



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Ευστάθεια συχνότητας: Αλληλεπίδραση μεταξύ πρωτεύουσας και δευτερεύουσας ρύθμισης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΑΛΕΞΙΟΥ Ι. ΒΑΣΙΛΑΝΤΩΝΑΚΗ

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Βουρνάς
Ομότιμος Καθηγητής Ε.Μ.Π.



Ευστάθεια συχνότητας: Αλληλεπίδραση μεταξύ πρωτεύουσας και δευτερεύουσας ρύθμισης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΑΛΕΞΙΟΥ Ι. ΒΑΣΙΛΑΝΤΩΝΑΚΗ

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Βουρνάς
Ομότιμος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 2^η Σεπτεμβρίου 2024.

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....
Κωνσταντίνος Βουρνάς
Ομότιμος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Βασίλειος Νικολαΐδης
Επικουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Σταύρος Παπαθανασίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.



.....

Αλέξιος Ι. Βασιλαντωνάκης
Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Αλέξιος Ι. Βασιλαντωνάκης, 2024.
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η ρύθμιση φορτίου-συχνότητας, και συγκεκριμένα η πρωτεύουσα και η δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας, συνεισφέρει στην ευστάθεια συχνότητας ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Η πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας έχει στόχο την άμεση συγκράτηση της συχνότητας ύστερα από μια διαταραχή και πραγματοποιείται σε συνεχή χρόνο. Η δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας έχει ως στόχο την επαναφορά της συχνότητας στην ονομαστική της τιμή καθώς επίσης και τη ρύθμιση των διασυνδεδετικών ροών ενεργού ισχύος μεταξύ περιοχών ελέγχου στο πρόγραμμά τους. Πραγματοποιείται σε διακριτό χρόνο (τυπικά κάθε 2 έως 5 δευτερόλεπτα) κεντρικά από κάθε περιοχή ελέγχου του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας.

Στην εργασία αυτή, διαμορφώνεται ένα ενιαίο μοντέλο για την πρωτεύουσα και τη δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας με στόχο τη μελέτη της ευστάθειας του συστήματος. Η ενιαία προτυποποίηση είναι απαραίτητη λόγω της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης, η οποία οφείλεται στη μικρή περίοδο δειγματοληψίας της δευτερεύουσας ρύθμισης σε σύγκριση με τον χρόνο απόκρισης της πρωτεύουσας ρύθμισης. Το σύστημα πρωτεύουσας-δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας προτυποποιείται ως ένα σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας (sampled-data system), στο οποίο τον ρόλο του ελέγχου διακριτού χρόνου αναλαμβάνει η δευτερεύουσα ρύθμιση. Το μοντέλο συνεχούς χρόνου της πρωτεύουσας ρύθμισης συχνότητας και των διασυνδεδετικών γραμμών μεταξύ των περιοχών ελέγχου που διαμορφώνεται αποτελεί μια οιονεί στατική προσέγγιση του συστήματος, στην οποία η κάθε περιοχή ελέγχου έχει κοινή συχνότητα. Τα μοντέλα των ρυθμιστών στροφών και των κινητήριων μηχανών των σύγχρονων γεννητριών που χρησιμοποιούνται είναι γραμμικοποιημένα. Συνεπώς, η ανάλυση της ευστάθειας αφορά μικρές διαταραχές.

Επιπλέον, προσδιορίζονται τα όρια της ευστάθειας του συστήματος για τους συντελεστές πόλωσης της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας. Ακόμη, οι συντελεστές πόλωσης επιλέγονται βέλτιστα ώστε να ελαχιστοποιούν δείκτες απόδοσης του συστήματος. Τα παραπάνω προσδιορίζονται σε τρία παραδείγματα συστημάτων μίας περιοχής ελέγχου και σε ένα υδροθερμικό σύστημα δύο περιοχών ελέγχου. Επίσης, για τα συστήματα μίας περιοχής ελέγχου που θεωρούνται προσδιορίζεται βέλτιστα η περίοδος δειγματοληψίας της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας με ελαχιστοποίηση δείκτη απόδοσης.

Ακόμη, διαμορφώνεται ένα προσεγγιστικό μοντέλο διακριτού χρόνου που αναπαριστά τη δυναμική της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας, υπό την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ της πρωτεύουσας και της δευτερεύουσας ρύθμισης, δηλαδή όταν η περίοδος δειγματοληψίας της δευτερεύουσας ρύθμισης είναι αρκετά μεγαλύτερη από τον χρόνο απόκρισης της πρωτεύουσας ρύθμισης. Προσδιορίζονται για τους συντελεστές πόλωσης τα όρια της ευστάθειας του συστήματος και οι βέλτιστες τιμές τους που ελαχιστοποιούν δείκτες απόδοσης του συστήματος.

Λέξεις Κλειδιά

ευστάθεια συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, ευστάθεια συχνότητας, ρύθμιση φορτίου- συχνότητας, αυτόματος έλεγχος παραγωγής, πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας, δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας, περιοχή ελέγχου, ηλεκτρομηχανικές ταλαντώσεις, διασυννοριακές ταλαντώσεις, σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας, οιονεί στατική προσέγγιση, θεωρία ιδιαζουσών διαταραχών, σύστημα διακριτού χρόνου, νεκρή ζώνη, δείκτης απόδοσης

Abstract

Load-frequency control, specifically primary and secondary frequency control, contributes to frequency stability of a power system. Primary frequency control aims to immediately hold frequency after a disturbance and is implemented in continuous time. Secondary frequency control aims to restore both frequency to its nominal value and the interconnection active power flows between control areas to their references. It is implemented in discrete time (typically every 2 to 5 seconds) centrally by each control area of the power system.

In this thesis, a unified model for primary and secondary frequency control is formulated in order to study the stability of the system. Unified modeling is necessary because of the interaction between the two categories of frequency control, which is due to the short sampling period of secondary control compared to the response time of primary control. The primary-secondary frequency control system is modeled as a sampled-data system, in which the discrete-time control represents secondary frequency control. The continuous-time model of primary frequency control and interconnections between control areas that is formulated is a quasi-steady-state approximation of the system. In this model each control area has a common frequency. The models considered for governors and prime movers of synchronous generators are linearized. Therefore, stability analysis is related to small disturbances.

In addition, the system stability limits for the bias factors of secondary frequency control are determined. Also, the bias factors are optimally chosen to minimize system performance indices. The above are determined on three examples of one-area systems and on a two-area hydrothermal system. Moreover, for the considered one-area systems, the sampling period of secondary frequency control is optimally chosen by minimization of a performance index.

Furthermore, an approximate discrete-time model that represents the dynamics of secondary frequency control is formulated, provided that there is no interaction between primary and secondary control. This is ensured when the sampling period of secondary control is sufficiently longer than the response time of primary control. The stability limits of the system and optimal values that minimize system performance indices are determined for the bias factors.

Keywords

power system stability, frequency stability, load-frequency control, automatic generation control, primary frequency control, secondary frequency control, control area, electro-mechanical oscillations, interarea oscillations, sampled-data system, quasi-steady-state approximation, singular perturbation theory, discrete-time system, deadband, performance index

στους γονείς μου

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε το εαρινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους 2023-2024 υπό την επίβλεψη του ομότιμου καθηγητή της σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ κ. Κωνσταντίνου Βουρνά. Η εργασία συγγράφηκε στο \LaTeX και τα σχήματα έγιναν με τη βοήθεια του πακέτου TikZ του \LaTeX . Οι απαραίτητοι υπολογισμοί και οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν στο λογισμικό MatLab-Simulink.

Κατ' αρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας κ. Κωνσταντίνο Βουρνά για την πολύτιμη και συνεχή καθοδήγησή του. Οι επικοινωνιακές συζητήσεις μαζί του και τα στοχευμένα του σχόλια συνεισέφεραν σημαντικά τόσο στην ολοκλήρωση της διπλωματικής εργασίας μου όσο και στην εμβάθυνση στο αντικείμενο για μετέπειτα ερευνητική ενασχόληση.

Επίσης, οφείλω να ευχαριστήσω όλους εκείνους τους συμφοιτητές μου με τους οποίους συνεργάστηκα και είχα ενδιαφέρουσες επιστημονικές συζητήσεις καθόλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Ακόμη, δεν θα μπορούσα να παραλείψω να ευχαριστήσω τους φίλους μου για τη στήριξή τους και για την ανταλλαγή απόψεων και γνώσεων που είχαμε.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ ανήκει στην οικογένειά μου για την αμέριστη υποστήριξη και αγάπη.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2024
Α.Β.

Περιεχόμενα

Κατάλογος σχημάτων	15
Κατάλογος πινάκων	18
1 Εισαγωγή	21
1.1 Τα ΣΗΕ ως δυναμικά συστήματα	21
1.1.1 Γενικά	21
1.1.2 Χρονικές κλίμακες	22
1.1.3 Τρόποι μαθηματικής παράστασης των ΣΗΕ	23
1.2 Ευστάθεια ΣΗΕ	24
1.2.1 Ορισμός και ταξινόμηση	24
1.2.2 Ευστάθεια γωνίας δρομέα	25
1.2.3 Ευστάθεια τάσης	25
1.2.4 Ευστάθεια συχνότητας	26
1.2.5 Ευστάθεια συντονισμού	26
1.2.6 Ευστάθεια οδηγούμενη από μετατροπείς	27
1.3 Ρύθμιση φορτίου-συχνότητας	27
1.3.1 Γενικά	27
1.3.2 Πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας	28
1.3.3 Δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας	28
1.3.4 Παραδοσιακή απόκριση συχνότητας	29
1.3.5 Τριτεύουσα ρύθμιση και άλλοι τρόποι ρύθμισης συχνότητας	29
1.4 Βιβλιογραφική επισκόπηση	30
1.5 Αντικείμενο και σκοπός της εργασίας	31
1.6 Δομή της εργασίας	32
2 Μαθηματικό υπόβαθρο	35
2.1 Συμβολισμοί	35
2.2 Ευστάθεια σημείων ισορροπίας	36
2.2.1 Συστήματα συνεχούς χρόνου	36
2.2.2 Συστήματα διακριτού χρόνου	37
2.3 Ευστάθεια φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου	38
2.4 Σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας και ευστάθεια	39
2.5 Οιονεί στατική προσέγγιση	42
2.5.1 Σύστημα συνεχούς χρόνου	42
2.5.2 Σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας	43
2.6 Υπολογισμός τετραγωνικού δείκτη απόδοσης και βέλτιστες παράμετροι ελέγχου για σύστημα διακριτού χρόνου	44
2.6.1 Υπολογισμός δείκτη απόδοσης	44
2.6.2 Βέλτιστες παράμετροι ελέγχου	46
2.7 Ιδιοτιμές πινάκων ειδικής μορφής	46

3	Μοντέλα συστήματος ρύθμισης φορτίου - συχνότητας	49
3.1	Μοντέλο συστήματος μίας περιοχής ελέγχου	49
3.1.1	Μηχανικό μοντέλο δρομέα γεννήτριας	49
3.1.2	Μοντέλο κοινής συχνότητας	50
3.1.3	Εξάρτηση της ηλεκτρικής ισχύος από τη συχνότητα	55
3.1.4	Μοντέλο συστήματος ισοδύναμης μονάδας παραγωγής	56
3.2	Μοντέλο συστήματος πολλών περιοχών ελέγχου	58
3.2.1	Συμβολισμοί και ροές ισχύος διασυνδέσεων	58
3.2.2	Μοντέλο περιοχής ελέγχου	59
3.2.3	Δυναμικό μοντέλο διασύνδεσης	59
3.2.4	Συνολικό μοντέλο	60
3.2.5	Συχνότητα διασυνοριακών ταλαντώσεων	60
	Αριθμητική εφαρμογή	61
3.3	Μοντέλα στροβίλων και ρυθμιστών στροφών	62
3.3.1	Ατμοηλεκτρική μονάδα παραγωγής	62
3.3.2	Υδροηλεκτρική μονάδα παραγωγής	63
3.4	Συμβατικό μοντέλο δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας	64
3.4.1	Γενικά	64
3.4.2	Άνω φράγμα απόκλισης συχνότητας και εξαγωγών εντός νεκρής ζώνης	66
3.5	Παράσταση ρύθμισης φορτίου-συχνότητας ως σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας	67
3.6	Προσδιορισμός εξισώσεων κατάστασης μίας, δύο και πολλών διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου	68
3.6.1	Σύστημα μίας περιοχής	69
3.6.2	Σύστημα δύο περιοχών	71
3.6.3	Σύστημα πολλών περιοχών	72
4	Μοντέλο διακριτού χρόνου δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας	75
4.1	Διαμόρφωση μοντέλου διακριτού χρόνου	75
4.1.1	Παραδοχές	75
4.1.2	Προσδιορισμός συστήματος διακριτού χρόνου	76
4.1.3	Προσδιορισμός εξισώσεων κατάστασης	77
4.2	Σύστημα μίας περιοχής	78
4.2.1	Εξίσωση διαφορών συχνότητας	78
4.2.2	Συνθήκη ευστάθειας και βηματική απόκριση	79
4.2.3	Βέλτιστος συντελεστής πόλωσης	80
4.2.4	Αριθμητικό παράδειγμα για τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης	81
	Χωρίς νεκρή ζώνη	81
	Με νεκρή ζώνη	82
4.3	Σύστημα πολλών περιοχών με σύνθετο έλεγχο	83
4.3.1	Εξίσωση διαφορών συχνότητας	83
4.3.2	Συνθήκη ευστάθειας και μόνιμη κατάσταση σε βηματική διαταραχή	83
4.3.3	Βέλτιστος συντελεστής πόλωσης κάθε περιοχής	84
4.4	Σύστημα πολλών περιοχών με επίπεδο έλεγχο συχνότητας	85
4.4.1	Εξίσωση διαφορών συχνότητας	85
4.4.2	Ευστάθεια και μόνιμο σφάλμα εξαγωγών σε βηματική διαταραχή	85
4.5	Σύστημα δύο περιοχών με διαφορετικό επίπεδο έλεγχο	86
4.5.1	Εξίσωση διαφορών συχνότητας	87
4.5.2	Συνθήκη ευστάθειας	88
4.5.3	Γεωμετρικός τόπος ριζών	88
4.5.4	Βέλτιστος συντελεστής πόλωσης	90

4.6	Αριθμητικό παράδειγμα	92
4.6.1	Υπολογισμός ρυθμίζουσας ενέργειας κάθε περιοχής	93
4.6.2	Σύνθετος έλεγχος με συντελεστή πόλωσης και από τις δύο περιοχές	93
4.6.3	Διαφορετικός επίπεδος έλεγχος	95
5	Όρια ευστάθειας και βέλτιστη απόκριση συστήματος μίας περιοχής ελέγχου	99
5.1	Γενικά	99
5.2	Δείκτες απόδοσης	100
5.2.1	Επιλογή δεικτών απόδοσης προς ελαχιστοποίηση	100
5.2.2	Αριθμητικός υπολογισμός βέλτιστου συντελεστή πόλωσης	101
5.3	Σύστημα με $H_p(s) = 1$	102
5.3.1	Υπολογισμός πινάκων κατάστασης	103
5.3.2	Όρια ευστάθειας	103
5.3.3	Βέλτιστος συντελεστής πόλωσης	104
5.3.4	Παρατηρήσεις	105
5.4	Σύστημα με $H_p(s) = (1 + T_1 s)/(1 + T_2 s)$	105
5.4.1	Προσδιορισμός χαρακτηριστικού πολωνύμου	105
5.4.2	Αναλυτικός υπολογισμός ορίων ευστάθειας	107
5.4.3	Αριθμητικό παράδειγμα (μονάδα ντίζελ)	109
5.5	Σύστημα με κυρίαρχη ατμοηλεκτρική μονάδα	112
5.6	Σύστημα με κυρίαρχη υδροηλεκτρική μονάδα	115
6	Όρια ευστάθειας και βέλτιστη απόκριση συστήματος δύο περιοχών ελέγχου	119
6.1	Δεδομένα συστήματος, υπολογισμός πινάκων και συχνότητα διασυννοριακών ταλαντώσεων	119
6.2	Περιοχή ευστάθειας και βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας	122
6.2.1	Περιοχή ευστάθειας	122
6.2.2	Βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης	124
6.3	Όριο ευστάθειας και βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας	125
6.4	Προσομοιώσεις	126
7	Σύνοψη, συμπεράσματα και προοπτικές	131
7.1	Σύνοψη	131
7.2	Συμπεράσματα	132
7.3	Προοπτικές	135
	Βιβλιογραφία	138
	Συντομογραφίες - Αρκτικόλεξα - Ακρωνύμια	139

Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Χρονικές κλίμακες δυναμικών φαινομένων ΣΗΕ [1].	22
1.2	Κατηγοριοποίηση ευστάθειας ΣΗΕ [1].	24
1.3	Ποιοτική συμπεριφορά χρονικής απόκρισης της συχνότητας ενός ΣΗΕ με μεγάλη αδράνεια ύστερα από μια μεγάλη απώλεια παραγωγής [1].	29
1.4	Γενικό σχήμα του μοντέλου της απόκρισης της συχνότητας για μία περιοχή ελέγχου i [2].	30
2.1	Γενικό διάγραμμα βαθμίδων συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας.	39
3.1	Μηχανικό μοντέλο ισοδύναμης γεννήτριας του συστήματος [3].	56
3.2	Διάγραμμα βαθμίδων της στρεφόμενης μονάδας παραγωγής $i \in \mathcal{G}$ που φαίνεται η εξάρτηση του ΔP_{mi} από το ΔG και την Δf	57
3.3	Διάγραμμα βαθμίδων ισοδύναμης μονάδας παραγωγής ενός ΣΗΕ ενιαίας περιοχής ελέγχου, του οποίου όλες οι γεννήτριες αποτελούν μία συνεκτική ομάδα.	58
3.4	Διάγραμμα βαθμίδων της περιοχής ελέγχου $i \in \mathcal{A}$	59
3.5	Μοντέλο της διασύνδεσης $(i, j) \in \mathcal{T}$	60
3.6	Μοντέλο ρύθμισης φορτίου-συχνότητας δυναμικής συνεχούς χρόνου για σύστημα δύο περιοχών ελέγχου.	61
3.7	Διάγραμμα βαθμίδων ατμοστροβίλου δύο βαθμίδων με ενδιάμεση αναθέρμανση.	62
3.8	Διάγραμμα βαθμίδων ρυθμιστή στροφών ατμοστροβίλου.	62
3.9	Διάγραμμα βαθμίδων υδροστροβίλου.	63
3.10	Διάγραμμα βαθμίδων ρυθμιστή στροφών υδροστροβίλου.	63
3.11	Διάγραμμα βαθμίδων δευτερεύουσας ρύθμισης της περιοχής $i \in \mathcal{A}$	65
3.12	Μοντέλο ρύθμισης φορτίου-συχνότητας της περιοχής ελέγχου $i \in \mathcal{A}$ συστήματος πολλών περιοχών ελέγχου.	67
3.13	Μοντέλο ρύθμισης φορτίου-συχνότητας συστήματος μίας περιοχής ελέγχου.	68
3.14	Γενική μορφή διαγράμματος βαθμίδων αναλογικού μέρους μίας απομονωμένης περιοχής ελέγχου.	69
3.15	Το διάγραμμα βαθμίδων του σχήματος 3.14 με βαθμίδες πρώτης τάξης.	69
3.16	Ισοδύναμα διαγράμματα βαθμίδων συνάρτησης μεταφοράς πρώτης τάξης.	70
4.1	$J(b)$ για τις τρεις περιπτώσεις διαταραχών του φορτίου.	81
4.2	$J(b)$ για τις δύο περιπτώσεις ανοχής της νεκρής ζώνης.	82
4.3	Γεωμετρικός τόπος ριζών για $b_1 > 0$	90
4.4	Χρονική απόκριση συστήματος διακριτού χρόνου για σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης και από τις δύο περιοχές στην περίπτωση βηματικής μεταβολής +700 MW του φορτίου της περιοχής 2.	94
4.5	Χρονική απόκριση συστήματος διακριτού χρόνου για σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης και από τις δύο περιοχές στην περίπτωση βηματικής μεταβολής +400 MW του φορτίου της περιοχής 1.	94
4.6	Χρονική απόκριση συστήματος διακριτού χρόνου για διαφορετικό επίπεδο έλεγχο από κάθε περιοχή στην περίπτωση βηματικής μεταβολής +700 MW του φορτίου της περιοχής 2.	95

4.7	Χρονική απόκριση συστήματος διακριτού χρόνου για διαφορετικό επίπεδο έλεγχο από κάθε περιοχή στην περίπτωση βηματικής μεταβολής +400 MW του φορτίου της περιοχής 1.	96
5.1	Διάγραμμα βαθμίδων συστήματος μίας περιοχής.	100
5.2	Υποσύστημα συνεχούς χρόνου πρώτης τάξης.	102
5.3	Άνω όριο ευστάθειας και βέλτιστος λόγος b/C συναρτήσει του λόγου T_s/T	105
5.4	Όριο ευστάθειας, βέλτιστος συντελεστής πόλωσης και βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας για $H_p(s) = 1/(s + 1)$	110
5.5	Χρονική απόκριση συστήματος για διάφορους συντελεστές πόλωσης, για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 3.54$ s.	111
5.6	Χρονική απόκριση συστήματος για διάφορες περιόδους δειγματοληψίας, με τον αντίστοιχο βέλτιστο συντελεστή πόλωσης.	111
5.7	Χρονική απόκριση συστήματος για $T_s = 3$ s και $b = 39.4468$ αμ.	112
5.8	Όριο ευστάθειας, βέλτιστος συντελεστής πόλωσης και βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας για την περίπτωση συστήματος θερμικής μονάδας.	113
5.9	Χρονική απόκριση συστήματος θερμικής μονάδας για διάφορους συντελεστές πόλωσης, για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 4.44$ s.	114
5.10	Χρονική απόκριση συστήματος θερμικής μονάδας για διάφορες περιόδους δειγματοληψίας, με τον αντίστοιχο βέλτιστο συντελεστή πόλωσης.	115
5.11	Όριο ευστάθειας, βέλτιστος συντελεστής πόλωσης και βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας για την περίπτωση συστήματος υδροηλεκτρικής μονάδας.	116
5.12	Χρονική απόκριση συστήματος υδροηλεκτρικής μονάδας για διαφορετικούς συντελεστές πόλωσης, για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 8.46$ s.	117
5.13	Χρονική απόκριση συστήματος υδροηλεκτρικής μονάδας για διαφορετικές περιόδους δειγματοληψίας, με τον αντίστοιχο βέλτιστο συντελεστή πόλωσης.	117
6.1	Υποσύστημα συνεχούς χρόνου του διασυνδεδεμένου υδροθερμικού συστήματος.	120
6.2	Όρια ευστάθειας για $T_s = 3$ s, $T_s = 4$ s και $T_s = 5$ s.	123
6.3	Όριο ευστάθειας και βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας T_s	125
6.4	Χρονικές αποκρίσεις συστήματος για διάφορες επιλογές των συντελεστών πόλωσης, με $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = 0.05$ αμ και $\Delta L_2 = 0$	127
6.5	Χρονικές αποκρίσεις συστήματος για διάφορες επιλογές των συντελεστών πόλωσης, με $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = 0$ και $\Delta L_2 = 0.05$ αμ.	127
6.6	Χρονικές αποκρίσεις συστήματος για διάφορες επιλογές των συντελεστών πόλωσης, με $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = 0.05$ αμ και $\Delta L_2 = 0.05$ αμ.	128
6.7	Χρονικές αποκρίσεις συστήματος για διάφορες επιλογές των συντελεστών πόλωσης, με $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = -0.05$ αμ και $\Delta L_2 = 0.05$ αμ.	128
6.8	Διασυννοριακές ταλαντώσεις στην χρονική απόκριση του σχήματος 6.7, για $b_1 = 30.5$ αμ και $b_2 = 60$ αμ.	129
6.9	Χρονική απόκριση συστήματος στο όριο της ευστάθειας ($b_1 = b_2 = 49.249$ αμ), για $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = 0.05$ αμ και $\Delta L_2 = 0$	129

Κατάλογος Πινάκων

3.1	Δεδομένα αριθμητικής εφαρμογής.	61
4.1	Δεδομένα συστήματος δύο περιοχών ελέγχου.	93
5.1	Δεδομένα περιοχής μονάδας νίζελ.	109
5.2	Δεδομένα περιοχής ατμοηλεκτρικής μονάδας.	112
5.3	Δεδομένα περιοχής υδροηλεκτρικής μονάδας [3].	115
6.1	Δεδομένα υδροθερμικού συστήματος δύο περιοχών ελέγχου.	119
6.2	Ιδιοτιμές πίνακα A και χαρακτηρισμός τους.	121
6.3	Βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης για $T_s = 4$ s ανάλογα με την περιοχή που συμβαίνει η βηματική διαταραχή του φορτίου.	124
6.4	Βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης για $T_s = 4$ s ανάλογα με την περιοχή που συμβαίνει η βηματική διαταραχή.	126

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Το ζητούμενο σε ένα *σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ)* είναι η βέλτιστη λειτουργία του. Αυτή συμπεριλαμβάνει την ελαχιστοποίηση του οικονομικού κόστους και των περιβαλλοντικών επιπτώσεών του, εξασφαλίζοντας παράλληλα αυξημένη αξιοπιστία. Με τον όρο *αξιοπιστία (reliability)* ενός ΣΗΕ αναφερόμαστε στην πιθανότητα ικανοποιητικής λειτουργίας του συστήματος για έναν μεγάλο χρονικό ορίζοντα. Προϋπόθεση για την αξιοπιστία ενός ΣΗΕ αποτελεί η ασφάλειά κάθε χρονική στιγμή. Με τον όρο *ασφάλεια (security)* ενός ΣΗΕ αναφερόμαστε στην ικανότητα του συστήματος να επιδιώνει μετά από προκαθορισμένες διαταραχές (όπως π.χ. βραχυκυκλώματα και απώλειες μονάδων ή στοιχείων του δικτύου), χωρίς διακοπή υπηρεσιών προς τους καταναλωτές. Η ασφάλεια του συστήματος προϋποθέτει *ευστάθεια (stability)*, δηλαδή τη συνεχή ομαλή λειτουργία του ύστερα από μια διαταραχή [4]. Επομένως, η ευστάθεια αποτελεί μια αναγκαία συνθήκη για την ομαλή λειτουργία του συστήματος και άρα προϋπόθεση για τη βέλτιστη λειτουργία του. Για την εξασφάλιση της ευστάθειας ενός ΣΗΕ είναι απαραίτητοι έλεγχοι, οι οποίοι ακολουθούν ιεραρχική δομή [3]. Ένας από αυτούς αποτελεί η ρύθμιση φορτίου-συχνότητας, με την οποία θα ασχοληθούμε σε αυτή την εργασία.

Στο εισαγωγικό αυτό κεφάλαιο, θα αναφερθούν αρχικά τα βασικά χαρακτηριστικά της δυναμικής συμπεριφοράς των ΣΗΕ, οι χρονικές κλίμακες που παρουσιάζει και τρόποι μαθηματικής παράστασης των συστημάτων (ενότητα 1.1). Στη συνέχεια, παρουσιάζεται σύντομα η έννοια της ευστάθειας ΣΗΕ και οι κατηγορίες της (ενότητα 1.2), όπως αυτές έχουν ορισθεί σύμφωνα με τις εργασίες [4] και [1]. Έπειτα, η ενότητα 1.3 εστιάζει στη ρύθμιση φορτίου-συχνότητας και στην ενότητα 1.4 γίνεται μια σύντομη βιβλιογραφική επισκόπηση. Στις ενότητες 1.5 και 1.6 περιγράφεται ο στόχος της εργασίας και η διάρθρωσή της αντίστοιχα.

1.1 Τα ΣΗΕ ως δυναμικά συστήματα

1.1.1 Γενικά

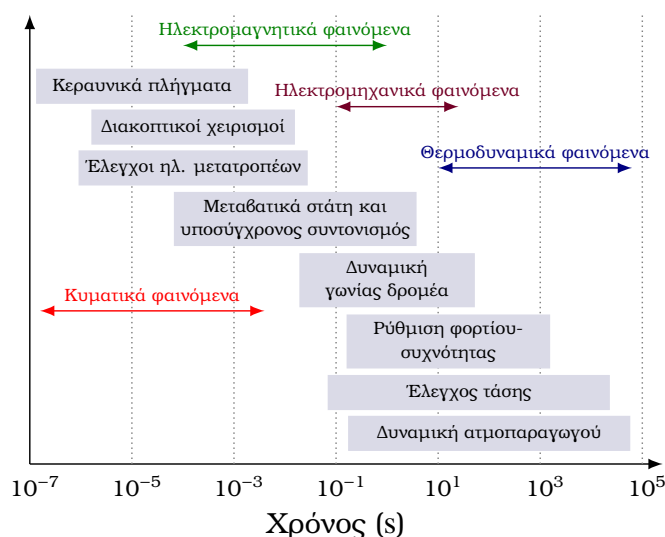
Τα ΣΗΕ αποτελούν δυναμικά συστήματα διότι η κατάστασή τους μεταβάλλεται συνεχώς με τον χρόνο. Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός ΣΗΕ ως προς τη δυναμική του συμπεριφορά είναι τα εξής:

1. Παρουσιάζει *έντονη μη γραμμική συμπεριφορά*, η οποία οφείλεται στη φύση του συστήματος (π.χ. οι εξισώσεις ροής-φορτίου, οι εξισώσεις των στροβίλων των σύγχρονων γεννητριών, κ.ά.) αλλά και στους διάφορους ελέγχους (π.χ. νεκρή ζώνη των ρυθμιστών στροφών, περιοριστές στην τάση διέγερσης των σύγχρονων μηχανών, κ.ά.). Τα ΣΗΕ, ως μη γραμμικά δυναμικά συστήματα, παρουσιάζουν μη γραμμικά φαινόμενα, όπως οριακούς κύκλους [5], οι οποίοι μπορούν να εμφανιστούν στην πράξη, αλλά και χαοτικές συμπεριφορές, οι οποίες θεωρητικά μπορεί να υπάρξουν, αλλά στην πράξη είναι πολύ σπάνιες.

2. Η δυναμική των ΣΗΕ είναι *υβριδική*. Δηλαδή, ένα ΣΗΕ παρουσιάζει δυναμικές συνεχούς και διακριτού χρόνου, αλλά και συνεχούς και διακριτής κατάστασης. Για παράδειγμα, η δυναμική της γωνίας δρομέα μιας σύγχρονης μηχανής του συστήματος είναι συνεχούς χρόνου και συνεχούς κατάστασης. Αντίθετα, η δυναμική του λόγου μετασχηματισμού ενός μετασχηματιστή με σύστημα αλλαγής τάσης υπό φορτίο είναι διακριτού χρόνου και διακριτής κατάστασης [6].
3. Παρουσιάζει *πολληπαπλές χρονικές κλίμακες*. Τα δυναμικά φαινόμενα ενός ΣΗΕ έχουν διαφορετικούς χρόνους απόκρισης, από μερικά μs έως και πολλά s. Οι χρονικές κλίμακες των ΣΗΕ περιγράφονται συνοπτικά στην επόμενη υποενότητα.

1.1.2 Χρονικές κλίμακες

Ένα ΣΗΕ παρουσιάζει μεγάλο πλήθος δυναμικών φαινομένων που παρουσιάζονται σε διαφορετικές *χρονικές κλίμακες (time scales)* [1], όπως φαίνεται στο σχήμα 1.1. Συγκεκριμένα, τα δυναμικά φαινόμενα μπορούν να ταξινομηθούν με κριτήριο τη χρονική κλίμακα στις εξής τέσσερις βασικές κατηγορίες:



Σχήμα 1.1: Χρονικές κλίμακες δυναμικών φαινομένων ΣΗΕ [1].

1. *Κυματικά φαινόμενα (wave phenomena)* (10^{-7} s - 10^{-3} s): Τα δυναμικά φαινόμενα υπερτάσεων (υπό τη μορφή οδευόντων ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων), που οφείλονται σε κεραυνικά πλήγματα και διακοπτικούς χειρισμούς περιλαμβανομένων των ηλεκτρονικών ισχύος.
2. *Ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα (electromagnetic phenomena)* (10^{-4} s - 1 s): Τα δυναμικά φαινόμενα που συμβαίνουν στα τυλίγματα των σύγχρονων γεννητριών και οφείλονται σε βραχυκυκλώματα και σε ενεργοποίηση συσκευών προστασίας. Επίσης, σε αυτά συμπεριλαμβάνονται και φαινόμενα συντονισμού λόγω της ηλεκτρομαγνητικής συμπεριφοράς στοιχείων του ΣΗΕ, όπως γραμμές μεταφοράς, μετασχηματιστές και γεννήτριες. Στην ίδια χρονική κλίμακα εντάσσεται και η δυναμική των ηλεκτρονικών μετατροπέων ισχύος (μοντέλα μέσης τιμής).
3. *Ηλεκτρομηχανικά φαινόμενα (electromechanical phenomena)* (10^{-1} s - 10 s): Τα δυναμικά φαινόμενα υπό μορφή ταλαντώσεων μεταξύ σύγχρονων μηχανών, τα οποία οφείλονται σε βραχυκυκλώματα, σε διαταραχή του φορτίου ή αποσύνδεση μέρους της παραγωγής. Οι ταλαντώσεις αυτές είναι γνωστές ως ηλεκτρομηχανικές ταλαντώσεις.

4. *Θερμοδυναμικά φαινόμενα (thermodynamic phenomena)* ($10\text{ s} - 10^4\text{ s}$): Τα δυναμικά φαινόμενα λόγω των συστημάτων κινητήριας μηχανής και ρυθμιστών στροφών των σύγχρονων γεννητριών, τα οποία οφείλονται στην ανισορροπία μεταξύ παραγωγής και φορτίου. Επίσης, στη χρονική κλίμακα αυτών των φαινομένων συμπεριλαμβάνεται και η δυναμική των συστημάτων αλλαγής τάσης υπό φορτίο (ΣΑΤΥΦ) και των περιοριστών διέγερσης των γεννητριών.

Σημειώνεται ότι, στις παραπάνω βασικές κατηγορίες, μπορούν να προστεθούν και τα δυναμικά φαινόμενα που οφείλονται στη δυναμική της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, η οποία είναι από μερικά λεπτά (αγορά πραγματικού χρόνου) έως και μήνες ή έτη (διμερείς συμφωνίες) [7].

1.1.3 Τρόποι μαθηματικής παράστασης των ΣΗΕ

Η μαθηματική προτυποποίηση ή παράσταση των ΣΗΕ αποτελεί μια σύνθετη διαδικασία, λόγω της πολυπλοκότητας που παρουσιάζουν στη δυναμική συμπεριφορά. Ωστόσο, κρίνεται απαραίτητη για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς τους, όπως είναι η μελέτη της ευστάθειάς τους, αλλά και για τη βελτιστοποίηση ορισμένων χαρακτηριστικών τους.

Τα *υβριδικά συστήματα (hybrid systems)* ίσως αποτελούν τον πιο πλήρες τρόπο παράστασης όλων των δυναμικών συμπεριφορών ενός ΣΗΕ [8], διότι λαμβάνουν υπόψη την υβριδική και μη γραμμική δυναμική τους. Βασικό τους χαρακτηριστικό είναι η αλληλεπίδραση μεταξύ της δυναμικής συνεχούς χρόνου και διακριτών συμβάντων [1, 9]. Ένα διακριτό συμβάν αποτελεί η ικανοποίηση μιας συνθήκης η οποία συνεπάγεται τη μετάβαση του συστήματος από μία κατάσταση σε μια άλλη σε διακριτά χρονικά διαστήματα [6].

Τα *συστήματα συνεχούς χρόνου (continuous-time systems)*, τα *συστήματα διακριτού χρόνου (discrete-time systems)* αλλά και τα *συστήματα δεδομένων δειγματοληψίας (sampled-data systems)* μπορούν να θεωρηθούν ως ειδικές περιπτώσεις των υβριδικών συστημάτων. Τα τελευταία αποτελούν τα δυναμικά συστήματα συνεχούς χρόνου που ελέγχονται από έναν διακριτού χρόνου ελεγκτή, ο οποίος δειγματοληπεί την κατάσταση συνεχούς χρόνου του συστήματος με συγκεκριμένη περίοδο δειγματοληψίας. Και οι τρεις παραπάνω τύποι συστημάτων χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία για τη μαθηματική παράσταση δυναμικών μηχανισμών και συμπεριφορών των ΣΗΕ [6].

Η μελέτη ενός ΣΗΕ συνολικά ως ένα ενιαίο δυναμικό σύστημα είναι στη γενική περίπτωση μη πρακτικά εφαρμόσιμη, λόγω της μεγάλης διάστασής του. Συνεπώς, υπάρχει ανάγκη για μείωση της διάστασης του συστήματος. Αυτή μπορεί να επιτευχθεί με χρήση της *θεωρίας ιδιόζουσών διαταραχών (singular perturbation theory)* [10, 5], η οποία αξιοποιεί το χαρακτηριστικό των πολλαπλών χρονικών κλιμάκων που παρουσιάζει η δυναμική συμπεριφορά των ΣΗΕ. Συγκεκριμένα, αν θεωρήσουμε δύο χρονικές κλίμακες ενός ΣΗΕ, οι οποίες δεν αλληλοεπικαλύπτονται, μπορούμε προσεγγιστικά σύμφωνα με αυτήν τη θεωρία να μελετήσουμε τα δυναμικά φαινόμενα κάθε χρονικής κλίμακας ξεχωριστά, χρησιμοποιώντας μειωμένης τάξης μοντέλα. Για το μοντέλο μειωμένης τάξης που αντιστοιχεί στη γρήγορη (ή βραχυπρόθεσμη) χρονική κλίμακα, τα δυναμικά φαινόμενα της αργής χρονικής κλίμακας θεωρούνται σταθερά. Αντίθετα, για το μοντέλο μειωμένης τάξης που αντιστοιχεί στην αργή (ή μακροπρόθεσμη) χρονική κλίμακα, τα δυναμικά φαινόμενα της γρήγορης χρονικής κλίμακας μεταβάλλονται ακαριαία σύμφωνα με τις εξισώσεις ισορροπίας τους.

Μια επιπλέον απλοποίηση στη μαθηματική παράσταση των ΣΗΕ που συνηθίζεται στη βιβλιογραφία είναι η χρήση γραμμικών μοντέλων [3, 11]. Συγκεκριμένα, αν η κατάσταση ενός μη γραμμικού δυναμικού συστήματος δεν απομακρύνεται πολύ από ένα σημείο ισορροπίας του, τότε αυτό μπορεί να προσεγγιστεί από το αντίστοιχο γραμμικοποιημένο σύστημα γύρω από αυτό το σημείο ισορροπίας. Αν θεωρήσουμε μικρές διαταραχές στα ΣΗΕ, η γραμμική προσέγγιση του συστήματος είναι συνήθως αρκετά ικανοποιητική [11]. Επιπλέον, από το γραμμικοποιημένο σύστημα μπορούμε σχεδόν πάντα να αποφανθούμε για την ευστάθεια

του σημείου ισορροπίας του μη γραμμικού συστήματος [12]. Συνεπώς, η γραμμική προσέγγιση του συστήματος αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για την ανάλυση της ευστάθειας του συστήματος, όπως θα δούμε αναλυτικότερα και στο κεφάλαιο 2. Ωστόσο, τονίζεται ότι αν στο σύστημα εφαρμοστούν μεγάλες διαταραχές, τότε είναι απαραίτητη η χρήση του μη γραμμικού μοντέλου, λόγω του κινδύνου αστάθειας που οφείλεται σε οδήγηση της κατάστασης του συστήματος εκτός της περιοχής έλξης του ευσταθούς σημείου ισορροπίας [11].

1.2 Ευστάθεια ΣΗΕ

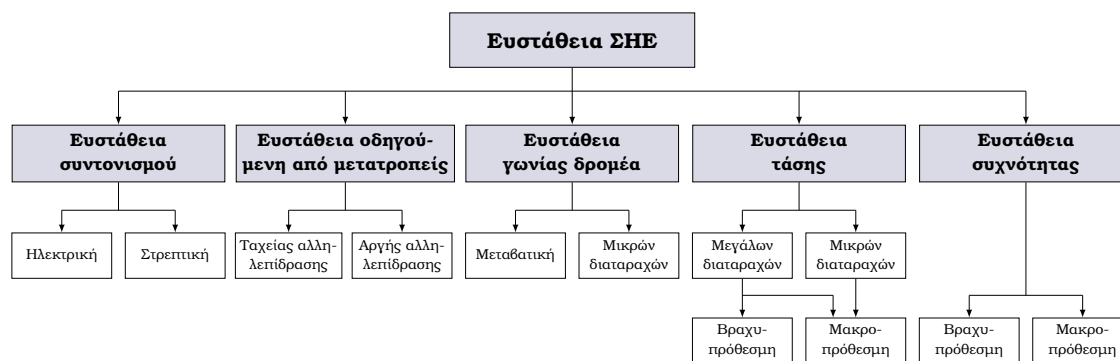
1.2.1 Ορισμός και ταξινόμηση

Σύμφωνα με την εργασία [4], ο ορισμός της ευστάθειας ΣΗΕ είναι ο εξής:

«*Ευστάθεια ΣΗΕ* είναι η ικανότητα ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, για δεδομένη αρχική συνθήκη λειτουργίας, να ανακάτ βιώσιμη κατάσταση λειτουργίας (σημείο ισορροπίας) ύστερα από μία διαταραχή στην οποία υποβάλλεται με τις περισσότερες μεταβλητές του συστήματος να είναι εντός ορίων, ώστε ολόκληρο το σύστημα να παραμείνει πρακτικά άθικτο.»

Η ευστάθεια ΣΗΕ μπορεί να μελετηθεί με χρήση μαθηματικών εργαλείων ευστάθειας δυναμικών συστημάτων, όπως είναι η ευστάθεια κατά Lyapunov και η ευστάθεια εισόδου-εξόδου. Οι μαθηματικές έννοιες της ευστάθειας θα ορισθούν στο κεφάλαιο 2.

Σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό, το πρόβλημα της ευστάθειας ΣΗΕ αποτελεί ένα συνολικό πρόβλημα για το σύστημα. Ωστόσο, λόγω της μεγάλης του διάστασης, είναι δύσκολο να αναλυθεί ως ένα ενιαίο πρόβλημα. Κάνοντας τις απαραίτητες απλοποιητικές παραδοχές, το πρόβλημα της ευστάθειας ΣΗΕ μπορεί να διαχωρισθεί σε μικρότερα υποπροβλήματα, τα οποία είναι αναλυτικά διαχειρίσιμα και προσδίδουν ταυτόχρονα κατανόηση των αντίστοιχων μηχανισμών αστάθειας και των πιθανών μέτρων αντιμετώπισης. Σύμφωνα με το [4], η κατηγοριοποίηση της ευστάθειας γίνεται με βάση του ακόλουθους άξονες: (α') Τον τρόπο που εξελίσσεται η επικείμενη αστάθεια, (β') το μέγεθος της θεωρούμενης διαταραχής και (γ') τις διατάξεις, τις διαδικασίες και τη χρονική κλίμακα που εστιάζει το ενδιαφέρον της μελέτης.



Σχήμα 1.2: Κατηγοριοποίηση ευστάθειας ΣΗΕ [1].

Σύμφωνα με την εργασία [1], οι κατηγορίες ευστάθειας ΣΗΕ φαίνονται στο σχήμα 1.2. Οι βασικές τρεις κατηγορίες ευστάθειας, οι οποίες προτείνονται στο [4] είναι:

1. *Ευστάθεια γωνίας δρομέα (rotor angle stability)*
2. *Ευστάθεια τάσης (voltage stability)*
3. *Ευστάθεια συχνότητας (frequency stability)*

Οι τρεις παραπάνω κατηγορίες ευστάθειας σχετίζονται με δυναμικές που ανήκουν στις χρονικές κλίμακες των ηλεκτρομηχανικών και των θερμοδυναμικών φαινομένων. Η αύξηση της

διείσδυσης παραγωγών με μετατροπείς (converter interfaced generators, CIGs) στο σύστημα, των οποίων οι δυναμικές είναι της τάξης των ms, οδήγησε στην ανάγκη επέκτασης της κατηγοριοποίησης της ευστάθειας, με στόχο να λαμβάνονται υπόψη δυναμικές που ανήκουν και στη χρονική κλίμακα των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων (βλ. σχήμα 1.2). Συγκεκριμένα, προστέθηκαν οι εξής δύο νέες κατηγορίες ευστάθειας ΣΗΕ [1]:

4. *Ευστάθεια συντονισμού (resonance stability)*

5. *Ευστάθεια οδηγούμενη από μετατροπείς (converter-driven stability)*

Οι πέντε κατηγορίες της ευστάθειας ΣΗΕ αναλύονται συνοπτικά στις υποενότητες που ακολουθούν.

1.2.2 Ευστάθεια γωνίας δρομέα

Η *ευστάθεια γωνίας δρομέα* αναφέρεται στην ικανότητα των σύγχρονων μηχανών ενός διασυνδεδεμένου συστήματος να παραμένουν συγχρονισμένες κάτω από κανονικές συνθήκες λειτουργίας και να αποκτούν συγχρονισμό ύστερα από την εφαρμογή μιας μικρής ή μεγάλης διαταραχής [1]. Με τον όρο συγχρονισμό μιας σύγχρονης μηχανής εννοούμε την ισοτιμία μεταξύ ηλεκτρομαγνητικής και μηχανικής ροπής (ίσες κατά μέτρο και αντίθετες κατά κατεύθυνση).

Είναι βολικό για την ανάλυση η ευστάθεια γωνίας δρομέα να διαχωριστεί στις εξής δύο κατηγορίες [4]:

(α') *Ευστάθεια γωνίας δρομέα για μικρές διαταραχές (small-disturbance or small-signal rotor angle stability)*: Αφορά την ικανότητα του συστήματος να παραμένει σε συγχρονισμό ύστερα από την εφαρμογή μικρών διαταραχών. Ένα χαρακτηριστικό ενός ΣΗΕ με σύγχρονες γεννήτριες είναι η εμφάνιση ταλαντώσεων μεταξύ των σύγχρονων γεννητριών αλλά και μεταξύ ομάδων από σύγχρονες γεννήτριες, ύστερα από την εφαρμογή μιας μικρής διαταραχής. Το σύστημα είναι ευσταθές, για αυτήν την κατηγορία, εφόσον υπάρχει επαρκής απόσβεση αυτών των ταλαντώσεων σε συνδυασμό με επαρκή ροπή συγχρονισμού. Η ανάλυση αυτής της κατηγορίας της ευστάθειας γίνεται με γραμμικοποίηση του συστήματος, η οποία είναι επιτρεπτή κάτω από την παραδοχή των μικρών διαταραχών.

(β') *Ευστάθεια γωνίας δρομέα για μεγάλες διαταραχές (ή μεταβατική ευστάθεια) (large-disturbance rotor angle stability or transient stability)*: Αφορά την ικανότητα του συστήματος να αποκτήσει συγχρονισμό ύστερα από την εφαρμογή μεγάλης διαταραχής, όπως για παράδειγμα ένα βραχυκύκλωμα σε μια γραμμή μεταφοράς. Για τη μελέτη της μεταβατικής ευστάθειας είναι απαραίτητο το μη γραμμικό σύστημα. Το πρόβλημα της μεταβατικής ευστάθειας σχετίζεται με το κατά πόσον η κατάσταση του συστήματος θα βρεθεί ύστερα από την εφαρμογή μιας μεγάλης διαταραχής εντός της περιοχής έλξης ενός ευσταθούς σημείου ισορροπίας του συστήματος.

1.2.3 Ευστάθεια τάσης

Ευστάθεια τάσης είναι η ικανότητα του συστήματος να διατηρεί τα μέτρα των τάσεων όλων των ζυγών κοντά στις ονομαστικές τους τιμές ύστερα από την εφαρμογή μιας διαταραχής [1]. Εξαρτάται από την ικανότητα του συστήματος παραγωγής και μεταφοράς να παρέχει την απαιτούμενη ισχύ (ζήτηση) στα φορτία. Κατηγοριοποιείται σε βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη, με κριτήριο τη χρονική κλίμακα των μηχανισμών που μπορεί να οδηγήσουν σε αστάθεια τάσης.

(α') Η *βραχυπρόθεσμη ευστάθεια τάσης (short-term voltage stability)* αφορά τις γρήγορες δυναμικές συνιστώσες του φορτίου, όπως κινητήρες επαγωγής και φορτία ελεγχόμενα από ηλεκτρονικά ισχύος, διασυνδέσεις HVDC και παραγωγούς με μετατροπείς. Η χρονική κλίμακα της βραχυπρόθεσμης ευστάθειας τάσης είναι έως μερικά δευτερόλεπτα.

(β') Η *μακροπρόθεσμη ευστάθεια τάσης* (*long-term voltage stability*) αφορά τις αργές δυναμικές του φορτίου, όπως θερμοστατικά ελεγχόμενα φορτία, τη δυναμική του συστήματος αλλαγής τάσης υπό φορτίο των μετασχηματιστών και τους περιοριστές ρεύματος των σύγχρονων γεννητριών. Η χρονική κλίμακα της μακροπρόθεσμης ευστάθειας τάσης είναι από δεκάδες δευτερόλεπτα έως και μερικά λεπτά.

Οι λόγοι για τους οποίους το σύστημα μπορεί να οδηγηθεί σε αστάθεια τάσης κατηγοριοποιούνται λεπτομερώς στο [5], σύμφωνα με τον διαχωρισμό των δύο χρονικών κλιμάκων (βραχυπρόθεσμης και μακροπρόθεσμης).

Σύμφωνα με το σχήμα 1.2, η ευστάθεια τάσης κατηγοριοποιείται και ανάλογα με το μέγεθος της διαταραχής σε: (α') *Ευστάθεια τάσης μικρών διαταραχών* (*small-disturbance voltage stability*), η οποία αφορά μικρές διαταραχές όπως είναι η μεταβολή της ζήτησης του φορτίου. (β') *Ευστάθεια τάσης μεγάλων διαταραχών* (*large-disturbance voltage stability*), η οποία αφορά μεγάλες διαταραχές όπως είναι η απώλεια μιας διασυνδεδετικής γραμμής ή μιας μεγάλης μονάδας παραγωγής.

1.2.4 Ευστάθεια συχνότητας

Η *ευστάθεια συχνότητας* αποτελεί την ικανότητα του συστήματος να διατηρεί σταθερή συχνότητα ύστερα από μια διαταραχή, η οποία έχει ως αποτέλεσμα μια σημαντική ανισορροπία στο συνολικό ισοζύγιο μεταξύ παραγωγής και φορτίου του συστήματος [1]. Κατηγοριοποιείται, όπως και η ευστάθεια τάσης, σε *βραχυπρόθεσμη* (*short-term frequency stability*) και *μακροπρόθεσμη* (*long-term frequency stability*), ανάλογα με τη χρονική κλίμακα των μηχανισμών που οδηγούν σε αστάθεια συχνότητας. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα βραχυπρόθεσμης αστάθειας συχνότητας είναι ο σχηματισμός μιας νησίδας στο δίκτυο με έλλειμα παραγωγής και ανεπαρκή αποκοπή φορτίου λόγω υποσυχνότητας, η οποία οδηγεί σε σημαντική γρήγορη μείωση της συχνότητας (μερικά δευτερόλεπτα) και έχει ως αποτέλεσμα τη σβέση της νησίδας. Η μακροπρόθεσμη ευστάθεια συχνότητας σχετίζεται με τις δυναμικές των κινητήριων μηχανών (*prime movers*) των σύγχρονων μηχανών, των ρυθμιστών στροφών (οι οποίοι συνεισφέρουν στην πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας) και της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας. Η χρονική κλίμακα αυτών των δυναμικών μηχανισμών είναι από μερικά δευτερόλεπτα έως και μερικά λεπτά [4].

1.2.5 Ευστάθεια συντονισμού

Ο συντονισμός γενικά συμβαίνει όταν εμφανίζεται ανταλλαγή ενέργειας με τη μορφή ταλάντωσης χωρίς απόσβεση. Οι ταλαντώσεις συντονισμού εκδηλώνονται στα πλάτη των τάσεων, των ρευμάτων και των ροπών. Όταν τα πλάτη αυτά ξεπεράσουν συγκεκριμένα όρια, τότε λέγεται ότι έχει συμβεί αστάθεια συντονισμού. Η *ευστάθεια συντονισμού* συμπεριλαμβάνει τον *υποσύγχρονο συντονισμό* (*subsynchronous resonance*). Χωρίζεται σε δύο υποκατηγορίες, τον *στρεπτικό συντονισμό* (*torsional resonance*) και τον *ηλεκτρικό συντονισμό* (*electrical resonance*). Ο στρεπτικός συντονισμός οφείλεται σε αλληλεπίδραση μεταξύ μιας γραμμής μεταφοράς με αντιστάθμιση σειράς και του μηχανικού άξονα στροβίλου – σύγχρονης γεννήτριας. Ο ηλεκτρικός συντονισμός οφείλεται σε ηλεκτρική αλληλεπίδραση και εμφανίζεται σε γεννήτριες επαγωγής διπλής τροφοδότησης (*doubly-fed induction generators*) που συνδέονται σε γραμμές μεταφοράς με αντιστάθμιση σειράς [1].

Είναι προφανές ότι το πρόβλημα της ευστάθειας συντονισμού υπάρχει και σε δίκτυα χωρίς ηλεκτρονικούς μετατροπείς. Ωστόσο, δεν συμπεριλαμβάνεται στην κατηγοριοποίηση του [4], διότι τα φαινόμενα υποσύγχρονου συντονισμού βρίσκονται στην χρονική κλίμακα των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων. Στο [4], η κατηγοριοποίηση που γίνεται αφορά μόνο τις χρονικές κλίμακες των ηλεκτρομηχανικών και των θερμοδυναμικών φαινομένων.

1.2.6 Ευστάθεια οδηγούμενη από μετατροπείς

Η παραγωγή με ηλεκτρονικούς μετατροπείς ισχύος συμπεριλαμβάνει βρόχους ελέγχου και αλγορίθμους με γρήγορη χρονική απόκριση, όπως είναι π.χ. ο έλεγχος κλειδώματος φάσης (phase locked loop, PLL) και οι εσωτερικοί βρόχοι ελέγχου ρεύματος. Η χρονική κλίμακα που καλύπτει τους διάφορους ελέγχους των ηλεκτρονικών ισχύος μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική αλληλεπίδραση τόσο με την ηλεκτρομηχανική δυναμική των μηχανών όσο και με τα ηλεκτρομαγνητικά μεταβατικά φαινόμενα του δικτύου, με πιθανό αποτέλεσμα τις ασταθείς ταλαντώσεις. Η *οδηγούμενη από μετατροπείς ευστάθεια* κατηγοριοποιείται περαιτέρω με κριτήριο τη χρονική κλίμακα των φαινομένων αστάθειας σε ευστάθεια ταχείας αλληλεπίδρασης και σε ευστάθεια αργής αλληλεπίδρασης. Η *οδηγούμενη από μετατροπείς ευστάθεια ταχείας αλληλεπίδρασης* (*fast-interaction converter-driven stability*) συμπεριλαμβάνει ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων ευστάθειας τα οποία οφείλονται στις γρήγορες δυναμικές αλληλεπιδράσεις των ελεγκτών των συστημάτων με ηλεκτρονικά ισχύος, όπως είναι οι ηλεκτρονικοί μετατροπείς ισχύος, η μεταφορά με συνεχές ρεύμα (HVDC) και τα ευέλικτα συστήματα μεταφοράς (FACTS), με τις γρήγορες δυναμικές ενός ΣΗΕ, όπως είναι το σύστημα μεταφοράς, η ηλεκτρομαγνητική δυναμική του στάτη των σύγχρονων γεννητριών ή άλλων συσκευών. Η *οδηγούμενη από μετατροπείς ευστάθεια αργής αλληλεπίδρασης* (*slow-interaction converter-driven stability*) οφείλεται στις αργές αλληλεπιδράσεις των συστημάτων ελέγχου των συσκευών με ηλεκτρονικά ισχύος με τις αργές συνιστώσες ενός ΣΗΕ, όπως η ηλεκτρομηχανική δυναμική των σύγχρονων γεννητριών και κάποιων ελεγκτών των γεννητριών [1].

1.3 Ρύθμιση φορτίου-συχνότητας

1.3.1 Γενικά

Με στόχο τη διατήρηση της ευστάθειας, την εξασφάλιση ενός ικανοποιητικού επιπέδου ασφάλειας και παράλληλα της λειτουργίας με ελάχιστο δυνατό κόστος και ελάχιστες περιβαλλοντικές επιπτώσεις, στα ΣΗΕ είναι απαραίτητα συστήματα ελέγχου. Τα δύο βασικότερα συστήματα ελέγχου σε ένα ΣΗΕ είναι ο *έλεγχος ενεργού ισχύος-συχνότητας* (ρύθμιση φορτίου-συχνότητας) και ο *έλεγχος αέργου ισχύος-τάσης*. Στην παρούσα ενότητα, αλλά και στην υπόλοιπη εργασία, θα ασχοληθούμε με τη ρύθμιση φορτίου-συχνότητας.

Ο βασικός στόχος της *ρύθμισης φορτίου-συχνότητας* (*load-frequency control, LFC*) είναι η διατήρηση της ηλεκτρικής συχνότητας του ΣΗΕ κοντά στην ονομαστική τιμή της (50 Hz ή 60 Hz), το οποίο εξασφαλίζεται όταν όλες οι διασυνδεδεμένες γεννήτριες του συστήματος βρίσκονται σε συγχρονισμό, δηλαδή οι δρομείς τους περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα σε ηλεκτρικά ακτίνια ανά δευτερόλεπτο. Η ανισορροπία του ισοζυγίου μεταξύ συνολικής παραγωγής και συνολικού φορτίου συνεπάγεται μεταβολή της ροπής που ασκείται στους άξονες όλων των γεννητριών και, άρα, μεταβολή της γωνιακής τους ταχύτητας. Συνεπώς, το πρόβλημα προσαρμογής της παραγωγής στο φορτίο και το πρόβλημα της ρύθμισης της συχνότητας του συστήματος είναι ενιαίο [11].

Η ρύθμιση φορτίου-συχνότητας ακολουθεί ιεραρχική δομή (ως προς τον χρόνο απόκρισης) [3, 13] και κατηγοριοποιείται από το κατώτερο προς το ανώτερο επίπεδο της ιεραρχίας σε:

1. *Πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας* (*primary frequency control*)
2. *Δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας* (*secondary frequency control*)
3. *Τριτεύουσα ρύθμιση συχνότητας* (*tertiary frequency control*)

Επιπλέον, στη ρύθμιση φορτίου-συχνότητας συνεισφέρουν και οι εξής τρεις έλεγχοι [2]: Ο έλεγχος έκτακτης ανάγκης (*emergency control*), ο έλεγχος εικονικής αδράνειας (*inertia control*) και ο έλεγχος ζήτησης (*demand control*).

1.3.2 Πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας

Στόχος της *πρωτεύουσας ρύθμισης συχνότητας* είναι η γρήγορη προσαρμογή της παραγωγής στο φορτίο (εντός μερικών δευτερολέπτων) διασφαλίζοντας ταυτόχρονα ότι η συχνότητα δεν θα απομακρυνθεί σημαντικά από την ονομαστική της τιμή. Στην πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας συνεισφέρουν παραδοσιακά οι ρυθμιστές στροφών (*governors*) των σύγχρονων γεννητριών. Την ικανότητα να συνεισφέρουν στην πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας έχουν επίσης και οι ηλεκτρονικοί μετατροπείς ισχύος, καθώς και τα μικροδίκτυα (*microgrids*) [2]. Η πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας οδηγεί σε ένα μόνιμο σφάλμα στη συχνότητα, λόγω της αναλογικής ανατροφοδότησης της συχνότητας σε κάθε μονάδα παραγωγής που συνεισφέρει στην πρωτεύουσα ρύθμιση. Το αντίστροφο αυτού του κέρδους ονομάζεται στατισμός (*droop*) της μονάδας.

Το πρόβλημα του μόνιμου σφάλματος της συχνότητας θα μπορούσε να επιλυθεί θεωρητικά χρησιμοποιώντας και μια ολοκληρωτική ανατροφοδότηση της συχνότητας σε κάθε μονάδα παραγωγής. Ωστόσο, αυτό δεν είναι εφικτό στην πρωτεύουσα ρύθμιση, επειδή η κάθε μονάδα θα προσπαθούσε ανεξάρτητα η μία από την άλλη να ρυθμίσει τη συχνότητα στην ονομαστική της τιμή με κατάλληλη προσαρμογή της παραγωγής της. Πιθανό αποτέλεσμα είναι ο μεταξύ τους ανταγωνισμός (εμφάνιση ταλαντώσεων) και άρα η αστάθεια.

1.3.3 Δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας

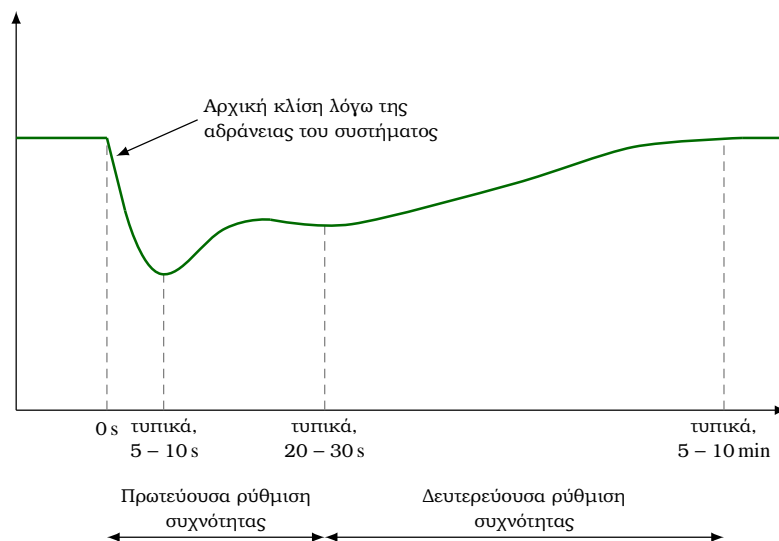
Πριν αναφερθούμε στη δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας, είναι απαραίτητος ο ορισμός της περιοχής ελέγχου ενός ΣΗΕ. Σύμφωνα με το [11], «*περιοχή ελέγχου (control area)* ονομάζεται το σύστημα ή το τμήμα του ΣΗΕ, το οποίο είναι κατά το μάλλον ή το ήττον ανεξάρτητο από άποψη ρύθμισης φορτίου-συχνότητας και αυτοδύναμο από άποψη φορτίου, δηλαδή οι μεταβολές του φορτίου απορροφώνται κατά κανόνα από το ίδιο το σύστημα». Μια περιοχή ελέγχου μπορεί να λειτουργεί αυτόνομα, να είναι δηλαδή απομονωμένη, ή να έχει διασυνδέσεις με άλλες γειτονικές περιοχές ελέγχου. Σε περίπτωση που υπάρχει διασύνδεση μεταξύ δύο γειτονικών περιοχών ελέγχου, η ροή ενεργού ισχύος που ανταλλάσσουν πρέπει να ακολουθεί συνήθως ένα προκαθορισμένο πρόγραμμα.

