

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	5
1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ	5
1.1.1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	5
1.1.2. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	7
1.1.3. ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	7
1.2. ΚΟΚΚΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ	8
1.2.1. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	8
1.2.2. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	9
1.2.3. ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	10
1.3. ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ	11
1.3.1. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	11
1.3.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΙΝΩΝ	12
1.3.3. ΜΗΤΡΕΣ	15
1.3.4. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	18
1.4 ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ	19
1.4.1. ΓΕΝΙΚΑ – ΟΡΙΣΜΟΙ	19
1.4.2. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ	20
1.4.3. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ	20
1.5. ΠΟΛΥΜΕΡΗ	22
1.5.1. ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΑ ΠΟΛΥΜΕΡΗ	22
1.6. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	24
1.6.1. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΙΚΗ ΚΑΙ ΝΑΥΠΗΓΙΚΗ	24
1.6.2 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΙΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ	26
1.6.3. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΣΚΕΥΩΝ	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	30
2.1. ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	30
2.1.1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΚΟΚΚΩΔΗ ΥΛΙΚΑ	31
2.1.2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΙΝΩΔΗ ΥΛΙΚΑ	33
2.2 ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ –ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ	46
2.2.1 ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ	46
2.2.2 ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ	48

2.2.3	ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ	50
2.2.3.1	Συνεχείς Ίνες	51
2.2.3.2	Διακεκομμένες Ίνες	52
2.3	ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	53
2.3.1	Η ΑΠΩΛΕΙΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (ΑΠΟΣΒΕΣΗ) ΣΤΑ ΥΛΙΚΑ	53
2.3.2	ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΡΕΟΛΟΓΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ	54
2.3.3	ΟΡΙΣΜΟΙ ΤΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΥΝ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ	56
2.3.4	ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ: ΜΙΓΑΔΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΣΥΜΒΑΤΟΤΗΤΑ	60
2.3.5	ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑΣ	63
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3		65
3.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	65
3.1.1	ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ	65
3.1.2	ΟΡΙΣΜΟΙ	66
3.2	MODEL 1	68
3.2.1	ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	68
3.2.1.1	Διακεκομμένες Ίνες	68
3.2.1.2	Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά	70
3.2.2	ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	70
3.3	MODEL 2	73
3.3.1	ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	73
3.3.1.1	Διακεκομμένες Ίνες	73
3.3.1.2	Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά	75
3.3.2	ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	75
3.4	MODEL 3	78
3.4.1	ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	78
3.4.1.1	Διακεκομμένες Ίνες	78
3.4.1.2	Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά	80
3.4.2	ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	81
3.4.2.1	Α' Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας	81
3.4.2.2	Β' Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας	84
3.5	MODEL 4	87
3.5.1	ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	87
3.5.1.1	Διακεκομμένες Ίνες	87
3.5.1.2	Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά	91

3.5.2 ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	92
3.5.2.1 Α' Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας	92
3.5.2.2 Β' Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας	96
3.6 ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	101
3.6.1 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	101
3.6.2 ΕΦΑΡΜΟΦΗ ΤΗΣ ΑΡΧΗΣ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑΣ	101
3.6.2.1 Μοντέλα 1, 2 και 3	101
3.6.2.2 Μοντέλο 4	103

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 **105**

4.1 ΥΛΙΚΑ	105
4.1.1 ΜΗΤΡΑ	105
4.1.2 ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ	106
4.2 ΠΙΝΑΚΕΣ – ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ	106
4.2.1 ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	106
4.2.1.1 Μέτρο Ελαστικότητας Κοκκωδών E_p	106
4.2.1.2 Διάμηκες Μέτρο Ελαστικότητας Ινωδών E_L	106
4.2.1.3 Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας Ινωδών E_T	107
4.2.2 ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ	107
4.2.2.1 Μέτρο Διάτμησης Κοκκωδών G_p	107
4.2.2.2 Επίπεδο Μέτρο Διάτμησης Ινωδών G_{LT}	108
4.2.3 ΛΟΓΟΙ POISSON	108
4.2.3.1 Λόγος Poisson Κοκκωδών ν_p	108
4.2.3.2 Διαμήκης Λόγος Poisson Ινωδών ν_{LT}	109
4.2.4 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ	109
4.2.4.1 Συντελεστές Ενίσχυσης Κοκκωδών	109
4.2.4.2 Διαμήκης Συντελεστής Ενίσχυσης	109
4.2.4.3 Εγκάρσιος Συντελεστής Ενίσχυσης	110
4.2.5 ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	110
4.2.5.1 Μέτρο Αποθήκευσης E_p' & Μέτρο Απωλειών E_p'' Κοκκωδών	110
4.2.5.2 Διάμηκες Μέτρο Αποθήκευσης E_L' & Διάμηκες Μέτρο Απωλειών E_L'' Ινωδών	111
4.2.5.3 Εγκάρσιο Μέτρο Αποθήκευσης E_T' & Εγκάρσιο Μέτρο Απωλειών E_T'' Ινωδών	112

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 **188**

5.1 ΓΕΝΙΚΑ	188
-------------------	------------

5.1.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ	192
5.1.2 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	193
5.2 ΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ	195
5.2.1 ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L ΙΝΩΔΩΝ	195
5.2.2 ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_T ΙΝΩΔΩΝ	196
5.2.3 ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ E_p	196
5.2.4 ΕΠΙΠΕΔΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΙΝΩΔΩΝ G_{LT}	197
5.2.5 ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ G_p	198
5.2.6 ΛΟΓΟΙ POISSON	198
5.3 ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ	200
5.3.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΑ ΔΙΑΜΗΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	200
5.3.2 ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΑ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	200
5.3.3 Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ ΣΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΚΟΚΚΩΔΗ – ΙΝΩΔΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	202
5.3.4 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΓΙΑ E_L' , E_L'' , E_T' , E_T''	204
5.3.4.1 Διάμηκες Μέτρο Αποθήκευσης E_L'	204
5.3.4.2 Διάμηκες Μέτρο Απωλειών E_L''	204
5.3.4.3 Εγκάρσιο Μέτρο Αποθήκευσης E_T'	205
5.3.4.4 Εγκάρσιο Μέτρο Απωλειών E_T''	205
5.3.5 ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΚΟΚΚΩΔΗ – ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ	205
5.3.6 ΠΩΣ ΕΞΗΓΕΙΤΑΙ Η ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗ ΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΟΣ ΣΕ ΚΟΚΚΩΔΗ – ΙΝΩΔΗ (ΕΓΚΑΡΣΙΟ) ΓΙΑ ΤΟ E_c''	206
5.3.7 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΜΕ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ	207
5.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	214

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

1.1.1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα σύνθετα υλικά αποτελούν μία ευρεία και άκρως σημαντική κατηγορία υλικών τα οποία βρίσκουν εφαρμογή σε πολλές κατασκευές. Είναι ιδανικά για κατασκευαστικές εφαρμογές όπου απαιτούνται υψηλοί λόγοι αντοχής προς βάρος και ακαμψίας προς βάρος.

Ως σύνθετο υλικό ορίζεται το υλικό εκείνο το οποίο αποτελείται από δύο ή και περισσότερα υλικά, τα οποία έχουν ενωθεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να διακρίνονται στο τελικό μίγμα τα διαφορετικά υλικά που το αποτελούν. Ένα από τα πλεονεκτήματα των σύνθετων υλικών είναι ότι εμφανίζουν ιδιότητες και χαρακτηριστικά που κανένα από τα υλικά που το συνθέτουν δεν διαθέτει από μόνο του. Μερικές από τις ιδιότητες που μπορούν να βελτιωθούν από το σχηματισμό ενός σύνθετου υλικού είναι οι ακόλουθες:

- αντοχή
- ακαμψία
- αντίσταση σε διάβρωση
- αντίσταση σε παντός είδους φθορά κατά την χρήση τους
- βάρος
- συμπεριφορά σε κόπωση
- συμπεριφορά σε θερμοκρασιακή μεταβολή
- ηχομόνωση
- θερμομόνωση
- θερμική αγωγιμότητα
- κόστος

Βέβαια, δεν είναι δυνατόν να βελτιώνονται ταυτόχρονα όλες οι παραπάνω ιδιότητες, ούτε απαιτείται κάθε φορά κάτι τέτοιο.

Τα σύνθετα υλικά αποτελούνται από δύο τουλάχιστον μακροσκοπικά διακρινόμενα συστατικά, από τα οποία το ένα χαρακτηρίζεται ως “συστατικό ενίσχυσης” ή “έγκλεισμα” (filler) και προσδίδει στο υλικό βελτιωμένες μηχανικές κυρίως ιδιότητες. Το δεύτερο συστατικό καλείται μήτρα (matrix),

είναι χαμηλής συνήθως πυκνότητας και η συμμετοχή του στο σύνθετο εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση των ιδιοτήτων του εγκλείσματος. Η ένωση των συνιστώντων υλικών γίνεται σε μακροσκοπική κλίμακα και μπορεί εύκολα να διακρίνει κανείς στο τελικό προϊόν τόσο αυτά τα ίδια τα υλικά, όσο και τις μεταξύ τους διαχωριστικές επιφάνειες.

Το πιο συνηθισμένο παράδειγμα σύνθετου υλικού είναι ο υαλοβάμβακας (fiberglass), στο οποίο ίνες γυαλιού (που αποτελούν το εγκλείσμα) έχουν αναμιχθεί με πολυμερή ρητίνη (που αποτελεί την μήτρα). Αν κάποιος κάνει μία τομή σε ένα τεμάχιο υαλοβάμβακα και επεξεργαστεί κατάλληλα την επιφάνεια της τομής, θα μπορέσει να διακρίνει ευκρινώς τις ίνες του γυαλιού μέσα στην ρητίνη.

Άλλο χαρακτηριστικό παράδειγμα σύνθετου υλικού που χρησιμοποιείται ευρέως στις οικοδομικές εργασίες είναι το οπλισμένο σκυρόδεμα, όπου τα δύο συνιστώμενα υλικά είναι το σκυρόδεμα (το οποίο επίσης είναι ένα σύνθετο υλικό, καθώς αποτελείται από τσιμέντο, αδρανή υλικά και άμμο σε κατάλληλη αναλογία και διακριτά μεταξύ τους) και οι ράβδοι οπλισμού. Αν και ο συνδυασμός των υλικών αυτών εμπεριέχει κάποιας μορφής χημική ένωση, εντούτοις, το τελικό προϊόν δεν είναι ομοιογενές, όπως είναι π.χ. τα διάφορα κράματα. Ένα συνηθισμένο παράδειγμα κράματος, το οποίο γνωρίζει ο περισσότερος κόσμος είναι ο ορείχαλκος (μπρούτζος), ο οποίος αποτελείται από ένα μείγμα χαλκού και ψευδάργυρου. Αφού φτιάξουμε μπρούτζο, λιώνοντας μαζί σε κατάλληλη αναλογία χαλκό και ψευδάργυρο και στη συνέχεια υγροποιήσουμε σε υψηλή θερμοκρασία το κράμα που προέκυψε, είναι αδύνατον να διακρίνουμε τα άτομα είτε του χαλκού είτε του ψευδάργυρου.

Πέρα από τον υαλοβάμβακα και το οπλισμένο σκυρόδεμα, υπάρχουν πολλά παραδείγματα σύνθετων υλικών, όπως είναι το εποξειδίο του άνθρακα, πολλά φθηνά πλαστικά (ρητίνη πολυουρεθάνης γεμισμένη με κεραμικούς κόκκους όπως κιμωλία) και ακόμα κάποια μεταλλικά σύνθετα υλικά, τα οποία χρησιμοποιούνται στο διαστημικό πρόγραμμα (π.χ. μεταλλικό κράμα τιτανίου ενισχυμένο με κεραμικές ίνες SiC) ή και στα αυτοκίνητα, όπως τα πιστόνια της μηχανής (κράμα αλουμινίου ενισχυμένο με ίνες οξειδίου του αλουμινίου) και τα δισκόφρενα (κράμα αλουμινίου ενισχυμένο με κόκκους SiC αυξημένης αντίστασης στη φθορά).

Σε κάθε πάντως σύνθετο υλικό, μπορεί πάντα κάποιος να διακρίνει κάνοντας μία τομή, τα δύο ή περισσότερα υλικά που το αποτελούν, καθώς και τις διαχωριστικές μεταξύ τους επιφάνειες.

1.1.2. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Ανάλογα με τη μορφή του συστατικού ενίσχυσης τα σύνθετα υλικά διακρίνονται σε τρεις κοινώς αποδεκτούς τύπους:

- α) σύνθετα υλικά με ενίσχυση σωματιδίων ή κοκκώδη σύνθετα υλικά (particulate composites),
- β) σύνθετα υλικά με ενίσχυση ινών ή ινώδη σύνθετα υλικά (fibrous composites),
- γ) στρωματικά σύνθετα υλικά, τα οποία αποτελούνται από στρώσεις διαφόρων υλικών.

Ανάλογα με το υλικό της μήτρας, τα σύνθετα υλικά διακρίνονται σε:

- α) σύνθετα υλικά με πλαστική μήτρα,
- β) σύνθετα υλικά με μεταλλική μήτρα.

1.1.3. ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Ο άνθρωπος από πολύ παλιά είχε ενστικτωδώς αντιληφθεί ότι συνδυάζοντας δύο ή περισσότερα υλικά μακροσκοπικά μπορούσε να δημιουργήσει ένα νέο υλικό που θα είχε βελτιωμένες ιδιότητες ως προς τα πρωτογενή υλικά και το οποίο θα ικανοποιούσε κάποιες προδιαγεγραμμένες ανάγκες του.

Έτσι, από τη Βίβλο φαίνεται ότι οι Εβραίοι χρησιμοποίησαν το άχυρο για να δώσουν μεγαλύτερη αντοχή στα λασπότουβλα με τα οποία έχτιζαν τα σπίτια τους. Οι Αιγύπτιοι χρησιμοποίησαν ένα είδος κόντρα πλακέ, δηλ. συνδύασαν στρώματα ξύλου κατάλληλα, πετυχαίνοντας μεγαλύτερη αντοχή στις διάφορες διευθύνσεις και καλύτερη συμπεριφορά στην διόγκωση και στρέβλωση που προκαλείται από την υγρασία στο ξύλο. Στην Αίγυπτο επίσης και την Μεσοποταμία, έδεναν τις σχεδίες, οι οποίες ήταν κατασκευασμένες από καλάμι παπύρου, με άσφαλο. Οι Ασσύριοι κατασκεύασαν πλωτές γέφυρες με σανίδες εμποτισμένες με αδιάβροχη άσφαλο. Το Μεσαίωνα

κατασκεύαζαν σπαθιά, ασπίδες και θώρακες από επαλληλία στρωμάτων διαφόρων μετάλλων για την επίτευξη μεγαλύτερης αντοχής.

Παρ' όλο όμως που τα σύνθετα υλικά έχουν εμφανιστεί εξ' αρχαιοτάτων χρόνων, η εξέλιξή τους μέχρι και τον 19^ο αιώνα παρέμεινε ελάχιστη και τα σύνθετα υλικά του 19^{ου} αιώνα δεν απέχουν πολύ από αυτά που χρησιμοποιούσαν οι αρχαίοι Ασσύριοι, Αιγύπτιοι κ.λ.π., ούτε από άποψη ποιότητας, ούτε από μεθόδους κατασκευής.

Η επανάσταση στα σύνθετα υλικά επήλθε κατά τον 20^ο αιώνα και ιδιαίτερα κατά τις τρεις τελευταίες δεκαετίες του 20^{ου} αιώνα. Η αυξανόμενη ερευνητική δραστηριότητα στο χώρο των σύνθετων υλικών έχει επιφέρει εντυπωσιακά αποτελέσματα και τα σύνθετα υλικά βρίσκουν ολοένα και ευρύτερη εφαρμογή στην αυτοκινητοβιομηχανία, την ναυπηγική και την αεροναυπηγική.

1.2. ΚΟΚΚΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

1.2.1. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά αποτελούνται από σφαιρικά συνήθως σωματίδια, ενός ή περισσότερων υλικών, τα οποία βρίσκονται διασκορπισμένα μέσα στην μήτρα ενός άλλου υλικού.

Με βάση το μέγεθος των σωματιδίων κατατάσσονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

α) Κοκκώδη σύνθετα με ενίσχυση σωματιδίων μεγάλου μεγέθους. Τα σωματίδια έχουν διάμετρο λίγων μm και η περιεκτικότητά τους μέσα στο σύνθετο ξεπερνά το 25%. Η συνήθης κατ' όγκο περιεκτικότητα κυμαίνεται μεταξύ 60-90%.

β) Κοκκώδη σύνθετα με ενίσχυση μικρών σωματιδίων σε διασπορά. Τα εγκλείσματα, που συνήθως πρόκειται για οξειδία, περιέχονται στο σύνθετο σε συγκεντρώσεις μικρότερες του 15% κ.ό. Η διάμετρος των σωματιδίων κυμαίνεται μεταξύ 0,01 και 0,1 μm. Η ενίσχυση της μήτρας επιτυγχάνεται με την παρεμπόδιση της κίνησης των διαταραχών, λόγω της παρουσίας των σωματιδίων.

Στη συνέχεια, παρατίθεται ο Πίνακας 1.2.1 με παραδείγματα κοκκωδών σύνθετων υλικών και των κυριότερων εφαρμογών τους.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.1

ΜΗΤΡΑ	ΕΝΙΣΧΥΣΗ	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
Ag	CdO	Ηλεκτρικές επαφές υλικών
Al	Al ₂ O ₃	Πυρηνικοί αντιδραστήρες
Be	BeO	Αεροπορικές και πυρηνικές εφαρμογές
Co	ThO ₂ , Y ₂ O ₃	Μαγνητικό υλικό αντοχής σε ερπυσμό
Ni-20%Cr	ThO ₂	Μέρη κινούμενων μηχανών
Pb	PbO	Πλέγματα μπαταριών
Pt	ThO ₂	Νήματα, μέρη ηλεκτρικών συσκευών
W	ThO ₂ , ZrO ₂	Νήματα, θερμαντικά σώματα
Co	WC	Αντιτριβικές εφαρμογές, κοπτικά εργαλεία

1.2.2. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Στην περίπτωση των κοκκωδών σύνθετων υλικών ο κανόνας των μιγμάτων εφαρμόζεται για τον υπολογισμό της πυκνότητας, αλλά όχι και για τις μηχανικές τους ιδιότητες. Ισχύει δηλαδή ότι:

$$P_c = \sum P_i \cdot U_i,$$

όπου P_i είναι η πυκνότητα και U_i η κατ' όγκο περιεκτικότητα του συστατικού i .

Μακροσκοπικά, τα κοκκώδη σύνθετα υλικά συμπεριφέρονται ως ισότροπα υλικά. Κατά τον εφελκυσμό, η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια με εκείνη των ινωδών σύνθετων υλικών όταν τα τελευταία εφελκύνονται σε διευθύνσεις κάθετες στην διεύθυνση των ινών.

Από τις πιο σημαντικές εφαρμογές των κοκκωδών σύνθετων υλικών είναι η χρήση τους για αντιτριβική προστασία. Οι μηχανισμοί φθοράς τους είναι συνάρτηση της σκληρότητας και της διαμέτρου των σωματιδίων ενίσχυσης, καθώς επίσης και των χαρακτηριστικών της μήτρας.

Η παρουσία σκληρών σωματιδίων προκαλεί σε μικροσκοπική κλίμακα κοπή, απόξεση και ρωγμάτωση του σύνθετου, ενώ μαλακότερα σωματίδια ενίσχυσης προκαλούν, κυρίως, πλαστική παραμόρφωση και

μικρορωγμάτωση. Αύξηση της διαμέτρου των μαλακότερων σωματιδίων ενίσχυσης οδηγεί σε αύξηση της φθοράς του υλικού, είτε λόγω φαινομένων πλαστικής παραμόρφωσης της μήτρας και αποσύνδεσης – εκρίζωσης των σωματιδίων από τη μήτρα, είτε λόγω εμφάνισης μικρορωγμών στα σωματίδια. Καθώς η σκληρότητα των σωματιδίων ενίσχυσης αυξάνεται, η αύξηση της φθοράς του υλικού συναρτήσει του μεγέθους των σωματιδίων μειώνεται. Η αύξηση του κατ' όγκον ποσοστού της μήτρας, προκαλεί θεαματική αύξηση της φθοράς του σύνθετου, στην περίπτωση που τα σωματίδια ενίσχυσης είναι σχετικά μαλακά.

1.2.3. ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά παρασκευάζονται με μεθόδους κονιομεταλλουργίας. Συγκεκριμένα, σκόνη από το υλικό της μήτρας αναμιγνύεται με ποσότητα σωματιδίων ενίσχυσης και το μίγμα στη συνέχεια υποβάλλεται σε έψηση.

Από τα κοκκώδη σύνθετα υλικά, αυτά που βρίσκουν τις περισσότερες εφαρμογές είναι τα κεραμο-μεταλλικά (cermet). Με τον όρο cermet (cer από το ceramic και met από το metal) αναφερόμαστε σε σύνθετα υλικά μεταλλικής μήτρας με ενίσχυση κεραμικών σωματιδίων (π.χ. WC, SiC). Τα υλικά αυτά βρίσκουν εφαρμογή κυρίως σε εργαλεία κοπής.

Η παραγωγή των cermet παρουσιάζει ορισμένες ιδιαιτερότητες. Π.χ. η διαδικασία παραγωγής WC με 3-20% Co, που αποτελεί τον κύριο εκπρόσωπο της οικογένειας των cermet έχει ως εξής: το μίγμα σκόνης κοβαλτίου και σωματιδίων καρβιδίου του βολφραμίου υποβάλλεται σε έψηση σε θερμοκρασία 1350-1500 °C, ώστε να έχουμε τήξη του κοβαλτίου ($T_{m,Co}=1128^{\circ}C$). Η μεταλλική υγρή φάση αντιδρά με τα σωματίδια του WC και λαμβάνεται κράμα, οι φάσεις του οποίου προβλέπονται από το αντίστοιχο διάγραμμα ισορροπίας. Με τον τρόπο αυτό σχηματίζεται ευτηκτικό συστατικό Co-W, στο οποίο διαλύονται τα καρβίδια του βολφραμίου. Κατά την απόψυξη που ακολουθεί, τα καρβίδια (WC), σε λεπτομερή διασπορά, κατακρημνίζονται στη μάζα της μεταλλικής μήτρας (Co).

Κατά συνέπεια, ρωγμή που ξεκινά από σωματίδιο WC, αφού το διαπεράσει ταχύτατα μεταδίδεται προς την μεταλλική μήτρα, η οποία

απορροφά ενέργεια και παραμορφώνεται πλαστικά, καθυστερώντας έτσι την περαιτέρω διάδοση της ρωγμής. Το cermet αυτό έχει αντοχή σε θραύση 15Μρα, ενώ η αντοχή του καρβιδίου του βολφραμίου είναι μόνο 1Μρα.

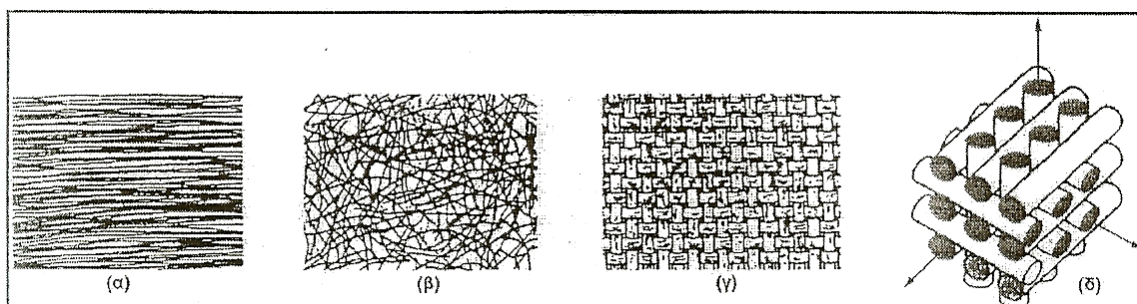
1.3. ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

1.3.1. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα ινώδη σύνθετα υλικά αποτελούνται από ίνες, που αποτελούν το υλικό ενίσχυσης, μέσα στην μήτρα ενός άλλου υλικού. Ο προσανατολισμός και η διάταξη των ινών μέσα στη μάζα της μήτρας αποτελεί κριτήριο για την ταξινόμηση των ινωδών σύνθετων υλικών, τα οποία έτσι διακρίνονται σε:

- α) Μονοδιευθυντικά σύνθετα υλικά, στα οποία όλες οι ίνες έχουν την ίδια διεύθυνση (Σχήμα 1.3.1α),
- β) Πολυδιευθυντικά σύνθετα υλικά, στα οποία οι ίνες έχουν διαφορετικές μεταξύ τους διευθύνσεις.

Τα πολυδιευθυντικά σύνθετα υλικά διακρίνονται με την σειρά τους σε:



Σχήμα 1.3.1 [βιβλ. 30]

- α) Ινώδη σύνθετα με ίνες τυχαίας διεύθυνσης (Σχήμα 1.3.1β),
- β) Ινώδη σύνθετα με ίνες σε πλέξη ύφανσης (Σχήμα 1.3.1γ),
- γ) Ινώδη σύνθετα με ίνες σε τρισσορθογώνια ύφανση (Σχήμα 1.3.1δ).

Ίνες με μήκος (l) και διάμετρο (d) χαρακτηρίζονται ως μακριές ή συνεχείς (continuous fibers), αν ο λόγος l/d είναι μεγάλος (>100). Όταν αυτός ο λόγος είναι μικρότερος (<100), οι ίνες χαρακτηρίζονται ως κοντές ή ασυνεχείς (discontinuous fibers).

Τέλος, ο όρος τριχίτης (whiskers) χρησιμοποιείται κυρίως για την περιγραφή λεπτών μόνο κρυστάλλων κεραμικού υλικού. Λόγω του μήκους

τους, οι κοντές ίνες δεν μπορούν να αποτελέσουν μονοδιευθυντική ενίσχυση και γι' αυτό συναντώνται συνήθως με τη μορφή πλέγματος ινών τυχαίας διεύθυνσης.

1.3.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΙΝΩΝ

Προκειμένου οι ίνες να προσφέρουν ικανοποιητική ενίσχυση των μηχανικών ιδιοτήτων της μήτρας, το υλικό κατασκευής τους επιλέγεται έτσι ώστε να παρουσιάζει υψηλή στιβαρότητα (υψηλό μέτρο ελαστικότητας E), υψηλή τάση θραύσης και επιπλέον να έχει μικρή πυκνότητα (ρ).

Σήμερα, στα προηγμένα σύνθετα υλικά, οι ίνες που χρησιμοποιούνται είναι από γυαλί, άνθρακα, πολυμερές, φυσικά ορυκτά, μεταλλικές και κεραμικές ίνες.

Ίνες Γυαλιού

Οι ίνες γυαλιού θεωρούνται από τα πιο φθηνά ενισχυτικά υλικά και η χρήση τους συνεχίζεται επιτυχώς από τα σύνθετα 1^{ης} γενιάς (1940) μέχρι και σήμερα. Χρησιμοποιούνται κυρίως για την ενίσχυση πολυμερικών μητρών. Η τυπική τους σύσταση είναι 50-60% SiO₂, σε συνδυασμό με οξειδία ασβεστίου, βορίου, νατρίου, μαγνησίου και σιδήρου. Ανάλογα με την χημική τους σύσταση οι ίνες γυαλιού χαρακτηρίζονται ως τύπου E, R και S, των οποίων οι φυσικές και μηχανικές ιδιότητες παρατίθενται στον Πίνακα 1.3.1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.3.1

	ΤΥΠΟΙ ΙΝΩΝ			
	E	R	S	SiO ₂
ΧΗΜΙΚΗ ΣΥΣΤΑΣΗ (%)				
SiO ₂	54	60	65	>99,5
Al ₂ O ₃	16	25	25	-
B ₂ O ₃	8	-	-	-
CaO	17	9	-	-
MgO	5	6	10	-
Μέτρο Ελαστικότητας (GPa)	75	80	84	72
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2100-3400	2500-4400	2800-4800	3500-8800
Πυκνότητα (g/cm ³)	2,54	2,50	2,48	2,20
Θερμοκρασία τήξης (°C)	900-1200	1400-1600	1400-1600	1720
Μέγιστη θερμοκρασία χρήσης (°C)	550	650	650	750

Οι συχνότερα χρησιμοποιούμενες ίνες γυαλιού είναι τύπου E. Αυτές παρουσιάζουν καλές μηχανικές ιδιότητες, καλά χαρακτηριστικά διαμόρφωσης, καλή αντοχή στην υγρασία και μέτρια ανθεκτικότητα σε χημικά αντιδραστήρια. Οι ίνες τύπου R και S έχουν κάνει πρόσφατα την εμφάνισή τους. Έχουν καλύτερες μηχανικές ιδιότητες από τις ίνες τύπου E και παρουσιάζουν χημική αδράνεια. Έχουν όμως αυξημένο κόστος.

Ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα των ινών γυαλιού είναι η μεγάλη τους ευαισθησία σε λύσεις της συνέχειας της επιφάνειάς τους. Χαράξεις και γρατσουνιές δημιουργούν στην επιφάνεια της ίνας περιοχές συγκέντρωσης τάσεων με αποτέλεσμα την ταχεία υποβάθμιση των μηχανικών της ιδιοτήτων.

Ίνες Άνθρακα

Οι ίνες άνθρακα παρουσιάζουν υψηλή στιβαρότητα και αντοχή σε θραύση, καθώς και χαμηλό συντελεστή γραμμικής διαστολής κατά τη διεύθυνση του άξονά τους. Οι ιδιότητες αυτές εξαρτώνται σημαντικά από την αρχιτεκτονική των ινών, η οποία αρχιτεκτονική καθορίζει το βαθμό

ανισοτροπίας των ανθρακονημάτων, που μπορεί να κυμαίνεται μεταξύ της πλήρους ισοτροπίας και της πλήρους ανισοτροπίας.

Κατά το στάδιο της παραγωγής τους υπάρχει η δυνατότητα επιλογής από ένα μεγάλο εύρος τιμών θερμοκρασίας. Με αυτόν τον τρόπο παράγονται ανθρακονήματα διαφορετικού βαθμού γραφίτωσης και κατά συνέπεια διαφορετικών μηχανικών ιδιοτήτων.

Το κόστος παραγωγής των ινών γραφίτη είναι τουλάχιστον δέκα φορές υψηλότερο από το κόστος παραγωγής των ινών γυαλιού.

Ίνες Πολυμερούς

Οι πιο διαδεδομένες ίνες πολυμερούς είναι οι ίνες από Nylon, Kevlar και πολυαιθυλένιο. Ίνες Kevlar χρησιμοποιούνται ως ενισχυτικά σύνθετων υλικών υψηλών προδιαγραφών, για τα οποία υπάρχουν απαιτήσεις μικρού βάρους, υψηλής αντοχής, στιβαρότητας και αντοχής σε κόπωση. Το κόστος παραγωγής των ινών Kevlar είναι ακόμα πολύ υψηλό, διπλάσιο περίπου του κόστους παραγωγής ανθρακονημάτων.

Ενισχύσεις φυσικών πόρων

Αρκετά ορυκτά, στη φυσική τους κατάσταση, βρίσκονται σε ινώδη ή φυλλώδη μορφή και μπορούν να αποτελέσουν φθηνό ενισχυτικό υλικό, χαμηλών ωστόσο προδιαγραφών. Τέτοια υλικά είναι ο αμίαντος και η μαρμαρυγία (mica).

Ο αμίαντος, λόγω του χαμηλού του κόστους, χρησιμοποιείται ευρύτατα για τη δημιουργία αμιαντοσιμέντου και ασφαλτοπλακών, ως ενισχυτικό υλικό σε πλάκες βινυλίου, κ.λ.π.

Μεταλλικές Ίνες

Διάφορα μέταλλα (κυρίως το βολφράμιο, το βόριο και το βηρύλλιο) παρουσιάζουν υψηλή τιμή ακαμψίας σε σχέση με το ειδικό τους βάρος (ειδική ακαμψία). Θα μπορούσαν λοιπόν να αποτελέσουν εξαιρετικά ενισχυτικά σε σύνθετα υλικά. Ωστόσο, επειδή οι τεχνικές παραγωγής τέτοιων ινών είναι ακόμα πολύ δαπανηρές, το πεδίο χρήσεών τους περιορίζεται σε ειδικές εφαρμογές της αεροναυπηγικής και αεροδιαστημικής.

Κεραμικές Ίνες

Οι κεραμικές ίνες που χρησιμοποιούνται συνηθέστερα είναι οι ίνες καρβιδίου του πυριτίου και αλουμίνας και λιγότερο οι ίνες Si_3N_4 , BeO , B_4C , και ZrO_2 . Το SiC παρουσιάζει σταθερή μηχανική αντοχή έως τους $1400\text{ }^\circ\text{C}$, ωστόσο η μέγιστη επιτρεπτή χρήση του περιορίζεται στους $900\text{ }^\circ\text{C}$ λόγω της σημαντικής δραστικότητάς του πάνω από αυτήν τη θερμοκρασία.

Τριχίτες (whiskers)

Οι τριχίτες είναι νηματικοί μονοκρύσταλλοι οι οποίοι παράγονται με αποσύνθεση άλατος μετάλλου σε αναγωγική ατμόσφαιρα, κάτω από αυστηρά ελεγχόμενες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας. Η διάμετρός τους είναι συνήθως $1\text{ }\mu\text{m}$, ενώ το μήκος τους μπορεί να φτάσει έως μερικά χιλιοστά. Οι ευρύτερα χρησιμοποιούμενοι τριχίτες είναι από αλουμίνα, γραφίτη, καρβίδιο του πυριτίου και νιτρίδιο του πυριτίου.

1.3.3. ΜΗΤΡΕΣ

Αν οι ίνες συνεισφέρουν στην υψηλή μηχανική αντοχή του σύνθετου, η μήτρα την εξασφαλίζει. Οι μηχανικές τάσεις που ασκούνται στο σύνθετο υλικό μεταφέρονται μέσω της μήτρας προς τις ίνες. Επιπλέον, η διάδοση των ρωγμών που ξεκινούν από σπασμένες ίνες, ανακόπτεται από το υλικό της μήτρας.

Για να μπορεί η μήτρα να εξυπηρετεί τον σκοπό για τον οποίο φτιάχτηκε, θα πρέπει να παρουσιάζει ολκιμότητα, ανθεκτικότητα και σχετική ευκαμψία. Οι παραπάνω ιδιότητες θα πρέπει να παρουσιάζουν συμβατότητα με αυτές των ενισχυτικών υλικών. Τέλος, για την σωστή λειτουργία του σύνθετου υλικού, καθοριστικός παράγοντας είναι η καλή πρόσφυση μεταξύ ίνας και μήτρας.

Οι μήτρες που χρησιμοποιούνται εκτενέστερα σήμερα είναι οργανικές, μεταλλικές και κεραμικές.

Οργανικές Μήτρες

Οι οργανικές μήτρες διακρίνονται σε:

α) Θερμοπλαστικές: πρόκειται για πολυμερή που λόγω του χαμηλού τους κόστους χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές ευρείας κατανάλωσης.

Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν οι μήτρες πολυαιθυλενίου και πολυστυρενίου.

β) Θερμοσκληρυνόμενες: χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις όπου απαιτούνται καλύτερες μηχανικές ιδιότητες. Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν οι πολυεστερικές ρητίνες, οι εποξειδικές ρητίνες και οι φαινολικές ρητίνες.

Μεταλλικές Μήτρες

Οι μεταλλικές μήτρες βρίσκουν εφαρμογή για υψηλές θερμοκρασίες, άνω των 500 °C, σε θερμοκρασίες δηλαδή που δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιηθούν οργανικές μήτρες.

Οι μεταλλικές μήτρες σε σχέση με τις οργανικές παρουσιάζουν μεγαλύτερη ολκιμότητα και καλύτερες μηχανικές ιδιότητες, βελτιωμένη ακαμψία, βελτιωμένη θερμική και ηλεκτρική αγωγιμότητα για ειδικές εφαρμογές και ευκολότερη σύνδεση τεμαχίων του σύνθετου υλικού (συγκόλληση, κόλληση).

Κεραμικές Μήτρες

Τα κεραμικά υλικά είναι σκληρά, δύστηκτα, μεγάλης στιβαρότητας και μεγάλης αντοχής στη διάβρωση και την χημική προσβολή, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν μεγάλο ενδιαφέρον από την άποψη των σύνθετων υλικών.

Το σημαντικότερο μειονέκτημα που παρουσιάζουν οι κεραμικές μήτρες έχει να κάνει με την συνάφεια ινών – μήτρας, γεγονός που οφείλεται στη μεγάλη διαφορά μεταξύ του συντελεστή γραμμικής διαστολής μεταξύ της κεραμικής μήτρας και των συνήθων ενισχυτικών ινών.

Στη συνέχεια, στους Πίνακες 1.3.2, 1.3.3. και 1.3.4 παρατίθενται παραδείγματα των συνηθέστερων ινωδών υλικών οργανικής, μεταλλικής και κεραμικής μήτρας, με ενίσχυση διαφόρων τύπων ινών, καθώς και οι εφαρμογές τους.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.3.2

ΙΝΩΔΗ ΥΛΙΚΑ ΟΡΓΑΝΙΚΗΣ ΜΗΤΡΑΣ		
ΜΗΤΡΑ	ΙΝΕΣ	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
Εποξειδική	Kevlar	Αεροναυπηγική και ναυπηγική. Αθλητικά είδη (ρακέτες tennis, μπαστούνια του golf, καλάμια ψαρέματος, είδη τοξοβολίας)
Πολυεστερική	Γραφίτης	Μέρη αεροσκαφών, πλοιαρίων και αυτοκινήτων, μικρού ειδικού βάρους και υψηλής αντοχής
Πολυμερική	Γυαλί	Αθλητικός εξοπλισμός

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.3.3

ΙΝΩΔΗ ΥΛΙΚΑ ΟΡΓΑΝΙΚΗΣ ΜΗΤΡΑΣ		
ΜΗΤΡΑ	ΙΝΕΣ	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
Al	Borsic Al ₂ O ₃ SiC Γραφίτης	Πτερύγια στροβιλοκινητήρων αεροσκαφών Έμβολα μηχανών Diesel Πτερύγια εκτόξευσης βλημάτων Ιστοί κεραιών τηλεσκοπίου Hubble
Κράματα Cu	SiC	Υψηλής αντοχής προπέλες σκαφών
Κράματα Ti και W	SiC B ₄ N	Πτερύγια και δίσκοι στροβίλων

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.3.4

ΙΝΩΔΗ ΥΛΙΚΑ ΟΡΓΑΝΙΚΗΣ ΜΗΤΡΑΣ		
ΜΗΤΡΑ	ΙΝΕΣ	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
Al	Άνθρακας	Μέρη αεροσκαφών και διαστημοπλοίων υψηλών προδιαγραφών (λειτουργίας έως 3000 °C) Δισκόφρενα σε αγωνιστικά αυτοκίνητα
	Al ₂ O ₃	Αγωγοί εναλλακτών Θερμότητας
Si ₃ N ₄ και κεραμικά γυαλιά	SiC	Συστήματα θερμομόνωσης

1.3.4. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα ινώδη σύνθετα υλικά παρουσιάζουν γενικά πολύ καλή συμπεριφορά σε εφελκυσμό, ειδικά στην περίπτωση που η διεύθυνση της τάσης ταυτίζεται με αυτήν των ινών. Σημειώνεται εδώ ότι για να παρουσιάσει το σύνθετο υλικό καλύτερες ιδιότητες από τη μήτρα θα πρέπει η περιεκτικότητα των ινών U_i να είναι μεγαλύτερη από μια ελάχιστη κρίσιμη τιμή, διότι διαφορετικά η εφαρμοζόμενη τάση αναλαμβάνεται από την όγκιμη μήτρα η οποία και παραμορφώνεται.

Τα ινώδη σύνθετα υλικά παρουσιάζουν μικρή αντοχή σε θλίψη, γεγονός που οφείλεται σε φαινόμενα κύρτωσης, αναδίπλωσης και συστροφής των ινών (buckling effect) που προκαλούνται σε αυτά όταν ασκούνται θλιπτικά φορτία.

Σχετικά με την συμπεριφορά τους σε κόπωση, αυτή είναι δύσκολο να προβλεφθεί, καθώς δεν ισχύει στην περίπτωσή τους ο κανόνας των μιγμάτων, αλλά απαιτούνται πειραματικές δοκιμές για κάθε συγκεκριμένο ινώδες υλικό. Τέτοιες δοκιμές έδειξαν ότι την καλύτερη συμπεριφορά την παρουσιάζουν τα ινώδη σύνθετα υλικά που αποτελούνται από εποξειδική μήτρα και ίνες γραφίτη.

Τέλος, σχετικά με την συμπεριφορά τους σε τριβή, αυτή εξαρτάται από το μήκος, τον προσανατολισμό και τις μηχανικές ιδιότητες των ινών.

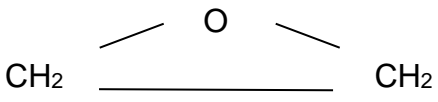
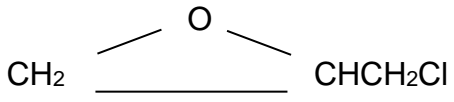
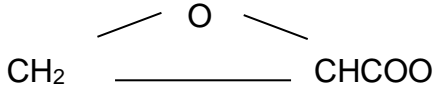
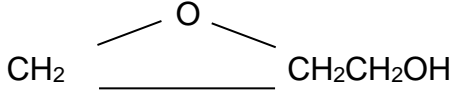
1.4 ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ

1.4.1. ΓΕΝΙΚΑ – ΟΡΙΣΜΟΙ

Με τον όρο εποξειδική ρητίνη εννοούμε την ένωση η οποία σχηματίζεται από περισσότερα από ένα εποξειδικά, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους υπό την μορφή ευθείας ή δακτυλίου. Ως εποξείδιο ή εποξειδικό ορίζεται η χημική ομάδα που αποτελείται από ένα άτομο οξυγόνου [O], ενωμένο με δύο άτομα άνθρακα [C], τα οποία είναι ήδη ενωμένα με άτομα άλλων στοιχείων.

Στον Πίνακα 1.4.1 φαίνονται οι συντακτικοί τύποι διαφόρων εποξειδίων και η αντίστοιχη ονοματολογία τους. Αυτή προκύπτει από το όνομα της ομάδας που ενώνεται με το τρίτο άτομο άνθρακα του εποξειδίου.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.4.1

ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ	
	Εποξείδιο του Αιθυλενίου
	Επιχλωροϋδρίνη
	Γλυκιδικό Οξύ
	Γλυκιδολική Ομάδα

Ένας σημαντικός αριθμός ιδιοτήτων των εποξειδικών ρητινών είχε ως αποτέλεσμα το γρήγορο ρυθμό ανάπτυξης τους και την ευρεία χρήση τους.

Αποτελούν, έτσι, συχνά βασικό συστατικό για την δημιουργία τόσο κοκκωδών όσο και ινωδών σύνθετων υλικών. Σε πολλές περιπτώσεις χρησιμοποιούνται και μόνες τους.

1.4.2. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ

Οι κυριότερες ιδιότητες των εποξειδικών ρητινών είναι οι παρακάτω:

- Χαμηλή υγροσκοπικότητα και ικανοποιητική αντοχή στην επίδραση διαλύματος οξέων, βάσεων και πολλών οργανικών διαλυτών. Είναι υγρά με χαμηλό ιξώδες (low viscosity), όπως επίσης και τα μίγματα με διάφορα πρόσθετα (πλαστικοποιητές, σκληρηντές) με αποτέλεσμα την εύκολη κατεργασία τους.
- Η επεξεργασία των ρητινών είναι εύκολη για θερμοκρασίες 5-150 °C και εξαρτάται από την επιλογή του προσθέτου.
- Υψηλές μηχανικές ιδιότητες και άριστη ηλεκτρική μόνωση.
- Υψηλή δύναμη συγκόλλησης, που είναι από τις μεγαλύτερες που έχουν παρατηρηθεί στη σύγχρονη τεχνολογία πλαστικών.
- Καλή χημική αντίσταση, που εξαρτάται από το πρόσθετο που χρησιμοποιείται. Γενικά, οι περισσότερες εποξειδικές ρητίνες παρουσιάζουν υψηλή αντίσταση στα καυστικά και καλή έως άριστη στα οξέα.
- Μικρή συστολή κατά τον πολυμερισμό και κατά την διάρκεια της επεξεργασίας τους.

1.4.3. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ

Οι ποικίλες ιδιότητες των εποξειδικών ρητινών έχει ως αποτέλεσμα αυτές να χρησιμοποιούνται σε ένα μεγάλο πλήθος εφαρμογών, οι κυριότερες από τις οποίες είναι οι παρακάτω:

- Στην κατασκευή κτιρίων και αυτοκινητοδρόμων και γενικά σε κατασκευές όπου υπάρχουν απαιτήσεις για υψηλή χημική αντίσταση.
- Σαν βασικό συγκολλητικό του σκυροδέματος.
- Σαν βασικό συγκολλητικό σε δομικά μέρη της ατράκτου αεροσκαφών.

- Σαν συγκολλητικά πλαστικών και μεταλλικών μερών σε βάρκες και αυτοκίνητα, ώστε να υπάρχει άριστη στεγανότητα.
- Σαν φυλλώδεις ρητίνες (laminated resins) για την κατασκευή πλαισίων και τελειωμάτων αεροσκαφών και πυραύλων.
- Στην κατασκευή τριχών για πινέλα.
- Συστήματα εποξειδικών ρητινών χρησιμοποιούνται ως συγκολλητικά, επικαλυπτικά και ως μέσα ενσωμάτωσης ηλεκτρικών εξαρτημάτων.
- Τυπικές εφαρμογές χυτών εποξειδικών ρητινών αποτελούν οι κατασκευές ανθεκτικών σε χημικά, όπως αντλίες και σωλήνες, εργαλεία, μήτρες και ηλεκτρικά μονωτικά είδη.
- Εξασφαλίζουν πρόσφυση σε ξηρές και υγρές επιφάνειες και στερεοποιούνται ακόμα και κάτω από την επιφάνεια του νερού. Η πρόσφυση εξασφαλίζεται πάνω σε όλα τα συνήθη δομικά υλικά, όπως σκυρόδεμα, μέταλλα, μάρμαρα, πέτρα, ξύλο.
- Χρησιμοποιούνται χωρίς διαλύτες, για τη συγκόλληση με ενέσεις μικρορωγμών και μικρών κενών στο σκυρόδεμα.

Υπάρχουν, επίσης, ρητίνες δύο συστατικών (wetcome) για επαλείψεις υγρών και στερεών επιφανειών. Η ξηρή μεμβράνη που σχηματίζουν έχει πυρανασχετικές ιδιότητες, εμποδίζοντας την εξάπλωση φωτιάς. Οι ρητίνες αυτές χρησιμοποιούνται:

- Για υδρομόνωση, προστασία και διακόσμηση δαπέδων, τοίχων και ορόφων σε οικοδομικούς, βιομηχανικούς, αγροτικούς κ.ά. χώρους.
- Σε επιφάνειες σκυροδέματος, τσιμεντοκονιάματος, πέτρας, σοβάδων, τούβλων, γύψου, αμιαντοτσιμέντου, ασφάλτου, κ.ά.
- Για τη σύνδεση παλαιού και νέου σκυροδέματος.
- Για την προστασία κτιρίων από τη διάβρωση και τη διείσδυση υγρασίας.
- Για την υδρομόνωση υπόγειων χώρων και παταριών, δαπέδων πριν από την επίστρωσή τους με πλακάκια, μοκέτα κ.ά.
- Για την υδρομόνωση πισίνων και δεξαμενών.

1.5. ΠΟΛΥΜΕΡΗ

1.5.1. ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΑ ΠΟΛΥΜΕΡΗ

Το μόριο ενός πολυμερούς είναι ένα μόριο μεγάλου μεγέθους (μακρομόριο), το οποίο συγκροτείται από τη συνεχή επανάληψη μιας δομικής μονάδας. Η επαναλαμβανόμενη αυτή δομική μονάδα αποτελεί χημικό παράγωγο που προέρχεται από την χημική αντίδραση των μονομερών.

Τα γιγαντιαία μόρια ή πολυμερή συνθέτουν το υλικό όλων των ζωντανών οργανισμών. Τα κύτταρα τόσο των ζωικών όσο και των φυτικών ιστών με το πρωτόπλασμα και τον πυρήνα τους αποτελούνται από τέτοια μόρια. Ωστόσο, η μοριακή δομή των πολυμερών και η επίδραση της δομής αυτής επί των ιδιοτήτων των υλικών ήταν άγνωστες ως πριν από λίγες δεκαετίες.

Μόλις αποκαλύφθηκε ότι τα πολυμερή είναι μακριές και με τάξη οργανωμένες αλυσίδες μικρότερων μορίων, ο άνθρωπος κατόρθωσε να δημιουργήσει κατά βούληση, μέσα στα εργαστήρια, όχι μόνο πολυμερή πανομοιότυπα με τα ήδη γνωστά των ζώντων οργανισμών, κάτι που άλλοτε ήταν εντελώς αδύνατο, αλλά επιπλέον και νέα, πρωτότυπα πολυμερή τα οποία δεν συναντώνται στη φύση. Αυτά τα τελευταία είναι και τα πλέον ενδιαφέροντα, από την άποψη των σύνθετων υλικών. Τα επιτεύγματα αυτά στην τεχνολογία των πολυμερών και κατ' επέκταση των σύνθετων υλικών, οδήγησε στην ανάπτυξη νέων βιομηχανιών, μεγάλης σπουδαιότητας σήμερα, οι οποίες παράγουν μία τρομακτική ποικιλία από πλαστικές ύλες, συνθετικές υφαντικές ύλες και συνθετικό ελαστικό.

Μπορεί να θεωρηθεί ότι ένα πολυμερές ικανοποιεί τον ορισμό του σύνθετου υλικού, όπως δόθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, σε μικροσκοπική όμως κλίμακα, στην κλίμακα του μορίου, καθώς αποτελείται από δομικές μονάδες προερχόμενα από αντίστοιχα μονομερή ή αρχικά υλικά τα οποία συνήθως έχουν διαφορετικές ιδιότητες από τις δικές του.

Μία σημαντική εξέλιξη στην τεχνολογία των πολυμερών είναι ότι υπάρχει πλέον η δυνατότητα να προσχεδιάζεται ένα πολυμερές ούτως ώστε να ικανοποιεί συγκεκριμένες ποιοτικές απαιτήσεις, “απαιτήσεις σχεδίασεως”, όπως ακριβώς και ένα μακροσκοπικά σύνθετο υλικό. Έτσι, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο χημικός των πολυμερών είναι ουσιαστικά ένας μοριακός

αρχιτέκτων, ο οποίος χρησιμοποιώντας τις χημικές γνώσεις του παράγει μόρια κατά παραγγελία, δηλαδή με προκαθορισμένες ιδιότητες. Επομένως, με μία σειρά από βασικά μόρια ως πρώτη ύλη είναι δυνατόν να παράγει ουσίες εύκαμπτες ή άκαμπτες, πυρίμαχες ή επιδεκτικές τήξεως, ελαστικές ή κολλώδης κ.ο.κ. Για να πετύχει κάθε φορά τις επιθυμητές ιδιότητες, υπολογίζει σχεδόν πάντα τρεις βασικούς παράγοντες:

- i. Την χημική σύνθεση των δομικών μονάδων (μονομερών).
- ii. Τις δυνατές μορφές των αλύσεων των μορίων των πολυμερών που μπορούν να σχηματιστούν.
- iii. Τον βαθμό ευθυγράμμισης των αλύσεων αυτών μέσα στο τελικό προϊόν.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το νάυλον, το οποίο δημιουργείται από τον συμπολιμερισμό του αδιπικού οξέος και της εξαμεθυλενοδιαμίνης. Το μόριο του νάυλον το έχει επινοήσει και κατασκευάσει ο άνθρωπος για να καλύψει ειδικές ανάγκες του. Έχει ιδιότητες τις οποίες δεν διαθέτει κανένα άλλο μόριο στη φύση. Είναι το πρώτο πλήρες συνθετικό νήμα, μπορεί να ελκυσθεί και να επιμυκηνθεί μέχρι 700%, με καλή επανάκτηση, είναι ισχυρότερο από την φυσική μέταξα (ραιγιόν) και η κλωστή του μπορεί να κατασκευαστεί πολύ λεπτότερη από τις ίνες της φυσικής μετάξης.

Τα πολυμερή μπορεί να είναι θερμοπλαστικά ή θερμοσκληρυνόμενα. Τα θερμοπλαστικά με την θέρμανση γίνονται υγρά και κατά την ψύξη επανέρχονται στη στερεή κατάσταση. Τα θερμοσκληρυνόμενα δεν γίνονται υγρά με τη θέρμανση και σε μεγαλύτερες θερμοκρασίες αποσυντίθενται.

1.6. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

1.6.1. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΙΚΗ ΚΑΙ ΝΑΥΠΗΓΙΚΗ

Αν και τα σύνθετα υλικά, όπως είδαμε σε προηγούμενη παράγραφο, έχουν κατασκευαστεί και χρησιμοποιηθεί από τον άνθρωπο εδώ και χιλιάδες έτη, η τεχνολογία τους άρχισε να εξελίσσεται ουσιαστικά τα τελευταία τριανταπέντε έτη.

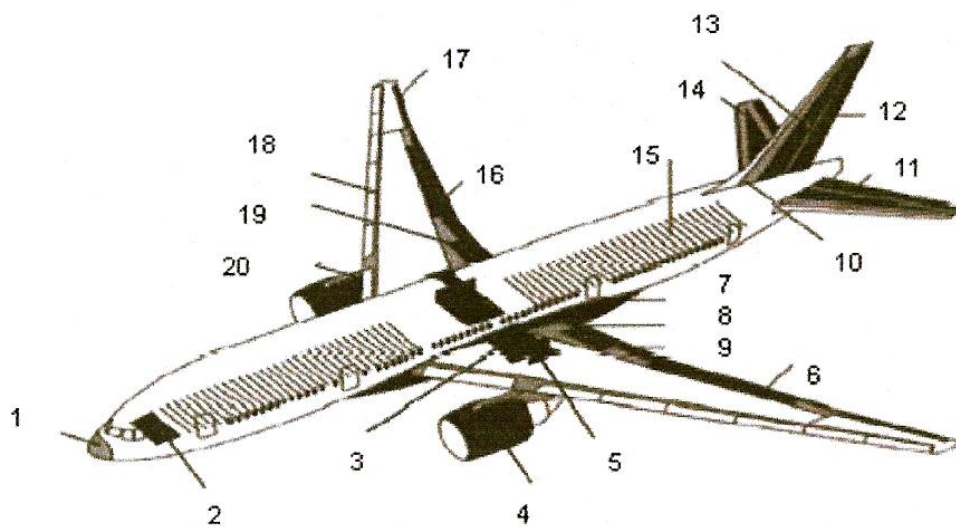
Η πρώτη εφαρμογή των σύνθετων υλικών, κατά τη νεότερη ιστορία τους, ήταν οι δεξαμενές και τα μεγάλα δοχεία, τα οποία κατασκευάζονται με τη μέθοδο περιτυλίξεως ινών υάλου. Στη συνέχεια, στη δεκαετία του '60 ήλθαν οι ίνες βορίου, οι οποίες συνετέλεσαν στη δημιουργία προγραμμάτων για την προώθηση της κατασκευής αεροσκαφών από σύνθετα υλικά για την αεροπορία των Η.Π.Α. Ο οριζόντιος σταθεροποιητής (stabilizer) των αεροσκαφών F-111 αποτέλεσε το πρώτο τεμάχιο αεροσκάφους που κατασκευάστηκε από σύνθετο υλικό.

Τα σύνθετα υλικά που χρησιμοποιούνται κυρίως σε αεροναυπηγικές εφαρμογές είναι ίνες γυαλιού – εποξειδική ρητίνη, ίνες βορίου – εποξειδική ρητίνη, ίνες γραφίτη – εποξειδική ρητίνη, βόριο – αλουμίνιο. Η παραγωγή σταθεροποιητών από σύνθετα υλικά για τα αεροσκάφη F-14 στην αρχή της δεκαετίας του '70 ήταν ένα άλλο σημαντικό βήμα. Ακολούθησε ο σταθεροποιητής των F-15 και το πηδάλιο και ο σταθεροποιητής των F-16. Στην αρχή της δεκαετίας του '80, το νεοκατασκευασθέν Boeing 767 περιείχε δύο τόνους σύνθετου υλικού στις δοκούς δαπέδου, καθώς και σε όλες τις επιφάνειες ελέγχου. Στο σχήμα 1.6.1 φαίνεται η κατασκευή της ατράκτου του Airbus A380. Ένα μεγάλο μέρος της κατασκευάζεται από στρωματικό σύνθετο υλικό με μήτρα αλουμινίου και έγκλεισμα γυαλιού. Το σύνθετο αυτό, γνωστό ως GLARE, είναι ισχυρότερο από τα συνήθη υλικά που χρησιμοποιούνται στην αεροναυπηγική και έχουν διάρκεια ζωής 10 ~ 15 φορές μεγαλύτερη.



Σχήμα 1.6.1

Στο σχήμα 1.6.2 παρουσιάζονται τα μέρη του Boeing 777 που είναι κατασκευασμένα από σύνθετα υλικά:



- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1. Κάλυμμα μύτης | 11. Ανελκυστήρας |
| 2. Πόρτες μύτης | 12. Πηδάλιο |
| 3. Κύριες πόρτες αποβίβασης | 13. Πλαίσιο πτερυγίου στροφής |
| 4. Καλύμματα κινητήρα | 14. Πλαίσιο σταθεροποιητή στροφής |
| 5. Πόρτες φτερού | 15. Δοκοί πατώματος |
| 6. Πτερύγια | 16. Εξωτερικό πτερύγιο |
| 7. Ένωση φτερού ατράκτου | 17. Κινούμενο όπισθεν πτερύγιο |
| 8. Πτερύγια | 18. Ακίνητο οδηγούν μέτωπο φτερού |
| 9. Πτερύγιο | 19. Πτερύγια |
| 10. Ακριανά πλαίσια | 20. Δοκοί στέγης |

Σχήμα 1.6.2

Το γιγαντιαίο Σοβιετικό μεταγωγικό Antonov 124, έχει συνολικά 5500 kg σύνθετου υλικού από τα οποία τα 2500 kg περιέχουν ίνες γραφίτη. Το πτερύγιο των Airbus A310-300, κατασκευασμένο εξ' ολοκλήρου από σύνθετο υλικό, είναι μία εντυπωσιακή κατασκευή παρά την απλότητά του. Σχεδόν όλα τα νεοεμφανιζόμενα αεροσκάφη κάνουν εκτεταμένη, πλέον χρήση των σύνθετων υλικών. Παραδείγματα είναι το αεροσκάφος Rafale της Dassault-Brequet, το Lavi της Ισραηλινής αεροπορικής βιομηχανίας, το JAS-39 Gripen της Σουηδικής Saab-Scania και το μαχητικό αεροσκάφος (European Fighter Aircraft) της Βρετανίας, Γερμανίας, Ιταλίας και Ισπανίας.

Το αεροσκάφος Starship 1 της Beech Aircraft, το οποίο υποβάλλεται σε δοκιμές πτήσεων, είναι κατασκευασμένο εξ' ολοκλήρου από σύνθετα υλικά. Το 1986, το Voyager, ένα άλλο αεροπλάνο κατασκευασμένο εξ' ολοκλήρου από σύνθετα υλικά, σημείωσε παγκόσμιο ρεκόρ ταξιδεύοντας χωρίς στάση. Το αεροσκάφος ήταν πολύ ελαφρύ και παρουσίαζε καταπληκτική ελαστικότητα και ανθεκτικότητα έναντι των καταιγίδων που συνάντησε. Σύνθετα υλικά υψηλής αντοχής, από ίνες γραφίτη, χρησιμοποιούνται επίσης για την κατασκευή των διπλών πηδαλίων μίας επαναστατικού τύπου θαλαμηγού μήκους 12 μέτρων, η οποία μαζί με το Voyager καθιέρωσαν την χρήση των σύνθετων υλικών σε καθημερινής χρήσεως κατασκευές.

Πέρα από την αεροναυπηγική, τα υψηλής τεχνολογίας σύνθετα υλικά βρίσκουν εφαρμογή και σε άλλους τομείς της σύγχρονης βιομηχανίας. Ναυτικά σκάφη, κουπιά, ποδήλατα, παντός είδους αθλητικά είδη (ρακέτες tennis, μπαστούνια του golf, κ.λ.π.) και σχεδόν κάθε εξάρτημα για το οποίο απαιτείται υψηλή αντοχή και ακαμψία με μικρό όμως βάρος, κατασκευάζονται από σύνθετα υλικά.

1.6.2 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΙΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ

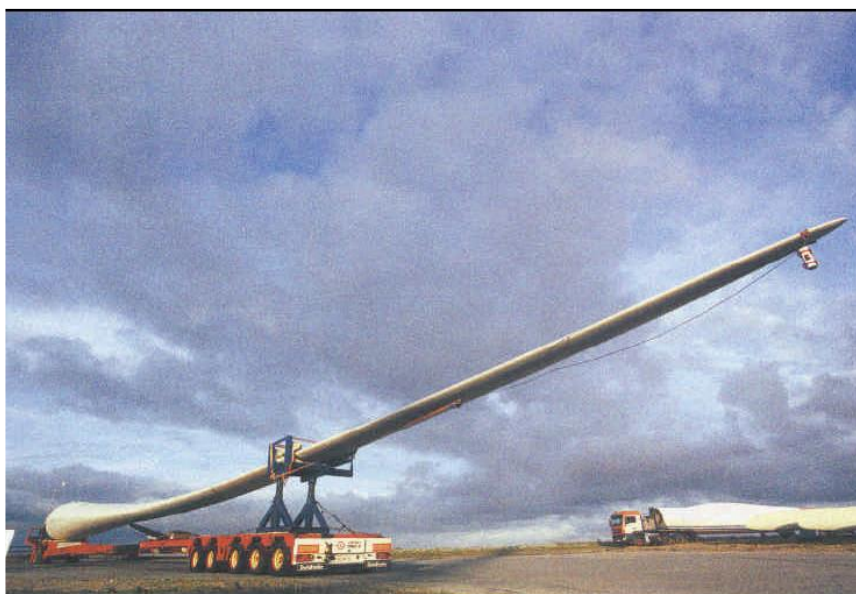
Η χρήση σύνθετων υλικών στην κατασκευή των πτερυγίων ανεμογεννητριών, έδωσε τη δυνατότητα κατασκευής μεγαλύτερων πτερυγίων, δηλαδή ανεμογεννήτριες μεγαλύτερης ισχύος. Για την κατασκευή των πτερυγίων χρησιμοποιούνται σύνθετα υλικά με μήτρα πολυεστέρα ή ρητίνη ενισχυμένα με ίνες γυαλιού ή και ξύλου και για περισσότερο καταπονούμενες

περιοχές ίνες άνθρακα. Στο σχήμα 1.6.3 φαίνονται ανεμογεννήτριες με πτερύγια από σύνθετα υλικά.



Σχήμα 1.6.3

Στο σχήμα 1.6.4 φαίνεται το μεγαλύτερο πτερύγιο ανεμογεννήτριας, κατασκευασμένο από σύνθετα υλικά, το οποίο έχει μήκος 61,5μ και βάρος 18.000kg. Το πτερύγιο χρησιμοποιείται σε ανεμογεννήτρια ισχύος 5MW και διαμέτρου 125μ.



Σχήμα 1.6.4

1.6.3. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΣΚΕΥΩΝ

Τα σύνθετα υλικά έχουν βρει ευρεία εφαρμογή και σε ενισχύσεις, καθώς και επισκευές δομικών στοιχείων των κτιρίων.

Εύκαμπτα “υφάσματα” από ινώδη οπλισμένα πολυμερή (συνήθως ίνες υάλου ή άνθρακα), επικολλούνται με τη βοήθεια ειδικών ρητινών επάνω σε κατάλληλα προετοιμασμένες επιφάνειες δομικών στοιχείων από σκυρόδεμα, σίδηρο, οπτοπλινθοδομή, λιθοδομή ή ξύλο. Χρησιμοποιούνται για την ενίσχυση υποστηλωμάτων, δοκών, πλακών και τοίχων, σε γέφυρες για την ενίσχυση βάθρων, δοκών καταστρώματος, κεφαλοδέσμων, πασσάλων, κ.τ.λ. Τα σύνθετα υλικά χρησιμοποιούνται εδώ, λόγω του μικρού τους βάρους και πάχους, για την ουσιαστική αύξηση των αξονικών και καμπτικών αντοχών των δομικών στοιχείων, με μηδενική ουσιαστικά μεταβολή της δυσκαμψίας τους, μη προκαλώντας έτσι διαφορετική κατανομή στα σεισμικά εντατικά μεγέθη τους από εκείνη του αρχικού σχεδιασμού του κτιρίου.

