμόσαμε αυτό το σετ παραμέτρων στη μοντελοποίηση μας και συμπεράναμε ότι αποτυγχάνει να ικανοποιήσει μια αναγκαία συνθήκη για την ακριβή αναπαράσταση της τριβής ολίσθησης: η Καμπύλη Κατανομής της Φέρουσας Επιφάνειας (ΚΚΦΕ ή αλλιώς καμπύλη Abbott) για ένα δείγμα προσομοιωμένων τραχυτήτων δεν ταιριάζει στην ΚΚΦΕ του αρχικού προφίλ. Αυτό σημαίνει ότι για δεδομένο φορτίο, το διάκενο  $d$  μεταξύ των επιφανειών θα είναι διαφορετικό απ' ότι στην πραγματικότητα. Κάθε μοντέλο το οποίο χρησιμοποιεί ένα σχήμα τραχυτήτων, που έχει το ίδιο μια ανελαστική ΚΚΦΕ, έχει αυτό το μειονέκτημα. Τα μοντέλα με ελλειπτικές ή ελλειψοειδείς τραχύτητες διαθέτουν μια κάποια ευελιξία, ωστόσο πλήρης προσαρμογή της ΚΚΦΕ του μοντέλου τραχυτήτων στην ΚΚΦΕ του προφίλ μπορεί να επιτευχθεί μονάχα με σχήματα τραχυτήτων τα οποία δύνανται να είναι τόσο κοίλα όσο και κυρτά. Ποσοτικοποιήσαμε αυτήν την ιδιότητα του σχήματος της τραχύτητας ως το κλάσμα όγκου (volume fraction)  $vf$ , δηλαδή το λόγο του εμβαδού διατομής της τραχύτητας προς το εμβαδό του περιβάλλοντος παραλληλογράμμου (Σχ. V-5). Μια σφηνοειδής τραχύτητα έχει εξ' ορισμού  $vf=0.5$  και όλες οι ημισφαιρικές τραχύτητες έχουν  $vf=0.707$ . Αναζητώντας ένα παραμετρικό σχήμα το οποίο να μπορεί να καλύψει όλο το διάστημα  $(0, 1)$ , καταλήξαμε σε μια συνάρτηση τύπου ύψωσης σε εκθέτη (Εξ. V-2). Με την προσθήκη μιας παραμέτρου η οποία χαρακτηρίζει το κατά πόσο το σχήμα της τραχύτητας έχει τον κύριο όγκο του στο εμπρόσθιο ή το οπίσθιο μέρος, κάτι που επιλέξαμε να ποσοτικοποιήσουμε με τη σχετική θέση του κέντρου βάρους της διατομής της τραχύτητας  $cg$ , τότε η συνάρτηση που περιγράφει το σχήμα μιας τραχύτητας με ύψος  $h$  και μήκος  $c$  γράφεται ως:

$$\text{Εξ. V-2: } z(x) = \begin{cases} h \cdot x^{ku}, & x \leq c \cdot (1 + sq) \\ h \cdot (1 - x)^{ku}, & x > c \cdot (1 + sq) \end{cases}$$

$$\text{όπου } ku = \frac{1}{vf} - 1 \text{ και } sq = \begin{cases} 6 \cdot cg, & vf = 1/2 \\ \frac{2 \cdot cg}{|1 - 2 \cdot vf|}, & vf \neq 1/2 \end{cases}$$

είναι η κύρτωση και η λοξότητα της τραχύτητας αντίστοιχα.

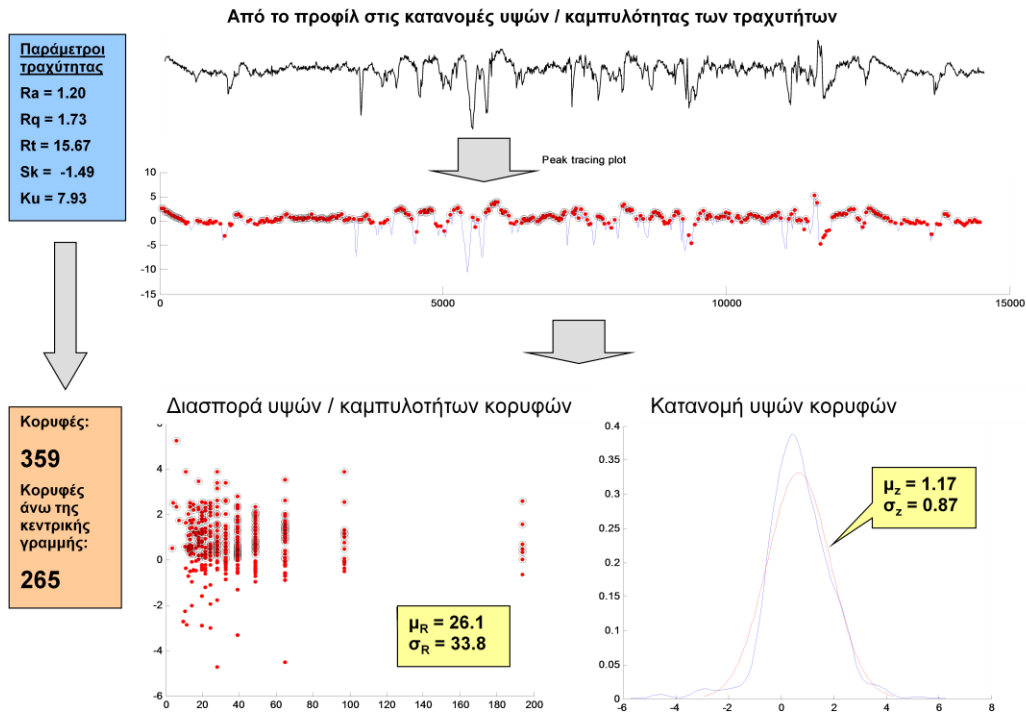


Μια τελευταία παράμετρος σχήματος της τραχύτητας που έχει σημασία για τη προσομοίωση είναι το μήκος της κοιλάδας που βρίσκεται πίσω από την τραχύτητα ( $x_{asp}$ ), το οποίο δεν επηρεάζει την προσομοίωση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των τραχυτήτων στη μικροκλίμακα, αλλά καθορίζει την απόσταση ολίσθησης η οποία μεσολαβεί μέχρι την επόμενη αλληλεπίδραση.

## Ενότητα 5.04 Εξαγωγή του δείγματος των τραχυτήτων

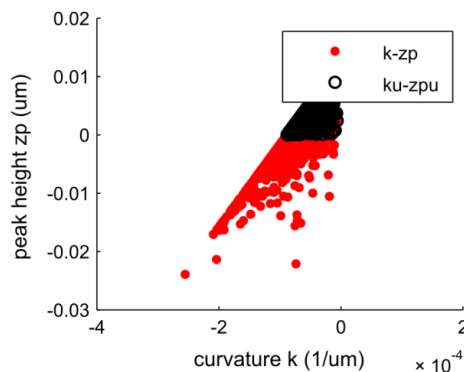
### (α) Τεχνικές χαρακτηρισμού του προφίλ επιφανείας

Η συμβατική αντιμετώπιση του προβλήματος χαρακτηρισμού του προφίλ επιφανείας συνίσταται στον εντοπισμό των τοπικών ακρότατων και στο διαχωρισμό του σε κορυφές τραχυτήτων και σε βάθη κοιλάδων, όπως φαίνεται στο Σχ. V-6.



Σχ. V-6 Σχηματικό διάγραμμα της συμβατικής μεθόδου εξαγωγής του δείγματος των τραχυτήτων.

Ωστόσο, η αντιμετώπιση αυτή είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη στη συχνότητα δειγματοληψίας του προφίλ και στην ύπαρξη θορύβου. Ο υπολογισμός της ακτίνας καμπυλότητας, των κορυφών, ακόμα και όταν γίνεται αναδειγματοληψία, με την παρεμβολή μιας κυβικής καμπύλης spline π.χ., καταλήγει σε ιδιαίτερα υψηλές τιμές οι οποίες τείνουν να μη έχουν συνεχή κατανομή. Επίσης εντοπίζει κορυφές τραχυτήτων σε σημεία κάτω από τη μέση γραμμή του προφίλ, τα οποία δεν επηρεάζουν το τριβικό πρόβλημα (Σχ. V-7).



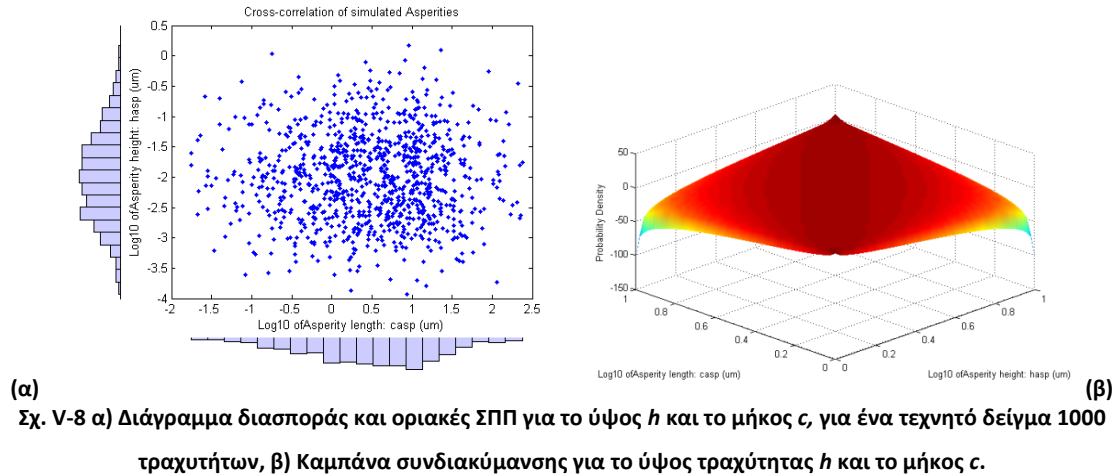
Σχ. V-7 Συσχέτιση ύψους και ακτίνας καμπυλότητας κορυφών με την κλασική προσέγγιση.

### (b) Πολυεπίπεδος χαρακτηρισμός του προφίλ

Στο 7-παραμετρικό μοντέλο που περιγράφηκε παραπάνω, ο πληθυσμός τραχυτήτων που προκύπτει έχει 5 παραμέτρους ( $h, c, v_f, c_g, x_{asp}$ ) με κατανομές οι οποίες είναι αλληλοσυσχετιζόμενες.

Προκειμένου να αποκομίσουμε ένα δείγμα αρκετά μεγάλο για την πραγματοποίηση μιας προσομοίωσης Monte Carlo ακολουθείται η εξής διαδικασία:

Οι οριακές Συναρτήσεις Κατανομής Πιθανότητας (ΣΚΠ) των παραμέτρων υπολογίζονται με χρήση μιας εκτιμήτριας συνεχούς πυρήνα (Σχ. V-8α). Η εκτίμηση γίνεται με τη βοήθεια της εκτίμησης του συνεχούς ιστογράμματος των Kolmogorov-Smirnoff (ksdensity), η οποία εφαρμόζεται στην ανάστροφη συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (ICDF). Η εκτιμήτρια είναι δεσμευμένη από τις ακραίες τιμές της ICDF και το εύρος του παραθύρου ορίζεται αυτομάτως.



Στη συνέχεια προσαρμόζεται στον πληθυσμό τραχυτήτων μια διπαραμετρική καμπάνα αλληλοσυσχέτισης (copula) για κάθε συνδυασμό παραμέτρων (δηλαδή 10 καμπάνες για 5 παραμέτρους) (Σχ. V-8β), έτσι ώστε να διατηρείται ο συντελεστής συσχέτισης κατάταξης του Kendall<sup>1</sup>,  $\tau$ . Με χρήση των οριακών ΣΚΠ και των καμπανών αλληλοσυσχέτισης, είμαστε σε θέση να παράγουμε ένα δείγμα τραχυτήτων όμοιων με αυτές του αρχικού προφίλ, σε οποιαδήποτε ποσότητα επιθυμούμε.

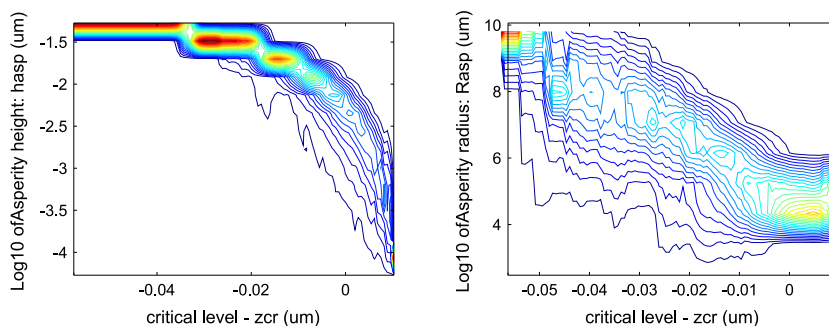
<sup>1</sup> Έστω  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  είναι ένα σύνολο ζευγών παρατηρήσεων από δύο τυχαίες μεταβλητές  $X$  και  $Y$  αντίστοιχα, έτσι ώστε όλες οι τιμές των  $(x_i)$  και  $(y_i)$  να είναι μοναδικές. Ένα ζεύγος παρατηρήσεων  $(x_i, y_i)$  και  $(x_j, y_j)$  λέγεται ότι είναι σε συμφωνία (concordant) αν οι κατατάξεις και για τα δύο στοιχεία είναι ίδιες: δηλαδή αν ισχύει συγχρόνως  $x_i > x_j$  και  $y_i > y_j$  ή  $x_i < x_j$  και  $y_i < y_j$ . Λέγεται ότι είναι σε ασυμφωνία (discordant) αν  $x_i > x_j$  και  $y_i < y_j$  ή αν  $x_i < x_j$  και  $y_i > y_j$ . Αν  $x_i = x_j$  ή  $y_i = y_j$ , το ζεύγος δεν είναι τίποτε από τα δύο.

Ο συντελεστής  $\tau$  του Kendall ορίζεται ως: 
$$\tau = \frac{n_{con} - n_{dis}}{\frac{1}{2}n(n-1)} \quad [8]$$

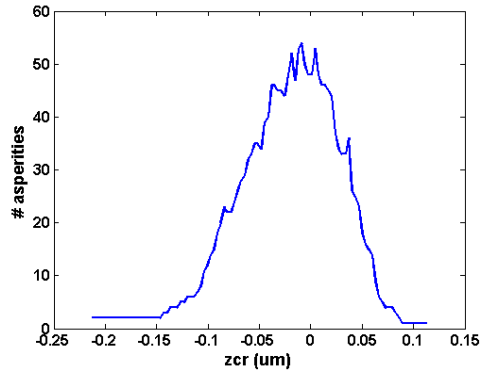


Μια ακόμα επιπλοκή προκύπτει από το γεγονός ότι οι πληθυσμοί τραχυτήτων που εμπλέκονται στην τριβή μεταβάλλονται καθώς αλλάζει το διάκενο μεταξύ των προφίλ. Όταν τα φορτία αυξάνονται και τα διάκενα μειώνονται, οι πολλές μικρές ζώνες επαφής που υπάρχουν αρχικά συνενώνονται σε λιγότερες και μεγαλύτερες. Συνεπώς, αυτό που μπορεί να οριστεί ως μια μοναδική τραχύτητα στα πλαίσια μιας μοναδικής αλληλεπίδρασης μεταξύ τραχυτήτων (δύο τμήματα του προφίλ των αντιτιθέμενων επιφανειών τα οποία βρίσκονται σε συνεχή επαφή για δεδομένη απόσταση ολίσθησης), μεταβάλλεται παρομοίως. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό στους ερευνητές της μηχανικής των επαφών και γι' αυτό διάφορες διορθώσεις στα κλασσικά μοντέλα μηχανικής των επαφών έχουν προταθεί [3,9,10]. Οι διορθώσεις αυτές επικεντρώνονται στην ακριβή πρόγνωση του κατακερματισμού της πραγματικής επιφάνειας επαφής και της ελαστικότητας της επαφής, όμως έχουν συνταχθεί με βάση την προοπτική της αναλυτικής και όχι της αριθμητικής ολοκλήρωσης.

Η προσέγγιση η οποία προτείνεται εδώ είναι πιο εμπειρική. Μετατρέποντας ένα συνεχές προφίλ σε ένα δείγμα τραχυτήτων επιλέγουμε ένα κρίσιμο ύψος ως προς τη μέση γραμμή του προφίλ ( $z_{cr}$ ) και προσαρμόζουμε την παραμετρική συνάρτηση μορφής σε κάθε τμήμα του προφίλ το οποίο προεξέχει επάνω από αυτό το ύψος (Σχ. V-9, Σχ. V-10). Ο αριθμός των τραχυτήτων ( $n_{asp}$ ) που προκύπτει καθ' αυτόν τον τρόπο ακολουθεί σε γενικές γραμμές την Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας των θέσεων των κορυφών των τραχυτήτων όπως προσδιορίζεται με την κλασσική μέθοδο. Ο αριθμός αυτός αυξάνεται με το  $z_{cr}$  από μονάδα σε ύψη κοντά στο κατώτατο σημείο του προφίλ (όπου ολόκληρο το προφίλ εκφυλίζεται σε μία και μοναδική τραχύτητα), σε ένα μέγιστο κάπου πάνω από τη μέση γραμμή και τελικά μειώνεται καθώς οι υψηλότερες τραχύτητες είναι σπανιότερες (Σχ. V-10). Καθώς δε μπορούμε να υποθέσουμε εκ των προτέρων ποια θα είναι τα κρίσιμα επίπεδα για τα δύο εμπλεκόμενα προφίλ, οι οριακές ΣΚΠ και οι αντίστοιχες καμπάνες πρέπει να υπολογιστούν για ένα μεγάλο εύρος κρίσιμων επιπέδων για κάθε επανάληψη της προσομοίωσης ολίσθησης. Για επίπεδα όπου το προφίλ έχει 1 ή 2 τραχύτητες, δεν μπορεί να υπολογιστεί αλληλοσυσχέτιση των παραμέτρων και οι σχέσεις μεταξύ των οριακών ΣΚΠ, ακόμα κι' αν ο κινητός πυρήνας εισάγει κάποια στοχαστικότητα, είναι ντετερμινιστικές. Εντούτοις τα επίπεδα αυτά θα πρέπει λογικά να βρίσκονται εκτός του φυσιολογικού εύρους μέσα στο οποίο κυμαίνονται οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των προφίλ.



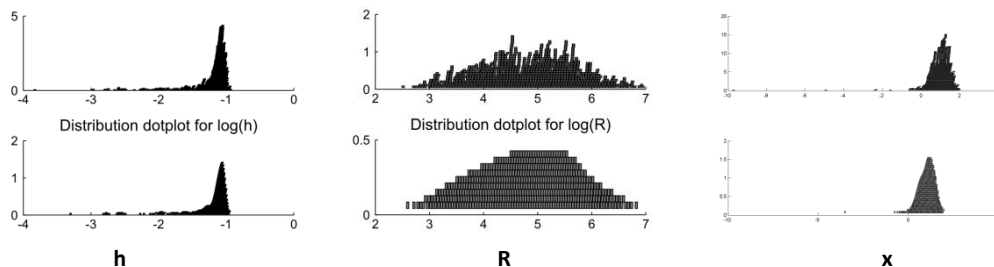
Σχ. V-9 Συνδυαστικά ιστογράμματα ύψους και ακτίνας τραχύτητας για διάφορα κρίσιμα επίπεδα.



Σχ. V-10 Αριθμός τραχυτήτων συναρτήσει του ύψους του κρίσιμου επιπέδου.

### (c) Γένεση δείγματος τραχυτήτων από πολυεπίπεδες κατανομές

Κατασκευάστηκε δειγματολήπτης (sampler), ο οποίος ανατρέχει στο ζητούμενο υψομετρικό επίπεδο αναφοράς και χρησιμοποιώντας τις οριακές κατανομές και τις καμπάνες αλληλεξάρτησής των παραμέτρων, εξάγει πολυπαραμετρικό δείγμα δεδομένου μεγέθους. Ο δειγματολήπτης αυτός καλείται από τον προσομοιωτή (simulator), όταν αυτός δε διαθέτει έτοιμο δείγμα τραχυτήτων για το επίπεδο στο οποίο λειτουργεί. Ο δειγματολήπτης παράγει γενικά μεγαλύτερο δείγμα (20 χιλιάδες τραχύτητες) από αυτό που χρειάζεται ο προσομοιωτής (1000-5000 τραχύτητες), οπότε ο προσομοιωτής λαμβάνει μέρος του έτοιμου δείγματος με τυχαία δειγματοληψία.



Σχ. V-11 Σημειογράμματα (dotplots) των  $h, R, x$ , καταδεικνύουν την πιστότητα του πληθυσμού και δείγματος.

Η πιστότητα του προσομοιωμένου δείγματος προς αυτό που έχει εξαχθεί ως πληθυσμός απευθείας από ένα προφίλ είναι εν γένει ικανοποιητική (Σχ. V-11).

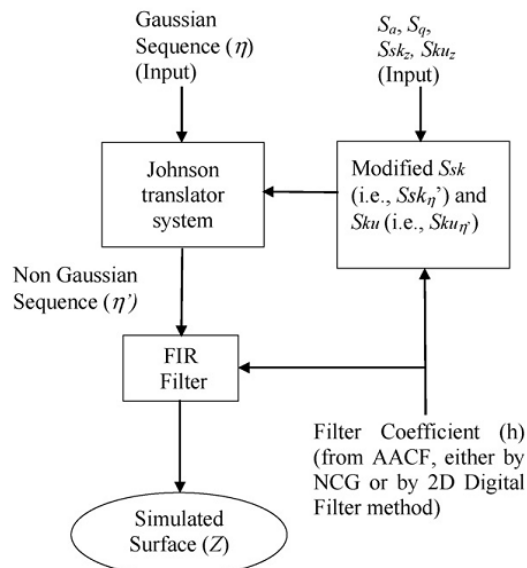
### (d) Πραγματικά και προσομοιωμένα προφίλ

Παραπάνω περιγράφηκε η διαδικασία εξαγωγής του πληθυσμού των τραχυτήτων από ένα πραγματικό δείγμα προφίλ επιφανείας. Συνήθως όμως, τα στοιχεία που διατίθενται για τις επιφάνειες που εξετάζονται είναι πολύ λιγότερα. Κρίθηκε απαραίτητη επομένως η δημιουργία μιας γεννήτριας προφίλ από τα βασικά προφίλομετρικά μεγέθη. Τα μεγέθη αυτά είναι (για 2D προφίλ):

- Η μέση τραχύτητα,  $R_a$ .

- Η RMS τραχύτητα,  $R_q$ .
- Η λοξότητα,  $R_{sq}$ .
- Η κύρτωση,  $R_{ku}$ .
- Το μήκος αυτοσυσχέτισης,  $\lambda$ .

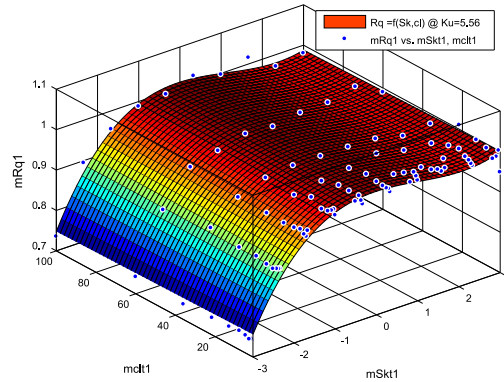
Στη βιβλιογραφία, χρησιμοποιούνται διάφορες τεχνικές για τις γεννήτριες προφίλ. Οι κυριότερες είναι η μέθοδος αυτοπαλινδρόμησης κινητού μέσου (Autoregressive Moving Average – ARMA) [11], η μέθοδος μη-γραμμικής συζευγμένης βαθμίδας (Non-linear Conjugate Gradient Method - NCGM) [12] και η μέθοδος ψηφιακού φίλτρου [13]. Οι δύο τελευταίες ξεκινούν με βάση μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών, η οποία παράγει μια γκαουσιανή κατανομή υψών του προφίλ. Η κατανομή αυτή μετασχηματίζεται με ένα σύστημα μετάφρασης όπως αυτό του Johnson ή του Pearson, έτσι ώστε να έχει δεδομένες  $R_a$ ,  $R_q$ ,  $R_{sk}$ ,  $R_{ku}$ . Η κατανομή αυτή μετασχηματίζεται με ένα ψηφιακό φίλτρο (FIR ή FFT) σε μία η οποία να έχει την απαιτούμενη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, ή πιο απλά το απαιτούμενο μήκος αυτοσυσχέτισης  $\lambda$ , δεδομένου ότι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι εκθετικής ή γκαουσιανής μορφής. Εναλλακτικά μπορεί να ζητείται συγκεκριμένη συνάρτηση δομής (structure function),  $S(\tau)$  ή συγκεκριμένος εκθέτης Hurst<sup>2</sup>,  $H$ . Έπειτα από το μετασχηματισμό, οι παράμετροι της κατανομής ύψους του προφίλ θα έχουν μεταβληθεί, οπότε ζητούμενο είναι η μεταβολή των τιμών τους που θα εισαχθούν στο μεταφραστή, έτσι ώστε το αποτέλεσμα του φιλτραρίσματος να συγκλίνει στις ζητούμενες τιμές. (Σχ. V-12) Η μέθοδος NCGM εμφανίζει καλύτερη πιστότητα στις ζητούμενες παραμέτρους αλλά είναι ιδιαίτερα απαιτητική υπολογιστικά.



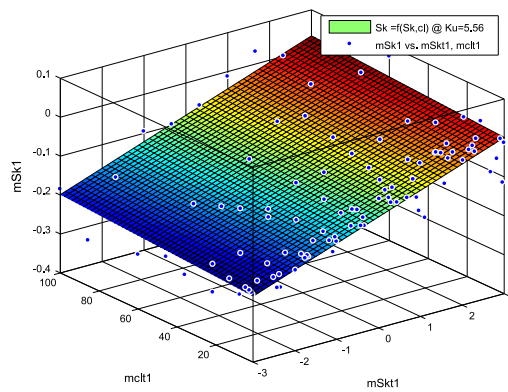
Σχ. V-12 Γενικευμένη ροή υπολογισμών της γεννήτριας προφίλ.

<sup>2</sup> Ο εκθέτης Hurst χαρακτηρίζει την αυτομοιότητα ενός ψηφιακού σήματος και είναι ισοδύναμος της διάστασης fractal,  $\gamma$ , ως εξής:  $H = 2 - \gamma$

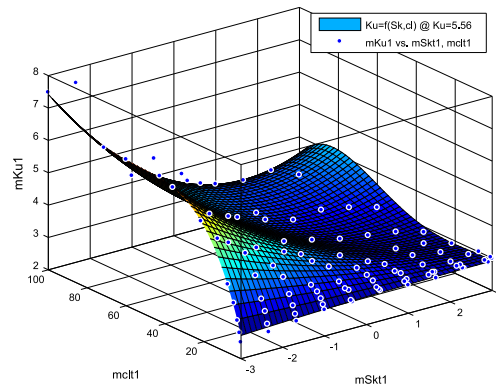
Η παρούσα υλοποίηση βασίζεται στη μέθοδο ψηφιακού φίλτρου. Για το μεταφραστή χρησιμοποιείται το σύστημα κατανομών Pearson και για το φίλτρο ο μετασχηματισμός FFT με εκθετική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Ο αλγόριθμος περιγράφεται στο [14]. Η σύγκλιση επιτυγχάνεται με τη βοήθεια χαρτογράφησης της αντιστοιχίας εισαγόμενων – εξαγόμενων παραμέτρων του προφίλ. (Σχ. V-13, Σχ. V-14, Σχ. V-15) Η αρχική εκτίμηση των απαιτούμενων τιμών γίνεται με βάση τη χαρτογράφηση και στη συνέχεια ακολουθεί επαναληπτική διαδικασία μέχρι τη σύγκλιση.



Σχ. V-13 Οι τιμές της  $R_q$  που παράγει η γεννήτρια, συναρτήσει των  $R_{sq}$  λ, για δεδομένη  $R_{ku}$ .



Σχ. V-14 Οι τιμές της  $R_{sk}$  που παράγει η γεννήτρια, συναρτήσει των  $R_{sq}$  λ, για δεδομένη  $R_{ku}$ .



Σχ. V-15 Οι τιμές της  $R_{ku}$  που παράγει η γεννήτρια, συναρτήσει των  $R_{sq}$ ,  $\lambda$ , για δεδομένη  $R_{ku}$ .

Στον Πίν. 2 φαίνονται τα χαρακτηριστικά τραχύτητας για 4 δείγματα προφίλ από σιλωμένες σφαίρες από  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . Οι υπολογισμένες τιμές των χαρακτηριστικών για τα προφίλ που προέκυψαν από τη γεννήτρια έχουν πολύ καλή ταύτιση με τις μετρημένες πειραματικά τιμές (από τους Kang et. al. [15]). Μόνη εξαίρεση είναι η κύρτωση η οποία έχει χαμηλή πιστότητα, κάτι αναμενόμενο καθώς πρόκειται για την υψηλότερης τάξης ροπή του προφίλ. Γενικότερα, όσο υψηλότερη είναι η κύρτωση, τόσο δυσχεραίνεται η πιστή αναπαραγωγή των χαρακτηριστικών του προφίλ.

Πίν. 2 Σύγκριση των πειραματικών με τα τεχνητά προφίλ. Όλα τα μεγέθη είναι σε  $\mu\text{m}$ .

Δείγμα	A	B	C	D
$R_{qr}$ , exp	0,006	0,027	0,003	0,003
$R_{qr}$ , gen	0,006	0,028	0,003	0,003
$\lambda$ , exp	25	28	27	34
$\lambda$ , gen	25,5	28,5	27,5	36,5
$R_{sk}$ , exp	-1,8	-1,3	0,2	3,1
$R_{sk}$ , gen	-1,6	-1,3	0,0	0,8
$R_{ku}$ , exp	11,2	6,8	29,4	34,7
$R_{ku}$ , gen	7,1	5,0	3,8	4,5

## Ενότητα 5.05 Χαρτογράφηση

Όταν δύο παραμετρικοί πληθυσμοί τραχυτήτων αλληλεπιδρούν, οι αλληλεπιδράσεις αυτές σχηματίζουν ένα δικό τους πληθυσμό, με παραμέτρους οι οποίες προκύπτουν από ένα συνδυασμό των δύο σετ παραμέτρων. Δύο 5-παραμετρικοί πληθυσμοί ( $h$ ,  $c$ ,  $\nu f$ ,  $cg$ ,  $x_{asp}$ ) θα συνδυαστούν επομένως σε έναν 7-παραμετρικό πληθυσμό αλληλεπιδράσεων ( $dz$ ,  $c_1/dz$ ,  $c_2/dz$ ,  $\nu f_1$ ,  $\nu f_2$ ,  $cg_1$ ,  $cg_2$ ). Οι

ποιοτικές παράμετροι όπως το  $\nu f$  θα μεταφερθούν ως έχουν. Οι ποσοτικές παράμετροι ωστόσο θα πρέπει προηγουμένως να αδιαστατοποιηθούν (το μήκος τραχύτητας  $c$  να διαιρεθεί με την αλληλοδιείσδυση  $dz$ ) ή να χρησιμοποιηθούν έμμεσα: προκειμένου να προσδιοριστούν τα προς χρήση κρίσιμα επίπεδα, το ύψος τραχύτητας  $h$  επιλέγεται να είναι ίσο και για τις δύο τραχύτητες και ανάλογο της αλληλοδιείσδυσης  $dz$ . Το  $cg$  χρειάζεται να μετασχηματιστεί σε λοξότητα ( $sq$ ) για τη χαρτογράφηση, καθώς το  $sq$  είναι ανεξάρτητο του  $\nu f$  και χαρτογραφείται στο διάστημα  $(-1,1)$ , ενώ το  $cg$  είναι εξαρτώμενο του  $\nu f$ . Τέλος, το μήκος κοιλάδας ( $\chi_{asp}$ ) χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της προσομοιωμένης απόστασης ολίσθησης για κάθε τραχύτητα (και θα μπορούσε επίσης να χρησιμοποιηθεί για υπολογισμούς θερμικής διάχυσης στη μικροκλίμακα).

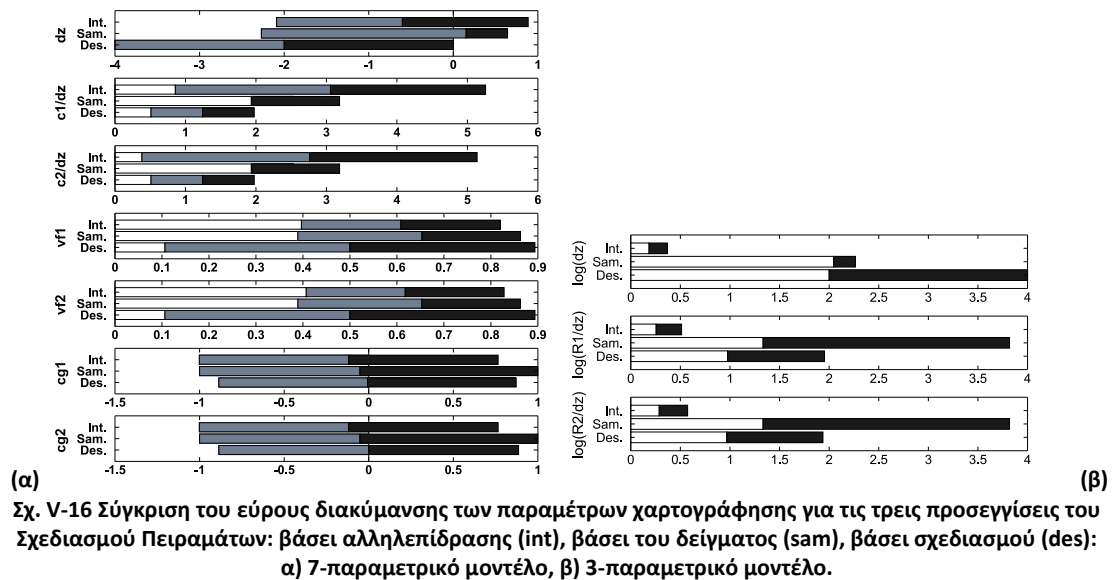
### (a) Σχεδιασμός του χώρου παραμέτρων

Ανάλογα με τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους, χρειάζεται να υλοποιηθεί ένας κατάλληλος Σχεδιασμός Πειραμάτων (Design of Experiments - DOE), έτσι ώστε οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ τραχυτήτων που αναμένεται να συμβούν κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης να βρεθούν εντός των ορίων της χαρτογράφησης. Οι αλληλεπιδράσεις θα μπορούσαν να χαρτογραφηθούν με τόσο πλατιά περιθώρια, ώστε να βεβαιωθούμε ότι ολόκληρος ο πληθυσμός τους δεν κινδυνεύει να βρεθεί εκτός ορίων. Όμως αυτή η προσέγγιση θα είχε ως συνέπεια είτε μειωμένη ακρίβεια χαρτογράφησης είτε αυξημένο όγκο προσομοιώσεων. Έχει επίσης παρατηρηθεί ότι, όταν οι κλίμακες των παραμέτρων έχουν μεγάλο εύρος, οι ακραίες περιπτώσεις προκαλούν μεγάλες δυσκολίες στους αλγόριθμους αυτοματοποιημένης προεπεξεργασίας καθώς και αστάθεια στην επίλυση από τον αριθμητικό επιλυτή του μοντέλου μικροκλίμακας.

Μια δεύτερη προσέγγιση είναι να προβλέψουμε τα πιθανά εύρη των παραμέτρων υπολογίζοντας τα οριακά επίπεδα σημαντικότητας για τις οριακές ΣΚΠ οι οποίες έχουν ήδη εξαχθεί από τα δείγματα των επιφανειών. Η προσέγγιση αυτή περιπλέκεται λόγω της ύπαρξης των πολυεπίπεδων υπολογισμών που περιγράψαμε παραπάνω. Τα εύρη των παραμέτρων για πολλαπλά επίπεδα είναι εύκολο να υπολογιστούν, όμως οι συνδυασμοί εκείνοι των επιπέδων που είναι απίθανοι πρέπει να αποκλειστούν, προκειμένου να αποτραπεί η αναίτια διεύρυνση του εύρους διακύμανσης των παραμέτρων. Το μειονέκτημα της προσέγγισης αυτής είναι ότι ο χάρτης δεν πρόκειται να είναι χρήσιμος για όλες τις επιφάνειες του ίδιου υλικού. Με άλλα λόγια, ο χάρτης θα δεσμεύεται από την ποιότητα της επιφάνειας.

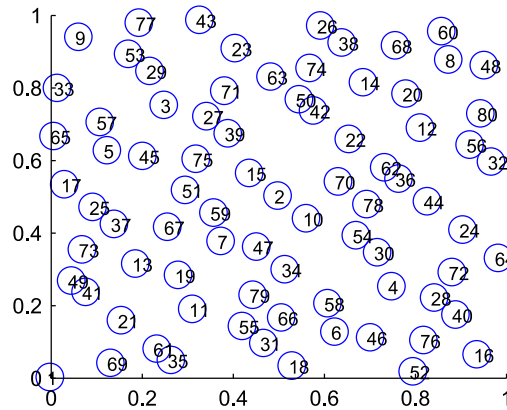
Μια τρίτη προσέγγιση είναι να υπολογίσουμε τις πραγματικές αλληλεπιδράσεις των τραχυτήτων, ακριβώς όπως θα πραγματοποιηθούν στο πρώτο βήμα της προσομοίωσης Monte Carlo, να εξαγάγουμε το εύρος των παραμέτρων και να το διευρύνουμε σε εύλογο βαθμό, έτσι ώστε να συμπεριλάβουμε την αναμενόμενη μετάπτωσή του κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Η προσέγγιση αυτή αποδίδει το στενότερο εύρος παραμέτρων, όμως θα αποτύχει αν τα προφίλ που αλληλεπιδρούν δεν έχουν υποστεί αρχική φθορά και πρόκειται να μεταβληθούν δραστικά εντός ολίγων κύκλων προσομοίωσης. Επίσης αυτή η προσέγγιση περιορίζεται ακόμα περισσότερο από εκείνη που

βασίζεται στο δείγμα, καθώς περιορίζει τη χρησιμότητα του χάρτη σε ένα περιορισμένο εύρος φορτίων αλλά και σε περιορισμένες τιμές τραχύτητας.



Το εύρος των παραμέτρων, όπως συντάσσεται χρησιμοποιώντας τις τρεις αυτές προσεγγίσεις, για το ίδιο δείγμα και πληθυσμό που εμφανίζεται και παραπάνω, παρατίθεται στο Σχ. V-16. Φαίνεται ότι η χαρτογράφηση βάσει σχεδίου ενδέχεται να αποκλίνει τελείως από τα πραγματικά εύρη των παραμέτρων, ειδικά για εκείνες τις παραμέτρους που είναι ποσοτικές ( $dz$ ,  $c_1/dz$ ,  $c_2/dz$ ). Παρατηρούμε επίσης πως μια προσέγγιση που βασίζεται στα δείγματα μπορεί να οδηγήσει σε πολύ μεγάλο εύρος όταν δεν περιορίζεται επαρκώς (στην περίπτωση αυτή 5% επίπεδο σημαντικότητας, χρήση του κεντρικού 50% των κρίσιμων επιπέδων).

Έπειτα από την επιλογή του εύρους των παραμέτρων, το είδος του Σχεδιασμού Πειραμάτων το οποίο θα υλοποιηθεί μπορεί να περιλαμβάνει οποιονδήποτε από τους γνωστούς τύπους. Σε αρχικό στάδιο, υλοποιήθηκε ένας απλός σταυρός Taguchi (χωρίς συνδιακύμανση των παραμέτρων) αρχικά, έτσι ώστε να εκτιμηθεί το ποιες παράμετροι επηρεάζουν κατά κύριο λόγο το αποτέλεσμα (τη φθορά και την τριβή), επαυξημένος στη συνέχεια σε έναν πλήρη παραγοντικό σχεδιασμό. Για χαρτογράφηση μεγάλης κλίμακας όμως, συνιστανται άλλοι, πιο οικονομικοί σχεδιασμοί: π.χ. Κεντροσύνθετοι Σχεδιασμοί (Central Composite Designs), Λατινικοί Υπερκύβοι (Latin Hypercubes), όπως και άλλα ψευδοτυχαία σημειοσύνολα, τα οποία να επιτρέπουν την ομοιόμορφη κάλυψη του χώρου χαρτογράφησης με έναν αυξανόμενο αριθμό πειραματικών σημείων, μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή πυκνότητα χαρτογράφησης. Ένα τέτοιο σύνολο, το οποίο χρησιμοποιήσαμε στη χαρτογράφησή μας είναι το σημειοσύνολο Sobol [16]. Η ακολουθία των σημείων του συνόλου Sobol φαίνεται σχηματικά, για δύο διαστάσεις, στο Σχ. V-17.



Σχ. V-17 Αναπαράσταση των πρώτων 80 σημείων της ακολουθίας Sobol στις 2Δ.

### (b) Ακρίβεια παρεμβολής και πυκνότητα χαρτογράφησης

Προκειμένου να είναι χρήσιμοι για παρεμβολή τυχαίων σημείων, τέτοιο χάρτες πρέπει να «στοιχηθούν», δηλαδή να προβληθούν σε ένα μονότονο και δεξιόστροφο πλέγμα συντεταγμένων, όπως αυτό που χρησιμοποιούν οι πλήρως παραγοντικοί σχεδιασμοί. Ένα τέτοιο ενδιαμέσο βήμα εισάγει ένα επιπλέον σφάλμα στην αλυσίδα υπολογισμών, κυρίως επειδή ιδιαίτερα λεπτομερείς διακριτοποιήσεις είναι ανέφικτες σε πολυδιάστατους χώρους, αλλά και λόγω της τάξης της παρεμβολής. Το στάδιο αυτό μπορεί να παρακαμφθεί με την άμεση προσαρμογή ενός «παρένθητου μοντέλου» (surrogate model) στα δεδομένα. Η παρένθητη μοντελοποίηση μπορεί να επιτευχθεί με πολλές τεχνικές, όπως είναι τα Piecewise Polynomials, το Kriging, τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (Artificial Neural Networks) και τα Support Vector Machines.

### (c) Συναρτήσεις Ακτινικής Βάσης

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, υλοποιήσαμε μια παρεμβολή βασισμένη σε Συναρτήσεις Ακτινικής Βάσης (Radial Basis Functions - RBFs). Η μέθοδος αυτή λειτουργεί με την ίδια περίπου λογική με τη μέθοδο SPH η οποία αναπτύσσεται παρακάτω: οι ζητούμενες ποσότητες προκύπτουν με παρεμβολή από τις τιμές στους εγγύτερους γείτονες, σταθμισμένες με τη νόρμα  $1^{ns}$  τάξης του διανύσματος απόστασης  $r$ , μέσω μιας ακτινικής συνάρτησης πυρήνα [17]. (Εξ. V-3)

$$\text{Εξ. V-3: } f(x) = c_0 + c_1 x + \sum_{i=1}^n \lambda_i f(r_i)$$

$$r_i = |x - x_i|$$

Στη χαρτογράφησή μας χρησιμοποιήσαμε κυβικές και «κελυφοειδείς» (thinplate) RBFs:

- Κυβική:  $f(r) = r^3$

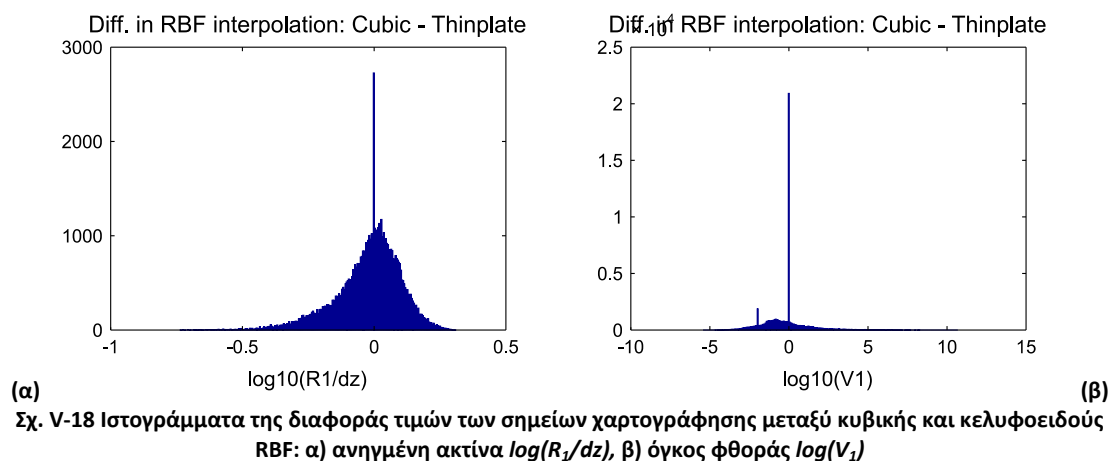


- Κελυφοειδής:  $f(r) = r^2 \ln(r+1)$

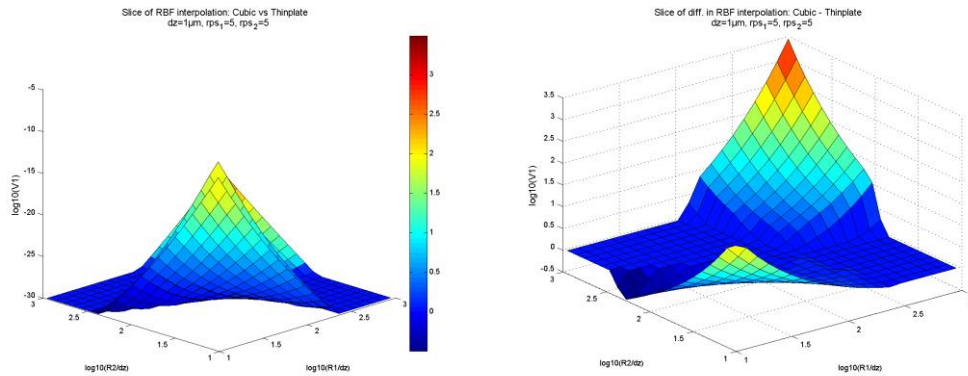
Και οι δύο μέθοδοι έχουν το πλεονέκτημα ότι δε χρειάζεται να γνωρίζουμε εκ των προτέρων την πυκνότητα των σημείων προτού να τις εφαρμόσουμε. Οι κελυφοειδείς RBFs έχουν μια ακτίνα ισχυρής επίδρασης γύρω από κάθε σημείο και η επίδρασή τους μειώνεται σημαντικά μακριά από αυτό. Εξετάζοντας τη συμπεριφορά τους κατά τη χαρτογράφηση, καταλήξαμε στο ότι η χρήση της κυβικής διατύπωσης είναι προτιμότερη. Οι αποκλίσεις που τυπικά συναντάμε φαίνονται στον Πίν. 3, συγκρινόμενες με το μέγιστο εύρος της κλίμακας της χαρτογράφησης για κάθε μεταβλητή (5-παραμετρικό μοντέλο). Παρατηρούμε σημαντική διακύμανση κυρίως στους όγκους, αλλά το σφάλμα προέρχεται κυρίως από τις περιοχές με πολύ μικρούς όγκους φθοράς<sup>3</sup> Στο Σχ. V-18, Σχ. V-19 φαίνονται χαρακτηριστικά ιστογράμματα τους (από τη χαρτογράφηση φθοράς εκτριβής  $\text{Si}_3\text{N}_4$ - $\text{Si}_3\text{N}_4$ ).

Πίν. 3 Αποκλίσεις μεταξύ κυβικής και κελυφοειδούς RBF.

Πείραμα	χάρτης εύρος	$\text{Si}_3\text{N}_4$	εκτριβή	WC-CO	εκτριβή	$\text{ZrO}_2$	εκτριβή	M.O.	M.O.
		διαφ.	διαφ.%	διαφ.	διαφ.%	διαφ.	διαφ.%		
log(V1)	27	1,45	5,4%	1,40	5,2%	1,40	5,2%	1,42	5,2%
log(V2)	27	1,52	5,6%	1,42	5,3%	1,42	5,3%	1,45	5,4%
log(Fx)	15	0,29	2,0%	0,33	2,2%	0,28	1,9%	0,30	2,0%
log(Fz)	15	0,42	2,8%	0,42	2,8%	0,41	2,7%	0,42	2,8%
log(ds)	4,5	0,02	0,4%	0,02	0,4%	0,02	0,4%	0,02	0,4%
log(R1/dz)	2,5	0,12	4,9%	0,12	4,9%	0,13	5,4%	0,13	5,1%
log(R2/dz)	7	0,29	4,1%	0,33	4,8%	0,33	4,7%	0,32	4,5%
rps1	15	0,64	4,3%	0,62	4,1%	0,56	3,7%	0,60	4,0%
rps2	15	0,99	6,6%	0,99	6,6%	0,89	5,9%	0,96	6,4%
<b>M.O.</b>		<b>0,64</b>	<b>4,0%</b>	<b>0,63</b>	<b>4,0%</b>	<b>0,61</b>	<b>3,9%</b>	<b>0,62</b>	<b>4,0%</b>



<sup>3</sup> Λόγω της μετατροπής το μηδενικού όγκου φθοράς από το μικρομοντέλο, με τη λογαρίθμηση στην τιμή  $10^{-30}$ .



(α) (β)  
**Σχ. V-19** Χαρτογράφηση της απόκλισης μεταξύ κυβικής και κελυφοειδούς RBF για τον όγκο φθοράς  $\log(V_1)$ : α) συγκριτικά οι δύο τιμές της μεταβλητής, β) η τιμή της διαφοράς (επίσης σε χρωματική κλίμακα και στα δύο σχήματα).

#### (d) Επαναχарτογράφηση

Αν τα σημεία όπου θέλουμε να κάνουμε χρήση της χαρτογράφησης είναι πολλά, η μέθοδος RBF έχει ένα κάποιο υπολογιστικό κόστος. Στην περίπτωση αυτή, μπορεί μεταξύ της κατασκευής των RBF και της τελικής χρήσης του χάρτη να παρεμβληθεί και ένα βήμα χαρτογράφησης με κανονικό  $n$ -διάστατο πλέγμα. Η ακρίβεια της χαρτογράφησης αξιολογείται από την RMS τιμή του σφάλματος της χαρτογράφησης, δηλαδή της διαφοράς μεταξύ της τιμής  $X_{int}$  που προκύπτει από την  $n$ -διάστατη παρεμβολή των σημείων που έχουν υπολογιστεί με ένα κανονικό πλέγμα και της τιμής  $X_{rbf}$  που προκύπτει από την παρεμβολή με μια RBF. Η τιμή του σφάλματος ανάγεται ως προς τη μέση τιμή της κάθε μεταβλητής σε όλη τη χαρτογράφηση.

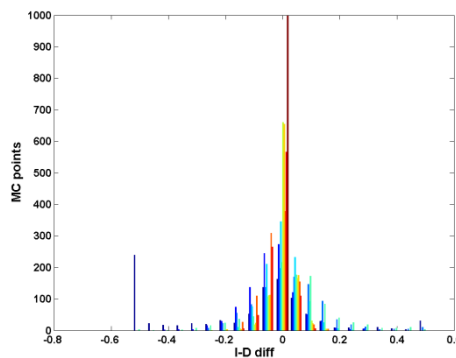
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i^{(int)} - X_i^{(rbf)})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i^{(rbf)})^2}}$$

Στον Πίν. 4 φαίνονται οι τιμές του RMSE για διάφορες χαρτογραφήσεις που πραγματοποιήθηκαν. Το σφάλμα είναι ιδιαίτερα σταθερό και κυμαίνεται στο 10% για τις μεταβλητές κατάστασης και στο 5% για τις μεταβλητές εξόδου. Η διαφορά έγκειται στην επιβολή ανώτατου και κατώτατου ορίου, τα οποία επιβάλλονται στις μεν αλλά όχι στις δε. Η μεταβλητή  $ds$  (απόσταση ολίσθησης) δεν έχει σφάλμα γιατί προσδιορίζεται αλγοριθμικά και όχι από το ίδιο το μοντέλο μικροκλίμακας.

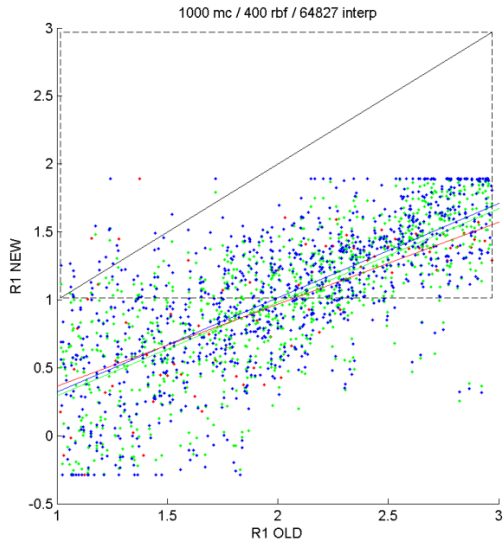
Πίν. 4 RMSE μεταξύ χαρτογράφησης παρεμβολής και RBF.

Πείραμα	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	εκτριβή	WC-CO	εκτριβή	ZrO <sub>2</sub>	εκτριβή	M.O.	M.O.
RBF τύπος	th	cu	th	cu	th	cu	th	cu
R1	10,3%	10,1%	9,7%	9,5%	10,4%	10,6%	10,1%	10,1%
R2	12,1%	11,4%	11,8%	12,8%	13,0%	13,5%	12,3%	12,6%
rps1	7,0%	6,2%	6,2%	6,2%	5,9%	5,9%	6,3%	6,1%
rps2	13,1%	14,5%	12,4%	14,0%	11,6%	12,9%	12,4%	13,8%
V1	3,9%	3,7%	3,9%	3,8%	4,3%	4,0%	4,0%	3,9%
V2	4,2%	3,9%	4,0%	3,8%	4,1%	3,8%	4,1%	3,8%
Fz	6,3%	5,0%	6,5%	5,5%	6,2%	5,3%	6,4%	5,3%
Fx	4,4%	3,4%	4,7%	3,8%	4,7%	4,0%	4,6%	3,7%
ds	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%
M.O.	10,9%	10,8%	11,3%	11,1%	11,1%	10,8%	11,1%	10,9%

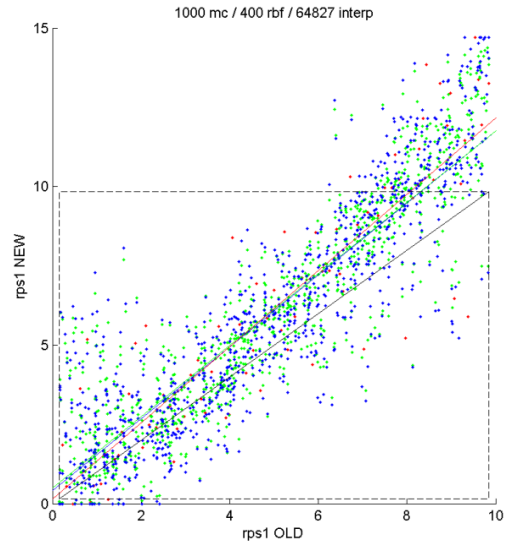
Στο Σχ. V-20 φαίνεται γραφικά το είδος της κατανομής της απόκλισης, η οποία έχει υψηλή κύρτωση για όλες τις μεταβλητές, δηλαδή η ακρίβεια είναι πολύ καλή για τη συντριπτική πλειοψηφία των σημείων και κακή για λίγα από αυτά.

Σχ. V-20 Ιστόγραμμα των αποκλίσεων των τιμών  $X_{int}$  από τις  $X_{rbf}$  (ZrO<sub>2</sub>/ZrO<sub>2</sub>, εκτριβή).

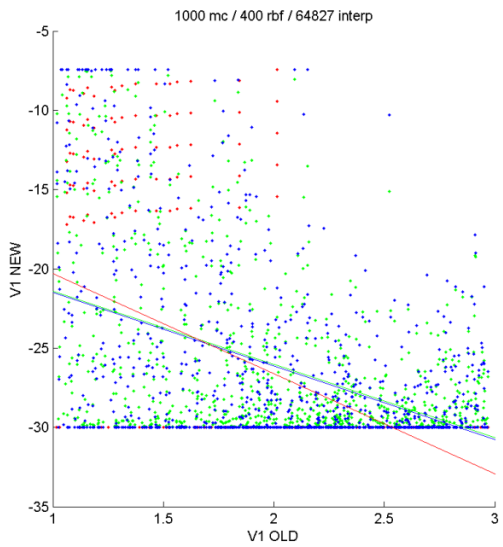
Στα Σχ. V-21 μπορεί να εκτιμηθεί οπτικά η πιστότητα παρεμβολής ενός δείγματος Monte Carlo στα σημεία του χάρτη απευθείας, με κελυφοειδείς RBFs, και εμμέσως, με στοίχιση σε πλέγμα παρεμβολής. Φαίνονται επίσης τα όρια της περιοχής χαρτογράφησης και οι γραμμές τάσης για τα σημεία των δύο χαρτογραφήσεων.



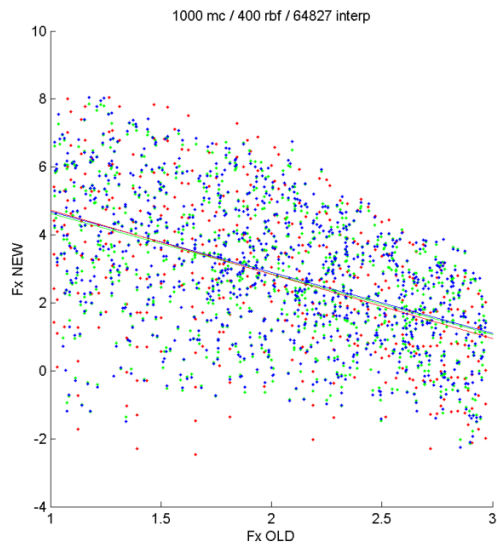
(1)



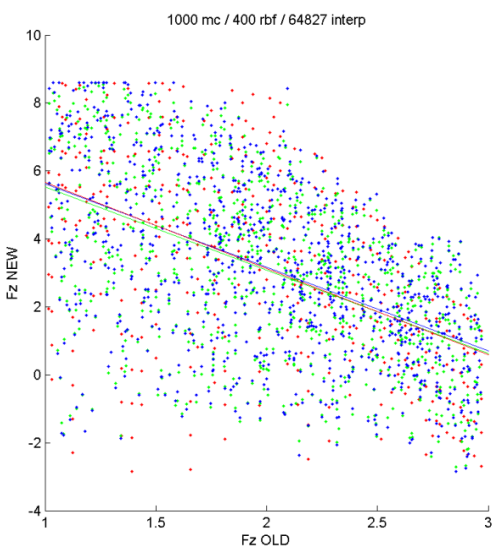
(2)



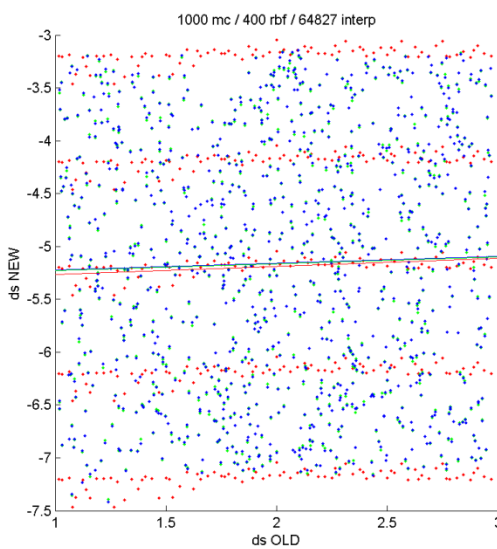
(3)



(4)



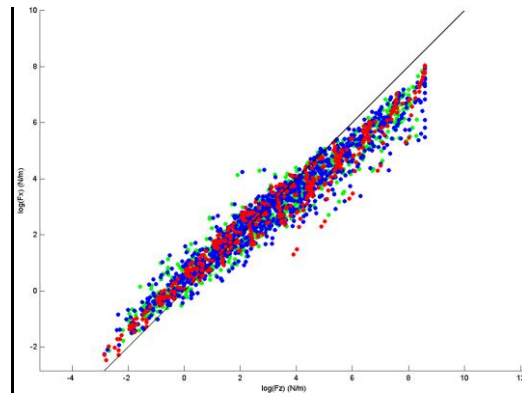
(5)



(6)

Σχ. V-21 Παρεμβολή του δείγματος Monte Carlo επί των σημείων της χαρτογράφησης για τις παραμέτρους: 1)  $R_1$ , 2)  $rps_1$ , 3)  $V_1$ , 4)  $F_x$ , 5)  $F_z$ , 6)  $ds$  ( $ZrO_2/ZrO_2$ , εκτριβή).

Στο Σχ. V-22 φαίνεται η διατήρηση της σχέσης των δυνάμεων της επαφής κατά τη χαρτογράφηση.



Σχ. V-22 Λογαρμικό διάγραμμα των σημείων παρεμβολής για τη σχέση ( $ZrO_2/ZrO_2$ , εκτριβή).

## Ενότητα 5.06 Στοχαστική προσομοίωση

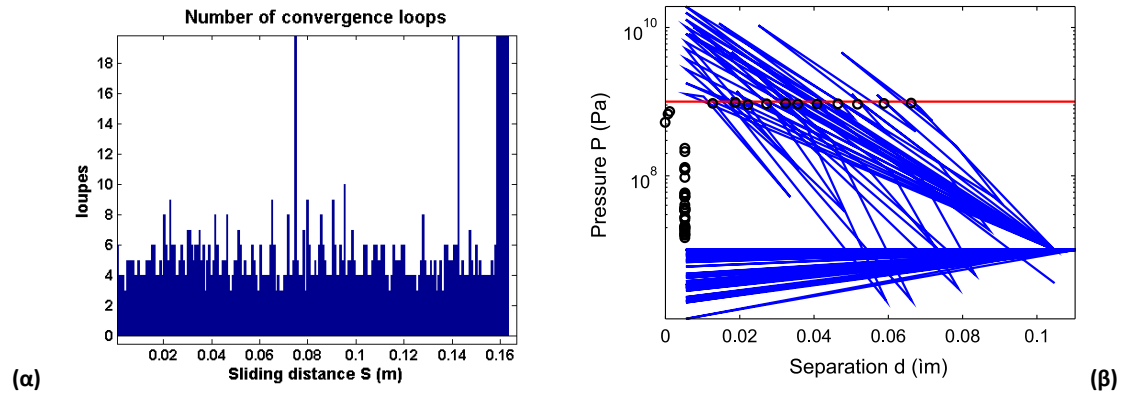
### (a) Περιγραφή του αλγορίθμου

Με δεδομένο το ότι το πλέγμα χαρτογράφησης το οποίο παράγεται από το μικρομοντέλο καλύπτει επαρκώς τις κατανομές του δείγματος, πραγματοποιούμε μια προσομοίωση Monte Carlo, στην οποία όλο το δείγμα βρίσκεται σε επαφή εν παραλλήλω, υπό τις ίδιες μακροσκοπικές συνθήκες, για  $N$  επαναλήψεις. Κάθε κύκλος περιλαμβάνει μια παρεμβολή της παρούσας κατάστασης των παραμέτρων της γεωμετρίας του δείγματος επάνω στο χάρτη, προκειμένου να προσδιοριστούν οι ανάλογες έξοδοι (όγκοι φθοράς και δυνάμεις επαφής), καθώς και το νέο σύνολο παραμέτρων. Για την επόμενη επανάληψη, το δείγμα της αντεπιφάνειας υφίσταται τυχαία μετάθεση, ή, εναλλακτικά, ένα εντελώς νέο δείγμα μπορεί να δημιουργηθεί, αν η εξέλιξη των τραχυτήτων της αντεπιφάνειας δεν εμφανίζει ενδιαφέρον.

### (b) Ισορροπία φορτίου – διακένου

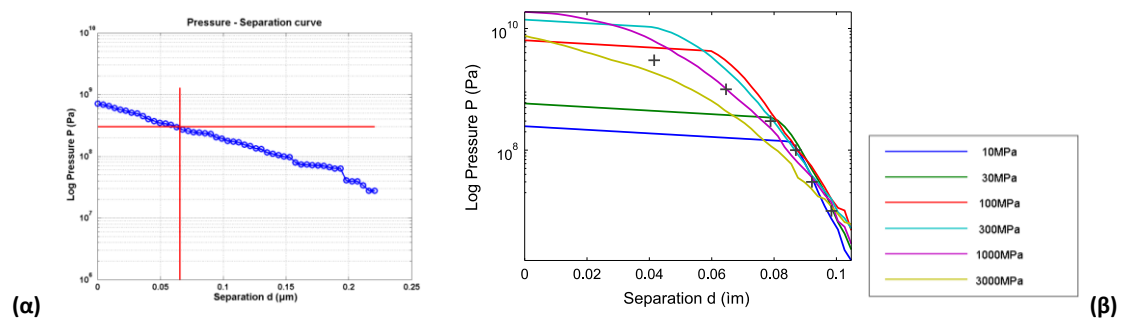
Η πίεση επαφής είναι μια εξωτερική μεταβλητή η οποία επιβάλλεται από τη μακρογεωμετρία του συστήματος. Εντούτοις, ακόμα και αυτή θα μπορούσε να χαρτογραφηθεί και να αποτελέσει ακόμα μια παράμετρο για την παρεμβολή. Η πίεση θα πρέπει να υπολογίζεται κάθε φορά με επαναληπτική διαδικασία, ορίζοντας ένα διάκενο  $d$  μεταξύ των δύο δειγμάτων, παρεμβάλλοντας στο χάρτη και στη συνέχεια αθροίζοντας την κάθετη δύναμη για όλες τις προκύπτουσες αλληλεπιδράσεις. Αυτή η επαναληπτική διαδικασία πραγματοποιείται με χρήση της μεθόδου της τέμνουσας, η οποία δεν είναι η ταχύτερη δυνατή, ωστόσο συγκλίνει σχετικά γρήγορα,

με κάτω από 10 επαναλήψεις (Σχ. V-23). Το αρχικό διάκενο  $d_0$ , για την έναρξη των επαναλήψεων προσδιορίζεται με βάση το συνδυασμό των ΚΚΦΕ των δύο αλληλεπιδρώντων δειγμάτων για τα κρίσιμα επίπεδα εκείνα για τα οποία η φέρουσα επιφάνεια του καθενός ισούται με το λόγο της πίεσης προς της σκληρότητα του υλικού ( $P/H$ ).



Σχ. V-23 Επαναληπτική διαδικασία πίεσης – διακένου: α) αριθμός επαναλήψεων, β) σύγκλιση στην ονομαστική πίεση επί του διαγράμματος P-d.

Εναλλακτικά, μια χαρακτηριστική καμπύλη πίεσης – διακένου μπορεί να εξαχθεί για τη διεπιφάνεια (Σχ. V-24). Η τομή της καμπύλης αυτής με την τετμημένη της εξωτερικής πίεσης προσδιορίζει το αρχικό διάκενο των δύο επιφανειών κατά την έναρξη της ολίσθησης. Η ευστάθεια της προσομοίωσης απαιτεί η καμπύλη αυτή να είναι μονότονα φθίνουσα.



Σχ. V-24 α) Καμπύλη πίεσης – διακένου P-d (AISI1015, πρόσφυση,  $P=300\text{MPa}$ ), β) πολλαπλές καμπύλες για διάφορα επίπεδα αλληλεπίδρασης ( $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Si}_3\text{N}_4$ , εκτριβή).

Όλες οι έξοδοι σταθμίζονται με βάση τη σχετική απόσταση ολίσθησης για κάθε τραχύτητα του δείγματος. Για κάθε κύκλο, μια τραχύτητα της μίας επιφάνειας θεωρείται ότι έχει ολισθήσει απόσταση ίση με το άθροισμα του μήκος τραχύτητας και κοιλάδας ( $c+x_{osp}$ ) της τραχύτητας την αντεπιφάνειας με την οποία αλληλεπιδρά.

### (c) Από τις δύο στις τρεις διαστάσεις

Καθώς τα αριθμητικά μοντέλα των τραχυτήτων είναι όλα δισδιάστατα, χωρίσαμε τις προσομοιώσεις σε δύο είδη για να καλύψουμε δύο ακραίες περιπτώσεις: μία, επονομαζόμενη «2D», όπου η τραχύτητα είναι εντελώς ανισότροπη και η διεύθυνσή της είναι κάθετη προς τη διεύθυνση ολίσθησης και η άλλη, επονομαζόμενη «3D», όπου η τραχύτητα θεωρείται ισότροπη. Η διαφορά έγκειται στη διακριτή ολοκλήρωση των εξόδων του μοντέλου, όπως π.χ. στην περίπτωση της κάθετης δύναμης και της πίεσης, όπου έχουμε:

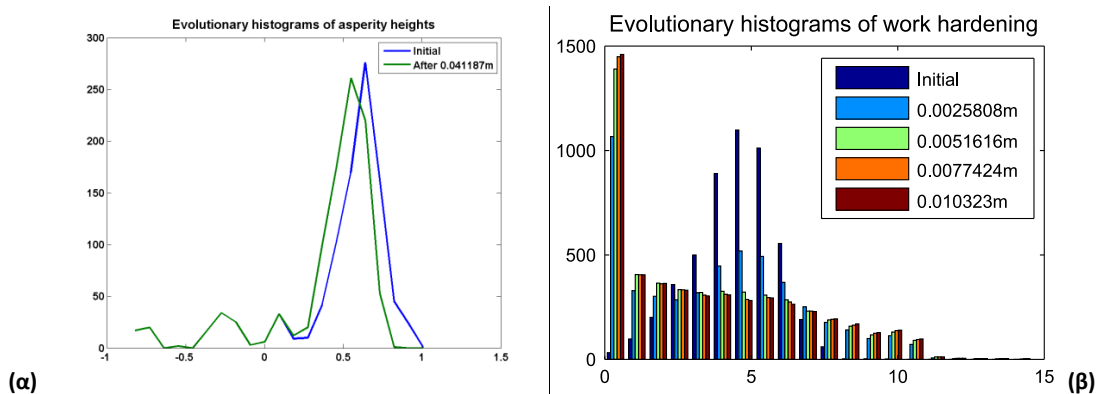
$$\text{Εξ. V-4: } 2D: F_z = \sum_{i=1}^{MC} \frac{\bar{F}_i \cdot ds_i}{c_{1i} + x_{1i}} \rightarrow P = \frac{F_z}{\sum (c_{1i} + x_{1i})}$$

$$3D: F_z = \sum_{i=1}^{MC} \bar{F}_i \cdot ds_i \rightarrow P = \frac{F_z}{\sum (c_{1i} + x_{1i})^2}$$

$\bar{F}_i, ds_i$  είναι η μέση κάθετη δύναμη και η απόσταση ολίσθησης για κάθε τραχύτητα  $i$  η οποία βρίσκεται σε επαφή, από το μοντέλο μικροκλίμακας, στο οποίο η δύναμη υπολογίζεται για μοναδιαίο βάθος (N/m). Και στις δύο περιπτώσεις η δύναμη κανονικοποιείται με το μήκος της τραχύτητας προκειμένου να εξισωθούν οι αποστάσεις ολίσθησης μεταξύ του μικρο- και του μακρο-μοντέλου. Στην 3D περίπτωση ωστόσο, πρέπει να πολλαπλασιαστεί με το ολικό μήκος της τραχύτητας ( $c+x$ ) προκειμένου να ληφθεί υπόψη το πεπερασμένο βάθος της τραχύτητας. Όταν υπολογίζουμε την πίεση, η επιφάνεια της τραχύτητας διαφέρει επίσης. Η πίεση για δεδομένο διάκενο θα είναι μεγαλύτερη στην 2D περίπτωση, επειδή το ( $c+x$ ) είναι πολύ μικρότερο της μονάδας μήκους (1m).

### (d) Μεταβολές στον πληθυσμό τραχυτήτων

Ο πληθυσμός των τραχυτήτων μεταβάλλεται με βάση τα διανύσματα μεταβολής τα οποία έχουν προκύψει από τη χαρτογράφηση. Η εξέλιξη των κατανομών των παραμέτρων του μοντέλου καταγράφεται από τον προσομοιωτή, τυπικά σε 2 ή 5 στιγμιότυπα, όπως φαίνεται στο Σχ. V-25.



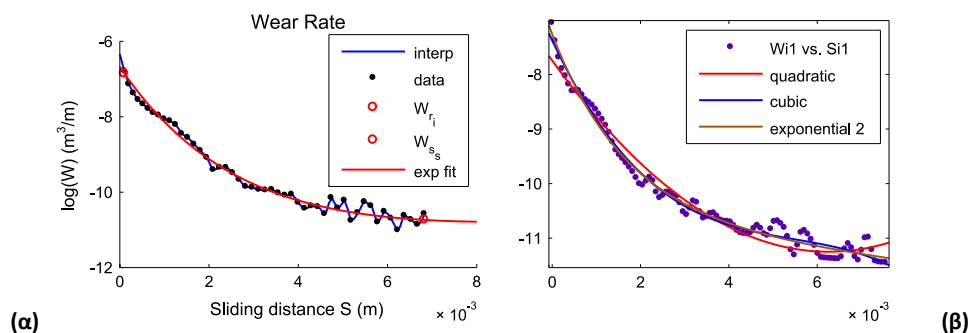
Σχ. V-25 α) Μεταβολή της κατανομής των υψών των τραχυτήτων (αναλυτικό μοντέλο abr2d, AISI1015, 30MPa), β) Μεταβολή της κατανομής της παραμέτρου κράτνυσης  $g_{ps}$  (5-παραμετρικό SPH,  $Si_3N_4$ , 1000MPa).

### (e) Εκφυλισμός και αναδειγματοληψία

Έπειτα από μερικές επαναλήψεις, το φθειρόμενο δείγμα θα έχει μεταβληθεί αρκετά, έτσι ώστε να χρειάζεται εκ νέου δειγματοληψία. Η εκ νέου δειγματοληψία είναι μια σύνθετη διαδικασία, η οποία περιλαμβάνει τον πληθυσμό ενός χαμηλότερου κρίσιμου επιπέδου  $z_{c1}$ , την αντικατάσταση όλων των τμημάτων τραχύτητας πάνω από το αρχικό κρίσιμο επίπεδο  $z_{c0}$  με τις τραχύτητες του φθαρμένου δείγματος, την εξαγωγή νέων πολυεπίπεδων κατανομών από το σύνθετο προφίλ και τέλος το δειγματισμό εκ νέου στο  $z_{c0}$ . Αν η επιφάνεια βρίσκεται σε καθεστώς αρχικής φθοράς, ο εκ νέου δειγματισμός θα επηρεάσει τις κατανομές του δείγματος, ενώ αν βρίσκεται σε φθορά σταθερής κατάστασης, αυτές θα είναι ουσιαστικά οι ίδιες. Η παραπάνω διαδικασία βρίσκεται ακόμα σε ερευνητικό στάδιο και δεν έχει υλοποιηθεί εδώ. Επομένως, αν ο ρυθμός φθοράς είναι αρκετά υψηλός, το δείγμα θα εκφυλιστεί γρήγορα προς χαμηλά, ακόμα και αρνητικά ύψη τραχύτητας και η απώλεια επαφής θα πραγματοποιηθεί πριν από το τέλος των  $N$  επαναλήψεων της προσομοίωσης. Στην περίπτωση αυτή η προσομοίωση τερματίζεται.

### (f) Αρχική φθορά και φθορά σταθερής κατάστασης

Οι ρυθμοί φθοράς του πρώτου και του τελευταίου κύκλου λογίζονται ως οι ρυθμοί φθοράς αρχικής κατάστασης ( $W_{r1}$ ) και σταθερής κατάστασης ( $W_{ss}$ ). Αν ο ρυθμός φθοράς ταλαντώνεται έντονα, ή απλά για ασφαλέστερα αποτελέσματα κατά την αυτόματη επεξεργασία, οι δύο ρυθμοί εκτιμώνται με προσαρμογή μιας εκθετικής συνάρτησης σε έναν κινητό μέσο του  $W$ , όπως στο Σχ. V-26.



Σχ. V-26 α) Ο μεταβαλλόμενος ρυθμός φθοράς προσεγγίζεται από μια εκθετική καμπύλη για να προσδιοριστούν τα  $W_{r1}$ ,  $W_{ss}$ , β) Ποιότητα παρεμβολής του  $W$  από διάφορους τύπους καμπυλών.

### (g) Μεσοσταθμική φθορά

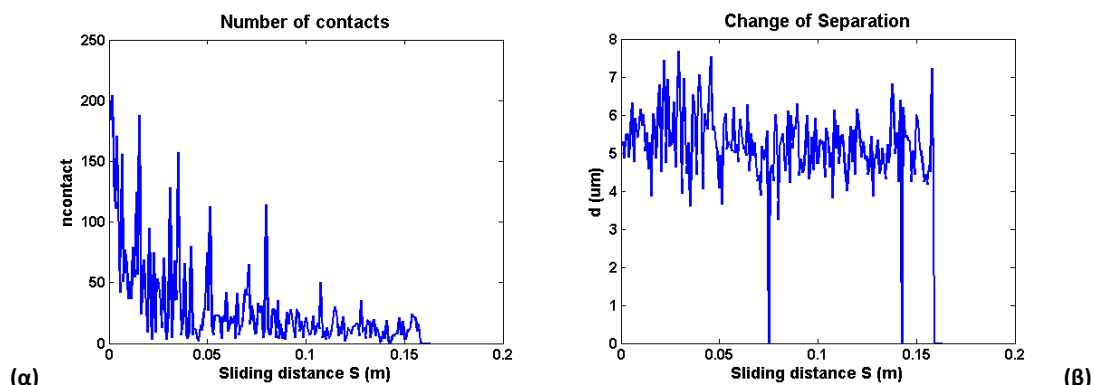
Αν θεωρηθεί ότι το προφίλ βρίσκεται ήδη σε καθεστώς φθοράς σταθερής κατάστασης, τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον προσομοιωτή, όχι για να εξετάσουμε τη χρονική εξέλιξη του



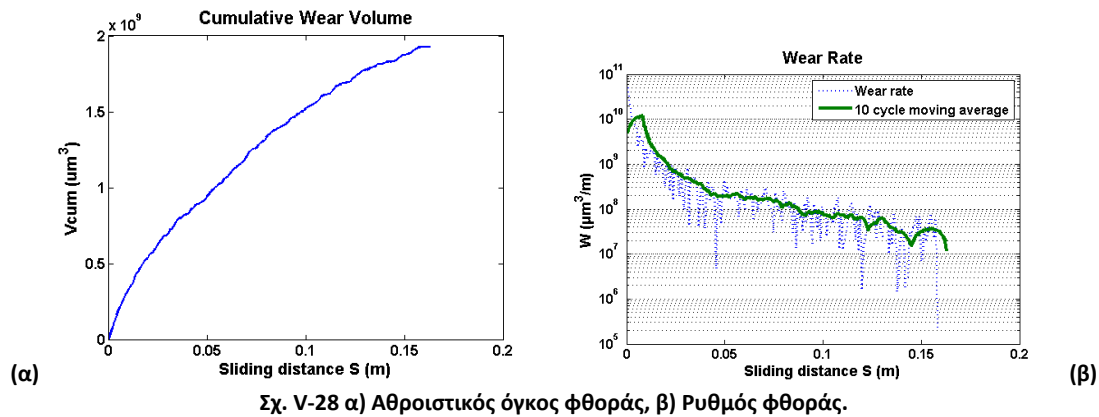
φαινομένου, αλλά για να μεσοσταθμίσουμε πολλαπλές προσομοιώσεις. Εφ' όσον οι τραχύτητες που αλληλεπιδρούν επανασυνδυάζονται τυχαία, προκύπτει ελαφρώς διαφορετικό αποτέλεσμα σε κάθε κύκλο, όμως η μέση τιμή των αποτελεσμάτων αυτών μπορούμε να πούμε ότι είναι χαρακτηριστική του πληθυσμού.

## Ενότητα 5.07 Ανάλυση μιας χαρακτηριστικής περίπτωσης προσομοίωσης μακροκλίμακας

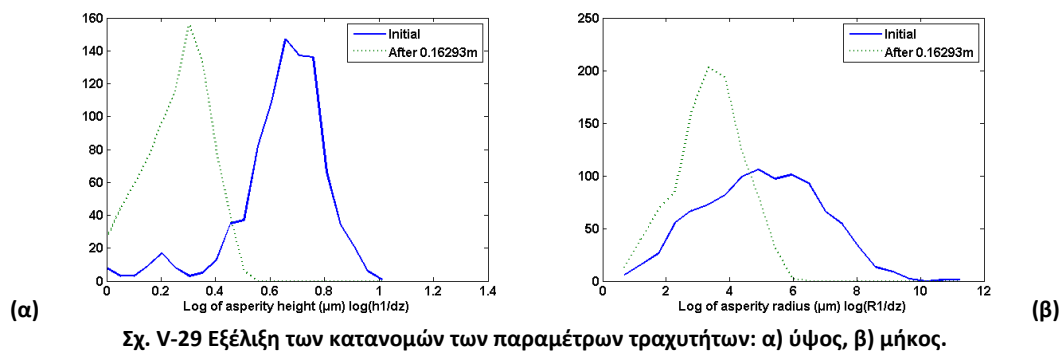
Προκειμένου να γίνει κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί ο προσομοιωτής μακροκλίμακας, μια χαρακτηριστική περίπτωση προσομοίωσης της φθοράς με το μοντέλο μακροκλίμακας παρατίθεται στα Σχ. V-27 ως Σχ. V-29. Το μοντέλο φθοράς που χρησιμοποιείται στο παράδειγμα αυτό είναι ένα 3-παραμετρικό μοντέλο αποκοπής τραχυτήτων. Η διεπιφάνεια που προσομοιώνεται παραπάνω είναι χάλυβας επί χάλυβα εν ξηρώ, με επιφανειακή σκληρότητα  $H = 600$  MPa, κάτω από πίεση επαφής  $P = 30$  MPa. Από ένα δείγμα 1000 τραχυτήτων, περίπου 200 βρίσκονται αρχικά σε επαφή, αλλά σύντομα ο αριθμός τους μειώνεται κάτω από 50. Το διάκενο είναι περίπου  $d = 5.0 \pm 1.3$   $\mu\text{m}$ . Η προσομοίωση διαρκεί 200 κύκλους, με ολική απόσταση ολίσθησης  $s = 0.163$  m. <math>\epsilon</math> επιφάνεια που εξετάζεται εδώ ήταν πολύ τραχεία ( $R_a = 1.16$   $\mu\text{m}$ ) για αυτόν τον συνδυασμό φορτίου και υλικού και αυτό που παρατηρείται στην προσομοίωση αυτή είναι αρχική φθορά. Ο ρυθμός φθοράς περιορίζεται σε ένα λογικό επίπεδο:  $W \approx 3 \cdot 10^{-2}$   $\text{mm}^3/\text{m}$ , για ονομαστική επιφάνεια  $A = 1955$   $\text{mm}^2$ , αποδίδοντας έναν ειδικό ρυθμό φθοράς  $W_{sp} \approx 1.5 \cdot 10^{-5}$   $\text{mm}/\text{m}$ . Κάνοντας χρήση του νόμου του Archard, προκύπτει διαστατικός συντελεστής φθοράς  $k \approx 5.12 \cdot 10^{-10}$   $\text{MPa}^{-1}$  και αδιάστατος συντελεστής φθοράς  $K \approx 3 \cdot 10^{-7}$ . Το αποτέλεσμα αυτό αντιστοιχεί στην περιοχή της μετάβασης από την ομαλή προς την έντονη φθορά στους χάρτες που υπάρχουν για τη φθορά εκτριβής του χάλυβα.



Σχ. V-27 α) Αριθμός επαφών. β) Μεταβολή στο διάκενο μεταξύ των δύο επιφανειών.



Σχ. V-28 α) Αθροιστικός όγκος φθοράς, β) Ρυθμός φθοράς.



Σχ. V-29 Εξέλιξη των κατανομών των παραμέτρων τραχυτήτων: α) ύψος, β) μήκος.

Περισσότερες λεπτομέρειες για την προσομοίωση μακροκλίμακας θα δοθούν στο κεφάλαιο 10, όπου το μοντέλο θα εφαρμοστεί σε διάφορα τριβουσυστήματα.

## Συμπεράσματα κεφαλαίου

Η ανάπτυξη του πολυκλίμακου μοντέλου για τη φθορά υπήρξε μια πολύπλοκη διαδικασία, όχι γιατί το ίδιο το μοντέλο είναι ιδιαίτερα πολύπλοκο στη σύλληψή του, αλλά διότι εξαρτάται από μια σειρά υποσυστήματα (κατά σειρά: γεννήτρια και ψηφιοποιητής προφίλ, γεννήτρια πληθυσμού, δειγματολήπτης, σχεδιαστής χώρου χαρτογράφησης, χαρτογραφητής, προσομοιωτής, αναγεννητής προφίλ) τα οποία είναι πολύπλοκα το καθένα χωριστά και καθίστανται περισσότερο πολύπλοκα όσο προσπαθούμε να επιτύχουμε την πλήρη γενίκευση της χρήσης τους και την εναλλαξιμότητά τους.

Γι' αυτό το λόγο και είναι ιδιαίτερης σημασίας η σωστή επιλογή του τρόπου με τον οποίο τα υποσυστήματα αυτά θα συνεργάζονται, που δεν είναι άλλος από το σύνολο των παραμέτρων για την περιγραφή της αλληλεπίδρασης ενός ζεύγους τραχυτήτων. Ο αριθμός των παραμέτρων πρέπει να είναι τόσο μικρός, ώστε να είναι υπολογιστικά εφικτή η χρήση χαρτογράφησης με βάση αριθμητικά μοντέλα μικροκλίμακας και τόσο μεγάλος ώστε να περιγράφεται επαρκώς η στοχαστική φύση του φαινομένου. Αντίστοιχα, το εύρος της κλίμακας που εξετάζεται για την κάθε παράμετρο θα πρέπει να ισορροπεί ανάμεσα στη γενικότητα και επαναχρησιμοποίησης της χαρτογράφησης και στην ακρίβεια για τις συγκεκριμένες συνθήκες που εξετάζονται.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] Χ. Μετσίνης, Μοντελοποίηση της φθοράς κοπώσεως με τη μέθοδο Monte Carlo, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2007.
- [2] A. Kapoor, F.J. Franklin, Tribological layers and the wear of ductile materials, *Wear*. 245 (2000) 204-215.
- [3] H. Aramaki, H.S. Cheng, Y.-W. Chung, The Contact Between Rough Surfaces With Longitudinal Texture---Part I: Average Contact Pressure and Real Contact Area, *J. Tribol.* 115 (1993) 419-424.
- [4] D. De Pellegrin, G. Stachowiak, Evaluating the role of particle distribution and shape in two-body abrasion by statistical simulation, *Tribology International*. 37 (2004) 255–270.
- [5] J.A. Greenwood, J.B.P. Williamson, Contact of Nominally Flat Surfaces, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. 295 (1966) 300 -319.
- [6] P.R. Nayak, Random Process Model of Rough Surfaces, *Journal of Lubrication Technology*. 93 (1971) 398.
- [7] J.A. Greenwood, A note on Nayak’s third paper, *Wear*. 262 (2007) 225-227.
- [8] R.B. Nelsen, *Encyclopaedia of Mathematics*, in: Kendall Tau Metric, Springer, 2001.
- [9] M. Ciavarella, Inclusion of “ interaction” in the Greenwood and Williamson contact theory, *Wear*. 265 (2008) 729–734.
- [10] E. Ciulli, L. Ferreira, G. Pugliese, S. Tavares, Rough contacts between actual engineering surfaces:: Part I. Simple models for roughness description, *Wear*. 264 (2008) 1105–1115.
- [11] M. Uchidate, K. Yanagi, I. Yoshida, T. Shimizu, A. Iwabuchi, Generation of 3D random topography datasets with periodic boundaries for surface metrology algorithms and measurement standards, *Wear*. 271 (2011) 565-570.
- [12] K.K. Manesh, B. Ramamoorthy, M. Singaperumal, Numerical generation of anisotropic 3D non-Gaussian engineering surfaces with specified 3D surface roughness parameters, *Wear*. 268 (2010) 1371-1379.
- [13] J.-J. Wu, Simulation of non-Gaussian surfaces with FFT, *Tribology International*. 37 (2004) 339-346.
- [14] N. Garcia, E. Stoll, Monte Carlo Calculation for Electromagnetic-Wave Scattering from Random Rough Surfaces, *Phys. Rev. Lett.* 52 (1984) 1798-1801.
- [15] J. Kang, M. Hadfield, R. Ahmed, The effects of material combination and surface roughness in lubricated silicon nitride/steel rolling contact fatigue, *Materials & Design*. 24 (2003) 1–13.
- [16] P. Bratley, B.L. Fox, Algorithm 659: Implementing Sobol’s quasirandom sequence generator, *ACM Trans. Math. Softw.* 14 (1988) 88–100.
- [17] B.J. Baxter, The interpolation theory of radial basis functions, Doctoral Thesis, Trinity College, Cambridge University, 1992.



## Κεφάλαιο VI. Μη συμβατικές αριθμητικές μέθοδοι & σχετικές εφαρμογές

*Οι ειδικές συνθήκες του φαινομένου της φθοράς στην κλίμακα των τραχυτήτων απαιτούν τη χρήση αριθμητικών μεθόδων με ειδικά χαρακτηριστικά για την ορθή αναπαράστασή τους. Εδώ παρουσιάζονται οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται σε προβλήματα παρόμοιας υφής σε διάφορους κλάδους της μηχανικής, εξετάζονται τα πλεονεκτήματά τους σε σχέση με τη FEM και κρίνεται η καταλληλότητά τους για το πρόβλημα του υπολογισμού της φθοράς.*

### Ενότητα 6.01 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM)

Κατά το αρχικό εμβρυακό στάδιο υιοθέτησης αριθμητικών μεθόδων για την προσομοίωση τριβουστημάτων η επιστημονική κοινότητα βασίστηκε σχεδόν εξολοκλήρου στη χρήση ανάπτυξη και βελτίωση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων FEM (Finite Element Method). Η ενασχόληση με την εν λόγω μέθοδο άλλων επιστημονικών πεδίων βοήθησε τις πρώτες προσπάθειες προσομοιώσεων τριβουστημάτων και συνέβαλε στην γρήγορη εξοικείωση με αυτήν.

Η διακριτοποίηση τομέων, που αποτελεί το πρώτο βήμα της FEM, έκανε την εμφάνιση της το 1943 (Courant). Ωστόσο, η FEM γνώρισε μεγάλη ανάπτυξη μόνο μετά την εισαγωγή τριγωνικών στοιχείων το 1956 για κατασκευαστική ανάλυση, όπως περιγράφεται από τον Turner και την υπόδειξη του Clough (1960) για χρήση της μεθόδου σε προβλήματα ορθών τάσεων. Ο συνδυασμός των δύο παραπάνω και η χρήση πινάκων για την αντιμετώπιση των προβλημάτων όπως προτάθηκε από τον Argyris (1960) κατέστησε τη FEM ένα πολύτιμο και αξιόπιστο εργαλείο, το οποίο υιοθετήθηκε από ένα μεγάλο σύνολο επιστημονικών πεδίων.

Τα κύρια χαρακτηριστικά της μεθόδου FEM, εκτός της υψηλής δημοτικότητάς της, τα οποία οδήγησαν και στην υιοθέτησή της στην μελέτη τριβουστημάτων εστιάζονται στα ακόλουθα: α) ευελιξία στο χειρισμό μη ομογενών και ανισότροπων υλικών, β) δυνατότητα επιβολής πολύπλοκων συνοριακών συνθηκών, γ) δυνατότητα επεξεργασίας δυναμικών προβλημάτων και δ) σχετικά καλή συμπεριφορά στο χειρισμό και αναπαράσταση μοντέλων θρυμματισμού σε σχέση με τις τότε διαθέσιμες μεθόδους [1].

Εντούτοις, όπως θα δούμε στην συνέχεια, όσο πραγματοποιείτο η ανάπτυξη άλλων αριθμητικών μεθόδων και οι απαιτήσεις για ακριβέστερα αποτελέσματα και μελέτη των τριβουστημάτων σε επίπεδο μικροκλίμακας αυξάνονταν, η χρήση της κλασσικής FEM έπαψε να παρουσιάζεται δελεαστική.

### (a) Μαθηματική περιγραφή της FEM

Τα κύρια βήματα για την εφαρμογή της μεθόδου FEM σε ένα κατασκευαστικό πρόβλημα είναι τα εξής τρία: α) διακριτοποίηση τομέα, β) τοπική προσέγγιση και γ) κατασκευή και επίλυση του κύριου πινακοποιημένου συστήματος εξισώσεων.

Ο όρος διακριτοποίηση τομέα (sector discretisation) εμπεριέχει τον κατακερματισμό των στερεών προς μοντελοποίηση σε έναν αριθμό πεπερασμένων στοιχείων, τα οποία δημιουργούνται με την χρήση κόμβων και έχουν συνήθως τριγωνική μορφή για διδιάστατα προβλήματα. Η βασική υπόθεση στην μέθοδο FEM είναι ότι η άγνωστη συνάρτηση  $u_i^e$  για κάθε στοιχείο του πλέγματος, το οποίο δημιουργήθηκε στο προηγούμενο βήμα, μπορεί να προσεγγιστεί μέσω μίας συνάρτησης δοκιμής μέσω των τιμών που έχουν οι κόμβοι στο σύστημα αγνώστων  $u_i^j$  σε πολυωνυμική μορφή. Η συνάρτηση δοκιμής οφείλει να ικανοποιεί τις κυρίαρχες μερικές διαφορικές εξισώσεις και δίνεται από την σχέση:

$$u_i^e = \sum_{j=0}^M N_{ij} u_i^j$$

Όπου το  $N_{ij}$  καλείται συνήθως συνάρτηση μορφής και  $M$  η τάξη των στοιχείων. Στη συνέχεια κατασκευάζεται το σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων με χρήση της συνάρτησης μορφής στις μερικές διαφορικές εξισώσεις, οπότε και προκύπτει:

$$\sum_{i=1}^N [K_{ij}^e] \{u_j^e\} = \sum_{i=1}^N (f_i^e) \quad \text{ή} \quad Ku = F$$

Όπου  $[K_{ij}^e]$  είναι ο πίνακας των συντελεστών,  $\{u_j^e\}$  το διάνυσμα, το οποίο περιέχει τις άγνωστες μεταβλητές των κόμβων και  $(f_i^e)$  το διάνυσμα στο οποίο εισάγονται οι εξωτερικές δυνάμεις - συνοριακές συνθήκες.

Στο σημείο αυτό δεν θα επεκταθούμε περαιτέρω στην ανάλυση και παρουσίαση της μαθηματικής εφαρμογής της μεθόδου FEM, αφού υπάρχει διαθέσιμη εκτενής βιβλιογραφία ανάλογα με το πεδίο εφαρμογής της.

### (b) Αδυναμίες της μεθόδου

Παρά την αρχική υιοθέτηση της κλασικής μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για την μελέτη και προσομοίωση τριβοσυστημάτων τα τελευταία χρόνια παρατηρείται προσφυγή των ερευνητών σε νέες μεθόδους. Η στοχαστικότητα της γεωμετρίας, τα πολλαπλά σημεία επαφής, η ρωγμάτωση, η θραύση και ο θρυμματισμός, οι μεγάλες πλαστικές (μη γραμμικές) παραμορφώσεις, η συνέργεια πολλαπλών φυσικών φαινομένων και επιπλέον η ανάγκη για θεώρηση στη μικροκλίμακα θέτουν περιορισμούς που καθιστούν την χρήση της κλασικής FEM απαγορευτική.

Παράλληλα βέβαια με την ανάπτυξη και υιοθέτηση νέων μεθόδων εξελίσσεται και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων σε μία προσπάθεια απαλλαγής της από τα μειονεκτήματα τα οποία την ταλανίζουν. Η προσπάθεια αυτή έχει να επιδείξει ενδιαφέρουσες παραλλαγές της μεθόδου FEM, όπως η XFEM, η VETFEM κ.α., μέθοδοι οι οποίες διαφέρουν σημαντικά από την κλασική υλοποίηση.

Πέρα από την πολύπλοκη φύση των τριβουστημάτων και τις αυξημένες προσδοκίες των ερευνητών, οι οποίες κατέστησαν την FEM ανίσχυρη να ανταπεξέλθει, η FEM αντιμετώπιζε εξ αρχής ορισμένα σημαντικά προβλήματα.

Αρχικά η συμπεριφορά της FEM όσον αφορά τα προβλήματα θρυμματισμού (σύνηθες φαινόμενο στα τριβουστήματα) χαρακτηρίστηκε ικανοποιητική, σύντομα όμως διαφάνηκε πως στο πολύπλοκο περιβάλλον των τριβουστημάτων αυτό δεν ήταν αρκετό για ακριβή αποτελέσματα στις προσομοιώσεις. Η FEM, βάσει της θεώρησης του υλικού ως συνεχούς μέσου (continuum method), δεν δύναται να αναπαραστήσει με επιτυχία μεγάλης κλίμακας εγκάρσιες και διαμήκεις μετακινήσεις στοιχείων θρυμματισμού. Πλήρης αποκόλληση ή περιστροφή μεγάλων τμημάτων του στερεού είναι αδύνατη να πραγματοποιηθεί, όπως σημειώνεται στην βιβλιογραφία [1]. Ο μεγάλος αριθμός ρωγμών και το σύνηθες φαινόμενο του θρυμματισμού του υλικού στα τριβουστήματα, τα οποία καλείται να αναπαραστήσει η FEM, αποτέλεσαν το κύριο πρόβλημα. Το ολικό μητρώο ελαστικότητας κατά την εισαγωγή πολλών στοιχείων ασυνέχειας για την αναπαράσταση ρωγμών καθίσταται μητρώο «κακής κατάστασης» (ill-conditioned) δυσχεραίνοντας την επίλυση του συστήματος.

Για τη μερική αντιμετώπιση του προβλήματος διαδόσεως ρωγμής στο εσωτερικό του υλικού, η οποία βέβαια δεν οδηγεί σε αποκόλληση τμήματος αυτού, υιοθετήθηκε η μέθοδος αναδιάρθρωσης και ανασχηματισμού του πλέγματος. Με το συνεχή ανασχηματισμό του πλέγματος (remeshing), κάτι που θεωρείται πλέον αναπόσπαστο τμήμα κάθε σοβαρής υλοποίησης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, επιτυγχάνεται βελτίωση της δυνατότητας αναπαράστασης των ρωγμών, αλλά αυξάνοντας σημαντικά το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου. Η αναδιαμόρφωση του πλέγματος για να έχει τα αναμενόμενα αποτελέσματα πρέπει να γίνεται σε τακτά χρονικά διαστήματα. Επιπλέον η επίβλεψη και καθοδήγηση της διαδικασίας αυτής από τον ερευνητή είναι αρκετές φορές απαραίτητη, αυξάνοντας έτσι τις απαιτούμενες ανθρωποώρες για τη διεξαγωγή προσομοιώσεων. Παρόλα αυτά η αναδιαμόρφωση του πλέγματος, αν χρησιμοποιηθεί με φειδώ, ενισχύει τις δυνατότητες της FEM για παρακολούθηση ρωγμών. Επιπλέον η ακρίβεια των αποτελεσμάτων της μεθόδου FEM, όπως έχει διαφανεί από το σύνολο των προσομοιώσεων, επηρεάζεται αρνητικά αν κάποιο στοιχείο του πλέγματος παραλάβει μεγάλη παραμόρφωση. Με την ανά τακτά χρονικά διαστήματα αναδιαμόρφωση του πλέγματος, αυτό αποφεύγεται δίνοντας στη FEM την δυνατότητα να επεξεργαστεί και προβλήματα με σχετικά μεγάλες παραμορφώσεις, με αντάλλαγμα όμως μεγάλο υπολογιστικό κόστος.

Ένας ακόμα αποτρεπτικός παράγοντας για τη χρήση της μεθόδου FEM είναι η μεγάλη εξάρτηση των αποτελεσμάτων από την ορθή και ακριβή κατασκευή του αρχικού πλέγματος ώστε να μοντελοποιείται με ακρίβεια το σύνορο, οι ατέλειες και η επαφή των στερεών σωμάτων. Η

κατασκευή ενός τόσο ακριβούς πλέγματος αποτελεί ένα ιδιαίτερα χρονοβόρο στάδιο προεπεξεργασίας και επιπλέον απαιτείται ειδικευμένο επιστημονικό προσωπικό με αρκετή πείρα για την περάτωση της προσομοίωσης.

