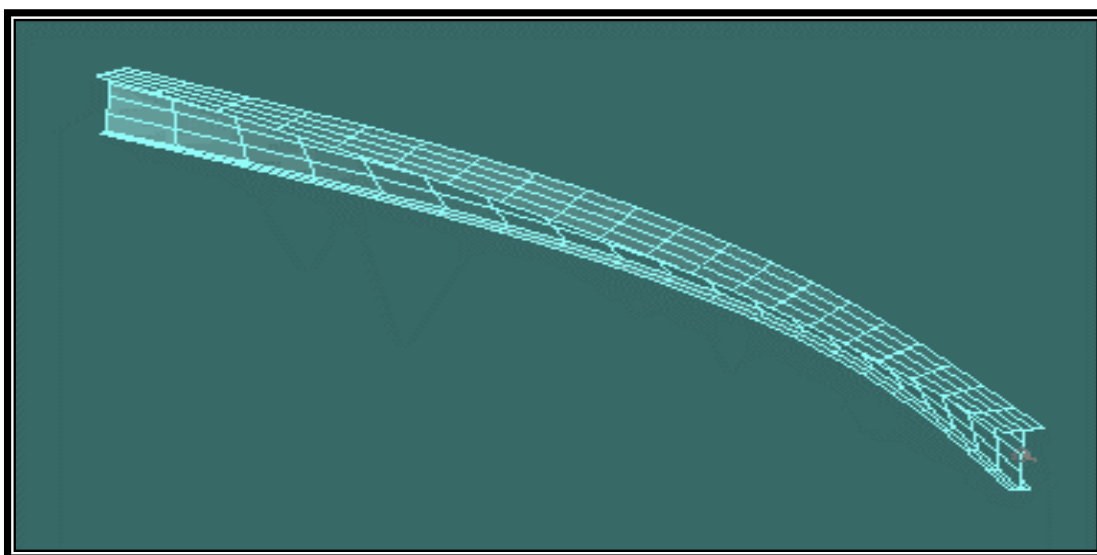




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Καμπτικός και στρεπτοκαμπτικός λυγισμός ράβδων με τις μεθόδους 1 και 2 του Ευρωκώδικα 3



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ζαφειρία Κ. Μπαρίτα

Αθήνα, Μάρτιος 2012

ΕΜΚ ΔΕ 2012/04

Επιβλέπων Καθηγητής: Ιωάννης Βάγιας

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη.....	5
Abstract	7
Ευχαριστίες	9
1 Εισαγωγή.....	11
1.1 Σκοπός της εργασίας.....	11
1.2 Η δομή της εργασίας.....	11
2 Μορφές λυγισμού.....	13
2.1 Το φαινόμενο του λυγισμού.....	13
2.2 Καμπτικός λυγισμός	13
2.3 Στρεπτικός λυγισμός	16
2.4 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός	17
2.4.1 Έλεγχος ευστάθειας	17
2.4.1.1 Σχέσεις αλληλεπίδρασης	17
2.4.1.2 Υπολογισμός χ_{LT} και κρίσιμης ροπής στρεπτοκαμπτικού λυγισμού	18
2.4.2 Έλεγχος αντοχής	21
2.4.3 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης.....	23
3 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης με τις μεθόδους 1 και 2 του EC3.....	25
3.1 Εισαγωγή	25
3.2 Μέθοδος 1	25
3.2.1 Υπολογισμός συντελεστή ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής $C_{mi,0}$	25
3.2.2 Υπολογισμός των βοηθητικών συντελεστών	26
3.2.3 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης.....	29
3.3 Μέθοδος 2.....	30
3.3.1 Υπολογισμός συντελεστή ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής C_{mi}	30
3.3.2 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης.....	30
4 Παράδειγμα εφαρμογής των μεθόδων 1 και 2 και κατασκευή διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης	33
4.1 Αριθμητικό παράδειγμα ελέγχου δοκού σε λυγισμό	33
4.2 Κατασκευή διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης.....	43
4.2.1 1 ^η περίπτωση φόρτισης: θλιπτική δύναμη και ομοιόμορφο φορτίο κατά y και z	45
4.2.1.1 Διατομή HEA 200	45
4.2.1.2 Διατομή HEA 500	48
4.2.1.3 Διατομή HEB 200	51
4.2.1.4 Διατομή HEB 500	54
4.2.1.5 Διατομή IPE 200	57
4.2.1.6 Διατομή IPE 500	60
4.2.2 2 ^η περίπτωση φόρτισης: θλιπτική δύναμη και συγκεντρωμένη ροπή στα άκρα.....	63
4.2.2.1 Διατομή HEA 200	63
4.2.2.2 Διατομή HEA 500	66
4.2.2.3 Διατομή HEB 200	69
4.2.2.4 Διατομή HEB 500	72
4.2.2.5 Διατομή IPE 200	75
4.2.2.6 Διατομή IPE 500	78
4.2.3 3 ^η περίπτωση φόρτισης: συνδυασμός των δύο παραπάνω (θλιπτική δύναμη, ομοιόμορφο φορτίο κατά z και συγκεντρωμένη ροπή στα άκρα κατά)	81
4.2.3.1 Διατομή HEA 200	81
4.2.3.2 Διατομή HEA 500	82
4.2.3.3 Διατομή HEB 200	83
4.2.3.4 Διατομή HEB 500	84

4.2.3.5 Διατομή IPE 200	85
4.2.3.6 Διατομή IPE 500	86
5 Συμπεράσματα	87
Βιβλιογραφία.....	91
Παράρτημα.....	92

Περίληψη

Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας μελετάται το φαινόμενο του καμπτικού και του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού σε μέλη από χάλυβα. Σε πολλές περιπτώσεις φόρτισης που ένα μέλος καταπονείται από αξονική θλιπτική δύναμη και μονοαξονική ή διαξονική κάμψη, ενδέχεται να χάσει την ευστάθειά του προτού εξαντληθεί η αντοχή του. Σε αυτή την περίπτωση η πραγματική αντοχή του μέλους καθορίζεται από την οριακή φόρτιση για την οποία χάνει την ευστάθεια του.

Προκειμένου να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος της ευστάθειας ενός μέλους εισάγονται οι σχέσεις αλληλεπίδρασης. Για τον υπολογισμό τους είναι απαραίτητο να υπολογιστούν οι συντελεστές αλληλεπίδρασης. Ο Ευρωκώδικας 3 εισάγει δύο μεθόδους, τις μεθόδους 1 και 2, οι οποίες υπολογίζουν αυτούς τους συντελεστές. Στην παρούσα διπλωματική παρουσιάζονται και μελετώνται αυτές οι μέθοδοι.

Αρχικά πραγματοποιείται ένα αριθμητικό παράδειγμα μιας αμφιέριστης δοκού προκειμένου να κατανοηθεί η χρήση των μεθόδων και να γίνει σύγκριση αυτών. Στη συνέχεια κατασκευάζονται τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης στα οποία φαίνεται σε ποιον οριακό συνδυασμό φόρτισης το μέλος χάνει την ευστάθεια του και πώς αυτή επηρεάζεται από την αλληλεπίδραση της αξονικής δύναμης και της κάμψης. Η κατασκευή των διαγραμμάτων αυτών έγινε με τη βοήθεια υπολογιστικών φύλλων του προγράμματος Microsoft Office Excel και πραγματοποιήθηκε για καμπτικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό, για μήκη της αμφιέριστης δοκού 2m, 4m, 6m, για τις διατομές HEA 200, HEA 500, HEB 200, HEB 500, IPE 200, IPE 500 και για τρεις διαφορετικούς τρόπους φόρτισης της δοκού.

Τα διαγράμματα που κατασκευάστηκαν οδηγούν σε κάποια γενικά συμπεράσματα για τις δύο μεθόδους και για τα δύο είδη λυγισμού που απειλούν την ευστάθεια του μέλους. Ανάλογα με τη φόρτιση της δοκού και το είδος του λυγισμού που μελετάται αλλάζει και η μέθοδος που δίνει πιο συντηρητικά αποτελέσματα σε κάθε περίπτωση. Επίσης γίνεται ξεκάθαρο ότι ανάμεσα σε δυο ίδιες δοκούς που η μια υπόκειται σε καμπτικό και η άλλη σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό, μπορούν να αναλάβουν και οι δυο την ίδια αξονική δύναμη, ενώ η πρώτη μπορεί να αναλάβει μεγαλύτερη κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της χωρίς να χάσει την ευστάθεια της.

Abstract

This diploma thesis deals with the phenomenon of torsional-flexural buckling for steel members. In many different cases of charging with axial compressive force and uniaxial or biaxial bending, the steel member possibly loses its stability before losing its resistance.

In order to confirm the stability control the relations of interaction are used. So it is necessary to measure the factors of this interaction. Eurocode 3 suggests two methods, method 1 and method 2, both of which are used in this diploma.

In the start it is carried out a numeral example of a simply supported beam in order to understand the methods and to compare them. Afterwards, using these two methods the charts of interactions are designed. The comparison of them lead to the marginal load the steel member loose its strength and how this load is depended in the interaction of the axial force and the bent. The diagrams were made using the spreadsheets of the program of Microsoft Office Excel. The diagrams were calculated for beam length of 2m, 4m, 6m , for different sections HEA 200, HEA 500,HEB 200, HEB 500, IPE 200, IPE 500 and for three different way of loading of the beam.

These diagram lead to some general conclusions for these two methods and for the two types of buckling which are critical for the stability of the beam. Depending of the load of the beam and the type of the buckling in each diagram, different method has more conservative conclusions. Also, another conclusion is that between two identical beams , of which the one subject to flexural and the other to torsional-flexural buckling, both of them can stand the same axial force but the first can tolerate more bending around the strong axis than the second without losing its stability.

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Ε.Μ.Π. κ. Ιωάννη Κ. Βάγια για τη συνεχή βοήθεια του στην εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης θέλω να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για τη στήριξη και μέσα σε αυτό το διάστημα αλλά και όλα τα προηγούμενα χρόνια μέχρι να φτάσω εδώ.

Και τέλος να ευχαριστήσω τους φίλους μου για την υποστήριξη και την προθυμία να βοηθήσουν με όποιο τρόπο μπορούσε ο καθένας, και ιδιαίτερα την Μαριάννα Ιμπριάλου, την Ελένη Κωστίδου και τον Κώστα Θεοχάρη για την πολύτιμη βοήθειά τους για να ολοκληρώσω αυτή την εργασία.

1 Εισαγωγή

1.1 Σκοπός της εργασίας

Ο σκοπός της διπλωματικής αυτής είναι να μελετηθεί το φαινόμενο του λυγισμού σε μέλη από χάλυβα. Σε πολλές περιπτώσεις φόρτισης με αξονική θλιπτική δύναμη και μονοαξονική ή διαξονική κάμψη το μέλος (κυρίως δοκοί και υποστυλώματα) ενδέχεται να χάσει την ευστάθειά του προτού εξαντληθεί η αντοχή του. Για το λόγο αυτό είναι σημαντικό να ελέγχεται η επάρκεια της διατομής του μέλους και ως προς την αντοχή αλλά και ως προς την ευστάθειά της.

Για την πραγματοποίηση του ελέγχου της ευστάθειας ενός μέλους ο Ευρωκώδικας 3 εισάγει δύο μεθόδους, τις μεθόδους 1 και 2. Στην παρούσα διπλωματική παρουσιάζονται και μελετώνται αυτές οι μέθοδοι. Εφαρμόζονται σε πλήθος διατομών και για διαφορετικές φορτίσεις του μέλους, προκειμένου να μπορέσει να γίνει μια ασφαλής σύγκριση μεταξύ τους ως προς την ακρίβεια τους, την αξιοπιστία τους και την ευχρηστία τους. Επίσης στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εξετάζονται δύο περιπτώσεις λυγισμού (του καμπτικού και του στρεπτοκαμπτικού) οι οποίες θα συγκριθούν και μεταξύ τους αλλά και πώς επηρεάζει ο καθένας τις δύο μεθόδους που αναφέρθηκαν.

1.2 Η δομή της εργασίας

Στο δεύτερο κεφάλαιο επεξηγείται το φαινόμενο του λυγισμού και η μεγάλη σημασία του για την οποία πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά το σχεδιασμό μιας κατασκευής από χάλυβα. Διακρίνονται τα τρία είδη λυγισμού από τα οποία μπορεί να κινδυνεύσει ένα μέλος και αναφέρονται οι αντίστοιχοι έλεγχοι που πρέπει να ικανοποιούνται για κάθε μια περίπτωση. Επίσης εισάγεται η έννοια των διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης τα οποία θα χρησιμοποιηθούν παρακάτω.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι μέθοδοι 1 και 2 του ευρωκώδικα για την πραγματοποίηση των ελέγχων ευστάθειας του μέλους. Αναλύεται ο τρόπος χρήσης και σε ποιες περιπτώσεις εφαρμόζεται η καθεμία από αυτές.

Στο τέταρτο κεφάλαιο επιλύεται ένα αριθμητικό παράδειγμα μιας αμφιέριστης δοκού που υπόκειται σε διαξονική κάμψη σε συνδυασμό με θλιπτική αξονική δύναμη. Η επίλυση γίνεται για τις δύο περιπτώσεις λυγισμού (καμπτικού και στρεπτοκαμπτικού) και με τις δύο μεθόδους. Επίσης κατασκευάζονται διαγράμματα αλληλεπίδρασης για τον παραπάνω συνδυασμό φόρτισης (θλιπτική δύναμη και διαξονική κάμψη) και για τις δύο περιπτώσεις λυγισμού σε αμφιέριστη δοκό για τρία διαφορετικά μήκη και για έξι διαφορετικές διατομές, καθώς επίσης και για τρεις διαφορετικούς τρόπους επιβολής της παραπάνω φόρτισης.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναφέρονται οι παρατηρήσεις που προκύπτουν από τα διαγράμματα που κατασκευάστηκαν και τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγουμε από αυτά.

2 Μορφές λυγισμού

2.1 Το φαινόμενο του λυγισμού

Κατά το σχεδιασμό μιας κατασκευής βασικός στόχος είναι η διασφάλιση ενός ικανοποιητικού επιπέδου ασφάλειάς της έναντι αστοχίας και η αποφυγή υπερβολικών παραμορφώσεων και ταλαντώσεων των στοιχείων της κατασκευής κατά τη λειτουργία της.

Στην οριακή κατάσταση αστοχίας μιας κατασκευής από χάλυβα είναι απαραίτητο να τηρούνται οι έλεγχοι επάρκειας της αντοχής των διατομών και ευστάθειας των μελών. Σε πολλές περιπτώσεις χαλύβδινων κατασκευών, η αντοχή της διατομής (π.χ. εφελκυσμός, κάμψη δοκών με πλευρική εξασφάλιση) μπορεί να καθορίζει την αντοχή ολόκληρου του μέλους. Σε πολλές όμως άλλες περιπτώσεις, όπου υπάρχει συνδυασμός δράσεων (π.χ. μεγάλη αξονική θλιπτική δύναμη με μονοαξονική ή διαξονική κάμψη), μπορεί το μέλος να χάσει την ευστάθεια του πριν εξαντληθεί η αντοχή του. Υπάρχει δηλαδή μια στάθμη εξωτερικής φόρτισης για την οποία το μέλος μπορεί να ισορροπήσει κ σε μια γειτονική θέση εκτός από την αρχική. Το φαινόμενο αυτό είναι το φαινόμενο του λυγισμού. Η στάθμη αυτής της φόρτισης εκφράζει ουσιαστικά την εξάντληση της αντοχής του μέλους.

Για τον έλεγχο της ευστάθειας των μελών σε τέτοιες περιπτώσεις κ επομένως και για τον προσδιορισμό της αντοχής τους, έχουν δημιουργηθεί οι σχέσεις αλληλεπίδρασης. Η επίλυσή τους γίνεται με τη βοήθεια των μεθόδων 1 και 2 του ευρωκώδικα 3, που παρακάτω θα παρουσιαστούν αναλυτικά.

2.2 Καμπτικός λυγισμός

Ο καμπτικός λυγισμός αποτελεί τη συνηθέστερη μορφή αστάθειας θλιβόμενων μεταλλικών μελών. Οφείλεται στην ύπαρξη αξονικής θλιπτικής δύναμης. Το μέλος αρχικά είναι ευθύγραμμο και λόγω της αξονικής ισορροπεί τελικά σε μια νέα θέση στην οποία παρουσιάζει καμπλωμένη μορφή. Πραγματοποιείται δηλαδή κάμψη περί τον ισχυρό ή τον ασθενή άξονα της διατομής του μέλους χωρίς όμως να αναπτυχθεί και σχετική στροφή των διατομών.

Αυτή η μορφή αστοχίας συμβαίνει πριν το μέλος φτάσει στην πλαστική αντοχή της διατομής του. Για το λόγο αυτό η πλαστική αντοχή της διατομής μειώνεται με ένα μειωτικό συντελεστή χ ο οποίος θα υπολογιστεί στη συνέχεια. Συνεπώς ένα θλιβόμενο μέλος με σταθερή διατομή είναι ασφαλές έναντι καμπτικού λυγισμού όταν ικανοποιείται η εξής σχέση:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b, RD}} \leq 1.0 \quad (2.1)$$

όπου

N_{Ed} η τιμή σχεδιασμού της θλιπτικής δύναμης

$N_{b,RD}$ η αντοχή του θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό.

Η αντοχή του θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$N_{b,RD} = \chi N_{pl,RD} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3} \quad (2.2)$$

$$N_{b,RD} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4} \quad (2.3)$$

όπου

χ μειωτικός συντελεστής λόγω καμπτικού λυγισμού
 A_{eff} η ενεργός διατομή κατηγορίας 4

Ο μειωτικός συντελεστής χ εξαρτάται από την ανηγμένη λυγηρότητα και από το συντελεστή ατελειών α ο οποίος εξαρτάται από την καμπύλη λυγισμού:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0 \quad (2.4)$$

όπου

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha \left(\bar{\lambda} - 0,2 \right) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (2.5)$$

και η ανηγμένη λυγηρότητα είναι:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3} \quad (2.6)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4} \quad (2.7)$$

όπου

N_{cr} το ελαστικό κρίσιμο φορτίο και ισούται με:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad (2.8)$$

με E το μέτρο ελαστικότητας

L_{cr} το ισοδύναμο μήκος λυγισμού στο επίπεδο λυγισμού




I η ροπή αδράνειας περί τον αντίστοιχο άξονα λυγισμού

Ο συντελεστής ατελειών a λαμβάνεται από τον παρακάτω πίνακα ανάλογα με την καμπύλη λυγισμού, η οποία εξαρτάται από τη μορφή και τις διαστάσεις της διατομής, από τη διαδικασία κατασκευής της (συγκολλητή, ελατή) και τον άξονα περί τον οποίο πραγματοποιείται ο λυγισμός, και δίνεται από τον πίνακα 2.2.

Πίνακας 2.1 Συντελεστής ατελειών για καμπύλες λυγισμού

Καμπύλη λυγισμού	a_0	A	B	c	d
Συντελεστής ατελειών a	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Πίνακας 2.2 Επιλογή καμπύλης λυγισμού

Διατομή	Όρια	Λυγισμός περί άξονα	Καμπύλη λυγισμού	
			S235 S275 S355 S420	S460
Πρότυπες I – διατομές 	$h/b > 1,2$ $t_f \leq 40mm$	y-y z-z	a b	a_0 a_0
	$40mm < t_f \leq 100mm$	y-y z-z	b c	a a
	$h/b \leq 1,2$ $t_f \leq 100mm$	y-y z-z	b c	a a
	$t_f > 100mm$	y-y z-z	d d	c c
Συγκολλητές διατομές I 	$t_f \leq 40mm$	y-y z-z	b c	b c
	$t_f > 40mm$	y-y z-z	c d	c d
Κοίλες διατομές 	Εν θερμώ έλαση	οποιοσδήποτε	a	a_0
	Εν ψυχρώ έλαση	οποιοσδήποτε	c	c

2.3 Στρεπτικός λυγισμός

Στρεπτικός λυγισμός είναι η παραμόρφωση ενός θλιβόμενου μέλους σταθερής διατομής, όταν οι διατομές του στρέφονται κατά τον ευθύγραμμο διαμήκη άξονα του μέλους, ενώ αυτός παραμένει ευθύγραμμος. Ο κίνδυνος αστοχίας από στρεπτικό λυγισμό αφορά μόνο τις ανοικτές διατομές καθώς οι κλειστές έχουν πολύ μεγάλη δυστρεψία. Συνεπώς, στις ανοικτές διατομές δεν είναι γνωστό ποια μορφή λυγισμού θα εμφανιστεί πρώτη και γι' αυτό πρέπει να εξετάζονται και οι δύο περιπτώσεις ώστε να βρεθεί ποια δίνει το μικρότερο κρίσιμο φορτίο.

Η οριακή αντοχή που συνδέεται με το στρεπτικό λυγισμό, σύμφωνα με τον ευρωκώδικα δεν μπορεί να υπολογιστεί με μεγάλη ακρίβεια και για το λόγο αυτό γίνεται αποδεκτό ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ίδια διαδικασία υπολογισμού της αντοχής σε καμπτικό λυγισμό. Επομένως η αντοχή σε στρεπτικό λυγισμό προκύπτει από τις παραπάνω σχέσεις (2.1) έως (2.5) σε συνδυασμό με τις παρακάτω:

το ελαστικό κρίσιμο φορτίο στρεπτικού λυγισμού για μια θλιβόμενη ράβδο με απλές στρεπτικές στηρίξεις στα άκρα της είναι:

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_M^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L_T^2} \right) \quad (2.9)$$

όπου

$$i_M^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_M^2$$

η πολική ροπή αδράνειας της διατομής ως προς το κέντρο διάτμησης

y_M

η απόσταση κέντρου βάρους και κέντρου διάτμησης της διατομής επί του άξονα y

I_b, I_w

οι σταθερές στρέψης και στρέβλωσης της διατομής

L_T

το μήκος λυγισμού έναντι στρέψης:

$L_T = L$ για διχαλωτές στηρίξεις

$L_T = 0,5L$ για πακτώσεις στα άκρα

ο μειωτικός συντελεστής είναι χ_T και η ανηγμένη λυγηρότητα:

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,T}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3} \quad (2.10)$$

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr,T}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4} \quad (2.11)$$

2.4 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός

Ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός είναι ένας συνδυασμός των δυο παραπάνω μορφών αστοχίας, του καμπτικού και του στρεπτικού λυγισμού. Οι διατομές των θλιβόμενων ή καμπτόμενων μελών, στα οποία μπορεί να εμφανιστεί ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, υπόκεινται σε στροφή περί το κέντρο διάτμησης και ταυτόχρονα μετατοπίζονται σε σχέση με τον αρχικά ευθύγραμμο διαμήκη άξονα, ο οποίος όμως παύει πλέον να είναι ευθύγραμμος και παραμορφώνεται. Και σε αυτή την περίπτωση ο κίνδυνος αστοχίας με αυτόν τον τρόπο είναι μεγαλύτερος στις ανοικτές διατομές, ενώ στις κλειστές είναι πολύ μικρός λόγω της μεγάλης τους δυστρεψιάς. Ανάλογα με την εξωτερική φόρτιση υπάρχουν οι εξής περιπτώσεις στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

- Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός μελών υπό θλίψη
- Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός (ή πλευρικός) μη προστατευμένων πλευρικά δοκών υπό κάμψη περί τον ισχυρό άξονα
- Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός μελών υπό θλίψη και κάμψη

Η τρίτη περίπτωση, δηλαδή μέλη υπό θλίψη και διαξονική κάμψη είναι η πιο γενική περίπτωση καταπόνησης μιας ράβδου. Από τη διατύπωση των συνθηκών ισορροπίας στην παραμορφωμένη κατάσταση μιας ράβδου με αυτή την καταπόνηση προκύπτει ένα πολύπλοκο σύστημα τριών διαφορικών εξισώσεων, η λύση του οποίου δεν είναι εφικτή για γενικές περιπτώσεις. Για το λόγο αυτό οι κανονισμοί επιτρέπουν τη χρήση απλοποιημένων εξισώσεων που λαμβάνουν υπόψη την αλληλεπίδραση της αξονικής δύναμης και της διαξονικής κάμψης στην ευστάθεια του μέλους. Οι εξισώσεις αυτές ονομάζονται σχέσεις αλληλεπίδρασης και έχουν την ιδιότητα, όταν δρα ένα μόνο εντατικό μέγεθος, να ταυτίζονται με τις σχέσεις ελέγχου για το συγκεκριμένο εντατικό μέγεθος (αξονική δύναμη ή κάμψη).

Εκτός από τον έλεγχο ευστάθειας πρέπει να γίνεται κ έλεγχος της αντοχής των διατομών σε κάθε άκρο του μέλους. Ο έλεγχος αυτός πραγματοποιείται με μια διαφορετική εξίσωση που λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση των εντατικών μεγεθών.

Από τους ελέγχους ευστάθειας και αντοχής ενός μέλους μπορούν να προκύψουν και τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης για αξονική δύναμη και κάμψη, που θα παρουσιαστούν παρακάτω.

2.4.1 Έλεγχος ευστάθειας

2.4.1.1 Σχέσεις αλληλεπίδρασης

Οι σχέσεις αυτές βασίζονται στη μεμονωμένη αμφιέριστη δοκό σταθερής διατομής διπλής συμμετρίας με διχαλωτές στηρίξεις, με ή χωρίς συνεχείς πλευρικές στηρίξεις, η οποία υπόκειται σε αξονικές θλιπτικές δυνάμεις, ακραίες ροπές και εγκάρσια φορτία. Χρησιμοποιούνται στην ανάλυση 1ης τάξης στην οποία γίνεται χρήση μόνο των καθολικών ατελειών. Γι' αυτό πρέπει να ελέγχεται η ευστάθεια των μελών μέσω αυτών των σχέσεων αλληλεπίδρασης στις οποίες έχουν ενσωματωθεί οι τοπικές απώλειες των μελών.

Οι σχέσεις αλληλεπίδρασης είναι οι εξής:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{RK}} + K_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (2.12)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{RK}} + K_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (2.13)$$

όπου

- $N_{Ed}, M_{y,Ed}, M_{z,Ed}$ οι τιμές σχεδιασμού της αξονικής θλιπτικής δύναμης και των μέγιστων ροπών ως προς τους άξονες y-y και z-z του μέλους αντίστοιχα
- $N_{RK}, M_{y,RK}, M_{z,RK}$ οι τιμές αξονικής θλιπτικής αντοχής και πλαστικής ροπής αντοχής ως προς τους άξονες y-y και z-z του μέλους αντίστοιχα
- $\Delta M_{y,ed}, \Delta M_{z,ed}$ οι ροπές λόγω της μετατόπισης του κεντροβαρικού άξονα για διατομές κατηγορίας 4 (για τις υπόλοιπες κατηγορίες $\Delta M_{y,ed} = \Delta M_{z,ed} = 0$)
- χ_y, χ_z οι μειωτικοί συντελεστές λόγω καμπτικού λυγισμού
- χ_{LT} ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού. Για μέλη μη ευαίσθητα σε στρεπτική παραμόρφωση: $\chi_{LT} = 1,0$
- $\gamma_{M1} = 1$ συντελεστής ασφαλείας
- $k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$ συντελεστές αλληλεπίδρασης

Οι συντελεστές αλληλεπίδρασης $k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$ που εισάγονται στις σχέσεις αλληλεπίδρασης προσδιορίζονται από τις μεθόδους 1 και 2 του ευρωκώδικα 3, οι οποίες θα αναλυθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

2.4.1.2 Υπολογισμός χ_{LT} και κρίσιμης ροπής στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού υπολογίζεται ως εξής:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (2.14)$$

όπου

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} \left(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2 \right) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (2.15)$$

Ο συντελεστής ατελειών α_{LT} λαμβάνεται από τον πίνακα 2.3 για την αντίστοιχη καμπύλη πλευρικού λυγισμού που προκύπτει από τον πίνακα 2.4.

Πίνακας 2.3: Συντελεστής ατελειών για καμπύλες πλευρικού λυγισμού

Καμπύλη λυγισμού	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Πίνακας 2.4: Καμπύλες πλευρικού λυγισμού

Διατομή	Όρια	Καμπύλη λυγισμού
Ελατές διατομές I	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Συγκολλητές διατομές I	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Άλλες διατομές	–	d

Η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού είναι:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad (2.16)$$

όπου

W_y η ροπή αντίστασης της διατομής που είναι

$W_y = W_{pl,y}$ για διατομές κατηγορίας 1 και 2

$W_y = W_{el,y}$ για διατομές κατηγορίας 3

$W_y = W_{eff,y}$ για διατομές κατηγορίας 4

και M_{cr} η κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού, που υπολογίζεται με βάση τις ιδιότητες της πλήρους διατομής, τις συνθήκες φόρτισης, την κατανομή της ροπής και τις πλευρικές δεσμεύσεις. Ο γενικός τύπος για τον υπολογισμό της, που προβλέπεται από τον EC3, αφορά την περίπτωση δοκού σταθερής διατομής, με συνήθεις στρεπτικές συνθήκες στήριξης στα άκρα της, συμμετρική ως προς τον ασθενή άξονα αδρανείας και υποκείμενης σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα αδρανείας της είναι:

$$M_{cr,LT} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\} \quad (2.17)$$

όπου

C_1, C_2, C_3 συντελεστές εξαρτώμενοι από τις συνθήκες φόρτισης και στρεπτικής στήριξης

I_t η σταθερά στρέψης

I_w η σταθερά στρέβλωσης

I_z η ροπή αδράνειας ως προς τον ασθενή άξονα

L το μήκος της δοκού μεταξύ σημείων πλευρικά εξασφαλισμένων

k, k_w συντελεστές εξαρτώμενοι από το είδος των στηρίξεων ως προς την ελευθερία στροφής και στρέβλωσης των άκρων του πλευρικά μη προστατευόμενου τμήματος:

$k = 1$ για απλές στρεπτικές στηρίξεις

$k = 0,5$ για πακτωμένα άκρα

$k = 0,7$ για ένα πακτωμένο κ ένα με απλή στρεπτική στήριξη άκρο

$k_w = 1$ συνίσταται ως συντηρητική τιμή για όλες τις περιπτώσεις

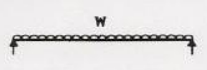



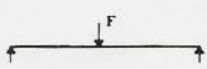

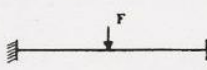

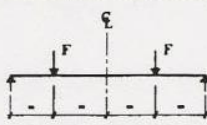
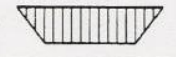
$z_g = z_j = 0$ για δοκούς διπλής συμμετρίας (με τις οποίες θα ασχοληθούμε στην παρούσα διπλωματική) όπου το κέντρο βάρους συμπίπτει με το κέντρο διάτμησης

Οι συντελεστές C_1, C_2, C_3 λαμβάνονται από τον παρακάτω πίνακα συναρτήσει της φόρτισης και της τιμής του k :

Πίνακας 2.5α: Συντελεστές C_1, C_2, C_3 για φόρτιση με ακραίες ροπές

Φόρτιση και συνθήκες στήριξης	ψ	Διάγραμμα καμπτικών ροπών	Τιμή του k	Συντελεστές		
				C_1	C_2	C_3
	+1		1,0	1,000	0	1,000
			0,7	1,000	0	1,113
			0,5	1,000	0	1,114
	+1/2		1,0	1,323	0	0,992
			0,7	1,473	0	1,556
			0,5	1,514	0	2,271
	+1/4		1,0	1,563	0	0,977
			0,7	1,739	0	1,531
			0,5	1,788	0	2,235
	0		1,0	1,879	0	0,939
			0,7	2,092	0	1,473
			0,5	2,150	0	2,150
-1/4		1,0	2,281	0	0,855	
		0,7	2,538	0	1,340	
		0,5	2,609	0	1,957	
-1/2		1,0	2,704	0	0,676	
		0,7	3,009	0	1,059	
		0,5	3,093	0	1,546	
-3/4		1,0	2,927	0	0,366	
		0,7	3,258	0	0,575	
		0,5	3,348	0	0,837	
-1		1,0	2,752	0	0,000	
		0,7	3,063	0	0,000	
		0,5	3,149	0	0,000	

Πίνακας 2.5β: Συντελεστές C_1, C_2, C_3 για φόρτιση με εγκάρσια φορτία

Φόρτιση και συνθήκες στήριξης	Διάγραμμα καμπτικών ροπών	Τιμή του k	Συντελεστές		
			C_1	C_2	C_3
		1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304	0,525 0,980
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432	1,730 3,050
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,267 0,715	2,640 4,800
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410	1,120 1,890

2.4.2 Έλεγχος αντοχής

➤ Ελαστική ανάλυση

Στην ελαστική ανάλυση για τον προσδιορισμό της αντοχής της διατομής ως οριακή αξονική δύναμη σχεδιασμού λαμβάνεται η δύναμη πλήρους πλαστικοποίησης της διατομής και οι ελαστικές καμπτικές ροπές ως εξής:

$$N_{pl,RD} = A f_{y,d} \quad (2.18)$$

$$M_{y,el,RD} = W_{el,y} f_{y,d} \quad (2.19)$$

$$M_{z,el,RD} = W_{el,z} f_{y,d} \quad (2.20)$$

Τα ανηγμένα εντατικά μεγέθη είναι:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,RD}} \quad (2.21)$$

$$m_y = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,el,RD}} \quad (2.22)$$

$$m_z = \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,el,RD}} \quad (2.23)$$

Για τον συνδυασμό δράσης αξονικής θλιπτικής δύναμης και διαξονικής κάμψης, για τον έλεγχο της επάρκειας της διατομής μπορεί να χρησιμοποιηθεί η παρακάτω προσεγγιστική σχέση:

$$n + m_y + m_z \leq 1 \quad (2.24)$$

Η σχέση αυτή ισχύει μόνο για διατομές διπλής συμμετρίας.

➤ *Πλαστική ανάλυση*

Ακολουθώντας την πλαστική ανάλυση τα πλαστικά οριακά μεγέθη σχεδιασμού είναι τα εξής:

Αξονική δύναμη: $N_{pl,RD} = A f_{y,d} \quad (2.25)$

Κάμψη ως προς τον ισχυρό άξονα: $M_{y,pl,RD} = W_{pl,y} f_{y,d} \quad (2.26)$

Κάμψη ως προς τον ασθενή άξονα: $M_{z,pl,RD} = W_{pl,z} f_{y,d} \quad (2.27)$

Τα ανηγμένα εντατικά μεγέθη είναι: $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,RD}} \quad (2.28)$

$$m_y = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl,RD}} \quad (2.29)$$

$$m_z = \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl,RD}} \quad (2.30)$$

Για διατομές διπλής συμμετρίας θεωρείται ότι την αξονική δύναμη και τη ροπή M_y την αναλαμβάνει αρχικά ο κορμός μέχρι κάποιες οριακές τιμές, ο οποίος αρχίζει πρώτος να πλαστικοποιείται, ενώ την πρόσθετη αξονική και ροπή τις αναλαμβάνουν τα πέλματα. Αντίθετα, λόγω της ροπής M_z η πλαστικοποίηση αρχίζει από τα πέλματα. Για την ταυτόχρονη δράση αυτών των εντατικών μεγεθών έχει αποδειχθεί ότι πρέπει να ισχύει η παρακάτω σχέση αλληλεπίδρασης προκειμένου να ικανοποιείται ο έλεγχος αντοχής σε αδέσμευτα μέλη (δοκοί, υποστυλώματα) :

Για $n \leq a_w$ πρέπει:
$$\left[\frac{m_y (1 + a_f) - a_w + \frac{n^2}{a_w}}{2a_f} \right]^2 + m_z \leq 1 \quad (2.31)$$

$$\text{Για } n \geq a_w \text{ πρέπει: } \left[\frac{m_y(1+a_f) - 2(a_w - n)}{2a_f} \right]^2 + m_z \leq 1 \quad (2.32)$$

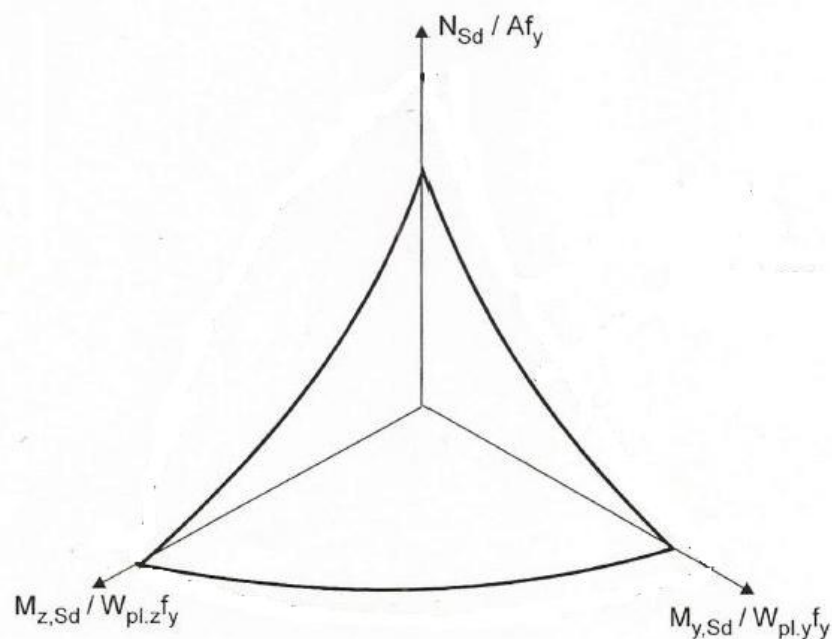
όπου:

$$a_f = \frac{A_f}{A} = \frac{2bt_f}{A} \quad \text{το ανηγμένο εμβαδό πέλματος της διατομής}$$

$$a_w = \frac{A_w}{A} = 1 - a_f \quad \text{το ανηγμένο εμβαδό κορμού της διατομής}$$

2.4.3 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης

Οι παραπάνω σχέσεις αλληλεπίδρασης που περιγράφηκαν για τον έλεγχο της ευστάθειας και της αντοχής για ένα μέλος, είναι δυνατό να παρασταθούν γραφικά με τα λεγόμενα διαγράμματα αλληλεπίδρασης. Στους άξονες αυτών των διαγραμμάτων τοποθετούνται τα ανηγμένα εντατικά μεγέθη n , m_y , m_z και οι σχέσεις που τα συνδέουν εκφράζονται με τις καμπύλες αλληλεπίδρασης που προκύπτουν (στο χώρο εκφράζονται ως επιφάνειες). Κάθε συνδυασμός τιμών n , m_y , m_z που αποτελεί μια εντατική κατάσταση, στο διάγραμμα παρουσιάζεται ως ένα σημείο. Αν αυτό το σημείο είναι στο εσωτερικό της καμπύλης, τότε πρόκειται για ασφαλή συνδυασμό των φορτίων. Αν είναι πάνω στην καμπύλη, η εντατική κατάσταση αυτή αποτελεί οριακό συνδυασμό φόρτισης, ενώ αν είναι έξω από την καμπύλη πρόκειται για εντατική κατάσταση για την οποία δεν ικανοποιούνται οι έλεγχοι. Η μορφή των διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης φαίνεται στο σχήμα 2.1:



Σχήμα 2. 1: διάγραμμα αλληλεπίδρασης για αξονική δύναμη και διαξονική κάμψη

3 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης με τις μεθόδους 1 και 2 του EC3

3.1 Εισαγωγή

Ο Ευρωκώδικας περιλαμβάνει δύο μεθόδους για τον υπολογισμό των συντελεστών αλληλεπίδρασης των σχέσεων αλληλεπίδρασης. Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν αναλυτικά αυτές οι δύο μέθοδοι.