Σε περιπτώσεις ενίσχυσης ρηγματώσεων δομικών στοιχείων, τα σύνθετα υλικά πρέπει να εφαρμόζονται σε επιφάνειες που έχουν προετοιμαστεί με τσιμεντενέσεις, τσιμεντοκονιάματα, εποξειδικές ρητίνες ή εποξικά κονιάματα. Ο αριθμός των στρώσεων του σύνθετου υλικού που θα τοποθετηθεί εξαρτάται από την συγκεκριμένη εφαρμογή και προκύπτει από τη στατική ανάλυση του φορέα.

- Στα σύνθετα υλικά με βάση τις ίνες υάλου το πάχος μιας στρώσης σύνθετου υλικού κυμαίνεται από 1 έως 2 mm, ενώ το βάρος της είναι της τάξης του 0,5 kg/m².
- Τα σύνθετα υλικά που χρησιμοποιούνται για την ενίσχυση των κατασκευών είναι εύκαμπτα και ελαφριά και τοποθετούνται σε επάλληλες στρώσεις, αυξάνοντας έτσι την αντοχή του ενισχυμένου στοιχείου.
- Στις περιπτώσεις ενίσχυσης οπτοπλινθοδομής ή λιθοδομής επιδιώκεται η δημιουργία μιας σχετικά λείας και επίπεδης επιφάνειας, συνήθως με τη χρήση τσιμεντοκονιάματος εξομάλυνσης. Επάνω σε αυτή τη λεία επιφάνεια επικολλάται το σύνθετο υλικό με τη χρήση ρητίνης.
- Σε περιπτώσεις ενίσχυσης στοιχείων από ξύλο, απαιτείται λείανση της επιφάνειας του ξύλου και επάλειψή της με ρητίνη για την επικόλληση του σύνθετου υλικού.
- Για την εξασφάλιση των απαιτήσεων πυροπροστασίας του ενισχυμένου με σύνθετα υλικά δομικού στοιχείου, είτε

χρησιμοποιούνται κατάλληλες ρητίνες, οι οποίες επιστρώνονται στην εξωτερική επιφάνεια των σύνθετων υλικών, ή τοποθετείται επίχρισμα.

Στις παρακάτω εικόνες [βιβλ. 67] φαίνεται η ενίσχυση κτιρίου Αγροτικής Τράπεζας Ελλάδας στη Θεσσαλονίκη. Τα σύνθετα υλικά χρησιμοποιήθηκαν λόγω του μικρού τους πάχους για την ουσιαστική αύξηση των αξονικών και καμπτικών αντοχών των υποστυλωμάτων με μηδενική μεταβολή της δυσκαμψίας τους, μη προκαλώντας έτσι διαφορετική κατανομή στα σεισμικά εντατικά μεγέθη των υποστυλωμάτων από εκείνη του αρχικού σχεδιασμού του κτιρίου.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1. ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που αντιμετώπισαν οι μηχανικοί κατά τον σχεδιασμό των σύνθετων υλικών, ήταν ο προσδιορισμός των ελαστικών σταθερών τους, συναρτήσει των ελαστικών σταθερών των φάσεων που τα αποτελούν. Δηλαδή, έπρεπε να υπολογιστούν οι ελαστικές σταθερές του τελικού σύνθετου υλικού, με δεδομένες τις ελαστικές σταθερές των υλικών της μήτρας και του εγκλείσματος.

Η ανάλυση της ελαστικής συμπεριφοράς των σύνθετων υλικών που αποτελούνται από πολυμερική μήτρα ενισχυμένη με συνεχείς ίνες, έχει φτάσει σε ικανοποιητικά επίπεδα. Αυτά τα υλικά παρουσιάζουν τον υψηλότερο συντελεστή ενίσχυσης για ινώδη σύνθετα και έχουν χρησιμοποιηθεί κυρίως για στρατιωτικούς σκοπούς. Από την άλλη μεριά, η ενίσχυση των πολυμερών με κόκκους έχει σαν αποτέλεσμα ένα σύνθετο με βελτιωμένες ιδιότητες, π.χ. μεγαλύτερη αντοχή στη θερμοκρασία.

Όσον αφορά τα ινώδη σύνθετα, κοινό χαρακτηριστικό είναι ο πολύ υψηλός λόγος αντοχής προς βάρος (μετρημένος στην κύρια διεύθυνση των ενισχύσεων), ο οποίος οφείλεται στο μικρό ειδικό βάρος της μήτρας και στις υψηλές αντοχές των ενισχυτικών ινών. Αυτός είναι και ο λόγος που αυτά τα υλικά είναι τόσο χρήσιμα και αναντικατάστατα σε κατασκευές ευαίσθητες στο βάρος (διαστημόπλοια, αεροπλάνα και σε μικρότερο βαθμό πλοία, καθώς και οροφές με μεγάλο άνοιγμα μεταξύ των στηρίξεων).

Το σημαντικότερο ρόλο στη διαμόρφωση των τελικών τιμών των ιδιοτήτων των υλικών αυτών παίζουν οι ιδιότητες των ινών ενίσχυσης, όπως ο συντελεστής σχήματος των ινών (ο λόγος του μήκους της ίνας προς τη διάμετρό της), ο βαθμός ευθυγράμμισής τους μέσα στο σύνθετο και η συνεχής κατανομή τους στο χώρο. Αυτό συμβαίνει διότι οι ίνες είναι αυτές που παραλαμβάνουν το μεγαλύτερο ποσοστό του φορτίου, ενώ η μήτρα παρέχει μορφή στο υλικό και ευστάθεια στις ενισχύσεις, ιδίως στην περίπτωση που η φόρτιση είναι θλιπτική.

Οι περισσότερες θεωρίες για τις ευθυγραμμισμένες διακεκομμένες ίνες, συνήθως θεωρούν ένα αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου του σύνθετου, αποτελούμενο από την ίνα και αντίστοιχο τμήμα μήτρας. Υπολογίζοντας τις ελαστικές σταθερές των ευθυγραμμισμένων συνεχών ινών, μπορούμε να υπολογίσουμε ελαστικές σταθερές για παράλληλες ίνες υπό γωνία ως προς τον άξονα του δοκιμίου, αλλά και για ίνες τυχούσας διεύθυνσης.

Στην παρούσα εργασία, υπολογίζουμε το διάμηκες και εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού για διεκεκομμένες ίνες. Για τον σκοπό αυτό, θεωρούμε το μοντέλο “Πρίσμα σε Πρίσμα”, όπως αυτό αναπτύχθηκε από τους R.M. Ogorkiewicz – G.W. Weidmann [βιβλ. 43] και το οποίο παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3. Από τα μοντέλα αυτά για τα ινώδη σύνθετα υλικά, προκύπτουν και οι αντίστοιχες σχέσεις για τα κοκκώδη, θεωρώντας τα και αυτά ως ινώδη με λόγο σχήματος των ινών $\lambda=1$ (δηλ. προσομοιάζουμε τους κόκκους με ίνες για τις οποίες η πλευρά της βάσης είναι ίση με το μήκος). Σημειώνεται εδώ, ότι ως λόγος σχήματος “ λ ” ορίζεται ο λόγος του μήκους της ίνας ℓ προς τη διάμετρό της d .

2.1.1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΚΟΚΚΩΔΗ ΥΛΙΚΑ

Ακολουθώντας, παραθέτουμε θεωρητικές σχέσεις που έχουν αναπτυχθεί κατά καιρούς από διάφορους ερευνητές, για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας E_c για τα κοκκώδη σύνθετα υλικά. Επισημαίνεται ότι ο δείκτης f (filler) αναφέρεται στο έγκλεισμα, ενώ ο δείκτης m (matrix) στη μήτρα.

ΤΥΠΟΙ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_c

Εξίσωση Counto [βιβλ.13]:

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1 - U_f^{1/2}}{E_m} + \frac{1}{(1 - U_f^{1/2}) \cdot U_f^{1/2} \cdot E_m + E_f} \quad (2.1.1)$$

Εξίσωση Paul [βιβλ. 29]:

$$E_C = E_m \frac{1 + (m-1) \cdot U_f^{2/3}}{1 + (m-1) \cdot (U_f^{2/3} - U_f)} \quad (2.1.2)$$

όπου: $m = \frac{E_C}{E_m}$

Εξίσωση Kerner [βιβλ.23]:

$$\frac{E_C}{E_m} = \frac{\frac{U_f \cdot G_f}{(7-5 \cdot v_m) + (8-10 \cdot v_m) \cdot G_f} + \frac{U_m}{15 \cdot (1-v_m)}}{\frac{U_f \cdot E_m}{(7-5 \cdot v_m) \cdot G_m + (8-10 \cdot v_m) \cdot G_f} + \frac{U_m}{15 \cdot (1-v_m)}} \quad (2.1.3)$$

Για εγκλείσματα πιο σκληρά από τη μήτρα, η εξίσωση (2.3) απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{E_C}{E_m} = 1 + \frac{15 \cdot U_f \cdot (1-v_m)}{8 \cdot U_m - 10 \cdot U_m \cdot v_m} \quad (2.1.4)$$

Εάν το έγκλεισμα είναι φουσαλίδες αέρα ή εάν τα σωματίδια βρίσκονται μέσα σε κενά τότε η (2.3) γράφεται ως:

$$\frac{1}{E_C} = \frac{1}{E_m} + 1 + \frac{15 \cdot U_f \cdot (1-v_m)}{7 \cdot U_m - 5 \cdot U_m \cdot v_m} \quad (2.1.4')$$

Εξισώσεις Einstein [βιβλ. 1]:

Ο Einstein διατύπωσε δύο εξισώσεις:

$$E_C = E_m \cdot (1 + 2.5 \cdot U_f) \quad (2.1.5)$$

Η εξίσωση αυτή ισχύει για μικρές περιεκτικότητες του εγκλείσματος και για περιπτώσεις τέλει συνάφειας μεταξύ του εγκλείσματος και της μήτρας

(λέγοντας τέλεια συνάφεια εννοούμε ότι δεν υπάρχει σχετική κίνηση μήτρας – σωματιδίων κατά τη διάρκεια της φόρτισης μέχρι κάποιου ορίου, πάνω από το οποίο σπάει ο δεσμός μήτρας σωματιδίου).

Όταν, αντίθετα, δεν υπάρχει τέλεια συνάφεια, τότε:

$$E_C = E_m \cdot (1 + U_f) \quad (2.1.6)$$

Εξίσωση Guth – Smallwood [βιβλ. 6]:

$$E_C = E_m \cdot (1 + 2.5 \cdot U_f + 14.1 \cdot U_f^2) \quad (2.1.7)$$

Εξίσωση Takahashi [βιβλ. 32]:

$$\frac{E_C}{E_m} = 1 + (1 - \nu_m) \cdot U_f \cdot \left[\frac{E_f \cdot (1 - 2 \cdot \nu_m) - E_m \cdot (1 - 2 \cdot \nu_f)}{E_f \cdot (1 - \nu_m) + 2 \cdot E_m \cdot (1 - 2 \cdot \nu_f)} + \frac{10 \cdot (1 + \nu_m) \cdot E_f \cdot (1 + \nu_m) \cdot (7 + 5 \cdot \nu_f) - 4 \cdot E_m \cdot (1 + \nu_f) \cdot (7 - 4 \cdot \nu_f) \cdot U_f}{E_f \cdot (1 + \nu_m) \cdot (17 - 19 \cdot \nu_m) \cdot (7 - 5 \cdot \nu_f) + 4 \cdot E_m \cdot (7 - 5 \cdot \nu_m) \cdot (1 + \nu_f) \cdot (7 - 4 \cdot \nu_f)} \right] \quad (2.1.8)$$

2.1.2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΙΝΩΔΗ ΥΛΙΚΑ

Στη συνέχεια, παραθέτουμε θεωρητικές σχέσεις που έχουν κατά καιρούς εκφράσει διάφοροι ερευνητές για τον υπολογισμό του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας E_L , του διαμήκους λόγου του Poisson ν_L , του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας E_T , καθώς και του διαμήκους μέτρου διάτμησης G_L . Ο δείκτης f (filler) αναφέρεται στο έγκλεισμα και ο δείκτης m (matrix) στη μήτρα.

ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L

Εξίσωση Θεοχάρη – Σιδερίδη – Παπανικολάου [βιβλ. 34]:

Οι παραπάνω ερευνητές θεώρησαν την ύπαρξη μιας ενδιάμεσης φάσης, της οποίας οι ελαστικές σταθερές είναι συνάρτηση των ιδιοτήτων του υλικού της μήτρας και του εγκλείσματος ενίσχυσης. Δηλαδή, δεν υπάρχει τέλεια

πρόσφυση μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος και το πάχος της ενδιάμεσης φάσης είναι $(r_i - r_f)$ (ο δείκτης i – interphase αναφέρεται στην ενδιάμεση φάση). Θεωρώντας παραβολική μεταβολή αυτών των ιδιοτήτων, η σχέση που δίνει το E_L είναι:

$$\begin{aligned}
 E_L = & E_f \cdot U_f + \left(\frac{1 - \nu_m - 2 \cdot \nu_m^2}{E_m} + E_m \right) \cdot U_m + \\
 & + \frac{3 \cdot (E_f - E_m) \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{3}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}} \cdot (1 - U_m) + U_f \cdot (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{3}{2}} \right]}{6 \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} - \\
 & - \frac{8 \cdot (E_f - E_m) \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} \cdot \left\{ 1 - U_m + U_f + [U_f \cdot (1 - U_m)^{\frac{1}{2}}] \right\} \right]}{6 \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} + \\
 & + \frac{6 \cdot \left\{ E_f \cdot (1 - U_m) + E_m \cdot U_f - 2 \cdot E_m \cdot [U_f \cdot (1 - U_m)^{\frac{1}{2}}] \right\} \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}} \right]}{6 \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]}
 \end{aligned} \tag{2.1.9}$$

όπου έχω επίσης τις εξής σχέσεις:

$$\begin{aligned}
 U_i &= C \cdot U_f^2 \\
 U_f &= \frac{r_f^2}{r_m^2}, \quad U_i = \frac{r_i^2 - r_f^2}{r_m^2}, \quad U_m = \frac{r_m^2 - r_i^2}{r_m^2}
 \end{aligned}$$

και με $C=0,123$.

Νόμος των Φάσεων – Mixture Law:

Ο νόμος των φάσεων εκφράζεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$E_L = E_f \cdot U_f + E_m \cdot U_m \tag{2.1.10}$$

Εξίσωση Ekwall [βιβλ. 19]:

Ο Ekwall τροποποιεί το νόμο των φάσεων, θέλοντας να λάβει υπόψη την τριαξονική εντατική κατάσταση την οποία υφίσταται η μήτρα λόγω του περιορισμού που της επιβάλλουν οι περιβάλλουσες ίνες.

$$E_L = E_f \cdot U_f + E_m' \cdot U_m \quad (2.1.11)$$

όπου:
$$E_m' = \frac{E_m}{1 - 2 \cdot \nu_m^2}$$

ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΜΗΚΗ ΛΟΓΟΥ POISSON

Εξίσωση Θεοχάρη – Σιδερίδη – Παπανικολάου [βιβλ. 34]:

$$\begin{aligned} \nu_L = \nu_f \cdot U_f + \nu_m \cdot U_m + & \frac{3 \cdot (\nu_f - \nu_m) \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{3}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}} \cdot (1 - U_m) + U_f \cdot (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{3}{2}} \right]}{6 \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} - \\ & \frac{8 \cdot (\nu_f - \nu_m) \cdot (1 - U_m)^{\frac{1}{2}} \cdot \left\{ 1 - U_m + U_f + [U_f \cdot (1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \right\}}{6 \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} + \\ & + \frac{6 \cdot \left\{ \nu_f \cdot (1 - U_m) + \nu_m \cdot U_f - 2 \cdot \nu_m \cdot [U_f \cdot (1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \right\} \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}} \right]}{6 \cdot \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} \end{aligned} \quad (2.1.12)$$

Νόμος των Φάσεων – Mixture Law

Ο νόμος των φάσεων δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\nu_L = \nu_f \cdot U_f + \nu_m \cdot U_m \quad (2.1.13)$$

Εξίσωση Rosen [βιβλ. 11]:

$$\nu_L = \frac{U_f \cdot E_f \cdot L_1 + U_m \cdot E_m \cdot L_2 \cdot \nu_m}{U_f \cdot E_f \cdot L_3 + U_m \cdot E_m \cdot L_2} \quad (2.1.14)$$

όπου:

$$L_1 = 2 \cdot \nu_f \cdot (1 - \nu_m^2) \cdot U_f + \nu_m \cdot (1 + \nu_m) \cdot U_m$$

$$L_2 = U_f \cdot (1 - \nu_f - \nu_f^2)$$

$$L_3 = (1 - \nu_m^2) \cdot U_f + (1 + \nu_m) \cdot U_m$$

ΤΥΠΟΙ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ Ε_T

Εξίσωση Σιδερίδη [βιβλ. 47]:

Θεωρώντας την ύπαρξη ενδιάμεσης φάσης και έστω $E_i(r)$ και $\nu_i(r)$ οι συναρτήσεις που περιγράφουν την παραβολική μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου Poisson της μεσοφάσης αντίστοιχα, τότε το E_T δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1 - \nu_T}{E_T} - \frac{2 \cdot \nu_L^2}{E_L} = \frac{1}{E_f} \cdot (1 - \nu_f - 2 \cdot \nu_f^2) \cdot U_f + \frac{1}{E_m} \cdot (1 - \nu_m - 2 \cdot \nu_m^2) \cdot U_m + \frac{2 \cdot U_f}{r_f^2} \cdot \int_{r_f}^{r_i} \frac{1 - \nu_i(r) - \nu_i^2(r)}{E_i(r)} \cdot r dr \quad (2.1.15)$$

όπου τα $E_i(r)$ και $\nu_i(r)$ για την παραβολική μεταβολή της ενδιάμεσης φάσης δίνονται από τους τύπους:

$$E_i(r) = \frac{E_f - E_m}{(r_i - r_f)^2} \cdot r^2 - \frac{2 \cdot (E_f - E_m) \cdot r_i}{(r_i - r_f)^2} \cdot r + \frac{E_f \cdot r_i^2 + E_m \cdot r_f^2 - 2 \cdot E_m \cdot r_f \cdot r_i}{(r_i - r_f)^2} \quad (2.1.16)$$

$$v_i(r) = \frac{v_f - v_m}{(r_i - r_f)^2} \cdot r^2 - \frac{2 \cdot (v_f - v_m) \cdot r_i}{(r_i - r_f)^2} \cdot r + \frac{v_f \cdot r_i^2 + v_m \cdot r_f^2 - 2 \cdot v_m \cdot r_f \cdot r_i}{(r_i - r_f)^2}$$

(2.1.17)

Εξίσωση Paul [βιβλ. 28]:

Η εξίσωση Paul αποτελεί ένα ελάχιστο όριο για το E_T και είναι η εξής:

$$\frac{1}{E_T} = \frac{U_f}{E_f} + \frac{U_m}{E_m} \quad (2.1.18)$$

Εξίσωση Whitney – Riley [βιβλ. 26]:

$$E_T = \frac{2 \cdot K_c \cdot (1 - \nu_T) \cdot E_L}{E_L + 4 \cdot K_c \cdot \nu_L^2} \quad (2.1.19)$$

όπου το K_c είναι το μέτρο διόγκωσης του σύνθετου:

$$K_c = \frac{(K_f + G_m) \cdot K_m - (K_f - K_m) \cdot G_m \cdot U_f}{(K_f + G_m) - (K_f - K_m) \cdot U_f}$$

$$\text{και } K_f = \frac{E_f}{2 \cdot (1 - \nu_f - 2 \cdot \nu_f^2)}, \quad K_m = \frac{E_m}{2 \cdot (1 - \nu_m - 2 \cdot \nu_m^2)}$$

Εξίσωση Ekwall [βιβλ. 18]:

$$E_T = \frac{E_f \cdot E_m'}{U_f \cdot E_m' + U_m \cdot E_f} \quad (2.1.20)$$

$$\text{όπου: } E_m' = \frac{E_m}{1 - 2 \cdot \nu_m^2}$$

ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ G_L

Εξίσωση Σιδερίδη [βιβλ. 38]:

Εάν $G_i(r)$ η συνάρτηση που περιγράφει την παραβολική μεταβολή του μέτρου διάτμησης της ενδιάμεσης φάσης, τότε το G_L δίνεται από τη σχέση:

$$G_L = G_f \cdot U_f \cdot (A+1)^2 + G_m \cdot U_m \cdot \left[(K+1)^2 + \frac{K^2}{1-U_m} \right] + \frac{2 \cdot U_f}{r_f^2} \cdot \int_{r_f}^{r_i} G_i(r) \cdot (D+1)^2 \cdot r dr \quad (2.1.21)$$

$$\text{όπου: } A = D = \frac{(G_m - G_i) \cdot (r_m^2 - r_i^2)}{G_i \cdot (r_m^2 - r_i^2) + G_m \cdot (r_m^2 - r_i^2)}$$

και

$$K = \frac{(G_m - G_i) \cdot r_i^2}{G_i \cdot (r_m^2 - r_i^2) + G_m \cdot (r_m^2 - r_i^2)}$$

Νόμος των Φάσεων – Mixture Law

Ο νόμος των φάσεων δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$G_L = G_f \cdot U_f + G_m \cdot U_m \quad (2.1.22)$$

Εξίσωση Ekwall – Greszczuk [βιβλ. 18, 19]:

$$G_L = \frac{G_f \cdot G_m}{G_f \cdot U_m + G_m \cdot U_f} \quad (2.1.23)$$

Εξίσωση Hashin – Rosen [βιβλ. 24]:

Οι Hashin – Rosen έδωσαν μία έκφραση η οποία αποτελεί ένα κάτω όριο για το G_L και είναι η εξής:

$$G_L = G_m \cdot \frac{(1+U_f) \cdot G_f + G_m \cdot U_m}{(1+U_f) \cdot G_m + G_f \cdot U_m} \quad (2.1.24)$$

Εξίσωση Hashin [βιβλ. 25]:

Ο Hashin έδωσε μία έκφραση που αποτελεί ένα άνω όριο για το G_L και είναι η εξής:

$$G_L = G_f \cdot \frac{(1+U_m) \cdot G_m + G_f \cdot U_f}{(1+U_m) \cdot G_f + G_m \cdot U_f} \quad (2.1.25)$$

ΑΛΛΕΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΑ ΙΝΩΔΗ [βιβλ. 32]

Άνω και κάτω όρια (Upper and lower bounds):

Για διφασικό υλικό:

$$\text{Άνω όριο} \quad E_L = E_f \cdot U_f + E_m \cdot (1 - U_f) \quad (2.1.26)$$

$$\text{Κάτω όριο} \quad E_T = \frac{E_f \cdot E_m}{(1 - U_f) \cdot E_f + E_m \cdot U_f} \quad (2.1.27)$$

Για τριφασικό υλικό:

$$\text{Άνω όριο} \quad E_L = E_f \cdot U_f + E_m \cdot U_m + E_i \cdot U_i \quad (2.1.28)$$

$$\text{Κάτω όριο} \quad E_T = \frac{E_f \cdot E_m \cdot E_i}{E_f \cdot E_i \cdot U_m + E_m \cdot E_i \cdot U_f + E_m \cdot E_f \cdot U_i} \quad (2.1.29)$$

Τύποι των Weng – Sun [βιβλ. 42]:

$$E_T = \frac{(1+R)^2 \cdot E_f \cdot U_f}{1+R \cdot \frac{E_f}{E_m}} + [1 - (1+R) \cdot U_f] \cdot E_m \quad (2.1.30)$$

$$v_{LT} = (1+R) \cdot U_f \cdot \frac{E_m \cdot v_f + R \cdot E_f \cdot v_m}{R \cdot E_f + E_m} + [1 - (1+R) \cdot U_f] \cdot v_m \quad (2.1.31)$$

με $R = \frac{l - l_f}{l_f}$, όπου l το μήκος του δοκιμίου και l_f το μήκος της ίνας.

Τύποι των Hashin – Hill [βιβλ. 25]:

$$E_L = E_f \cdot U_f + E_m \cdot (1 - U_f) + 4 \cdot U_f \cdot (1 - U_f) \cdot G_m \cdot \left[\frac{\frac{(v_f - v_m)^2}{(1 - U_f \cdot G_m)} + \frac{U_f \cdot G_m}{K_m \cdot \frac{G_m}{3} + 1}}{K_f + \frac{G_f}{3}} \right] \quad (2.1.32)$$

$$v_{LT} = v_f \cdot U_f + (1 - U_f) \cdot v_m + \frac{(v_f - v_m) \cdot U_f \cdot (1 - U_f) \cdot \left(\frac{G_m}{K_m \cdot \frac{G_m}{3}} - \frac{G_m}{K_f \cdot \frac{G_f}{3}} \right)}{\frac{(1 - U_f) \cdot G_m}{K_f + \frac{G_f}{3}} + \frac{U_f \cdot G_m}{K_m \cdot \frac{G_m}{3}}} + 1 \quad (2.1.33)$$

$$G_{LT} = G_m + \frac{U_f}{\frac{1}{G_f - G_m} + \frac{U_m}{2 \cdot G_m}} \quad (2.1.34)$$

$$G_{TT} = G_m + \frac{G_m \cdot U_f}{\frac{G_m}{G_f - G_m} + \frac{U_m \cdot \left(K_m + \frac{7 \cdot G_m}{3} \right)}{2 \cdot \left(K_m + \frac{4}{3} \cdot G_m \right)}} \quad (2.1.35)$$

$$K_{TT} = K_m + \frac{G_m}{3} + \frac{U_f}{\frac{1}{K_f - K_m + \frac{G_f - G_m}{3}} + \frac{U_m}{K_m + \frac{4 \cdot G_m}{3}}} \quad (2.1.36)$$

$$\mu\epsilon: G_f = \frac{E_f}{2 \cdot (1 + \nu_f)}, \quad G_m = \frac{E_m}{2 \cdot (1 + \nu_m)}, \quad K_f = \frac{E_f}{3 \cdot (1 + 2 \cdot \nu_f)}, \quad K_m = \frac{E_m}{3 \cdot (1 + 2 \cdot \nu_m)}$$

Τύποι των Halpin – Tsai (Διακεκομμένες Ίνες) [βιβλ. 14]:

$$E_L = E_m \cdot \frac{1 + 2 \cdot A_f \cdot n_L \cdot U_f}{1 - n_L \cdot U_f} \quad (2.1.37)$$

$$E_T = E_m \cdot \frac{1 + 2 \cdot n_T \cdot U_f}{1 - n_T \cdot U_f} \quad (2.1.38)$$

$$G_{LT} = G_m \cdot \frac{1+n_G \cdot U_f}{1-n_G \cdot U_f} \quad (2.1.39)$$

$$v_{LT} = v_f \cdot U_f + v_m \cdot (1-U_f) \quad (2.1.40)$$

όπου:
$$n_L = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + 2 \cdot A_f}, \quad n_T = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + 2}, \quad n_G = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + 1}$$

Τύποι των Gorkiewicz – Weidmann (Διακεκομμένες Ίνες) [βιβλ. 41]:

$$E_L = E_m \cdot \frac{E_f \cdot (A_f \cdot U_f + \sqrt{U_f} - U_f) + E_m \cdot (A_f - A_f \cdot U_f - \sqrt{U_f} - U_f)}{E_f \cdot (\sqrt{U_f} - 1) + E_m \cdot (A_f - \sqrt{U_f} + U_f)} \quad (2.1.41)$$

Τύποι των Rayleigh – Maxwell (Διακεκομμένες Ίνες) [βιβλ. 59]:

$$E_L = E_m \cdot \left(1 + \frac{U_f \cdot (A_f + 1) \cdot \frac{E_f}{E_m}}{\left(\frac{E_f}{E_m} + 2 \cdot A_f \right) - U_f \cdot \left(\frac{E_f}{E_m} - 1 \right)} \right) \quad (2.1.42)$$

$$E_T = E_m \cdot \left(1 + \frac{U_f \cdot \left(\frac{1}{A_f} + 2 \right) \cdot \left(\frac{E_f}{E_m} - 1 \right)}{\left(\frac{E_f}{E_m} + 1 + \frac{1}{A_f} \right) - U_f \cdot \left(\frac{E_f}{E_m} - 1 \right)} \right) \quad (2.1.43)$$

$$G_{LT} = E_m \cdot \left(1 + \frac{U_f \cdot \left(\frac{1}{A_f} + 2 \right) \cdot \left(\frac{G_f}{G_m} - 1 \right)}{\left(\frac{G_f}{G_m} + 1 + \frac{1}{A_f} \right) - U_f \cdot \left(\frac{G_f}{G_m} - 1 \right)} \right) \quad (2.1.44)$$

$$v_{LT} = v_f \cdot U_f + v_m \cdot (1 - U_f) \quad (2.1.45)$$

Τύποι των Berthelot και AI [βιβλ. 45]:

$$E_L = E_m \cdot (1 - U_f) + E_f \cdot \left(1 - \frac{thn \cdot \frac{l_f}{d_f}}{n \cdot \frac{l_f}{d_f}} \right) \cdot U_f \quad (2.1.46)$$

όπου:
$$n = \sqrt{\frac{E_m}{E_f \cdot (1 + v_m) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{U_f}} - 1 \right)}}$$

Τύποι του Krenchel [βιβλ. 59]:

$$E_L = n_E \cdot E_f \cdot U_f + E_m \cdot (1 - U_f) \quad (2.1.47)$$

$$G_{LT} = n_G \cdot E_f \cdot U_f + G_m \cdot (1 - U_f) \quad (2.1.48)$$

όπου:
$$n_E = \sum_1^m a_k \cdot \cos^4 \theta_k$$

$$n_G = \sum_1^m b_k \cdot \cos^2 \theta_k \cdot \sin^2 \theta_k$$

Τύποι του Cox (Διακεκομμένες Ίνες) [βιβλ. 59]:

$$E_L = n_L \cdot n_E \cdot E_f \cdot U_f + E_m \cdot (1 - U_f) \quad (2.1.49)$$

$$G_{LT} = n_L \cdot n_G \cdot E_f \cdot U_f + G_m \cdot (1 - U_f) \quad (2.1.50)$$

όπου:
$$n_L = \frac{1}{U_f} \cdot \left[\sum_{j=1}^n j \cdot U_f \cdot \left(\frac{th \frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}} \right) \right] \text{ με } \beta = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot G_m}{E_f \cdot A_f \cdot \frac{R}{r_0}}}$$

Τύπο των Halpin και AI [βιβλ. 59]:

$$E_L = n_L \cdot n_E \cdot E_f \cdot U_f + E_m \cdot (1 - U_f) \quad (2.1.51)$$

$$p_c = p_m \cdot \left[\frac{1 + p \cdot B \cdot U_f}{1 - B \cdot U_f} \right] \quad (2.1.52)$$

όπου:
$$B = \frac{\frac{p_f}{p_m} - 1}{\frac{p_f}{p_m} - p}$$

όπου p_c είναι η ελαστική σταθερά του σύνθετου υλικού (E_T ή G_{LT}), p_f η ελαστική σταθερά της ίνας (E_f ή G_f), p_m η αντίστοιχη της μήτρας (E_m ή G_m) και p το μέγεθος το οποίο εξαρτάται από την ενίσχυση.

Τύπος του Lees [βιβλ. 59]:

$$E_L = U_f \cdot \left[E_f \cdot \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c} \right)^2 - \frac{E_m}{15} \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c} + 11 \cdot \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c} \right)^2 \right) \right] - \frac{\sqrt{2 \cdot U_f}}{15} \cdot E_m \cdot \left(2 + \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c} - 3 \cdot \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c} \right)^2 \right) + \frac{E_m}{3} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c} + \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c} \right)^2 \right) \quad (2.1.53)$$

Τύποι των Nielsen – Chen (1νες τυχούσας διεύθυνσης) [βιβλ. 59]:

$$E_c = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi E(\theta) d\theta \quad (2.1.54)$$

$$\nu_c = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi \nu(\theta) d\theta \quad (2.1.55)$$

όπου:
$$\frac{1}{E(\theta)} = \frac{\cos^4 \theta}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2 \cdot \nu_{LT}}{E_L} \right) \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{E_T}$$

$$\text{και } \nu(\theta) = E(\theta) \cdot \left[\frac{\nu_{LT}}{E_L} \cdot (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{1}{G_{LT}} \right) \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \right]$$

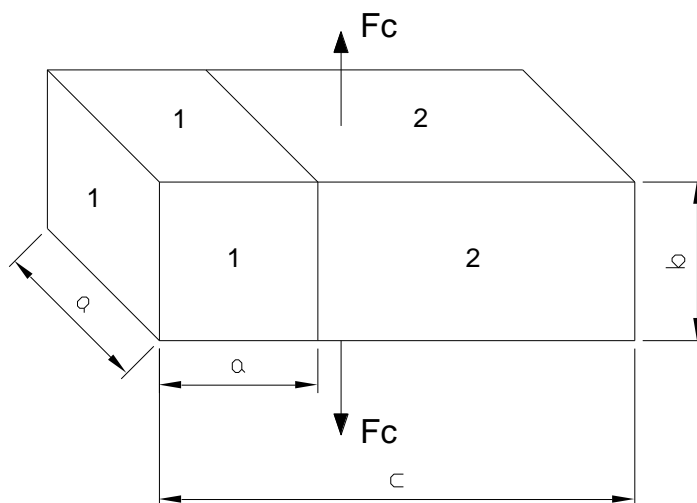
Τύπος των Phan – Tien και Hyilgol (Διακεκομμένες Ίνες) [βιβλ. 59]:

$$E_c = \frac{K_1 \cdot E_f \cdot U_f}{1 + K_2} + E_m \cdot (1 - U_f) \quad (2.1.56)$$

$$\mu\epsilon \quad K_1 = \frac{1}{3} \text{ ή } \frac{3}{8} \quad \text{και} \quad K_2 = (1 + \nu_m) \cdot \left(\frac{2 \cdot l}{d} \right)^{-2} \cdot \frac{E_f}{E_m} \cdot \ln \frac{2 \cdot l}{d}$$

2.2 ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ –ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ

2.2.1 ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ



Σχήμα 2.2.1

Στο σχήμα 2.2.1 φαίνεται ένα μοντέλο δύο στρώσεων εν παραλλήλω. Η παραμόρφωση είναι παράλληλη με την φόρτιση F_c και διατηρείται σταθερή.

- ♦ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_c μας δίνει την παρακάτω εξίσωση:

$$\sigma_c \cdot a \cdot c = \sigma_1 \cdot a^2 + \sigma_2 \cdot (c - a) \cdot a \quad (2.2.1)$$

όπου οι δείκτες 1 και 2 αναφέρονται στις αντίστοιχες στρώσεις του μοντέλου και ο δείκτης c στο σύνθετο υλικό.

- ♦ Υποθέτουμε ότι υπάρχει τέλεια πρόσφυση μεταξύ των δύο στρώσεων, οπότε δεν υπάρχει εγκάρσια μεταβολή στην παραμόρφωση ε και επειδή οι στρώσεις (1) και (2) είναι εν παραλλήλω, ισχύει για τις παραμορφώσεις:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_c \quad (2.2.2)$$

- ◆ Υποθέτουμε ότι ισχύει ο Νόμος του Hooke, δηλαδή αναλογία τάσης προς παραμόρφωση, οπότε έχουμε:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_1 \quad (2.2.3)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_2 \quad (2.2.4)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (2.2.5)$$

όπου E_1 , E_2 και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας των στρώσεων (1), (2) και του σύνθετου (c) αντίστοιχα.

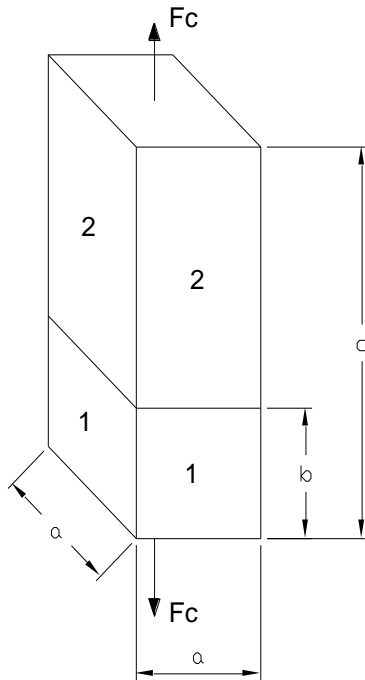
- ◆ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) έως (5) καταλήγουμε στη σχέση:

$$E_c = E_1 \cdot \frac{a}{c} + E_2 \cdot \left(1 - \frac{a}{c}\right) \quad (2.2.6)$$

και θέτοντας στη σχέση (6): $u_1 = \frac{a}{c}$, προκύπτει ο Νόμος των Φάσεων:

$$E_c = E_1 \cdot u_1 + E_2 \cdot (1 - u_1) \quad (\mathbf{N\Phi})$$

2.2.2 ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ



Σχήμα 2.2.2

Στο σχήμα 2.2.2 φαίνεται ένα μοντέλο δύο στρώσεων εν σειρά. Η τάση σε διατομές κάθετες στη φόρτιση F_c διατηρείται σταθερή.

- ♦ Για τις τάσεις ισχύει:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_c \quad (2.2.7)$$

- ♦ Για τις παραμορφώσεις ισχύει:

$$\varepsilon_c \cdot c = \varepsilon_1 \cdot b + \varepsilon_2 \cdot (c - b) \quad (2.2.8)$$

- ♦ Υποθέτουμε ότι ισχύει ο Νόμος του Hooke, δηλαδή αναλογία τάσης προς παραμόρφωση, οπότε έχουμε:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_1 \quad (2.2.9)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_2 \quad (2.2.10)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (2.2.11)$$

όπου E_1 , E_2 και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας των στρώσεων (1), (2) και του σύνθετου (c) αντίστοιχα.

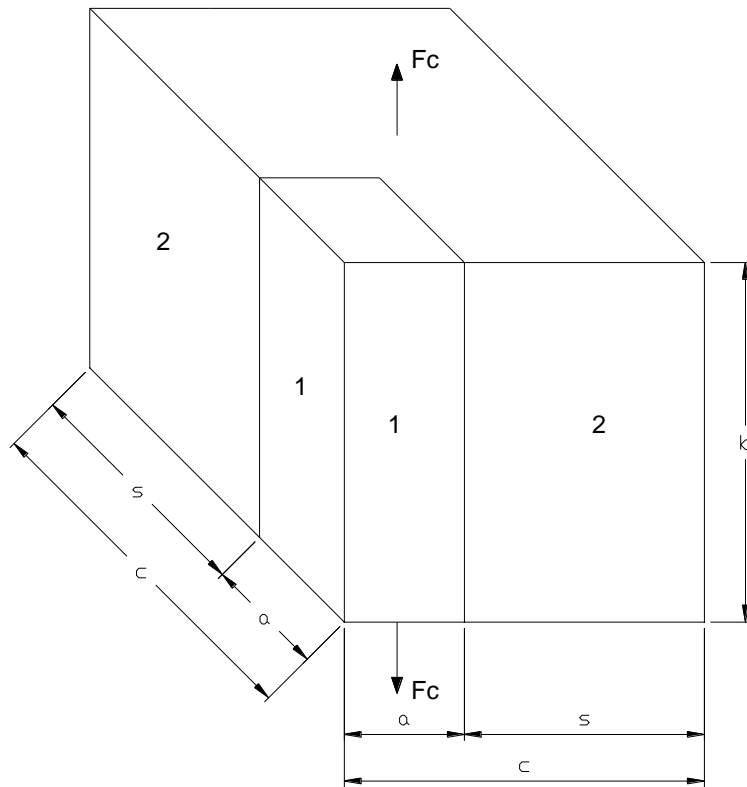
♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) έως (5) καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{1}{E_c} = \frac{b}{c \cdot E_1} + \left(1 - \frac{b}{c}\right) \cdot \frac{1}{E_2} \quad (2.2.12)$$

και θέτοντας στη σχέση (6) όπου: $u_1 = \frac{b}{c}$ προκύπτει ο Αντίστροφος Νόμος των Φάσεων:

$$E_c = \left(\frac{u_1}{E_1} + \frac{1-u_1}{E_2} \right)^{-1} \quad (\text{ΑΝΦ})$$

2.2.3 ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ



Σχήμα 2.2.3

Στο σχήμα 2.2.3 φαίνεται ένα μοντέλο δύο στρώσεων εν παραλλήλω.

- ♦ Από την ισορροπία των δυνάμεων προκύπτει:

$$\sigma_c \cdot c^2 = \sigma_1 \cdot a^2 + \sigma_2 \cdot (c^2 - a^2) \quad (2.2.13)$$

όπου οι δείκτες **1** και **2** αναφέρονται στις αντίστοιχες στρώσεις του μοντέλου και ο δείκτης **c** στο σύνθετο.

- ♦ Θεωρούμε ότι υπάρχει τέλεια πρόσφυση ανάμεσα στις δύο στρώσεις, δηλαδή ότι δεν υπάρχει εγκάρσια μεταβολή στην ανηγμένη παραμόρφωση ϵ και επειδή οι στρώσεις (1) και (2) είναι εν παραλλήλω θα ισχύει:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_c \quad (2.2.14)$$

- ◆ Θεωρούμε ότι τα υλικά των στρώσεων είναι τελείως ελαστικά και επομένως ισχύει για αυτά ο Νόμος του Hooke. Οπότε έχουμε για τις τάσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_1 \quad (2.2.15)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_2 \quad (2.2.16)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (2.2.17)$$

όπου E_1 , E_2 και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας των στρώσεων (1), (2) και του σύνθετου (c) αντίστοιχα.

- ◆ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) έως (5) καταλήγουμε στη σχέση:

$$E_c \cdot c^2 = E_1 \cdot a^2 + E_2 \cdot (c^2 - a^2) \quad (2.2.18)$$

Θέτοντας στην (6) $u_1 = \frac{a^2}{c^2}$ προκύπτει ο Νόμος των Φάσεων:

$$E_c = E_1 \cdot u_1 + E_2 \cdot (1 - u_1) \quad (2.2.19)$$

2.2.3.1 Συνεχείς Ίνες

Δίνουν σύνθετα υλικά με πολύ υψηλά μέτρα ελαστικότητας τα οποία, όμως έχουν υψηλό κόστος και χρησιμοποιούνται κυρίως στην στρατιωτική βιομηχανία. Η διεύθυνση των ινών συμπίπτει με τη διεύθυνση της επιβαλλόμενης φόρτισης. Το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας προκύπτει αρκετά χαμηλότερο από το διάμηκες. Τα υλικά στα οποία οι ίνες σχηματίζουν γωνία με τον άξονα της φόρτισης δίνουν μέτρα ελαστικότητας ανάμεσα στο διάμηκες και στο εγκάρσιο.

2.2.3.2 Διακεκομμένες Ίνες

α) Με διεύθυνση ινών παράλληλη στη φόρτιση

Δίνουν και αυτά πολύ υψηλά μέτρα ελαστικότητας, χαμηλότερα όμως εκείνων των σύνθετων υλικών με συνεχείς ίνες. Το βασικό πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση είναι η ευθυγράμμιση των ινών, η μη επίτευξη της οποίας οδηγεί σε μέτρα ελαστικότητας πολύ χαμηλότερα από εκείνα των τελείως ευθυγραμμισμένων ινών.

β) Ίνες τυχούσας διεύθυνσης

Βρίσκουν εφαρμογή κυρίως στην αυτοκινητοβιομηχανία και είναι υλικά με μέτρο ελαστικότητας χαμηλότερο από εκείνο των συνεχών και των ευθυγραμμισμένων διακεκομμένων ινών. Έχουν σχετικά χαμηλό κόστος, διότι δεν απαιτείται η χρονοβόρα και ακριβή διαδικασία ευθυγράμμισής τους. Για να υπολογίσουμε το μέτρο ελαστικότητας ενός σύνθετου υλικού με διακεκομμένες ίνες τυχούσας διεύθυνσης, πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε το μέτρο ελαστικότητας του ίδιου σύνθετου με ευθυγραμμισμένες διακεκομμένες ίνες.

2.3 ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

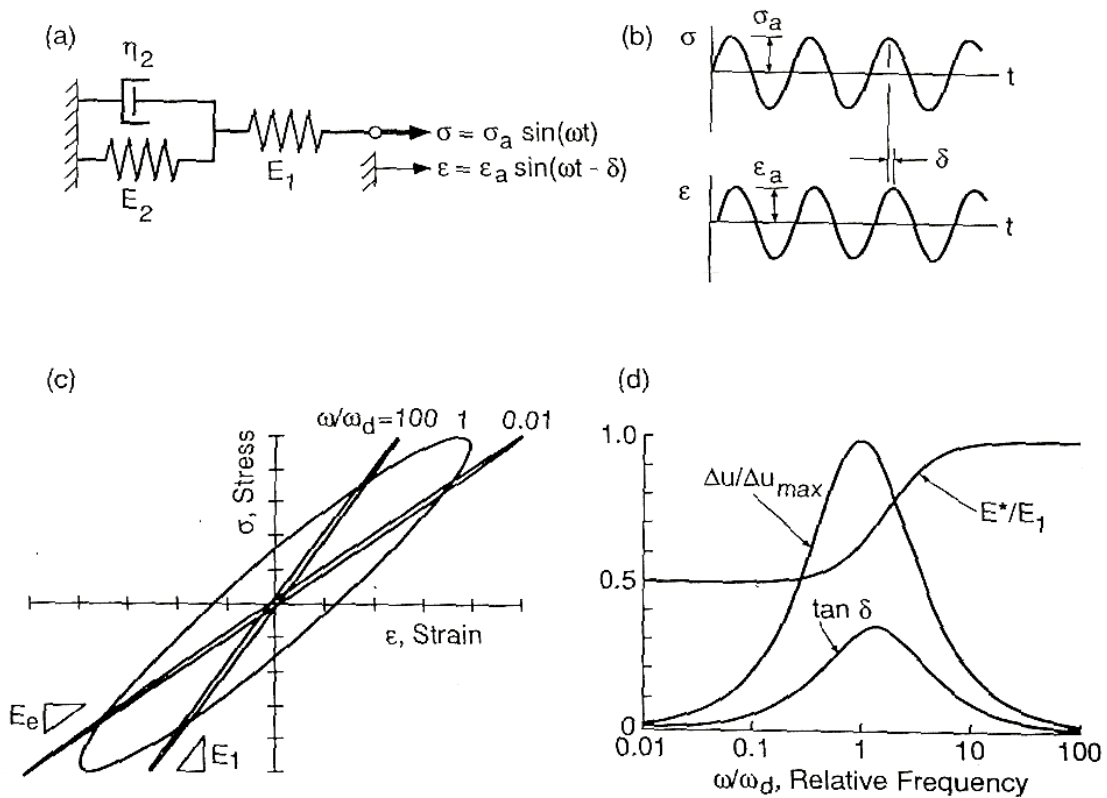
2.3.1 Η ΑΠΩΛΕΙΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (ΑΠΟΣΒΕΣΗ) ΣΤΑ ΥΛΙΚΑ

Υλικά που υποβάλλονται σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση απορροφούν ενέργεια. Μέρος αυτής της ενέργειας μπορεί να αποθηκεύεται μέσα στο υλικό, και μέρος της αποβάλλεται στο περιβάλλον υπό μορφή θερμότητας. Αυτή η απώλεια ενέργειας μπορεί να είναι μικρή και δύσκολη να μετρηθεί, όμως υπάρχει πάντα, διαφορετικά οι ταλαντώσεις δεν θα σταμάταγαν ποτέ και θα είχαμε την αδύνατη περίπτωση της αέναης κίνησης. Αυτή η απώλεια ενέργειας στα υλικά, η οποία ονομάζεται “απόσβεση” ή “εσωτερική τριβή”, προκαλείται από ένα μεγάλο εύρος μηχανισμών, οι οποίοι εξαρτώνται από το υλικό, τη θερμοκρασία και τη συχνότητα της ανακυκλιζόμενης φόρτισης. Οποιοσδήποτε φυσικός μηχανισμός που προκαλεί ερπυσμό μπορεί να προκαλέσει απόσβεση, όμως άλλοι μηχανισμοί που ενεργούν σε πεδία χαμηλών τάσεων δε σχετίζονται με μακροσκοπικά φαινόμενα ερπυσμού. Οι μικρές ανηγμένες παραμορφώσεις που σχετίζονται με φαινόμενα απόσβεσης σε τόσο χαμηλές τάσεις ονομάζονται ανελαστικές ανηγμένες παραμορφώσεις και αντίστοιχα η απόσβεση σε χαμηλές τάσεις ονομάζεται ανελαστική απόσβεση. Απόσβεση μπορεί να εκδηλωθεί και ως αποτέλεσμα πλαστικής παραμόρφωσης.

Η ικανότητα απόσβεσης των υλικών έχει πρακτική σημασία, καθώς ο βαθμός απόσβεσης ενός υλικού επηρεάζει τη συμπεριφορά του υλικού αυτού υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Πιο συγκεκριμένα, μεγαλύτερος βαθμός απόσβεσης ενός υλικού, έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη μικρότερων τάσεων όταν υποβληθεί σε εξαναγκασμένη ταλάντωση κοντά στη συχνότητα συντονισμού και επίσης γρηγορότερη απόσβεση της ελεύθερης ταλάντωσης. Η ικανότητα απόσβεσης, επομένως, παίζει καθοριστικό ρόλο στην επιλογή των υλικών σε εφαρμογές που είναι ευαίσθητες στην ταλάντωση, όπως είναι π.χ. τα πτερύγια ενός στροβίλου.

2.3.2 ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΡΕΟΛΟΓΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Θεωρούμε το ρεολογικό μοντέλο που φαίνεται στο (Σχήμα 2.3.1a), το οποίο περιλαμβάνει αποσβεστήρα και δύο γραμμικά ελατήρια και το οποίο εμφανίζει συμπεριφορά παρόμοια με την απόσβεση σε χαμηλές τάσεις (ανελαστική).



Σχήμα 2.3.1

Υποθέτουμε ότι οι τάσεις που εφαρμόζονται παρουσιάζουν ημιτονοειδή μεταβολή στο χρόνο (Σχήμα 2.3.1b άνω), η οποία εκφράζεται από τη σχέση:

$$\sigma = \sigma_a \cdot \sin \omega t \quad (2.3.1)$$

όπου σ_a είναι το πλάτος των τάσεων και ω είναι η γωνιακή συχνότητα της ανακυκλιζόμενης αυτής φόρτισης.

Το διάγραμμα ανηγμένων παραμορφώσεων του μοντέλου, για οποιαδήποτε συχνότητα, είναι επίσης ημιτονοειδές αλλά με μια διαφορά

φάσης, η οποία ορίζεται από τη γωνία φάσης δ . Η ανηγμένη παραμόρφωση σε κάθε χρονική στιγμή t δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon = \varepsilon_a \cdot \sin(\omega t - \delta) \quad (2.3.2)$$

Οι δύο παραπάνω εξισώσεις (2.3.1) και (2.3.2) αποτελούν τις παραμετρικές εξισώσεις μίας έλλειψης. Έτσι, το διάγραμμα ορθών τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων αποτελεί έναν ελλειπτικό βρόχο υστέρησης, όπως φαίνεται στο (Σχήμα 2.3.1c). Η επιφάνεια που εγκλείεται μέσα στο βρόχο υστέρησης είναι η ενέργεια που δαπανάται σε κάθε ολοκληρωμένο κύκλο αποφόρτισης – επαναφόρτισης και ανά μονάδα όγκου υλικού. Αυτή η ενέργεια ονομάζεται *μοναδιαία ενέργεια απόσβεσης* Δu . Υπολογίζοντας, λοιπόν, την εγκλειόμενη επιφάνεια του ελλειπτικού βρόχου παίρνουμε μία έκφραση για την ενέργεια Δu :

$$\Delta u = \pi \cdot \sigma_a \cdot \varepsilon_a \cdot \sin \delta \quad (2.3.3)$$

Αν απεικονίσουμε τόσο το δ (γωνία φάσης) όσο και το Δu συναρτήσει της γωνιακής συχνότητας ω (Σχήμα 2.3.1d), παρατηρούμε ότι εμφανίζουν maximum για την ίδια τιμή της ω . Για το συγκεκριμένο μοντέλο που παρουσιάστηκε παραπάνω, έχει υπολογιστεί ότι η ενέργεια Δu γίνεται μέγιστη για $\omega = \omega_d = E_2/\eta_2$. Η ποσότητα $(\varepsilon_a \cdot \sin \delta)$ είναι η ανηγμένη παραμόρφωση που προκύπτει από την εξίσωση (2.3.2) για $\sigma=0$. Επομένως, είναι ουσιαστικά το ημιπλάτος του ελλειπτικού βρόχου υστέρησης και αποτελεί ένα μέτρο της μη-γραμμικότητας της ανηγμένης παραμόρφωσης. Αυτή η ποσότητα, η οποία αναφέρεται και ως *παραμένουσα παραμόρφωση*, είναι χοντρικά ανάλογη με το πλάτος της πλαστικής ανηγμένης παραμόρφωσης $\varepsilon_{pa} = \Delta \varepsilon_p / 2$. Εφόσον η ποσότητα $(\varepsilon_a \cdot \sin \delta)$ είναι ανάλογη με την ενέργεια Δu , τότε είναι ανάλογη κατά κάποιο τρόπο και με τη συχνότητα.

Σε συχνότητες υψηλές σε σχέση με τη συχνότητα ω_d , ο αποσβεστήρας είναι ουσιαστικά άκαμπτος. Η παραμόρφωση, επομένως, εμποδίζεται στο ελατήριο E_2 (από τον άκαμπτο αποσβεστήρα) και αναλαμβάνεται σχεδόν εξ' ολοκλήρου από το ελατήριο E_1 και άρα η απόκριση είναι ουσιαστικά γραμμική συνάρτηση του μέτρου ελαστικότητας E_1 . Αντίθετα, σε συχνότητες χαμηλές σε σχέση με τη συχνότητα ω_d , υπάρχει αρκετός χρόνος ελεύθερης ταλάντωσης του αποσβεστήρα και έτσι έχει μικρή συμμετοχή. Ο ελλειπτικός βρόχος

εκφυλίζεται σε ευθεία γραμμή, όμως σε αυτή την περίπτωση το κάτω μέτρο ελαστικότητας E_e αντιστοιχεί στα ελατήρια E_1 και E_2 σε σειρά. Έτσι, το μέτρο ελαστικότητας, το οποίο ονομάζεται E^* , μεταβάλλεται με τη συχνότητα και αυξάνεται από την τιμή E_e σε χαμηλές συχνότητες, στην τιμή E_1 σε υψηλές συχνότητες. Η μετάβαση μεταξύ των δύο αυτών τιμών λαμβάνει χώρα στην περιοχή της μέγιστης τιμής της απώλειας ενέργειας Δu .

Για ένα οποιοδήποτε ρεολογικό μοντέλο, που αποτελείται από γραμμικά ελατήρια και αποσβεστήρες, δηλαδή για ένα οποιοδήποτε βισκοελαστικό μοντέλο, το οποίο υποβάλλεται σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση όπως παραπάνω, σχηματίζεται ελλειπτικός βρόχος υστέρησης και το προκύπτον διάγραμμα ανηγμένων παραμορφώσεων είναι ανάλογο της επιβαλλόμενης φόρτισης. Επομένως, το πλάτος των ανηγμένων παραμορφώσεων ε_a είναι ανάλογο του πλάτους των ορθών τάσεων σ_a . Επίσης, η διαφορά φάσης δ δεν εξαρτάται από το σ_a αλλά μόνο από τη γωνιακή συχνότητα ω . Άρα, οι ελλειπτικοί βρόχοι υστέρησης για διάφορες τιμές του σ_a και για δεδομένη συχνότητα, έχουν όλοι τις ίδιες αναλογίες διαστάσεων και διαφέρουν μόνο κατά μέγεθος.

Από την εξίσωση (2.3.3) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η μοναδιαία ενέργεια απόσβεσης Δu μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\Delta u = J \cdot \sigma_a^2 \quad (2.3.4)$$

όπου J είναι μία σταθερά για ένα δεδομένο μοντέλο και για συγκεκριμένη συχνότητα. Πιο περίπλοκα ρεολογικά μοντέλα, χρήσιμα για την απόσβεση, περιλαμβάνουν συνδυασμούς εν σειρά διάφορων μεταβατικών στοιχείων ερπυσμού με διαφορετικές σταθερές. Ένα τέτοιο μοντέλο, εμφανίζει διάφορες αιχμές σε μια απεικόνιση του δ ή του Δu συναρτήσει του ω , μία για κάθε στοιχείο ερπυσμού. Πολλές φορές χρησιμοποιούνται και στοιχεία με πιο περίπλοκη, μη γραμμική συμπεριφορά.

2.3.3 ΟΡΙΣΜΟΙ ΤΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΥΝ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ

Πλήθος ορισμών χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν την ικανότητα απόσβεσης ενός οποιοδήποτε μοντέλου ή υλικού. Στον πίνακα 2.3.1 φαίνονται συνοπτικά αυτοί οι ορισμοί. Η μοναδιαία ενέργεια απόσβεσης Δu , η

οποία δηλώνεται και ως D , έχει ήδη οριστεί παραπάνω όπως και η γωνία φάσης δ και η παραμένουσα παραμόρφωση ($\varepsilon_a \cdot \sin \delta$). Ο δείκτης απωλειών Q^{-1} ορίζεται ως εξής:

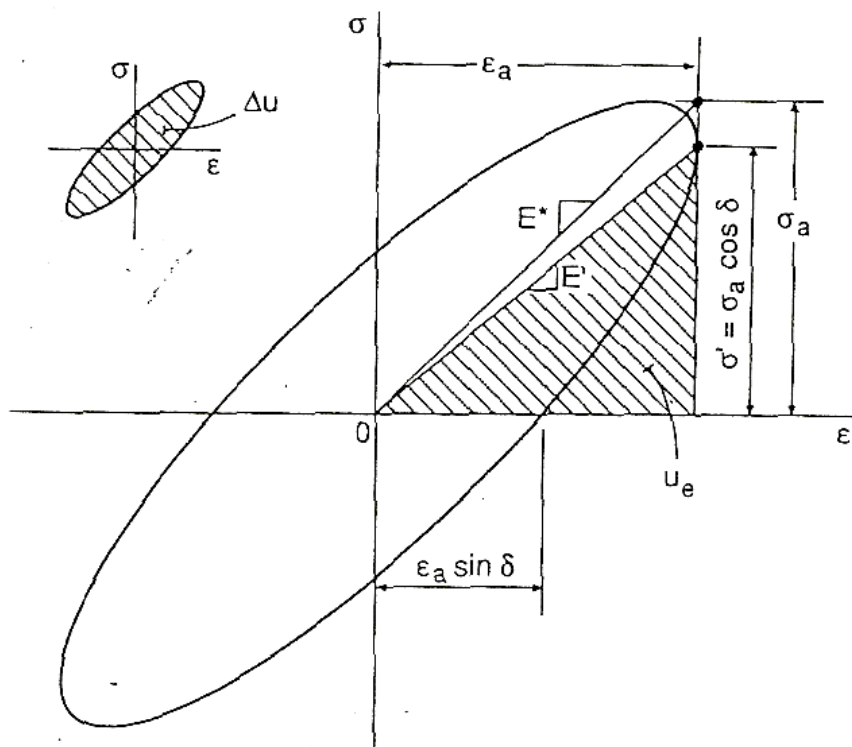
$$Q^{-1} = \tan \delta \quad (2.3.5)$$

όπου το δ είναι η γωνία φάσης (σε rad) όπως έχει ήδη οριστεί. Το σύμβολο “ η ” χρησιμοποιείται για το Q^{-1} , αλλά σε αυτήν την εργασία θα αποφύγουμε να χρησιμοποιήσουμε αυτήν την ονοματολογία, διότι χρησιμοποιούμε ήδη το σύμβολο “ η ” για να περιγράψουμε την αρκετά διαφορετική μεταβλητή του ιξώδους, όπως την σταθερά του αποσβεστήρα. Η μεταβλητή Q ονομάζεται “συντελεστής ποιότητας”.

Ο λόγος του πλάτους των ορθών τάσεων σ_a προς το εύρος των ανηγμένων παραμορφώσεων ε_a ονομάζεται δυναμικό μέτρο ή απόλυτο μέτρο E^* :

$$E^* = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} \quad (2.3.6)$$

το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 2.3.2, που ακολουθεί:



Σχήμα 2.3.2

Ένα άλλο μέτρο ακαμψίας που χρησιμοποιείται συχνά είναι το μέτρο αποθήκευσης E' :

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_a} = \frac{\sigma_a \cdot \cos \delta}{\varepsilon_a} = E^* \cdot \cos \delta \quad (2.3.7)$$

Πρόκειται για την κλίση μιας γραμμής που ξεκινάει από την αρχή των αξόνων και φτάνει σε εκείνο το σημείο του ελλειπτικού βρόχου υστέρησης όπου έχουμε τη μέγιστη παραμόρφωση και τάση $\sigma = \sigma_a \cdot \cos \delta$, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.3.2. Αυτό το μέτρο αποθήκευσης E' χρησιμοποιείται για να οριστεί η ελαστική ενέργεια παραμόρφωσης για τη μέγιστη παραμόρφωση. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.3.2, αυτή η ποσότητα είναι:

$$u_e = \frac{1}{2} \cdot \sigma' \cdot \varepsilon_a = \frac{\sigma_a \cdot \varepsilon_a \cdot \cos \delta}{2} \quad (2.3.8)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (2.3.4) και (2.3.5), καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ο δείκτης απωλειών Q^{-1} είναι ανάλογος του Δu και αντιστρόφως ανάλογος του u_e :

$$Q^{-1} = \tan \delta = \frac{\sin \delta}{\cos \delta} = \frac{\frac{\Delta u}{\pi \cdot \phi_a \cdot \xi_a}}{\frac{2 \cdot u_e}{\phi_a \cdot \xi_a}} \Rightarrow Q^{-1} = \frac{\Delta u}{2 \cdot \pi \cdot u_e} \quad (2.3.9)$$

Ένας επιπλέον ορισμός που χρησιμοποιείται συχνά είναι η λογαριθμική απόσβεση $\Delta t = \pi \cdot Q^{-1}$. Αν η απόσβεση είναι μικρή, τότε $Q^{-1} = 0,1$ ή και μικρότερο και επομένως κάποιες από τις εξισώσεις που εμπλέκονται σ' αυτούς τους ορισμούς απλοποιούνται, όπως φαίνεται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 2.3.1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.3.1

ΣΥΜΒΟΛΟ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ	ΟΡΙΣΜΟΣ	ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΜΙΚΡΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ
δ	Γωνία Φάσης [rad]	Διαφορά Φάσης των ε σε σχέση με το σ	δ
$\varepsilon_\alpha \cdot \sin \delta$	Παραμένουσα Παραμόρφωση	ε για $\sigma=0$	$\varepsilon_\alpha \cdot \delta$
E^*	Δυναμικό Απόλυτο Μέτρο	ή $E^* = \sigma_\alpha / \varepsilon_\alpha$	$E^* = \sigma_\alpha / \varepsilon_\alpha$
Δu ή D	Μοναδιαία Ενέργεια Απόσβεσης	Εμβαδόν της περιοχής του βρόχου υστέρησης του σ - ε $\Delta u = \pi \sigma_\alpha \varepsilon_\alpha \sin \delta$	$\Delta u = \frac{\pi \sigma_\alpha^2 \delta}{E^*}$
u_e	Ελαστική Ενέργεια Παραμόρφωσης	$u_e = \frac{\sigma_\alpha \varepsilon_\alpha \cos \delta}{2}$	$u_e = \frac{\sigma_\alpha^2}{2E^*}$
Q^{-1} ή η	Συντελεστής Απωλειών	$Q^{-1} = \tan \delta = \frac{\Delta u}{2\pi \cdot u_e}$	$Q^{-1} = \delta$
Q	Δείκτης Ποιότητας	$Q = \frac{2\pi \cdot u_e}{\Delta u}$	$Q = 1/\delta$
E'	Μέτρο Αποθήκευσης	$E' = E^* \cos \delta$	$E' = E^*$
Δ_t	Λογαριθμική Απόσβεση	$\Delta_t = \frac{\Delta u}{2u_e} = \pi \cdot Q^{-1}$	$\Delta_t = \pi \cdot \delta$

2.3.4 ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ: ΜΙΓΑΔΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΣΥΜΒΑΤΟΤΗΤΑ

Μία εναλλακτική πειραματική διαδικασία για τον προσδιορισμό του ερπυσμού και της χαλάρωσης, είναι να υποβάλλουμε το δοκίμιο σε μία εναλασσόμενη παραμόρφωση και ταυτόχρονα να μετράμε την τάση. Για γραμμική βισκοελαστική συμπεριφορά, όταν επιτευχθεί ισορροπία δυνάμεων, τόσο οι ορθές τάσεις όσο και οι ανηγμένες παραμορφώσεις θα μεταβάλλονται ημιτονοειδώς, ενώ θα υπάρχει και μία διαφορά φάσης των ανηγμένων παραμορφώσεων ως προς τις τάσεις. Έτσι, όπως είδαμε και παραπάνω, γράφουμε τις σχέσεις:

$$\varepsilon = \varepsilon_a \cdot \sin(\omega t - \delta)$$

$$\sigma = \sigma_a \cdot \sin \omega t$$

ή μπορούμε να γράψουμε εναλλακτικά:

$$\varepsilon = \varepsilon_a \cdot \sin \omega t$$

$$\sigma = \sigma_a \cdot \sin(\omega t + \delta)$$

όπου ω είναι η γωνιακή συχνότητα και δ είναι η διαφορά φάσης. Λύνοντας τη σχέση των τάσεων παίρνουμε:

$$\sigma = \sigma_a \cdot \sin(\omega t + \delta) = \sigma_a \cdot \sin \omega t \cdot \cos \delta + \sigma_a \cdot \cos \omega t \cdot \sin \delta$$

Βλέπουμε ότι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η τάση αποτελείται από δύο όρους:

-το μέγεθος ($\sigma_a \cdot \cos \delta$) σε φάση με την ανηγμένη παραμόρφωση και

-το μέγεθος ($\sigma_a \cdot \sin \delta$) με διαφορά φάσης 90° ως προς την ανηγμένη παραμόρφωση.

