



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΣΤΗΝ ΥΔΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΑ ΦΑΣΜΑΤΑ ΤΥΡΒΗΣ**

Ευάγγελος-Νικόλαος Ζυμάρης

Επιβλέπων: Ηλίας Παπακωνσταντής, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2024

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον κύριο Ηλία Παπακωνσταντή, Επίκουρο Καθηγητή ΕΜΠ, για την υπομονή και την καθοδήγησή του.

Θα ήθελα επίσης, να ευχαριστήσω τον κύριο Παναγιώτη Δημητριάδη, Διδάκτορα Μηχανικό ΕΜΠ για την ενεργό βοήθειά του στην εφαρμογή των φασμάτων.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον πατέρα μου για τη βοήθειά του στη διατύπωση κάποιων σημείων του κειμένου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία περιλαμβάνει ιστορική αναδρομή στην Υδρομηχανική, από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα, και μια εφαρμογή, από πειραματικά δεδομένα, στα φάσματα τύρβης.

Η εργασία ξεκινάει με την ετυμολογία της ρίζας «δαν» που συνδέεται με την έννοια του νερού, του ποταμού και της συλλογής ύδατος.

Αρχικά, αναφέρονται παραδείγματα τριών βασικών έργων του υδραυλικού μηχανικού: αποχετεύσεις, υδραγωγεία, φράγματα. Τα παραδείγματα αντλούνται από την αρχαία Ελλάδα.

Έπειτα, αναφέρονται οι σημαντικότεροι επιστήμονες που συνέβαλαν στην εξέλιξη της επιστήμης της Υδρομηχανικής, από τον Αρχιμήδη μέχρι τον 20^ο αιώνα.

Στη συνέχεια, αναφέρεται η πρόοδος της Υδρομηχανικής στον 20^ο αιώνα. Επεξηγείται η θεωρία του οριακού στρώματος (Boundary Layer theory) που θεμελίωσε ο Ludwig Prandtl στις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Ύστερα, αναφέρεται η ανάπτυξη αριθμητικών μεθόδων επίλυσης προβλημάτων ροής με τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών, ένας κλάδος που ονομάζεται Υπολογιστική Ρευστοδυναμική (CFD). Πολύ σημαντικές είναι οι πειραματικές μέθοδοι που αναπτύσσονται το δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα. Συγκεκριμένα, αναφέρονται οι μέθοδοι PIV (Particle Image Velocimetry) και LIF (Laser Induced Fluorescence) καθώς και κάποια από τα χαρακτηριστικά τους.

Επιπλέον η εργασία περιλαμβάνει παρουσίαση των χαρακτηριστικών της τύρβης και των απαιτούμενων θεωρητικών στοιχείων που διέπουν τυρβώδεις ροές. Η θεωρία εστιάζει στους στροβίλους και στα φάσματα τύρβης. Αναφέρεται η θεωρία K41 του Kolmogorov και επικεντρώνεται στο νόμο του Kolmogorov για την κλίση (σε λογαριθμικούς άξονες) στην αδρανειακή περιοχή (νόμος των $-5/3$).

Τέλος, πραγματοποιείται εφαρμογή στα φάσματα τύρβης. Χρησιμοποιούνται δεδομένα από πειράματα σε τυρβώδεις φλέβες που έχουν πραγματοποιηθεί σε προηγούμενες εργασίες. Ειδικότερα, από χρονοσειρές δεδομένων θερμοκρασίας που μετρήθηκαν με θερμίστορες και

χρονοσειρές συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G που μετρήθηκαν με την τεχνική LIF, παράγονται φάσματα τύρβης και επαληθεύονται οι αναμενόμενες κλίσεις.

ABSTRACT

This Thesis includes a historical overview of Hydromechanics, from ancient times to the present day (major milestones), and an application to turbulence spectra, using experimental data for turbulent jet flows.

The Thesis begins with the etymology of the root "dan" which is related to the concept of water, river and water collection.

Initially, examples from ancient Greece are reported for great hydraulic works including drainage, irrigation and dams.

Then, the most important scientists who contributed to the science of Hydromechanics are mentioned, from Archimedes to the 20th century.

In the following, the evolution of Hydromechanics in the 20th century is presented. The theory of boundary layer, established by Ludwig Prandtl in the early of the 20th century, is reported. Then, the development of numerical methods for solving flow problems using electronic computers is discussed. This field is widely known as Computational Fluid Dynamics (CFD). Experimental methods developed in the second half of the 20th century are very important. Specifically, PIV (Particle Image Velocimetry) and LIF (Laser Induced Fluorescence) techniques are presented, as well as some of their characteristics.

Moreover, the Thesis presents the characteristics of turbulence and the required theoretical elements governing turbulent flows. The theory focuses on vortices and spectra. Kolmogorov's K41 theory is reported, focusing on Kolmogorov's law regarding the slope (on logarithmic axes) observed in inertial subrange ($-5/3$ law).

Finally, an application is performed on the turbulence spectra. Experimental data in turbulent jets that have been reported in previous studies are used. More specifically, using time series for temperature data measured with thermistors and concentration data measured with LIF technique, the turbulence spectra are produced and the expected slopes are verified.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1. ΤΑ ΠΡΩΤΑ ΥΔΡΑΥΛΙΚΑ ΕΡΓΑ ΚΑΙ Η ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΥΔΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΜΕΧΡΙ ΤΟΝ 20 ^ο ΑΙΩΝΑ	3
1.1 ΥΔΡΑΥΛΙΚΑ ΕΡΓΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ.....	3
1.2 ΤΑ ΚΥΡΙΑ ΠΡΟΣΩΠΑ ΠΟΥ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΑΝ ΤΗΝ ΥΔΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗ.....	7
1.2.1 Τα πρόσωπα της αρχαιότητας	7
1.2.2 Η Υδρομηχανική στο Μεσαίωνα, στην Αναγέννηση και στο 18 ^ο -19 ^ο αιώνα.....	10
2. ΤΑ ΠΡΟΣΩΠΑ, ΟΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ Η ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΤΟΝ 20 ^ο ΚΑΙ ΤΟΝ 21 ^ο ΑΙΩΝΑ	17
2.1 ΘΕΩΡΙΑ ΟΡΙΑΚΟΥ ΣΤΡΩΜΑΤΟΣ (LUDWIG PRANDTL).....	17
2.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ (CFD).....	17
2.3 Η ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΡΙΥ ΚΑΙ LIF ΣΤΗ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ	18
2.3.1 Η πειραματική τεχνική ΡΙΥ	20
2.3.2 Η πειραματική τεχνική LIF	22
3. ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	25
3.1 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ REYNOLDS.....	25
3.2 ΚΟΛΜΟΓΟΡΟΒ'Σ Κ41 THEORY.....	29
3.3 ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΑ ΦΑΣΜΑΤΑ.....	32
4. ΕΥΡΕΣΗ ΦΑΣΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΕΦΑΡΜΟΓΗ)	34
5. ΣΥΝΟΨΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	54
6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	57

ΕΙΚΟΝΕΣ

Εικόνα 1. Πήλινοι σωλήνες αποχέτευσης στην Κνωσσό (Angelakis et al. 2012).....	3
Εικόνα 2. Τομή και κάτοψη αποχωρητηρίου στην οικιστική περιοχή του Παλατιού του Μίνωα (Angelakis et al. 2005).	4
Εικόνα 3. Τομή και κάτοψη του Ευπαλίνειου ορύγματος (Demetris Koutsogiannis, Anna Patrikiou 2014).....	5
Εικόνα 4. Το Ευπαλίνειον ορύγμα. (Demetris Koutsogiannis, Anna Patrikiou 2014).	6
Εικόνα 5. Το φράγμα της Αλυζίας στη δυτική Ελλάδα. Στα δεξιά, ο υπερχειλιστής με το ακανόνιστο σχήμα του, λόγω διάβρωσης του ανά τους αιώνες. (Demetris Koutsogiannis, Anna Patrikiou 2014).....	7
Εικόνα 6. (Αριστερά) Μια σειρά από κοχλίες του Αρχιμήδη στη μοντέρνα μορφή τους (στους οποίους ο τοίχος δεν είναι συνδεδεμένος), όπως εφαρμόστηκαν στη μονάδα επεξεργασίας λυμάτων της Αθήνας, που αντλεί 1 εκατομμύριο m ³ λυμάτων την ημέρα. (Δεξιά) Λεπτομέρεια που δείχνει έναν έλικα. (Demetris Koutsogiannis, Anna Patrikiou 2014).....	10
Εικόνα 7. Ροή νερού. (https://www.ias.edu/sites/default/files/styles/wysiwyg_half/public/media-assets/Leonardo-fig-9-Windsor-12579r-det.png?itok=9SAsy7dq).....	11
Εικόνα 8. Σκίτσο (γύρω στο 1500) του Leonardo da Vinci που απεικονίζει νερό να εξέρχεται από μία τετράγωνη οπή μέσα σε μια πισίνα. (Mohamed Gad-el-Hak 1998).....	12
Εικόνα 9. Οι διακυμάνσεις των ταχυτήτων είναι μεγάλες κοντά στα τοιχώματα (μέγιστες κλίσεις ταχυτήτων) σύμφωνα με τις μεθόδους PIV (και LDA) (Ayegba and Edomwonyi-Otu 2020).....	20
Εικόνα 10. Η πειραματική διάταξη της μεθόδου PIV (Ayegba and Edomwonyi-Out 2020)	21
Εικόνα 11. Η συσκευή ακτίνας laser της τεχνικής LIF (Σολωμού 2022).....	24
Εικόνα 12. Το πείραμα του Reynolds (https://en.wikipedia.org/wiki/File:Flows_from_Reynolds_1883_paper.jpg).....	26
Εικόνα 13. Μικροί και μεγάλοι στρόβιλοι σε τυρβώδη φλέβα (Bekker 2002).....	27
Εικόνα 14. Φάσμα μεγέθους δινών (Γαλίκας 2020).....	31

ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΙ ΣΧΗΜΑΤΑ

Πίνακας 4.1 Αρχικές συνθήκες πειραμάτων για διάμετρο ακροφυσίου $D=0.5\text{ cm}$	35
Σχήμα 4.1 Τα μέσα φάσματα θερμοκρασίας για παροχή $Q=14.87\text{cc/s}$. Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov)	36
Σχήμα 4.2 Όλα τα φάσματα θερμοκρασίας που προέκυψαν από τους θερμίστορες για παροχή $Q=20.42\text{cc/s}$	37
Σχήμα 4.3 Τα μέσα φάσματα θερμοκρασίας για παροχή $Q=20.42\text{cc/s}$. Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov)	38
Σχήμα 4.4 Όλα τα φάσματα θερμοκρασίας που προέκυψαν από τους θερμίστορες για παροχή $Q=20.42\text{cc/s}$	39
Σχήμα 4.5 Τα μέσα φάσματα θερμοκρασίας για παροχή $Q=25.97\text{cc/s}$. Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov)	40
Σχήμα 4.6 Όλα τα φάσματα θερμοκρασίας που προέκυψαν από τους θερμίστορες για παροχή $Q=25.97\text{cc/s}$	41
Σχήμα 4.7 Φάσμα για θερμοκρασία περιβάλλοντος νερού (λευκός θόρυβος)	42
Σχήμα 4.8 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 28-28.5cm από το ακροφύσιο....	44
Σχήμα 4.9 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (28-28.5cm). Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)	44
Σχήμα 4.10 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 28.5-29cm από το ακροφύσιο.	45
Σχήμα 4.11 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (28.5-29cm). Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)	45
Σχήμα 4.12 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 29-29.5cm από το ακροφύσιο.	46
Σχήμα 4.13 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (29-29.5cm). Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)	46
Σχήμα 4.14 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 29.5-30cm από το ακροφύσιο.	47
Σχήμα 4.15 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (29.5-30cm). Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)	47
Σχήμα 4.16 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 30-30.5cm από το ακροφύσιο.	48

Σχήμα 4.17 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (30-30.5cm). Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)	48
Σχήμα 4.18. Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 30.5-31cm από το ακροφύσιο 49	
Σχήμα 4.19 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (30.5-31cm). Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)	49
Σχήμα 4.20 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 31-31.5cm από το ακροφύσιο. 50	
Σχήμα 4.21 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (31-31.5cm). Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)	50
Σχήμα 4.22 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 31.5-32cm από το ακροφύσιο. 51	
Σχήμα 4.23 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (31.5-32cm). Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)	51
Σχήμα 4.24 Όλα τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G (σε απόσταση 28-32cm από το ακροφύσιο)	52
Σχήμα 4.25 Το μέσο φάσμα όλων των φασμάτων συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G (28-32cm). Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)	52

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

A: εμβαδόν διατομής

V, u, U: ταχύτητα

p: πίεση

g: επιτάχυνση της βαρύτητας

Re: αριθμός Reynolds

t: χρόνος

v: κινηματική συνεκτικότητα (κινηματικό ιξώδες)

ρ: πυκνότητα

h: ελεύθερο ύψος (Torricelli's law)

F: δύναμη

m: μάζα

r: διάνυσμα θέσης

μ: δυναμικό ιξώδες

τ_{ij}: διατμητική τάση

x, y, z: χωρικές συντεταγμένες

L, l, η: χαρακτηριστικά μήκη στροβίλων

ε: ρυθμός απόσβεσης ενέργειας

s, E: φάσμα (η κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ανά κλίμακα μήκους- κυματικό αριθμό)

κ: κυματικός αριθμός

c: συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς

ω : συχνότητα

C: συγκέντρωση

k: κινητική ενέργεια (στην περίπτωση της εξίσωσης ενέργειας συμβολίζει το συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας)

T: θερμοκρασία

Φ : συνάρτηση απόσβεσης λόγω ιξώδους (viscous-dissipation function)

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ενασχόληση με την ιστορική αναδρομή ενός επιστημονικού αντικειμένου, εκτός από τις γνώσεις και τις εκπλήξεις τις οποίες αποκαλύπτει, συνιστά ταυτόχρονα για τον μελετητή μια εσωτερική διαδρομή, μια μορφή ενδοσκόπησης που του παρέχει την ευκαιρία να συνειδητοποιήσει την επίμοχθη προσπάθεια, την αφοσίωση και τη δέσμευση που απαιτείται για να συνεισφέρει κανείς, έστω και κατ' ελάχιστον, στον επιστημονικό του κλάδο.

Η Υδρομηχανική είναι ο κλάδος της Ρευστομηχανικής που ασχολείται με τα ασυμπίεστα ρευστά (Νουτσόπουλος και Χριστοδούλου 1996). Η Υδρομηχανική, από τον Αρχιμήδη μέχρι σήμερα, είναι τόσο πλούσια και γεμάτη σε περιεχόμενο, που διαβάζοντας κανείς την ιστορία της Υδρομηχανικής (όπως και κάθε ιστορικού αντικειμένου) διαισθάνεται τους στόχους της, τον τρόπο λειτουργίας της, και μελετώντας την αντλεί γνώση και δημιουργική έμπνευση.

Πριν απ' όλα χρήσιμο θα ήταν να μιλήσουμε για τις λέξεις που γέννησαν τα ερωτήματα και απετέλεσαν την κινητήρια δύναμη που ώθησε την ανθρώπινη νόηση στα θαυμαστά της επιτεύγματα.

Ο ήλιος και το νερό μαγεύοντας και καθηλώνοντας τις αισθήσεις των ανθρώπων, τους ώθησαν στη θεοποίησή τους. Ο ήλιος σαν τη βιωματική πρόσληψη του νοήματος του φωτός και του πυρός (ενέργεια), το δε νερό σαν ρέουσα ζωογόνος οντότητα αποτέλεσε τη βιωματική κατανόηση της αέναης αλλαγής, των αέναων μεταβολών. [“Δεν κολυμπάς ποτέ στο ίδιο ποτάμι”, “Τα πάντα ρει”, (Ηράκλειτος)]. Στην θεοπαγή αρχαία ελληνική μυθολογία, τα παραπάνω υποδεικνύουν οι δύο πρώτοι στην τάξη Θεοί, ο Δίας και ο Ποσειδώνας. Ο Δίας αλλάζει τον κόσμο χρησιμοποιώντας τη δύναμη της φωτιάς και του κεραυνού και ο Ποσειδώνας μεταβάλλει και επηρεάζει με τη δύναμη του νερού και των κυμάτων τη ζωή των ανθρώπων και του κόσμου. Στην Αιγυπτιακή μυθολογία αντίστοιχα, ο Ρα και η Ίσις, που τις πλημμύρες του Νείλου γεννούσαν τα δάκρυά της (Tobin 2001). Ενδιαφέρον γεννά παράλληλα και η ετυμολογική προέλευση δύο εκ των παλαιότερων (Μυκηναϊκών) ονομασιών των Ελλήνων: Δαναοί και Αχαιοί. Αυτό υποδεικνύει τη σύνδεση της γλώσσας με βιωματικά κυρίαρχες οντότητες όπως στην προκειμένη περίπτωση το νερό. Σύμφωνα με Sakellariou and Cadogan (1986): η λέξη “Δαναοί” προέρχεται ετυμολογικά από τη σανσκριτική ρίζα: “dan”, που

συνδέεται με την έννοια ποταμός, νερό, συλλογή ύδατος. Τη συναντούμε στην ονομασία πολλών ποταμών (Sakellariou and Cadogan 1986):

α) Δάνουβις (=Δούναβης)

β) Δάν-αις (=Τάναις, Ταν, Δαν, Ντον)

γ) Δαν-απρίς (=Δνείσπερος)

δ) Δάν-αστρικς (=Δνείστερος)

και δεν ξεχνάμε: Ηρι-δαν-ός, Ιορ-δάν-ης, Ρο-δαν-ός και βέβαια τη Δανάη που στην ελληνική μυθολογία γονιμοποιήθηκε από χρυσή βροχή (τη ρέουσα μεταμόρφωση του Δία). Από το “Δαν” επίσης, προέρχεται και η λέξη δόνηση που εμπεριέχει στην έννοιά της την εμπειρία των δονούμενων κυμάτων της επιφάνειας της θάλασσας.

Δαναοί λοιπόν: οι άνθρωποι του νερού.

Οι Αιγύπτιοι αποκαλούσαν τους Αχαιούς Akwawasa ή Άκουαβασα, αυτοί που έρχονται από τους τόπους της θάλασσας (aqua, wasser), ενώ οι Χετταίοι τους αποκαλούσαν Ahhiyawa (Georgakopoulos 2012).

Η ρίζα Aih- (Αιγ-) έχει σχέση με το νερό. Θυμόμαστε: Αχελώος, Αχερουσία λίμνη, Αχέρων, Αιγαίον, Αίγινα, Αιγός ποταμοί, Αίγιο, Αίγυπτος. Επίσης, ο Ποσειδών με τη σύζυγό του Αμφιτρίτη έχει το ανάκτορό του στην πόλη Αιγαί (=τόπος υδάτων) (Georgakopoulos 2012).

Στη παρούσα εργασία παρουσιάζονται μερικά πρώιμα έργα ορόσημα για την Υδραυλική Μηχανική, από τον αρχαίο Ελληνικό χώρο. Τονίζεται ότι παραδόξως τα έργα αυτά προηγήθηκαν της Υδρομηχανικής, την οποία ως επιστημονικό κλάδο καθιερώνει πρώτος ο Αρχιμήδης. Παρουσιάζονται επίσης τα σημαντικότερα πρόσωπα που συνέβαλαν στην επιστήμη της Υδρομηχανικής από την αρχαιότητα μέχρι και σήμερα.

Μετά από την ιστορική ανασκόπηση, αναπτύσσεται μια εφαρμογή στα μονοδιάστατα φάσματα τύρβης από διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα.

1. ΤΑ ΠΡΩΤΑ ΥΔΡΑΥΛΙΚΑ ΕΡΓΑ ΚΑΙ Η ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΥΔΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΜΕΧΡΙ ΤΟΝ 20^Ο ΑΙΩΝΑ

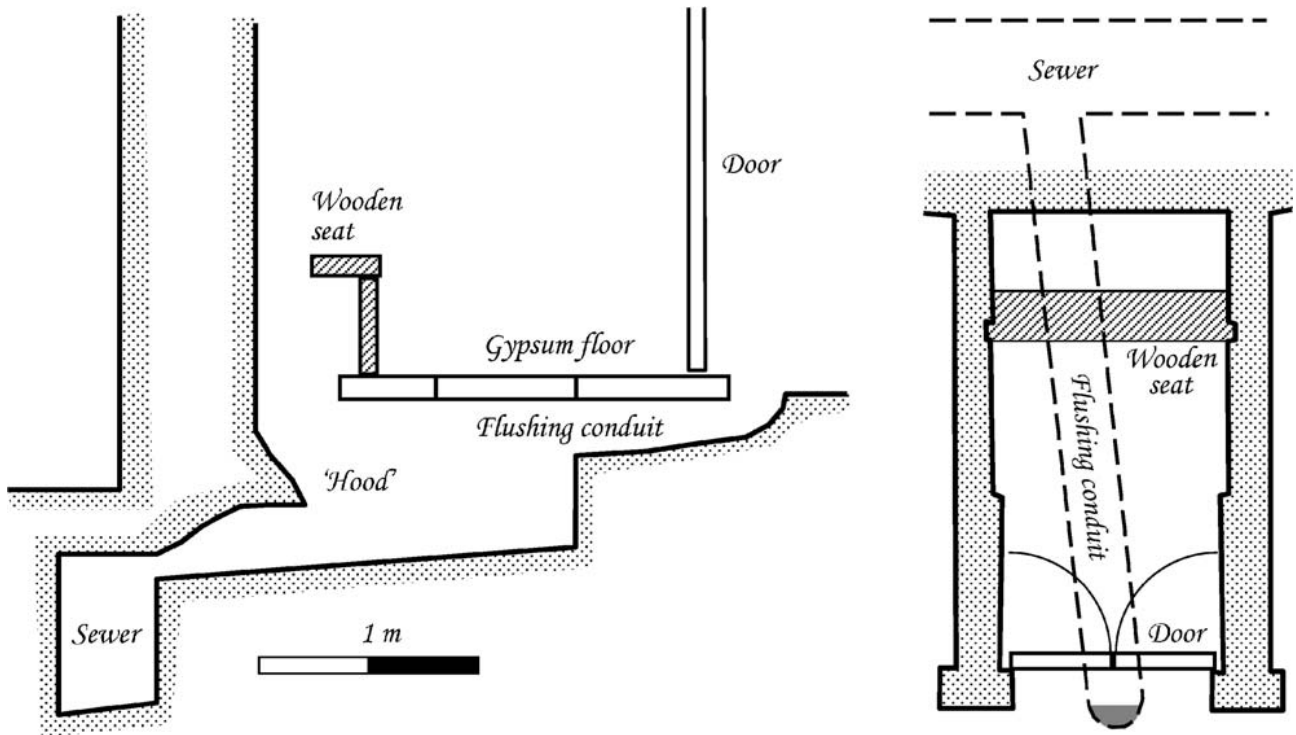
1.1 ΥΔΡΑΥΛΙΚΑ ΕΡΓΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ

Η κρίσιμη σχέση επιβίωσης των ανθρώπων με το νερό και των έργων αξιοποίησής του, διαπιστώνεται έντονα από την αρχαιότητα και μάλιστα πολύ πριν ακόμα αρχίσει να αναπτύσσεται η έννοια της Υδρομηχανικής.

Τα επιτεύγματα των Μινωιτών είναι αξιοθαύμαστα. Οι Μινωίτες (Koutsogiannis and Patrikiou 2014) διέθεταν αποχετευτικό σύστημα (εικ.1). Διέθεταν μέχρι και ιδιωτικό αποχωρητήριο (εικ.2), όπως επίσης και μπανιέρες. Τα έργα συναντώνται μόνο στο παλάτι της Κνωσού και δεν επεκτείνονται στις ιδιοκτησίες των πολιτών.



Εικόνα 1. Πήλινοι σωλήνες αποχέτευσης στην Κνωσό (Angelakis et al. 2012).

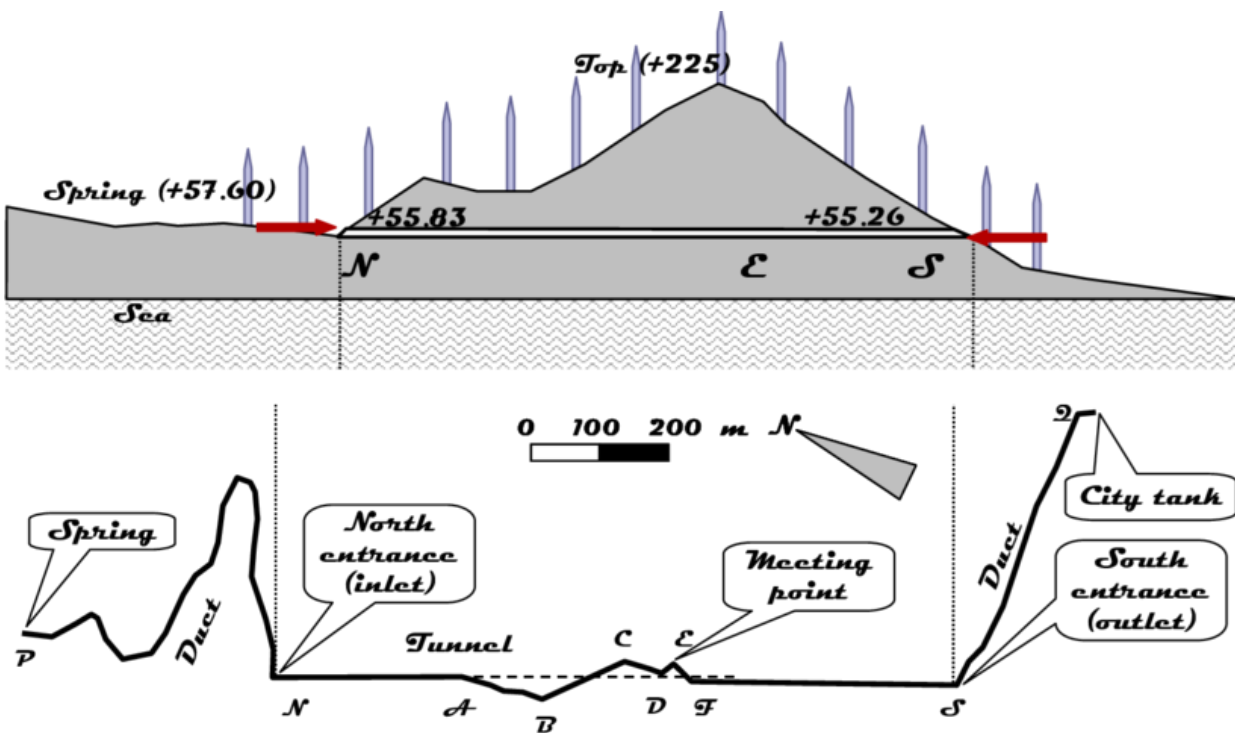


Εικόνα 2. Τομή και κάτοψη αποχωρητηρίου στην οικιστική περιοχή του Παλατιού του Μίνωα (Angelakis et al. 2005).

Οι περισσότεροι άνθρωποι ονομάζουν τον Παρθενώνα ως το μεγαλύτερο κατασκευαστικό επίτευγμα του αρχαίου κόσμου. Ορόσημο αρχιτεκτονικής και αισθητικής. Αλλά όπως και με τις επιστήμες, η καθεμία από τις οποίες διέπεται από διαφορετικές αρχές, έτσι συμβαίνει και με τα μεγάλα έργα.