Η μέθοδος 1 του EC3 είναι η μία από τις δύο αυτές μεθόδους. Η μέθοδος αυτή παρέχει τη δυνατότητα ελέγχου βάσει των πλαστικών ιδιοτήτων της διατομής για τις κατηγορίες 1 και 2, ενώ βάσει των ελαστικών ιδιοτήτων για διατομές κατηγορίας 3 και 4. Όπως όμως αναφέρουν οι Βάγιας, Ερμόπουλος, Ιωαννίδης ο κανονισμός για ευκολία επιτρέπει στη μέθοδο 1 την εκτέλεση των ελέγχων για ελαστική μόνο συμπεριφορά. Η πορεία που ακολουθείται για τον έλεγχο μιας δοκού πλευρικά προστατευμένης και μη, έναντι στρεπτικού λυγισμού είναι η ίδια με μόνη διαφορά στις τιμές κάποιων συντελεστών που θα αναφερθούν παρακάτω.

Η μέθοδος 2 παρέχει τις ίδιες δυνατότητες με τη μέθοδο 1 σχετικά με την κατηγορία και τις ιδιότητες της διατομής (δηλαδή ελαστικές για κατηγορία 3, 4 και πλαστικές για 1, 2). Σε αντίθεση όμως με τη μέθοδο 1, εμφανίζει κάποιες διαφοροποιήσεις ανάλογα με τον τύπο της διατομής (τύπου I, ορθογωνικές, κοίλες). Στη συγκεκριμένη εργασία θα ασχοληθούμε με τις διατομές τύπου I και H. Επίσης και σε αυτή τη μέθοδο παρατηρούνται κάποιες διαφορές στην πορεία για τον έλεγχο μιας δοκού πλευρικά προστατευμένης και μη, έναντι στρεπτικού λυγισμού, οι οποίες θα διευκρινιστούν.

3.2 Μέθοδος 1

3.2.1 Υπολογισμός συντελεστή ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής $C_{mi,0}$

Ο συντελεστής $C_{mi,0}$ ονομάζεται συντελεστής ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής. Καθορίζεται από το διάγραμμα ροπών της δοκού και λαμβάνει υπόψη την επίδραση της αξονικής θλιπτικής δύναμης. Στην παρούσα διπλωματική θα ασχοληθούμε με τις παρακάτω περιπτώσεις:

- ο γραμμικό διάγραμμα ροπής με ροπές στα άκρα M και ψM όπου $-1 \leq \psi \leq 1$

$$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}} \quad (3.1)$$

- ο τριγωνικό διάγραμμα ροπής με μηδενικές ροπές στα άκρα και συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκού

$$C_{mi,0} = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}} \quad (3.2)$$

- ο διάγραμμα ροπής με μηδενικές ροπές στα άκρα και κατανομημένο φορτίο στη δοκό

$$C_{mi,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}} \quad (3.3)$$

3.2.2 Υπολογισμός των βοηθητικών συντελεστών

Απαραίτητη παράμετρος είναι η ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_0$ για στρεπτοκαμπτικό λυγισμό λόγω σταθερής καμπτικής ροπής M_y .

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M'_{cr}}} \quad (3.4)$$

όπου η τιμή της κρίσιμης ελαστικής ροπής πλευρικού λυγισμού M'_{cr} για σταθερή καμπτική ροπή προκύπτει από τη σχέση (2.17) με τιμές των C_1, C_2, C_3 από τον πίνακα 2.2 για $\psi = +1$.

Από τον προσδιορισμό της $\bar{\lambda}_0$ διακρίνονται δυο περιπτώσεις για τον υπολογισμό των συντελεστών C_{mi} :

$$\text{Av } \bar{\lambda}_0 \leq 0,2\sqrt{C_1} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)} : \quad \begin{aligned} C_{my} &= C_{my,0} \\ C_{mz} &= C_{mz,0} \\ C_{mLT} &= 1,0 \end{aligned}$$

$$\text{Av } \bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)} : \quad \begin{aligned} C_{my} &= C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} \alpha_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} \alpha_{LT}} \\ C_{mz} &= C_{mz,0} \end{aligned}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{\alpha_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}} \geq 1$$

όπου

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3}$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A_{eff}}{W_{eff,y}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4}$$

$$\alpha_{LT} = 1 - I_T/I_y \quad \text{με } I_T \text{ σταθερά στρέψης και } I_y \text{ ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα y-y}$$

C_1 συντελεστής από πίνακα 2.2

$N_{cr,y}$ ελαστική δύναμη καμπτικού λυγισμού περί τον άξονα y-y

$N_{cr,z}$ ελαστική δύναμη καμπτικού λυγισμού περί τον άξονα z-z

$N_{cr,T}$ ελαστική δύναμη στρεπτικού λυγισμού

Στην περίπτωση δοκού πλευρικά προστατευμένης έναντι στρεπτικού λυγισμού, που υπόκειται δηλαδή μόνο σε καμπτικό, θεωρείται $\chi_{LT} = 1$, $\lambda_\theta = 0$ και :

$$\begin{aligned} C_{my} &= C_{my,0} \\ C_{mz} &= C_{mz,0} \\ C_{mLT} &= 1,0 \end{aligned}$$

Λοιποί βοηθητικοί συντελεστές:

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (3.5)$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \quad (3.6)$$

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5 \quad (3.7)$$

$$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5 \quad (3.8)$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{\frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \quad (3.9)$$

$$\text{Και } \bar{\lambda}_{\max} = \max \left\{ \bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z \right\}$$

Βάσει των παραπάνω μπορούμε να υπολογίσουμε και τους εξής συντελεστές:

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^{-2} \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} \quad (3.10)$$

$$\text{όπου } b_{LT} = 0,5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^{-2} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,RD}} \quad (3.11)$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^{-2}}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}} \quad (3.12)$$

$$\text{όπου } c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^{-2}}{5 + \bar{\lambda}_z^{-4}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \quad (3.13)$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^{-2}}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} \quad (3.14)$$

$$\text{όπου } d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^{-4}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,RD}} \quad (3.15)$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^{-2} \right) - e_{LT} \right] n_{pl} \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}} \quad (3.16)$$

$$\text{όπου } e_{LT} = 1,7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^{-4}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \quad (3.17)$$

Σημειώνεται ότι για δοκό πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού εφόσον $\lambda_0=0$, ισχύει:

$$b_{LT} = c_{LT} = d_{LT} = e_{LT} = 0$$

3.2.3 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης

Για κατηγορίες 3 και 4 βάσει των ελαστικών ιδιοτήτων:

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (3.18\alpha)$$

$$k_{yz} = C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \quad (3.19\alpha)$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (3.20\alpha)$$

$$k_{zz} = C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \quad (3.21\alpha)$$

Για κατηγορίες 1 και 2 βάσει των πλαστικών ιδιοτήτων:

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}} \quad (3.18\beta)$$

$$k_{yz} = C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \quad (3.19\beta)$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \quad (3.20\beta)$$

$$k_{zz} = C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}} \quad (3.21\beta)$$

3.3 Μέθοδος 2

3.3.1 Υπολογισμός συντελεστή ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής C_{mi}

Διακρίνονται οι εξής περιπτώσεις:

- ο γραμμικό διάγραμμα ροπής με ροπές στα άκρα M και ψM όπου $-1 \leq \psi \leq 1$

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,6 + 0,4\psi_i \geq 0,4 \quad \text{για ομοιόμορφο και} \\ \text{κατανεμημένο φορτίο}$$

- ο μη γραμμικό διάγραμμα ροπής με ροπές στα άκρα M_h και ψM_h και μέγιστο M_s , με $\alpha_h = M_h/M_s$
αν $0 \leq \alpha_h \leq 1$ και $-1 \leq \psi \leq 1$ τότε

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,95 + 0,05\alpha_h \quad \text{για ομοιόμορφο φορτίο}$$

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,90 + 0,10\alpha_h \quad \text{για συγκεντρωμένο φορτίο}$$

- αν $-1 \leq \alpha_h < 0$ και $0 \leq \psi \leq 1$ τότε

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,95 + 0,05\alpha_h \quad \text{για ομοιόμορφο φορτίο}$$

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,90 + 0,10\alpha_h \quad \text{για συγκεντρωμένο φορτίο}$$

- αν $-1 \leq \alpha_h < 0$ και $-1 \leq \psi < 0$ τότε

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,95 + 0,05\alpha_h(1 + 2\psi) \quad \text{για ομοιόμορφο φορτίο}$$

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,90 + 0,10\alpha_h(1 + 2\psi) \quad \text{για συγκεντρωμένο} \\ \text{φορτίο}$$

Για μέλη με λυγισμό από μετάθεση πρέπει να λαμβάνεται $C_{my}=0,9$ ή $C_{mz}=0,9$ αντίστοιχα.

Για δοκό πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού οι C_{my} , C_{mz} υπολογίζονται όπως παραπάνω, ενώ λαμβάνεται $C_{mLT} = 1$.

3.3.2 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης

Για μέλη μη ευαίσθητα σε στρεπτικές παραμορφώσεις και διατομές I και H:

Για κατηγορίες 3 και 4 βάσει των ελαστικών ιδιοτήτων:

$$k_{yy} = C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \right) \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (3.22\alpha)$$

$$k_{zz} = C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \right) \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (3.23\alpha)$$

$$k_{yz} = k_{zz} \quad (3.24\alpha)$$

$$k_{zy} = 0,8k_{yy} \quad (3.25\alpha)$$

Για κατηγορίες 1 και 2 βάσει των πλαστικών ιδιοτήτων:

$$k_{yy} = C_{my} \left[1 + \left(\bar{\lambda}_y - 0,2 \right) \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (3.22\beta)$$

$$k_{zz} = C_{mz} \left[1 + \left(2 \bar{\lambda}_z - 0,6 \right) \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (3.23\beta)$$

$$k_{yz} = 0,6k_{zz} \quad (3.24\beta)$$

$$k_{zy} = 0,6k_{yy} \quad (3.25\beta)$$

Για μέλη ευαίσθητα σε στρεπτικές παραμορφώσεις αλλάζει μόνο ο k_{zy} ενώ οι υπόλοιποι συντελεστές είναι όπως ακριβώς παραπάνω:

Για κατηγορίες 3 και 4 βάσει των ελαστικών ιδιοτήτων:

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,05 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \geq \left[1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \quad (3.25\gamma)$$

Για κατηγορίες 1 και 2 βάσει των πλαστικών ιδιοτήτων:

Για $\bar{\lambda}_z \geq 0,4$:

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \quad (3.25\delta)$$

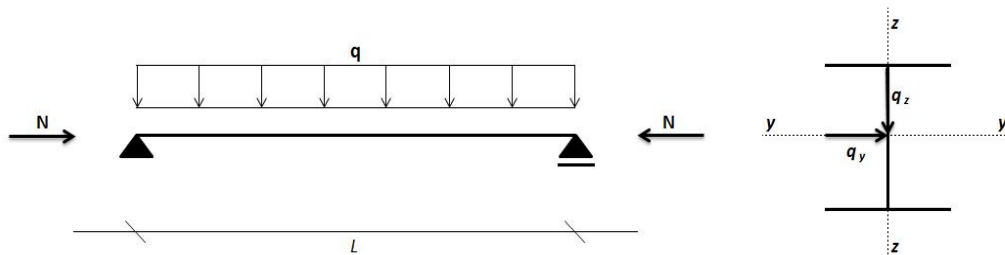
Για $\bar{\lambda}_z < 0,4$:

$$k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq \left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \quad (3.25\epsilon)$$

4 Παράδειγμα εφαρμογής των μεθόδων 1 και 2 και κατασκευή διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης

4.1 Αριθμητικό παράδειγμα ελέγχου δοκού σε λυγισμό

Εξετάζουμε μια αμφιέριστη δοκό διατομής HEA200 από χάλυβα S235, μήκους $L=4\text{m}$, που καταπονείται από τα ακόλουθα φορτία: αξονική θλιπτική δύναμη $N=500\text{ kN}$, ομοιόμορφο φορτίο κατά τον άξονα $y-y$ $q_y=5\text{kN/m}$ και κατά τον άξονα $z-z$ $q_z=10\text{kN/m}$, όπως φαίνεται και στο σχήμα:



Η δοκός καταπονείται από αξονική θλιπτική δύναμη και διαξονική κάμψη. Επομένως κινδυνεύει από καμπτικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό. Θα γίνουν οι έλεγχοι ως προς την ευστάθεια της και την αντοχή της όπως αναφέρθηκαν παραπάνω και θα μελετηθούν δύο περιπτώσεις:

Περίπτωση Α: να είναι πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού με συνεχείς στηρίξεις σε όλο το μήκος της

Περίπτωση Β: να μην είναι πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού

Η επίλυση του αριθμητικού παραδείγματος έγινε και με τη βοήθεια υπολογιστικού φύλλου excel προκειμένου να ελεγχθεί η ορθότητα των αποτελεσμάτων της χειρόγραφης επίλυσης αλλά και να είναι εφικτό να γίνει επίλυση για οποιαδήποτε διατομή και φόρτιση.

Στοιχεία της διατομής:

$$h = 190 \text{ mm}$$

$$b = 200 \text{ mm}$$

$$t_f = 10 \text{ mm}$$

$$t_w = 6,5 \text{ mm}$$

$$A = 53,83 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 3692 \text{ cm}^4$$

$$I_z = 1336 \text{ cm}^4$$

$$I_w = 108000 \text{ cm}^6$$

$$I_t = 20,98 \text{ cm}^2$$

$$r = 18 \text{ mm}$$

$$W_{el,y} = 388,6 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,y} = 429,5 \text{ cm}^3$$

$$\begin{aligned}
W_{el,z} &= 133,6 \text{ cm}^3 \\
W_{pl,z} &= 203,8 \text{ cm}^3 \\
i_y &= 8,28 \text{ cm} \\
i_z &= 4,98 \text{ cm}
\end{aligned}$$

Κατάταξη της διατομής:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 1$$

$$\text{Πέλμα: } c = \frac{b - t_w}{2} = \frac{200 - 6.5}{2} = 96.75 \rightarrow \frac{c}{t_f} = \frac{96.75}{10} = 9.675 < 10\varepsilon$$

άρα κατηγορίας 2

$$\text{Κορμός: } c = h - 2(t_f + r) = 134 \rightarrow \frac{c}{t_w} = \frac{134}{6.5} = 20.6 < 33\varepsilon$$

άρα κατηγορίας 1

Επομένως η συνολική διατομή είναι κατηγορίας 2.

Έλεγχος ευστάθειας:

Για να μην κινδυνεύει η διατομή από καμπτικό και στρεπτικαμπτικό λυγισμό πρέπει να ικανοποιούνται οι σχέσεις αλληλεπίδρασης

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{RK}} + K_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (2.12)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{RK}} + K_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (2.13)$$

Εντατικά μεγέθη:

$$\begin{aligned}
N_{Ed} &= 500 \text{ kN} \\
M_{y,Ed} &= \frac{q_z L^2}{8} = \frac{10 \cdot 4^2}{8} = 20 \text{ kN/m} \\
M_{z,Ed} &= \frac{q_y L^2}{8} = \frac{5 \cdot 4^2}{8} = 10 \text{ kN/m}
\end{aligned}$$

Πλαστικές τιμές αντοχής: $N_{pl,RD} = A f_{y,d} = 53.83 \cdot 23.5 = 1265 \text{ kN}$

$$M_{y,pl,RD} = W_{pl,y} f_{y,d} = 429.5 \cdot 23.5 / 100 = 100.9325 \text{ kN/m}$$

$$M_{z,pl,RD} = W_{pl,z} f_{y,d} = 203.8 \cdot 23.5 / 100 = 47.893 \text{ kN/m}$$

Η διατομή είναι κατηγορίας 2 άρα $\Delta M_{y,ed} = \Delta M_{z,ed} = 0$

Τα ισοδύναμα μήκη λυγισμού για απλές διχαλωτές στηρίξεις στα άκρα είναι:

$$L_{cr,y} = L_{cr,z} = 1 \cdot 4 \cdot 100 = 400 \text{ cm}$$

και έναντι στρέψης: $L_{cr,T} = 4 \cdot 100 = 400 \text{ cm}$

Ελαστικά κρίσιμα φορτία καμπτικού λυγισμού από τη σχέση (2.8)

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 EI_y}{L_{cr,y}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 3692}{400^2} = 4782,5636 \text{ kN}$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 EI_z}{L_{cr,z}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 1336}{400^2} = 1730,6351 \text{ kN}$$

Το ελαστικό κρίσιμο φορτίο στρεπτικού λυγισμού από τη σχέση (2.9)

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_M^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L_T^2} \right) = \frac{1}{93,34} \left(\frac{2,1 \cdot 10^4}{2,6} \cdot 20,98 + \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \cdot 108000}{400^2} \right) = 3313,6189$$

όπου η πολική ροπή αδράνειας της διατομής είναι

$$i_M^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_M^2 = 8,28^2 + 4,98^2 = 93,34 \text{ cm}^2$$

Η κρίσιμη ελαστική ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού από τη σχέση (2.17):

$$M_{cr,LT} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0,5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\}$$

όπου

$$k_w = 1$$

$k = 1$ για απλές στρεπτικές στηρίξεις

$z_g = z_j = 0$ για δοκούς διπλής συμμετρίας

και από το πίνακα 2.5 λαμβάνονται οι συντελεστές $C_1=1,132$
 $C_2=0,459$
 $C_3=0,525$

Άρα

$$M_{cr,LT} = 1,132 \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \cdot 1336}{(1 \cdot 400)^2} \left\{ \left[\left[\frac{1}{1} \right]^2 \frac{108000}{1336} + \frac{(1 \cdot 400)^2 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \cdot 20,98}{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \cdot 2,6 \cdot 1336} \right]^{0,5} \right\}$$

$$= 26192,569 \text{ kN/cm}$$

Μειωτικοί συντελεστές λόγω καμπτικού λυγισμού από την σχέση (2.4):

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} \leq 1,0 \quad \text{και} \quad \chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} \leq 1,0$$

όπου

$$\Phi_y = 0,5 \left[1 + \alpha_y \left(\bar{\lambda}_y - 0,2 \right) + \bar{\lambda}_y^2 \right] = 0,5 [1 + 0,34 \cdot (0,514299 - 0,2)] + 0,514299^2 = 0,68568$$

$$\Phi_z = 0,5 \left[1 + \alpha_z \left(\bar{\lambda}_z - 0,2 \right) + \bar{\lambda}_z^2 \right] = 0,5 [1 + 0,49 \cdot (0,854955 - 0,2)] + 0,854955^2 = 1,09524$$

$$\text{με } \bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{53,83 \cdot 23,5}{4782,5636}} = 0,514299$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{Af_z}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{53,83 \cdot 23,5}{1730,6351}} = 0,854955$$

και $h/b = 190/200 = 0,95 < 1,2$, $t_f = 10 \text{ mm} < 100 \text{ mm}$

άρα από τον πίνακα 2.2 για τον λυγισμό περί τον άξονα y-y η καμπύλη λυγισμού είναι η b με $\alpha_y = 0,34$ από τον πίνακα 2.1 και για τον λυγισμό περί τον άξονα z-z η καμπύλη λυγισμού είναι η c με $\alpha_z = 0,49$.

Επομένως προκύπτει $\chi_y = 0,8778$

$$\chi_z = 0,6277$$

➤ *Περίπτωση A: δοκός πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού*

Η δοκός σε αυτή την περίπτωση δεν κινδυνεύει από στρεπτοκαμπτικό λυγισμό αλλά μόνο από καμπτικό. Όπως αναφέρεται στο κεφάλαιο 2 λαμβάνεται :

$$\chi_{LT} = 1,0$$

και πλέον οι σχέσεις αλληλεπίδρασης (2.12), (2.13) παίρνουν την εξής μορφή:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{RK}} + K_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,RK}} + K_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,RK}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + K_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1}} + K_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{RK}} + K_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,RK}} + K_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,RK}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + K_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1}} + K_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1$$

Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης k_{ij} :

Μέθοδος 1:

Ο συντελεστής ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής $C_{mi,0}$ σύμφωνα με την παράγραφο 3.2.1 προκύπτει:

$$C_{m_{y,0}} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} = 1 + 0,03 \frac{500}{4782.5636} = 1.00313$$

$$C_{m_{z,0}} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}} = 1 + 0,03 \frac{500}{1730.6351} = 1.00867$$

$$\begin{aligned} \text{Για } \lambda_0 = 0 : C_{my} &= C_{m_{y,0}} = 1,00313 \\ C_{mz} &= C_{m_{z,0}} = 1,00867 \\ C_{mLT} &= 1,0 \end{aligned}$$

Οι βοηθητικοί συντελεστές υπολογίζονται από τις σχέσεις (3.5) έως (3.17)

$$(3.5) : \mu_y = \frac{1 - \frac{500}{4782.5636}}{1 - 0.8778 \frac{500}{4782.5636}} = 0.9859$$

$$(3.6) : \mu_z = \frac{1 - \frac{500}{1730.6351}}{1 - 0.6277 \frac{500}{1730.6351}} = 0.86862$$

$$(3.7) : w_y = \frac{429.5}{388.6} = 1.1052 < 1,5$$

$$(3.8) : w_z = \frac{203.8}{133.6} = 1.5254 > 1,5 \quad \text{άρα } w_z = 1,5$$

$$(3.9) : n_{pl} = \frac{500}{\frac{1262}{1}} = 0.395255$$

$$\bar{\lambda}_{\max} = \max \left\{ \bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z \right\} = 0.854955$$

εφόσον $\lambda_0=0$, ισχύει: $b_{LT} = c_{LT} = d_{LT} = e_{LT} = 0$

επομένως :

(3.10):

$$C_{yy} = 1 + (1.1052 - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{1.1052} 1.00313^2 \cdot 0.854955 - \frac{1,6}{1.1052} 1.00313^2 0.854955^2 \right) \cdot 0.3953 \right]$$

$$C_{yy} = 0.987 > 0.905$$

(3.12)

$$C_{yz} = 1 + (1.5 - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{1.00867^2 \cdot 0.854955^2}{1.5^5} \right) \cdot 0.3953 \right] = 1.1243 > 0.4582$$

(3.14)

$$C_{zy} = 1 + (1.1052 - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{1.00313^2 \cdot 0.854955^2}{1.1052^5} \right) \cdot 0.3953 \right] = 0.8235 > 0.466$$

(3.16)

$$C_{zz} = 1 + (1.5 - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{1.5} 1.00867^2 \cdot 0.854955 - \frac{1,6}{1.5} 1.00867^2 0.854955^2 \right) \cdot 0.3953 \right]$$

$$C_{zz} = 1.0551 > 0.6556$$

Και οι συντελεστές αλληλεπίδρασης:

$$(3.18\beta): \quad k_{yy} = 1.00313 \cdot 1 \cdot \frac{0.9859}{1 - \frac{500}{4782.5636}} \frac{1}{0.987} = 1.1189$$

$$(3.19\beta): \quad k_{yz} = 1.00867 \frac{0.9859}{1 - \frac{500}{1730.6351}} \frac{1}{1.1243} 0,6 \sqrt{\frac{1.5}{1.1052}} = 0.8695$$

$$(3.20\beta): \quad k_{zy} = 1.0013 \cdot 1 \frac{0.8686}{1 - \frac{500}{4782.5636}} \frac{1}{0.8235} 0,6 \sqrt{\frac{1.1052}{1.5}} = 0.6086$$

$$(3.21\beta): \quad k_{zz} = 1.00867 \frac{0.8686}{1 - \frac{500}{1730.6351}} \frac{1}{1.0551} = 1.1678$$

Οι σχέσεις αλληλεπίδρασης:

$$\frac{500}{0.8778 \cdot 1265} + 1.1189 \frac{20}{100.9325} + 0.8695 \frac{10}{47.893} = 0.4503 + 0.2217 + 0.1816 = 0.8536 < 1$$

$$\frac{500}{0.6277 \cdot 1265} + 0.6086 \frac{20}{100.9325} + 1.1678 \frac{10}{47.893} = 0.63 + 0.121 + 0.244 = 0.995 < 1$$

Ο έλεγχος ευστάθειας ικανοποιείται.

Μέθοδος 2:

Από την παράγραφο 3.3.1 για $\alpha_i=0$ και $\psi=0$: $C_{my}=0.95$, $C_{mz}=0.95$, $C_{mLT}=1$.
Από τις σχέσεις για μέλη μη ευαίσθητα σε στρεπτικές παραμορφώσεις:

(3.22β):

$$k_{yy} = 0.95 \left[1 + (0.5143 - 0,2) \frac{500}{0.8778 \cdot \frac{1265}{1}} \right] = 1.084 < 0.95 \left(1 + 0,8 \frac{500}{0.8778 \frac{1265}{1}} \right) = 1.292$$

(3.23β):

$$k_{zz} = 0.95 \left[1 + (2 \cdot 0.855 - 0,6) \frac{500}{0.6277 \frac{1265}{1}} \right] = 1.614 < 0.95 \left(1 + 1,4 \frac{500}{0.6277 \frac{1265}{1}} \right) = 1.787$$

$$(3.24β): k_{yz} = 0,6k_{zz} = 0.968$$

$$(3.25β): k_{zy} = 0,6k_{yy} = 0.651$$

Οι σχέσεις αλληλεπίδρασης:

$$\frac{500}{0.8778 \cdot 1265} + 1.084 \frac{20}{100.9325} + 0.968 \frac{10}{47.893} = 0.451 + 0.215 + 0.202 = 0.868 < 1$$

$$\frac{500}{0.6277 \cdot 1265} + 0.651 \frac{20}{100.9325} + 1.614 \frac{10}{47.893} = 0.63 + 0.129 + 0.337 = 1.096 > 1$$

Ο έλεγχος ευστάθειας δεν ικανοποιείται.

➤ Περίπτωση Β: δοκός μη προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού

Ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού είναι:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (2.14)$$

όπου

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} \left(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2 \right) + \lambda_{LT}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,21(0,62 - 0,2) + 0,62^2 \right] = 0,7369$$

$$\text{με } \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{429,5 \cdot 23,5}{26192,569}} = 0,62 \quad \text{και για } h/b = 190/200 = 0,95 < 2$$

αντιστοιχεί σε καμπύλη α με $\alpha_{LT} = 0,21$. Άρα $\chi_{LT} = 0,882$

Μέθοδος Ι:

Όπως και στην περίπτωση Α, $C_{my,0} = 1,00313$ και $C_{mz,0} = 1,00867$

Η ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_0$ για στρεπτοκαμπτικό λυγισμό λόγω σταθερής καμπτικής ροπής M_y :

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M'_{cr}}} = \sqrt{\frac{429,5 \cdot 23,5}{23138,311}} = 0,66$$

όπου $M'_{cr} = M_{cr} C'_{1/ C_1} = 26192,57 \cdot 1/1,132 = 23138,311 \text{ kNcm}$

$$\bar{\lambda}_0 = 0,66 > 0,2 \sqrt{1,132} \sqrt{\left(1 - \frac{500}{1730,6351} \right) \left(1 - \frac{500}{3313,6189} \right)} = 0,1876$$

και $\alpha_{LT} = 1 - I_T/I_y = 1 - 20,98/3692 = 0,9943$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} = \frac{20}{500} \cdot \frac{53,83}{388,6} = 0,554$$

Άρα :

$$C_{my} = 1,00313 + (1 - 1,00313) \frac{\sqrt{0,554 \cdot 0,9943}}{1 + \sqrt{0,554 \cdot 0,9943}} = 1,0013$$

$$C_{mz} = C_{mz,0} = 1,00867$$

$$C_{mLT} = 1.00313^2 \frac{0.9943}{\sqrt{\left(1 - \frac{500}{1730.6351}\right) \left(1 - \frac{500}{3313.6189}\right)}} = 1.2829 > 1$$

Οι συντελεστές μ_y , μ_z , w_y , w_z , n_{pl} είναι ίδιοι με την περίπτωση Α και

$$b_{LT} = 0,5a_{LT} \frac{\lambda_0^{-2} M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,RD}} = 0.5 \cdot 0.9943 \cdot 0.66^2 \frac{20}{0.882 \cdot 100.9325} \frac{10}{47.893} = 0.0102$$

$$c_{LT} = 10a_{LT} \frac{\lambda_0^{-2} M_{y,Ed}}{5 + \lambda_z^{-4} C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} = 10 \cdot 0.9943 \frac{0.66^2}{5 + 0.855^4} \frac{20}{1.0013 \cdot 0.882 \cdot 100.9325} = 0.1758$$

$$d_{LT} = 2a_{LT} \frac{\lambda_0^{-2} M_{y,Ed}}{0,1 + \lambda_z^{-4} C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,RD}} = 2 \cdot 0.9943 \frac{0.66}{0.1 + 0.855^4} \frac{20}{1.0013 \cdot 0.882 \cdot 100.9325} \frac{10}{1.0087 \cdot 47.89} = 0.096$$

$$e_{LT} = 1,7a_{LT} \frac{\lambda_0^{-2} M_{y,Ed}}{0,1 + \lambda_z^{-4} C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} = 1.7 \cdot 0.9943 \frac{0.66}{0.1 + 0.855^4} \frac{20}{1.0013 \cdot 0.882 \cdot 100.93} = 0.3947$$

οι υπόλοιποι προκύπτουν όπως και παραπάνω:

$$C_{yy} = 0.9863 > 0.9048$$

$$C_{yz} = 1.0364 > 0.4582$$

$$C_{zy} = 0.814 > 0.466$$

$$C_{zz} = 0.9771 > 0.6556$$

$$k_{yy} = 1.4363$$

$$k_{yz} = 0.9432$$

$$k_{zy} = 0.7896$$

$$k_{zz} = 1.261$$

Οι σχέσεις αλληλεπίδρασης:

$$\frac{500}{0.8778 \cdot 1265} + 1.4363 \frac{20}{0.882 \frac{100.9325}{1}} + 0.9432 \frac{10}{47.893} = 0.45 + 0.323 + 0.197 = 0.97 < 1$$

$$\frac{500}{0.6277 \cdot 1265} + 0.7896 \frac{20}{0.882 \frac{100.9325}{1}} + 1.261 \frac{10}{47.893} = 0.63 + 0.177 + 0.263 = 1.07 > 1$$

Ο έλεγχος ευστάθειας δεν ικανοποιείται.

Μέθοδος 2:

Από την παράγραφο 3.3.1 για $\alpha_i=0$ και $\psi=0$: $C_{my}=0.95$, $C_{mz}=0.95$, $C_{mLT}=0.95$.
Από τις σχέσεις για μέλη ευαίσθητα σε στρεπτικές παραμορφώσεις:

$$k_{yy} = 1.0844 < 1.2922$$

$$k_{zz} = 1.6139 < 1.787$$

$$k_{yz} = 0,6k_{zz} = 0.9683$$

$$(3.25\gamma) : k_{zy} = 1.0027 > 0.9479$$

$$\frac{500}{\frac{0.8778 \cdot 1265}{1}} + 1.0844 \frac{20}{0.882 \frac{100.9325}{1}} + 0.9683 \frac{10}{\frac{47.893}{1}} = 0.45 + 0.244 + 0.202 = 0.896 < 1$$

$$\frac{500}{\frac{0.6277 \cdot 1265}{1}} + 1.0027 \frac{20}{0.882 \frac{100.9325}{1}} + 1.6139 \frac{10}{\frac{47.893}{1}} = 0.63 + 0.225 + 0.337 = 1.19 > 1$$

Ο έλεγχος ευστάθειας δεν ικανοποιείται.

Έλεγχος αντοχής:

Και για τις δύο περιπτώσεις Α και Β με πλαστική ανάλυση βάσει της παραγράφου 2.4.2:

$$a_f = \frac{A_f}{A} = \frac{2bt_f}{A} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 1}{53.83} = 0.743$$

$$a_w = \frac{A_w}{A} = 1 - a_f = 1 - 0.743 = 0.257$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,RD}} = 0.395$$

$$m_y = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl,RD}} = 0.198$$

$$m_z = \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl,RD}} = 0.209$$

Για $n > a_w$:

$$\left[\frac{m_y(1+a_f) - 2(a_w - n)}{2a_f} \right]^2 + m_z = \left[\frac{0.198(1+0.743) - 2(0.257 - 0.395)}{2 \cdot 0.743} \right]^2 + 0.209 = 0.49 < 1$$

ο έλεγχος αντοχής ικανοποιείται.

Παρατηρούμε ότι η συγκεκριμένη δοκός για τη φόρτιση που της επιβάλλεται χάνει την ευστάθεια της προτού εξαντληθεί η αντοχή της.

4.2 Κατασκευή διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης

Με τη χρήση υπολογιστικών φύλλων του excel και βάσει των ελέγχων που αναφέρθηκαν παραπάνω, μπορούν να κατασκευαστούν τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης για αξονική θλιπτική δύναμη και διαξονική κάμψη. Η ακριβής πορεία που θα ακολουθηθεί περιγράφεται παρακάτω.

Στην παρούσα διπλωματική θα μελετηθεί μια αμφιέριστη δοκός για τρεις περιπτώσεις φόρτισης που προκαλούν διαφορετικά διαγράμματα ροπών κατά τους άξονες y και z . Θα ασχοληθούμε μόνο με ανοικτές διατομές διπλής συμμετρίας και συγκεκριμένα με τις εξής: HEA 200, HEA 500, HEB 200, HEB 500, IPE 200 και IPE 500 για χάλυβα S235. Για κάθε περίπτωση από τις παραπάνω θα κατασκευαστούν διαγράμματα αλληλεπίδρασης για δοκό με συνεχείς πλευρικές στηρίξεις και για δοκό χωρίς πλευρικές στηρίξεις. Η διαδικασία θα επαναληφθεί για τρία διαφορετικά μήκη της δοκού τα οποία είναι: $L=4m$, $0,5L=2m$ και $1,5L=6m$.

Η πορεία που ακολουθείται στο excel είναι η εξής:

1. Υπολογίζονται οι τιμές αντοχής θλιπτικής δύναμης και ροπής $N_{pl,RD}$, $M_{y,pl,RD}$, $M_{z,pl,RD}$ από τις σχέσεις (2.25)-(2.27).
2. Υπολογίζονται τα ελαστικά κρίσιμα φορτία καμπτικού και στρεπτικού λυγισμού $N_{cr,y}$, $N_{cr,z}$ και $N_{cr,T}$ ($N_{cr,T} = 0$ όταν η δοκός είναι πλευρικά προστατευμένη). Τα κρίσιμα μήκη λυγισμού σε όλες τις περιπτώσεις είναι ίσα με το μήκος της δοκού καθώς έχουμε απλές διχαλωτές στηρίξεις.
3. Στις περιπτώσεις δοκού πλευρικά μη προστατευμένης υπολογίζεται η κρίσιμη ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού $M_{cr,LT}$ από τη σχέση (2.17) όπου για όλες τις επιλύσεις λαμβάνονται $k=k_w=1$. Η $M_{cr,LT}$ μεταβάλλεται ανάλογα με τη φόρτιση της δοκού καθώς εξαρτάται από τους συντελεστές C_1 , C_2 , C_3 οι οποίοι προσδιορίζονται από τον πίνακα 2.5 για τις τρεις διαφορετικές φορτίσεις που εξετάζουμε. Οι συντελεστές που εισάγονται στη σχέση (2.17) είναι αυτοί που αφορούν το διάγραμμα ροπών κατά τον ισχυρό άξονα y .
4. Υπολογίζονται οι ανηγμένες λυγηρότητες λ_y , λ_z από τη σχέση (2.6) καθώς και η λ_{LT} από τη (2.16) μόνο για την περίπτωση μη πλευρικά προστατευμένης δοκού.

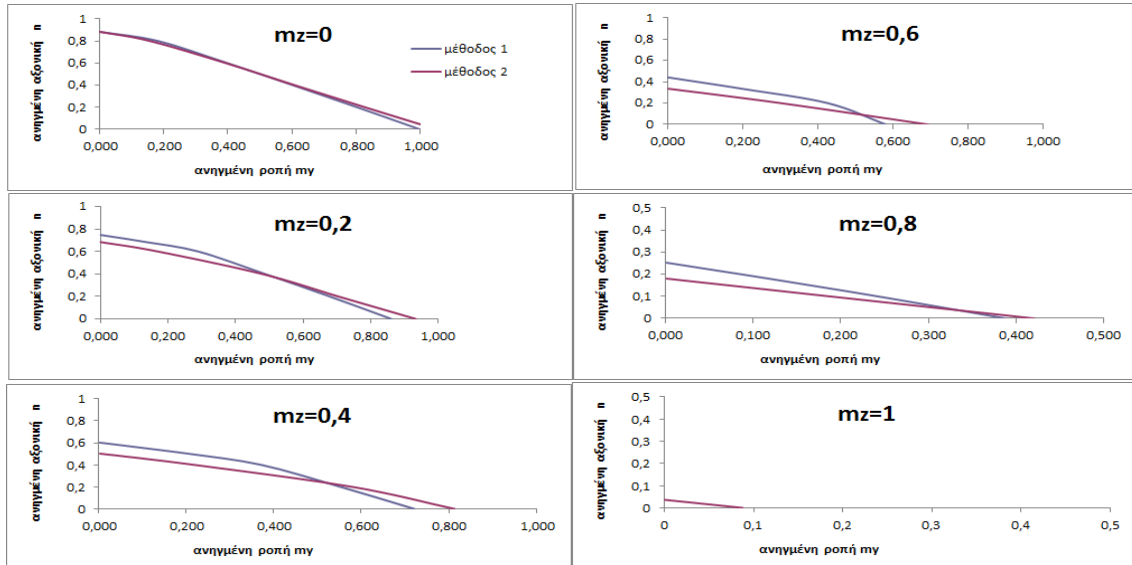
5. Προσδιορίζονται οι συντελεστές ατελειών α_y , α_z από τους αντίστοιχους πίνακες και οι συντελεστές Φ_y , Φ_z από τη σχέση (2.5). Για την περίπτωση μη πλευρικά προστατευμένης δοκού προσδιορίζονται και οι α_{LT} και Φ_{LT} από τη (2.15).
6. Υπολογίζονται οι μειωτικοί συντελεστές χ_y , χ_z από τη σχέση (2.4) και ο χ_{LT} από τη (2.14). Για την πλευρικά προστατευμένη δοκό $\chi_{LT}=1$
7. Στη συνέχεια δίνουμε στην ανηγμένη ροπή m_z τις τιμές: 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1 και από αυτήν προκύπτει η δρώσα ροπή κατά τον άξονα z-z $M_{z,Ed}$ από τη σχέση (2.30)
8. Έπειτα δίνουμε τιμές στην ανηγμένη αξονική δύναμη n ώστε $0 \leq n \leq 1$ και από τη σχέση (2.28) προκύπτει η δρώσα αξονική δύναμη N_{Ed} .
9. Έχοντας αυτά τα στοιχεία γνωστά και ανάλογα με την περίπτωση της φόρτισης κάθε φορά, υπολογίζονται για κάθε μια από τις δύο μεθόδους 1 και 2 οι βοηθητικοί συντελεστές και τέλος οι συντελεστές αλληλεπίδρασης όπως αναλύθηκε στις παραγράφους 3.2 και 3.3 αντίστοιχα.
10. Πλέον στις σχέσεις αλληλεπίδρασης για την ευστάθεια (2.12) και (2.13) απομένει ως άγνωστος η δρώσα ροπή κατά τον άξονα y-y $M_{y,Ed}$ η οποία θα προκύψει για κάθε μέθοδο θέτοντας κάθε μια από τις δύο εξισώσεις ίση με 1, επιλύοντας ως προς $M_{y,Ed}$ και κρατώντας την μικρότερη τιμή από τις δύο που προκύπτουν. Μπορεί πλέον να υπολογιστεί η ανηγμένη ροπή m_y από τη σχέση (2.22). Αυτά τα ζεύγη τιμών n , m_y που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή m_z που τέθηκε αποτελούν οριακούς συνδυασμούς φόρτισης για την ευστάθεια του μέλους και παριστάνοντας τα σε διαγράμματα προκύπτουν τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης.
11. Τέλος για κάθε εντατική κατάσταση που προκύπτει γίνεται και έλεγχος αντοχής της διατομής βάσει των σχέσεων (2.31) ή (2.32).