Η *δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας* ή *αυτόματος έλεγχος παραγωγής (automatic generation control, AGC)* εξασφαλίζει ότι η συχνότητα θα επανέλθει στην ονομαστική της τιμή, χρησιμοποιώντας συμβατικά αναλογικό-ολοκληρωτικό (ή μόνο ολοκληρωτικό) έλεγχο και λειτουργώντας κεντρικά σε κάθε περιοχή ελέγχου. Εξασφαλίζει τη συνεργασία μεταξύ των μονάδων παραγωγής και όχι τον ανταγωνισμό. Επιπλέον στόχος της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας είναι και η ρύθμιση των διασυνδεδετικών ροών ισχύος στο προκαθορισμένο πρόγραμμά τους.

Η δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας γίνεται από επιλεγμένες μονάδες παραγωγής. Επίσης, πραγματοποιείται σε διακριτό χρόνο (συνήθως κάθε 2 έως 5 δευτερόλεπτα [3]). Το χρονικό διάστημα αυτό θα αποκαλείται σε αυτή την εργασία περίοδος δειγματοληψίας της δευτερεύουσας ρύθμισης, λόγω της μοντελοποίησης που θα χρησιμοποιηθεί. Επιπλέον, επειδή η δευτερεύουσα ρύθμιση γίνεται κεντρικά, απαιτεί χρήση τηλεπικοινωνιακού διαύλου μεταξύ του κέντρου ελέγχου και της κάθε ρυθμιζουσας μονάδας παραγωγής της περιοχής ελέγχου. Συνεπώς, είναι επιρρεπής στα προβλήματα του τηλεπικοινωνιακού διαύλου, όπως χρονικές καθυστερήσεις μετάδοσης και σε θόρυβο. Επίσης, μπορεί να αποτελέσει στόχο κυβερνοεπίθεσης (*cyber attack*) [2].

1.3.4 Παραδοσιακή απόκριση συχνότητας

Θεωρούμε ένα ΣΗΕ κυριαρχούμενο από σύγχρονες γεννήτριες στο οποίο μια μεγάλη μονάδα παραγωγής τίθεται εκτός λειτουργίας. Η χρονική απόκριση της συχνότητας φαίνεται ποιοτικά στο σχήμα 1.3. Σε αυτήν διακρίνουμε τρεις διακριτές χρονικές περιόδους: (α') Την αρχική απόκριση που οφείλεται στην αδράνεια των σύγχρονων γεννητριών που βρίσκονται εντός λειτουργίας, (β') την απόκριση της πρωτεύουσας ρύθμισης συχνότητας των σύγχρονων γεννητριών μαζί με την αυτορρύθμιση του φορτίου και (γ') την απόκριση του συστήματος αυτόματης παραγωγής (της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας), η οποία επαναφέρει τη συχνότητα στην ονομαστική της τιμή.



Σχήμα 1.3: Ποιοτική συμπεριφορά χρονικής απόκρισης της συχνότητας ενός ΣΗΕ με μεγάλη αδράνεια ύστερα από μια μεγάλη απώλεια παραγωγής [1].

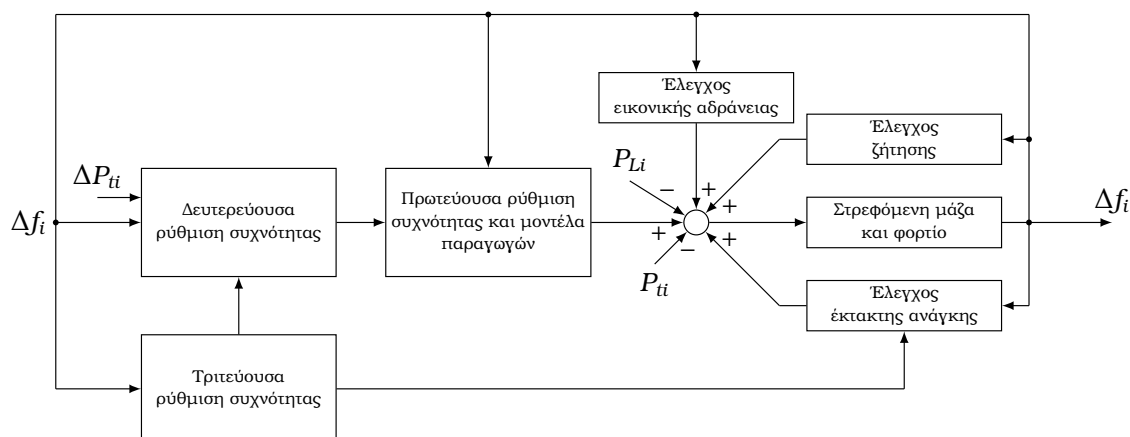
Τα ΣΗΕ στα οποία υπάρχει μεγάλη διείσδυση παραγωγών με ηλεκτρονικούς μετατροπείς και μείωση του αριθμού των σύγχρονων γεννητριών, η χρονική απόκριση της συχνότητας διαφέρει σημαντικά από αυτήν του σχήματος 1.3, λόγω της μείωσης της αδράνειας του συστήματος και της γρήγορης απόκρισης των ελέγχων των μετατροπέων (εφόσον είναι μετατροπείς με δυνατότητα ρύθμισης συχνότητας - έλεγχο στατισμού). Ως αποτέλεσμα, οι μεταβολές της συχνότητας γίνονται γρηγορότερες, επηρεάζεται η απόδοση του συστήματος και ο κίνδυνος εμφάνισης αστάθειας αυξάνεται [1].

1.3.5 Τριτεύουσα ρύθμιση και άλλοι τρόποι ρύθμισης συχνότητας

Η *τριτεύουσα ρύθμιση συχνότητας* έχει ως στόχο την οικονομική κατανομή του φορτίου και της εφεδρείας στις μονάδες παραγωγής. Πραγματοποιείται κεντρικά από τον διαχειριστή του συστήματος. Καθορίζει επίσης το ποσοστό συμμετοχής κάθε ρυθμιζουσας μονάδας παραγωγής στη δευτερεύουσα ρύθμιση [2].

Ο *έλεγχος έκτακτης ανάγκης* έχει ως στόχο να συγκρατήσει τη συχνότητα του συστήματος στις πιο δυσμενείς καταστάσεις που οφείλονται σε μεγάλες διαταραχές (όπως π.χ. μεγάλη πτώση της συχνότητας λόγω κάποιου σφάλματος), χρησιμοποιώντας κατάλληλα σχήματα προστασίας. Συμπεριλαμβάνει την *αποκοπή φορτίου λόγω υποσυχνότητας* (*underfrequency load shedding, UFLS*) και την *αποκοπή παραγωγής λόγω υπερσυχνότητας* (*overfrequency generation trip, OFGT*) [2].

Το πρόβλημα της μείωσης της αδράνειας των ΣΗΕ, λόγω υψηλής διείσδυσης παραγωγών με ηλεκτρονικούς μετατροπείς ισχύος και μείωσης του πλήθους των σύγχρονων μονάδων, μπορεί να επιλυθεί με τον έλεγχο εικονικής αδράνειας. Ο *έλεγχος εικονικής αδράνειας*



Σχήμα 1.4: Γενικό σχήμα του μοντέλου της απόκρισης της συχνότητας για μία περιοχή ελέγχου i [2].

μπορεί να πραγματοποιηθεί από μετατροπείς, μέσω κατάλληλων ελέγχων των ηλεκτρονικών ισχύος [2].

Τέλος, στο [2], αναφέρεται και ο *έλεγχος ζήτησης*. Αποτελεί τη συμμετοχή της ζήτησης στη ρύθμιση συχνότητας από φορτία εξαρτώμενα από τη συχνότητα, όπως είναι οι κινητήρες επαγωγής. Προϋποθέτει, ωστόσο, την απόκριση της ζήτησης (demand response), δηλαδή την ενεργό συμμετοχή των καταναλωτών στην αποδοτική κατανάλωση ηλεκτρισμού καθώς και στην παροχή επικουρικών υπηρεσιών [7]. Ωστόσο, ο έλεγχος ζήτησης είναι δύσκολος, διότι στην πράξη το φορτίο δεν ανταποκρίνεται στις ανάγκες του συστήματος και έχει σταθερή συνεισφορά στη ρύθμιση συχνότητας, χωρίς να είναι ευέλικτο.

Στο σχήμα 1.4 φαίνεται σε μορφή διαγράμματος βαθμίδων ένα γενικό σχήμα του μοντέλου της απόκρισης της συχνότητας για μία περιοχή ελέγχου, το οποίο συμπεριλαμβάνει τις διάφορες κατηγορίες ρύθμισης φορτίου-συχνότητας [2]. Με Δf_i συμβολίζεται η απόκλιση της συχνότητας της περιοχής ελέγχου i από την ονομαστική της τιμή, με P_{ti} η συνολική ενεργός ισχύς που εισάγεται στην περιοχή i , με ΔP_{ti} η απόκλισή της από το πρόγραμμά της και με P_{Li} το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο της περιοχής i .

1.4 Βιβλιογραφική επισκόπηση

Σε αυτή την ενότητα πραγματοποιείται μια σύντομη βιβλιογραφική επισκόπηση επιλεγμένων εργασιών που σχετίζονται με τη μαθηματική παράσταση, την ευστάθεια και την απόδοση του συστήματος ρύθμισης φορτίου-συχνότητας, εστιάζοντας στην πρωτεύουσα και τη δευτερεύουσα συμβατική ρύθμιση.

Υπάρχει ένα μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας που θεωρεί τη δευτερεύουσα ρύθμιση ως σύστημα συνεχούς χρόνου, κυρίως για να διευκολυνθεί η ανάλυση. Ενδεικτικές εργασίες είναι οι [14], [15] και [16], το περιεχόμενο των οποίων συνοψίζεται παρακάτω.

Στην [14], εξετάζεται η ευστάθεια της πρωτεύουσας-δευτερεύουσας ρύθμισης για ΣΗΕ με πολλές περιοχές ελέγχου αναλυτικά με χρήση θεωρίας ευστάθειας Lyapunov και θεωρίας ιδιαισθητικών διαταραχών. Η μη γραμμικότητα του συστήματος λαμβάνεται επίσης υπόψη.

Στην [15], εξετάζεται η επίδραση των διάφορων πηγών αβεβαιότητας στην αυτόματη ρύθμιση παραγωγής, όπως είναι η αβεβαιότητα της παραγωγής που προέρχεται από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας και ο θόρυβος του τηλεπικοινωνιακού διαύλου. Το μοντέλο που θεωρείται συμπεριλαμβάνει και τις μη γραμμικές εξισώσεις του δικτύου. Η αβεβαιότητα εισάγεται με χρήση στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων.

Στην [16], εξετάζεται συστηματικά η ευστάθεια του συστήματος ρύθμισης φορτίου- συ-

χνότητας με χρήση θεωρίας ευστάθειας Lyapunov και λαμβάνεται υπόψη η χρονική καθυστέρηση λόγω του τηλεπικοινωνιακού διαύλου.

Η εργασία [17] αποτελεί μία από τις πρώτες προσπάθειες παράστασης της δευτερεύουσας ρύθμισης ως συστήματος διακριτού χρόνου, με στόχο τη βελτιστοποίηση των κερδών της με κριτήρια απόδοσης. Συγκεκριμένα, γίνεται ενιαία μαθηματική παράσταση του συμβατικού συστήματος πρωτεύουσας-δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας, με θεώρηση ενός υδροθερμικού συστήματος δύο περιοχών ελέγχου. Βελτιστοποιούνται τα κέρδη των ολοκληρωτικών ελεγκτών της δευτερεύουσας ρύθμισης με χρήση δεικτών απόδοσης. Η βελτιστοποίηση γίνεται θεωρώντας δύο περιπτώσεις για τη δευτερεύουσας ρύθμιση: Λειτουργία σε συνεχή χρόνο και λειτουργία σε διακριτό χρόνο. Επιπλέον, γίνεται προσπάθεια προσδιορισμού της βέλτιστης περιόδου δειγματοληψίας. Η επίδραση των περιορισμών ράμπας των μονάδων (generation rate constraints) στην απόκριση για τις βέλτιστες τιμές των κερδών επίσης διερευνάται. Ωστόσο, δεν λαμβάνονται υπόψη άλλες μη γραμμικότητες του συστήματος, όπως η νεκρή ζώνη της δευτερεύουσας ρύθμισης, και το ζήτημα της ευστάθειας του συστήματος δεν αντιμετωπίζεται αναλυτικά.

Στην εργασία [18], διερευνάται η επίδραση της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας ως σύστημα διακριτού χρόνου στη δυναμική του ΣΗΕ, για διάφορες τιμές του κέρδους της δευτερεύουσας ρύθμισης και για διάφορες περιόδους δειγματοληψίας. Επίσης, θεωρείται και η δυναμική της αγοράς. Ωστόσο, η ευστάθεια του συστήματος εξετάζεται με προσομοιώσεις και δεν μελετάται αναλυτικά.

Μια εργασία στην οποία λαμβάνεται υπόψη η διακριτότητα στον χρόνο της δευτερεύουσας ρύθμισης και προσδιορίζεται αναλυτική συνθήκη για την ευστάθεια του συστήματος είναι η [19]. Επιπλέον, λαμβάνεται υπόψη και η χρονική καθυστέρηση μετάδοσης στη δευτερεύουσα ρύθμιση. Χρησιμοποιούνται τεχνικές σθεναρού ελέγχου (έλεγχος H_∞) με γραμμικές ανισότητες πινάκων για τον προσδιορισμό των κερδών της δευτερεύουσας ρύθμισης, για δεδομένη καθυστέρηση μετάδοσης και περίοδο δειγματοληψίας και για επιθυμητή σθεναρότητα του ελέγχου. Ωστόσο, τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται δεν λαμβάνουν υπόψη μη γραμμικότητες, όπως είναι η νεκρή ζώνη στη δευτερεύουσα ρύθμιση και οι περιορισμοί ράμπας των παραγωγών.

1.5 Αντικείμενο και σκοπός της εργασίας

Η παρούσα εργασία μελετά το σύστημα πρωτεύουσας και δευτερεύουσας συμβατικής ρύθμισης συχνότητας για μία και για πολλές περιοχές ελέγχου με βάση τους εξής τρεις άξονες: (1) *Μαθηματική παράσταση*, (2) *ευστάθεια* και (3) *απόδοση*. Οι στόχοι της εργασίας κατηγοριοποιούνται σύμφωνα με αυτούς τους τρεις άξονες ως εξής:

1. *Μαθηματική παράσταση*: Στόχος είναι η διαμόρφωση ενός μοντέλου για την πρωτεύουσα και τη δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας που αναπαριστά σε μεγάλο βαθμό το πραγματικό σύστημα, αλλά παραμένει απλό για την ανάλυση της ευστάθειας του συστήματος και της βελτιστοποίησής του με δείκτες απόδοσης. Ο στόχος αυτός επιτυγχάνεται με:
 - Τη χρήση γραμμικών μοντέλων για το σύστημα παραγωγής και την πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας, τα οποία προκύπτουν από τη μέθοδο της γραμμικοποίησης [3, 11].
 - Τη διαμόρφωση ενός μοντέλου κοινής συχνότητας για μια περιοχή ελέγχου με τη χρήση της θεωρίας ιδιαζουσών διαταραχών [20].
 - Τη διαμόρφωση μοντέλου για τις διασυνδέσεις μεταξύ περιοχών ελέγχου [3].
 - Τη χρήση ενός απλού ολοκληρωτή διακριτού χρόνου για την παράσταση της δευτερεύουσας ρύθμισης, λαμβάνοντας υπόψη την ύπαρξη νεκρής ζώνης [11].

Το σύστημα πρωτεύουσας και δευτερεύουσας ρύθμισης παριστάνεται ως σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας (sampled-data system). Επιπλέον, υπό την προϋπόθεση ότι η δυναμική της πρωτεύουσας ρύθμισης συχνότητας είναι αρκετά πιο γρήγορη από αυτή της δευτερεύουσας ρύθμισης, διαμορφώνεται μοντέλο διακριτού χρόνου που αναπαριστά την αργή δυναμική της δευτερεύουσας ρύθμισης (οιονεί στατική προσέγγιση του συστήματος). Σημειώνεται ότι, λόγω της γραμμικοποίησης, η ανάλυση θα περιοριστεί σε μικρές διαταραχές.

2. *Ευστάθεια*: Στόχος είναι ο προσδιορισμός των ορίων ευστάθειας του συστήματος πρωτεύουσας - δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας για την επιλογή των κερδών (συντελεστών πόλωσης συχνότητας) της δευτερεύουσας ρύθμισης ως συνάρτηση της περιόδου δειγματοληψίας της. Ο στόχος αυτός επιτυγχάνεται με:

- Τον υπολογισμό των ορίων ευστάθειας με χρήση αναλυτικών και αριθμητικών μεθόδων για τρεις περιπτώσεις συστημάτων μιας περιοχής ελέγχου (μονάδας ντίζελ, ατμοηλεκτρικής μονάδας, υδροηλεκτρικής μονάδας).
- Τον υπολογισμό των ορίων ευστάθειας με χρήση αριθμητικής μεθόδου για την περίπτωση του υδροθερμικού συστήματος δύο περιοχών ελέγχου του [17].

Επιπλέον, προσδιορίζονται αναλυτικά οι συνθήκες και τα όρια ευστάθειας για τους συντελεστές πόλωσης συχνότητας στο μοντέλο διακριτού χρόνου που αναπαριστά την αργή δυναμική της δευτερεύουσας ρύθμισης.

3. *Απόδοση*: Στόχος είναι ο προσδιορισμός των βέλτιστων συντελεστών πόλωσης της δευτερεύουσας ρύθμισης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας που ελαχιστοποιούν συγκεκριμένους δείκτες απόδοσης του συστήματος. Ο στόχος αυτός επιτυγχάνεται με:

- Την πρόταση δεικτών απόδοσης, με τους οποίους ποσοτικοποιείται η συμπεριφορά συγκεκριμένων μεταβλητών του συστήματος.
- Τον προσδιορισμό των βέλτιστων συντελεστών πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας με χρήση αριθμητικής μεθόδου για τις τρεις περιπτώσεις συστημάτων μιας περιοχής ελέγχου (μονάδας ντίζελ, ατμοηλεκτρικής μονάδας, υδροηλεκτρικής μονάδας). Επίσης, για αυτές τις περιπτώσεις συστημάτων επιχειρείται και ο προσδιορισμός της βέλτιστης περιόδου δειγματοληψίας.
- Τον προσδιορισμό των βέλτιστων συντελεστών πόλωσης με χρήση αριθμητικής μεθόδου για την περίπτωση του υδροθερμικού συστήματος δύο περιοχών ελέγχου του [17].

Επιπλέον, προσδιορίζονται αναλυτικά οι βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης συχνότητας στο μοντέλο διακριτού χρόνου που αναπαριστά την αργή δυναμική της δευτερεύουσας ρύθμισης.

1.6 Δομή της εργασίας

Με βάση το γενικό περίγραμμα που προηγήθηκε σχετικά με το αντικείμενο και τον σκοπό της εργασίας, αυτή χωρίζεται σε επτά κεφάλαια. Εκτός του παρόντος εισαγωγικού κεφαλαίου και του εβδόμου κεφαλαίου που είναι τα συμπεράσματα, το δεύτερο κεφάλαιο ασχολείται με το μαθηματικό υπόβαθρο της εργασίας, το τρίτο και το τέταρτο κεφάλαιο ασχολούνται με μαθηματική παράσταση και το τέταρτο, το πέμπτο και το έκτο κεφάλαιο ασχολούνται με την ευστάθεια και την απόδοση του συστήματος ρύθμισης φορτίου-συχνότητας. Το περιεχόμενο των κεφαλαίων, εκτός του παρόντος εισαγωγικού κεφαλαίου, περιγράφεται συνοπτικά παρακάτω:

Στο *δεύτερο κεφάλαιο*, αναπτύσσεται μέρος του απαραίτητου μαθηματικού υποβάθρου της εργασίας. Αρχικά, παρουσιάζονται οι έννοιες της ευστάθειας Lyapunov και της ευστάθειας εισόδου-εξόδου για συστήματα συνεχούς και διακριτού χρόνου. Έπειτα, γίνεται αναφορά στα συστήματα δεδομένων δειγματοληψίας (sampled-data systems) και θεωρείται μια ειδική μορφή αυτών, η οποία είναι συμβατή με τη μαθηματική αναπαράσταση του συστήματος ρύθμισης φορτίου-συχνότητας. Για την μορφή αυτή προσδιορίζεται η συνθήκη ευστάθειας φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου του συστήματος. Στη συνέχεια, γίνεται αναφορά στην οιονεί στατική προσέγγιση συστήματος συνεχούς χρόνου δύο χρονικών κλιμάκων και συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας με μεγάλη περίοδο δειγματοληψίας. Ακόμη, εξετάζεται τρόπος υπολογισμού τετραγωνικών δεικτών απόδοσης για συστήματα διακριτού χρόνου. Τέλος, υπολογίζονται οι ιδιοτιμές πινάκων ειδικής μορφής, οι οποίες είναι απαραίτητες για το τέταρτο κεφάλαιο. Σημειώνεται ότι οι μαθηματικές έννοιες που δεν καλύπτονται σε αυτό το κεφάλαιο, όπως είναι οι μετασχηματισμοί Laplace και Z , θεωρούνται γνωστές και γίνεται αναφορά σε κλασικά βιβλία εντός των κεφαλαίων που χρησιμοποιούνται.

Στο *τρίτο κεφάλαιο*, αναπτύσσονται μοντέλα για το σύστημα της ρύθμισης φορτίου-συχνότητας. Αρχικά, διαμορφώνεται για σύστημα μιας περιοχής ελέγχου μοντέλο κοινής συχνότητας και ισοδύναμου μοναδικού ζυγού, με χρήση της θεωρίας ιδιαιζουσών διαταραχών. Η ανάλυση αυτή επεκτείνεται και για σύστημα πολλών περιοχών ελέγχου, αφού πρώτα διαμορφωθεί μοντέλο για τις διασυνδέσεις μεταξύ των περιοχών. Έπειτα, εξετάζονται μοντέλα στροβίλων και ρυθμιστών στροφών ατμοηλεκτρικής και υδροηλεκτρικής μονάδας παραγωγής. Στη συνέχεια, διαμορφώνεται το συμβατικό μοντέλο (απλός ολοκληρωτής διακριτού χρόνου) για τη δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας. Ακόμη, το σύστημα πρωτεύουσας-δευτερεύουσας ρύθμισης προτυποποιείται ως σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας. Τέλος, προσδιορίζονται αναλυτικά οι εξισώσεις κατάστασης του συστήματος για τις περιπτώσεις μίας, δύο και πολλών περιοχών ελέγχου.

Στο *τέταρτο κεφάλαιο*, διαμορφώνεται ένα μοντέλο διακριτού χρόνου που περιγράφει τη δυναμική της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας. Το μοντέλο αυτό προκύπτει από το μοντέλο συνεχούς-διακριτού χρόνου που αναπτύχθηκε στο τρίτο κεφάλαιο, υπό την υπόθεση συγκεκριμένων παραδοχών. Αρχικά, αφού εξηγηθούν αναλυτικά οι απαραίτητες παραδοχές, προσδιορίζεται το μοντέλο διακριτού χρόνου στη μορφή συστήματος στον χώρο κατάστασης. Έπειτα, εξετάζονται οι περιπτώσεις συστήματος μίας ενιαίας περιοχής και πολλών διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου. Για την τελευταία θεωρούνται οι υποπεριπτώσεις που επιλέγεται επίπεδος έλεγχος συχνότητας και σύνθετος έλεγχος με συντελεστή πόλωσης. Επίσης, θεωρείται το σύστημα δύο διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου, από τις οποίες η μία εφαρμόζει επίπεδο έλεγχο συχνότητας και η άλλη επίπεδο έλεγχο διασύνδεσης. Για καθμία από τις παραπάνω περιπτώσεις προσδιορίζεται αναλυτικά η συνθήκη ευστάθειας του συστήματος, η ποιοτική του συμπεριφορά και η βέλτιστη επιλογή του συντελεστή πόλωσης. Τέλος, παρουσιάζεται ένα αριθμητικό παράδειγμα, στο οποίο εξετάζεται ένα σύστημα δύο περιοχών ελέγχου.

Στο *πέμπτο κεφάλαιο*, μελετάται το σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας μίας περιοχής ως σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας. Προσδιορίζονται (α') τα όρια ευστάθειας του συστήματος, δηλαδή οι κρίσιμες τιμές του συντελεστή πόλωσης συναρτήσεως της περιόδου δειγματοληψίας μεταξύ των οποίων το σύστημα είναι ευσταθές, (β') ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσεως της περιόδου δειγματοληψίας και (γ') η βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας. Για τον προσδιορισμό των (β') και (γ') θεωρούνται κατάλληλοι δείκτες απόδοσης του συστήματος προς ελαχιστοποίηση. Τα παραπάνω προσδιορίζονται για τις τρεις περιπτώσεις συστημάτων μιας περιοχής ελέγχου (μονάδα ντίζελ, ατμοηλεκτρική μονάδα, υδροηλεκτρική μονάδα).

Στο *έκτο κεφάλαιο*, εξετάζεται το υδροθερμικό σύστημα δύο περιοχών ελέγχου του [17], οι οποίες εφαρμόζουν σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης. Λαμβάνοντας υπόψη τη δυναμική συνεχούς χρόνου των δύο περιοχών και της διασύνδεσής τους, προσδιορίζεται η περιοχή

ευστάθειας των συντελεστών πόλωσης για περίοδο δειγματοληψίας 3, 4 και 5 δευτερόλεπτα. Στη συνέχεια, για περίοδο δειγματοληψίας 4 δευτερόλεπτα υπολογίζονται οι βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης, με κριτήριο την ελαχιστοποίηση συγκεκριμένου δείκτη απόδοσης του συστήματος. Έπειτα, για την ειδική περίπτωση που οι δύο συντελεστές πόλωσης είναι ίσοι, προσδιορίζεται το όριο ευστάθειας και ο βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης ως συνάρτηση της περιόδου δειγματοληψίας. Τέλος, προσομοιώνεται το σύστημα για περίοδο δειγματοληψίας 4 δευτερόλεπτα σε διάφορες περιπτώσεις, με στόχο να επιβεβαιωθεί το βέλτιστο της επιλογής των συντελεστών πόλωσης.

Στο *έβδομο κεφάλαιο*, γίνεται η σύνοψη της εργασίας, αναφέρονται τα συμπεράσματα και περιγράφονται πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις.

Κεφάλαιο 2

Μαθηματικό υπόβαθρο

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται το βασικό μαθηματικό υπόβαθρο για την εργασία αυτή. Αρχικά, εξετάζονται οι συμβολισμοί που θα χρησιμοποιηθούν σε αυτό το κεφάλαιο και γενικότερα στην εργασία. Στη συνέχεια, αναφέρονται οι έννοιες της ευστάθειας κατά Lyapunov και της ευστάθειας φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου για συστήματα συνεχούς και διακριτού χρόνου. Έπειτα, εξετάζεται μια ειδική μορφή συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας (sampled-data systems), στην οποία θα αναχθεί το μοντέλο ρύθμισης φορτίου-συχνότητας που θα αναπτυχθεί στο κεφάλαιο 3. Προσδιορίζονται ικανές και αναγκαίες συνθήκες για ευστάθεια φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου της ειδικής αυτής μορφής. Επιπλέον, εξετάζεται τρόπος υπολογισμού τετραγωνικών δεικτών απόδοσης για συστήματα διακριτού χρόνου. Ακόμη, γίνεται αναφορά σε μοντέλα οιονεί στατικής προσέγγισης για σύστημα συνεχούς χρόνου δύο χρονικών κλιμάκων και για σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας με αρκετά μεγάλη περίοδο δειγματοληψίας. Τέλος, υπολογίζονται οι ιδιοτιμές πινάκων ειδικής μορφής, οι οποίες είναι απαραίτητες για το κεφάλαιο 4.

2.1 Συμβολισμοί

Για έναν τετραγωνικό πίνακα $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ συμβολίζουμε με:

- $\det(A)$ την ορίζουσά του,
- $\text{tr}(A)$ το ίχνος του,
- $\text{rank}(A)$ τον βαθμό του,
- $\sigma(A)$ το φάσμα του και
- $\rho(A)$ τη φασματική ακτίνα του.

Το $\sigma(A)$ αποτελεί το σύνολο όλων των ιδιοτιμών του πίνακα A . Υπενθυμίζεται ότι οι ιδιοτιμές του A αποτελούν τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του $p_A(\lambda) = \det(\lambda I_n - A)$. Με I_n συμβολίζεται ο μοναδιαίος πίνακας διάστασης n . Επιπλέον, η φασματική ακτίνα του πίνακα A ορίζεται από τη σχέση:

$$\rho(A) = \max_{\lambda \in \sigma(A)} |\lambda| \quad (2.1)$$

δηλαδή είναι το μεγαλύτερο μέτρο ιδιοτιμής του πίνακα A .

Με u_s συμβολίζουμε τη βηματική συνάρτηση, τόσο για τον συνεχή χρόνο όσο και για τον διακριτό χρόνο. Συγκεκριμένα, στον συνεχή χρόνο ($t \in \mathbb{R}$) ορίζεται ως:

$$u_s(t) = \begin{cases} 0 & , \text{av } t < 0 \\ 1 & , \text{av } t \geq 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

και στον διακριτό χρόνο ($k \in \mathbb{Z}$) ως:

$$u_s(k) = \begin{cases} 0 & , \text{αν } k < 0 \\ 1 & , \text{αν } k \geq 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Η διάκριση μεταξύ βηματικής συνάρτησης συνεχούς και διακριτού χρόνου γίνεται μέσω των γραμμάτων t και k , για να μην επιβαρυνθεί επιπλέον ο συμβολισμός.

Με $\text{dez}_{\epsilon_d}(x)$ συμβολίζουμε τη συνάρτηση *νεκρής ζώνης* (*dead zone or deadband*), η οποία ορίζεται ως εξής:

$$\text{dez}_{\epsilon_d}(x) = \begin{cases} x & , \text{αν } |x| > \epsilon_d \\ 0 & , \text{αν } |x| \leq \epsilon_d \end{cases} \quad (2.4)$$

όπου $\epsilon_d > 0$ είναι η ανοχή της νεκρής ζώνης. Σημειώνεται ότι η συνάρτηση αυτή χρησιμοποιείται σε σύστημα διακριτού χρόνου και, συνεπώς, δεν είναι απαραίτητη η συνέχεια κατά Lipschitz (η οποία εξασφαλίζεται με εναλλακτικό ορισμό της νεκρής ζώνης, όπως συνηθίζεται στη βιβλιογραφία [12]).

Έστω $x \in \mathbb{R}^n$ και $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Με $\|x\|$ συμβολίζουμε κάποια νόρμα του διανύσματος x (π.χ. $\|\cdot\|_1, \|\cdot\|_2, \|\cdot\|_\infty$) και με $\|A\|$ την αντίστοιχη επαγόμενη νόρμα πίνακα (π.χ. $\|\cdot\|_1, \|\cdot\|_2, \|\cdot\|_\infty$). Για τους ορισμούς της νόρμας διανύσματος, της νόρμας πίνακα και της επαγόμενης νόρμας πίνακα ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στα [21, 22].

Τέλος, αν $\Delta x = x - x_1$, όπου $x = x(t) : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ και $x_1 \in \mathbb{R}^n$ ανεξάρτητο του χρόνου t , τότε για τη χρονική παράγωγο του Δx χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό $\dot{\Delta x} = \dot{x}$.

2.2 Ευστάθεια σημείων ισορροπίας

Σε αυτή την ενότητα εξετάζεται η έννοια της ευστάθειας σημείων ισορροπίας για δύο τύπους συστημάτων: Μη γραμμικά αυτόνομα συστήματα συνεχούς χρόνου και γραμμικά αυτόνομα συστήματα διακριτού χρόνου. Σημειώνεται ότι για ένα αυτόνομο δυναμικό σύστημα, η μεταβολή στην κατάσταση του δεν εξαρτάται από τον χρόνο, παρά μόνο από την τρέχουσα κατάστασή του.

2.2.1 Συστήματα συνεχούς χρόνου

Έστω το αυτόνομο δυναμικό σύστημα συνεχούς χρόνου:

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.5)$$

όπου $x \in \mathbb{R}^n$ είναι το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος και $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$, με $D \subset \mathbb{R}^n$, είναι Lipschitz συνεχής (ώστε να ικανοποιείται το θεώρημα ύπαρξης και μοναδικότητας των λύσεων [12]).

Έστω $x(0) \in D$ είναι η αρχική κατάσταση του συστήματος. Ο ορισμός της ευστάθειας κατά Lyapunov είναι ο εξής:

Ορισμός 2.1. Έστω $x = x_{io} \in D$ ένα σημείο ισορροπίας του (2.5), δηλαδή ισχύει ότι $f(x_{io}) = 0$.

1. Το $x = x_{io}$ είναι ευσταθές σημείο ισορροπίας αν για κάθε $\epsilon > 0$ υπάρχει $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ τέτοιο ώστε:

$$\|x(0) - x_{io}\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_{io}\| < \epsilon$$

για κάθε $t \geq 0$.

2. Το $x = x_{io}$ είναι ασταθές σημείο ισορροπίας αν δεν είναι ευσταθές.

3. Το $x = x_{ισ}$ είναι ασυμπτωτικά ευσταθές σημείο ισορροπίας αν είναι ευσταθές και το δ μπορεί να επιλεγεί έτσι ώστε:

$$\|x(0) - x_{ισ}\| < \delta \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} x(t) = x_{ισ}$$

Η άμεση χρήση του ορισμού της ευστάθειας κατά Lyapunov για τον χαρακτηρισμό ενός σημείου ισορροπίας ως ευσταθούς, ασυμπτωτικά ευσταθούς ή ασταθούς είναι στην πράξη δύσκολη. Για την αντιμετώπιση αυτής της δυσκολίας έχουν αναπτυχθεί δύο βασικές μέθοδοι: Η πρώτη μέθοδος του Lyapunov (ή μέθοδος της γραμμικοποίησης ή έμμεση μέθοδος) και η δεύτερη μέθοδος του Lyapunov (ή άμεση μέθοδος). Παρακάτω γίνεται αναφορά στην πρώτη μέθοδο. Η δεύτερη μέθοδος δεν θα μας απασχολήσει σε αυτή την εργασία. Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στο [12].

Σύμφωνα με τη μέθοδο της γραμμικοποίησης, η ευστάθεια του σημείου ισορροπίας του μη γραμμικού συστήματος (2.5) μπορεί να χαρακτηριστεί στις περισσότερες περιπτώσεις από το γραμμικό σύστημα που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση του μη γραμμικού συστήματος γύρω από το σημείο ισορροπίας $x = x_{ισ}$. Συγκεκριμένα, ισχύει το εξής θεώρημα [12]:

Θεώρημα 2.1. Έστω $x = x_{ισ} \in D \subset \mathbb{R}^n$ ένα σημείο ισορροπίας του συστήματος:

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.6)$$

όπου $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ συνεχώς διαφορίσιμη και D μια γειτονιά του $x_{ισ}$. Έστω επίσης ότι:

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x}(x) \right|_{x=x_{ισ}} \quad (2.7)$$

Τότε:

1. Το $x = x_{ισ}$ είναι ασυμπτωτικά ευσταθές αν $\text{Re} \lambda_i < 0$ για όλες τις ιδιοτιμές του πίνακα A .
2. Το $x = x_{ισ}$ είναι ασταθές αν $\text{Re} \lambda_i > 0$ για μία ή περισσότερες ιδιοτιμές του πίνακα A .

Απόδειξη. Βλ. ενότητα 4.3 του [12]. □

Σε αυτό το σημείο τονίζουμε τα εξής:

- Το γραμμικοποιημένο σύστημα γύρω από το σημείο ισορροπίας $x = x_{ισ}$ γράφεται:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x \quad (2.8)$$

όπου $\Delta x = x - x_{ισ}$.

- Από το γραμμικοποιημένο σύστημα δεν μπορούμε να αποφανθούμε για την ευστάθεια ή την αστάθεια του σημείου ισορροπίας όταν υπάρχει ιδιοτιμή λ_j του πίνακα A με $\text{Re}(\lambda_j) = 0$ και για όλες τις υπόλοιπες ιδιοτιμές του ισχύει ότι $\text{Re}(\lambda_i) \leq 0$.
- Στην περίπτωση που ισχύει $\text{Re} \lambda_i < 0$ για όλες τις ιδιοτιμές του πίνακα A , τότε ο A ονομάζεται *ευσταθής κατά Hurwitz*. Επομένως, το σημείο ισορροπίας $x = x_{ισ}$ του συστήματος (2.6) είναι ασυμπτωτικά ευσταθές αν ο πίνακας A , που δίνεται από τη σχέση (2.7), είναι ευσταθής κατά Hurwitz.

2.2.2 Συστήματα διακριτού χρόνου

Έστω το αυτόνομο δυναμικό σύστημα διακριτού χρόνου:

$$x(k+1) = f(x(k)) \quad (2.9)$$

όπου $x \in \mathbb{R}^n$ είναι το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος και $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$, με $D \subset \mathbb{R}^n$. Το $x = x_{ισ}$ είναι σημείο ισορροπίας του (2.9) αν ικανοποιεί την $x_{ισ} = f(x_{ισ})$. Ο ορισμός της ευστάθειας του σημείου ισορροπίας κατά Lyapunov για το σύστημα διακριτού χρόνου είναι ο ίδιος με τον ορισμό 2.1, με τις διαφορές: (α') Η εξίσωση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση $x_{ισ} = f(x_{ισ})$ και (β') τη θέση του t παίρνει ο διακριτός χρόνος k . Η άμεση και η έμμεση μέθοδος του Lyapunov για τα συστήματα διακριτού χρόνου δεν θα μας απασχολήσουν σε αυτή την εργασία.

Σε αυτό το σημείο θα περιοριστούμε σε γραμμικά αυτόνομα συστήματα διακριτού χρόνου. Υποθέτουμε δηλαδή ότι $f(x(k)) = Ax(k)$. Οπότε, η (2.9) γράφεται:

$$x(k+1) = Ax(k) \quad (2.10)$$

όπου $x \in \mathbb{R}^n$ είναι η κατάσταση του συστήματος και $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ σταθερός πίνακας. Είναι προφανές ότι το $x = 0$ είναι σημείο ισορροπίας του (2.10). Για την ευστάθεια του $x = 0$ ισχύει το εξής θεώρημα [23]:

Θεώρημα 2.2. Θεωρούμε το γραμμικό σύστημα της σχέσης (2.10).

1. Το σημείο ισορροπίας $x = 0$ του συστήματος (2.10) είναι ασυμπτωτικά ευσταθές αν και μόνον αν όλες οι ιδιοτιμές του πίνακα A βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου (δηλαδή $|\lambda_i| < 1$ για όλες τις ιδιοτιμές του A).
2. Το σημείο ισορροπίας $x = 0$ του συστήματος (2.10) είναι ευσταθές αν και μόνον αν $|\lambda_i| \leq 1$ για όλες τις ιδιοτιμές του πίνακα A και για κάθε ιδιοτιμή με $|\lambda_j| = 1$ ισχύει ότι το αντίστοιχο Jordan block έχει διάσταση 1.
3. Το σημείο ισορροπίας $x = 0$ του συστήματος (2.10) είναι ασταθές αν και μόνον αν δεν ικανοποιούνται όλες οι συνθήκες του (2).

Απόδειξη. Βλ. κεφάλαια 6 και 2 του [23]. □

Αν ο πίνακας A έχει όλες τις ιδιοτιμές του εντός του μοναδιαίου κύκλου (το οποίο γράφεται ισοδύναμα $\rho(A) < 1$), τότε ονομάζεται *ευσταθής κατά Schur*. Επομένως, το σημείο ισορροπίας $x = 0$ του συστήματος (2.10) είναι ασυμπτωτικά ευσταθές αν και μόνον αν ο πίνακας A είναι ευσταθής κατά Schur.

2.3 Ευστάθεια φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου

Για τον ορισμό της ευστάθειας φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου, είναι απαραίτητος ο ορισμός του φραγμένου σήματος. Συγκεκριμένα, λέμε ότι το σήμα $x = x(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ είναι *φραγμένο* αν υπάρχει σταθερά $c > 0$ τέτοια, ώστε $\|x(t)\| \leq c$, για κάθε $t \geq 0$.

Θεωρούμε ένα σύστημα του οποίου η σχέση εισόδου-εξόδου περιγράφεται από την:

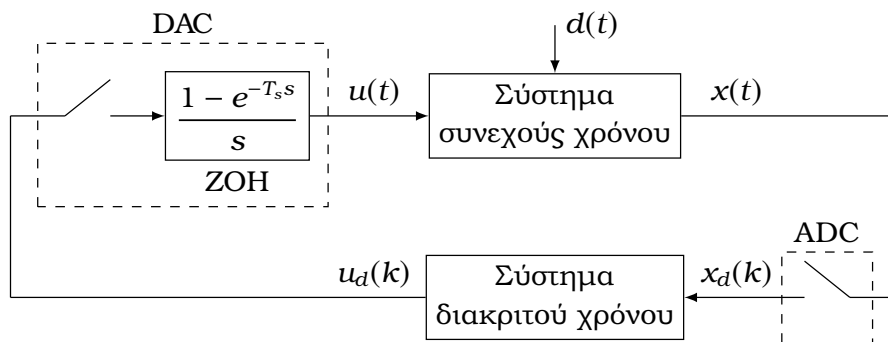
$$y = Hu \quad (2.11)$$

όπου H ένας τελεστής που καθορίζει την έξοδο $y = y(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^q$ ανάλογα με την είσοδο $u = u(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$.

Ορισμός 2.2. Το σύστημα που περιγράφεται από τη σχέση (2.11) έχει ευστάθεια φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου αν για κάθε φραγμένη είσοδο u η αντίστοιχη έξοδος είναι επίσης φραγμένη.

2.4 Σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας και ευστάθεια

Σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας (*sampled-data system*) είναι ένα δυναμικό σύστημα συνεχούς χρόνου που ελέγχεται από έναν διακριτού χρόνου ελεγκτή, ο οποίος δειγματοληπεί την κατάσταση συνεχούς χρόνου με συγκεκριμένη *περίοδο δειγματοληψίας* T_s (*sampling period*). Το σύστημα αυτό μπορούμε να το δούμε ως διασύνδεση μεταξύ ενός υποσυστήματος συνεχούς χρόνου, το οποίο αποτελεί το σύστημα προς έλεγχο, και ενός υποσυστήματος διακριτού χρόνου, το οποίο αποτελεί έναν ελεγκτή διακριτού χρόνου [23]. Τις διασυνδέσεις αποτελούν ο ADC (*analog to digital converter*), ο οποίος είναι ο μετατροπέας των αναλογικών σημάτων (συνεχούς χρόνου) σε ψηφιακά (διακριτού χρόνου) και ο DAC (*digital to analog converter*), ο οποίος είναι ο μετατροπέας του ψηφιακού σήματος ελέγχου σε αναλογικό. Ο ADC θεωρούμε στην ανάλυσή μας ότι αποτελείται από έναν ιδανικό δειγματολήπτη και ο DAC από έναν ιδανικό δειγματολήπτη σε σειρά με ένα σύστημα συγκράτησης μηδενικής τάξης (*zero order hold, ZOH*) [24]. Η γενική μορφή ενός συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας με τις διασυνδέσεις που περιγράψαμε απεικονίζεται στο σχήμα 2.1. Στο σχήμα έχει επιπλέον θεωρηθεί και μια εξωτερική διαταραχή συνεχούς χρόνου, η οποία συμβολίζεται με $d(t)$.



Σχήμα 2.1: Γενικό διάγραμμα βαθμίδων συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας.

Θεωρούμε την εξής ειδική μορφή συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας στον χώρο κατάστασης:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u(k) + B_2 d(t) \quad , t \in [kT_s, (k+1)T_s) \quad (2.12\alpha)$$

$$u(k+1) = u(k) + Fx((k+1)T_s) \quad (2.12\beta)$$

όπου το $x \in \mathbb{R}^n$ αποτελεί διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης συνεχούς χρόνου, το $u \in \mathbb{R}^m$ αποτελεί διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης διακριτού χρόνου και το $d \in \mathbb{R}^r$ είναι διάνυσμα διαταραχών συνεχούς χρόνου. Ο συνεχής χρόνος συμβολίζεται με $t \in \mathbb{R}$ και ο διακριτός χρόνος με $k \in \mathbb{Z}$. Για τους πίνακες έχουμε $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $B_2 \in \mathbb{R}^{n \times r}$ και $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Το T_s αποτελεί την περίοδο δειγματοληψίας.

Στόχος σε αυτή την υποενότητα είναι να προσδιορίσουμε ικανές και ανακαίεσ συνθήκες για την ευστάθεια φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου του (2.12), θεωρώντας ως είσοδο το διάνυσμα διαταραχών d και ως έξοδο το διάνυσμα:

$$y(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+m} \quad (2.13)$$

όπου $u_c(t) = u(k)$, αν $t \in [kT_s, (k+1)T_s)$. Σημειώνουμε ότι ουσιαστικά εξετάζουμε το σύστημα ως προς την ευστάθεια φραγμένης εισόδου - φραγμένης κατάστασης. Αναφερόμαστε όμως σε ευστάθεια φραγμένης εξόδου - φραγμένης εξόδου (με έξοδο την ίδια την κατάσταση) διότι ο όρος αυτός συναντάται πιο συχνά στη βιβλιογραφία.

Προσδιορίζουμε αρχικά το σύστημα διακριτού χρόνου που προκύπτει θεωρώντας ως μεταβλητές κατάστασης του συστήματος το $x_d(k) = x(kT_s)$ και το $u(k)$. Υπολογίζουμε πρώτα το $x_d(k+1)$ συναρτήσει των $x_d(k)$ και $u(k)$, δηλαδή προσδιορίζουμε την εξίσωση διαφορών που ικανοποιεί το $x_d(k)$. Έχουμε ότι η λύση της (2.12α') για $t \in [kT_s, (k+1)T_s)$ είναι:

$$x(t) = e^{A(t-kT_s)}x(kT_s) + \int_{kT_s}^t e^{A(t-\tau)}(B_1u(k) + B_2d(\tau)) d\tau \quad (2.14)$$

Επειδή η $x(t)$ είναι συνεχής, για $t \rightarrow (k+1)T_s$, από την (2.14) λαμβάνουμε ύστερα από πράξεις και αλλαγή της μεταβλητής του ολοκληρώματος:

$$x_d(k+1) = e^{AT_s}x_d(k) + \left(\int_0^{T_s} e^{A\tau} d\tau B_1 \right) u(k) + \int_0^{T_s} e^{A\tau} B_2 d((k+1)T_s - \tau) d\tau \quad (2.15)$$

Η παραπάνω σχέση γράφεται ισοδύναμα ως:

$$x_d(k+1) = H_1x_d(k) + H_2u(k) + d_d(k) \quad (2.16)$$

όπου έχουμε ορίσει:

$$H_1 = e^{AT_s}, \quad H_2 = \int_0^{T_s} e^{A\tau} d\tau B_1 = (e^{AT_s} - I_n)A^{-1}B_1 \quad (2.17)$$

και:

$$d_d(k) = \int_0^{T_s} e^{A\tau} B_2 d((k+1)T_s - \tau) d\tau \quad (2.18)$$

Σημειώνεται ότι η δεύτερη ισότητα για τον πίνακα H_2 στη σχέση (2.17) ισχύει εφόσον ο πίνακας A είναι αντιστρέψιμος. Επιπλέον, αντικαθιστώντας την (2.18) στην (2.12β'), έχουμε:

$$u(k+1) = FH_1x_d(k) + (I_m + FH_2)u(k) + Fd_d(k) \quad (2.19)$$

Συνεπώς, από τις σχέσεις (2.16) και (2.19) έχουμε το εξής σύστημα διακριτού χρόνου:

$$\begin{bmatrix} x_d(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ FH_1 & I_m + FH_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_n \\ F \end{bmatrix} d_d(k) \quad (2.20)$$

Για τις ανάγκες της ανάλυσης που ακολουθεί συμβολίζουμε τους πίνακες κατάστασης του παραπάνω συστήματος διακριτού χρόνου ως:

$$A_d = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ FH_1 & I_m + FH_2 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad B_d = \begin{bmatrix} I_n \\ F \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Έχουμε την εξής πρόταση:

Πρόταση 2.1. *Αν ο πίνακας κατάστασης A_d του συστήματος διακριτού χρόνου (2.20) έχει όλες τις ιδιοτιμές του εντός του μοναδιαίου κύκλου, τότε το σύστημα (2.12, 2.13) έχει ευστάθεια φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου.*

Απόδειξη. Έστω ότι οι εισόδοι - διαταραχές του συστήματος είναι φραγμένες. Τότε, υπάρχει σταθερά $M > 0$ ώστε $\|d(t)\| < M$, για κάθε $t \in \mathbb{R}$. Έστω $k \in \mathbb{Z}$. Έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} \|d_d(k)\| &= \left\| \int_0^{T_s} e^{A\tau} B_2 d((k+1)T_s - \tau) d\tau \right\| \leq \int_0^{T_s} \|e^{A\tau} B_2 d((k+1)T_s - \tau)\| d\tau \leq \\ &\leq \int_0^{T_s} \|e^{A\tau}\| \|B_2\| \|d((k+1)T_s - \tau)\| d\tau \leq \|B_2\| M \int_0^{T_s} \|e^{A\tau}\| d\tau =: M' \end{aligned}$$

Συνεπώς, και η $d_d(k)$ είναι φραγμένη, η οποία είναι η είσοδος του συστήματος διακριτού χρόνου (2.20). Επίσης, επειδή όλες οι ιδιοτιμές του A_d έχουν μέτρο μικρότερο του 1, το σύστημα διακριτού χρόνου (2.20) είναι ευσταθές φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου (βλ. παράγραφο 6.10.G του [23]). Άρα, οι $x_d(k)$ και οι $u(k)$ είναι επίσης φραγμένες, δηλαδή υπάρχουν σταθερές $M_1 > 0$ και $M_2 > 0$ ώστε $\|x_d(k)\| \leq M_1$ και $\|u(k)\| \leq M_2$ για κάθε $k \in \mathbb{Z}$. Για να ολοκληρωθεί η απόδειξη απομένει να δείξουμε ότι και η $x(t)$ είναι φραγμένη για κάθε $t \in \mathbb{R}$. Έστω $t \in \mathbb{R}$. Τότε, υπάρχει $k \in \mathbb{Z}$ ώστε $t \in [kT_s, (k+1)T_s)$. Χρησιμοποιώντας την (2.14) έχουμε:

$$\begin{aligned} \|x(t)\| &\leq \|e^{A(t-kT_s)}\| \|x(kT_s)\| + \int_{kT_s}^t \|e^{A(t-\tau)}\| (\|B_1\| \|u(k)\| + \|B_2\| \|d(\tau)\|) d\tau \leq \\ &\leq \|e^{A(t-kT_s)}\| M_1 + (\|B_1\| M_2 + \|B_2\| M) \int_{kT_s}^t \|e^{A(t-\tau)}\| d\tau \end{aligned}$$

Ορίζοντας $t' = t - kT_s \in [0, T_s)$, έχουμε:

$$\|e^{A(t-kT_s)}\| = \|e^{At'}\| \leq \sup_{t' \in [0, T_s)} \|e^{At'}\| =: M_3$$

και:

$$\int_{kT_s}^t \|e^{A(t-\tau)}\| d\tau = \int_0^{t'} \|e^{Az}\| dz \leq \int_0^{T_s} \|e^{Az}\| dz \leq M_3 T_s$$

Επομένως, έχουμε τελικά ότι:

$$\|x(t)\| \leq M_1 M_3 + (\|B_1\| M_2 + \|B_2\| M) M_3 T_s =: M_4$$

για κάθε $t \in \mathbb{R}$ και η απόδειξη έχει ολοκληρωθεί. \square

Σε αυτό το σημείο θα εξετάσουμε αν ισχύει το αντίστροφο της παραπάνω πρότασης. Το ερώτημα τίθεται διότι, αν ισχύει, τότε μπορούμε να αποφανθούμε για τα όρια ευστάθειας φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου του συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας συναρτήσει κάποιων παραμέτρων του μελετώντας τις ιδιοτιμές του πίνακα A_d . Στην παρακάτω πρόταση αποδεικνύεται ότι όντως ισχύει και το αντίστροφο, υπό την επιπλέον προϋπόθεση όμως της ελεγχιμότητας του (A_d, \bar{B}_d) , όπου:

$$\bar{B}_d = B_d H_3 = \begin{bmatrix} H_3 \\ F H_3 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad H_3 = \int_0^{T_s} e^{At} dt B_2 = (e^{AT_s} - I_n) A^{-1} B_2 \quad (2.22)$$

Πρόταση 2.2. *Αν το σύστημα (2.12, 2.13) είναι ευσταθές φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου και το ζεύγος (A_d, \bar{B}_d) είναι ελέγξιμο, τότε όλες οι ιδιοτιμές του πίνακα κατάστασης A_d του συστήματος διακριτού χρόνου (2.20) βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου.*

Απόδειξη. Έστω ότι το σύστημα (2.12) είναι ευσταθές φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου. Θεωρούμε φραγμένη είσοδο της μορφής $d(t) = d(kT_s)$, για $t \in [kT_s, (k+1)T_s)$, δηλαδή που μεταβάλλεται μόνο κατά τη χρονική στιγμή της δειγματοληψίας. Τότε, έχουμε $d_d(k) = H_3 d(kT_s)$ και, συνεπώς, το σύστημα διακριτού χρόνου (2.20) γράφεται:

$$\begin{bmatrix} x_d(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} = A_d \begin{bmatrix} x_d(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + \bar{B}_d d(kT_s) \quad (2.23)$$

Επίσης, επειδή το σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας είναι ευσταθές φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου, έχουμε ότι η $y = \begin{bmatrix} x^T & u^T \end{bmatrix}^T$ είναι φραγμένη και, συνεπώς, και οι $x(t)$ και $u(k)$ είναι φραγμένες. Ακόμη, είναι προφανές ότι και η $x_d(k) = x(kT_s)$ είναι φραγμένη.

Επομένως, παρατηρούμε ότι έχουμε ευστάθεια φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου του συστήματος διακριτού χρόνου (2.23) με έξοδο την $y_d = \begin{bmatrix} x_d^T & u^T \end{bmatrix}^T$. Επίσης, έχουμε ότι το (A_d, \bar{B}_d) είναι ελέγξιμο από υπόθεση και το (I_{n+m}, A_d) είναι προφανώς παρατηρήσιμο. Οπότε, επειδή όπως γνωρίζουμε (βλ. παράγραφο 6.10.G του [23]) ευστάθεια φραγμένης εισόδου-φραγμένης εξόδου με ελεγχσιμότητα και παρατηρησιμότητα συνεπάγεται εσωτερική ευστάθεια, έπεται ότι ο πίνακας A_d έχει όλες τις ιδιοτιμές του εντός του μοναδιαίου κύκλου. \square

Επομένως, σύμφωνα με τις προτάσεις 2.1 και 2.2 γίνεται φανερό ότι εφόσον το (A_d, \bar{B}_d) είναι ελέγξιμο, τότε έχουμε φραγμένες καταστάσεις όταν οι διαταραχές είναι φραγμένες αν και μόνον αν όλες οι ιδιοτιμές του πίνακα A_d βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου.

Σχετικά με τη χρήση των παραπάνω προτάσεων στην υπόλοιπη εργασία κάνουμε τα εξής σχόλια:

- Η ελεγχσιμότητα του (A_d, \bar{B}_d) δεν εξετάζεται και, συνεπώς, δεν ασχολούμαστε με το αντίστροφο της πρότασης 2.1. Ωστόσο, αναφέρεται εδώ για λόγους πληρότητας.
- Το υποσύστημα συνεχούς χρόνου που θα θεωρηθεί στη συνέχεια της εργασίας θα αποτελεί προσέγγιση μη γραμμικού συστήματος (σύμφωνα με τη μέθοδο της γραμμικοποίησης), η οποία θεωρείται ικανοποιητική για μικρές διαταραχές. Η ανάλυση της ευστάθειας με τη θεώρηση του αντίστοιχου γραμμικοποιημένου υποσυστήματος συνεχούς χρόνου (αντί για το μη γραμμικό) είναι έγκυρη σύμφωνα με το [25].
- Στο υποσύστημα διακριτού χρόνου θα θεωρηθεί στις προσομοιώσεις της εργασίας η μη γραμμικότητα της νεκρής ζώνης. Στην περίπτωση αυτή, το σύστημα δεν έχει ένα σημείο ισορροπίας αλλά ένα σύνολο από μη απομονωμένα σημεία ισορροπίας (περιοχή ισορροπίας). Μπορεί να αποδειχθεί ότι αν στο γραμμικό σύστημα διακριτού χρόνου το σημείο ισορροπίας είναι ασυμπτωτικά ευσταθές, τότε στο σύστημα διακριτού χρόνου με τη νεκρή ζώνη τα σημεία εντός της περιοχής ισορροπίας είναι ευσταθή. Αυστηρότερη μαθηματική ανάλυση του ζητήματος αυτού αφήνεται για περαιτέρω διερεύνηση.

2.5 Οιονεί στατική προσέγγιση

Θεωρούμε δύο περιπτώσεις συστημάτων: (α') Σύστημα συνεχούς χρόνου δύο χρονικών κλιμάκων και (β') σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας με μεγάλη περίοδο δειγματοληψίας. Για την κάθε περίπτωση προσδιορίζεται ένα μειωμένης τάξης μοντέλο που περιγράφει τη μακροπρόθεσμη (αργή) δυναμική του συστήματος, το οποίο είναι γνωστό ως *οιονεί στατική προσέγγιση* (*quasi-steady-state (QSS) approximation*) του συστήματος [10, 12, 5].

2.5.1 Σύστημα συνεχούς χρόνου

Σε αυτή την υποενότητα προσδιορίζεται μοντέλο οιονεί στατικής προσέγγισης ενός συστήματος συνεχούς χρόνου δύο χρονικών κλιμάκων με βάση τη *θεωρία ιδιζουσών διαταραχών* (*singular perturbation theory*) [10, 12]. Σύμφωνα με το [10], η γενική μορφή ενός συστήματος συνεχούς χρόνου δύο χρονικών κλιμάκων για την εφαρμογή της θεωρίας ιδιζουσών διαταραχών είναι η εξής:

$$\dot{x} = f(x, y, \epsilon) \quad (2.24\alpha)$$

$$\epsilon \dot{y} = g(x, y, \epsilon) \quad (2.24\beta)$$

όπου ϵ επαρκώς μικρή σταθερά, $x \in \mathbb{R}^n$ το διάνυσμα κατάστασης της αργής δυναμικής και $y \in \mathbb{R}^m$ το διάνυσμα κατάστασης της γρήγορης δυναμικής.

Θέτοντας $\varepsilon = 0$ στο (2.24), λαμβάνουμε το μειωμένης τάξης μοντέλο της μακροπρόθεσμης χρονικής κλίμακας:

$$\dot{x}_s = f(x_s, y_s, 0) \quad (2.25\alpha)$$

$$0 = g(x_s, y_s, 0) \quad (2.25\beta)$$

το οποίο αποτελεί ένα σύστημα αλγεβρικών-διαφορικών εξισώσεων. Οι γρήγορες μεταβλητές κατάστασης y του αρχικού μοντέλου (2.24) στην οιονεί στατική προσέγγιση γίνονται αλγεβρικές μεταβλητές. Επιπλέον, υποθέτοντας ότι ικανοποιείται το θεώρημα πεπλεγμένης συνάρτησης για την g στο σημείο (x_s, y_s) για επίλυση ως προς y , από την (2.25β) έχουμε:

$$y_s = h(x_s) \quad (2.26)$$

Η $h(x_s)$, που ορίζεται από την (2.25β), είναι γνωστή στη βιβλιογραφία [26] ως *ολοκληρωματική πολλαπλότητα* (*integral manifold*). Για περισσότερα σχετικά με τον ορισμό και τον υπολογισμό της ολοκληρωματικής πολλαπλότητας ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στα [26, 27, 10].

Τελικά, αντικαθιστώντας την (2.26) στην (2.25α), το μειωμένης τάξης μοντέλο της μακροπρόθεσμης χρονικής κλίμακας γράφεται:

$$\dot{x}_s = f(x_s, h(x_s), 0) \quad (2.27)$$

Σημειώνεται ότι η θεωρία ιδιαζουσών διαταραχών διασφαλίζει ότι το σφάλμα της προσέγγισης είναι της τάξης του ε , αλλά αφού παρέλθει το αρχικό γρήγορο μεταβατικό της βραχυπρόθεσμης χρονικής κλίμακας (*off manifold dynamics*) [10].

2.5.2 Σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας

Θεωρούμε το σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας της σχέσης (2.12). Υποθέτουμε (α) ότι η διαταραχή d μεταβάλλεται μόνο κατά τη χρονική στιγμή της δειγματοληψίας, δηλαδή ότι ισχύει $d(t) = d(kT_s)$, για κάθε $t \in [kT_s, (k+1)T_s)$ και (β) ότι ο πίνακας A είναι ευσταθής κατά Hurwitz. Συμβολίζουμε με $d(k) = d(kT_s)$ και με $x(k) = x(kT_s)$. Τότε, το σύστημα διακριτού χρόνου της σχέσης (2.20) γράφεται:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ FH_1 & I_m + FH_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_3 \\ FH_3 \end{bmatrix} d(k) \quad (2.28)$$

όπου οι πίνακες H_1 , H_2 και H_3 δίνονται από τις σχέσεις (2.17) και (2.22):

$$H_1 = e^{AT_s}, \quad H_2 = (e^{AT_s} - I_n)A^{-1}B_1, \quad \text{και} \quad H_3 = (e^{AT_s} - I_n)A^{-1}B_2 \quad (2.29)$$

Σημειώνεται ότι η αντιστρεψιμότητα του A είναι προφανής, αφού αυτός είναι ευσταθής κατά Hurwitz και άρα δεν έχει μηδενική ιδιοτιμή.