Ένα από τα σπουδαιότερα υδραυλικά έργα της αρχαιότητας και στα πιο αξιόλογα μέχρι σήμερα είναι το Ευπαλίνειο όρυγμα. Ο Ευπαλίνος ήταν βαθύς γνώστης της γεωμετρίας. Τουλάχιστον, μόνο έτσι, μπορεί κανείς να ερμηνεύσει τη διεκπεραίωση του ομώνυμου έργου του. Σύμφωνα με τους Koutsogiannis and Patrikiou (2014), το Ευπαλίνειο όρυγμα με μήκος 1036 m αποτελεί ένα κομμάτι του υδραγωγείου της περιοχής Πυθαγορείου Σάμου. Η κατασκευή του ξεκίνησε περί το 530 π.Χ. υπό την ηγεμονία του τύραννου Πολυκράτη και διήρκησε 10 χρόνια. Όπως και σε σύγχρονες κατασκευές, ο Ευπαλίνος άνοιξε το βουνό από δύο

μεριές (βόρεια και νότια) και οι κατασκευαστικές γραμμές συναντήθηκαν σε ένα σημείο μέσα στο βουνό. Ο Ευπαλίνος τοποθέτησε αρχικά κοντάρια πάνω στο βουνό πάνω σε μία ευθεία για να καθοδηγεί τις κατασκευαστικές γραμμές και για λόγους εποπτείας. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου η κατασκευή αποκλίνει από την αρχική ευθεία (π.χ. στην εικόνα 3 η γραμμή NA δε συνεχίζει ευθεία αλλά προς το Β). Αυτό συμβαίνει, διότι συναντήθηκαν φυσικά εμπόδια τα οποία υποχρέωσαν σε αλλαγή της αρχικής επιλογής. Ο Ευπαλίνος επινοεί έναν απλούστατο και ιδιοφυή τρόπο, ώστε να μειώσει το σφάλμα, το οποίο είχε διογκωθεί λόγω της απόκλισης των κατασκευαστικών γραμμών από την ευθεία, και να διασφαλίσει κατά περίπτωση την τομή τους (εικ.3: κατασκευαστικές γραμμές που αποκλίνουν στα σημεία D και F και συναντιούνται στο E). Επίσης, είχε επίγνωση της κίνησης του νερού υπό κλίση. Παρατηρεί εμπειρικά το αποτέλεσμα της βαρύτητας, δηλαδή το γεγονός ότι όπου υπάρχει κλίση το νερό κινείται ευκολότερα. Έτσι, ενώ το υδραγωγείο λόγω έλλειψης ιδανικών κατασκευαστικών μέσων, είναι οριζόντιο, κατασκευάζει σκάβοντας στη μία πλευρά του ένα κανάλι υπό κλίση για να κινείται το νερό. Σε μέρη που το βάθος του καναλιού, λόγω της κλίσης, είναι πολύ μεγάλο, κατασκευάζει μία δεύτερη σήραγγα κάτω από την κύρια. Ο Ευπαλίνος και ο Πολυκράτης συνειδητά συνεργάστηκαν για να χτίσουν μία σήραγγα η οποία δεν θα αποτελούσε μόνο πηγή υδροδότησης της πόλης του Πυθαγορείου, αλλά και ένα ιστορικό μνημείο. Στην εικόνα 4 φαίνεται το Ευπαλίνειο ορύγμα στη σύγχρονη εποχή.



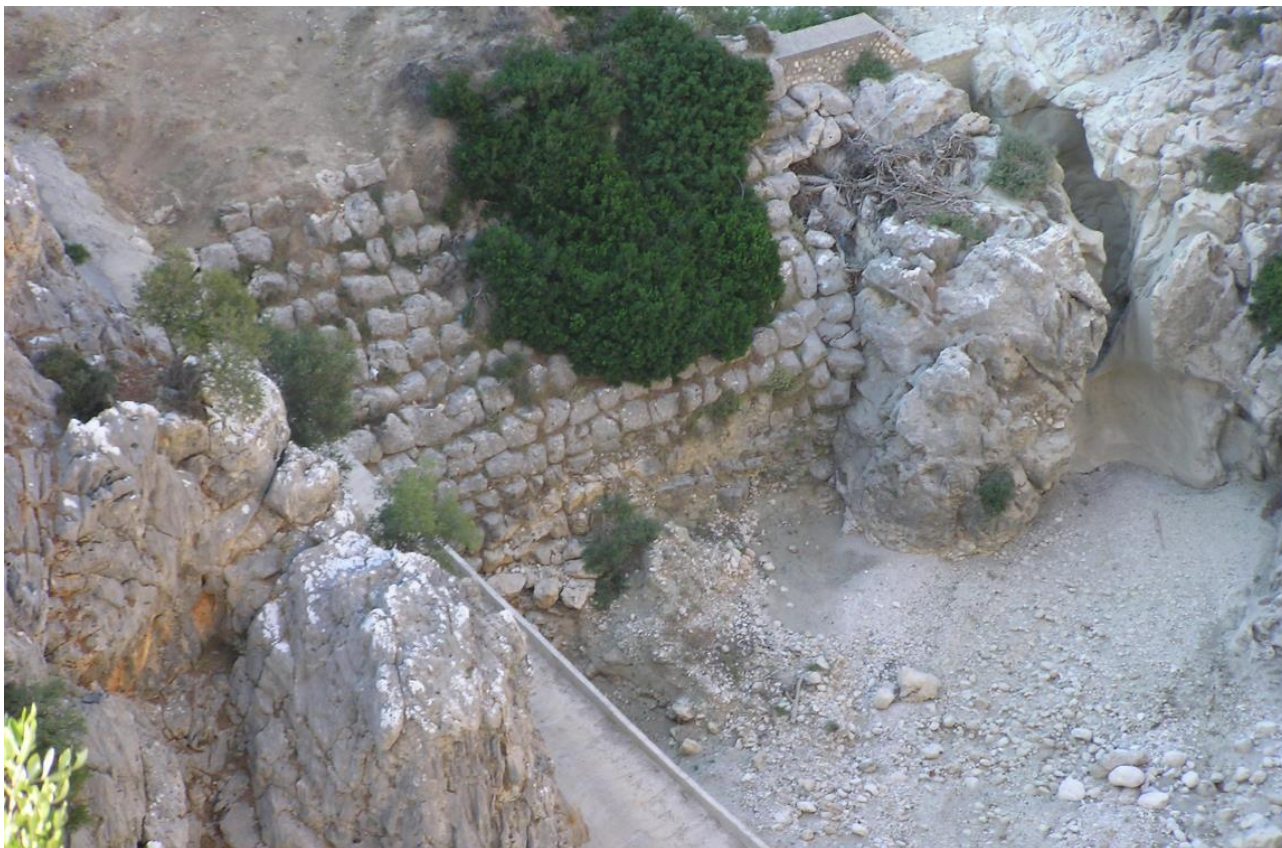
Εικόνα 3. Τομή και κάτοψη του Ευπαλίνειου ορύγματος (Koutsogiannis and Patrikiou 2014).



Εικόνα 4. Το Ευπαλίνειον όρυγμα. (Koutsogiannis and Patrikiou 2014).

Κλείνοντας, αφού έχουν αναφερθεί οι δύο από τις τρεις κυριότερες κατασκευές ενός Υδραυλικού Μηχανικού, οι αποχετεύσεις και τα υδραγωγεία, αναφέρεται και μια ακόμα, το φράγμα. Σύμφωνα με τους Koutsogiannis and Patrikiou (2014), στην πόλη της Αλυζίας, η οποία σήμερα ανήκει στην περιοχή της Αιτωλοακαρνανίας, συναντάμε ένα πέτρινο φράγμα. Ο υπερχειλιστής είναι από σμιλευμένη πέτρα. Το σώμα του φράγματος χωρίζεται σε δύο ζώνες. Η ζώνη του πυθμένα αποτελείται από τετραγωνισμένους βράχους, ακανόνιστα τοποθετημένους, με μικρότερους βράχους να καλύπτουν τα κενά ενδιάμεσα. Στην άνω ζώνη, όπου η κλίση του φράγματος είναι ομαλότερη, οι πέτρες έχουν ομοιόμορφο σχήμα, είναι κανονικά κατανομημένες και τα μεταξύ τους κενά είναι μικρότερα έτσι ώστε να μη χρειάζονται άλλες μικρότερες πέτρες για να τα καλύψουν. Κατά πάσα πιθανότητα το φράγμα Αλυζίας κατασκευάστηκε για την αποθήκευση νερού και χρήση του για πόση, άρδευση και για πλύσιμο της γούνας των προβάτων. Άλλες πηγές (Zarkadoulas 2005) αναφέρουν ότι η περιοχή πλημμύριζε συχνά και δημιούργουσε προβλήματα στην πόλη. Έτσι, κατασκεύασαν το φράγμα

στο σημείο που θεωρούσαν καταλληλότερο, για να προστατευτούν από τις πλημμύρες. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται το φράγμα της Αλυζίας (εικ.5).



Εικόνα 5. Το φράγμα της Αλυζίας στη δυτική Ελλάδα. Στα δεξιά, ο υπερχειλιστής με το ακανόνιστο σχήμα του, λόγω διάβρωσης του ανά τους αιώνες. (Koutsogiannis and Patrikiou 2014).

1.2 ΤΑ ΚΥΡΙΑ ΠΡΟΣΩΠΑ ΠΟΥ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΑΝ ΤΗΝ ΥΔΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

1.2.1 Τα πρόσωπα της αρχαιότητας

Περνάμε τώρα, από τα έργα, στα πρώτα πρόσωπα που συνέβαλαν στην ιστορία, τη μελέτη και κατανόηση των χαρακτηριστικών της ροής του νερού.

Στην πραγματικότητα, πριν από τον Αρχιμήδη, συναντώνται φιλοσοφικές απόψεις για το νερό, τη χρήση και τις ιδιότητές του. Ο πρώτος που το καθιστά ως βασικό συστατικό της δημιουργίας του κόσμου, και άρα το καθιερώνει και ως αντικείμενο μελέτης και ενδιαφέροντος, για τα χρόνια που θα ακολουθήσουν, είναι ο Θαλής (Μίλητος Μικράς Ασίας, 624π.Χ.-546π.Χ.), ο οποίος αναφέρει (σύμφωνα με τον Αριστοτέλη) ότι: “Όλα είναι νερό”. Πίστευε ότι ο κόσμος

επιπλέει σε έναν απείρωσ βαθύ ωκεανό που θεμελιώνει ολόκληρο το σύμπαν (Theodosiou et al. 2008).

Ενδιαφέρουσα επίσης, είναι η περίπτωση των πλημμυρών του Νείλου κατά τους καλοκαιρινούς μήνες, η ερμηνεία της οποίας από τον Αριστοτέλη, αποτελεί αντικείμενο αψιμαχίας για τις επόμενες περίπου δύο χιλιετίες. Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη οι ετήσιοι άνεμοι (μουσώνες) πνέουν κατά τη διάρκεια της αιχμής του καλοκαιριού. Ο ήλιος, στο ψηλότερο σημείο του, διερχόμενος από τα νότια προς τα βόρεια, διαλύει την υγρασία στα βόρεια, η οποία εξατμίζεται και προκαλεί μουσώνες. Όταν οι μουσώνες φτάσουν τα βουνά της Αιθιοπίας και συγκεντρωθούν εκεί, παράγουν βροχές. Αυτές οι βροχές προκαλούν κατά τους καλοκαιρινούς μήνες την πλημμύρα του Νείλου, ο οποίος ρέει από νότιους και ξηρούς τόπους (Ανώνυμος 1653, Koutsogiannis et al. 2019). Πριν από τον Αριστοτέλη, διάφοροι Έλληνες φιλόσοφοι, ανάμεσα τους και ο Θαλής, προσπαθούν να ερμηνεύσουν το φαινόμενο. Είναι ενδιαφέρον να αναφερθεί η λανθασμένη ερμηνεία του Θαλή, δηλαδή ότι έντονοι άνεμοι πνέουν αντίθετα στη ροή του ποταμού εμποδίζοντας την κίνησή του και ανυψώνουν έτσι το νερό, με αποτέλεσμα να πλημμυρίζουν τα εδάφη της Αιγύπτου (Koutsogiannis et al. 2019).

Ο Αρχιμήδης (3ος αιώνας π.Χ.) είναι ίσως το μεγαλύτερο «μυαλό» της ιστορίας. Η διαχωριστική γραμμή μεταξύ πράξης και θεωρίας γίνεται ανεπαίσθητη στην περίπτωση του Αρχιμήδη. Στα βιβλία του “Περί των επιπλέοντων σωμάτων” αναπτύσσει για πρώτη φορά την υδροστατική. Η βασική πρόταση που χρησιμοποίησε ως υπόθεση ο Αρχιμήδης για να αποδείξει τις προτάσεις του είναι: «Ας υποθέσουμε ότι ένα ομοιόμορφο και συνεχές ρευστό, χαρακτηρίζεται από την εξής ιδιότητα: τα τμήματά του με τη μικρότερη πίεση εκτοπίζονται από αυτά με τη μεγαλύτερη πίεση και εάν το τοποθετήσουμε σε ένα περιορισμένο χώρο, η πίεση του υπερκειμένου υγρού ασκείται κάθετα σε κάθε σημείο του υποκειμένου.» (μετάφραση, από τα Αγγλικά της πρότασης που αναφέρεται από Heath 1897). Χρησιμοποιώντας αυτή την αρχή και γεωμετρία, αποδεικνύει με μοναδικό τρόπο, διάφορες ενδιαφέρουσες προτάσεις όπως (Heath 1897):

α) (Πρόταση 1.) “Η επιφάνεια ενός ηρεμούντος ρευστού είναι σφαιρική με κέντρο το κέντρο της γης”

β) (Προτάσεις 4,7.) “Ένα σώμα ελαφρύτερο από το ρευστό, το οποίο βυθίζεται σε αυτό, δεν βουλιάζει ολόκληρο μέσα σε αυτό, αλλά ένα κομμάτι του προβάλλει πάνω από την επιφάνεια (Πρόταση 4). Αντίστοιχα, ένα σώμα βαρύτερο βουλιάζει πλήρως και κατεβαίνει μέχρι τον

πυθμένα του ρευστού, και όταν ζυγίζεται στο ρευστό, θα είναι ελαφρύτερο από το πραγματικό του βάρος κατά όσο το βάρος του νερού που έχει εκτοπίσει (Πρόταση 7).”

γ) (Πρόταση 5.- άνωση) “Οποιοδήποτε σώμα ελαφρύτερο από το ρευστό, εάν τοποθετηθεί στο ρευστό, θα βουλιάξει μέχρι το σημείο όπου το βάρος του σώματος θα ισούται με το βάρος του ρευστού που έχει εκτοπίσει.”

Γενικά, σε Υδραυλικά έργα Πολιτικού Μηχανικού, αλλά και γενικότερα, η λύση ενός προβλήματος με χρήση αντλιών αποφεύγεται. Προτιμάται φυσικά η κίνηση του νερού με βαρύτητα. Αυτό συμβαίνει, επειδή οι αντλίες αποτελούν ηλεκτρομηχανολογικό εξοπλισμό τον οποίο διαχειρίζονται άλλες ειδικότητες, αλλά κυρίως για λόγους πρακτικούς με κυριότερο και βασικότερο το κόστος. Απαλλαγμένος και αδιάφορος από τέτοιου είδους δισταγμούς ο Αρχιμήδης εφευρίσκει τον κοχλία. Πρόκειται για μια εφεύρεση που αποτελεί την προσωποποίηση της δημιουργικότητας. Το νερό μπορεί πια να μεταφέρεται από τα χαμηλότερα σε υψηλότερα μέρη. Ο Αρχιμήδης είχε διαπιστώσει τον αφηρημένο νόμο της αδράνειας, ο οποίος για πρώτη φορά αναφέρεται από τον Νεύτωνα. Δεν αποκαλύπτονται οι λόγοι για τους οποίους δεν τον αποκάλυψε.

Η εφεύρεση του κοχλία-αντλίας είναι στενά συνδεδεμένη με τη μελέτη της σπείρας, για την οποία ο Αρχιμήδης γράφει στην πραγματεία του "Περί ελίκων" το 225 π.Χ. Η αντλία λειτουργεί γυρνώντας έναν ενσωματωμένο κύλινδρο, που ο άξονας του περιβάλλεται από ελικοειδείς λεπίδες και του οποίου ο πυθμένας είναι βυθισμένος στο νερό καθώς ο κοχλίας γυρνάει, το νερό παγιδεύεται ανάμεσα στις ελικοειδείς λεπίδες και τους τοίχους και έτσι σκαρφαλώνει κατά μήκος του κοχλία και χύνεται στην κορυφή (Koutsogiannis and Patrikiou 2014). Ο κοχλίας του Αρχιμήδη, σε πιο σύγχρονη μορφή, παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα (εικ.6).



Εικόνα 6. (Αριστερά) Μια σειρά από κοχλίες του Αρχιμήδη στη μοντέρνα μορφή τους (στους οποίους ο τοίχος δεν είναι συνδεδεμένος), όπως εφαρμόστηκαν στη μονάδα επεξεργασίας λυμάτων της Αθήνας, που αντλεί 1 εκατομμύριο m^3 λυμάτων την ημέρα. (Δεξιά) Λεπτομέρεια που δείχνει έναν έλικα. (Koutsogiannis and Patrikiou 2014)

1.2.2 Η Υδρομηχανική στο Μεσαίωνα, στην Αναγέννηση και στο 18^ο-19^ο αιώνα

Τα μεσαιωνικά χρόνια δεν υπάρχει ουσιαστική πρόοδος στη Μηχανική των Ρευστών. Αυτό, όσον αφορά στη θεωρητική πρόοδο της επιστήμης (Anderson 2016). Πράγματι, τα μαθηματικά που αναπτύσσονται αφορούν κυρίως άλλα αντικείμενα (θεωρία αριθμών, άλγεβρα, γεωμετρία) και όχι ευθέως την ανάλυση και τον απειροστικό λογισμό, εργαλεία που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των ιδιοτήτων των ρευστών. Θα μεσολαβήσουν αρκετά χρόνια ακόμα για τη θεμελίωση και την καθιέρωση αυτών των αντικειμένων από τον Νεύτωνα. Πριν όμως φτάσουμε στο Νεύτωνα, αξίζει να αναφέρουμε κάποια ακόμα πρόσωπα τα οποία συνεισέφεραν στην επιστήμη των ρευστών.

Η Αναγέννηση, μία ένεση φρεσκάδας στην Ιστορία, ιδρύει τα θεμέλια για την επιστήμη και τις τέχνες όπως τις ξέρουμε σήμερα. Υπέροχα έργα τέχνης, πειραματισμοί και αλχημεία. Ένας ιδιοφυής πολυπράγμων εμφανίζεται στην αρχή αυτής της νέας εποχής.

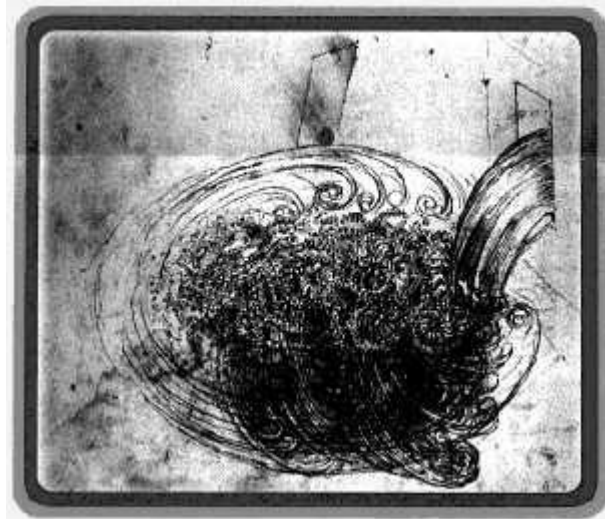
Ο Leonardo da Vinci (1452-1519), μυστικιστής και δραστήριος ασχολείται με τις τέχνες, την επιστήμη και τις εφευρέσεις. Συλλαμβάνει τη διατήρηση της μάζας (Anderson 2016). Από τη διατύπωσή του για τη διατήρηση της μάζας προκύπτει η εξίσωση (Anderson 2016):

$$AV = \text{constant} \quad (1.1)$$

όπου A είναι το εμβαδόν της διατομής και V η ταχύτητα του ρέοντος ρευστού κατά τη διεύθυνση κίνησής του. Μέχρι και σήμερα, η εξίσωση αυτή είναι μία από τις τρεις κύριες εξισώσεις (αρχή διατήρησης της μάζας) περιγραφής των ρευστών (όπως θα δούμε και παρακάτω). Μία άλλη και συνήθης ονομασία της είναι εξίσωση συνέχειας.



Εικόνα 7. Ποή νεπού. (https://www.ias.edu/sites/default/files/styles/wysiwyg_half/public/media-assets/Leonardo-fig-9-Windsor-12579r-det.png?itok=9SAsy7dq)



Εικόνα 8. Σκίτσο (γύρω στο 1500) του Leonardo da Vinci που απεικονίζει νερό να εξέρχεται από μία τετράγωνη οπή μέσα σε μια πισίνα. (Gad-el-Hak 1998)

Είναι εξαιρετικού ενδιαφέροντος το γεγονός ότι ο Leonardo da Vinci κάνει λόγο για την τυρβώδη ροή (Anderson 2016), που εμφανίζεται στα παραπάνω σκίτσα του (εικ.7, 8). Τέλος, εκτός από τη σχέση του με το νερό, έχει σχέση και με τον αέρα. Όχι μόνο σκισάρει ανεμομηχανές αλλά διατυπώνει και μία πρώιμη μορφή του τρίτου νόμου του Νεύτωνα για τα αέρια, δηλαδή, της δράσης-αντίδρασης. Συγκεκριμένα, στο έργο του *Codex Atlanticus* αναφέρει (Anderson 2016): “The same force as is made by the thing against air, is made by air against the thing”, δηλαδή, “Η ίδια δύναμη που ασκείται από ένα αντικείμενο στον αέρα, ασκείται και από τον αέρα στο αντικείμενο.”

Ένας άλλος σπουδαίος επιστήμονας και φυσικός που συνεισέφερε επίσης στη Μηχανική Ρευστών ήταν ο Evangelista Torricelli (1608-1647). Ο Νόμος του Torricelli δηλώνει ότι η ταχύτητα μιας φλέβας ρευστού, που εκρέει από μια μικρή οπή στον πυθμένα ενός δοχείου που περιέχει ρευστό σε ύψος h , είναι $u=(2gh)^{1/2}$ δηλαδή ίση με την ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος. (<https://www.britannica.com/science/Torricellis-law>).

Η συνεισφορά αυτών των ανθρώπων δεν είναι μόνο οι νόμοι που διατύπωσαν, αλλά και η διάθεση που δημιούργησαν για ποσοτικοποίηση των φαινομένων.

Έτσι λοιπόν περνάμε, στον πατέρα της σύγχρονης φυσικής και επιστήμης τον Isaac Newton. Θα τον αδικούσαμε αν αναφερόμασταν μόνο στη συνεισφορά του στη Μηχανική των Ρευστών. Η συνεισφορά του είναι πολύ πιο ουσιαστική και ευρεία. Ο Νεύτωνας είναι ο πατέρας της

ποσοτικοποίησης. Καθόρισε τον τρόπο σκέψης των σύγχρονων επιστημόνων, την επιστήμη την ίδια. Συνέλαβε ότι μπορούμε να περιγράψουμε τα φαινόμενα με διαφορικές εξισώσεις. Αυτό φαίνεται για παράδειγμα από το δεύτερο νόμο του ή νόμο της αδράνειας ο οποίος γράφεται ως μία συνήθης διαφορική εξίσωση (Taylor 2005):

$$m\ddot{r} = F \quad (1.2)$$

όπου m είναι η μάζα του υλικού, r είναι η θέση του (στον τύπο με \ddot{r} συμβολίζεται η δεύτερη παράγωγος της θέσης ως προς το χρόνο, δηλαδή η επιτάχυνση) και F είναι η συνολική δύναμη που ασκείται σ' αυτό. Η εξίσωση αυτή, όπως εξάλλου και κάθε διαφορική εξίσωση, δεν επιτυγχάνει μόνο την ποσοτικοποίηση αλλά και την πρόβλεψη. Λύνοντάς τη, μπορεί κανείς να εντοπίσει τη θέση ενός σώματος συναρτήσει του χρόνου.

Αυτή δεν είναι η μόνη διαφορική εξίσωση που διατυπώνει ο Νεύτωνας. Μία ακόμα διαφορική, και πολύ χρήσιμη μέχρι και σήμερα, είναι η εξίσωση που διέπει τα Νευτώνεια ρευστά, που διατυπώνεται ως εξής (Anderson 2016)

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.3)$$

δηλαδή, ότι οι τάσεις (στη μονοδιάστατη διεύθυνση ροής x) είναι ανάλογες της κλίσης της ταχύτητας στη διεύθυνση y (καθ' ύψος της μονοδιάστατης ροής κατά x) της ταχύτητας. Ο συντελεστής μ ονομάζεται δυναμικό ιξώδες και είναι ιδιότητα του ρευστού (εξαρτάται κυρίως από την θερμοκρασία). Το ιξώδες είναι χαρακτηριστικός συντελεστής που δείχνει την αντίσταση ενός ρευστού στην παραμόρφωσή του- δηλαδή στη ροή, εξαιτίας των διατμητικών τάσεων.

Είναι ίσως ελαφρώς αναπάντεχο, το γεγονός, ότι η διάσημη εξίσωση ενέργειας του Daniel Bernoulli, που φέρει το όνομά του και χρησιμοποιούμε μέχρι και σήμερα, απουσιάζει παντελώς από το έργο του. Όπως θα δούμε παρακάτω, η διάσημη αυτή εξίσωση διατυπώνεται για πρώτη φορά, στην πραγματικότητα, από τον Euler (Anderson 2016).

Λίγες εξισώσεις στις φυσικές επιστήμες μέχρι και σήμερα, βρίσκουν εφαρμογή με την αρχική τους μορφή. Μία από αυτές είναι και η περίφημη εξίσωση του Bernoulli που μεταξύ δύο σημείων γράφεται (Anderson 2016)

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 \quad (1.4)$$

Η εξίσωση αυτή δηλώνει ότι σε ένα ασυμπίεστο ρευστό με αμελητέο ιξώδες (ιδεατό ρευστό) η ενέργεια παραμένει σταθερή.

Η συμβολή του Leonhard Euler θεωρείται πολύ σπουδαία για την πορεία της επιστήμης και των μαθηματικών. Εκτός από τη θεωρητική Ρευστομηχανική συνεισφέρει, κάνοντας άλματα, και σε όλους τους άλλους κλάδους των μαθηματικών. Η μορφή και διατύπωση των εξισώσεων στην κλασική μηχανική είναι ακριβώς η ίδια, μέχρι και σήμερα, από την εποχή του Euler. Οι διάσημες διαφορικές εξισώσεις του Euler για τα ρευστά είναι οι ακόλουθες (White 2016)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1.5a)$$

$$\rho \mathbf{g} - \nabla p = \rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} \quad (1.5\beta)$$

$$\rho \frac{d\hat{u}}{dt} + p(\nabla \cdot \mathbf{V}) = \nabla \cdot (k\nabla T) + \Phi \quad (1.5\gamma)$$

όπου ρ η πυκνότητα, t ο χρόνος, \mathbf{V} το διάνυσμα ταχύτητας, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, p η πίεση, \hat{u} η ενέργεια, T η θερμότητα, k ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας και Φ η συνάρτηση απόσβεσης λόγω ιξώδους. Το σύστημα αυτό αντιστοιχεί, με σειρά από πάνω προς τα κάτω, στα τρία μεγέθη που διατηρούνται: μάζα, ορμή και ενέργεια αντίστοιχα. Προσφάτως, υπό καθορισμένες (αρχικές- συνοριακές) συνθήκες, απεδείχθη ότι οι εξισώσεις αυτές, πέρα από ένα σημείο- το οποίο ονομάζεται “singularity”, δεν έχουν λύσεις (Chen and Hou 2022).