Τα στοιχεία των διατομών που μελετώνται καθώς και τα φύλλα του excel που αξιοποιήθηκαν για την κατασκευή των διαγραμμάτων συμπεριλαμβάνονται στο παράρτημα.

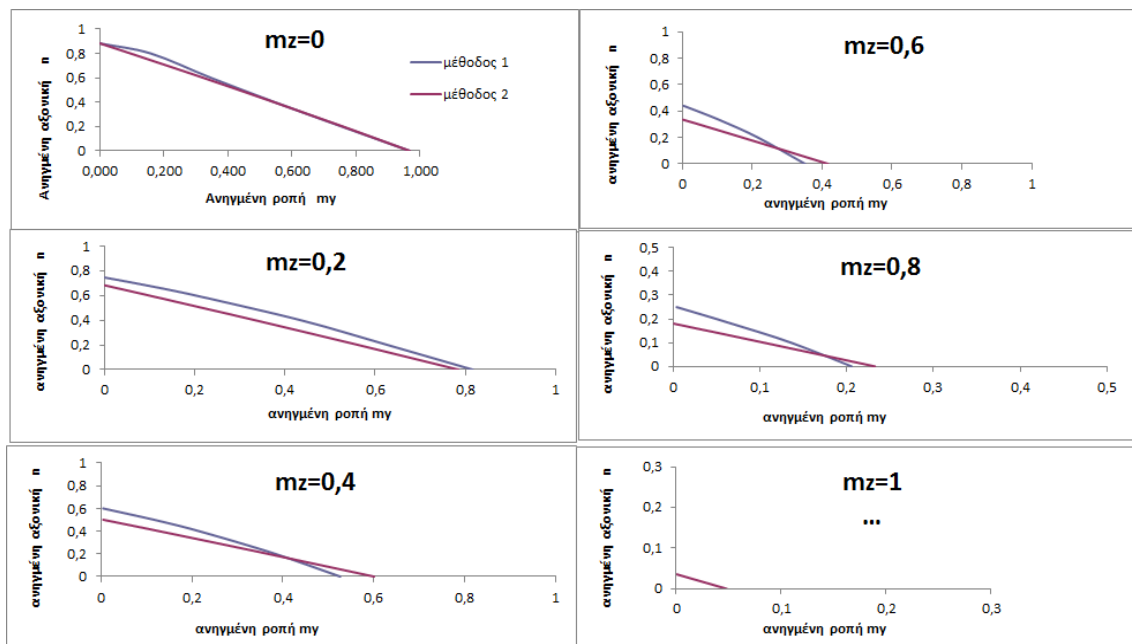
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από την παραπάνω διαδικασία.

4.2.1 1^η περίπτωση φόρτισης: θλιπτική δύναμη και ομοιόμορφο φορτίο κατά y και z

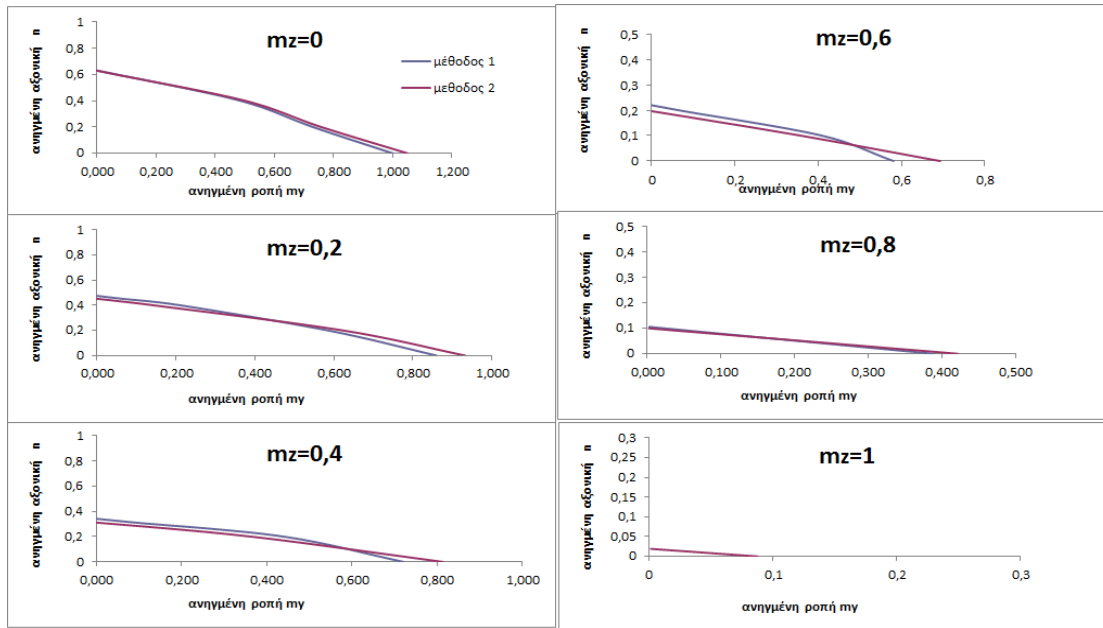
4.2.1.1 Διατομή HEA 200



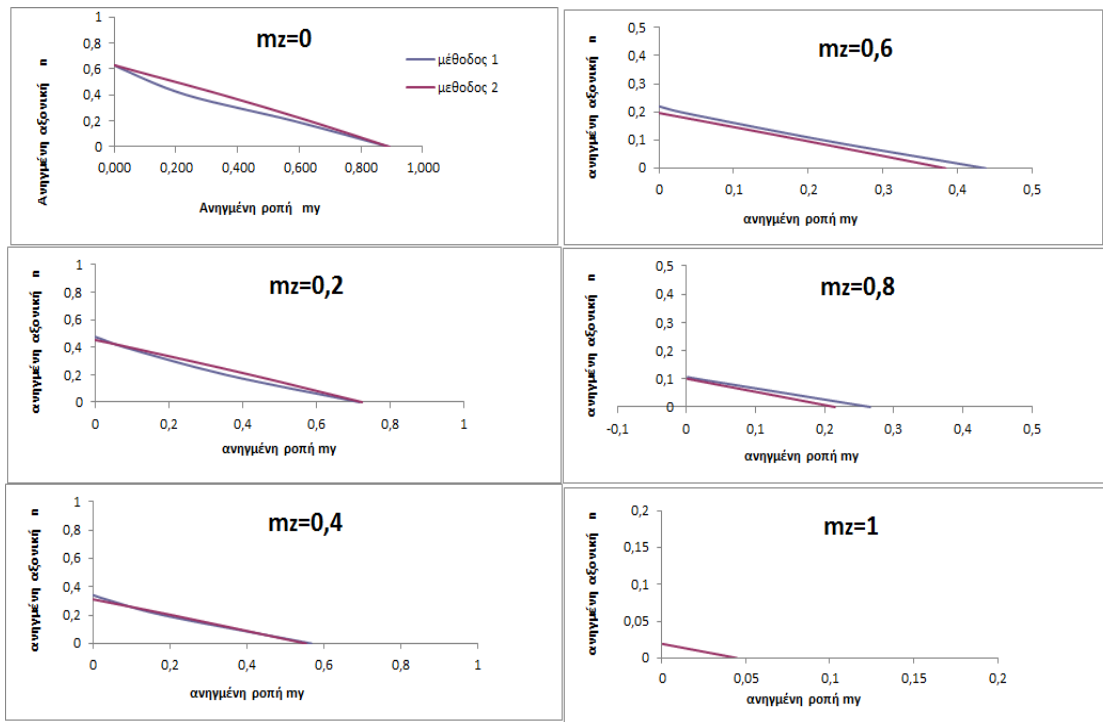
Ομάδα διαγραμμάτων 1: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 1



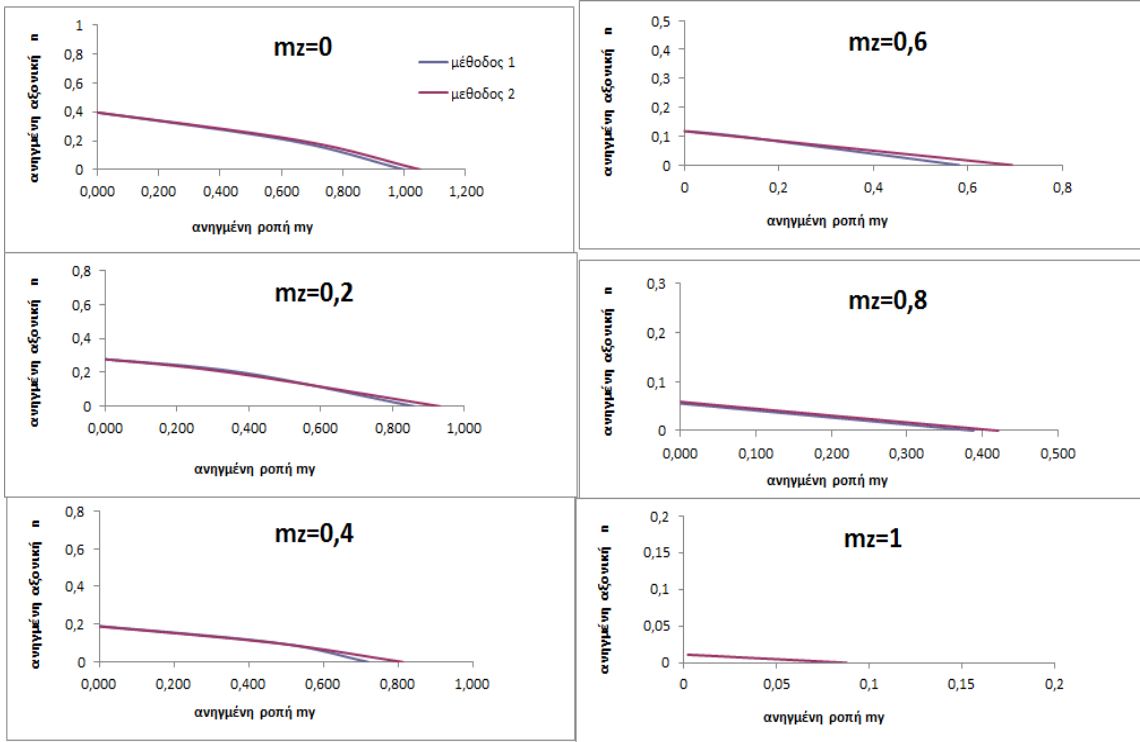
Ομάδα διαγραμμάτων 2: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 1



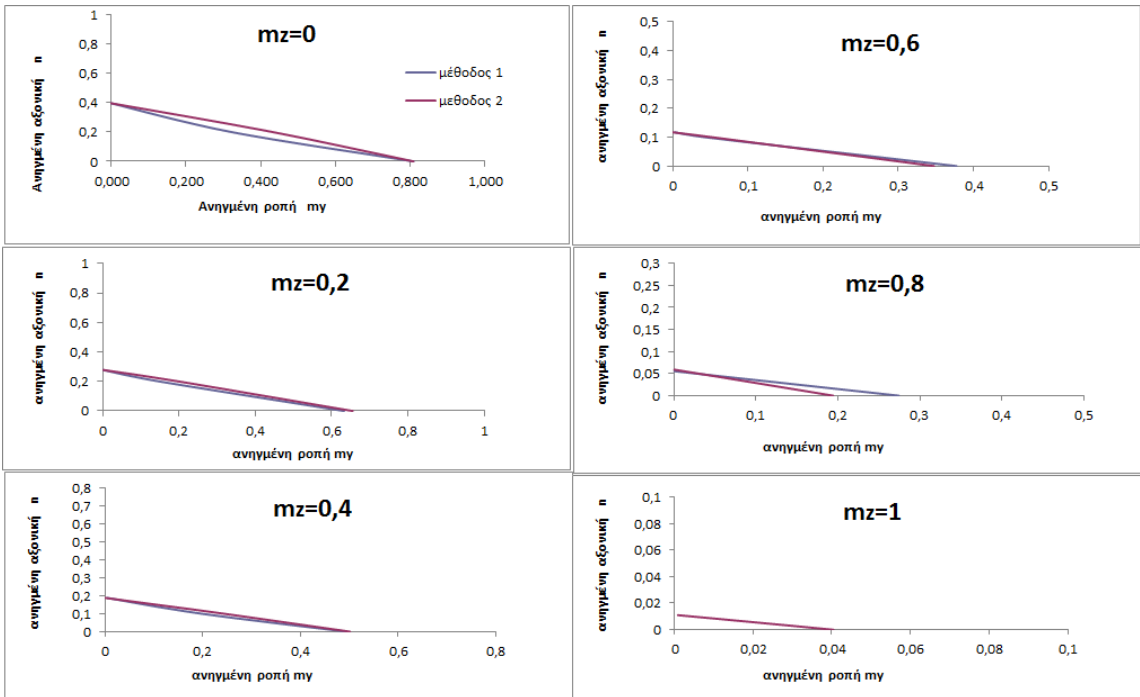
Ομάδα διαγραμμάτων 3: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 1



Ομάδα διαγραμμάτων 4: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 1

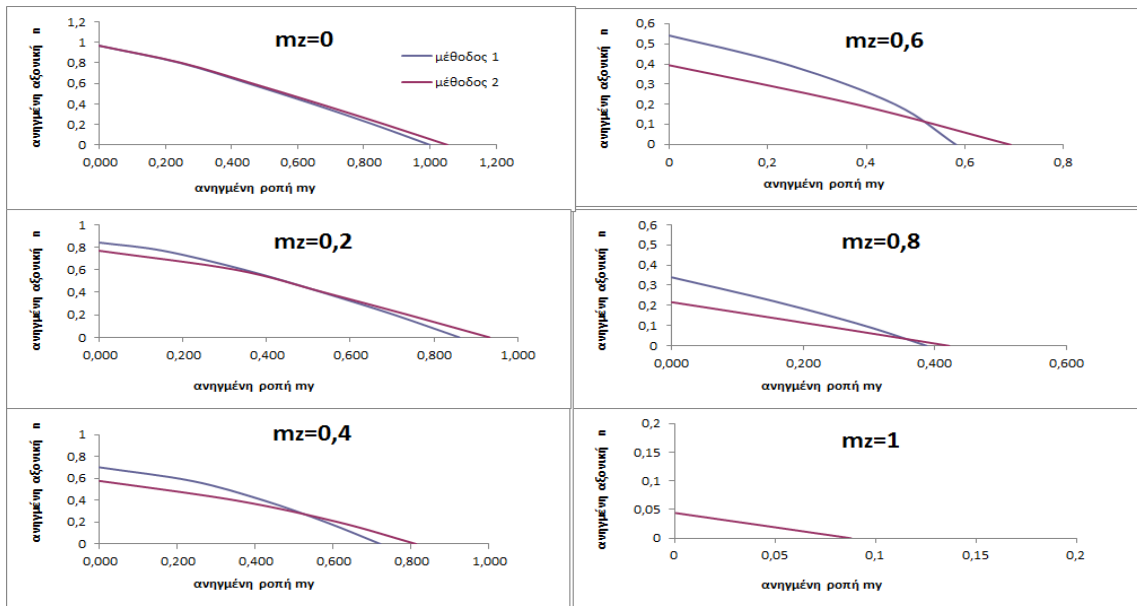


Ομάδα διαγραμμάτων 5: HEA 200, με πλευρική στήριξη, $L=6m$, φόρτιση 1

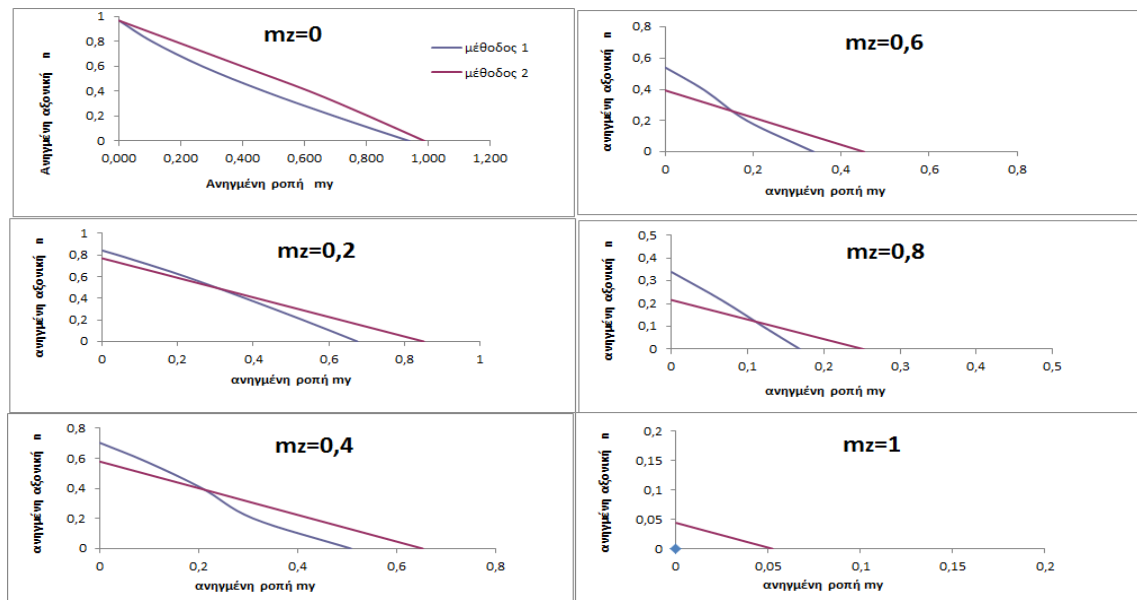


Ομάδα διαγραμμάτων 6: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, $L=6m$, φόρτιση 1

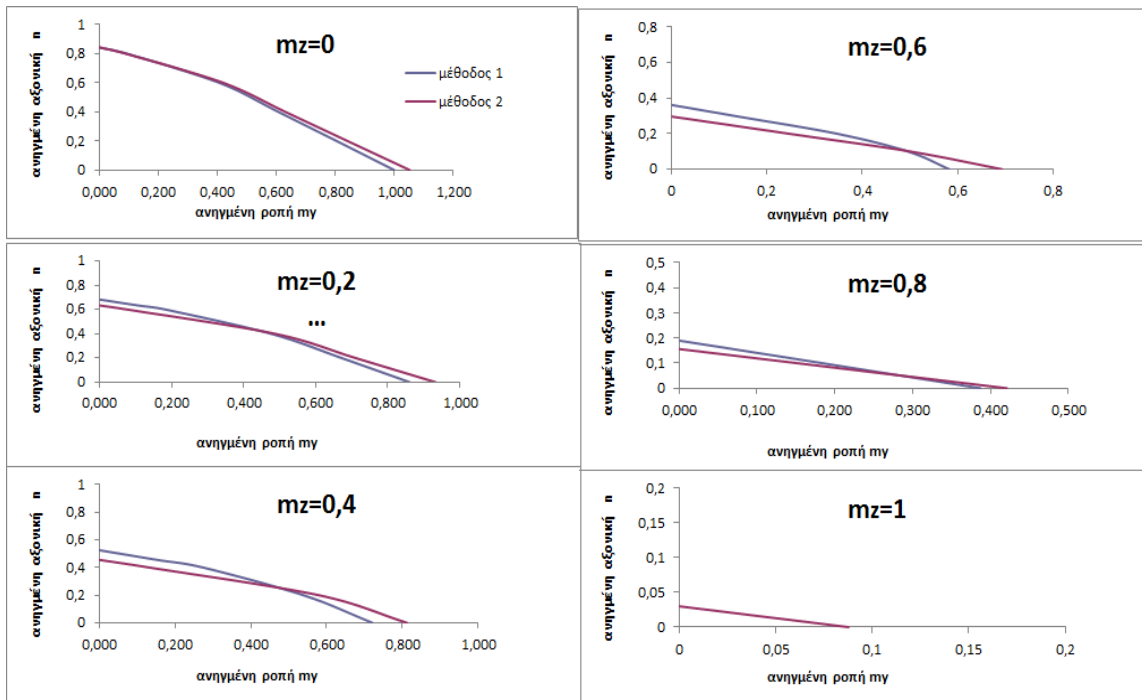
4.2.1.2 Διατομή HEA 500



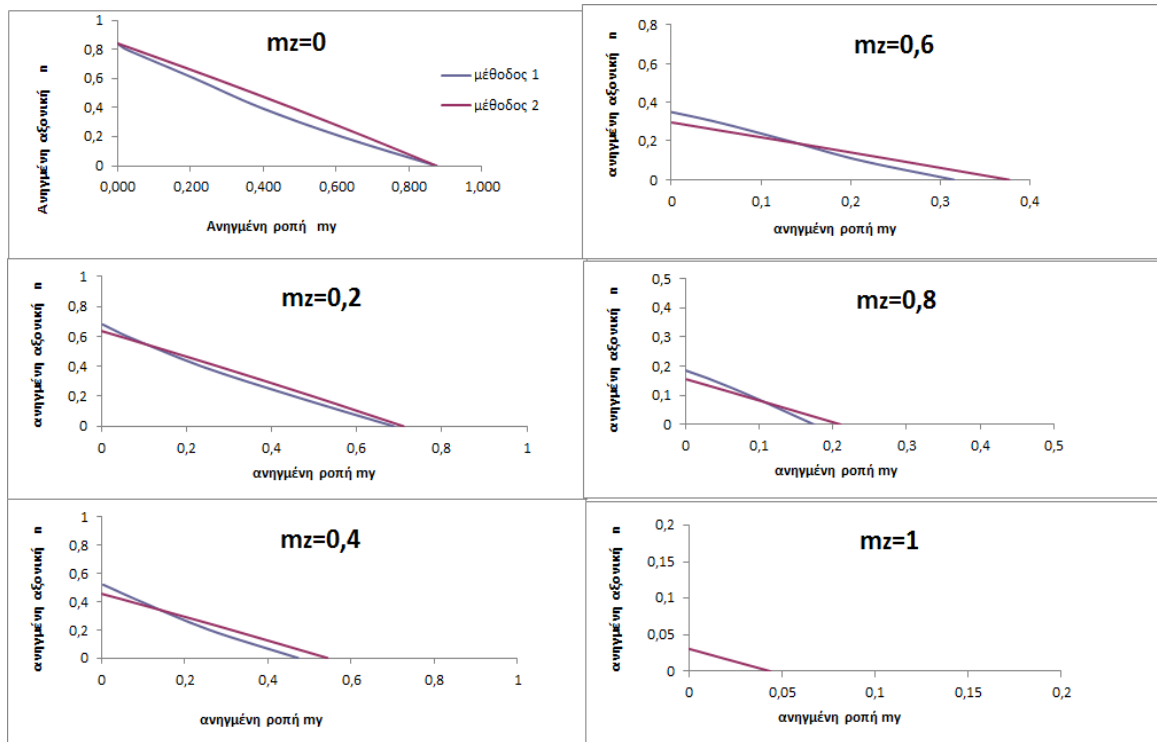
Ομάδα διαγραμμάτων 7: HEA 500, με πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 1



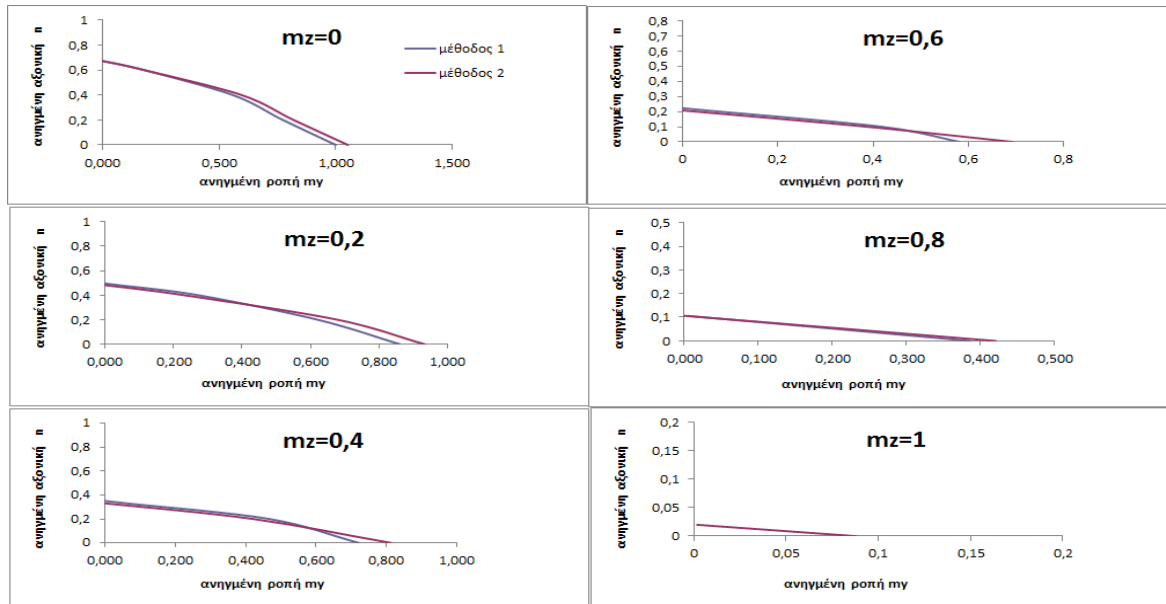
Ομάδα διαγραμμάτων 8: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 1



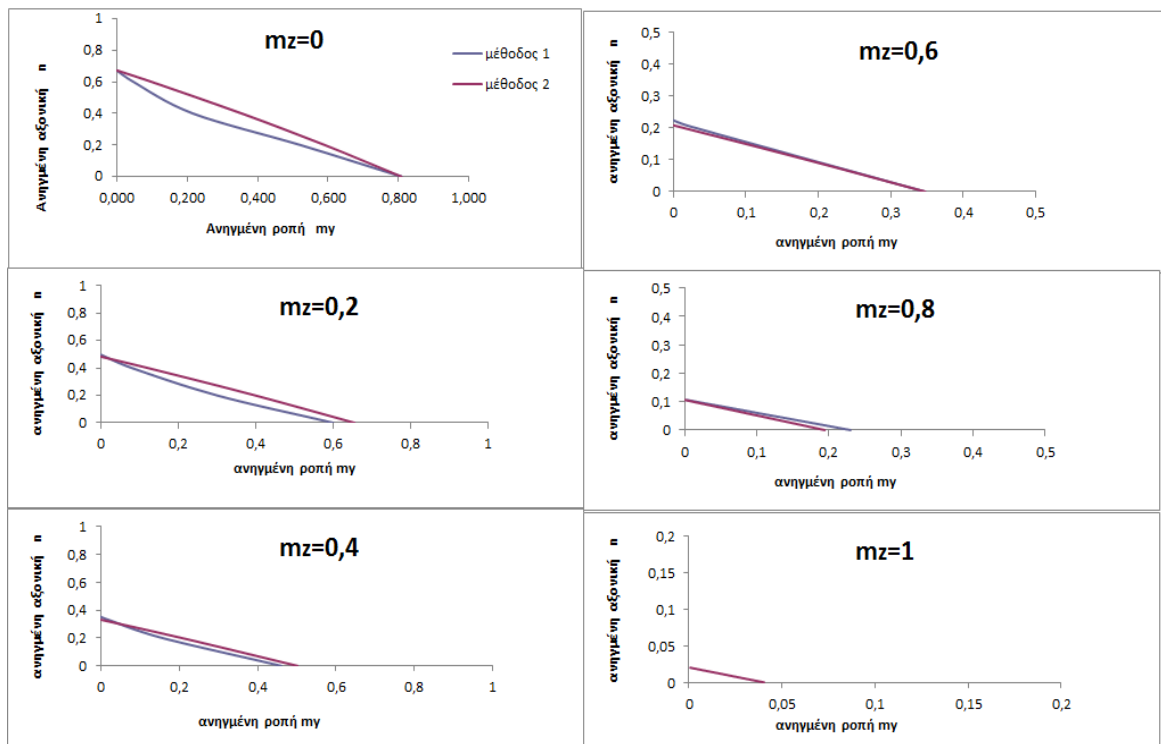
Ομάδα διαγραμμάτων 9: HEA 500, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 1



Ομάδα διαγραμμάτων 10: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 1

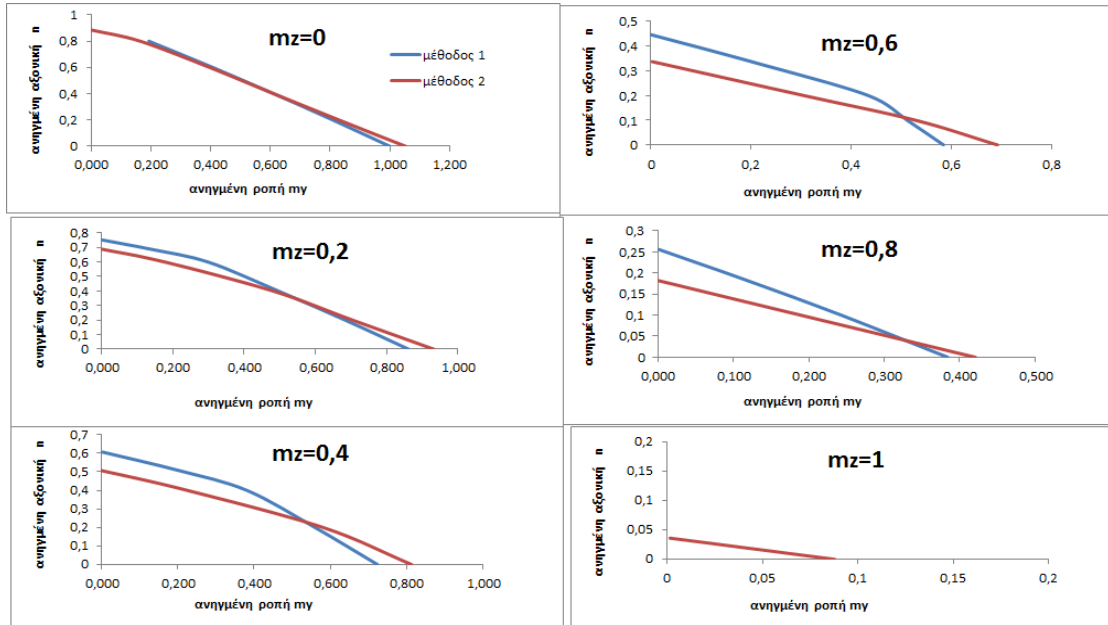


Ομάδα διαγραμμάτων 11: HEA 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1

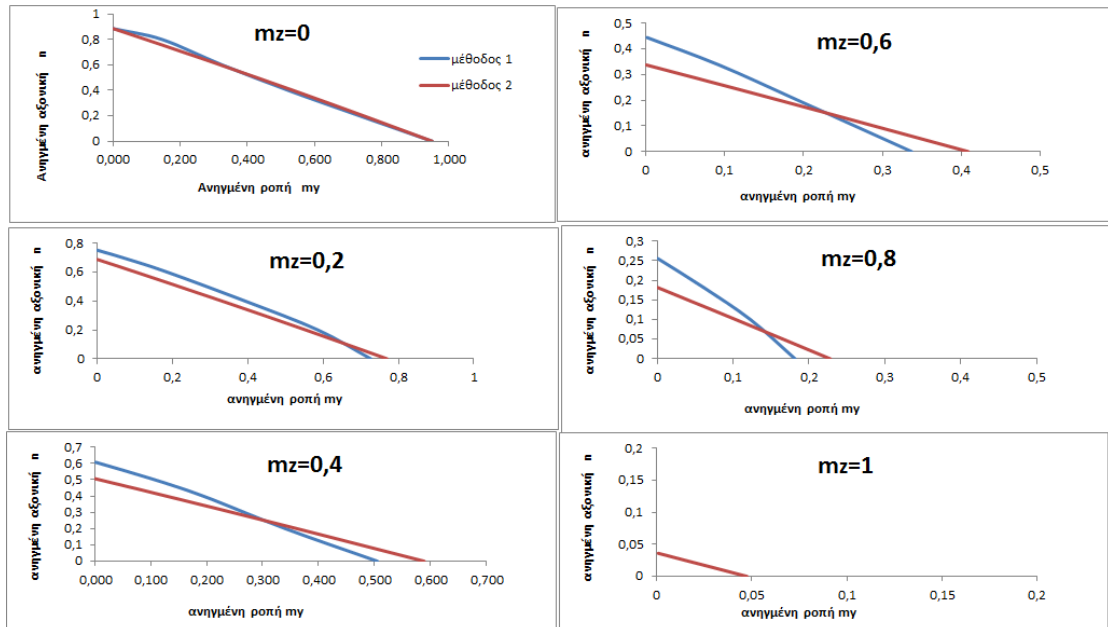


Ομάδα διαγραμμάτων 12: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 1

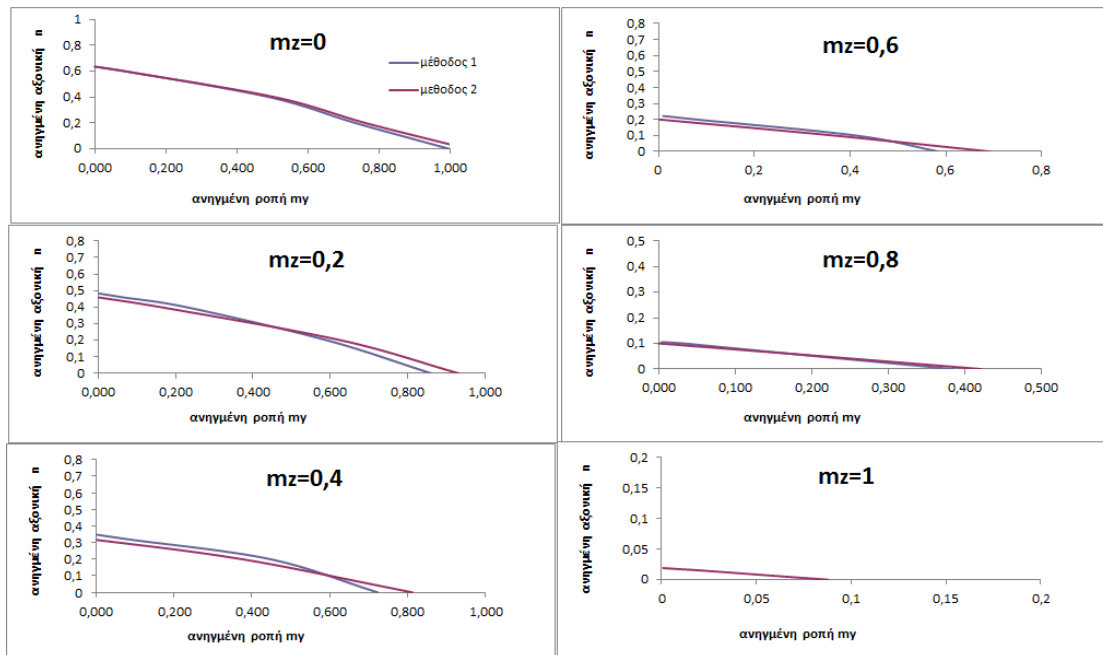
4.2.1.3 Διατομή ΗΕΒ 200



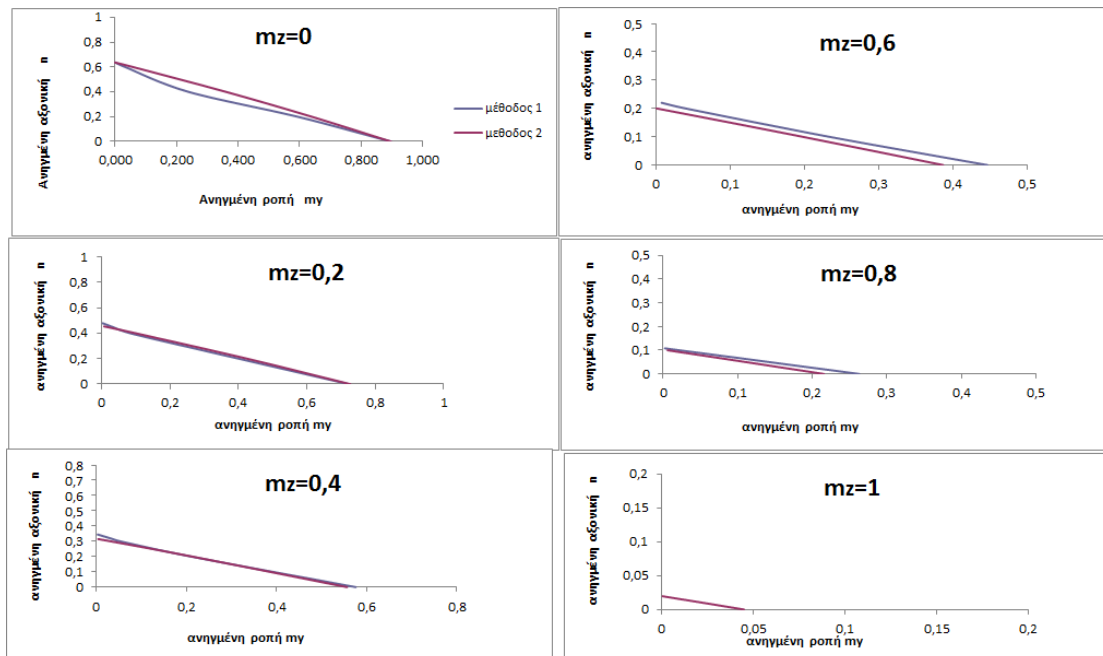
Ομάδα διαγραμμάτων 13: ΗΕΒ 200, με πλευρική εξασφάλιση, L=2m, φόρτιση 1