Υποθέτουμε ότι η περίοδος δειγματοληψίας T_s είναι αρκετά μεγάλη και συγκεκριμένα ότι ισχύει:

$$T_s |\operatorname{Re}\{\lambda_i\}| \gg 1 \quad (2.30)$$

για κάθε ιδιοτιμή λ_i του πίνακα A του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου. Τότε, επειδή ο πίνακας A είναι ευσταθής κατά Hurwitz, μπορεί να γίνει η προσέγγιση:

$$e^{AT_s} \simeq 0 \quad (2.31)$$

Η ερμηνεία της προσέγγισης αυτής είναι ότι το υποσύστημα συνεχούς χρόνου έχει πολύ πιο γρήγορη απόκριση από την περίοδο δειγματοληψίας του υποσυστήματος διακριτού χρόνου.

Συγκεκριμένα, θεωρούμε ότι η κατάσταση συνεχούς χρόνου έχει καταλήξει σε ισορροπία πριν την επόμενη χρονική στιγμή δειγματοληψίας. Το υποσύστημα διακριτού χρόνου αποτελεί το αργό προσεγγιστικό σύστημα και οιονεί στατική προσέγγιση του συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας [5].

Χρησιμοποιώντας την (2.31), οι πίνακες H_1 , H_2 και H_3 προσεγγίζονται από τους εξής πίνακες αντίστοιχα :

$$\hat{H}_1 = 0, \quad \hat{H}_2 = -A^{-1}B_1, \quad \text{και} \quad \hat{H}_3 = -A^{-1}B_2 \quad (2.32)$$

Τότε, το σύστημα διακριτού χρόνου που αποτελεί οιονεί στατική προσέγγιση του συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας γράφεται :

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -A^{-1}B_1 \\ 0 & I_m - FA^{-1}B_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -A^{-1}B_2 \\ -FA^{-1}B_2 \end{bmatrix} d(k) \quad (2.33)$$

Σημειώνεται ότι ο προσδιορισμός του παραπάνω συστήματος διακριτού χρόνου μπορεί να γίνει πιο εύκολα από τις τιμές μόνιμης κατάστασης που προκύπτουν από το διάγραμμα βαθμίδων που περιγράφει το υποσύστημα συνεχούς χρόνου. Δεδομένου ότι από τη χρονική στιγμή kT_s έως την $(k+1)T_s$ εφαρμόζεται σταθερή είσοδος και σταθερή διαταραχή, οι καταστάσεις τη χρονική στιγμή $(k+1)T_s$ προσεγγίζονται από τις τιμές μόνιμης κατάστασης θέτοντας $s = 0$ στις συναρτήσεις μεταφοράς του διαγράμματος βαθμίδων. Στην περίπτωση συνάρτησης μεταφοράς ανοιχτού βρόχου που έχει πόλο στο μηδέν, τότε η είσοδος της τη χρονική στιγμή $(k+1)T_s$ τίθεται ίση με το μηδέν.

2.6 Υπολογισμός τετραγωνικού δείκτη απόδοσης και βέλτιστες παράμετροι ελέγχου για σύστημα διακριτού χρόνου

Θεωρούμε το γραμμικό σύστημα διακριτού χρόνου :

$$x(k+1) = Ax(k) + Bd(k) \quad (2.34)$$

με $x \in \mathbb{R}^n$ το διάνυσμα κατάστασης, $d \in \mathbb{R}^m$ διάνυσμα διαταραχών, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ σταθερός πίνακας κατάστασης ευσταθής κατά Schur και $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ σταθερός πίνακας. Θεωρούμε ότι στο παραπάνω σύστημα εφαρμόζεται βηματική διαταραχή $d(k) = d_0 u_s(k)$ και οι αρχικές συνθήκες είναι μηδενικές ($x(0) = 0$).

Θεωρούμε τον τετραγωνικό δείκτη απόδοσης :

$$J = \sum_{k=0}^{+\infty} x^T(k) Q x(k) \quad (2.35)$$

όπου $Q = \text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ διαγώνιος θετικά ημιορισμένος πίνακας ($a_i \geq 0$, για κάθε $i \in \{1, 2, \dots, n\}$). Για να έχει νόημα ο παραπάνω δείκτης απόδοσης (για να είναι πεπερασμένος), είναι προφανές ότι πρέπει να συμπεριλαμβάνει μόνο μεταβλητές κατάστασης που τείνουν στο μηδέν καθώς $k \rightarrow +\infty$. Επομένως, θεωρούμε ότι ισχύει :

$$\text{Για κάθε } a_i > 0, \quad \lim_{k \rightarrow +\infty} x_i(k) = 0. \quad (2.36)$$

2.6.1 Υπολογισμός δείκτη απόδοσης

Αφού υπολογίσουμε το $x(k)$ από την (2.34) μέχρι $k = N$, όπου N επαρκώς μεγάλος αριθμός, μπορούμε να υπολογίσουμε τον δείκτη απόδοσης J από τη σχέση (2.35) με ικανοποιητική ακρίβεια. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η πιθανή απαίτηση μεγάλου

N για την επίτευξη της επιθυμητής ακρίβειας. Σε αυτή την υποενοότητα, θα εξετάσουμε μια μέθοδο υπολογισμού του J που δεν απαιτεί τη γνώση της κατάστασης $x(k)$. Μέρος της ανάλυσης που θα ακολουθήσει βασίζεται στο [24].

Επειδή ο πίνακας A είναι ευσταθής κατά Schur, για $d(k) = d_0 u_s(k)$ έχουμε ότι το $x_\infty := \lim_{k \rightarrow +\infty} x(k)$ είναι πεπερασμένο και ισχύει (όπως προκύπτει από τη σχέση (2.34) για $k \rightarrow +\infty$):

$$x_\infty = (I - A)^{-1} B d_0 \quad (2.37)$$

Το σύστημα μετά τη βηματική διαταραχή μπορούμε να το εκφράσουμε εναλλακτικά ως ένα αυτόνομο σύστημα με σημείο ισορροπίας το 0 και μη μηδενική αρχική συνθήκη. Αυτό επιτυγχάνεται για το εξής διάνυσμα κατάστασης:

$$\hat{x} = x - x_\infty \quad (2.38)$$

Τότε, η (2.34) με αντικατάσταση της (2.37) γράφεται:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) \quad (2.39)$$

για κάθε $k \geq 0$, με αρχική συνθήκη:

$$\hat{x}(0) = x(0) - x_\infty = -(I - A)^{-1} B d_0 \quad (2.40)$$

Επιπλέον, λόγω της (2.36), έχουμε για τον δείκτη απόδοσης (2.35) ότι:

$$J = \sum_{k=0}^{+\infty} \hat{x}^T(k) Q \hat{x}(k) \quad (2.41)$$

Επειδή ο A είναι ευσταθής κατά Schur, σύμφωνα με το θεώρημα 5.D.6 του [28], υπάρχει μοναδικός πίνακας P που λύνει τη γραμμική εξίσωση πινάκων (η οποία είναι γνωστή ως εξίσωση Lyapunov για σύστημα διακριτού χρόνου):

$$A^T P A - P = -Q \quad (2.42)$$

Τότε, αντικαθιστώντας το Q από την (2.42) στην (2.41), λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} J &= \sum_{k=0}^{+\infty} \hat{x}^T(k) (P - A^T P A) \hat{x}(k) = \\ &= \sum_{k=0}^{+\infty} [\hat{x}^T(k) P \hat{x}(k) - (A\hat{x}(k))^T P (A\hat{x}(k))] \end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας την (2.39), η παραπάνω γράφεται:

$$\begin{aligned} J &= \sum_{k=0}^{+\infty} [\hat{x}^T(k) P \hat{x}(k) - \hat{x}^T(k+1) P \hat{x}(k+1)] = \\ &= \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^N [\hat{x}^T(k) P \hat{x}(k) - \hat{x}^T(k+1) P \hat{x}(k+1)] = \\ &= \lim_{N \rightarrow +\infty} [\hat{x}^T(0) P \hat{x}(0) - \hat{x}^T(N+1) P \hat{x}(N+1)] = \\ &= \hat{x}^T(0) P \hat{x}(0) \end{aligned} \quad (2.43)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε το γεγονός ότι $\lim_{N \rightarrow +\infty} \hat{x}(N+1) = 0$, αφού το μηδέν είναι ασυμπτωτικά ευσταθές σημείο ισορροπίας (A ευσταθής κατά Schur). Επιπλέον, η σχέση (2.43)

γράφεται με αντικατάσταση του διανύσματος των αρχικών συνθηκών από την (2.40):

$$J = d_0^T \hat{P} d_0 \quad (2.44)$$

όπου :

$$\hat{P} = \left((I - A)^{-1} B \right)^T P (I - A)^{-1} B \quad (2.45)$$

Συνεπώς, ο τετραγωνικός δείκτης απόδοσης J μπορεί άμεσα να υπολογιστεί με την επίλυση της εξίσωσης Lyapunov (2.42) για το P .

2.6.2 Βέλτιστες παράμετροι ελέγχου

Θεωρούμε ότι οι πίνακες A και B είναι συναρτήσεις κάποιων παραμέτρων ελέγχου του συστήματος, έστω $b \in \mathbb{R}^\ell$. Δηλαδή, έστω ότι $A = A(b)$ και $B = B(b)$. Ο δείκτης απόδοσης προς ελαχιστοποίηση J ορίζεται με στόχο να προσδιορισθούν οι βέλτιστες παράμετροι, έστω b^* . Δηλαδή, έχουμε (υπό την προϋπόθεση ότι το πρόβλημα ελαχιστοποίησης είναι καλώς ορισμένο):

$$b^* = \arg \min_{b \in \mathcal{D}} \{J(b)\} = \arg \min_{b \in \mathcal{D}} \{d_0^T \hat{P}(b) d_0\} \quad (2.46)$$

όπου :

$$\mathcal{D} = \{b \in \mathbb{R}^\ell \mid \rho(A(b)) < 1\} \quad (2.47)$$

το σύνολο των παραμέτρων b για τις οποίες ο A είναι ευσταθής κατά Schur.

Από τη σχέση (2.46), είναι φανερό ότι αν $d_0 \in \mathbb{R}$, τότε οι βέλτιστες παράμετροι δεν εξαρτώνται από το μέγεθος της βηματικής διαταραχής. Ωστόσο, αν το διάνυσμα διαταραχών είναι μεγαλύτερης διάστασης από 1, τότε υπάρχει εξάρτηση από το σχετικό μέγεθος των διαταραχών. Για παράδειγμα, αν $d_0 = \begin{bmatrix} d_{01} & d_{02} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2$, τότε :

$$J(b) = \begin{bmatrix} d_{01} & d_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p}_1(b) & \hat{p}_2(b) \\ \hat{p}_2(b) & \hat{p}_3(b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{01} \\ d_{02} \end{bmatrix} = \hat{p}_1(b) d_{01}^2 + \hat{p}_3(b) d_{02}^2 + 2\hat{p}_2(b) d_{01} d_{02} \quad (2.48)$$

Αν $d_{01} \neq 0$, τότε η παραπάνω γράφεται :

$$J(b) = d_{01}^2 \left[\hat{p}_1(b) + \hat{p}_3(b) \left(\frac{d_{02}}{d_{01}} \right)^2 + 2\hat{p}_2(b) \frac{d_{02}}{d_{01}} \right] \quad (2.49)$$

Δηλαδή, οι βέλτιστες παράμετροι εξαρτώνται από τον λόγο των δύο διαταραχών.

2.7 Ιδιοτιμές πινάκων ειδικής μορφής

Σε αυτήν την ενότητα υπολογίζονται οι ιδιοτιμές πινάκων βαθμού 1 και πινάκων που αποτελούν διαταραχή βαθμού 1 του μοναδιαίου πίνακα. Για να τον υπολογισμό τους, θα χρησιμοποιηθούν τα εξής τρία λήμματα :

Λήμμα 2.1. Έστω $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Τότε, $\text{rank}(A) = 1$ αν και μόνον αν υπάρχουν $u \in \mathbb{R}^n$ και $v \in \mathbb{R}^n$ μη μηδενικά τέτοια, ώστε $A = uv^T$.

Απόδειξη. Βλ. λύση της άσκησης 3.9.9 του [22]. □

Λήμμα 2.2. Έστω $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $u \in \mathbb{R}^n$ και $v \in \mathbb{R}^n$ ώστε να ισχύει $A = uv^T$. Τότε, $\text{tr}(A) = v^T u$.

Απόδειξη. Έχουμε:

$$A = uv^T = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \dots & v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 v_1 & u_1 v_2 & \dots & u_1 v_n \\ u_2 v_1 & u_2 v_2 & \dots & u_2 v_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_n v_1 & u_n v_2 & \dots & u_n v_n \end{bmatrix}$$

Συνεπώς, έχουμε:

$$\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n u_i v_i = v^T u$$

□

Λήμμα 2.3. Έστω $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ αντιστρέψιμος πίνακας, $c \in \mathbb{R}^n$ και $d \in \mathbb{R}^n$. Τότε, ισχύει:

$$\det(B + cd^T) = \det(B) (1 + d^T B^{-1} c)$$

Απόδειξη. Βλ. ενότητα 6.2 του [22].

□

Για τις ιδιοτιμές πινάκων βαθμού 1 και πινάκων που αποτελούν διαταραχή βαθμού 1 του μοναδιαίου πίνακα ισχύουν οι παρακάτω δύο προτάσεις αντίστοιχα.

Πρόταση 2.3. Έστω $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ με $\text{rank}(A) = 1$. Τότε, οι ιδιοτιμές του A είναι το $\text{tr}(A)$ με πολλαπλότητα 1 και το 0 με πολλαπλότητα $n - 1$.

Απόδειξη. Σύμφωνα με το λήμμα 2.1, υπάρχουν $u \in \mathbb{R}^n$ και $v \in \mathbb{R}^n$ ώστε $A = uv^T$. Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα A είναι:

$$p_A(\lambda) = \det(\lambda I_n - A) = \det(\lambda I_n - uv^T)$$

Με χρήση του λήμματος 2.3, η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$p_A(\lambda) = \det(\lambda I_n) \left(1 - \frac{1}{\lambda} v^T u\right) = \lambda^n \left(1 - \frac{1}{\lambda} v^T u\right) = \lambda^{n-1} (\lambda - \text{tr}(A))$$

όπου η τελευταία ισότητα προέκυψε με χρήση του λήμματος 2.2. Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του πίνακα A είναι το 0 με πολλαπλότητα $n - 1$ και το $\text{tr}(A)$ με πολλαπλότητα 1. Συνεπώς, η απόδειξη έχει ολοκληρωθεί. □

Πρόταση 2.4. Έστω $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ με $A = I_n - B$, όπου $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ και $\text{rank}(B) = 1$. Τότε, οι ιδιοτιμές του A είναι το $1 - \text{tr}(B)$ με πολλαπλότητα 1 και το 1 με πολλαπλότητα $n - 1$.

Απόδειξη. Σύμφωνα με το λήμμα 2.1, υπάρχουν $u \in \mathbb{R}^n$ και $v \in \mathbb{R}^n$ ώστε $B = uv^T$. Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα A είναι:

$$p_A(\lambda) = \det(\lambda I_n - (I_n - B)) = \det((\lambda - 1)I_n + uv^T)$$

Με χρήση του λήμματος 2.3, η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$\begin{aligned} p_A(\lambda) &= \det((\lambda - 1)I_n) \left(1 + \frac{1}{\lambda - 1} v^T u\right) = (\lambda - 1)^n \left(1 + \frac{1}{\lambda - 1} v^T u\right) \\ &= (\lambda - 1)^{n-1} (\lambda - (1 - \text{tr}(B))) \end{aligned}$$

όπου η τελευταία ισότητα προέκυψε με χρήση του λήμματος 2.2. Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του πίνακα A είναι το 1 με πολλαπλότητα $n - 1$ και το $1 - \text{tr}(B)$ με πολλαπλότητα 1. Συνεπώς, η απόδειξη έχει ολοκληρωθεί. □

Κεφάλαιο 3

Μοντέλα συστήματος ρύθμισης φορτίου - συχνότητας

Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύσσονται μοντέλα που περιγράφουν τη δυναμική του συστήματος της ρύθμισης φορτίου-συχνότητας για μία και για πολλές περιοχές ελέγχου. Αρχικά διαμορφώνεται ένα μοντέλο ισοδύναμης μονάδας παραγωγής για την περιγραφή μίας περιοχής ελέγχου, κάτω από συγκεκριμένες παραδοχές. Έπειτα, αναπτύσσεται μοντέλο για ένα διασυνδεδεμένο σύστημα πολλών περιοχών ελέγχου, αφού οριστούν κατάλληλα οι διασυνδετικές ροές ισχύος και παρασταθεί η δυναμική τους. Επίσης, παρουσιάζονται τα μοντέλα των στροβίλων και των ρυθμιστών στροφών ατμοηλεκτρικών και υδροηλεκτρικών μονάδων παραγωγής που θα χρησιμοποιηθούν σε επόμενα κεφάλαια της εργασίας. Στη συνέχεια, διαμορφώνεται το σύστημα της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας ως ένας διακριτού χρόνου ολοκληρωτικός έλεγχος. Τέλος, προτυποποιείται το συνολικό σύστημα της ρύθμισης φορτίου-συχνότητας στη μορφή συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας. Σημειώνεται ότι σε αυτό το κεφάλαιο όλα τα μεγέθη (πλην των σταθερών χρόνου) θεωρούνται κανονικοποιημένα σε ενιαίο ανά μονάδα σύστημα κοινής βάσης ισχύος, εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.

3.1 Μοντέλο συστήματος μίας περιοχής ελέγχου

Σε αυτή την ενότητα, διαμορφώνεται ένα απλοποιημένο μοντέλο της δυναμικής της συχνότητας ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας με ισχυρές εσωτερικές διασυνδέσεις, το οποίο αποτελεί μία ενιαία περιοχή ελέγχου. Η βασική παραδοχή που γίνεται για τη διαμόρφωση του μοντέλου είναι ότι αμελείται η επίδραση της τάσης στα φορτία.

3.1.1 Μηχανικό μοντέλο δρομέα γεννήτριας

Θεωρούμε μια μονάδα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με σύγχρονη γεννήτρια. Όπως είναι γνωστό [11], η διαφορική εξίσωση επιτάχυνσης του δρομέα της σύγχρονης γεννήτριας είναι:

$$M\dot{\omega} = T_m - T_e \quad (3.1)$$

όπου T_m και T_e είναι η ανά μονάδα μηχανική και η ηλεκτρική ροπή αντίστοιχα, ω είναι η ανά μονάδα ηλεκτρική ταχύτητα του δρομέα (με βάση τη σύγχρονη ταχύτητα ω_0 , η οποία εκφράζεται σε ηλεκτρικά ακτίνια ανά δευτερόλεπτο) και:

$$M = 2H \quad (3.2)$$

Η σταθερά H είναι γνωστή ως *ανηγμένη σταθερά αδράνειας (inertia constant)* και η σταθερά M ως *μηχανικός χρόνος εκκίνησης (mechanical starting time)* [3]. Οι δύο αυτές σταθερές έχουν διαστάσεις χρόνου και εκφράζονται σε s .

Είναι πιο βολικό, όπως θα φανεί αργότερα, να εκφράσουμε τη διαφορική εξίσωση (3.1) συναρτήσει της μηχανικής και ηλεκτρικής ισχύος αντί των αντίστοιχων ροπών. Γνωρίζουμε ότι η ροπή T και η ισχύς P συνδέονται με τη σχέση:

$$P = T\omega \Leftrightarrow T = \frac{P}{\omega} \quad (3.3)$$

Με αντικατάσταση της μηχανικής ροπής και της ηλεκτρικής ροπής από την παραπάνω σχέση στη διαφορική εξίσωση (3.1), προκύπτει:

$$M\dot{\omega} = \frac{P_m - P_e}{\omega} = \frac{P_a}{\omega} \quad (3.4)$$

Με $P_a = P_m - P_e$ συμβολίζουμε την ανά μονάδα ισχύ επιτάχυνσης. Είναι προφανές, εφόσον θεωρούμε σύγχρονη μηχανή, ότι το σημείο ισορροπίας της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης είναι το $\omega = 1$ αμ και συμβαίνει για $P_a = 0$. Θεωρώντας ότι η ταχύτητα του δρομέα δεν απομακρύνεται σημαντικά από την ονομαστική, αντί της μη γραμμικής διαφορικής εξίσωσης (3.4), θα χρησιμοποιήσουμε την αντίστοιχη γραμμικοποιημένη διαφορική εξίσωση γύρω από το σημείο ισορροπίας $\omega = 1$ και $P_a = 0$. Συμβολίζοντας με $f(\omega, P_a) = P_a/(M\omega)$, $\Delta P_a = P_a - 0 = P_a$ και $\Delta\omega = \omega - 1$ (ανά μονάδα απόκλιση της ταχύτητας του δρομέα από τη σύγχρονη), έχουμε ότι:

$$\Delta\dot{\omega} = \frac{\partial f(1, 0)}{\partial \omega} \Delta\omega + \frac{\partial f(1, 0)}{\partial P_a} \Delta P_a \quad (3.5)$$

Υπολογίζουμε:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(1, 0)}{\partial \omega} &= -\frac{P_a}{M\omega^2} \Big|_{\omega=1, P_a=0} = 0 \\ \frac{\partial f(1, 0)}{\partial P_a} &= \frac{1}{M\omega} \Big|_{\omega=1, P_a=0} = \frac{1}{M} \end{aligned}$$

Επομένως, η γραμμικοποιημένη διαφορική εξίσωση γράφεται:

$$M \Delta\dot{\omega} = P_a = P_m - P_e \quad (3.6)$$

3.1.2 Μοντέλο κοινής συχνότητας

Θεωρούμε ένα ΣΗΕ που αποτελείται από $N_{\mathcal{G}}$ μονάδες παραγωγής με σύγχρονες γεννήτριες. Συμβολίζουμε με \mathcal{G} το σύνολο των σύγχρονων γεννητριών, με δ_i την ηλεκτρική γωνία του δρομέα της γεννήτριας $i \in \mathcal{G}$, η οποία εκφράζεται ως προς έναν κοινό άξονα αναφοράς που περιστρέφεται με τη σύγχρονη ταχύτητα, και με $\Delta\omega_i$ την ανά μονάδα απόκλιση της ηλεκτρικής ταχύτητας περιστροφής της γεννήτριας $i \in \mathcal{G}$ από τη σύγχρονη. Τότε, για την κάθε γεννήτρια έχουμε το εξής ζεύγος διαφορικών εξισώσεων:

$$M_i \Delta\dot{\omega}_i = P_{mi} - P_{ei}, \quad i \in \mathcal{G} \quad (3.7\alpha')$$

$$\dot{\delta}_i = \omega_0 \Delta\omega_i, \quad i \in \mathcal{G} \quad (3.7\beta')$$

Θεωρούμε δύο γειτονικές σύγχρονες γεννήτριες του ΣΗΕ, έστω η 1 και η 2. Εκφράζουμε την ηλεκτρική ισχύ της κάθε γεννήτριας ως:

$$P_{e1} = P_{12}(\delta_{12}) + \hat{P}_{e1} \quad (3.8\alpha')$$

$$P_{e2} = P_{21}(\delta_{21}) + \hat{P}_{e2} \quad (3.8\beta')$$

Η $P_{12} = P_{12}(\delta_{12})$ είναι η ροή ισχύος από το ζυγό της γεννήτριας 1 στο ζυγό της γεννήτριας 2, η οποία εξαρτάται από τη διαφορά των γωνιών δ_1 και δ_2 , που συμβολίζουμε με $\delta_{12} =$

$\delta_1 - \delta_2 = -\delta_{21}$. Η \hat{P}_{e1} είναι η ηλεκτρική ισχύς της γεννήτριας 1 που δεν εξαρτάται από την δ_{12} . Αντίστοιχα έχουμε και για τις P_{21} και \hat{P}_{e2} . Κάνοντας την παραδοχή ότι οι απώλειες ενεργού ισχύος των γραμμών είναι αμελητέες, έχουμε ότι $P_{12} = -P_{21}$.

Υποθέτοντας ότι η δ_{12} δεν απομακρύνεται πολύ από την τιμή ισορροπίας της δ_{120} , έχουμε ύστερα από γραμμικοποίηση γύρω από αυτήν ότι:

$$P_{12} = P_{120} + K_{12}\Delta\delta_{12} = -P_{21} \quad (3.9)$$

όπου $\Delta\delta_{12} = \delta_{12} - \delta_{120}$, $P_{120} = P_{12}(\delta_{120})$ η τιμή ισορροπίας του P_{12} και:

$$K_{12} = \left. \frac{\partial P_{12}}{\partial \delta_{12}} \right|_{\delta_{12}=\delta_{120}} = \left. \frac{\partial P_{21}}{\partial \delta_{21}} \right|_{\delta_{21}=\delta_{210}} = K_{21} \quad (3.10)$$

Ο συντελεστής $K_{12} = K_{21}$ είναι γνωστός ως *συντελεστής συγχρονισμού (synchronizing coefficient)* [11], μεταξύ των γεννητριών 1 και 2.

Σημειώνεται ότι αν θεωρήσουμε ότι οι γεννήτριες αναπαρίστανται από το κλασικό μοντέλο [3], τότε έχουμε:

$$K_{12} = \left. \frac{\partial}{\partial \delta_{12}} \left(\frac{E_1 E_2}{X_{12}} \sin(\delta_{12}) \right) \right|_{\delta_{12}=\delta_{120}} = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \cos(\delta_{120}) = K_{21} \quad (3.11)$$

όπου E_1 και E_2 τα ανά μονάδα μέτρα των ΗΕΔ των γεννητριών και X_{12} η ανά μονάδα ισοδύναμη επαγωγική αντίδραση μεταξύ αυτών. Η θεώρηση αυτή γίνεται για να φανεί η ποιοτική εξάρτηση του συντελεστή συγχρονισμού από τη διαφορά των γωνιών και την επαγωγική αντίδραση της σύνδεσης και δεν είναι απαραίτητη για τη συνέχεια της ανάλυσης. Μια αρκετά φορτισμένη σύνδεση (μεγάλη δ_{120}) έχει μικρό K_{12} ενώ μια αρκετά ισχυρή σύνδεση (μικρό X_{12}) έχει μεγάλο K_{12} .

Επιπλέον, συμβολίζουμε με P_{m10} και \hat{P}_{e10} τις τιμές ισορροπίας των P_{m1} και \hat{P}_{e1} αντίστοιχα και με $\Delta P_{m1} = P_{m1} - P_{m10}$ και $\Delta \hat{P}_{e1} = \hat{P}_{e1} - \hat{P}_{e10}$. Προφανώς ισχύει ότι $P_{m10} - P_{120} - \hat{P}_{e10} = 0$. Χρησιμοποιώντας την (3.8α) και τη γραμμική προσέγγιση (3.9), έχουμε:

$$P_{m1} - P_{e1} = -K_{12}\Delta\delta_{12} + \Delta P_{m1} - \Delta \hat{P}_{e1} \quad (3.12)$$

Ανάλογα, για τη γεννήτρια 2 έχουμε:

$$P_{m2} - P_{e2} = K_{12}\Delta\delta_{12} + \Delta P_{m2} - \Delta \hat{P}_{e2} \quad (3.13)$$

Συνεπώς, με αντικατάσταση των (3.12) και (3.13) στις σχέσεις (3.7α) για τις δύο γεννήτριες και αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3.7β) για τις δύο γεννήτριες, λαμβάνουμε:

$$M_1 \Delta\omega_1 = -K_{12}\Delta\delta_{12} + \Delta P_{m1} - \Delta \hat{P}_{e1} \quad (3.14\alpha)$$

$$M_2 \Delta\omega_2 = K_{12}\Delta\delta_{12} + \Delta P_{m2} - \Delta \hat{P}_{e2} \quad (3.14\beta)$$

$$\Delta\delta_{12} = \omega_0 (\Delta\omega_1 - \Delta\omega_2) \quad (3.14\gamma)$$

Για να προσδιορίσουμε το μοντέλο κοινής συχνότητας ως μια οιονεί στατική προσέγγιση του συστήματος [10], είναι απαραίτητος ο ορισμός της χρονικής κλίμακας στην οποία παρουσιάζονται οι δυναμικές που μας ενδιαφέρουν. Συμβολίζουμε με $\tau = t/T$ αυτή τη χρονική κλίμακα (αδιάστατη), όπου T είναι η κυρίαρχη σταθερά χρόνου των δυναμικών φαινομένων που εξετάζουμε. Θεωρώντας ότι η κυρίαρχη δυναμική της συχνότητας, που οφείλεται στις αδράνειες των γεννητριών, τις κινητήριες μηχανές και τους ρυθμιστές στροφών, είναι της τάξης των μερικών δευτερολέπτων, μπορεί να επιλεγεί $T = 1$ s. Για την εφαρμογή της θεωρίας ιδιαζουσών διαταραχών, είναι πιο βολικό το σύστημα των εξισώσεων κατάστασης (3.14)

να εκφραστεί ως προς τις εξής νέες μεταβλητές κατάστασης:

$$\Delta\omega = \frac{M_1\Delta\omega_1 + M_2\Delta\omega_2}{M_1 + M_2} \quad (3.15\alpha)$$

$$\omega_{12} = \Delta\omega_1 - \Delta\omega_2 \quad (3.15\beta)$$

$$y = \frac{K_{12}T}{M_{12}} \Delta\delta_{12} \quad (3.15\gamma)$$

όπου $\Delta\omega$ είναι η σταθμισμένη μέση απόκλιση από τη σύγχρονη ταχύτητα (κέντρο αδράνειας) και:

$$M_{12} = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \quad (3.16)$$

είναι ο «παράλληλος συνδυασμός» των M_1 και M_2 . Επιπλέον, συμβολίζουμε με $u_1 = \Delta P_{m1} - \Delta \hat{P}_{e1}$ και $u_2 = \Delta P_{m2} - \Delta \hat{P}_{e2}$. Τότε, το σύστημα διαφορικών εξισώσεων (3.14) γράφεται ως προς τις νέες μεταβλητές κατάστασης:

$$T \Delta \dot{\omega} = \frac{T}{M_1 + M_2} (u_1 + u_2) \quad (3.17\alpha)$$

$$T \dot{\omega}_{12} = -y + \frac{T}{M_1} u_1 - \frac{T}{M_2} u_2 \quad (3.17\beta)$$

$$\epsilon T \dot{y} = \omega_{12} \quad (3.17\gamma)$$

όπου:

$$\epsilon = \frac{M_{12}}{K_{12}\omega_0 T^2} \quad (3.18)$$

Ως προς την αδιάστατη χρονική κλίμακα $\tau = t/T$, το παραπάνω σύστημα γράφεται:

$$\frac{d\Delta\omega}{d\tau} = \frac{T}{M_1 + M_2} (u_1 + u_2) \quad (3.19\alpha)$$

$$\frac{d\omega_{12}}{d\tau} = -y + \frac{T}{M_1} u_1 - \frac{T}{M_2} u_2 \quad (3.19\beta)$$

$$\epsilon \frac{dy}{d\tau} = \omega_{12} \quad (3.19\gamma)$$

Στην περίπτωση ισχυρής σύνδεσης (K_{12} μεγάλο) και μικρού M_{12} , το ϵ λαμβάνει αρκετά μικρή τιμή. Θέτοντας $\epsilon = 0$ σύμφωνα με τη θεωρία ιδιαζουσών διαταραχών [10], λαμβάνουμε από τη σχέση (3.19γ):

$$\omega_{12} = 0 \Leftrightarrow \Delta\omega_1 - \Delta\omega_2 = 0 \Leftrightarrow \omega_1 = \omega_2 \quad (3.20)$$

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, που αποτελεί οιονεί στατική προσέγγιση του συστήματος, στη μακροχρόνια χρονική κλίμακα οι συχνότητες των δύο γεννητριών είναι ίσες. Η κοινή τους συχνότητα $\omega = \omega_1 = \omega_2$, σύμφωνα και με τη σχέση (3.15α), ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση (3.17α):

$$M \Delta \dot{\omega} = \sum_{i=1}^2 \Delta P_{mi} - \sum_{i=1}^2 \Delta \hat{P}_{ei} \quad (3.21)$$

όπου:

$$M = M_1 + M_2 \quad (3.22)$$

Η μεταβλητή y γίνεται αλγεβρική μεταβλητή και προσδιορίζεται από τη σχέση (επειδή $\omega_{12} = 0 \Rightarrow \dot{\omega}_{12} = 0$):

$$y = \frac{T}{M_1} u_1 - \frac{T}{M_2} u_2 \quad (3.23)$$

και συνεπώς:

$$\Delta\delta_{12} = \frac{M_{12}}{K_{12}} \left(\frac{\Delta P_{m1} - \Delta\hat{P}_{e1}}{M_1} - \frac{\Delta P_{m2} - \Delta\hat{P}_{e2}}{M_2} \right) \quad (3.24)$$

Σχετικά με την παραπάνω ανάλυση παρατηρούμε τα εξής:

- Η εφαρμογή της θεωρίας ιδιαζουσών διαταραχών στο σύστημα τρίτης τάξης (3.17) οδηγεί στο σύστημα πρώτης τάξης με δύο αλγεβρικούς περιορισμούς:

$$M \Delta\dot{\omega} = u_1 + u_2 \quad (3.25\alpha)$$

$$y = \frac{T}{M_1} u_1 - \frac{T}{M_2} u_2 \quad (3.25\beta)$$

$$\omega_{12} = 0 \quad (3.25\gamma)$$

Αυτό οφείλεται στο ότι στο δεξί μέλος της (3.17γ) βρίσκεται μόνο το ω_{12} . Επιπλέον, η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τον προσδιορισμό του μακροπρόθεσμου μοντέλου και των ολοκληρωματικών πολλαπλοτήτων είναι διαφορετική από αυτήν της υποενότητας 2.5.1.

- Σύμφωνα με τη σχέση (3.21), γίνεται φανερή η ομαδοποίηση των δύο γεννητριών σε μία ισοδύναμη με σταθερά αδράνειας ίση με το άθροισμα των σταθερών αδράνειας της καθεμίας. Η βασική υπόθεση που γίνεται είναι το ϵ που δίνεται από τη σχέση (3.18) να είναι επαρκώς μικρότερο του 1 ώστε να είναι αποδεκτή η οιονεί στατική προσέγγιση της κοινής συχνότητας. Τότε, λέμε ότι οι δύο γεννήτριες παρουσιάζουν συνοχή στην απόκριση της συχνότητας και ανήκουν στην ίδια *συνεκτική ομάδα* (*coherent group*) [3, 20].
- Η οιονεί στατική προσέγγιση της κοινής συχνότητας αγνοεί τις ηλεκτρομηχανικές ταλαντώσεις μεταξύ των δύο γεννητριών. Συγκεκριμένα, αμελώντας την επίδραση της ηλεκτρικής ισχύος (που δεν εξαρτάται από τη γωνία δ_{12}) και της μηχανικής ισχύος στη σχέση (3.17β) (θέτουμε $u_1 = u_2 = 0$), τότε από τις (3.17γ) και (3.17β) λαμβάνουμε:

$$\ddot{y} + \frac{1}{\epsilon T^2} y = 0 \quad (3.26)$$

Συνεπώς, η συχνότητα των ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεων μεταξύ των γεννητριών 1 και 2 δίνεται κατά προσέγγιση από τη σχέση (σε Hz):

$$f_{em} = \frac{1}{2\pi T \sqrt{\epsilon}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_0 K_{12}}{M_{12}}} \quad (3.27)$$

όπου η δεύτερη ισότητα έχει προκύψει με αντικατάσταση του ϵ από την (3.18).

Θεωρώντας ότι $T = 1$ s, σύμφωνα με τη σχέση (3.27), για τιμές του ϵ κάτω από 0.01 οι συχνότητες ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεων μεταξύ των γεννητριών που ομαδοποιούνται είναι πάνω από 1.6 Hz. Αυτό ισχύει για όλες τις τοπικές ταλαντώσεις που συνεπώς μπορούν να απαλειφθούν με την παραπάνω μέθοδο οιονεί στατικής προσέγγισης. Επιπλέον, η θεωρία ιδιαζουσών διαταραχών διασφαλίζει ότι το σφάλμα της προσέγγισης θα είναι της τάξης του ϵ (άρα μικρότερο του 1%) αλλά αφού παρέλθει το αρχικό γρήγορο μεταβατικό (*off manifold dynamics*). Άρα, η προσέγγιση κοινής συχνότητας ισχύει μόνο μετά την απόσβεση όλων των τοπικών ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεων, εάν βέβαια το σύστημα έχει ευστάθεια γωνίας δρομέα με την έννοια της μεταβατικής ευστάθειας και της ευστάθειας μικρών διαταραχών. Συνεπώς, η μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα για την οποία ισχύει η παραδοχή κοινής συχνότητας αρ-

χίζει περίπου μετά τα 5 – 10 s θεωρώντας επαρκή απόσβεση όλων των τοπικών ταλαντώσεων.

Προφανώς η ομαδοποίηση μπορεί να συνεχιστεί με μικρότερη ακρίβεια και για τιμές του $\epsilon < 0.1$. Οπότε, οι απαλειμμένες συχνότητες φτάνουν στα όρια των διασυσνοριακών ταλαντώσεων (interarea oscillations), δηλαδή μέχρι περίπου τα 0.5 Hz. Για μικρότερες συχνότητες ταλαντώσεων το σφάλμα απαλοιφής θα είναι πολύ μεγάλο και συνεπώς πρέπει η κάθε συνεκτική περιοχή να παρασταθεί ξεχωριστά και στη δευτερεύουσα ρύθμιση.

Σημειώνεται ότι η υψηλή διείσδυση παραγωγών με ηλεκτρονικούς μετατροπείς, που συμμετέχουν στην πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας και έχουν γρήγορο χρόνο απόκρισης, μειώνει τη χρονική σταθερά T . Συνεπώς, αυξάνεται το κάτω όριο της συχνότητας ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεων για ομαδοποίηση γεννητριών.

- Η οιονεί στατική προσέγγιση μπορεί να προσδιορισθεί και για το μη γραμμικό σύστημα:

$$M_1 \Delta \dot{\omega}_1 = P_{m1} - P_{e1}(\delta_{12}) \quad (3.28\alpha)$$

$$M_2 \Delta \dot{\omega}_2 = P_{m2} - P_{e2}(\delta_{12}) \quad (3.28\beta)$$

$$\dot{\delta}_{12} = \omega_0 (\Delta \omega_1 - \Delta \omega_2) \quad (3.28\gamma)$$

και χωρίς την παραδοχή των αμελητέων απωλειών ενεργού ισχύος. Τότε, η διαφορική εξίσωση της κοινής συχνότητας είναι:

$$M \Delta \dot{\omega} = \sum_{i=1}^2 P_{mi} - \sum_{i=1}^2 P_{ei} \quad (3.29)$$

και οι γωνία δ_{12} αποτελεί αλγεβρική μεταβλητή που υπολογίζεται από την ολοκληρωματική πολλαπλότητα:

$$\frac{P_{m1} - P_{e1}(\delta_{12})}{M_1} - \frac{P_{m2} - P_{e2}(\delta_{12})}{M_2} = 0 \quad (3.30)$$

η οποία προκύπτει από τη σχέση $\Delta \dot{\omega}_1 - \Delta \dot{\omega}_2 = 0$. Επιπλέον, η προσέγγιση θεωρούμε ότι είναι αποδεκτή αν η σταθερά:

$$\epsilon = \frac{1}{\left(\frac{K_{12}}{M_1} + \frac{K_{21}}{M_2} \right) \omega_0 T^2} \quad (3.31)$$

είναι επαρκώς μικρή, όπου:

$$K_{12} = \left. \frac{\partial P_{e1}}{\partial \delta_{12}} \right|_{\delta_{12}=\delta_{120}} \quad \text{και} \quad K_{21} = \left. \frac{\partial P_{e2}}{\partial \delta_{21}} \right|_{\delta_{21}=\delta_{210}} \quad (3.32)$$

- Αν επιπλέον της αλγεβρικής εξίσωσης (3.30) ληφθούν υπόψη και οι αλγεβρικές εξισώσεις ροής φορτίου, τότε στο μοντέλο κοινής συχνότητας μπορεί να συμπεριληφθούν η τοπολογία του δικτύου και οι τάσεις των ζυγών, όπως γίνεται στο [20]. Ωστόσο, σε αυτή την εργασία αγνοείται η τοπολογία του δικτύου και οι γεννήτριες που ομαδοποιούνται θεωρούμε ότι βρίσκονται σε έναν κοινό ζυγό.

Η παραπάνω ανάλυση μπορεί να εφαρμοστεί διαδοχικά για όλες τις γεννήτριες ενός ΣΗΕ, εφόσον ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις για την ομαδοποίησή τους, με στόχο τη διαμόρφωση του μοντέλου κοινής συχνότητας. Συγκεκριμένα, η διαδικασία ομαδοποίησης συνεχίζεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, όπου οι γεννήτριες 1 και 2 μπορεί να είναι ισοδύναμα συνεκτικών ομάδων σχηματίζοντας μια ακόμη μεγαλύτερη συνεκτική ομάδα. Αρκεί σε κάθε βήμα ομαδοποίησης το αντίστοιχο ϵ , που δίνεται από τη σχέση (3.31), να είναι επαρκώς μικρό. Ωστόσο, η εφαρμογή της παραπάνω διαδικασίας χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση διότι οι ρυθμοί ταλάντωσης που απαλείφονται κατά την ομαδοποίηση μπορεί να έχουν μεγάλο συντελεστή συμμετοχής [3] σε περισσότερες από δύο γεννήτριες.

Εφόσον το ϵ είναι επαρκώς μικρό σε όλα τα βήματα της ομαδοποίησης, τελικά καταλήγουμε σε μια κοινή συχνότητα, έστω ω σε αμ, για ολόκληρο το ΣΗΕ, το οποίο αναπαρίσταται ως μια ισοδύναμη γεννήτρια σταθεράς:

$$M = \sum_{i=1}^{N_G} M_i \quad (3.33)$$

για την οποία ισχύει:

$$M \Delta \omega = \sum_{i=1}^{N_G} P_{mi} - P_e \quad (3.34)$$

Σε αυτήν την περίπτωση, ολόκληρο το ΣΗΕ αποτελεί μια συνεκτική ομάδα γεννητριών. Η ηλεκτρική ισχύς P_e της σχέσης (3.34) αποτελεί τη συνολική ηλεκτροπαραγωγή (φορτίο) των σύγχρονων γεννητριών, η οποία μπορεί να θεωρηθεί είσοδος του συστήματος.

3.1.3 Εξάρτηση της ηλεκτρικής ισχύος από τη συχνότητα

Η ηλεκτρική ισχύς P_e της ισοδύναμης μονάδας παραγωγής ενός ΣΗΕ που αποτελεί μια συνεκτική ομάδα γεννητριών μπορεί να γραφεί ως:

$$P_e = P_L - P_C \quad (3.35)$$

όπου P_L είναι η ενεργός ισχύς του φορτίου του συστήματος και P_C η εγχεόμενη ενεργός ισχύς των μονάδων παραγωγής με ηλεκτρονικούς μετατροπείς.

Δεδομένης της ύπαρξης φορτίων κίνησης στο σύστημα, η ενεργός ισχύς του φορτίου P_L παρουσιάζει εξάρτηση από τη συχνότητα και εκφράζεται ως:

$$P_L = \hat{P}_L + D_L \Delta \omega \quad (3.36)$$

όπου η \hat{P}_L είναι η ενεργός ισχύς του φορτίου που δεν εξαρτάται από τη συχνότητα. Η σταθερά D_L είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως *σταθερά αυτορρύθμισης του φορτίου* [11].

Επιπλέον, η εγχεόμενη ενεργός ισχύς των μονάδων παραγωγής με ηλεκτρονικούς μετατροπείς επίσης παρουσιάζει εξάρτηση από τη συχνότητα στην περίπτωση που αυτές εφαρμόζουν ελέγχου στατισμού. Η P_C γράφεται:

$$P_C = \hat{P}_C - \frac{1}{R_C} \Delta \omega \quad (3.37)$$

όπου η \hat{P}_C δεν εξαρτάται από τη συχνότητα και R_C ο συνολικός στατισμός (ανά μονάδα της συνολικής εγκατεστημένης ισχύος του συστήματος) των μονάδων παραγωγής με ηλεκτρονικούς μετατροπείς. Η παραπάνω σχέση ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι η δυναμική της εγχεόμενης ενεργού ισχύος που οφείλεται σε μεταβολή της συχνότητας θεωρείται ακαριαία, σε σύγκριση με τη δυναμική των κινητήριων μηχανών και των ρυθμιστών στροφών των σύγχρονων γεννητριών.

Η σχέση (3.35) με αντικατάσταση των (3.36) και (3.37) γράφεται:

$$P_e = (\hat{P}_L - \hat{P}_C) - \left(D_L + \frac{1}{R_C} \right) \Delta\omega = L - D \Delta\omega \quad (3.38)$$

όπου έχουμε θέσει:

$$L = \hat{P}_L - \hat{P}_C \quad \text{και} \quad D = D_L + \frac{1}{R_C} \quad (3.39)$$

Επομένως, η σχέση (3.34) γράφεται με αντικατάσταση της (3.38):

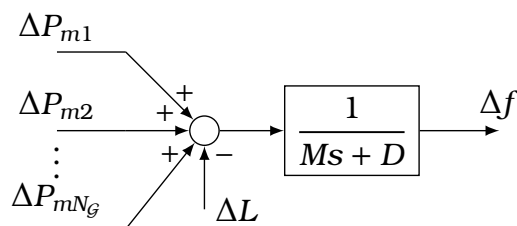
$$M \Delta\dot{\omega} = -D \Delta\omega + \sum_{i=1}^{N_G} P_{mi} - L \quad (3.40)$$

3.1.4 Μοντέλο συστήματος ισοδύναμης μονάδας παραγωγής

Θεωρούμε ένα σημείο ισορροπίας του συστήματος, στο οποίο $\Delta\omega = 0$, $P_{mi} = P_{mi0}$ και $L = L_0 = \sum_{i=1}^{N_G} P_{mi0}$. Συμβολίζουμε με $\Delta P_{mi} = P_{mi} - P_{mi0}$ και $\Delta L = L - L_0$ τις αποκλίσεις της παραγόμενης μηχανικής ισχύος κάθε στρεφόμενης μονάδας παραγωγής $i \in \mathcal{G}$ και του φορτίου L από τις τιμές ισορροπίας τους αντίστοιχα. Επιπλέον, αντί του συμβολισμού $\Delta\omega$, χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό Δf για την ανά μονάδα απόκλιση της συχνότητας από την ονομαστική της τιμή (που είναι ίση με τη σύγχρονη ταχύτητα). Τότε, η σχέση (3.40) γράφεται:

$$M \Delta\dot{f} = -D \Delta f + \sum_{i=1}^{N_G} \Delta P_{mi} - \Delta L \quad (3.41)$$

Η παραπάνω διαφορική εξίσωση, που αναπαριστά το μοντέλο της ισοδύναμης γεννήτριας του ΣΗΕ συμπεριλαμβανομένης και της αυτορρύθμισης του φορτίου, απεικονίζεται στο διάγραμμα βαθμίδων του σχήματος 3.1.



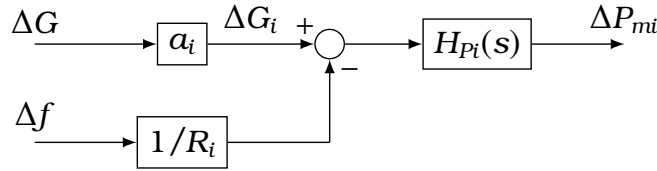
Σχήμα 3.1: Μηχανικό μοντέλο ισοδύναμης γεννήτριας του συστήματος [3].

Για να ολοκληρώσουμε το μοντέλο της ισοδύναμης μονάδας παραγωγής ενός ΣΗΕ, απομένει να εξετάσουμε την εξάρτηση του αθροίσματος $\sum_{i=1}^{N_G} \Delta P_{mi}$ από την απόκλιση της συχνότητας Δf και από τα σήματα αναφοράς της ισχύος που στέλνονται στις στρεφόμενες μονάδες παραγωγής από τη δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας. Συμβολίζουμε με G την αναφορά της ισχύος (σε αμ) ολόκληρου του ΣΗΕ, η οποία καθορίζεται από τη δευτερεύουσα ρύθμιση, και με G_0 την τιμή ισορροπίας της. Με a_i συμβολίζουμε τον *συντελεστή συμμετοχής (participation factor)* της μονάδας παραγωγής $i \in \mathcal{G}$ στη δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας, ο οποίος καθορίζεται από τον διαχειριστή του συστήματος κάθε μερικά λεπτά [29, 2]. Για μονάδες που δεν συμμετέχουν στη δευτερεύουσα ρύθμιση ο συντελεστής αυτός είναι ίσος με μηδέν. Επίσης, το άθροισμα όλων των συντελεστών συμμετοχής του συστήματος ενιαίας

περιοχής ελέγχου είναι ίσο με τη μονάδα, δηλαδή:

$$\sum_{i=1}^{N_G} a_i = 1 \quad (3.42)$$

Επιπλέον, με $G_i = a_i G$ συμβολίζουμε την τιμή αναφοράς της ισχύος της μονάδας παραγωγής $i \in \mathcal{G}$ και $\Delta G_i = a_i \Delta G_{i0}$. Το γενικό διάγραμμα βαθμίδων μιας μονάδας παραγωγής με σύγχρονη γεννήτρια που αναπαριστά την εξάρτηση του ΔP_{mi} από το ΔG και την Δf φαίνεται στο σχήμα 3.2. Η $H_{pi}(s)$ αποτελεί τη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος της κινητήριας μηχανής της γεννήτριας και του ρυθμιστή στροφών. Η συγκεκριμένη μορφή της για ατμοηλεκτρικές και υδροηλεκτρικές μονάδες παραγωγής θα προσδιορισθεί στην ενότητα 3.3. Το R_i αποτελεί τον στατισμό της γεννήτριας $i \in \mathcal{G}$ ανά μονάδα της συνολικής εγκατεστημένης ισχύος του ΣΗΕ.



Σχήμα 3.2: Διάγραμμα βαθμίδων της στρεφόμενης μονάδας παραγωγής $i \in \mathcal{G}$ που φαίνεται η εξάρτηση του ΔP_{mi} από το ΔG και την Δf .

Σύμφωνα με το διάγραμμα βαθμίδων του σχήματος 3.2, έχουμε ότι:

$$\Delta P_{mi} = H_{pi}(s) \left(a_i \Delta G - \frac{1}{R_i} \Delta f \right) \quad (3.43)$$

για κάθε $i \in \mathcal{G}$. Αθροίζοντας όλες τις σχέσεις (3.43) για όλα τα $i \in \mathcal{G}$, λαμβάνουμε:

$$\Delta P_m := \sum_{i=1}^{N_G} \Delta P_{mi} = H_p(s) \left(\Delta G - \frac{1}{\hat{R}(s)} \Delta f \right) \quad (3.44)$$

όπου:

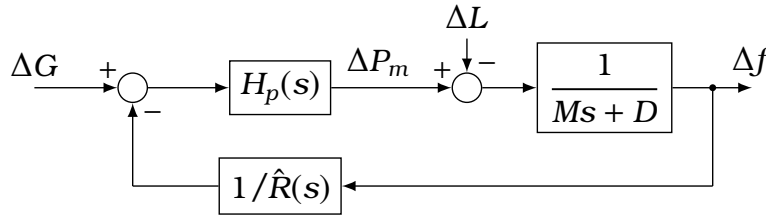
$$H_p(s) = \sum_{i=1}^{N_G} a_i H_{pi}(s) \quad (3.45\alpha)$$

$$\frac{1}{\hat{R}(s)} = \sum_{i=1}^{N_G} \frac{1}{R_i} \frac{H_{pi}(s)}{H(s)} \quad (3.45\beta)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (3.41) και (3.44) κατασκευάζουμε το διάγραμμα βαθμίδων της ισοδύναμης μονάδας παραγωγής του συστήματος. Αυτό απεικονίζεται στο σχήμα 3.3.

Στο παραπάνω μοντέλο, ο στατισμός $\hat{R}(s)$ της ισοδύναμης μονάδας παραγωγής αποτελεί συνάρτηση του s . Μια επιπλέον παραδοχή που μπορεί να γίνει για περαιτέρω απλοποίηση του μοντέλου είναι:

$$\frac{1}{\hat{R}(s)} = \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{N_G} \frac{1}{R_i} \quad (3.46)$$



Σχήμα 3.3: Διάγραμμα βαθμίδων ισοδύναμης μονάδας παραγωγής ενός ΣΗΕ ενιαίας περιοχής ελέγχου, του οποίου όλες οι γεννήτριες αποτελούν μία συνεκτική ομάδα.

Λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (3.45), η παραπάνω σχέση είναι ισοδύναμη με την:

$$\sum_{i=1}^{N_G} \frac{R}{R_i} H_{pi}(s) = \sum_{i=1}^{N_G} a_i H_{pi}(s) \quad (3.47)$$

Δύο ειδικές περιπτώσεις για τις οποίες ισχύει η παραπάνω είναι οι:

1. Όλες οι μονάδες παραγωγής $i \in \mathcal{G}$ έχουν την ίδια συνάρτηση μεταφοράς $H_{pi}(s) = H_p(s)$, για κάθε $i \in \mathcal{G}$.
2. Ο συντελεστής συμμετοχής στη δευτερεύουσα ρύθμιση κάθε μονάδας παραγωγής $i \in \mathcal{G}$ ισούται με το αντίστροφο του λόγου του στατισμού του προς τον συνολικό. Δηλαδή ισχύει $a_i = R/R_i$, για κάθε $i \in \mathcal{G}$.

3.2 Μοντέλο συστήματος πολλών περιοχών ελέγχου

Στην προηγούμενη ενότητα, εξετάσαμε την περίπτωση ενός ΣΗΕ, το οποίο αποτελεί μία ενιαία περιοχή ελέγχου. Εδώ θα μελετήσουμε την περίπτωση ενός ΣΗΕ που αποτελείται από πολλές περιοχές ελέγχου. Η παραδοχή που κάνουμε είναι ότι κάθε περιοχή ελέγχου αποτελεί μια συνεκτική ομάδα γεννητριών και αναπαρίσταται από μία ισοδύναμη μονάδα παραγωγής. Επιπλέον, θεωρούμε ότι όλες οι διασυνδέσεις μεταξύ των περιοχών ελέγχου είναι ασθενείς, ώστε η προσέγγιση κοινής συχνότητας μεταξύ των περιοχών ελέγχου να μην είναι αποδεκτή. Προς αποφυγή σύγχυσης, επισημαίνουμε ότι ο δείκτης i από εδώ και στο εξής θα συμβολίζει την περιοχή ελέγχου και όχι την κάθε στρεφόμενη μονάδα παραγωγής.

3.2.1 Συμβολισμοί και ροές ισχύος διασυνδέσεων

Συμβολίζουμε με $\mathcal{A} = \{1, 2, \dots, N_A\}$ το σύνολο των περιοχών ελέγχου και με:

$$\mathcal{T} = \{(i, j) \in \mathcal{A}^2 \mid i < j \text{ και υπάρχει διασύνδεση μεταξύ των περιοχών } i \text{ και } j\} \quad (3.48)$$

το σύνολο των διασυνδετικών γραμμών πλήθους $|\mathcal{T}| = N_T$.

Επίσης, συμβολίζουμε με P_{tij} τη ροή ενεργού ισχύος από την περιοχή $i \in \mathcal{A}$ στην περιοχή $j \in \mathcal{A}$, για την οποία θεωρούμε ότι $P_{tij} = -P_{tji}$ (αμελούμε τις θερμικές απώλειες των γραμμών). Σύμφωνα με τους παραπάνω ορισμούς, η συνολική εξαγόμενη ενεργός ισχύς από την περιοχή $i \in \mathcal{A}$ είναι:

$$P_{ti} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{T}} P_{tij} - \sum_{(j,i) \in \mathcal{T}} P_{tji} \quad (3.49)$$

Με P_{tj0} συμβολίζουμε την προγραμματισμένη ροή ενεργού ισχύος της διασύνδεσης $(i, j) \in \mathcal{T}$ και με P_{ti0} την προγραμματισμένη εξαγωγή ενεργού ισχύος από την περιοχή $i \in \mathcal{A}$. Οι τιμές αυτές θεωρούμε ότι αποτελούν τιμές ευσταθούς ισορροπίας του συνολικού συστήματος. Το

μοντέλο που αναπτύσσουμε, λόγω γραμμικοποίησης, εκφράζεται συναρτήσει των αποκλίσεων $\Delta P_{ti} = P_{ti} - P_{ti0}$, με $i \in \mathcal{A}$ και $\Delta P_{tij} = P_{tij} - P_{tij0}$, με $(i,j) \in \mathcal{T}$. Οπότε, γράφουμε την (3.49) με αφαίρεση της ίδιας σχέσης για τις τιμές ισορροπίας:

$$\Delta P_{ti} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{T}} \Delta P_{tij} - \sum_{(j,i) \in \mathcal{T}} \Delta P_{tji} \quad (3.50)$$

για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$.

Επιπλέον, προσθέτοντας όλες τις σχέσεις (3.50), λαμβάνουμε:

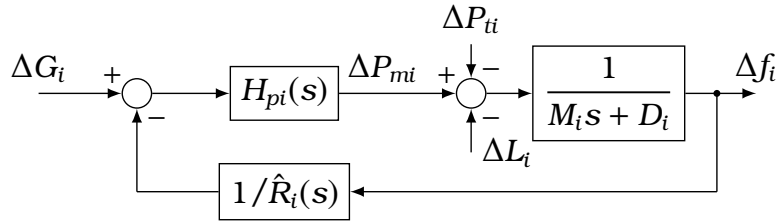
$$\sum_{j=1}^N \Delta P_{tj} = 0 \quad (3.51)$$

Δηλαδή, το άθροισμα των εξαγωγών ενεργού ισχύος όλων των περιοχών είναι μηδενικό, το οποίο είναι αναμενόμενο λόγω της αγνόησης των απωλειών ενεργού ισχύος των γραμμών.

3.2.2 Μοντέλο περιοχής ελέγχου

Λαμβάνοντας υπόψη την εξαγόμενη ροή ισχύος κάθε περιοχής ελέγχου, η διαφορική εξίσωση (3.41) τροποποιείται ως εξής:

$$M_i \Delta \dot{f}_i = -D_i \Delta f_i + \Delta P_{mi} - \Delta P_{ti} - \Delta L_i, \quad \text{για κάθε } i \in \mathcal{A} \quad (3.52)$$



Σχήμα 3.4: Διάγραμμα βαθμίδων της περιοχής ελέγχου $i \in \mathcal{A}$.

Το ισοδύναμο μοντέλο κάθε περιοχής ελέγχου φαίνεται στο σχήμα 3.4. Το μοντέλο αυτό μπορεί να προσδιορισθεί όπως στην προηγούμενη ενότητα (σχήμα 3.3), θεωρώντας την εξαγόμενη ροή ισχύος από την περιοχή ελέγχου ως μέρος του ηλεκτρικού φορτίου της. Τονίζεται ότι η παραδοχή της κοινής συχνότητας για την περιοχή ελέγχου είναι αποδεκτή εφόσον το ϵ είναι επαρκώς μικρό σε όλα τα βήματα της ομαδοποίησης, σύμφωνα με την υποενότητα 3.1.2. Το «επαρκώς μικρό» το ορίζουμε ως $\epsilon < \epsilon_0$, όπου για παράδειγμα $\epsilon_0 = 0.1$.

3.2.3 Δυναμικό μοντέλο διασύνδεσης

Για να ολοκληρωθεί το μοντέλο του συνολικού συστήματος, απομένει να προσδιορίσουμε τη δυναμική των διασυνδέσεων. Θεωρούμε τη διασύνδεση $(i,j) \in \mathcal{T}$. Σύμφωνα με τη γραμμικοποιημένη σχέση (3.9), έχουμε ότι:

$$\Delta P_{ij} = K_{ij} \Delta \delta_{ij} \quad (3.53)$$

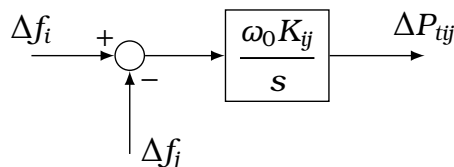
όπου, σύμφωνα με την (3.14γ') και χρησιμοποιώντας το νέο συμβολισμό $\Delta f_i = \Delta \omega_i$, η $\Delta \delta_{ij}$ ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση:

$$\Delta \dot{\delta}_{ij} = \omega_0 (\Delta f_i - \Delta f_j) \quad (3.54)$$

Επομένως, παραγωγίζοντας την (3.53), λαμβάνουμε με αντικατάσταση της (3.54):

$$\Delta \dot{P}_{tij} = \omega_0 K_{ij} (\Delta f_i - \Delta f_j) \quad (3.55)$$

Η παραπάνω διαφορική εξίσωση αποτελεί το γραμμικοποιημένο δυναμικό μοντέλο της διασύνδεσης $(i,j) \in \mathcal{T}$ και φαίνεται σε μορφή διαγράμματος βαθμίδων στο σχήμα (3.5). Η σταθερά K_{ij} ονομάζεται συντελεστής συγχρονισμού της διασύνδεσης (i,j) .



Σχήμα 3.5: Μοντέλο της διασύνδεσης $(i,j) \in \mathcal{T}$.