Στον Euler αποδίδεται η ερμηνεία της συμπεριφοράς των ρευστών με χρήση του όγκου ελέγχου ή όγκου αναφοράς (control volume), δηλαδή, οι ιδιότητες του ρευστού περιγράφονται από έναν συγκεκριμένο όγκο (όγκο αναφοράς), που βρίσκεται στο χώρο από τον οποίο διέρχεται το ρευστό. Από την άλλη, ο Lagrange προσεγγίζει το θέμα άμεσα, περιγράφοντας την κίνηση των μορίων (υλική παράγωγος) και όχι, ως παρατηρητής, τη ροή σε έναν συγκεκριμένο όγκο (White 2016).

Τέλος, ο Euler, στο έργο του “Αρχές της κίνησης των ρευστών” (1752), εισάγει τη συνάρτηση του δυναμικού που είναι εξαιρετικά χρήσιμη για την περιγραφή της ροής του νερού σε πορώδες μέσο (π.χ. άμμος). Χρησιμοποιείται, για παράδειγμα από τους γεωτεχνικούς μηχανικούς για τη μελέτη της ροής κάτω από ένα φράγμα. Γενικότερα, χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις όπου το πεδίο ταχυτήτων είναι αστρόβιλο. Η επίλυση της εξίσωσης συνέχειας που προκύπτει με χρήση του δυναμικού επιτυγχάνεται με διάφορες μεθόδους: είτε αριθμητικά,

είτε γεωμετρικά (απλές περιπτώσεις), είτε μέσω των σύμμορφων απεικονίσεων. Τέλος, έχουν αναπτυχθεί πλέον και μοντέρνα λογισμικά για την πληρέστερη επίλυση. Η ελλειπτική αυτή εξίσωση στην τρισδιάστατη μορφή της παρουσιάζεται παρακάτω (Marsden and Tromba 1988):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.6)$$

όπου φ η συνάρτηση δυναμικού ταχύτητας. Τέλος, αξίζει να αναφερθεί η απολαυστική δήλωση του Euler ότι “δεν είχε ιδέα πώς λύνεται η παραπάνω εξίσωση” (Marsden and Tromba 1988).

Ο αναγνώστης θα έχει ήδη εντοπίσει την απουσία, από την εξίσωση διατήρησης της ορμής, κάποιου όρου τριβής-αντίστασης. Για πρώτη φορά ο Claude Louis Marie Henri Navier συμπεριλαμβάνει σ’ αυτήν τον όρο της τριβής. Παρακάτω αναπτύσσεται η εξίσωση κατά x , y , z για ασυμπίεστο Νευτώνειο ρευστό με σταθερό ιξώδες (White 2016):

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{du}{dt} \quad (1.7a)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{dv}{dt} \quad (1.7b)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{dw}{dt} \quad (1.7c)$$

όπου ρ η πυκνότητα, g η επιτάχυνση (διάνυσμα) της βαρύτητας, μ το κινηματικό ιξώδες, p η πίεση και u, v, w οι συνιστώσες της ταχύτητας κατά x, y, z . Η εξίσωση εκφράζει το 2ο νόμο του Νεύτωνα. Κάθε εξίσωση αναφέρεται σε μία από τις τρεις χωρικές διαστάσεις x, y, z (όπως υποδεικνύεται και από τους δείκτες της επιτάχυνσης της βαρύτητας).

Έχει ενδιαφέρον ότι η συλλογιστική πορεία που ακολουθεί ο Navier για να καταλήξει στην εξίσωση είναι λανθασμένη. Στην πραγματικότητα, αυτό που προσπάθησε να κάνει ο Navier, και καταλήγει παρ’ όλ’ αυτά στη σωστή μορφή, είναι ότι πήρε τις εξισώσεις του Euler και προσάρμοσε σε αυτές τους όρους της τριβής (Anderson 2016). Η εξίσωση πρωτοεμφανίζεται στο έργο του Navier: *Memoire sur les lois du mouvement des fluids*, το οποίο δημοσιεύτηκε το 1827.

Έπρεπε να μεσολαβήσουν ακόμα 16 χρόνια, ώστε η επιχειρηματολογία του Navier να διορθωθεί και έτσι να θεμελιωθεί σε ορθούς συλλογισμούς η παραπάνω εξίσωση, γνωστή ως

εξίσωση των Navier-Stokes, από τον Jean Claude Barre de Saint-Venant το 1843 (Anderson 2016).

Δύο χρόνια αργότερα (1845) και εντελώς ανεξάρτητα από το έργο των Saint-Venant και Navier, ο George Gabriel Stokes καταλήγει εκ νέου στην εξίσωση. Όπως και οι υπόλοιποι φυσικοί της εποχής του, ασχολείται με ασυμπέστα ρευστά για τα οποία η εξίσωση της ενέργειας δεν είναι κρίσιμη. (Anderson 2016).

2. ΤΑ ΠΡΟΣΩΠΑ, ΟΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ Η ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ 20^ο ΚΑΙ ΤΩΝ 21^ο ΑΙΩΝΑ

2.1 ΘΕΩΡΙΑ ΟΡΙΑΚΟΥ ΣΤΡΩΜΑΤΟΣ (LUDWIG PRANDTL)

Ο Ludwig Prandtl (1875-1953) θεωρείται ένας από τους σημαντικότερους μηχανικούς του 20^{ου} αιώνα. Με τη διορατικότητά του συνεισέφερε στην απλοποίηση των προβλημάτων Ρευστομηχανικής εισάγοντας τη θεωρία του οριακού στρώματος (Boundary Layer Theory). Κατ' αυτή τη θεωρία, το ρευστό δημιουργεί ένα οριακό στρώμα κοντά στο στερεό όριο της ροής (Kundu and Cohen 2001). Αναλόγως του ιξώδους, το στρώμα είναι παχύτερο ή λεπτότερο (μεγάλο ιξώδες συνεπάγεται παχύ στρώμα, ενώ μικρό λεπτό στρώμα). Η ροή πέρα από το όριο αυτού του στρώματος μπορεί να θεωρηθεί μη ιξώδης. Έτσι, για την επίλυση της εξωτερικής περιοχής της ροής (outer flow field), μπορεί να αξιοποιήσει κανείς τις εξισώσεις Euler (βλ. κεφάλαιο 1.2.2). Οι λύσεις των δύο αυτών περιοχών συνδυάζονται-ενοποιούνται (matching) και δίνουν τη συνολική λύση.

Ενδιαφέρουσα και σχετική είναι η περίπτωση του Saul Karlyn. Είναι πολύ σημαντική η επιλογή του συστήματος συντεταγμένων που θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος (βάσει της προσέγγισής του με τη θεωρία του οριακού στρώματος). Διαφορετικά συστήματα συντεταγμένων οδηγούν σε διαφορετικές εξισώσεις οριακού στρώματος, δηλαδή σε διαφορετικά πεδία ροής (Karlyn 1954). Στη διδακτορική του διατριβή, λοιπόν, αποδεικνύει ότι υπάρχει ένα ιδανικό σύστημα συντεταγμένων (optimal coordinate system) το οποίο δίνει μία προσεγγιστική λύση για ολόκληρο το πεδίο ροής (δηλαδή και της ροής στο συνοριακό στρώμα και στο εξωτερικό πεδίο, μακριά από τα στερεά όρια). Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται παντελώς η ξεχωριστή επίλυση των δύο περιοχών και η ενοποίησή τους. Μάλιστα, η προσέγγιση του Saul Karlyn δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα.

2.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ (CFD)

Το δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα, η ανάπτυξη των υπολογιστών έπαιξε πολύ σημαντικό ρόλο στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων της Ρευστομηχανικής. Η Υπολογιστική Ρευστοδυναμική όπως ονομάστηκε, η οποία αποτελεί αυτόνομο κλάδο έρευνας, έχει στόχο να επιτύχει την αριθμητική επίλυση των διαφορικών εξισώσεων προβλημάτων ροής με

διάφορες αριθμητικές μεθόδους. Υπάρχουν τρεις μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για τη διακριτοποίηση αυτών των διαφορικών εξισώσεων. Αυτές είναι:

α) Μέθοδος πεπερασμένων όγκων

β) Μέθοδος πεπερασμένων διαφορών

γ) Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων

Το κείμενο δεν έχει στόχο να αναλύσει όλες αυτές τις μεθόδους. Παρ' όλ' αυτά αναφέρεται, καθώς είναι συνήθης η χρήση του για την επίλυση προβλημάτων, ότι στη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών παίζει πολύ σημαντικό ρόλο η ανάλυση Taylor των συναρτήσεων. Με τη χρήση της, μετατρέπει κανείς τη ζητούμενη διαφορική εξίσωση σε μια (ρητή ή πεπλεγμένη) αλγεβρική εξίσωση.

Επίσης, για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων απαιτούνται οι οριακές και οι αρχικές συνθήκες. Οι οριακές συνθήκες έχουν να κάνουν με τη γεωμετρία της ροής (π.χ. τα στερεά όρια) και οι αρχικές με το χρόνο.

Τέλος, αναφέρονται τρεις σημαντικές έννοιες, υπαρξιακού χαρακτήρα, για τη μέθοδο πεπερασμένων διαφορών (Μαρκάτος 2020):

α) συνέπεια: ο τελεστής διαφορών τείνει προς το διαφορικό τελεστή όσο $\Delta x, \Delta t \rightarrow 0$

β) σύγκλιση: η αριθμητική λύση τείνει προς την αναλυτική όσο $\Delta x, \Delta t \rightarrow 0$

γ) ευστάθεια: σφάλματα τα οποία υπεισέρχονται στην αριθμητική μέθοδο δεν διογκώνονται καθώς $t \rightarrow \infty$.

Έχει μάλιστα πολύ ενδιαφέρον και το θεώρημα του Lax, που συνδέει αυτές τις συνθήκες (Μαρκάτος 2020): Η ευστάθεια αποτελεί αναγκαία και ικανή συνθήκη ώστε ένα συνεπές αριθμητικό σχήμα να συγκλίνει.

2.3 Η ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ RIV ΚΑΙ LIF ΣΤΗ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο 20ος αιώνας για την επιστήμη είναι εξαιρετικά γόνιμος. Όσον αφορά στη Ρευστομηχανική, αναπτύσσονται οι πρώτοι τρόποι επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων, για τύπους ροής που αφορούν τους μηχανικούς. Νέα θεωρητικά στοιχεία και

παρατηρήσεις διευκολύνουν στην επίλυση των εξισώσεων, απλοποιώντας τα προβλήματα από τη γενικότερη μορφή τους. Για παράδειγμα (Bradshaw 1970), η θεωρία οριακού στρώματος που παρατήρησε και ανέπτυξε ο Ludwig Prandtl διασπά το πρόβλημα της επίλυσης των εξισώσεων Navier-Stokes (γενικότερη περίπτωση) σε δύο απλούστερα προβλήματα, του οριακού στρώματος και της εξωτερικής περιοχής του πεδίου ροής όπου μπορούν να εφαρμόζονται οι εξισώσεις Euler. Παράλληλα με την μαθηματική πρόοδο, επέρχεται και τεχνολογική πρόοδος η οποία προσφέρεται για νέες προσεγγίσεις στα προβλήματα.

Τα πειράματα, όσον αφορά στο αντικείμενο που ονομάζεται "Μηχανική", έχουν μεγάλη σημασία. Πειραματικές μέθοδοι όπως οι LIF, PIV και άλλες, αναπτύσσονται κατά το δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα, για τη μελέτη σύνθετων μορφών ροής που δεν επιδέχονται αναλυτική ή ακόμα και αριθμητική λύση σε εύλογο χρονικό διάστημα. Οι πειραματικές αυτές μέθοδοι ενισχύονται περαιτέρω με το συνδυασμό τους με εργαλεία όπως αυτό της διαστατικής ανάλυσης. Σύμφωνα με τον White (2016), η διαστατική ανάλυση είναι μία μέθοδος η οποία παρέχει εξισώσεις μεταξύ των παραμέτρων ενός προβλήματος. Η εξίσωση αυτή προκύπτει από τις διαστάσεις των παραμέτρων αυτών. Οι 4 θεμελιώδεις διαστάσεις, στο πλαίσιο της διαστατικής ανάλυσης, είναι η μάζα, το μήκος, ο χρόνος και η θερμοκρασία. Κάθε φυσική διεργασία διέπεται από φυσικές εξισώσεις. Αυτές οι εξισώσεις, πρέπει να υπακούουν στην αρχή της διαστατικής ομοιογένειας του Cauchy. Αυτή είναι μια βασική αρχή της διαστατικής ανάλυσης, κατά την οποία σε μια εξίσωση, που περιγράφει φυσική διεργασία, οι όροι που προστίθενται και στα δύο μέλη της, πρέπει να έχουν τις ίδιες διαστάσεις. Εξαίρεση αποτελούν οι εμπειρικές εξισώσεις (για παράδειγμα η εξίσωση Manning στους ανοιχτούς αγωγούς) αφού μια εμπειρική εξίσωση δεν περιγράφει κάποια φυσική διεργασία και γι' αυτό δε χρειάζεται να είναι διαστατικά ομογενής. Τα σημαντικότερα πρόσωπα που συνεισέφεραν σε αυτή είναι ο John William Strutt Lord Rayleigh και ο Edgar Buckingham (θεώρημα Π του Buckingham). Μια επίδειξη της ισχυρής σχέσης ανάμεσα στη διαστατική ανάλυση και στην πειραματική έρευνα είναι η περίπτωση της δύναμης αντίστασης που ασκείται σε σώμα βυθισμένο σε κινούμενο ρευστό. Επιστρατεύοντας κανείς το θεώρημα Π του Buckingham καταλήγει στην κάτωθι σχέση (White 2016):

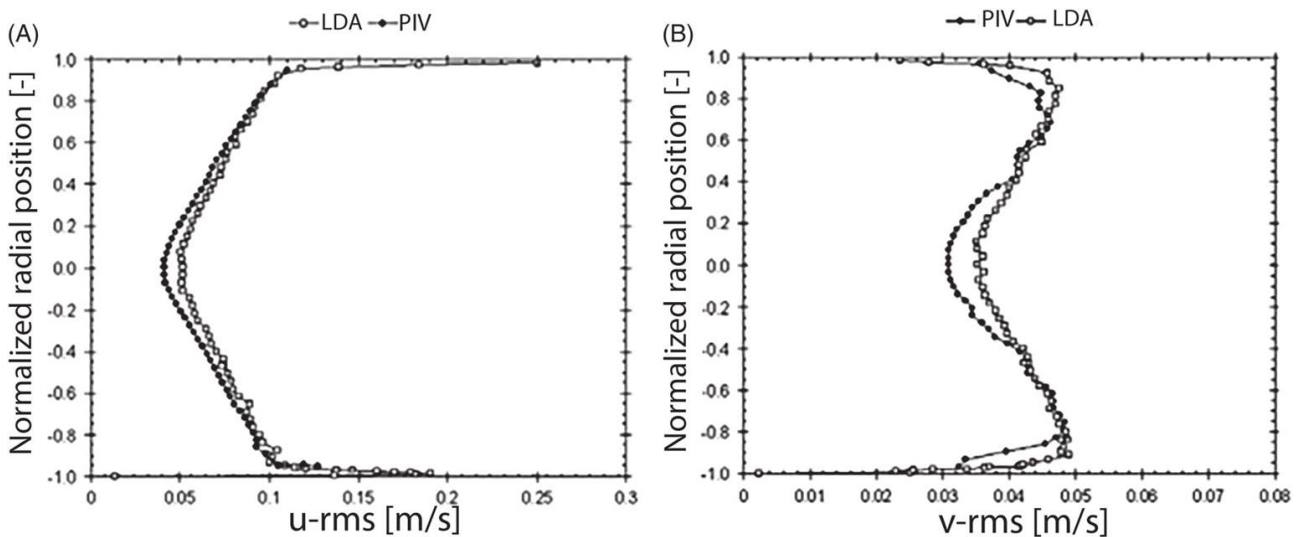
$$F = \frac{1}{2} C_D \rho v^2 A$$

όπου F η δύναμη αντίστασης, ρ η πυκνότητα του ρευστού, v η ταχύτητα (ομοιόμορφη και μονοδιάστατη) του νερού και A το εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του σώματος. Ο αδιάστατος

συντελεστής C_D είναι άγνωστος και η τιμή του προκύπτει από πειράματα που εκτελούνται στο εργαστήριο.

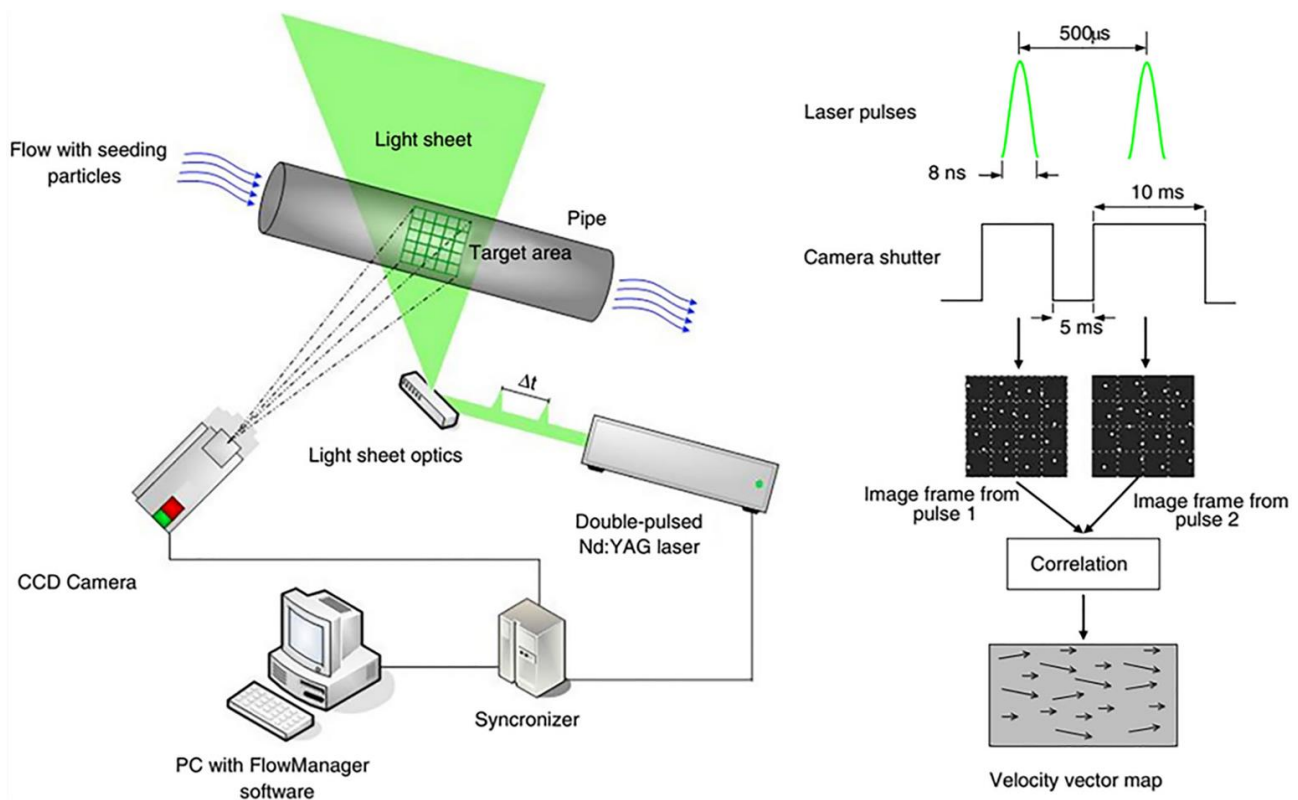
2.3.1 Η πειραματική τεχνική PIV

Η μέθοδος Particle Image Velocimetry (PIV) είναι μία πειραματική μέθοδος απεικόνισης της ροής με στόχο τον προσδιορισμό του πεδίου ταχυτήτων. Σημειώνεται ότι χρησιμοποιείται και για τον υπολογισμό πολυφασικών ροών (Ayegba and Edomwonyi-Otu 2020). Είναι πολύ χρήσιμη για την εύρεση του πεδίου ροής γύρω από τοίχωμα. Στην περίπτωση αυτή, τα πειραματικά δεδομένα πρέπει να συνοδεύονται από θεωρία σφαλμάτων, καθώς η κλίση της ταχύτητας παρουσιάζει μέγιστα (η ταχύτητα στα τοιχώματα είναι μηδενική) (Westerweel 1993). Η μέγιστη κλίση σημαίνει απότομες αλλαγές της ταχύτητας κοντά στα τοιχώματα και έντονες διακυμάνσεις (εικ.9).



Εικόνα 9. Οι διακυμάνσεις των ταχυτήτων είναι μεγάλες κοντά στα τοιχώματα (μέγιστες κλίσεις ταχυτήτων) σύμφωνα με τις μεθόδους PIV (και LDA) (Ayegba and Edomwonyi-Otu 2020)

Στη ροή τοποθετούνται σωματίδια (particles) τα οποία φωτίζονται από επίπεδες ακτίνες laser. Έτσι, η ροή γίνεται ορατή. Κατάλληλες κάμερες καταγράφουν σε επίπεδα τη ροή. Για την απεικόνιση της τριδιάστατης ροής απαιτούνται περισσότερες από μία κάμερες οι οποίες καταγράφουν τη ροή από διαφορετικές μεριές ή υπό διαφορετικές γωνίες (Ayegba and Edomwonyi-Otu 2020). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι με την τεχνική αυτή δεν μετριοούνται απ' ευθείας οι ταχύτητες των σωματιδίων, αλλά οι μετατοπίσεις τους και στη συνέχεια προσδιορίζονται οι ταχύτητές τους (Westerweel 1993). Η πειραματική διάταξη φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (εικ.10).



Εικόνα 10. Η πειραματική διάταξη της μεθόδου PIV (Ayegba and Edomwonyi-Out 2020)

Υπάρχουν δύο διαφορετικοί τρόποι καταγραφής της ροής (Ayegba and Edomwonyi-Otu 2020). Ο πρώτος τρόπος λέγεται Multiframe Single-Exposure. Απαιτεί κάμερες οι οποίες μπορούν να φωτογραφίσουν με υψηλό ρυθμό ανά δευτερόλεπτο, ειδικά σε περιπτώσεις ροής όπου η ταχύτητα ροής είναι υψηλή. Κατ' αυτή τη μέθοδο, η ακτινοβολία παραμένει σταθερή και φωτογραφίζεται η ροή για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

Η δεύτερη μέθοδος καταγραφής είναι η Single-frame Multiexposure κατά την οποία η ροή ακτινοβολείται με διαφορετικές εντάσεις για υψηλότερη ευκρίνεια. Είναι αποτελεσματική σε περιπτώσεις ροής όπου οι ταχύτητες είναι μικρές. Κατ' αποκλειστικότητα πλέον και εξαιτίας του γεγονότος ότι υπάρχουν κάμερες οι οποίες φωτογραφίζουν με μεγάλο ρυθμό (πολλά frames ανά δευτερόλεπτο) χρησιμοποιείται η πρώτη μέθοδος (MFSE).

Μερικές σημαντικές ιδιότητες της μεθόδου αναφέρονται παρακάτω:

α) Είναι μία μη παρεμβατική μέθοδος (Westerweel 1993), δηλαδή, δεν επηρεάζει τη ροή την οποία μετράει. Σύμφωνα με τον Westerweel (1993), τονίζεται ότι τα σωματίδια που μεταφέρονται από το ρευστό πρέπει να είναι τέτοιου μεγέθους, ώστε να μην επηρεάζουν τη ροή και οι μετρήσεις με την τεχνική PIV να είναι ακριβείς. Τα σωματίδια, λοιπόν, πρέπει να είναι αρκετά μικρά γι' αυτό το λόγο. Αυτό φυσικά, σε ένα βαθμό, έρχεται σε αντίφαση με την

ακρίβεια της απεικόνισης. Δηλαδή, όσο μικρότερα είναι τα σωματίδια τόσο χειρότερη είναι η αλληλεπίδραση τους με το laser. Έτσι, πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και οι δύο παράγοντες και να επιλέγεται το κατάλληλο μέγεθος των σωματιδίων.

β) Παρέχει υψηλής χωρικής ευκρίνειας μετρήσεις της ταχύτητας. Εξάλλου η κρίσιμη μεταβλητή της μεθόδου είναι ο χώρος, δηλαδή η χωρική κατανομή των σωματιδίων μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή (spatial analysis) (Durst et al. 2004).

γ) Όπως αναφέρεται και παραπάνω η μέθοδος μπορεί να υπολογίζει ροές υψηλών ταχυτήτων.

Επίσης, μέσω της μεθόδου αυτής, μπορεί κανείς να εξάγει και ποιοτικά χαρακτηριστικά της ροής (tracer patterns), σε αντίθεση, με τη συνήθη χρήση της σε προβλήματα μηχανικού, όπου εξάγονται ποσοτικά χαρακτηριστικά (particle-image patterns) (Westerweel 1993).

2.3.2 Η πειραματική τεχνική LIF

Η πρώτη χρήση της μεθόδου χρονολογείται το 1972 από τον Alan H. Epstein (Thompson 2015).

Η πειραματική μέθοδος LIF είναι όπως και η μέθοδος PIV μία απεικονιστική μέθοδος. Συγκεκριμένα είναι μία τομογραφική μέθοδος (όπως και η PIV), δηλαδή η καταγραφή της ροής γίνεται σε επίπεδες τομές (Paranicolaou & List, 1988).

Η ροή, για παράδειγμα μίας φλέβας που διοχετεύεται σε ένα άλλο ρευστό, τροφοδοτείται με μία φθορίζουσα ουσία όπως η Ροδαμίνη. Η ουσία αυτή διεγείρεται από ακτινοβολία (Laser) συγκεκριμένου μήκους κύματος και εκπέμπει ακτινοβολία διαφορετικού μήκους (φως)- οπότε η ροή οπτικοποιείται (flow visualization). Η ροή καταγράφεται με βιντεοκάμερα. Η φωτεινότητα που καταγράφεται σε όλο το πεδίο της φλέβας είναι ανάλογη της συγκέντρωσης της φθορίζουσας ουσίας η οποία συσχετίζεται με την συγκέντρωση ή την θερμοκρασία του υπό μελέτη ρευστού (Ferrier et al. 1993, Μήνος 2019, Dimitriadis 2017).

Συγκεκριμένα, η παραπάνω διαδικασία βασίζεται στο φθορισμό. Φθορισμός είναι το φωτοχημικό φαινόμενο της εκπομπής ακτινοβολίας, από μια ουσία που έχει απορροφήσει φως ή ακτινοβολία διαφορετικού μήκους κύματος. Η συγκέντρωση της φθορίζουσα ουσίας είναι μικρή ώστε να μην επηρεάζει τη δυναμική της ροής.