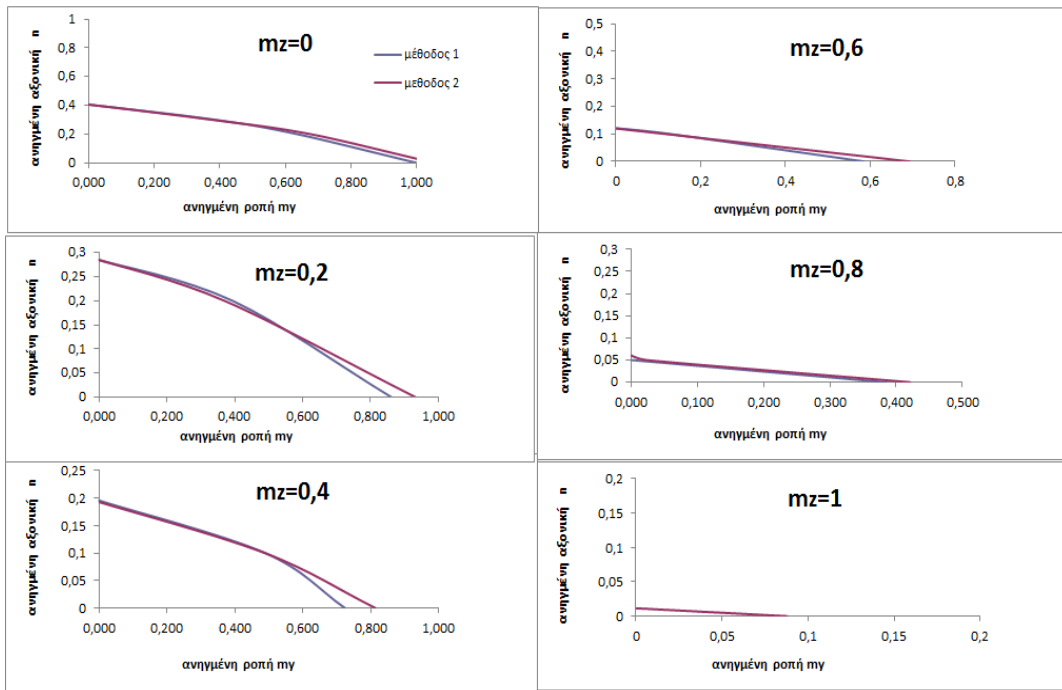
Ομάδα διαγραμμάτων 14: ΗΕΒ 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=2m, φόρτιση 1



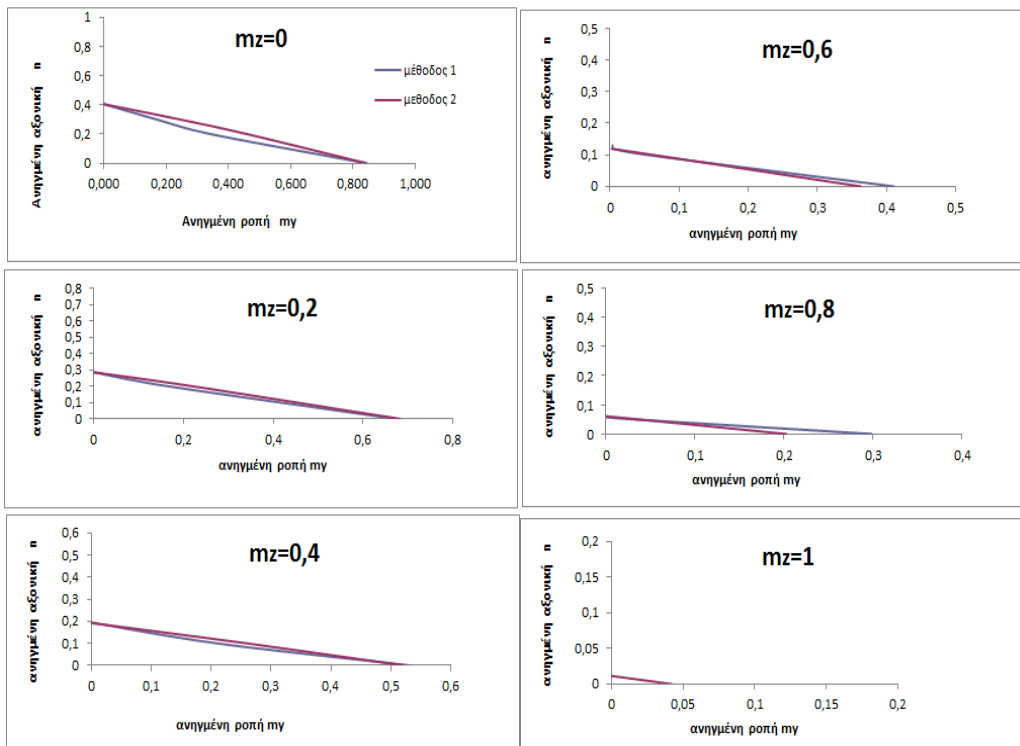
Ομάδα διαγραμμάτων 15: HEB 200, με πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 1



Ομάδα διαγραμμάτων 16: HEB 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 1

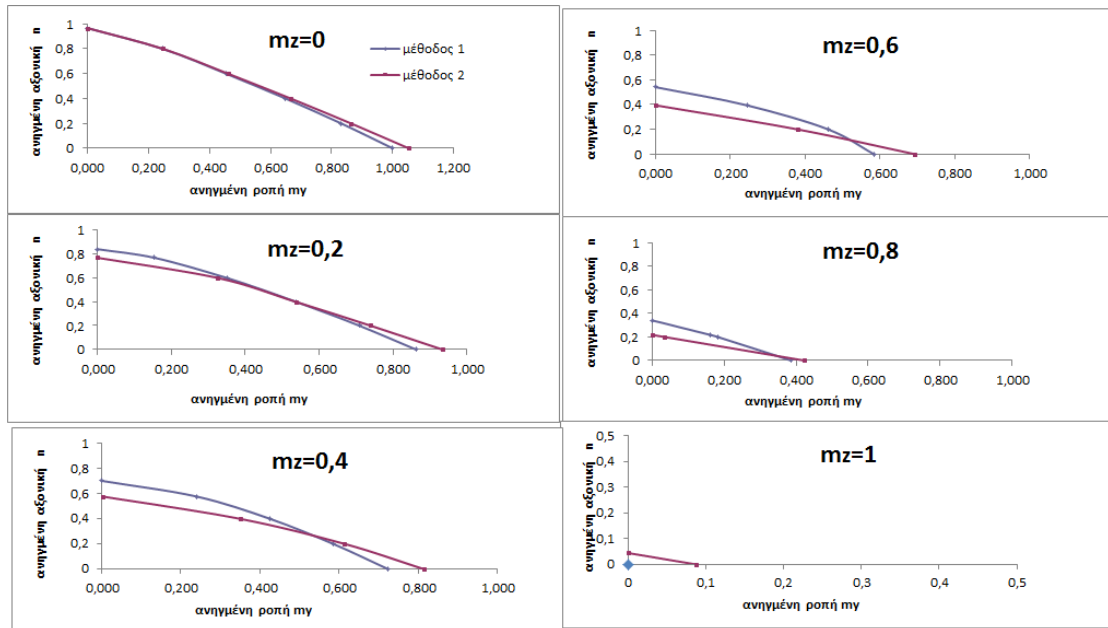


Ομάδα διαγραμμάτων 17: HEB 200, με πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1

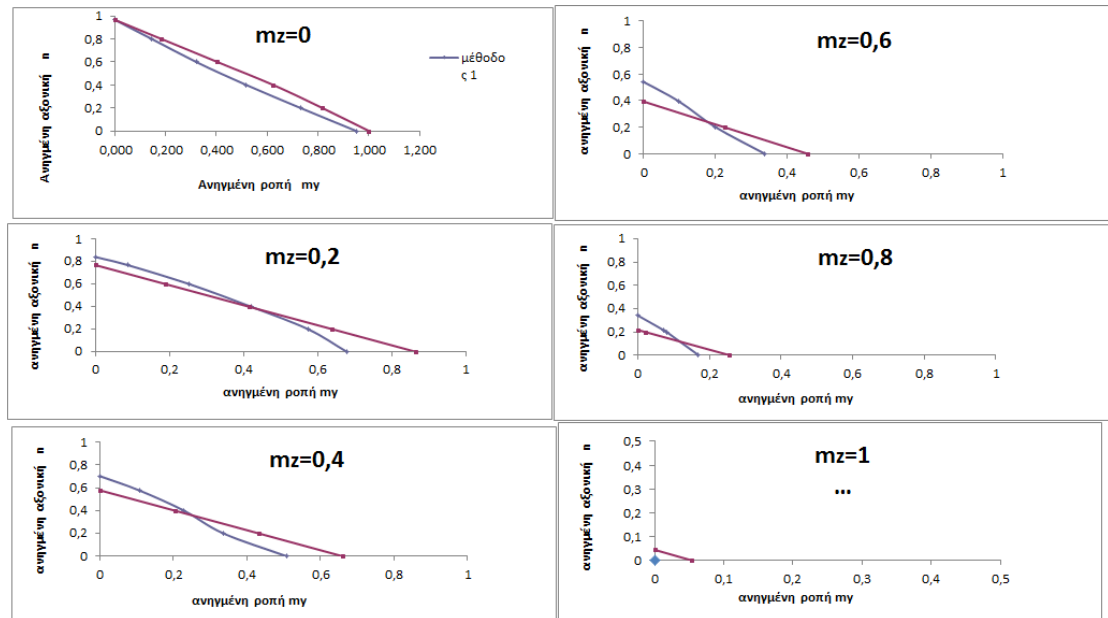


Ομάδα διαγραμμάτων 18: HEB 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1

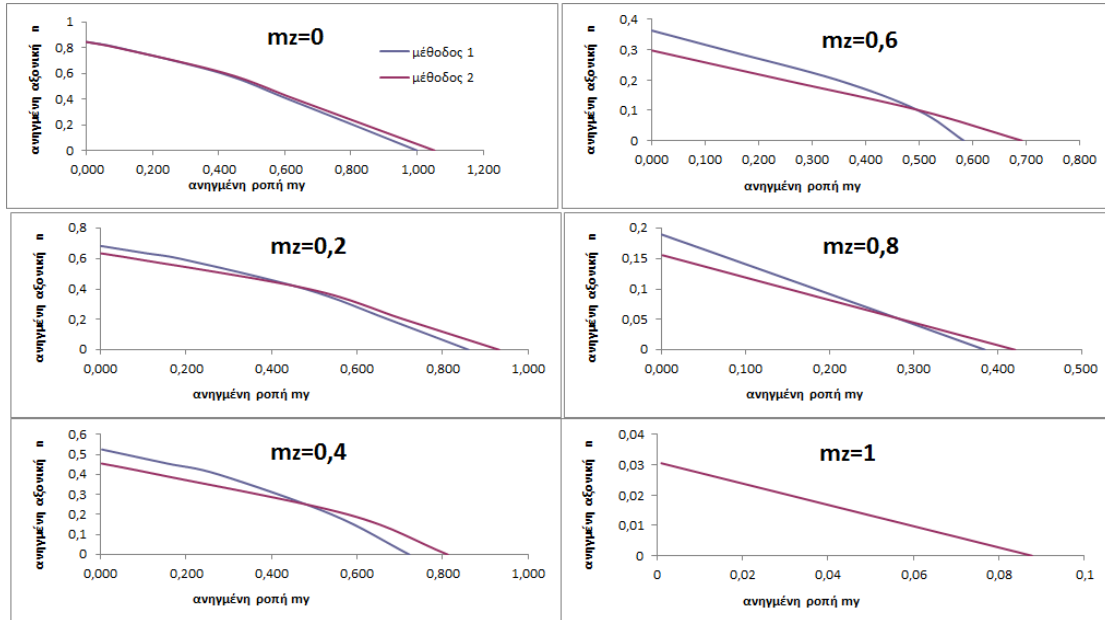
4.2.1.4 Διατομή HEB 500



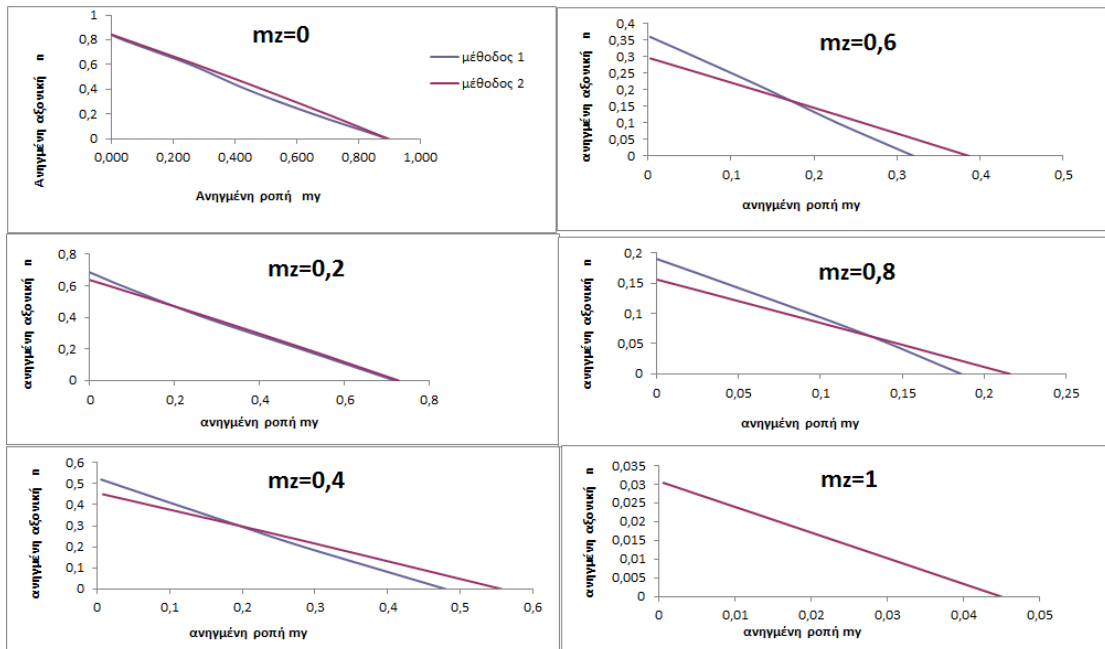
Ομάδα διαγραμμάτων 19: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=2m, φόρτιση 1



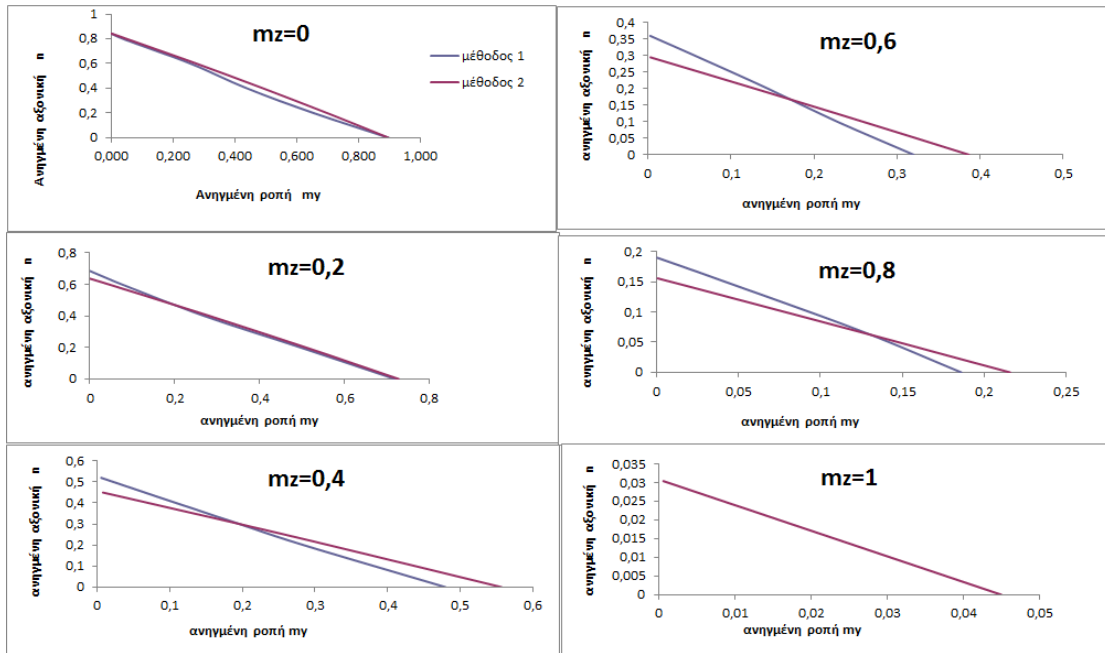
Ομάδα διαγραμμάτων 20: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=2m, φόρτιση 1



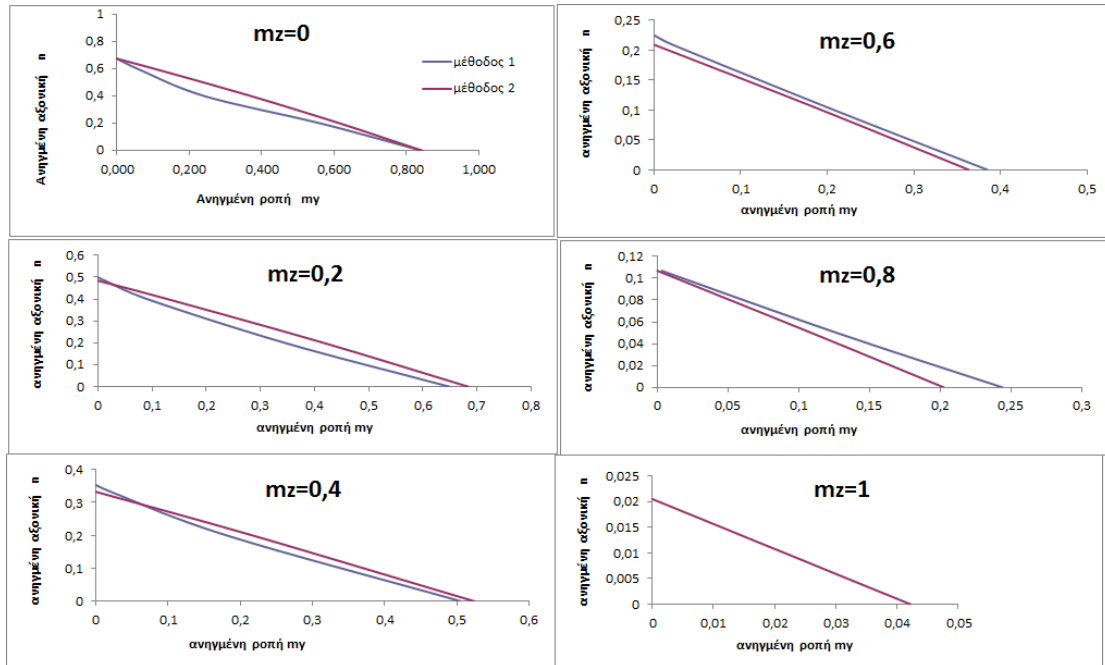
Ομάδα διαγραμμάτων 21: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 1



Ομάδα διαγραμμάτων 22: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 1

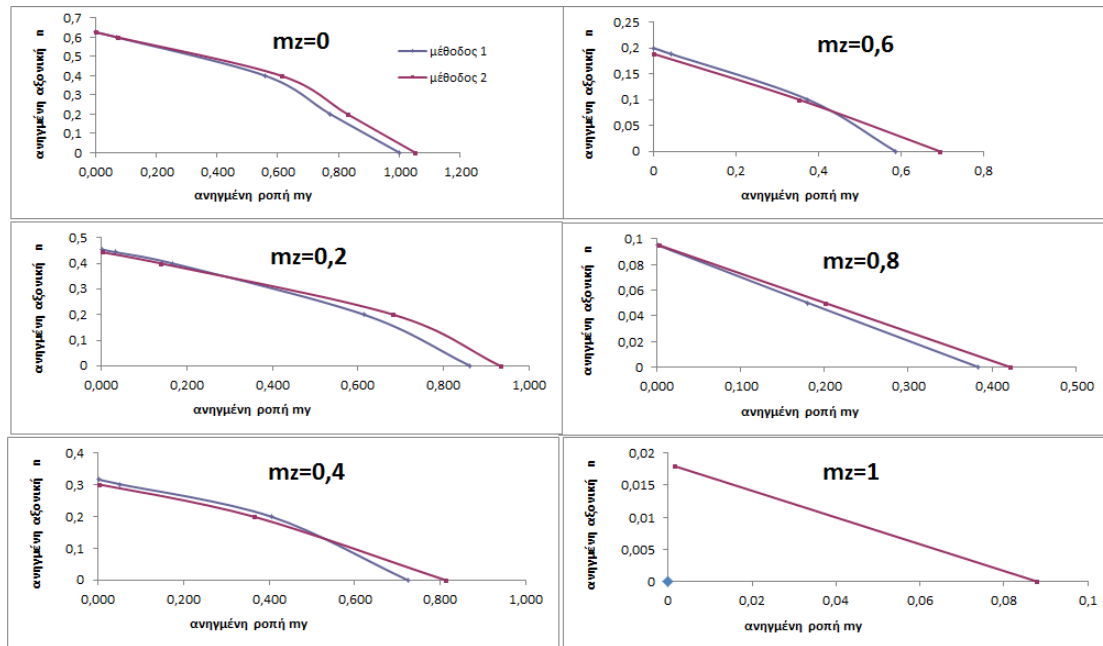


Ομάδα διαγραμμάτων 23: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1

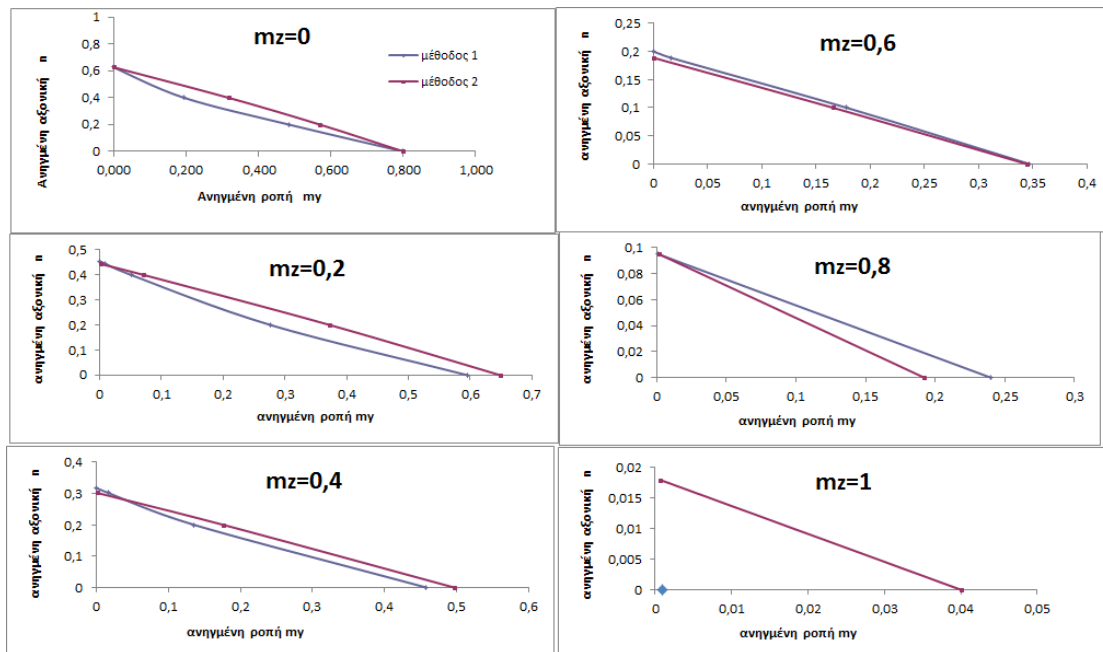


Ομάδα διαγραμμάτων 24: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1

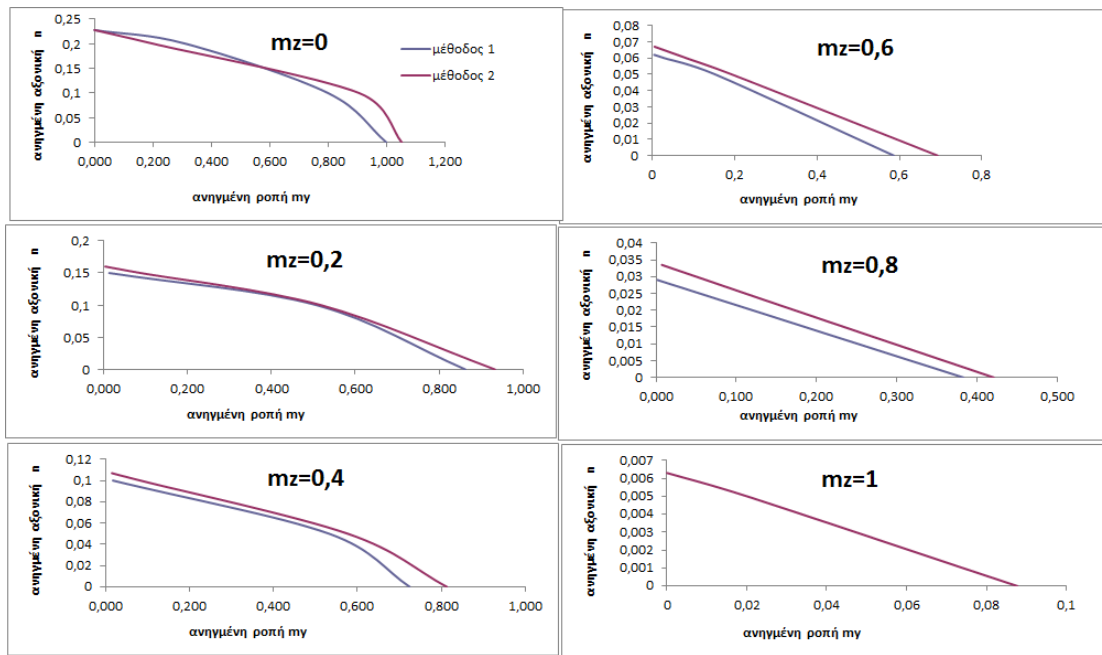
4.2.1.5 Διατομή ΙΡΕ 200



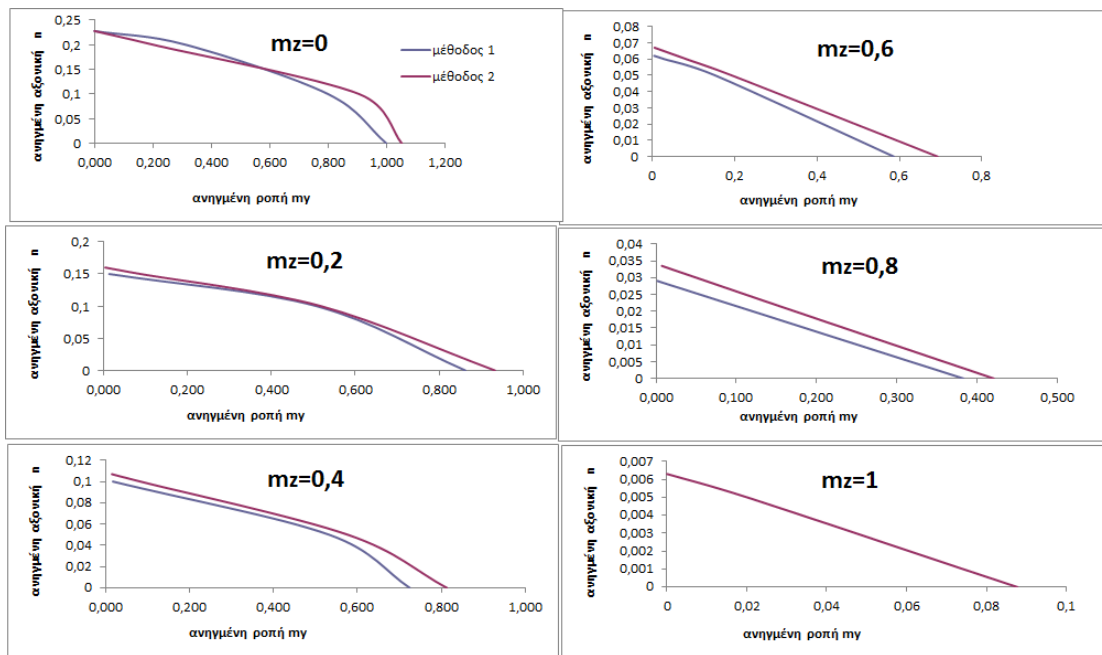
Ομάδα διαγραμμάτων 25: ΙΡΕ 200, με πλευρική εξασφάλιση, L=2m, φόρτιση 1



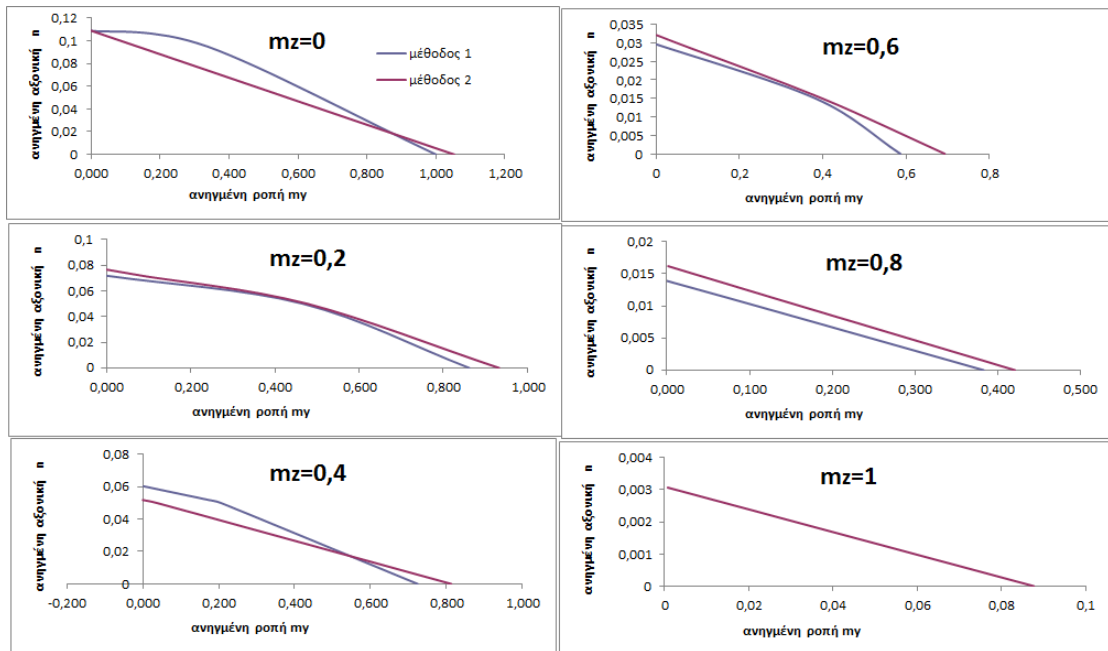
Ομάδα διαγραμμάτων 26: ΙΡΕ 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=2m, φόρτιση 1



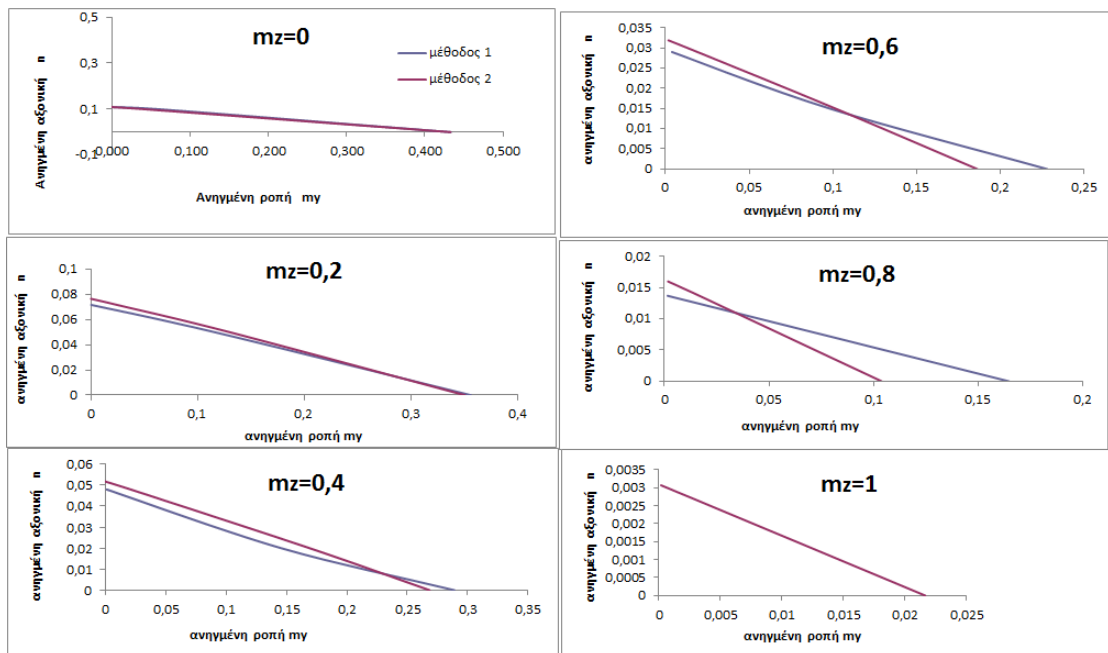
Ομάδα διαγραμμάτων 27: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 1



Ομάδα διαγραμμάτων 28: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 1

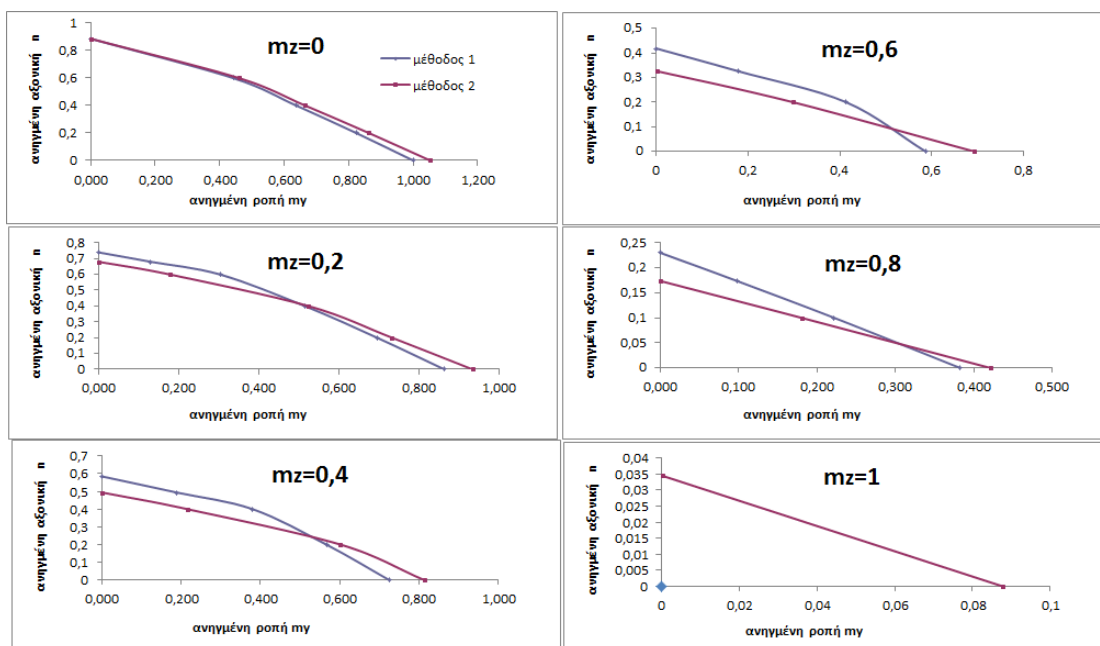


Ομάδα διαγραμμάτων 29: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση, $L=6m$, φόρτιση 1

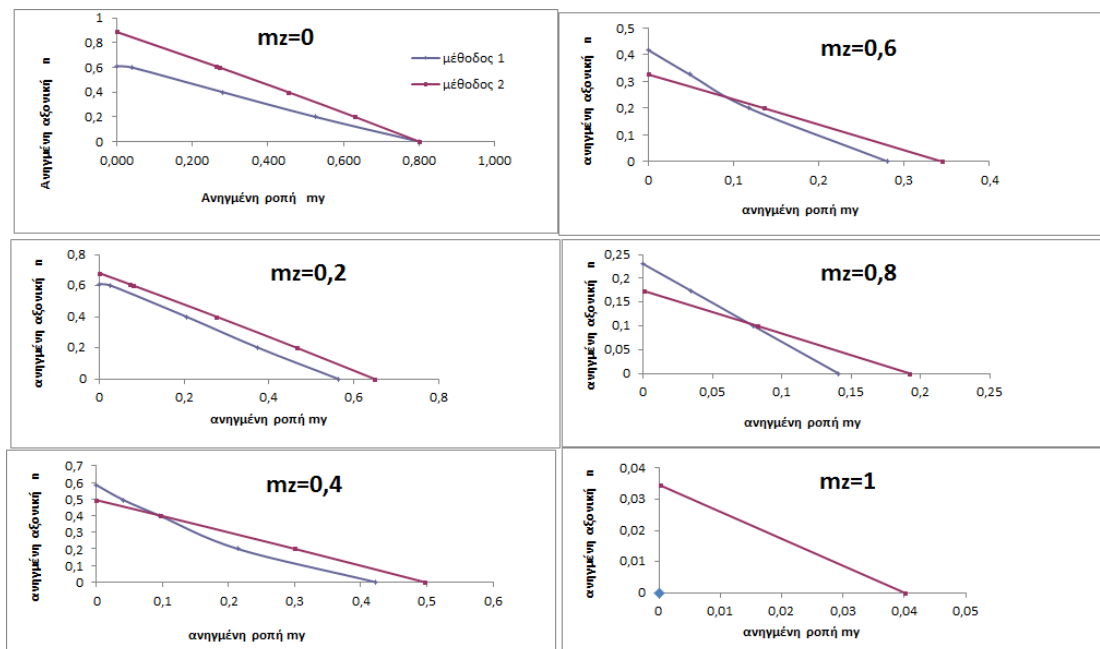


Ομάδα διαγραμμάτων 30: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, $L=6m$, φόρτιση 1

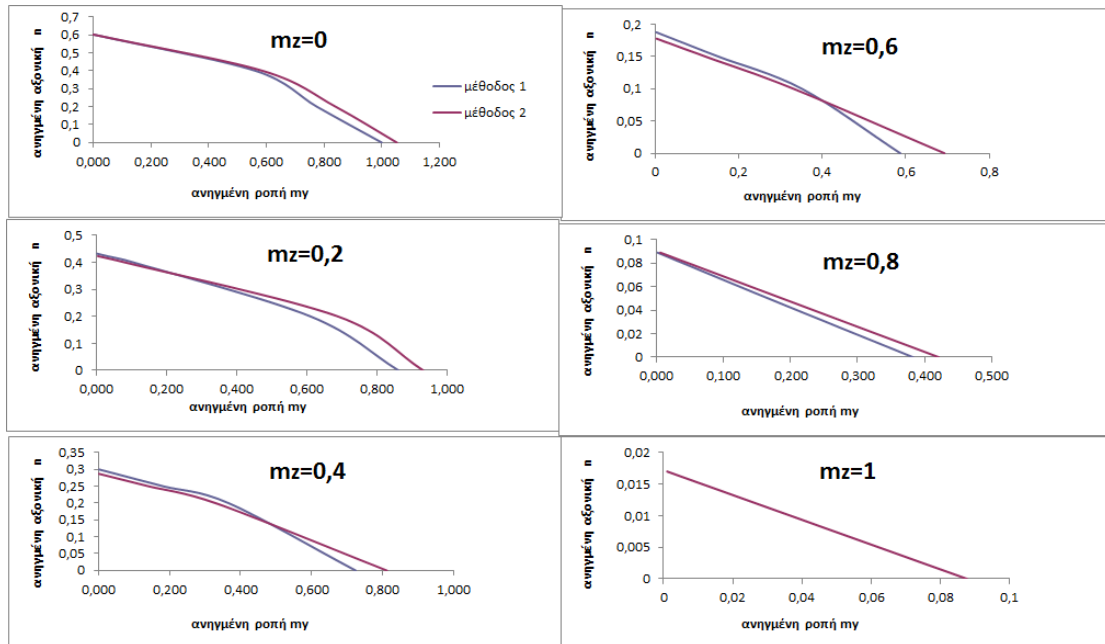
4.2.1.6 Διατομή IPE 500



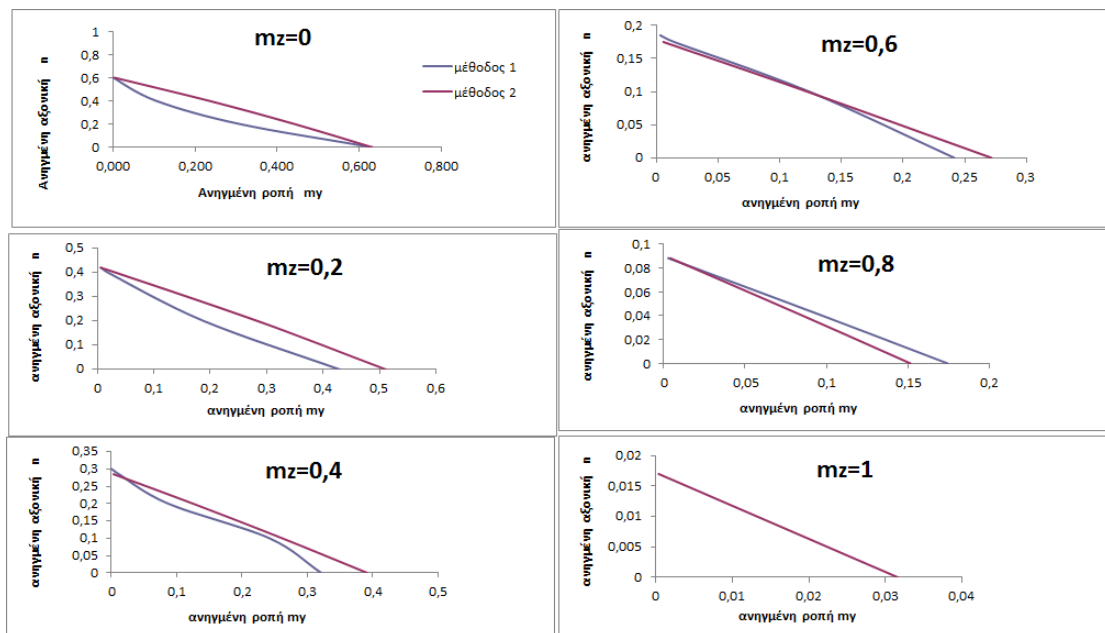
Ομάδα διαγραμμάτων 31: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση, $L=2m$, φόρτιση 1