Τονίζουμε ότι η παραδοχή των ασθενών διασυνδέσεων μεταξύ των περιοχών ελέγχου μπορεί να ποσοτικοποιηθεί από τη συνθήκη:

$$\epsilon_{ij} > \epsilon_0 \quad (3.56)$$

για κάθε διασύνδεση $(i,j) \in \mathcal{T}$, όπου η σταθερά ϵ_{ij} υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση (3.18). Πρακτικά, εφόσον είναι γνωστή η συχνότητα των διασυνδεδεμένων ταλαντώσεων της διασύνδεσης $(i,j) \in \mathcal{T}$, έστω $f_{interarea,ij}$ μέσω μετρήσεων, η συνθήκη (3.56) εκφράζεται ισοδύναμα σύμφωνα με την πρώτη ισότητα της σχέσης (3.27) ως:

$$f_{interarea,ij} < \frac{1}{2\pi T \sqrt{\epsilon_0}} \quad (3.57)$$

Για $T = 1$ s και $\epsilon_0 = 0.1$, η παραπάνω γράφεται:

$$f_{interarea,ij} < 0.503 \text{ Hz} \quad (3.58)$$

3.2.4 Συνολικό μοντέλο

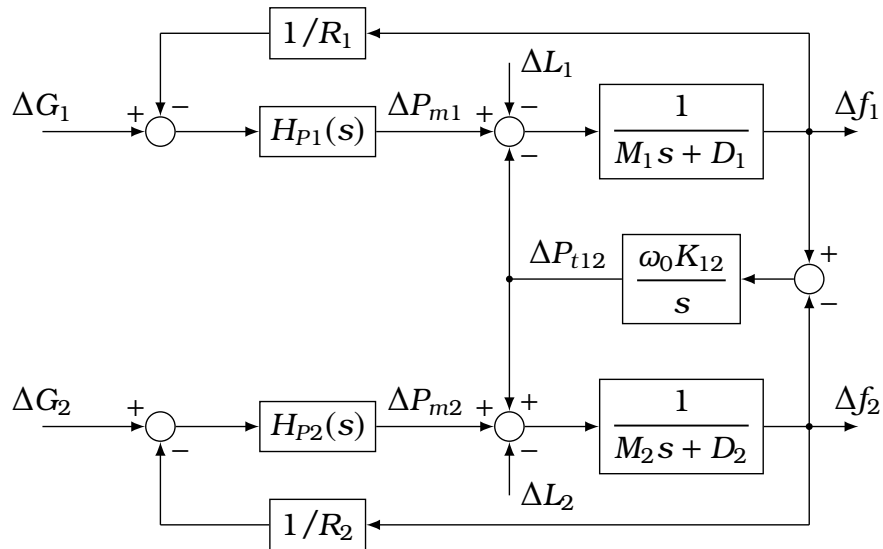
Το μοντέλο της δυναμικής συνεχούς χρόνου της συχνότητας ολόκληρου του διασυνδεδεμένου συστήματος αποτελείται από τα επιμέρους διαγράμματα βαθμίδων 3.4 και 3.5 των περιοχών ελέγχου και των διασυνδέσεων αντίστοιχα και τις σχέσεις (3.49).

Για την περίπτωση συστήματος δύο περιοχών ελέγχου, αυτό απεικονίζεται στο σχήμα 3.6. Στην περίπτωση αυτή, ο συνολικός στατισμός της κάθε περιοχής έχει θεωρηθεί σταθερός, σύμφωνα με την παραδοχή της σχέσης (3.46).

3.2.5 Συχνότητα διασυνδεδεμένων ταλαντώσεων

Κλείνουμε την ενότητα αυτή με τον προσδιορισμό της συχνότητας των διασυνδεδεμένων ταλαντώσεων ενός διασυνδεδεμένου συστήματος. Για ένα σύστημα πολλών περιοχών, αν κάθε περιοχή (που αποτελεί συνεκτική ομάδα γεννητριών) αναπαρασταθεί από την ισοδύναμη της μονάδα παραγωγής, οι συχνότητες των διασυνδεδεμένων ταλαντώσεων μπορούν να υπολογιστούν προσεγγιστικά από τις ιδιοτιμές του πίνακα συντελεστών συγχρονισμού των διασυνδέσεων, όπως στην υποενότητα 10.6.2 του [11].

Για ένα σύστημα δύο περιοχών ελέγχου (σχήμα 3.6), η συχνότητα των διασυνδεδεμένων



Σχήμα 3.6: Μοντέλο ρύθμισης φορτίου-συχνότητας δυναμικής συνεχούς χρόνου για σύστημα δύο περιοχών ελέγχου.

ταλαντώσεων δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση (3.27):

$$f_{\text{interarea},12} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_0 K_{12}}{M_{12}}} \quad (3.59)$$

Τονίζεται ότι, γνωρίζοντας τη συχνότητα των διασυννοριακών ταλαντώσεων (π.χ. μέσω μέτρησης), είναι προτιμότερο να υπολογίσουμε το K_{12} από τη σχέση (3.59):

$$K_{12} = \frac{M_{12}}{\omega_0} (2\pi f_{\text{interarea},12})^2 \quad (3.60)$$

παρά από τη σχέση (3.11), ώστε στο μοντέλο μας να ταιριάζει ακριβώς η συχνότητα των ταλαντώσεων με την πραγματική.

Αριθμητική εφαρμογή

Ως αριθμητική εφαρμογή, θεωρούμε το απλό σύστημα των δύο περιοχών του παραδείγματος 12.6 του [3]. Η συχνότητα της διασυννοριακής ταλάντωσης αφορά την περίπτωση (iv) του παραδείγματος. Τα δεδομένα του συστήματος δίνονται στον πίνακα 3.1.

$M_1 = 26 \text{ s}$	$M_2 = 24.7 \text{ s}$	$f_{\text{interarea},12} = 0.6 \text{ Hz}$
----------------------	------------------------	--

Πίνακας 3.1: Δεδομένα αριθμητικής εφαρμογής.

Ο «παράλληλος» συνδυασμός των M_1 και M_2 είναι:

$$M_{12} = \frac{26 \cdot 24.7}{26 + 24.7} \text{ s} = 12.67 \text{ s}$$

Επομένως, σύμφωνα με τη σχέση (3.60) υπολογίζουμε:

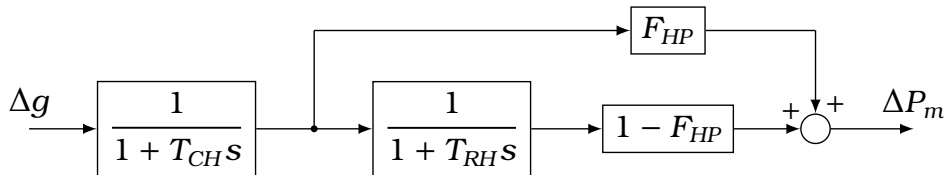
$$K_{12} = \frac{12.67}{100\pi} \cdot (2\pi \cdot 0.6)^2 \text{ αμ} = 0.573 \text{ αμ}$$

3.3 Μοντέλα στροβίλων και ρυθμιστών στροφών

Σε αυτή την ενότητα, θα αναφέρουμε απλοποιημένα μοντέλα στροβίλων και ρυθμιστών στροφών ατμοηλεκτρικών και υδροηλεκτρικών μονάδων παραγωγής, τα οποία θα χρησιμοποιήσουμε στο συνολικό μοντέλο της ρύθμισης φορτίου-συχνότητας.

3.3.1 Ατμοηλεκτρική μονάδα παραγωγής

Θεωρούμε μια ατμοηλεκτρική μονάδα παραγωγής με στρόβιλο δύο βαθμίδων (υψηλής και χαμηλής πίεσης) με ενδιάμεση αναθέρμανση.



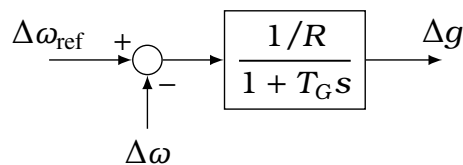
Σχήμα 3.7: Διάγραμμα βαθμίδων ατμοστροβίλου δύο βαθμίδων με ενδιάμεση αναθέρμανση.

Το μοντέλο του ατμοστροβίλου φαίνεται στο σχήμα 3.7 υπό μορφή διαγράμματος βαθμίδων [11, 3]. T_{CH} είναι η σταθερά χρόνου ανάλογη του όγκου των σωληνώσεων από τη δικλείδα του ατμού μέχρι τον στρόβιλο υψηλής πίεσης, T_{RH} η σταθερά χρόνου λόγω της αναθέρμανσης και F_{HP} το ποσοστό της μηχανικής ισχύος που παράγεται από τον στρόβιλο υψηλής πίεσης. Τυπικές τιμές των παραμέτρων είναι: $T_{CH} = 0.2-0.3$ s, $T_{RH} = 5-10$ s, $F_{HP} = 0.3-0.5$ [3]. Η είσοδος του μοντέλου είναι η κανονικοποιημένη απόκλιση Δg του ανοίγματος της δικλείδας του ατμού από την τιμή ισορροπίας της και η έξοδος της η απόκλιση ΔP_m της ανά μονάδα μηχανικής ισχύος από την τιμή ισορροπίας της. Σημειώνεται ότι το μοντέλο αυτό έχει προκύψει από γραμμικοποίηση μη γραμμικού μοντέλου του στροβίλου [11], και συνεπώς θεωρείται έγκυρο για μικρές μεταβολές γύρω από το σημείο ισορροπίας στο οποίο έχει γίνει η γραμμικοποίηση.

Από το σχήμα 3.7 υπολογίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς του ατμοστροβίλου (από το Δg στο ΔP_m):

$$H_T(s) = \frac{1 + F_{HP}T_{RH}s}{(1 + T_{CH}s)(1 + T_{RH}s)} \quad (3.61)$$

Το μοντέλο του ρυθμιστή στροφών του ατμοστροβίλου απεικονίζεται στο σχήμα 3.8 [11]. R είναι ο στατισμός του ρυθμιστή στροφών και T_G η χρονική σταθερά του. Τυπικές τιμές των παραμέτρων είναι: $R = 0.03-0.06$ (με βάση ισχύος αυτή της μονάδας) και $T_G = 0.1-0.5$ s [3]. Στο μοντέλο αυτό έχουμε αμελήσει τις όποιες μη γραμμικότητες, όπως νεκρή ζώνη και περιοριστές.



Σχήμα 3.8: Διάγραμμα βαθμίδων ρυθμιστή στροφών ατμοστροβίλου.

Επιπλέον, σημειώνεται ότι η δυναμική του ατμοπαραγωγού αμελείται θεωρώντας ότι έχει ιδανικό έλεγχο πίεσης. Συνεπώς, ως έξοδο του ρυθμιστή στροφών του ατμοστροβίλου θεωρούμε την Δg .

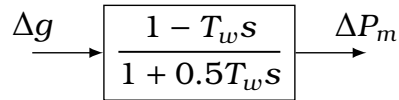
Η $\Delta \omega_{ref}$ αποτελεί το σήμα αναφοράς για την $\Delta \omega$ και λαμβάνεται ως σήμα αναφοράς ενεργού ισχύος $\Delta G = \Delta \omega_{ref}/R$ για τη δευτερεύουσα ρύθμιση. Επομένως, σύμφωνα με αυτή

την παρατήρηση και συνθέτοντας τα δύο διαγράμματα βαθμίδων του ατμοστροβίλου (σχήμα 3.7) και του ρυθμιστή στροφών (σχήμα 3.8), η συνάρτηση μεταφοράς $H_P(s)$ (όπως ορίζεται από το σχήμα 3.2) της ατμοηλεκτρικής μονάδας δίνεται από τη σχέση:

$$H_P(s) = \frac{1 + F_{HP}T_{RH}s}{(1 + T_Gs)(1 + T_{CH}s)(1 + T_{RH}s)} \quad (3.62)$$

3.3.2 Υδροηλεκτρική μονάδα παραγωγής

Θεωρούμε μια υδροηλεκτρική μονάδα παραγωγής, χωρίς πύργο ανάπαλσης.



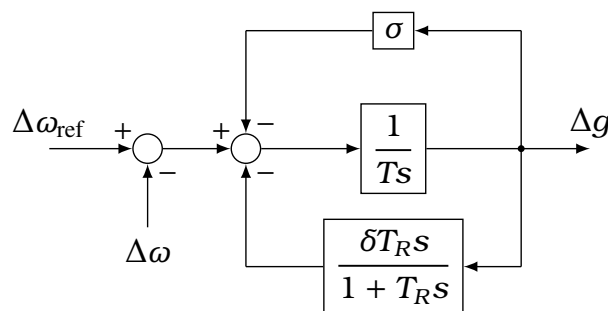
Σχήμα 3.9: Διάγραμμα βαθμίδων υδροστροβίλου.

Το μοντέλο του υδροστροβίλου φαίνεται στο σχήμα 3.9. Η T_w αποτελεί την υδραυλική χρονική σταθερά αδράνειας [11] (η οποία ονομάζεται και υδραυλικός χρόνος εκκίνησης [3]). Τυπικές τιμές για το T_w είναι από 0.5-4 s [3]. Η είσοδος του μοντέλου είναι η κανονικοποιημένη απόκλιση Δg του ανοίγματος της υδατοθυρίδας της μονάδας από την τιμή ισορροπίας της και η έξοδος της η απόκλιση ΔP_m της ανά μονάδα μηχανικής ισχύος από την τιμή ισορροπίας της. Το μοντέλο αυτό έχει προκύψει από γραμμικοποίηση, υποθέτει ιδανικό υδροστροβίλο (αμελούνται οι υδραυλικές απώλειες) και δεν λαμβάνει υπόψη τα κυματικά φαινόμενα στον αγωγό προσαγωγής (παραδοχή ανελαστικής υδάτινης στήλης) [11].

Σύμφωνα με το σχήμα 3.9, η συνάρτηση μεταφοράς του υδροστροβίλου (από το Δg στο ΔP_m) δίνεται από τη σχέση:

$$H_T(s) = \frac{1 - T_w s}{1 + 0.5 T_w s} \quad (3.63)$$

Αυτή η συνάρτηση μεταφοράς είναι μη ελάχιστης φάσης (επειδή έχει μηδενικό στο δεξί μιγαδικό ημιεπίπεδο) και σε μια έντονη μεταβολή του ανοίγματος της υδατοθυρίδας αρχικά προκαλεί αντίθετη μεταβολή της μηχανικής ισχύος. Αυτό είναι το λεγόμενο φαινόμενο του υδραυλικού πλήγματος [11].



Σχήμα 3.10: Διάγραμμα βαθμίδων ρυθμιστή στροφών υδροστροβίλου.

Το μοντέλο του ρυθμιστή στροφών του υδροστροβίλου απεικονίζεται υπό μορφή διαγράμματος βαθμίδων στο σχήμα 3.10 [11]. T είναι η χρονική σταθερά του κύριου σερβομηχανισμού του ρυθμιστή, $\sigma = R$ ο μόνιμος στατισμός, δ ο μεταβατικός στατισμός και T_R η χρονική σταθερά επαναφοράς. Τυπικές τιμές του μόνιμου στατισμού και της χρονικής σταθεράς του κύριου σερβομηχανισμού είναι $\sigma = R = 0.03-0.06$ (με βάση ισχύος αυτή της μονάδας) [11] και $T = 0.1-0.5$ s αντίστοιχα. Οι σταθερές δ και T_R του ρυθμιστή στροφών επιλέγονται συνήθως με βάση τους εμπειρικούς τύπους των Honey και Paynter, οι οποίοι υπάρχουν στο

[11]. Στο μοντέλο αυτό, όπως και στην περίπτωση του ρυθμιστή στροφών του ατμοστροβίλου, έχουν αμεληθεί οι όποιες μη γραμμικότητες, όπως νεκρή ζώνη και περιοριστές.

Τονίζουμε ότι ο κάτω κλάδος του διαγράμματος βαθμίδων 3.10 (μεταβατικός στατισμός) είναι απαραίτητος ώστε να αντισταθμίσει τη συνάρτηση μεταφοράς μη ελάχιστης φάσης, διασφαλίζοντας την ευστάθεια του συστήματος κλειστού βρόχου και την εξασθένηση της επίδρασης του υδραυλικού πλήγματος [3, 11].

Από το διάγραμμα βαθμίδων, προσδιορίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς από το $\Delta\omega_{\text{ref}} - \Delta\omega$ στο Δg :

$$\frac{\Delta g}{\Delta\omega_{\text{ref}} - \Delta\omega} = \frac{1}{\sigma} \frac{1 + T_R s}{\frac{T_R T}{\sigma} s^2 + \frac{T + T_R(\sigma + \delta)}{\sigma} s + 1} = \frac{1}{\sigma} \frac{1 + T_R s}{(1 + T_{G1} s)(1 + T_{G2} s)} \quad (3.64)$$

Η δευτεροβάθμια εξίσωση του παρονομαστή έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = (T + T_R(\sigma + \delta))^2 - 4T_R T \sigma \gg 1 \quad (3.65)$$

Η διακρίνουσα είναι αρκετά μεγάλη διότι $\delta \gg \sigma$. Οι σταθερές χρόνου T_{G1} και T_{G2} αποτελούν τις ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης του παρονομαστή, οι οποίες είναι σίγουρα πραγματικές (αφού $\Delta > 0$) και μπορούν να υπολογιστούν είτε αναλυτικά από την επίλυση της δευτεροβάθμιας είτε κατά προσέγγιση από τις σχέσεις (επειδή $\Delta \gg 1$) [17]:

$$T_{G1} \simeq \frac{T + T_R(\sigma + \delta)}{\sigma} \quad (3.66\alpha)$$

$$T_{G2} \simeq \frac{T_R T}{T + T_R(\sigma + \delta)} \quad (3.66\beta)$$

Τέλος, σύμφωνα με τις σχέσεις (3.63) και (3.64), προσδιορίζουμε τη συνολική συνάρτηση μεταφοράς $H_P(s)$ της υδροηλεκτρικής μονάδας:

$$H_P(s) = \frac{(1 + T_R s)(1 - T_w s)}{(1 + T_{G1} s)(1 + T_{G2} s)(1 + 0.5T_w s)} \quad (3.67)$$

3.4 Συμβατικό μοντέλο δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας

3.4.1 Γενικά

Η δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας γίνεται κεντρικά σε κάθε περιοχή ελέγχου ανά κάθε χρονικό διάστημα T_s . Τυπικές τιμές του T_s είναι από 2 s έως 5 s [3]. Στόχος της είναι η επαναφορά της συχνότητας στην ονομαστική της τιμή και η ρύθμιση των ροών ενεργού ισχύος των διασυνδέσεων στο πρόγραμμά τους. Ανάλογα με τα ελεγχόμενα μεγέθη (ρύθμιση συχνότητας ή/και ρύθμιση διασυνδέσεων), διακρίνονται τρεις τύποι ρύθμισης φορτίου συχνότητας [11]:

- Επίπεδος έλεγχος συχνότητας (*flat frequency control*)
- Επίπεδος έλεγχος διασύνδεσης (*flat tie-line control*)
- Σύνθετος έλεγχος με συντελεστή πόλωσης (*biased frequency tie-line control*)

Στη γενική περίπτωση, κάθε περιοχή ελέγχου ακολουθεί έναν από τους παραπάνω τρεις τύπους ελέγχου, ανάλογα με το τι είναι επιθυμητό να ρυθμίζει. Προφανώς σε συστήματα που αποτελούν μία περιοχή ελέγχου χωρίς διασυνδέσεις (απομονωμένα συστήματα) υφίσταται μόνο ο επίπεδος έλεγχος συχνότητας.

Στο μοντέλο που θα θεωρήσουμε, η δευτερεύουσα ρύθμιση αποτελεί έναν ολοκληρωτικό ρυθμιστή διακριτού χρόνου, όπως συνήθως συμβαίνει στην πράξη. Συγκεκριμένα, η αναφορά της ισχύος G_i της περιοχής $i \in \mathcal{A}$ μεταβάλλεται κάθε $t_k = kT_s$, όπου k ακέραιος, σύμφωνα με τη σχέση:

$$G_i(k) = G_i(k-1) - \text{dez}_{\epsilon_{di}}\{ACE_i(k)\} \quad , i \in \mathcal{A} \quad (3.68)$$

Το $ACE_i(k)$ είναι το σφάλμα ελέγχου περιοχής (ΣΕΠ) (area control error) της περιοχής i , το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$ACE_i(k) = \kappa_i \Delta P_{ti}(k) + b_i \Delta f_i(k) \quad , i \in \mathcal{A} \quad (3.69)$$

Το $\Delta P_{ti}(k)$ είναι το σφάλμα της εξαγόμενης ενεργού ισχύος της περιοχής i από το πρόγραμμα της και η $\Delta f_i(k)$ η απόκλιση της συχνότητας της περιοχής i από την ονομαστική, την χρονική στιγμή δειγματοληψίας $t_k = kT_s$. Η σταθερά κ_i είναι ίση με μηδέν στην περίπτωση επίπεδου ελέγχου διασύνδεσης και 1 στους άλλους δύο τύπους ρύθμισης. Η σταθερά b_i , γνωστή ως *συντελεστής πόλωσης* (bias factor), είναι ίση με μηδέν στην περίπτωση επίπεδου ελέγχου διασύνδεσης και θετική στους άλλους δύο τύπους ρύθμισης.

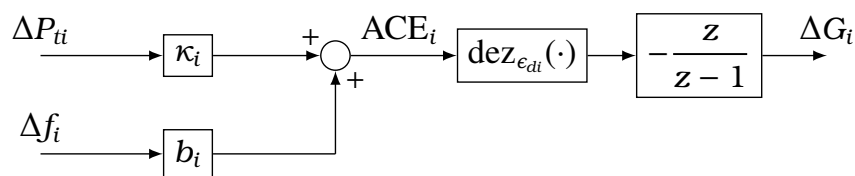
Σύμφωνα με τη σχέση (3.68), αν το σφάλμα ελέγχου περιοχής βρεθεί εντός νεκρής ζώνης, τότε δεν αλλάζει η αναφορά G_i της περιοχής. Η ανοχή της νεκρής ζώνης ϵ_{di} είναι συνήθως της τάξης του 0.1% της εγκατεστημένης ισχύος της περιοχής. Στόχο έχει να αποτρέπει τις καταπονήσεις των μονάδων παραγωγής λόγω των συνεχών μεταβολών του φορτίου [11].

Επειδή το μοντέλο συνεχούς χρόνου του συστήματος αποτελεί γραμμικοποιημένο μοντέλο, γράφουμε την (3.68) με αφαίρεση κατά μέλη της τιμής ισορροπίας G_{i0} του σήματος αναφοράς ως:

$$\Delta G_i(k) = \Delta G_i(k-1) - \text{dez}_{\epsilon_{di}}\{ACE_i(k)\} \quad , i \in \mathcal{A} \quad (3.70)$$

όπου $\Delta G_i(k) = G_i(k) - G_{i0}$.

Το σύστημα της δευτερεύουσας ρύθμισης της περιοχής $i \in \mathcal{A}$ (εξισώσεις (3.69) και (3.70)) αναπαρίσταται υπό μορφή διαγράμματος βαθμίδων (στο πεδίο του μετασχηματισμού Z) στο σχήμα 3.11.



Σχήμα 3.11: Διάγραμμα βαθμίδων δευτερεύουσας ρύθμισης της περιοχής $i \in \mathcal{A}$.

Σημειώνεται ότι στο παραπάνω μοντέλο δεν έχουν ληφθεί υπόψη πιθανές χρονικές καθυστερήσεις λόγω μετάδοσης των σημάτων και συστήματα για καθαρισμό του ΣΕΠ από ανεπιθύμητους θορύβους και διαταραχές [2]. Επιπλέον, διευκρινίζεται ότι σε κάθε μονάδα παραγωγής g στέλνεται κάθε διακριτή χρονική στιγμή $t_k = kT_s$ από το κέντρο ελέγχου της περιοχής της η διόρθωση του σήματος αναφοράς της, η οποία ισούται με $-a_g \text{dez}_{\epsilon_{di}}\{ACE_i(k)\}$, όπου $a_g \in [0, 1]$ ο συντελεστής συμμετοχής στη δευτερεύουσα ρύθμιση της μονάδας παραγωγής g . Για αυτό είναι σύνηθες στη βιβλιογραφία, όπως στο [11], το ΣΕΠ να ορίζεται με αντίθετο πρόσημο από αυτό της σχέσης (3.69), ώστε η συνολική διόρθωση της περιοχής να ισούται με το ΣΕΠ και όχι με το αντίθετό του. Ωστόσο, χρησιμοποιούμε τον ορισμό από τη σχέση (3.69), όπως γίνεται σε μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας [3, 17].

3.4.2 Άνω φράγμα απόκλισης συχνότητας και εξαγωγών εντός νεκρής ζώνης

Λόγω της ύπαρξης της νεκρής ζώνης, στην ισορροπία του συστήματος η απόκλιση της συχνότητας και η απόκλιση των εξαγωγών ενεργού ισχύος κάθε περιοχής (εφόσον ρυθμίζονται) είναι στη γενική περίπτωση μη μηδενικές. Σε αυτή την υποενότητα προσδιορίζεται για την περίπτωση σύνθετου ελέγχου με συντελεστή πόλωσης από όλες τις περιοχές: (α') Άνω φράγμα για την απόκλιση συχνότητας και (β') άνω φράγμα για την απόκλιση της ενεργού ισχύος που εξάγεται από κάθε περιοχή. Στην ανάλυση που ακολουθεί χρησιμοποιούνται οι γνωστές ιδιότητες των απόλυτων τιμών πραγματικού αριθμού x : $|x| \geq x$ και $|x| \geq -x$.

Αν το σύστημα της δευτερεύουσας ρύθμισης βρίσκεται σε ισορροπία, τότε σύμφωνα με τη σχέση (3.70) πρέπει να ισχύει:

$$\text{dez}_{\epsilon_{di}}\{ACE_i\} = 0 \quad (3.71)$$

για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$. Στους συμβολισμούς, παραλείπεται το k και όλες οι τιμές των μεταβλητών αναφέρονται σε τιμές ισορροπίας. Επομένως, σύμφωνα με τον ορισμό της νεκρής ζώνης (σχέση (2.4)) και του ΣΕΠ (σχέση (3.69)), η (3.71) γράφεται (για σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης από όλες τις περιοχές):

$$|\Delta P_{ti} + b_i \Delta f| \leq \epsilon_{di} \quad (3.72)$$

για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$.

Αθροίζοντας κατά μέλη όλες τις σχέσεις (3.72), λαμβάνουμε:

$$\sum_{j=1}^N |\Delta P_{tj} + b_j \Delta f| \leq \sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \quad (3.73)$$

Από την (3.73) έπεται ότι:

$$\sum_{j=1}^N \Delta P_{tj} + \sum_{j=1}^N b_j \Delta f \leq \sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \Rightarrow \sum_{j=1}^N b_j \Delta f \leq \sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \Rightarrow \Delta f \leq \frac{\sum_{j=1}^N \epsilon_{dj}}{\sum_{j=1}^N b_j} \quad (3.74)$$

όπου η πρώτη συνεπαγωγή ισχύει λόγω της σχέσης (3.51). Επίσης, από την (3.73) έπεται ότι:

$$-\sum_{j=1}^N \Delta P_{tj} - \sum_{j=1}^N b_j \Delta f \leq \sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \Rightarrow -\sum_{j=1}^N b_j \Delta f \leq \sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \Rightarrow \Delta f \geq -\frac{\sum_{j=1}^N \epsilon_{dj}}{\sum_{j=1}^N b_j} \quad (3.75)$$

Επομένως, από τις σχέσεις (3.74) και (3.75) λαμβάνουμε:

$$|\Delta f| \leq \frac{\sum_{j=1}^N \epsilon_{dj}}{\sum_{j=1}^N b_j} \quad (3.76)$$

Έστω η περιοχή $i \in \mathcal{A}$. Από την (3.73) έπεται ότι:

$$\sum_{j=1}^N \Delta P_{tj} + \sum_{j=1}^N b_j \Delta f - 2\Delta P_{ti} - 2b_i \Delta f \leq \sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \Rightarrow \left(\sum_{j=1}^N b_j - 2b_i \right) \Delta f - 2\Delta P_{ti} \leq \sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \quad (3.77)$$

και:

$$\sum_{j=1}^N \Delta P_{tj} + \sum_{j=1}^N b_j \Delta f - 2\Delta P_{ti} - 2b_i \Delta f \geq -\sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \Rightarrow \left(\sum_{j=1}^N b_j - 2b_i \right) \Delta f - 2\Delta P_{ti} \geq -\sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \quad (3.78)$$

Συνεπώς, από τις σχέσεις (3.77) και (3.78) λαμβάνουμε:

$$\left| 2\Delta P_{ti} - \left(\sum_{j=1}^N b_j - 2b_i \right) \Delta f \right| \leq \sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \quad (3.79)$$

από την οποία έπεται ότι:

$$2|\Delta P_{ti}| - \left| \sum_{j=1}^N b_j - 2b_i \right| |\Delta f| \leq \sum_{j=1}^N \epsilon_{dj} \Rightarrow |\Delta P_{ti}| \leq \frac{\sum_{j=1}^N \epsilon_{dj}}{2} + \frac{\left| \sum_{j=1}^N b_j - 2b_i \right|}{2} |\Delta f| \quad (3.80)$$

Χρησιμοποιώντας την (3.76), η παραπάνω γράφεται:

$$|\Delta P_{ti}| \leq \frac{\sum_{j=1}^N \epsilon_{dj}}{2} + \frac{\left| \sum_{j=1}^N b_j - 2b_i \right|}{2} \frac{\sum_{j=1}^N \epsilon_{dj}}{\sum_{j=1}^N b_j} \quad (3.81)$$

ή ισοδύναμα:

$$|\Delta P_{ti}| \leq \max \left\{ b_i, \sum_{j=1}^N b_j - b_i \right\} \frac{\sum_{j=1}^N \epsilon_{dj}}{\sum_{j=1}^N b_j} \quad (3.82)$$

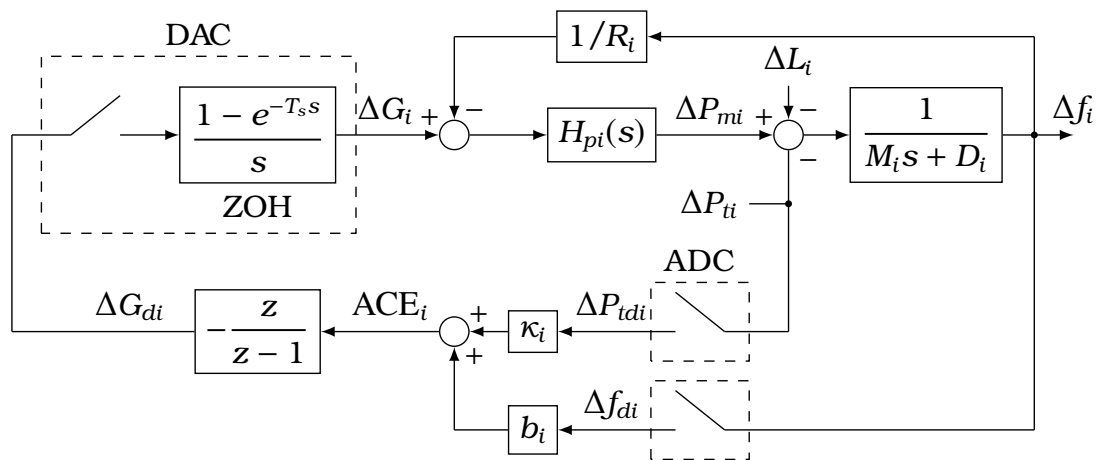
Για σύστημα δύο περιοχών ελέγχου ($N = 2$), οι σχέσεις (3.76) και (3.82) γράφονται:

$$|\Delta f| \leq \frac{\epsilon_{d1} + \epsilon_{d2}}{b_1 + b_2} \quad (3.83\alpha)$$

$$|\Delta P_{t1}| \leq \max\{b_1, b_2\} \frac{\epsilon_{d1} + \epsilon_{d2}}{b_1 + b_2} \quad (3.83\beta)$$

3.5 Παράσταση ρύθμισης φορτίου-συχνότητας ως σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας

Η δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας, όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, γίνεται σε διακριτό χρόνο. Τα σήματα Δf_i και ΔP_{ti} δειγματοληπτούνται κάθε διακριτή χρονική στιγμή $t_k = kT_s$, ενώ το σήμα $\Delta G_i(k)$ δίνεται ως αναφορά στην περιοχή $i \in \mathcal{A}$ για το χρονικό διάστημα μεταξύ των διακριτών χρονικών στιγμών t_k και t_{k+1} . Επομένως, το σύστημα ρύθμισης



Σχήμα 3.12: Μοντέλο ρύθμισης φορτίου-συχνότητας της περιοχής ελέγχου $i \in \mathcal{A}$ συστήματος πολλών περιοχών ελέγχου.

φορτίου-συχνότητας που προτυποποιήθηκε αποτελεί ένα σύστημα δεδομένων δειγματολη-

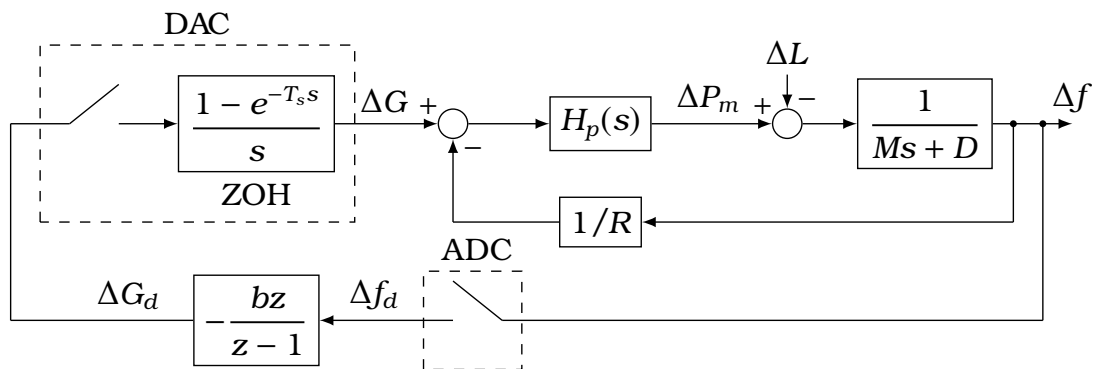
ψίας. Αυτό απεικονίζεται για μία περιοχή ελέγχου $i \in \mathcal{A}$ ενός διασυνδεδεμένου συστήματος στο σχήμα 3.12 και για ένα απομονωμένο σύστημα μίας περιοχής ελέγχου στο σχήμα 3.13.

Το σύστημα συνεχούς-διακριτού χρόνου της ρύθμισης φορτίου-συχνότητας είναι βολικό να το εκφράσουμε υπό τη μορφή εξισώσεων κατάστασης. Συγκεκριμένα, αν αγνοήσουμε τη νεκρή ζώνη της δευτερεύουσας ρύθμισης, μπορεί να εκφραστεί στην εξής μορφή, η οποία είναι η σχέση (2.12) της υποενότητας 2.4:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u(k) + B_2 d(t) \quad , t \in [kT_s, (k+1)T_s) \quad (3.84\alpha)$$

$$u(k+1) = u(k) + Fx((k+1)T_s) \quad (3.84\beta)$$

Το $x \in \mathbb{R}^n$ αποτελεί διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης συνεχούς χρόνου το οποίο συμπεριλαμβάνει τις Δf_i , τις ΔP_{ti} και τις απαιτούμενες καταστάσεις των κινητήριων μηχανών και των ρυθμιστών στροφών του συστήματος, ώστε η πραγματοποίηση του συστήματος να είναι ελάχιστη (ο πίνακας A να είναι αντιστρέψιμος). Το $u \in \mathbb{R}^m$ αποτελεί διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης διακριτού χρόνου και συμπεριλαμβάνει όλες τις αναφορές ΔG_i . Το $d \in \mathbb{R}^r$ είναι διάνυσμα διαταραχών και συμπεριλαμβάνει τις διαταραχές του φορτίου ΔL_i . Για τους πίνακες έχουμε $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $B_2 \in \mathbb{R}^{n \times r}$ και $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$.



Σχήμα 3.13: Μοντέλο ρύθμισης φορτίου-συχνότητας συστήματος μίας περιοχής ελέγχου.

Σύμφωνα με την πρόταση 2.1, το σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας ως ένα σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας είναι ευσταθές φραγμένης εισόδου - φραγμένης εξόδου εφόσον όλες οι ιδιοτιμές του πίνακα:

$$A_d = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ FH_1 & I_m + FH_2 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου, ή ισοδύναμα ισχύει ότι $\rho(A_d) < 1$. Οι πίνακες H_1 και H_2 δίνονται από τις σχέσεις (2.17):

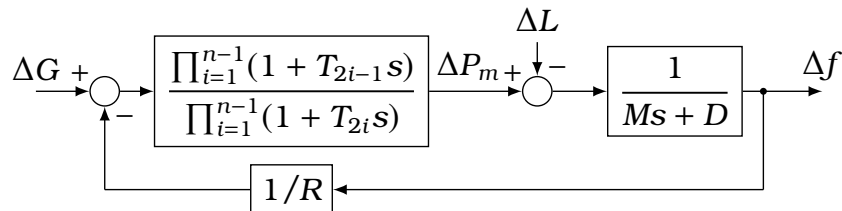
$$H_1 = e^{AT_s} \quad \text{και} \quad H_2 = (e^{AT_s} - I_n)A^{-1}B_1 \quad (3.86)$$

3.6 Προσδιορισμός εξισώσεων κατάστασης μίας, δύο και πολλών διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου

Σε αυτήν την υποενότητα προσδιορίζουμε τους πίνακες A , B_1 , B_2 και F των εξισώσεων κατάστασης (3.84) που περιγράφουν το σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας στις περιπτώσεις μίας, δύο και πολλών διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου.

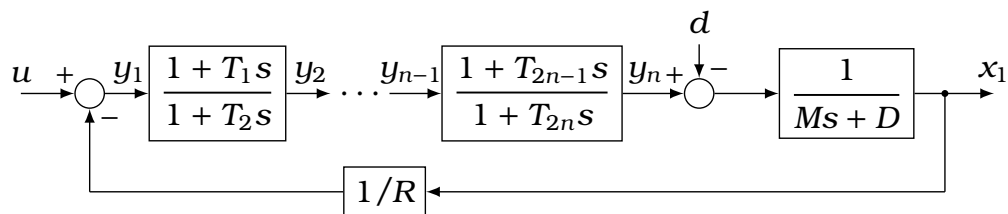
3.6.1 Σύστημα μίας περιοχής

Θεωρούμε ένα απομονωμένο ΣΗΕ χωρίς διασύνδεση, δηλαδή μιας ενιαίας περιοχής ελέγχου (σχήμα 3.13). Το αναλογικό μέρος του συστήματος (υποσύστημα συνεχούς χρόνου) θεωρούμε ότι μπορεί να αναπαρασταθεί από το διάγραμμα βαθμίδων του σχήματος 3.14. Σύμφωνα με αυτό, η συνάρτηση μεταφοράς $H_p(s)$ συστήματος κινητήριας μηχανής και ρυθμιστή στροφών έχει $n - 1$ πόλους και $n - 1$ μηδενικά, με $T_{2i} \neq 0$, $i \in \{1, 2, \dots, n - 1\}$. Η τάξη του συνεχούς χρόνου υποσυστήματος είναι προφανώς ίση με n .



Σχήμα 3.14: Γενική μορφή διαγράμματος βαθμίδων αναλογικού μέρους μίας απομονωμένης περιοχής ελέγχου.

Για να προσδιορίσουμε τις εξισώσεις κατάστασης του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου του σχήματος 3.14, χωρίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς $n - 1$ τάξης που αναπαριστά την ισοδύναμη μονάδα παραγωγής της περιοχής ελέγχου σε $n - 1$ συναρτήσεις μεταφοράς πρώτης τάξης, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.15. Θέτουμε $u = \Delta G$ και $d = \Delta L$, διότι το ΔG αναπαριστά το σήμα ελέγχου της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας και το d αναπαριστά το ηλεκτρικό φορτίο, το οποίο αποτελεί διαταραχή του συστήματος. Επίσης, θέτουμε $x_1 = \Delta f$ και x_i την αντίστοιχη κατάσταση της συνάρτησης μεταφοράς από το y_{i-1} στο y_i , για $i \in \{2, 3, \dots, n\}$.



Σχήμα 3.15: Το διάγραμμα βαθμίδων του σχήματος 3.14 με βαθμίδες πρώτης τάξης.

Για τον προσδιορισμό των εξισώσεων κατάστασης του σχήματος 3.15, θα προσδιορίσουμε αρχικά τις εξισώσεις κατάστασης μιας συνάρτησης μεταφοράς πρώτης τάξης με κανένα και με ένα μηδενικό. Συγκεκριμένα, έχουμε ότι οι εξισώσεις κατάστασης της συνάρτησης μεταφοράς $H(s) = 1/(Ms + D)$ είναι:

$$M\dot{x} = -Dx + u \quad (3.87\alpha)$$

$$y = x \quad (3.87\beta)$$

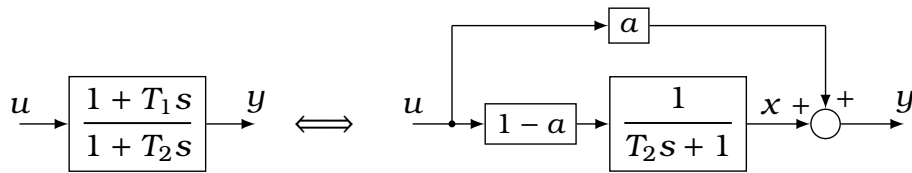
Για τη συνάρτηση μεταφοράς πρώτης τάξης με ένα μηδενικό $H(s) = (1 + T_1s)/(1 + T_2s)$ έχουμε:

$$H(s) = \frac{1 + T_1s}{1 + T_2s} = \frac{T_1}{T_2} \frac{s + 1/T_1}{s + 1/T_2} = \frac{T_1}{T_2} \frac{s + 1/T_2 + 1/T_1 - 1/T_2}{s + 1/T_2} = a + \frac{1 - a}{1 + T_2s} \quad (3.88)$$

όπου $a = T_1/T_2$. Επομένως, το σύστημα (σχήμα 3.16) με συνάρτηση μεταφοράς την (3.88) σε μορφή εξισώσεων κατάστασης γράφεται:

$$T_2\dot{x} = -x + (1 - a)u \quad (3.89\alpha)$$

$$y = x + au \quad (3.89\beta)$$



Σχήμα 3.16: Ισοδύναμα διαγράμματα βαθμίδων συνάρτησης μεταφοράς πρώτης τάξης.

Επανερχόμενοι στο σχήμα 3.15, σύμφωνα με τις σχέσεις (3.87) και (3.89) έχουμε:

$$M\dot{x}_1 = -Dx_1 + y_n - d \quad (3.90\alpha)$$

$$y_1 = u - \frac{1}{R}x_1 \quad (3.90\beta)$$

$$T_{2i}\dot{x}_{i+1} = -x_{i+1} + (1 - a_i)y_i \quad (3.90\gamma)$$

$$y_{i+1} = x_{i+1} + a_i y_i \quad (3.90\delta)$$

όπου $a_i = T_{2i-1}/T_{2i}$ και $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$. Αντικαθιστώντας διαδοχικά την y_i στην εξίσωση (3.90δ), έχουμε ότι:

$$y_2 = -\frac{a_1}{R}x_1 + x_2 + a_1 u \quad (3.91\alpha)$$

$$y_{i+1} = -\frac{p_i}{R}x_1 + \sum_{k=2}^i q_{ki}x_k + x_{i+1} + p_i u \quad , i \in \{2, 3, \dots, n-1\} \quad (3.91\beta)$$

όπου:

$$p_i = \prod_{j=1}^i a_j \quad \text{και} \quad q_{ki} = \prod_{j=k}^i a_j \quad , i \in \{2, 3, \dots, n-1\} \quad (3.92)$$

Επομένως, αντικαθιστώντας τις (3.91) και (3.90β) στις (3.90α) και (3.90γ), απαλείφουμε τις μεταβλητές y_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, και προσδιορίζουμε τις εξισώσεις κατάστασης του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου στη γενική περίπτωση και, άρα, τους πίνακες $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ και $B_2 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, με διάνυσμα κατάστασης συνεχούς χρόνου το $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \in \mathbb{R}^n$. Στην περίπτωση, για παράδειγμα, που $n = 4$ έχουμε:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{DR + a_1 a_2 a_3}{MR} & \frac{a_2 a_3}{M} & \frac{a_3}{M} & \frac{1}{M} \\ -\frac{1 - a_1}{T_2 R} & -\frac{1}{T_2} & 0 & 0 \\ -\frac{(1 - a_2)a_1}{T_4 R} & \frac{1 - a_2}{T_4} & -\frac{1}{T_4} & 0 \\ -\frac{(1 - a_3)a_1 a_2}{T_6 R} & \frac{(1 - a_3)a_2}{T_6} & \frac{1 - a_3}{T_6} & -\frac{1}{T_6} \end{bmatrix} \quad (3.93\alpha)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{a_1 a_2 a_3}{M} \\ \frac{1 - a_1}{T_2} \\ \frac{(1 - a_2)a_1}{T_4} \\ \frac{(1 - a_3)a_1 a_2}{T_6} \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad B_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{M} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.93\beta)$$

Μας απομένει να προσδιορίσουμε τον πίνακα $F_2 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ του υποσυστήματος διακριτού

χρόνου. Χρησιμοποιώντας τους νέους συμβολισμούς $u = \Delta G$ και $x_1 = \Delta f$, η εξίσωση διαφορών (3.84β) με αντικατάσταση της (3.70) (στην οποία αμελούμε τη νεκρή ζώνη και $\kappa = 0$), γράφεται:

$$u(k+1) = u(k) - bx_1((k+1)T_s) \quad (3.94)$$

και, συνεπώς:

$$F = \begin{bmatrix} -b & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

όπου ο πίνακας F αφορά την περίπτωση που $n = 4$.

3.6.2 Σύστημα δύο περιοχών

Θεωρούμε ένα σύστημα δύο διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου 1 και 2. Το υποσύστημα συνεχούς χρόνου θεωρούμε ότι αναπαρίσταιται από το διάγραμμα βαθμίδων του σχήματος 3.6. Η συνάρτηση μεταφοράς $H_{pi}(s)$, με $i \in \{1, 2\}$, θεωρούμε ότι είναι της μορφής:

$$H_{pi}(s) = \frac{\prod_{j=1}^{n_i-1} (1 + T_{i,2j-1}s)}{\prod_{j=1}^{n_i-1} (1 + T_{i,2j}s)} \quad (3.96)$$

όπου n_i είναι η τάξη του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου της περιοχής i , με $i \in \{1, 2\}$. Συμβολίζουμε με A_i , B_{i1} και B_{i2} τους πίνακες του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου καθεμίας περιοχής όπως υπολογίζονται σύμφωνα με την προηγούμενη υποενότητα 3.6.1, θεωρώντας την εξαγόμενη ενεργό ισχύ ως μέρος του φορτίου. Επίσης, συμβολίζουμε με x_i , u_i και d_i το διάνυσμα κατάστασης, το σήμα ελέγχου και τη διαταραχή αντίστοιχα για $i \in \{1, 2\}$. Λαμβάνοντας επιπλέον υπόψη το μοντέλο της διασύνδεσης, έχουμε:

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_{11} u_1 + B_{12} (d_1 + \Delta P_{t1}) \quad (3.97\alpha)$$

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_{21} u_2 + B_{22} (d_2 + \Delta P_{t2}) \quad (3.97\beta)$$

$$\Delta \dot{P}_{t12} = \omega_0 K_{12} (x_{11} - x_{21}) \quad (3.97\gamma)$$

όπου $x_{i1} = \Delta f_i$, για $i \in \{1, 2\}$, και $x_{t12} = \Delta P_{t12}$. Επίσης, θέτουμε:

$$K_{t1} = \begin{bmatrix} \omega_0 K_{12} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times n_1} \quad \text{και} \quad K_{t2} = \begin{bmatrix} -\omega_0 K_{12} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times n_2} \quad (3.98)$$

Τότε, οι εξισώσεις κατάστασης (3.97) γράφονται σε μορφή πινάκων:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_{t12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & B_{12} \\ 0 & A_2 & -B_{22} \\ K_{t1} & K_{t2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_{t12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & 0 \\ 0 & B_{21} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{12} & 0 \\ 0 & B_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

Επομένως, ορίζοντας το διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης συνεχούς χρόνου, το διάνυσμα των ελέγχων από τη δευτερεύουσα ρύθμιση και το διάνυσμα διαταραχών για το διασυνδεδεμένο σύστημα δύο περιοχών ελέγχου:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_{t12} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_1+n_2+1}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad \text{και} \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad (3.100)$$

αντίστοιχα, οι πίνακες A , B_1 και B_2 του διασυνδεδεμένου συστήματος είναι:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & B_{12} \\ 0 & A_2 & -B_{22} \\ K_{t1} & K_{t2} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 \\ 0 & B_{21} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad B_2 = \begin{bmatrix} B_{12} & 0 \\ 0 & B_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

Τέλος, υπολογίζουμε τον πίνακα F του υποσυστήματος διακριτού χρόνου. Χρησιμοποιώντας τους νέους συμβολισμούς, η σχέση (3.84β) γράφεται με αντικατάσταση της (3.70) (στην οποία αγνοούμε τη νεκρή ζώνη) για $i \in \{1, 2\}$:

$$u_1(k+1) = u_1(k) - \kappa_1 x_{t12} - b_1 x_{11} = u_1(k) + \hat{F}_1 x_d(k+1) \quad (3.102\alpha)$$

$$u_2(k+1) = u_2(k) + \kappa_2 x_{t12} - b_2 x_{21} = u_2(k) + \hat{F}_2 x_d(k+1) \quad (3.102\beta)$$

όπου έχουμε θέσει:

$$\hat{F}_1 = \begin{bmatrix} -b_1 & 0_{1 \times (n_1+n_2-1)} & -\kappa_1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \hat{F}_2 = \begin{bmatrix} 0_{1 \times n_1} & -b_2 & 0_{1 \times (n_2-1)} & \kappa_2 \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

Επομένως:

$$F = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_2 \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

3.6.3 Σύστημα πολλών περιοχών

Θεωρούμε την περίπτωση N διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου. Συμβολίζουμε με $\mathcal{A} = \{1, 2, \dots, N\}$ το σύνολο των περιοχών ελέγχου και με \mathcal{T} το σύνολο των διασυνδετικών γραμμών πλήθους $|\mathcal{T}| = M$ (όπως ορίστηκε στη σχέση (3.48)). Για κάθε διασυνδετική γραμμή $\ell = (i, j) \in \mathcal{T}$ η απόκλιση της ροής ισχύος της διασύνδεσης από την προγραμματιζόμενη αποτελεί μία μεταβλητή κατάστασης, την οποία συμβολίζουμε με $x_{t\ell} = \Delta P_{t\ell}$ και ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση (3.55):

$$\dot{x}_{t\ell} = \omega_0 K_{ij} (x_{i1} - x_{j1}) \quad (3.105)$$

όπου $x_{i1} = \Delta f_i$, $i \in \mathcal{A}$. Σε αυτό το σημείο θέτουμε $x_i \in \mathbb{R}^M$ το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης όλων των διασυνδετικών γραμμών.

Όπως και στην προηγούμενη υποενότητα, συμβολίζουμε με $A_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$, $B_{i1} \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$ και $B_{i2} \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$ τους πίνακες του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου κάθε περιοχής $i \in \mathcal{A}$, όπως υπολογίζονται σύμφωνα με την υποενότητα 3.6.1 (θεωρώντας την εξαγόμενη ροή ισχύος ως μέρος του φορτίου), και με n_i την τάξη του. Επίσης, συμβολίζουμε με x_i , u_i και d_i το διάνυσμα κατάστασης, το σήμα ελέγχου και τη διαταραχή του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου της περιοχής $i \in \mathcal{A}$ αντίστοιχα. Η απόκλιση της συνολικής εξαγόμενης ενεργού ισχύος από την προγραμματιζόμενη για την περιοχή i δίνεται από τη σχέση (3.50):

$$\Delta P_{ti} = \sum_{j \in \mathcal{A} | \ell=(i,j) \in \mathcal{T}} x_{t\ell} - \sum_{j \in \mathcal{A} | \ell=(j,i) \in \mathcal{T}} x_{t\ell} \quad (3.106)$$

Συνεπώς, οι εξισώσεις κατάστασης της κάθε περιοχής $i \in \mathcal{A}$ είναι:

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_{i1} u_i + B_{i2} \left(d_i + \sum_{j \in \mathcal{A} | \ell=(i,j) \in \mathcal{T}} x_{t\ell} - \sum_{j \in \mathcal{A} | \ell=(j,i) \in \mathcal{T}} x_{t\ell} \right) \quad (3.107)$$

Ορίζοντας:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \\ x_t \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^N \quad \text{και} \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^N \quad (3.108)$$

όπου $n = M + \sum_{i=1}^N n_i$, προσδιορίζουμε τους πίνακες $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times N}$ και $B_2 \in \mathbb{R}^{n \times N}$ σύμφωνα με τις σχέσεις (3.105) και (3.107). Έχουμε:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 & \hat{B}_1 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 & \hat{B}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_N & \hat{B}_N \\ K_{t1} & K_{t2} & \dots & K_{tN} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.109\alpha)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_{21} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_{N1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad B_2 = \begin{bmatrix} B_{12} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_{N2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.109\beta)$$

Ο πίνακας $\hat{B}_i \in \mathbb{R}^{n_i \times M}$ κατασκευάζεται για κάθε περιοχή i ως εξής: Για τη στήλη ℓ του πίνακα \hat{B}_i , έστω $\hat{b}_{i\ell}$, έχουμε ότι:

$$\hat{b}_{i\ell} = \begin{cases} B_{i2} & , \text{αν } \ell = (i, j) \in \mathcal{T} \\ -B_{i2} & , \text{αν } \ell = (j, i) \in \mathcal{T} \\ 0_{n_i \times 1} & , \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (3.110)$$

Επίσης, για τον πίνακα $K_{ti} \in \mathbb{R}^{M \times n_i}$ για κάθε περιοχή i έχουμε ότι:

$$K_{ti} = \begin{bmatrix} \hat{k}_{ti} & 0_{M \times (n_i - 1)} \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

όπου κάθε στοιχείο, έστω \hat{k}_ℓ , του διανύσματος $\hat{k}_{ti} \in \mathbb{R}^M$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\hat{k}_\ell = \begin{cases} \omega_0 K_{ij} & , \text{αν } \ell = (i, j) \in \mathcal{T} \\ -\omega_0 K_{ij} & , \text{αν } \ell = (j, i) \in \mathcal{T} \\ 0 & , \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (3.112)$$

Κλείνουμε με τον προσδιορισμό του πίνακα $F \in \mathbb{R}^{N \times n}$. Υιοθετώντας τους νέους συμβολισμούς των μεταβλητών, η σχέση (3.84β') γράφεται με αντικατάσταση της (3.70) (στην οποία αγνοούμε τη νεκρή ζώνη) και έπειτα της (3.106):

$$u_i(k+1) = u_i(k) - b_i x_{i1} - \sum_{j \in \mathcal{A} | \ell=(i,j) \in \mathcal{T}} \kappa_i x_{i\ell} + \sum_{j \in \mathcal{A} | \ell=(j,i) \in \mathcal{T}} \kappa_i x_{i\ell} \quad (3.113)$$

για κάθε περιοχή i . Επομένως, έχουμε:

$$F = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 & 0 & \dots & 0 & F_{t1} \\ 0 & \hat{F}_2 & \dots & 0 & F_{t2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{F}_N & F_{tN} \end{bmatrix} \quad (3.114)$$

Για τον πίνακα $\hat{F}_i \in \mathbb{R}^{1 \times n_i}$ για κάθε περιοχή i έχουμε:

$$\hat{F}_i = \begin{bmatrix} -b_i & 0_{1 \times (n_i - 1)} \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

Επίσης, κάθε στοιχείο, έστω $F_{ti\ell}$, του πίνακα $F_{ti} \in \mathbb{R}^{1 \times M}$ υπολογίζεται ως εξής:

$$F_{ti\ell} = \begin{cases} -\kappa_i & , \text{αν } \ell = (i, j) \in \mathcal{T} \\ \kappa_i & , \text{αν } \ell = (j, i) \in \mathcal{T} \\ 0 & , \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (3.116)$$

Κεφάλαιο 4

Μοντέλο διακριτού χρόνου δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας

Στο κεφάλαιο αυτό διαμορφώνεται ένα μοντέλο διακριτού χρόνου που περιγράφει τη δυναμική της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας. Το μοντέλο αυτό προκύπτει από το μοντέλο συνεχούς-διακριτού χρόνου που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, υπό την προϋπόθεση συγκεκριμένων παραδοχών. Αρχικά, αφού εξηγηθούν αναλυτικά οι απαραίτητες παραδοχές, προσδιορίζεται το μοντέλο διακριτού χρόνου σε μορφή εξισώσεων κατάστασης. Έπειτα, εξετάζονται οι περιπτώσεις συστήματος μίας ενιαίας περιοχής και πολλών διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου. Για την τελευταία θεωρούνται οι υποπεριπτώσεις που επιλέγεται επίπεδος έλεγχος συχνότητας και σύνθετος έλεγχος με συντελεστή πόλωσης. Επίσης, θεωρείται το σύστημα δύο διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου, από τις οποίες η μία εφαρμόζει επίπεδο έλεγχο συχνότητας και η άλλη επίπεδο έλεγχο διασύνδεσης. Για καθεμία από τις παραπάνω περιπτώσεις προσδιορίζεται η συνθήκη ευστάθειας του συστήματος, η ποιοτική του συμπεριφορά και η βέλτιστη επιλογή του συντελεστή πόλωσης. Τέλος, παρουσιάζεται ένα αριθμητικό παράδειγμα, στο οποίο εξετάζεται ένα σύστημα δύο περιοχών ελέγχου.

4.1 Διαμόρφωση μοντέλου διακριτού χρόνου

Το μοντέλο διακριτού χρόνου διαμορφώνεται σε αυτό το κεφάλαιο με στόχο (α') τη μελέτη του συστήματος ως προς την ευστάθεια και την ποιοτική συμπεριφορά για διάφορες επιλογές του συντελεστή πόλωσης κάθε περιοχής και (β') τη βέλτιστη επιλογή του συντελεστή πόλωσης κάθε περιοχής. Ο διακριτός χρόνος του μοντέλου ορίζεται από τη σχέση $t_k = kT_s$, όπου $k \in \mathbb{Z}$, και T_s η περίοδος δειγματοληψίας της δευτερεύουσας ρύθμισης.

4.1.1 Παραδοχές

Το μοντέλο αποτελεί μια απλοποιημένη προσέγγιση του πραγματικού συστήματος, στην οποία λαμβάνεται υπόψη μόνο η δυναμική διακριτού χρόνου της δευτερεύουσας ρύθμισης. Συνιστά οιονει στατική προσέγγιση του μοντέλου συνεχούς-διακριτού χρόνου της ρύθμισης φορτίου-συχνότητας, που διαμορφώθηκε στο κεφάλαιο 3. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με την παράγραφο 2.5.2, για τη διαμόρφωση του μοντέλου είναι απαραίτητες οι εξής τρεις παραδοχές:

1. Το σύστημα χωρίς τη δευτερεύουσα ρύθμιση είναι ευσταθές. Δηλαδή, το σύστημα της πρωτεύουσας ρύθμισης είναι ευσταθές. Αυτό συμβαίνει όταν όλες οι ιδιοτιμές του πίνακα A του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου της σχέσης (3.84α) έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος.
2. Η περίοδος δειγματοληψίας είναι αρκετά μεγαλύτερη από την κυρίαρχη σταθερά χρόνου της πρωτεύουσας ρύθμισης. Δηλαδή, η πρωτεύουσα ρύθμιση είναι αρκετά πιο γρήγορη

από τη δευτερεύουσα ρύθμιση. Αυτό συμβαίνει όταν:

$$T_s \gg \frac{1}{|\operatorname{Re}\{\lambda_i\}|} \quad (4.1)$$

για κάθε ιδιοτιμή λ_i του πίνακα A του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου. Η παραδοχή αυτή είναι απαραίτητη ώστε το υποσύστημα συνεχούς χρόνου να έχει καταλήξει σε κατάσταση ισορροπίας πριν την επόμενη χρονική στιγμή δειγματοληψίας.

3. Οι μεταβολές του ηλεκτρικού φορτίου γίνονται μόνο κατά τις χρονικές στιγμές της δειγματοληψίας, δηλαδή κάθε $t_k = kT_s$. Η παραδοχή αυτή στην πράξη δεν ισχύει, αφού το ηλεκτρικό φορτίο μπορεί να μεταβάλλεται συνεχώς στο χρόνο.

4.1.2 Προσδιορισμός συστήματος διακριτού χρόνου

Το υποσύστημα συνεχούς χρόνου κάθε περιοχής ελέγχου στη γενική περίπτωση των πολλών διασυνδεδεμένων περιοχών περιγράφεται από το διάγραμμα βαθμίδων του σχήματος 3.4. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι καταστάσεις του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου που φαίνονται στο διάγραμμα βαθμίδων είναι οι Δf_i , ΔP_{mi} και ΔP_{ti} , τη χρονική στιγμή $t = (k+1)T_s^-$ έχουμε σύμφωνα με την προσέγγιση μόνιμης κατάστασης ($s = 0$):

$$\Delta P_{mi}(k+1) = \Delta G_i(k) - \frac{1}{R_i} \Delta f_i(k+1) \quad (4.2\alpha)$$

$$D_i \Delta f_i(k+1) = \Delta P_{mi}(k+1) - \Delta P_{ti}(k+1) - \Delta L_i(k) \quad (4.2\beta)$$

για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$. Επιπλέον, από το μοντέλο συνεχούς χρόνου κάθε διασύνδεσης (βλ. σχέση (3.55)), έχουμε:

$$\Delta f_i(k+1) = \Delta f_j(k+1) = \Delta f(k+1), \text{ για κάθε } i, j \in \mathcal{A} \text{ με } i \neq j \quad (4.3)$$

Άρα, στο απλοποιημένο σύστημα διακριτού χρόνου η συχνότητα είναι ενιαία σε όλες τις περιοχές ελέγχου. Απαλείφοντας το ΔP_{mi} από τις σχέσεις (4.2α) και (4.2β) και χρησιμοποιώντας την (4.3), λαμβάνουμε:

$$\left(\frac{1}{R_i} + D_i \right) \Delta f(k+1) = \Delta G_i(k) - \Delta P_{ti}(k+1) - \Delta L_i(k), \quad i \in \mathcal{A} \quad (4.4)$$

Θέτοντας $C_i = D_i + 1/R_i$, η οποία αποτελεί την *ρυθμιζουσα ενέργεια* (system characteristic) της περιοχής $i \in \mathcal{A}$ [11], η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$C_i \Delta f(k+1) = \Delta G_i(k) - \Delta P_{ti}(k+1) - \Delta L_i(k), \quad i \in \mathcal{A} \quad (4.5)$$

Επιπλέον, έχουμε και την εξίσωση του ισοζυγίου όλων των εξαγωγών ισχύος από κάθε περιοχή (σχέση (3.51)):

$$\sum_{j=1}^N \Delta P_{ij}(k+1) = 0 \quad (4.6)$$

Αθροίζοντας όλες τις σχέσεις (4.5) και χρησιμοποιώντας την (4.6), λαμβάνουμε:

$$C \Delta f(k+1) = \sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) - \sum_{j=1}^N \Delta L_j(k) \quad (4.7)$$

όπου :

$$C = \sum_{j=1}^N C_j \quad (4.8)$$

είναι η συνολική ρυθμιζουσα ενέργεια ολόκληρου του διασυνδεδεμένου συστήματος.