Ξεχωριστή αναφορά χρήζουν τα αριθμητικά προβλήματα, τα οποία αντιμετωπίζονται κατά την επίλυση του συστήματος εξισώσεων σε μία μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, όπως το volumetric locking effect, το shear locking effect κ.α.. Όταν ο λόγος Poisson λάβει τιμή κοντά στην περιοχή  $\nu=0.5$  τότε το σύστημα εξισώσεων γίνεται ill-conditioned για τρισδιάστατα αξονοσυμμετρικά προβλήματα επίπεδων τάσεων. Το φαινόμενο αυτό, το οποίο καλείται volumetric locking οδηγεί στην παντελή απώλεια της ακρίβειας των υπολογιζόμενων μετατοπίσεων και οφείλει την εμφάνιση του στην περιορισμένη φύση των μετατοπίσεων στην FEM [2]. Αρκετές φορές το volumetric locking αναφέρεται και ως numerical locking ώστε να γίνεται διαχωρισμός του από το φαινόμενο του element locking. Στο element locking παρατηρούνται οι ίδιες αρνητικές συνέπειες στην ακρίβεια της μεθόδου, αλλά το αίτιο εμφάνισης του διαφοροποιείται. Το element locking παρατηρείται όταν έχουμε μεγάλες τοπικές παραμορφώσεις του πλέγματος, όπως αυτές παρατηρούνται σε προβλήματα δυναμικής παραμόρφωσης. Σε παντελή απώλεια της ακρίβειας των υπολογιζόμενων μετατοπίσεων οδηγούμαστε και κατά την εμφάνιση του shear locking effect το οποίο παρατηρείται κατά την μοντελοποίηση πολύ λεπτών πλακών [3].

Από την σύντομη αυτή αναφορά γίνεται κατανοητό γιατί η επιστημονική κοινότητα στράφηκε σε άλλες μεθόδους για την προσομοίωση τριβοσυστημάτων. Παράλληλα όμως συντελέστηκε μία σημαντική προσπάθεια επίλυσης ορισμένων εγγενών προβλημάτων της μεθόδου FEM με την ανάπτυξη διάφορων παραλλαγών της.

### **(c) Η εξέλιξη της FEM και οι παραλλαγές της**

Με την αντιμετώπιση των κύριων αδυναμιών της κλασικής μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων και με την εφαρμογή της για μοντελοποίηση τριβοσυστημάτων ασχολήθηκαν αρκετοί ερευνητές. Οι κύριες μέθοδοι που αναπτύχθηκαν και έχουν ως βάση την FEM είναι η XFEM, η GFEM, η VETFEM και ορισμένες παραλλαγές οι οποίες όμως ενώ διαφέρουν σε μεγάλο βαθμό από κλασική FEM, δεν αποτελούν ξεχωριστό κλάδο αυτής και απαντώνται στην βιβλιογραφία με την ίδια ονομασία.

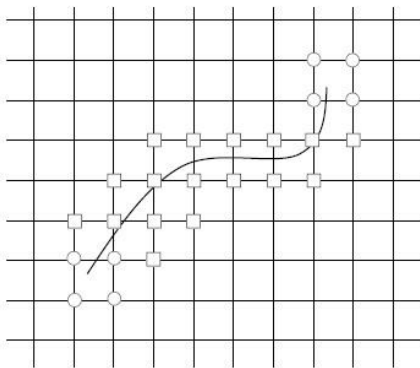
#### **(i) GFEM και XFEM**

Η μοντελοποίηση διάδοσης ρωγμής, πολλαπλών ρωγμών, ρωγμών σε συνδυασμό με άλλες ατέλειες στο σώμα του υλικού, διασταύρωσης ρωγμών κ.α. αποτελεί επίπονη διαδικασία (μεγάλη ανάλυση πλέγματος, συνεχής αναδιαμόρφωση), η οποία δεν έχει πάντα τα αναμενόμενα αποτελέσματα [4]. Απαλοιφή των ανωτέρω προβλημάτων υπόσχονται οι μέθοδοι XFEM (eXtended Finite Element Method) και GFEM (Generalized Finite Element Method). Η GFEM, η οποία

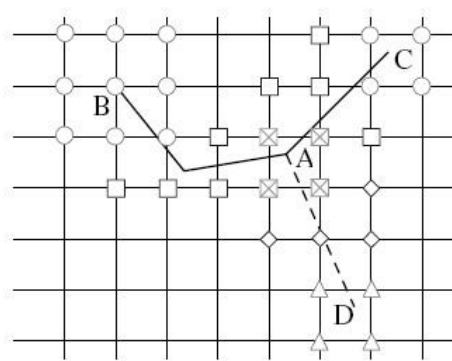


αναπτύχθηκε από τους Strouboulis και Duarte, εστιάζει το ενδιαφέρον της στην εξαγωγή αποδεκτών αποτελεσμάτων με τη χρήση σχετικά αραιών πλεγμάτων, αυξάνοντας το χώρο των πεπερασμένων στοιχείων και κάνοντας χρήση αριθμητικά δημιουργούμενων λύσεων του δεδομένου συνοριακού προβλήματος. Σε αντιδιαστολή η XFEM, η οποία είναι και πιο διαδεδομένη όπως φαίνεται από τον όγκο της διαθέσιμης βιβλιογραφίας [5–10], εστιάζει την προσπάθειά της στη μοντελοποίηση ρωγμών, εισάγοντας στο πεπερασμένο πλέγμα κόμβους με συγκεκριμένες ιδιότητες.

Στην XFEM αρχικά κατασκευάζεται ένα πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων χωρίς όμως να προαπαιτείται υψηλή ανάλυση στα σημεία, όπου εμφανίζονται ασυνέχειες - ατέλειες όπως συνηθίζεται στην κλασική FEM. Κατόπιν εντοπίζονται οι ατέλειες, για παράδειγμα μία ρωγμή και το πλέγμα εμπλουτίζεται με δύο ειδών κόμβους: α) κατά μήκος της ρωγμής εισάγονται κόμβοι, οι οποίοι δίνουν την δυνατότητα στο σύστημα να αντιληφθεί την ρωγμή ανάμεσα σε αυτούς και β) στα άκρα της ρωγμής εισάγονται κόμβοι που δύναται να παρακολουθήσουν την διάδοση αυτής (Σχ. VI-1).



Σχ. VI-1 Μοντέλο XFEM για μία ρωγμή. Διακρίνονται τα δύο είδη «ειδικών» κόμβων [4].



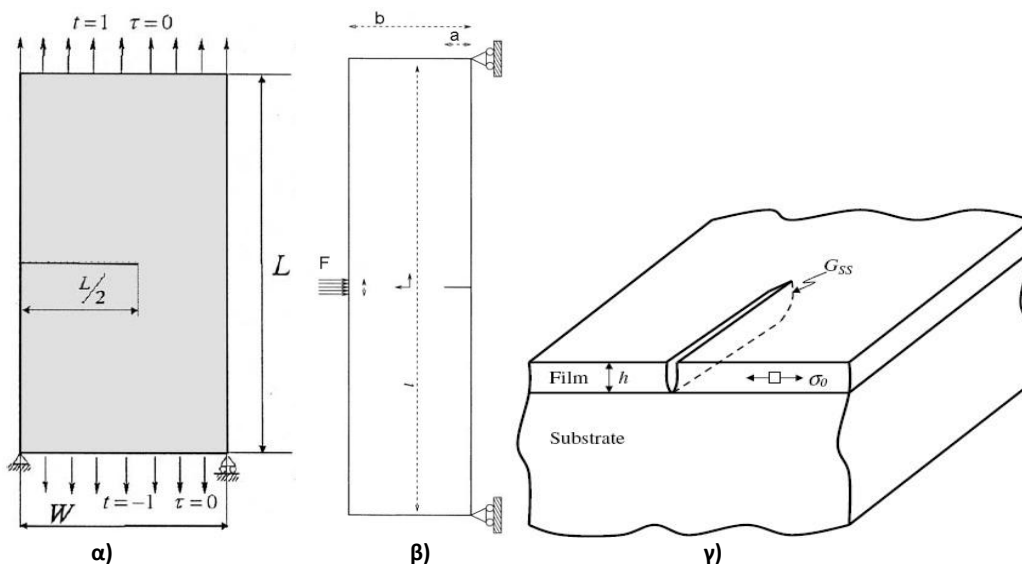
Σχ. VI-2 Μοντέλο XFEM με διακλαδιζόμενη ρωγμή [4].

Η μαθηματική ενσωμάτωση της εισαγωγής των ιδιόμορφων αυτών κόμβων γίνεται θεωρώντας μία συνάρτηση άλματος για του κόμβους της μορφής α. Συνήθως χρησιμοποιείται η συνάρτηση Heavyside  $H(x)$  λαμβάνοντας τις τιμές -1 και 1 εκατέρωθεν της ρωγμής. Για τους κόμβους στο άκρο της ρωγμής (μορφή β) γίνεται επιλογή συναρτήσεως κατάλληλης για το άκρο της ρωγμής με δυνατότητα αναπαράστασης της ιδιομορφίας της. Στην ίδια λογική βασίζεται και η αναπαράσταση διασταυρώσεως ρωγμών όπως παρατηρείται στο Σχ. VI-2. Η μόνη διαφορά είναι η εισαγωγή ακόμα ενός τύπου κόμβων για την περιοχή τομής των δύο (ή περισσότερων) ρωγμών.

Η XFEM διατηρεί αρκετά από τα βασικά προτερήματα της κλασικής FEM ενώ παράλληλα δύναται να επεξεργαστεί ρωγμές με μεγάλη ευκολία αποφεύγοντας την αναδιαμόρφωση του πλέγματος. Το επιπλέον υπολογιστικό κόστος, το οποίο εισάγουν οι «ειδικοί» κόμβοι δεν αποτελεί πρόβλημα όταν περιοριζόμαστε σε μικρό σχετικά αριθμό ρωγμών. Επιπλέον τόσο η GFEM όσο και η XFEM δίνουν ακριβέστερα αποτελέσματα συγκρινόμενες με την FEM για το ίδιο ανάλυση πλέγματος και είναι δυνατόν να επεξεργαστούν προβλήματα και με την χρήση σχετικά αραιών πλεγμάτων όπως σημειώνεται από τους Mariano & Stazi [11]. Εντούτοις, και οι μέθοδοι αυτοί αντιμετωπίζουν

ορισμένα προβλήματα, όπως το ότι προαπαιτείται η ακριβής γνώση μεγέθους, μορφής και θέσης της ρωγμής. Επιπλέον για μεγάλο αριθμό ρωγμών, όπως σε ένα πρόβλημα θρυμματισμού, το κόστος των «ειδικών» κόμβων γίνεται δυσβάσταχτο.

Οι προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν με την μέθοδο XFEM μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες. Ένα μεγάλο τμήμα της σχετικής με την XFEM βιβλιογραφίας πραγματεύεται τη μοντελοποίηση διάδοσης μίας και μοναδικής ρωγμής σε επίπεδη μεταλλική πλάκα. Η διάδοση της ρωγμής μπορεί να οφείλεται σε εφελκυσμό της πλάκας παράλληλα προς την αρχική διεύθυνση της ρωγμής (Σχ. VI-3α) ή σε επιβολή συγκεντρωμένης δύναμης παράλληλα στην ρωγμή (Σχ. VI-3β). Εξίσου διεξοδικά έχει απασχολήσει την επιστημονική κοινότητα η μελέτη με την XFEM ρωγμής σε επίπεδο μεταλλικό φιλμ (Σχ. VI-3γ). Στην περίπτωση αυτή δεν μοντελοποιείται μόνο το μεταλλικό φιλμ αλλά και το υλικό κάτω από αυτό παρέχοντας την συνολική εικόνα του συστήματος [7].

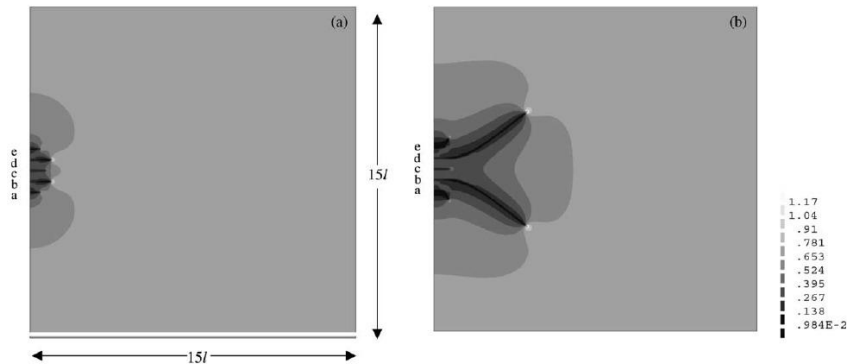


Σχ. VI-3 Προβλήματα τα οποία πραγματεύεται η XFEM: α) Δοκίμιο σε εφελκυσμό με ρωγμή στο μέσο του [11], β) Δοκίμιο με ρωγμή στο μέσο του και εξασκούμενη συγκεντρωμένη δύναμη [5], γ) Ρωγμή σε φιλμ τοποθετημένο πάνω σε μεταλλικό υπόστρωμα [7].

Η διαδικασία που ακολουθείται και στις δύο κύριες αυτές κατηγορίες είναι πανομοιότυπη. Το στερεό διακριτοποιείται με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Για την περιγραφή της ρωγμής, της οποίας η θέση και γεωμετρία είναι εκ των προτέρων καθορισμένη, υιοθετούνται δύο ειδών «ειδικοί» κόμβοι, ένας για το άκρο και ένας για το σύνορο της. Αξίζει να παρατηρηθεί πως προσομοιώνονται μακροσκοπικές ρωγμές, οι οποίες προϋπάρχουν στο σύστημα. Έχει άλλωστε αναφερθεί η αδυναμία της XFEM να αντιληφθεί την έναρξη ρωγμής σε ένα στερεό σώμα. Η ορθή και ακριβής αναπαράσταση της διάδοσης ρωγμής επιτυγχάνεται χωρίς την αναδιαμόρφωση του πλέγματος χάρη των «ειδικών» κόμβων επιτυγχάνοντας χαμηλότερο υπολογιστικό κόστος.

Η ταυτόχρονη προσομοίωση άνω της μίας ρωγμής αυξάνει δυσανάλογα το υπολογιστικό κόστος και ως εκ τούτου αποφεύγεται. Η μοναδική αναφορά προσομοίωσης πολλαπλών ρωγμών γίνεται από τους Liang et. al. [6], οι οποίοι εκτός των άλλων πραγματοποιούν προσομοίωση

διάδοσης πέντε ρωγμών σε επίπεδο φιλμ (Σχ. VI-4). Στην περίπτωση αυτή όμως δεν παρατηρείται διασταύρωση των ρωγμών κατά την εξέλιξη τους στο υλικό.

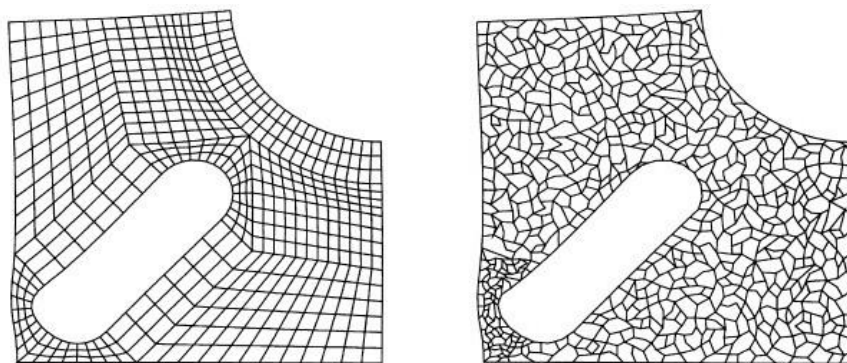


Σχ. VI-4 Διάδοση πέντε ρωγμών σε επίπεδο φιλμ [6].

### (ii) VETFEM

Η μέθοδος VETFEM (Variable Element Topology Finite Element Method) διαφέρει από την κλασική FEM στο γεγονός ότι τα στοιχεία της δεν υπόκεινται σε κανέναν γεωμετρικό ή τοπολογικό περιορισμό. Κάθε πεπερασμένο στοιχείο μπορεί να αποτελείται από οποιονδήποτε αριθμό κόμβων, οι οποίοι δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη τοπολογία. Η ελευθερία αυτή καθιστά την μέθοδο VETFEM κατάλληλη για προβλήματα με ιδιαίτερα πολύπλοκη γεωμετρία, προέκτασης ρωγμών κ.α..

Η διαφορά ανάμεσα σε ένα πλέγμα VETFEM, το οποίο όπως αναφέρθηκε δεν υπόκειται σε περιορισμούς, και ένα FEM είναι εμφανής ακόμα και με μία απλή γρήγορη οπτική παρατήρηση όπως διακρίνεται και στο Σχ. VI-5.



Σχ. VI-5 Τυπικό πλέγμα FEM (αριστερά) και πλέγμα VETFEM δεξιά [12].

Τα προβλήματα τα οποία επιλύει η VETFEM είναι κατά κύριο λόγο τα εξής τρία:

- Η κλασική FEM αδυνατεί να χειριστεί πολύπλοκες γεωμετρικές στερεών σωμάτων, τα οποία υπόκεινται σε μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις και προβλήματα, τα οποία εμπεριέχουν μεγάλες τοπολογικές αλλαγές, όπως θρυμματισμός, διάτρηση κ.α.. Ο συνεχής

ανασχεδιασμός του πλέγματος αν και εμφανίστηκε σαν μια ενδιαφέρουσα πρόταση δεν αντιμετώπισε το πρόβλημα στα θεμέλια του με αποτέλεσμα να εισάγει υπέρογκο υπολογιστικό κόστος για σύνθετα προβλήματα. Αντιθέτως η VETFEM με την ελευθερία διαμόρφωσης τυχαίων στοιχείων βελτιώνει σημαντικά την προϋπάρχουσα κατάσταση.

- Η σύνδεση μεταξύ των πεπερασμένων στοιχείων στη FEM, τα οποία έχουν τη δυνατότητα να λάβουν τυχαία μορφή οφείλει να ακολουθεί και καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από τα αρχικά γονικά στοιχεία (parent elements). Επιπλέον έχει παρατηρηθεί πως όσα στοιχεία του πλέγματος λαμβάνουν μεγάλες παραμορφώσεις και η μορφή τους αποκλίνει σημαντικά από τα γονικά στοιχεία έχουν χαμηλή προσεγγιστική ικανότητα, εισάγοντας σημαντικό σφάλμα. Για την αντιμετώπιση των δύο αυτών προβλημάτων η κλασική FEM βρήκε διέξοδο την κατασκευή πλεγμάτων με πολύ υψηλή ανάλυση τα οποία έχουν δυσβάσταχτο κόστος. Αντιθέτως, στην VETFEM, η κατασκευή πεπερασμένων στοιχείων οποιασδήποτε μορφής διευκολύνει κατά πολύ την αρχική κατασκευή του πλέγματος.
- Το τρίτο πρόβλημα έχει να κάνει όχι τόσο με την κλασική FEM, αλλά με τη συνεχή αναδιαμόρφωση του πλέγματος, η οποία όμως πλέον αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι της μεθόδου. Αν και τα περισσότερα εμπορικά πακέτα ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία διαθέτουν υπορουτίνες για την αυτόματη δημιουργία και αναδιαμόρφωση του πλέγματος αδυνατούν να παρακολουθήσουν με πλήρη πιστότητα μεγάλες τοπολογικές αλλαγές κατά τις διάρκειες της προσομοίωσης. Το πρόβλημα εντείνεται στην περίπτωση όπου οι αλλαγές πραγματοποιούνται στο σύνορο της επιφάνειας, όπως παρατηρείται στη διάδοση ρωγμών, στη διάτρηση επίπεδης πλάκας με ταχέως κινούμενο βλήμα κ.α..

Εκτός από το διαφορετικό τρόπο κατασκευής των στοιχείων, η VETFEM δύναται να αντιμετωπίσει τα ανωτέρω προβλήματα για ακόμα έναν λόγο. Στη VETFEM δεν υπάρχει καμία απολύτως σύνδεση - περιορισμός των δημιουργουμένων στοιχείων με τα γονικά τους στοιχεία. Επιπλέον οι συναρτήσεις βάσης κατασκευάζονται από συναρτήσεις μορφής, οι οποίες καθορίζονται από αυτόνομα στοιχεία. Οι πολυωνυμικές προσεγγίσεις στις συναρτήσεις μορφής καθορίζονται στο εσωτερικό των στοιχείων μέσω μίας διαδικασίας ελαχιστοποίησης [12].

Εντούτοις ο χρόνος ενασχόλησης της επιστημονικής κοινότητας και η διαθέσιμη βιβλιογραφία της VETFEM σε σχέση με την FEM είναι αρκετά περιορισμένη. Το ίδιο συμβαίνει και με τους κώδικες, οι οποίοι έχουν αναπτυχθεί και συνήθως δεν έχουν υποστεί βελτιστοποίηση με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται σχετικά χρονοβόρος ως μέθοδος.

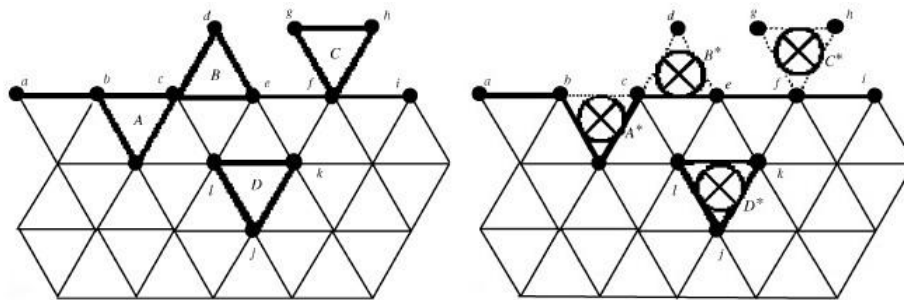
### *(iii) Άλλες παραλλαγές FEM*

Η κλασική FEM δεν δύναται να προσομοιώσει ορθά την αφαίρεση υλικού, φαινόμενο ιδιαίτερα συχνό στα τριβουστήματα. Η συνεχής θεώρηση και το ενιαίο πλέγμα αποτελούν

αποτρεπτικό παράγοντα για την επιτυχή προσομοίωση. Την αντιμετώπιση της συγκεκριμένης αδυναμίας πραγματεύονται οι Cottrell et al. [13].

Αρχικά, για τη μοντελοποίηση αφαίρεσης - αποκόλλησης υλικού από το κύριο εξεταζόμενο σώμα στη FEM, γινόταν ορισμός μίας οριακής τιμής παραμόρφωσης και τα στοιχεία τα οποία την υπέρβαιναν διαγράφονταν. Η παραδοχή όμως της διαγραφής δεν αποτελεί ικανοποιητική λύση για το περιβάλλον των τριβουσστημάτων, όπου η αλληλεπίδραση μεταξύ του στερεού και των αποκολλημένων τμημάτων συμβάλει ενεργά στη συνολική φθορά του συστήματος. Για το λόγο αυτό έγινε εισαγωγή του GPA (Generalized Particle Algorithm). Με τη βοήθεια του συγκεκριμένου αλγόριθμου όταν ένα στοιχείο του πεπερασμένου πλέγματος υπερβεί την οριακή τιμή παραμόρφωσης αντί να διαγραφεί σχηματίζει ένα σωματίδιο το οποίο απαλλάσσεται από κάθε δεσμό με το πλέγμα και δύναται να κινηθεί χωρίς περιορισμούς ελεύθερα στο χώρο. Στο

Σχ. VI-6 παρατηρείται η δημιουργία ενός τέτοιου σωματιδίου. Παρατηρείται ότι η κλασική μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων, η οποία αποτελεί τη θεμελιώδη μέθοδο στην κατηγορία των μεθόδων πλέγματος, υιοθετεί στοιχεία τα οποία απαντώνται σε μεθόδους χωρίς πλέγμα. Παρόλα αυτά, δε μπορεί να θεωρηθεί υβριδική η συγκεκριμένη μέθοδος.



Σχ. VI-6 Αριστερά, με έντονη γραμμή διακρίνονται τα υποψήφια για σχηματισμό ελεύθερων σωματιδίων στοιχεία και δεξιά ο σχηματισμός ελεύθερων σωματιδίων [13].

Η συγκεκριμένη παραλλαγή της FEM είναι κατάλληλη για δυναμικά προβλήματα όπως η διάτρηση πλάκας με ταχέως κινούμενο βλήμα [13,14]. Παρά βέβαια τα όποια θετικά εισάγονται, η συγκεκριμένη παραλλαγή εξακολουθεί να ταλανίζεται από ορισμένα βασικά προβλήματα της FEM, όπως ο συνεχής και προσεκτικός ανασχεδιασμός του πλέγματος.

#### (d) Αξιολόγηση της FEM ως προς τα τριβουσστήματα

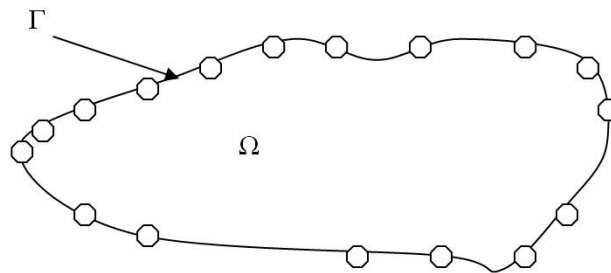
Αρκετά από τα προβλήματα της FEM έχουν πλέον αντιμετωπιστεί με επιτυχία και έδωσαν τη δυνατότητα σε παραλλαγές πλέον της μεθόδου FEM να χρησιμοποιηθούν στην μοντελοποίηση τριβουσστημάτων [15–19]. Η επιμονή της επιστημονικής κοινότητας για χρήση και εξέλιξη της FEM οφείλεται εν μέρει στη μεγάλη διαθέσιμη βάση των χρηστών της και στην εμπειρία, η οποία έχει αποκομιστεί από πλήθος εφαρμογών σε διάφορα επιστημονικά πεδία. Ενώ στη μακροκλίμακα παρατηρείται ελαστική παραμόρφωση των στερεών σωμάτων, τα οποία είναι σε επαφή, στη μικροκλίμακα η επαφή τραχυτήτων εμπεριέχει αποκλειστικά πλαστικές παραμορφώσεις. Παρά την

μεγάλη ανάπτυξη και εξέλιξη της FEM, δεν εμφανίζεται κατάλληλη για την αναπαράσταση μεγάλων πλαστικών παραμορφώσεων και κατ' επέκταση προσομοιώσεων σε επίπεδο τραχύτητας. Σε συνδυασμό με την σύγχρονη απαίτηση των τριβουστημάτων για προσομοιώσεις σε επίπεδο μικροκλίμακας οδηγεί στον μελλοντικό παραγκωνισμό της FEM ως κύρια και μοναδική μέθοδο μελέτης και επεξεργασίας. Ήδη παρατηρείται αυξημένο ενδιαφέρον για τη χρήση υβριδικών αριθμητικών μεθόδων με την μία από τις δύο μεθόδους να είναι σχεδόν πάντα η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων. Ο σχετικά εύκολος και επιτυχείς συνδυασμός της με νεότερες μεθόδους είναι πολλά υποσχόμενος.

## Ενότητα 6.02 Μέθοδος Συνοριακών Στοιχείων (BEM)

### (a) Περιγραφή της μεθόδου

Η μέθοδος συνοριακών στοιχείων BEM (Boundary Element Method) είναι μία συνεχής μέθοδος όπου, παρότι ανήκει στην κατηγορία των αριθμητικών μεθόδων με χρήση πλέγματος (mesh based method), η διακριτοποίηση περιορίζεται στο όριο ( $\Gamma$ ) της επιφάνειας του σώματος, το οποίο θέλουμε να μοντελοποιήσουμε και όχι στο σύνολο αυτού ( $\Omega$ ) όπως συμβαίνει με την κλασική FEM. Κάνοντας λοιπόν χρήση κόμβων στο σύνορο δημιουργούμε συνοριακά στοιχεία τα οποία μπορούν να αποτελούνται από ένα μέχρι τρεις κόμβους και αναπαριστούν το σύνορο της επιφάνειας όσο πιο πιστά γίνεται.



Σχ. VI-7 Τυπικό πλέγμα της μεθόδου BEM για την μοντελοποίηση του στερεού σώματος  $\Omega$ .

Ως αποτέλεσμα, η διάσταση του προβλήματος μειώνεται κατά μία, άρα η προετοιμασία των δεδομένων συγκρινόμενη με την FEM γίνεται λιγότερο χρονοβόρα και επίπονη, με αποτέλεσμα εφαρμογές σε τρεις διαστάσεις να είναι ευκολότερα υλοποιήσιμες, όχι όμως πάντα και υπολογιστικά συμφέρουσες [20]. Παρά την μείωση της διάστασης του προβλήματος όπως θα δούμε στην συνέχεια, ο κύριος πίνακας συντελεστών που προκύπτει κατά την εφαρμογή της μεθόδου είναι πλήρης και δεν παρουσιάζει καμία συμμετρία περιορίζοντας ως προς την επιλογή της μεθόδου επίλυσης του συστήματος, το οποίο είναι και υπολογιστικά απαιτητικό. Η μορφή του πίνακα περιορίζει επίσης και ως προς το μέγεθος του προβλήματος του οποίου θα γίνει προσομοίωση, αφού

μεγάλες προσομοιώσεις οδηγούν σε πίνακες οι οποίοι είναι υπολογιστικά ασύμφοροι να επιλυθούν. Το ίδιο ισχύει και για την προσομοίωση ετερογενών υλικών ή όσον αφορά στην μικροκλίμακα για ομογενή μεν υλικά τα οποία όμως έχουν διαφορετική μικροδομή, μέγεθος κόκκων κ.λπ., αφού για την σωστή προσομοίωση τους απαιτείται η διακριτοποίηση των συνόρων τους, γεγονός που οδηγεί σε έντονη διόγκωση του κύριου πίνακα συντελεστών.

Ακόμη ένα μειονέκτημα που παρουσιάζει η συγκεκριμένη μέθοδος, όσον αφορά στην κλασική της υλοποίηση πάντα, είναι η αδυναμία της να παρακολουθήσει απότομες αλλαγές κλίσης - γωνιών στο σύνορο της επιφάνειας, γεωμετρία που συναντάται κατά κόρον στην επιφάνεια των υλικών στην μικροκλίμακα. Η αντιμετώπιση μίας τέτοιας «δύσκολης» γεωμετρίας χρειάζεται ιδιαίτερη αντιμετώπιση, διότι λόγω της αλλαγής της διεύθυνσης του εξωστρεφούς κατακόρυφου μοναδιαίου διανύσματος δημιουργείται ένα σύστημα εξισώσεων με λιγότερες διαθέσιμες εξισώσεις από αγνώστους. Για αντιμετώπιση του προβλήματος έχουν προταθεί διαφορές λύσεις. Η πιο απλή, τουλάχιστον μαθηματικά, βασίζεται στην παραδοχή άμβλυνσης των γωνιών στο μοντέλο (Jawson & Symm, 1977), η οποία αδυνατεί βέβαια να εφαρμοστεί σε προβλήματα με πολλαπλές περιοχές. Εναλλακτικά μπορεί να γίνει χρήση ασυνεχών στοιχείων δημιουργώντας όμως επιπλέον υπολογιστικό κόστος και επηρεάζοντας τόσο την ακρίβεια της λύσης όσο και τη δυνατότητα σύγκλισης αυτής. Γενικά η BEM θεωρείται πως παρουσιάζει αδυναμία στην διαχείριση υλικών που παρουσιάζουν μη γραμμική συμπεριφορά, συμπεριφορά που συναντάται κατά κόρον στα τριβουστήματα λόγω της εμφάνισης χωρικών ολοκληρωμάτων.

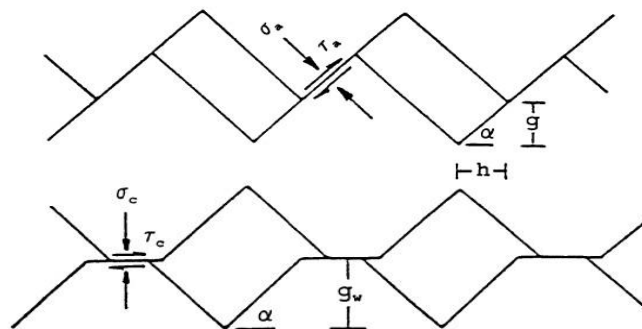
Η BEM ως κύριο πεδίο εφαρμογών της έχει την επίλυση προβλημάτων θρυμματισμού γραμμικά ελαστικών σωμάτων [21]. Παρά όμως το γεγονός ότι η BEM θεωρείται κατάλληλη για τα προβλήματα αυτά, στην κλασική της υλοποίηση παρουσιάζει αδυναμία ορθής περιγραφής των ρωγμών. Τα γεωμετρικά σύνορα των ρωγμών συμπίπτουν με το αριθμητικό μοντέλο, με αποτέλεσμα να οδηγούμαστε σε ένα σύστημα με λιγότερες εξισώσεις από αγνώστους [22]. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος καθώς και άλλων που αναφέρθηκαν προηγουμένως έχουν αναπτυχθεί αρκετές παραλλαγές της κλασικής BEM.

Η κλασική BEM κατά την εφαρμογή της σε μοντέλα, τα οποία εμπεριέχουν στοιχεία που απαντώνται στα τριβουστήματα, αφού προσομοίωση ολόκληρου τριβουστήματος δεν έχει επιχειρηθεί, παρουσιάζει ορισμένα μειονεκτήματα. Οι διάφορες παραλλαγές της μεθόδου, οι οποίες εξαλείφουν ή μεταθέτουν μερικά από τα βασικά αυτά μειονεκτήματα χρήζουν ιδιαίτερης προσοχής. Τέτοιες παραλλαγές είναι η GBEM (Galerkin Boundary Element Method) η οποία θεωρείται μία πολύ ισχυρή μέθοδος επίλυσης προβλημάτων θρυμματισμού επιτυγχάνοντας την πιστή αναπαράσταση του συνόρου της επιφάνειας και αντιμετωπίζοντας συγχρόνως το πρόβλημα του μη συμμετρικού και πλήρη πίνακα συντελεστών [1]. Μια επίσης ενδιαφέρουσα παραλλαγή της BEM είναι η SSBEM μέθοδος, η οποία μας δίνει την δυνατότητα επίλυσης σωμάτων όπου η κατανομή τους στο σύνορο είναι στοχαστική και επιπλέον έχει μικρότερο υπολογιστικό κόστος από την εφαρμογή της Monte Carlo [23]. Η μέθοδος που αναπτύχθηκε από τους Aliabadi et.al., οι οποίοι την ονόμασαν Dual Boundary Element Method DBEM, παρουσιάζεται ιδιαίτερα πρακτική και αποδοτική στην

προσομοίωση διάδοσης ρωγμών, ειδικά όταν το υλικό έχει μη γραμμική συμπεριφορά όπως συμβαίνει στην ζώνη θρυμματισμού. Η διαδρομή που θα ακολουθήσει η ρωγμή, στην DBEM, δεν χρειάζεται να είναι γνωστή εκ των προτέρων αλλά υπολογίζεται για κάθε βήμα διάδοσης [24]. Για ετερογενή υλικά με πολύπλοκη γεωμετρία επαφής, κάτι που απαντάται κατά κόρον στα τριβουσστήματα, αναπτύχθηκε η CV-BEM, μία μέθοδος η οποία προέκυψε από την κλασική BEM βασιζόμενη σε οριακές ολοκληρωτικές εξισώσεις και δύναται να διαχειριστεί ιδιαίτερα αποδοτικά το συγκεκριμένο πρόβλημα [25]. Γίνεται λοιπόν κατανοητό ότι οι διάφορες υλοποιήσεις της BEM έχουν ιδιαίτερη σημασία.

## (b) Εφαρμογές της μεθόδου BEM

Οι Young & Tsai κάνοντας χρήση της μεθόδου BEM μοντελοποίησαν μία ρωγμή 10mm σε ομογενές υλικό και υπολόγισαν τους συντελεστές εντάσεως τάσεων (SIF) τύπου I και II θεωρώντας όμως ότι η τραχύτητα της ρωγμής στις δύο επιφάνειες δεν είναι στοχαστική αλλά ότι έχει την μορφή πριονιού και η επαφή τους υπακούει στον νόμο τριβής του Coulomb [26].



Σχ. VI-8 Η μοντελοποίηση της τριβής εντός ρωγμής από τους Young & Tsai [26].

Ως συμπέρασμα καταλήγουν πως η BEM δύναται να μοντελοποιήσει μία ρωγμή και τη φθορά αυτής για όλα τα μοντέλα που εξετάστηκαν επιλύοντας ένα πολύ μικρότερο σύστημα από ότι θα απαιτούσε η κλασική FEM ελαττώνοντας έτσι το υπολογιστικό κόστος. Επίσης τονίζεται η εγγενής δυνατότητα της BEM να χειριστεί προβλήματα σε άπειρους χώρους όπως είναι μία ρωγμή σε ένα υλικό.

Στην παραπάνω περίπτωση η γεωμετρία έχει συγκεκριμένη μορφή και όχι στοχαστική όπως στα τριβουσστήματα. Στον αντίποδα βρίσκεται η μέθοδος SSBEM, του Honda [23]. Στην SSBEM η στοχαστική κατανομή της γεωμετρίας προσεγγίζεται από το ανάπτυγμα Karhunen-Loeve:

$$s(x, \theta) = \bar{s}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i(\theta) \sqrt{\lambda_i} f_i(x)$$

Αυτό επιτυγχάνεται λαμβάνοντας ορισμένους μόνο όρους από το άθροισμα της σειράς στο δεξιό μέλος της εξίσωσης, οι οποίοι όμως είναι αρκετοί για την σωστή περιγραφή και ταυτόχρονα τον περιορισμό των υπολογισμών. Έτσι θεωρείται ότι η κατανομή των δυνάμεων είναι γνωστή ενώ η γεωμετρία στο σύνορο άγνωστη-στοχαστική και δίνεται από την παραπάνω σχέση. Ενδιαφέρον



παρουσιάζει η δυνατότητα της μεθόδου να επεξεργαστεί και το αντίστροφο πρόβλημα στο οποίο είναι γνωστή η γεωμετρία στο σύνορο και οι δυνάμεις ακολουθούν στοχαστική κατανομή.

Προβλήματα όπως αυτό της μοντελοποίησης πολλαπλών ρωγμών, όπου για να περιγραφεί η γεωμετρία τους χρειάζεται η διακριτοποίηση ενός μεγάλου τμήματος του συστήματος, δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν με την κλασική BEM λόγω του ασύμμετρου πίνακα συντελεστών. Έτσι έγινε χρήση από τους Wang et. al. [20] της Fast Multipole Method (FMM) και τόσο η υπολογιστική πολυπλοκότητα του προβλήματος όσο και η απαίτηση του σε μνήμη μειώθηκε σε τάξη  $O(N)$  καθιστώντας την επίλυση του εφικτή.

Οι Koshelev & Ghassemi [25] εξετάζουν την CV-BEM, η οποία είναι η κλασική BEM βασιζόμενη στις μεταβλητές μιγαδικές συνοριακές ολοκληρωτικές εξισώσεις. Παρουσιάζεται σαν μία πολλά υποσχόμενη μέθοδος όταν έχουμε να μοντελοποιήσουμε μη ομογενή υλικά που ενδέχεται να εμπεριέχουν ξένα σωματίδια και ατέλειες στην δομή τους (δομή που βρίσκεται πολύ κοντά στην περιγραφή ενός τριβουστήματος) και οι συνθήκες επαφής των επιφανειών είναι περίπλοκες στο σύνορο.

Η BEM έχει χρησιμοποιηθεί σε τριβουστήματα μόνο μακροσκοπικά, για να βοηθήσει στην ολοκλήρωση των ελαστικών εξισώσεων και των εξισώσεων για της φθορά, επάνω στη μακροσκοπική γεωμετρία του τριβουστήματος, όπως στην περίπτωση των εργασιών των Sfantos και Aliabadi [27–30] για τη φθορά εκτριβής στην περίπτωση του εμφυτεύματος τεχνητού ισχίου, όπως και των Wan Kim et.al. [31] ή των Lee et. al. [32], για το μηχανισμό του fretting. Αντίστοιχης φιλοσοφίας είναι και η χρήση της στη μοντελοποίηση των κατεργασιών διαμόρφωσης, όπως στην περίπτωση της έλασης, από τους Li et. al. [33].

### (c) Αξιολόγηση της μεθόδου BEM για χρήση στην τριβολογία

Από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας καθώς επίσης και τη μαθηματική περιγραφή της μεθόδου συμπεραίνεται ότι η μέθοδος BEM συγκεντρώνει τα ακόλουθα **πλεονεκτήματα**:

- Η μέθοδος BEM κάνει χρήση πλέγματος μόνο στο σύνορο της επιφάνειας με αποτέλεσμα να χρειάζεται μικρότερη, χρονικά, προετοιμασία για την εφαρμογή της σε σχέση με τη FEM.
- Η μείωση των διαστάσεων του προβλήματος κατά μία λόγω της διακριτοποίησης μόνο του ορίου και όχι ολόκληρου του στερεού καθιστά τη BEM υπολογιστικά πιο συμφέρουσα συγκρινόμενη με τη μέθοδο FEM και εφαρμόσιμη ακόμα και σε προβλήματα τριών διαστάσεων.
- Πάρα ότι η BEM στην κλασική της μορφή δεν δύναται να προσομοιώσει διάδοση ρωγμών, λόγω της γεωμετρικής αλληλοεπικάλυψης στο σύνορο της ρωγμής, υπάρχουν πολλές και σχετικά εύκολα υλοποιήσιμες παραλλαγές της, οι οποίες έχουν αναπτυχθεί για την αντιμετώπιση της συγκεκριμένης αδυναμίας. Η BEM (στις διάφορες παραλλαγές της) θεωρείται κατάλληλη για τη λύση μηχανικών προβλημάτων θρυμματισμού. Η πεποίθηση αυτή ενισχύεται από την δυνατότητα της BEM να υπολογίζει τόσο στατικά όσο και

δυναμικά προβλήματα ρωγμής. Επιπλέον στην μέθοδο BEM δεν χρειάζεται να γίνεται ούτε επαναπροσδιορισμός του πλέγματος ούτε να γνωρίζουμε εκ των προτέρων τη διεύθυνση διάδοσης της ρωγμής αφού αυτή υπολογίζεται σε κάθε χρονικό βήμα.

Στη συνέχεια παρατίθενται τα κυριότερα **μειονεκτήματα** της BEM:

- Ο κύριος πίνακας συντελεστών είναι πλήρης και μη συμμετρικός, περιορίζοντας ως προς τον τρόπο της μαθηματικής επίλυσης του τελικού συστήματος. Επιπλέον το σύστημα που δημιουργείται είναι υπολογιστικά επίπονο κατά την επίλυση του.
- Στον ασύμμετρο πίνακα οφείλεται και το ένα δεύτερο μειονέκτημα της BEM. Η BEM γίνεται υπολογιστικά ασύμφορη για μοντελοποίηση προβλημάτων μεγάλων διαστάσεων όπως η μοντελοποίηση πολλών ρωγμών ή επιφανειών με μεγάλο σύνορο αφού κάτι τέτοιο εκτινάσσει τον αριθμό των απαιτούμενων στοιχείων για μοντελοποίηση του συνόρου και κατ' επέκταση το μέγεθος του τελικού συστήματος.
- Η μέθοδος BEM είναι ακατάλληλη για χρήση με ετερογενή υλικά, αφού για την περιγραφή τους πρέπει να γίνει διακριτοποίηση σε πολύ μεγάλο τμήμα του προβλήματος.
- Απότομες γεωμετρίες χρειάζονται ειδική μεταχείριση για την αντιμετώπιση τους με την μέθοδο BEM. Η κλασική μέθοδος μας οδηγεί σε σύστημα με περισσότερους αγνώστους από εξισώσεις. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ενώ στις απότομες ακμές οι μετατοπίσεις ορίζονται μονοσήμαντα, δεν συμβαίνει το ίδιο και για την τριβή.
- Κατά την μοντελοποίηση μη γραμμικής συμπεριφοράς υλικών (πλαστική παραμόρφωση κ.λπ.) εμφανίζονται χωρικά ολοκληρώματα και οδηγούμαστε σε αδυναμία αντιμετώπισης με τη μέθοδο BEM.
- Τέλος η μέθοδος BEM δεν μπορεί να λάβει υπόψη της αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ρωγμών καθώς και τη διακλάδωση ρωγμής.

Κάνοντας μία γενική ανασκόπηση στη βιβλιογραφία που μελετήθηκε παρατηρούμε ότι δεν έχει πραγματοποιηθεί καμία προσομοίωση τριβουστήματος με την μέθοδο BEM. Ο κύριος όγκος των δημοσιεύσεων πραγματεύεται την εκκίνηση και διάδοση ρωγμής, με ελάχιστες εξαιρέσεις. Οδηγούμαστε λοιπόν σε μία πρώτη βιαστική εκτίμηση ότι η BEM θα είναι κατάλληλη για μοντελοποίηση τριβουστημάτων όπου ως κύριο μηχανισμό φθοράς έχουν την διάδοση ρωγμών και τον θρυμματισμό του υλικού. Η εκτίμηση αυτή δεν ανταποκρίνεται πλήρως στην πραγματικότητα.

Παρά το γεγονός ότι σε αρκετά τριβουστήματα η δημιουργία ρωγμών και ο θρυμματισμός του υλικού αποτελούν κύριους μηχανισμούς φθοράς εμφανίζουν ορισμένες ιδιαιτερότητες, οι οποίες καθιστούν τη μοντελοποίηση τους μη εφικτή με την μέθοδο BEM. Οι ρωγμές που δημιουργούνται στα τριβουστήματα συχνά διακλαδώνονται δημιουργώντας δευτερεύουσες ρωγμές κατά την εξέλιξή τους μέσα στο υλικό. Επιπλέον το φαινόμενο της αλληλεπίδρασης μεταξύ των γειτονικών ρωγμών ή ακόμα και η διασταύρωση τους παρατηρείται ιδιαίτερα συχνά στα τριβουστήματα και δεν μπορεί να αμεληθεί. Σε αντιδιαστολή η μέθοδος BEM δεν μπορεί να

επεξεργαστεί ούτε διακλάδωση ρωγμής αλλά ούτε αλληλεπίδραση αυτών. Όλα τα δημοσιευμένα μοντέλα αφορούν μία και μοναδική ρωγμή, είτε απομονωμένη, είτε θεωρώντας ότι δεν επηρεάζεται από γειτονικές ρωγμές. Μια δεύτερη ιδιαιτερότητα των ρωγμών που εμφανίζονται στα τριβουστήματα αφορά την διάδοση τους και τον σχηματισμό ελεύθερων σωματιδίων. Πουθενά στη βιβλιογραφία δεν αναφέρεται διάδοση ρωγμής με τέτοιο τρόπο ώστε να σχηματιστούν ελεύθερα σωματίδια, αφού αφαίρεση υλικού δεν δύναται να μοντελοποιηθεί από την BEM. Δημιουργία ελεύθερου σωματιδίου από την επιφάνεια του συνόρου θα οδηγούσε σε κατάλυση του συνοριακού πλέγματος του συστήματός. Σε συνδυασμό με την παντελή έλλειψη εσωτερικού πλέγματος, χάνεται η συνέχεια στην αναπαράσταση του συνόρου και επέρχεται κατάλυση του μοντέλου. Επιπλέον πρέπει να τονιστεί η γενικότερη αδυναμία της BEM να μοντελοποιήσει αφαίρεση υλικού και δημιουργία νέας επιφάνειας στο σύνορο ή την επικόλληση υλικού από άλλο σώμα με το οποίο έρχεται σε επαφή. Ακόμα πάντως και αν δεν είχαμε τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά αυτά στις ρωγμές των τριβουστημάτων, ο μεγάλος αριθμός των ρωγμών και η ανομοιομορφία τους θα οδηγούσε σε ένα σύστημα BEM το οποίο θα είχε μεν λύση αλλά το υπολογιστικό κόστος επίλυσης του θα ήταν υπέρογκο.

Πέρα από την αδυναμία αναπαράστασης ορισμένων μηχανισμών φθοράς η BEM παρουσιάζει και άλλα προβλήματα. Το υλικό, όταν η μελέτη του και κατ' επέκταση η προσομοίωσή του γίνεται σε μικροκλίμακα, ενδέχεται να μην είναι ομογενές. Η BEM για να αντιληφθεί την ανομοιογένεια του υλικού κάνει χρήση μεγάλου αριθμού συνοριακών στοιχείων ακόμα και για μία πολύ μικρή περιοχή μοντελοποίησης. Η ελαστική θεώρηση της συμπεριφοράς του υλικού που γίνεται σχεδόν σε όλες τις αναφορές δεν μπορεί να γίνει αποδεκτή για όλα τα υλικά. Τέλος η τραχύτητα των επιφανειών στην μικροκλίμακα, όσο λείες και αν είναι, εμφανίζει τόσο απότομες γωνίες όσο και τυχαία-στοχαστική κατανομή, φαινόμενα τα οποία έχουν βέβαια αντιμετωπιστεί όπως είδαμε ως ένα βαθμό, αλλά όχι χωρίς συνέπειες.

Συνοψίζοντας, παρατηρούμε ότι η BEM δεν μπορεί να θεωρηθεί κατάλληλη για μοντελοποίηση τριβουστημάτων τουλάχιστον στην παρούσα μορφή και εξέλιξή της. Η μόνη πιθανή της χρήση είναι η απομονωμένη μοντελοποίηση μίας ρωγμής σε συνδυασμό όμως με κάποια άλλη αριθμητική μέθοδο για επίλυση του υπόλοιπου τριβουστήματος.

### **Ενότητα 6.03 Μέθοδος Διακριτών Στοιχείων (DEM)**

Η μέθοδος διακριτών στοιχείων DEM (Discrete Element Method) είναι μία ασυνεχής αριθμητική μέθοδος. Στη DEM, δεχόμαστε ότι το σώμα προς μοντελοποίηση αποτελείται από την συναρμολόγηση ενός συνόλου παραμορφώσιμων ή μη δομικών στοιχείων. Κατά τη διάρκεια της παραμόρφωσης του σώματος γίνεται συνεχής παρακολούθηση και ανανέωση της επαφής ανάμεσα στα δομικά στοιχεία με τη χρήση κατάλληλων θεμελιωδών μοντέλων [21]. Στόχος της μεθόδου είναι η δημιουργία και επίλυση των εξισώσεων κίνησης για κάθε δομικό στοιχείο που αποτελεί τμήμα του

σώματος. Κατά την εφαρμογή της μεθόδου DEM μεγάλη σημασία πρέπει να δοθεί στα εξής σημεία [1]:

1. Στη σωστή και ακριβή αναγνώριση της τοπολογίας του συστήματός, το οποίο ενδέχεται να εμπεριέχει ρωγμές, θρυμματισμούς, ατέλειες, ασυνέχειες κ.α. και μοντελοποίηση αυτών με τη χρήση δομικών στοιχείων.
2. Διατύπωση και επίλυση των εξισώσεων κίνησης για κάθε δομικό στοιχείο.
3. Εύρεση και συνεχή ανανέωση των επαφών μεταξύ των δομικών στοιχείων που μοντελοποιούν το σώμα καθ' όλη τη διάρκεια της παραμόρφωσης αυτού, καθώς και υπολογισμό των παραμορφώσεων των δομικών στοιχείων, αν αυτά έχουν θεωρηθεί παραμορφώσιμα.

Ανάλογα με την θεώρηση των δομικών στοιχείων διακρίνεται η implicit DEM (όπου έχουμε διακριτοποίηση βασιζόμενη στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων FEM) και η explicit DEM (όπου η διακριτοποίηση των στοιχείων γίνεται με την χρήση της μεθόδου πεπερασμένων όγκων FVM). Η explicit DEM συναντάτε στην βιβλιογραφία με τα αρχικά DEM τα οποία όμως τώρα σημαίνουν Distinct Element Method και όχι Discrete. Όσον αφορά την implicit DEM ο κυρίως εκπρόσωπος της καλείται DDA (Dynamic Deformation Analysis), δηλαδή ανάλυση δυναμικής παραμόρφωσης. Η DDA παρουσιάζει ορισμένα πλεονεκτήματα έναντι της explicit DEM όπως τη δυνατότητα χρήσης μεγαλύτερου χρονικού βήματος και την άμεση χρήση με ελάχιστες τροποποιήσεις των περισσότερων προγραμμάτων (κώδικες) FEM.

Όπως θα δούμε και στην εκτενέστερη παρουσίαση της μεθόδου DEM που ακολουθεί, η DEM κρίνεται κατάλληλη για τη μοντελοποίηση κοπής, κρούσης και γενικά φαινομένων τόσο στατικών όσο και δυναμικών, τα οποία εμπεριέχουν μεγάλες πλαστικές ή ελαστικές παραμορφώσεις. Ένα από τα κύρια μειονεκτήματα το οποίο γίνεται πιο έντονο, όταν το μοντέλο μας πλησιάζει ή βρίσκεται σε επίπεδο μικροκλίμακας, είναι το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου. Η DEM εξ ορισμού της κάνει χρήση ενός χρονικού βήματος, για κάθε τέτοια μικρή μεταβολή του χρόνου υπολογίζονται οι θέσεις και οι ταχύτητες όλων των στοιχείων, γεγονός που καταδεικνύει το υπολογιστικό μέγεθος του προβλήματος. Για κάθε χρονικό βήμα  $\Delta t$  γίνεται η παραδοχή ότι οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των στοιχείων παραμένουν σταθερές. Για το λόγω αυτό το  $\Delta t$  πρέπει να λαμβάνει μικρές τιμές, αφού διαφορετικά δεν επιτυγχάνεται σύγκλιση της μεθόδου. Για την απαλοιφή του μειονεκτήματος και χρήση της μεθόδου σε περισσότερα προβλήματα όπου η FEM δεν δύναται να δώσει ακριβή αποτελέσματα έχουν προταθεί δύο λύσεις χρήση των οποίων μπορεί να γίνει και ταυτόχρονα. Πολλοί ερευνητές έχουν στραφεί στην χρήση παράλληλων υπολογιστικών συστημάτων [32,33]. Γίνεται λοιπόν μία προσπάθεια ώστε να αναλυθεί το συνολικό πρόβλημα που περιγράφεται με την DEM σε επιμέρους, όσο το δυνατόν πιο ανεξάρτητα μεταξύ τους, και ο καταμερισμός τους σε ξεχωριστούς υπολογιστές. Η δεύτερη λύση που ακολουθείται είναι η δημιουργία μιας υβριδικής μεθόδου, όπου το τμήμα του σώματος στο οποίο παρουσιάζονται έντονες παραμορφώσεις ή αλλαγές γεωμετρίας, αφαίρεση υλικού κ.λπ., μοντελοποιείται με την DEM, ενώ το τμήμα του σώματος όπου δεν υπάρχουν τέτοια φαινόμενα και η ακριβή, υπολογιστικά, DEM δεν έχει να προσφέρει κάτι παραπάνω, μοντελοποιείται με την κλασική μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η προσπάθεια των μελετητών που έχουν καταφέρει σε αυτό το συνδυασμό των δύο μεθόδων έχει

επικεντρωθεί, όπως φαίνεται και στη σχετική βιβλιογραφία [34–36], στη σύνδεση των συνόρων που δημιουργούν οι δύο επιφάνειες. Σε πρώτη λοιπόν εκτίμηση η DEM παρουσιάζεται σαν μία ενδιαφέρουσα μέθοδος, η οποία δύναται να προσομοιώσει και να επιλύσει ορισμένα προβλήματα που απαντώνται στα τριβοσυστήματα.

### (a) Μαθηματική περιγραφή

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, η DEM χωρίζεται στην explicit και στην implicit υλοποίησή της. Στο παρόν τμήμα θα γίνει αρχικά μία περιγραφή της διαδικασίας εφαρμογής της explicit DEM, η οποία είναι και πιο διαδεδομένη, γεγονός που αντιλαμβάνεται κανείς από τον όγκο της διαθέσιμης βιβλιογραφίας.

#### (i) *Explicit DEM*

Για την εφαρμογή της explicit DEM διακρίνουμε τέσσερα κύρια βήματα, βάσει του διαχωρισμού που υιοθετεί και ο L.Jing [1]. Αρχικά γίνεται διακριτοποίηση του συνόλου της επιφάνειας ή του όγκου που έχουμε προς μελέτη με τη χρήση δομικών στοιχείων, τα οποία αναπαριστούν τις ιδιαιτερότητες στη γεωμετρία του αντικειμένου. Στην περίπτωση που θεωρείται ότι τα δομικά στοιχεία είναι παραμορφώσιμα, παραδοχή που αυξάνει το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου αλλά παρέχει εν γένει καλύτερα αποτελέσματα και μοντέλα, γίνεται σε κάθε δομικό στοιχείο περεταίρω διακριτοποίηση στο εσωτερικό αυτών με την χρήση πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων. Η χρήση των πεπερασμένων στοιχείων στο εσωτερικό των δομικών στοιχείων μας δίνει την δυνατότητα υπόθεσης ύπαρξης παραμορφώσεων και υπολογισμό αυτών.

Στο δεύτερο βήμα της μεθόδου γίνεται η αναπαράσταση των παραμορφώσεων των στοιχείων, των οποίων τα όρια συνήθως συνεχίζουν να αναπαρίστανται από ευθύγραμμα τμήματα. Χρήση πιο πολύπλοκης περιγραφής, αν και είναι εφικτή, ανεβάζει την τάξη και δυσχεραίνει το έργο του αλγόριθμου εύρεσης των σημείων επαφής ο οποίος χρησιμοποιείται στο επόμενο βήμα. Βάσει του θεωρήματος του Gauss για την μετατροπή του χωρικού (επιφανειακού) ολοκληρώματος σε επιφανειακό (επικαμπύλιο), η μεταβολή της τάσης σε κάθε δομικό στοιχείο γράφεται:

$$\Delta \varepsilon_{ij} \approx \frac{\Delta t}{2} \sum_{k=1}^N [(v_i^m) n_j \pm (v_j^m) n_i] \Delta S^k$$

Το τρίτο βήμα του αλγόριθμου ερευνά για την επαφή μεταξύ των δομικών στοιχείων. Καθορίζεται μία μικρή τιμή ελάχιστης απόστασης μεταξύ δύο δομικών στοιχείων και όσα στοιχεία απέχουν λιγότερο θεωρείτε ότι έχουν μεταξύ τους ένα σημείο επαφής. Το είδος της επαφής καθορίζεται επίσης στο βήμα αυτό ανάλογα με τη διαμόρφωση των στοιχείων. Για κάθε σημείο επαφής και για τις δυνάμεις που αναπτύσσονται υπάρχει ένα μηχανικό ανάλογο, το οποίο αποτελείται από ένα σύστημα ελατηρίων και αποσβεστήρων, το οποίο δύναται να μοντελοποιήσει

τόσο γραμμικές όσο και μη γραμμικές δυνάμεις. Στην περίπτωση όπου υπάρχει αλληλοεπικάλυψη των δομικών στοιχείων σε ορισμένα σημεία ή επιφάνειες, πρέπει να εξεταστεί αν αυτό είναι αποδεκτό. Παρά το γεγονός ότι η αλληλοεπικάλυψη είναι αποδεκτή από μαθηματική σκοπιά για την αναπαράσταση της παραμόρφωσης των επαφών, παρουσιάζει μαθηματικές δυσκολίες οι οποίες ανάλογα με βαθμό αλληλοεπικάλυψης μπορεί να καθιστούν τη μέθοδο μη εφαρμόσιμη και επιβάλλεται η λήψη μέτρων αντιμετώπισης της.

Τέλος, δημιουργούνται και ενσωματώνονται στο συνολικό πρόβλημα οι εξισώσεις κίνησης κάθε δομικού στοιχείου. Ορίζεται ένα χρονικό βήμα, το μέγεθος του οποίου, όπως θα δούμε και στην συνέχεια, έχει άμεση σχέση με τη σύγκλιση της DEM, και για κάθε χρονική στιγμή υπολογίζονται οι άγνωστες δυνάμεις από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$v_i^{(t+\Delta t/2)} = v_i^{(t-\Delta t/2)} + \left[ \frac{\sum f_i}{m} + b_i \right] \Delta t,$$

$$\omega_i^{(t+\Delta t/2)} = \omega_i^{(t-\Delta t/2)} + \frac{\sum M_i}{I} \Delta t,$$

Παρατηρείται ότι στις εξισώσεις κίνησης, ενός δομικού στοιχείου, περιλαμβάνεται τόσο η μάζα  $m$  αυτού όσο και η ροπή αδράνειας  $I$ . Επιπλέον, αν τα δομικά στοιχεία έχουν θεωρηθεί παραμορφώσιμα στις παραπάνω εξισώσεις, το  $f_i$  αντικαθίσταται από τον τύπο:

$$f_i = f_i^c + \sum_{k=1}^N \sigma_{ij}(n_j^k \Delta S^k),$$

Το χρονικό βήμα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο, χωρίς βέβαια να οδηγηθούμε σε υπερβολές που θα διόγκωναν τους απαιτούμενους υπολογισμούς για την ολοκλήρωση της DEM. Χρήση μεγάλου  $\Delta t$  μπορεί να οδηγήσει σε αριθμητική αστάθεια της μεθόδου, όπως αναφέρει και ο Onate [37]. Στην συνέχεια, γνωρίζοντας την ταχύτητα του στοιχείου, υπολογίζονται για το ίδιο χρονικό βήμα - χρονική στιγμή οι μετατοπίσεις του κάθε δομικού στοιχείου από τις εξισώσεις:

$$u_i^{(t+\Delta t)} = u_i^{(t)} + v_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t,$$

$$\theta_i^{(t+\Delta t)} = \theta_i^{(t)} + \omega_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t,$$

Το τελευταίο βήμα επαναλαμβάνεται όσες φορές υποβάλλεται από το χρονικό βήμα που επιλέχθηκε και το συνολικό χρόνο του φαινομένου.

## (ii) *Implicit DEM*

Για την implicit DEM και τον κύριο εκπρόσωπο της την DDA θα περιοριστούμε σε μία απλή αναφορά στην αρχή στην οποία είναι βασισμένη η μέθοδος λόγω της περιορισμένης διαθέσιμης βιβλιογραφίας. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής, ένα οποιοδήποτε μηχανικό σύστημα, το οποίο υπόκειται σε εξωτερικά φορτία θα παραμορφωθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να έχουμε ελαχιστοποίηση της ενέργειας που προσδίδεται στο περιβάλλον. Όταν αυτή η απαίτηση

επιβληθεί στο αποτελούμενο από διακριτά δομικά στοιχεία σύστημά, παράγει ένα σύστημα εξισώσεων κίνησης παραπλήσιο με αυτά που απαντώνται στις μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων. Η ομοιότητα αυτή προσδίδει στην DDA την δυνατότητα να χρησιμοποιεί για την επίλυσή της υπάρχοντες κώδικες γραμμένους για FEM με ελάχιστες τροποποιήσεις. Επιπλέον στην DDA μπορεί να γίνει χρήση μεγαλύτερου χρονικού βήματος, χωρίς να έχουμε αριθμητική αστάθεια λόγω της implicit θεώρησης της.

Είναι φανερό πως η μέθοδος DEM και στις δύο υλοποιήσεις της έχει μεγάλο υπολογιστικό φόρτο, ο οποίος προέρχεται τόσο από τον αλγόριθμο εύρεσης των επαφών των δομικών στοιχείων όσο και από το γεγονός ότι έχουμε πλήθος υπολογισμών, οι οποίοι επαναλαμβάνονται για κάθε χρονικό βήμα. Επιπλέον διαφαίνεται από τον τρόπο αναπαράστασης των σωμάτων η εγγενής δυνατότητα να μοντελοποιήσει μεγάλες ασυνέχειες τόσο στην γεωμετρία όσο και στη συμπεριφορά του υλικού. Τέλος η εισαγωγή του χρονικού βήματος κατέστησε δυνατή την αναπαράσταση και μη γραμμικών συμπεριφορών στην ολότητά τους, καθώς αυτές θεωρούνται γραμμικές μόνο κατά την διάρκεια του πολύ μικρού χρονικού βήματος. Υπόθεση που δίνει ορθά αποτελέσματα εφόσον γίνεται κατάλληλη επιλογή του  $\Delta t$ .

## **(b) Εφαρμογές της μεθόδου DEM**

Στο τμήμα αυτό θα γίνει αναφορά στις εφαρμογές της μεθόδου DEM, οι οποίες παρουσιάζουν ομοιότητες με την προσομοίωση τριβουσυστημάτων. Δεν κρίνεται σκόπιμο να γίνει ξεχωριστή αναφορά σε implicit και explicit DEM υλοποιήσεις. Επίσης στο παρόν τμήμα θα γίνει αναφορά και σε πηγές, οι οποίες πραγματεύονται την υβριδική μέθοδο DEM-FEM. Η επιλογή να παρουσιαστεί η συγκεκριμένη μέθοδος μαζί με την DEM έγινε λόγω του ότι στην υβριδική αυτή μέθοδο η FEM χρησιμοποιείται για να εξοικονομήσουμε υπολογιστικό κόστος και εφαρμόζεται σε περιοχές του μοντέλου, των οποίων η μοντελοποίηση είναι εύκολη και χωρίς μεγάλες παραμορφώσεις και δύστροπους μηχανισμούς φθοράς - αστοχίας. Αντιθέτως η DEM αναλαμβάνει το δύσκολο έργο της αναπαράστασης μεγάλων παραμορφώσεων, αφαίρεσης υλικού κ.α..

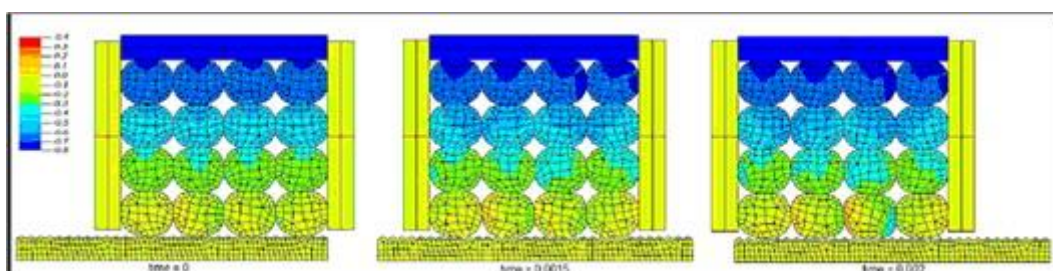
Οι Cameron & Gethin [38] ασχολήθηκαν με τη μελέτη των δυνάμεων τριβής που αναπτύσσονται μεταξύ μήτρας και κόκκων στην κονιομεταλλουργία. Κάνοντας χρήση της μεθόδου DEM, προσπάθησαν να μοντελοποιήσουν τους κόκκους σε επίπεδο μικροκλίμακας και να εξετάσουν την αλληλεπίδραση τους με τη μήτρα και την παραμόρφωση τους. Επιπλέον υπολογίστηκαν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται λόγω του μεγέθους των κόκκων και του εγκλωβισμού αυτών στις τραχύτητες της μήτρας. Για την επίτευξη του εγχειρήματος αυτού δημιουργήθηκε ένα διδιάστατο μοντέλο και έγινε η παραδοχή ότι η τριβή μεταξύ των κόκκων και της επιφάνειας της μήτρας είναι μηδενική. Παραδοχή η οποία εκ πρώτης όψεως είναι χονδροειδής αλλά εξυπηρετεί στη συγκεκριμένη μελέτη ώστε οι δυνάμεις που υπολογίζονται να είναι προϊόν της μορφής της διεπιφάνειας υλικού-μήτρας και μόνο. Ο λόγος που εξετάστηκε το συγκεκριμένο μοντέλο είναι ότι, κατά την συμπίεση των κόκκων στη μήτρα, λόγω της τραχύτητας της μήτρας και του μεγέθους των

κόκκων, εγκλωβισμοί αυτών μπορεί να οδηγήσουν σε ανεπιθύμητες ρωγμές στο τελικό προϊόν. Η επιλογή για τη διεξαγωγή της μοντελοποίησης με χρήση της μεθόδου DEM δικαιολογείται από την διακριτή υπόσταση των κόκκων. Με τη χρήση της μεθόδου DEM κάθε κόκκος αποκτά δική του ξεχωριστή υπόσταση και η μοντελοποίηση γίνεται σε επίπεδο στοιχείου, για το οποίο καθ' όλη την διάρκεια της παραμόρφωσης υπολογίζονται η ταχύτητα, η θέση, η παραμόρφωση καθώς και η επαφή με τα γειτονικά στοιχεία. Η συνεχής αυτή παρακολούθηση μας δίνει σε κάθε στιγμή την πλήρη εικόνα του συστήματος.

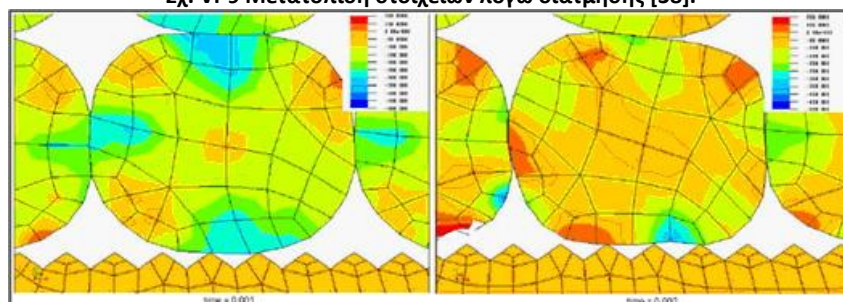
Αρχικά γίνεται διακριτοποίηση και μοντελοποίηση των κόκκων με τη χρήση παραμορφώσιμων δομικών στοιχείων στα οποία δημιουργείται στο εσωτερικό τους πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων. Η αλληλεπίδραση και επαφή μεταξύ των δομικών στοιχείων μοντελοποιείται θεωρώντας ένα ισοδύναμο σύστημα με ελατήρια και αποσβεστήρες και οι δυνάμεις καθορίζονται από την αλληλοεπικάλυψη μεταξύ των στοιχείων.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, παρά την αρχική πρόθεση των δύο ερευνητών να πραγματοποιηθεί τόσο η μοντελοποίηση όσο και οι υπολογισμοί σε επίπεδο μικροκλίμακας, κάτι τέτοιο τελικά δεν έγινε. Το μοντέλο στήθηκε και αναλύθηκε σε επίπεδο μικροκλίμακας αλλά στη συνέχεια όλες του οι διαστάσεις πολλαπλασιάστηκαν με έναν σταθερό συντελεστή (length scaling). Η μέθοδος DEM, όπως έχει ήδη αναφερθεί, έχει μεγάλες υπολογιστικές απαιτήσεις. Επίλυση του μοντέλου με διαστάσεις στην περιοχή μη θα αύξανε κατά πολύ το υπολογιστικό κόστος, όμως η τεχνική της κλιμάκωσης ελάττωσε κατά πολύ τον υπολογιστικό φόρτο χωρίς στην παρούσα προσομοίωση να εισάγει παράπλευρες αρνητικές επιδράσεις.

Στα Σχ. VI-9 και Σχ. VI-10 που ακολουθούν φαίνεται το μοντέλο που δημιουργήθηκε καθώς και γραφική απεικόνιση των παραμορφώσεων που υπέστη. Παρατηρείται στο Σχ. VI-9 τόσο η διακριτοποιημένη θεώρηση των κόκκων όσο και η δυνατότητα υπολογισμού πέραν της εξωτερικής επιφάνειας του εσωτερικού του υλικού.



Σχ. VI-9 Μετατόπιση στοιχείων λόγω διάτμησης [38].



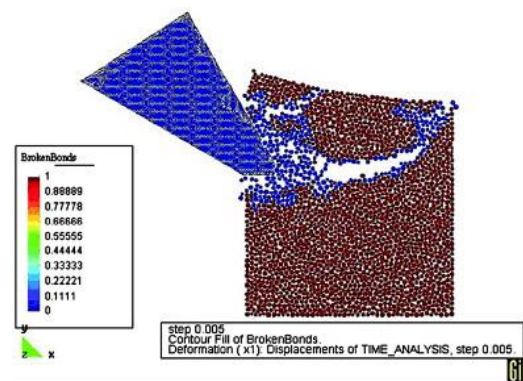
Σχ. VI-10 Παραμόρφωση στοιχείων λόγω διάτμησης [38].



Μεγάλο ενδιαφέρον για τις κατεργασίες και για την τριβολογία κατ' επέκταση παρουσιάζει η μοντελοποίηση κοπής βράχου από τους Onate & Rojek με τη μέθοδο DEM [37]. Αρχικά μοντελοποιείται το κοπτικό εργαλείο με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και το υλικό το οποίο υπόκειται σε κοπή με την DEM. Παρατηρείται όμως ότι το μοντέλο αυτό δεν μπορεί να λάβει υπόψη του την απώλεια υλικού από τις ακμές του κοπτικού εργαλείου, το οποίο ως γνωστό υπόκειται σε όχι αμελητέα φθορά. Για να υπάρχει η δυνατότητα αφαίρεσης υλικού από την επιφάνεια του κοπτικού εργαλείου, πρόβλεψης της διάρκειας ζωής του καθώς και εύρεσης της σχέσης αλληλεξάρτησης μεταξύ γεωμετρίας κοπτικού εργαλείου και κοπής στήθηκε όλο το μοντέλο εξολοκλήρου με την μέθοδο DEM. Τονίζεται ιδιαίτερα η σημασία της πιστής αναπαράστασης των σωμάτων μας, κάνοντας χρήση δομικών στοιχείων. Λόγω της διακριτής υπόστασης των δομικών στοιχείων, για να συντεθεί με επιτυχία μία επιφάνεια (για τα 2D προβλήματα) ή ένα σώμα (για τα 3D προβλήματα) πρέπει: α) να γίνει χρήση πλήθους δομικών στοιχείων ώστε το σώμα μας να έχει μεγάλη πυκνότητα, β) να γίνει χρήση διαφόρων μεγεθών, αφού τα υλικά εν γένει παρουσιάζουν ανομοιομορφία καθώς και γ) να μοντελοποιηθεί σωστά η επαφή μεταξύ των δομικών στοιχείων, βάσει των ιδιοτήτων του υλικού (Σχ. VI-11).

Ο συγκεκριμένος τρόπος που ακολουθήθηκε για τη δημιουργία του μοντέλου πέτυχε:

- Τη μοντελοποίηση αφαίρεσης υλικού και δημιουργίας αποβλήτου κατά την εισχώρηση του κοπτικού στο υλικό.
- Τη δυνατότητα του μοντέλου μετά την αφαίρεση του υλικού να αντιλαμβάνεται την ύπαρξη νέας ελεύθερης επιφάνειας.
- Τη συνεχή αλλαγή της γεωμετρίας του υλικού λόγω φθοράς άλλα και το πώς η νέα γεωμετρία επηρεάζει τη διαδικασία της κοπής.

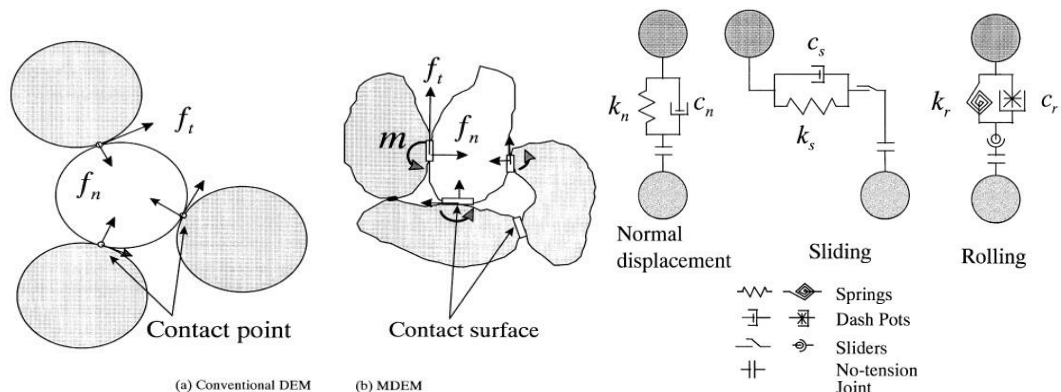


Σχ. VI-11 Κοπή πετρώματος από κοπτικό αποτελούμενο από 4500 διακριτά στοιχεία [37].

Παρόλα αυτά βέβαια πρέπει να τονιστεί ότι σε κάθε κύκλο εργασίας θεωρείται καινούριο κομμάτι πετρώματος, με αποτέλεσμα να μην γίνεται μοντελοποίηση της κοπής στην νέα επιφάνεια που δημιουργούταν από το πρώτο πέρασμα του κοπτικού. Επιπλέον η αφαίρεση δομικών στοιχείων από το κύριο σώμα τόσο του κοπτικού εργαλείου όσο και από το πέτρωμα πραγματοποιούταν όταν οι δυνάμεις που ασκούσαν στα συγκεκριμένα στοιχεία υπερέβαιναν μία συγκεκριμένη τιμή, η οποία είχε προκύψει εμπειρικά.

Είναι κρίσιμο το χρονικό βήμα  $\Delta t$  να έχει τιμή μικρότερη από μία κρίσιμη τιμή  $\Delta t_{cr}$ , έτσι ώστε να μην παρατηρείται υπολογιστική αστάθεια. Η κρίσιμη τιμή δίνεται από τον τύπο:  $\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{max}}$ , όπου  $\omega_{max}$  είναι η μέγιστη φυσική συχνότητα του συστήματος. Ο ακριβής υπολογισμός της φυσικής συχνότητας απαιτεί την επίλυση ενός προβλήματος ιδιοτιμών το οποίο ορίζεται από το σύνολο των δομικών στοιχείων που συνδέονται μεταξύ τους, του οποίου η επίλυση είναι χρονοβόρα και θα καθιστούσε την μέθοδο DEM κατάλληλη μόνο για πολύ μικρά σε μέγεθος προβλήματα. Εναλλακτικά, η τιμή  $\omega_{max}$  προσεγγίζεται κάνοντας χρήση των γραμμικοποιημένων εξισώσεων κίνησης και δημιουργία προβλημάτων ιδιοτιμών για κάθε δομικό στοιχείο ξεχωριστά.

Η συμπεριφορά των ψαθυρών υλικών παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με αυτή του εδάφους που αποτελείται από μικρούς κόκκους υλικού, το οποίο μοντελοποιούν οι Iwashita & Oda με την μέθοδο MDEM [39]. Η μέθοδος DEM θεωρεί ότι η επαφή μεταξύ των δομικών στοιχείων είναι σημειακή. Στην πραγματικότητα δεν έχουμε σημειακή επαφή αλλά μία, έστω και μικρή, επιφάνεια επαφής και την ανάπτυξη τριβής κύλισης μεταξύ των δομικών στοιχείων. Για να ληφθούν υπόψη αυτά τα δύο στοιχεία αναπτύχθηκε η μέθοδος MDEM. Στο Σχ. VI-12 διακρίνουμε την ειδοποιό διαφορά μεταξύ των δύο υλοποιήσεων.



Σχ. VI-12 Αριστερά: Μοντέλο επαφής στοιχείων κλασσικής DEM και μοντέλο επαφής στοιχείων με την μέθοδο MDEM Δεξιά: Μηχανικά ανάλογα ορθής μετατόπισης, ολίσθησης και κύλισης [39].

Στην DEM έχουμε σημεία επαφής στα οποία ασκούνται ορθές και διατμητικές τάσεις, ενώ στη MDEM έχουμε επιφάνεια επαφής όπου ασκούνται ορθές, διατμητικές τάσεις αλλά και ροπή στρέψης. Για τη δημιουργία του μοντέλου της MDEM υιοθετείται ένα επιπλέον σύστημα ελατηρίου, αποσβεστήρα, μη τασικού συνδέσμου και ολισθητήρα σε κάθε επιφάνεια επαφής, που ως σκοπό έχει να παράγει την απαιτούμενη αντίσταση ολίσθησης (Σχ. VI-12).

Το φαινόμενο που εξετάζεται είναι η δημιουργία ζώνης διάτμησης σε ένα ορθογώνιο κομμάτι από κοκκώδες πέτρωμα, το οποίο υπόκειται σε θλίψη. Για τη μοντελοποίηση του σώματος γίνεται χρήση κυκλικών δομικών στοιχείων τριών διαφορετικών διαμέτρων ώστε να υπάρχει ανομοιογένεια στο υλικό. Για τα πλευρικά όρια του τεμαχίου γίνεται χρήση πάλι κυκλικών στοιχείων

μεγαλύτερης όμως διαμέτρου από αυτές που χρησιμοποιούνται στο εσωτερικό του, τα οποία έχουν συμπεριφορά παρόμοια με αυτή μιας μεμβράνης. Η αριθμητική προσομοίωση της θλίψης πραγματοποιείται για διάφορες τιμές του συντελεστή  $\alpha$ , ο οποίος είναι ο αδιάστατος συντελεστής κύλισης μεταξύ των στοιχείων. Σημειώνεται επίσης ότι για την τιμή 0 του συντελεστή  $\alpha$ , για την οποία δεν έχουμε αντίσταση κύλισης, τα αποτελέσματα οφείλουν και όπως τελικά παρατηρείται δεν διαφέρουν σε σχέση με την κλασική DEM. Η κλασική DEM συμπίπτει με την MDEM για  $\alpha=0$ , δηλαδή όταν δεν υπάρχει καθόλου αντίσταση λόγω κύλισης ανάμεσα στα στοιχεία.

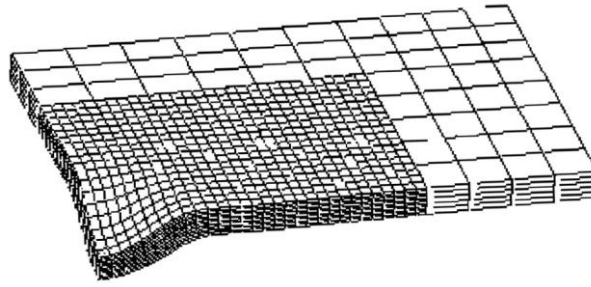
Γίνεται επιβολή των εξωτερικών φορτίων από τον χρήστη και η μέθοδος MDEM αναλαμβάνει την προσομοίωση του συστήματος και την πλήρη περιγραφή των μηχανισμών αστοχίας που λαμβάνουν χώρα στο εσωτερικό αυτού σε επίπεδο μάλιστα μικροκλίμακας. Βέβαια ο μηχανισμός πρέπει να είναι εκ των προτέρων γνωστός, διότι κατά την κατασκευή του μοντέλου γίνονται πολλές υποθέσεις και το ενδεχόμενο λάθος αναπαράστασης του μηχανισμού από το μοντέλο είναι υψηλό. Είναι για παράδειγμα δυνατόν με λανθασμένη επιλογή ορισμένων μεταβλητών του συστήματος να μην παρατηρηθεί η δημιουργία ζωνών διάτμησης κατά την θλίψη ψαθυρού υλικού.

Πολλοί ερευνητές για να μπορέσουν να μοντελοποιήσουν ολόκληρο το σύστημα το οποίο πραγματεύονται και όχι ένα μικρό τμήμα του χάριν του υπολογιστικού κόστους, κατάφυγαν στη χρήση υβριδικής μεθόδου DEM - FEM. Αντιπροσωπευτική αυτής της υλοποίησης παρουσιάζεται η προσπάθεια του S.Mohammadi [40]. Εξετάζεται η δημιουργία και διάδοση ρωγμής καθώς και η εμφάνιση θρυμματισμού σε μία μεταλλική πλάκα στο κέντρο της οποίας ασκείται ένα κρουστικό φορτίο. Για την επιτυχή εφαρμογή της υβριδικής μεθόδου πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη σημασία σε δύο καίρια σημεία:

Πρώτον, πρέπει στο σύστημα προς μοντελοποίηση να αναγνωριστούν ποιες περιοχές μπορούν να περιγραφούν με τη μέθοδο FEM και ποιες με τη μέθοδο DEM. Γίνεται λοιπόν κατανοητό ότι όπου υπάρχουν μεγάλες παραμορφώσεις, διάδοση ρωγμών, θρυμματισμός, αφαίρεση υλικού και ασυνέχειες, τόσο στη συμπεριφορά όσο και στη γεωμετρία του υλικού, γίνεται χρήση της ακριβείας, από άποψη υπολογισμών, μεθόδου DEM, η οποία λόγω της διακριτής της θεώρησης αντιλαμβάνεται και αναπαριστά με μεγάλη πιστότητα τα προαναφερθέντα φαινόμενα. Το υπόλοιπο τμήμα του συστήματος, το οποίο δεν παρουσιάζει τα παραπάνω «ιδιότροπα» χαρακτηριστικά, μοντελοποιείται με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων, τα οποία μειώνουν το υπολογιστικό κόστος.

Το δεύτερο σημείο που χρήζει προσοχής κατά την εφαρμογή της DEM - FEM είναι η σύνδεση των δύο μεθόδων στο μεταξύ τους σύνορο. Είναι κατανοητό πως για να γίνει χρήση των δύο μεθόδων ταυτόχρονα στο ίδιο σώμα πρέπει το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων να συνδέεται στο όριο με τα διακριτά στοιχεία, ώστε να μεταφέρονται τα επιβαλλόμενα φορτία και παραμορφώσεις. Ο S.Mohammadi θεώρησε ότι στη διεπιφάνεια σύνδεσης αναπτύσσονται δεσμοί οι οποίοι δεν είναι δυνατόν να καταλυθούν, όποιο και αν είναι το επιβαλλόμενο φορτίο.

Σε ένα από τα συστήματα που εξετάζει ο S.Mohammadi, έχει κατασκευαστεί το μοντέλο μόνο του  $\frac{1}{4}$  της πλάκας αφού το σύστημα έχει τόσο γεωμετρική όσο και τασική συμμετρία (Σχ. VI-13).



Σχ. VI-13 Τμήμα (1/4) παραμορφωμένης πλάκας τη χρονική στιγμή  $t=0.00018\text{sec}$  [40].

Διακρίνεται επίσης στο Σχ. VI-13 η περιοχή που παρουσιάζει μεγάλες παραμορφώσεις λόγω της κρούσης και μοντελοποιείται με την DEM και η περιοχή όπου οι παραμορφώσεις είναι μικρές και γίνεται χρήση πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων. Στη συγκεκριμένη μοντελοποίηση επιτεύχθηκε η ορθή αναπαράσταση της δημιουργίας επιπέδων στο εσωτερικό του υλικού τα οποία μεταξύ τους ολισθαίνουν και διαχωρίζονται, σχηματίζοντας ελεύθερες επιφάνειες. Το φαινόμενο αυτό λαμβάνει χώρα, όπως είναι αναμενόμενο, μόνο στην περιοχή όπου έχει γίνει χρήση της DEM, αφού η FEM αδυνατεί να αντιληφθεί τέτοιους μηχανισμούς.

Στην ίδια φιλοσοφία για την περικοπή του υπολογιστικού κόστους με τη χρήση της υβριδικής DEM - FEM κινούνται και οι Owen et. al. [34,35], οι οποίοι όμως εξετάζουν παράλληλα και την αξιοποίηση παράλληλων υπολογιστικών συστημάτων. Για να θεωρηθεί πως μία μέθοδος, εν προκειμένω η DEM, είναι κατάλληλη για χρήση σε παράλληλα υπολογιστικά συστήματα οφείλει να καλύπτει δύο βασικές προϋποθέσεις. Κατά την εφαρμογή της σε ένα παράλληλο υπολογιστικό σύστημα να υπάρχει ισοκατανομή του φόρτου εργασίας στους επεξεργαστές καθώς και ελαχιστοποίηση της αναγκασίας μεταξύ τους επικοινωνίας. Η DEM, όπως και οι περισσότερες μέθοδοι, δεν είναι άμεσα εφαρμόσιμη σε παράλληλους υπολογιστές, λόγω του ότι εξετάζει και διατυπώνει εξισώσεις για την ολότητα του προβλήματος. Η λύση που προτείνεται από τον Owen και η οποία διαφαίνεται ιδιαίτερα αποδοτική είναι η δυναμική ανάλυση τομέα (Dynamic Domain Decomposition). Η DDD έχει εκτοπίσει την παλαιότερη Static Domain Decomposition η οποία είναι αποδοτική μόνο για την ανάλυση στην FEM όπου το πλέγμα έχει μικρές και όχι συχνές αλλαγές. Οι στόχοι της DDD είναι:

1. Ανάλυση του σύνθετου προβλήματος σε μικρότερα και απλούστερα τα οποία αλληλοεξαρτώνται όσο το δυνατόν λιγότερο. Η απαίτηση για ελαχιστοποίηση της αλληλεξάρτησης υποβάλλεται από την επιθυμία ελαχιστοποίησης της διακίνησης δεδομένων ανάμεσα στους επεξεργαστές.
2. Να χωρίσει το πρόβλημά σε τέτοιες περιοχές, οι οποίες στην ουσία να είναι ένα σύνολο από δομικά στοιχεία (κυκλικοί τομείς ή σφαίρες), ώστε καθ' όλη τη διάρκεια της επίλυσης του προβλήματος να διατηρούν το υπολογιστικό τους κόστος σταθερό ή ανάλογο με τους

υπόλοιπους τομείς. Επιτυγχάνοντας με τον τρόπο αυτό όσο το δυνατόν λιγότερες αλλαγές και μετακινήσεις δεδομένων ανάμεσα στους επεξεργαστές.

3. Επειδή για κάθε χρονικό βήμα η DDD ελέγχει και επαναπροσδιορίζει τους τομείς όπου έχει διασπαστεί το πρόβλημα, διαδικασία που μπορεί να επαναληφθεί χιλιάδες φορές, η DDD οφείλει να είναι ιδιαίτερα αποδοτική.

Οφείλουμε πάντως να τονίσουμε ότι κατά την εφαρμογή της DEM σε παράλληλα υπολογιστικά συστήματα και για την ανάπτυξη μίας αποδοτικής DDA, η οποία να ικανοποιεί τις παραπάνω θεμελιώδεις προϋποθέσεις προβάλλονται αρκετές δυσκολίες. Ορισμένες από αυτές είναι: α) Η διάσπαση του κυρίως συστήματος σε επιμέρους τομείς και εύρεση των σχέσεων αλληλεξάρτησής τους. β) Κατά την εξέλιξη της προσομοίωσης οι τομείς, στους οποίους έχει χωριστεί το συνολικό σύστημα, δεν διατηρούν σταθερό το υπολογιστικό τους κόστος. ο εντοπισμός και εξάλειψη των παραγόντων, οι οποίοι διαταράσσουν την ισορροπία αυτή αποτελεί ιδιαίτερα επίπονη διαδικασία. Πάρα τις δυσκολίες αυτές, έχουν επιτευχθεί σημαντικές μειώσεις στον χρόνο επεξεργασίας με την χρήση παράλληλων υπολογιστικών συστημάτων.

Συνοπτικά αξίζει να αναφερθούμε στα ανεπτυγμένα μοντέλα ροής κοκκωδών υλικών βασιζόμενα στην μέθοδο DEM [41]. Κατά την μοντελοποίηση των κόκκων, όπως είδαμε και σε προηγούμενες αναφορές, γίνεται χρήση κυκλικών (για τις δύο διαστάσεις) και σφαιρικών (για τις τρεις διαστάσεις) δομικών στοιχείων. Η συγκεκριμένη παραδοχή αποτελεί απλούστευση του προβλήματός μας, αφού συνήθως τα σωματίδια δεν είναι ακριβώς κυκλικά, παρόλα αυτά είναι ιδιαίτερα δημοφιλής. Μπορεί να γίνει χρήση πολύπλοκων γεωμετριών, αλλά οι υπολογιστικές απαιτήσεις του αλγόριθμου εύρεσης των σημείων επαφής αυξάνονται κατά κόρον. Το δεύτερο σημείο που τονίζεται είναι η ευκολία της DEM να προγραμματιστεί για παράλληλα υπολογιστικά συστήματα με την τεχνική διάσπασης τομέων. Η δυνατότητα αυτή της DEM, σύμφωνα με τους ερευνητές, πηγάζει κατά κύριο λόγο από τη δυνατότητα της DEM να χωριστεί σε περιοχές όπου το κάθε στοιχείο αλληλοεπιδρά μόνο με τους αμέσους γείτονές του καθώς και τη χρήση ορισμένων περιοχών όπου έχουμε επικάλυψη δύο ξεχωριστών τομέων. Τέλος, τονίζεται ότι για τη μέθοδο DEM υπάρχουν αρκετά μοντέλα για την κρούση μεταξύ στοιχείων ή στοιχείου και τοιχώματος και η επιλογή του κατάλληλου για το πρόβλημά είναι καθοριστικής σημασίας. Ακόμα και η υιοθέτηση ενός ακριβού αλγόριθμου πρόβλεψης - διόρθωσης (predictor - corrector), δίνει λάθος αποτελέσματα λόγω των πολλών επαναλαμβανομένων σε κάθε χρονικό βήμα υπολογισμών, αν το μοντέλο δεν είναι το κατάλληλο για την περίπτωση που εξετάζεται.

### **(c) Αξιολόγηση της DEM για χρήση στην τριβολογία**

Από την ανασκόπηση που προηγήθηκε στη σχετική με τη μέθοδο DEM βιβλιογραφία διαφάνηκαν τα παρακάτω πλεονεκτήματα:

- Η μέθοδος DEM κάνει χρήση χρονικού βήματος  $\Delta t$  και υπολογίζει τις μεταβλητές του συστήματος για κάθε τέτοιο χρονικό βήμα. Προσφέρεται η δυνατότητα της συνεχούς παρακολούθησης της εξέλιξης του φαινομένου που προσομοιώνεται.
- Λόγω της διακριτής θεώρησης των δομικών της στοιχείων που υιοθετεί η μέθοδος DEM, έχει τη δυνατότητα χειρισμού μεγάλων παραμορφώσεων και ασυνεχειών, τόσο στην γεωμετρία του εξεταζόμενου υλικού όσο και στην συμπεριφορά του. Παρατηρήθηκε ότι προσομοίωση κοπής, κατεργασία που κατεξοχήν εμπεριέχει μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις αλλά και αφαίρεση υλικού, δύναται να προσομοιωθεί με μεγάλη επιτυχία.
- Η DEM δύναται να συνδυαστεί με τη FEM χωρίς ιδιαίτερα προβλήματα και να δημιουργήσουν μία υβριδική DEM - FEM μέθοδο. Η υβριδική αυτή μέθοδος, ορθά εφαρμοσμένη, μειώνει το υπολογιστικό κόστος κατά πολύ κάνοντας χρήση της DEM μόνο εκεί που χρειάζεται.
- Πολύπλοκές γεωμετρίες μπορούν να αναπαρασταθούν με μεγάλη επιτυχία με τη χρήση διαφόρων μεγεθών των δομικών στοιχείων, ακόμα και αν εμπεριέχουν απότομες γωνίες ή ασυνέχειες. Επιπλέον η δυνατότητα θεώρησης και παραμορφώσιμων δομικών στοιχείων, εκτός από απαραμόρφωτα, αυξάνει το πεδίο εφαρμογών καθώς και την ακρίβεια των προσομοιώσεων.
- Η implicit DEM και συγκεκριμένα η DDA μπορεί να επωφεληθεί από το μεγάλο εύρος έτοιμων υπολογιστικών πακέτων για πεπερασμένα στοιχεία, αφού κατά την εφαρμογή της σε ένα πρόβλημα προκύπτει σύστημα εξισώσεων που παρουσιάζει μεγάλη ομοιότητα με αυτό των πεπερασμένων στοιχείων.
- Αξιοσημείωτη είναι η ευκολία με την οποία η DEM μπορεί να εφαρμοστεί σε παράλληλα υπολογιστικά συστήματα καθώς και ο βαθμός εκμετάλλευσης αυτών. Έτσι ένα από τα κύρια μειονεκτήματα που απέτρεπαν τη χρήση της μεθόδου DEM, δηλαδή το υψηλό υπολογιστικό κόστος, δύναται να μετριαστεί με τη χρήση ακόμα και απλών προσωπικών υπολογιστών διασυνδεδεμένων σε τοπικό δίκτυο.
- Τέλος η DEM είναι κατάλληλη για την προσομοίωση μη ομογενών υλικών δίνοντας διαφορετικές τιμές μηχανικών ιδιοτήτων σε κάθε δομικό στοιχείο.

Στη συνέχεια ακολουθεί σύνοψη των κυριότερων μειονεκτημάτων της μεθόδου DEM όπως αυτά εντοπίστηκαν κατά την μελέτη της βιβλιογραφίας:

- Το κυριότερο μειονέκτημα της DEM είναι το υψηλό υπολογιστικό κόστος το οποίο πηγάζει από τη χρήση του χρονικού βήματος  $\Delta t$  και τον εκ νέου κάθε φορά υπολογισμό των μεγεθών για κάθε δομικό στοιχείο. Αρκετές φορές μοντελοποιείται ένα μόνο μικρό τμήμα του συνολικού συστήματος για τον περιορισμό του κόστους.
- Πάρα το γεγονός ότι η DEM μπορεί να χειριστεί δομικά στοιχεία με πολύπλοκές γεωμετρίες, μία τέτοια θεώρηση απουσιάζει πλήρως από το σύνολο της βιβλιογραφίας, καθώς θα αύξανε το υπολογιστικό κόστος του αλγόριθμου εύρεσης επαφής.

- Αν και η DEM μπορεί να κάνει μοντελοποίηση σε επίπεδο μικροκλίμακας, η διεξαγωγή των υπολογισμών σε αυτήν την τάξη μεγέθους έχει δυσμενείς συνέπειες ως προς το χρόνο υπολογισμού και αποφεύγεται. Η πιο διαδεδομένη αντιμετώπιση του συγκεκριμένου μειονεκτήματος είναι το στήσιμο του μοντέλου σε μικροκλίμακα και κατόπιν ο πολλαπλασιασμός των διαστάσεων με έναν συντελεστή (mass scaling).
- Η παραδοχή της σημειακής επαφής μεταξύ των στοιχείων και η έλλειψη αντίστασης κύλισης που συνεπάγεται στις περισσότερες περιπτώσεις δε δημιουργεί προβλήματα. Παρόλα αυτά, αν ο κυρίως μηχανισμός του φαινομένου που εξετάζεται είναι η κύλιση ανάμεσα στα δομικά στοιχεία, η DEM δίνει λανθασμένα αποτελέσματα.

Πάρα το γεγονός ότι δεν έχουμε εφαρμογές της DEM απευθείας σε τριβουστήματα, η συγκεκριμένη μέθοδος παρουσιάζεται πολλά υποσχόμενη. Όσο η δύναμη των υπολογιστικών συστημάτων αυξάνεται και αίρει το κύριο μειονέκτημα εφαρμογής της DEM σε ένα τόσο πολύπλοκο και μεγάλο πρόβλημα όπως η προσομοίωση τριβουστήματος, είναι πιθανό πολλοί ερευνητές να στραφούν στην χρήση της.

Το μειονέκτημα του μεγάλου υπολογιστικού κόστους της μεθόδου έχει ιδιαίτερη σημασία στα τριβουστήματα για έναν επιπλέον λόγο. Όταν η μοντελοποίηση γίνεται σε επίπεδο μικροκλίμακας το υπολογιστικό κόστος αυξάνεται δυσανάλογα. Τότε ο αλγόριθμος εύρεσης επαφών χειρίζεται πολύ μικρότερες διαστάσεις αλληλοεπικάλυψης δομικών στοιχείων και το έργο του δυσχεραίνεται. Η λύση που προτάθηκε για πολλαπλασιασμό των διαστάσεων με έναν σταθερό συντελεστή μπορεί να κρίθηκε ιδανική στην προσομοίωση κοπής [37] άλλα στο πολύπλοκο περιβάλλον των τριβουστημάτων, όπου λαμβάνουν χώρο περισσότεροι μηχανισμοί φθοράς και συνδυασμός τόσο στατικών όσο και δυναμικών φαινομένων ενδέχεται να δημιουργηθούν επιπλοκές. Η αύξηση των διαστάσεων συνεπάγεται και αύξηση της μάζας των στοιχείων άρα και επηρεασμού της δυναμικής συμπεριφοράς αυτών οπότε πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα προσεκτικοί. Αδιαμφισβήτητα πάντως η διακριτή θεώρηση των δομικών στοιχείων στη μέθοδο DEM της δίνει τη δυνατότητα να αναπαραστήσει ορθά το πλήθος των μηχανισμών που απαντώνται στα τριβουστήματα, όπως η κοπή, ο θρυμματισμός, η αλλαγή μορφής του υλικού και ο σχηματισμός νέας επιφάνειας κ.α.. Επιπλέον, η διακριτή θεώρηση μας δίνει τη δυνατότητα να αναπαραστήσουμε με μεγάλη ευκολία μη ομογενή υλικά, όπως είναι η πλειονότητα των υλικών σε επίπεδο μικροκλίμακας, καθώς και μη γραμμικότητες τόσο στη συμπεριφορά όσο και στη γεωμετρία τους. Επιπλέον, πρέπει να τονιστεί η επίπτωση του χρονικού βήματος στην DEM καθώς αυτό θέτει περιορισμούς ως προς τον συνολικό χρόνο προσομοίωσης. Στην τριβολογία αρκετά φαινόμενα, όπως η διάδοση ρωγμής λόγω κόπωσης, για να εξελιχθούν απαιτούν μεγάλα χρονικά διαστήματα αφού η εξέλιξή τους είναι ιδιαίτερα αργή. Για τέτοια φαινόμενα, αν και περιγράφονται με επιτυχία από την DEM, ο χρόνος που απαιτούν για την προσομοίωση τους σε συνδυασμό με το γεγονός ότι δεν μπορούμε να αυξήσουμε αυθαίρετα το χρονικό βήμα, μας αποτρέπει σε χρήση της DEM.