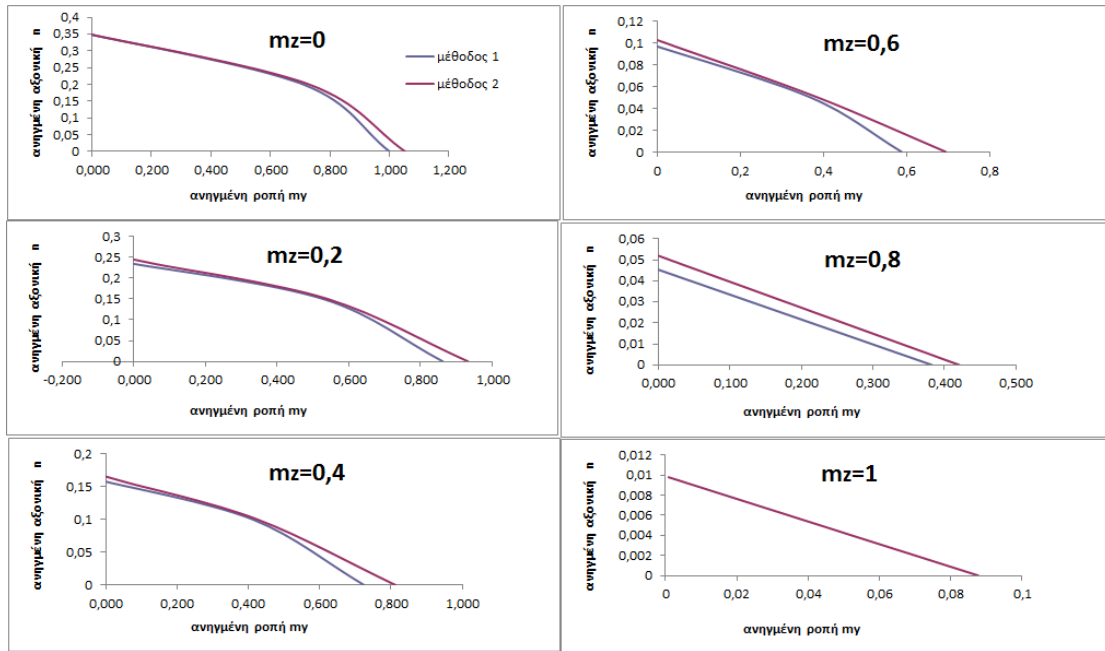
Ομάδα διαγραμμάτων 32: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, $L=2m$, φόρτιση 1



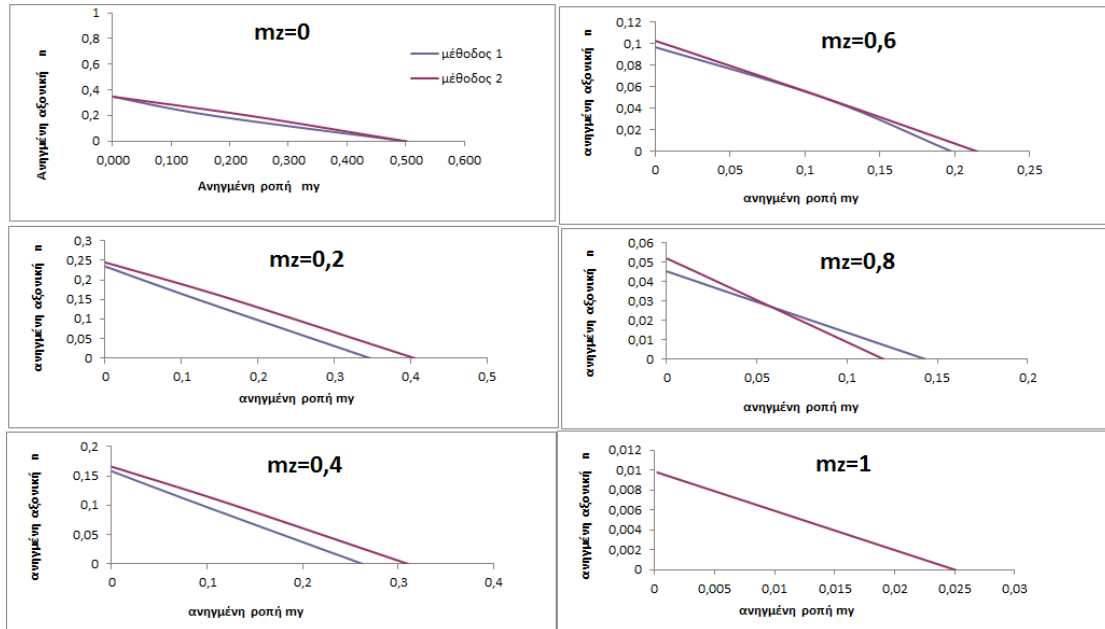
Ομάδα διαγραμμάτων 33: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 1



Ομάδα διαγραμμάτων 34: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 1



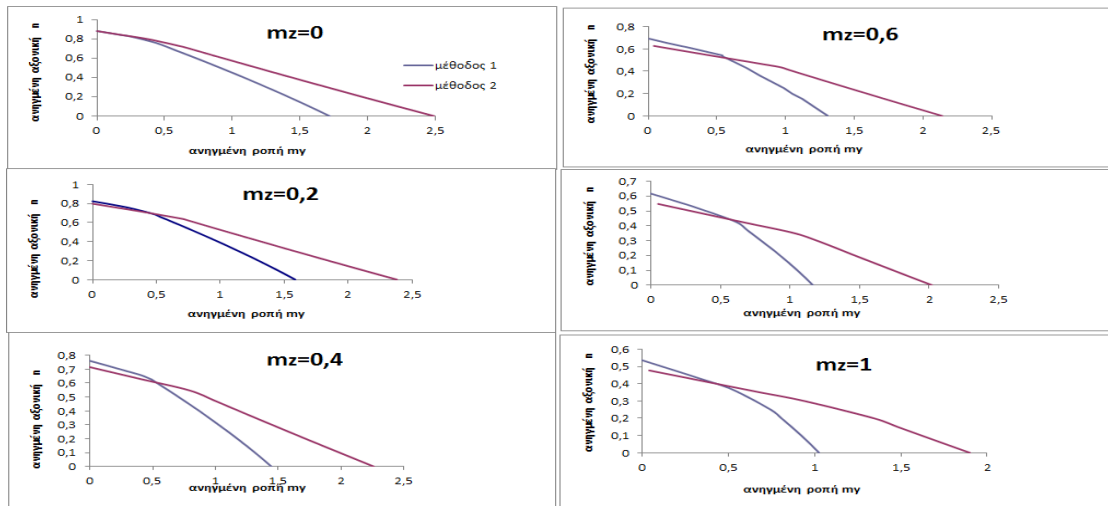
Ομάδα διαγραμμάτων 35: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1



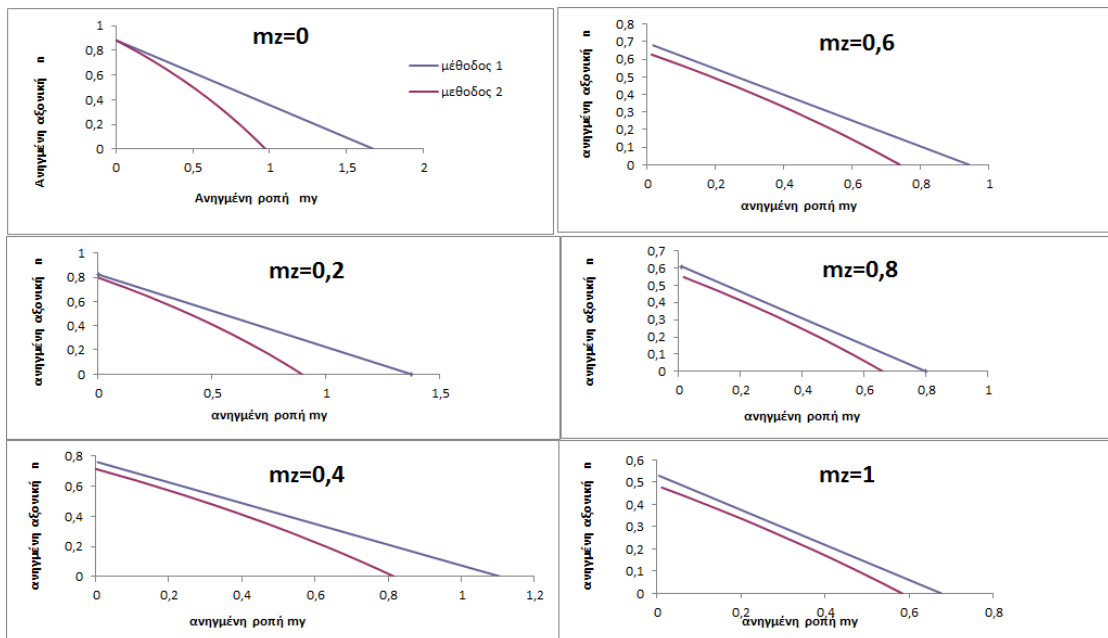
Ομάδα διαγραμμάτων 36: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1

4.2.2 2^η περίπτωση φόρτισης: θλιπτική δύναμη και συγκεντρωμένη ροπή στα άκρα

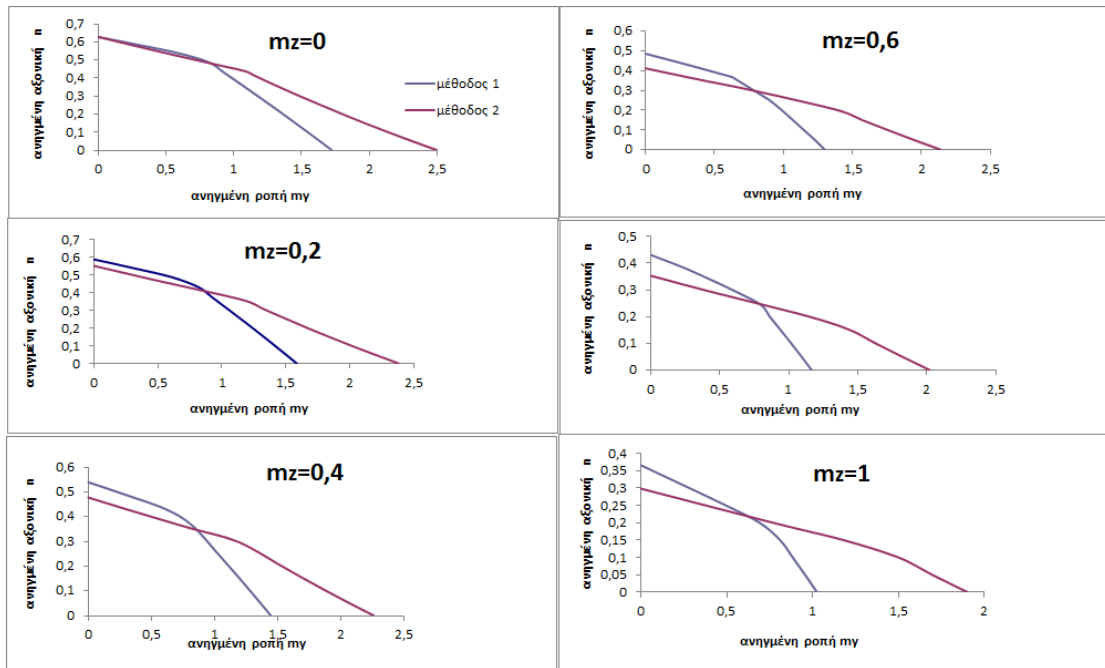
4.2.2.1 Διατομή HEA 200



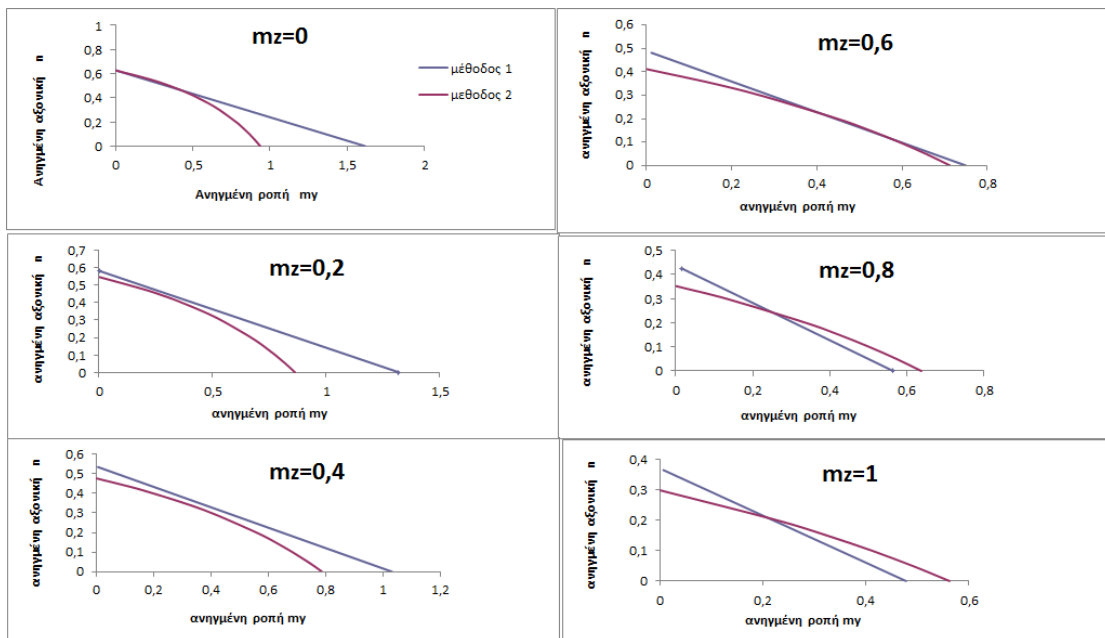
Ομάδα διαγραμμάτων 37: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 2



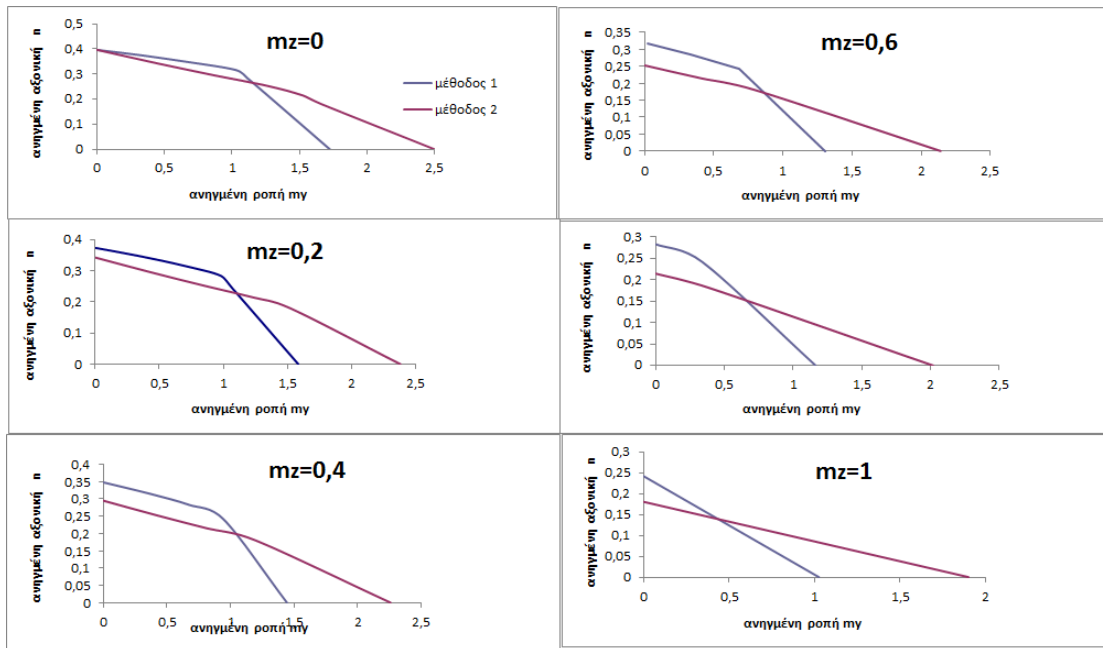
Ομάδα διαγραμμάτων 38: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 2



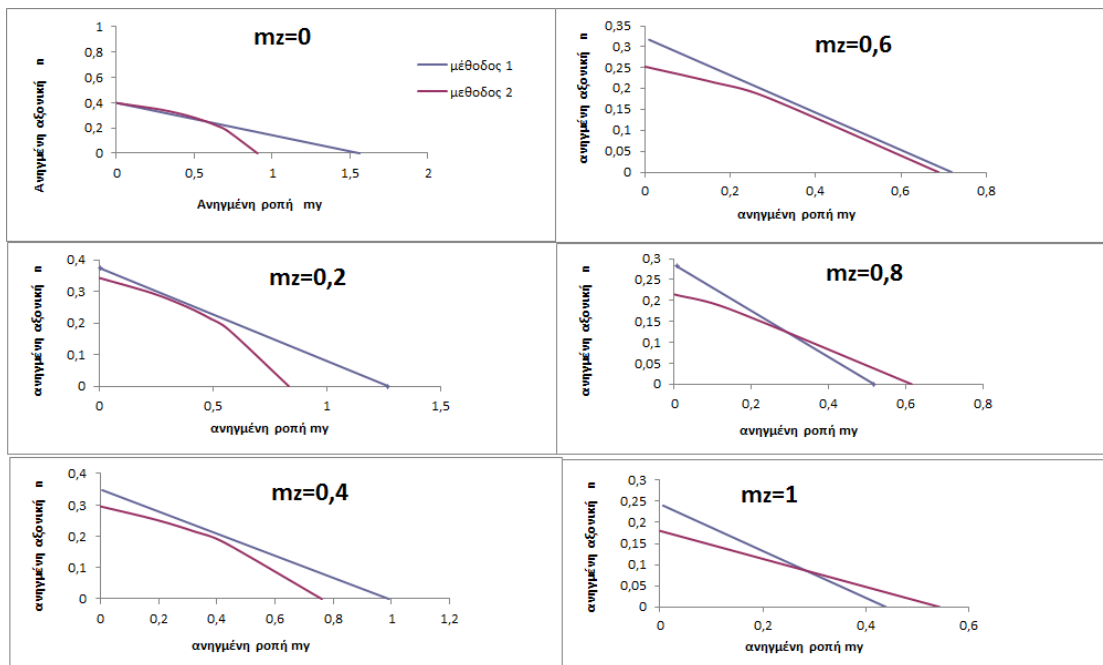
Ομάδα διαγραμμάτων 39: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 40: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 2

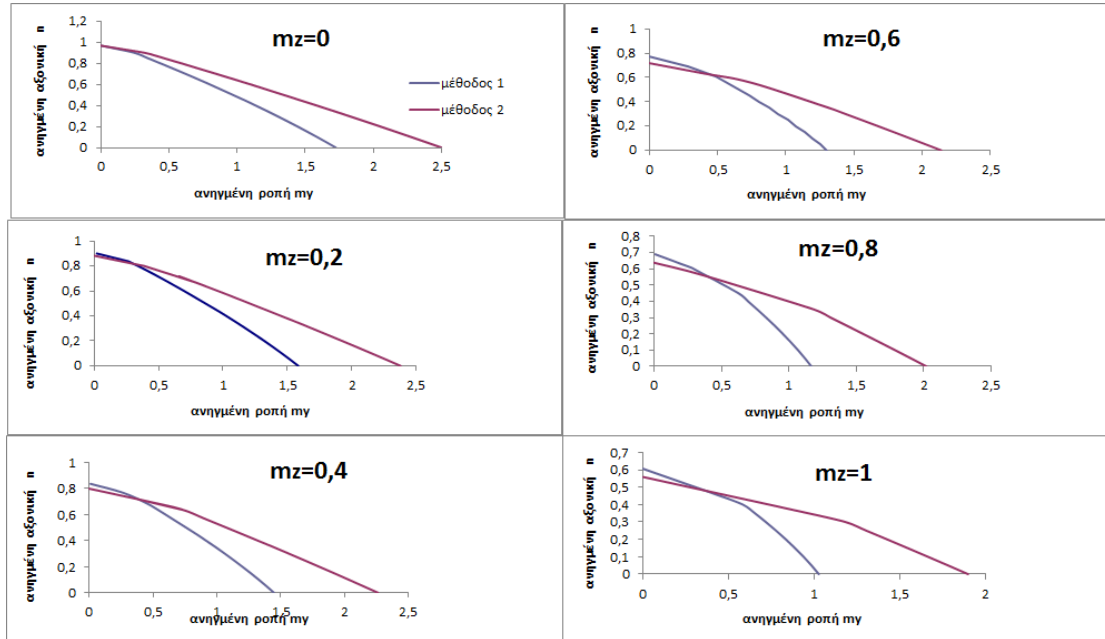


Ομάδα διαγραμμάτων 41: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2

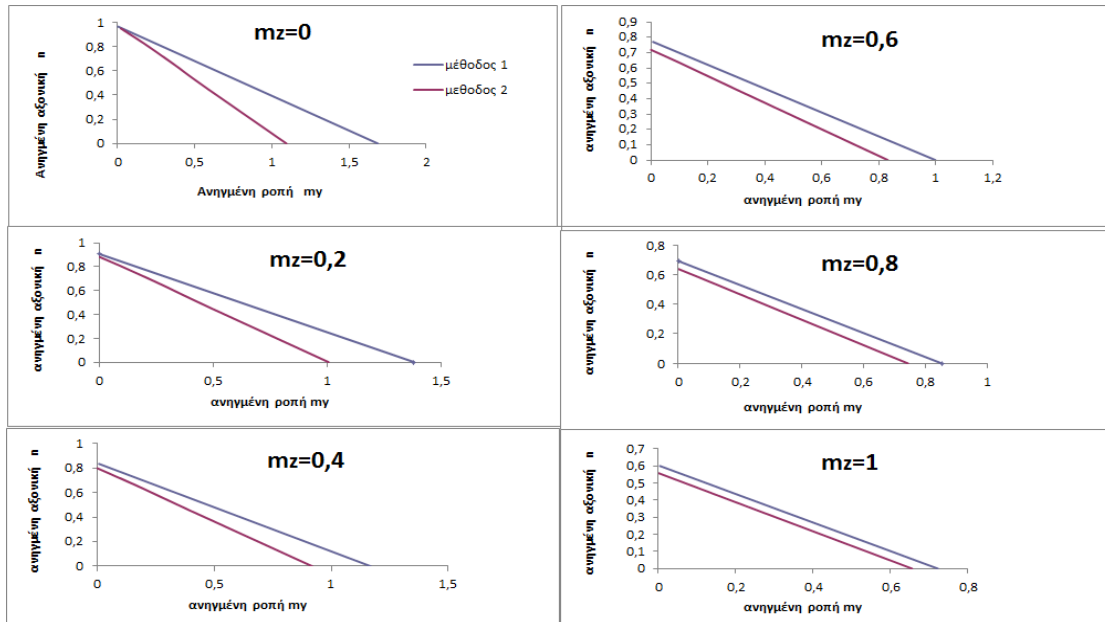


Ομάδα διαγραμμάτων 42: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2

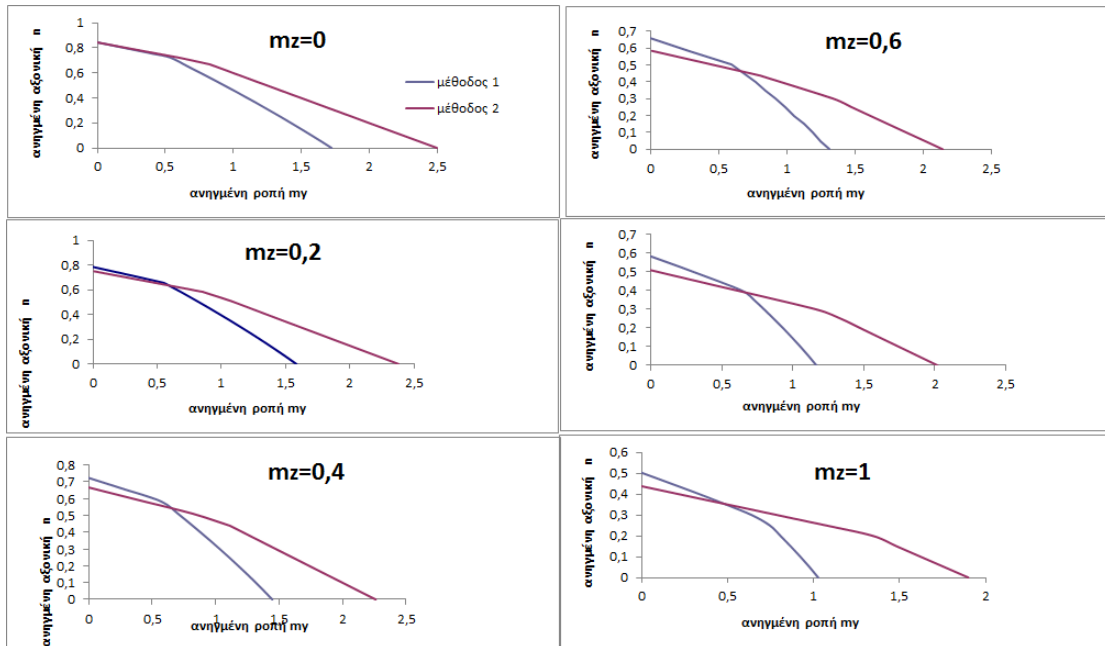
4.2.2.2 Διατομή HEA 500



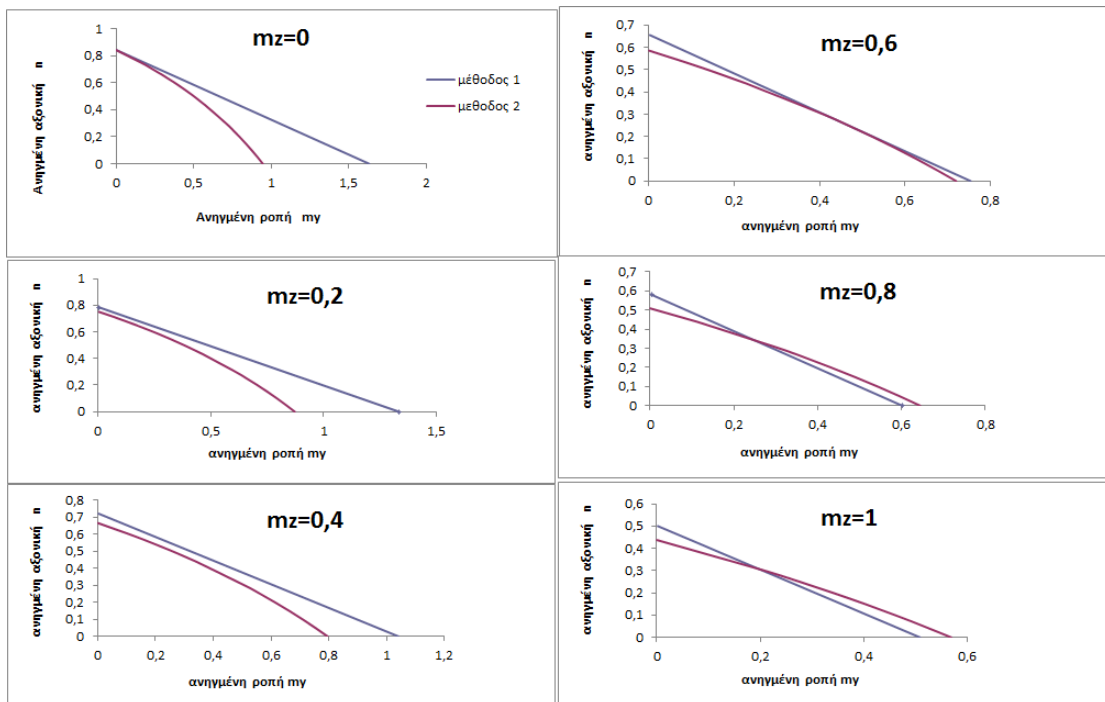
Ομάδα διαγραμμάτων 43: HEA 500, με πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 2



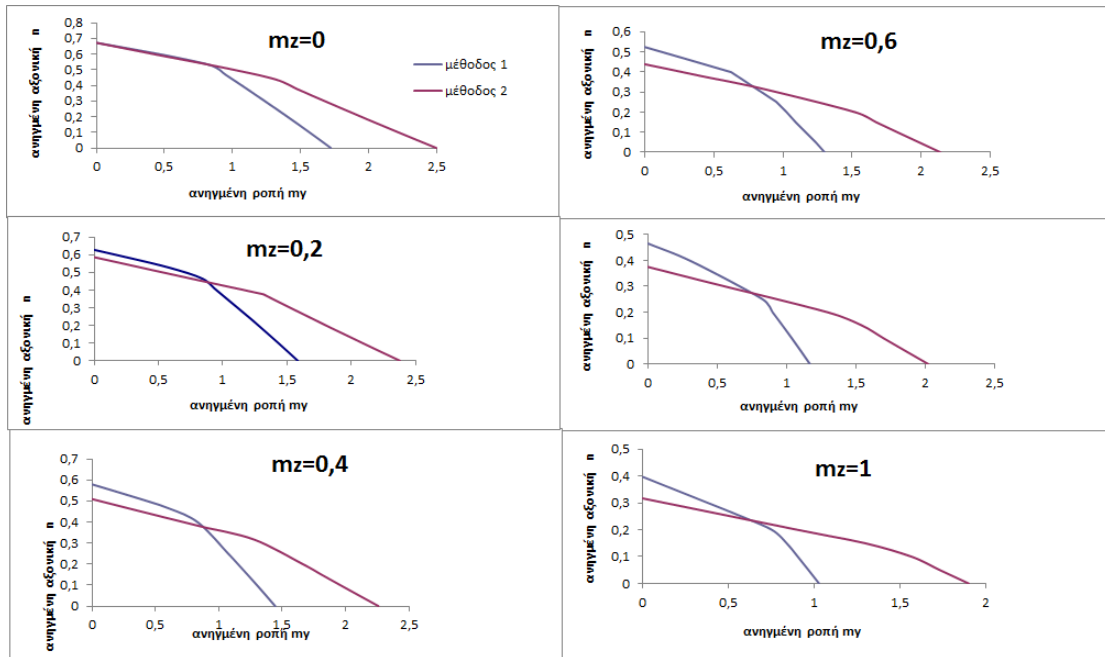
Ομάδα διαγραμμάτων 44: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 2



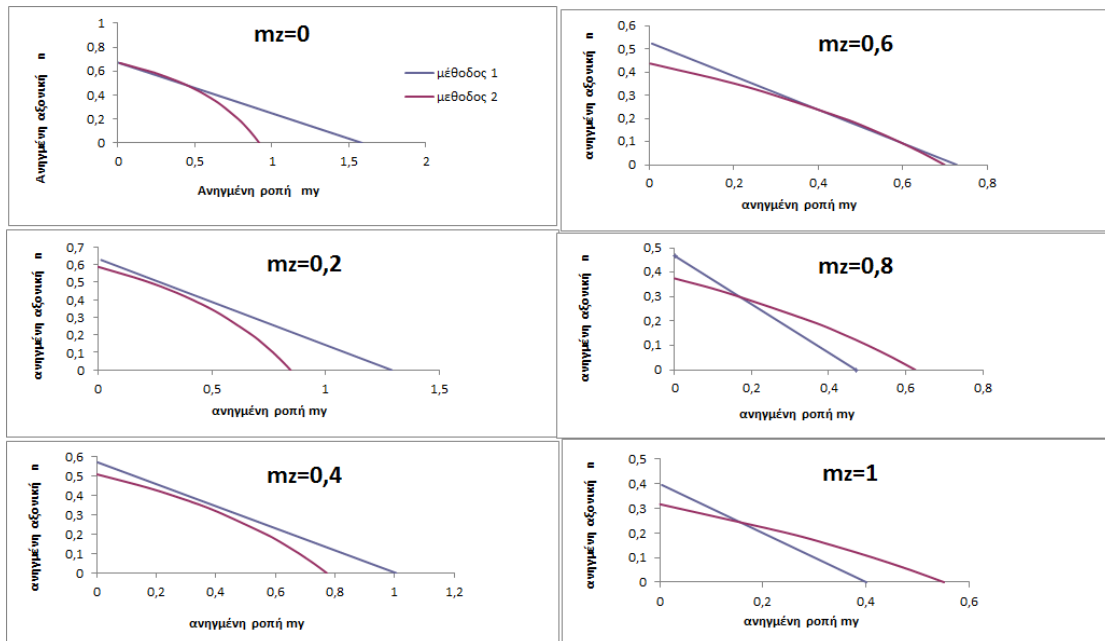
Ομάδα διαγραμμάτων 45: HEA 500, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 46: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 2

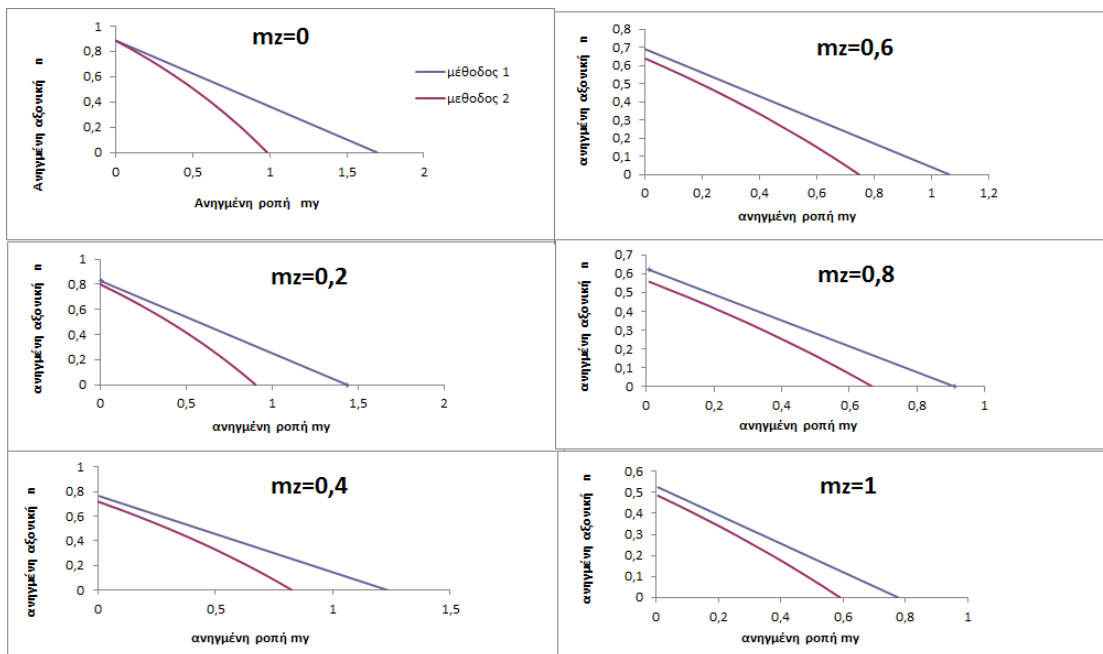
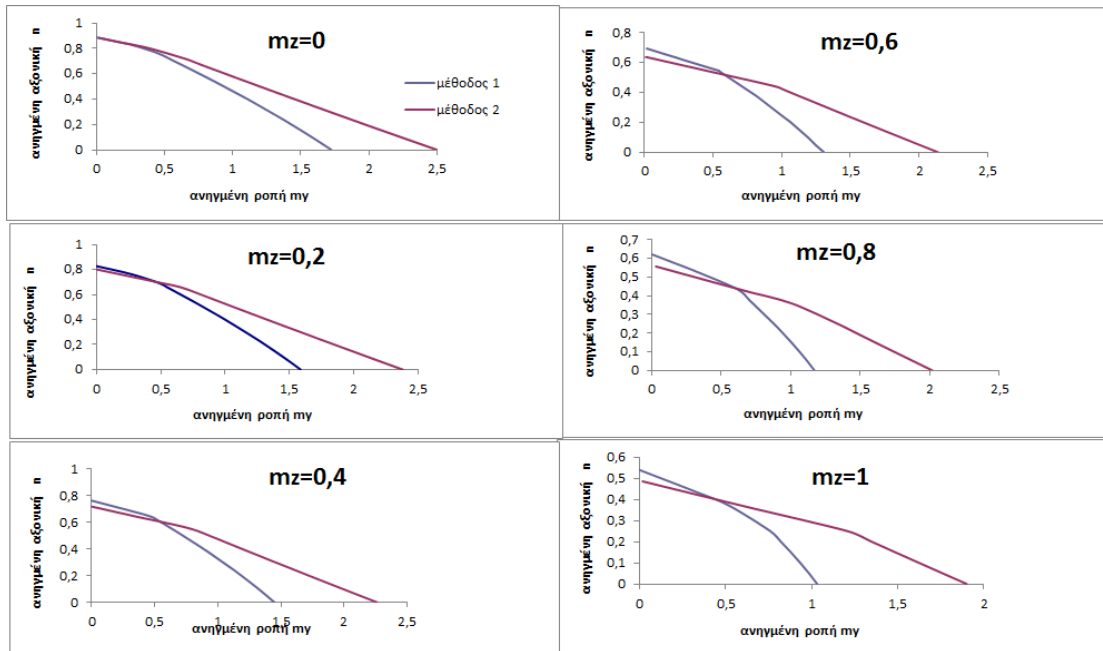