Όπως και η μέθοδος PIV, η μέθοδος LIF είναι μία μη παρεμβατική μέθοδος για τη ροή. Σε αντίθεση και με τις δύο μεθόδους (PIV και LIF), μέθοδοι με αισθητήρες μέτρησης (π.χ. αγωγιμόμετρα, θερμίστορες) είναι παρεμβατικές. Για παράδειγμα στα πειράματα που

αναλύονται στην παρούσα εφαρμογή (Κεφάλαιο 4) για τη μέτρηση της θερμοκρασίας στην παρούσα εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν θερμίστορες.

Η πειραματική διάταξη της τεχνικής LIF περιλαμβάνει μια πηγή laser, μια διάταξη κατόπτρων για την μετατροπή της ακτίνας σε επίπεδο φύλλο laser, μια ουσία με ικανότητα φθορισμού και μια βιντεοκάμερα για την καταγραφή του φαινομένου. Στην παρακάτω εικόνα απεικονίζεται η συσκευή ακτίνας laser (εικ.11).

Επίσης, η μέθοδος είναι ανεξάρτητη της κατεύθυνσης της ροής (Papanicolaou & List, 1988).

Η τεχνική LIF σε συνδυασμό με την κατάλληλη επεξεργασία εικόνας (image processing) επιτρέπει τη διεξαγωγή μετρήσεων συγκέντρωσης (της φθορίζουσας ουσίας) ή θερμοκρασίας σε τυρβώδεις ροές.



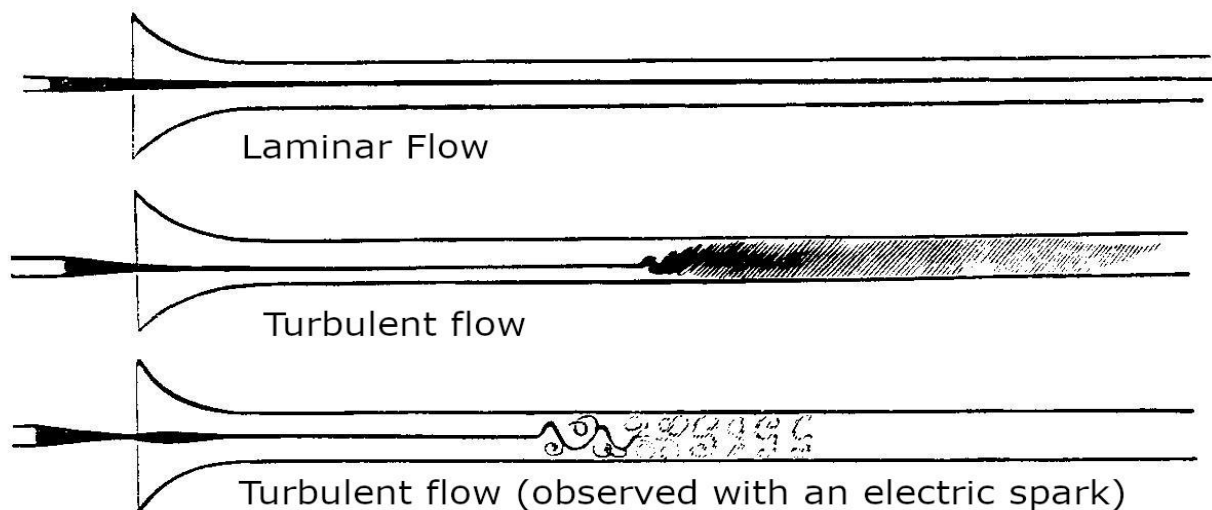
Εικόνα 11. Η συσκευή ακτίνας laser της τεχνικής LIF (Σολωμού 2022)

3. ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

3.1 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ REYNOLDS

Με τη διατύπωση των εξισώσεων Navier-Stokes η Μηχανική των Ρευστών «ωριμάζει» και «ενηλικιώνεται». Τον 20ο αιώνα οι επιστήμονες καταπιάνονται με την επίλυση αυτών των διαφορικών εξισώσεων για διάφορες περιπτώσεις (αρχικές, συνοριακές συνθήκες). Δυστυχώς, αναλυτικές λύσεις των εξισώσεων Navier-Stokes δεν υπάρχουν στη γενικότερη περίπτωση (τριδιάστατη) εξαιτίας των μη γραμμικών όρων. Έτσι εφευρίσκονται διάφορες αριθμητικές μέθοδοι για την επίλυση των εξισώσεων. Επίσης, χρησιμοποιούνται πειραματικές μέθοδοι, οι οποίες δίνουν λύσεις σε προβλήματα για τα οποία δεν υπάρχουν αναλυτικά ή θεωρητικά μοντέλα. Εργαλεία όπως η διαστατική ανάλυση ενισχύουν την πειραματική έρευνα. Φυσικά, αναπτύσσονται και εμπειρικά-διαισθητικά μοντέλα για πολύπλοκες περιπτώσεις ροής.

Η πιο σύνθετη περίπτωση ροής είναι η τυρβώδης ροή που συναντάται στη φύση και σε πολλά πρακτικά προβλήματα. Ο Βρετανός μηχανικός Osborne Reynolds με το πείραμά του, προσπάθησε να κατανοήσει το φαινόμενο της τύρβης. Ειδικότερα ο Reynolds (<https://www.aps.org/publications/apsnews/202003/history.cfm>) διοχέτευσε με διάφορες παροχές μια φλέβα χρωματισμένου νερού σε ένα μεγάλο σωλήνα με ροή νερού. Στο ένα άκρο του σωλήνα είχε τοποθετήσει μια δικλείδα για να ελέγχει την παροχή. Ο Reynolds παρατήρησε ότι για χαμηλές παροχές (άρα και ταχύτητες ροής), η φλέβα διατηρούσε το σχήμα της καθώς έρεε μέσα στο σωλήνα χωρίς να υπάρξει μίξη γειτονικών στρώσεων νερού. Ωστόσο, για μεγάλες ταχύτητες, η φλέβα διαχεόταν μέσα στο νερό του σωλήνα και υπήρχε έντονη ανάμιξη. Έτσι, ο Reynolds διέκρινε τη ροή σε στρωτή και τυρβώδη, αντίστοιχα (εικ.12). Η διάκριση μεταξύ των δύο τύπων ροής γίνεται με βάση τον (αδιάστατο) αριθμό Reynolds, δηλαδή το λόγο των αδρανειακών δυνάμεων προς τις δυνάμεις ιξώδους.

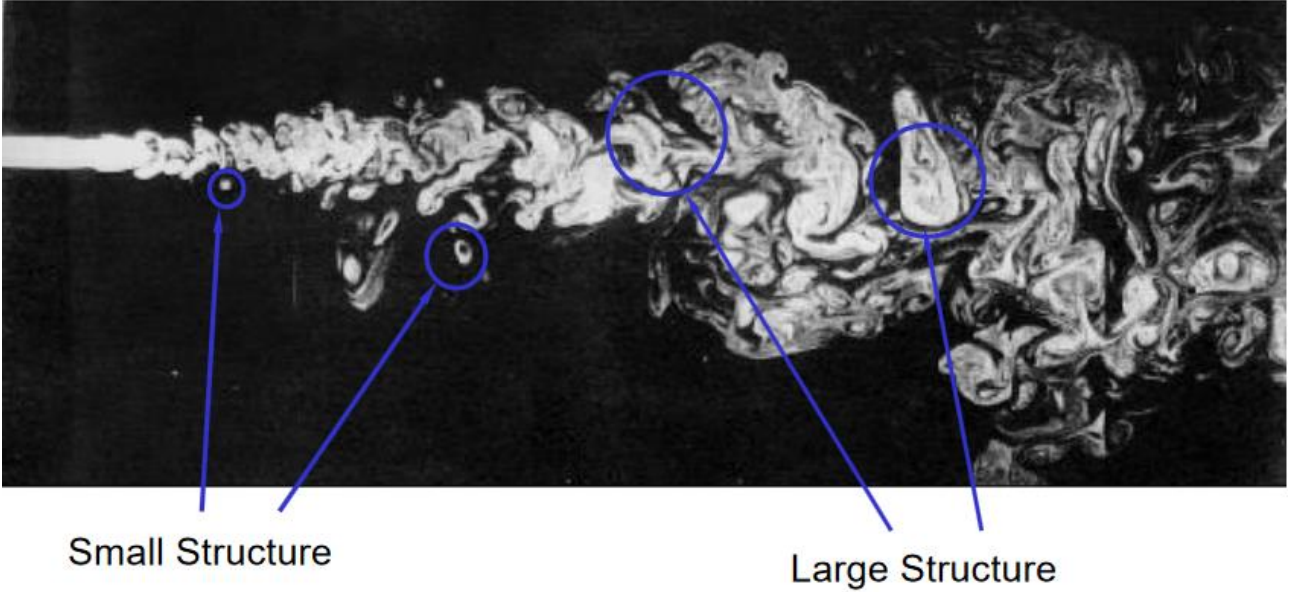


Εικόνα 12. Το πείραμα του Reynolds
 (https://en.wikipedia.org/wiki/File:Flows_from_Reynolds_1883_paper.jpg)

Η μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή στο σωλήνα γίνεται, συνήθως, για τιμές του αριθμού Reynolds πάνω από 2000 περίπου. Ωστόσο ο κρίσιμος αριθμός Reynolds διαφέρει ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της ροής, π.χ. σε ροές σε ανοικτούς αγωγούς ο French (1985) αναφέρει ότι ο αριθμός Reynolds πρέπει να είναι μεγαλύτερος από 12500 για να υπάρχει τυρβώδης ροή. Οι περιπτώσεις προβλημάτων στρωτής ροής λύνονται με αριθμητική επίλυση των αρχικών εξισώσεων Navier-Stokes ή με αναλυτική επίλυση σε απλές περιπτώσεις στρωτής ροής. Αντίθετα, ο τεράστιος υπολογιστικός φόρτος στην περίπτωση προβλημάτων τυρβώδους ροής καθιστά ανέφικτη την άμεση επίλυση των εξισώσεων. Έτσι, υιοθετούνται κάποιες παραδοχές, για να απλουστεύσουν το πρόβλημα της επίλυσης των εξισώσεων.

Αρχικά, όπως προαναφέρθηκε, τυρβώδης ροή προκύπτει σε μεγάλους αριθμούς Reynolds (αντίθετα η στρωτή σε μικρούς), όταν δηλαδή οι αδρανειακές δυνάμεις είναι πολύ ισχυρότερες από τις δυνάμεις του ιξώδους (δυνάμεις συνεκτικότητας). Η τύρβη περιγράφεται από τη στατιστική και τη θεωρία πιθανοτήτων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός του ακανόνιστου και χαοτικού χαρακτήρα της. Ένα άλλο αντιπροσωπευτικό χαρακτηριστικό της τύρβης είναι η γρήγορη διάχυση που έχει ως αποτέλεσμα την έντονη ανάμιξη στρώσεων ρευστού. Χρήσιμο για την κατανόηση αυτής της ιδιότητας της τύρβης είναι το παράδειγμα του καφέ με το γάλα. Όταν ρίχνουμε γάλα μέσα στον καφέ αυτό διαχέεται παρά πολύ αργά (μοριακή διάχυση). Αν όμως ανακατέψουμε το μίγμα με ένα κουτάλι, η διάχυση είναι ταχεία, επειδή ακριβώς είναι τυρβώδης. Ένα άλλο καθοριστικό χαρακτηριστικό των τυρβωδών ροών είναι ότι το τυρβώδες πεδίο αποτελείται από στροβίλους διαφόρων μεγεθών (εικ.13). Τέλος, σημαντικό ρόλο παίζει

το χαρακτηριστικό της απόσβεσης της κινητικής ενέργειας στους πολύ μικρούς στρόβιλους, αφού σ' αυτούς επιδρά αποτελεσματικά το ιξώδες (πολύ μικροί αριθμοί Reynolds) και η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια.



Εικόνα 13. Μικροί και μεγάλοι στρόβιλοι σε τυρβώδη φλέβα (Bekker 2002)

Ο Reynolds προσεγγίζει στατιστικά τον χαοτικό χαρακτήρα της τύρβης. Συγκεκριμένα, προσδιορίζει την ταχύτητα και την πίεση ως άθροισμα δύο όρων, μιας μέσης τιμής και μιας διακύμανσης από αυτή, διαδικασία γνωστή ως Reynolds decomposition (White 2016)

$$u = \bar{u} + u' \quad (3.1a)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (3.1\beta)$$

όπου u η ταχύτητα, \bar{u} η μέση χρονικά ταχύτητα, u' η διακύμανση από τη μέση ταχύτητα και αντίστοιχα, από κάτω, για την πίεση p . Αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις στις εξισώσεις συνέχειας και Navier-Stokes και παίρνοντας το (χρονικό) μέσο όρο για καθεμία (η μπάρα υποδηλώνει μέση χρονικά τιμή), έχουμε (White 2016)

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.2)$$

$$\rho \frac{d\bar{u}}{dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \rho g_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \overline{\rho u'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{\rho u'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{\rho u'w'} \right) \quad (3.3a)$$

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \rho g_y + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \overline{\rho v'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \overline{\rho v'u'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \overline{\rho v'w'} \right) \quad (3.3\beta)$$

$$\rho \frac{d\bar{w}}{dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \rho g_z + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} - \overline{\rho w'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \overline{\rho w'u'} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} - \overline{\rho w'v'} \right) \quad (3.3\gamma)$$

όπου \bar{u} η μέση ταχύτητα, \bar{p} η μέση πίεση, ρ η πυκνότητα, g η επιτάχυνση (διάνυσμα) της βαρύτητας, u' η διακύμανση από την ταχύτητα. Αυτές είναι οι μέσες (χρονικά) εξισώσεις ροής. Κάθε εξίσωση αναφέρεται σε μία από τις τρεις χωρικές διαστάσεις x, y, z (όπως υποδεικνύεται, για παράδειγμα, και από τους δείκτες της επιτάχυνσης της βαρύτητας). Ο τελευταίος όρος στην εξίσωση ορμής περιλαμβάνει τη μέση τιμή του γινομένου των διακυμάνσεων των ταχυτήτων. Σε αντίθεση με τη μέση τιμή μεμονωμένου όρου διακύμανσης η οποία είναι μηδέν, η μέση τιμή του γινομένου δύο τέτοιων όρων δεν είναι μηδέν. Επίσης, ο συγκεκριμένος όρος ερμηνεύεται ως ο ρυθμός μεταφοράς μέσης ορμής λόγω των τυρβωδών διακυμάνσεων στο μέσο πεδίο. Προς τιμήν του Reynolds ο τανυστής αυτών των όρων ($-\rho \overline{u'_i u'_j}$) στις εξισώσεις Navier-Stokes ονομάστηκε τανυστής τάσεων Reynolds (White 2016).

Οι προκύπτουσες διαφορικές εξισώσεις ονομάζονται εξισώσεις Reynolds και αφορούν το μέσο πεδίο ροής. Αυτό δεν είναι ένα πραγματικό πεδίο ροής (Bekker 2002). Πάρα ταύτα η επίλυση των εξισώσεων αυτών δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα στα πρακτικά προβλήματα του μηχανικού.

Η επίλυση των εξισώσεων Reynolds (closure problem) είναι δύσκολη γιατί περιλαμβάνουν επιπλέον αγνώστους συγκριτικά με τις εξισώσεις Navier-Stokes, τις έξι τυρβώδεις τάσεις Reynolds. Δεν υπάρχουν αναλυτικές προσεγγίσεις των όρων αυτών. Έτσι, υιοθετούνται κάποιες φαινομενολογικές θεωρίες, π.χ. υπόθεση Boussinesq, για τη συσχέτιση των τάσεων με τα χαρακτηριστικά της μέσης ροής (Νουτσόπουλος & Χριστοδούλου 1996). Επιπλέον αναπτύσσονται τα λεγόμενα μοντέλα τύρβης, δηλαδή πρόσθετες εξισώσεις που κάνουν εφικτή την επίλυση των εξισώσεων της τυρβώδους ροής. Αυτά τα μοντέλα είναι εκτός του αντικειμένου αυτής της διπλωματικής εργασίας και δε θα αναλυθούν. Επίσης, μία άλλη χρήσιμη παραδοχή-υπόθεση (όπως θα φανεί και παρακάτω) είναι αυτή της ισότροπης τύρβης, δηλαδή η ισότητα των όρων της διαγωνίου του τανυστή Reynolds.

3.2 KOLMOGOROV'S K41 THEORY

Ο Andrey Kolmogorov (1903-1987) ήταν Ρώσος μαθηματικός ο οποίος, ανάμεσα και σε άλλους κλάδους, διαπρέπει και συμβάλλει καιρία στη θεωρία πιθανοτήτων. Είναι, λοιπόν, απολύτως φυσική η ενασχόλησή του με τη θεωρία της τύρβης, που έχει θεμελιωθεί στη στατιστική και στις πιθανότητες.

Η θεωρία K41 του Kolmogorov περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο η ενέργεια μεταφέρεται από τους μεγαλύτερους στους μικρότερους στρόβιλους (energy cascade) (Bekker 2002).

Σύμφωνα με τον Bekker (2002), οι στρόβιλοι γίνονται αντιληπτοί ως τυρβώδης κίνηση γύρω από μια περιοχή μεγέθους l . Αυτοί οι στρόβιλοι έχουν χαρακτηριστική ταχύτητα $u(l)$ και χρονική κλίμακα $\tau(l)$. Οι μεγαλύτεροι εξ αυτών έχουν κλίμακα μήκους l_0 η οποία είναι ίδιας τάξης μεγέθους με την κλίμακα μήκους της ροής (L). Η χαρακτηριστική τους ταχύτητα $u_0 \equiv u(l_0)$ είναι της ίδιας τάξης με την τυπική απόκλιση της τυρβώδους διακύμανσης. Δεν υπάρχουν όμως μόνο στρόβιλοι μεγέθους l_0 . Υπάρχουν και μικρότεροι στρόβιλοι που διέπονται από διαφορετικά χαρακτηριστικά.

Σχετικά με τη «ροή» της ενέργειας, οι μεγάλοι στρόβιλοι είναι ασταθείς και διασπώνται δημιουργώντας και μεταφέροντας την ενέργεια σε μικρότερους στρόβιλους. Με παρόμοια διαδικασία η ενέργεια αυτή, μεταφέρεται διαρκώς σε ακόμα μικρότερους στρόβιλους. Κάποια στιγμή, όταν φτάσει σε ένα ελάχιστο μέγεθος στρόβιλων, οι οποίοι είναι πιο σταθεροί από τους μεγαλύτερους, η κινητική ενέργεια καταστρέφεται (dissipation) και μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια. Η συνολική κινητική ενέργεια (όλων) των στρόβιλων ορίζεται ως το ήμισυ του αθροίσματος των όρων της διαγωνίου του τανυστή τάσεων Reynolds (Durbin and Pettersson-Reif 2011):

$$k \equiv 0,5 \overline{u_i u_i} \quad (3.4)$$

Σε ποια κλίμακα η ενέργεια παύει να μεταφέρεται σε μικρότερους στρόβιλους και μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια; Ποια είναι τα χαρακτηριστικά αυτών των στρόβιλων; Ο Kolmogorov δίνει απαντήσεις σε αυτά και άλλα ερωτήματα αναπτύσσοντας τις παραδοχές και τις υποθέσεις του.

Οι δύο βασικές παραδοχές είναι (Bekker 2002) ότι η τύρβη είναι ομογενής και ισότροπη. Αυτό σημαίνει ότι καθ' όλη την έκταση της τυρβώδους ροής η κινητική ενέργεια k είναι σε κάθε σημείο ίδια (ομογενής) και συμπεριφέρεται με τον ίδιο τρόπο σε όλες τις διευθύνσεις

(ισότροπη). Όπως αναφέρεται και νωρίτερα στο κείμενο, η μαθηματική συνθήκη για την ισότροπη τύρβη είναι η ακόλουθη: $\overline{\rho u_1 u_1} = \overline{\rho u_2 u_2} = \overline{\rho u_3 u_3}$

Οι τρεις βασικές υποθέσεις του Kolmogorov είναι οι παρακάτω (Bekker 2002):

α) Σε επαρκώς μεγάλους αριθμούς Reynolds, οι μικροί στρόβιλοι είναι στατιστικά ισότροποι (hypothesis of local isotropy).

β) Σε κάθε τυρβώδη ροή για επαρκώς μεγάλους αριθμούς Reynolds, τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μικρών στροβίλων έχουν μία καθολική μορφή, η οποία καθορίζεται μονοσήμαντα από το ρυθμό μεταβολής απόσβεσης της ενέργειας ε και το κινηματικό ιξώδες ν (first similarity hypothesis).

γ) Σε κάθε τυρβώδη ροή για επαρκώς μεγάλους αριθμούς Reynolds, τα στατιστικά χαρακτηριστικά των στροβίλων με κλίμακα μήκους l στο διάστημα $l_0 \gg l \gg \eta$ (όπου η είναι η ελάχιστη κλίμακα μήκους των στροβίλων γνωστή και ως κλίμακα Kolmogorov) έχουν μια καθολική μορφή, η οποία καθορίζεται μονοσήμαντα από το ρυθμό απόσβεσης της ενέργειας ε και είναι ανεξάρτητη του κινηματικού ιξώδους ν (second similarity hypothesis).

Σύμφωνα με τον Bekker (2002), ακολουθεί η επεξήγηση κάποιων όρων που αναφέρονται στις παραπάνω υποθέσεις.

Ως μικροί στρόβιλοι ορίζονται οι στρόβιλοι που έχουν κλίμακα μήκους $L < L_{el}$. Το L_{el} είναι η κλίμακα μήκους που διαχωρίζει τους μεγάλους (συνήθως ανισότροπους στροβίλους) από τους μικρούς ισότροπους στροβίλους.

Στη δεύτερη υπόθεση, ο Kolmogorov ανεξαρτητοποιεί τους στροβίλους από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της ροής (συνοριακές συνθήκες). Έτσι, οι στατιστικές ιδιότητες αυτών των (μικρών) στροβίλων είναι καθολικές για οποιαδήποτε τυρβώδη ροή.

Στην τρίτη υπόθεση, η κλίμακα μήκους η , αφορά στους μικρότερους στροβίλους, στους οποίους έχουν ήδη αρχίσει να δρουν οι δυνάμεις ιξώδους και η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική.

Οι παρακάτω σχέσεις (Bekker 2002) προσδιορίζουν τις παραμέτρους των μικρότερων στροβίλων (κλίμακα Kolmogorov):

χαρακτηριστικό μήκος (κλίμακα Kolmogorov): $\eta = (\nu^3 / \varepsilon)^{1/4}$

χαρακτηριστική ταχύτητα: $u_\eta = (\epsilon \nu)^{1/4}$

χρονική κλίμακα: $\tau_\eta = (\nu/\epsilon)^{1/2}$

Η κλίμακα Kolmogorov είναι η κλίμακα μήκους στην οποία γίνεται η απόσβεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

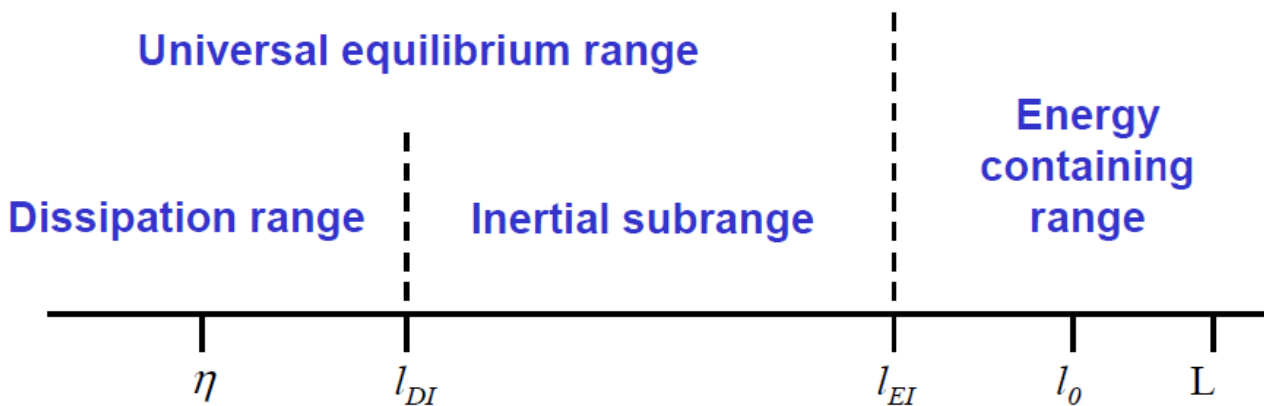
Με χρήση της διαστατικής ανάλυσης εξάγει κανείς σχέσεις που συνδέουν τα χαρακτηριστικά των μικρότερων στροβίλων με αυτά των μεγαλύτερων στροβίλων (Bekker 2002):

$$\frac{\eta}{l_0} \sim Re^{-3/4} \quad (3.5)$$

$$\frac{u_\eta}{u_0} \sim Re_L^{-1/4} \quad (3.6)$$

$$\frac{\tau_\eta}{\tau_0} \sim Re_L^{-1/2} \quad (3.7)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (3.5), αφού ο λόγος η/l_0 μειώνεται όσο αυξάνεται ο αριθμός Reynolds, για πολύ μεγάλους αριθμούς Reynolds θα υπάρχουν κάποιες ενδιάμεσες κλίμακες μηκών, οι οποίες είναι μικρές σε σχέση με τις κλίμακες μήκους l_0 και μεγάλες σε σχέση με τις η (Αυτές ακριβώς τις ενδιάμεσες κλίμακες αφορά η τρίτη υπόθεση του Kolmogorov- second similarity hypothesis). Έτσι, εισάγεται και μία ακόμη κλίμακα μήκους, l_{DI} , κάτω από την οποία ανήκουν οι στροβίλοι με έντονο ρυθμό απόσβεσης της κινητικής ενέργειας (dissipation range). Σύμφωνα πάλι με τις παραπάνω υποθέσεις, η "καθολική περιοχή ισορροπίας" χωρίζεται σε δύο υποπεριοχές, την αδρανειακή και τη ζώνη απόσβεσης. Στην παρακάτω εικόνα (εικ.14) απεικονίζονται οι τρεις βασικές κλίμακες μήκους των στροβίλων όπως προσδιορίστηκαν από τη θεωρία του Kolmogorov.



Εικόνα 14. Φάσμα μεγέθους δινών (Γαλίκας 2020)

Κρίνεται, τέλος, απαραίτητο να προσδιοριστεί με ποιο τρόπο κατανέμεται η συνολική κινητική ενέργεια της τύρβης, k , στα διάφορα μεγέθη των στροβίλων.

3.3 ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΑ ΦΑΣΜΑΤΑ

Το φάσμα χαρακτηρίζει τη μεταβολή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας με την κλίμακα χρόνου ή μήκους η οποία συνήθως εκφράζεται με χρήση ενός κυματικού αριθμού συχνότητας που είναι αντιστρόφως ανάλογος του μήκους (Roberts and Webster 2002).