Συνοψίζοντας, καταλήγουμε πως η DEM έχει δυνατότητες αλλά το υπολογιστικό της κόστος, είτε αυτό υποβάλλεται από τους μεγάλους χρόνους προσομοίωσης είτε από τη μικροκλίμακα, μένει να αντιμετωπιστεί. Το ενθαρρυντικό είναι η δυνατότητα μετατροπής της DEM για χρήση σε παράλληλα υπολογιστικά συστήματα και η ραγδαία εξέλιξη των υπολογιστικών συστημάτων.

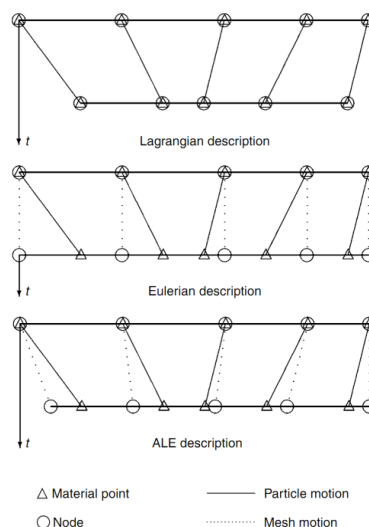
## Ενότητα 6.04 Μέθοδος Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE)

Η μέθοδος ALE αποτελεί μια μέθοδο η οποία συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των Lagrangian FEM, οι οποίες χρησιμοποιούνται στη μοντελοποίηση των στερεών σωμάτων, και των Eulerian FEM, οι οποίες χρησιμοποιούνται στη μοντελοποίηση των ρευστών. Η καθεμία από αυτές έχει και τα δικά της πλεονεκτήματα.

Στη Lagrangian FEM, η μάζα του υλικού σώματος που μοντελοποιείται είναι συνδεδεμένη με τους κόμβους του πλέγματος. Η περιγραφή αυτή επιτρέπει την εύκολη παρακολούθηση των ελεύθερων επιφανειών και των διεπιφανειών μεταξύ διαφορετικών υλικών. Διευκολύνει επίσης την αντιμετώπιση των υλικών με καταστατικές εξισώσεις που εξαρτώνται από το ιστορικό των κόμβων. Το ασθενές της σημείο είναι η αδυναμία της να παρακολουθήσει μεγάλες παραμορφώσεις χωρίς την αναδρομή σε συχνές διεργασίες ανασχηματισμού του πλέγματος (remeshing).

Στην Eulerian FEM, η μάζα του υλικού σώματος μετακινείται ανάμεσα σε γειτονικούς κόμβους ακολουθώντας τις αρχές διατήρησης. Μεγάλες παραμορφώσεις στην κίνηση του συνεχούς μέσου μπορούν να αντιμετωπιστούν εύκολα με αυτόν τον τρόπο, όμως το σύνορο του συνεχούς μέσου και οι λεπτομέρειες της ροής δεν καθορίζονται επακριβώς.

Στην μέθοδο ALE, οι κόμβοι του υπολογιστικού πλέγματος μπορούν να μετακινούνται μαζί με το συνεχές όπως στη μέθοδο Lagrangian, να είναι στατικοί όπως στη μέθοδο Eulerian, ή να κινούνται με αυθαίρετο τρόπο (Σχ. VI-14).



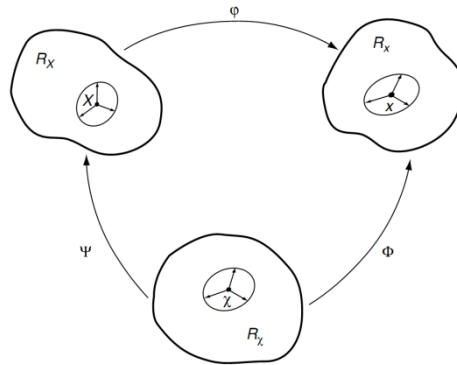
Σχ. VI-14 Μονοδιάστατο παράδειγμα πλέγματος Lagrange, Euler και ALE και του τρόπου με τον οποίον κινούνται τα σωματίδια του συνεχούς στην κάθε μέθοδο. [42]



Η ALE εισήχθη από τον Hirt, το 1974 [43] ως μια μέθοδος για την επίλυση χρονομεταβλητών προβλημάτων μηχανικής των ρευστών, με βάση τη μέθοδο των Πεπερασμένων Διαφορών. Ακολούθησε η χρήση της σε συνδυασμό με τη FEM για προβλήματα ρευστών αρχικά [44] και στη συνέχεια στα στερεά για προβλήματα ιξωδοπλαστικής ροής και υστερητικής ροής [45,46]. Αργότερα η μέθοδος άρχισε να εφαρμόζεται και σε ελαστικά-ιξωδοπλαστικά στερεά υλικά [47].

### (a) Μαθηματική περιγραφή

Η μέθοδος ALE και οι παραλλαγές της περιγράφονται αναλυτικά από τους Donea et. al. στο [42]. Το υλικό βρίσκεται εντός συστήματος αναφοράς  $R_X$ , ο χώρος γύρω του έχει σύστημα αναφοράς  $R_x$ , και οι κόμβοι του πλέγματος σύστημα αναφοράς  $R_\chi$ . Οι συναρτήσεις  $\Phi$ ,  $\Psi$  και  $\phi$  μετασχηματίζουν από τον έναν χώρο στον άλλο.



Σχ. VI-15 Η κίνηση του υπολογιστικού πλέγματος της ALE είναι ανεξάρτητη της κίνησης του υλικού.

Οι βασικές εξισώσεις διατήρησης έχουν ως εξής:

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{\bar{\chi}} + \vec{c} \cdot \nabla \rho = -\rho \nabla \cdot \vec{v} \quad (\text{διατήρηση μάζας})$$

$$\rho \left( \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{\bar{\chi}} + (\vec{c} \cdot \nabla) v \right) = \nabla \cdot \vec{\sigma} + \rho \vec{b} \quad (\text{διατήρηση ορμής})$$

$$\rho \left( \left. \frac{\partial E}{\partial t} \right|_{\bar{\chi}} + \vec{c} \cdot \nabla E \right) = \nabla \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{v}) + \vec{v} \cdot \rho \vec{b} \quad (\text{διατήρηση ολικής ενέργειας})$$

$$\rho \left( \left. \frac{\partial e}{\partial t} \right|_{\bar{\chi}} + \vec{c} \cdot \nabla e \right) = \vec{\sigma} : \nabla^S \vec{v} \quad (\text{διατήρηση εσωτερικής ενέργειας})$$

Όπου:  $\rho$  η πυκνότητα,  $\vec{v}$  η ταχύτητα του υλικού,  $\vec{c} = \vec{v} - \hat{\vec{v}}$  η διαφορά της από την ταχύτητα του πλέγματος, (ταχύτητα συναγωγής)  $\vec{\sigma}$  ο τανυστής τάσεων του Cauchy,  $\vec{b}$  το διάνυσμα της ειδικής δύναμης εξ' αποστάσεως,  $e$  η ειδική εσωτερική ενέργεια και  $\nabla^S \vec{v} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{v} + \nabla^T \vec{v})$  ο τανυστής του ρυθμού παραμόρφωσης (το συμμετρικό τμήμα του gradient της ταχύτητας).

## (b) Εφαρμογές της μεθόδου

Οι περισσότερες εφαρμογές της ALE έως και σήμερα σχετίζονται με προβλήματα μηχανικής των ρευστών, και ιδιαίτερα με προβλήματα αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού (τα επονομαζόμενα Fluid-Structure Interaction – FSI). Η ALE έχει χρησιμοποιηθεί κατά κόρον σε δυναμικά προβλήματα ρευστών με ελεύθερες επιφάνειες ή διεπιφάνειες (πολυφασικές ροές). Κλασσική περίπτωση είναι το πρόβλημα της διατοίχισης υγρού φορτίου εντός δεξαμενής (sloshing) [48], όπου η ALE έχει συνδυαστεί και με την BEM [49]. Χρησιμοποιείται επίσης σε προβλήματα εκρηκτικής φόρτισης κατασκευών, όπου με ALE μοντελοποιείται ο όγκος των εκτονωνόμενων αερίων της έκρηξης [50] αλλά ακόμα και σε προβλήματα γεωφυσικής [51] ή αστροφυσικής. Στις περιπτώσεις αυτές, χρησιμοποιείται κυρίως η μοντελοποίηση περισσότερων του ενός υλικών στον ίδιο όγκο (ALE multimaterial modeling), η οποία είναι υπολογιστικά πιο πολύπλοκη αλλά επιτρέπει τη μοντελοποίηση ιδιαίτερα σύνθετων φυσικών διεργασιών.

Έχει όμως βρει εφαρμογή και σε προβλήματα μηχανικής των στερεών, ιδίως των κατεργασιών διαμόρφωσης και αποβολής υλικού, όπου συνήθως το εργαλείο μοντελοποιείται με πλέγμα Lagrange και το τεμάχιο με πλέγμα Euler.

Μια τυπική εφαρμογή της ALE στις κατεργασίες διαμόρφωσης είναι αυτή των Wang & Li [52], οι οποίοι προσομοίωσαν τη μη-Νευτώνεια ροή του πολυμερούς κατά τη διάρκεια της χύτευσης πλαστικού (injection molding). Με χρήση της ALE μπόρεσαν να αναπαραστήσουν την εξέλιξη της ελεύθερης επιφάνειας του ρευστού, καθώς αυτό πλήρωνε σταδιακά την κοιλότητα του καλουπιού. Έτσι μπόρεσαν να περιορίσουν σημαντικά το υπολογιστικό κόστος της προσομοίωσης, που ειδιάλλως θα ήταν απαγορευτικό λόγω του remeshing.

Η ALE χρησιμοποιείται στα μοντέλα κατεργασιών κοπής γιατί δεν προϋποθέτει κάποια συγκεκριμένη διαδρομή ή κριτήριο για το σχήμα του αποβλίπτου. Οι Attanasio et. al. [53–55] μοντελοποίησαν τη κατεργασία της τόννευσης και συνδύασαν το μοντέλο αποκοπής υλικού με ένα αναλυτικό μοντέλο για τη φθορά διάχυσης που υφίσταται το εργαλείο. Σε σχετική εργασία, οι Ceretti et. al. [56], μελέτησαν επιτυχώς τα φαινόμενα μετάδοσης θερμότητας στη διεπιφάνεια εργαλείου – τεμαχίου. Οι Haglund et. al. [57] υλοποίησαν ένα μοντέλο ALE για την ορθογωνική κοπή και διερεύνησαν με αυτό διάφορα μοντέλα για την τριβή της διεπιφάνειας, ένα σημαντικό πρόβλημα για το τριβοσύστημα των κατεργασιών.

Οι Chang et. al. [58] μοντελοποίησαν τα μακροσκοπικό τριβοσύστημα τροχού-σιδηροτροχιάς και χάρις στην ALE, μπόρεσαν να αναπαραστήσουν σωστά το δυναμικό χαρακτήρα των παραμορφώσεων που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια της κύλισης και να υπολογίσουν την εξέλιξη της φθοράς σε κάθε σημείο, ολοκληρώνοντας επάνω σε ένα χάρτη συντελεστών φθοράς Archard.

## (c) Αξιολόγηση της ALE για χρήση στην τριβολογία

Η ALE εμφανίζεται ως μια μέθοδος υποσχόμενη να δώσει την τελική λύση στο πρόβλημα των μεγάλων παραμορφώσεων που αντιμετωπίζουν τα προβλήματα μοντελοποίησης της φθοράς. Το πιο σημαντικό στοιχείο της είναι ότι μπορεί να εφαρμοστεί εκεί όπου οι συνθήκες δυσχεραίνουν την εφαρμογή άλλων μεθόδων όπως οι DEM και SPH.

Η σωστή χρήση της όμως εμποδίζεται συχνά από τους κώδικες οι οποίοι τη χρησιμοποιούν. Αντιμετωπίζοντας τη ως μια παραλλαγή που μπορεί να χρησιμοποιηθεί επιπροσθέτως σε ένα μοντέλο Lagrangian FEM, της επιβάλλουν πολλούς από τους περιορισμούς της κλασσικής FEM.

## Ενότητα 6.05 Μέθοδος Element – Free Galerkin (EFG)

Η EFG Element-Free Galerkin όπως φαίνεται από το όνομα της είναι μία μέθοδος αριθμητικής επίλυσης η οποία δεν κάνει τη χρήση κάποιας μορφής πλέγματος. Η EFG αναπτύχθηκε από τους Belytschko et al. [59] και αρχικά χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση προβλημάτων που υπόκεινται σε συνεχείς αλλαγές γεωμετρίας λόγω στατικού ή δυναμικού θρυμματισμού. Σήμερα η EFG έχει διευρύνει το πεδίο εφαρμογών της και χρήση της παρατηρείται: α) Στην ανάλυση τάσεων παραμορφώσεων σε στερεά σώματα, β) μελέτη προβλημάτων διάδοσης ρωγμής και θρυμματισμού υλικού, γ) σε προβλήματα ροής ρευστών, δ) στην ανάλυση ελαστικών ισότροπων πλακών Kirchhoff, ε) σε προβλήματα συναγωγής θερμότητας [60] κ.α.. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό ότι η EFG έχει ως κύριο πλεονέκτημα τον χειρισμό μεγάλων παραμορφώσεων και αλλαγών της γεωμετρίας, πλεονέκτημα το οποίο πηγάζει κυρίως από την έλλειψη πλέγματος [61]. Όπως θα αναλυθεί και στην συνέχεια της παρούσας αναφοράς η EFG μπορεί να μοντελοποιήσει ρωγμές με μεγάλη ευκολία επεκτείνοντας απλά της ελεύθερες επιφάνειές της.

Η αναπαράσταση του σώματος στην EFG γίνεται με την χρήση τυχαία κατανεμημένων κόμβων, οι οποίοι δεν συνδέονται σταθερά μεταξύ τους με την χρήση πλέγματος. Επιπλέον η αλληλεπίδραση ανάμεσα στους κόμβους είναι ορατή από το χρήστη καθ' όλη τη διάρκεια της προσομοίωσης, δίνοντας του τη δυνατότητα να την τροποποιήσει αναλόγως. Στους κόμβους οι μεταβλητές που μας ενδιαφέρουν έχουν γνωστές τιμές. Για τα διαστήματα ανάμεσα στους κόμβους γίνεται προσέγγιση βάσει των γνωστών τιμών με την ανάπτυξη συναρτήσεων μορφής (συναρτήσεις μορφής ονομάζονται οι συναρτήσεις βάσης στα διαστήματα προσέγγισης). Η EFG κάνει χρήση των προσεγγίσεων ελάχιστου τετραγώνου MLS (Moving Least Square) για την κατασκευή των συναρτήσεων μορφής και για το λόγο αυτό, χρειάζεται μόνο τιμές για ένα σύνολο κόμβων για τη συνολική περιγραφή του σώματος. Κατόπιν οι δυναμικές εξισώσεις του συστήματος διατυπώνονται με τη χρήση της εξίσωσης Lagrange. Το κύριο πρόβλημα που αντιμετώπισε η EFG είναι η επιβολή των συνοριακών συνθηκών αφού οι συναρτήσεις μορφής δεν ικανοποιούν την συνθήκη δέλτα Kronecker. Ενώ λοιπόν το σύνολο των συναρτήσεων μορφής για μεθόδους χωρίς πλέγμα είναι PID (partition of unity), κάθε συνάρτηση που αναφέρεται σε ένα στοιχείο εμφανίζεται -επηρεάζει και τα υπόλοιπα. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού έχουν αναπτυχθεί αρκετές υλοποιήσεις οι

δημοφιλέστερες των οποίων είναι: α) Τροποποίηση της ασθενούς μορφής, με πολλαπλασιαστική Lagrange, συνάρτηση ποινής ή μεθόδου Nitsche β) MVP (Modified Variational Principle, Lu et. al. [62]) γ) Χρήση πεπερασμένων στοιχείων.

Το υπολογιστικό κόστος που εισάγεται κατά την χρήση της EFG για τη μοντελοποίηση διάδοσης ρωγμής αρχικά διαφαίνεται μεγάλο συγκρινόμενο με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Εντούτοις το συνολικό κόστος είναι άμεσα συγκρίσιμο αν ληφθεί υπόψη ο χρόνος που σπαταλιέται από το χρήστη κατά τη διαδικασία της αναδιαμόρφωσης πλέγματος στη FEM. Επιπλέον η FEM απαιτεί εμπειρία από το χρήστη για την κατάλληλη αναδιαμόρφωση σε αντίθεση με την EFG, η οποία κάνοντας χρήση κόμβων δύναται να μοντελοποιήσει χωρίς την επέμβαση του χρήστη τη τυχαία ως προς τη ταχύτητα και διεύθυνση διάδοση ρωγμής. Όπως θα δούμε και στο πλήθος της βιβλιογραφίας, η οποία πραγματεύεται τη μοντελοποίηση διάδοσης ρωγμής με την μέθοδο EFG, η συγκεκριμένη μέθοδος επιτυγχάνει την ίδια ακρίβεια αποτελεσμάτων στον ίδιο χρόνο με τη FEM αν συνυπολογιστεί και η αναδιαμόρφωση του πλέγματος. Επίσης η EFG δεν παρουσιάζει volumetric locking με αποτέλεσμα να μπορεί να γίνει χρήση μεγαλύτερου χρονικού βήματος και αύξηση του ρυθμού σύγκλισης. Ένα ακόμα σημείο υπεροχής έναντι της FEM είναι ότι οι εξαρτημένες μεταβλητές του προβλήματός μας και οι παράγωγοι αυτών είναι συνεχείς σε όλο τον τομέα. Ως αποτέλεσμα αυτού η επεξεργασία των αποτελεσμάτων μετά την προσομοίωση για την επίτευξη ομαλών πεδίων κλίσεων για τις τάσεις δεν είναι απαραίτητη.

Όπως όλες οι μέθοδοι χωρίς πλέγμα η EFG δεν χρειάζεται δεδομένα για τη διασυνδεσιμότητα των κόμβων, με ότι πλεονεκτήματα συνεπάγεται. Επιπλέον η EFG παρουσιάζει πολύ καλή συμπεριφορά και παράγει αποδεκτά αποτελέσματα ακόμα και όταν η κατανομή των κόμβων δεν είναι η βέλτιστη σε αντίθεση με την SPH. Όπως θα αναλυθεί στην συνέχεια, ενώ η EFG ωφελείται από την ύπαρξη πυκνής διάταξης κόμβων στη περιοχή όπου παρατηρούνται έντονες παραμορφώσεις, εντούτοις μπορεί να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα ακόμα και με την χρήση μίας αραιής κατανομής. Προσοχή βέβαια χρειάζεται για την αποφυγή υπερβολών και χρήση ελάχιστων κόμβων, οι οποίοι δεν είναι σε θέση να αναπαραστήσουν το σώμα μας. Πέρα λοιπόν από το γεγονός πως για τον ίδιο αριθμό κόμβων η EFG παρουσιάζεται πιο ακριβής από την SPH, η EFG δεν κάνει χρήση όγκων γύρω από τους κόμβους. Αυτό επιτυγχάνεται αφού η κλίση του πεδίου υπολογίζεται από την παράγωγο των παρεμβλλόμενων κόμβων με σεβασμό στις χωρικές μεταβλητές.

Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με την ανάπτυξη και βελτίωση της αρχικής διατύπωσης της EFG που πραγματοποίησε ο Belytschko. Η προσπάθειά τους εστιάζεται κυρίως στην εύρεση τρόπων επιβολής των συνοριακών συνθηκών, ανάλογα με το πρόβλημα που εξετάζεται, χωρίς βέβαια να απουσιάζουν πολύ ενδιαφέρουσες μελέτες με στόχο τη διεύρυνση του πεδίου εφαρμογών, το συνδυασμό της μεθόδου με τη FEM, τη βελτιστοποίηση κατανομής των κόμβων κ.α.. Μερικές από τις αναφορές αυτές θα αναπτυχθούν εκτενώς στην συνέχεια στην προσπάθεια επίδειξης των δυνατοτήτων της EFG.

### (a) Μαθηματική περιγραφή

Στο τμήμα αυτό θα γίνει παρουσίαση του βασικού αλγόριθμου εφαρμογής της EFG όπως αυτός προτάθηκε από τον Belytschko καθώς και των βασικότερων μεθόδων επιβολής των συνοριακών συνθηκών. Αρκετοί μέθοδοι επιβολής συνοριακών συνθηκών δεν εμφανίζονται για πρώτη φορά στην EFG, αλλά απαντώνται και σε άλλες αριθμητικές μεθόδους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η επιβολή των συνοριακών συνθηκών με συναρτήσεις ποινής, μέθοδος η οποία χρησιμοποιείται κατά κόρον στην SPH.

Η EFG είναι μία μέθοδος χωρίς πλέγμα ή μέθοδος στοιχείων όπως συχνά απαντάται στην βιβλιογραφία. Ο κύριος αλγόριθμός στις μεθόδους αυτής της κατηγορίας βασίζεται στην προσέγγιση μίας συνάρτησης  $u(x,t)$ , αυστηρά σε αντιστοιχία με τις παραμέτρους σε ένα σύνολο κόμβων καθώς και στη περιγραφή του συνόρου του τομέα που εξετάζεται. Η αναφορά στη περιγραφή του συνόρου περιλαμβάνει όχι μόνο τις εξωτερικές επιφάνειες του τομέα, αλλά και τη περιγραφή των εσωτερικών επιφανειών, οι οποίες εμφανίζονται λόγω της ύπαρξης ασυνεχειών στο υλικό, όπως ρωγμές, διεπιφάνειες ανάμεσα σε διαφορετικά υλικά κ.α.. Στη μέθοδο EFG μία προσέγγιση της συνάρτησης  $u(x)$  για έναν τομέα που περιβάλλει το σημείο  $x$  δίνεται με τη χρήση της μεθόδου παρεμβολής κινούμενου ελάχιστου τετραγώνου MLS (Moving Least Square). Καλείται προσέγγιση της συνάρτησης  $u(x,t)$  η  $u^h(x,t)$ :

$$u^h(x,t) = \sum_{j=1}^m p_j(x) a_j(x,t) \equiv p^T(x) a(x,t)$$

Το  $p(x)$  είναι πλήρες πολυώνυμο βάσης τυχαίας τάξεως, τα  $a_i(x,t)$  οι συντελεστές συναρτήσεων των χωρικών συντεταγμένων  $x$  και του χρόνου  $t$  (οι οποίοι πρέπει να καθοριστούν). Για παράδειγμα σε ένα πρόβλημα δύο διαστάσεων μπορούν να επιλεγθούν οι ακόλουθες βάσεις:

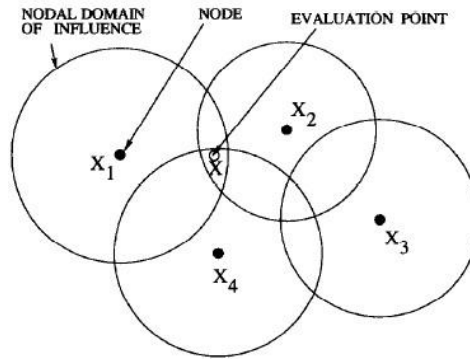
$$p^T(x) = [1 \ x \ y] \quad (m=3, \text{ γραμμική βάση})$$

$$p^T(x) = [1 \ x \ y \ xy \ x^2 \ y^2] \quad (m=6, \text{ δευτεροβάθμια βάση})$$

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως οι συντελεστές  $a_i(x,t)$  πρέπει να καθοριστούν. Για την εύρεση των τιμών τους σε ένα τυχαίο σημείο  $x$  απαιτείται η ελαχιστοποίηση της ακόλουθης διακριτής σταθμισμένης νόρμας σφάλματος:

$$J = \sum_{l=1}^n w(x-x_l) [u_l(t) - p^T(x_l) a(x,t)]^2$$

$w(x-x_l)$  είναι η συνάρτηση βάρους περιορισμένης στήριξης (συνήθως καλείται ως τομέας επιρροής του κόμβου  $l$ ) και  $n$  είναι ο αριθμός των κόμβων των οποίων ο τομέας επιρροής περιλαμβάνει το εν λόγω τυχαίο  $x$  (Σχ. VI-16).



Σχ. VI-16 Απεικόνιση κόμβων και των τομέων επηρεασμού σε διδιάστατο πεδίο [63].

Τα στοιχεία από το διακριτό σύνολο  $x_i, i=1, \dots, n$  αριθμός κόμβων, για το οποία ικανοποιείται η συνθήκη  $w(x-x_i) > 0$  καλούνται γειτονικοί κόμβοι του τυχαίου σημείου  $x$ .

Στην παραπάνω έκφραση του  $J$  το  $u_I(t)$  είναι μία παράμετρος εξαρτώμενη από τον κόμβο  $I$  του πεδίου προσέγγισης. Δεν είναι λοιπόν η ακριβής τιμή του κόμβου, διότι το  $u^h(x,t)$  είναι προσέγγιση και όχι παρεμβολή. Άρα η ελαχιστοποίηση του  $J$  παράγει ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων για τους συντελεστές  $a(x,t)$ :  $A(x)a(x,t) = B(x)u(t)$ , όπου:

$$A(x) = \sum_{I=1}^n w(x-x_I) p(x_I) p^T(x_I)$$

$$B(x) = [w(x-x_1)p(x_1) \quad w(x-x_2)p(x_2) \quad \dots \quad w(x-x_n)p(x_n)]$$

$$u^T(t) = [u_1(t) \quad u_2(t) \quad \dots \quad u_n(t)]$$

$u(t)$  είναι το διάνυσμα των κομβικών αγνώστων. Εάν ο πίνακας  $A$  είναι αντιστρέψιμος, για το οποίο αναγκαία αλλά όχι ικανή συνθήκη είναι  $n \geq m$ , δηλαδή το σύνολο των γειτονικών στοιχείων να είναι τουλάχιστον ίσο την διάσταση της βάσης, τότε οι συντελεστές  $a(x,t)$  εκφράζονται:  $a(x,t) = A^{-1}(x)B(x)u(t)$  και αντικαθιστώντας στην θεμελιώδη σχέση της MLS προσέγγισης

$$u^h(x,t) = \sum_{j=1}^m p_j(x) a_j(x,t) \equiv p^T(x) a(x,t) \text{ προκύπτει:}$$

$$u^h(x,t) = p^T(x) a(x,t) = \Phi^T(x) u(t)$$

ή

$$u^h(x,t) = \sum_{I=1}^n \Phi_I(x) u_I(t)$$

Η συνάρτηση μορφής της EFG  $\Phi(x,t)$  ορίζεται ως:  $\Phi^T(x) = p^T(x)[A^{-1}(x)B(x)]$ . Γίνεται λοιπόν αντιληπτό, ότι στην μέθοδο EFG το σύνολο των γειτονικών κόμβων καθώς και οι συναρτήσεις μορφής μπορούν να εκτιμηθούν αυτόματα αν προηγουμένως έχει επιλεγθεί μια από τις δοσμένες συναρτήσεις βάρους  $w$ .

Η συνέχεια των συναρτήσεων μορφής εξαρτάται από τη συνέχεια των συναρτήσεων βάσης  $p(x)$  και την ομαλότητα των πινάκων  $A^{-1}(x)$  και  $B(x)$ . Το κατά πόσο οι δύο πίνακες εμφανίζονται ομαλοί εξαρτάται από τις συναρτήσεις βάρους. Άρα η συνέχεια της συνάρτησης μορφής καθορίζεται

σε ένα μεγάλο ποσοστό από τη συνέχεια των συναρτήσεων βάρους. Το γεγονός, ότι επαρκώς ομαλές συναρτήσεις βάρους παράγονται εύκολα απλοποιεί κατά πολύ την αριθμητική προσέγγιση του προβλήματος.

Όσο αφορά την επιβολή των συνοριακών συνθηκών σημειώνεται ότι ακόμα και αν οι συναρτήσεις βάρους  $w(x-x_j)$  είναι πολυωνυμικές, οι συναρτήσεις μορφής οι οποίες κατασκευάζονται δεν είναι πολυωνυμικές. Ως αποτέλεσμα οι συναρτήσεις μορφής δεν ικανοποιούν την συνθήκη δέλτα Kronecker για κάθε κόμβο, δηλαδή  $\Phi_I(x_j) \neq \delta_{I,j}$ , ως εκ τούτου έχουν αναπτυχθεί αρκετές τεχνικές επιβολής των συνοριακών συνθηκών ανάλογα με το πρόβλημα που εξετάζεται.

Για την επιβολή των συνοριακών συνθηκών, παρά το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας και της προσπάθειας, η οποία καταβάλλεται προς όφελος των μεθόδων χωρίς πλέγμα, παραμένουν ορισμένα προβλήματα, τα οποία πρέπει να υπερκεραστούν. Το βασικότερο όλων για το οποίο βέβαια έχει προταθεί πλήθος τρόπων αντιμετώπισής του είναι η επιβολή των συνοριακών συνθηκών [64]. Οι συναρτήσεις μορφής δεν ικανοποιούν την συνθήκη δέλτα Kronecker, δηλαδή μία συνάρτηση μορφής, η οποία συνδέεται - επηρεάζει ένα στοιχείο δεν λαμβάνει την τιμή μηδέν για στοιχεία, τα οποία δεν ανήκουν στην περιοχή επηρεασμού της. Ως εκ τούτου η επιβολή των συνοριακών συνθηκών Dirichlet δεν είναι τόσο εύκολη όσο στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων.

Αρκετοί ερευνητές στράφηκαν για την επιβολή των συνοριακών συνθηκών στη χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Κατά την εφαρμογή της μεθόδου διακρίνονται τρεις περιοχές: α) περιοχή στην οποία υπάρχουν μόνο κόμβοι της EFG, β) μόνο πεπερασμένα στοιχεία και γ) μια μεταβατική περιοχή στην οποία συνυπάρχουν κόμβοι και πεπερασμένα στοιχεία.

Μία δεύτερη κατηγορία τρόπων επιβολής συνοριακών συνθηκών βασίζεται στην τροποποίηση της ασθενούς μορφής, με κύριο εκπρόσωπο την μέθοδο του πολλαπλασιαστή Lagrange. Η κάθε μέθοδος επιβολής των συνοριακών συνθηκών παρουσιάζει τα πλεονεκτήματα της και τις αδυναμίες της ανάλογα με τη φύση του προβλήματος.

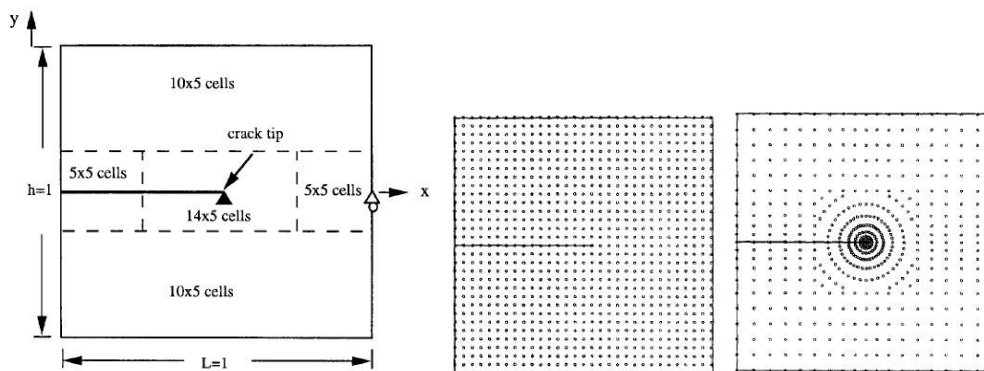
## **(b) Εφαρμογές της μεθόδου EFG**

### **(i) EFG για διάδοση ρωγμών**

Οι Belytschko et. al. κάνοντας χρήση της EFG προσπάθησαν να μοντελοποιήσουν την δυναμική και στατική διάδοση ρωγμών [59,65]. Για την επιβολή των συνοριακών συνθηκών γίνεται επιλογή της μεθόδου τροποποίησης της ασθενούς μορφής. Ιδιαίτερη προσοχή για την επιτυχή μοντελοποίηση δόθηκε στο πως οι διάφορες τεχνικές για διακριτοποίηση (κατανομή των κόμβων) της ζώνης στο άκρο της ρωγμής, επηρεάζονται από την δυναμική ή στατική φύση του προβλήματος. Η διαφορετική συμπεριφορά δικαιολογείται εν μέρει, διότι οι κύριες εξισώσεις είναι ελλειπτικής μορφής για τα στατικά και υπερβολικής για τα δυναμικά προβλήματα.

Για το στατικό, ελαστικό πρόβλημα θεωρείται ένα τετράγωνο σώμα με μόνο τη μία πλευρά ελεύθερη (Σχ. VI-17). Στην ελεύθερη πλευρά εισάγεται μία ρωγμή και γίνεται κατανομή των κόμβων στην επιφάνεια. Η τοποθέτηση των κόμβων γίνεται με δύο διαφορετικούς τρόπους: α) ομοιόμορφα

κατανομημένοι σε όλη την επιφάνεια και β) ομοιόμορφα κατανομημένη στην περιοχή μακριά από το άκρο της ρωγμής και ακτινικά πλησίον αυτής. Για κάθε τρόπο κατανομής των κόμβων επιλέγονται δύο διαφορετικές αναλύσεις, ώστε να εξεταστεί η εξάρτηση της EFG και από αυτόν τον παράγοντα. Ο τελικός στόχος του μοντέλου είναι ο υπολογισμός των SIF I και SIF II και η σύγκρισή τους με τις τιμές της αναλυτικής λύσης, κατά την οποία θα εκτιμηθεί και η δυνατότητα της EFG για ορθή αναπαράσταση διάδοσης ρωγμής.



Σχ. VI-17 Αριστερά: Σχηματική διάταξη τετράγωνου σώματος με ρωγμή στην ελεύθερη επιφάνεια του. Δεξιά: Ομοιόμορφη κατανομή σε όλη την επιφάνεια του μοντέλου (976 κόμβοι) και ακτινική κατανομή κόμβων στο άκρο της ρωγμής (537 κόμβοι) [59].

Κατά την προσομοίωση παρατηρήθηκε ότι το ακτινικό πλέγμα έχει μεγαλύτερη ακρίβεια συγκρινόμενο με το πλήρως ομοιόμορφο, παρά την χρήση μικρότερου αριθμού κόμβων. Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην εισαγωγή η EFG μπορεί να ωφεληθεί από βελτιστοποιημένες κατανομές των κόμβων. Επιπλέον παρατηρήθηκε ότι ενώ στις κατανομές οι οποίες είχαν μεγάλη ανάλυση είχαμε συνέχεια στο διάγραμμα τάσεων, για τις κατανομές με χαμηλή ανάλυση είχαμε την εμφάνιση ταλαντωτικής συμπεριφοράς στο διάγραμμα, για την περιοχή κοντά στο άκρο της ρωγμής. Η συμπεριφορά αυτή μπορεί να αποτελέσει δείκτη της μη επαρκούς ανάλυσης για την εξέταση ενός προβλήματος ρωγμής και να αξιοποιηθεί ανάλογα.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει και η μοντελοποίηση του δυναμικού προβλήματος. Όπως και στο στατικό πρόβλημα η EFG μοντελοποιεί την διάδοση της ρωγμής επεκτείνοντας τις ελεύθερες επιφάνειες της ρωγμής. Η εύκολη αυτή αναπαράσταση της ρωγμής είναι και το κύριο πλεονέκτημα της EFG έναντι στην FEM, στην οποία απαιτείται αναδιαμόρφωση του πλέγματος. Καθώς επεκτείνονται οι ελεύθερες επιφάνειες το τμήμα της επιφάνειας που χωρίζει η ρωγμή «χάνει» γειτονικούς κόμβους από τον τομέα επηρεασμού του. Όσο αφορά την κατανομή των κόμβων παρατηρήθηκε πως σε αντίθεση με τα στατικά ελαστικά προβλήματα στα δυναμικά η χρήση πυκνού πλέγματος στο άκρο της ρωγμής και εισαγωγή νέων κόμβων κατά την διεξαγωγή της προσομοίωσης δεν μπορεί να θεωρηθεί ως βέλτιστη λύση. Στα δυναμικά προβλήματα η προσθήκη και αναδιάταξη των κόμβων είναι ανεπαρκής για την επίλυση των κυμάτων που δημιουργούνται στο εσωτερικό του σώματος και επηρεάζουν την υπολογιστική ακρίβεια των SIF. Επιπλέον η μετακίνηση κόμβων εισάγει



σημαντικές αλλαγές στις εξαρτημένες μεταβλητές και εισάγει σφάλμα σε χρονικά εξαρτώμενα προβλήματα όπως τα δυναμικά.

Συνολικά σημειώνεται από τον Belytschko πως η διαφορετική αντιμετώπιση των στατικών από τα δυναμικά προβλήματα οφείλεται σε δύο λόγους: α) Για την επίλυση των στατικών-ελαστικών προβλημάτων γίνεται χρήση άμεσων μεθόδων επίλυσης όπως η ανάλυση Cholesky και το υπολογιστικό κόστος είναι συνάρτηση του τετραγώνου του αριθμού των κόμβων. Σε αντίθεση η χρήση implicit ολοκλήρωσης στα δυναμικά προβλήματα εισάγει υπολογιστικό κόστος που είναι απλώς ανάλογο των κόμβων. Από την χρήση υψηλής ανάλυσης μόνο σε τμήματα, στα οποία είναι απαραίτητη (κοντά στο άκρο της ρωγμής) επωφελούνται περισσότερο τα στατικά προβλήματα και για αυτό γίνεται μετακίνηση κόμβων και προσπάθεια βέλτιστης κατανομής στην επιφάνεια. β) Τέλος, όπως έχει ήδη αναφερθεί στο δυναμικό πρόβλημα έχουμε την κατασκευή υπερβολικών συναρτήσεων γεγονός που μας περιορίζει ως προς το πεδίο υποστήριξης των συναρτήσεων βάρους.

### (ii) Στοχαστική EFG

Η EFG με ορισμένες αλλαγές στο βασικό πλαίσιο υλοποίησης της μπορεί να επεξεργαστεί προβλήματα, στα οποία κυριαρχεί η στοχαστική κατανομή, όσο αφορά ορισμένες παραμέτρους. Οι Rahman & Rao [66] ανέπτυξαν μία στοχαστική EFG για την μελέτη και επεξεργασία γραμμικά ελαστικών κατασκευών, στις οποίες οι ιδιότητες του υλικού παρουσιάζουν στοχαστική κατανομή ανά τη μάζα του. Η εισαγωγή στοχαστικότητας στην EFG πλεονεκτεί έναντι των αντίστοιχων μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων, λόγω της ύπαρξης μόνο κόμβων και κομβικών δεδομένων, τα οποία απαιτεί η μέθοδος για την υλοποίησή της, γεγονός το οποίο οδηγεί στην ευκολότερη εφαρμογή της και στο χαμηλότερο κόστος της. Η ειδοποιός διαφορά της συγκεκριμένης υλοποίησης έγκειται στη δυνατότητα πρόβλεψης όλων των πιθανοκρατούμενων χαρακτηριστικών των τυχαίων αποκρίσεων.

Η ελαστική σταθερά  $E(x)$  μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα ομογενές τυχαίο πεδίο:  $E(x) = \mu_e [1 + \alpha(x)]$ , με  $\mu_e \neq 0$ , το οποίο εκφράζει τη μέση ελαστική σταθερά ανεξάρτητη του  $x$ . Το  $\alpha(x)$  εκφράζει το ομογενές τυχαίο πεδίο με την συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς αυτού, η οποία δίνεται από την σχέση:

$$\Gamma_\alpha(\xi) = \mathcal{E}[\alpha(x)\alpha(x + \xi)] = \frac{1}{\mu_e^2} \Gamma_E(\xi)$$

$\Gamma_E(\xi)$  είναι η συνάρτηση αυτοδιασποράς της  $E(x)$  και  $\xi$  είναι ο διάνυσμα διαχωρισμού ανάμεσα σε δύο σημεία  $(x, x+\xi)$ . Στη SEFG (Stochastic Element Free Galerkin) πρέπει να γίνει διακριτοποίηση μίας συνεχής παραμέτρου τυχαίου πεδίου, στην περίπτωση που εξετάζεται της  $E(x)$ , σε διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών.

Για την επίτευξη του ανωτέρω στόχου, ο οποίος αποτελεί και τη μοναδική διαφορά όσο αφορά τη μαθηματική υλοποίηση σε σύγκριση με την κλασική EFG, έχουν προταθεί αρκετές υλοποιήσεις, όπως η γνωστή από την μέθοδο SSBEM του αναπτύγματος Karhunen-Loeve, η μέθοδος του μέσου

σημείου (Der Kiureghian & Liu, 1986), συνάρτηση μορφής (Liu et al., 1986) κ.α.. Η σύγκλιση και ακρίβεια της στοχαστικής απόκρισης για τις παραπάνω μεθόδους διακριτοποίησης ( με εξαίρεση την Karhunen-Loeve) εξαρτάται από το όγκο των πεπερασμένων στοιχείων σε σύγκριση με την συσχέτιση απόστασης του τυχαίου πεδίου. Επειδή στην EFG δεν έχουμε στοιχεία, αλλά μόνο κόμβους, η προσπάθεια διακριτοποίησης δεν εξαρτάται από αυτά. Ως αποτέλεσμα δεν εμφανίζονται προβλήματα σύγκλισης, όσο αφορά την διακριτοποίηση, και δεν αυξάνει το μέγεθος των γραμμικών εξισώσεων συναρτήσει των κόμβων που επιλέγονται σε αντίθεση με ότι συμβαίνει στη SFEM (στοχαστική FEM). Θεωρείται για τη διακριτοποίηση:  $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_M\}^T$ , το οποίο υποδηλώνει ένα M-διάστατο τυχαίο διάνυσμα που αναπαριστά επαρκώς το  $\alpha(x)$ . Οι εξισώσεις που προκύπτουν για το στοχαστικό σύστημα είναι:  $K(Y)d(Y) = F$ , F το διάνυσμα φορτίου και d το διάνυσμα των κομβικών παραμέτρων ή γενικευμένων μετατοπίσεων. Για την πρόβλεψη αστοχίας της κατασκευής εισάγεται ο δείκτης πρόβλεψης αστοχίας  $P_F$ :

$$P_F \stackrel{\text{def}}{=} \Pr[g(\mathbf{Y}) < 0] \stackrel{\text{def}}{=} \int_{g(\mathbf{y}) < 0} f_Y(\mathbf{y}) d\mathbf{y}$$

Ο δείκτης  $P_F$  ελέγχει την εμφάνιση αστοχίας με κριτήριο την παραμόρφωση. Με όμοια διαδικασία μπορεί να θεσπιστεί αντίστοιχος δείκτης με κριτήριο την τάση. Η εκτίμηση της τιμής του  $P_F$  προϋποθέτει μία πολυδιάστατη στοχαστική ολοκλήρωση, η οποία γίνεται με την βοήθεια της μεθόδου FORM (First-Order Reliability Method) (Madsen et al., 1986). Η ανάπτυξη της FORM δεν θα αναφερθεί εδώ καθώς δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον.

Η εφαρμογή της μεθόδου έγινε σε τετράγωνη μεταλλική πλάκα και στοχαστική κατανομή ακολουθούσε το μέτρο ελαστικότητας  $E(x)$ . Για την περιγραφή του  $E(x)$  η  $\alpha(x)$  μοντελοποιήθηκε ως ομογενές γκαουσιανό τυχαίο πεδίο. Η πλάκα υπόκειται σε εφελκυστικό φορτίο. Για την εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας της κατασκευής θεσπίζονται δύο συντελεστές, ένας βάσει των μετατοπίσεων και ένας βάσει των τάσεων  $\Pr[u_2^D(Y) > u_0]$  και  $\Pr[\sigma_{22}^B(Y) > \sigma_0]$  αντίστοιχα. Εκτός από τις πειραματικές τιμές για σύγκριση και αξιολόγηση της μεθόδου έχουν εισαχθεί και οι τιμές που λαμβάνονται με την μέθοδο Monte Carlo με τη χρήση εκατό χιλιάδων δειγμάτων, με τις οποίες παρατηρήθηκε σχεδόν πλήρη συμφωνία.

Αυτή η υλοποίηση της EFG παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον αφού δύναται να μοντελοποιήσει μη ομογενή υλικά καθώς και ομογενή, μακροσκοπικά, υλικά τα οποία μικροσκοπικά μπορούν να θεωρηθούν ανομοιογενή. Συγκεκριμένα ενώ τα περισσότερα υλικά, τα οποία προέρχονται από μία παραγωγική διαδικασία, έχουν μία σταθερή τιμή E (αν εξετασθούν μακροσκοπικά), στη μικροκλίμακα αυτή η τιμή έχει μια στοχαστική διακύμανση. Η ορθή αναπαράσταση της διακύμανσης αυτής και προσομοίωση του μοντέλου παρουσιάζει εξαιρετικό ενδιαφέρον στα τριβουσστήματα.

### (iii) Μέθοδος EFG/ALE

Στα δυναμικά προβλήματα θρυμματισμού η διάδοση ρωγμής δεν είναι εκ των προτέρων γνωστή. Για την επιτυχή αναπαράσταση απαιτείται η χρήση ικανοποιητικής ανάλυσης, δηλαδή μεγάλου αριθμού κόμβων. Όταν το σύστημα που εξετάζεται είναι μεγάλο, η χρήση υψηλής ανάλυσης μπορεί να οδηγήσει σε υψηλό υπολογιστικό κόστος. Για την αποφυγή τέτοιων φαινομένων ο J.P.Ponthot και ο T. Belytschko ανέπτυξαν μία παραλλαγή της EFG, η οποία κάνει χρήση της τυχαίας Lagrangian-Eulerian (ALE) διατύπωσης στην EFG [67]. Η ALE επιτρέπει τη συνεχή μετατόπιση των κόμβων κατά την εξέλιξη της προσομοίωσης. Ο συνδυασμός της ALE με την EFG προσφέρει στη μοντελοποίηση διάδοσης ρωγμής υψηλή ανάλυση, μόνο όπου αυτή είναι απαραίτητη χωρίς να εισάγει μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Αυτό επιτυγχάνεται με τη συνεχή μετακίνηση κατά την διάδοση της ρωγμής ενός συνόλου κόμβων, οι οποίοι ακολουθούν τη ρωγή. Στο υπόλοιπο σύστημα η ανάλυση παραμένει σταθερή και συνήθως μικρή αν δεν εισάγονται δυναμικά φαινόμενα με μεγάλες παραμορφώσεις διατηρώντας το υπολογιστικό κόστος σε λογικά επίπεδα.

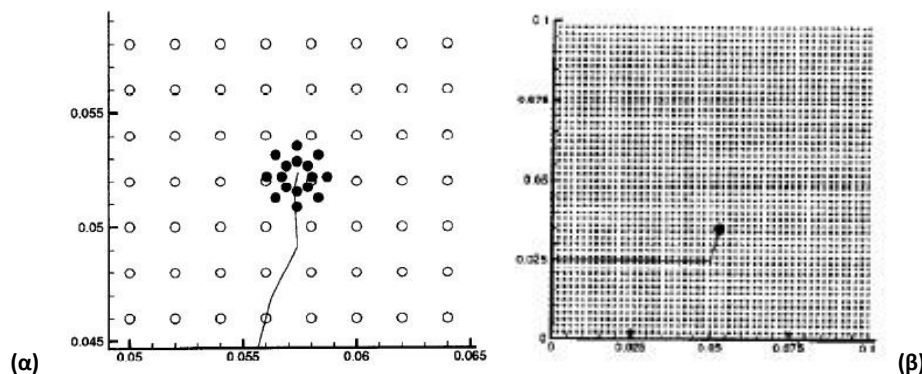
Ο αλγόριθμος που ακολουθείται για την εφαρμογή της EFG με ALE, στον οποίο διακρίνονται και οι ελάχιστες διαφορές από την κλασική εφαρμογή της EFG, είναι ο ακόλουθος:

1. Καθορισμός και αρχική κατανομή των ALE και Lagrangian κόμβων ανά την επιφάνεια που εξετάζεται. Οι Lagrangian κόμβοι είναι αμετακίνητοι και η χρήση τους γίνεται για χάριν υπολογιστικής οικονομίας. Οι κόμβοι ALE δύναται να κινηθούν με την ταχύτητα διάδοσης της ρωγμής, την οποία και ακολουθούν προσφέροντας συνεχώς υψηλή ανάλυση.
2. Κατασκευή των συναρτήσεων μορφής και υπολογισμός των παραγώγων για το σύνολο των κόμβων. Τα δύο αυτά πρώτα βήματα ανήκουν στη φάση προεπεξεργασίας του προβλήματος, δηλαδή πριν αρχίσει η διαδικασία της προσομοίωσης.
3. Στη συνέχεια, με τη χρήση ενός χρονικού βήματος υπολογίζονται οι τάσεις και οι μετατοπίσεις των κόμβων και ανανεώνεται η θέση της ρωγμής στο σύστημα. Ανάλογα με τη μετακίνηση της ρωγμής ακολουθούν και οι ALE κόμβοι.
4. Τέλος για τη νέα θέση της ρωγμής και των ALE κόμβων ενημερώνονται οι συναρτήσεις μορφής και υπολογίζονται οι παράγωγοι. Τα βήματα 3 και 4 επαναλαμβάνονται μέχρι το πέρας του φαινομένου που προσομοιώνεται.

Το επιπλέον κόστος που εισάγεται από τους εκ νέου υπολογισμούς στα βήματα 3 και 4 είναι αμελητέο συγκρινόμενο με το κόστος της κλασικής EFG με την ίδια αποτελεσματικότητα και ακρίβεια αποτελεσμάτων.

Για την αξιολόγηση της μεθόδου εκτελέστηκαν μία σειρά από προσομοιώσεις. Θεωρήθηκε επίπεδη ορθογώνια μεταλλική πλάκα με δύο συμμετρικές ως προς τον άξονα  $x$  ρωγμές. Ανάμεσα στις δύο ρωγμές προσκρούει βλήμα με αρχική ταχύτητα  $u_0$  τέτοια ώστε να εισάγει στο σύστημα μεσαίες τάσεις και η αστοχία της κατασκευής να οφείλεται σε ψαθυρό θρυμματισμό του υλικού. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν τόσο με πειραματικά δεδομένα όσο και με την εφαρμογή της απλής EFG. Για την αναπαράστασή του γίνεται χρήση μίας αραιής, σχετικά, κατανομής κόμβων σε όλη την επιφάνεια και η χρήση 16 ALE κόμβων σε ακτινική διάταξη γύρω από το άκρο της ρωγμής. Οι ALE

κόμβοι κινούνται με την ίδια ταχύτητα που διαδίδεται η ρωγμή προσφέροντας συνεχώς υψηλή ανάλυση στο άκρο της ρωγμής. Κατά την προσομοίωση υπολογίστηκαν οι συντελεστές εντάσεως τάσεων (SIF) στο άκρο της ρωγμής και επίσης υπολογίστηκε η διεύθυνση διάδοσης της ρωγμής (Σχ. VI-18). Για την εφαρμογή της κλασικής EFG έγινε χρήση διπλάσιου αριθμού κόμβων ισοκαταμετρημένων σε όλη την επιφάνεια της πλάκας. Επιπλέον στην EFG το χρονικό βήμα ήταν τέσσερις φορές μικρότερο συγκρινόμενο με την ALE EFG.



Σχ. VI-18 α) Μεγέθυνση στο άκρο της ρωγμής, στην οποία διακρίνονται οι κόμβοι ALE (μαύρη κουκκίδα) και οι Lagrangian κόμβοι (λευκή κουκκίδα), β) Τυπικό πλέγμα για την μοντελοποίηση διάδοσης ρωγμής στο οποίο διακρίνεται η διεύθυνση αυτής [67].

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των δύο προσομοιώσεων με το σύνολο των πειραματικών δεδομένων προέκυψαν: α) Η πρόβλεψη των δύο συντελεστών εντάσεως τάσεως I και II επετεύχθη σε ικανοποιητικό βαθμό και από τις δύο μεθόδους. Έτσι, με λιγότερο αριθμό κόμβων, άρα και μικρότερο χρόνο υπολογισμού, επετεύχθη μεγαλύτερη ακρίβεια αποτελεσμάτων. Επιπλέον από τον αλγόριθμο που χρησιμοποιεί η ALE EFG είναι φανερό πως μπορούν με μεγάλη ευκολία να χρησιμοποιηθούν οι ήδη ανεπτυγμένοι κώδικες της κλασικής EFG. Σημειώνεται πως ενώ δεν εξετάστηκαν ελαστοπλαστικά προβλήματα, η εφαρμογή της μεθόδου σε αυτά απαιτεί μόνο την ανάπτυξη ενός αλγόριθμου για την ολοκλήρωση στο χρόνο των θεμελιωδών νόμων, οι οποίοι περιγράφουν την συμπεριφορά αυτή.

Τη δυνατότητα προσομοίωσης ασυνεχειών στη μάζα του υλικού με την EFG πραγματεύονται ο Cordes & Moran [68]. Οι δύο ερευνητές παρουσιάζουν ένα τρόπο εφαρμογής της EFG κατάλληλο για μη ομογενή υλικά ή σώματα τα οποία αποτελούνται από δύο διαφορετικά υλικά. Στην EFG οι τιμές ενός σημείου προκύπτουν από τις τιμές των γειτονικών κόμβων. Οι κόμβοι έχουν μία περιοχή επηρεασμού, συνήθως κυκλική, και επηρεάζουν-καθορίζουν τις τιμές των σημείων που βρίσκονται στην περιοχή αυτή. Γίνεται αντιληπτό, ότι για την θεώρηση δύο διαφορετικών υλικών, δημιουργείται αναγκαστικά μία, μεγάλη σε έκταση, μεταβατική περιοχή, με ιδιότητες οι οποίες προκύπτουν από τον συνδυασμό των κόμβων των δύο υλικών. Αυτό συμβαίνει λόγω της αλληλοεπικάλυψης των περιοχών των κόμβων. Είναι αδύνατη η δημιουργία ενός σαφούς ορίου διαχωρισμού των δύο υλικών, χωρίς κάποια αλλαγή στην κλασική EFG.

Για τη μοντελοποίηση της ασυνέχειας και τη δημιουργία γραμμής διαχωρισμού ανάμεσα σε δύο ή και περισσότερα υλικά οι δύο ερευνητές πρότειναν: α) Καθορισμό κόμβων, οι οποίοι θα ενώνονται μεταξύ τους με ευθύγραμμα τμήματα, και θα οριοθετούν τις δύο περιοχές-υλικά. β) Οι κόμβοι, οι οποίοι βρίσκονται αριστερά της γραμμής δεν δύναται να επηρεάσουν σημεία που ανήκουν δεξιά αυτής περικόπτωντας της περιοχής επηρεασμού των κόμβων. Το πρόβλημα μοντελοποίησης των δύο υλικών μετατίθεται στην εύρεση των κατάλληλων κόμβων, οι οποίοι θα δημιουργήσουν το όριο διαχωρισμού, την περικοπή των περιοχών επηρεασμού των κόμβων και την εξασφάλιση της απαραίτητης συνέχειας ανάμεσα στα δύο υλικά, ώστε να γίνεται αντιληπτό από την μέθοδο ότι εξετάζεται ένα και όχι περισσότερα στερεά σώματα.

Η συνέχεια εξασφαλίζεται θεωρώντας ότι τα στοιχεία που ανήκουν στην γραμμή διαχωρισμού, η οποία σχηματίζει το όριο  $\Gamma_s$  διατηρούν ακέραια την περιοχή επηρεασμού τους και ανήκουν και στα δύο υλικά. Επίσης για τη συνέχεια γίνεται η επιβολή της συνθήκης:

$$\int_{\Gamma_s} (u_i^+ - u_i^-) d\Gamma = 0, \text{ όπου } u_i^+ \text{ και } u_i^- \text{ αντιστοιχούν στο αριστερό και δεξί τμήμα του σώματος}$$

αντίστοιχα. Για την περικοπή των περιοχών επηρεασμού των υπολοίπων κόμβων, οι οποίοι βρίσκονται κοντά στο σύνορο  $\Gamma_s$  ακολουθείται διαδικασία όμοια με αυτή για την επιβολή συνοριακών συνθηκών. Στη συγκεκριμένη περίπτωση γίνεται χρήση των πολλαπλασιαστών Lagrange.

Τέλος αξίζει να αναφερθεί και η προσπάθεια των Xu & Saigal [69], οι οποίοι πέτυχαν μοντελοποίηση ρωγμής τύπου I, σε ελαστοπλαστικό αυτή τη φορά υλικό. Η ρωγμή θεωρήθηκε ότι είναι σταθερά διαδιδόμενη κατά το εσωτερικό του ελαστοπλαστικού υλικού. Επίσης για πρώτη φορά εξετάστηκε η επίδραση της εργοσκήρυνσης στη διάδοση των ρωγμών.

### (c) Αξιολόγηση της EFG για χρήση στην τριβολογία

Η EFG παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με την SPH με αποτέλεσμα και πολλά κοινά θετικά χαρακτηριστικά. Από την ανασκόπηση, η οποία πραγματοποιήθηκε στη διαθέσιμη βιβλιογραφία, βρέθηκαν τα ακόλουθα πλεονεκτήματα της EFG τα οποία και αναφέρονται επιγραμματικά:

Όπως και η SPH, η EFG δεν κάνει χρήση πλέγματος, αλλά μόνο κόμβων. Για το λόγο αυτό η EFG παρουσιάζεται ιδανική για την προσομοίωση ρωγμών. Η δυνατότητα μοντελοποίησης της διάδοσης ρωγμής επεκτείνοντας απλά της ελεύθερες επιφάνειες αυτής παρουσιάζεται μία από της υπερέχουσες δυνατότητες της μεθόδου.

Συγκρινόμενη με την SPH παρατηρείται ότι η EFG είναι πιο «ανεκτική» στον τρόπο κατανομής του πλέγματος. Η EFG, στην κλασική της υλοποίηση, δίνει σχεδόν όμοια αποτελέσματα είτε ακολουθείται ισοκατανομή των κόμβων είτε η κατανομή είναι εντελώς τυχαία. Αποφεύγεται λοιπόν η χρήση συγκεκριμένης κατανομής, η οποία αποτελεί δεσμευτικό παράγοντα.

Αν και αρχικά το υπολογιστικό κόστος, το οποίο εισάγεται με την χρήση της EFG φαντάζει υπέρογκο, εντούτοις είναι άμεσα συγκρίσιμο με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Στην FEM για να προσομοιωθούν μεγάλες παραμορφώσεις και κινούμενες ασυνέχειες απαιτείται προσεκτική

κατασκευή του πλέγματος και συνεχή, έστω και μερική, αναδιαμόρφωση του. Αντίθετα στην EFG μπορεί να εισάγονται χρονοβόρες μαθηματικές διαδικασίες, αλλά η μέθοδος εργάζεται χωρίς την παρεμβολή του χρήστη.

Ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα είναι η δυνατότητα της EFG να εισάγει στοχαστικές μεταβλητές. Η SEFG μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μοντελοποίηση μη ομογενών υλικών με διαφορετικές ιδιότητες ανά την μάζα τους. Επίσης όταν ένα ομογενές, μακροσκοπικά, υλικό εξετάζεται στην μικροκλίμακα είναι βέβαιο πως οι ιδιότητες του δεν θα έχουν σταθερή τιμή αλλά θα εμφανίζουν μία διακύμανση, η οποία δύναται να μοντελοποιηθεί με τη χρήση της SEFG.

Η χρήση μη επαρκών κόμβων για την αναπαράσταση ενός συστήματος οδηγεί στην εμφάνιση ταλάντωσης στα διαγράμματα τάσεων. Το πλεονέκτημα στην συμπεριφορά αυτή έγκειται στο γεγονός ότι παρέχεται η δυνατότητα ενός γρήγορου ελέγχου για το αν έγινε χρήση της απαιτούμενης ανάλυσης αφού η ταλαντωτική συμπεριφορά διακρίνεται εύκολα και είναι άμεσα αναγνωρίσιμη στα διαγράμματα τάσεως.

Στην συνέχεια ακολουθεί επιγραμματική παρουσίαση των κυριότερων μειονεκτημάτων, τα οποία εντοπίστηκαν κατά την μελέτη της βιβλιογραφίας.

Η μεγαλύτερη αδυναμία της EFG είναι η επιβολή των συνοριακών συνθηκών. Αν και έχει αναπτυχθεί πλήθος μεθόδων για την επιβολή αυτών, με ικανοποιητικά αποτελέσματα, η έλλειψη μίας ενιαίας αντιμετώπισης του προβλήματος είναι αισθητή. Κάθε τρόπος επιβολής συνοριακών συνθηκών, ο οποίος έχει προταθεί είναι κατάλληλος για ένα μόνο υποσύνολο των προβλημάτων. Απαιτείται λοιπόν κάθε φορά προσεκτική επιλογή ανάλογα με τη φύση του προβλήματος που πραγματεύεται.

Η EFG έχει χρησιμοποιηθεί κατά κόρον στις προσομοιώσεις διάδοσης στατικών και δυναμικών ρωγμών, εντούτοις όλες οι προσομοιώσεις πραγματεύονται ρωγμές που διαδίδονται στο εσωτερικό της επιφάνειας του υλικού. Ενώ στην SPH οι ρωγμές επανέρχονται στην επιφάνεια δημιουργώντας ελεύθερα σωματίδια κάτι τέτοιο δεν παρουσιάζεται στις εφαρμογές, οι οποίες αναφέρονται στη βιβλιογραφία.

Η EFG δεν κάνει χρήση όγκων γύρο από τους κόμβους, όπως η SPH, αλλά ορίζει μόνο περιοχές επηρεασμού γύρο από αυτούς. Εκεί οφείλεται και η παντελής έλλειψη βιβλιογραφικών αναφορών για χρήση της EFG σε προσομοίωση κρούσης. Μπορεί η EFG να δίνει καλλίτερα αποτελέσματα από την ανταγωνιστική της SPH, αλλά το πεδίο εφαρμογών της είναι αρκετά πιο περιορισμένο.

Ο κύριος όγκος της βιβλιογραφίας για την EFG πραγματεύεται προσομοιώσεις διάδοσης ρωγμής σε δυναμικά και στατικά προβλήματα. Η καλή συμπεριφορά και δυνατότητα της EFG να μοντελοποιήσει τέτοια προβλήματα τόσο σε ελαστικά όσο και σε ελαστοπλαστικά υλικά θεωρείται δεδομένη. Οι προσπάθειες των ερευνητών εστιάζονται πλέον στην ελάττωση του υπολογιστικού κόστους, στην επεξεργασία μη ομογενών υλικών κ.α.. Επιπλέον εγγενή δυνατότητα της EFG όπως διαφάνηκε από τη βιβλιογραφία αποτελεί η μοντελοποίηση κινούμενων ασυνεχειών στο σώμα του

υλικού, όπως διεπιφάνειες κ.α.. Είναι σαφές πως η EFG μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην προσομοίωση συστημάτων, τα οποία εισάγουν προς αντιμετώπιση τέτοιας μορφής προβλήματα. Για παράδειγμα η EFG αναμένεται να δώσει ορθά αποτελέσματα και να επιτύχει σωστή αναπαράσταση του ψαθυρού θρυμματισμού υλικού κατά την προσομοίωση συστήματος φθοράς λόγω συνάφειας. Ομοίως καλά αποτελέσματα αναμένονται για προσομοίωση τριβουστήματος φθοράς εκτριβής, αν ο κύριος μηχανισμός φθοράς είναι ο θρυμματισμός του υλικού.

Εντούτοις όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως η EFG, βάσει της βιβλιογραφίας, εμφανίζεται να διαθέτει αρκετά περιορισμένο πεδίο εφαρμογών. Η πλειονότητα των εφαρμογών της περιορίζεται στη διάδοση ρωγμής στο εσωτερικό του υλικού. Μπορεί τα αποτελέσματα στις προσομοιώσεις αυτές να είναι ιδιαίτερα ακριβή, αλλά στα περισσότερα τριβουστήματα εισάγονται ταυτόχρονα περισσότεροι του ενός μηχανισμοί φθοράς.

Συγκρίνοντας την EFG με την SPH υπό την σκοπιά χρήσης τους στην τριβολογία ίσως είναι προτιμότερη η ανάπτυξη και ενασχόληση με την SPH. Η SPH μπορεί να μην διαθέτει την ακρίβεια αποτελεσμάτων και ταχύτητα υπολογισμού της EFG, αλλά δύναται να αναπαραστήσει πιο σύνθετα προβλήματα.

## Ενότητα 6.06 Μέθοδος Μοριακής Δυναμικής (MD)

Η μέθοδος μοριακής δυναμικής MD (Molecular Dynamics) αποτελεί μία πολύ ισχυρή, αξιόπιστη και ακριβής μέθοδος προσομοιώσεων. Στην MD το υλικό μοντελοποιείται ως ένα σύνολο μορίων, το οποίο υπακούει στους νόμους της κλασικής μηχανικής [70]. Ανάμεσα στα μόρια ασκούνται δυνάμεις προκαλώντας την κίνηση τους. Η κίνηση των μορίων καθορίζεται από τους νόμους του Newton και οι δυνάμεις προκύπτουν από την παραγωγή της δυναμικής ενέργειας των στοιχείων. Η δυναμική ενέργεια των ατόμων είναι δύσκολο και επίπονο να υπολογιστεί με ακρίβεια και για το λόγο αυτό συνήθως γίνεται χρήση εμπειρικών τιμών [71]. Με γνωστές τις ασκούμενες δυνάμεις, το νόμο κίνησης των μορίων και τη χρήση ενός μικρού χρονικού βήματος γίνεται εφικτή η προσομοίωση ενός συστήματος.

Η MD λόγω της θεώρησης της αποτελεί μία μέθοδο βασισμένη στη μικροκλίμακα. Σε αντίθεση λοιπόν με τις υπόλοιπες μεθόδους, οι οποίες αρχικό πεδίο μελέτης - αναφοράς έχουν τη μακροκλίμακα, η συμπεριφορά της MD σε επίπεδο μικροκλίμακας είναι απαλλαγμένη από αρκετά προβλήματα. Οι κύριες δυσκολίες που αντιμετωπίζει η MD είναι το δυσβάσταχτο υπολογιστικό κόστος ακόμη και για τους σημερινούς υπολογιστικούς σταθμούς εργασίας και ο ακριβής υπολογισμός της δυναμικής ενέργειας. Το υπέρρογκο υπολογιστικό κόστος είναι άμεση συνέπεια του μεγάλου αριθμού ατόμων ακόμα και σε μικρά συστήματα. Ως αποτέλεσμα χρήση της MD γίνεται για τη μοντελοποίηση μικρών τμημάτων του συνολικού συστήματος, όπου η μεγάλη προσφερόμενη ανάλυση και ακρίβεια είναι απολύτως απαραίτητη. Όσον αφορά την δυναμική ενέργεια, ενώ ο ακριβής υπολογισμός της είναι εφικτός θα καθιστούσε την MD μη υλοποιήσιμη λόγω επιβάρυνσης

του ήδη αυξημένου κόστους. Για το λόγο αυτό γίνεται χρήση εμπειρικών σχέσεων, οι οποίες αναπόφευκτα επηρεάζουν αρνητικά την ακρίβεια της μεθόδου.

Η MD έχει διευρυμένο πεδίο εφαρμογών λόγω της υψηλής ακρίβειας που διαθέτει και της απλής, αν και υπολογιστικά επίπονης, μαθηματικής θεώρησης της. Εφαρμογές της μεθόδου, οι οποίες παρουσιάζουν ενδιαφέρον για τη τριβολογία και θα παρουσιαστούν στη συνέχεια αποτελούν η προσομοίωση, νανομετρικής κοπής, διάδοσης ρωγμής, μηχανικής διάβρωσης από βομβαρδισμό σωματιδίων κ.α.. Στις εφαρμογές αυτές γίνεται εμφανής η ατομική θεώρηση της MD αφού πέρα από τις παραμορφώσεις, την δημιουργία νέων επιφανειών κ.λπ. παρατηρούνται και σημειώνονται οι αλλαγές στην κρυσταλλική δομή του υλικού ανάλογα με την θέση των ατόμων στο σύστημα και τα εξασκούμενα φορτία.

### (a) Μαθηματική περιγραφή

Η μαθηματική θεώρηση της MD δεν εισάγει ανυπέρβλητες δυσκολίες. Κάθε άλλο, είναι ιδιαίτερα απλή τόσο στη σύλληψη της όσο και στην υλοποίηση της, αλλά με μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Τα στερεά μοντελοποιούνται από ένα σύνολο ατόμων, μεταξύ των οποίων ανάλογα με τη μοριακή δομή του υλικού ασκούνται δυνάμεις και καθορίζουν τη συνοχή τους, την κίνηση τους και κατ' επέκταση τη συνολική συμπεριφορά του στερεού. Ο καθορισμός των δυνάμεων συνήθως επιτυγχάνεται με τον υπολογισμό της διαφοράς της δυναμικής ενέργειας των ατόμων. Ενώ η δυναμική ενέργεια μπορεί να υπολογιστεί απαιτούνται υπολογισμοί ηλεκτρικής δομής για  $10^4$ - $10^6$  μορφές ατομικής διάταξης περιπλέκοντας ιδιαίτερα την όλη διαδικασία ειδικά για μία προσομοίωση μεγάλης διάρκειας [71]. Για το λόγο αυτό γίνεται χρήση έτοιμων μοντέλων - εμπειρικών σχέσεων όπως για παράδειγμα η ακόλουθη, όπου αναπτύχθηκε από τον Baskes [72]. Η δυναμική ενέργεια για το  $i$  άτομο δίνεται:

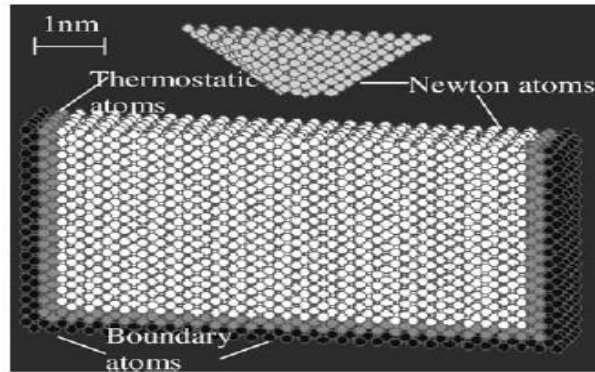
$$E_i = \frac{1}{Z_i} \sum_{j(\neq i)} E_s(r_{ij}) + \left[ F_i \frac{\rho_i}{Z_i} - \frac{1}{Z_i} \sum_{j(\neq i)} F_j \left( \frac{\overline{\rho_j}(r_{ij})}{Z_j} \right) \right]$$

Όπου  $E_s$  είναι η ενέργεια ανά άτομο στην δομή αναφοράς,  $F$  η συνάρτηση πυκνότητας ηλεκτρονίων,  $Z_i$  ο αριθμός γειτονικών ατόμων του ατόμου  $i$ ,  $r_{ij}$  η απόσταση του ατόμου  $i$  από το τυχαίο άτομο  $j$  στο κρυσταλλικό πλέγμα και  $\overline{\rho_j}$  η πυκνότητα των ηλεκτρονίων στο πραγματικό δομή του υλικού και στην αναφοράς αντίστοιχα. Η δομή αναφοράς παραπέμπει στην κρυσταλλική δομή των ατόμων στην κατάσταση ισορροπίας [73]. Ο πρώτος όρος της εξίσωσης είναι η μέση ενέργεια ανά άτομο στη δομή αναφοράς σε κάθε μία από τις αποστάσεις των γειτονικών ατόμων. Ο δεύτερος όρος αναφέρεται στην διαφορά ανάμεσα στην ενέργεια ενσωμάτωσης στην πυκνότητα των ηλεκτρονίων υποβάθρου που πραγματικά φαίνεται από το άτομο  $i$  και του μέσου όρου της ενέργειας ενσωμάτωσης αυτού του ατόμου στη δομή αναφοράς για κάθε μία από τις αποστάσεις των γειτονικών ατόμων.



Με γνωστή την δυναμική ενέργεια η οποία διαφέρει για κάθε άτομο ανάλογα με τα γειτονικά του καθώς και αν βρίσκεται σε επαφή με άλλο στερεό σώμα, το οποίο επηρεάζει την ενέργεια, υπολογίζεται η ασκούμενη σε κάθε άτομο δύναμη υπολογίζοντας την παράγωγο της δυναμικής ενέργειας. Για ένα τυπικό παράδειγμα νανομετρικής κοπής πυριτίου από διαμάντι (VI-19) η συνολική δύναμη που ασκεί το κοπτικό εργαλείο προκύπτει:

$$F_{wi} = \sum_{j \neq i}^{N_t} F_{wtij} + \sum_{j \neq i}^{N_w} F_{wwij} = \sum_{j \neq i}^{N_t} -\frac{dE_{wti}(r_{wtij})}{dr_{wtij}} + \sum_{j \neq i}^{N_w} -\frac{dE_{wwi}(r_{wwij})}{dr_{wwij}}$$



VI-19 Μοντέλο νανοκοπής με την μέθοδο MD [73].

Παρατηρείται ότι οι δυνάμεις για κάθε άτομο προκύπτουν από την παραγωγή της δυναμικής ενέργειας. Η συνολική ασκούμενη στο κοπτικό δύναμη προκύπτει από το άθροισμα δύο επιμέρους δυνάμεων. Της συνισταμένης δύναμης των ατόμων του κοπτικού, τα οποία βρίσκονται σε επαφή με άτομα πυριτίου (δείκτης wt*i*) και της συνισταμένης δύναμης των υπολοίπων ατόμων του κοπτικού (δείκτης ww*i*).

Κατόπιν γνωρίζοντας τις δυνάμεις και τον δεύτερο νόμο του Newton γράφονται οι εξισώσεις κίνησης από τις οποίες προκύπτουν και οι μετατοπίσεις των ατόμων:

$$m_{wi} \ddot{r}_{wi} = F(r_{wwij}, r_{wtij}), \quad \mu\epsilon \quad i = 1, 2, 3 \dots N_w$$

$$m_{ti} \ddot{r}_{ti} = F(r_{wtij}, r_{ttij}), \quad \mu\epsilon \quad i = 1, 2, 3 \dots N_t$$

Για την επίλυση του συστήματος μπορεί να υιοθετηθεί ο αλγόριθμος Euler. Επιλύοντας το σύστημα προκύπτουν οι μετατοπίσεις και η ταχύτητα για κάθε άτομο του συστήματος. Στο σημείο αυτό είναι εμφανές το μέγεθος του συστήματος προς επίλυση και το μεγάλο υπολογιστικό κόστος, το οποίο είναι άρρηκτα και γραμμικά συνδεδεμένο με το μέγεθος του συστήματος προσομοίωσης.

Συνολικά από τη σύντομη αυτή μαθηματική περιγραφή της μεθόδου MD διαφαίνονται τα εξής χαρακτηριστικά της: Η MD είναι ιδιαίτερα απλή αλλά και ακριβής στην θεώρησή της αφού υπολογίζει τις συνολικές δυνάμεις - μετατοπίσεις για κάθε άτομο του συστήματος ξεχωριστά και κάνοντας χρήση του νόμου του Newton, ο οποίος για τα περισσότερα εξεταζόμενα συστήματα έχει πλήρη ισχύ και δεν εισάγει σφάλμα στο σύστημα. Ένα από τα λίγα σημεία όπου εισάγεται ανακρίβεια σε μία μέθοδο MD είναι η χρήση εμπειρικών σχέσεων για τον υπολογισμό της δυναμικής ενέργειας. Τέλος σημειώνεται πως ακόμα και για την προσομοίωση ενός πολύ μικρού τμήματος ενός

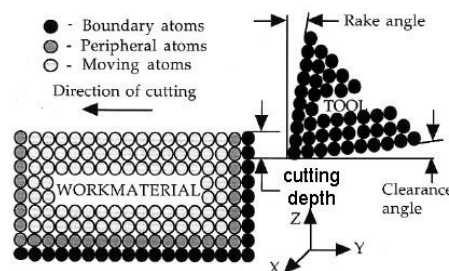
συστήματος ο αριθμός των απαιτούμενων ατόμων είναι ιδιαίτερα μεγάλος. Η απόσταση  $\alpha$  δύο ατόμων στο κρυσταλλικό πλέγμα είναι  $0,2nm \leq \alpha \leq 0,4nm$ . Ενδεικτικά για την μοντελοποίηση μίας επιφάνειας διαστάσεων  $10 \times 500nm$  απαιτούνται 6250-25000 άτομα. Ως συνέπεια το τελικό σύστημα εξισώσεων ακόμα και αν δεν εμφανίζει αριθμητικές ιδιαιτερότητες και δυσκολίες κατά την επίλυση του το μέγεθος του και μόνο απαιτεί τη διάθεση σημαντικών υπολογιστικών πόρων για την επίλυση του.

## (b) Εφαρμογές της μεθόδου MD

Η σχετική βιβλιογραφία με την μέθοδο MD είναι ιδιαίτερα εκτενής. Οι εφαρμογές με το μεγαλύτερο ενδιαφέρον είναι η προσομοίωση μικροκοπής, διάδοσης ρωγμής, μηχανικής διάβρωσης κ.α..

### (i) Νανοκοπή

Οι Komanduri et. al. πραγματοποιούν προσομοίωση κοπής σε νανομετρική κλίμακα εστιάζοντας το ενδιαφέρον στο πως επηρεάζεται η κοπή από τη γεωμετρία του κοπτικού εργαλείου [74]. Για τη μοντελοποίηση του κοπτικού εργαλείου υιοθετείται η θεώρηση ότι είναι ένα πλήρως απαραμόρφωτο σώμα. Το επεξεργαζόμενο τεμάχιο για την ορθή μοντελοποίηση του χωρίζεται σε τρεις ζώνες. Στο Σχ. VI-20 παρατηρείται η κινούμενη ζώνη (P-zone), η περιφερειακή (Q-zone) και η συνοριακή ζώνη (B-zone) καθώς και άλλα γεωμετρικά στοιχεία της κοπής όπως το βάθος κοπής και οι γωνίες του κοπτικού εργαλείου.



Σχ. VI-20 Μοντέλο κοπής με την MD. Διακρίνονται οι τρεις ζώνες στο υλικό (B,P,Q-zone) και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κοπής (βάθος κοπής, γωνία ελευθερίας και γωνία αποβλήτου) [74].

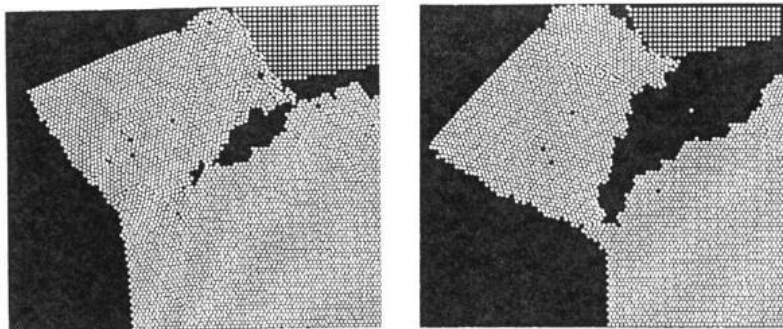
Για τον υπολογισμό της δυναμικής ενέργειας υιοθετείται το κατά ζεύγη άθροισμα δυναμικής ενέργειας του Morse, στο οποίο διακρίνονται δύο τμήματα: α) η ενέργεια ανάμεσα στα άτομα του προς επεξεργασία τεμαχίου και β) η ενέργεια ανάμεσα στα άτομα του κοπτικού και του τεμαχίου. Η συνολική ενέργεια προκύπτει:

$$V_{total} = \sum_{i=1}^{N_W} \sum_{j>1}^{N_W} V_M^L(r_{ij}) + \sum_{i=1}^{N_W} \sum_{j>1}^{N_T} V_M^{TL}(r_{ij})$$

Με  $r_{ij}$  να εκφράζει την απόσταση μεταξύ των ατόμων και  $N_w$ ,  $N_T$  να εκφράζουν τον αριθμό των ατόμων στο τεμάχιο και στο κοπτικό αντίστοιχα. Οι ερευνητές θέλησαν να διεξάγουν μία σειρά προσομοιώσεων για δύο υλικά ένα όλκιμο και ένα ψαθυρό. Η συμπεριφορά του υλικού επηρεάζεται από τη διατομική απόσταση  $r$  στον τύπο υπολογισμού της δυναμικής ενέργειας κατά Morse για την οποία επιλέχθηκαν και δύο τιμές, μία για ψαθυρό και μία για όλκιμο υλικό.

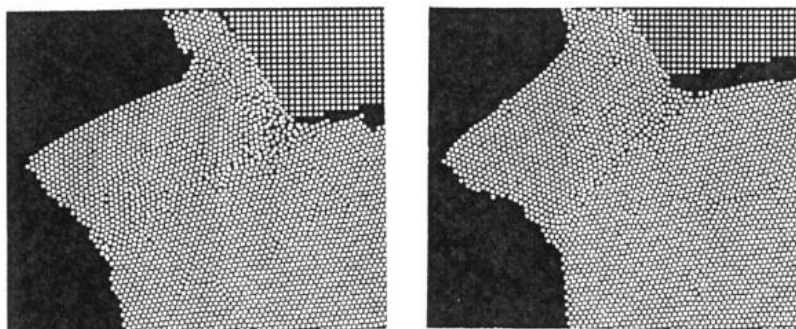
Για πραγματοποίηση της ανωτέρω προσομοίωσης με την πραγματική ταχύτητα κοπής (1-5m/sec) απαιτούνταν μεγάλη υπολογιστική ισχύς. Προτάθηκε η αύξηση της ταχύτητας κοπής σε 100-500m/sec, δηλαδή δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη, ώστε να επιτευχθεί μείωση του συνολικού χρόνου προσομοίωσης και κατ' επέκταση του υπολογιστικού όγκου.

Κατά την προσομοίωση η MD επέδειξε τη δυνατότητα της να αναπαραστήσει μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις, εκκίνηση και διάδοση ρωγμής, δημιουργία νέας επιφάνειας κ.α.. Για την περίπτωση κοπής ψαθυρού υλικού διακρίνεται στα στιγμιότυπα της προσομοίωσης (Σχ. VI-21) η δημιουργία ρωγμής στο σημείο επαφής της ακμής του κοπτικού εργαλείου με το τεμάχιο και η μετέπειτα διάδοση της έως την τελική αποκόλληση τμήματος του υλικού.



Σχ. VI-21 Στιγμιότυπα από την εξέλιξη προσομοίωσης νανοκοπής με MD σε ψαθυρό υλικό [73].

Στην περίπτωση του όλκιμου υλικού έχουμε έντονη πλαστική παραμόρφωση του τεμαχίου χωρίς όμως την δημιουργία ρωγμής (Σχ. VI-22). Το τμήμα του τεμαχίου απομακρύνεται τελικώς λόγω των υψηλών διατμητικών τάσεων που ασκούνται σε αυτό και όχι λόγω θρυμματισμού.

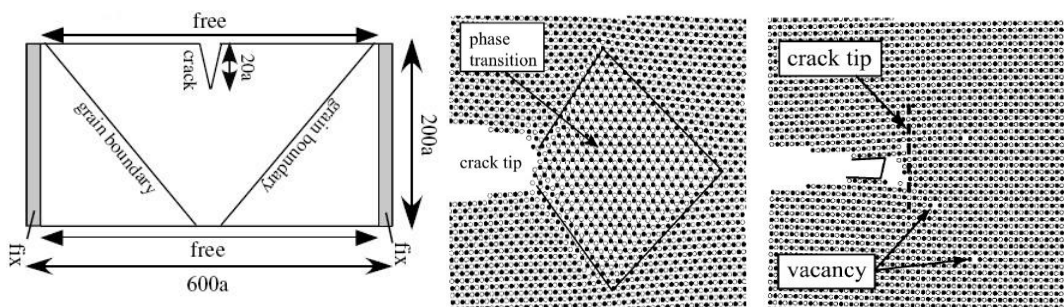


Σχ. VI-22 Στιγμιότυπα από την εξέλιξη προσομοίωσης νανοκοπής με MD σε όλκιμο υλικό [73].

Αξίζει να σημειωθεί η ευκολία αναπαράστασης πλαστικών παραμορφώσεων και του σωστού ανάλογα με τις επικρατούσες συνθήκες μηχανισμού κοπής, χωρίς την επέμβαση του χρήστη. Αν και η θεώρηση του μοντέλου έχει γίνει εξολοκλήρου σε επίπεδο μικροκλίμακας το τμήμα προσομοίωσης είναι ιδιαίτερα μικρό με αποτέλεσμα να μην προσεγγίζει τριβουσύστημα, όπου η μικροκοπή αποτελεί τον κύριο μηχανισμό φθοράς. Ενώ στις περισσότερες μεθόδους το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται είναι ότι η κλίμακα που χρησιμοποιείται είναι αρκετά μεγαλύτερη από την επιθυμητή για προσομοίωση τριβουσύστατος, στην MD συμβαίνει το αντίθετο.

## (ii) Διάδοση ρωγμής κόπωσης

Την διάδοση ρωγμής λόγω κυκλικής φόρτισης με την βοήθεια της MD πραγματοποιούνται οι Nishimura & Miyazaki. Κατά την διάδοση ρωγμής λόγω κόπωσης του υλικού από κυκλική φόρτιση παρατηρείται πλαστική παραμόρφωση του υλικού σε επίπεδο μικροκλίμακας και η δημιουργία και διάδοση μικροατελειών [70]. Στο Σχ. VI-23 φαίνεται η επίπεδη πλάκα από  $\alpha$ -Fe με μία ρωγμή στο κέντρο, η οποία υπόκειται σε κυκλικό φορτίο κατά την προσομοίωση.



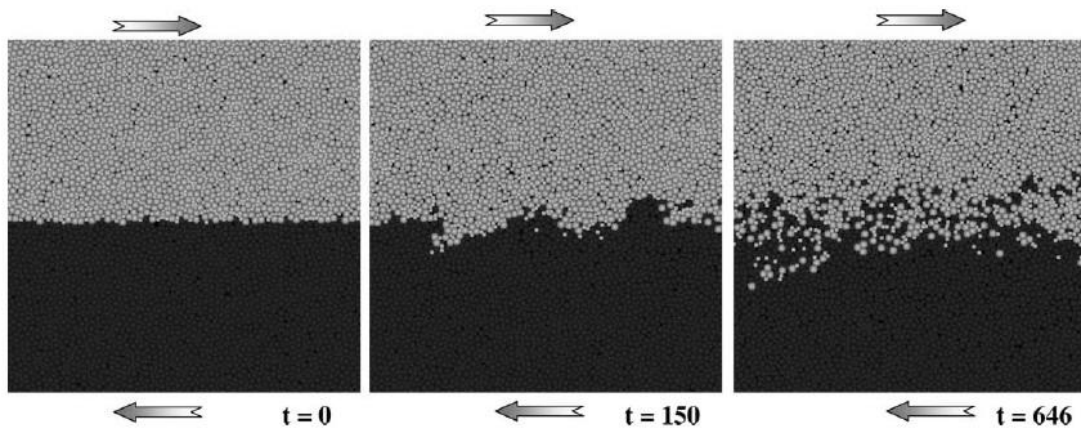
Σχ. VI-23 Σχηματικό διάγραμμα του μοντέλου προς προσομοίωση με MD και οι συνοριακές συνθήκες του [70]. Κρυσταλλική δομή σιδήρου στο άκρο της ρωγμής για 1200 χρονικά βήματα μετά την πρώτη φόρτιση. Σχηματισμός κενών στην κρυσταλλική δομή του σιδήρου μετά τον δωδέκατο κύκλο φόρτισης.

Για την κατασκευή του μοντέλου έγινε χρήση τουλάχιστον ενός εκατομμυρίου ατόμων για τα οποία υπολογίστηκε η δυναμική τους ενέργεια. Το ήδη μεγάλο μέγεθος του συστήματος δεν επέτρεψε την τρισδιάστατη μελέτη και ενώ η ρωγμή λόγω κόπωσης διαδίδεται κυρίως υπό την μορφή II και III, στην παρούσα προσομοίωση εξετάζετε μόνο η μορφή I. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος έχει άμεση σχέση με την κρυσταλλική μικροδομή του Fe καθώς και τη θερμοκρασία περιβάλλοντος. Για το λόγω αυτό ανάλογα με την πυκνότητα των δομών bcc, hcp και fcc στο υλικό κατασκευάστηκαν καμπύλες ενέργειας ανά άτομο. Η εξάρτηση της δυναμικής ενέργειας από τη θερμοκρασία, η οποία δεν αγνοείται στη συγκεκριμένη προσομοίωση, καταδεικνύει την δυνατότητα της MD για συνδυασμένη μελέτη του θερμομηχανικού προβλήματος αφού η θερμική ενέργεια περιέχεται στη δυναμική ενέργεια των ατόμων. Με την προσομοίωση αυτή κατέστη δυνατή, εκτός από την περιγραφή μηχανισμού εκκίνησης και διάδοσης ρωγμής λόγω κόπωσης, η αναπαράσταση των αλλαγών στην κρυσταλλική δομή του μετάλλου ανάλογα με τις επικρατούσες τάσεις.

### (iii) Ολίσθηση σε μεταλλικά γυαλιά

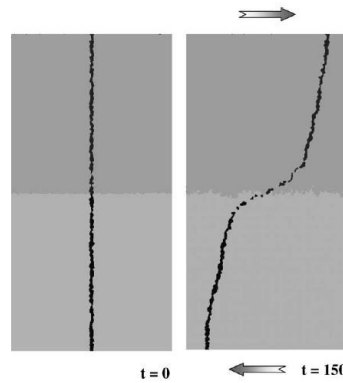
Με την χρήση της MD προσομοιώθηκε η ολίσθηση μεταξύ μεταλλικών γυαλιών (Metallic Glass - MG) και ανάλυση των εμφανιζόμενων μηχανισμών φθοράς από τους Fu et. al. [75], σε συνδυασμό με πειραματικές δοκιμές. Η προσομοίωση περιορίστηκε στις δύο διαστάσεις, διότι δεν ήταν διαθέσιμη η δυναμική ενέργεια των ατόμων του MG και ο υπολογισμός της όπως έχει αναφερθεί αποτελεί ιδιαίτερα χρονοβόρα διαδικασία.

Για το διδιάστατο πλέον μοντέλο έγινε χρήση της δυναμικής ενέργειας Lennard-Jones και χρήση άμορφης δομής για το MG. Με τη χρήση είκοσι χιλιάδων ατόμων δύο μεγεθών (μικρά και μεγάλα) κατασκευάστηκαν δύο πανομοιότυπες επίπεδες πλάκες. Οι δύο πλάκες τίθενται σε σχετική ολίσθηση. Παρατηρείται ότι οι επιφάνειες παύουν να είναι λείες και υπάρχει εισχώρηση υλικού της μίας πλάκας στην άλλη και εμφάνιση πλαστικής παραμόρφωσης στην επιφάνεια. Στην συνέχεια διακρίνεται ανάμειξη και μεταφορά του υλικού μεταξύ των δύο πλακών η οποία πραγματοποιείται εντελώς τυχαία και εμπεριέχει περιστροφή συστάδων ατόμων (Σχ. VI-24). Με περαιτέρω επεξεργασία των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης υπολογίζεται ότι η περιοχή που δέχεται υψηλές τάσεις (χάνει την αρχική της δομή) λόγω της ολίσθησης είναι ανάλογη του  $t^{1/2}$ .



Σχ. VI-24 Ακολουθία στιγμιότυπων ολίσθησης δύο πλακών για χρονική στιγμή  $t=0$ ,  $t=150$  και  $t=646$  [75].

Για να ελεγχθεί εκτός από την παραμόρφωση του υλικού στην διεπιφάνεια και η παραμόρφωση στο εσωτερικό αυτού χρωματίζεται μία σειρά από άτομα στην MD. Στην συνέχεια έχουμε ολίσθηση των δύο επιφανειών και μετακίνηση της χρωματισμένης γραμμής των ατόμων. Παρατηρείται ότι εκτός της έντονης πλαστικής παραμόρφωσης στην διεπιφάνεια των δύο πλακών υπάρχουν παραμορφώσεις και εσωτερικά αυτής. Στην επιφάνεια παρατηρείται το μέγιστο εύρος πλαστικής παραμόρφωσης. Όσο προχωράμε προς το εσωτερικό της επιφάνειας το εύρος της παραμόρφωσης ελαττώνεται και τελικώς μακριά από την επιφάνεια επαφής λαμβάνει μία σταθερή τιμή (Σχ. VI-25).



Σχ. VI-25 Προσομοίωση παραμόρφωσης ευθείας (πλασματικής) γραμμής κατά την ολίσθηση των δύο πλακών [75].

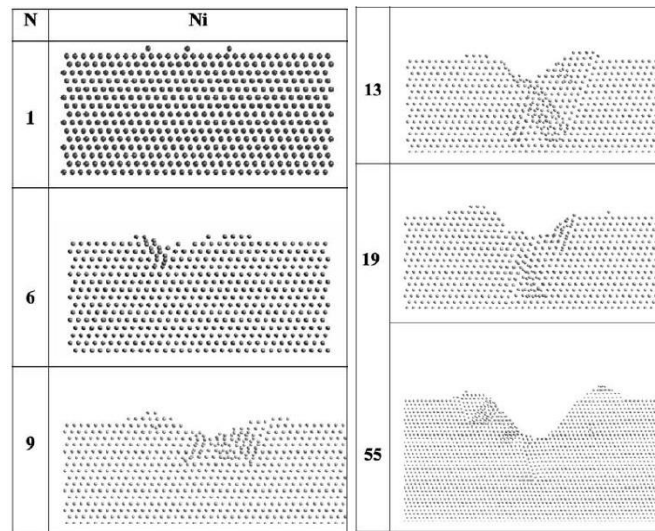
Παρατηρήθηκε διακύμανση του συντελεστή τριβής ολίσθησης, γεγονός το οποίο συνδέθηκε με τη μείωση της πυκνότητας στην παραμορφωμένη περιοχή. Η MD στη συγκεκριμένη προσομοίωση αναπαράστησε το μηχανισμό ανάμιξης υλικού λόγω ολίσθησης των δύο πλακών καθώς και των αναπτυσσόμενων παραμορφώσεων. Επιπλέον παρατηρείται πως ανάλογα με την μέθοδο υπολογισμού της δυναμικής ενέργειας των ατόμων επιτυγχάνεται συνδυασμένη μελέτη του θερμικού με το μηχανικό πρόβλημα ωθώντας στην εξαγωγή πιο ολοκληρωμένων συμπερασμάτων.

#### (iv) MD και Monte Carlo για μηχανική διάβρωση

Η MD συνεπικουρούμενη από την μέθοδο Monte Carlo χρησιμοποιήθηκε από τους Zhurkin & Kolesnikov για τη μοντελοποίηση μηχανικής διάβρωσης επιφανειών Al και Ni από συστάδες ατόμων  $Al_N$  και  $Ni_N$  [76]. Τα τελευταία χρόνια η μηχανική διάβρωση επιφανειών από βομβαρδισμό συστάδων ατόμων λαμβάνει σημαντική προσοχή λόγω της ανάπτυξης της νανοτεχνολογίας. Η εναποτιθέμενη στην επιφάνεια κρούσης ενέργεια από κάθε συστάδα ενδέχεται να είναι ιδιαίτερα υψηλή. Ως αποτέλεσμα ενδέχεται να παρατηρηθεί αναδιάταξη της μικροδομής της επιφάνειας του στερεού, φαινόμενο μη γραμμικό. Η εξέλιξη της κρούσης στη μικροκλίμακα σε συνδυασμό με την μη γραμμικότητα καθιστούν την MD την πλέον κατάλληλη μέθοδο μελέτης. Ακόμα χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Monte Carlo για να ελεγχθεί η μακροπρόθεσμη σταθερότητα του συστήματος μετά τον βομβαρδισμό και αποκατάσταση στο σύστημα της θερμοκρασίας περιβάλλοντος. Η αλλαγή της MD και επιλογή της MC είναι λογική, διότι το μικρό χρονικό βήμα της MD δεν της επιτρέπει την μοντελοποίηση μεγάλων χρονικών διαστημάτων.

Για το μοντέλο χρησιμοποιήθηκαν δύο μεταλλικές επιφάνειες (μία Al και μία Ni) πάνω στις οποίες προσέκρουαν συστάδες  $N$  ατόμων ( $1 \leq N \leq 55$ ) από το ίδιο υλικό. Το μέγεθος του συστήματος ήταν περίπου 30000 άτομα. Αρχικά έγινε προσομοίωση της κρούσης με τη μέθοδο MD και κατόπιν αναλάμβανε η MC για τον έλεγχο του συστήματος μέχρι την αποκατάστασης πλήρης ισορροπίας.

Για την προσομοίωση με την MD ανάλογα με το μέγεθος της συστάδας ατόμων λαμβάνονται τα παρακάτω στιγμιότυπα (Σχ. VI-26) τα οποία αναφέρονται στην επικρατούσα κατάσταση στην επιφάνεια αμέσως μετά την κρούση  $t=20\text{ps}$ .



Σχ. VI-26 Στιγμιότυπα προσομοίωσης κρούσης συστάδων N ατόμων Ni σε πλάκα Ni,  $t=20\text{ps}$  [76].

Παρατηρείται ότι για μικρές συστάδες δεν δημιουργείται κρατήρας, αλλά αντιθέτως άτομα από τις βαλλόμενες συστάδες επικολλώνται στην επιφάνεια δημιουργώντας μικρούς λόφους και αυξάνοντας την συνολική μάζα αυτής. Για  $N>9$  παρατηρείται η δημιουργία κρατήρα και η έντονη αφαίρεση υλικού από την επιφάνεια λόγω της κρούσης. Επίσης όσο μικρότερη είναι η συστάδα τόσο μικρότερη και η αλλαγή στην δομή της επιφάνειας. Ενώ το μικρό χρονικό βήμα της MD  $20\text{ps}$  δίνει την δυνατότητα ακριβής αναπαράστασης των μεγάλων πλαστικών παραμορφώσεων, της αναδιάταξης στο πλέγμα, την αφαίρεση υλικού κ.α. δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο της αποκατάστασης της ισορροπίας.

Με την χρήση της MC εξετάζεται η περίπτωση  $N=1$  και  $N=19$  όπου και λαμβάνεται η εικόνα του Σχ. VI-27 μετά από 1000000 βήματα. Η επιλογή των N έγινε κοντά στα δύο άκρα ώστε να υπάρχουν και οι δύο καταστάσεις, οι οποίες παρατηρήθηκαν (δημιουργία κρατήρα και εναπόθεση ατόμων στην επιφάνεια).

Top view on the Ni(111) surface after Ni <sub>N</sub> cluster impact (points - LATTICE ATOMS; black spheres – AD-ATOMS)			
N	(a) MD (after 20 ps)	(b) MD (after 70 ps)	(c) MMC (1000000 macrosteps)
1			
19			

Σχ. VI-27 Κάτοψη επιφάνειας Ni μετά από κρούση συστάδας 1 (πάνω) και 19 (κάτω) ατόμων Ni μετά από 20ps, 70ps και 1000000 βήματα MC [76].

Διακρίνεται ότι τα άτομα που εναποτέθηκαν στην επιφάνεια και δεν δημιούργησαν κρατήρα μπορούν να μετακινηθούν στην επιφάνεια. Αντιθέτως τα άτομα στην περιοχή του κρατήρα είναι πιο στερεά μεταξύ τους συνδεδεμένα και παρατηρείται ελάχιστη κινητικότητα. Τα άτομα για  $N=1$  τελικά συγκεντρώνονται και σχηματίζουν ένα «νησί» στην επιφάνεια μέχρι την αποκατάσταση της ισορροπίας ενώ ο κρατήρας ( $N=19$ ) αλλάζει ελάχιστα την μορφή του.