Το μοντέλο ολοκληρώνεται με τις εξισώσεις διακριτού χρόνου της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας (σχέσεις (3.69) και (3.70)). Οπότε, συνοψίζοντας τις σχέσεις (4.5), (4.7), (3.69) και (3.70), το απλοποιημένο μοντέλο διακριτού χρόνου περιγράφεται από τις εξής εξισώσεις διαφορών :

$$\Delta f(k+1) = \frac{1}{C} \left(\sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) - \sum_{j=1}^N \Delta L_j(k) \right) \quad (4.9\alpha)$$

$$\Delta P_{it}(k+1) = -C_i \Delta f(k+1) + \Delta G_i(k) - \Delta L_i(k) \quad , i \in \mathcal{A} \quad (4.9\beta)$$

$$ACE_i(k+1) = \kappa_i \Delta P_{it}(k+1) + b_i \Delta f(k+1) \quad , i \in \mathcal{A} \quad (4.9\gamma)$$

$$\Delta G_i(k+1) = \Delta G_i(k) - \text{dez}_{e_{di}} \{ ACE_i(k+1) \} \quad , i \in \mathcal{A} \quad (4.9\delta)$$

Οι πρώτες δύο σχέσεις ((4.9α) και (4.9β)) περιγράφουν τη δυναμική της πρωτεύουσας ρύθμισης στον διακριτό χρόνο, η οποία προέκυψε από την προσέγγιση μόνιμης κατάστασης του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου. Οι επόμενες δύο ((4.9γ) και (4.9δ)) περιγράφουν τον έλεγχο διακριτού χρόνου της δευτερεύουσας ρύθμισης.

4.1.3 Προσδιορισμός εξισώσεων κατάστασης

Με εφαρμογή διαδοχικής αντικατάστασης των σχέσεων (4.9) από πάνω προς τα κάτω, λαμβάνουμε :

$$\Delta f(k+1) = \frac{1}{C} \left(\sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) - \sum_{j=1}^N \Delta L_j(k) \right) \quad (4.10\alpha)$$

$$\Delta P_{it}(k+1) = \Delta G_i(k) - \frac{C_i}{C} \sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) - \Delta L_i(k) + \frac{C_i}{C} \sum_{j=1}^N \Delta L_j(k) \quad (4.10\beta)$$

$$ACE_i(k+1) = \kappa_i \Delta G_i(k) + \frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} \sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) - \kappa_i \Delta L_i(k) - \frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} \sum_{j=1}^N \Delta L_j(k) \quad (4.10\gamma)$$

$$\begin{aligned} \Delta G_i(k+1) &= \Delta G_i(k) \\ &- \text{dez}_{e_{di}} \left\{ \kappa_i \Delta G_i(k) + \frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} \sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) - \kappa_i \Delta L_i(k) - \frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} \sum_{j=1}^N \Delta L_j(k) \right\} \end{aligned} \quad (4.10\delta)$$

όπου οι τελευταίες τρεις εξισώσεις διαφορών ισχύουν για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$.

Παρατηρώντας προσεκτικά τις παραπάνω εξισώσεις διαφορών, προκύπτει το συμπέρασμα ότι μπορούμε να θεωρήσουμε ως μεταβλητές κατάστασης τις ΔG_i , για κάθε $i \in \mathcal{A}$. Η Δf , ΔP_{it} και ACE_i , για $i \in \mathcal{A}$, προκύπτουν συναρτήσεις των μεταβλητών κατάστασης ΔG_i και των εισόδων-διαταραχών του φορτίου ΔL_i από τις σχέσεις (4.10α), (4.10β) και (4.10γ) αντίστοιχα.

Αγνοώντας τη νεκρή ζώνη, η σχέση (4.10δ) γράφεται :

$$\Delta G_i(k+1) = (1 - \kappa_i) \Delta G_i(k) - \frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} \sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) + \kappa_i \Delta L_i(k) + \frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} \sum_{j=1}^N \Delta L_j(k) \quad (4.11)$$

Συμβολίζοντας με $\Delta G \in \mathbb{R}^N$ το διάνυσμα όλων των ΔG_i και με $\Delta L \in \mathbb{R}^N$ το διάνυσμα όλων

των ΔL_i και αγνοώντας τη νεκρή ζώνη, οι εξισώσεις κατάστασης του συστήματος διακριτού χρόνου με διάνυσμα κατάστασης το ΔG και διάνυσμα εισόδου-διαταραχών το ΔL γράφονται σε μορφή πινάκων:

$$\Delta G(k+1) = \hat{A}_d \Delta G(k) + \hat{B}_d \Delta L(k) \quad (4.12)$$

όπου $\hat{A}_d \in \mathbb{R}^{N \times N}$ και $\hat{B}_d \in \mathbb{R}^{N \times N}$. Σύμφωνα με την (4.11), κάθε στοιχείο $[\hat{A}_d]_{ij}$ του πίνακα \hat{A}_d υπολογίζεται από τη σχέση:

$$[\hat{A}_d]_{ij} = \begin{cases} -\frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} & , \text{αν } i \neq j \\ 1 - \kappa_i - \frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} & , \text{αν } i = j \end{cases} \quad (4.13)$$

και κάθε στοιχείο $[\hat{B}_d]_{ij}$ του πίνακα \hat{B}_d υπολογίζεται από τη σχέση:

$$[\hat{B}_d]_{ij} = \begin{cases} \frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} & , \text{αν } i \neq j \\ \kappa_i + \frac{b_i - \kappa_i C_i}{C} & , \text{αν } i = j \end{cases} \quad (4.14)$$

Κλείνουμε αυτή την υποενότητα σημειώνοντας ότι το σύστημα διακριτού χρόνου (4.12) έχει ευστάθεια φραγμένης εισόδου-φραγμένης εξόδου εφόσον όλες οι ιδιοτιμές του πίνακα \hat{A}_d βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου, δηλαδή ισχύει ότι $\rho(\hat{A}_d) < 1$. Τότε, και οι Δf , ΔP_{ti} και ACE_i , για $i \in \mathcal{A}$, είναι φραγμένες για φραγμένη είσοδο, σύμφωνα με τις σχέσεις (4.10α'), (4.10β') και (4.10γ').

4.2 Σύστημα μίας περιοχής

Σε αυτή την ενότητα εξετάζουμε την ειδική περίπτωση του συστήματος (4.10) που $N = 1$, δηλαδή ενός απομονωμένου ΣΗΕ το οποίο αποτελεί μία και μοναδική περιοχή ελέγχου. Τότε, η (4.10) γράφεται:

$$\Delta f(k+1) = \frac{1}{C} (\Delta G(k) - \Delta L(k)) \quad (4.15\alpha')$$

$$ACE(k+1) = \frac{b}{C} (\Delta G(k) - \Delta L(k)) \quad (4.15\beta')$$

$$\Delta G(k+1) = \Delta G(k) - \text{dez}_{e_d} \left\{ \frac{b}{C} (\Delta G(k) - \Delta L(k)) \right\} \quad (4.15\gamma')$$

Αγνοώντας τη νεκρή ζώνη, η (4.15γ') γράφεται:

$$\Delta G(k+1) = \left(1 - \frac{b}{C}\right) \Delta G(k) + \frac{b}{C} \Delta L(k) \quad (4.16)$$

4.2.1 Εξίσωση διαφορών συχνότητας

Η δυναμική της απόκλισης της συχνότητας Δf δεν φαίνεται άμεσα από τη σχέση (4.15α') λόγω της εξάρτησής της από το ΔG . Μπορούμε να την προσδιορίσουμε όμως ως εξής: Επιλύοντας την (4.15α') ως προς ΔG , λαμβάνουμε:

$$\Delta G(k) = C \Delta f(k+1) + \Delta L(k) \quad (4.17)$$

Οπότε, αντικαθιστώντας την (4.17) στην (4.16) (έχουμε αγνοήσει για τις ανάγκες των υπολογισμών τη νεκρή ζώνη), έχουμε ύστερα από πράξεις:

$$\Delta f(k+1) = \left(1 - \frac{b}{C}\right) \Delta f(k) - \frac{1}{C} (\Delta L(k) - \Delta L(k-1)) \quad (4.18)$$

Από την παραπάνω σχέση παρατηρούμε ότι η απόκλιση της συχνότητας ικανοποιεί μια εξίσωση διαφορών πρώτης τάξης και εξαρτάται από τη μεταβολή της διαταραχής του φορτίου. Σημειώνεται ότι αν ληφθεί υπόψη και η νεκρή ζώνη, η (4.18) ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι το σύστημα βρίσκεται εκτός της νεκρής ζώνης, δηλαδή ισχύει $\text{dez}_{e_d}\{\text{ACE}(k)\} = \text{ACE}(k)$.

4.2.2 Συνθήκη ευστάθειας και βηματική απόκριση

Σύμφωνα με τη σχέση (4.16), έχουμε ότι $\hat{A}_d = 1 - b/C$. Επομένως, η συνθήκη ευστάθειας του συστήματος είναι η:

$$\left|1 - \frac{b}{C}\right| < 1 \Leftrightarrow 0 < b < 2C \quad (4.19)$$

Η παραπάνω συνθήκη μας πληροφορεί αποκλειστικά και μόνο για το αν το σύστημα είναι ευσταθές ή όχι. Δεν μας αποκαλύπτει όμως την ποιοτική συμπεριφορά του συστήματος και την ταχύτητα απόκρισής του. Για το σκοπό αυτό, θεωρούμε μια βηματική διαταραχή του φορτίου που συμβαίνει τη χρονική στιγμή $k = 0$, δηλαδή έστω $\Delta L(k) = \Delta L_0 u_s(k)$. Επίσης, θεωρούμε $\Delta f(0) = 0$. Τότε, η λύση της εξίσωσης διαφορών (4.18) είναι:

$$\Delta f(k) = \begin{cases} -\frac{\Delta L_0}{C} & , \text{αν } k = 1 \\ -\frac{\Delta L_0}{C} \left(1 - \frac{b}{C}\right)^{k-1} & , \text{αν } k \in \{2, 3, \dots\} \end{cases} \quad (4.20)$$

Επιπλέον, σύμφωνα με τις (4.15β), (4.17) και (4.20), οι χρονικές αποκρίσεις των ACE και ΔG είναι αντίστοιχα:

$$\text{ACE}(k) = \begin{cases} -\frac{b\Delta L_0}{C} & , \text{αν } k = 1 \\ -\frac{b\Delta L_0}{C} \left(1 - \frac{b}{C}\right)^{k-1} & , \text{αν } k \in \{2, 3, \dots\} \end{cases} \quad (4.21)$$

$$\Delta G(k) = \Delta L_0 \left[1 - \left(1 - \frac{b}{C}\right)^k\right] , \text{για } k \in \{1, 2, \dots\} \quad (4.22)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις έχουμε καθώς $k \rightarrow \infty$ ότι $\Delta f(k) \rightarrow 0$, $\text{ACE} \rightarrow 0$ και $\Delta G(k) \rightarrow \Delta L_0$, δηλαδή η συχνότητα συγκλίνει στην ονομαστική της τιμή, το σφάλμα ελέγχου περιοχής συγκλίνει στο 0 και η παραγωγή συγκλίνει στο νέο φορτίο. Τα παραπάνω ισχύουν αν αγνοηθεί η νεκρή ζώνη. Αν το σύστημα είναι ευσταθές (ικανοποιείται η σχέση (4.19)) και ληφθεί υπόψη η νεκρή ζώνη, τότε η σχέση (4.22) ισχύει μέχρι την ελάχιστη τιμή του k , έστω k_0 , που $\text{dez}_{e_d}\{\text{ACE}(k_0)\} = 0$. Τότε το σύστημα φτάνει σε ισορροπία, αφού για κάθε $k \geq k_0$ έχουμε $\Delta f(k) = \Delta f(k_0)$, $\text{ACE}(k) = \text{ACE}(k_0)$ και $\Delta G(k) = \Delta G(k_0) = \Delta G(k_0 - 1)$. Οι σχέσεις (4.20), (4.21) και (4.22) ισχύουν για $k \in \{1, \dots, k_0\}$, $k \in \{1, \dots, k_0\}$ και $k \in \{1, \dots, k_0 - 1\}$ αντίστοιχα.

Σύμφωνα με τη σχέση (4.20), καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα για την ποιοτική συμπεριφορά της βηματικής απόκρισης της Δf ανάλογα με την επιλογή του συντελεστή πόλωσης:

1. Αν $0 < b < C \Leftrightarrow 0 < 1 - b/C < 1$, τότε η απόκλιση της συχνότητας συγκλίνει προς το μηδέν μονότονα.
2. Αν $C < b < 2C \Leftrightarrow -1 < 1 - b/C < 0$, τότε η απόκλιση της συχνότητας συγκλίνει προς

το μηδέν με ταλαντώσεις.

3. Αν $b = C \Leftrightarrow 1 - b/C = 0$, τότε η απόκλιση της συχνότητας συγκλίνει στο μηδέν σε ένα βήμα ελέγχου.

Επίσης, σχετικά με την ταχύτητα απόκρισης, έχουμε ότι για $b = C$ η απόκλιση συχνότητας συγκλίνει στο μηδέν σε ένα βήμα ενώ για $b \neq C$ και $0 < b < 2C$ χρειάζεται τουλάχιστον ένα βήμα (λαμβάνοντας υπόψη την ύπαρξη της νεκρής ζώνης). Σύμφωνα με την (4.20), όσο πιο κοντά είναι το μέτρο της ιδιοτιμής στο μηδέν, δηλαδή όσο πιο κοντά είναι το b στο C , τόσο πιο γρήγορα συγκλίνει η απόκλιση συχνότητας προς το μηδέν.

4.2.3 Βέλτιστος συντελεστής πόλωσης

Θεωρούμε τον δείκτη απόδοσης:

$$J = \sum_{k=1}^{+\infty} \Delta f^2(k) \quad (4.23)$$

Ο παραπάνω δείκτης απόδοσης αποτελεί ένα μέτρο της απόκλισης της συχνότητας από την ονομαστική τιμή της για όλες τις διακριτές χρονικές στιγμές $k \geq 1$.

Θα αποδείξουμε ότι η επιλογή $b = C$ ελαχιστοποιεί τον παραπάνω δείκτη απόδοσης στην περίπτωση βηματικής διαταραχής του φορτίου και μηδενικής αρχικής συνθήκης (όπως θεωρήσαμε στην προηγούμενη υποενότητα), αγνοώντας την ύπαρξη της νεκρής ζώνης. Η επίδραση της νεκρής ζώνης στον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης θα διερευνηθεί στο δεύτερο μέρος της επόμενης υποενότητας - αριθμητικού παραδείγματος.

Αντικαθιστώντας την (4.20), έχοντας αγνοήσει τη νεκρή ζώνη, στον δείκτη απόδοσης λαμβάνουμε:

$$J(b) = \sum_{k=1}^{+\infty} \left[\left(1 - \frac{b}{C} \right)^2 \right]^{k-1} \frac{\Delta L_0^2}{C^2} = \frac{\Delta L_0^2}{C^2} \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{b}{C} \right)^2} = \frac{\Delta L_0^2}{b(2C - b)} \quad (4.24)$$

Η παράγωγος του $J(b)$ είναι:

$$J'(b) = -\frac{2\Delta L_0^2}{b^2(2C - b)^2}(C - b) \quad (4.25)$$

Η $J'(b)$ είναι αρνητική για $0 < b < C$, θετική για $C < b < 2C$ και μηδέν για $b = C$. Άρα, ο δείκτης απόδοσης J πράγματι ελαχιστοποιείται για $b = C$.

Από την παραπάνω ανάλυση γίνεται φανερό ότι είναι απαραίτητη μια καλή εκτίμηση της ρυθμιζουσας ενέργειας C για την επιλογή του συντελεστή πόλωσης b .

Προηγουμένως, προσδιορίσαμε τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης για μία βηματική διαταραχή στο φορτίο. Για να έρθουμε πιο κοντά στο πραγματικό σύστημα, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η διαταραχή του φορτίου αποτελείται από υπέρθεση (α') βηματικών διαταραχών που γίνονται κάθε έναν μεγάλο αριθμό δειγμάτων, ώστε να έχει προλάβει να αποκριθεί η δευτερεύουσα ρύθμιση σε κάθε βηματική μεταβολή πριν συμβεί η επόμενη, και (β') μιας μικρής, σε σχέση με το μέγεθος των βηματικών μεταβολών, στοχαστικής διαταραχής μηδενικής μέσης τιμής.

Θεωρώντας ότι η διαταραχή του φορτίου αποτελείται μόνο από βηματικές μεταβολές η βέλτιστη επιλογή παραμένει η $b = C$, αφού πριν συμβεί κάθε βηματική μεταβολή το σύστημα έχει πρακτικά καταλήξει σε ισορροπία (λόγω μεσολάβησης επαρκούς χρόνου σε αριθμό δειγμάτων μεταξύ δύο διαδοχικών βηματικών μεταβολών). Αντίθετα, θεωρώντας ως διαταραχή του φορτίου μόνο τη στοχαστική διαταραχή, ισχυριζόμαστε ότι η βέλτιστη επιλογή είναι η $b = 0$, δηλαδή να μην εφαρμόζουμε καθόλου τη δευτερεύουσα ρύθμιση, όπως επιβεβαιώνουμε αριθμητικά στη συνέχεια. Αυτό δικαιολογείται από τη σχέση (4.15α'), σύμφωνα με την

οποία για $b = 0$ έχουμε $\Delta f(k+1) = -\Delta L(k)/C$ (για $\Delta G(0) = 0$) ενώ για $b > 0$ προστίθεται και η $\Delta G(k)$ που δεν είναι πάντα μηδέν, σύμφωνα με την (4.15γ). Επομένως, για $b > 0$ η $\Delta f(k)$ έχει μεγαλύτερη αβεβαιότητα και, άρα, το κριτήριο κόστους είναι μεγαλύτερο. Οπότε, για τη διαταραχή του φορτίου που έχει και τις δύο συνιστώσες-διαταραχές (α') και (β'), ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης θα είναι λίγο μικρότερος από το C (αφού το μέγεθος των βηματικών διαταραχών είναι μεγαλύτερο σε σχέση με της στοχαστικής συνιστώσας). Τα συμπεράσματα αυτά επιβεβαιώνουμε στο αριθμητικό παράδειγμα που ακολουθεί.

4.2.4 Αριθμητικό παράδειγμα για τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης

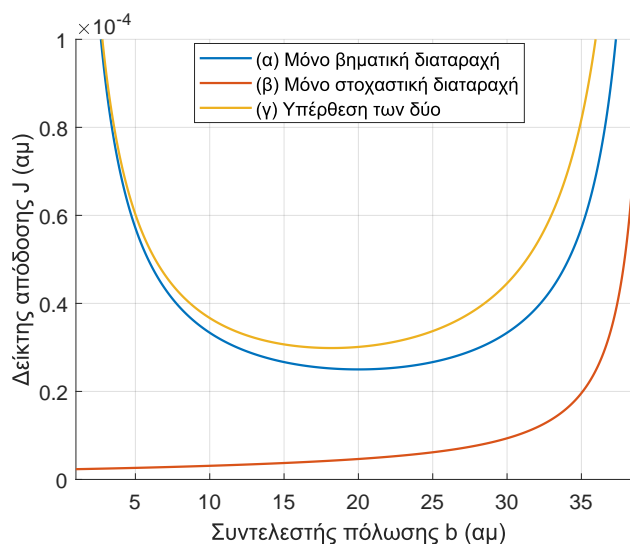
Θεωρούμε ένα σύστημα μίας περιοχής ελέγχου με ρυθμιζουσα ενέργεια $C = 20$ αμ. Θεωρούμε ότι η διαταραχή του φορτίου αποτελεί την υπέρθεση μιας βηματικής διαταραχής $u_{\text{step}}(k) = 0.1u_s(k)$ αμ και μιας στοχαστικής διαταραχής $u_{\text{stoch}}(k) = 0.001\text{rnd}(k)u_s(k)$ αμ, δηλαδή:

$$\Delta L(k) = 0.1u(k) + 0.001\text{rnd}(k)u(k) \quad (4.26)$$

όπου rnd τυχαίος αριθμός από την κανονική κατανομή μηδενικής μέσης τιμής και μοναδιαίας τυπικής απόκλισης. Επίσης, θεωρούμε αρχική συνθήκη $\Delta f(0) = 0$.

Χωρίς νεκρή ζώνη

Αγνοώντας αρχικά την επίδραση της νεκρής ζώνης, προσομοιώνουμε το σύστημα για 1000 βήματα διακριτού χρόνου, για τιμές του συντελεστή πόλωσης εντός των ορίων ευστάθειας $0 < b < 2C = 40$ αμ και υπολογίζουμε τον δείκτη απόδοσης $J(b)$ (για τα 1000 βήματα) για τρεις περιπτώσεις διαταραχής φορτίου: (α') Μόνο η βηματική διαταραχή, (β') μόνο η στοχαστική διαταραχή και (γ') η υπέρθεση των δύο. Ο δείκτης απόδοσης J συναρτήσει του b για τις τρεις περιπτώσεις φαίνεται στο σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.1: $J(b)$ για τις τρεις περιπτώσεις διαταραχών του φορτίου.

Σύμφωνα με το σχήμα, επιβεβαιώνονται τα συμπεράσματα για τη βέλτιστη επιλογή του συντελεστή πόλωσης. Στην περίπτωση μόνο της βηματικής διαταραχής το J ελαχιστοποιείται για $b = 20$ αμ $= C$ ενώ στην περίπτωση μόνο της στοχαστικής διαταραχής για $b = 0$. Στην περίπτωση της υπέρθεσης των δύο, το ελάχιστο παρουσιάζεται για $b = 18.56$ αμ < 20 αμ (για την πραγματοποίηση της στοχαστικής διαταραχής που έγινε).

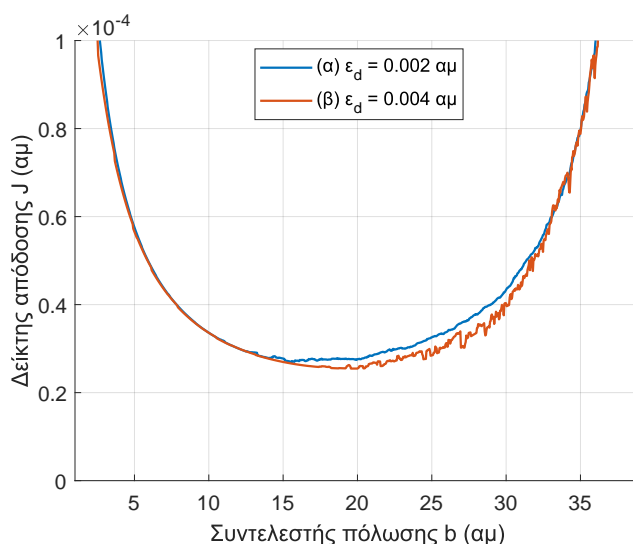
Με νεκρή ζώνη

Στην περίπτωση που ληφθεί υπόψη η νεκρή ζώνη, κάνουμε την εξής τροποποίηση του δείκτη απόδοσης J (σχέση (4.23)):

$$J = \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{\text{dez}_{\epsilon_d}(b\Delta f(k))}{b} \right)^2 \quad (4.27)$$

Η παραπάνω τροποποίηση εξασφαλίζει ότι αν το $\text{ACE}(k)$ βρίσκεται εντός της νεκρής ζώνης, δηλαδή $\text{dez}_{\epsilon_d}(b\Delta f(k)) = 0$, τότε δεν προστίθεται το $\Delta f^2(k)$.

Η επίδραση της νεκρής ζώνης στον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης εξαρτάται από το μέγεθος της ανοχής ϵ_d της νεκρής ζώνης σε σχέση με το μέσο μέγεθος των στοχαστικών διαταραχών του φορτίου. Αυτό το διαπιστώνουμε προσομοιώνοντας το σύστημα για 1000 βήματα διακριτού χρόνου, για τιμές του συντελεστή πόλωσης εντός των ορίων ευστάθειας $0 < b < 2C$ αμ για τις εξής δύο περιπτώσεις ανοχής της νεκρής ζώνης: (α) $\epsilon_d = 0.002$ αμ και (β) $\epsilon_d = 0.004$ αμ. Ο δείκτης απόδοσης J , που δίνεται από τη σχέση (4.27), ως συνάρτηση του συντελεστή πόλωσης b φαίνεται στο σχήμα 4.2 για τις δύο περιπτώσεις που θεωρούνται.



Σχήμα 4.2: $J(b)$ για τις δύο περιπτώσεις ανοχής της νεκρής ζώνης.

Στην περίπτωση (α), ο J ελαχιστοποιείται για $b < 20$ αμ (περίπου για $b = 15.5$ αμ για την πραγματοποίηση της στοχαστικής διαταραχής που έγινε), όπως στην περίπτωση (γ) του συστήματος χωρίς τη νεκρή ζώνη. Αυτό οφείλεται στο ότι η ανοχή της είναι μικρότερη από το μέσο μέγεθος των στοχαστικών διαταραχών. Αντίθετα, στην περίπτωση (β), στην οποία έχουμε μεγαλύτερη ϵ_d , η ελαχιστοποίηση του J συμβαίνει για b κοντά στο $C = 20$ αμ. Η ανοχή της νεκρής ζώνης σε αυτή την περίπτωση είναι μεγαλύτερη από το μέσο μέγεθος των στοχαστικών διαταραχών και, συνεπώς, η δευτερεύουσα ρύθμιση δεν αποκρίνεται στις μικρές διαταραχές του φορτίου.

Δεδομένου ότι ο σκοπός της νεκρής ζώνης είναι η αποφυγή των καταπονήσεων των μονάδων παραγωγής λόγω των συνεχών στοχαστικών μεταβολών του φορτίου, η ανοχή της περίπτωσης (β) είναι καλύτερα επιλεγμένη. Συνεπώς, στην περίπτωση ύπαρξης νεκρής ζώνης, με σωστά σχεδιασμένη ανοχή, ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης είναι ίσος με τη ρυθμιζουσα ενέργεια του συστήματος.

Σημειώνεται ότι το μέγιστο σφάλμα συχνότητας εντός της νεκρής ζώνης για την περίπτωση (β) είναι ± 0.01 Hz (για $f_N = 50$ Hz).

4.3 Σύστημα πολλών περιοχών με σύνθετο έλεγχο

Σε αυτή την ενότητα, εξετάζουμε την περίπτωση ενός συστήματος πολλών περιοχών, στο οποίο $\kappa_i = 1$ για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$ και $b_i > 0$ για τουλάχιστον μία περιοχή. Δηλαδή, τουλάχιστον μία περιοχή εφαρμόζει σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης και οι υπόλοιπες επίπεδο έλεγχο διασυνδέσεων. Στην περίπτωση που μελετάμε ανάγεται επίσης και η περίπτωση που όλες οι περιοχές εφαρμόζουν σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης. Η νεκρή ζώνη δεν λαμβάνεται υπόψη σε αυτή την ενότητα. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, εφόσον ικανοποιείται η συνθήκη ευστάθειας του συστήματος (που θα προσδιορίσουμε), τότε έχουμε εγγύηση ότι και η συχνότητα θα συγκλίνει στην ονομαστική της τιμή και οι εξαγόμενες ροές ισχύος όλων των περιοχών θα συγκλίνουν στις προγραμματισμένες τιμές τους για μια βηματική μεταβολή του φορτίου.

4.3.1 Εξίσωση διαφορών συχνότητας

Αρχικά, θα προσδιορίσουμε, όπως και στην προηγούμενη ενότητα, την εξίσωση διαφορών που ικανοποιεί η απόκλιση της συχνότητας Δf . Αθροίζοντας όλες τις εξισώσεις (4.9δ) για κάθε περιοχή, αγνοώντας τη νεκρή ζώνη, και αντικαθιστώντας την (4.9γ'), λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \Delta G_j(k+1) &= \sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) - \sum_{j=1}^N \Delta P_{ij}(k+1) - \sum_{j=1}^N b_j \Delta f(k+1) = \\ &= \sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) - \sum_{j=1}^N b_j \Delta f(k+1) \end{aligned} \quad (4.28)$$

Η δεύτερη ισότητα στην παραπάνω σχέση ισχύει λόγω της (4.6). Επιλύοντας τη σχέση (4.9α') ως προς το άθροισμα όλων των ΔG_i , έχουμε:

$$\sum_{j=1}^N \Delta G_j(k) = C \Delta f(k+1) + \sum_{j=1}^N \Delta L_j(k) \quad (4.29)$$

Με αντικατάσταση της (4.29) στην (4.28), προκύπτει ύστερα από μερικές πράξεις:

$$\Delta f(k+1) = \left(1 - \frac{b}{C}\right) \Delta f(k) - \frac{1}{C} \left(\sum_{j=1}^N \Delta L_j(k) - \sum_{j=1}^N \Delta L_j(k-1) \right) \quad (4.30)$$

όπου έχουμε ορίσει:

$$b = \sum_{j=1}^N b_j \quad (4.31)$$

το άθροισμα των συντελεστών πόλωσης όλων των περιοχών. Παρατηρούμε ότι η εξίσωση διαφορών (4.30) που ικανοποιεί η Δf είναι η ίδια με την (4.18), με τη διαφορά ότι τα b , C και η διαταραχή του φορτίου αφορούν το σύνολο του διασυνδεδεμένου συστήματος. Για το λόγο αυτό, ισχύουν οι ίδιες παρατηρήσεις που αφορούν την ποιοτική συμπεριφορά της Δf ανάλογα με την επιλογή του (συνολικού) b για μια βηματική διαταραχή του φορτίου. Επίσης, η βέλτιστη απόκριση της Δf για μια βηματική διαταραχή του φορτίου συμβαίνει για $b = C$, όπως και στην προηγούμενη ενότητα.

4.3.2 Συνθήκη ευστάθειας και μόνιμη κατάσταση σε βηματική διαταραχή

Επειδή $\alpha_i = 1$, για κάθε $i \in \mathcal{A}$, σύμφωνα με τη σχέση (4.13), ο πίνακας \hat{A}_d είναι βαθμού 1. Συνεπώς, σύμφωνα με την πρόταση 2.3, έχει ιδιοτιμές το 0 (πολλαπλότητας $N-1$) και το

ίχνος του $\text{tr}(\hat{A}_d)$. Το ίχνος του είναι:

$$\text{tr}(\hat{A}_d) = \sum_{j=1}^N \frac{C_j - b_j}{C} = \frac{C - b}{C} = 1 - \frac{b}{C} \quad (4.32)$$

Συνεπώς, η συνθήκη ευστάθειας του συστήματος είναι επίσης η (4.19), με τη διαφορά ότι τα b και C , που δίνονται από τις σχέσεις (4.31) και (4.8) αντίστοιχα, αφορούν το σύνολο του διασυνδεδεμένου συστήματος. Δηλαδή, για ευστάθεια πρέπει το άθροισμα των συντελεστών πόλωσης όλων των περιοχών να είναι θετικό και μικρότερο από το διπλάσιο της ρυθμίζουσας ενέργειας του συνολικού διασυνδεδεμένου συστήματος.

Θεωρούμε την περίπτωση βηματικής διαταραχής του φορτίου κάθε περιοχής, $\Delta L_i(k) = \Delta L_{i0}u(k)$, και υποθέτουμε ότι το σύστημα είναι ευσταθές (ικανοποιείται η (4.19)). Τότε, για $k \rightarrow \infty$ το σύστημα ισορροπεί. Οι τιμές ισορροπίας, έστω x^{ss} , προσδιορίζονται θέτοντας $x(k+1) = x(k) = x^{ss}$, όπου x είναι το συνολικό διάνυσμα κατάστασης. Από τη σχέση (4.9δ), χωρίς να ληφθεί υπόψη η νεκρή ζώνη, έχουμε ότι $\text{ACE}_i^{ss} = 0$, για κάθε $i \in \mathcal{A}$, δηλαδή το σφάλμα ελέγχου κάθε περιοχής συγκλίνει στο μηδέν. Επίσης, αθροίζοντας όλες τις εξισώσεις (4.9γ') και χρησιμοποιώντας την (4.6), έχουμε $\Delta f^{ss} = 0$, όπως είναι αναμενόμενο. Οπότε, από τη σχέση (4.9γ') έπεται ότι $\Delta P_{ii}^{ss} = 0$ και από την (4.9δ') ότι $\Delta G_i^{ss} = \Delta L_{i0}$. Δηλαδή, αποδείξαμε ότι όντως στη μόνιμη κατάσταση η συχνότητα συγκλίνει στην ονομαστική της τιμή και οι εξαγόμενες ροές ισχύος κάθε περιοχής στις προγραμματισμένες τιμές τους.

4.3.3 Βέλτιστος συντελεστής πόλωσης κάθε περιοχής

Επειδή κάθε περιοχή επιλέγει τον δικό της συντελεστή πόλωσης, δεν μας αρκεί το γεγονός ότι το συνολικό b είναι βέλτιστο όταν είναι ίσο με τη ρυθμίζουσα ενέργεια του συνολικού διασυνδεδεμένου συστήματος. Θα θέλαμε να προσδιορίσουμε τη βέλτιστη επιλογή του συντελεστή πόλωσης b_i για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$. Όπως αποδεικνύουμε στη συνέχεια, βέλτιστη επιλογή ως προς την ελαχιστοποίηση του δείκτη απόδοσης:

$$J_i(b_i) = \sum_{k=1}^{+\infty} (\Delta G_i(k) - \Delta L_{i0})^2 \quad (4.33)$$

για βηματική διαταραχή του φορτίου είναι η $b_i = C_i$. Δηλαδή, όταν ο συντελεστής πόλωσης κάθε περιοχής είναι ίσος με τη ρυθμίζουσα ενέργειά της. Ο παραπάνω δείκτης απόδοσης αποτελεί ένα μέτρο της απόκλισης μεταξύ παραγωγής-φορτίου της περιοχής i για όλες τις διακριτές χρονικές στιγμές $k \geq 1$.

Αρχικά, εκφράζουμε τα ΔG_i κάθε περιοχής $i \in \mathcal{A}$ συναρτήσει της Δf και των διαταραχών του φορτίου. Αντικαθιστώντας τις (4.9β') και (4.9γ') στην (4.9δ'), έχουμε:

$$\Delta G_i(k) = (C_i - b_i)\Delta f(k) + \Delta L_i(k-1), \quad i \in \mathcal{A} \quad (4.34)$$

Επομένως, παρατηρούμε ότι αν η περιοχή i έχει επιλέξει $b_i = C_i$, τότε το ΔG_i οφείλεται αποκλειστικά στη διαταραχή του φορτίου της και δεν εξαρτάται από την απόκλιση της συχνότητας. Δηλαδή, κάθε περιοχή αναλαμβάνει το δικό της φορτίο.

Για βηματική διαταραχή του φορτίου και εφόσον το σύστημα είναι ευσταθές ($0 < b < 2C$), η (4.33) γράφεται με αντικατάσταση της (4.34):

$$J_i(b_i) = (C_i - b_i)^2 \sum_{k=1}^{+\infty} \Delta f^2(k) = (C_i - b_i)^2 \frac{\Delta L_0^2}{b(2C - b)} \quad (4.35)$$

Η δεύτερη ισότητα στην παραπάνω σχέση έχει προκύψει όπως στην περίπτωση της μίας περιοχής ελέγχου (βλ. σχέση (4.24)). Επίσης, $\Delta L_0 = \sum_{j=1}^N \Delta L_{j0}$. Το $J_i(b_i)$ ελαχιστοποιείται

για $b_i = C_i$ και, συνεπώς, το βέλτιστο της επιλογής αυτής έχει αποδειχθεί. Κλείνουμε την ενότητα αυτή τονίζοντας ότι η επιλογή $b_i = C_i$ από κάθε περιοχή ελέγχου $i \in \mathcal{A}$ συνεπάγεται ότι $b = C$ και, συνεπώς, ικανοποιείται ταυτόχρονα και η συνθήκη βέλτιστης απόκρισης της Δf (ελαχιστοποίησης του J που δίνεται από τη σχέση (4.23)).

4.4 Σύστημα πολλών περιοχών με επίπεδο έλεγχο συχνότητας

Σε αυτή την ενότητα θα μελετήσουμε την περίπτωση που όλες οι περιοχές ελέγχου εφαρμόζουν επίπεδο έλεγχο συχνότητας, δηλαδή $\kappa_i = 0$ και $b_i > 0$ για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$. Η νεκρή ζώνη δεν λαμβάνεται υπόψη σε αυτή την ενότητα. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, σε μια βηματική μεταβολή του φορτίου έχουμε εγγύηση ότι η συχνότητα θα συγκλίνει στην ονομαστική της τιμή αλλά οι εξαγόμενες ροές ισχύος δεν συγκλίνουν στις προγραμματισμένες τιμές τους.

4.4.1 Εξίσωση διαφορών συχνότητας

Η εξίσωση διαφορών που ικανοποιεί η Δf είναι επίσης η σχέση (4.30). Η διαδικασία για τον προσδιορισμό της είναι ακριβώς η ίδια με αυτήν που ακολουθήθηκε στην προηγούμενη ενότητα με τη μόνη διαφορά ότι δεν υφίσταται το άθροισμα των εξαγόμενων ροών ισχύος όλων των περιοχών στην πρώτη ισότητα της σχέσης (4.28), αφού όλα τα a_i είναι μηδέν. Συνεπώς, έχουμε τις ίδιες παρατηρήσεις για την ποιοτική συμπεριφορά της συχνότητας σε μια βηματική μεταβολή του φορτίου και για το βέλτιστο της επιλογής $b = C$.

4.4.2 Ευστάθεια και μόνιμο σφάλμα εξαγωγών σε βηματική διαταραχή

Επειδή $a_i = 0$, για κάθε $i \in \mathcal{A}$, έχουμε σύμφωνα με τη σχέση (4.13) ότι:

$$\hat{A}_d = I_N - \frac{1}{C} \begin{bmatrix} b_1 & b_1 & \dots & b_1 \\ b_2 & b_2 & \dots & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_N & b_N & \dots & b_N \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Οπότε, επειδή ο \hat{A}_d αποτελεί μια διαταραχή βαθμού 1 του μοναδιαίου πίνακα, σύμφωνα με την πρόταση 2.4, έχει ιδιοτιμές το 1 (πολλαπλότητας $N - 1$) και το $1 - b/C$. Το 1 συνεπώς είναι σίγουρα ιδιοτιμή του πίνακα \hat{A}_d ανεξαρτήτως της επιλογής του b . Αυτός είναι και ο λόγος που για βηματική διαταραχή του φορτίου οι αποκλίσεις των εξερχόμενων ροών ισχύος κάθε περιοχής ΔP_{ti} δεν συγκλίνουν στο μηδέν, όπως θα επιβεβαιώσουμε στη συνέχεια. Τονίζουμε όμως ότι, επειδή η Δf ικανοποιεί την (4.30), η συνθήκη ευστάθειας $0 < b < 2C$ μας εξασφαλίζει ότι η Δf συγκλίνει στο μηδέν.

Θεωρούμε την περίπτωση βηματικής διαταραχής του φορτίου κάθε περιοχής, $\Delta L_i(k) = \Delta L_{i0} u(k)$, και υποθέτουμε ότι $0 < b < 2C$. Θέτουμε $\Delta L_0 = \sum_{j=1}^N \Delta L_{j0}$. Τότε, αντικαθιστώντας την (4.20) στην (4.9γ') και έπειτα στην (4.9δ'), αγνοώντας τη νεκρή ζώνη, λαμβάνουμε για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$:

$$\Delta G_i(k+1) = \Delta G_i(k) + \frac{b_i}{C} \left(1 - \frac{b}{C}\right)^k \Delta L_0, \quad k \in \{0, 1, 2, \dots\} \quad (4.37)$$

Επιλύοντας την παραπάνω εξίσωση διαφορών με αρχικές συνθήκες $\Delta G_i(0) = 0$, έχουμε για

$i \in \mathcal{A}$:

$$\Delta G_i(k) = \Delta L_0 \frac{b_i}{C} \sum_{j=0}^{k-1} \left(1 - \frac{b}{C}\right)^j = \Delta L_0 \frac{b_i}{C} \frac{1 - \left(1 - \frac{b}{C}\right)^k}{1 - \left(1 - \frac{b}{C}\right)} = \Delta L_0 \frac{b_i}{b} \left[1 - \left(1 - \frac{b}{C}\right)^k\right] \quad (4.38)$$

για κάθε $k \geq 1$. Επιπλέον, αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.20), (4.38) στη σχέση (4.9β'), προκύπτει για $i \in \mathcal{A}$:

$$\Delta P_{ii}(k) = \Delta L_0 \frac{b_i}{b} - \Delta L_{i0} + \Delta L_0 \left(\frac{C_i}{C} - \frac{b_i}{b}\right) \left(1 - \frac{b}{C}\right)^k \quad (4.39)$$

για κάθε $k \geq 1$. Επειδή έχουμε υποθέσει ότι $0 < b < 2C$, από τις σχέσεις (4.38) και (4.39) λαμβάνουμε για $k \rightarrow \infty$ για κάθε περιοχή $i \in \mathcal{A}$:

$$\Delta G_i^{ss} = \Delta L_0 \frac{b_i}{b} \quad \text{και} \quad \Delta P_{ii}^{ss} = \Delta L_0 \frac{b_i}{b} - \Delta L_{i0} \quad (4.40)$$

Επομένως, παρατηρούμε ότι η ΔG_i συγκλίνει στο ποσοστό της συνολικής διαταραχής φορτίου που της αναλογεί, το οποίο εξαρτάται από την επιλογή του συντελεστή πόλωσης. Αυτό σημαίνει ότι σε όποια περιοχή και αν συμβεί μια βηματική διαταραχή του φορτίου τότε η κάθε περιοχή θα επιβαρυνθεί την κάλυψη ενός μέρους της διαταραχής. Όσο μεγαλύτερο συντελεστή πόλωσης έχει επιλέξει σε σύγκριση με τις υπόλοιπες περιοχές, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η επιβάρυνση. Συνεπώς, επειδή σε κάθε περιοχή η παραγωγή της δεν συγκλίνει στην τοπική ζήτησή της, οι εξαγόμενες ροές ισχύος δεν συγκλίνουν στις προγραμματιζόμενες τιμές τους. Το μόνιμο σφάλμα εξαγωγών κάθε περιοχής $i \in \mathcal{A}$, σύμφωνα με τη σχέση (4.40), είναι ίσο με $\Delta L_0 b_i/b - \Delta L_{i0}$. Το σφάλμα αυτό γίνεται ίσο με μηδέν μόνο στην ειδική περίπτωση που $b_i/b = \Delta L_{i0}/\Delta L_0$, δηλαδή όταν το ποσοστό της διαταραχής του φορτίου της περιοχής ως προς τη συνολική ισούται με το ποσοστό του συντελεστή πόλωσης της ως προς τον συνολικό. Στη γενική περίπτωση όμως που η διαταραχή του φορτίου κάθε περιοχής μπορεί να είναι οποιαδήποτε, ο επίπεδος έλεγχος συχνότητας από όλες τις περιοχές ελέγχου δεν ρυθμίζει τις εξαγόμενες ροές ισχύος, παρά μόνο τη συχνότητα.

4.5 Σύστημα δύο περιοχών με διαφορετικό επίπεδο έλεγχο

Σε αυτήν την ενότητα εξετάζουμε την περίπτωση ενός συστήματος δύο περιοχών ελέγχου, εκ των οποίων η μία εφαρμόζει επίπεδο έλεγχο συχνότητας και η άλλη επίπεδο έλεγχο διασύνδεσης. Όπως θα δείξουμε στη συνέχεια, είναι εφικτή και η ρύθμιση της συχνότητας και της διασύνδεσης με κατάλληλη επιλογή του συντελεστή πόλωσης. Επίσης, θα δοθούν απαντήσεις σε δύο ερωτήματα με κριτήριο την καλύτερη απόκριση της συχνότητας: (α) Ποια περιοχή από τις δύο πρέπει να εφαρμόζει τον επίπεδο έλεγχο συχνότητας και ποια τον επίπεδο έλεγχο της διασύνδεσης; (β) Ποια είναι η βέλτιστη τιμή του συντελεστή πόλωσης της περιοχής που εφαρμόζει επίπεδο έλεγχο συχνότητας;

Για την ανάλυση που ακολουθεί, υποθέτουμε ότι η περιοχή 1 εφαρμόζει επίπεδο έλεγχο συχνότητας και η περιοχή 2 επίπεδο έλεγχο διασύνδεσης. Τότε, έχουμε:

$$ACE_1(k) = b_1 \Delta f(k) \quad (4.41\alpha')$$

$$ACE_2(k) = \Delta P_{t2}(k) \quad (4.41\beta')$$

Επίσης, η νεκρή ζώνη δεν λαμβάνεται υπόψη στην ανάλυση αυτής της ενότητας.

4.5.1 Εξίσωση διαφορών συχνότητας

Όπως και στις προηγούμενες ενότητες, ξεκινάμε με τον προσδιορισμό της εξίσωσης διαφορών της Δf . Αθροίζοντας τις (4.9δ), αγνοώντας τη νεκρή ζώνη, για τις δύο περιοχές και χρησιμοποιώντας τις (4.41), λαμβάνουμε:

$$\sum_{j=1}^2 \Delta G_j(k+1) = \sum_{j=1}^2 \Delta G_j(k) - b_1 \Delta f(k+1) - \Delta P_{t2}(k+1) \quad (4.42)$$

Η παραπάνω γράφεται με αντικατάσταση των $\sum_{j=1}^2 \Delta G_j(k+1)$ και $\sum_{j=1}^2 \Delta G_j(k)$ από τη σχέση (4.29):

$$\Delta f(k+2) = \left(1 - \frac{b_1}{C}\right) \Delta f(k+1) - \frac{1}{C} \Delta P_{t2}(k+1) - \frac{1}{C} \left(\sum_{j=1}^2 \Delta L_j(k+1) - \sum_{j=1}^2 \Delta L_j(k) \right) \quad (4.43)$$

όπου $C = C_1 + C_2$. Απομένει να εκφράσουμε το $\Delta P_{t2}(k+1)$ συναρτήσει της απόκλισης της συχνότητας και της διαταραχής του φορτίου. Η σχέση (4.9β') γράφεται για την περιοχή 2:

$$\Delta P_{t2}(k+1) = -C_2 \Delta f(k+1) + \Delta G_2(k) - \Delta L_2(k) \quad (4.44)$$

Επίσης, η σχέση (4.9δ') γράφεται για την περιοχή 2:

$$\begin{aligned} \Delta G_2(k+1) &= \Delta G_2(k) - \Delta P_{t2}(k+1) \\ \text{ή } \Delta P_{t2}(k+1) &= \Delta G_2(k) - \Delta G_2(k+1) \end{aligned} \quad (4.45)$$

Αντικαθιστώντας την (4.45) στην (4.44), έχουμε:

$$\Delta G_2(k+1) = C_2 \Delta f(k+1) + \Delta L_2(k) \quad (4.46)$$

Επομένως, η (4.44) γράφεται με αντικατάσταση της (4.46):

$$\Delta P_{t2}(k+1) = -C_2 \Delta f(k+1) + C_2 \Delta f(k) + \Delta L_2(k-1) - \Delta L_2(k) \quad (4.47)$$

Συνεπώς, η αρχική εξίσωση (4.43) γράφεται με αντικατάσταση του $\Delta P_{t2}(k+1)$ από την (4.47):

$$\begin{aligned} \Delta f(k+2) &= \left(1 - \frac{b_1 - C_2}{C}\right) \Delta f(k+1) - \frac{C_2}{C} \Delta f(k) \\ &\quad - \frac{1}{C} \left(\Delta L_2(k-1) - \Delta L_2(k) + \sum_{j=1}^2 \Delta L_j(k+1) - \sum_{j=1}^2 \Delta L_j(k) \right) \end{aligned} \quad (4.48)$$

Άρα, η Δf ικανοποιεί μια εξίσωση διαφορών δεύτερης τάξης. Η χαρακτηριστική της εξίσωση είναι:

$$z^2 - \left(1 - \frac{b_1 - C_2}{C}\right)z + \frac{C_2}{C} = 0 \quad (4.49)$$

Αν όλες οι ρίζες της είναι εντός του μοναδιαίου κύκλου, τότε για βηματική διαταραχή του φορτίου η Δf συγκλίνει στο μηδέν καθώς $k \rightarrow \infty$. Επίσης, σύμφωνα με τη σχέση (4.47) και η ΔP_{t2} συγκλίνει στο μηδέν. Επομένως, επιτυγχάνεται ρύθμιση και της συχνότητας και της διασύνδεσης.

Σε αυτό το σημείο σημειώνουμε ότι, επειδή ο πίνακας \hat{A}_d είναι διάστασης 2 (αφού το σύστημα είναι 2 περιοχών) και η χαρακτηριστική εξίσωση που ικανοποιεί η Δf είναι δεύτερης τάξης, αναμένουμε η χαρακτηριστική εξίσωση του πίνακα \hat{A}_d να είναι η ίδια με την (4.49). Αυτόν τον ισχυρισμό αποδεικνύουμε στην επόμενη παράγραφο.

4.5.2 Συνθήκη ευστάθειας

Ο πίνακας \hat{A}_d είναι στην περίπτωση μας:

$$\hat{A}_d = \begin{bmatrix} 1 - \frac{b_1}{C} & -\frac{b_1}{C} \\ \frac{C_2}{C} & \frac{C_2}{C} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμό του είναι:

$$p_1(z) = \det(zI_2 - A_{dd}) = z^2 - \left(1 - \frac{b_1 - C_2}{C}\right)z + \frac{C_2}{C} \quad (4.51)$$

Επομένως, πράγματι η χαρακτηριστική εξίσωση του \hat{A}_d είναι η ίδια με τη χαρακτηριστική εξίσωση της εξίσωσης διαφορών της Δf .

Για να προσδιορίσουμε τη συνθήκη ευστάθειας του συστήματος, θα χρησιμοποιήσουμε τον διγραμμικό μετασχηματισμό [24]:

$$z = \frac{s+1}{s-1} \quad (4.52)$$

ο οποίος απεικονίζει τον ανοιχτό μοναδιαίο δίσκο στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο. Τότε, η χαρακτηριστική εξίσωση (4.49) με την εφαρμογή του διγραμμικού μετασχηματισμού γράφεται:

$$b_1 s^2 + 2C_1 s + 2(C + C_2) - b_1 = 0 \quad (4.53)$$

Επομένως, σύμφωνα με το κριτήριο ευστάθειας του Routh (για δεύτερης τάξης πολυώνυμο πρέπει όλοι οι συντελεστές του να είναι ομόσημοι) [30], έχουμε την εξής συνθήκη ευστάθειας:

$$0 < b_1 < 2(C + C_2) \quad (4.54)$$

Σύμφωνα με την παραπάνω συνθήκη, ο συντελεστής πόλωσης της περιοχής που εφαρμόζει επίπεδο έλεγχο συχνότητας πρέπει να είναι θετικός και μικρότερος από το διπλάσιο του αθροίσματος της συνολικής ρυθμίζουσας ενέργειας και της ρυθμίζουσας ενέργειας της περιοχής που εφαρμόζει επίπεδο έλεγχο διασύνδεσης.

Η παραπάνω συνθήκη είναι πιο χαλαρή σε σχέση με τη συνθήκη ευστάθειας των προηγούμενων περιπτώσεων, αφού το άνω όριο του συντελεστή πόλωσης είναι το $2(C + C_2) > 2C$. Επιπλέον, εφόσον ικανοποιείται η συνθήκη, εξασφαλίζεται σύγκλιση και της Δf και της $\Delta P_{t1} = -\Delta P_{t2}$ στο μηδέν για βηματική διαταραχή του φορτίου, αφού όλες οι ιδιοτιμές του συστήματος είναι εντός του μοναδιαίου κύκλου.

4.5.3 Γεωμετρικός τόπος ριζών

Με στόχο να δώσουμε απαντήσεις στα δύο ερωτήματα που τέθηκαν στην αρχή της ενότητας αυτής, θα σχεδιάσουμε τον γεωμετρικό τόπο των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης (4.49) με παράμετρο τον συντελεστή πόλωσης $b_1 > 0$.

Αρχικά, γράφουμε την (4.49) στη μορφή σχεδίασης του γεωμετρικού τόπου ριζών [30] με κέρδος το $b_1/C > 0$:

$$1 + \frac{b_1}{C} \frac{z}{(z-1)\left(z - \frac{C_2}{C}\right)} = 0 \quad (4.55)$$

Θέτουμε $r = C_2/C$. Η συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(z) = \frac{z}{(z-1)(z-r)} \quad (4.56)$$

έχει δύο πόλους, το 1 και το r , και ένα μηδενικό, το 0.

Όπως γνωρίζουμε, για θετικό κέρδος (όπως στην περίπτωση μας που $b_1/C > 0$), στον γεωμετρικό τόπο ριζών ανήκουν τα τμήματα του πραγματικού άξονα που βρίσκονται αριστερά από περιττό αριθμό πόλων ή μηδενικών [30]. Στην περίπτωση μας είναι τα τμήματα $(-\infty, 0)$ και $(r, 1)$. Συνεπώς, μας απομένει να προσδιορίσουμε τα τμήματα που βρίσκονται εκτός του πραγματικού άξονα. Γι' αυτό, θεωρούμε ένα σημείο του τόπου, έστω $z = a + j\beta$, με $\beta \neq 0$. Τότε, το σημείο αυτό ικανοποιεί την (4.56) και άρα την (4.49). Αντικαθιστώντας το στην (4.49) και λαμβάνοντας τις εξισώσεις για το πραγματικό και το φανταστικό μέρος, προκύπτει:

$$a^2 - \beta^2 + \left(\frac{b_1 - C_2}{C} - 1\right)a + \frac{C_2}{C} = 0 \quad (4.57\alpha)$$

$$2a\beta + \left(\frac{b_1 - C_2}{C} - 1\right)\beta = 0 \quad (4.57\beta)$$

Επειδή $\beta \neq 0$, η (4.57β) γράφεται:

$$\frac{b_1 - C_2}{C} - 1 = -2a \quad (4.58)$$

Αντικαθιστώντας την (4.58) στην (4.57α), παίρνουμε:

$$a^2 + \beta^2 = \frac{C_2}{C} = (\sqrt{r})^2 \quad (4.59)$$

Άρα, το τμήμα του γεωμετρικού τόπου ριζών εκτός του πραγματικού άξονα είναι κύκλος κέντρου 0 και ακτίνας \sqrt{r} . Τις τιμές του b_1 στα σημεία θλάσης, έστω b_{1bp} , μπορούμε εύκολα να τις προσδιορίσουμε από τις σχέσεις (4.58) και (4.59) για $\beta \rightarrow 0$. Πράγματι, αντικαθιστώντας τις δύο τιμές του $a = \pm \sqrt{C_2/C}$ που προκύπτουν από τη σχέση (4.59) για $\beta \rightarrow 0$ στη σχέση (4.58), λαμβάνουμε:

$$\frac{b_{1bp} - C_2}{C} - 1 = \mp 2\sqrt{\frac{C_2}{C}} \quad (4.60)$$

από την οποία προκύπτει ύστερα από πράξεις ότι:

$$b_{1bp} = \left(\sqrt{C} \mp \sqrt{C_2}\right)^2 \quad (4.61)$$

Επομένως, επειδή $b_{1bp} > 0$, ο κύκλος όντως ανήκει στον γεωμετρικό τόπο για $b_1 > 0$.

Επειδή $C_2 < C \Leftrightarrow r < 1 \Leftrightarrow \sqrt{r} < 1$, ο κύκλος βρίσκεται πάντα εντός του μοναδιαίου δίσκου. Συνεπώς, η κρίσιμη τιμή του b_1 , έστω b_{1cr} , πάνω από την οποία το σύστημα είναι ασταθές, προσδιορίζεται από τη σχέση:

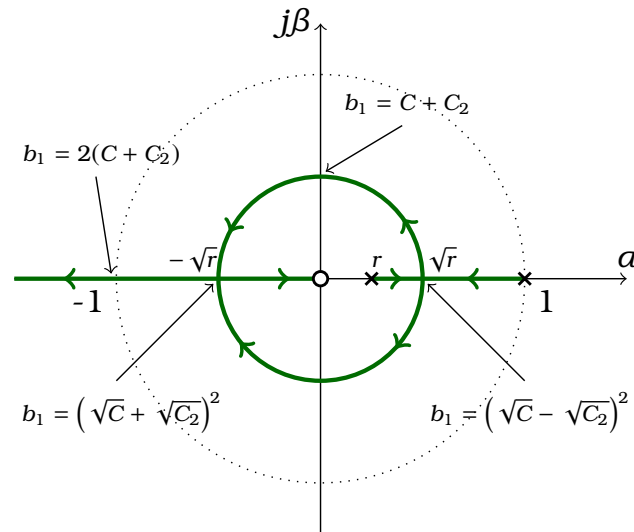
$$p_1(-1) = 0 \Leftrightarrow b_{1cr} = 2(C + C_2) \quad (4.62)$$

και, επαληθεύουμε συνεπώς τη συνθήκη ευστάθειας που προσδιορίσαμε στην προηγούμενη παράγραφο.

Τέλος, προσδιορίζουμε την τιμή του συντελεστή πόλωσης $b_1 > 0$, έστω b_{1im} , που ο γεωμετρικός τόπος των ριζών (ο κύκλος) τέμνει τον φανταστικό άξονα. Η τιμή αυτή προκύπτει από τη σχέση (4.58) για $a = 0$ και είναι η:

$$b_{1im} = C + C_2 \quad (4.63)$$

η οποία είναι ίση με το μισό της κρίσιμης τιμής b_{1cr} . Για $b_1 = b_{1im} = C + C_2$, σύμφωνα με την εξίσωση διαφορών (4.48), η $\Delta f(k)$ δεν εξαρτάται από την προηγούμενη τιμή της αλλά μόνο από την προ-προηγούμενη. Η εξίσωση διαφορών σε αυτήν την περίπτωση μπορεί να επιλυθεί



Σχήμα 4.3: Γεωμετρικός τόπος ριζών για $b_1 > 0$.

εύκολα θεωρώντας δύο εξισώσεις διαφορών, μία για τις άρτιες και μία για τις περιττές τιμές του k αντίστοιχα.

Λαμβάνοντας υπόψη την παραπάνω ανάλυση και ότι για θετικό κέρδος η κατεύθυνση αύξησης του b_1 είναι από τους πόλους προς τα μηδενικά, σχεδιάζουμε τον γεωμετρικό τόπο ριζών, ο οποίος απεικονίζεται στο σχήμα 4.3.

Παρατηρώντας προσεκτικά τον γεωμετρικό τόπο των ριζών, μπορούμε να απαντήσουμε το πρώτο ερώτημα που θέσαμε. Συγκεκριμένα, όσο πιο μεγάλο είναι το r , τόσο πιο κοντά είναι ο κύκλος του τόπου στον μοναδιαίο κύκλο. Δεδομένου ότι η μία ιδιοτιμή έχει μέτρο πάντα μεγαλύτερο ή ίσο της ακτίνας \sqrt{r} , αν το r είναι μεγάλο, τότε η μία ιδιοτιμή είναι πολύ κοντά στο μοναδιαίο κύκλο και, άρα, το σύστημα είναι αρκετά αργό. Συνεπώς, είναι σκόπιμο να επιλέξουμε το r όσο πιο μικρό γίνεται. Επειδή, όμως, $r = C_2/C$, γρηγορότερη απόκριση έχουμε όταν $C_2 \leq C_1$. Άρα, επίπεδο έλεγχο συχνότητας πρέπει να εφαρμόζει η περιοχή με τη μεγαλύτερη ρυθμίζουσα ενέργεια.

Σχετικά με το δεύτερο ερώτημα, αν θεωρήσουμε ως κριτήριο για γρήγορη απόκριση το μεγαλύτερο μέτρο ιδιοτιμής του συστήματος, δηλαδή της $\rho(\hat{A}_d)$, τότε βέλτιστη επιλογή για τον συντελεστή πόλωσης (για την οποία επιτυγχάνεται ελαχιστοποίηση της $\rho(\hat{A}_d)$) αποτελούν όλες οι τιμές του που δίνουν ρίζες πάνω στον κύκλο ακτίνας \sqrt{r} . Δηλαδή:

$$(\sqrt{C} - \sqrt{C_2})^2 \leq b_1 \leq (\sqrt{C} + \sqrt{C_2})^2 \quad (4.64)$$

4.5.4 Βέλτιστος συντελεστής πόλωσης

Η ελαχιστοποίηση της $\rho(\hat{A}_d)$ δεν λαμβάνει υπόψη το μέγεθος της εξάρτησης της απόκλισης της συχνότητας και της διασυνδεδειγμένης ροής ισχύος από κάθε ιδιοτιμή (δηλαδή τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα) και δεν δίνει μοναδική βέλτιστη επιλογή για τον συντελεστή πόλωσης. Με στόχο τον προσδιορισμό μιας μοναδικής βέλτιστης επιλογής που λαμβάνει υπόψη τα Δf και ΔP_{t2} , θα χρησιμοποιήσουμε δείκτες απόδοσης για αυτά τα σήματα, όπως και στις προηγούμενες παραγράφους. Συγκεκριμένα, θα χρησιμοποιήσουμε τον δείκτη απόδοσης της (4.23), ο οποίος λαμβάνει υπόψη μόνο την απόκλιση συχνότητας, και τον:

$$J_t(b_1) = \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\Delta f^2(k) + \frac{1}{C_2^2} \Delta P_{t2}^2(k) \right) \quad (4.65)$$

που λαμβάνει υπόψη την απόκλιση και της συχνότητας και της διασυνδετικής ροής ισχύος. Ο όρος ΔP_{t2}^2 διαιρείται με τον όρο C_2^2 ώστε να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τον όρο Δf^2 (βλ. σχέση (4.47)).

Όπως είδαμε προηγουμένως, ο διαφορετικός επίπεδος έλεγχος έχει νόημα κυρίως όταν $C_1 \gg C_2$. Μεγαλύτερη ρυθμίζουσα ενέργεια σημαίνει συνήθως στην πράξη μεγαλύτερη εγκατεστημένη ισχύ, η οποία συνεπάγεται και μεγαλύτερο φορτίο. Συνεπώς, είναι εύλογο να υποθέσουμε ότι οι διαταραχές του φορτίου της περιοχής 1 είναι αρκετά μεγαλύτερες από αυτές της περιοχής 2. Κάτω από αυτή την υπόθεση, θεωρούμε την περίπτωση βηματικής διαταραχής του φορτίου μόνο στην περιοχή 1, δηλαδή $\Delta L_1(k) = \Delta L_{10} u_s(k)$. Επίσης, υποθέτουμε μηδενική αρχική συνθήκη για την απόκλιση της συχνότητας, δηλαδή $\Delta f(0) = 0$. Τότε, η λύση της εξίσωσης διαφορών (4.48) γράφεται:

$$\Delta f(k) = \begin{cases} -\frac{\Delta L_{01}}{C} & , \text{αν } k = 1 \\ -\frac{\Delta L_{01}}{C} \frac{\hat{\eta}_1^k - \hat{\eta}_2^k}{\hat{\eta}_1 - \hat{\eta}_2} & , \text{αν } k \in \{2, 3, \dots\} \end{cases} \quad (4.66)$$

Οι $\hat{\eta}_1$ και $\hat{\eta}_2$ αποτελούν τις ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης (4.49). Στην περίπτωση που $\hat{\eta}_1 = \hat{\eta}_2 = \hat{\eta}$, για $k \geq 2$ υπολογίζουμε $\Delta f(k) = -\frac{\Delta L_{01}}{C} k \hat{\eta}^{k-1}$ με χρήση του κανόνα του l'Hospital.