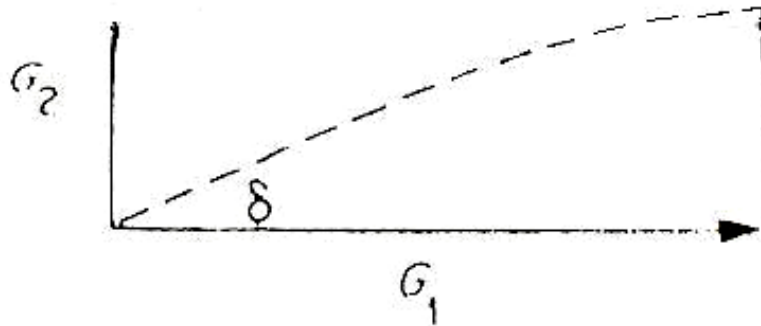
Η σχέση, λοιπόν, μεταξύ των τάσεων και των ανηγμένων παραμορφώσεων μπορεί να οριστεί από μία ποσότητα G_1 σε φάση με την παραμόρφωση και από μία ποσότητα G_2 με διαφορά φάσης 90° ως προς την παραμόρφωση, δηλαδή:

$$\sigma = \varepsilon_a \cdot G_1 \cdot \sin \omega t + \varepsilon_a \cdot G_2 \cdot \cos \omega t$$

όπου:

$$G_1 = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} \cdot \cos \delta \quad \text{και} \quad G_2 = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} \cdot \sin \delta$$

Αυτό δείχνει μία μιγαδική έκφραση του μέτρου, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.3.3.



Σχήμα 2.3.3

Αν γράψουμε:

$$\varepsilon = \varepsilon_a \cdot e^{i\omega t}$$

$$\sigma = \sigma_a \cdot e^{i(\omega t + \delta)}$$

τότε:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = G^* = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} \cdot e^{i\delta} = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} \cdot (\cos \delta + i \cdot \sin \delta) = G_1 + i \cdot G_2$$

Το πραγματικό μέρος της εξίσωσης, G_1 , το οποίο βρίσκεται σε φάση με την ανηγμένη παραμόρφωση, αποτελεί το “μέτρο αποθήκευσης”, διότι αντιπροσωπεύει την ενέργεια που αποθηκεύεται μέσα στο δοκίμιο εξ’ αιτίας της εφαρμοζόμενης παραμόρφωσης. Το φανταστικό μέρος της εξίσωσης, G_2 , το οποίο βρίσκεται σε διαφορά φάσης με την παραμόρφωση, εκφράζει την απώλεια ενέργειας και ονομάζεται “μέτρο απωλειών”. Αυτό φαίνεται αν υπολογίσουμε την ενέργεια που δαπανάται σε κάθε πλήρη κύκλο, ΔE :

$$\Delta E = \int \sigma d\varepsilon = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{\sigma d\varepsilon}{dt} dt$$

Αντικαθιστώντας το σ και το ε , έχουμε:

$$\Delta E = \omega \cdot e_0^2 \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} (G_1 \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t + G_2 \cdot \cos^2 \omega t) dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta E = \pi \cdot G_2 \cdot e_0^2$$

Στις περισσότερες περιπτώσεις το G_2 είναι πολύ μικρό συγκρινόμενο με το G_1 . Επομένως, μπορούμε να πούμε ότι το $|G^*|$ είναι περίπου ίσο με το G_1 . Το $|G^*|$ συχνά αναφέρεται αόριστα και ως μέτρο G . Είναι σύνηθες η δυναμική συμπεριφορά να ορίζεται από το μέτρο $G=G_1$ και τη γωνία φάσης δ ή συχνά $\tan \delta = \frac{G_2}{G_1}$. Με μία καλή προσέγγιση $\tan \delta = \delta$ όταν το μέτρο απωλειών G_2 είναι μικρό.

Έως εδώ έχουμε αγνοήσει την επιρροή της συχνότητας ή του χρόνου. Εδώ υπάρχει μία πλήρης αναλογία με τη χαλάρωση λόγω ερπυσμού και τάσης και καθίσταται αναγκαίο να ορίσουμε τα G_1 και G_2 συναρτήσει της συχνότητας αν θέλουμε να καθορίσουμε ολοκληρωμένα την βισκοελαστική συμπεριφορά.

2.3.5 ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑΣ

Η συμπεριφορά ενός βισκοελαστικού υλικού, όταν αυτό υποβάλλεται σε ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενη φόρτιση, περιγράφεται από τα μιγαδικά μέτρα ελαστικότητας και διάτμησης $E^*(\omega)$ και $G^*(\omega)$ αντίστοιχα, όπου $\omega = 2\pi f$ είναι η γωνιακή συχνότητα. Ισχύουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$E^* = E'(\omega) + i \cdot E''(\omega)$$

$$G^* = G'(\omega) + i \cdot G''(\omega)$$

όπου $E'(\omega)$, $G'(\omega)$ είναι τα μέτρα αποθήκευσης, ενώ $E''(\omega)$, $G''(\omega)$ τα μέτρα απωλειών του σύνθετου υλικού. Οι αντίστοιχες εκφράσεις για τους συντελεστές απωλειών είναι:

$$\tan \delta_E = \frac{E''}{E'}$$

$$\tan \delta_G = \frac{G''}{G'}$$

όπου δ_E , δ_G είναι οι γωνίες διαφοράς φάσης μεταξύ των τάσεων και των ανηγμένων παραμορφώσεων, σε εφελκυσμό και διάτμηση αντίστοιχα.

Αυτή η διαδικασία είναι γνωστή ως “*Αρχή της Αντιστοιχίας*”, που έχει αναπτυχθεί από τον Hashin και με τη βοήθεια της οποίας μπορεί να προσδιοριστεί το ενεργό μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας των βισκοελαστικών σύνθετων υλικών, επί τη βάση των αναλυτικών εκφράσεων που έχουν αναπτυχθεί για το ενεργό στατικό μέτρο ελαστικότητας των σύνθετων υλικών.

Για ισότροπα, βισκοελαστικά υλικά, μπορεί να οριστεί ένας μιγαδικός λόγος Poisson:

$$\nu^* = \nu'(\omega) + i \cdot \nu''(\omega)$$

επί τη βάση της σχέσης μεταξύ των μέτρων ελαστικότητας και διάτμησης:

$$E^* = 2 \cdot G^* \cdot (1 + \nu^*)$$

Όταν ένα βισκοελαστικό υλικό υποβάλλεται σε μία ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενη παραμόρφωση, η σχέση μεταξύ των μιγαδικών τάσεων και των μιγαδικών ανηγμένων παραμορφώσεων είναι τυπικά η ίδια με αυτήν που ισχύει και για ένα ελαστικό υλικό, όμως σε αυτήν την περίπτωση τα μέτρα είναι μιγαδικές ποσότητες, οι οποίες μεταβάλλονται με τη συχνότητα. Άρα,

οποιαδήποτε αλγεβρική έκφραση ισχύει μεταξύ των στατικών μέτρων ελαστικότητας ή διάτμησης για ένα σύνθετο υλικό, η οποία έχει προκύψει από την εφαρμογή των καταστατικών εξισώσεων ελαστικότητας, θα ισχύει η ίδια και για τα μιγαδικά μέτρα ενός βισκοελαστικού υλικού ή μοντέλου, της ίδιας πάντα γεωμετρίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

3.1.1 ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

- 1) Θεωρούμε το μοντέλο “Πρίσμα σε Πρίσμα” [Ogorkiewicz and Weidmann, βιβλ. 43], σύμφωνα με το οποίο ένα σύνθετο υλικό, το οποίο αποτελείται από μία μήτρα ενισχυμένη με μονοδιευθυντικές, διακεκομμένες ίνες, μπορεί να αναχθεί σε ένα πρίσμα της μήτρας μέσα στο οποίο βρίσκεται το πρίσμα της ίνας.
- 2) Στο μοντέλο αυτό, η δυσκολία έγκειται στον προσδιορισμό της γεωμετρίας του εξωτερικού πρίσματος της μήτρας που αντιστοιχεί σε μία ίνα. Αυτό συμβαίνει διότι, για να είναι γνωστή η γεωμετρία του εξωτερικού πρίσματος, θα πρέπει να είναι γνωστή η πυκνότητα των ινών μέσα στη μάζα της μήτρας, κάτι που γενικώς δεν είναι γνωστό. Για τον λόγο αυτό, γίνεται η υπόθεση ότι το διάστημα από το άκρο της ίνας μέχρι το άκρο της μήτρας είναι ίσο με το διάστημα από το πλαϊνό άκρο της ίνας μέχρι το πλαϊνό άκρο της μήτρας. Αυτή η υπόθεση είναι λογική, από φυσικής άποψης, ειδικά όταν οι ίνες είναι σχετικά κοντές. Επίσης, είναι εύκολη η αναγωγή από τα ινώδη στα κοκκώδη σύνθετα υλικά. Το διάστημα αυτό είναι: $s=c-a$, όπου “c” είναι η διάσταση της βάσης του εξωτερικού πρίσματος (της μήτρας) και “a” είναι η διάσταση της βάσης του εσωτερικού πρίσματος (της ίνας) [Σχήμα 3.1].
- 3) Θεωρούμε ότι υπάρχει τέλεια πρόσφυση ανάμεσα στην ίνα και στη μήτρα.
- 4) Θεωρούμε ότι τα υλικά που αποτελούν το σύνθετο υλικό είναι τελείως ελαστικά και ισότροπα.
- 5) Θεωρούμε ότι η συνεργασία των υλικών είναι τέτοια ώστε να μπορούμε να χωρίσουμε το σύνθετο σε στρώσεις εν σειρά και εν παραλλήλω.
- 6) Θεωρούμε ότι η τάση κατά μήκος της ίνας είναι σταθερή για το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας και ομοίως σταθερή κατά μήκος του πλάτους της ίνας, για το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας.

- 7) Δεν λαμβάνουμε υπόψη την επίδραση Poisson, που προκύπτει από τους διαφορετικούς λόγους Poisson εγκλείσματος και μήτρας, εξ' αιτίας των οποίων η κάθε στρώση βρίσκεται υπό τριαξονική φόρτιση.
- 8) Χρησιμοποιούμε τον απλουστευμένο νόμο του Hooke για την σύνταξη των καταστατικών εξισώσεων.
- 9) Ο υπολογισμός του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας γίνεται μόνο για την περίπτωση των διακεκομμένων ινών, δεδομένου ότι στα κοκκώδη σύνθετα το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας συμπίπτει με το εγκάρσιο.

3.1.2 ΟΡΙΣΜΟΙ

- 1) Η **περιεκτικότητα** u_f του εγκλείσματος (f) στη μήτρα (m), ορίζεται ως ο λόγος του όγκου του εγκλείσματος V_f προς τον όγκο του σύνθετου V_c και είναι για όλα τα μοντέλα:

$$u_f = \frac{\alpha^2 b}{c^2(b+s)}, \quad 0 \leq u_f \leq 1 \quad (3.1.1)$$

- 2) Ο **συντελεστής σχήματος** “ λ ” του εγκλείσματος ορίζεται ως ο λόγος του μήκους b προς την πλευρά της τετραγωνικής βάσης a του εγκλείσματος. Χρησιμοποιείται μόνο για τα ινώδη σύνθετα και είναι:

$$\lambda = \frac{b}{a} \quad (3.1.2)$$

για $\lambda \geq 4000$ οι ίνες θεωρούνται συνεχείς.

Στα κοκκώδη έχουμε κύβο πλευράς a οπότε $\lambda = 1$.

Διακεκομμένες Ίνες

- Επειδή το μήκος της ίνας b είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με την απόσταση s , μπορούμε να κάνουμε την παραδοχή ότι: $\frac{b}{b+s} \cong 1$, οπότε από τον ορισμό της περιεκτικότητας και του s προκύπτει:

$$u_f = \frac{\alpha^2}{c^2} \Rightarrow \alpha = u_f^{1/2} \cdot c \quad (3.1.3)$$

- Από τον ορισμό του συντελεστή σχήματος, σε συνδυασμό με την (3.1.3), προκύπτει:

$$b = \lambda \cdot \alpha \Rightarrow b = \lambda \cdot u_f^{1/2} \cdot c \quad (3.1.4)$$

Κοκκώδη

- Ισχύει: $b = \alpha$, οπότε, από τον ορισμό της περιεκτικότητας και το s , προκύπτει:

$$u_f = \frac{\alpha^3}{c^3} \Rightarrow \alpha = u_f^{1/3} \cdot c \quad (3.1.5)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, το μέτρο ελαστικότητας των ινωδών σύνθετων υλικών E_L και των κοκκωδών σύνθετων υλικών E_P δίνονται ως συναρτήσεις:

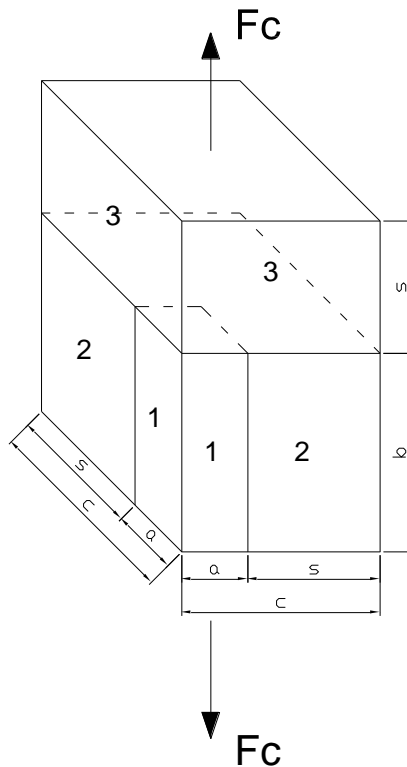
$$E_L = f(u_f, \lambda), \quad E_P = f(u_f)$$

3.2 MODEL 1

3.2.1 ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

3.2.1.1 Διακεκομμένες Ίνες

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.1. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν παραλλήλω με τη στρώση της μήτρας **(2)** μήκους b . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει μήκος $s=c-a$ και βρίσκεται εν σειρά με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των τριών αυτών στρώσεων, παράλληλα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.1

Υπολογισμοί:

- ♦ Η στρώση (3) βρίσκεται εν σειρά με το σύνθετο των στρώσεων (1) και (2), οπότε για τις τάσεις μπορούμε να γράψουμε:

$$\sigma_c = \sigma_3 \quad (3.2.1.1)$$

- ♦ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_c δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_c \cdot c^2 = \sigma_3 \cdot c^2 = \sigma_1 \cdot a^2 + \sigma_2 \cdot (c^2 - a^2) \quad (3.2.1.2)$$

όπου οι δείκτες 1, 2, 3 αναφέρονται στις αντίστοιχες στρώσεις του μοντέλου και ο δείκτης c στο σύνθετο.

- ♦ Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει εγκάρσια σχετική μεταβολή της παραμόρφωσης ε μεταξύ των στρώσεων (δηλαδή τέλεια πρόσφυση μεταξύ της ίνας και της μήτρας) και επομένως μπορούμε να γράψουμε για τις παραμορφώσεις των στρώσεων (1) και (2), οι οποίες βρίσκονται εν παραλλήλω:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (3.2.1.3)$$

- ♦ Από τη γεωμετρία του μοντέλου μπορούμε να γράψουμε για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_c \cdot (b + s) = \varepsilon_1 \cdot b + \varepsilon_3 \cdot s \quad (3.2.1.4)$$

- ♦ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.2.1.5)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.2.1.6)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.2.1.7)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.2.1.8)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα) και ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix). Τα E_f , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου αντίστοιχα.

- ♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.2.1.1) έως (3.2.1.8) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = E_m \cdot \frac{E_f \cdot (a^2 b + a^2 s) + E_m \cdot (c^2 b - a^2 b + c^2 s - a^2 s)}{E_f \cdot a^2 s + E_m \cdot (c^2 b + c^2 s - a^2 s)} \quad (3.2.1.9)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.2.1.9) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με $u_f^{1/2}$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το

διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_L του model 1 για ινώδη σύνθετα υλικά,
η οποία είναι:

$$E_L = E_m \cdot \frac{E_f \cdot (\lambda u_f + u_f^{1/2} - u_f) + E_m \cdot (\lambda - \lambda u_f + u_f^{-1/2} - 1 - u_f^{1/2} + u_f)}{E_f \cdot (u_f^{1/2} - u_f) + E_m \cdot (\lambda + u_f^{-1/2} - 1 - u_f^{1/2} + u_f)} \quad (3.2.1.10)$$

και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

3.2.1.2 Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά

Από τη γεωμετρία του μοντέλου προκύπτει ότι για τα κοκκώδη, για τα οποία ισχύει $b=a$, το μοντέλο “πρίσμα σε πρίσμα” μεταπίπτει σε μοντέλο “κύβου σε κύβο”. Προφανώς και πάλι ισχύουν οι σχέσεις (3.2.1.1) έως (3.2.1.9).

Υπολογισμοί:

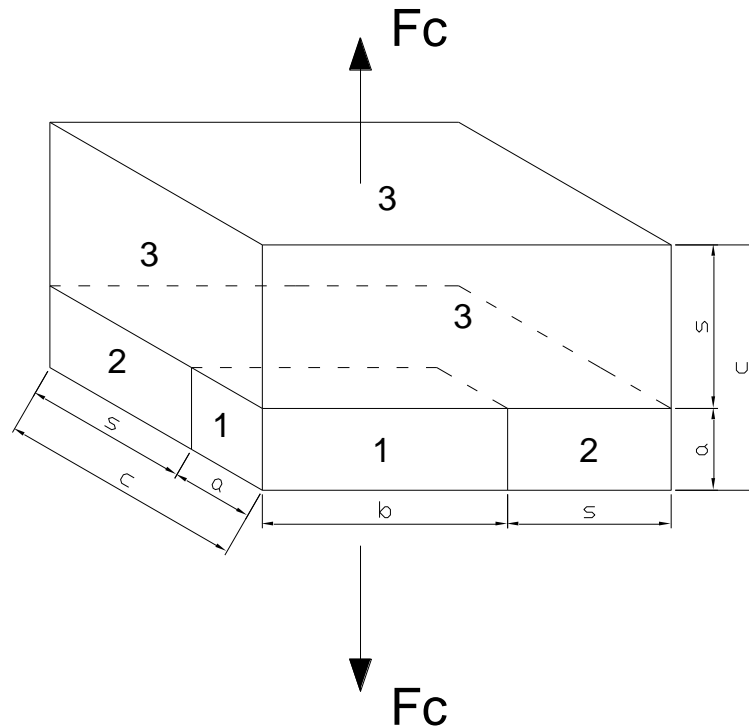
Από τη σχέση (3.2.1.9), λόγω της (3.1.5) για $b=a$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_P του model 1 για κοκκώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_P = E_m \cdot \frac{E_f \cdot u_f^{2/3} + E_m \cdot (1 - u_f^{2/3})}{E_f \cdot (u_f^{2/3} - u_f) + E_m \cdot (1 - u_f^{2/3} + u_f)} \quad (3.2.1.11)$$

και είναι συνάρτηση των u_f , E_m και E_f .

3.2.2 ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.2. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν παραλλήλω με τη στρώση της μήτρας **(2)** μήκους a . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει μήκος $s=c-a$ και βρίσκεται εν σειρά με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των τριών αυτών στρώσεων, κάθετα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.2

Υπολογισμοί:

- ◆ Η στρώση (3) βρίσκεται εν σειρά με το σύνθετο των στρώσεων (1) και (2), οπότε για τις τάσεις μπορούμε να γράψουμε:

$$\sigma_c = \sigma_3 \quad (3.2.2.1)$$

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_c δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_c \cdot (b + s) \cdot c = \sigma_1 \cdot a \cdot b + \sigma_2 \cdot [(b + s) \cdot s + a \cdot s] \quad (3.2.2.2)$$

- ◆ Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει εγκάρσια σχετική μεταβολή της παραμόρφωσης ε μεταξύ των στρώσεων (δηλαδή τέλεια πρόσφυση μεταξύ της ίνας και της μήτρας) και επομένως μπορούμε να γράψουμε για τις παραμορφώσεις των στρώσεων (1) και (2), οι οποίες βρίσκονται εν παραλλήλω:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (3.2.2.3)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου μπορούμε να γράψουμε για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_c \cdot c = \varepsilon_1 \cdot a + \varepsilon_3 \cdot s \quad (3.2.2.4)$$

- ◆ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.2.2.5)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.2.2.6)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.2.2.7)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.2.2.8)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα) και ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix). Τα E_f , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου αντίστοιχα.

- ◆ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.2.2.1) έως (3.2.2.8) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = E_m \cdot \frac{E_f \cdot abc + E_m (acs + bcs + cs^2)}{E_f \cdot abs + E_m \cdot (abc + acs + as^2 + bs^2 + s^3)} \quad (3.2.2.9)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.2.2.9) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με $u_f^{1/2}$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_T του model 1 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_T = E_m \cdot \frac{E_f \cdot \lambda u_f^{1/2} + E_m \cdot (-\lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} + \lambda - 1)}{E_f \cdot (\lambda u_f^{1/2} - \lambda u_f) + E_m \cdot (\lambda - \lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} - 1 + \lambda u_f)} \quad (3.2.2.10)$$

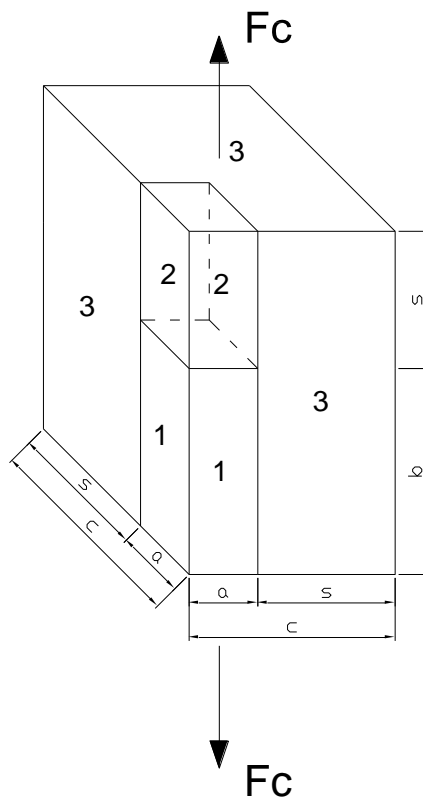
και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

3.3 MODEL 2

3.3.1 ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

3.3.1.1 Διακεκομμένες Ίνες

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.3. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν σειρά με τη στρώση της μήτρας **(2)** μήκους s . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει μήκος $b+s$ και βρίσκεται εν παραλλήλω με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των τριών αυτών στρώσεων, παράλληλα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.3

Υπολογισμοί:

- ◆ Θεωρώντας ότι οι τάσεις δεν μεταβάλλονται στη διεύθυνση της εφελκυστικής δύναμης και εφόσον οι στρώσεις (1) και (2) είναι σε σειρά, μπορούμε να γράψουμε για τις τάσεις:

$$\sigma_1 = \sigma_2 \quad (3.3.1.1)$$

- ♦ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_c δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_c \cdot c^2 = \sigma_1 \cdot a^2 + \sigma_3 \cdot (c^2 - a^2) \quad (3.3.1.2)$$

- ♦ Για τις ανηγμένες παραμορφώσεις μπορούμε να γράψουμε:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_3 \quad (3.3.1.3)$$

- ♦ Από τη γεωμετρία του μοντέλου προκύπτει για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_c \cdot (b + s) = \varepsilon_1 \cdot b + \varepsilon_2 \cdot s \quad (3.3.1.4)$$

- ♦ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.3.1.5)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.3.1.6)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.3.1.7)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.3.1.8)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα) και ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix). Τα E_f , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου αντίστοιχα.

- ♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.3.1.1) έως (3.3.1.8) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = E_m \cdot \frac{E_f \cdot (ba^2 + c^2s) + E_m \cdot (c^2b - a^2b)}{E_f \cdot c^2s + E_m \cdot c^2b} \quad (3.3.1.9)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.3.1.9) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με $u_f^{1/2}$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_L του model 2 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_L = E_m \cdot \frac{E_f \cdot (\lambda u_f + u_f^{-1/2} - 1) + E_m \cdot (\lambda - \lambda u_f)}{E_f \cdot (u_f^{-1/2} - 1) + E_m \cdot \lambda} \quad (3.3.1.10)$$

και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

3.3.1.2 Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά

Από τη γεωμετρία του μοντέλου προκύπτει ότι για τα κοκκώδη, για τα οποία ισχύει $b=a$, το μοντέλο “πρίσμα σε πρίσμα” μεταπίπτει σε μοντέλο “κύβου σε κύβο”. Προφανώς και πάλι ισχύουν οι σχέσεις (3.3.1.1) έως (3.3.1.9).

Υπολογισμοί:

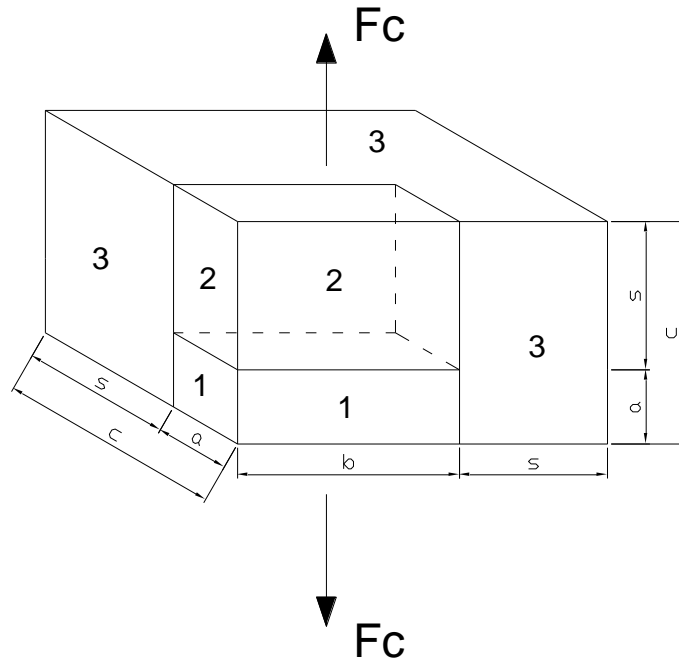
Από τη σχέση (3.3.1.9), λόγω της (3.1.5) για $b=a$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_p του model 2 για κοκκώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_p = E_m \cdot \frac{E_f \cdot (1 - u_f^{1/3} + u_f) + E_m \cdot (u_f^{1/3} - u_f)}{E_f \cdot (1 - u_f^{1/3}) + E_m \cdot u_f^{1/3}} \quad (3.3.1.11)$$

και είναι συνάρτηση των u_f , E_m και E_f .

3.3.2 ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.4. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν σειρά με τη στρώση της μήτρας **(2)** μήκους s . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει μήκος $a+s$ και βρίσκεται εν παραλλήλω με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των τριών αυτών στρώσεων, κάθετα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.4

Υπολογισμοί:

- ◆ Θεωρώντας ότι οι τάσεις είναι σταθερές στη διεύθυνση της εφαπτευτικής δύναμης και εφόσον οι στρώσεις (1) και (2) είναι σε σειρά, μπορούμε να γράψουμε για τις τάσεις:

$$\sigma_1 = \sigma_2 \quad (3.3.2.1)$$

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφαπτευτικής τάσης σ_c δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_c \cdot c \cdot (b + s) = \sigma_1 \cdot a \cdot b + \sigma_3 \cdot [s \cdot (b + s) + s \cdot a] \quad (3.3.2.2)$$

- ◆ Για τις ανηγμένες παραμορφώσεις μπορούμε να γράψουμε:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_3 \quad (3.3.2.3)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου προκύπτει για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_c \cdot c = \varepsilon_1 \cdot a + \varepsilon_2 \cdot s \quad (3.3.2.4)$$

- ◆ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.3.2.5)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.3.2.6)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.3.2.7)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.3.2.8)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα) και ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix). Τα E_f , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου αντίστοιχα.

- ♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.3.2.1) έως (3.3.2.8) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = E_m \cdot \frac{E_f \cdot (abc + bcs + cs^2 - abs) + E_m \cdot (abc + acs - a^2b)}{E_f \cdot (cbs + cs^2) + E_m \cdot (abc + acs)} \quad (3.3.2.9)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.3.2.9) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με $u_f^{1/2}$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_T του model 2 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_T = E_m \cdot \frac{E_f \cdot (\lambda - \lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} - 2 + u_f^{1/2} + \lambda u_f) + E_m \cdot (\lambda u_f^{1/2} + 1 - u_f^{1/2} - \lambda u_f)}{E_f \cdot (\lambda - \lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} - 2 + u_f^{1/2}) + E_m \cdot (\lambda u_f^{1/2} + 1 - u_f^{1/2})} \quad (3.3.2.10)$$

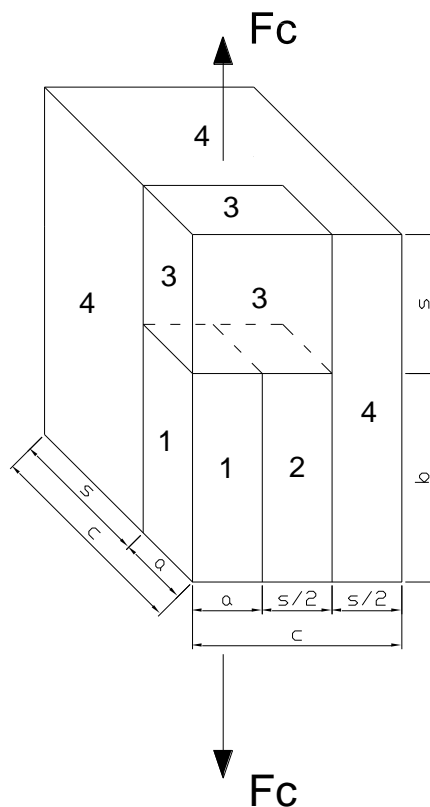
και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

3.4 MODEL 3

3.4.1 ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

3.4.1.1 Διακεκομμένες Ίνες

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.5. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν παραλλήλω με τη στρώση της μήτρας **(2)** μήκους b . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει μήκος s και βρίσκεται εν σειρά με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Η στρώση **(4)** έχει μήκος $(b+s)$ και βρίσκεται εν παραλλήλω με το σύνθετο των στρώσεων (1) - (2) - (3). Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των τεσσάρων αυτών στρώσεων, παράλληλα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.5

Υπολογισμοί:

Ορίζουμε τα εμβαδά (βλέπε σχήμα 3.5):

$$A_1 = a^2$$

$$A_2 = \frac{a \cdot s}{2}$$

$$A_3 = a^2 + \frac{a \cdot s}{2}$$

$$A_4 = c^2 - a^2 - \frac{a \cdot s}{2}$$

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_c δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_c \cdot c^2 = \sigma_3 \cdot \left(a^2 + \frac{a \cdot s}{2} \right) + \sigma_4 \cdot \left(c^2 - a^2 - \frac{a \cdot s}{2} \right) \quad (3.4.1.1)$$

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων για τις στρώσεις (1), (2) και (3) στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_3 \cdot \left(a^2 + \frac{a \cdot s}{2} \right) = \sigma_1 \cdot a^2 + \sigma_2 \cdot \frac{a \cdot s}{2} \quad (3.4.1.2)$$

- ◆ Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει εγκάρσια σχετική μεταβολή της παραμόρφωσης ε μεταξύ των στρώσεων (δηλαδή δεχόμαστε τέλεια πρόσφυση μεταξύ της ίνας και της μήτρας) και επομένως μπορούμε να γράψουμε για τις παραμορφώσεις των στρώσεων (1) και (2), οι οποίες βρίσκονται εν παραλλήλω:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (3.4.1.3)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου, μπορούμε να γράψουμε για τις ανηγμένες παραμορφώσεις:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_4 \quad (3.4.1.4)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου μπορούμε να γράψουμε, επίσης, για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_c \cdot (b + s) = \varepsilon_1 \cdot b + \varepsilon_3 \cdot s \quad (3.4.1.5)$$

- ◆ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.4.1.6)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.4.1.7)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.4.1.8)$$

$$\sigma_4 = \varepsilon_4 \cdot E_m \quad (3.4.1.9)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.4.1.10)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα) και ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix). Τα E_f , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου αντίστοιχα.

- ♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.4.1.1) έως (3.4.1.10) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = E_m \cdot \frac{E_f \cdot \left(a^4 b + \frac{a^3 b s}{2} + a^2 c^2 s \right) + E_m \cdot \left(a^2 c^2 b - a^4 b - \frac{a^3 b s}{2} + \frac{a b c^2 s}{2} + \frac{a c^2 s^2}{2} \right)}{E_f \cdot a^2 c^2 s + E_m \cdot \left(a^2 c^2 b + \frac{a b c^2 s}{2} + \frac{a c^2 s^2}{2} \right)} \quad (3.4.1.11)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.4.1.11) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με a^3 καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_L του model 3 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_L = E_m \cdot \frac{E_f \left(\lambda u_f^{1/2} + \lambda u_f + 2u_f^{-1/2} - 2 \right) + E_m \left(\lambda - \lambda u_f^{1/2} - \lambda u_f + \lambda u_f^{-1/2} + u_f^{-1} + 1 - 2u_f^{-1/2} \right)}{2E_f \left(u_f^{-1/2} - 1 \right) + E_m \left(\lambda + \lambda u_f^{-1/2} + u_f^{-1} + 1 - 2u_f^{-1/2} \right)} \quad (3.4.1.12)$$

και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

3.4.1.2 Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά

Από τη γεωμετρία του μοντέλου προκύπτει ότι για τα κοκκώδη, για τα οποία ισχύει $b=a$, το μοντέλο “πρίσμα σε πρίσμα” μεταπίπτει σε μοντέλο “κύβου σε κύβο”. Προφανώς και πάλι ισχύουν οι σχέσεις (3.4.1.1) έως (3.4.1.11).

Υπολογισμοί:

Από τη σχέση (3.2.1.11), λόγω της (3.1.5) για $b=a$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_P του model 3 για κοκκώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

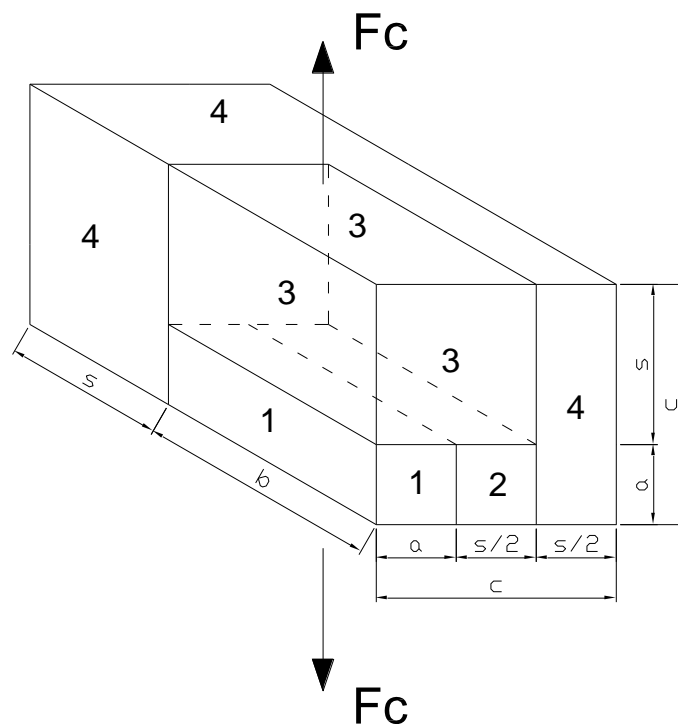
$$E_P = E_m \cdot \frac{E_f \cdot (u_f^{1/3} + u_f^{2/3} + 2u_f^{-1/3} - 2) + E_m \cdot (2 - u_f^{1/3} - u_f^{2/3} - u_f^{-1/3} + u_f^{-2/3})}{2E_f \cdot (u_f^{-1/3} - 1) + E_m \cdot (2 - u_f^{-1/3} + u_f^{-2/3})} \quad (3.4.1.13)$$

και είναι συνάρτηση των u_f , E_m και E_f .

3.4.2 ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

3.4.2.1 Α' Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.6. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν παραλλήλω με τη στρώση της μήτρας **(2)** ύψους a . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει μήκος b και βρίσκεται εν σειρά με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Η στρώση **(4)** έχει μήκος $(a+s)$ και βρίσκεται εν παραλλήλω με το σύνθετο των στρώσεων (1) - (2) - (3). Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των τεσσάρων αυτών στρώσεων, κάθετα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.6

Υπολογισμοί:

Ορίζουμε τα εμβαδά (βλέπε σχήμα 3.6):

$$A_1 = a \cdot b$$

$$A_2 = \frac{b \cdot s}{2}$$

$$A_3 = a \cdot b + \frac{b \cdot s}{2}$$

$$A_4 = c \cdot b + c \cdot s - a \cdot b - \frac{b \cdot s}{2} = \dots = \frac{b \cdot s}{2} + c \cdot s$$

- ♦ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_c δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_c \cdot (c \cdot b + c \cdot s) = \sigma_3 \cdot \left(a \cdot b + \frac{b \cdot s}{2} \right) + \sigma_4 \cdot \left(\frac{b \cdot s}{2} + c \cdot s \right) \quad (3.4.2.1)$$

- ♦ Η ισορροπία των δυνάμεων για τις στρώσεις (1), (2) και (3) στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_3 \cdot \left(a \cdot b + \frac{b \cdot s}{2} \right) = \sigma_1 \cdot a \cdot b + \sigma_2 \cdot \frac{b \cdot s}{2} \quad (3.4.2.2)$$

- ♦ Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει εγκάρσια σχετική μεταβολή της παραμόρφωσης ε μεταξύ των στρώσεων (δηλαδή δεχόμαστε τέλεια πρόσφυση μεταξύ της ίνας και της μήτρας) και επομένως μπορούμε να γράψουμε για τις παραμορφώσεις των στρώσεων (1) και (2), οι οποίες βρίσκονται εν παραλλήλω:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (3.4.2.3)$$

- ♦ Από τη γεωμετρία του μοντέλου, μπορούμε να γράψουμε για τις ανηγμένες παραμορφώσεις:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_4 \quad (3.4.2.4)$$

- ♦ Από τη γεωμετρία του μοντέλου μπορούμε να γράψουμε, επίσης, για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_c \cdot c = \varepsilon_1 \cdot a + \varepsilon_3 \cdot s \quad (3.4.2.5)$$

- ♦ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.4.2.6)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.4.2.7)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.4.2.8)$$

$$\sigma_4 = \varepsilon_4 \cdot E_m \quad (3.4.2.9)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.4.2.10)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα) και ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix). Τα E_f , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου αντίστοιχα.

- ♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.4.2.1) έως (3.4.2.10) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = E_m \cdot \left[\frac{E_f \left(a^2 b^2 c + \frac{ab^2 cs}{2} + \frac{ab^2 s^2}{2} + abcs^2 \right) + E_f (ab^2 cs + abcs^2) + E_m \left(a^2 cb^2 + \frac{acb^2 s}{2} + \frac{cb^2 s^2}{2} + a^2 bcs + \frac{abcs^2}{2} + \frac{bcs^3}{2} \right)}{E_m \left(\frac{ab^2 cs}{2} + \frac{b^2 cs^2}{4} + \frac{a^2 b^2 s}{2} + a^2 bcs + \frac{ab^2 s^2}{4} + \frac{abcs^2}{2} + \frac{b^2 s^3}{4} + \frac{bcs^3}{2} \right)} + \frac{E_m \left(\frac{ab^2 cs}{2} + \frac{b^2 cs^2}{4} + \frac{a^2 b^2 s}{2} + a^2 bcs + \frac{ab^2 s^2}{4} + \frac{abcs^2}{2} + \frac{b^2 s^3}{4} + \frac{bcs^3}{2} \right)}{E_f (ab^2 cs + abcs^2) + E_m \left(a^2 cb^2 + \frac{acb^2 s}{2} + \frac{cb^2 s^2}{2} + a^2 bcs + \frac{abcs^2}{2} + \frac{bcs^3}{2} \right)} \right] \quad (3.4.2.11)$$

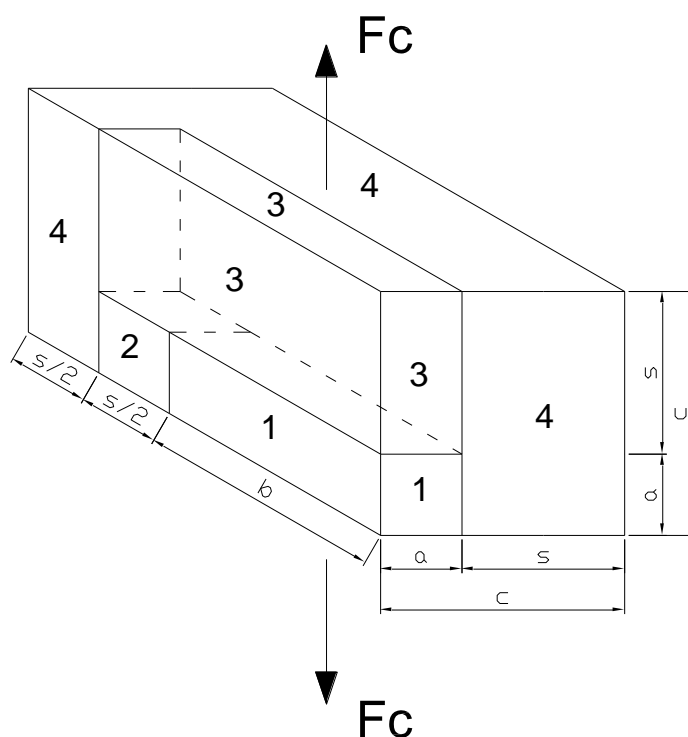
Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.4.2.11) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με a^3 καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **A' εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_T του model 3 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_T = E_m \cdot \left[\frac{E_f \left(2\lambda - \lambda u_f^{1/2} + \lambda u_f + 2u_f^{-1/2} + 2u_f^{1/2} - 4 \right)}{2E_f \left(\lambda - \lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} + u_f^{1/2} - 2 \right) + E_m \left(2\lambda u_f^{1/2} - \lambda + \lambda u_f^{-1/2} - 2u_f^{1/2} + u_f^{-1} + 3 - 2u_f^{-1/2} \right)} + \frac{E_m \left(\lambda u_f^{-1/2} - \lambda u_f + \lambda u_f^{1/2} - \lambda - 2u_f^{-1/2} \right)}{2E_f \left(\lambda - \lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} + u_f^{1/2} - 2 \right) + E_m \left(2\lambda u_f^{1/2} - \lambda + \lambda u_f^{-1/2} - 2u_f^{1/2} + u_f^{-1} + 3 - 2u_f^{-1/2} \right)} \right] \quad (3.4.2.12)$$

και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

3.4.2.2 Β' Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.7. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν παραλλήλω με τη στρώση της μήτρας **(2)** ύψους a . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει μήκος $\left(b + \frac{s}{2}\right)$ και βρίσκεται εν σειρά με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Η στρώση **(4)** έχει μήκος $(a+s)$ και βρίσκεται εν παραλλήλω με το σύνθετο των στρώσεων (1) - (2) - (3). Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των τεσσάρων αυτών στρώσεων, κάθετα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.7

Υπολογισμοί:

Ορίζουμε τα εμβαδά (βλέπε σχήμα 3.7):

$$A_1 = a \cdot b$$

$$A_2 = \frac{a \cdot s}{2}$$

$$A_3 = a \cdot b + \frac{a \cdot s}{2}$$

$$A_4 = b \cdot s + \frac{c \cdot s}{2} + \frac{s^2}{2} = \dots = b \cdot s + c \cdot s - \frac{a \cdot s}{2}$$

$$A_c = c \cdot b + c \cdot s$$

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_c δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_c \cdot (c \cdot b + c \cdot s) = \sigma_3 \cdot \left(a \cdot b + a \cdot \frac{s}{2} \right) + \sigma_4 \cdot \left(b \cdot s + c \cdot s - a \cdot \frac{s}{2} \right) \quad (3.4.2.13)$$

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων για τις στρώσεις (1), (2) και (3) στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_3 \cdot \left(a \cdot b + a \cdot \frac{s}{2} \right) = \sigma_1 \cdot a \cdot b + \sigma_2 \cdot a \cdot \frac{s}{2} \quad (3.4.2.14)$$

- ◆ Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει εγκάρσια σχετική μεταβολή της παραμόρφωσης ε μεταξύ των στρώσεων (δηλαδή δεχόμαστε τέλεια πρόσφυση μεταξύ της ίνας και της μήτρας) και επομένως μπορούμε να γράψουμε για τις παραμορφώσεις των στρώσεων (1) και (2), οι οποίες βρίσκονται εν παραλλήλω:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (3.4.2.15)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου, μπορούμε να γράψουμε για τις ανηγμένες παραμορφώσεις:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_4 \quad (3.4.2.16)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου μπορούμε να γράψουμε, επίσης, για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_c \cdot c = \varepsilon_1 \cdot a + \varepsilon_3 \cdot s \quad (3.4.2.17)$$

- ◆ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.4.2.18)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.4.2.19)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.4.2.20)$$

$$\sigma_4 = \varepsilon_4 \cdot E_m \quad (3.4.2.21)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.4.2.22)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα) και ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix). Τα E_f , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου αντίστοιχα.

- ♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.4.2.13) έως (3.4.2.22) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = E_m \cdot \left[\frac{E_f \left(-a^2 b^2 c + \frac{3}{2} a^3 b c + a b^2 c^2 + a^3 b^2 + a b c^3 - 2 a^2 b c^2 - \frac{a^4 b}{2} \right)}{E_f (a b^2 c^2 - a^2 b^2 c + a b c^3 + a^3 b c - 2 a^2 b c^2) + E_m \left(a^2 b^2 c + \frac{a^2 b c^2}{2} + \frac{a b c^3}{2} - a^3 b c - a^2 c^3 + \frac{a^3 c^2}{2} + \frac{a c^4}{2} \right)} + \frac{E_m \left(\frac{a^2 b c^2}{2} - 3 \frac{a^3 b c}{2} - a^2 c^3 + \frac{a^3 c^2}{2} + a^2 b^2 c - a^3 b^2 + \frac{a^4 b}{2} + \frac{a b c^3}{2} + \frac{a c^4}{2} \right)}{E_f (a b^2 c^2 - a^2 b^2 c + a b c^3 + a^3 b c - 2 a^2 b c^2) + E_m \left(a^2 b^2 c + \frac{a^2 b c^2}{2} + \frac{a b c^3}{2} - a^3 b c - a^2 c^3 + \frac{a^3 c^2}{2} + \frac{a c^4}{2} \right)} \right] \quad (3.4.2.23)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.4.2.23) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με $a \cdot b$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **B' εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_T του model 3 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_T = E_m \left[\frac{E_f \left(-2\lambda u_f^{1/2} + 3u_f^{1/2} + 2\lambda + 2\lambda u_f + 2u_f^{-1/2} - 4 - u_f \right)}{2E_f \left(\lambda - \lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} + u_f^{1/2} - 2 \right) + E_m \left(2\lambda u_f^{1/2} + 1 + u_f^{-1/2} - u_f^{1/2} - 2\lambda^{-1} u_f^{-1/2} + \lambda^{-1} + \lambda^{-1} u_f^{-1} \right)} + \frac{E_m \left(1 - 3u_f^{1/2} - 2\lambda^{-1} u_f^{-1/2} + \lambda^{-1} + 2\lambda u_f^{1/2} - 2\lambda u_f + u_f + u_f^{-1/2} + \lambda^{-1} u_f^{-1} \right)}{2E_f \left(\lambda - \lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} + u_f^{1/2} - 2 \right) + E_m \left(2\lambda u_f^{1/2} + 1 + u_f^{-1/2} - u_f^{1/2} - 2\lambda^{-1} u_f^{-1/2} + \lambda^{-1} + \lambda^{-1} u_f^{-1} \right)} \right] \quad (3.4.2.24)$$

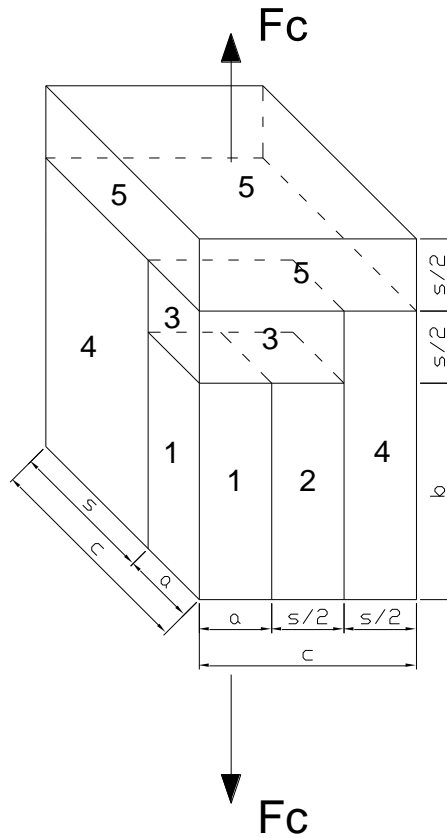
και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

3.5 MODEL 4

3.5.1 ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

3.5.1.1 Διακεκομμένες Ίνες

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.8. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν παραλλήλω με τη στρώση της μήτρας **(2)** μήκους b . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει μήκος $s/2$ και βρίσκεται εν σειρά με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Η στρώση **(4)** έχει μήκος $s/2$ και βρίσκεται εν παραλλήλω με το σύνθετο των στρώσεων (1) - (2) - (3). Η στρώση της μήτρας **(5)** έχει μήκος $s/2$ και βρίσκεται εν σειρά με το σύνθετο των στρώσεων (1) - (2) - (3) - (4). Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των πέντε αυτών στρώσεων, παράλληλα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.8

Υπολογισμοί:

Ορίζουμε τα εμβαδά (βλέπε σχήμα 3.8):

$$A_1 = a^2$$

$$A_2 = a \cdot \frac{s}{2}$$

$$A_3 = a^2 + a \cdot \frac{s}{2}$$

$$A_4 = c^2 - a^2 - a \cdot \frac{s}{2}$$

$$A_5 = A_c = c^2$$

α) Θεωρούμε αρχικά το σύνθετο (1), (2), (3) και (4), το οποίο συμβολίζουμε με το δείκτη “α”:

- ♦ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_a δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_a \cdot c^2 = \sigma_3 \cdot \left(a^2 + a \cdot \frac{s}{2} \right) + \sigma_4 \cdot \left(c^2 - a^2 - a \cdot \frac{s}{2} \right) \quad (3.5.1.1)$$

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων για τις στρώσεις (1), (2) και (3) στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_3 \cdot \left(a^2 + a \cdot \frac{s}{2} \right) = \sigma_1 \cdot a^2 + \sigma_2 \cdot a \cdot \frac{s}{2} \quad (3.5.1.2)$$

- ◆ Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει εγκάρσια σχετική μεταβολή της παραμόρφωσης ε μεταξύ των στρώσεων (δηλαδή δεχόμαστε τέλεια πρόσφυση μεταξύ της ίνας και της μήτρας) και επομένως μπορούμε να γράψουμε για τις παραμορφώσεις των στρώσεων (1) και (2), οι οποίες βρίσκονται εν παραλλήλω:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (3.5.1.3)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου, μπορούμε να γράψουμε για τις ανηγμένες παραμορφώσεις:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_4 \quad (3.5.1.4)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου μπορούμε να γράψουμε για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_a \cdot \left(b + \frac{s}{2} \right) = \varepsilon_1 \cdot b + \varepsilon_3 \cdot \frac{s}{2} \quad (3.5.1.5)$$

- ◆ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.5.1.6)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.5.1.7)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.5.1.8)$$

$$\sigma_4 = \varepsilon_4 \cdot E_m \quad (3.5.1.9)$$

$$\sigma_a = \varepsilon_a \cdot E_a \quad (3.5.1.10)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα), ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix) και ο δείκτης **a** δηλώνει το σύνθετο (1) – (2) – (3) – (4). Τα E_f , E_m και E_a είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου “α” αντίστοιχα.

- ◆ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.5.1.1) έως (3.5.1.10) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_a :

$$E_a = E_m \frac{E_f \left(a^4 b + \frac{a^3 b s}{2} + \frac{a^2 c^2 s}{2} \right) + E_m \left(a^2 b c^2 - a^4 b + \frac{a b c^2 s}{2} - \frac{a^3 b s}{2} + \frac{a c^2 s^2}{4} \right)}{E_f \frac{a^2 c^2 s}{2} + E_m \left(a^2 c^2 b + \frac{a b c^2 s}{2} + \frac{a c^2 s^2}{4} \right)}$$

(3.5.1.11)

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.5.1.11) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με a^3 καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_a του σύνθετου (1), (2), (3) και (4) του model 4 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_a = E_m \frac{2E_f \left(\lambda u_f + \lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} - 1 \right) + E_m \left(2\lambda + 2\lambda u_f^{-1/2} - 2\lambda u_f^{1/2} - 2\lambda u_f + u_f^{-1} + 1 - 2u_f^{-1/2} \right)}{2E_f \left(u_f^{-1/2} - 1 \right) + E_m \left(2\lambda + 2\lambda u_f^{-1/2} + u_f^{-1} + 1 - 2u_f^{-1/2} \right)}$$

(3.5.1.12)

και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

β) Θεωρούμε, τώρα, το τελικό σύνθετο του model 4, το οποίο αποτελείται από το σύνθετο “α” και τη στρώση (5) εν σειρά.

♦ Για τις τάσεις ισχύει:

$$\sigma_c = \sigma_a = \sigma_5 \quad (3.5.1.13)$$

♦ Για τις επιμηκύνσεις ισχύει:

$$\varepsilon_c \cdot (b + s) = \varepsilon_a \cdot \left(b + \frac{s}{2} \right) + \varepsilon_5 \cdot \frac{s}{2} \quad (3.5.1.14)$$

♦ Οι καταστατικές εξισώσεις είναι:

$$\sigma_a = \varepsilon_a \cdot E_a \quad (3.5.1.15)$$

$$\sigma_5 = \varepsilon_5 \cdot E_m \quad (3.5.1.16)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.5.1.17)$$

όπου ο δείκτης **a** δηλώνει το σύνθετο των στρώσεων (1) – (2) – (3) – (4), ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix) και ο δείκτης **c** δηλώνει το τελικό σύνθετο του **model 4**. Τα E_a , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας του σύνθετου “α”, της μήτρας και του τελικού σύνθετου “c” αντίστοιχα.

♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.5.1.13) έως (3.5.1.17) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = \frac{E_a \cdot E_m \cdot (2b + 2s)}{E_a \cdot s + E_m \cdot (2b + s)} \quad (3.5.1.18)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.5.1.18) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4) και θέτοντας όπου $s=c-a$, καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_L του model 4 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_L = \frac{E_a \cdot E_m \cdot (2\lambda u_f^{1/2} + 2 - 2u_f^{1/2})}{E_a \cdot (1 - u_f^{1/2}) + E_m \cdot (2\lambda u_f^{1/2} + 1 - u_f^{1/2})} \quad (3.5.1.19)$$

και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_a .

3.5.1.2 Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά

Από τη γεωμετρία του μοντέλου προκύπτει ότι για τα κοκκώδη, για τα οποία ισχύει $b=a$, το μοντέλο “πρίσμα σε πρίσμα” μεταπίπτει σε μοντέλο “κύβου σε κύβο”. Προφανώς και πάλι ισχύουν οι σχέσεις (3.5.1.1) έως (3.5.1.11).

Υπολογισμοί:

α) Θεωρούμε αρχικά το σύνθετο (1), (2), (3) και (4), το οποίο συμβολίζουμε με το δείκτη “α”:

Από τη σχέση (3.5.1.11), λόγω της (3.1.5) και για $b=a$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_{pa} του σύνθετου (1), (2), (3) και (4) του model 4 για κοκκώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_{pa} = E_m \frac{2E_f (u_f^{2/3} + u_f^{1/3} + u_f^{-1/3} - 1) + E_m (3 - 2u_f^{1/3} - 2u_f^{2/3} + u_f^{-2/3})}{2E_f (u_f^{-1/3} - 1) + E_m (3 + u_f^{-2/3})} \quad (3.5.1.20)$$

και είναι συνάρτηση των u_f , E_m και E_f .

β) Θεωρούμε, τώρα, το τελικό σύνθετο του model 4, το οποίο αποτελείται από το σύνθετο “α” και τη στρώση (5) εν σειρά.

Από τη σχέση (3.5.1.18), λόγω της (3.1.5), για $s=c-a$ και για $b=a$ καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_p του model 4 για κοκκώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

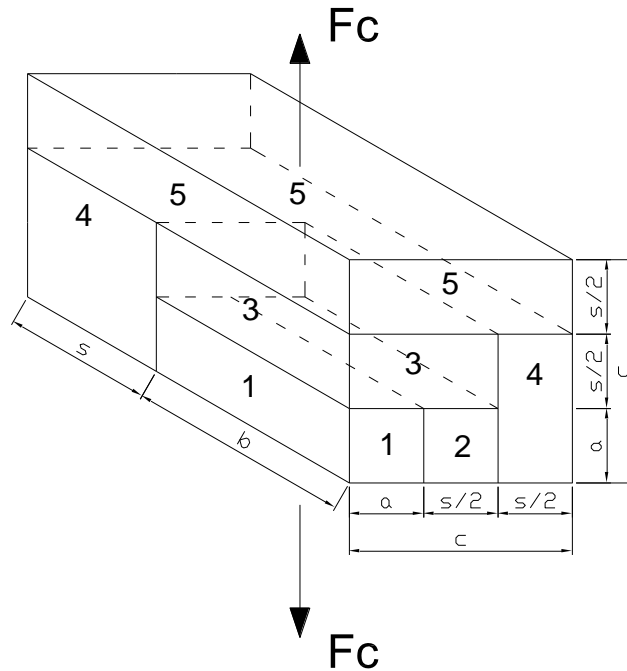
$$E_p = E_m \frac{2E_a}{E_a \left(1 - u_f^{1/3}\right) + E_m \left(1 + u_f^{1/3}\right)} \quad (3.5.1.21)$$

και είναι συνάρτηση των u_f , E_m και E_a .

3.5.2 ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

3.5.2.1 Α' Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.9. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν παραλλήλω με τη στρώση της μήτρας **(2)** ύψους a . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει ύψος $s/2$ και βρίσκεται εν σειρά με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Η στρώση **(4)** έχει ύψος $(a+s/2)$ και βρίσκεται εν παραλλήλω με το σύνθετο των στρώσεων (1) - (2) - (3). Η στρώση της μήτρας **(5)** έχει ύψος $s/2$ και βρίσκεται εν σειρά με το σύνθετο των στρώσεων (1) - (2) - (3) - (4). Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των πέντε αυτών στρώσεων, κάθετα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.9

Υπολογισμοί:

Ορίζουμε τα εμβαδά (βλέπε σχήμα 3.9):

$$A_1 = a \cdot b$$

$$A_2 = b \cdot \frac{s}{2}$$

$$A_3 = a \cdot b + b \cdot \frac{s}{2}$$

$$A_4 = b \cdot \frac{s}{2} + c \cdot s$$

$$A_5 = c \cdot b + c \cdot s = A_c$$

α) Θεωρούμε αρχικά το σύνθετο (1), (2), (3) και (4), το οποίο συμβολίζουμε με το δείκτη “α”:

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_a δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_a \cdot (cb + cs) = \sigma_3 \cdot \left(ab + b \frac{s}{2} \right) + \sigma_4 \cdot \left(b \frac{s}{2} + cs \right) \quad (3.5.2.1)$$

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων για τις στρώσεις (1), (2) και (3) στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_3 \cdot \left(ab + b \frac{s}{2} \right) = \sigma_1 \cdot ab + \sigma_2 \cdot b \frac{s}{2} \quad (3.5.2.2)$$

- ◆ Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει εγκάρσια σχετική μεταβολή της παραμόρφωσης ε μεταξύ των στρώσεων (δηλαδή δεχόμαστε τέλεια πρόσφυση μεταξύ της ίνας και της μήτρας) και επομένως μπορούμε να γράψουμε για τις παραμορφώσεις των στρώσεων (1) και (2), οι οποίες βρίσκονται εν παραλλήλω:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (3.5.2.3)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου, μπορούμε να γράψουμε για τις ανηγμένες παραμορφώσεις:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_4 \quad (3.5.2.4)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου μπορούμε να γράψουμε για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_a \cdot \left(a + \frac{s}{2} \right) = \varepsilon_1 \cdot a + \varepsilon_3 \cdot \frac{s}{2} \quad (3.5.2.5)$$

- ◆ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.5.2.6)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.5.2.7)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.5.2.8)$$

$$\sigma_4 = \varepsilon_4 \cdot E_m \quad (3.5.2.9)$$

$$\sigma_a = \varepsilon_a \cdot E_a \quad (3.5.2.10)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα), ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix) και ο δείκτης **a** δηλώνει το σύνθετο (1) – (2) – (3) – (4). Τα E_f , E_m και E_a είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου “α” αντίστοιχα.

- ◆ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.5.2.1) έως (3.5.2.10) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_a :

$$E_a = E_m \left[\frac{E_f \left(a^3 b^2 + a^2 b^2 s + \frac{ab^2 s^2}{2} + \frac{abcs^2}{2} \right)}{E_f \left(\frac{ab^2 cs}{2} + \frac{abcs^2}{2} \right) + E_m \left(a^2 b^2 c + \frac{ab^2 cs}{2} + \frac{b^2 s^2 c}{4} + a^2 bcs + \frac{abcs^2}{2} + \frac{bcs^3}{4} \right)} + \frac{E_m \left(a^2 b^2 s + \frac{3ab^2 s^2}{4} + \frac{b^2 s^3}{4} + a^2 bcs + \frac{abcs^2}{2} + \frac{bcs^3}{4} \right)}{E_f \left(\frac{ab^2 cs}{2} + \frac{abcs^2}{2} \right) + E_m \left(a^2 b^2 c + \frac{ab^2 cs}{2} + \frac{b^2 s^2 c}{4} + a^2 bcs + \frac{abcs^2}{2} + \frac{bcs^3}{4} \right)} \right] \quad (3.5.2.11)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.5.2.11) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με a^3 καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **A'** **εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_a του σύνθετου (1), (2), (3) και (4) του model 4 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_a = E_m \frac{2E_f \left(\lambda + \lambda u_f + u_f^{-1/2} + u_f^{1/2} - 2 \right) + E_m \left(\lambda u_f^{1/2} - 2\lambda u_f + \lambda u_f^{-1/2} - 3u_f^{1/2} - u_f^{-1/2} + u_f^{-1} + 3 \right)}{2E_f \left(\lambda - \lambda u_f^{1/2} + u_f^{-1/2} + u_f^{1/2} - 2 \right) + E_m \left(3\lambda u_f^{1/2} + \lambda u_f^{-1/2} - 3u_f^{1/2} - u_f^{-1/2} + u_f^{-1} + 3 \right)} \quad (3.5.2.12)$$

και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

β) Θεωρούμε, τώρα, το τελικό σύνθετο του model 4, το οποίο αποτελείται από το σύνθετο "α" και τη στρώση (5) εν σειρά.

♦ Για τις τάσεις ισχύει:

$$\sigma_c = \sigma_a = \sigma_5 \quad (3.5.2.13)$$

♦ Για τις επιμηκύνσεις ισχύει:

$$\varepsilon_c \cdot c = \varepsilon_a \cdot \left(a + \frac{s}{2} \right) + \varepsilon_5 \cdot \frac{s}{2} \quad (3.5.2.14)$$

♦ Υποθέτοντας αναλογία τάσης προς παραμόρφωση, ο νόμος του Hooke δίνει:

$$\sigma_a = \varepsilon_a \cdot E_a \quad (3.5.2.15)$$

$$\sigma_5 = \varepsilon_5 \cdot E_m \quad (3.5.2.16)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.5.2.17)$$

όπου ο δείκτης α δηλώνει το σύνθετο των στρώσεων (1) – (2) – (3) – (4), ο δείκτης m δηλώνει τη μήτρα (matrix) και ο δείκτης c δηλώνει το τελικό σύνθετο του **model 4**. Τα E_α , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας του σύνθετου “ α ”, της μήτρας και του τελικού σύνθετου “ c ” αντίστοιχα.

- ♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.5.2.13) έως (3.5.2.17) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = \frac{E_\alpha \cdot E_m \cdot c}{E_\alpha \cdot \frac{s}{2} + E_m \cdot \left(a + \frac{s}{2}\right)} \quad (3.5.2.18)$$

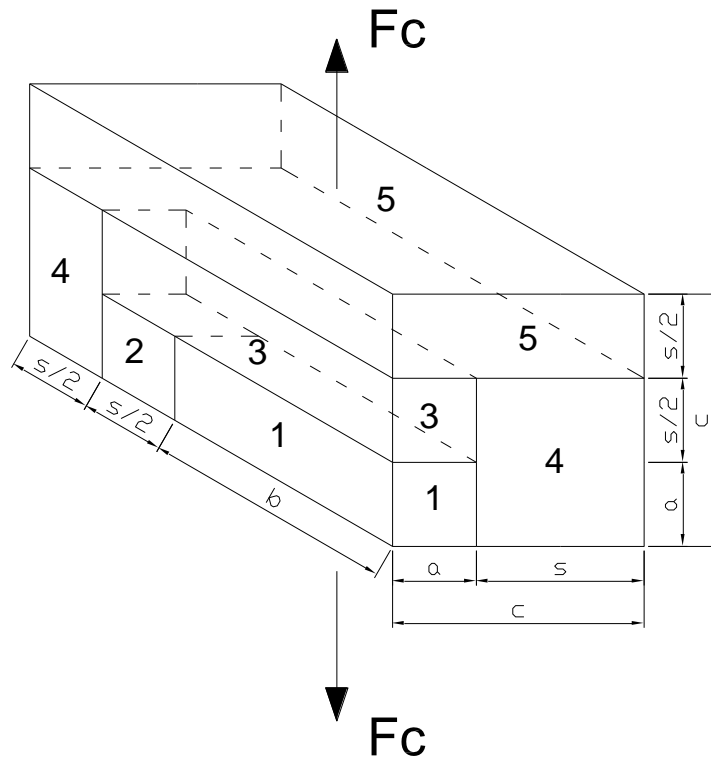
- ♦ Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.5.2.18) τη σχέση (3.1.3) και θέτοντας όπου $s=c-a$, καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **A’ εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_T του model 4 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_T^A = \frac{2E_\alpha E_m}{E_\alpha \left(1 - u_f^{1/2}\right) + E_m \left(1 + u_f^{1/2}\right)} \quad (3.5.2.19)$$

και είναι συνάρτηση των u_f , E_m και E_α .

3.5.2.2 Β’ Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.10. Το έγκλεισμα (η ίνα) θεωρείται ορθογωνικό πρίσμα **(1)** με πλευρά τετραγωνικής βάσης a και μήκος b και βρίσκεται εν παραλλήλω με τη στρώση της μήτρας **(2)** ύψους a . Η στρώση **(3)** της μήτρας έχει ύψος $s/2$ και βρίσκεται εν σειρά με τις στρώσεις **(1)** και **(2)**. Η στρώση **(4)** έχει ύψος $(a+s/2)$ και βρίσκεται εν παραλλήλω με το σύνθετο των στρώσεων (1) - (2) - (3). Η στρώση της μήτρας **(5)** έχει ύψος $s/2$ και βρίσκεται εν σειρά με το σύνθετο των στρώσεων (1) – (2) – (3) – (4). Εφελκυστική δύναμη F_c δρα στο σύνθετο των πέντε αυτών στρώσεων, κάθετα στη μεγάλη πλευρά της ίνας b .



Σχήμα 3.10

Υπολογισμοί:

Ορίζουμε τα εμβαδά (βλέπε σχήμα 3.10):

$$A_1 = a \cdot b$$

$$A_2 = a \cdot \frac{s}{2}$$

$$A_3 = a \cdot b + a \cdot \frac{s}{2}$$

$$A_4 = b \cdot s + c \cdot s - a \cdot \frac{s}{2}$$

$$A_5 = A_c = c \cdot b + c \cdot s$$

α) Θεωρούμε αρχικά το σύνθετο (1), (2), (3) και (4), το οποίο συμβολίζουμε με το δείκτη “α”:

♦ Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης μονοαξονικής εφελκυστικής τάσης σ_a δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_a \cdot (cb + cs) = \sigma_3 \cdot \left(ab + a \frac{s}{2} \right) + \sigma_4 \cdot \left(bs + cs - a \frac{s}{2} \right) \quad (3.5.2.20)$$

- ◆ Η ισορροπία των δυνάμεων για τις στρώσεις (1), (2) και (3) στη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_3 \left(ab + a \frac{s}{2} \right) = \sigma_1 \cdot ab + \sigma_2 \cdot a \frac{s}{2} \quad (3.5.2.21)$$

- ◆ Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει εγκάρσια σχετική μεταβολή της παραμόρφωσης ε μεταξύ των στρώσεων (δηλαδή δεχόμαστε τέλεια πρόσφυση μεταξύ της ίνας και της μήτρας) και επομένως μπορούμε να γράψουμε για τις παραμορφώσεις των στρώσεων (1) και (2), οι οποίες βρίσκονται εν παραλλήλω:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (3.5.2.22)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου, μπορούμε να γράψουμε για τις ανηγμένες παραμορφώσεις:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_4 \quad (3.5.2.23)$$

- ◆ Από τη γεωμετρία του μοντέλου μπορούμε να γράψουμε για τις επιμηκύνσεις:

$$\varepsilon_a \left(a + \frac{s}{2} \right) = \varepsilon_1 \cdot a + \varepsilon_3 \cdot \frac{s}{2} \quad (3.5.2.24)$$

- ◆ Υποθέτοντας αναλογία τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων, λαμβάνουμε τις καταστατικές εξισώσεις:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_f \quad (3.5.2.25)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_m \quad (3.5.2.26)$$

$$\sigma_3 = \varepsilon_3 \cdot E_m \quad (3.5.2.27)$$

$$\sigma_4 = \varepsilon_4 \cdot E_m \quad (3.5.2.28)$$

$$\sigma_a = \varepsilon_a \cdot E_a \quad (3.5.2.29)$$

όπου ο δείκτης **f** δηλώνει το έγκλεισμα (filler – η ίνα), ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix) και ο δείκτης **a** δηλώνει το σύνθετο (1) – (2) – (3) – (4). Τα E_f , E_m και E_a είναι τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας, της μήτρας και του σύνθετου “α” αντίστοιχα.

- ◆ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.5.2.20) έως (3.5.2.29) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_a :

$$E_a = E_m \left[\frac{E_f \left(a^3 b^2 + \frac{a^3 b s}{2} + \frac{a^2 b^2 s}{2} + \frac{a b^2 s^2}{2} + \frac{a b c s^2}{2} \right)}{E_f \left(\frac{a b^2 c s}{2} + \frac{a b c s^2}{2} \right) + E_m \left(a^2 b^2 c + \frac{3 a^2 b c s}{2} + \frac{a^2 c s^2}{2} + \frac{a b c s^2}{4} + \frac{a c s^3}{4} \right)} + \frac{E_m \left(a^2 b^2 s + \frac{3 a^2 b s^2}{4} + \frac{a b s^3}{4} + a^2 b c s + \frac{a^2 c s^2}{2} + \frac{a c s^3}{4} \right)}{E_f \left(\frac{a b^2 c s}{2} + \frac{a b c s^2}{2} \right) + E_m \left(a^2 b^2 c + \frac{3 a^2 b c s}{2} + \frac{a^2 c s^2}{2} + \frac{a b c s^2}{4} + \frac{a c s^3}{4} \right)} \right] \quad (3.5.2.30)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.5.2.30) τις σχέσεις (3.1.3) και (3.1.4), θέτοντας όπου $s=c-a$ και διαιρώντας με a^3 καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **B'** εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_a του σύνθετου (1), (2), (3) και (4) του model 4 για ινώδη σύνθετα υλικά, η οποία είναι:

$$E_a = E_m \left[\frac{2E_f \left(2\lambda^2 u_f - \lambda^2 u_f^{1/2} + \lambda^2 + 2\lambda u_f^{1/2} - \lambda u_f + \lambda u_f^{-1/2} - 2\lambda \right)}{2E_f \left(\lambda^2 - \lambda^2 u_f^{1/2} + \lambda u_f^{-1/2} + \lambda u_f^{1/2} - 2\lambda \right) + E_m \left(4\lambda^2 u_f^{1/2} - 5\lambda u_f^{1/2} + \lambda u_f^{-1/2} + 4\lambda - u_f^{-1/2} + u_f^{1/2} + u_f^{-1} - 1 \right)} + \frac{E_m \left(4\lambda + 2\lambda u_f - 7\lambda u_f^{1/2} + 4\lambda^2 u_f^{1/2} - 4\lambda^2 u_f + \lambda u_f^{-1/2} - u_f^{-1/2} + u_f^{1/2} + u_f^{-1} - 1 \right)}{2E_f \left(\lambda^2 - \lambda^2 u_f^{1/2} + \lambda u_f^{-1/2} + \lambda u_f^{1/2} - 2\lambda \right) + E_m \left(4\lambda^2 u_f^{1/2} - 5\lambda u_f^{1/2} + \lambda u_f^{-1/2} + 4\lambda - u_f^{-1/2} + u_f^{1/2} + u_f^{-1} - 1 \right)} \right] \quad (3.5.2.31)$$

και είναι συνάρτηση των λ , u_f , E_m και E_f .

β) Θεωρούμε, τώρα, το τελικό σύνθετο του model 4, το οποίο αποτελείται από το σύνθετο "α" και τη στρώση (5) εν σειρά.

♦ Για τις τάσεις ισχύει:

$$\sigma_c = \sigma_a = \sigma_5 \quad (3.5.2.32)$$

♦ Για τις επιμηκύνσεις ισχύει:

$$\varepsilon_c \cdot c = \varepsilon_a \cdot \left(a + \frac{s}{2} \right) + \varepsilon_s \cdot \frac{s}{2} \quad (3.5.2.33)$$

- ♦ Υποθέτοντας αναλογία τάσης προς παραμόρφωση, ο νόμος του Hooke δίνει:

$$\sigma_a = \varepsilon_a \cdot E_a \quad (3.5.2.34)$$

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_m \quad (3.5.2.35)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3.5.2.36)$$

όπου ο δείκτης **a** δηλώνει το σύνθετο των στρώσεων (1) – (2) – (3) – (4), ο δείκτης **m** δηλώνει τη μήτρα (matrix) και ο δείκτης **c** δηλώνει το τελικό σύνθετο του **model 4**. Τα E_a , E_m και E_c είναι τα μέτρα ελαστικότητας του σύνθετου “a”, της μήτρας και του τελικού σύνθετου “c” αντίστοιχα.

- ♦ Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.5.2.32) έως (3.5.2.36) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το E_c :

$$E_c = \frac{E_a \cdot E_m \cdot c}{E_a \cdot \frac{s}{2} + E_m \cdot \left(a + \frac{s}{2} \right)} \quad (3.5.2.37)$$

- ♦ Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.5.2.37) τη σχέση (3.1.3) και θέτοντας όπου $s=c-a$, καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το **B’ εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_T του model 4 για ινώδη σύνθετα υλικά**, η οποία είναι:

$$E_T^B = \frac{2E_a E_m}{E_a \left(1 - u_f^{1/2} \right) + E_m \left(1 + u_f^{1/2} \right)} \quad (3.5.2.38)$$

και είναι συνάρτηση των u_f , E_m και E_a .

3.6 ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

3.6.1 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Σε αυτήν την παράγραφο θα αναπτύξουμε τη μεθοδολογία υπολογισμού του μέτρου αποθήκευσης E_c' και του μέτρου απωλειών E_c'' για τον πλήρη προσδιορισμό του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας ενός σύνθετου υλικού, που δίνεται όπως έχουμε δει σε προηγούμενο κεφάλαιο από τη σχέση:

$$E_c^* = E_c' + i \cdot E_c'' \quad (3.6.1.1)$$

ο οποίος είναι ένας μιγαδικός αριθμός.

Για τον σκοπό αυτό, θα χρησιμοποιήσουμε την Αρχή της Αντιστοιχίας, την οποία θα εφαρμόσουμε ακολούθως για κάθε μοντέλο που αναπτύξαμε στις προηγούμενες παραγράφους. Κάτι τέτοιο είναι δυνατό, διότι όπως είδαμε και στο κεφάλαιο 2, οποιαδήποτε αλγεβρική έκφραση ισχύει μεταξύ των μέτρων ελαστικότητας ή διάτμησης για ένα σύνθετο υλικό, η οποία έχει προκύψει από την εφαρμογή των καταστατικών εξισώσεων ελαστικότητας (κάτι που ισχύει για τα μοντέλα 1, 2, 3 και 4 όπως αναπτύχθηκαν παραπάνω), θα ισχύει και για τα μιγαδικά μέτρα ελαστικότητας ενός βισκοελαστικού υλικού ή μοντέλου της ίδιας γεωμετρίας.

3.6.2 ΕΦΑΡΜΟΦΗ ΤΗΣ ΑΡΧΗΣ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑΣ

3.6.2.1 Μοντέλα 1, 2 και 3

Παρατηρώντας τις εξισώσεις που δίνουν το μέτρο ελαστικότητας ενός σύνθετου υλικού των μοντέλων 1, 2 και 3, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι μπορούμε να τις γράψουμε ως εξής:

$$E_c = E_m \cdot \frac{E_f \cdot R + E_m \cdot T}{E_f \cdot Q + E_m \cdot S} \quad (3.6.2.1)$$

όπου R, T, Q, S είναι εν γένει συναρτήσεις των λ , ν_f , E_f , E_m και διαφέρουν για κάθε μοντέλο.

Η εξίσωση (3.6.2.1) μπορεί να γραφτεί η ίδια και για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας αντίστοιχα, δηλαδή:

$$E_c^* = E_m^* \cdot \frac{E_f^* \cdot R + E_m^* \cdot T}{E_f^* \cdot Q + E_m^* \cdot S} \quad (3.6.2.2)$$

όπου:

♦ E_c^* είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού το οποίο δίνεται από τη σχέση (3.6.1.1)

♦ E_m^* είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας της μήτρας, το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$E_m^* = E_m' + i \cdot E_m'' \quad (3.6.2.3)$$

♦ E_f^* είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας του εγκλείσματος, το οποίο θεωρείται ελαστικό και είναι επομένως:

$$E_f^* = E_f' = E_f \quad (3.6.2.4)$$

Με συνδυασμό των σχέσεων (3.6.1.1), (3.6.2.2) έως (3.6.2.4) μπορούμε να γράψουμε:

$$\left(E_c' + i \cdot E_c'' \right) = \left(E_m' + i \cdot E_m'' \right) \cdot \frac{E_f' \cdot R + \left(E_m' + i \cdot E_m'' \right) \cdot T}{E_f' \cdot Q + \left(E_m' + i \cdot E_m'' \right) \cdot S} \quad (3.6.2.5)$$

Κάνοντας πράξεις, πολλαπλασιάζοντας αριθμητή και παρονομαστή με το συζυγή του παρονομαστή $\left[\left(E_f \cdot Q + E_m' \cdot S \right) - i \cdot E_m'' \cdot S \right]$ και χωρίζοντας το πραγματικό από το φανταστικό μέρος, έχουμε τις εξής εκφράσεις για τα E_c' και E_c'' :

$$E_c' = \frac{E_m' E_f^2 QR + E_f \left(E_m' \right)^2 QT - E_f \left(E_m'' \right)^2 QT + \left(E_m' \right)^2 E_f RS + \left(E_m' \right)^3 TS + E_m' \left(E_m'' \right)^2 TS + \left(E_m'' \right)^2 E_f RS}{\left(E_f Q + E_m' S \right)^2 + \left(E_m'' \right)^2 S^2} \quad (3.6.2.6)$$

$$E_c'' = \frac{2E_m' E_m'' E_f QT + E_m'' E_f^2 QR + \left(E_m' \right)^2 E_m'' TS + \left(E_m'' \right)^3 TS}{\left(E_f Q + E_m' S \right)^2 + \left(E_m'' \right)^2 S^2} \quad (3.6.2.7)$$

Οπότε, ορίζεται πλήρως ο μιγαδικός αριθμός που δίνει το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας ενός σύνθετου υλικού, που εκφράζεται από τη σχέση (3.6.1.1):

$$E_c^* = E_c' + i \cdot E_c''$$

3.6.2.2 Μοντέλο 4

Ειδικά για το μοντέλο 4, παρατηρούμε ότι οι εξισώσεις που δίνουν το μέτρο ελαστικότητας ενός σύνθετου υλικού είναι δύο και μπορούν να γραφτούν ως εξής:

$$E_c = E_m \cdot \frac{E_\alpha \cdot L}{E_\alpha \cdot M + E_m \cdot N} \quad (3.6.2.8)$$

όπου:

$$E_\alpha = E_m \cdot \frac{E_f \cdot R + E_m \cdot T}{E_f \cdot Q + E_m \cdot S} \quad (3.6.2.9)$$

Σε αυτήν την περίπτωση, λοιπόν και εφαρμόζοντας πάλι την Αρχή της Αντιστοιχίας, μπορούμε να γράψουμε τις ίδιες σχέσεις για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας:

$$E_c^* = E_m^* \cdot \frac{E_\alpha^* \cdot L}{E_\alpha^* \cdot M + E_m^* \cdot N} \quad (3.6.2.10)$$

και

$$E_\alpha^* = E_m^* \cdot \frac{E_f^* \cdot R + E_m^* \cdot T}{E_f^* \cdot Q + E_m^* \cdot S} \quad (3.6.2.11)$$

όπου:

- ♦ E_c^* είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού το οποίο δίνεται από τη σχέση (3.6.1.1)
- ♦ E_m^* είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας της μήτρας, το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$E_m^* = E_m' + i \cdot E_m'' \quad (3.6.2.12)$$

- ♦ E_f^* είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας του εγκλείσματος, το οποίο θεωρείται ελαστικό και είναι επομένως:

$$E_f^* = E_f' = E_f \quad (3.6.2.13)$$

- ♦ E_α^* είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου των στρώσεων 1, 2, 3 και 4 (βλέπε model 4):

$$E_\alpha^* = E_\alpha' + i \cdot E_\alpha'' \quad (3.6.2.14)$$

Με συνδυασμό των σχέσεων (3.6.1.1), (3.6.2.10) έως (3.6.2.14) μπορούμε να γράψουμε:

$$\left(E_c' + i \cdot E_c''\right) = \left(E_m' + i \cdot E_m''\right) \cdot \frac{\left(E_\alpha' + i \cdot E_\alpha''\right) \cdot L}{\left(E_\alpha' + i \cdot E_\alpha''\right) \cdot M + \left(E_m' + i \cdot E_m''\right) \cdot N} \quad (3.6.2.15)$$

Κάνοντας πράξεις, πολλαπλασιάζοντας αριθμητή και παρονομαστή με το συζυγή του παρονομαστή $\left[\left(E_\alpha' \cdot M + E_m' \cdot N\right) - i \cdot \left(E_\alpha'' \cdot M + E_m'' \cdot N\right)\right]$ και χωρίζοντας το πραγματικό από το φανταστικό μέρος, έχουμε τις εξής εκφράσεις για τα E_c' και E_c'' :

$$E_c' = \frac{\left(E_\alpha'\right)^2 E_m' LM + E_\alpha' \left(E_m'\right)^2 LN + \left(E_\alpha''\right)^2 E_m' LM + E_\alpha' \left(E_m''\right)^2 LN}{\left(E_\alpha' M + E_m' N\right)^2 + \left(E_\alpha'' M + E_m'' N\right)^2} \quad (3.6.2.16)$$

$$E_c'' = \frac{E_\alpha'' \left(E_m'\right)^2 LN + \left(E_\alpha'\right)^2 E_m'' LM + \left(E_\alpha''\right)^2 E_m'' LM + E_\alpha'' \left(E_m''\right)^2 LN}{\left(E_\alpha' M + E_m' N\right)^2 + \left(E_\alpha'' M + E_m'' N\right)^2} \quad (3.6.2.17)$$

Τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας E_α' και E_α'' προκύπτουν από τις σχέσεις (3.6.2.6) και (3.6.2.7) για $E_\alpha' = E_c'$ και $E_\alpha'' = E_c''$. Οπότε, ορίζεται πλήρως ο μιγαδικός αριθμός που δίνει το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας ενός σύνθετου υλικού, που εκφράζεται από τη σχέση (3.6.1.1):

$$E_c^* = E_c' + i \cdot E_c''$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΥΛΙΚΑ – ΠΙΝΑΚΕΣ – ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

4.1 ΥΛΙΚΑ

Στο παρόν κεφάλαιο υπολογίζονται αριθμητικές τιμές για τις ελαστικές σταθερές με τη χρήση των τύπων που αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο 3. Παρατίθενται, επίσης, προς σύγκριση αριθμητικές τιμές όπως προκύπτουν από διάφορες θεωρητικές σχέσεις της βιβλιογραφίας, καθώς και πειραματικές τιμές όπου υπάρχουν. Αρχικά παρατίθενται οι πίνακες με τα αριθμητικά δεδομένα και ακολουθούν τα αντίστοιχα διαγράμματα.

4.1.1 ΜΗΤΡΑ

Για όλες τις περιπτώσεις η μήτρα είναι **εποξειδική ρητίνη** με διαφορετικές τιμές του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου Poisson, όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα [βιβλ. 61]:

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

E_m ($\times 10^4 \text{atm}$)	ν_m
0,753	0,42
0,889	0,406
2,5	0,35
2,7220	0,35
3,2232	0,36
3,236	0,385
3,5	0,36

4.1.2 ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ

Ως εγκλείσματα χρησιμοποιούνται υλικά με μέτρα ελαστικότητας και λόγους Poisson που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα [βιβλ. 61]:

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2

ΥΛΙΚΟ	E_f ($\times 10^4 \text{atm}$)	ν_f
ΣΙΔΗΡΟΣ	210	0,29
ΣΙΔΗΡΟΣ	190	0,30
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ	64	0,33
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ	70	0,32
SiC (Καρβίδιο του Πυριτίου)	400	0,20
ΧΑΛΚΟΣ	105	0,20
ΓΥΑΛΙ	71,4525	0,20
ΓΥΑΛΙ	75,506	0,20
ΓΥΑΛΙ	70	0,20

4.2 ΠΙΝΑΚΕΣ – ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

4.2.1 ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

4.2.1.1 Μέτρο Ελαστικότητας Κοκκωδών E_P

- ♦ E_P - ν_f : Πίνακες Π1 έως Π5 και αντίστοιχα διαγράμματα Δ1 έως Δ5, όπου εξετάζεται το μέτρο ελαστικότητας κοκκωδών σύνθετων υλικών E_P , όπως προκύπτει από τα μοντέλα 1 έως 4, συναρτήσει της περιεκτικότητας του εγκλείσματος ν_f . Επίσης, γίνεται σύγκριση των τιμών των μοντέλων με άλλες θεωρητικές σχέσεις, καθώς και με πειραματικές τιμές από την αναφορά [Βρούβας, βιβλ.55].

4.2.1.2 Διάμηκες Μέτρο Ελαστικότητας Ινωδών E_L

- ♦ E_L - λ : Πίνακας Π13 και διάγραμμα Δ13, όπου εξετάζεται το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_L ινωδών σύνθετων υλικών συναρτήσει του λόγου

σχήματος λ και για μία ενδεικτική τιμή της περιεκτικότητας $u_f=0,3$, για όλα τα μοντέλα.

- ◆ Ε_L- u_f : Πίνακες Π14 έως Π19 και αντίστοιχα διαγράμματα Δ14 έως Δ19, όπου εξετάζεται το Ε_L συναρτήσει του u_f , για διάφορα υλικά και διάφορες τιμές του λ , για όλα τα μοντέλα. Στα διαγράμματα Δ14 ~ Δ17 παρατίθενται και πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [J. M. BERTHELOT, βιβλ. 45] για σύγκριση.

4.2.1.3 Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας Ινωδών Ε_T

- ◆ Ε_T- λ : Πίνακας Π20 και διάγραμμα Δ20, όπου εξετάζεται το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας Ε_T συναρτήσει του λόγου σχήματος λ και για μία ενδεικτική τιμή της περιεκτικότητας $u_f=0,3$, για όλα τα μοντέλα.
- ◆ Ε_T- u_f : Πίνακες Π21 έως Π22 και αντίστοιχα διαγράμματα Δ21 έως Δ22, όπου εξετάζεται το Ε_T συναρτήσει του u_f , για $\lambda=2000$, για διάφορα υλικά και για όλα τα μοντέλα. Στο διάγραμμα Δ21 παρατίθενται και πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [E. SIDERIDIS, βιβλ. 47] για σύγκριση.

4.2.2 ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ

4.2.2.1 Μέτρο Διάτμησης Κοκκωδών G_P

- ◆ G_P- u_f : Πίνακες Π6 έως Π10 και διαγράμματα Δ6 έως Δ10 αντίστοιχα, όπου εξετάζεται το G_P συναρτήσει του u_f για διάφορα υλικά. Για τον υπολογισμό του μέτρου διάτμησης G_P ισχύουν οι ίδιοι τύποι που ισχύουν για τα μέτρα ελαστικότητας (για όλα τα μοντέλα), με τις παρακάτω αντιστοιχίες:

$$E_p \rightarrow G_p$$

$$E_f \rightarrow G_f$$

$$E_m \rightarrow G_m$$

με: $G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu_f)}$, $G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)}$, ενώ όπου E_f , E_m είναι τα μέτρα

ελαστικότητας του εγκλείσματος και της μήτρας αντίστοιχα και ν_f , ν_m είναι οι λόγοι Poisson του εγκλείσματος και της μήτρας αντίστοιχα.

Παρατίθενται για σύγκριση αντίστοιχες πειραματικές τιμές. Οι πειραματικές αυτές τιμές προκύπτουν από τη σχέση:

$$G^P = \frac{E^P}{2(1+\nu^P)}$$

θέτοντας όπου E^P τις πειραματικές τιμές που έχουμε και οι οποίες φαίνονται στους πίνακες των μέτρων ελασικότητας, ενώ το ν^P προκύπτει από τον Αντίστροφο Νόμο των Φάσεων:

$$\frac{1}{\nu^P} = \frac{u_f}{\nu_f} + \frac{u_m}{\nu_m}, \quad (u_m = 1 - u_f)$$

4.2.2.2 Επίπεδο Μέτρο Διάτμησης Ινωδών G_{LT}

- ♦ G_{LT} - u_f : Πίνακας Π23 και αντίστοιχο διάγραμμα Δ23, όπου εξετάζεται το G_{LT} συναρτήσεως του u_f για μία ενδεικτική τιμή του λόγου σχήματος των ινών $\lambda=2000$. Για τον υπολογισμό του επιπέδου μέτρου διάτμησης G_{LT} ισχύουν οι ίδιοι τύποι που ισχύουν για το εγκάρσιο μέτρο ελασικότητας (για όλα τα μοντέλα), με τις παρακάτω αντιστοιχίες:

$$E_T \rightarrow G_{LT}$$

$$E_f \rightarrow G_f$$

$$E_m \rightarrow G_m$$

με $G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu_f)}$, $G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)}$, ενώ όπου E_f , E_m είναι τα μέτρα

ελασικότητας του εγκλείσματος και της μήτρας αντίστοιχα και ν_f , ν_m είναι οι λόγοι Poisson του εγκλείσματος και της μήτρας αντίστοιχα.

4.2.3 ΛΟΓΟΙ POISSON

4.2.3.1 Λόγος Poisson Κοκκωδών ν_P

- ♦ ν_P - u_f : Πίνακες Π11 έως Π12 και αντίστοιχα διαγράμματα Δ11 έως Δ12, όπου εξετάζεται το ν_P συναρτήσεως του u_f , για όλα τα μοντέλα. Ο λόγος Poisson ν_P προκύπτει από τις τιμές των E_P και G_P μέσω της σχέσης:

$$G_P = \frac{E_P}{2(1+\nu_P)} \Rightarrow \nu_P = \frac{E_P}{2G_P} - 1$$

Γίνεται, επίσης, σύγκριση με τις τιμές του ν_P που προκύπτουν από τον Αντίστροφο Νόμο των Φάσεων:

$$\frac{1}{\nu_p} = \frac{u_f}{\nu_f} + \frac{u_m}{\nu_m} \Rightarrow \nu_p = \left(\frac{u_f}{\nu_f} + \frac{u_m}{\nu_m} \right)^{-1} \quad (\text{A.N.}\Phi)$$

με $u_m = 1 - u_f$.

4.2.3.2 Διαμήκης Λόγος Poisson Ινωδών ν_{LT}

- ♦ ν_{LT} - u_f : Πίνακας Π24 και αντίστοιχο διάγραμμα Δ24, όπου εξετάζεται το ν_{LT} συναρτήσει του u_f με μήτρα ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4$ atm, $\nu_m=0,35$) και έγκλεισμα γυαλιού ($E_f=70 \cdot 10^4$ atm, $\nu_f=0,20$). Το ν_{LT} υπολογίζεται από το Νόμο των Φάσεων ως εξής:

$$\nu_{LT} = u_f \cdot \nu_f + u_m \cdot \nu_m, \quad (u_m = 1 - u_f)$$

όπου ν_f , ν_m οι λόγοι Poisson του εγκλείσματος και της μήτρας αντίστοιχα.

Παρατίθενται, επίσης, πειραματικές τιμές για σύγκριση.

4.2.4 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ

4.2.4.1 Συντελεστές Ενίσχυσης Κοκκωδών

Υπολογίζεται από το λόγο του μέτρου ελαστικότητας για κοκκώδη σύνθετα E_p προς το μέτρο ελαστικότητας της μήτρας E_m : $\Sigma.E.p = \frac{E_p}{E_m}$

- ♦ E_p/E_m – u_f : Πίνακας Π24α και διάγραμμα Δ25α, όπου εξετάζεται η μεταβολή του συντελεστή ενίσχυσης E_p/E_m συναρτήσει της περιεκτικότητας του εγκλείσματος u_f , για Fe, SiC και Al, ενδεικτικά για το μοντέλο 4.

4.2.4.2 Διαμήκης Συντελεστής Ενίσχυσης

Υπολογίζεται από το λόγο του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας για ινώδη σύνθετα E_L προς το μέτρο ελαστικότητας της μήτρας E_m : $\Sigma.E.L = \frac{E_L}{E_m}$

- ♦ E_L/E_m – u_f : Πίνακας Π24β και διάγραμμα Δ25β, όπου εξετάζεται η μεταβολή του διαμήκους συντελεστή ενίσχυσης E_L/E_m συναρτήσει της περιεκτικότητας του εγκλείσματος u_f , για Fe και Χαλκό, ενδεικτικά για το μοντέλο 4 και για $\lambda=100$.

4.2.4.3 Εγκάρσιος Συντελεστής Ενίσχυσης

Υπολογίζεται από το λόγο του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας για ινώδη σύνθετα E_T προς το μέτρο ελαστικότητας της μήτρας E_m : $\Sigma.E.T = \frac{E_T}{E_m}$

- ♦ $E_T/E_m - u_f$: Πίνακας Π24γ και διάγραμμα Δ25γ, όπου εξετάζεται η μεταβολή του εγκάρσιου συντελεστή ενίσχυσης E_T/E_m συναρτήσει της περιεκτικότητας του εγκλείσματος u_f , για Fe και Χαλκό, ενδεικτικά για το μοντέλο 4 και για $\lambda=100$.

4.2.5 ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Για την εκτίμηση της εγκυρότητας της θεωρίας που αναπτύξαμε για τον υπολογισμό του μέτρου αποθήκευσης E_c' και του μέτρου απωλειών E_c'' , προκειμένου να οριστεί πλήρως ο μιγαδικός αριθμός που δίνει το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας $E_c^* = E_c' + i \cdot E_c''$, συγκρίναμε τις τιμές που προέκυψαν από τα μοντέλα μας με τιμές άλλων θεωριών, καθώς και με πειραματικές τιμές.

4.2.5.1 Μέτρο Αποθήκευσης E_p' & Μέτρο Απωλειών E_p'' Κοκκωδών

- ♦ $E_p'-u_f$: Πίνακες Π25 έως Π26 και αντίστοιχα διαγράμματα Δ26 έως Δ27, όπου εξετάζεται η μεταβολή του μέτρου αποθήκευσης E_p' συναρτήσει της περιεκτικότητας u_f του εγκλείσματος, για τις συχνότητες $f=0,1\text{Hz}$ και $f=50\text{Hz}$, για σταθερή θερμοκρασία ($20-22^\circ\text{C}$), με έγκλεισμα σιδήρου ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,29$) και μήτρα ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$). Επίσης, γίνεται σύγκριση των τιμών των μοντέλων με άλλες θεωρητικές σχέσεις, καθώς και με πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [βιβλ. 64].
- ♦ $E_p''-u_f$: Πίνακες Π25 έως Π26 και αντίστοιχα διαγράμματα Δ28 έως Δ29, όπου εξετάζεται η μεταβολή του μέτρου απωλειών E_p'' συναρτήσει της περιεκτικότητας u_f του εγκλείσματος, για τις συχνότητες $f=0,1\text{Hz}$ και $f=50\text{Hz}$, για σταθερή θερμοκρασία ($20-22^\circ\text{C}$), με έγκλεισμα σιδήρου ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,29$) και μήτρα ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$). Επίσης, γίνεται σύγκριση των τιμών των μοντέλων με άλλες θεωρητικές σχέσεις, καθώς και με πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [βιβλ. 64].

- ◆ E_p' -logf: Πίνακας Π27 και αντίστοιχο διάγραμμα Δ29, όπου εξετάζεται η μεταβολή του μέτρου αποθήκευσης E_p' συναρτήσει του δεκαδικού λογάριθμου της συχνότητας f , για μία ενδεικτική τιμή της περιεκτικότητας του εγκλείσματος $u_f=0,20$, για σταθερή θερμοκρασία (20-22°C), με έγκλεισμα σιδήρου ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{ atm}$, $v_f=0,29$) και μήτρα ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$, $v_m=0,36$). Επίσης, γίνεται σύγκριση των τιμών των μοντέλων με άλλες θεωρητικές σχέσεις, καθώς και με πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [βιβλ. 64].
- ◆ E_p'' -logf: Πίνακας Π27 και αντίστοιχο διάγραμμα Δ30, όπου εξετάζεται η μεταβολή του μέτρου απωλειών E_p'' συναρτήσει του δεκαδικού λογάριθμου της συχνότητας f , για μία ενδεικτική τιμή της περιεκτικότητας του εγκλείσματος $u_f=0,20$, για σταθερή θερμοκρασία (20-22°C), με έγκλεισμα σιδήρου ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{ atm}$, $v_f=0,29$) και μήτρα ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$, $v_m=0,36$). Επίσης, γίνεται σύγκριση των τιμών των μοντέλων με άλλες θεωρητικές σχέσεις, καθώς και με πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [βιβλ. 64].

Τις τιμές των E_m' , E_m'' (μέτρο αποθήκευσης και μέτρο απωλειών της μήτρας αντίστοιχα) για την κάθε συχνότητα, τις λαμβάνουμε από τον Πίνακα 4.3 που ακολουθεί [βιβλ. 64]:

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3

	f(Hz)						
	0.1	1	5	10	20	50	100
$E_m' \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$	2.92	2.99	3.05	3.09	3.12	3.22	3.34
$E_m'' \cdot 10^7 \text{ Nm}^{-2}$	2.04	2.80	3.41	3.80	4.32	5.20	6.04

4.2.5.2 Διάμηκες Μέτρο Αποθήκευσης E_L' & Διάμηκες Μέτρο Απωλειών E_L'' Ινωδών

- ◆ E_L' -T: Πίνακες Π28 έως Π31 και διαγράμματα Δ32 έως Δ35, όπου εξετάζεται η μεταβολή του E_L' συναρτήσει της θερμοκρασίας T , για κάθε μοντέλο, για τις τιμές του λόγου σχήματος $\lambda=50, 100, 500, 2000$. Χρησιμοποιείται ως μήτρα ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$, $v_m=0,36$) με έγκλεισμα γυαλιού ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{ atm}$, $v_f=0,20$) με περιεκτικότητα $u_f=0,65$, ενώ η

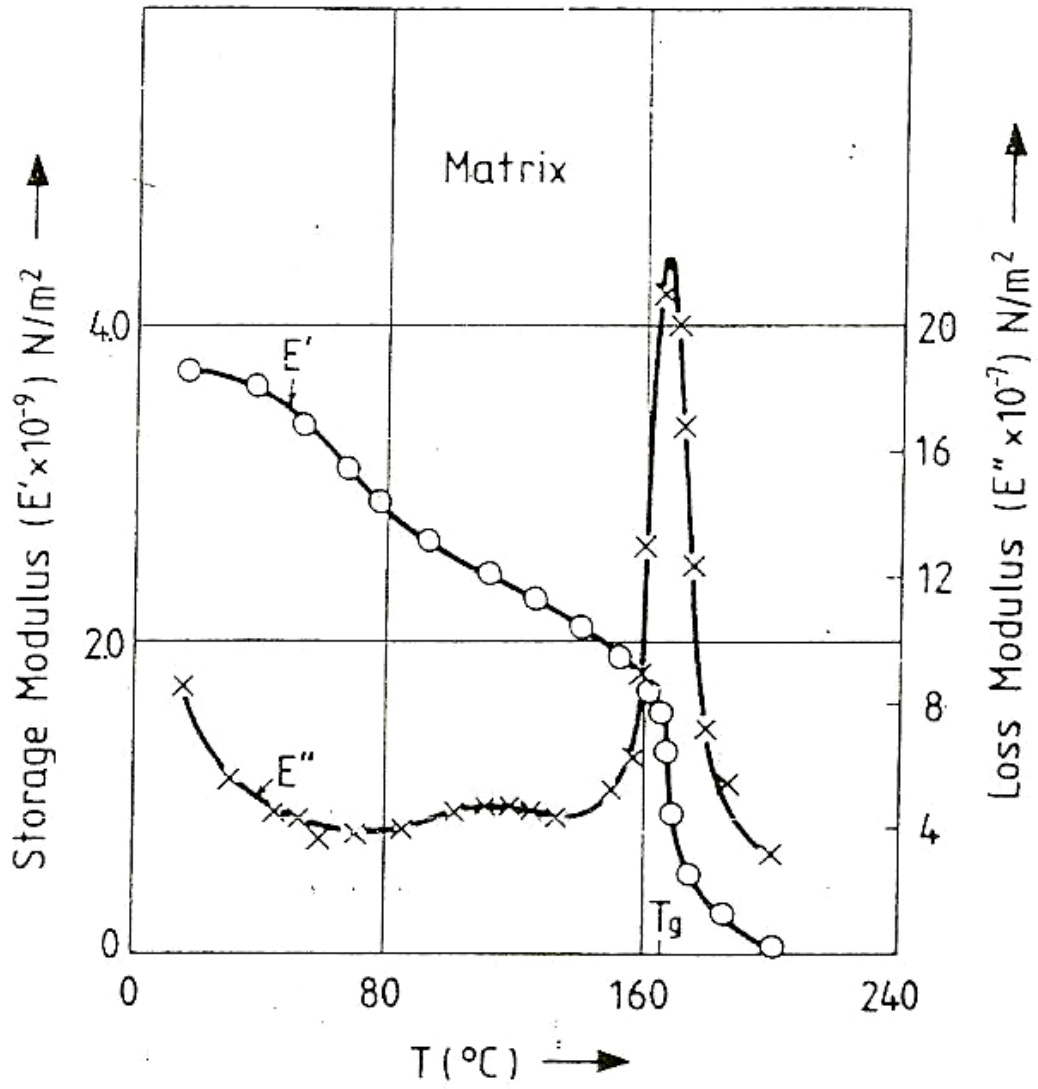
συχνότητα της ανακυκλιζόμενης φόρτισης είναι $f=110\text{Hz}$. Επίσης, γίνεται σύγκριση με πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [βιβλ. 65].

- ◆ E_L'' - T : Πίνακες Π28 έως Π31 και διαγράμματα Δ36 έως Δ39, όπου εξετάζεται η μεταβολή του E_L'' συναρτήσει της θερμοκρασίας T , για κάθε μοντέλο, για τις τιμές του λόγου σχήματος $\lambda=50, 100, 500, 2000$. Χρησιμοποιείται ως μήτρα ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$) με έγκλεισμα γυαλιού ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,20$) με περιεκτικότητα $u_f=0,65$, ενώ η συχνότητα της ανακυκλιζόμενης φόρτισης είναι $f=110\text{Hz}$. Επίσης, γίνεται σύγκριση με πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [βιβλ. 65].

4.2.5.3 Εγκάρσιο Μέτρο Αποθήκευσης E_T' & Εγκάρσιο Μέτρο Απωλειών E_T'' Ινωδών

- ◆ E_T' - T : Πίνακας Π32 και διάγραμμα Δ40, όπου εξετάζεται η μεταβολή του E_T' συναρτήσει της θερμοκρασίας T , για όλα τα μοντέλα, για συνεχείς ίνες με λόγο σχήματος $\lambda=4000$. Χρησιμοποιείται ως μήτρα ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$) με έγκλεισμα γυαλιού ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,20$) με περιεκτικότητα $u_f=0,65$, ενώ η συχνότητα της ανακυκλιζόμενης φόρτισης είναι $f=110\text{Hz}$. Επίσης, γίνεται σύγκριση με πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [βιβλ. 65].
- ◆ E_T'' - T : Πίνακας Π32 και διάγραμμα Δ41, όπου εξετάζεται η μεταβολή του E_T'' συναρτήσει της θερμοκρασίας T , για όλα τα μοντέλα, για συνεχείς ίνες με λόγο σχήματος $\lambda=4000$. Χρησιμοποιείται ως μήτρα ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$) με έγκλεισμα γυαλιού ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,20$) με περιεκτικότητα $u_f=0,65$, ενώ η συχνότητα της ανακυκλιζόμενης φόρτισης είναι $f=110\text{Hz}$. Επίσης, γίνεται σύγκριση με πειραματικές τιμές από τη βιβλιογραφία [βιβλ. 65].

Τις τιμές των E_m' , E_m'' (μέτρο απωλειών και μέτρο αποθήκευσης της μήτρας αντίστοιχα), για κάθε τιμή της θερμοκρασίας και για συχνότητα $f=110\text{Hz}$, τις λαμβάνουμε από το διάγραμμα του σχήματος 4.2.1 (βιβλ. 65), που ακολουθεί:



Σχήμα 4.2.1

ΠΙΝΑΚΕΣ & ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

ΠΙΝΑΚΑΣ 1
ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ E_p (atm)
ΣΙΑΗΡΟΣ ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$), ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$)

uf	$E_c(\text{MODEL1})$	$E_c(\text{MODEL2})$	$E_c(\text{MODEL3})$	$E_c(\text{MODEL4})$	Counto	Kerner 1	Kerner 2	Πειραματικές Τιμές
0.05	52044.90	37698.34	39901.58	41064.82	44135	38876	39019	36400
0.10	61436.52	41331.52	44812.51	47255.64	49972	43166	43484	42200
0.15	70173.53	45810.93	50342.76	54074.08	55617	47972	48475	47500
0.20	79040.57	51198.24	56647.04	61646.80	61469	53289	54090	63700
0.25	88418.99	57610.48	63879.70	70113.92	67751	59318	60454	70200
0.30	98601.82	65214.42	72226.11	79651.28	74646	66166	67727	-
0.35	109880.80	74235.25	81921.09	90485.77	-	-	-	-
0.40	122591.60	84974.50	93270.51	102915.15	-	-	-	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 2
ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ E_p (atm)
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ($E_f=64 \cdot 10^4 \text{atm}$), ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=0,753 \cdot 10^4 \text{atm}$)

uf	$E_c(\text{MODEL1})$	$E_c(\text{MODEL2})$	$E_c(\text{MODEL3})$	$E_c(\text{MODEL4})$	Counto	Kerner 1	Kerner 2	Πειραματικές τιμές
0.05	11386.53	8115.08	8599.65	8858.02	9554	8405	8429	8330
0.10	13442.88	8904.72	9671.37	10214.12	10826	9376	9428	8930
0.15	15361.97	9880.30	10880.27	11710.25	12058	10457	10545	9640
0.20	17315.52	11056.09	12260.99	13375.09	13338	11670	11801	10120
0.25	19387.82	12458.72	13848.44	15240.57	14714	13038	13225	10950
0.30	21644.68	14126.15	15684.74	17346.95	16228	14596	14853	12020
0.35	24152.53	16109.78	17823.59	19746.44	-	-	-	-
0.40	26988.72	18478.77	20335.29	22507.91	-	-	-	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 3
ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ E_p (atm)
SIC ($E_f=400 \cdot 10^4$ atm), ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=0,753 \cdot 10^4$ atm)

uf	E_c (MODEL1)	E_c (MODEL2)	E_c (MODEL3)	E_c (MODEL4)	Counto	Kerner 1	Kerner 2	Πειραματικές Τιμές
0.05	11827.61	8124.33	8630.99	8906.67	9675	8442	8445	8810
0.10	13947.82	8930.34	9734.18	10313.53	10982	9455	9463	9400
0.15	15946.74	9930.35	10982.88	11871.23	12252	10587	10600	-
0.20	17996.97	11140.80	12414.74	13611.59	13575	11860	11880	12380
0.25	20186.63	12591.50	14068.32	15570.55	15003	13302	13330	-
0.30	22587.34	14324.94	15990.77	17793.87	16580	14948	14987	22860
0.35	25273.86	16399.07	18242.83	20341.46	18353	16847	16899	-
0.40	28335.48	18892.62	20905.04	23293.32	20382	19060	19130	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 4
ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ E_p (atm)
SiC ($E_f=400 \cdot 10^4$ atm), ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=0,889 \cdot 10^4$ atm)

uf	E_c (MODEL1)	E_c (MODEL2)	E_c (MODEL3)	E_c (MODEL4)	Counto	Kerner 1	Kerner 2	Πειραματικές τιμές
0.05	13944.10	9591.30	10188.55	10513.28	11417	9943	9948	12030
0.10	16444.97	10542.21	11489.68	12172.12	12959	11113	11123	13340
0.15	18801.68	11721.82	12962.26	14008.59	14457	12420	12437	-
0.20	21218.16	13149.46	14650.60	16060.11	16017	13890	13916	16670
0.25	23798.33	14860.18	16600.07	18368.94	17701	15553	15591	-
0.30	26626.50	16903.95	18866.12	20988.86	19560	17453	17506	28670
0.35	29790.56	19348.91	21520.15	23990.29	21650	19644	19715	-
0.40	33395.38	22287.58	24656.81	27467.16	24042	22197	22292	33660

ΠΙΝΑΚΑΣ 5
ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ E_p (atm)
ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$), ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=3,2232 \cdot 10^4 \text{atm}$)

uf	$E_c(\text{MODEL1})$	$E_c(\text{MODEL2})$	$E_c(\text{MODEL3})$	$E_c(\text{MODEL4})$	Counto	Kerner 1	Kerner 2	Πειραματικές τιμές
0.05	44259.84	34602.47	36381.90	37270.32	39208	35574	35933	39295
0.10	51920.27	37750.14	40539.08	42402.97	44192	39250	40046	43046
0.15	59005.87	41584.75	45176.58	48003.05	48966	43312	44642	48750
0.20	66113.44	46141.15	50406.79	54157.42	53871	47824	49813	53821
0.25	73529.98	51495.33	56336.09	60958.45	59085	52865	55673	-
0.30	81464.03	57756.55	63087.91	68519.12	64748	58536	62371	68374
0.35	90110.29	65070.25	70813.96	76981.54	71006	64960	70099	-
0.40	99679.97	73626.46	79705.68	86526.92	78024	72299	79115	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 6**ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ G_p (atm)****ΣΙΔΗΡΟΣ ($E_f=210 \cdot 10^4$, $\nu_f=0,29$) - ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5 \cdot 10^4$ atm, $\nu_m=0,36$)**

uf	Gc(MODEL1)	Gc(MODEL2)	Gc(MODEL3)	Gc(MODEL4)	Πειραματικές τιμές G_c
0.05	19188.73	13861.04	14674.18	15104.23	13424.73
0.10	22652.47	15199.15	16484.18	17387.43	15612.11
0.15	25876.35	16849.52	18523.02	19902.83	17626.27
0.20	29149.84	18835.12	20847.99	22697.43	23708.13
0.25	32613.84	21199.41	23516.34	25823.26	26203.57
0.30	36376.89	24004.29	26596.86	29345.67	-
0.35	40547.33	27333.44	30176.82	33349.06	-
0.40	45250.03	31298.94	34369.96	37944.28	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 7**ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ G_p (atm)****ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ($E_f=64 \cdot 10^4$, $\nu_f=0,33$) - ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=0,753 \cdot 10^4$ atm, $\nu_m=0,42$)**

uf	Gc(MODEL1)	Gc(MODEL2)	Gc(MODEL3)	Gc(MODEL4)	Πειραματικές τιμές G_c
0.05	4020.04	2857.67	3028.86	3120.28	2944.82
0.10	4745.96	3136.14	3407.05	3599.10	3169.25
0.15	5423.81	3480.30	3833.76	4127.50	3434.29
0.20	6114.18	3895.21	4321.25	4715.65	3618.74
0.25	6846.86	4390.35	4881.92	5374.91	3929.83
0.30	7645.17	4979.18	5530.73	6119.58	4329.24
0.35	8532.71	5679.98	6286.75	6968.24	-
0.40	9537.01	6517.33	7174.99	7945.41	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 8**ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $G_p(atm)$** **SIC ($E_f=400 \cdot 10^4$, $\nu_f=0,20$) - ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=0,753 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,42$)**

uf	Gc(MODEL1)	Gc(MODEL2)	Gc(MODEL3)	Gc(MODEL4)	Πειραματικές τιμές G_c
0.05	4169.72	2860.78	3039.41	3136.67	3150.69
0.10	4916.86	3144.75	3428.19	3632.59	3409.80
0.15	5621.53	3497.13	3868.30	4181.73	-
0.20	6344.47	3923.71	4373.02	4795.35	4604.76
0.25	7116.75	4435.03	4955.98	5486.13	-
0.30	7963.65	5046.10	5633.82	6270.26	8686.80
0.35	8911.58	5777.40	6428.02	7168.91	-
0.40	9992.12	6656.75	7367.06	8210.39	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 9**ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $G_p(\text{atm})$** **SiC ($E_f=400 \cdot 10^4$, $\nu_f=0,20$) - ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=0,889 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,405$)**

uf	Gc(MODEL1)	Gc(MODEL2)	Gc(MODEL3)	Gc(MODEL4)	Πειραματικές τιμές G_c
0.05	4969.00	3413.40	3626.26	3742.07	4342.16
0.10	5859.76	3752.03	4089.73	4333.12	4878.06
0.15	6699.55	4172.16	4614.35	4987.54	-
0.20	7560.87	4680.71	5215.90	5718.70	6238.31
0.25	8480.77	5290.18	5910.60	6541.68	-
0.30	9489.32	6018.44	6718.25	7475.72	10944.82
0.35	10617.93	6889.81	7664.37	8545.98	-
0.40	11904.09	7937.38	8782.78	9786.05	13074.55

ΠΙΝΑΚΑΣ 10**ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $G_p(\text{atm})$** **ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ($E_f=70 \cdot 10^4$, $\nu_f=0,32$) - ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=3,2232 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)**

uf	Gc(MODEL1)	Gc(MODEL2)	Gc(MODEL3)	Gc(MODEL4)	Πειραματικές τιμές G_c
0.05	16321.59	12723.41	13381.56	13710.97	14470.48
0.10	19154.64	13883.90	14915.81	15606.94	15877.62
0.15	21775.01	15298.42	16628.05	17676.42	18010.54
0.20	24404.47	16980.11	18560.02	19951.77	19915.71
0.25	27149.60	18957.36	20751.37	22467.44	-
0.30	30088.00	21270.98	23248.13	25265.67	25380.33
0.35	33292.27	23975.34	26107.00	28399.59	-
0.40	36841.34	27141.51	29399.59	31937.08	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 11**ΛΟΓΟΣ POISSON ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $\nu_p(\text{atm})$** **ΣΙΑΗΡΟΣ ($E_f=210 \cdot 10^4$, $\nu_f=0,29$) - ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)**

uf	$\nu_c(\text{MODEL1})$	$\nu_c(\text{MODEL2})$	$\nu_c(\text{MODEL3})$	$\nu_c(\text{MODEL4})$	A.N.Φ.
0.05	0.356132	0.359867	0.359584	0.359381	0.3557
0.10	0.356067	0.359665	0.359259	0.358903	0.3515
0.15	0.355940	0.359413	0.358924	0.358452	0.3474
0.20	0.355764	0.359116	0.358573	0.358013	0.3434
0.25	0.355544	0.358776	0.358198	0.357573	0.3395
0.30	0.355281	0.358391	0.357794	0.357121	0.3357
0.35	0.354970	0.357957	0.357351	0.356647	0.3320
0.40	0.354603	0.357466	0.356861	0.356135	0.3283

ΠΙΝΑΚΑΣ 12**ΛΟΓΟΣ POISSON ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ν_p (atm)****ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ($E_f=70 \cdot 10^4$, $\nu_f=0,32$) - ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=3,2232 \cdot 10^4$ atm, $\nu_m=0,36$)**

uf	ν_c(MODEL1)	ν_c(MODEL2)	ν_c(MODEL3)	ν_c(MODEL4)	A.N.Φ.
0.05	0.355868	0.359796	0.359404	0.359142	0.3578
0.10	0.355292	0.359493	0.358929	0.358465	0.3556
0.15	0.354899	0.359119	0.358445	0.357827	0.3534
0.20	0.354535	0.358683	0.357940	0.357209	0.3512
0.25	0.354163	0.358189	0.357407	0.356595	0.3491
0.30	0.353763	0.357637	0.356838	0.355973	0.3470
0.35	0.353322	0.357025	0.356225	0.355328	0.3449
0.40	0.352828	0.356344	0.355558	0.354647	0.3429

ΠΙΝΑΚΑΣ 13

ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $E_L(atm)$

Σίδηρος ($E_f=190 \cdot 10^4 atm$, $\nu_f=0,29$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,35$)

$\nu_f=0,3$				
λ	$E_L(MODEL1)$	$E_L(MODEL2)$	$E_L(MODEL3)$	$E_L(MODEL4)$
50	430230.56	274431.56	322119.35	367422.62
100	496086.06	370608.57	413845.68	450865.84
500	566485.04	524772.21	541378.20	553623.33
1000	576792.50	554284.05	563453.25	570038.52
2000	582094.81	570386.75	575214.01	578632.32
4000	584784.36	578811.20	581289.18	583031.11
8000	586138.89	583121.79	584377.35	585256.69

ΠΙΝΑΚΑΣ 14

ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $E_L(atm)$

Σίδηρος ($E_f=190 \cdot 10^4 atm$, $\nu_f=0,29$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,35$)

$\lambda=50$				
ν_f	$E_L(MODEL1)$	$E_L(MODEL2)$	$E_L(MODEL3)$	$E_L(MODEL4)$
0.1	162102.77	68740.33	97067.51	118857.11
0.2	293712.85	155261.55	197761.75	234753.56
0.3	430230.56	274431.56	322119.35	367422.62
0.4	576346.51	423230.58	469558.39	516922.39
0.5	735795.67	600292.92	640560.22	684563.53

ΠΙΝΑΚΑΣ 15

ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $E_L(atm)$

Σίδηρος ($E_f=190 \cdot 10^4 atm$, $\nu_f=0,29$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,35$)

$\lambda=100$				
ν_f	$E_L(MODEL1)$	$E_L(MODEL2)$	$E_L(MODEL3)$	$E_L(MODEL4)$
0.1	183389.10	95933.23	129116.72	150365.35
0.2	338081.58	218357.61	261546.84	294255.25
0.3	496086.06	370608.57	413845.68	450865.84
0.4	660510.80	545231.63	583229.38	619257.07
0.5	833557.53	738034.95	768162.05	799414.33

ΠΙΝΑΚΑΣ 16**ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $E_L(atm)$** **Χαλκός ($E_f=105 \cdot 10^4 atm$, $\nu_f=0,2$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,35$)**

$\lambda=60$				
uf	$E_L(MODEL1)$	$E_L(MODEL2)$	$E_L(MODEL3)$	$E_L(MODEL4)$
0.1	111586.04	65778.26	83705.18	94733.64
0.2	197336.91	134904.98	157890.68	174867.40
0.3	284923.71	219864.54	242601.84	261743.94
0.4	375868.11	316442.15	336221.85	354762.79
0.5	471262.77	422302.38	437844.83	453846.47

ΠΙΝΑΚΑΣ 17**ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $E_L(atm)$** **Χαλκός ($E_f=105 \cdot 10^4 atm$, $\nu_f=0,2$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,35$)**

$\lambda=100$				
uf	$E_L(MODEL1)$	$E_L(MODEL2)$	$E_L(MODEL3)$	$E_L(MODEL4)$
0.1	117319.37	78716.76	95806.47	105031.48
0.2	209068.10	159944.01	179650.12	192992.00
0.3	302071.04	253317.02	271418.15	285784.37
0.4	397348.78	354561.25	369412.51	382795.83
0.5	495591.08	461553.01	472663.98	483817.63

ΠΙΝΑΚΑΣ 18**ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $E_L(atm)$** **Γυαλί ($E_f=75,506 \cdot 10^4 atm$, $\nu_f=0,2$) - Ρητίνη ($E_m=3,236 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,385$)**

$\lambda=500$				
uf	$E_L(MODEL1)$	$E_L(MODEL2)$	$E_L(MODEL3)$	$E_L(MODEL4)$
0.1	103633.41	98005.97	101140.61	102362.13
0.2	174972.70	169017.25	171797.41	173365.22
0.3	246447.59	241125.38	243314.67	244868.29
0.4	318140.61	313807.27	315417.85	316771.92
0.5	390104.26	386857.63	387965.04	389031.00
0.6	462376.22	460170.50	460868.45	461620.79
0.7	534985.67	533682.66	534068.22	534526.44
0.8	607956.42	607352.82	607520.88	607738.54

ΠΙΝΑΚΑΣ 19**ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $E_L(\text{atm})$** **Γυαλί ($E_f=75,506 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,2$) - Ρητίνη ($E_m=3,236 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,385$)**

$\lambda=4000$				
uf	$E_L(\text{MODEL1})$	$E_L(\text{MODEL2})$	$E_L(\text{MODEL3})$	$E_L(\text{MODEL4})$
0.1	104503.90	103729.80	104174.59	104338.82
0.2	176656.24	175865.28	176241.85	176448.71
0.3	248825.92	248130.68	248420.37	248622.93
0.4	321023.42	320463.35	320673.25	320848.22
0.5	393255.31	392839.00	392981.75	393118.47
0.6	465526.23	465245.20	465334.40	465430.29
0.7	537839.64	537674.54	537723.47	537781.55
0.8	610198.30	610122.20	610143.40	610170.85

ΠΙΝΑΚΑΣ 20**ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ E_T (atm)**Γυαλί ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,20$) - Πηλίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)

$u_f=0,3$	E_T (MODEL1)	E_T (MODEL2)	E_T (MODEL3-1ο)	E_T MODEL3-2ο)	E_T (MODEL4-1ο)	E_T (MODEL4-2ο)
50	69857.86	55457.97	62711.82	55577.97	64879.55	59094.64
100	69908.22	55625.51	62938.77	55686.00	65062.84	59184.89
500	69948.62	55761.54	63123.03	55773.71	65211.09	59257.98
1000	69953.68	55778.67	63146.23	55784.76	65229.73	59267.17
2000	69956.20	55787.24	63157.85	55790.29	65239.05	59271.77
4000	69957.47	55791.53	63163.66	55793.06	65243.72	59274.08
8000	69958.10	55793.68	63166.57	55794.44	65246.05	59275.23

ΠΙΝΑΚΑΣ 21
ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $E_T(atm)$
 Γυαλί ($E_f=70 \cdot 10^4 atm$, $\nu_f=0,20$) - Ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,36$)

$\lambda=2000$	$E_T(MODEL1)$	$E_T(MODEL2)$	$E_T(MODEL3-1o)$	$E_T(MODEL3-2o)$	$E_T(MODEL4-1o)$	$E_T(MODEL4-2o)$
uf						
0.1	48015.20	39747.69	44171.90	39749.85	44872.29	40605.27
0.2	58342.85	46555.12	52743.26	46557.93	54163.84	48694.84
0.3	69956.20	55787.24	63157.85	55790.29	65239.05	59271.77
0.4	84105.16	68309.69	76478.76	68312.57	79134.33	73055.15
0.5	102372.67	85637.11	94255.06	85639.25	97367.70	91448.05
0.6	127414.97	110519.10	119188.17	110519.50	122591.68	117071.28
0.7	164426.42	148429.79	156609.29	148426.42	160049.84	155199.72
0.8	225396.05	211975.80	218811.45	211963.51	221862.58	218070.08

ΠΙΝΑΚΑΣ 22

ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $E_T(atm)$

Γυαλί ($E_f=75,506 \cdot 10^4 atm$, $\nu_f=0,20$) - Πηλίνη ($E_m=2,73 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,35$)

$\lambda=2000$	$E_T(MODEL1)$	$E_T(MODEL2)$	$E_T(MODEL3-1o)$	$E_T(MODEL3-2o)$	$E_T(MODEL4-1o)$	$E_T(MODEL4-2o)$
uf						
0.1	38057.32	31080.83	34749.55	31082.64	35343.79	31780.72
0.2	46474.77	36543.84	41691.62	36546.26	42893.65	38307.78
0.3	56011.61	44014.56	50191.65	44017.28	51960.68	46917.90
0.4	67747.62	54251.35	61171.13	54254.11	63448.20	58255.58
0.5	83099.26	68604.31	76013.28	68606.72	78717.92	73587.31
0.6	104522.45	89592.28	97204.46	89593.69	100220.77	95336.33
0.7	137016.57	122435.24	129852.16	122434.23	132996.20	128568.25
0.8	192827.56	179927.35	186472.19	179920.13	189410.85	185759.76

ΠΙΝΑΚΑΣ 23
ΕΠΙΠΕΔΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ $G_{LT}(atm)$

Γιαλί ($E_f=75,506 \cdot 10^4 atm$, $\nu_f=0,20$) - Ρητίνη ($E_m=3,236 \cdot 10^4 atm$, $\nu_m=0,385$)

$\lambda=2000$							
uf	$G_{LT}(\text{MODEL1})$	$G_{LT}(\text{MODEL2})$	$G_{LT}(\text{MODEL3-1o})$	$G_{LT}(\text{MODEL3-2o})$	$G_{LT}(\text{MODEL4-1o})$	$G_{LT}(\text{MODEL4-2o})$	
0.10	16266.59	13297.86	14861.01	13298.63	15113.78	13596.41	
0.20	19857.41	15630.93	17823.77	15631.95	18335.19	16382.82	
0.30	23923.50	18819.52	21449.44	18820.68	22201.84	20056.15	
0.40	28923.56	23185.53	26129.38	23186.70	27097.25	24889.51	
0.50	35457.80	29301.27	32449.84	29302.28	33598.34	31419.28	
0.60	44564.42	38232.35	41462.28	38232.92	42741.26	40669.91	
0.70	58350.57	52180.69	55320.28	52180.20	56650.39	54776.98	
0.80	81954.83	76518.20	79277.28	76515.03	80515.55	78977.03	

ΠΙΝΑΚΑΣ 24

ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ν_{LT}

Γυαλί ($E_f=75,506 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,20$) - Ρητίνη ($E_m=2,73 \cdot 10^4 \text{atm}$,

U_f	ν_{LT} (ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ)	Πειραματικές Τιμές
0.1	0.3350	0.330
0.2	0.3200	0.320
0.3	0.3050	-
0.4	0.2900	-
0.5	0.2750	0.280
0.6	0.2600	0.260
0.65	0.2525	0.250
0.7	0.2450	0.245
0.8	0.2300	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 24αΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ E_p/E_m

uf	Fe ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$, $E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$)	SiC ($E_f=400 \cdot 10^4 \text{atm}$, $E_m=0,889 \cdot 10^4 \text{atm}$)	Al ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $E_m=3,232 \cdot 10^4 \text{atm}$)
0.05	1.17328	1.18260	1.15631
0.1	1.35016	1.36919	1.31556
0.15	1.54497	1.57577	1.48930
0.2	1.76134	1.80654	1.68024
0.25	2.00325	2.06625	1.89124
0.3	2.27575	2.36095	2.12581
0.35	2.58531	2.69857	2.38836
0.4	2.94043	3.08967	2.68450

ΠΙΝΑΚΑΣ 24βΔΙΑΜΗΚΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ E_L/E_m

$\lambda=100$		
uf	Fe ($E_f=190 \cdot 10^4 \text{atm}$, $E_m=2,5 \cdot 10^4 \text{atm}$)	Χαλκός ($E_f=105 \cdot 10^4 \text{atm}$, $E_m=2,5 \cdot 10^4 \text{atm}$)
0.1	6.01461	4.20126
0.2	11.77021	7.71968
0.3	18.03463	11.43137
0.4	24.77028	15.31183
0.5	31.97657	19.35271