Οι δύο ερευνητές επέτυχαν την προσομοίωση κρούσης συστάδων ατόμων σε μεταλλική επιφάνεια και τη μελέτη της συμπεριφοράς του συστήματος μετά την κρούση. Μέσω της προσομοίωσης διαφάνηκε η δυνατότητα της MD για επιτυχή αναπαράσταση της φθοράς λόγω μηχανικής διάβρωσης και η δυνατότητα διάκρισης των μηχανισμών ανάλογα με το μέγεθος της συστάδας. Επιπλέον τονίστηκε έμμεσα η αδυναμία της MD για χρήση σε προβλήματα με μεγάλο χρονικό ορίζοντα λόγω του μικρού χρονικού βήματος και του μεγάλου υπολογιστικού κόστους.

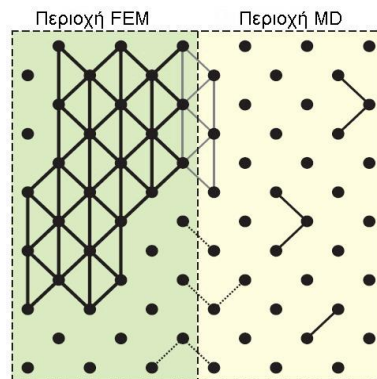
### (v) Υβριδική FM/MD

Για την αντιμετώπιση του υψηλού υπολογιστικού κόστους της MD συνήθως πραγματοποιούνται προσομοιώσεις σε πολύ μικρές περιοχές του συστήματος. Πολλές φορές όμως απαιτείται η μοντελοποίηση όλου του συστήματος. Η κατασκευή και επίλυση ενός τόσο μεγάλου μοντέλου με τη σημερινή διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ δεν είναι χρονικά αποδεκτή. Για το λόγο αυτό αρκετοί ερευνητές ασχολούνται με τη διατύπωση μίας υβριδικής μεθόδου μοριακής δυναμικής με πεπερασμένα στοιχεία. Τα πλεονεκτήματα από τη συνδυασμένη χρήση FEM και MD είναι προφανές. Παρατηρείται σημαντική μείωση του χρόνου επεξεργασίας του μοντέλου χωρίς όμως να χάνεται η ακρίβεια προσομοίωσης, πραγματοποιώντας επιλεκτική χρήση, ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια, της κατάλληλης μεθόδου.

Το κύριο πρόβλημα κατά τη διατύπωση μίας τέτοιας μεθόδου είναι η ορθή διασύνδεση στο σύνορο της MD με τη FEM και αντίστροφα. Την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού πραγματεύονται οι Abraham et.al. πραγματοποιώντας προσομοίωση διάδοσης ρωγμής στο εσωτερικό ενός υλικού συνδυάζοντας μάλιστα τρεις μεθόδους, τη FEM, την MD και την TB (quantum



Tight-Binding dynamics) [77]. Αρχικά καθορίζεται ποια μέθοδος είναι κατάλληλη για κάθε περιοχή του συστήματος. Για την περιοχή γύρω από την ρωγμή επιλέγεται η MD, με εξαίρεση ένα πολύ μικρό τμήμα στο άκρο της ρωγμής όπου γίνεται χρήση της TB. Για το υπόλοιπο σύστημα υιοθετείται μία κλασική υλοποίηση πεπερασμένων στοιχείων με μεταβλητή ανάλυση πλέγματος. Η ορθή λειτουργία του μοντέλου απαιτείται καλή διασυνδεσιμότητα μεταξύ των τριών μεθόδων, στις οποίες η κλίμακα αναφοράς διαφέρει. Προτείνεται η εισαγωγή μιας μεταβατικής περιοχής («handshaking» region Σχ. VI-28) στο σύνορο αλλαγής ανάμεσα σε δύο αριθμητικές μεθόδους, η οποία θα αναλαμβάνει τη μεταξύ τους ομαλή σύνδεση.



Σχ. VI-28 Γραφική απεικόνιση μεταβατικής περιοχής FEM/MD («handshaking» region) [77].

Αρχικά υπολογίζεται η Hamiltonian ενέργεια  $H_{Tot}$ , η οποία ορίζεται για ολόκληρο το σύστημα και αποτελεί συνάρτηση των διανυσμάτων θέσεις  $r$  των ατόμων για τις μεθόδους MD και TB και των μετατοπίσεων  $u$  για τη FEM.

$$\begin{aligned}
 H_{Tot} = & H_{FE}(\{u, \dot{u}\} \in FE) + H_{FE/MD}(\{u, \dot{u}, r, \dot{r}\} \in FE/MD) \\
 & + H_{MD}(\{r, \dot{r}\} \in MD) + H_{TB/MD}(\{r, \dot{r}\} \in TB/MD) \\
 & + H_{TB}(\{r, \dot{r}\} \in TB)
 \end{aligned}$$

Οι εξισώσεις κίνησης προκύπτουν με κατάλληλη παραγωγή της συναρτήσεως  $H_{Tot}$ . Με τη συγκεκριμένη γραφή της  $H_{Tot}$  επιτυγχάνεται διαχωρισμός της ενέργειας ανάλογα με τη μέθοδο μοντελοποίησης καθώς και η εμφάνιση της ενέργειας των συνόρων διασύνδεσης. Στη συνέχεια υπολείπεται ο καθορισμός συνεισφοράς της κάθε μεθόδου στη μεταβατική περιοχή. Συγκεκριμένα η μεταβατική περιοχή FEM - MD επιλέγεται μακριά από την περιοχή θρυμματισμού και το πλέγμα της FEM είναι σε ατομική κλίμακα ώστε να επιτευχθεί η σύνδεση του με τα άτομα της MD. Τα στοιχεία που βρίσκονται στην περιοχή της FEM (παρίστανται στο Σχ. VI-28 με έντονη μαύρη γραμμή) έχουν πλήρη συνεισφορά στην συνολική Hamiltonian ενέργεια. Τα στοιχεία, τα οποία ανήκουν στην περιοχή της FEM και βρίσκονται στο σύνορο με την MD έχουν την μισή συνεισφορά στη Hamiltonian ενέργεια της μεταβατικής περιοχής. Το αντίστοιχο ισχύει για τα άτομα της μεθόδου MD.

Με την παραπάνω διατύπωση για συνδυασμό τριών μεθόδων επιτυγχάνεται: α) Σύνδεση της μικροκλίμακας (MD, TB) με την μακροκλίμακα FEM. β) Υψηλή ακρίβεια προσομοίωσης σε σημεία όπου παρατηρούνται έντονες πλαστικές παραμορφώσεις, δημιουργία νέων επιφανειών κ.λπ. με την

χρήση της MD, TB. γ) Λογικό υπολογιστικό κόστος για το μέγεθος του συστήματος με την χρήση FEM. δ) Δυνατότητα προσομοίωσης - ανάλυσης του πλήρους συστήματος και όχι ενός μόνο αποκομμένου τμήματος.

### (c) Αξιολόγηση της MD για χρήση στην τριβολογία

Συνοπτικά, τα **πλεονεκτήματα** της μεθόδου MD είναι:

- Η MD είναι μία αριθμητική μέθοδος με κλίμακα αναφοράς τη μικροκλίμακα. Το γεγονός αυτό μπορεί να αποτρέψει την χρήση της σε μεγάλα συστήματα αλλά της παρέχει την δυνατότητα λεπτομερούς και ακριβούς αναπαράστασης της συμπεριφοράς των μετάλλων, των κεραμικών κ.λπ. σε ατομικό επίπεδο.
- Αν συμπεριληφθεί στον υπολογισμό της δυναμικής ενέργειας των ατόμων του συστήματος και η θερμοκρασία του σώματος, τότε η MD δύναται να επεξεργαστεί το συνδυασμένο θερμομηχανικό πρόβλημα. Πέρα από την αναπαράσταση των παραμορφώσεων εξετάζεται παράλληλα ο επηρεασμός του συστήματος από τη μεταβολή της θερμοκρασίας περιβάλλοντος. Επίσης αντιλαμβάνονται από το σύστημα μεταβολές στην θερμοκρασία του στερεού οι οποίες οφείλονται στις εξασκούμενες φορτίσεις.
- Η μαθηματική υλοποίηση της MD είναι ιδιαίτερα απλή. Αν και η επίλυση ενός συστήματος με την μέθοδο MD συνεπάγεται μεγάλο υπολογιστικό κόστος η μαθηματική διατύπωση του μοντέλου παραμένει σχεδόν πάντα απλή και σαφής.
- Οι προσομοιώσεις με την MD έχουν τη δυνατότητα να αντιληφθούν αλλαγές στην κρυσταλλική δομή του υλικού, φαινόμενο το οποίο είναι σχεδόν αδύνατο να παρακολουθηθεί με κάποια άλλη αριθμητική μέθοδο.
- Λόγω της μοριακής θεώρησης η MD δύναται να αναπαραστήσει με επιτυχία μεγάλες παραμορφώσεις, διάδοση ρωγμών, θρυμματισμό, δημιουργία νέων επιφανειών, ετερογενή υλικά κ.α.. Συνολικά αποτελεί μία μέθοδο με μεγάλη αξιοπιστία και ευελιξία αφού στηρίζεται στις αναπτυσσόμενες μεταξύ των ατόμων δυνάμεις.

Από την ανασκόπηση εντοπίστηκαν και ορισμένα **μειονεκτήματα** της μεθόδου MD τα κυριότερα των οποίων παρατίθενται συνοπτικά στην συνέχεια:

- Ίσως το μεγαλύτερο πρόβλημα στην υλοποίηση της μεθόδου MD είναι το υπέρογκο και αρκετές φορές δυσβάσταχτο υπολογιστικό κόστος. Ακόμα και πολύ μικρά συστήματα για να μοντελοποιηθούν με την MD χρειάζονται αρκετές χιλιάδες άτομα. Για κάθε ένα άτομο πρέπει να διατυπωθεί η εξίσωση κίνησης και να υπολογιστούν οι μετατοπίσεις - ταχύτητες για κάθε μικρό χρονικό βήμα  $\Delta t$ . Ο μεγάλος όγκος των υπολογισμών οδηγεί στη μοντελοποίηση πολύ μικρών περιοχών, αποκομμένων από το υπόλοιπο σύστημα καθώς επίσης αρκετές φορές παρατηρείται και ελάττωση του χρόνου προσομοίωσης με διάφορα τεχνάσματα, τα οποία ενδέχεται να δημιουργήσουν προβλήματα.

- Ο άμεσος υπολογισμός της δυναμικής ενέργειας των ατόμων αν και είναι εφικτός αποφεύγεται πάντα λόγω της πολυπλοκότητας και των επίπονων υπολογισμών που συνεπάγεται. Η χρήση εμπειρικών σχέσεων, η οποία έχει υιοθετηθεί από το σύνολο της επιστημονικής κοινότητας, εισάγει ανακρίβειες.
- Η MD δεν είναι σε θέση να προσομοιώσει συστήματα με αργή εξέλιξη εκτός και αν αυτά δύνανται να επιταχυνθούν με τη βοήθεια κάποιου τεχνάσματος. Ο μεγάλος χρόνος προσομοίωσης σε συνδυασμό με τη χρήση ενός κατεξοχήν μικρού χρονικού βήματος αυξάνουν το υπολογιστικό κόστος της προσομοίωσης και ενδέχεται να οδηγήσουν σε ένα επιλύσιμο μεν σύστημα αλλά όχι σε χρονικά αποδεκτό ορίζοντα.

Το κύριο πλεονέκτημα έναντι άλλων μεθόδων για τη χρήση της αποτελεί η εγγενής θεώρηση της στη μικροκλίμακα. Παρατηρείται μια προσπάθεια για προσομοίωση των μηχανισμών φθοράς των τριβουσυστημάτων σε επίπεδο μικροκλίμακας. Για την περιγραφή και ορθή αναπαράσταση των μηχανισμών αυτών η MD παρουσιάζει προβάδισμα έναντι των υπολοίπων αριθμητικών μεθόδων αφού η κατεξοχήν κλίμακα επεξεργασίας της είναι σε επίπεδο ατόμου.

Στην ατομική θεώρηση οφείλεται και η δυνατότητα προσομοίωσης και αναπαράστασης των περισσοτέρων μηχανισμών, οι οποίοι απαντώνται σε ένα τριβουσύστημα. Η διάδοση ρωγμής, ο θρυμματισμός του υλικού, οι μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις, η αφαίρεση υλικού κ.λπ. ανήκουν μέσα στο πεδίο δυνατοτήτων της MD. Τα μοντέλα της MD είναι βασισμένα σε πραγματικές δυνάμεις (μεταξύ των ατόμων) και στον νόμο του Newton. Ως αποτέλεσμα στα σύνηθες προβλήματα δεν εμφανίζουν σημαντικούς περιορισμούς ή ανακρίβειες. Συγκεκριμένα η MD δεν κάνει χρήση πλέγματος, το οποίο συνήθως έχει ως αποτέλεσμα τον περιορισμό των δυνατοτήτων της μεθόδου ως προς την προσομοίωση μεγάλων παραμορφώσεων, αφαίρεσης υλικού, τυχαίας διάδοσης ρωγμής κ.λ.. Εντούτοις όμως δεν ταλανίζεται ούτε από τις ανακρίβειες, οι οποίες παρατηρούνται σε μεθόδους χωρίς πλέγμα. Τα δομικά στοιχεία στην MD είναι τα άτομα του συστήματος και όχι κατασκευάσματα της μεθόδου χωρίς φυσική υπόσταση.

Το κύριο στοιχείο, το οποίο αποτελεί τροχοπέδη στην υιοθέτηση της MD για τη μελέτη τριβουσυστημάτων αποτελεί το μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Για την αντιμετώπιση του μεγάλου υπολογιστικού κόστους της μεθόδου MD ακολουθούνται δύο τακτικές: α) γίνεται προσομοίωση ενός μόνο μικρού τμήματος του συστήματος και β) πραγματοποιείται μία προσπάθεια μείωσης του συνολικού χρόνου προσομοίωσης. Η μη προσομοίωση ολόκληρου του συστήματος στερεί στον ερευνητή την πλήρη εικόνα του συστήματος καθώς επίσης και τις τυχόν αλληλεπιδράσεις διαφορετικών μηχανισμών στο ίδιο σύστημα. Επιπλέον στην MD η περιοχή μοντελοποίησης ενδέχεται να είναι τόσο μικρή ώστε να μην είναι αντιπροσωπευτική του συνολικού συστήματος. Η μείωση του χρόνου προσομοίωσης είτε είναι άμεση, δηλαδή απλά περιορίζεται ο χρονικός ορίζοντας χωρίς κάποια αλλαγή στο σύστημα είτε έμμεση με την χρήση κάποιου τεχνάσματος όπως η αύξηση της ταχύτητας ολίσθησης. Ο μικρός χρονικός ορίζοντας της MD αποκλείει παντελώς την προσομοίωση τριβουσυστημάτων, στα οποία υπάρχει πολύ αργή εξέλιξη του μηχανισμών φθοράς. Για το λόγο αυτό προσομοιώσεις οξειδωτικής φθοράς, fretting, πολυκυκλικής κόπωσης κ.λπ.

απουσιάζουν πλήρως από τη βιβλιογραφία. Συνολικά η MD διαθέτει την δυνατότητα κατασκευής ακόμα και του πιο σύνθετου μοντέλου τριβουστήματος. Το ερώτημα που τίθεται είναι αν η επίλυση του είναι εφικτή με τους δεδομένους υπολογιστικούς πόρους σε λογικό χρονικό διάστημα.

## Ενότητα 6.07 Καταλληλότητα των μεθόδων για χρήση στην τριβολογία

Η αξιολόγηση των αριθμητικών μεθόδων, σχετικά με την καταλληλότητα των χαρακτηριστικών τους για χρήση στην τριβολογία, συνοψίζεται στον παρακάτω πίνακα.

Πίν. 5 Αξιολόγηση των αριθμητικών μεθόδων

	FEM	BEM	DEM	ALE	EFG	MD	SPH
Δυναμικά φαινόμενα	**	**	***	***	****	****	****
Μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις	**	**	***	****	****	****	****
Βραδέως εξελισσόμενα φαινόμενα (οξειδωση, fretting)	****	***	*	***	*	Χ	****
Τυχαία διάδοση ρωγμής, θρυμματισμός υλικού	*	***	***	Χ	****	*****	****
Σχηματισμός νέας ελεύθερης επιφάνειας	**	*	****	*	***	*****	***
Δυνατότητα εισαγωγής στοχαστικών παραμέτρων	*	***	***	**	****	****	***
Συνδυασμένη επεξεργασία θερμομηχανικού προβλήματος	**	*	***	****	**	*****	***
Επεξεργασία σε μικροκλίμακα	**	**	***	**	***	****	**
Αριθμητική σύγκλιση	****	****	*	*	***	**	***
Υπολογιστικό κόστος	***	***	**	*	**	*	**
Πολύπλοκη γεωμετρία, ατέλειες στο εσωτερικό του υλικού	**	*	***	*	**	*****	*
Αφαίρεση υλικού και δημιουργία αποβλίπτου	*	*	****	*	***	*****	****
Ανομοιογενή υλικά	*	*	***	*****	***	*****	**
Ευελιξία κλίμακας επεξεργασίας	***	***	**	**	***	Χ	**
Διαθέσιμα πακέτα λογισμικού	*****	**	**	**	**	*	***
Δημοτικότητα, βιβλιογραφία, επιστημονικό ενδιαφέρον	****	**	**	**	***	****	****
Φθορά μηχανικής διάβρωσης	Χ	Χ	**	*	Χ	*****	***
Φθορά συνάφειας	*	Χ	*	**	***	*****	**
Φθορά εκτριβής	**	**	****	***	***	****	**
Φθορά κόπωσης	***	**	*	***	**	*	****
Φθορά οξειδωσης	***	***	Χ	*	***	*	Χ

## Συμπεράσματα κεφαλαίου

Από την ανασκόπηση των μη συμβατικών αριθμητικών μεθόδων, από τη σκοπιά της μελέτης τριβοσυστημάτων, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:

- Καμία μέθοδος δε δύναται να αντιμετωπίσει πλήρως αφ' εαυτής όλα τα προβλήματα που εισάγει στο περιβάλλον της προσομοίωσης ένα τριβοσύστημα.
- Κάθε μέθοδος είναι κατάλληλη για διαφορετικό είδος προβλημάτων.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] L. Jing, A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering\* 1, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 40 (2003) 283–353.
- [2] T.Y. Rong, A.Q. Lu, Generalized mixed variational principles and solutions of ill-conditioned problems in computational mechanics: Part I. Volumetric locking, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 191 (2001) 407–422.
- [3] T.-Y. Rong, A.-Q. Lu, Generalized mixed variational principles and solutions of ill-conditioned problems in computational mechanics. Part II: Shear locking, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 192 (2003) 4981-5000.
- [4] B. Karihaloo, Q. Xiao, Modelling of stationary and growing cracks in FE framework without remeshing: a state-of-the-art review, *Computers & Structures*. 81 (2003) 119–129.
- [5] N. Moës, T. Belytschko, Extended finite element method for cohesive crack growth, *Engineering Fracture Mechanics*. 69 (2002) 813–833.
- [6] J. Liang, R. Huang, J.H. Prévost, Z. Suo, Evolving crack patterns in thin films with the extended finite element method, *International Journal of Solids and Structures*. 40 (2003) 2343-2354.
- [7] R. Huang, J. Prevost, Z. Huang, Z. Suo, Channel-cracking of thin films with the extended finite element method, *Engineering Fracture Mechanics*. 70 (2003) 2513–2526.
- [8] J. Dolbow, N. Moes, T. Belytschko, An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 190 (2001) 6825–6846.
- [9] J. Dolbow, N. Moës, T. Belytschko, Discontinuous enrichment in finite elements with a partition of unity method, *Finite Elements in Analysis and Design*. 36 (2000) 235-260.
- [10] N. Sukumar, D. Chopp, B. Moran, Extended finite element method and fast marching method for three-dimensional fatigue crack propagation, *Engineering Fracture Mechanics*. 70 (2003) 29–48.
- [11] P.M. Mariano, F.L. Stazi, Strain localization due to crack–microcrack interactions: X-FEM for a multifield approach, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 193 (2004) 5035-5062.
- [12] M.. Rashid, P.. Gullett, On a finite element method with variable element topology, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 190 (2000) 1509-1527.
- [13] M.. Cottrell, J. Yu, D.R.J. Owen, The adaptive and erosive numerical modelling of confined boron carbide subjected to large-scale dynamic loadings with element conversion to undeformable meshless particles, *International Journal of Impact Engineering*. 28 (2003) 1017-1035.
- [14] G.R. Johnson, R.A. Stryk, S.R. Beissel, T.J. Holmquist, An algorithm to automatically convert distorted finite elements into meshless particles during dynamic deformation, *International Journal of Impact Engineering*. 27 (2002) 997–1013.
- [15] M. ElTobgy, E. Ng, M. Elbestawi, Finite element modeling of erosive wear, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 45 (2005) 1337–1346.
- [16] S.R. Daniewicz, G.P. Potirniche, Modeling of fatigue crack growth threshold development for a

- microstructurally small crack, *Engineering Fracture Mechanics*. 72 (2005) 1438-1453.
- [17] P. Põdra, S. Andersson, Simulating sliding wear with finite element method, *Tribology International*. 32 (1999) 71-81.
- [18] P. Põdra, S. Andersson, Finite element analysis wear simulation of a conical spinning contact considering surface topography, *Wear*. 224 (1999) 13-21.
- [19] M. Alam, M. Wahab, Modeling the fatigue crack growth and propagation life of a joint of two elastic materials using interface elements, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 82 (2005) 105-113.
- [20] P. Wang, Z. Yao, H. Wang, Fast Multipole BEM for Simulation of 2-D Solids Containing Large Numbers of Cracks, *Tsinghua Science & Technology*. 10 (2005) 76-81.
- [21] N. Masters, W. Ye, Fast BEM solution for coupled 3D electrostatic and linear elastic problems, *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 28 (2004) 1175-1186.
- [22] C.A.R. Vera-Tudela, J.C.F. Telles, A numerical Green's function and dual reciprocity BEM method to solve elastodynamic crack problems, *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 29 (2005) 204-209.
- [23] R. Honda, Stochastic BEM with spectral approach in elastostatic and elastodynamic problems with geometrical uncertainty, *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 29 (2005) 415-427.
- [24] M.H. Aliabadi, A.L. Saleh, Fracture mechanics analysis of cracking in plain and reinforced concrete using the boundary element method, *Engineering Fracture Mechanics*. 69 (2002) 267-280.
- [25] V. Koshelev, A. Ghassemi, Complex variable BEM for thermo- and poroelasticity, *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 28 (2004) 825-832.
- [26] L.-J. Young, Y.-P. Tsai, A boundary element application for mixed mode loading idealized sawtooth fracture surface, *International Journal of Solids and Structures*. 36 (1999) 3239-3252.
- [27] G.K. Sfantos, M.H. Aliabadi, Wear simulation using an incremental sliding Boundary Element Method, *Wear*. 260 (2006) 1119-1128.
- [28] G.K. Sfantos, M.H. Aliabadi, Application of BEM and optimization technique to wear problems, *International Journal of Solids and Structures*. 43 (2006) 3626-3642.
- [29] G.K. Sfantos, M.H. Aliabadi, Total hip arthroplasty wear simulation using the boundary element method, *Journal of Biomechanics*. 40 (2007) 378-389.
- [30] G.K. Sfantos, M.H. Aliabadi, A boundary element formulation for three-dimensional sliding wear simulation, *Wear*. 262 (2007) 672-683.
- [31] T. Wan Kim, S. Man Moon, Y. Joo Cho, Prediction of fretting wear using boundary element method, *Tribology International*. 44 (2011) 1571-1576.
- [32] C.Y. Lee, L.S. Tian, J.W. Bae, Y.S. Chai, Application of influence function method on the fretting wear of tube-to-plate contact, *Tribology International*. 42 (2009) 951-957.
- [33] Y.-gui Li, Q.-xue Huang, G.-xian Shen, H. Xiao, S.-qin Pang, J.-mei Wang, Simulation of Strip Rolling Using Elastoplastic Contact BEM With Friction, *Journal of Iron and Steel Research, International*. 15 (2008) 34-38.
- [34] D.R.J. Owen, Y.T. Feng, J. Yu, D. Perić, Finite/Discrete Element Analysis of Multi-fracture and Multi-contact Phenomena, in: J.M.L.M. Palma, J. Dongarra, V. Hernández (Eds.), *Vector and Parallel Processing — VECPAR 2000*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, n.d. pp. 483-505.
- [35] D.R.J. Owen, Y.T. Feng, Parallelised finite/discrete element simulation of multi-fracturing solids and discrete systems, *Engineering Computations*. 18 (2001) 557-576.
- [36] A. Munjiza, N.W.M. John, Mesh size sensitivity of the combined FEM/DEM fracture and fragmentation algorithms, *Engineering Fracture Mechanics*. 69 (2002) 281-295.
- [37] E. Oñate, J. Rojek, Combination of discrete element and finite element methods for dynamic analysis of geomechanics problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 193 (2004) 3087-3128.
- [38] I.M. Cameron, D.T. Gethin, Exploration of die wall friction for powder compaction using a discrete finite element modelling technique, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*. 9 (2001) 289-307.
- [39] K. Iwashita, M. Oda, Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method, *Powder Technology*. 109 (2000) 192-205.
- [40] S. Mohammadi, S. Forouzan-sepehr, A. Asadollahi, Contact based delamination and fracture analysis of composites, *Thin-Walled Structures*. 40 (2002) 595-609.

- [41] F. Bertrand, L.A. Leclaire, G. Levecque, DEM-based models for the mixing of granular materials, *Chemical Engineering Science*. 60 (2005) 2517–2531.
- [42] J. Donea, A. Huerta, J. -Ph Ponthot, A. Rodríguez-Ferran, Arbitrary Lagrangian–Eulerian Methods, in: *Encyclopedia of Computational Mechanics*, n.d. pp. 413–437.
- [43] C.. Hirt, A.. Amsden, J.. Cook, An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds, *Journal of Computational Physics*. 14 (1974) 227–253.
- [44] J. Donea, S. Giuliani, J.P. Halleux, An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 33 (1982) 689–723.
- [45] T.J.R. Hughes, W.K. Liu, T.K. Zimmermann, Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 29 (1981) 329–349.
- [46] W.K. Liu, T. Belytschko, H. Chang, An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for path-dependent materials, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 58 (1986) 227–245.
- [47] S. Ghosh, N. Kikuchi, An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for large deformation analysis of elastic-viscoplastic solids, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 86 (1991) 127–188.
- [48] N. Aquelet, M. Souli, J. Gabrys, L. Olovson, A new ALE formulation for sloshing analysis, *Structural Engineering and Mechanics*. 16 (2003) 000–000.
- [49] Z. Liu, Y. Huang, A New Method For Large Amplitude Sloshing Problems, *Journal of Sound and Vibration*. 175 (1994) 185–195.
- [50] A. Alia, M. Souli, High explosive simulation using multi-material formulations, *Applied Thermal Engineering*. 26 (2006) 1032–1042.
- [51] A. Folch, R. Codina, J. Martí, Numerical modeling of magma withdrawal during explosive caldera-forming eruptions, *J. Geophys. Res.* 106 (n.d.) PP. 16,163–16,175.
- [52] X. Wang, X. Li, Numerical simulation of three dimensional non-Newtonian free surface flows in injection molding using ALE finite element method, *Finite Elements in Analysis and Design*. 46 (2010) 551–562.
- [53] A. Attanasio, E. Ceretti, C. Giardini, L. Filice, D. Umbrello, Criterion to evaluate diffusive wear in 3D simulations when turning AISI 1045 steel, *International Journal of Material Forming*. 1 (2008) 495–498.
- [54] A. Attanasio, D. Umbrello, Abrasive and diffusive tool wear FEM simulation, *International Journal of Material Forming*. 2 (2009) 543–546.
- [55] A. Attanasio, E. Ceretti, S. Rizzuti, D. Umbrello, F. Micari, 3D finite element analysis of tool wear in machining, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*. 57 (2008) 61–64.
- [56] E. Ceretti, L. Filice, D. Umbrello, F. Micari, ALE Simulation of Orthogonal Cutting: a New Approach to Model Heat Transfer Phenomena at the Tool-Chip Interface, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*. 56 (2007) 69–72.
- [57] A. Haglund, H. Kishawy, R. Rogers, An exploration of friction models for the chip-tool interface using an arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element model, *Wear*. 265 (2008) 452–460.
- [58] C. Chang, C. Wang, B. Chen, L. Li, A Study of a Numerical Analysis Method for the Wheel-Rail Wear of a Heavy-Haul Train, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*. 224 (2010) 473–482.
- [59] T. Belytschko, Y. Lu, L. Gu, M. Tabbara, Element-free Galerkin methods for static and dynamic fracture, *International Journal of Solids and Structures*. 32 (1995) 2547–2570.
- [60] K. Dai, G. Liu, X. Han, K. Lim, Thermomechanical analysis of functionally graded material (FGM) plates using element-free Galerkin method, *Computers & Structures*. 83 (2005) 1487–1502.
- [61] T. Belytschko, D. Organ, C. Gerlach, Element-free galerkin methods for dynamic fracture in concrete, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 187 (2000) 385–399.
- [62] Y. Lu, T. Belytschko, M. Tabbara, Element-free Galerkin method for wave propagation and dynamic fracture, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 126 (1995) 131–153.
- [63] J.P. Ponthot, T. Belytschko, Arbitrary Lagrangian-Eulerian formulation for element-free Galerkin method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 152 (1998) 19–46.
- [64] S. Fernandez-Mendez, A. Huerta, Imposing essential boundary conditions in mesh-free methods, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 193 (2004) 1257–1275.

- [65] T. Belytschko, Y.Y. Lu, L. Gu, Crack propagation by element-free Galerkin methods, *Engineering Fracture Mechanics*. 51 (1995) 295-315.
- [66] S. Rahman, B. Rao, An element-free Galerkin method for probabilistic mechanics and reliability, *International Journal of Solids and Structures*. 38 (2001) 9313–9330.
- [67] L. Gavete, J. Cuesta, A. Ruiz, A procedure for approximation of the error in the EFG method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 53 (2002) 677–690.
- [68] L. Cordes, B. Moran, Treatment of material discontinuity in the element-free Galerkin method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 139 (1996) 75–89.
- [69] Y. Xu, S. Saigal, An Element Free Galerkin analysis of steady dynamic growth of a mode I crack in elastic–plastic materials, *International Journal of Solids and Structures*. 36 (1999) 1045-1079.
- [70] K. Nishimura, N. Miyazaki, Molecular dynamics simulation of crack growth under cyclic loading, *Computational Materials Science*. 31 (2004) 269–278.
- [71] B. Lin, S. Yu, S. Wang, An experimental study on molecular dynamics simulation in nanometer grinding, *Journal of Materials Processing Technology*. 138 (2003) 484–488.
- [72] M.S. Daw, M.I. Baskes, Embedded-atom method: Derivation and application to impurities, surfaces, and other defects in metals, *Phys. Rev. B*. 29 (1984) 6443-6453.
- [73] K. Cheng, X. Luo, R. Ward, R. Holt, Modeling and simulation of the tool wear in nanometric cutting, *Wear*. 255 (2003) 1427–1432.
- [74] R. Komanduri, N. Chandrasekaran, L. Raff, MD simulation of exit failure in nanometric cutting, *Materials Science and Engineering: A*. 311 (2001) 1-12.
- [75] X.-Y. Fu, D.A. Rigney, M.L. Falk, Sliding and deformation of metallic glass: experiments and MD simulations, *Journal of Non-Crystalline Solids*. 317 (2003) 206-214.
- [76] E.E. Zhurkin, A.S. Kolesnikov, Atomic scale modelling of Al and Ni (1 1 1) surface erosion under cluster impact, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 202 (2003) 269–277.
- [77] F.F. Abraham, J.Q. Broughton, N. Bernstein, E. Kaxiras, Spanning the length scales in dynamic simulation, *Comput. Phys*. 12 (1998) 538-546.





## Κεφάλαιο VII. Μέθοδος Smooth Particle Hydrodynamics (SPH)

Εδώ παρουσιάζεται θεωρητικά η μέθοδος SPH (Smooth Particle Hydrodynamics), γίνεται ανασκόπηση των εφαρμογών που έχει βρει στη μηχανική και εξετάζεται το ζήτημα της εφελκυστικής αστάθειας το οποίο έχει εμποδίσει ως τώρα τη διαδεδομένη χρήση της στη μοντελοποίηση των ελαστικών στερεών. Η ισχύς της μεθόδου SPH πηγάζει από το ότι αναπαριστά το συνεχές μέσο με κόμβους, οι οποίοι διαθέτουν μάζα και ταχύτητα, αλλά δε δεσμεύονται σε μια σταθερή τοπολογία από ένα πλέγμα Lagrange.

### Ενότητα 7.01 Γενικά

Η μέθοδος SPH (Smooth Particle Hydrodynamics) αποτελεί την παλαιότερη μέθοδο αριθμητικής επίλυσης χωρίς πλέγμα. Αρχικά η SPH αναπτύχθηκε για τη μελέτη αστροφυσικών φαινομένων και για αρκετά χρόνια δεν είχε προσελκύσει το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας που ασχολείτο με προβλήματα της μηχανικής του στερεού σώματος. Η κατάσταση όμως αυτή άλλαξε άρδην τη δεκαετία του '90 όπως υποδεικνύεται από τη ξαφνική αύξηση του όγκου της διαθέσιμης βιβλιογραφίας σε διάφορους τομείς, όπως η κρουστική διάτρηση σε στερεό σώμα, η δυναμική ρευστών, η διφασική ροή κ.α. Παρά το ενδιαφέρον των ερευνητών, η SPH έχει ακόμα μερικά σημαντικά προβλήματα να αντιμετωπίσει μέχρι να θεωρηθεί ένα χρήσιμο και αξιόπιστο εργαλείο.

Η SPH, σε αντίθεση με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, δεν κάνει χρήση πλέγματος, αλλά ενός συνόλου τυχαίως κατανεμημένων στοιχείων για την αναπαράσταση του συστήματός και την προσέγγιση των μερικών διαφορικών εξισώσεων PDE (Partial Differential Equations). Με τη χρήση εκτίμησης πυρήνα (kernel estimation), η μερική διαφορική εξίσωση μετασχηματίζεται σε ολοκληρωτική μορφή και στη συνέχεια η ολοκληρωτική μορφή προσεγγίζεται με την βοήθεια των τυχαίως κατανεμημένων στοιχείων. Για τα στοιχεία αυτά είναι διαθέσιμες όλες οι απαραίτητες μεταβλητές του προβλήματος.

Η έλλειψη πλέγματος καθιστά την SPH κατάλληλη για μοντελοποίηση πολύ μεγάλων παραμορφώσεων, κινούμενων ασυνεχειών, διάδοση ρωγμών και γενικά μη γραμμικών - δυναμικών προβλημάτων. Φαινόμενα εμφανιζόμενα κατά κόρον στην μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς και αντοχής υλικών [1,2], στην ροή ελεύθερων επιφανειών [3], στην προσομοίωση εκρήξεων [4-6], στη συναγωγή θερμότητας [7] κ.λπ. Παρά βέβαια την εγγενώς καλή συμπεριφορά της μεθόδου για τους προαναφερθέντες τομείς, αυτή παρουσιάζει ορισμένα προβλήματα τα κυριότερα των οποίων είναι η

εφελκυστική αστάθεια (tensile instability) και η αδυναμία ακριβούς περιγραφής του συνόρου της επιφάνειας για τα οποία έχουν υιοθετηθεί διάφορες διορθώσεις - παραλλαγές της αρχικής SPH.

Ένα εξίσου σημαντικό πρόβλημα που αντιμετωπίζει η SPH κατά την εφαρμογή της είναι η ασυνέχεια στοιχείων. Η ασυνέχεια στοιχείων πηγάζει από τη διαδικασία προσέγγισης, η οποία διεξάγεται σε ένα σύνολο τυχαίως κατανομημένων στοιχείων και δύναται να οδηγήσει σε μικρή ακρίβεια του συνόλου των προσεγγίσεων που διεξάγονται κατά την εφαρμογή της SPH. Η ασυνέχεια των στοιχείων είναι η έκδηλη ανακολουθία μεταξύ των χωρικά διακριτοποιημένων εξισώσεων και των αντίστοιχων προσεγγίσεων πυρήνα, οι οποίες είναι σε συνεχή μορφή. Για την αντιμετώπισή της έχουν προταθεί και υιοθετηθεί αρκετές διαφορετικές υλοποιήσεις, ο κύριος όγκος των οποίων ανακατασκευάζει ή κανονικοποιεί τη συνάρτηση εξομάλυνσης της SPH. Δυστυχώς όμως, τις περισσότερες φορές, όταν ανακατασκευάζεται η συνάρτηση εξομάλυνσης οδηγούμαστε σε μορφές, οι οποίες είναι μερικώς αρνητικές, μη συμμετρικές και όχι γνησίως φθίνουσες. Όπως θα δούμε και στην μαθηματική περιγραφή της μεθόδου, συναρτήσεις με τέτοια χαρακτηριστικά είναι ακατάλληλες για την επίλυση υδροδυναμικών προβλημάτων. Όσον αφορά τις μεθόδους που βασίζονται στην κανονικοποίηση, αν και παρουσιάζουν μικρότερη ακρίβεια, δεν αντιμετωπίζουν προβλήματα στην επίλυση των υδροδυναμικών προβλημάτων [8]. Μία μέθοδο που ανήκει στην τελευταία κατηγορία έχουν αναπτύξει και οι Liu & Liu με ιδιαίτερα ενθαρρυντικά αποτελέσματα.

## Ενότητα 7.02 Διατύπωση

Στο τμήμα αυτό θα γίνει παρουσίαση του βασικού αλγόριθμου εφαρμογής της SPH καθώς και μία σύντομη αναφορά στα προβλήματα και στους περιορισμούς του, όπως αυτά αναλύονται στη βιβλιογραφία [9]. Η κεντρική ιδέα της SPH είναι η χρήση μίας προσέγγισης πυρήνα για το  $u(x)$  σε όλο το διδιάστατο (επιφάνεια) ή τρισδιάστατο (όγκο) τομέα  $\Omega$  η οποία εκφράζεται από την εξίσωση:

$$u^h(x) = \int_{\Omega} w(x-y, h) u(y) d\Omega_y$$

όπου  $u^h(x)$  είναι η προσέγγιση,  $w(x-y, h)$  είναι ο πυρήνας ή συνάρτηση βάρους και  $h$  είναι η λεγόμενη συνάρτηση εξομάλυνσης. Για σωστή εφαρμογή της μεθόδου ο Monaghan, ο κύριος ερευνητής που ασχολήθηκε αρχικά με την SPH, υποδεικνύει ότι ο πυρήνας οφείλει να υπακούει στους ακόλουθους περιορισμούς:

- $w(x-y, h) > 0$  σε οποιοδήποτε υποτομέα  $\Omega_i$  του  $\Omega$
- $w(x-y, h) = 0$  εκτός του τομέα  $\Omega_i$ , περιορισμός ο οποίος επιβάλλεται ώστε οι προσεγγίσεις να πραγματοποιούνται βάση της τοπικής αναπαράστασης. Για παράδειγμα η προσέγγιση  $u^h(x)$  θα εξαρτάται αποκλειστικά από τις τιμές των στοιχείων - κόμβων που ανήκουν στον υποτομέα, ο οποίος ικανοποιεί την συνθήκη  $w(x-y, h) \neq 0$ . Ο τομέας  $w(x-y, h)$  που ικανοποιεί τις συνθήκες αποτελεί την περιοχή επηρεασμού - διαμόρφωσης της συνάρτησης βάρους.

- $\int_{\Omega} w(x-y, h)u(y)d\Omega = 1$ , ο περιορισμός αυτός υποβάλλεται από την ανάγκη ύπαρξης συνέπειας, παρά το γεγονός ότι δεν εξασφαλίζει τη συνέπεια της διακριτής μορφής της προσέγγισης.
- $w(s, h)$  πρέπει να είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση για  $s = \|x - y\|$ .
- Τέλος πρέπει  $w(s, h) \rightarrow \delta(s)$  για  $h \rightarrow 0$ , όπου  $\delta(s)$  είναι μία συνάρτηση δέλτα του Dirac. Ο περιορισμός αυτός ουσιαστικά δεν έχει νόημα αφού στους υπολογισμούς μας το  $h$  δεν τείνει ποτέ στο 0. Επιπλέον δεν γίνεται να θεωρήσουμε μία συνάρτηση που ικανοποιεί όλους τους υπόλοιπους περιορισμούς, το πεδίο υποστήριξης της είναι 0 και δεν προσεγγίζει την συνάρτηση δέλτα του Dirac.

Οι συναρτήσεις που προτείνονται για την ενσωμάτωση τους στην SPH ως συναρτήσεις βάρους και ικανοποιούν έως ένα βαθμό τους παραπάνω περιορισμούς είναι η εκθετική, η κυβική spline και η spline τετάρτου βαθμού. Για παράδειγμα μία συνάρτηση βάρους μορφής spline είναι:

$$w(s; h) = \frac{2}{3h} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + q^3, & \text{για } q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3, & \text{για } 1 \leq q \leq 2, \text{ με } q = s/h. \\ 0, & \text{για } q \geq 2 \end{cases}$$

Αν και ο Monaghan θεωρεί τις εκθετικές συναρτήσεις ως τις πλέον κατάλληλες για να χρησιμοποιηθούν ως συναρτήσεις βάρους, ο T. Belytschko και οι συνεργάτες του, στη γενικότερη ανασκόπηση που πραγματοποίησαν για της μεθόδους χωρίς πλέγμα [10], δεν παρατήρησαν κάποιο σημαντικό πλεονέκτημα έναντι των spline. Απεναντίας οι εκθετικές συναρτήσεις παρουσιάζονται πιο απαιτητικές υπολογιστικά.

Στην συνέχεια για να πραγματοποιηθούν οι προσεγγίσεις πρέπει η συνάρτηση

$u^h(x) = \int_{\Omega} w(x-y, h)u(y)d\Omega_y$  να διακριτοποιηθεί μέσω μίας σχετικά απλής διαδικασίας. Για

μονοδιάστατα προβλήματα υιοθετείται ο κανόνας του τραπεζίου ο οποίος δίνει:

$$u^h(x) = \sum_1 u_l \Delta x_l \text{ με } \Delta x_l = (x_{l+1} - x_{l-1})/2 \text{ για τα ενδιάμεσα στοιχεία - κόμβους και}$$

$$\Delta x_{N-1} = (x_{l+1} - x_b)/2 \text{ για το αριστερό άκρο και αντίστοιχη μορφή για το δεξί. Το } l \text{ παίρνει τιμές}$$

από 1 έως  $n_N$ , δηλαδή όσο και ο αριθμός των στοιχείων. Προσοχή πρέπει να δοθεί στο ότι το παραπάνω άθροισμα λαμβάνει υπόψη του μόνο τους όρους, οι οποίοι ικανοποιούν την συνθήκη  $w(x-x_l) > 0$ . Για προβλήματα περισσότερων διαστάσεων ακολουθεί η ίδια λογική, με την

$$\text{ακόλουθη τυπική μορφή: } u^h(x) = \sum_1 u_l \Delta V_l \text{ το } \Delta V_l \text{ είναι ενδεικτικό της}$$

περικλειόμενης επιφάνειας γύρω από τον κόμβο  $l$ . Η δυσκολία που παρουσιάζεται στην εφαρμογή

των παραπάνω είναι η ανάπτυξη μίας σταθερής και αποδοτικής τεχνικής για την ανάθεση των  $\Delta V_I$  στους αντίστοιχους κόμβους. Μετά την ολοκλήρωση και αυτού του βήματος λαμβάνεται η τελική μορφή:  $u^h(x) = \sum_1 \phi_I(x)u_I$ , με  $\phi(x) = (x - x_I)\Delta V_I$ . Οι συναρτήσεις  $\phi(x)$  είναι οι SPH συναρτήσεις μορφής της προσέγγισης. Σημειώνεται επίσης ότι στις περισσότερες των περιπτώσεων το  $u_I$  διαφέρει του  $u^h(x)$ , έτσι λοιπόν το  $u_I$  δεν μπορεί να θεωρηθεί ίσο με την τιμές στον κόμβο και οι συναρτήσεις μορφής δεν κάνουν πραγματικά παρεμβολή αλλά προσέγγιση των τιμών. Παρά το γεγονός αυτό αρκετές φορές συναντάται στη βιβλιογραφία να αναφέρεται ότι πραγματοποιείται παρεμβολή (interpolation) και όχι προσέγγιση (approximation) που στην πραγματικότητα γίνεται.

### Ενότητα 7.03 Εφαρμογές μεθόδου SPH

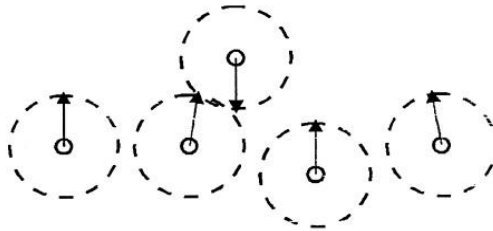
Ενώ μέχρι τη δεκαετία του '90 η μέθοδος αριθμητικής επίλυσης SPH δεν είχε προσελκύσει την προσοχή της επιστημονικής κοινότητας, σήμερα αρκετοί ερευνητές από διαφορετικούς επιστημονικούς κλάδους έχουν καταφύγει στην χρήση, μελέτη και περαιτέρω βελτίωσή της. Ο κύριος όγκος της βιβλιογραφίας πραγματεύεται τρόπους επίλυσης των εγγενών προβλημάτων που παρουσιάζει η εφαρμογή της SPH καθώς και τη βελτίωση αυτής. Η βιβλιογραφία που είναι σχετική με εφαρμογές της μεθόδου σε πρακτικά προβλήματα, τα οποία να παρουσιάζουν ενδιαφέρον και για τα τριβουστήματα, είναι αρκετά περιορισμένη και προέρχεται κυρίως από προσομοιώσεις διάτρησης θωράκισης από βλήμα.

#### (a) Κρούση Taylor

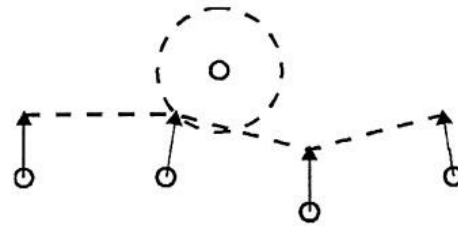
Η μέθοδος SPH παρουσιάζει αδυναμία σωστής αναπαράστασης της γεωμετρίας στο σύνορο. Στην προσπάθεια βελτίωσης της SPH, τόσο ως προς την ακρίβεια όσο και προς τη σταθερότητά της υιοθετείται συνήθως το τέχνασμα της κανονικοποίησης ή ανακατασκευής του πυρήνα. Αποτέλεσμα αυτού είναι να εμφανίζεται έντονη η αδυναμία περιγραφής στο σύνορο αφού ο καινούριος πυρήνας δρα ως διορθωτικός παράγων για την έλλειψη των κόμβων-στοιχείων. Κρίνεται λοιπόν σκόπιμο να γίνει επιβολή των συνοριακών συνθηκών με κάποιον άλλο δραστικό τρόπο. Επιπλέον ενώ η επαφή μεταξύ των γειτονικών περιοχών ανάμεσα σε δύο κόμβους αναγνωρίζεται, κατά την εφαρμογή της SPH, δεν εισάγονται περιορισμοί για τη μερική ή ακόμα και ολική διείδυση της μία περιοχής στην άλλη. Τα δύο αυτά προβλήματα προσπαθούν να επιλύσουν οι Campbell et. al. [11], αναπτύσσοντας έναν αλγόριθμο επαφής βασιζόμενο σε συναρτήσεις ποινής για την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών. Κατόπιν ελέγχουν τον αλγόριθμο κάνοντας εφαρμογή του σε ιδεατές απλές προσομοιώσεις κρούσης.

Ο J.Campbell βασιζόμενος στο μοντέλο ανίχνευσης επαφής που έχει αναπτύξει ο Libersky [2] προχώρα σε επιβολή των συνοριακών συνθηκών στο όριο και μεταξύ των περιοχών των

στοιχείων με χρήση της μεθόδου ποινής. Ο Libersky θεωρεί ότι γύρω από ένα κόμβο-στοιχείο ορίζεται ένας κυκλικός τομέας με την βοήθεια ενός σταθερού, ως προς το μέτρο, διανύσματος. Όπως παρουσιάζεται και στο Σχ. VII-1, αλληλοεπικάλυψη των δύο τομέων έχουμε όταν τέμνονται οι δύο κύκλοι. Το πλεονέκτημα της συγκεκριμένης πρότασης είναι διπλό, αφού μειώνει το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου γιατί κάθε στοιχείο λογίζεται μία μόνο φορά στον αλγόριθμο και επιπλέον η τομή των κύκλων ελέγχεται με μεγάλη ευκολία υπολογίζοντας την απόσταση ανάμεσα στους κόμβους.



Σχ. VII-1 Μοντέλο επαφής μεταξύ των στοιχείων της SPH [11].



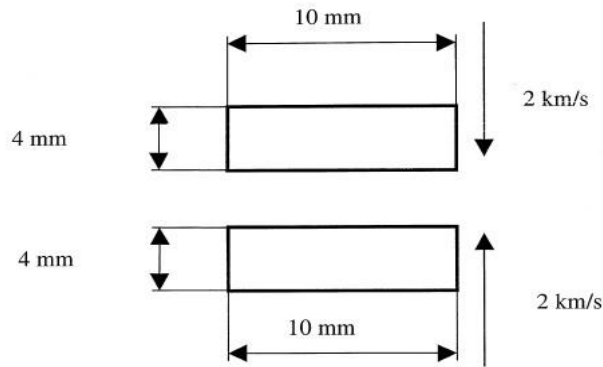
Σχ. VII-2 Μοντέλο επαφής μεταξύ στοιχείου και επιφάνειας στην SPH [11].

Στην συνέχεια πραγματοποιείται ποσοτικοποίηση της διείδυσης του ενός στοιχείου στο άλλο (Σχ. VII-1), των στοιχείων με την ελεύθερη επιφάνεια (Σχ. VII-2) και υπολογίζεται η δύναμη που επιβάλλεται λόγω της μεθόδου ποινής. Ως ελεύθερη επιφάνεια νοείται το εξομαλυσμένο περίγραμμα του εξωτερικού συνόρου, το οποίο αναπαρίσταται από τα στοιχεία. Η διείδυση ανάμεσα στα

στοιχεία και των στοιχείων με την εξωτερική επιφάνεια είναι αντίστοιχα:  $p = \frac{h_i + h_j}{2} - |r_{ij}| \geq 0$  και

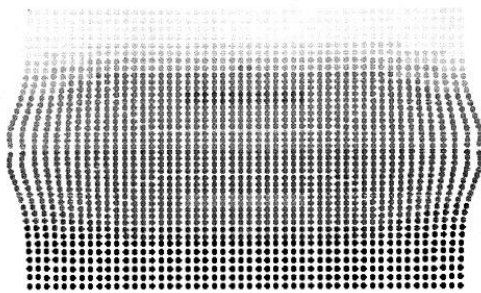
$p = \sqrt{d^2 - r_{ij}^2 + (n_{av} \cdot r_{ij})^2} - (n_{av} \cdot r_{ij})$ , όπου  $r_{ij} = x_j - x_i$  το διάνυσμα από το ένα κέντρο στοιχείου  $i$  στο κέντρο του δεύτερου στοιχείου  $j$ ,  $p$  η διείδυση,  $h_i, h_j$  τα μήκη εξομάλυνσης των στοιχείων και  $d = (h_i + h_j)/2$ ,  $n_{av}$  το μέσο κάθετο διάνυσμα. Για την επιβαλλόμενη δύναμη παρέχεται η δυνατότητα τριών διαφορετικών υλοποιήσεων, ώστε ο αλγόριθμος που αναπτύσσεται να έχει μεγαλύτερη ευελιξία και εύρος εφαρμογών.

Για εφαρμογή και αξιολόγηση του αλγόριθμου γίνεται μία διδιάστατη συμμετρική προσομοίωση κρούσης. Θεωρούνται δύο ορθογώνιες παραλληλόγραμμες πλάκες από ασάλι με διαστάσεις  $4 \times 10 \text{ mm}$ , οι οποίες αρχικά δεν βρίσκονται σε επαφή και έχουν μεταξύ τους αντίθετες ταχύτητες μέτρου  $2 \text{ km/s} = 2000 \text{ m/s}$ . Η αρχική κατάσταση κατά την χρονική στιγμή  $t=0$  φαίνεται στο Σχ. VII-3.

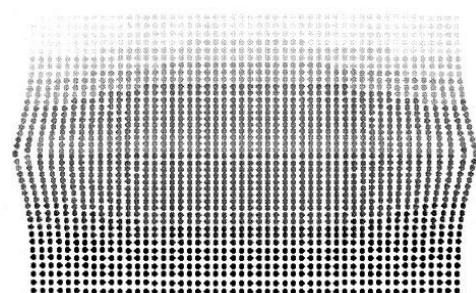


Σχ. VII-3 Σχηματική αναπαράσταση διδιάστατου μοντέλου κρούσης για  $t=0\text{sec}$  [11].

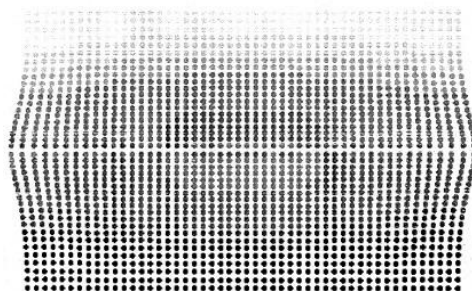
Κατά την αρχική εφαρμογή του αλγόριθμου παρουσιάστηκε η αδυναμία αυτού για ορθό χειρισμό των κόμβων-στοιχείων τα οποία βρίσκονταν στις γωνίες των σωμάτων. Τα γωνιακά στοιχεία παρουσίαζαν πολύ μικρές οριζόντιες ταχύτητες (Σχ. VII-4) ή εξαιρετικά υψηλή διείδυση στα στοιχεία της δεύτερης πλάκας (Σχ. VII-5). Για την εξάλειψη της αδυναμίας αυτής έγινε χρήση δύο κάθετων διανυσμάτων αντί ενός. Αν το γωνιακό στοιχείο δεν ήταν σε επαφή, τότε και για τα δύο διανύσματα γινόταν επιβολή της συνθήκης μηδενικής τάσης συνοριακής επιφάνειας (stress free boundary condition), ενώ, αν υπήρχε επαφή, η συνθήκη μηδενικής τάσης συνοριακής επιφάνειας επιβαλλόταν μόνο στο διάνυσμα της ελεύθερης πλευράς. Με την τροποποίηση αυτή επετεύχθει η σωστή αναπαράσταση (Σχ. VII-6).



Σχ. VII-4 Στιγμιότυπο ( $t=0.4\mu\text{s}$ ) προσομοίωσης κρούσης με SPH και χρήση ενός διανύσματος για περιγραφή των γωνιακών στοιχείων. Στα γωνιακά στοιχεία δεν επιβάλλεται η συνθήκη μηδενικής τάσης [11].



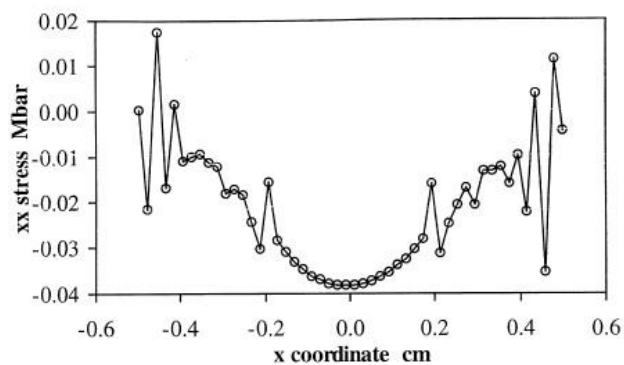
Σχ. VII-5 Στιγμιότυπο ( $t=0.4\mu\text{s}$ ) προσομοίωσης κρούσης με SPH και χρήση ενός διανύσματος για περιγραφή των γωνιακών στοιχείων. Στα γωνιακά στοιχεία επιβάλλεται η συνθήκη μηδενικής τάσης [11].



Σχ. VII-6 Στιγμιότυπο ( $t=0.4\mu\text{s}$ ) προσομοίωσης κρούσης με SPH και χρήση δύο διανυσμάτων για περιγραφή των γωνιακών στοιχείων [11].

Μετά το πέρας της κρούσης δεν υπήρχε συσσωμάτωση των δύο πλακών αλλά η κάθε μία διατηρούσε την υπόσταση της δίνοντας μία εικόνα σύμφωνη με τα πειραματικά δεδομένα. Επιπλέον εξετάστηκε η επιρροή που έχει στην προσομοίωση, αν οι κόμβοι της μίας πλάκας δεν είναι σε στοίχιση με την άλλη, όπως αρχικά είχε υποθεθεί. Η υπόθεση αυτή είχε ως στόχο το μέσο κάθετο διάνουσμα να ισούται με το άνυσμα μεταξύ των κέντρων των στοιχείων. Για το λόγω αυτό τοποθετήθηκε παράκεντρα η μία από της δύο πλάκες ώστε όλοι της οι κόμβοι να βρίσκονται κατά μία μικρή απόσταση  $\Delta x$  μετατοπισμένοι σε σχέση με τα κέντρα των κόμβων της απέναντι πλάκας. Κατά την κρούση, στο νέο αυτό μοντέλο, κάθε κυκλικός τομέας κόμβου διεισδύει σε δύο κυκλικούς τομείς του άλλου σώματος. Ως αποτέλεσμα παρατηρήθηκε αύξηση της μέγιστης τιμής της ορμής των στοιχείων. Αν και η διαφορά είναι μεγάλη (μία τάξη μεγέθους), κάτι τέτοιο δεν αναμένεται να παρατηρηθεί κατά την προσομοίωση πραγματικών συστημάτων, αφού λόγω της τυχαίας κατανομής των κόμβων αναμένεται ότι οι τιμές της μέγιστης ορμής δεν θα διαφέρουν παρά ελάχιστα.

Επιπλέον για την περίπτωση όπου τα στοιχεία ήταν σε πλήρη στοίχιση παρατηρήθηκε ταλάντωση και ασυνέχεια στις τιμές των τάσεων των στοιχείων κατά μήκος της εξωτερικής επιφάνειας (Σχ. VII-7).



Σχ. VII-7 Τάση  $\sigma_{xx}$  κατά το μήκος επαφής της πλάκας για την χρονική στιγμή  $1\mu s$  [11].

Η ασυνέχεια αυτή είναι πλασματική αφού στην πραγματικότητα δεν έχουμε τέτοια μορφή. Η ταλάντωση καταδεικνύει την αστάθεια του αλγόριθμου. Για καταπολέμηση της αστάθειας μειώθηκε το χρονικό βήμα υπολογισμού, οι δυνάμεις που υποβάλλονται από την συνάρτηση ποινής καθώς και η ταχύτητα κρούσης των δύο σωμάτων. Αποτέλεσμα όλων αυτών ήταν η αισθητή μείωση της ανεπιθύμητης αυτής συμπεριφοράς αλλά όχι και η εξάλειψή της. Συνολικά ο αλγόριθμος που αναπτύσσεται μπορεί να αντιληφθεί το σύνορο της επιφάνειας, ακόμα και τα στοιχεία που βρίσκονται στις ακμές, και να δώσει σωστά αποτελέσματα για ένα πείραμα κρούσης διαχωρίζοντας τις δύο επιφάνειες μετά την κρούση. Παρόλα αυτά μένει να αντιμετωπιστεί η αστάθεια που εισάγεται από την ταλάντωση των τάσεων στο σύνορο επαφής των δύο σωμάτων.

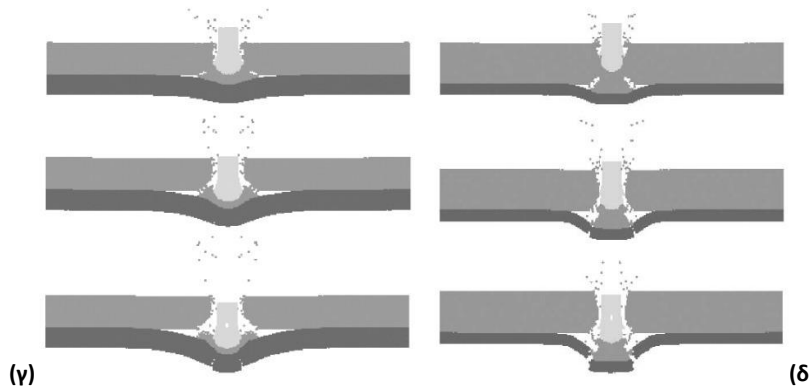


## (b) Βαλλιστική

Ένα από τα κύρια πεδία εφαρμογής της SPH, το οποίο παρουσιάζει και γενικότερο ενδιαφέρον για την τριβολογία, είναι η διάτρηση μεταλλικών ή σύνθετων πλακών, συνήθως θωρακίσεων, από ταχέως κινούμενα βλήματα. Από την βιβλιογραφία έχει διαφανεί ότι η SPH έχει τραβήξει την προσοχή της βιομηχανίας όπλων, η οποία βοηθά στην ανάπτυξη και βελτίωση της μεθόδου. Οι Lee & Yoo [12] πραγματεύονται την διάτρηση σύνθετης θωράκισης, κατασκευασμένης από μεταλλικό και κεραμικό υλικό σε δύο στρώματα, από ταχέως κινούμενο μεταλλικό βλήμα μικρών διαστάσεων. Στο μοντέλο που αναπτύσσουν, καταφέρνουν να προσομοιώσουν με επιτυχία τα τέσσερα ακόλουθα φαινόμενα που θα αναλυθούν και παρακάτω: α) μηχανική διάβρωση (erosion) του βλήματος, β) δημιουργία και διάδοση ρωγμής στο υλικό της θωράκισης και γ) αστοχία του τμήματος της μεταλλικής πλάκας και περιγραφή του μηχανισμού αστοχίας. Οι δυσκολίες που παρουσιάζονται κατά προσομοίωση ενός τέτοιου προβλήματος είναι αρκετές. Η διπλή σύνθεση της θωράκισης, μία κεραμική πλάκα σε επαφή με μία μεταλλική, αυξάνει την πολυπλοκότητα του συστήματος. Επιπλέον διαφορετικοί μηχανισμοί αστοχίας και παραμόρφωσης συνυπάρχουν και συμβάλλουν στην τελική διάτρηση της θωράκισης σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Τέλος η διάτρηση αυτής της μορφής είναι ένα καθαρά δυναμικό φαινόμενο, όπου η συνοχή των σωμάτων παύει να υφίσταται και παρουσιάζονται μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις.

Οι δύο ερευνητές εξετάζουν τη διάτρηση για το ίδιο συνολικό πάχος της θωράκισης αλλά για διαφορετική κάθε φορά αναλογία των δύο υλικών και ταχύτητα βλήματος. Για κάθε τέτοια προσομοίωση επικεντρώνουν το ενδιαφέρον τους στο μηχανισμό αστοχίας του υλικού και συγκρίνουν τα αποτελέσματα με πειραματικά δεδομένα. Τόσο το βλήμα όσο και η θωράκιση μοντελοποιήθηκαν με την SPH. Το πλεονέκτημα χειρισμού δυναμικών προβλημάτων με τη μέθοδο SPH διαφαίνεται από το, συγκριτικά με τη FEM, περιορισμένο υπολογιστικό κόστος αφού κάθε προσομοίωση διάτρησης απαιτούσε 100 λεπτά σε ένα τυπικό προσωπικό υπολογιστή με επεξεργαστή στα 600MHz. Στα Σχ. VII-8 παρατηρούμε τις τέσσερις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν.





Σχ. VII-8 Στιγμιότυπα για ταχύτητα βλήματος α) C-1: 750m/s , β) C2: 825m/s, γ) C3: 950m/s, δ) C4: 900m/s [53].

Διαφαίνεται ότι η SPH έχει τη δυνατότητα να ανταπεξέλθει σε προσομοίωση δυναμικών προβλημάτων με μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις. Επιπλέον η έναρξη και η παρακολούθηση διάδοσης ρωγμών ανήκει στις εγγενείς δυνατότητες της SPH, ακόμα και όταν οι ρωγμές οδηγούν στην τελική ρήξη των δεσμών συνέχειας του σώματος. Πρέπει επίσης να τονιστεί η επιτυχής μοντελοποίηση της σύνθετης θωράκισης, γεγονός το οποίο υποδεικνύει ότι η SPH μπορεί με ευκολία να θεωρήσει διαφορετικά υλικά χωρίς αυτά να αποτελούν αναγκαστικά και διαφορετικά σώματα.

### (c) Ασυνέχεια στοιχείων και ανάπτυγμα Taylor

Με το πρόβλημα της «ασυνέχειας στοιχείων», το οποίο κάνει την εμφάνιση του στην κλασική υλοποίηση της SPH ασχολήθηκαν οι Liu & Liu [13]. Η «ασυνέχεια στοιχείων» είναι αποτέλεσμα των προσεγγίσεων στους κόμβους και μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλή ακρίβεια προσέγγισης. Ο όρος συνέχεια αναφέρεται για να υποδείξει μέχρι ποιας τάξης πολυώνυμο μπορεί να αναπαρασταθεί ακριβώς με τη συνάρτηση προσέγγισης η οποία χρησιμοποιείται. Για παράδειγμα όταν αναφέρεται πως η συνάρτηση πυρήνα διαθέτει συνέχεια  $2^{ns}$  τάξης (συμβολίζεται  $C^2$ ), σημαίνει ότι μπορεί να αναπαραστήσει ακριβώς πολυώνυμο μέχρι και δεύτερης τάξης. Η SPH κάνοντας χρήση μίας τυπικής συνάρτησης εξομάλυνσης, όπως οι cubic spline, εμφανίζει συνέχεια  $1^{ns}$  τάξης και αυτό μόνο όσον αφορά στους εσωτερικούς κόμβους. Στο σύνορο η συνέχεια της μειώνεται σε  $C^0$  καθιστώντας αδύνατη ακόμα και την αναπαράσταση μιας σταθερής συνάρτησης. Η διαφορά ανάμεσα στις προσεγγίσεις στοιχείων και πυρήνα καλείται «ασυνέχεια στοιχείων» και οι δύο ερευνητές προτείνουν μία μέθοδο για την εξάλειψή της βασισμένη στο ανάπτυγμα Taylor. Το κύριο πλεονέκτημα, σε σχέση με παλαιότερες προτάσεις, είναι ότι εξακολουθεί να γίνεται χρήση μη αρνητικής συνάρτησης, γεγονός που καθιστά τη μέθοδο εφαρμόσιμη και σε υδροδυναμικά προβλήματα.

Αναπτύσσοντας την συνάρτηση  $f(x)$  βάσει του αναπτύγματος Taylor για έναν πολυδιάστατο χώρο προκύπτει:

$$f(\mathbf{x}) = f_i + (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) f_{i,\alpha} + \frac{(\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha)(\mathbf{x}^\gamma - \mathbf{x}_i^\gamma)}{2!} f_{i,\alpha\gamma} + \dots$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη του αναπτύγματος με την συνάρτηση εξομάλυνσης  $W_i(\mathbf{x})$  και διατηρώντας μόνο τους όρους πρώτης τάξης:

$$\int f(\mathbf{x}) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = f_i \int W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + f_{i,\alpha} \int (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

$$\int f(\mathbf{x}) W_{i,\beta} d\mathbf{x} = f_i \int W_{i,\beta} d\mathbf{x} + f_{i,\alpha} \int (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{i,\beta}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

,με  $\beta$  να είναι ο δείκτης διάστασης και να παίρνει τιμές από 1 έως  $d$ . Το σύστημα που προκύπτει έχει  $d+1$  αγνώστους ( $f_i$  και  $f_{i,\alpha}$ ) και  $d+1$  εξισώσεις άρα και επιλύσιμο. Στην συνέχεια γράφονται οι προσεγγίσεις των  $f_i$  και  $f_{i,\alpha}$  (προσέγγιση πυρήνα) σε συνεχή μορφή:

$$f_i = \left| \begin{array}{cc} \int f(\mathbf{x}) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} & \int (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ \int f(\mathbf{x}) W_{i,\beta} d\mathbf{x} & \int (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{i,\beta}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{cc} \int W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} & \int (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ \int W_{i,\beta} d\mathbf{x} & \int (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{i,\beta}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{array} \right|,$$

$$f_{i,\alpha} = \left| \begin{array}{cc} \int W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} & \int f(\mathbf{x}) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ \int W_{i,\beta} d\mathbf{x} & \int f(\mathbf{x}) W_{i,\beta} d\mathbf{x} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{cc} \int W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} & \int (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ \int W_{i,\beta} d\mathbf{x} & \int (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{i,\beta}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{array} \right|.$$

Και οι αντίστοιχες προσεγγίσεις στοιχείων:

$$f_i = \left| \begin{array}{cc} \sum_{j=1}^N f_j W_{ij} \Delta v_j & \sum_{j=1}^N (\mathbf{x}_j^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{ij} \Delta v_j \\ \sum_{j=1}^N f_j W_{ij,\beta} \Delta v_j & \sum_{j=1}^N (\mathbf{x}_j^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{ij,\beta} \Delta v_j \end{array} \right|$$

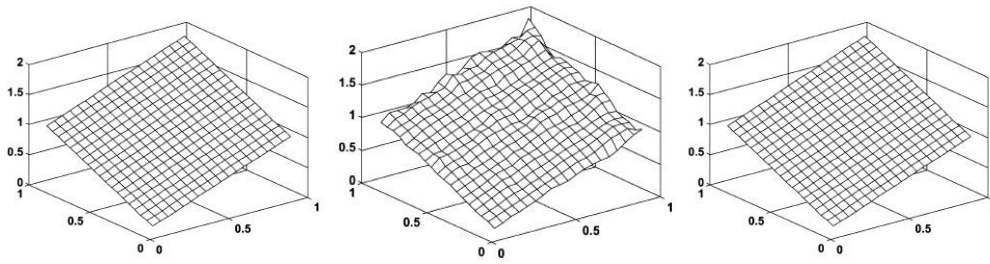
$$/ \left| \begin{array}{cc} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}) W_{ij} \Delta v_j & \sum_{j=1}^N (\mathbf{x}_j^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{ij} \Delta v_j \\ \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}) W_{ij,\beta} \Delta v_j & \sum_{j=1}^N (\mathbf{x}_j^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{ij,\beta} \Delta v_j \end{array} \right|,$$

$$f_{i,\alpha} = \left| \begin{array}{cc} \sum_{j=1}^N W_{ij} \Delta v_j & \sum_{j=1}^N f_j W_{ij} \Delta v_j \\ \sum_{j=1}^N W_{ij,\beta} \Delta v_j & \sum_{j=1}^N f_j W_{ij,\beta} \Delta v_j \end{array} \right|$$

$$/ \left| \begin{array}{cc} \sum_{j=1}^N W_{ij} \Delta v_j & \sum_{j=1}^N (\mathbf{x}_j^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{ij} \Delta v_j \\ \sum_{j=1}^N W_{ij,\beta} \Delta v_j & \sum_{j=1}^N (\mathbf{x}_j^\alpha - \mathbf{x}_i^\alpha) W_{ij,\beta} \Delta v_j \end{array} \right|.$$

Παρατηρείται ότι δεν έγινε καμία αλλαγή στην συμβατική συνάρτηση εξομάλυνσης, οπότε ικανοποιούνται οι θεμελιώδεις περιορισμοί της SPH. Επιπλέον επετεύχθη ο στόχος της μεθόδου, αφού και η προσέγγιση στοιχείων και η προσέγγιση πυρήνα έχουν συνέχεια πρώτης τάξης, τόσο στα εσωτερικά στοιχεία όσο και στο σύνορο. Ακόμη μια ειδοποιός διαφορά της συγκεκριμένης προσέγγισης σε σχέση με παλαιότερες είναι ότι η συνέχεια διατηρείται ακόμα και αν οι κόμβοι δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι.

Από τα προβλήματα που παρουσιάζονται για αξιολόγηση και επιβεβαίωση της μεθόδου, τα οποία δυστυχώς είναι χωρίς άμεση πρακτική αξία, ενδιαφέρον παρουσιάζει η προσέγγιση γραμμικής συνάρτησης στις δύο διαστάσεις. Στο Σχ. VII-9 αριστερά, φαίνεται η γραμμική συνάρτηση με τις ακριβείς τιμές της, στο κέντρο έχουμε την προσέγγιση με την εφαρμογή της κλασικής SPH όπου είναι εμφανής η αδυναμία της μεθόδου να αναπαραστήσει ακριβώς ακόμα και συναρτήσεις πρώτης τάξης. Δεξιά προβάλλεται το αποτέλεσμα προσέγγισης με χρήση της μεθόδου που προτείνουν οι Liu & Liu, όπου είναι και εμφανές ότι έχουν βελτιώσει την συνέχεια της SPH.



**Σχ. VII-9 Γραφική παράσταση των ακριβών τιμών, των αποτελεσμάτων της κλασικής SPH και των αποτελεσμάτων της CSPH για τη γραμμική συνάρτηση [54].**

Γίνεται λοιπόν κατανοητό ότι η SPH αντιμετωπίζει ορισμένα βασικά προβλήματα όσον αφορά την περιγραφή επιφανειών και δει των συνόρων αυτών. Η μέθοδος που προτείνεται από τους δύο ερευνητές βελτιώνει την κατάσταση κινούμενη προς την σωστή κατεύθυνση, αλλά σίγουρα απαιτείται περαιτέρω βελτίωση για την ορθή αναπαράσταση συναρτήσεων και μεγαλύτερης τάξης. Ειδικά για προβλήματα τριβοσυστημάτων εξεταζόμενα σε επίπεδο μικροκλίμακας, όπου η γεωμετρία στην επιφάνεια των υλικών παρουσιάζεται ιδιαίτερα ιδιόμορφη, η ανάπτυξη-βελτιστοποίηση στον τομέα αυτό θα δώσει μεγάλη ώθηση στην χρήση της SPH.

Το ανάπτυγμα Taylor χρησιμοποιούν και οι Chen & Beraun για την ανάπτυξη ενός παρόμοιου αλγόριθμου [14], ο οποίος προβάλλεται κατάλληλος για την εφαρμογή του σε δυναμικά μη γραμμικά προβλήματα. Για τον έλεγχο της ορθότητάς του γίνεται επίλυση των εξισώσεων Burger για ένα μεγάλο εύρος τιμών των παραμέτρων ιξώδους για την μονοδιάστατη και διδιάστατη περίπτωση. Η μαθηματική διατύπωση του αλγόριθμου λόγω των πολλών ομοιοτήτων που παρουσιάζει με αυτόν των Liu & Liu δεν παρουσιάζεται στο παρόν τμήμα της αναφοράς. Η υλοποίηση της SPH που προτείνεται, όπου βασίζεται στην εφαρμογή της εκτίμησης πυρήνα στο ανάπτυγμα Taylor, παρουσιάζει τα πλεονεκτήματα: α) Εύκολη, άμεση εφαρμογή του και κωδικοποίηση του β) Δυνατότητα μοντελοποίησης οποιασδήποτε τάξης μερικής διαφορικής εξίσωσης και ταυτόχρονα άμεση επιβολή των συνοριακών συνθηκών. Επιπλέον σημειώνεται ότι η χρήση μη ισαπέχοντων κόμβων βοηθάει στη μείωση της απαιτούμενης ανάλυσης για την επεξεργασία του προβλήματος και προβάλλεται ως προτιμότερη κατανομή των κόμβων στο σύστημα. Παρά τα συγκριτικά αυτά πλεονεκτήματα, οι δύο ερευνητές μας εφιστούν την προσοχή πως, προτού η συγκεκριμένη παραλλαγή της SPH αποτελέσει ένα αξιόπιστο και εύχρηστο εργαλείο αναλυτικής έρευνας πρέπει να διεξαχθεί περαιτέρω έλεγχος ως προς την σύγκλιση και σταθερότητα αυτού.

### (d) Αστοχία ψαθυρών υλικών

Με τη μοντελοποίηση ψαθυρών υλικών ασχολήθηκαν και οι Benz & Asphaug [15], αλλά προσανατόλισαν την έρευνά τους στη διάδοση μικρορωγμών στο εσωτερικό του στερεού σώματος. Για εφαρμογή της μεθόδου θεωρείται ότι οι μικρορωγμές κατανέμονται στο εσωτερικό του υλικού βάσει της κατανομής Weibull, η οποία είναι ιστροπική. Επιπλέον στοιχεία για τη θέση ή τη διάταξη των ατελειών δε δίνονται από την κατανομή αυτή. Στην συνέχεια ορίζεται μία τάση πάνω από την οποία ενεργοποιείται ο μηχανισμός διάδοσης της ρωγμής μέσα στο σώμα. Οι δυσκολίες που παρουσιάζονται είναι τόσο η εύρεση των κατάλληλων παραμέτρων για την κατανομή όσο και ο καθορισμός της τιμής της τάσης. Όταν η τάση λάβει την προκαθορισμένη τιμή, τότε ξεκινά η διάδοση των μικρορωγμών στο εσωτερικό του υλικού, δημιουργώντας νέες ελεύθερες επιφάνειες. Οι μικρορωγμές διαδίδονται στο εσωτερικό του υλικού με σταθερή ταχύτητα η οποία καθορίζεται ως τα 2/5 της ταχύτητας του διαμήκου ελαστικού κύματος (Lawn and Wilshaw 1975). Παράλληλα θεσπίζεται ένας συντελεστής D, ο οποίος εκφράζει τη μείωση της δυνατότητας του υλικού για παραλαβή φορτίου ή αλλιώς τον βαθμό φθοράς που έχει υποστεί. Ο αλγόριθμος που αναπτύσσεται δοκιμάζεται σε πείραμα εφελκυσμού ράβδου από βασάλτη, δίνοντας πολύ καλά αποτελέσματα και επιδεικνύοντας ένα ακόμα πλεονέκτημά του. Παρατηρείται ότι οι μικρορωγμές ανάμεσα στα στοιχεία διαδίδονται με τον ίδιο ρυθμό που διαδίδονται οι ρωγμές στο υλικό. Κατά συνέπεια, το μοντέλο παρουσιάζεται ανεξάρτητο από την κλίμακα που χρησιμοποιείται. Είναι δυνατόν, αν είναι διαθέσιμοι οι αντίστοιχοι υπολογιστικοί πόροι, στο ίδιο μοντέλο να προσομοιωθούν οι ρωγμές τόσο σε μικροκλίμακα όσο και σε μακροκλίμακα.

## Ενότητα 7.04 Εφελκυστική αστάθεια (tensile instability)

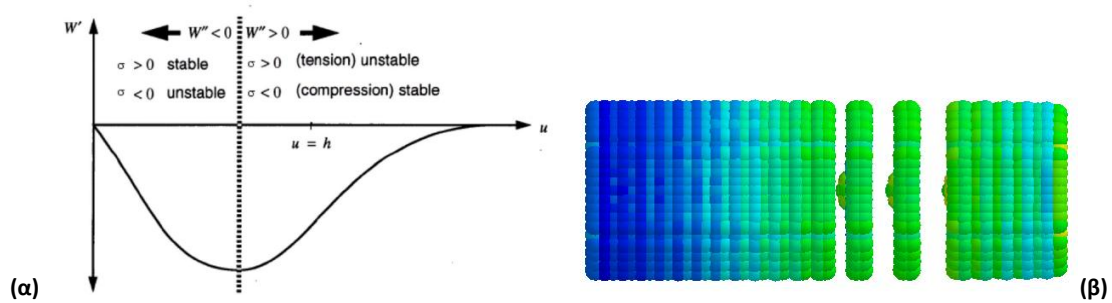
### (a) Διατύπωση του προβλήματος

Η εφελκυστική αστάθεια εμφανίζεται σε ρευστά τα οποία υφίστανται σπηλαίωση [16] και σε στερεά τα οποία υφίστανται εφελκυστικές τάσεις, ειδικά στην περίπτωση των όλκιμων υλικών [2]. Εμφανίζεται ως συμπύκνωση των κόμβων, είτε καθενός με τον πλησιέστερο γειτονικό, είτε με το σχηματισμό γραμμών, με ταυτόχρονη αποκόλληση από τους υπόλοιπους γειτονικούς κόμβους, οδηγώντας σε πρόωση θραύση σε περίπτωση εφελκυσμού. Η αιτία πίσω από αυτό είναι ότι το gradient του πυρήνα προκαλεί μια ελάττωση της ελκτικής δύναμης μεταξύ δύο σωματιδίων καθώς αυξάνεται η μεταξύ τους απόσταση (Σχ. VII-10). Το φαινόμενο αυτό έχει μελετηθεί επί μακρόν και διάφορες τεχνικές έχουν εφευρεθεί για την αντιμετώπισή του.

Σύμφωνα με τον Vignijevic [17] η αναγκαία συνθήκη για ευστάθεια, είναι:

$$W''\sigma > 0$$

Όπου  $W''$  είναι η δεύτερη παράγωγος του πυρήνα ως προς την απόσταση από τον εκάστοτε κόμβο και  $\sigma$  η τάση, αρνητική στη θλίψη, θετική στον εφελκυσμό. Θεωρητικά, αστάθεια θα μπορούσε να προκύψει και στη θλίψη, αν η κλίση του gradient ήταν αρνητική.



Σχ. VII-10 α) Το πρόβλημα της εφελκυστικής αστάθειας, εξ' αιτίας της μορφής του  $W''$  [17], β) εμφάνιση εφελκυστικής αστάθειας σε μια δοκιμή εφελκυσμού στο LS-DYNA.

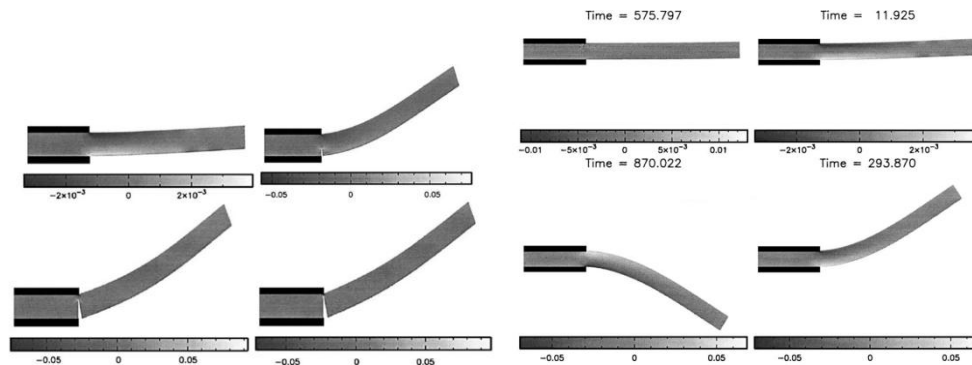
## (b) Μέθοδοι επίλυσης

Οι Wen et.al. [18] πρότειναν μια λύση γνωστή ως conservative smoothing. Οι Randles & Libersky [2] πρότειναν την προσθήκη όρων διάχυσης. Ο Dyka [19,20] εισήγαγε μια πρωτότυπη λύση, όπου τα σημεία όπου διακριτοποιείται η τάση και η ταχύτητα δεν συμπίπτουν. Στο ένα σύνολο σημείων υπολογίζονται οι τάσεις, ενώ η εξίσωση της ορμής υπολογίζεται στο άλλο. Τα σημεία «τάσης» ισοδυναμούν με τα σημεία ολοκλήρωσης Gauss στη FEM, ενώ τα σημεία «ταχύτητας» με τους κόμβους της FEM. Ο Monaghan [21], όπως θα δούμε παρακάτω, έχει εφαρμόσει την προσθήκη μιας τεχνητής τάσης. Τέλος, οι Randles & Libersky [22] συνδύασαν την παρεμβολή MLS (Moving Least Squares) με την παραπάνω προσέγγιση των διπλών σημείων ολοκλήρωσης, σε μια τεχνική που αποκαλείται Dual Particle Dynamics (DPD). Στη βιβλιογραφία απαντώνται διάφορες παραλλαγές των παραπάνω μεθόδων [23–25].

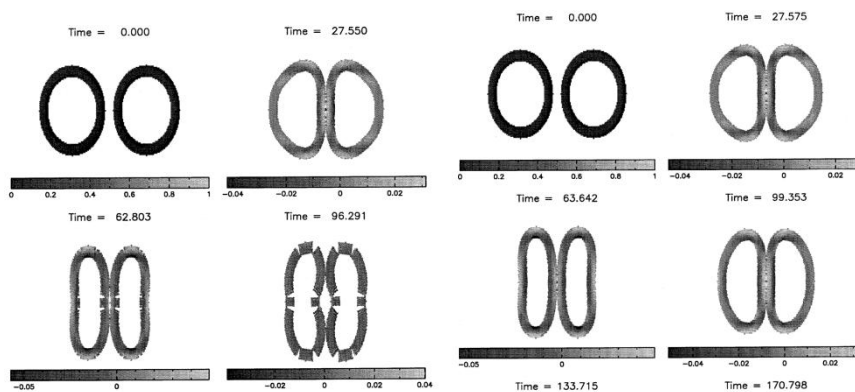
## (c) Η μέθοδος των Monaghan & Gray

Εδώ θα αναφερθούμε αναλυτικά στην προσπάθεια του J.J.Monaghan και των συνεργατών του [26], οι οποίοι πραγματεύονται την εξάλειψη της εφελκυστικής αστάθειας (tensile instability), η οποία κάνει έντονη την εμφάνισή της στα ελαστικά και στα ψαθυρά στερεά. Όταν ψαθυρό στερεό υπόκειται σε μία υψηλή τάση ενδέχεται να παρατηρηθεί θρυμματισμός αυτού. Η εφελκυστική αστάθεια δυσχεραίνει τον διαχωρισμό του φυσικού θρυμματισμού από την μη φυσική συγκέντρωση των στοιχείων της SPH. Παρατηρήθηκε πως η εισαγωγή τεχνητών δυνάμεων ανάμεσα στους γειτονικούς μόνο κόμβους - στοιχεία, οι οποίες μιμούνται τις δυνάμεις που εμφανίζονται ανάμεσα στα άτομα, βοηθάει στην εξάλειψη της αστάθειας τάνυσης. Ενδεικτικό της δυνατότητας χειρισμού ελαστικών υλικών της βελτιωμένης SPH αποτελεί το πείραμα ταλάντωσης λεπτής ελαστικής πλάκας. Στο Σχ. VII-11 φαίνεται η αδυναμία της κλασσικής SPH να αντληφθεί ότι το σώμα μπορεί να

εκτελέσει ταλάντωση και την ανάπτυξη ρωγμής στο άκρο συγκράτησης από τον πρώτο κύκλο φόρτισης.



Σχ. VII-11 Προσομοίωση ταλάντωσης ελαστικού σώματος με την μέθοδο SPH [26]. Αριστερά η κλασσική SPH, δεξιά η SPH με τεχνητή τάση.



Σχ. VII-12 Προσομοίωση σύγκρουσης ελαστικών δακτυλίων με την μέθοδο SPH [26]. Αριστερά η κλασσική SPH, δεξιά η SPH με τεχνητή τάση.

Η εικόνα που λαμβάνεται από την προσομοίωση με τη μη τροποποιημένη SPH είναι ψευδής αφού μια ελαστική πλάκα, πακτωμένη στο ένα της άκρο, στην πραγματικότητα μπορεί και εκτελεί ταλάντωση χωρίς την ανάπτυξη ρωγμών. Αντιθέτως όταν επιβάλλονται δυνάμεις ανάμεσα στους γειτονικούς κόμβους, η τροποποιημένη SPH μπορεί να αντιληφθεί ότι στο σώμα του υλικού δεν αναπτύσσονται ρωγμές και να προσομοιώσει την ταλάντωση αυτού, απαλλαγμένη πλέον από την εφελκυστική αστάθεια. Επιπλέον οι τιμές της περιόδου που λαμβάνονται κατά την προσομοίωση

αποκλίνουν λιγότερο του 5% από την θεωρητική τιμή  $T_{\text{θεωρητικό}} = \frac{EH^2k^2}{12\rho(1-\nu^2)}$ , με L το μήκος της

ράβδου και H το πάχος. Αντίστοιχα είναι και τα αποτελέσματα για την περίπτωση της σύγκρουσης ελαστικών δακτυλίων (Σχ. VII-12), όπου και πάλι η τεχνητή τάση επιτυγχάνει την εξάλειψη της θραύσης που παρατηρείται στην κλασσική μέθοδο.

## Ενότητα 7.05 Αξιολόγηση της SPH ως προς τα τριβοσυστήματα

Από τη μελέτη της βιβλιογραφίας διαφάνηκαν τα παρακάτω **πλεονεκτήματα** -δυνατότητες της αριθμητικής μεθόδου SPH:

- Η SPH λόγω του ότι δεν κάνει χρήση πλέγματος αλλά στοιχείων - κόμβων είναι κατάλληλη για τη μοντελοποίηση μεγάλων πλαστικών ή ελαστικών παραμορφώσεων και των μηχανισμών όπου αυτές εμφανίζονται. Οι μέθοδοι με πλέγμα δεν μπορούν να χειριστούν μεγάλες παραμορφώσεις χωρίς τη συνεχή αναδόμησή του. Η αναδόμηση αυξάνει το υπολογιστικό κόστος κατά πολύ και δεν έχει πάντα τα επιθυμητά αποτελέσματα. Αντιθέτως στην SPH το σύνολο κόμβων - στοιχείων που αναπαριστούν το σώμα δεν συνδέονται σταθερά μεταξύ τους με κάποιο πλέγμα, το οποίο να περιορίζει την αλλαγή θέσης αυτών. Ως αποτέλεσμα ένα σώμα μοντελοποιημένο με την SPH δύναται να παραλάβει οσοδήποτε μεγάλες παραμορφώσεις.
- Για τον ίδιο λόγο η SPH είναι κατάλληλη για την μοντελοποίηση τυχαίως διαδιδόμενων ρωγμών. Όπως παρατηρήθηκε και στη βιβλιογραφία, η SPH έχει την δυνατότητα να μοντελοποιήσει με μεγάλη ευκολία την διάδοση των ρωγμών ακόμα και όταν αυτές οδηγούν στη δημιουργία νέου σώματος αποτελούμενου από τμήμα του αρχικού στερεού, δυνατότητα η οποία μπορεί να φανεί πολύτιμη για την εφαρμογή της μεθόδου σε τριβοσυστήματα.
- Δυναμικά μη γραμμικά φαινόμενα όπως η κρούση δύο σωμάτων και η κρουστική διάτρηση αποτελούν θεμελιώδεις εφαρμογές της SPH. Από τη βιβλιογραφία υποδεικνύεται ότι με χρήση της SPH επιτυγχάνεται πολύ καλή περιγραφή των μηχανισμών φθοράς - αστοχίας, οι οποίοι απαντώνται στα φαινόμενα αυτά.
- Οι περισσότερες μέθοδοι χωρίς πλέγμα παρουσιάζουν αρκετές δυσκολίες κατά τη διαδικασία γραφής κώδικα για ηλεκτρονικό υπολογιστή. Απεναντίας η SPH κωδικοποιείται με μεγάλη ευκολία λόγω της απλής δομής του αλγόριθμού της.
- Αν και δεν βρέθηκε στη βιβλιογραφία καμία αναφορά για τη δυνατότητα χειρισμού από την SPH μη ομογενών υλικών είναι σχεδόν βέβαια η καλή συμπεριφορά της. Η υπόθεση αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι στην SPH ορίζονται ξεχωριστά για κάθε στοιχείο - κόμβο οι μεταβλητές του υλικού.

Τα **μειονεκτήματα** και οι αδυναμίες της SPH είναι:

- Ένα από τα κυριότερα προβλήματα που παρουσιάζονται κατά την εφαρμογή της SPH είναι η «ασυνέχεια στοιχείων» και η αδυναμία σωστής περιγραφής στο σύνορο. Αρκετοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με την εξάλειψη αυτών με ενθαρρυντικά αποτελέσματα, αλλά σίγουρα η χρήση της SPH για περιγραφή πολύπλοκων γεωμετριών στο σύνορο είναι προβληματική.
- Επίσης η «εφελκυστική αστάθεια» είναι δυνατόν να επηρεάσει σε μεγάλο βαθμό τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Ειδικά όταν η SPH εφαρμόζεται σε ψαθυρά ή ελαστικά υλικά, η εφελκυστική αστάθεια κάνει αισθητή την παρουσία της και καθιστά την κλασική SPH ακατάλληλη για την προσομοίωση.



- Στην προσπάθεια για βελτίωση της SPH οδηγούμαστε σε ανακατασκευή της συνάρτησης εξομάλυνσης με αποτέλεσμα η SPH να μη μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο ιδιαίτερα απαιτητικό υπολογιστικά πεδίο εφαρμογών της υδροδυναμικής.

Εφαρμογές της SPH απευθείας σε τριβουσυστήματα δεν βρέθηκαν στη βιβλιογραφία, γεγονός που δικαιολογείται εν μέρει από την πρόσφατη ανάπτυξη της μεθόδου. Μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας πραγματεύεται την επίλυση των έμφυτων προβλημάτων της και την προσομοίωση απλών ιδεατών φαινομένων. Εξάιρεση αποτελούν οι προσομοιώσεις βαλλιστικής, οι οποίες εμφανίζουν και μεγάλο ενδιαφέρον για τα τριβουσυστήματα, αφού εκεί απαντώνται φαινόμενα όπως η διάδοση ρωγμής, ο θρυμματισμός υλικού κ.α..

Ένα από τα κύρια θετικά χαρακτηριστικά της SPH, το οποίο την καθιστά μέθοδο πολλά υποσχόμενη για τα τριβουσυστήματα είναι η δυνατότητα μοντελοποίησης ρωγμών και θρυμματισμού υλικών. Η ιδιαιτερότητα της SPH είναι ότι δύναται να μοντελοποιήσει τόσο την διάδοση ρωγμών στο εσωτερικό του υλικού όσο και την αποκοπή τμήματος από το αρχικό σώμα λόγω της ρωγμής. Το τμήμα που αποκόπτεται αντίθετα με άλλες μεθόδους δεν διαγράφεται, αλλά εξακολουθεί να λαμβάνεται υπόψη στο σύστημα και να αλληλεπιδρά με αυτό. Η δυνατότητα αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία σωματιδίων φθοράς στα τριβουσυστήματα. Επιπλέον λόγω της απουσίας πλέγματος μπορεί να γίνει μοντελοποίηση τυχαίως διαδιδόμενων ρωγμών οι οποίες είναι δυνατόν να διακλαδώνονται κατά τη διάρκεια της ανάπτυξής τους, αίροντας τον περιορισμό στον οποίο υπόκεινται οι περισσότερες άλλες μέθοδοι στον τομέα αυτό. Η μοντελοποίηση τριβουσυστημάτων είναι συνυφασμένη με την ύπαρξη μεγάλων πλαστικών παραμορφώσεων, φαινόμενο το οποίο η SPH προσομοιώνει με μεγάλη ευκολία χωρίς να διογκώνει το υπολογιστικό της κόστος όπως συμβαίνει με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Τέλος η καλή συμπεριφορά της SPH κατά την προσομοίωση της κρουστικής διάτρησης και γενικότερα των δυναμικών φαινομένων μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι με μερικές αλλαγές θα είναι εφικτή η εφαρμογή της σε τριβουσυστήματα μηχανικής διάβρωσης, όπου ο κύριος μηχανισμός φθοράς είναι η κρούση σωματιδίων στην επιφάνεια του υλικού. Συνολικά η SPH έχει δυνατότητες εφαρμογής σε τριβουσυστήματα αν επιλυθούν ορισμένα προβλήματα που παρουσιάζει. Το γεγονός ότι ολοένα και περισσότεροι ερευνητές ασχολούνται με την τροποποίηση, βελτίωση και εφαρμογή της μεθόδου είναι ενθαρρυντικό για την περαιτέρω εξέλιξη της.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] G.R. Johnson, R.A. Stryk, S.R. Beissel, SPH for high velocity impact computations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 139 (1996) 347-373.
- [2] P.W. Randles, L.D. Libersky, Smoothed Particle Hydrodynamics: Some recent improvements and applications, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 139 (1996) 375-408.
- [3] J.J. Monaghan, Simulating Free Surface Flows with SPH, *Journal of Computational Physics*. 110 (1994) 399-406.

- [4] M.B. Liu, G.R. Liu, K.Y. Lam, Investigations into water mitigation using a meshless particle method, *Shock Waves*. 12 (2002) 181-195.
- [5] M.B. Liu, G.R. Liu, K.Y. Lam, Z. Zong, Smoothed particle hydrodynamics for numerical simulation of underwater explosion, *Computational Mechanics*. 30 (2003) 106-118.
- [6] M.B. Liu, G.R. Liu, Z. Zong, K.Y. Lam, Computer simulation of high explosive explosion using smoothed particle hydrodynamics methodology, *Computers & Fluids*. 32 (2003) 305-322.
- [7] J.K. Chen, J.E. Beraun, T.C. Carney, A corrective smoothed particle method for boundary value problems in heat conduction, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 46 (1999) 231-252.
- [8] Y.T. Gu, G.R. Liu, Meshless Methods Coupled with Other Numerical Methods, *Tsinghua Science & Technology*. 10 (2005) 8-15.
- [9] J.J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics, *Reports on Progress in Physics*. 68 (2005) 1703-1759.
- [10] T. Belytschko, Y. Krongauz, D. Organ, M. Fleming, P. Krysl, Meshless methods: An overview and recent developments, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 139 (1996) 3-47.
- [11] J. Campbell, R. Vignjevic, L. Libersky, A contact algorithm for smoothed particle hydrodynamics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 184 (2000) 49-65.
- [12] M. Lee, Y.H. Yoo, Analysis of ceramic/metal armour systems, *International Journal of Impact Engineering*. 25 (2001) 819-829.
- [13] M.B. Liu, G.R. Liu, Restoring particle consistency in smoothed particle hydrodynamics, *Applied Numerical Mathematics*. 56 (2006) 19-36.
- [14] J.K. Chen, J.E. Beraun, A generalized smoothed particle hydrodynamics method for nonlinear dynamic problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 190 (2000) 225-239.
- [15] W. Benz, E. Asphaug, Simulations of brittle solids using smooth particle hydrodynamics, *Computer Physics Communications*. 87 (1995) 253-265.
- [16] Y. Melean, L.D.G. Sigalotti, A. Hasmy, On the SPH tensile instability in forming viscous liquid drops, *Computer Physics Communications*. 157 (2004) 191-200.
- [17] R. Vignjevic, J. Campbell, Review of development of the Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) method, in: S. Hiermaier (Ed.), *Predictive Modeling of Dynamic Processes: A Tribute to Professor Klaus Thoma*, Springer, 2009: p. 367.
- [18] Y. Wen, D.L. [Michiga. T.U. Hicks, J.W. [Sandi. N.L. Swegle, Stabilizing S.P.H. with conservative smoothing, 1994.
- [19] C.T. Dyka, R.P. Ingel, Addressing tension instability in SPH methods, Naval Research Laboratory, 1994.
- [20] C.T. Dyka, R.P. Ingel, An approach for tension instability in smoothed particle hydrodynamics (SPH), *Computers & Structures*. 57 (1995) 573-580.
- [21] J.J. Monaghan, SPH without a Tensile Instability, *Journal of Computational Physics*. 159 (2000) 290-311.
- [22] P.W. Randles, L.D. Libersky, Normalized SPH with stress points, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 48 (2000) 1445-1462.
- [23] L.D.G. Sigalotti, H. López, Adaptive kernel estimation and SPH tensile instability, *Computers & Mathematics with Applications*. 55 (2008) 23-50.
- [24] S.P. Xiao, T. Belytschko, Material stability analysis of particle methods, *Advances in Computational Mathematics*. 23 (2005) 171-190.
- [25] Y. Vidal, J. Bonet, A. Huerta, Stabilized updated Lagrangian corrected SPH for explicit dynamic problems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 69 (2007) 2687-2710.
- [26] J. Gray, J. Monaghan, R. Swift, SPH elastic dynamics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 190 (2001) 6641-6662.



## Κεφάλαιο VIII. Προγραμματιστική υλοποίηση της μεθόδου SPH

Εδώ παρουσιάζεται η προγραμματιστική υλοποίηση της μεθόδου SPH σε περιβάλλον Matlab και παρατίθενται οι δοκιμές για την πιστοποίηση του αλγορίθμου.