Αρχίζουμε με τον προσδιορισμό του βέλτιστου b_1 που ελαχιστοποιεί τον δείκτη απόδοσης (4.23). Αν ικανοποιείται η συνθήκη ευστάθειας $0 < b_1 < 2(C + C_2)$, τότε ο δείκτης απόδοσης (4.23) γράφεται:

$$\begin{aligned} J(b_1) &= \Delta f^2(0) + \sum_{k=1}^{+\infty} \Delta f^2(k) = \sum_{k=0}^{+\infty} \left(-\frac{\Delta L_{01}}{C} \frac{\hat{\eta}_1^k - \hat{\eta}_2^k}{\hat{\eta}_1 - \hat{\eta}_2} \right)^2 = \\ &= \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{1}{(\hat{\eta}_1 - \hat{\eta}_2)^2} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} (\hat{\eta}_1^2)^k + \sum_{k=0}^{+\infty} (\hat{\eta}_2^2)^k - 2 \sum_{k=0}^{+\infty} (\hat{\eta}_1 \hat{\eta}_2)^k \right) = \\ &= \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{1}{(\hat{\eta}_1 - \hat{\eta}_2)^2} \left(\frac{1}{1 - \hat{\eta}_1^2} + \frac{1}{1 - \hat{\eta}_2^2} - \frac{2}{1 - \hat{\eta}_1 \hat{\eta}_2} \right) = \\ &= \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{1}{(\hat{\eta}_1^2 + \hat{\eta}_2^2) - 2(\hat{\eta}_1 \hat{\eta}_2)} \left(\frac{2 - (\hat{\eta}_1^2 + \hat{\eta}_2^2)}{1 - (\hat{\eta}_1^2 + \hat{\eta}_2^2) + (\hat{\eta}_1 \hat{\eta}_2)^2} - \frac{2}{1 - (\hat{\eta}_1 \hat{\eta}_2)} \right) \end{aligned} \quad (4.67)$$

Αν θέσουμε $\tau = 1 - (b_1 - C_2)/C$ και $r = C_2/C$, τότε είναι γνωστό ότι $\hat{\eta}_1 \hat{\eta}_2 = r$, $\hat{\eta}_1 + \hat{\eta}_2 = \tau$ και $\hat{\eta}_1^2 + \hat{\eta}_2^2 = \tau^2 - 2r$. Συνεπώς, ο δείκτης απόδοσης γράφεται ως συνάρτηση του τ (το r δεν εξαρτάται από το b_1):

$$\begin{aligned} J(\tau) &= \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{1}{\tau^2 - 4r} \left(\frac{\tau^2 - 2(r+1)}{\tau^2 - (r+1)^2} - \frac{2}{1-r} \right) = \\ &= \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{1+r}{1-r} \frac{1}{(r+1)^2 - \tau^2} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι $r < 1$, η παραπάνω συνάρτηση ελαχιστοποιείται για $\tau = 0 \Leftrightarrow b_1 = C + C_2$, δηλαδή στην περίπτωση των φανταστικών ιδιοτιμών.

Στη συνέχεια, προσδιορίζουμε τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης b_1 που ελαχιστοποιεί τον δείκτη απόδοσης (4.65). Αντικαθιστώντας τη σχέση (4.66) στην (4.47), έχουμε:

$$\begin{aligned} \Delta P_{t2}(k) &= -\frac{C_2 \Delta L_{01}}{C} \left(-\frac{\hat{\eta}_1^k - \hat{\eta}_2^k}{\hat{\eta}_1 - \hat{\eta}_2} + \frac{\hat{\eta}_1^{k-1} - \hat{\eta}_2^{k-1}}{\hat{\eta}_1 - \hat{\eta}_2} \right) = \\ &= -\frac{C_2}{C} \frac{\Delta L_{01}}{\hat{\eta}_1 - \hat{\eta}_2} \left(\hat{\eta}_1^{k-1} (1 - \hat{\eta}_1) - \hat{\eta}_2^{k-1} (1 - \hat{\eta}_2) \right) \end{aligned} \quad (4.69)$$

για $k \geq 1$. Οπότε :

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^{+\infty} \Delta P_{t2}(k) &= \frac{C_2^2}{C^2} \frac{\Delta L_{01}^2}{(\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2)^2} \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\hat{\rho}_1^{k-1}(1 - \hat{\rho}_1) - \hat{\rho}_2^{k-1}(1 - \hat{\rho}_2) \right)^2 = \\
 &= \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{C_2^2}{(\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2)^2} \left[\frac{(1 - \hat{\rho}_1)^2}{1 - \hat{\rho}_1^2} + \frac{(1 - \hat{\rho}_2)^2}{1 - \hat{\rho}_2^2} - \frac{2(1 - \hat{\rho}_1)(1 - \hat{\rho}_2)}{1 - \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2} \right] = \\
 &= \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{C_2^2}{\tau^2 - 4r} \left[\frac{2(1 - r)}{1 + \tau + r} - \frac{2(1 - \tau + r)}{1 - r} \right] = \\
 &= \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{2C_2^2}{(1 - r)(1 + r + \tau)} \tag{4.70}
 \end{aligned}$$

Επομένως, ο δείκτης απόδοσης (4.65) γράφεται με αντικατάσταση των (4.68) και (4.70) ως συνάρτηση του τ :

$$J_t(\tau) = \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{3(1 + r) - 2\tau}{(1 - r)((1 + r)^2 - \tau^2)} \tag{4.71}$$

Η παράγωγος του δείκτη απόδοσης είναι:

$$J'_t(\tau) = - \left(\frac{\Delta L_{01}}{C} \right)^2 \frac{2}{1 - r} \frac{\tau^2 - 3(1 + r)\tau + (1 + r)^2}{((1 + r)^2 - \tau^2)^2} \tag{4.72}$$

Από την παραπάνω, εύκολα προκύπτει ότι ο $J_t(\tau)$ ελαχιστοποιείται για :

$$\tau = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}(1 + r) \Leftrightarrow 1 - \frac{b_1 - C_2}{C} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \left(1 + \frac{C_2}{C} \right) \tag{4.73}$$

Επιλύοντας ως προς b_1 , η βέλτιστη επιλογή του συντελεστή πόλωσης είναι:

$$b_1 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}(C + C_2) \approx 0.618(C + C_2) \tag{4.74}$$

Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι η εμφάνιση της γνωστής σταθεράς της χρυσής τομής $\phi = 1/(\phi - 1)$ στον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης, αφού $b_1 = (C + C_2)/\phi$.

4.6 Αριθμητικό παράδειγμα

Κλείνουμε το κεφάλαιο αυτό με ένα αριθμητικό παράδειγμα, του οποίου τα περισσότερα δεδομένα βασίζονται στο παράδειγμα 11.3 του [3].

Θεωρούμε ένα ΣΗΕ δύο διασυνδεδεμένων περιοχών ελέγχου ονομαστικής συχνότητας $f_N = 60$ Hz. Η εγκατεστημένη ισχύς της περιοχής 1 είναι $P_{\text{εγκ1}} = 20000$ MW και της περιοχής 2 είναι $P_{\text{εγκ2}} = 42000$ MW. Το πρόγραμμα της διασύνδεσης είναι μεταφορά 1000 MW από την περιοχή 2 στην περιοχή 1. Η ισοδύναμη χαρακτηριστική στατισμού κάθε περιοχής είναι $R = 5\%$. Η αυτορρύθμιση του φορτίου κάθε περιοχής είναι $D = 1$ αμ. Η περίοδος δειγματοληψίας της δευτερεύουσας ρύθμισης είναι $T_s = 15$ s, η οποία θεωρούμε ότι είναι αρκετά μεγαλύτερη από την κυρίαρχη σταθερά χρόνου της πρωτεύουσας ρύθμισης. Η νεκρή ζώνη της δευτερεύουσας ρύθμισης είναι 20 MW για κάθε περιοχή ελέγχου. Τα δεδομένα του συστήματος φαίνονται και στον πίνακα 4.1.

Θεωρούμε το σημείο λειτουργίας του συστήματος στο οποίο η παραγωγή και το φορτίο της περιοχής 1 είναι $P_{10} = 19000$ MW και $L_{10} = 20000$ MW αντίστοιχα, η παραγωγή και το φορτίο της περιοχής 2 είναι $P_{20} = 41000$ MW και $L_{20} = 40000$ MW αντίστοιχα και η διασυνδεδετική ροή ισχύος ισούται με την προγραμματισμένη τιμή της, δηλαδή έχουμε $P_{t20} = -P_{t10} = 1000$ MW. Υποθέτουμε ότι η εφεδρεία των 1000 MW κάθε περιοχής είναι στρεφόμενη

Περιοχή 1	Περιοχή 2	Διασύνδεση
$P_{εγκ1} = 20000 \text{ MW}$ $R_1 = 5 \%$ $D_1 = 1 \text{ αμ}$ $\epsilon_{d1} = 20 \text{ MW}$	$P_{εγκ2} = 42000 \text{ MW}$ $R_2 = 5 \%$ $D_2 = 1 \text{ αμ}$ $\epsilon_{d2} = 20 \text{ MW}$	$P_{210} = 1000 \text{ MW}$ $f_N = 60 \text{ Hz}$ $T_s = 15 \text{ s}$

Πίνακας 4.1: Δεδομένα συστήματος δύο περιοχών ελέγχου.

και ότι όλες οι μονάδες στις οποίες έχει κατανεμηθεί συμμετέχουν στη δευτερεύουσα ρύθμιση φορτίου-συχρότητας.

Στο παράδειγμα αυτό, θα μελετήσουμε τη χρονική απόκριση του συστήματος διακριτού χρόνου για (α') μια βηματική μεταβολή $+700 \text{ MW}$ του φορτίου στην περιοχή 2 ($\Delta L_2(k) = 700u_s(k) \text{ MW}$) και για μια βηματική μεταβολή του φορτίου $+400 \text{ MW}$ στην περιοχή 1 ($\Delta L_1(k) = 400u_s(k) \text{ MW}$). Θεωρούμε τις εξής δύο περιπτώσεις: (1) Σύνθετος έλεγχος με συντελεστή πόλωσης και από τις δύο περιοχές για διάφορες επιλογές του συντελεστή πόλωσης και (2) διαφορετικός επίπεδος έλεγχος των δύο περιοχών επίσης για διάφορες επιλογές του συντελεστή πόλωσης (επίπεδο έλεγχο συχνότητας εφαρμόζει η περιοχή 2 διότι $C_2 > C_1$). Για τους απαραίτητους υπολογισμούς, επιλέγουμε κοινή βάση ισχύος για όλο το διασυνδεδεμένο σύστημα $P_B = 20000 \text{ MW}$. Σημειώνεται ότι η επιπρόσθετη αυτορρύθμιση που οφείλεται στη διαταραχή του φορτίου θεωρείται αμελητέα και δε λαμβάνεται υπόψη.

4.6.1 Υπολογισμός ρυθμιζουσας ενέργειας κάθε περιοχής

Σε MW/Hz , η ρυθμιζουσα ενέργεια κάθε περιοχής είναι:

$$C_1 = \frac{1}{R_1} \frac{P_{εγκ1}}{f_N} + D_1 \frac{L_{10}}{f_N} = \left(\frac{1}{0.05} \cdot \frac{20000}{60} + 1 \cdot \frac{20000}{60} \right) \text{ MW/Hz} = 7000 \text{ MW/Hz}$$

$$C_2 = \frac{1}{R_2} \frac{P_{εγκ2}}{f_N} + D_2 \frac{L_{20}}{f_N} = \left(\frac{1}{0.05} \cdot \frac{42000}{60} + 1 \cdot \frac{40000}{60} \right) \text{ MW/Hz} = 14667 \text{ MW/Hz}$$

Επομένως, σε αμ είναι:

$$C_1 = 7000 \frac{60}{20000} = 21 \text{ αμ}$$

$$C_2 = 14667 \frac{60}{20000} = 44 \text{ αμ}$$

Η συνολική ρυθμιζουσα ενέργεια του διασυνδεδεμένου συστήματος είναι:

$$C = C_1 + C_2 = 21 + 44 = 65 \text{ αμ}$$

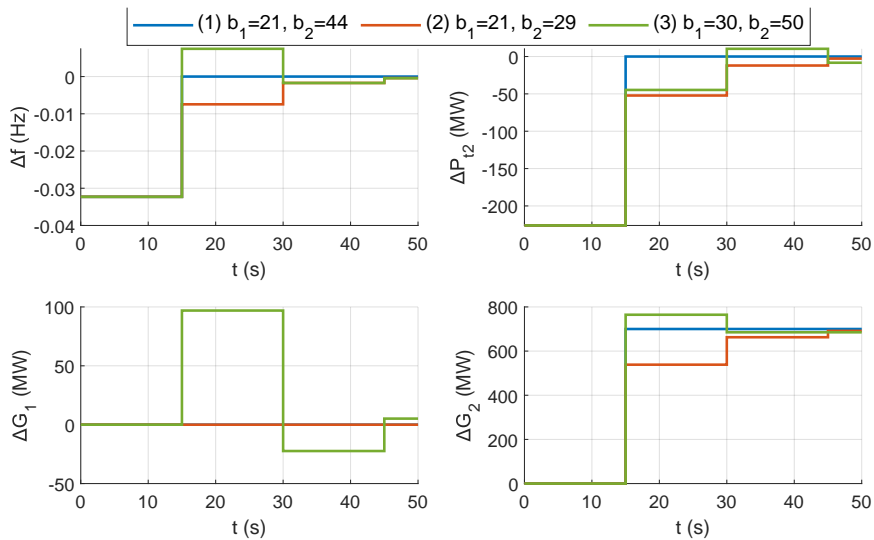
4.6.2 Σύνθετος έλεγχος με συντελεστή πόλωσης και από τις δύο περιοχές

Για κάθε περίπτωση διαταραχής του φορτίου (α') και (β') προσομοιώνουμε το σύστημα για τις εξής τρεις περιπτώσεις επιλογών των συντελεστών πόλωσης κάθε περιοχής:

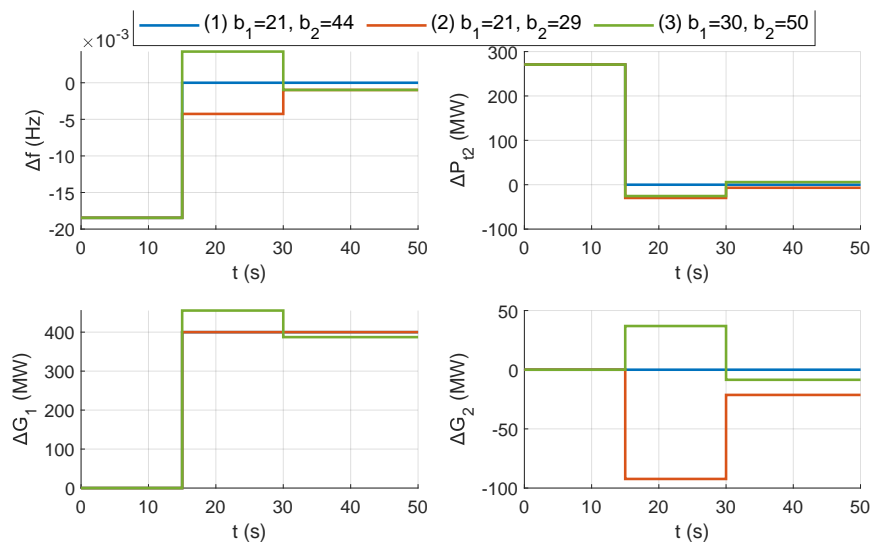
(1) $b_1 = 21 \text{ αμ}$ (7000 MW/Hz) και $b_2 = 44 \text{ αμ}$ (14667 MW/Hz), δηλαδή $b_1 = C_1$ και $b_2 = C_2$.

(2) $b_1 = 21 \text{ αμ}$ (7000 MW/Hz) και $b_2 = 29 \text{ αμ}$ (9667 MW/Hz), δηλαδή $b_1 = C_1$ και $b_2 < C_2$.

- (3) $b_1 = 30$ αμ (10000 MW/Hz) και $b_2 = 50$ αμ (16667 MW/Hz), δηλαδή $b_1 > C_1$ και $b_2 > C_2$.



Σχήμα 4.4: Χρονική απόκριση συστήματος διακριτού χρόνου για σύνθετο έλεγχο με συντελεστές πόλωσης και από τις δύο περιοχές στην περίπτωση βηματικής μεταβολής +700 MW του φορτίου της περιοχής 2.



Σχήμα 4.5: Χρονική απόκριση συστήματος διακριτού χρόνου για σύνθετο έλεγχο με συντελεστές πόλωσης και από τις δύο περιοχές στην περίπτωση βηματικής μεταβολής +400 MW του φορτίου της περιοχής 1.

Στο σχήμα 4.4 απεικονίζονται η απόκλιση της συχνότητας Δf σε Hz, η απόκλιση της ροής ενεργού ισχύος από την περιοχή 2 στην περιοχή 1 ΔP_{t2} σε MW και οι $\Delta G_1, \Delta G_2$ σε MW για τις τρεις περιπτώσεις της βηματικής μεταβολής του φορτίου στην περιοχή 2 (περίπτωση (α')). Στο σχήμα 4.5 απεικονίζονται τα ίδια μεγέθη για τις τρεις περιπτώσεις της βηματικής μεταβολής του φορτίου στην περιοχή 1 (περίπτωση (β')). Σημειώνεται ότι, για το χρονικό διάστημα μεταξύ kT_s και $(k+1)T_s$, οι τιμές των Δf και ΔP_{t2} είναι αυτές της χρονικής στιγμής $(k+1)T_s$ (λόγω της πολύ γρήγορης απόκρισης της πρωτεύουσας ρύθμισης σε σχέση με την

περίοδο δειγματοληψίας της δευτερεύουσας) ενώ οι τιμές των ΔG_1 και ΔG_2 είναι αυτές της χρονικής στιγμής kT_s .

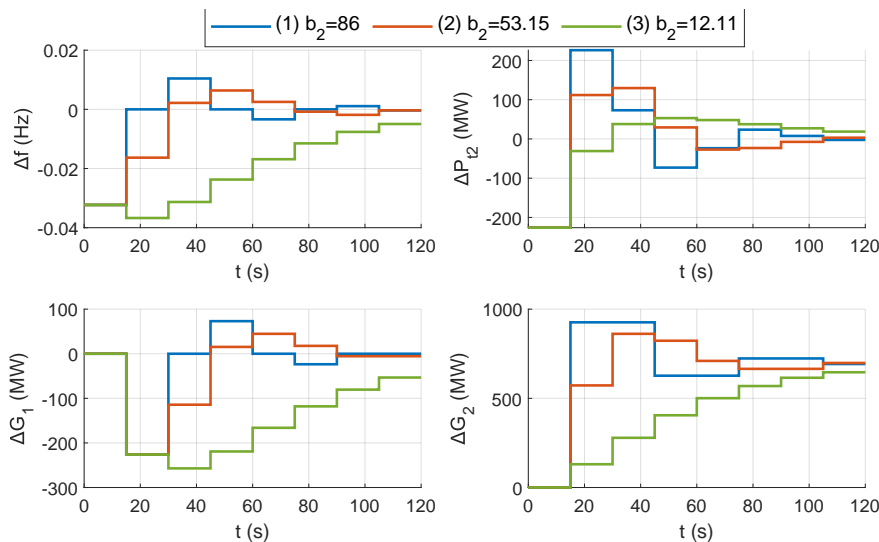
(α') *Βηματική μεταβολή φορτίου στην περιοχή 2:* Στην περίπτωση 1 επιβεβαιώνουμε ότι έχουμε επιλέξει βέλτιστα τους συντελεστές πόλωσης. Σε ένα βήμα της δευτερεύουσας ρύθμισης το σύστημα έχει καταλήξει στο νέο σημείο ισορροπίας. Στην περίπτωση 2, απαιτούνται τρία βήματα μέχρι το σύστημα να καταλήξει στη μόνιμη κατάσταση. Η απόκλιση της συχνότητας τείνει μονότονα (αυξανόμενη) προς το μηδέν ύστερα από τη διαταραχή, αφού $b = b_1 + b_2 = 50 < C$. Επειδή $b_1 = C_1$, η ΔG_1 δεν μεταβάλλεται καθόλου (αφού δεν διαταράσσεται το δικό της φορτίο). Τέλος, στην περίπτωση 3 χρειάζονται επίσης 3 βήματα για να καταλήξει το σύστημα σε ισορροπία. Η Δf παρουσιάζει ταλαντωτική συμπεριφορά και υπερακόντιση αφού $b = b_1 + b_2 = 80 > C$. Παρόλο που η διαταραχή γίνεται μόνο στην περιοχή 2, η περιοχή 1 μεταβάλλει την παραγωγή της επειδή $b_1 \neq C_1$. Σημειώνουμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις το σύστημα ισορροπεί όταν τα ΣΕΠ και των δύο περιοχών βρεθούν εντός νεκρής ζώνης.

(β') *Βηματική μεταβολή φορτίου στην περιοχή 1:* Οι παρατηρήσεις είναι ανάλογες με αυτές του (α), με τη βασική διαφορά ότι η ΔG_1 συγκλίνει στη μεταβολή του φορτίου της αντί για τη ΔG_2 .

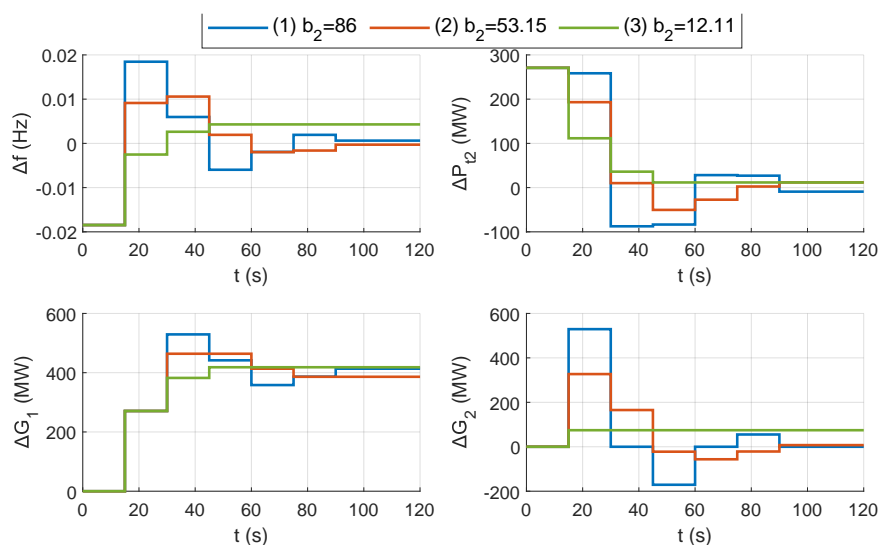
4.6.3 Διαφορετικός επίπεδος έλεγχος

Για κάθε περίπτωση διαταραχής του φορτίου (α') και (β') προσομοιώνουμε το σύστημα για τις εξής τρεις περιπτώσεις επιλογών του συντελεστή πόλωσης της περιοχής 2:

- (1) $b_2 = C + C_1 = 65 + 21 = 86$ αμ (28667 MW/Hz) (βέλτιστη επιλογή για τον δείκτη απόδοσης (4.23)).
- (2) $b_2 = 0.618(C + C_1) = 53.15$ αμ (17717 MW/Hz) (βέλτιστη επιλογή για τον δείκτη απόδοσης (4.65)).
- (3) $b_2 = (\sqrt{C} - \sqrt{C_1})^2 = 12.11$ αμ (4036 MW/Hz) (διπλή πραγματική θετική ιδιοτιμή).



Σχήμα 4.6: Χρονική απόκριση συστήματος διακριτού χρόνου για διαφορετικό επίπεδο έλεγχος από κάθε περιοχή στην περίπτωση βηματικής μεταβολής +700 MW του φορτίου της περιοχής 2.



Σχήμα 4.7: Χρονική απόκριση συστήματος διακριτού χρόνου για διαφορετικό επίπεδο έλεγχο από κάθε περιοχή στην περίπτωση βηματικής μεταβολής +400 MW του φορτίου της περιοχής 1.

Και στις τρεις περιπτώσεις τα μέτρα των ιδιοτιμών είναι ίσα με $\sqrt{C_1/C} = 0.568$. Ωστόσο, λόγω της διαφορετικής φάσης τους, σε κάθε περίπτωση παρουσιάζεται σημαντικά διαφορετική απόκριση, το οποίο θα διαπιστώσουμε στη συνέχεια. Η χρονική απόκριση του συστήματος διακριτού χρόνου (α') για βηματική διαταραχή +700 MW του φορτίου της περιοχής 2 φαίνεται στο σχήμα 4.6 και (β') για βηματική διαταραχή +400 MW του φορτίου της περιοχής 1 στο σχήμα 4.7.

(α') Βηματική μεταβολή φορτίου στην περιοχή 2: Παρατηρούμε ότι η απόκριση της Δf και της ΔP_{12} είναι προσεγγιστικά το ίδιο γρήγορες για τις περιπτώσεις 1 και 2. Στην περίπτωση 1 ελαχιστοποιείται ο δείκτης απόδοσης (4.23), ο οποίος λαμβάνει υπόψη μόνο την Δf . Οι τιμές της Δf για όλα τα άρτια k είναι μηδέν λόγω των φανταστικών ιδιοτιμών και της βηματικής μεταβολής που συμβαίνει στην περιοχή 2 (περιοχή που εφαρμόζει τον επίπεδο έλεγχο συχνότητας). Ωστόσο, η ΔP_{12} παρουσιάζει έντονες μεταβολές αρχικά. Στην περίπτωση 2 ελαχιστοποιείται ο δείκτης απόδοσης (4.65), ο οποίος λαμβάνει υπόψη και την Δf και την ΔP_{12} . Για τον λόγο αυτό, παρατηρούμε ότι οι αποκρίσεις των Δf και ΔP_{12} είναι πιο ομαλές σε σχέση με αυτές της περίπτωσης 1. Η ΔP_{12} απομακρύνεται λιγότερο από το μηδέν στα πρώτα χρονικά διαστήματα. Η περίπτωση 3 δίνει αρκετά πιο αργές αποκρίσεις σε σύγκριση με τις προηγούμενες.

(β') Βηματική μεταβολή φορτίου στην περιοχή 1: Αρχικά, τονίζουμε ότι οι επιλογές του συντελεστή πόλωσης για τις δύο πρώτες περιπτώσεις δεν είναι βέλτιστες για τους δείκτες απόδοσης (4.23) και (4.65) αντίστοιχα, διότι η βηματική μεταβολή γίνεται στην περιοχή που εφαρμόζει τον επίπεδο έλεγχο της διασύνδεσης. Στην περίπτωση 1, οι αποκρίσεις και της Δf και της ΔP_{12} είναι αρκετά επιθετικές. Οι τιμές τους στα πρώτα χρονικά διαστήματα απομακρύνονται περισσότερο από το 0 σε σύγκριση με τις δύο άλλες περιπτώσεις. Στην περίπτωση 2, η απόκριση της Δf είναι πιο γρήγορη σε σύγκριση με αυτήν της περίπτωσης 3. Το αντίθετο συμβαίνει για την απόκριση της ΔP_{12} , η οποία είναι πιο γρήγορη στην περίπτωση 3 από αυτήν της περίπτωσης 2. Συνεπώς, με μια τιμή του b_2 μεταξύ των 12.11 αμ και 53.15 αμ εξασφαλίζεται καλή απόκριση και για την απόκλιση της συχνότητας και για την απόκλιση της διασυνδετικής ροής ισχύος.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι διαταραχές του φορτίου γίνονται και στις δύο περιοχές, σύμφωνα με τα παραπάνω η καλύτερη επιλογή του συντελεστή πόλωσης φαίνεται να είναι ελαφρώς μικρότερη από την επιλογή $b_2 = 0.618(C + C_2)$.

Κλείνουμε το αριθμητικό αυτό παράδειγμα επισημαίνοντας ότι η επιλογή σύνθετου ελέγχου με συντελεστή πόλωσης και από τις δύο περιοχές δίνει πολύ πιο γρήγορη απόκριση για τα Δf και ΔP_{t2} και με πιο μικρές απομακρύνσεις από το 0 σε σύγκριση με τον διαφορετικό επίπεδο έλεγχο. Πράγματι, για διαφορετικό επίπεδο έλεγχο, απαιτούνται περίπου 100-120 s για να ισορροπήσει το σύστημα για τη βέλτιστη τιμή του συντελεστή πόλωσης. Αντίθετα, στις περιπτώσεις 2 και 3 που θεωρήσαμε για τον σύνθετο έλεγχο (σημαντική διαφορά του b από τη βέλτιστη τιμή του) χρειάζονται μόλις 30 s. Αυτό συμβαίνει διότι στον διαφορετικό επίπεδο έλεγχο οι ιδιοτιμές έχουν (ελάχιστο) μέτρο $\sqrt{C_1/C} = 0.568$, το οποίο είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το $|1 - b/C| = 0.231$ (μέτρο ιδιοτιμής για τις περιπτώσεις 2 και 3 για τον σύνθετο έλεγχο). Ο διαφορετικός επίπεδος έλεγχος θα έδινε συγκρίσιμη ταχύτητα απόκρισης με αυτόν του σύνθετου ελέγχου στην περίπτωση που η ρυθμίζουσα ενέργεια της περιοχής 2 ήταν ακόμη μεγαλύτερη από αυτήν της περιοχής 1. Συγκεκριμένα, αν ήταν $\sqrt{C_1/C} = 0.231 \Leftrightarrow C_2/C_1 = 17.74$. Όμως, στην περίπτωσή μας έχουμε $C_2/C_1 = 2.10$.

Κεφάλαιο 5

Όρια ευστάθειας και βέλτιστη απόκριση συστήματος μίας περιοχής ελέγχου

Στο προηγούμενο κεφάλαιο εξετάστηκε το σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας με την βασική παραδοχή της αρκετά μεγαλύτερης περιόδου δειγματοληψίας του συστήματος διακριτού χρόνου της δευτερεύουσας ρύθμισης σε σύγκριση με την ταχύτητα απόκρισης της πρωτεύουσας ρύθμισης. Σε πραγματικά συστήματα αυτό συνήθως δεν ισχύει, καθώς η περίοδος δειγματοληψίας επιλέγεται μεταξύ 2 και 4 δευτερόλεπτα [3]. Σε αυτό το κεφάλαιο, θα μελετηθεί το σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας μίας περιοχής λαμβάνοντας υπόψη και τη δυναμική συνεχούς χρόνου. Θα προσδιορισθούν (α') τα όρια ευστάθειας του συστήματος, δηλαδή οι κρίσιμες τιμές του συντελεστή πόλωσης μεταξύ των οποίων το σύστημα είναι ευσταθές συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας, (β') ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας και (γ') η βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας. Για τον προσδιορισμό των (β) και (γ) θα θεωρηθούν κατάλληλοι δείκτες απόδοσης του συστήματος προς ελαχιστοποίηση.

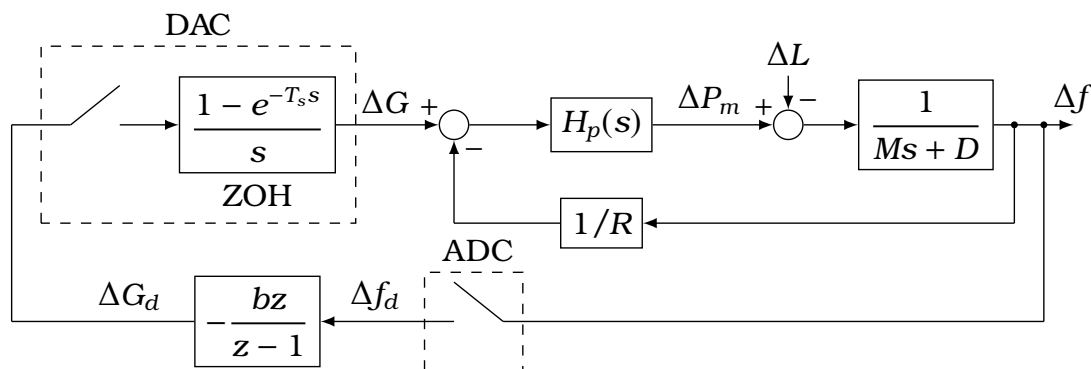
5.1 Γενικά

Θεωρούμε ένα σύστημα μίας περιοχής, του οποίου το διάγραμμα βαθμίδων απεικονίζεται στο σχήμα 5.1 (σχήμα 3.13 του κεφαλαίου 3). Στην ανάλυση που ακολουθεί, θεωρούμε διάφορες περιπτώσεις για τη συνάρτηση μεταφοράς $H_p(s)$, η οποία αναπαριστά τη δυναμική του συστήματος παραγωγής και του ρυθμιστή στροφών. Συγκεκριμένα, εξετάζουμε τις εξής περιπτώσεις:

1. $H_p(s) = 1$
2. $H_p(s) = \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s}$
3. $H_p(s) = \frac{(1 + T_1 s)(1 + T_3 s)(1 + T_5 s)}{(1 + T_2 s)(1 + T_4 s)(1 + T_6 s)}$

Στην περίπτωση 1 (ακαριαία απόκριση), θα υπολογίσουμε αναλυτικά τα (α') και (β'). Στην περίπτωση 2, θα υπολογίσουμε επίσης αναλυτικά τα όρια ευστάθειας (α') και αριθμητικά τα (β') και (γ'), θεωρώντας ως αριθμητικό παράδειγμα ένα σύστημα στο οποίο κυριαρχεί η δυναμική μονάδας ντίζελ. Τέλος, στην περίπτωση 3, στην οποία η $H_p(s)$ είναι τρίτης τάξης, θα προσδιορίσουμε τα (α'), (β') και (γ') αριθμητικά για δύο υποπεριπτώσεις συστημάτων: Η πρώτη αποτελεί ένα σύστημα που κυριαρχεί η δυναμική μιας ατμοηλεκτρικής μονάδας στροβίλου δύο βαθμίδων με ενδιάμεση αναθέρμανση και η δεύτερη ένα σύστημα που κυριαρχεί η δυναμική μιας υδροηλεκτρικής μονάδας.

Τονίζεται ότι μικρές περίοδοι δειγματοληψίας οδηγούν σε σημαντική αλληλεπίδραση της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας με τη δυναμική των τοπικών ταλαντώσεων που απαλείφθηκαν και, συνεπώς, παύει να ισχύει η οιονεί στατική προσέγγιση του συστήματος της



Σχήμα 5.1: Διάγραμμα βαθμίδων συστήματος μίας περιοχής.

κοινής συχνότητας. Ωστόσο, η ευστάθεια και η βέλτιστη απόκριση εξετάζονται με το μοντέλο ενιαίας συχνότητας θεωρώντας ότι με χρήση σταθεροποιητών η απόσβεση των ταλαντώσεων επιτυγχάνεται επαρκώς γρήγορα. Για παράδειγμα, για περίοδο δειγματοληψίας μεγαλύτερη των 2 s, το πλάτος των ταλαντώσεων μειώνεται στο 10% του αρχικού εφόσον η σταθερά χρόνου απόσβεσης των ταλαντώσεων είναι κάτω των 0.87 s.

5.2 Δείκτες απόδοσης

5.2.1 Επιλογή δεικτών απόδοσης προς ελαχιστοποίηση

Η επιλογή κατάλληλων δεικτών απόδοσης για βελτιστοποίηση παραμέτρων ελέγχου του συστήματος (συντελεστής πόλωσης, περίοδος δειγματοληψίας) δεν είναι προφανής. Παρακάτω προτείνονται τρεις δείκτες απόδοσης, οι οποίοι θα χρησιμοποιηθούν στο υπόλοιπο του κεφαλαίου.

Ο δείκτης απόδοσης προς ελαχιστοποίηση που θεωρήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο (σχέση (4.23)):

$$J_1 = \sum_{k=1}^{+\infty} \Delta f_d^2(k) \quad (5.1)$$

θα χρησιμοποιηθεί και σε αυτό το κεφάλαιο για τον προσδιορισμό του βέλτιστου συντελεστή πόλωσης για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας. Για τον υπολογισμό του J_1 θα θεωρήσουμε βηματική μεταβολή του φορτίου και μηδενικές αρχικές συνθήκες. Είναι φανερό ότι $J_1 = J_1(b, T_s)$, δηλαδή ο δείκτης απόδοσης είναι συνάρτηση των b και T_s . Την ελάχιστη τιμή του J_1 ως προς τον συντελεστή πόλωσης, που αποτελεί συνάρτηση της περιόδου δειγματοληψίας, την συμβολίζουμε με:

$$J_1^*(T_s) = J_1(b_{\text{opt}}(T_s), T_s) = \min_b J_1(b, T_s) \quad (5.2)$$

Με b_{opt} συμβολίζουμε τον συντελεστή πόλωσης ως συνάρτηση του T_s που ελαχιστοποιεί τον δείκτη απόδοσης, δηλαδή τον βέλτιστο. Σημειώνεται ότι για τις περιπτώσεις που θα εξετάσουμε αυτός ο δείκτης απόδοσης έχει νόημα διότι υφίσταται η ελάχιστη τιμή του.

Το επόμενο που θέλουμε να προσδιορίσουμε είναι η βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας. Ο παραπάνω δείκτης απόδοσης λαμβάνει υπόψη το μέγεθος των δεδομένων δειγματοληψίας της Δf και, συνεπώς, το μέγεθος των μεταβολών του διακριτού σήματος παραγωγής ΔG . Ωστόσο, δεν λαμβάνει υπόψη την απόκριση συνεχούς χρόνου της απόκλισης της συχνότητας, το οποίο σημαίνει ότι δεν είναι κατάλληλος από μόνος του για τον προσδιορισμό της βέλτιστης

περιόδου δειγματοληψίας. Ο δείκτης απόδοσης:

$$J_c = \int_0^{+\infty} \Delta f^2(t) dt$$

αντιμετωπίζει το παραπάνω πρόβλημα. Όμως, έχει αρκετά απαιτητικό αριθμητικό υπολογισμό και δεν λαμβάνει υπόψη άμεσα το μέγεθος των μεταβολών του ΔG . Αυτές οι δύο δυσκολίες αντιμετωπίζονται σε μεγάλο βαθμό με τη θεώρηση των εξής δύο δεικτών απόδοσης:

$$J_2 = T_s \sum_{k=1}^{+\infty} \Delta f_d^2(k) = T_s J_1 \quad (5.3)$$

$$J_3 = J_1 + a J_2 = (1 + a T_s) J_1 \quad (5.4)$$

Ο J_2 αποτελεί προσέγγιση του J_c και υπολογίζεται εύκολα, αφού έχει υπολογιστεί πρώτα ο J_1 . Ο J_3 αποτελεί γραμμικό συνδυασμό τον J_1 και J_2 , ώστε να λάβει υπόψη και το μέγεθος των μεταβολών του διακριτού σήματος παραγωγής ΔG και την ταχύτητα απόκρισης της απόκλισης της συχνότητας. Επιλέγεται $a = 1 \text{ s}^{-1}$ ώστε να δώσουμε το ίδιο βάρος στις δύο απαιτήσεις. Ωστόσο, η επιλογή αυτή παραμένει αυθαίρετη και ίσως χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση. Επίσης, συμβολίζουμε $J_2^*(T_s) = a T_s J_1^*(T_s)$ και $J_3^*(T_s) = J_1^*(T_s) + J_2^*(T_s)$. Ως βέλτιστη περίοδο δειγματοληψίας $T_{s,\text{opt}}$ θεωρούμε την τιμή της T_s που επιλύει το πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$\min_{T_s} J_3^*(T_s) \quad (5.5)$$

υπό την προϋπόθεση ότι έχει λύση.

5.2.2 Αριθμητικός υπολογισμός βέλτιστου συντελεστή πόλωσης

Σε αυτή την υποενότητα, υπολογίζεται αριθμητικά ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης που ελαχιστοποιεί τον δείκτη απόδοσης J_1 για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας.

Αρχικά, υπολογίζουμε τους πίνακες A , B_1 και B_2 του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου (3.84α), σύμφωνα με την υποενότητα 3.6.1. Οι πίνακες αυτοί είναι προφανώς ανεξάρτητοι της περιόδου δειγματοληψίας T_s και του συντελεστή πόλωσης b .

Για τη δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας T_s , υπολογίζουμε τους πίνακες H_1 , H_2 και H_3 , σύμφωνα με τις σχέσεις (2.29):

$$H_1 = e^{AT_s}, \quad H_2 = (H_1 - I_n)A^{-1}B_1, \quad \text{και} \quad H_3 = (H_1 - I_n)A^{-1}B_2 \quad (5.6)$$

Σύμφωνα με την πρόταση 2.1, το σύστημα είναι ευσταθές φραγμένης εισόδου-φραγμένης εξόδου αν $\rho(A_d) < 1$, όπου (στην περίπτωση συστήματος μίας περιοχής ελέγχου):

$$A_d(b, T_s) = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ FH_1 & 1 + FH_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)} \quad (5.7)$$

και:

$$F = \begin{bmatrix} -b & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times n} \quad (5.8)$$

Ορίζουμε το σύνολο των συντελεστών πόλωσης για τους οποίους το σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας είναι ευσταθές φραγμένης εισόδου-φραγμένης εξόδου ως:

$$\mathcal{D}(T_s) = \{b \in \mathbb{R} \mid \rho(A_d) < 1\} \quad (5.9)$$

Το σύνολο αυτό θεωρούμε ότι είναι γνωστό πριν τον υπολογισμό του βέλτιστου συντελεστή πόλωσης.

Θεωρώντας (α') μηδενικές αρχικές συνθήκες για τις μεταβλητές κατάστασης συνεχούς χρόνου και για το ΔG και (β') βηματική διαταραχή του φορτίου ΔL_0 την χρονική στιγμή $t = 0$, ο δείκτης απόδοσης $J_1(b, T_s)$ για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας (έχουν γίνει δηλαδή οι υπολογισμοί των H_1 , H_2 και H_3) υπολογίζεται, σύμφωνα με την ενότητα 2.6, ως εξής:

1. Υπολογίζουμε τον πίνακα F από τη σχέση (5.8).
2. Υπολογίζουμε τον πίνακα A_d από τη σχέση (5.7).
3. Υπολογίζουμε τον πίνακα P που λύνει την εξίσωση Lyapunov διακριτού χρόνου:

$$A_d^T P A_d - P = -Q \quad (5.10)$$

όπου:

$$Q = \text{diag}\{1, 0, \dots, 0\} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)} \quad (5.11)$$

4. Υπολογίζουμε τον πίνακα:

$$\bar{B}_d = \begin{bmatrix} H_3 \\ FH_3 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

5. Υπολογίζουμε τον πίνακα:

$$N = (I_{n+1} - A_d)^{-1} \bar{B}_d \quad (5.13)$$

6. Υπολογίζουμε:

$$J_1(b, T_s) = \Delta L_0^2 N^T P N \quad (5.14)$$

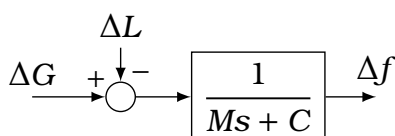
Τέλος, ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας:

$$b_{\text{opt}}(T_s) = \arg \min_{b \in \mathcal{D}(T_s)} \{J_1(b, T_s)\} \quad (5.15)$$

μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά με διακριτοποίηση του b εντός του συνόλου \mathcal{D} .

5.3 Σύστημα με $H_p(s) = 1$

Σε αυτή την ενότητα θεωρούμε ότι το υποσύστημα συνεχούς χρόνου είναι πρώτης τάξης, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.2. Αυτό προκύπτει από το υποσύστημα συνεχούς χρόνου του γενικού διαγράμματος βαθμίδων του σχήματος 5.1 για $H_p(s) = 1$ και $C = 1/R + D$ (ρυθμίζουσα ενέργεια). Τονίζουμε ότι η περίπτωση αυτή είναι αρκετά εξιδανικευμένη για συστήματα που κυριαρχούν ατμοστροβιλικές ή υδροηλεκτρικές μονάδες, διότι σε αυτά η $H_p(s)$ έχει τουλάχιστον μία σημαντική σταθερά χρόνου που καθιστά το υποσύστημα συνεχούς χρόνου να έχει μιγαδικές ιδιοτιμές. Ωστόσο, μπορεί να είναι ρεαλιστική για συστήματα που κυριαρχούν πηγές ενέργειας με ηλεκτρονικά ισχύος, οι οποίες εφαρμόζουν έλεγχο στατισμού και εικονικής αδράνειας.



Σχήμα 5.2: Υποσύστημα συνεχούς χρόνου πρώτης τάξης.

5.3.1 Υπολογισμός πινάκων κατάστασης

Σύμφωνα με την ενότητα 3.5 και την υποενότητα 3.6.1, το σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας που αναπαριστά την ρύθμιση φορτίου-συχρότητας γράφεται σε μορφή εξισώσεων κατάστασης (με αγνόηση της νεκρής ζώνης):

$$\Delta f(t) = -\frac{C}{M} \Delta f(t) + \frac{1}{M} \Delta G(k) - \frac{1}{M} \Delta L(t) \quad , t \in [kT_s, (k+1)T_s) \quad (5.16\alpha)$$

$$\Delta G(k+1) = \Delta G(k) - b\Delta f((k+1)T_s) \quad (5.16\beta)$$

Συνοπώς, σύμφωνα με την σχέση (3.84), έχουμε:

$$A = -\frac{C}{M}, \quad B_1 = \frac{1}{M}, \quad B_2 = -\frac{1}{M} \quad \text{και} \quad F = -b \quad (5.17)$$

Επιπλέον, οι πίνακες H_1 και H_2 γράφονται σύμφωνα με τη σχέση (5.6):

$$H_1 = e^{-T_s/T} \quad \text{και} \quad H_2 = (e^{-T_s/T} - 1) \left(-\frac{M}{C} \right) \frac{1}{M} = \frac{1 - e^{-T_s/T}}{C} \quad (5.18)$$

όπου έχουμε θέσει $T = M/C$ τη σταθερά χρόνου του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου. Επομένως, σύμφωνα με τη σχέση (5.7), ο πίνακας A_d είναι:

$$A_d = \begin{bmatrix} e^{-T_s/T} & \frac{1 - e^{-T_s/T}}{C} \\ -be^{-T_s/T} & 1 - \frac{b}{C} (1 - e^{-T_s/T}) \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Για τον υπολογισμό του βέλτιστου συντελεστή πόλωσης, θα θεωρήσουμε βηματική μεταβολή του φορτίου που συμβαίνει τη χρονική στιγμή $t = 0$, η οποία αποτελεί σήμα που μεταβάλλεται μόνο στις διακριτές χρονικές στιγμές δειγματοληψίας. Επομένως, απαιτείται ο υπολογισμός του πίνακα \bar{B}_d της σχέσης (5.12), σύμφωνα με την οποία έχουμε:

$$\bar{B}_d = \begin{bmatrix} 1 \\ -b \end{bmatrix} (e^{-T_s/T} - 1) \left(-\frac{M}{C} \right) \left(-\frac{1}{M} \right) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C} \\ \frac{b}{C} \end{bmatrix} (1 - e^{-T_s/T}) \quad (5.20)$$

5.3.2 Όρια ευστάθειας

Για να προσδιορίσουμε τα όρια ευστάθειας του συστήματος, πρέπει να υπολογίσουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα A_d . Έχουμε:

$$p(z) = \det(zI - A_d) = z^2 - \left(1 + e^{-T_s/T} - \frac{b}{C} (1 - e^{-T_s/T}) \right) z + e^{-T_s/T} \quad (5.21)$$

Οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου είναι εντός του μοναδιαίου κύκλου αν πληρούνται όλες οι συνθήκες του κριτηρίου του Jury [24]. Συγκεκριμένα, πρέπει να ικανοποιούνται οι εξής τρεις συνθήκες (για πολυώνυμο δευτέρου βαθμού $p(z) = a_0 z^2 + a_1 z + a_2$ με $a_0 > 0$):

1. $|a_2| < a_0 \quad \Leftrightarrow e^{-T_s/T} < 1$ η οποία ισχύει
2. $p(1) > 0 \quad \Leftrightarrow 1 - \left(1 + e^{-T_s/T} - \frac{b}{C} (1 - e^{-T_s/T}) \right) + e^{-T_s/T} > 0 \Leftrightarrow b > 0$
3. $p(-1) > 0 \quad \Leftrightarrow 1 + \left(1 + e^{-T_s/T} - \frac{b}{C} (1 - e^{-T_s/T}) \right) + e^{-T_s/T} > 0 \Leftrightarrow b < \frac{2C}{\tanh\left(\frac{T_s}{2T}\right)}$

Επομένως, η συνθήκη ευστάθειας του συστήματος είναι η:

$$0 < b < \frac{2C}{\tanh\left(\frac{T_s}{2T}\right)} \quad (5.22)$$

Από την παραπάνω σχέση, είναι φανερό ότι ο συντελεστής πόλωσης πρέπει να είναι σίγουρα θετικός και μικρότερος από:

$$b_{\max}(T_s) = \frac{2C}{\tanh\left(\frac{T_s}{2T}\right)} \quad (5.23)$$

5.3.3 Βέλτιστος συντελεστής πόλωσης

Θα προσδιορίσουμε τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας, έστω $b_{\text{opt}}(T_s)$, που ελαχιστοποιεί τον δείκτη απόδοσης της σχέσης (5.1) για βηματική μεταβολή του φορτίου $\Delta L(t) = \Delta L_0 u_s(t)$ και μηδενικές αρχικές συνθήκες $\Delta f(0) = 0$, $\Delta G(0) = 0$. Για τον υπολογισμό του J_1 , χρειάζεται να υπολογίσουμε πρώτα τη βηματική απόκριση της Δf_d . Το σύστημα διακριτού χρόνου της σχέσης (2.23) γράφεται για αυτή την περίπτωση:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_d(k+1) \\ \Delta G(k+1) \end{bmatrix} = A_d \begin{bmatrix} \Delta f_d(k) \\ \Delta G(k) \end{bmatrix} + \bar{B}_d \Delta L_0 u_s(k) \quad (5.24)$$

Η βηματική απόκριση της απόκλισης της συχνότητας μπορεί να υπολογιστεί εύκολα με τη χρήση του μετασχηματισμού \mathcal{Z} [24]:

$$\begin{aligned} X_1(z) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} (zI_2 - A_d)^{-1} \bar{B}_d \frac{z \Delta L_0}{z-1} = \frac{z-1}{p(z)} \frac{e^{-T_s/T} - 1}{C} \frac{\Delta L_0 z}{z-1} = \\ &= -\frac{\Delta L_0}{C} (1 - e^{-T_s/T}) \frac{z}{(z - \hat{\rho}_1)(z - \hat{\rho}_2)} = \\ &= -\frac{\Delta L_0}{C} (1 - e^{-T_s/T}) \frac{1}{\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2} \left(\frac{z}{z - \hat{\rho}_1} - \frac{z}{z - \hat{\rho}_2} \right) \end{aligned} \quad (5.25)$$

όπου $X_1(z) = \mathcal{Z}\{\Delta f_d(k)\}$. Λαμβάνοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό \mathcal{Z} στην παραπάνω σχέση, έχουμε:

$$\Delta f_d(k) = -\frac{\Delta L_0}{C} (1 - e^{-T_s/T}) \frac{\hat{\rho}_1^k - \hat{\rho}_2^k}{\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2} \quad (5.26)$$

για $k \in \{1, 2, \dots\}$. Με την ίδιο τρόπο που ακολουθήσαμε στην παράγραφο 4.5.4, υπολογίζουμε:

$$J_1(\tau) = \left(\frac{\Delta L}{C} \right)^2 (1 - e^{-T_s/T})^2 \frac{1+r}{1-r} \frac{1}{(r+1)^2 - \tau^2} \quad (5.27)$$

όπου $\tau = 1 + e^{-T_s/T} - \frac{b}{C} (1 - e^{-T_s/T})$ και $r = e^{-T_s/T}$. Η συνάρτηση J_1 ελαχιστοποιείται ως προς τ (το r δεν εξαρτάται από την πόλωση b) για $\tau = 0$, από όπου ισοδύναμα προκύπτει ότι ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης είναι:

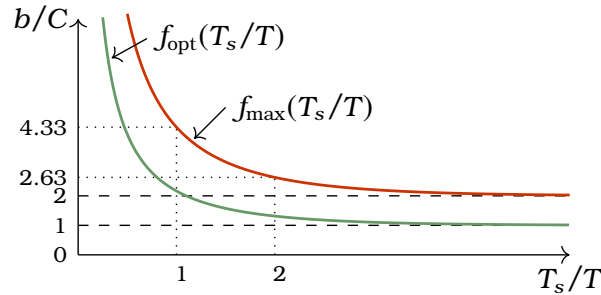
$$b_{\text{opt}}(T_s) = \frac{C}{\tanh\left(\frac{T_s}{2T}\right)} = 0.5 b_{\max}(T_s) \quad (5.28)$$

Η ελάχιστη τιμή του δείκτη απόδοσης J_1 συναρτήσει του T_s είναι:

$$J_1^*(T_s) = \left(\frac{\Delta L}{C} \right)^2 (1 - e^{-T_s/T})^2 \frac{1}{(1 - e^{-T_s/T})(1 + e^{-T_s/T})} = \left(\frac{\Delta L}{C} \right)^2 \tanh\left(\frac{T_s}{2T}\right) \quad (5.29)$$

5.3.4 Παρατηρήσεις

Στο σχήμα 5.3 απεικονίζονται οι συναρτήσεις $f_{\max}(T_s/T) = b_{\max}(T_s/T)/C$ και $f_{\text{opt}}(T_s/T) = b_{\text{opt}}(T_s/T)/C$.



Σχήμα 5.3: Άνω όριο ευστάθειας και βέλτιστος λόγος b/C συναρτήσει του λόγου T_s/T .

Σχετικά με τα όρια ευστάθειας του συστήματος παρατηρούμε τα εξής:

- Αν $T_s \gg T \Leftrightarrow T_s/T \gg 1$, τότε $\tanh\left(\frac{T_s}{2T}\right) \approx 1$ και προκύπτει η συνθήκη ευστάθειας του προσεγγιστικού συστήματος διακριτού χρόνου (οιονεί στατική προσέγγιση) $0 < b < 2C$, που είδαμε στο κεφάλαιο 4. Πρακτικά, για $T_s \geq 6T$, η $b_{\max} = 2C$ ισχύει με σφάλμα μικρότερο του 0.5%.
- Η συνθήκη $0 < b < 2C$ είναι αυστηρότερη της $0 < b < b_{\text{opt}}(T_s)$ για κάθε $T_s > 0$, διότι $\tanh\left(\frac{T_s}{2T}\right) < 1$.

Η βέλτιστη τιμή του συντελεστή πόλωσης παρατηρούμε ότι αποτελεί το μισό της μέγιστης τιμής του. Για $T_s \gg T$, έχουμε $b_{\text{opt}} \approx C$, όπως είναι αναμενόμενο από την ανάλυση του προσεγγιστικού συστήματος διακριτού χρόνου στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ο δείκτης απόδοσης J_1 υπολογισμένος στον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης, που συμβολίζουμε με $J_1^*(T_s)$ και δίνεται από τη σχέση (5.29), αποτελεί γνησίως αύξουσα συνάρτηση του T_s . Όσο πιο μικρή είναι η περίοδος δειγματοληψίας τόσο μικρότερο είναι το κριτήριο απόδοσης, για τη βέλτιστη επιλογή του συντελεστή πόλωσης. Συνεπώς, το πρόβλημα βελτιστοποίησης (5.5) δεν έχει λύση για $T_s > 0$ στην περίπτωση ακαριαίας απόκρισης του συστήματος ρυθμιστή στροφών - κινητήριας μηχανής ($H_p(s) = 1$).

5.4 Σύστημα με $H_p(s) = (1 + T_1 s)/(1 + T_2 s)$

Σε αυτή την ενότητα θεωρούμε:

$$H_p(s) = \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} \quad (5.30)$$

Στόχος μας είναι αρχικά να προσδιορίσουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος διακριτού χρόνου, ώστε στη συνέχεια να μπορέσουμε να αποφανθούμε για τα όρια ευστάθειας του συστήματος. Προς διευκόλυνση των πράξεων, ο προσδιορισμός του θα γίνει μέσω συναρτήσεων μεταφοράς στο πεδίο του μετασχηματισμού Z (εφόσον, όπως θα δούμε, δεν υπάρχουν απλοποιήσεις πόλων-μηδενικών [28]) και όχι, όπως στην προηγούμενη ενότητα, μέσω υπολογισμού του πίνακα A_d .

5.4.1 Προσδιορισμός χαρακτηριστικού πολυωνύμου

Θεωρούμε $\Delta f(0) = \Delta f_0$, μηδενικές όλες τις αρχικές συνθήκες των υπόλοιπων μεταβλητών κατάστασης (συνεχούς και διακριτού χρόνου) και $\Delta L = 0$. Τότε, στο πεδίο του μετασχηματι-

ομού Laplace έχουμε:

$$(Ms + D)\Delta f(s) - M\Delta f_0 = \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} \left(\Delta G(s) - \frac{1}{R} \Delta f(s) \right) \quad (5.31)$$

Επιλύοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς $\Delta f(s)$ λαμβάνουμε:

$$\Delta f(s) = \frac{(1 + T_1 s)\Delta G(s) + (1 + T_2 s)M\Delta f_0}{MT_2 \left(s^2 + \frac{T_1/R + T_2 D + M}{MT_2} s + \frac{D + 1/R}{MT_2} \right)} \quad (5.32)$$

Σε πρακτικά συστήματα η χρονική απόκριση της απόκλισης της συχνότητας παρουσιάζει ταλαντωτική συμπεριφορά. Για αυτό και θα εξετάσουμε την περίπτωση που οι ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης του παρονομαστή της παραπάνω σχέσης είναι μιγαδικές, δηλαδή ισχύει ότι $(T_1/R + T_2 D + M)^2 < 4MT_2 C$, με $C = D + 1/R$. Τότε, μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$p_1(s) = s^2 + \frac{T_1/R + T_2 D + M}{MT_2} s + \frac{C}{MT_2} = (s + a)^2 + \omega_d^2 \quad (5.33)$$

όπου:

$$a = \frac{T_1/R + T_2 D + M}{2MT_2} \quad \text{και} \quad \omega_d = \sqrt{\frac{C}{MT_2} - a^2} \quad (5.34)$$

Στο πεδίο του μετασχηματισμού \mathcal{Z} , η σχέση (5.32) γράφεται [24]:

$$\Delta f(z) = \frac{1}{MT_2} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_1 s}{p_1(s)} \Delta G(s) \right\} + \frac{\Delta f_0}{T_2} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_2 s}{p_1(s)} \right\} \quad (5.35)$$

Συμβολίζουμε με $\Delta G^*(s)$ το σήμα ύστερα από τον δειγματολήπτη του DAC και πριν τον ΖΟΗ. Τότε, η παραπάνω σχέση γράφεται [24]:

$$\begin{aligned} \Delta f(z) &= \frac{1}{MT_2} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_1 s}{sp_1(s)} (1 - e^{-T_s s}) \Delta G^*(s) \right\} + \frac{\Delta f_0}{T_2} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_2 s}{p_1(s)} \right\} = \\ &= \frac{1}{MT_2} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_1 s}{sp_1(s)} \right\} (1 - z^{-1}) \Delta G_d(z) + \frac{\Delta f_0}{T_2} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_2 s}{p_1(s)} \right\} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Επιπλέον, έχουμε ότι:

$$\Delta G_d(z) = -\frac{bz}{z-1} \Delta f_d(z) = -\frac{b}{1-z^{-1}} \Delta f(z) \quad (5.37)$$

Συνεπώς, η σχέση (5.36) γράφεται με αντικατάσταση της (5.37):

$$\left(1 + \frac{b}{MT_2} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_1 s}{sp_1(s)} \right\} \right) \Delta f(z) = \frac{\Delta f_0}{T_2} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_2 s}{p_1(s)} \right\} \quad (5.38)$$

Θα προσδιορίσουμε τα $\mathcal{Z}\{(1 + T_1 s)/(sp_1(s))\}$ και $\mathcal{Z}\{(1 + T_2 s)/(p_1(s))\}$. Έχουμε:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_1 s}{sp_1(s)} \right\} &= \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 + T_1 s}{s[(s + a)^2 + \omega_d^2]} \right\} = \\ &= \frac{1}{a^2 + \omega_d^2} \left[\mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} \right\} - \mathcal{Z} \left\{ \frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega_d^2} \right\} + \gamma \mathcal{Z} \left\{ \frac{\omega_d}{(s + a)^2 + \omega_d^2} \right\} \right] \end{aligned} \quad (5.39)$$

όπου έχει τεθεί:

$$\gamma = \frac{(a^2 + \omega_d^2)T_1 - a}{\omega_d} = -\frac{M - T_1 C + (T_2 - T_1)D}{2T_2 \omega_d M} \quad (5.40)$$

Χρησιμοποιώντας τα ζεύγη μετασχηματισμών [24]:

$$\begin{aligned}\mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s}\right\} &= \frac{z}{z-1} \\ \mathcal{Z}\left\{\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega_d^2}\right\} &= \frac{z^2 - e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) z}{z^2 - 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) z + e^{-2aT_s}} \\ \mathcal{Z}\left\{\frac{\omega_d}{(s+a)^2+\omega_d^2}\right\} &= \frac{e^{-aT_s} \sin(\omega_d T_s) z}{z^2 - 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) z + e^{-2aT_s}}\end{aligned}$$

και τη σχέση (5.34), έχουμε:

$$\mathcal{Z}\left\{\frac{1+T_1 s}{sp_1(s)}\right\} = \frac{MT_2}{C} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{z^2 - e^{-aT_s} (\cos(\omega_d T_s) + \gamma \sin(\omega_d T_s)) z}{z^2 - 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) z + e^{-2aT_s}} \right] \quad (5.41)$$

Παρόμοια, υπολογίζουμε:

$$\mathcal{Z}\left\{\frac{1+T_2 s}{p_1(s)}\right\} = T_2 \frac{z^2 - e^{-aT_s} \left(\cos(\omega_d T_s) + \frac{a-1/T_2}{\omega_d} \sin(\omega_d T_s) \right) z}{z^2 - 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) z + e^{-2aT_s}} \quad (5.42)$$

Επομένως, σύμφωνα με τις σχέσεις (5.38), (5.41) και (5.42), η χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος είναι η:

$$1 + \frac{b}{C} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{z^2 - e^{-aT_s} (\cos(\omega_d T_s) + \gamma \sin(\omega_d T_s)) z}{z^2 - 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) z + e^{-2aT_s}} \right] = 0 \quad (5.43)$$

Κάνοντας ομώνυμα τα δύο κλάσματα της αγκύλης, έχουμε ισοδύναμα:

$$1 + \frac{b}{C} \frac{\left[1 + e^{-aT_s} (\gamma \sin(\omega_d T_s) - \cos(\omega_d T_s)) \right] z^2 + \left[e^{-2aT_s} - e^{-aT_s} (\gamma \sin(\omega_d T_s) + \cos(\omega_d T_s)) \right] z}{z^3 - [1 + 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s)] z^2 + [e^{-2aT_s} + 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s)] z - e^{-2aT_s}} = 0 \quad (5.44)$$

Επομένως, το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος είναι:

$$\begin{aligned}p(z) &= z^3 + \left[\frac{b}{C} (1 + e^{-aT_s} (\gamma \sin(\omega_d T_s) - \cos(\omega_d T_s))) - 1 - 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) \right] z^2 + \\ &+ \left[\frac{b}{C} (e^{-2aT_s} - e^{-aT_s} (\gamma \sin(\omega_d T_s) + \cos(\omega_d T_s))) + e^{-2aT_s} + 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) \right] z - e^{-2aT_s}\end{aligned} \quad (5.45)$$

5.4.2 Αναλυτικός υπολογισμός ορίων ευστάθειας

Για τον προσδιορισμό των ορίων ευστάθειας θα χρησιμοποιήσουμε, όπως και στην προηγούμενη ενότητα, το κριτήριο του Jury. Συγκεκριμένα, για να είναι όλες οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου (5.45) εντός του μοναδιαίου κύκλου πρέπει να ικανοποιούνται οι εξής τέσσερις συνθήκες (για πολυώνυμο τρίτου βαθμού $p(z) = a_0 z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3$ με $a_0 > 0$) [24]:

1. $|a_3| < a_0 \Leftrightarrow e^{-2aT_s} < 1$ η οποία ισχύει
2. $p(1) > 0$
3. $p(-1) < 0$
4. $|a_3^2 - a_0^2| > |a_1 a_2 - a_2 a_0|$

Εξετάζουμε τις συνθήκες 2, 3 και 4 καθεμία χωριστά.