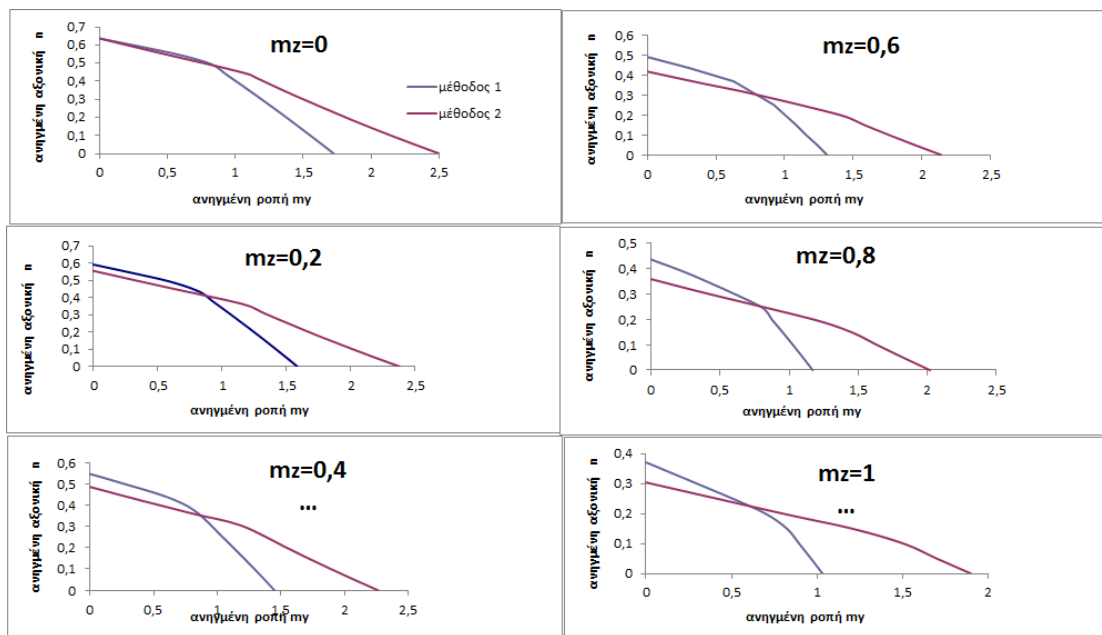
Ομάδα διαγραμμάτων 47: HEA 500, με πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2



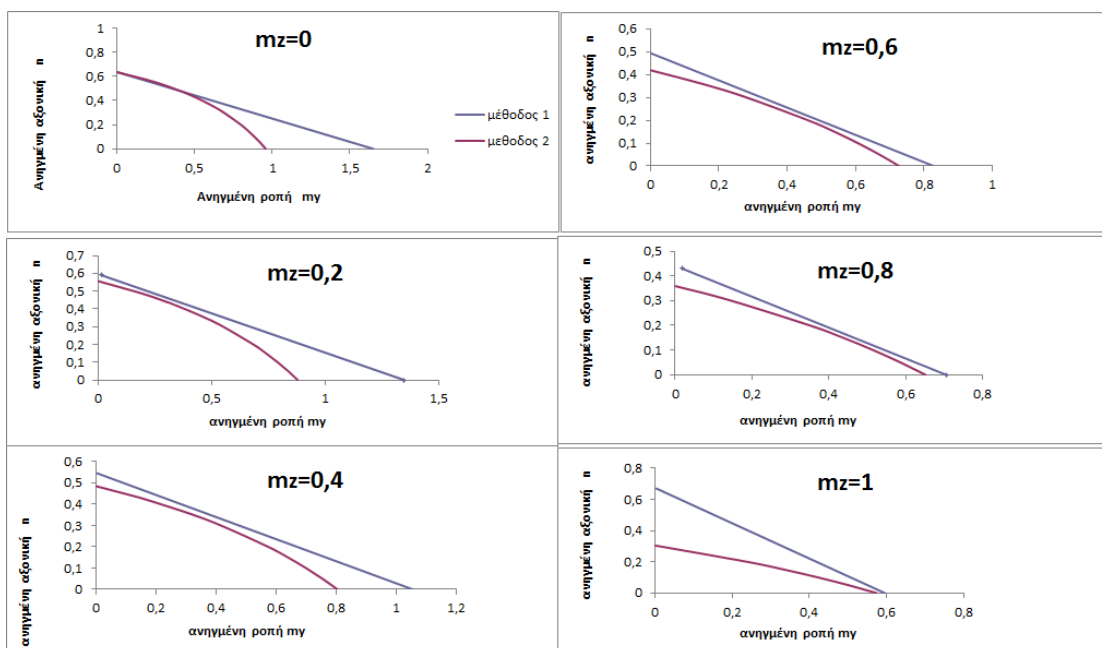
Ομάδα διαγραμμάτων 48: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2

4.2.2.3 Διατομή HEB 200

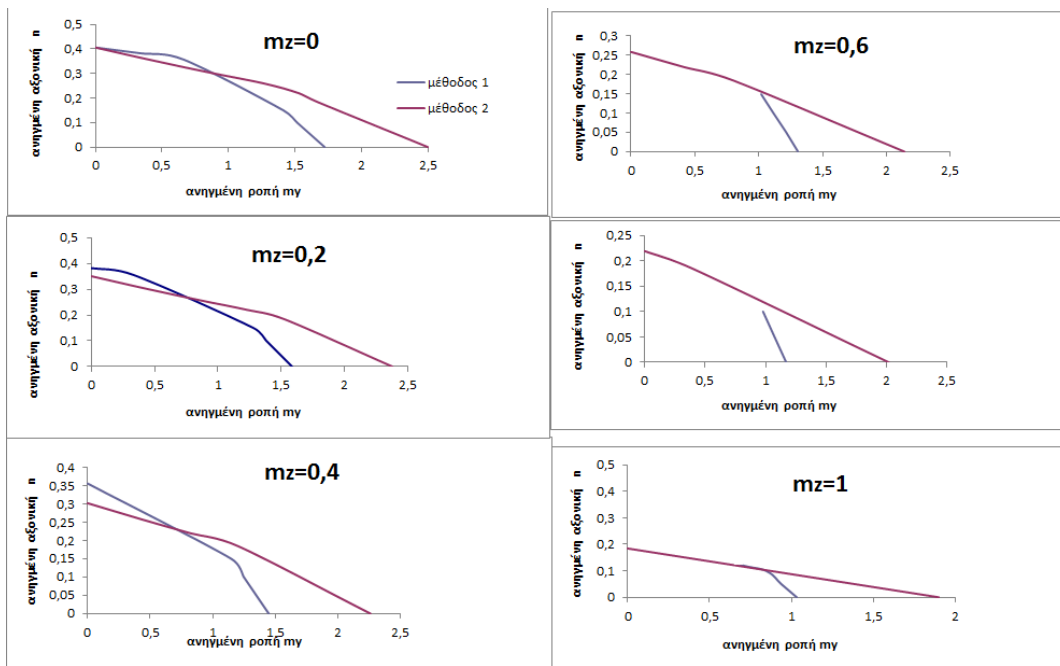




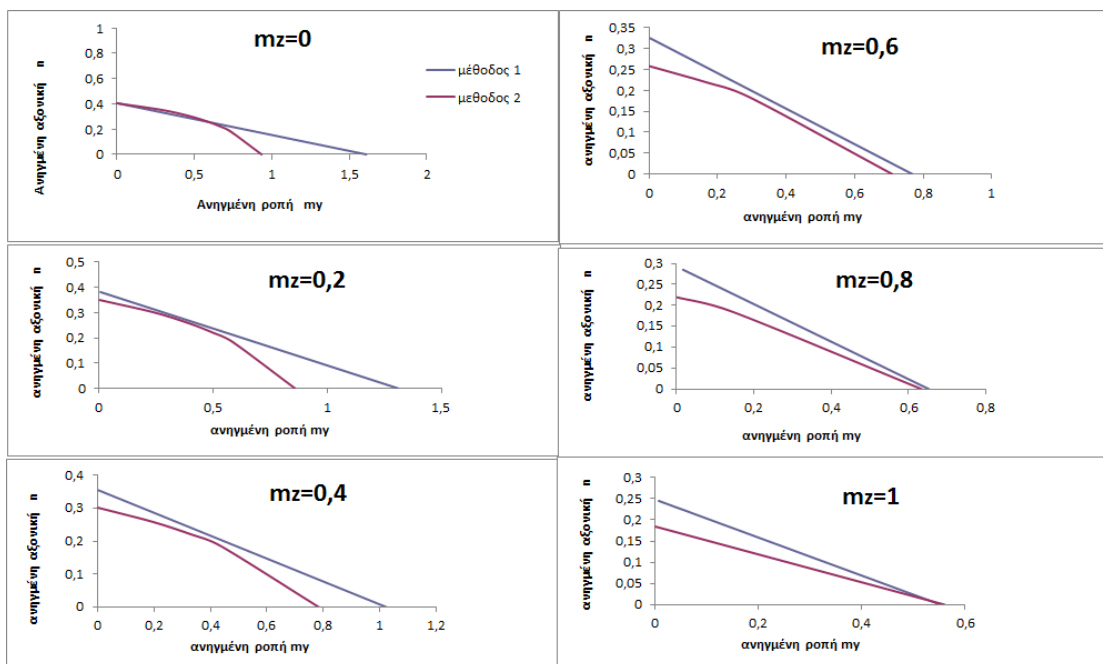
Ομάδα διαγραμμάτων 51: HEB 200, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 52: HEB 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 2

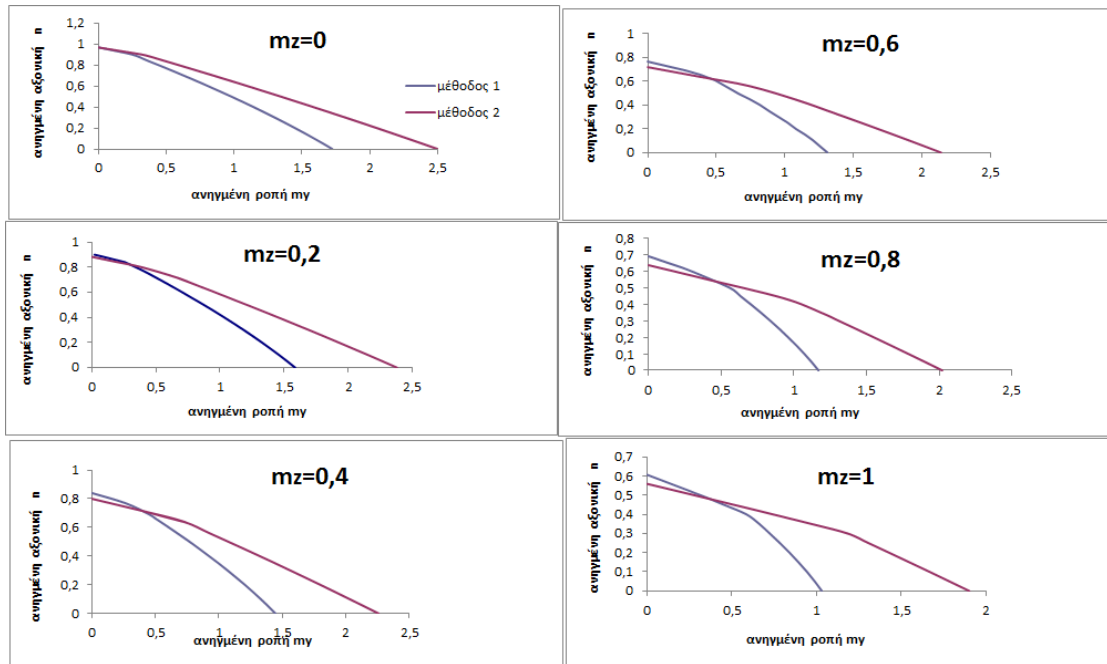


Ομάδα διαγραμμάτων 53: HEB 200, με πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2

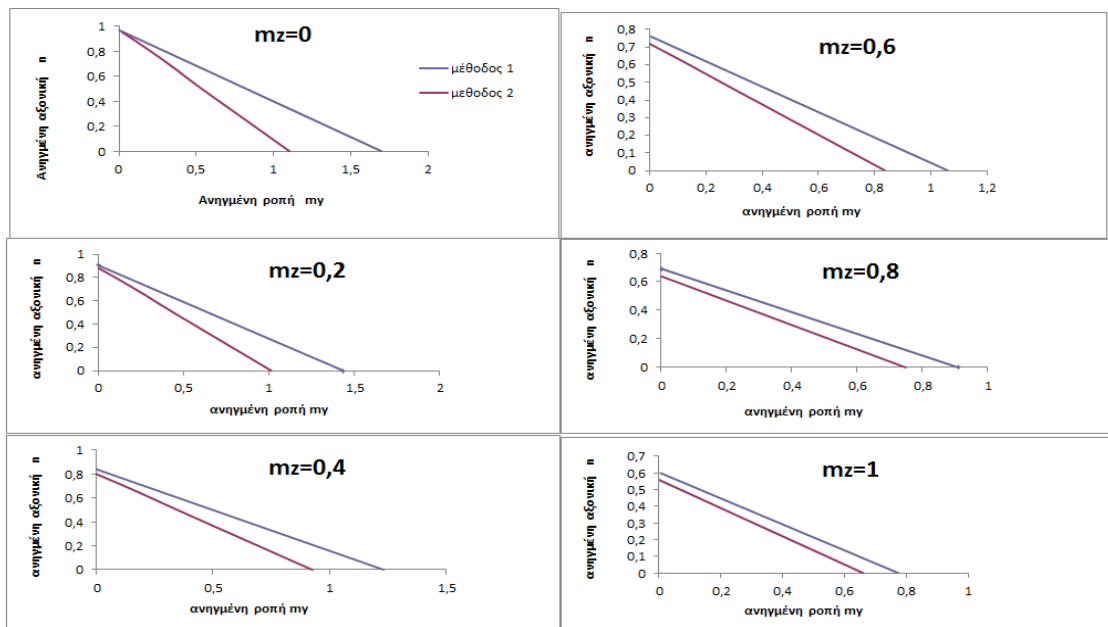


Ομάδα διαγραμμάτων 54: HEB 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2

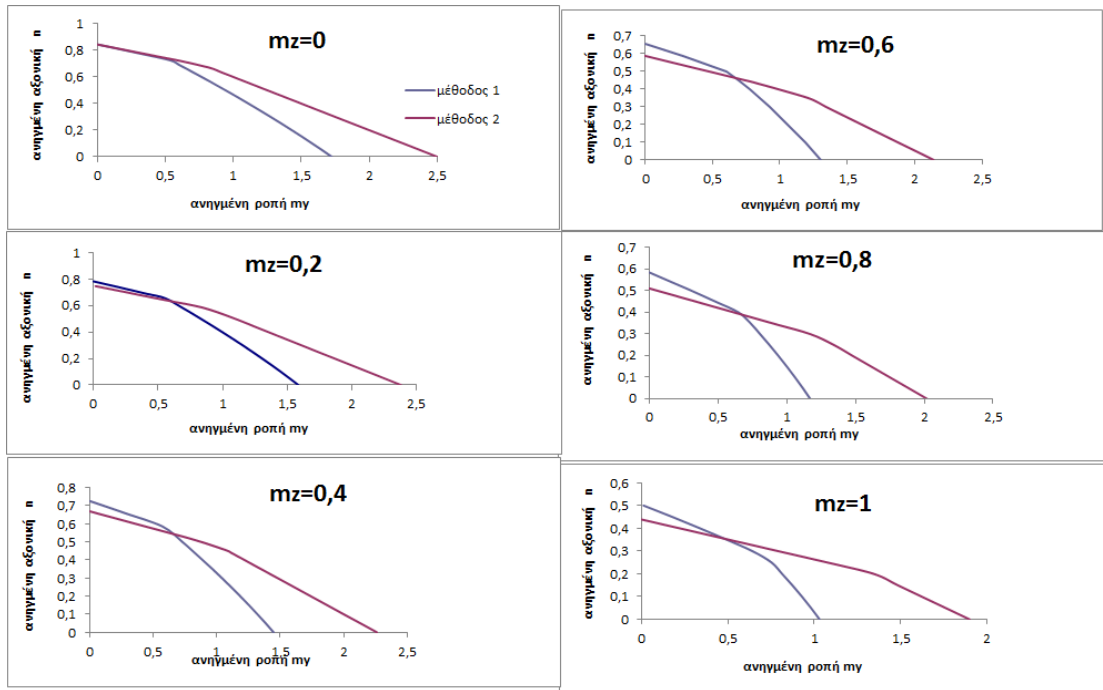
4.2.2.4 Διατομή HEB 500



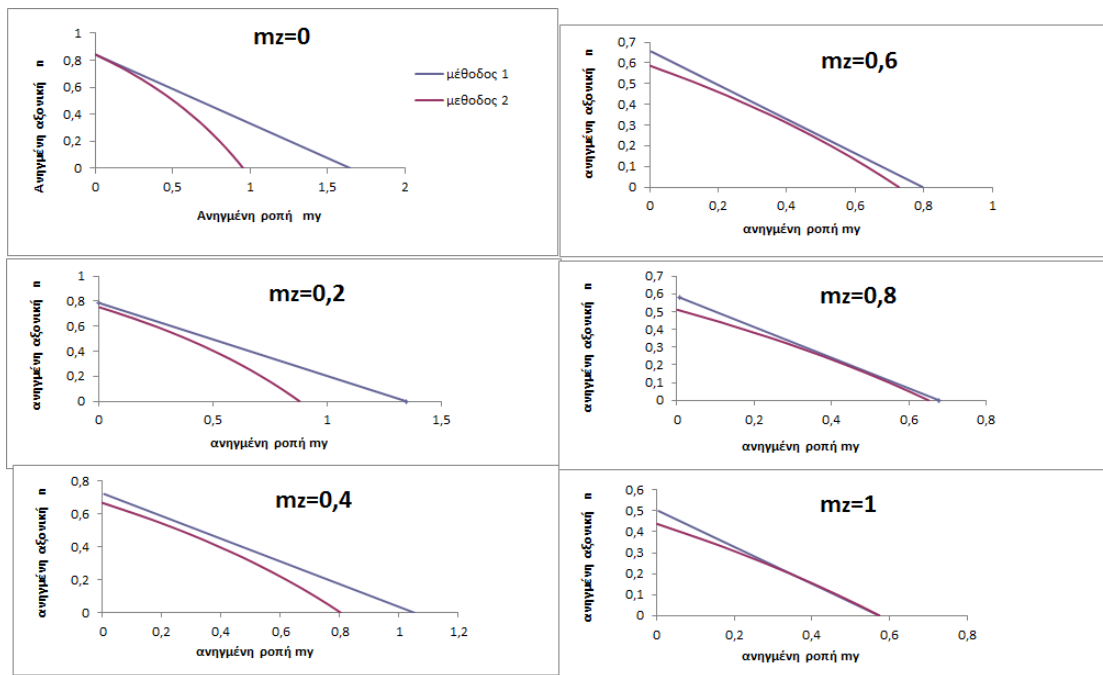
Ομάδα διαγραμμάτων 55: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=2m, φόρτιση 2



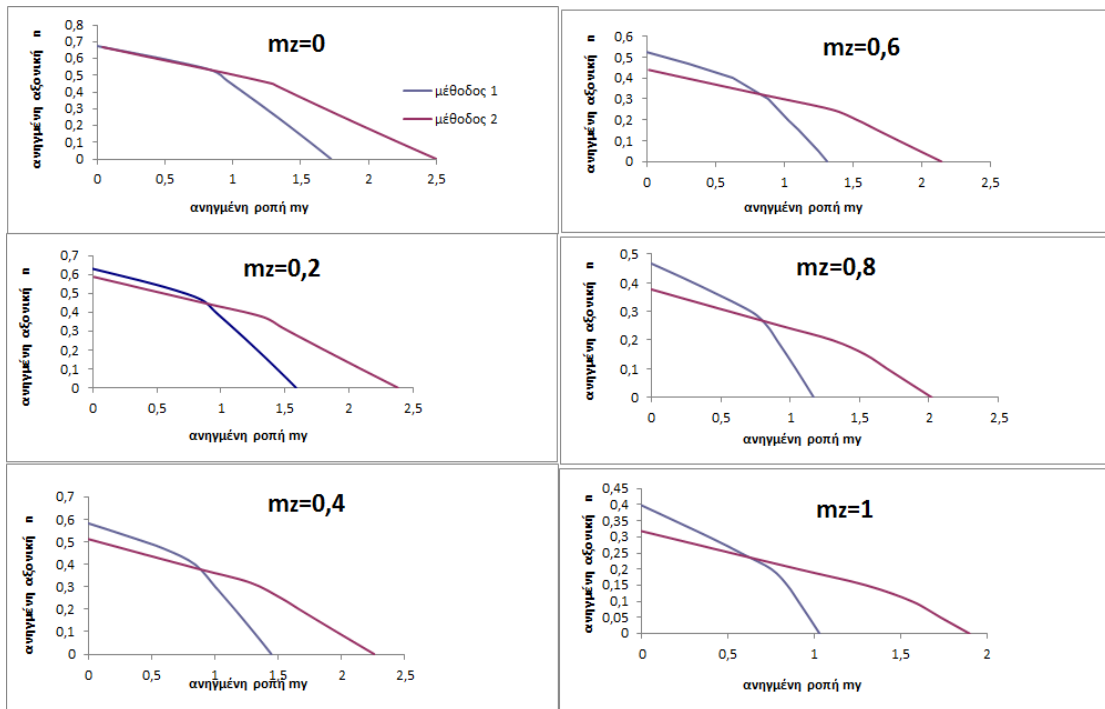
Ομάδα διαγραμμάτων 56: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=2m, φόρτιση 2



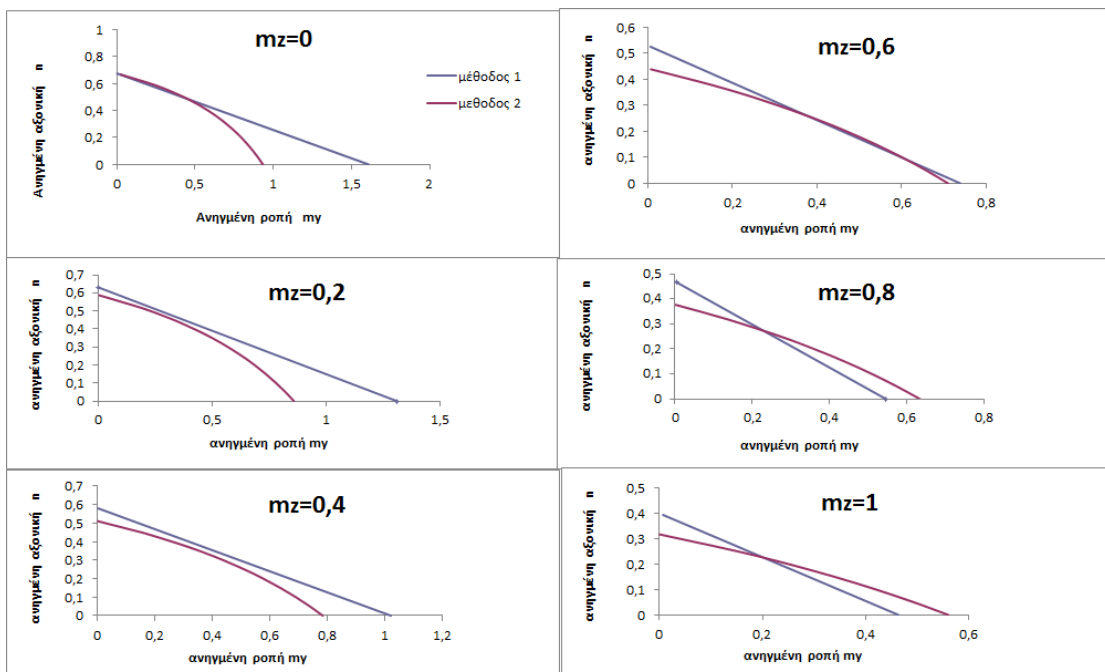
Ομάδα διαγραμμάτων 57: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 58: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 2

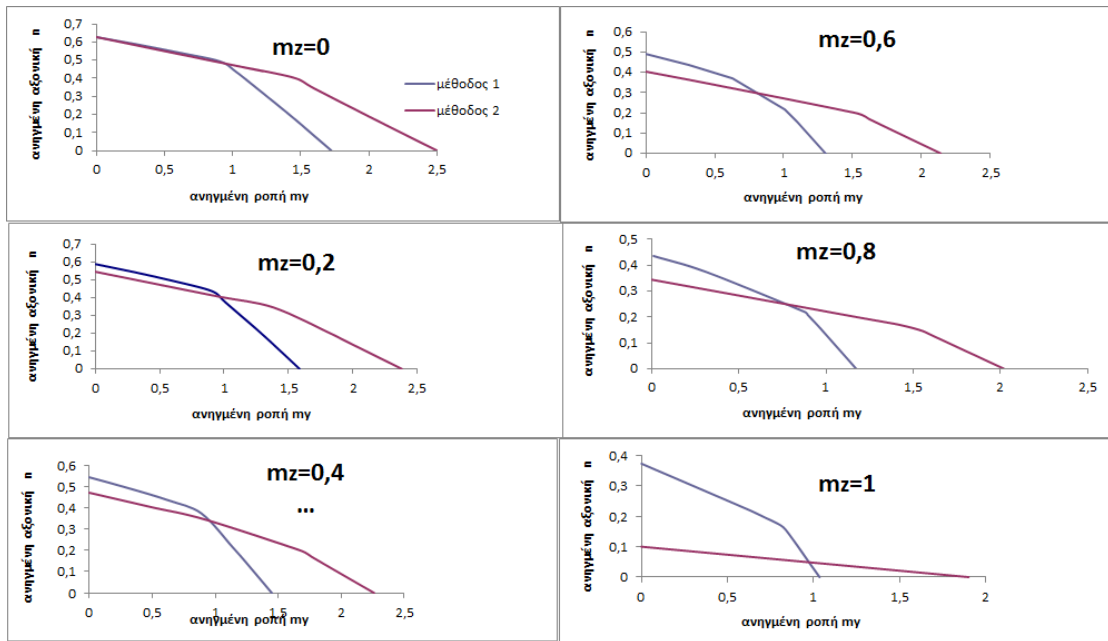


Ομάδα διαγραμμάτων 59: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 2

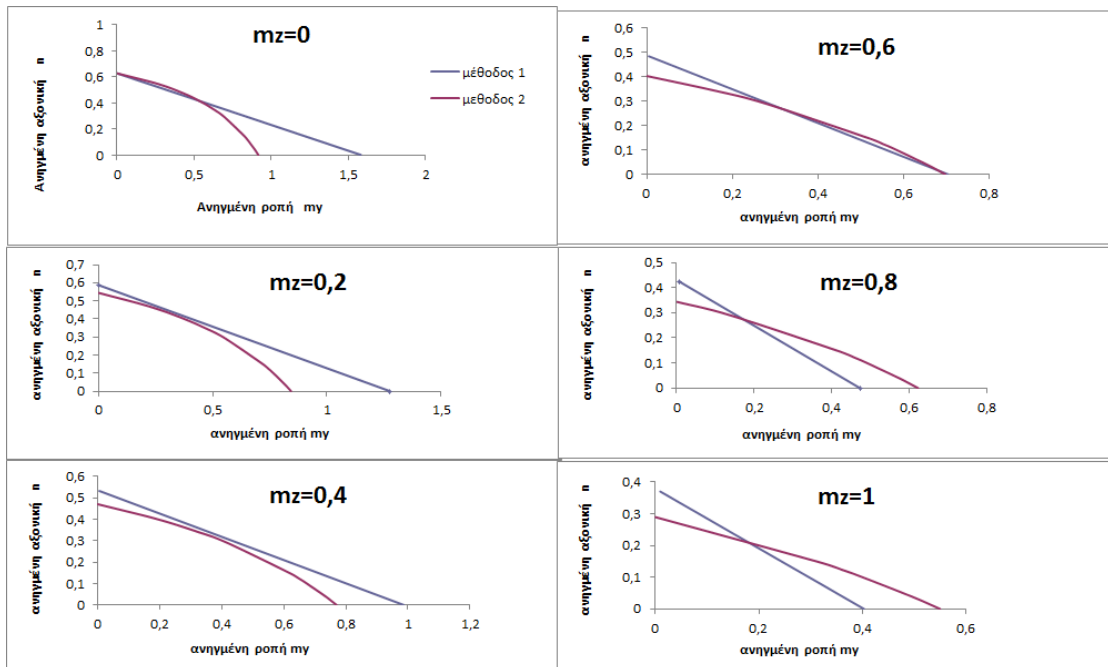


Ομάδα διαγραμμάτων 60: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 2

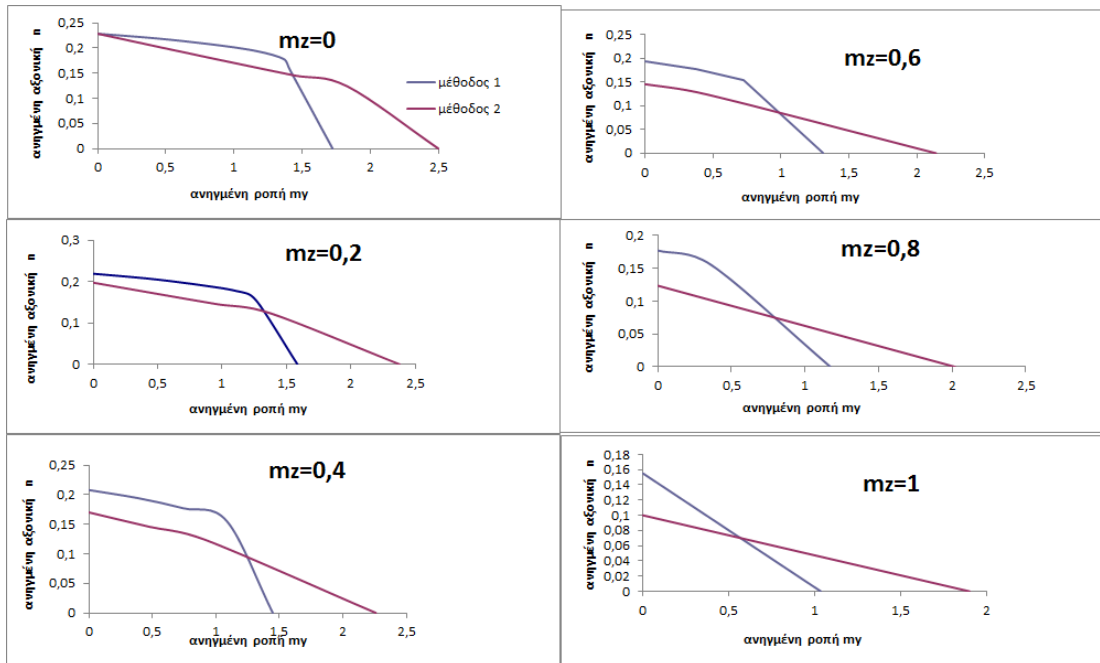
4.2.2.5 Διατομή IPE 200



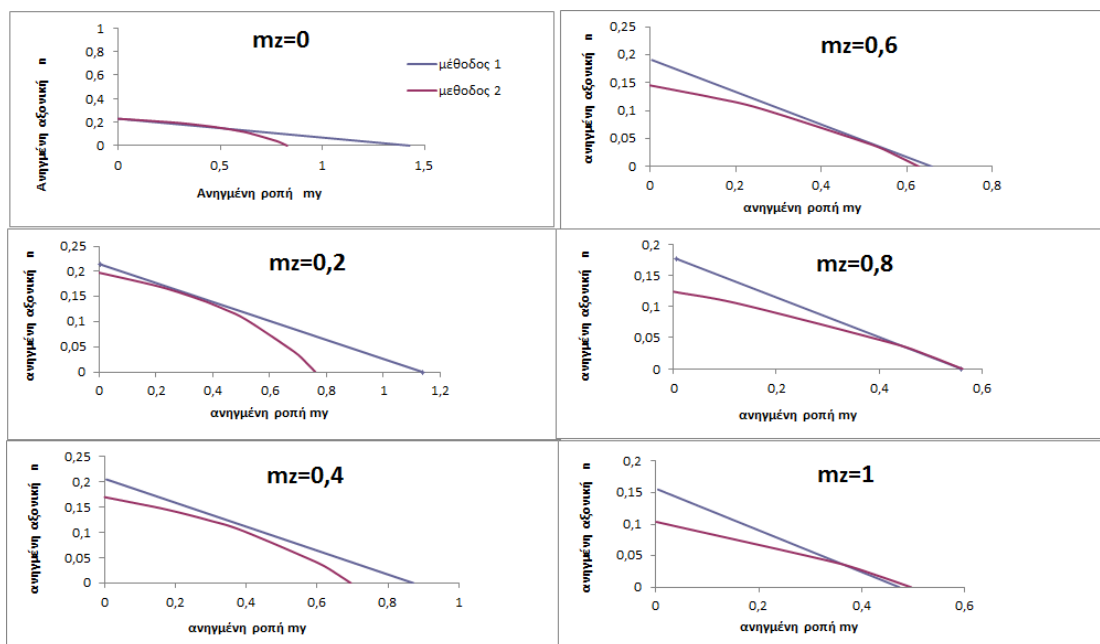
Ομάδα διαγραμμάτων 61: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση, $L=2m$, φόρτιση 2



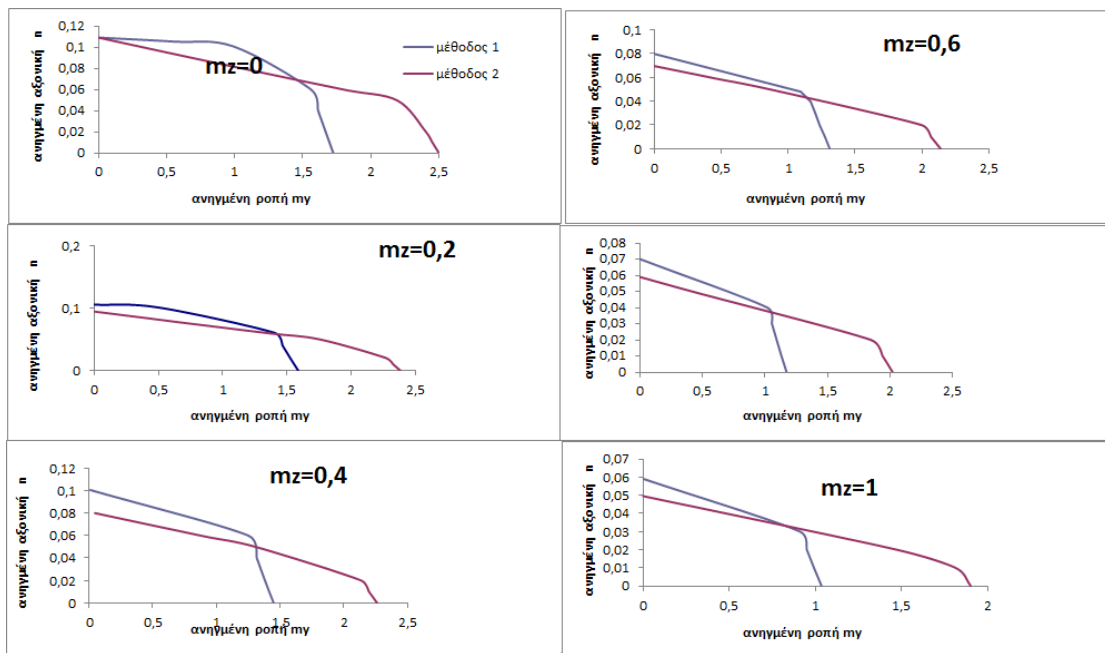
Ομάδα διαγραμμάτων 62: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, $L=2m$, φόρτιση 2



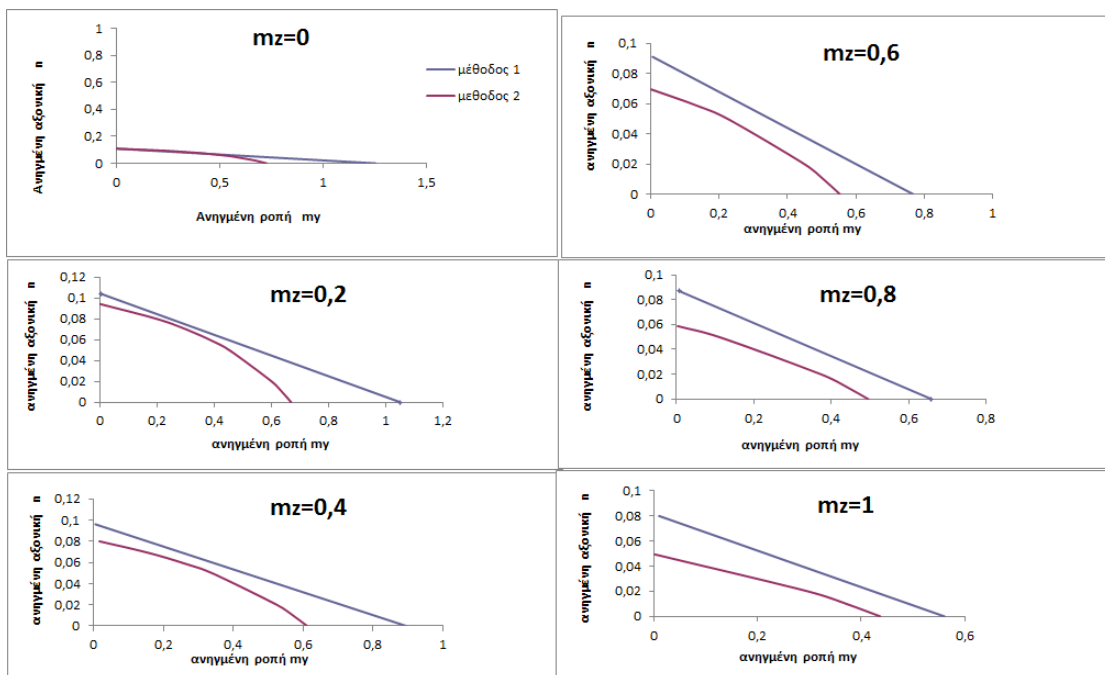
Ομάδα διαγραμμάτων 63: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 64: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 2