Για την υπέρβαση του προβλήματος της εφελκυστικής αστάθειας προκρίθηκε η ανωτέρω μέθοδος των Monaghan & Gray για την υλοποίηση ενός πλήρους αλγόριθμου SPH, σε προγραμματιστικό περιβάλλον ανεξάρτητο από το LS-DYNA. Η υλοποίηση αυτή αποσκοπεί στο να διακριβώσει αν η εφελκυστική αστάθεια μπορεί να υπερκεραστεί χωρίς επιπλοκές και το αν υφίστανται άλλοι παράγοντες που περιορίζουν την ακρίβεια της μοντελοποίησης. Η υπολογιστική αυτή πλατφόρμα προορίζεται επίσης και για περαιτέρω επίπεδα μοντελοποίησης, για να ενσωματώσει χαρακτηριστικά που δεν υποστηρίζονται ακόμα από το LS-DYNA, όπως π.χ. το συζευγμένο θερμικό μοντέλο.

### Ενότητα 8.01 Εύρεση γειτόνων

Το βασικότερο πρόβλημα που πρέπει να αντιμετωπιστεί κατά την υλοποίηση ενός αλγόριθμου SPH είναι η ανάπτυξη μιας αρκούντως ταχείας ρουτίνας για τον προσδιορισμό των γειτόνων με τους οποίους αλληλεπιδρά κάθε στοιχείο-κόμβος σε κάθε βήμα της προσομοίωσης. Ο υπολογισμός αυτός καταλαμβάνει το μεγαλύτερο μέρος του απαιτούμενου χρόνου και γι' αυτό το λόγο είναι καίριο ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται να είναι βελτιστοποιημένος. Παρακάτω παρατίθενται εναλλακτικές τεχνικές υλοποίησης του αλγόριθμου αυτού.

#### (a) Αλγόριθμοι εύρεσης γειτόνων

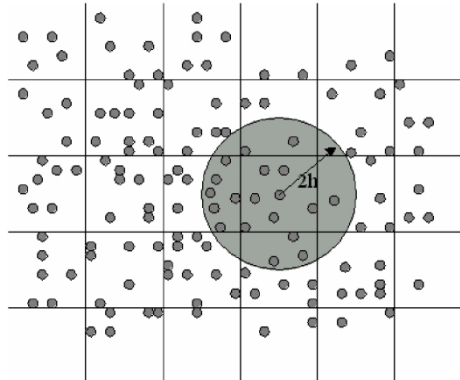
##### (i) Μέθοδος *brute force*

Η μέθοδος *brute force* (άμεσου υπολογισμού) συνίσταται στην δημιουργία ενός πίνακα  $D$  ( $n*n$ ) των αποστάσεων όλων των  $n$  κόμβων του προβλήματος και στην εξέταση καθεμιάς από αυτές για την ανισότητα  $D(i,j) < 2h$ . Η μέθοδος αυτή είναι τάξεως  $O(n^2)$  και είναι πρακτική μόνο για πολλές επαναλήψεις σε προβλήματα με μικρό  $n$ .

##### (ii) Μέθοδος *bucket sorting*

Ο αλγόριθμος SPH που διαθέτει το LS-DYNA χρησιμοποιεί την μέθοδο *bucket sorting* (κατάταξης σε κλάσεις). Ο χώρος διαχωρίζεται σε ένα πλέγμα περιοχών ίσου μεγέθους ( $>h$ ) και οι κόμβοι μοιράζονται στις περιοχές (κλάσεις) αυτές όπως σε ένα δισδιάστατο ή τρισδιάστατο

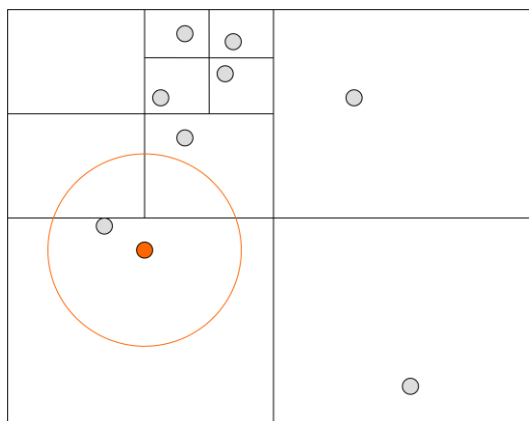
ιστόγραμμα. Για κάθε κόμβο, η εύρεση γειτόνων γίνεται με τη μέθοδο brute force μόνο για τους κόμβους που ανήκουν στην ίδια κλάση ή στις γειτονικές της. Αυτό μετατέρει τον αλγόριθμο από τάξης  $O(n^2)$  σε  $O(n \log n)$ .



Σχ. VIII-1 Σχηματική αναπαράσταση του αλγορίθμου Bucket Sorting.

### (iii) Μέθοδος *k-d tree*

Η μέθοδος *k-d tree* (ιεραρχικού δένδρου) είναι θεωρητικά η ταχύτερη για το γενικευμένο πρόβλημα της εύρεσης γειτόνων, ανεξαρτήτως αριθμού διαστάσεων, ομοιομορφίας των κόμβων και αραιότητας του συνολικού πίνακα αποστάσεων. Η μέθοδος είναι τάξεως  $O(n)$ . Έχει πολλές παραλλαγές, ανάλογα με τον ακριβή τρόπο σχηματισμού της ιεραρχικής δομής [1–4].



Σχ. VIII-2 Σχηματικό διάγραμμα του αλγορίθμου *k-d tree*: οικονομικός διαχωρισμός του χώρου σε ιεραρχικό δέντρο και αναζήτηση γειτόνων στα γειτονικά κελιά.

### (iv) Μέθοδος *Verlet*

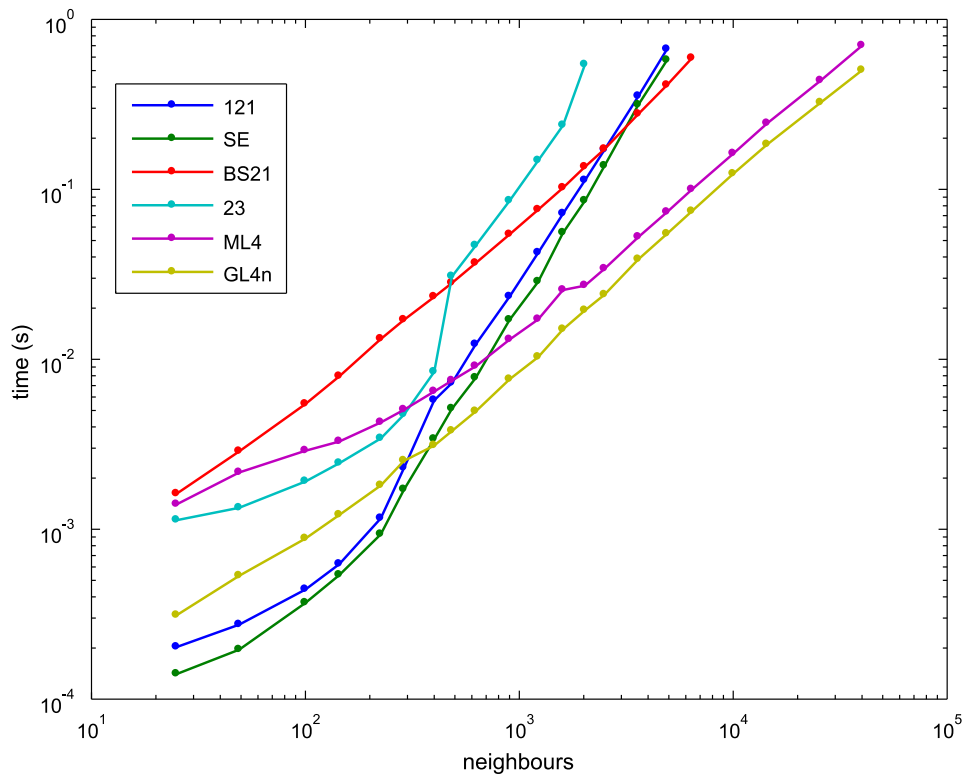
Η μέθοδος Verlet [5] αξιοποιεί το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό που έχουν οι προσομοιώσεις νευτώνειας κίνησης σωματιδίων, όπως είναι η SPH, ότι ο πίνακας γειτόνων αλλάζει ελάχιστα σε κάθε χρονικό βήμα και μάλιστα με ρυθμό ανάλογο με την ταχύτητα του κάθε σωματιδίου. Με άλλα λόγια,

όταν οι κόμβοι είναι ακίνητοι, πολλά χρονικά βήματα της προσομοίωσης θα περάσουν προτού αυτός μεταβληθεί, οπότε ο εκ νέου υπολογισμός του σε κάθε χρονικό βήμα μπορεί να παραληφθεί.

### (b) Υλοποίηση και συγκρίσεις

Σε αναζήτηση του πιο αποδοτικού δυνατού αλγορίθμου εύρεσης γειτόνων ο οποίος θα ήταν δυνατόν να ενσωματωθεί στο περιβάλλον MATLAB του αλγορίθμου, υλοποιήθηκε μια σειρά από διαφορετικές προσεγγίσεις:

- **121:** Brute Force σε MATLAB με χρήση της ενσωματωμένης `bsxfun.m`.
- **SE:** Brute Force σε MATLAB με χρήση της `sepsq.m`.
- **BS21:** Brute Force σε C++ mex, από τον Luigi Giaccari.
- **23:** Bucket Sorting σε MATLAB.
- **ML4:** βασισμένος στην ενσωματωμένη `knnsearch.m`.
- **GL4n:** k-d tree σε βασισμένος στην `GLTree C++ mex`, από τον Luigi Giaccari [6].
- **G121:** Brute Force σε CUDA με χρήση της `GPUmat` [7].
- **G4:** Bucket Sorting σε CUDA με χρήση της `GPUmat`.
- **D:** Brute Force σε MATLAB με χρήση της `distmat.m` από τον J. Kirk [8].



Σχ. VIII-3 Σύγκριση της απόδοσης των επικρατέστερων αλγορίθμων εύρεσης γειτόνων συναρτήσει του αριθμού των σημείων.

Οι επιδόσεις της κάθε μεθόδου μεταβάλλονται ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος (αριθμός των κόμβων  $n$ ), οπότε απαιτήθηκε χαρτογράφηση των επιδόσεών τους, έτσι ώστε να χρησιμοποιείται σε κάθε περίπτωση ο βέλτιστος.

## Ενότητα 8.02 Αλγόριθμος

### (a) Πυρήνας

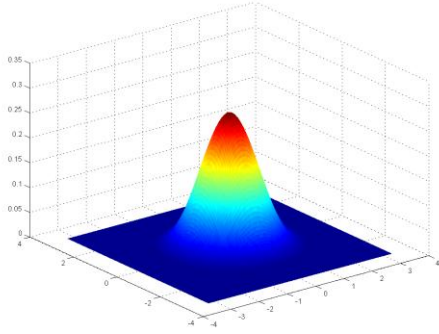
Είδαμε στη θεωρία (κεφάλαιο 7) ότι η βαρύτητα με την οποία κάθε κόμβος συνεισφέρει στην ολοκλήρωση μιας ποσότητας εντός του χωρίου, όπως της πίεσης ή της ταχύτητας, προσαρμόζεται βάσει της σχετικής απόστασης από το σημείο υπολογισμού, μέσω μιας ακτινικής συνάρτησης βάσης. Η συνάρτηση αυτή ονομάζεται πυρήνας και εφοδιάζει τον κάθε κόμβο με μια συγκεκριμένη ακτίνα επίδρασης, η οποία ονομάζεται μήκος εξομάλυνσης  $h$  (smoothing length). Στην περίπτωσή μας η συνάρτηση πυρήνα  $W$  είναι μια καμπύλη spline 4<sup>ης</sup> τάξεως:

$$\text{Εξ. VIII-1} \quad \begin{cases} W(r, h) = \frac{10}{7\pi h^2} \left( 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 \right), & q < 1 \\ W(r, h) = \frac{5}{14\pi h^2} (2 - q^3), & 1 < q < 2 \\ W(r, h) = 0, & 2 < q \dots \quad q = \frac{r}{h} \end{cases}$$

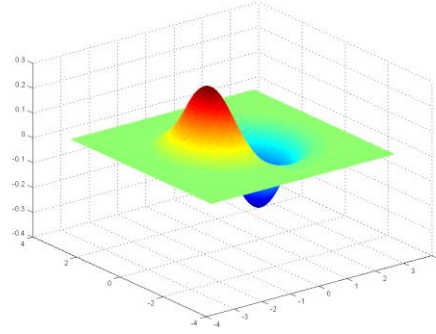
Για την ολοκλήρωση των εξισώσεων της SPH απαιτείται και ο υπολογισμός του gradient του πυρήνα, το οποίο έχει ως εξής:

$$\text{Εξ. VIII-2} \quad \begin{cases} W(r, h) = \frac{10}{7\pi h^2} (-3q + 2.25q^2), & q < 1 \\ W(r, h) = \frac{5}{14\pi h^2} (-3q^3), & 1 < q < 2 \\ W(r, h) = 0, & 2 < q \dots \quad q = \frac{r}{h} \end{cases}$$

Στο Σχ. VIII-4 φαίνεται η μορφή της συνάρτησης του πυρήνα και του gradient του. Στο Σχ. VIII-5 βλέπουμε την κάλυψη που παρέχει ο πυρήνας αυτός στο συνεχές μέσο, για την ολοκλήρωση των εξισώσεων πεδίου. Με τη διάταξη των κόμβων σε τετραγωνικό πλέγμα, παρατηρούμε ότι υπάρχουν σημεία όπου το άθροισμα των πυρήνων είναι μικρότερο του 1 (Σχ. VIII-6 Σχ. VIII-7), όμως η απόκλιση είναι μικρή. Παρατηρούμε επίσης το σφάλμα που προκύπτει για την ολοκλήρωση κοντά στο σύνορο. Και αυτό το σφάλμα όμως αναμένεται να μην είναι σημαντικό, με δεδομένο ένα ικανοποιητικά μεγάλο αριθμό κόμβων (μικρό μέγεθος της ελάχιστης απόστασης των κόμβων).

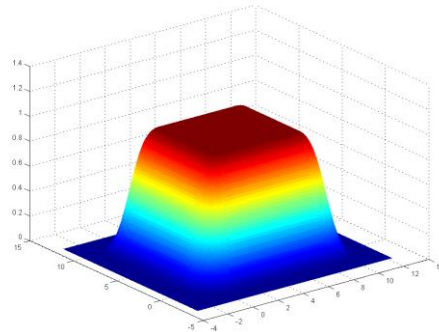


(α)

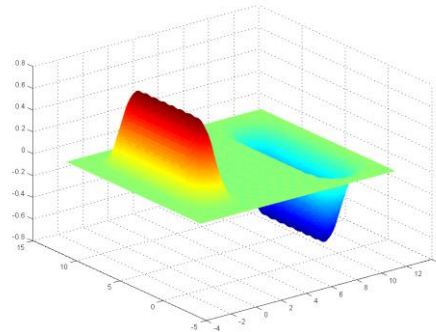


(β)

Σχ. VIII-4 α) Οπυρήνας τύπου spline 4ης τάξης, β) το gradient του πυρήνα.

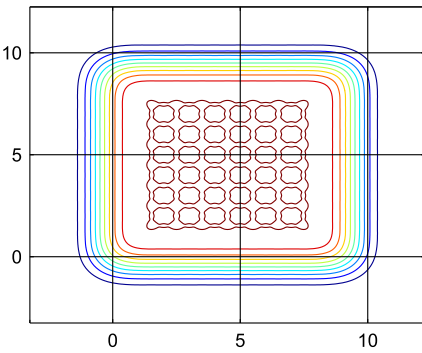


(α)

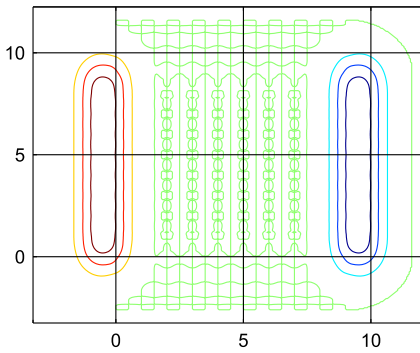


(β)

Σχ. VIII-5 α) Το άθροισμα πολλαπλών πυρήνων από γειτονικούς κόμβους, β) το άθροισμα του gradient.

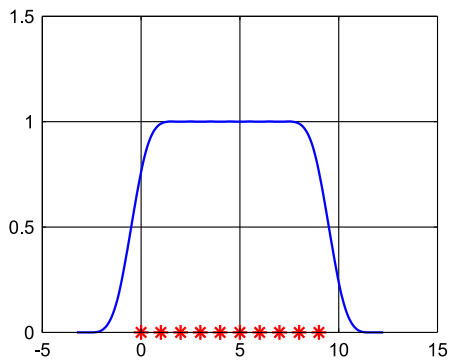


(α)

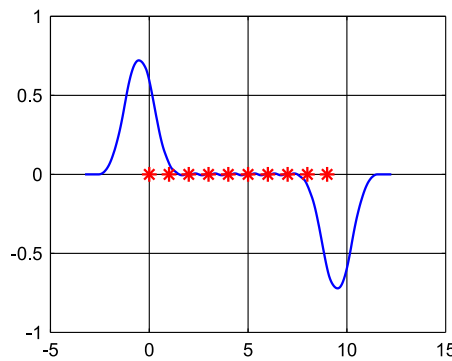


(β)

Σχ. VIII-6 α) Ισοψείς των πολλαπλών πυρήνων, β) Ισοψείς του gradient.



Σχ. VIII-7 Τομή του ολοκληρώματος και θέσεις των κόμβων: α) πυρήνας, β) gradient του πυρήνα.



(β)



### (b) Μήκος εξομάλυνσης (smoothing length)

Το μήκος εξομάλυνσης μπορεί είτε να είναι σταθερό για όλους τους κόμβους, στην περίπτωση που θεωρούμε το υλικό ασυμπίεστο, ή να μεταβάλλεται ανάλογα με την τοπική πυκνότητα του υλικού. Έχει επιλεγεί να είναι ανάλογο της απόστασης από τον εγγύτερο γείτονα:

$$h = 1.2\Delta p$$

Κατά τις προσομοιώσεις παρατηρήθηκε ότι είναι προτιμότερο το υλικό να θεωρείται συμπίεστο, διότι έτσι βελτιώνεται κάπως η ισοκατανομή των κόμβων και δεν περιορίζεται τόσο το χρονικό βήμα κατά την παραμόρφωση του υλικού.

### (c) Διατύπωση των νόμων διατήρησης

Η ολοκλήρωση βαθμωτών (πυκνότητα) και διανυσματικών (ταχύτητα) μεγεθών εντός του χωρίου αποκτά τη διακριτή μορφή:

$$\begin{aligned} \text{Εξ. VIII-3} \quad \frac{d\rho_a}{dt} &= \rho_a \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} \hat{v}_{ab} \nabla_a W_{ab} \\ \frac{dv_a^i}{dt} &= \sum_b m_b \left( \frac{\sigma_a^{ij}}{\rho_a^2} + \frac{\sigma_b^{ij}}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \delta^{ij} \right) \frac{\partial W_{ab}}{\partial x_a^j} + g^i \end{aligned}$$

### (d) Στάθμιση ταχυτήτων

Προκειμένου να αποφευχθεί η αλληλοδιείσδυση μεταξύ των κόμβων Μέθοδο XSPH που ανέπτυξε ο Monaghan [9], για προβλήματα που περιλαμβάνουν εφελκυστικές τάσεις. Η ταχύτητα σε κάθε κόμβο μεταβάλλεται με βάση τη μέση ταχύτητα των γειτόνων του, σταθμισμένη με χρήση του ίδιου πυρήνα που χρησιμοποιεί η SPH (αν και δεν είναι απαραίτητο να είναι ο ίδιος).

$$\text{Εξ. VIII-4} \quad \hat{v}_a = v_a + \tilde{\varepsilon} \sum_b \frac{m_b}{\bar{\rho}_{ab}} (v_b - v_a) W_{ab}$$

$$\text{όπου } \bar{\rho}_{ab} = \frac{1}{2}(\rho_a + \rho_b) \text{ και } \tilde{\varepsilon} = 0.5$$

### (e) Τεχνητό ιξώδες

Προκειμένου να σταθεροποιηθεί μια προσομοίωση τύπου Lagrange, κατά την οποία το υλικό υφίσταται κρουστικές φορτίσεις και εισάγονται ασυνέχειες, συνήθως απαιτείται η εισαγωγή ενός όρου τεχνητού ιξώδους. Το τεχνητό ιξώδες διασπείρει τα κρουστικά κύματα σε μήκος περισσότερων του ενός σωματιδίων και έτσι αποφεύγεται η αριθμητική αστάθεια. Ακολουθήθηκε η ίδια τεχνική με αυτή που

χρησιμοποιείται και από το LS-DYNA, η οποία ανήκει στους Monaghan & Gingold [10]. Ο όρος αυτός έχει ως εξής:

$$\text{Εξ. VIII-5 } \Pi_{ij} = \frac{1}{\bar{\rho}_{ij}} \left( -a\mu_{ij}\bar{c}_{ij} + \beta\mu_{ij}^2 \right)$$

$$\text{όπου } \mu_{ij} = \begin{cases} \bar{h}_{ij} \frac{v_{ij}r_{ij}}{r_{ij}^2 + \eta^2}, & \text{αν } v_{ij}r_{ij} < 0 \\ 0, & \text{ειδιάλλως} \end{cases} \quad \text{με } v_{ij} = v_i - v_j \text{ και } \eta^2 = 0.01\bar{h}_{ij}^2$$

### (f) Απόκριση υλικού

Στην περίπτωση ενός ελαστικού – πλαστικού στερεού, οι αποκλίνουσες τάσεις πρέπει να συμπεριληφθούν στον υπολογισμό:

$$\text{Εξ. VIII-6 } \sigma^{ij} = -P\delta^{ij} + S^{ij}$$

Για ένα ελαστικό στερεό, με μέτρο διάτμησης  $\mu$ , η παράγωγος των αποκλινουσών τάσεων θα είναι:

$$\text{Εξ. VIII-7 } \frac{dS^{ij}}{dt} = 2\mu \left( \dot{\varepsilon}^{ij} - \frac{1}{3}\delta^{ij}\dot{\varepsilon}^{kk} \right) + S^{ik}\Omega^{jk} + \Omega^{ik}S^{kj}$$

Όπου  $\dot{\varepsilon}^{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v^i}{\partial x^j} + \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right)$  ο τανυστής του ρυθμού παραμόρφωσης

και  $\Omega^{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v^i}{\partial x^j} - \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right)$  ο τανυστής του ρυθμού περιστροφής.

Η πίεση μπορεί να υπολογιστεί:

- είτε με μια καταστατική εξίσωση (συμπιεστό στερεό):

$$P = c_0^2(\rho - \rho_0) \quad \text{με } K = \bar{\rho}c_0^2 \quad \text{και } \nu = \frac{(3K/\mu - 2)}{2(3K/\mu + 2)}$$

- είτε από τον τανυστή των παραμορφώσεων (ασυμπιεστό στερεό):

$$P = -K(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})/3$$

Για τα πλαστικά υλικά οι αποκλίνουσες τάσεις ολοκληρώνονται χρονικά και περιορίζονται ανάλογα με το εκάστοτε υπολογισθέν όριο διαρροής, σύμφωνα με όσα περιγράφονται στο κεφάλαιο 9.

### (g) Τάση σταθεροποίησης

Προκειμένου να υπερβούμε την εφελκυστική αστάθεια και να επιδείξουμε την δυνατότητα για τριβολογική μοντελοποίηση με χρήση της SPH, αναπτύξαμε το δικό μας κώδικα SPH, υλοποιώντας την προσέγγιση των Gray κ.α., η οποία αναπτύσσεται αναλυτικά στο [11] και η οποία εισάγει μια τεχνητή

απωστική τάση σε κάθε κόμβο ο οποίος βρίσκεται υπό το καθεστώς εφελκυστικών τάσεων. Η λύση αυτή λειτουργεί ικανοποιητικά για την εξάλειψη της εφελκυστικής αστάθειας, όπως φαίνεται από τη μοντελοποίηση μιας κλασσικής εφελκυστικής δοκιμής, με και χωρίς τη διόρθωση της εφελκυστικής αστάθειας (βλ. παρακάτω).

Έτσι, οι όροι των εξισώσεων της ταχύτητας γίνονται:

$$\frac{\sigma_a^{ij}}{\rho_a^2} + \frac{\sigma_b^{ij}}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \delta^{ij} + R_{ab}^{ij} f^n \quad \text{όπου} \quad f = \frac{W(r_{ab})}{W(\Delta p)}, \quad \text{με } \Delta p \text{ να είναι η ελάχιστη απόσταση}$$

μεταξύ του εκάστοτε κόμβου  $a$  και των γειτόνων του και με επιλογή  $n=3$ , προκειμένου η τεχνητή τάση να επηρεάζει μόνο τους άμεσους γείτονες.

Έχουμε  $R_{ab}^{ij} = R_a^{ij} + R_b^{ij}$ , για καθένα από τα οποία η τεχνητή τάση υπολογίζονται ως εξής:

1. Περιστροφή του συστήματος για εύρεση των κύριων τάσεων κατά γωνία  $\theta_a$ :

$$\tan(2\theta_a) = \frac{2\sigma_a^{xy}}{\sigma_a^{xx} - \sigma_a^{yy}}, \quad \text{έτσι ώστε:} \quad \begin{cases} \bar{\sigma}_a^{xx} = c^2 \sigma_a^{xx} + 2sc \sigma_a^{xy} + s^2 \sigma_a^{yy} \\ \bar{\sigma}_a^{yy} = s^2 \sigma_a^{xx} + 2sc \sigma_a^{xy} + c^2 \sigma_a^{yy} \end{cases}$$

Όπου  $c = \cos \theta_a$  και  $s = \sin \theta_a$

2. Αν  $\bar{\sigma}_a^{xx} > 0$  τότε  $\bar{R}_a^{xx} = -\varepsilon \frac{\bar{\sigma}_a^{xx}}{\rho^2}$ , ειδικά είναι 0 - και ομοίως κατά  $y$ .

3. Επαναφορά στο αρχικό σύστημα αναφοράς:

$$\begin{cases} R_a^{xx} = c^2 \bar{R}_a^{xx} + s^2 \bar{R}_a^{yy} \\ R_a^{yy} = s^2 \bar{R}_a^{xx} + c^2 \bar{R}_a^{yy} \\ R_a^{xy} = sc(\bar{R}_a^{xx} - \bar{R}_a^{yy}) \end{cases}$$

## (h) Διαδικασία υπολογισμών

Οι μεταβλητές κατάστασης του μοντέλου ολοκληρώνονται ως προς το χρόνο χρησιμοποιώντας ένα σχήμα predictor-corrector (ονομαζόμενο αλλιώς και leapfrog).

- Πρόβλεψη των μεταβλητών κατάστασης:

$$\vec{v}_p = \vec{v}^0 + \Delta t \vec{F}^0$$

$$\vec{r} = \vec{r}^0 + \Delta t \vec{v}^0 + \frac{1}{2} (\Delta t)^2 \vec{F}^0$$

$$\rho_p = \rho^0 + \Delta t D^0$$

- Υπολογισμός των δυναμικών μεταβλητών,  $\vec{F}, D$
- Διόρθωση των μεταβλητών κατάστασης:

$$\vec{v} = \vec{v}_p + \frac{1}{2} \Delta t (\vec{F} - \vec{F}^0)$$

$$\rho = \rho_p + \frac{1}{2} \Delta t (D - D^0)$$

### (i) Βελτιστοποίηση επιδόσεων

Ο αλγόριθμος εύρεσης γειτόνων αποτελεί το βαρύτερο υπολογιστικά κομμάτι σε κάθε κύκλο της προσομοίωσης και απαιτεί το 50%-90% του χρόνου. Έπειτα από αυτόν απαιτητικά υπολογιστικά κομμάτια αποτελούν η εκτίμηση του πυρήνα, αλλά και σε μεγάλο βαθμό ο διαμερισμός των ποσοτήτων από τους  $N$  κόμβους στις  $M < N^2$  αλληλεπιδράσεις μεταξύ γειτόνων, όπως επίσης και η επανάθροισή τους. Οι επιλογές προσθήκης της τεχνητής τάσης, του τεχνητού ιξώδους και της μεσοστάθμισης ταχυτήτων αυξάνουν τους χρόνους κατά 5% περίπου η καθεμία. Σημαντική βελτίωση μπορεί να επέλθει μέσω της χρήσης της κλιμάκωσης, η οποία περιγράφεται στο κεφάλαιο 9.

## Ενότητα 8.03 Μοντέλα υλικών

Τα υλικά μοντελοποιούνται ως:

- **ελαστικά** (LS-DYNA MAT01): Χρησιμοποιείται για κεραμικά υλικά.
- **ελαστικά – πλαστικά με ιστροπική κράτνωση** (LS-DYNA MAT12): Χρησιμοποιείται για όλκιμα υλικά, στην περίπτωση όπου δε χρησιμοποιείται αποθήκευση της κατάστασης κράτνωσης σε διαδοχικά βήματα της προσομοίωσης, καθώς είναι πιο απλό υπολογιστικά (δε περιλαμβάνει επαναληπτική διαδικασία).
- **ελαστικά – πλαστικά με κινηματική κράτνωση** (LS-DYNA MAT03) : Χρησιμοποιείται για όλκιμα υλικά, στην περίπτωση όπου χρησιμοποιείται αποθήκευση της κατάστασης κράτνωσης σε διαδοχικά βήματα της προσομοίωσης, καθώς απαιτεί επαναληπτική διαδικασία.

Για το ελαστικό υλικό (MAT01) δεν θα γίνει ιδιαίτερη αναφορά στον αλγόριθμο υπολογισμού, καθώς ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω.

### (a) Υλικό ελαστικό – πλαστικό με ιστροπική κράτνωση (MAT12)

Η συνθήκη διαρροής κατά von Mises δίνεται από τη σχέση:  $\phi = J_2 \frac{\sigma_y}{3} = 0$

Η δεύτερη αμετάβλητη της τάσης  $J_2$ , εκφράζεται συναρτήσει των αποκλινοσών τάσεων ως:

$$J_2 = s_{ij} s_{ij}$$

Η τάση διαρροής  $\sigma_y$  είναι συνάρτηση της ισοδύναμης πλαστικής τροπής  $\epsilon_p^{eff}$  και του μέτρου

$$\text{εφαπτομενικής πλαστικότητας } E_p: \sigma_y = \sigma_0 + E_p \epsilon_p^{eff}$$

Η ισοδύναμη πλαστική τροπή δίνεται από το ολοκλήρωμα:  $\varepsilon_p^{eff} = \int_0^t d\varepsilon_p^{eff}$ , όπου

$$d\varepsilon_p^{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} d\varepsilon_p^{ij} d\varepsilon_p^{ij}$$

Το μέτρο εφαπτομενικής πλαστικότητας είναι  $E_p = \frac{EE_t}{E - E_t}$  με  $E_t$  να είναι η κλίση του διαγράμματος τάσεων – παραμορφώσεων του υλικού στην πλαστική περιοχή.

Η πίεση δίνεται από την καταστατική εξίσωση:  $p = K \left( \frac{1}{V} - 1 \right)$ , όπου  $V$  ο ειδικός όγκος και  $K$  το μέτρο όγκου του υλικού.

### (b) Υλικό ελαστικό – πλαστικό με κινηματική κράτνυση (MAT03)

Στο μοντέλο αυτό μπορεί να εφαρμοστεί είτε κινηματική είτε ισοτροπική κράτνυση είτε συνδυασμός τους με τη χρήση μιας παραμέτρου  $\beta$  που κυμαίνεται μεταξύ του 0 (κινηματική) και του 1 (ισοτροπική). Στην ισοτροπική κράτνυση, το κέντρο της επιφάνειας διαρροής είναι σταθερό αλλά η ακτίνα είναι συνάρτηση της πλαστικής παραμόρφωσης. Στην κινηματική κράτνυση, η ακτίνα της επιφάνειας διαρροής είναι σταθερή, αλλά το κέντρο μετατίθεται στην κατεύθυνση της πλαστικής παραμόρφωσης. Επομένως το κριτήριο διαρροής γίνεται:

$$\phi = \frac{1}{2} \xi_{ij} \xi_{ij} - \frac{\sigma_y}{3} = 0 \quad \text{όπου} \quad \xi_{ij} = s_{ij} - \alpha_{ij}$$

$$\sigma_y = \sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_p^{eff}$$

Η τάση διαρροής είναι:

$$\text{Ο συστροφικός ρυθμός μεταβολής (co-rotational rate) του } \alpha_{ij} \text{ θα είναι: } \alpha_{ij}^{\nabla} = (1 - \beta) \frac{2}{3} E_p \dot{\varepsilon}_{ij}^p$$

Επομένως, κατά την ολοκλήρωση:

$$\alpha_{ij}^{n+1} = \alpha_{ij}^n + \left( \alpha_{ij}^{\nabla n+1/2} + \alpha_{ik}^n \Omega_{kj}^{n+1/2} + \alpha_{jk}^n \Omega_{ki}^{n+1/2} \right) \Delta t^{n+1/2}$$

Ο ρυθμός πλαστικής παραμόρφωσης ισούται με τη διαφορά μεταξύ του ρυθμού ολικής και του ρυθμού ελαστικής παραμόρφωσης:  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^e$

Οι αποκλίνουσες τάσεις αναθεωρούνται σε κάθε χρονικό βήμα ελαστικά:

$$s_{ij}^* = s_{ij}^n + C_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl} \quad \text{όπου } C_{ijkl} \text{ ο πίνακας του μέτρου ελαστικότητας}$$

Για τους κόμβους εκείνους για τους οποίους το κριτήριο διαρροής ικανοποιείται, δεν γίνονται περαιτέρω υπολογισμοί. Για εκείνους που το κριτήριο παραβιάζεται, υπολογίζεται μια στιγμιαία πλαστική παραμόρφωση, οι τάσεις περιορίζονται εντός της επιφάνειας διαρροής και το κέντρο της επιφάνειας διαρροής αναθεωρείται:

Αν  $s_{ij}^*$  είναι οι δοκιμαστική ελαστική αποκλίνουσα τάση στο βήμα n+1:

$$s_{ij}^* = \sigma_{ij}^* - \frac{1}{3} \sigma_{kk}^* \quad \text{και} \quad \xi_{ij}^* = s_{ij}^* - \alpha_{ij}$$

Η συνάρτησης διαρροής είναι  $\phi = \frac{1}{2} \xi_{ij} \xi_{ij} - \frac{\sigma_y}{3} = \Lambda^2 - \sigma_y^2$  και είναι >0 για την πλαστική περιοχή.

$$\text{Επομένως: } \varepsilon_{eff}^{p^{n+1}} = \varepsilon_{eff}^{p^n} + \frac{\Lambda - \sigma_y}{3G + E_p} = \varepsilon_{eff}^{p^n} + \Delta \varepsilon_{eff}^p$$

$$\text{Οι αποκλίνουσες τάσεις περιορίζονται: } s_{ij}^{n+1} = s_{ij}^* - \frac{3G \Delta \varepsilon_{eff}^p}{\Lambda} \xi_{ij}^*$$

$$\text{Το κέντρο αναθεωρείται: } \alpha_{ij}^{n+1} = \alpha_{ij}^n + \frac{(1 - \beta) E_p \Delta \varepsilon_{eff}^p}{\Lambda} \xi_{ij}^*$$

### (c) Θραύση - αστοχία

Η μοντελοποίηση συμπληρώνεται με την προσθήκη ενός μηχανισμού θραύσης. Η θραύση προκύπτει όταν η ισοδύναμη von Mises τάση, ή εναλλακτικά, η προκύπτουσα πλαστική τροπή, υπερβεί ένα όριο, οπότε και το υλικό παύει πλέον να δέχεται εφελκυστικές τάσεις, παρά μόνο θλιπτικές, και συμπεριφέρεται ως ένα σύνολο από ψήγματα. Όταν δεν υπεισέρχεται μηχανισμός θραύσης, το υλικό θραύεται «υπολογιστικά», όταν η απόσταση μεταξύ των κόμβων υπερβεί το μήκος εξομάλυνσης. Το μοντέλο αυτό, σε συνδυασμό με τα παραπάνω μοντέλα υλικών, κρίνεται επαρκές για την περιγραφή όλων των φαινομένων κυκλικής πλαστικότητας, καθώς και το θρυμματισμό του υλικού και την αποκόλληση αποβλίττων.

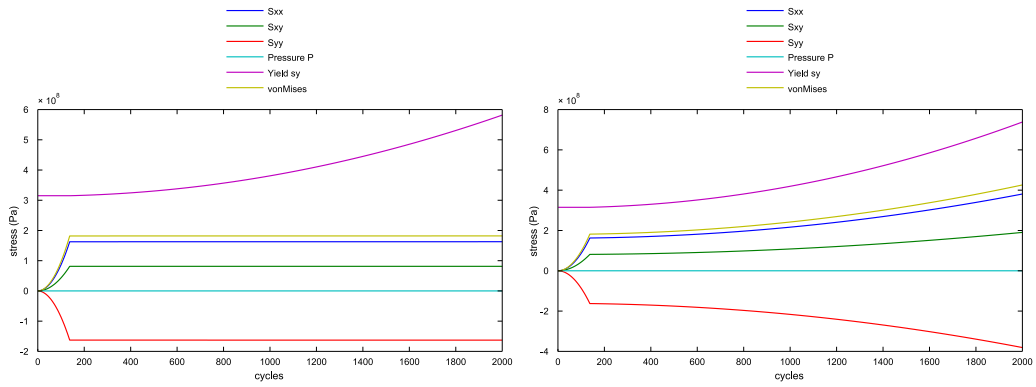
Καθώς η χαρτογράφηση πρόκειται να πραγματοποιηθεί υπό σταθερή ταχύτητα ολίσθησης, η επίδραση του ρυθμού παραμόρφωσης δεν έχει συμπεριληφθεί. Γενικότερα, για εφαρμογή στην τριβολογία, όπου τα προβλήματα είναι μεν δυναμικά, αλλά οι ρυθμοί παραμόρφωσης είναι σχετικά χαμηλοί και, επιπλέον, η ταχύτητα ολίσθησης αποτελεί δεδομένο και όχι παράμετρο του προβλήματος, η θεώρηση του υλικού ως ανεπηρέαστου από το ρυθμό παραμόρφωσης δεν εισάγει σημαντικό σφάλμα στους υπολογισμούς. Ανάλογες προσομοιώσεις για κατεργασίες κοπής λαμβάνουν το ρυθμό παραμόρφωσης υπόψη γιατί η ταχύτητα κοπής αποτελεί τη σημαντικότερη παράμετρο του προβλήματος.

### (d) Μηχανική συμπεριφορά

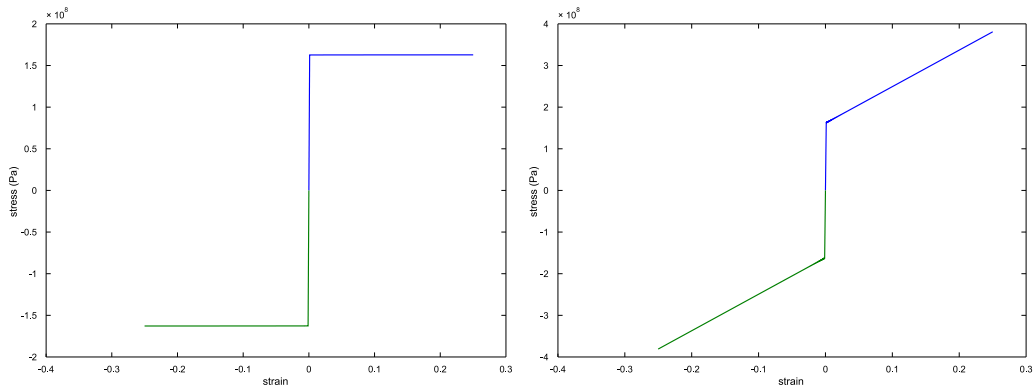
Για της διακρίβωση των μοντέλων υλικών, επιβλήθηκαν ορισμένες τυπικές μορφές καταπονήσεων σε αυτά και ελέγχθηκε η ελαστοπλαστική τους απόκριση. Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζεται η απόκριση ενός υλικού (χάλυβας AISI1015) όταν υφίσταται τις εξής καταπονήσεις:

- Αξονικό εφελκυσμό (Σχ. VIII-8, Σχ. VIII-9)

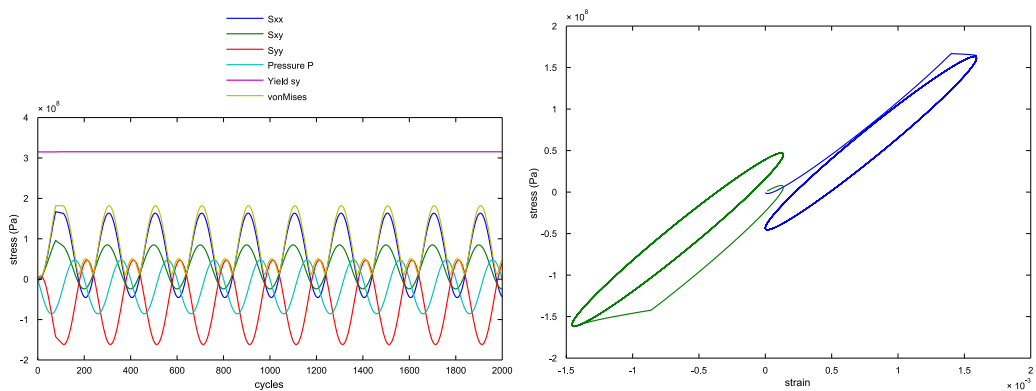
- Κυκλική (ημιτονοειδή) καταπόνηση σταθερού πλάτους (Σχ. VIII-10)
- Κυκλική καταπόνηση αυξανόμενου πλάτους (Σχ. VIII-11Σχ. VIII-12Σχ. VIII-13).
- Ratchetting (Σχ. VIII-14).



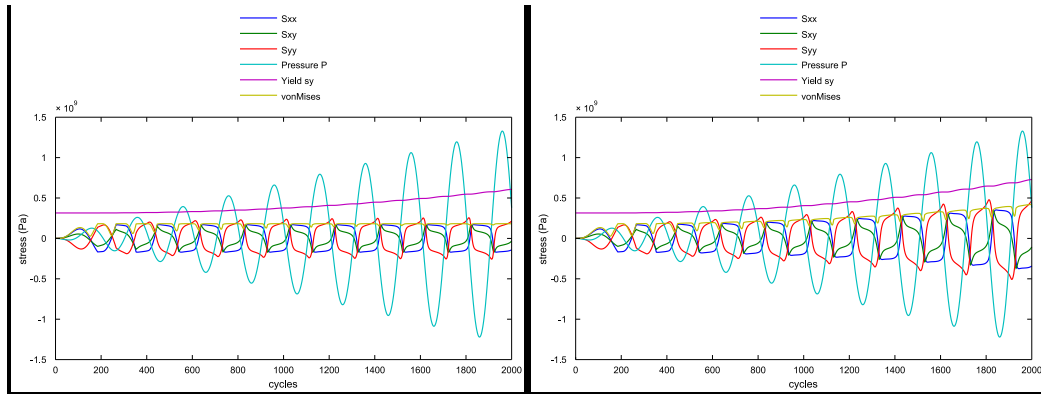
Σχ. VIII-8 Αξονικός εφελκυσμός: Μεταβολή της εντατικής κατάστασης με το χρόνο: Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο.



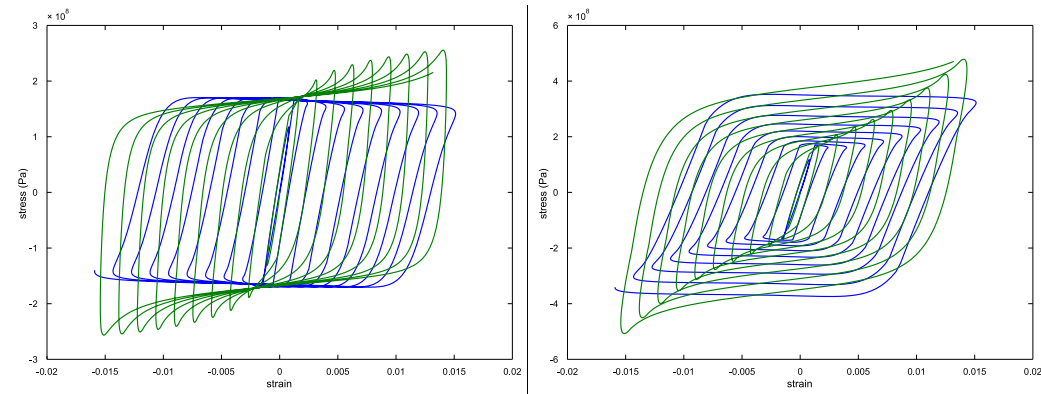
Σχ. VIII-9 Αξονικός εφελκυσμός: Βρόγχοι πλαστικής υστέρησης για τις  $S_{xx}$  και  $S_{yy}$ : Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο.



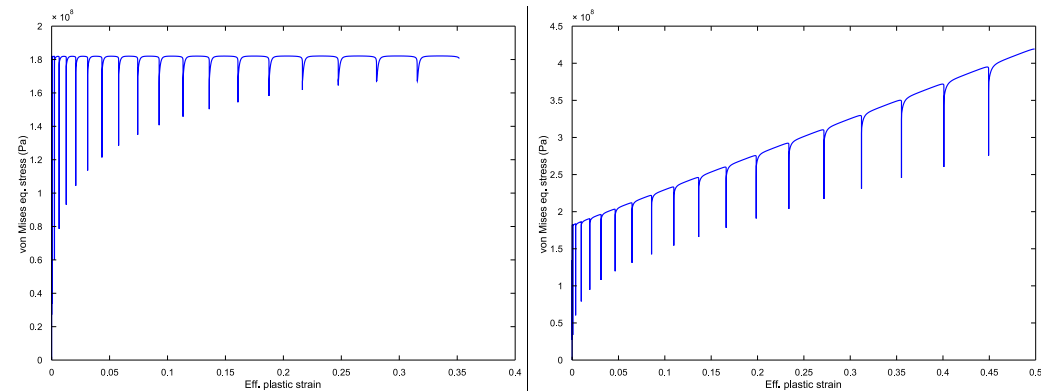
Σχ. VIII-10 Κυκλική καταπόνηση: ελαστική καθίζηση (shakedown).



**Σχ. VIII-11** Κυκλική καταπόνηση αυξανόμενου πλάτους: Μεταβολή της εντατικής κατάστασης με το χρόνο: Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο.

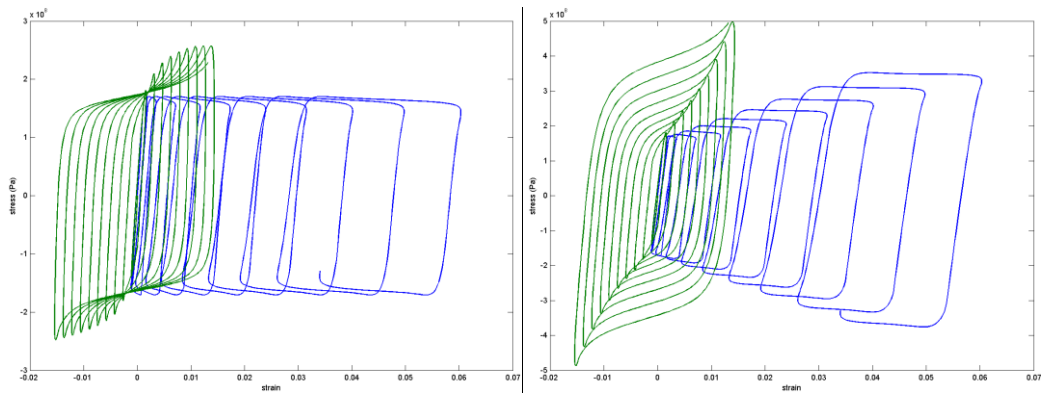


**Σχ. VIII-12** Κυκλική καταπόνηση αυξανόμενου πλάτους: Βρόγχοι πλαστικής υστέρησης για τις  $S_{xx}$  και  $S_{yy}$ : Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο.



**Σχ. VIII-13** Κυκλική καταπόνηση αυξανόμενου πλάτους: Ισοδύναμη von Mises τάση και ισοδύναμη πλαστική τροπή. Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο.





Σχ. VIII-14 Ratchetting: Βρόχοι πλαστικής υστέρησης για τις  $S_{xx}$  και  $S_{yy}$ : Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο.

### (ε) Ιδιότητες των υλικών

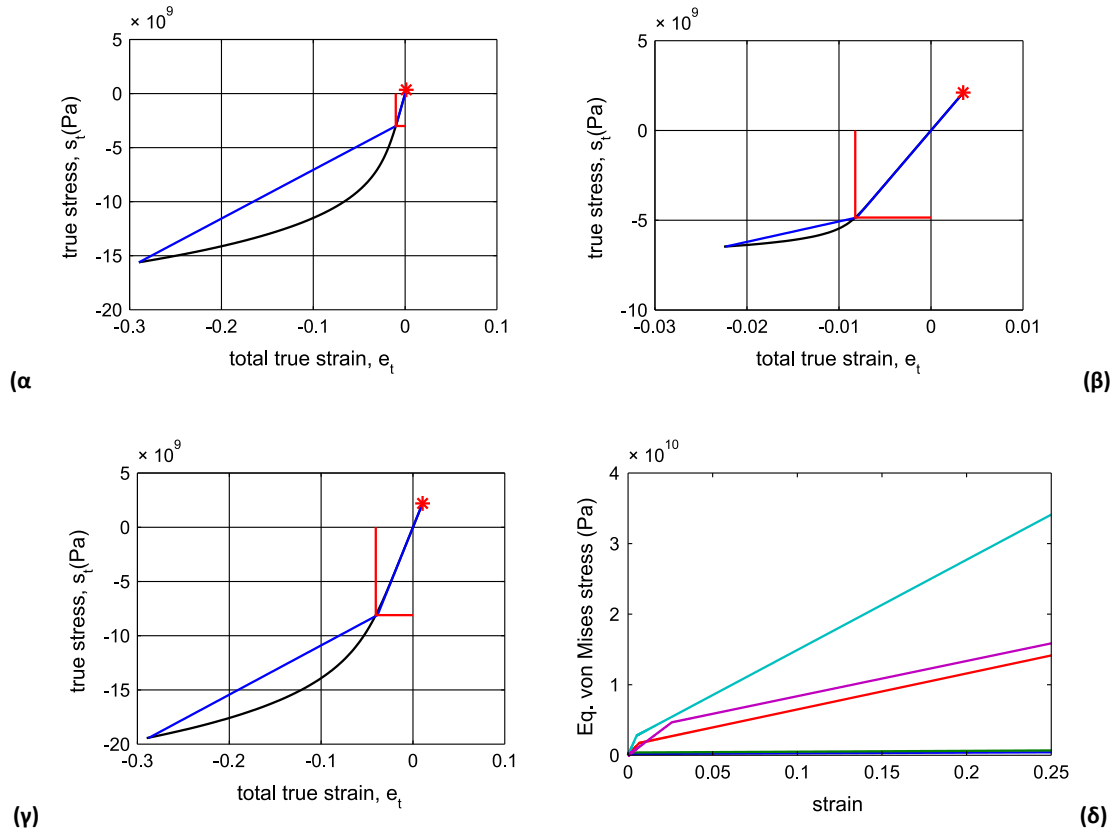
Για τις προσομοιώσεις της παρούσας εργασίας, δημιουργήθηκε μια βάση μηχανικών ιδιοτήτων για τα παρακάτω υλικά:

Πίν. 6 Ιδιότητες των υλικών

Υλικό		AISI Steel	Stellite	$Si_3N_4$	WC-Co	$ZrO_2$
Κωδ		1015	612	147	946	111
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	7815	8520	3200	14950	6080
E	GPa	200	226	300	600	210
$\nu$		0,29	0,29	0,26	0,22	0,30
$\sigma_y$	MPa	315	680	3000	4850	8100
$\sigma_U$	MPa			15613	6470	19440
$E_p$	MPa	830	1000	53040	140060	58007
$n$				0,22	0,0575	0,1747
$\sigma_{fr}$	MPa			350	2110	2200
$\epsilon_{fr}$		0,3293	0,01	0,0012	0,0035	0,0105
$\epsilon_{uc}$				0,29	0,0225	0,29
HV		131	383	1450	1610	1650

- $\rho$ , η πυκνότητα
- E, το μέτρο ελαστικότητας
- $\nu$ , ο λόγος Poisson
- $\sigma_y$ , το όριο διαρροής
- $\sigma_U$ , η αντοχή σε θλίψη
- $E_p$ , το μέτρο κράτυνσης
- $n$ , ο εκθέτης κράτυνσης
- $\sigma_{fr}$ , η αντοχή σε εφελκυσμό
- $\epsilon_{fr}$ , η παραμόρφωση θραύσης σε εφελκυσμό
- $\epsilon_{uc}$ , η παραμόρφωση στο όριο αντοχής σε θλίψη
- HV, η σκληρότητα κατά Vickers

Τα διαγράμματα τάσεων-παραμορφώσεων για τα τρία κεραμικά φαίνονται στο Σχ. VIII-15.



Σχ. VIII-15 Σύγκριση των καμπυλών τάσεων παραμορφώσεων του μοντέλου για διάφορα υλικά: α)  $\text{Si}_3\text{N}_4$  β) WCCo γ)  $\text{ZrO}_2$  δ) σύγκριση της συμπεριφοράς σε θλίψη.

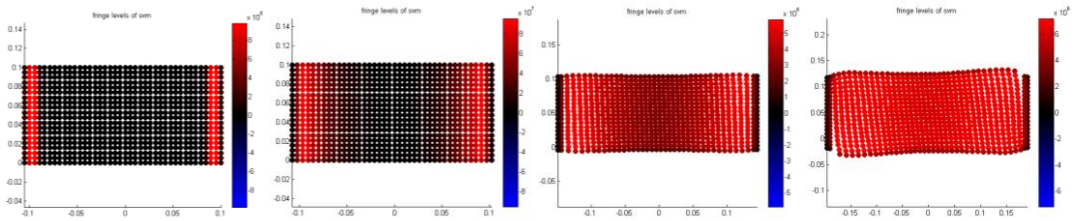
## Ενότητα 8.04 Αριθμητικές δοκιμές

Όλες οι αριθμητικές δοκιμές πραγματοποιήθηκαν σε ένα προσομοιωμένο τεμάχιο από χάλυβα AISI1015 με διαστάσεις  $20 \times 10 \text{ cm}$ . Η ταχύτητα παραμόρφωσης ήταν  $1 \text{ m/s}$ . Χρησιμοποιήθηκε κλιμάκωση μάζας  $100\times$ .

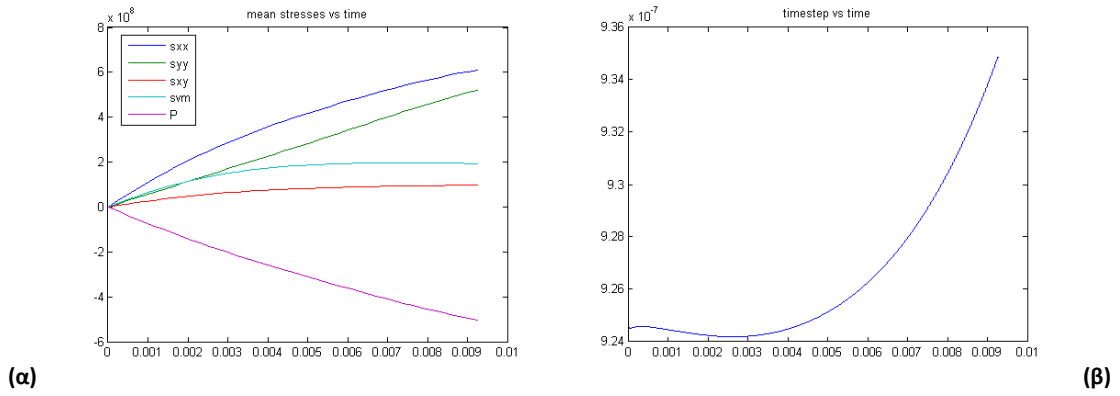
### (a) Εφελκυσμός

Παρατίθενται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης μιας δοκιμής μονοαξονικού εφελκυσμού, για παρατήρηση της επίδρασης των παραμέτρων του αλγόριθμου. Και εδώ κόμβοι στα άκρα του δοκιμίου έχουν προδιαγεγραμμένη μετατόπιση κατά τη διεύθυνση-x, αλλά ελευθερία κινήσεων κατά τη διεύθυνση-y, δηλαδή δεν υπάρχουν τριβές με τα νοούμενα έμβολα. Η δοκιμή αυτή είναι και η κυριότερη για τον έλεγχο της συμπεριφοράς απέναντι στην εφελκυστική αστάθεια.

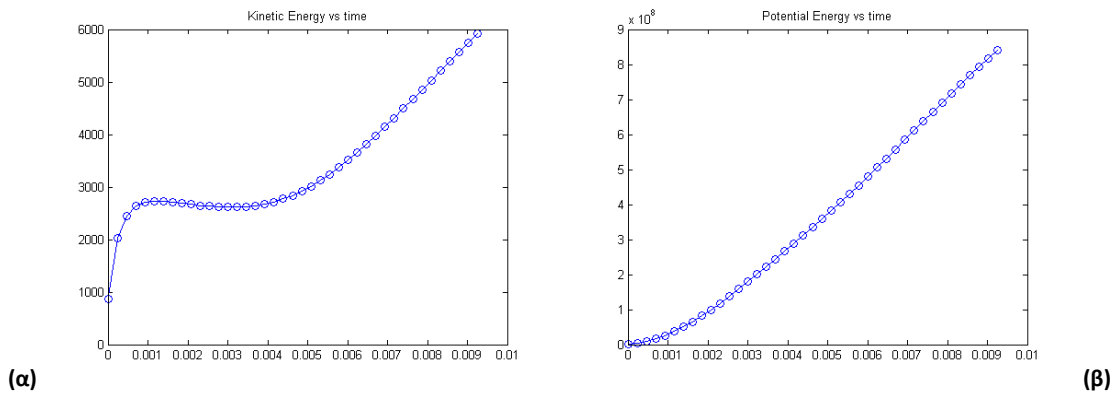
**(i) Ελαστικό υλικό**



**Σχ. VIII-16** Στιγμιότυπα της ισοδύναμης von Mises τάσης κατά τον εφελκυσμό (MAT01).

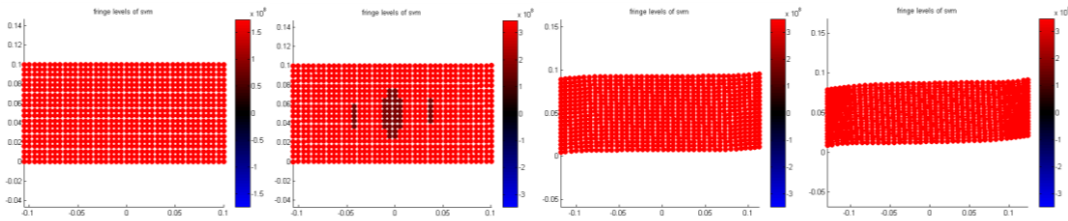


**Σχ. VIII-17** α) Μέση τιμή των τάσεων και β) χρονικό βήμα συναρτήσει του χρόνου.

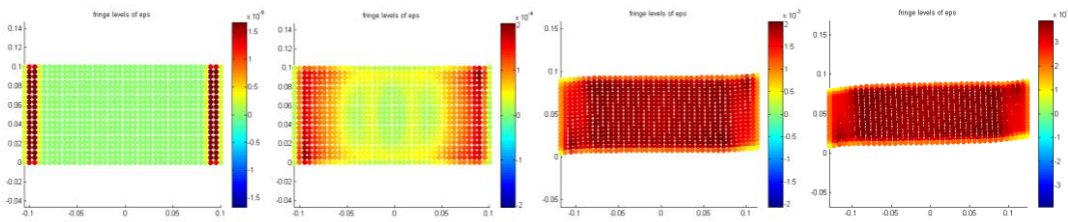


**Σχ. VIII-18** α) Κινητική και β) δυναμική ενέργεια.

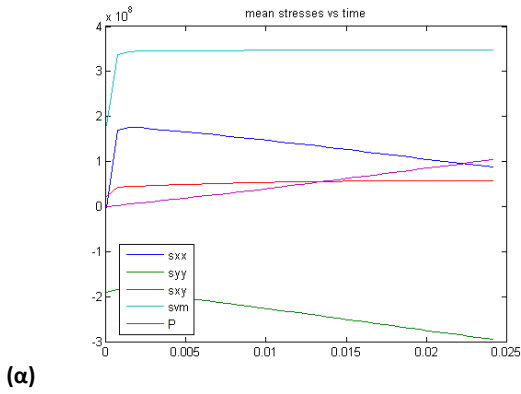
**(ii) Πλαστικό υλικό, ιστροπικά κρατυνόμενο**



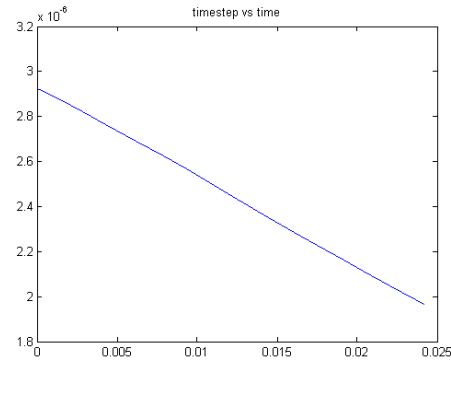
**Σχ. VIII-19** Στιγμιότυπα της ισοδύναμης von Mises τάσης κατά τον εφελκυσμό (MAT12).



**Σχ. VIII-20** Στιγμιότυπα της ισοδύναμης πλαστ. τροπής κατά τον εφελκυσμό (MAT12).

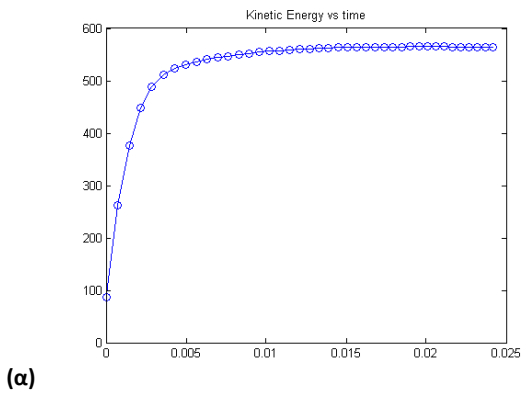


(α)

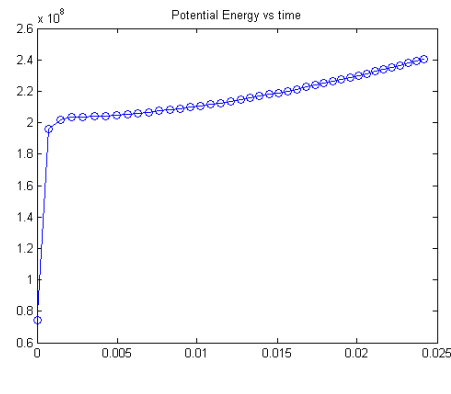


(β)

**Σχ. VIII-21** α) Μέση τιμή των τάσεων και β) χρονικό βήμα συναρτήσει του χρόνου.



(α)

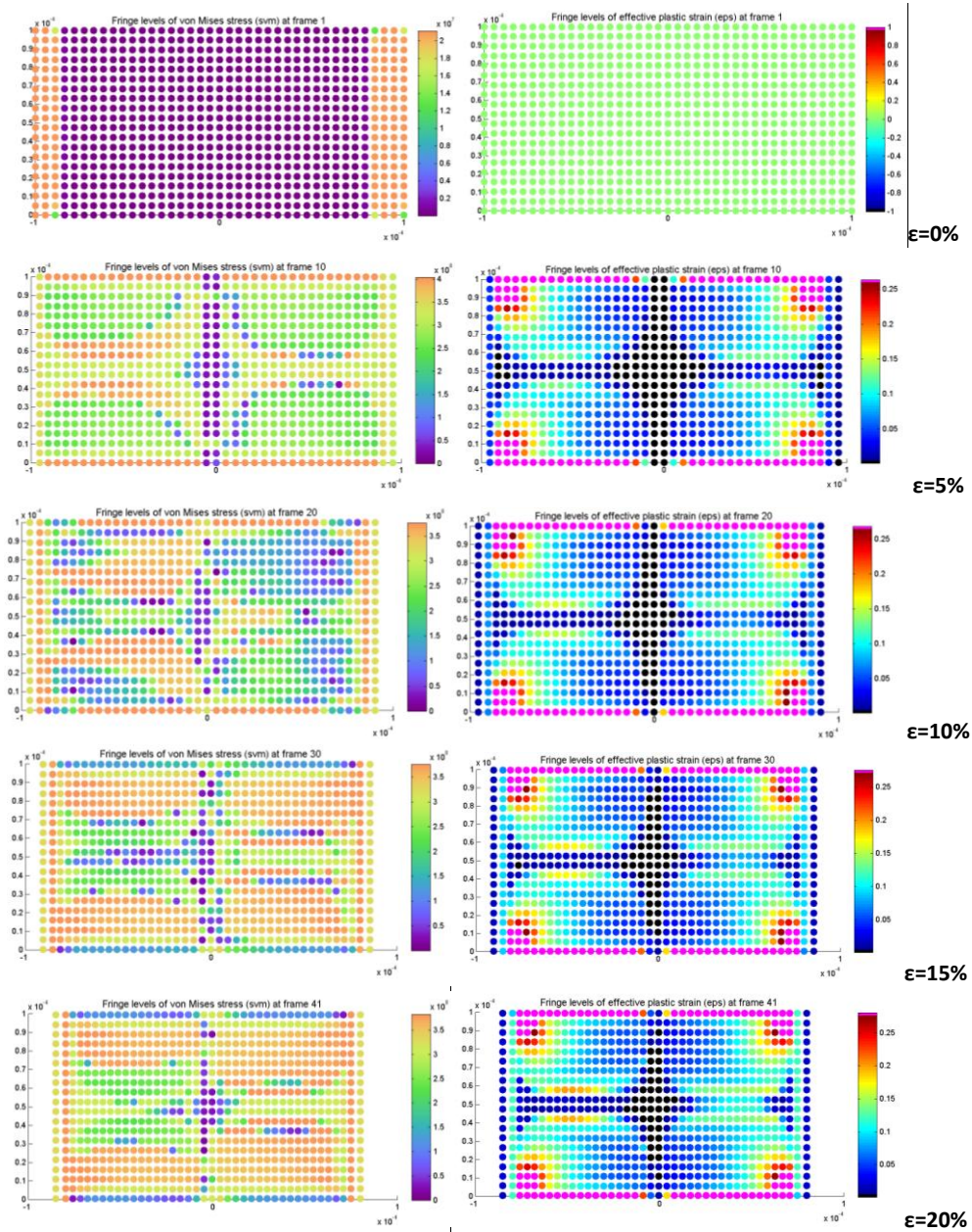


(β)

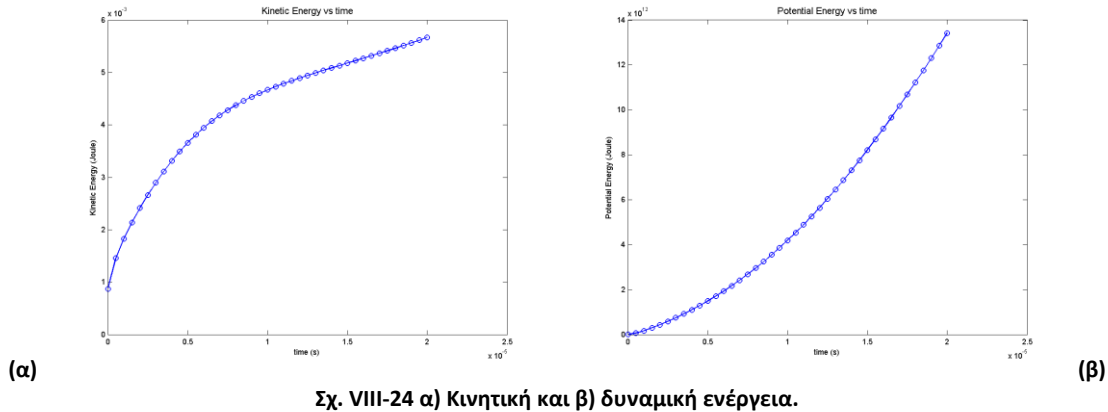
**Σχ. VIII-22** α) Κινητική και β) δυναμική ενέργεια.

**(b) Μονοαξονική θλίψη**

Παρατίθενται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης μιας δοκιμής μονοαξονικής θλίψης, για παρατήρηση της επίδρασης των παραμέτρων του αλγόριθμου. Οι κόμβοι στα άκρα του δοκιμίου έχουν προδιαγεγραμμένη μετατόπιση κατά τη διεύθυνση-x, αλλά ελευθερία κινήσεων κατά τη διεύθυνση-y, δηλαδή δεν υπάρχουν τριβές με τα νοούμενα έμβολα.

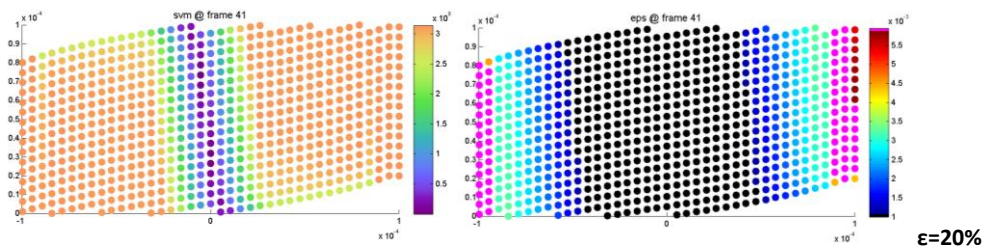


Σχ. VIII-23 Στιγμιότυπα της ισοδύναμης von Mises τάσης (αριστερά) και της ισοδύναμης πλαστικής τρωτικής (δεξιά) κατά τη θλίψη (MAT03).



### (c) Διάτμηση

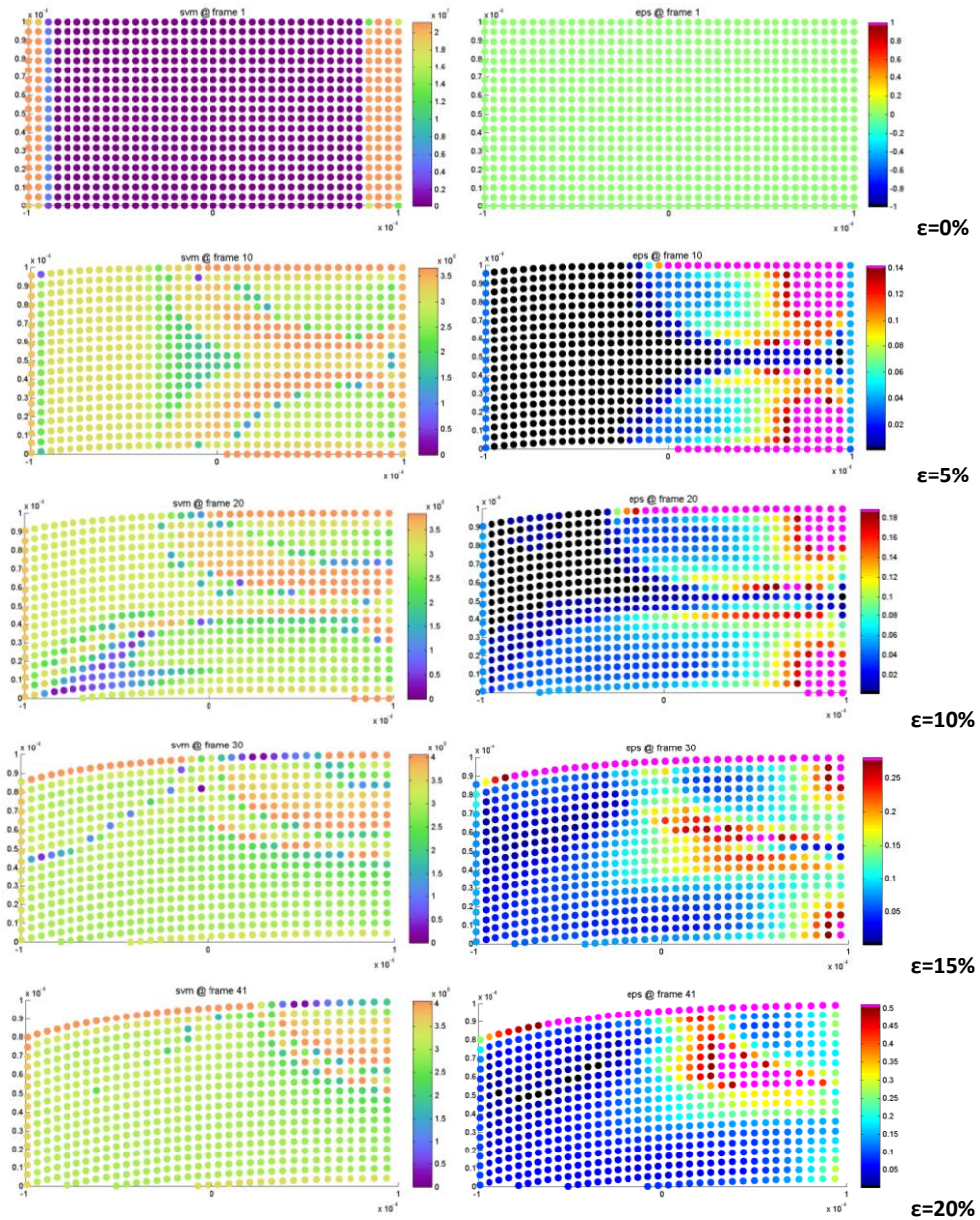
Παρατίθενται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης μιας δοκιμής καθαρής διάτμησης (δίχως αναλογία με αντίστοιχη μηχανική δοκιμή). Οι κόμβοι στα άκρα του δοκιμίου έχουν προδιαγεγραμμένη μετατόπιση κατά τη διεύθυνση- $y$ , αλλά ελευθερία κινήσεων κατά τη διεύθυνση- $x$ , δηλαδή δεν υπάρχει ταυτόχρονος εφελκυσμός.



Το υλικό συμπεριφέρεται όπως είναι αναμενόμενο.

### (d) Κάμψη

Παρατίθενται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης μιας δοκιμής κάμψης. Οι κόμβοι στα άκρα του δοκιμίου έχουν προδιαγεγραμμένη μετατόπιση κατά τη διεύθυνση- $y$ , αλλά ελευθερία κινήσεων κατά τη διεύθυνση- $x$ , δηλαδή δεν υπάρχει ταυτόχρονος εφελκυσμός.



Σχ. VIII-26 Στιγμιότυπα της ισοδύναμης von Mises τάσης (αριστερά) και της ισοδύναμης πλαστικής τροπής (δεξιά) κατά τη κάμψη (MAT03).

### Συμπεράσματα κεφαλαίου

Αναπτύχθηκε και ελέγχθηκε ένας αλγόριθμος προσομοίωσης, ο οποίος επιλύει το μηχανικό πρόβλημα για ελαστοπλαστικά στερεά, με τη μέθοδο SPH. Ο αλγόριθμος είναι άμεσου υπολογισμού (explicit) και λειτουργεί σε 2Δ. Ο αλγόριθμος βελτιστοποιήθηκε έτσι ώστε να χρησιμοποιεί τον πιο οικονομικό υπολογιστικά αλγόριθμο εύρεσης γειτόνων.

Αναπτύχθηκαν και ελέγχθηκαν 3 μοντέλα ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς των υλικών (ελαστικό, πλαστικό ισότροπα κρατυνόμενο, πλαστικό κινηματικά κρατυνόμενο) και ένα μοντέλο θραύσης.

Διαπιστώθηκε, έπειτα από αριθμητικές δοκιμές, η επιτυχία της μεθόδου τεχνητής τάσης στην επίλυση του προβλήματος της εφελκυστικής αστάθειας.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] G. Viccione, V. Bovolín, E.P. Carratelli, Defining and optimizing algorithms for neighbouring particle identification in SPH fluid simulations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 58 (2008) 625-638.
- [2] T.N. Heinz, P.H. Hünenberger, A fast pairlist-construction algorithm for molecular simulations under periodic boundary conditions, *Journal of Computational Chemistry*. 25 (2004) 1474-1486.
- [3] W Mattson, Near-neighbor calculations using a modified cell-linked list method, *Computer Physics Communications*. 119 (1999) 135.
- [4] Yao, Improved neighbor list algorithm in molecular simulations using cell decomposition and data sorting method, *Computer Physics Communications*. 161 (2004) 27.
- [5] L. Verlet, Computer "Experiments" on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules, *Phys. Rev.* 159 (1967) 98.
- [6] L. Di Angelo, L. Giaccari, An efficient algorithm for the nearest neighbourhood search for point clouds, (n.d.).
- [7] GPUmat: GPU toolbox for MATLAB, (n.d.).
- [8] Distance Matrix - File Exchange - MATLAB Central, (n.d.).
- [9] J.J. Monaghan, On the problem of penetration in particle methods, *Journal of Computational Physics*. 82 (1989) 1-15.
- [10] J.. Monaghan, R.. Gingold, Shock simulation by the particle method SPH, *Journal of Computational Physics*. 52 (1983) 374-389.
- [11] J. Gray, J. Monaghan, R. Swift, SPH elastic dynamics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 190 (2001) 6641-6662.



## Κεφάλαιο IX. Μοντέλο μικροκλίμακας

Εδώ παρατίθενται τα ζητήματα της κατασκευής ενός μοντέλου αριθμητικής προσομοίωσης της μηχανικής αλληλεπίδρασης δύο τραχυτήτων που έρχονται σε επαφή με αποτέλεσμα τη τριβή και τη φθορά.

### Ενότητα 9.01 Αριθμητικοί κώδικες για δυναμικά προβλήματα

Η προσομοίωσες μας έχουν υλοποιηθεί σε δύο διαφορετικούς κώδικες. Αρχικά χρησιμοποιήθηκε το LS-DYNA 9.71. Το LS-DYNA είναι ένας άμεσος (explicit), μη-γραμμικός κώδικας πεπερασμένων στοιχείων, ο οποίος χρησιμοποιείται ευρέως σε προβλήματα μεταβλητής και δυναμικής πλαστικότητας, όπως είναι η βαλλιστική, η συγκρουσιμότητα και οι προσομοιώσεις των κατεργασιών διαμόρφωσης. Στη συνέχεια, αναπτύχθηκαν τα δύο μοντέλα που προκρίθηκαν ως καταλληλότερα για μαζικής επίλυση και στον δικό μας κώδικα SPH, σε MATLAB. Η ανάπτυξη νέου κώδικα έγινε επειδή αναγνωρίστηκε η ανάγκη για την επίλυση του ζητήματος της εφελκυστικής αστάθειας και επίσης με τη προοπτική της ανάπτυξης ενός κώδικα με αυξημένες δυνατότητες μελλοντικής προσαρμογής του στις απαιτήσεις της προσομοίωσης του τριβικού προβλήματος.

#### (a) Η μέθοδος της ρητής (explicit) προσομοίωσης

Οι άμεσοι (explicit) κώδικες χρησιμοποιούν την μέθοδο της «Κεντρικής Διαφοράς», η οποία για τον υπολογισμό της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης απαιτεί να ικανοποιούνται οι εξισώσεις:

$$\ddot{U}_t = \frac{1}{\Delta t^2} (U_{t-\Delta t} - 2U_t + U_{t+\Delta t})$$

$$\dot{U}_t = \frac{1}{2\Delta t} (-U_{t-\Delta t} + U_{t+\Delta t})$$

όπου το  $\Delta t$  είναι το κατάλληλο μέγεθος του χρονικού βήματος που απαιτείται για την αριθμητική ολοκλήρωση. Έτσι στη μέθοδο FEM, η εξίσωση της κίνησης γίνεται:

$$\left( \frac{1}{\Delta t^2} M + \frac{1}{2\Delta t} C \right) U_{t+\Delta t} = R_t - \left( K - \frac{2}{\Delta t^2} M \right) U_t - \left( \frac{1}{\Delta t^2} M - \frac{1}{2\Delta t} C \right) U_{t-\Delta t}$$

Η λύση για  $U_{t+\Delta t}$  υπολογίζεται με χρήση των συνθηκών ισορροπίας για χρόνο  $t$ . Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο, ένας τέτοιος τρόπος ολοκλήρωσης δεν απαιτεί αποσύνθεση (παραγοντοποίηση ή τριγωνοποίηση) του ενεργού μητρώου δυσκαμψίας:

$$\hat{K} = K + a_0 M + a_1 C$$

Αυτό είναι δυνατόν επειδή το μητρώο δυσκαμψίας δεν εμφανίζεται ως παράγοντας των μετατοπίσεων  $U_{t+\Delta t}$  στο αριστερό μέλος της εξίσωσης. Ο υπολογισμός της  $U_{t+\Delta t}$  περιλαμβάνει μόνο τις  $U_t$  και  $U_{t-\Delta t}$ .

### (b) Ο κώδικας LS-DYNA

Το LS-DYNA ξεκίνησε την πορεία του ως ένα πακέτο explicit πεπερασμένων στοιχείων. Για το λόγω αυτό το κύριο πεδίο εφαρμογών αποτελείται από προσομοιώσεις με έντονα δυναμικά φαινόμενα. Αρκετές αυτοκινητοβιομηχανίες κάνουν χρήση του LS-DYNA για την προσομοίωση κρούσης αυτοκινήτων. Η μεγάλη απήχηση του LS-DYNA στην αυτοκινητοβιομηχανία οφείλεται και στο πλήθος βοηθητικών module που διαθέτει για τον σκοπό αυτό. Ορισμένα από αυτά όπως το AIRBAG παρέχουν την δυνατότητα στο χρήστη της μοντελοποίησης πολύπλοκων συστημάτων, όπως είναι ο αερόσακος, εισάγοντας στο σύστημα βασικές παραμέτρους, όπως η παροχή και ο όγκος ελέγχου. Για τον ίδιο λόγο το LS-DYNA διαθέτει έτοιμα μοντέλα crash dummies κ.λπ. Τα module αυτά αν και αρχικός στόχος τους είναι η διευκόλυνση των προσομοιώσεων πρόσκρουσης αυτοκινήτων έχουν βρει εφαρμογή και σε άλλα προβλήματα.

Πρόσφατα το LS-DYNA ενσωμάτωσε την δυνατότητα προσομοίωσης με implicit FEM, SPH και EFG. Η δυνατότητα implicit FEM δεν προσφέρει κάποια καινοτομία και κατά πάσα πιθανότητα έγινε για πληρότητα του πακέτου. Εντούτοις η δυνατότητα χρήσης των μεθόδων SPH, EFG και μάλιστα σε συνεργασία με την FEM διεύρυνε σημαντικά τη δυνατότητα αναλύσεων του. Το LS-DYNA ως ένα βαθμό μπορεί να κάνει συνδυασμένη χρήση της μεθόδου FEM και SPH ή FEM και EFG όχι στο ίδιο μόνο σύστημα αλλά ακόμα και στο ίδιο στερεό. Ενώ λοιπόν τα περισσότερα πακέτα μοντελοποιούν το σώμα, το οποίο υπόκειται μεγάλες παραμορφώσεις με SPH και τα υπόλοιπα σώματα με FEM, στο LS-DYNA δύναται να συνυπάρχουν ταυτόχρονα στο ίδιο στερεό και οι δύο μέθοδοι. Ασφαλώς η ανάπτυξη βρίσκεται ακόμα σε πρώιμο στάδιο και προβάλλονται πλήθος περιορισμών χωρίς όμως να μειώνεται η αξία του όλου εγχειρήματος.

Συνολικά το LS-DYNA προσφέρει ότι και τα περισσότερα πακέτα, όπως γραφικό περιβάλλον, ενσωμάτωση προεπεξεργαστών και μετεπεξεργαστών, μεγάλο αριθμό module κ.λπ. Επιπλέον όμως ενσωματώνοντας τις μεθόδους EFG, ALE και SPH δίνει στον τελικό χρήστη εναλλακτικές αριθμητικές μεθόδους για την καλύτερη αντιμετώπιση των εκάστοτε προβλημάτων.

### (c) Υλοποίηση της SPH στο LS-DYNA

Το LS-DYNA είναι ένα από τα λίγα εμπορικά πακέτα με δυνατότητες για προσομοιώσεις SPH, οι οποίες βρίσκονται σε διαρκή ανάπτυξη και χρησιμοποιούνται επί του παρόντος για προσομοιώσεις

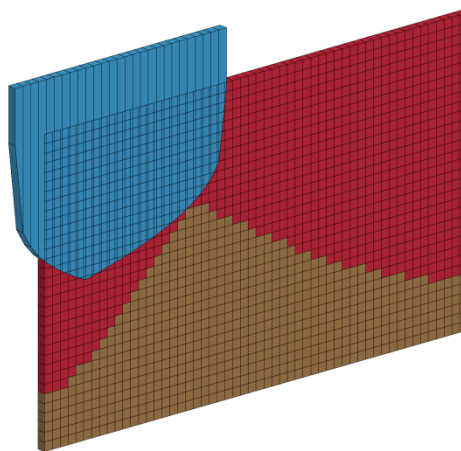
βαλλιστικής [1] και κοπής μετάλλων [2]. Δυστυχώς, η υλοποίηση της μεθόδου SPH που διαθέτει δεν έχει ακόμα συμπεριλάβει μια μέθοδο για την αντιμετώπιση του προβλήματος της εφελκυστικής αστάθειας, το οποίο προκύπτει από την κλασική διατύπωση της μεθόδου SPH.

Για το λόγο αυτό, αναστείλαμε την ανάπτυξη των μοντέλων μικροκλίμακας που βασίζονται στο LS-DYNA μέχρις ότου ο κώδικας SPH που περιλαμβάνει να αντιμετωπίσει το ζήτημα αυτό. Ωστόσο το LS-DYNA προσφέρει τη δυνατότητα να μοντελοποιήσουμε τη φθορά χρησιμοποιώντας εναλλακτικές αριθμητικές μεθόδους, όπως την προσαρμοστική FEM, την Element-Free Galerkin (EFG) και την Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE). Θεωρούμε ότι η αριθμητική μέθοδος θα πρέπει να επιλέγεται ανάλογα με τις απαιτήσεις του φαινομένου που μοντελοποιούμε και, για το σκοπό αυτό, μια πλατφόρμα με πολλές μεθόδους και υψηλές επιδόσεις όπως το LS-DYNA, είναι προτιμητέα.

Για στερεά υλικά πιο κατάλληλη είναι, η συμμετρική διατύπωση της SPH, με σταθερό μήκος εξομάλυνσης σε χώρο και χρόνο. Επιπρόσθετα από την τεχνητή τάση, όπως και σε κάθε ρητή προσομοίωση, η αριθμητική ευστάθεια απαιτεί τη χρήση τεχνητού ιξώδους και ισοστάθμισης της ταχύτητας, προκειμένου να κατασταλούν οι αυτοδιεγειρόμενες ταλαντώσεις που πηγάζουν από τεχνητές ιδιομορφές της διακριτοποίησης του χωρίου. Οι τεχνικές αυτές έχουν υλοποιηθεί ακολουθώντας τις κατευθύνσεις των Gray et.al. [3] και Vignjevic et.al. [4].

#### (d) Υλοποίηση της ALE στο LS-DYNA

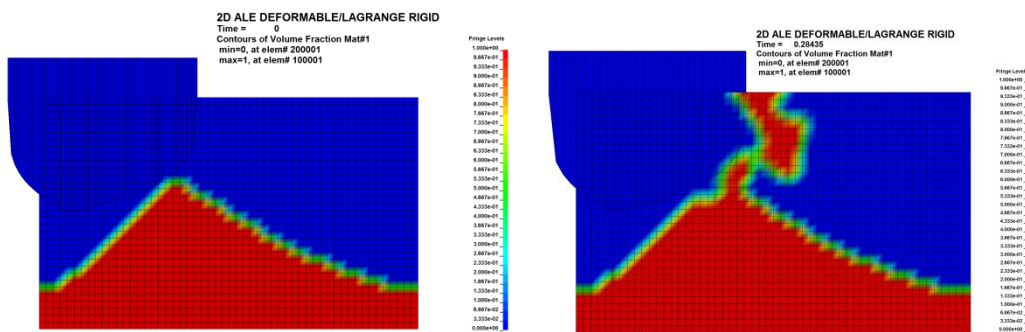
Η μέθοδος ALE υποστηρίζεται από το LS-DYNA με δύο τύπους μοντέλων, ένα όπου το πλέγμα Euler περιλαμβάνει ένα στερεό ή ρευστό υλικό και κενό (\*SECTION\_SOLID ELFORM=5) και ένα το οποίο περιλαμβάνει την ταυτόχρονη συνύπαρξη πολλαπλών (στερεών, υγρών και αέριων) υλικών (\*SECTION\_SOLID ELFORM=11). Με την τον δεύτερο αυτόν τύπο μπορούν να μοντελοποιηθούν σύνθετα τριβουστήματα, με διαφορετικό παραμορφώσιμο υλικό για καθεμιά από τις δύο τραχύτητες, με επιφανειακά φιλμ, με λιπαντικό καθώς και με τον αέρα του περιβάλλοντος.



Σχ. IX-1 Κατασκευή του μοντέλου επαφής τραχυτήτων με τη μέθοδο ALE.

Η παραμορφώσιμη τραχύτητα αναπαρίσταται από τα στοιχεία εκείνα του σταθερού πλέγματος τα οποία έχουν περιεκτικότητα 100% σε μεταλλικό υλικό (καφέ) και το κενό με τα στοιχεία που περιέχουν 0% (κόκκινο) (Σχ. IX-1). Η απαραμόρφωτη αντεπιφάνεια, αποτελούμενη από ένα πλέγμα 3D στοιχείων Lagrange (μπλε), επιδέχεται σταθερή κίνηση κατά τη διεύθυνση-x όπως και στο μοντέλο SPH. Αυτή κινείται ενδιαμέσως από το πλέγμα Euler και αλληλεπιδρά προκαλώντας αλλαγές στην εντατική κατάσταση και διαρροή (advection) του στερεού, μεταλλικού, υλικού από το ένα στοιχείο στο άλλο. Επιπλέον συνοριακές συνθήκες (βάση και περιφέρεια βάσης της παραμορφώσιμης τραχύτητας) επιβάλλονται με τη χρήση επιπλέον σταθερών τμημάτων μοντελοποιημένων με πλέγμα Lagrange.

Στα πλαίσια της ανάπτυξης του αντίστοιχου μοντέλου για τη μέθοδο ALE, αντιμετωπίστηκαν προβλήματα αριθμητικής διαρροής στην επαφή των περιοχών Lagrange και Euler (βλ. Σχ. IX-2), με επακόλουθη κατάρρευση της προσομοίωσης, τα οποία αν και θεωρητικά μπορούν να αντιμετωπιστούν με πολλούς τρόπους, στην περίπτωση μας δεν κατέστη δυνατόν να αντιμετωπιστούν επιτυχώς. Έτσι, παρόλο που η ALE είναι θεωρητικά η μέθοδος με τις περισσότερες δυνατότητες προόδου για τα όγκιμα υλικά, δεν μπορεί να γίνει χρήση της στις χαρτογραφήσεις.



Σχ. IX-2 Συμπεριφορά του υλικού κατά την προσομοίωση ALE.

## Ενότητα 9.02 Παράμετροι σχεδίασης του μοντέλου

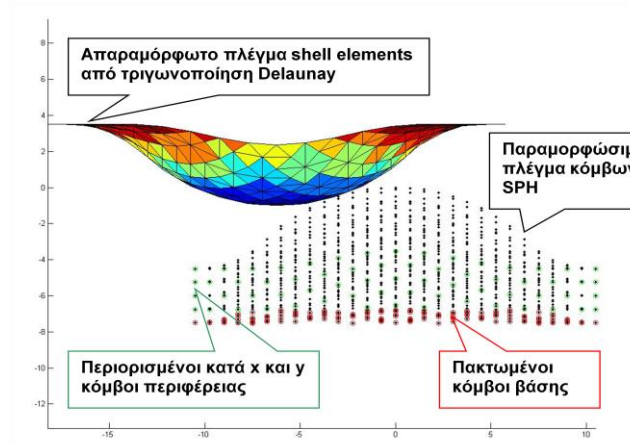
Καθώς το μοντέλο μικροκλίμακας είναι παραμετρικό, τόσο η προεπεξεργασία (η δημιουργία του μοντέλου) όσο και η επίλυση και η μεταεπεξεργασία (ανάλυση του μοντέλου) πραγματοποιείται αυτόματα, είτε εν σειρά είτε σε δέσμες. Το μοντέλο είναι δισδιάστατο σε επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση, προκειμένου να διατηρηθεί ο αριθμός των παραμέτρων της χαρτογράφησης στο ελάχιστο και να περιοριστεί το υπολογιστικό κόστος. Εντούτοις, τρισδιάστατα μοντέλα μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν, αν αυτό κριθεί απαραίτητο.

### (a) Οριακές συνθήκες και υποστρώματα

Η καθεμία από τις δύο τραχύτητες του μοντέλου αποτελείται από τις εξής χαρακτηριστικές ζώνες:

1. **Ζώνη αλληλεπίδρασης:** Η περιοχή της τραχύτητας που βρίσκεται σε ύψος μεγαλύτερο από την κορυφή της αντεπιφάνειας και αναμένεται να αλληλεπιδράσει άμεσα με αυτήν. Έχει ύψος  $dz$ .
2. **Γεωμετρική ζώνη:** Η περιοχή της τραχύτητας η οποία ακολουθεί την παραμετρική γεωμετρία. Το ύψος της θεωρείται ότι είναι το ύψος της τραχύτητας  $h$  και λαμβάνεται συμβατικά ως ένα πολλαπλάσιο του  $dz$ . Χρησιμοποιήσαμε σχεδόν παντού  $h=3dz$ .
3. **Ζώνη χαλάρωσης:** Η περιοχή της τραχύτητας που εξασφαλίζει την ομαλή γεωμετρική μετάπτωση από τη γεωμετρική ζώνη στην επίπεδη επιφάνεια. Χρησιμεύει στην αποφυγή συγκέντρωσης τάσεων και έχει πάντοτε συνέχεια παραγώγου στο σύνορο με τη γεωμετρική ζώνη. Στο 2D μοντέλο “d2v1s” είναι ευθύγραμμη (με κλίση όσο και η εφαπτομένη του κυκλικού τομέα τον οποίο ακολουθεί). Στα 3D μοντέλα ορισμένες φορές δεν υφίσταται και άλλοτε έχει σχήμα κοίλο με ακτίνα καμπυλότητας που καθορίζεται από ένα περιθώριο για το βάθος της,  $h_r$  ή το μήκος της  $c_r$ . Χρησιμοποιήσαμε σχεδόν παντού  $h_r=4dz$ .
4. **Ζώνη υποστρώματος:** Η περιοχή της τραχύτητας που εξασφαλίζει την υποδοχή των πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου και δύναται να φθαρεί αν η φθορά ξεπερνά το ύψος της τραχύτητας. Έχει παραλληλόγραμμο σχήμα και δύναται να εκτείνεται κατά το μήκος εκτός των ορίων της προηγούμενης ζώνης, αν λόγοι επιπλέον χαλάρωσης τάσεων το απαιτούν. Στο 2D μοντέλο “d2v1s” π.χ. εκτείνεται κατάντη της τραχύτητας κατά μήκος ίσο με την απόσταση ολίσθησης. Το βάθος υποστρώματος  $h_s$  μπορεί είτε να οριστεί αυθαίρετα είτε να οριστεί να είναι κατ’ ελάχιστο ίσο με ένα πολλαπλάσιο της ισοδύναμης ακτίνας επαφής των τραχυτήτων σύμφωνα με την προσέγγιση του Hertz. Χρησιμοποιήσαμε σχεδόν παντού  $h_s=5dz$ .

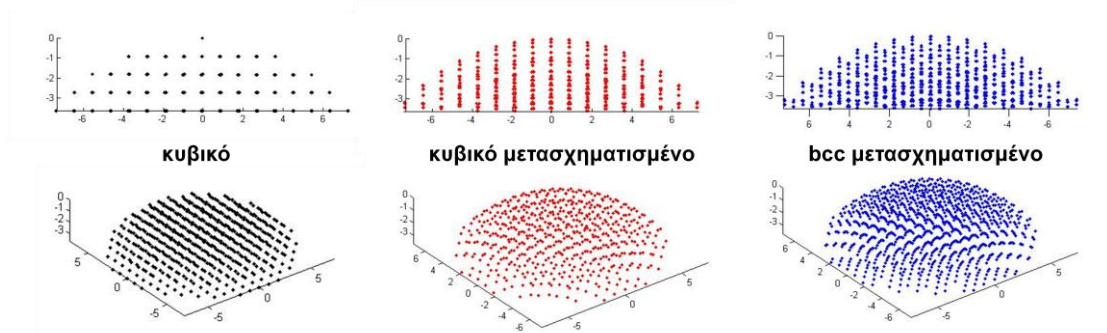
Οι κόμβοι στο κάτω σύνορο της ζώνης υποστρώματος είναι πακτωμένοι (έχουν όλους τους βαθμούς ελευθερίας τους δεσμευμένους) και ονομάζονται *κόμβοι βάσης*. Οι κόμβοι στα πλευρικά σύνορα της ζώνης υποστρώματος είναι κυλίσεις (έχουν δεσμευμένη μόνο την μετατόπιση κατά  $x$ ) και ονομάζονται *κόμβοι περιφέρειας*. Οι κόμβοι αυτοί, στην κινητή πλευρά έχουν προδιαγεγραμμένη σταθερή ταχύτητα  $u$ .



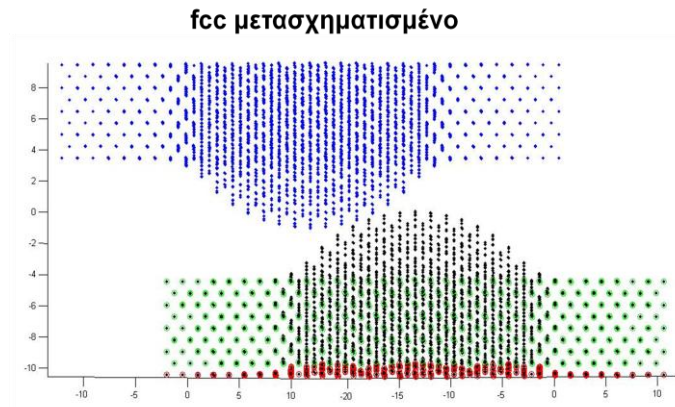
Σχ. ΙΧ-3 Κατασκευή του 3D μοντέλου μικροκλίμακας.

### (b) Στοίχιση των κόμβων

Τα στοιχεία της SPH αναπτύσσονται σε ένα ομοιογενές πλέγμα, είτε σε τετραγωνική είτε σε εξαγωνική διάταξη, η οποία μπορεί να είναι είτε αποκομμένη, είτε ελαφρά παραμορφωμένη προκειμένου να αποκτήσει το σχήμα της τραχύτητας, το οποίο περιγράφεται παραπάνω. Η εξαγωνική διάταξη παρέχει τη δυνατότητα για υψηλότερη πυκνότητα πλέγματος και περισσότερους γείτονες για κάθε σωματίδιο, ενώ το αποκομμένο πλέγμα επιτυγχάνει σταθερή απόσταση μεταξύ των σωματιδίων αλλά συνεπάγεται χειρότερη ποιότητα επιφάνειας.



Σχ. ΙΧ-4 Εναλλακτικές δυνατότητες για την κατασκευή ομογενούς πλέγματος κόμβων.



Σχ. ΙΧ-5 Το κυβικό χωροκεντρωμένο σύστημα, παραμορφωμένο, που χρησιμοποιείται στο 3D μοντέλο μικροκλίμακας.