Η συνθήκη 2 γράφεται:

$$p(1) > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{C} \left(1 + e^{-2aT_s} - 2 \cos(\omega_d T_s) e^{-aT_s} \right) > 0$$

Όμως, ισχύει:

$$1 + e^{-2aT_s} - 2 \cos(\omega_d T_s) e^{-aT_s} \geq 1 + e^{-2aT_s} - 2e^{-aT_s} = \left(1 - e^{-aT_s} \right)^2 > 0$$

για κάθε $T_s > 0$. Συνεπώς, η συνθήκη 2 είναι ισοδύναμη με την:

$$b > 0 \tag{5.46}$$

Η συνθήκη 3 γράφεται:

$$p(-1) < 0 \Leftrightarrow \frac{b}{C} \left(1 - e^{-2aT_s} + 2\gamma e^{-aT_s} \sin(\omega_d T_s) \right) < 2 \left(1 + e^{-2aT_s} + 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) \right)$$

Θέτουμε:

$$m_1(T_s) = 1 + e^{-2aT_s} + 2e^{-aT_s} \cos(\omega_d T_s) \tag{5.47\alpha}$$

$$m_2(T_s) = 1 - e^{-2aT_s} + 2\gamma e^{-aT_s} \sin(\omega_d T_s) \tag{5.47\beta}$$

Είναι προφανές ότι $m_1(T_s) \geq \left(1 - e^{-aT_s} \right)^2 > 0$ για κάθε $T_s > 0$. Συνεπώς, λαμβάνοντας υπόψη από τη συνθήκη 2 ότι $b > 0$, η συνθήκη 3 είναι ισοδύναμη με:

$$b < 2C m_3(T_s) \tag{5.48}$$

όπου:

$$m_3(T_s) = \begin{cases} \frac{m_1(T_s)}{m_2(T_s)} & , \text{αν } m_2(T_s) > 0 \\ +\infty & , \text{αλλιώς} \end{cases} \tag{5.49}$$

Επιπλέον, η συνθήκη 4 γράφεται:

$$\left| a_3^2 - a_0^2 \right| > |a_1 a_2 - a_2 a_0| \Leftrightarrow \left| m_4(T_s) \frac{b}{C} + m_5(T_s) \right| < m_6(T_s)$$

η οποία είναι ισοδύναμη με την:

$$\min\{m_7(T_s), m_8(T_s)\} C < b < \max\{m_7(T_s), m_8(T_s)\} C \tag{5.50}$$

όπου:

$$m_4(T_s) = 2e^{-aT_s} - \gamma \left(1 - e^{-2aT_s} \right) \sin(\omega_d T_s) - \left(1 + e^{-2aT_s} \right) \cos(\omega_d T_s) \tag{5.51\alpha}$$

$$m_5(T_s) = 2 \left(1 - e^{-2aT_s} \right) \cos(\omega_d T_s) \tag{5.51\beta}$$

$$m_6(T_s) = \frac{1 - e^{-4aT_s}}{e^{-aT_s}} \tag{5.51\gamma}$$

$$m_7(T_s) = -\frac{m_6(T_s) + m_5(T_s)}{m_4(T_s)} \tag{5.51\delta}$$

$$m_8(T_s) = \frac{m_6(T_s) - m_5(T_s)}{m_4(T_s)} \tag{5.51\epsilon}$$

Επομένως, συναληθεύοντας όλες τις συνθήκες (σχέσεις (5.46), (5.48) και (5.50)), πρέπει:

$$b_{\min}(T_s) < b < b_{\max}(T_s) \tag{5.52}$$

όπου :

$$b_{\min}(T_s) = C \max \{0, \min\{m_7(T_s), m_8(T_s)\}\} \quad (5.53\alpha)$$

$$b_{\max}(T_s) = C \min \{2m_3(T_s), \max\{m_7(T_s), m_8(T_s)\}\} \quad (5.53\beta)$$

5.4.3 Αριθμητικό παράδειγμα (μονάδα ντίζελ)

Σε αυτή την υποενότητα θεωρούμε ένα σύστημα μίας περιοχής ελέγχου, του οποίου τα δεδομένα φαίνονται στον πίνακα 5.1. Στην πράξη, η $H_p(s) = 1/(s + 1)$ μπορεί να αντιπροσωπεύει το σύστημα ρυθμιστή στροφών και κινητήριας μηχανής μιας μονάδας ντίζελ, η δυναμική της οποίας θεωρούμε ότι κυριαρχεί στην περιοχή ελέγχου.

$M = 10 \text{ s}$	$R = 0.05 \text{ αμ}$	$D = 1 \text{ αμ}$	$T_1 = 0$	$T_2 = 1 \text{ s}$	$\epsilon_d = 0.001 \text{ αμ}$
--------------------	-----------------------	--------------------	-----------	---------------------	---------------------------------

Πίνακας 5.1: Δεδομένα περιοχής μονάδας ντίζελ.

Οι ιδιοτιμές του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου (ρίζες του χαρακτηριστικού πολυώνυμου της σχέσης (5.33)) είναι μιγαδικές και έχουμε $a = 0.55 \text{ s}^{-1}$ και $\omega_d = 1.34 \text{ rad/s}$. Συνεπώς, μπορούμε να προσδιορίσουμε τα όρια ευστάθειας του συστήματος από τη σχέση (5.53). Το κάτω όριο ευστάθειας για τον συντελεστή πόλωσης $b_{\min}(T_s)$ προκύπτει ίσο με $b_{\min}(T_s) = 0$ για κάθε $T_s > 0$. Το άνω όριο της ευστάθειας για τον συντελεστή πόλωσης προκύπτει για $0 < T_s < 1.7257 \text{ s}$ ίσο με $m_8(T_s) C$ και για $T_s > 1.7257 \text{ s}$ ίσο με $2 m_3(T_s) C$.

Στη συνέχεια, θεωρώντας βηματική αύξηση του φορτίου 0.1 αμ και μηδενικές αρχικές συνθήκες, υπολογίζουμε αριθμητικά σύμφωνα με την υποενότητα 5.2.2 τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης που ελαχιστοποιεί τον δείκτη απόδοσης J_1 , συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας.

Ο μέγιστος και ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας απεικονίζονται στο σχήμα 5.4α'. Παρατηρούμε τα εξής:

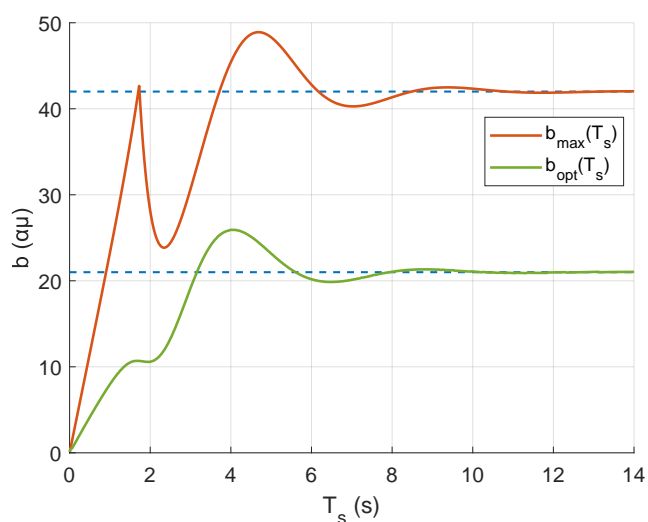
- Για μεγάλη περίοδο δειγματοληψίας (από 8 s και πάνω), ο μέγιστος και ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης είναι πρακτικά ίσοι με $2C = 42 \text{ αμ}$ και $C = 21 \text{ αμ}$ αντίστοιχα, δηλαδή ίσοι με τις τιμές που προκύπτουν για το προσεγγιστικό σύστημα διακριτού χρόνου που εξετάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο.
- Για μικρή περίοδο δειγματοληψίας (από 1 s και κάτω), το άνω όριο της ευστάθειας μειώνεται σημαντικά. Η οριακή τιμή της περιόδου δειγματοληψίας για ευστάθεια του συστήματος, όταν ο συντελεστής πόλωσης είναι ίσος με τη ρυθμιζόμενη ενέργεια της περιοχής, είναι τα 0.905 s .

Οι δείκτες απόδοσης του συστήματος $J_1^*(T_s)$, $J_2^*(T_s)$ και $J_3^*(T_s)$ απεικονίζονται στο σχήμα 5.4β'. Η βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας, όπως προκύπτει από την ελαχιστοποίηση του $J_3^*(T_s)$ είναι ίση με $T_{s,\text{opt}} = 3.54 \text{ s}$. Ο αντίστοιχος βέλτιστος συντελεστής πόλωσης είναι ίσος με $b_{\text{opt}}(T_{s,\text{opt}}) = 24.39 \text{ αμ}$, τον οποίο υπολογίζουμε από το σχήμα 5.4α'. Επίσης, έχουμε $b_{\max}(T_{s,\text{opt}}) = 39.44 \text{ αμ}$.

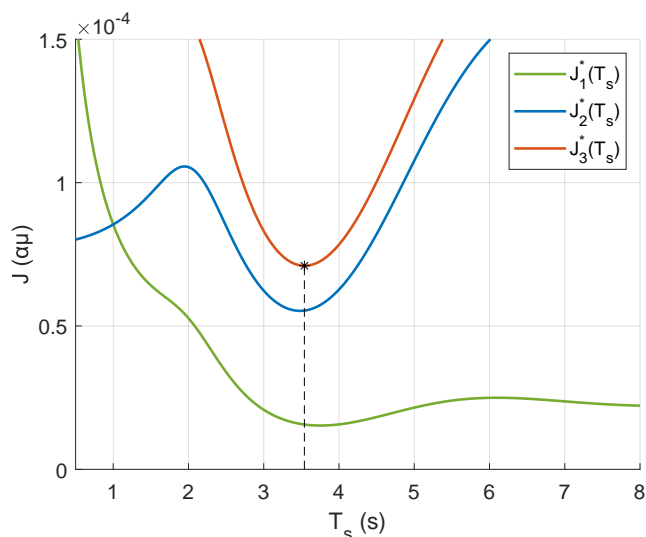
Στη συνέχεια, προσομοιώνουμε το σύστημα συνεχούς-διακριτού χρόνου για βηματική διαταραχή του φορτίου $\Delta L(t) = 0.1 u_s(t) \text{ αμ}$, μηδενικές αρχικές συνθήκες και θεωρώντας νεκρή ζώνη ανοχής $\epsilon_d = 0.001 \text{ αμ}$ για το ΣΕΠ.

Για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας $T_s = T_{s,\text{opt}} = 3.54 \text{ s}$ προσομοιώνουμε τρεις περιπτώσεις (σχήμα 5.5):

- $b = C = 21 \text{ αμ} < b_{\text{opt}}(3.54 \text{ s})$.
- $b = 24.39 \text{ αμ} = b_{\text{opt}}(3.54 \text{ s})$.



(α) Μέγιστος και βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας.



(β) Δείκτες απόδοσης συστήματος για τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας.

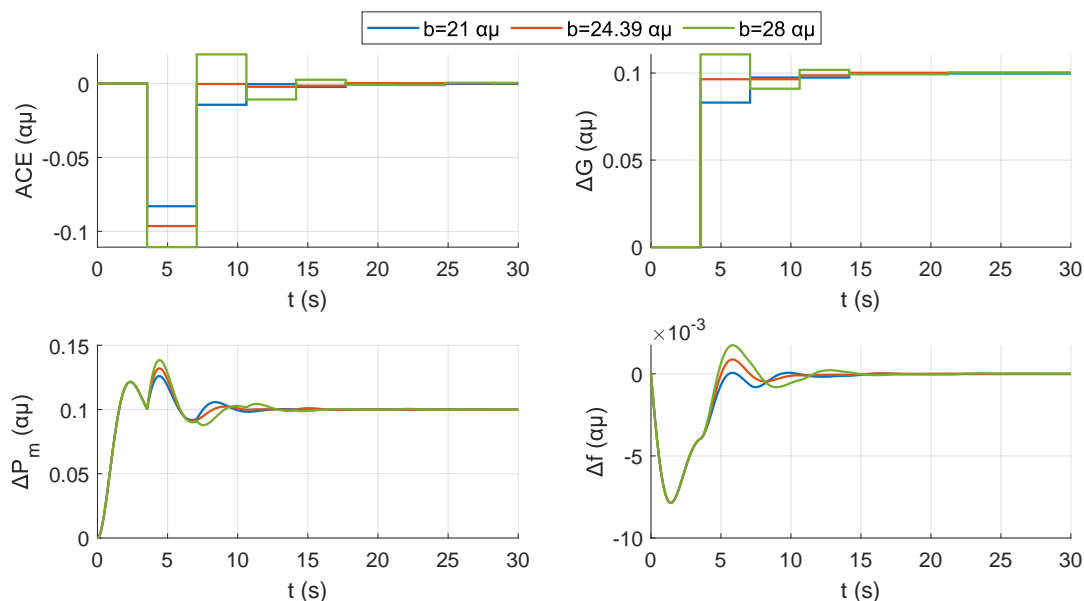
Σχήμα 5.4: Όριο ευστάθειας, βέλτιστος συντελεστής πόλωσης και βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας για $H_p(s) = 1/(s + 1)$.

- $b = 28 \text{ αμ} > b_{\text{opt}}(3.54 \text{ s})$.

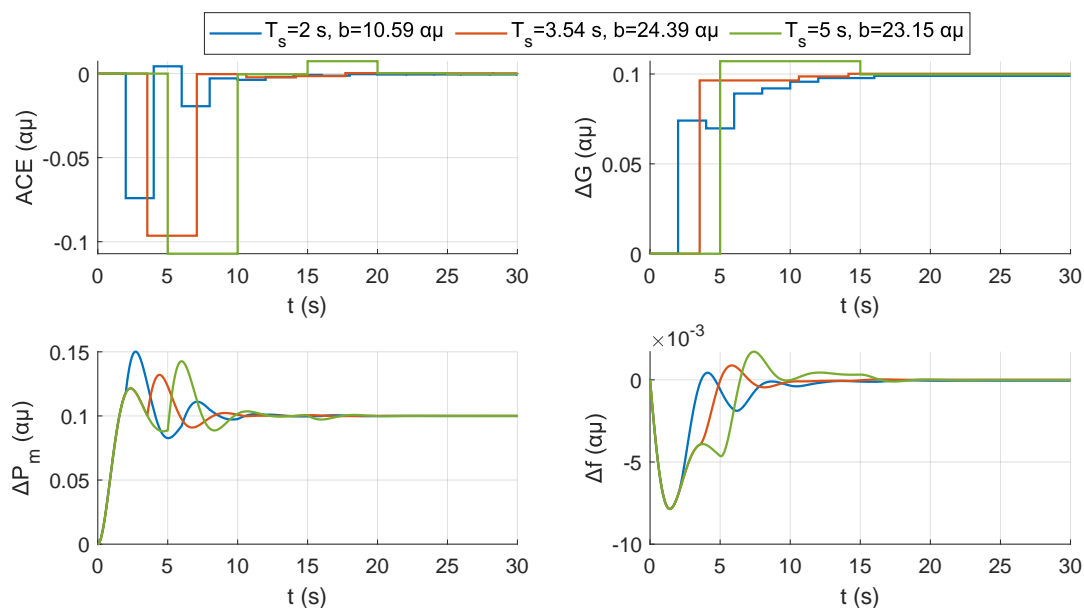
Επίσης, θεωρούμε τρεις περιπτώσεις με διαφορετική περίοδο δειγματοληψίας, με τον αντίστοιχο βέλτιστο συντελεστή πόλωσης (σχήμα 5.6):

- $T_s = 2 \text{ s} < T_{s,\text{opt}}$, με $b_{\text{opt}}(2 \text{ s}) = 10.59 \text{ αμ}$.
- $T_s = 3.54 \text{ s} = T_{s,\text{opt}}$, με $b_{\text{opt}}(3.54 \text{ s}) = 24.39 \text{ αμ}$.
- $T_s = 5 \text{ s} > T_{s,\text{opt}}$, με $b_{\text{opt}}(5 \text{ s}) = 23.15 \text{ αμ}$.

Σύμφωνα με το σχήμα 5.5, παρατηρούμε ότι για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας $T_s = T_{s,\text{opt}} = 3.54 \text{ s}$ καλύτερη απόκριση, με κριτήριο και την ταχύτητα της απόκρισης και την



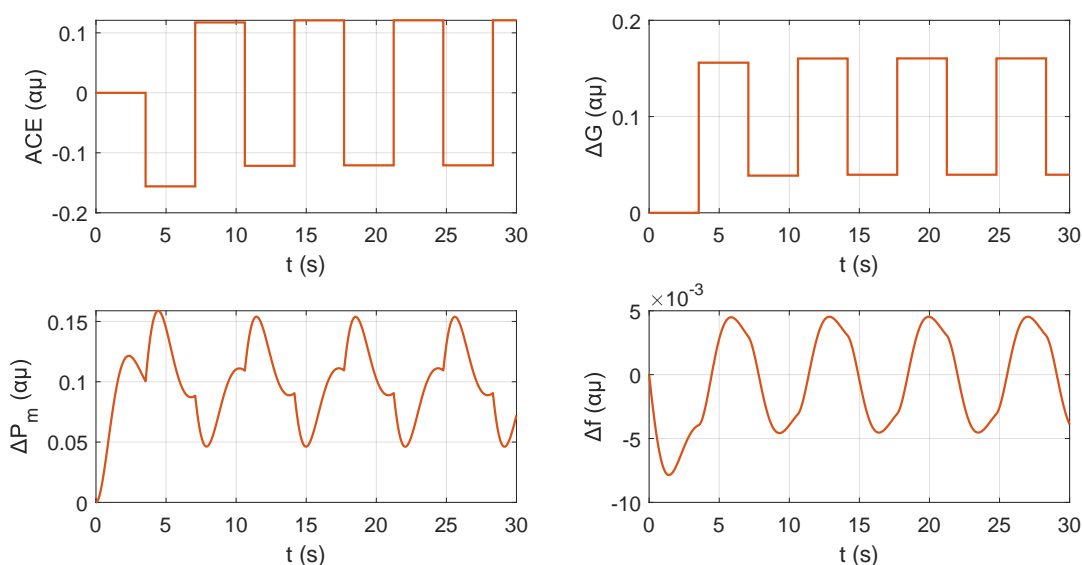
Σχήμα 5.5: Χρονική απόκριση συστήματος για διάφορους συντελεστές πόλωσης, για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 3.54$ s.



Σχήμα 5.6: Χρονική απόκριση συστήματος για διάφορες περιόδους δειγματοληψίας, με τον αντίστοιχο βέλτιστο συντελεστή πόλωσης.

απομάκρυνση της Δf , παρουσιάζεται για $b = 24.39$ αμ. Για $b = 21$ αμ το σύστημα είναι πιο αργό και για $b = 28$ αμ η απόκλιση της συχνότητας παρουσιάζει μεγάλη υπερύψωση στο δεύτερο βήμα.

Επίσης, παρατηρώντας το σχήμα 5.6, διαπιστώνουμε ότι για $T_s = 3.54$ s έχουμε όντως την καλύτερη απόκριση. Πράγματι, η ΔG φτάνει σε ισορροπία (λόγω της νεκρής ζώνης) για $T_s = 2$ s, $T_s = 3.54$ s και $T_s = 5$ s σε 16 s, 14.16 s και 15 s αντίστοιχα. Επίσης, παρατηρούμε ότι για $T_s = 3.54$ s η Δf και η ΔP_m παρουσιάζουν τη μικρότερη απομάκρυνση από το μηδέν μετά το πρώτο βήμα. Επομένως, επιβεβαιώσαμε με προσομοίωση ότι η επιλογή $T_s = 3.54$ s και $b = 24.39$ αμ δίνει συγκριτικά την καλύτερη χρονική απόκριση του συστήματος, και ως



Σχήμα 5.7: Χρονική απόκριση συστήματος για $T_s = 3$ s και $b = 39.4468$ αμ.

προς την ταχύτητα απόκρισης και ως προς τις μειωμένες μεταβατικές μεταβολές στο σήμα ΔG , στην ΔP_m και στη Δf .

Κλείνουμε το αριθμητικό παράδειγμα με μία προσομοίωση του συστήματος πάνω στο όριο της ευστάθειας. Θεωρούμε περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 3$ s και συντελεστή πόλωσης $b_{\max}(3\text{ s}) = 39.4468$ αμ. Η χρονική απόκριση του συστήματος φαίνεται στο σχήμα 5.7. Παρατηρούμε ότι το σύστημα παρουσιάζει αμείωτες ταλαντώσεις περιόδου 2 βημάτων, που αντιστοιχούν σε 6 s. Αυτό είναι αναμενόμενο, διότι η χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος διακριτού χρόνου έχει ρίζα το -1 . Πράγματι, έχουμε $T_s > 1.7257$ s, άρα $b_{\max}(T_s) = 2C m_3(T_s)$. Η συνθήκη αυτή (σχέση (5.48)) είναι ισοδύναμη (υπό τη μορφή ισότητας) με τη συνθήκη 3, η οποία είναι η $p(-1) = 0$.

5.5 Σύστημα με κυρίαρχη ατμοηλεκτρική μονάδα

Σε αυτή την ενότητα θα εξετάσουμε ένα σύστημα μίας περιοχής που κυριαρχεί η δυναμική ατμοηλεκτρικής μονάδας, με στρόβιλο δύο βαθμίδων και ενδιάμεση αναθέρμανση. Η συνάρτηση μεταφοράς $H_p(s)$ που θεωρούμε είναι τρίτης τάξης:

$$H_p(s) = \frac{1}{1 + T_G s} \frac{1 + F_{HP} T_{RH} s}{(1 + T_{CH} s)(1 + T_{RH} s)} = \frac{1 + 3.5s}{(1 + 0.2s)(1 + 0.3s)(1 + 7s)}$$

με $T_1 = 0$, $T_2 = 0.2$ s, $T_3 = 0$, $T_4 = 0.3$ s, $T_5 = 3.5$ s και $T_6 = 7$ s. Τα δεδομένα της περιοχής φαίνονται στον πίνακα 5.2, όπου T_G είναι η σταθερά χρόνου του ρυθμιστή στροφών, T_{CH} η σταθερά χρόνου ανάλογη του όγκου των σωληνώσεων από τη δικλείδα του ατμού μέχρι τον στρόβιλο υψηλής πίεσης, T_{RH} η σταθερά χρόνου λόγω της αναθέρμανσης και F_{HP} το ποσοστό της μηχανικής ισχύος που παράγεται από τον στρόβιλο υψηλής πίεσης.

$M = 10$ s	$R = 0.05$ αμ	$D = 1$ αμ	$\epsilon_d = 0.001$ αμ
$T_G = 0.2$ s	$T_{CH} = 0.3$ s	$T_{RH} = 7$ s	$F_{HP} = 0.5$

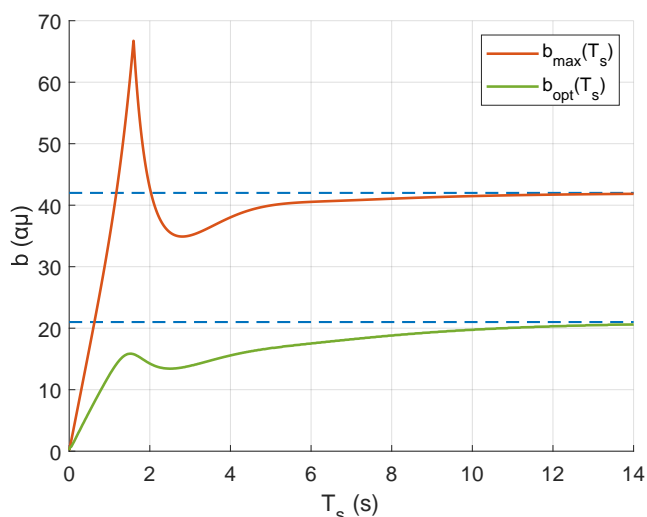
Πίνακας 5.2: Δεδομένα περιοχής ατμοηλεκτρικής μονάδας.

Υπολογίζουμε τους πίνακες κατάστασης A , B_1 και B_2 του υποσυστήματος συνεχούς

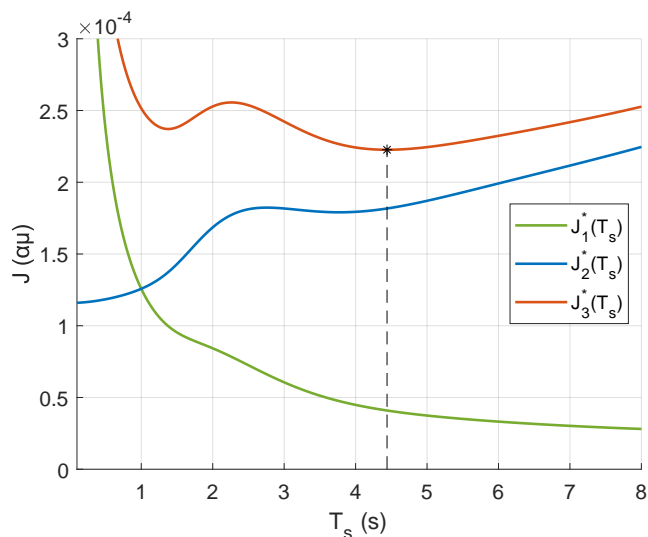
χρόνου, σύμφωνα με την υποεξίσωση 3.6.1:

$$A = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 & 0.05 & 0.1 \\ -100 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 3.3333 & -3.3333 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0714 & -0.1429 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Οι ιδιοτιμές του πίνακα A είναι -6.0216 , -0.3181 και $-1.1183 \pm j 1.1662$.



(α) Μέγιστος και βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας.



(β) Δείκτες απόδοσης συστήματος για τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας.

Σχήμα 5.8: Όριο ευστάθειας, βέλτιστος συντελεστής πόλωσης και βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας για την περίπτωση συστήματος θερμικής μονάδας.

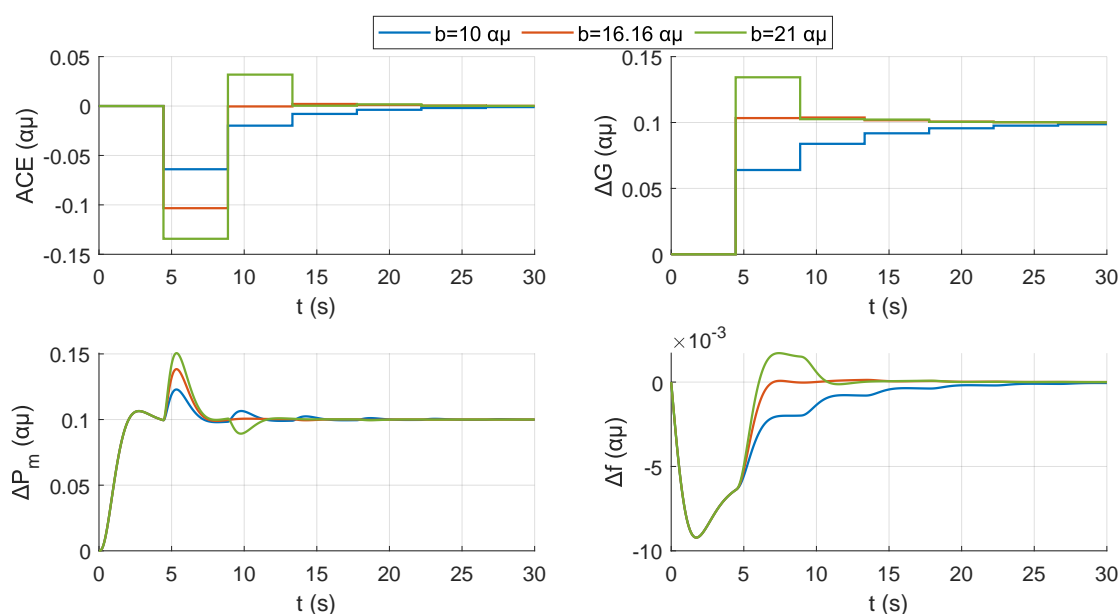
Αρχικά, προσδιορίζουμε τα όρια ευστάθειας του συστήματος. Το κάτω όριο της ευστάθειας του συστήματος είναι το $b = 0$ για κάθε $T_s > 0$. Το άνω όριο της ευστάθειας προσδιορίζεται εύκολα αριθμητικά (έστω $\hat{b}_{\max}(T_s)$ η αριθμητική του προσέγγιση) ως εξής: Αρχίζουμε από ένα ζεύγος (T_s, b) , με T_s πλησίον του 0, για το οποίο το σύστημα είναι ευσταθές. Αυξάνουμε

τον συντελεστή πόλωσης μέχρι το σύστημα να γίνει ασταθές (μέχρι μία τουλάχιστον ιδιοτιμή του πίνακα A_d να είναι εκτός του μοναδιαίου κύκλου). Έπειτα, αυξάνουμε την περίοδο δειγματοληψίας T_s και κρατάμε σταθερό τον συντελεστή πόλωσης. Αν το σύστημα είναι ευσταθές, τότε για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας αυξάνουμε τον συντελεστή πόλωσης μέχρι να γίνει ασταθές. Στην αντίθετη περίπτωση που το σύστημα είναι ασταθές, για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας μειώνουμε τον συντελεστή πόλωσης μέχρι να γίνει ευσταθές. Επαναλαμβάνουμε αυτή την διαδικασία μέχρι $T_s = 20$ s. Η απλή συνεκτικότητα του συνόλου:

$$\mathcal{D}_1 = \{(T_s, b) \in \mathbb{R}^2 \mid T_s \in (0, 20) \text{ και } b \in (0, \hat{b}_{\max}(T_s))\}$$

(δηλαδή ότι αυτό δεν έχει «τρύπες», στις οποίες $\rho(A_d) > 0$) επιβεβαιώνεται αριθμητικά.

Επιπλέον, υπολογίζουμε και τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης ως συνάρτηση της περιόδου δειγματοληψίας αριθμητικά, σύμφωνα με την υποενότητα 5.2.2, με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του δείκτη απόδοσης J_1 .



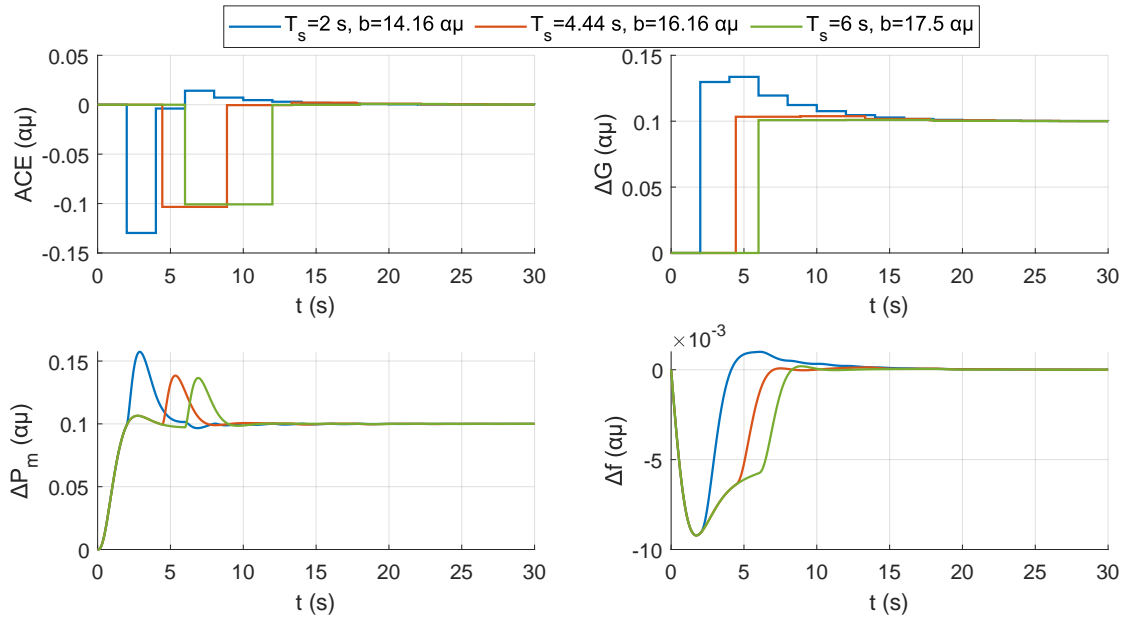
Σχήμα 5.9: Χρονική απόκριση συστήματος θερμικής μονάδας για διάφορους συντελεστές πόλωσης, για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 4.44$ s.

Ο μέγιστος και ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας φαίνονται στο σχήμα 5.8α'. Σε αυτή την περίπτωση, διαπιστώνουμε ότι ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης είναι μικρότερος για κάθε $T_s > 0$ από τη ρυθμίζουσα ενέργεια του συστήματος. Για $T_s \rightarrow \infty$ τείνει στη ρυθμίζουσα ενέργεια του συστήματος, όπως είναι αναμενόμενο.

Οι δείκτες απόδοσης $J_1^*(T_s)$, $J_2^*(T_s)$ και $J_3^*(T_s)$ φαίνονται στο σχήμα 5.8β'. Παρατηρούμε ότι ο $J_3^*(T_s)$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $T_s = 4.44$ s.

Για να διαπιστώσουμε το βέλτιστο της επιλογής του συντελεστή πόλωσης και της περιόδου δειγματοληψίας, προσομοιώνουμε το σύστημα για βηματική διαταραχή του φορτίου 0.1 αμ, μηδενικές αρχικές συνθήκες και νεκρή ζώνη στο ΣΕΠ με ανοχή $\epsilon_d = 0.001$ αμ, θεωρώντας τις εξής περιπτώσεις (σχήματα 5.9 και 5.10):

- $T_s = 4.44$ s και $b = 10$ αμ.
- $T_s = 4.44$ s και $b = b_{\text{opt}}(4.44 \text{ s}) = 16.16$ αμ.
- $T_s = 4.44$ s και $b = 21$ αμ.



Σχήμα 5.10: Χρονική απόκριση συστήματος θερμικής μονάδας για διάφορες περιόδους δειγματοληψίας, με τον αντίστοιχο βέλτιστο συντελεστή πόλωσης.

- $T_s = 2$ s και $b = b_{\text{opt}}(2 \text{ s}) = 14.16$ αμ.
- $T_s = 6$ s και $b = b_{\text{opt}}(6 \text{ s}) = 17.5$ αμ.

5.6 Σύστημα με κυρίαρχη υδροηλεκτρική μονάδα

Ακολουθώντας την ίδια πορεία με αυτήν της προηγούμενης ενότητας, εδώ θα εξετάσουμε ένα σύστημα μίας περιοχής που κυριαρχεί η δυναμική υδροηλεκτρικής μονάδας. Η συνάρτηση μεταφοράς $H_p(s)$ είναι:

$$H_p(s) = \frac{1 + T_R s}{\frac{T_R T}{\sigma} s^2 + \frac{T + T_R(\sigma + \delta)}{\sigma} s + 1} \frac{1 - T_w s}{1 + 0.5 T_w s} =$$

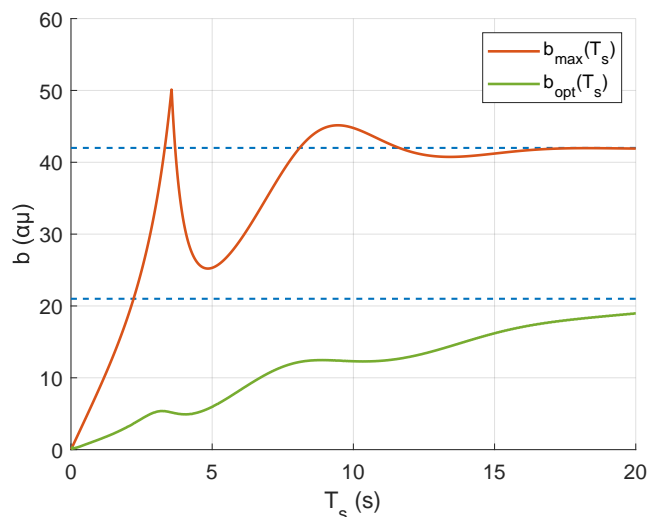
$$= \frac{(1 + 5s)(1 - s)}{(1 + 0.2s)(1 + 38s)(1 + 0.5s)}$$

και άρα $T_1 = 0$, $T_2 = 0.2$ s, $T_3 = 5$ s, $T_4 = 38$ s, $T_5 = -1$ s και $T_6 = 0.5$ s. Τα δεδομένα της περιοχής φαίνονται στον πίνακα 5.3, όπου T είναι η χρονική σταθερά του κύριου σερβομηχανισμού του ρυθμιστή στροφών, δ ο μεταβατικός στατισμός, T_R η χρονική σταθερά επαναφοράς του ρυθμιστή στροφών και T_w είναι ο υδραυλικός χρόνος εκκίνησης.

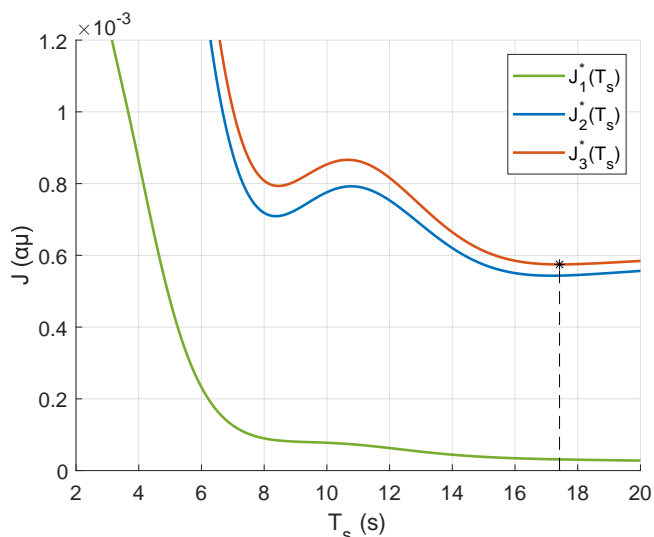
$M = 6$ s	$R = \sigma = 0.05$ αμ	$D = 1$ αμ	$\epsilon_d = 0.001$ αμ
$T = 0.076$ s	$T_R = 5$ s	$\delta = 0.3168$ αμ	$T_w = 1$ s

Πίνακας 5.3: Δεδομένα περιοχής υδροηλεκτρικής μονάδας [3].

Υπολογίζουμε τους πίνακες κατάστασης A , B_1 και B_2 του υποσυστήματος συνεχούς



(α') Μέγιστος και βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας.



(β') Δείκτες απόδοσης συστήματος για τον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας.

Σχήμα 5.11: Όριο ευστάθειας, βέλτιστος συντελεστής πόλωσης και βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας για την περίπτωση συστήματος υδρoηλεκτρικής μονάδας.

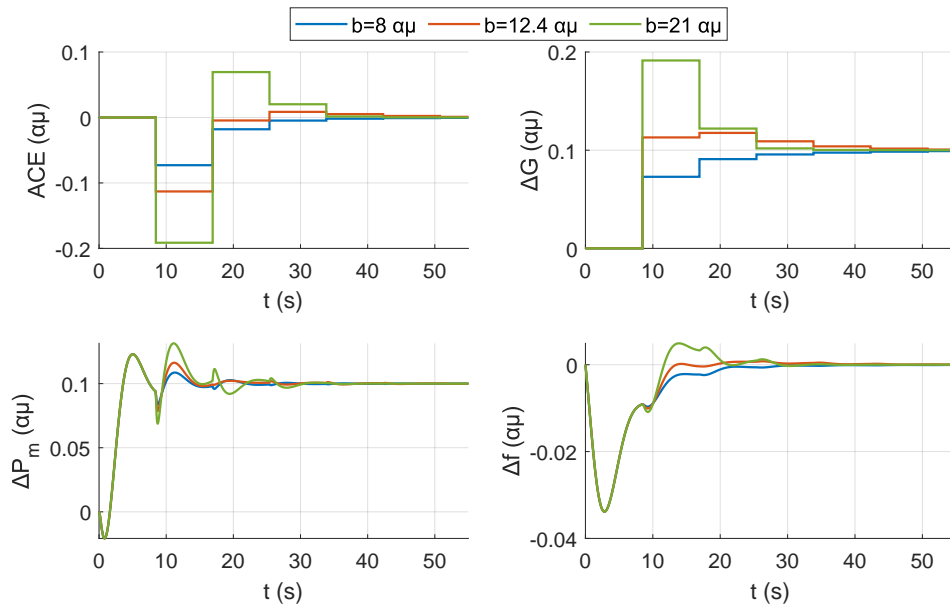
χρόνου, σύμφωνα με την υποενότητα 3.6.1:

$$A = \begin{bmatrix} -0.1667 & -0.0439 & -0.3333 & 0.1667 \\ -100 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0229 & -0.0263 & 0 \\ 0 & 0.7895 & 6 & -2 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ και } B_2 = \begin{bmatrix} -0.1667 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

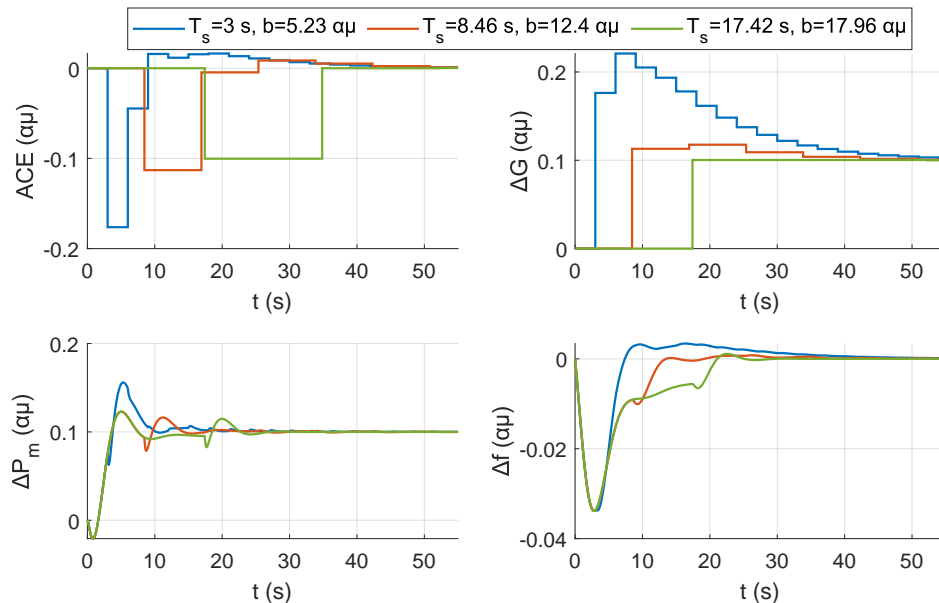
Οι ιδιοτιμές του πίνακα A είναι -6.2085 , -0.2144 και $-0.385 \pm j0.7373$.

Ο μέγιστος και ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας φαίνονται στο σχήμα 5.11α'. Οι δείκτες απόδοσης $J_1^*(T_s)$, $J_2^*(T_s)$ και $J_3^*(T_s)$ φαίνονται στο σχήμα 5.11β'. Παρατηρούμε ότι ο $J_3^*(T_s)$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $T_s = 17.42$ s. Η βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας είναι αρκετά μεγάλη λόγω της αργής δυναμικής της υδρoηλεκτρικής μονάδας. Για αυτό και σε μερικά συστήματα που κυριαρχούν τα υδρoη-

λεκτρικά η δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας γίνεται μη αυτόματα. Επίσης, παρατηρούμε ότι ο $J_3^*(T_s)$ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $T_s = 8.46$ s, την οποία θα συγκρίνουμε με την μεγάλη βέλτιστη περίοδο δειγματοληψίας των $T_s = 17.42$ s σε προσομοίωση στη συνέχεια. Σημειώνεται ότι το τοπικό και το ολικό ελάχιστο του $J_3^*(T_s)$ είναι πολύ κοντά με τα αντίστοιχα του $J_2^*(T_s)$, διότι ο $J_1^*(T_s)$ είναι σημαντικά μικρότερη από τον $J_2^*(T_s)$, σύμφωνα με το σχήμα 5.11α'.



Σχήμα 5.12: Χρονική απόκριση συστήματος υδροηλεκτρικής μονάδας για διαφορετικούς συντελεστές πόλωσης, για την ίδια περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 8.46$ s.



Σχήμα 5.13: Χρονική απόκριση συστήματος υδροηλεκτρικής μονάδας για διαφορετικές περιόδους δειγματοληψίας, με τον αντίστοιχο βέλτιστο συντελεστή πόλωσης.

Για να διαπιστώσουμε το βέλτιστο της επιλογής του συντελεστή πόλωσης και της περιόδου δειγματοληψίας, προσομοιώνουμε το σύστημα για βηματική διαταραχή του φορτίου 0.1

αμ, μηδενικές αρχικές συνθήκες και νεκρή ζώνη στο σφάλμα ελέγχου περιοχής με ανοχή $\epsilon_d = 0.001$ αμ, θεωρώντας τις εξής περιπτώσεις (σχήματα 5.12 και 5.13):

- $T_s = 8.46$ s και $b = 8$ αμ.
- $T_s = 8.46$ s και $b = b_{\text{opt}}(8.46 \text{ s}) = 12.4$ αμ.
- $T_s = 8.46$ s και $b = 21$ αμ.
- $T_s = 3$ s και $b = b_{\text{opt}}(3 \text{ s}) = 5.23$ αμ.
- $T_s = 17.42$ s και $b = b_{\text{opt}}(17.42 \text{ s}) = 17.96$ αμ.

Οι τρεις πρώτες περιπτώσεις που επιλέγουμε αφορούν την ίδια περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 8.46$ s, η οποία αντιστοιχεί στην τιμή που παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο η J_3^* .

Όπως παρατηρούμε από τις προσομοιώσεις αλλά και από τις καμπύλες του μέγιστου και του βέλτιστου συντελεστή πόλωσης, το σύστημα είναι πιο αργό στην περίπτωση της περιοχής που αναπαρίσταται με μια υδροηλεκτρική μονάδα σε σύγκριση με την περιοχή που αναπαρίσταται με μια ατμοηλεκτρική μονάδα, που εξετάσαμε στην προηγούμενη ενότητα. Αυτό συμβαίνει επειδή ο πίνακας A του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου έχει ιδιοτιμές πιο κοντά στον φανταστικό άξονα, πράγμα που καθιστά το σύστημα πιο αργό.

Κεφάλαιο 6

Όρια ευστάθειας και βέλτιστη απόκριση συστήματος δύο περιοχών ελέγχου

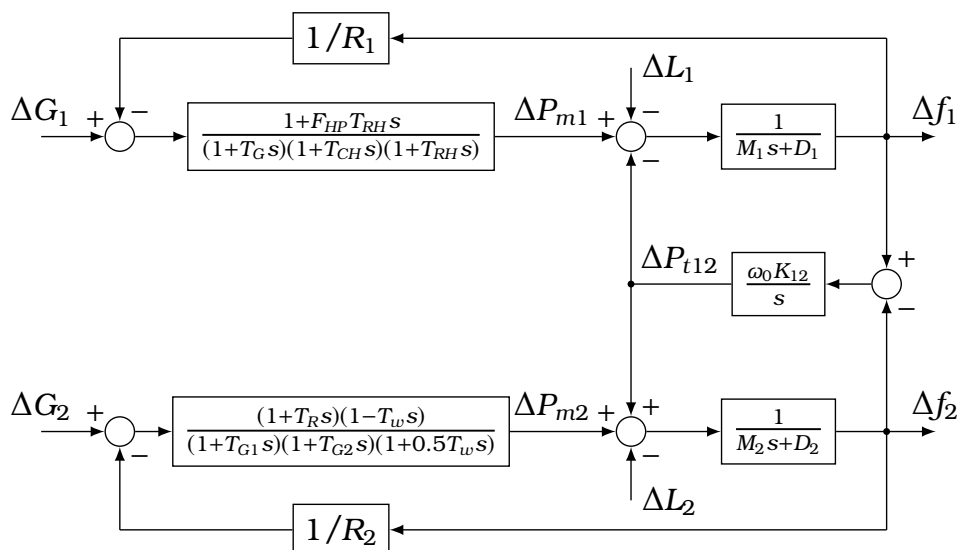
Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζεται ένα σύστημα δύο περιοχών ελέγχου, καθεμία από τις οποίες εφαρμόζει σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης. Η δυναμική που κυριαρχεί στην πρώτη περιοχή θεωρείται ότι είναι μιας ατμοηλεκτρικής μονάδας και στην δεύτερη περιοχή μιας υδροηλεκτρικής μονάδας. Λαμβάνοντας υπόψη τη δυναμική συνεχούς χρόνου των δύο περιοχών και της διασύνδεσής τους, προσδιορίζεται η περιοχή ευστάθειας των συντελεστών πόλωσης για περίοδο δειγματοληψίας 3, 4 και 5 s. Στη συνέχεια, για περίοδο δειγματοληψίας 4 s υπολογίζονται οι βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης, με κριτήριο την ελαχιστοποίηση συγκεκριμένου δείκτη απόδοσης του συστήματος. Έπειτα, για την ειδική περίπτωση που οι δύο συντελεστές πόλωσης είναι ίσοι, προσδιορίζεται το όριο ευστάθειας και ο βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης ως συνάρτηση της περιόδου δειγματοληψίας. Τέλος, προσομοιώνεται το σύστημα για περίοδο δειγματοληψίας 4 s σε διάφορες περιπτώσεις, με στόχο να επιβεβαιωθεί το βέλτιστο της επιλογής των συντελεστών πόλωσης.

6.1 Δεδομένα συστήματος, υπολογισμός πινάκων και συχνότητα διασυννοριακών ταλαντώσεων

Περιοχή 1	Περιοχή 2	Διασύνδεση
$M_1 = 10 \text{ s}$	$M_2 = 10 \text{ s}$	
$D_1 = 0.5 \text{ αμ}$	$D_2 = 0.5 \text{ αμ}$	
$R_1 = 0.04 \text{ αμ}$	$R_2 = 0.04 \text{ αμ}$	
$\epsilon_{d1} = 0.001 \text{ αμ}$	$\epsilon_{d2} = 0.001 \text{ αμ}$	$K_{12} = 0.0866 \text{ αμ}$
$T_G = 0.08 \text{ s}$	$T_{G1} = 48.7 \text{ s}$	$\omega_0 = 120\pi \text{ r/s}$
$T_{CH} = 0.3 \text{ s}$	$T_{G2} = 0.513 \text{ s}$	
$T_{RH} = 10 \text{ s}$	$T_R = 5 \text{ s}$	
$F_{HP} = 0.5$	$T_w = 1 \text{ s}$	

Πίνακας 6.1: Δεδομένα υδροθερμικού συστήματος δύο περιοχών ελέγχου.

Θεωρούμε ότι η περιοχή που αναπαρίσταται από μία ατμοηλεκτρική μονάδα είναι η περιοχή 1 και ότι η περιοχή που αναπαρίσταται από μία υδροηλεκτρική μονάδα είναι η περιοχή 2. Το διάγραμμα βαθμίδων του υποσυστήματος συνεχούς χρόνου του διασυνδεδεμένου υδροθερμικού συστήματος φαίνεται στο σχήμα 6.1. Τα δεδομένα των δύο περιοχών ελέγχου και της διασύνδεσης φαίνονται στον πίνακα 6.1. Τα δεδομένα αυτά έχουν αντληθεί από το [17]. Η ονομαστική συχνότητα του συστήματος είναι $f_N = 60 \text{ Hz}$. Τα ανά μονάδα μεγέθη στους πίνακες αναφέρονται ως προς μία κοινή βάση ισχύος. M_i , D_i και R_i είναι ο



Σχήμα 6.1: Υποσύστημα συνεχούς χρόνου του διασυνδεδεμένου υδροθερμικού συστήματος.

μηχανικός χρόνος εκκίνησης, η αυτορρύθμιση του φορτίου και ο στατισμός της κάθε περιοχής $i \in \{1, 2\}$. Για την περιοχή 1 (ατμοηλεκτρική μονάδα), T_G είναι η χρονική σταθερά του ρυθμιστή στροφών, T_{CH} η χρονική σταθερά από τη δικλείδα του ατμού μέχρι τον στρόβιλο υψηλής πίεσης, T_{RH} η χρονική σταθερά του αναθερμαντή και F_{HP} το ποσοστό της μηχανικής ισχύος που παράγεται από την βαθμίδα υψηλής πίεσης. Για την περιοχή 2 (υδροηλεκτρική μονάδα), T_{G1} και T_{G2} είναι οι σταθερές χρόνου του ρυθμιστή στροφών (όπως ορίζονται στην υποενότητα 3.3.2, σύμφωνα με τις σχέσεις (3.66)), T_R η σταθερά χρόνου επαναφοράς του ρυθμιστή στροφών (στον κλάδο του μεταβατικού στατισμού) και T_w η υδραυλική σταθερά χρόνου. Για τη διασύνδεση, K_{12} είναι ο ανά μονάδα συντελεστής συγχρονισμού.

Το διασυνδεδεμένο σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας περιγράφεται από τις εξισώσεις κατάστασης της σχέσης (3.84):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u(k) + B_2 d(t) \quad , t \in [kT_s, (k+1)T_s) \quad (6.1\alpha')$$

$$u(k+1) = u(k) + Fx((k+1)T_s) \quad (6.1\beta')$$

Το διάνυσμα κατάστασης συνεχούς χρόνου $x \in \mathbb{R}^9$, το διάνυσμα κατάστασης διακριτού χρόνου $u \in \mathbb{R}^2$ και το διάνυσμα διαταραχών $d \in \mathbb{R}^2$ είναι αντίστοιχα :

$$x = \begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ \Delta f_2 \\ x_{22} \\ x_{23} \\ x_{24} \\ \Delta P_{t12} \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \Delta G_1 \\ \Delta G_2 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad d = \begin{bmatrix} \Delta L_1 \\ \Delta L_2 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Οι πίνακες A , B_1 , B_2 και F υπολογίζονται σύμφωνα με την υποενότητα 3.6.2, όπου ο πίνακας F έχει υπολογιστεί έτσι ώστε και οι δύο περιοχές ελέγχου να εφαρμόζουν σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης:

$$A = \begin{bmatrix} -0.05 & 0 & 0.05 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1 \\ -312.5 & -12.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.3333 & -3.3333 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.05 & -1.9493 & -0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5133 & -0.0205 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -17.0499 & -1.9493 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 58.4795 & 6 & -2 & 0 \\ 32.65 & 0 & 0 & 0 & -32.65 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.3\alpha)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 12.5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.0205 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad F = \begin{bmatrix} -b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.3\beta)$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα, υπολογίζουμε $M_{12} = 5$ s. Συνεπώς, σύμφωνα με τη σχέση (3.59):

$$f_{\text{interarea},12} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_0 K_{12}}{M_{12}}} \quad (6.4)$$

η συχνότητα των διασυνωριακών ταλαντώσεων είναι κατά προσέγγιση $f_{\text{interarea}} = 0.41$ Hz. Η συχνότητα των διασυνωριακών ταλαντώσεων μπορεί να υπολογιστεί ακριβώς από τις ιδιοτιμές του πίνακα A , οι οποίες φαίνονται στον πίνακα 6.2. Ο χαρακτηρισμός των ρυθμών 1 και 2 έγινε σύμφωνα με το [20], ενώ των υπόλοιπων ρυθμών με βάση το αν το μεγαλύτερο μέτρο του συντελεστή συμμετοχής του ρυθμού [3] αντιστοιχεί σε μεταβλητή κατάσταση της περιοχής που κυριαρχεί η ατμοηλεκτρική ή υδροηλεκτρική μονάδα. Το φανταστικό μέρος

α/α	Ρυθμός	Ιδιοτιμή	ω_n (rad/s)	ζ
1,2	Διασυνωριακός	$-0.1806 \pm j2.7565$	2.7624	0.0654
3,4	Ρύθμισης συχνότητας	$-0.7646 \pm j0.8002$	1.1068	0.9608
5	Ατμοστροβίλου (ρυθμιστή στροφών)	-12.9116	-	-
6	Ατμοστροβίλου (υψηλής πίεσης)	-2.0202	-	-
7	Ατμοστροβίλου (αναθέρμανσης)	-0.2285	-	-
8	Υδροστροβίλου (ρυθ. στροφών και υδραυλικής αδράνειας)	-2.9185	-	-
9	Υδροστροβίλου (επαναφοράς μεταβατικού στατισμού)	-0.0342	-	-

Πίνακας 6.2: Ιδιοτιμές πίνακα A και χαρακτηρισμός τους.

της ιδιοτιμής $-0.1806 \pm j2.7565$ είναι η συχνότητα των διασυνωριακών ταλαντώσεων σε r/s ,

από το οποίο υπολογίζουμε $f_{\text{interarea}} = 0.44$ Hz. Τονίζουμε ότι η συχνότητα των διασυνωριακών ταλαντώσεων είναι κάτω από 0.5 Hz και συνεπώς, σύμφωνα με την υποενότητα 3.2.3, είναι αποδεκτή η οιονεί στατική προσέγγιση του συστήματος κάθε περιοχής.

Σημειώνουμε ότι η προσέγγιση του συστήματος με το μοντέλο διακριτού χρόνου, που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 4, δεν είναι αποδεκτή στην περίπτωση αυτή. Πράγματι, η μικρότερη απόλυτη τιμή του πραγματικού μέρους των ιδιοτιμών του πίνακα A είναι 0.0342 s^{-1} . Συνεπώς, $1/0.0342 \text{ s} = 29.2 \text{ s}$. Για να ισχύει η προσέγγιση πρέπει η περίοδος δειγματοληψίας να είναι αρκετά μεγαλύτερη από τα 29.2 s, το οποίο δεν είναι επιθυμητό και ρεαλιστικό. Επομένως, το σύστημα του σχήματος 6.1 δεν μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω.

6.2 Περιοχή ευστάθειας και βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας

6.2.1 Περιοχή ευστάθειας

Σε αυτή την υποενότητα θα προσδιορίσουμε για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας T_s τα ζεύγη συντελεστών πόλωσης (b_1, b_2) , με $b_1 > 0$ και $b_2 > 0$, για τα οποία το σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας είναι ευσταθές. Ο προσδιορισμός αυτός θα γίνει με τον υπολογισμό της περιοχής \mathcal{D} του επιπέδου των b_1 και b_2 , που ορίζεται από τη σχέση:

$$\mathcal{D}(T_s) = \{(b_1, b_2) \in \mathbb{R}^2 \mid b_1 > 0, b_2 > 0 \text{ και } \rho(A_d) < 1\} \quad (6.5)$$

Ο A_d είναι ο πίνακας κατάστασης του συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας διακριτού χρόνου, ο οποίος υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση (3.85):

$$A_d = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ FH_1 & I_2 + FH_2 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

όπου οι πίνακες H_1 και H_2 δίνονται από τις σχέσεις (2.29):

$$H_1 = e^{AT_s}, \quad H_2 = (H_1 - I_9)A^{-1}B_1, \quad \text{και} \quad H_3 = (H_1 - I_9)A^{-1}B_2 \quad (6.7)$$

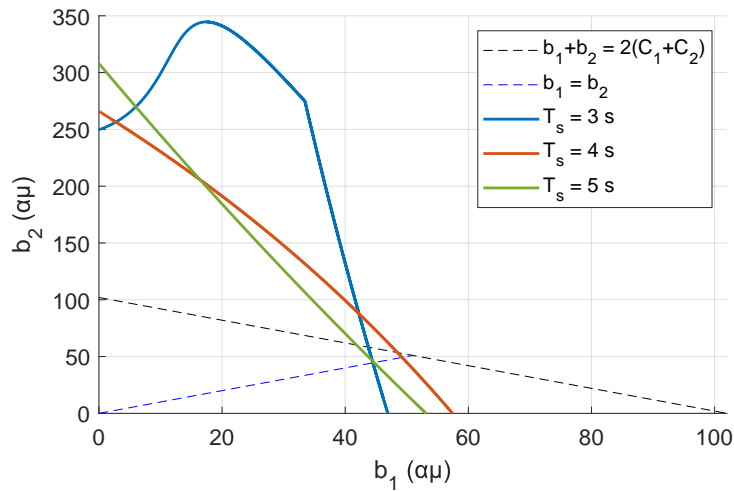
Ο πίνακας H_3 δεν χρειάζεται για τον υπολογισμό του πίνακα A_d . Ωστόσο, θα χρειαστεί στη συνέχεια για τον αριθμητικό υπολογισμό του δείκτη απόδοσης. Οι περιπτώσεις για την περίοδο δειγματοληψίας που θα εξετάσουμε είναι για $T_s \in \{3, 4, 5\}$ s.