ΠΙΝΑΚΑΣ 24γΕΓΚΑΡΣΙΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ E_T/E_m

$\lambda=2000$				
	Fe ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$)		Γυαλί ($E_f=75,506 \cdot 10^4 \text{atm}$, $E_m=2,73 \cdot 10^4 \text{atm}$)	
uf	MODEL4-1	MODEL4-2	MODEL4-1	MODEL4-2
0.1	1.28207	1.16015	1.29464	1.16413
0.2	1.54754	1.39128	1.57120	1.40322
0.3	1.86397	1.69348	1.90332	1.71860
0.4	2.26098	2.08729	2.32411	2.13390
0.5	2.78193	2.61280	2.88344	2.69551
0.6	3.50262	3.34489	3.67109	3.49217
0.7	4.57285	4.43428	4.87166	4.70946
0.8	6.33893	6.23057	6.93813	6.80439

ΠΙΝΑΚΑΣ 25
ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ E_p' & ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ E_p'' ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΣΙΑΗΡΟΣ ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,29$), ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)
 $f=0,1 \text{Hz}$

u_f	MODEL1 E_p'	MODEL2 E_p'	MODEL3 E_p'	MODEL4 E_p'	MODEL1 E_p''	MODEL2 E_p''	MODEL3 E_p''	MODEL4 E_p''
0.00	29200.00	29200.00	29200.00	29200.00	204.00	204.00	204.00	204.00
0.05	43826.17	31461.12	33322.21	34310.25	291.54	219.45	231.64	237.91
0.10	51740.66	34509.66	37452.35	39527.73	344.09	240.13	259.32	272.50
0.15	59115.79	38272.63	42107.72	45279.67	392.59	265.51	290.38	310.44
0.20	66613.02	42803.65	47420.34	51674.79	441.43	295.87	325.61	352.37
0.25	74555.57	48203.51	53522.64	58833.85	492.71	331.82	365.83	399.01
0.30	83193.86	54615.82	60574.11	66908.78	547.97	374.20	411.96	451.23
0.35	92779.21	62234.85	68777.49	76096.15	608.67	424.12	465.19	510.13
0.40	103602.62	71321.38	78397.64	86654.70	676.45	483.10	527.01	577.16

ΠΙΝΑΚΑΣ 26
ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ E_p' & ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ E_p'' ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΣΙΔΗΡΟΣ ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,29$), ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)
 $f=50\text{Hz}$

u_r	MODEL1 E_p'	MODEL2 E_p'	MODEL3 E_p'	MODEL4 E_p'	MODEL1 E_p''	MODEL2 E_p''	MODEL3 E_p''	MODEL4 E_p''
0.00	32200.00	32200.00	32200.00	32200.00	520.00	520.00	520.00	520.00
0.05	48095.04	34687.77	36726.97	37806.47	736.60	559.19	589.85	605.55
0.10	56777.92	38039.58	41262.60	43529.98	868.99	611.60	659.84	692.78
0.15	64861.80	42174.42	46372.54	49836.64	991.04	675.82	738.25	788.36
0.20	73072.40	47150.16	52200.69	56844.61	1113.79	752.57	827.12	893.90
0.25	81763.29	53076.15	58890.99	64684.83	1242.45	843.30	928.43	1011.11
0.30	91207.22	60108.17	66616.53	73521.84	1380.84	950.09	1044.47	1142.16
0.35	101676.76	68456.80	75596.96	83568.21	1532.58	1075.72	1178.13	1289.74
0.40	113486.52	78404.31	86118.78	95103.33	1701.66	1223.82	1333.08	1457.35

ΠΙΝΑΚΑΣ 27
ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ E_p' & ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ E_p'' ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΣΙΔΗΡΟΣ ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,29$), ΡΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)
 $u_f=0,20$

logf	MODEL 1		MODEL 2		MODEL 3		MODEL 4	
	E_p'	E_p''	E_p'	E_p''	E_p'	E_p''	E_p'	E_p''
-1.00	66613.02	441.43	42803.65	295.87	47420.34	325.61	51674.79	352.37
0.00	68126.07	604.44	43818.66	405.90	48537.22	446.56	52883.28	483.11
0.70	69420.11	734.61	44688.27	494.11	49493.84	543.47	53918.07	587.79
1.00	70281.34	817.52	45267.81	550.46	50131.21	605.34	54607.37	654.59
1.30	70926.57	928.44	45702.36	625.66	50609.07	687.94	55124.09	743.81
1.70	73072.40	1113.79	47150.16	752.57	52200.69	827.12	56844.61	893.90
2.00	75637.82	1288.48	48886.16	873.38	54108.21	959.41	58905.60	1036.31

ΠΙΝΑΚΑΣ 28
ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ E_L' & ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ E_L'' ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Γυαλί (E_f=70*10⁴atm, ν_f=0,20), Ρητίνη (E_m=3,5*10⁴atm, ν_m=0,36)

uf=0,3 - f=110Hz

MODEL 1

T(°C)	λ=50		λ=100		λ=500		λ=2000	
	E _L '	E _L ''	E _L '	E _L ''	E _L '	E _L ''	E _L '	E _L ''
20.00	443755.22	687.87	455585.40	479.13	465557.28	294.02	467480.19	257.36
40.00	442497.19	491.77	454713.65	339.49	465028.78	203.96	467019.73	177.07
60.00	438964.54	461.88	452304.12	311.41	463623.92	176.11	465814.76	149.12
80.00	432526.33	548.33	448044.25	356.54	461342.77	180.52	463930.53	145.02
100.00	429166.09	713.37	445876.09	456.85	460274.80	218.71	463085.13	170.38
120.00	424234.72	892.48	442747.25	561.41	458833.89	248.60	461988.35	184.52
140.00	420671.49	951.39	440517.30	592.59	457872.07	249.01	461287.22	178.12
160.00	411467.43	3751.35	434831.10	2299.90	455605.81	858.38	459732.27	555.12
166.00	402128.22	8501.82	429125.69	5185.19	453528.89	1758.73	458420.65	1022.66
180.00	294453.15	19787.13	358138.91	14707.89	432707.79	4477.96	450204.81	1397.38
200.00	146416.75	30255.64	223038.55	34571.08	378721.49	19617.52	433653.28	6490.63

ΠΙΝΑΚΑΣ 29
ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ E_L' & ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ E_L'' ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Γυαλί (E_f=70*10⁴atm, ν_f=0,20), Ρητίνη (E_m=3,5*10⁴atm, ν_m=0,36)

uf=0,3 - f=110Hz

MODEL 2

T(°C)	λ=50		λ=100		λ=500		λ=2000	
	E _L '	E _L ''	E _L '	E _L ''	E _L '	E _L ''	E _L '	E _L ''
20.00	432677.85	889.66	449640.89	594.76	464296.76	319.87	467161.52	263.96
40.00	431047.16	638.46	448555.03	423.94	463720.29	222.92	466688.81	181.92
60.00	426438.47	605.27	445521.60	395.14	462174.57	195.12	465447.80	153.99
80.00	417946.73	727.15	440045.95	463.91	459614.12	205.48	463491.88	151.44
100.00	413481.72	949.60	437209.40	600.91	458389.80	252.63	462606.21	179.13
120.00	406905.98	1191.54	433065.85	748.23	456707.57	293.49	461447.07	196.14
140.00	402146.93	1270.81	430082.22	795.78	455563.30	298.58	460698.64	190.99
160.00	389862.65	4992.62	422396.12	3129.52	452800.68	1069.36	459014.37	610.35
166.00	377436.94	11215.95	414610.61	7099.55	450191.64	2267.97	457563.31	1157.13
180.00	247443.54	21465.67	321083.12	18122.84	421043.61	6405.42	446991.54	1987.99
200.00	106861.46	25014.09	174150.13	32732.25	346809.98	25335.25	422763.94	9441.98

ΠΙΝΑΚΑΣ 30
ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ E_L' & ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ E_L'' ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Γυαλί (E_f=70*10⁴atm, ν_f=0,20), Ρητίνη (E_m=3,5*10⁴atm, ν_m=0,36)

uf=0,3 - f=110Hz

MODEL 3

T(°C)	λ=50		λ=100		λ=500		λ=2000	
	E _L '	E _L ''	E _L '	E _L ''	E _L '	E _L ''	E _L '	E _L ''
20.00	436008.54	830.18	451444.95	560.01	464682.35	311.98	467259.15	261.94
40.00	434487.61	595.28	450423.41	398.58	464120.51	217.13	466790.19	180.43
60.00	430195.01	563.24	447577.13	370.05	462617.78	189.32	465560.21	152.50
80.00	422302.72	675.17	442465.02	431.87	460142.51	197.87	463626.24	149.47
100.00	418158.09	881.26	439827.66	558.03	458965.85	242.30	462752.90	176.45
120.00	412056.39	1105.65	435985.59	692.83	457357.12	279.82	461612.84	192.58
140.00	407639.85	1179.58	433225.15	735.69	456268.38	283.49	460878.88	187.05
160.00	396229.83	4643.45	426128.57	2886.08	453656.69	1005.26	459234.18	593.46
166.00	384669.93	10465.28	418952.72	6542.50	451209.28	2113.52	457825.76	1116.03
180.00	260171.27	21191.81	331605.96	17269.59	424552.98	5837.77	447971.71	1808.78
200.00	116506.04	26486.68	186719.05	33504.54	356035.89	23825.29	426047.86	8570.05

ΠΙΝΑΚΑΣ 31

ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ E_L' & ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ E_L'' ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Γιαλί ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,20$), Ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)

$\nu_f=0,3$ - $f=110\text{Hz}$

MODEL 4

T(°C)	$\lambda=50$		$\lambda=100$		$\lambda=500$		$\lambda=2000$	
	E_L'	E_L''	E_L'	E_L''	E_L'	E_L''	E_L'	E_L''
20.00	439835.32	760.57	453502.39	520.02	465119.26	303.02	467369.63	259.65
40.00	438442.93	544.69	452554.90	369.37	464574.06	210.56	466904.92	178.75
60.00	434521.39	513.80	449924.39	341.10	463120.14	182.73	465687.44	150.81
80.00	427336.86	613.56	445232.64	394.76	460741.67	189.22	463778.33	147.25
100.00	423572.77	799.91	442826.32	508.24	459619.18	230.54	462918.94	173.42
120.00	418037.16	1002.73	439334.92	628.28	458094.08	264.27	461800.50	188.56
140.00	414032.03	1069.72	436834.88	665.50	457068.55	266.32	461082.94	182.59
160.00	403680.78	4217.19	430429.00	2599.66	454628.86	932.16	459483.07	574.31
166.00	393180.54	9534.93	423971.20	5882.07	452365.81	1937.11	458122.99	1069.41
180.00	276210.57	20655.82	344350.73	16112.56	428591.50	5171.48	449085.49	1604.13
200.00	129724.61	28300.52	203268.80	34204.90	367045.62	21871.48	429819.46	7549.36

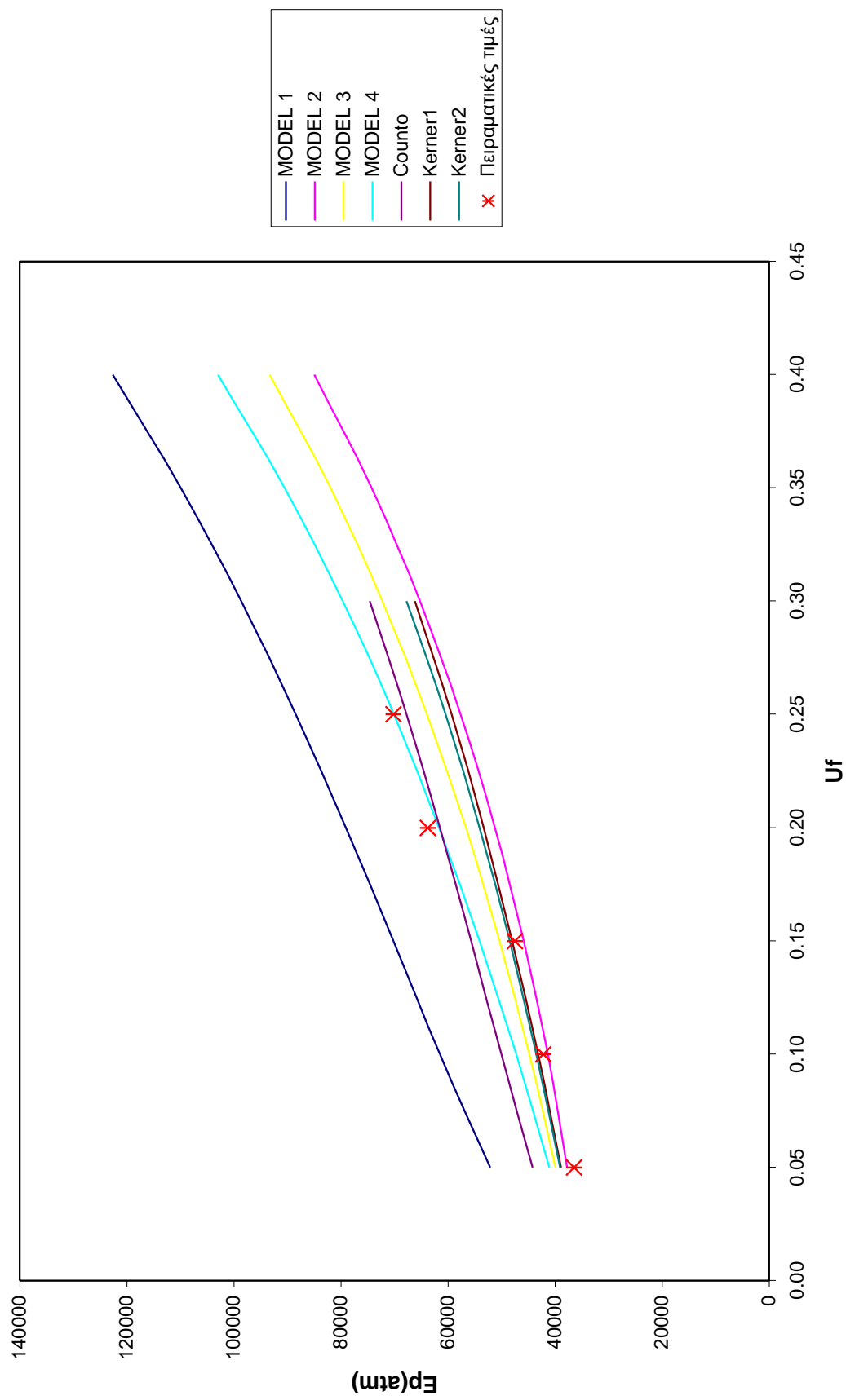
ΠΙΝΑΚΑΣ 32
ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ E_T' & ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ E_T'' ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
Γ υαλί ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,20$), Ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)
 $\nu_f=0,65$ - $f=110\text{Hz}$

T(°C)	MODEL1		MODEL2		MODEL3-1	
	E_T'	E_T''	E_T'	E_T''	E_T'	E_T''
20.00	152035.14	2237.01	134853.58	2083.06	143668.97	2165.42
40.00	148007.96	1555.50	131109.08	1444.77	139773.47	1503.85
60.00	137279.12	1344.88	121178.08	1240.65	129418.24	1295.90
80.00	119971.04	1354.37	105299.39	1235.64	112785.74	1297.96
100.00	112027.28	1610.05	98070.24	1461.42	105182.24	1539.12
120.00	101606.00	1760.59	88642.53	1587.36	95236.42	1677.47
140.00	94907.51	1702.45	82616.25	1528.30	88861.02	1618.61
160.00	80088.54	5233.37	69369.80	4653.07	74801.53	4952.04
166.00	67768.60	9278.00	58442.91	8183.29	63158.05	8744.41
180.00	19339.10	3538.07	16417.55	3023.31	17882.57	3282.36
200.00	5126.46	1576.47	4332.12	1377.66	4729.60	1502.67

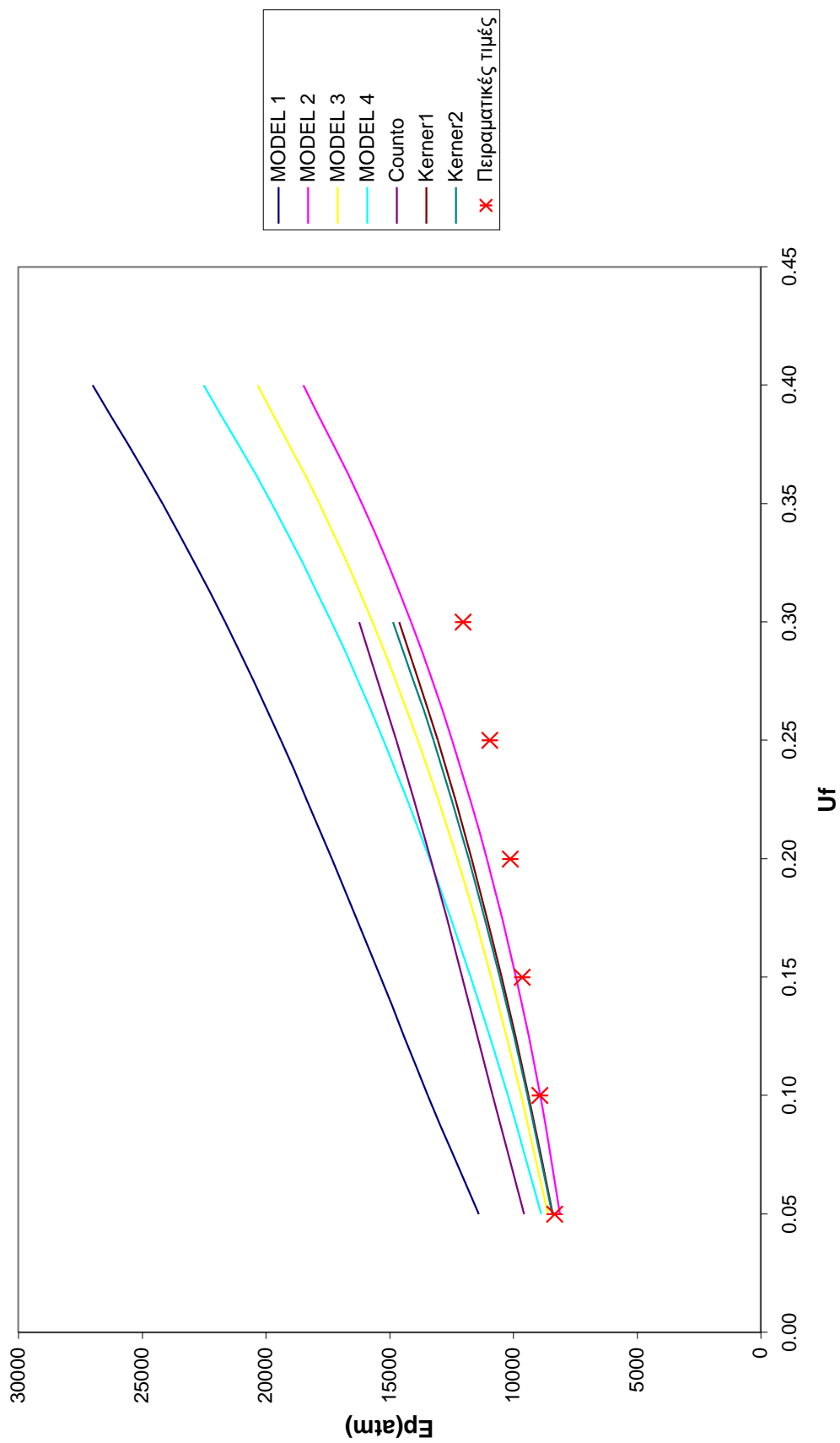
ΠΙΝΑΚΑΣ 33
ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ E_T' & ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ E_T'' ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
Γ υαλί ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,20$), Ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)
 $\nu_f=0,65$ - $f=110\text{Hz}$

$\lambda=4000$	MODEL4-1		MODEL4-2		ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ	
	E_T'	E_T''	E_T'	E_T''	E_T'	E_T''
20.00	147247.18	2196.83	141841.53	2148.94	191000	2900
40.00	143293.98	1526.47	137976.30	1492.00	181000	2800
60.00	132775.48	1317.26	127706.45	1284.75	171000	2700
80.00	115849.23	1322.42	111226.72	1285.29	160000	2600
100.00	108098.37	1569.80	103699.51	1523.26	148000	2600
120.00	97947.21	1713.31	93859.68	1658.99	140000	2400
140.00	91432.60	1654.70	87555.95	1600.05	130000	3000
160.00	77046.76	5072.68	73663.97	4890.26	95000	11000
166.00	65113.47	8972.54	62168.76	8627.98		
180.00	18497.38	3390.51	17573.16	3227.80	31000	3100
200.00	4896.98	1555.25	4645.49	1476.24	15000	1200

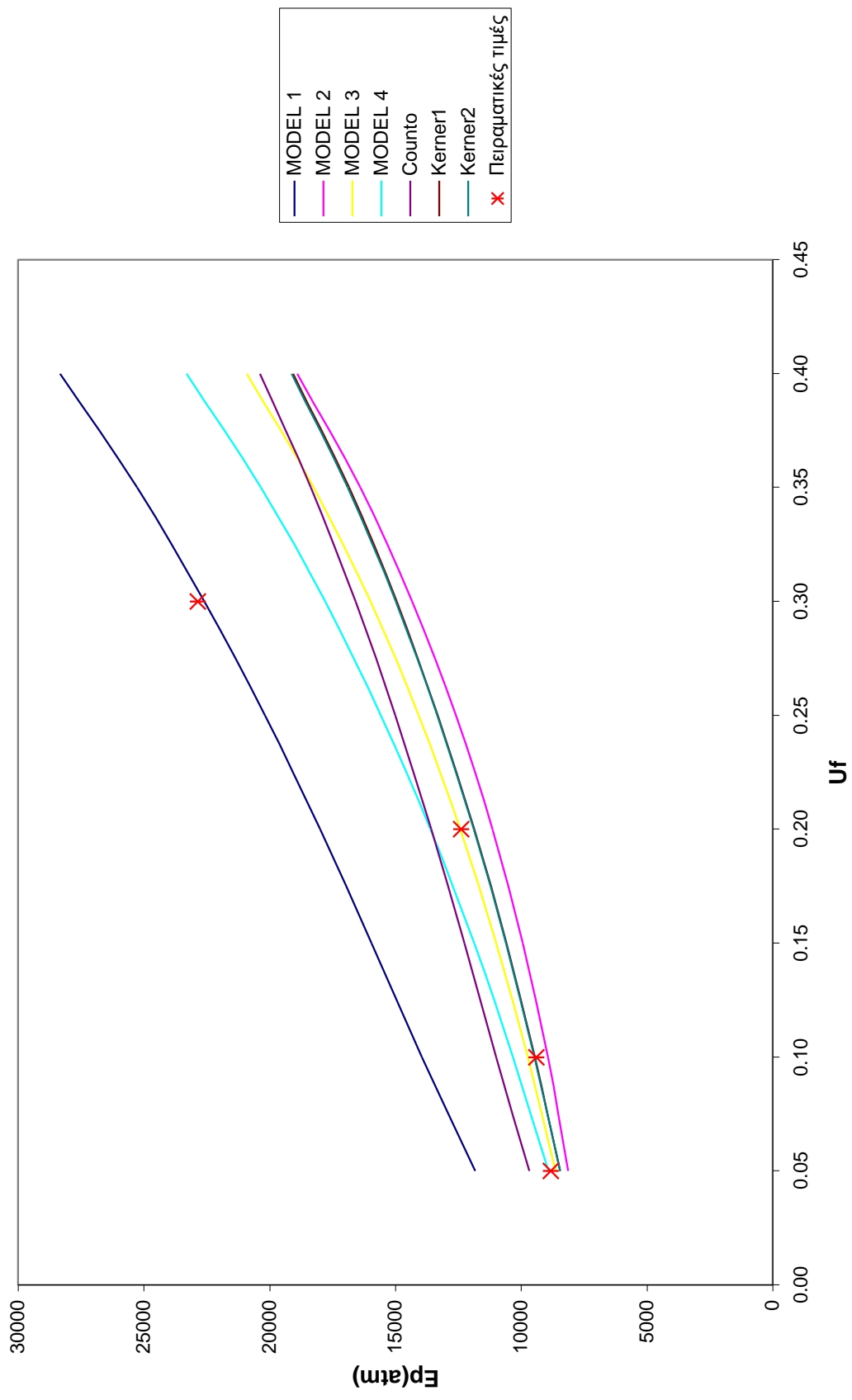
Δ1: Ερ-Uf Σίδηρος (Ef=210*10^4atm) - Ρητίνη (Em=3,5*10^4atm)



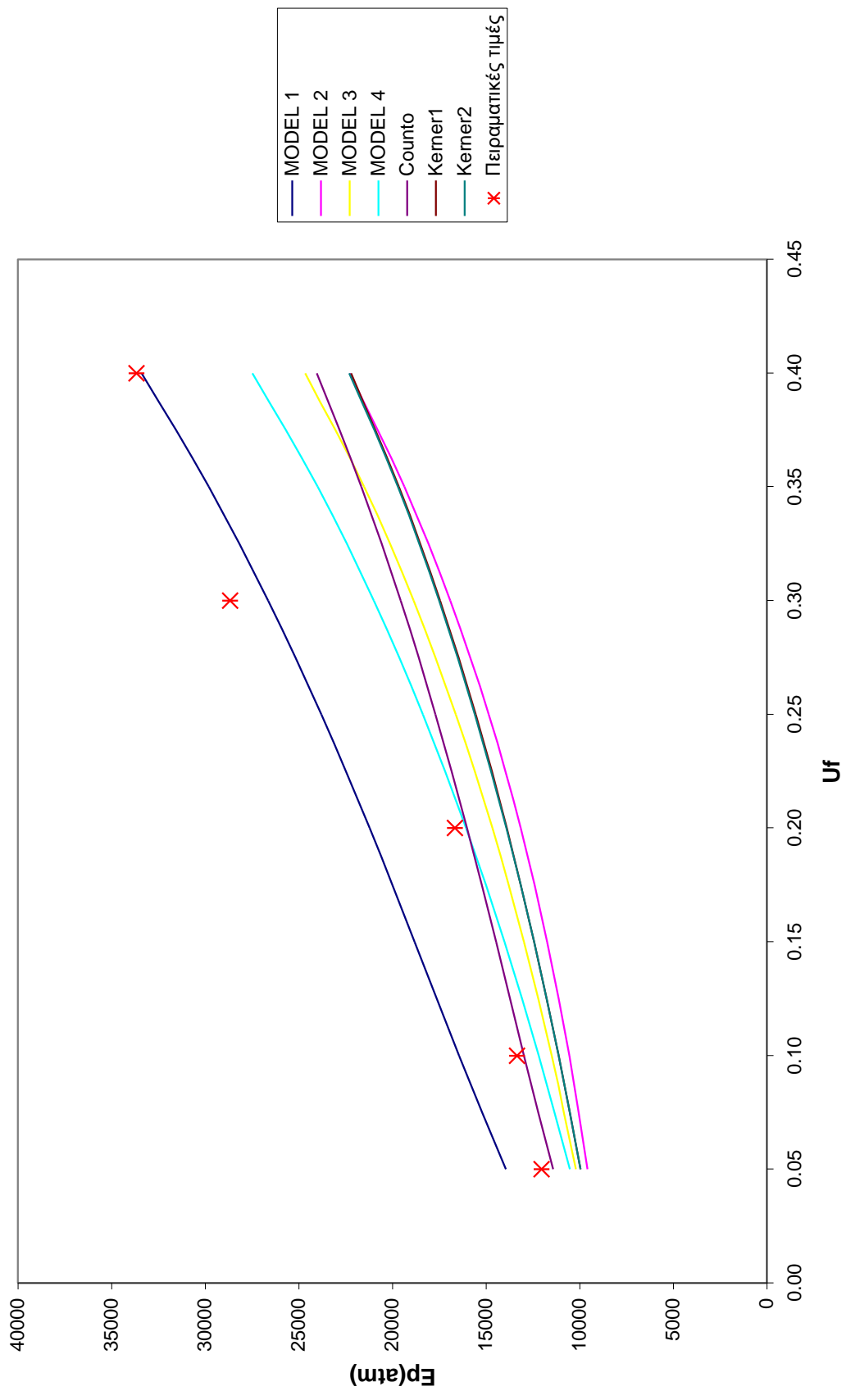
Δ2: Ερ-Uf Αλουμίνιο (Ef=64*10⁴atm) - Ρητίνη (Em=0,753*10⁴atm)



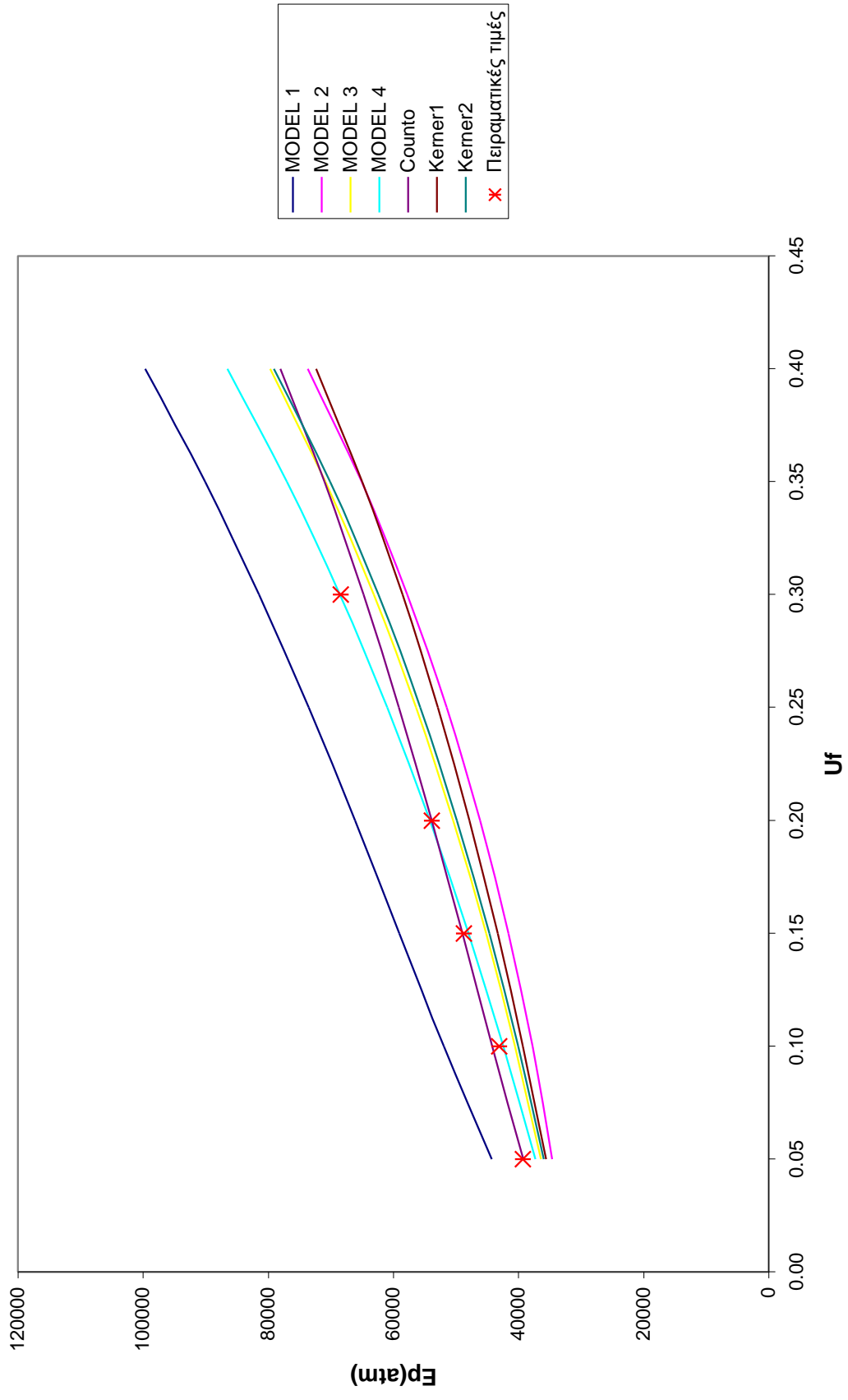
Δ3: Ep-Uf SiC (Ef=400*10⁴atm) - Πηλίνη (Em=0,753*10⁴atm)



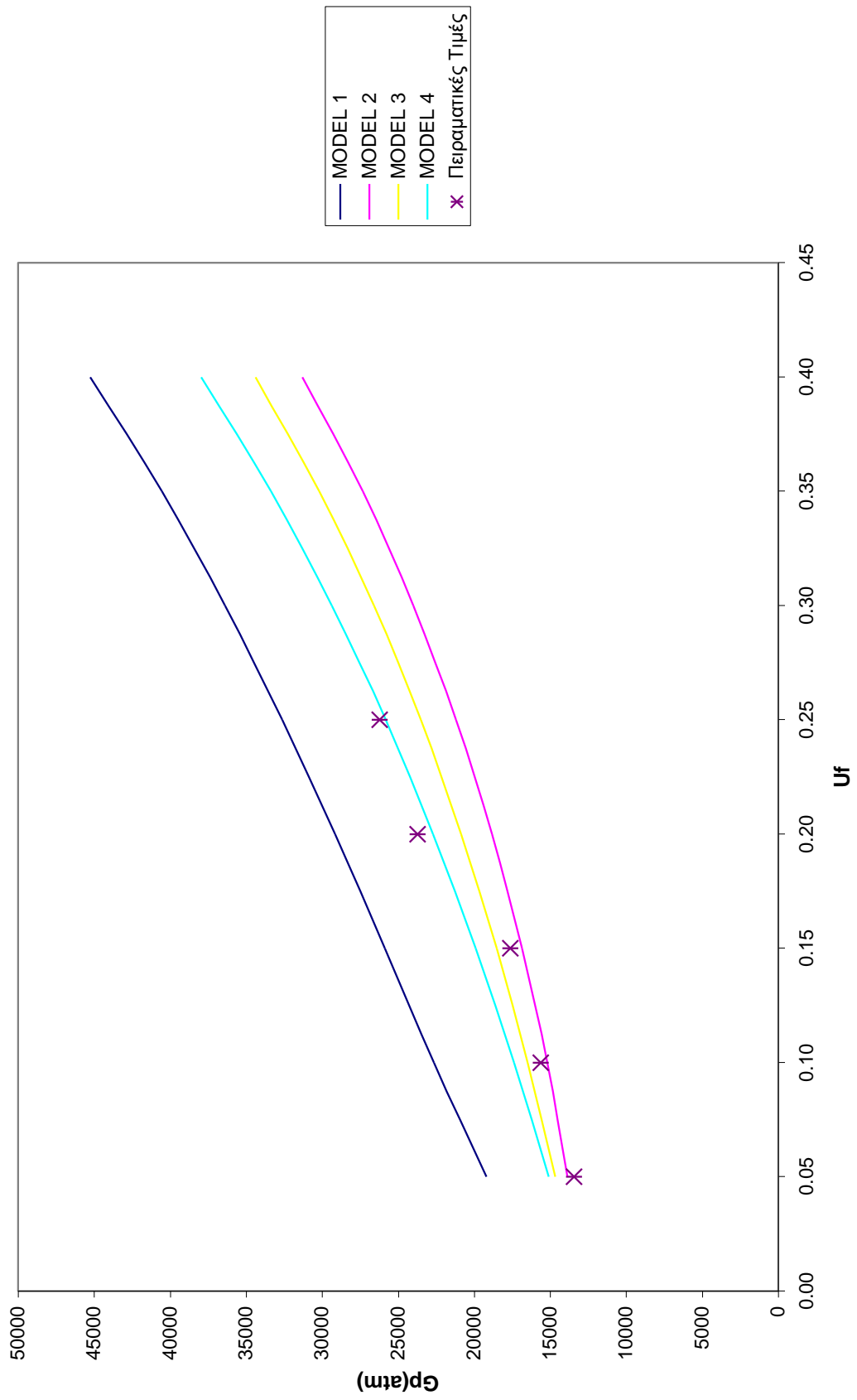
Δ4: Ep-Uf SiC (Ef=400*10^4atm) - Πηρίνη (Em=0,889*10^4atm)



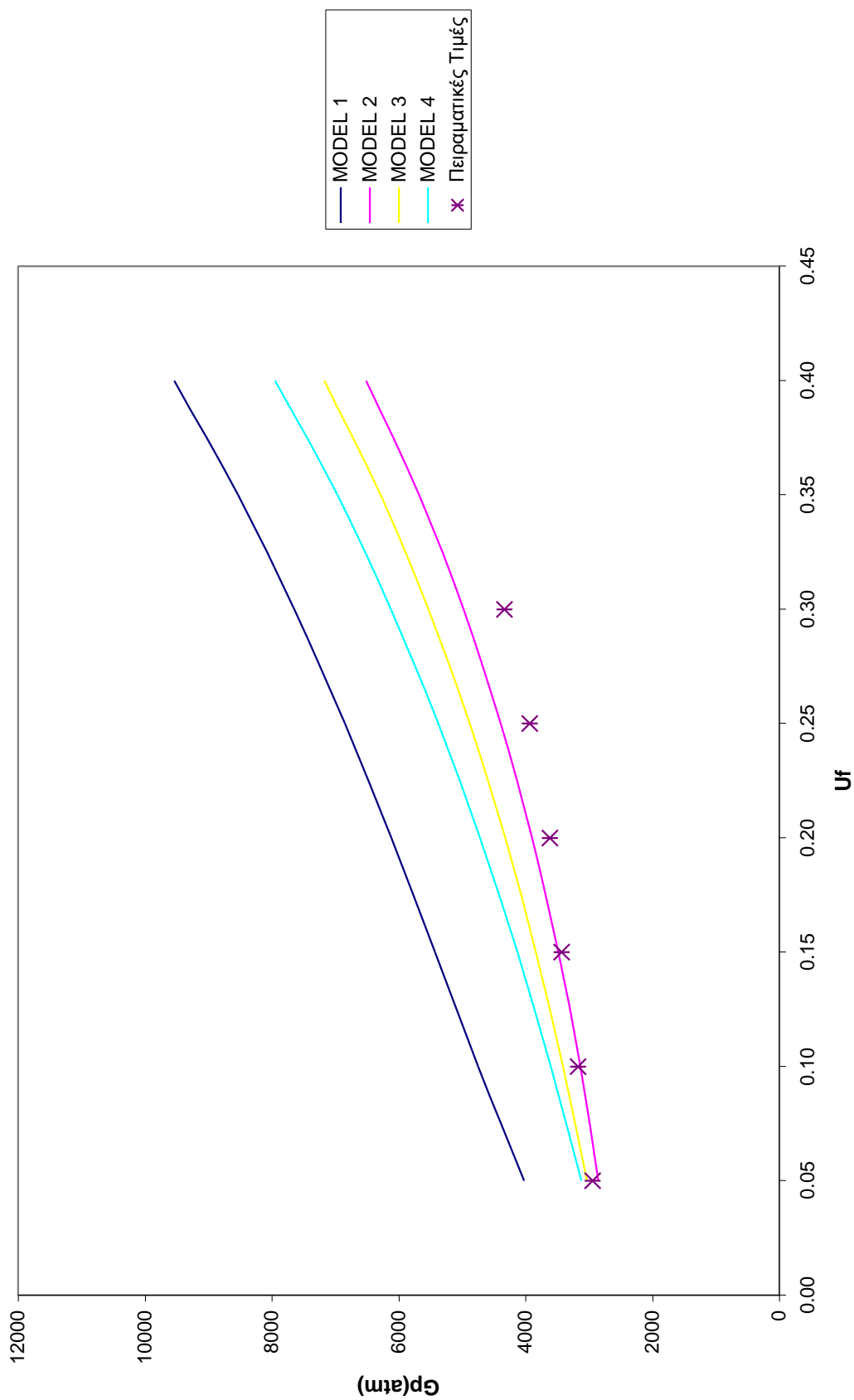
Δ5: Ερ-Uf Αλουμίνιο (Ef=70*10^4atm) - Ρητίνη (Em=3,2232*10^4atm)



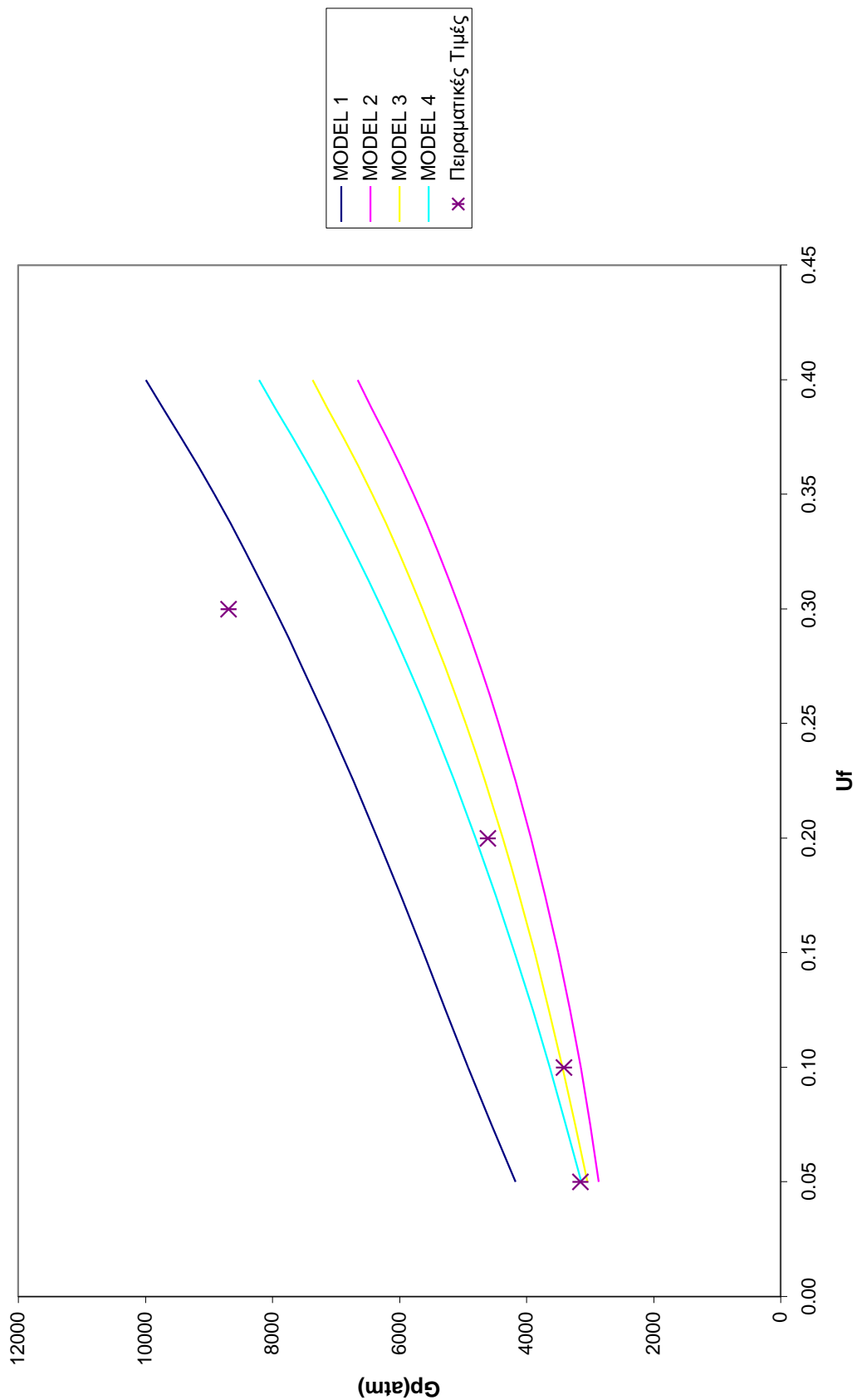
Δ6: Gp-Uf Σίδηρος (Ef=210*10⁴atm, νf=0,29) - Ρητίνη (Em=3,5*10⁴atm, νm=0,36)



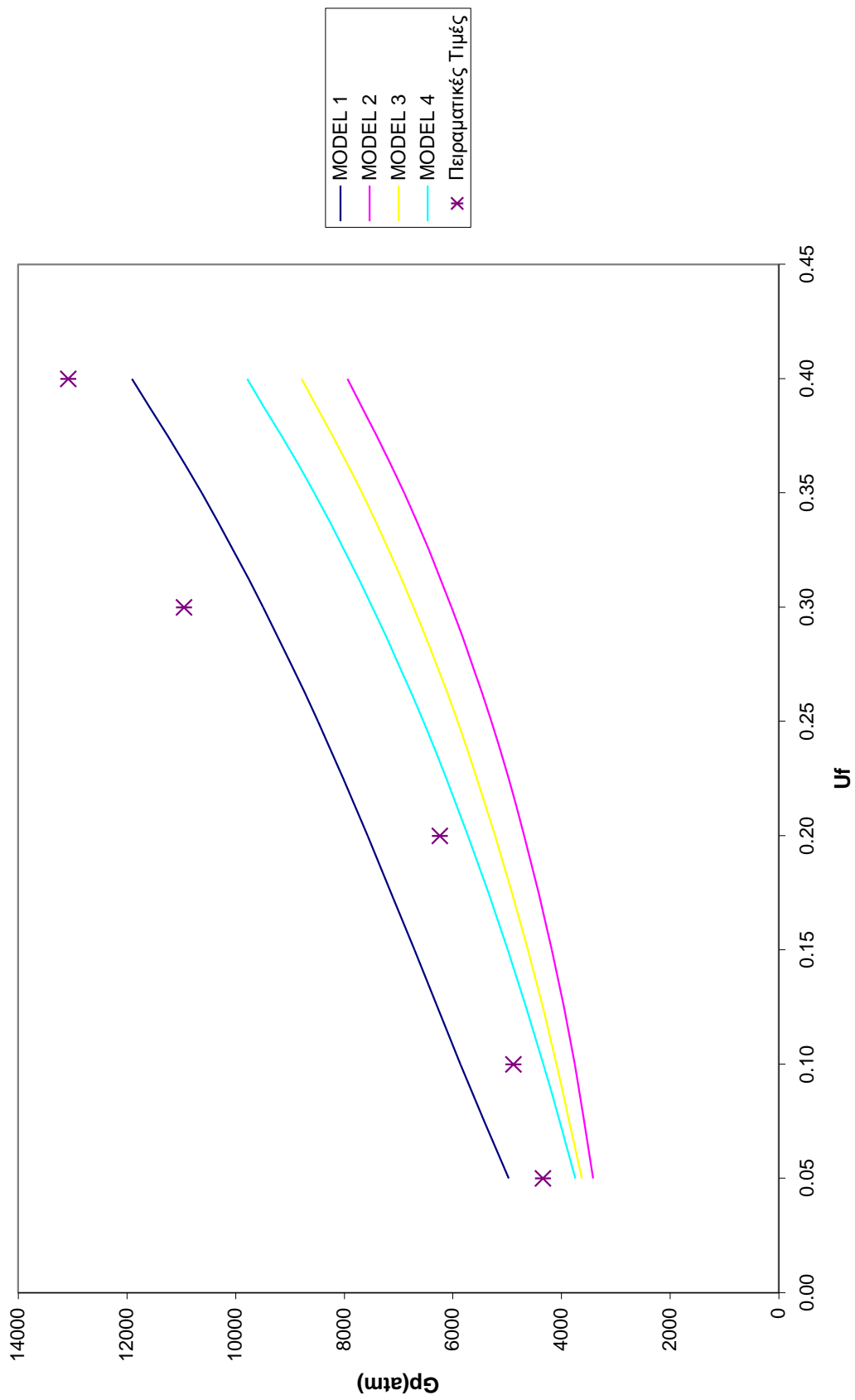
Δ7: Gp-Uf Αλουμίνιο (Ef=64*10⁴atm, vf=0,33) - Ρητίνη (Em=0,753*10⁴atm, vm=0,42)



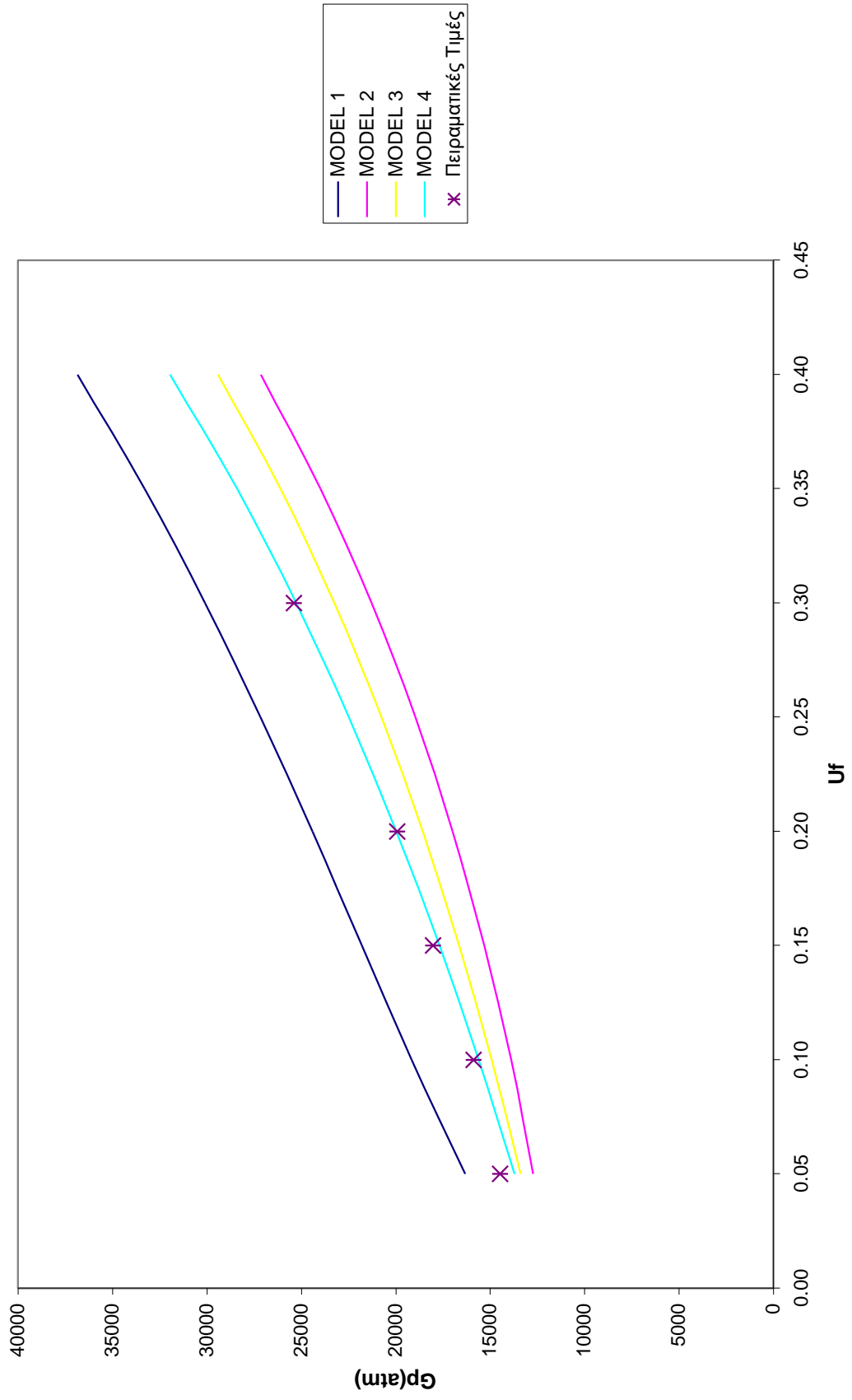
Δ8: Gp-Uf SiC (Ef=400*10⁴atm, vf=0,20) - Ρητίνη (Em=0,753*10⁴atm, vm=0,42)



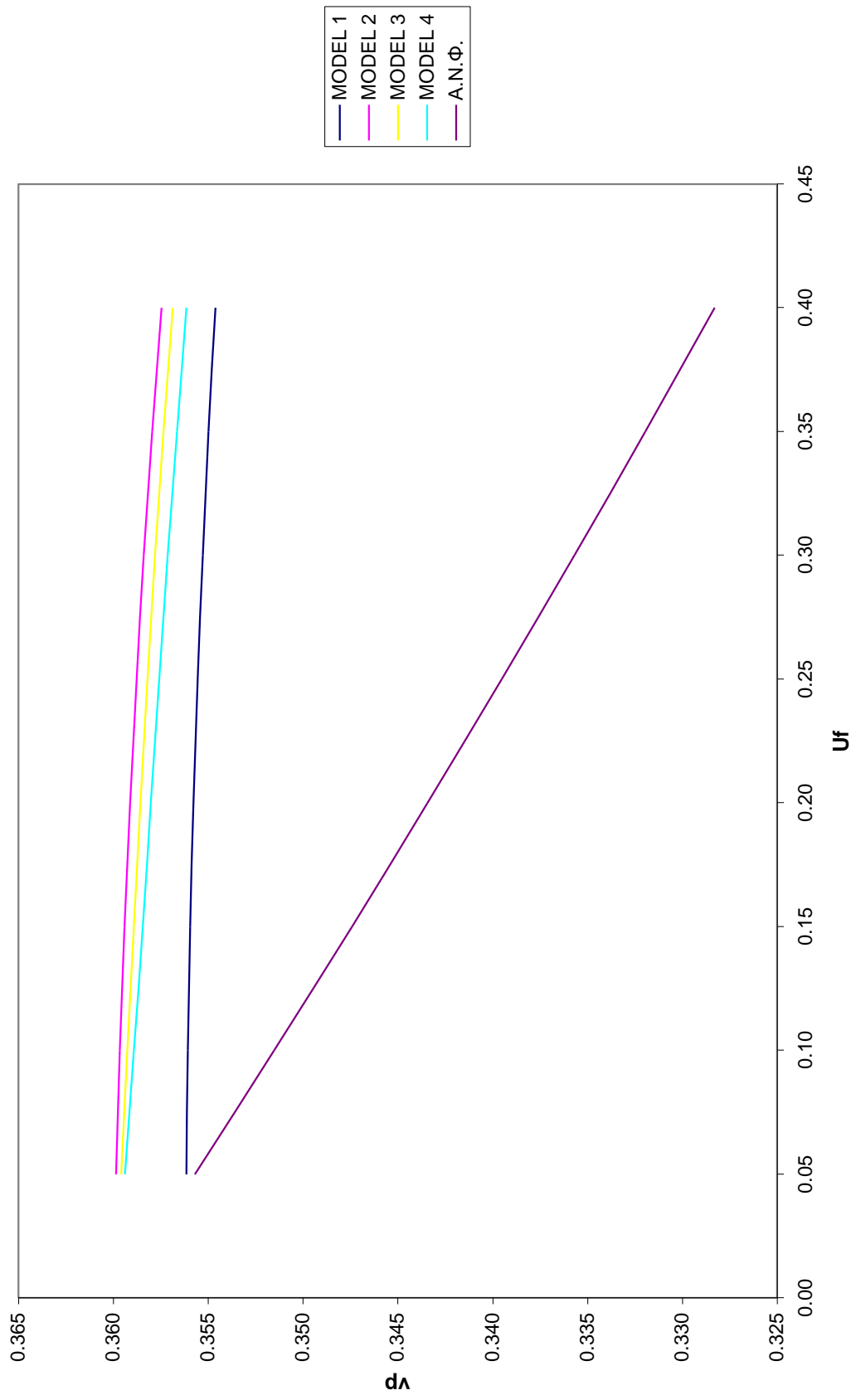
Δ9: Gp-Uf SiC (Ef=400*10⁴atm, vf=0,20) - Ρητίνη (Em=0,889*10⁴atm, vm=0,405)



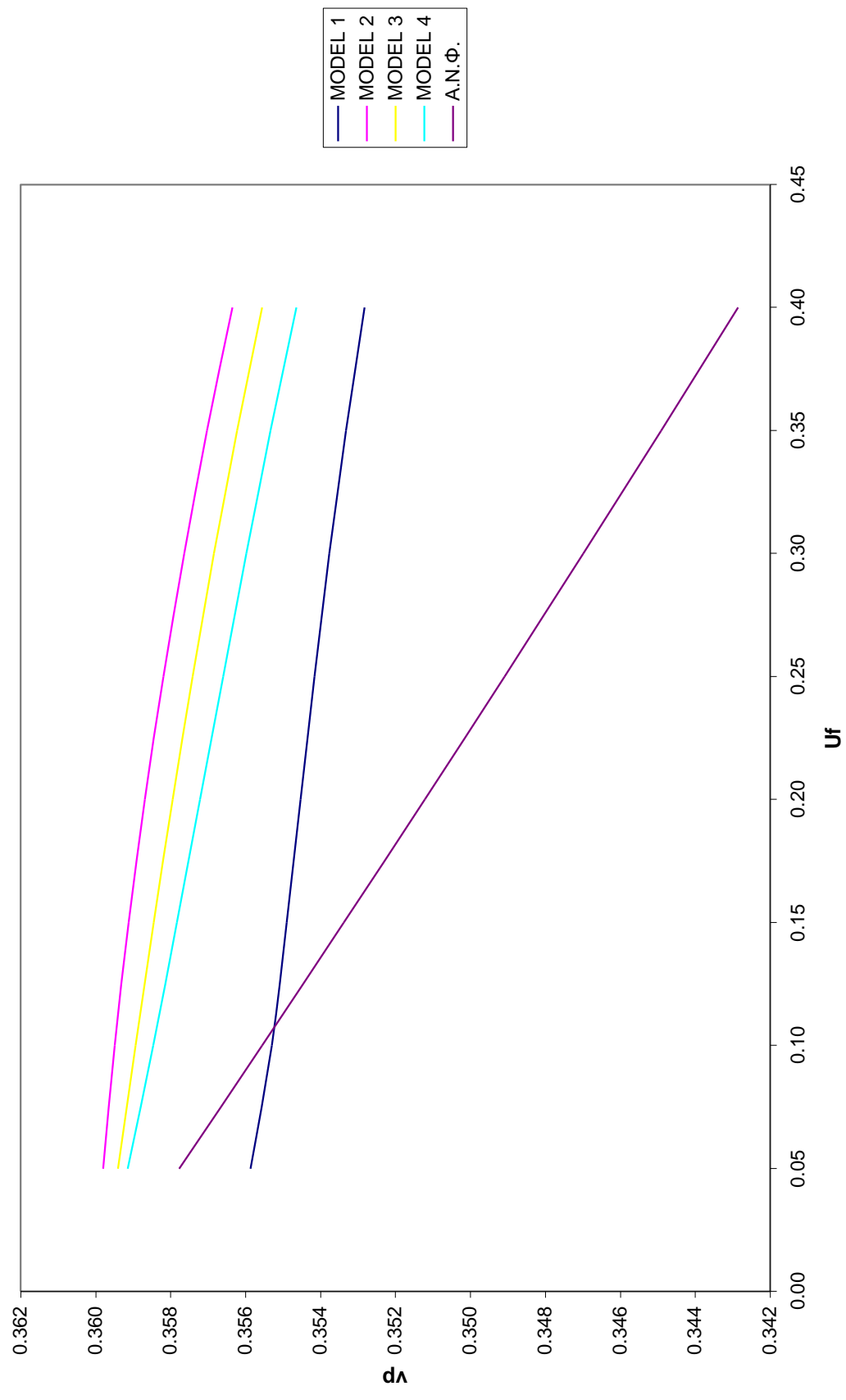
Δ10: Gp-Uf Αλουμίνιο (Ef=70*10^4atm, vf=0,32) - Ρητίνη (Em=3,2232*10^4atm, νm=0,36)



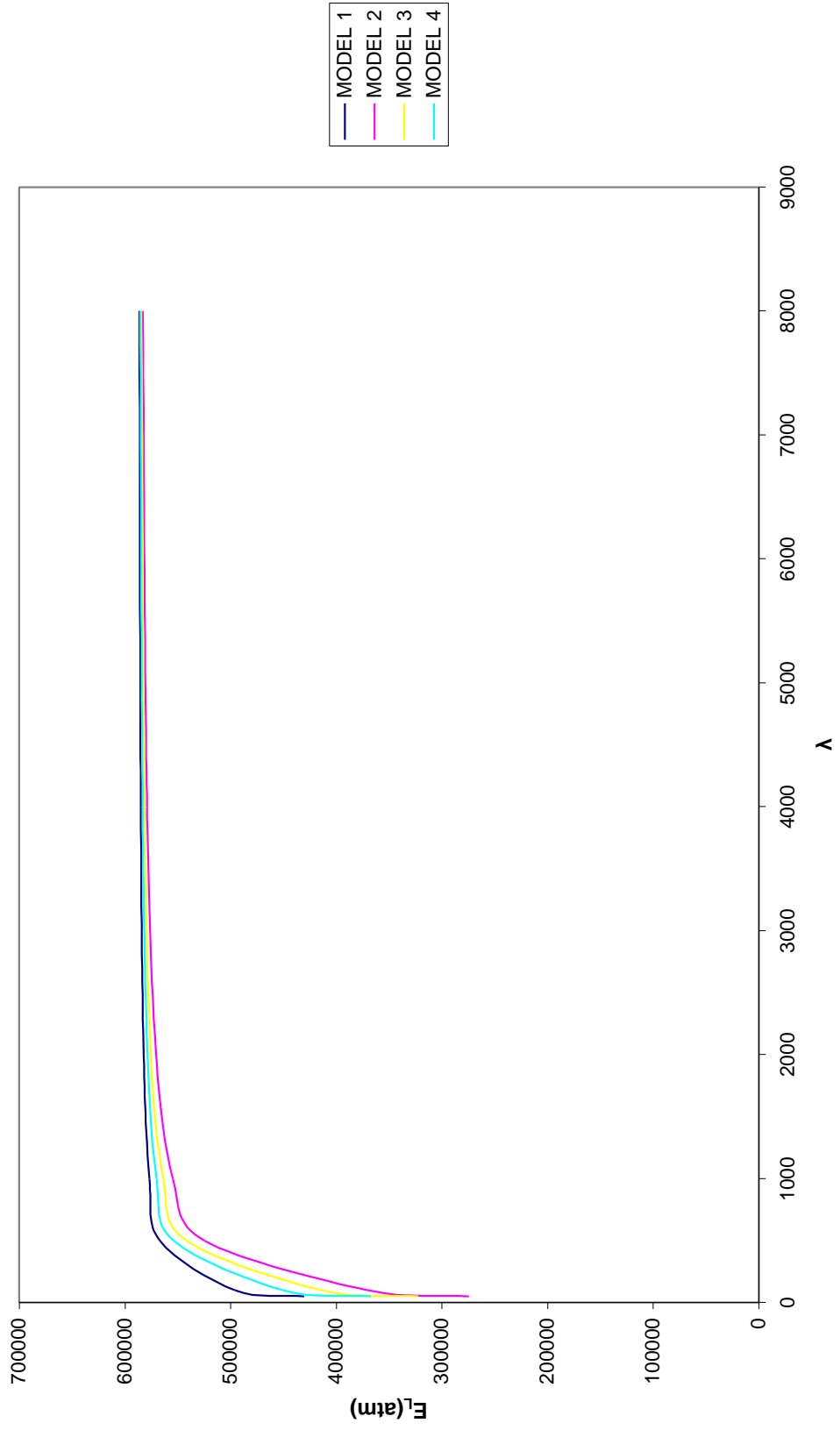
Δ11: ν_p - U_f Σίδηρος ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,29$) - Ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)