### (c) Αντεπιφάνειες και μηχανική της επαφής

Όταν δύο διαφορετικά αντικείμενα, διακριτοποιημένα με κόμβους SPH, βρεθούν σε επαφή, αντιμετωπίζουν τους κόμβους της αντεπιφάνειας ως μέρος του δικού τους συνεχούς υλικού, οπότε αν δεν υπάρχει κάποιο τρίτο σώμα, π.χ. ένα ρευστό ή στερεό λιπαντικό, το οποίο να έχει χαμηλή τάση διαρροής σε διάτμηση, τότε η επαφή είναι πλήρους συνάφειας. Για επαφές τύπου εκτριβής, υπάρχουν δύο διαφορετικές δυνατότητες μοντελοποίησης: α) η αντεπιφάνεια μοντελοποιείται ως μια απαραμόρφωτη επιφάνεια και αλληλεπιδρά με τους κόμβους SPH μέσω ενός τυπικού αλγόριθμου επαφής κόμβων με επιφάνεια, βασιζόμενο σε συναρτήσεις ποινής, όπως γίνεται στο LS-DYNA, ή β) οι κόμβοι της αντεπιφάνειας εμποδίζεται να παραμορφωθούν και αλληλεπιδρούν μέσω των πυρήνων τους με τους παραμορφώσιμους κόμβους, με τις απαραίτητες διορθώσεις στις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, όπως γίνεται στον δικό μας κώδικα. Και οι δύο προσεγγίσεις οδηγούν σε ένα μοντέλο χωρίς πρόσφυση και σε σχετική ολίσθηση των επιφανειών με έναν ελεγχόμενο συντελεστή τριβής της διεπιφάνειας.

### (d) Σύζευξη με το θερμικό πρόβλημα

Το μοντέλο αυτό δεν εξετάζει επίσης τα θερμικά φαινόμενα, τα οποία επί του παρόντος δεν είμαστε σε θέση να ενσωματώσουμε στην προσομοίωση μικροκλίμακας, καθώς η παραλλαγή της μεθόδου SPH που έχει υλοποιηθεί στο LS-DYNA επί του παρόντος δεν τα υποστηρίζει. Ο δικός μας SPH κώδικας πρόκειται να επεκταθεί μελλοντικά προκειμένου να συμπεριλάβει τη μετάδοση θερμότητας στο σύνολο των εξισώσεων πεδίου που ολοκληρώνει. Το μοντέλο της μετάδοσης θερμότητας δεν είναι τεχνικά δύσκολο να προστεθεί και να επιλύεται ως πεπλεγμένο με το μηχανικό πρόβλημα. Τέτοιες υλοποιήσεις είναι τετριμμένες σε ανάλογους κώδικες που χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές μηχανικής των ρευστών.

## Ενότητα 9.03 Τρόποι κατασκευής μοντέλων επαφής τραχυτήτων

Υλοποιήθηκαν, σε διάφορα στάδια, τα παρακάτω μοντέλα προσομοίωσης της σημειακής επαφής (μικροκλίμακα):

### 3Δ:

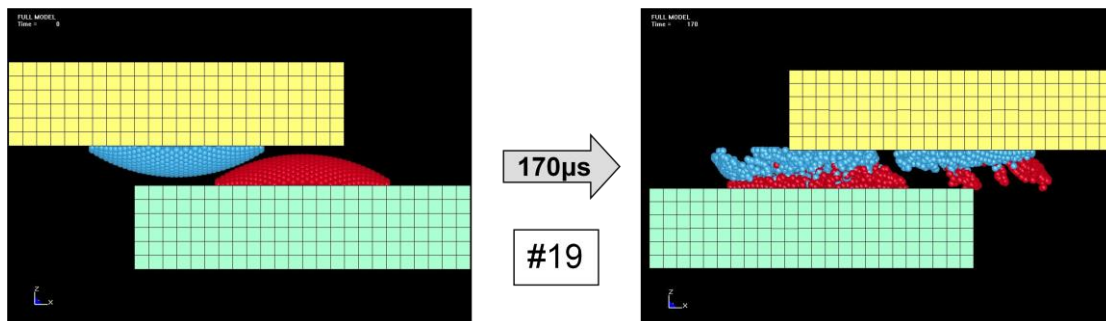
- 3Δ, SPH, παραμορφώσιμο – παραμορφώσιμο.
- 3Δ, Lagrangian FEM, παραμορφώσιμο – παραμορφώσιμο, με remeshing.
- 3Δ, SPH, παραμορφώσιμο – παραμορφώσιμο, με υπόστρωμα FEM.
- 3Δ, SPH, απαραμόρφωτο – παραμορφώσιμο.
- 3Δ, SPH, απαραμόρφωτη σφήνα – παραμορφώσιμο.
- 3Δ, SPH, πεπλεγμένο με θερμικό μοντέλο (FEM).
- 3Δ, EFG, απαραμόρφωτο – παραμορφώσιμο, πεπλεγμένο με θερμικό μοντέλο.
- 3Δ, ALE, απαραμόρφωτο – παραμορφώσιμο.

### 2Δ:

- 2Δ, SPH, παραμορφώσιμο – παραμορφώσιμο.
- 2Δ, SPH, απαραμόρφωτο – παραμορφώσιμο.
- 2Δ, ALE, απαραμόρφωτο – παραμορφώσιμο.

### (a) Κατασκευή μοντέλων 3D SPH

Για τη φθορά πρόσφυσης η μοντελοποίηση περιλαμβάνει τραχύτητες από ζώνες SPH με σχήμα τμήματος σφαίρας, ύψους  $h$  και ακτίνας  $R$ , ενωμένες στους κόμβους βάσης με ένα υπόστρωμα από παραλληλεπίπεδα στοιχεία FEM.

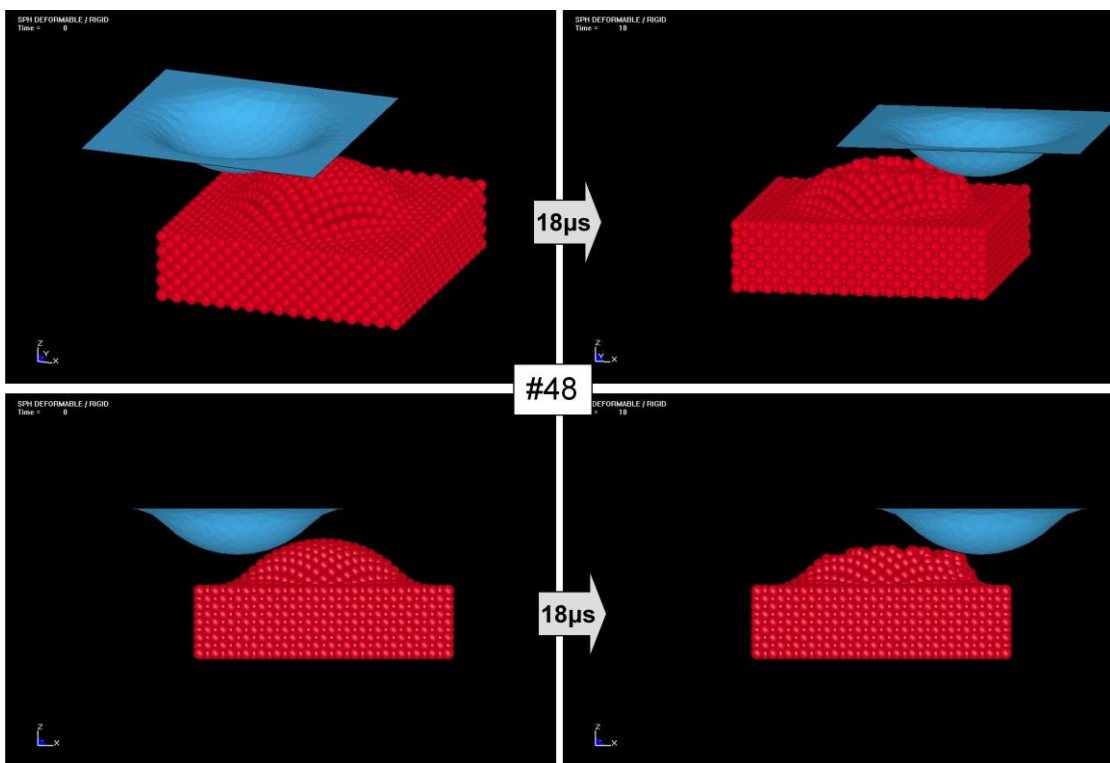


Σχ. ΙΧ-6 Φθορά πρόσφυσης στο 3Δ-μοντέλο: παραμορφώσιμο-παραμορφώσιμο. Μοντέλο με υπόστρωμα.

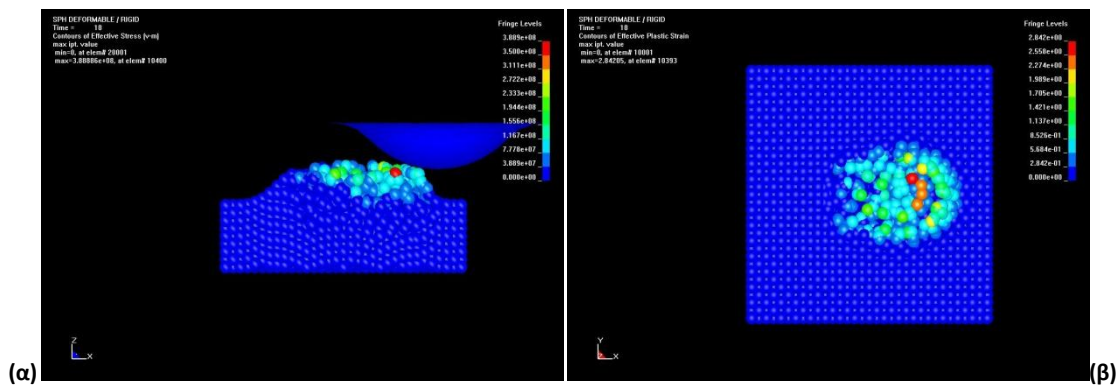
Για τη φθορά εκτριβής, η αντεπιφάνεια αντικαθίσταται από ένα απαραμόρφωτο σώμα. Υπάρχουν διάφορες εναλλακτικές δυνατότητες για τη μοντελοποίηση του σώματος αυτού:



1. Χρήση δεσμευμένων κόμβων (SPC nodes) όπως αυτοί που χρησιμοποιούνται για το έδαφος στα crash test. Η τεχνική αυτή δεν συνεργάζεται σωστά με του κόμβους SPH.
2. Χρήση μιας λογικής οντότητας (\*CONTACT\_ENTITY) με το κατάλληλο γεωμετρικό σχήμα. Αφ' ενός περιορίζει τη δυνατότητα επιλογής της γεωμετρίας και αφ' ετέρου παρέχει περιορισμένες δυνατότητες επιλογής των μηχανικών συνθηκών της επαφής τύπου συνάρτησης ποινής (penalty).
3. Χρήση ενός 3D άκαμπτου σώματος (ή 2D στα 2D μοντέλα) από στερεά πεπερασμένα στοιχεία. Η μέθοδος αυτή προκρίθηκε στα 2D μοντέλα.
4. Χρήση ενός 2D άκαμπτου σώματος (1D στα 2D μοντέλα) από επιφανειακά πεπερασμένα στοιχεία (shell elements). Η μέθοδος αυτή προκρίθηκε στα 3D μοντέλα (Σχ. IX-7), αλλά όχι στα 2D λόγω των αδυναμιών του 1D επιφανειακού στοιχείου.



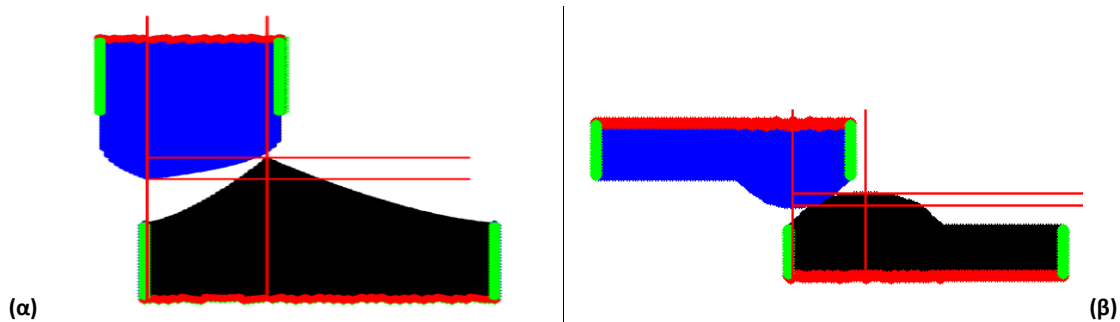
Σχ. IX-7 Φθορά εκτριβής στο 3D-μοντέλο: απαραμόρφωτο-παραμορφώσιμο.



Σχ. IX-8 Ισοδύναμη von Mises τάση στο 3D μοντέλο εκτριβής: α) τομή, β) κάτοψη.

### (b) Κατασκευή μοντέλων 2D SPH

Τα 2D μοντέλα SPH κατασκευάστηκαν με παρόμοιο τρόπο, τόσο για το LSDYNA όσο και για το MATLAB. Το μοντέλο φθοράς πρόσφυσης είναι ακριβώς το ίδιο (Σχ. ΙΧ-9). Το μοντέλο φθοράς εκτριβής διαφέρει λόγω του διαφορετικού τρόπου μοντελοποίησης της αντεπιφάνειας.



Σχ. ΙΧ-9 Η διάταξη μιας προσομοίωσης SPH: α) μοντέλο με 7 παραμέτρους, β) μοντέλο με 5 παραμέτρους. Διακρίνονται οι συνοριακοί κόμβοι, η αλληλοδιείσδυση ( $dz$ ) και η απόσταση ολίσθησης ( $ds$ ).

### (c) Κατασκευή εναλλακτικών μοντέλων

Για το πρόβλημα της εφελκυστικής αστάθειας, αναζητήθηκε λύση με ένα τέχνασμα παρόμοιο με αυτό που εξετάζεται και για τη σύνδεση της μεθόδου SPH με το θερμικό πρόβλημα, δηλαδή η διπλή αναπαράσταση του υλικού τόσο με σωματίδια (που αναλαμβάνουν τη μηχανική συμπεριφορά) όσο και με πλέγμα (που αναλαμβάνει τη θερμική ή/και την εφελκυστική συμπεριφορά πριν από την αστοχία), με αμφίβολα όμως αποτελέσματα, αφού η χρήση του πλέγματος επανεισάγει στο μοντέλο τις αδυναμίες της FEM. Η πλαστική παραμόρφωση καταλύει την αριθμητική διαγραφή των στοιχείων FEM και την απελευθέρωση των κόμβων (οι οποίοι είναι ταυτόχρονα οι κόμβοι της FEM και της SPH) αλλά κανένα από αυτά τα μοντέλα δεν μπόρεσε να ξεπεράσει τα σφάλματα που εμφανίστηκαν (αρνητικοί όγκοι και «έκρηξη» των κόμβων).

## Ενότητα 9.04 Αυτόματη προεπεξεργασία (preprocessing)

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στα προβλήματα που επιλύθηκαν για την υλοποίηση του αυτόματου προεπεξεργαστή των προσομοιώσεων. Ο προεπεξεργαστής αναπτύχθηκε αποκλειστικά στο MATLAB για όλες τις περιπτώσεις. Για τα μοντέλα του LS-DYNA, αυτό περιλαμβάνει την αυτοματοποιημένη δημιουργία των κατάλληλων αρχείων δεδομένων (keyword cards). Ο προεπεξεργαστής προετοιμάζει τις προσομοιώσεις σε δέσμες.

### (a) Ρύθμιση πυκνότητας πλέγματος

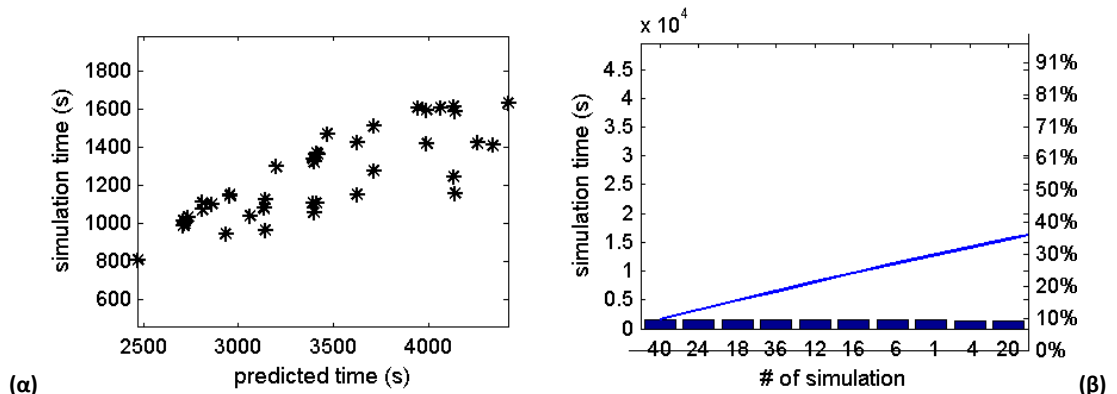
Η πυκνότητα του πλέγματος μπορεί να ρυθμιστεί έτσι ώστε:

- Όλα τα μοντέλα ενός σετ προσομοιώσεων να έχουν το ίδιο βασικό μήκος κυψελίδας  $dh$ .
- Όλα τα μοντέλα ενός σετ προσομοιώσεων να έχουν τον ίδιο αριθμό από κόμβους  $N$ .
- Τα μοντέλα να απαιτούν τον ίδιο περίπου χρόνο επίλυσης.
- Με ένα σύνθετο κριτήριο έτσι ώστε να εξισορροπείται ο χρόνος επίλυσης με την ακρίβεια του μοντέλου.

### (b) Υπολογισμός χρόνου προσομοίωσης

Ο χρόνος προσομοίωσης στις άμεσες προσομοιώσεις είναι ανάλογος του αριθμού των στοιχείων, του χρονικού βήματος (το οποίο με τη σειρά του εξαρτάται από το  $dh$ ) και της διάρκειας της προσομοίωσης, η οποία εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης και τα μήκη των τραχυτήτων. Μπορεί επομένως να προβλεφθεί με αρκετή ακρίβεια κατά την προεπεξεργασία (Σχ. ΙΧ-10). Στόχος μας είναι ο χρόνος αυτός να μην έχει διακύμανση πάνω από ένα συντελεστή 2. Οι λόγοι για τους οποίους ο πραγματικός χρόνος προσομοίωσης δεν ακολουθεί πιστά το θεωρητικό είναι:

- Ο μέγιστος αριθμός γειτόνων που εξαρτάται από το είδος του προβλήματος.
- Η πιθανότητα πρόωρης διακοπής της προσομοίωσης λόγω σφάλματος
- Ο φόρτος του υπολογιστή από άλλες διεργασίες την ώρα της προσομοίωσης.



Σχ. ΙΧ-10 α) Πραγματικός και προβλεπόμενος χρόνος προσομοίωσης για ομάδα 40 προσομοιώσεων εκτριβής, β) Διάγραμμα Pareto με τις 10 πιο χρονοβόρες προσομοιώσεις και το ποσοστό χρόνου που τους αναλογεί.

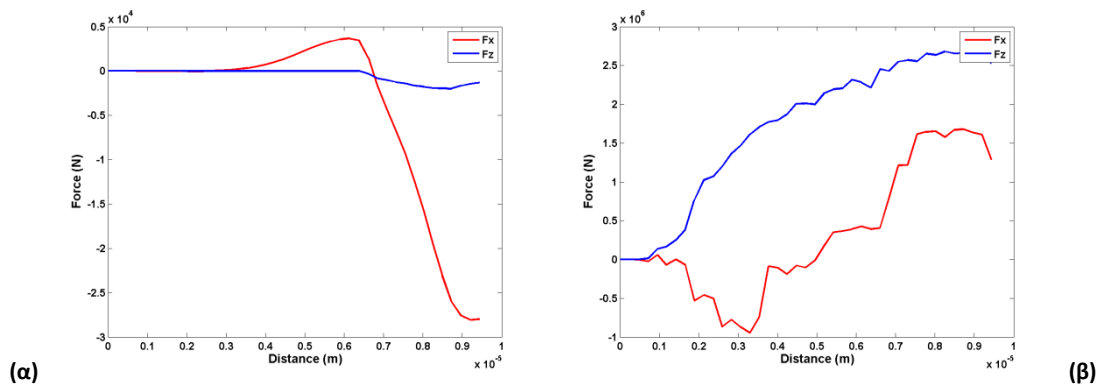
## Ενότητα 9.05 Αυτόματη μεταεπεξεργασία (postprocessing)

Ο αλγόριθμος αυτόματης μεταεπεξεργασίας εξάγει από κάθε σειρά προσομοιώσεων τις παραμέτρους μορφής της κάθε προσομοιωμένης τραχύτητας, οδηγώντας στο σχηματισμό ενός διανυσματικού πεδίου για την εξέλιξη του σχήματος της τραχύτητας εντός του χώρου παραμέτρων. Αυτό το διανυσματικό πεδίο, μαζί με βαθμωτούς χάρτες των δυνάμεων, των όγκων φθοράς και της

απόστασης ολίσθησης, συναποτελούν ένα σύνολο πολυδιάστατων πινάκων αναδρομής, το οποίο ονομάζουμε «χάρτη φθοράς μικροκλίμακας».

### (α) Δυνάμεις επαφής

Έπειτα από κάθε προσομοίωση, υπολογίζουμε τη μέση δύναμη τριβής και το μέσο κάθετο φορτίο (Σχ. ΙΧ-11).

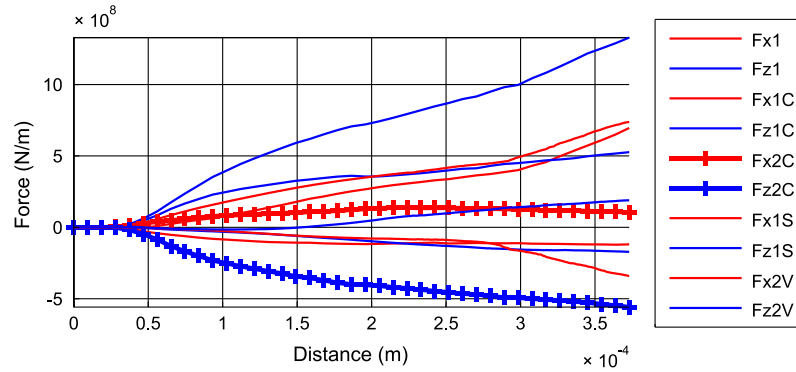


Σχ. ΙΧ-11 Κάθετη και εφαπτομενική δύναμη για μία μοναδική αλληλεπίδραση τραχυτήτων: α) πρόσφυση, β) εκτριβή (2Δ/7-παραμετρικό/Matlab). Η προσομοίωση δεν έχει ολοκληρωθεί και ο κύκλος επαφής δε έχει κλείσει.

Υπάρχουν διάφορα σημεία του μοντέλου στα οποία μπορεί να διαβαστούν οι δυνάμεις του τριβουστήματος (Σχ. ΙΧ-12):

1. Μεσοσταθμικά στο σύνολο των κόμβων για αμφότερες τις τραχύτητες.
2. Στους δεσμευμένους κόμβους της ακίνητης τραχύτητας.
3. Στους δεσμευμένους κόμβους της κινούμενης τραχύτητας.
4. Στους κόμβους της μίας από τις δύο τραχύτητες που ο αλγόριθμος εντοπίζει να αλληλεπιδρούν με κόμβους της άλλης (δηλαδή να βρίσκονται σε επαφή), με απομόνωση των αλληλεπιδράσεων αυτών.

Οι θέσεις αυτές δεν δίνουν όλες τις ίδιες δυνάμεις. Οι μετρήσεις που γίνονται στους παραμορφωνόμενους κόμβους αλλά και στην κινούμενη αντεπιφάνεια επηρεάζονται από αδρανειακές δυνάμεις, οι οποίες λόγω της κλιμάκωσης είναι πολλαπλάσιες των κανονικών. Οι δεσμευμένοι κόμβοι οι οποίοι υφίστανται πλαστική παραμόρφωση ανταποκρίνονται με μη-αναμενόμενο τρόπο στην εισαγωγή της τεχνητής τάσης. Η πιο κατάλληλη μέθοδος είναι η #4 και έτσι τα μοντέλα λαμβάνουν τις δυνάμεις που δέχονται οι κόμβοι που βρίσκονται σε επαφή. Το μόνο μειονέκτημα της τεχνικής αυτής είναι ότι όταν υπάρχει μεταφορά υλικού, υπάρχει παραμένουσα δύναμη στην επαφή.



Σχ. IX-12 Οι δυνάμεις του τριβουσιτήματος ( $ZrO_2-ZrO_2$ , εκτριβή, 5-παρ, τραχύτητα #1). Με έντονη διαγράμμιση οι δυνάμεις της επαφής που καταγράφονται.

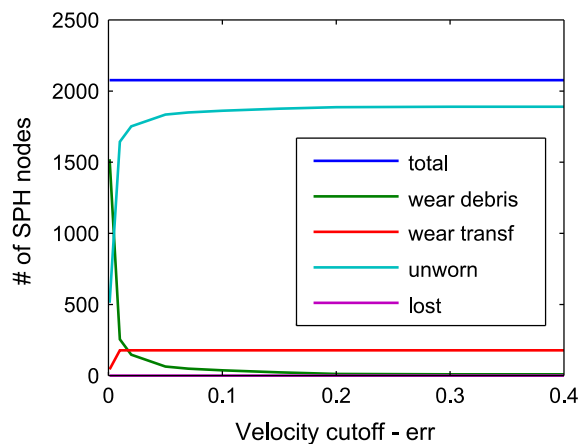
### (b) Όγκοι φθοράς

Η μεταεπεξεργασία της προσομοίωσης περιλαμβάνει επίσης τη μέτρηση του όγκου του υλικού της τραχύτητας ο οποίος έχει φθαρεί,  $V_w$ , όπως και του όγκου του υλικού της αντεπιφάνειας ο οποίος έχει μεταφερθεί στην επιφάνεια,  $V_{tr}$ , κάτι που πραγματοποιείται με τη μέτρηση της μέσης ταχύτητας του κάθε σωματιδίου στο τέλος της ολίσθησης. Προϋπόθεση για τη σωστή αναπαράσταση των όγκων αυτών είναι να έχει ολοκληρωθεί το δυναμικό φαινόμενο και οι τραχύτητες να έχουν εξέλθει από την επαφή. Τα κριτήρια για την κατάταξη των κόμβων βασίζονται στη σύγκριση των ταχυτήτων τους με τις ταχύτητες των δύο τραχυτήτων (0 και  $+v$ ) με βάση ένα κατάλληλα επιλεγμένο κατώφλι ( $err$ ). Οι ανισότητες, για τους κόμβους της πλευράς 1 έχουν ως εξής:

$$\text{Εξ. IX-1: } \left| v_x^i - v_x^{(1)} \right| \leq err \cdot v \cap \left| v_y^i - v_y^{(1)} \right| \leq err \cdot v \quad (\text{Άφθαρτος όγκος})$$

$$\text{Εξ. IX-2 } \left| v_x^i - v_x^{(2)} \right| \leq err \cdot v \cap \left| v_y^i - v_y^{(2)} \right| \leq err \cdot v \quad (\text{Μεταφερόμενος όγκος})$$

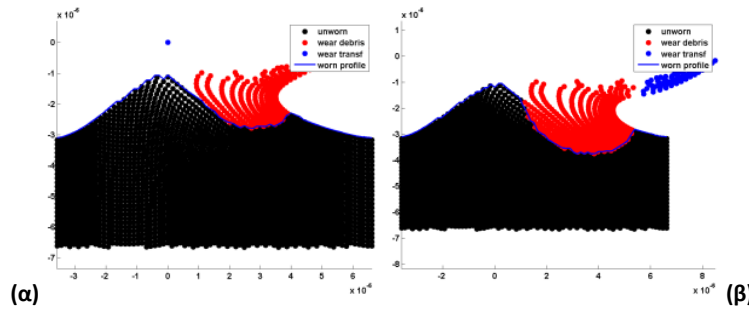
$$\text{Εξ. IX-3 } \left| v_x^i - v_x^{(1)} \right| > err \cdot v \cup \left| v_y^i - v_y^{(1)} \right| > err \cdot v \quad (\text{Φθαρμένος όγκος})$$



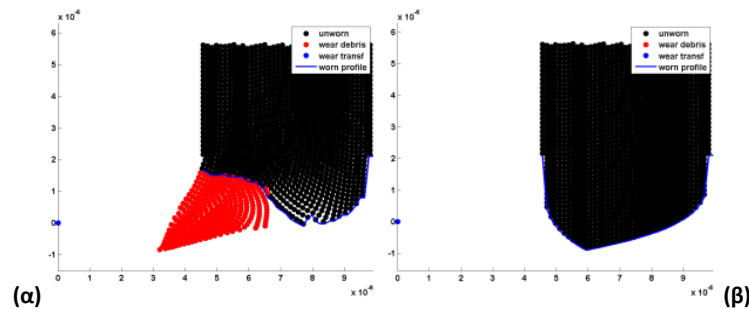
Σχ. IX-13 Ευαισθησία του αριθμού των φθαρμένων σωματιδίων ως προς το κατώφλι ταχύτητας.

Ως αποτέλεσμα, προκύπτει ο όγκος του υλικού που έχει φθαρεί, ως το άθροισμα των  $V_w$ ,  $V_{tr}$  (Σχ.

IX-14Σχ. IX-15).

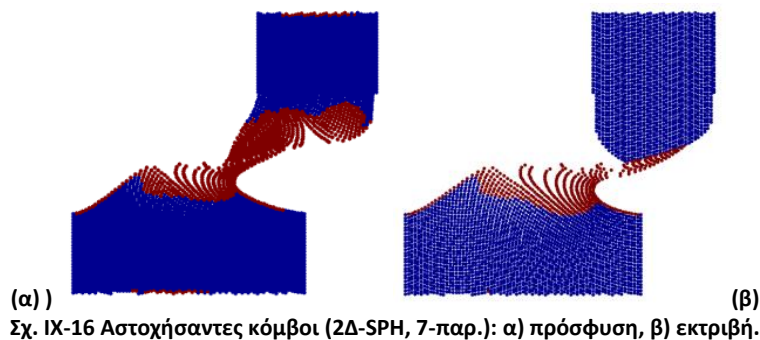


Σχ. IX-14 Διαχωρισμός των κόμβων της τραχύτητας 1 σε άφθαρτους/απόβλιττα/μεταφερόμενους: α) πρόσφυση, β) εκτριβή.



Σχ. IX-15 Διαχωρισμός των κόμβων της τραχύτητας 2 σε άφθαρτους/απόβλιττα/μεταφερόμενους: α) πρόσφυση, β) εκτριβή.

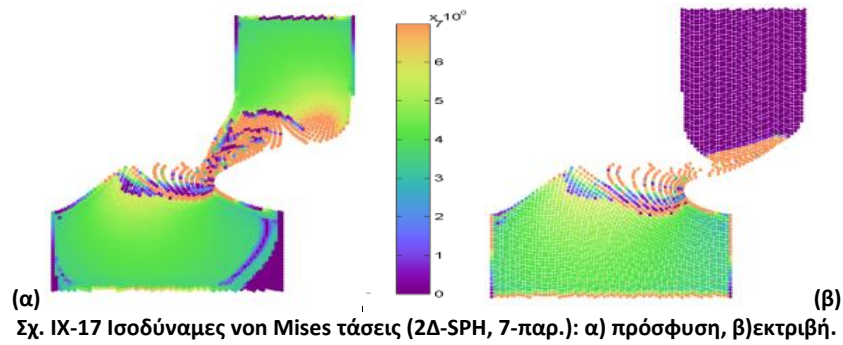
Αυτό συνεπάγεται το ότι ο «άφθαρτος» όγκος συμπεριλαμβάνει ένα τμήμα του υλικού το οποίο μπορεί να έχει υπερβεί τη μέγιστη τάση θραύσης ή το όριο εφελκυσμού και έχει θραυστεί, οπότε και συγκρατείται πολύ χαλαρά επάνω στην επιφάνεια και μπορεί να απομακρυνθεί κατά την επόμενη αλληλεπίδραση. Στο Σχ. IX-16, φαίνονται οι κόμβοι που έχουν αστοχήσει (σύμφωνα με το μοντέλο εξάντλησης πλαστικότητας).



Σχ. IX-16 Αστοχήσαντες κόμβοι (2D-SPH, 7-παρ.): α) πρόσφυση, β) εκτριβή.

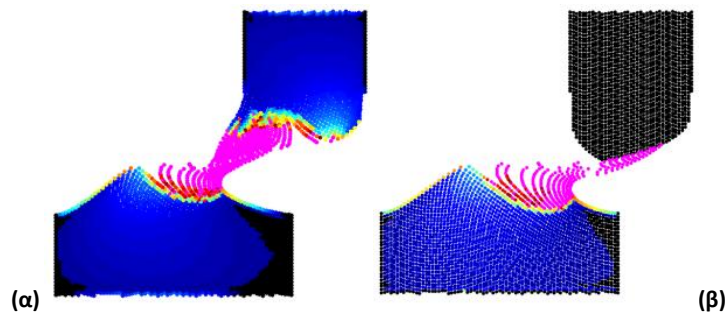
Η ποσότητα αυτή, καθώς και το ποσοστό και το βάθος της ενδοτράχυνσης (πλαστικής παραμόρφωσης) την οποία έχει υποστεί το υλικό, απαιτούν μερικές επιπλέον παραμέτρους προκειμένου να καταγραφούν επαρκώς. Στο Σχ. IX-17, φαίνεται η ισοδύναμη von Mises τάση που επικρατεί στο υλικό. Ανάλογα διαγράμματα μπορούν να ληφθούν και για τις  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  και την

πίεση  $P$ . Φυσικά στην περίπτωση της απαραμόρφωτης αντεπιφάνειας, μόνο οι κόμβοι που αλληλεπιδρούν βρίσκονται υπό φορτίο.



Σχ. ΙΧ-17 Ισοδύναμες von Mises τάσεις (2Δ-SPH, 7-παρ.): α) πρόσφυση, β)εκτριβή.

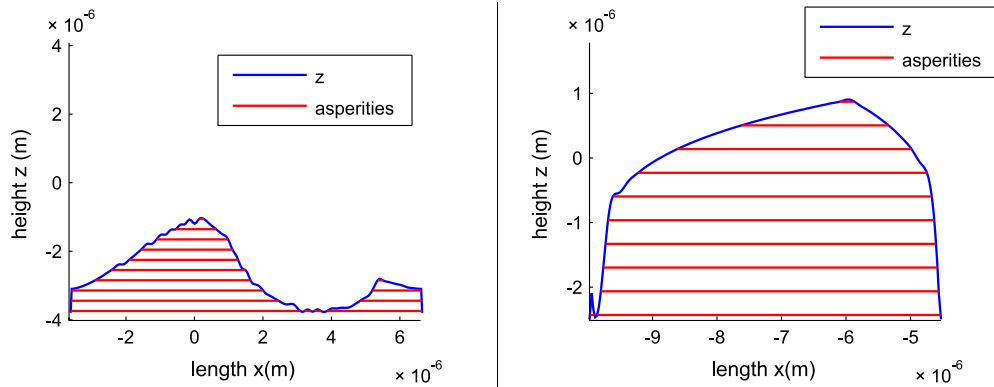
Στο Σχ. ΙΧ-18, φαίνεται η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση σε κάθε κόμβο του υλικού. Η παραμόρφωση αυτή μπορεί να λαμβάνει πολύ υψηλές τιμές στην περιοχή του φθειρόμενου αποβλίττου, εκεί όπου υπάρχουν ζώνες διάτμησης. Ανάλογα διαγράμματα μπορούν να ληφθούν και για τις  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_{xy}$ .



Σχ. ΙΧ-18 Προκύπτουσα πλαστική παραμόρφωση (2Δ-SPH, 7-παρ.): α) πρόσφυση, β) εκτριβή.

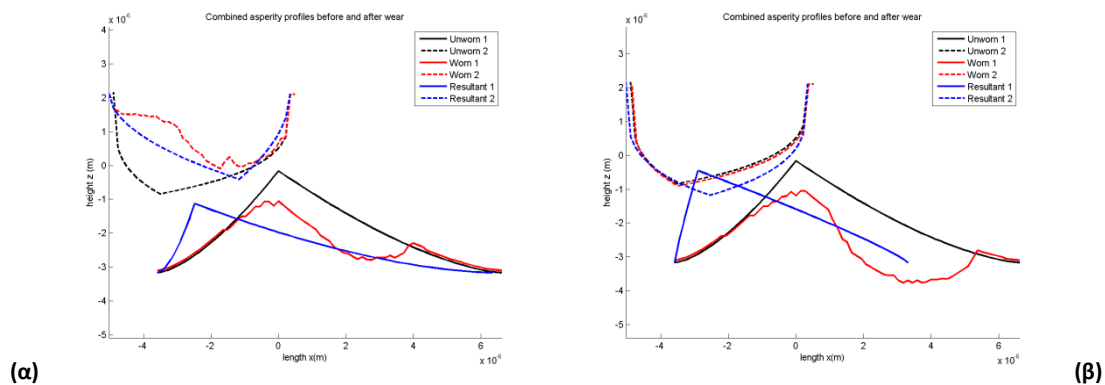
### (c) Προφίλ των τραχυτήτων μετά τη φθορά

Το σχήμα της φθαρμένης τραχύτητας αποτυπώνεται βάσει της τελικής θέσης των σωματιδίων από έναν αλγόριθμο τύπου ταξινόμησης σε κλάσεις και μια νέα παραμετρική τραχύτητα προσαρμόζεται σε αυτό. Ο αλγόριθμος αυτός παραλείπεται για τις άκαμπτες τραχύτητες, αν και προσδιορίζει με ακρίβεια το ίδιο σχήμα που τους έχει δώσει ο προεπεξεργαστής (Σχ. ΙΧ-19).



Σχ. IX-19 Εντοπισμός της επιφάνειας της φθαρμένης τραχύτητας και εξαγωγή υψομετρικών παραμετρικών στοιχείων από το δειγματολήπτη (2Δ/SPH, 7-παρ, εκτριβή)

Ιδιαίτερη προσοχή απαιτεί η επιλογή των παραμετρικών τιμών για τη νέα τραχύτητα από τα πολυεπίπεδα στοιχεία που προκύπτουν. Δηλαδή, η περιοχή του προφίλ που πριν από την αλληλεπίδραση αναπαρίστατο από μία τραχύτητα, τώρα περιλαμβάνει περισσότερες, μικρότερου μήκους. Επειδή προς το παρόν το μοντέλο μακροκλίμακας δεν περιλαμβάνει τη δυνατότητα να έχουμε δυναμικό αριθμό από τραχύτητες στο δείγμα που προσομοιώνεται, είμαστε υποχρεωμένοι να επιλέξουμε τη μεγαλύτερη από αυτές. Η επιλογή αυτή μπορεί να γίνει είτε με βάση το ύψος, είτε με βάση τον όγκο (χρησιμοποιείται η δεύτερη μέθοδος). Στο Σχ. IX-20 φαίνεται η αντιστοίχιση της νέας τραχύτητας στο φθαρμένο προφίλ της παλιάς. Ορίζεται έτσι μια νέα τιμή για την αλληλοδιείσδυση  $dz$ , η οποία είναι συνήθως αρνητική.



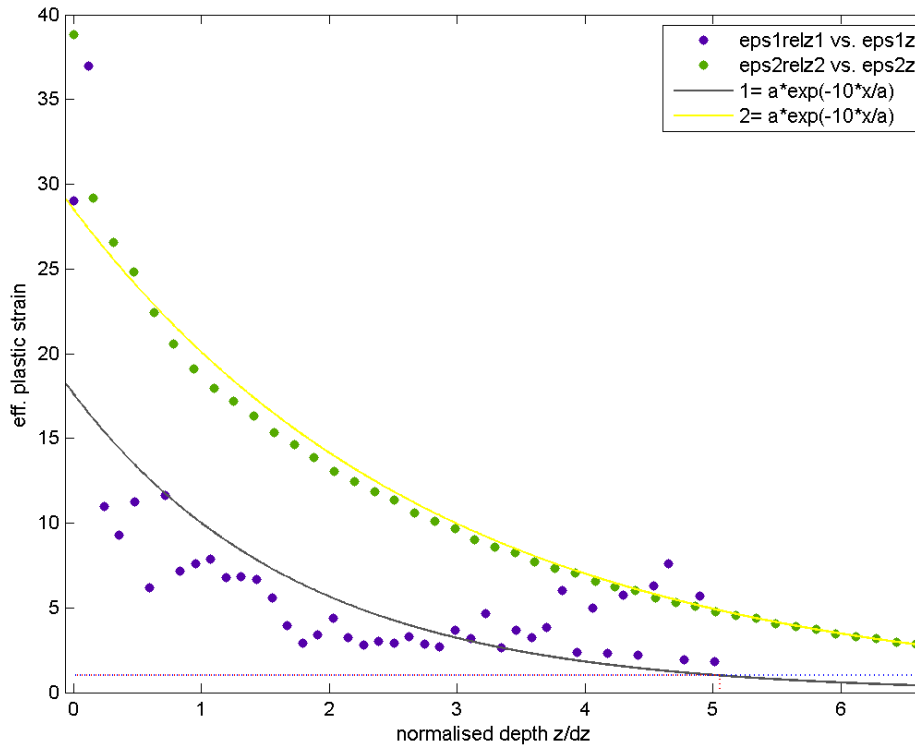
Σχ. IX-20 Συνδυασμένα προφίλ των τραχυτήτων πριν και μετά τη φθορά: α) πρόσφυση, β) εκτριβή.

#### (d) Εντατική – παραμορφωσιακή κατάσταση

Οι κόμβοι του υλικού το οποίο δεν έχει αποβληθεί από τις δύο επιφάνειες έχουν υποστεί πλαστική παραμόρφωση σε διαφορετικό βαθμό. Η συνάρτηση της μέσης τιμής της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης με τη θέση των κόμβων στον άξονα-z, παρατηρούμε ότι έχει γενικά μια



εκθετικά φθίνουσα μορφή, όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχ. ΙΧ-21. Η παρατήρηση αυτή είναι σε αντιστοιχία με όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 2.



Σχ. ΙΧ-21 Προσαρμογή εκθετικής μονοπαραμετρικής καμπύλης στα δεδομένα για τη μέση τιμή της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης συναρτήσει του ανηγμένου βάθους.

Ζητούμενο είναι η αντιστοίχιση στα δεδομένα αυτά μιας παραμετρικής καμπύλης, έτσι ώστε να εξαχθούν από το μικρομοντέλο παράμετροι για τη χαρτογράφηση. Όσο περισσότερες είναι οι παράμετροι της καμπύλης, τόσο πιο πιστά μπορούν να αναπαρασταθούν τα δεδομένα της προσομοίωσης, όμως, για λόγους οικονομίας της μοντελοποίησης, μονάχα μονοπαραμετρικές καμπύλες μπορούν να εξεταστούν. Έτσι, ορίστηκε η καμπύλη της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης να έχει τη μορφή της Εξ. ΙΧ-4:

$$\text{Εξ. ΙΧ-4} \quad \varepsilon_{eps} = a e^{-\frac{10z^*}{a}}$$

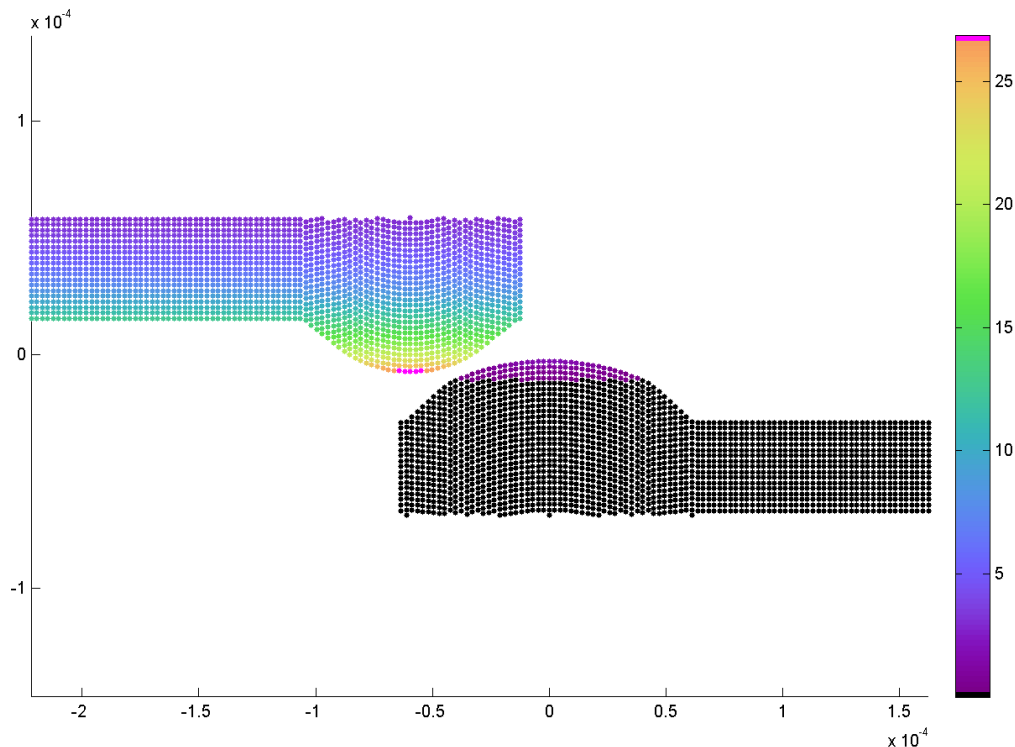
όπου  $z^* = 3z/h'$  το βάθος κάτω από την κορυφή της φθαρμένης τραχύτητας ανηγμένο με το ύψος της φθαρμένης τραχύτητας όπως αυτό υπολογίστηκε παραπάνω. Η παράμετρος  $a$  εξάγεται από την παλινδρόμηση με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων στο ιστόγραμμα τιμών των  $(\varepsilon_{eps}, z^*)$  που προκύπτει από την προσομοίωση. Από την παράμετρο αυτή, ως έξοδος για το μοντέλο επιλέγεται το χαρακτηριστικό βάθος  $c$  όπου η παραμόρφωση έχει την τιμή  $\varepsilon_{eps}=1$ .

$$\text{Εξ. IX-5} \quad \varepsilon_{eps} = 1 \Rightarrow c = \frac{a \ln a}{10} \Leftrightarrow a = e^{W(10c)}$$

Όπου  $W(x)$  η συνάρτηση του Lambert [5]. Ο συντελεστής 10 είναι επιλεγμένος έτσι ώστε να ισοσκελίζεται κάπως η απαίτηση για προσέγγιση υψηλών παραμορφώσεων πολύ κοντά στην επιφάνεια, σε ένα κινηματικά κρατυνόμενο υλικό, με την απαίτηση για σωστή αναπαράσταση του κρίσιμου βάρους. Μια καλύτερη προσέγγιση της τιμής που θα έπρεπε να έχει, θα μπορούσε να προκύψει από το μέσω όρο των τιμών που θα λάμβανε η παράμετρος αυτή για όλα τα σημεία της χαρτογράφησης, αν στα ιστογράμματα των  $(\varepsilon_{eps}, z^*)$  προσαρμόζονταν διπαραμετρικές καμπύλες της μορφής της Εξ. IX-4.

Η τιμή που προκύπτει για την  $c$ , δίνει ένα ζεύγος εξόδων  $(rps_1, rps_2)$  το οποίο κυμαίνεται στο διάστημα  $[0,10]$ . Κατά την προσαρμογή της καμπύλης, μπορούν να προκύψουν τιμές μεγαλύτερες του 10, όμως τότε θεωρείται ότι ολόκληρη η περιοχή του υλικού σε βάθος συγκρίσιμο με την κλίμακα της τραχύτητας είναι έντονα εργοσκληρυμένη και η τιμή των εξόδων περιορίζεται τεχνικά στη μέγιστη επιτρεπτή χωρίς σημαντικό σφάλμα.

Κατά την προεπεξεργασία, η συνάρτηση πρέπει να αντιστραφεί, μέσω της συνάρτησης Lambert και από την  $c$  να προσδιοριστεί η  $a$ . Με τον τρόπο αυτό, ο αλγόριθμος προεπεξεργασίας είναι σε θέση να αναθέσει τιμές της  $\varepsilon_{eps}$  σε κάθε κόμβο που δημιουργεί (Σχ. IX-22).



Σχ. IX-22 Κατανομή της  $\varepsilon_{eps}$  κατά την προεπεξεργασία του μοντέλου.

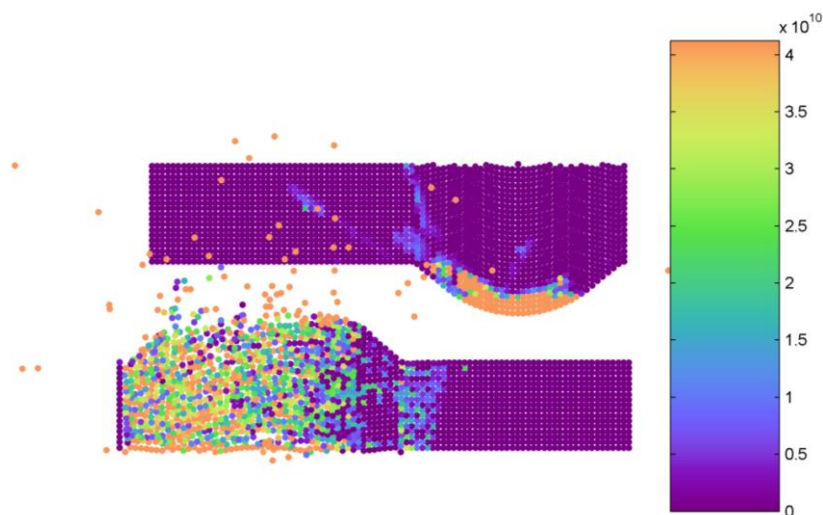
## Ενότητα 9.06 Ευστάθεια και έλεγχος των προσομοιώσεων

### (a) Περιπτώσεις υπολογιστικής αστάθειας

Κατά τη διάρκεια των πειραματισμών με τις παραμέτρους των μοντέλων SPH, παρατηρήθηκαν, τόσο στο LS-DYNA όσο και στον δικό μας κώδικα οι παρακάτω δύο βασικές περιπτώσεις αστάθειας:

#### «Ανατίναξη» των σωμάτων

Οι κόμβοι SPH αποκτούν υπερβολικά μεγάλη κινητική ενέργεια, με αποτέλεσμα τα σώματα να φαίνονται να «ανατινάζονται» (Σχ. ΙΧ-23). Σε πολύ ακραίες περιπτώσεις, οι κόμβοι, με εξαίρεση αυτούς που είναι δεσμευμένοι, εξαφανίζονται. Εστιάζοντας στο σύνολο των κόμβων, το παράθυρο γίνεται αστρονομικά ευρύ και το μοντέλο εμφανίζεται ως μια κουκκίδα στο κέντρο. Ο επιλυτής δίνει ενδείξεις για ταχύτητες εκτός ορίων και για απότομη μείωση του μέσου αριθμού των γειτόνων που εντοπίζει ο αλγόριθμος εύρεσης γειτόνων.

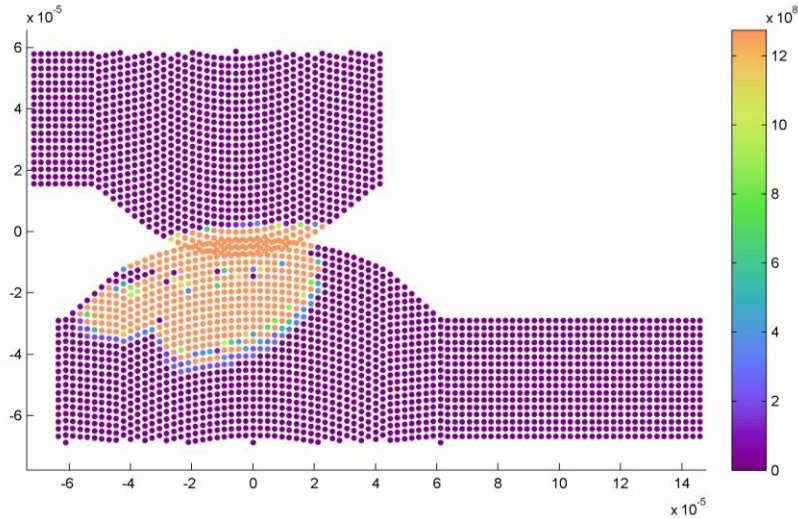


Σχ. ΙΧ-23 Περίπτωση «έκρηξης» των κόμβων SPH.

#### Κόμβοι «φαντάσματα»

Φαινόμενο ασθενούς αλληλεπίδρασης μεταξύ των κόμβων με αποτέλεσμα κόμβοι του ίδιου ή και διαφορετικού υλικού να διεισδύουν εντός του πλέγματος (Σχ. ΙΧ-24). Συμβαίνει όταν:

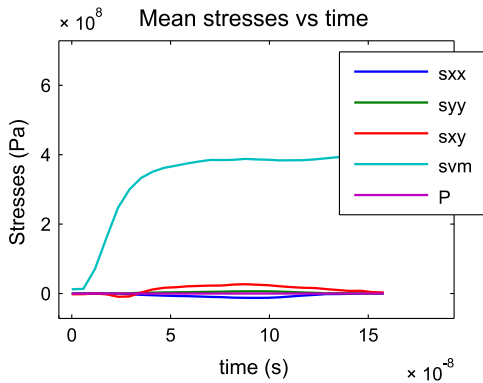
- Οι ταχύτητες των κόμβων είναι πολύ μεγάλες σε σχέση με το χρονικό βήμα, ως αποτέλεσμα υπερβολικής κλιμάκωσης.
- Δεν γίνεται χρήση της μεσοστάθμισης ταχυτήτων (μέθοδος XSPH).



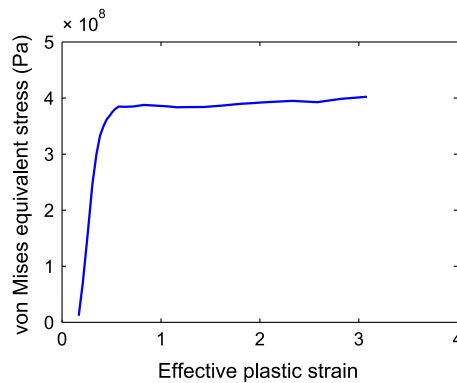
Σχ. ΙΧ-24 Περίπτωση εμφάνισης κόμβων «φαντασμάτων».

**(b) Έλεγχος των παραμέτρων της προσομοίωσης**

Έχει παρατηρηθεί ότι τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων μικροκλίμακας έχουν πολύ καλή επαναληψιμότητα και η ευαισθησία τους στις μη χαρτογραφημένες παραμέτρους είναι ομοιόμορφη και ελεγχόμενα χαμηλή. Από τα ιστορικά στοιχεία που συλλέγει ο επιλύτης κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, μπορεί να εξαχθεί πλήθος άλλων στοιχείων, τα οποία είναι χρήσιμα για τον έλεγχο της ευστάθειας της προσομοίωσης (Σχ. ΙΧ-25-Σχ. ΙΧ-27).

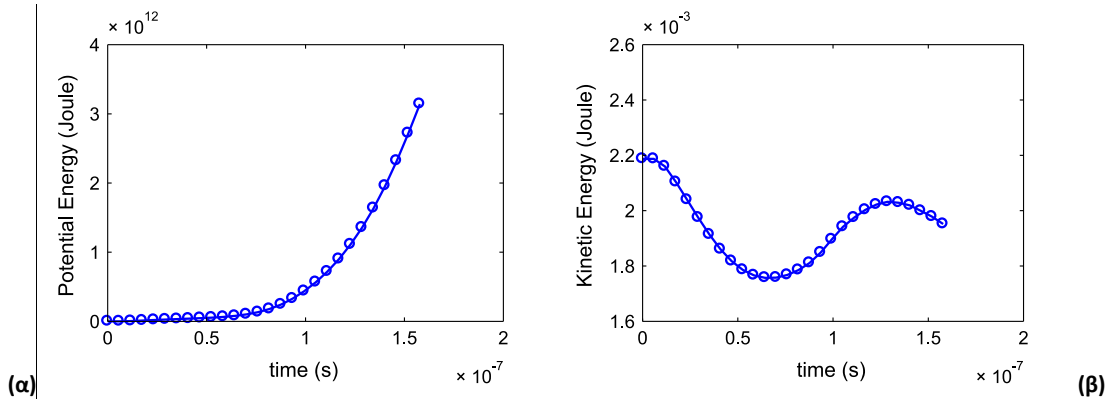


(α)

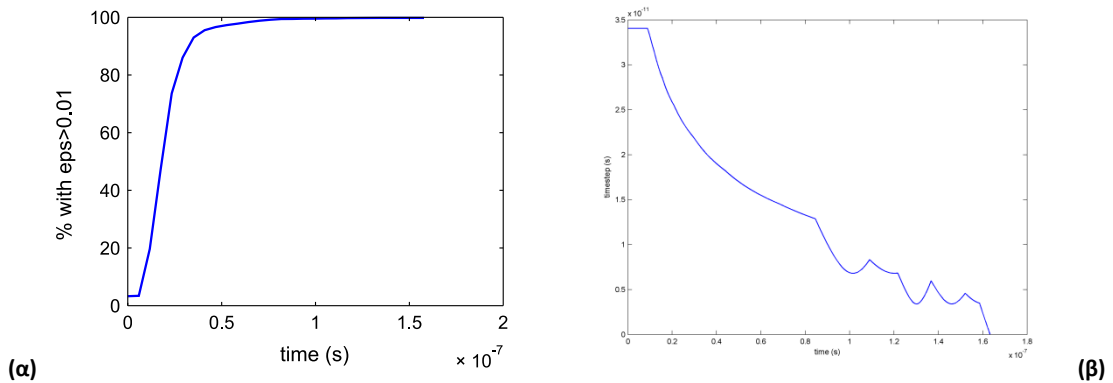


(β)

Σχ. ΙΧ-25 α) Μέση τιμή των τάσεων στην τραχύτητα 1 συναρτήσει του χρόνου, β) Μέση τιμή της ισοδύναμης von Mises τάσης συναρτήσει της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης (AISI1015, 2Δ, εκτριβή, 7-παρ).



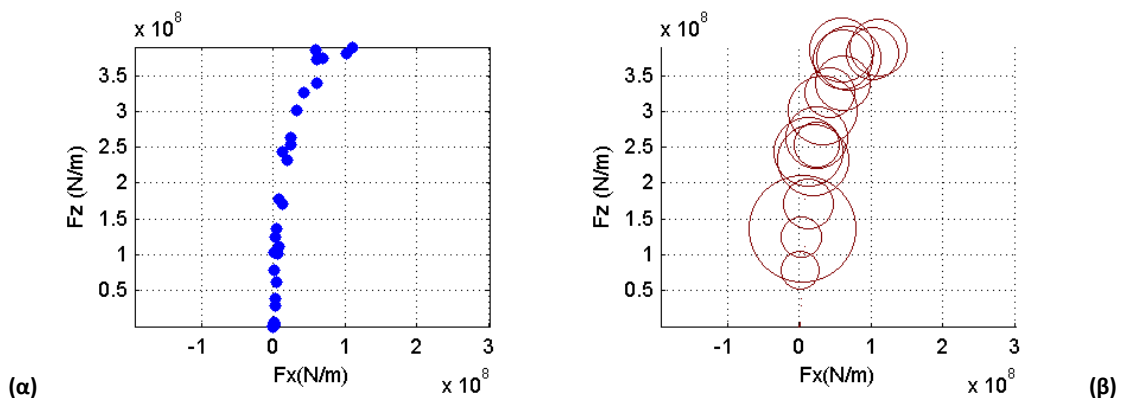
Σχ. IX-26 Ενέργεια στην τραχύτητα 1 συναρτήσει του χρόνου (AISI1015, 2Δ, εκτριβή, 7-παρ): α) Δυναμική ενέργεια, β) Κινητική ενέργεια.



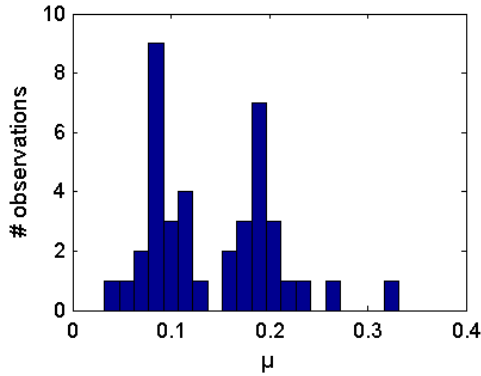
Σχ. IX-27 α) Ποσοστό πλαστικοποιημένου όγκου στην τραχύτητα 1 συναρτήσει του χρόνου, β) Χρονικό βήμα συναρτήσει του χρόνου (AISI1015, 2Δ, εκτριβή, 7-παρ).

**(c) Έλεγχος των δυνάμεων**

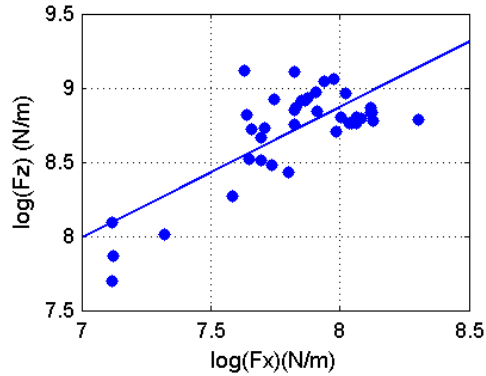
Προκειμένου να διασφαλίζεται η ορθή λειτουργία της προσομοίωσης στη μακροκλίμακα με τη χρήση του χάρτη, θα πρέπει οι δυνάμεις  $F_x$ ,  $F_z$  που προκύπτουν από τις προσομοιώσεις να έχουν μια συνέπεια ως προς τα πρόσημα και την τάξη μεγέθους τους. Επειδή οι δυνάμεις αυτές είναι πολύ ευαίσθητες σε αριθμητικά σφάλματα που προκύπτουν από την προσομοίωση, κάθε σύνολο προσομοιώσεων, προτού χαρτογραφηθεί, πρέπει να ελέγχεται (Σχ. IX-28Σχ. IX-30).



Σχ. IX-28 Διασπορά των δυνάμεων  $F_x$ ,  $F_z$ , σε μια δέσμη 40 προσομοιώσεων εκτριβής (WC-Co, 5-παρ): α) απλή διασπορά των δυνάμεων, β) Οι δυνάμεις και ο όγκος φθοράς  $V_1$ .

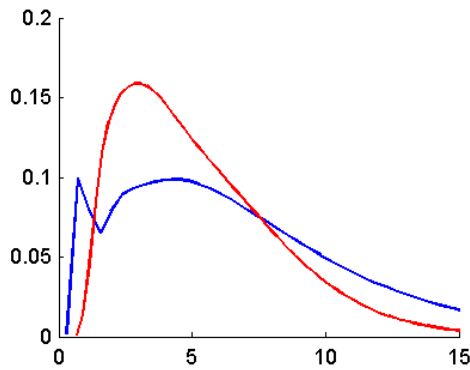


(α)

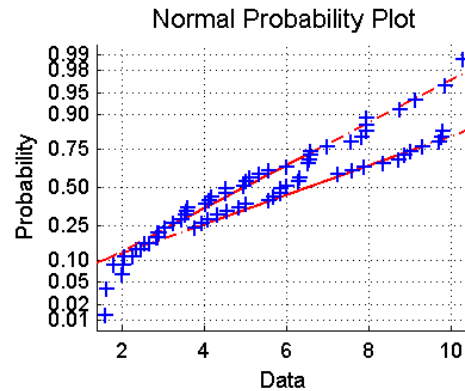


(β)

Σχ. ΙΧ-29 Ο συντελεστής τριβής, σε μια δέσμη 40 προσομοιώσεων εκτριβής (WC-Co, 5-παρ): α) ιστογράμμα του  $\mu$ , β) Οι δυνάμεις και η γραμμή τάσης σε λογαριθμικό διάγραμμα.



(α)



(β)

Σχ. ΙΧ-30 Χαρακτηριστικό μέγεθος εργοσκήρυσης  $rps1/rps2$  (WC-Co, 5-παρ): α) Κατανομή πυκνότητας πιθανότητας, β) Διαγράμμα κανονικής πιθανότητας.

## Ενότητα 9.07 Κλιμάκωση

### (α) Η κλιμάκωση στην υπολογιστική μηχανική

Η ακρίβεια της χαρτογράφησης των εξόδων για κάθε σημείο χαρτογράφησης εξαρτάται από την ακρίβεια προσομοίωσης και μπορεί να βελτιωθεί με αύξηση του χρόνου προσομοίωσης. Η αυξημένη ακρίβεια είναι άχρηστη όμως, αν η αύξηση του χρόνου προσομοίωσης μας υποχρεώνει να μειώσουμε την πυκνότητα του χάρτη. Συνεπώς, η λεπτομέρεια που επιλέγουμε για της προσομοιώσεις θα πρέπει να εξισορροπηθεί με τη λεπτομέρεια της χαρτογράφησης.

Η ακρίβεια προσομοίωσης είναι, για κάθε αριθμητική προσομοίωση, ανάλογη του αριθμού των στοιχείων, ο οποίος στη 2D περίπτωση είναι ανάλογος του  $dn^2$  ( $dn$  είναι η παράμετρος του πλέγματος των κόμβων SPH). Ο χρόνος προσομοίωσης στις άμεσες προσομοιώσεις είναι ανάλογος του αριθμού των στοιχείων, του χρονικού βήματος (το οποίο με τη σειρά του εξαρτάται από το  $dn$ ) και της διάρκειας της προσομοίωσης, η οποία εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης και τα μήκη των τραχυτήτων. Αν το φαινόμενο που προσομοιώνεται είναι οιονεί στατικό, τότε το χρονικό βήμα, το

οποίο ακολουθεί το κριτήριο Courant (Εξ. IX-6) για λόγους ευστάθειας της προσομοίωσης, μπορεί να αυξηθεί τεχνητά αν πολλαπλασιαστούν οι μάζες των κόμβων με ένα συντελεστή.

$$\text{Εξ. IX-6} \quad dt = \frac{dn}{\sqrt{E/\rho}}$$

Αυτή η τεχνική είναι ευρέως γνωστή ως «κλιμάκωση μάζας» (mass scaling) και μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο βαθμό που η ολική κινητική ενέργεια του μοντέλου είναι χαμηλή σε σχέση με τη δυναμική ενέργεια, καθώς στην περίπτωση αυτή ο πολλαπλασιασμός των αδρανειακών δυνάμεων δεν θα επηρεάσει τη μηχανική απόκριση των υλικών. Μια ισοδύναμη τεχνική που επίσης περιορίζει το χρόνο προσομοίωσης είναι η κλιμάκωση ταχύτητας, η οποία όμως δεν αυξάνει απλώς τις αδρανειακές δυνάμεις, αλλά επηρεάζει και την απόκριση του υλικού αν αυτή εξαρτάται από το ρυθμό παραμόρφωσης. Πρέπει να τονιστεί ότι οι τεχνικές κλιμάκωσης αποτελούν κοινό τόπο στις άμεσες προσομοιώσεις των προβλημάτων πλαστικότητας, όμως δεν έχουν χρησιμοποιηθεί σε προσομοιώσεις SPH, διότι η SPH χρησιμοποιείται κυρίως σε δυναμικά προβλήματα και επίσης διότι η κλιμάκωση μάζας λειτουργεί καλύτερα όταν χρησιμοποιείται επιλεκτικά, στα μικρότερα στοιχεία ενός πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων, ενώ στην SPH όλα τα στοιχεία έχουν το ίδιο ακριβώς μέγεθος, οπότε οι μάζες τους θα πρέπει να κλιμακωθούν ομοιόμορφα.

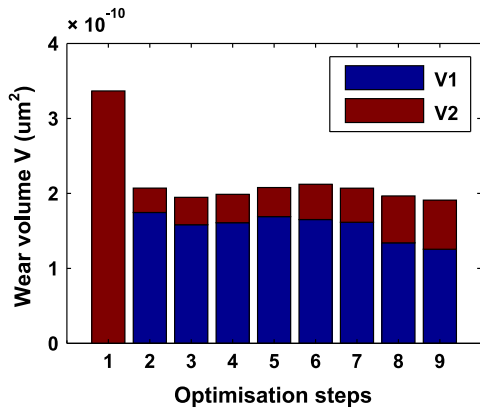
Η κλιμάκωση έχει χρησιμοποιηθεί κατά κόρον σε διάφορα προβλήματα στην υπολογιστική μηχανική. Είδαμε π.χ. στο κεφάλαιο 6 εφαρμογές της για τη μέθοδο DEM (η οποία, ως explicit μέθοδος έχει και αυτή το ίδιο πρόβλημα ως προς το μέγεθος του χρονικού βήματος). Έχει όμως εφαρμοστεί και στο LS-DYNA, π.χ. από τους Chin et. al. [6].

## **(b) Χρήση της κλιμάκωσης και μελέτες ευστάθειας του μοντέλου**

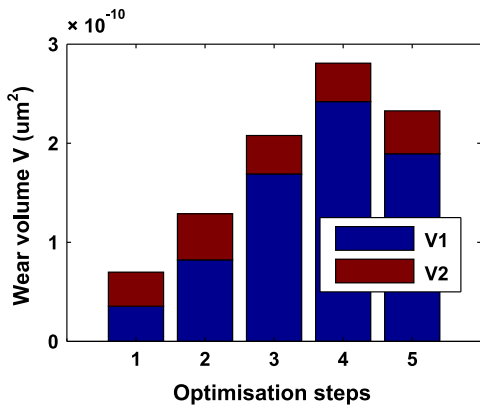
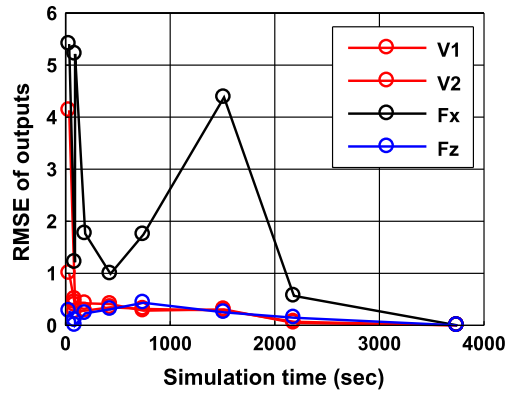
Προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση της πυκνότητας πλέγματος, της κλιμάκωσης μάζας και της κλιμάκωσης ταχύτητας επί της ακρίβειας προσομοίωσης, πραγματοποιήθηκε μια σειρά από παραμετρικές δοκιμές του μοντέλου μικροκλίμακας.

### **(i) Κλιμάκωση της πυκνότητας πλέγματος - μάζας - ταχύτητας**

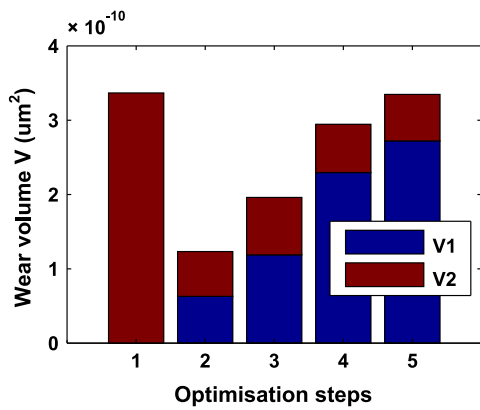
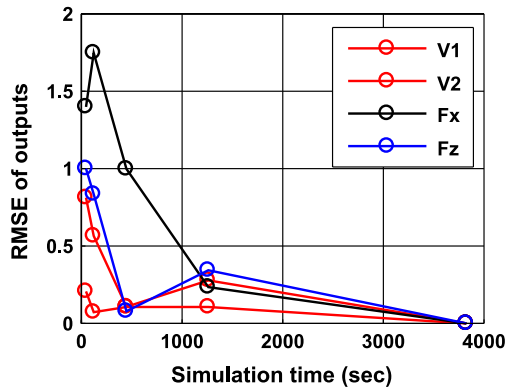
Ο αριθμός των κόμβων κλιμακώθηκε από 1000 έως 16000 ( $dn=1\sim 10 \mu\text{m}$ ), η ταχύτητα σε ένα λόγο από 1 έως  $10^2$  και οι μάζες σε ένα λόγο από 1 έως  $10^4$  (με το ίδιο τελικό αποτέλεσμα στο χρόνο προσομοίωσης). Για κάθε παραμετρική δοκιμή, οι έξοδοι αδιαστατοποιήθηκαν σε σχέση με την τελευταία και πιο λεπτομερή προσομοίωση και παριστάνονται σε γραφήματα ως προς τον αντίστοιχο χρόνο προσομοίωσης (Σχ. IX-31Σχ. IX-33).



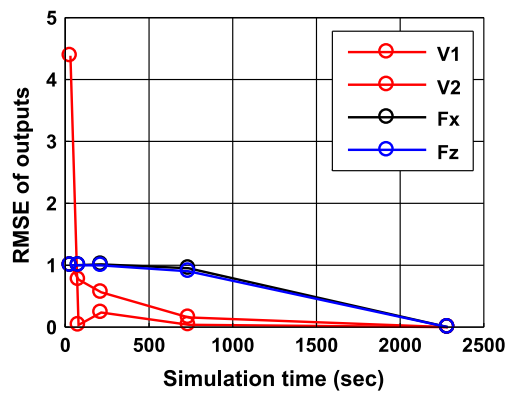
Σχ. ΙΧ-31 Σχετικό σφάλμα των εξόδων του μοντέλου για διαφορετικές διαστάσεις πλέγματος.



Σχ. ΙΧ-32 Σχετικό σφάλμα των εξόδων του μοντέλου για διαφορετικούς λόγους κλιμάκωσης ταχύτητας.



Σχ. ΙΧ-33 Σχετικό σφάλμα των εξόδων του μοντέλου για διαφορετικούς λόγους κλιμάκωσης μάζας.



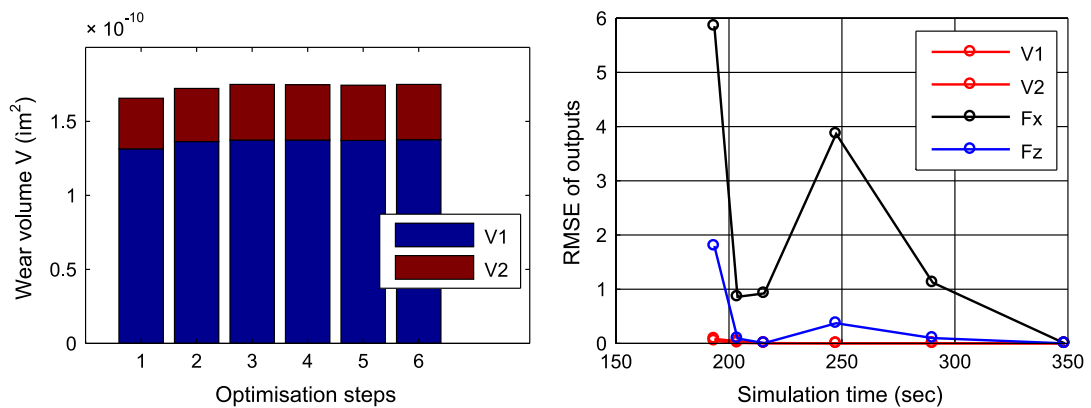
Βλέπουμε ότι οι προσομοιώσεις μπορούν να επιταχυνθούν σημαντικά αν περιορίσουμε το μέγεθος του πλέγματος στα 8000 στοιχεία, κάτι που επιφέρει σφάλμα ~10% και κλιμακώνοντας τη μάζα κατά ένα συντελεστή 10, για σφάλμα ~20%. Η έξοδος εκείνη η οποία ανθίσταται περισσότερο στην κλιμάκωση είναι η δύναμη τριβής  $F_x$ , η οποία και είναι περισσότερο ευαίσθητη στα αδρανειακά



φαινόμενα και επηρεάζεται συχνά από τεχνουργήματα (artifacts) που προκύπτουν λόγω της προδιαγεγραμμένης απόστασης ολίσθησης.

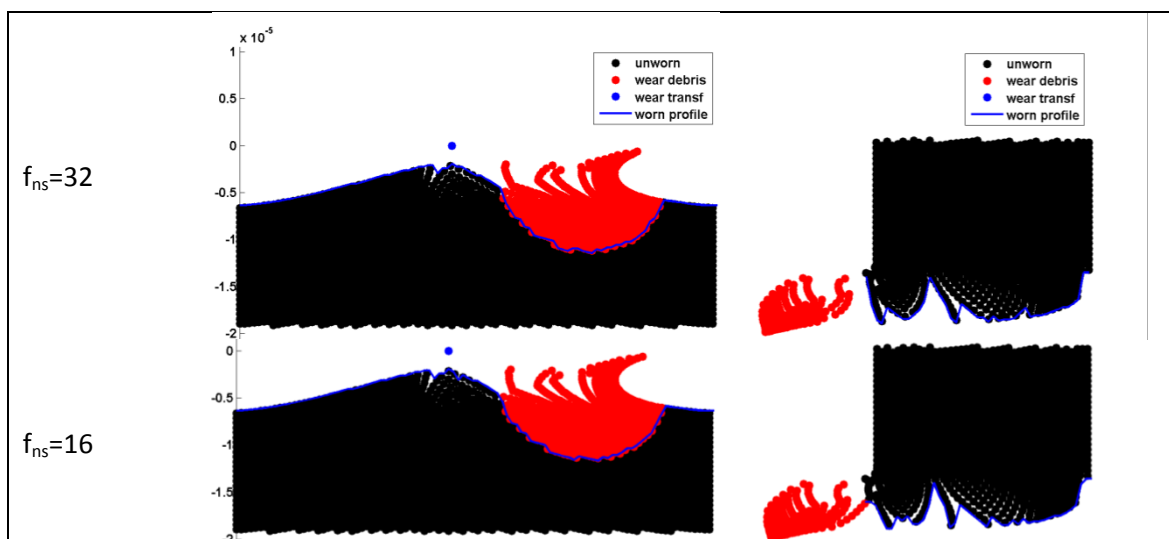
### (ii) Κλιμάκωση εύρεσης γειτόνων

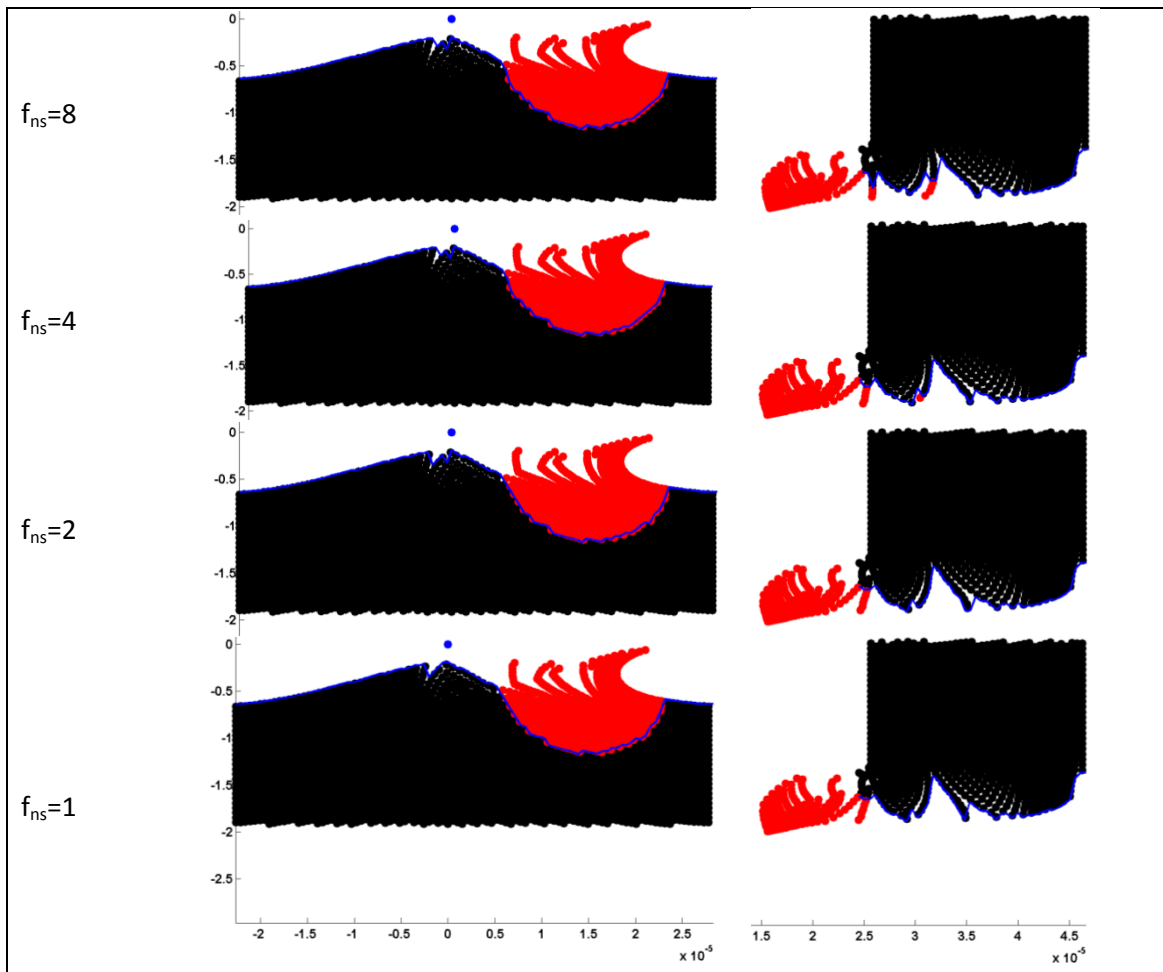
Είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο ότι ο περισσότερος χρόνος σε μια προσομοίωση SPH αναλώνεται στον αλγόριθμο εύρεσης γειτόνων και ότι σημαντική εξοικονόμηση χρόνου μπορεί να γίνει αν αυτός δεν υπολογίζεται σε κάθε χρονικό βήμα της explicit ολοκλήρωσης. Για να διερευνήσουμε αυτή τη δυνατότητα εξοικονόμησης κλιμακώσαμε τη συχνότητα χρήσης της εύρεσης γειτόνων από  $f_{ns}=1$  (σε κάθε κύκλο) ως  $f_{ns}=32$ . Τα αποτελέσματα της μελέτης, όμοιας με τα παραπάνω, εμφανίζονται στο Σχ. IX-34.



Σχ. IX-34 Σχετικό σφάλμα των εξόδων του μοντέλου και χρόνοι προσομοίωσης για διαφορετικούς πολλαπλασιαστές εύρεσης γειτόνων.

Παρατηρούμε ότι το σχετικό σφάλμα είναι μικρό, αν χρησιμοποιηθεί  $f_{ns}=4$  και επιτυγχάνεται μια εξοικονόμηση χρόνου κατά 40%. Στο Σχ. IX-35 μπορούμε να αξιολογήσουμε οπτικά την επίδραση της κλιμάκωσης. Προκύπτει ότι τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ο εκτιμώμενος όγκος φθοράς δεν αλλοιώνονται.





Σχ. ΙΧ-35 Οπτική σύγκριση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης για διαφορετικούς πολλαπλασιαστές εύρεσης γειτόνων.

## Ενότητα 9.08 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Το κύριο πλεονέκτημα της χρήσης αριθμητικών προσομοιώσεων για τη μοντελοποίηση της φθοράς είναι η ικανότητα να διερευνήσουμε ποιοτικά τους μηχανισμούς φθοράς. Μερικές γενικές παρατηρήσεις:

- Όταν οι τραχύτητες έχουν αρκετό μήκος, περισσότερα του ενός απόβλιττα είναι δυνατόν να αποσπαστούν σε μία επαφή. Τα απόβλιττα αυτά κυλίνουν ανάμεσα στις δύο επιφάνειες.
- Τα μοντέλα απαιτούν σε γενικές γραμμές μεγαλύτερο περιθώριο από την κορυφή της τραχύτητας ως το σύνορο στο οπίσθιο μέρος της τραχύτητας. Απαιτείται επίσης μια απόσταση μέχρι τον αποχωρισμό των τραχυτήτων η οποία δε μπορεί να προβλεφθεί. Αυτή μπορεί να είναι μέχρι και 4 φορές την απόσταση οπίσθιας επαφής, δηλαδή την απόσταση που θα χρειαζόταν αν ή απόκριση των τραχυτήτων ήταν εντελώς ελαστική.
- Όταν χρησιμοποιείται εκτεταμένη κλιμάκωση μάζας, η ταχύτητα ολίσθησης φτάνει ένα σημαντικό ποσοστό της ταχύτητας του ήχου εντός του υλικού, οπότε και η διάδοση των πλαστικών κυμάτων

είναι ορατή. Τα κύματα δεν ανακλώνται στα σύνορα, μπορούν όμως να σκιαστούν από την καμπυλότητα της ελεύθερης επιφάνειας και να μη διαδοθούν κοντά σε αυτή.

- Για δύο ίδια υλικά, η κατεύθυνση μεταφοράς υλικού ( $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 1$ , ή αποκόλληση αποβλίττου) εξαρτάται έντονα από τη γεωμετρία της επαφής.
- Το απόβλιττο τείνει να περιστραφεί γύρω από την πλευρά που θλίβεται και η οποία υφίσταται κάμψη, με αποτέλεσμα είτε να θραυστεί, απελευθερώνοντας το απόβλιττο, ή να αντέξει και να θραυστεί ο σύνδεσμος με την αντεπιφάνεια.
- Το μεταφερόμενο υλικό είναι έντονα παραμορφωμένο και συγκρατείται χαλαρά, οπότε αναμένεται να απολεπιστεί εύκολα στην επόμενη επαφή.
- Το περισσότερο αποσπώμενο υλικό προέρχεται από τη ζώνη ακριβώς πίσω από την κορυφή, γεγονός που καθιστά τις προκύπτουσες τραχύτητες πιο χαμηλές αλλά και πιο εμπροσθοβαρείς (αρνητικό  $cg$ ). Αυτό εξισορροπείται από αντίστοιχες εμπροσθοβαρείς τραχύτητες οι οποίες ισοπεδώνονται όταν αλληλεπιδρούν με μια πολύ μεγαλύτερη.

## Συμπεράσματα κεφαλαίου

Από τους διάφορους τρόπους με τους οποίους μπορεί να στηθεί ένα μοντέλο μικροκλίμακας, επιλέξαμε τις συνθήκες εκείνες που αποδίδουν τα πιο συνεπή αποτελέσματα κατά τη χαρτογράφηση των παραμέτρων, προς αποφυγή της επιρροής από τεχνουργήματα (artifacts).

Εντούτοις, δεν είναι στην παρούσα φάση δυνατόν να επιτευχθεί πλήρης εναλλαξιμότητα μεταξύ διαφορετικού τύπου μικρομοντέλων, δηλαδή το αποτέλεσμα (φθορά και δυνάμεις) εξαρτάται εν μέρει από τις συνθήκες του αριθμητικού μοντέλου.

Έχει όμως επιτευχθεί πλήρως η αυτοματοποίηση της διαδικασίας δημιουργίας, επίλυσης και επεξεργασίας πολλαπλών προσομοιώσεων ενός παραμετρικού μοντέλου για το τριβικό πρόβλημα, γεγονός που ανοίγει το δρόμο για την ενσωμάτωση του αριθμητικού μικρομοντέλου στο πλαίσιο λειτουργίας του πολυκλίμακου μοντέλου για τη φθορά.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] Y. Michel, J.M. Chevalier, C. Durin, C. Espinosa, F. Malaise, J.J. Barrau, Hypervelocity impacts on thin brittle targets: Experimental data and SPH simulations, *International Journal of Impact Engineering*. 33 (2006) 441–451.
- [2] M.F. Villumsen, T.G. Fauerholdt, Simulation of metal cutting using Smooth Particle Hydrodynamics, in: *DYNAMore GmbH, Bamberg, Germany, 2008*: p. C-III-17.
- [3] J. Gray, J. Monaghan, R. Swift, SPH elastic dynamics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 190 (2001) 6641–6662.
- [4] R. Vignjevic, J. Campbell, L. Libersky, A treatment of zero-energy modes in the smoothed particle hydrodynamics method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 184 (2000) 67–85.
- [5] Lambert W-Function -- from Wolfram MathWorld, (n.d.).
- [6] Chin, Lee, Paik, Chuk, The effects of numerical result and computing time due to mass scaling in rolling analysis, in: n.d. pp. 4-33.

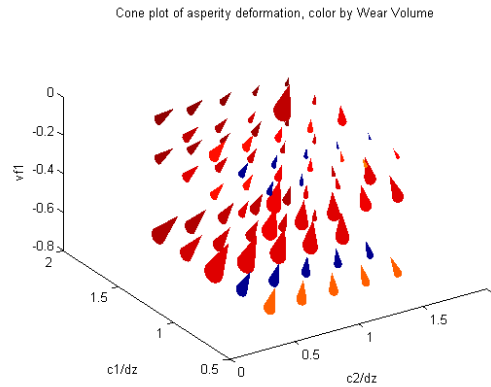
## Κεφάλαιο X. Εφαρμογές στους μηχανισμούς φθοράς

Το κεφάλαιο αυτό περιλαμβάνει τα αποτελέσματα προσομοιώσεων που πραγματοποιήσαμε για τριβοσυστήματα με τυπικούς μηχανισμούς φθοράς που είναι σαφώς καθορισμένοι, μαζί με τις συνθήκες στις οποίες προκύπτουν, από τη βιβλιογραφία. Τα αποτελέσματα της χαρτογράφησης και τη προσομοίωσης παρουσιάζονται σε αντιδιαστολή με χαρτογραφήσεις και στοχαστικές προσομοιώσεις επάνω στα αντίστοιχα αναλυτικά μοντέλα του Κεφαλαίου IV. Το κεφάλαιο είναι χωρισμένο σε ενότητες που ακολουθούν διαφορετικές περιπτώσεις μελέτης (case studies).

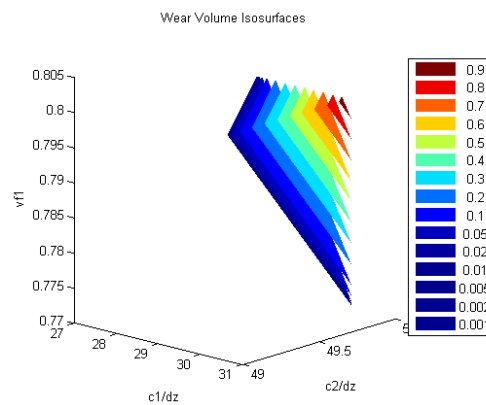
### Ενότητα 10.01 Φθορά πρόσφυσης: LS-DYNA

Για την περίπτωση της φθοράς πρόσφυσης μεταξύ μεταλλικών επιφανειών, κατασκευάσαμε ένα σχετικά μικρό ( $1 \times 5 \times 5 \times 3 \times 1 \times 1 = 225$  σημεία) πλήρως παραγοντικό χάρτη για την SPH με χρήση του LS-DYNA. Η αλληλοδιείσδυση (dz) και τα κέντρα βάρους των τραχυτήτων (cg1, cg2) δεν έχουν ληφθεί υπόψη στην περίπτωση αυτή, η μεν διότι οι προσομοιώσεις μακροκλίμακας είναι προς το παρόν ανεξάρτητες κλίμακας (λόγω της έλλειψης του ρυθμού παραμόρφωσης και των θερμικών φαινομένων) και οι άλλες δύο επειδή η επίδρασή τους στον όγκο φθοράς είναι μικρή. Το υλικό έχει τις μηχανικές ιδιότητες του αλουμίνιου Al1100-O. Τα όρια της χαρτογράφησης είναι  $c1/dz$  στο [3 30],  $c2/dz$  στο [5 50],  $\nu f1$ ,  $\nu f2$  στο [0.2, 0.8].

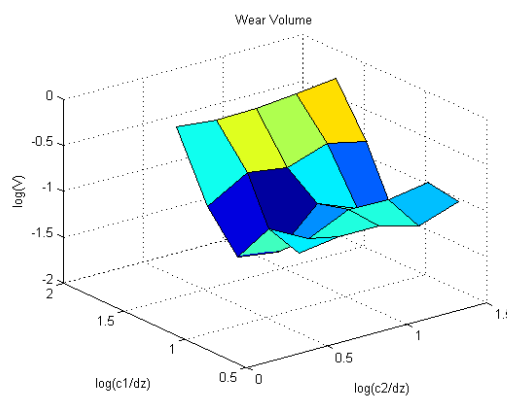
Η οπτικοποίηση πολυδιάστατων χώρων αποτελεί ιδιαίτερη πρόκληση, εντούτοις κάποιες όψεις των χαρτών έχουν εξαχθεί και παρατίθενται στα Σχ. X-1, ως Σχ. X-5. Στο Σχ. X-1 φαίνεται ένα διανυσματικό διάγραμμα με κώνους (coneplot), όπου το χρώμα δηλώνει τη σχετική τιμή του όγκου φθοράς της μίας τραχύτητας. Στο Σχ. X-2 φαίνονται οι ισοδυναμικές επιφάνειες (isosurfaces) για τον όγκο φθοράς της τραχύτητας 1. Η περιοχή υψηλής φθοράς είναι για υψηλά μήκη τραχυτήτων και για υψηλό λόγο όγκου, δηλαδή φαίνεται ότι η φθορά είναι ανάλογη της ακτίνας της ζώνης επαφής, κάτι που είναι αναμενόμενο για τη φθορά πρόσφυσης.



Σχ. X-1 Χαρτογράφηση για 3 παραμέτρους ( $\log(c1/dz)$ ,  $\log(c2/dz)$ ,  $vf1$ ): Μεταβολή του σχήματος των τραχυτήτων.



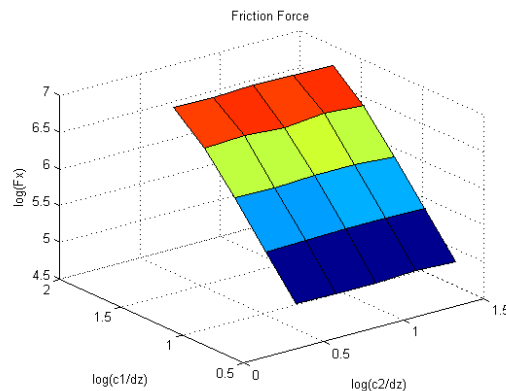
Σχ. X-2 Χαρτογράφηση για 3 παραμέτρους: Ισοδυναμικές επιφάνειες όγκου φθοράς.



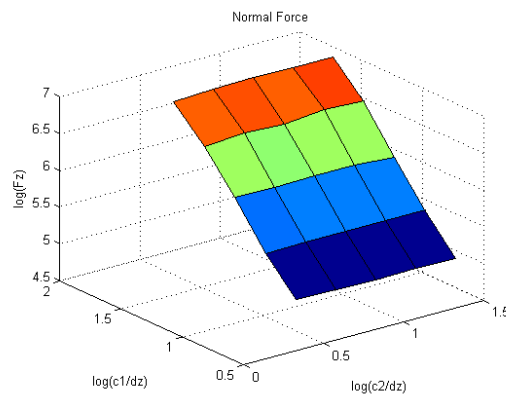
Σχ. X-3 Χάρτης φθοράς για 2 παραμέτρους ( $c1/dz$ ,  $c2/dz$ )

Στα Σχ. X-3, Σχ. X-4, Σχ. X-5 απομονώθηκε η χαρτογράφηση μόνο για δύο παραμέτρους, τις  $c1/dz$  και  $c2/dz$ , προκειμένου να γίνει ευκολότερη οπτικοποίηση του φαινομένου. Έχει γίνει τομή στην κεντρική τιμή για κάθε παράμετρο που δεν απεικονίζεται. Εναλλακτικά μπορεί να υπάρξει

μεσοστάθμιση, δηλαδή για τα σημεία που συμπίπτουν έπειτα από τη συμπίεση του χάρτη στις 2 διαστάσεις, να λάβουμε τη μέση τιμή.



Σχ. X-4 Χαρτογράφηση για 2 παραμέτρους: δύναμη τριβής.



Σχ. X-5 Χαρτογράφηση για 2 παραμέτρους: κάθετη δύναμη.

Ο χάρτης δείχνει τις φθειρόμενες τραχύτητες να αμβλύνονται (αύξηση του μήκους για το ίδιο ύψος) και να αναλαμβάνουν σχήματα με μεγαλύτερα υψίπεδα (με αποκοπή των κορυφών τους, όπως προκύπτει από παρατήρηση τα αποτελέσματα της μικροκλίμακας). Οι δυνάμεις είναι αναμενόμενες. Πιο σημαντικό είναι το ότι φαίνεται να υπάρχει ένας ελάχιστος όγκος φθοράς (Σχ. X-3), για ενδιάμεση τραχύτητα, φαινόμενο που δείχνει να είναι ανεξάρτητο της αντεπιφάνειας (παρότι η φθορά είναι μεγαλύτερη για μεγαλύτερες τραχύτητες της αντεπιφάνειας).

## Ενότητα 10.02 Φθορά πρόσφυσης: 7-παραμετρικό μοντέλο

Το μοντέλο με 7 παραμέτρους ( $dz$ ,  $c1$ ,  $c2$ ,  $vf1$ ,  $vf2$ ,  $sq1$ ,  $sq2$ ) το οποίο αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 5, χρησιμοποιήθηκε για τη χαρτογράφηση της φθοράς πρόσφυσης του χάλυβα AISI1015.

### (a) Ειδικές συνθήκες του προβλήματος

Στην περίπτωση της φθοράς πρόσφυσης μετάλλου επί μετάλλου, παρήχθη μια χαρτογράφηση του μοντέλου μικροκλίμακας που χρησιμοποιεί τη μέθοδο SPH, βασισμένη στα πρώτα 108 σημεία ενός 6-διάστατου συνόλου Sobol (το  $dz$  έχει παραβλεφθεί). Η χαρτογράφηση αυτή προσαρμόστηκε στη συνέχεια σε ένα πλέγμα  $3 \times 11 \times 11 \times 5 \times 5 \times 5 = 71280$  σημείων για λόγους απεικόνισης. Ο σχεδιασμός αυτός φάνηκε να είναι πιο αποδοτικός, οπότε αναπαρήχθη στη χαρτογράφηση της περίπτωσης της φθοράς εκτριβής.

### (b) Μεταφερόμενος και παραμορφωμένος όγκος

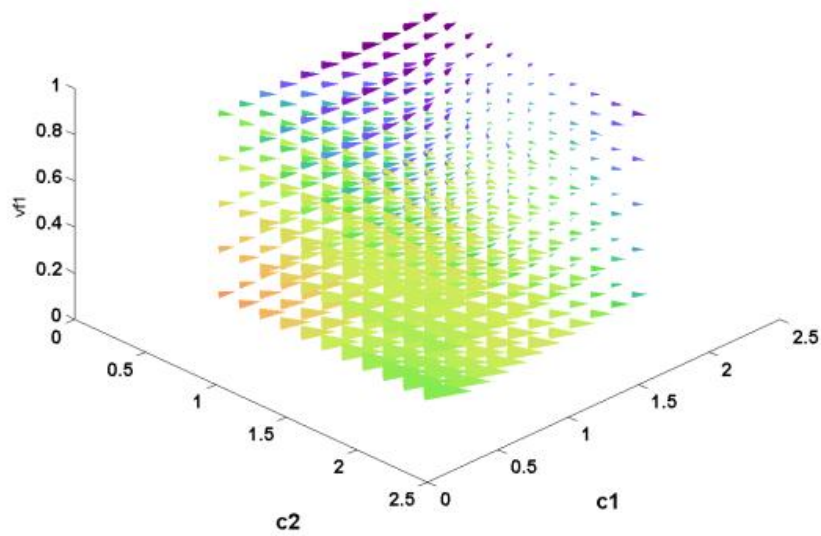
Από την ποιοτική αξιολόγηση των προσομοιώσεων, για την περίπτωση της πρόσφυσης, παρατηρήσαμε τα εξής:

- Για δύο ίδια υλικά, η κατεύθυνση μεταφοράς υλικού ( $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 1$ , ή αποκόλληση αποβλίττου) εξαρτάται έντονα από τη γεωμετρία της επαφής.
- Το απόβλιττο τείνει να περιστραφεί γύρω από την πλευρά που θλίβεται και η οποία υφίσταται κάμψη, με αποτέλεσμα είτε να θραυστεί, απελευθερώνοντας το απόβλιττο, ή να αντέξει και να θραυστεί ο σύνδεσμος με την αντεπιφάνεια.
- Το μεταφερόμενο υλικό είναι έντονα παραμορφωμένο και συγκρατείται χαλαρά, οπότε αναμένεται να απολεπιστεί εύκολα στην επόμενη επαφή.
- Το περισσότερο αποσπώμενο υλικό προέρχεται από τη ζώνη ακριβώς πίσω από την κορυφή, γεγονός που καθιστά τις προκύπτουσες τραχύτητες πιο χαμηλές αλλά και πιο εμπροσθοβαρείς (αρνητικό  $cg$ ). Αυτό εξισορροπείται από αντίστοιχες εμπροσθοβαρείς τραχύτητες οι οποίες ισοπεδώνονται όταν αλληλεπιδρούν με μια πολύ μεγαλύτερη.