Ο προσδιορισμός του \mathcal{D} γίνεται με τον υπολογισμό του συνόρου του $\partial\mathcal{D}$ ως εξής:

1. Για $b_1 = 0$, αυξάνουμε το b_2 ξεκινώντας από το 0 μέχρι ο πίνακας A_d να έχει ιδιοτιμή με μέτρο μεγαλύτερο της μονάδας (να γίνει ασταθής). Ως σημείο της καμπύλης του ορίου της ευστάθειας λαμβάνουμε αυτό που είναι ακριβώς πριν ο πίνακας A_d γίνει ασταθής.
2. Αυξάνουμε το b_1 κρατώντας σταθερό το b_2 . Αν ο A_d είναι ευσταθής, αυξάνουμε το b_2 μέχρι να γίνει ασταθής. Στην αντίθετη περίπτωση (A_d ασταθής), μειώνουμε το b_2 μέχρι να γίνει ευσταθής. Το βήμα αυτό επαναλαμβάνουμε μέχρι να μηδενιστεί το b_2 .

Σημειώνουμε ότι αυτή η μέθοδος λειτουργεί για τις τρεις περιπτώσεις περιόδου δειγματοληψίας που εξετάζουμε, διότι για τα σημεία $(b_{1cr}, b_{2cr}) \in \partial\mathcal{D} \cap \{(b_1, b_2) \in \mathbb{R}^2 \mid b_1 > 0, b_2 > 0\}$ το b_{2cr} εκφράζεται ως συνάρτηση του b_{1cr} . Αυτό δεν ισχύει στη γενική περίπτωση, όπου η μέθοδος που θα εφαρμοστεί πρέπει να αλλάζει την παράμετρο που αυξάνεται ή μειώνεται στον εξωτερικό βρόχο επανάληψης, όπως γίνεται στις μεθόδους αριθμητικής συνέχειας (numerical continuation) [5]. Επιπλέον, σημειώνουμε ότι δεν είναι προφανές ότι το σύνολο \mathcal{D} είναι απλά συνεκτικό (δηλαδή δεν έχει «τρύπες», στις οποίες το σύστημα είναι ασταθές). Την

απλή συνεκτικότητα του \mathcal{D} την έχουμε επιβεβαιώσει αριθμητικά και στις τρεις περιπτώσεις, παίρνοντας διάφορες τιμές των συντελεστών πόλωσης $b_1 > 0$ και $b_2 > 0$.



Σχήμα 6.2: Όρια ευστάθειας για $T_s = 3$ s, $T_s = 4$ s και $T_s = 5$ s.

Στο σχήμα 6.2 απεικονίζεται το όριο ευστάθειας για τους συντελεστές πόλωσης των δύο περιοχών για τις τρεις περιόδους δειγματοληψίας. Με διακεκομμένη μαύρη γραμμή έχει σχεδιαστεί το όριο ευστάθειας του προσεγγιστικού συστήματος διακριτού χρόνου του κεφαλαίου 4 (T_s πολύ μεγάλο), το οποίο όμως δεν αποτελεί καλή προσέγγιση, όπως προαναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα. Αυτό το όριο ευστάθειας αποτελεί η ευθεία $b_1 + b_2 = 2C = 102$, σύμφωνα με τη σχέση (4.19). (Η συνολική ανά μονάδα ρυθμίζουσα ενέργεια του συστήματος είναι $C = C_1 + C_2 = (1/0.04 + 0.5) + (1/0.04 + 0.5) = 25.5 + 25.5 = 51$.) Η μπλε διακεκομμένη γραμμή είναι η $b_1 = b_2$, δηλαδή σε αυτήν οι δύο συντελεστές πόλωσης είναι ίσοι. Δεν αποτελεί κάποιο όριο ευστάθειας. Σημειώνεται ωστόσο στο σχήμα για λόγους σύγκρισης με την ενότητα 6.3, στην οποία θα περιοριστούμε πάνω σε αυτήν την ευθεία.

Σύμφωνα με το σχήμα 6.2, παρατηρούμε τα εξής:

- Το όριο ευστάθειας εξαρτάται σημαντικά από την περίοδο δειγματοληψίας.
- Το όριο ευστάθειας είναι αρκετά μεγαλύτερο για το b_2 σε σχέση με το b_1 . Αυτό μπορεί να δικαιολογηθεί ποιοτικά από την ταχύτητα απόκρισης των δύο περιοχών ελέγχου. Η περιοχή 1 (της ατμοηλεκτρικής μονάδας) είναι αρκετά γρηγορότερη σε σχέση με την περιοχή 2 (της υδροηλεκτρικής μονάδας), όπως διαπιστώνεται από τον πίνακα 6.2 (η ιδιοτιμή με το μικρότερο μέτρο αντιστοιχεί στον υδροστρόβιλο). Οπότε, πιο επιθετικός έλεγχος στην γρήγορη περιοχή (αύξηση (στατικά) του b_1) οδηγεί πιο σύντομα το σύστημα σε αστάθεια, σε σύγκριση με τον πιο επιθετικό έλεγχο στην αργή περιοχή.

Κλείνουμε αυτή την ενότητα αναφέροντας ότι η περιοχή ευστάθειας που προσδιορίσαμε για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας μπορεί να γενικευθεί στις τρεις διαστάσεις, θεωρώντας ως επιπλέον παράμετρο και την περίοδο δειγματοληψίας. Τότε, πρόκειται για περιοχή ευστάθειας στον τρισδιάστατο χώρο, που ορίζεται από το σύνολο:

$$\mathcal{D}_{3D} = \{(T_s, b_1, b_2) \in \mathbb{R}^3 \mid T_s > 0, b_1 > 0, b_2 > 0 \text{ και } \rho(A_d) < 1\} \quad (6.8)$$

Τα όρια ευστάθειας του σχήματος 6.2 αποτελούν προβολές της οριακής επιφάνειας ευστάθειας του τρισδιάστατου χώρου (δηλαδή του συνόρου του \mathcal{D}_{3D}) στο επίπεδο των b_1 και b_2 για συγκεκριμένες περιόδους δειγματοληψίας.

6.2.2 Βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης

Σε αυτή την υποενότητα θα προσδιορίσουμε το ζεύγος συντελεστών πόλωσης (b_1, b_2) που βελτιστοποιεί την απόκριση του συστήματος για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 4$ s, θεωρώντας βηματική μεταβολή του φορτίου των δύο περιοχών και μηδενικές αρχικές συνθήκες. Ο δείκτης απόδοσης προς ελαχιστοποίηση που θεωρούμε είναι ο :

$$J_4 = \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\Delta f_1^2(k) + \Delta f_2^2(k) + \frac{\Delta P_{t1}^2(k)}{C_1^2} + \frac{\Delta P_{t2}^2(k)}{C_2^2} \right) \quad (6.9)$$

Σημειώνεται ότι ο παραπάνω δείκτης απόδοσης λαμβάνει υπόψη και τις διασυννοριακές ταλαντώσεις, οι οποίες όμως δεν μας ενδιαφέρουν. Η επιλογή κάποιου καλύτερου δείκτη απόδοσης ίσως αποτελεί αντικείμενο περαιτέρω έρευνας.

α/α	Βηματική διαταραχή	$b_{1,opt}$ (αμ)	$b_{2,opt}$ (αμ)
1	μόνο στην περιοχή 1	22.5	0
2	μόνο στην περιοχή 2	19	60
3	ίση και στις δύο περιοχές	21	20.5
4	αντίθετη στις δύο περιοχές	30.5	60

Πίνακας 6.3: Βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης για $T_s = 4$ s ανάλογα με την περιοχή που συμβαίνει η βηματική διαταραχή του φορτίου.

Τονίζουμε σε αυτό το σημείο ότι το βέλτιστο ζεύγος $(b_{1,opt}, b_{2,opt})$, το οποίο ελαχιστοποιεί τον J_4 , εξαρτάται από τον λόγο των διαταραχών του φορτίου των δύο περιοχών, σύμφωνα με την υποενότητα 2.6.2. Για τον λόγο αυτό, θεωρούμε τέσσερις ακραίες περιπτώσεις διαταραχών του φορτίου των δύο περιοχών, που φαίνονται στον πίνακα 6.3. Για καθεμία από αυτές τις περιπτώσεις υπολογίζουμε αριθμητικά τα βέλτιστα ζεύγη $(b_{1,opt}, b_{2,opt})$, που επίσης φαίνονται στον πίνακα 6.3. Οι αρχικές συνθήκες για τις μεταβλητές κατάστασης συνεχούς χρόνου και για τις μεταβλητές κατάστασης διακριτού χρόνου είναι μηδενικές.

Ο υπολογισμός των $(b_{1,opt}, b_{2,opt})$ γίνεται με διακριτοποίηση των τιμών των b_1 και b_2 ανά 0.5 αμ εντός της περιοχής ευστάθειας $\mathcal{D}(T_s)$. Ο δείκτης απόδοσης $J_4(b_1, b_2, T_s)$ για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας (έχουν γίνει οι υπολογισμοί των H_1, H_2 και H_3 από τη σχέση (6.7)) υπολογίζεται, σύμφωνα με την ενότητα 2.6, ως εξής:

1. Υπολογίζουμε τον πίνακα F από τη σχέση (6.3β').
2. Υπολογίζουμε τον πίνακα A_d από τη σχέση (6.6).
3. Υπολογίζουμε τον πίνακα P που λύνει την εξίσωση Lyapunov διακριτού χρόνου:

$$A_d^T P A_d - P = -Q \quad (6.10)$$

όπου:

$$Q = \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1/C_1^2 + 1/C_2^2, 0, 0\} \quad (6.11)$$

4. Υπολογίζουμε τον πίνακα:

$$\bar{B}_d = \begin{bmatrix} H_3 \\ FH_3 \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

5. Υπολογίζουμε τον πίνακα:

$$N = (I_{11} - A_d)^{-1} \bar{B}_d \quad (6.13)$$

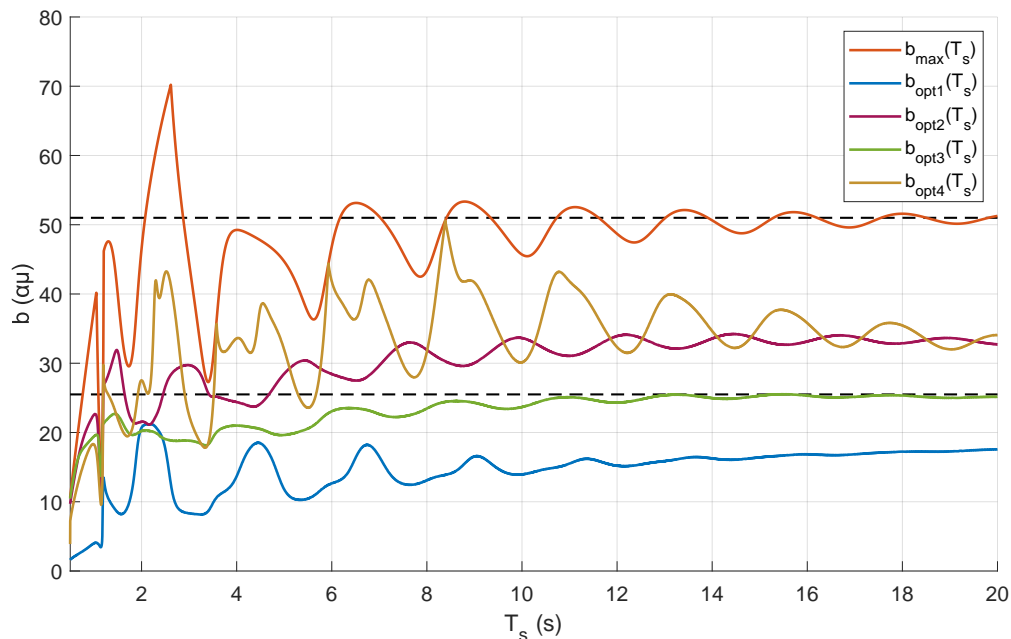
6. Υπολογίζουμε:

$$J_4(b_1, b_2, T_s) = \begin{bmatrix} \Delta L_{01} & \Delta L_{02} \end{bmatrix} N^T P N \begin{bmatrix} \Delta L_{01} \\ \Delta L_{02} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Παρατηρούμε ότι οι βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης είναι σημαντικά διαφορετικοί για τις διάφορες περιπτώσεις βηματικών διαταραχών του φορτίου. Αν η διαταραχή συμβαίνει μόνο στην περιοχή 1, τότε βέλτιστο είναι η περιοχή 2 να εφαρμόζει επίπεδο έλεγχο διασύνδεσης. Για τις περιπτώσεις που η διαταραχή συμβαίνει μόνο στην περιοχή 2 και που έχουμε αντίθετες διαταραχές στις δύο περιοχές, ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης της περιοχής 2 είναι αρκετά μεγάλος (60 αμ). Για ίσες διαταραχές του φορτίου, οι δύο βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης είναι περίπου ίσοι και λίγο μικρότεροι από τις αντίστοιχες ρυθμιζουσες ενέργειες ($C_1 = 25.5$ αμ και $C_2 = 25.5$ αμ).

6.3 Όριο ευστάθειας και βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας

Σε αυτή την ενότητα θεωρούμε την ειδική περίπτωση που $b_1 = b_2$. Η θεώρηση αυτή είναι εύλογη επειδή οι ρυθμιζουσες ενέργειες των δύο περιοχών είναι ίσες. Θα προσδιορίσουμε (α') τον μέγιστο κοινό συντελεστή πόλωσης (το όριο της ευστάθειας) συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας, τον οποίο συμβολίζουμε με $b_{\max}(T_s)$, και (β') τον βέλτιστο κοινό συντελεστή πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας για τις τέσσερις περιπτώσεις βηματικών διαταραχών του φορτίου που θεωρήσαμε στην προηγούμενη ενότητα.



Σχήμα 6.3: Όριο ευστάθειας και βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας T_s .

Υπολογίζουμε αριθμητικά το $b_{\max}(T_s)$, όπως εξηγούμε στην ενότητα 5.5, και τα $b_{\text{opt},i}(T_s)$, με $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, όπως εξηγούμε στην υποενότητα 6.2.2 (για $b_1 = b_2$). Αυτά απεικονίζονται στο σχήμα 6.3. Με μαύρες διακεκομμένες γραμμές είναι η ρυθμιζουσα ενέργεια $C_1 = C_2 = 25.5$ αμ της κάθε περιοχής και το διπλάσιο αυτής $2C_1 = 2C_2 = 51$ αμ, που αντιστοιχεί στο όριο ευστάθειας για $T_s \rightarrow \infty$.

Όπως διαπιστώνουμε από το σχήμα 6.3, το όριο της ευστάθειας μεταβάλλεται σημαντικά για μικρές περιόδους δειγματοληψίας (κάτω από τα 4 s). Καθώς αυξάνεται η περίοδος δειγματοληψίας T_s τείνει προς την τιμή $2C_1 = 51$ αμ, όπως είναι αναμενόμενο, παρουσιάζοντας ταλαντώσεις συχνότητας ίσης με αυτήν των διασυννοριακών ταλαντώσεων.

Για το (β'), συμβολίζουμε με $b_{\text{opt},i}(T_s)$, με $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, τον βέλτιστο κοινό συντελεστή πόλωσης για καθεμία από τις τέσσερις περιπτώσεις του πίνακα 6.4. Οι αρχικές συνθήκες του συστήματος θεωρούνται μηδενικές. Ο δείκτης απόδοσης προς ελαχιστοποίηση που θεωρούμε είναι αυτός της σχέσης (6.9).

α/α	Βηματική διαταραχή	$b_{\text{opt},i}(4\text{ s})$ (αμ) (για $b_1 = b_2$)
1	μόνο στην περιοχή 1	13.7
2	μόνο στην περιοχή 2	24.4
3	ίση και στις δύο περιοχές	21
4	αντίθετη στις δύο περιοχές	33.6

Πίνακας 6.4: Βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης για $T_s = 4$ s ανάλογα με την περιοχή που συμβαίνει η βηματική διαταραχή.

Παρατηρούμε ότι ο $b_{\text{opt}3}(T_s)$ (ίσες βηματικές διαταραχές) τείνει προς τη ρυθμίζουσα ενέργεια της περιοχής σχετικά γρήγορα καθώς αυξάνεται η T_s ενώ για μικρές T_s είναι ελαφρά μικρότερος από αυτήν. Ο $b_{\text{opt}1}(T_s)$ (διαταραχή μόνο στην περιοχή 1) είναι σημαντικά μικρότερος από τη ρυθμίζουσα ενέργεια της περιοχής σε αντίθεση με τους $b_{\text{opt}2}(T_s)$ και $b_{\text{opt}4}(T_s)$. Οι $b_{\text{opt},i}(T_s)$, με $i \in \{1, 2, 4\}$, τείνουν προς την ρυθμίζουσα ενέργεια καθώς αυξάνεται το T_s πολύ αργά, λόγω της μεγάλης σταθεράς χρόνου των 29.2 s της ιδιοτιμής 9 του πίνακα 6.2, η οποία οφείλεται κυρίως στην σταθερά χρόνου επαναφοράς του μεταβατικού στατισμού. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι ο $b_{\text{opt}4}(T_s)$ (αντίθετες βηματικές μεταβολές) πλησιάζει για ορισμένες περιόδους δειγματοληψίας (π.χ. $T_s = 6$ s) το όριο της ευστάθειας. Συνεπώς, υπάρχει μεγάλη ευαισθησία του δείκτη απόδοσης του συστήματος στις μεταβολές του κοινού συντελεστή πόλωσης, όταν εφαρμόζονται αντίθετες βηματικές μεταβολές του φορτίου.

Για $T_s = 4$ s, ο μέγιστος κοινός συντελεστής πόλωσης (για τον οποίο το σύστημα είναι οριακά ευσταθές) είναι $b_{\text{max}}(4\text{ s}) = 49.249$ αμ. Επίσης για $T_s = 4$ s, ο βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης για τις τέσσερις περιπτώσεις βηματικών διαταραχών φαίνεται στον πίνακα 6.4. Συγκρίνοντας με τις βέλτιστες τιμές των συντελεστών πόλωσης χωρίς τον περιορισμό $b_1 = b_2$ (πίνακας 6.3), παρατηρούμε ότι ο κοινός βέλτιστος συντελεστής πόλωσης βρίσκεται μεταξύ των βέλτιστων τιμών.

6.4 Προσομοιώσεις

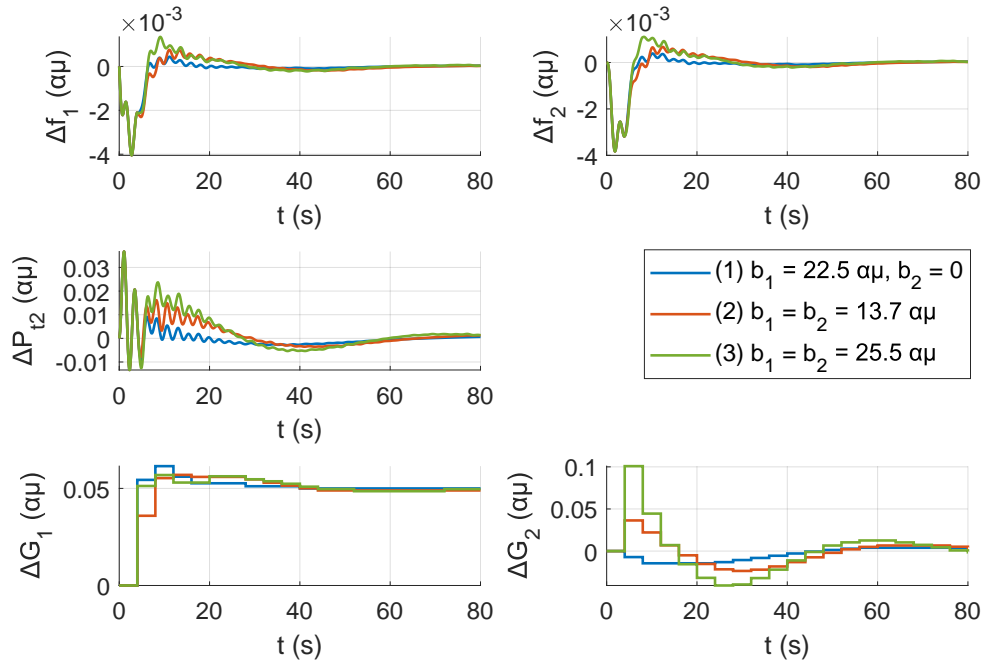
Σε αυτή την ενότητα, προσομοιώνουμε το διασυνδεδεμένο σύστημα, με περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 4$ s, για τα τέσσερα είδη βηματικών διαταραχών του φορτίου που θεωρήσαμε προηγουμένως (πίνακας 6.4) και μηδενικές αρχικές συνθήκες. Για κάθε περίπτωση διαταραχής του συστήματος θεωρούμε διάφορες τιμές των συντελεστών πόλωσης.

Στα σχήματα 6.4, 6.5, 6.6 και 6.7 απεικονίζονται οι αποκλίσεις Δf_1 και Δf_2 των συχνοτήτων των δύο περιοχών, η απόκλιση ΔP_{12} της ροής ενεργού ισχύος από την περιοχή 2 στην περιοχή 1 και οι αποκλίσεις ΔG_1 και ΔG_2 των αναφορών της ισχύος κάθε περιοχής. Όλα τα μεγέθη είναι κανονικοποιημένα. Οι περιπτώσεις για τους συντελεστές πόλωσης που θεωρούμε είναι οι εξής:

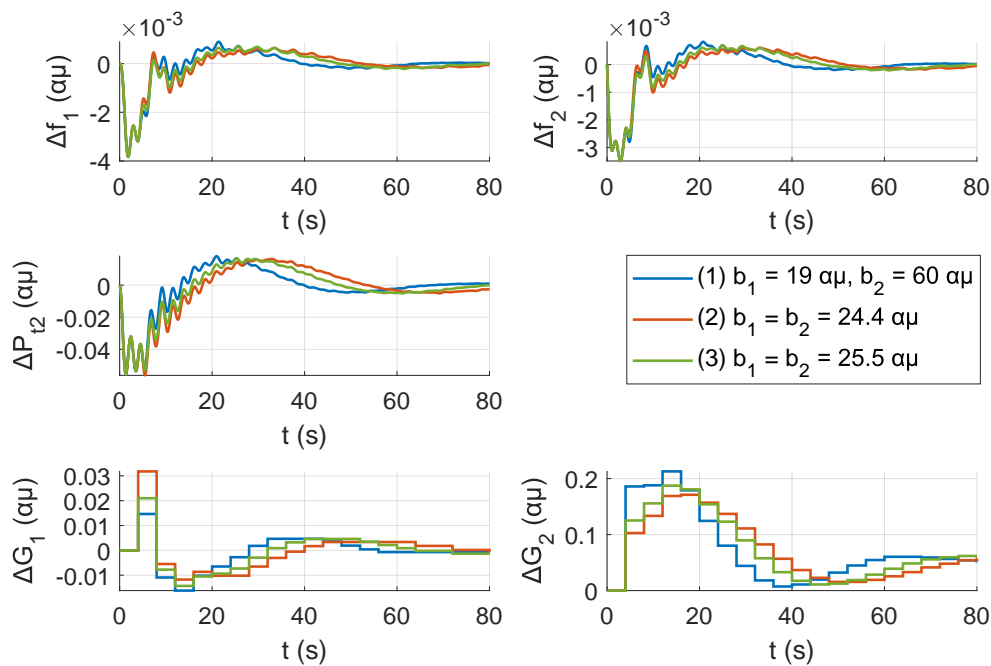
- (1) Βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης, όπως δίνονται από τον πίνακα 6.3.
- (2) Βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης, όπως δίνεται από τον πίνακα 6.4

(3) Συντελεστές πόλωσης ίσοι με τη ρυθμιζουσα ενέργεια της κάθε περιοχής ($b_1 = b_2 = 25.5$ αμ).

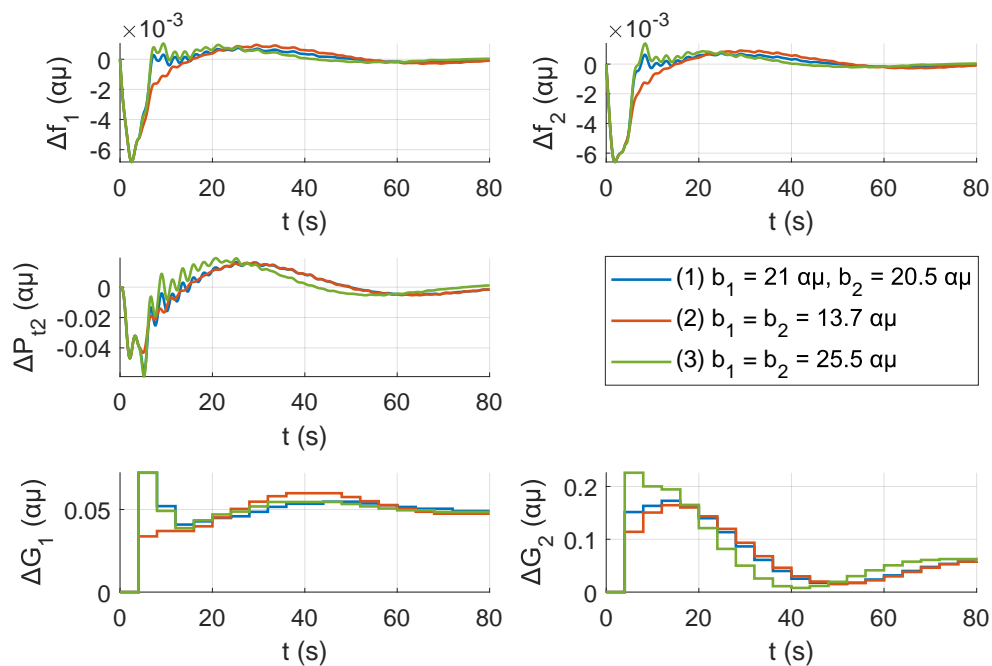
Για ίση διαταραχή στις δύο περιοχές (σχήμα 6.6), η περίπτωση (2) αντικαθίσταται με την $b_1 = b_2 = 13.7$ αμ, διότι δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά μεταξύ των αποκρίσεων για $b_1 = 21, b_2 = 20.5$ αμ και $b_1 = b_2 = 21$ αμ.



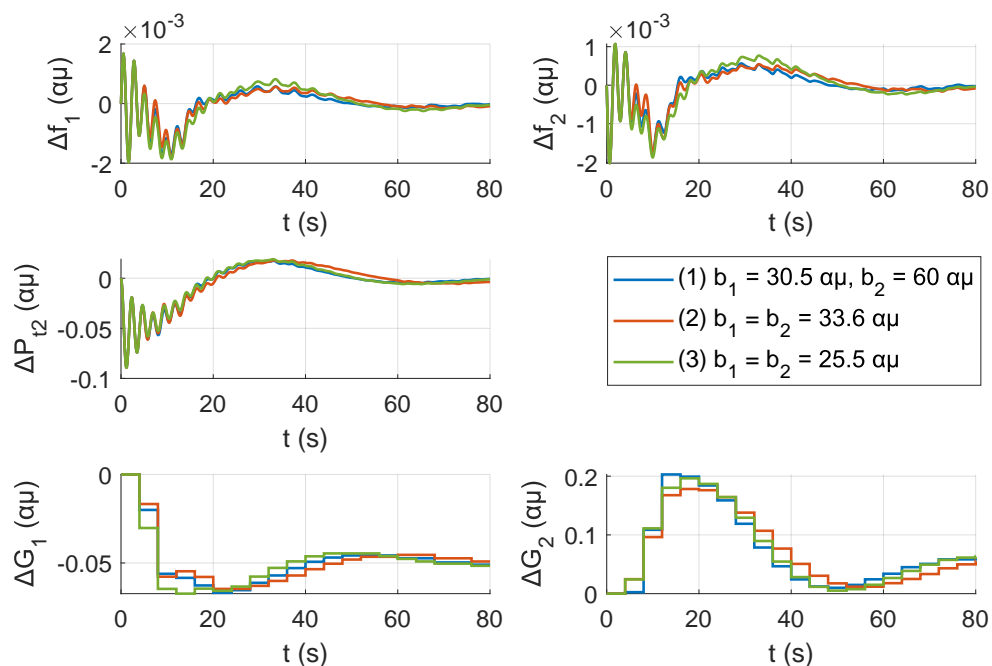
Σχήμα 6.4: Χρονικές αποκρίσεις συστήματος για διάφορες επιλογές των συντελεστών πόλωσης, με $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = 0.05$ αμ και $\Delta L_2 = 0$.



Σχήμα 6.5: Χρονικές αποκρίσεις συστήματος για διάφορες επιλογές των συντελεστών πόλωσης, με $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = 0$ και $\Delta L_2 = 0.05$ αμ.



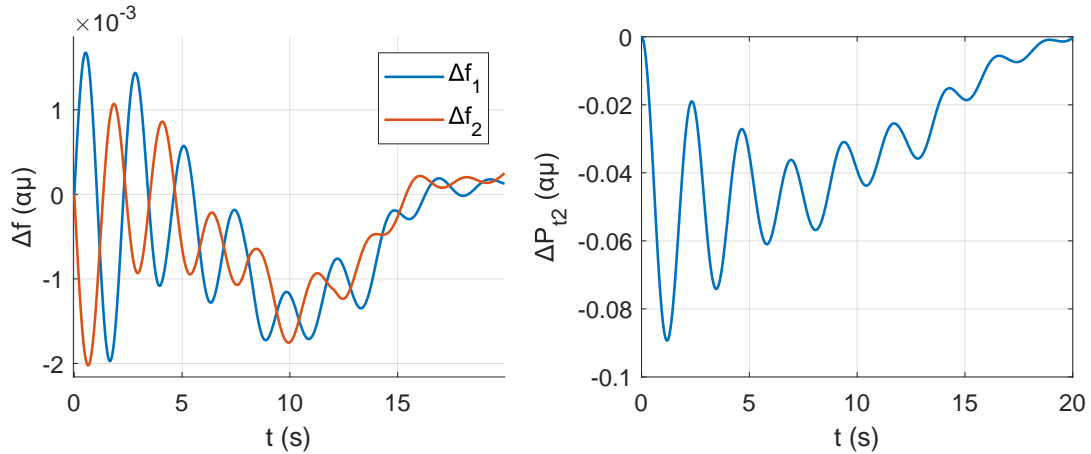
Σχήμα 6.6: Χρονικές αποκρίσεις συστήματος για διάφορες επιλογές των συντελεστών πόλωσης, με $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = 0.05$ αμ και $\Delta L_2 = 0.05$ αμ.



Σχήμα 6.7: Χρονικές αποκρίσεις συστήματος για διάφορες επιλογές των συντελεστών πόλωσης, με $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = -0.05$ αμ και $\Delta L_2 = 0.05$ αμ.

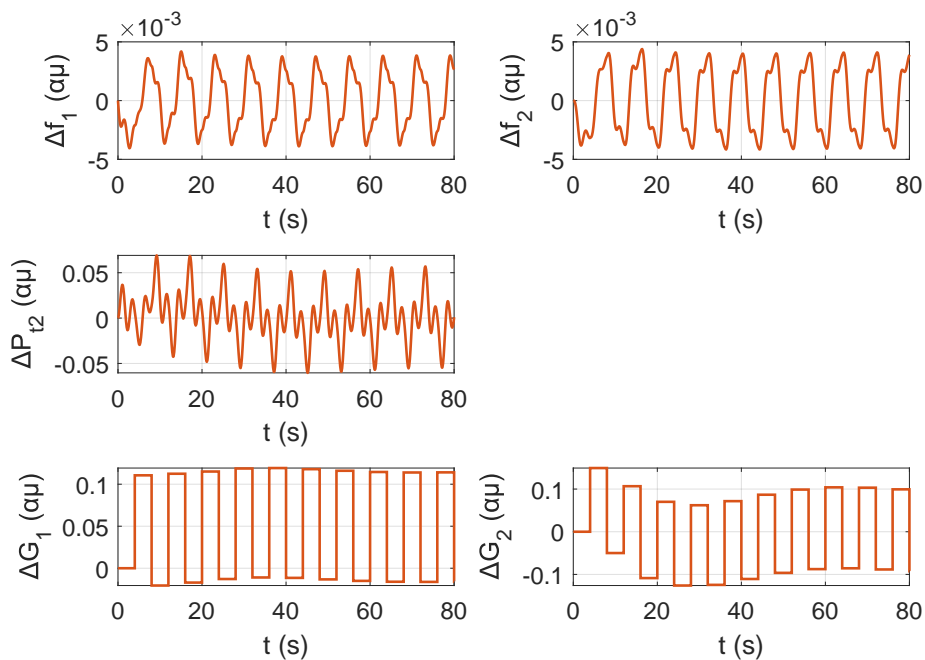
Από τα σχήματα 6.4, 6.5, 6.6 και 6.7 επιβεβαιώνεται στις χρονικές αποκρίσεις το βέλτιστο της επιλογής (1) σε σύγκριση με τις άλλες δύο περιπτώσεις. Επίσης, επιβεβαιώνεται από τα σχήματα 6.4, 6.5 και 6.7 ότι η επιλογή του βέλτιστου κοινού συντελεστή πόλωσης (περίπτωση (2)) είναι καλύτερη από την επιλογή (3).

Στο σχήμα 6.8 απεικονίζονται οι χρονικές αποκρίσεις των Δf_1 , Δf_2 και ΔP_{t_2} τα πρώτα 20 s ύστερα από αντίθετη βηματική διαταραχή στις δύο περιοχές ($\Delta L_1 = -0.05$ αμ και $\Delta L_2 = 0.05$ αμ), για $b_1 = 30.5$ αμ και $b_2 = 60$ αμ. Οι διασυννοριακές ταλαντώσεις είναι εμφανείς σε αυτό το σχήμα.



Σχήμα 6.8: Διασυννοριακές ταλαντώσεις στην χρονική απόκριση του σχήματος 6.7, για $b_1 = 30.5$ αμ και $b_2 = 60$ αμ.

Τέλος, προσομοιώνουμε το σύστημα για $T_s = 4$ s στο όριο της ευστάθειας για ίσους συντελεστές πόλωσης. Οι χρονικές αποκρίσεις φαίνονται στο σχήμα 6.9.



Σχήμα 6.9: Χρονική απόκριση συστήματος στο όριο της ευστάθειας ($b_1 = b_2 = 49.249$ αμ), για $T_s = 4$ s, $\Delta L_1 = 0.05$ αμ και $\Delta L_2 = 0$.

Κεφάλαιο 7

Σύνοψη, συμπεράσματα και προοπτικές

Στο τελευταίο κεφάλαιο, γίνεται σύνοψη της εργασίας ανά κεφάλαιο, παρατίθενται τα βασικά συμπεράσματα και αναφέρονται πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις.

7.1 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο 2, προσδιορίστηκαν ικανές και αναγκαίες συνθήκες για την ευστάθεια φραγμένης εισόδου – φραγμένης εξόδου του συστήματος δεδομένων δειγματοληψίας που αναπαριστά το σύστημα πρωτεύουσας και δευτερεύουσας συμβατικής ρύθμισης συχνότητας. Επιπλέον, αναπτύχθηκε συστηματικός τρόπος υπολογισμού δεικτών απόδοσης τριγωνικής μορφής ενός συστήματος διακριτού χρόνου, με επίλυση της εξίσωσης Lyapunov διακριτού χρόνου. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των δεικτών απόδοσης στα επόμενα κεφάλαια.

Στο κεφάλαιο 3, προσδιορίστηκε συνθήκη για την ομαδοποίηση των σύγχρονων γεννητριών, σύμφωνα με τη θεωρία ιδιαζουσών διαταραχών, με στόχο τη διαμόρφωση ενός μοντέλου κοινής συχνότητας. Επίσης, προσδιορίστηκε άνω φράγμα για την απόκλιση της συχνότητας και την απόκλιση των εισαγωγών ενεργού ισχύος της κάθε περιοχής ελέγχου, όταν όλα τα ΣΕΠ του συστήματος ρύθμισης-φορτίου συχνότητας βρίσκονται εντός νεκρής ζώνης (κατάσταση ισορροπίας). Ακόμη, προτυποποιήθηκε το σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας ως ένα σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας (sampled-data system). Προσδιορίστηκαν οι εξισώσεις κατάστασης για ΣΗΕ μίας περιοχής και για ΣΗΕ πολλών περιοχών ελέγχου.

Στο κεφάλαιο 4, αναπτύχθηκε προσεγγιστικό μοντέλο διακριτού χρόνου για την παράσταση της δυναμικής της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας, με τη βασική παραδοχή της αρκετά μεγαλύτερης περιόδου δειγματοληψίας από την κυρίαρχη σταθερά χρόνου της πρωτεύουσας ρύθμισης. Προσδιορίστηκε η συνθήκη ευστάθειας του συστήματος στην περίπτωση που όλες οι περιοχές εφαρμόζουν σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης. Επιπλέον, για αυτή την περίπτωση συστήματος, προσδιορίστηκε ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης της κάθε περιοχής ελέγχου που ελαχιστοποιεί συγκεκριμένο δείκτη απόδοσης. Ακόμη, εξετάστηκε η επίδραση της νεκρής ζώνης στον βέλτιστο συντελεστή πόλωσης. Τέλος, για την περίπτωση ενός συστήματος δύο περιοχών ελέγχου, οι οποίες εφαρμόζουν διαφορετικό επίπεδο έλεγχο, προσδιορίστηκαν οι συνθήκες ευστάθειας του συστήματος για τον συντελεστή πόλωσης της περιοχής που εφαρμόζει τον επίπεδο έλεγχο συχνότητας καθώς επίσης και οι βέλτιστες τιμές του για δύο δείκτες απόδοσης.

Στο κεφάλαιο 5, προσδιορίστηκαν για το σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας μίας περιοχής τα όρια ευστάθειάς του για τον συντελεστή πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας. Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκε ως δείκτης απόδοσης του συστήματος η σειρά των τετραγώνων των δεδομένων δειγματοληψίας της απόκλισης της συχνότητας με στόχο τον προσδιορισμό του βέλτιστου συντελεστή πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας. Τέλος, επιχειρήθηκε ο προσδιορισμός της βέλτιστης περιόδου δειγματοληψίας με θεώρηση κατάλληλου δείκτη απόδοσης. Τα όρια της ευστάθειας, ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης συ-

ναριτήσει της περιόδου δειγματοληψίας και η βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας εξετάστηκαν για τρεις περιπτώσεις συστημάτων, σε καθένα από τα οποία κυριαρχεί η δυναμική μονάδας ντίζελ, ατμοηλεκτρικής μονάδας και υδροηλεκτρικής μονάδας αντίστοιχα.

Στο κεφάλαιο 6, θεωρήθηκε ένα υδροθερμικό σύστημα δύο περιοχών ελέγχου, καθεμία από τις οποίες εφαρμόζει σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης. Για το σύστημα αυτό προσδιορίστηκαν αρχικά τα όρια ευστάθειας για τους συντελεστές πόλωσης, με την περίοδο δειγματοληψίας δεδομένη. Επιπλέον, προτάθηκε δείκτης απόδοσης με στόχο τη βέλτιστη επιλογή των συντελεστών πόλωσης. Για περίοδο δειγματοληψίας 4 s, προσδιορίστηκαν οι βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης για τέσσερις περιπτώσεις βηματικών διαταραχών του φορτίου: (α') Μόνο στην περιοχή 1, (β') μόνο στην περιοχή 2, (γ') ίσες και στις δύο περιοχές και (δ') αντίθετες στις δύο περιοχές, διότι ο δείκτης απόδοσης που θεωρήθηκε εξαρτάται από τον λόγο των δύο βηματικών διαταραχών. Έπειτα, εξετάστηκε η ειδική περίπτωση που οι συντελεστές πόλωσης των δύο περιοχών είναι ίσοι. Προσδιορίστηκαν για αυτήν το όριο της ευστάθειας και ο βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης συναρτήσει της περιόδου δειγματοληψίας για τις τέσσερις περιπτώσεις βηματικών διαταραχών.

7.2 Συμπεράσματα

Σε αυτή την ενότητα, αναφερόμαστε στα βασικά συμπεράσματα της εργασίας, τα οποία κατηγοριοποιούμε σύμφωνα με τους τρεις άξονες που θεωρήσαμε στην εισαγωγή: (1) Μαθηματική παράσταση, (2) ευστάθεια και (3) απόδοση.

1. Μαθηματική παράσταση:

- Για τη διαμόρφωση του μοντέλου κοινής συχνότητας (οιονεί στατική προσέγγιση) για την κάθε περιοχή ελέγχου προϋπόθεση αποτελεί η ομαδοποίηση των σύγχρονων γεννητριών της. Συγκεκριμένα, η ομαδοποίηση δύο σύγχρονων γεννητριών, οι οποίες μπορεί να αποτελούν και ισοδύναμα συνεκτικών ομάδων, οδηγεί σε σφάλμα της οιονεί στατικής προσέγγισης μικρότερο του ϵ εφόσον η συχνότητα των μεταξύ τους ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεων είναι μεγαλύτερη από μια τιμή που προσδιορίσαμε, αντιστρόφως ανάλογη του $\sqrt{\epsilon}$. Στις περιπτώσεις που η συχνότητα των ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεων μεταξύ δύο συνεκτικών περιοχών είναι μικρή (τυπικά κάτω των 0.5 Hz), το σφάλμα προσέγγισης γίνεται μεγάλο (μεγαλύτερο του 0.1) και συνεπώς είναι απαραίτητη η παράσταση της κάθε συνεκτικής περιοχής ξεχωριστά, με τη δική της συχνότητα. Επιπλέον, στις περιπτώσεις που η συχνότητα των ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεων είναι άνω των 1.6 Hz, το σφάλμα προσέγγισης είναι μικρότερο του 0.01. Ωστόσο, τονίζεται ότι το μοντέλο της οιονεί στατικής προσέγγισης ισχύει αφού παρέλθει το αρχικό γρήγορο μεταβατικό (αποσβεσθούν όλες οι τοπικές ηλεκτρομηχανικές ταλαντώσεις που απαλείφθηκαν).
- Το προσεγγιστικό μοντέλο διακριτού χρόνου που αναπαριστά τη δυναμική της δευτερεύουσας ρύθμισης συχνότητας προϋποθέτει ότι η περίοδος δειγματοληψίας της δευτερεύουσας ρύθμισης είναι αρκετά μεγαλύτερη από τον χρόνο απόκρισης (κυρίαρχη σταθερά χρόνου) της πρωτεύουσας ρύθμισης και της δυναμικής των διασυνδέσεων. Επισημαίνεται ότι το μοντέλο αυτό αποτελεί καλή προσέγγιση, ακόμη και για μικρή περίοδο δειγματοληψίας (π.χ. 4 s), στην περίπτωση μεγάλης διεύθυνσης ηλεκτρονικών μετατροπέων ισχύος που συμμετέχουν στην πρωτεύουσα ρύθμιση συχνότητας και έχουν γρήγορο χρόνο απόκρισης.

2. Ευστάθεια:

- Το σύστημα ρύθμισης φορτίου-συχνότητας (πρωτεύουσα και δευτερεύουσα ρύθμιση) προτυποποιήθηκε ως ένα σύστημα δεδομένων δειγματοληψίας (sampled-data system). Η ευστάθεια συχνότητας (για μικρές διαταραχές λόγω της γραμμικοποίησης που έγινε για τη διαμόρφωση του μοντέλου) μπορεί να μελετηθεί με αναλυτικό τρόπο, με υπολογισμό των ιδιοτιμών του πίνακα κατάστασης του συστήματος διακριτού χρόνου που προκύπτει από τα δεδομένα δειγματοληψίας.
- Ο τύπος ελέγχου (σύνθετος με συντελεστή πόλωσης, επίπεδος συχνότητας ή επίπεδος διασύνδεσης) που εφαρμόζει η κάθε περιοχή επηρεάζει την ευστάθεια και τη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος. Αυτό το διαπιστώσαμε εξετάζοντας λεπτομερώς ορισμένες περιπτώσεις συστημάτων και τύπων ελέγχου, με τη μελέτη του προσεγγιστικού μοντέλου διακριτού χρόνου της δευτερεύουσας ρύθμισης που διαμορφώσαμε. Συγκεκριμένα, συμπεραίνουμε τα εξής:

- Η εφαρμογή σύνθετου ελέγχου με συντελεστή πόλωσης από όλες τις περιοχές εξασφαλίζει ρύθμιση και της συχνότητας και όλων των διασυνδεδειγμένων ροών ισχύος.
- Η εφαρμογή επίπεδου ελέγχου συχνότητας εξασφαλίζει μόνο ρύθμιση της συχνότητας και όχι των διασυνδεδειγμένων ροών ισχύος.
- Στην περίπτωση συστήματος δύο περιοχών, που η κάθε περιοχή εφαρμόζει διαφορετικό επίπεδο έλεγχο, η ρύθμιση και της συχνότητας και της διασυνδεδειγμένης ροής ενεργού ισχύος εξασφαλίζεται. Ωστόσο, στην περίπτωση που η ρυθμίζουσα ενέργεια της περιοχής που εφαρμόζει τον επίπεδο έλεγχο της συχνότητας δεν είναι αρκετά μεγαλύτερη από αυτήν της άλλης περιοχής, η απόκριση του συστήματος είναι αργή.

Στην περίπτωση συστήματος που όλες οι περιοχές εφαρμόζουν σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης, η συνθήκη ευστάθειας (για το προσεγγιστικό σύστημα διακριτού χρόνου) είναι η εξής: Το άθροισμα των συντελεστών πόλωσης όλων των περιοχών ελέγχου πρέπει να είναι θετικό και μικρότερο από το διπλάσιο της ρυθμίζουσας ενέργειας του συνολικού συστήματος.

- Σχετικά με τα όρια της ευστάθειας για την επιλογή του συντελεστή πόλωσης σε σύστημα μίας περιοχής ελέγχου διαπιστώσαμε τα εξής:
 - Ο συντελεστής πόλωσης πρέπει να είναι σίγουρα θετικός για να είναι ευσταθές το σύστημα.
 - Ο μέγιστος συντελεστής πόλωσης για ευστάθεια εξαρτάται από την περίοδο δειγματοληψίας T_s . Η εξάρτηση αυτή διαφοροποιείται ανάλογα με τη δομή της περιοχής ελέγχου και είναι σημαντικότερη για μικρή περίοδο δειγματοληψίας. Για $T_s \rightarrow \infty$ η μέγιστη τιμή του συντελεστή πόλωσης τείνει στο διπλάσιο της ρυθμίζουσας ενέργειας της περιοχής σε κάθε περίπτωση, όπως προέκυψε από την ανάλυση του προσεγγιστικού συστήματος διακριτού χρόνου.
- Στην περίπτωση του υδροθερμικού συστήματος δύο περιοχών ελέγχου, για περιόδους δειγματοληψίας 3 s, 4 s και 5 s διαπιστώθηκε ότι τα όρια της ευστάθειας διαφέρουν σημαντικά και ότι το όριο ευστάθειας είναι αρκετά μεγαλύτερο για την περιοχή με κυρίαρχη την ατμοηλεκτρική μονάδα. Για κοινό συντελεστή πόλωσης, το όριο της ευστάθειας τείνει καθώς $T_s \rightarrow \infty$ στο διπλάσιο της συνολικής ρυθμίζουσας ενέργειας του συστήματος, όπως είναι αναμενόμενο, ενώ για μικρή περίοδο δειγματοληψίας το όριο της ευστάθειας μεταβάλλεται σημαντικά και περιορίζεται.

3. Απόδοση:

- Για το προσεγγιστικό σύστημα διακριτού χρόνου της δυναμικής της δευτερεύουσας ρύθμισης συμπεραίνουμε τα εξής:
 - Στην περίπτωση που όλες οι περιοχές εφαρμόζουν σύνθετο έλεγχο με συντελεστή πόλωσης, η βέλτιστη επιλογή είναι ο συντελεστής πόλωσης κάθε περιοχής να τίθεται ίσος με τη ρυθμίζουσα ενέργειάς της. Έτσι, εξασφαλίζεται (α') σύγκλιση στην ισορροπία για βηματική μεταβολή του φορτίου σε ένα χρονικό διάστημα δειγματοληψίας και (β') ότι η κάθε περιοχή μεταβάλλει την παραγωγή της μόνο σε μεταβολές του δικού της φορτίου.
 - Στην περίπτωση συστήματος δύο περιοχών, που η κάθε περιοχή εφαρμόζει διαφορετικό επίπεδο έλεγχο, προσδιορίστηκε ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης για δύο περιπτώσεις δεικτών απόδοσης. Ο πρώτος δείκτης απόδοσης που θεωρήθηκε λαμβάνει υπόψη μόνο την απόκλιση της συχνότητας ενώ ο δεύτερος και την απόκλιση της συχνότητας και την απόκλιση της διασυνδεδειγμένης ροής ισχύος. Για τον δεύτερο δείκτη απόδοσης, ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης είναι ίσος με το άθροισμα της συνολικής ρυθμίζουσας ενέργειας του συστήματος με τη ρυθμίζουσα ενέργεια της περιοχής που εφαρμόζει επίπεδο έλεγχο διασύνδεσης διαιρεμένο με τη σταθερά της χρυσής τομής.

Τονίζουμε επίσης ότι αν η νεκρή ζώνη είναι σωστά σχεδιασμένη, ώστε οι στοχαστικές συνεχείς μεταβολές του φορτίου να διατηρούν το ΣΕΠ κάθε περιοχής εντός νεκρής ζώνης, τότε ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης δεν επηρεάζεται.

- Στην περίπτωση συστήματος μίας περιοχής ελέγχου, για τον προσδιορισμό του βέλτιστου συντελεστή πόλωσης για δεδομένη περίοδο δειγματοληψίας χρησιμοποιήσαμε ως δείκτη απόδοσης τη σειρά των τετραγώνων των δεδομένων δειγματοληψίας της απόκλισης της συχνότητας. Διαπιστώσαμε μέσω προσομοίωσης ότι πράγματι προσδιορίζει την καλύτερη απόκριση συγκριτικά με μεγαλύτερη ή μικρότερη επιλογή του συντελεστή πόλωσης. Επιπλέον, όπως και στην περίπτωση του μέγιστου συντελεστή πόλωσης, ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης εξαρτάται από την περίοδο δειγματοληψίας. Η εξάρτηση αυτή διαφοροποιείται ανάλογα με τη δομή της περιοχής ελέγχου και είναι σημαντικότερη για μικρή περίοδο δειγματοληψίας. Για παράδειγμα, για $H_p(s) = 1$ ο βέλτιστος συντελεστής πόλωσης προκύπτει μεγαλύτερος από τη ρυθμίζουσα ενέργεια της περιοχής, σε αντίθεση με τις δύο περιπτώσεις περιοχών ατμοηλεκτρικής και υδροηλεκτρικής μονάδας που θεωρήσαμε. Για $T_s \rightarrow \infty$ η βέλτιστη τιμή του συντελεστή πόλωσης τείνει στη ρυθμίζουσα ενέργεια της περιοχής σε κάθε περίπτωση, όπως προέκυψε από την ανάλυση του προσεγγιστικού συστήματος διακριτού χρόνου.

Ακόμη, επιχειρήσαμε να προσδιορίσουμε τη βέλτιστη περίοδο δειγματοληψίας. Θεωρώντας κατάλληλο δείκτη απόδοσης ως συνάρτηση της περιόδου δειγματοληψίας που λαμβάνει υπόψη και την ταχύτητα απόκρισης του συστήματος και το πλήθος των βημάτων, διαπιστώσαμε ότι υφίσταται ελάχιστο σε αυτόν σε συστήματα μίας περιοχής που αναπαρίστανται από μονάδα ντίζελ, ατμοηλεκτρική μονάδα και υδροηλεκτρική μονάδα. Η περίοδος δειγματοληψίας που τον ελαχιστοποιεί δίνει συγκριτικά καλύτερη απόκριση, όπως επιβεβαιώσαμε από προσομοιώσεις του συστήματος. Συγκεκριμένα, παρατηρήσαμε ότι στην περίπτωση της περιοχής με κυρίαρχη την υδροηλεκτρική μονάδα η βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας είναι αρκετά μεγάλη (17.42 s για τα δεδομένα που θεωρήθηκαν), το οποίο οφείλεται κυρίως στη μεγάλη σταθερά χρόνου επαναφοράς του ρυθμιστή στροφών του υδροστροβίλου. Στις άλλες δύο περιπτώσεις συστημάτων (με κυρίαρχη μονάδα ντίζελ και ατμοηλεκτρική μονάδα), η βέλτιστη περίοδος δειγματοληψίας

προκύπτει εντός των τυπικών τιμών 2 s-5 s (3.54 s και 4.44 s αντίστοιχα για τα δεδομένα που θεωρήθηκαν).

- Για την περίπτωση του υδροθερμικού συστήματος δύο περιοχών ελέγχου, οι βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης για περίοδο δειγματοληψίας 4 s διαφέρουν σημαντικά στις τέσσερις βηματικές διαταραχές του φορτίου που θεωρήσαμε (μόνο στην περιοχή 1, μόνο στην περιοχή 2, ίσες και στις δύο περιοχές, αντίθετες). Στην περίπτωση ίσων διαταραχών, οι βέλτιστοι συντελεστές πόλωσης είναι ελαφρώς μικρότεροι από την αντίστοιχη ρυθμίζουσα ενέργεια της κάθε περιοχής. Ο βέλτιστος κοινός συντελεστής πόλωσης συναρτηθεί της περιόδου δειγματοληψίας επίσης διαφέρει σημαντικά για τις τέσσερις περιπτώσεις βηματικών διαταραχών του φορτίου.

7.3 Προοπτικές

Οι μελλοντικές επεκτάσεις-προοπτικές συνοψίζονται με βάση τους τρεις άξονες: (1) Μαθηματική παράσταση, (2) ευστάθεια και (3) απόδοση.

1. *Μαθηματική παράσταση*: Σχετικά με τη μαθηματική προτυποποίηση του συστήματος ρύθμισης φορτίου-συχνότητας, ζητήματα που χρήζουν περαιτέρω διερεύνησης είναι τα εξής:
 - Διαμόρφωση δυναμικού μοντέλου απόκρισης συχνότητας για τους ηλεκτρονικούς μετατροπείς ισχύος.
 - Αλλαγή τρόπου δευτερεύουσας ρύθμισης λόγω κυριαρχίας στο σύστημα μονάδων με ηλεκτρονικούς μετατροπείς ισχύος (π.χ. αντικατάσταση της συμβατικής δευτερεύουσας ρύθμισης αναλογικού-ολοκληρωτικού ελέγχου με προβλεπτικό έλεγχο (Model Predictive Control, MPC)).
 - Ενσωμάτωση της στοχαστικότητας στο μοντέλο ρύθμισης φορτίου-συχνότητας.
2. *Ευστάθεια*: Σχετικά με την ευστάθεια του συστήματος ρύθμισης φορτίου-συχνότητας, ζητήματα που χρήζουν περαιτέρω διερεύνησης είναι τα εξής:
 - Προσδιορισμός των ορίων ευστάθειας του συστήματος με θεώρηση στο μοντέλο της ρύθμισης φορτίου-συχνότητας μη γραμμικοτήτων, όπως περιορισμούς ράμπας των παραγωγών (generation rate constraints) και χρονικών καθυστερήσεων (time delays). Αξιοποίηση μαθηματικών εργαλείων από τη θεωρία ευστάθειας μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων.
 - Προσδιορισμός των ορίων ευστάθειας του συστήματος στην περίπτωση που αλλάξει ο τρόπος της δευτερεύουσας ρύθμισης, λόγω της κυριαρχίας στο σύστημα μονάδων με ηλεκτρονικούς μετατροπείς ισχύος.
3. *Απόδοση*: Σχετικά με την απόδοση του συστήματος ρύθμισης φορτίου-συχνότητας, ζητήματα που χρήζουν περαιτέρω διερεύνησης είναι τα εξής:
 - Ορισμός δεικτών απόδοσης που λαμβάνουν υπόψη καλύτερα την απόκριση της συχνότητας στον συνεχή χρόνο.
 - Ορισμός δεικτών απόδοσης που δεν εξαρτώνται από το σχετικό μέγεθος των διαταραχών του φορτίου σε σύστημα πολλών περιοχών. Μια αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος είναι ίσως η ελαχιστοποίηση του $\|\hat{P}\|_F$ ως προς τους συντελεστές πόλωσης, όπου $J = d_0^T \hat{P} d_0$ (βλ. σχέση (2.44)). Ωστόσο, στην περίπτωση που γνωρίζουμε κατά προσέγγιση το σχετικό μέγεθος των διαταραχών του φορτίου η ελαχιστοποίηση του $\|\hat{P}\|_F$ δεν δίνει τη βέλτιστη επιλογή.
 - Ορισμός και υπολογισμός δεικτών απόδοσης στην περίπτωση ένταξης της στοχαστικότητας στο μοντέλο ρύθμισης φορτίου-συχνότητας.

Βιβλιογραφία

- [1] N. Hatziargyriou, J. Milanovic, C. Rahmann, V. Ajjarapu, C. Canizares, I. Erlich, D. Hill, I. Hiskens, I. Kamwa, B. Pal, P. Pourbeik, J. Sanchez-Gasca, A. Stankovic, T. Van Cutsem, V. Vittal και C. Vournas. *Definition and Classification of Power System Stability - Revisited & Extended*. *IEEE Transactions on Power Systems*, 36(4):3271–3281, 2021.
- [2] H. Bevrani, H. Golpîra, A. R. Messina, N. Hatziargyriou, F. Milano και T. Ise. *Power system frequency control: An updated review of current solutions and new challenges*. *Electric Power Systems Research*, 194(9):107–114, 2021.
- [3] P. Kundur. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, New York, 1994.
- [4] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem και V. Vittal. *Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions*. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(3):1387–1401, 2004.
- [5] T. Van Cutsem και C. Vournas. *Voltage Stability of Electric Power Systems*. Springer, 1998.
- [6] Ν. Σακελλαρίδης. *Εφαρμογές Μη Γραμμικής Δυναμικής στην Ανάλυση Ευστάθειας Τάσης*. Διδακτορική Διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2010.
- [7] Α. Papavasiliou. *Optimization Models in Electricity Markets*. Cambridge University Press, 2024.
- [8] I.A. Hiskens και M.A. Pai. *Hybrid systems view of power system modelling*. 2000 *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, τόμος 2, σελίδες 228–231, 2000.
- [9] R. Goebel, R. Sanfelice και A. Teel. *Hybrid Dynamical Systems: Modeling, Stability, and Robustness*. Princeton University Press, 2012.
- [10] P. Kokotović, H. Khalil και J. O'Reilly. *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*. SIAM, 1999.
- [11] Κ. Βουρνάς, Β. Παπαδιάς και Κ. Ντελκίς. *Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας, Έλεγχος και Ευστάθεια Συστήματος*. Συμμετρία, Αθήνα, 2010.
- [12] H.K. Khalil. *Nonlinear systems*. Prentice-Hall, 3η έκδοση, 2002.
- [13] J. Machowski, Z. Lubosny, J. Bialek και J. Bumby. *Power System Dynamics Stability and Control*. Wiley, 3η έκδοση, 2020.
- [14] J. Simpson-Porco και N. Monshizadeh. *Diagonal Stability of Systems With Rank-1 Interconnections and Application to Automatic Generation Control in Power Systems*. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 9(3):1518–1530, 2022.

- [15] D. Apostolopoulou, Y. Chen, J. Zhang, A. Domínguez-García και P. Sauer. *Effects of various uncertainty sources on automatic generation control systems*. 2013 IREP Symposium Bulk Power System Dynamics and Control - IX Optimization, Security and Control of the Emerging Power Grid, σελίδες 1–6, 2013.
- [16] K. Ramakrishnan και G. Ray. *Stability Criteria for Nonlinearly Perturbed Load Frequency Systems With Time-Delay*. *IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems*, 5(3):383–392, 2015.
- [17] J. Nanda, M. Kothari και P. Satsangi. *Automatic generation control of an interconnected hydrothermal system in continuous and discrete time modes considering generation rate constraints*. *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, 130(1):17–27, 1983.
- [18] T. Kërçi, M. Murad, I. Dassios και F. Milano. *On the Impact of Discrete Secondary Controllers on Power System Dynamics*. *IEEE Transactions on Power Systems*, 36(5):4400–4409, 2021.
- [19] X. Shangguan, C. Zhang, Y. He, Li Jin, L. Jiang, J. Spencer και M. Wu. *Robust Load Frequency Control for Power System Considering Transmission Delay and Sampling Period*. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 17(8):5292–5303, 2021.
- [20] C. Vournas και J. Mantzaris. *Application of QSS Modeling to Stabilizer Design for Interarea Oscillations*. *IEEE Transactions on Power Systems*, 25(4):1910–1917, 2010.
- [21] Π. Ψαρράκος. *Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα*. Τσότρας, Αθήνα, 2021.
- [22] C.D. Meyer. *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. SIAM, 2000.
- [23] P. Antsaklis και A. Michel. *Linear Systems*. Birkhäuser, 2006.
- [24] K. Ogata. *Discrete-Time Control Systems*. Prentice Hall, 2η έκδοση, 1994.
- [25] Hui Ye, A.N. Michel και Ling Hou. *Stability theory for hybrid dynamical systems*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(4):461–474, 1998.
- [26] P. Sauer, M. Pai και J. Chow. *Power System Dynamics and Stability*. Wiley, 2η έκδοση, 2018.
- [27] P.V. Kokotovic και P.W. Sauer. *Integral manifold as a tool for reduced-order modeling of nonlinear systems: A synchronous machine case study*. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 36(3):403–410, 1989.
- [28] C. Chen. *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, 3η έκδοση, 1999.
- [29] H. Bevrani. *Robust Power System Frequency Control*. Springer, 2η έκδοση, 2014.
- [30] K. Ogata. *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, 5η έκδοση, 2010.

Συντομογραφίες - Αρκτικόλεξα - Ακρωνύμια

αμ	ανά μονάδα
ΣΑΤΥΦ	Σύστημα Αλλαγής Τάσης Υπό Φορτίο
ΣΕΠ	Σφάλμα Ελέγχου Περιοχής
ΣΗΕ	Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας
ACE	Area Control Error
ADC	Analog to Digital Converter
DAC	Digital to Analog Converter
FACTS	Flexible Alternative Current Transmission System
HVDC	High Voltage Direct Current
ZOH	Zero Order Hold