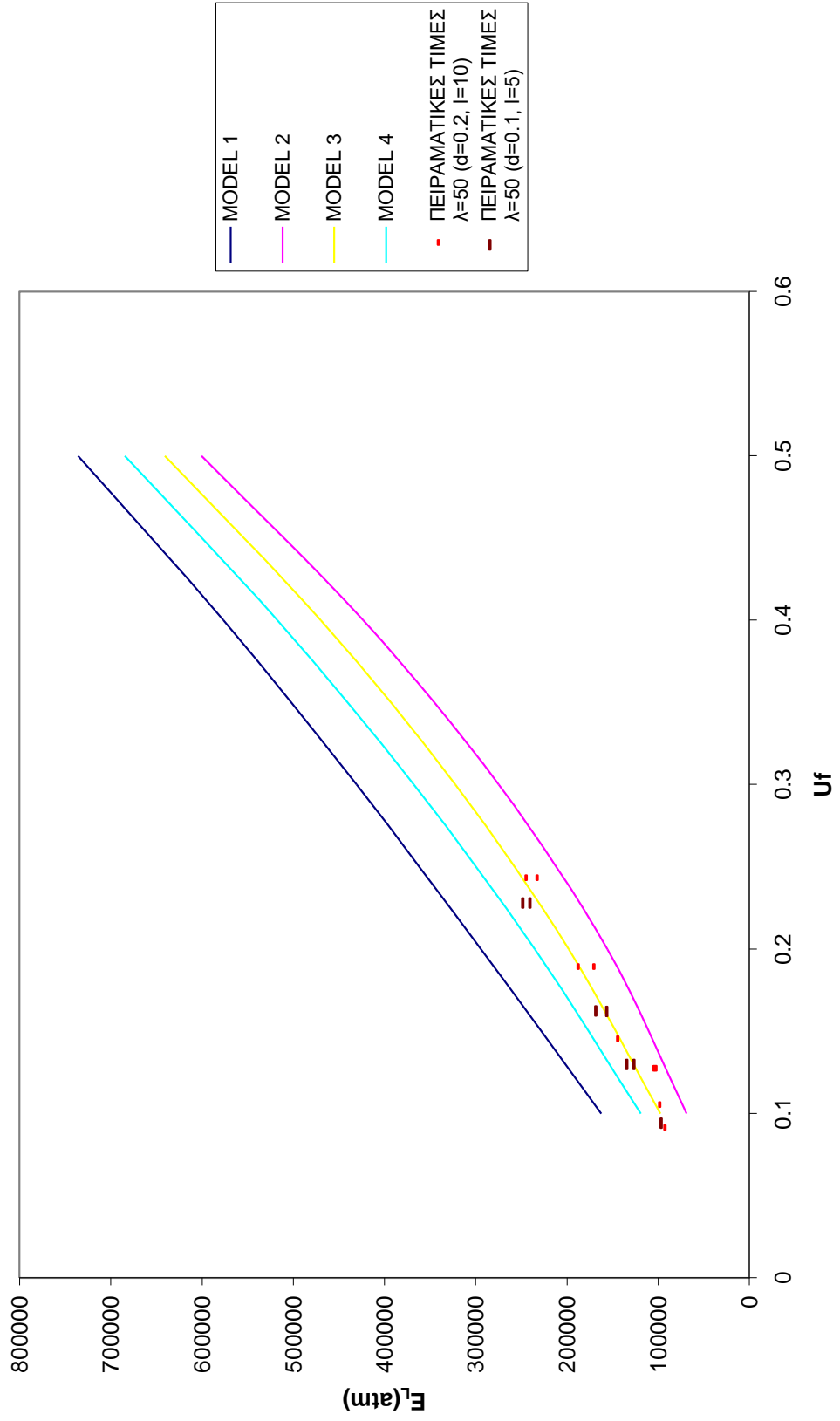
Δ12: ν_P - U_f Αλουμίνιο ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,32$) - Ρητίνη ($E_m=3,2232 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)



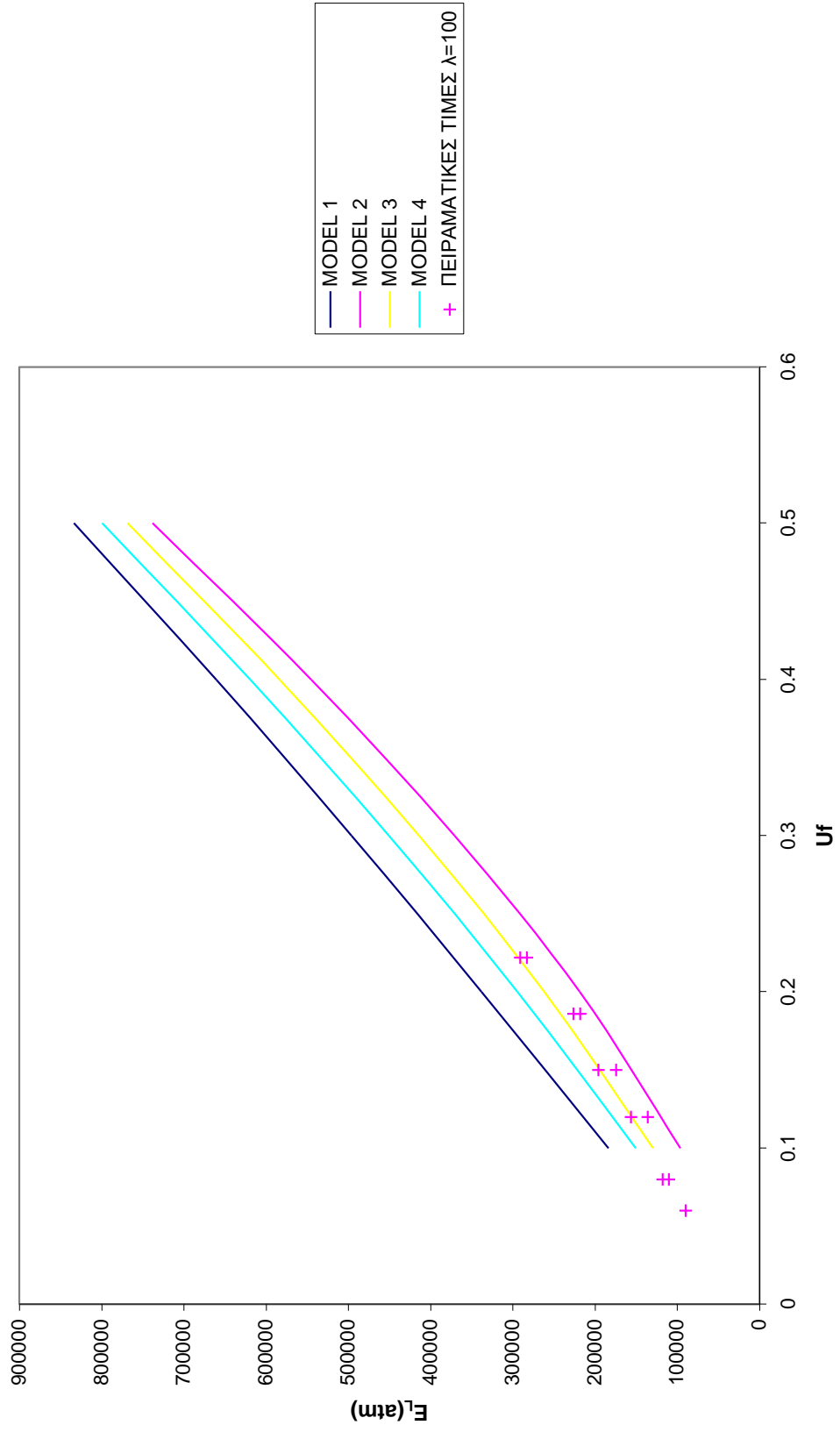
Δ13: E_L - λ Σιδηρος ($E_f=190 \cdot 10^4 \text{ atm}$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$)
 $U_f=0,3$



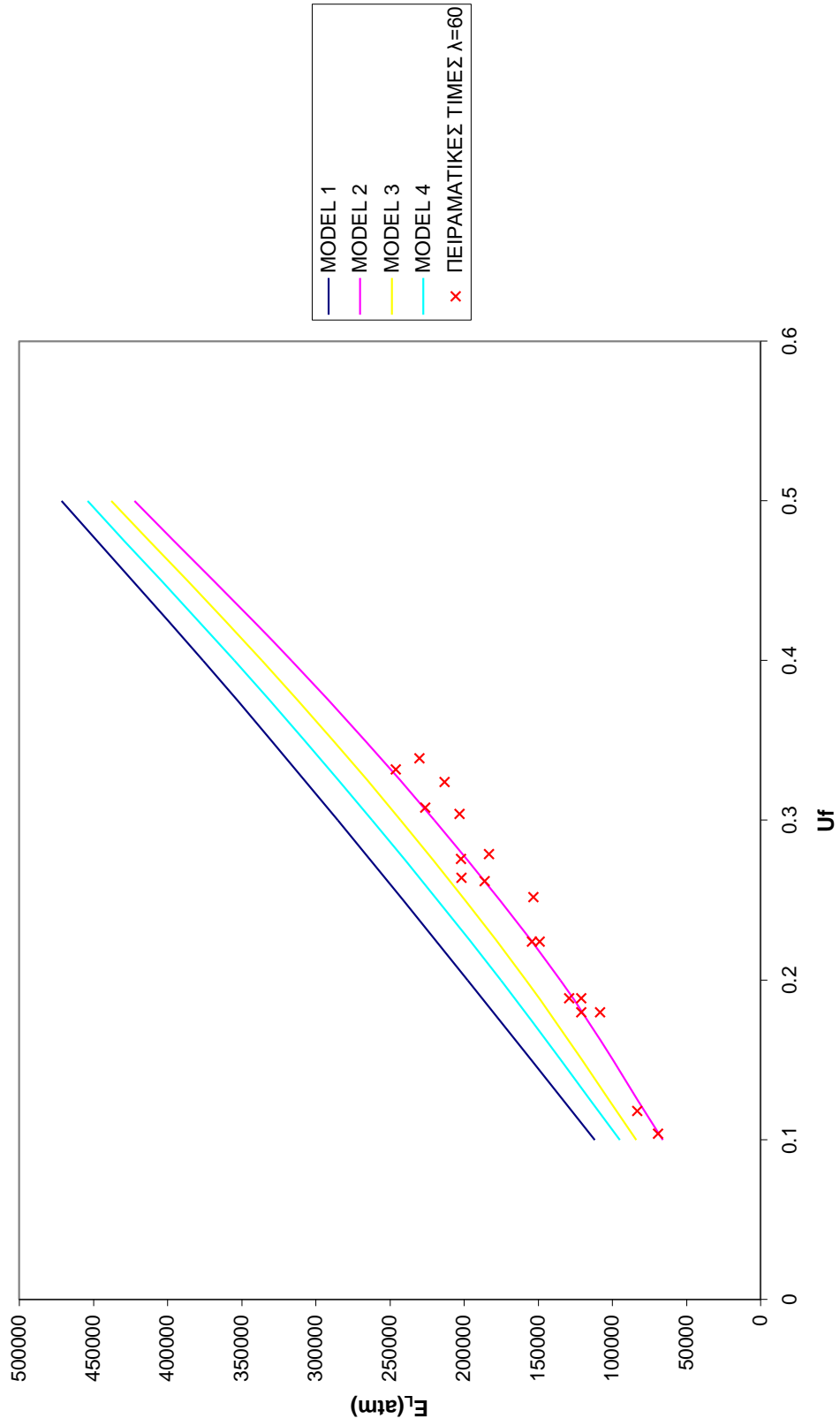
Δ14: E_L-U_f Σίδηρος ($E_f=190 \cdot 10^4 \text{ atm}$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$)
 $\lambda=50$



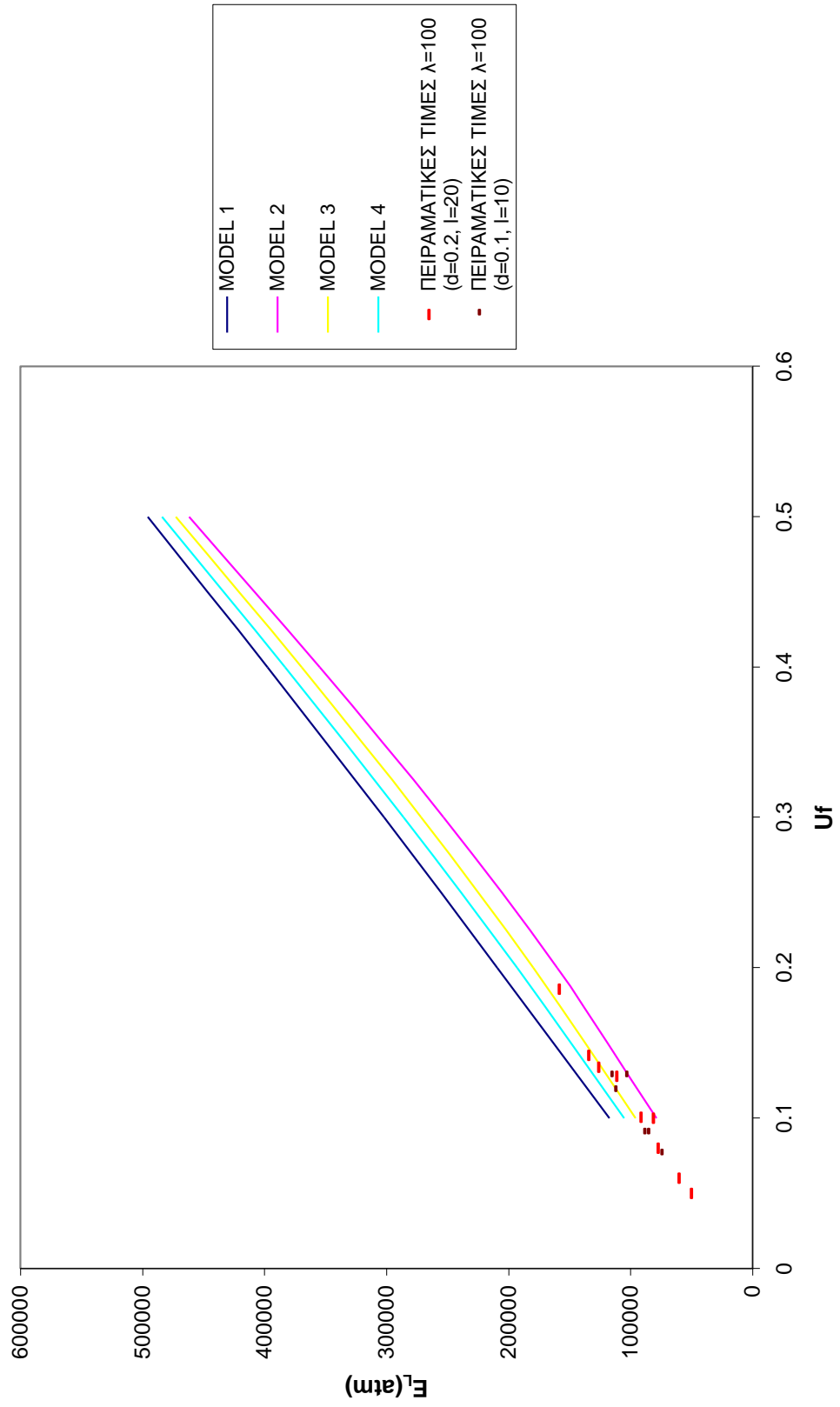
Δ15: E_L-U_f Σίδηρος ($E_f=190 \cdot 10^4 \text{ atm}$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$)
 $\lambda=100$



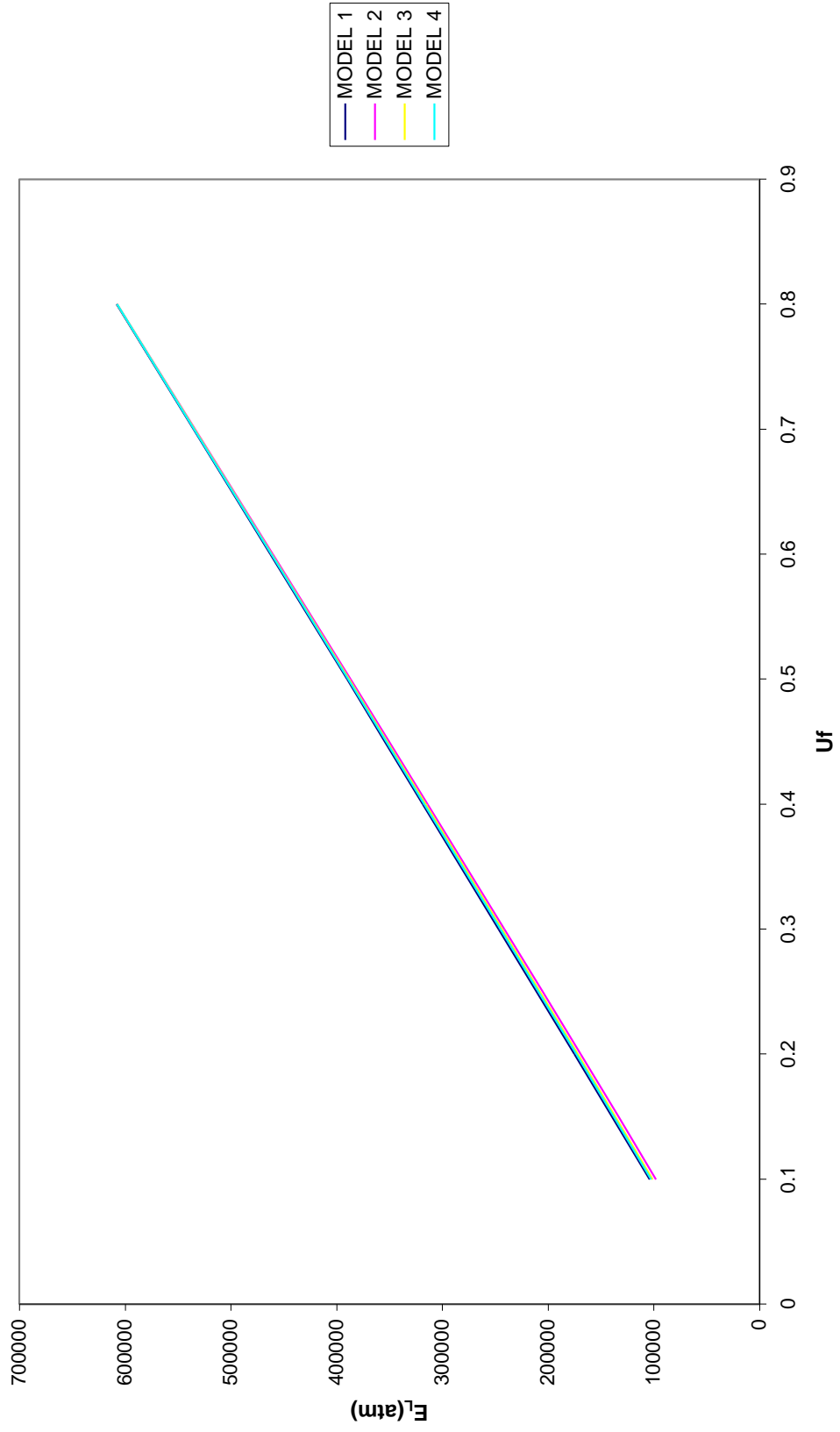
Δ16: E_L - U_f Χαλκός ($E_f=105 \cdot 10^4 \text{ atm}$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$)
 $\lambda=60$



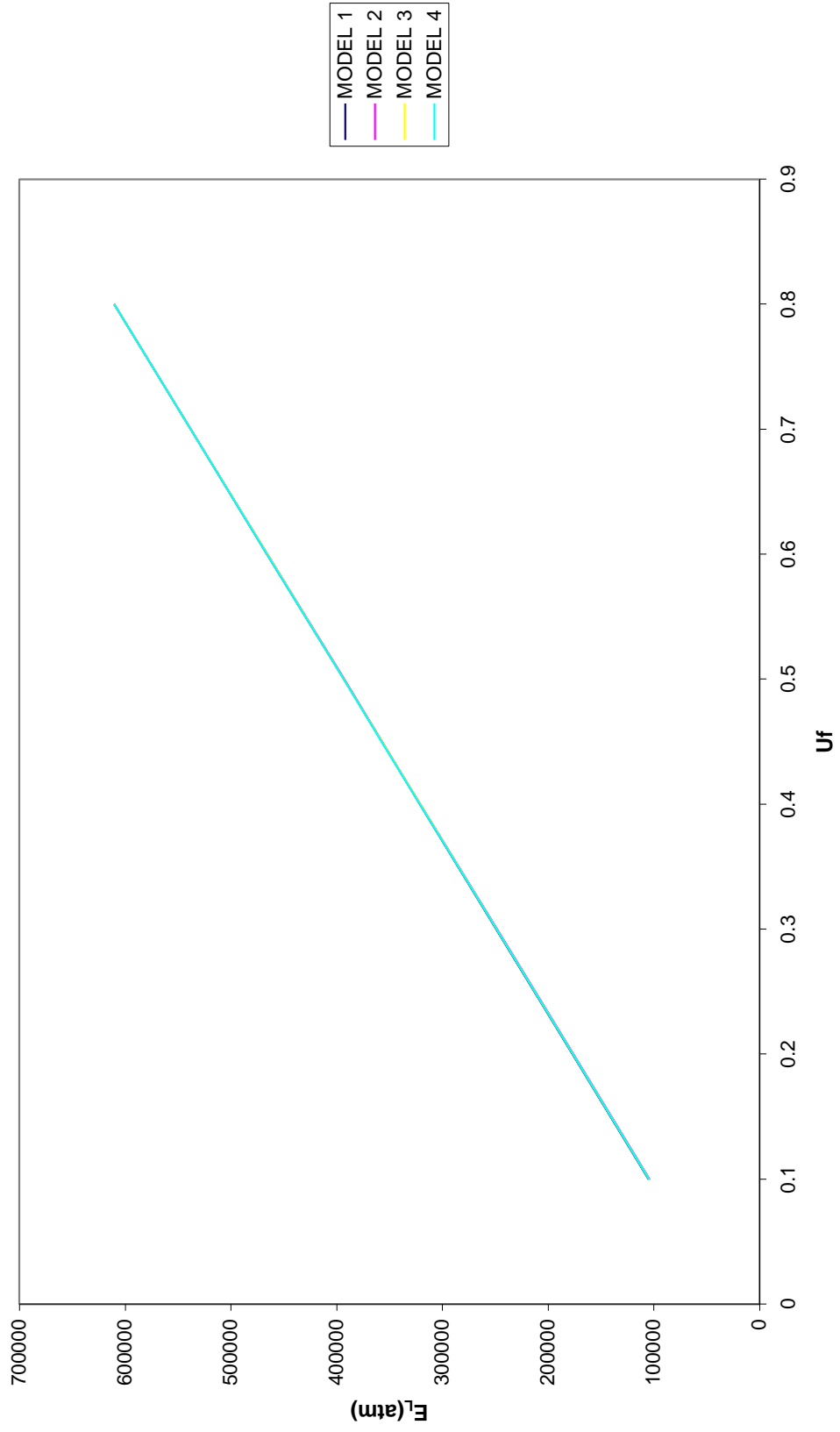
Δ17: E_L - U_f Χαλκός ($E_f=105 \cdot 10^4 \text{ atm}$) - Ρητίνη ($E_m=2,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$)
 $\lambda=100$



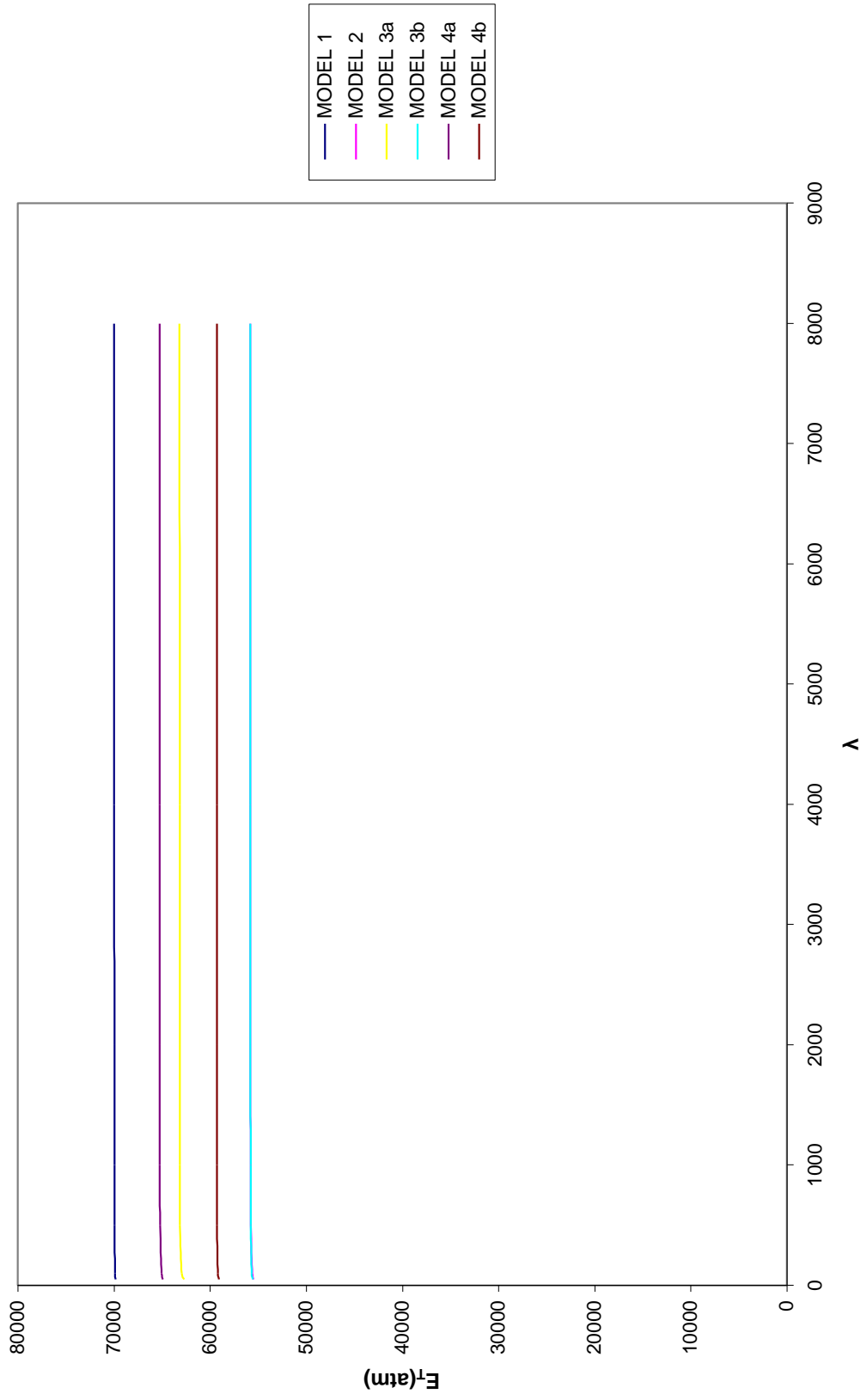
Δ18: E_L-U_f Γαλαί ($E_f=75,506 \cdot 10^4 \text{ atm}$) - Πηλίνη ($E_m=3,236 \cdot 10^4 \text{ atm}$)
 $\lambda=500$



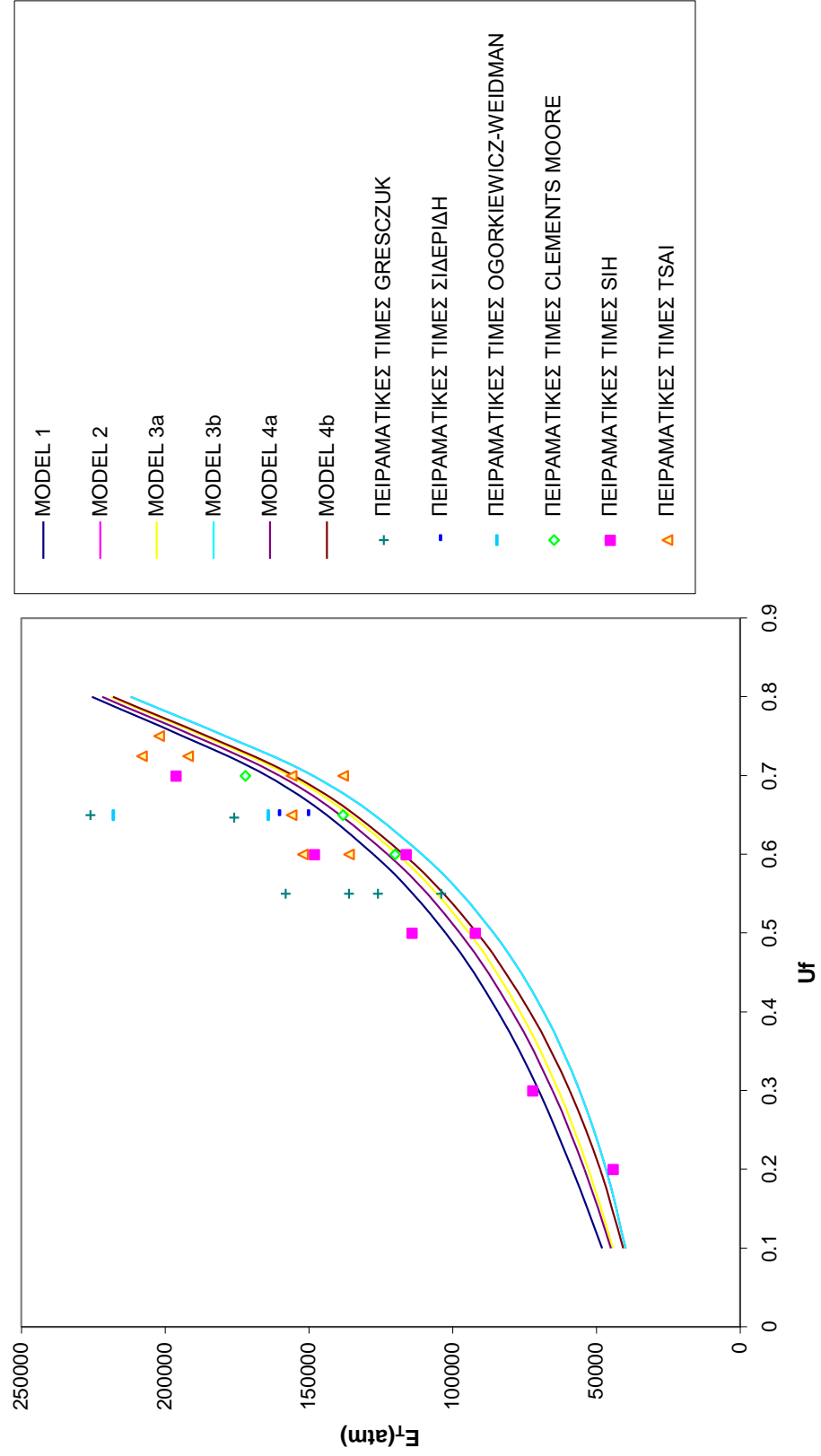
Δ19: E_L-U_f Γαλάι ($E_f=75,506 \cdot 10^4 \text{ atm}$) - Πηλίνη ($E_m=3,236 \cdot 10^4 \text{ atm}$)
 $\lambda=4000$



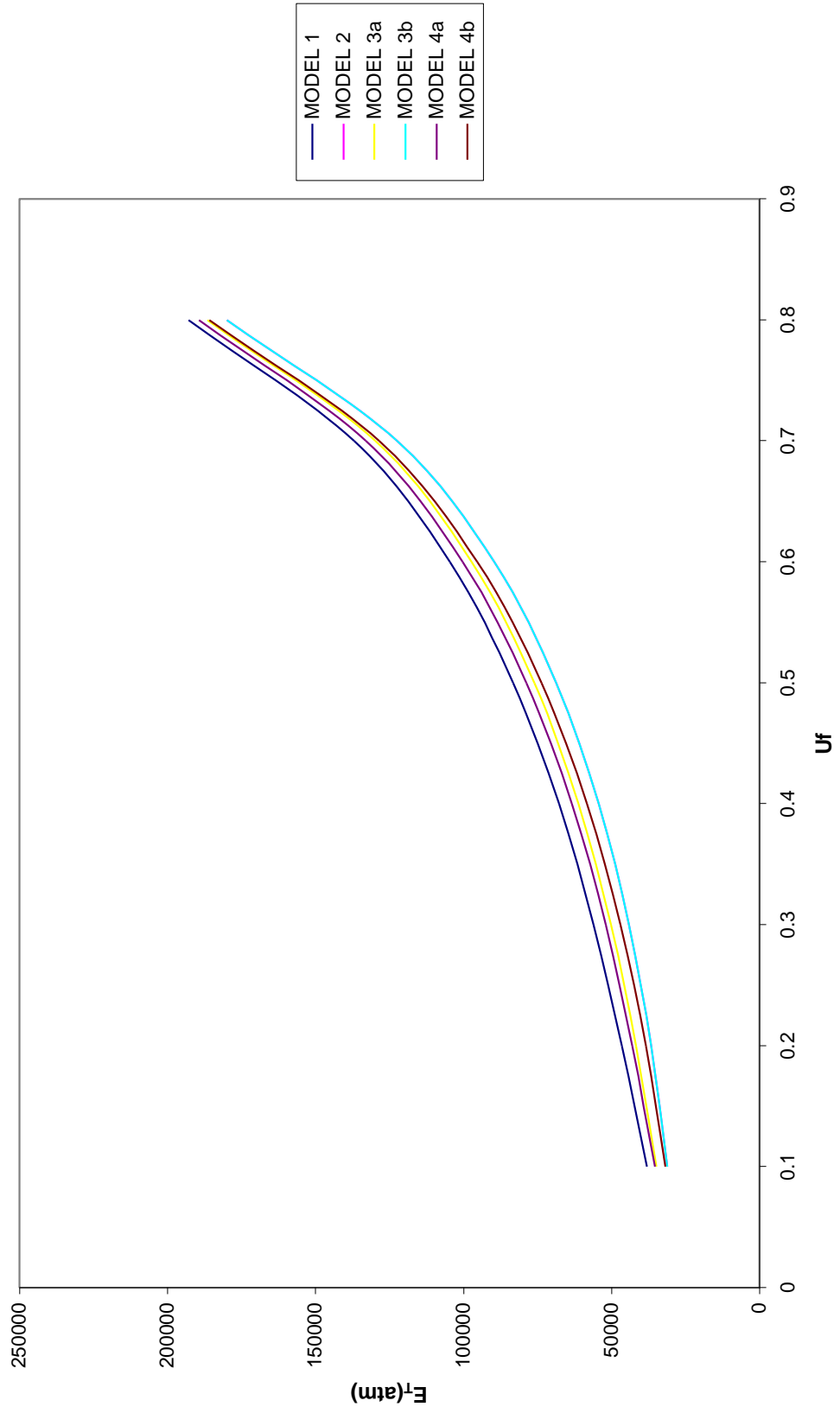
**Δ20: E_T-λ Γραφί (E_f=70*10⁴atm) - Πηλίτη (E_m=3,5*10⁴atm)
U_f=0,3**



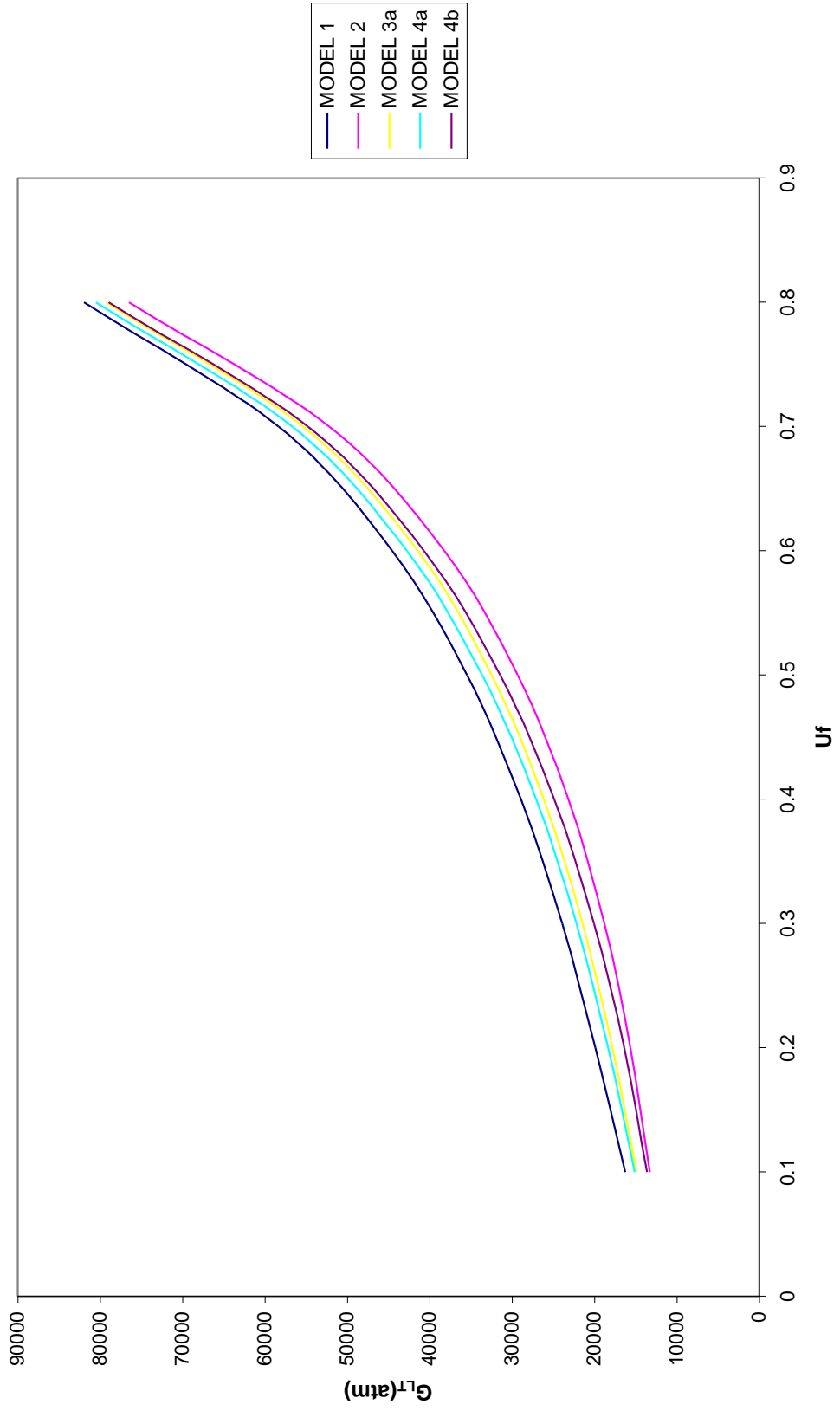
Δ21: E_T-U_f Γραφί ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{ atm}$) - Ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$)
 $\lambda=2000$



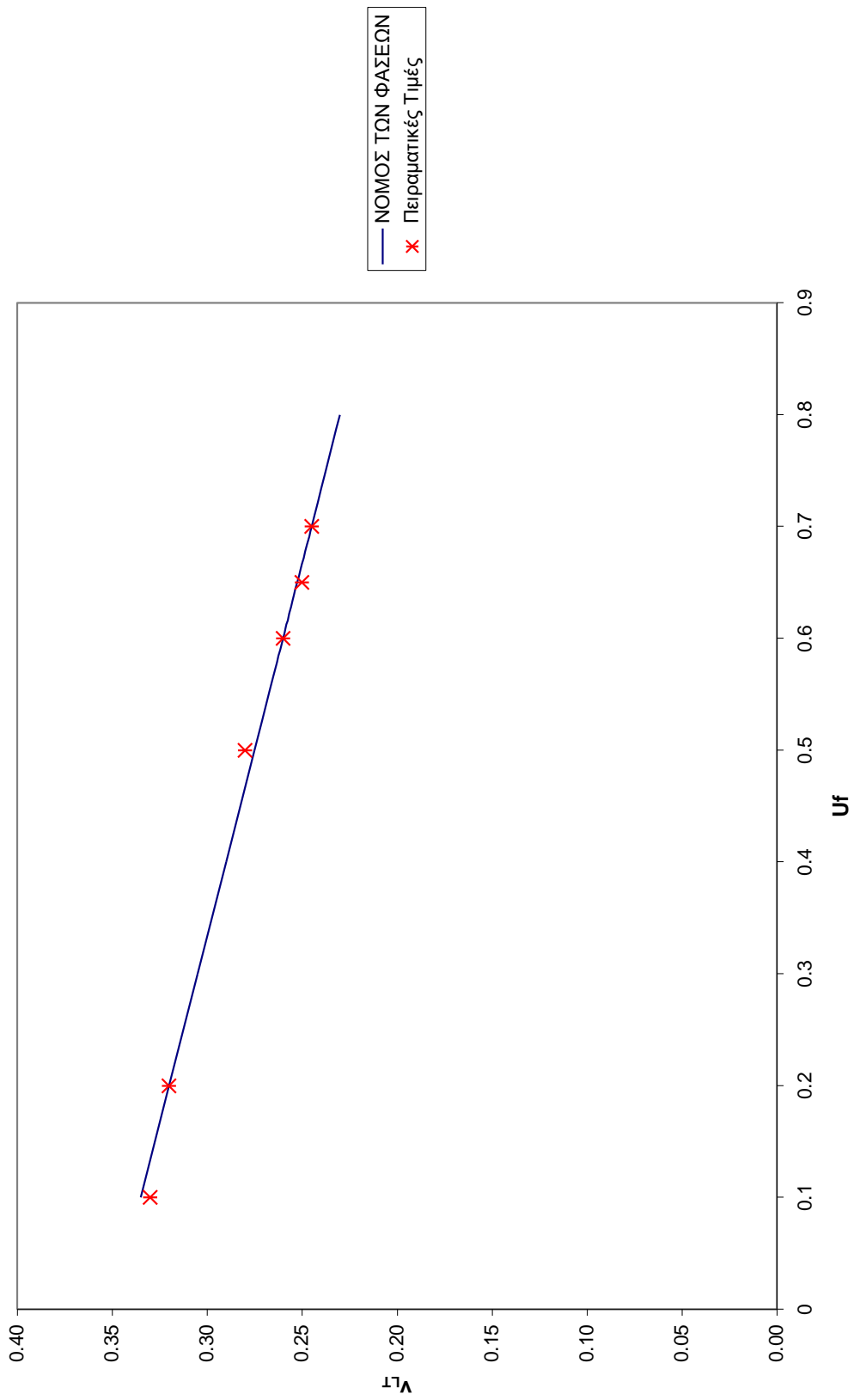
Δ22: E_T-U_f Γραφί (E_f=75,506*10⁴atm) - Πηρίνη (E_m=2,73*10⁴atm)
λ=2000



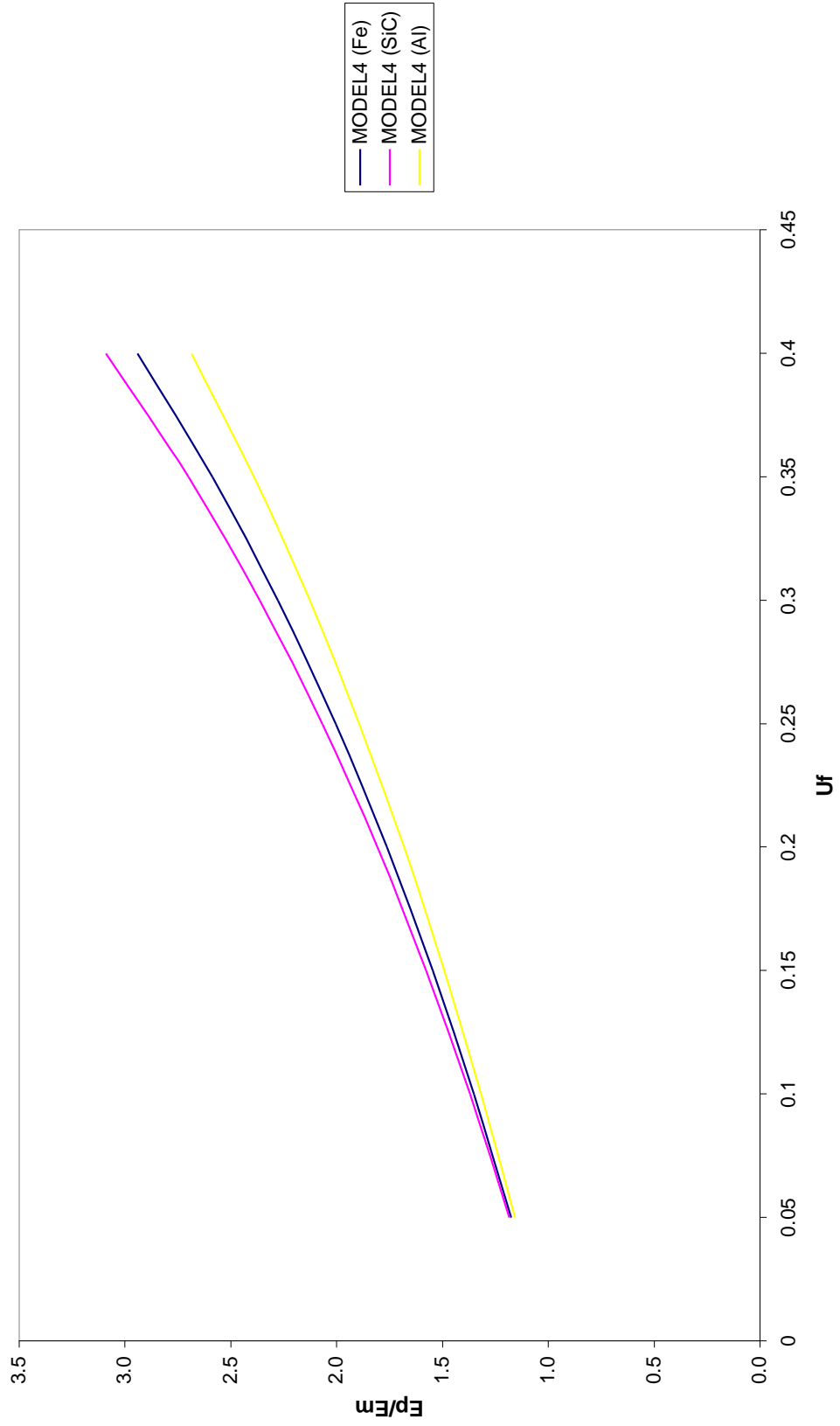
Δ23: G_{LT} - U_f Γραφί (Ef=75,506*10⁴atm) - Πηρίν (Em=3,236*10⁴atm)
 $\lambda=2000$



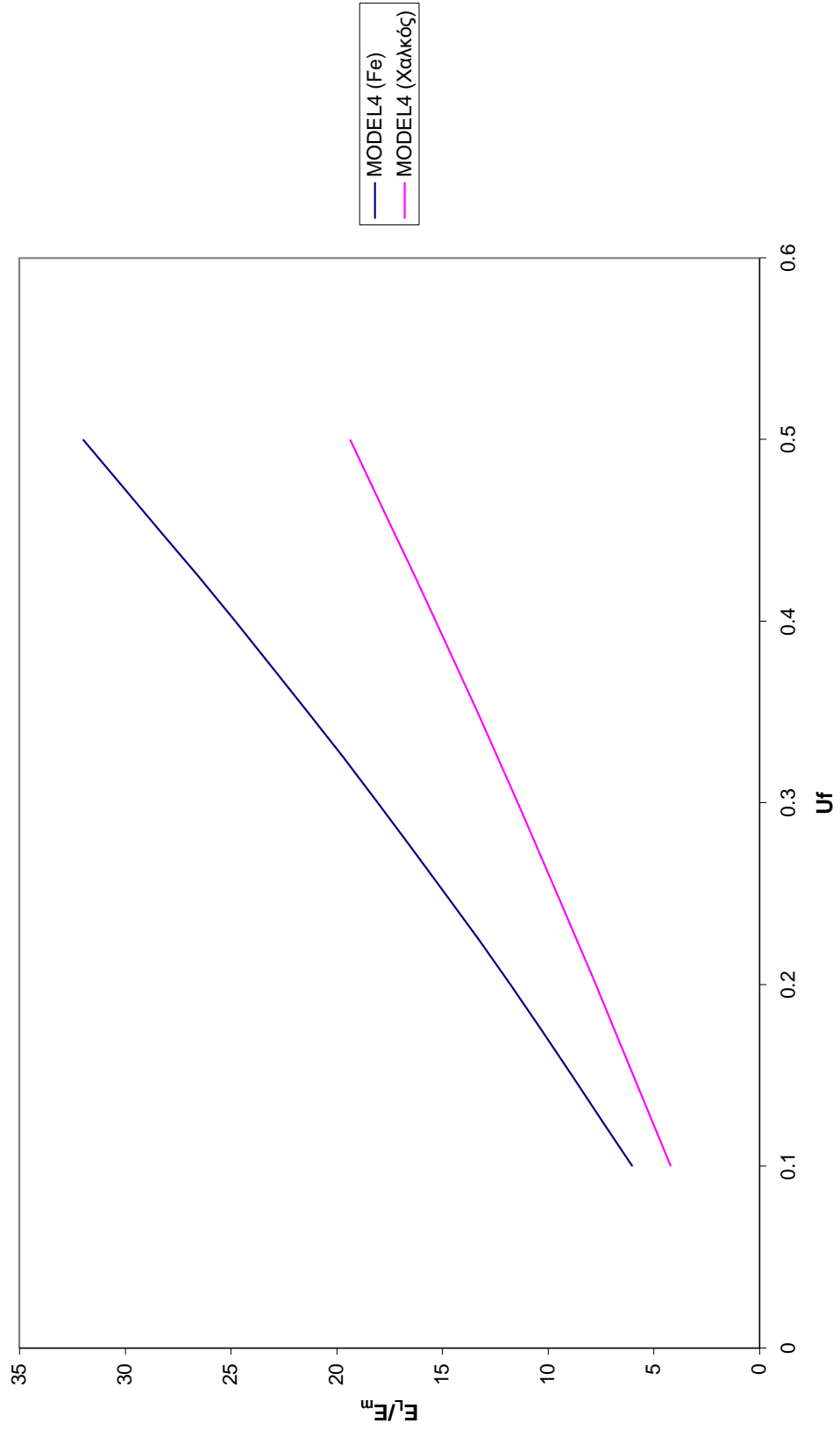
Δ24: $v_{L,T}$ - U_f Γαυλί ($v_f=0,2$) - Ρητίνη ($v_m=0,35$)



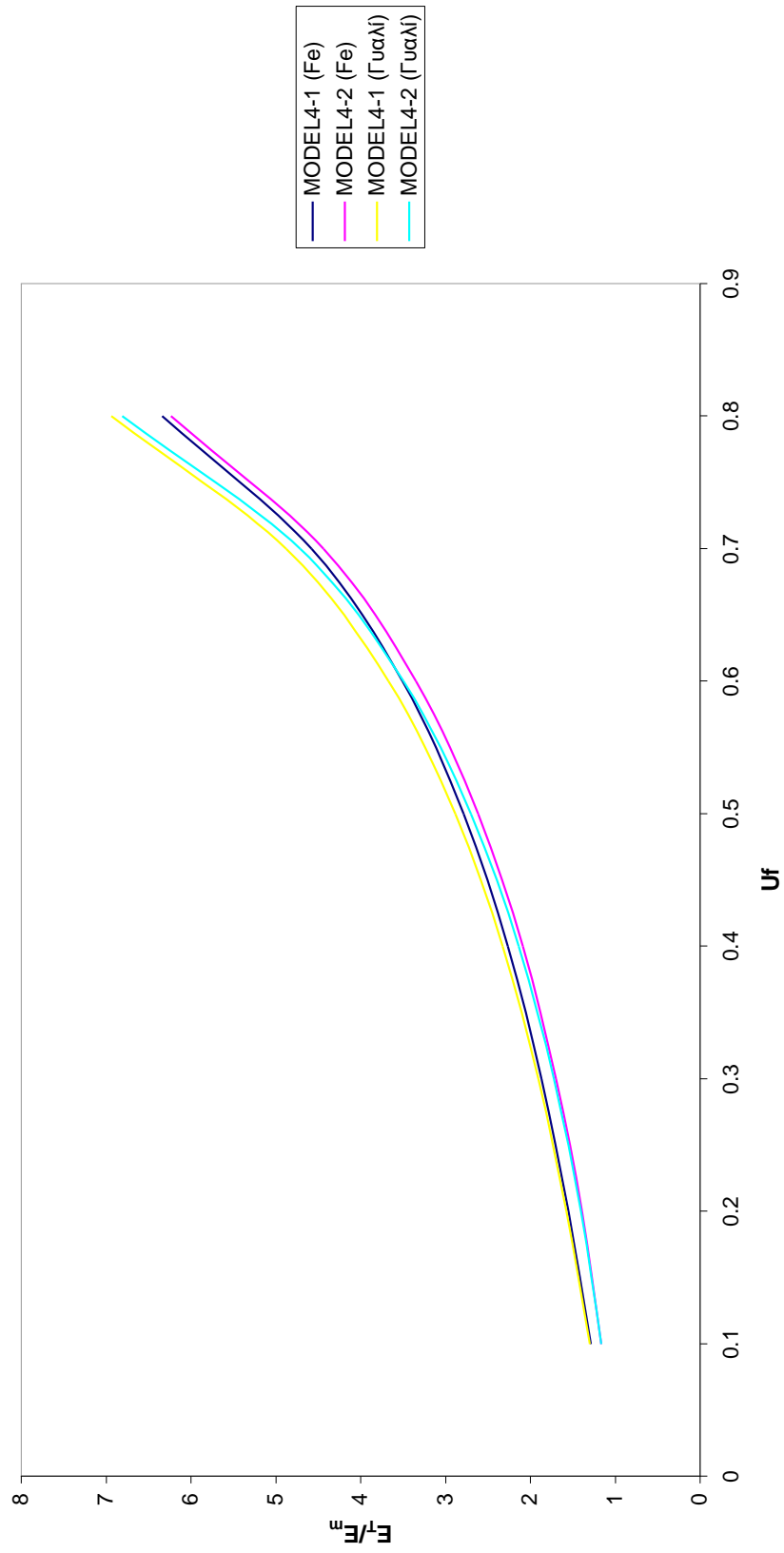
Δ25α: ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ
 $E_p/E_f - U_f$



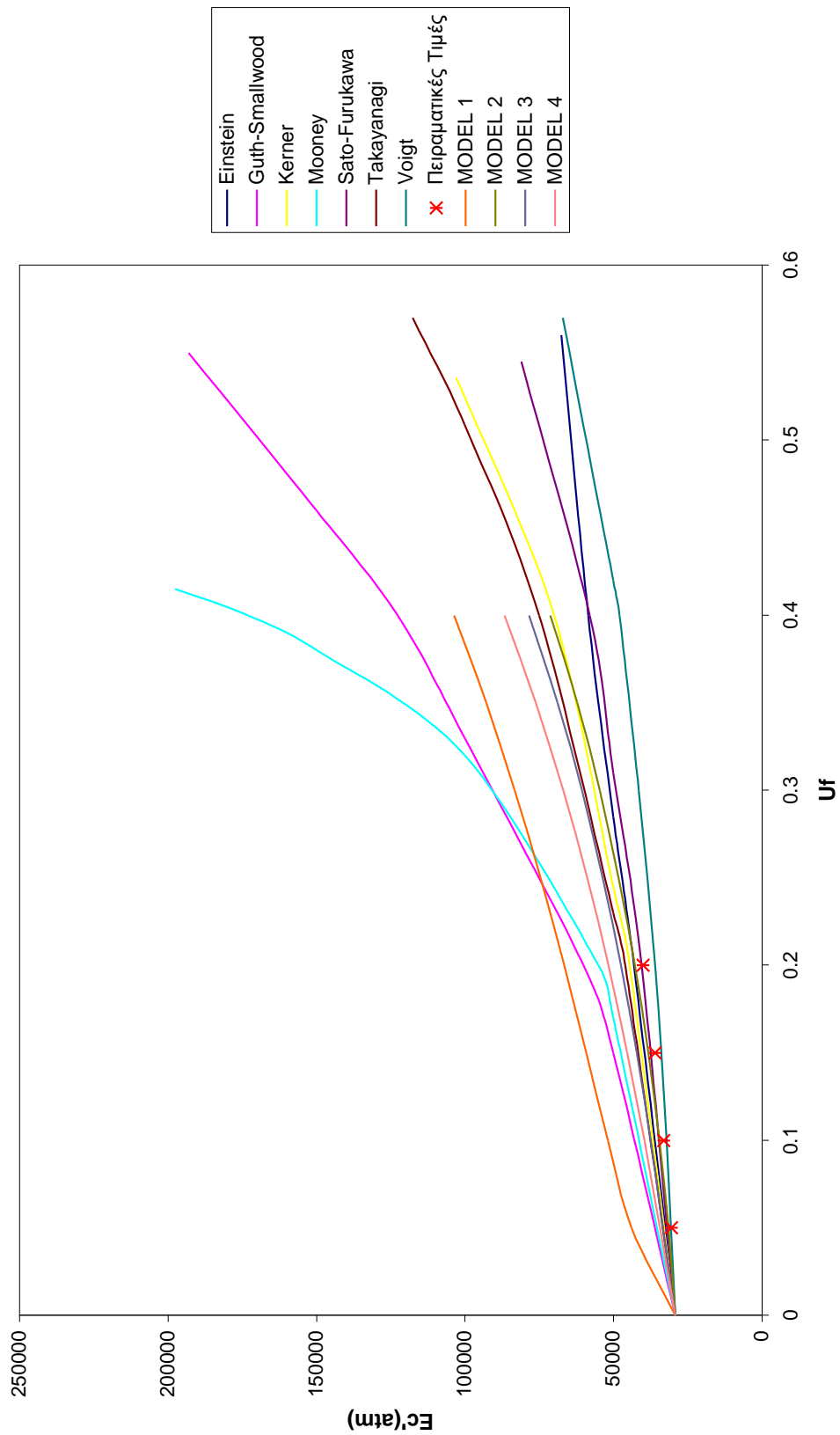
Δ25β: ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ E_L/E_m - U_f
 $\lambda=100$



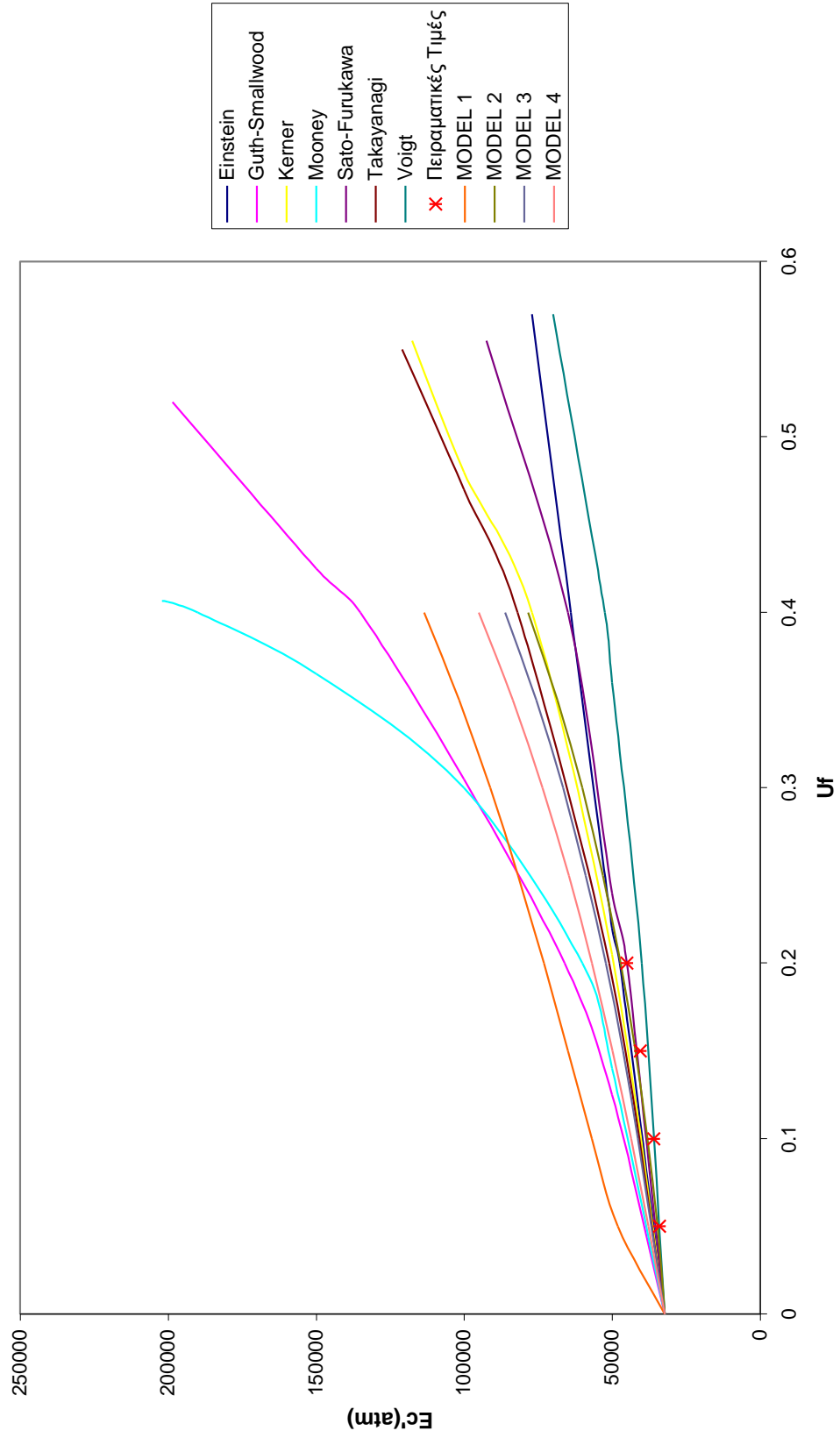
Δ25γ: ΕΓΚΑΡΣΙΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ E_T/E_m
 $\lambda=2000$



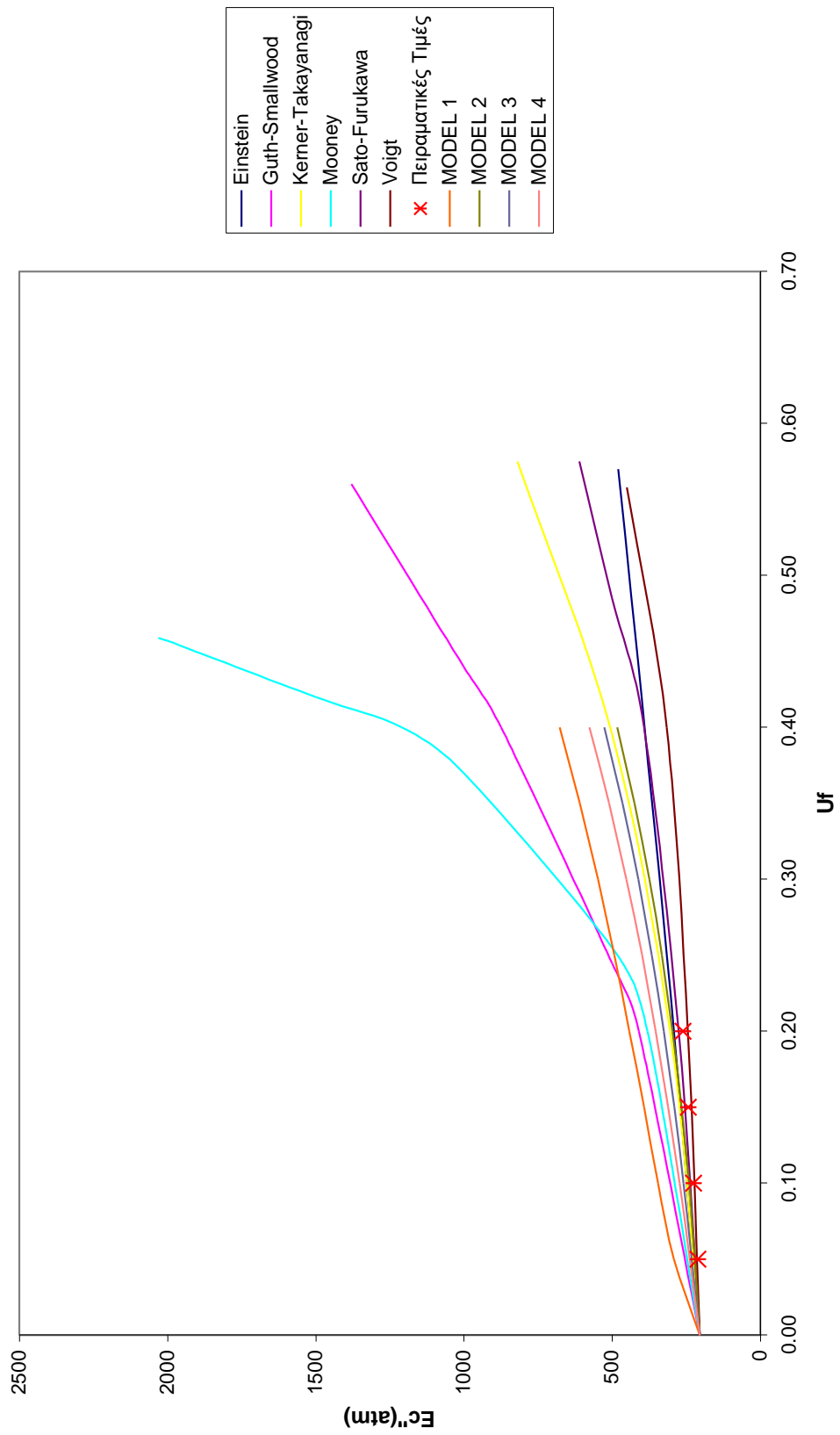
**Δ26: $E_p' - U_f$ ($f=0,1\text{Hz}$)
 ΣΙΑΗΡΟΣ ($E_f=2\cdot 10^4\text{atm}$, $\nu_f=0,29$), ΠΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5\cdot 10^4$, $\nu_m=0,36$)**