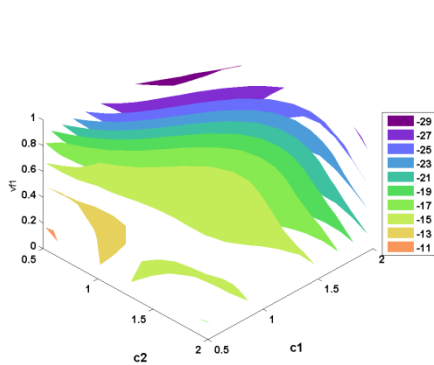
### (c) Αποτελέσματα της χαρτογράφησης

Κάποιες όψεις των χαρτών έχουν εξαχθεί και παρατίθενται στα Σχ. X-6 έως και Σχ. X-9.

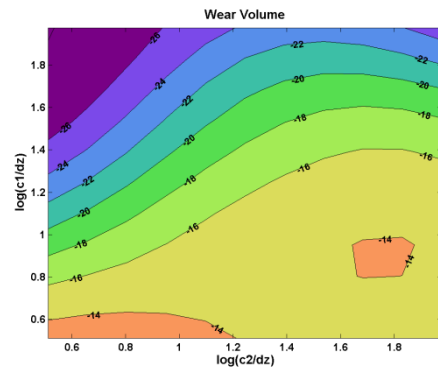
Ο χάρτης για την πρόσφυση, ο οποίος βασίζεται στον κώδικα SPH με διόρθωση της εφελκυστικής αστάθειας, δείχνει ότι οι τραχύτητες γίνονται πιο ομαλές καθώς φθείρονται (αύξηση του μήκους για το ίδιο ύψος) και παίρνουν σχήματα με μεγαλύτερα υψίπεδα (με αποκοπή των κορυφών τους, όπως δείχνει η παρατήρηση των αποτελεσμάτων στη μικροκλίμακα), (Σχ. X-9). Ο ρυθμός φθοράς είναι υψηλότερος για οξύτερες (χαμηλό  $\nu f$ ) τραχύτητες με μικρότερα μήκη σχετικά ως προς την αλληλοδιείσδυση. Αυτό αντιστοιχεί στα πορίσματα από τον αναλυτικό χάρτη, παρόλο που δε μπορεί να γίνει άμεση σύγκριση όταν οι παράμετροι της χαρτογράφησης είναι διαφορετικές.



Σχ. X-6 Παραμόρφωση του σχήματος των τραχυτήτων και όγκος φθοράς συναρτήσει των  $c_1, c_2, v_{f1}$ : πρόσφυση.

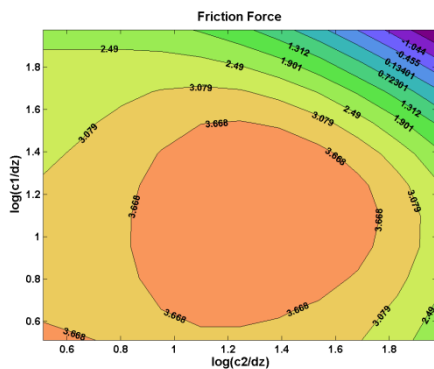


(α)

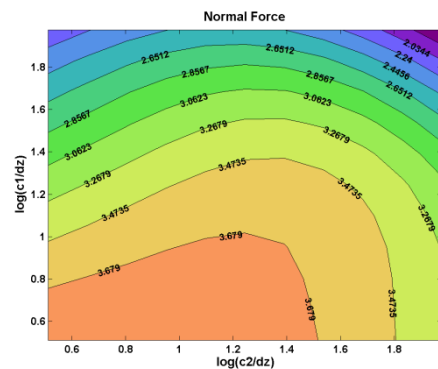


(β)

Σχ. X-7 Πρόσφυση: α) Ισο-επιφάνειες του όγκου φθοράς:  $V_1$  συναρτήσει των  $c_1, c_2, v_{f1}$ , β) Όγκος φθοράς για  $v_{f1}=0.5, \log(V_1)$  συναρτήσει των  $c_1, c_2$ .



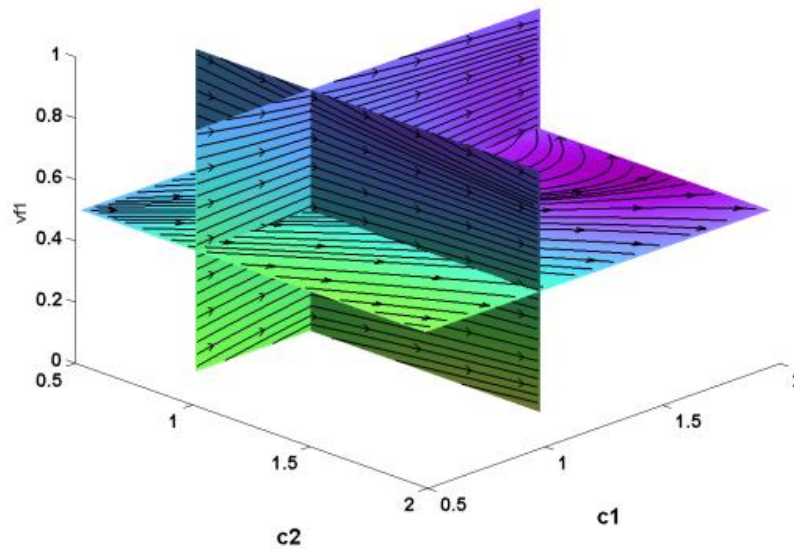
(α)



(β)

Σχ. X-8 α) Δύναμη τριβής  $\log(F_x)$ , β) Κάθετη δύναμη  $\log(F_z)$ , για  $v_{f1}=0.5$ , συναρτήσει των  $c_1, c_2$ : πρόσφυση.





Σχ. X-9 Χάρτογράφηση της παραμόρφωσης των τραχυτήτων, δηλαδή της μετατόπισης στο χώρο των παραμέτρων, με ροϊκές γραμμές (streamlines) και τομές: πρόσφυση.

### Ενότητα 10.03 Φθορά εκτριβής: 7-παραμετρικό μοντέλο

#### (a) Ειδικές συνθήκες του προβλήματος

Χρησιμοποιήθηκαν ακριβώς οι ίδιες συνθήκες και διαστάσεις χαρτογράφησης όπως και στην περίπτωση της εκτριβής. Στην περίπτωση αυτή όμως, έγινε η επιλογή η αντεπιφάνεια να είναι απαραμόρφωτη και η επαφή των κόμβων της με τους κόμβους της παραμορφούμενης τραχύτητας να γίνεται με συντελεστή πρόσφυσης  $f=0.2$ .

#### (b) Μέγεθος και σχήμα αποβλίττων

Στην περίπτωση της εκτριβής, παρατηρήσαμε τα εξής:

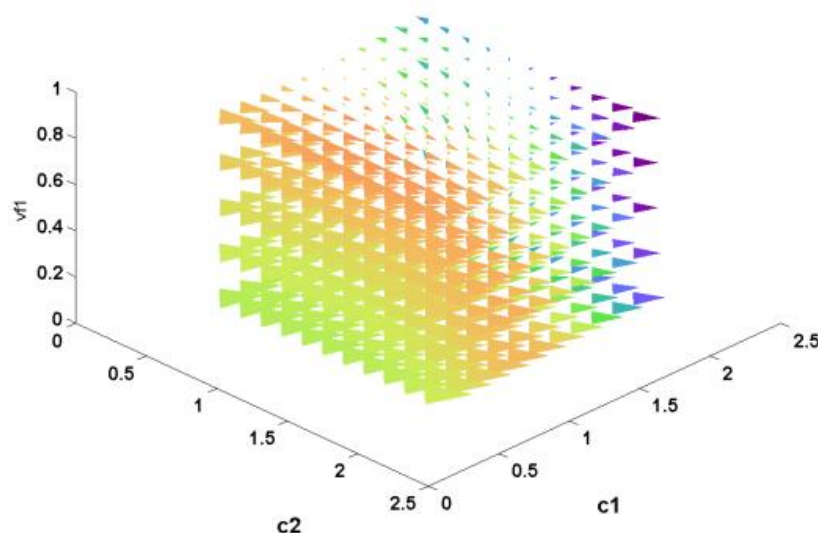
- Η χρήση της εξομάλυνσης ταχύτητας στην SPH εμποδίζει την απολύτως ελεύθερη ολίσθηση των επιφανειών στην περίπτωση ενός χαμηλού συντελεστή τριβής διεπιφάνειας (όπως στις δικές μας προσομοιώσεις όπου  $f=0.2$ ). Η διεπιφάνεια διατηρεί κάποιο βαθμό συνάφειας. Η εξομάλυνση της ταχύτητας θα πρέπει να περιορίζεται στους κόμβους οι οποίοι ανήκουν στην ίδια επιφάνεια.
- Η τεχνητή τάση η οποία εκμηδενίζει την εφελκυστική αστάθεια οδηγεί σε αυξημένη αντίσταση των κόμβων SPH στη διάτμηση. Θεωρούμε ότι ίσως θα πρέπει να απενεργοποιείται για τους κόμβους εκείνους οι οποίοι έχουν υποστεί θραύση.
- Λόγω της παροδικής επαφής, είναι δύσκολο να συσχετίσουμε κάθε προσομοίωση με ένα γνωστό μηχανισμό εκτριβής. Για να το κάνουμε αυτό θα πρέπει να αναπαράγουμε τη διάταξη σφαίρας /

σφήνας έναντι ημιεπιπέδου η οποία χρησιμοποιείται στα αναλυτικά μοντέλα.

- Ο όγκος φθοράς είναι υψηλότερος σε περιπτώσεις χαμηλού  $c_1/dz$ , επειδή η αντεπιφάνεια είναι απαραμόρφωτη και δεν υποχωρεί για να καλύψει την αλληλοδιείσδυση.
- Η ρωγμή σχηματίζεται με εφελκυστικό τρόπο και σε κάθετη διεύθυνση στο εμπρόσθιο τμήμα και διαδίδεται μέχρις ότου ο προς αποκόλληση όγκος σφηνώνεται μεταξύ των τραχυτήτων και προκαλεί τη διάτμηση. Αυτό οφείλεται στις πολύ χαμηλές γωνίες προσβολής οι οποίες χαρακτηρίζουν την ομαλή φθορά.

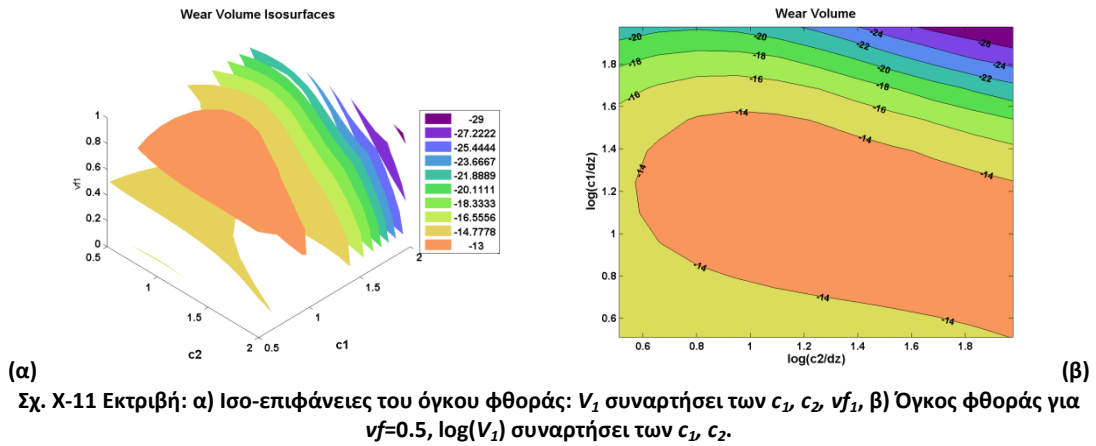
### (c) Αποτελέσματα της χαρτογράφησης

Η παραλλαγή του ίδιου SPH κώδικα που χρησιμοποιήσαμε για την εκτριβή παρουσιάζει ανάλογη συμπεριφορά. Η χαρτογράφηση φαίνεται στα Σχ. X-10 έως και Σχ. X-13.

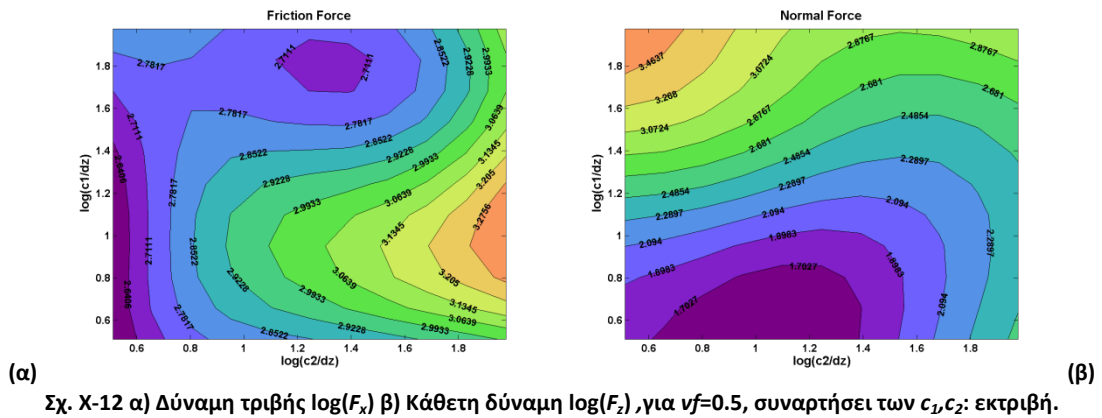


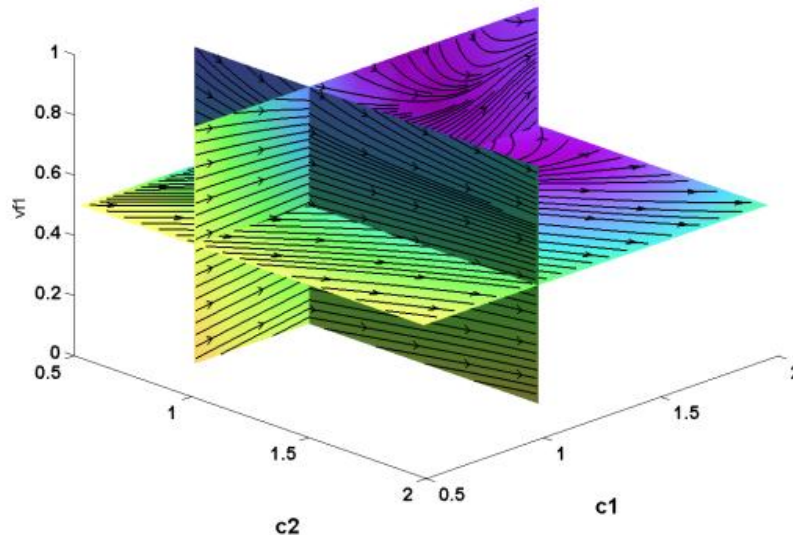
Σχ. X-10 Παραμόρφωση του σχήματος των τραχυτήτων και όγκος φθοράς συναρτήσει των  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $\nu f_1$ : εκτριβή.

Από το κωνόγραμμα του Σχ. X-10 φαίνεται ότι και πάλι οι πιο μυτερές τραχύτητες έχουν την τάση να εξομαλύνονται, ενώ οι πιο λείες να εκτραχύνονται. Εντούτοις, στις περισσότερες των περιπτώσεων το  $\nu f$  δεν μεταβάλλεται ιδιαίτερα.



Από το χάρτη ισοεπιφανειών όγκου του Σχ. X-11, βλέπουμε ότι αυτός μεταβάλλεται σχεδόν μονότονα με τη γωνία προσβολής, όμως όχι για τις εξαιρετικά μεγάλες γωνίες, όπου παρατηρείται μετατόπιση αντί για αποβολή όγκου. Το μήκος  $c_1$  της φθειρόμενης τραχύτητας είναι πιο σημαντικό από το μήκος της αντεπιφάνειας  $c_2$ .





Σχ. X-13 Χάρτογράφηση της παραμόρφωσης των τραχυτήτων, δηλαδή της μετατόπισης στο χώρο των παραμέτρων, με ροϊκές γραμμές (streamlines) και τομές: εκτριβή.

Γενικά συμπεραίνουμε ότι το μήκος  $c_1$  της φθειρόμενης τραχύτητας είναι πιο σημαντικό από το μήκος της αντεπιφάνειας  $c_2$ . Η φθορά είναι εντονότερη για ενδιάμεσους λόγους όγκου, χάρις σε ένα συνδυασμό μεγαλύτερου όγκου που πλαστικοποιείται με μια μεγαλύτερη γωνία προσβολής.

#### Ενότητα 10.04 7-παραμετρικό μοντέλο: σύγκριση με τα αποτελέσματα από τα αναλυτικά μοντέλα

Χρησιμοποιώντας το ίδιο υλικό, τον ανθρακούχο χάλυβα AISI-1015, με σκληρότητα  $H=1285\text{MPa}$ , και το ίδιο δείγμα τραχυτήτων ( $R_a = 1.16 \mu\text{m}$ ) σε όλες τις περιπτώσεις, πραγματοποιήσαμε μια σειρά προσομοιώσεων, σε τρία διαφορετικά φορτία (30, 100 και 300 MPa), προκειμένου να συγκρίνουμε τα αριθμητικά μας μοντέλα με τα αναλυτικά μοντέλα που εξετάσαμε στο κεφάλαιο 2. Στις δοκιμές για τη φθορά εκτριβής, η αντεπιφάνεια έχει τις μηχανικές ιδιότητες του υπερκράματος Stellite 12. Όλες οι προσομοιώσεις περιλαμβάνουν 1000 τραχύτητες για 50 κύκλους. Καθώς το δείγμα υποβαθμίζεται πολύ γρήγορα στις περισσότερες περιπτώσεις, η σύγκριση βασίζεται μονάχα στο  $\bar{W}_{fi}$ , το μέσο ρυθμό φθοράς αρχικής κατάστασης σε μια φρέσκια επιφάνεια. Παρατίθενται μέσος συντελεστής τριβής ( $\mu_{avg}$ ), ο μέσος αριθμός επαφών και ο αδιάστατος συντελεστής φθοράς  $K$  που προκύπτει. Για μεγαλύτερα φορτία, το κρίσιμο επίπεδο από το οποίο δειγματίζεται το προφίλ βρίσκεται χαμηλότερα και οι τραχύτητες του δείγματος είναι μεγαλύτερες, επομένως η επιφάνεια της προσομοιωμένης επιφάνειας είναι μεγαλύτερη. Τα 3D μοντέλα εμφανίζουν υψηλότερους ρυθμούς φθοράς γενικά, κάτι που είναι πιθανότατα επίπτωση της μεταβολής της καμπύλης φορτίου διακένου, καθώς η προσομοίωση οδηγείται σε μικρότερα διάκενα και υψηλότερους ρυθμούς φθοράς. Είναι προφανές ότι η μοντελοποίηση μιας ισότροπης 3D

επιφάνειας βάσει 2D προφίλ και 2D μοντέλων αλληλεπίδρασης τραχυτήτων δε μπορεί να ρυθμιστεί εύκολα.

Τα ευρήματα από τις δοκιμές μας συνοψίζονται στους Πίνακες 1-3. Ο Πίνακας 1 περιλαμβάνει αποτελέσματα προσομοιώσεων βάσει χαρτών ο οποίος δημιουργήθηκαν από το 7-παραμετρικό αριθμητικό μοντέλο μικροκλίμακας. Ο Πίνακας 2 περιλαμβάνει αποτελέσματα προσομοιώσεων βάσει χαρτών ο οποίος δημιουργήθηκαν από τα 3-παραμετρικά αναλυτικά μοντέλα μικροκλίμακας τα οποία παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 2. Ο Πίνακας 3 συνοψίζει το μέσο αδιάστατο συντελεστή φθοράς του Archard, υπολογισμένο για όλα τα φορτία σε κάθε περίπτωση.

**Πίν. 7 Αποτελέσματα της προσομοίωσης μακροκλίμακας για τα αριθμητικά μοντέλα τραχυτήτων.**

Μοντέλ.	Πρόσφυση SPH (2D)			Πρόσφυση SPH (3D)			Εκτριβή SPH (2D)			Εκτριβή SPH (3D)		
	30	100	300	30	100	300	30	100	300	30	100	300
P (MPa)	30	100	300	30	100	300	30	100	300	30	100	300
V_avg (mm <sup>3</sup> )	6,74E -13	2,05E -07	1,18E -07	1,48E -11	6,95E -07	4,50E -07	3,49E -11	5,57E -20	4,70E -10	1,10E -09	6,21E -19	7,95E -09
W_avg (mm <sup>3</sup> /m)	1,63E +04	6,43E +05	1,59E +05	1,89E +04	1,25E +06	4,85E +05	2,19E +04	5,78E +04	1,82E +04	3,85E +04	2,08E +04	1,50E +04
V_tot (mm <sup>3</sup> )	2,14E +02	1,12E +04	4,66E +03	2,48E +02	3,42E +04	2,29E +04	2,76E +02	1,55E +03	7,73E +02	4,04E +02	5,33E +02	6,90E +02
S_tot (m)	1,31E -02	1,75E -02	2,92E -02	1,31E -02	2,73E -02	4,71E -02	1,26E -02	2,68E -02	4,24E -02	1,05E -02	2,57E -02	4,62E -02
μ_avg	0,56	174	57,8	1,47	168	62,6	0,98	0,32	0,14	0,60	0,39	0,15
# επαφών	7,52	194	348	12,3	581	830	6,06	57,1	113,8	6,00	43,5	145,0
A (mm <sup>2</sup> )	2,62E +05	5,46E +05	9,42E +05	1,57E +02	6,85E +02	1,84E +03	2,62E +05	5,46E +05	9,42E +05	1,57E +02	6,85E +02	1,84E +03
K	2,66E -03	1,51E -02	7,25E -04	5,16E +00	2,35E +01	1,13E +00	3,58E -03	1,36E -03	8,29E -05	1,05E +01	3,90E -01	3,48E -02

**Πίν. 8 Αποτελέσματα της προσομοίωσης μακροκλίμακας για τα αναλυτικά μοντέλα τραχυτήτων.**

Μοντέλ.	Αποκοπή (3D)			Salib et. al. (adh3D)			Hockenhull (abr2D)			Xie et. al. (abr3D)		
	30	100	300	30	100	300	30	100	300	30	100	300
P (MPa)	30	100	300	30	100	300	30	100	300	30	100	300
V_avg (mm <sup>3</sup> )	2,12E -13	7,96E -12	3,22E -10	1,69E -12	9,12E -11	2,74E -09	7,57E -12	1,40E -06	3,64E -09	2,23E -03	3,40E +02	9,41E +04
W_avg (mm <sup>3</sup> /m)	6,88E -01	2,37E +01	2,94E +04	1,02E +01	1,87E +02	1,76E +03	2,23E -07	2,98E -02	2,58E -05	6,58E +01	7,22E +06	6,68E +08
V_tot (mm <sup>3</sup> )	2,83E -02	1,15E +00	2,47E +03	4,18E -01	9,07E +00	1,48E +02	9,19E -09	1,44E -03	2,17E -06	2,71E +00	3,50E +05	5,61E +07
S_tot (m)	4,12E	4,85E	8,39E	4,12E	4,85E	8,39E	4,12E	4,85E	8,39E	4,12E	4,85E	8,39E

	-02	-02	-02	-02	-02	-02	-02	-02	-02	-02	-02	-02
$\mu_{avg}$	0,10	0,10	0,10	0,53	0,43	0,43	-	-	-	0,20	0,20	0,20
# επαφών	4,72	79,3	490	4,76	65,5	483	5,12	64,9	476	5,32	66,5	475
A (mm <sup>2</sup> )	2,02E +03	2,70E +03	5,85E +03	2,02E +03	2,70E +03	5,85E +03	8,24E +05	9,70E +05	1,68E +06	2,02E +03	2,70E +03	5,85E +03
K	6,24E -03	3,85E -03	2,57E -01	9,14E -02	3,67E -02	1,56E -02	1,87E -09	5,89E -06	2,32E -10	5,30E -01	1,39E +03	6,02E +03

Πίν. 9 Σύγκριση των συντελεστών φθοράς.

<i>Μοντέλο μικροκλίμακας εκτριβής</i>	<i>K</i>
Πειραματικός [28]	$7 \cdot 10^{-3}$
Xie et. al. (3D)	$2.47 \cdot 10^{-3}$
Hockenhull et. al. (2D)	$1.96 \cdot 10^{-6}$
Αποκοπή (3D)	$8.91 \cdot 10^{-2}$
Εκτριβή SPH (2D)	$1.67 \cdot 10^{-3}$
Εκτριβή SPH (3D)	3.65
<i>Μοντέλο μικροκλίμακας πρόσφυσης</i>	<i>K</i>
Πειραματικός [22]	$1.5 \cdot 10^{-2}$
Salib et. al. (3D)	$4.79 \cdot 10^{-2}$
Πρόσφυση SPH (2D)	$6.17 \cdot 10^{-3}$
Πρόσφυση SPH (3D)	9.93

Τα αποτελέσματα μόνο ενδεικτικά μπορούν να μας βοηθήσουν στην αξιολόγηση των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν. Το μοντέλο SPH, όταν χρησιμοποιείται η «2D» αντιμετώπιση είναι αρκετά κοντά στα πειραματικά δεδομένα (ίδια τάξη μεγέθους). Οι προσομοιώσεις με μικρομοντέλο SPH φαίνεται να υποεκτιμούν το συντελεστή φθοράς, ενώ οι προσομοιώσεις με αναλυτικά μοντέλα να τον υπερεκτιμούν.

## Ενότητα 10.05 Φθορά πρόσφυσης: 5-παραμετρικό μοντέλο

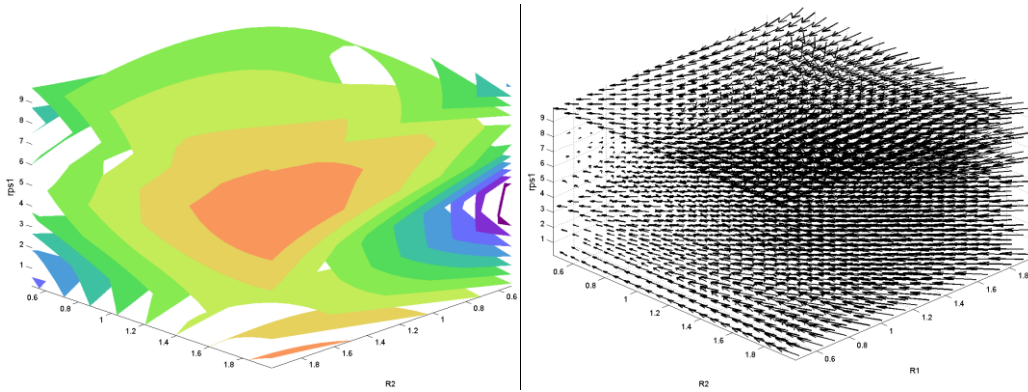
Το 5-παραμετρικό μοντέλο αναπτύχθηκε με στόχο να μεταφέρει την έμφαση, όσον αφορά στις παραμέτρους, από τη γεωμετρία των τραχυτήτων στη μηχανική συμπεριφορά του υλικού, μέσω των παραμέτρων  $rps_1$ ,  $rps_2$  για την κράτυνση.

### (a) Αποτελέσματα Χαρτογράφησης

Παρήχθη μια χαρτογράφηση του μοντέλου μικροκλίμακας που χρησιμοποιεί τη μέθοδο SPH, βασισμένη στα πρώτα 80 σημεία ενός 4-διάστατου συνόλου Sobol (το  $dz$  έχει παραβλεφθεί). Η χαρτογράφηση αυτή προσαρμόστηκε στη συνέχεια σε ένα πλέγμα  $3 \times 21 \times 21 \times 7 = 64827$  σημείων για λόγους απεικόνισης.

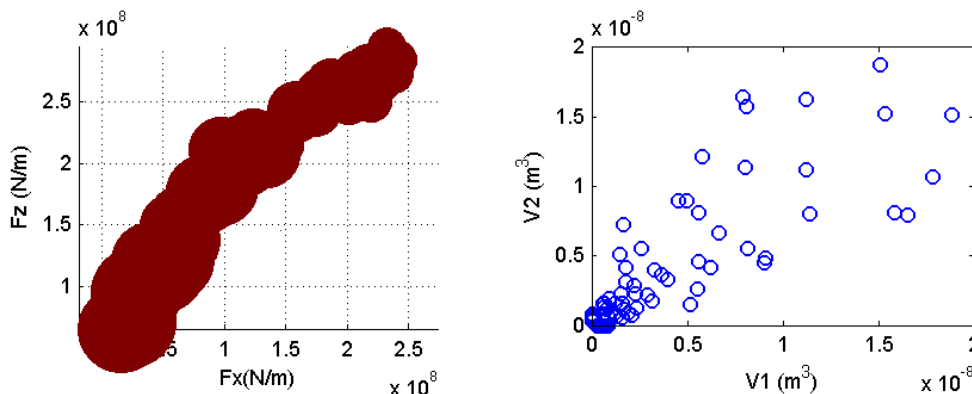
#### (i) $Si_3N_4$

Από τη χαρτογράφηση, η οποία έγινε σύμφωνα με τα παραπάνω, παρατίθεται μόνο η χαρτογράφηση του όγκου φθοράς. Παρατηρείται εκτράχυνση των επιφανειών (μείωση των  $R/dz$ ).

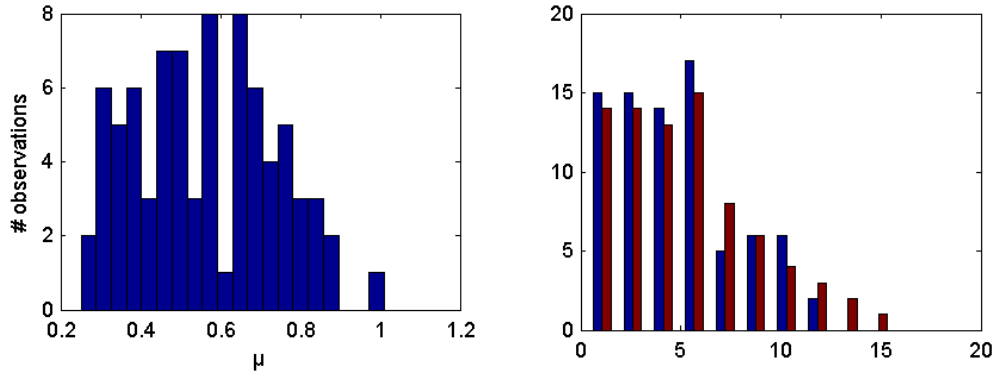


Σχ. X-14  $Si_3N_4/Si_3N_4$  πρόσφυση: α) Ισοεπιφάνειες όγκου, β) Διανυσματικός χώρος παραμόρφωσης τραχύτητας.

#### (ii) WC-Co

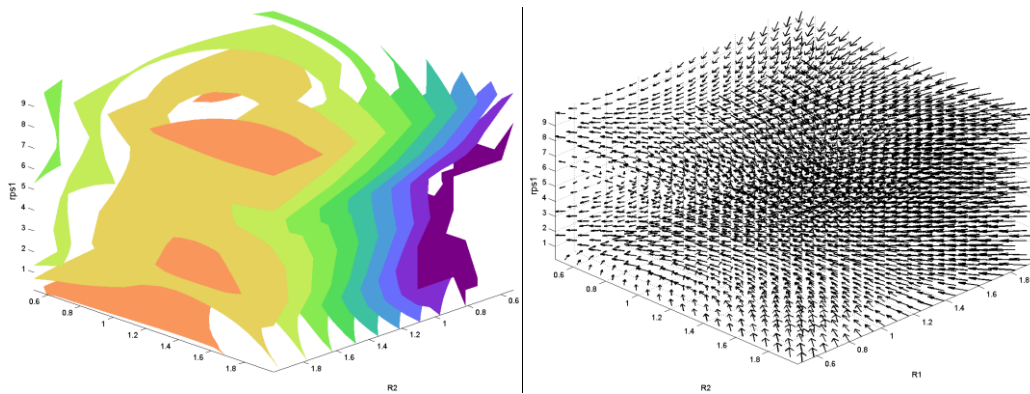


Σχ. X-15 Δέσμη προσομοιώσεων πρόσφυσης για WCCo-WCCo α) Δυνάμεις και σχετικός όγκος φθοράς  $V_1$ , β) διασπορά των όγκων φθοράς  $V_1, V_2$ .



Σχ. X-16 Δέσημη προσομοιώσεων πρόσφυσης για WCCo-WCCo α) Ιστόγραμμα του συντελεστή τριβής, β) ιστογράμματα των παραμέτρων κράτυνσης  $rps_1$ ,  $rps_2$ .

Από τη χαρτογράφηση, η οποία έγινε σύμφωνα με τα παραπάνω, παρατίθεται μόνο η χαρτογράφηση του όγκου φθοράς:



Σχ. X-17 WC-Co/WC-Co πρόσφυση: α) Ισοεπιφάνειες όγκου, β) Διανυσματικός χώρος παραμόρφωσης τραχύτητας.

## (b) Αποτελέσματα μακρομοντέλου

### (i) $Si_3N_4$

Παρατίθενται τα χαρακτηριστικά μεγέθη του τριβοσυστήματος, για μια σειρά από προσομοιώσεις φθοράς πρόσφυσης WC-Co/WC-Co, με τη 2D προσέγγιση και μεσοσταθμική φθορά (Πίν. 7). Στο Σχ. X-18α χαρτογραφείται ο συντελεστής φθοράς συναρτήσει της πίεσης. Σε υψηλές πιέσεις ο συντελεστής μειώνεται γιατί ήδη από μικρότερα φορτία οι τραχύτητες φθείρονται με πρόσφυση οπότε ο συντελεστής μειώνεται λόγω αύξησης του φορτίου.

Πίν. 10 Αποτελέσματα μακρομοντέλου για τη φθορά πρόσφυσης  $Si_3N_4/Si_3N_4$ .

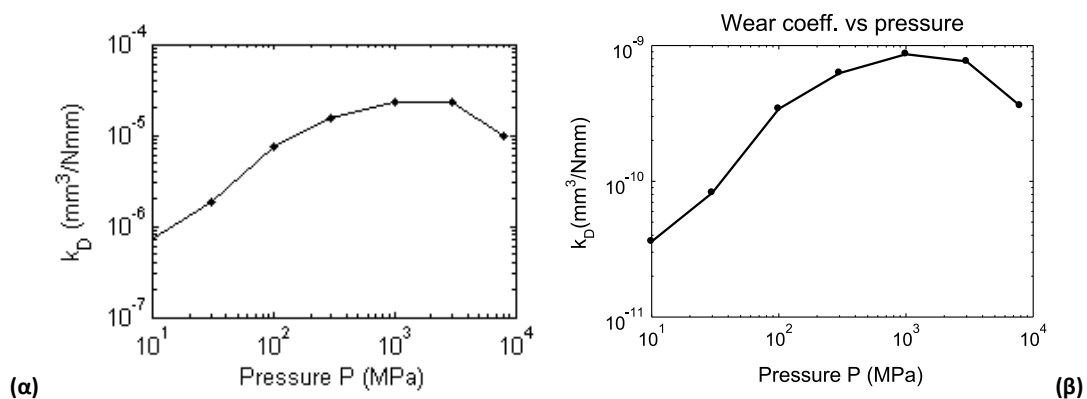
$P_n$ (MPa)	10	30	100	300	1000	3000
V_avg1	2,48E-07	1,95E-07	9,73E-08	1,26E-07	3,79E-07	2,07E-06
W_avg1	3,18E+04	6,32E+04	2,15E+05	7,11E+05	3,64E+06	1,92E+07
V_cum1	3,18E-05	6,32E-05	2,15E-04	7,11E-04	3,64E-03	1,92E-02



<b>S_tot (m)</b>	0,779	0,309	0,045	0,018	0,010	0,011
<b>μ_avg</b>	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190
<b># επαφών</b>	82	65	33	42	125	672
<b>Am1 (mm<sup>2</sup>)</b>	3,89E+07	1,54E+07	2,27E+06	8,87E+05	5,20E+05	5,39E+05
<b>L (N)</b>	4,25E+07	3,49E+07	2,86E+07	4,66E+07	1,59E+08	8,21E+08
<b>K</b>	1,21E-02	2,93E-02	1,22E-01	2,47E-01	3,72E-01	3,78E-01
<b>k(mm<sup>3</sup>/Nmm)</b>	7,49E-07	1,81E-06	7,52E-06	1,53E-05	2,30E-05	2,34E-05

## (ii) WC-Co

Παρατίθενται τα χαρακτηριστικά μεγέθη του τριβοσυστήματος, για μια σειρά από προσομοιώσεις φθοράς πρόσφυσης WC-Co/WC-Co, με τη 2D προσέγγιση και μεσοσταθμική φθορά. Στο Σχ. X-18β χαρτογραφείται ο συντελεστής φθοράς συναρτήσει της πίεσης. Σε υψηλές πιέσεις ο συντελεστής μειώνεται γιατί ήδη από μικρότερα φορτία οι τραχύτητες φθείρονται με πρόσφυση οπότε ο συντελεστής μειώνεται λόγω αύξησης του φορτίου.



Σχ. X-18 Χαρτογράφηση του  $k_D$  ως προς την πίεση  $P$ , όπως προκύπτει από εφαρμογή του πολυκλίμακου μοντέλου για την πρόσφυση: α) Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, β) WC-Co.

Παρατηρούμε ότι το Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, όντας πιο μαλακό από το WC-Co, έχει πολύ υψηλότερο συντελεστή φθοράς. Τα δύο υλικά έχουν εντούτοις παρόμοια συμπεριφορά, ποιοτικά ως προς την πίεση.

## Ενότητα 10.06 Φθορά εκτριβής: 5-παραμετρικό μοντέλο

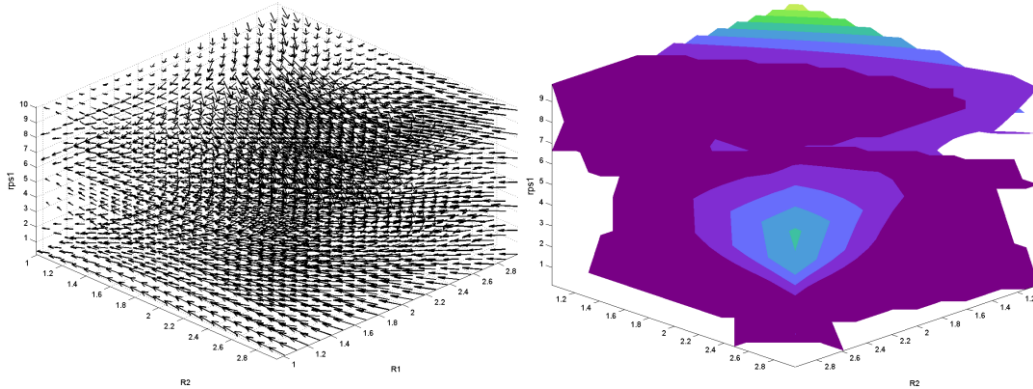
### (a) Αποτελέσματα χαρτογράφησης

Η χαρτογράφηση έγινε με τις ίδιες παραμέτρους με την περίπτωση της πρόσφυσης της προηγούμενης ενότητας.

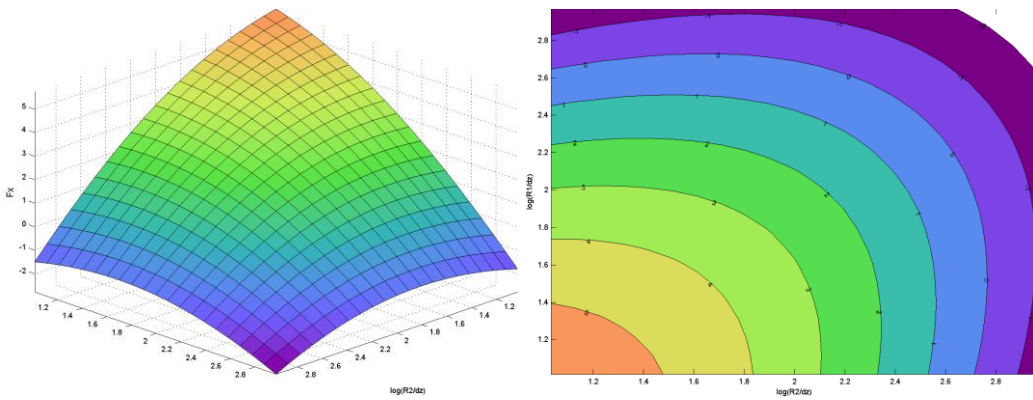
Στο Σχ. X-19α παρατηρούμε εκτράχυνση των τραχυτήτων λόγω της φθοράς (τα βέλη κινούνται προς μικρότερα  $R/dz$ ). Η παράμετρος κράτυνσης δεν μεταβάλλεται ιδιαίτερα. Στο β)

παρατηρούμε πολύ μικρούς όγκους φθοράς τις περισσότερες των περιοχών. Η ζώνη υψηλής φθοράς βρίσκεται στη γωνία του χάρτη με μικρά  $R_1/dz, R_2/dz$  και μεγάλο  $rps_1$ .

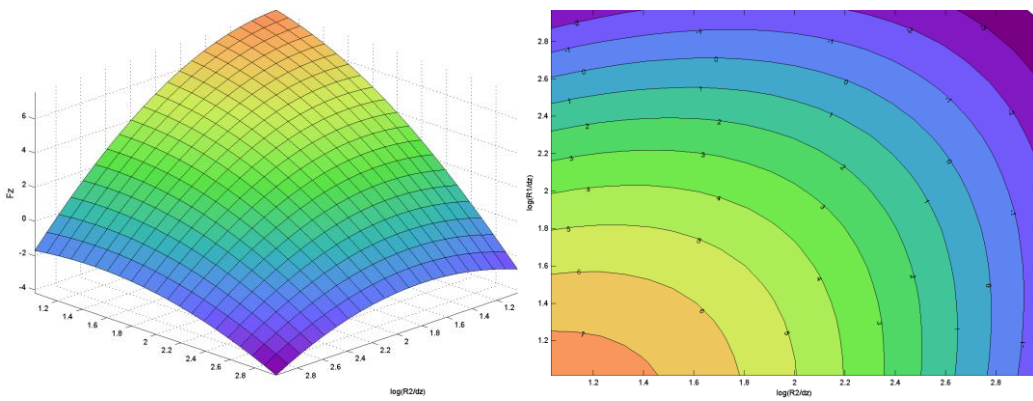
Στα Σχ. X-20 ως Σχ. X-22 φαίνεται η συμπεριφορά των δυνάμεων του συστήματος σε μια τομή του χάρτη. Οι δυνάμεις στο σημείο αυτό έχουν ανάλογη συμπεριφορά με τον όγκο φθοράς.



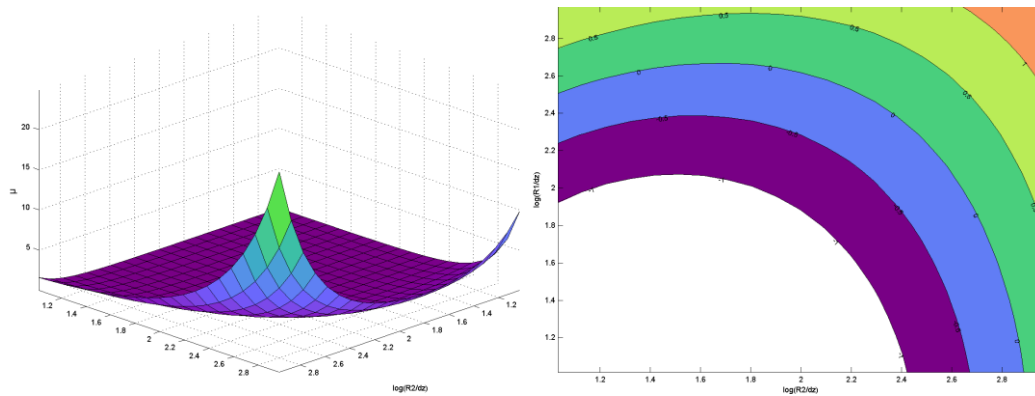
Σχ. X-19 Εκτριβή  $Si_3N_4$ : α) Παραμόρφωση του σχήματος των τραχυτήτων και όγκος φθοράς συναρτήσει των  $R_1, R_2, rps_1$ , β) Ισοεπιφάνειες του όγκου φθοράς.



Σχ. X-20 Εκτριβή  $Si_3N_4$ : Δύναμη τριβής  $F_x$  για  $rps_1=rps_2=5$ .



Σχ. X-21 Εκτριβή  $Si_3N_4$ : Κάθετη δύναμη  $F_z$  για  $rps_1=rps_2=5$ .



Σχ. Χ-22 Εκτριβή  $\text{Si}_3\text{N}_4$ : Συντελεστής τριβής  $\mu$  για  $\text{grs1}=\text{grs2}=5$ .

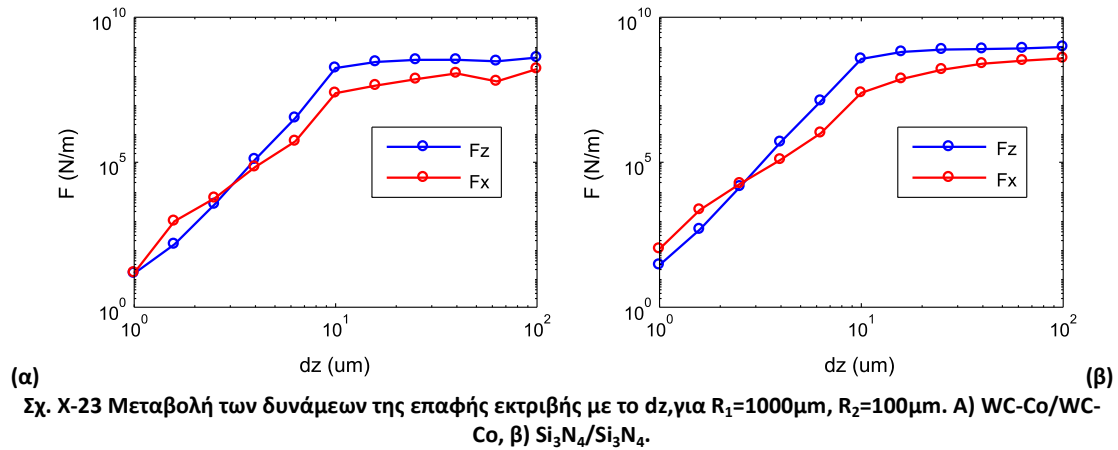
### (b) Αποτελέσματα μακρομοντέλου

Καθώς τα αποτελέσματα αυτά χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη της περίπτωσης της Ενότητας 10.8 (μακροσκοπικό μοντέλο GIWM), δεν παρατίθενται εδώ.

## Ενότητα 10.07 5-παραμετρικό μοντέλο: Σχόλια και συγκρίσεις

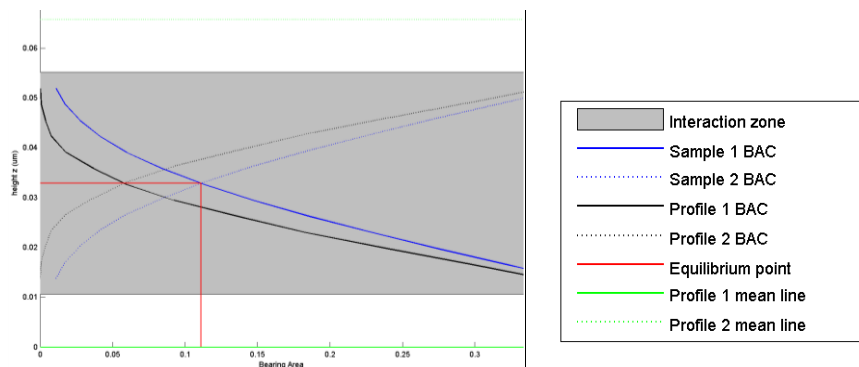
### (a) Διείσδυση και δυνάμεις

Διατηρώντας σταθερές τις ακτίνες, ( $R_1=1000\mu\text{m}$ ,  $R_2=100\mu\text{m}$ ) μεταβάλαμε στο μοντέλο μικροκλίμακας το  $dz$ , μεταξύ 1 και 100  $\mu\text{m}$ , προκειμένου να δούμε την σιβαρότητα της επαφής, δίχως την επίδραση του βήματος της χαρτογράφησης (Σχ. Χ-23). Παρατηρούμε την μετάπτωση, γύρω στην τιμή  $dz=10\mu\text{m}$ , από το καθεστώς της ελαστικής ή ελαφρώς πλαστικής επαφής, δίχως φθορά, όπου οι δυνάμεις κλιμακώνονται έντονα στο καθεστώς της επαφής με άροση και αποβολή υλικού, όπου οι δυνάμεις αυξάνονται με πολύ χαμηλότερο ρυθμό. Η  $F_x$  για πολύ μικρές διεισδύσεις είναι μεγαλύτερη από την  $F_z$ , κάτι που αποδίδεται στην αδυναμία της διακριτοποίησης της περιοχής SPH να αναπαραστήσει τις δυνάμεις με ακρίβεια, όταν η διείσδυση είναι της τάξης μεγέθους του μήκους εξομάλυνσης  $h$ , των κόμβων SPH (αδυναμία αναπαράστασης στο σύνορο). Για τις περιπτώσεις αυτές απαιτείται καλύτερη διακριτοποίηση.



### (b) Παρατηρήσεις στο μακρομοντέλο

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αλληλεπίδρασης των προφίλ για την περίπτωση της εκτριβής, φαίνεται στο (Σχ. X-24). Οι επιφάνειες ισορροπούν σε διάκενο  $\delta$  τέτοιο ώστε η αλληλεπίδραση των καμπυλών του δείγματος να έχει συγκεκριμένο κλάσμα φέρουσας επιφάνειας που εξαρτάται από την πίεση.

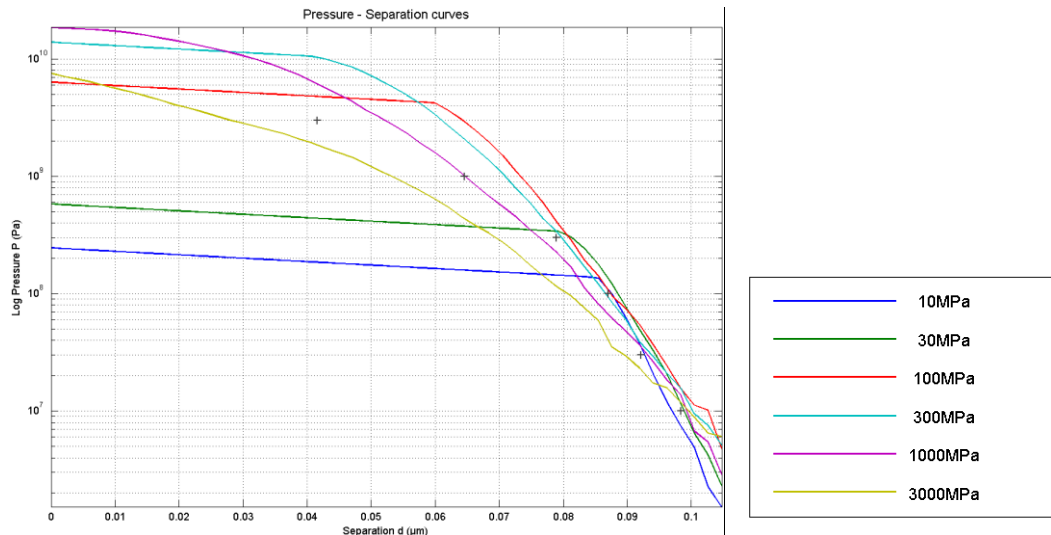


**Σχ. X-24 Χαρακτηριστικό παράδειγμα της αλληλεπίδρασης των καμπυλών Abbott. (φθορά εκτριβής  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Si}_3\text{N}_4$ ,  $P=1000\text{MPa}$ ).**

Αν χαρτογραφήσουμε την απόκριση του δείγματος τραχυτήτων που εξάγουμε από τον πολυεπίπεδο πληθυσμό τραχυτήτων για κάθε πίεση, λαμβάνουμε το διάγραμμα του Σχ. X-25. Με (+) σημειώνονται τα αρχικά δοκιμαστικά σημεία για κάθε επίπεδο πίεσης, τα οποία πρέπει θεωρητικά να ακολουθούν χονδρικά την περιβάλλουσα των επιμέρους καμπυλών.

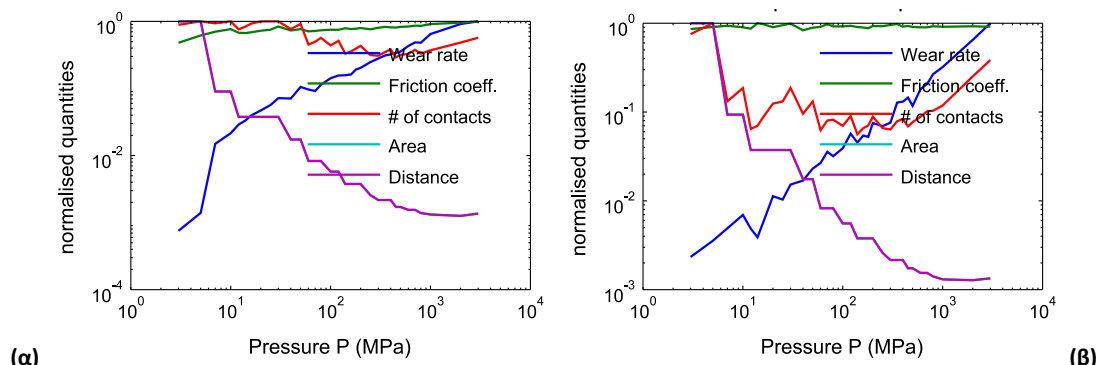
Παρατηρούμε ότι για μικρά φορτία – μικρές διεισδύσεις, οι καμπύλες έχουν σχετικά όμοια συμπεριφορά, όμως για μεγαλύτερα φορτία, η διείσδυση περνάει το κρίσιμο επίπεδο και η συμπεριφορά του δείγματος τραχυτήτων γίνεται συνολικά πολύ ελαστική, αφού δεν μπορούν αυτές να καλύψουν όλη τη φέρουσα επιφάνεια που απαιτείται. Από ένα σημείο και μετά, η μέγιστη πίεση που επιτυγχάνεται (για διάκενο  $\delta=0$ ), αρχίζει και μειώνεται. Αυτό θεωρούμε πως συμβαίνει γιατί μειώνεται ο αριθμός των τραχυτήτων και αλλάζει το σχήμα τους σε τέτοιο βαθμό, που η σφαιρική

γεωμετρία που χρησιμοποιείται στο 5-παραμετρικό μοντέλο δε μπορεί να παρακολουθήσει την εξέλιξη αυτή. Ωστόσο, οι παρατηρήσεις αυτές έχουν μικρή επίδραση στη λειτουργία του εξισορροπητή πίεσης-διακένου του μοντέλου, αφού αυτός δεν λειτουργεί ποτέ μακριά από τα αρχικά δοκιμαστικά σημεία.



Σχ. X-25 Μεσοσταθμική προσομοίωση φθοράς εκτριβής  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Si}_3\text{N}_4$ , καμπύλη πίεσης - διακένου (P-d) για διαφορετικά επίπεδα φόρτισης.

Χαρτογραφώντας τη μεταβολή των παραμέτρων του τριβουσυστήματος συναρτήσει της πίεσης που εφαρμόζεται (Σχ. X-26) βλέπουμε το ρυθμό φθοράς να αυξάνεται με πολύ μεγάλο εκθέτη και τον αριθμό των τραχυτήτων που έρχονται σε επαφή να έχει ένα ελάχιστο. Αντίθετα, η απόσταση ολίσθησης και η ονομαστική επιφάνεια που καταλαμβάνουν οι 5000 τραχύτητες μειώνονται. Ο συντελεστής τριβής παραμένει φυσικά σταθερός.



(α)

(β)

Σχ. X-26 Μεσοσταθμική προσομοίωση φθοράς εκτριβής. Σχετική μεταβολή των χαρακτηριστικών μεγεθών του τριβουσυστήματος με την πίεση: α)  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Si}_3\text{N}_4$ , β)  $\text{WC-Co}/\text{WC-Co}$ .

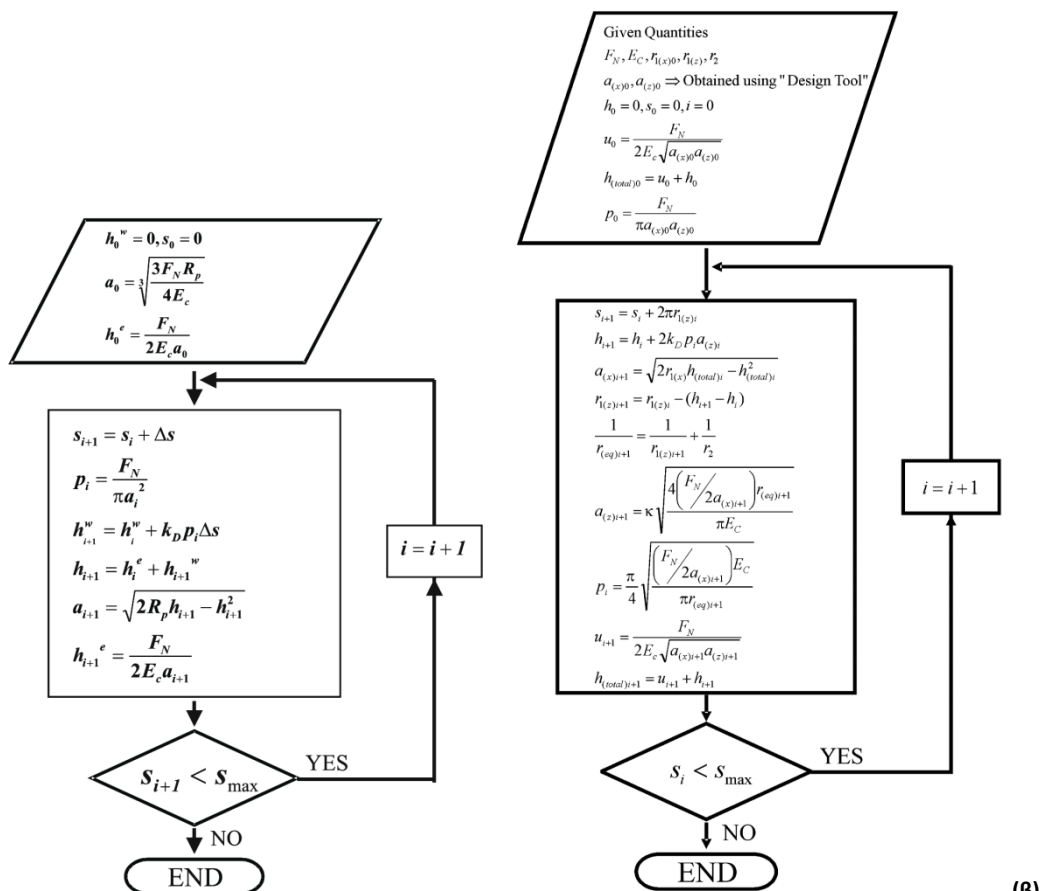
## Ενότητα 10.08 5-παραμετρικό μοντέλο: σύγκριση με αναλυτικά και πειραματικά αποτελέσματα

Οι συγκρίσεις που θα πραγματοποιήσουμε στην ενότητα αυτή, υπεισέρχονται σε μια τρίτη κλίμακα, αυτή της *μακρογεωμετρίας*. Η κλίμακα αυτή εισάγει τις δικές της αβεβαιότητες και μη γραμμικότητες στο πρόβλημα, είναι όμως αυτή που έχει πληρέστερα εξερευνηθεί.

### (α) Το μοντέλο GIWM

Το μοντέλο GIWM είναι ένα μοντέλο μακροσκοπικής προσαρμογής των εμπειρικών δεδομένων για τη φθορά, όπως αυτά εκφράζονται με τον διαστατικό συντελεστή φθοράς του Archard ( $K$  ή  $k_D$ ). Αναπτύχθηκε από τον Hegadekatte [1,2] για τη μοντελοποίηση τη φθοράς σε τριβόμετρα και σε οδοντοτροχούς και επέκτασή του χρησιμοποιείται και από τον Steiner [3,4] για τη μοντελοποίηση της χημικής-μηχανικής φθοράς.

Η διαδικασία των υπολογισμών ακολουθεί τα διαγράμματα ροής του Σχ. Χ-27, ανάλογα με το είδος της δοκιμής. Ουσιαστικά χρησιμοποιούνται οι τύποι ελαστικότητας του Hertz, προκειμένου να βρεθεί η ακριβής μέση πίεση επαφής και η ακτίνα επαφής καθώς η γεωμετρία μεταβάλλεται, έτσι ώστε να εφαρμοστεί ο νόμος του Archard επάνω στις σωστές μακροσκοπικές συνθήκες.



Σχ. Χ-27 Το μοντέλο GIWM [2]: α) Αλγόριθμος για pin-on-disc, β) Αλγόριθμος για disk-on-disk.

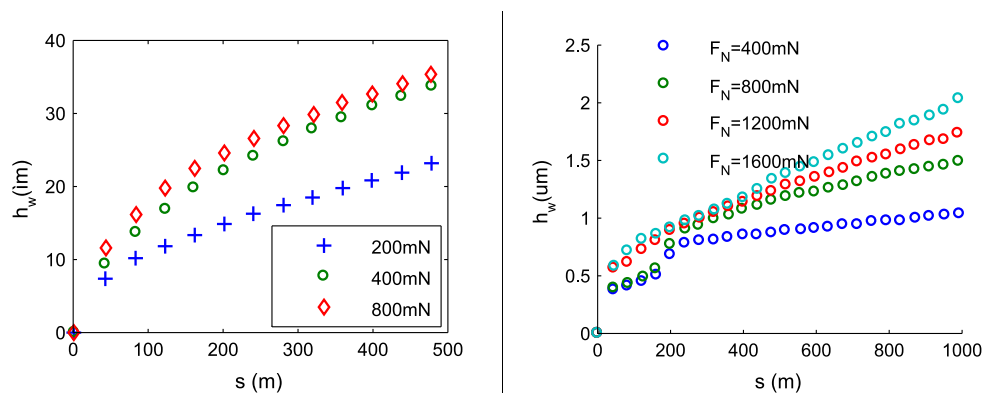
(β)

Το πολυκλίμακο μοντέλο ενσωματώνεται στο πλαίσιο της συγκεκριμένης δοκιμής μέσω του αδιάστατου συντελεστή φθοράς του Archard,  $k_D$ . Το μακροσκοπικό μοντέλο υπολογίζει τον αδιάστατο συντελεστή συναρτήσει της πίεσης επαφής, με παρεμβολή σε μια χαρτογράφηση που έχει γίνει για μια γκάμα πιέσεων. Ο συντελεστής αυτός αντικαθιστά τον εμπειρικό συντελεστή στους τύπους:

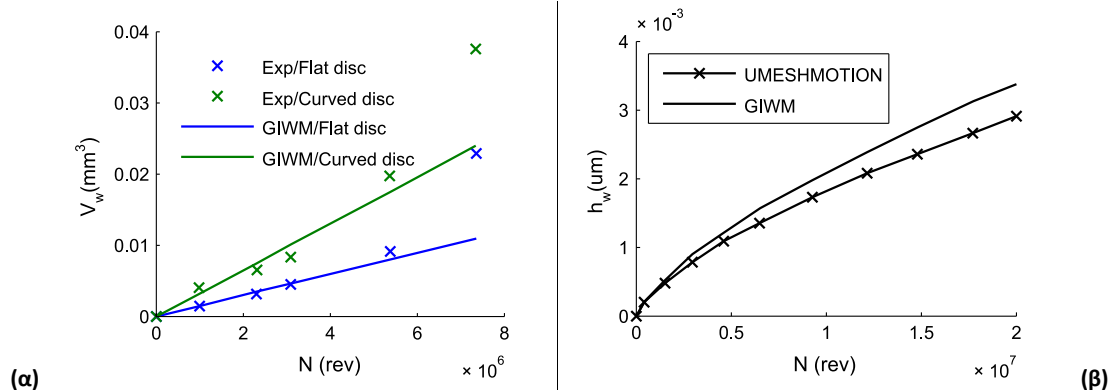
$$h_{i+1}^w = h_i^w + k_D p_i \Delta s, \text{ για την περίπτωση στυλίσκου-δίσκου (pin-on-disc).}$$

$$h_{i+1} = h_i + k_D p_i a_{(z)l}, \text{ για την περίπτωση τροχού-τροχού (disk-on-disk).}$$

Τα πειραματικά δεδομένα είναι από τους Hegadekatte et. al. [2] για τη δοκιμή pin-on-disc σε  $\text{Si}_3\text{N}_4$  και WC-Co (Σχ. X-28) και για τη δοκιμή disk-on-disk σε  $\text{Si}_3\text{N}_4$  και  $\text{ZrO}_2$  (Σχ. X-29).



Σχ. X-28 Πειραματικά δεδομένα φθοράς: α)  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Si}_3\text{N}_4$  pin-on-disk, β) WC-Co/WC-Co pin-on-disk.



Σχ. X-29 Πειραματικά δεδομένα φθοράς και σύγκριση με το μακροσκοπικό μοντέλο GIWM: α)  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Si}_3\text{N}_4$  disk-on-disk, β)  $\text{ZrO}_2/\text{ZrO}_2$  disk-on-disk.

## (b) Ιδιότητες των υλικών

Τα χαρακτηριστικά της μηχανικής συμπεριφοράς του  $\text{Si}_3\text{N}_4$  υπό όλκιμο καθεστώς έχουν προσδιοριστεί από τους Jayaraman et. al. [5]. Τα αντίστοιχα για το WC-Co από τους Klünsner et. al. [6] και εκείνα για την  $\text{Y-ZrO}_2$  από τους Zeng et. al. [7], με τη χρήση δοκιμών με διεισδυτή Berkovich. Οι δοκιμές αυτές ανταποκρίνονται σε μεγάλο βαθμό με την κλίμακα των εντατικών καταστάσεων που υφίστανται οι τραχύτητες κατά τη διάρκεια της μικροσκοπικής επαφής. Ακολουθώντας τη

διαδικασία που περιγράφεται στα [8] και [9], μπορούν να προσδιοριστούν η τάση διαρροής  $\sigma_y$ , η αντοχή σε θλίψη  $\sigma_u$  και ο εκθέτης κράτυνσης  $n$ , για χρήση στο επιλεγμένο για την προσομοίωση μοντέλο υλικού.

Οι ιδιότητες των τριών κεραμικών έχουν περιγραφεί στο κεφάλαιο 8.

### (c) Ιδιότητες επιφανειών

Τέσσερα τυπικά προφίλ επιφανείας από έδρανα  $\text{Si}_3\text{N}_4$  του εμπορίου αναλύθηκαν από τους Kumbura et. al. και τα 2D στατιστικά τους στοιχεία δίνονται στο [10].

Τεχνητά προφίλ επιφανείας δημιουργήθηκαν σύμφωνα με τα όσα περιγράφονται στο κεφάλαιο 5, με χρήση του συστήματος κατανομών Pearson και του μετασχηματισμού FFT για την επιβολή μιας εκθετικής συνάρτησης αυτοσυσχέτισης, με χρήση μιας τεχνικής παρόμοιας με αυτήν των [11] και [12]. Τα τεχνητά προφίλ έχουν προσαρμοστεί στη μετρηθέντα στατιστικά χαρακτηριστικά ως προς τις παραμέτρους  $R_a$ ,  $R_q$ ,  $S_k$ ,  $K_u$  και  $\lambda$ , ταυτόχρονα. Για τα υπόλοιπα υλικά, και για τη σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα των δοκιμών φθοράς, τα προφίλ κλιμακώθηκαν ως προς το πλάτος τους, προκειμένου να ταυτιστούν οι παράμετροι  $R_a$ ,  $R_q$ .

Πίν. 11 Χαρακτηριστικά των τεχνητών προφίλ επιφανείας που χρησιμοποιήθηκαν για το δείγμα.

Δείγμα	A	B	C	D
$R_q$ , gen ( $\mu\text{m}$ )	0,006	0,028	0,003	0,003
$\lambda$ , gen ( $\mu\text{m}$ )	25,5	28,5	27,5	36,5
$R_{sk}$ , gen	-1,6	-1,3	0,0	0,8
$R_{ku}$ , gen	7,1	5,0	3,8	4,5

Οι επιφάνειες των δοκιμών στα πειράματα έχουν τις παρακάτω τραχύτητες (Πίν. 12). Το δείγμα B χρησιμοποιήθηκε για το σχετικά τραχύτερο  $\text{Si}_3\text{N}_4$  και το δείγμα C για το σχετικά πιο λείο WC-Co.

Πίν. 12 Χαρακτηριστικά επιφανειών των δοκιμών.

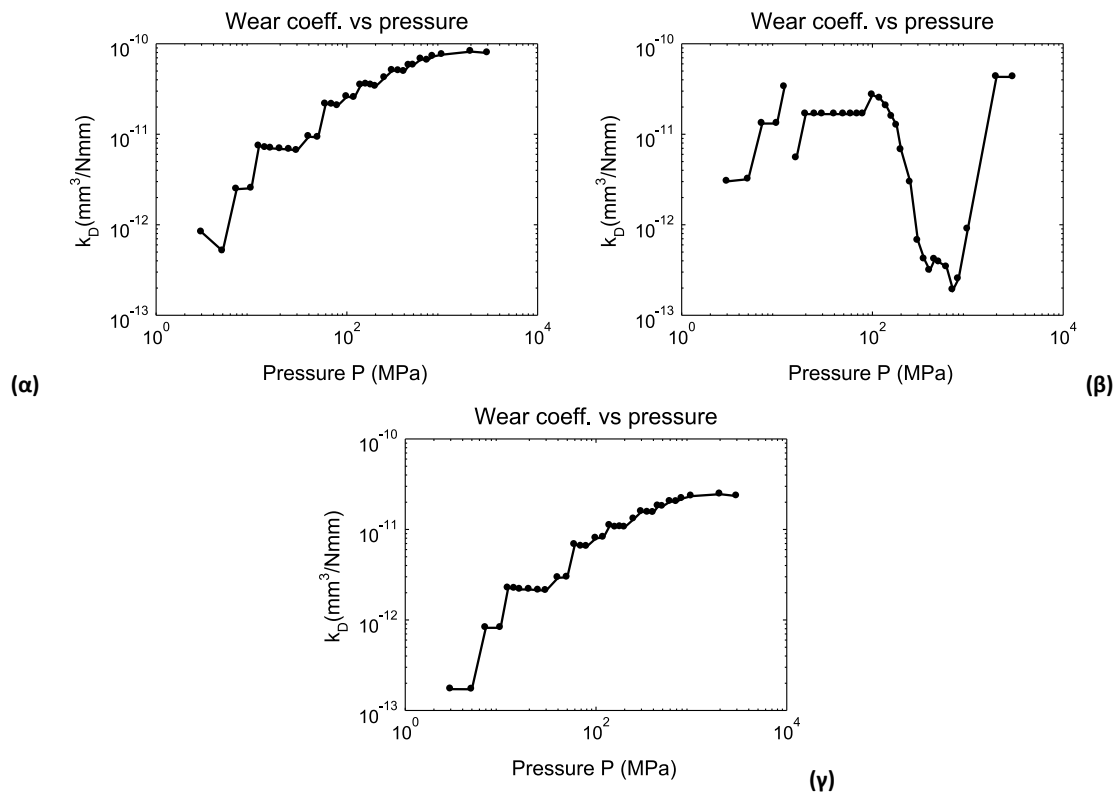
Υλικό	$\text{Si}_3\text{N}_4$	WC-Co	$\text{Si}_3\text{N}_4$	WC-Co
Δοκίμιο	δίσκος	δίσκος	στυλίσκος	στυλίσκος
$R_a$ ( $\mu\text{m}$ )	0,11	0,019	0,07	0,020

### (d) Αποτελέσματα της προσομοίωσης

Η προσομοίωση στην περίπτωση αυτή χρησιμοποίησε τα μικρομοντέλα της προηγούμενης ενότητας για τη φθορά εκτριβής, με χαρτογράφηση με κυβική RBF. Το μακρομοντέλο χρησιμοποίησε τις εξής παραμέτρους: περίπτωση 2D, παρεμβολή στο χάρτη, αριθμό σημείων Monte Carlo



MC=5000, αριθμό κύκλων προσομοίωσης N=100. Οι χαρτογραφήσεις του αδιάστατου συντελεστή φθοράς  $k_D$  φαίνονται στο Σχ. X-30.



Σχ. X-30 Χαρτογράφιση του  $k_D$  ως προς την πίεση P, όπως προκύπτει από εφαρμογή του πολυκλίμακου μοντέλου για την εκτριβή: α)  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , β) WC-Co, γ)  $\text{ZrO}_2$ .

Η συμπεριφορά της καμπύλης για την περίπτωση του WC-Co/WC-Co., αλλά και για το αριστερό άκρο των άλλων δύο, οφείλεται στην πολύ χαμηλή τραχύτητα του υλικού. Όντας μια προσομοίωση Monte Carlo, το μακρομοντέλο έχει προβλήματα ακρίβειας όταν ο αριθμός των τραχυτήτων που έρχονται σε επαφή σε κάθε κύκλο είναι πολύ μικρός. Από την άλλη πλευρά και το μικρομοντέλο έχει εξίσου δυσκολίες σε πολύ μικρούς λόγους R/dz.

### (e) Συγκρίσεις

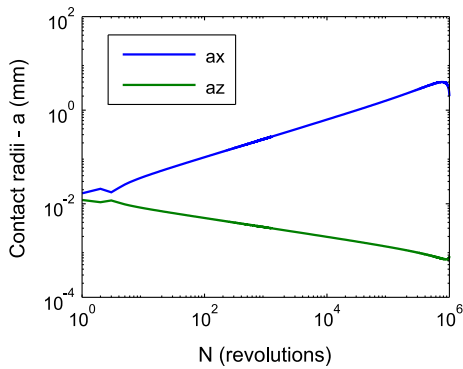
Έγινε αναπαραγωγή των αποτελεσμάτων των Hegadekatte et. al. [2] τα οποία παρατίθενται εν συγκρίσει με αυτά που προκύπτουν όταν αντικαταστήσουμε το  $k_D$ , με τιμές λαμβανόμενες από τα παραπάνω διαγράμματα. Διαπιστώνουμε ότι καθώς ο συντελεστής φθοράς που προκύπτει από το μοντέλο μας είναι πάντοτε μικρότερος από τους πειραματικούς, η φθορά που προσομοιώνει το GIWM στην περίπτωση αυτή βρίσκεται σε πολύ πιο αρχικό στάδιο. Ο λόγος των  $k_D$  κυμαίνεται μεταξύ του 1.2 και του 200 σε μια ακραία περίπτωση.

Στα Σχ. X-31 ως Σχ. X-34 δίνεται η περίπτωση δοκιμής των δύο τροχών από  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , εκ των οποίων ο ένας είναι κάπως πιο σκληρός (HV1650 έναντι HV1600). Τα διαγράμματα για τις δύο περιπτώσεις είναι ανάλογα, δεδομένης της διαφοράς του  $k_D$ .

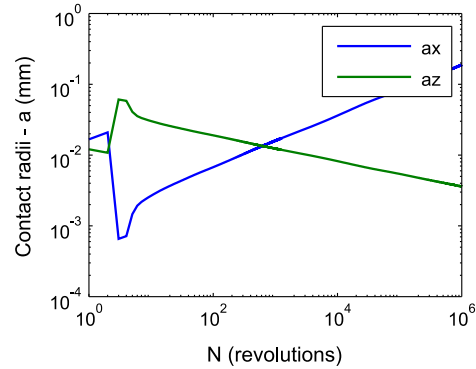
Στα δίνεται η περίπτωση δοκιμής στυλίσκου δίσκου από  $\text{Si}_3\text{N}_4$  εν ξηρώ.

Στα Σχ. X-35 ως Σχ. X-37 δίνεται η περίπτωση δοκιμής στυλίσκου δίσκου από WC-Co σε υδάτινο περιβάλλον, με το δίσκο να είναι σκληρότερος (HV1736 έναντι HV1503) και να μην μετριέται η φθορά του. Εδώ, λόγω της σημαντικής μείωσης του  $k_b$ , η εξέλιξη του φαινομένου πιθανότατα διαφοροποιείται.

Στα δίνεται περίπτωση δοκιμής των δύο τροχών από  $\text{ZrO}_2$ .

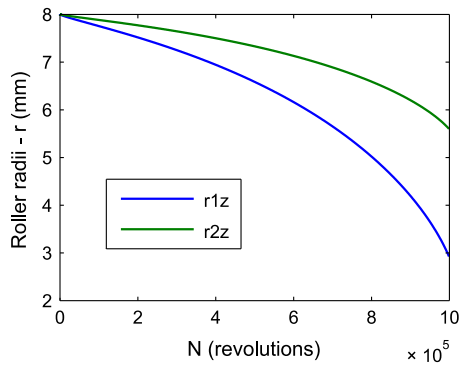


(α)

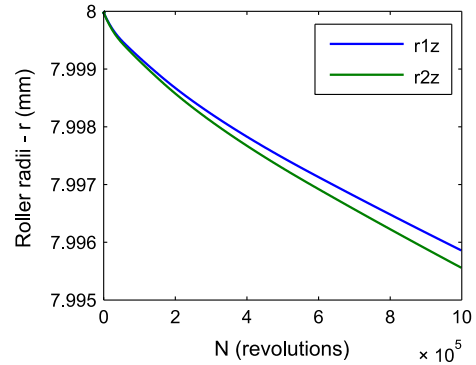


(β)

Σχ. X-31 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για disk-on-disk ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ - $\text{Si}_3\text{N}_4$ ): ακτίνες επαφής, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο.

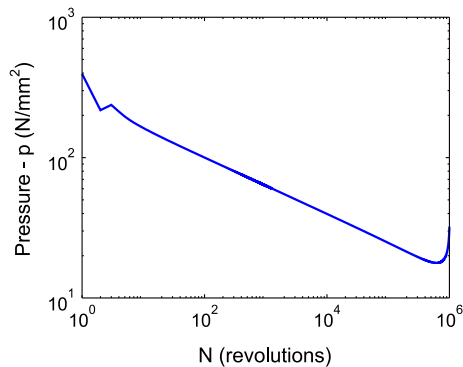


(α)

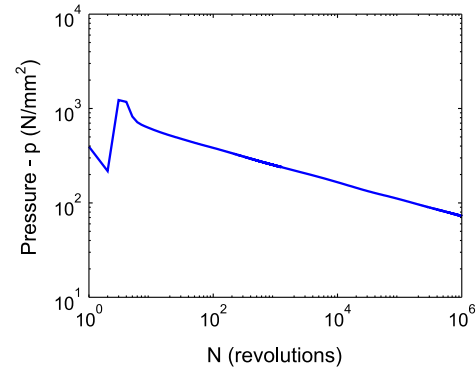


(β)

Σχ. X-32 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για disk-on-disk ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ - $\text{Si}_3\text{N}_4$ ): ακτίνες των δίσκων, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο.

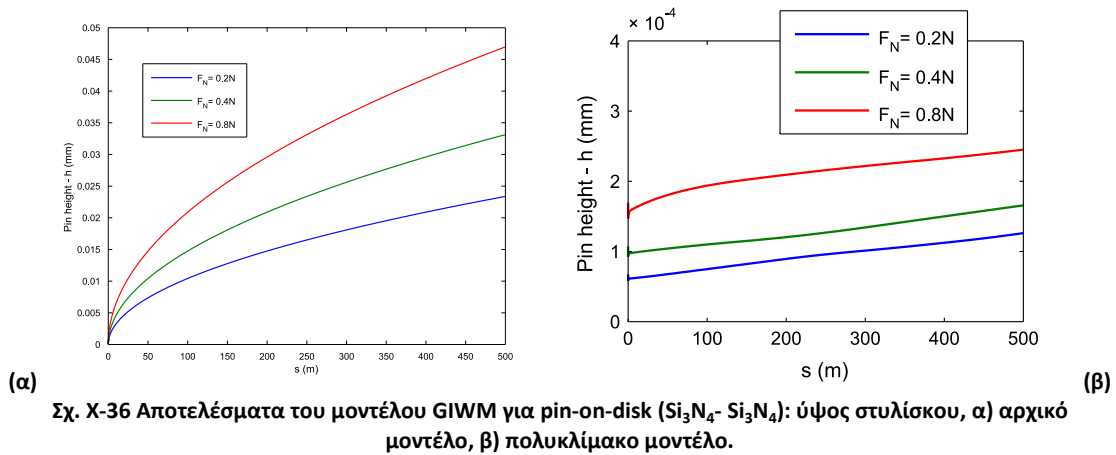
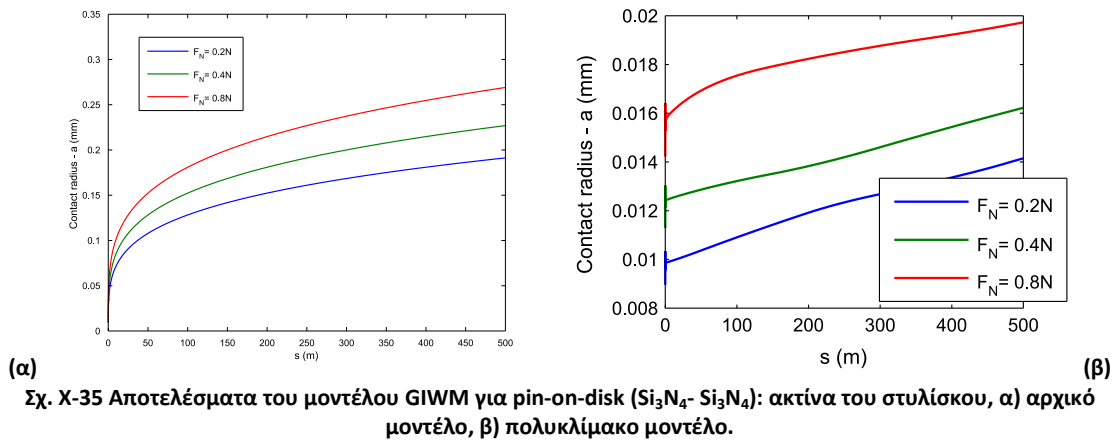
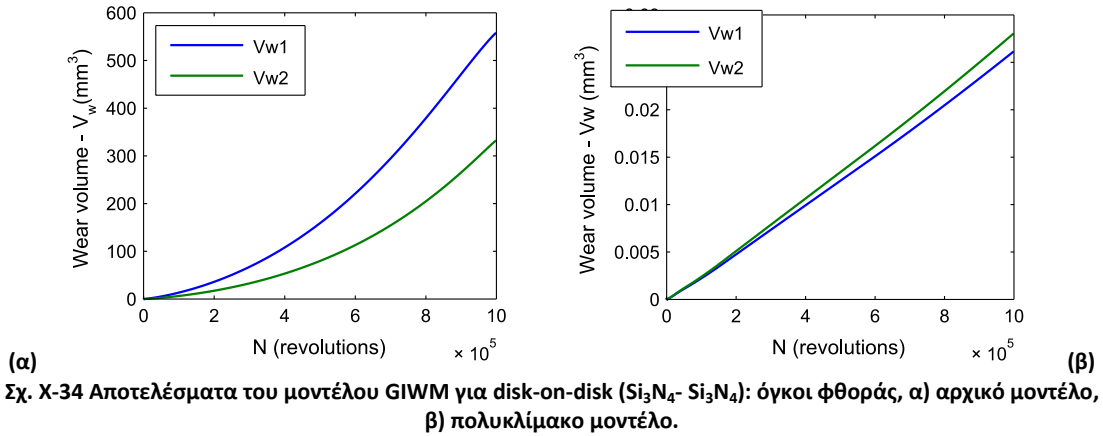


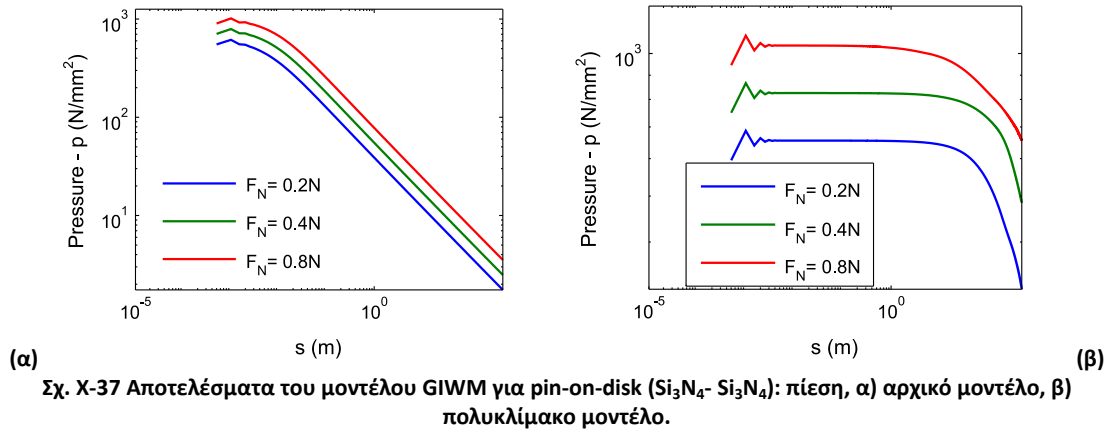
(α)



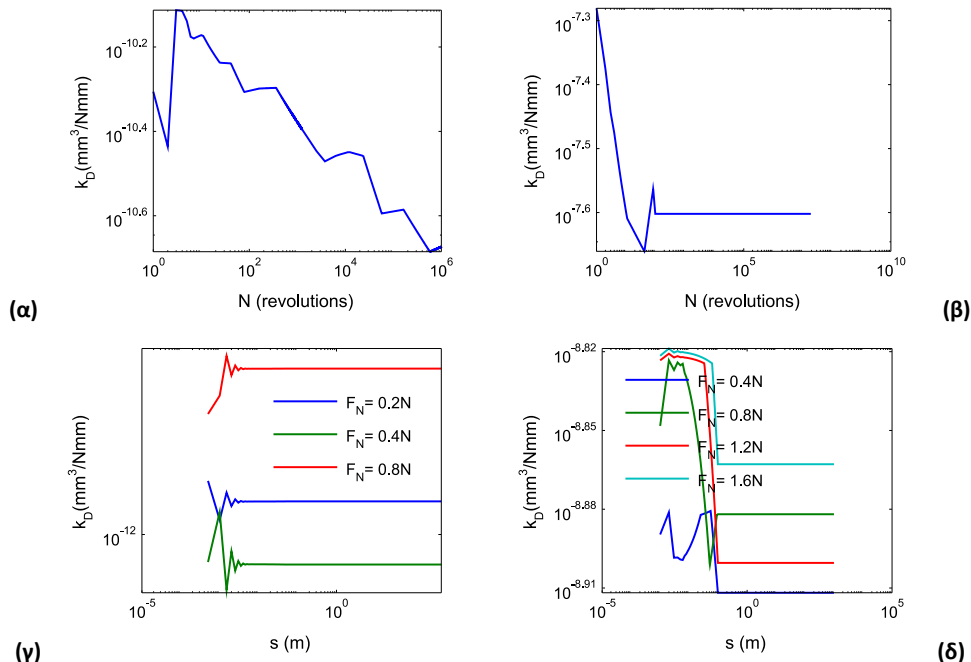
(β)

Σχ. X-33 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για disk-on-disk ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ - $\text{Si}_3\text{N}_4$ ): πίεση, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο.





Στο Σχ. X-38 δίνεται η διακύμανση των  $k_D$  για τις 4 περιπτώσεις.



Παρατηρούμε ότι η αρχική διακύμανση του  $k_D$  (το διάγραμμα είναι λογαριθμικό) στις περιπτώσεις disk-on-disk είναι πολύ μεγαλύτερη. Αυτή είναι και η αιτία που η αρχική φθορά είναι σχετικά ταχύτερη σε σχέση με το αρχικό μοντέλο.

## (f) Συμπεράσματα

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων του πολυκλίμακου μοντέλου, όπως αυτά προσαρμόστηκαν στις συνθήκες των μηχανικών δοκιμών φθοράς, δεν είναι εύκολο να οδηγήσει σε ασφαλή συμπεράσματα για τις δυνατότητες της μοντελοποίησης, όσο δεν επιτυγχάνεται η προσέγγιση των πειραματικών τιμών των συντελεστών φθοράς. Το να γίνει αυτό όμως είναι εξαιρετικά δύσκολο, όσο αμφότερα το μικρομοντέλο και το μακρομοντέλο έχουν ελλείψεις στη μοντελοποίηση παραγόντων

που είναι γνωστό ότι επηρεάζουν τους ρυθμούς φθοράς. Είναι ωστόσο πολύ ενδιαφέρουσα η δυνατότητα που δίνεται για τη σύμπτυξη ενός ιδιαίτερα εξεζητημένου επιπέδου τεχνογνωσίας, σε μία και μοναδική καμπύλη, η οποία είναι πολύ εύκολο να αρχειοθετηθεί και να επαναχρησιμοποιηθεί από οποιονδήποτε.

## Συμπεράσματα κεφαλαίου

Τα αποτελέσματα των περιπτώσεων μελέτης που παρατέθηκαν είναι μεν ενθαρρυντικά, γιατί παρατηρείται ποιοτικά αντιστοιχία με τα αναμενόμενα από τα φυσικά φαινόμενα, είναι όμως επίσης και αρκετά μακριά από το να παρέχουν μια ασφαλή ποσοτική εκτίμηση.

Το πολυκλίμακο μοντέλο δείχνει να υποεκτιμά συστηματικά τους ρυθμούς φθοράς. Αυτό ίσως οφείλεται στη δισδιάστατη αντιμετώπιση του μακρομοντέλου, η οποία επηρεάζει τη σχέση πίεσης διακένου, καθώς η τρισδιάστατη υπερεκτιμά τους ρυθμούς φθοράς. Η πραγματικότητα στα φυσικά τριβοσυστήματα βέβαια βρίσκεται κάπου ενδιάμεσα.

Ένα ακόμα ανοιχτό ζήτημα είναι η σωστή αναπαράσταση της εξέλιξης του προφίλ και της μοντελοποίησης των μεταβατικών φαινομένων όπως της αρχικής φθοράς. Δίχως αυτή δεν είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε αν το προφίλ που εισάγεται θα λειανθεί ή θα εκτραχυνθεί από τη φθορά.

Το πολυκλίμακο μοντέλο δεν είναι ικανό να αντιμετωπίσει κάθε μηχανισμό φθοράς, καθώς είναι περιορισμένο από την κατασκευή και τις δυνατότητες του αριθμητικού μικρομοντέλου που ολοκληρώνει, αλλά και από το ποιες παράμετροι χρησιμοποιούνται. Διαθέτει όμως ανοιχτή φιλοσοφία και μπορεί δυνητικά να προσαρμοστεί σε κάθε περίπτωση.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [1] V. Hegadekatte, N. Huber, O. Kraft, Modeling and simulation of wear in a pin on disc tribometer, *Tribology Letters*. 24 (2006) 51-60.
- [2] V. Hegadekatte, S. Kurzenhauser, N. Huber, O. Kraft, A predictive modeling scheme for wear in tribometers, *Tribology International*. 41 (2008) 1020–1031.
- [3] L. Steiner, V. Bouvier, U. May, V. Hegadekatte, N. Huber, Modelling of unlubricated oscillating sliding wear of DLC-coatings considering surface topography, oxidation and graphitisation, *Wear*. 268 (2010) 1184-1194.
- [4] L. Steiner, V. Bouvier, U. May, N. Huber, Simulation of friction and wear in DLC/steel contacts for different loading histories and geometries: Ball-on-plate configuration and piston-cylinder-contacts, *Tribology International*. 43 (2010) 1410-1416.
- [5] S. Jayaraman, G.T. Hahn, W.C. Oliver, C.A. Rubin, P.C. Bastias, Determination of monotonic stress-strain curve of hard materials from ultra-low-load indentation tests, *International Journal of Solids and Structures*. 35 (1998) 365-381.
- [6] T. Klunsner, S. Marsoner, R. Ebner, R. Pippin, J. Glatzle, A. Puschel, Effect of microstructure on fatigue properties of WC-Co hard metals, *Procedia Engineering*. 2 (2010) 2001-2010.
- [7] K. Zeng, E. Söderlund, A.E. Giannakopoulos, D.J. Rowcliffe, Controlled indentation: A general approach to determine mechanical properties of brittle materials, *Acta Materialia*. 44 (1996) 1127-1141.
- [8] A. Giannakopoulos, S. Suresh, Determination of elastoplastic properties by instrumented sharp indentation, *Scripta Materialia*. 40 (1999) 1191–1198.
- [9] T. Venkatesh, K. Van Vliet, A. Giannakopoulos, S. Suresh, Determination of elasto-plastic properties by instrumented sharp indentation: guidelines for property extraction, *Scripta Materialia*. 42 (2000) 833–839.
- [10] T.G. Kumbara, J.A. Patten, H.P. Cherukuri, C.J. Brand, T.D. Marusich, Numerical simulation of ductile machining of silicon nitride, in: *Proceedings of 4th CIRP Workshop on M Achining M Odels*, Delft, The Netherlands, 2001: pp. 7–10.
- [11] J.-J. Wu, Simulation of non-Gaussian surfaces with FFT, *Tribology International*. 37 (2004) 339-346.
- [12] K.K. Manesh, B. Ramamoorthy, M. Singaperumal, Numerical generation of anisotropic 3D non-Gaussian engineering surfaces with specified 3D surface roughness parameters, *Wear*. 268 (2010) 1371-1379.



## Κεφάλαιο XI. Τριβουσυστήματα στις κατεργασίες

Λόγω των ειδικών συνθηκών που επικρατούν, η τριβή και η φθορά στη διεπιφάνεια εργαλείου – τεμαχίου στις κατεργασίες δε μπορούν να μοντελοποιηθούν με τις κλασσικές προσεγγίσεις της τριβολογίας. Οι ανάλογες πειραματικές δοκιμές είναι εξίσου δυσχερείς. Για τους λόγους αυτούς, θεωρήσαμε ότι αξίζει να προσαρμόσουμε την πολυκλίμακη μοντελοποίησή μας στο πρόβλημα της φθοράς της επιφάνειας της μήτρας από την ολίσθηση του τεμαχίου σε κατεργασίες διαμόρφωσης όπως η σφυρηλάτηση και η διέλαση.

### Ενότητα 11.01 Ειδικές συνθήκες

Η παρούσα Δ.Δ. έχει επικεντρωθεί ως αυτό το σημείο στα τριβουσυστήματα των μηχανολογικών συνόλων, τα οποία χαρακτηρίζονται από χαμηλή πίεση επιφανείας και εξίσου χαμηλό λόγο πραγματικής προς ονομαστική επιφάνεια επαφής. Στα τριβουσυστήματα των κατεργασιών διαμόρφωσης (σφυρηλάτηση, έλαση, διέλαση, κ.λπ.), η πίεση επιφανείας υπερβαίνει την αντοχή του υλικού του τεμαχίου, το οποίο πλαστικοποιείται πλήρως και η επαφή είναι πλήρης. Για τη διερεύνηση της τριβής, του όγκου φθοράς της επιφάνειας του εργαλείου και την εξέλιξη της μορφολογίας και των δύο επιφανειών, απαιτείται μια κάπως διαφορετική προσέγγιση από αυτήν που αναλύεται παραπάνω, κάτι που συνεπάγεται μεταβολή του σετ παραμέτρων για τη χαρτογράφηση, των λεπτομερειών του μοντέλου μικροκλίμακας αλλά και του προσομοιωτή.

Οι συνθήκες τριβής οι οποίες παρατηρούνται στο τριβουσυστήματα των κατεργασιών είναι πολύ πιο δριμείες από αυτές που απαντώνται σε άλλες τριβολογικές εφαρμογές [11.4]. Περιλαμβάνουν συνήθως στρώματα στερεών και υγρών λιπαντικών, υπό συνθήκες οριακής λίπανσης, καθώς και αυξημένες θερμοκρασίες που δεν παραμένουν σταθερές κατά τη διάρκεια της κατεργασίας [11.5]. Στα τριβουσυστήματα των κατεργασιών αποκλειστικά παρατηρείται υψηλή πλαστικότητα της επαφής, με αποτέλεσμα η πραγματική επιφάνεια επαφής να είναι κοντά ή ίση με την ονομαστική (Σχ. XI-1). Αυτό οδηγεί στην κατάρρευση του νόμου τριβής του Coulomb και στη μετάπτωση στο καθεστώς σταθερής τριβής όπου ο συντελεστής τριβής ισούται με τη αντοχή σε διάτμηση της διεπιφάνειας, ανεξαρτήτως φορτίου. Σημαντικές προσπάθειες στον τομέα της μοντελοποίησης έχουν επικεντρωθεί στα τριβουσυστήματα υπό μεταβατικές συνθήκες, όπως είναι η βαθεία κοίλανση, βασισμένες σε έννοιες αλληλεπίδρασης τραχυτήτων οι οποίες χρησιμοποιούνται στη γενική τριβολογία [11.6]. Επίσης η γενικευμένη πλαστική παραμόρφωση που υφίσταται το τεμάχιο έχει ως συνέπεια τα εκτενώς καταγεγραμμένα φαινόμενα της εκτράχυνσης ή λείανσης της επιφάνειας του τεμαχίου, καθώς οι τραχύτητες του παραμορφούμενου τεμαχίου παίρνουν το σχήμα

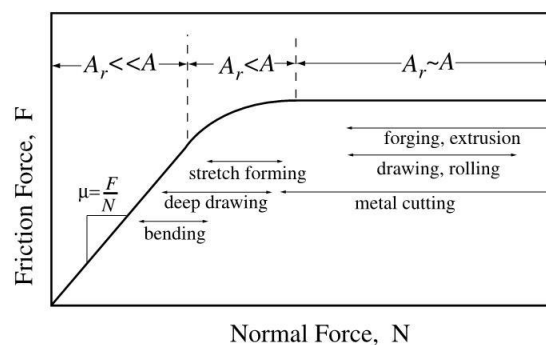


της τραχύτητας του εργαλείου. Άλλα σημαντικά από τριβολογικής άποψης φαινόμενα τα οποία αποδίδονται στην γενικευμένη πλαστική παραμόρφωση είναι το φαινόμενο «φλοιού πορτοκαλιού» που αποτελεί συνέπεια της παραμόρφωσης των κόκκων και η εφελκυστική θραύση της κρούστας οξειδίου.

## Ενότητα 11.02 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Οι παράγοντες που ενδιαφέρουν περισσότερο από μηχανολογικής απόψεως είναι ο συντελεστής τριβής, ο ρυθμός φθοράς του εργαλείου και ο ρυθμός μεταφοράς υλικού από το τεμάχιο στο εργαλείο. Μια ανασκόπηση της τριβολογίας στην κατεργασία της έλασης [11.7] επιβεβαιώνει ότι ο συντελεστής τριβής μειώνεται με το βαθμό απομείωσης του πάχους ανά πάσο (δηλαδή με αύξηση της πίεσης) στη λιπαινόμενη έλαση, αλλά αυξάνεται σε μη-λιπαινόμενη έλαση εν ψυχρώ. Επίσης μειώνεται με την ταχύτητα έλασης και αυξάνεται με την τραχύτητα των ράουλων. Παρόμοια συμπεράσματα έχουν εξαχθεί και για άλλες κατεργασίες [11.4] [11.6].

Εντούτοις, η πλειοψηφία των υπολογιστικών μελετών σχετικά με το τριβοσύστημα των κατεργασιών εστιάζονται στη μακροκλίμακα [11.8], [11.9], υποθέτοντας σταθερούς, αυθαίρετα ειλημμένους συντελεστές τριβής, συνήθως ένα για ολισθαίνουσες και έναν για μη-ολισθαίνουσες διεπιφάνειες. Αρκετές εργασίες έχουν επικεντρωθεί σε σχήματα τα οποία περιλαμβάνουν τον ανάστροφο υπολογισμό του συντελεστή τριβής από μακρομοντέλα της κατεργασίας, τα οποία ρυθμίζονται με βάση πειραματικές μετρήσεις των δυνάμεων που αναπτύσσονται [11.10], αλλά και με βάση εξειδικευμένες μηχανές δοκιμών οι οποίες προσομοιώνουν της συνθήκες διαμόρφωσης που έχουν αναπτυχθεί [11.6] [11.11]. Οι προσπάθειες μοντελοποίησης στη μικροκλίμακα έχουν επικεντρωθεί στην επίλυση του προβλήματος της μικτής λίπανσης [11.12] ή στη βελτιστοποίηση της γεωμετρίας των χαρακτηριστικών υψής των επιφανειών των εργαλείων, στην οποία περίπτωση έχουν χρησιμοποιηθεί ακόμα και προσομοιώσεις πεπερασμένων στοιχείων (FEM) στη μικροκλίμακα [11.13], υπό συνθήκες άνευ φθοράς ωστόσο. Μοντελοποίηση της φθοράς και της τριβής με χρήση πολυκλίμακας μεθοδολογίας έχει χρησιμοποιηθεί για τη βαθεία κοίλανση ελάσματος [11.6], όπου ένα ντετερμινιστικό μοντέλο μακροκλίμακας ολοκληρώνει ένα μοντέλο μικροκλίμακας βασισμένο σε αναλυτικές σχέσεις.