Μαθηματικώς, το φάσμα μπορεί να εκφραστεί και με βάση το μετασχηματισμό Fourier μιας στοχαστικής διαδικασίας (π.χ. $u(t)$, κατά τον Schuster (Stoica and Moses 2004)), παίρνοντας το τετράγωνο του μέτρου των αναμενόμενων τιμών του για χρόνο ή μήκος που τείνει στο άπειρο. Για μια στάσιμη στοχαστική ανέλιξη στην οποία τα στατιστικά χαρακτηριστικά της είναι ανεξάρτητα στον χρόνο (Koutsoyiannis 2013), ο παραπάνω μετασχηματισμός συγκλίνει στο μετασχηματισμό Fourier της συνδιασποράς της (σύμφωνα με το θεώρημα των Wiener-Khintchine, μετά από τον Wiener, 1930, και τον Khintchine, 1934).

Σύμφωνα με την προαναπτυχθείσα θεωρία του A. Kolmogorov, το ενεργειακό φάσμα χωρίζεται σε τρεις ενδιαφέρουσες περιοχές: των μεγάλων, των ενδιάμεσων και των μικρών κλιμάκων. Τονίζεται ότι στην παρούσα διπλωματική θα μας απασχολήσει η ζώνη των ενδιάμεσων κλιμάκων ή συχνοτήτων. Βάσει της τρίτης υπόθεσης του Kolmogorov (προηγούμενο κεφάλαιο) και με διαστατική ανάλυση, ο τύπος του φάσματος για την περιοχή αυτή (αδρανειακή) είναι ο λεγόμενος νόμος $-5/3$ του Kolmogorov (Bekker 2002, Roberts and Webster 2002):

$$E(k) = C \varepsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}} \quad (3.8)$$

όπου k είναι ο κυματικός αριθμός και C σταθερά της τάξης του 1.

Για λόγους πληρότητας, αναφέρεται χωρίς να απασχολήσει περαιτέρω, ο ολοκληρωμένος τύπος, για στάσιμη και ισότροπη τύρβη και για όλες τις ζώνες του τριδιάστατου φάσματος (Pope 2000, Cerutti and Meneveau 2000, Kang et al. 2003, Dimitriadis et al. 2016):

$$s_{3D}(w) = f_E(w, c_E, p) f_1(w, c_1) f_D(w, c_D) \quad (3.9)$$

Στις εξισώσεις (3.10), (3.11) που ακολουθούν, καθώς επίσης και στην εξίσωση (3.8), οι όροι C , c_E , p , c_1 , c_D είναι παράμετροι του μοντέλου (Pore 2000).

Σύμφωνα με τον Von Karman (1948), για μεγάλης κλίμακας στροβίλους

$$f_E(w, c_E, p) = \left(\frac{w}{\sqrt{w^2 + c_E}} \right)^{\frac{5}{3}+p} \quad (3.10)$$

Τέλος, από τον Kraichnan (1959), για την περιοχή απόσβεσης-μετάθεσης (μικρής κλίμακας στροβίλοι):

$$f_D(w, c_1) = e^{-wc_D} \quad (3.11)$$

Οι παραπάνω τύποι δεν είναι καθολικοί και οι παράμετροι καθώς και η διατύπωσή τους εξαρτώνται από συγκεκριμένες παραδοχές και προσεγγίσεις.

4. ΕΥΡΕΣΗ ΦΑΣΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΕΦΑΡΜΟΓΗ)

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα φάσματα τύρβης (διαγράμματα) από πειράματα που έχουν πραγματοποιηθεί σε προηγούμενες εργασίες για τυρβώδεις φλέβες (Σολωμού 2022) και από τον Δρ. Π. Δημητριάδη στα πλαίσια του μαθήματος «Πειραματική Υδραυλική» του Τομέα Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος, της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ. Ως φλέβα ορίζεται η εκροή ρευστού μέσα σε περιβάλλον ρευστό (Fischer et al. 1979). Εφόσον υπάρχει διαφορά πυκνότητας μεταξύ του διοχετευόμενου υγρού και του περιβάλλοντος υγρού τότε έχουμε ανωστική φλέβα ενώ στην περίπτωση που δεν υπάρχει διαφορά πυκνότητας έχουμε απλή φλέβα. Η ροή είναι τυρβώδης όταν ο αριθμός Reynolds είναι μεγαλύτερος από 2000 για εκροή από κυκλικό στόμιο. Οι φλέβες έχουν μελετηθεί εντατικά τα τελευταία χρόνια. Χαρακτηριστικές είναι οι εργασίες των Papanicolaou and List (1988) για φλέβες θετικής άνωσης και οι εργασίες των Παπακωνσταντής (2009) Papakonstantis et al. (2011a,b), Papakonstantis and Tsatsara (2018, 2019) για φλέβες αρνητικής άνωσης.

Η τύρβη επηρεάζει όλες τις παραμέτρους του πεδίου ροής. Στο προηγούμενο κεφάλαιο καθοριστικό ρόλο για την ανάπτυξη των ιδιοτήτων της τύρβης συντέλεσε η ταχύτητα. Εδώ, για τυρβώδη φλέβα, παρουσιάζονται τα φάσματα για τα μεγέθη της θερμοκρασίας και της συγκέντρωσης (της ουσίας που μεταφέρει η φλέβα).

Χρησιμοποιούνται δεδομένα από πειράματα απλών τυρβωδών φλεβών (Σολωμού 2022) και φλεβών με διαφορά θερμοκρασίας. Σε δεξαμενή διαστάσεων ($M \times \Pi \times \Upsilon$) $1.00 \text{ m} \times 0.80 \text{ m} \times 0.70 \text{ m}$, που περιέχει στάσιμο νερό, διοχετεύεται από τον πυθμένα προς τα πάνω νερό που περιέχει ροδαμίνη 6G. Η ροή οπτικοποιείται με την τεχνική LIF (Ferrier et al. 1993). Αντίστοιχη διαδικασία ακολουθείται και στην περίπτωση πειραμάτων της θερμοκρασίας. Συγκεκριμένα, διοχετεύεται από τον πυθμένα προς τα πάνω θερμό νερό του οποίου μετριέται η θερμοκρασία με θερμίστορες.

Παρακάτω, παρουσιάζονται αρχικά τα φάσματα που αφορούν στη θερμοκρασία μιας ανωστικής φλέβας όπως αυτή καταγράφεται από θερμίστορες (που βρίσκονται σε μια δεξαμενή στο Εργαστήριο Εφαρμοσμένης Υδραυλικής του ΕΜΠ). Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα φάσματα που αφορούν τη συγκέντρωση της φθορίζουσας ουσίας ροδαμίνης 6G, η οποία έχει αναμιχθεί με τη φλέβα σε κατάλληλη δεξαμενή για την ομογενοποίηση του διαλύματος της φλέβας.

Πριν όμως από τα φάσματα, στον Πίνακα 4.1 παρακάτω παρουσιάζονται τα κυριότερα χαρακτηριστικά ροής για τα πειράματα. Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται οι αρχικές συνθήκες των πειραμάτων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία. Οι αριθμοί Reynolds κυμαίνονται από 4227-7381. Ειδικότερα, οι αρχικές συνθήκες για τη ροή της φλέβας που παρουσιάζονται στον πίνακα είναι και για τις δύο σειρές πειραμάτων (μέτρησης θερμοκρασίας με θερμίστορες και προσδιορισμού συγκέντρωσης με LIF) οι ίδιες.

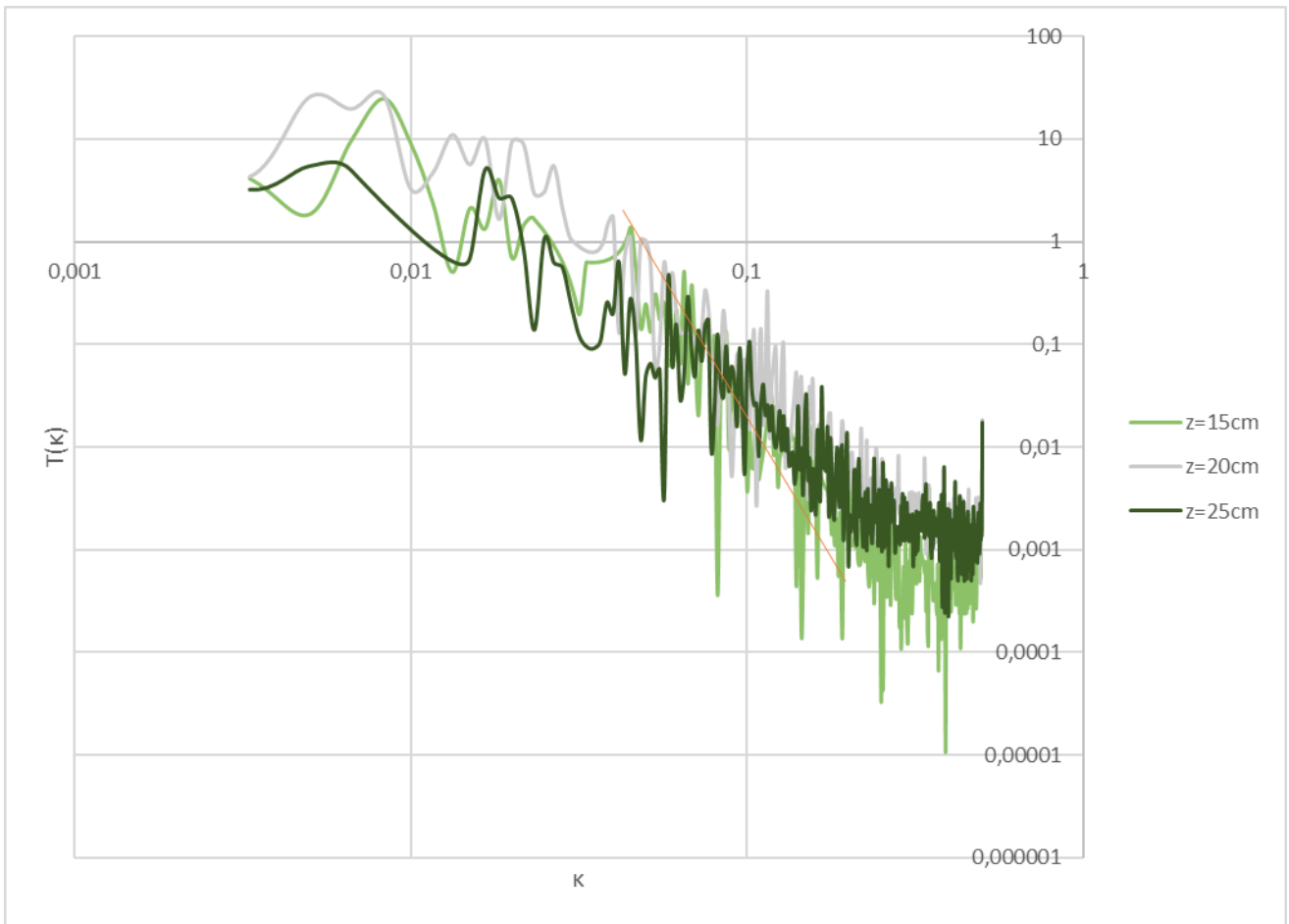
D(cm)	Q(cc/s)	U(cm/s)	Re
0,5	14.87	75.76	4227
0,5	20.42	104.02	5804
0,5	25.97	132.29	7381

Πίνακας 4.1 Αρχικές συνθήκες πειραμάτων για διάμετρο ακροφυσίου $D=0.5$ cm (Σολωμού 2022, Δημητριάδης 2023)

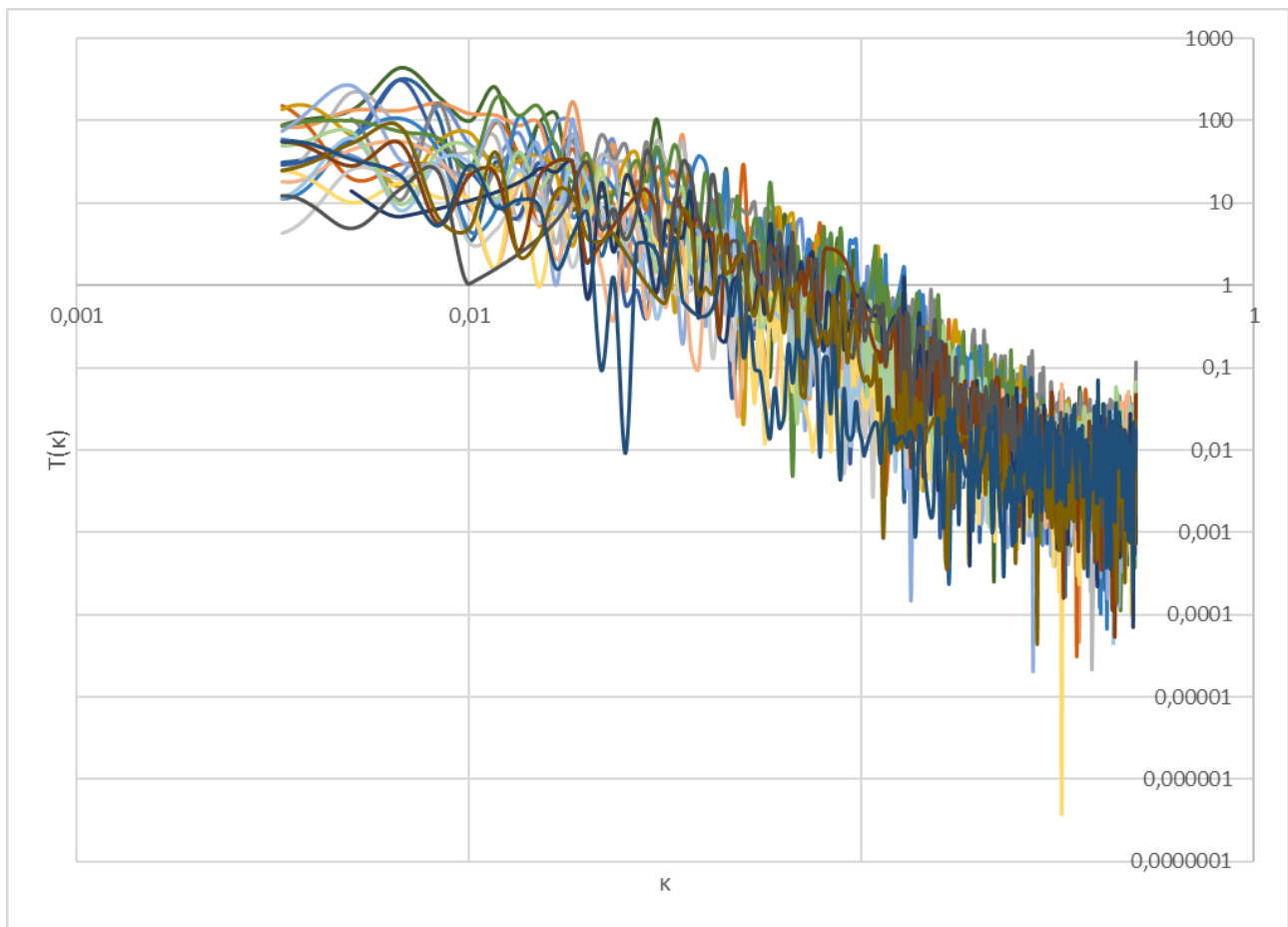
Η πειραματική διάταξη του εργαστηρίου περιλαμβάνει 8 θερμίστορες. Αυτοί μετρούν τη θερμοκρασία της φλέβας σε διάφορα σημεία της ροής για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα (χρονοσειρές). Τα φάσματα της θερμοκρασίας είναι ομαδοποιημένα με βάση την αρχική θερμοκρασία. Επίσης, περιλαμβάνουν τις χρονοσειρές σημείων που βρίσκονται σε διατομές, οι οποίες απέχουν καθορισμένες αποστάσεις από τον άξονα της φλέβας και για διάφορες αρχικές παροχές. Αυτό σημαίνει ότι τα φάσματα της θερμοκρασίας εστιάζουν κυρίως στην κατά πλάτος καταγραφή των θερμοκρασιών και όχι κατά μήκος της φλέβας. Όλες οι μετρήσεις αφορούν στην πλήρως αναπτυγμένη περιοχή όπως διαπιστώνεται και από τα διαγράμματα ($z > 10-15D = 5-7,5$ cm).

Σημειώνεται ότι σε όλα τα φάσματα (θερμοκρασίας και συγκέντρωσης) επαληθεύεται ο νόμος των $-5/3$ του Kolmogorov για την αδρανειακή υποπεριοχή. Για λόγους ευκρίνειας η γραμμή κλίσης $-5/3$ απεικονίζεται μόνο στα διαγράμματα των μέσων φασμάτων (συγκέντρωσης και θερμοκρασίας) στην αδρανειακή υποπεριοχή. Τα μέσα φάσματα είναι τα φάσματα που προκύπτουν από τις μέσες τιμές, για κάθε σημείο, των μετρήσεων της θερμοκρασίας (μετρήσεις που γίνονται κατά πλάτος, σε απόσταση z από το ακροφύσιο) ή της συγκέντρωσης (μετρήσεις που γίνονται κατά μήκος του άξονα της φλέβας σε απόσταση z από το ακροφύσιο).

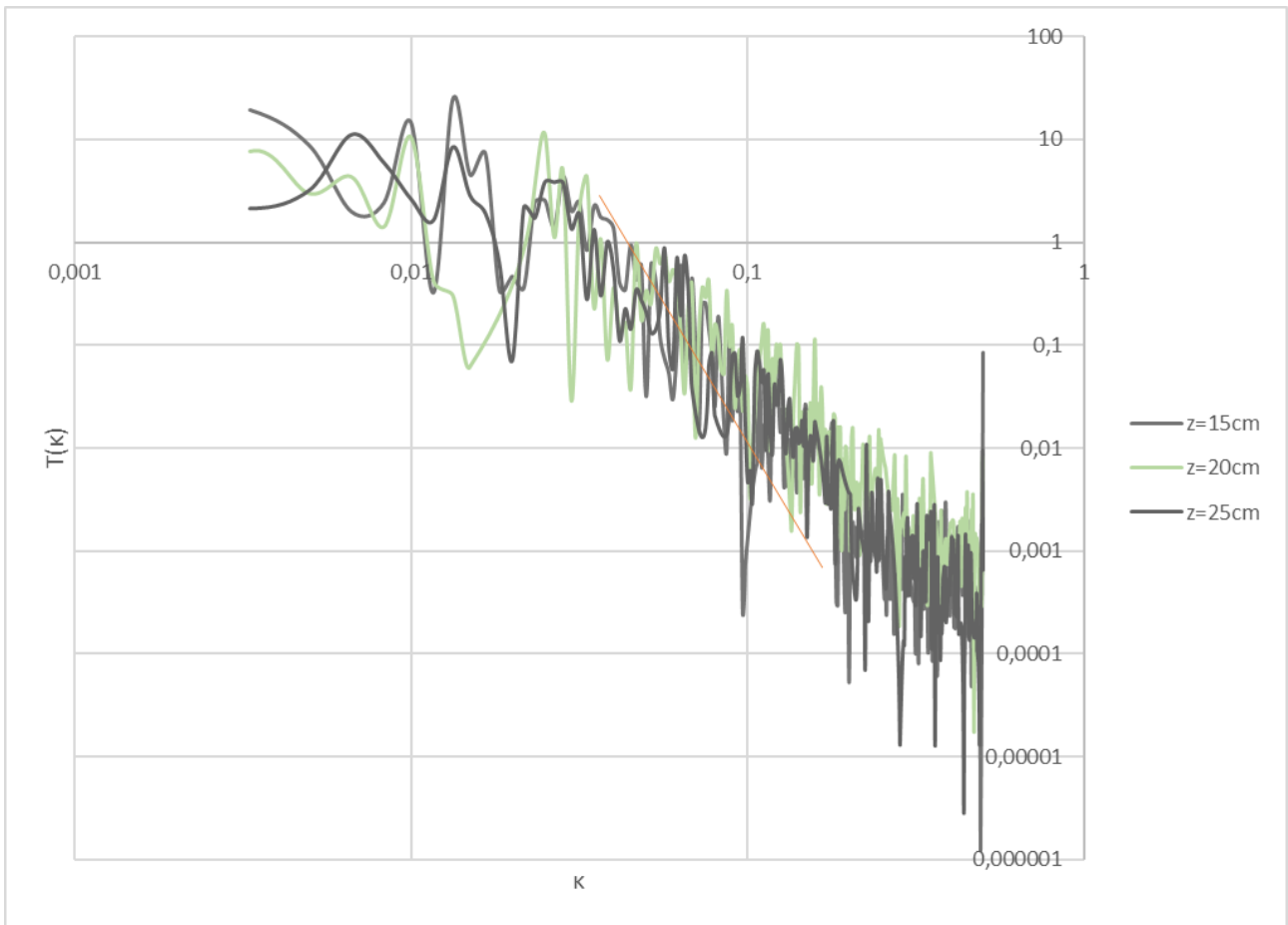
Τέλος, η κλίση $-5/3$ επιτυγχάνεται και αριθμητικά από τα πειραματικά δεδομένα (από τις χρονοσειρές και για τη συγκέντρωση και για τη θερμοκρασία) και κυμαίνεται σε ένα εύρος από -1.6 έως -1.8 , δηλαδή πολύ κοντά στην αναμενόμενη κλίση των $-5/3 \approx -1.67$.



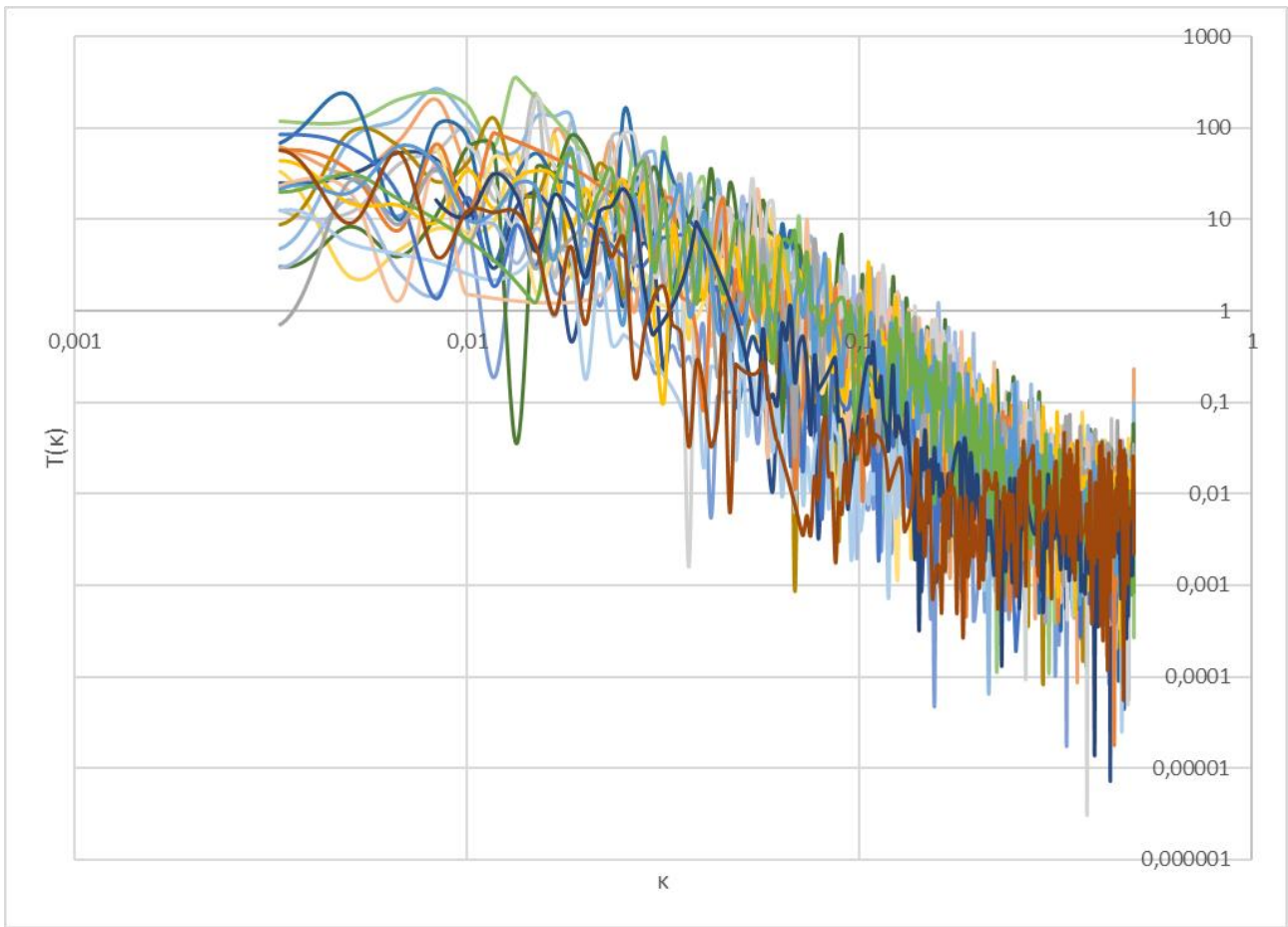
Σχήμα 4.1 Τα μέσα φάσματα θερμοκρασίας για παροχή $Q=14.87\text{cc/s}$. Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov)



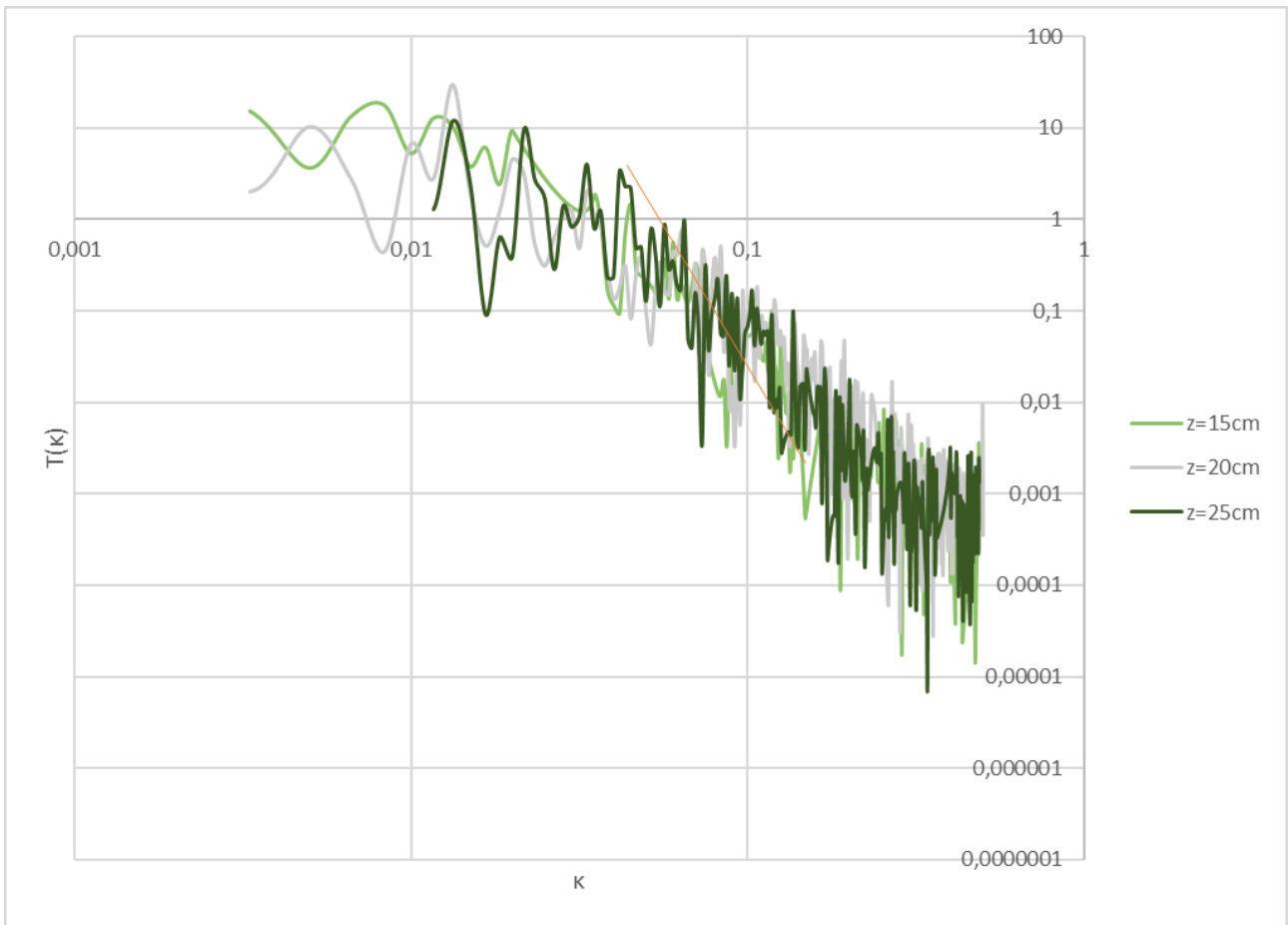
Σχήμα 4.2 Όλα τα φάσματα θερμοκρασίας που προέκυψαν από τους θερμίστορες για παροχή $Q=20.42\text{cc/s}$