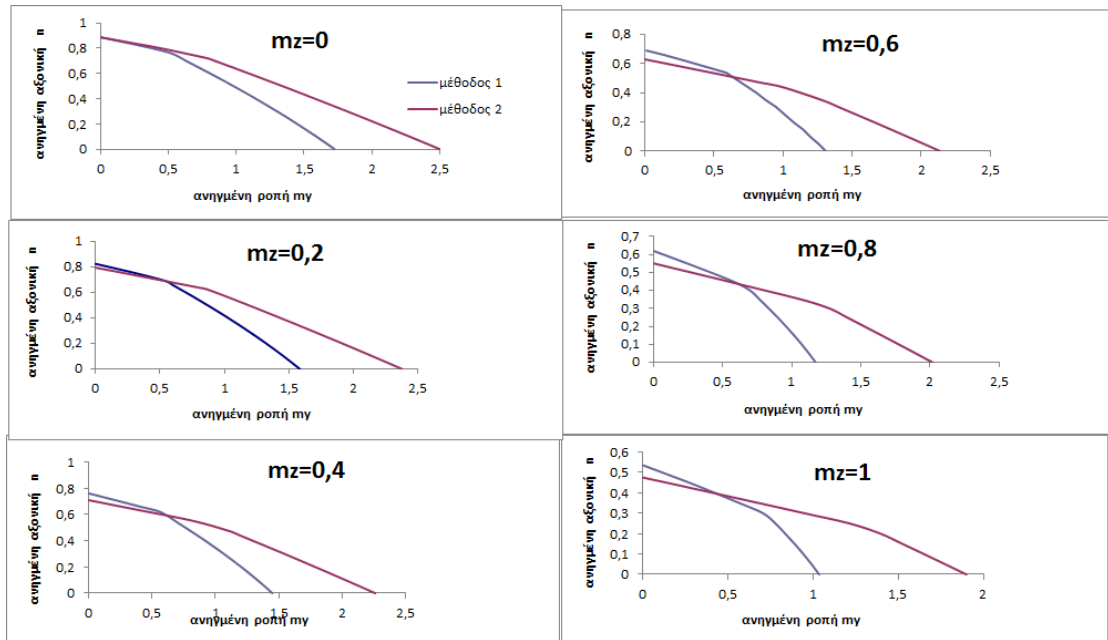


Ομάδα διαγραμμάτων 65: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 2

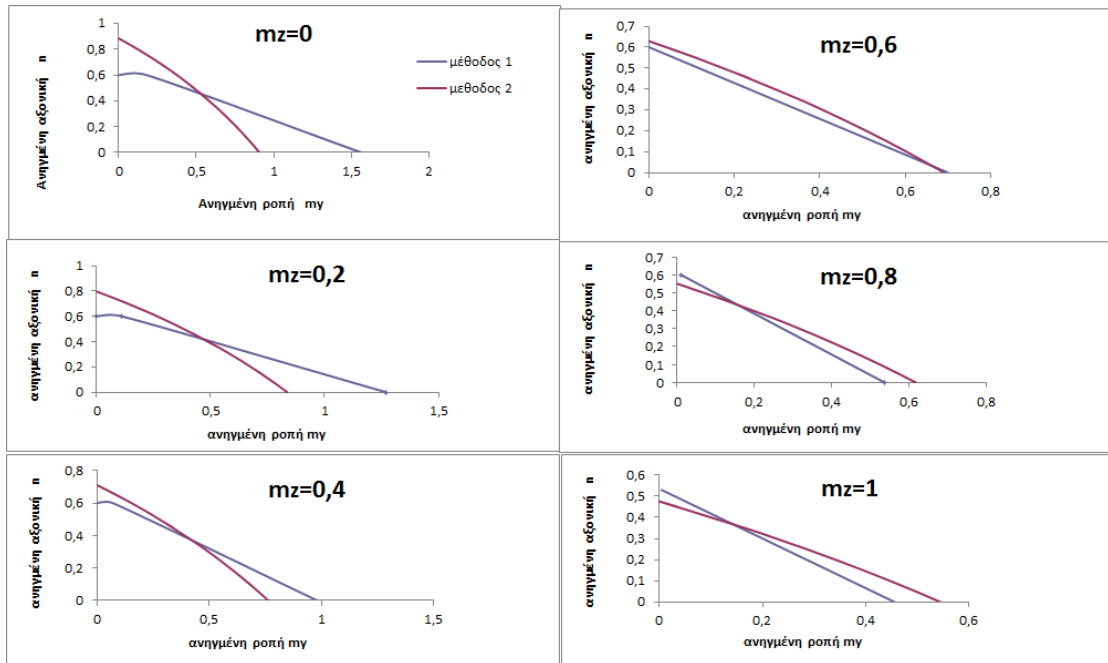


Ομάδα διαγραμμάτων 66: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 2

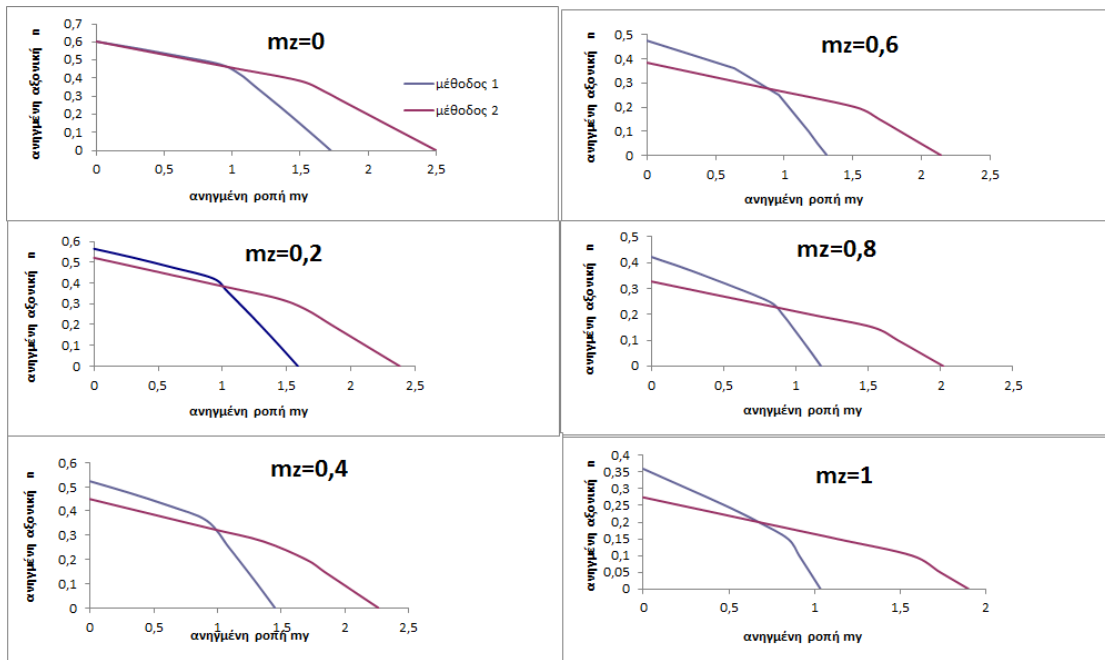
4.2.2.6 Διατομή IPE 500



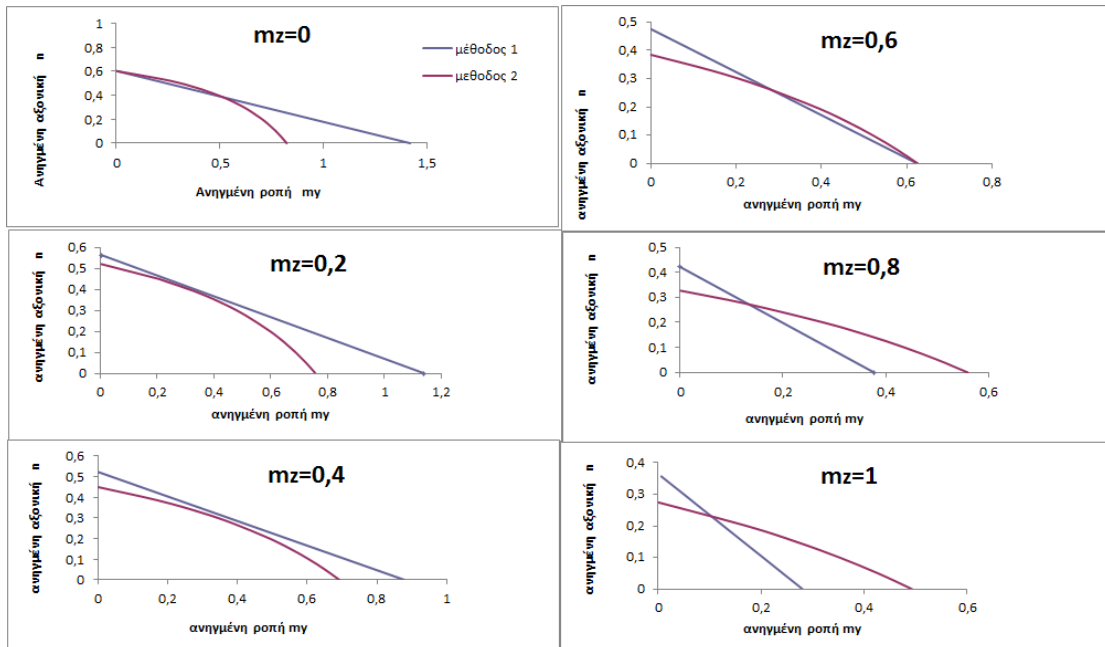
Ομάδα διαγραμμάτων 67: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση, $L=2m$, φόρτιση 2



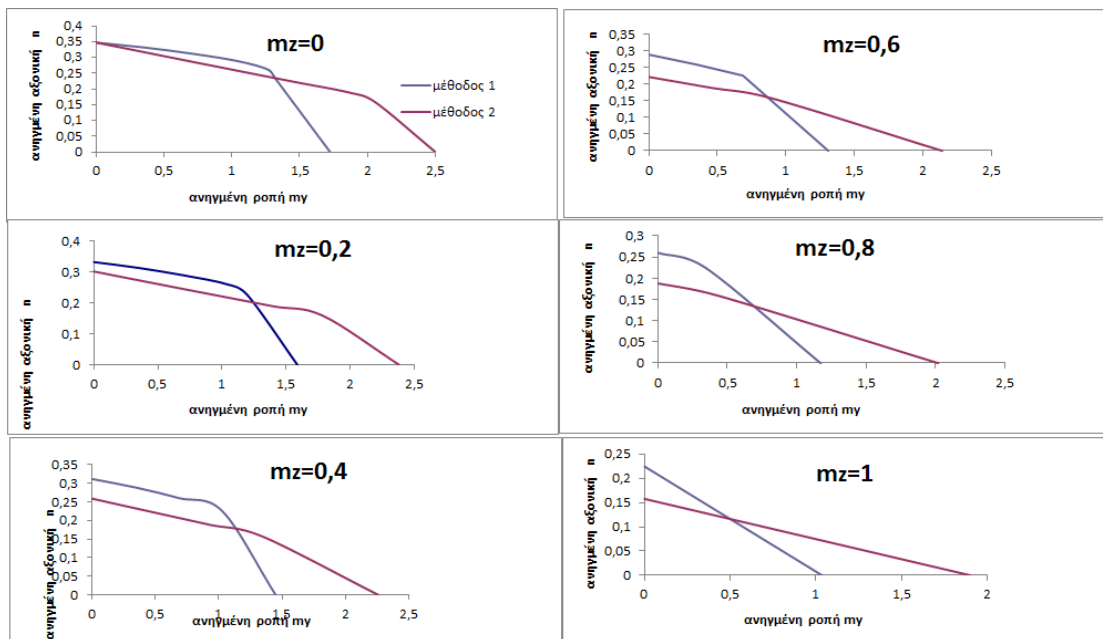
Ομάδα διαγραμμάτων 68: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, $L=2m$, φόρτιση 2



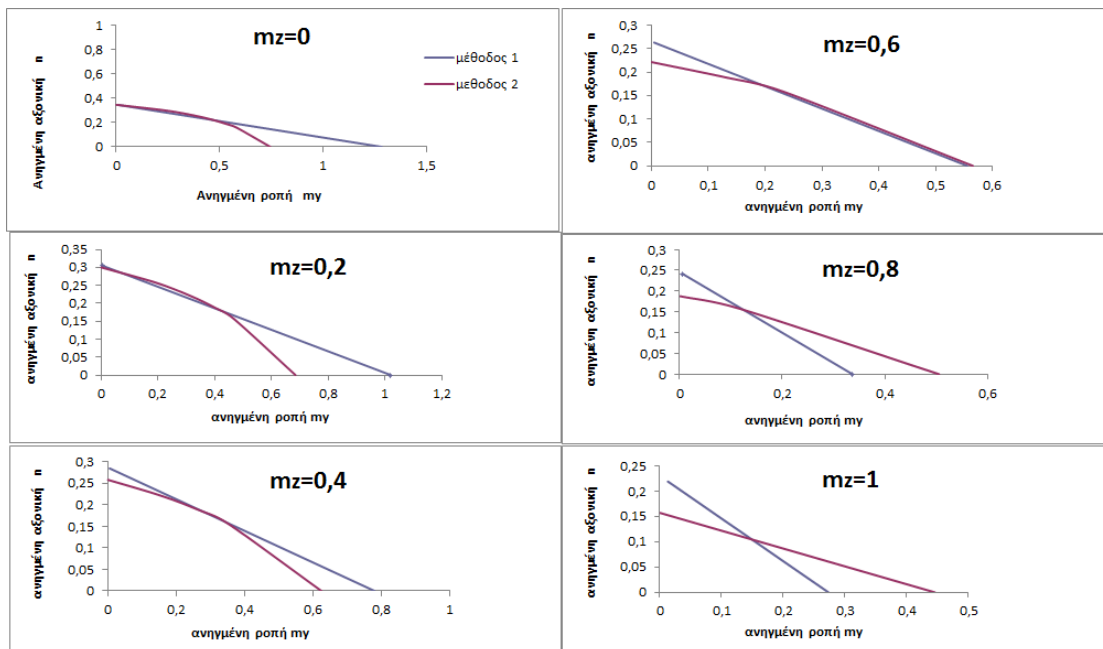
Ομάδα διαγραμμάτων 69: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 70: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 2



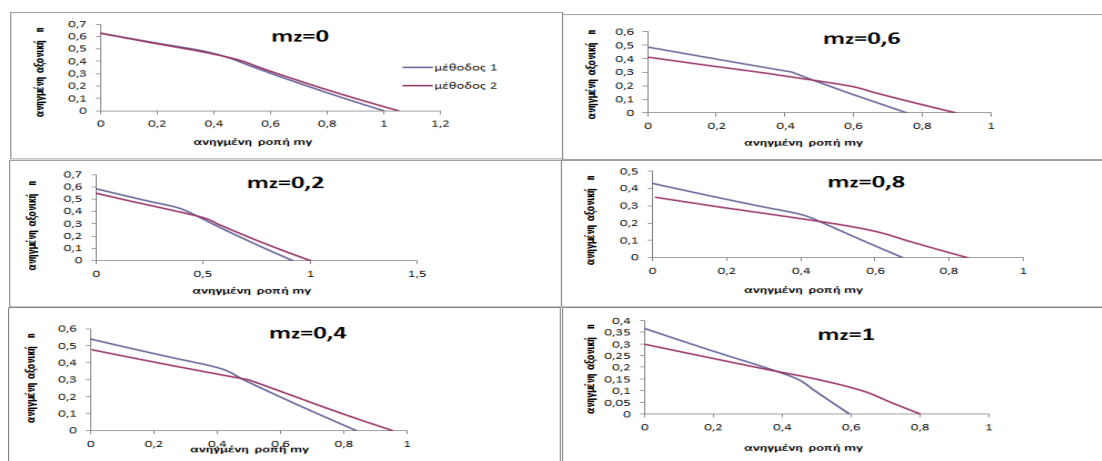
Ομάδα διαγραμμάτων 71: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 2



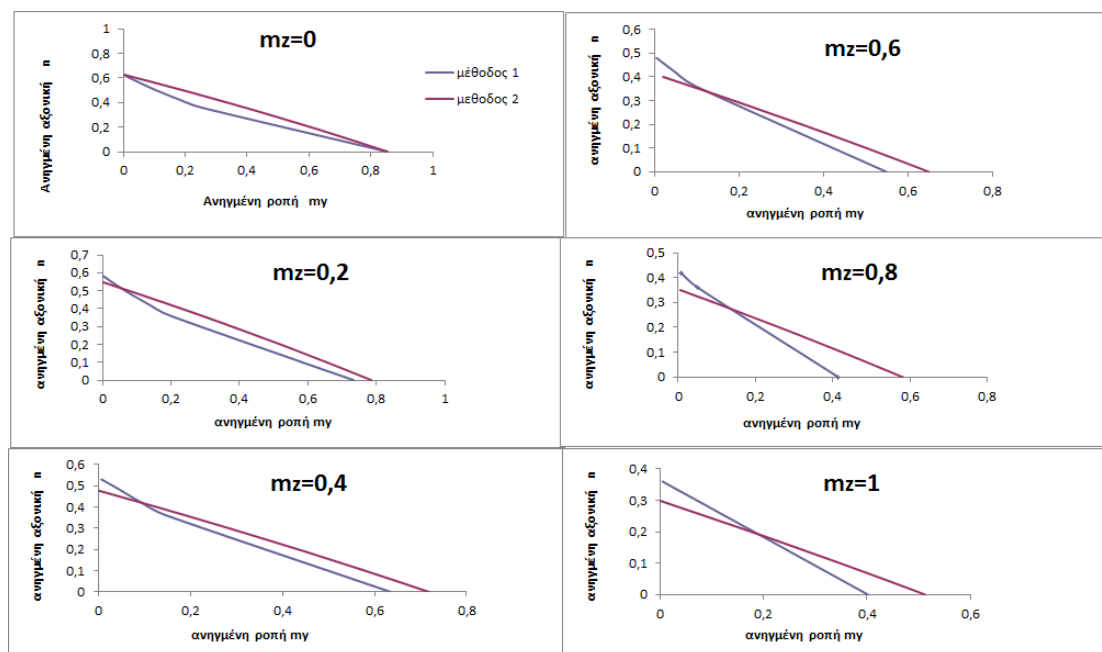
Ομάδα διαγραμμάτων 72: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 2

4.2.3 3^η περίπτωση φόρτισης: συνδυασμός των δύο παραπάνω (θλιπτική δύναμη, ομοιόμορφο φορτίο κατά z και συγκεντρωμένη ροπή στα άκρα)

4.2.3.1 Διατομή HEA 200

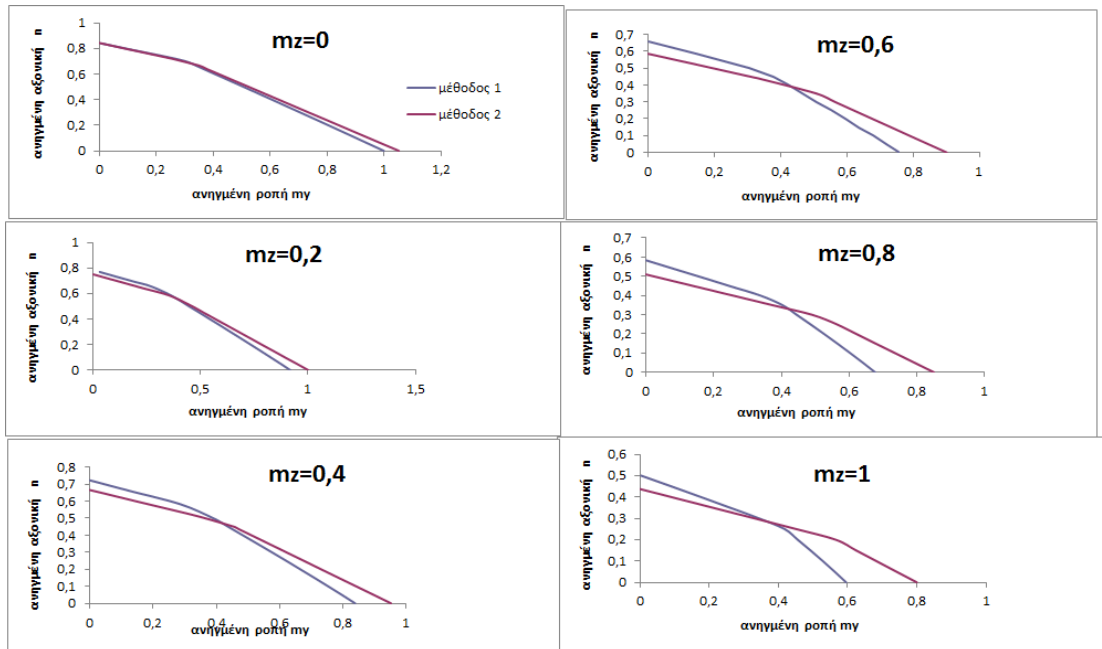


Ομάδα διαγραμμάτων 73: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

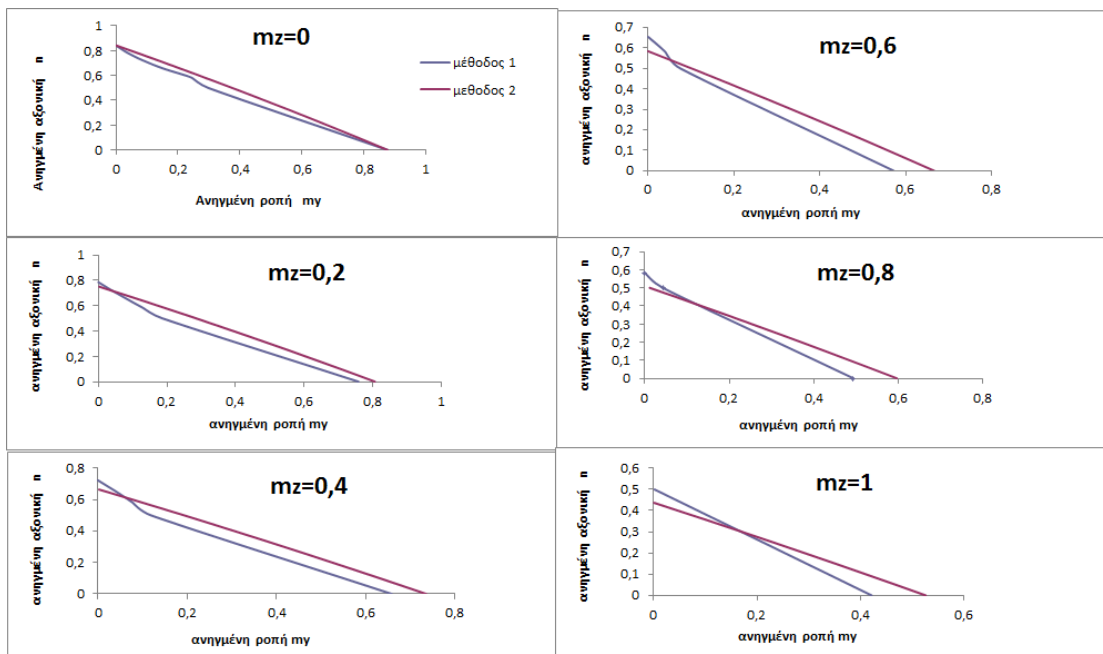


Ομάδα διαγραμμάτων 74: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

4.2.3.2 Διατομή HEA 500

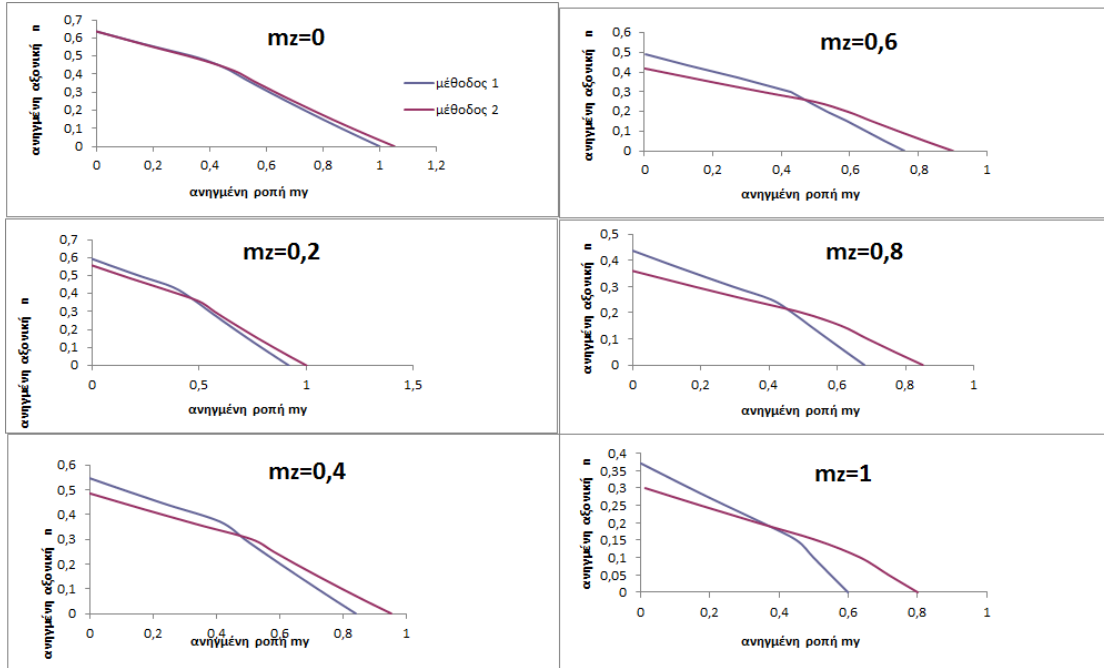


Ομάδα διαγραμμάτων 75: HEA 500, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

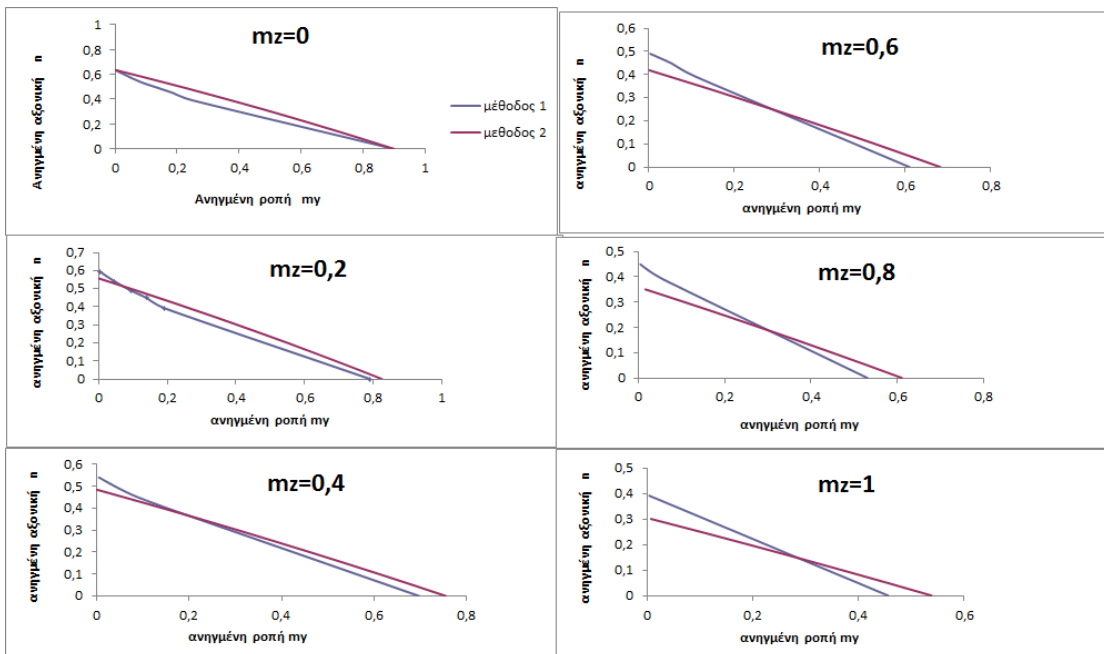


Ομάδα διαγραμμάτων 76: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

4.2.3.3 Διατομή HEB 200

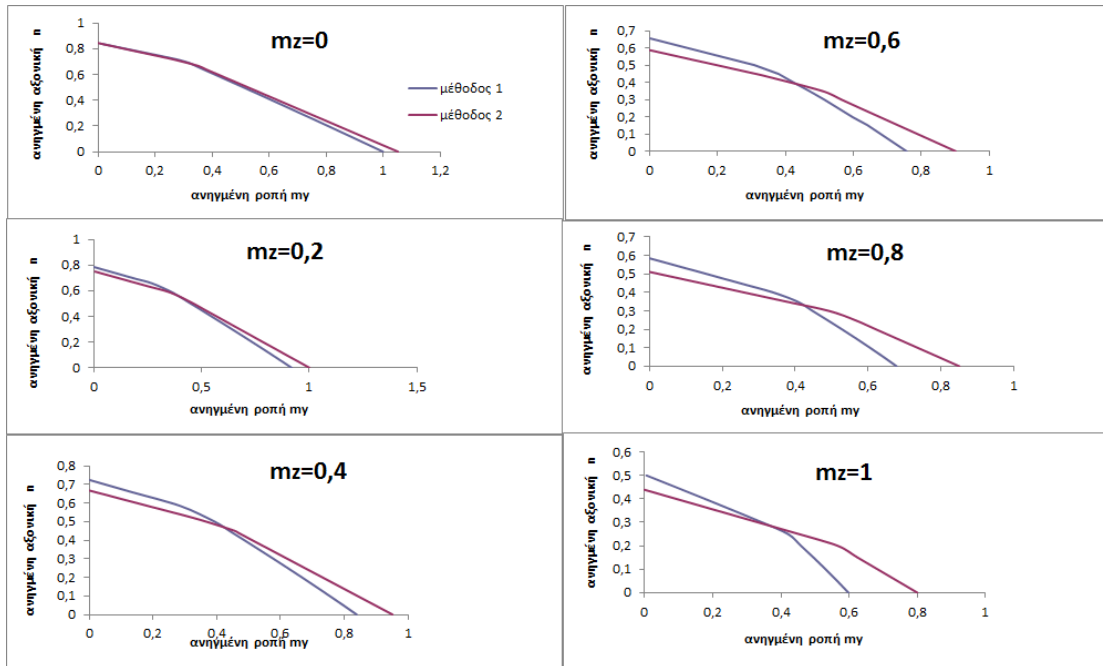


Ομάδα διαγραμμάτων 77: HEB 200, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

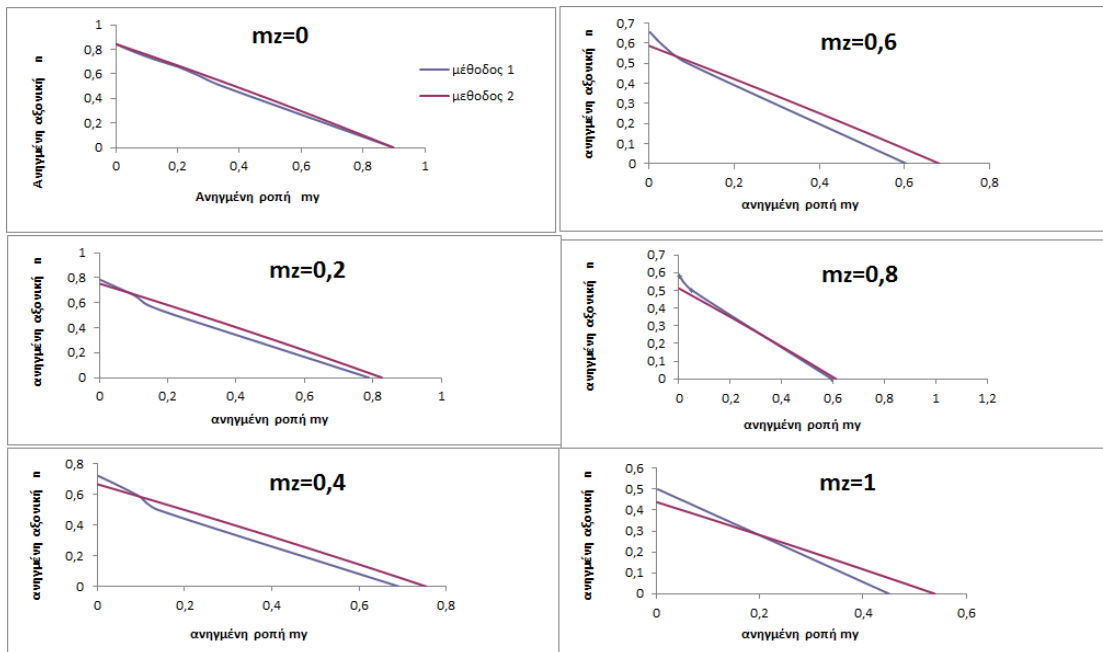


Ομάδα διαγραμμάτων 78: HEB 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

4.2.3.4 Διατομή HEB 500

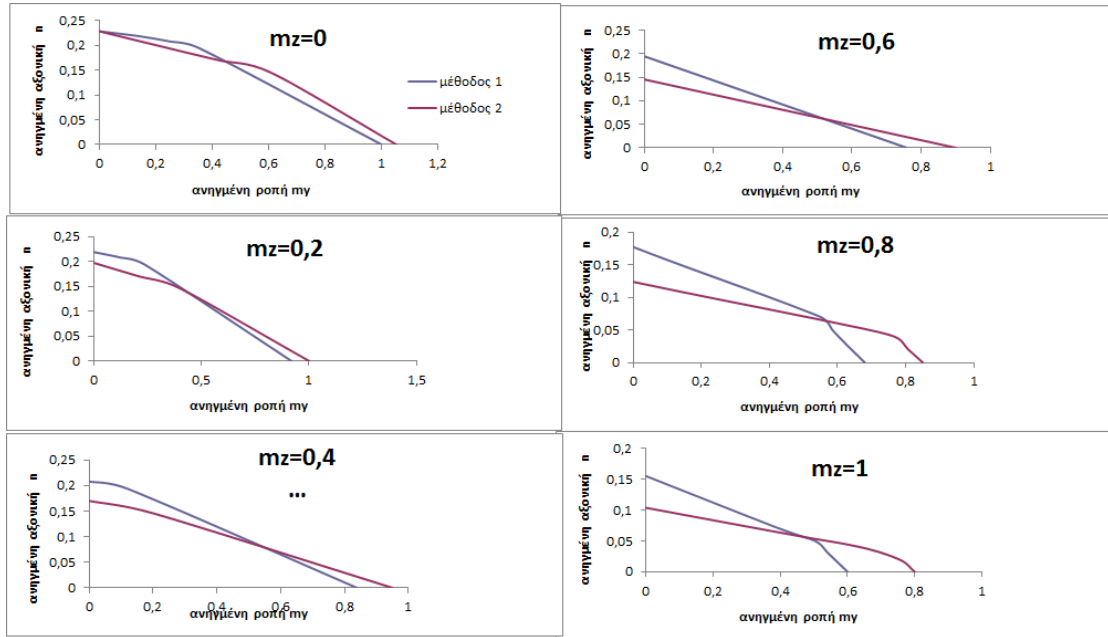


Ομάδα διαγραμμάτων 79: HEB 500, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

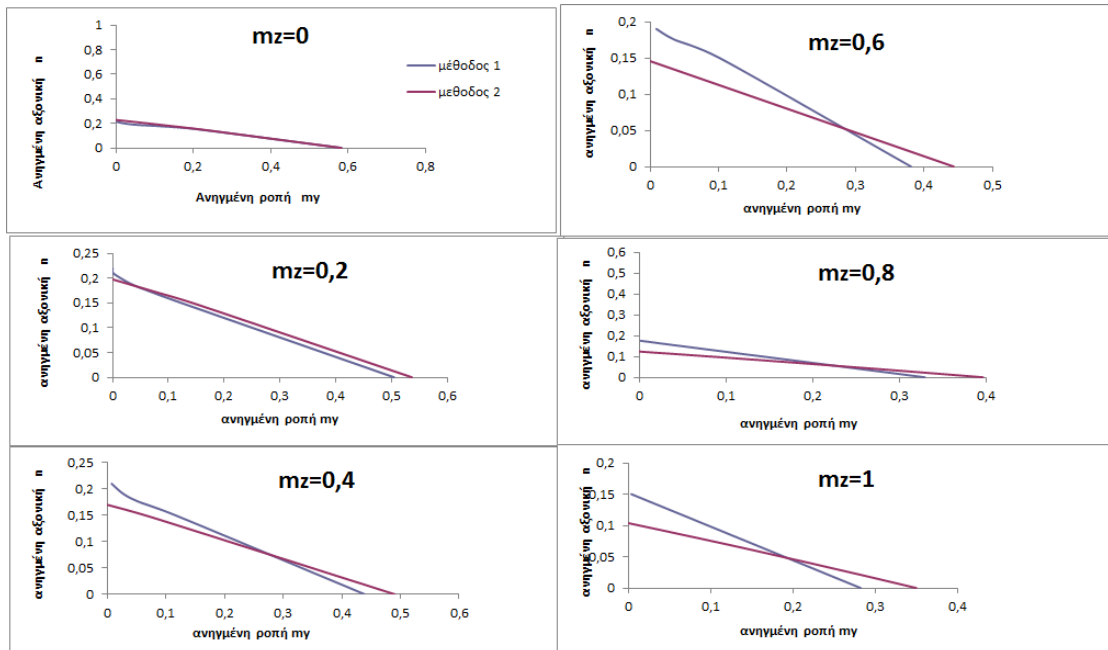


Ομάδα διαγραμμάτων 80: HEB 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

4.2.3.5 Διατομή IPE 200

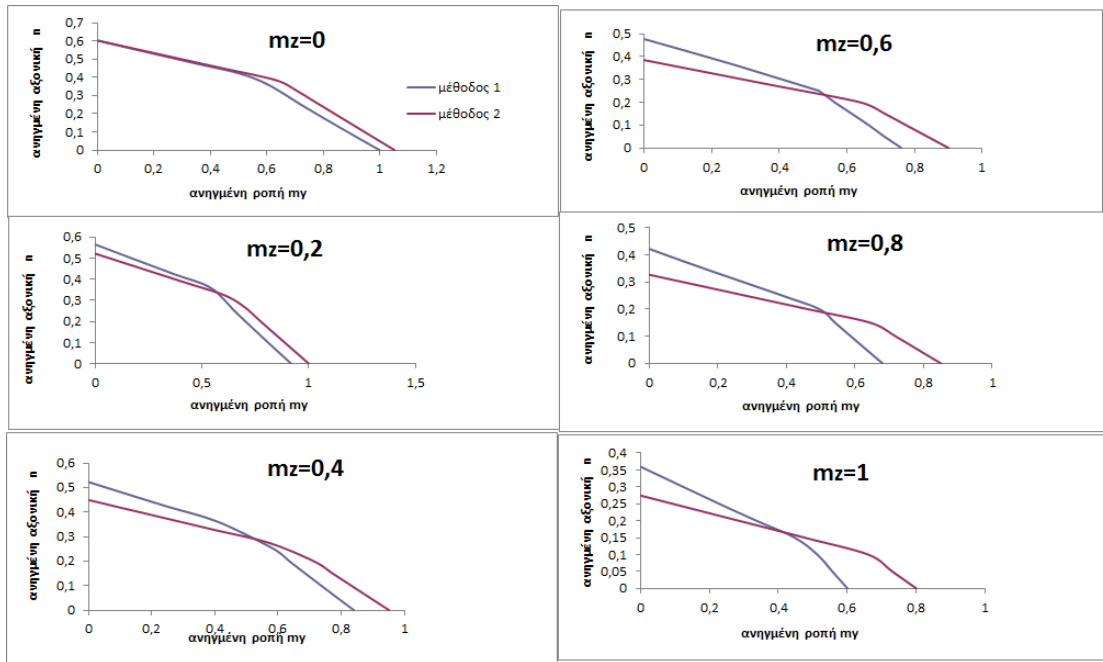


Ομάδα διαγραμμάτων 81: IPE 200, με πλευρική στήριξη, $L=4m$, φόρτιση 3

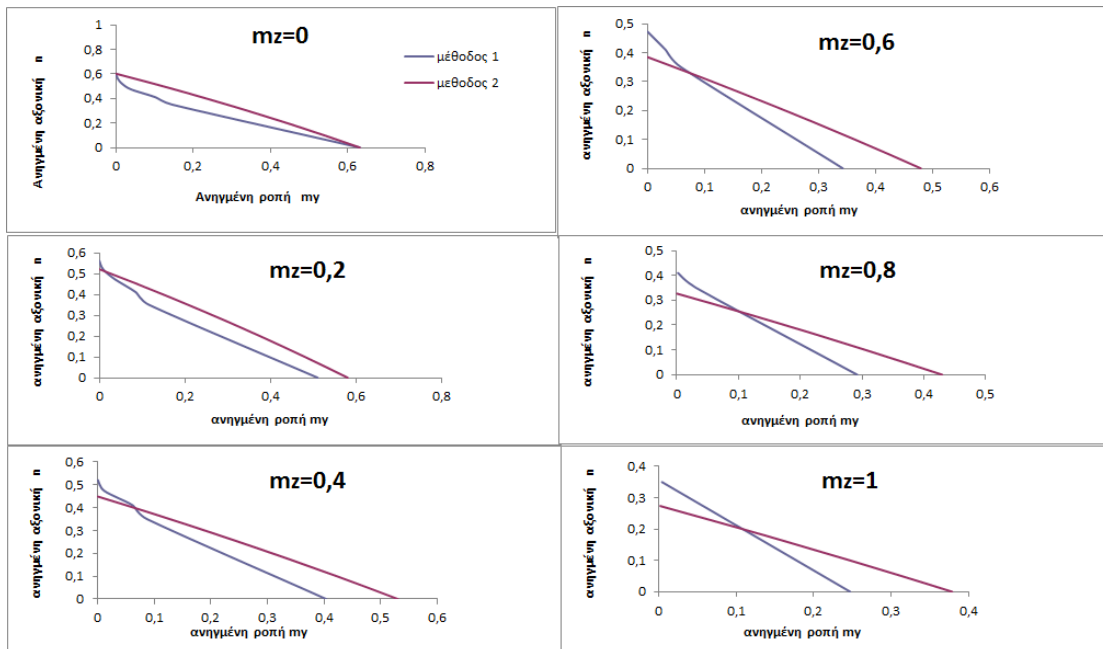


Ομάδα διαγραμμάτων 82: IPE 200, χωρίς πλευρική στήριξη, $L=4m$, φόρτιση 3

4.2.3.6 Διατομή IPE 500



Ομάδα διαγραμμάτων 83: IPE 500, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3



Ομάδα διαγραμμάτων 84: IPE 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

5 Συμπεράσματα

Τα παραπάνω διαγράμματα αλληλεπίδρασης ως προς την ευστάθεια ενός μέλους περιλαμβάνουν πολλές παραμέτρους. Αυτές είναι το μήκος και η διατομή της δοκού, η φόρτιση στην οποία υπόκειται η δοκός, η ύπαρξη ή μη πλευρικών στηρίξεων και οι δυο διαφορετικές λύσεις που προκύπτουν από τις δυο μεθόδους του Ευρωκώδικα. Παρατηρώντας τα διαγράμματα και συνοψίζοντας τα στοιχεία που προκύπτουν από αυτά μπορούμε να καταλήξουμε σε μία σύγκριση των μεθόδων 1 και 2 αλλά και σε συμπεράσματα που αφορούν την ευστάθεια της δοκού έναντι καμπτικού και στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

Αρχικά μελετώντας τα διαγράμματα όλων των τύπων φόρτισης προκύπτουν τα εξής κοινά που αφορούν και τις δύο μεθόδους και τα δυο είδη λυγισμού:

1. για αύξηση της τιμής της ανηγμένης ροπής m_z ως προς τον άξονα z-z από το 0 προς το 1, μειώνονται οι τιμές της ανηγμένης αξονικής δύναμης n και της ανηγμένης ροπής m_y ως προς τον άξονα y-y που μπορεί να αναλάβει η δοκός χωρίς να χάσει την ευστάθειά της. Άρα οι μέγιστες τιμές των m_y και n που μπορεί να αναλάβει η δοκός σημειώνονται στα διαγράμματα με $m_z=0$, δηλαδή για κάμψη μόνο περί τον ισχυρό άξονα και οι ελάχιστες στα διαγράμματα που αντιστοιχούν σε $m_z=1$, δηλαδή όταν η δρώσα ροπή περί τον ασθενή άξονα εξισωθεί με την αντίστοιχη αντοχή.
2. Η μέγιστη ανηγμένη αξονική δύναμη n που μπορεί να αναλάβει η δοκός αντιστοιχεί σε μηδενικές ροπές και ως προς τους δύο άξονες και ισούται με το μειωτικό συντελεστή χ_z όπως προκύπτει από τη δεύτερη σχέση αλληλεπίδρασης (2.13)
3. Για κάθε τιμή του m_z η ανηγμένη αξονική δύναμη n φτάνει στην ίδια σχεδόν μέγιστη τιμή και στα δύο είδη λυγισμού. Αντίθετα, η μέγιστη ανηγμένη ροπή m_y που αντιστοιχεί σε κάθε τιμή του m_z είναι μεγαλύτερη στις δοκούς με πλευρική στήριξη, που υπόκεινται δηλαδή σε καμπτικό λυγισμό. Επομένως συμπεραίνουμε ότι όταν η δοκός κινδυνεύει από στρεπτοκαμπτικό λυγισμό μπορεί να αναλάβει μικρότερη ροπή ως προς τον ισχυρό άξονα y-y, ενώ η θλιπτική δύναμη είναι η ίδια όπως και όταν κινδυνεύει από καμπτικό λυγισμό.
4. Σε γενικές γραμμές (με κάποιες εξαιρέσεις) για μικρές τιμές της αξονικής η η μέθοδος 2 δίνει μεγαλύτερες τιμές της m_y από τη μέθοδο 1, ενώ για μικρές τιμές της m_y η μέθοδος 1 δίνει μεγαλύτερες τιμές της αξονικής από τη μέθοδο 2.