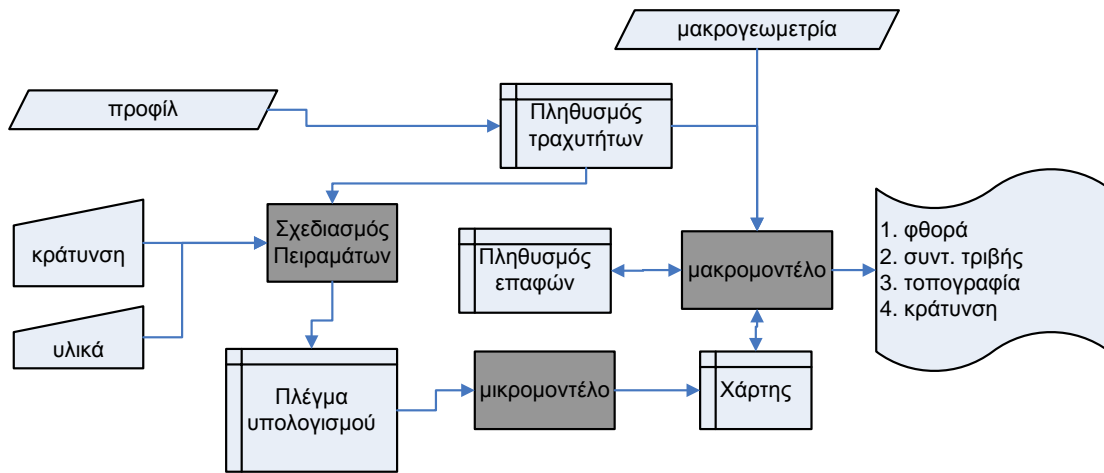


Σχ. XI-1 Συνθήκες τριβής και πραγματική επιφάνεια επαφής για διάφορες κατεργασίες διαμόρφωσης [11.4].

### Ενότητα 11.03 Διαφορές στη μοντελοποίηση στις κατεργασίες διαμόρφωσης

Κατ' αντιστοιχία με τα όσα παρουσιάζονται σε προηγούμενα κεφάλαια, το κεφάλαιο αυτό αναφέρεται στην ανάπτυξη ενός πολυκλίμακου μοντέλου για τη φθορά εκτριβής (Σχ.2), εφαρμόζοντας μια προσομοίωση Monte-Carlo της διεπιφάνειας σε μακροσκοπικό επίπεδο, και μια χαρτογράφηση της αλληλεπίδρασης των τραχυτήτων του εργαλείου με το τεμάχιο που ρέει, βασισμένη σε αριθμητικές προσομοιώσεις με τη μέθοδο Smooth Particle Hydrodynamics (SPH), σε μικροσκοπικό επίπεδο. Οι μέθοδοι άνευ πλέγματος, όπως η SPH η EFG και η ALE, χρησιμοποιούνται εν γένει σε προβλήματα πλαστικής ροής στις κατεργασίες, για τον ίδιο λόγο που θεωρούνται κατάλληλες και για την προσομοίωση της φθοράς: σε αυτές η ροή των κόμβων-μαζών δεν περιορίζεται από ένα πλέγμα οπότε είναι σε θέση να αναπαραστήσουν εκτεταμένη πλαστική παραμόρφωση χωρίς ανακατασκευή του πλέγματος [11.14]. Για τη φθορά του εργαλείου ιδιαιτέρως, η δυνατότητα μοντελοποίησης της τυχαίας διάδοσης ρωγμών και του θρυμματισμού του υλικού είναι ουσιώδους σημασίας για την επαρκή αναπαράσταση του φαινομένου (βλ. και κεφάλαιο 6).

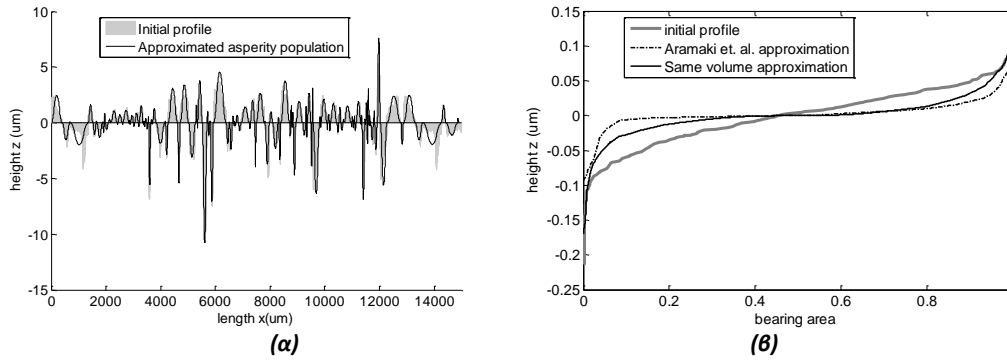
Το μοντέλο αυτό έχει αναπτυχθεί ως ένα γενικό εργαλείο για την προσομοίωση της φθοράς, κι επομένως απαιτεί ορισμένες τροποποιήσεις προκειμένου να εφαρμοστεί στις συνθήκες των τριβουσυστημάτων των κατεργασιών διαμόρφωσης, που αναπτύχθηκαν παραπάνω. Η βασική επίπτωση στο μοντέλο μικροκλίμακας είναι η ανάγκη για δυναμικό αντί για κινηματικό προσδιορισμό του διάκενου της διεπιφάνειας, οδηγώντας σε πιο σύνθετες συνοριακές συνθήκες. Επίσης, και οι δύο πλευρές πρέπει να αναπαρασταθούν με παραμορφώσιμα SPH στοιχεία προκειμένου α μελετηθεί η φθορά του εργαλείου, οπότε και ένα μια απλή απαραμόρφωτη αντεπιφάνεια δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Από την άλλη πλευρά, η λογική που διέπει τις επαναλήψεις των υπολογισμών στο μακρομοντέλο απλοποιείται από την απουσία του διακένου, καθώς αποφεύγεται ένας δύσκολος βρόγχος σύγκλισης. Εν τέλει, η μετάφραση του μετρούμενου προφίλ σε ένα δείγμα παραμέτρων των τραχυτήτων απλοποιείται, καθώς δε χρειάζεται να λάβουμε υπόψη τη συνένωση των τραχυτήτων, σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει όταν  $A_1 < A$ , βλέπε Σχ. XI-2.



Σχ. XI-2 Διάγραμμα ροής του μοντέλου.

### (a) Επεξεργασία του προφίλ

Η αρχική αποστολή του μακρομοντέλου είναι η διακριτοποίηση ενός μετρούμενου προφίλ επιφάνειας ή παραμέτρων τραχύτητας σε ένα πληθυσμό τραχυτήτων με παραμετρικές συναρτήσεις μορφής. Λόγω του υψηλού υπολογιστικού κόστους του μικρομοντέλου, το σετ των παραμέτρων πρέπει να είναι το στοιχειώδες, έτσι ώστε ο πίνακας των απαιτούμενων υπολογισμών να έχει το ελάχιστο μέγεθος. Καθώς οι τραχύτητες του τεμαχίου «σιδερώνονται» από την πίεση η οποία υπερβαίνει την τάση διαρροής, μόνο οι τραχύτητες της επιφάνειας του εργαλείου χρειάζεται να λαμβάνονται υπόψη. Επιπλέον, η πλήρης επαφή συνεπάγεται ότι οι κοιλάδες της κατατομής τραχυτήτων θα πρέπει να μοντελοποιηθούν εξίσου όπως και οι κορυφές. Από την άλλη πλευρά, δε χρειάζεται να ενσωματωθεί η κατανομή φέρουσας επιφάνειας, κι επομένως το σχήμα των τραχυτήτων μπορεί να είναι απλούστερο. Εδώ επιλέξαμε τη χρήση μιας ημιτονοειδούς συνάρτησης μορφής με δύο παραμέτρους, το ύψος τραχύτητα,  $h$  και το μήκος τραχύτητας,  $c$ . Η κορυφή και ο πόδας της κάθε τραχύτητας έχουν κυκλική μορφή, με ίσες ακτίνες και ύψη, έτσι ώστε η κλίση να είναι μια συνεχής συνάρτηση η οποία να μηδενίζεται στα συνοριακά με τις γειτονικές τραχύτητες σημεία., τα οποία βρίσκονται επί της κεντρικής γραμμής της κατατομής. Το μήκος  $c$  προσδιορίζεται από τα σημεία όπου η κατατομή διέρχεται από μηδενικό ύψος, ενώ το ύψος,  $h$  ρυθμίζεται έτσι ώστε να διατηρείται ο όγκος του τμήματος της κατατομής το οποίο προσεγγίζει η εκάστοτε τραχύτητα. Εναλλακτικές προσεγγίσεις [11.15] περιλαμβάνουν παραβολικές συναρτήσεις μορφής, οι οποίες παρεμβάλλονται στην κατατομή με διάφορες προσεγγίσεις ελαχίστων τετραγώνων, διατηρώντας τον όγκο και την RMS τραχύτητα,  $R_q$ , του τμήματος της κατατομής, ή είναι συνάρτηση του μήκους αυτοσυσχέτισης της κατατομής [11.16]. Η προσέγγιση διατήρησης όγκου διαπιστώθηκε ότι είναι πιο κατάλληλη για της συνθήκες πλήρους επαφής που εμφανίζονται στην εφαρμογή αυτή (Σχ. XI-3).

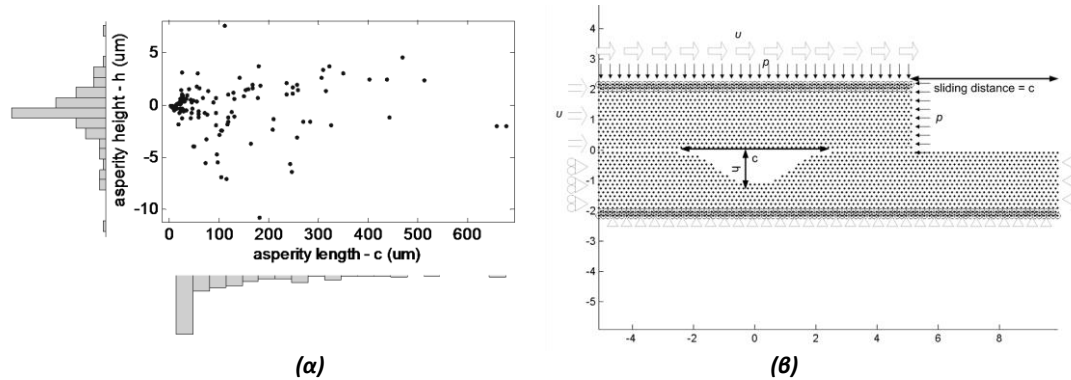


Σχ. XI-3 (α) Προσέγγιση της κατατομής από μια καμπύλη αποτελούμενη από κυκλικά τμήματα, με διατήρηση του εμβαδού, (β) Καμπύλες Abbott για την αρχική κατατομή και τις προσεγγίσεις.

Ο πληθυσμός τραχυτήτων ο οποίος παράγεται κατ' αυτόν τον τρόπο έχει δύο παραμέτρους με κατανομές οι οποίες είναι αλληλοσυσχετιζόμενες. Ακριβώς όπως και στην περίπτωση του γενικού τριβολογικού μοντέλου, προκειμένου να αποκτήσουμε ένα δείγμα αρκετά μεγάλο για την πραγματοποίηση μιας προσομοίωσης Monte Carlo, οι οριακές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (ΣΠΠ) των  $h$  και  $c$  υπολογίζονται με τη χρήση μιας εκτιμήτριας πυρήνα και στη συνέχεια, μια καμπάνα αλληλοσυσχετίσης δύο μεταβλητών προσαρμόζεται στον πληθυσμό των τραχυτήτων (Σχ. XI-4α), έτσι ώστε ο συντελεστής συσχέτισης κατάταξης (rank correlation coefficient) του Kendall's,  $\tau$ , να διατηρείται. Χρησιμοποιώντας τι οριακές ΣΠΠ και την καμπάνα αλληλοσυσχετίσης, ένα δείγμα από τραχύτητες όμοιες με αυτές του μετρούμενου προφίλ μπορεί να παραχθεί σε οποιοδήποτε απαιτούμενο μέγεθος.

### (b) Διαμόρφωση του μοντέλου μακροκλίμακας

Δεδομένου του ότι το πλέγμα της χαρτογράφησης το οποίο παράγεται από το μικρομοντέλο καλύπτει επαρκώς τις κατανομές του δείγματος, πραγματοποιείται μια προσομοίωση Monte Carlo, κατά την οποία ολόκληρο το δείγμα βρίσκεται σε επαφή εν παραλλήλω, κάτω από τις ίδιες μακροσκοπικές συνθήκες, για  $N$  επαναλήψεις. Κάθε κύκλος περιλαμβάνει μια παρεμβολή της τρέχουσας κατάστασης των παραμέτρων γεωμετρίας του δείγματος ( $h$  και  $c$ ) στη χαρτογράφηση, για την εύρεση των αντίστοιχων εξόδων (των όγκων φθοράς και των δυνάμεων επαφής) και της νέας κατάστασης των  $h$  και  $c$ . Όλες οι έξοδοι σταθμίζονται με βάση της σχετική απόσταση ολίσθησης κάθε σημείου του δείγματος. Σε αντίθεση με ό, τι συμβαίνει στο γενικό τριβολογικό μακρομοντέλο, η πίεση επαφής αποτελεί εξωτερική μεταβλητή η οποία επιβάλλεται από τη μακρογεωμετρία του συστήματος και μπορεί και αυτή επίσης να χαρτογραφηθεί και να χρησιμοποιηθεί ως μία παράμετρος της παρεμβολής. Η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση του υλικού της επιφάνειας του εργαλείου είναι μια επιπλέον παράμετρος η οποία μπορεί να προστεθεί σε μεταγενέστερο στάδιο στα  $h$  και  $c$ , προκειμένου να προσομοιωθεί η φθορά ratchetting και η φθορά κοπώσεως της επιφάνειας του εργαλείου.



Σχ. XI-4 : (α) Διασπορά των  $h$  και  $c$  για τον πληθυσμό των τραχυτήτων, (β) Σχηματικό διάγραμμα του μοντέλου για  $c/h=-5$ .

### (c) Διαμόρφωση του μοντέλου μικροκλίμακας

Το μοντέλο μικροκλίμακας έχει υλοποιηθεί στο LS-DYNA 9.71, το οποίο, όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 8, είναι ένας άμεσος, μη-γραμμικός κώδικας πεπερασμένων στοιχείων, ο οποίος χρησιμοποιείται ευρέως σε προβλήματα μεταβλητής και δυναμικής πλαστικότητας, όπως είναι η βαλλιστική, η συγκρουσιμότητα και οι προσομοιώσεις των κατεργασιών διαμόρφωσης. Το πρόβλημα της εφελκυστικής αστάθειας, το οποίο επηρεάζει τη συμπεριφορά του μοντέλου μικροκλίμακας στη γενική περίπτωση αλληλεπίδρασης τραχυτήτων υπό μερική επαφή, εδώ δεν εμφανίζεται καθώς το υλικό βρίσκεται διαρκώς υπό καθεσώς τριαξονικής θλίψης, λόγω των υψηλών πιέσεων που αναπτύσσονται στη μήτρα.

Και εδώ ισχύουν οι συνθήκες που εφαρμόστηκαν και οι παραδοχές και που έγιναν και στη γενική περίπτωση. Καθώς το μοντέλο είναι παραμετρικό, τόσο η προεπεξεργασία όσο και η μεταεπεξεργασία πραγματοποιήθηκε αυτόματα σε παρτίδες, με τους ανάλογους αλγόριθμους που προγραμματίστηκαν στο εξωτερικό υπολογιστικό περιβάλλον (Matlab) στο οποίο είναι υλοποιημένο το μοντέλο μακροκλίμακας. Το μοντέλο που χρησιμοποιείται στην εφαρμογή αυτή είναι 2D υπό επίπεδες παραμορφωσιακές συνθήκες προκειμένου να διατηρηθούν οι παράμετροι της χαρτογράφησης λίγες τον αριθμό και για να περιοριστεί το υπολογιστικό κόστος. Εντούτοις, 3D μοντέλα θα μπορούσαν επίσης να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά με τις ίδιες παραδοχές.

Χρησιμοποιείται η συμμετρική διατύπωση της SPH με σταθερό μήκος εξομάλυνσης σε χώρο και χρόνο (βλ. κεφάλαιο 7). Τα σωματίδια που ανήκουν στα αντικείμενα του μοντέλου (εδώ εργαλείο και τεμάχιο) αντιμετωπίζουν τα σωματίδια κάθε άλλου αντικειμένου ως μέρος του δικού τους συνεχούς, επομένως αν δεν υπάρχει τρίτο σώμα, π.χ. ένα υγρό ή στερεό λιπαντικό με χαμηλή τάση ροής σε διάτμηση, τότε η επαφή είναι πλήρους πρόσφυσης. Και τα δύο υλικά ακολουθούν ένα γραμμικό νόμο πλαστικότητας με κινηματική κράτνυση ( $\beta=0$ ), όμως το υλικό του εργαλείου θα αστοχήσει αν η κύρια τάση υπερβεί το όριο θραύσης του υλικού. Καθώς η χαρτογράφηση πρόκειται να πραγματοποιηθεί υπό σταθερή ταχύτητα ολίσθησης, η επίδραση του ρυθμού παραμόρφωσης δεν έχει συμπεριληφθεί. Το μοντέλο αυτό δεν εξετάζει επίσης τα θερμικά φαινόμενα, τα οποία επί του

παρόντος δεν είμαστε σε θέση να ενσωματώσουμε στην προσομοίωση μικροκλίμακας, καθώς η παραλλαγή της μεθόδου SPH που έχει υλοποιηθεί στο LS-DYNA επί του παρόντος δεν τα υποστηρίζει.

Τα στοιχεία SPH αναπτύσσονται σε ένα πλέγμα το οποίο είναι αρχικά ομοιογενές, είτε σε τετραγωνική είτε σε εξαγωνική διάταξη, η οποία μπορεί να είναι είτε αποκομμένη είτε ελαφρώς παραμορφωμένη προκειμένου να πάρει τη γεωμετρική μορφή της τραχύτητας, η οποία περιγράφεται παραπάνω. Στην περίπτωση αυτή έχει επιλεγεί η εξαγωνική διάταξη, καθώς προσφέρει υψηλότερη πυκνότητα πλέγματος και περισσότερους γείτονες για κάθε σωματίδιο, καθώς και το αποκομμένο πλέγμα, το οποίο επιτυγχάνει σταθερή απόσταση μεταξύ των σωματιδίων, με κόστος τη χειρότερη ποιότητα επιφάνειας.

Κάθε τραχύτητα του εργαλείου έχει μια περιοχή υποστρώματος με όρια ανάλογα του μήκους της,  $c$  και του ύψους της,  $h$ . Η περιοχή του τεμαχίου η οποία μοντελοποιείται με στοιχεία SPH είναι ανάλογη εκείνης του εργαλείου και είναι κοντύτερη κατά  $c$ , δηλαδή απόσταση ίση προς το μήκος ολίσθησης. Το εργαλείο είναι πλήρως πακτωμένο στη βάση του και κατά τη διεύθυνση- $x$  στις πλευρές. Από εκεί υπολογίζονται με άθροιση οι δυνάμεις: η κατακόρυφη,  $F_y$ , και η εφαπτομενική,  $F_x$ . Το τεμάχιο έχει έναν περιορισμό προδιαγεγραμμένης ταχύτητας- $x$  στη βάση του και την εμπρόσθια (προπορευόμενη) πλευρά. Σύμφωνα με τη μέθοδο ανάλυσης του λόφου τριβής, δεδομένου ότι η κατακόρυφη πίεση είναι  $p$ , η πλευρική πίεση είναι  $\sigma_x=2k-p$ , όπου  $k$  είναι η τάση διαρροής σε διάτμηση του υλικού. Σε αντίθεση με το μοντέλο για το γενικό τριβολογικό πρόβλημα, ένα συμβάν επαφής δεν έχει σαφώς καθορισμένα σημεία αρχής και τέλους. Επομένως της ολίσθησης προηγείται μια φάση αρχικοποίησης, όπου η πίεση σταδιακά αναπτύσσεται ωσότου το υλικό του τεμαχίου σφυρηλατείται επάνω στην τραχύτητα του εργαλείου και στη συνέχεια η ταχύτητα ολίσθησης κλιμακώνεται με έναν ταχύτερο ρυθμό.

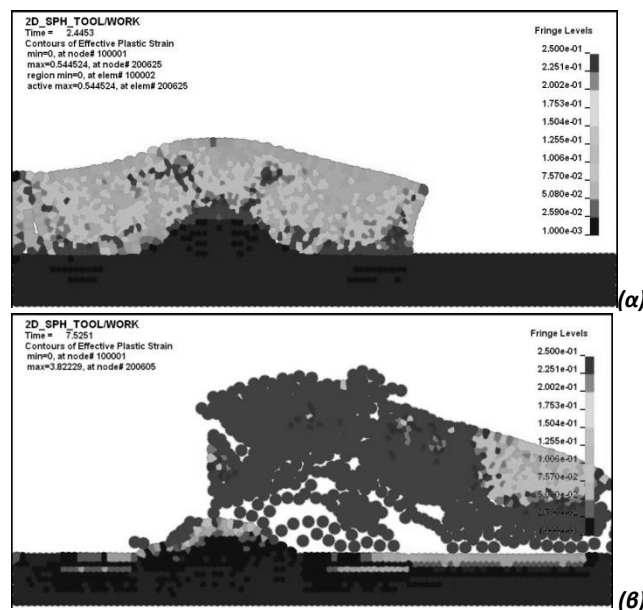
Η μεταεπεξεργασία της προσομοίωσης περιλαμβάνει επίσης τη μέτρηση του όγκου φθοράς του υλικού του εργαλείου,  $V_w$ , καθώς και τον όγκο του υλικού του τεμαχίου ο οποίος μεταφέρεται στο εργαλείο,  $V_{tr}$ , κάτι το οποίο πραγματοποιείται με τη μέτρηση της μέσης ταχύτητας του κάθε σωματιδίου στο τέλος της ολίσθησης. Όσα σωματίδια του εργαλείου έχουν ολική ταχύτητα διάφορη του μηδενός (με ένα περιθώριο 0.1 $\nu$ ) θεωρείται ότι ανήκουν στον όγκο φθοράς. Όσα σωματίδια του τεμαχίου έχουν ταχύτητα- $x$  κοντά στο μηδέν (με ένα περιθώριο 0.1 $\nu$ ) θεωρείται ότι ανήκουν στον όγκο μεταφοράς.

Η τοπογραφία του φθαρμένου εργαλείου αναγνωρίζεται από έναν αλγόριθμο κατάταξης σε κλάσεις ατά το μήκος και σε αυτήν προσαρμόζεται μια νέα παραμετρική τραχύτητα, δημιουργώντας ένα διανυσματικό πεδίο για την εξέλιξη της μορφολογίας των τραχυτήτων.

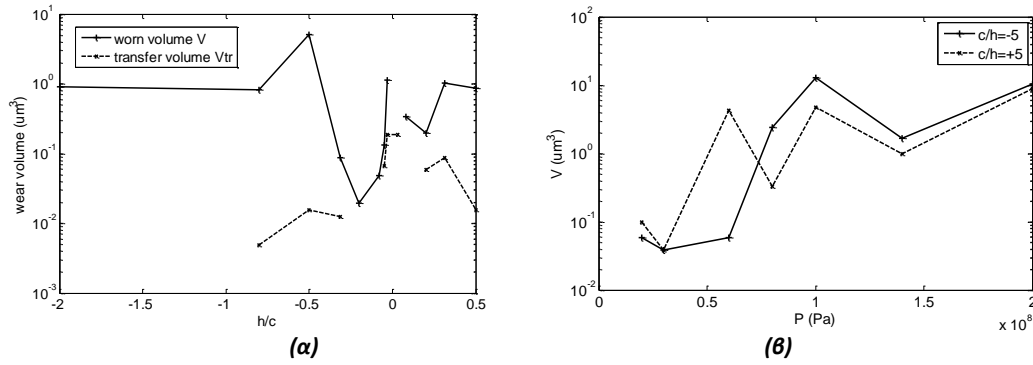
## Ενότητα 11.04 Αποτελέσματα και παρατηρήσεις

### Αποτελέσματα

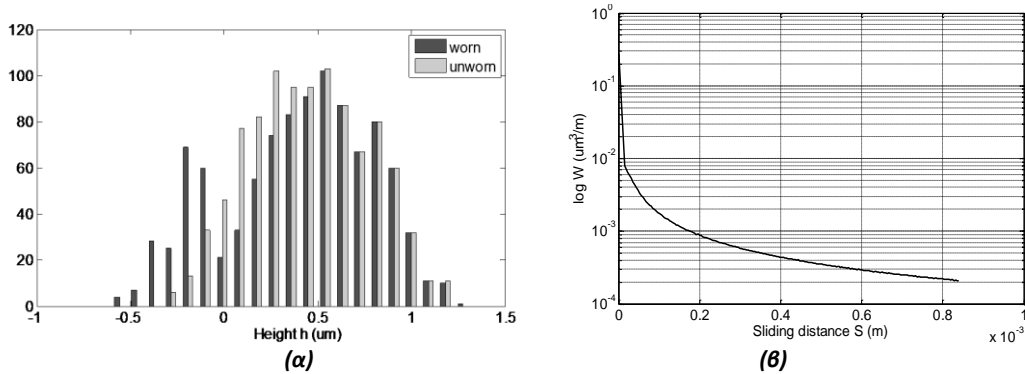
Το μοντέλο που περιγράφηκε παραπάνω έχει εφαρμοστεί στην περίπτωση της μη-λιπαινόμενης σφυρηλάτησης του ΑΙ 1100-Ο ( $\sigma_Y=34.5\text{MPa}$ ,  $\sigma_{TS}=89.6\text{MPa}$ ,  $e_f=0.35$ ,  $E=68.9\text{GPa}$ ,  $\nu=0.33$ ,  $\rho=2.71\text{g/cm}^3$ ) με ένα εργαλείο από χάλυβα ΑΙΣΙ 1040 ( $\sigma_Y=414\text{MPa}$ ,  $\sigma_{TS}=620\text{MPa}$ ,  $e_f=0.25$ ,  $E=200\text{GPa}$ ,  $\nu=0.29$ ,  $\rho=7.85\text{g/cm}^3$ ) χωρίς επιφανειακή ή θερμική κατεργασία, το οποίο διαθέτει επιφάνεια με τραχύτητα  $RMS R_q=0.04\mu\text{m}$ . Συνθήκες πίεσης  $p=40\text{MPa}$ , και ταχύτητας ολίσθησης of  $u=1\text{m/s}$  αναπτύσσονται σταδιακά όπως περιγράφεται παραπάνω. Το πλέγμα των σημείων υπολογισμού για τη χαρτογράφηση βασιίζεται σε παραλλαγές του λόγου  $c/h$  και έχει μέγεθος 14. Ένα επιπλέον πείραμα του ίδιου μεγέθους υπολογίστηκε για το ζεύγος εκείνο των μορφών των τραχυτήτων με  $c/h=\pm 5$ , για πιέσεις που κυμαίνονται μεταξύ 20 και 200 MPa. Όλα τα μικρομοντέλα αποτελούνται από περίπου 2-3 χιλιάδες στοιχεία SPH και απαιτούν 5-30 λεπτά σε ένα απλό PC για την επίλυση τους.



Σχ. XI-5 Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση του υλικού, μοντέλο με  $c/h=+5$ :  
 (α) Μετά την εφαρμογή του πλήρους φορτίου ( $p=40\text{MPa}$ ), (β) Μετά το πέρας της ολίσθησης ( $u=1\text{m/s}$ ).



Σχ. XI-6 Αποτελέσματα της χαρτογράφησης: (α) Όγκος φθοράς και όγκος μεταφερόμενου υλικού από το τεμάχιο στο εργαλείο συναρτήσει της καμπυλότητας της τραχύτητας, (β) Όγκος φθοράς συναρτήσει της πίεσης.



Σχ. XI-7 Αποτελέσματα της προσομοίωσης Monte Carlo: (α) Ιστόγραμμα των υψών των κορυφών των τραχυτήτων του εργαλείου πριν και μετά τη φθορά, (β) Μεταβολή του ρυθμού φθοράς με την απόσταση ολίσθησης.

Τα αποτελέσματα της χαρτογράφησης (Σχ. XI-6) επιδεικνύουν μεγάλες μεταπτώσεις οι οποίες οφείλονται εν μέρει στις διαφορετικές κλίμακες των τραχυτήτων, εν μέρει σε αστάθεια του αλγόριθμου εκτίμησης του όγκου φθοράς (βλ. κεφάλαιο 9) και εν μέρει σε ενδογενείς αστάθειες της προσομοίωσης. Για την αντιμετώπιση των τελευταίων, θα ήταν χρήσιμη μια ανάλυση ευαισθησίας προκειμένου να εκτιμηθεί πόσες προσομοιώσεις απαιτούνται στο ίδιο σημείο του πλέγματος χαρτογράφησης, για τη λήψη ενός αντιπροσωπευτικού μέσου όρου και για την εκτίμηση του πιθανού σφάλματος.

Οι όγκοι φθοράς βρέθηκαν ότι είναι τόσο μικρότεροι και οι όγκοι μεταφερόμενου υλικού μεγαλύτεροι, όσο μικρότερη είναι η καμπυλότητα των τραχυτήτων. Και οι δύο όγκοι τείνουν να αυξάνονται εκθετικά με την πίεση για αμφοτέρως τις περιπτώσεις της κορυφής και της κοιλάδας της τραχύτητας.

Τα αποτελέσματα της στοχαστικής προσομοίωσης στη μακροκλίμακα (Σχ. XI-7) δείχνουν ότι η φθορά σταθερής κατάστασης αναπτύσσεται ταχέως. Ο συντελεστής τριβής βρέθηκε 0.24, μικρότερος από τον αναμενόμενο. Ο ρυθμός φθοράς μειώνεται από τα  $8 \cdot 10^{-3}$  στα  $2 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^3/\text{m}$ , κάτι που σημαίνει ότι το σύστημα βρίσκεται ακόμα σε καθεστώς αρχικής φθοράς της τοπογραφίας



(geometrical running-in). Η τραχύτητα αυξάνεται λόγω του σχηματισμού αυλάκων, ενώ οι υψηλότερες και μακρύτερες τραχύτητες παραμένουν ακέραιες. Ο όγκος φθοράς του εργαλείου είναι περίπου 5 φορές υψηλότερος από τον όγκο του υλικού του τεμαχίου που μεταφέρεται στο εργαλείο. Αυτό οφείλεται στη χαμηλή σκληρότητα του υλικού που επιλέχθηκε για το εργαλείο, κάτι που έγινε με στόχο την επίδειξη της δυνατότητας καταγραφής της φθοράς του εργαλείου μέσω των προσομοιώσεων.

### Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας τα βασικά στοιχεία των αποτελεσμάτων που αναφέρονται παραπάνω, σχετικά με την πολυκλίμακη μοντελοποίηση της φθοράς σε τριβοσυστήματα κατεργασιών διαμόρφωσης, μπορούν να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα:

- Το πολυκλίμακο μοντέλο φθοράς έχει προσαρμοστεί επιτυχώς από το γενικό τριβολογικό πρόβλημα στις συνθήκες των διεπιφανειών των κατεργασιών.
- Η προσέγγιση της κατατομής επιφανείας με μια διπαραμετρική συνάρτηση μορφής, η οποία να υπακούει στην αρχή διατήρησης του όγκου της κάθε τραχύτητας, επαρκεί για τη στοχαστική μοντελοποίηση των τραχυτήτων στο περιβάλλον των κατεργασιών.
- Η αριθμητική προσομοίωση με χρήση της άνευ πλέγματος μεθόδου SPH, παρέχει ιδιαίτερες δυνατότητες για την εκ των έσω μελέτη των αλληλεπιδράσεων των τραχυτήτων του εργαλείου με την πλαστική ροή του υλικού του τεμαχίου.
- Τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει ως τώρα δεν είναι αξιόπιστα σε βαθμό ικανό για ποσοτικές προβλέψεις, ωστόσο βρίσκονται κοντά στα αναμενόμενα και καταδεικνύουν ότι αυτού του είδους η μοντελοποίηση είναι πραγματοποιήσιμη με διαχειρίσιμο υπολογιστικό κόστος.

## Παραπομπές κεφαλαίου

- [11.1] Ludema K.C., Meng. H.C.: Wear models and predictive equations: their form and content, *Wear*, 1995, 181-183(2), 443-457.
- [11.2] Xie Y., Williams J.A.: The prediction of friction and wear when a soft surface slides against a harder rough surface, *Wear*, 1996, 196, 21-34.
- [11.3] Tworzydło W.W., Cecot W., Oden J.T., Yew C.: Computational micro and macroscopic models of contact and friction: formulation, approach and applications, *Wear*, 1998, 220, 113-140.
- [11.4] Schmid S.R, Wilson W.: Tribology in manufacturing, *Modern Tribology Handbook*, 37, CRC.
- [11.5] Munther P., Lenard J.G.: Tribology during hot, flat rolling of steels, *CIRP*, 1995, 44(1), 213-216.
- [11.6] Masen M. A.: Abrasive tool wear in metal forming processes, Ph.D. Thesis, University of Twente, The Netherlands, 2004.
- [11.7] Lenard J.G.: Tribology in metal rolling, *CIRP Annals*, 49(2), 2000, 567-590.
- [11.8] Gierzyńska-Dolna M., Lacki P.: Some aspects of modelling of metal forming processes, *Computers And Structures*, 81, 2003, 605-613.
- [11.9] Hoffmann H., Hwang C., Ersoyl K.: Advanced wear simulation in sheet metal forming, *CIRP Annals*, 54(1), 2005, 217-220.
- [11.10] Hsu T.-C., Huang C.C.: The friction modeling of different tribological interfaces in extrusion process, *J Mat Proc Tech*, 140, 2003, 49-53.
- [11.11] Gruebler R., Sprenger H, Reissner J.: Tribological system modelling and simulation in metal forming processes, *J. Mat Proc Tech*, 103, 2000, 80-86.
- [11.12] Wiklund D., Rosen B.-G., Gunnarsson L.: Frictional mechanisms in mixed lubricated regime in steel sheet metal forming, *Wear*, 264, 2008, 474-479.
- [11.13] Schmoeckel D., Prier M., Staeves J.: Topography deformation of sheet metal during the forming process and its influence on friction, *CIRP Annals*, 46(1), 1997, 175-178.
- [11.14] Belytschko T., Krongauz Y., Organ D., Fleming M., Krysl P.: Meshless methods: an overview and recent developments, *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 139, 1996, 3-47.
- [11.15] Ciulli E., Ferreira L.A., Pugliese, G., Tavares S.M.O.: Rough contacts between actual engineering surfaces: Part I. Simple models for roughness description, *Wear*, 264, 2008, 1105-1115.
- [11.16] Aramaki H., Cheng H.S., Chung Y.: The contact between rough surfaces with longitudinal texture. Pt I. Average contact pressure and real contact area, *ASME J Tribol*, 115, 1993, 419-424.



## Κεφάλαιο XII. Συμπεράσματα

Στην εργασία αυτή παρουσιάστηκε ένα πολυκλίμακο μοντέλο για τη φθορά πρόσφυσης και εκτριβής, το οποίο εισάγει αρκετές καινοτομίες στη μοντελοποίηση της φθοράς. Αυτές οι νέες ιδέες συνδυάστηκαν σε ένα σύστημα το οποίο επιτρέπει την εξισορρόπηση του χρόνου υπολογισμού με την ακρίβεια μοντελοποίησης και την προσαρμογή τους ανάλογα με την απαιτούμενη λεπτομέρεια.

### Ενότητα 12.01 Σύνοψη πορισμάτων της δ. δ.

Η Smooth Particle Hydrodynamics, μια άνευ πλέγματος αριθμητική μέθοδος τύπου Lagrange εφαρμόστηκε για πρώτη φορά σε ένα τριβολογικό πρόβλημα, σε συνδυασμό με μια μέθοδο για αν υπερβούμε το εμπόδιο της εφελκυστικής αστάθειας. Η χρήση της αριθμητικής αυτής μεθόδου επέτρεψε την άμεση και αποδοτική μοντελοποίηση της πλαστικότητας, της τραχύτητας και της αποκόλλησης αποβλίττου ταυτόχρονα. Χρησιμοποιήθηκε ένας παραμετρικός αλγόριθμος για τη δημιουργία και την ανάλυση των μοντέλων, επιτρέποντας την αυτοματοποιημένη εκτέλεση ενός μεγάλου αριθμού προσομοιώσεων και επομένως επιτρέποντας τη χρήση αυτού του αριθμητικού μοντέλου ως βάσης για μια χαρτογράφηση.

Εισήχθη επίσης μια καινοτόμα μέθοδος γεωμετρικής απεικόνισης του σχήματος των τραχυτήτων, ως ένας τρόπος αντιμετώπισης της διάστασης που υπάρχει ανάμεσα στο προφίλ και στο δείγμα τραχυτήτων, ως προς τον αριθμό των επαφών και τη φέρουσα επιφάνεια. Η απεικόνιση αυτή, καθώς είναι βασισμένη σε μια πολυεπίπεδη δειγματοληψία του προφίλ μέσω εμπειρικών πολυμεταβλητών κατανομών και σε μια συνάρτηση του τύπου ύψωσης σε δύναμη για το σχήμα των τραχυτήτων, φάνηκε να λειτουργεί καλά για την παραμετροποίηση του συνόλου των αριθμητικών προσομοιώσεων. Εντούτοις δεν είναι άμεσα συμβατή με κανένα από τα υπάρχοντα αναλυτικά μοντέλα.

Μια προσομοίωση Monte Carlo χρησιμοποιήθηκε για την αντιμετώπιση του προβλήματος της ολοκλήρωσης των αποτελεσμάτων του μοντέλου των τραχυτήτων και την εξαγωγή των αντίστοιχων μακροσκοπικών αποτελεσμάτων, εντός ενός χώρου παραμέτρων υψηλών διαστάσεων (7Δ στην παρούσα περίπτωση). Εφ' όσον το μοντέλο μας θα μπορούσε να έχει ακόμα περισσότερες στοχαστικές παραμέτρους αν είχαμε συμπεριλάβει τις ιδιότητες του υλικού, θεωρούμε ότι, ακόμα και ύστερα από την εφαρμογή τεχνικών μείωσης των διαστάσεων του προβλήματος, οποιοδήποτε μοντέλο φθοράς το οποίο θα ήταν ακριβές και ταυτόχρονα θα βασιζόταν αποκλειστικά σε στοιχειώδεις ιδιότητες, θα έπρεπε να βασίζεται σε ένα σχήμα Monte Carlo για την ολοκλήρωσή του. Καθώς αυτό το είδος ολοκλήρωσης βασίζεται στην άμεση χρήση υπολογιστικής ισχύος, δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστεί άμεσα σε αριθμητικές προσομοιώσεις λόγω του υπέρογκου υπολογιστικού κόστους, οπότε γίνεται αναγκαία μια αποδοτική μέθοδος ενδιάμεσης χαρτογράφησης. Για το σκοπό αυτό, υλοποιήθηκε ένα μοντέλο παρεμβολής βασισμένο σε Συναρτήσεις Ακτινικής Βάσης.

## Ενότητα 12.02 Πλεονεκτήματα της παρούσας προσέγγισης

Ένα από τα πλεονεκτήματα που επιδεικνύει το παρόν πολυκλίμακο μοντέλο είναι η εξαιρετική ευελιξία στη μοντελοποίηση παροδικών φαινομένων, τόσο στο επίπεδο της αλληλεπίδρασης τραχυτήτων, όσο και στο επίπεδο της αλληλεπίδρασης των προφίλ των επιφανειών. Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό του είναι ότι έχει τις προοπτικές να αντιμετωπίσει δύο ζητήματα τα οποία ήταν πάντοτε κεντρικά στο θέμα της μοντελοποίησης της φθοράς: α) η δυνατότητα να αυξάνουμε εύκολα και με προφανή τρόπο την πολυπλοκότητα και τη λεπτομέρεια της μοντελοποίησης και β) η δυνατότητα να ποσοτικοποιήσουμε και να διαχειριστούμε τα σχετικά σφάλματα τα οποία η κάθε άποψη του μοντέλου εισάγει στους υπολογισμούς.

Το βασικό πλεονέκτημα που εισάγει το μικρομοντέλο είναι η περίληψη του φαινομένου της φθοράς με φυσικό τρόπο στη μοντελοποίηση της επαφής. Το πρόβλημα της ομαλής φθοράς ολίσθησης είναι ίσως ένα από τα δυσμενέστερα για την εφαρμογή μιας explicit μεθόδου που απαιτεί κλιμάκωση, όμως είναι από εκείνα που είναι λιγότερο κατανοητά αλλά συγχρόνως ιδιαίτερα σημαντικό να μελετηθεί.

## Ενότητα 12.03 Ανεπίλυτα προβλήματα

Καθώς οι προσομοιώσεις φθοράς που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας έχουν μονάχα συγκριτικό σκοπό, μπορούμε να πούμε ότι το παρόν μοντέλο έχει αποτελέσματα συγκρίσιμα με άλλα μοντέλα και με τις πειραματικές μετρήσεις ρυθμών φθοράς. Το κύριο σημείο αβεβαιότητας στους μακροσκοπικούς υπολογισμούς προκύπτει από την ανεπαρκή μετάφραση των αποτελεσμάτων του 2D μικρομοντέλου στις 3 διαστάσεις. Επίσης, η εξακρίβωση της στιβαρότητας του ελαστικού συστήματος της επαφής και η επίδραση του παραμετρικού πληθυσμού των τραχυτήτων στη συμπεριφορά αυτού δεν έχουν πλήρως εξερευνηθεί. Χρειάζεται επίσης εμβάθυνση στους επιμέρους μηχανισμούς που διαφοροποιούν την απόκριση των υλικών στις συνθήκες της επαφής μικροκλίμακας.

## Ενότητα 12.04 Κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα

Οι κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα τις οποίες διαβλέπω, είναι οι ακόλουθες.

Για το μοντέλο μικροκλίμακας:

- Επέκταση στις 3D.
- Προσθήκη των διαφορικών εξισώσεων μετάδοσης θερμότητας στον επιλυτή της μεθόδου SPH.
- Υλοποίηση μοντέλων υλικών με συσσώρευση ζημιάς.

- Αλγόριθμος επαφής τύπου συνάρτησης ποινής.
- Αλγόριθμος εύρεσης γειτόνων τύπου λίστας Verlet για μείωση του υπολογιστικού κόστους.
- Υλοποίηση ενός αποτελεσματικού μοντέλου μικροκλίμακας με τη μέθοδο ALE.

Για το μοντέλο μακροκλίμακας σχεδιάζονται οι εξής βελτιώσεις:

- Επέκταση στις 3D με ενσωμάτωση παραμέτρων για την ανισοτροπία του προφίλ επιφανείας και για την επαλληλία των αυλάκων.
- Αλγόριθμος αναδημιουργίας του προφίλ από το παραμετρικό δείγμα των (φθαρμένων) τραχυτήτων.
- Διερεύνηση της επίδρασης των αρχικών στατιστικών χαρακτηριστικών του προφίλ στα χαρακτηριστικά ισορροπίας, κατά τη φθορά σταθερής κατάστασης.
- Προσομοίωση της φθοράς σε ντετερμινιστικές γεωμετρικές πολλαπλών επαφών και σύγκριση με την απευθείας επίλυση με το αριθμητικό μοντέλο.
- Περεταίρω αυτοματοποίηση της διεξαγωγής της χαρτογράφησης και του ελέγχου της απαιτούμενης ακρίβειας.
- Δημιουργία βάσης δεδομένων από χάρτες φθοράς για διάφορα υλικά.

Περεταίρω εφαρμογές του πολυκλίμακου μοντέλου:

- Προσπάθεια πρόγνωσης του αδιάστατου συντελεστή φθοράς για ένα νέο τριβούστημα και επαλήθευση του αποτελέσματος πειραματικά.
- Εφαρμογή του μοντέλου στην κατεργασία της λείανσης.
- Εφαρμογή του μοντέλου του κεφαλαίου 11 για τις κατεργασίες της έλασης και της διέλασης.
- Δημιουργία μοντέλου προσομοίωσης σημειακής επαφής στη νανοκλίμακα και συνδυασμός τους με πειράματα AFM.

## Επίλογος

Η πολυκλίμακη αντιμετώπιση του φαινομένου της φθοράς είναι ομολογουμένως ένα θέμα ιδιαίτερα πολύπλοκο, το οποίο δεν προσφέρει στους ερευνητές του εύκολες λύσεις και έτοιμες συνταγές επιτυχίας. Οι καινοτομίες που εισήχθησαν ήταν σημαντικές, δεν είναι όμως παρά ένα μικρό μέρος της προσπάθειας που απαιτείται για την εξέλιξη της τεχνολογικής στάθμης του κλάδου της τριβολογίας σύμφωνα με τις σύγχρονες απαιτήσεις.

Η εργασία αυτή στην πραγματικότητα δεν τελειώνει εδώ. Η μοντελοποίηση είναι ένα έργο το οποίο δεν έχει πρακτικά αρχή και τέλος. Απλά εξελίσσεται με το χρόνο και καταλήγει σε ολοένα και υψηλότερα επίπεδα ολοκλήρωσης. Η διατριβή αυτή δεν είναι παρά ένα από τα πρώτα βήματα στο έργο αυτό.

## Πίνακας Εικόνων

Σχ. Ι-1 Διάγραμμα ροής του μοντέλου.....	21
Σχ. ΙΙ-1 Κράμα Al-Si που έχει υποστεί φθορά προσκολλησεως [13].....	26
Σχ. ΙΙ-2 Μεταφορά υλικού λόγω συνάφειας [13]. ....	27
Σχ. ΙΙ-3 Σχηματικό διάγραμμα μεταφοράς υλικού λόγω συνάφειας [13].....	27
Σχ. ΙΙ-4 Εναλλακτικό μοντέλο παραμόρφωσης [13].....	28
Σχ. ΙΙ-5 Το μοντέλο των Salib et. al. [14] α) Το αριθμητικό μοντέλο, β) Ο προσδιορισμός του εν δυνάμει αποβλίττου φθοράς, σχηματικά.....	28
Σχ. ΙΙ-6 Το διάγραμμα του Krushev που συσχετίζει την αντίσταση των μετάλλων στη φθορά με τη σκληρότητά τους .....	30
Σχ. ΙΙ-7 Μοντέλο με μία κωνική τραχύτητα [22]. ....	31
Σχ. ΙΙ-8 Το πεδίο γραμμής ολίσθησης (slip – line field) στην περίπτωση του «πλαστικού κύματος» [23].	32
Σχ. ΙΙ-9 Ο μηχανισμός απώλειας υλικού μέσω ratchetting [22]. ....	34
Σχ. ΙΙ-10 Το πεδίο ολίσθησης στην κοπή [22]. ....	35
Σχ. ΙΙ-11 Το πεδίο ολίσθησης κατά το σχηματισμό σφήνας [23]. ....	35
Σχ. ΙΙ-12 Οι 4 δυνατές περιπτώσεις κυκλικής παραμόρφωσης ενός κρατυνόμενου υλικού: α) ελαστική, β) ελαστική καθίζηση, γ) κυκλική πλαστικότητα, γ) πλαστική καθίζηση (ratchetting) .....	36
Σχ. ΙΙ-13 Το επιφανειακό μοντέλο των Greenwood & Williamson [24]. ....	38
Σχ. ΙΙ-14 Ο μηχανισμός φθοράς του ratchetting: (a) τομή παράλληλα προς την κατεύθυνση ολίσθησης, όπου το υλικό εξωθείται ως ένα λεπτό επιφανειακό στρώμα πάχους h, (b) κάτοψη όπου φαίνονται οι τυχαία κατανομημένες επαφές των τραχυτήτων, οι οποίες προκαλούν την κατανομή των πιέσεων (c) Δεξιά: Τιμές του συντελεστή φθοράς K συναρτήσει του δείκτη πλαστικότητας $\psi_s$ , για διάφορες τιμές της απόστασης μεταξύ των επιφανειών d/σ [25].....	40
Σχ. ΙΙ-15 Χάρτης των μηχανισμών φθοράς λόγω εκτριβής [22]. ....	41
Σχ. ΙΙ-16 Ο χάρτης των Challen & Oxley [22]. ....	42
Σχ. ΙΙ-17 Αριστερά: Ο χάρτης των Williams & Xie. Δεξιά: Ο χάρτης των Karoor, Johnson & Williams. ....	43
Σχ. ΙΙ-18 Η συσσώρευση υλικού στην επιφάνεια και η προκύπτουσα πλαστική παραμόρφωση εξαιτίας της ολίσθησης μιας αμβλείας σφήνας [13]. ....	47
Σχ. ΙΙ-19 Διαδικασία έναρξης και διάδοσης επιφανειακής ρωγμής [13]. ....	47
Σχ. ΙΙ-20 Σχηματική απεικόνιση του μηχανισμού διαμόρφωσης σωματιδίου φθοράς εξαιτίας ανάπτυξης πρωτευουσών επιφανειακών ρωγμών [13]. ....	48
Σχ. ΙΙ-21 (a) Μεταβολή του μεγίστου $\tau_{zx}$ σε σχέση με το βάθος για κάθε βάθος [29]. Συντελεστής τριβής $\mu = 0$ . Το k είναι η διατμητική τάση διαρροής του υλικού. (b) Απαραμόρφωτα μέρη του υλικού. (c) Αύξηση πλαστικής διατμητικής παραμόρφωσης ανά κύκλο ( $\Delta\gamma$ ). (d) Παραμόρφωση του υλικού μετά από 1 κύκλο. ....	49
Σχ. ΙΙ-22 Τροποποίηση εξίσωσης Voce : $\alpha=0, 1, 5, 25$ ; $\beta=2$ . ....	51

Σχ. II-23 Ρυθμός διάβρωσης συναρτήσει της γωνίας προσβολής: α) ΑΙ β) Χυτοσίδηρος υψηλής περιεκτικότητας σε χρώμιο. ....	63
Σχ. II-24 Σχηματικά η εξέλιξη του όγκου φθοράς με το χρόνο. ....	63
Σχ. II-25 Χρονική εξάρτηση του ρυθμού φθοράς.....	64
Σχ. II-26 Αριστερά: Εκτίμηση της φθοράς με ταύτιση των δύο ΚΚΦΕ, στο σημείο του 90%, Δεξιά: Σχηματικό διάγραμμα των κατατομή των τραχυτήτων και των αντίστοιχων ΚΚΦΕ, πριν και μετά τη φθορά. (1) Φθαρμένο υλικό, (2) Κατατομή αναφοράς πριν τη φθορά, (3) Κατατομή αναφοράς μετά τη φθορά, (4) Βασικό κατατομή πριν και μετά τη φθορά, (5) Κατατομή της τραχύτητας πριν, (6) Κατατομή της τραχύτητας μετά, (7) ΚΚΦΕ πριν, (8) ΚΚΦΕ μετά.....	65
Σχ. II-27 Αλγόριθμος υπολογισμού του συστήματος Johnson και σχηματικό διάγραμμα της μετβολής του είδους της κατανομής υψών του προφίλ λόγω φθοράς [45]. ....	66
Σχ. II-28 Αλληλεπίδραση της συνάρτησης αποκοπής με την άφθαρτη επιφάνεια [46]. ....	66
Σχ. III-1 Το μοντέλο FEM των Akarca et.al. [13] .....	75
Σχ. III-2 Το μοντέλο Winkler: α) Το σύνολο των στοιχείων, β) Ένα μεμονωμένο στοιχείο .....	75
Σχ. III-3 Το επιφανειακό στρώμα πεπερασμένων στοιχείων των Sellgren et.al. [15]. ....	75
Σχ. III-4 Το μοντέλο FEM πλαστικής επαφής τραχυτήτων του Posmyk [18]. ....	76
Σχ. III-5 Μοντέλο ελαστοπλαστικών τραχυτήτων και μοντέλο FEM των Tworzzydlo et. al. [30]. ....	78
Σχ. III-6 Το πολυκλίμακο μοντέλο των Varadi et.al. [36]. Αριστερά το τριβοσύστημα, στο κέντρο η σχετική θέση μακρομοντέλου – μικρομοντέλου, δεξιά το μικρομοντέλο, με τις ίνες του σύνθετου υλικού. ....	79
Σχ. III-7 Η μεθοδολογία ΣΜΚ/RBDO των Vlahinos & Kelkar [57]. ....	82
Σχ. IV-1 3Δ μοντέλο πρόσφυσης: όγκος φθοράς, α) συνολικά, β) για $R_1=1.74\mu\text{m}$ . ....	88
Σχ. IV-2 3Δ μοντέλο πρόσφυσης: Δυνάμεις για $R_1=1.74\mu\text{m}$ : α) $\log(F_x)$ , β) $\log(F_z)$ .....	88
Σχ. IV-3 Πεδία γραμμών ολίσθησης για τους τρεις τύπους φθοράς εκτριβής: σχηματισμός σφήνας, μικροκοπή, σχηματισμός πλαστικού κύματος.....	89
Σχ. IV-4 2Δ μοντέλο εκτριβής: Χαρτογράφηση του $\log(K)$ , συναρτήσει των $f$ , $a$ [14]. ....	90
Σχ. IV-5 2Δ μοντέλο εκτριβής: όγκος φθοράς, α) συνολικά, β) για $R_1=1.74\mu\text{m}$ . ....	90
Σχ. IV-6 2Δ μοντέλο εκτριβής: Δυνάμεις για $R_1=1.74\mu\text{m}$ : α) $\log(F_x)$ , β) $\log(F_z)$ . ....	91
Σχ. IV-7 3Δ μοντέλο εκτριβής: όγκος φθοράς, α) συνολικά, β) για $R_1=1.74\mu\text{m}$ . ....	91
Σχ. IV-8 3Δ μοντέλο εκτριβής: Δυνάμεις για $R_1=1.74\mu\text{m}$ : α) $\log(F_x)$ , β) $\log(F_z)$ . ....	92
Σχ. IV-9 Μοντέλο αποκοπής: όγκος φθοράς.....	92
Σχ. IV-10 3Δ μοντέλο αποκοπής: Δυνάμεις για $R_1=1.74\mu\text{m}$ : α) $\log(F_x)$ , β) $\log(F_z)$ . ....	93
Σχ. IV-11 Π1: Χάρτης απαιτούμενων κύκλων για τη θράυση του κρίσιμου βάθους, Π2: Χάρτης του αριθμού των στρώσεων που αφαιρούνται, (συναρτήσει των $F$ , $Req$ ) [19]. ....	94
Σχ. IV-12 Π3: Χάρτης του αριθμού των στρώσεων που αφαιρούνται, (συναρτήσει των $F$ , $Req$ ) , Π4: Χάρτης του αριθμού των στρώσεων που αφαιρούνται, (συναρτήσει των $\delta$ , $Req$ ) [19]. ....	94
Σχ. IV-13 Αριστερά: Το μοντέλο Monte Carlo εμαφανίζει χαρακτηριστική μετάπτωση στο ρυθμό φθοράς από διάβρωση κατά τη μετάβαση από γυμνή μεταλλική επιφάνεια σε επιφάνεια με σταθερό στρώμα	



οξειδίου. Δεξιά: πειραματικά δεδομένα από τη βιβλιογραφία, όπου εμφανίζεται η ίδια συμπεριφορά. [24].....	95
Σχ. IV-14 Σύγκριση των αποδιδόμενων κατανομών με τις μεθόδους αποκοπής της γκαουσιανής κατανομής και της γενικευμένης μεθόδου Pareto.....	96
Σχ. IV-15 Σχετικός λόγος των χρόνων υπολογισμού συναρτήσεων του μεγέθους του δείγματος Monte Carlo και του μεγέθους του χάρτη. ....	97
Σχ. IV-16 Σχετικός λόγος των εκτιμώμενων όγκων φθοράς συναρτήσεων του μεγέθους του δείγματος Monte Carlo και του μεγέθους του χάρτη. ....	97
Σχ. V-1 Διάγραμμα ροής του μοντέλου. ....	101
Σχ. V-2 α) Ένα από τα προφίλ τραχύτητας που χρησιμοποιήθηκαν ως δείγμα και οι φέρουσες επιφάνειες σε διάφορα επίπεδα-z, β) Καμπύλη Abbott (Bearing Are Curve ή ΚΚΦΕ) του προφίλ. ....	105
Σχ. V-3 Αλληλεπίδραση των ΚΚΦΕ κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης.....	105
Σχ. V-4 Η κατηγοριοποίηση των παραμετρικών μοντέλων κορυφών τραχυτήτων [4]. ....	106
Σχ. V-5 (α) Εναλλακτικά σχήματα τραχυτήτων για το ίδιο μήκος c και ύψος h; .....	108
Σχ. V-6 Σχηματικό διάγραμμα της συμβατικής μεθόδου εξαγωγής του δείγματος των τραχυτήτων.....	109
Σχ. V-7 Συσχέτιση ύψους και ακτίνας καμπυλότητας κορυφών με την κλασική προσέγγιση. ....	109
Σχ. V-8 α) Διάγραμμα διασποράς και οριακές ΣΠΠ για το ύψος h και το μήκος c, για ένα τεχνητό δείγμα 1000 τραχυτήτων, β) Καμπάνα συνδιακύμανσης για το ύψος τραχύτητας h και το μήκος c.....	110
Σχ. V-9 Συνδυαστικά ιστογράμματα ύψους και ακτίνας τραχύτητας για διάφορα κρίσιμα επίπεδα....	111
Σχ. V-10 Αριθμός τραχυτήτων συναρτήσεων του ύψους του κρίσιμου επιπέδου. ....	112
Σχ. V-11 Σημειογράμματα (dotplots) των h R,x, καταδεικνύουν την πιστότητα του πληθυσμού και δείγματος.....	112
Σχ. V-12 Γενικευμένη ροή υπολογισμών της γεννήτριας προφίλ.....	113
Σχ. V-13 Οι τιμές της $R_q$ που παράγει η γεννήτρια, συναρτήσεων των $R_{sq}$ , λ, για δεδομένη $R_{ku}$ .....	114
Σχ. V-14 Οι τιμές της $R_{sk}$ που παράγει η γεννήτρια, συναρτήσεων των $R_{sq}$ , λ, για δεδομένη $R_{ku}$ .....	114
Σχ. V-15 Οι τιμές της $R_{ku}$ που παράγει η γεννήτρια, συναρτήσεων των $R_{sq}$ , λ, για δεδομένη $R_{ku}$ .....	115
Σχ. V-16 Σύγκριση του εύρους διακύμανσης των παραμέτρων χαρτογράφησης για τις τρεις προσεγγίσεις του Σχεδιασμού Πειραμάτων: βάσει αλληλεπίδρασης (int), βάσει του δείγματος (sam), βάσει σχεδιασμού (des): .....	117
Σχ. V-17 Αναπαράσταση των πρώτων 80 σημείων της ακολουθίας Sobol στις 2Δ. ....	118
Σχ. V-18 Ιστογράμματα της διαφοράς τιμών των σημείων χαρτογράφησης μεταξύ κυβικής και κελυφοειδούς RBF: α) ανηγμένη ακτίνα $\log(R_1/dz)$ , β) όγκος φθοράς $\log(V_1)$ .....	119
Σχ. V-19 Χαρτογράφηση της απόκλισης μεταξύ κυβικής και κελυφοειδούς RBF για τον όγκο φθοράς $\log(V_1)$ : α) συγκριτικά οι δύο τιμές της μεταβλητής, β) η τιμή της διαφοράς (επίσης σε χρωματική κλίμακα και στα δύο σχήματα).....	120
Σχ. V-20 Ιστόγραμμα των αποκλίσεων των τιμών $X_{int}$ από τις $X_{rbf}$ ( $ZrO_2/ZrO_2$ , εκτριβή). ....	121
Σχ. V-21 Παρεμβολή του δείγματος Monte Carlo επί των σημείων της χαρτογράφησης για τις παραμέτρους: .....	122

Σχ. V-22 Λογαριθμικό διάγραμμα των σημείων παρεμβολής για τη σχέση ( $ZrO_2/ZrO_2$ , εκτριβή). .....	123
Σχ. V-23 Επαναληπτική διαδικασία πίεσης – διακένου: α) αριθμός επαναλήψεων, β) σύγκλιση στην ονομαστική πίεση επί του διαγράμματος P-d. ....	124
Σχ. V-24 α) Καμπύλη πίεσης – διακένου P-d (AISI1015, πρόσφυση, $P=300MPa$ ), β) πολλαπλές καμπύλες για διάφορα επίπεδα αληλεπίδρασης ( $Si_3N_4/Si_3N_4$ , εκτριβή). .....	124
Σχ. V-25 α) Μεταβολή της κατανομής των υψών των τραχυτήτων (αναλυτικό μοντέλο abr2d, AISI1015, 30MPa), β) Μεταβολή της κατανομής της παραμέτρου κράτυνσης $r_{ps}$ (5-παραμετρικό SPH, $Si_3N_4$ , 1000MPa). ....	125
Σχ. V-26 α) Ο μεταβαλλόμενος ρυθμός φθοράς προσεγγίζεται από μια εκθετική καμπύλη για να προσδιοριστούν τα $W_{r_{iv}}$ , $W_{ss}$ , β) Ποιότητα παρεμβολής του W από διάφορους τύπους καμπυλών. ....	126
Σχ. V-27 α) Αριθμός επαφών. β) Μεταβολή στο διάκενο μεταξύ των δύο επιφανειών. ....	127
Σχ. V-28 α) Αθροιστικός όγκος φθοράς, β) Ρυθμός φθοράς. ....	128
Σχ. V-29 Εξέλιξη των κατανομών των παραμέτρων τραχυτήτων: α) ύψος, β) μήκος. ....	128
Σχ. VI-1 Μοντέλο XFEM για μία ρωγμή. Διακρίνονται τα δύο είδη «ειδικών» κόμβων [4]. ....	135
Σχ. VI-2 Μοντέλο XFEM με διακλαδιζόμενη ρωγμή [4]. ....	135
Σχ. VI-3 Προβλήματα τα οποία πραγματεύεται η XFEM: α) Δοκίμιο σε εφελκυσμό με ρωγμή στο μέσο του [11], β) Δοκίμιο με ρωγμή στο μέσο του και εξασκούμενη συγκεντρωμένη δύναμη [5], γ) Ρωγμή σε φιλμ τοποθετημένο πάνω σε μεταλλικό υπόστρωμα [7]. ....	136
Σχ. VI-4 Διάδοση πέντε ρωγμών σε επίπεδο φιλμ [6]. ....	137
Σχ. VI-5 Τυπικό πλέγμα FEM (αριστερά) και πλέγμα VETFEM δεξιά [12]. ....	137
Σχ. VI-6 Αριστερά, με έντονη γραμμή διακρίνονται τα υποψήφια για σχηματισμό ελεύθερων σωματιδίων στοιχεία και δεξιά ο σχηματισμός ελεύθερων σωματιδίων [13]. ....	139
Σχ. VI-7 Τυπικό πλέγμα της μεθόδου BEM για την μοντελοποίηση του στερεού σώματος Ω. ....	140
Σχ. VI-8 Η μοντελοποίηση της τριβής εντός ρωγμής από τους Young & Tsai [26]. ....	142
Σχ. VI-9 Μετατόπιση στοιχείων λόγω διάτμησης [38]. ....	150
Σχ. VI-10 Παραμόρφωση στοιχείων λόγω διάτμησης [38]. ....	150
Σχ. VI-11 Κοπή πετρώματος από κοπτικό αποτελούμενο από 4500 διακριτά στοιχεία [37]. ....	151
Σχ. VI-12 Αριστερά: Μοντέλο επαφής στοιχείων κλασσικής DEM και μοντέλο επαφής στοιχείων με την μέθοδο MDEM Δεξιά: Μηχανικά ανάλογα ορθής μετατόπισης, ολίσθησης και κύλισης [39]. ....	152
Σχ. VI-13 Τμήμα (1/4) παραμορφωμένης πλάκας τη χρονική στιγμή $t=0.00018sec$ [40]. ....	154
Σχ. VI-14 Μονοδιάστατο παράδειγμα πλέγματος Lagrange, Euler και ALE και του τρόπου με τον οποίον κινούνται τα σωματίδια του συνεχούς στην κάθε μέθοδο. [42]. ....	158
Σχ. VI-15 Η κίνηση του υπολογιστικού πλέγματος της ALE είναι ανεξάρτητη της κίνησης του υλικού. .	159
Σχ. VI-16 Απεικόνιση κόμβων και των τομέων επηρεασμού σε διδιάστατο πεδίο [63]. ....	164
Σχ. VI-17 Αριστερά: Σχηματική διάταξη τετράγωνου σώματος με ρωγμή στην ελεύθερη επιφάνεια του. Δεξιά: Ομοιόμορφη κατανομή σε όλη την επιφάνεια του μοντέλου (976 κόμβοι) και ακτινική κατανομή κόμβων στο άκρο της ρωγμής (537 κόμβοι) [59]. ....	166

Σχ. VI-18 α) Μεγέθυνση στο άκρο της ρωγμής, στην οποία διακρίνονται οι κόμβοι ALE (μαύρη κουκκίδα) και οι Lagrangian κόμβοι (λευκή κουκκίδα), β) Τυπικό πλέγμα για την μοντελοποίηση διάδοσης ρωγμής στο οποίο διακρίνεται η διεύθυνση αυτής [67].	170
VI-19 Μοντέλο νανοκοπής με την μέθοδο MD [73].	175
Σχ. VI-20 Μοντέλο κοπής με την MD. Διακρίνονται οι τρεις ζώνες στο υλικό (B,P,Q-zone) και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κοπής (βάθος κοπής, γωνία ελευθερίας και γωνία αποβλήτου) [74].	176
Σχ. VI-21 Στιγμιότυπα από την εξέλιξη προσομοίωσης νανοκοπής με MD σε ψαθυρό υλικό [73].	177
Σχ. VI-22 Στιγμιότυπα από την εξέλιξη προσομοίωσης νανοκοπής με MD σε όλκιμο υλικό [73].	177
Σχ. VI-23 Σχηματικό διάγραμμα του μοντέλου προς προσομοίωση με MD και οι συνοριακές συνθήκες του [70]. Κρυσταλλική δομή σιδήρου στο άκρο της ρωγμής για 1200 χρονικά βήματα μετά την πρώτη φόρτιση. Σχηματισμός κενών στην κρυσταλλική δομή του σιδήρου μετά τον δωδέκατο κύκλο φόρτισης.	178
Σχ. VI-24 Ακολουθία στιγμιότυπων ολίσθησης δύο πλακών για χρονική στιγμή $t=0$ , $t=150$ και $t=646$ [75].	179
Σχ. VI-25 Προσομοίωση παραμόρφωσης ευθείας (πλασματικής) γραμμής κατά την ολίσθηση των δύο πλακών [75].	180
Σχ. VI-26 Στιγμιότυπα προσομοίωσης κρούσης συστάδων N ατόμων Ni σε πλάκα Ni, $t=20ps$ [76].	181
Σχ. VI-27 Κάτοψη επιφάνειας Ni μετά από κρούση συστάδας 1 (πάνω) και 19 (κάτω) ατόμων Ni μετά από 20ps, 70ps και 1000000 βήματα MC [76].	182
Σχ. VI-28 Γραφική απεικόνιση μεταβατικής περιοχής FEM/MD («handshaking» region) [77].	183
Σχ. VII-1 Μοντέλο επαφής μεταξύ των στοιχείων της SPH [11]	196
Σχ. VII-2 Μοντέλο επαφής μεταξύ στοιχείου και επιφάνειας στην SPH [11].	196
Σχ. VII-3 Σχηματική αναπαράσταση διδιάστατου μοντέλου κρούσης για $t=0sec$ [11].	197
Σχ. VII-4 Στιγμιότυπο ( $t=0.4\mu s$ ) προσομοίωσης κρούσης με SPH και χρήση ενός διανύσματος για περιγραφή των γωνιακών στοιχείων. Στα γωνιακά στοιχεία δεν επιβάλλεται η συνθήκη μηδενικής τάσης [11].	197
Σχ. VII-5 Στιγμιότυπο ( $t=0.4\mu s$ ) προσομοίωσης κρούσης με SPH και χρήση ενός διανύσματος για περιγραφή των γωνιακών στοιχείων. Στα γωνιακά στοιχεία επιβάλλεται η συνθήκη μηδενικής τάσης [11].	197
Σχ. VII-6 Στιγμιότυπο ( $t=0.4\mu s$ ) προσομοίωσης κρούσης με SPH και χρήση δύο διανυσμάτων για περιγραφή των γωνιακών στοιχείων [11].	197
Σχ. VII-7 Τάση $\sigma_{xx}$ κατά το μήκος επαφής της πλάκας για την χρονική στιγμή $1\mu s$ [11].	198
Σχ. VII-8 Στιγμιότυπα για ταχύτητα βλήματος α) C-1: 750m/s, β) C2: 825m/s, γ) C3: 950m/s, δ) C4: 900m/s [53].	200
Σχ. VII-9 Γραφική παράσταση των ακριβών τιμών, των αποτελεσμάτων της κλασσικής SPH και των αποτελεσμάτων της CSPH για τη γραμμική συνάρτηση [54].	202
Σχ. VII-10 Το πρόβλημα της εφελκυστικής αστάθειας, εξ' αιτίας της μορφής του $W''$ [17].	204

Σχ. VII-11 Προσομοίωση ταλάντωσης ελαστικού σώματος με την μέθοδο SPH [26]. Αριστερά η κλασσική SPH, δεξιά η SPH με τεχνητή τάση.....	205
Σχ. VII-12 Προσομοίωση σύγκρουσης ελαστικών δακτυλίων με την μέθοδο SPH [26]. Αριστερά η κλασσική SPH, δεξιά η SPH με τεχνητή τάση.....	205
Σχ. VIII-1 Σχηματική αναπαράσταση του αλγορίθμου Bucket Sorting. ....	211
Σχ. VIII-2 Σχηματικό διάγραμμα του αλγορίθμου k-dtree: οικονομικός διαχωρισμός του χώρου σε ιεραρχικό δέντρο και αναζήτηση γειτόνων στα γειτονικά κελιά.....	211
Σχ. VIII-3 Σύγκριση της απόδοσης των επικρατέστερων αλγορίθμων εύρεσης γειτόνων συναρτήσει του αριθμού των σημείων.....	212
Σχ. VIII-4 α) Οπυρύνες τύπου spline 4ης τάξης, β) το gradient του πυρήνα.....	214
Σχ. VIII-5 α) Το άθροισμα πολλαπλών πυρήνων από γειτονικούς κόμβους, β) το άθροισμα του gradient. ....	214
Σχ. VIII-6 α) Ισοϋψείς των πολλαπλών πυρήνων, β) Ισοϋψείς του gradient. ....	214
Σχ. VIII-7 Τομή του ολοκληρώματος και θέσεις των κόμβων: α) πυρήνας, β) gradient του πυρήνα. ....	214
Σχ. VIII-8 Αξονικός εφελκυσμός: Μεταβολή της εντατικής κατάστασης με το χρόνο: Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο.....	221
Σχ. VIII-9 Αξονικός εφελκυσμός: Βρόγχοι πλαστικής υστέρησης για τις $S_{xx}$ και $S_{yy}$ : Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο.....	221
Σχ. VIII-10 Κυκλική καταπόνηση: ελαστική καθίζηση (shakedown). ....	221
Σχ. VIII-11 Κυκλική καταπόνηση αυξανόμενου πλάτους: Μεταβολή της εντατικής κατάστασης με το χρόνο: Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο. ....	222
Σχ. VIII-12 Κυκλική καταπόνηση αυξανόμενου πλάτους: Βρόγχοι πλαστικής υστέρησης για τις $S_{xx}$ και $S_{yy}$ : Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο. ....	222
Σχ. VIII-13 Κυκλική καταπόνηση αυξανόμενου πλάτους: Ισοδύναμη von Mises τάση και ισοδύναμη πλαστική τροπή. Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο. ..	222
Σχ. VIII-14 Ratchetting: Βρόγχοι πλαστικής υστέρησης για τις $S_{xx}$ και $S_{yy}$ : Αριστερά: υλικό κινηματικά κρατυνόμενο, Δεξιά: υλικό ιστροπικά κρατυνόμενο.....	223
Σχ. VIII-15 Σύγκριση των καμπυλών τάσεων παραμορφώσεων του μοντέλου για διάφορα υλικά: α) $Si_3N_4$ β) WCCo γ) $ZrO_2$ δ) σύγκριση της συμπεριφοράς σε θλίψη. ....	224
Σχ. VIII-16 Στιγμιότυπα της ισοδύναμης von Mises τάσης κατά τον εφελκυσμό (MAT01). ....	225
Σχ. VIII-17 α) Μέση τιμή των τάσεων και β) χρονικό βήμα συναρτήσει του χρόνου. ....	225
Σχ. VIII-18 α) Κινητική και β) δυναμική ενέργεια.....	225
Σχ. VIII-19 Στιγμιότυπα της ισοδύναμης von Mises τάσης κατά τον εφελκυσμό (MAT12). ....	226
Σχ. VIII-20 Στιγμιότυπα της ισοδύναμης πλαστ. τροπής κατά τον εφελκυσμό (MAT12).....	226
Σχ. VIII-21 α) Μέση τιμή των τάσεων και β) χρονικό βήμα συναρτήσει του χρόνου. ....	226
Σχ. VIII-22 α) Κινητική και β) δυναμική ενέργεια.....	226
Σχ. VIII-23 Στιγμιότυπα της ισοδύναμης von Mises τάσης (αριστερά) και της ισοδύναμης πλαστικής τροπής (δεξιά) κατά τη θλίψη (MAT03).....	227

Σχ. VIII-24 α) Κινητική και β) δυναμική ενέργεια.....	228
Σχ. VIII-25 Τελική κατάσταση της ισοδύναμης von Mises τάσης (αριστερά) και της ισοδύναμης πλαστικής τροπής (δεξιά) κατά τη διάτμηση (MAT03). ....	228
Σχ. VIII-26 Στιγμιότυπα της ισοδύναμης von Mises τάσης (αριστερά) και της ισοδύναμης πλαστικής τροπής (δεξιά) κατά τη κάμψη (MAT03). ....	229
Σχ. VII-1 Κατασκευή του μοντέλου επαφής τραχυτήτων με τη μέθοδο ALE.....	233
Σχ. VII-2 Συμπεριφορά του υλικού κατά την προσομοίωση ALE.....	234
Σχ. VII-3 Κατασκευή του 3D μοντέλου μικροκλίμακας. ....	236
Σχ. VII-4 Εναλλακτικές δυνατότητες για την κατασκευή ομογενούς πλέγματος κόμβων. ....	236
Σχ. VII-5 Το κυβικό χωροκεντρωμένο σύστημα, παραμορφωμένο, που χρησιμοποιείται στο 3D μοντέλο μικροκλίμακας. ....	237
Σχ. IX-6 Φθορά πρόσφυσης στο 3D-μοντέλο: παραμορφώσιμο-παραμορφώσιμο. Μοντέλο με υπόστρωμα. ....	238
Σχ. VII-7 Φθορά εκτριβής στο 3D-μοντέλο: απαραμόρφωτο-παραμορφώσιμο. ....	239
Σχ. VII-8 Ισοδύναμη von Mises τάση στο 3D μοντέλο εκτριβής: α) τομή, β) κάτοψη. ....	239
Σχ. VII-9 Η διάταξη μιας προσομοίωσης SPH: α) μοντέλο με 7 παραμέτρους, β) μοντέλο με 5 παραμέτρους. Διακρίνονται οι συνοριακοί κόμβοι, η αλληλοδιείσδυση ( $dz$ ) και η απόσταση ολίσθησης ( $ds$ ). ....	240
Σχ. VII-10 α) Πραγματικός και προβλεπόμενος χρόνος προσομοίωσης για ομάδα 40 προσομοιώσεων εκτριβής, β) Διάγραμμα Pareto με τις 10 πιο χρονοβόρες προσομοιώσεις και το ποσοστό χρόνου που τους αναλογεί. ....	241
Σχ. VII-11 Κάθετη και εφαπτομενική δύναμη για μία μοναδική αλληλεπίδραση τραχυτήτων: α) πρόσφυση, β) εκτριβή (2D/7-παραμετρικό/Matlab). Η προσομοίωση δεν έχει ολοκληρωθεί και ο κύκλος επαφής δε έχει κλείσει. ....	242
Σχ. VII-12 Οι δυνάμεις του τριβουστήματος ( $ZrO_2-ZrO_2$ , εκτριβή, 5-παρ, τραχύτητα #1). Με έντονη διαγράμμιση οι δυνάμεις της επαφής που καταγράφονται. ....	243
Σχ. VII-13 Ευαισθησία του αριθμού των φθαρμένων σωματιδίων ως προς το κατώφλι ταχύτητας. ....	243
Σχ. VII-14 Διαχωρισμός των κόμβων της τραχύτητας 1 σε άφθαρτους/απόβλιττα/μεταφερόμενους: α) πρόσφυση, β) εκτριβή. ....	244
Σχ. VII-15 Διαχωρισμός των κόμβων της τραχύτητας 2 σε άφθαρτους/απόβλιττα/μεταφερόμενους: α) πρόσφυση, β) εκτριβή. ....	244
Σχ. VII-16 Αστοχήσαντες κόμβοι (2D-SPH, 7-παρ.): α) πρόσφυση, β) εκτριβή. ....	244
Σχ. VII-17 Ισοδύναμες von Mises τάσεις (2D-SPH, 7-παρ.): α) πρόσφυση, β) εκτριβή. ....	245
Σχ. VII-18 Προκύπτουσα πλαστική παραμόρφωση (2D-SPH, 7-παρ.): α) πρόσφυση, β) εκτριβή. ....	245
Σχ. VII-19 Εντοπισμός της επιφάνειας της φθαρμένης τραχύτητας και εξαγωγή υψομετρικών παρματρικών στοιχείων από το δειγματολήπτη (2D/SPH, 7-παρ, εκτριβή).....	246
Σχ. VII-20 Συνδυασμένα προφίλ των τραχυτήτων πριν και μετά τη φθορά: α) πρόσφυση, β) εκτριβή. ....	246

Σχ. VII-21 Προσαρμογή εκθετικής μονοπαραμετρικής καμπύλης στα δεδομένα για τη μέση τιμή της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης συναρτήσει του ανηγμένου βάθους.....	247
Σχ. VII-22 Κατανομή της $\epsilon_{eps}$ κατά την προεπεξεργασία του μοντέλου.....	248
Σχ. VII-23 Περίπτωση «έκρηξης» των κόμβων SPH.....	249
Σχ. VII-24 Περίπτωση εμφάνισης κόμβων «φαντασμάτων».....	250
Σχ. VII-25 α) Μέση τιμή των τάσεων στην τραχύτητα 1 συναρτήσει του χρόνου, β) Μέση τιμή της ισοδύναμης von Mises τάσης συναρτήσει της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης (AISI1015, 2Δ, εκτριβή, 7-παρ).....	250
Σχ. VII-26 Ενέργεια στην τραχύτητα 1 συναρτήσει του χρόνου (AISI1015, 2Δ, εκτριβή, 7-παρ): α) Δυναμική ενέργεια, β) Κινητική ενέργεια.....	251
Σχ. VII-27 α) Ποσοστό πλαστικοποιημένου όγκου στην τραχύτητα 1 συναρτήσει του χρόνου, β) Χρονικό βήμα συναρτήσει του χρόνου (AISI1015, 2Δ, εκτριβή, 7-παρ).....	251
Σχ. VII-28 Διασπορά των δυνάμεων $F_x$ , $F_z$ , σε μια δέσμη 40 προσομοιώσεων εκτριβής (WC-Co, 5-παρ): α) απλή διασπορά των δυνάμεων, β) Οι δυνάμεις και ο όγκος φθοράς $V_1$ .....	251
Σχ. VII-29 Ο συντελεστής τριβής, σε μια δέσμη 40 προσομοιώσεων εκτριβής (WC-Co, 5-παρ): α) ιστόγραμμα του $\mu$ , β) Οι δυνάμεις και η γραμμή τάσης σε λογαριθμικό διάγραμμα.....	252
Σχ. VII-30 Χαρακτηριστικό μέγεθος εργοσκήρυνσης $rps1/rps2$ (WC-Co, 5-παρ): α) Κατανομή πυκνότητας πιθανότητας, β) Διαγραμμα κανονικής πιθανότητας.....	252
Σχ. VII-31 Σχετικό σφάλμα των εξόδων του μοντέλου για διαφορετικές διαστάσεις πλέγματος.....	254
Σχ. VII-32 Σχετικό σφάλμα των εξόδων του μοντέλου για διαφορετικούς λόγους κλιμάκωσης ταχύτητας.....	254
Σχ. VII-33 Σχετικό σφάλμα των εξόδων του μοντέλου για διαφορετικούς λόγους κλιμάκωσης μάζας.....	254
Σχ. VII-34 Σχετικό σφάλμα των εξόδων του μοντέλου και χρόνοι προσομοίωσης για διαφορετικούς πολλαπλασιαστές εύρεσης γειτόνων.....	255
Σχ. VII-35 Οπτική σύγκριση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης για διαφορετικούς πολλαπλασιαστές εύρεσης γειτόνων.....	256
Σχ. X-1 Χαρτογράφηση για 3 παραμέτρους ( $\log(c1/dz)$ , $\log(c2/dz)$ , $\nu f_1$ ): Μεταβολή του σχήματος των τραχυτήτων.....	259
Σχ. X-2 Χαρτογράφηση για 3 παραμέτρους: Ισοδυναμικές επιφάνειες όγκου φθοράς.....	259
Σχ. X-3 Χάρτης φθοράς για 2 παραμέτρους ( $c1/dz$ , $c2/dz$ ).....	259
Σχ. X-4 Χαρτογράφηση για 2 παραμέτρους: δύναμη τριβής.....	260
Σχ. X-5 Χαρτογράφηση για 2 παραμέτρους: κάθετη δύναμη.....	260
Σχ. X-6 Παραμόρφωση του σχήματος των τραχυτήτων και όγκος φθοράς συναρτήσει των $c_1$ , $c_2$ , $\nu f_1$ : πρόσφυση.....	262
Σχ. X-7 Πρόσφυση: α) Ισο-επιφάνειες του όγκου φθοράς: $V_1$ συναρτήσει των $c_1$ , $c_2$ , $\nu f_1$ , β) Όγκος φθοράς για $\nu f=0.5$ , $\log(V_1)$ συναρτήσει των $c_1$ , $c_2$ .....	262
Σχ. X-8 α) Δύναμη τριβής $\log(F_x)$ β) Κάθετη δύναμη $\log(F_z)$ , για $\nu f=0.5$ , συναρτήσει των $c_1, c_2$ : πρόσφυση.....	262

Σχ. X-9 Χάρτογράφηση της παραμόρφωσης των τραχυτήτων, δηλαδή της μετατόπισης στο χώρο των παραμέτρων, με ροϊκές γραμμές (streamlines) και τομές: πρόσφυση.....	263
Σχ. X-10 Παραμόρφωση του σχήματος των τραχυτήτων και όγκος φθοράς συναρτήσει των $c_1, c_2, v_f$ : εκτριβή.....	264
Σχ. X-11 Εκτριβή: α) Ισο-επιφάνειες του όγκου φθοράς: $V_1$ συναρτήσει των $c_1, c_2, v_f$ , β) Όγκος φθοράς για $v_f=0.5$ , $\log(V_1)$ συναρτήσει των $c_1, c_2$ .....	265
Σχ. X-12 α) Δύναμη τριβής $\log(F_x)$ β) Κάθετη δύναμη $\log(F_z)$ , για $v_f=0.5$ , συναρτήσει των $c_1, c_2$ : εκτριβή.....	265
Σχ. X-13 Χάρτογράφηση της παραμόρφωσης των τραχυτήτων, δηλαδή της μετατόπισης στο χώρο των παραμέτρων, με ροϊκές γραμμές (streamlines) και τομές: εκτριβή.....	266
Σχ. X-14 $Si_3N_4/Si_3N_4$ πρόσφυση: α) Ισοεπιφάνειες όγκου, β) Διανυσματικός χώρος παραμόρφωσης τραχύτητων.....	269
Σχ. X-15 Δέσμη προσομοιώσεων πρόσφυσης για WCCo-WCCo α) Δυνάμεις και σχετικός όγκος φθοράς $V_1$ , β) διασπορά των όγκων φθοράς $V_1, V_2$ .....	269
Σχ. X-16 Δέσμη προσομοιώσεων πρόσφυσης για WCCo-WCCo α) Ιστόγραμμα του συντελεστή τριβής, β) ιστογράμματα των παραμέτρων κράτυνσης $rps_1, rps_2$ .....	270
Σχ. X-17 WC-Co/WC-Co πρόσφυση: α) Ισοεπιφάνειες όγκου, β) Διανυσματικός χώρος παραμόρφωσης τραχύτητων.....	270
Σχ. X-18 Χαρτογράφηση του $k_D$ ως προς την πίεση P, όπως προκύπτει από εφαρμογή του πολυκλίμακου μοντέλου για την πρόσφυση: α) $Si_3N_4$ , β) WC-Co.....	271
Σχ. X-19 Εκτριβή $Si_3N_4$ : α) Παραμόρφωση του σχήματος των τραχυτήτων και όγκος φθοράς συναρτήσει των $R_1, R_2, rps_1$ , β) Ισοεπιφάνειες του όγκου φθοράς.....	272
Σχ. X-20 Εκτριβή $Si_3N_4$ : Δύναμη τριβής $F_x$ για $rps_1=rps_2=5$ .....	272
Σχ. X-21 Εκτριβή $Si_3N_4$ : Κάθετη δύναμη $F_z$ για $rps_1=rps_2=5$ .....	272
Σχ. X-22 Εκτριβή $Si_3N_4$ : Συντελεστής τριβής $\mu$ για $rps_1=rps_2=5$ .....	273
Σχ. X-23 Μεταβολή των δυνάμεων της επαφής εκτριβής με το $dz$ , για $R_1=1000\mu m, R_2=100\mu m$ . Α) WC-Co/WC-Co, β) $Si_3N_4/Si_3N_4$ .....	274
Σχ. X-24 Χαρακτηριστικό παράδειγμα της αλληλεπίδρασης των καμπυλών Abbott. (φθορά εκτριβής $Si_3N_4/Si_3N_4, P=1000MPa$ ). .....	274
Σχ. X-25 Μεσοσταθμική προσομοίωση φθοράς εκτριβής $Si_3N_4/Si_3N_4$ , καμπύλη πίεσης - διακένου (P-d) για διαφορετικά επίπεδα φόρτισης.....	275
Σχ. X-26 Μεσοσταθμική προσομοίωση φθοράς εκτριβής $Si_3N_4/Si_3N_4$ . Σχετική μεταβολή των χαρακτηριστικών μεγεθών του τριβοσυστήματος με την πίεση.....	275
Σχ. X-27 Το μοντέλο GIWM [2]: α) Αλγόριθμος για pin-on-disc, β) Αλγόριθμος για disk-on-disk.....	276
Σχ. X-28 Πειραματικά δεδομένα φθοράς: α) $Si_3N_4/Si_3N_4$ pin-on-disk, β) WC-Co/WC-Co pin-on-disk. .	277
Σχ. X-29 Πειραματικά δεδομένα φθοράς και σύγκριση με το μακροσκοπικό μοντέλο GIWM: α) $Si_3N_4/Si_3N_4$ disk-on-disk, β) $ZrO_2/ZrO_2$ disk-on-disk.....	277

Σχ. X-30 Χαρτογράφηση του $k_D$ ως προς την πίεση P, όπως προκύπτει από εφαρμογή του πολυκλίμακου μοντέλου για την εκτριβή: α) $Si_3N_4$ , β) WC-Co, γ) $ZrO_2$ .....	279
Σχ. X-31 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για disk-on-disk ( $Si_3N_4$ - $Si_3N_4$ ): ακτίνες επαφής, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο. ....	280
Σχ. X-32 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για disk-on-disk ( $Si_3N_4$ - $Si_3N_4$ ): ακτίνες των δίσκων, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο.....	280
Σχ. X-33 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για disk-on-disk ( $Si_3N_4$ - $Si_3N_4$ ): πίεση, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο. ....	280
Σχ. X-34 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για disk-on-disk ( $Si_3N_4$ - $Si_3N_4$ ): όγκοι φθοράς, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο. ....	281
Σχ. X-35 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για pin-on-disk ( $Si_3N_4$ - $Si_3N_4$ ): ακτίνα του στυλίσκου, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο.....	281
Σχ. X-36 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για pin-on-disk ( $Si_3N_4$ - $Si_3N_4$ ): ύψος στυλίσκου, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο. ....	281
Σχ. X-37 Αποτελέσματα του μοντέλου GIWM για pin-on-disk ( $Si_3N_4$ - $Si_3N_4$ ): πίεση, α) αρχικό μοντέλο, β) πολυκλίμακο μοντέλο. ....	282
Σχ. X-38 Η διακύμανση του $k_D$ με την απόσταση ολίσθησης: α) disk-on-disk $Si_3N_4$ , β) disk-on-disk $ZrO_2$ , γ) pin-on-disk $Si_3N_4$ , δ) pin-on-disk WC-Co. ....	282
Σχ. XI-1 Συνθήκες τριβής και πραγματική επιφάνεια επαφής για διάφορες κατεργασίες διαμόρφωσης [11.4].....	287
Σχ. XI-2 Διάγραμμα ροής του μοντέλου.....	289
Σχ. XI-3 (α) Προσέγγιση της κατατομής από μια καμπύλη αποτελούμενη από κυκλικά τμήματα, με διατήρηση του εμβαδού, (b) Καμπύλες Abbott για την αρχική κατατομή και τις προσεγγίσεις.....	290
Σχ. XI-4 : (a) Διασπορά των h και c για τον πληθυσμό των τραχυτήτων, (b) Σχηματικό διάγραμμα του μοντέλου για $c/h=-5$ . ....	291
Σχ. XI-5 Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση του υλικού, μοντέλο με $c/h=+5$ :.....	293
Σχ. XI-6 Αποτελέσματα της χαρτογράφησης: (a) Όγκος φθοράς και όγκος μεταφερόμενου υλικού από το τεμάχιο στο εργαλείο συναρτήσει της καμπυλότητας της τραχύτητας, (b) Όγκος φθοράς συναρτήσει της πίεσης. ....	294
Σχ. XI-7 Αποτελέσματα της προσομοίωσης Monte Carlo: (a) Ιστόγραμμα των υψών των κορυφών των τραχυτήτων του εργαλείου πριν και μετά τη φθορά, (b) Μεταβολή του ρυθμού φθοράς με την απόσταση ολίσθησης.....	294



## Πίνακες

Πίν. 1 Δυνατές παράμετροι για το μοντέλο αλληλεπίδρασης τραχυτήτων. ....	103
Πίν. 2 Σύγκριση των πειραματικών με τα τεχνητά προφίλ. Όλα τα μεγέθη είναι σε μμ.....	115
Πίν. 3 Αποκλίσεις μεταξύ κυβικής και κελυφοειδούς RBF. ....	119
Πίν. 4 RMSE μεταξύ χαρτογράφησης παρεμβολής και RBF. ....	121
Πίν. 5 Αξιολόγηση των αριθμητικών μεθόδων .....	186
Πίν. 6 Ιδιότητες των υλικών.....	223
Πίν. 7 Αποτελέσματα της προσομοίωσης μακροκλίμακας για τα αριθμητικά μοντέλα τραχυτήτων.....	267
Πίν. 8 Αποτελέσματα της προσομοίωσης μακροκλίμακας για τα αναλυτικά μοντέλα τραχυτήτων. ....	267
Πίν. 9 Σύγκριση των συντελεστών φθοράς. ....	268
Πίν. 10 Αποτελέσματα μακρομοντέλου για τη φθορά πρόσφυσης $Si_3N_4/Si_3N_4$ .....	270
Πίν. 11 Χαρακτηριστικά των τεχνητών προφίλ επιφανείας που χρησιμοποιήθηκαν για το δείγμα. ....	278
Πίν. 12 Χαρακτηριστικά επιφανειών των δοκιμίων. ....	278

## Βιογραφικό Σημείωμα

Ο **Αχιλλέας Κ. Βορτσέλας** γεννήθηκε στην Αθήνα το Δεκέμβριο του 1979. Το 1997 αποφοίτησε από το Λεόντειο Λύκειο Πατησίων με βαθμό απολυτηρίου άριστα ( $19 \frac{3}{16}$ ). Μεταξύ των ετών 2008-2009 υπηρέτησε τη στρατιωτική του θητεία στην Πολεμική Αεροπορία. Είναι Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός και αποφοίτησε από τη Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π. το Φεβρουάριο του 2003 με βαθμό διπλώματος 7,78/10 (κύκλος Κατασκευαστού Μηχανολόγου Μηχανικού). Εκπόνησε τη διπλωματική του εργασία, υπό την επίβλεψη του καθηγητή Δρ. Μ. Μ. Σφαντζικόπουλου, με θέμα «Ποσοτική Εκτίμηση της Φθοράς στον Αντίστροφο Μηχανολογικό Σχεδιασμό». Το Δεκέμβριο του 2003 έγινε δεκτός για την εκπόνηση διδακτορικής διατριβής, στη Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου, στον Τομέα Τεχνολογίας των Κατεργασιών, υπό την επίβλεψη του καθηγητή Δρ. Α. Γ. Μάμαλη, με θέμα, «Μοντελοποίηση της φθοράς των μεταλλικών και κεραμικών επιφανειών με τη συνδυασμένη χρήση αριθμητικών προσομοιώσεων και στοχαστικών μοντέλων σε μικροκλίμακα και μακροκλίμακα», την οποία εκπόνησε με υποτροφία από τον Ε.Λ.Ε. του Ε.Μ.Π.

Εργάστηκε επί τέσσερα έτη (2006-2008, 2009-2011) ως Εργαστηριακός Συνεργάτης στο Τμήμα Εκπαιδευτικών Μηχανολογίας της ΑΣΠΑΙΤΕ, στα εργαστηριακά μαθήματα Κατεργασίες Ι, Κατεργασίες ΙΙ, Εργαλειομηχανές CNC, AUTOCAD. Εργάστηκε επί δύο έτη (2006-2008) ως Εργαστηριακός Συνεργάτης στο Τμήμα Τεχνολογίας Αεροσκαφών του ΤΕΙ Χαλκίδας ως κύριος διδάσκων του μαθήματος Στοιχεία Μηχανών (Θεωρία & Εργαστήριο). Ως Υποψήφιος Διδάκτορας του Τομέα Τεχνολογίας των Κατεργασιών, παρείχε μεταξύ των ετών 2004-2010 επικουρικό έργο στη διδασκαλία των μαθημάτων της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών, «Τεχνικά Υλικά», «Εισαγωγή στη Μηχανουργική Τεχνολογία», «Κατεργασίες Ι» (κατεργασίες διαμόρφωσης), «Κατεργασίες ΙΙ» (κατεργασίες αποβολής υλικού), «Εργαλειομηχανές», «Μικροκατεργασίες – Νανοκατεργασίες».

Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα βρίσκονται στον κλάδο της Τριβολογίας, της Υπολογιστικής Μηχανικής και της Επιστήμης Υλικών. Εκτός από τη μοντελοποίηση της φθοράς των επιφανειών, στον κλάδο της Τριβολογίας ασχολείται ερευνητικά και με τη μηχανική των επαφών και το χαρακτηρισμό αποβλίττων φθοράς. Στον κλάδο της Υπολογιστικής Μηχανικής δραστηριοποιείται στην ανάλυση και το σχεδιασμό κατεργασιών με υπολογιστικές μεθόδους (κατεργασίες κοπής και διαμορφώσεις, μη-συμβατικές κατεργασίες, εκβολή πολυμερούς), τη συγκρουσιμότητα των κατασκευών, τις νανοκατεργασίες και τη νανοτεχνολογία. Διαθέτει ερευνητική εργαστηριακή εμπειρία στις κατεργασίες (με συμβατικές και CNC εργαλειομηχανές), στις μηχανικές δοκιμές, στο μεταλλογραφικό χαρακτηρισμό και στη χρήση μικροσκοπίου ακίδας AFM. Είναι συνεργάτης του Project Center for Nanotechnology and Advanced Engineering, μιας ερευνητικής συνεργασίας του Ινστιτούτου Επιστήμης Υλικών του ΕΚΕΦΕ «Δημόκριτος» και του Ινστιτούτου Kurchatov της Μόσχας για την προώθηση της διεθνούς συνεργασίας στον κλάδο της νανοτεχνολογίας και των προηγμένων υλικών.

## Δημοσιεύσεις:

### Σχετικές με τη Δ.Δ.:

1. A.G. Mamalis, A.K. Vortselas and D.E. Manolakos, **Multiscale modelling of wear by combined use of numerical and statistical methods**, Proc. 9th International Conference on Technology of Plasticity, ICTP 2008, Gyeongju, Korea, September 2008, pp.223/228
2. A.G. Mamalis and A.K. Vortselas, **Single asperity wear modeling of ceramic surfaces using the smooth particle hydrodynamics method**, Journal of Tribology and Surface Engineering, Vol. 2, υπό έκδοση, 2011
3. A.G. Mamalis and A.K. Vortselas, **Wear of ceramic interfaces: Multiscale statistical simulations**, Wear, 2011, υπό κρίση
4. A.G. Mamalis, A.K. Vortselas and C.N. Panagopoulos, **Analytical and numerical wear modeling of metallic interfaces based on a multiscale approach**, Tribology Transactions, 2012 , υπό κρίση

### Σε άλλα γνωστικά αντικείμενα:

1. Α.Γ. Μάμαλης, Δ.Ε. Μανωλάκος, Α.Κ. Βορτσέλας, **Σύγχρονες τάσεις στην κατασκευή σφαιρικών κεφαλών εμφυτευμάτων αρθροπλαστικής τεχνητού ισχίου**, 1<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο ΠΣΔΜ-Η, Μάρτιος 2005, C124.
2. N.M.Vaxevanidis, A.K. Vortselas, A. Koutsomichalis, G. Petropoulos, **Advances in micro-manufacturing applying tribological principles**, J. Balkan Tribol. Assoc. 16, pp.161–179, 2010.
3. A.G.Mamalis, G. Kouzilos, A.K. Vortselas, **Design feature sensitivity analysis in numerical modeling of extrusion spider dies**, Proc. 5th International Conference on Times of Polymers and Composites, Ischia, Italy, June 2010, pp 40/42; Journal of Applied Polymer Science, Vol. 122, pp. 3537/3543, 2011
4. A.G. Mamalis, I.D. Theodorakopoulos and A.K. Vortselas, **Numerical simulation of explosively compacted powder-in-tube MgB<sub>2</sub> superconductors**, Proc. 3rd International Symposium on Explosion, Shockwave and High energy Reaction Phenomena 2010 (ESHP Symposium 2010), S.Korea, September 2010; Materials Science Forum, Vol. 673, pp. 131/136, 2011
5. A.G. Mamalis, J.J. Ramsden, G.C. Holt, A.K. Vortselas and A.A. Mamali, **The effect of nanotechnology in mitigation and adaptation strategies in response to climate change**, Nanotechnology Perceptions, υπό έκδοση, 2011
6. A.G. Mamalis, A.K. Vortselas and G. Kouzilos, **Tube extrusion of polymeric materials: Optimization of processing parameters**, Journal of Applied Polymer Science, υπό έκδοση διαθέσιμο online, 2012.
7. A.G. Mamalis, I.D. Theodorakopoulos and A.K. Vortselas, **Optimisation of the explosive compaction process for powder-in-tube MgB<sub>2</sub> superconductors using numerical simulation**, Proc. 2<sup>nd</sup> International Conference on Material Modeling, ICMM2- 12<sup>th</sup> EMMC, Paris, France, August 2011; Technische Mechanik, υπό έκδοση, 2012