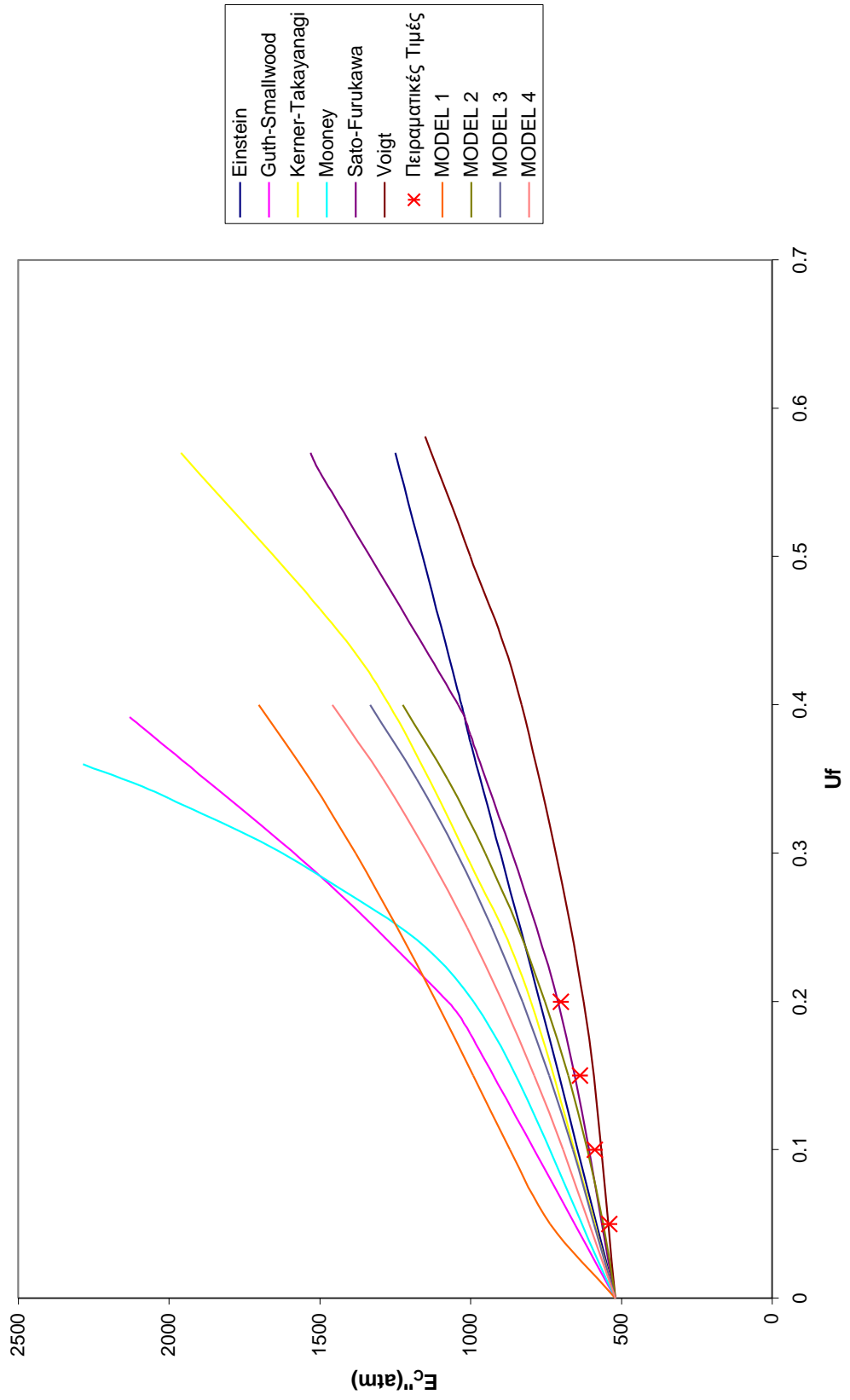
$\Delta 27: E_p' - U_f (f=50\text{Hz})$
ΣΙΔΗΡΟΣ ($E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,29$), **ΠΗΤΙΝΗ** ($E_m=3,5 \cdot 10^4$, $\nu_m=0,36$)



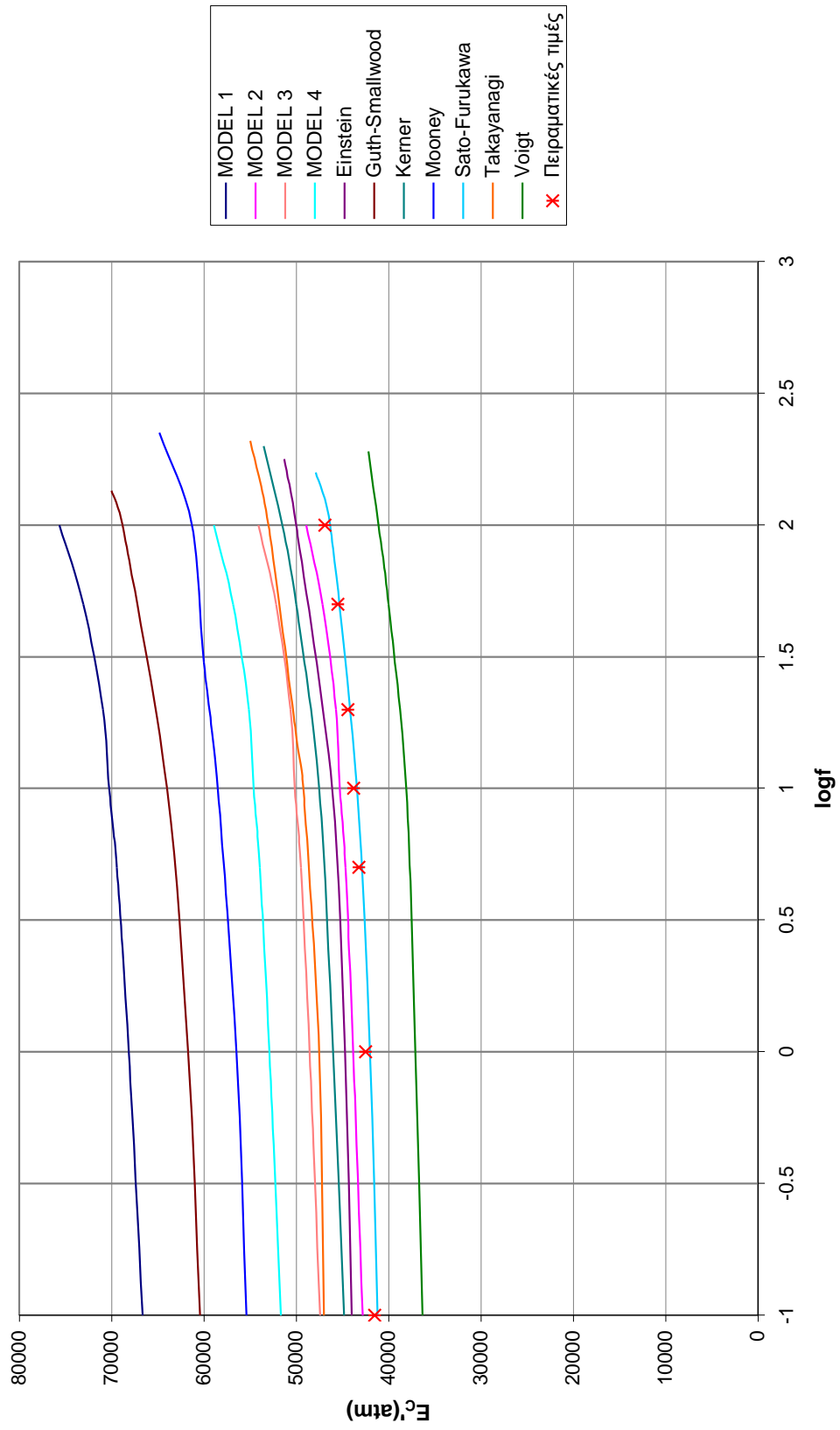
Δ28: $E_p'' - U_f$ ($f=0,1\text{Hz}$)
 ΣΙΑΗΡΟΣ ($E_f=2\cdot 10^4\text{atm}$, $\nu_f=0,29$), ΠΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5\cdot 10^4$, $\nu_m=0,36$)



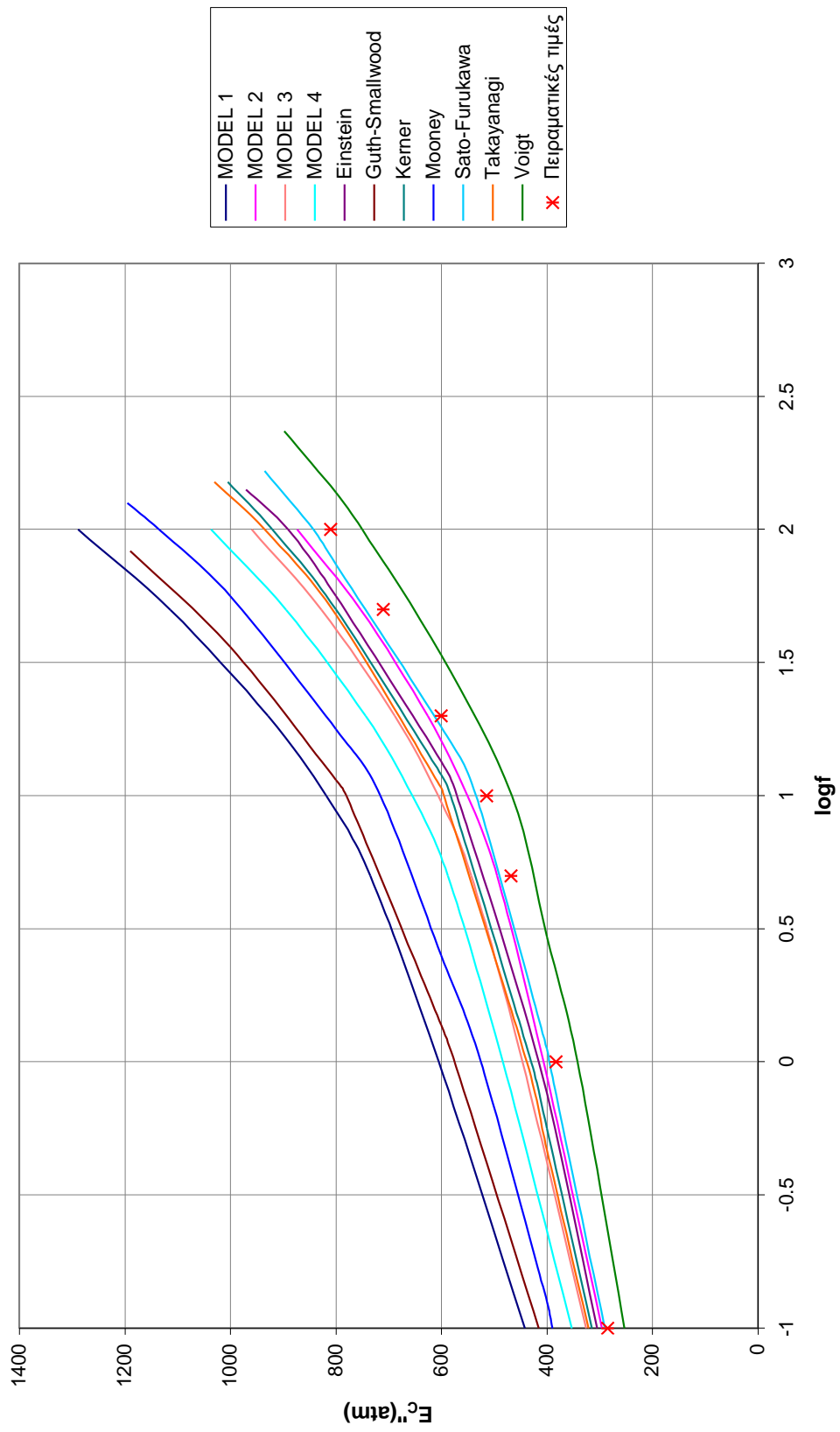
Δ29: $E_p'' - U_f$ ($f=50\text{Hz}$)
ΣΙΑΗΡΟΣ ($E_f=2 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,29$), ΠΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5 \cdot 10^4$, $\nu_m=0,36$)



Δ30: $E_p^1 - \log f$ ($u_f=0,20$)
ΣΙΑΗΡΟΣ ($E_f=2 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,29$), ΠΗΤΙΝΗ ($E_m=3,5 \cdot 10^4$, $\nu_m=0,36$)



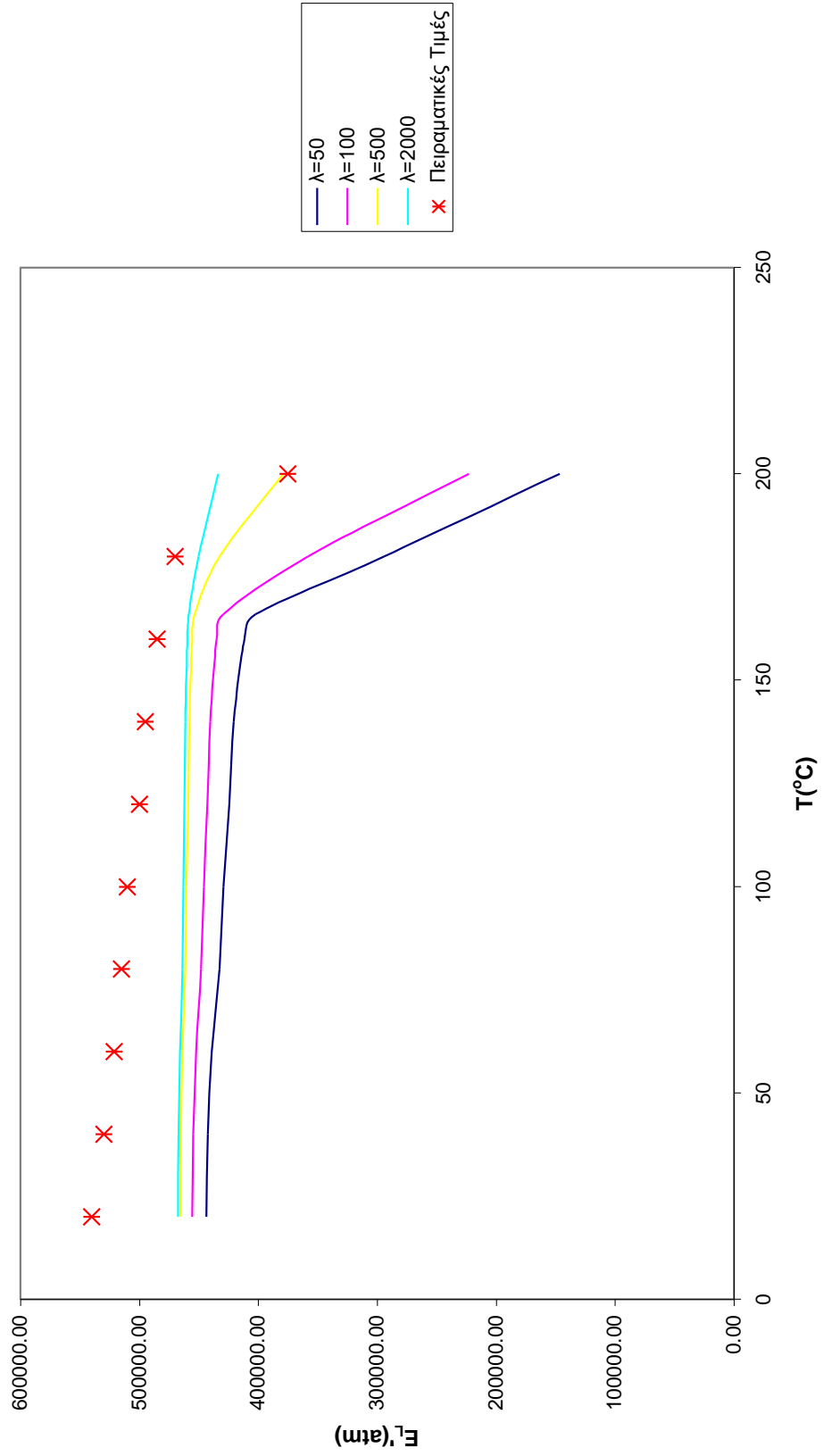
Δ31: E_p'' -logf (uf=0,20)
ΣΙΑΗΡΟΣ (Ef=2*10^4atm, vf=0,29), ΠΗΤΙΝΗ (Em=3,5*10^4, vm=0,36)



Δ32: E_L-T (MODEL 1)

Uf=0,65 - f=110Hz

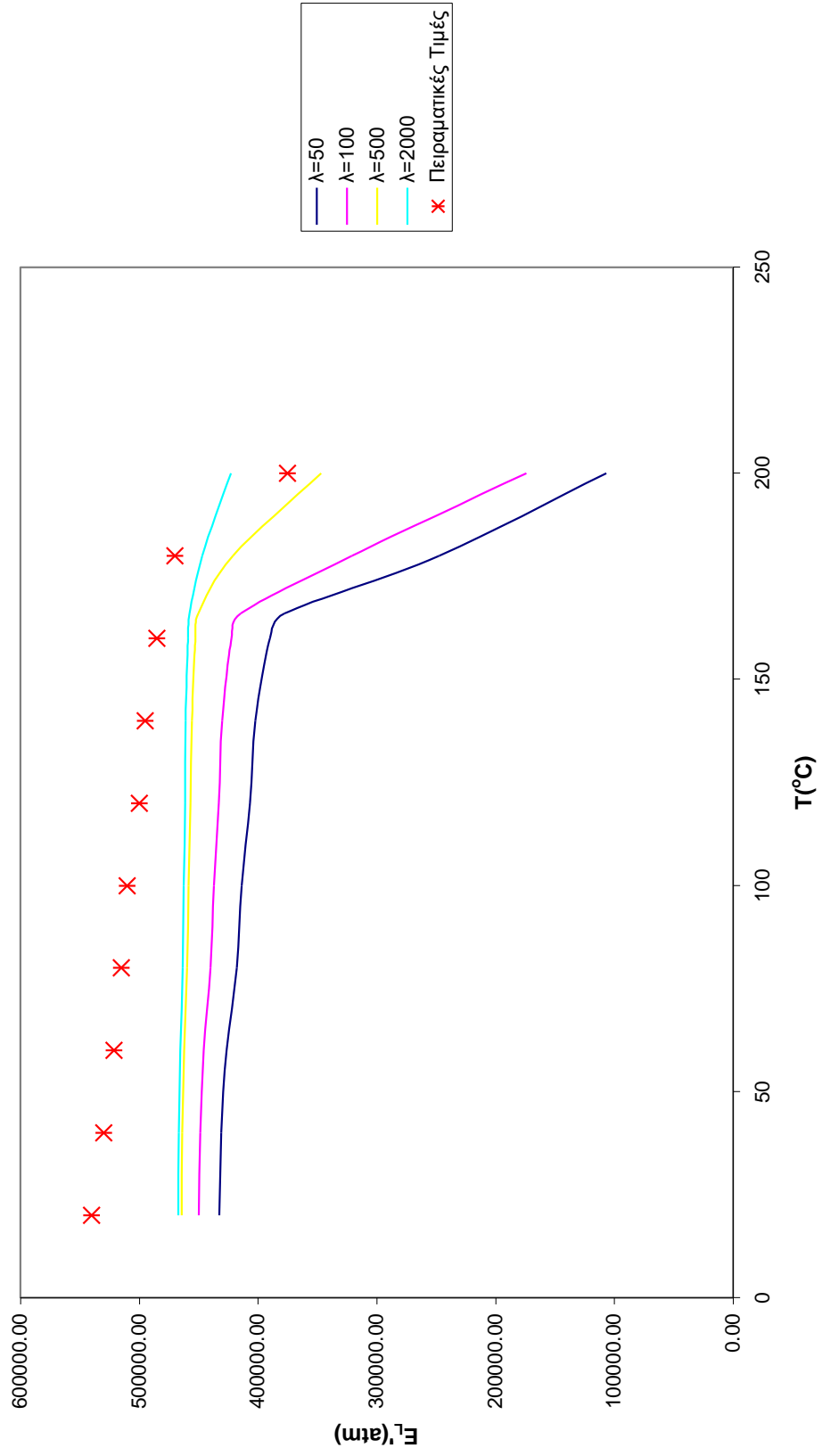
Γυαλί (Ef=70*10⁴atm, νf=0,20), Ρητίνη (Em=3,5*10⁴atm, νm=0,36)



Δ33: E_L-T (MODEL 2)

Uf=0,65 - f=110Hz

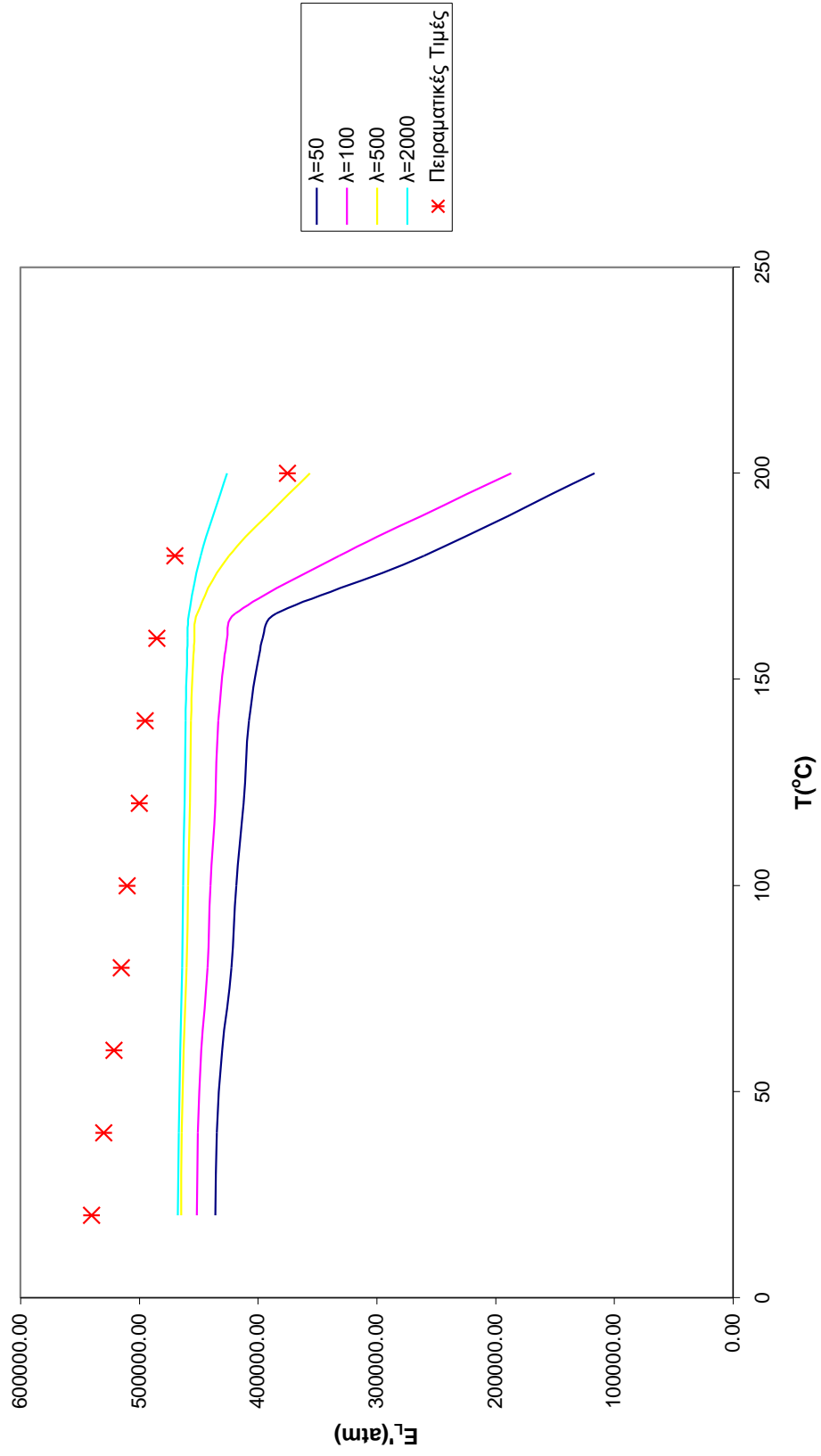
Γυαλί (Ef=70*10⁴atm, νf=0,20), Ρητίνη (Em=3,5*10⁴atm, νm=0,36)



Δ34: E_L-T (MODEL 3)

Uf=0,65 - f=110Hz

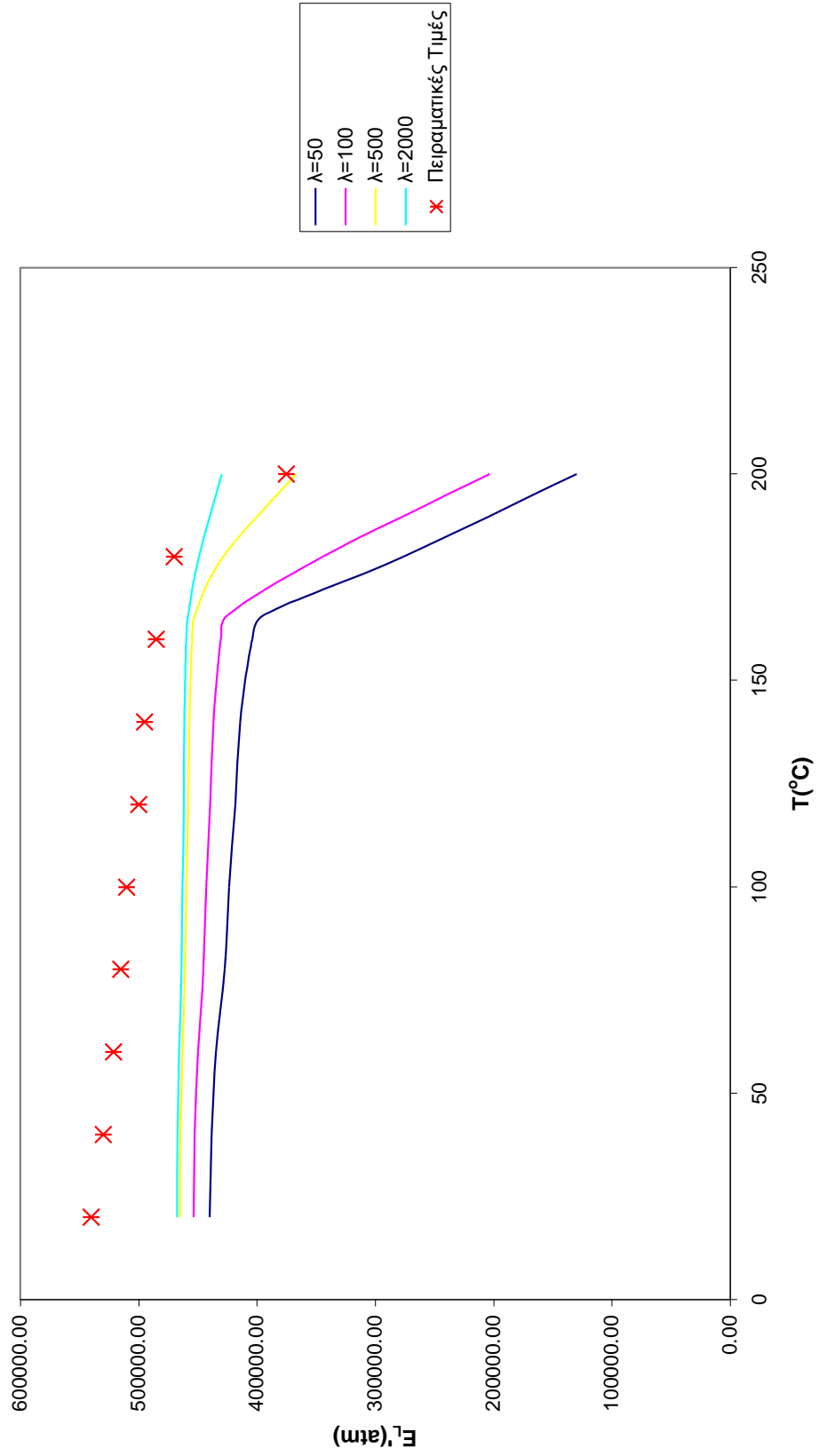
Γυαλί (Ef=70*10⁴atm, νf=0,20), Ρητίνη (Em=3,5*10⁴atm, νm=0,36)



Δ35: E_L'-T (MODEL 4)

U_f=0,65 - f=110Hz

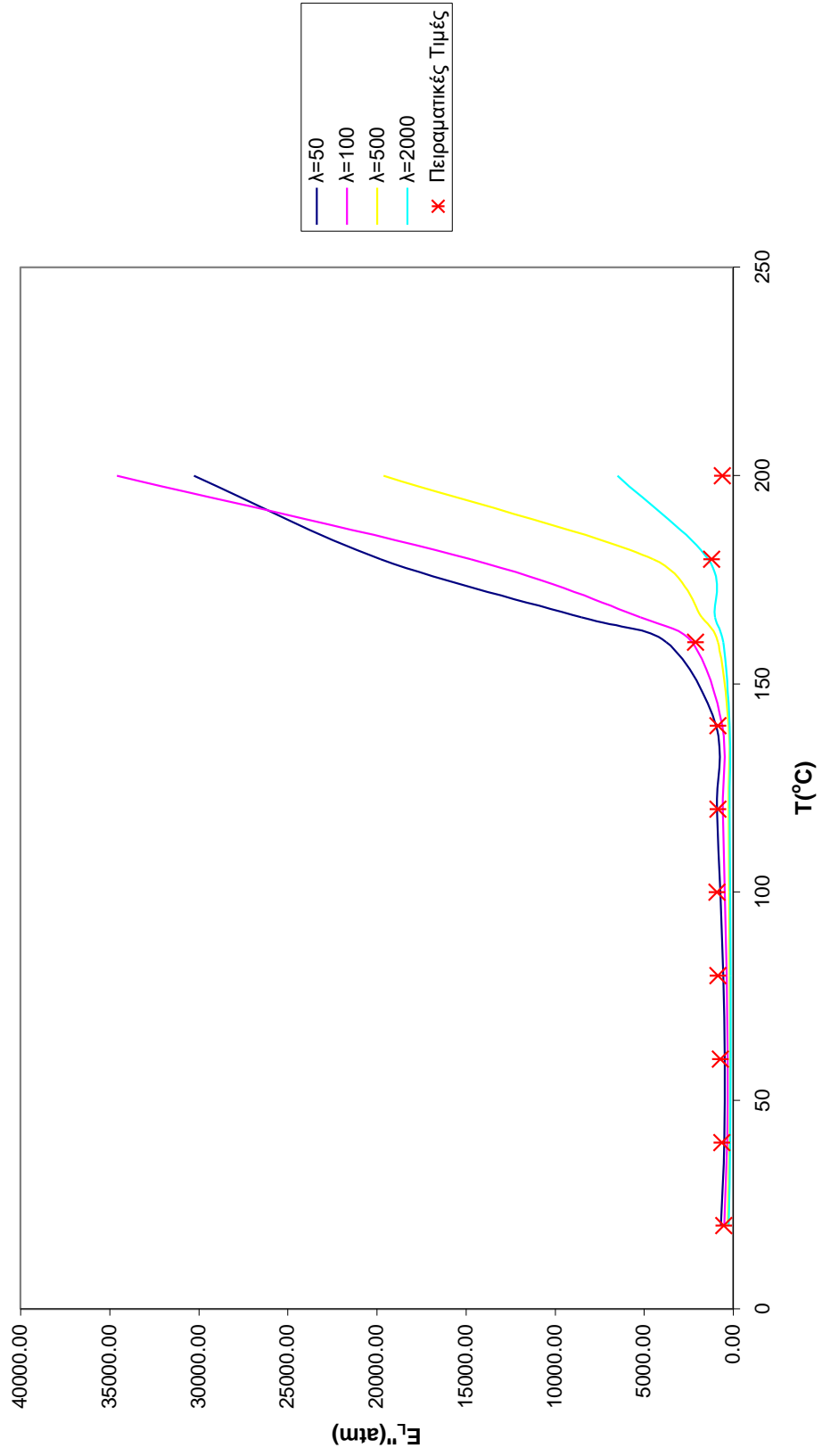
Γυαλί (E_f=70*10⁴atm, ν_f=0,20), Πηρίνη (E_m=3,5*10⁴atm, ν_m=0,36)



Δ36: E_L"-T (MODEL 1)

U_f=0,65 - f=110HZ

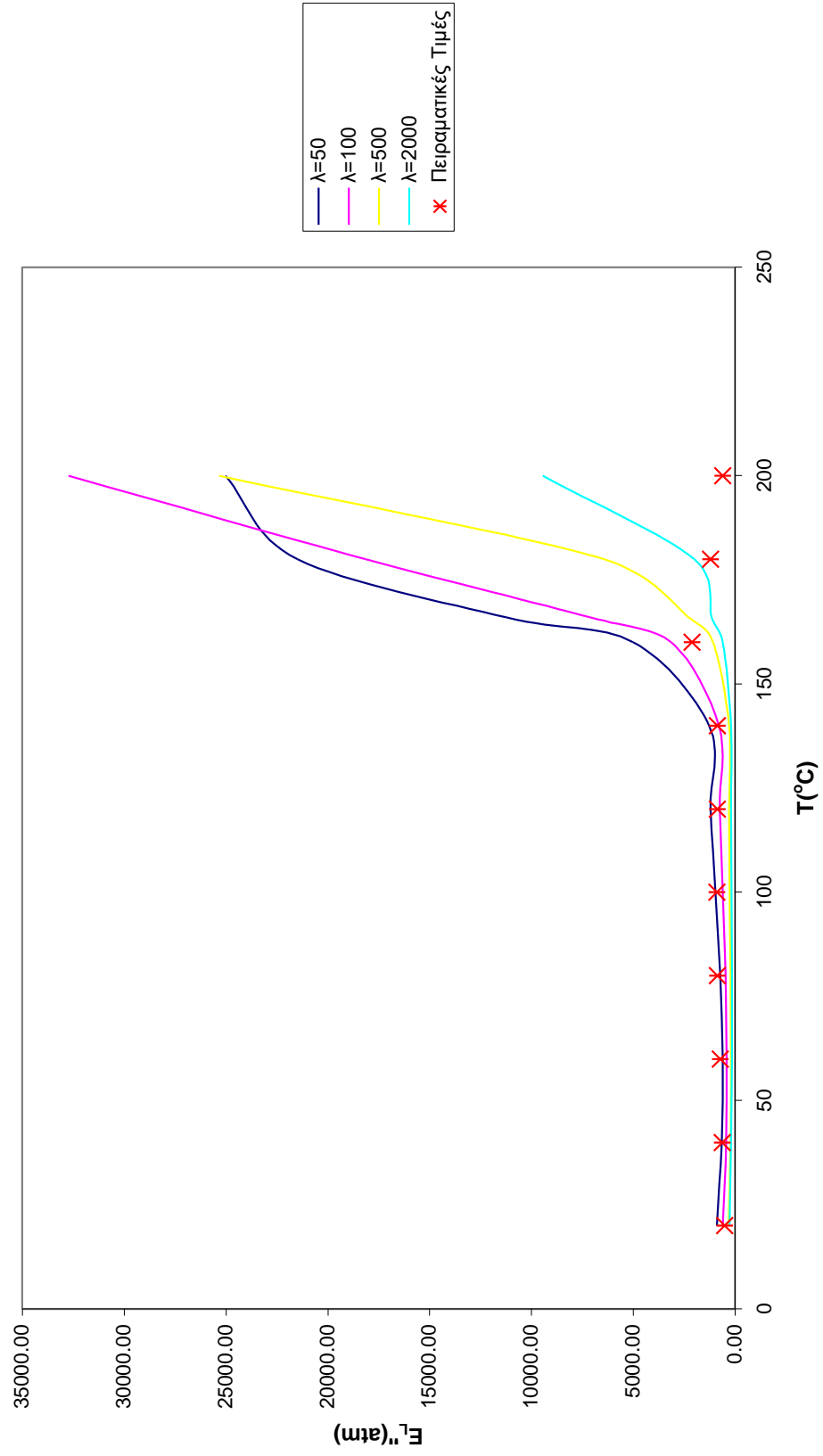
Γυαλί (E_f=70*10⁴atm, ν_f=0,20), Ρητίνη (E_m=3,5*10⁴atm, ν_m=0,36)



Δ37: E_L"-T (MODEL 2)

U_f=0,65 - f=110HZ

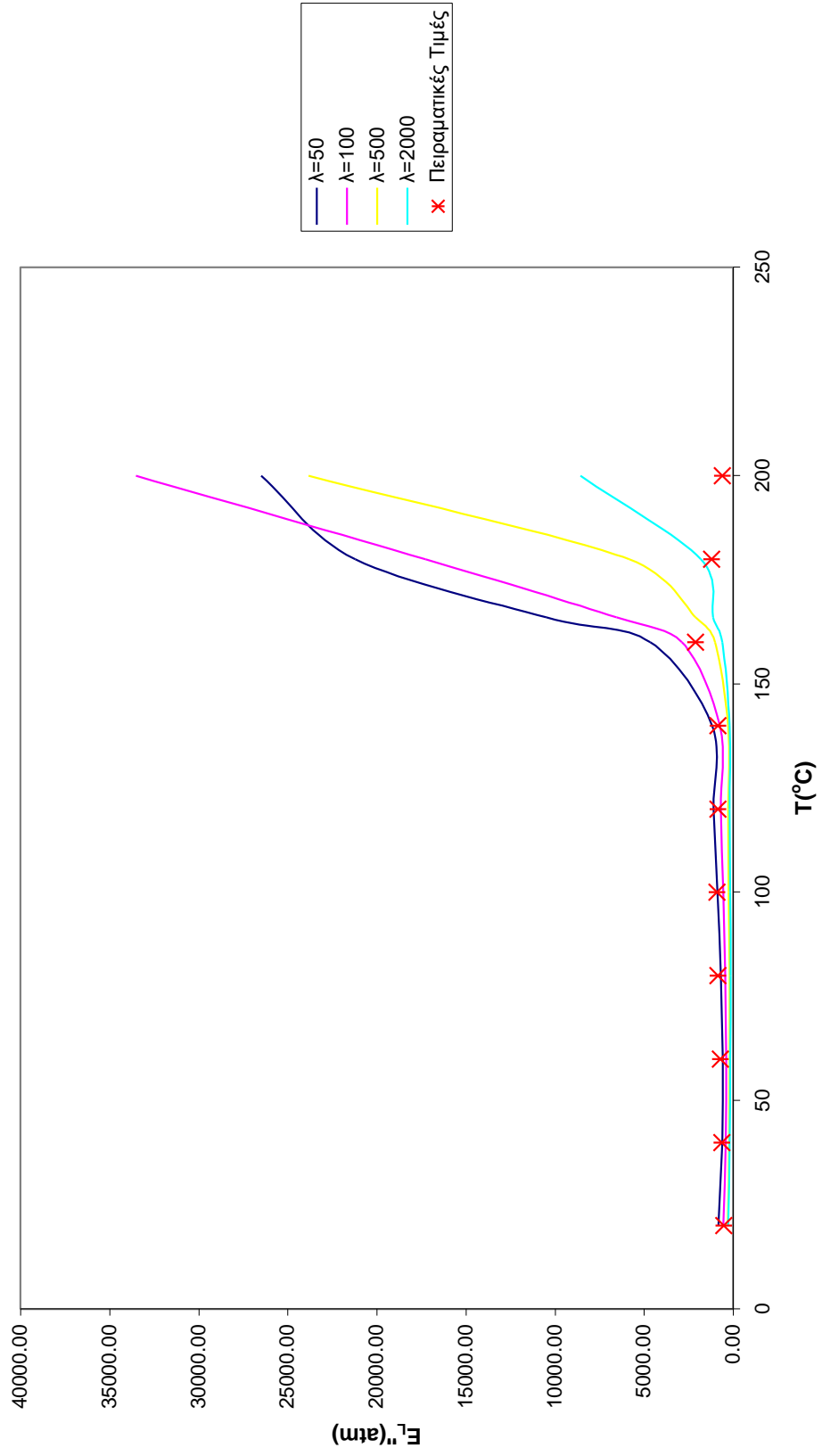
Γυαλί (E_f=70*10⁴atm, ν_f=0,20), Ρητίνη (E_m=3,5*10⁴atm, ν_m=0,36)



Δ38: E_L"-T (MODEL 3)

U_f=0,65 - f=110HZ

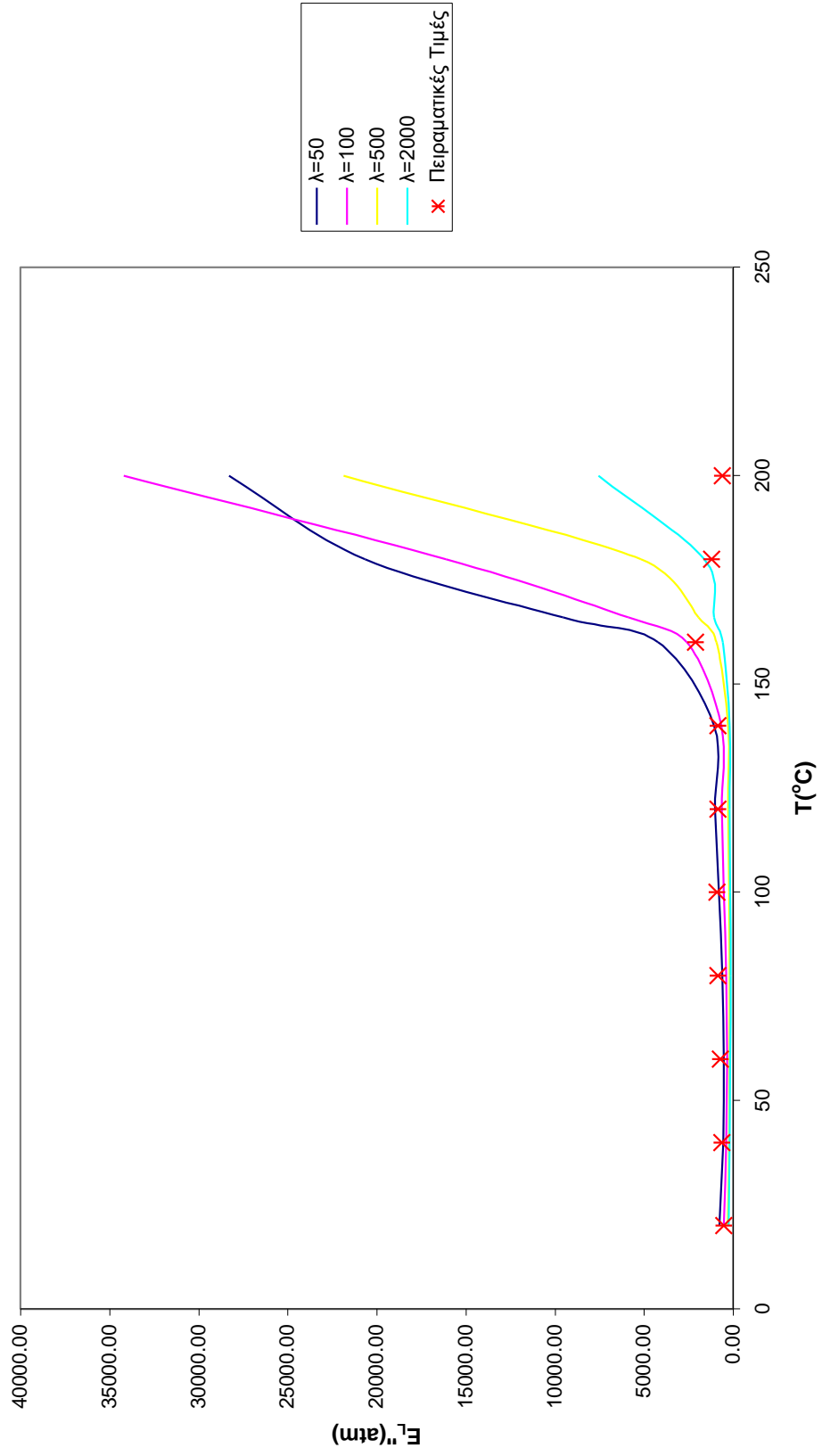
Γυαλί (E_f=70*10⁴atm, ν_f=0,20), Ρητίνη (E_m=3,5*10⁴atm, ν_m=0,36)



Δ39: E_L"-T (MODEL 4)

U_f=0,65 - f=110HZ

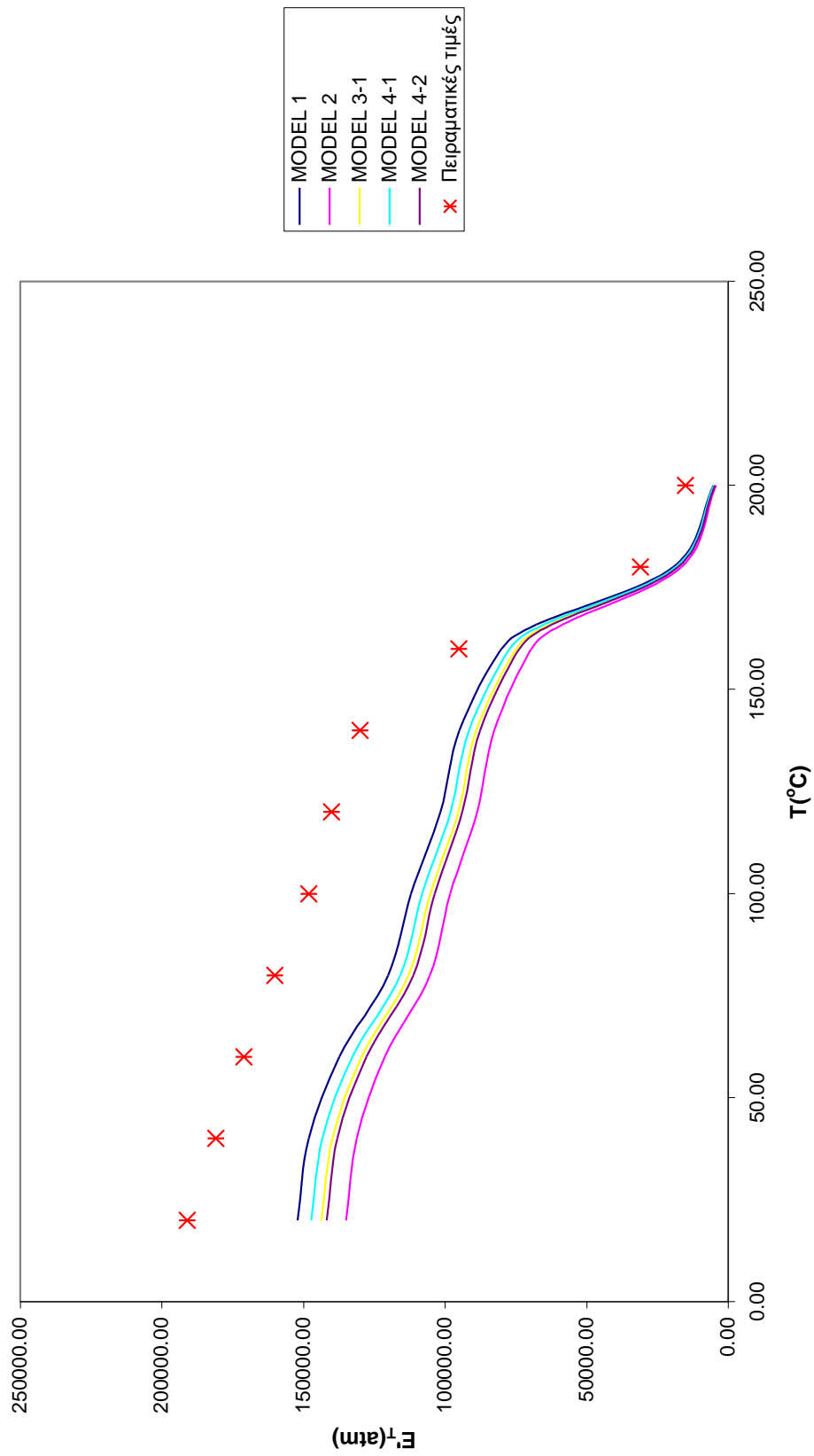
Γυαλί (E_f=70*10⁴atm, ν_f=0,20), Ρητίνη (E_m=3,5*10⁴atm, ν_m=0,36)



$\Delta 40: E_T-T (\lambda=4000)$

$Uf=0,65 - f=110\text{Hz}$

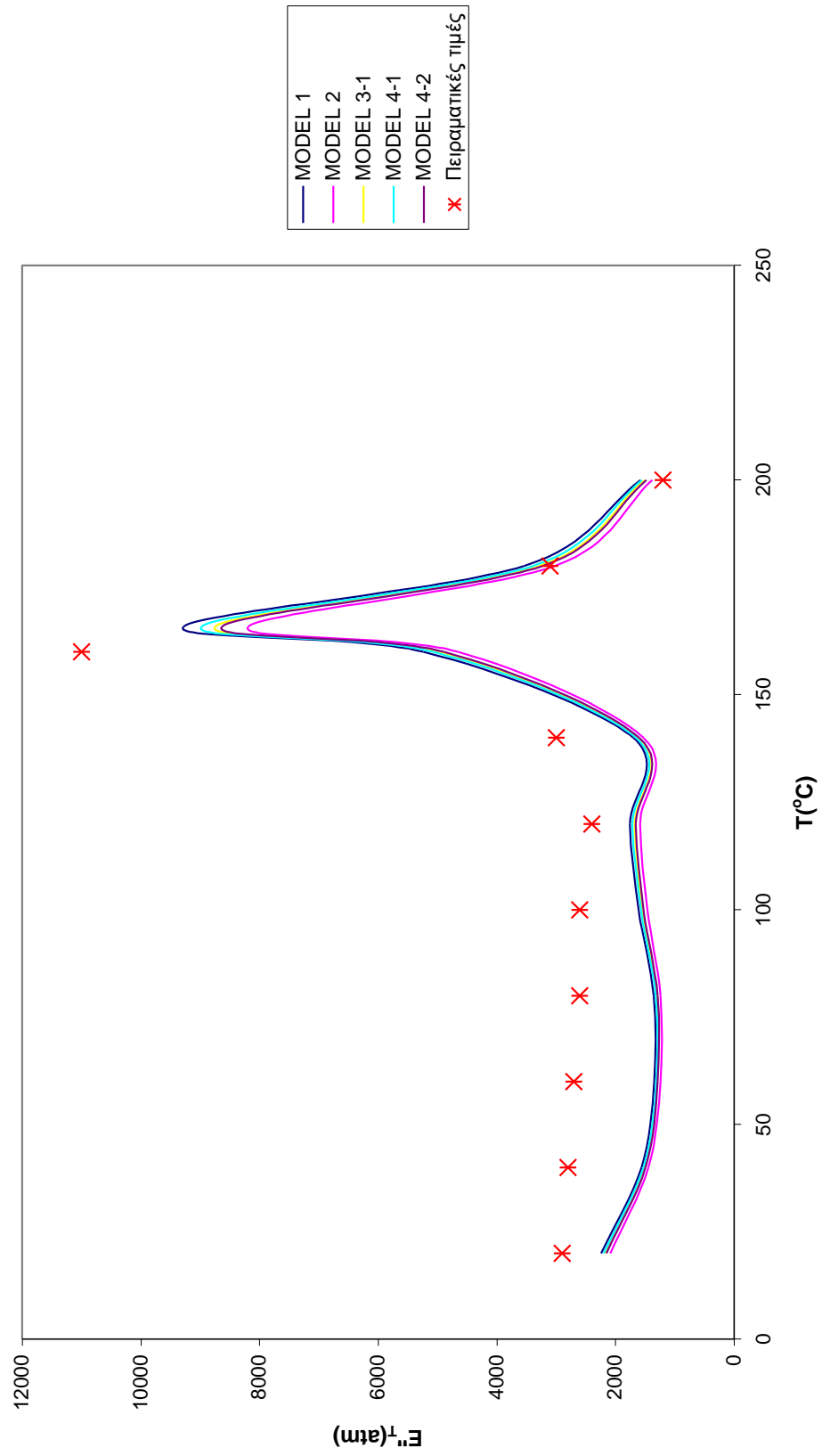
Γυαλί ($Ef=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu f=0,20$), Πηρίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu m=0,36$)



$\Delta 41: E''_{T-T} (\lambda=4000)$

$Uf=0,65 - f=110\text{Hz}$

Γυαλί ($E_f=70 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_f=0,20$), Ρητίνη ($E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$, $\nu_m=0,36$)



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1 ΓΕΝΙΚΑ

Στην παρούσα εργασία υπολογίζονται οι ελαστικές σταθερές κοκκωδών και ινωδών σύνθετων υλικών, καθώς και τα δυναμικά τους μέτρα ελαστικότητας με χρήση πολυτμηματικών μοντέλων. Γενικά, για ένα ανισότροπο υλικό, οι σχέσεις τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\sigma_i = C_{ij} \cdot \varepsilon_j$$

ή αντιστρέφοντας: (5.1.1)

$$\varepsilon_i = S_{ij} \cdot \sigma_j \quad (5.1.2)$$

όπου τα μητρώα C_{ij} και S_{ij} έχουν 21 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές.

Τα κοκκώδη σύνθετα θεωρούνται υλικά ομογενή και ισότροπα και ως εκ τούτου έχουν 2 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές. Ανάμεσα στις ελαστικές σταθερές των κοκκωδών σύνθετων υλικών ισχύουν οι σχέσεις:

$$G_c = \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \nu_c)}, \quad K_c = \frac{E_c}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \nu_c)}$$

Στην παρούσα εργασία, υπολογίζουμε τις σταθερές E_c , ν_c και G_c . Η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων ελέγχεται αφ' ενός μεν μέσω της σχέσης που συνδέει τις τρεις αυτές ελαστικές σταθερές, αφ' ετέρου δε με σύγκριση με τιμές για τις ελαστικές σταθερές που προκύπτουν από υπάρχουσες εξισώσεις της βιβλιογραφίας, καθώς και με πειραματικά αποτελέσματα σε κοκκώδη σύνθετα. Στην περίπτωση, λοιπόν, των κοκκωδών σύνθετων έχουμε:

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

$$\text{όπου: } C_{11} = \frac{E \cdot (1 - \nu)}{1 - \nu - 2\nu^2}, \quad C_{12} = \frac{E \cdot \nu}{1 - \nu - 2\nu^2}, \quad C_{66} = G$$

$$S_{ij} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix}$$

$$\text{όπου: } S_{11} = \frac{1}{E}, S_{12} = -\frac{\nu}{E}, S_{66} = \frac{1}{G}.$$

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας των κοκκωδών σύνθετων υλικών, για επιβολή παραμόρφωσης, υπολογίζεται εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας στις εξισώσεις που δίνουν το στατικό τους μέτρο ελαστικότητας. Η ίδια αρχή μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για το δυναμικό μέτρο διάτμησης μέσω παρόμοιας εξίσωσης, αφού οι στατικές εξισώσεις για τον υπολογισμό του μέτρου διάτμησης προκύπτουν από εκείνες για το μέτρο ελαστικότητας, θέτοντας όπου E_c, E_f, E_m τα G_c, G_f, G_m αντίστοιχα, όπου οι δείκτες c, f και m αναφέρονται στο σύνθετο, το έγκλεισμα και τη μήτρα αντίστοιχα.

Για τα περισσότερα πολυμερή ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\frac{G'}{G''} = \frac{E'}{E''}$$

η οποία μας δίνει ίδια διαφορά φάσης ανάμεσα σε τάση και παραμόρφωση, τόσο στον εφελκυσμό όσο και στην διάτμηση. Η συνθήκη αυτή έχει σαν αποτέλεσμα το φανταστικό μέρος του λόγου Poisson της μήτρας να προκύπτει μηδέν και έτσι ο λόγος Poisson έχει μόνο πραγματικό μέρος. Κατά συνέπεια, για την περίπτωση αυτή ο δυναμικός λόγος Poisson συμπίπτει με τον στατικό λόγο Poisson.

Τα ινώδη τώρα σύνθετα υλικά, στην διεύθυνση των ινών θεωρούνται υλικά ομογενή και εγκαρσίως ισότροπα. Έχουν 8 ελαστικές σταθερές εκ των οποίων οι 5 είναι ανεξάρτητες.

Στην παρούσα εργασία υπολογίζονται οι εξής ελαστικές σταθερές:

E_L (διάμηκες μέτρο ελαστικότητας), E_T (εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας), G_{LT} (επίπεδο μέτρο διάτμησης), ν_{LT} (διαμήκης λόγος Poisson), ν_{TT} (εγκάρσιος λόγος Poisson στην άλλη εγκάρσια διεύθυνση).

Εξ' αιτίας της συμμετρίας τους στη διεύθυνση των ινών, οι σχέσεις τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων παίρνουν την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{22} - C_{23}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(S_{22} - S_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

Οι ελαστικές σταθερές C_{ij} και S_{ij} συνδέονται με τις ακόλουθες συνήθειες ελαστικές σταθερές, που υπολογίζονται πειραματικά:

E_L , ν_{LT} : διάμηκες μέτρο ελαστικότητας και λόγος Poisson, που μετρούνται σε πειράματα εφελκυσμού στη διεύθυνση των ινών.

E_T , ν_{TL} , ν_{TT} : εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας και λόγοι Poisson, που μετρούνται σε πείραμα εφελκυσμού με φόρτιση κάθετη στη διεύθυνση των ινών.

G_{LT} , G_T : μέτρα διάτμησης μετρούμενα σε πειράματα διάτμησης κατά τη διαμήκη και εγκάρσια διεύθυνση αντίστοιχα.

K_L : μέτρο διόγκωσης με επίπεδη ένταση, που μετρείται σε πλευρική πίεση με παρεμπόδιση διαμήκους επιμήκυνσης.

Μόνο 5 από τις εφαρμοσμένες ελαστικές σταθερές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, διότι ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$G_T = \frac{1}{2 \left(\frac{2}{E_T} - \frac{1}{2K_L} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} \right)}$$

$$\nu_{TT} = \frac{E_T}{2G_T} - 1$$

$$\nu_{TL} = \nu_{LT} \frac{E_T}{E_L}$$

Μεταξύ των ελαστικών σταθερών των μητρώων και εκείνων που προσδιορίζονται πειραματικά, ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$C_{11} = E_L + 4\nu_{LT}^2 K_L$$

$$C_{12} = 2K_L \nu_{LT}$$

$$C_{22} = G_T + K_L$$

$$C_{23} = -G_T + K_L$$

$$C_{55} = G_{LT}$$

$$S_{11} = \frac{1}{E_L}$$

$$S_{12} = -\frac{\nu_{LT}}{E_L}$$

$$S_{22} = \frac{1}{E_T}$$

$$S_{23} = -\frac{\nu_{TT}}{E_T}$$

$$S_{55} = \frac{1}{G_{LT}}$$

Τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας υπολογίζονται με εφαρμογή της «Αρχής της Αντιστοιχίας» στις εξισώσεις που δίνουν τα στατικά μέτρα ελαστικότητας και μέτρα διάτμησης.

Το επίπεδο μέτρο διάτμησης υπολογίζεται με παρόμοιο τρόπο με το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας, αφού οι εξισώσεις που δίνουν αυτά τα μέτρα ελαστικότητας είναι παρόμοιες.

Ο διαμήκης και εγκάρσιος λόγος Poisson στα ινώδη σύνθετα υλικά, βρίσκονται από το νόμο φάσεων και τον αντίστροφο νόμο των φάσεων αντίστοιχα. Και πάλι, θεωρώντας για τη μήτρα $\frac{G'_m}{G''_m} = \frac{E'_m}{E''_m}$, προκύπτει ότι και στις δύο περιπτώσεις αυτοί οι λόγοι Poisson έχουν πραγματικό μόνο μέρος ($\nu''_m = 0$). Οι δυναμικές εκφράσεις για τις υπόλοιπες ελαστικές σταθερές μπορούν να βρεθούν από τις σχέσεις που συνδέουν τις ελαστικές σταθερές, εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας.

5.1.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Τα μοντέλα τεσσάρων και πέντε στρώσεων σχηματίζονται από γεωμετρικούς συνδυασμούς στα μοντέλα τριών στρώσεων. Έτσι, για το μοντέλο 3 οι στρώσεις (1), (2) και (3) ανήκουν στο μοντέλο 1, ενώ η στρώση (4) ανήκει στο μοντέλο 2. Για το μοντέλο 4 οι στρώσεις (1), (2), (3) και (5) ανήκουν στο μοντέλο 1, ενώ η στρώση (4) στο μοντέλο 2. Μία απειρία τέτοιων στοιχείων όγκου μπορεί να σχηματίζεται με τέτοιους συνδυασμούς. Από όλα αυτά τα στοιχεία όγκου επιλέχθηκαν δύο αντιπροσωπευτικά μοντέλα που σχηματίζονται διαιρώντας στο μέσον την απόσταση από το άκρο της μήτρας στο άκρο της ίνας. Ο σημαντικότερος παράγοντας που φαίνεται να επηρεάζει το σχηματισμό αυτών των μοντέλων είναι οι ιδιότητες της διεπιφάνειας ανάμεσα στο έγκλεισμα και τη μήτρα. Άλλοι παράγοντες που φαίνεται ότι επιδρούν στο σχηματισμό αυτών των στοιχείων όγκου, εκτιμάται ότι είναι οι φυσικοχημικές ιδιότητες της μήτρας και της ίνας, η περιεκτικότητα του εγκλείσματος, η διεύθυνση και το μέγεθος της φόρτισης και οι σχετικές θέσεις των εγκλεισμάτων στο χώρο. Αν ο τελευταίος παράγοντας είναι σημαντικός για τον σχηματισμό ενός στοιχείου όγκου, τότε πολλά μοντέλα θα πρέπει να σχηματίζονται στο σύνθετο. Αν ο παράγοντας αυτός δεν είναι σημαντικός, εκτιμάται ότι μερικά μόνο μοντέλα μπορούν να σχηματίζονται στον όγκο του σύνθετου. Και στις δύο πάντως περιπτώσεις το εξεταζόμενο μοντέλο θεωρείται ότι προκύπτει από μία μέση τιμή όλων των σχηματιζόμενων στοιχείων όγκου στο σύνθετο και ότι μπορεί να αναπαράγει τις ιδιότητες του σύνθετου.

Τα χρησιμοποιούμενα στοιχεία όγκου στη διαμήκη και εγκάρσια διεύθυνση είναι αντίστοιχα σε στρώσεις, ώστε για $b=a$ να δίνουν το ίδιο μοντέλο κύβου σε κύβο. Αυτό σημαίνει ότι δεν αντιστοιχούν σε διάμηκες και εγκάρσιο που οπωσδήποτε συνυπάρχουν σε ένα σύνθετο σε περίπτωση τριαξονικής φόρτισης. Έτσι τα εγκάρσια μοντέλα σχηματίζονται ανεξάρτητα από τα διαμήκη και προκύπτουν και αυτά από γεωμετρικούς συνδυασμούς στα εγκάρσια μοντέλα των τριών στρώσεων. Με άλλα λόγια και για τις δύο διευθύνσεις για τις ελαστικές σταθερές, από τα προτεινόμενα στοιχεία όγκου τεσσάρων και πέντε στρώσεων, γίνεται κύρια σύγκριση με εκείνες των μοντέλων τριών στρώσεων και στις δύο διευθύνσεις αντίστοιχα. Τέλος, το γεγονός ότι τα μοντέλα δεν αποτελούνται από διακεκριμένες στρώσεις ώστε να λειτουργεί το σύνθετο και στις τρεις διευθύνσεις, οφείλεται σε ενοποίηση των στρώσεων που έχουν ίδιες τάσεις και παραμορφώσεις. Αυτό συμβαίνει λόγω των παραδοχών μας και του γεγονότος ότι η επίδραση της διαφοράς στους λόγους Poisson των δύο φάσεων δεν εξετάζεται. Έτσι, αν και η εξαγωγή των τελικών εξισώσεων απαιτεί πολύπλοκες αλγεβρικές πράξεις, τα χρησιμοποιούμενα στοιχεία όγκου ανήκουν στα απλά μοντέλα, τα οποία σύμφωνα με τον Nielsen προσομοιάζουν αρκετές φορές καλύτερα τα πειραματικά αποτελέσματα απ' ότι περισσότερο πολύπλοκα μοντέλα.

5.1.2 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

1) Τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται είναι αντίστοιχα σε στρώσεις, που σημαίνει ότι όταν ο συντελεστής σχήματος λ των ινών (μήκος ίνας διά του πλάτους της) γίνει ίσος με τη μονάδα, ανάγονται στο ίδιο μοντέλο "κύβου σε κύβο". Το γεγονός αυτό χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της εγκυρότητας των προκυπτουσών θεωρητικών σχέσεων για τα μέτρα ελαστικότητας.

2) Οι προκύπτουσες εξισώσεις για τα στατικά μέτρα ελαστικότητας είναι της μορφής:

$$E = E_2 \frac{E_1 R + E_2 T}{E_1 Q + E_2 S}$$

όπου R , T , Q , S είναι συναρτήσεις του συντελεστή σχήματος λ και της περιεκτικότητας u_i .

Ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$R - Q = S - T > 0$$

η οποία επίσης χρησιμοποιείται για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων.

3) Ένας προσεγγιστικός επιπλέον έλεγχος για τα κοκκώδη και το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας στα ινώδη, είναι ο ακόλουθος, για $E_f \gg E_m$.