Στη συνέχεια παρατίθενται παρατηρήσεις και συμπεράσματα από την κάθε περίπτωση φόρτισης:

Από τα διαγράμματα που αντιστοιχούν στον πρώτο τρόπο φόρτισης (φόρτιση 1), δηλαδή ομοιόμορφο φορτίο κατά τους άξονες y-y και z-z, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι μέθοδοι 1 και 2 δεν παρουσιάζουν σημαντική απόκλιση. Και στις δύο περιπτώσεις λυγισμού όταν $m_z=0$ οι δύο καμπύλες σχεδόν ταυτίζονται, δηλαδή οι δύο μέθοδοι δίνουν σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα. Μια αύξηση των αποκλίσεων των δύο μεθόδων εντοπίζεται στα διαγράμματα που αντιστοιχούν σε δοκό μικρού μήκους ($L=2m$).

Μια σημαντική διαφορά των δύο μεθόδων σε αυτό τον τρόπο φόρτισης είναι ότι για $m_z=1$, όταν δηλαδή η ροπή ως προς τον ασθενή άξονα φτάσει την αντοχή, η μέθοδος 2 επιτρέπει την ανάπτυξη μιας μικρής αξονικής δύναμης της τάξης του $n<0,04$. Αντίθετα η μέθοδος 1 δεν επιτρέπει στη διατομή να αναλάβει καθόλου

αξονική, γεγονός που την καθιστά πιο συντηρητική από τη μέθοδο 2 για τη φόρτιση 1.

Τα δύο είδη του λυγισμού που μελετώνται δεν παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές σε αυτή την περίπτωση φόρτισης.

Σε αυτά τα διαγράμματα, σε αντίθεση με τη φόρτιση 2 που θα αναφερθεί παρακάτω, όλα τα ανηγμένα μεγέθη που προκύπτουν είναι μικρότερα της μονάδας και παράλληλα ο έλεγχος αντοχής ικανοποιείται. Επομένως γίνεται αντιληπτό ότι τα μέλη σε αυτή τη φόρτιση χάνουν την ευστάθειά τους πριν εξαντλήσουν την αντοχή τους και τα διαγράμματα αυτά είναι ασφαλή.

Στα διαγράμματα που αντιστοιχούν στον δεύτερο τρόπο φόρτισης (φόρτιση 2), δηλαδή συγκεντρωμένες ροπές στα άκρα, παρατηρούμε αρκετά μεγάλες αποκλίσεις των δύο μεθόδων.

Στα διαγράμματα δοκού με πλευρική στήριξη (καμπτικός λυγισμός) η μέθοδος 2, για όλες τις διατομές και τα μήκη δοκών, εμφανίζει πολύ μεγαλύτερες τιμές της m_y από τη μέθοδο 1. Επίσης είναι φανερό ότι για μικρές τιμές της n η μέθοδος 2 οδηγεί σε λύσεις στις οποίες $m_y > 1$. Στις αντίστοιχες περιοχές παρατηρούμε ότι και η μέθοδος 1 οδηγεί σε τέτοιες λύσεις που η m_y ξεπερνά τη μονάδα με τη διαφορά ότι σε αυτήν την περίπτωση προκύπτουν πολύ μικρότερες τιμές και κοντά στη μονάδα. Και στις δύο πάντως περιπτώσεις εφόσον η δρώσα ροπή ξεπερνά την αντοχή προκειμένου να ικανοποιηθούν οι οριακές σχέσεις για την ευστάθεια του μέλους, συμπεραίνουμε ότι εξαντλείται η αντοχή του μέλους πριν αυτό αστοχήσει από λυγισμό. Επομένως σε αυτές τις περιοχές των διαγραμμάτων χρειάζονται περαιτέρω έλεγχοι ώστε να είναι επαρκείς οι διατομές. Στις περιοχές των διαγραμμάτων που αντιστοιχούν σε μικρές τιμές της m_y , η μέθοδος 1 δίνει μεγαλύτερες τιμές αξονικής n από τη μέθοδο 2, με την απόκλιση αυτή να μεγαλώνει ελαφρώς με την αύξηση της m_z .

Αντίθετα με τον καμπτικό λυγισμό, στον στρεπτοκαμπτικό (δοκός χωρίς πλευρική στήριξη) για μικρές τιμές της n η μέθοδος 1 δίνει πολύ μεγαλύτερες τιμές της m_y από τη μέθοδο 2. Αυτό συμβαίνει πιο έντονα για μικρές τιμές της m_z (από 0 έως 0,4), ενώ για τις διατομές τύπου HEA και HEB για δοκό μικρού μήκους ($L=2m$) η μέθοδος 1 αντιστοιχεί γενικά σε μεγαλύτερες τιμές n και m_y για κάθε τιμή της m_z με έντονη απόκλιση από τη μέθοδο 2. Στις περιοχές των διαγραμμάτων που αντιστοιχούν σε μικρές τιμές της m_y , η μέθοδος 1 δίνει και πάλι μεγαλύτερες τιμές αξονικής n .

Σε σχέση με την φόρτιση 1 παρατηρούμε ότι για $m_z = 1$ υπάρχει δυνατότητα να αναληφθούν από το μέλος αισθητά μεγαλύτερες αξονική και ροπή κατά y και για στους δύο λυγισμούς και με τις δύο μεθόδους.

Ως γενικό συμπέρασμα γι' αυτό το είδος φόρτισης της δοκού προκύπτει ότι για δοκό με συνεχείς πλευρικές στηρίξεις, που υπόκειται δηλαδή δε καμπτικό λυγισμό, η μέθοδος 1 είναι πιο συντηρητική από τη μέθοδο 2. Στη δοκό χωρίς πλευρική στήριξη, που υπόκειται σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό, συμβαίνει το αντίθετο. Η μέθοδος 2 φαίνεται να είναι περισσότερο υπέρ της ασφαλείας.

Στα διαγράμματα που αντιστοιχούν στον τρίτο τρόπο φόρτισης (φόρτιση 3) που αποτελεί συνδυασμό των παραπάνω φορτίσεων, οι αποκλίσεις των δύο μεθόδων είναι μικρότερες απ' ό,τι στη φόρτιση 2 και μεγαλύτερες απ' ό,τι στη φόρτιση 1. Και εδώ παρατηρείται ότι η απόκλιση μεγαλώνει με την αύξηση του m_z .

Και στα δύο είδη λυγισμού τα διαγράμματα ακολουθούν παρόμοια μορφή. Δηλαδή για μικρές τιμές της αξονικής n η μέθοδος 2 δίνει μεγαλύτερες τιμές της m_y από τη μέθοδο 1, ενώ για μικρές τιμές της m_y η μέθοδος 1 δίνει μεγαλύτερες τιμές της αξονικής από τη μέθοδο 2.

Από το αριθμητικό παράδειγμα που παρατίθεται στο κεφάλαιο 4.1 μπορούμε να παρατηρήσουμε από τα τελικά αποτελέσματα ότι είτε πρόκειται για καμπτικό είτε για στρεπτοκαμπτικό λυγισμό οι όροι των σχέσεων αλληλεπίδρασης που εξαρτώνται από την αξονική παραμένουν σταθεροί. Επίσης αυτοί οι όροι δεν εξαρτώνται από τη μέθοδο που ακολουθείται. Οι διαφορές των αποτελεσμάτων οφείλονται μόνο στους συντελεστές αλληλεπίδρασης, οι οποίοι σε γενικές γραμμές δίνουν μεγαλύτερα αποτελέσματα με τη μέθοδο 2.

Βιβλιογραφία

1. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ. (2005α). «Σχεδιασμός δομικών έργων από χάλυβα, με βάση τα τελικά κείμενα των Ευρωκωδίκων 2η έκδοση», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
2. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ., (2005β). «Σιδηρές κατασκευές, παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3, Τόμος Ι». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
3. Βάγιας Ι., (2003). «Σιδηρές κατασκευές, ανάλυση και διαστασιολόγηση ». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
4. Ευρωκώδικας 3 ,σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα
5. Χρυσικάκος Σ., «Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός μελών από χάλυβα. Σύγκριση των μεθόδων Α και Β του Ευρωκώδικα 3 μέσω παραμετρικής διερεύνησης» (2011).
6. www.adina.com

Παράρτημα

Στοιχεία διατομών

	HEA 200	HEA 500	HEB 200	HEB 500	IPE 200	IPE 500
h (mm)	190	490	200	500	200	500
b (mm)	200	300	200	300	100	200
tf (mm)	10	23	15	28	8,5	16
tw (mm)	6,5	12	9	14,5	5,6	10,2
A (cm ²)	53,83	198	78,08	239	28,48	116
W _{el,y} (cm ³)	388,6	3550	569,6	4287	194,3	1928
W _{pl,y} (cm ³)	429,5	3949	642,5	4815	220,6	2194
W _{el,z} (cm ³)	133,6	691,1	200,3	841,6	28,47	214,2
W _{pl,z} (cm ³)	203,8	1059	305,8	1292	44,61	335,9
I _y (cm ⁴)	3692	86970	5696	107200	1943	48200
I _z (cm ⁴)	1336	10370	2003	12620	142,4	2142
I _w (cm ⁶)	0,108	5,643	0,1711	7,018	0,01299	1,249
I _t (cm ⁴)	20,98	309,3	59,28	538,4	6,98	89,29
r (mm)	18	27	18	27	12	21
i _y (cm)	8,28	20,98	8,54	21,19	8,26	20,43
i _z (cm)	4,98	7,24	5,07	7,27	2,24	4,31

Φόρτιση 1, με πλευρική στήριξη

στοιχεία διατομής		στοιχεία κ φορτιση δοκου	
HE-A200			
h (mm)	190	L (m)	4
b (mm)	200		
tf (mm)	10		
tw (mm)	6,5		
A (cm ²)	53,83		
W _{el,y} (cm ³)	388,6		
W _{pl,y} (cm ³)	429,5		
W _{el,z} (cm ³)	133,6		
W _{pl,z} (cm ³)	203,8		
I _y (cm ⁴)	3692		
I _z (cm ⁴)	1336	χαλυβας	
I _w (cm ⁶)	0,108	f _y (KN/cm ²)	23,5
I _t (cm ⁴)	20,98	E (KN/cm ²)	21000
r (mm)	18		
i _y (cm)	8,28		
i _z (cm)	4,98		
w _y (cm ³)	388,6		
συντελεστης ασφαλειας		μειωτικος συντελ λογω πλευρικου	
γ _{m1}	1	XLT	1
τιμες αντοχης			
NRK (KN)	1265,005		
M _{y,RK} (KN*	100,9325		
M _{z,RK} (KN*	47,893		
Δμ _{y,ed}	0		
ΔM _{z,ed}	0		
ελαστικα κρισμα φορτια		ανηγμενη λυγηροτητα	
N _{crit,y} (KN	4782,564	I _y	0,514299
N _{crit,z} (KN	1730,635	I _z	0,854955
συντελεστης ατελειων α			
κατά γ-γ	ΚΑΜΠΥΛΗ b	α _γ	0,34
κατά z-z	ΚΑΜΠΥΛΗ c	α _z	0,49
		μειωτικοι συντελ.λογω καμπτικου λυγισμου	
Φ _γ	0,685683	X _γ	0,877827
Φ _z	1,025938	X _z	0,627732

mz	1							
Mz,ed	47,893							
μεθοδος 1					μεθοδος 2			
(σταθερα)					ψ	0		
λο	0				αh	0		
Cm,LT	1				Cmy	0,95		
wy	1,10525				Cmz	0,95		
wz	1,5				CmLT	1		
aLT	0,994317							
λmax	0,854955					0,956463	0,96645	
bLT	0				Kyy	0,956463		
cLT	0					0,968833	0,973003	
dLT	0				Kzz	0,968833		
eLT	0				Kyz	0,5813		
					Kzy	0,573878		
n	0,019							
Ned	24,0351				τελικες εξ (για My,rk (για My,rk<0)			
					My,ed εξυ	41,90007	-41,9001	41,90007
(μεταβλητα αναλογα με Ned)					My,ed εξυ	0,158204	-0,1582	0,158204
Cmy=Cmy,o	1,000151				My,ed	0,158204		
Cmz=Cmz,o	1,000417				mγ	0,001567		
mγ	0,999383							
mz	0,994784				επαληθευση εξισωσεων			
npl	0,019				εξισωση (0,604443		
	0,999407	0,904773			εξισωση (1		
Cyy	0,999407							
	1,006187	0,458215						
Cyz	1,006187							
	0,991588	0,465989						
Czy	0,991588							
	1,002916	0,655545						
Czz	1,002916							
Kyy	1,005179							
Kyz	0,704328							
Kzy	0,519382							
Kzz	1,00628							
τελικες εξισωι (για My,rk (για My,rk<0)								
My,ed εξισ (1)	27,51585	-27,5159	27,51585					
My,ed εξισ (2)	-7,10248	7,102479	OXI LYSH					
My,ed	27,51585							
mγ	0,272616							
επαληθευση εξισωσεων								
εξισωση (1)	1							
εξισωση (2)	1,17814							

HEA 200		ΧΩΡΙΣ ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗ	
στοιχεία διατομής		στοιχεία κ φορτίση δοκού	
HE-A200			
h (mm)	190	L (m)	4
b (mm)	200		
tf (mm)	10		
tw (mm)	6,5		
A (cm ²)	53,83		
W _{el,y} (cm ³)	388,6		
W _{pl,y} (cm ³)	429,5		
W _{el,z} (cm ³)	133,6		
W _{pl,z} (cm ³)	203,8		
I _y (cm ⁴)	3692		
I _z (cm ⁴)	1336	χαλυβας	
I _w (cm ⁶)	108000	f _y (KN/cm ²)	23,5
I _t (cm ⁴)	20,98	E (KN/cm ²)	21000
r (mm)	18	v	0,3
i _y (cm)	8,28	G	8076,923
i _z (cm)	4,98		
w _y (cm ³)	388,6		
συντελεστής ασφαλείας			
γ _{m1}	1		
τιμές αντοχής			
NRK	1265,005	k	1
M _{y,RK}	100,9325	k _w	1
M _{z,RK}	47,893	z _j	0
		z _g	0
Δμ _{y,ed}	0	C1	1,132
ΔM _{z,ed}	0	C2	0,459
		C3	0,525
κρισιμη ροπη στρεμπτοκαμπ.			
M _{crit,LT}	26192,57		
ελαστικά κρισιμα φορτια		ανηγμενη λυγηροτητα	
N _{crit,y} (K)	4782,564	λ _y	0,514299
N _{crit,z} (K)	1730,635	λ _z	0,854955
i _M	9,662236	λ _{LT}	0,590468
N _{crit,T} (K)	3313,619		
συντελεστής ατελειων α			
κατά γ-γ	ΚΑΜΠΥΛΗ b	α _γ	0,34
κατά z-z	ΚΑΜΠΥΛΗ c	α _z	0,49
	ΚΑΜΠΥΛΗ a	α _{LT}	0,21
Φ _γ	0,685683	μειωτικοι συντελ.λογω καμπτικου λυγισμου	
Φ _z	1,025938	Χ _γ	0,877827
Φ _{LT}	0,715325	Χ _z	0,627732
		Χ _{LT}	0,893571

mz	0,8						
Mz,ed	38,3144						
n	0,106						
Ned	134,0905						
My,ed	0,176723	0					
μεθοδος 1				μεθοδος 2			
Mcr,LT (σταθ	23138,31			ψ	0		
λο	0,628231			αh	0		
Cmy,o	1,000841			Cmy	0,95		
Cmz=Cmz,o	1,002324			Cmz	0,95		
εy	0,018256			CmLT	0,95		
Cmy	1,000742						
CmLT	1,058403				0,986055		
μy	0,996488			Kyy	0,986055	1,041772	
μz	0,969682				1,055067		
wy	1,10525			Kzz	1,055067	1,078335	
wz	1,5			Kyz	0,63304		
ηpl	0,106				0,979376		
aLT	0,994317			Kzy	0,979376	0,975877	
λmax	0,854955						
bLT	0,000308			τελικες εξισωσεις			
cLT	0,001388			My,ed εξι	34,09986	-34,0999	34,09986
dLT	0,003078			My,ed εξι	-1,18939	1,189395	OXI LYSH
eLT	0,003278			My,ed	34,09986		
	0,996629	0,904773		my	0,337848		
Cyy	0,996629						
	1,033551	0,458215		επαληθευση εξισωσεων			
Cyz	1,033551			εξισωση (:	1		
	0,77513	0,465989		εξισωση (:	1,383205		
Czy	0,77513						
	1,015753	0,655545					
Czz	1,015753						
Kyy	1,089587						
Kyz	0,732217						
Kzy	0,702124						
Kzz	1,037228						
	(για My,rk	(για My,rk<0)					
εξισωση (1)	0,708661	0,704391	ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΣΤΟΧΟΥ				
My,ed εξισ(1	32,12618	5,335015	χρειάζεται επικολληση τιμης από B69				
εξισωση (2)	1,00002	0,997268	ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΣΤΟΧΟΥ				
My,ed εξισ(2	0,176723	7,683005	χρειάζεται επικολληση τιμης από B69				
My,ed	0,176723						
my	0,001751						
				μεθ.1	μεθ.2		
επαληθευση εξισωσεων				0,001751	0,337848		
εξισωση (1)	0,708661						
εξισωση (2)	1,00002						

Φόρτιση 2, με πλευρική στήριξη

HEA 200		για L=4m	
στοιχεία διατομής		στοιχεία κ φορτιση δοκ	
HEA 200			
h (mm)	190	L (m)	4
b (mm)	200		
tf (mm)	10		
tw (mm)	6,5		
A (cm ²)	53,83		
W _{el,y} (cm ³)	388,6		
W _{pl,y} (cm ³)	429,5		
W _{el,z} (cm ³)	133,6		
W _{pl,z} (cm ³)	203,8		
I _y (cm ⁴)	3692		
I _z (cm ⁴)	1336	χαλυβας	
I _w (cm ⁶)	0,108	f _y (KN/cm ²)	23,5
I _t (cm ⁴)	20,98	E (KN/cm ²)	21000
r (mm)	18		
i _y (cm)	8,28		
i _z (cm)	4,98		
w _y (cm ³)	388,6		
συντελεστής ασφαλείας			
γ _{m1}	1		
τιμές αντοχής			
NRK (KN)	1265,005		
M _{y,RK} (KN*m)	100,9325		
M _{z,RK} (KN*m)	47,893		
Δμ _{y,ed}	0		
ΔM _{z,ed}	0		
μειωτικός συντελ λόγω πλευρικού			
Χ _{LT}	1		
ελαστικά κρισιμα φορτια			
N _{crit,y} (KN)	4782,563553		
N _{crit,z} (KN)	1730,635132		
ανηγμενη λυγηροτητα			
I _y	0,514299078		
I _z	0,85495521		
συντελεστής ατελειων α			
κατά γ-γ	ΚΑΜΠΥΛΗ b	α _γ	0,34
κατά z-z	ΚΑΜΠΥΛΗ c	α _z	0,49
Φ _y	0,685682614		
Φ _z	1,025938232		
μειωτικοι συντελ.λογω καμπτικού λυγισμού			
Χ _γ	0,877826756		
Χ _z	0,627731869		
m _z	0		
M _{z,ed}	0		

μεθοδος 1							
<i>(σταθερα)</i>				μεθοδος 2			
λο	0			ψ(γ)	-1		
Cm,LT	1			Cmy	0,4		
wy	1,105249614			ψ(z)	-1		
wz	1,5			Cmz	0,4		
aLT	0,994317443			CmLT	1		
λmax	0,85495521					0,4	0,4
bLT	0			Kyy	0,4		
cLT	0				0,4	0,4	
dLT	0			Kzz	0,4		
eLT	0			Kyz	0,24		
n	0			Kzy	0,24		
Ned	0						
<i>(μεταβλητα αναλογα με Ned)</i>				τελικες εξισω (για My,rk (για My,rk<0)			
ψ(γ)	-1			My,ed εξισ (1)	252,3313	-252,33	252,33125
Cmy=Cmy,o	0,58			My,ed εξισ (2)	420,5521	-420,55	420,552083
ψ(z)	-1			My,ed	252,3313		252,33125
Cmz=Cmz,o	0,58			mγ(πιν1)	2,5		
μγ	1			mγ(πιν 2)	1		
μz	1			επαληθευση εξισωσεων			
ηρl	0			εξισωση (1)	1		
	1	0,904773		εξισωση (2)	0,6		
Cyy	1						
	1	0,458215					
Cyz	1						
	1	0,465989					
Czy	1						
	1	0,655545					
Czz	1						
Kyy	0,58						
Kyz	0,405410215						
Kzy	0,298719656						
Kzz	0,58						
τελικες εξισωσe (για My,rk>0)	(για My,rk<0)						
My,ed εξισ (1)=1	174,0215517	-174,0216	174,0215517				
My,ed εξισ (2)=1	337,8836913	-337,8837	337,8836913				
My,ed	174,0215517						
mγ(πιν1)	1,724137931						
mγ(πιν 2)	1						
επαληθευση εξισωσεων							
εξισωση (1)	1						
εξισωση (2)	0,51503389						

Φόρτιση 2, χωρίς πλευρική στήριξη

στοιχεία διατομής		στοιχεία κ φόρτιση δοκου	
HEA 200			
h (mm)	190	L (m)	4
b (mm)	200		
tf (mm)	10		
tw (mm)	6,5		
A (cm ²)	53,83		
W _{el,y} (cm ³)	388,6		
W _{pl,y} (cm ³)	429,5		
W _{el,z} (cm ³)	133,6		
W _{pl,z} (cm ³)	203,8		
I _y (cm ⁴)	3692		
I _z (cm ⁴)	1336	χαλυβας	
I _w (cm ⁶)	0,108	f _y (KN/cm ²)	23,5
I _t (cm ⁴)	20,98	E (KN/cm ²)	21000
r (mm)	18	ν	0,3
i _y (cm)	8,28	G	8076,923
i _z (cm)	4,98		
w _y (cm ³)	388,6		
συντελεστής ασφαλείας			
γ _{m1}	1		
τιμές αντοχής			
NRK	1265,005	k	1
M _{y,RK}	100,9325	k _w	1
M _{z,RK}	47,893	z _j	0
		z _g	0
Δμ _{y,ed}	0	κατά γ-γ C1	2,572
ΔM _{z,ed}	0	C2	0
		C3	0
κρισιμη ροπη στρεμπτοκαμπ.			
M _{crit,LT} (kNcm)	44045,30449		
ελαστικά κρισιμα φορτια			
N _{crit,y} (KN)	4782,563553		
N _{crit,z} (KN)	1730,635132		
i _M (cm)	9,662235766		
N _{crit,T} (KN)	1815,083164		
ανηγμενη λυγηροτητα			
λ _y	0,514299078		
λ _z	0,85495521		
λ _{LT}	0,455339704		

συντελεστής ατελειών α					
κατά γ-γ	ΚΑΜΠΥΛΗ b			αγ	0,34
κατά z-z	ΚΑΜΠΥΛΗ c			αz	0,49
	ΚΑΜΠΥΛΗ a			α _{LT}	0,21
Φγ	0,685682614				
Φz	1,025938232				
Φ _{LT}	0,630477792				
μειωτικοί συντελ. λόγω καμπτικού λυγισμού					
Xγ	0,877826756				
Xz	0,627731869				
X _{LT}	0,937593449				
mz	0				
Mz,ed	0				
n	0,8439	<i>(για να βρω για mγ=0 βαζω n=xz)</i>			
Ned	1067,53772				
My,ed	- 1,27	0			

μεθοδος 1			μεθοδος 2			
$M_{c,LT}$ (σταθερη καμπ	17124,92398		$\psi(\gamma)$	-1		
λο	0,730249054					
$\Psi(\gamma)$	-1		C_{my}	0,4		
$C_{my,o}$	0,473124879		$\psi(z)$	-1		
$\psi(z)$	-1		C_{mz}	0,4		
$C_{mz}=C_{mz,o}$	0,284653482		C_{mLT}	0,4		
ϵ_y	0,016466035					
C_{my}	0,532742647			0,520861		
C_{mLT}	1		K_{yy}	0,520861	0,707632	
μ_y	0,966083415			0,752199		
μ_z	0,625264128		K_{zz}	0,752199	0,830196	
w_y	1,105249614		K_{yz}	0,45132		
w_z	1,5			0,233753		
n_{pl}	0,8439		K_{zy}	0,233753	0,103757	
a_{LT}	0,994317443					
λ_{max}	0,85495521		τελικες εξισωσεις			
b_{LT}	0		$M_{y,ed}$ εξι	7,021946	-7,02195	7,021946
c_{LT}	-0,024115325		$M_{y,ed}$ εξι	-139,414	139,414	OXI LYSH
d_{LT}	0		$M_{y,ed}$	7,021946		
e_{LT}	-0,048983269		m_y	0,069571		
	1,119766388	0,904773				
C_{yy}	1,119766388		επαληθευση εξισωσεων			
	1,809884029	0,4582147	εξισωση (:	1		
C_{yz}	1,809884029		εξισωση (:	1,361709		
	1,100865767	0,4659888				
C_{zy}	1,100865767					
	1,806732323	0,6555447				
C_{zz}	1,806732323					
K_{yy}	0,591702733					
K_{yz}	0,27718853					
K_{zy}	0,200623281					
K_{zz}	0,257107285					
	(για $M_y, r_k > 0$)	(για $M_y, r_k < 0$)				
εξισωση (1)	0,953417121	0,9692857	ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΣΤΟΧΟΥ			
$M_{y,ed}$ εξισ(1)=1	648,56	5,335015	χρειάζεται επικολληση τιμης από B69			
εξισωση (2)	1,341673588	1,347054	ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΣΤΟΧΟΥ			
$M_{y,ed}$ εξισ(2)=1	154.511,27	7,6830051	χρειάζεται επικολληση τιμης από B69			
$M_{y,ed}$	648,560608					
m_y	6,425686552					
			μεθ.1			
επαληθευση εξισωσεων			6,425687			
εξισωση (1)	5,01651659					
εξισωση (2)	2,719311889					

Φόρτιση 3

HEA 200		ΜΕ ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗ		
στοιχεία διατομής		στοιχεία κ φόρτιση δοκας		
HEA 200				
h (mm)	190	L (m)	4	
b (mm)	200			
tf (mm)	10			
tw (mm)	6,5			
A (cm ²)	53,83			
W _{el,y} (cm ³)	388,6			
W _{pl,y} (cm ³)	429,5			
W _{el,z} (cm ³)	133,6			
W _{pl,z} (cm ³)	203,8			
I _y (cm ⁴)	3692			
I _z (cm ⁴)	1336	χαλυβας		
I _w (cm ⁶)	0,108	f _y (KN/cm ²)	23,5	
I _t (cm ⁴)	20,98	E (KN/cm ²)	21000	
r (mm)	18			
i _y (cm)	8,28			
i _z (cm)	4,98			
w _y (cm ³)	388,6			
συντελεστής ασφαλείας				
γ _{m1}	1			
τιμές αντοχής				
NRK (KN)	1265,005			
M _{y,RK} (KN*m)	100,9325			
M _{z,RK} (KN*m)	47,893			
Δμ _{y,ed}	0			
ΔM _{z,ed}	0			
μειωτικός συντελ λόγω πλευρικού				
χ _{LT}	1			
ελαστικά κρισιμα φορτια				
N _{crit,y} (KN)	4782,563553			
N _{crit,z} (KN)	1730,635132			
ανηγμενη λυγηροτητα				
I _y	0,514299078			
I _z	0,85495521			
συντελεστής ατελειων α				
κατά γ-γ	ΚΑΜΠΥΛΗ b	α _γ	0,34	
κατά z-z	ΚΑΜΠΥΛΗ c	α _z	0,49	
Φ _γ	0,685682614			
Φ _z	1,025938232			
μειωτικοι συντελ.λογω καμπτικου λυγισμου				
Χ _γ	0,877826756			
Χ _z	0,627731869			
m _z	0			
M _{z,ed}	0			

μεθοδος 1				μεθοδος 2			
<i>(σταθερα)</i>				$\psi(\gamma)$	0		
λο	0			αh	0		
Cm,LT	1			Cmy	0,95		
wγ	1,105249614			$\psi(z)$	-1		
wz	1,5			Cmz	0,4		
aLT	0,994317443			CmLT	1		
λmax	0,85495521						
bLT	0				0,95	0,95	
cLT	0			Kyy	0,95		
dLT	0				0,4	0,4	
eLT	0			Kzz	0,4		
				Kyz	0,24		
n	0	<i>(για να βρω για $m\gamma=0$ βαζω $n=xz$)</i>		Kzy	0,57		
Ned	0						
				τελικες εξ	(για My,	(για My,rk<0)	
<i>(μεταβλητα αναλογα με Ned)</i>				My,ed εξι	106,245	-106,24474	106,2447
Cmy=Cmy,o	1			My,ed εξι	177,075	-177,07456	177,0746
$\psi(z)$	-1			My,ed	106,245		
Cmz=Cmz,o	0,58			mγ	1,05263		
μγ	1						
μz	1			επαληθευση εξισωσεων			
npl	0			εξισωση (:	1		
		1	0,904773	εξισωση (:	0,6		
Cyy	1						
		1	0,458215				
Cyz	1						
		1	0,465989				
Czy	1						
		1	0,655545				
Czz	1						
Kyy	1						
Kyz	0,405410215						
Kzy	0,51503389						
Kzz	0,58						
τελικες εξισωσε (για My,rk>0)	(για My,rk<0)						
My,ed εξισ (1)=1	100,9325	-100,9325	100,9325				
My,ed εξισ (2)=1	195,9725409	-195,9725	195,9725409				
My,ed	100,9325						
mγ	1						
επαληθευση εξισωσεων							
εξισωση (1)	1						
εξισωση (2)	0,51503389						

HEA 200		ΧΩΡΙΣ ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗ	
στοιχεία διατομής HEA200		στοιχεία κ φορτίση δοκου	
h (mm)	190	L (m)	4
b (mm)	200		
tf (mm)	10		
tw (mm)	6,5		
A (cm ²)	53,83		
W _{el,y} (cm ³)	388,6		
W _{pl,y} (cm ³)	429,5		
W _{el,z} (cm ³)	133,6		
W _{pl,z} (cm ³)	203,8		
I _y (cm ⁴)	3692		
I _z (cm ⁴)	1336	χαλυβας	
I _w (cm ⁶)	0,108	f _y (KN/cm ²)	23,5
I _t (cm ⁴)	20,98	E (KN/cm ²)	21000
r (mm)	18	v	0,3
i _y (cm)	8,28	G	8076,923
i _z (cm)	4,98		
w _y (cm ³)	388,6		
συντελεστής ασφαλείας			
γ _{m1}	1		
τιμές αντοχής			
NRK	1265,005	k	1
M _{y,RK}	100,9325	k _w	1
M _{z,RK}	47,893	z _j	0
		z _g	0
Δμ _{y,ed}	0	κατά γ-γ C1	1,132
ΔM _{z,ed}	0	C2	0,459
		C3	0,525
κρισιμη ροπή στρεμπτοκαμπ.			
M _{crit,LT} (kNc)	19385,41		
ελαστικά κρισιμα φορτια		ανηγμενη λυγηροτητα	
N _{crit,y} (K)	4782,564	λ _y	0,514299
N _{crit,z} (K)	1730,635	λ _z	0,854955
i _M	9,662236	λ _{LT}	0,686353
N _{crit,T} (K)	1815,083		
συντελεστής ατελειων α			
κατά γ-γ	ΚΑΜΠΥΛΗ b	α _γ	0,34
κατά z-z	ΚΑΜΠΥΛΗ c	α _z	0,49
	ΚΑΜΠΥΛΗ a	α _{LT}	0,21
Φ _y	0,685683		
Φ _z	1,025938		
Φ _{LT}	0,786608		
μειωτικοι συντελ.λογω καμπτικου λυγισμου			
X _y	0,877827		
X _z	0,627732		
X _{LT}	0,854053		
m _z	0	n	0,53
M _{z,ed}	0	N _{ed}	670,4527

My,ed	7,990529	0					
μεθοδος 1				μεθοδος 2			
Mcr,LT (σταθ	17124,92			ψ	0		
λο	0,730249			αh	0		
Cmy,o	1,004206			Cmy	0,95		
ψ(z)	-1			ψ(z)	-1		
Cmz=Cmz,o	0,394512			Cmz	0,4		
εy	0,165093			CmLT	0,95		
Cmy	1,002995						
CmLT	1,609352				1,130274		
μy	0,980469			Kyy	1,130274	1,40886	
μz	0,809441				0,621194		
wy	1,10525			Kzz	0,621194	0,670179	
wz	1,5			Kyz	0,372716		
ηpl	0,53				0,896879		
aLT	0,994317			Kzy	0,896879	0,879384	
λmax	0,854955						
bLT	0			τελικες εξισωσεις			
cLT	0,088545			My,ed εξι	30,21944	-30,2194	30,21944
dLT	0			My,ed εξι	14,96388	-14,9639	14,96388
eLT	0,179854			My,ed	14,96388		
	0,982731	0,904773		my	0,148256		
Cyy	0,982731						
	1,430147	0,458215		επαληθευση εξισωσεων			
Cyz	1,430147			εξισωση (:	0,79997		
	-0,12408	0,465989		εξισωση (:	1		
Czy	0,465989						
	1,412568	0,655545					
Czz	1,412568						
Kyy	1,873033						
Kyz	0,308606						
Kzy	1,679545						
Kzz	0,369029						
	(για My,rk	(για My,rk<0)					
εξισωση (1)	0,777386	0,430142	ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΣΤΟΧΟΥ				
My,ed εξισ(1	55640,55	5,335015	χρειάζεται επικολληση τιμης από B69				
εξισωση (2)	0,999996	0,688623	ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΣΤΟΧΟΥ				
My,ed εξισ(2	7,990529	7,683005	χρειάζεται επικολληση τιμης από B69				
My,ed	7,990529						
my	0,079167						
				μεθ.1			
επαληθευση εξισωσεων				0,079167			
εξισωση (1)	0,777386						
εξισωση (2)	0,999996						