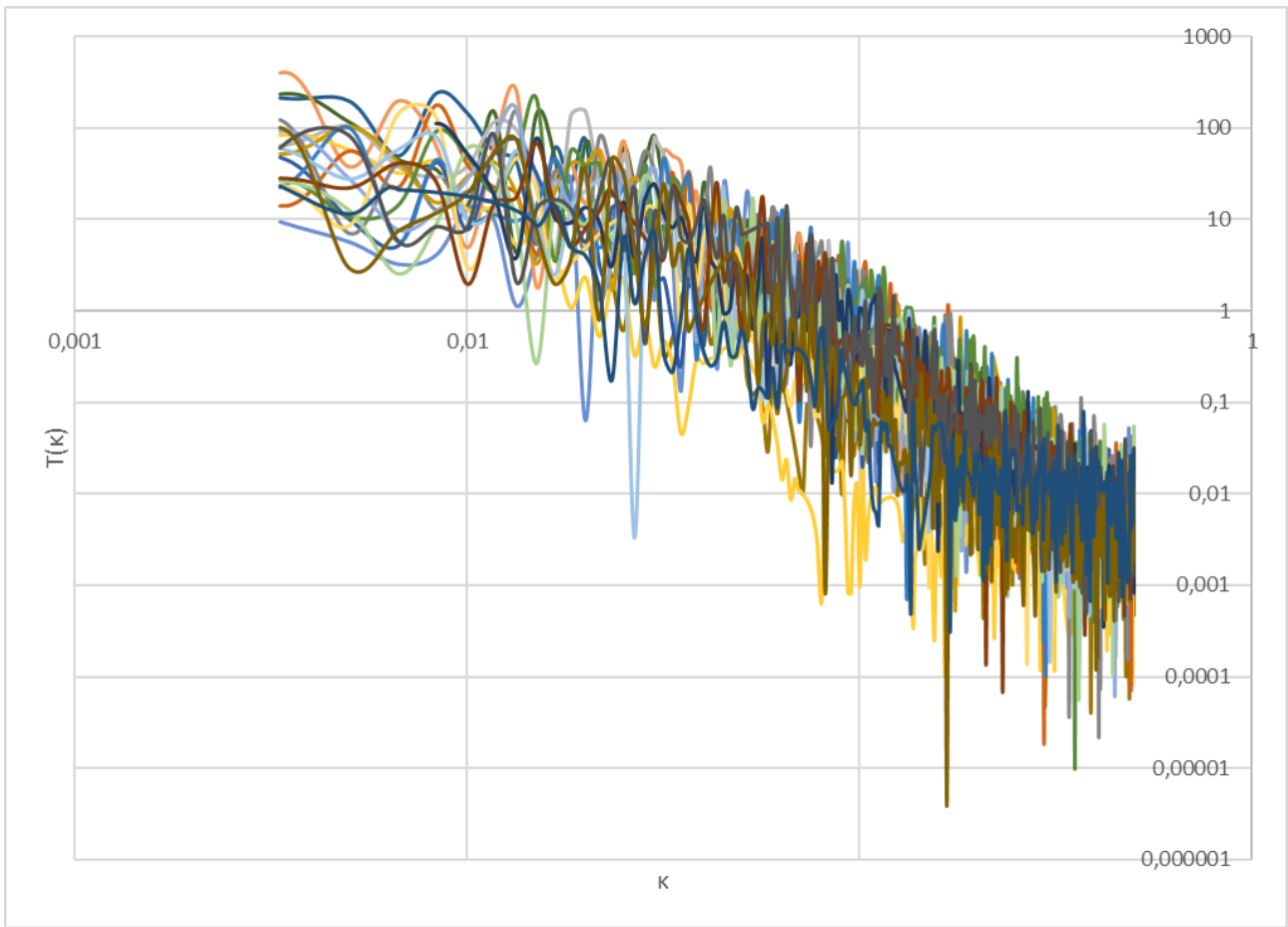
Σχήμα 4.3 Τα μέσα φάσματα θερμοκρασίας για παροχή $Q=20.42\text{cc/s}$. Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov)



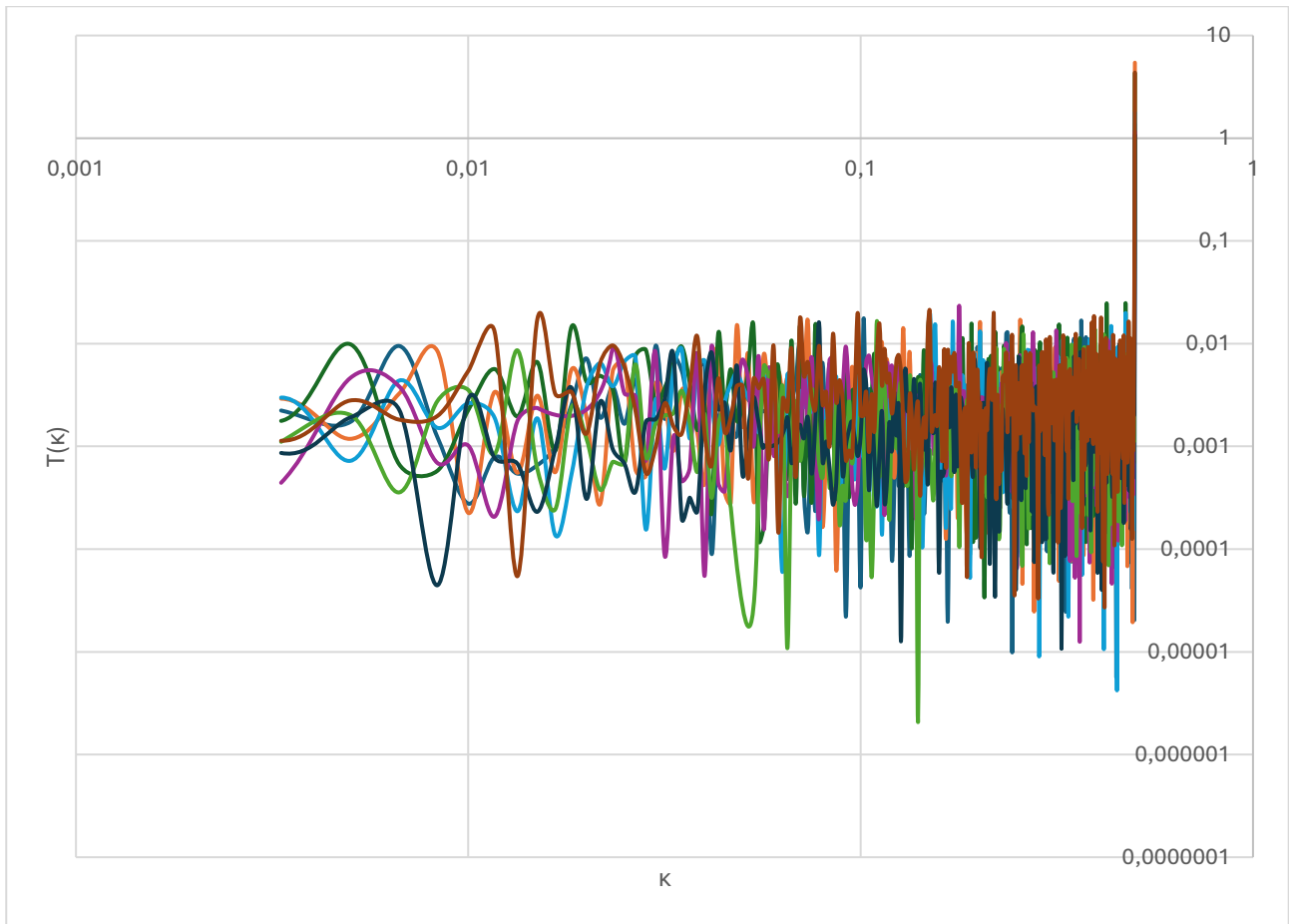
Σχήμα 4.4 Όλα τα φάσματα θερμοκρασίας που προέκυψαν από τους θερμίστορες για παροχή $Q=20.42\text{cc/s}$



Σχήμα 4.5 Τα μέσα φάσματα θερμοκρασίας για παροχή $Q=25.97\text{cc/s}$. Η γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov)



Σχήμα 4.6 Όλα τα φάσματα θερμοκρασίας που προέκυψαν από τους θερμίστορες για παροχή $Q=25.97\text{cc/s}$



Σχήμα 4.7 Φάσμα για θερμοκρασία περιβάλλοντος νερού (λευκός θόρυβος)

Τονίζεται εδώ, ότι δεν εφαρμόστηκε ευθέως ο μετασχηματισμός Fourier στις χρονοσειρές, όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο. Για την ακρίβεια μάλιστα, δεν εφαρμόστηκε ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier (DFT), ο οποίος επιτυγχάνεται οικονομικότερα με τη μέθοδο Fast Fourier Transform (FFT). Επειδή ο μετασχηματισμός FFT εφαρμόζεται μόνο στην περίπτωση που το πλήθος των παρατηρήσεων είναι δύναμη του 2 (π.χ. $2^1, 2^2, 2^3$), δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην παρούσα εφαρμογή, όπου σε καμία περίπτωση το πλήθος των παρατηρήσεων δεν ικανοποιεί αυτή τη συνθήκη. Εφαρμόστηκε ο ισοδύναμος ορισμός του φάσματος, ο οποίος επίσης αναφέρεται στο προηγούμενο υποκεφάλαιο, δηλαδή, πρώτα βρέθηκε η συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς για τις χρονοσειρές και στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω ισοδύναμος τύπος για τον υπολογισμό μονοδιάστατου διακριτού φάσματος (Koutsoyiannis 2013, Dimitriadis et al. 2016):

$$\check{s}_a(\omega) = 2\check{c}_0\Delta t + 4\Delta t \sum_{j=1}^N \check{c}_j \cos(2\pi\omega j) \quad (4.1)$$

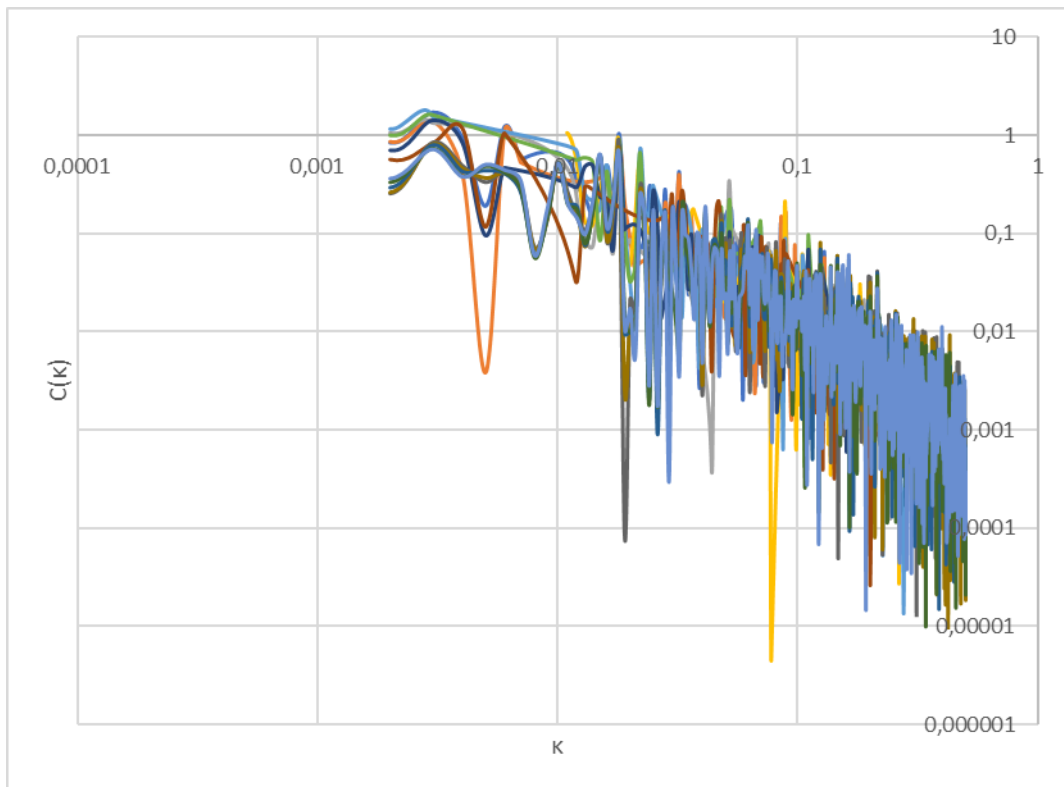
όπου η συνάρτηση $c(j)$ είναι η συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς των παρατηρήσεων με υστέρηση j , N είναι το πλήθος των παρατηρήσεων (σημειώνεται ότι, κανονικά, στην αρχική διατύπωση του τύπου στη θέση του N , υπάρχει το σύμβολο του απείρου, υποδεικνύοντας έναν άπειρο (διακριτό) χρόνο καταμέτρησης παρατηρήσεων (που είναι πρακτικά αδύνατο), ω είναι η συχνότητα και Δt ο χρόνος διακριτοποίησης. Στην προκειμένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε το πλήθος των παρατηρήσεων και όχι οι ακριβείς χρόνοι των μετρήσεων, άρα ω είναι ο αριθμός παρατήρησης πλην 1 προς το πλήθος παρατηρήσεων.

Σημειώνεται επίσης, πως οι άξονες του φάσματος είναι λογαριθμικοί. Όπως εύκολα διαπιστώνει κανείς από την παρουσία της ευθείας στο διάγραμμα, η κλίση στη ζώνη των ενδιάμεσων στροβίλων (αδρανειακή περιοχή) είναι προσεγγιστικά κοντά $-5/3$. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με το θεωρητικό τύπο (3.8), ο οποίος προκύπτει από τις υποθέσεις του A. Kolmogorov. Σημειώνεται ότι επειδή οι αριθμοί Reynolds δεν είναι πολύ μεγάλοι, οι περιοχές στις οποίες εντοπίζεται η αδρανειακή περιοχή (νόμος των $-5/3$) έχουν μικρό εύρος. (Οι υποθέσεις του Kolmogorov για να ισχύει ο νόμος των $-5/3$ απαιτούν μεγάλους αριθμούς Reynolds, όπως επισημαίνεται και στο προηγούμενο κεφάλαιο).

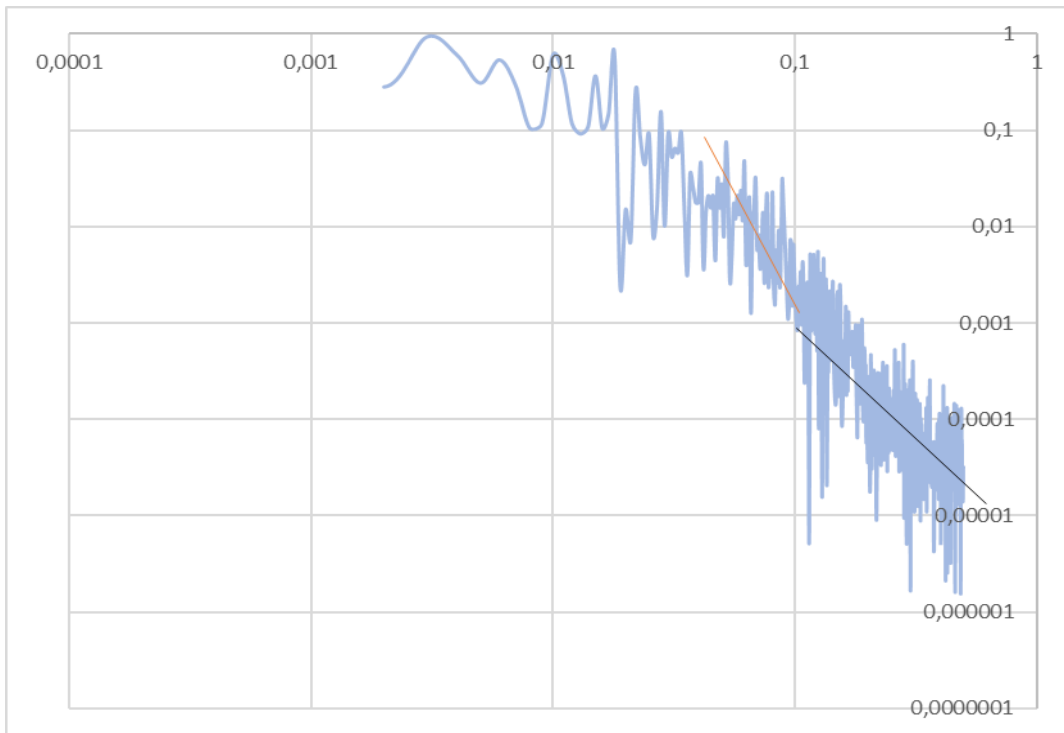
Αξίζει να σημειωθεί ότι η κλίση $-5/3$ που είναι χαρακτηριστική της αδρανειακής-μεταθετικής υποπεριοχής προσδιορίστηκε και σε πειράματα τυρβωδών κεκλιμένων φλεβών αρνητικής άνωσης (Παπακωνσταντής 2009) και βρέθηκε να ακολουθείται στη συνέχεια από την κλίση -1 που αφορά στην ιξώδη-μεταθετική υποπεριοχή, ενώ διαφορετικές μελέτες δείχνουν πως αυτή η περιοχή μεγάλης συχνότητας (ή μικρής κλίμακας) χαρακτηρίζεται από εκθετική μείωση του φάσματος της τύρβης (Dimitriadis and Koutsoyiannis 2018, Koutsoyiannis et al. 2019, Dimitriadis et al. 2021).

Η συγκέντρωση της ροδαμίνης μετρήθηκε σε διάφορα σημεία της φλέβας για περίπου 30s. Στη συνέχεια, τα φάσματα ομαδοποιούνται ανάλογα με τις αποστάσεις τους από το ακροφύσιο. Συγκεκριμένα, μετρήσεις γίνονται (με βήμα εκατοστού) για αποστάσεις από το ακροφύσιο 28 έως 32 cm, ενώ η ομαδοποίηση των φασμάτων γίνεται ανά μισό εκατοστό. Τα φάσματα εξάγονται από χρονοσειρές σε σημεία επί του άξονα της φλέβας και για διάφορες αποστάσεις από το ακροφύσιο, με παροχή $Q=14.87$ cc/s. Όπως και για τους θερμίστορες, για την κατασκευή του φάσματος εφαρμόστηκε ο τύπος (4.1). Τέλος, η κλίση $-5/3$ (λογαριθμικοί άξονες) για την αδρανειακή-μεταθετική υποπεριοχή (ενδιάμεσοι στρόβιλοι) επιβεβαιώνεται και πάλι (με γραμμή). Συγκεκριμένα, όπως και στην περίπτωση των θερμιστόρων, ο νόμος των

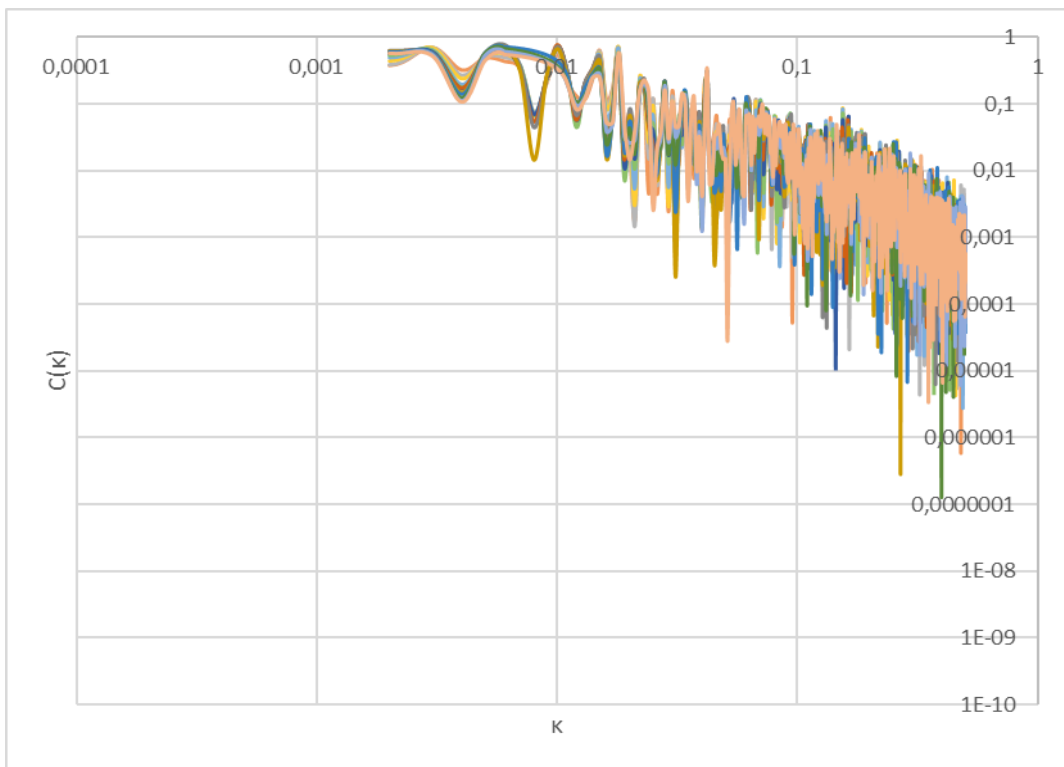
-5/3 επαληθεύεται στα μέσα φάσματα (για λόγους ευκρίνειας). Επιπλέον, στα φάσματα συγκέντρωσης προσδιορίζεται γραφικά και η κλίση -1 για την υποπεριοχή ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας, η οποία κλίση επίσης απεικονίζεται (μαύρη γραμμή) στα διαγράμματα των μέσων φασμάτων (και πάλι για λόγους ευκρίνειας). Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης παρουσιάζονται παρακάτω. Όπως και για τα φάσματα της θερμοκρασίας, όλες οι μετρήσεις αφορούν στην πλήρως αναπτυγμένη περιοχή όπως διαπιστώνεται και από τα διαγράμματα ($z > 10-15D = 5-7.5\text{cm}$).



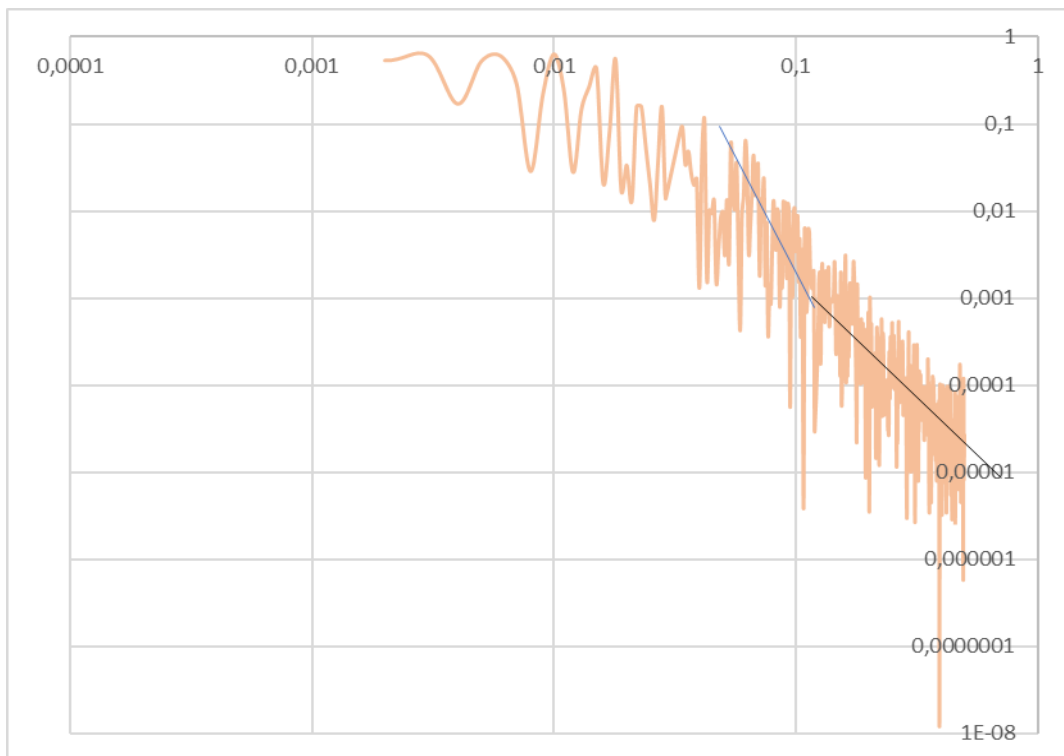
Σχήμα 4.8 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 28-28.5cm από το ακροφύσιο



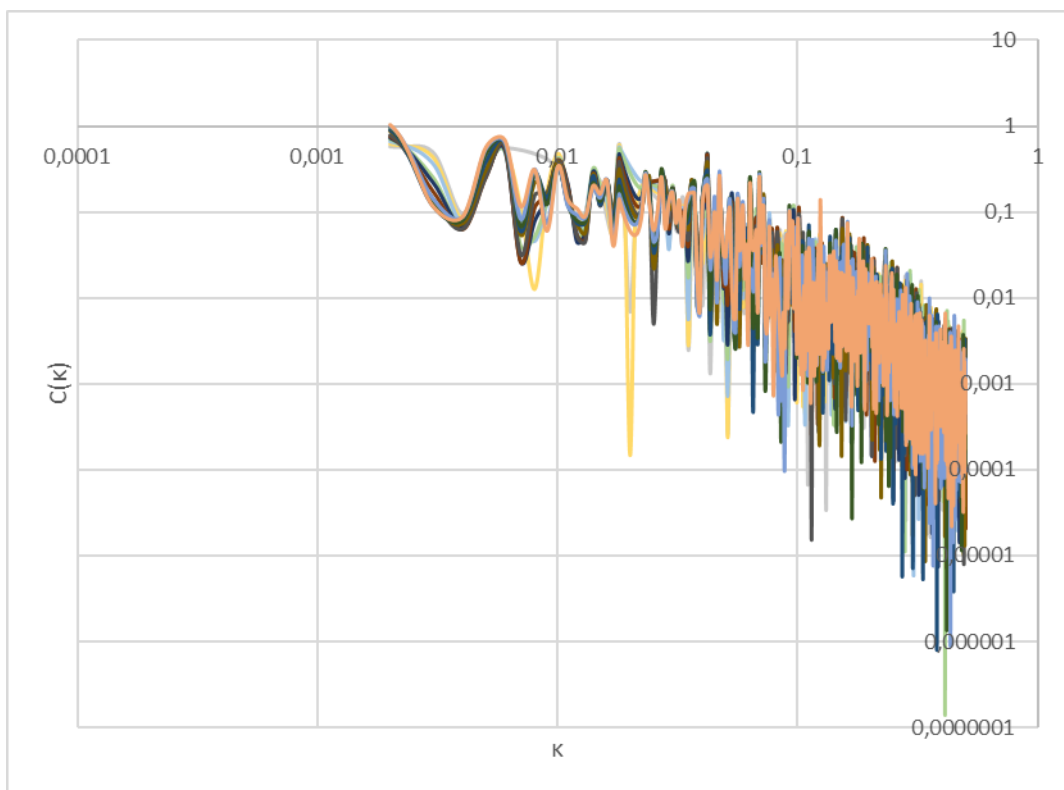
Σχήμα 4.9 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (28-28.5cm). Η (πορτοκαλί) γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , εξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)



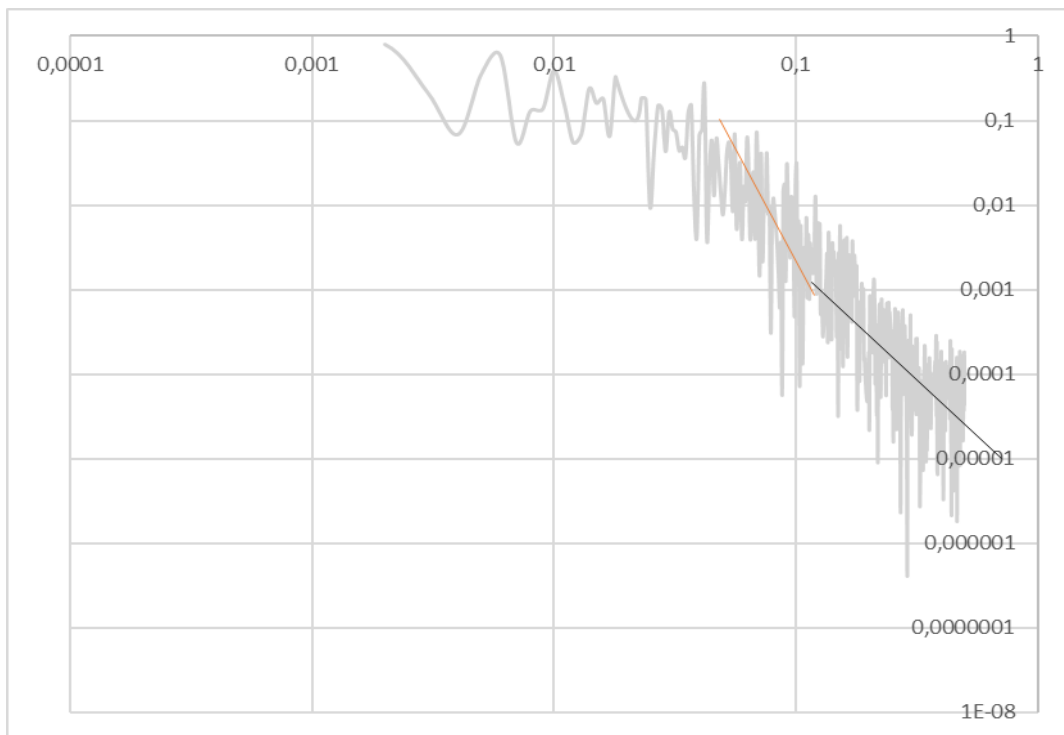
Σχήμα 4.10 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 28.5-29cm από το ακροφύσιο



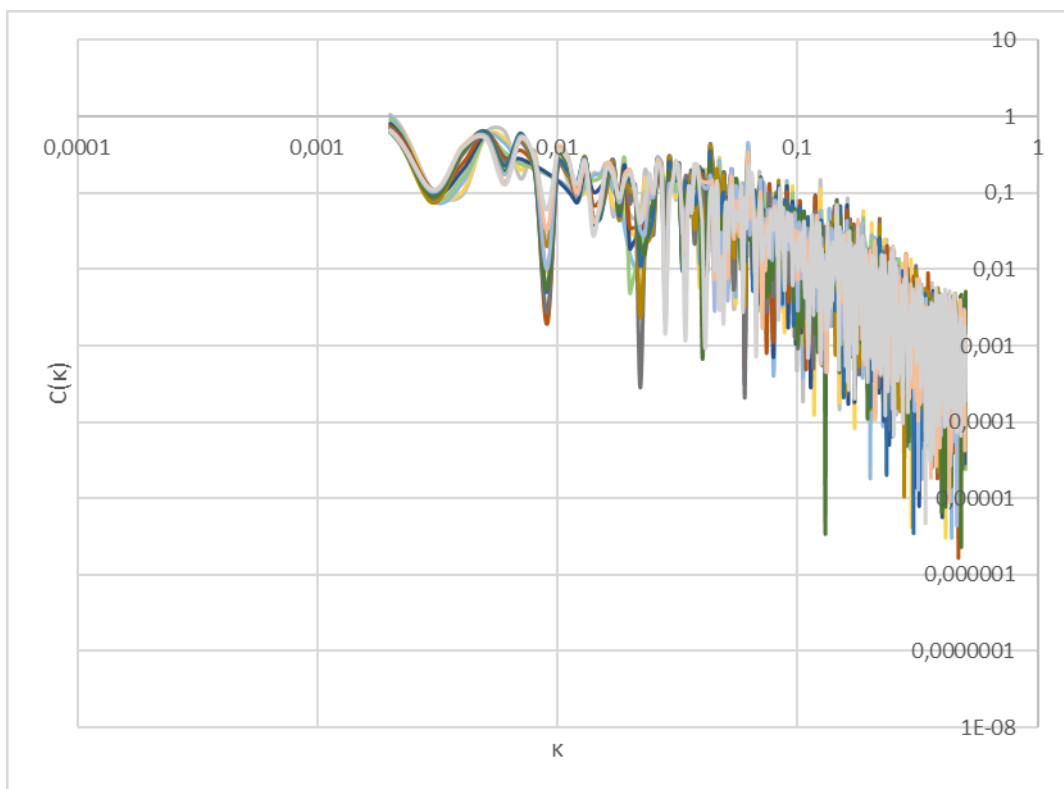
Σχήμα 4.11 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (28.5-29cm). Η (μπλε) γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)



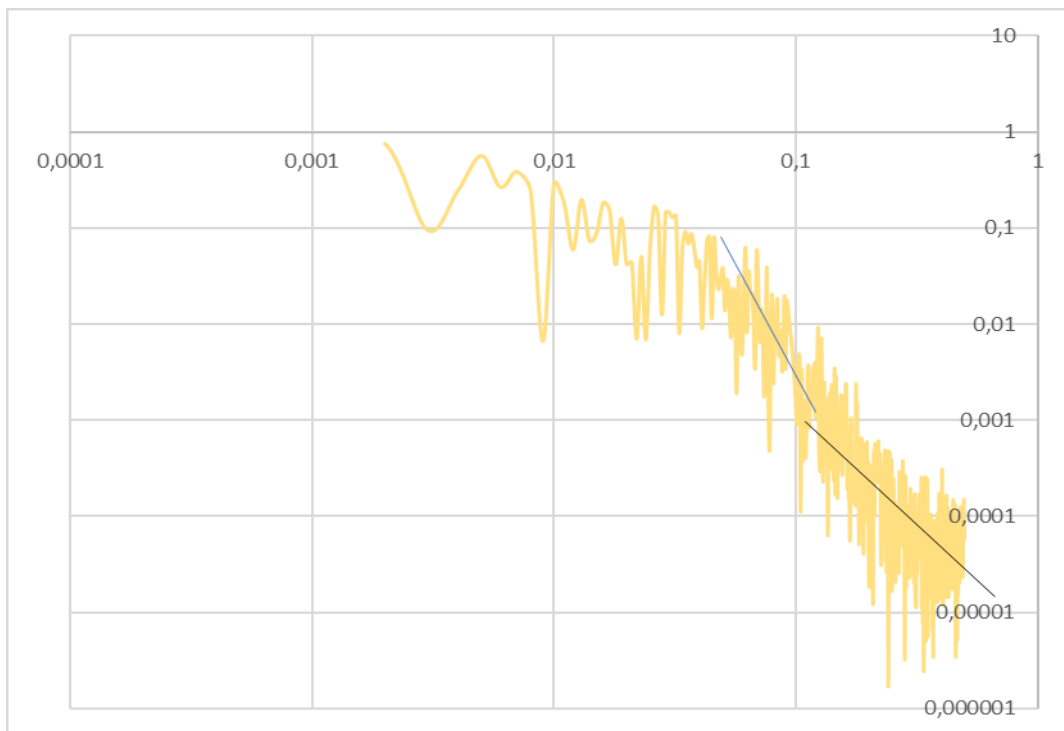
Σχήμα 4.12 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 29-29.5cm από το ακροφύσιο



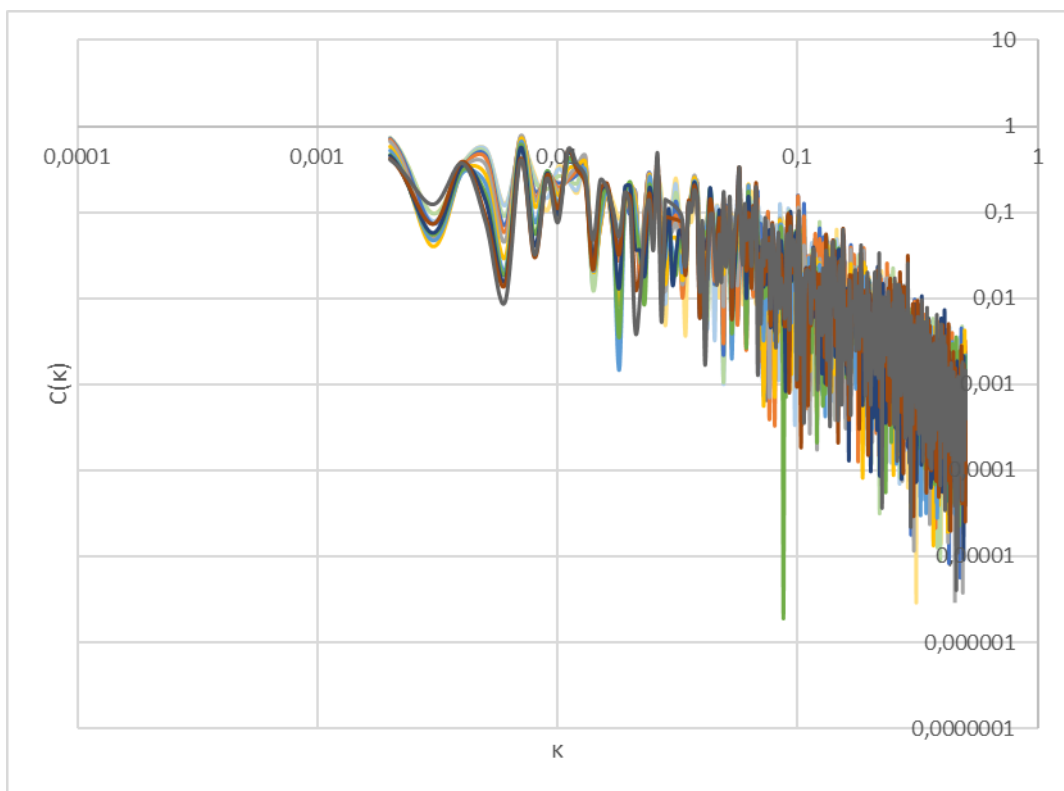
Σχήμα 4.13 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (29-29.5cm). Η (πορτοκαλί) γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)



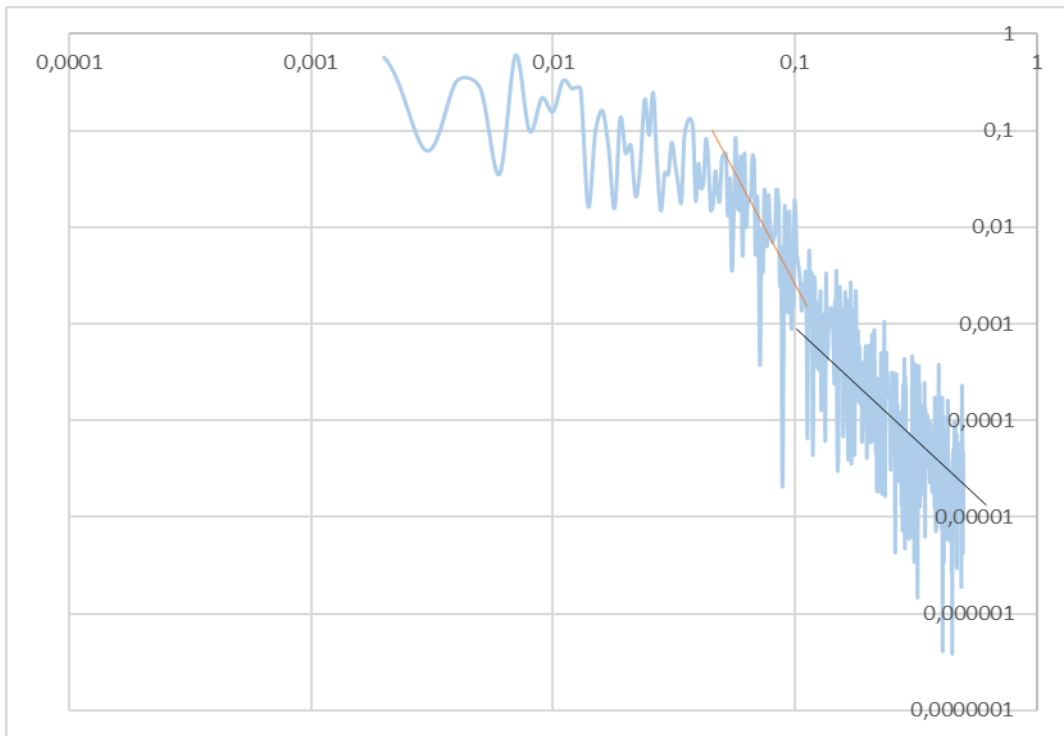
Σχήμα 4.14 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 29.5-30cm από το ακροφύσιο



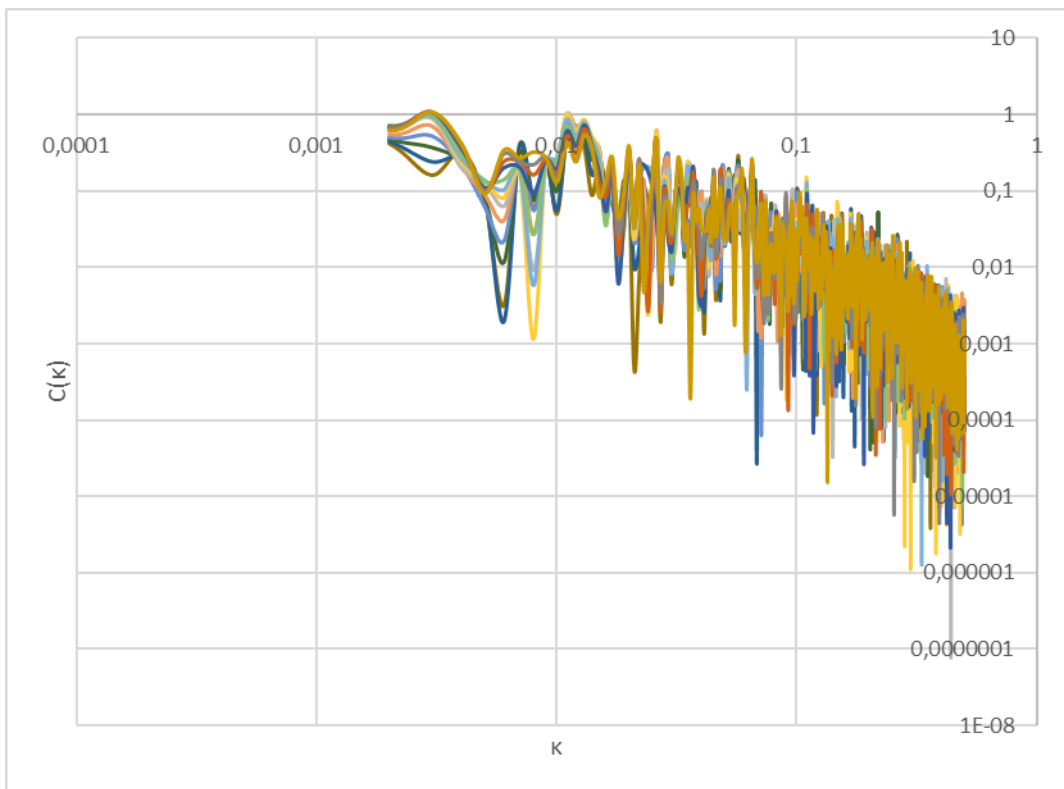
Σχήμα 4.15 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (29.5-30cm). Η (μπλε) γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)



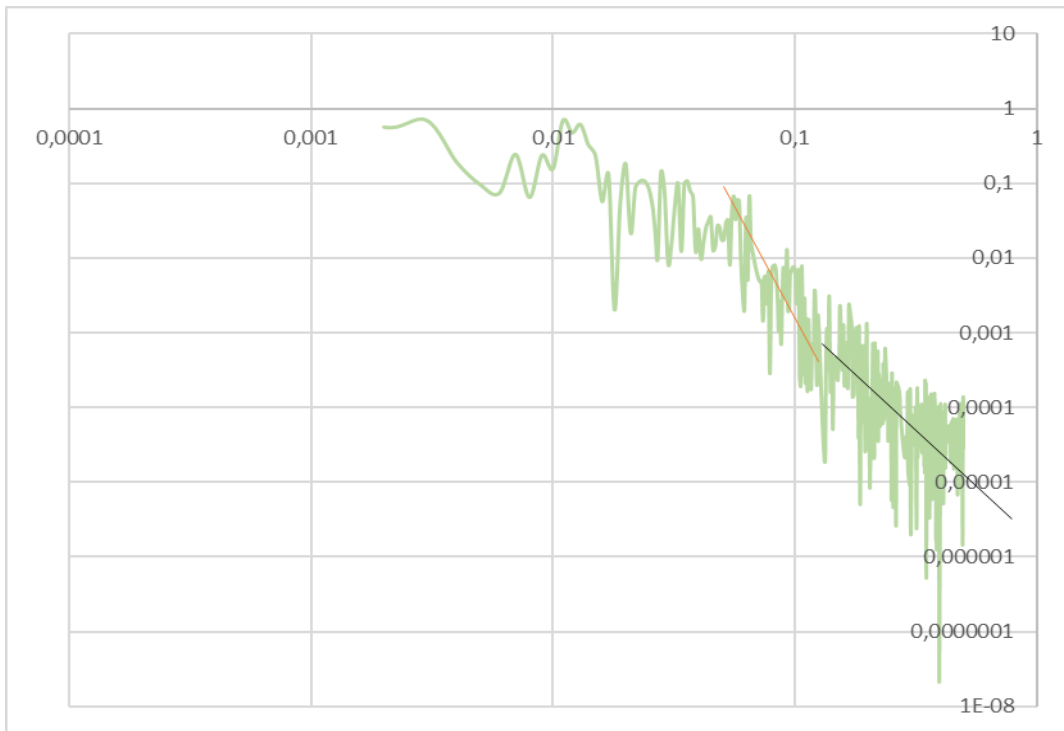
Σχήμα 4.16 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 30-30.5cm από το ακροφύσιο



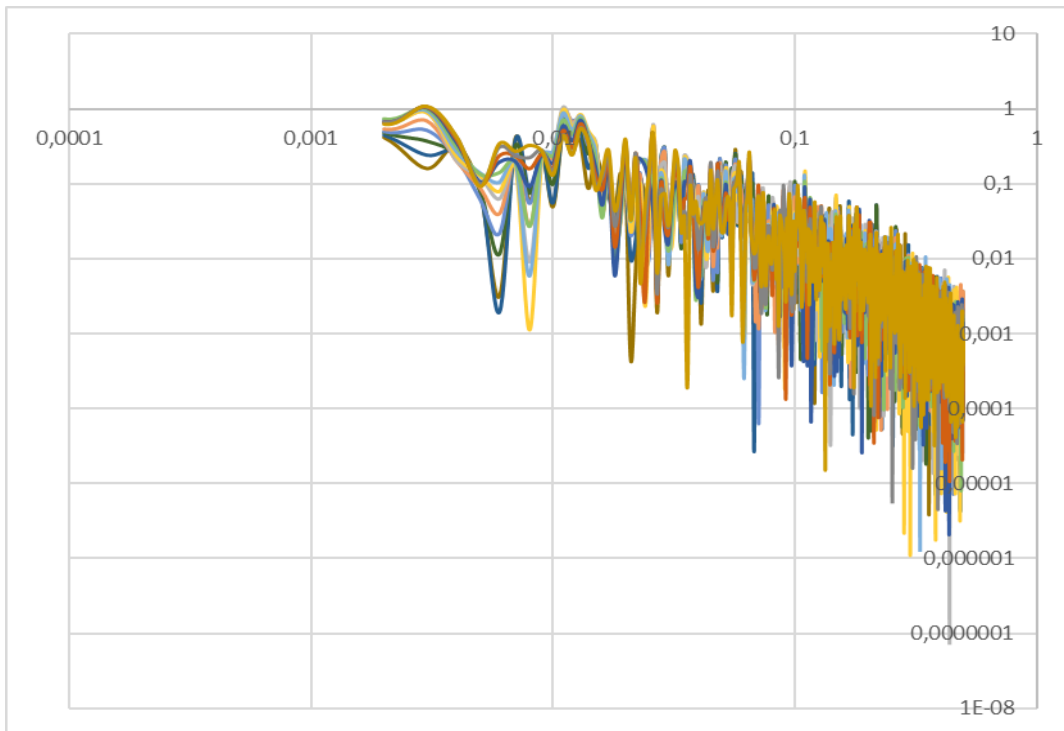
Σχήμα 4.17 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (30-30.5cm). Η (πορτοκαλί) γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , εξόδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)



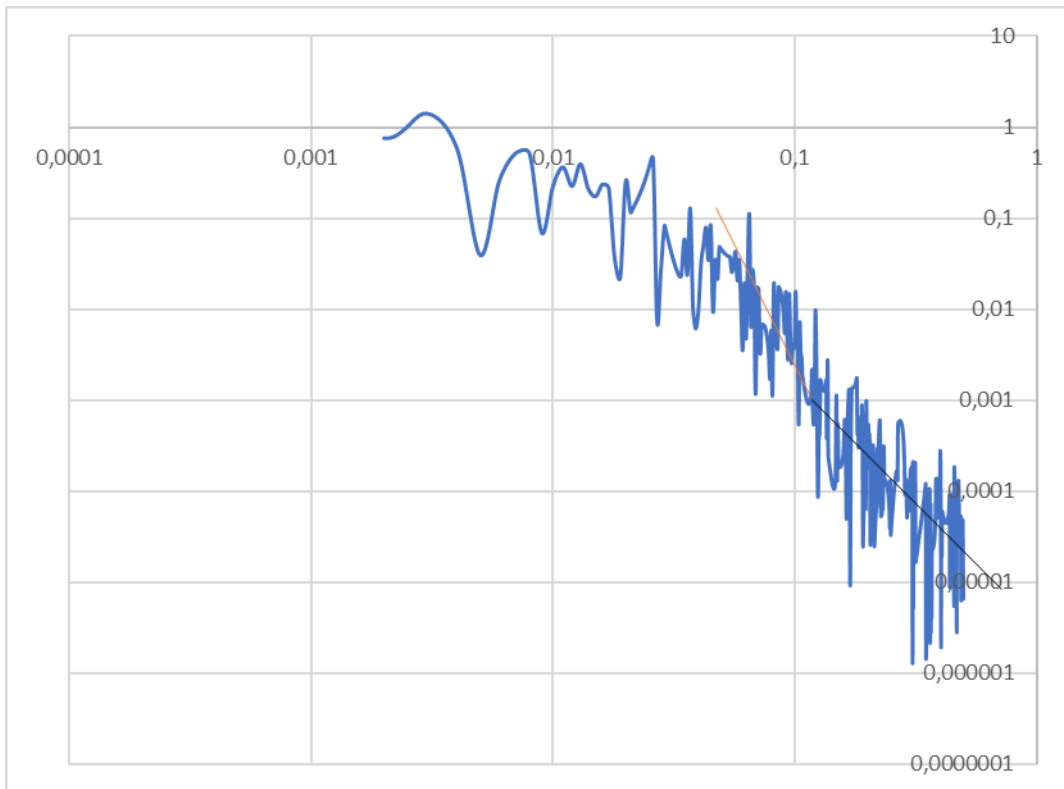
Σχήμα 4.18 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 30.5-31cm από το ακροφύσιο



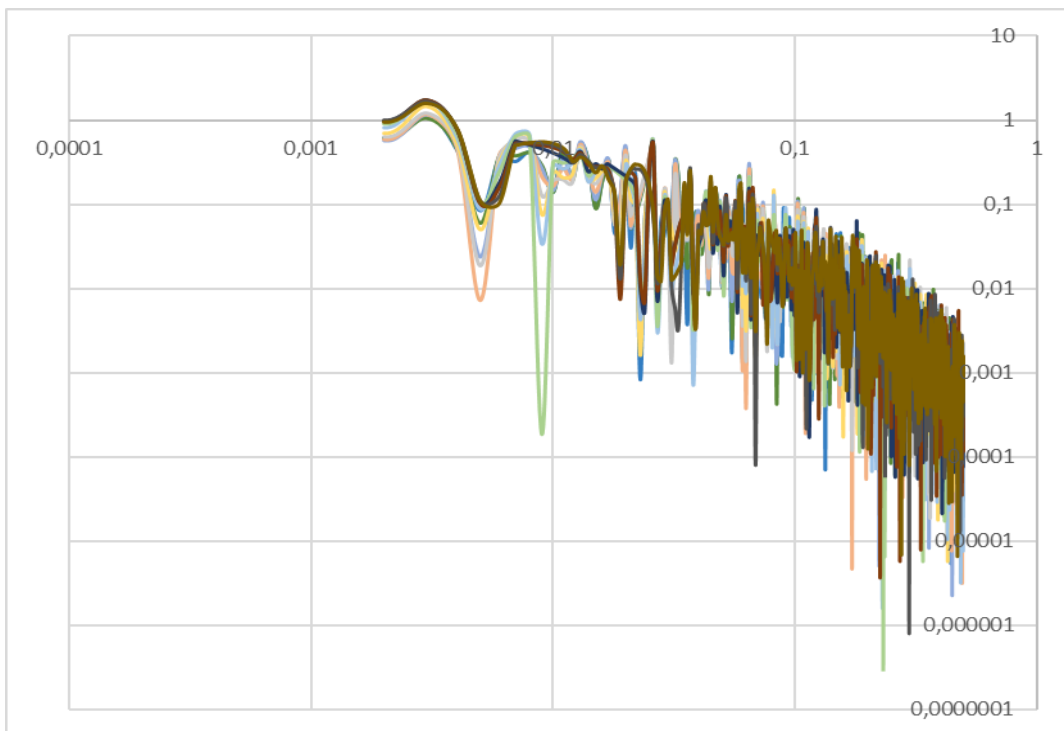
Σχήμα 4.19 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (30.5-31cm). Η (πορτοκαλί) γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)



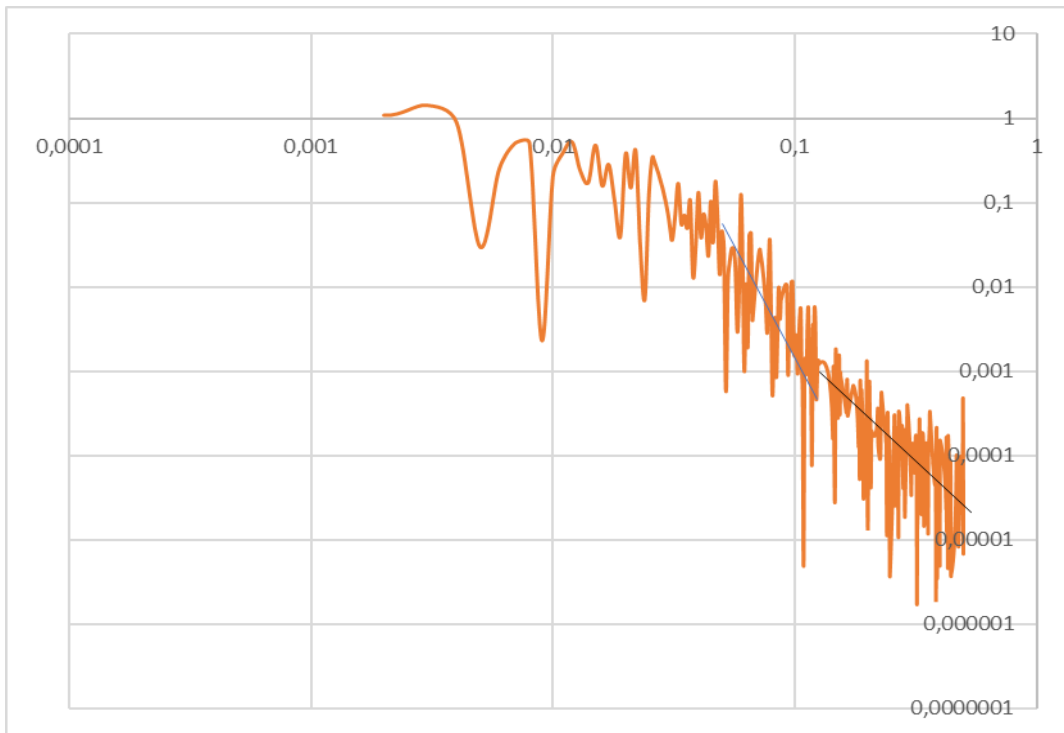
Σχήμα 4.20 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 31-31.5cm από το ακροφύσιο



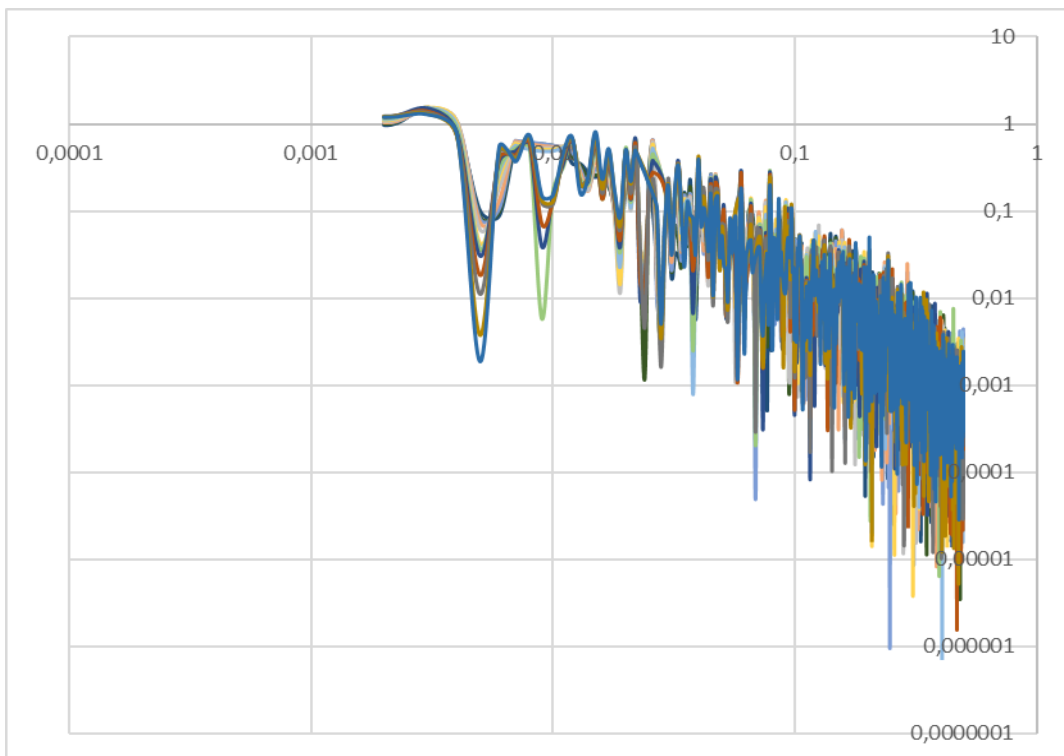
Σχήμα 4.21 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (31-31.5cm). Η (πορτοκαλί) γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)



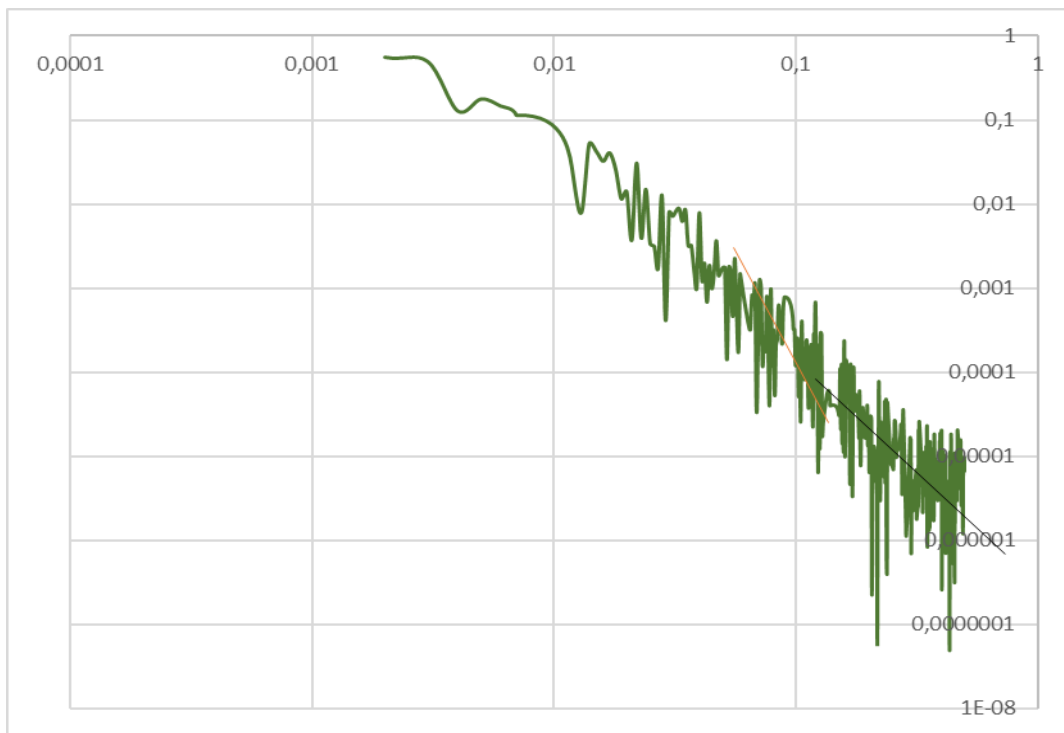
Σχήμα 4.22 Τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G σε απόσταση 31.5-32cm από το ακροφύσιο



Σχήμα 4.23 Το μέσο φάσμα των παραπάνω φασμάτων (31.5-32cm). Η (μπλε) γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)



Σχήμα 4.24 Όλα τα φάσματα συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G (σε απόσταση 28-32cm από το ακροφύσιο)



Σχήμα 4.25 Το μέσο φάσμα όλων των φασμάτων συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G (28-32cm). Η (πορτοκαλί) γραμμή έχει κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov). Ακολουθεί κλίση -1 για την υποπεριοχή -1 , ιξώδους απόσβεσης της ενέργειας (μαύρη γραμμή)

5. ΣΥΝΟΨΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην εργασία αυτή πραγματοποιήθηκε ιστορική αναδρομή στην Υδρομηχανική και έγινε εφαρμογή στα φάσματα τύρβης.

Η ιστορική αναδρομή ξεκινάει με τρία έργα από την αρχαία Ελλάδα τα οποία αναδεικνύουν το ενδιαφέρον των ανθρώπων να τιθαसेύσουν το νερό, αφού είναι ένα από τα πιο αναγκαία αγαθά. Αρχικά, φιλοσοφικοί προβληματισμοί και γενικότερα η τάση των ανθρώπων για μια καθολική ερμηνεία του κόσμου, τους ωθεί στην αποκρυπτογράφηση των ιδιοτήτων του νερού. Αυτές οι προθέσεις αποκτούν υπόσταση και μορφή για πρώτη φορά στα χέρια του Αρχιμήδη. Μεσολαβούν πολλά χρόνια, μετά τον Αρχιμήδη, ώσπου να αναζωπυρωθεί η θεωρητική μελέτη των ιδιοτήτων του νερού από νέα πρόσωπα, όπως για παράδειγμα τον Λεονάρντο ντα Βίντσι και τον Νεύτωνα. Οι εξισώσεις που περιγράφουν πλήρως τη ροή του νερού διατυπώνονται για πρώτη φορά το 19^ο αιώνα. Τον 20^ο αιώνα, οι επιστήμονες καταπιάνονται με την επίλυση αυτών των εξισώσεων. Διαπιστώνεται ότι η επίλυση αυτών των εξισώσεων δεν είναι μία απλή υπόθεση. Μάλιστα, πολλά μαθηματικά επιτεύγματα επιτυγχάνονται με αφορμή τις δυσκολίες και τα εμπόδια που προβάλλει η Υδρομηχανική. Τελικά, αναπτύσσονται αριθμητικές και πειραματικές τεχνικές για την επίλυση της πλειοψηφίας των προβλημάτων. Οι αναλυτικές λύσεις εφαρμόζονται σε λίγες και απλές περιπτώσεις.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν πειραματικά δεδομένα για τυρβώδεις ροές και δημιουργήθηκαν τα φάσματα τύρβης. Τα πειραματικά δεδομένα προέρχονται από προηγούμενες εργασίες και περιλαμβάνουν:

(α) μετρήσεις θερμοκρασίας σε τυρβώδεις ανωστικές φλέβες θερμού νερού που διοχετευόταν σε νερό μικρότερης θερμοκρασίας χρησιμοποιώντας θερμίστορες και

(β) μετρήσεις συγκέντρωσης ροδαμίνης σε απλές τυρβώδεις φλέβες (χωρίς άνωση) με την οπτική τεχνική Laser Induced Fluorescence (LIF).

Τα κυριότερα συμπεράσματα της εργασίας συνοψίζονται παρακάτω:

- Η δυναμική συμπεριφορά του νερού είναι δύσκολο να προβλεφθεί. Ο Αρχιμήδης μάλιστα ασχολείται μόνο με την υδροστατική. Η περιγραφή της τυρβώδους ροής είναι ιδιαίτερα σύνθετο πρόβλημα και παραμένει ακόμα ένα ανοιχτό πεδίο έρευνας.
- Η ροή περιγράφεται από μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις γνωστές ως εξισώσεις Navier-Stokes οι οποίες στη γενική περίπτωση δεν λύνονται αναλυτικά. Αναλυτικές λύσεις υπάρχουν σε πολύ απλές περιπτώσεις ροής όπου μπορούν να αμεληθούν κάποιοι όροι των εξισώσεων και με σχετικά απλή γεωμετρία (οριακές συνθήκες). Οι εξισώσεις Navier-Stokes προσεγγίζονται με αριθμητικές και πειραματικές τεχνικές. Σημαντική συμβολή στην απλοποίηση προβλημάτων παρέχει και η θεωρία του οριακού στρώματος από τον Ludwig Prandtl (Boundary Layer Theory).
- Ιδιαίτερα στο χώρο της Υδρομηχανικής, οι πειραματικές τεχνικές, όπως για παράδειγμα οι LIF και PIV, είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικές στη διερεύνηση του πεδίου ροής και σε συνδυασμό με τη διαστατική ανάλυση επιτρέπουν συχνά την επίλυση προβλημάτων.
- Τα φάσματα τύρβης παρουσιάζουν την κατανομή της ενέργειας με τον κυματικό αριθμό. Το φάσμα δημιουργείται από μια χρονοσειρά δεδομένων με τη χρήση του διακριτού μετασχηματισμού Fourier (DFT). Μία συνήθης μέθοδος επίλυσης του διακριτού μετασχηματισμού Fourier (DFT) είναι η μέθοδος Fast Fourier Transform (FFT). Ωστόσο, στην παρούσα εργασία εφαρμόζεται ένας ισοδύναμος ορισμός (4.1) (Koutsoyiannis 2013, Dimitriadis et al. 2016), αφού δεν ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις της μεθόδου FFT.
- Η κλίση $-5/3$ (νόμος του Kolmogorov) επιβεβαιώνεται στα φάσματα της θερμοκρασίας αλλά και της συγκέντρωσης ροδαμίνης 6G (Dimitriadis 2017) και υποδηλώνει την αδρανειακή περιοχή. Γενικά, για τις υποπεριοχές όπου υπάρχουν μικροί και μεγάλοι στρόβιλοι δεν υπάρχουν καθολικοί νόμοι, όπως συμβαίνει στην αδρανειακή περιοχή. Στις μετρήσεις συγκέντρωσης ροδαμίνης εμφανίζεται κλίση -1 που είναι χαρακτηριστική στην υποπεριοχή της ιξώδους απόσβεσης των τυρβωδών διακυμάνσεων.

Κλείνοντας μια εργασία που εμπεριέχει μια ιστορική αναδρομή δεν μπορεί να αποφύγει κανείς να στρέψει το βλέμμα του και να κάνει μια αναφορά προς το μέλλον. Η εξέλιξη της Ρευστοδυναμικής πιθανόν να συμπεριλάβει στο αντικείμενό της μια πιο γενικευμένη

προσέγγιση της κεντρικής της έννοιας που είναι η ροή, σαν κινητήρα ελέγχου των πιθανοτήτων και χαοτικών ιδιαιτεροτήτων κάθε ρέουσας μεταβολής που εμφανίζει ο φυσικός μας κόσμος. Ενδέχεται η Ρευστοδυναμική να εξελιχθεί εν τέλει σε μία επιστήμη μελέτης της ρευστότητας των μεταβολών και της δυναμικής τους επίδρασης. Άλλωστε είναι χαρακτηριστική η φιλοσοφική ρήση του Ηρακλείτου «Τα πάντα ρει».

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ανώνυμος, Βίος Πυθαγόρου, στο Φωτίου, Μυριόβιβλον, 1653, [https://el.wikisource.org/wiki/Μαρτυρία_\(Αριστοτέλης\)](https://el.wikisource.org/wiki/Μαρτυρία_(Αριστοτέλης)).

Γαλίκας Μάρκος, 2020, Μοντελοποίηση βλάστησης κατά τον υπολογισμό τυρβωδών ροών σε αστικές περιοχές, Διπλωματική εργασία, Σχολή μηχανολόγων μηχανικών, Αθήνα.

Δημητριάδης Π., 2023, Μετρήσεις τύρβης σε θερμαινόμενη φλέβα, Σημειώσεις από το μάθημα του χειμερινού εξαμήνου 2023-2024: Πειραματική Υδραυλική, Αθήνα.

Κουτσογιάννης Δημήτρης, Μαμάσης Νίκος, Δευτεραίος Παναγιώτης, 2019, Η εξέλιξη της επιστήμης και τεχνολογίας νερού στην αρχαία Αθήνα, Πολυτεχνείο Κρήτης (https://www.researchgate.net/profile/Demetris_Koutsoyiannis/publication/331968041_E_exelixe_tes_epistemes_kai_tehnologias_nerou_sten_archaia_Athena_The_evolution_of_water_science_and_technology_in_ancient_Athens/links/5c95f8e6a6fdccd46033ebc1/E-exelixe-tes-epistemes-kai-tehnologias-nerou-sten-archaia-Athena-The-evolution-of-water-science-and-technology-in-ancient-Athens.pdf).

Μαρκάτος, Ν. Χ., 2020, Μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών και όγκων ελέγχου. Υπολογιστικές μέθοδοι σε τυρβώδεις ροές (βιβλίο), Μεταπτυχιακό πρόγραμμα: Υπολογιστική μηχανική.

Μήνος Π., 2019, Διδιάστατες Κατακόρυφες Φλέβες Αρνητικής Άνωσης, Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Νουτσόπουλος, Γ., Χριστοδούλου, Γ., 1996, *Μαθήματα Μηχανικής των Ρευστών για Πολιτικούς Μηχανικούς*, Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Παπακωνσταντής Η. Γ. 2009 Τυρβώδεις κυκλικές φλέβες αρνητικής άνωσης υπό γωνία σε ακίνητο ομογενή αποδέκτη, Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Σολωμού Παναγιώτα, 2022, Μετρήσεις σε κατακόρυφες τυρβώδεις φλέβες με την τεχνική Laser Induced Fluorescence (LIF), Διπλωματική εργασία, Σχολή πολιτικών μηχανικών, Αθήνα.

Anderson J. D. Jr., 2016, *Fundamentals of Aerodynamics*, 6th edition, McGraw-Hill.

Anderson, J. D. Jr., 2016, *Some Reflections on the History of Fluid Dynamics*, Taylor & Francis Group, LLC.

Angelakis, A. N., Koutsoyiannis, D. & Papanicolaou, P., 2005. Proceedings of the 2nd International Conference on Ancient Greek Technology, Technical Chamber of Greece, pp. 551-556 (Wastewater management in the Minoan civilization).

Angelakis, A. N., Koutsoyiannis, D. & Papanicolaou, P., 2012. On the geometry of the Minoan water conduits. 3rd IWA Specialized Conference on Water & Wastewater Technologies in Ancient Civilizations, Istanbul, Turkey, 172–177, International Water Association.

Ayegba Paul Onubi, Edomwonyi-Out Lawrence C., 2020, *Turbulence statistics and flow structure in fluid flow using particle image velocimetry technique: A review*, John Wiley & Sons, Ltd.

Bakker, A., 2002, Lecture 8,9-Kolmogorov's Theory Applied Computational Fluid Dynamics, Educational material, Fluent Inc., Available from <http://www.bakker.org/dartmouth06/engs150/09-kolm.pdf>

Bradshaw Peter, 1970, *Experimental Fluid Mechanics*, 2nd edition, Pergamon Press, Imperial College of Science and Technology.

Cerutti, S. and Meneveau, C., 2000. Statistics of filtered velocity in grid and wake turbulence. *Physics of Fluids*, 12(1): 143-1 165.

Chen J., Hou, T. Y., 2022, Stable nearly self-similar blowup of the 2D Boussinesq and 3D Euler equations with smooth data, *arXiv* (DOI: [10.48550/arxiv.2210.07191](https://doi.org/10.48550/arxiv.2210.07191)).

Dimitriadis P., 2017 *Hurst-Kolmogorov dynamics in hydroclimatic processes and in the microscale of turbulence*, PhD Thesis, School of Civil Engineering, National Technical University of Athens, Athens.

Dimitriadis, P., and D. Koutsoyiannis, 2018, Stochastic synthesis approximating any process dependence and distribution, *Stochastic Environmental Research & Risk Assessment*, 32 (6), 1493–1515, doi:10.1007/s00477-018-1540-2.

Dimitriadis, P., D. Koutsoyiannis, 2016, and P. Papanicolaou, Stochastic similarities between the microscale of turbulence and hydrometeorological processes, *Hydrological Sciences Journal*, 61 (9), 1623–1640, doi:10.1080/02626667.2015.1085988.

Dimitriadis, D., D. Koutsoyiannis, T. Iliopoulou, and P. Papanicolaou, 2021, A global-scale investigation of stochastic similarities in marginal distribution and dependence structure of key hydrological-cycle processes, *Hydrology*, 8 (2), 59, doi:10.3390/hydrology8020059.

Durbin, P. A., Pettersson-Reif, B., A., 2011, *Statistical Theory and Modeling for Turbulent Flow*, 2nd Edition, John Wiley and Sons, Ltd., Chichester, West Sussex.

Durst, F. (author), Melling, D. (author), Oka, S. N. (author), Vad, J. (editor), Lajos, T. (editor), Schilling, R. (editor) 2004, *Modelling Fluid Flow: The State of the Art*, Springer, pp. 49-77 (Development of Fluid Mechanics Methods in the 20th century and the Application to Laminar and Turbulent Flow Investigations).

Encyclopaedia Britannica, Torricelli's law (<https://www.britannica.com/science/Torricellis-law>).

Ferrier, Funk and Roberts, 1993, Application of optical techniques to the study of plumes A. J. in stratified fluids, in Elsevier *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, vol.20, no. 1-2, pp. 155-183.

Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, J. and Brooks, N.H., 1979, *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Academic Press, Waltham.

French, R.H., 1985, *Open-channel hydraulics*, McGraw-Hill.

Gad-el-Hak, E., 1998, Fluid Mechanics from the Beginning to the Third Millennium, *International Journal of Engineering Education* 14(3).

Georgakopoulos, K. (author), Papadopoulos, A. (editor), 2012, *Talanta XLIV*, pp. 137-156 (Minoan-Anatolian relations and the Ahhiyawa Question: a re-assessment of the evidence).

Kang, H.S., Chester, S., Meneveau, C., 2003. Decaying turbulence in an active-grid-generated flow and comparisons with large-eddy simulation, *Journal of Fluid Mechanics*, 480, 129-160.

Kaplun, Saul, 1954, *The role of coordinate systems in boundary layer theory* (PhD), California Institute of Technology.

Khintchine, A., 1934, Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse, *Mathematische Annalen*, 109(1): 604–615.

Koutsogiannis, D., 2013, *Encolpion of stochastics: Fundamentals of stochastic processes*, [doi:10.13140/RG.2.2.10956.82564](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.10956.82564), Department of Water Resources and Environmental Engineering – National Technical University of Athens, Athens.

Koutsogiannis, D. and Patrikiou, A. (authors), Tvedt, T. and Oestigaard, T. (editors), 2014, *A History of Water: Water and Urbanization*, chapter 6, Tauris, London, pp. 130-148 (Water Control in Ancient Greek Cities).

Koutsogiannis, D., P. Dimitriadis, F. Lombardo, and S. Stevens, 2018, From fractals to stochastics: Seeking theoretical consistency in analysis of geophysical data, *Advances in Nonlinear Geosciences*, edited by A.A. Tsonis, 237–278, doi:10.1007/978-3-319-58895-7_14, Springer.

Kraichnan, R.H., 1959. The structure of isotropic turbulence at very high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, (5) 497.

Kundu, P. K., Cohen, I. M., 2001, *Fluid Mechanics*, 2nd edition, Academic Press.

Marsden, J. E., Tromba, A., 1988, *Vector Calculus*, Freeman & Company, W&H, (μτφρ. Απόστολος Γιαννόπουλος, 2018, ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΕΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΡΗΤΗΣ).

Papakonstantis I. G., Christodoulou G. C. and PN Papanicolaou P. N., 2011a Inclined negatively buoyant jets 1: geometrical characteristics, *Journal of Hydraulic Research*, 49: 1, 3 — 12.

Papakonstantis I. G., Christodoulou G. C. and PN Papanicolaou P. N., 2011b Inclined negatively buoyant jets 2: concentration measurements. *Journal of Hydraulic Research* 49.1, 13-22.

Papakonstantis, I.G., Tsatsara E.I., 2018, Trajectory Characteristics of Inclined Turbulent Dense Jets. *Environ. Process.* **5**, 539–554. <https://doi.org/10.1007/s40710-018-0307-6>

Papakonstantis I.G., Tsatsara E.I., 2019, Mixing Characteristics of Inclined Turbulent Dense Jets. *Environ. Process.* **6**, 525–541. <https://doi.org/10.1007/s40710-019-00359-w>

Papanicolaou, P. N. & List, J. E. 1988 Investigations of round vertical turbulent buoyant jets. *J. Fluid Mech.* 195, 341–391.

Pope, S.B., 2000. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press.

Roberts, P. J. W., Webster, D. R., 2002, "Turbulent diffusion", in *Environmental Fluid Mechanics Theories and Application*, edited by H. Shen, A. Cheng, K.-H. Wang, M.H. Teng, and C. Liu, ASCE.

Sakellariou, M. (author), Cadogan, G. (editor), 1986, The end of the Early Bronze in the Aegean, BRILL, pp. 131-133 (Who Were the Immigrants?).

Sir Thomas Little Heath, 1897, The works of Archimedes, Cambridge University Press.

Stoica, P., Moses R., 2004. Spectral analysis of signals, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

Taylor, R. J., 2005, Classical Mechanics, University Science Books.

Theodosiou, E., Dimitrijevic, M. S., Danezis, E., 2008, Η ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΥΔΑΤΟΣ ΑΠΟ ΤΙΣ ΑΡΧΑΙΕΣ ΕΛΛΗΝΙΚΕΣ ΚΟΣΜΟΓΟΝΙΕΣ ΕΩΣ ΤΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗ (in Greek).

Thompson, L., 2015, Planar Laser Induced Fluorescence Experiments and Modeling Study of Jets in Crossflow at Various Injection Angles, Masters Thesis, University of Central Florida.

Tobin, V. A. (author), Redford, D. B. (editor), 2001, The Oxford Encyclopedia of Ancient Egypt, Vol. 2, Oxford University Press, pp. 464-469.

Von Karman, T., 1948. The local structure of atmospheric turbulence. Doklady Akademii Nauk SSSR, (67) 643.

Voss, D. (editor), Poffenberger, L. (Staff Science Writer), Levine, A. G. (Contributing Correspondent), Bennett-Karasik, N. (Publication Designer and Production), March 15, 1883: Osborne Reynolds Proposes the Reynolds Number, American Physical Society (<https://www.aps.org/publications/apsnews/202003/history.cfm>).

Westerweel, J., 1993, Digital particle image velocimetry: Theory and application. PhD thesis, Delft University of Technology.

White, F. M., 2016, Fluid Mechanics, 8th edition, McGraw-Hill.

Wiener, N. (1930), Generalized Harmonic Analysis, Acta Mathematica, 55: 117-258.

Zarkadoulas, N., 2005. The dam of ancient Alyzia (Το φράγμα της αρχαίας Αλυζίας) Postgraduate thesis, Dept. of Water Resources, Hydraulic and Maritime Engineering, National Technical Univ. of Athens, Athens, Greece (in Greek).