Στα κοκκώδη η σχέση:

$$E_c = E_m \cdot \frac{E_f \cdot R + E_m \cdot T}{E_f \cdot Q + E_m \cdot S} \quad (5.1.3)$$

για $E_f \gg E_m$ γίνεται:

$$E_c = E_m \cdot \frac{E_f \cdot R}{E_f \cdot Q} = E_m \cdot \frac{R}{Q} \quad (5.1.4)$$

όπου παραλείψαμε τους όρους $E_m \cdot T$ και $E_m \cdot S$ ως αμελητέους, αφού $E_f \gg E_m$.

Στο εγκάρσιο, στην παραπάνω σχέση (5.1.3), απαλείφουμε τους όρους που δεν παράγονται του λ ως αμελητέους. Τότε το λ απλοποιείται. Οπότε, απαλείφοντας τους όρους $E_m \cdot T$ και $E_m \cdot S$ οδηγούμαστε και πάλι στη σχέση (5.1.4). Επειδή $S > T$, οι συντελεστές ενίσχυσης E_c/E_m που προκύπτουν από τη σχέση (5.1.4), προκύπτουν μεγαλύτεροι από τους συντελεστές που προκύπτουν από τη σχέση (5.1.3). Έτσι, ο έλεγχος είναι προσεγγιστικός, ενώ ισχύει μόνο για $E_f \gg E_m$.

5.2 ΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ

5.2.1 ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L ΙΝΩΔΩΝ

Οι τιμές των μέτρων ελαστικότητας των μοντέλων συγκλίνουν καθώς αυξάνεται το λ και αποκλίνουν καθώς αυτό μειώνεται, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα Δ13. Για $\lambda \cong 4000$ φθάνουμε στο μέτρο ελαστικότητας των συνεχών ινών.

Στα διαγράμματα Δ14 ~ Δ19 παρουσιάζεται το μέτρο ελαστικότητας συναρτήσει της περιεκτικότητας u_f του εγκλείσματος, για διάφορα υλικά και συγκεκριμένες τιμές του λ (50, 60, 100, 500, 4000). Στα διαγράμματα αυτά, φαίνονται τόσο τα πειραματικά αποτελέσματα, όσο και η χρησιμοποιούμενη θεωρητική σχέση, για σύγκριση.

Γενικώς, οι τιμές των μοντέλων και της θεωρητικής σχέσης βρίσκονται πάνω από τις πειραματικές τιμές, γεγονός που ερμηνεύεται από την απόκλιση, στην πραγματικότητα, των ινών από την ευθυγράμμιση.

Το μοντέλο 3 δίνει τιμές κοντά στα πειραματικά αποτελέσματα και έτσι μπορούμε να πούμε ότι αποτελεί ένα κάτω όριο για το μέτρο ελαστικότητας και ότι δίνει τις τιμές του μέτρου για τη συγκεκριμένη απόκλιση των ινών από την ευθυγράμμιση. Επειδή το μοντέλο 2 δίνει τιμές κάτω από τα πειραματικά αποτελέσματα, μπορούμε να πούμε ότι οι τιμές των μοντέλων 3 και 2 δημιουργούν μία ζώνη μέσα στην οποία βρίσκονται οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας του σύνθετου, με δεδομένη την απόκλιση των ινών από την ευθυγράμμιση.

Η διάταξη των μοντέλων, ως προς το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας, είναι:

$$E_1 > E_4 > E_3 > E_2$$

Η φυσική σημασία αυτής της διάταξης, όπου βλέπουμε ότι οι τιμές των μοντέλων τριών στρώσεων οριοθετούν εκείνες των μοντέλων περισσότερων στρώσεων, είναι ότι για ένα μοντέλο θα έχουμε τόσο μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας όσο περισσότερα γεωμετρικά στοιχεία από το μοντέλο 1 περιέχει (και προφανώς όσο λιγότερα από το μοντέλο 2).

5.2.2 ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_T ΙΝΩΔΩΝ

Με βάση την αντιστοιχία σε στρώσεις, προκύπτουν 6 μοντέλα για το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας. Επειδή, όμως, η γεωμετρία των μοντέλων 3β και 2 είναι παρόμοια, οι τιμές των μέτρων ελαστικότητας, όπως προκύπτουν από αυτά τα μοντέλα, είναι περίπου ίσες. Έτσι, εξετάζονται οι τιμές του E_T από 5 μοντέλα (1, 2, 3α, 4α, 4β).

Και εδώ, η διάταξη των μοντέλων είναι τέτοια, ώστε τα μοντέλα με περισσότερα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του model 1 να δίνουν μεγαλύτερες τιμές, αφού και πάλι οι τιμές των μοντέλων τριών στρώσεων (model 1 και 2) οριοθετούν τις τιμές των υπόλοιπων μοντέλων.

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα Δ20, όπου το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας έχει σχεδιαστεί συναρτήσει του λ , το εγκάρσιο μέτρο E_T προκύπτει ανεξάρτητο του λ , δίνοντας ευθείες παράλληλες στον άξονα λ .

Στο διάγραμμα Δ21 φαίνονται οι τιμές του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας, όπως προκύπτουν από τα μοντέλα και οι πειραματικές τιμές για σύνθετα με μήτρα ρητίνη και έγκλεισμα γυαλιού. Υπάρχει μία διασπορά στις πειραματικές τιμές και ο μεγαλύτερος όγκος τους βρίσκεται πάνω από τις τιμές του E_T των μοντέλων. Το γεγονός αυτό ερμηνεύεται από την απόκλιση των ινών από την ευθυγράμμιση, όπου παρατηρείται το αντίστροφο φαινόμενο σε σχέση με το διάμηκες. Δηλαδή, στην προκειμένη περίπτωση, οι πειραματικές τιμές του E_T βρίσκονται πάνω από τις θεωρητικές.

Επειδή, ούτως ή άλλως, το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας προκύπτει ανεξάρτητο του λ , χρησιμοποιήθηκαν πειραματικές τιμές από συνεχείς ίνες, ώστε να περιορισθεί η απόκλιση των ινών από την ευθυγράμμιση.

5.2.3 ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ E_P

Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά αποκτούν ιδιαίτερη σημασία στην εργασία αυτή, επειδή υπάρχει η δυνατότητα σύγκρισης με το πείραμα, δεδομένου ότι δεν τίθεται ζήτημα ευθυγράμμισης των ινών. Και πάλι παρατηρούμε ότι οι τιμές των model 1 και model 2 των τριών στρώσεων, οριοθετούν εκείνες των υπολοίπων μοντέλων. Η διάταξη των μοντέλων από ισχυρό σε ασθενές είναι:

$$E_1 > E_4 > E_3 > E_2$$

Στα διαγράμματα Δ1 ~ Δ5 απεικονίζεται το μέτρο ελαστικότητας συναρτήσει της περιεκτικότητας, για διάφορα κοκκώδη σύνθετα. Έχουν σχεδιασθεί και οι τιμές των εξισώσεων της βιβλιογραφίας (Counto, Kerner), όπως επίσης και οι πειραματικές τιμές που προκύπτουν από πειράματα που έχουν διεξαχθεί στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών.

Από τα χρησιμοποιούμενα θεωρητικά μοντέλα, το μοντέλο Counto είναι αυτό που προσομοιάζει περισσότερο το μέτρο ελαστικότητας μίας μεγάλης κατηγορίας υλικών, μεταξύ των οποίων είναι και το σκυρόδεμα. Οι εξισώσεις Kerner από την άλλη μεριά είναι πολύ δημοφιλείς και δίνουν ένα κάτω όριο για το μέτρο ελαστικότητας των κοκκωδών σύνθετων υλικών. Έτσι, από τα εξεταζόμενα μοντέλα, το μοντέλο 4 δίνει τιμές κοντά σε εκείνες της εξίσωσης Counto. Αυτό έχει μεγάλη σημασία, διότι το μοντέλο 4 έχει φυσική σημασία για τα κοκκώδη, δίνοντας τιμές κοντά στο μέσο όρο των μοντέλων 1 και 2, ενώ το μοντέλο Counto είναι ένα εξιδανικευμένο μοντέλο που έχει φυσική σημασία για τα ινώδη (για το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας).

Οι τιμές που προκύπτουν από το μοντέλο 3 είναι κοντά στις τιμές που προκύπτουν από τις εξισώσεις Kerner.

Το μοντέλο 4 προσομοιάζει καλύτερα το πείραμα από το μοντέλο Counto, τόσο για μικρές όσο και για μεγάλες περιεκτικότητες. Το μοντέλο 3 δίνει τιμές πιο κοντά στο πείραμα από ότι οι εξισώσεις Kerner.

Στο σημείο αυτό, αξίζει να σημειώσουμε ότι το μοντέλο 3, τόσο στο διάμηκες μέτρο ελαστικότητας ινωδών όσο και στο μέτρο ελαστικότητας κοκκωδών σύνθετων υλικών, βρέθηκε ότι αποτελεί κάτω όριο για τα μέτρα αυτά. Επεκτείνοντας το κριτήριο αυτό από τα κοκκώδη στα ινώδη για το μοντέλο 4, μπορούμε να πούμε ότι το μοντέλο αυτό προσομοιάζει καλύτερα το μέτρο των ινωδών σύνθετων, όπως συμβαίνει και στα κοκκώδη σύνθετα.

5.2.4 ΕΠΙΠΕΔΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΙΝΩΔΩΝ G_{LT}

Τα θεωρητικά αποτελέσματα για το G_{LT} προκύπτουν παρόμοια με εκείνα του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας. Δηλαδή, το G_{LT} είναι ανεξάρτητο του λ και η διάταξη των μοντέλων από ισχυρό σε ασθενές συμπίπτει με αυτή του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας, όπου και πάλι έχουμε 5 μοντέλα.

5.2.5 ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ G_p

Στα διαγράμματα Δ6 ~ Δ10, όπου το μέτρο διάτμησης κοκκωδών σύνθετων υλικών έχει παρασταθεί συναρτήσει της περιεκτικότητας u_i , έχουμε παρόμοια αποτελέσματα με αυτά για το μέτρο ελαστικότητας. Τα πειραματικά αποτελέσματα βρέθηκαν έμμεσα, υπολογίζοντας μέτρο ελαστικότητας και λόγο Poisson (με τον αντίστροφο νόμο των φάσεων) στα κοκκώδη σύνθετα, οπότε το πειραματικό G_p βρέθηκε από τη σχέση:

$$G_p = \frac{E_p}{2(1 + \nu_p)}$$

5.2.6 ΛΟΓΟΙ POISSON

Ο διαμήκης λόγος Poisson (ν_{LT}) των ινωδών σύνθετων υλικών υπολογίζεται από το νόμο των φάσεων και όπως παρατηρείται στο διάγραμμα Δ24, οι τιμές που προκύπτουν πλησιάζουν αρκετά τις πειραματικές τιμές. Για τον υπολογισμό του εγκάρσιου λόγου Poisson (ν_{TT}) χρησιμοποιήθηκε ο αντίστροφος νόμος των φάσεων. Αν και ο τελευταίος νόμος προτείνεται από πολλούς ερευνητές για τον υπολογισμό του ν_{TT} , εντούτοις εμφανίζεται μία διαφορά στις τιμές του ν_{TT} και από άλλες προτεινόμενες θεωρητικές εξισώσεις.

Ο αντίστροφος νόμος των φάσεων έχει επικρατήσει για τον υπολογισμό του λόγου Poisson και των κοκκωδών σύνθετων υλικών (ν_p), διότι όντως προσομοιάζει το πείραμα. Υπολογίζοντας το λόγο Poisson από τη σχέση

$$G_p = \frac{E_p}{2(1 + \nu_p)} \Rightarrow \nu_p = \frac{E_p}{2G_p} - 1$$

βρίσκουμε μία σταθερή τιμή ίση με τον λόγο Poisson της μήτρας ν_m .

Σε προηγούμενες διπλωματικές εργασίες, έχουν υπολογισθεί οι λόγοι Poisson από μία διαδοχική εφαρμογή του νόμου των φάσεων για στρώσεις εν παραλλήλω και του αντίστροφου νόμου των φάσεων στις εγκάρσιες παραμορφώσεις, για στρώσεις εν σειρά. Βρίσκεται ότι ο διαμήκης λόγος Poisson, για μεγάλες τιμές του λ , είναι κοντά στο νόμο των φάσεων και αποκλίνει από αυτόν καθώς μειώνεται το λ , δίνοντας τιμές μεγαλύτερες.

Για τα ν_{TT} και ν_p έχει βρεθεί ότι μειώνονται με την αύξηση της περιεκτικότητας του εγκλείσματος, με πολύ αργό ρυθμό συγκρινόμενο με

εκείνο του αντίστροφου νόμου των φάσεων. Εδώ, εισάγοντας μία παράμετρο K , μπορούμε να αυξήσουμε το ρυθμό μείωσης του v_P και να τον πλησιάσουμε στο ρυθμό μείωσης που εμφανίζεται με τον αντίστροφο νόμο των φάσεων.

5.3 ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ

Πριν γίνει ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων, θα αναφερθούν κάποια δεδομένα για τα δυναμικά μέτρα ινωδών και κοκκωδών σύνθετων υλικών, που θα χρησιμεύσουν ως έλεγχος για τα θεωρητικά αποτελέσματα.

5.3.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΑ ΔΙΑΜΗΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Για $\lambda \geq 2000$ όλα τα μοντέλα δίνουν E_L που ισούται με αυτό που προκύπτει από το νόμο των φάσεων. Δηλαδή, για $\lambda \geq 2000$ είναι:

$$E_L \cong E_f \cdot u_f + E_m \cdot u_m \quad (5.3.1)$$

η οποία, με την αρχή της αντιστοιχίας δίνει:

$$E'_L \cong E_f \cdot u_f + E'_m \cdot u_m \quad (5.3.2)$$

και

$$E''_L \cong E''_m \cdot u_m \quad (5.3.3)$$

Η σχέση (5.3.2), για σταθερό E'_m , δίνει σταθερή τιμή στο E'_L . Εκεί που αρχίζει να μειώνεται το E'_m , αρχίζει να μειώνεται και το E'_L , για $u_f = \text{const} = 65\%$.

Η σχέση (5.3.3), δίνει ότι το E''_L μεταβάλλεται γραμμικά συναρτήσει του E''_m και είναι το 35% του E''_m , για $u_f = \text{const} = 65\%$ και $u_m = 1 - u_f = 35\%$.

5.3.2 ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΑ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Για μεγάλες τιμές του λ , αμελώντας τους όρους που δεν είναι παράμετροι του λ , οι εξισώσεις που δίνουν το E_T από τα μοντέλα 1 και 2 αντίστοιχα, είναι:

Μοντέλο 1:

Προκύπτει το μοντέλο Counto, το οποίο είναι:

$$E_T = E_m \cdot \frac{E_f \cdot u_f^{1/2} + E_m \cdot (1 - u_f^{1/2})}{E_f \cdot (u_f^{1/2} - u_f) + E_m \cdot (1 - u_f^{1/2} + u_f)} \quad (5.3.4)$$

Μοντέλο 2:

Προκύπτει το δεύτερο μοντέλο τριών στρώσεων στις συνεχείς ίνες, το οποίο είναι:

$$E_T = E_m \cdot \frac{E_f \cdot \left(1 - u_f^{1/2} + u_f\right) + E_m \cdot \left(u_f^{1/2} - u_f\right)}{E_f \cdot \left(1 - u_f^{1/2}\right) + E_m \cdot u_f^{1/2}} \quad (5.3.5)$$

$$R_1 = u_f^{1/2}, T_1 = 1 - u_f^{1/2}, Q_1 = u_f^{1/2} - u_f, S_1 = 1 - u_f^{1/2} + u_f$$

$$R_2 = 1 - u_f^{1/2} + u_f, T_2 = u_f^{1/2} - u_f, Q_2 = 1 - u_f^{1/2}, S_2 = u_f^{1/2}$$

Αυτά, με βάση τη σχέση:

$$E_T = E_m \cdot \frac{R \cdot E_f + T \cdot E_m}{Q \cdot E_f + S \cdot E_m}$$

Σημείωση:

Για $E_f \gg E_m$, η σχέση

$$E_c = E_m \cdot \frac{R \cdot E_f + T \cdot E_m}{Q \cdot E_f + S \cdot E_m} \quad (5.3.6)$$

στα κοκκώδη και στο εγκάρσιο στα ινώδη, γίνεται:

$$E_c \approx E_m \cdot \frac{E_f \cdot R}{E_f \cdot Q} = E_m \cdot \frac{R}{Q} \quad (5.3.7)$$

(Στο εγκάρσιο συμβαίνει αυτό διότι, αμελώντας τους όρους που δεν είναι παράγοντες του λ, το λ απλοποιείται).

Δηλαδή, αμελούνται οι όροι:

$$E_m \cdot T \text{ και } E_m \cdot S \text{ στη σχέση (5.3.6).}$$

Επομένως, έχουμε ότι για $E_f \gg E_m$ ο συντελεστής ενίσχυσης είναι:

$$\frac{E_c}{E_m} \cong \frac{R}{Q}, \text{ όπου } R \text{ και } Q \text{ είναι συναρτήσεις μόνο του } u_f. \text{ Η αρχή της αντιστοιχίας}$$

στη σχέση (5.3.7) δίνει:

$$\frac{E_c}{E_m} = \frac{E_c'}{E_m'} = \frac{E_c''}{E_m''} \cong \frac{R}{Q} \quad (5.3.8)$$

5.3.3 Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ ΣΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΚΟΚΚΩΔΗ – ΙΝΩΔΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Για τα κοκκώδη και τα ινώδη στην εγκάρσια διεύθυνση προκύπτει από τη σχέση (5.3.7) ότι:

A) Κοκκώδη:

$$E_p = E_m \cdot \left(\frac{1}{1 - u_f^{1/3}} \right) \text{ (Model 1)} \quad (5.3.9)$$

$$E_p = E_m \cdot \left(1 + \frac{u_f}{1 + u_f^{1/3}} \right) \text{ (Model 2)} \quad (5.3.10)$$

όταν $E_f \gg E_m$.

Οι σχέσεις (5.3.9) και (5.3.10) μας δίνουν συντελεστές ενίσχυσης που παραμένουν οι ίδιοι, τόσο για τα στατικά, όσο και για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας.

B) Στο εγκάρσιο έχουμε:

$$E_T = E_m \cdot \frac{1}{1 - u_f^{1/2}} \text{ (Model 1)} \quad (5.3.11)$$

και

$$E_T = E_m \cdot \left(1 + \frac{u_f}{1 + u_f^{1/2}} \right) \text{ (Model 2) για } E_f \gg E_m \quad (5.3.12)$$

και ισχύουν τα ίδια ως προς τον συντελεστή ενίσχυσης.

Άρα, και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις τα E_p' , E_p'' , E_T' , και E_T'' αυξάνονται με την αύξηση του u_f .

Ανάλογες εξισώσεις μπορούν να γραφτούν και για τα μοντέλα 3 και 4, για τα κοκκώδη και για το εγκάρσιο στα ινώδη.

Στα ινώδη, στη διεύθυνση των ινών, για $\lambda \gg 2000$ είναι:

$$E_L' = E_f \cdot u_f + E_m' \cdot (1 - u_f) \quad (5.3.13)$$

και

$$E_L'' = E_m'' \cdot (1 - u_f) \quad (5.3.14)$$

Από τις σχέσεις (5.3.13) και (5.3.14), παρατηρούμε ότι το E_L' αυξάνεται καθώς αυξάνεται το u_f , ενώ το E_L'' μειώνεται καθώς αυξάνεται το u_f . Δηλαδή, για το E_L' έχουμε συντελεστή ενίσχυσης >1 , ο οποίος αυξάνεται με την αύξηση του u_f , όπως και στα κοκκώδη και στα ινώδη στην εγκάρσια διεύθυνση. Όμως, για το E_L'' ο συντελεστής ενίσχυσης είναι:

$$\frac{E_L''}{E_m} = 1 - u_f \quad (5.3.15)$$

ο οποίος μειώνεται με την αύξηση του u_f . Δηλαδή, για το E_L'' δεν υπάρχει ενίσχυση. Η σχέση (5.3.15), δίνει ότι, για $u_f = \text{const}$ και θερμοκρασιακή μεταβολή, το E_L'' μεταβάλλεται γραμμικά συναρτήσει του E_m'' .

Για $u_f = \text{const}$, οι εξισώσεις (5.3.9) έως (5.3.12) στα κοκκώδη και στο εγκάρσιο στα ινώδη, δίνουν ότι και τα E_c' και E_c'' μεταβάλλονται γραμμικά συναρτήσει των E_m' και E_m'' αντίστοιχα, με την αύξηση της θερμοκρασίας και με παράγοντα μεταβολής των E_m' και E_m'' τον σταθερό όρο που βρίσκεται μέσα στις παρενθέσεις. Στην περίπτωση αυτή, τόσο το διάγραμμα $E_p''-T$ όσο και το διάγραμμα $E_T''-T$ θα παρουσιάζουν αιχμή (peak) για την ίδια θερμοκρασία που παρουσιάζει αιχμή και το διάγραμμα της μήτρας.

Η σχέση (5.3.13), διαιρώντας με E_m' και παραλείποντας τον όρο $(1-u_f)$, δίνει:

$$\frac{E_L'}{E_m} = \frac{E_f}{E_m} \cdot u_f \quad (5.3.16)$$

Για $u_f = \text{const}$, στο πλατώ του E_m' με τη θερμοκρασία, παίρνουμε διάγραμμα για τον συντελεστή ενίσχυσης στα ινώδη, στη διεύθυνση των ινών, που εξαρτάται από το E_m' . Αυτός αυξάνεται με τη μείωση του E_m' . Ο συντελεστής ενίσχυσης για το E_L'' παραμένει αμετάβλητος για $u_f = \text{const}$, καθώς μεταβάλλεται το E_m'' , αφού έχουμε:

$$\frac{E_L''}{E_m} = 1 - u_f \quad (5.3.17)$$

και προφανώς δεν έχουμε ενισχυτικό αποτέλεσμα, αφού $\frac{E_L''}{E_m} < 1$

Η (5.3.13) δίνει (για $E_f \gg E_m'$):

$$E_L' \cong E_f \cdot u_f$$

Δηλαδή, για $u_f = \text{const}$ έχουμε μία οριζόντια γραμμή για το E_L' ($\lambda \geq 2000$).

Για το εγκάρσιο δυναμικό μέτρο γνωρίζουμε, λοιπόν, την ενισχυτική δράση του εγκλείσματος, τόσο στο μέτρο αποθήκευσης όσο και στο μέτρο απωλειών. Άρα:

$$E_T' > E_m'$$

$$E_T'' > E_m''$$

Όμως, λόγω απόκλισης των ινών από την ευθυγράμμιση, αναμένεται το πειραματικό $E_T' >$ θεωρητικό E_T' και επίσης το πειραματικό $E_T'' <$ θεωρητικό E_T'' .

Επίσης, γνωρίζουμε ότι, για $\lambda \geq 2000$:

$$E_L'' < E_m'' < E_T''$$

αφού το E_T'' έχει ενισχυτικό χαρακτήρα, ενώ το E_L'' όχι. Όσο για το E_L' γνωρίζουμε ότι $E_L' = \text{const}$ για $\lambda \geq 2000$ και $u_f = \text{const}$.

5.3.4 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΓΙΑ E_L' , E_L'' , E_T' , E_T''

5.3.4.1 Διάμηκες Μέτρο Αποθήκευσης E_L'

Για $T < T_g$, οι τιμές του E_L' που προκύπτουν από τα μοντέλα είναι τέτοιες ώστε να διατηρείται η ίδια ιεραρχία των μοντέλων όπως και στη στατική φόρτιση. Στην περιοχή αυτή, μικρές διαφοροποιήσεις στο E_m' , δίνουν μεγάλες διαφορές στο E_L' . Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα και τους πίνακες, το E_L' μειώνεται καθώς μειώνεται το λ , για όλα τα μοντέλα. Οι αποκλίσεις του E_L' από τα πειραματικά αποτελέσματα αποδίδονται στην ανομοιογενή κατανομή των ινών στη μάζα του σύνθετου, σε συνδυασμό με μεγαλύτερες τιμές για τα E_f και E_m .

5.3.4.2 Διάμηκες Μέτρο Απωλειών E_L''

Για $\lambda \leq 500$ και $T < T_g$, τα μοντέλα δεν δίνουν ενίσχυση για το E_L'' , όπως ήταν αναμενόμενο από το νόμο των φάσεων. Για $\lambda = 100$ και $T = 160^\circ$, προκύπτει ότι $E_L'' \approx E_m''$.

Για $\lambda = 50$ και $T = 160^\circ$, έχουμε ενίσχυση στο E_L' .

Για $T \geq T_g$, εμφανίζεται σημαντική ενίσχυση για το E_L'' . Η ιεραρχία που αφορά τις τιμές του E_L'' , είναι αντίστροφη από την ιεραρχία των μοντέλων στη στατική φόρτιση. Και εδώ, μικρές αποκλίσεις στο E_m' , έχουν ως αποτέλεσμα μεγάλες διαφορές στο E_L'' . Το E_L'' αυξάνεται καθώς μειώνεται το λ , γεγονός που αποδίδεται στην αύξηση του όγκου της μήτρας στο διάστημα μετά το άκρο της ίνας, για όλα τα μοντέλα.

Πάντως, επειδή ενδιαφέρουν οι θερμοκρασίες $T < T_g$, στην περιοχή αυτή τα αποτελέσματα έχουν τις αναμενόμενες τιμές. Ένα άλλο γεγονός που επηρεάζει τα αποτελέσματα στην περιοχή αυτή, είναι το ότι το E_m' πιθανώς να παραμένει παράλληλο στον άξονα των T σε μία χαμηλή τιμή και όχι να μηδενίζεται, όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 4.2.1.

5.3.4.3 Εγκάρσιο Μέτρο Αποθήκευσης E_T'

Όπως έχει αναφερθεί, έχουμε ενισχυτική δράση για το E_T' . Τα αποτελέσματα είναι τα αναμενόμενα και η ιεραρχία των μοντέλων από ισχυρό σε ασθενές διατηρείται σε σχέση με την ιεραρχία της στατικής φόρτισης. Και πάλι, ένας άλλος παράγοντας που φαίνεται να επηρεάζει τα αποτελέσματα, είναι ότι για $T \geq T_g$ ισχύει ότι το $E_m' \rightarrow 0$, ενώ μάλλον θα έπρεπε να είναι παράλληλο στον άξονα των T σε μια τιμή μεγαλύτερη του μηδέν.

5.3.4.4 Εγκάρσιο Μέτρο Απωλειών E_T''

Και για το E_T'' , όπου παρατηρείται επίσης ενισχυτική δράση, ισχύουν οι ίδιες παρατηρήσεις που ισχύουν για το E_T' . Έτσι, τα αποτελέσματα είναι τα αναμενόμενα και η ιεραρχία των μοντέλων από ισχυρό σε ασθενές διατηρείται σε σχέση με την ιεραρχία της στατικής φόρτισης.

5.3.5 ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΚΟΚΚΩΔΗ – ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ

Στο διάγραμμα $\Delta 1$, το στατικό μέτρο ελαστικότητας σχεδιάζεται συναρτήσει της περιεκτικότητας u_f , για $E_f=210 \cdot 10^4 \text{ atm}$, $E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{ atm}$. Παρατηρείται ότι οι πειραματικές τιμές οριοθετούνται από τις τιμές των μοντέλων 1 και 2 και βρίσκονται κοντά σε εκείνες που προκύπτουν από τη

χρήση των μοντέλων 3 και 4, ιδιαίτερα σε εκείνες του μοντέλου 4. Ανάλογη συμπεριφορά θα μπορούσε να περιμένει κανείς και για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας.

Στα διαγράμματα Δ26 και Δ27, το μέτρο αποθήκευσης E_c' σχεδιάζεται συναρτήσει της περιεκτικότητας u_f , για $E_f=210 \cdot 10^4 \text{atm}$, $E_m=3,5 \cdot 10^4 \text{atm}$ και για τις συχνότητες $f=0,1 \text{Hz}$ και $f=50 \text{Hz}$ αντίστοιχα. Συγκρίνοντας με το στατικό μέτρο ελαστικότητας, παρατηρούμε ότι υπάρχουν μικρές διαφορές στους συντελεστές ενίσχυσης για το E_c και το E_c' , οπότε οι καμπύλες του E_c' έχουν την ίδια μορφή με τις καμπύλες του E_c . Όμως, στα σχήματα του E_c' παρατηρούμε ότι τα πειραματικά αποτελέσματα βρίσκονται κοντά σε εκείνα που προκύπτουν από το μοντέλο 2 και τις εξισώσεις Einstein και Kerner. Έτσι, για το στατικό μέτρο ελαστικότητας έχουμε προσέγγιση του πειράματος από ενδιάμεσα μοντέλα, όσον αφορά τα E_c και E_c' . Με άλλα λόγια, αν και οι θεωρητικές τιμές των συντελεστών ενίσχυσης για E_c και E_c' είναι περίπου ίσες, εντούτοις οι τιμές των συντελεστών ενίσχυσης, όπως προκύπτουν από το πείραμα για τα E_c και E_c' , εμφανίζουν διαφορές, με τους στατικούς συντελεστές ενίσχυσης να προκύπτουν μεγαλύτεροι από τους δυναμικούς.

Στα διαγράμματα Δ28 και Δ29, το E_c'' σχεδιάζεται συναρτήσει της περιεκτικότητας u_f , για συχνότητες $f=0,1 \text{Hz}$ και $f=50 \text{Hz}$ αντίστοιχα. Ανάλογες παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν όπως και στην περίπτωση του E_c' .

Στα διαγράμματα Δ30 και Δ31, σχεδιάζονται τα μέτρα αποθήκευσης και απωλειών συναρτήσει της συχνότητας f , και για $u_f=0,20$. Παρατηρούμε ότι τόσο οι θεωρητικές όσο και οι πειραματικές τιμές των μέτρων αυξάνονται με την αύξηση της συχνότητας. Για μεγαλύτερες συχνότητες ($f > 100 \text{Hz}$ ή $\log f > 2$), το μέτρο αποθήκευσης τείνει στην τιμή του στατικού μέτρου ελαστικότητας. Στις παραπάνω καμπύλες, φαίνονται καλύτερα οι αποκλίσεις των E_c' και E_c'' , όπως αυτές προκύπτουν από τις διάφορες εξισώσεις.

5.3.6 ΠΩΣ ΕΞΗΓΕΙΤΑΙ Η ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗ ΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΟΣ ΣΕ ΚΟΚΚΩΔΗ – ΙΝΩΔΗ (ΕΓΚΑΡΣΙΟ) ΓΙΑ ΤΟ E_c''

Καθώς αυξάνεται η περιεκτικότητα, αυξάνεται και το E . Αντίστοιχα, αυξάνεται και το E' . Στη μεγάλη τιμή του E' αντιστοιχεί και η μεγαλύτερη απώλεια, αφού και το E_c' και το E_c'' αναφέρονται πλέον σε μεγαλύτερο E .

Όμως, ο λόγος $\frac{E''}{E'} = \tan \delta$ μειώνεται καθώς αυξάνεται η περιεκτικότητα ($E' \gg E''$), που σημαίνει ότι η διαφορά φάσης ανάμεσα σε παραμόρφωση και τάση μειώνεται με την αύξηση της περιεκτικότητας. Το γεγονός αυτό δίνει πιο ελαστική συμπεριφορά, ενώ το E'' μπορεί να αυξάνεται με την αύξηση της περιεκτικότητας. Επειδή οι τιμές του E' είναι επί 10^9 ενώ του E'' είναι επί 10^7 , οι αυξήσεις του E' είναι πολύ μεγαλύτερες από εκείνες του E'' , θεωρώντας ίδιους συντελεστές ενίσχυσης, με αποτέλεσμα να μειώνεται το $\tan \delta$ καθώς αυξάνεται το u_f .

Τα E' και E'' μπορούν να συσχετίζονται ξεχωριστά με το E της χαλάρωσης. Οι μεγάλες τιμές του E'' και η μείωση του E' , καθώς μειώνεται το u_f , συσχετίζονται με τη μείωση του E σε χαλάρωση, καθώς αυξάνεται ο χρόνος. Με άλλα λόγια, τα E , E' , E'' αναδεικνύουν την βισκοελαστική συμπεριφορά του υλικού σε χαλάρωση (E) και σε δυναμική συμπεριφορά αντίστοιχα (E' , E'').

Στη διεύθυνση των ινών, είναι αναμενόμενο ότι το E_L' έχει μεγάλες τιμές και το E_L'' μικρές, συσχετίζοντας τη δυναμική συμπεριφορά του ινώδους σύνθετου υλικού με τη συμπεριφορά του σε χαλάρωση. Έτσι, το E_L χαλάρωσης ή και το E_L ερπυσμού ινώδους σύνθετου έχουν μεγάλες τιμές αφού σε σύνθετα με συνεχείς ίνες δεν είναι έντονα τα φαινόμενα αυτά.

5.3.7 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΜΕ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ

Η δυναμική συμπεριφορά των κοκκωδών σύνθετων υλικών ή και της μήτρας από μόνη της, μπορεί να συσχετιστεί με τη συμπεριφορά σε ερπυσμό και σε χαλάρωση.

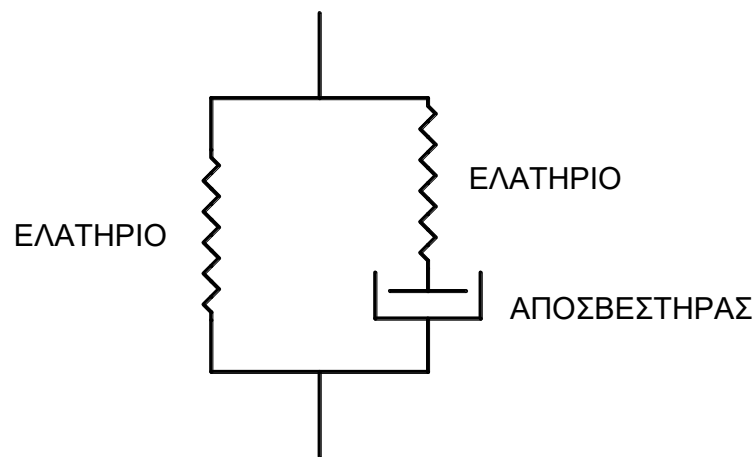
Με άλλα λόγια, όταν έχουμε δυναμική επιβολή παραμορφώσεων, το φαινόμενο συσχετίζεται με τη χαλάρωση, Έτσι, στην πραγματικότητα έχουμε δυναμικό μέτρο χαλάρωσης στην περίπτωση αυτή, το οποίο αναλύεται στο μέτρο αποθήκευσης (E') και στο μέτρο απωλειών (E''). Το μέτρο χαλάρωσης μειώνεται με την αύξηση του χρόνου, ενώ το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης (E') μειώνεται με τη μείωση της συχνότητας f . Αυτό μπορεί κατ' αρχάς να ερμηνευθεί προσομοιάζοντας το υλικό με ένα στοιχείο Maxwell, δηλαδή με ένα ελατήριο εν σειρά με αποσβεστήρα, το οποίο για χαμηλές συχνότητες έχει τον απαιτούμενο χρόνο να παραμορφωθεί ο αποσβεστήρας ώστε να προκληθούν

μικρότερες τιμές στο E' . Προφανώς, για $f \rightarrow 0$ το Maxwell δίνει $E'=0$. Ομοίως, στην χαλάρωση, για $t \rightarrow \infty$ έχουμε $E'=0$. Κατά δεύτερο λόγο, επειδή $f = \frac{1}{T}$, όπου T είναι η περίοδος, προκύπτει ότι η συχνότητα είναι αντιστρόφως ανάλογη του χρόνου. Δηλαδή, το E' μηδενίζεται για μικρότερες συχνότητες, ενώ το E της χαλάρωσης μηδενίζεται για μεγάλους χρόνους, για το παραπάνω ρεολογικό μοντέλο. Και τα δύο φαινόμενα επηρεάζονται σημαντικά από τη θερμοκρασία, δηλαδή τα μέτρα E και E' μειώνονται με την αύξηση της θερμοκρασίας (στον ίδιο χρόνο αναφερόμενοι σε χαλάρωση και στην ίδια συχνότητα αναφερόμενοι σε μέτρο αποθήκευσης). Όσον αφορά το μέτρο απωλειών E'' σε σχέση με τη θερμοκρασία, αλλά και το λόγο $\tan \delta = \frac{E''}{E'}$, υπάρχει μία θερμοκρασία για την οποία λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του, για σταθερή συχνότητα. Αυτό σημαίνει ότι εκεί εμφανίζονται οι μεγαλύτερες απώλειες ή διαφορετικά η μεγαλύτερη διαφορά φάσης ανάμεσα στην παραμόρφωση και την τάση. Με την προσθήκη κόκκων στη μήτρα αυξάνονται κατ' αρχάς οι τιμές του E' με την περιεκτικότητα, για σταθερή θερμοκρασία ή για σταθερή συχνότητα. Για σταθερή θερμοκρασία αυξάνεται επίσης και το E'' με την προσθήκη κόκκων. Όμως, επειδή $E' \gg E''$, ο λόγος $\tan \delta = \frac{E''}{E'}$ φαίνεται να μειώνεται για αναλογικές αυξήσεις. Με άλλα λόγια, η προσθήκη στερεών κόκκων φαίνεται ότι αυξάνει την ελαστική απόκριση του υλικού, αφού πέραν της αύξησης του E' , μειώνεται και η διαφορά φάσης ανάμεσα στην τάση και την παραμόρφωση.

Τώρα, αν επιβάλουμε δυναμική τάση στο υλικό, το φαινόμενο μπορεί να συσχετιστεί με τον ερπυσμό, θεωρώντας ως μέτρο σύγκρισης το μέτρο ενδόσεως Δ ($\Delta = \frac{1}{E}$). Στον ερπυσμό, για μεγάλους χρόνους, έχουμε μείωση του E και κατ' επέκταση αύξηση του Δ . Το ίδιο αποτέλεσμα παρατηρείται και για τα E' και E'' στην περίπτωση της δυναμικής φόρτισης, για μικρές συχνότητες. Εδώ, η εξήγηση μπορεί να γίνει μέσω ενός στοιχείου Kelvin, το οποίο αποτελείται από ένα ελατήριο συνδεδεμένο εν παραλλήλω με έναν αποσβεστήρα, στο οποίο για μεγάλους χρόνους έχουμε μηδενισμό του E , ενώ

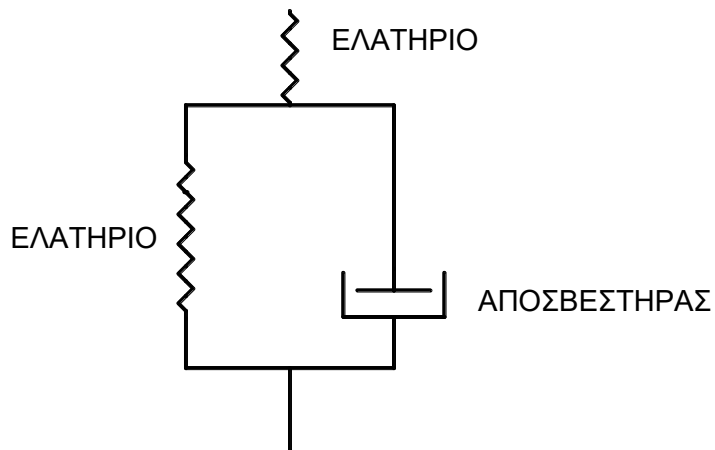
το Δ απειρίζεται. Εδώ και πάλι οι μεγάλοι χρόνοι ή οι μικρές συχνότητες δίνουν το χρονικό περιθώριο στον αποσβεστήρα να παραμορφωθεί.

Τα τρία αυτά φαινόμενα ερπυσμός, χαλάρωση και δυναμική φόρτιση, στην περίπτωση γραμμικής μήτρας, μπορούν να προσομοιωθούν με πιο πολύπλοκα ρεολογικά μοντέλα, όπως π.χ. τα ακόλουθα:



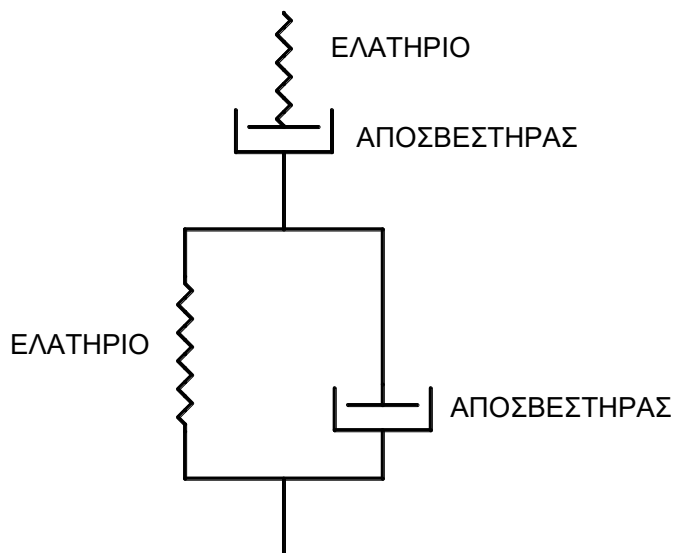
ΠΡΟΤΥΠΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΣΤΕΡΕΟ
ΕΛΑΤΗΡΙΟ ΕΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩ ΜΕ MAXWELL

Σχήμα 5.1



ΚΕΛΒΙΝ ΣΕ ΣΕΙΡΑ ΜΕ ΕΛΑΤΗΡΙΟ

Σχήμα 5.2



ΜΑΧΒΕΛ ΣΕ ΣΕΙΡΑ ΜΕ ΚΕΛΒΙΝ

Σχήμα 5.3

Γενικά, πάντως, παρατηρείται ότι η προσθήκη κόκκων στην πολυμερική μήτρα βελτιώνει τη ρεολογική της συμπεριφορά, υπό την έννοια ότι βρίσκονται

υψηλότερες τιμές των E' και χαμηλότερες για το Δ' , καθώς αυξάνεται η περιεκτικότητα των κόκκων. Η ρεολογική συμπεριφορά όμως δεν αίρεται, ακριβώς όπως δεν αίρεται και στην περίπτωση του ερπυσμού και της χαλάρωσης, με την προσθήκη κόκκων στη μήτρα.

Η χρησιμοποίηση τέτοιων υλικών μπορεί να θεωρηθεί ικανοποιητική όταν τουλάχιστον μετά την αποφόρτισή τους μπορούν να επανέλθουν στην αρχική τους κατάσταση, για περιορισμένο βέβαια διάστημα φόρτισης ή αντίστοιχα για σχετικά μεγάλη συχνότητα φόρτισης. Σε μεγαλύτερες διάρκειες ή χαμηλότερες συχνότητες, μάλλον χρειάζεται ενίσχυση της μήτρας όχι μόνο με κόκκους, με εξασφαλισμένη πάντα την ελαστική συμπεριφορά κατά την αποφόρτιση.

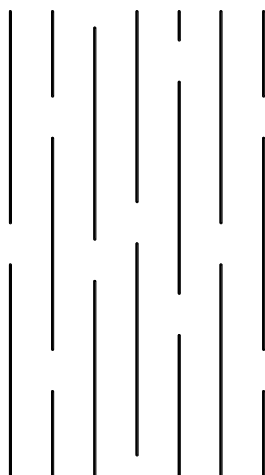
Η δυναμική συμπεριφορά των ινωδών σύνθετων υλικών μπορεί να συσχετιστεί με τη συμπεριφορά των υλικών αυτών σε ερπυσμό ή χαλάρωση. Γενικά, για υψηλές τιμές του συντελεστή σχήματος, παρατηρείται στη διεύθυνση των ινών μεγάλη αντίσταση του προκύπτοντος σύνθετου σε ερπυσμό και χαλάρωση. Αντίστοιχη συμπεριφορά εμφανίζεται και στη δυναμική φόρτιση σε επιβολή δυναμικής παραμόρφωσης, όπου δηλαδή το μέτρο αποθήκευσης E' έχει σχετικά μεγάλες τιμές, ενώ η διαφορά φάσης ανάμεσα στην παραμόρφωση και την τάση είναι αρκετά μικρή. Αντίστοιχα, έχουμε μικρές τιμές στο μέτρο ένδοσης Δ' ($\Delta = \frac{1}{E}$) στην περίπτωση επιβολής δυναμικής τάσης.

Όταν οι δυναμικές τάσεις ή παραμορφώσεις επιβληθούν κάθετα προς τις ίνες, τότε έχουμε μία έντονη εμφάνιση ρεολογικών φαινομένων (μικρά E' και μεγάλα δ ή αντίστοιχα μεγάλα Δ' και μεγάλα δ). Η συμπεριφορά αυτή εξηγείται από τα εμφανιζόμενα κενά μήτρας κατά τη διεύθυνση της φόρτισης. Ανάλογη είναι η συμπεριφορά σε ερπυσμό και χαλάρωση για την περίπτωση αυτή. Αν θ είναι η γωνία που σχηματίζουν οι ίνες με τη διεύθυνση φόρτισης, τότε το E' μειώνεται με την αύξηση του θ , τείνοντας στην τιμή του E' για φόρτιση κάθετη στις ίνες για $\theta=90^\circ$. Ανάλογη συμπεριφορά εμφανίζεται στα φαινόμενα του ερπυσμού και της χαλάρωσης, όπου και πάλι αυξάνουν τα ρεολογικά φαινόμενα καθώς αυξάνεται η θ .

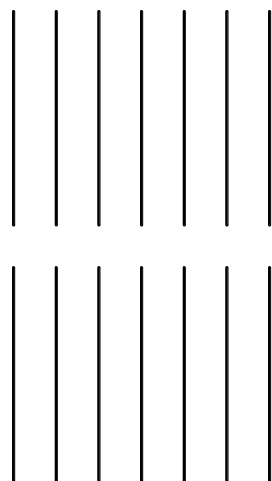
Μία ενδιάμεση συμπεριφορά προκύπτει για τις ίνες τυχούσας διεύθυνσης, χωρίς αυτή να προκύπτει σαν μέσος όρος των περιπτώσεων για $\theta=0^\circ$ και $\theta=90^\circ$.

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι η χρησιμοποίηση πολυστρωματικών σύνθετων με ίνες διαφορετικού προσανατολισμού σε κάθε στρώση, μειώνουν τα ρεολογικά φαινόμενα σε οποιαδήποτε διεύθυνση φόρτισης παράλληλη στα επίπεδα των στρώσεων.

Τέλος, όσον αφορά τις απώλειες σε ευθυγραμμισμένες διακεκομμένες ίνες, στη διεύθυνση των ινών, στην πράξη αναμένεται να είναι μικρότερες αφού οι ίνες έχουν την μορφή του σχήματος 5.4 και όχι τη μορφή του σχήματος 5.5. Στη μορφή του σχήματος 5.4, τα κενά στη μήτρα στη διεύθυνση των ινών ενισχύονται από τις παρακείμενες ίνες. Παραμένει όμως για τις διακεκομμένες ίνες το πρόβλημα ευθυγράμμισής τους.



Σχήμα 5.4



Σχήμα 5.5

5.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Τα μοντέλα τεσσάρων και πέντε στρώσεων δίνουν τιμές για τα μέτρα ελαστικότητας και διάτμησης που οριοθετούνται από εκείνες των μοντέλων τριών στρώσεων.
- Στο διάμηκες και στα κοκκώδη η ιεραρχία των μοντέλων από ισχυρό σε ασθενές μέτρο ελαστικότητας είναι:

$$E_1 > E_4 > E_3 > E_2$$

- Στο εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας η ιεραρχία των μοντέλων από ισχυρό σε ασθενές είναι:

$$E_1 > E_{4-1} > E_{3-1} > E_{4-2} > E_{3-2} \cong E_2$$

- Η ιεραρχία των μοντέλων για το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας ισχύει και για το επίπεδο μέτρο διάτμησης.
- Ένα μοντέλο τεσσάρων και παραπάνω στρώσεων είναι περισσότερο ισχυρό όσο περισσότερα γεωμετρικά στοιχεία έχει από το μοντέλο 1 (και λιγότερα από το μοντέλο 2).
- Στο διάμηκες μέτρο ελαστικότητας οι τιμές των μοντέλων αποκλίνουν καθώς μειώνεται το λ και συγκλίνουν καθώς αυξάνεται το λ . Για $\lambda \geq 4000$ τείνουν στην τιμή του μέτρου ελαστικότητας των συνεχών ινών.
- Το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας και το επίπεδο μέτρο διάτμησης προκύπτουν ανεξάρτητα του λ .
- Με κριτήριο τα κοκκώδη, όπου δεν τίθεται θέμα ευθυγράμμισης, το μοντέλο 4 προσομοιάζει καλύτερα το πείραμα, ενώ το μοντέλο 3 είναι κοντά στο κάτω όριο για το μέτρο ελαστικότητας.
- Αποκλίσεις σε θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα στα ινώδη εμφανίζονται λόγω απόκλισης των ινών από την ευθυγράμμιση. Έτσι, συνήθως οι πειραματικές τιμές για το διάμηκες βρίσκονται κάτω από το πείραμα, ενώ οι πειραματικές τιμές για το εγκάρσιο βρίσκονται πάνω από το πείραμα.
- Στα κοκκώδη, το μοντέλο 4 δίνει τιμές κοντά σε αυτές της εξίσωσης Counto, ενώ το μοντέλο 3 κοντά σε αυτές των εξισώσεων Kerner.
- Ο διαμήκης λόγος Poisson στα ινώδη, προσομοιάζεται από το νόμο των φάσεων.

- Ο εγκάρσιος λόγος Poisson των ινωδών και ο λόγος Poisson των κοκκωδών προσομοιάζεται από τον αντίστροφο νόμο των φάσεων, με κάποια επιφύλαξη για τα ινώδη.
- Μία πρώτη εκτίμηση μιας πεντάδας ελαστικών σταθερών για τα ινώδη, είναι:
 E_L : το E_L κάθε μοντέλου,
 E_T : ο μέσος όρος των μοντέλων 1 και 2,
 G_{LT} : ο μέσος όρος των μοντέλων 1 και 2,
 ν_{LT} : όπως προκύπτει από το νόμο των φάσεων,
 ν_{TT} : όπως προκύπτει από τον αντίστροφο νόμο των φάσεων.
- Οι άλλες 3 εξαρτημένες ελαστικές σταθερές (σύνολο 8), υπολογίζονται από τις σχέσεις που συνδέουν τις ελαστικές σταθερές.
- Οι συντελεστές ενίσχυσης (E_L/E_m) των ινωδών σύνθετων υλικών εξαρτώνται έντονα από το λόγο E_f/E_m . Αυτό σημαίνει ότι για την ίδια μήτρα έχουμε μεγάλη αύξηση του λόγου E_L/E_m αυξάνοντας το E_f . Ρητίνες (μήτρα) ενισχυμένες με ίνες SiC (έγκλεισμα) φθάνουν το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα.
- Οι συντελεστές ενίσχυσης των κοκκωδών σύνθετων υλικών (E_c/E_m) και του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας (E_T/E_m) επηρεάζονται λίγο από το λόγο E_f/E_m .
- Οι συντελεστές ενίσχυσης των κοκκωδών σύνθετων βρίσκονται ελαφρώς μεγαλύτεροι από εκείνους του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας, για την ίδια τιμή του ν_f .
- Τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας E_L' , E_L'' , E_T' , E_T'' εμφανίζουν αναμενόμενη συμπεριφορά για $T < T_g$.
- Η ασαφής συμπεριφορά των ανωτέρω μέτρων για $T \geq T_g$ αποδίδεται αφ' ενός μεν στο μεγάλο ρυθμό μείωσης του E_m' στην περιοχή αυτή (με αποτέλεσμα μικρές διαφορές στο E_m' να αλλοιώνουν τα αποτελέσματα)

και αφ' ετέρου δε στο ότι το E_m' πολύ πιθανόν για $T \geq T_g$ να έχει τιμή περίπου σταθερή συναρτήσει της θερμοκρασίας T .

- Στα E_L' , E_T' και E_T'' έχουμε ενισχυτική δράση του εγκλείσματος.
- Στο E_L'' , για $\lambda > 100$, δεν έχουμε ενισχυτική δράση του εγκλείσματος. Ενισχυτική δράση εμφανίζεται για $T \geq T_g$.
- Το E_L' μειώνεται καθώς μειώνεται το λ , ενώ ταυτόχρονα αυξάνεται το E_L'' .
- Τα E_T' και E_T'' θεωρούνται ανεξάρτητα του λ .
- Για $T < T_g$, η ιεραρχία των μοντέλων για τα E_L' , E_T' και E_T'' διατηρείται ίδια με εκείνες των E_L και E_T .

- Για $T < T_g$, η ιεραρχία των μοντέλων για το E_L'' αντιστρέφεται, δηλαδή:

$$E_{L1}'' < E_{L4}'' < E_{L3}'' < E_{L2}''$$

- Στα κοκκώδη, οι δυναμικοί συντελεστές ενίσχυσης είναι ίσοι με αντίστοιχους στατικούς συντελεστές ενίσχυσης.
- Οι πειραματικές τιμές για τα E_c' και E_c'' στα κοκκώδη, προσεγγίζονται από ασθενή μοντέλα, σε αντίθεση με το στατικό μέτρο ελαστικότητας, όπου προσεγγίζονται από ενδιάμεσα μοντέλα.
- Με βάση τους συντελεστές ενίσχυσης στα εγκάρσια και στα κοκκώδη και σε συνδυασμό με τα διαγράμματα E_m' , E_m'' της μήτρας ως προς T (θερμοκρασία), αναμένονται ανάλογες τιμές για τα E_c' , E_T' και E_c'' , E_T'' με εκείνες της μήτρας με ενισχυτική δράση.
- Το E_c' αυξάνεται με την αύξηση της συχνότητας και τείνει στο στατικό μέτρο ελαστικότητας E_c για μεγάλες συχνότητες.
- Τα δυναμικά μέτρα αποθήκευσης για μικρές συχνότητες συσχετίζονται με τα μέτρα χαλάρωσης για μεγάλους χρόνους. Προσομοιάζοντας το υλικό με ένα μοντέλο Maxwell και στις δύο αυτές περιπτώσεις, υπάρχει ο απαραίτητος χρόνος στον αποσβεστήρα για να παραμορφωθεί ($f = 1/T$).
- Με βάση την αρχή της υπέρθεσης χρόνου – θερμοκρασίας, οι μεγάλες θερμοκρασίες αντιστοιχούν σε μεγάλους χρόνους χαλάρωσης ή σε μικρές συχνότητες δυναμικού πειράματος.

BIBΛIOΓPAΦIA

1. A. Einstein, "Über die von Molekularkinetischen theorie der Wärme Geforderte Bewegung von in Ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen", Ann. Physic., Vol.17, p.549 (1905)
2. A. Einstein, "Eine Neue Bestimmung der Molekuldimensionen", Ann. Physic., Vol.19, p.289 (1906)
3. A. Einstein, "Berichtigung zumeiner Arbeit Eine neue Bestimmung der Molekuldimensionen", Vol.36, p.591 (1911)
4. E. Goth, "Theory of Filler Reinforcement", Jn. Phys., Vol. 16, pp.20-26 (1945)
5. P. S. Turner, J. Res. NBS 37:239 (1946)
6. H. M. Smallwood, "Limiting Law of the Reinforcement of Rubber", Jn. Appl. Phys., Vol.15, pp.758-762 (1964)
7. C. Arthur, Coulson LA, Jn. Appl. Phys. 11:5104 (1964)
8. T.T. Wang, Kwei TK., J. Polym. Sc.A-2 7:889 (1969)
9. R.R. Tummala, Friedberg AL., Jn. Appl. Phys. 11:5104 (1970)
10. A.A. Fahmi, Ragai AI., Jn. Appl. phys. 41:5108 (1970)
11. B. W. Rosen, "Composites" (1974)
12. K. Takahashi, M. Ikeda, K. Harakawa and K. Tanaka, "Analysis of the Effect of Interfacial Slippage of the Elastic Moduli of a Particle-Filled Polymer", Jn. Pol. Phys. Ed., Vol.16, pp.415-421 (1978)
13. Counto, Mag. Concr. Res 129 (1964)
14. S.W. Tsai, NASA CR-71 (1964)
15. G.C. Sih. P. D. Hilton, R. Badaliane, P. S. Schenberg and Villareal, "Fractured Mechanics for Fibrous Composites", ASTM STP 521, pp.98-132 (1973)
16. L. L. Clements and R. L. Moore, "Composites", 1, p.93 (1978)
17. J. C. Ekwall, "Structural Behaviour of Monofilament Composites", Proc. AIAA 6th Structures and Materials Conf. AIAA, New York (1965)
18. J. C. Ekwall, ASME Paper No.63-WA-223 (1963)
19. J. C. Ekwall, "ASME" (1961)
20. L. B. Greszczuk, "Membrane Analysis Methods of Composite Structures", Douglas Aircraft Co. Inc., SM-41543 (1962)
21. L. B. Greszczuk, "Theoretical and Experimental Studies on Properties and Behaviour of Filamentary Composites", SPI 21st Conference, Chicago IL, Sect.5-B (1966)

22. E. H. Kerner, "The Elastic and Thermoplastic Properties of Composite Media", Proc. Phys. Soc. 698, pp.803-813 (1956)
23. E. H. Kerner, Proc. Phys. Soc. 69 B:808 (1956)
24. Z. Hashin, and B. W. Rosen, J. Appl. Mech., Trans. ASME, 86, 223 (1964)
25. Z. Hashin, Int. J. Solids Structures, 6, 797 (1970)
26. J. M. Whitney and M. B. Riley, AIAA J. (1966)
27. J. M. Whitney and M. B. Riley, AIAA J. 4(9), p.1537 (1966)
28. Paul, Trans. Metallurgical Soc. AIME 36, 218 (1960)
29. Paul, Trans. Amer. Inst. Mech. Eng. 36, 218 (1960)
30. Α. Μάμαλης, Δ. Μανωλάκος, Σημειώσεις Μαθήματος "Εφαρμογές Προηγμένων Υλικών" 9^ο εξάμηνο Μηχανολόγων Μηχανικών, Αθήνα Ακαδημαϊκό έτος (2004-2005)
31. Γ. Ι. Τσαμασφύρος, «Μηχανική Παραμορφωσίμων Σωμάτων Ι», Αθήνα (1990)
32. Αιμίλιος Σιδερίδης, «Μελέτη των Θερμομηχανικών Ιδιοτήτων των Κοκκωδών και Ινωδών Σύνθετων Υλικών διά της θεωρίας της ενδιαμέσου φάσεως», Διδακτορική Διατριβή, Αθήνα (1998)
33. R. M. Christensen and F. M. Waals, "Effective Stiffness of Randomly Oriented Fibre Composites", J. Composite Materials, Vol. 6, p. 518 (1972)
34. P. S. Theocharis, E. Sideridis, G. C. Papanikolaou, "The Elastic Longitudinal Modulus and Poisson's Ratio of Fibrous Composites", Journal of Reinforced and Composites, Vol. 4 (1985)
35. P. S. Theocharis, "The Unfolding Model for the Representation of the Interface Layer in Composites", Proc. Nat. Acad. Athens, Vol. 59, No. II, pp. 87-100 (1984)
36. P. S. Theocharis, E. Sideridis, "The Elastic Moduli of Particulate-Filled Polymers", Journal of Applied Polymer Science, 2997-3011 (1984)
37. E. Sideridis, G. C. Papanikolaou, "A Theoretical Model for Prediction of Thermal Expansion Behavior of Particulate Composites", Rheologica Acta, Vol. 27, No.6 (1988)
38. E. Sideridis, "The In-Plane Shear Modulus of Fiber-Reinforced Composites as Defined by the Concept of Interphase", Composites Science and Technology 31", pp. 35-53 (1988)
39. E. Sideridis, "The Off-Axis Elastic Constants of Unidirectional Glass Fibre Composites as Defined by the Concept of Interphase"
40. R. M. Ogorkiewicz and A. A. M. Saying, J. Strain Analysis, 6, 226 (1971)
41. R. M. Ogorkiewicz and G. M. Weidmann, Shear Stiffness of Epoxy-Glass Composites", Composites (1974)

42. G. J. Weng and C. T. Sun, "Effects of Fiber Length on Elastic Moduli of Randomly- Oriented Chopped-Fiber Composites", Composite Materials 5th Conference
43. R. M. Ogorkiewicz and G. M. Weidmann, "Tensile Stiffness of a Thermoplastic Reinforced with Glass Fibres or Spheres", J. Mech. Eng. Sc. Vol. 16, No.1 (1974)
44. J. M. Charrier and M. J. Sudlow, "Structure Properties Relationships for Short Fibre Composites", Fibre Science and Technology 6 (1974)
45. J. M. Berthelot, "Effect of Fibre Misalignment on the Elastic Properties of Oriented Discontinuous Fibre Composites", Fibre Science and Technology 17, pp. 25-39 (1982)
46. G. D. Spathis, E. P. Sideridis and P. S. Theocharis, "Adhesion efficiency and volume fraction of the boundary interphase in metal-filled epoxies", Int. J. Adhesion and Adhesives (1981)
47. E. Sideridis, "The Transverse Elastic Modulus of Fiber-Reinforced Composites as Defined by the Concept of Interphase", Journal of Applied Polymer Science, Vol. 48, pp. 243-255 (1993)
48. A. Chresquiere, "Theoretical Model for the Elastic Behavior of Composites Reinforced with Short Fibres", Journal of Applied Polymer Science, Vol. 20, pp. 891-901 (1976)
49. R. L. Foye, "The Transverse Poisson's Ratio of Composites", J. Composite Materials, Vol. 6, p. 293 (1972)
50. I. M. Ward, A. P. Wilczynski, "Bounds for the Elastic Constants of a Unidirectional Fibre Composite: a new approach", Journal of Material Science 28, 1973-1977 (1993)
51. L. Monette, M. P. Anderson, S. Ling and G. S. Grest, Journal of Material Science 27, 4393-4405 (1992)
52. Νικόλαος Γ. Τσούβαλης, «Ανάλυση και Σχεδίαση Σκαφών από Σύνθετα Υλικά», Αθήνα (1998)
53. Μ. – Λ. Π. Νικολούδης, «Μελέτη Ελαστικών Σταθερών Κοκκωδών και Ινωδών Σύνθετων Υλικών μέσω Τριφασικού Μοντέλου», Διπλωματική Εργασία
54. Δ. Τσούλης, «Μελέτη των Ελαστικών Σταθερών των Σύνθετων Υλικών Ενισχυμένων με Διακεκομμένες Ίνες Τυχούσης Διευθύνσεως», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα (1992)
55. Λ. Βρούβας, «Υπολογισμός των Ελαστικών Σταθερών Σύνθετων Κοκκωδών Υλικών μέσω Πολυφασικών Μοντέλων», Διπλωματική Εργασία
56. Andrzej P. Wilczynski, «A basic Theory of Reinforcement for Unidirectional Fibrous Composites», Composites Science and Technology 38, 327-337 (1982)
57. Α. Λιναρδάτου, «Μελέτη των Ελαστικών Σταθερών Ινωδών και Κοκκωδών Σύνθετων Υλικών με χρήση Πολυτμηματικών Μοντέλων 4, 5 και Τμημάτων», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα (2004)

58. Γ. Τσαμασφύρος, Γ. Καντεράκης «Ειδικά Κεφάλαια Σύνθετων Υλικών», Αθήνα (2004)
59. Γ. Γουναρίδης, «Μοντελοποίηση σε Ινώδη και Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά για τον υπολογισμό των Ελαστικών τους Σταθερών», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα (2005)
60. Γ. Μπρακουμάτσος, «Η Επίδραση της Ενδιάμεσης Φάσης στον Υπολογισμό των Ελαστικών Σταθερών Σύνθετων Υλικών με χρήση χαρακτηριστικών παραλλαγών Πολυτμηματικών Μοντέλων», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα (2007)
61. Ν. Μπικάκης, «Η Επίδραση της Ενδιάμεσης Φάσης στον Υπολογισμό των Ελαστικών Σταθερών Ινωδών και Κοκκωδών Σύνθετων Υλικών με χρήση Πολυτμηματικών Μοντέλων», Διπλωματική Εργασία, Αθήνα (2005)
62. D. Hull and T. W. Clyne, "An Introduction to Composite Materials", 2nd edition (1996)
63. R. M. Jones, "Mechanics of Composite Materials", International Student Edition (1975)
64. E. Sideridis, "The Dynamic Moduli of Particulate-filled Polymers as Defined by the Concept of Interphase", Composites Science and Technology 27, pp. 305-332 (1986)
65. P. S. Theocaris, G. Spathis and E. Sideridis, "Elastic and Viscoelastic Properties of Fibre-Reinforced Composite Materials", Fibre Science and Technology 17, pp. 169-181 (1982)
66. E. Sideridis, P. S. Theocaris, and E. Kontou, "Dynamic Mechanical Properties of Particulates: Application to Iron-Epoxy Composites", POLYMER COMPOSITES, FEBRUARY, 1986, Vol. 7, No. 1
67. ΚΤΙΡΙΟ ΤΕΧΝΙΚΟ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟ: "ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ 2000 – ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ, ΥΛΙΚΑ, ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ"