



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Διπλωματική εργασία

**ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ, ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΝΟΝΙΣΤΙΚΗ
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ**



Επιβλέπων: Χάρης Ι. Γαντές
Αναπλ. Κάθ. Ε.Μ.Π.

- Αχιλλέας Χρ. Κυρώζης
- Ιωάννης Αθ. Λεμπέσης

ΑΘΗΝΑ 2008



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ, ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΝΟΝΙΣΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ **ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ**

Διπλωματική εργασία

των Αχιλλέα Κυρώζη και Ιωάννη Λεμπέση

Επιβλέπων: Χάρης Ι. Γαντές, Αναπλ. Καθ. Ε.Μ.Π.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η συμπεριφορά ενός σύνθετου υποστυλώματος είναι διαφορετική από αυτήν ενός υποστυλώματος συμπαγούς διατομής, κυρίως όταν καλούμαστε να υπολογίσουμε την αντοχή του υποστυλώματος έναντι λυγισμού. Σε αντίθεση με τα υποστυλώματα συμπαγών διατομών, των οποίων η αντοχή έναντι λυγισμού εξαρτάται αποκλειστικά από το μήκος και την καμπτική δυσκαμψία της διατομής τους, στα υποστυλώματα πολυμελών διατομών πρέπει να λαμβάνονται υπόψη η επιρροή της διάτμησης στο βέλος κάμψης (φαινόμενο που μειώνει τη φέρουσα ικανότητα) και το ενδεχόμενο πρόωρου τοπικού λυγισμού κάποιου μεμονωμένου μέλους της διατομής, πριν το υποστυλώμα εξαντλήσει την φέρουσα ικανότητά του. Οι ιδιαιτερότητες των σύνθετων υποστυλωμάτων αναλύονται στο 2^ο κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας.

Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 που αφορούν στα θλιβόμενα μέλη πολυμελούς διατομής. Με βάση αυτές τις διατάξεις συντάχθηκε λογιστικό φύλλο Excel με το οποίο ο χρήστης μπορεί να εξαγάγει το φορτίο αντοχής του σύνθετου υποστυλώματος όπως προβλέπεται από τον Ευρωκώδικα 3, εισάγοντας τα απαραίτητα δεδομένα γεωμετρίας, διατομών και υλικού. Με τη βοήθεια του προγράμματος πραγματοποιήθηκε στη συνέχεια μια σειρά παραμετρικών αναλύσεων και προέκυψαν χρήσιμα συμπεράσματα για τις παραμέτρους που επηρεάζουν την φέρουσα ικανότητα.

Στο 4^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται λεπτομερώς τρία παραδείγματα σύνθετων υποστυλωμάτων με ράβδους δικτύωσης και στο 5^ο κεφάλαιο τρία παραδείγματα πλαισιωτών σύνθετων υποστυλωμάτων. Όπως προαναφέρθηκε, τα σύνθετα υποστυλώματα εκτός από τον καθολικό λυγισμό διατρέχουν και κίνδυνο αστοχίας τοπικού λυγισμού. Έτσι, στο πρώτο παράδειγμα κάθε κεφαλαίου επιλέχθηκαν σύνθετα υποστυλώματα με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω καθολικού λυγισμού, στο δεύτερο παράδειγμα ο τοπικός λυγισμός είναι ο κρίσιμος μηχανισμός αστοχίας, ενώ στο τρίτο παράδειγμα υπάρχει έντονη αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας. Για κάθε παράδειγμα πραγματοποιήθηκαν τρεις αναλύσεις με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA: μη γραμμικότητας υλικού, μη γραμμικότητας γεωμετρίας και μη γραμμικότητας υλικού και γεωμετρίας, λαμβάνοντας σε όλες υπόψη την παρουσία αρχικών ατελειών. Μέσω αυτών των αναλύσεων διερευνήθηκε η συμπεριφορά των σύνθετων υποστυλωμάτων, αξιολογήθηκε η επίδραση των μορφών μη γραμμικότητας καθώς και των αρχικών ατελειών, και υπολογίστηκε η αντοχή τους, η οποία συγκρίθηκε με τα αποτελέσματα που προκύπτουν με βάση τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING
Division of Structural Engineering
Laboratory of Steel Structures

ANALYTICAL, NUMERICAL AND CODE-BASED INVESTIGATION OF BUILT-UP COLUMNS

Diploma Thesis
of Achilleas Kyrozis and Ioannis Lempesis

Supervisor: Dr. Charis Gantes, Associate Professor N.T.U.A.

ABSTRACT

The behavior of a built-up column is different from that of a rigid section column, especially when one has to calculate the buckling strength. In contrast to rigid section columns, where the buckling strength depends exclusively on the length and the bending stiffness, for built-up columns one has to take into account the shear deformation effect on the bending deflection (an effect which reduces the bending strength) and the case of premature local buckling of a specific element of the section, before the column exceeds its bearing capacity. The particularities of a built-up column will be analyzed in the 2nd chapter of this thesis.

The 3rd chapter presents the specifications of Eurocode 3 that refer to the elements of a built-up column under compression. According to these specifications an excel spreadsheet was created to calculate the ultimate capacity load of a built-up column according to the geometry of the column and the material specifications. A parametric analysis was then carried out using this spreadsheet and useful conclusions were drawn for the parameters that affect the bearing capacity of build-up columns.

In the 4th and 5th chapter three examples of built-up columns connected with lacing bars and batten plates, respectively, are presented. As mentioned before, built-up columns are susceptible to failure by either global or localized buckling, or by a combination of both. Both failure modes are also affected by material yielding. In the first example of each chapter the built-up columns were designed to fail primarily due to global buckling, in the second example of each chapter local buckling is the critical failure mechanism and finally in the third example, both failure mechanisms were interacting. For each example three types of analysis were performed with the finite element program ADINA: material non linear (MNA), geometrical non linear analysis with imperfections (GNIA), geometrical and material non linear analysis with imperfections (GMNIA). With these analyses the behavior of built-up columns was investigated, the effect of non-linearity and imperfections were evaluated and the strength was calculated, which was then compared with the results obtained according to the specifications of Eurocode 3.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1ο Εισαγωγή

1.1 Σύνθετα υποστυλώματα

1.2 Κανονισμοί

1.3 Μη γραμμική συμπεριφορά

Κεφάλαιο 2ο Θεωρητική προσέγγιση σύνθετων υποστυλωμάτων

2.1 Γενικά

2.2 Η επιρροή της διάτμησης στον καμπτικό λυγισμό

2.2.1 Η διατμητική επιρροή σε συμπαγή υποστυλώματα

2.2.2 Η διατμητική επιρροή σε σύνθετα υποστυλώματα

2.2.2.1 Σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης

2.2.2.2 Σύνθετα υποστυλώματα λεπίδες σύνδεσης

2.3 Τοπική αστοχία σύνθετων υποστυλωμάτων

Κεφάλαιο 3ο Ευρωπαϊκοί κανονισμοί

3.1 Γενικά

3.2 Σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης

3.3 Σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης

3.4 Παρουσίαση των Ευρωπαϊκών Κανονισμών για σύνθετα υποστυλώματα μέσω του προγράμματος Excel

3.4.1 Σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης

3.4.2 Σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης

3.5 Παραμετρικές αναλύσεις

3.6 Οικονομικός σχεδιασμός υποστυλωμάτων σύνθετης διατομής με τη βοήθεια παραμετρικών αναλύσεων

Κεφάλαιο 4ο Αριθμητικές αναλύσεις δικτυωτών σύνθετων υποστυλωμάτων

4.1 Γενικά

4.2 Σύνθετο υποστύλωμα με ράβδους δικτύωσης τύπου V με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω καθολικού λυγισμού

- 4.2.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3
- 4.2.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με ραβδωτά στοιχεία (FEM1D)
 - 4.2.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)
 - 4.2.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)
 - 4.2.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)
 - 4.2.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)
- 4.2.3 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)
 - 4.2.3.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)
 - 4.2.3.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)
 - 4.2.3.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)
 - 4.2.3.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)
 - 4.2.3.5 Η επιρροή της ατέλειας
- 4.2.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3

4.3 Σύνθετο υποστύλωμα με ράβδους δικτύωσης τύπου V με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω τοπικού λυγισμού

- 4.3.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3
- 4.3.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με ραβδωτά στοιχεία (FEM1D)
 - 4.3.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)
 - 4.3.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)
 - 4.3.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)
 - 4.3.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)
- 4.3.3 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)
 - 4.3.3.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)
 - 4.3.3.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)
 - 4.3.3.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

4.3.3.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

4.3.3.5 Η επιρροή της ατέλειας

4.3.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3

4.4 Σύνθετο υποστύλωμα με ράβδους δικτύωσης τύπου V με κίνδυνο αστοχίας λόγω τοπικού και καθολικού λυγισμού

4.4.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

4.4.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

4.4.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

4.4.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

4.4.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

4.4.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

4.4.2.5 Η επιρροή της ατέλειας

4.4.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3

Κεφάλαιο 5ο Αριθμητικές αναλύσεις σύνθετων υποστυλωμάτων με λεπίδες σύνδεσης

5.1 Σύνθετο υποστύλωμα με λεπίδες σύνδεσης με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω καθολικού λυγισμού

5.1.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

5.1.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

5.1.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

5.1.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

5.1.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

5.1.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

5.1.2.5 Η επιρροή της ατέλειας

5.1.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3

5.2 Σύνθετο υποστύλωμα με λεπίδες σύνδεσης με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω τοπικού λυγισμού

5.2.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

5.2.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

5.2.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

- 5.2.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)
- 5.2.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)
- 5.2.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)
- 5.2.2.5 Η επιρροή της ατέλειας

5.2.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3

5.3 Σύνθετο υποστύλωμα με ράβδους δικτύωσης τύπου V με κίνδυνο αστοχίας λόγω τοπικού και καθολικού λυγισμού

5.3.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

5.3.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

5.3.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

5.3.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

5.3.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

5.3.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

5.3.2.5 Η επιρροή της ατέλειας

5.3.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3

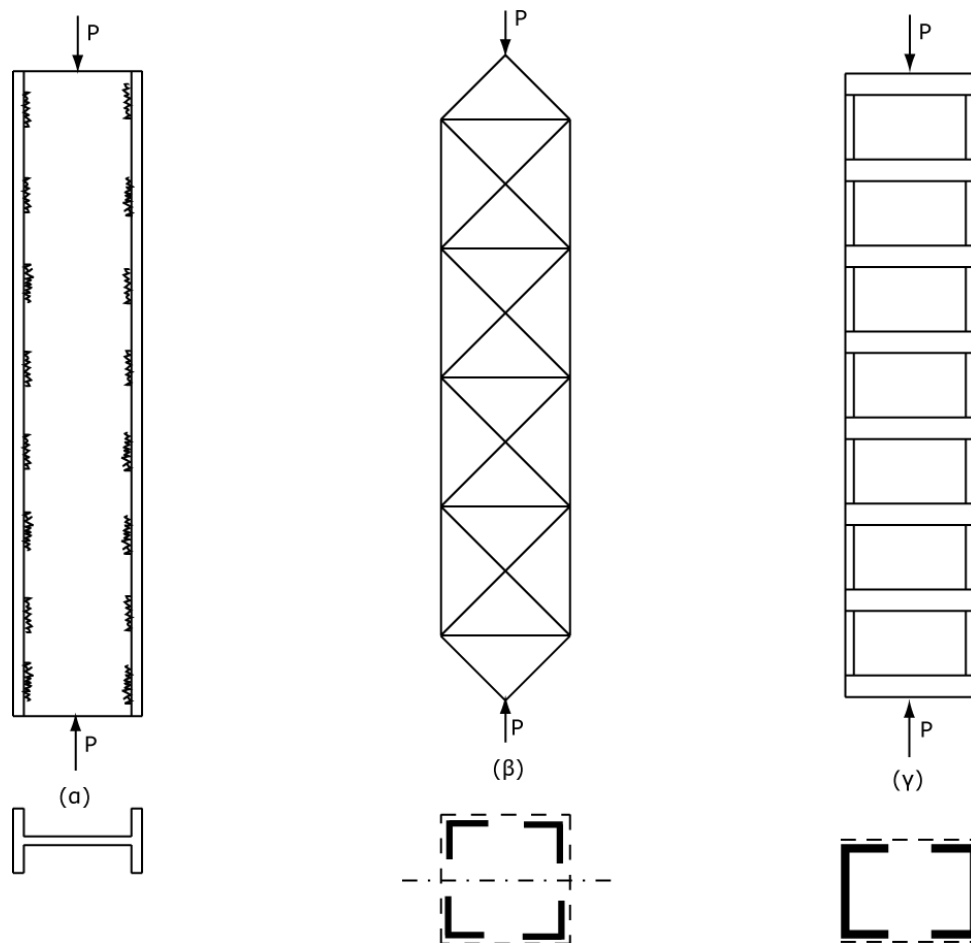
Κεφάλαιο 6ο Συμπεράσματα

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Σύνθετα υποστυλώματα

Στις μεταλλικές κατασκευές συχνά απαιτείται η μόρφωση σύνθετων υποστυλωμάτων, όταν λόγω ειδικών απαιτήσεων της μελέτης, οι τυποποιημένες διατομές που κυκλοφορούν στο εμπόριο κρίνονται ανεπαρκείς ή αντισοικονομικές. Με τον όρο σύνθετο υποστυλώμα εννοούμε μια πολυμελή διατομή η οποία αποτελείται από δύο ή τέσσερα πρότυπα ελάσματα (πέλματα) με διατομή κατηγορίας I, L ή U, η σύνδεσή των οποίων χαρακτηρίζεται ως δικτυωτή εάν γίνει με ράβδους δικτυώσεως (σχήμα 1.1β, 1.2, 1.4, 1.5) ή πλαισιακή αν γίνει με λεπίδες σύνδεσης (σχήμα 1.1γ, 1.2, 1.3).



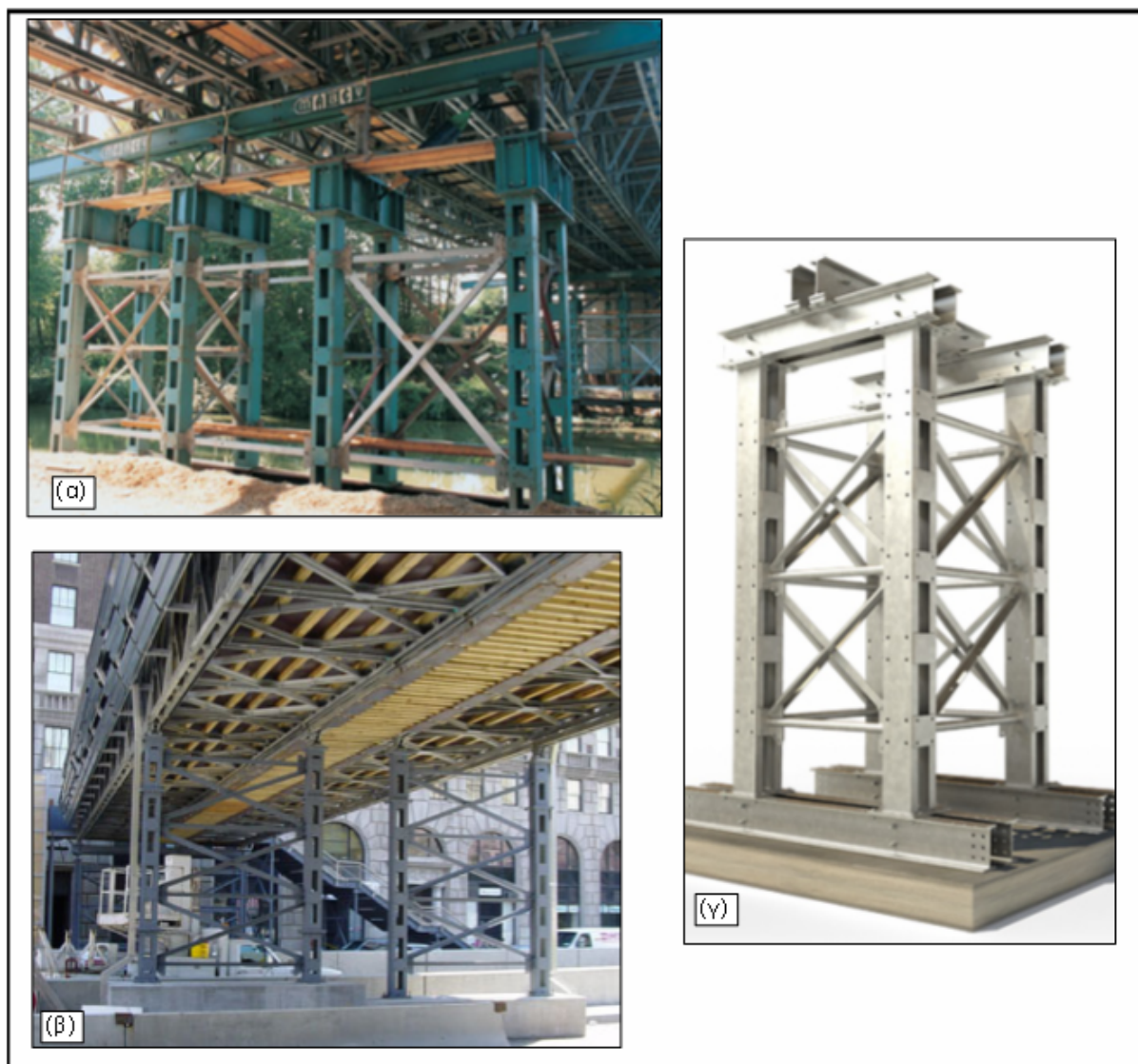
Σχήμα 1.1: (α) Συμπαγής διατομή, (β) Σύνθετο υποστυλώμα με 4 πέλματα και δικτυωτή σύνδεση, (γ) Σύνθετο υποστυλώμα με λεπίδες σύνδεσης



Σχήμα 1.2: Σιδηροδρομική γέφυρα που εδράζεται σε σύνθετα υποστυλώματα.

Ένα πρόβλημα στη χρήση διατομών I ή H ως υποστυλωμάτων είναι η μεγάλη διαφορά δυσκαμψίας και αντοχής μεταξύ του ισχυρού και του ασθενή άξονα. Έτσι, όταν το υποστυλωμα καταπονείται κυρίως από αξονική δύναμη, ή οι ροπές ως προς τους δύο άξονες είναι περίπου ίδιες, η χρήση διατομών I ή H είναι αντιοικονομική. Με τις πολυμελείς διατομές είναι δυνατό να πετύχουμε αύξηση της ακτίνας αδρανείας κατά τη μία ή και τις δύο κύριες διευθύνσεις της διατομής, συνδυάζοντας έτσι αυξημένη φέρουσα ικανότητα με μικρό ίδιο βάρος. Αυτό συνεπάγεται μείωση του όγκου του υλικού της κατασκευής και, κατ' επέκταση, μείωση του κόστους. Έτσι ειδικά σε κατασκευές που χρησιμοποιούνται πολλά υποστυλώματα είναι οικονομικότερη η χρήση πολυμελών διατομών, παρά την πολυπλοκότητα που παρουσιάζουν στον τρόπο κατασκευής τους σε σχέση με τη χρήση πρότυπων διατομών, ως θλιβόμενα στοιχεία (σχήματα 1.2, 1.3, 1.5).

Ακόμη όταν τα υποστυλώματα μίας κατασκευής είναι μεγάλου μήκους, όπως συμβαίνει σε ναυπηγικές και αεροπορικές εγκαταστάσεις, ή καλούνται να φέρουν μεγάλα αξονικά φορτία, π.χ. λόγω παρουσίας βαριών γερανογεφυρών, οι τυποποιημένες διατομές δεν επαρκούν και η συνηθέστερη λύση είναι η χρήση σύνθετων υποστυλωμάτων (σχήμα 1.4).



Σχήμα 1.3: (α) Γέφυρα και (β) πεζογέφυρα που εδράζονται σε σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης (γ).

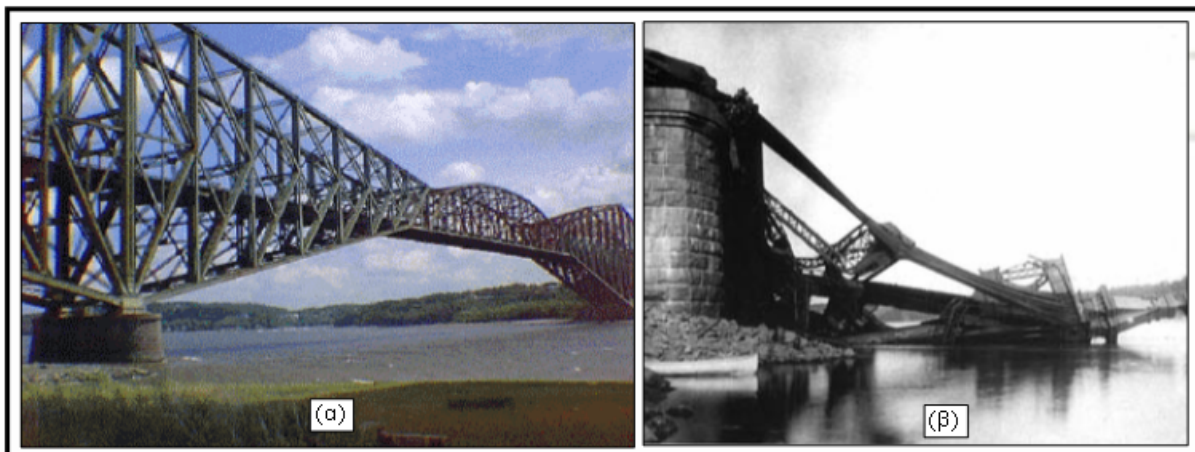


Σχήμα 1.4: Ναυπηγική εγκατάσταση με σύνθετα υποστυλώματα μεγάλου μήκους η σύνδεση των οποίων γίνεται με ράβδους δικτύωσης.



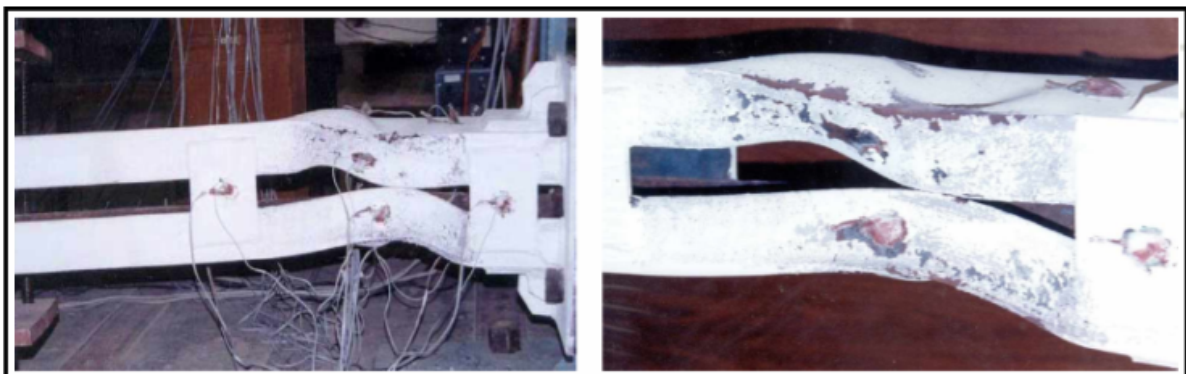
Σχήμα 1.5: Brooklyn Bridge στη Νέα Υόρκη – σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης

Η συμπεριφορά ενός υποστυλώματος πολυμελούς διατομής είναι διαφορετική από ένα υποστύλωμα συμπαγούς διατομής (σχήμα 1.1α), κυρίως όταν καλούμαστε να υπολογίσουμε την αντοχή του υποστυλώματος έναντι λυγισμού. Σε αντίθεση με τα υποστυλώματα συμπαγών διατομών, των οποίων η αντοχή έναντι λυγισμού εξαρτάται αποκλειστικά από το μήκος και την καμπτική δυσκαμψία της διατομής τους, στα υποστυλώματα πολυμελών διατομών πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η επιρροή της διάτμησης στο βέλος κάμψης (φαινόμενο που μειώνει τη φέρουσα ικανότητα). Η μεγάλη σημασία της επιρροής των διατμητικών παραμορφώσεων στις μεταλλικές κατασκευές παρουσιάστηκε για πρώτη φορά με τραγικό τρόπο από την κατάρρευση της Γέφυρας Κεμπέκ στον Καναδά κατά τη διάρκεια της κατασκευής της το 1907 (σχήμα 1.6).



Σχήμα 1.6: Η Γέφυρα Κεμπέκ στον Καναδά (α) σήμερα, (β) μετά τη κατάρρευση το 1907.

Κατά τον υπολογισμό σύνθετων υποστυλωμάτων θα πρέπει πέρα από τον λυγισμό ολόκληρου του υποστυλώματος λόγω αξονικού φορτίου να λαμβάνεται υπόψη και το ενδεχόμενο πρόωρου τοπικού λυγισμού κάποιου μεμονωμένου μέλους της διατομής, πριν το υποστύλωμα εξαντλήσει την φέρουσα ικανότητά του (σχήμα 1.7). Οι ιδιαιτερότητες των σύνθετων υποστυλωμάτων θα αναλυθούν στο 2^ο κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας.



Σχήμα 1.7: Τοπικός λυγισμός σε σύνθετο υποστύλωμα με λεπίδες σύνδεσης.

1.2 Κανονισμοί

Η μελέτη και εκτέλεση έργων από χάλυβα προδιαγράφεται σε επίπεδο ευρωπαϊκό από μια σειρά κανονισμών, προτύπων και προδιαγραφών, των ευρωπαϊκών προτύπων EN (Euronorm). Ορισμένα από τα κείμενα αυτά δεν έχουν οριστικοποιηθεί ακόμα και αποτελούν δοκιμαστικά πρότυπα ENV. Θέματα που αφορούν τη κυρίως μελέτη αποτελούν αντικείμενο της σειράς του Ευρωκώδικα 3, EN 1993. Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 που αφορούν στα θλιβόμενα μέλη πολυμελούς διατομής.

Με βάση αυτές τις διατάξεις συντάχθηκε λογιστικό φύλλο Excel με το οποίο ο χρήστης μπορεί να εξάγει το φορτίο αντοχής του σύνθετου υποστυλώματος όπως προβλέπεται από τον Ευρωκώδικα 3, εισάγοντας τα απαραίτητα δεδομένα γεωμετρίας, διατομών και υλικού. Με τη βοήθεια του προγράμματος πραγματοποιήθηκε στη συνέχεια μια σειρά παραμετρικών αναλύσεων και προέκυψαν χρήσιμα συμπεράσματα για τις παραμέτρους που επηρεάζουν την φέρουσα ικανότητα.

1.3 Μη γραμμική συμπεριφορά

Βασικό μέλημα του μηχανικού είναι ο σχεδιασμός ασφαλών κατασκευών με τη μέγιστη δυνατή εξοικονόμηση υλικού και, κατ' επέκταση, κόστους. Τα μέσα, ωστόσο, που διαθέτει ο μηχανικός για την επίτευξη αυτού του στόχου συνεχώς εξελίσσονται. Σήμερα, η ύπαρξη δομικών υλικών υψηλής αντοχής και η εξέλιξη των μεθόδων κατεργασίας, δίνουν τη δυνατότητα παραγωγής δομικών μελών με κάθε επιθυμητό σχήμα και πάχος διατομής. Παράλληλα, η ραγδαία εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και του σχετικού λογισμικού επιτρέπει την εφαρμογή ακριβέστερων και πιο αξιόπιστων μεθόδων ανάλυσης, και επομένως τη χρησιμοποίηση μικρότερων συντελεστών ασφαλείας. Τα παραπάνω οδηγούν σε ελαφρύτερα δομικά στοιχεία, με πιο οριακή εκμετάλλευση του υλικού.

Αποτέλεσμα αυτής της τάσης είναι οι σημερινές κατασκευές να είναι περισσότερο εύκαμπτες, τόσο συνολικά, σε επίπεδο φορέα, όσο και τοπικά, σε επίπεδο μέλους ή και διατομής, και επομένως να παραμορφώνονται εντονότερα όταν φορτίζονται. Αυτή η έντονη παραμόρφωση έχει δύο σημαντικές συνέπειες, μία πρωταρχική, στη στατική συμπεριφορά, και μία που προκύπτει από την πρώτη, στις μεθόδους στατικής ανάλυσης. Η πρώτη συνέπεια είναι ότι η κατασκευή ενδέχεται να οδηγηθεί σε μορφές αστοχίας που είναι γνωστές με το γενικό όρο «αστάθεια» ή «λυγισμός» και συνδέονται με απότομη και

έντονη αύξηση της παραμόρφωσης για μικρή αύξηση του επιβαλλόμενου φορτίου. Η δεύτερη συνέπεια είναι ότι πλέον η παραμορφωμένη γεωμετρία του φορέα διαφέρει σημαντικά από την απαραμόρφωτη, επομένως η διατύπωση των εξισώσεων ισορροπίας στην απαραμόρφωτη γεωμετρία, όπως γίνεται στις κλασικές μεθόδους στατικής ανάλυσης, οδηγεί σε σημαντικά σφάλματα και πρέπει να αποφεύγεται. Η ανάγκη διατύπωσης των εξισώσεων ισορροπίας στην παραμορφωμένη γεωμετρία, η οποία δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων, απαιτεί ιδιαίτερες μεθόδους στατικής ανάλυσης, και οδηγεί σε κατάργηση της αναλογίας μεταξύ επιβαλλόμενων φορτίων και αναπτυσσόμενης έντασης και παραμόρφωσης, που είναι γνωστή ως γεωμετρικά μη γραμμική συμπεριφορά.

Παλαιότερα, οι έλεγχοι αντοχής των κατασκευών γίνονταν με τη μέθοδο των επιτρεπόμενων τάσεων, δηλαδή οι αναπτυσσόμενες τάσεις σε οποιαδήποτε θέση δεν έπρεπε να υπερβαίνουν κάποιες μέγιστες τιμές, ίσες με το όριο διαρροής του υλικού διαιρεμένο με κάποιον κατάλληλο συντελεστή ασφαλείας. Επομένως δεν επιτρεπόταν η υπερφόρτιση των κατασκευών που θα οδηγούσε τα δομικά υλικά σε μετελαστική συμπεριφορά σε οποιαδήποτε θέση. Πλέον, οι έλεγχοι γίνονται με τη μέθοδο συνολικής αντοχής και για ακραίες περιπτώσεις φόρτισης επιτρέπεται η είσοδος των υλικών στην μετελαστική περιοχή, σε προκαθορισμένες βεβαίως θέσεις και υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις. Και αυτή η τοπική υπέρβαση του ορίου διαρροής του δομικού υλικού απαιτεί ιδιαίτερες μεθόδους στατικής ανάλυσης, και επίσης οδηγεί σε κατάργηση της αναλογίας μεταξύ επιβαλλόμενων φορτίων και αναπτυσσόμενης έντασης και παραμόρφωσης, που είναι γνωστή ως μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού.

Συμπερασματικά, μία κατασκευή μπορεί να αστοχήσει είτε λόγω μη γραμμικότητας υλικού είτε λόγω μη γραμμικότητας γεωμετρίας. Στο σχεδιασμό πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και οι δύο αυτές μορφές μη γραμμικότητας των κατασκευών, ώστε να προσδιορίζεται η συνολική αντοχή τους.

Στο 4ο κεφάλαιο παρουσιάζονται λεπτομερώς τρία παραδείγματα σύνθετων υποστυλωμάτων με ράβδους δικτύωσης και στο 5ο κεφάλαιο τρία παραδείγματα πλαισιωτών σύνθετων υποστυλωμάτων. Όπως προαναφέρθηκε, τα σύνθετα υποστυλώματα εκτός από τον καθολικό λυγισμό διατρέχουν και κίνδυνο αστοχίας τοπικού λυγισμού. Έτσι, στο πρώτο παράδειγμα κάθε κεφαλαίου επιλέχθηκαν σύνθετα υποστυλώματα με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω καθολικού λυγισμού, στο δεύτερο παράδειγμα ο τοπικός λυγισμός είναι ο κρίσιμος μηχανισμός αστοχίας, ενώ στο τρίτο

παράδειγμα υπάρχει έντονη αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας. Για κάθε παράδειγμα πραγματοποιήθηκαν τρεις αναλύσεις με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA: μη γραμμικότητας υλικού, μη γραμμικότητας γεωμετρίας και μη γραμμικότητας υλικού και γεωμετρίας, λαμβάνοντας σε όλες υπόψη την παρουσία αρχικών ατελειών. Μέσω αυτών των αναλύσεων διερευνήθηκε η συμπεριφορά των σύνθετων υποστυλωμάτων, αξιολογήθηκε η επίδραση των μορφών μη γραμμικότητας καθώς και των αρχικών ατελειών, και υπολογίστηκε η αντοχή τους, η οποία συγκρίθηκε με τα αποτελέσματα που προκύπτουν με βάση τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3.

Κεφάλαιο 2

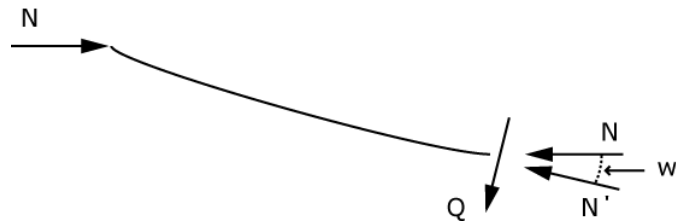
Θεωρητική προσέγγιση σύνθετων υποστυλωμάτων

2.1 Γενικά

Η επιλογή κατασκευής σύνθετων υποστυλωμάτων με διατομές αποτελούμενες από δυο ή περισσότερα πρότυπα ελάσματα είναι καλή, εάν επιθυμούμε υποστυλώματα με αυξημένη ακτίνα αδρανείας σε σχέση με το απαιτούμενο δομικό υλικό. Αυτή η πλεονάζουσα καμπτική δυσκαμψία των σύνθετων υποστυλωμάτων δεν συνεπάγεται ότι αυτά αποτελούν πάντα την καλύτερη επιλογή, τόσο από άποψη αντοχής όσο και από άποψη οικονομίας υλικού. Πολύ συχνά τα σύνθετα υποστυλώματα παρουσιάζουν χαμηλή φέρουσα ικανότητα σε σχέση με τα συμπαγή υποστυλώματα αντίστοιχου υλικού και αυτό οφείλεται κυρίως σε δυο παράγοντες. Ο πρώτος παράγοντας είναι η επιρροή της διάτμησης στον καμπτικό λυγισμό, η οποία είναι μεγάλη σε υποστυλώματα με πολυμελείς διατομές και μικρή σε υποστυλώματα με συμπαγείς διατομές. Ο δεύτερος είναι η περίπτωση τοπικής αστοχίας, που μόνο στα σύνθετα υποστυλώματα εμφανίζεται. Παρακάτω θα αναλύσουμε αυτούς τους δυο παράγοντες, που επηρεάζουν τη φέρουσα ικανότητα των σύνθετων υποστυλωμάτων.

2.2 Η Επιρροή της διάτμησης στον καμπτικό λυγισμό

Στην κατάσταση καμπτικού λυγισμού, το υποστυλώμα μεταβαίνει από την ασταθή ευθύγραμμη μορφή ισορροπίας στην ευσταθή καμπυλωμένη μορφή ισορροπίας. Η διεύθυνση της θλιβόμενης δύναμης και ο άξονας του υποστυλώματος πλέον δεν ταυτίζονται, με αποτέλεσμα να παρατηρείται μια εκκεντρότητα στη φόρτιση, η οποία οδηγεί στη δημιουργία μεγεθών δεύτερης τάξης. Η ισορροπία ενός τμήματος του υποστυλώματος στην καμπυλωμένη μορφή εκφράζεται από ένα ζεύγος κατακόρυφων δυνάμεων N . Η δύναμη N δεν ταυτίζεται πλέον με την αξονική δύναμη του υποστυλώματος (όπως στην ευθύγραμμη μορφή ισορροπίας) και σε μια τυχαία διατομή αναλύεται σε αξονική και τέμνουσα δύναμη (σχ. 2.1).



Σχήμα 2.1 Αξονική N και τέμνουσα Q στην παραμορφωμένη κατάσταση

Εάν στη θέση της διατομής η κλίση της ελαστικής γραμμής είναι w' , η αντίστοιχη αξονική N' και τέμνουσα Q στην τυχαία διατομή προκύπτουν:

$$Q = N \sin w' \approx Nw' \quad (2.1)$$

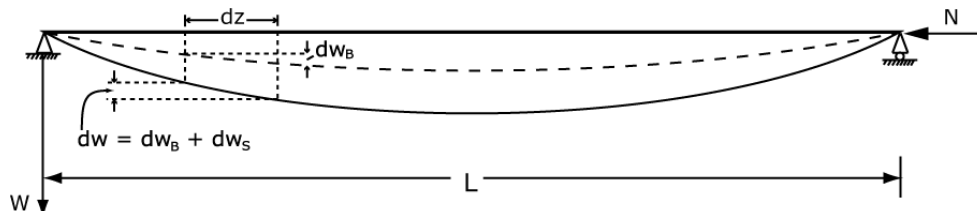
$$N' = N \cos w' \approx N \quad (2.2)$$

και η αντίστοιχη ροπή:

$$M = Nw \quad (2.3)$$

Τα μεγέθη 2^{ης} τάξης, δηλαδή η ροπή M και η τέμνουσα Q παράγουν έργο καθώς το υποστυλώμα καμπυλώνεται. Εάν dw_B είναι το στοιχειώδες βέλος λόγω του έργου των ροπών και dw_S το στοιχειώδες βέλος λόγω του έργου των διατμητικών δυνάμεων, τότε το σχετικό βέλος κάμψης μεταξύ δύο διατομών, οι οποίες απέχουν κατά dz (σχ. 2.2) είναι :

$$dw = dw_B + dw_S$$



Σχήμα 2.2 Βέλος κάμψης dw_b και βέλος διάτμησης dw_s σε στοιχειώδες τμήμα.

Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι το συνολικό βέλος λόγω διάτμησης, στις περισσότερες περιπτώσεις, είναι μικρότερης τάξης μεγέθους από το συνολικό βέλος λόγω κάμψης. Αυτό συμβαίνει γιατί τα συνήθη συμπαγή υποστυλώματα παρουσιάζουν μεγάλη διατμητική δυσκαμψία και μικρή καμπτική δυσκαμψία. Σε αυτές τις περιπτώσεις η επιρροή της διάτμησης αγνοείται ($w_s \approx 0$) και ο λυγισμός του υποστυλώματος χρεώνεται αποκλειστικά στην κάμψη αυτού. Εάν γράψουμε την διαφορική εξίσωση ισορροπίας του υποστυλώματος στην καμπυλωμένη μορφή, αγνοώντας τη διατμητική επιρροή (δηλαδή $w = w_B$), προκύπτει:

$$w'' + \frac{N}{EI} w = 0 \quad (2.4)$$

Με λύση αυτής οδηγούμαστε στο κρίσιμο φορτίο του Euler:

$$N_E = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις όπου η επιρροή της διάτμησης είναι σημαντική. Αυτό συμβαίνει για υποστυλώματα με μήκος L όχι πολύ μεγαλύτερο από το ύψος h της διατομής τους (π.χ. $L < 10h$) ή για υποστυλώματα με διατομές ανοικτού τύπου (πολυμελείς), οι οποίες είναι επιρρεπείς στη διατμητική παραμόρφωση. Εάν αγνοηθούν τα βέλη λόγω της διάτμησης, σε αυτή τη περίπτωση, θα υπολογισθεί ένα κρίσιμο φορτίο λυγισμού σημαντικά μεγαλύτερο του πραγματικού και ο σχεδιασμός, με αυτή τη συλλογιστική, θέτει το υποστυλώμα σε κίνδυνο αστοχίας λόγω λυγισμού. Για να καταλάβουμε και ποσοτικά την έκταση του φαινομένου, θα μελετήσουμε την επιρροή της διάτμησης στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού για μονομελείς και πολυμελείς διατομές στις ακόλουθες παραγράφους.

2.2.1 Η διατμητική επιρροή σε συμπαγή υποστυλώματα

Στις μονομελείς διατομές η μέση διατμητική τάση τ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\tau = \frac{Q}{K'A} \quad (2.5)$$

όπου A το εμβαδόν της διατομής και K' ο συντελεστής σχήματος αυτής (αλλιώς και συντελεστής διατμήσεως του Timoshenko). Ο συντελεστής σχήματος εξαρτάται από το συντελεστή Poisson και ενδεικτικές τιμές αυτού δίνονται στον πίνακα 2.1.

Η κλίση της ελαστικής γραμμής λόγω των διατμητικών τάσεων (ή αλλιώς διατμητική παραμόρφωση) δίνεται από τη σχέση:

$$w'_s = \gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{Q}{K'AG} \quad (2.6)$$

Από τις σχέσεις (2.1), (2.4) και (2.6) προκύπτει:

$$w_s'' = \frac{N}{K'AG} w'' \quad (2.7)$$

Η ροπή κάμψεως M που οφείλεται στην κάμψη (αγνοούμε τη πολύ μικρή ροπή που οφείλεται στη διάτμηση) του υποστυλώματος δίνεται από τη σχέση:

$$M = -EIw''_B \quad (2.8)$$

Από (2.7),(2.9),(2.10) προκύπτει:

$$w'' + \frac{N}{EI \left(1 - \frac{N}{K'AG}\right)} w = 0 \quad (2.11)$$

Επομένως καταλήξαμε σε μια διαφορική εξίσωση ίδιας μορφής με την (2.4), με διαφορά τον παράγοντα $1/(1-P/K'AG)$ στο συντελεστή του βέλους w . Επίσης πρέπει να τονίσουμε ότι στη (2.11) συμπεριλαμβάνεται το βέλος λόγω διάτμησης στο συνολικό βέλος w , το οποίο αγνοείται στην (2.4). Επειδή ο παράγοντας $1/(1-P/K'AG)$ είναι ανεξάρτητος του βέλους w η λύση της (2.11) θα είναι όμοια με αυτή της (2.4) και θα προκύψει όταν εξισωθεί ο συντελεστής του w με την τιμή π^2/L^2 δηλαδή:

$$\frac{N_{cr}}{EI} = \frac{\pi^2}{L^2}$$

η λύση της (2.4) και αντίστοιχα:

$$\frac{N_{cr}}{EI \left(1 - \frac{N_{cr}}{K'AG}\right)} = \frac{\pi^2}{L^2} \quad (2.12)$$

η λύση της (2.11). Εάν θέσουμε

$$N_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

(κρίσιμο φορτίο Euler) και λύσουμε ως προς N_{cr} :

$$N_{cr} = \frac{N_E}{1 + \frac{N_E}{K'AG}} \quad (2.13)$$

Από τον τελευταίο τύπο παρατηρούμε ότι το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, λαμβάνοντας υπόψη την επιρροή της διάτμησης, είναι μικρότερο του κρίσιμου φορτίου λυγισμού Euler κατά το λόγο $1/(1+N_E/K'AG)$. Εάν αναλυθεί το φορτίο N_E του παρονομαστή και γνωρίζοντας ότι:

$$\frac{E}{G} = 2(1 + \nu) \quad \text{και} \quad \lambda^2 = \frac{AL^2}{I}$$

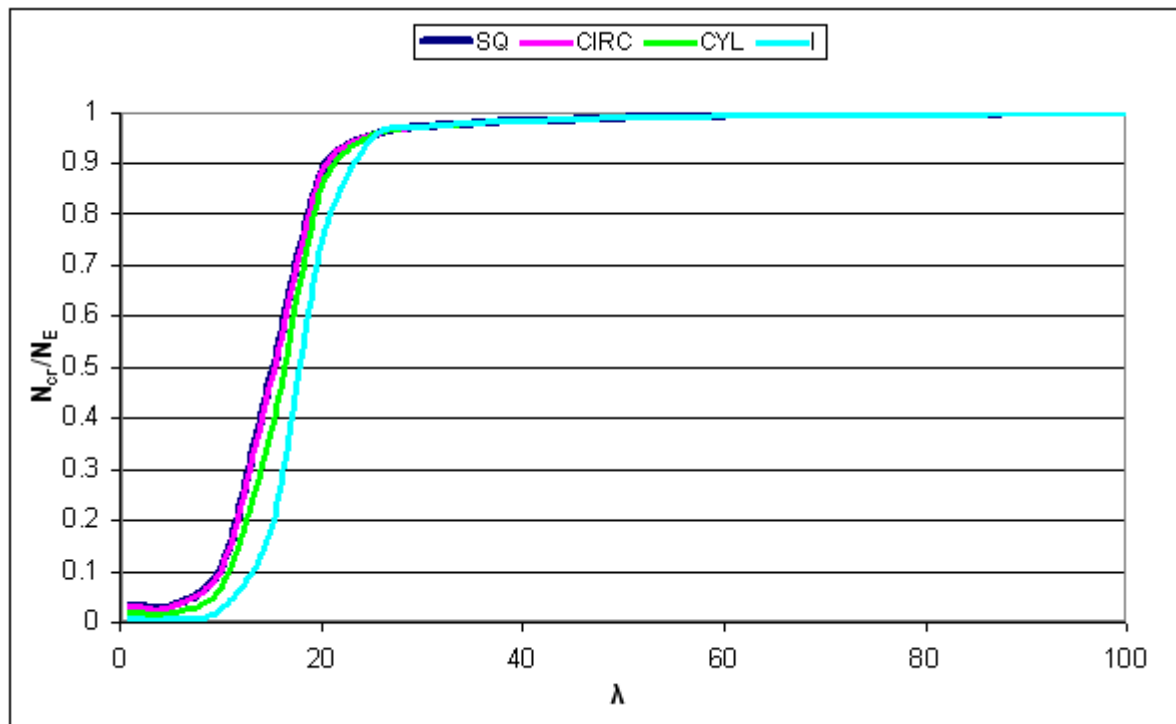
προκύπτει μια πιο χρήσιμη σχέση σύγκρισης των φορτίων N_{cr}, N_E :

$$\frac{N_{cr}}{N_E} = \frac{1}{1 + \frac{2(1+\nu)\pi^2}{K'\lambda^2}} \quad (2.14)$$

Θέτοντας $\nu=0.30$ που ισχύει για όλους τους δομικούς χάλυβες προκύπτει:

$$\frac{N_{cr}}{N_E} = \frac{1}{1 + \frac{25.64}{K'\lambda^2}} \quad (2.15)$$

Χρησιμοποιώντας τις τιμές K' του πίνακα 2.1 για τιμή $\nu=0.30$ μπορούμε να υπολογίσουμε τιμές του λόγου N_{cr}/N_E για διάφορα είδη διατομών και λυγηροτήτων. Για κυκλική συμπαγή διατομή προκύπτει $K'=0.89$, για τετραγωνική διατομή $K'=0.85$, για λεπτότοιχη κοίλη κυκλική διατομή $K'=0.53$, ενώ για διατομή μορφής I μια μικρή τιμή $K'=0.186$. Τα αποτελέσματα μπορούμε να τα δούμε στο σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.3 Λόγος N_{cr}/N_E για διάφορα είδη διατομών και λυγηροτήτων

Παρατηρούμε ότι για λυγηρότητες μεγαλύτερες του 20 η μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού λόγω επιρροής της διάτμησης δεν ξεπερνά το 5%, ενώ για μεγαλύτερες λυγηρότητες είναι ασήμαντη. Για λυγηρότητες μικρότερες του 20 δεν μας ενδιαφέρει η επιρροή της διάτμησης στο κρίσιμο φορτίο διότι για τόσο μικρές τιμές λυγηροτήτων δεν υπάρχει περίπτωση λυγισμού. Επομένως δεν θα ήταν σημαντικό σφάλμα να αγνοηθεί η επιρροή της διάτμησης στην περίπτωση συμπαγών διατομών κάθε είδους.

2.2.2 Η διατμητική επιρροή σε σύνθετα υποστυλώματα

Η επιρροή της διάτμησης στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού και επομένως στη φέρουσα ικανότητα του υποστυλώματος, πριν γίνουν σχετικές έρευνες, θεωρείτο ασήμαντη για υποστυλώματα κάθε είδους διατομής. Ωστόσο, αστοχίες θλιβόμενων υποστυλωμάτων πολυμελούς διατομής έδωσαν αφορμή για θεωρητικές και πειραματικές έρευνες και επανεξετάστηκε το μέγεθος της συμβολής της διάτμησης στην αντοχή του σύνθετου υποστυλώματος. Πρωτοπόρος ερευνητής, επί αυτού του προβλήματος, ήταν ο Engesser, ο οποίος δημο-σίευσε τις πρώτες θεωρητικές μελέτες. Μετέπειτα πειραματικές έρευνες, για κάθε είδος σύνθετου υποστυλώματος, επαλήθευσαν το έργο του Engesser. Ενδεικτικά ο Man μελέτησε το λυγισμό πολυμελών υποστυλωμάτων με οριζόντιες λεπίδες σύνδεσης, οι Ljungberg, von Mises και Ratzersdorfer ασχολήθηκαν με το λυγισμό σύνθετων υποστυλωμάτων με ράβδους δικτύωσης σε τριγωνική διάταξη, ο Chwalla μελέτησε την επιρροή της ολίσθησης των ήλων που συνδέουν τις λεπίδες με τα πρότυπα ελάσματα, ενώ ο Wentzel δημοσίευσε ακριβή μελέτη θεωρώντας συνεχή τα ελάσματα της πολυμελούς διατομής με τις ράβδους δικτύωσης να αρθρώνονται σε αυτά. Επίσης αξίζει να αναφερθεί και το έργο του F.Bleich, ο οποίος εξέτασε το πρόβλημα των δευτερευουσών τάσεων στη θλίψη των σύνθετων υποστυλωμάτων και τόνισε ότι πρέπει να ερευνάνται πάντα το ενδεχόμενο τοπικού λυγισμού των μελών της πολυμελούς διατομής καθώς και των στοιχείων συνδέσεως αυτών, πριν το υποστυλώμα εξαντλήσει τη φέρουσα ικανότητά του.

Όπως αποδείχτηκε στις παραπάνω έρευνες, η επιρροή της διάτμησης στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού ενός υποστυλώματος πολυμελούς διατομής είναι σημαντική (σε αντίθεση με την περίπτωση των μονομελών, στέρεων διατομών) και εξαρτάται από τις διαστάσεις της διατομής, την απόσταση μεταξύ των πελμάτων και από τον τρόπο διάταξης των μέσων σύνδεσης.

2.2.2.1 Σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης

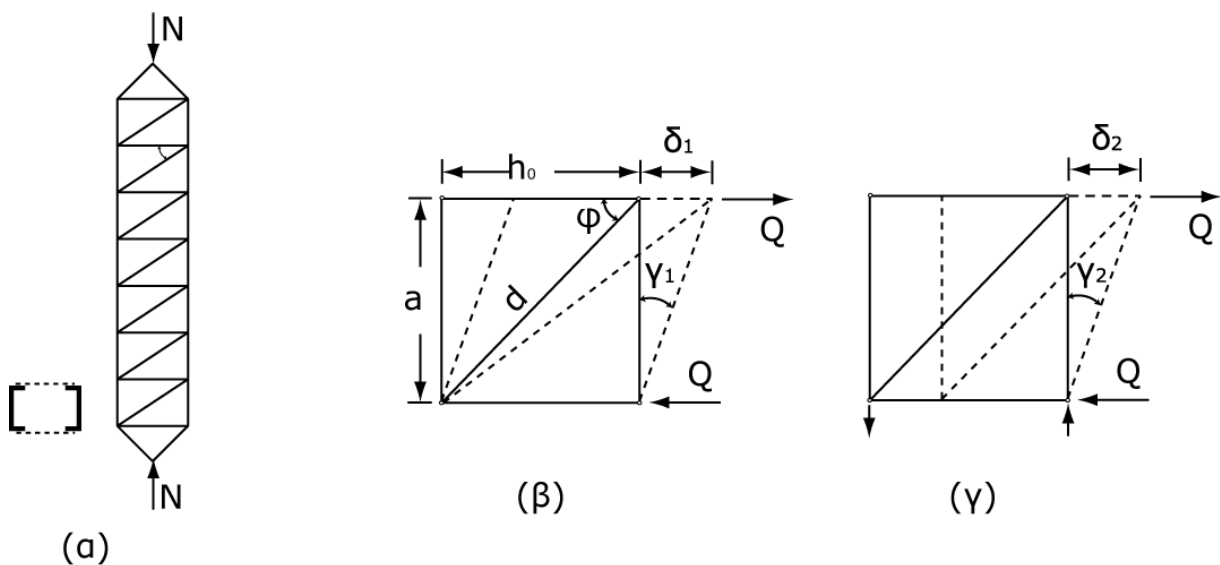
Για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυμελούς διατομής με δικτυωτή σύνδεση, ακολουθούμε τη μέθοδο του Timoshenko και Gere, η οποία οδηγεί στο θεωρητικό τύπο που εξήγαγε ο Engesser. Η μέθοδος αυτή είναι προσεγγιστική και βασίζεται στις παρακάτω παραδοχές:

- Βασιζόμαστε στη θεωρία λυγισμού υποστυλώματος μονομελούς διατομής λαμβάνοντας υπόψη την επιρροή της διάτμησης (που παρουσιάσαμε στην παράγραφο 2.2.1), με κάποιες τροποποιήσεις στον τρόπο υπολογισμού της διατμητικής παραμόρφωσης.

- Η μορφή της δικτυωτής σύνδεσης του υποστυλώματος είναι σταθερή κατά μήκος του. Επιπλέον ο αριθμός των ίσων φατνωμάτων που σχηματίζονται από τα πέλματα και τη δικτύωση πρέπει να είναι μεγαλύτερος του 4, ώστε η προσεγγιστική μέθοδος να δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

- Τα σημεία που συναντώνται οι ράβδοι δικτύωσης με τα πέλματα θεωρούνται αρθρώσεις, δηλαδή αμελείται οποιαδήποτε επιρροή συνέχειας υλικού μεταξύ των πελμάτων και της δικτύωσης. Αυτό οδηγεί σε υπερεκτίμηση της διατμητικής επιρροής, το οποίο θεωρείται υπέρ της ασφαλείας, αφού μειώνεται το κρίσιμο φορτίο.

Οι υπολογισμοί θα γίνουν για αμφιαρθρωτό υποστυλωμα διμελούς διατομής, αποτελούμενο από δυο πρότυπα ελάσματα. Τα ελάσματα συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους δικτύωσης, διατεταγμένες σε σχήμα N. Τα φατνώματα του υποστυλώματος έχουν άνοιγμα h_0 και ύψος a , ενώ οι διαγώνιες ράβδοι έχουν κλίση φ (σχ. 2.4a).



Σχήμα 2.4 Σύνθετη διατομή με πρότυπα ελάσματα συνδεόμενα μέσω ράβδων δικτύωσης N

Στη διμελή διατομή του υποστυλώματος, όπως συμβαίνει και σε κάθε πολυμελή διατομή, το εμβαδόν των ελασμάτων πλεονεκτεί του εμβαδού των ράβδων (αμελητέο). Επομένως τα ελάσματα αναλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος (προσεγγιστικά ολόκληρο το μέγεθος) των αξονικών θλιπτικών δυνάμεων καθώς και τις αναπτυσσόμενες δευτερεύουσες ροπές

στην κατάσταση του λυγισμού. Αντίθετα οι ράβδοι δικτύωσης αναλαμβάνουν την όποια τέμνουσα (πρωτογενή, δευτερογενή) καταπονεί το υποστύλωμα.

Θεωρώντας ότι το υποστύλωμα έχει επαρκή αριθμό φατνωμάτων μπορούμε να υπολογίσουμε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού τροποποιώντας τη σχέση (2.13):

$$N_{cr} = \frac{N_E}{1 + \frac{N_E}{S_v}} \quad (2.16)$$

όπου αντικαταστήσαμε τον όρο Κ'AG (που προκύπτει από τους τύπους που περιγράφουν τη διάτμηση των μονομελών διατομών) με τον όρο S_v , ο οποίος περιγράφει τη διατμητική δυσκαμψία της πολυμελούς διατομής. Αντίστοιχα με τη σχέση (2.6), εδώ ισχύει:

$$\gamma = \frac{Q}{S_v} \quad (2.17)$$

Η παραπάνω πρόσθετη γωνιακή παραμόρφωση κατά το λυγισμό του υποστυλώματος πολυμελούς διατομής, λόγω της διάτμησης, αποτελείται από δύο μέρη. Την γωνιακή παραμόρφωση γ_1 , λόγω μεταβολής του μήκους d της διαγώνιου, όταν οι ορθοστάτες δεν εντείνονται (σχ. 2.4β) και τη γ_2 , η οποία είναι η γωνιακή παραμόρφωση λόγω της μεταβολής του μήκους h_0 του ορθοστάτη, όταν η διαγώνιος δεν εντείνεται (σχ. 2.4γ). Ισχύει:

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 \quad (2.18)$$

Η δύναμη που δέχεται μια διαγώνια ράβδος είναι $Q/\cos\varphi$ και η επιμήκυνσή της είναι:

$$\delta_1 \cos\varphi = \frac{Q}{\cos\varphi} \cdot \frac{d}{A_d E} = \frac{Qa}{A_d E \cos\varphi \sin\varphi} \quad (2.19)$$

και επομένως:

$$\gamma_1 = \frac{\delta_1}{a} = \frac{Q}{A_d E} \cdot \frac{1}{\cos^2\varphi \sin\varphi} \quad (2.20)$$

όπου A_d το συνολικό εμβαδόν των δύο διαγώνιων ράβδων (για κάθε επίπεδο δικτύωσης). Αντίστοιχα η γωνιακή παραμόρφωση γ_2 , λόγω μεταβολής του μήκους της οριζόντιας ράβδου, υπολογίζεται από την σχέση 2.21 όπου A_v το εμβαδόν της διατομής των δύο ορθοστατών επί των αντίστοιχων όψεων του υποστυλώματος.

$$Y_2 = \frac{\delta_2}{a} = \frac{Q}{A_v E} \cdot \frac{1}{\tan \varphi} \quad (2.21)$$

Από τις σχέσεις (2.17), (2.18), (2.20), (2.21) προκύπτει:

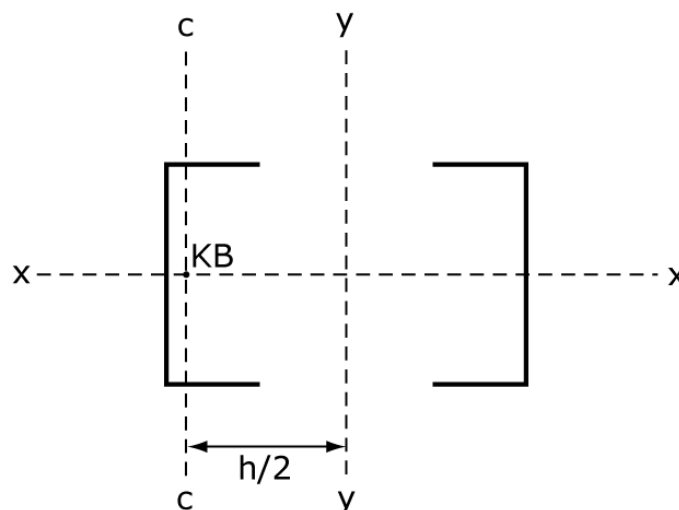
$$\frac{1}{S_v} = \frac{1}{A_d E \cos^2 \varphi \sin \varphi} + \frac{1}{A_v E \tan \varphi} \quad (2.22)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2.22) και (2.16), προκύπτει ο τύπος υπολογισμού του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλώματος πολυμελούς διατομής με επιρροή της διάτμησης:

$$N_{cr} = \frac{N_E}{1 + N_E \left(\frac{1}{A_d E \cos^2 \varphi \sin \varphi} + \frac{1}{A_v E \tan \varphi} \right)} \quad (2.23)$$

ο οποίος είναι ο τύπος που εξήγαγε ο Engesser. Παρατηρούμε ότι αν η δικτυωτή σύνδεση ήταν τελείως άκαμπτη τότε τα A_d και A_v απειρίζονται και ο τύπος (2.23) δίνει $N_{cr} = N_E$. Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι στο ελαστικό φορτίο λυγισμού Euler: $N_E = \pi^2 EI / L^2$, η ροπή αδρανείας I είναι αυτή της σύνθετης διατομής και προκύπτει από τον παρακάτω τύπο (Steiner):

$$I = I_y = \frac{A_{ch} h_0^2}{2} + 2I_{ch} \quad (2.24)$$



Σχήμα 2.5 Σύνθετη διατομή αποτελούμενη από δυο πρότυπα ελάσματα U

όπου A_{ch} το εμβαδόν του ενός πέλματος, h_0 η απόσταση των κέντρων βάρους των πελμάτων και I_{ch} η ροπή αδρανείας του πέλματος ως προς τον ασθενή του (συνήθως) άξονα. Στις περισσότερες περιπτώσεις η ροπή αδρανείας I_{ch} , είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ποσότητα $A_{ch} h_0^2 / 2$ και αμελείται.

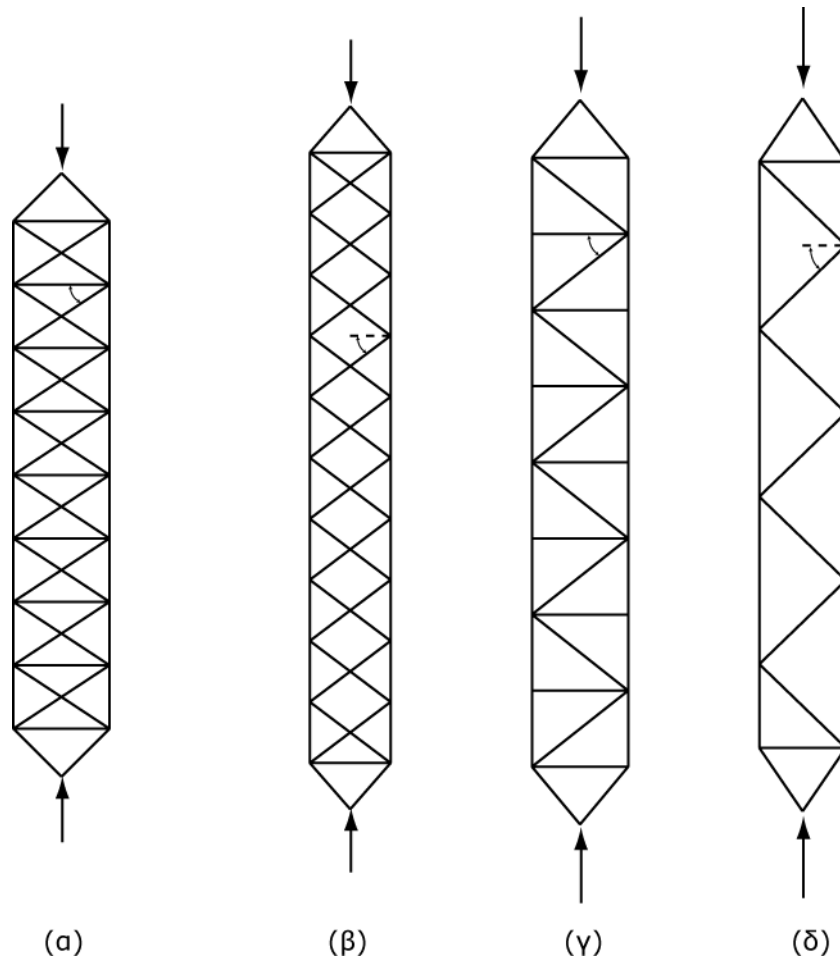
Από τον τελευταίο τύπο γίνεται φανερό το γεγονός ότι τα πολυμελή υποστυλώματα έχουν αυξημένη ροπή αδρανείας σε σχέση με τα μονομελή, για ίδια ποσότητα υλικού κατασκευής. Αυτό τους προσδίδει μεγαλύτερη καμπτική δυσκαμψία και επομένως αυξημένο ελαστικό φορτίο λυγισμού Euler (N_E). Ωστόσο το πραγματικό τους ελαστικό κρίσιμο φορτίο N_{cr} είναι μικρότερο από P_E λόγω της διατμητικής επιρροής, σε αντίθεση με τα μονομελή, στα οποία ισχύει $P_{cr}=P_E$. Επομένως, για ίδια ποσότητα υλικού, δεν μπορούμε να πούμε με σαφήνεια ότι το ένα είδος διατομής πλεονεκτεί σε σχέση με το άλλο και η βέλτιστη επιλογή προκύπτει μετά την εκτίμηση της διατμητικής επιρροής.

Ο τύπος (2.23) μπορεί να γενικευθεί για κάθε είδους διάταξη δικτύωσης. Εάν έχουμε δυο διαγώνιες ράβδους σε διάταξη Χ (σχ. 2.6α,β), η διατμητική γωνιακή παραμόρφωση γ_1 εξακολουθεί να υπάρχει αφού η μια διαγώνιος θλίβεται και η άλλη εφελκύεται, ενώ η γ_2 μηδενίζεται λόγω της χιαστί διάταξης και ο τύπος γίνεται:

$$N_{cr} = \frac{N_E}{1 + N_E \frac{1}{A_d E \cos^2 \varphi \sin \varphi}} \quad (2.25)$$

όπου A_d το εμβαδόν τεσσάρων ράβδων δικτύωσης αυτή τη φορά (2 για κάθε επίπεδο δικτύωσης). Στην περίπτωση υποστυλώματος του σχήματος 2.6γ, ισχύει ο ίδιος τύπος με A_d το εμβαδόν δυο ράβδων δικτύωσης, ωστόσο η κατασκευή ενός υποστυλώματος αυτού του είδους κρίνεται αντιοικονομική, λόγω της αμελητέας συνεισφοράς των ορθοστατών στη ανάληψη της διάτμησης. Τέλος ο τύπος (2.25) ισχύει και για δικτύωση χωρίς ορθοστάτες (τύπου V, σχ. 2.6δ), με A_d εμβαδόν δυο ράβδων. Προσοχή πρέπει να δοθεί σε αυτή την περίπτωση στη γωνία φ , η οποία μετριέται πάντα σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο.

Αξίζει να παρατηρηθεί στο σημείο αυτό ότι η ποσότητα $\sin\varphi\cos^2\varphi$ λαμβάνει μέγιστο όταν η γωνία φ γίνει κατά προσέγγιση ίση με 35° . Συνιστάται λοιπόν η γωνία φ να βρίσκεται μεταξύ των ορίων 30° - 45° διότι εκτός αυτών η δικτύωση γίνεται λιγότερο αποτελεσματική επειδή μειώνεται το κρίσιμο φορτίο.



Σχήμα 2.6 Διάφοροι τύποι δικτύωσης

2.2.2.2 Σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες συνδέσεως

Η συλλογιστική υπολογισμού του κρίσιμου φορτίου λυγισμού ενός πολυμελούς υποστυλώματος με οριζόντιες λεπίδες σύνδεσης, είναι η ίδια με αυτή που παρουσιάσαμε στην προηγούμενη παράγραφο, με κάποιες διαφοροποιήσεις. Σε αντίθεση με την απλή περίπτωση των δικτυωτών συνδέσεων, όπου τα πέλματα αναλαμβάνουν την αξονική δύναμη και οι ράβδοι την τέμνουσα, στις λεπιδωτές συνδέσεις τα πέλματα αναλαμβάνουν εκτός από αξονική και τέμνουσα δύναμη, η οποία μεταβιβάζεται από φάτνωμα σε φάτνωμα μέσω των λεπίδων. Επίσης τα υποστυλώματα αυτής της μορφής διαιρούμενα σε φατνώματα από τις λεπίδες, σχηματίζουν ένα κλειστό γραμμικό φορέα, ο οποίος χαρακτηρίζεται από μεγάλη στατική αοριστία, με πολύπλοκη και χρονοβόρα ανάλυση.

Τα φατνώματα μαζί με τις λεπίδες λειτουργούν ως ένα κλειστό μεταθετό πλαίσιο. Γνωρίζοντας τον αντισυμμετρικό τρόπο παραμόρφωσης-λυγισμού του μεταθετού πλαισίου,

Εάν δ είναι η σχετική μετάθεση των άκρων κάθε πέλματος από το μέσο του φατνώματος μέχρι το μέσο της λεπίδας, η οποία μετάθεση αναπτύσσεται λόγω της τέμνουσας Q , ισχύει:

$$\gamma = \frac{\delta}{\frac{a}{2}} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\frac{a}{2}} \quad (2.26)$$

Στην παραπάνω σχέση δ_1 είναι το βέλος λόγω κάμψης της λεπίδας και δ_2 το βέλος κάμψης των πελμάτων, αφού λειτουργούν ως πρόβολοι. Επειδή στα άκρα των δυο λεπίδων (μια για κάθε επίπεδο σύνδεσης) δρουν ροπές ίδιας φοράς $M = Qa/2$, οι λεπίδες παραμορφώνεται με διπλή καμπυλότητα και η κοινή στροφή θ κάθε άκρου προκύπτει από τον τύπο:

$$\theta = \frac{h_0}{6EI_b} (2M - M) = \frac{Qah_0}{12EI_b} \quad (2.27)$$

όπου EI_b η καμπτική δυσκαμψία των 2 λεπίδων και h_0 η απόσταση των κέντρων βάρους των πελμάτων. Το βέλος δ_1 προσδιορίζεται:

$$\delta_1 = \frac{\theta a}{2} = \frac{Qa^2 h_0}{24EI_b} \quad (2.28)$$

ενώ το βέλος δ_2 προσδιορίζεται ως βέλος προβόλου, με μήκος $a/2$ ο οποίος εντείνεται στο ελεύθερο άκρο με δύναμη $Q/2$:

$$\delta_2 = \frac{Q}{2} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{3EI_{ch}} = \frac{Qa^3}{48EI_{ch}} \quad (2.29)$$

όπου EI_{ch} η καμπτική δυσκαμψία του ενός πέλματος, ως προς το κέντρο βάρους του. Από τις σχέσεις (2.26), (2.28) και (2.29) καταλήγουμε στην:

$$\frac{1}{S_v} = \frac{\gamma}{Q} = \frac{ah_0}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_{ch}} \quad (2.30)$$

Επομένως το κρίσιμο φορτίο λυγισμού ενός σύνθετου υποστυλώματος με λεπίδες σύνδεσης δίνεται από τον τύπο:

$$N_{cr} = \frac{N_E}{1 + N_E \left(\frac{ah_0}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_{ch}} \right)} \quad (2.31)$$

όπου N_E το κρίσιμο φορτίο υπολογισμού του υποστυλώματος, εάν αυτό θεωρηθεί στέρεας διατομής. Εάν βέβαια θέλουμε να είμαστε πιο ακριβείς πρέπει να λάβουμε υπόψη τη διατμητική παραμόρφωση της λεπίδας στα άκρα της (επειδή η λεπίδα είναι βραχύσωμη, δεν είναι σωστό να αγνοούμε τη διατμητική της παραμόρφωση) λόγω της τέμνουσας $Q' = 2M/h_0 = Qa/h_0$. Εάν η αντίστοιχη γωνιακή διατμητική παραμόρφωση είναι:

$$Y_b = \frac{\tau}{G} = \frac{Qa}{h_0 K' A_b G} \quad (2.32)$$

τότε:

$$\frac{Y_b}{Q} = \frac{a}{h_0 K' A_b G} \quad (2.33)$$

όπου A_b το εμβαδόν των δυο λεπίδων. Επομένως λαμβάνοντας υπόψη την τελευταία σχέση το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, στην πλήρη του μορφή, δίνεται από τον τύπο:

$$N_{cr} = \frac{N_E}{1 + N_E \left(\frac{ah_0}{12EI_b} + \frac{a^2}{24EI_{ch}} + \frac{a}{h_0 K' A_b G} \right)} \quad (2.34)$$

Πολλές φορές βέβαια ο τύπος (2.34) μπορεί να απλοποιηθεί, διότι ο όρος $a^2/24EI_{ch}$ είναι μεγαλύτερης τάξης μεγέθους από τους $ah_0/12EI_b$ και $a/h_0 K' AG$. Έτσι λαμβάνουμε τον απλοποιημένο τύπο:

$$N_{cr} = \frac{N_E}{1 + N_E \frac{a^2}{24EI_{ch}}} \quad (2.35)$$

2.3 Τοπική αστοχία σύνθετων υποστυλωμάτων

Ένα άλλο στοιχείο, που πρέπει να λάβουμε υπόψη στην εκτίμηση της αντοχής ενός υποστυλώματος πολυμελούς διατομής, είναι ο κίνδυνος αστοχίας ενός μέλους της διατομής (τοπική αστοχία), για θλιπτικό φορτίο μικρότερο από το κρίσιμο φορτίο λυγισμού P_{cr} που περιγράψαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Σε αντίθεση δηλαδή με τις συμπαγείς διατομές, όπου ολόκληρος ο φορέας λειτουργεί ως σύνολο, στις πολυμελείς διατομές κάθε μέλος ή πιο συγκεκριμένα κάθε ομάδα από όμοια μέλη, έχει τα δικά της χαρακτηριστικά (ένταση, αντοχή, λυγηρότητα κ.α.), τα οποία είναι διαφορετικά από άλλες ομάδες μελών ή από αυτά του όλου φορέα. Επομένως, στα πολυμελή υποστυλώματα, εκτός του

υπολογισμού του καθολικού φορέα, πρέπει να γίνεται επιπλέον έλεγχος επάρκειας για κάθε μέλος.

Η τοπική αστοχία πολυμελών υποστυλωμάτων συμβαίνει πάντα πριν ή, σε ιδανικές περιπτώσεις, ταυτόχρονα με την καθολική αστοχία του φορέα. Επομένως, ο οικονομικός σχεδιασμός προβλέπει, τα μέλη να σχεδιάζονται με όσο το δυνατό μεγαλύτερες αντοχές (σε σχέση πάντα με τα φορτία που καλούνται να αναλάβουν), ώστε το υποστυλώμα να αστοχεί για φορτίο πολύ κοντά στη φέρουσα ικανότητά του. Οι βασικοί παράγοντες που επηρεάζουν το μέγεθος του προβλήματος της τοπικής αστοχίας είναι:

- Η λυγηρότητα των μελών σε σχέση με τη λυγηρότητα του φορέα. Πρέπει δηλαδή τα μέλη να σχεδιάζονται ώστε να μη λυγίζουν (για το φορτίο που τους αναλογεί), πριν λυγίσει καθολικά ο φορέας. Π.χ. για καθολικό φορτίο λυγισμού N_{cr} , ενός σύνθετου υποστυλώματος με 2 πέλματα, το κάθε πέλμα πρέπει να φέρει με ασφάλεια φορτίο $N_{cr}/2$ χωρίς να λυγίσει στο μήκος του ενός φαντώματος. Το ίδιο ισχύει και για τα μέσα σύνδεσης (ράβδους, λεπίδες).

- Η εκκεντρότητα της φόρτισης στα άκρα του υποστυλώματος. Ως γνωστόν, μια έκκεντρη δύναμη φόρτισης αναλύεται σε αξονική και τέμνουσα δύναμη. Λόγω της τέμνουσας δύναμης το υποστυλώμα κάμπτεται, με αποτέλεσμα κάποια μέλη του να επιβαρύνονται και άλλα να ελαφρύνονται. Τα μέλη που επιβαρύνονται περισσότερο είναι τα πλέον κρίσιμα για τοπική αστοχία. Το ίδιο συμβαίνει εάν έχουμε εγκάρσια φόρτιση στο υποστυλώμα.

- Το μέγεθος των κατασκευαστικών ατελειών. Οι κατασκευαστικές ατέλειες λειτουργούν όπως μια έκκεντρη ή εγκάρσια φόρτιση, δηλαδή προκαλούν καμπτικές ροπές στο υποστυλώμα (δευτερογενείς σε αυτή τη περίπτωση) με τα αντίστοιχα αποτελέσματα.

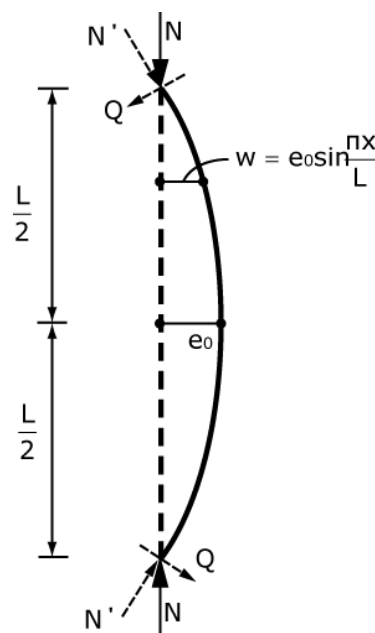
Επομένως ένα τέλεια κατασκευασμένο, κεντρικά θλιβόμενο υποστυλώμα, του οποίου τα σχηματιζόμενα μέλη έχουν μικρές λυγηρότητες, θα αστοχήσει ταυτόχρονα τοπικά και καθολικά (και επομένως αγνοούμε τον έλεγχο, έναντι τοπικής αστοχίας). Αντίθετα εάν υπάρχουν κατασκευαστικές ατέλειες, η φόρτιση δεν είναι κεντρική ή/και έχουμε μεγάλες λυγηρότητες μελών, τότε το φορτίο που θα οδηγήσει το υποστυλώμα σε τοπική αστοχία θα είναι και η νέα φέρουσα ικανότητα του φορέα.

Για να εντάξουμε την επιρροή των κατασκευαστικών ατελειών στους υπολογισμούς μας, πρέπει να προσδιορίσουμε την μορφή των ατελειών αυτών. Για ένα υποστυλώμα, όπως και

για κάθε ραβδωτό φορέα η ατέλεια συνήθως προσδιορίζεται ως μια ημιτονοειδής καμπύλη με τιμή μέγιστου εύρους ίση με κλάσμα του μήκους του υποστυλώματος. Τότε, για κάθε στάθμη θλιπτικής φόρτισης $N < N_{cr}$, μπορούμε να προσδιορίσουμε το μέγεθος των ροπών και τεμνουσών δυνάμεων δεύτερης τάξης.

Έστω αμφιαρθρωτό θλιβόμενο υποστυλόμενο δυο πελμάτων, με αρχική καμπυλότητα μορφής ημιτονοειδούς καμπύλης, με μέγιστο βέλος e_0 στο μέσο του ανοίγματος (σχήμα 2.8). Ισχύει:

$$w_0(z) = e_0 \sin \frac{\pi x}{L} \tag{2.36}$$



Σχήμα 2.8 Λυγισμός ράβδου με παραμόρφωση ελαστικής γραμμής ημιτονοειδούς μορφής

Για κάθε στάθμη θλιπτικής φόρτισης $N < N_{cr}$, το συνολικό βέλος του υποστυλώματος w_T (αρχική ατέλεια και επιπλέον βέλος λόγω της φόρτισης) για κάθε θέση x του συνολικού μήκους του L , δίνεται από τη σχέση:

$$w_T(x) = \frac{e_0}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \sin \frac{\pi x}{L} \tag{2.37}$$

Επομένως το βέλος αυξάνεται όσο αυξάνεται ο λόγος N/N_{cr} . Για $N=N_{cr}$ το βέλος απειρίζεται (αναμενόμενο αφού ο φορέας λυγίζει).

Η ροπή δεύτερης τάξης σε κάθε θέση x ισούται με:

$$M = Nw_T (x)$$

με δυσμενέστερη τιμή για $x=L/2$ ίση με:

$$M_{\max} = \frac{Ne_0}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (2.38)$$

Η κλίση της ελαστικής γραμμής στα άκρα του υποστυλώματος ($x=0$) είναι:

$$w_T'(0) = \frac{e_0\pi}{L\left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right)} \quad (2.39)$$

Και η δυσμενέστερη τέμνουσα για αμφιαρθρωτό υποστυλώμα:

$$V_{\max} = Nw_T'(0) = \frac{N\pi e_0}{L\left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right)} \quad (2.40)$$

Η ροπή και η τέμνουσα δεύτερης τάξης επιβαρύνουν με διαφορετικό τρόπο τη σύνθετη διατομή, ανάλογα με τον τρόπο σύνδεσης των πελμάτων της. Στις σύνθετες διατομές με δικτυωτή σύνδεση η δευτερεύουσα ροπή επιβαρύνει τα πέλματα (κατακόρυφα στοιχεία) και η δευτερεύουσα τέμνουσα τις ράβους δικτύωσης. Σε σύνθετες διατομές πλαισιακής σύνδεσης τα πέλματα επιβαρύνονται από ροπή και τέμνουσα, ενώ οι λεπίδες σύνδεσης από την τέμνουσα μόνο. Πρέπει να τονίσουμε ότι στους παραπάνω τύπους το φορτίο N_{cr} είναι το μειωμένο ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού λόγω επιρροής της διάτμησης.

Επομένως ένα υποστυλώμα πολυμελούς διατομής θα αστοχήσει όταν εξαντληθεί η αντοχή του δυσμενέστερα καταπονούμενου μέλους του. Η προς υπολογισμό στάθμη θλιπτικής φόρτισης N του υποστυλώματος, που αναγκάζει το μέλος να αστοχήσει, θα έχει διαφορετική τιμή ανάλογα με το εάν θα δεχθούμε να προσάψουμε αρχικές ατέλειες στο φορέα. Επίσης διαφορετική για κάθε περίπτωση θα είναι και η παραμορφωμένη μορφή του υποστυλώματος από σχεδόν μηδενική φόρτιση μέχρι και τη φόρτιση όπου εξαντλείται η φέρουσα ικανότητά του. Παρακάτω θα σχολιάσουμε την αντοχή του σύνθετου υποστυλώματος και τις πιθανές μορφές αστοχίας αυτού με παραδοχές τέλειου και ατελούς φορέα.

Παραδοχή τέλει φορέα

Κάνοντας την παραδοχή, ότι το υποσύλωμα είναι τέλεια κατασκευασμένο, δεχόμαστε ότι αυτό θα ισορροπεί στην ευθύγραμμη μορφή για κάθε στάθμη θλιπτικής φόρτισης (μικρότερης της φόρτισης αστοχίας). Έστω $N=N_R$ η θλιπτική φόρτιση αστοχίας. Για σταδιακά αυξανόμενη φόρτιση N , όπου $0 < N < N_R$, η θλίψη παραμένει κεντρική και δεν εμφανίζονται ροπές και τέμνουσες 2^{ης} τάξης. Ειδικότερα για τα πολυμελή υποστυλώματα, κάθε κατακόρυφο στοιχείο (πέλμα) λαμβάνει θλιπτική αξονική δύναμη ίση με N/m (όπου m ο αριθμός των κατακόρυφων μελών). Τα μέσα σύνδεσης δεν εντείνονται σε αυτή την περίπτωση. Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του, ένα πολυμελές υποσύλωμα χωρίς ατέλειες θα αστοχήσει όταν:

- Η εξωτερική φόρτιση N εξισωθεί με το φορτίο N_{cr} . Το φορτίο N_{cr} είναι η απομειωμένη τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού λόγω της διατμητικής επιρροής και αποτελεί τη στάθμη φόρτισης για την οποία ο φορέας περνά από την αρχική ασταθή ευθύγραμμη μορφή ισορροπίας στην ευσταθή καμπυλωμένη μορφή ισορροπίας (λυγίζει). Αποτελεί την μορφή αστοχίας καθολικού λυγισμού.

- Η εξωτερική φόρτιση N εξισωθεί με το φορτίο $N_{ch,cr}$. Το φορτίο $N_{ch,cr}$ αποτελεί τη στάθμη φόρτισης για την οποία η θλιπτική δύναμη που αναλαμβάνει αναλογικά ένα πέλμα (π.χ. για διατομή με δυο πέλματα κάθε πέλμα δέχεται δύναμη $P/2$) γίνει ίση με το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού Euler του πέλματος (ή, για μεγαλύτερη ακρίβεια, με την απομειωμένη τιμή αυτού). Το μήκος λυγισμού του πέλματος λαμβάνεται ίσο με το μήκος ενός φατνώματος. Στην περίπτωση έκκεντρης φόρτισης πρέπει να ελέγχεται εάν τα μέσα σύνδεσης (ράβδοι, λεπίδες) λυγίζουν για μικρότερη N από τα πέλματα (εάν ισχύει αυτό, το $N_{ch,cr}$ αναφέρεται στο λυγισμό των μέσων σύνδεσης). Αποτελεί την μορφή αστοχίας τοπικού λυγισμού.

- Η εξωτερική φόρτιση N εξισωθεί με το φορτίο N_y . Το φορτίο N_y αποτελεί τη στάθμη φόρτισης για την οποία εξαντλείται η αντοχή του υλικού στις δυσμενέστερα φορτιζόμενες ίνες του υποστυλώματος. Η οριζόμενη ως αντοχή του υλικού και η τιμή του φορτίου N_y εξαρτώνται από το είδος ανάλυσης (γραμμική, μη γραμμική ανάλυση υλικού). Στην περίπτωση γραμμικής ανάλυσης υλικού, η τιμή N_y απειρίζεται, ενώ στην περίπτωση μη γραμμικής ανάλυσης υλικού, η τιμή N_y

εξαρτάται από την καμπύλη τάσεων παραμορφώσεων του υλικού. Αποτελεί την περίπτωση αστοχίας υλικού.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η φέρουσα ικανότητα του πολυμελούς υποστυλώματος θα είναι ίση με το φορτίο αστοχίας:

$$N_R = \min(N_{cr}, N_{ch,cr}, N_y)$$

Στην περίπτωση που δυο η και οι τρεις τιμές από τις N_{cr} , $N_{ch,cr}$, N_y είναι πολύ κοντά υπάρχει περίπτωση αλληλεπίδρασης των αντίστοιχων μορφών αστοχίας.

Παραδοχή ατελούς φορέα

Το πρώτο πρόβλημα στην ανάλυση ενός φορέα, εάν δεχτούμε ότι αυτός παρουσιάζει κατασκευαστικές ατέλειες, είναι ο προσδιορισμός της μορφής και του μεγέθους αυτών των ατελειών. Μια πρακτική, κοινώς αποδεκτή λύση αυτού του προβλήματος είναι, να δίδεται μορφή ατέλειας που ακολουθεί τη πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του φορέα και μέγεθος ατέλειας συναρτήσει των διαστάσεων του φορέα. Για την περίπτωση αμφιαρθρωτού υποστυλώματος, η ατέλεια θα είναι μια αρχική καμπύλωση του υποστυλώματος, με μέγιστο βέλος στη μέση ίσο με ποσοστό του μήκους του.

Με την εισαγωγή της ατέλειας στους υπολογισμούς μας, δεχόμαστε ότι το υποστυλώμα θα ισορροπεί εξ αρχής στην καμπυλωμένη ευσταθή μορφή. Για αυξανόμενες φορτίσεις, θα ισορροπεί σε ολοένα και πιο καμπυλωμένη μορφή. Λόγω της καμπύλωσης του υποστυλώματος αναπτύσσονται ροπές και τέμνουσες 2^{ης} τάξης κατά μήκος του. Τη ροπή 2^{ης} τάξης αναλαμβάνουν τα κατακόρυφα μέλη του υποστυλώματος (πέλματα) ως ένα ζεύγος αξονικών δυνάμεων. Τη τέμνουσα 2^{ης} τάξης αναλαμβάνουν οι ράβδοι ως αξονική στην περίπτωση δικτυωτής σύνδεσης, ή τα πέλματα ως τέμνουσα στην περίπτωση σύνδεσης με λεπίδες. Για το αμφιαρθρωτό υποστυλώμα, η μέγιστη δευτερεύουσα ροπή αναπτύσσεται στο μέσο του, ενώ η μέγιστη δευτερεύουσα τέμνουσα στις στηρίξεις του, επομένως σε εκείνες τις θέσεις επιβαρύνονται περισσότερο τα μέλη. Το ατελές πολυμελές υποστυλώμα, σύμφωνα με τα παραπάνω θα αστοχήσει όταν εξαντληθεί η αντοχή κάποιων από τα δυσμενέστερα καταπονούμενα μέλη (στη περίπτωση τέλειου φορέα, όλα τα μέλη αστοχούσαν ταυτόχρονα), δηλαδή όταν:

- Η εξωτερική φόρτιση N εξισωθεί με το φορτίο N_y . Το φορτίο N_y και το αντίστοιχο βέλος w_y του υποστυλώματος για αυτή τη φόρτιση, δημιουργούν ένα συνδυασμό δράσεων που αναγκάζει το δυσμενέστερα καταπονούμενο μέλος να αστοχήσει, λόγω καθαρής αστοχίας του υλικού. Η τιμή του N_y εξαρτάται από το είδος ανάλυσης (γραμμική υλικού, μη γραμμική υλικού). Στη γραμμική ανάλυση υλικού η τιμή N_y απειρίζεται, ενώ στην μη γραμμική ανάλυση υλικού η τιμή N_y εξαρτάται από την καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων του υλικού και από την κατηγορία της διατομής του δυσμενέστερου μέλους (για την περίπτωση σύνδεσης με λεπίδες). Για πολυμελή υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης το δυσμενέστερα καταπονούμενο μέλος θα είναι το πέλμα στο μέσο του υποστυλώματος ή μια ράβδος στην περιοχή στήριξης. Για την περίπτωση των ράβδων δικτύωσης δυσμενέστερα καταπονούμενο μέλος μπορεί να είναι το πέλμα σε οποιαδήποτε θέση του υποστυλώματος, ή μια λεπίδα στη στήριξη του υποστυλώματος. Πρόκειται για τη μορφή τοπικής αστοχίας υλικού.

- Η εξωτερική φόρτιση N εξισωθεί με το φορτίο $N_{ch,cr}$. Το φορτίο $N_{ch,cr}$ και το αντίστοιχο βέλος $w_{ch,cr}$ του υποστυλώματος για αυτή τη φόρτιση, δημιουργούν ένα συνδυασμό δράσεων που αναγκάζει το δυσμενέστερα καταπονούμενο μέλος να αστοχήσει λόγω αστάθειας. Στην περίπτωση σύνδεσης με ράβδους δικτύωσης, το δυσμενέστερα καταπονούμενο μέλος είναι το πέλμα στο μεσαίο φάτνωμα του υποστυλώματος ή μια ράβδος στη στήριξη του υποστυλώματος. Στην περίπτωση σύνδεσης με λεπίδες, δυσμενέστερα καταπονούμενο μέλος θα είναι το πέλμα σε κάποιο φάτνωμα (η θέση του δυσμενέστερου φάτνωματος διαφέρει από υποστυλώμα σε υποστυλώμα). Πρόκειται για τη μορφή αστοχίας τοπικού λυγισμού.

Το φορτίο αστοχίας του σύνθετου υποστυλώματος (φέρουσα ικανότητα) θα είναι:

$$N_R = \min(N_{ch,cr}, N_y)$$

Στην περίπτωση που οι τιμές $N_{ch,cr}, N_y$ είναι πολύ κοντά υπάρχει περίπτωση αλληλεπίδρασης των δυο μορφών αστοχίας με αποτέλεσμα η φέρουσα ικανότητα να είναι μικρότερη.

Κεφάλαιο 3

Ευρωπαϊκοί κανονισμοί

3.1 Γενικά

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, υποστυλώματα πολυμελούς διατομής με αρθρώσεις στα άκρα, τα οποία είναι εξασφαλισμένα πλευρικά, σχεδιάζονται θεωρούμενα ως ισοδύναμα μονομελή με:

- Ατέλεια $e_0=L/500$, όπου L το μήκος του υποστυλώματος
- Καμπτική δυσκαμψία EI , όπου E το μέτρο ελαστικότητας του υλικού και I η ροπή αδράνειας του πολυμελούς υποστυλώματος.
- Συνεχή (προσεγγιστικά) διατμητική δυσκαμψία S_N σε όλο το μήκος του υποστυλώματος, μέσω της οποίας λαμβάνεται υπόψη η ελαστική παραμόρφωση των μέσων σύνδεσης.

Για να υπάρχει ακρίβεια στα αποτελέσματα όταν χρησιμοποιούμε το μοντέλο του ισοδύναμου μονομελούς υποστυλώματος για προσομοίωση αντίστοιχου πολυμελούς, πρέπει:

- Οι ράβδοι δικτύωσης ή οι λεπίδες σύνδεσης να διατάσσονται ανά ίσα διαστήματα και να είναι παράλληλα προς τα αντίστοιχα συνδετικά στοιχεία της άλλης όψης όταν υπάρχουν δύο επίπεδα σύνδεσης.
- Ο ελάχιστος αριθμός των φατνωμάτων ενός μέλους να είναι τρία. Η παραδοχή αυτή εξασφαλίζει την κανονικότητα του φορέα και επιτρέπει τη θεώρηση της διακριτής κατασκευής ως συνεχούς.

Με βάση τα παραπάνω το κρίσιμο φορτίο Euler της ισοδύναμης ράβδου προκύπτει:

$$N_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.1)$$

Το κρίσιμο ελαστικό φορτίο λυγισμού λαμβάνοντας υπόψη τη διατμητική επιρροή (όπως αποδείξαμε θεωρητικά στο προηγούμενο κεφάλαιο) υπολογίζεται:

$$N_{cr} = \frac{N_E}{1 + \frac{N_E}{S_v}} = \frac{1}{\frac{1}{N_E} + \frac{1}{S_v}} \quad (3.2)$$

Τα εντατικά μεγέθη του ισοδύναμου μονομελούς υποστυλώματος, εάν έχουμε κεντρική θλίψη είναι:

$$\text{Μέγιστο βέλος:} \quad w_{max} = e_0 = \frac{L}{500} \quad (3.1)$$

Συνάρτηση βέλους για $w_{max}=e_0$:

$$w_0(x) = e_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (3.2)$$

Ροπή 2^{ης} τάξης σε απόσταση x από τη βάση του υποστυλώματος:

$$M(x) = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (3.3)$$

Η μέγιστη ροπή είναι στο μέσο του υποστυλώματος ($x = \frac{L}{2}$):

$$\max M = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0 \quad (3.4)$$

Τέμνουσα 2^{ης} τάξης σε απόσταση x από τη βάση του υποστυλώματος:

$$V(x) = M'(x) = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0 \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (3.5)$$

Η μέγιστη τέμνουσα είναι στα άκρα του υποστυλώματος ($x = 0, L$):

$$\max V = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0 \cdot \frac{\pi}{L} = \max M \cdot \frac{\pi}{L} \quad (3.6)$$

Στην περίπτωση που η φόρτιση του υποστυλώματος δεν είναι κεντρική ή αλλιώς όταν το υποστυλώμα καταπονείται από τέμνουσα δύναμη V_{Ed} (εκτός της αξονικής θλίψης N_{Ed}), οι τύποι υπολογισμού της μέγιστης ροπής και τέμνουσας δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

$$\max M = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0 + \frac{QL}{2} \quad (3.7)$$

$$\max V = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0 \cdot \frac{\pi}{L} + Q \quad (3.8)$$

Έχοντας υπολογίσει τα εντατικά μεγέθη του ισοδύναμου μονομελούς υποστυλώματος, προχωράμε στον έλεγχο αντοχής των μελών του πολυμελούς υποστυλώματος. Για να γίνει αυτό, πρέπει να γνωρίζουμε τον αριθμό πελμάτων (δύο ή τέσσερα) που συνθέτουν την πολυμελή διατομή και τον τρόπο σύνδεσης των πελμάτων μεταξύ τους (μέσω ράβδων δικτύωσης ή λεπίδων σύνδεσης).

3.2 Σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης

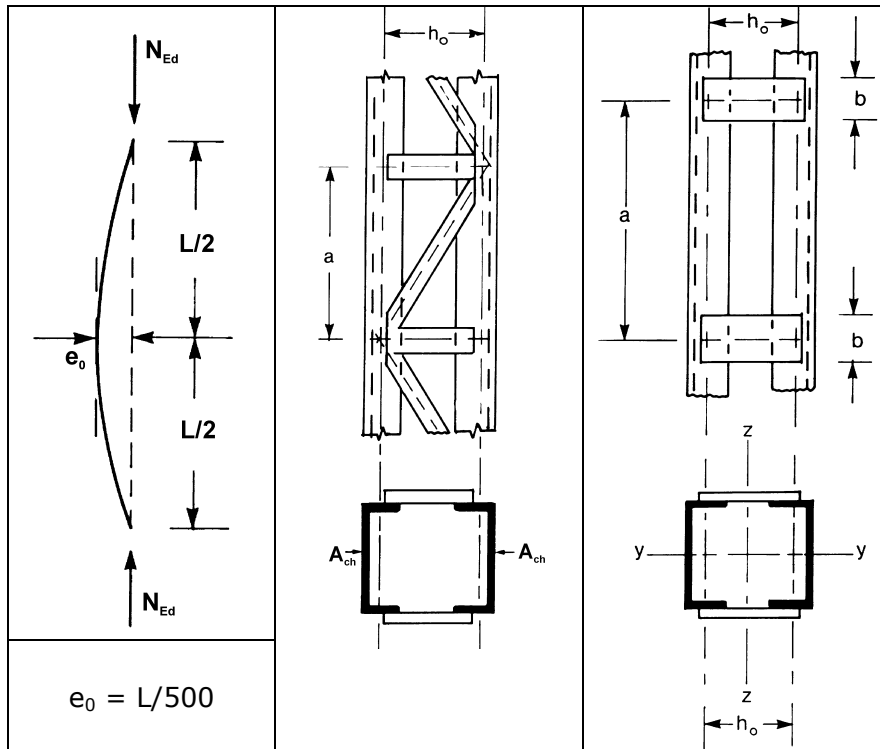
Στα πολυμελή υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης χρησιμοποιούμε ως στατικό σύστημα το δικτύωμα. Οι ράβδοι δικτύωσης θα αναλάβουν ολόκληρη τη διατμητική ένταση του υποστυλώματος. Τα κατακόρυφα μέλη (πέλματα) θα αναλάβουν την αξονική θλίψη και την όποια (πρωτεύουσα ή δευτερεύουσα ροπή) του υποστυλώματος. Για όλα τα μέλη (πέλματα και ράβδους) θα γίνει έλεγχος αντοχής έναντι αξονικής καταπόνησης μόνο. Η ενεργός ροπή αδρανείας του πολυμελούς υποστυλώματος μπορεί να λαμβάνεται ίση με:

$$I_{\text{eff}} = \frac{h_0^2 A_{\text{ch}}}{m} \quad (3.9)$$

όπου A_{ch} το εμβαδόν του ενός πέλματος, m ο αριθμός των πελμάτων και h_0 η ελάχιστη απόσταση των κέντρων βάρους των πελμάτων.

Υπολογισμός διατμητικής δυσκαμψίας S_v

Η διατμητική δυσκαμψία είναι διαφορετική για κάθε είδος δικτύωσης. Μπορούμε να υπολογίσουμε άμεσα την τιμή της S_v από τον πίνακα 3.1 για τα διάφορα είδη δικτύωσης.



Σχήμα 3.1 Σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης και λεπίδες σύνδεσης

Σύστημα			
S_v	$\frac{nEA_dah_0^2}{2d^3}$	$\frac{nEA_dah_0^2}{d^3}$	$\frac{nEA_dah_0^2}{d^3 \left[1 + \frac{A_d h_0^3}{A_v d^3} \right]}$
<p>n είναι ο αριθμός των επιπέδων των δικτυωμάτων A_d και A_v αναφέρονται στην επιφάνεια διατομής των ράβδων δικτύωσης</p>			

Πίνακας 3.1 Διατμητική δυσκαμψία μελών πολυμελούς διατομής με ράβδους δικτύωσης

Επομένως:

- Για δικτύωση τύπου V η διατμητική δυσκαμψία υπολογίζεται:

$$S_v = \frac{nEA_dah_0}{2d^3} \tag{3.10}$$

Αυτό προκύπτει από τη θεωρητική σχέση 2.22 για $A_{d(2.22)}=nA_{d(3.11)}$, $\cos\varphi=h_0/d$, $\sin\varphi=a/2d$ και εάν αγνοήσουμε τον όρο που αναφέρεται στους ορθοστάτες ($A_h=0$).

- Για δικτύωση τύπου V με ορθοστάτες η διατμητική δυσκαμψία υπολογίζεται:

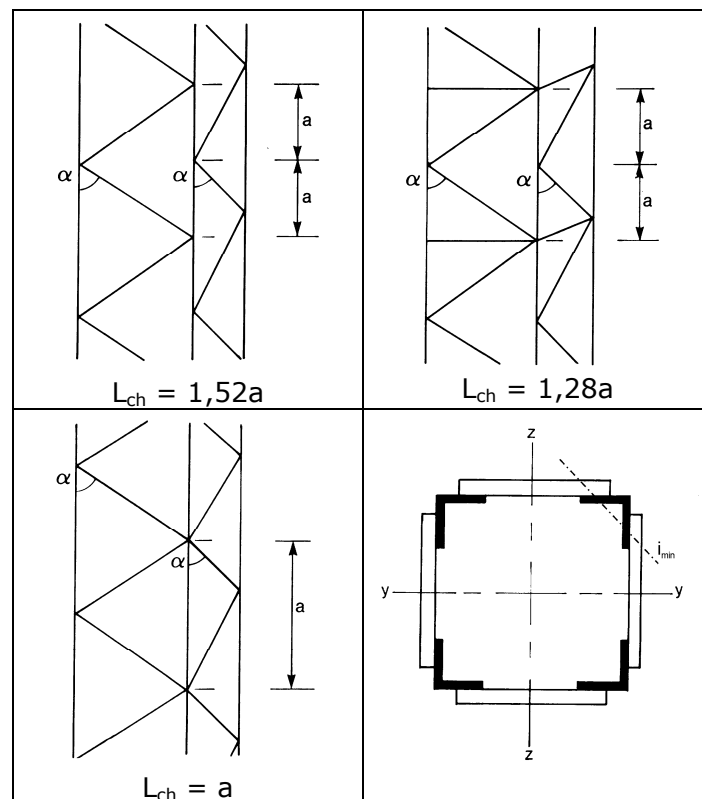
$$S_v = \frac{nEA_d ah_0}{d^3} \quad (3.11)$$

Προκύπτει από τη σχέση 2.22 για $A_{d(2.22)}=nA_{d(3.12)}$, $\cos\varphi=h_0/d$, $\sin\varphi=a/d$ και αγνοώντας πάλι τον όρο για τους ορθοστάτες (ο ρόλος τους σε αυτή την περίπτωση είναι να μειώσουν το μήκος λυγισμού του φατνώματος στο μισό).

- Για δικτύωση τύπου N ισχύει:

$$S_v = \frac{nEA_d ah_0^2}{d^3 \left(1 + \frac{A_d h_0^3}{A_v d^3} \right)} \quad (3.12)$$

Η σχέση 3.13 προκύπτει από τη 2.22 για $A_{d(2.22)}=nA_{d(3.13)}$, $\cos\varphi=h_0/d$, $\sin\varphi=a/d$, $\tan\varphi=a/h_0$.



Σχήμα 3.2 Ράβδοι δικτύωσης στις τέσσερις πλευρές και μήκος λυγισμού L_{ch} των πελμάτων

Τα παραπάνω συστήματα δικτύωσης έχουν μια πλάγια ράβδο ανά φάτνωμα. Στην περίπτωση που έχουμε 2 ράβδους ανά φάτνωμα, ισχύουν οι ίδιοι τύποι, μόνο που λαμβάνουμε ως A_d το συνολικό εμβαδό των 2 ράβδων.

Έλεγχος πέλματος έναντι τοπικής αστοχίας

Κάθε πέλμα αναλαμβάνει αξονική δύναμη λόγω της αξονικής καταπόνησης του υποστυλώματος ίση με:

$$N_{ch,Ed,1} = \frac{N_{Ed}}{m}$$

όπου m ($=2,4$) ο αριθμός πελμάτων της σύνθετης διατομής. Επίσης δέχεται επιπλέον αξονική δύναμη, λόγω της καμπτικής έντασης του υποστυλώματος, που στη δυσμενέστερη περίπτωση είναι:

$$N_{ch,Ed,2} = \frac{2 \max M}{mh_0}$$

όπου h_0 η απόσταση μεταξύ του κέντρου βάρους των πελμάτων (η ελάχιστη στην περίπτωση τεσσάρων πελμάτων). Συνολικά το πέλμα θα καταπονείται, στη δυσμενέστερη θέση, από αξονική δύναμη:

$$N_{ch,Ed} = \frac{N_{Ed}}{m} + \frac{2 \cdot \max M}{mh_0} \quad (3.13)$$

Εάν a το μήκος λυγισμού του φάτνωματος (πίνακας 3.1 για δυο πέλματα, σχήμα 3.2 για τέσσερα πέλματα), η αντοχή του πέλματος είναι:

$$N_{Rd} = \frac{\chi A_{ch} f_{yk}}{\gamma_{M1}} \quad (3.14)$$

όπου A_{ch} το εμβαδόν του ενός πέλματος, f_{yk} η χαρακτηριστική τάση διαρροής του υλικού του πέλματος και γ_{M1} συντελεστής ίσος με τη μονάδα. Στον υπολογισμό του μειωτικού συντελεστή λυγισμού χ , η λυγηρότητα θα υπολογισθεί για μήκος λυγισμού a . Αρκεί:

$$\frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1.00 \quad (3.15)$$

Έλεγχος ράβδου δικτύωσης

Οι πλάγιες ράβδοι δικτύωσης (με διεύθυνση γωνίας φ ως προς το οριζόντιο επίπεδο), στη δυσμενέστερη περίπτωση, καταπονούνται αξονικά από δύναμη:

$$N_{d,Ed} = \frac{\max V}{n \cos \varphi} \quad (3.16)$$

όπου n ο αριθμός των επιπέδων δικτύωσης. Η αντοχή της πλάγιας ράβδου έναντι αξονικής καταπόνησης είναι:

$$N_{d,Rd} = \frac{X_d A_d f_{yk}}{Y_{M1}} \quad (3.17)$$

όπου A_d το εμβαδόν της πλάγιας ράβδου. Το X_d υπολογίζεται για μήκος λυγισμού όσο το μήκος της πλάγιας ράβδου. Για να έχουμε ασφάλεια πρέπει:

$$\frac{N_{d,Ed}}{N_{d,Rd}} \leq 1.00 \quad (3.18)$$

Παρατηρήσεις

Η διάταξη των ράβδων δικτύωσης των απέναντι παράλληλων όψεων πρέπει να είναι τέτοια, ώστε το ένα να είναι η σκιά του άλλου (σχ. 3.3α). Εάν η διάταξη είναι όπως στο σχήμα 3.3β, πρέπει να λαμβάνονται υπόψη οι στρεπτικές επιδράσεις στο μέλος.

3.3 Σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης

Στα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης χρησιμοποιούμε το στατικό σύστημα της δοκού Vierendeel. Τα πέλματα, οι λεπίδες και οι συνδέσεις λεπίδας-πέλματος πρέπει να ελέγχονται σε ένα ακραίο φάτνωμα και στη μέση του μήκους (βλ. σχήμα 3.4).

Η ενεργή ισοδύναμη ροπή αδρανείας σε αυτή την περίπτωση μπορεί να λαμβάνεται ίση με:

$$I_{eff} = \frac{h_0^2 A_{ch}}{m} + m \mu I_{ch} \quad (3.19)$$

όπου:

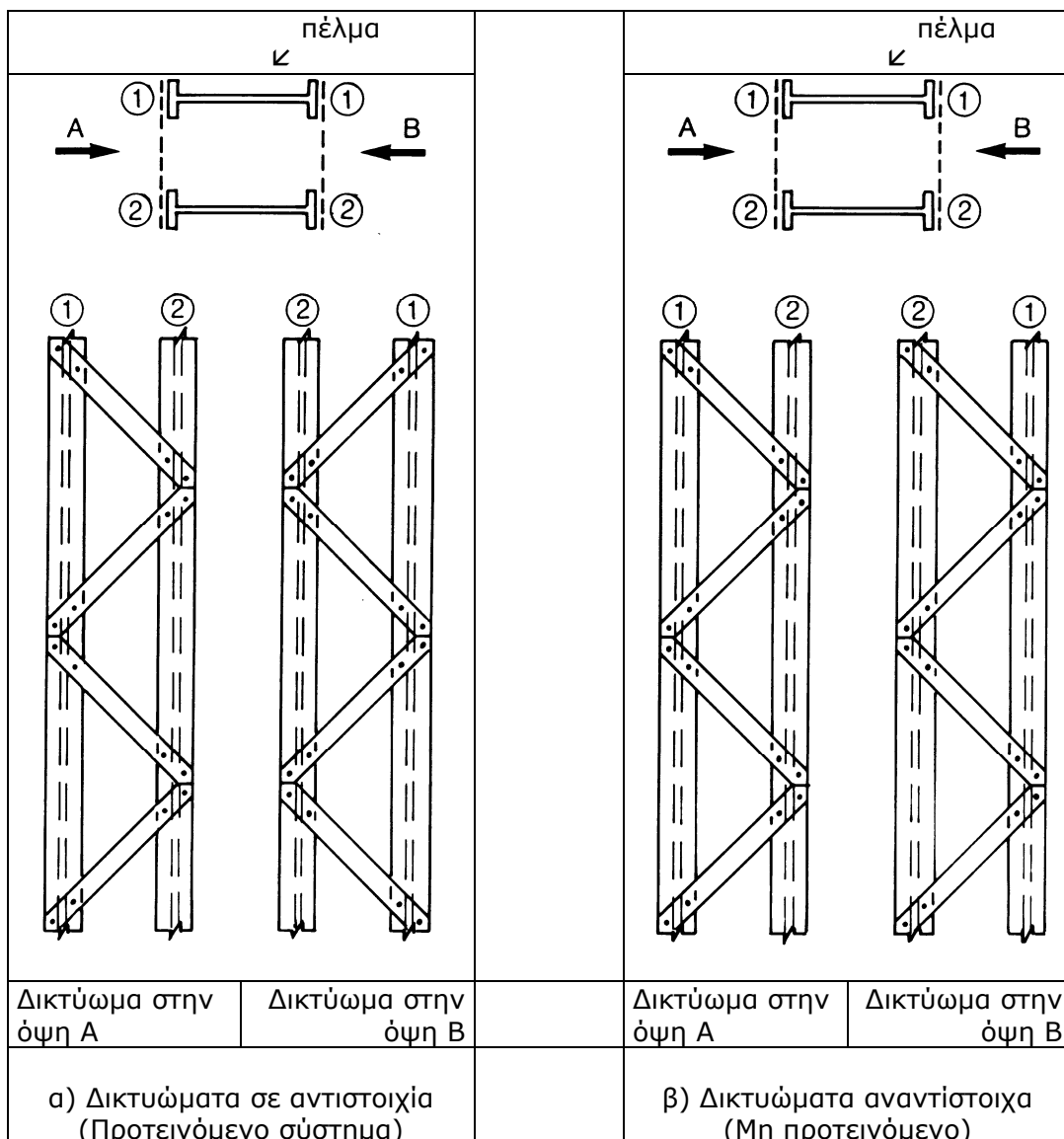
A_{ch} το εμβαδόν του ενός πέλματος

m ο αριθμός των πελμάτων

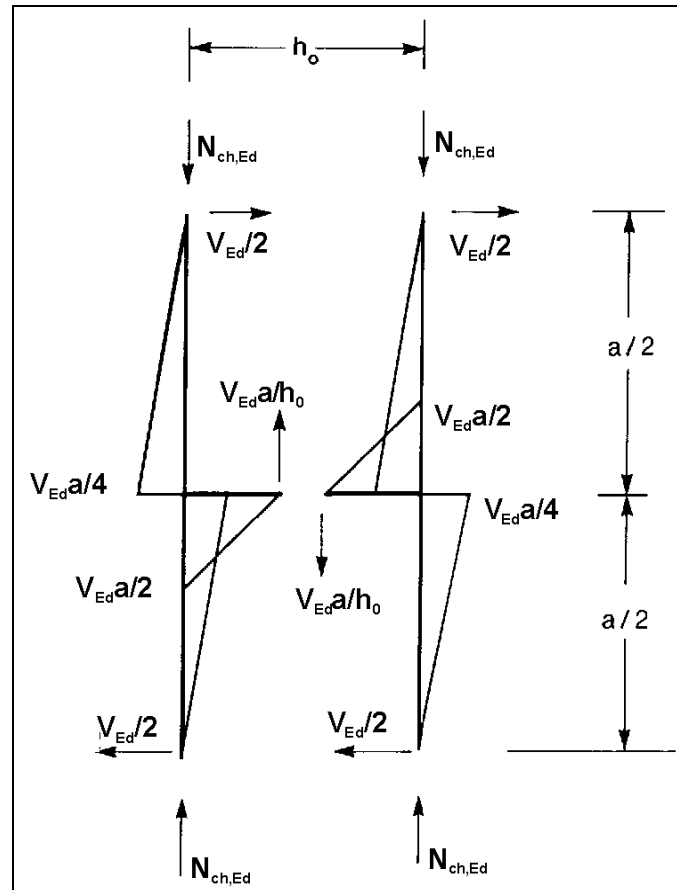
h_0 η ελάχιστη απόσταση των κέντρων βάρους των πελμάτων

μ συντελεστής του πίνακα 3.2

I_{ch} η εντός επιπέδου ροπή αδρανείας για ένα πέλμα



Σχήμα 3.3 Δικτυώματα στις απέναντι όψεις ενός μέλους πολυμελούς διατομής με δυο παράλληλα επίπεδα δικτύωσης



Σχήμα 3.4 Εντατικά μεγέθη σε ακραίο τμήμα σύνθετου μέλους με λεπίδες σύνδεσης

Κριτήριο	Συντελεστής αποδοτικότητας μ
$\lambda \geq 150$	0
$75 < \lambda < 150$	$\mu = 2 - \frac{\lambda}{75}$
$\lambda \leq 75$	1,0

όπου $\lambda = \frac{L}{i_0}$; $i_0 = \sqrt{\frac{I_1}{2A_{ch}}}$;
 $I_1 = 0,5h_0^2 A_{ch} + 2I_{ch}$

Πίνακας 3.2 Τιμές συντελεστή μ

Υπολογισμός διατμητικής δυσκαμψίας S_v

Η διατμητική δυσκαμψία προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$S_v = \frac{24EI_{ch}}{a^2 \left(1 + \frac{2I_{ch} h_0}{nI_b a} \right)} \leq \frac{2\pi^2 EI_{ch}}{a^2} \quad (3.20)$$

όπου I_b η εντός επιπέδου ροπή αδρανείας για μια λεπίδα σύνδεσης.

Έλεγχος πέλματος έναντι τοπικής αστοχίας

Το κάθε πέγμα, για συνολικό αριθμό πελμάτων m , δέχεται αξονική δύναμη λόγω της αξονικής καταπόνησης του υποστυλώματος, ίση με:

$$N_{ch,Ed,1} = \frac{N_{Ed}}{m}$$

Επίσης, δέχονται επιπλέον αξονική δύναμη, λόγω της καμπτικής καταπόνησης του υποστυλώματος, ίση με:

$$N_{ch,Ed,2} = \frac{2 \max M}{m h_0^*}$$

όπου $h_0^* = \frac{I_{eff}}{0.5 A_r h_0}$ ο μοχλοβραχίονας των πελμάτων.

Συνολικά το ένα πέγμα αναλαμβάνει αξονική δύναμη:

$$N_{ch,Ed} = \frac{N_{Ed}}{m} + \frac{\max M \cdot A_{ch} h_0}{m I_{eff}} \quad (3.21)$$

Τα πέγματα ελέγχονται σε λυγισμό-διαρροή έναντι θλίψης $N_{ch,Ed}$ και κάμψης $M_{ch,Ed} = Va/2$ (όπου μεταξύ άλλων πρέπει να γνωρίζουμε και την κατηγορία της διατομής του πέματος).

Το μήκος λυγισμού a λαμβάνεται ίσο με την κατακόρη απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών λεπίδων σύνδεσης.

Έλεγχος λεπίδων σύνδεσης

Οι λεπίδες σύνδεσης ελέγχονται σε λυγισμό-διαρροή υπό διάτμηση και κάμψη. Η ροπή που καταπονεί τις λεπίδες σύνδεσης λαμβάνεται ίση με μέρος της ροπής σχεδιασμού των πελμάτων δηλαδή:

$$M_b = \frac{M_{Ed}}{2n} = \frac{Va}{2n} \quad (3.22)$$

όπου n ο αριθμός των επιπέδων σύνδεσης. Η τέμνουσα δίνεται από τη λύση του στατικού συστήματος της δοκού Vierendeel:

$$T_b = \frac{V \cdot a}{n \cdot h_0} \quad (3.23)$$

Παρατηρήσεις

Πρέπει να προβλέπονται λεπίδες σύνδεσης σε κάθε άκρο ενός μέλους. Σε παράλληλα επίπεδα σύνδεσης, οι λεπίδες πρέπει να τοποθετούνται αντικριστά ή μια στην άλλη. Επίσης πρέπει να τοποθετούνται λεπίδες σύνδεσης σε ενδιάμεσα σημεία, στα οποία εφαρμόζονται δυνάμεις ή υπάρχει πλευρική στήριξη. Οι λεπίδες σε κάθε επίπεδο δικτύωσης πρέπει να είναι τουλάχιστον τρεις (ώστε να έχουμε συνολικά τέσσερα φατνώματα).

3.4 Παρουσίαση των Ευρωπαϊκών Κανονισμών για σύνθετα υποστυλώματα μέσω του προγράμματος Excel

Μέσω του προγράμματος Excel του Microsoft Office μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε τη φέρουσα ικανότητα ενός πολυμελούς υποστυλώματος, όπως αυτή προσδιορίζεται από τους ευρωπαϊκούς κανονισμούς. Ο χρήστης εισάγει τα ελάχιστα απαιτούμενα στοιχεία και η φέρουσα ικανότητα του υποστυλώματος, καθώς και οι αντοχές των μελών υπολογίζονται αυτόματα από το πρόγραμμα.

3.4.1 Σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης

Αρχικά επιλέγουμε την κατηγορία του δομικού χάλυβα (S235H, S275H, S355H). Θεωρούμε ότι όλα τα μέλη (πέλματα και ράβδοι δικτύωσης) κατασκευάζονται από το ίδιο υλικό, όπως συνηθίζεται στην πράξη.

Χαρακτηριστικά υλικού			
Δομικός χάλυβας κατηγορίας:		S235H	
Χαρακτηριστική τάση διαρροής:	$f_y =$	23.50	kN/cm ²
Μειωτικός συντελεστής:	$\epsilon =$	1.00	
Μέτρο ελαστικότητας χάλυβα:	$E =$	21000.00	kN/cm ²
Λόγος Poisson:	$\nu =$	0.30	

Η επιλογή της κατηγορίας θα γίνει από την κυψέλη με το γαλάζιο φόντο. Προκύπτουν αυτόματα τα εξής μεγέθη:

$$\text{Χαρακτηριστική τάση διαρροής: } f_y = \frac{(\text{τιμή - κατηγορίας - χάλυβα})}{10} \text{ (kN / cm}^2\text{)}$$

$$\text{Μειωτικός συντελεστής: } \epsilon = \sqrt{\frac{235}{(\text{τιμή - κατηγορίας - χάλυβα})}}$$

$$\text{Μέτρο ελαστικότητας χάλυβα: } E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{Λόγος Poisson: } \nu = 0.30$$

Στη συνέχεια επιλέγουμε τις διατομές των μελών. Για τη διατομή του πέλματος πρέπει να επιλέξουμε τον τύπο της διατομής (HEA, HEB, HEM, IPE, UPN). Επίσης πρέπει να επιλεγεί και το ύψος της διατομής (σε mm). Αυτόματα παρέχονται για χρήση το εμβαδόν της διατομής (σε cm^2), η ροπή και ακτίνα αδρανείας (σε cm^4 και cm αντίστοιχα) ως προς τον ασθενή άξονα, καθώς και η πρότυπη καμπύλη λυγισμού της διατομής με τον αντίστοιχο συντελεστή ατελειών.

Διατομή πέλματος:	IPE	300	
Εμβαδόν διατομής του ενός πέλματος:	$A_{ch} =$	53.80	cm^2
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{ch,z} =$	604.00	cm^4
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{ch,z} =$	3.35	cm
Καμπύλη λυγισμού:		b	
Συντελεστής ατελειών:		0.34	

Αντίστοιχα επιλέγουμε τη διατομή των ράβδων δικτύωσης. Εδώ μπορούμε να επιλέξουμε μια πρότυπη L ή μια ορθογωνική με αυθαίρετες διαστάσεις (οι ράβδοι τύπου L προτιμώνται για λόγους οικονομίας). Εάν επιλέξουμε διατομή τύπου L, θα εισάγουμε μόνο τις διαστάσεις της διατομής και θα προκύψει ένας πίνακας της παρακάτω μορφής. Τα στοιχεία της 2^{ης} και 3^{ης} σειράς δεν επηρεάζουν τις τιμές των στοιχείων της διατομής σε αυτή την περίπτωση).

Διατομή ράβδου δικτύωσης:	L	80 x 80 x 8	
-	-	10.00	cm
-	-	1.00	cm
Εμβαδόν διατομής ράβδου:	$A_d =$	12.30	cm^2
Ροπή αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$I_{d,y} =$	72.30	cm^4
Ακτίνα αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$i_{d,y} =$	2.42	cm
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{d,z} =$	72.30	cm^4
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{d,z} =$	2.42	cm
Καμπύλη λυγισμού:		b	
Συντελεστής ατελειών:		0.34	

Εάν επιλέξουμε ορθογωνική διατομή για τις ράβδους δικτύωσης πρέπει να εισάγουμε το ύψος και το πλάτος της διατομής. Σε αυτή την περίπτωση τα στοιχεία της διατομής υπολογίζονται από τα στοιχεία της 2^{ης} και 3^{ης} σειράς. Τα μήκη εισάγονται σε cm .

Διατομή ράβδου δικτύωσης:	Rectangular	N/A	
Ύψος διατομής	$h =$	10.00	cm
Πλάτος διατομής	$b =$	1.00	cm
Εμβαδόν διατομής ράβδου:	$A_d =$	10.00	cm^2
Ροπή αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$I_{d,y} =$	83.33	cm^4

Ακτίνα αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$i_{d,y} =$	2.89	cm
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{d,z} =$	0.83	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{d,z} =$	0.29	cm
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:		0.49	

Στη συνέχεια εισάγουμε τα γενικά χαρακτηριστικά του σύνθετου υποστυλώματος. Πιο συγκεκριμένα εισάγουμε το μήκος του υποστυλώματος σε cm, την οριζόντια απόσταση των κ.β των πελμάτων και τον συντελεστή ατελειών μ , ο οποίος καθορίζει το μέγεθος της θεωρούμενης ατέλειας του υποστυλώματος.

Χαρακτηριστικά σύνθετου υποστυλώματος			
Υψος σύνθετου υποστυλώματος:	$L =$	1000.00	cm
Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων:	$h_0 =$	80.00	cm
Ροπή αδρανείας υποστυλώματος:	$I_{eff} =$	172160.00	cm ⁴
Συντελεστής μεγέθους ατέλειας	$\psi =$	1.00	
Ατέλεια σύνθετου υποστυλώματος:	$e_0 =$	2.00	cm

Η ατέλεια υπολογίζεται από τον τύπο:

$$e_0 = \psi \frac{L}{500}$$

Η ισοδύναμη ροπή αδρανείας του υποστυλώματος προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$I_{eff} = 0.5A_{ch} h_0^2$$

Τέλος απαιτείται να ορίσουμε τον αριθμό των φατνωμάτων που σχηματίζονται από τη δικτύωση (στην περίπτωσή μας η δικτύωση είναι τύπου V). Τα υπόλοιπα γεωμετρικά στοιχεία της δικτύωσης υπολογίζονται άμεσα από τα στοιχεία που έχουμε ήδη εισάγει.

Χαρακτηριστικά δικτύωσης τύπου V			
Αριθμός φατνωμάτων:	$n =$	10.00	
Μήκος του ενός φατνώματος:	$a =$	100.00	cm
Γωνία δικτύωσης:	$\varphi =$	32.01	° (μοίρες)
	$\varphi =$	0.56	rad
Μήκος διαγώνιας ράβδου δικτύωσης:	$d =$	94.34	cm
Διατμητική δυσκαμψία:	$S_v =$	196888.06	kN

Μετά την εισαγωγή του αριθμού n των φατνωμάτων προκύπτουν τα εξής:

Μήκος φατνώματος: $a = L/n$

Γωνία δικτύωσης: $\varphi = \arctan(a/2h_0)$

Μήκος διαγώνιας ράβδου δικτύωσης: $d = a/2\sin\varphi$

Διατμητική δυσκαμψία σύνθετου υποστυλώματος: $S_v = \frac{EA_d ah_0^2}{d^3}$

Αφού έχουμε εισάγει όλα τα απαραίτητα στοιχεία, το πρόγραμμα υπολογίζει αυτόματα τις αντοχές των μελών καθώς και τη συνολική αντοχή του σύνθετου υποστυλώματος. Αρχικά γίνεται ο υπολογισμός των λυγηροτήτων, του μειωτικού συντελεστή λυγισμού και της αντοχής (πλήρους και μειωμένης λόγω λυγισμού) του κάθε μέλους, όπως ορίζονται από τους κανονισμούς. Προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες στοιχείων, για το πέλμα για μήκος λυγισμού ενός φανώματος:

Χαρακτηριστικά αντοχής πέλματος στο μήκος ενός φανώματος		
Λυγηρότητα:	$\lambda_{ch} =$	29.851
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{ch,1} =$	93.900
Ανηγγμένη λυγηρότητα:	$\bar{\lambda}_{ch} =$	0.318
Συντελεστής Φ :	$\Phi_{ch} =$	0.571
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_{ch} =$	0.958
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{ch,y,rd} =$	1264.30 kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{ch,rd} =$	1210.57 kN

και για τη ράβδο δικτύωσης:

Χαρακτηριστικά αντοχής διαγώνιας ράβδου		
Λυγηρότητα:	$\lambda_d =$	326.803
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{d,1} =$	93.700
Ανηγγμένη λυγηρότητα:	$\bar{\lambda}_d =$	3.488
Συντελεστής Φ :	$\Phi_d =$	7.388
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_d =$	0.072
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{d,y,rd} =$	235.00 kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{d,rd} =$	16.91 kN

Από τους παραπάνω πίνακες μας ενδιαφέρει περισσότερο η μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού, αλλά αξίζει να δίνεται προσοχή και στο μειωτικό συντελεστή χ για το πέλμα και τη ράβδο αντίστοιχα, ο οποίος περιγράφει τη τάση του μέλους να αστοχήσει λυγίζοντας (για πολύ μικρά χ) ή διαρρέοντας (για χ κοντά στη μονάδα).

Χρειαζόμαστε επίσης την τιμή του ελαστικού κρίσιμου φορτίο λυγισμού Euler του υποστυλώματος για τον υπολογισμό των μεγεθών 2^{ης} τάξης (ροπής και τέμνουσας). Η τιμή του φορτίου Euler καθώς και το μειωμένο κρίσιμο φορτίο λόγω των μεγάλων διατμητικών παραμορφώσεων του σύνθετου υποστυλώματος δίνονται από τον παρακάτω πίνακα:

Ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος:			
Χωρίς επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων (Euler):	$N_E =$	35682.17	kN
Με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων:	$N_{cr} =$	29177.99	kN

Όπου:

$$N_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{N_E}{1 + \frac{N_E}{S_v}} = \frac{1}{\frac{1}{N_E} + \frac{1}{S_v}}$$

Στους επόμενους υπολογισμούς χρησιμοποιούμε την μειωμένη τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού ($N_{cr} = N_{b,Rd}$). Για κάθε εισαγόμενη δράση σχεδιασμού N_{Ed} στο υποστυλωμα, προκύπτουν οι αντίστοιχες ροπές και τέμνουσες και εν συνεχεία οι δυσμενέστερες αξονικές δράσεις του κάθε μέλους (πέλματος και ράβδου). Όλα αυτά παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Δράσεις			
Αξονική θλιπτική δύναμη σχεδιασμού υποστυλώματος:	$N_{Ed} =$	1284.00	kN
Μέγιστη ροπή 2ης τάξης:	$M_{Ed} =$	2686.21	kNcm
Μέγιστη τέμνουσα 2ης τάξης:	$V_{Ed} =$	8.44	kN
Δυσμενέστερη αξονική του φατνώματος με θεωρία 2ης τάξης:	$N_{ch,Ed} =$	675.58	kN
Δυσμενέστερη αξονική για ράβδο δικτύωσης με θεωρία 2ης τάξης:	$S_d =$	7.96	kN

Όπου η δυσμενέστερη ροπή στο μέσο του υποστυλώματος (υπολογίζουμε αμφιαρθρωτό υποστυλωμα) ισούται με:

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0$$

και η δυσμενέστερη τέμνουσα στα άκρα του υποστυλώματος:

$$V_{Ed} = M_{Ed} \cdot \frac{\pi}{L}$$

Η δυσμενέστερη αξονική του πέλματος (στο μεσαίο φάτνωμα) ισούται με:

$$N_{ch,Ed} = 0.5 \cdot N_{Ed} + \frac{M_{Ed}}{h_0}$$

ενώ η δυσμενέστερη αξονική της ράβδου (στο άκρο του υποστυλώματος):

$$S_d = \frac{V_{Ed}}{2 \cos \varphi}$$

Επομένως ένας τρόπος υπολογισμού της φέρουσας ικανότητας του φορέα είναι να αυξάνουμε σταδιακά τη δρώσα N_{Ed} , μέχρι η δυσμενέστερη αξονική $N_{ch,Ed}$ του πέλματος γίνει ίση με τη μειωμένη αντοχή $N_{ch,Rd}$ λόγω λυγισμού του πέλματος (περίπτωση τοπικής αστοχίας πέλματος) ή μέχρι η δυσμενέστερη αξονική S_d της ράβδου δικτύωσης γίνει ίση με την μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού της ράβδου δικτύωσης $N_{d,Rd}$ (περίπτωση τοπικής αστοχίας ράβδου δικτύωσης).

Όμως στην περίπτωση πολυμελούς υποστυλώματος με ράβδους δικτύωσης οι υπολογισμοί είναι σχετικά απλοί οπότε μπορούμε να υπολογίσουμε την φέρουσα ικανότητα αμέσως μετά την εισαγωγή των στοιχείων του υποστυλώματος. Συνδυάζοντας τους τύπους:

$$N_{ch,Ed} = 0.5 \cdot N_{Ed} + \frac{M_{Ed}}{h_0}$$

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0$$

και θέτοντας:

$$N_{ch,Ed} = N_{ch,Rd}$$

υπολογίζεται η φέρουσα ικανότητα του υποστυλώματος εάν η τοπική αστοχία του πέλματος είναι κρίσιμη. Την τιμή αυτή ονομάζουμε $N_{ch,Rd,mod}$ και είναι η ελάχιστη τιμή του N_{Ed} για την οποία θα αστοχήσει το πέλμα στο μεσαίο φάτνωμα. Αναλυτικά υπολογίζεται από τη σχέση:

$$N_{ch,Rd,mod} = 2N_{cr} \left[\left(\frac{N_{b,Rd}}{N_{cr}} + \frac{e_0}{h_0} + 0.5 \right) - \sqrt{\left(\frac{N_{b,Rd}}{N_{cr}} + \frac{e_0}{h_0} + 0.5 \right)^2 - 2 \frac{N_{b,Rd}}{N_{cr}}} \right]$$

Αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_d = \frac{V_{Ed}}{2 \cos \varphi}, \quad V_{Ed} = M_{Ed} \cdot \frac{\pi}{L}, \quad M_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0 \quad \text{και θέτοντας } S_d = N_{d,Rd}$$

προκύπτει η αντίστοιχη φέρουσα ικανότητα $N_{d,Rd,mod}$ όταν κρίσιμη αστοχία είναι η τοπική της ράβδου δικτύωσης, η οποία ισούται με:

$$N_{d,Rd,mod} = \frac{1}{\frac{1}{N_{cr}} + \frac{\pi \cdot e_0}{2 \cos \varphi \cdot L \cdot N_{d,Rd}}}$$

Τις τιμές των $N_{ch,Rd,mod}$, $N_{d,Rd,mod}$ μπορούμε να τις δούμε στον παρακάτω πίνακα του Excel

Αντοχή σύνθετου υποστυλώματος			
Έναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος (στο μήκος ενός φατνώματος)	$N_{ch,Rd,mod} =$	2296.51	kN
Έναντι λυγισμού-διαρροής ράβδου δικτύωσης	$N_{d,Rd,mod} =$	3946.21	kN

Από αυτό το πίνακα μπορούμε να συμπεράνουμε εάν η αστοχία θα προέλθει από ανεπάρκεια της διατομής του πέλματος ή της διατομής της ράβδου δικτύωσης με την παρούσα γεωμετρία του φορέα. Η μικρότερη τιμή από τις δυο αποτελεί τη φέρουσα ικανότητα του φορέα. Εάν αντί υπολογισμό της φέρουσας ικανότητας θέλουμε να κάνουμε έλεγχο ενός υποστυλώματος για συγκεκριμένη N_{Ed} , μας βοηθάει ο παρακάτω πίνακας ελέγχου:

Έλεγχος αντοχής σύνθετου υποστυλώματος				
Έναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος (στο μήκος ενός φατνώματος)	$N_{Ed}/N_{ch,Rd,mod} =$	0.5591	< 1	Επάρκεια
Έναντι λυγισμού-διαρροής ράβδου δικτύωσης	$N_{Ed}/N_{d,Rd,mod} =$	0.3254	< 1	Επάρκεια

Στην περίπτωση που η N_{Ed} υπερβεί την κρίσιμότερη εκ των δυο αντοχών, θα παρατηρήσουμε τη λέξη ανεπάρκεια στο αντίστοιχο cell.

Τέλος μπορούμε να δούμε το συνολικό όγκο δομικού χάλυβα που χρειαζόμαστε για την κατασκευή του σύνθετου υποστυλώματος με τα παραπάνω στοιχεία από τον παρακάτω πίνακα.

Όγκος δομικού χάλυβα			
Όγκος πελμάτων	$\Sigma V_{ch} =$	107600.00	cm ³

Όγκος ράβδων	$\Sigma V_d =$	18867.96 cm ³
Συνολικός όγκος υποστυλώματος	$\Sigma V =$	126467.96 cm ³

Εάν επιθυμούμε μια άλλη μορφή δικτύωσης υπάρχουν ειδικά διαμορφωμένα φύλλα στο ίδιο αρχείο του Excel για την κάθε μορφή. Πρέπει να προσέξουμε ότι στις υπόλοιπες δικτυώσεις, η γωνία των ράβδων δικτύωσης με το οριζόντιο επίπεδο προκύπτει από τη σχέση:

$$\varphi = \arctan(a/h_0)$$

Επίσης για τον προσδιορισμό της διατμητικής δυσκαμψίας S_v χρησιμοποιούνται οι αντίστοιχοι τύποι του πίνακα 3.1 για την κάθε περίπτωση. Ειδικά για τις περιπτώσεις δικτύωσης τύπου V με ορθοστάτες και τύπου Z υπάρχει ειδικός πίνακας για διαστασιολόγηση των οριζόντιων ράβδων δικτύωσης (ορθοστατών) και στην περίπτωση της δικτύωσης τύπου Z γίνεται επιπλέον έλεγχος επάρκειας των ορθοστατών.

3.4.2 Σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης

Αντίστοιχα με την περίπτωση των ράβδων δικτύωσης επιλέγουμε την κατηγορία δομικού χάλυβα από τον παρακάτω πίνακα:

Χαρακτηριστικά υλικού			
Δομικός χάλυβας κατηγορίας:		S355H	
Χαρακτηριστική τάση διαρροής:	$f_y =$	35.50	kN/cm ²
Μειωτικός συντελεστής:	$\epsilon =$	0.81	
Μέτρο ελαστικότητας χάλυβα:	$E =$	21000.00	kN/cm ²
Λόγος Poisson στη ελαστική περιοχή:	$\nu =$	0.30	

Στη συνέχεια επιλέγουμε τις διατομές των πελμάτων και των ράβδων δικτύωσης. Οι πίνακες είναι διαφορετικοί από αυτούς της προηγούμενης περίπτωσης διότι οι έλεγχοι των μελών είναι διαφορετικοί. Ειδικότερα, εάν επιλέξουμε κατηγορία πρότυπης διατομής (HEA, HEB, HEM, IPE, UPN) και αντίστοιχο ύψος (σε mm), προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Διατομή πέλματος:	HEA	200	
Εμβαδόν διατομής του ενός πέλματος:	$A_{ch} =$	53.80	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{ch,z} =$	1340.00	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{ch,z} =$	4.98	cm
Ελαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ασθενή άξονα:	$W_{el,z} =$	134.00	cm ³
Πλαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ασθενή άξονα:	$W_{pl,z} =$	203.80	cm ³
Κατηγορία κορμού:			1
Κατηγορία πέλματος:			2

Κατηγορία διατομής:		2	
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:		0.49	

Στον πίνακα αυτό, εκτός από το εμβαδόν, τη ροπή και ακτίνα αδρανείας της διατομής ως προς τον ασθενή άξονα, την καμπύλη λυγισμού και τον συντελεστή ατελειών, αναγράφεται και η κατηγορία της διατομής, ανάλογα με την κατηγορία του κορμού και του πέλματός της. Εάν η κατηγορία της διατομής είναι 1 ή 2 χρησιμοποιείται η πλαστική ροπή αντίστασης που αναγράφεται στον πίνακα, διαφορετικά χρησιμοποιείται η ελαστική ροπή αντίστασης στους υπολογισμούς. Επίσης δεν πρέπει να συγχέουμε το πέλμα της διατομής με το χαρακτηρισμό της διατομής αυτής ως “πέλμα της πολυμελούς διατομής”.

Προσοχή: Στον προσδιορισμό της κατηγορίας του κορμού και του πέλματος της διατομής, θεωρήσαμε ότι αυτά υπόκεινται σε καθαρή θλίψη. Ωστόσο είναι πιθανό για μεγάλα βέλη κάμψης του υποστυλώματος, ολόκληρος ο κορμός ή/και μέρος του πέλματος να βρίσκονται σε εφελκυσμό. Σε αυτή την σπάνια περίπτωση απλά θα έχουμε πιο συντηρητικά αποτελέσματα (υπέρ της ασφαλείας).

Ακολουθεί ο προσδιορισμός της διατομής της λεπίδας σύνδεσης. Η διατομή αυτή είναι ορθογωνική επομένως πρέπει να εισάγουμε το ύψος και το πλάτος αυτής. Τα στοιχεία της διατομής προκύπτουν από τις δυο αυτές τιμές. Χρειαζόμαστε μόνο την ελαστική ροπή αντίστασης (διότι θα γίνει μόνο ελαστικός έλεγχος στη διατομή της λεπίδας), η οποία για ορθογωνική διατομή ισούται με:

$$W_{b,el,y} = \frac{A_b \cdot h}{6} = \frac{h^2 \cdot b}{6}$$

Ο πίνακας στοιχείων της διατομής της λεπίδας, μετά την εισαγωγή στοιχείων:

Διατομή λεπίδας σύνδεσης (ορθογωνική):			
Ύψος διατομής:	h=	10.00	cm
Πλάτος διατομής:	b=	2.00	cm
Εμβαδόν διατομής λεπίδας:	A _b =	20.00	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	I _{b,y} =	166.67	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	i _{b,y} =	2.89	cm
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	I _{b,z} =	6.67	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	i _{b,z} =	0.58	cm
Ελαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ισχυρό άξονα:	W _{b,el,y} =	33.33	cm ³
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:		0.49	

Στη συνέχεια εισάγουμε τα γενικά στοιχεία του υποστυλώματος (μήκος L, απόσταση κ.β πελμάτων, συντελεστής μεγέθους ατέλειας) στον παρακάτω πίνακα:

Χαρακτηριστικά σύνθετου υποστυλώματος			
Υψος σύνθετου υποστυλώματος:	L=	1000.00	cm
Λυγηρότητα σύνθετου υποστυλώματος:	λ =	39.23	
Συντελεστής μεγέθους ατέλειας	μ' =	1.00	
Ατέλεια σύνθετου υποστυλώματος:	e_0 =	2.00	cm
Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων:	h_0 =	50.00	cm
Μοχλοβραχίονας αξονικής δύναμης πελμάτων:	h_0^* =	51.99	cm
Συντελεστής μ	μ =	1.00	
Ροπή αδρανείας υποστυλώματος:	I_{eff} =	69930.00	cm ⁴

Η ροπή αδρανείας του σύνθετου υποστυλώματος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$I_{eff} = 0.5A_{ch} h_0^2 + 2\mu I_{ch}$$

Ο συντελεστής μ προσδιορίζεται, βάση της λυγηρότητας του υποστυλώματος, από τον πίνακα 3.2. Συμβολίσαμε το συντελεστή μεγέθους ατέλειας με μ' σε αυτή την περίπτωση ($e_0 = \mu' L / 500$). Το h_0^* ισούται με:

$$h_0^* = \frac{2I_{eff}}{h_0 A_{ch}}$$

Για τον υπολογισμό του μήκους κάθε φατνώματος και της διατμητικής δυσμαμψίας του υποστυλώματος, αρκεί η εισαγωγή του αριθμού των λεπίδων σύνδεσης ανά επίπεδο σύνδεσης (δύο επίπεδα στην περίπτωση μας) στον παρακάτω πίνακα:

Χαρακτηριστικά σύνδεσης με λεπίδες			
Μήκος του ενός φατνώματος:	a=	66.67	cm
Αριθμός φατνωμάτων:	n=	15.00	
Διατμητική δυσκαμψία:	S_v =	124978.80	kN

Η διατμητική δυσκαμψία υπολογίζεται από τον τύπο:

$$S_v = \frac{24EI_{ch}}{a^2 \left[1 + \frac{I_{ch} h_0}{I_b a} \right]} \leq \frac{2\pi^2 EI_{ch}}{a^2}$$

Στον παρακάτω πίνακα έχουν υπολογιστεί όλα τα απαραίτητα στοιχεία για τον έλεγχο του πέλματος (για μήκος λυγισμού ίσο με το μήκος ενός φατνώματος).

Χαρακτηριστικά αντοχής πέλματος στο μήκος ενός φανώματος

Λυγηρότητα:	$\lambda_{ch} =$	13.387	
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{ch,1} =$	76.399	
Ανηγμένη λυγηρότητα:	$\bar{\lambda}_{ch} =$	0.175	
Συντελεστής Φ :	$\Phi_{ch} =$	0.509	
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_{ch} =$	1.013	
Ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού Euler:	$N_{ch,cr} =$	62489.400	kN
Συντελεστής k_{zz} στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$K_{zz} =$	1.022	
Συντελεστής C_m στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$C_m =$	0.788	
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{ch,y,Rd} =$	1909.90	kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{ch,Rd} =$	1934.13	kN
Πλαστική ροπή αντοχής ως προς τον ασθενή άξονα:	$M_{pl,Rd} =$	7234.90	kNcm

Εάν η κατηγορία της διατομής του πέλματος είναι 1 ή 2 η τελευταία σειρά υπολογίζει την πλαστική ροπή αντοχής, αλλιώς την ελαστική. Οι συντελεστές k_{zz} , C_m υπολογίζονται από τους τύπους:

$$k_{zz} = \frac{1}{1 - \chi_{ch} \frac{N_{ch,Ed,min}}{N_{ch,cr}}}$$

$$C_m = 0.79 - 0.1188 \frac{N_{ch,Ed,min}}{N_{ch,cr}}$$

Για τον υπολογισμό των συντελεστών αυτών χρησιμοποιούνται τιμές μεγεθών από τους παρακάτω πίνακες. Από τα μεγέθη αντοχής μας ενδιαφέρουν κυρίως η αξονική αντοχή μειωμένη λόγω λυγισμού ($N_{ch,Rd}$) και η πλαστική/ελαστική ροπή αντοχής. Επίσης θα χρειαστούμε το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού του πέλματος στους υπολογισμούς μας. Τα μεγέθη αυτά μας χρειάζονται για έλεγχο του πέλματος σε καθαρή θλίψη και για έλεγχο σε θλίψη και κάμψη.

Για τη λεπίδα σύνδεσης χρειαζόμαστε τα παρακάτω μεγέθη αντοχής, για έλεγχο αυτής σε διάτμηση και κάμψη:

Χαρακτηριστικά αντοχής λεπίδας

Πλαστική διατμητική αντοχή:	$V_{b,pl,Rd} =$	409.919	kN
Ελαστική ροπή αντοχής ως προς τον ισχυρό άξονα	$M_{b,el,Rd} =$	1183.333	kN

Όπου:

$$V_{b,pl,Rd} = \frac{A_b f_y}{\sqrt{3}}$$

και

$$M_{b,el,Rd} = W_{b,el} f_y$$

αν T_b (βλ. παρακάτω) $< 0.5V_{b,pl,Rd}$ αλλιώς:

$$M_{el,Rd} = W_{b,el,y} f_y \left[1 - \left(\frac{2T_b}{V_{b,pl,Rd}} - 1 \right)^2 \right]$$

Οι τιμές του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού Euler και του μειωμένου κρίσιμου φορτίου λόγω των διατμητικών παραμορφώσεων υπολογίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος:		
Χωρίς επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων (Euler):	$N_E =$	14493.81kN
Με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων:	$N_{cr} =$	12987.63kN

Ακολουθεί ο πίνακας των δράσεων, στον οποίο εισάγουμε την επιθυμητή δρώσα θλιπτική δύναμη σχεδιασμού N_{Ed} .

Δράσεις		
Αξονική θλιπτική δύναμη σχεδιασμού υποστυλώματος:	$N_{Ed} =$	2600.00kN
Μέγιστη ροπή 2ης τάξης:	$M_{Ed} =$	6501.55kNcm
Μέγιστη τέμνουσα 2ης τάξης:	$V_{Ed} =$	20.43kN
Δυσμενέστερη αξονική του φατνώματος με θεωρία 2ης τάξης:	$N_{ch,Ed,max} =$	1425.05kN
Αξονική στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$N_{ch,Ed,min} =$	1300.00kN
Ροπή σχεδιασμού φατνώματος στη θέση μέγιστης τέμνουσας	$M_{ch,Ed} =$	1361.68kNcm
Ροπή λεπίδας στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$M_b =$	680.84kNcm
Τέμνουσα δύναμη λεπίδας στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$T_b =$	13.62kN

Για κάθε τιμή του N_{Ed} υπολογίζονται:

Η μέγιστη ροπή 2ης τάξης (στο μέσο του υποστυλώματος):

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} e_0$$

Η μέγιστη τέμνουσα 2ης τάξης (στα άκρα του υποστυλώματος):

$$V_{Ed} = M_{Ed} \cdot \frac{\pi}{L}$$

Η δυσμενέστερη αξονική ενός φατνώματος (στο μέσο του υποστυλώματος):

$$N_{ch,Ed,max} = 0.5 \cdot N_{Ed} + \frac{M_{Ed}}{h_0^*}$$

Η αξονική δύναμη του φατνώματος στα άκρα του υποστυλώματος:

$$N_{ch,Ed,min} = \frac{N_{Ed}}{2}$$

Η δυσμενέστερη ροπή που δέχεται το φάτνωμα λόγω της δευτερεύουσας τέμνουσας:

$$M_{ch,Ed} = V_{Ed} a$$

Η αντίστοιχη ροπή της κάθε λεπίδας λόγω της δευτερεύουσας τέμνουσας του υποστυλώματος:

$$M_{b,Ed} = \frac{M_{ch,Ed}}{2} = \frac{V_{Ed} \cdot a}{2}$$

Η μέγιστη τέμνουσα που δέχεται η λεπίδα (στα άκρα της):

$$T_b = \frac{V_{Ed} \cdot a}{2h_0}$$

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία κάνουμε τους ελέγχους:

- Έλεγχος πέλματος για μήκος ενός φατνώματος έναντι θλίψης, με δράση τη μέγιστη θλιπτική δύναμη στο μέσο του υποστυλώματος. Πρέπει:

$$\frac{N_{ch,Ed,max}}{N_{ch,Rd}} \leq 1$$

- Έλεγχος πέλματος για μήκος ενός φατνώματος έναντι θλίψης και κάμψης, με την αντίστοιχη θλίψη και κάμψη στα άκρα του υποστυλώματος. Πρέπει:

$$\frac{N_{ch,Ed,min}}{N_{ch,Rd}} + k_{zz} C_m \frac{M_{ch,Ed}}{M_{ch,(pl/el),Rd}} \leq 1$$

- Έλεγχος επάρκειας της διατομής της λεπίδας να αναλάβει τη ροπή που προκαλείται από τη δευτερεύουσα τέμνουσα του υποστυλώματος, η οποία είναι δυσμενέστερη στα άκρα του. Η επιρροή της διάτμησης έχει συμπεριληφθεί στον υπολογισμό της ελαστικής ροπής αντοχής της διατομής της λεπίδας. Πρέπει:

$$\frac{M_{b,Ed}}{M_{b,el,Rd}} \leq 1$$

Το εάν υπάρχει επάρκεια του υποστυλώματος, σύμφωνα με τους παραπάνω ελέγχους, μπορούμε να το δούμε στον πίνακα:

Έλεγχος αντοχής σύνθετου υποστυλώματος		
Έναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης ροπής:	$N_{Ed}/N_{ch,Rd,mod} =$	0.7456 < 1 Επάρκεια
Έναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$(N_{ch,Ed,min}/N_{ch,Rd}) + (k_{zz} * C_m * M_{ch,Ed}/M_{Rd}) =$	0.8235 < 1 Επάρκεια
Επάρκεια διατομής λεπίδας σύνδεσης	$M_b/M_{b,el,Rd} =$	0.5754 < 1 Επάρκεια

Επειδή οι υπολογισμοί για πολυμελές υποστυλώμα με λεπίδες σύνδεσης είναι πολύπλοκοι δεν μπορούμε να υπολογίσουμε άμεσα τη φέρουσα ικανότητα του φορέα. Επομένως πρέπει να θέτουμε μια συνεχώς αυξανόμενη τιμή του N_{Ed} μέχρι ο δυσμενέστερος από τους παραπάνω ελέγχους να ικανοποιείται οριακά. Ο δυσμενέστερος έλεγχος καθορίζει και τον τρόπο αστοχίας του υποστυλώματος (τοπική αστοχία πέλματος στο μέσο ή στα άκρα του υποστυλώματος ή αστοχία λεπίδας στα άκρα του υποστυλώματος).

Για την περίπτωση αστοχίας πέλματος στο μέσο του υποστυλώματος, η τιμή της φέρουσας ικανότητας, λόγω απλότητας των πράξεων, υπολογίζεται άμεσα από τον παρακάτω πίνακα:

Αντοχή σύνθετου υποστυλώματος		
Έναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης ροπής:	$N_{ch,Rd,mod} =$	3486.93 kN

Εάν η αστοχία του υποστυλώματος γίνει με άλλο τρόπο, η παραπάνω τιμή μας βοηθάει στην επαναληπτική διαδικασία προσδιορισμού του N_{Ed} της αστοχίας (φέρουσα ικανότητα). Τέλος μπορούμε να δούμε τον συνολικά απαιτούμενο όγκο του δομικού χάλυβα από τον παρακάτω πίνακα.

Όγκος δομικού χάλυβα			
Όγκος πελμάτων	$\Sigma V_{ch} =$	107600.00	cm ³
Όγκος λεπίδων	$\Sigma V_b =$	30000.00	cm ³
Συνολικός όγκος υποστυλώματος	$\Sigma V =$	137600.00	cm ³

3.5 Παραμετρικές αναλύσεις

Με τη βοήθεια των ειδικά διαμορφωμένων Excel που παρουσιάσαμε στην προηγούμενη παράγραφο, μπορούμε να υπολογίσουμε άμεσα και γρήγορα τη φέρουσα ικανότητα (N_{rd}) και τον όγκο V ενός σύνθετου υποστυλώματος, για κάθε συνδυασμό των παρακάτω στοιχείων:

- κατηγορία δομικού χάλυβα
- μήκος υποστυλώματος (L)
- διατομής πελμάτων (A_{ch})
- απόστασης κέντρου βάρους πελμάτων (h_0)
- τρόπου σύνδεσης πελμάτων (πλαισιωτή ή ένα είδος δικτυωτής σύνδεσης)
- διατομής μέσων σύνδεσης, λεπίδων (A_b) ή ράβδων (A_d, A_v)
- αριθμό φατνωμάτων των πελμάτων που σχηματίζονται από τη σύνδεση (n)

Κάθε στοιχείο έχει τη δική του συμβολή στη φέρουσα ικανότητα του φορέα. Μπορούμε να πάρουμε μια εικόνα αυτής της συμβολής, εάν επιλέξουμε ένα σύνθετο υποστυλώμα με σταθερά στοιχεία και αλλάζοντας ένα από αυτά κάθε φορά παρατηρώντας την αλλαγή στη φέρουσα ικανότητά του (παραμετρική ανάλυση σύνθετου υποστυλώματος).

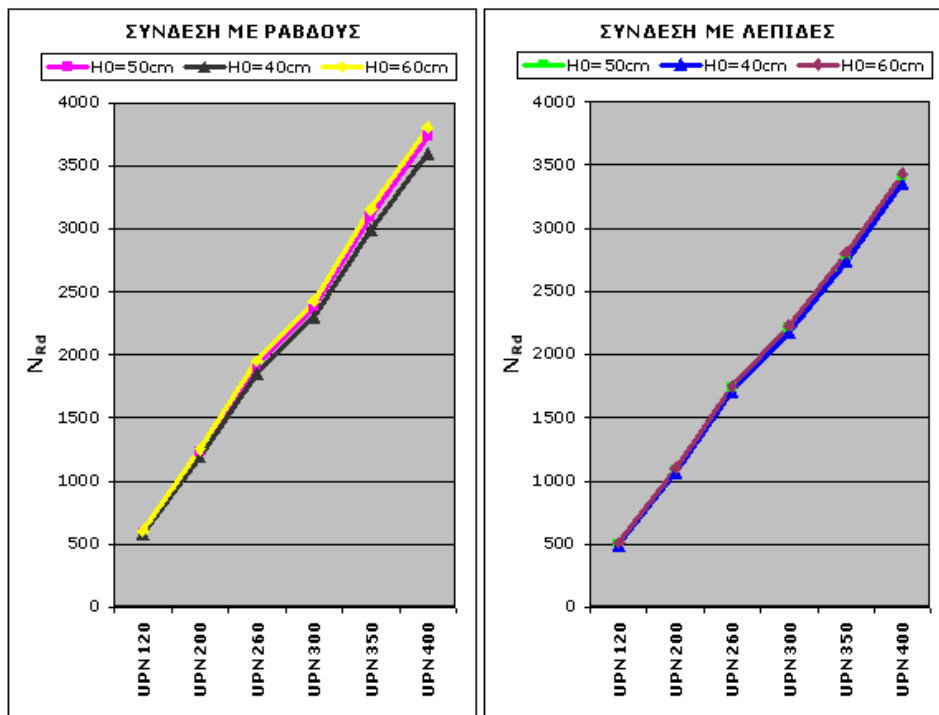
Έστω υποστυλώμα πολυμελούς διατομής με τα παρακάτω στοιχεία:

- κατηγορία δομικού χάλυβα S235H
- μήκος υποστυλώματος $L=10m$
- απόστασης κέντρου βάρους πελμάτων $h_0=50cm$
- αριθμό φατνωμάτων $n=15$
- διατομή πέλματος τύπου UPN (ύψη 120,200,260,300,350,400)
- δικτυωτή σύνδεση τύπου V ή πλαισιωτή σύνδεση

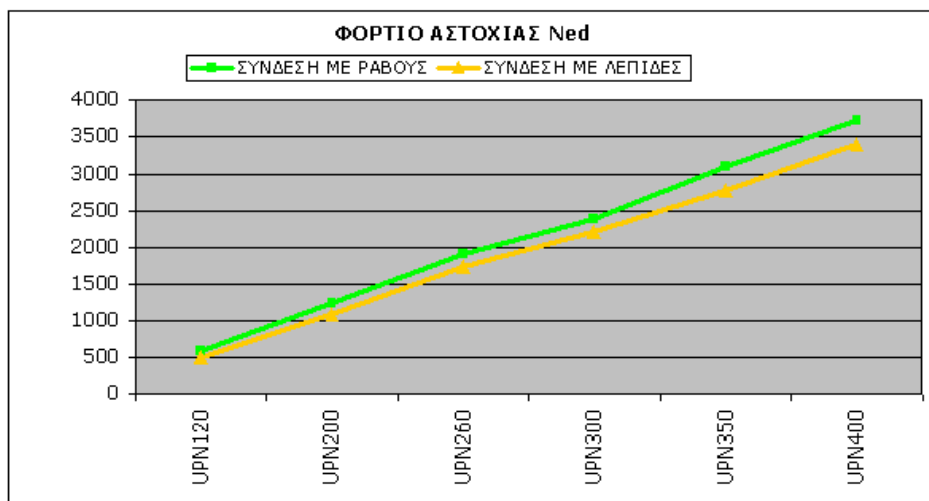
- ράβδοι διατομής L 60x60x5 για τη δικτύωση και λεπίδες 12cm x 2cm για την πλαισιωτή σύνδεση

Για τους δυο τύπους σύνδεσης και για τα διάφορα ύψη της διατομής πέλματος UPN, αλλάζουμε κάθε φορά ένα από τα υπόλοιπα στοιχεία και βλέπουμε την επιρροή αυτής της αλλαγής στη φέρουσα ικανότητα του φορέα (σχήματα 3.5, 3.9, 3.10, και 3.11).

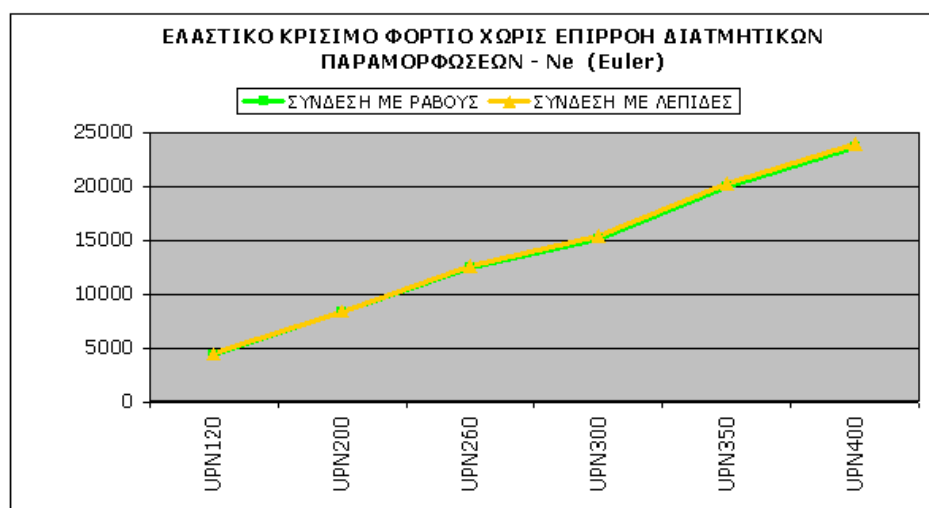
Μπορούμε να δούμε ότι η δικτυωτή σύνδεση πλεονεκτεί σημαντικά της πλαισιωτής, διότι δίνει μεγαλύτερη διατμητική δυσκαμψία στο φορέα (η διατμητική επιρροή στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι μικρότερη) και συνολικά μεγαλύτερη αντοχή (σχ. 3.6-3.8). Επίσης παρατηρούμε ότι η αλλαγή στην κατηγορία του δομικού χάλυβα ή στη διατομή του πέλματος έχουν τη μεγαλύτερη επιρροή στη φέρουσα ικανότητα του φορέα από τις αλλαγές των υπολοίπων στοιχείων. Ωστόσο ακόμα δεν έχουμε ένδειξη του πόσο οικονομική από άποψη όγκου υλικού είναι η κάθε αλλαγή και δεν λάβαμε υπόψη το γεγονός ότι στοιχεία όπως η διατομή πέλματος έχουν ένα αραιό πεδίο τιμών (ίσο με τις υπάρχουσες πρότυπες διατομές), ενώ στοιχεία όπως το μήκος του υποστυλώματος ή η απόσταση του κέντρου βέρους των πελμάτων έχουν πολύ πυκνό πεδίο τιμών (θεωρητικά άπειρο). Στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε μέσω των παραμετρικών αναλύσεων να δώσουμε μια καλή, αν όχι τη βέλτιστη, οικονομική λύση σε ένα πρόβλημα σχεδιασμού ενός σύνθετου υποστυλώματος.



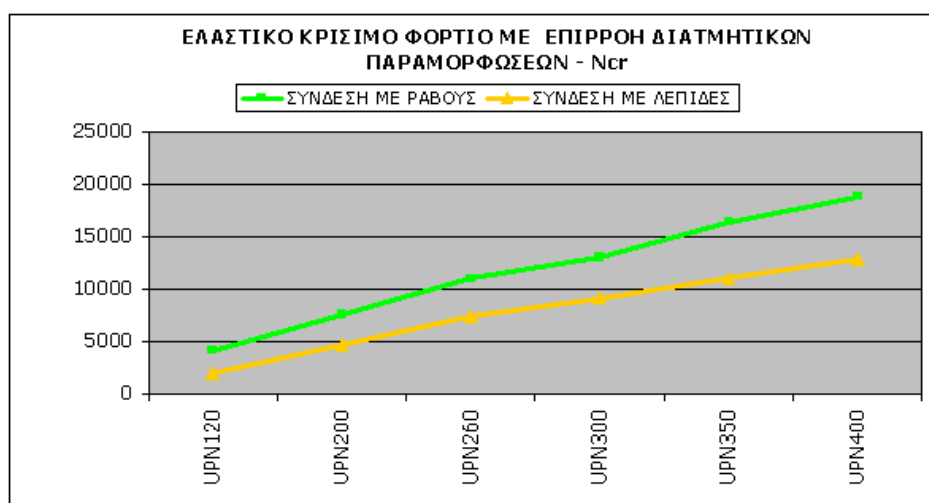
Σχήμα 3.5 Επιρροή της απόστασης των πελμάτων h_0 στη φέρουσα ικανότητα



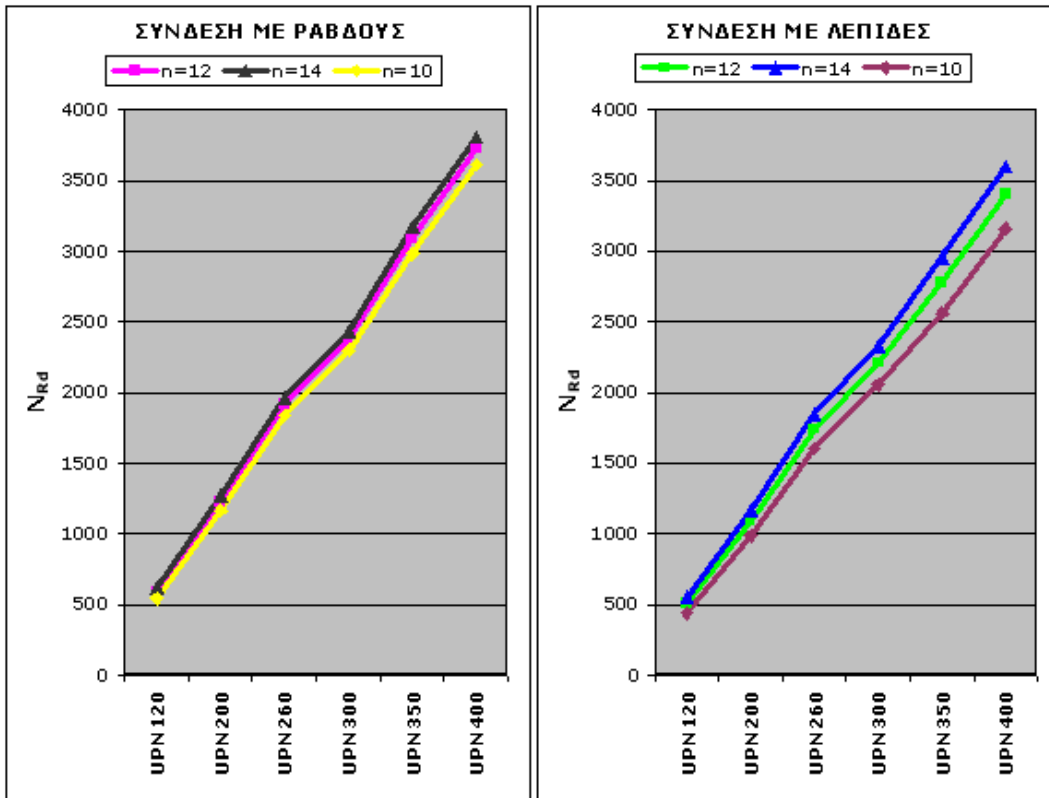
Σχήμα 3.6 Φορτίο Αστοχίας για τους δυο τύπους σύνδεσης και για τα διάφορα ύψη της διατομής πέλματος UPN



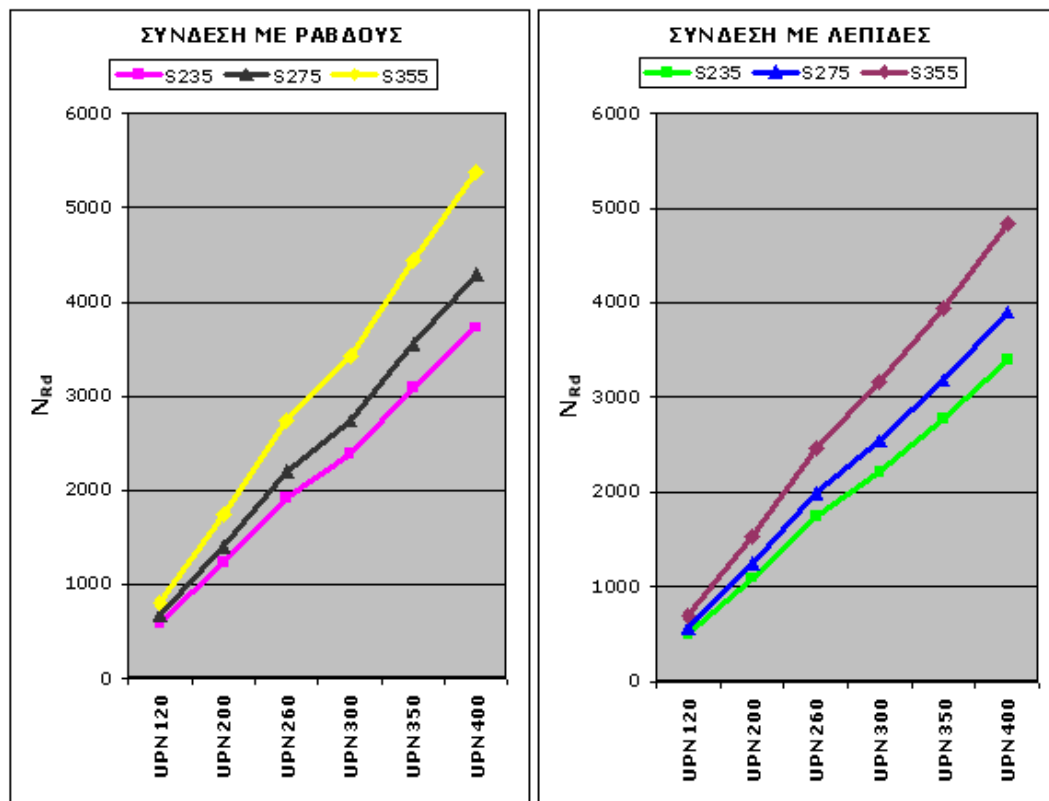
Σχήμα 3.7 Ελ. κρ. φορτίο χωρίς επιρροή διατμητικών παρ. για τους δυο τύπους σύνδεσης και για τα διάφορα ύψη της διατομής πέλματος UPN



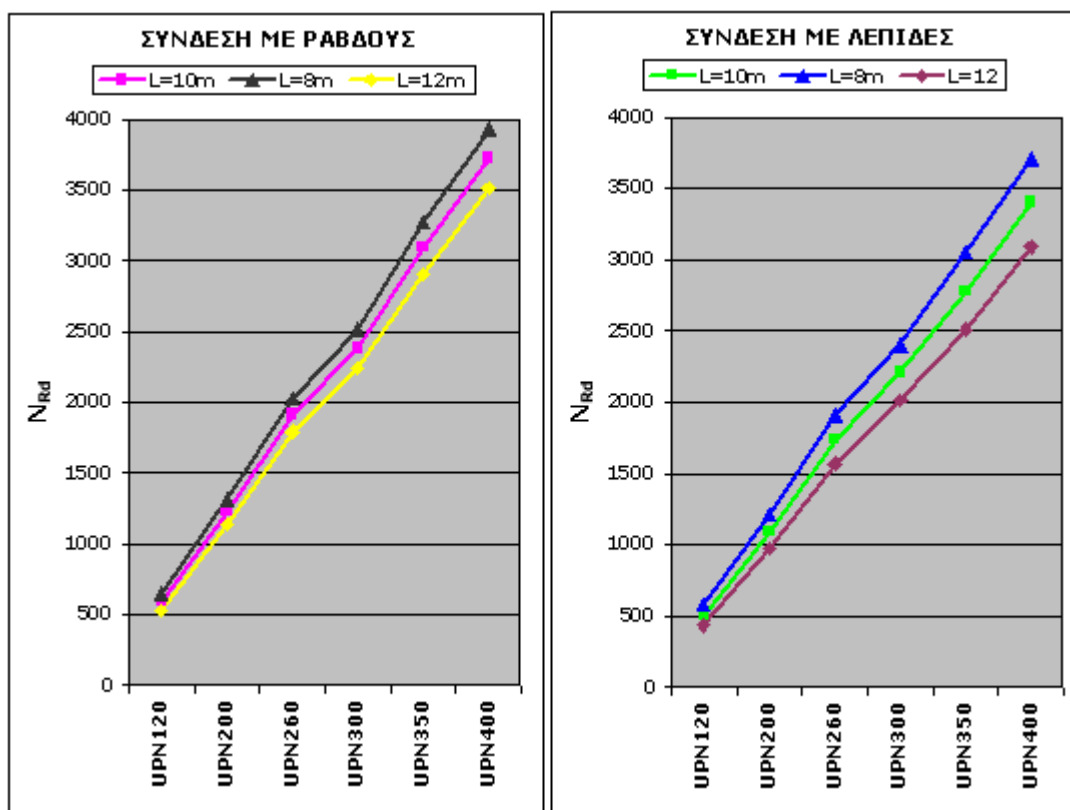
Σχήμα 3.8 Ελ. κρ. φορτίο με επιρροή διατμητικών παρ. για τους δυο τύπους σύνδεσης και για τα διάφορα ύψη της διατομής πέλματος UPN



Σχήμα 3.9 Επιρροή του αριθμού φατωμάτων n στη φέρουσα ικανότητα



Σχήμα 3.10 Επιρροή της κατηγορίας δομικού χάλυβα στη φέρουσα ικανότητα



Σχήμα 3.11 Επирροή του μήκους του υποστυλώματος στη φέρουσα ικανότητα

3.6 Οικονομικός σχεδιασμός υποστυλωμάτων σύνθετης διατομής με τη βοήθεια παραμετρικών αναλύσεων

Στο σχεδιασμό των υποστυλωμάτων είναι συνήθως γνωστά το μήκος αυτών και το φορτίο που πρέπει να αναλάβουν (ή αλλιώς η ελάχιστη φέρουσα ικανότητα αυτών) και ο μηχανικός καλείται να δώσει μια οικονομική λύση επιλέγοντας τον κατάλληλο συνδυασμό των υπολοίπων στοιχείων. Έστω λοιπόν ότι καλούμαστε να σχεδιάσουμε ένα σύνθετο υποστύλωμα με μήκος $L=15\text{m}$, το οποίο πρέπει να αναλάβει αξονικό θλιπτικό φορτίο 10000 kN (ελάχιστη φέρουσα ικανότητα $NR_d=10000\text{ kN}$) και έχουμε στη διάθεσή μας δομικό χάλυβα κατηγορίας S275H. Όπως είδαμε στις παραμετρικές αναλύσεις του προηγούμενου φορέα, πρέπει να δοθεί προτεραιότητα στην επιλογή της διατομής του πέλματος διότι συμβάλλει περισσότερο στη φέρουσα ικανότητα του φορέα από τα υπόλοιπα στοιχεία. Για να γίνει αυτό θα πρέπει να ορίσουμε κάποιες αρχικές προσεγγιστικές τιμές (για μήκος υποστυλώματος 15m) για τα υπόλοιπα στοιχεία. Έτσι θέτουμε $h_0=75\text{cm}$, $n=15$ και επιλέγουμε δικτυωτή σύνδεση τύπου V (η αποτελεσματικότητα της κάθε σύνδεσης θα μελετηθεί αργότερα). Η διατομή των ράβδων θα είναι τύπου L (οικονομικότερη λύση από την ορθογωνική) με τις ελάχιστες διαστάσεις κάθε φορά, ώστε ο φορέας να αστοχεί πάντα στο δυσμενέστερο φάτνωμα του πέλματος.

Με τα παραπάνω στοιχεία σταθερά, χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Excel, αλλάζουμε συνεχώς τη διατομή του πέλματος και καταγράφουμε τη φέρουσα ικανότητα του υποστυλώματος, τον συνολικό όγκο του υποστυλώματος και το βέλος του υποστυλώματος όταν εξαντλείται η αντοχή του. Παίρνουμε τους παρακάτω πίνακες τιμών:

HEA	N_{Rd} (kN)	V (cm ³)	δ (cm)
HEA 100	918.76	78040.23	3.70
HEA 120	1147.23	90340.23	3.76
HEA 140	1465.82	108640.23	3.82
HEA 160	1846.02	130840.23	3.88
HEA 180	2191.96	150340.23	3.94
HEA 200	2631.20	175840.23	4.00
HEA 220	3174.88	207340.23	4.08
HEA 240	3801.94	244840.23	4.16
HEA 260	4290.31	274840.23	4.23
HEA 280	4811.15	308557.65	4.21
HEA 300	5585.61	357875.06	4.23
HEA 320	6121.16	390875.06	4.28
HEA 340	6558.11	417875.06	4.33
HEA 360	7042.31	447875.06	4.38
HEA 400	7814.05	495875.06	4.47
HEA 450	8764.31	557255.81	4.49
HEA 500	9728.52	617255.81	4.39
HEA 550	10425.36	661959.97	4.44
HEA 600	11098.95	703959.97	4.50
HEA 650	11866.14	751959.97	4.56
HEA 700	12776.90	810773.38	4.47
HEA 800	14024.63	888773.38	4.56
HEA 900	15736.39	997126.54	4.57
HEA 1000	16977.16	1075126.54	4.66

HEB	N_{Rd} (kN)	V (cm ³)	δ (cm)
HEB 100	1128.71	92440.23	3.72
HEB 120	1544.48	116440.23	3.80
HEB 140	2010.28	143440.23	3.88
HEB 160	2584.85	177340.23	3.97
HEB 180	3155.36	210340.23	4.05
HEB 200	3813.91	248740.23	4.15
HEB 220	4481.52	287440.23	4.25
HEB 240	5235.09	334657.65	4.26
HEB 260	5829.24	372875.06	4.25
HEB 280	6461.11	411875.06	4.32
HEB 300	7332.15	465875.06	4.41
HEB 320	7910.25	501875.06	4.48
HEB 340	8425.73	536255.81	4.36
HEB 360	8909.24	566255.81	4.40
HEB 400	9728.52	617255.81	4.48

HEB 450	10714.30	679959.97	4.46
HEB 500	11722.51	742959.97	4.55
HEB 550	12439.64	787959.97	4.61
HEB 600	13257.54	840773.38	4.50
HEB 650	14024.63	888773.38	4.56
HEB 700	15017.90	952126.54	4.52
HEB 800	16357.51	1036126.54	4.61
HEB 900	18162.90	1150371.54	4.63
HEB 1000	19542.18	1237371.54	4.72

HEM	N_{Rd} (kN)	V (cm ³)	δ (cm)
HEM 100	2351.02	174040.23	3.87
HEM 120	3040.82	213640.23	3.99
HEM 140	3781.20	256240.23	4.10
HEM 160	4635.91	307957.65	4.15
HEM 180	5472.21	357875.06	4.19
HEM 200	6402.50	411875.06	4.30
HEM 220	7332.15	465875.06	4.41
HEM 240	9824.68	623255.81	4.49
HEM 260	10810.53	681038.39	4.47
HEM 280	11770.39	745959.97	4.55
HEM 300	14845.52	943126.54	4.60
HEM 320	15275.07	970126.54	4.63
HEM 340	15465.73	982126.54	4.64
HEM 360	15608.63	991126.54	4.65
HEM 400	15941.71	1012126.54	4.68
HEM 450	16369.25	1039126.54	4.71
HEM 500	16795.99	1066126.54	4.74
HEM 550	17269.18	1096126.54	4.78
HEM 600	17828.94	1126126.54	4.61
HEM 650	18305.90	1159371.54	4.64
HEM 700	18734.48	1186371.54	4.66
HEM 800	19731.88	1249371.54	4.73
HEM 900	20678.33	1309371.54	4.79
HEM 1000	21783.77	1380837.19	4.54

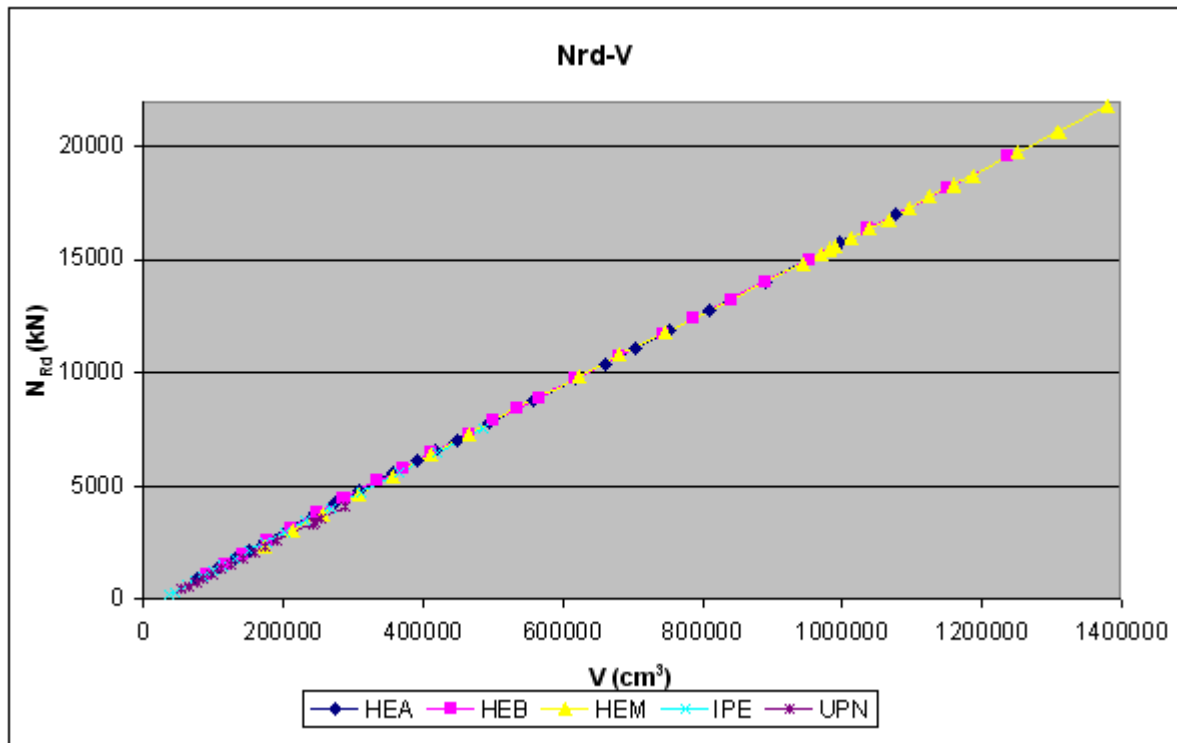
IPE	N_{Rd} (kN)	V (cm ³)	δ (cm)
IPE 80	207.01	37360.23	3.37
IPE 100	333.23	45340.23	3.46
IPE 120	482.84	54040.23	3.54
IPE 140	645.80	63640.23	3.60
IPE 160	829.82	74740.23	3.65
IPE 180	1023.80	86140.23	3.70
IPE 200	1251.11	99940.23	3.74
IPE 220	1500.90	114640.23	3.79
IPE 240	1784.58	131740.23	3.83
IPE 270	2134.74	152140.23	3.89
IPE 300	2537.09	175840.23	3.95
IPE 330	2970.47	202240.23	4.01

IPE 360	3471.36	232540.23	4.08
IPE 400	4046.07	267940.23	4.16
IPE 450	4750.59	313057.65	4.17
IPE 500	5599.62	366875.06	4.20
IPE 550	6473.94	420875.06	4.29
IPE 600	7546.98	486875.06	4.42

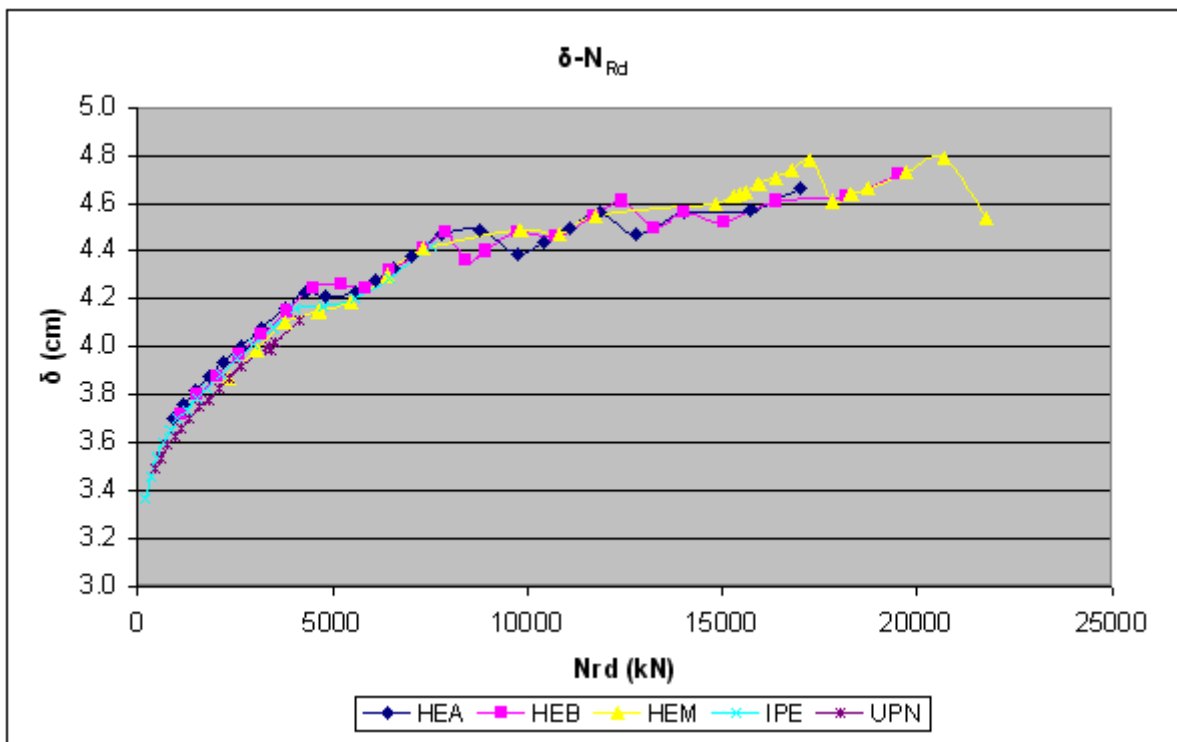
UPN	N_{Rd} (kN)	V (cm ³)	δ (cm)
UPN 100	456.71	54940.23	3.49
UPN 120	606.16	65440.23	3.54
UPN 140	768.39	75640.23	3.59
UPN 160	938.47	86440.23	3.63
UPN 180	1126.29	98440.23	3.66
UPN 200	1323.87	111040.23	3.70
UPN 220	1575.61	126640.23	3.75
UPN 240	1809.57	141340.23	3.78
UPN 260	2098.33	159340.23	3.83
UPN 280	2355.41	174340.23	3.87
UPN 300	2631.81	190840.23	3.92
UPN 320	3360.79	241840.23	4.00
UPN 350	3399.71	246340.23	3.99
UPN 380	3550.45	255640.23	4.02
UPN 400	4120.26	288940.23	4.11

Στη συνέχεια σχεδιάζουμε το διάγραμμα φέρουσας ικανότητας-όγκου (σχήμα 3.12) υποστυλώματος για σχολιασμό της οικονομικότητας των διαφόρων διατομών και το διάγραμμα μέγιστου βέλους-φέρουσας ικανότητας (σχήμα 3.13) όπου μπορούμε να παρατηρήσουμε την καμπύλωση του υποστυλώματος για λειτουργικούς λόγους και για να δούμε πόσο έντονα είναι τα μεγέθη της δεύτερης τάξης.

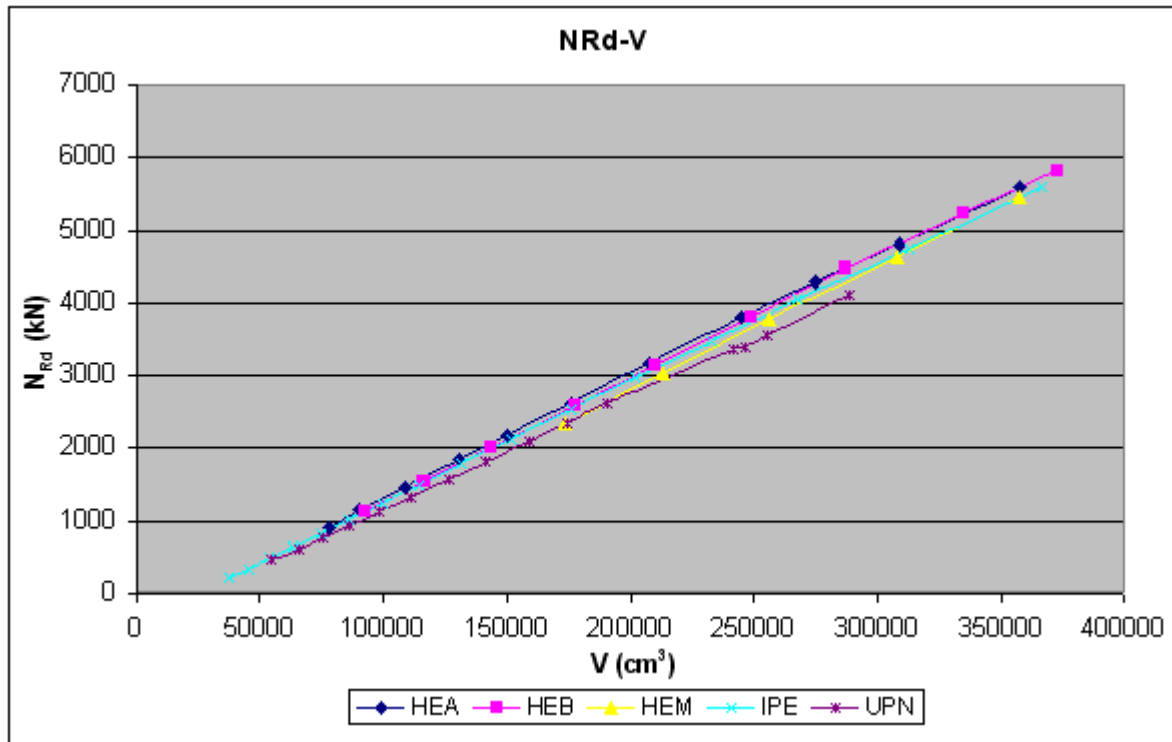
Παρατηρούμε ότι όλες οι διατομές κάθε ύψους δίνουν προσεγγιστικά κοινή κλίση στο διάγραμμα N_{Rd} -V, δηλώνοντας ότι υπάρχει οικονομική ουδετερότητα στο θέμα επιλογής του τύπου της διατομής. Στην πραγματικότητα αυτό συμβαίνει μόνο για μεγάλες φέρουσες ικανότητες (άνω των 8000kN), όπου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μόνο διατομές τύπου Η.



Σχήμα 3.12 Διάγραμμα φέρουσας ικανότητας-όγκου για διάφορα είδη διατομών



Σχήμα 3.13 Διάγραμμα μέγιστου βέλους-φέρουσας ικανότητας

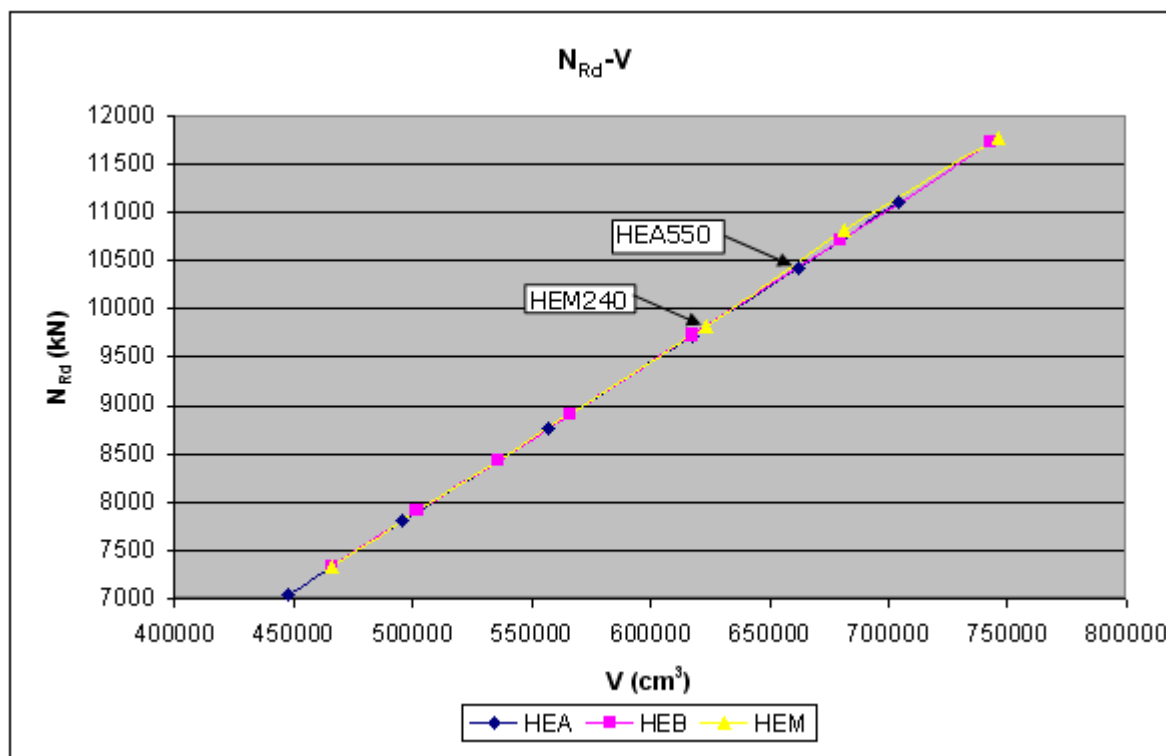


Σχήμα 3.14 Διάγραμμα φέρουσας ικανότητας-όγκου για διάφορα είδη διατομών για φέρουσες ικανότητες κάτω των 6000kN

Για μικρές φέρουσες ικανότητες, σε μεγαλύτερη κλίμακα του διαγράμματος $N_{Rd}-V$ (σχήμα 3.14) μπορούμε να δούμε ότι οι διατομές τύπου HEA και HEB πλεονεκτούν έναντι των HEM και IPE, ενώ οι διατομές τύπου UPN είναι η χειρότερη οικονομικά επιλογή. Παρ' όλα αυτά οι διατομές IPE και UPN εναρμονίζονται καλύτερα με το χώρο και είναι η μόνη λύση για φέρουσες ικανότητες μικρότερες των 1000kN (αν και είναι σπάνιο να κληθούμε να σχεδιάσουμε υποστυλώμα μήκους 15m με ζητούμενη φέρουσα ικανότητα 1000kN). Επίσης από το διάγραμμα $\delta-N_{Rd}$ συμπεραίνουμε πως, για κάθε τύπο διατομής, τα μέγιστα βέλη κατά την αστοχία ενός συνηθισμένου σύνθετου υποστυλώματος μήκους 15m είναι μικρά (μικρότερα των 5cm για καθολική ατέλεια υποστυλώματος 3cm), επομένως οι ροπές και τέμνουσες δευτέρας τάξης θα έχουν μικρή τιμή.

Αφού σχολιάσαμε την αποτελεσματικότητα του τύπου των διατομών, θα επικεντρωθούμε στην περιοχή της επιθυμητής φέρουσας ικανότητας.

Όπως αναφέραμε πριν για φέρουσες ικανότητες μεγαλύτερες των 8000kN η επιλογή του τύπου της διατομής (HEA, HEB ή HEM) είναι ουδέτερη οικονομικά γιατί ακολουθούν την ίδια κλίση N_{Rd}/V , επομένως θα επιλέξουμε τις διατομές που πλησιάζουν τη φέρουσα ικανότητα των 10000kN. Θα συγκρίνουμε τις εξής δυο λύσεις:



Σχήμα 3.15 Διάγραμμα φέρουσας ικανότητας-όγκου για διάφορα είδη διατομών για φέρουσες ικανότητες κοντά στα 10000kN

- Επιλέγουμε τη διατομή με φέρουσα ικανότητα την πλησιέστερη στα 10000kN, αλλά με τιμή κάτω των 10000kN. Η διατομή αυτή όπως φαίνεται στο σχήμα 3.15 είναι η HEM 240 με φέρουσα ικανότητα 9825kN. Θα αλλάξουμε τον τρόπο σύνδεσης των πελμάτων ή θα αυξήσουμε την απόστασή τους h_0 ή τον αριθμό φατνωμάτων n , μέχρι να φθάσει η φέρουσα ικανότητα στην επιθυμητή τιμή (10000kN). Πριν από αυτό θα σχολιάσουμε την οικονομικότητα των τριών παραμέτρων και θα επιλέξουμε την καλύτερη λύση.

- Επιλέγουμε τη διατομή με φέρουσα ικανότητα την πλησιέστερη στα 10000kN, αλλά με τιμή άνω των 10000kN. Η διατομή αυτή όπως φαίνεται στο σχήμα 3.15 είναι η HEA 550 με φέρουσα ικανότητα 10425kN. Αντίστοιχα με την προηγούμενη λύση, θα αλλάξουμε τον τρόπο σύνδεσης των πελμάτων ή θα μειώσουμε την απόστασή τους h_0 ή τον αριθμό φατνωμάτων n , μέχρι να φθάσει η φέρουσα ικανότητα στην επιθυμητή τιμή (10000kN).

Διατομή πέλματος HEM 240, δικτυωτή σύνδεση V, L=15m, $h_0=75\text{cm}$, $n=15$

Αρχικά θα συγκρίνουμε τους διάφορους τύπους σύνδεσης. Όλες οι δικτυώσεις έχουν διατομή ράβδων L45x45x5 ενώ η πλαισιωτή σύνδεση έχει λεπίδες εμβαδού 20cm x 2.5cm. Προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Σύνδεση πελμάτων	Φέρουσα ικανότητα N_{Rd}	Συνολικός όγκος υποστρώματος V	N_{Rd}/V
Δικτυωτή σύνδεση τύπου V	9824.68	623255.81	0.01576348
Δικτυωτή σύνδεση τύπου V με ορθοστάτες	9770.32	625800.00	0.01561253
Δικτυωτή σύνδεση τύπου X	9842.61	632250.00	0.01556759
Δικτυωτή σύνδεση τύπου Z	9770.32	625800.00	0.01561253
Πλαισιακή σύνδεση	9970.92	712500.00	0.01399427

Παρατηρούμε ότι οι δικτυωτές συνδέσεις προσφέρουν μεγαλύτερη φέρουσα ικανότητα ανά όγκο υλικού. Με ελάχιστη διαφορά από τις δικτυωτές συνδέσεις υπερέχει η δικτύωση τύπου V. Γενικώς δεν μπορούμε να επηρεάσουμε τη φέρουσα ικανότητα του φορέα, με αλλαγή της δικτύωσης.

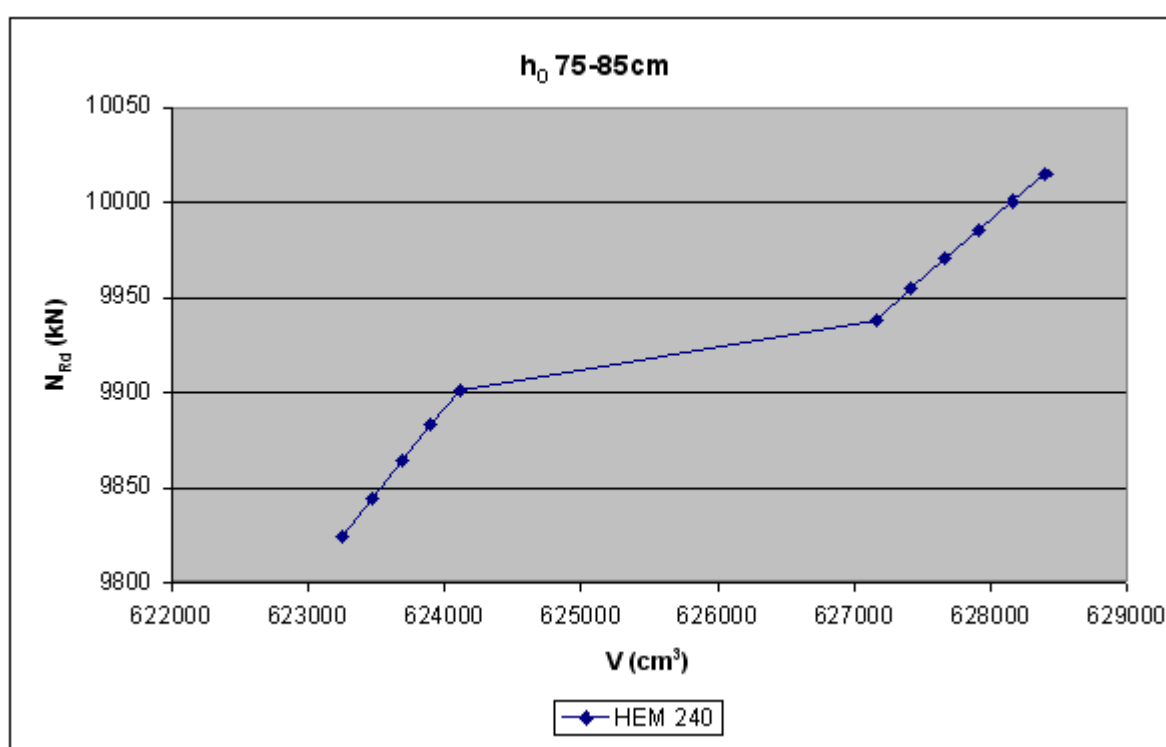
Στη συνέχεια λύνουμε το φορέα για διάφορες τιμές του n . Για να διατηρείται η γωνία της δικτύωσης στα επιτρεπτά όρια (30 με 45°), ο αριθμός φατνωμάτων έχει πεδίο τιμών [10,17]. Επίσης χρησιμοποιούμε κάθε φορά τα ελάχιστα ύψη διατομών L , ώστε το υποστύλωμα να αστοχεί στο πέλμα.

Αριθμός φατνωμάτων n	Διατομή ράβδων	Φέρουσα ικανότητα N_{Rd}	Συνολικός όγκος υποστρώματος V
10	L 50x50x6	9523.24	624140.63
11	L 50x50x5	9619.69	621407.14
12	L 50x50x5	9722.08	622493.52
13	L 50x50x5	9807.45	623617.76
14	L 50x50x4	9802.6	620077.83
15	L 45x45x5	9824.68	623255.81
16	L 45x45x5	9823.07	624339.27
17	L 45x45x5	9820.55	625442.78

Από τον πίνακα τιμών βλέπουμε ότι δεν κερδίζουμε σε όγκο υλικού εάν μειώσουμε το n διότι χρειαζόμαστε δυνατότερες ράβδους. Επιπλέον, όπως βλέπουμε και στο παρακάτω διάγραμμα μετά από κάποια τιμή του n η φέρουσα ικανότητα σταθεροποιείται. Επομένως η αλλαγή στην πυκνότητα της δικτύωσης δεν επηρεάζει σημαντικά τη φέρουσα ικανότητα του φορέα (εκτός αν οι γωνίες δικτύωσης γίνουν πολύ μεγάλες, οπότε μειώνεται η φέρουσα ικανότητα).

Προχωράμε στην αλλαγή της απόστασης των κέντρων βάρους των πελμάτων h_0 . Γενικώς με αύξηση του h_0 αυξάνεται η φέρουσα ικανότητα του σύνθετου υποστρώματος. Επομένως θα αυξήσουμε το h_0 μέχρι η φέρουσα ικανότητα φτάσει την τιμή 10000kN.

Απόσταση κ.β πελμάτων h_0 (cm)	Διατομή ράβδων	Φέρουσα ικανότητα N_{Rd} (kN)	Συνολικός όγκος υποστυλώματος V (cm ³)
75.00	L 45x45x5	9824.68	623255.81
76.00	L 45x45x5	9844.88	623470.91
77.00	L 45x45x5	9864.30	623686.87
78.00	L 45x45x5	9882.98	623903.67
79.00	L 45x45x5	9900.96	624121.28
80.00	L 50x50x5	9938.33	627169.87
81.00	L 50x50x5	9954.74	627414.51
82.00	L 50x50x5	9970.58	627660.00
83.00	L 50x50x5	9985.87	627906.29
84.00	L 50x50x5	10000.64	628153.38
85.00	L 50x50x5	10014.92	628401.24



Σχήμα 3.16 Διάγραμμα φέρουσας ικανότητας-όγκου υποστυλώματος λόγω αύξησης του h_0

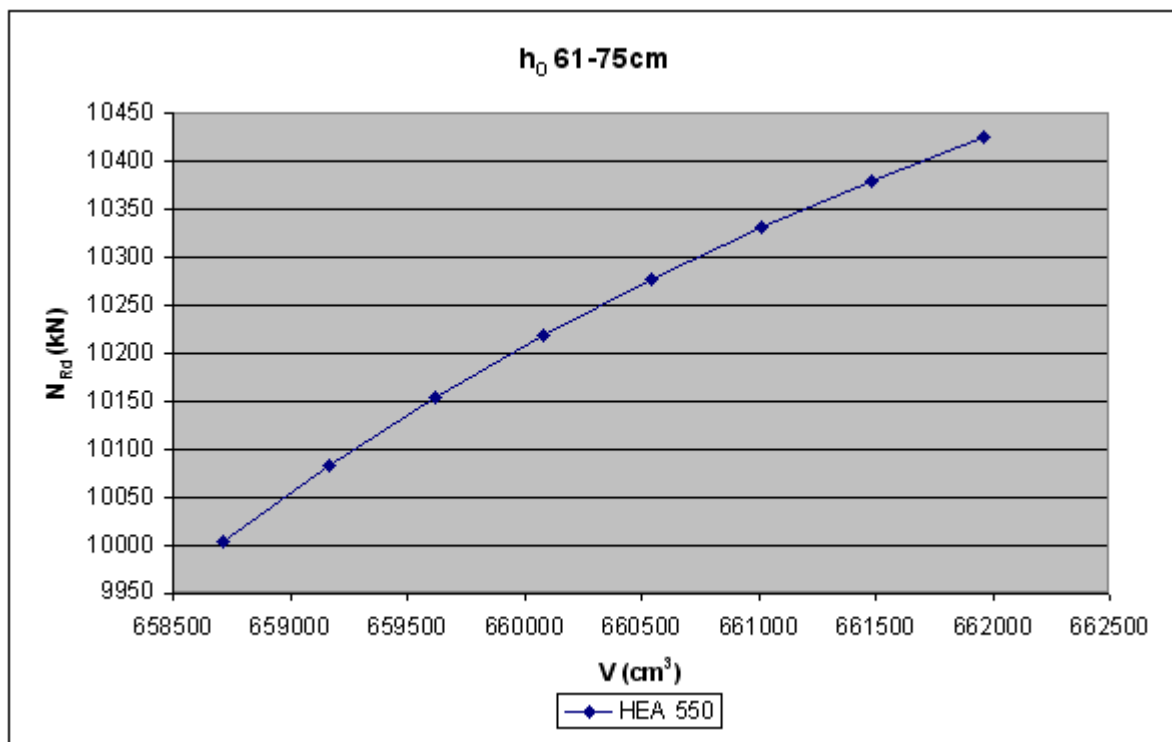
Στο διάγραμμα φέρουσας ικανότητας-όγκου υποστυλώματος λόγω αύξησης του h_0 (σχήμα 3.16) παρατηρούμε μια ασυνέχεια που οφείλεται στην αλλαγή της ράβδου δικτύωσης. Επίσης παρατηρούμε τη μεγάλη κλίση του διαγράμματος που δηλώνει ότι η αύξηση του h_0 είναι μια πολύ οικονομική λύση για αύξηση της φέρουσας ικανότητας του φορέα. Ήδη για αύξηση του h_0 από 75cm σε 84cm έχουμε την επιθυμητή φέρουσα ικανότητα. Ωστόσο θα επιλέξουμε την επόμενη τιμή (85cm) για κατασκευαστικούς λόγους.

Επομένως με επιλογή της φθηνότερης διατομής και αύξηση του h_0 ο συνολικός όγκος του υποστυλώματος είναι 628400 cm^3 . Ακολουθεί η δεύτερη περίπτωση όπου επιλέγουμε την ακριβότερη διατομή.

Διατομή πέλματος HEA 550, δικτυωτή σύνδεση V, L=15m, $h_0=75\text{cm}$, n=15

Δεν θα κάνουμε έλεγχο αλλαγής της δικτύωσης ή του αριθμού των φατνωμάτων γιατί όπως συμπεράναμε από την προηγούμενη παράγραφο δεν επηρεάζουν τη φέρουσα ικανότητα του φορέα. Αυτή τη στιγμή το υποστυλωμα έχει όγκο 661960 cm^3 και φέρουσα ικανότητα 10425kN . Επαρκεί μεν για το ζητούμενο σχεδιασμό αλλά είναι πιο ακριβό δε από την προηγούμενη λύση. Θα προσπαθήσουμε να μειώσουμε την υπερέχουσα φέρουσα ικανότητά του, με μείωση του h_0 .

Απόσταση κ.β πελμάτων h_0 (cm)	Διατομή ράβδων	Φέρουσα ικανότητα N_{Rd} (kN)	Συνολικός όγκος υποστυλώματος V (cm^3)
75.00	L 50x50x5	10425.36	661959.97
73.00	L 50x50x5	10380.21	661482.71
71.00	L 50x50x5	10331.10	661009.61
69.00	L 50x50x5	10277.47	660540.71
67.00	L 50x50x5	10218.70	660076.87
65.00	L 50x50x5	10154.01	659617.76
63.00	L 50x50x5	10082.51	659163.87
61.00	L 50x50x5	10003.09	658715.52



Σχήμα 3.17 Διάγραμμα φέρουσας ικανότητας-όγκου υποστυλώματος λόγω μείωσης του h_0

Επομένως ο συνολικός όγκος του υποστυλώματος με φέρουσα ικανότητα 10000kN και διατομή HEA 550 είναι 658716 cm³. Συγκρίνοντας με τον όγκο της προηγούμενης λύσης, αυτό το υποστύλωμα χρειάζεται περίπου 5% παραπάνω όγκο δομικού χάλυβα. Επομένως μια καλή οικονομική λύση για ένα υποστύλωμα μήκους 15m από δομικό χάλυβα S275H που καλείται να φέρει φορτίο 10000kN είναι να έχει τα παρακάτω στοιχεία:

- διατομή πελμάτων HEM 240
- απόστασης κέντρου βάρους πελμάτων $h_0=85\text{cm}$
- δικτυωτή σύνδεση πελμάτων τύπου V
- διατομή ράβδων L 45x45x5
- αριθμό φατνωμάτων των πελμάτων που σχηματίζονται από τη σύνδεση $n=15$

Συμπερασματικά, η καλύτερη επιλογή για να περιορίσουμε το κόστος του σύνθετου υποστυλώματος είναι να επιλέγουμε όσο το δυνατό φτηνότερες διατομές πελμάτων (από το διάγραμμα $N_{Rd}-V$ σχήμα 3.12), οι οποίες προσδίδουν στο υποστύλωμα μικρότερη φέρουσα ικανότητα από τη ζητούμενη και να καλύπτουμε αυτή την απώλεια φέρουσας ικανότητας με αύξηση της απόστασης των πελμάτων. Η διαφορά αυτή στην αντοχή καλό είναι να μην ξεπερνάει τα 500-1000kN, διότι θα χρειαστούμε πολύ μεγάλα μήκη h_0 . Ακόμα, πρέπει να δοθεί προσοχή στην περίπτωση δικτυωτών συνδέσεων όταν η αλλαγή του h_0 οδηγήσει σε μια μη αποδεκτή τιμή γωνίας δικτύωσης φ , οπότε καλό είναι να αλλάζουμε την πυκνότητα της δικτύωσης μέχρι $30^\circ < \varphi < 45^\circ$. Επίσης είδαμε ότι η δικτυωτή σύνδεση πλεονεκτεί σημαντικά της πλαισιακής στον απαιτούμενο όγκο του δομικού χάλυβα για υποστυλώματα μήκους 15m (αυτό γενικά συμβαίνει για κάθε ύψος υποστυλώματος γιατί συνολικά οι απαιτούμενες λεπίδες είναι πάντα βαρύτερες από τις απαιτούμενες ράβδους) και από τις δικτυωτές συνδέσεις, η δικτύωση τύπου V είναι η οικονομικότερη.

Για διαφορετικό μήκος υποστυλώματος ακολουθούμε την ίδια διαδικασία που περιγράψαμε παραπάνω.

Κεφάλαιο 4

Αριθμητικές αναλύσεις δικτυωτών σύνθετων υποστυλωμάτων

4.1 Γενικά

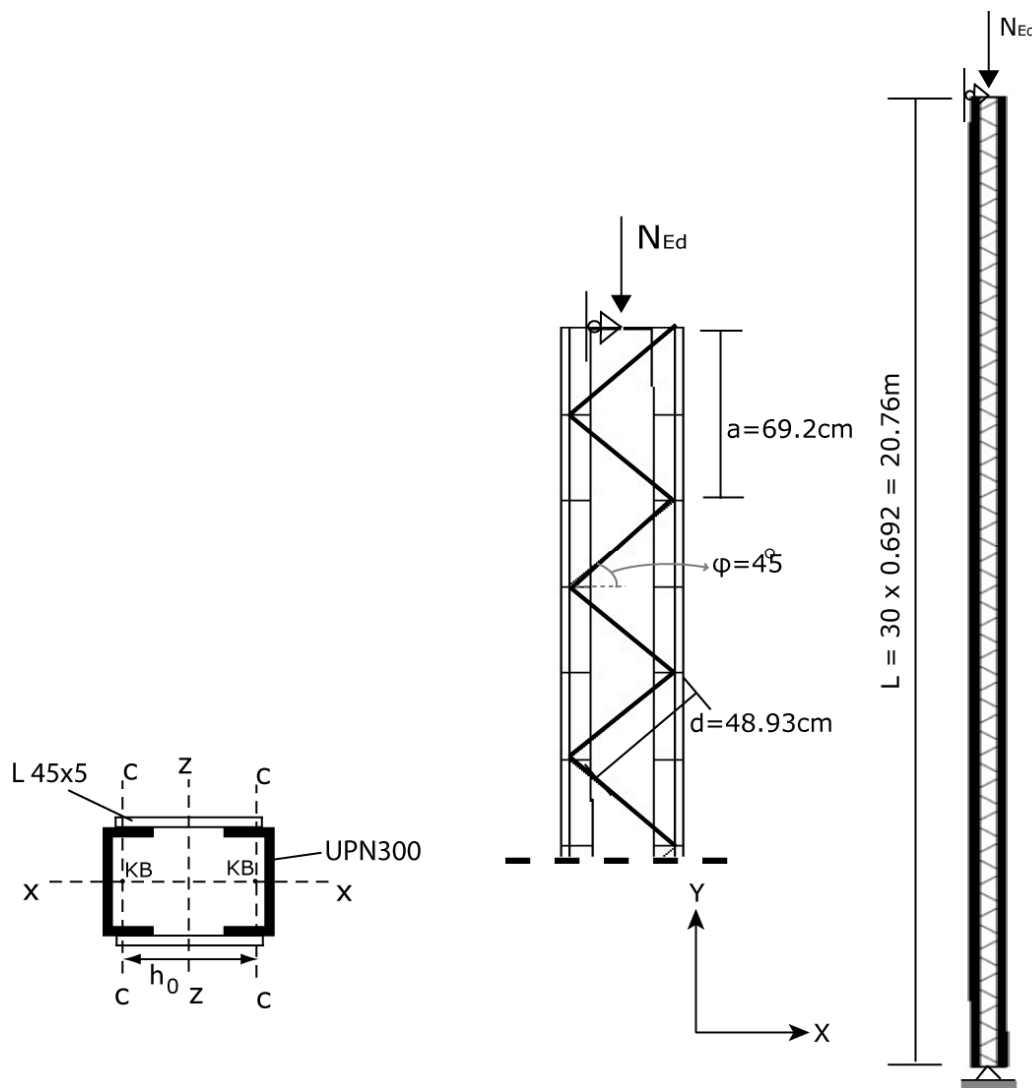
Στα κεφάλαια 2 και 3 αναλύσαμε την επιρροή των διατμητικών παραμορφώσεων στον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου για διάφορους τύπους σύνθετων υποστυλωμάτων και παρουσιάσαμε τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3. Στο παρόν κεφάλαιο θα επιλύσουμε επιλεγμένους φορείς σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και στη συνέχεια θα προσομοιάσουμε τον κάθε φορέα στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA ώστε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα. Οι φορείς που θα αναλύσουμε θεωρούνται αμφιαρθρωτοί και η προσομοίωση τους στο πρόγραμμα γίνεται με μία άρθρωση και μία κύλιση.

Στις παραγράφους 4.2, 4.3 και 4.4 θα ασχοληθούμε με πολυμελείς διατομές αποτελούμενες από δυο πρότυπα ελάσματα η σύνδεση των οποίων είναι δικτυωτή πραγματοποιείται δηλαδή με ράβδους σύνδεσης. Από τους διάφορους τύπους δικτύωσης που αναλύσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια επιλέξαμε να ασχοληθούμε στις αριθμητικές αναλύσεις με ράβδους δικτύωσης τύπου V στις οποίες δεν έχουμε ορθοστάτες αλλά μόνο διαγώνιες ράβδους. Επιλέξαμε η προσομοίωση να γίνει με επιφανειακά στοιχεία (Finite Elements 2 directions – FEM2D) ενώ τα δύο πρώτα παραδείγματα τα προσομοιώσαμε και με ραβδωτά στοιχεία (Finite Elements 1 direction – FEM1D) για να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των δύο τρόπων προσομοίωσης. Η επίλυση με επιφανειακά στοιχεία είναι πολύ πιο χρονοβόρα από την επίλυση με ραβδωτά στοιχεία αλλά προσομοιάζει με καλύτερο τρόπο την πραγματική συμπεριφορά του φορέα.

4.2 Σύνθετο υποστυλώμα με ράβδους δικτύωσης τύπου V με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω καθολικού λυγισμού

4.2.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

Στο πρώτο παράδειγμα θα ασχοληθούμε με ένα φορέα ο οποίος κινδυνεύει κυρίως από αστοχία λόγω καθολικού λυγισμού. Αυτός ο μηχανισμός αστοχίας ενδέχεται να επικρατήσει αν για τα πέλματα του σύνθετου υποστυλώματος χρησιμοποιούνται ισχυρές διατομές σε σχετικά μικρή απόσταση μεταξύ τους, οπότε η συνολική λυγηρότητα του φορέα είναι μεγάλη. Για να επιλέξουμε ένα τέτοιο σύνθετο υποστυλώμα πειραματιστήκαμε στο φύλο excel που παρουσιάσαμε στο κεφάλαιο 3 αλλάζοντας κάθε φορά τα στοιχεία του φορέα με σκοπό να βρούμε ένα υποστυλώμα του οποίου η δύναμη σχεδιασμού N_{Rd} να πλησιάζει το ελαστικό κρίσιμο φορτίο με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων N_{cr} . Ο φορέας που επιλέξαμε φαίνεται στο σχήμα 4.1 και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:



Σχήμα 4.1: Σύνθετο υποστυλώμα με ράβδους δικτύωσης – αμφιαρθρωτό

- Δομικός χάλυβας κατηγορίας S235
- Διατομή πέλματος UPN300
- Διατομή δικτύωσης L 45x5
- Ύψος σύνθετου υποστυλώματος L=20.76m
- Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων $h_0=34.6\text{cm}$
- Αριθμός φατνωμάτων $n=30$

Παρακάτω παρουσιάζουμε το φύλο excel υπολογισμού της αντοχής του φορέα με βάση τον Ευρωκώδικα 3:

Χαρακτηριστικά υλικού			
Δομικός χάλυβας κατηγορίας:		S235H	
Χαρακτηριστική τάση διαρροής:	$f_y=$	23.50	kN/cm ²
Μειωτικός συντελεστής:	$\epsilon=$	1.00	
Μέτρο ελαστικότητας χάλυβα:	$E=$	21000.00	kN/cm ²
Λόγος Poisson στη ελαστική περιοχή:	$\nu=$	0.30	

Χαρακτηριστικά διατομών			
Διατομή πέλματος:	UPN	300	
Εμβαδόν διατομής του ενός πέλματος:	$A_{ch}=$	58.80	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{ch,z}=$	495.00	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{ch,z}=$	2.90	cm
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:		0.49	
Διατομή ράβδου δικτύωσης:	L	45 x 45 x 5	
-	-	8.00	cm
-	-	1.00	cm
Εμβαδόν διατομής ράβδου:	$A_d=$	4.30	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$I_{d,y}=$	3.25	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$i_{d,y}=$	0.87	cm
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{d,z}=$	3.25	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{d,z}=$	0.87	cm
Καμπύλη λυγισμού:		b	
Συντελεστής ατελειών:		0.34	

Χαρακτηριστικά σύνθετου υποστυλώματος			
Ύψος σύνθετου υποστυλώματος:	L=	2076.00	cm
Συντελεστής μεγέθους ατέλειας	$\mu=$	1.00	
Ατέλεια σύνθετου υποστυλώματος:	$e_0=$	4.15	cm
Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων:	$h_0=$	34.60	cm
Ροπή αδρανείας υποστυλώματος:	$I_{eff}=$	35196.50	cm ⁴
Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού:	$\beta=$	1.00	

Χαρακτηριστικά δικτύωσης τύπου V

Μήκος του ενός φατνώματος:	$a =$	69.20	cm
Γωνία δικτύωσης:	$\varphi =$	45.00°	(μοίρες)
	$\varphi =$	0.79	rad
Μήκος διαγώνιας ράβδου δικτύωσης:	$d =$	48.93	cm
Αριθμός φατνωμάτων:	$n =$	30.00	
Διατμητική δυσκαμψία:	$S_v =$	63851.74	kN

Χαρακτηριστικά αντοχής φατνώματος

Λυγηρότητα:	λ_{ch}	23.862	
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{ch,1}$	93.900	
Ανηγγμένη λυγηρότητα:	$\bar{\lambda}_{ch}$	0.254	
Συντελεστής Φ :	$\Phi_{ch} =$	0.546	
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_{ch} =$	0.972	
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{ch,y,rd} =$	1381.80	kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{ch,rd} =$	1343.78	kN

Χαρακτηριστικά αντοχής διαγώνιας ράβδου

Λυγηρότητα:	λ_d	56.284	
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{d,1}$	93.700	
Ανηγγμένη λυγηρότητα:	$\bar{\lambda}_d$	0.601	
Συντελεστής Φ :	$\Phi_d =$	0.749	
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_d =$	0.837	
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{d,y,rd} =$	101.05	kN

Ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος:

Χωρίς επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων (Euler):	$N_E =$	1692.64	kN
Με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων:	$N_{cr} =$	1648.93	kN

Δράσεις

Αξονική θλιπτική δύναμη σχεδιασμού υποστυλώματος:	$N_{Ed} =$	1285.00	kN
Μέγιστη ροπή 2ης τάξης:	$M_{Ed} =$	24174.00	kNcm
Μέγιστη τέμνουσα 2ης τάξης:	$V_{Ed} =$	36.58	kN
Επιπρόσθετη δύναμη στο φάτνομα από τη ροπή 2ης τάξης	$M_{Ed}/h_0 =$	698.67	
Δυσμενέστερη αξονική του φατνώματος με θεωρία 2ης τάξης:	$N_{ch,Ed} =$	1341.17	kN
Δυσμενέστερη αξονική για ράβδο δικτύωσης με θεωρία 2ης τάξης:	$S_d =$	25.87	kN

Αντοχή σύνθετου υποστυλώματος			
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος (στο μήκος ενός φατνώματος):	$N_{ch,Rd,mod} =$	1285.88	kN
Εναντι λυγισμού-διαρροής ράβδου δικτύωσης:	$N_{d,Rd,mod} =$	1517.44	kN

Έλεγχος αντοχής σύνθετου υποστυλώματος				
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος (στο μήκος ενός φατνώματος)	$N_{Ed}/N_{ch,Rd,mod} =$	0.9993	< 1	Επάρκεια
Εναντι λυγισμού-διαρροής ράβδου δικτύωσης	$N_{Ed}/N_{d,Rd,mod} =$	0.8468	< 1	Επάρκεια

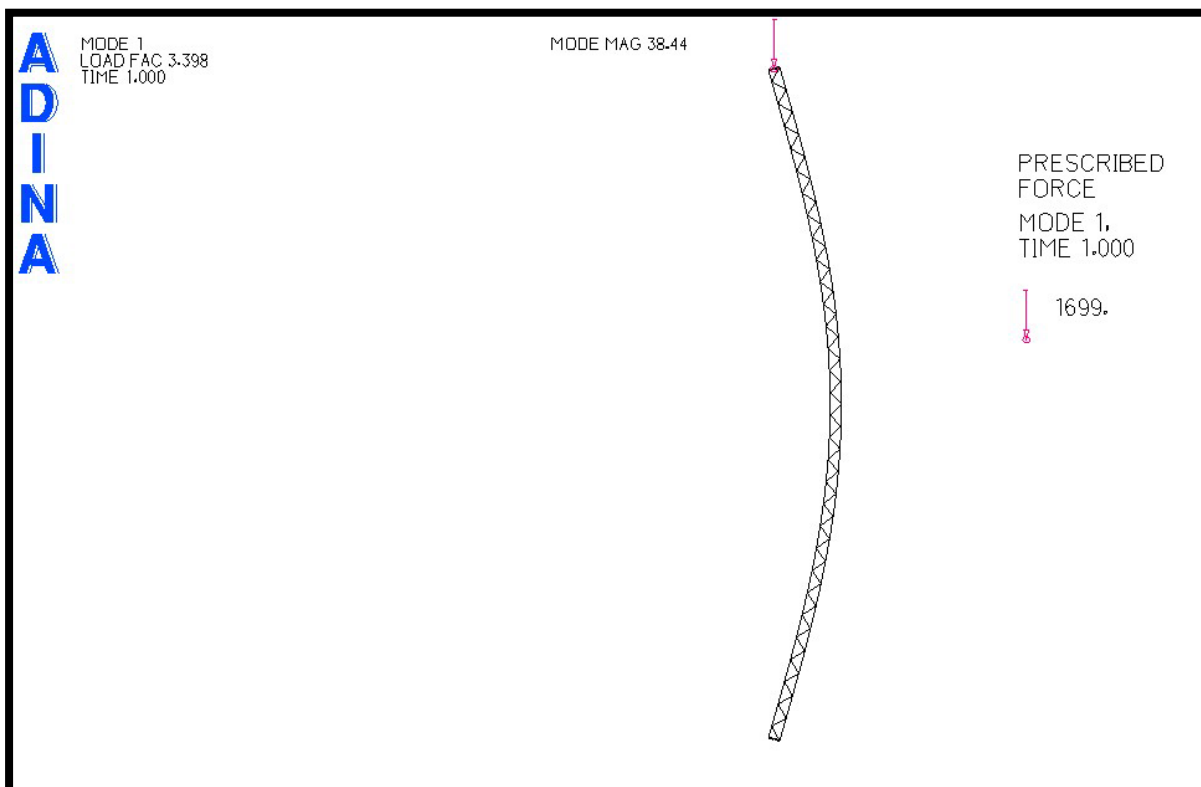
4.2.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με ραβδωτά στοιχεία (FEM1D)

Στις πρώτες αναλύσεις επιλέξαμε να χρησιμοποιήσουμε ραβδωτά στοιχεία για την προσομοίωση του φορέα μας στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Για υλικό με πλήρως γραμμική ελαστική συμπεριφορά στο οποίο ισχύει ο νόμος του Hooke το πρόγραμμα επιτρέπει να εισάγουμε όλα τα είδη διατομών, ενώ για υλικό με γραμμικά ελαστική – γραμμικά κρατυνόμενη συμπεριφορά μας επιτρέπει να εισάγουμε μόνο ορθογωνικές διατομές. Στις αναλύσεις ιδιομορφών λυγισμού και γεωμετρικής μη γραμμικότητας έχουμε πλήρως ελαστικό υλικό και τα μόνα χαρακτηριστικά που χρειάζεται να εισάγουμε στο πρόγραμμα είναι το μέτρο ελαστικότητας $E=2.1 \times 10^8$ kN/m² και ο λόγος Poisson $\nu=0.3$. Παρακάτω θα δούμε πως θα αντιμετωπίσουμε τις αναλύσεις με ελαστοπλαστικό διγραμμικό υλικό. Επομένως για τη διατομή των πελμάτων αρκεί να εισάγουμε τις διαστάσεις της UPN300, ενώ οι διατομές των ράβδων, εφόσον επιλέξαμε να προσομοιάσουμε τον φορέα με ραβδωτά στοιχεία, θα πρέπει στο πρόγραμμα να έχουν διπλάσιο εμβαδόν διατομής και ροπή αδράνειας καθώς αναπαριστούν και τις δυο ράβδους που υπάρχουν στην πραγματικότητα.

4.2.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

Αφού κατασκευάσουμε τον φορέα μπορούμε να προχωρήσουμε στις αναλύσεις. Από το μενού "Analysis Type" επιλέγουμε την "Linearized Buckling" η οποία μας δίνει την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού που φαίνεται στο σχήμα 4.2 και από την οποία προκύπτει ότι το

καθολικό ελαστικό κρίσιμο φορτίο είναι $FEM1D N_{cr}^{LB} = 1699kN$. Στις επόμενες αναλύσεις θα χρειαστεί να εισάγουμε την ατέλεια του υποστυλώματος η οποία για ένα αμφιαρθρωτό υποστυλώμα με ύψος $L=20.76m$ είναι $e_0=4.15cm$. Για να κατανοήσει το πρόγραμμα την ατέλεια χρειάζεται να τη δώσουμε με βάση την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού. Έτσι από το μενού "Model" – "Initial conditions" – "Imperfection" εισάγουμε την ιδιομορφή λυγισμού (Buckling mode) 1, το σημείο στο οποίο θα έχουμε την ατέλεια δηλαδή στο κέντρο του υποστυλώματος (Point 9), τη διεύθυνση της ατέλειας (Direction) κατά τον άξονα X-X καθώς και το μέγεθος της ατέλειας (Displacement) ίσο με 4.2cm.

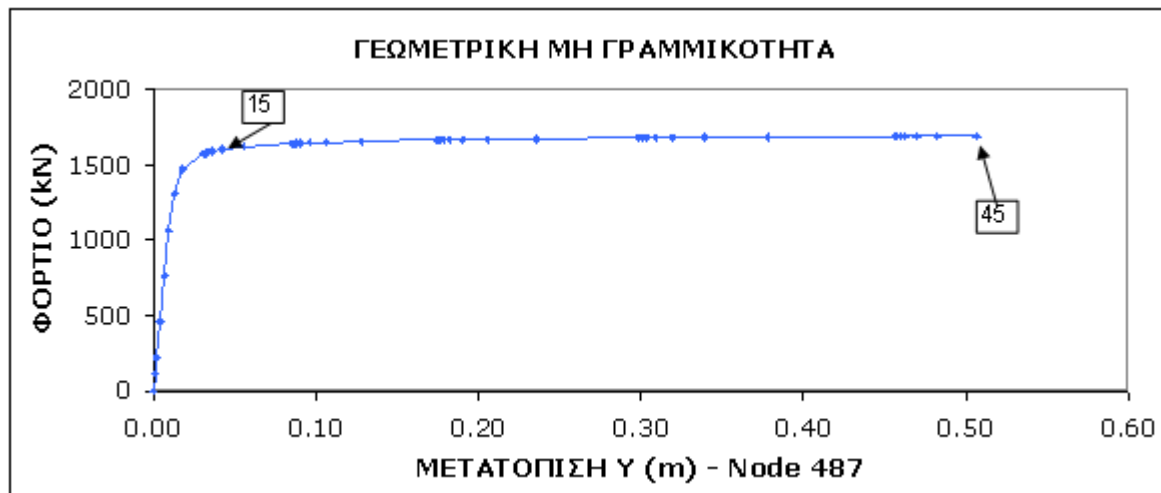


Σχήμα 4.2: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού (LB)

4.2.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

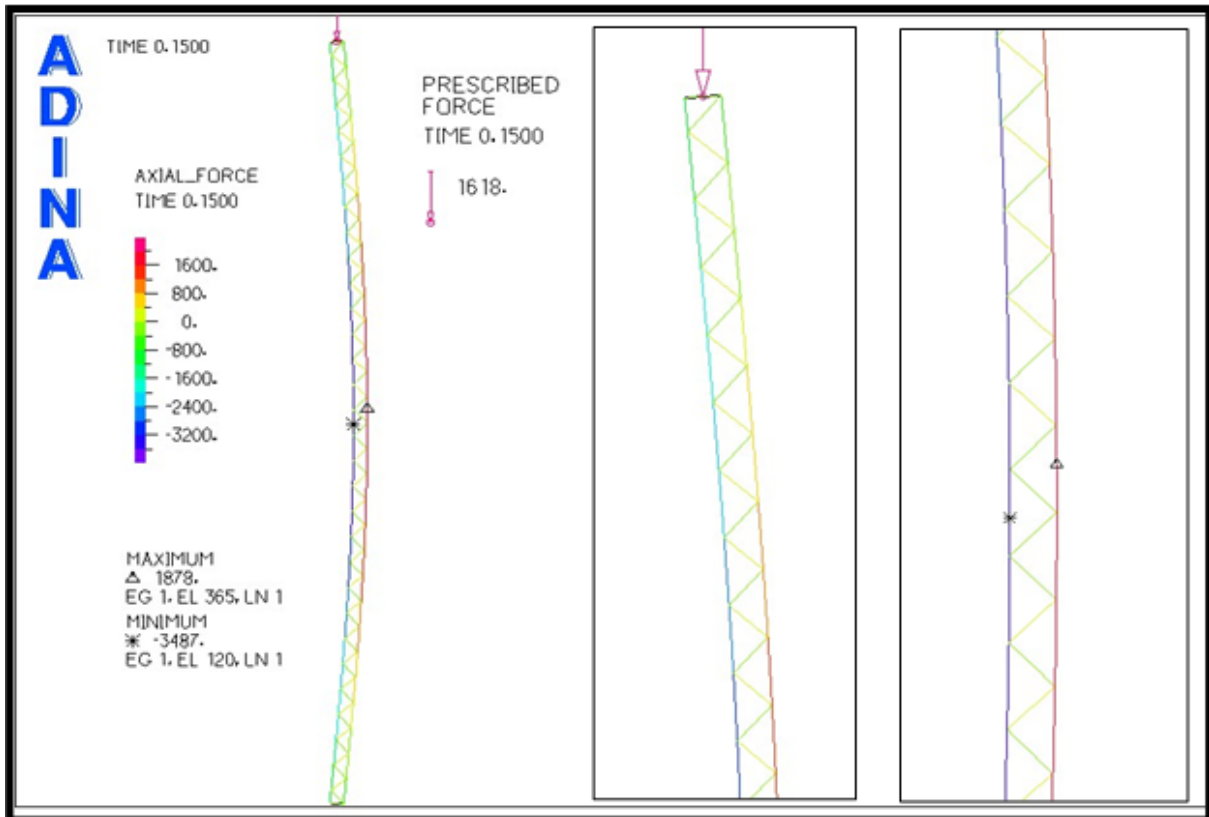
Με το ελαστικό υλικό μπορούμε να κάνουμε την ανάλυση γεωμετρικής μη γραμμικότητας του φορέα. Από το μενού "Control" – "Analysis assumptions" – "Kinematics" επιλέγουμε "displacement/rotations" Large, δηλαδή μεγάλες παραμορφώσεις, ώστε το πρόγραμμα να πραγματοποιήσει ανάλυση γεωμετρικής μη γραμμικότητας. Η ανάλυση έγινε με τη μέθοδο "Collapse Analysis" που συνεχίζει και μετά το οριακό σημείο και έτσι μπορούμε να

βγάλουμε χρήσιμα συμπεράσματα για τη μεταλυγισμική συμπεριφορά του φορέα. Στο σχήμα 4.3 φαίνεται το διάγραμμα του ADINA που προέκυψε για τη συνολική δύναμη που ασκούμε στο φορέα (άξονας Y) προς την κατακόρυφη μετατόπιση του κόμβου αναφοράς - Node 487 της κύλισης (άξονας X). Η συμπεριφορά του φορέα που προκύπτει από αυτή την ανάλυση είναι παρόμοια με αυτή ενός θλιβόμενου συμπαγούς στοιχείου, που δεν έχει πιθανότητα τοπικού λυγισμού, και επομένως προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο καθολικός λυγισμός είναι ο κρίσιμος για αυτό το σύνθετο υποστύλωμα. Πράγματι παρατηρούμε από το διάγραμμα του σχήματος 4.3 ότι για φορτίο μεγαλύτερο του 1700kN ο φορέας παραμορφώνεται πάρα πολύ γεγονός που οφείλεται στο ότι έχει φτάσει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού $F_{cr}^{FEM1D} N_{cr}^{LB} = 1699kN$ που βρήκαμε παραπάνω.

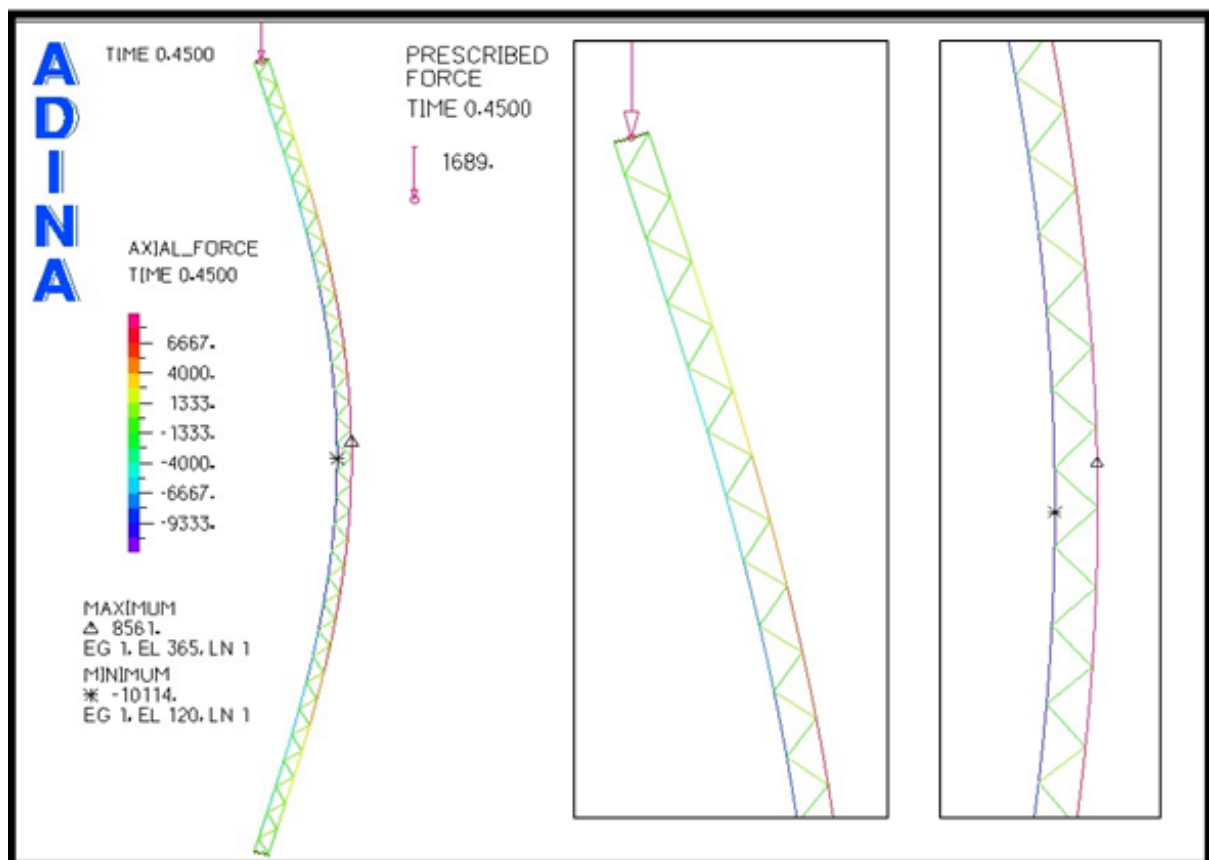


Σχήμα 4.3: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

Για το 15° βήμα, που είναι στην περιοχή έντονης μείωσης της δυσκαμψίας του φορέα, και για το 45° βήμα απεικονίζονται στα σχήματα 4.4 και 4.5 η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα και η κατανομή των αξονικών δυνάμεων. Η μονάδα μέτρησης των αναγραφόμενων δυνάμεων είναι σε kN. Παρατηρούμε από το σχήμα 4.4 ότι ήδη για φορτίο 1618kN, λίγο μικρότερο από το φορτίο της πρώτης ιδιομορφής, έχει σημειωθεί έντονη μείωση δυσκαμψίας, δηλαδή έχει εκδηλωθεί ελαστικός λυγισμός, γεγονός που οφείλεται στην ύπαρξη της ατέλειας. Άρα το φορτίο $F_{cr}^{FEM1D} N_{Rd}^{GNIA} = 1618kN$ είναι το φορτίο για το οποίο αστοχεί ο φορέας με την ανάλυση μη γραμμικότητας γεωμετρίας.



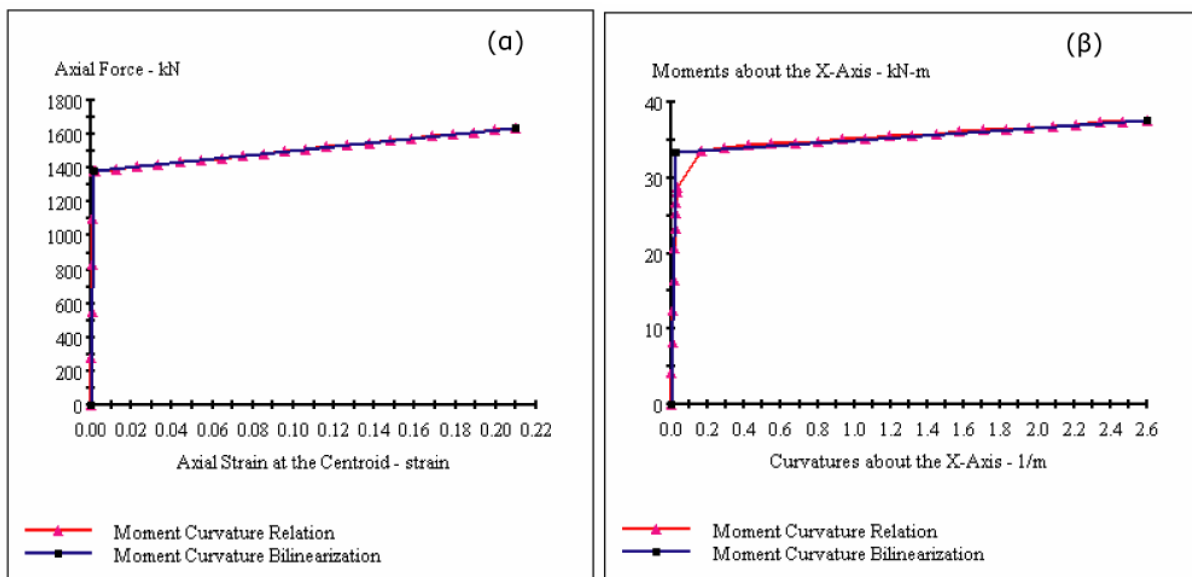
Σχήμα 4.4: Κατανομή αξονικών δυνάμεων - βήμα 15° (GNIA)



Σχήμα 4.5: Κατανομή αξονικών δυνάμεων - βήμα 45° (GNIA)

4.2.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

Στη συνέχεια θα κάνουμε μη γραμμική ανάλυση υλικού, δηλαδή κρατώντας μικρές παραμορφώσεις (“displacement/rotations” Small) θα εισάγουμε στο πρόγραμμα υλικό με γραμμικά ελαστική – γραμμικά κρατυνόμενη συμπεριφορά (Plastic-Bilinear). Όπως ήδη αναφέραμε το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ADINA δεν δέχεται για τις διατομές UPN ελαστοπλαστικό υλικό. Για να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα XTRACT. Προσομοιώσαμε τη διατομή με την γεωμετρία της UPN300 και από την ανάλυση του XTRACT προέκυψαν τα διαγράμματα αξονικών δυνάμεων–αξονικών παραμορφώσεων και ροπών-καμπυλοτήτων ως προς τον ασθενή άξονα της διατομής που μας ενδιαφέρει (σχήμα 4.6), τα δεδομένα των οποίων χρησιμοποιήσαμε για να εισάγουμε με την εντολή “Define Rigidity” τα δυο ραβδωτά στοιχεία των πελμάτων ώστε να μπορούμε να κάνουμε μη γραμμική ανάλυση υλικού.

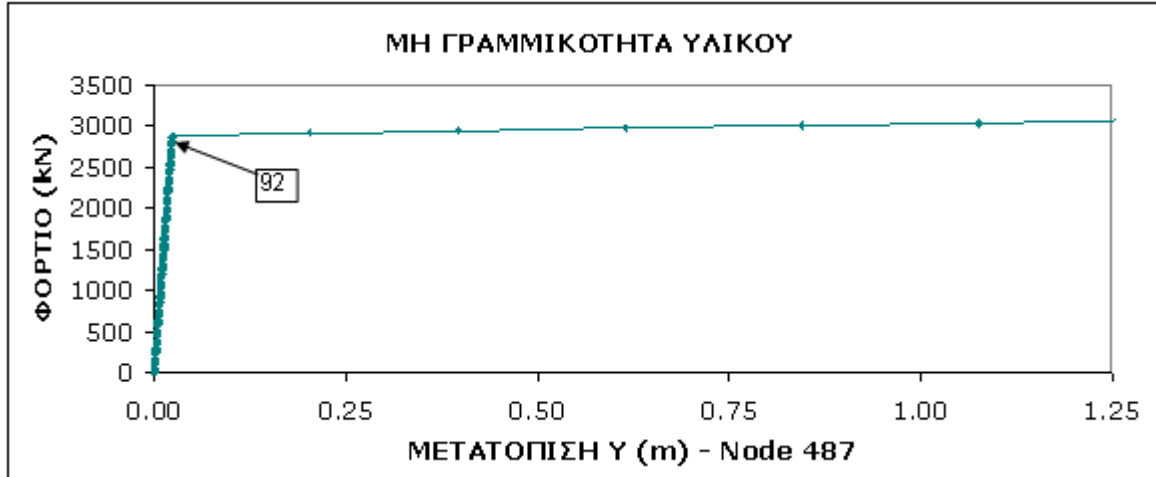


Σχήμα 4.6: Διαγράμματα για τη διατομή UPN300 από το πρόγραμμα XTRACT

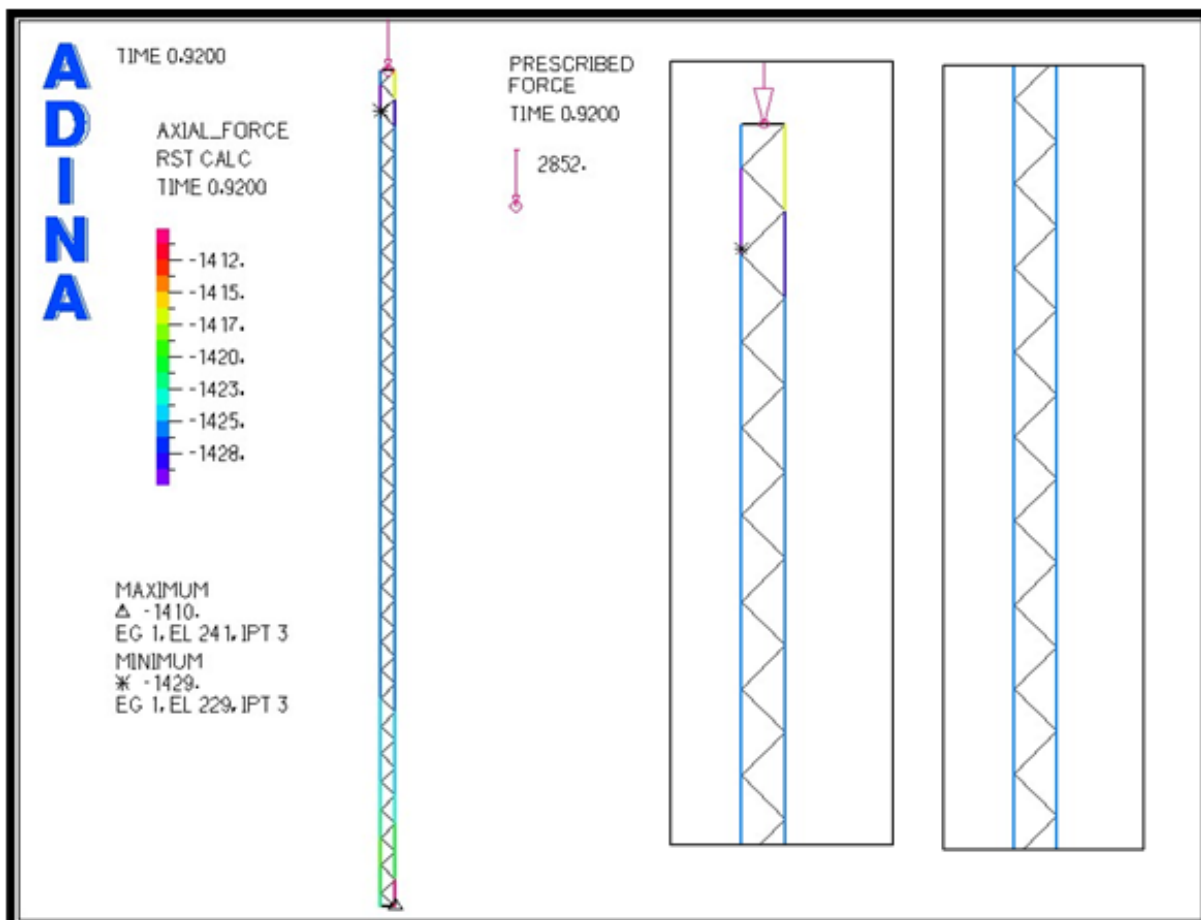
Πραγματοποιούμε την ανάλυση με τη μέθοδο Full Newton-Raphson σε 100 βήματα (time steps) και με έλεγχο φορτίου (Load control). Ο δρόμος ισορροπίας για τη μη γραμμική ανάλυση υλικού απεικονίζεται στο σχήμα 4.7.

Για το οριακό σημείο (βήμα 92) που το υποστυλωμα αρχίζει να διαρρέει έχουμε στο σχήμα 4.8 την κατανομή αξονικών δυνάμεων. Παρατηρούμε ότι η ελάχιστη αξονική δύναμη είναι 1410kN ενώ η μέγιστη 1429kN. Προκύπτει λοιπόν ότι η δύναμη μοιράζεται σχεδόν εξίσου στα δυο πέλματα, γεγονός το οποίο ήταν αναμενόμενο καθώς έχουμε μικρές μετατοπίσεις

και δεν λαμβάνουν χώρα φαινόμενα 2^{ης} τάξης. Έτσι στο οριακό σημείο που ξεκινάει η διαρροή του υποστυλώματος το κάθε πέλμα δέχεται αξονική δύναμη $FEM1D N_{ch}^{MNA} = 1420kN$ ενώ η συνολική επιβαλλόμενη δύναμη είναι $FEM1D N_{Rd}^{MNA} = 2852kN$



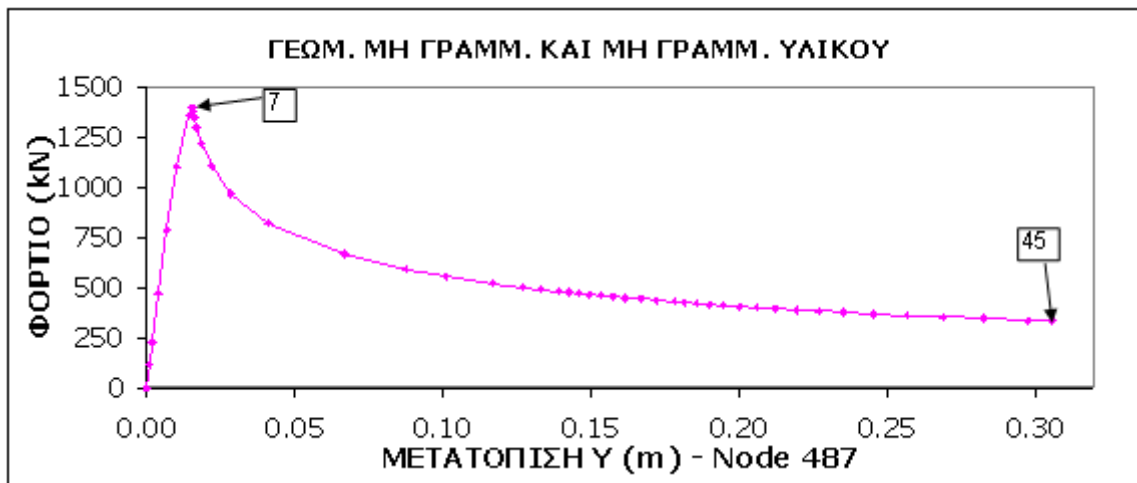
Σχήμα 4.7: Δρόμος ισορροπίας - μη γραμμικότητα υλικού (MNA)



Σχήμα 4.8: Κατανομή αξονικών δυνάμεων - βήμα 92° (MNA)

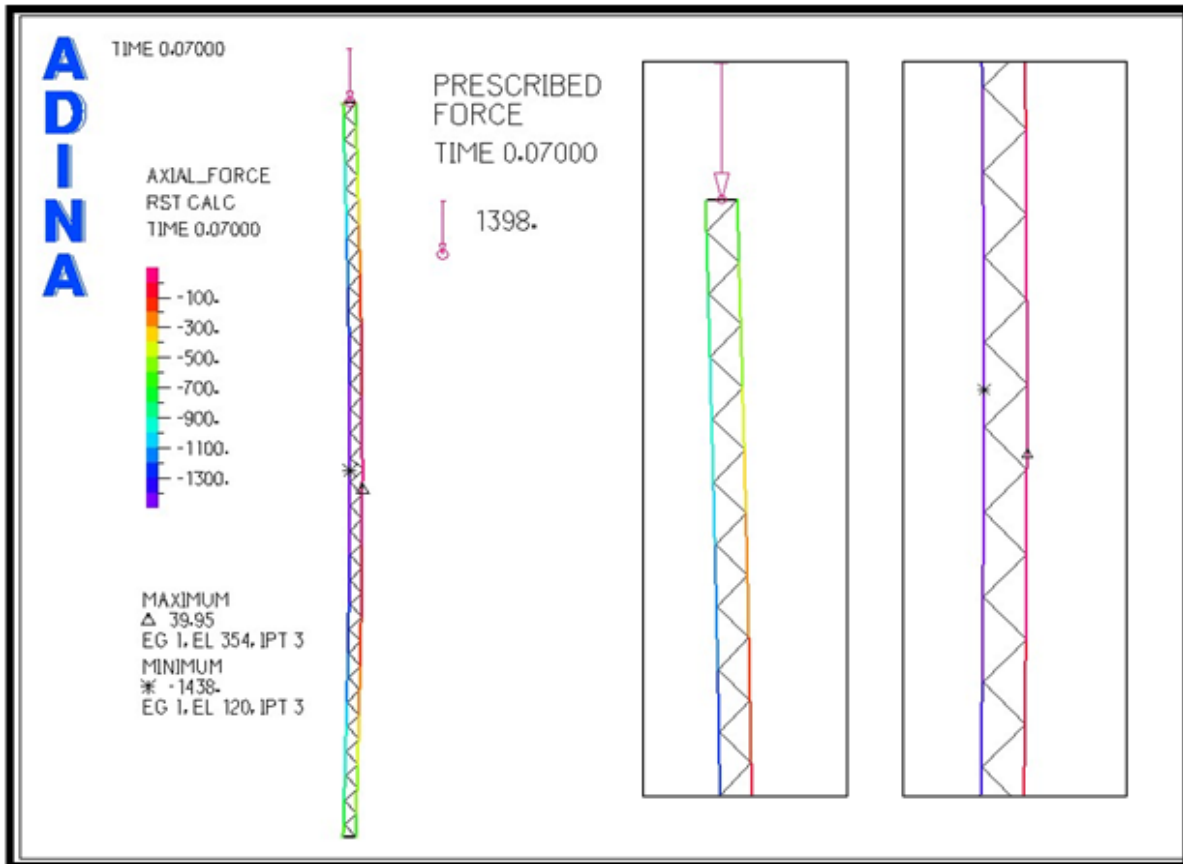
4.2.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

Η ανάλυση που μας δείχνει την πραγματική συμπεριφορά του σύνθετου υποστυλώματος είναι η μη γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας. Για να την πραγματοποιήσουμε εισάγουμε ξανά την ατέλεια $e_0=4.2\text{cm}$ και από το μενού “Control” – “Analysis assumptions” – “Kinematics” επιλέγουμε “displacement /rotations” Large. Η ανάλυση έγινε με τη μέθοδο Collapse analysis (Arc-Length). Ο δρόμος ισορροπίας που περιγράφει τη συμπεριφορά του φορέα, συσχετίζει το επιβαλλόμενο φορτίο με την κατακόρυφη μετατόπιση του κόμβου αναφοράς - Node 487 που έχουμε ορίσει ως κύλιση στο προσομοίωμα του σύνθετου υποστυλώματος στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Ο δρόμος ισορροπίας παρουσιάζεται γραφικά στο σχήμα 4.9.

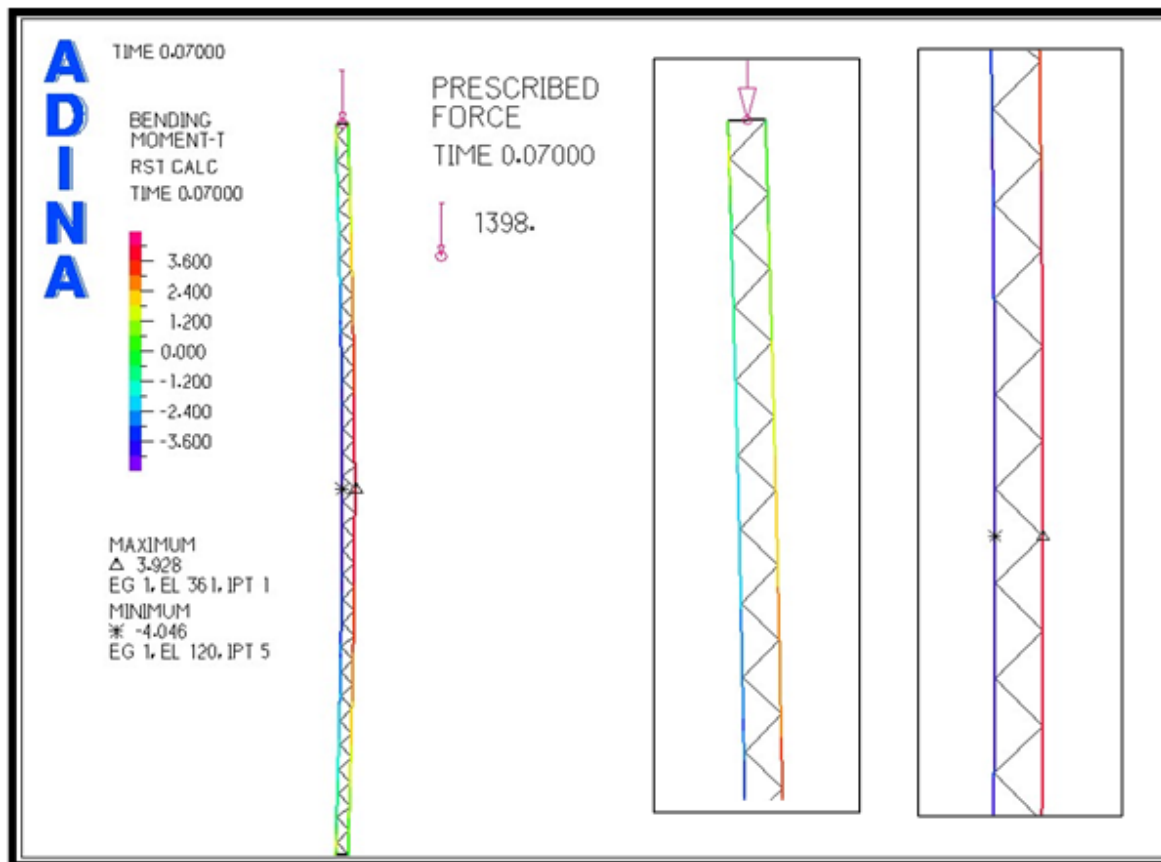


Σχήμα 4.9: Δρόμος ισορροπίας - γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNIA)

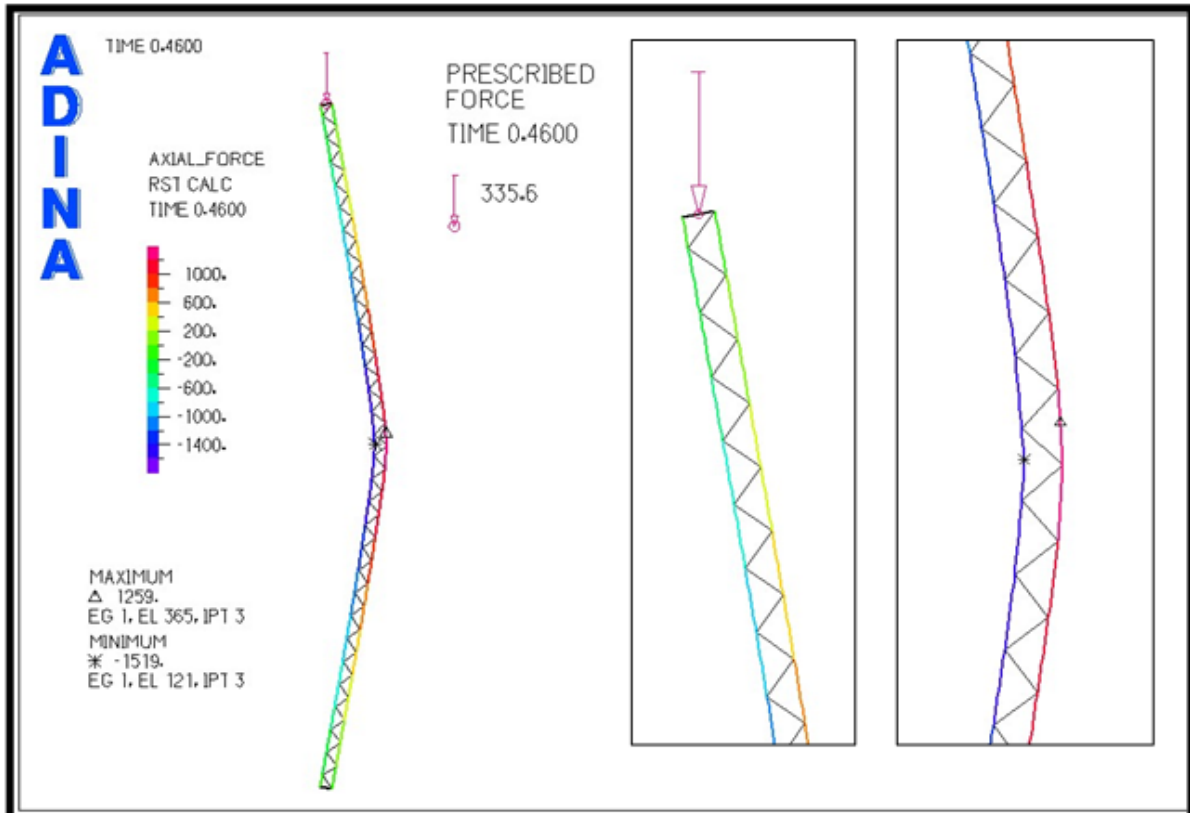
Για τα χαρακτηριστικά σημεία που έχουμε επισημάνει στο παραπάνω διάγραμμα, παρουσιάζονται η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, καθώς και η κατανομή των αξονικών δυνάμεων και των ροπών M_z (σχήματα 4.10-4.13). Στο σχήμα 4.10 έχουμε την κατανομή των αξονικών δυνάμεων του σύνθετου υποστυλώματος στο οριακό σημείο (βήμα 7) στο οποίο αστοχεί ο φορέας. Όπως παρατηρούμε το δυσμενέστερο φάτνωμα, που όπως φαίνεται είναι το μεσαίο φάτνωμα από τη μεριά που ο φορέας θλίβεται επιπλέον εξαιτίας του καθολικού λυγισμού, δέχεται αξονική δύναμη ίση με $FEM1D N_{ch}^{GMNIA} = 1438\text{kN}$ ενώ η συνολική επιβαλλόμενη δύναμη είναι $FEM1D N_{Rd}^{GMNIA} = 1398\text{kN}$.



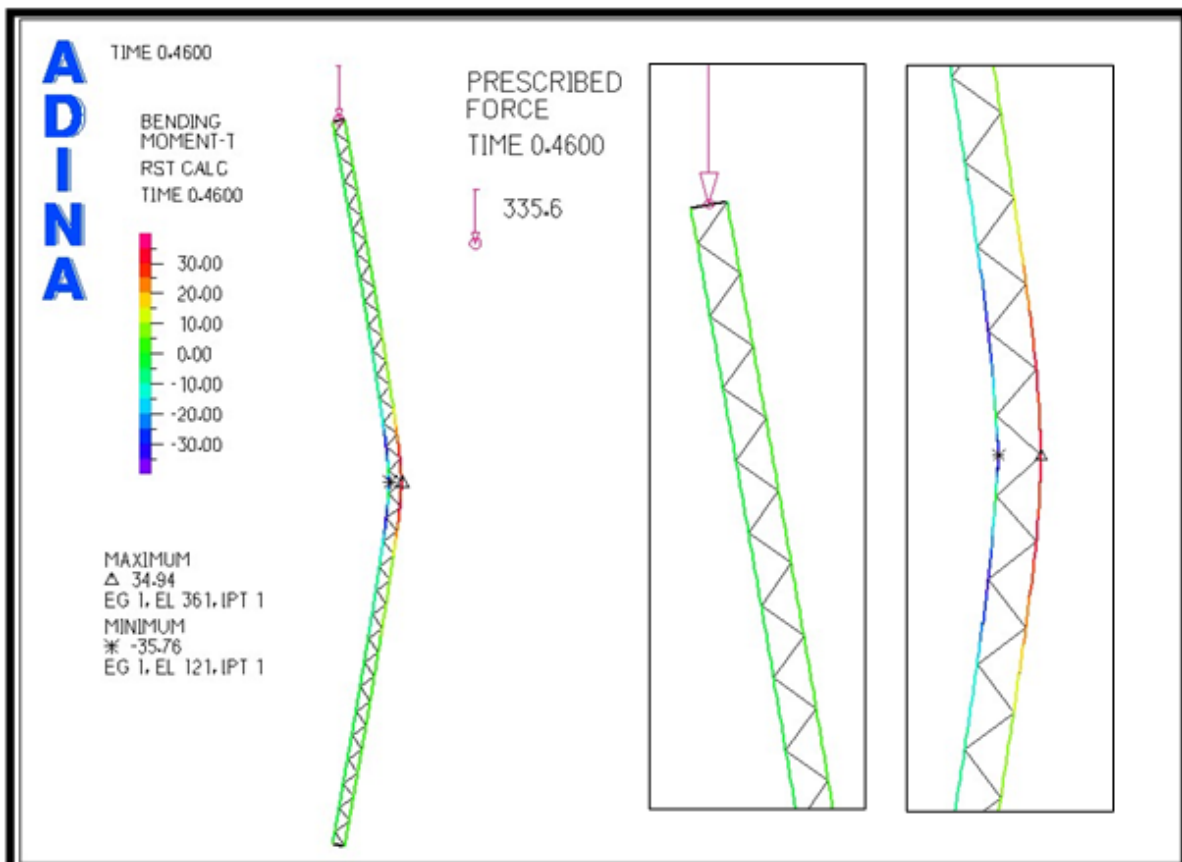
Σχήμα 4.10: Κατανομή αξονικών δυνάμεων (βήμα 7°)



Σχήμα 4.11: Κατανομή ροπών M_z (βήμα 7°)



Σχήμα 4.12: Κατανομή αξονικών δυνάμεων (βήμα 45°)



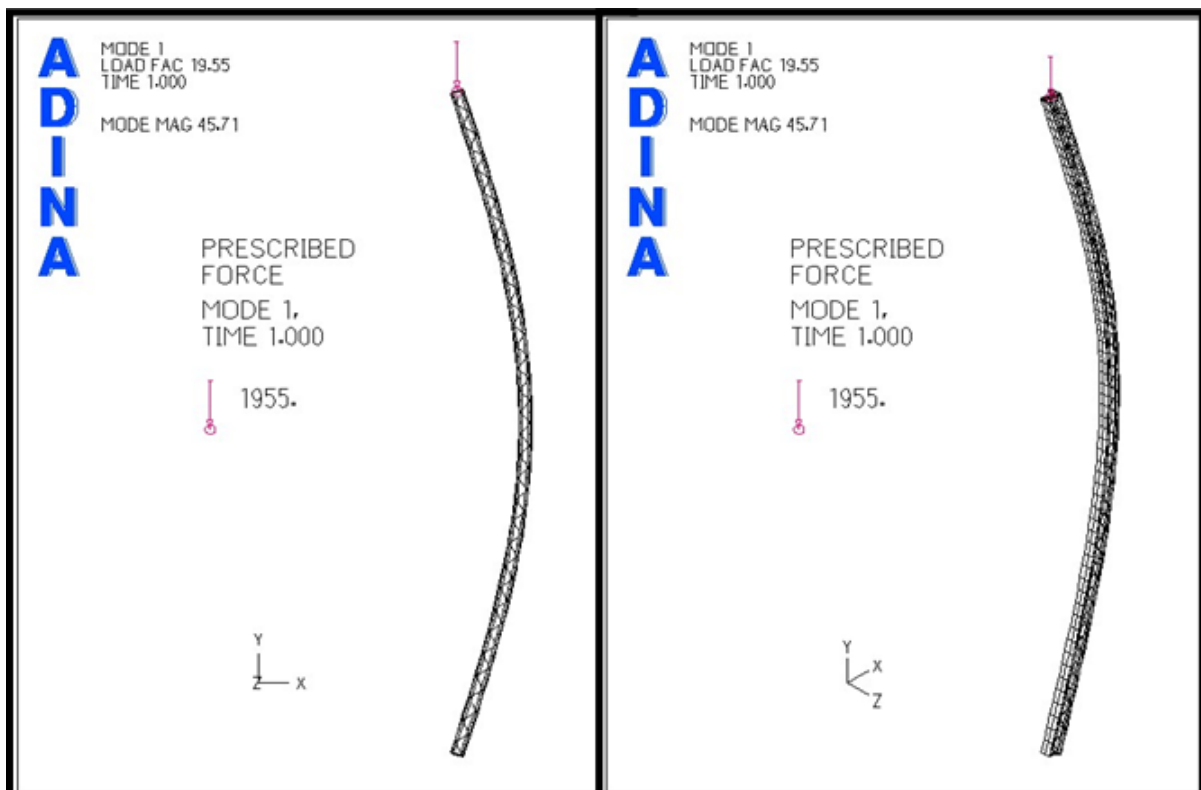
Σχήμα 4.13: Κατανομή ροπών M_z (βήμα 45°)

4.2.3 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

Στη συνέχεια κατασκευάσαμε τον ίδιο φορέα προσομοιώνοντάς τον με επιφανειακά στοιχεία. Η ανάλυση με επιφανειακά στοιχεία είναι πιο χρονοβόρα και ως προς τον χρόνο που χρειαζόμαστε για να προσομοιάσουμε το φορέα στο πρόγραμμα ADINA αλλά και ως προς τον χρόνο επίλυσης. Ωστόσο αντίθετα με τα ραβδωτά στοιχεία μπορούμε να εισάγουμε το διγραμμικό υλικό κατευθείαν στα επιφανειακά στοιχεία χωρίς να χρησιμοποιήσουμε το πρόγραμμα XTRACT γλιτώνοντας έτσι αρκετό χρόνο και κόπο.

4.2.3.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

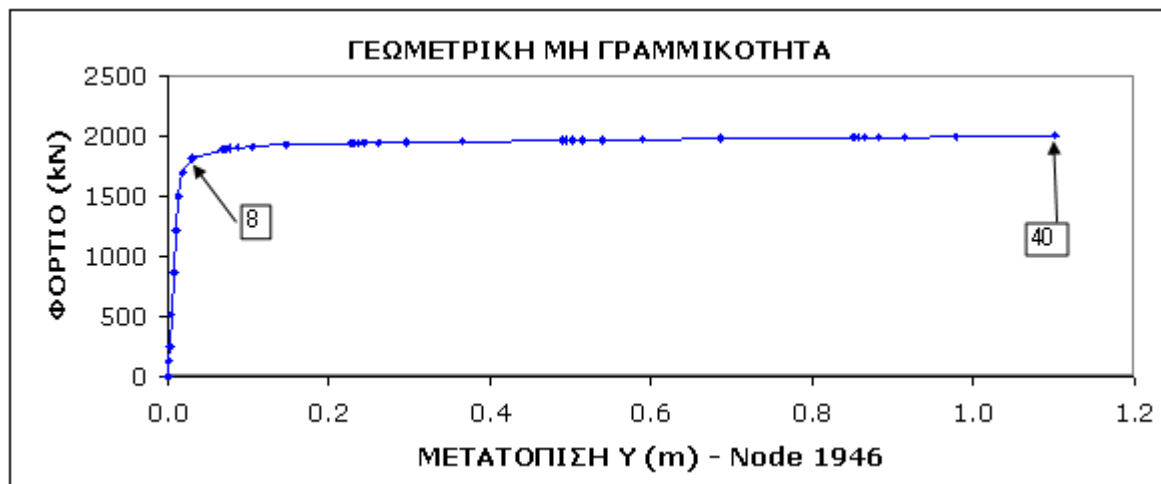
Εκτελώντας την ανάλυση “Linearized buckling” εξάγουμε τις ιδιομορφές λυγισμού του φορέα. Το καθολικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού όπως προκύπτει από την πρώτη ιδιομορφή (σχήμα 4.14) είναι $FEM^{2D}N_{cr}^{LB} = 1955kN$.



Σχήμα 4.14: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού (LB)

4.2.3.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

Η γραφική παράσταση του δρόμου ισορροπίας που προέκυψε από την μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλεια $e_0=4.2\text{cm}$ απεικονίζεται στο σχήμα 4.15. Για τα δύο χαρακτηριστικά σημεία του διαγράμματος (βήμα 8° και 40°) παρουσιάζουμε την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα καθώς και την κατανομή των τάσεων von Mises (σχήματα 4.16-4.17). Η μονάδα μέτρησης των αναγραφόμενων τάσεων είναι σε kN/m^2 . Στο 8° βήμα που έχει σημειωθεί έντονη μείωση δυσκαμψίας, δηλαδή έχει εκδηλωθεί ελαστικός λυγισμός η συνολική επιβαλλόμενη δύναμη είναι ${}^{\text{FEM2D}}N_{\text{Rd}}^{\text{GNIA}} = 1819\text{N}$.

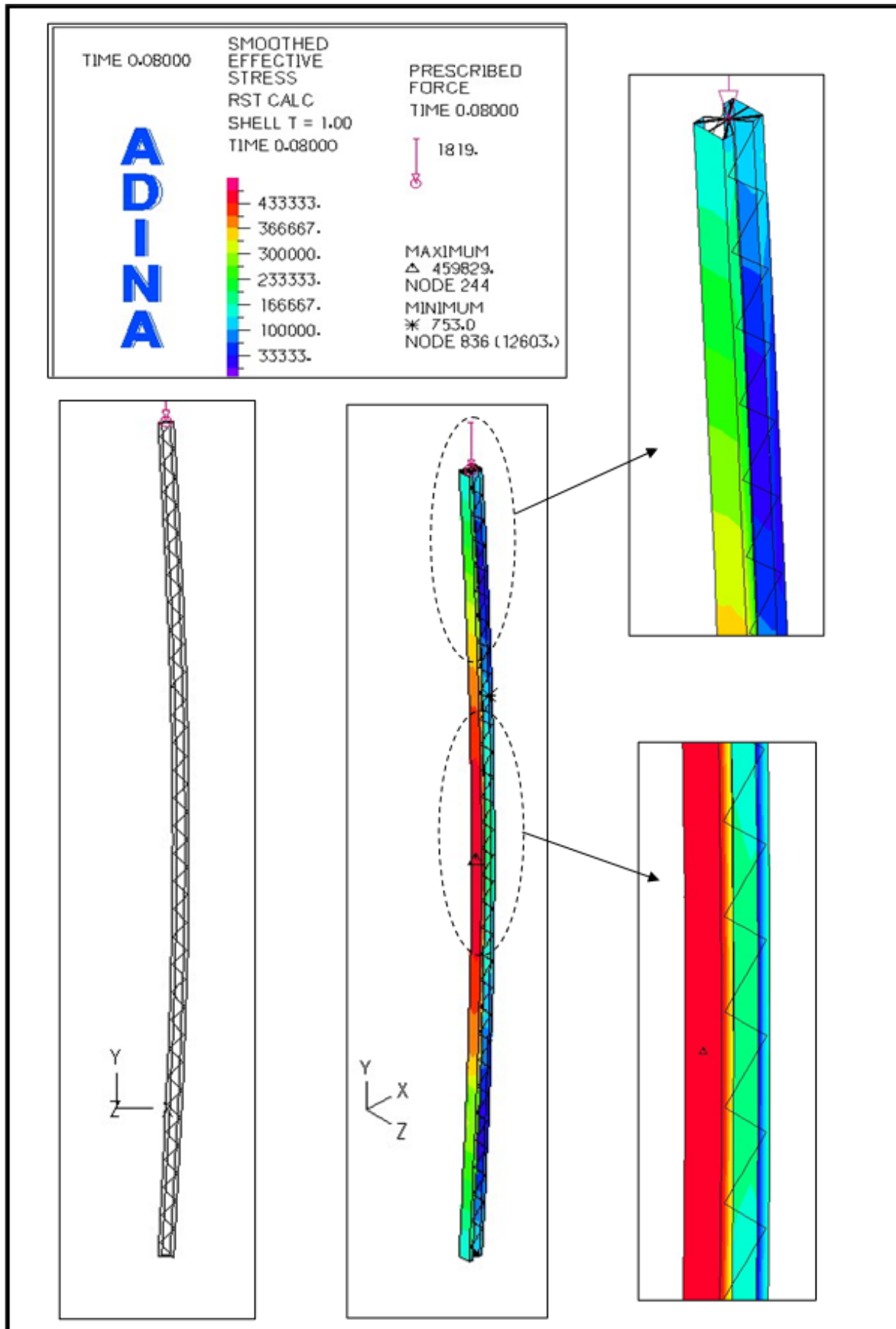


Σχήμα 4.15: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

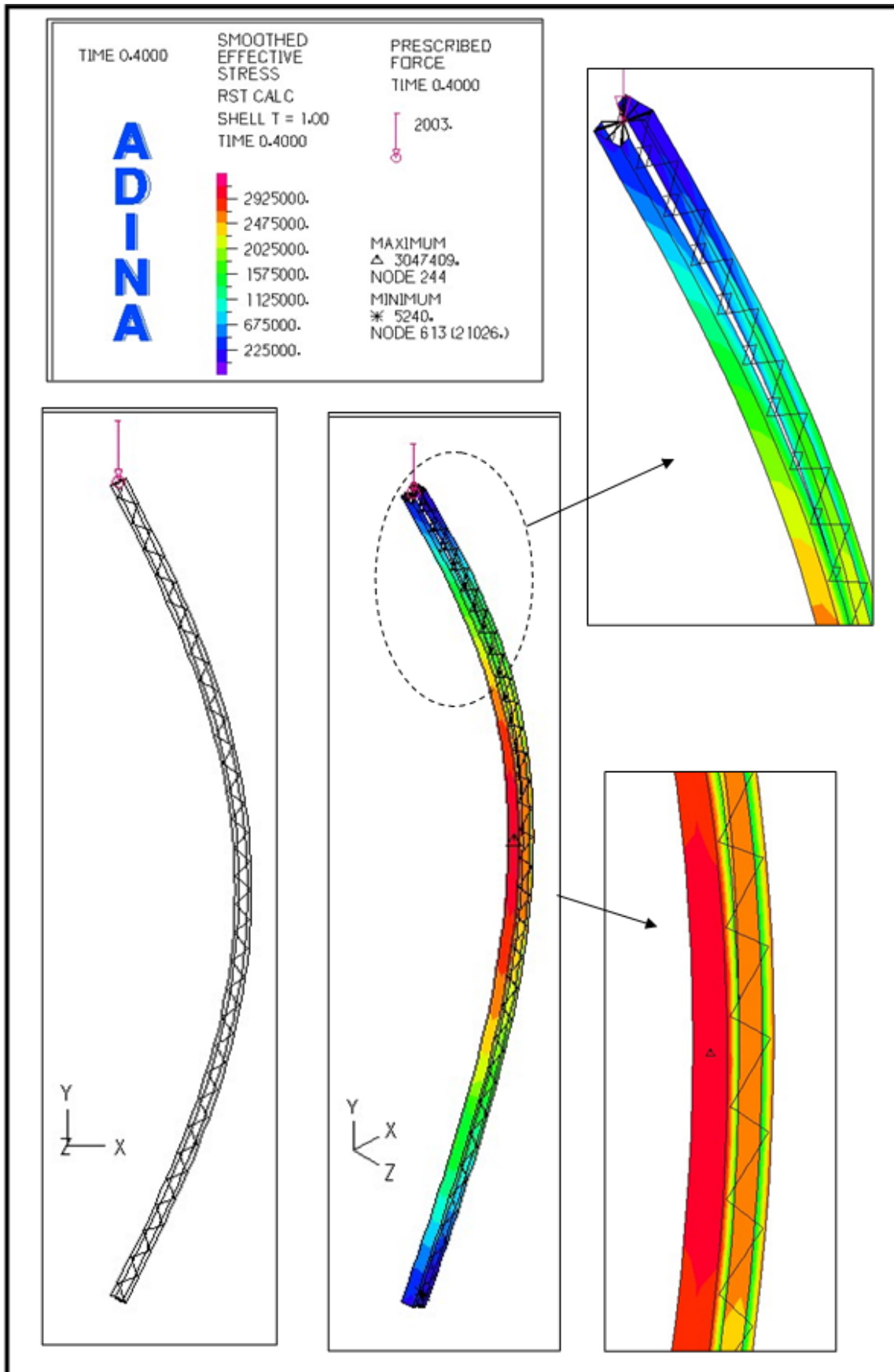
4.2.3.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

Όπως ήδη αναφέραμε με τα επιφανειακά στοιχεία μπορούμε να εισάγουμε κατευθείαν ελαστικό – πλαστικό υλικό στο πρόγραμμα ADINA. Έτσι από το μενού “Model” – “Materials” – Manage materials” επιλέγουμε υλικό “Plastic – Bilinear” με μέτρο ελαστικότητας $E=210.000.000\text{kN/m}^2$, λόγο Poisson $\nu=0.3$, τάση διαρροής $f_y=235.000\text{kN/m}^2$ και κράτυνση $E_t=2.100.000\text{kN/m}^2$. Η ανάλυση μη γραμμικότητας υλικού έγινε με τη μέθοδο “Full Newton Method” σε 50 βήματα (time steps) και ο δρόμος ισορροπίας που προέκυψε φαίνεται στο σχήμα 4.18.

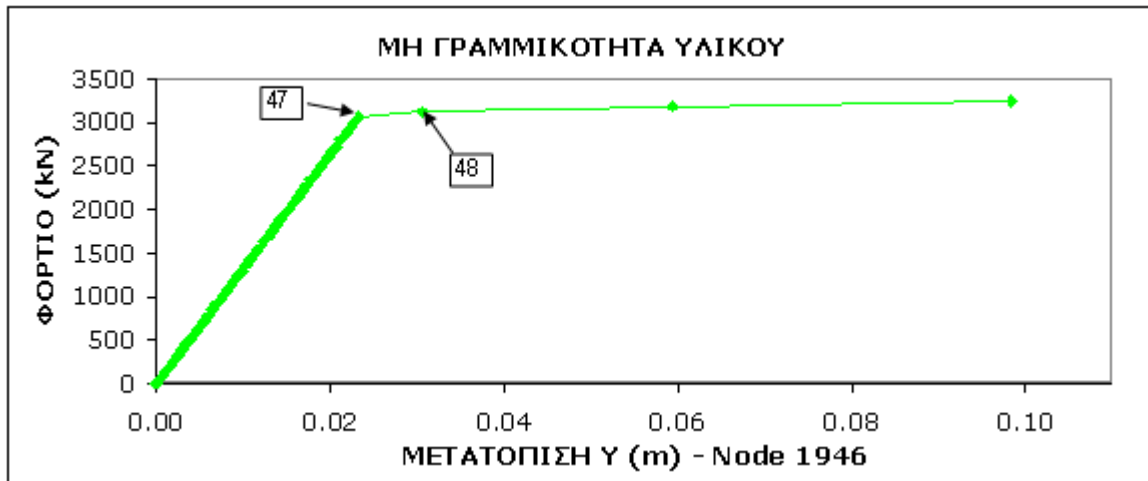
Στα επιφανειακά στοιχεία έχουμε τη δυνατότητα να δούμε σε ποια σημεία ο φορέας έχει διαρρεύσει με την δημιουργία του “κριτηρίου αστοχίας” – “failure criterion – plastic flag”. Έτσι στο σχήμα 4.19 βλέπουμε ότι στο 47° βήμα ο φορέας έχει μόλις αρχίσει να διαρρέει ενώ στο 48° βήμα έχει διαρρεύσει πλήρως. Άρα το συνολικό φορτίο για το οποίο αστοχεί



Σχήμα 4.16: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 8° (GNIA)

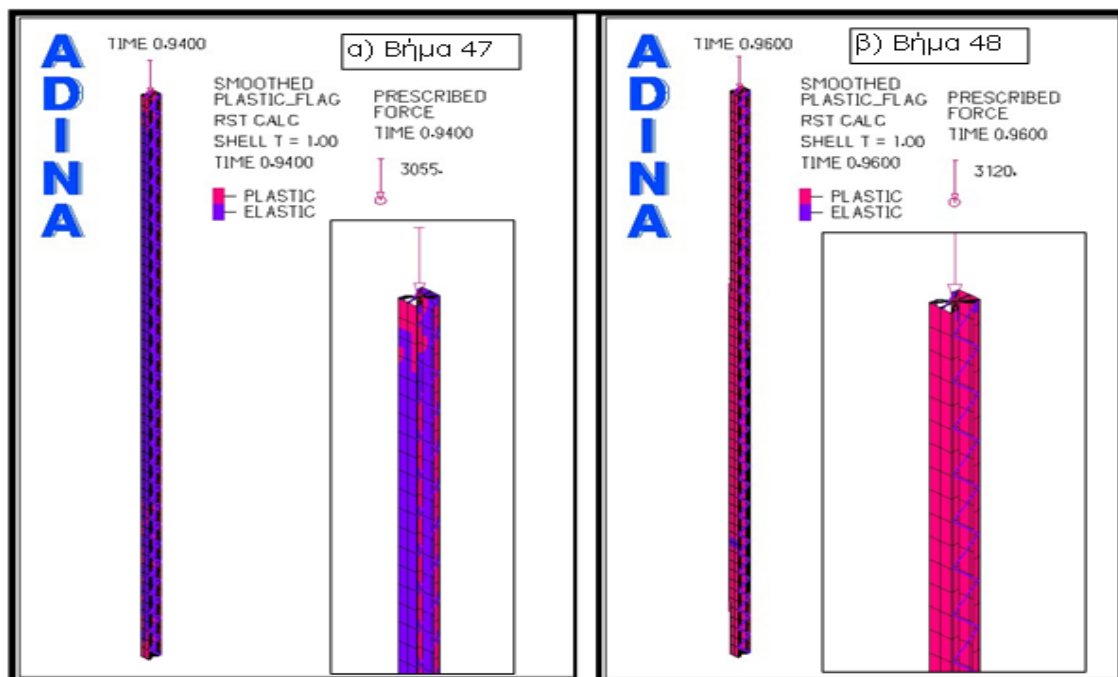


Σχήμα 4.17: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 40° (GNIA)



Σχήμα 4.18: Δρόμος ισορροπίας – μη γραμμικότητα υλικού (MNA)

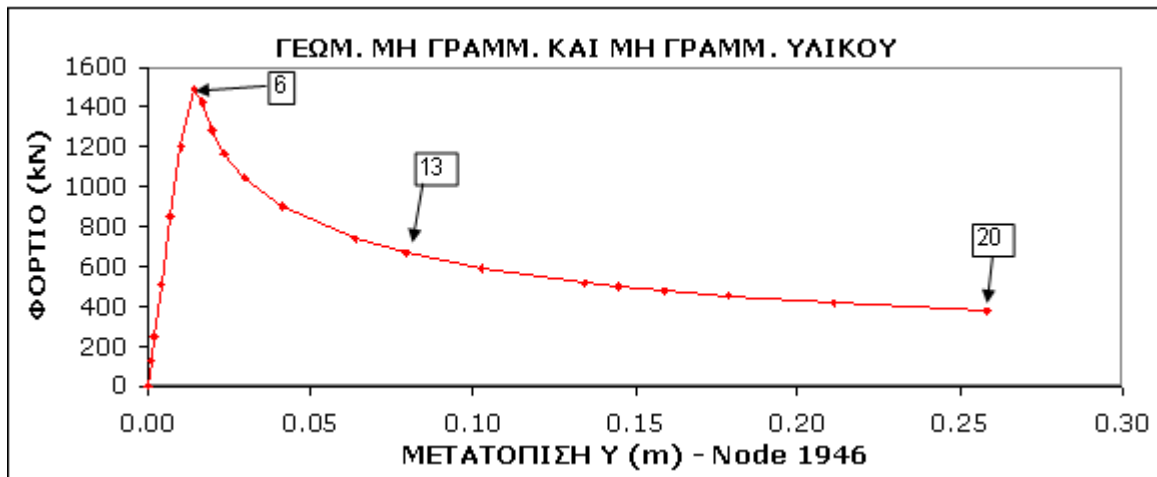
ο φορέας είναι $FEM2D N_{Rd}^{MNA} = 3055kN$. Στη μη γραμμική ανάλυση υλικού έχουμε μικρές μετατοπίσεις επομένως το φορτίο μοιράζεται εξίσου στα δύο πέλματα IPE300. Φυσικά ένα μέρος της συνολικής επιβαλλόμενης δύναμης παραλαμβάνεται από τις ράβδους δικτύωσης. Όπως είδαμε όμως από την ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικού υλικού με ραβδωτά στοιχεία (παράγραφος 4.2.2.3), που έχουμε τη δυνατότητα να δημιουργήσουμε το διάγραμμα κατανομής αξονικών δυνάμεων, το ποσοστό αυτό δεν ξεπερνάει το 1%. Επομένως κάθε πέλμα και άρα και το δυσμενέστερο-μεσαίο φάτνωμα δέχεται δύναμη $FEM2D N_{ch}^{MNA} = 1520kN$.



Σχήμα 4.19: Κριτήριο διαρροής - βήμα 47° και 48° (MNA)

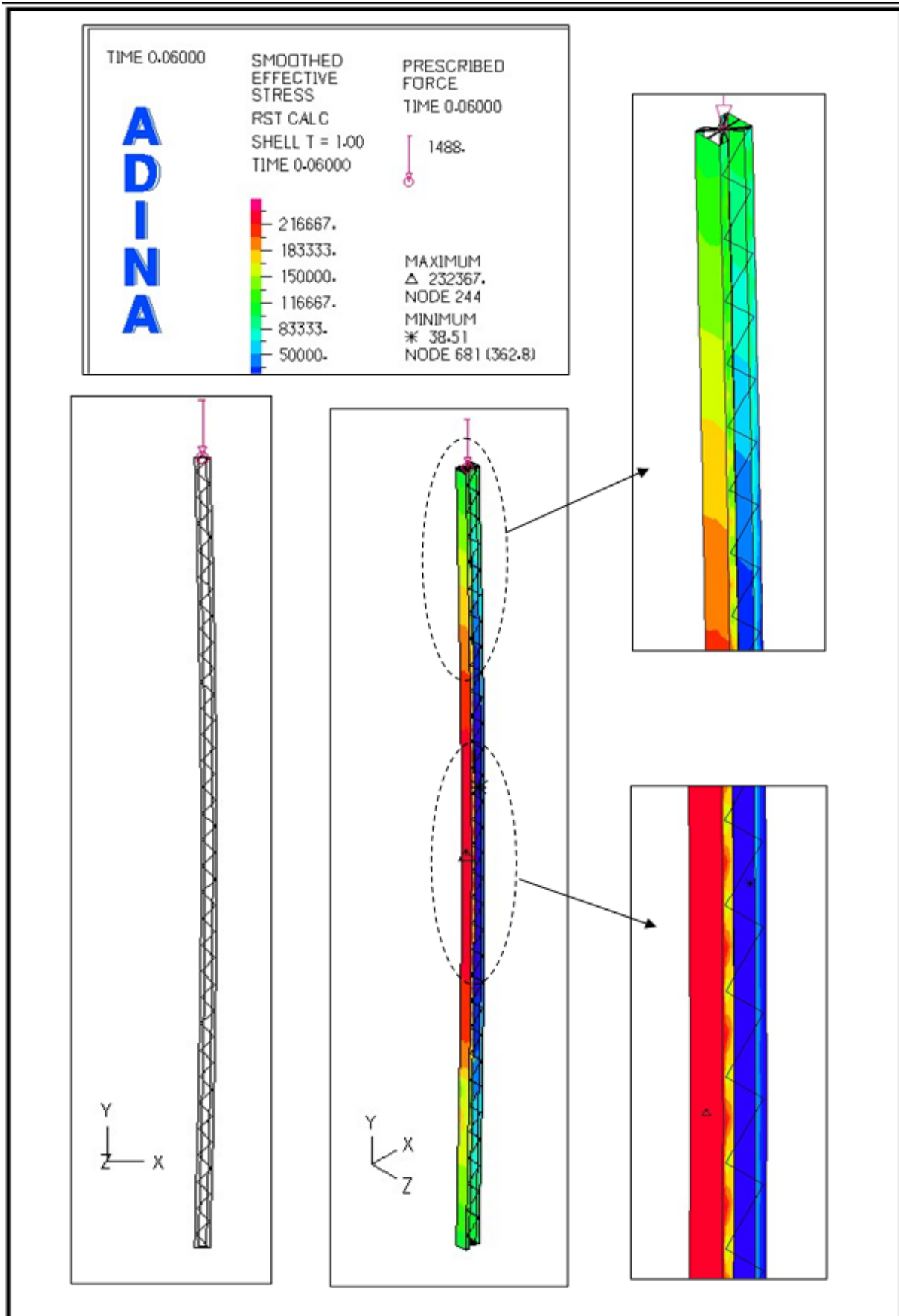
4.2.3.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

Η πλέον αξιόπιστη μέθοδος ανάλυσης είναι η GMNIA και χρησιμοποιείται ως μέτρο αποδοτικότητας των υπόλοιπων μεθόδων ανάλυσης. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε το διάγραμμα επιβαλλόμενου φορτίου – μετατόπισης (σχήμα 4.20) το οποίο αντιστοιχεί στον κόμβο Node 1946 που έχουμε ορίσει ως κύλιση.

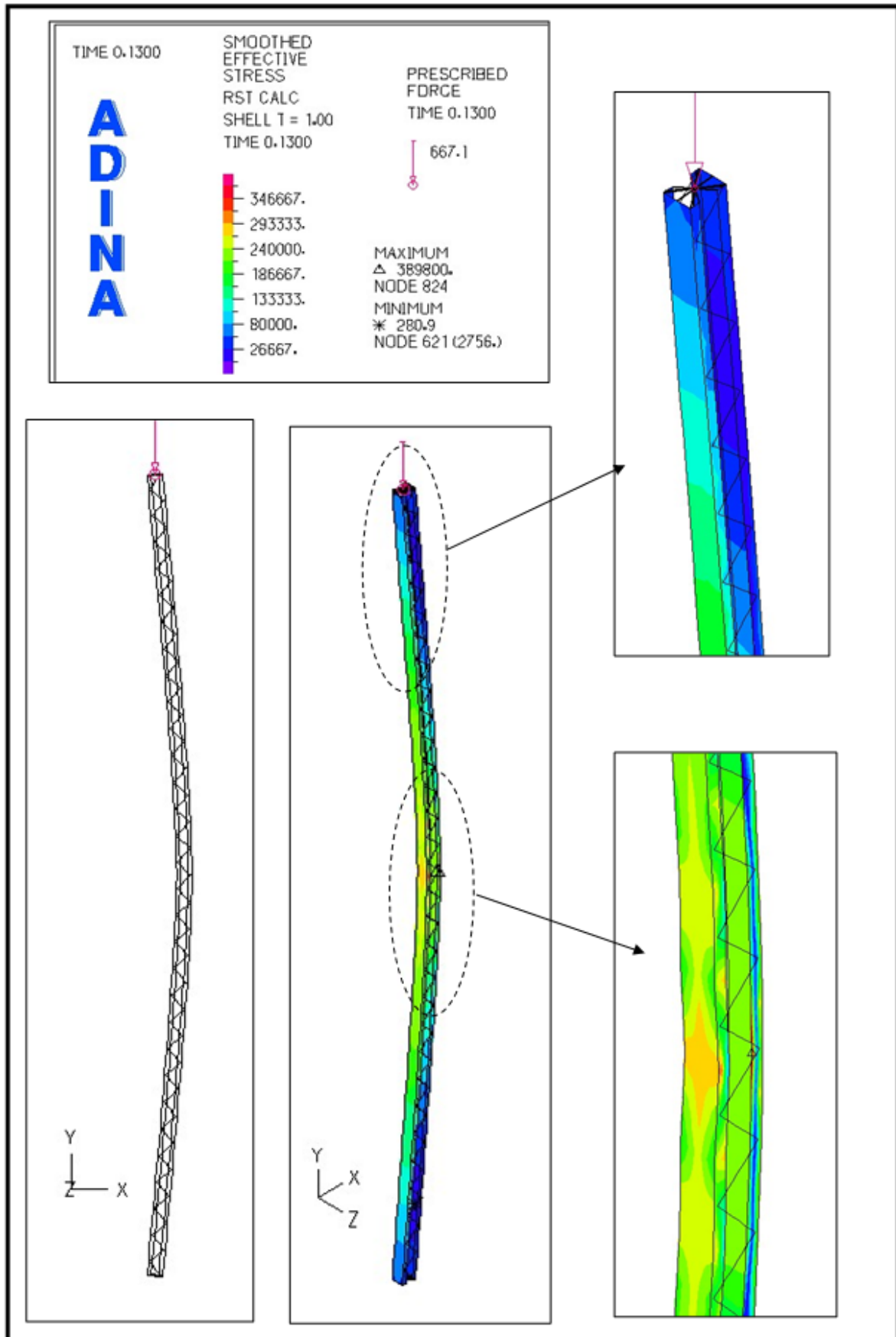


Σχήμα 4.20: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNIA)

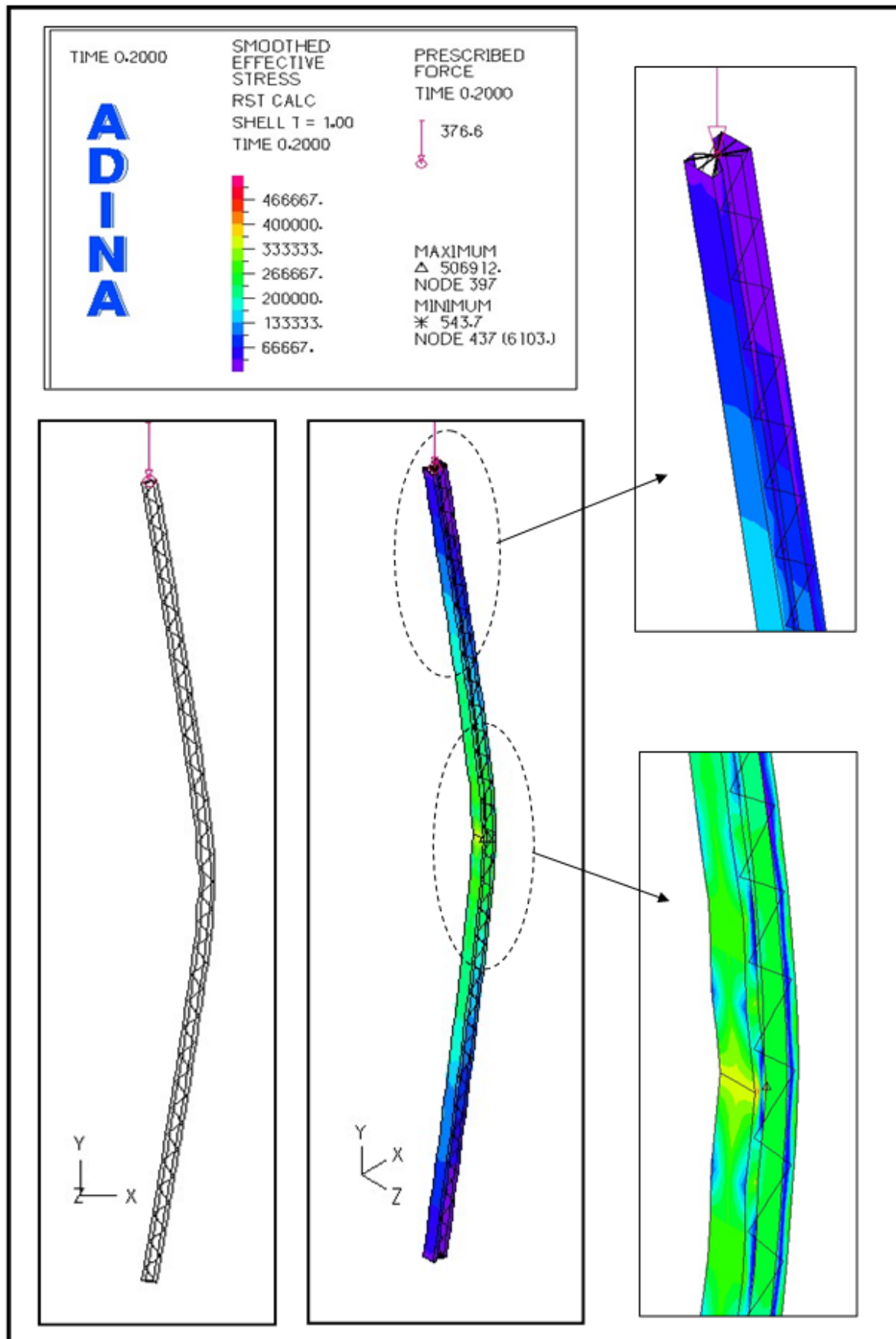
Στην παραπάνω γραφική παράσταση έχουμε επισημάνει 3 χαρακτηριστικά σημεία (βήμα 6°, 13° και 20°). Η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, η κατανομή των τάσεων von Mises και το κριτήριο αστοχίας για τα χαρακτηριστικά σημεία φαίνονται στα σχήματα 4.21-4.25. Ο φορέας αστοχεί για φορτίο $FEM2D N_{Rd}^{GMNIA} = 1488kN$.



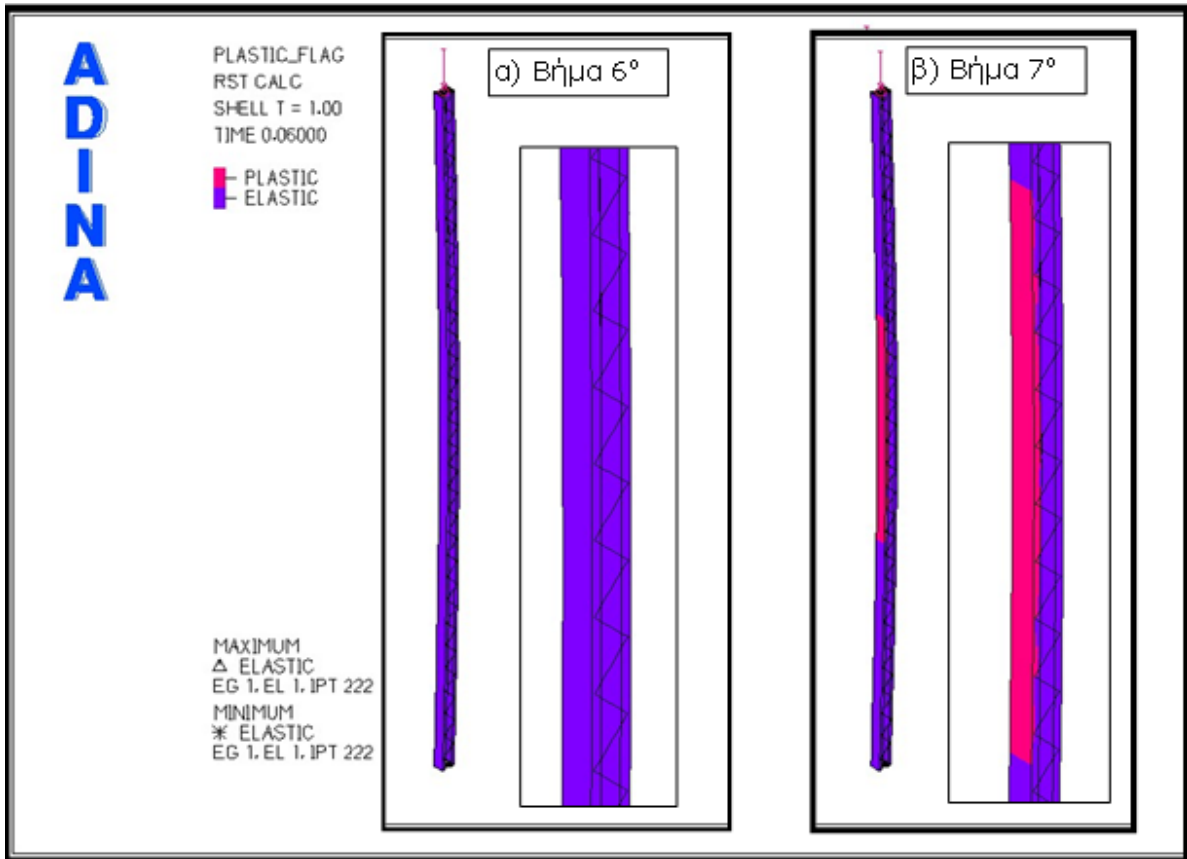
Σχήμα 4.21: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 6° (GMNIA)



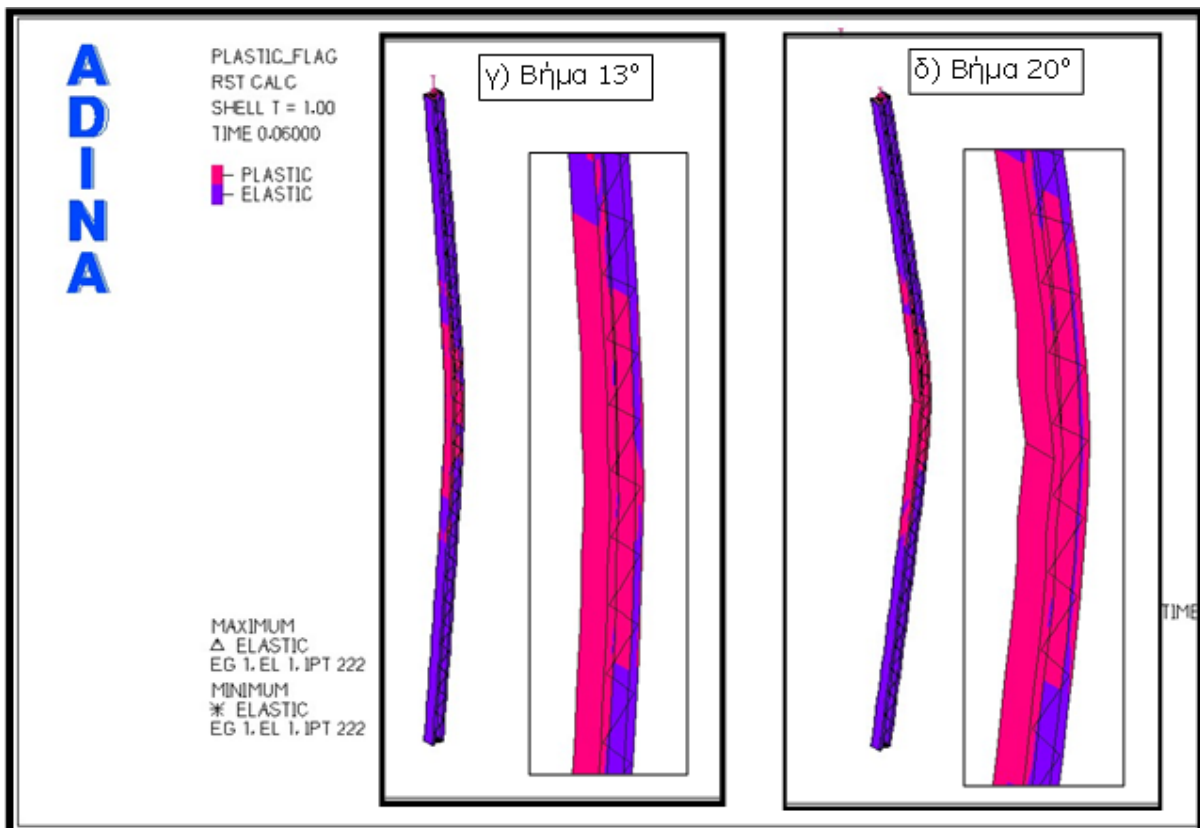
Σχήμα 4.22: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 13° (GMNIA)



Σχήμα 4.23: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 20° (GMNIA)



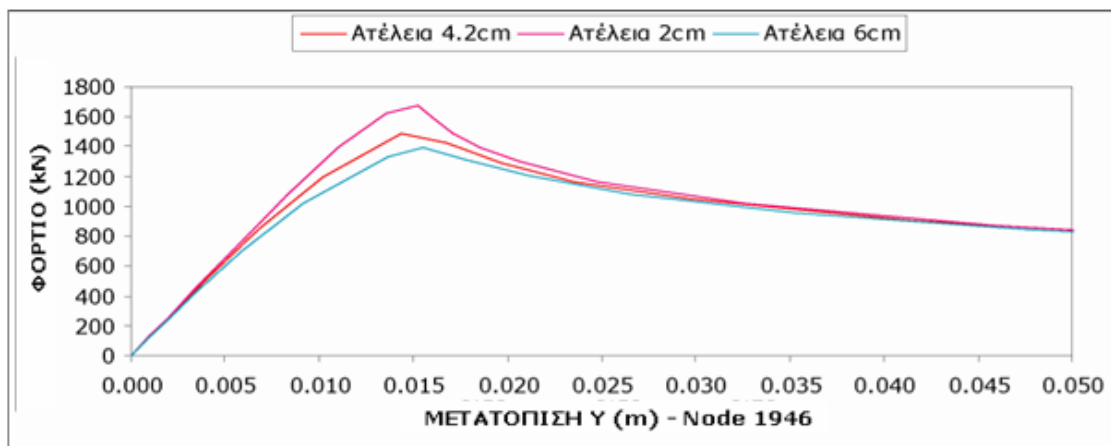
Σχήμα 4.24: Κριτήριο διαρροής - βήμα 6° και 7° (GMNIA)



Σχήμα 4.25: Κριτήριο διαρροής - βήμα 13° και 20° (GMNIA)

4.2.3.5 Η επιρροή της ατέλειας

Όλοι οι πραγματικοί φορείς χαρακτηρίζονται από ατέλειες που μπορεί να οφείλονται είτε σε ανομοιογένεια, είτε σε αποκλίσεις από την ιδεατή γεωμετρία λόγω κατασκευαστικής ανακρίβειας (π.χ. απόκλιση μελών από την ευθυγραμμία ή από την κατακορυφότητα), είτε να είναι ατέλειες ως προς την εφαρμογή του φορτίου (π.χ. έκκεντρη φόρτιση). Η επίδραση των ατελειών στη μη γραμμική συμπεριφορά των κατασκευών εξαρτάται από το είδος του φορέα και τον κυρίαρχο μηχανισμό αστοχίας. Όπως είδαμε παραπάνω ο Ευρωκώδικας 3 συνιστά καθολική ατέλεια για αμφιαρθρωτό σύνθετο υποστύλωμα $e_0=L/500=4.2\text{cm}$. Αυτή την ατέλεια χρησιμοποιήσαμε στις αναλύσεις που προηγήθηκαν. Πραγματοποιήσαμε άλλες δύο αναλύσεις αλλάζοντας την καθολική ατέλεια και οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν απεικονίζονται στο σχήμα 4.26.



Σχήμα 4.26: Δρόμοι ισορροπίας για καθολική ατέλεια 2cm, 4.2cm και 6cm (GMNIA)

Η δύναμη για την οποία αστοχεί ο φορέας με ατέλεια 2cm είναι: $N_{\text{Ατέλ.2cm}}^{\text{FEM2D GMNIA}} = 1660\text{kN}$

Για ατέλεια 4,2cm είναι: $N_{\text{Ατέλ.4,2cm}}^{\text{FEM2D GMNIA}} = 1488\text{kN}$

Ενώ για ατέλεια 6cm είναι: $N_{\text{Ατέλ.6cm}}^{\text{FEM2D GMNIA}} = 1378\text{kN}$

Παρατηρούμε ότι η ατέλεια παίζει καθοριστικό ρόλο στην αντοχή του συγκεκριμένου φορέα ο οποίος αστοχεί εξαιτίας του καθολικού λυγισμού καθώς έχουμε διαφορά 172kN για μικρότερη ατέλεια 2cm, ποσοστό 11.6%, και για μεγαλύτερη ατέλεια 6cm διαφορά 110kN, δηλαδή ποσοστό 7.4%. Φυσικά με μεγαλύτερη ατέλεια η αντοχή του σύνθετου υποστυλώματος μειώνεται.

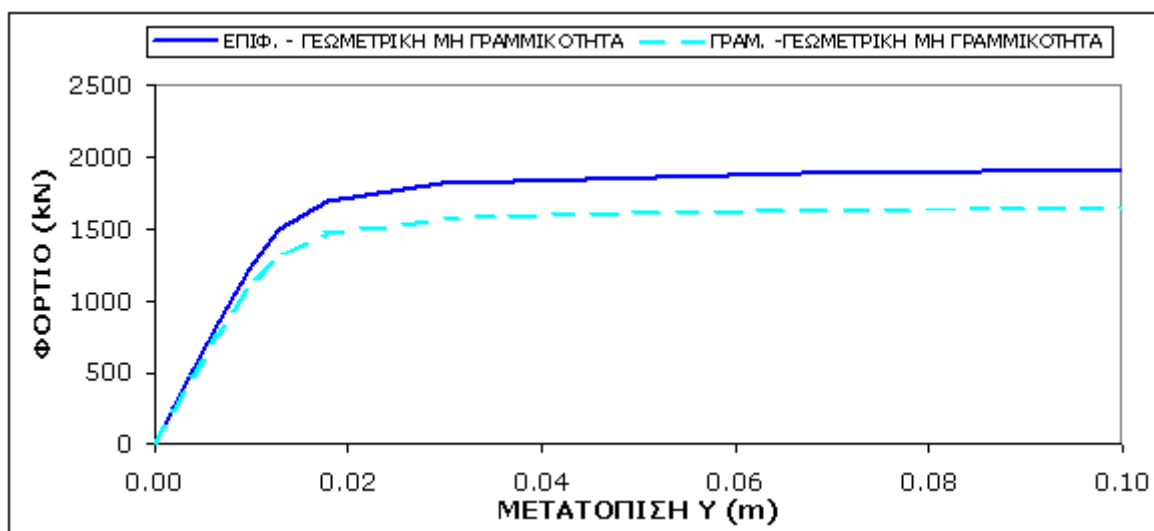
Ακόμη ο Ευρωκώδικας λαμβάνει και τοπική ατέλεια για κάθε πέλμα – διατομή UPN300 μέσω της καμπύλης λυγισμού, που για το σύνθετο υποστύλωμα της παραγράφου 4.2 είναι η καμπύλη b όπως βλέπουμε και από το φύλο excel που παρουσιάσαμε στην παράγραφο

4.2.1. Το μέγεθος της τοπικής ατέλειας που αντιστοιχεί στην καμπύλη b και τον συντελεστή ατελειών $a_{ch}=0.34$, μπορούμε να το υπολογίσουμε από τον τύπο $e_{ch,0} = a(\bar{\lambda} - 0.2)W_{el} / A$ και προκύπτει $e_{ch,0} = 0.0305\text{cm}$. Η τοπική ατέλεια είναι σχεδόν μηδενική και επειδή το πρόγραμμα ADINA με την ανάλυση Linear Buckling δεν μπορούσε να εξάγει ιδιομορφή λυγισμού με τοπικό λυγισμό, ώστε να δώσουμε το μέγεθος της ατέλειας μέσω της ιδιομορφής, θεωρήσαμε το μέγεθος της τοπικής ατέλειας $e_{ch,0} = 0\text{cm}$, προσέγγιση που δεν επιρραζεί ουσιαστικά τα αποτελέσματα των αναλύσεων που πραγματοποιήσαμε.

4.2.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3.

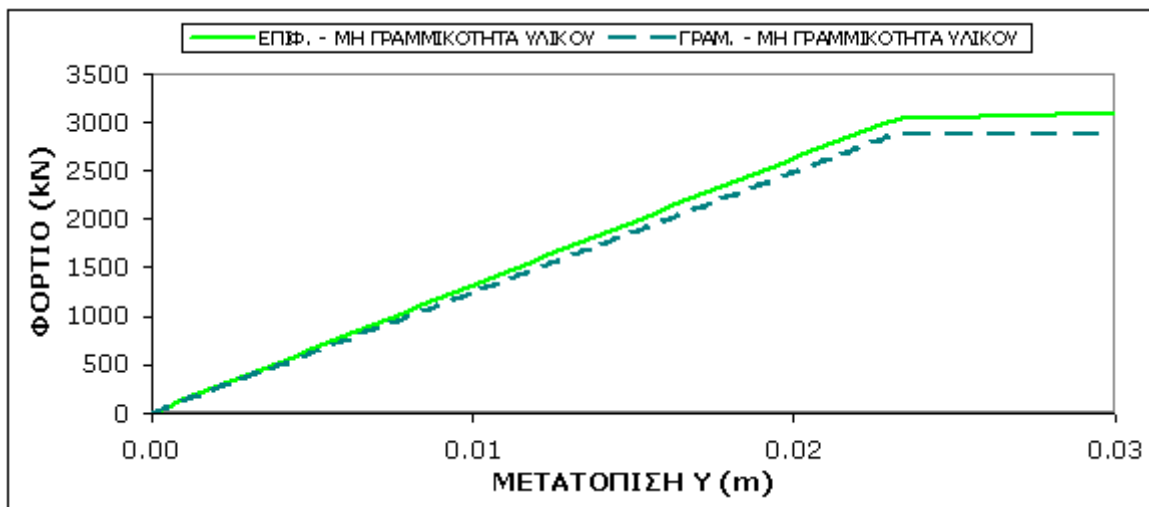
Για την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού τα φορτία που βρήκαμε από τις αναλύσεις που πραγματοποιήσαμε με προσομοίωση ραβδωτών και επιφανειακών στοιχείων είναι $FEM1D N_{cr}^{LB} = 1699\text{kN}$ και $FEM2D N_{cr}^{LB} = 1955\text{kN}$ (παράγραφοι 4.2.2.1 και 4.3.2.1). Το αντίστοιχο φορτίο από την θεωρητική επίλυση με βάση τον Ευρωκώδικα 3 είναι το ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων το οποίο υπολογίσαμε $EC3 N_{cr} = 1648.93\text{kN}$.

Στο διάγραμμα του σχήματος 4.27 απεικονίζονται οι δρόμοι ισορροπίας για τις δύο αναλύσεις με θεώρηση μη γραμμικότητας γεωμετρίας και τα αντίστοιχα φορτία για τα οποία έχει σημειωθεί έντονη μείωση δυσκαμψίας, δηλαδή έχει εκδηλωθεί ελαστικός λυγισμός, είναι $FEM1D N_{Rd}^{GNIA} = 1618\text{kN}$ και $FEM2D N_{Rd}^{GNIA} = 1819\text{kN}$.



Σχήμα 4.27: Δρόμοι ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

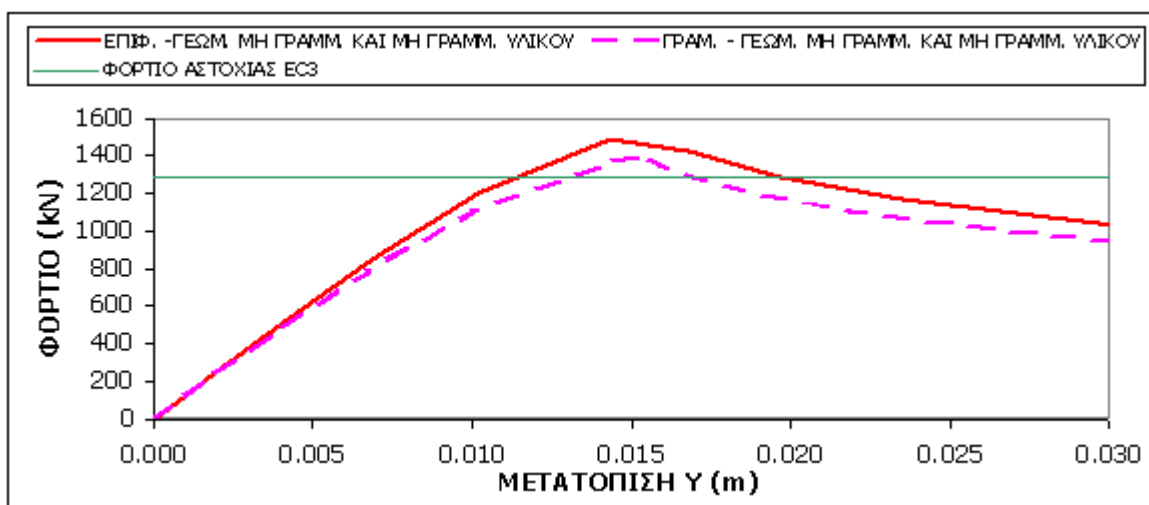
Για τη μη γραμμικότητα υλικού τα φορτία διαρροής του σύνθετου υποστυλώματος που υπολογίσουμε είναι $FEM1D N_{Rd}^{MNA} = 2852kN$ και $FEM2D N_{Rd}^{MNA} = 3055kN$ και οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν για το συνολικό επιβαλλόμενο φορτίο προς την μετατόπιση-Υ του κόμβου αναφοράς που έχουμε προσομοιάσει με κύλιση στις δύο αναλύσεις που πραγματοποιήσαμε παρουσιάζονται στο σχήμα 4.28. Επίσης καταγράψαμε και τα φορτία διαρροής των πελμάτων $FEM1D N_{ch}^{MNA} = 1420kN$ και $FEM2D N_{ch}^{MNA} = 1520kN$, καθώς από τον κανονισμό έχουμε βρει την αντοχή έναντι διαρροής της διατομής UPN300 ίση με $EC3 N_{ch,y,rd} = 1381.8kN$.



Σχήμα 4.28: Δρόμοι ισορροπίας – μη γραμμικότητα υλικού (MNA)

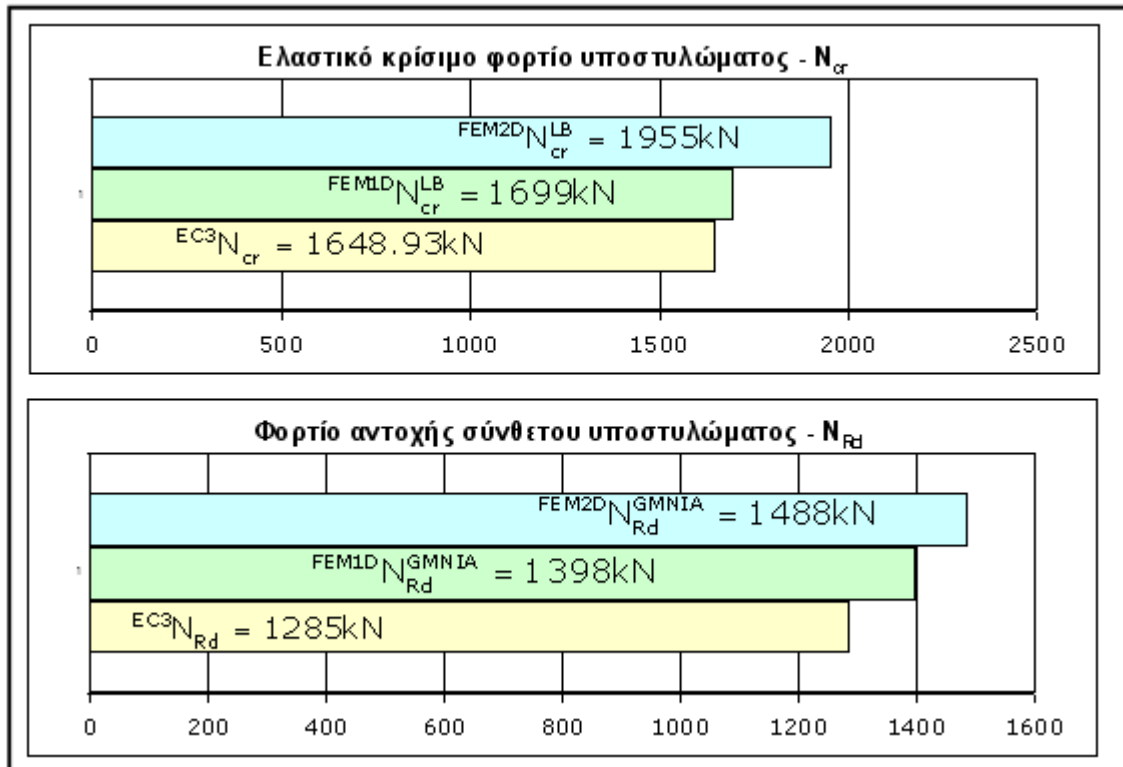
Τέλος συγκρίνουμε τους πραγματικούς δρόμους ισορροπίας του υποστυλώματος που προέκυψαν από τις 2 GMNIA αναλύσεις με το φορτίο αστοχίας του Ευρωκώδικα 3.

$$EC3 N_{Rd} = 1285kN, \quad FEM1D N_{Rd}^{GMNIA} = 1398kN, \quad FEM2D N_{Rd}^{GMNIA} = 1488kN$$



Σχήμα 4.29: Δρόμοι ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNIA)

Εποπτικά τα παραπάνω αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1.



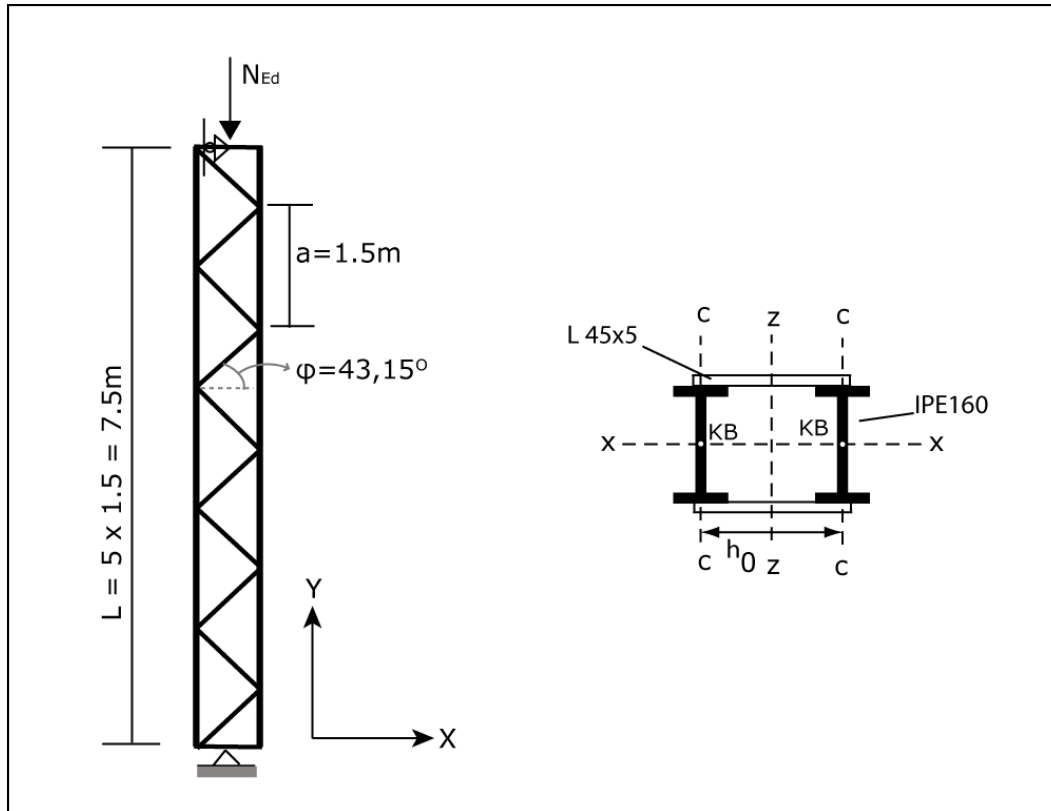
Πίνακας 4.1

4.3 Σύνθετο υποστυλώμα με ράβδους δικτύωσης τύπου V με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω τοπικού λυγισμού

4.3.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

Λόγω της αναπτυσσόμενης θλίψης μια άλλη δυνατή μορφή αστοχίας είναι να συμβεί τοπικός λυγισμός Euler του πέλματος στο μήκος του ενός φατνώματος. Αυτός ο μηχανισμός αστοχίας θα έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να είναι κρίσιμος, αν οι διατομές που χρησιμοποιούνται για τα πέλματα του σύνθετου υποστυλώματος έχουν σχετικά μικρή ροπή αδράνειας και επομένως μεγάλη λυγηρότητα. Ο φορέας που επιλέξαμε φαίνεται στο σχήμα 4.30 και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Δομικός χάλυβας κατηγορίας S235
- Διατομή πέλματος IPE160
- Διατομή δικτύωσης L 45x5
- Ύψος σύνθετου υποστυλώματος $L=7.5\text{m}$
- Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων $h_0=80\text{cm}$
- Αριθμός φατνωμάτων $n=5$



Σχήμα 4.30: Σύνθετο υποστυλώμα με ράβδους δικτύωσης - αμφιαρθρωτό

Η επίλυση του φορέα με βάση τον Ευρωκώδικα 3 έγινε στο φύλο excel που παρουσιάσαμε στην παράγραφο 3.4.1:

Χαρακτηριστικά υλικού			
Δομικός χάλυβας κατηγορίας:		S235H	
Χαρακτηριστική τάση διαρροής:	$f_y =$	23.50	kN/cm ²
Μειωτικός συντελεστής:	$\epsilon =$	1.00	
Μέτρο ελαστικότητας χάλυβα:	$E =$	21000.00	kN/cm ²
Λόγος Poisson στη ελαστική περιοχή:	$\nu =$	0.30	

Χαρακτηριστικά διατομών			
Διατομή πέλματος:	IPE	160	
Εμβαδόν διατομής του ενός πέλματος:	$A_{ch} =$	20.10	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{ch,z} =$	68.30	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{ch,z} =$	1.84	cm
Καμπύλη λυγισμού:		b	
Συντελεστής ατελειών:		0.34	

Διατομή ράβδου δικτύωσης:	L	45 x 45 x 5	
-	-	-	cm
-	-	-	cm
Εμβαδόν διατομής ράβδου:	$A_d=$	4.30	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$I_{d,y}=$	3.25	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$i_{d,y}=$	0.87	cm
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{d,z}=$	3.25	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{d,z}=$	0.87	cm
Καμπύλη λυγισμού:		b	
Συντελεστής ατελειών:		0.34	

Χαρακτηριστικά σύνθετου υποστυλώματος			
Υψος σύνθετου υποστυλώματος:	L=	750.00	cm
Συντελεστής μεγέθους ατέλειας	$\mu=$	1.00	
Ατέλεια σύνθετου υποστυλώματος:	$e_0=$	1.50	cm
Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων:	$h_0=$	80.00	cm
Ροπή αδρανείας υποστυλώματος:	$I_{eff}=$	64320.00	cm ⁴
Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού:	$\beta=$	1.00	

Χαρακτηριστικά δικτύωσης τύπου V			
Μήκος του ενός φατνώματος:	a=	150.00	cm
Γωνία δικτύωσης:	$\varphi=$	43.15°	(μοίρες)
	$\varphi=$	0.75	rad
Μήκος διαγώνιας ράβδου δικτύωσης:	d=	109.66	cm
Αριθμός φατνωμάτων:	n=	5.00	
Διατμητική δυσκαμψία:	$S_v=$	65740.25	kN

Χαρακτηριστικά αντοχής φατνώματος			
Λυγηρότητα:	λ_{ch}	81.522	
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{ch,1}$	93.900	
Ανηγγμένη λυγηρότητα:	$\bar{\lambda}_{ch}$	0.868	
Συντελεστής Φ:	$\Phi_{ch}=$	0.990	
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_{ch}=$	0.682	
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{ch,v,rd}=$	472.35	kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{ch,rd}=$	321.94	kN

Χαρακτηριστικά αντοχής διαγώνιας ράβδου

Λυγηρότητα:	λ_d	126.135	
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{d,1}$	93.700	
Ανηγγμένη λυγηρότητα:	λ_d	1.346	
Συντελεστής Φ :	$\Phi_d=$	1.601	
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$X_d=$	0.405	
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{d,v,rd}=$	101.05kN	
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{d,rd}=$	40.95kN	

Ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος:

Χωρίς επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων (Euler):	$N_E=$	23699.68kN	
Με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων:	$N_{cr}=$	17419.77kN	

Δράσεις

Αξονική θλιπτική δύναμη σχεδιασμού υποστυλώματος:	$N_{Ed}=$	619.00kN	
Μέγιστη ροπή 2ης τάξης:	$M_{Ed}=$	962.71kNcm	
Μέγιστη τέμνουσα 2ης τάξης:	$V_{Ed}=$	4.03kN	
Επιπρόσθετη δύναμη στο φάτνωμα από τη ροπή 2ης τάξης	$M_{Ed}/h_0=$	12.03	
Δυσμενέστερη αξονική του φάτνώματος με θεωρία 2ης τάξης:	$N_{ch,Ed}=$	321.53kN	
Δυσμενέστερη αξονική για ράβδο δικτύωσης με θεωρία 2ης τάξης:	$S_d=$	2.76kN	

Αντοχή σύνθετου υποστυλώματος

Έναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος (στο μήκος ενός φατνώματος):	$N_{ch,Rd,mod}=$	619.79kN	
Έναντι λυγισμού-διαρροής ράβδου δικτύωσης:	$N_{d,Rd,mod}=$	6151.76kN	

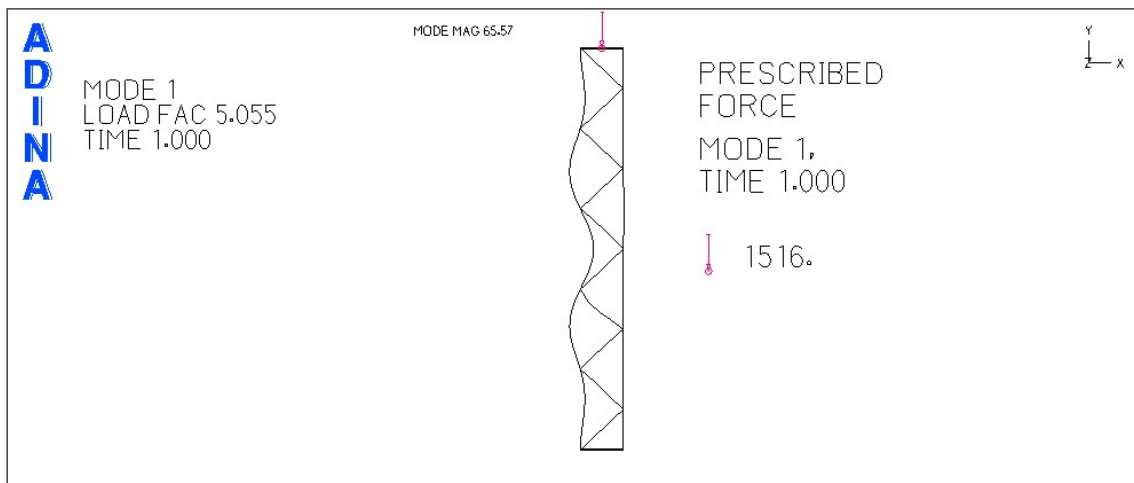
Έλεγχος αντοχής σύνθετου υποστυλώματος

Έναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος (στο μήκος ενός φατνώματος)	$N_{Ed}/N_{ch,Rd,mod}=$	0.9987	<	1	Επάρκεια
Έναντι λυγισμού-διαρροής ράβδου δικτύωσης	$N_{Ed}/N_{d,Rd,mod}=$	0.1006	<	1	Επάρκεια

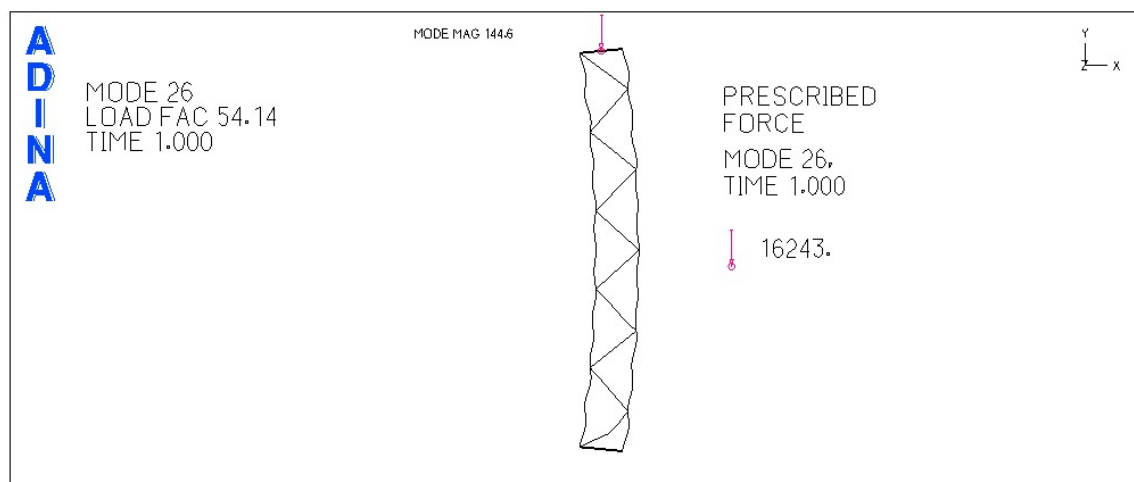
4.3.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με ραβδωτά στοιχεία (FEM1D)

4.3.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

Από την ανάλυση “Linearized buckling” προκύπτουν οι ιδιομορφές λυγισμού για το αμφιαρθρωτό υποστύλωμα που έχει τα χαρακτηριστικά της παραγράφου 4.3.1. Οι ιδιομορφές που μας ενδιαφέρουν είναι η πρώτη που φαίνεται στο σχήμα 4.31 και η 26^η που φαίνεται στο σχήμα 4.32. Από την 26^η ιδιομορφή που είναι η πρώτη ιδιομορφή που συναντάμε με καθολικό λυγισμό, έχουμε το καθολικό ελαστικό κρίσιμο φορτίο του υποστυλώματος με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων $FEM1D N_{cr}^{LB} = 16243kN$. Η 1^η ιδιομορφή αντιστοιχεί στο κρίσιμο φορτίο Euler τοπικού λυγισμού του πέλματος στο μήκος του ενός φατνώματος και είναι $FEM1D N_{ch,cr}^{LB} = 1516kN$.



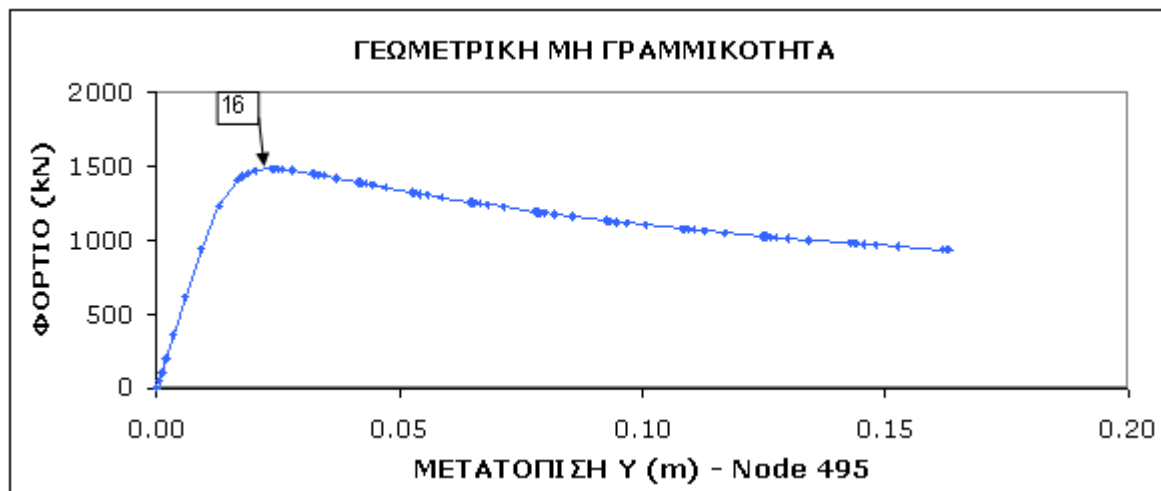
Σχήμα 4.31: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού (LB)



Σχήμα 4.32: 26^η ιδιομορφή λυγισμού (LB)

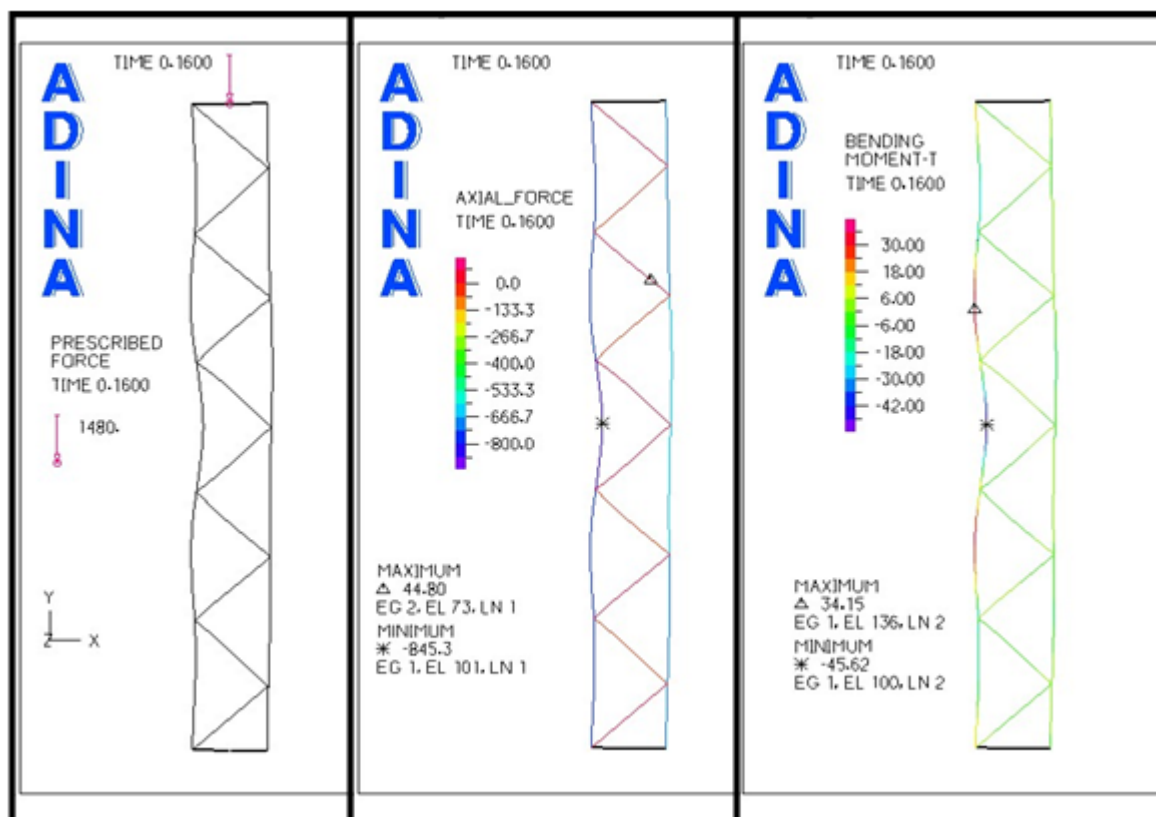
4.3.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

Για να ορίσουμε τις ατέλειες στον φορέα θα χρησιμοποιήσουμε τις δυο ιδιομορφές που βρήκαμε στην παράγραφο 4.3.2.1. Με την 26^η ιδιομορφή ορίζουμε καθολική ατέλεια με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα $e_0 = 1.5\text{cm} (= L / 500)$. Ακόμη ο Ευρωκώδικας λαμβάνει και τοπική ατέλεια για κάθε πέλμα – διατομή ΙΡΕ160, μέσω της καμπύλης λυγισμού που για το σύνθετο υποσύλωμα της παραγράφου 4.3 είναι η καμπύλη b όπως βλέπουμε και από το φύλο excel που παρουσιάσαμε στην παράγραφο 4.3.1. Το μέγεθος της τοπικής ατέλειας που αντιστοιχεί στην καμπύλη b και τον συντελεστή ατελειών $a_{ch}=0.34$ μπορούμε να το υπολογίσουμε από τον τύπο $e_{ch,0} = a(\bar{\lambda} - 0.2)W_{el} / A$ και προκύπτει $e_{ch,0} = 0.1882\text{cm}$. Στις αναλύσεις μας θεωρήσαμε το μέγεθος της τοπικής ατέλειας $e_{ch,0} = 0.2\text{cm}$, ελάχιστα μεγαλύτερο από αυτό που προτείνει ο Ευρωκώδικας, και την ορίσαμε στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων με βάση την 1^η ιδιομορφή λυγισμού. Η ανάλυση έγινε με ελαστικό υλικό με μέτρο ελαστικότητας $E=210.000.000\text{kN/m}^2$ και λόγο Poisson $\nu=0.3$. Χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Collapse Analysis, η οποία μας επιτρέπει να δούμε και τη μεταλυγισμική συμπεριφορά του φορέα. Έτσι εξάγουμε το γράφημα Φορτίου-Μετατόπισης (σχ.4.33) για τον κόμβο αναφοράς Node 495, που έχουμε ορίσει ως κύλιση στο προσομοίωμα μας και ο οποίος θεωρείται χαρακτηριστικός, και αποτελεί το ζητούμενο δρόμο ισορροπίας του φορέα.



Σχήμα 4.33: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

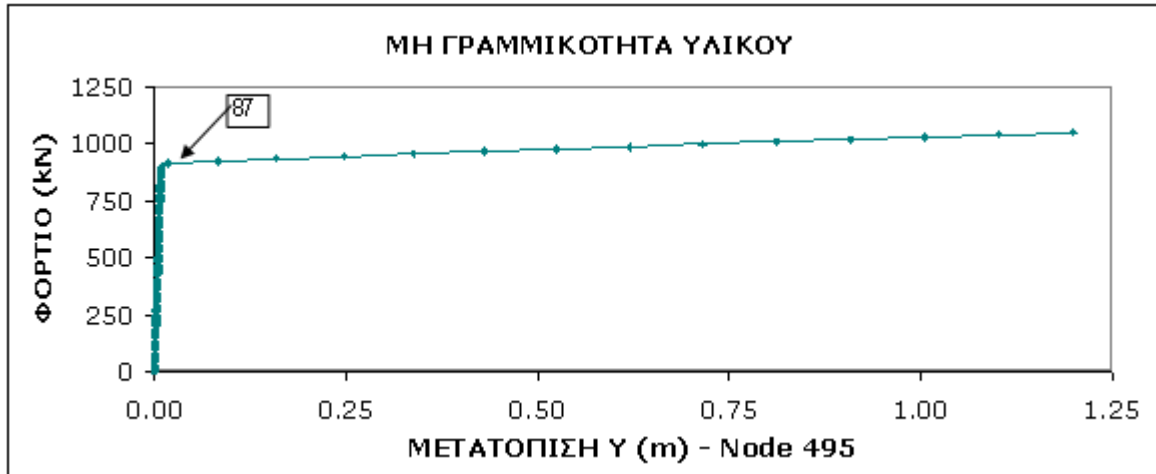
Στο παραπάνω διάγραμμα έχουμε επισημάνει το 16^ο βήμα που αποτελεί και το οριακό σημείο. Στο σχήμα 4.34 βλέπουμε την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα και την κατανομή των αξονικών δυνάμεων και των ροπών για το χαρακτηριστικό σημείο του διαγράμματος και παρατηρούμε ότι ο λυγισμός συμβαίνει για φορτίο $FEM1D N_{Rd}^{GNIA} = 1480kN$, λίγο μικρότερο από το φορτίο της 1^{ης} ιδιομορφής λυγισμού $FEM1D N_{ch,cr}^{LB} = 1516kN$ (σχήμα 4.31), κάτι που είναι αναμενόμενο λόγω της ύπαρξης των ατελειών και της επιρροής του καθολικού λυγισμού.



Σχήμα 4.34: Κατανομή αξονικών δυνάμεων και ροπών M_z - βήμα 16^ο (GNIA)

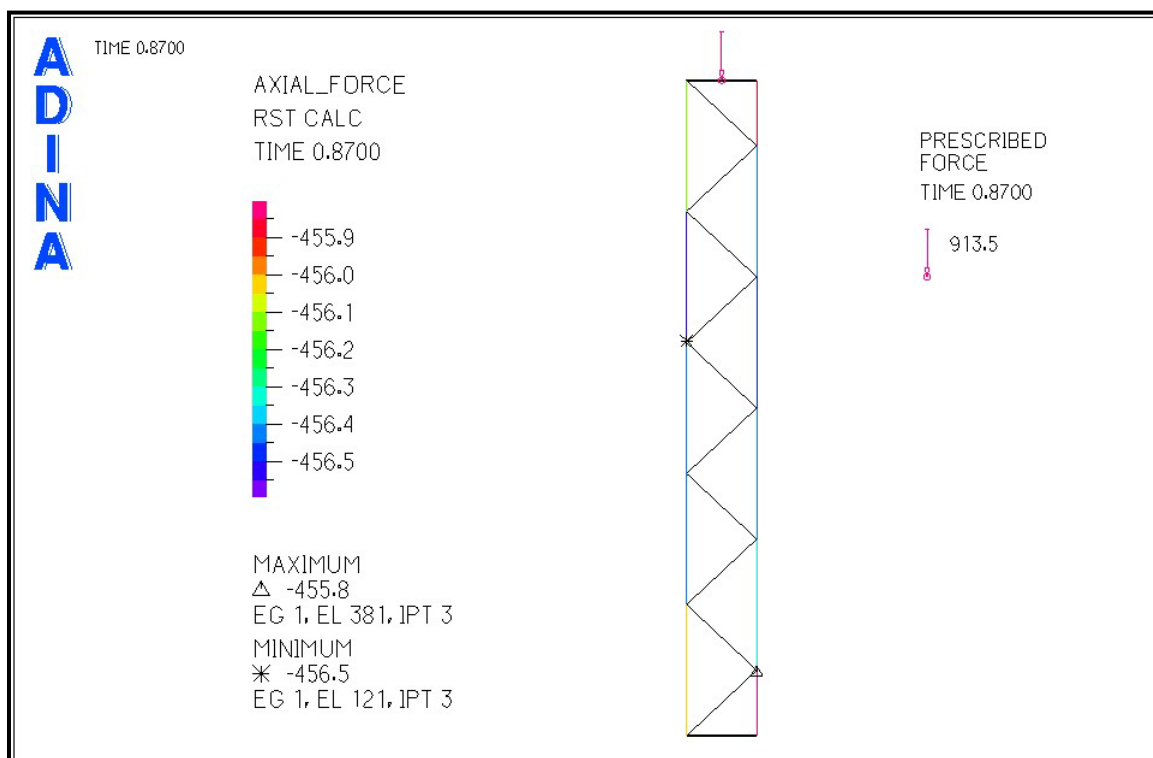
4.3.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

Αφού ορίσουμε διγραμμικό ελαστικό-πλαστικό υλικό στο φορέα, μικρές παραμορφώσεις και χωρίς ατέλειες, προχωράμε στην μη γραμμική ανάλυση υλικού. Η ανάλυση έγινε με τη μέθοδο "Full Newton Method" και στο σχήμα 4.35 φαίνεται το διάγραμμα Φορτίου-Μετατόπισης του κόμβου Node 495.



Σχήμα 4.35: Δρόμος ισορροπίας – μη γραμμικότητα υλικού (MNA)

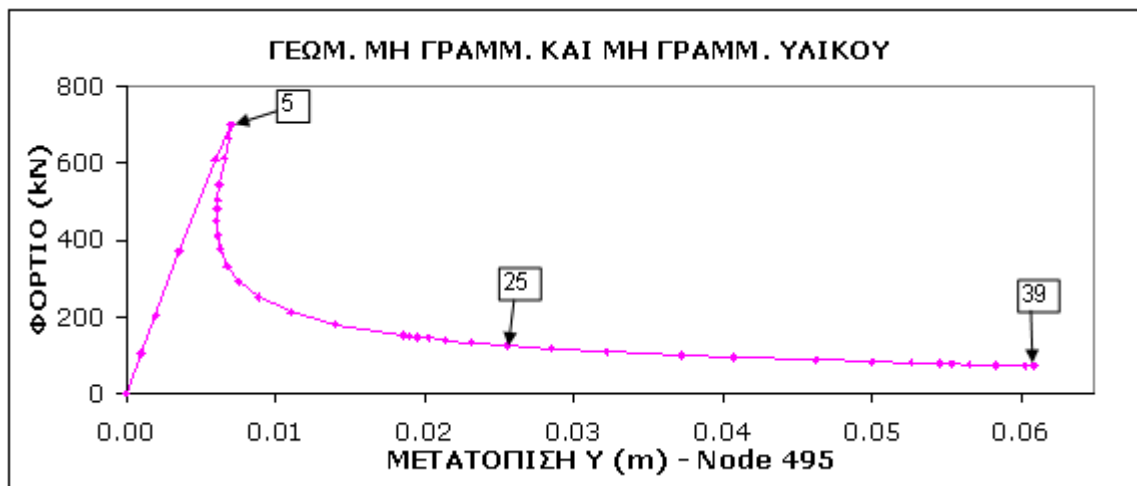
Στο σχήμα 4.36 παρουσιάζεται η κατανομή των αξονικών δυνάμεων για το 87° βήμα, στο οποίο διαρρέει ο φορέας. Παρατηρούμε ότι η διαρροή συμβαίνει για φορτίο $FEM1D N_{Rd}^{MNA} = 913.5kN$, και όταν το δυσμενέστερο-μεσαίο φάτνωμα δέχεται αξονική δύναμη $FEM1D N_{ch}^{MNA} = 456kN$.



Σχήμα 4.36: Κατανομή αξονικών δυνάμεων - βήμα 87° (MNA)

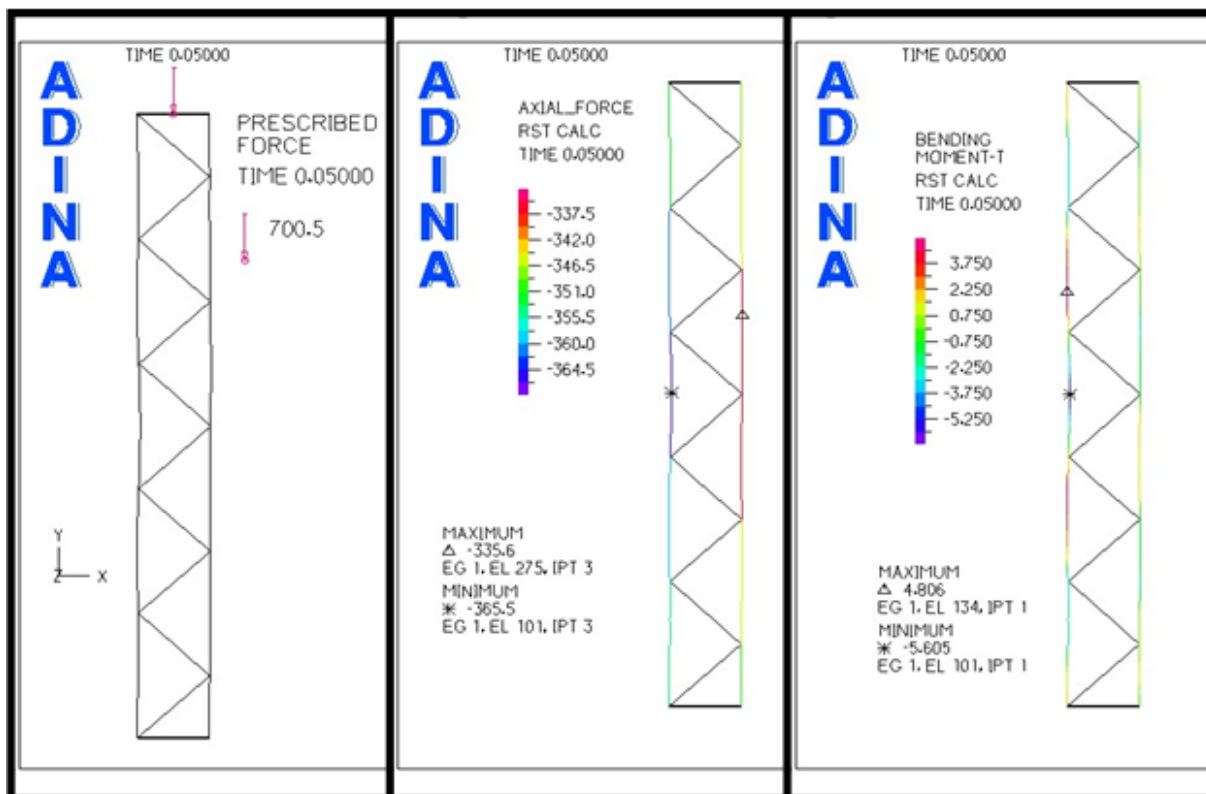
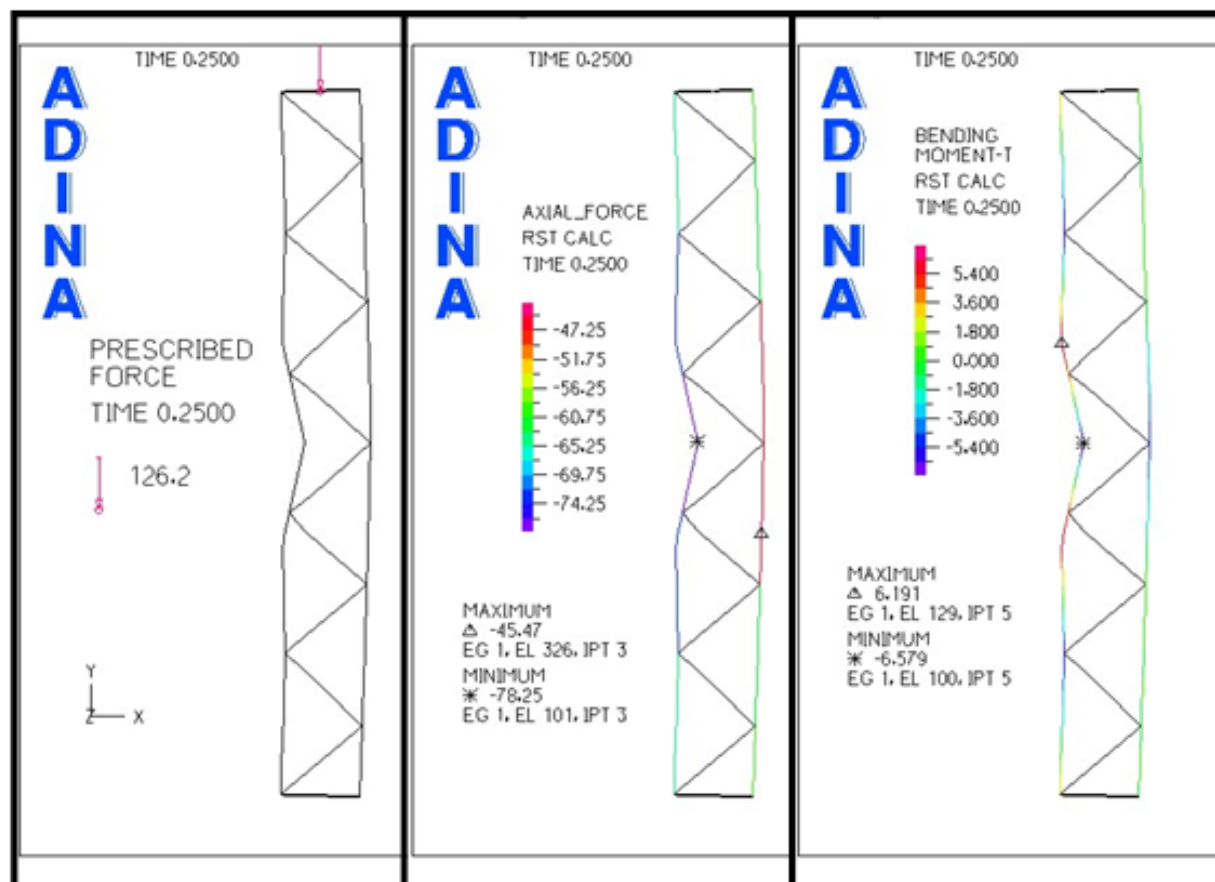
4.3.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

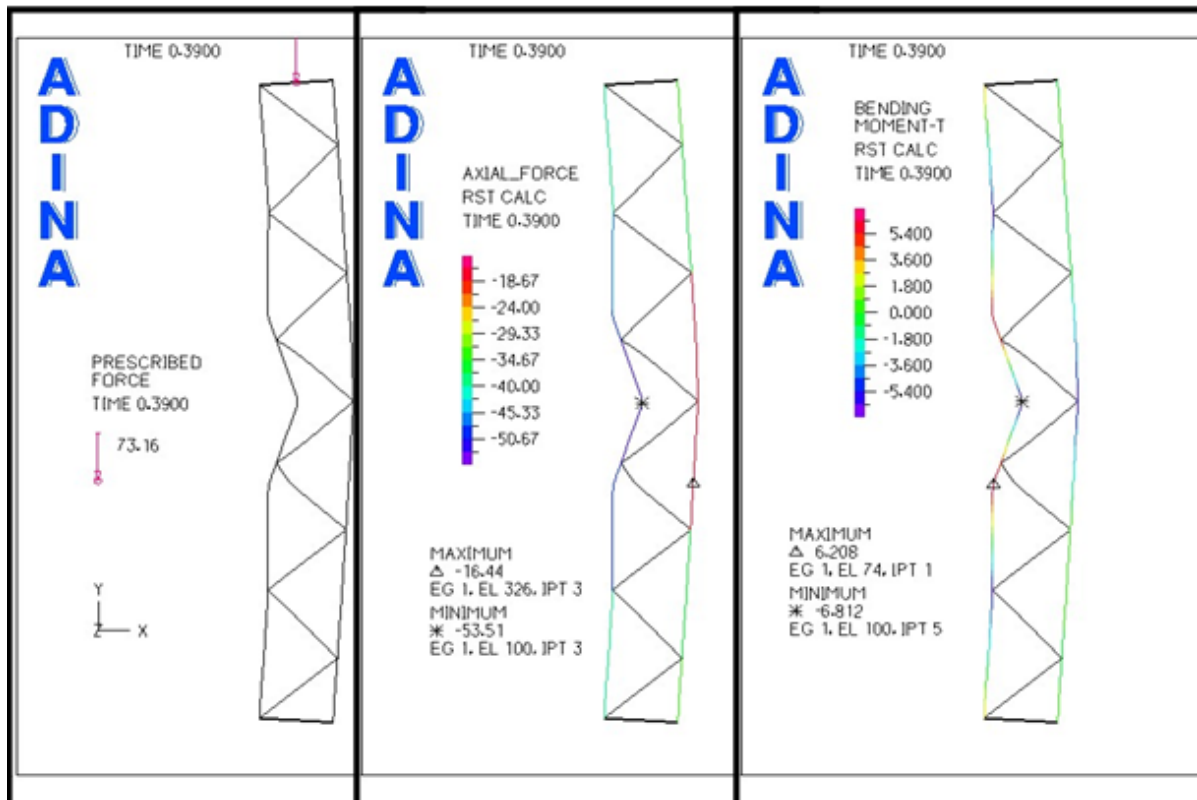
Προκειμένου να προσεγγίσουμε καλλίτερα την πραγματική συμπεριφορά του φορέα κατά το λυγισμό, αλλά και τη μεταλυγισμική συμπεριφορά του, θα πρέπει να θεωρήσουμε μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας, όπως άλλωστε συμβαίνει και στην πραγματικότητα. Χρησιμοποιούμε ως μοντέλο μη γραμμικής ανάλυσης, το ίδιο με τις προηγούμενες αναλύσεις. Η ιδιαιτερότητα της ανάλυσης αυτής έγκειται στο ότι λαμβάνεται υπόψη η θεώρηση μεγάλων μετατοπίσεων, και ότι το υλικό είναι ελαστικό-πλαστικό με γραμμικά κρατυνόμενη συμπεριφορά. Το επόμενο διάγραμμα (σχήμα 4.47) απεικονίζει το δρόμο ισορροπίας για τη συνολική δύναμη που ασκούμε στο φορέα (άξονας Υ) προς την κατακόρυφη μετατόπιση του κόμβου Node495 της κύλισης (άξονας Χ).



Σχήμα 4.37: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNIA)

Στα σχήματα 4.38 ως 4.40 που ακολουθούν παρουσιάζονται η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, η κατανομή των αξονικών δυνάμεων καθώς και τον ροπών M_z , για τρία χαρακτηριστικά σημεία του δρόμου ισορροπίας. Στο 5^ο βήμα και για συνολικό φορτίο $FEM1D N_{Rd}^{GMNIA} = 700.5kN$ το σύνθετο υποστυλωμα αστοχεί. Όπως βλέπουμε και από το σχήμα 4.38 τη στιγμή της αστοχίας το δυσμενέστερο – μεσαίο φάτνωμα δέχεται δύναμη $FEM1D N_{ch}^{GMNIA} = 365.5kN$.

Σχήμα 4.38: Κατανομή αξονικών δυνάμεων και ροπών M_z - βήμα 5° (GMNIA)Σχήμα 4.39: Κατανομή αξονικών δυνάμεων και ροπών M_z - βήμα 25° (GMNIA)



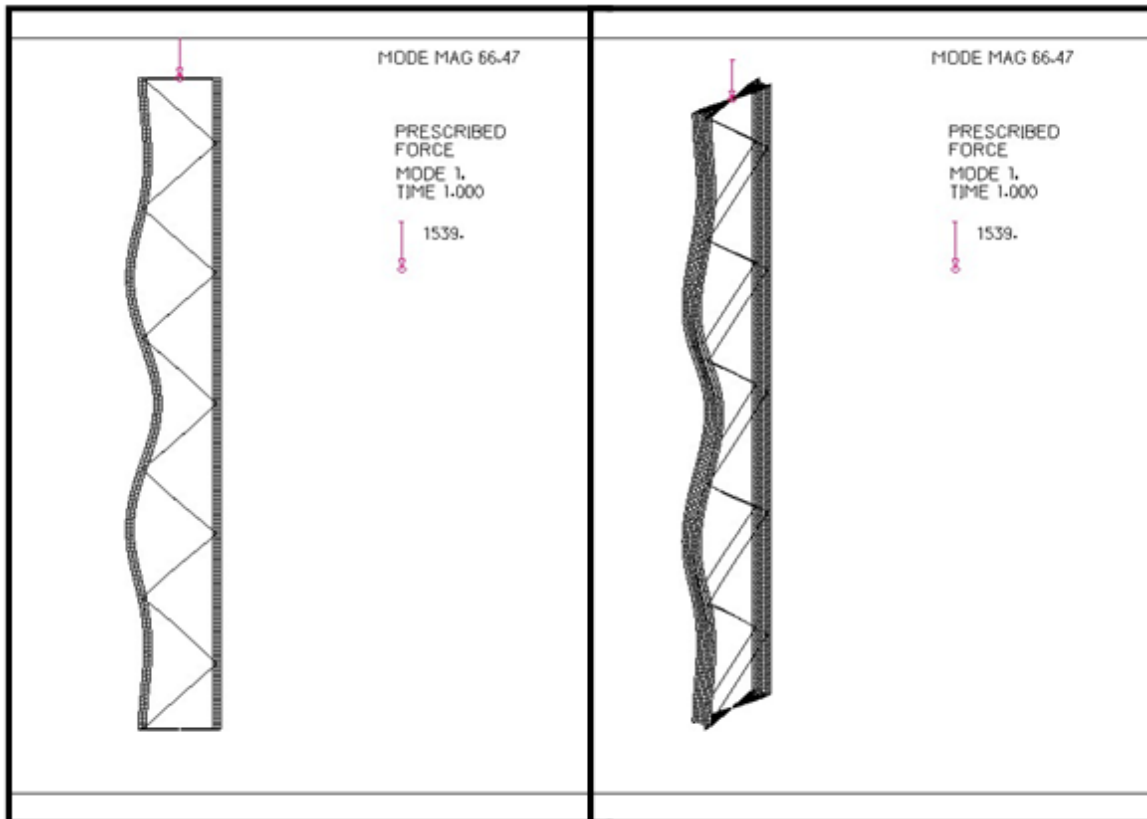
Σχήμα 4.40: Κατανομή αξονικών δυνάμεων και ροπών M_z -βήμα 39° (GMNIA)

4.3.3 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

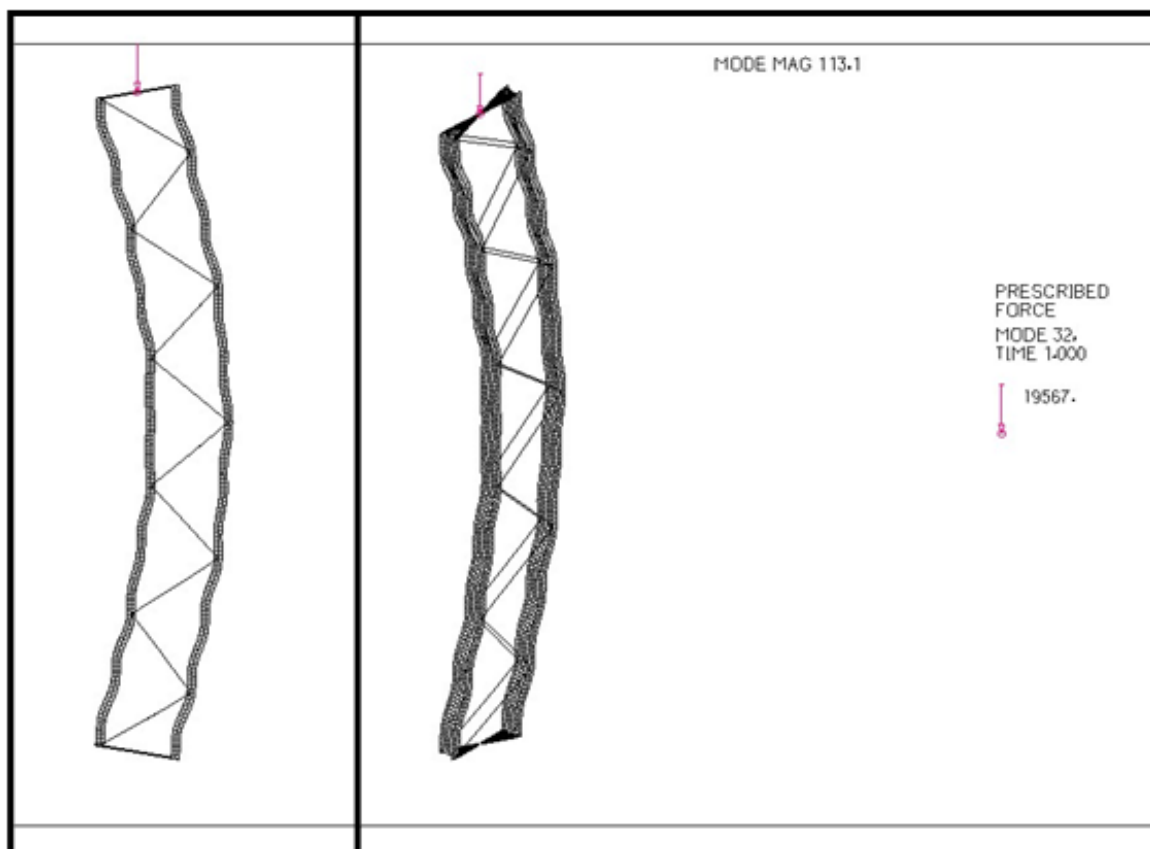
4.3.3.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

Αντίστοιχα με την παράγραφο 4.2.2.1 αφού προσομοιώσουμε το φορέα μας με επιφανειακά στοιχεία εκτελούμε την ανάλυση “Linearized buckling” και εξαγάγουμε τις ιδιομορφές λυγισμού. Οι ιδιομορφές που μας ενδιαφέρουν είναι η 1η, που μας δείχνει σε ποιο φορτίο αναμένεται να λυγίσει ο φορέας τοπικά και η 32^η που αντιστοιχεί στο καθολικό κρίσιμο φορτίο του υποστυλώματος. Στα σχήματα 4.41, 4.42 βλέπουμε από το “PREDISCRIBED FORCE” τα φορτία για τα οποία συμβαίνουν οι δύο αυτές ιδιομορφές:

$$FEM2D N_{ch,cr}^{LB} = 1539kN \quad \text{και} \quad FEM2D N_{cr}^{LB} = 19567kN.$$

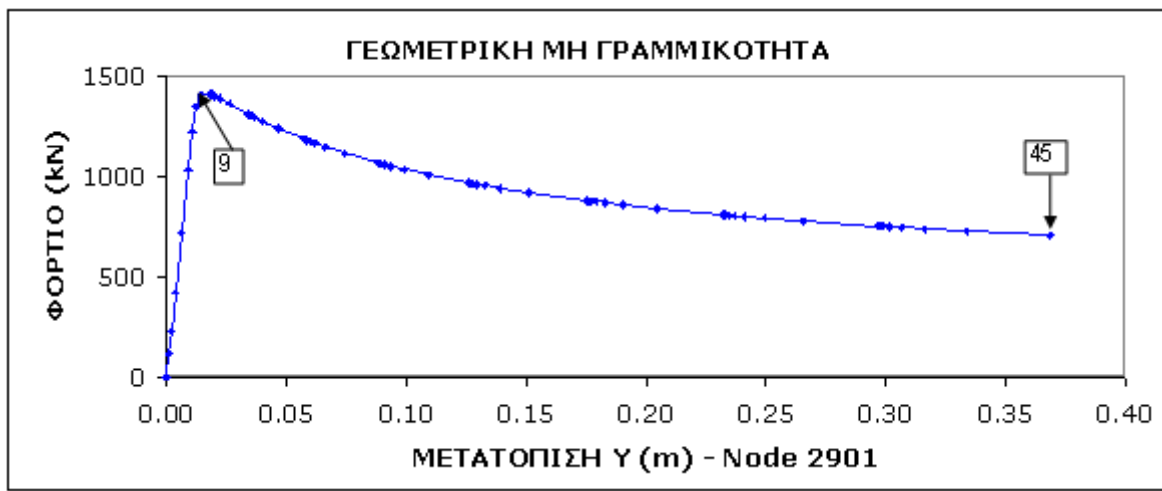


Σχήμα 4.41: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού (LB)

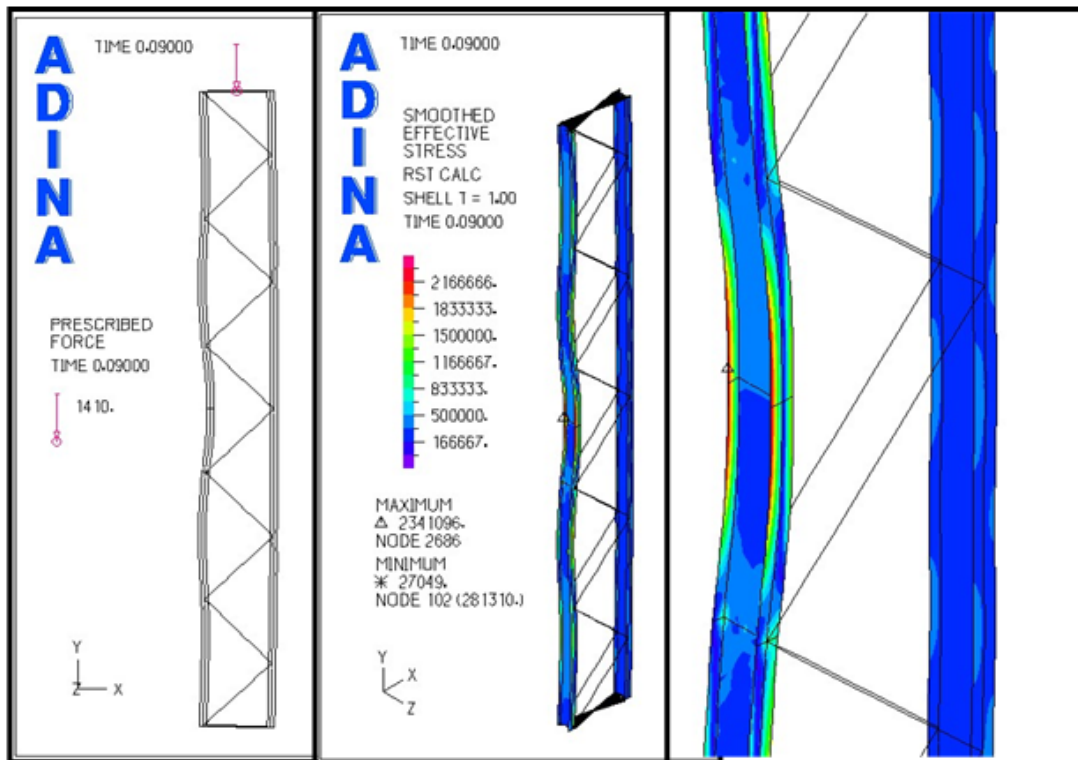
Σχήμα 4.42: 32^η ιδιομορφή λυγισμού (LB)

4.3.3.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

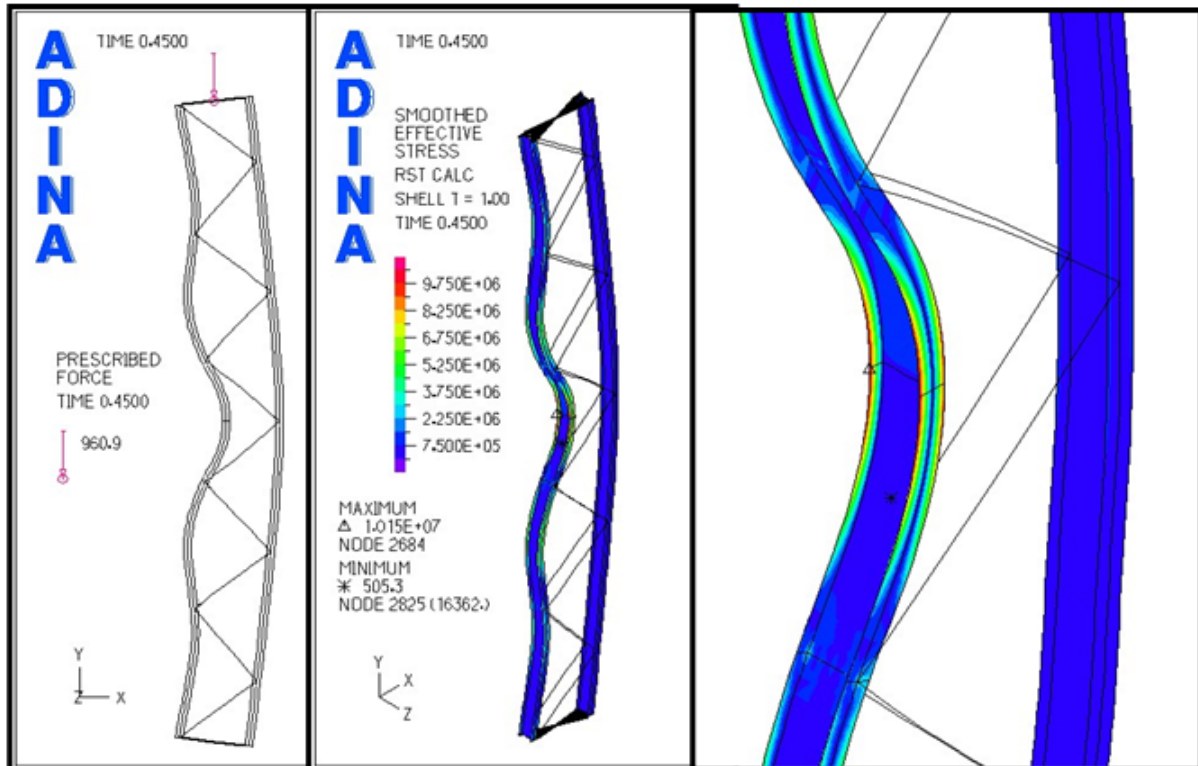
Αφού ορίσουμε την τοπική και την καθολική ατέλεια στο φορέα εκτελούμε την "Collapse Analysis" με ελαστικό υλικό. Στο σχήμα 4.43 φαίνεται το διάγραμμα Φορτίου-Μετατόπισης του κόμβου Node2901. Έχουμε επισημάνει 2 χαρακτηριστικά σημεία του δρόμου ισορροπίας και στα σχήματα 4.44, 4.45 μπορούμε να δούμε την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα καθώς και την κατανομή των τάσεων von Mises. Στο 8^ο βήμα, όπου λυγίζει ο φορέας, η συνολική επιβαλλόμενη δύναμη είναι $FEM2D N_{Rd}^{GNIA} = 1410kN$.



Σχήμα 4.43: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)



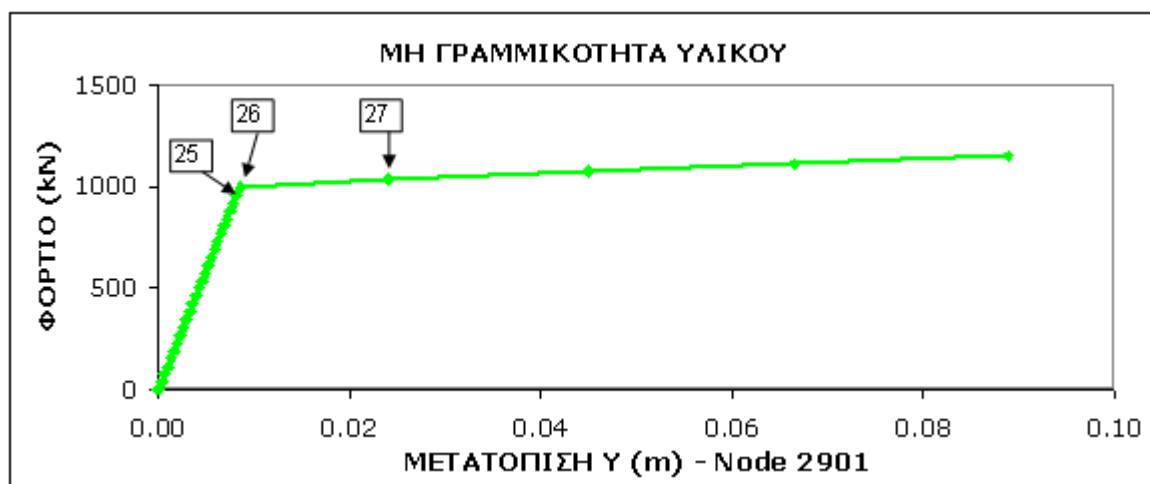
Σχήμα 4.44: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 9^ο (GNIA)



Σχήμα 4.45: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 45° (GNIA)

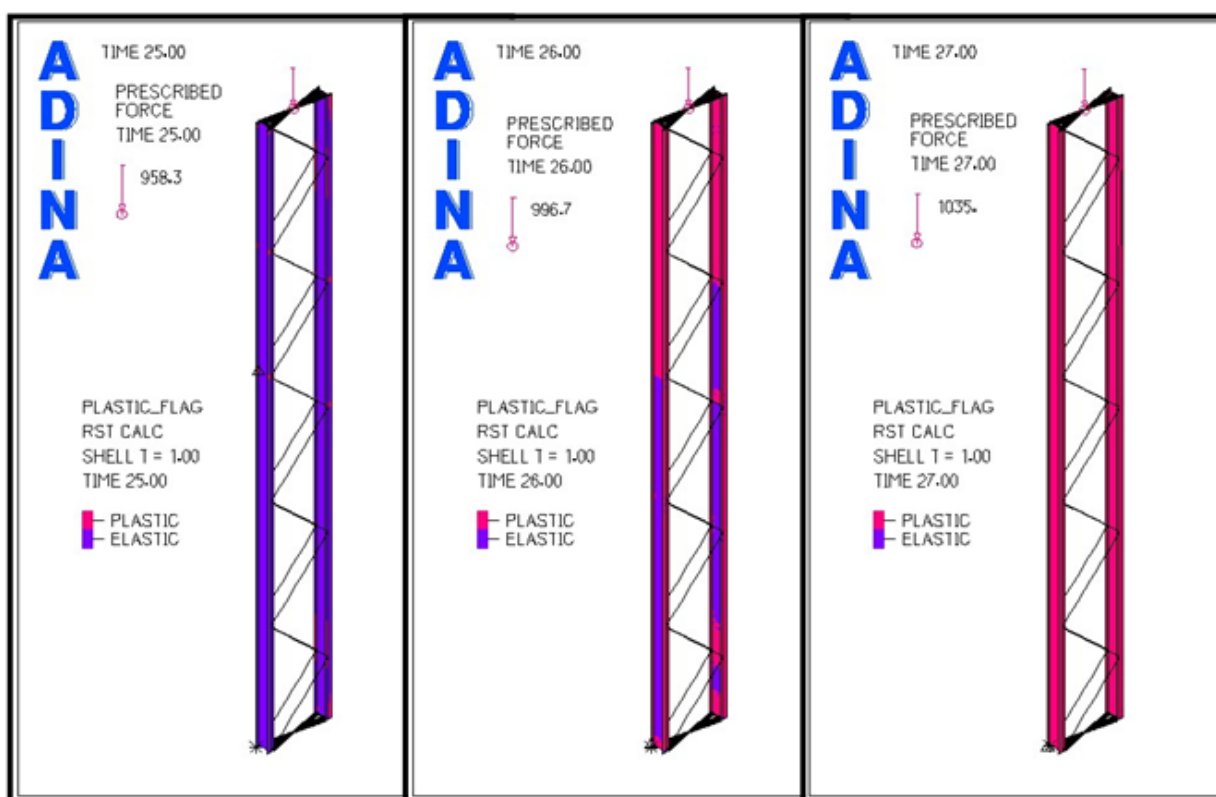
4.3.3.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

Η ανάλυση μη γραμμικότητας υλικού έγινε με τη μέθοδο "Full Newton Method" σε 30 βήματα (time steps) και ο δρόμος ισορροπίας που προέκυψε φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα (σχήμα 4.46).



Σχήμα 4.46: Δρόμος ισορροπίας - μη γραμμικότητα υλικού (MNA)

Στις εικόνες του σχήματος 4.47 χρησιμοποιήσαμε τη δυνατότητα του προγράμματος να μας παρουσιάζει στην προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία σε πια σημεία έχει διαρρέψει ο φορέας (κριτήριο διαρροής). Έτσι στο 25^ο βήμα ο φορέας βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, στο 26^ο βήμα έχει διαρρέψει περίπου το 1/3 του σύνθετου υποστυλώματος, ενώ στο 27^ο βήμα η διαρροή έχει εξαπλωθεί καθόλο το μήκος των διατομών IPE160 που παίζουν το ρόλο των πελμάτων. Άρα το συνολικό φορτίο για το οποίο διαρρέει ο φορέας είναι $FEM^{2D}N_{Rd}^{MNA} = 996.7kN$, όπως παρατηρούμε από το "PRESCRIBED FORCE" στο 26^ο βήμα ("TIME 26.00"). Στη μη γραμμική ανάλυση υλικού έχουμε μικρές μετατοπίσεις επομένως το φορτίο μοιράζεται περίπου στα δύο πέλματα (εξάλλου γι' αυτό διαρρέει όλος ο φορέας) και άρα κάθε πέλμα δέχεται φορτίο $FEM^{2D}N_{ch}^{MNA} = 497kN$.

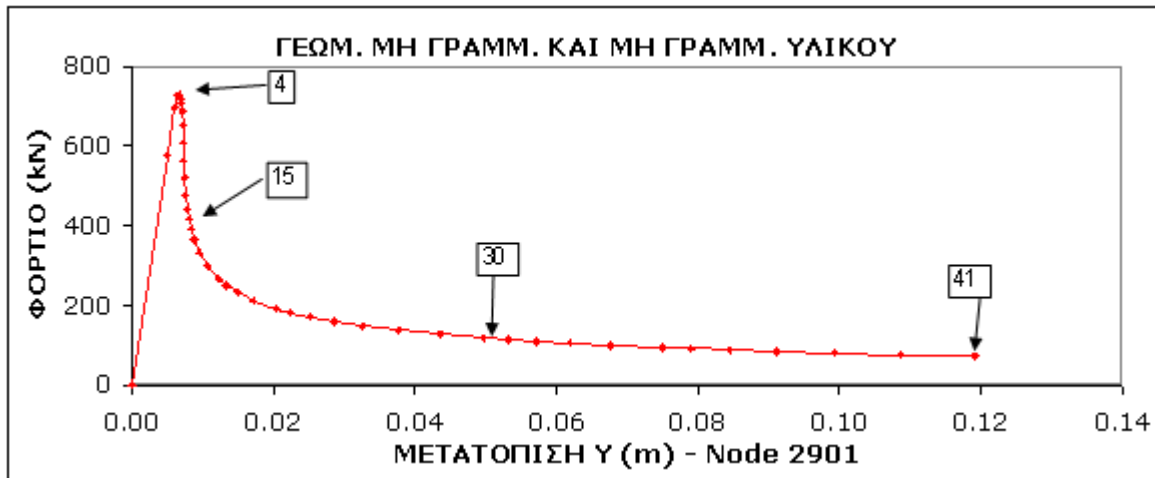


Σχήμα 4.47: Κριτήριο διαρροής - βήμα 25^ο, 26^ο και 27^ο (MNA)

4.3.3.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

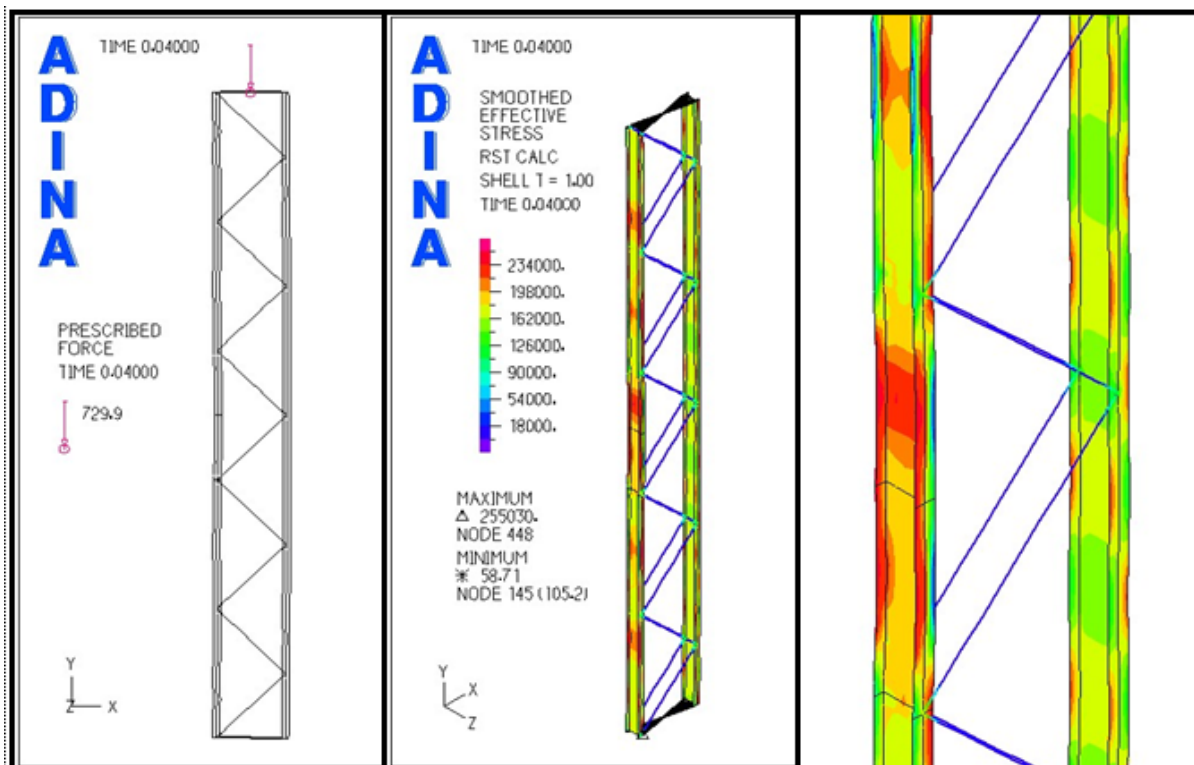
Τέλος εκτελούμε την μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας η οποία προσομοιάζει με μεγάλη ακρίβεια την πραγματική συμπεριφορά του σύνθετου υποστυλώματος. Στο διάγραμμα που ακολουθεί (σχήμα 4.48) έχουμε το δρόμο ισορροπίας

για τη συνολική δύναμη που ασκούμε στο φορέα (άξονας Y) προς την κατακόρυφη μετατόπιση του κόμβου Node 2901 της κύλισης (άξονας X).

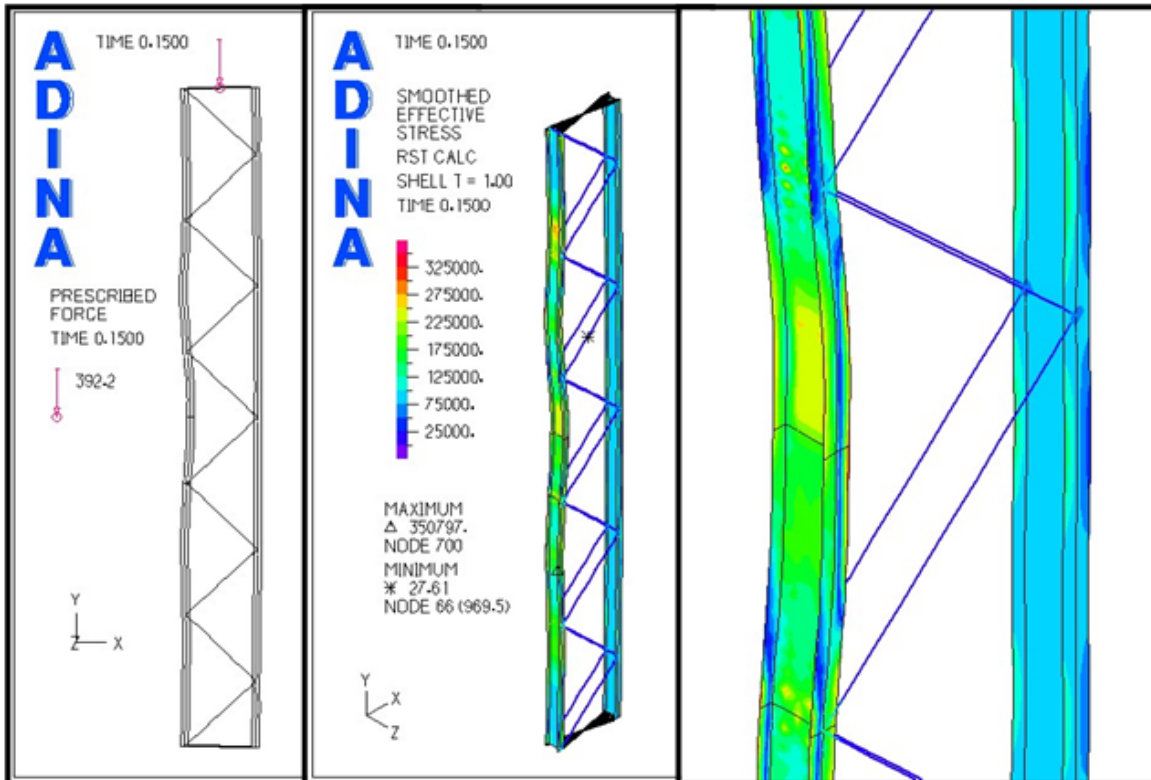


Σχήμα 4.48: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού

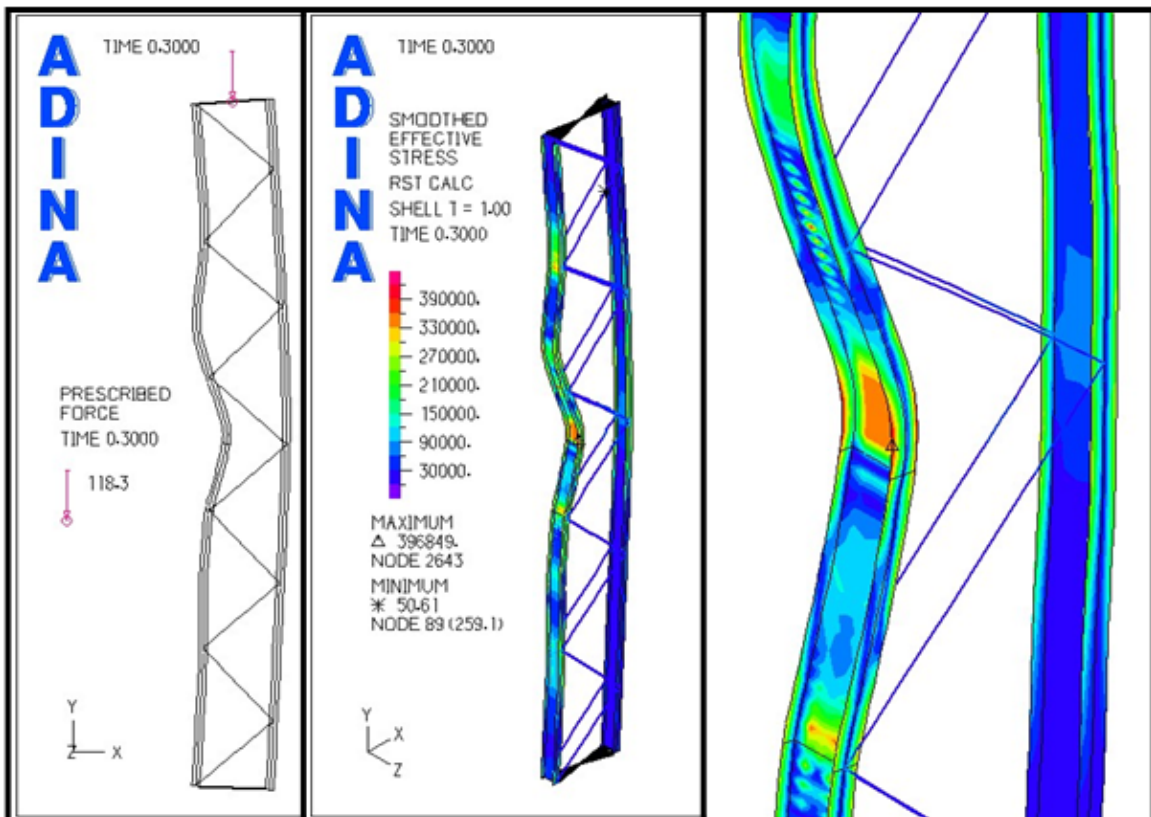
Στο παραπάνω διάγραμμα έχουμε επισημάνει 4 χαρακτηριστικά σημεία (βήμα 4,15,30,41) και στα σχήματα 4.49-4.54 βλέπουμε την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, την κατανομή των τάσεων von Mises και το κριτήριο διαρροής για καθένα από αυτά τα βήματα. Ο φορέας αστοχεί στο 4^ο βήμα για φορτίο $F_{Rd}^{GMNIA} = 729.9 \text{ kN}$.



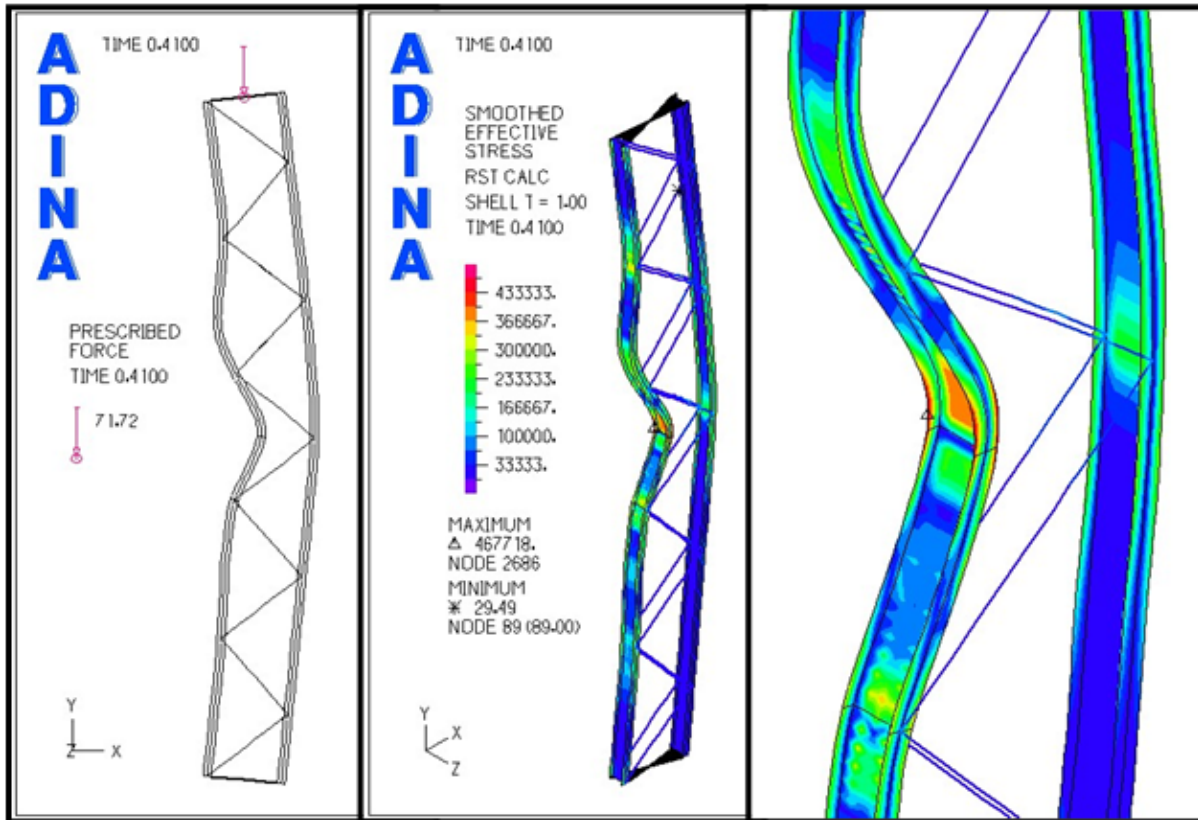
Σχήμα 4.49: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 4^ο (GMNIA)



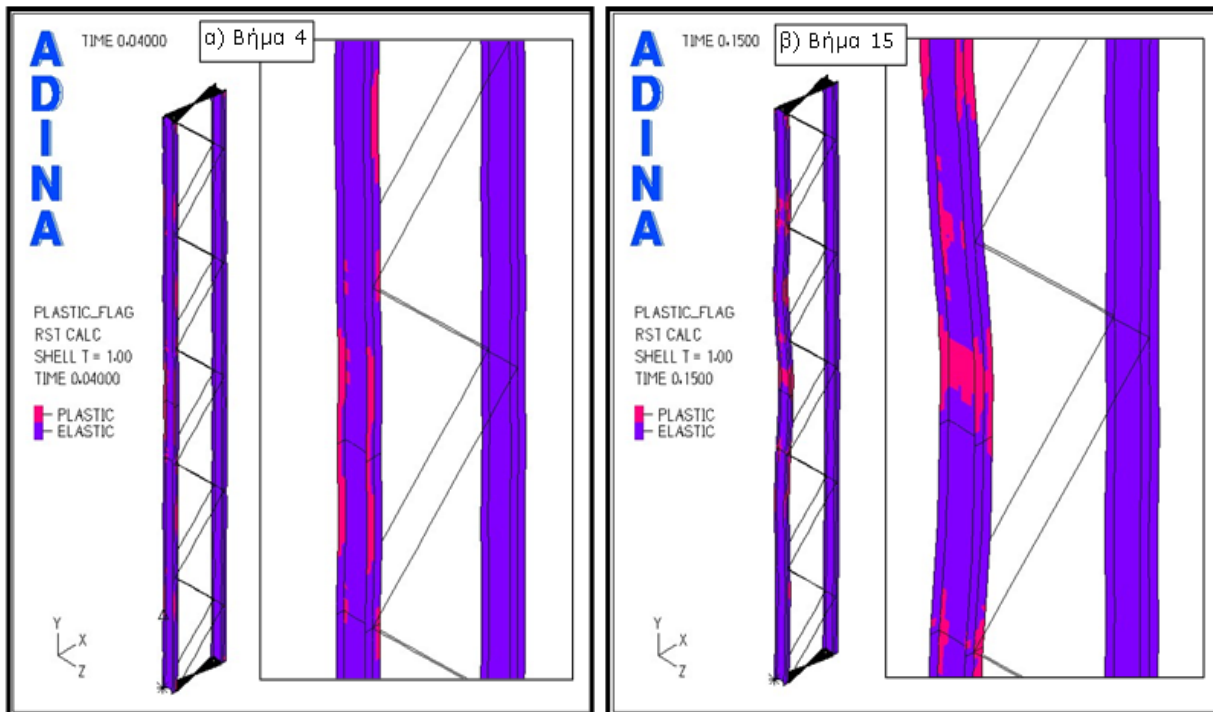
Σχήμα 4.50: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 15° (GMNIA)



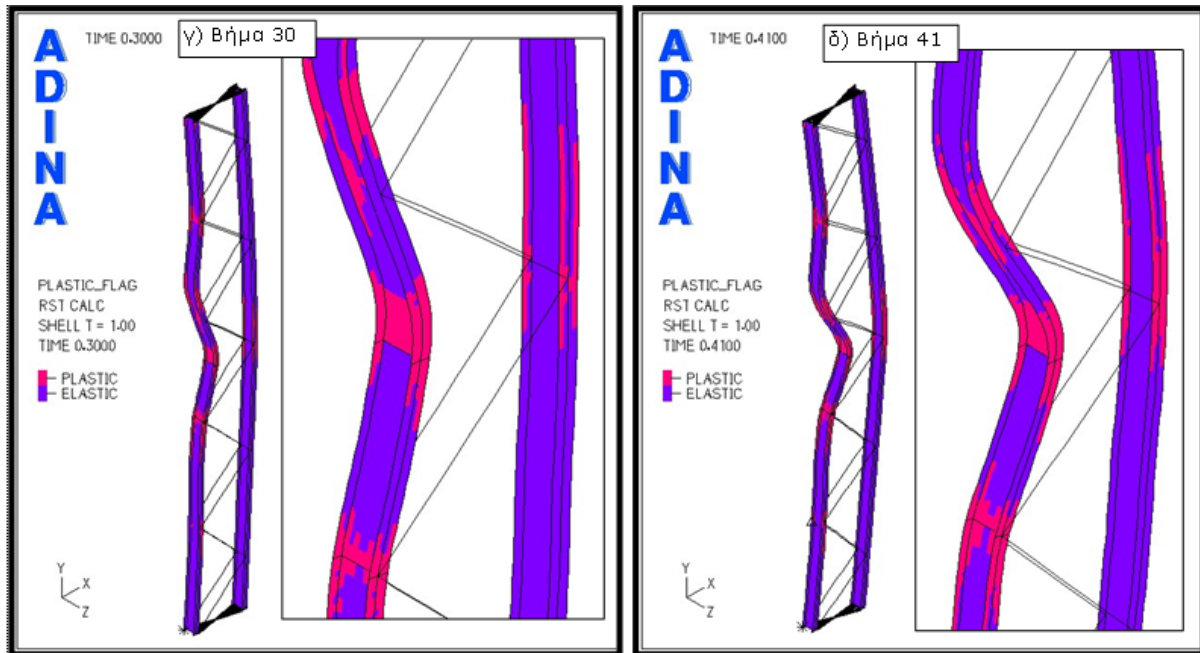
Σχήμα 4.51: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 30° (GMNIA)



Σχήμα 4.52: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 15° (GMNIA)



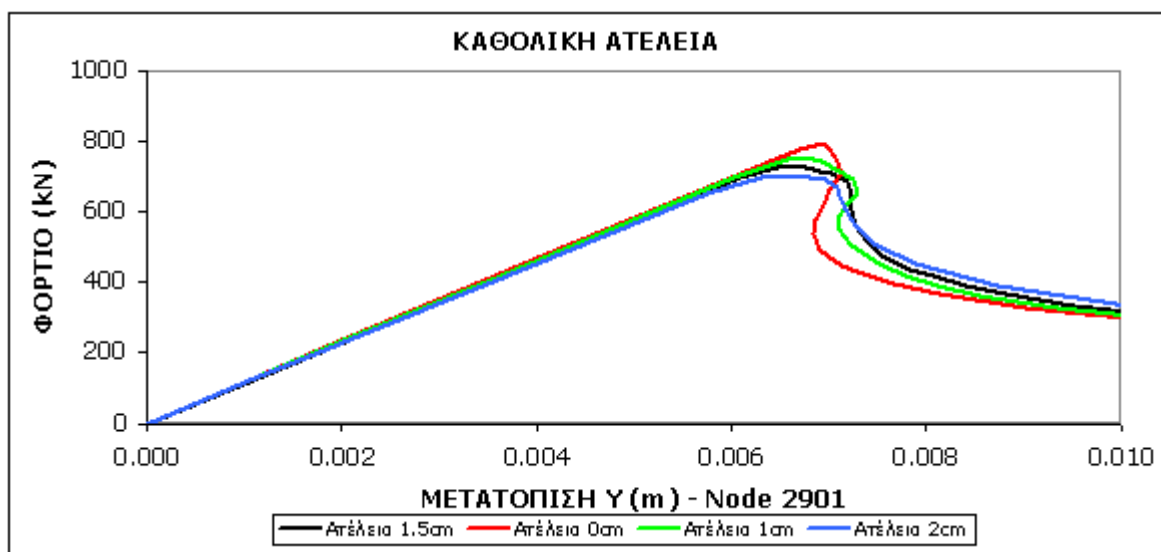
Σχήμα 4.53: Κριτήριο διαρροής - βήμα 4° και 15° (GMNIA)



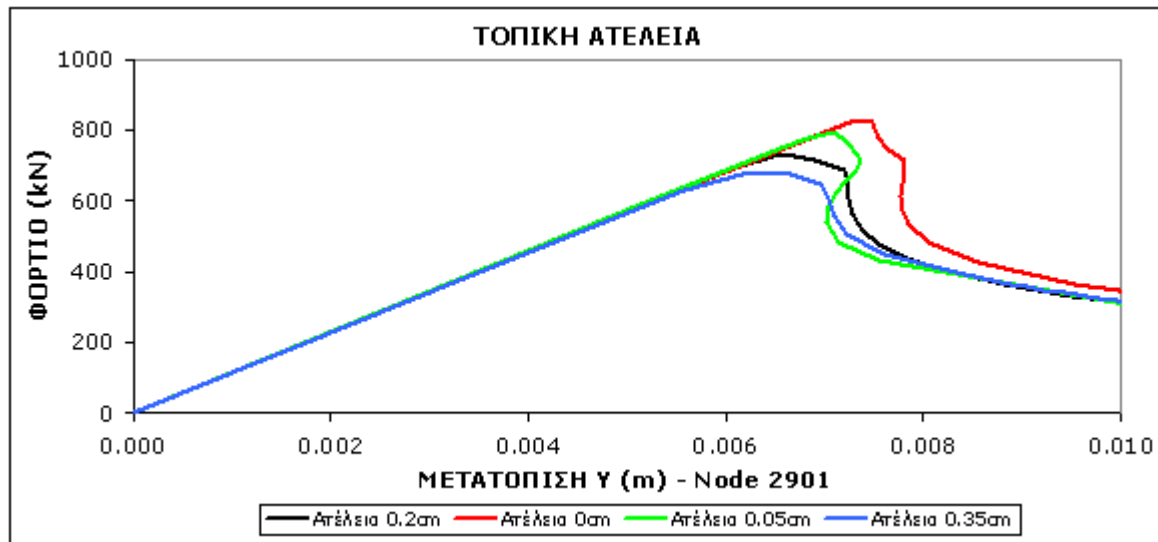
Σχήμα 4.54: Κριτήριο διαρροής - βήμα 30° και 41° (GMNIA)

4.3.3.5 Η επιρροή της ατέλει

Τέλος πραγματοποιήσαμε άλλες 6 αναλύσεις αλλάζοντας κάθε φορά την ατέλεια. Πρώτα κρατώντας την τοπική ατέλεια $e_{0,ch}=0.2\text{cm}$ ορίσαμε καθολική ατέλεια 0cm, 1cm και 2cm και οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν μαζί με το διάγραμμα του σχήματος 4.49, όπου είχαμε την καθολική ατέλεια $e_0=1.5\text{cm}$ που ορίζει ο κανονισμός, απεικονίζονται στο σχήμα 4.55. Αντίστοιχα στο επόμενο διάγραμμα (σχήμα 4.56) έχουμε καθολική ατέλεια $e_0=1.5\text{cm}$ και αλλάζουμε την τοπική ατέλεια από 0.2cm σε 0cm, 0.05cm και 0.35cm.



Σχήμα 4.55: Δρόμοι ισορροπίας για καθολική ατέλεια 0cm, 1cm, 1.5cm και 2cm (GMNIA)



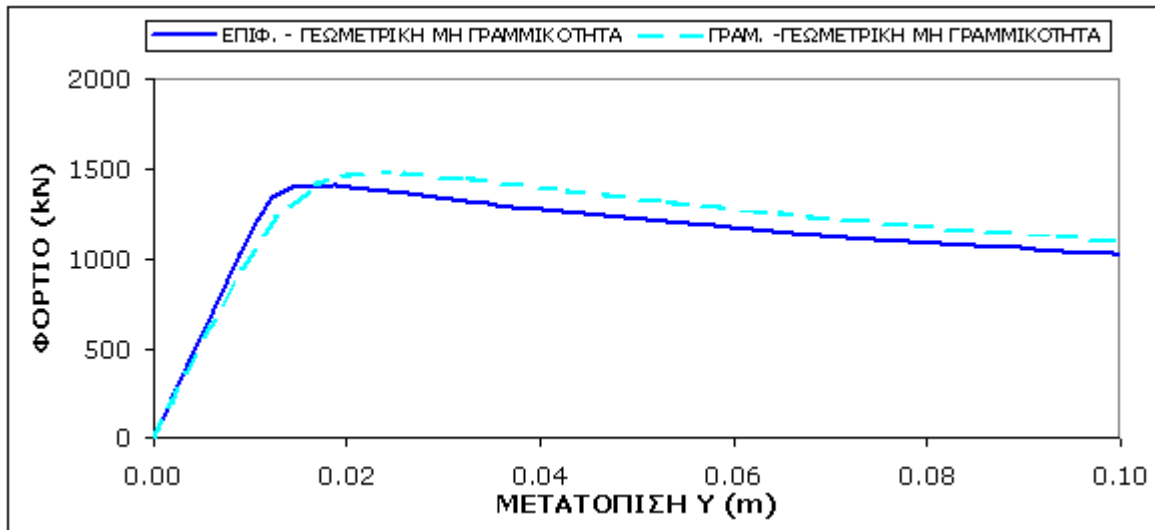
Σχήμα 4.56: Δρόμοι ισορροπίας για τοπική ατέλεια 0cm, 0.05cm, 0.2cm και 0.35cm (GMNIA)

Όπως προκύπτει από τα διαγράμματα 4.55 και 4.56 η τοπική ατέλεια επηρεάζει πολύ περισσότερο το δρόμο ισορροπίας και την αντοχή του φορέα, αποτέλεσμα που ήταν αναμενόμενο καθώς ο τοπικός λυγισμός είναι ο κρίσιμος μηχανισμός αστοχίας.

4.3.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3

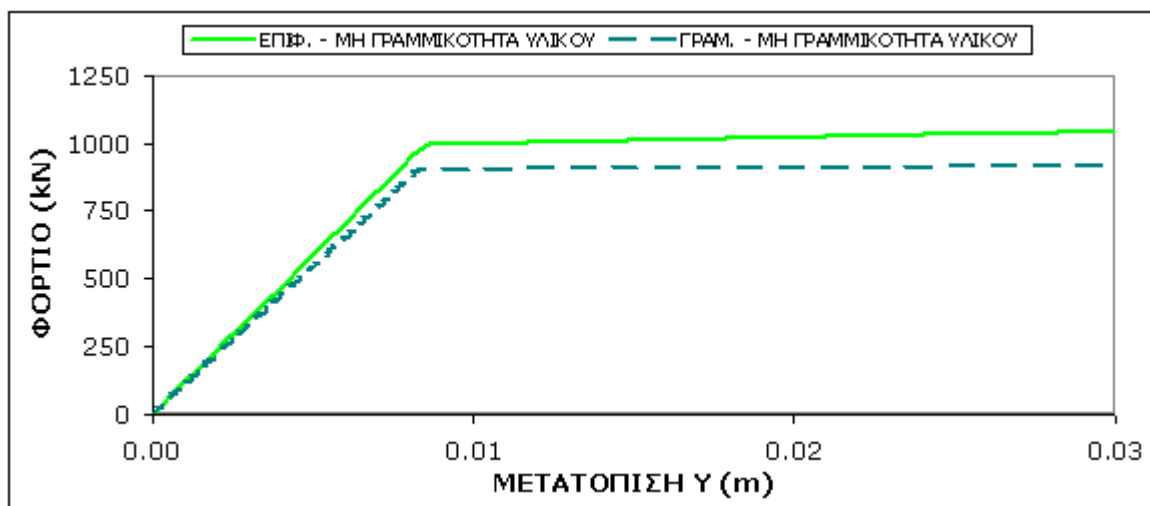
Από τα σχήματα 4.31, 4.32 και 4.41, 4.42 παρατηρούμε ότι η πρώτη ιδιομορφή και για τους δύο τρόπους προσομοίωσης του μοντέλου σχεδόν συμπίπτουν και γραφικά αλλά και ως προς το φορτίο $N_{ch,cr}^{FEM1D, LB} = 1516kN$ και $N_{ch,cr}^{FEM2D, LB} = 1539kN$. Για την ιδιομορφή που δίνει το καθολικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού έχουμε $N_{cr}^{FEM1D, LB} = 16243kN$ και $N_{cr}^{FEM2D, LB} = 19567kN$ ενώ και γραφικά παρατηρούμε κάποιες διαφορές. Το αντίστοιχο ελαστικό κρίσιμο φορτίο με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων που βρήκαμε από την θεωρητική επίλυση του φορέα με βάση τον Ευρωκώδικα 3 στη παράγραφο 4.2.1 είναι $N_{cr}^{EC3} = 17419.77kN$.

Στο σχήμα 4.57 έχουμε τη σύγκριση των αναλύσεων γεωμετρικής μη γραμμικότητας και παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα και για τα δύο μοντέλα είναι παρόμοια.



Σχήμα 4.57: Δρόμοι ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα

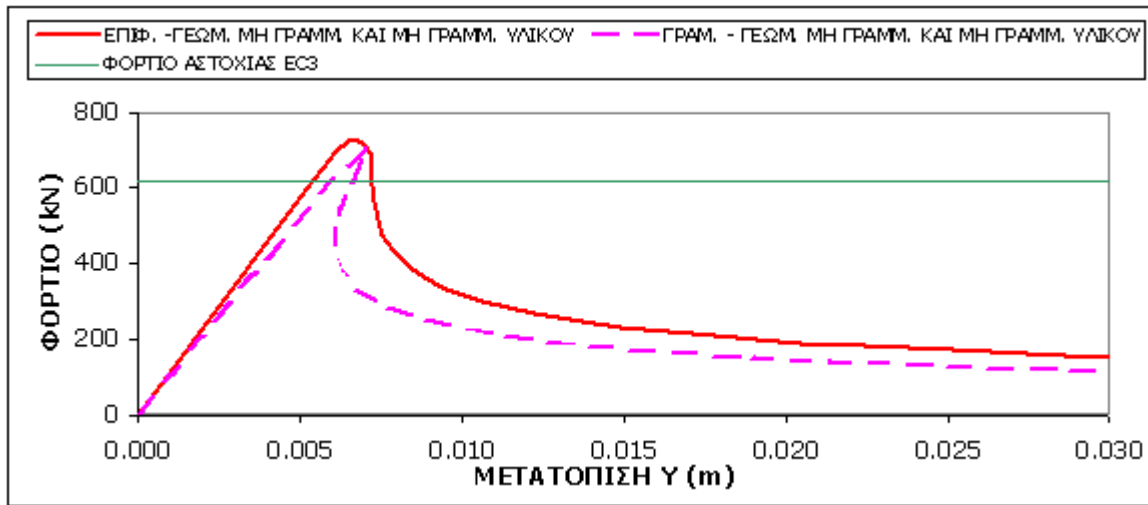
Στο παρακάτω διάγραμμα (σχήμα 4.58) απεικονίζεται η σύγκριση των αναλύσεων μη γραμμικότητας υλικού. Από την θεωρητική επίλυση το αντίστοιχο με την μη γραμμικότητα υλικού θα ήταν να δεχτούμε ότι δεν υπάρχουν φαινόμενα τοπικού και καθολικού λυγισμού και να εξετάσουμε την αντοχή έναντι διαρροής των δύο πελμάτων. Έχουμε υπολογίσει στο φύλο Excel ότι η αντοχή έναντι διαρροής του ενός πέλματος IPE160 είναι $^{EC3}N_{ch,y,rd} = 472.35\text{kN}$. Από τις αναλύσεις που φαίνονται στο διάγραμμα βρήκαμε ότι ο φορέας αστοχεί για φορτίο $^{FEM1D}N_{Rd}^{MNA} = 913.5\text{kN}$ και $^{FEM2D}N_{Rd}^{MNA} = 996.7\text{kN}$ όταν το κάθε πέλμα δέχεται δύναμη ίση με $^{FEM1D}N_{ch}^{MNA} = 456\text{kN}$ και $^{FEM2D}N_{ch}^{MNA} = 497\text{kN}$ αντίστοιχα.



Σχήμα 4.58: Δρόμοι ισορροπίας – μη γραμμικότητα υλικού

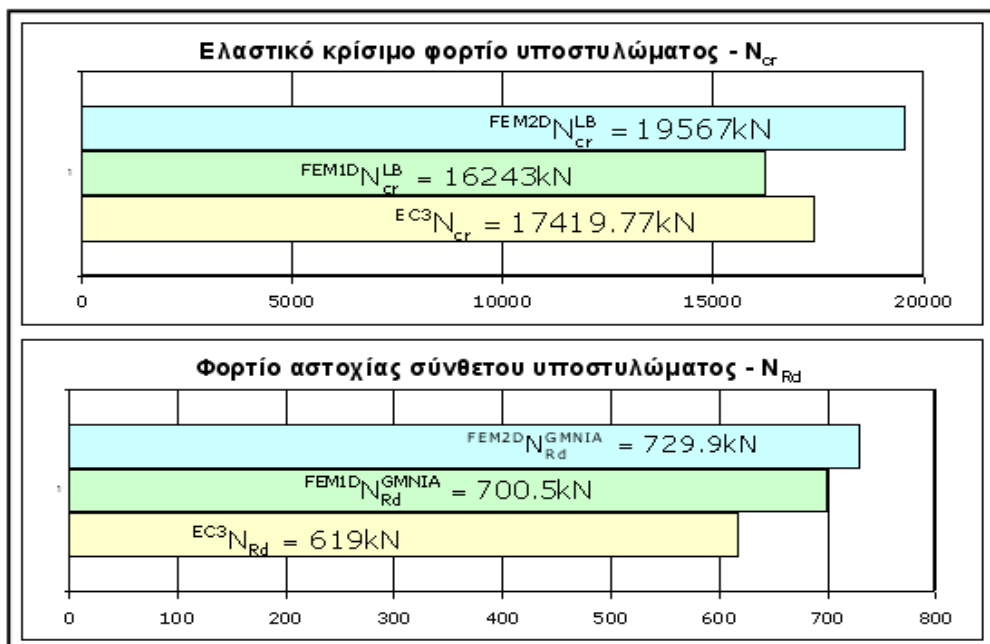
Τέλος στο επόμενο διάγραμμα του σχήματος 4.59 που είναι και το πιο σημαντικό για την πραγματική συμπεριφορά του φορέα παρουσιάζονται οι δύο αναλύσεις GMNIA καθώς και

το φορτίο αστοχίας $^{EC3}N_{Rd} = 619\text{kN}$ που βρήκαμε με βάση τους κανονισμούς του Ευρωκώδικα. Προκύπτουν τα φορτία $^{FEM1D}N_{Rd}^{GMNIA} = 700.5\text{kN}$ και $^{FEM2D}N_{Rd}^{GMNIA} = 729.9\text{kN}$.



Σχήμα 4.59: Δρόμοι ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού

Εποπτικά τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.2. Γενικά ήταν αναμενόμενο ότι στις αναλύσεις θα υπολογίζαμε μεγαλύτερο φορτίο αστοχίας λόγω των απλοποιήσεων που κάνει ο κανονισμός (υπέρ της ασφαλείας) και παρατηρούμε ότι με την ανάλυση του επιφανειακού μοντέλου που είναι πιο κοντά στη πραγματικότητα έχουμε μεγαλύτερο φορτίο αστοχίας. Η συμπεριφορά του φορέα είναι παρόμοια για τους δύο τρόπους προσομοίωσης και αναπαριστά με αρκετή ακρίβεια την πραγματικότητα.

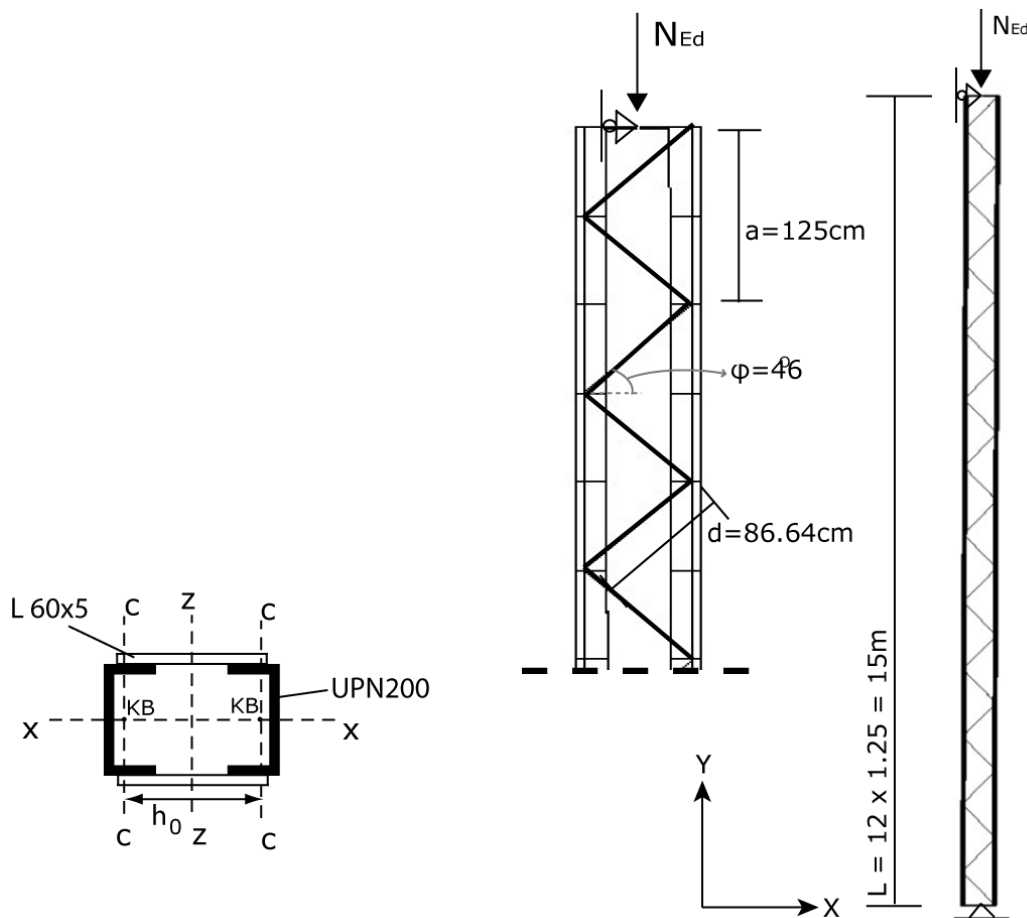


Πίνακας 4.2

4.4 Σύνθετο υποστυλωμα με ράβδους δικτύωσης τύπου V με κίνδυνο αστοχίας λόγω τοπικού και καθολικού λυγισμού

4.4.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

Γενικά στα σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης οι συνθήκες που καθιστούν την μια μορφή αστοχίας κρίσιμη εξουδετερώνουν την άλλη μορφή αστοχίας. Για παράδειγμα για να έχουμε καθολικό λυγισμό χρειάζεται τα δυο πέλματα να βρίσκονται σε μικρή απόσταση μεταξύ τους, όμως η τοπική αστοχία είναι πιθανό να συμβεί όταν το μήκος των φατνωμάτων των πελμάτων είναι μεγάλο, το οποίο σε συνδυασμό με τον περιορισμό για τη γωνία που πρέπει να έχουν με τον οριζόντιο άξονα οι ράβδοι δικτύωσης, οδηγεί σε μεγάλη απόσταση μεταξύ των δύο πελμάτων. Ακόμη, για να επικρατήσει ο καθολικός



Σχήμα 4.60: Σύνθετο υποστυλωμα με ράβδους δικτύωσης – αμφιαρθρωτό

μηχανισμός αστοχίας χρειάζεται οι διατομές των πελμάτων να είναι ισχυρές, ενώ αντίθετα ο τοπικός λυγισμός έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να είναι κρίσιμος αν τα πέλματα έχουν μικρή ροπή αδρανείας. Παρόλα αυτά στις περισσότερες περιπτώσεις θα έχουμε κάποια αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας αντίθετα με τα δύο πρώτα παραδείγματα που αναλύσαμε, όπου ουσιαστικά, με τα υποστυλώματα που επιλέξαμε, απομονώσαμε τον κάθε μηχανισμό αστοχίας. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα αναλύσουμε ένα σύνθετο υποστύλωμα στο οποίο ο καθολικός και ο τοπικός λυγισμός είναι εξίσου κρίσιμοι (σχήμα 4.63) και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Δομικός χάλυβας κατηγορίας S235
- Διατομή πέλματος UPN200
- Διατομή δικτύωσης L 60x5
- Ύψος σύνθετου υποστυλώματος L=15m
- Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων $h_0=60\text{cm}$
- Αριθμός φανωμάτων $n=12$

Παρακάτω παρουσιάζουμε το φύλο excel υπολογισμού της αντοχής του φορέα με βάση τον Ευρωκώδικα 3:

Χαρακτηριστικά υλικού			
Δομικός χάλυβας κατηγορίας:		S235H	
Χαρακτηριστική τάση διαρροής:	$f_y=$	23.50	kN/cm^2
Μειωτικός συντελεστής:	$\epsilon=$	1.00	
Μέτρο ελαστικότητας χάλυβα:	$E=$	21000.00	kN/cm^2
Λόγος Poisson στη ελαστική περιοχή:	$\nu=$	0.30	

Χαρακτηριστικά διατομών			
Διατομή πέλματος:	UPN	200	
Εμβαδόν διατομής του ενός πέλματος:	$A_{ch}=$	32.20	cm^2
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{ch,z}=$	148.00	cm^4
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{ch,z}=$	2.14	cm
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:		0.49	

Διατομή ράβδου δικτύωσης:	L	60 x 60 x 5	
-	-	8.00	cm
-	-	1.00	cm
Εμβαδόν διατομής ράβδου:	$A_d=$	5.82	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$I_{d,y}=$	8.03	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$i_{d,y}=$	1.17	cm
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{d,z}=$	8.03	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{d,z}=$	1.17	cm
Καμπύλη λυγισμού:		b	
Συντελεστής ατελειών:		0.34	

Χαρακτηριστικά σύνθετου υποστυλώματος

Υψος σύνθετου υποστυλώματος:	L=	1500.00	cm
Συντελεστής μεγέθους ατέλειας	$\mu=$	1.00	
Ατέλεια σύνθετου υποστυλώματος:	$e_0=$	3.00	cm
Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων:	$h_0=$	60.00	cm
Ροπή αδρανείας υποστυλώματος:	$I_{eff}=$	57960.00	cm ⁴
Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού:	$\beta=$	1.00	

Χαρακτηριστικά δικτύωσης τύπου V

Μήκος του ενός φατνώματος:	a=	125.00	cm
Γωνία δικτύωσης:	$\varphi=$	46.17	° (μοίρες)
	$\varphi=$	0.81	rad
Μήκος διαγώνιας ράβδου δικτύωσης:	d=	86.64	cm
Αριθμός φατνωμάτων:	n=	12.00	
Διατμητική δυσκαμψία:	$S_v=$	84570.76	kN

Χαρακτηριστικά αντοχής φατνώματος

Λυγηρότητα:	λ_{ch}	58.411	
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{ch,1}$	93.900	
Ανηγγμένη λυγηρότητα:	λ_{ch}	0.622	
Συντελεστής Φ :	$\Phi_{ch}=$	0.797	
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_{ch}=$	0.772	
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{ch,y,rd}=$	756.70	kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{ch,rd}=$	584.35	kN

Χαρακτηριστικά αντοχής διαγώνιας ράβδου

Λυγηρότητα:	λ_d	73.759	
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{d,1}$	93.700	
Ανηγγμένη λυγηρότητα:	λ_d	0.787	
Συντελεστής Φ :	$\Phi_d=$	0.910	
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_d=$	0.732	
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{d,y,rd}=$	136.77	kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{d,rd}=$	100.16	kN

Ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος:			
Χωρίς επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων (Euler):	$N_E =$	5339.06	kN
Με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων:	$N_{cr} =$	5022.01	kN

Δράσεις			
Αξονική θλιπτική δύναμη σχεδιασμού υποστυλώματος:	$N_{Ed} =$	1037.00	kN
Μέγιστη ροπή 2ης τάξης:	$M_{Ed} =$	3920.56	kNcm
Μέγιστη τέμνουσα 2ης τάξης:	$V_{Ed} =$	8.21	kN
Επιπρόσθετη δύναμη στο φάτνομα από τη ροπή 2ης τάξης	$M_{Ed}/h_0 =$	65.34	
Δυσμενέστερη αξονική του φατνώματος με θεωρία 2ης τάξης:	$N_{ch,Ed} =$	583.84	kN
Δυσμενέστερη αξονική για ράβδο δικτύωσης με θεωρία 2ης τάξης:	$S_d =$	5.93	kN

Αντοχή σύνθετου υποστυλώματος			
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος (στο μήκος ενός φατνώματος):	$N_{ch,Rd,mod} =$	1037.88	kN
Εναντι λυγισμού-διαρροής ράβδου δικτύωσης:	$N_{d,Rd,mod} =$	4091.41	kN

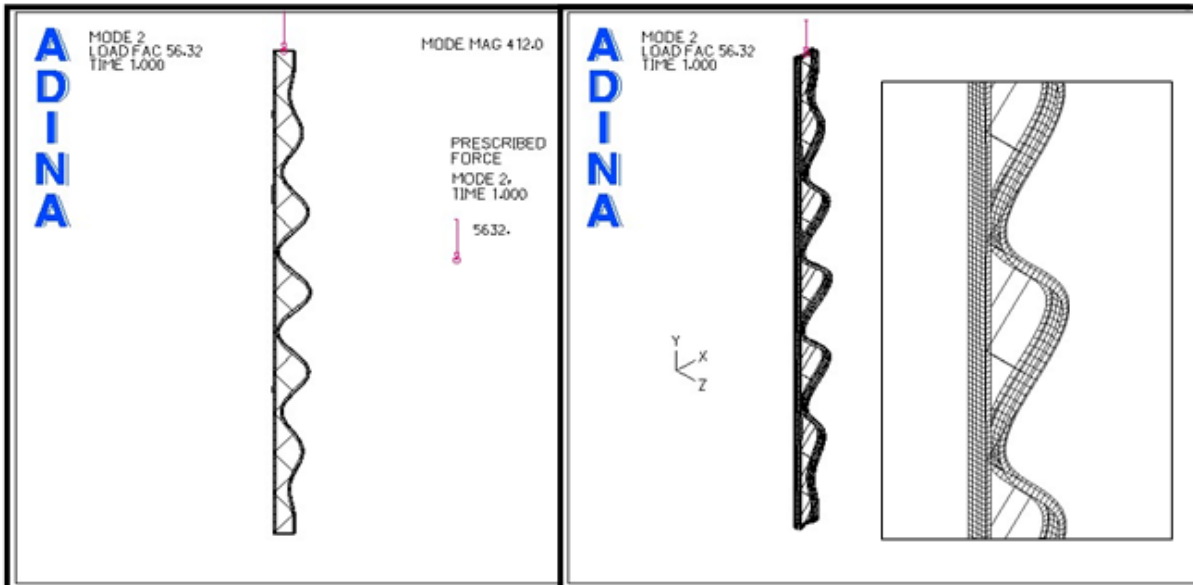
Έλεγχος αντοχής σύνθετου υποστυλώματος					
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος (στο μήκος ενός φατνώματος)	$N_{Ed}/N_{ch,Rd,mod} =$	0.9992	<	1	Επάρκεια
Εναντι λυγισμού-διαρροής ράβδου δικτύωσης	$N_{Ed}/N_{d,Rd,mod} =$	0.2535	<	1	Επάρκεια

4.4.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

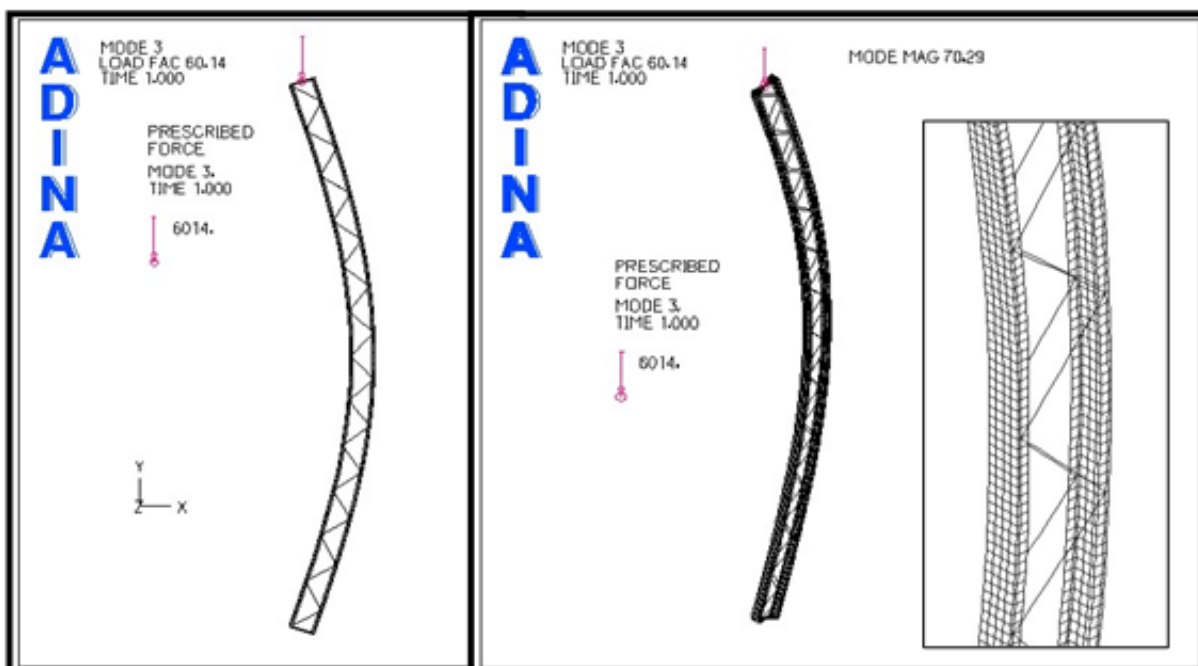
4.4.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

Από την ανάλυση "Linearized buckling" προκύπτουν οι ιδιομορφές λυγισμού για το αμφιαρθρωτό υποστυλώμα που έχει τα χαρακτηριστικά της παραγράφου 4.4.1. Οι ιδιομορφές που μας ενδιαφέρουν είναι η πρώτη που φαίνεται στο σχήμα 4.61 και η 3^η που φαίνεται στο σχήμα 4.62. Για την πρώτη ιδιομορφή έχουμε φορτίο $FEM2D N_{cr,ch}^{LB} = 5632kN$.

Από την 3^η ιδιομορφή που είναι η πρώτη ιδιομορφή που συναντάμε με καθολικό λυγισμό έχουμε το καθολικό ελαστικό κρίσιμο φορτίο του υποστυλώματος με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων $FEM^{2D} N_{cr}^{LB} = 6014kN$. Παρατηρούμε ότι η τιμή του επιβαλλόμενου φορτίου για τις δύο ιδιομορφές δεν έχει μεγάλη απόκλιση, το οποίο είναι επιθυμητό για να εξετάσουμε την αλληλεπίδραση των δύο μηχανισμών αστοχίας.



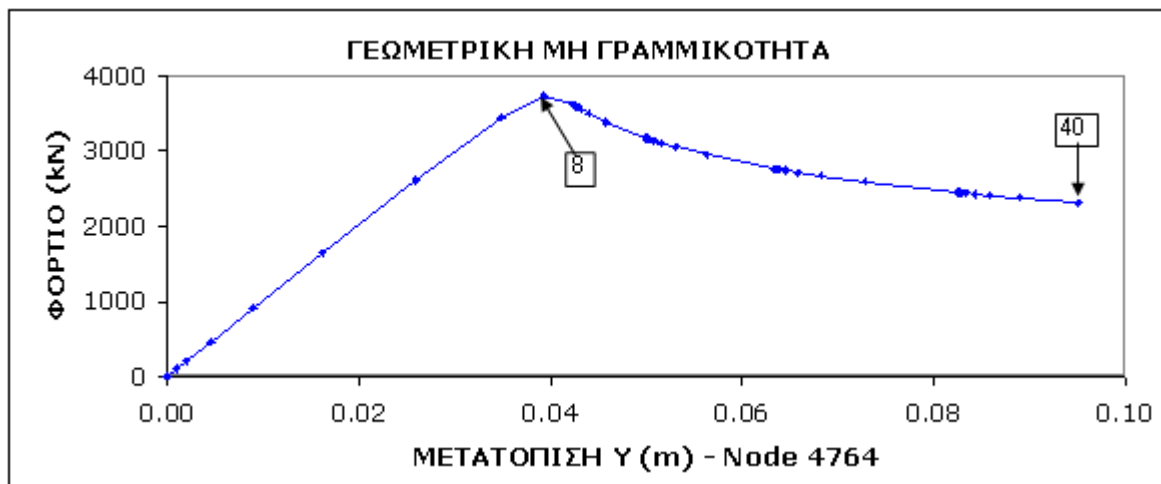
Σχήμα 4.61: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού



Σχήμα 4.62: 3η ιδιομορφή λυγισμού

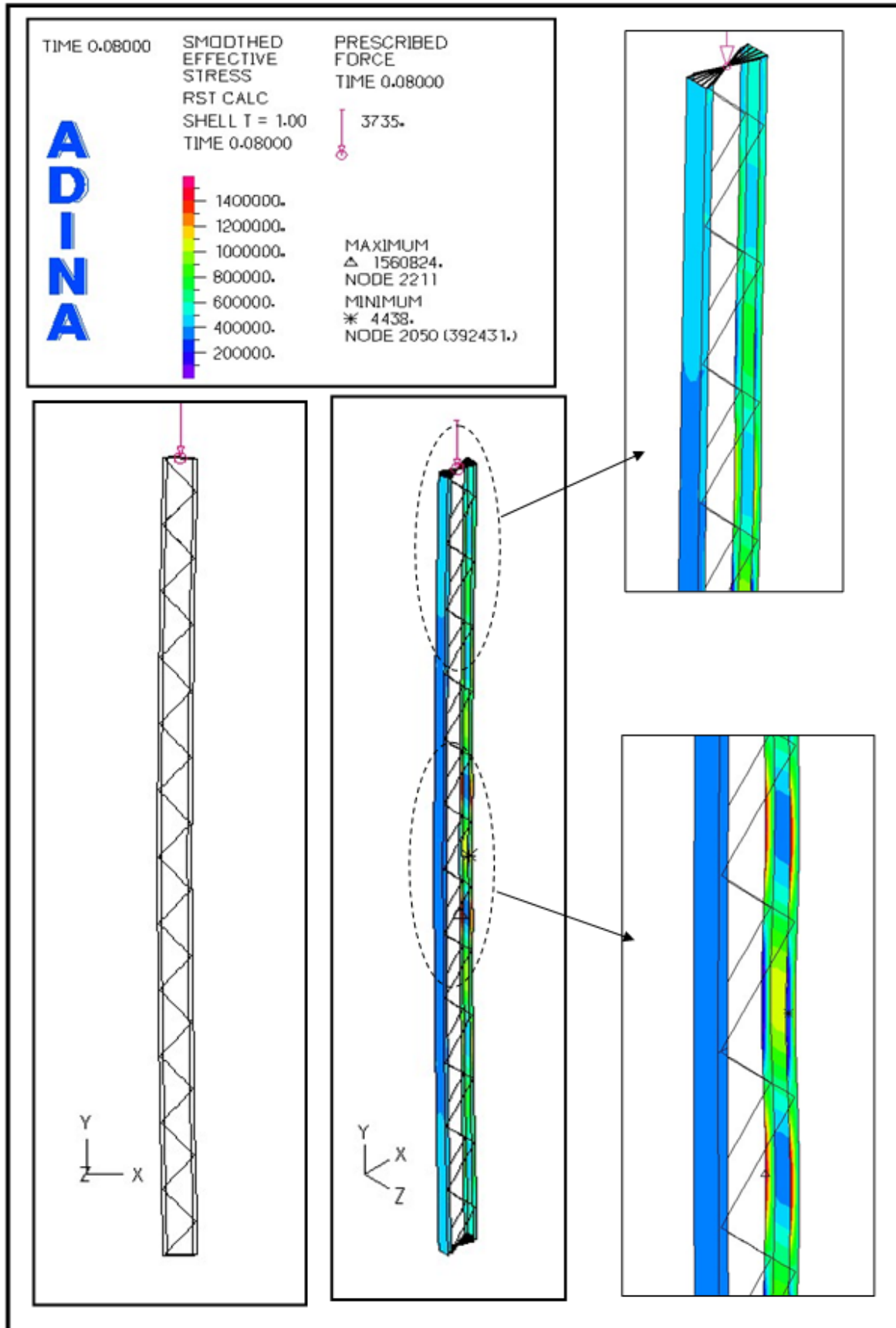
4.4.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

Θα χρησιμοποιήσουμε τις δύο ιδιομορφές που βρήκαμε στην παράγραφο 4.4.2.1 για να ορίσουμε τις ατέλειες στον φορέα μας. Η καθολική ατέλεια για ένα σύνθετο υποστύλωμα ύψους $L=15\text{m}$ είναι σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 $e_0 = L/500 = 3\text{cm}$. Την τοπική ατέλεια ο κανονισμός την λαμβάνει υπόψη μέσω της καμπύλης λυγισμού b και του συντελεστή ατελειών $a_{ch}=0.34$ του φατνώματος διατομής UPN200. Από τον τύπο $e_{ch,0} = a(\bar{\lambda} - 0.2)W_{el} / A$ προκύπτει $e_{ch,0} = 0.1793\text{cm}$. Έτσι με την 1^η ιδιομορφή ορίζουμε τοπική ατέλεια $e_{ch,0} = 0.2\text{cm}$ (απλοποιητική προσέγγιση υπέρ της ασφαλείας) και με την 3^η ιδιομορφή καθολική ατέλεια $e_0 = 3\text{cm}$. Εξάγουμε το γράφημα Φορτίου-Μετατόπισης (σχήμα 4.63) για τον κόμβο N4764, που έχουμε ορίσει ως κύλιση στο προσομοίωμα και ο οποίος θεωρείται χαρακτηριστικός, και αποτελεί το ζητούμενο δρόμο ισορροπίας του φορέα.

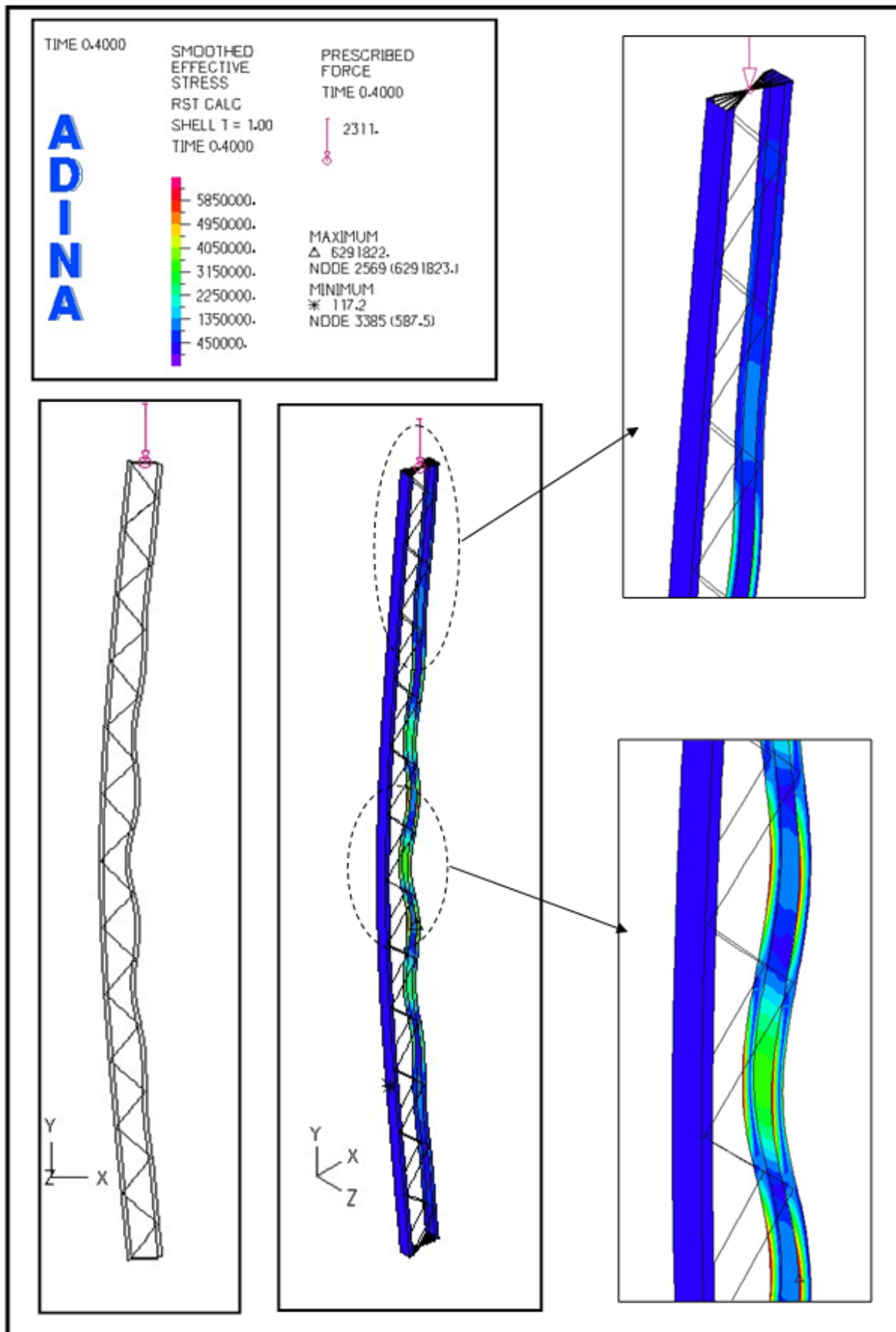


Σχήμα 4.63: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

Στο παραπάνω διάγραμμα έχουμε επισημάνει το 8^ο βήμα, που αποτελεί και το οριακό σημείο, και το 40^ο βήμα. Στα σχήματα 4.64 και 4.65 βλέπουμε την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα και την κατανομή των τάσεων von Mises για τα δύο αυτά σημεία του διαγράμματος. Στο 8^ο βήμα παρατηρούμε ότι ο λυγισμός συμβαίνει για φορτίο $F_{Rd}^{GNIA} = 3735\text{kN}$, πολύ μικρότερο από το φορτίο της 1^{ης} ιδιομορφής λυγισμού $F_{ch,cr}^{LB} = 5632\text{kN}$ (σχήμα 4.61) γεγονός που οφείλεται στην αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας.



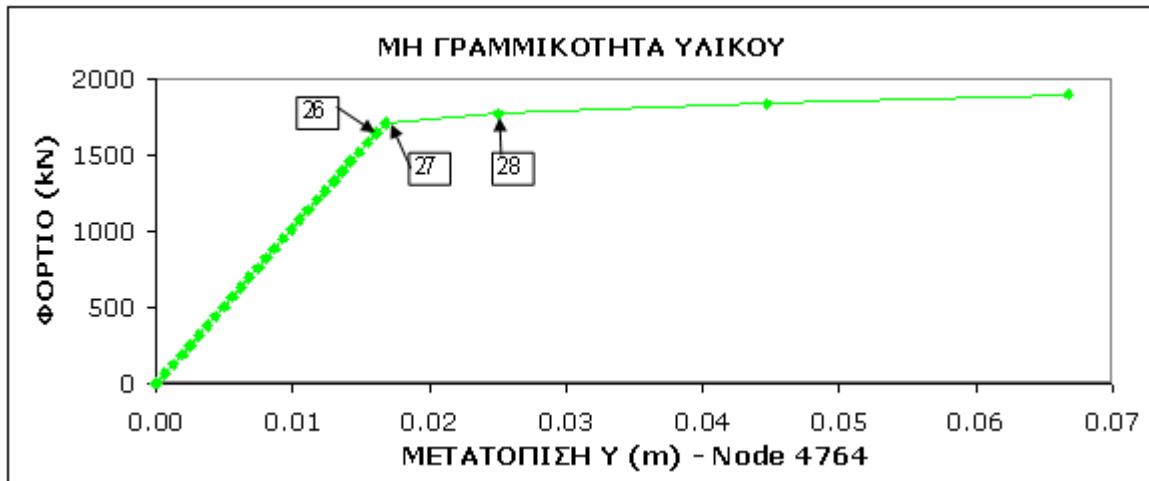
Σχήμα 4.64: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 8° (GNIA)



Σχήμα 4.65: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 40° (GNIA)

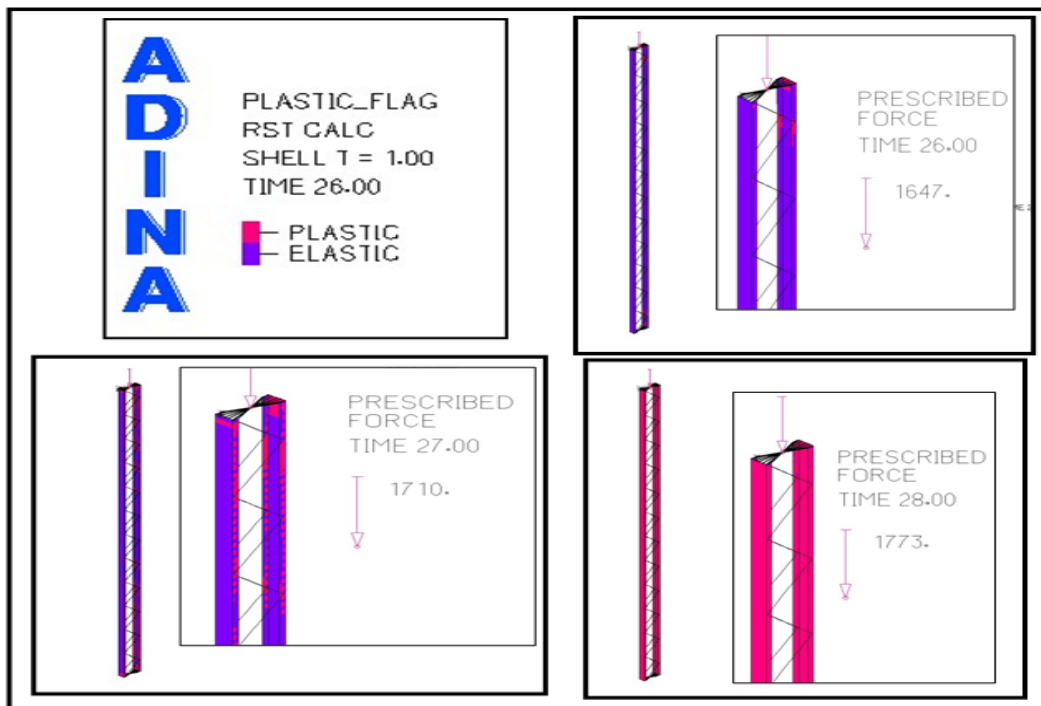
4.4.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

Αφού ορίσουμε διγραμμικό ελαστικό-πλαστικό υλικό στο φορέα, μικρές παραμορφώσεις και χωρίς ατέλειες προχωράμε στην μη γραμμική ανάλυση υλικού. Η ανάλυση έγινε με τη μέθοδο "Full Newton Method" και στο σχήμα 4.66 φαίνεται το διάγραμμα Φορτίου-Μετατόπισης του κόμβου Node 4764.



Σχήμα 4.66: Δρόμος ισορροπίας - μη γραμμικότητα υλικού (MNA)

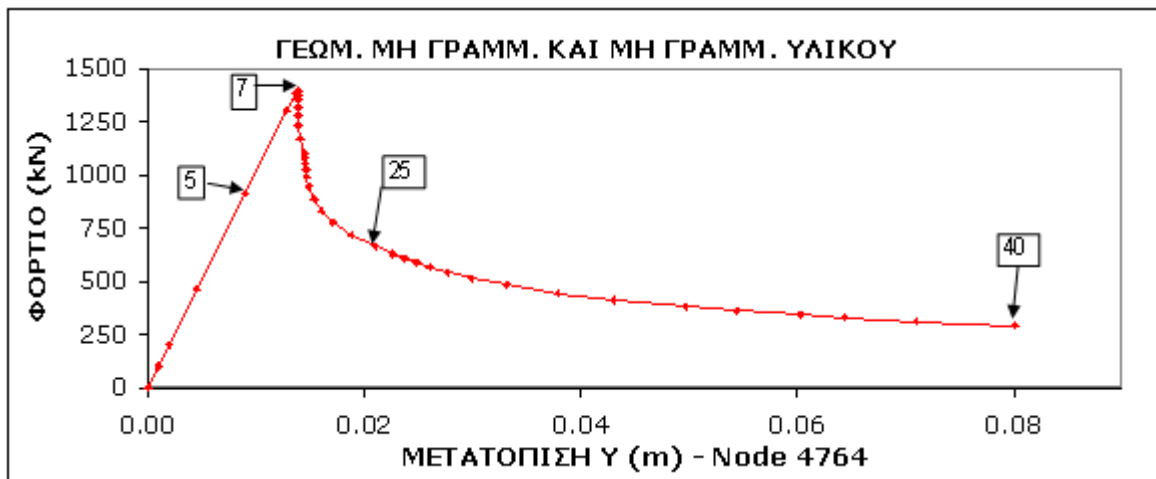
Στο σχήμα 4.67 παρουσιάζεται το κριτήριο διαρροής για τα χαρακτηριστικά σημεία (βήμα 26,27,28). Παρατηρούμε ότι η διαρροή ξεκινάει στο 26^ο βήμα για φορτίο $FEM2D N_{Rd}^{MNA} = 1647kN$.



Σχήμα 4.67: Κριτήριο διαρροής - βήμα 26^ο , 27^ο και 28^ο (MNA)

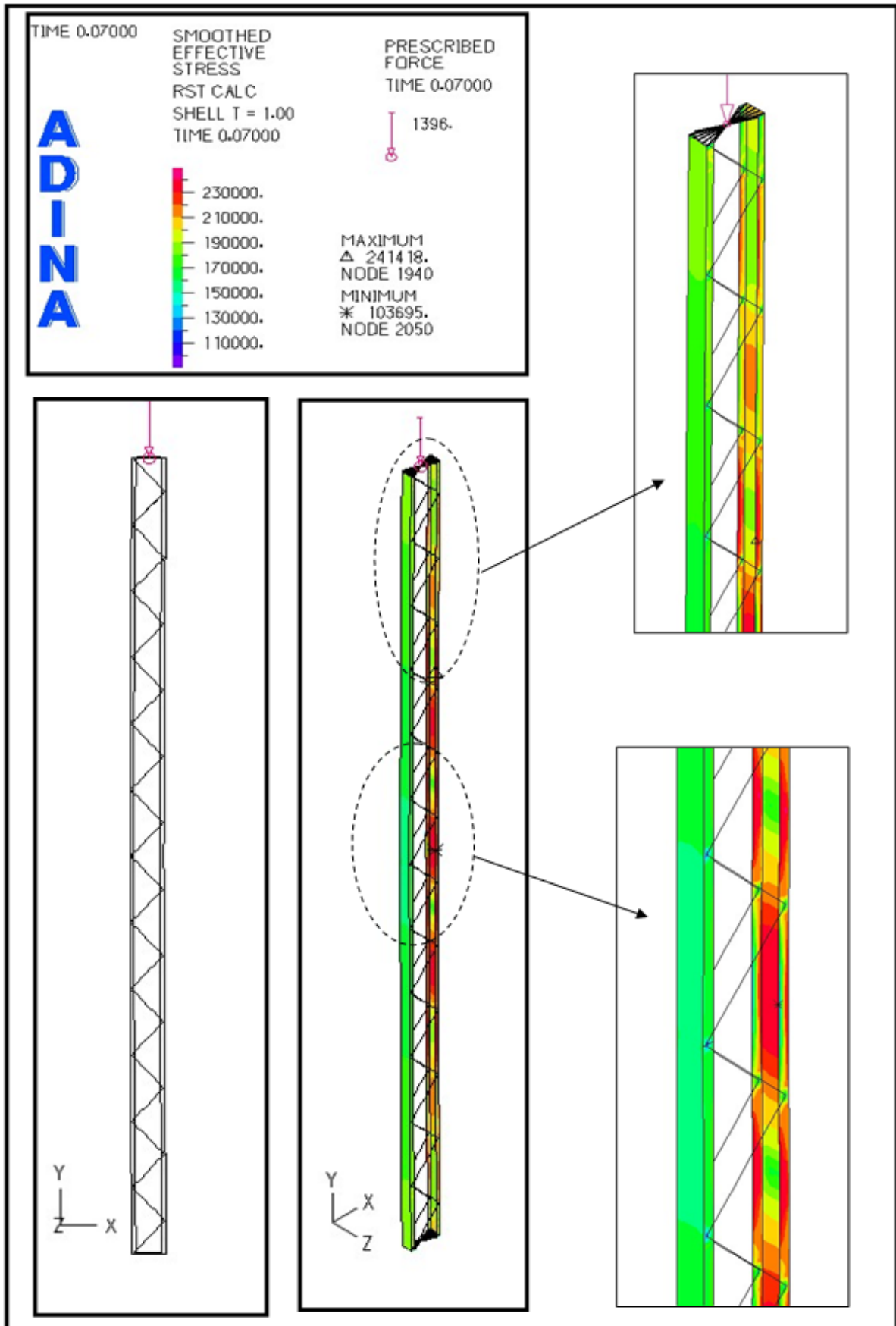
4.4.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

Η πλέον αξιόπιστη μέθοδος ανάλυσης είναι η μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA) και χρησιμοποιείται ως μέτρο αποδοτικότητας των υπόλοιπων μεθόδων ανάλυσης. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε το διάγραμμα επιβαλλόμενου φορτίου – μετατόπισης (σχήμα 4.68) το οποίο αντιστοιχεί στον κόμβο Node 4764 που έχουμε ορίσει ως κύλιση.

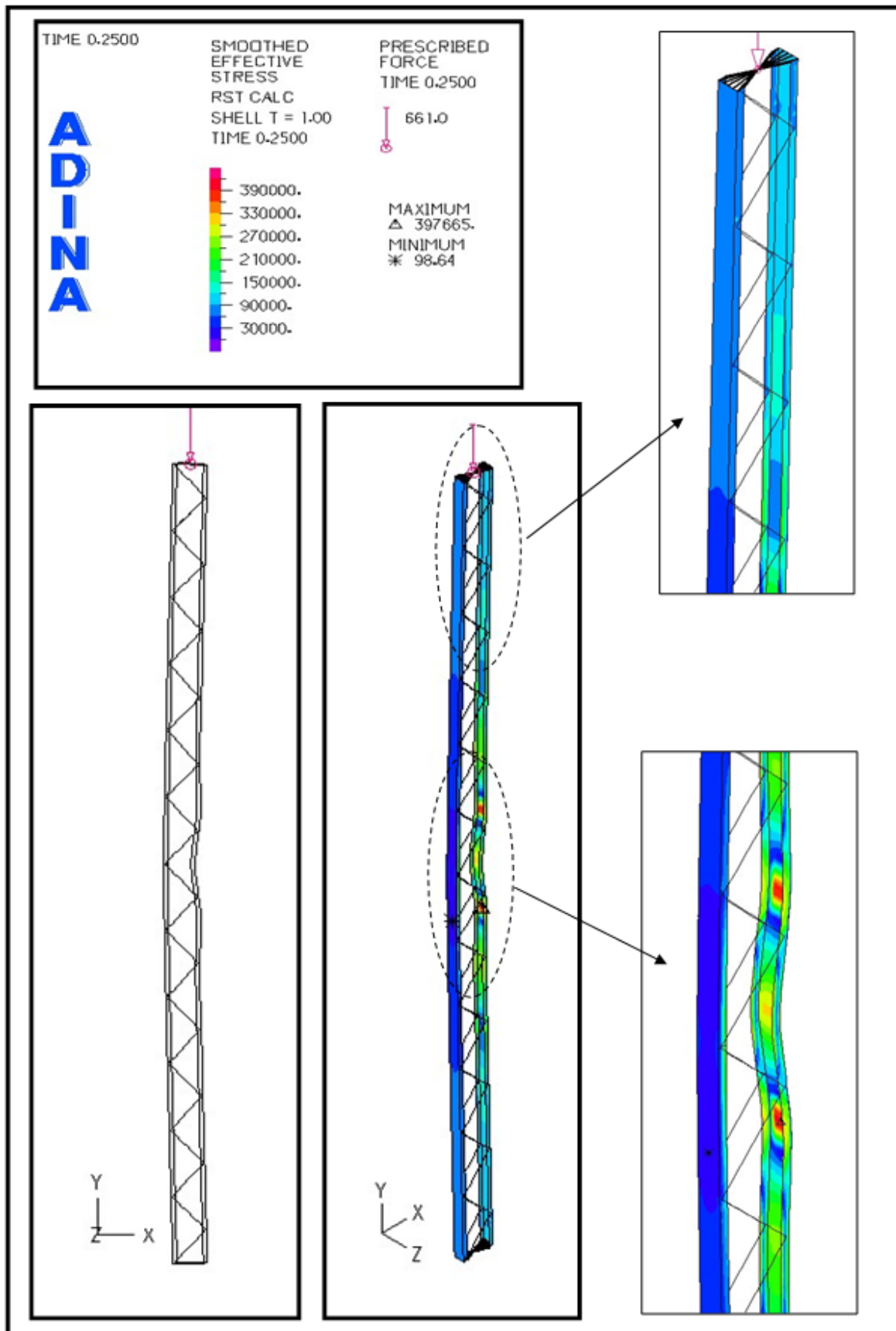


Σχήμα 4.68: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNIA)

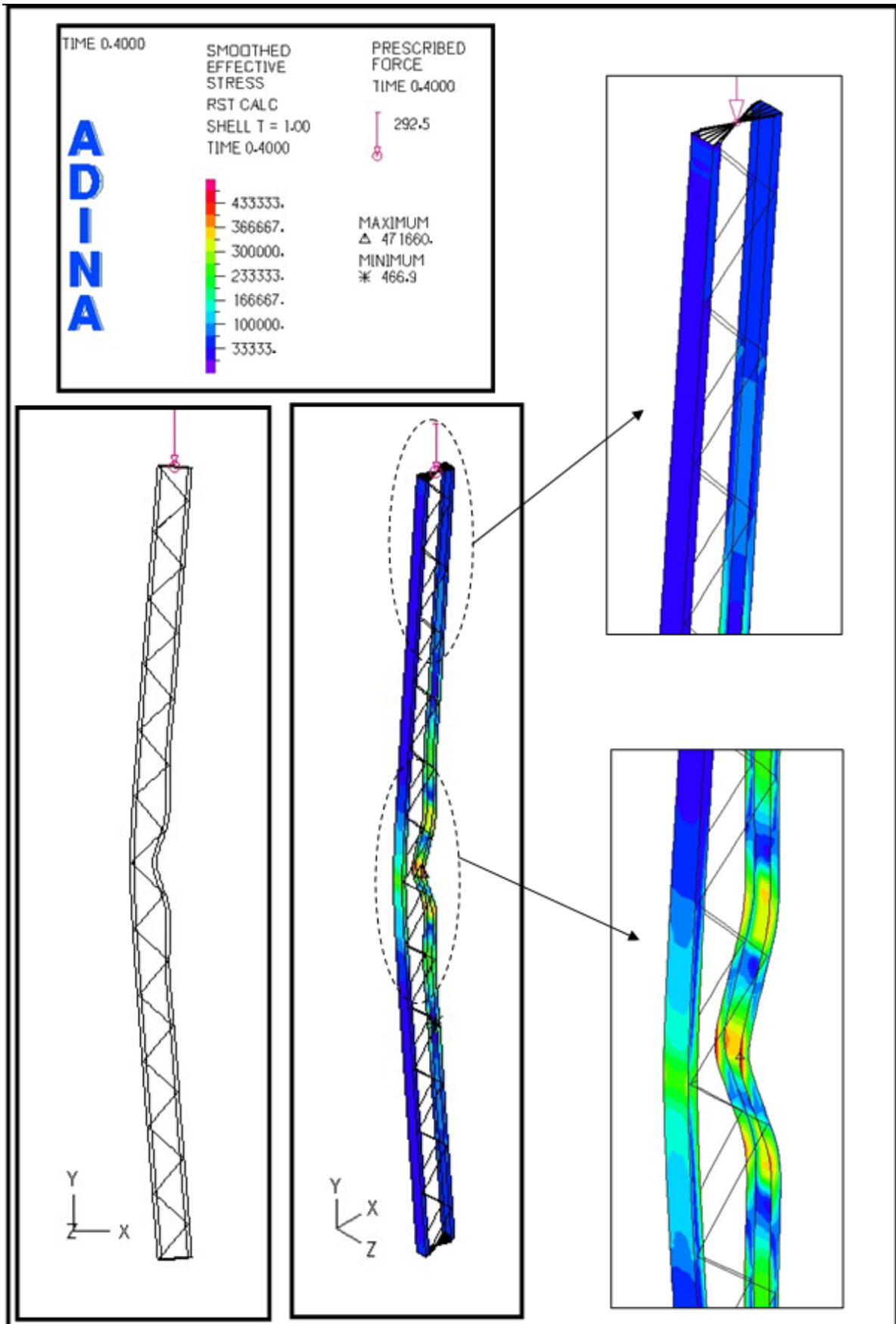
Στην παραπάνω γραφική παράσταση έχουμε επισημάνει 4 χαρακτηριστικά σημεία (βήμα 5, 7, 25 και 40). Η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, η κατανομή των τάσεων von Mises και το κριτήριο διαρροής για τα χαρακτηριστικά σημεία φαίνονται στα σχήματα 4.69, 4.70, 4.71, 4.72 και 4.73. Ο φορέας αστοχεί στο 7^ο βήμα για φορτίο $F_{Rd}^{GMNIA} = 1396 \text{ kN}$ και στο σχήμα 4.69 μπορούμε να παρατηρήσουμε από την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα στο επίπεδο X-Y, ότι έχει ήδη αρχίσει να λυγίζει όχι μόνο τοπικά αλλά και καθολικά.



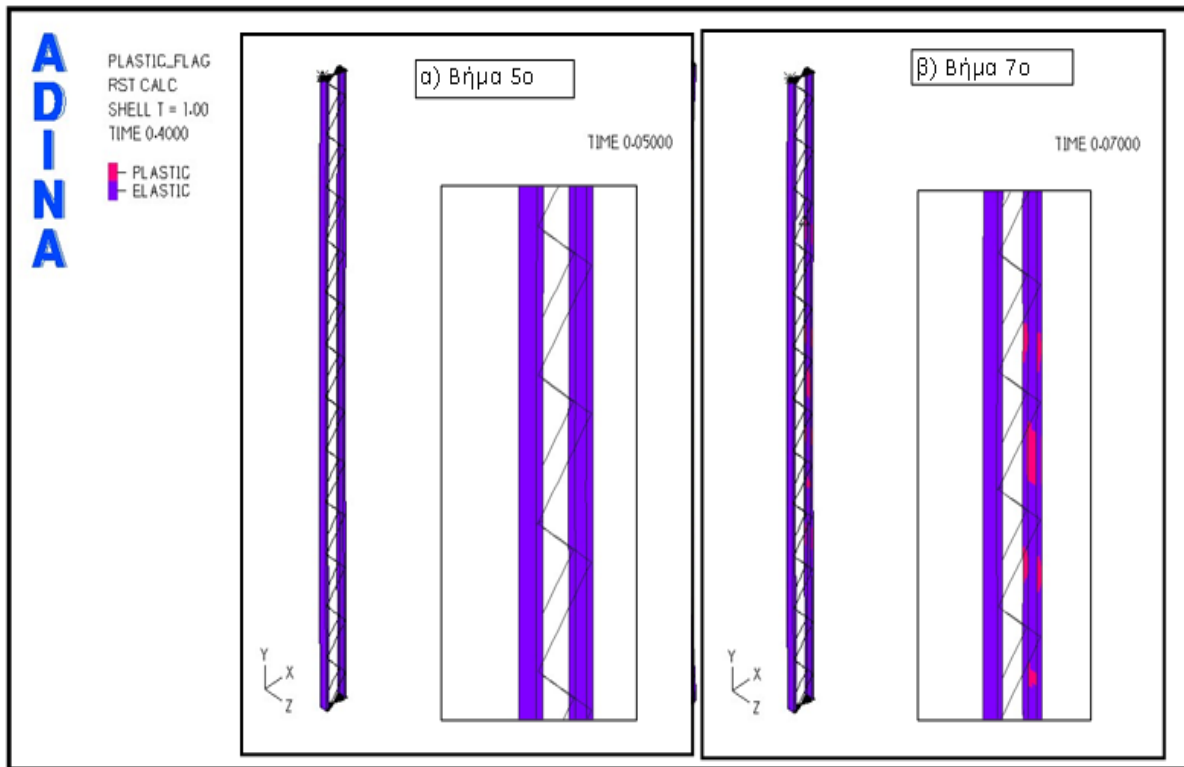
Σχήμα 4.69: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 7° (GMNIA)



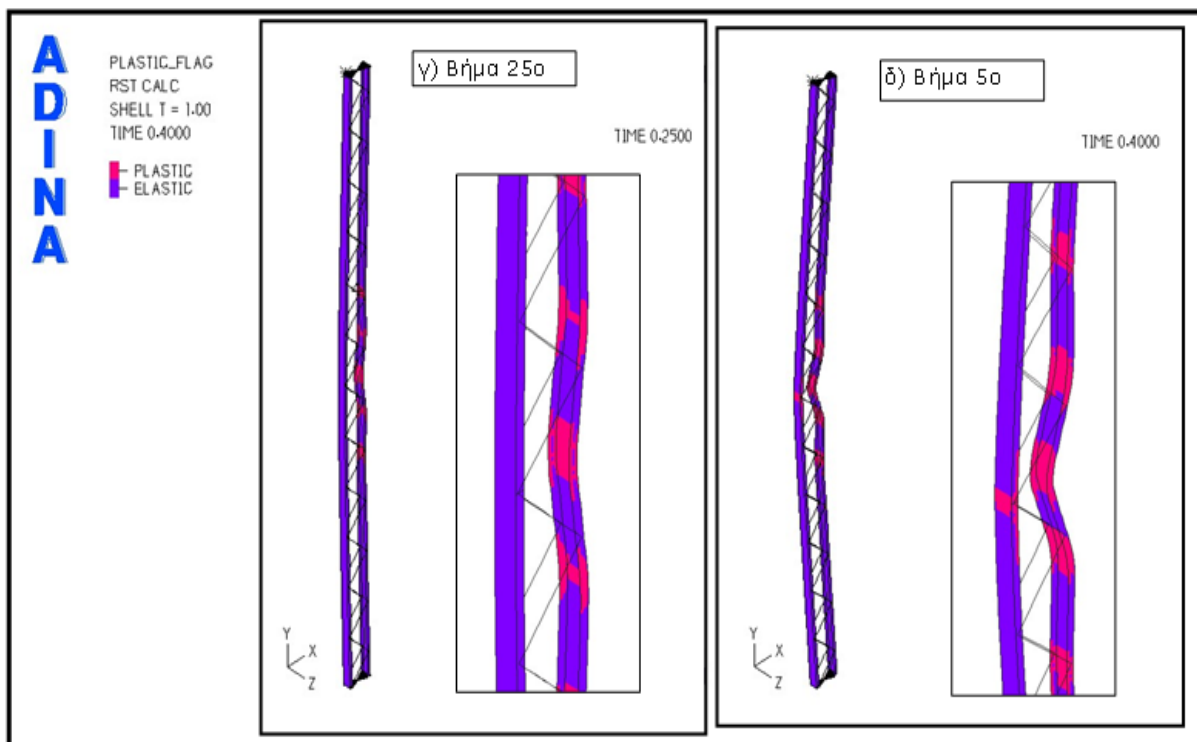
Σχήμα 4.70: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 25° (GMNIA)



Σχήμα 4.71: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 40° (GMNIA)



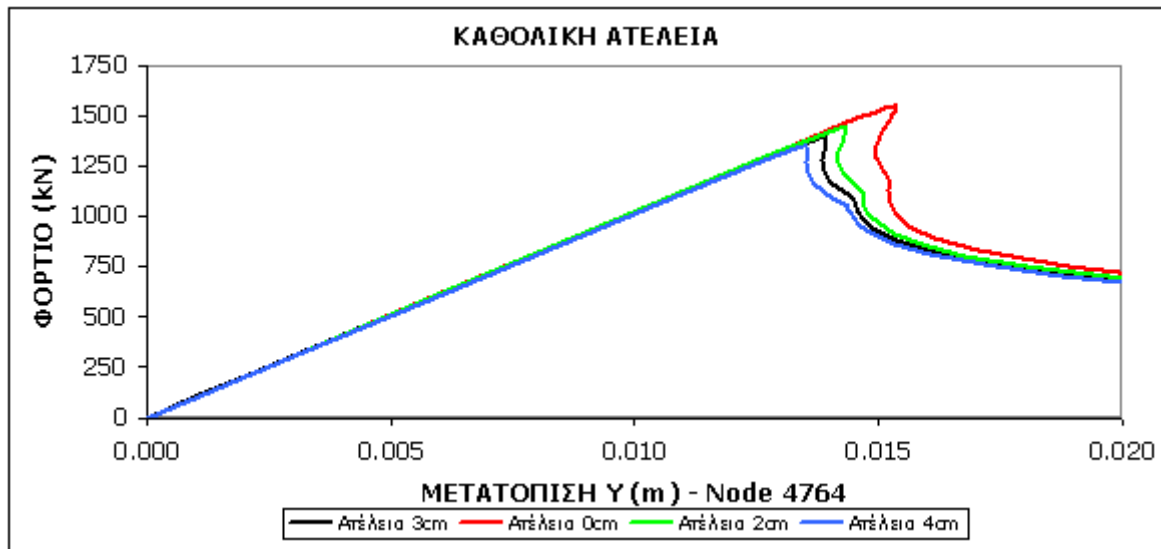
Σχήμα 4.72: Κριτήριο διαρροής - βήμα 5° και 7° (GMNIA)



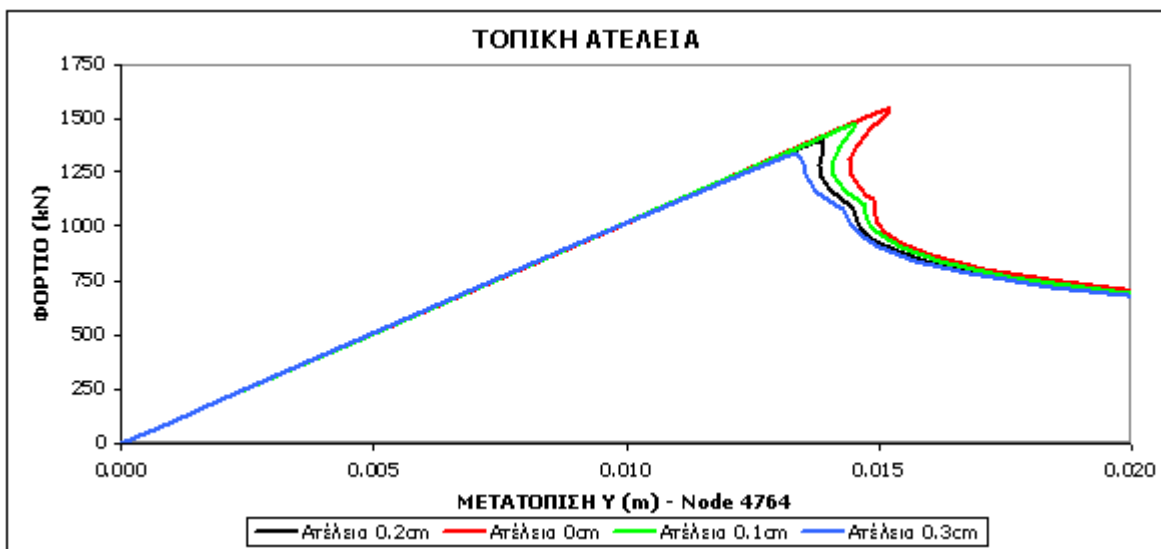
Σχήμα 4.73: Κριτήριο διαρροής - βήμα 25° και 40° (GMNIA)

4.4.2.5 Η επιρροή της ατέλειας

Ακόμη πραγματοποιήσαμε άλλες 6 αναλύσεις αλλάζοντας κάθε φορά την ατέλεια. Πρώτα κρατώντας την τοπική ατέλεια $e_{ch,0}=0.2\text{cm}$ ορίσαμε καθολική ατέλεια 0cm, 2cm και 4cm και οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν μαζί με το διάγραμμα του σχήματος 4.68, όπου είχαμε την καθολική ατέλεια $e_0=3\text{cm}$ που ορίζει ο κανονισμός, απεικονίζονται στο σχήμα 4.74. Αντίστοιχα στο επόμενο διάγραμμα (σχήμα 4.75) έχουμε καθολική ατέλεια $e_0=3\text{cm}$ και αλλάζουμε την τοπική ατέλεια από 0.2cm σε 0cm, 0.1cm και 0.3cm.



Σχήμα 4.74: Δρόμοι ισορροπίας για καθολική ατέλεια 0cm, 2cm, 3cm και 4cm (GMNIA)

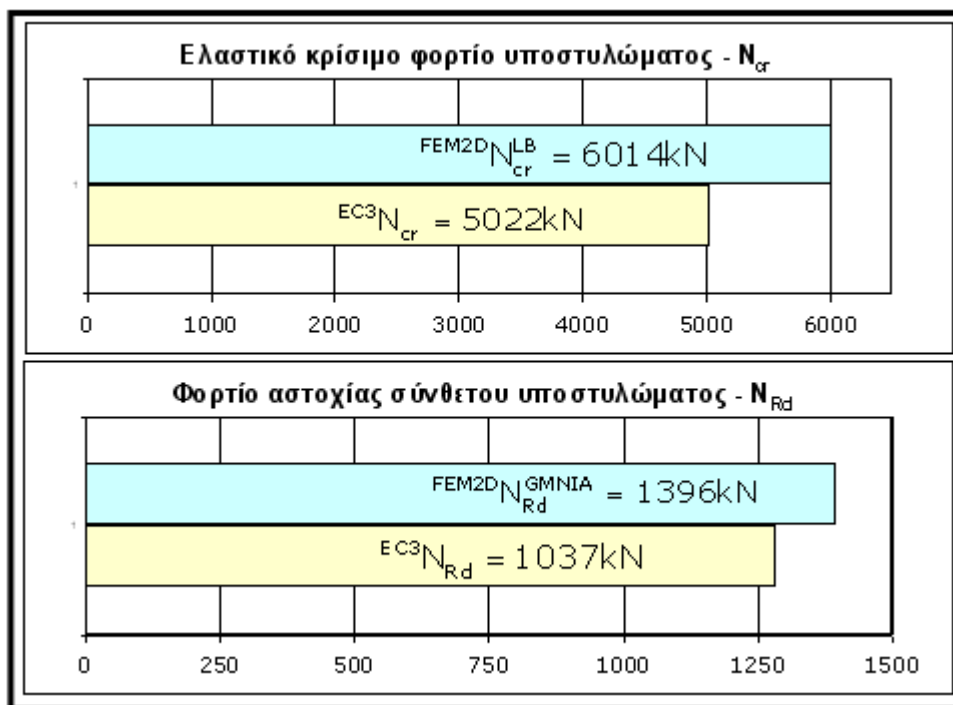


Σχήμα 4.75: Δρόμοι ισορροπίας για τοπική ατέλεια 0cm, 0.1cm, 0.2cm και 0.3cm (GMNIA)

Είναι σαφές ότι τόσο η τοπική ατέλεια όσο και η καθολική έχουν σημαντική επιρροή στην αντοχή του φορέα καθώς η αστοχία προέρχεται από συνδυασμό των δύο μηχανισμών αστοχίας (τοπικού και καθολικού λυγισμού).

4.4.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3.

Η σύγκριση του καθολικού ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων καθώς και του φορτίου αστοχίας του φορέα, που προέκυψαν από την επίλυση του σύνθετου υποστυλώματος με βάση τον Ευρωκώδικα 3 και από την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία, παρουσιάζεται στον πίνακα 4.3.



Πίνακας 4.3

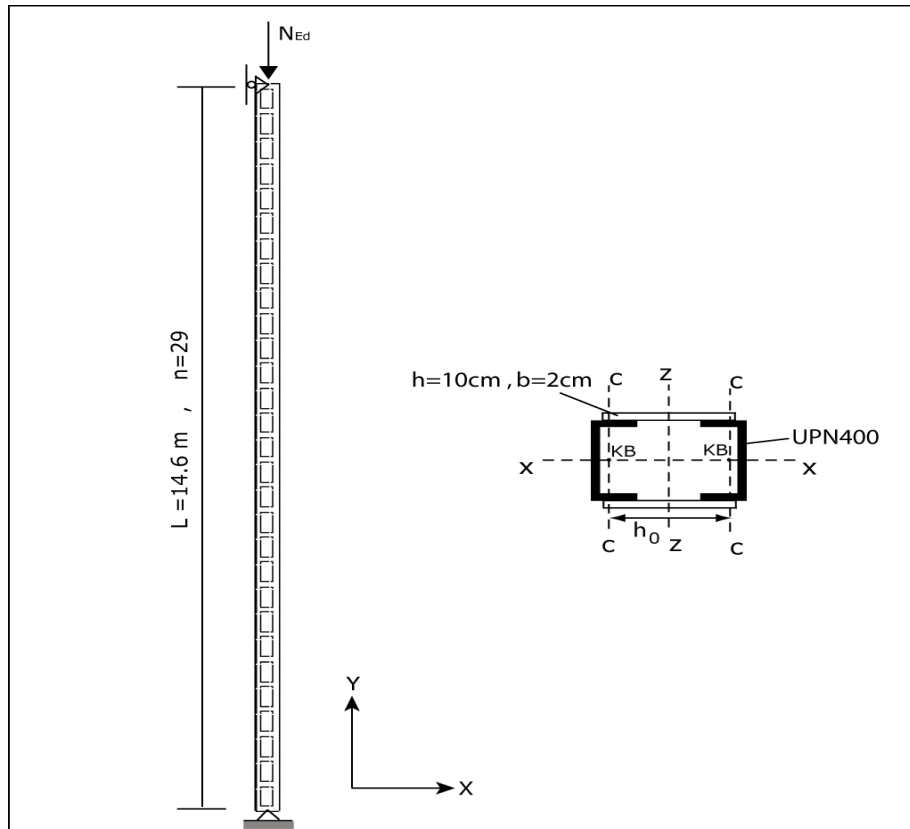
Κεφάλαιο 5

Αριθμητικές αναλύσεις σύνθετων υποστυλωμάτων με λεπίδες σύνδεσης

5.1 Σύνθετο υποστύλωμα με λεπίδες σύνδεσης με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω καθολικού λυγισμού

5.1.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

Στο πρώτο παράδειγμα θα ασχοληθούμε με ένα φορέα ο οποίος κινδυνεύει κυρίως από αστοχία λόγω καθολικού λυγισμού. Αυτός ο μηχανισμός αστοχίας ενδέχεται να επικρατήσει αν για τα πέλματα του σύνθετου υποστυλώματος χρησιμοποιούνται ισχυρές διατομές σε σχετικά μικρή απόσταση μεταξύ τους, οπότε η συνολική λυγηρότητα του φορέα είναι μεγάλη. Ο φορέας που επιλέξαμε φαίνεται στο σχήμα 5.1 και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:



Σχήμα 5.1: Σύνθετο υποστύλωμα – αμφιαρθρωτό

- Δομικός χάλυβας κατηγορίας S355
- Διατομή πέλματος UPN400
- Διατομή λεπίδας $h=10\text{cm}$, $b=2\text{cm}$
- Ύψος σύνθετου υποστυλώματος $L=14.6\text{m}$
- Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων $h_0=35\text{cm}$
- Αριθμός φατνωμάτων $n=29$

Παρακάτω παρουσιάζουμε την επίλυση με βάση τον Ευρωκώδικα 3:

Χαρακτηριστικά υλικού			
Δομικός χάλυβας κατηγορίας:		S355H	
Χαρακτηριστική τάση διαρροής:	$f_y=$	35.50	kN/cm ²
Μειωτικός συντελεστής:	$\epsilon=$	0.81	
Μέτρο ελαστικότητας χάλυβα:	$E=$	21000.00	kN/cm ²
Λόγος Poisson στη ελαστική περιοχή:	$\nu=$	0.30	

Χαρακτηριστικά διατομών			
Διατομή πέλματος:	UPN	400	
Εμβαδόν διατομής του ενός πέλματος:	$A_{ch}=$	91.50	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{ch,z}=$	846.00	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{ch,z}=$	3.04	cm
Ελαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ασθενή άξονα:	$W_{el,z}=$	102.00	cm ³
Πλαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ασθενή άξονα:	$W_{pl,z}=$	190.00	cm ³
Κατηγορία κορμού:			1
Κατηγορία πέλματος:			1
Κατηγορία διατομής:			1
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:			0.49
Διατομή λεπίδας σύνδεσης (ορθογωνική):			
Ύψος διατομής:	$h=$	10.00	cm
Πλάτος διατομής:	$b=$	2.00	cm
Εμβαδόν διατομής λεπίδας:	$A_b=$	20.00	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$I_{b,y}=$	166.67	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$i_{b,y}=$	2.89	cm
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{b,z}=$	6.67	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{b,z}=$	0.58	cm
Ελαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ισχυρό άξονα:	$W_{el,y}=$	33.33	cm ³
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:			0.49

Χαρακτηριστικά σύνθετου υποστυλώματος			
Υψος σύνθετου υποστυλώματος:	$L=$	1460.00	cm
Λυγηρότητα σύνθετου υποστυλώματος:	$\lambda=$	82.20	
Συντελεστής μεγέθους ατέλειας	$\mu'=$	1.00	
Ατέλεια σύνθετου υποστυλώματος:	$e_0=$	2.92	cm
Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων:	$h_0=$	35.00	cm
Μοχλοβραχίονας αξονικής δύναμης πελμάτων:	$h_0=$	35.96	cm
Συντελεστής μ	$\mu=$	0.90	
Ροπή αδρανείας υποστυλώματος:	$I_{eff}=$	57573.39	cm ⁴
Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού:	$\beta=$	1.00	

Χαρακτηριστικά σύνδεσης με λεπίδες			
Μήκος του ενός φατνώματος:	$a=$	40.00	cm
Αριθμός φατνωμάτων:	$n=$	29.00	
Διατμητική δυσκαμψία:	$S_v=$	48973.63	kN

Χαρακτηριστικά αντοχής φατνώματος			
Λυγηρότητα:	λ_{ch}	13.158	
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{ch,1}$	76.399	
Ανηγμένη λυγηρότητα:	$\bar{\lambda}_{ch}$	0.172	
Συντελεστής Φ :	$\Phi_{ch}=$	0.508	
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_{ch}=$	1.014	
Ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού Euler:	$N_{ch,cr}=$	109589.620	kN
Συντελεστής k_{zz} στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$K_{zz}=$	1.018	
Συντελεστής C_m στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$C_m=$	0.788	
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{ch,y,Rd}=$	3248.25	kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{ch,Rd}=$	3294.47	kN
Πλαστική ροπή αντοχής ως προς τον ασθενή άξονα:	$M_{pl,Rd}=$	6745.00	kNcm

Χαρακτηριστικά αντοχής λεπίδας			
Πλαστική διατμητική αντοχή:	$V_{b,pl,Rd}=$	409.919	kN
Ελαστική ροπή αντοχής ως προς τον ισχυρό άξονα	$M_{b,el,Rd}=$	1183.333	kN

Ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος:			
Χωρίς επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων (Euler):	$N_E=$	5598.03	kN
Με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων:	$N_{cr}=$	5023.78	kN

Δράσεις			
Αξονική θλιπτική δύναμη σχεδιασμού υποστυλώματος:	$N_{Ed}=$	3847.00	kN
Μέγιστη ροπή 2ης τάξης:	$M_{Ed}=$	47955.85	kNcm

Μέγιστη τέμνουσα 2ης τάξης:	$V_{Ed} =$	103.19kN
Δυσμενέστερη αξονική του φατνώματος: με θεωρία 2ης τάξης:	$N_{ch,Ed,max} =$	3257.26kN
Αξονική στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$N_{ch,Ed,min} =$	1923.50kN
Ροπή σχεδιασμού φατνώματος στη θέση μέγιστης τέμνουσας	$M_{ch,Ed} =$	2063.80kNcm
Ροπή λεπίδας στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$M_b =$	1031.90kNcm
Τέμνουσα δύναμη λεπίδας στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$T_b =$	58.97kN

Αντοχή σύνθετου υποστυλώματος

Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης ροπής:	$N_{ch,Rd,mod} =$	3847.40kN
---	-------------------	-----------

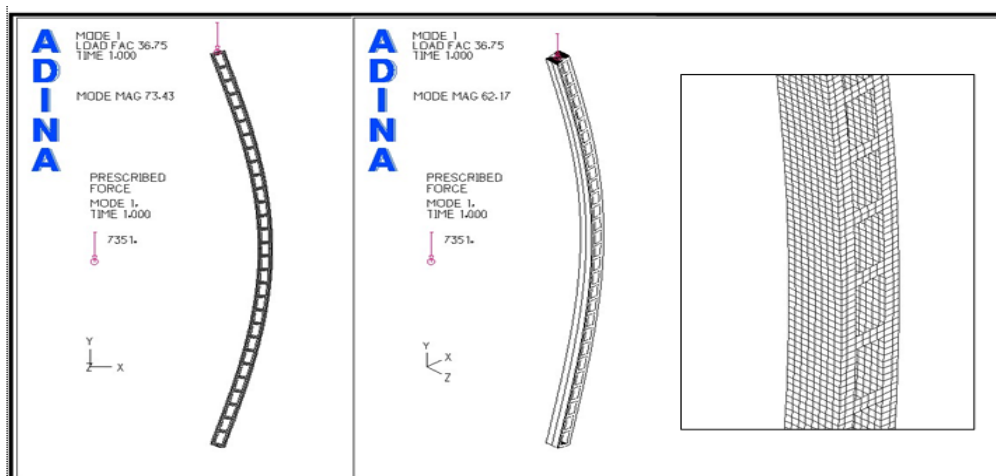
Έλεγχος αντοχής σύνθετου υποστυλώματος

Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης ροπής:	$N_{Ed}/N_{ch,Rd,mod} =$	0.9999 < 1	Επάρκεια
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$(N_{ch,Ed,min}/N_{ch,Rd}) + (k_{zz} * C_m * M_{ch,Ed}/M_{Rd}) =$	0.8293 < 1	Επάρκεια
Επάρκεια διατομής λεπίδας σύνδεσης	$M_b/M_{b,el,Rd} =$	0.8720 < 1	Επάρκεια

5.1.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

5.1.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

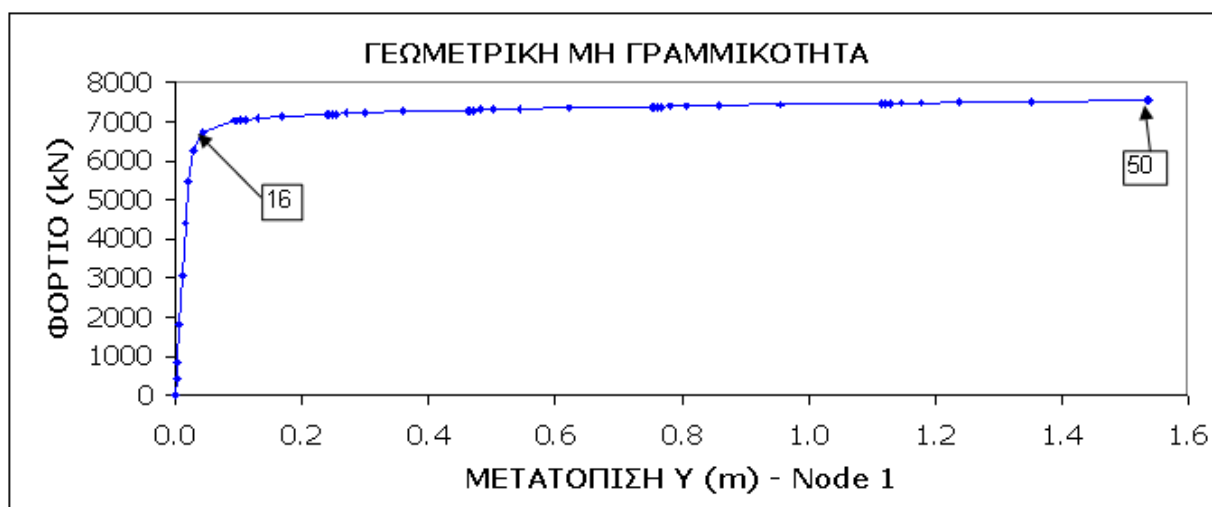
Εκτελώντας την ανάλυση “Linearized buckling” εξάγουμε τις ιδιομορφές λυγισμού του φορέα. Το καθολικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού όπως προκύπτει από την πρώτη ιδιομορφή (σχήμα 5.2) είναι $N_{cr}^{FEM2D, LB} = 7351kN$.



Σχήμα 5.2: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού (LB)

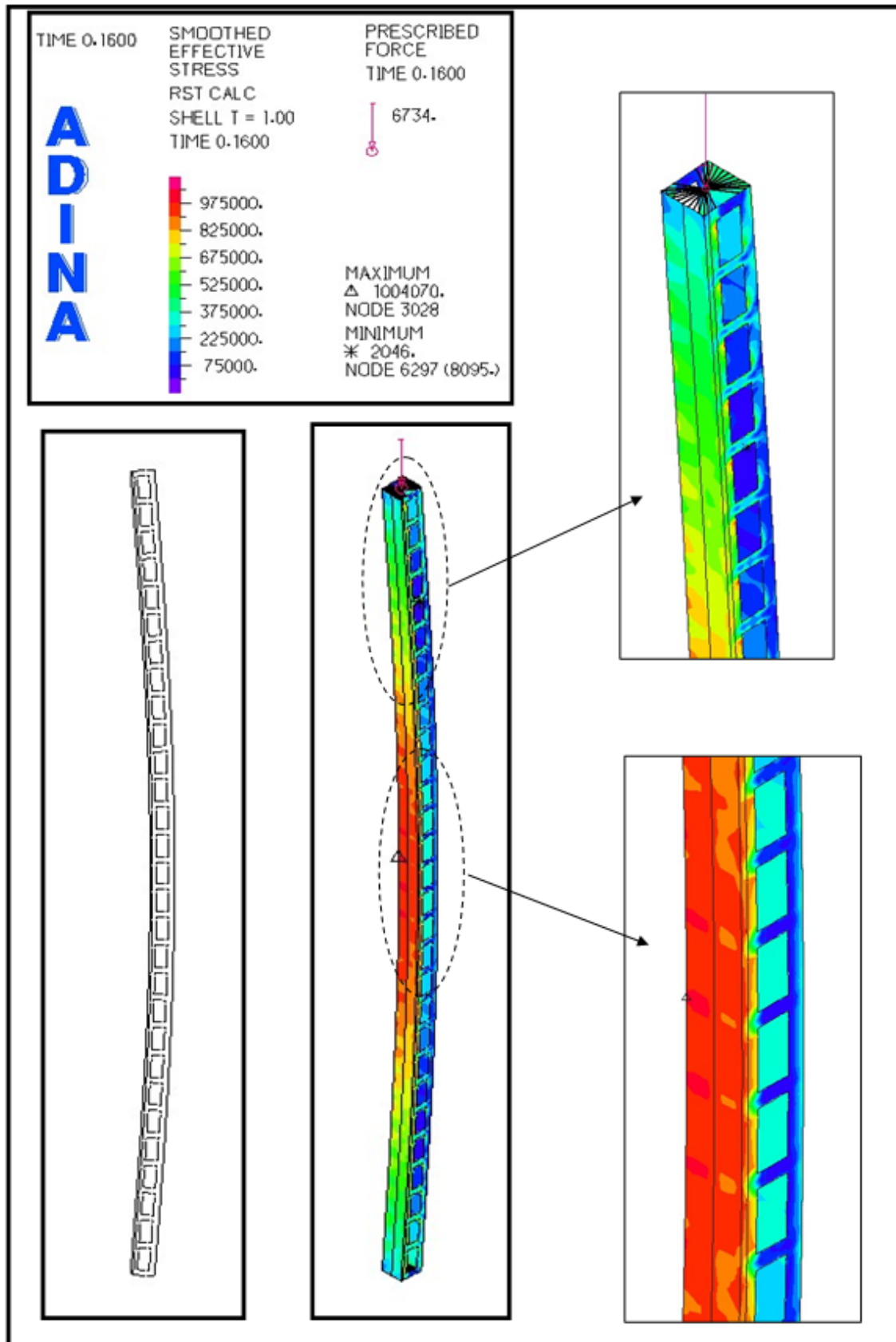
5.1.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

Από το μενού “Control” – “Analysis assumptions” – “Kinematics” επιλέγουμε “displacement/rotations” Large δηλαδή μεγάλες παραμορφώσεις ώστε το πρόγραμμα να πραγματοποιήσει ανάλυση γεωμετρικής μη γραμμικότητας. Η ανάλυση έγινε με τη μέθοδο “Collapse Analysis”. Στο σχήμα 5.3 φαίνεται το διάγραμμα του ADINA που προέκυψε για τη συνολική δύναμη που ασκούμε στο φορέα (άξονας Y) προς την κατακόρυφη μετατόπιση του κόμβου αναφοράς - Node 1 της κύλισης (άξονας X). Η συμπεριφορά του φορέα που προκύπτει από αυτή την ανάλυση είναι παρόμοια με αυτή ενός θλιβόμενου συμπαγούς στοιχείου που δεν έχει πιθανότητα τοπικού λυγισμού και επομένως προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο καθολικός λυγισμός είναι ο κρίσιμος για αυτό το σύνθετο υποστύλωμα. Πράγματι παρατηρούμε από το διάγραμμα του σχήματος 5.3 ότι για φορτίο μεγαλύτερο του 7000kN ο φορέας παραμορφώνεται πάρα πολύ γεγονός που οφείλεται στο ότι έχει πλησιάσει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού $F_{cr}^{FEM2D,GNIA} = 7351kN$ που βρήκαμε παραπάνω.

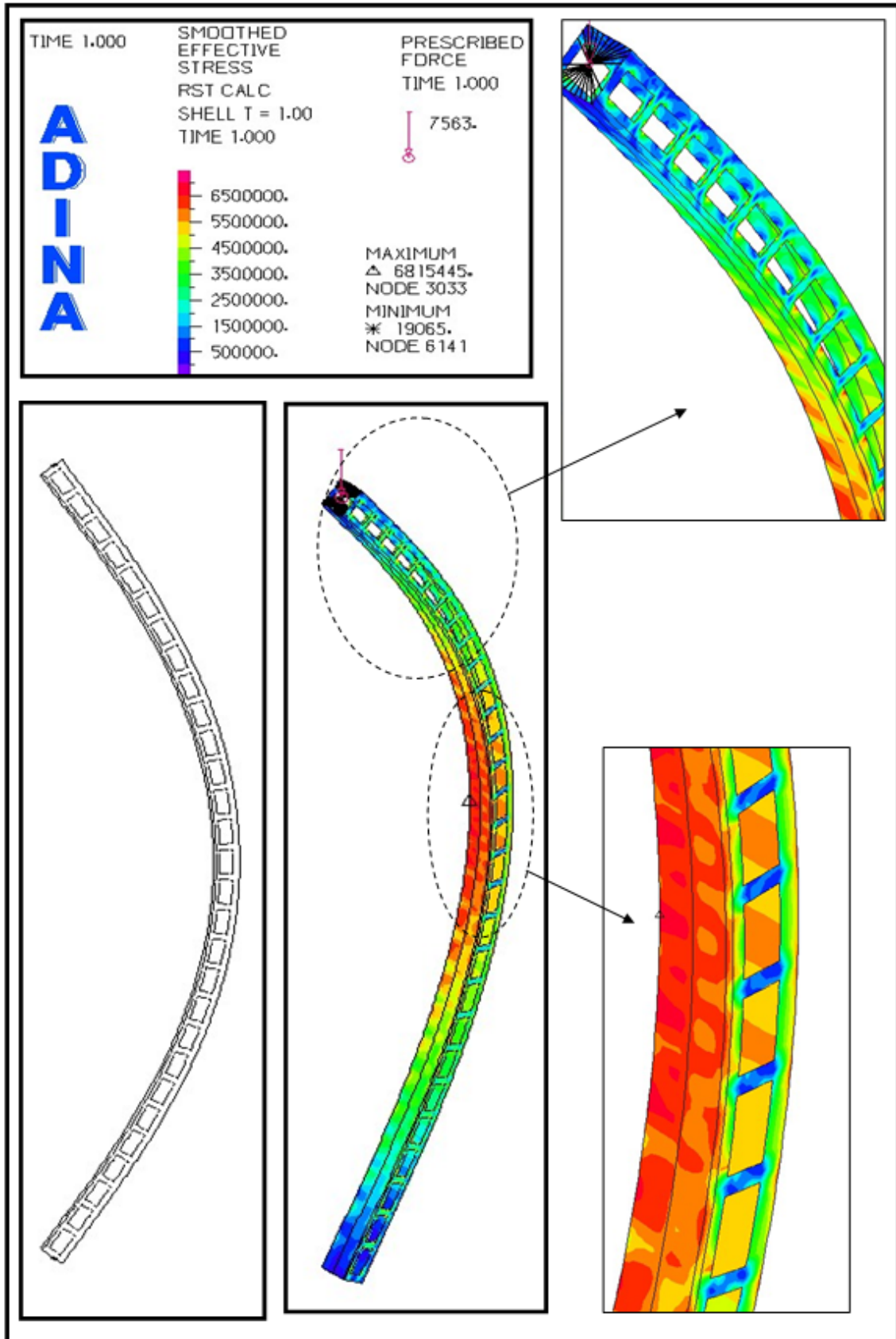


Σχήμα 5.3: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

Για το 16° βήμα, που είναι στην περιοχή έντονης μείωσης της δυσκαμψίας του φορέα, και για το 50° βήμα απεικονίζονται στα σχήματα 5.4 και 5.5 η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα καθώς και η κατανομή των τάσεων von Mises. Η μονάδα μέτρησης των αναγραφόμενων τάσεων είναι σε kN/m². Παρατηρούμε από το σχήμα 5.4 ότι ήδη για φορτίο 6734kN, έχει σημειωθεί έντονη μείωση δυσκαμψίας, δηλαδή έχει εκδηλωθεί ελαστικός λυγισμός. Άρα το φορτίο $F_{Rd}^{FEM2D,GNIA} = 6734kN$ είναι το φορτίο για το οποίο αστοχεί ο φορέας με την ανάλυση μη γραμμικότητας γεωμετρίας.



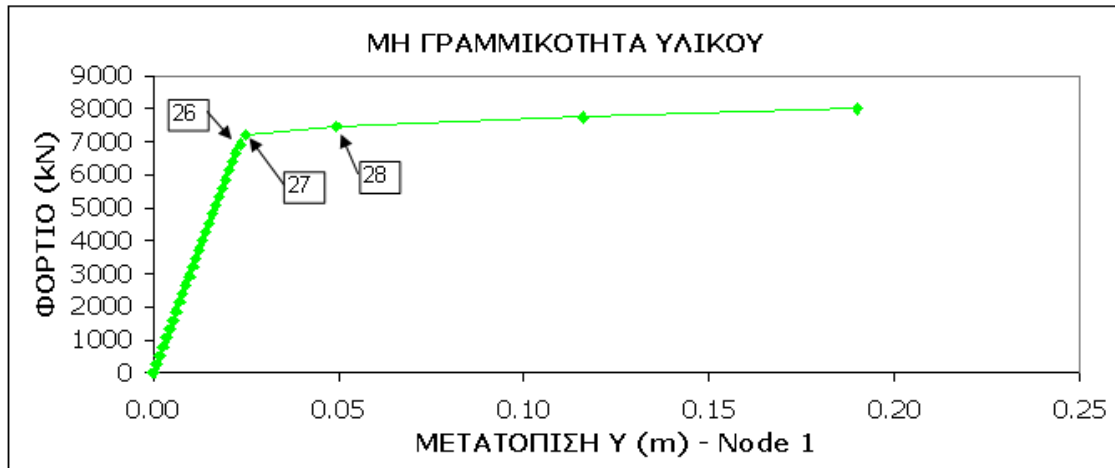
Σχήμα 5.4: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 16° (GNIA)



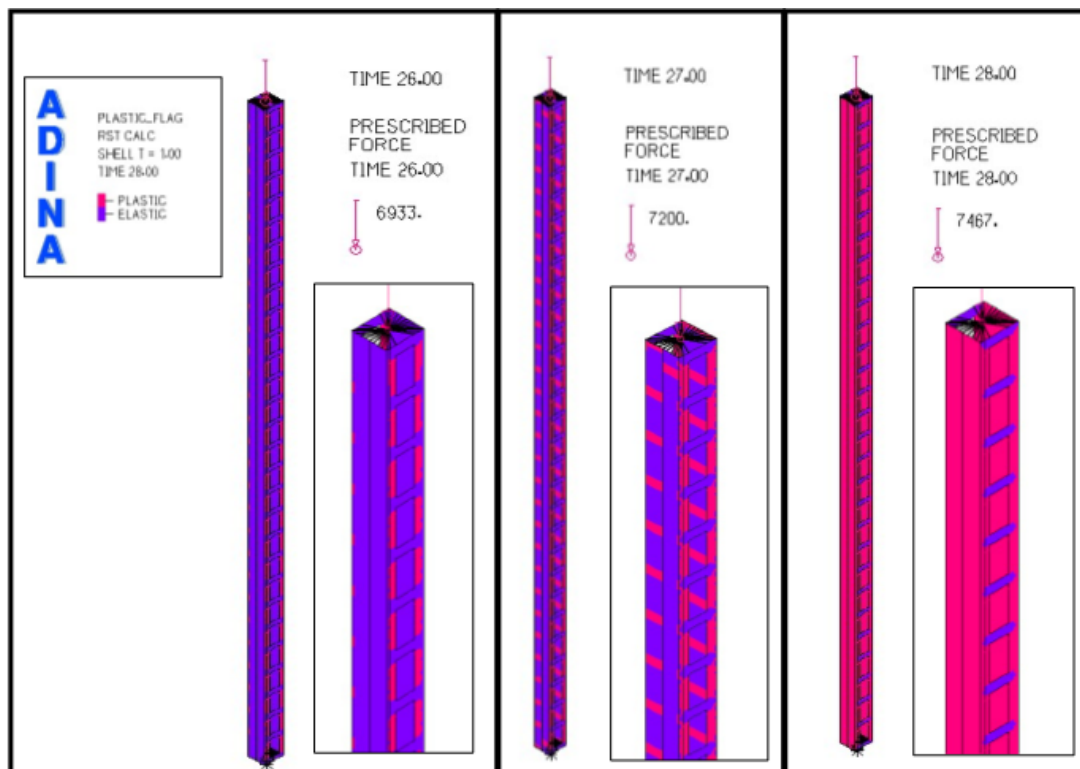
Σχήμα 5.5: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 50° (GNIA)

5.1.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

Από το μενού "Model" - "Materials" - "Manage materials" επιλέγουμε υλικό "Plastic - Bilinear" με μέτρο ελαστικότητας $E=210.000.000\text{kN/m}^2$, λόγο Poisson $\nu=0.3$, τάση διαρροής $f_y=355.000\text{kN/m}^2$ και κράτυνση $E_t=2.100.000\text{kN/m}^2$. Η ανάλυση μη γραμμικότητας υλικού έγινε με τη μέθοδο "Full Newton Method" σε 30 βήματα (time steps) και ο δρόμος ισορροπίας που προέκυψε φαίνεται στο σχήμα 5.6.



Σχήμα 5.6: Δρόμος ισορροπίας - μη γραμμικότητα υλικού (MNA)

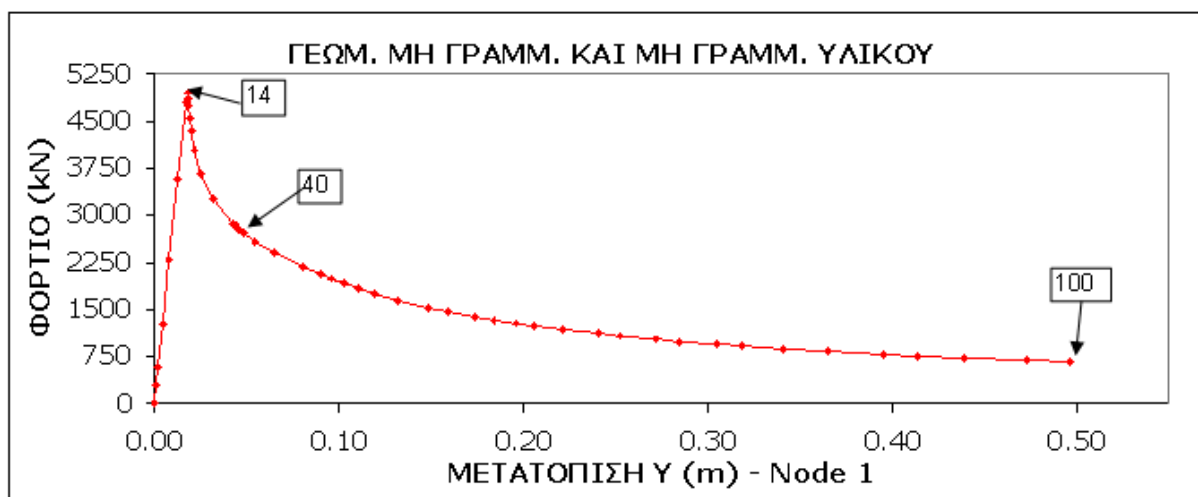


Σχήμα 5.7: Κριτήριο διαρροής - βήμα 26°, 27° και 28° (MNA)

Στα επιφανειακά στοιχεία έχουμε τη δυνατότητα να δούμε σε ποια σημεία ο φορέας έχει διαρρεύσει με την δημιουργία του “κριτηρίου αστοχίας” – “failure criterion – plastic flag”. Έτσι στο σχήμα 5.7 βλέπουμε ότι στο 26° βήμα ο φορέας έχει μόλις αρχίσει να διαρρέει, στο 27° βήμα η διαρροή έχει επεκταθεί ενώ στο 28° βήμα τα δύο πέλματα του σύνθετου υποστυλώματος έχουν διαρρεύσει πλήρως. Άρα το συνολικό φορτίο για το οποίο αστοχεί ο φορέας στο 26° βήμα είναι ${}^{FEM2D}N_{Rd}^{MNA} = 6933kN$.

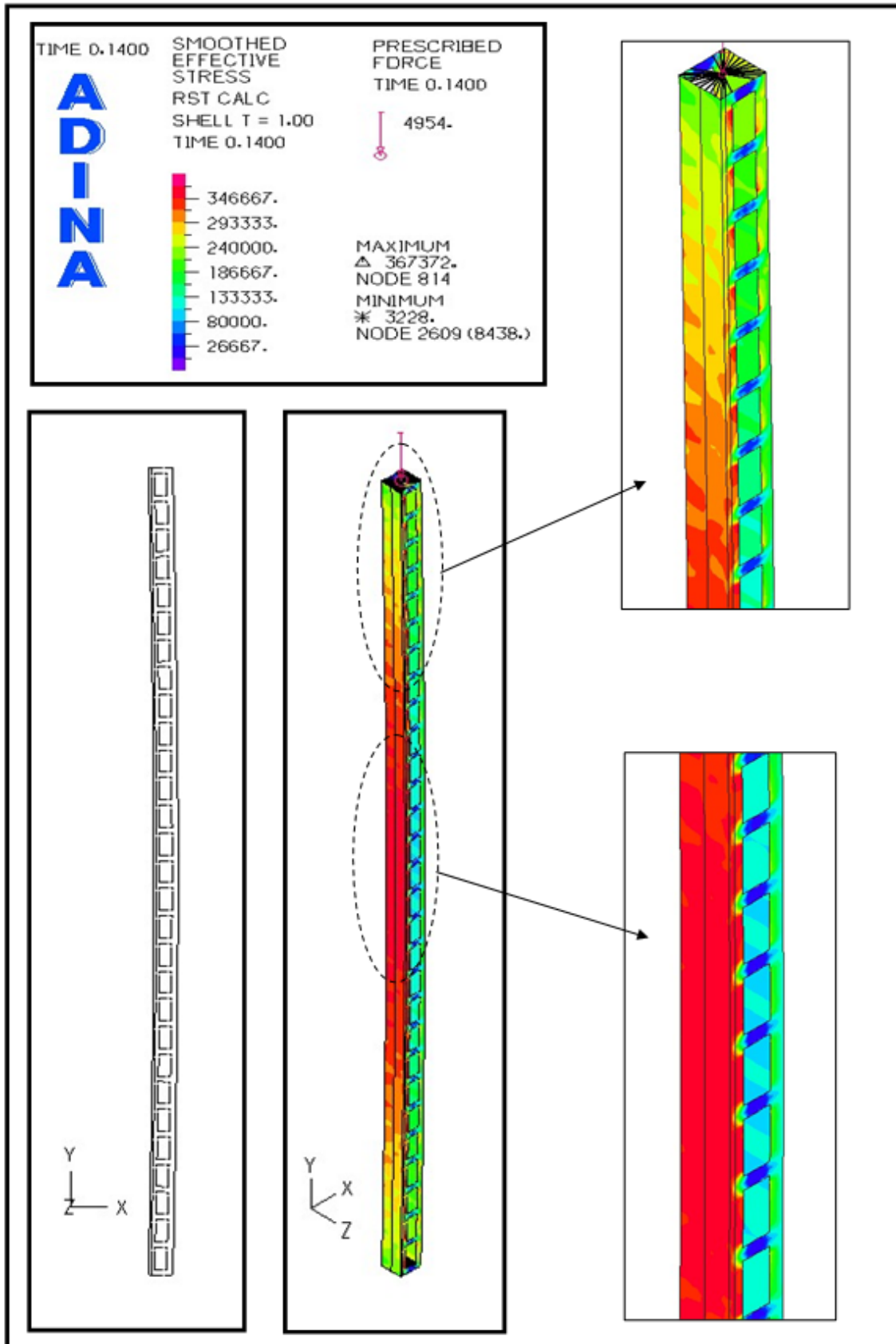
5.1.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

Η ανάλυση που μας δείχνει την πραγματική συμπεριφορά του σύνθετου υποστυλώματος είναι η μη γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας. Από το μενού “Control” – “Analysis assumptions” – “Kinematics” επιλέγουμε “displacement /rotations” Large. Η ανάλυση έγινε με τη μέθοδο Collapse analysis (Arc-Length). Ο δρόμος ισορροπίας που περιγράφει τη συμπεριφορά του φορέα, συσχετίζει το επιβαλλόμενο φορτίο με την κατακόρυφη μετατόπιση του κόμβου αναφοράς - Node 1 που έχουμε ορίσει ως κύλιση στο προσομοίωμα μας. Ο δρόμος ισορροπίας παρουσιάζεται γραφικά στο σχήμα 5.8.

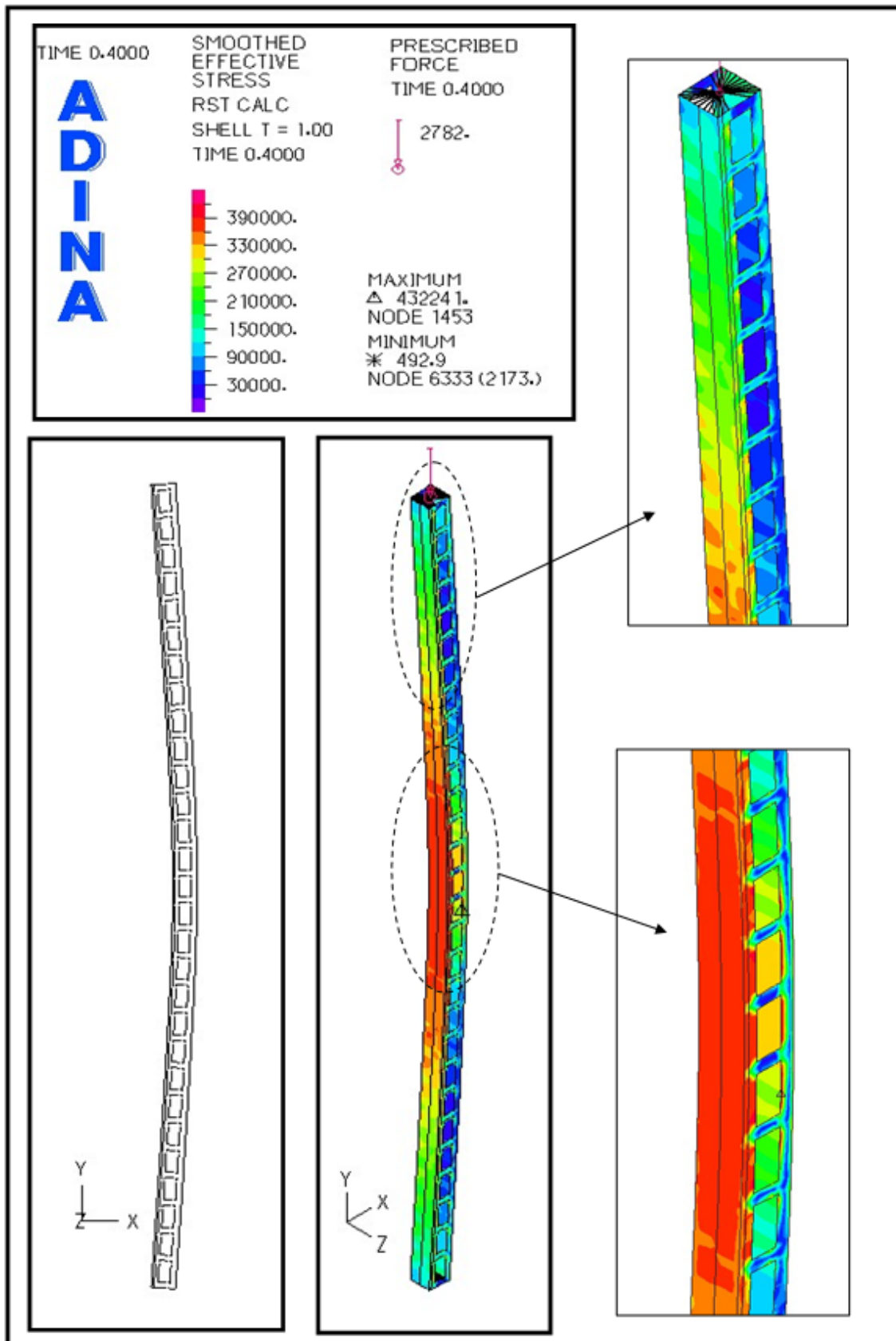


Σχήμα 5.8: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNIA)

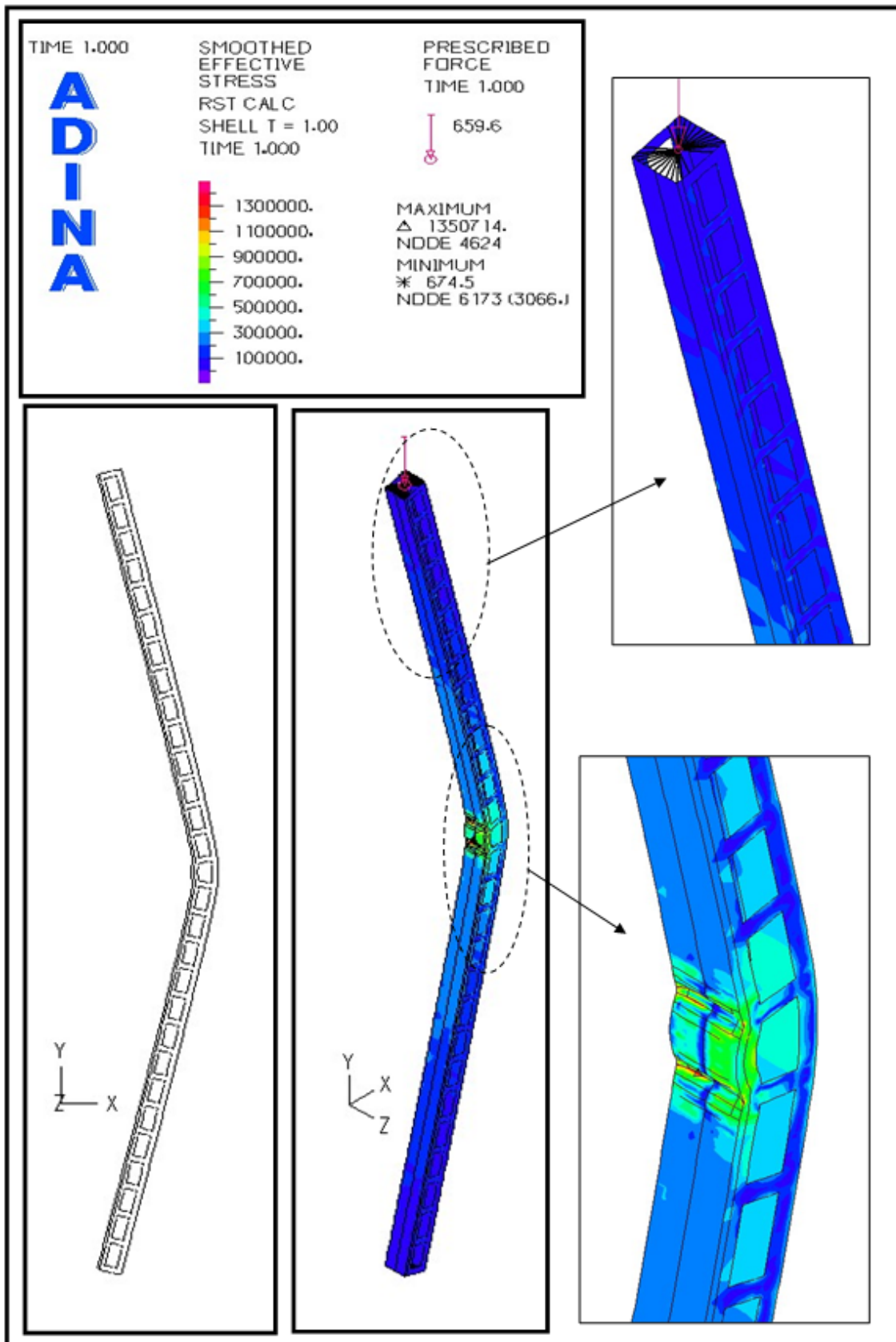
Στην παραπάνω γραφική παράσταση έχουμε επισημάνει 3 χαρακτηριστικά σημεία (βήμα 14°, 40° και 100°). Η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, η κατανομή των τάσεων von Mises και το κριτήριο αστοχίας για τα χαρακτηριστικά σημεία φαίνονται στα σχήματα 5.9-5.12. Ο φορέας αστοχεί για φορτίο ${}^{FEM2D}N_{Rd}^{GMNIA} = 4954kN$.



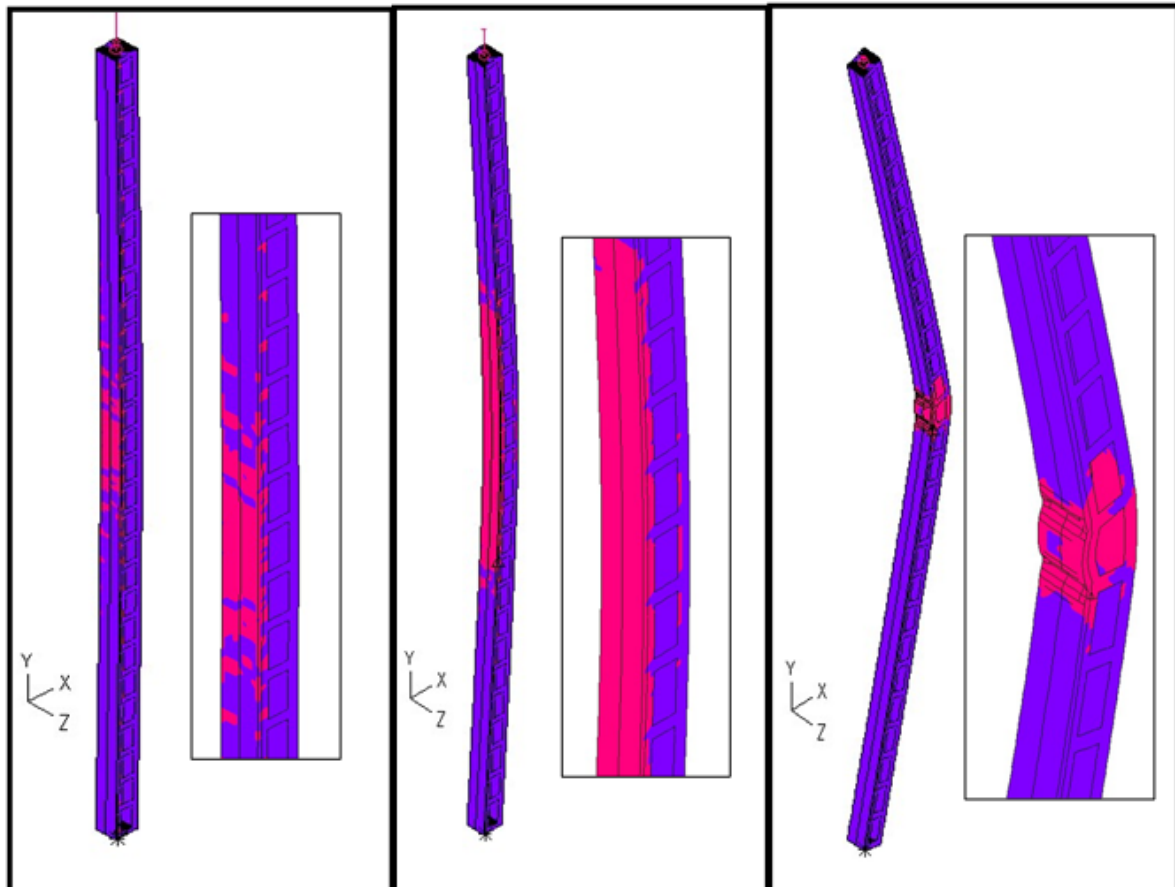
Σχήμα 5.9: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 14° (GMNIA)



Σχήμα 5.10: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 40° (GMNIA)



Σχήμα 5.11: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 100° (GMNIA)

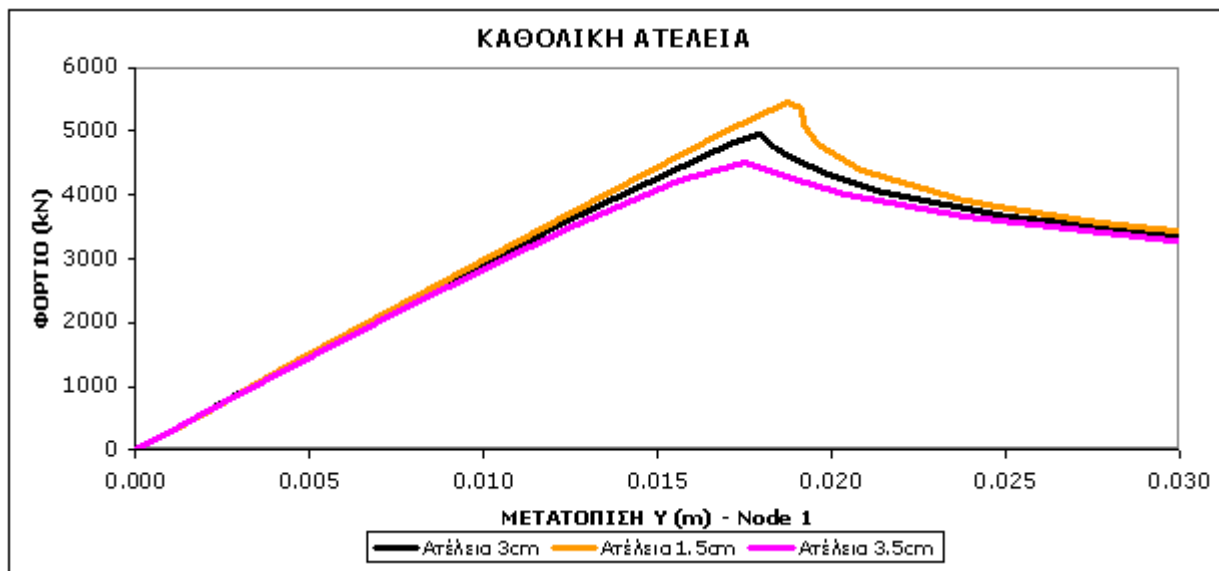


Σχήμα 5.12: Κριτήριο διαρροής - βήμα 14°, 40° και 100° (GMNIA)

5.1.2.5 Η επιρροή της ατέλειας

Όλοι οι πραγματικοί φορείς χαρακτηρίζονται από ατέλειες που μπορεί να οφείλονται είτε σε ανομοιογένεια, είτε σε αποκλίσεις από την ιδεατή γεωμετρία λόγω κατασκευαστικής ανακρίβειας (π.χ. απόκλιση μελών από την ευθυγραμμία ή από την κατακορυφότητα), είτε να είναι ατέλειες ως προς την εφαρμογή του φορτίου (π.χ. έκκεντρη φόρτιση). Η επίδραση των ατελειών στη μη γραμμική συμπεριφορά των κατασκευών εξαρτάται από το είδος του φορέα και τον κυρίαρχο μηχανισμό αστοχίας. Όπως είδαμε παραπάνω ο Ευρωκώδικας 3 συνιστά καθολική ατέλεια για αμφιαρθρωτό σύνθετο υποστύλωμα $e_0=L/500=2.92\text{cm}$. Αυτή την ατέλεια χρησιμοποιήσαμε στις αναλύσεις που προηγήθηκαν. Πραγματοποιήσαμε άλλες δύο αναλύσεις αλλάζοντας την καθολική ατέλεια και οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν απεικονίζονται στο σχήμα 5.13. Είναι σαφές ότι η καθολική ατέλεια παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην αντοχή του συγκεκριμένου σύνθετου υποστυλώματος που ο κυρίαρχος μηχανισμός αστοχίας είναι ο καθολικός λυγισμός.

Ακόμη ο Ευρωκώδικας λαμβάνει και τοπική ατέλεια για κάθε πέλμα – διατομή UPN400 μέσω της καμπύλης λυγισμού που για το σύνθετο υποστυλώμα της παραγράφου 5.1 είναι η καμπύλη c όπως βλέπουμε και από το φύλο excel που παρουσιάσαμε στην παράγραφο 5.1.1. Το μέγεθος της τοπικής ατέλειας που αντιστοιχεί στην καμπύλη c και τον συντελεστή ατελειών $a_{ch}=0.49$ μπορούμε να το υπολογίσουμε από τον τύπο $e_{ch,0} = a(\bar{\lambda} - 0.2)W_{el} / A$ και προκύπτει $e_{ch,0} = 0\text{cm}$. Η τοπική ατέλεια είναι μηδενική και έτσι δεν εισάγαμε τοπική ατέλεια στις αναλύσεις που παρουσιάσαμε παραπάνω.

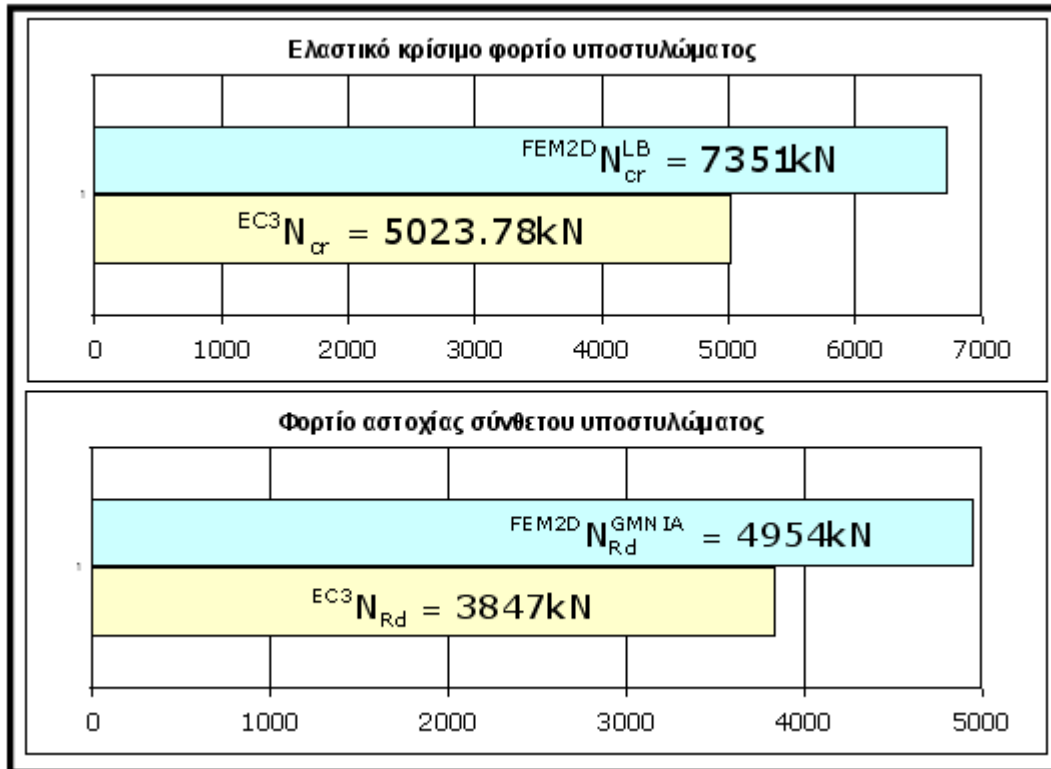


5.13: Δρόμοι ισορροπίας για καθολική ατέλεια 3cm, 1.5cm και 3.5cm(GMΝΙΑ)

5.1.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3.

Για την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού το φορτίο που βρήκαμε από την ανάλυση που πραγματοποιήσαμε με προσομοίωση επιφανειακών στοιχείων είναι $N_{cr}^{FEM2D, LB} = 7351\text{kN}$ (παράγραφος 5.1.2.1). Το αντίστοιχο φορτίο από την θεωρητική επίλυση με βάση τον Ευρωκώδικα 3 είναι το ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων το οποίο υπολογίσαμε $N_{cr}^{EC3} = 5023.78\text{kN}$.

Η σύγκριση του καθολικού ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων καθώς και του φορτίου αντοχής του φορέα, που προέκυψαν από την επίλυση του σύνθετου υποστυλώματος με βάση τον Ευρωκώδικα 3 και από την ανάλυση μη γραμμικότητας υλικού και γεωμετρίας με πεπερασμένα στοιχεία ($N_{Rd}^{EC3} = 3847\text{kN}$ και $N_{Rd}^{FEM2D, GMNIA} = 4954\text{kN}$), παρουσιάζεται στον πίνακα 5.1.



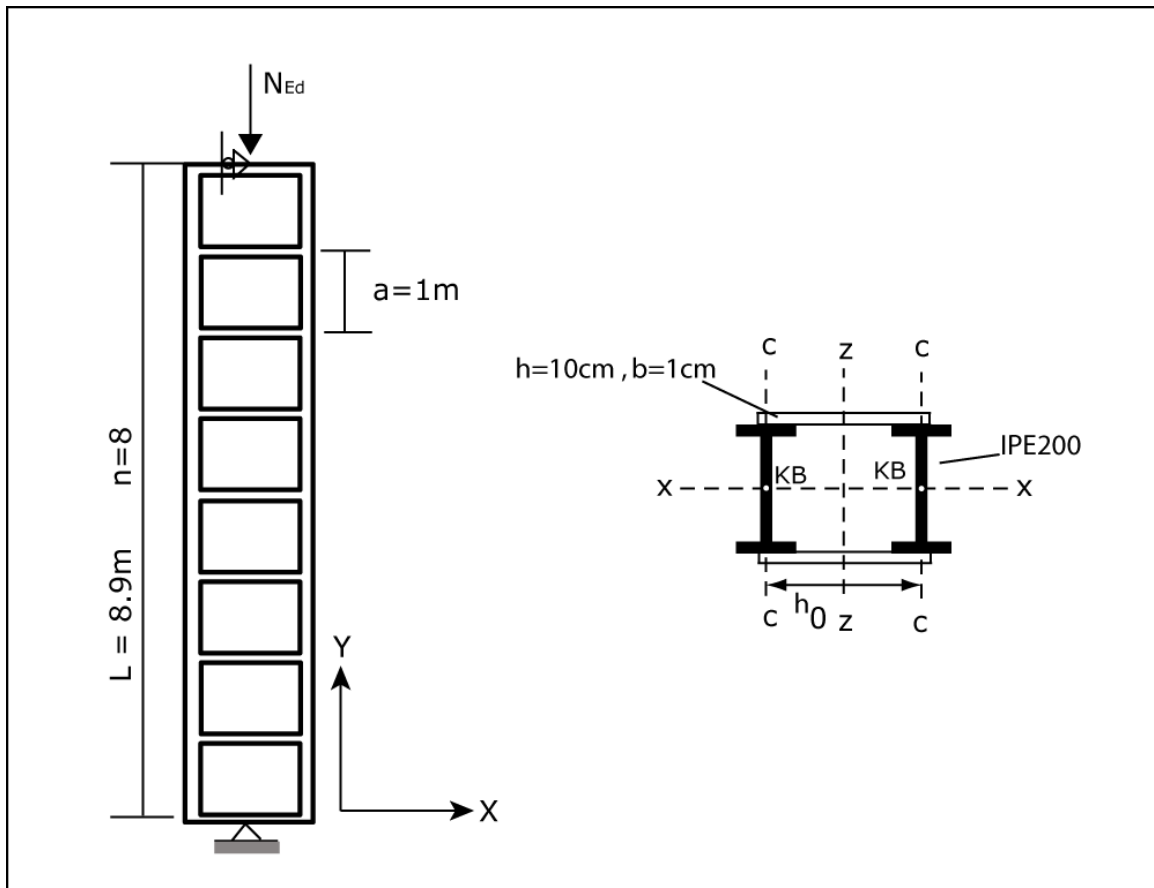
Πίνακας 5.1

5.2 Σύνθετο υποστυλώμα με λεπίδες σύνδεσης με κυρίαρχο κίνδυνο αστοχίας λόγω τοπικού λυγισμού

5.2.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

Τα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης δεν κινδυνεύουν από τοπικό λυγισμό Euler στο μήκος του ενός φαντώματος καθώς, αντίθετα με τις ράβδους δικτύωσης που θεωρούνται αμφιαρθρωτές, οι λεπίδες συνδέονται με τα πέλματα με κοχλίωση ή συγκόλληση με τέτοιο τρόπο ώστε να θεωρούνται πακτωμένες πάνω στα δύο πέλματα και έτσι δεν αφήνουν το φάντωμα να στραφεί ελεύθερα στην διεύθυνση Z, εμποδίζοντας με αυτόν τον τρόπο τον λυγισμό του φαντώματος. Όμως κινδυνεύουν από τοπικό λυγισμό λόγω τέμνουσας στο ακραίο φάντωμα. Ωστόσο οι συνθήκες που καθιστούν ένα σύνθετο υποστυλώμα με λεπίδες σύνδεσης ευάλωτο σε τοπικό λυγισμό είναι ίδιες με ένα σύνθετο υποστυλώμα με ράβδους δικτύωσης. Πρέπει δηλαδή τα πέλματα να έχουν μικρή ροπή αδρανείας και σχετικά μεγάλη κεντροβαρική απόσταση. Ο φορέας που επιλέξαμε φαίνεται στο σχήμα 5.23 και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Δομικός χάλυβας κατηγορίας S235
- Διατομή πέλματος IPE200
- Διατομή λεπίδας $h=10\text{cm}$, $b=1\text{cm}$
- Ύψος σύνθετου υποστυλώματος $L=8.9\text{m}$
- Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων $h_0=80\text{cm}$
- Αριθμός φανωμάτων $n=8$



Σχήμα 5.14: Σύνθετο υποστύλωμα - αμφιαρθρωτό

Η επίλυση του φορέα με βάση τον Ευρωκώδικα 3 έγινε στο φύλο excel που παρουσιάσαμε στην παράγραφο 3.4.1:

Χαρακτηριστικά υλικού		
Δομικός χάλυβας κατηγορίας:		S235H
Χαρακτηριστική τάση διαρροής:	$f_y =$	23.50 kN/cm ²
Μειωτικός συντελεστής:	$\epsilon =$	1.00
Μέτρο ελαστικότητας χάλυβα:	$E =$	21000.00 kN/cm ²
Λόγος Poisson στη ελαστική περιοχή:	$\nu =$	0.30

Χαρακτηριστικά διατομών			
Διατομή πέλματος:	IPE	200	
Εμβαδόν διατομής του ενός πέλματος:	$A_{ch} =$	28.50	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{ch,z} =$	142.00	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{ch,z} =$	2.24	cm
Ελαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ασθενή άξονα:	$W_{el,z} =$	28.50	cm ³
Πλαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ασθενή άξονα:	$W_{pl,z} =$	44.61	cm ³
Κατηγορία κορμού:		1	
Κατηγορία πέλματος:		1	
Κατηγορία διατομής:		1	
Καμπύλη λυγισμού:		b	
Συντελεστής ατελειών:		0.34	
Διατομή λεπίδας σύνδεσης (ορθογωνική):			
Υψος διατομής:	$h =$	10.00	cm
Πλάτος διατομής:	$b =$	1.00	cm
Εμβαδόν διατομής λεπίδας:	$A_b =$	10.00	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$I_{b,y} =$	83.33	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$i_{b,y} =$	2.89	cm
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{b,z} =$	0.83	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{b,z} =$	0.29	cm
Ελαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ισχυρό άξονα:	$W_{el,y} =$	16.67	cm ³
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:		0.49	

Χαρακτηριστικά σύνθετου υποστυλώματος			
Υψος σύνθετου υποστυλώματος:	$L =$	890.00	cm
Λυγηρότητα σύνθετου υποστυλώματος:	$\lambda =$	22.22	
Συντελεστής μεγέθους ατέλειας	$\mu' =$	1.00	
Ατέλεια σύνθετου υποστυλώματος:	$e_0 =$	1.78	cm
Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων:	$h_0 =$	80.00	cm
Μοχλοβραχίονας αξονικής δύναμης πελμάτων:	$h_0 =$	80.25	cm
Συντελεστής μ	$\mu =$	1.00	
Ροπή αδρανείας υποστυλώματος:	$I_{eff} =$	91484.00	cm ⁴
Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού:	$\beta =$	1.00	

Χαρακτηριστικά σύνδεσης με λεπίδες			
Μήκος του ενός φατνώματος:	$a =$	100.00	cm
Αριθμός φατνωμάτων:	$n =$	8.00	
Διατμητική δυσκαμψία:	$S_v =$	3028.44	kN

Χαρακτηριστικά αντοχής λεπίδας			
Πλαστική διατμητική αντοχή:	$V_{b,pl,Rd} =$	135.677	kN
Ελαστική ροπή αντοχής ως προς τον ισχυρό άξονα	$M_{b,el,Rd} =$	391.667	kN

Χαρακτηριστικά αντοχής φατνώματος		
Λυγηρότητα:	λ_{ch}	44.643
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{ch,1}$	93.900
Ανηγμένη λυγηρότητα:	λ_{ch}	0.475
Συντελεστής Φ :	$\Phi_{ch} =$	0.660
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_{ch} =$	0.895
Ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού Euler:	$N_{ch,cr} =$	2943.116 kN
Συντελεστής k_{zz} στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$K_{zz} =$	1.143
Συντελεστής C_m στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$C_m =$	0.773
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{ch,y,Rd} =$	669.75kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{ch,Rd} =$	599.39kN
Πλαστική ροπή αντοχής ως προς τον ασθενή άξονα:	$M_{pl,Rd} =$	1048.34kNcm

Ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος:		
Χωρίς επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων (Euler):	$N_E =$	23937.80kN
Με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων:	$N_{cr} =$	2688.33 kN

Δράσεις		
Αξονική θλιπτική δύναμη σχεδιασμού υποστυλώματος:	$N_{Ed} =$	822.00 kN
Μέγιστη ροπή 2ης τάξης:	$M_{Ed} =$	2107.59kNcm
Μέγιστη τέμνουσα 2ης τάξης:	$V_{Ed} =$	7.44kN
Δυσμενέστερη αξονική του φατνώματος με θεωρία 2ης τάξης:	$N_{ch,Ed,max} =$	437.26kN
Αξονική στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$N_{ch,Ed,min} =$	411.00kN
Ροπή σχεδιασμού φατνώματος στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$M_{ch,Ed} =$	371.98kNcm
Ροπή λεπίδας στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$M_b =$	185.99kNcm
Τέμνουσα δύναμη λεπίδας στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$T_b =$	4.65kN

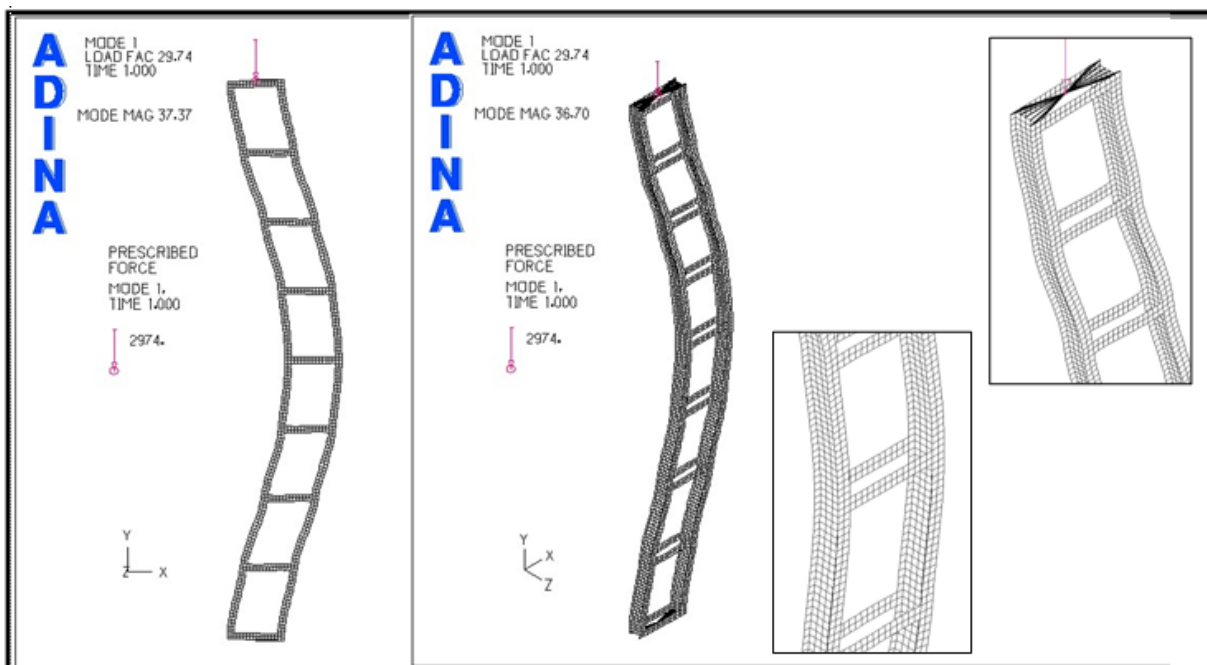
Αντοχή σύνθετου υποστυλώματος		
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης ροπής:	$N_{ch,Rd,mod} =$	1114.11kN

Έλεγχος αντοχής σύνθετου υποστυλώματος			
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης ροπής:	$N_{Ed}/N_{ch,Rd,mod} =$	0.7378 < 1	Επάρκεια
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$(N_{ch,Ed,min}/N_{ch,Rd}) + (k_{zz} * C_m * M_{ch,Ed}/M_{Rd}) =$	0.9993 < 1	Επάρκεια
Επάρκεια διατομής λεπίδας σύνδεσης	$M_b/M_{b,el,Rd} =$	0.4749 < 1	Επάρκεια

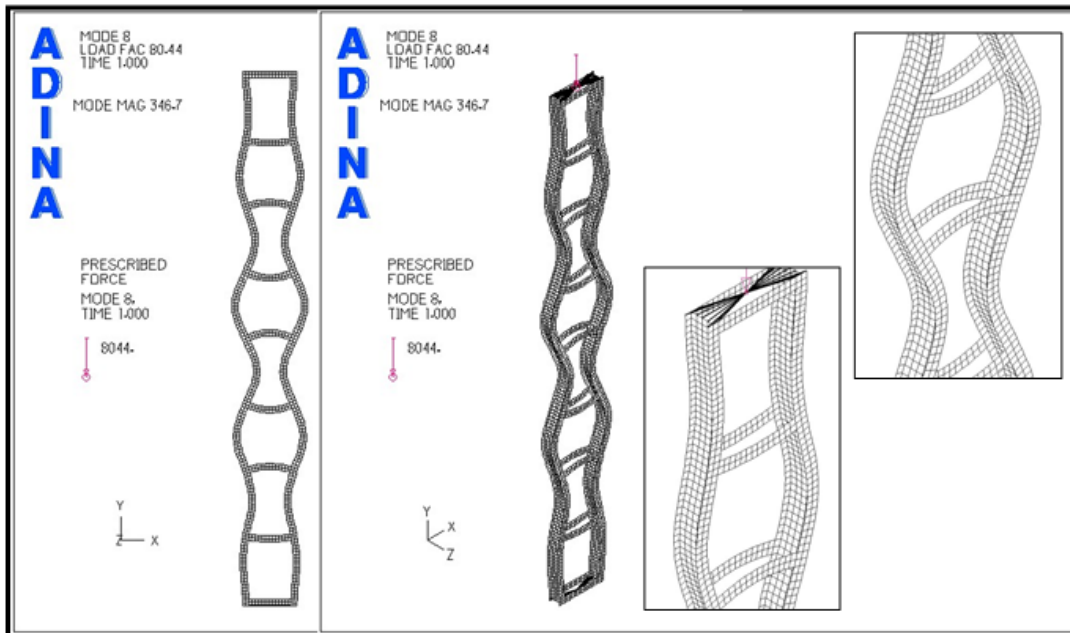
5.2.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

5.2.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

Αφού προσομοιώσουμε το φορέα μας με επιφανειακά στοιχεία εκτελούμε την ανάλυση “Linearized buckling” και εξάγουμε τις ιδιομορφές λυγισμού. Οι ιδιομορφές που μας ενδιαφέρουν είναι η 1η, που μας δείχνει σε ποιο φορτίο αναμένεται να λυγίσει ο φορέας και αντιστοιχεί στο καθολικό κρίσιμο φορτίο του υποστυλώματος, και η 8^η που αντιστοιχεί στο τοπικό λυγισμό Euler του ενός φατνώματος. Στα σχήματα 5.15, 5.16 βλέπουμε από το “PRESCRIBED FORCE” τα φορτία για τα οποία συμβαίνουν οι δύο αυτές ιδιομορφές: $N_{cr}^{LB} = 2974\text{kN}$ και $N_{ch,cr}^{LB} = 8044\text{kN}$. Παρατηρούμε ότι, παρόλο που οι συνθήκες οδηγούν στο τοπικό λυγισμό, το φορτίο Euler του ενός φατνώματος είναι πολύ μεγαλύτερο από το ελαστικό κρίσιμο φορτίο με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων του σύνθετου υποστυλώματος. Παρ’ όλα αυτά το υποστυλόμενο κινδυνεύει από τοπικό λυγισμό στο ακραίο φάτνωμα (και όχι στο μεσαίο όπως συμβαίνει στις ράβδους δικτύωσης) λόγω της τέμνουσας που αναπτύσσεται από τα φαινόμενα 2^{ης} τάξης.



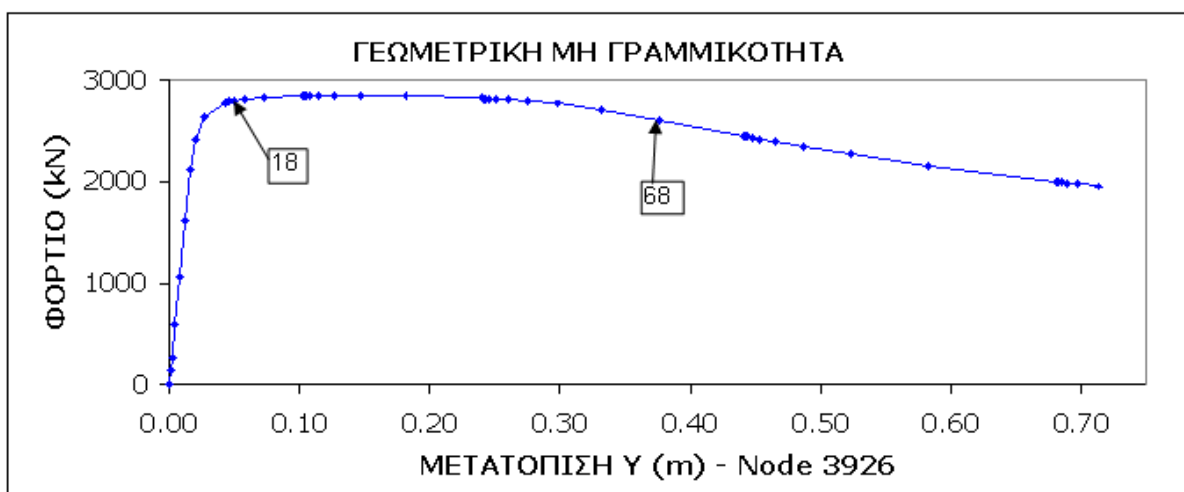
Σχήμα 5.15: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού (LB)



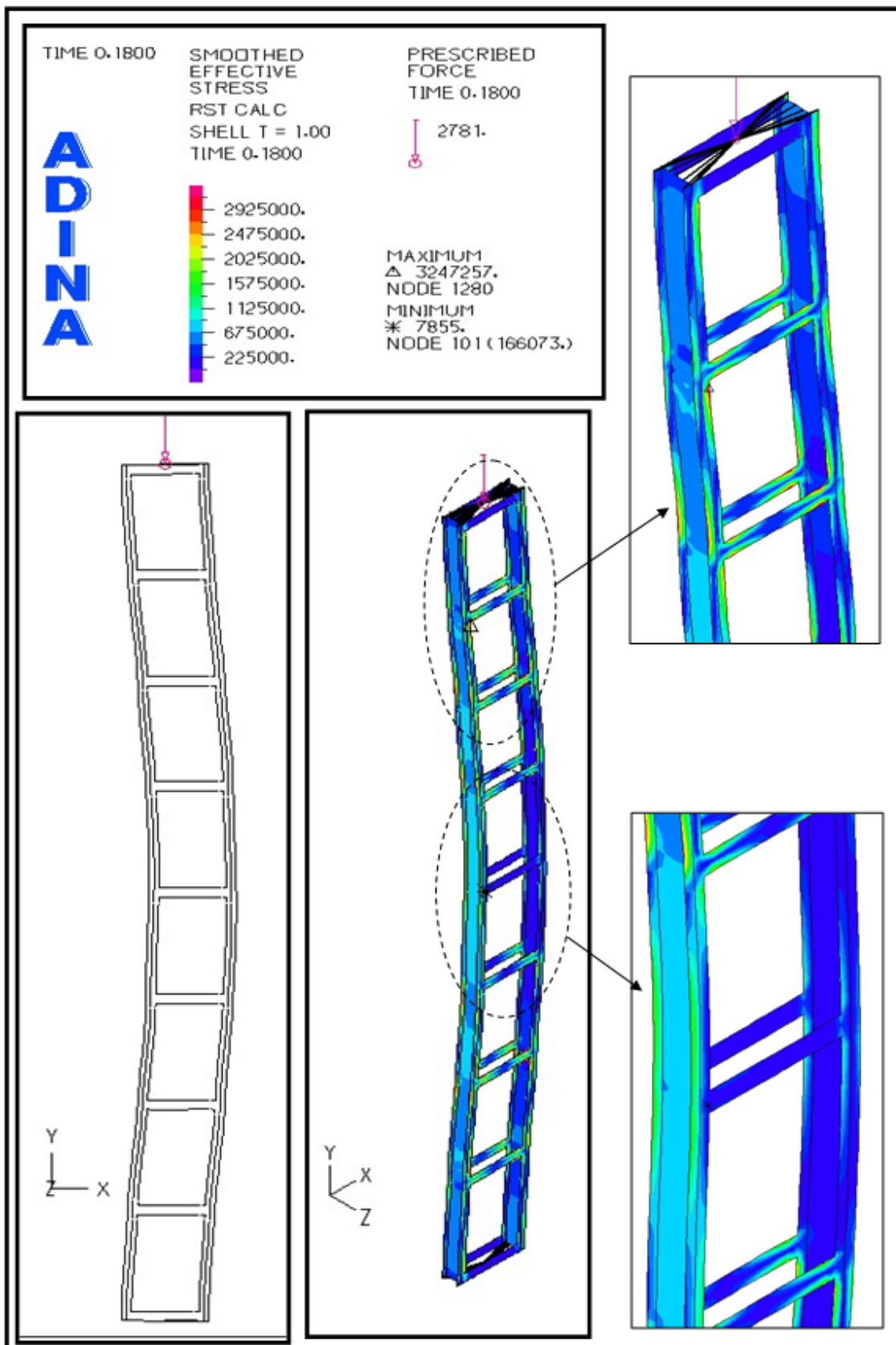
Σχήμα 5.16: 32^η ιδιομορφή λυγισμού (LB)

5.2.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

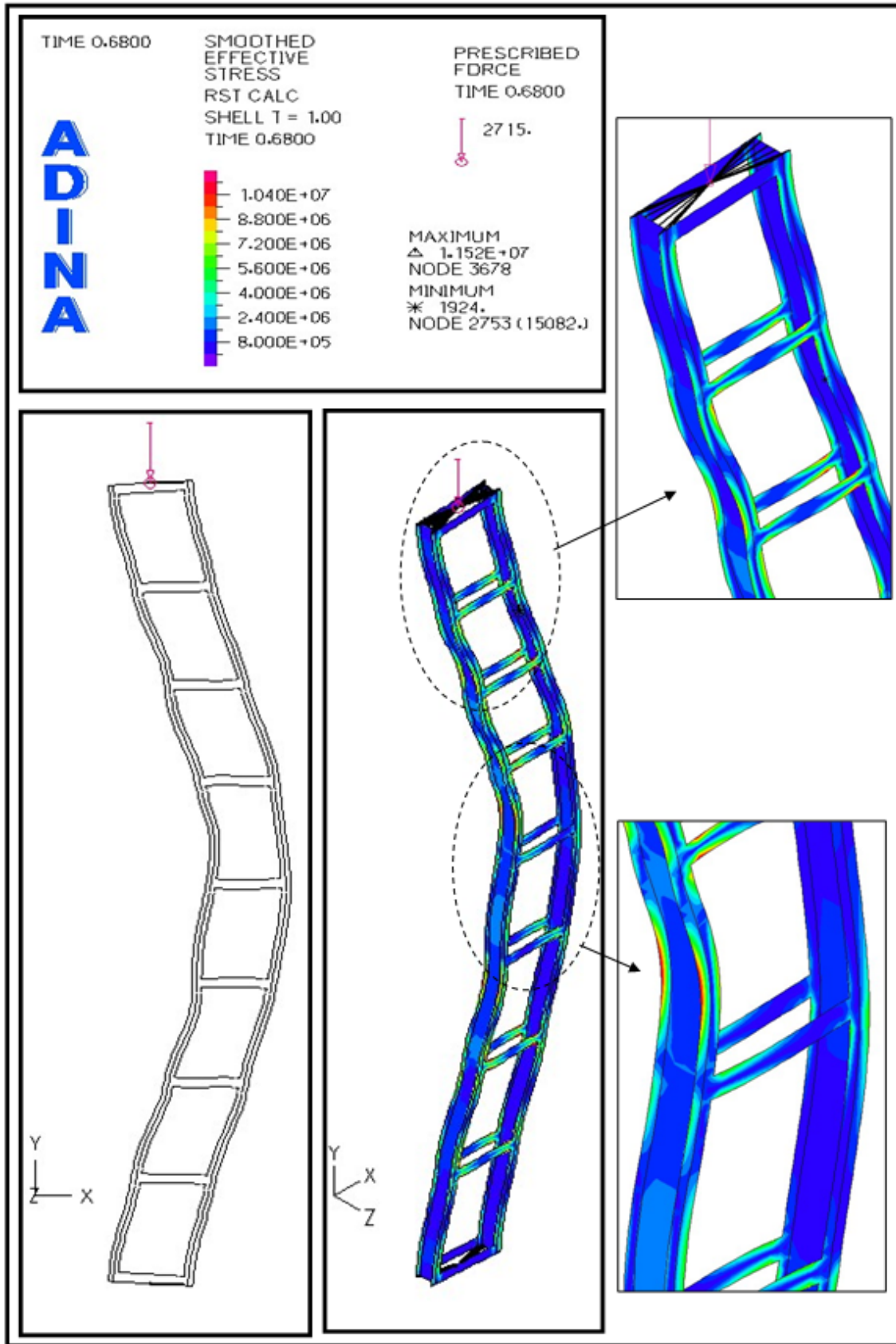
Θα χρησιμοποιήσουμε τις δυο ιδιομορφές που βρήκαμε στην παράγραφο 5.2.2.1 για να ορίσουμε τις ατέλειες στον φορέα μας. Αφού ορίσουμε την τοπική και την καθολική ατέλεια στο φορέα εκτελούμε την "Collapse Analysis" με ελαστικό υλικό. Στο σχήμα 5.17 φαίνεται το διάγραμμα Φορτίου-Μετατόπισης του κόμβου Node3926. Έχουμε επισημάνει 2 χαρακτηριστικά σημεία του δρόμου ισορροπίας και στα σχήματα 5.18, 5.19 μπορούμε να δούμε την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα καθώς και την κατανομή των τάσεων von Mises. Στο 18^ο βήμα που είναι το οριακό σημείο, η συνολική επιβαλλόμενη δύναμη είναι $F_{Rd}^{GNIA} = 2781\text{kN}$.



Σχήμα 5,17: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)



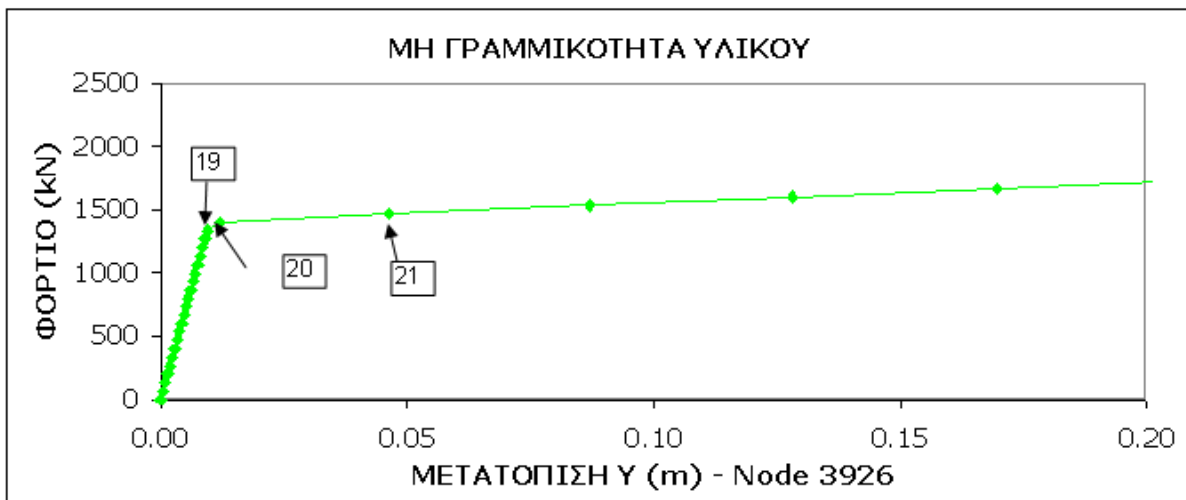
Σχήμα 5.18: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 18° (GNIA)



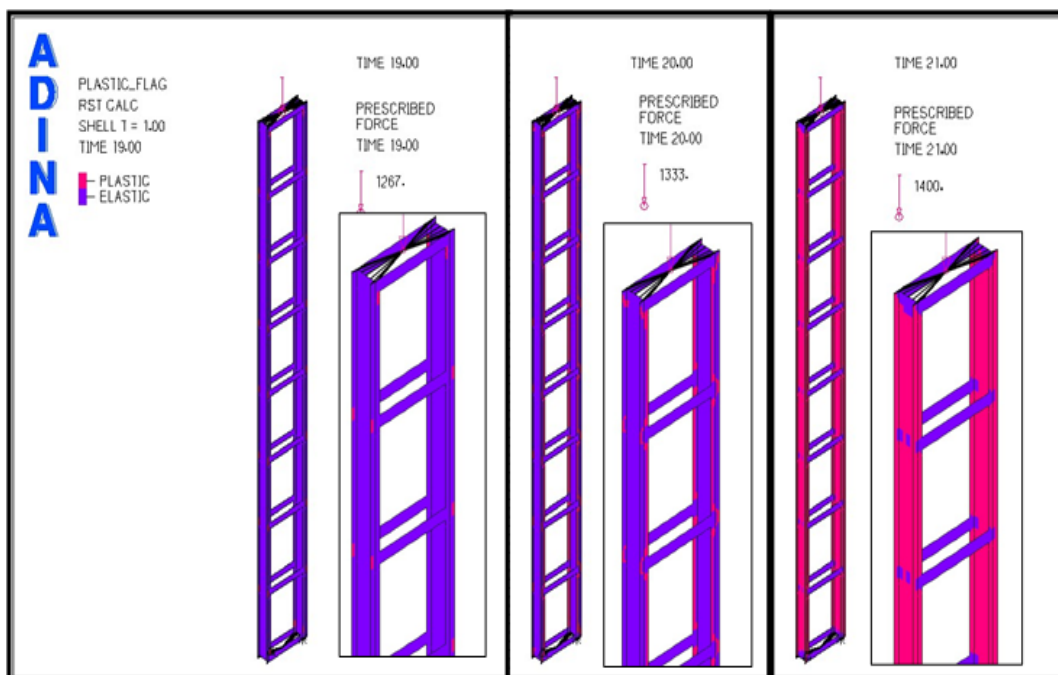
Σχήμα 5.19: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 68° (GNIA)

5.2.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

Η ανάλυση μη γραμμικότητας υλικού έγινε με τη μέθοδο “Full Newton Method” σε 30 βήματα (time steps) και ο δρόμος ισορροπίας που προέκυψε φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα (σχήμα 5.20). Στις εικόνες του σχήματος 5.21 χρησιμοποιήσαμε τη δυνατότητα του προγράμματος να μας παρουσιάζει στην προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία σε ποία σημεία έχει διαρρέψει ο φορέας (κριτήριο διαρροής). Το συνολικό φορτίο για το οποίο διαρρέει ο φορέας είναι $FEM2D N_{Rd}^{MNA} = 1333kN$ όπως παρατηρούμε από το “PRESCRIBED FORCE” στο 20^ο βήμα (“TIME 20.00”).



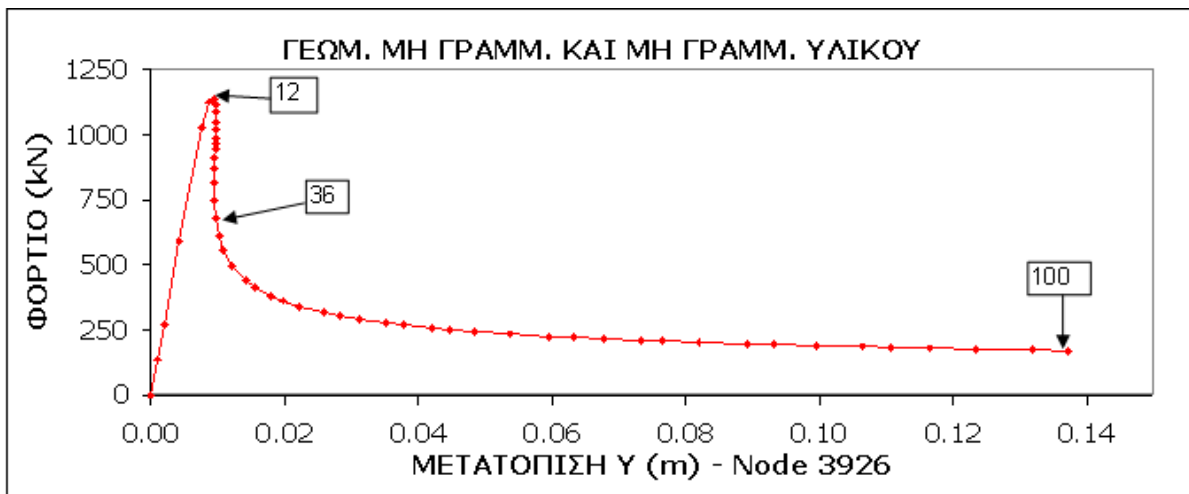
Σχήμα 5.20: Δρόμος ισορροπίας - μη γραμμικότητα υλικού (MNA)



Σχήμα 5.21: Κριτήριο διαρροής - βήμα 19^ο , 20^ο και 21^ο (MNA)

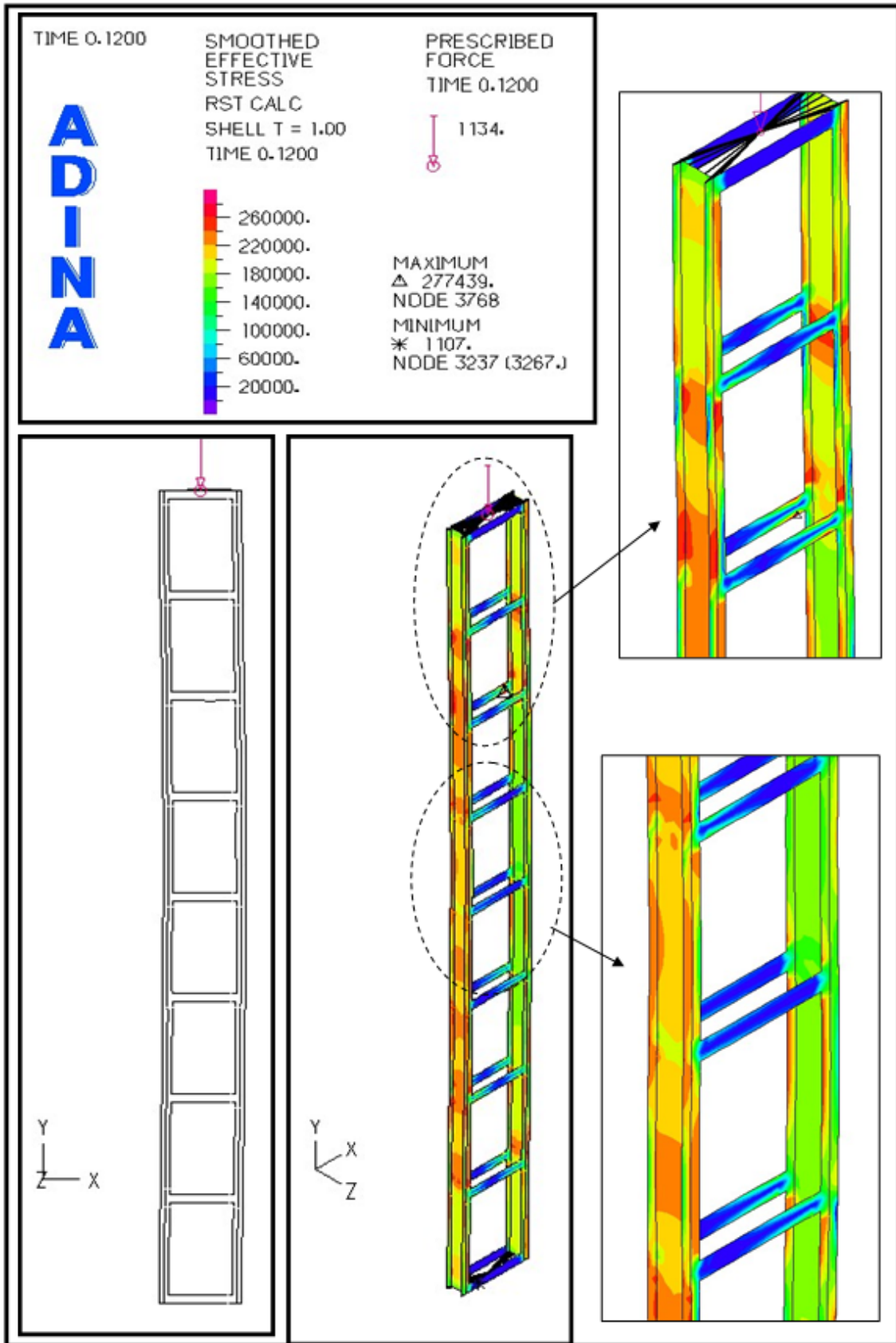
5.2.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

Τέλος εκτελούμε την μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας η οποία προσομοιάζει με μεγάλη ακρίβεια την πραγματική συμπεριφορά του σύνθετου υποστυλώματος. Στο διάγραμμα που ακολουθεί (σχήμα 5.22) έχουμε το δρόμο ισορροπίας για τη συνολική δύναμη που ασκούμε στο φορέα (άξονας Y) προς την κατακόρυφη μετατόπιση του κόμβου Node3926 της κύλισης (άξονας X).

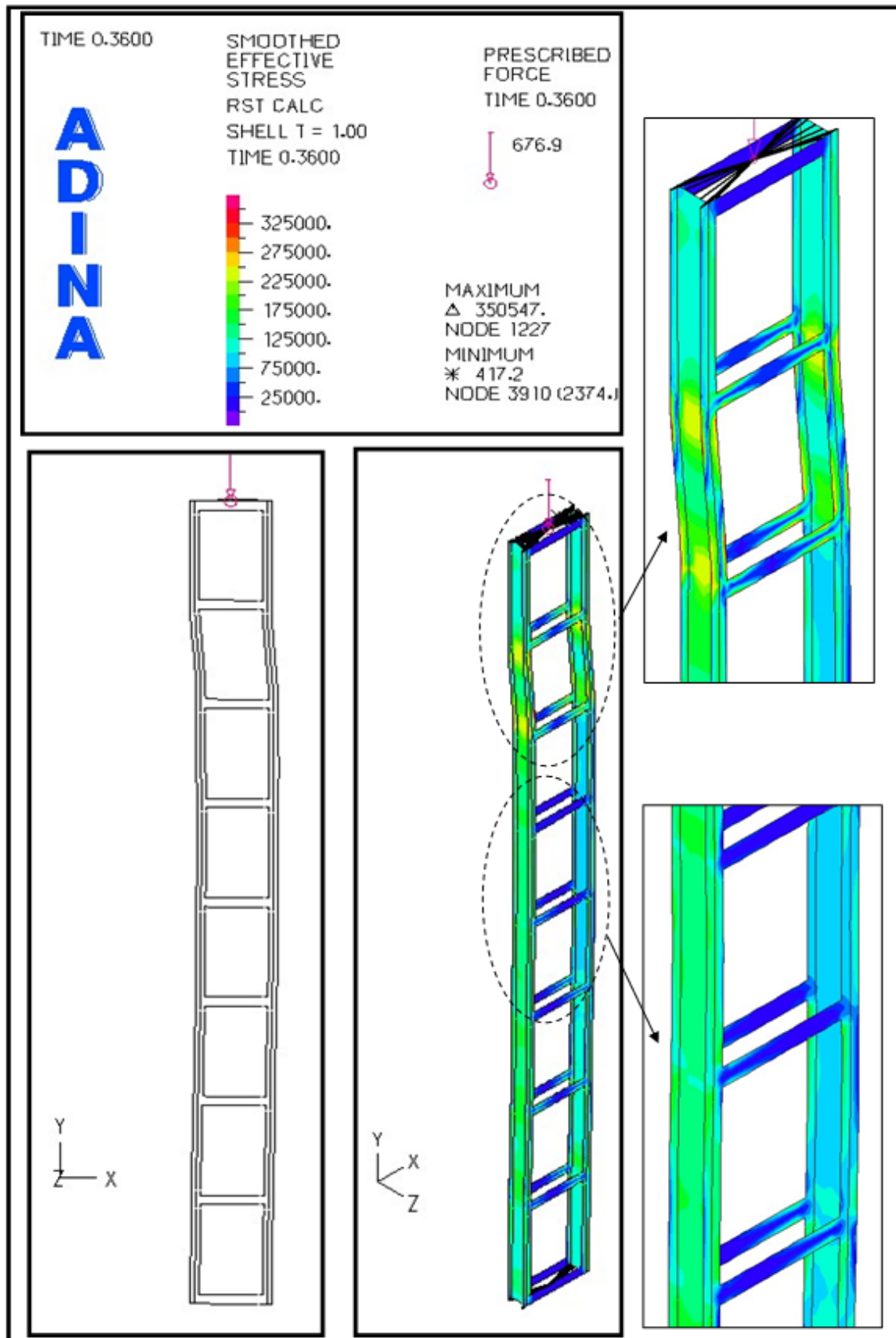


Σχήμα 5.22: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNIA)

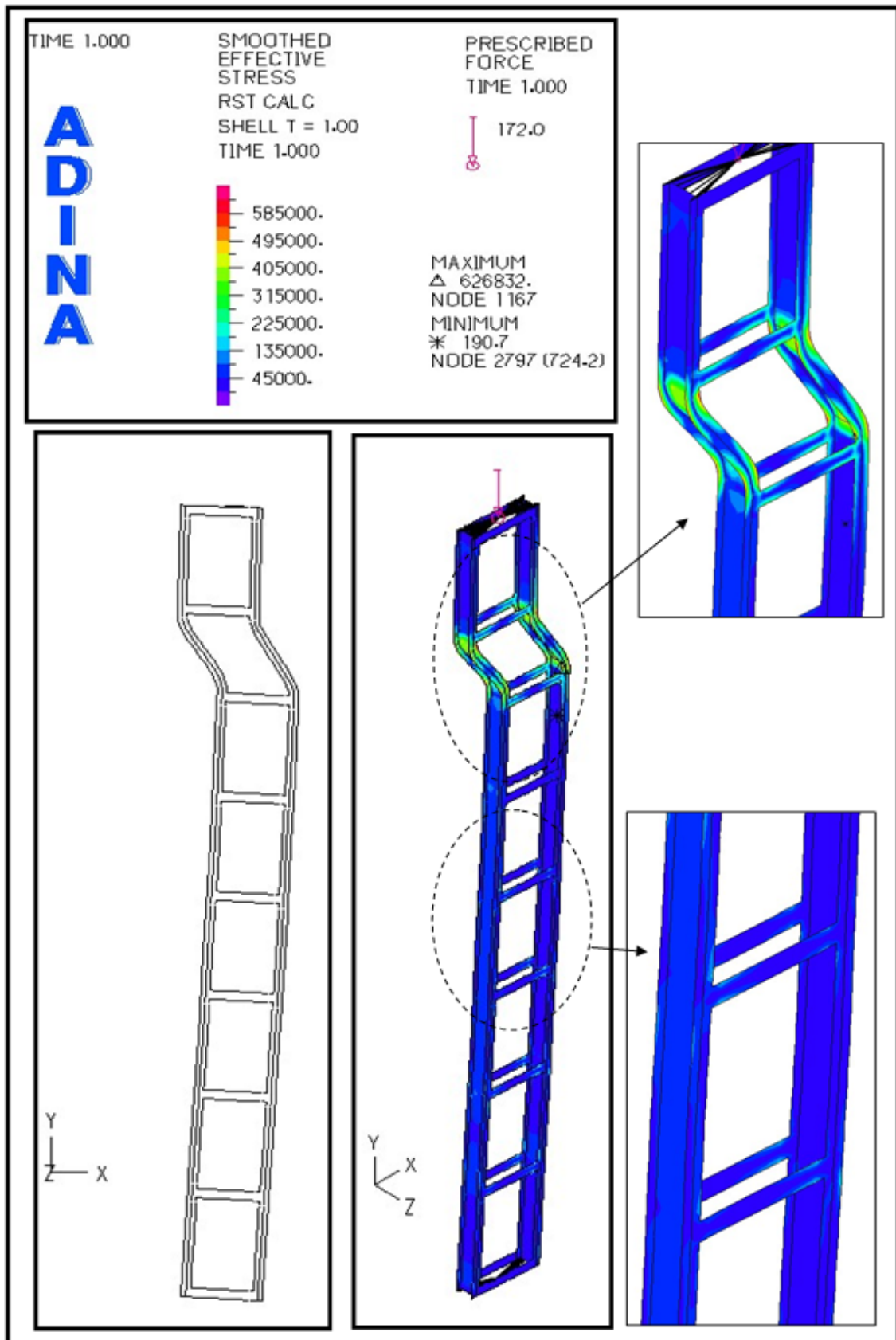
Στο παραπάνω διάγραμμα έχουμε επισημάνει 3 χαρακτηριστικά σημεία (βήμα 12,36,100) και στα σχήματα 5.23, 5.24, 5.25 και 5.26 βλέπουμε την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, την κατανομή των τάσεων von Mises και το κριτήριο διαρροής για καθένα από αυτά τα βήματα. Ο φορέας αστοχεί στο 12^ο βήμα για φορτίο $N_{Rd}^{GMNIA} = 1134 \text{ kN}$.



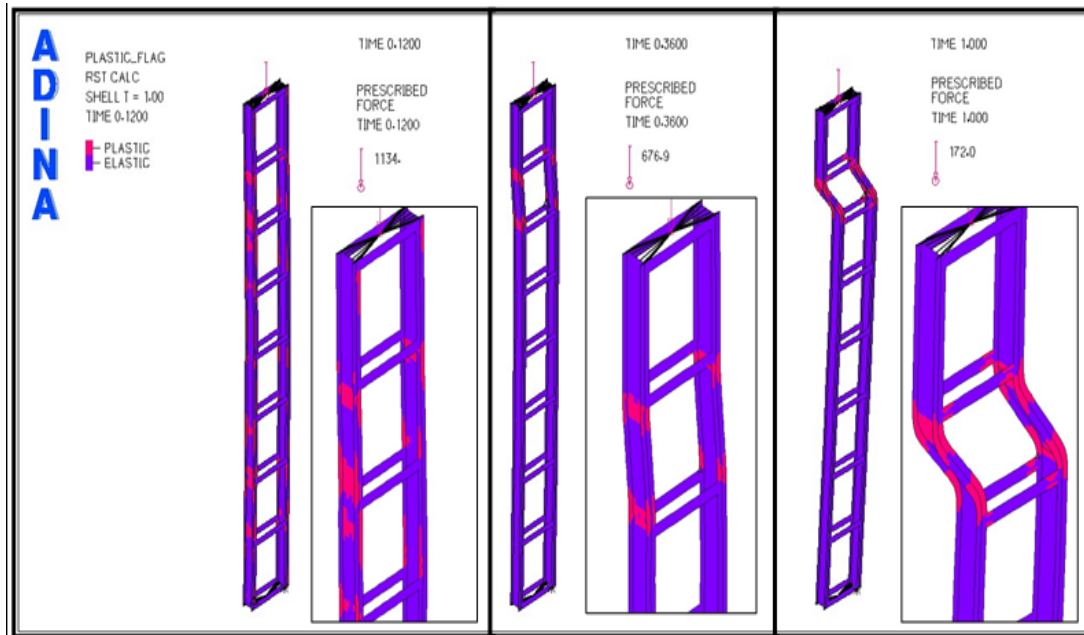
Σχήμα 5.23: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 12° (GMNIA)



Σχήμα 5.24: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 36° (GMNIA)



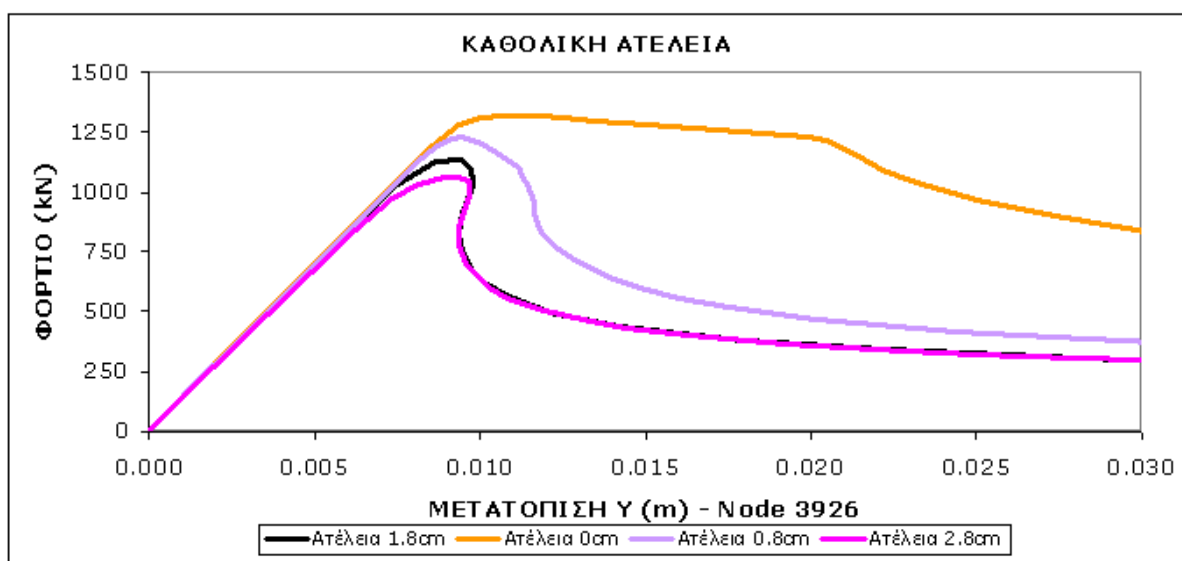
Σχήμα 5.25: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 100° (GMNIA)



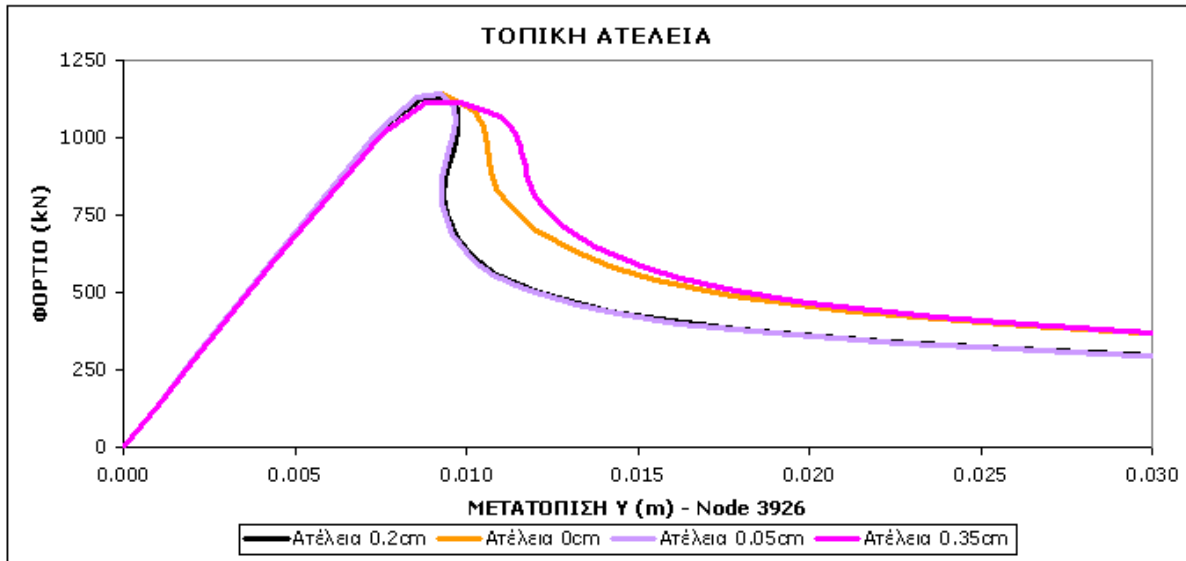
Σχήμα 5.26: Κριτήριο διαρροής - βήμα 12°, 36° και 100° (GMNIA)

5.2.2.5 Η επιρροή της ατέλειας

Τέλος πραγματοποιήσαμε άλλες 6 αναλύσεις αλλάζοντας κάθε φορά την ατέλεια. Πρώτα κρατώντας την τοπική ατέλεια $e_{0,ch}=0.2\text{cm}$ ορίσαμε καθολική ατέλεια 0cm, 0.8cm και 2.8cm και οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν μαζί με το διάγραμμα του σχήματος 5.22 όπου είχαμε την καθολική ατέλεια $e_0=1.8\text{cm}$, που ορίζει ο κανονισμός, απεικονίζονται στο σχήμα 5.27. Αντίστοιχα στο επόμενο διάγραμμα (σχήμα 5.28) έχουμε καθολική ατέλεια $e_0=1.8\text{cm}$ και αλλάζουμε την τοπική ατέλεια από 0.2cm σε 0cm, 0.05cm και 0.35cm.



Σχήμα 5.27: Δρόμοι ισορροπίας για καθολική ατέλεια 0cm, 0.8cm, 1.8cm και 2.8cm (GMNIA)

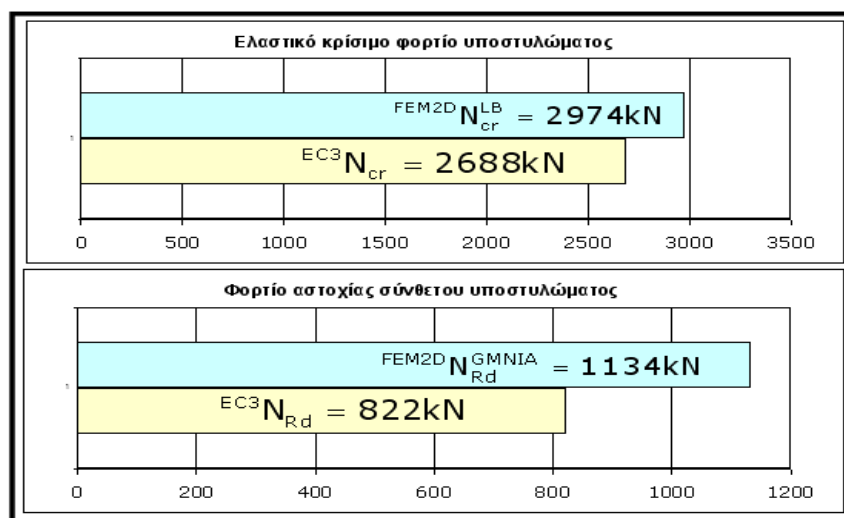


Σχήμα 5.28: Δρόμοι ισορροπίας για τοπική ατέλεια 0cm, 0.05cm, 0.2cm και 0.35cm (GMNIA)

Όπως προκύπτει από τα διαγράμματα η τοπική ατέλεια δεν επηρεάζει σχεδόν καθόλου το φορτίο αστοχίας και το δρόμο ισορροπίας του σύνθετου υποστυλώματος και αυτό γιατί, όπως εξηγήσαμε και παραπάνω, ο τοπικός λυγισμός συμβαίνει στο ακραίο φάτνωμα εξαιτίας των φαινομένων 2^{ης} τάξης τα οποία επηρεάζονται πολύ περισσότερο από την καθολική ατέλεια.

5.2.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3.

Η σύγκριση του καθολικού ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων καθώς και του φορτίου αστοχίας του φορέα, που προέκυψαν από την επίλυση του σύνθετου υποστυλώματος με βάση τον Ευρωκώδικα 3 και από την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία, παρουσιάζεται στον πίνακα 5.2.

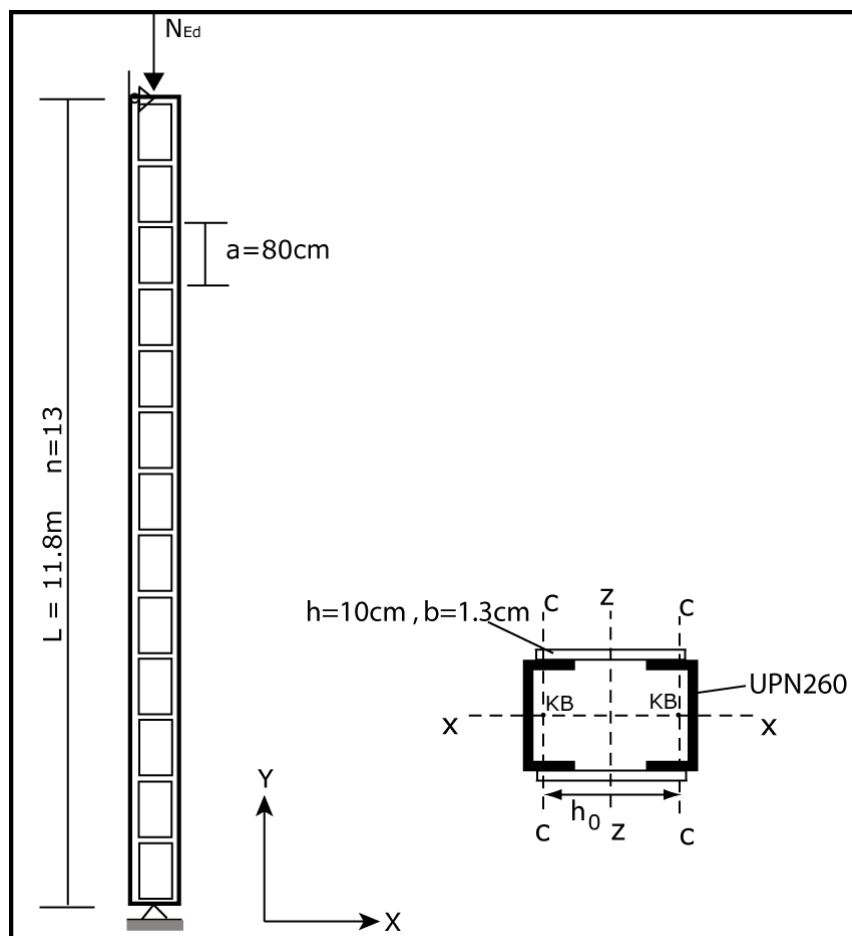


Πίνακας 5.2

5.3 Σύνθετο υποστύλωμα με ράβδους δικτύωσης τύπου V με κίνδυνο αστοχίας λόγω τοπικού και καθολικού λυγισμού

5.3.1 Θεωρητικό μέρος – Ευρωκώδικας 3

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα αναλύσουμε ένα σύνθετο υποστύλωμα στο οποίο ο καθολικός και ο τοπικός λυγισμός είναι εξίσου κρίσιμοι. Όπως είδαμε στην παράγραφο 5.2 ο τοπικός λυγισμός στα σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης συμβαίνει εξαιτίας της επιρροής της τέμνουσας. Αυτό συνεπάγεται ότι όσο πιο μεγάλη είναι η επιρροή των διατμητικών παραμορφώσεων στο καθολικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού N_{cr} τόσο πιο κρίσιμη γίνεται η μορφή αστοχίας τοπικού λυγισμού. Έτσι στο συγκεκριμένο παράδειγμα επιλέξαμε ένα σύνθετο υποστύλωμα του οποίου το κρίσιμο φορτίο Euler N_E να είναι περίπου διπλάσιο από το κρίσιμο φορτίο με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων N_{cr} . Ο φορέας φαίνεται στο σχήμα 5.28 και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:



Σχήμα 5.29: Σύνθετο υποστύλωμα με λεπίδες σύνδεσης – αμφιαρθρωτό

- Δομικός χάλυβας κατηγορίας S235
- Διατομή πέλματος UPN260
- Διατομή λεπίδων $h=10\text{cm}$, $b=1.30\text{cm}$
- Ύψος σύνθετου υποστυλώματος $L=11.8\text{m}$
- Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων $h_0=50\text{cm}$
- Αριθμός φατνωμάτων $n=13$

Παρακάτω παρουσιάζουμε το φύλο excel υπολογισμού της αντοχής του φορέα με βάση τον Ευρωκώδικα 3:

Χαρακτηριστικά υλικού			
Δομικός χάλυβας κατηγορίας:		S235H	
Χαρακτηριστική τάση διαρροής:	$f_y=$	23.50	kN/cm ²
Μειωτικός συντελεστής:	$\epsilon=$	1.00	
Μέτρο ελαστικότητας χάλυβα:	$E=$	21000.00	kN/cm ²
Λόγος Poisson στη ελαστική περιοχή:	$\nu=$	0.30	

Χαρακτηριστικά διατομών			
Διατομή πέλματος:	UPN	260	
Εμβαδόν διατομής του ενός πέλματος:	$A_{ch}=$	48.30	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{ch,z}=$	317.00	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{ch,z}=$	2.56	cm
Ελαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ασθενή άξονα:	$W_{el,z}=$	47.70	cm ³
Πλαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ασθενή άξονα:	$W_{pl,z}=$	91.60	cm ³
Κατηγορία κορμού:		1	
Κατηγορία πέλματος:		1	
Κατηγορία διατομής:		1	
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:		0.49	
Διατομή λεπίδας σύνδεσης (ορθογωνική):			
Ύψος διατομής:	$h=$	10.00	cm
Πλάτος διατομής:	$b=$	1.30	cm
Εμβαδόν διατομής λεπίδας:	$A_b=$	13.00	cm ²
Ροπή αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$I_{b,y}=$	108.33	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ισχυρό άξονα:	$i_{b,y}=$	2.89	cm
Ροπή αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$I_{b,z}=$	1.83	cm ⁴
Ακτίνα αδρανείας ως προς ασθενή άξονα:	$i_{b,z}=$	0.38	cm
Ελαστική ροπή αντίστασης ως προς τον ισχυρό άξονα:	$W_{el,y}=$	21.67	cm ³
Καμπύλη λυγισμού:		c	
Συντελεστής ατελειών:		0.49	

Χαρακτηριστικά σύνθετου υποστυλώματος		
Υψος σύνθετου υποστυλώματος:	$L=$	1180.00cm
Λυγηρότητα σύνθετου υποστυλώματος:	$\lambda=$	46.95
Συντελεστής μεγέθους ατέλειας	$\mu' =$	1.00
Ατέλεια σύνθετου υποστυλώματος:	$e_0=$	2.36cm
Οριζόντια απόσταση κ.β. πελμάτων:	$h_0=$	50.00cm
Μοχλοβραχίονας αξονικής δύναμης πελμάτων:	$h_0=$	50.53cm
Συντελεστής μ	$\mu=$	1.00
Ροπή αδρανείας υποστυλώματος:	$I_{eff}=$	61009.00cm ⁴
Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού:	$\beta=$	1.00

Χαρακτηριστικά σύνδεσης με λεπίδες		
Μήκος του ενός φατνώματος:	$a=$	80.00cm
Αριθμός φατνωμάτων:	$n=$	13.00
Διατμητική δυσκαμψία:	$S_v=$	8824.71kN

Χαρακτηριστικά αντοχής φατνώματος		
Λυγηρότητα:	λ_{ch}	31.250
Οριακή (χαρακτηριστική) λυγηρότητα:	$\lambda_{ch,1}$	93.900
Ανηγγμένη λυγηρότητα:	$\bar{\lambda}_{ch}$	0.333
Συντελεστής Φ :	$\Phi_{ch}=$	0.588
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού:	$\chi_{ch}=$	0.932
Ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού Euler:	$N_{ch,cr}=$	10265.931 kN
Συντελεστής k_{zz} στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$K_{zz}=$	1.078
Συντελεστής C_m στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$C_m=$	0.781
Αντοχή έναντι διαρροής:	$N_{ch,y,Rd}=$	1135.05kN
Μειωμένη αντοχή λόγω λυγισμού:	$N_{ch,Rd}=$	1058.26kN
Πλαστική ροπή αντοχής ως προς τον ασθενή άξονα:	$M_{pl,Rd}=$	2152.60kNcm

Χαρακτηριστικά αντοχής λεπίδας		
Πλαστική διατμητική αντοχή:	$V_{b,pl,Rd}=$	176.381kN
Ελαστική ροπή αντοχής ως προς τον ισχυρό άξονα	$M_{b,el,Rd}=$	509.167kN

Ελαστικό κρίσιμο φορτίο υποστυλώματος:		
Χωρίς επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων (Euler):	$N_E=$	9081.32kN
Με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων:	$N_{cr}=$	4475.59 kN

Δράσεις			
Αξονική θλιπτική δύναμη σχεδιασμού υποστυλώματος:	$N_{Ed} =$	1598.00	kN
Μέγιστη ροπή 2ης τάξης:	$M_{Ed} =$	5865.57	kNcm
Μέγιστη τέμνουσα 2ης τάξης:	$V_{Ed} =$	15.62	kN
Δυσμενέστερη αξονική του φαντώματος με θεωρία 2ης τάξης:	$N_{ch,Ed,max} =$	915.09	kN
Αξονική στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$N_{ch,Ed,min} =$	799.00	kN
Ροπή σχεδιασμού φαντώματος στη θέση μέγιστης τέμνουσας	$M_{ch,Ed} =$	624.65	kNcm
Ροπή λεπίδας στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$M_b =$	312.33	kNcm
Τέμνουσα δύναμη λεπίδας στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$T_b =$	12.49	kN

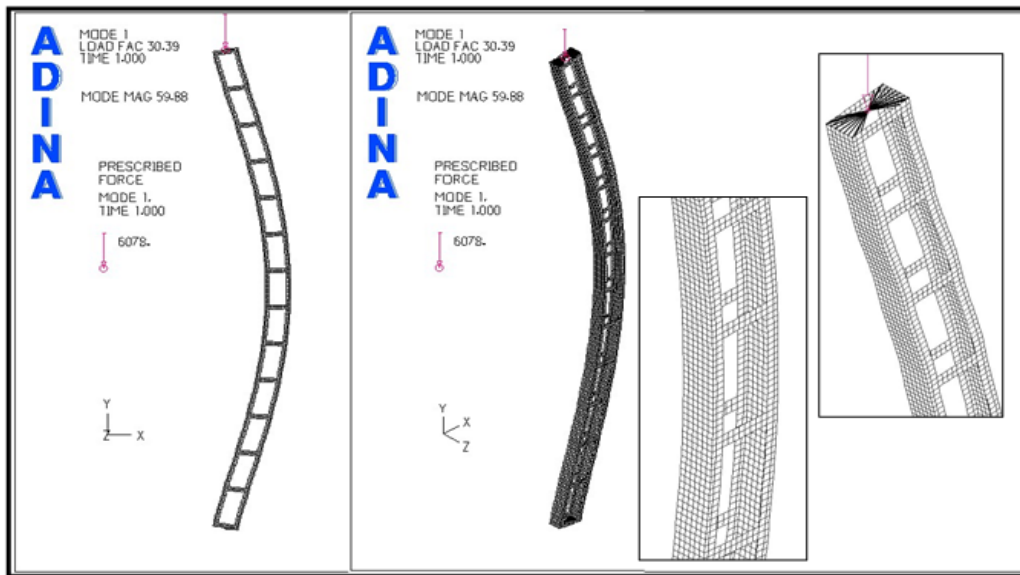
Αντοχή σύνθετου υποστυλώματος			
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης ροπής:	$N_{ch,Rd,mod} =$	1825.48	kN

Έλεγχος αντοχής σύνθετου υποστυλώματος			
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης ροπής:	$N_{Ed}/N_{ch,Rd,mod} =$	0.8754 < 1	Επάρκεια
Εναντι λυγισμού-διαρροής πέλματος στη θέση μέγιστης τέμνουσας:	$(N_{ch,Ed,min}/N_{ch,Rd}) + (k_{zz} * C_m * M_{ch,Ed}/M_{Rd}) =$	0.9993 < 1	Επάρκεια
Επάρκεια διατομής λεπίδας σύνδεσης	$M_b/M_{b,el,Rd} =$	0.6134 < 1	Επάρκεια

5.3.2 Αριθμητικές αναλύσεις με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων – Προσομοίωση με επιφανειακά στοιχεία (FEM2D)

5.3.2.1 Ιδιομορφές λυγισμού – Linear Buckling analysis (LB)

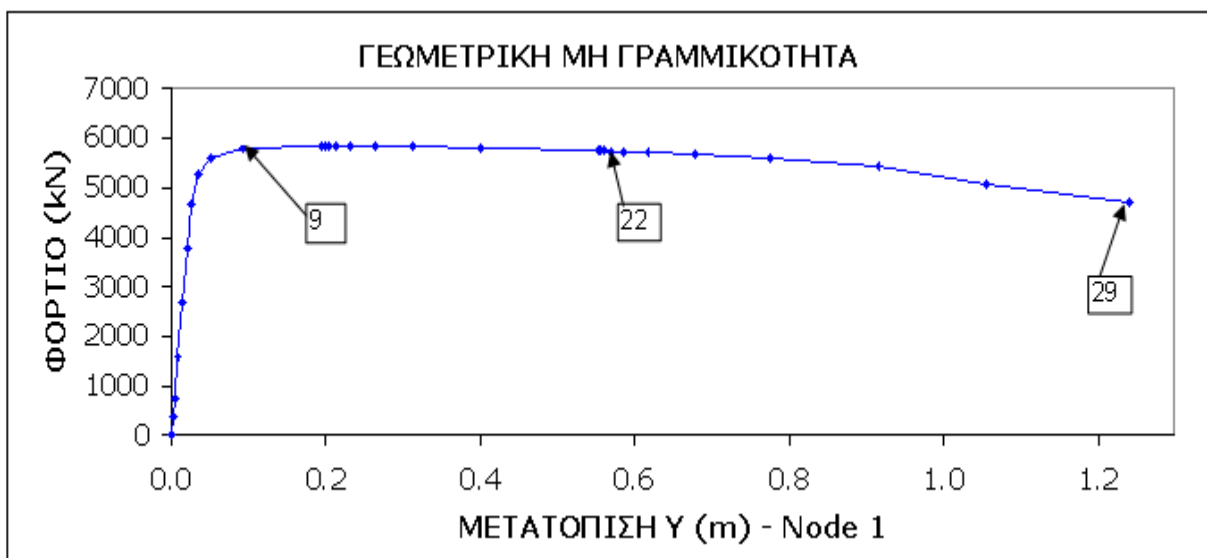
Εκτελώντας την ανάλυση “Linearized buckling” εξάγουμε τις ιδιομορφές λυγισμού του φορέα. Το καθολικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού όπως προκύπτει από την πρώτη ιδιομορφή (σχήμα 5.30) είναι $N_{cr}^{FEM2D, LB} = 6078 \text{ kN}$.



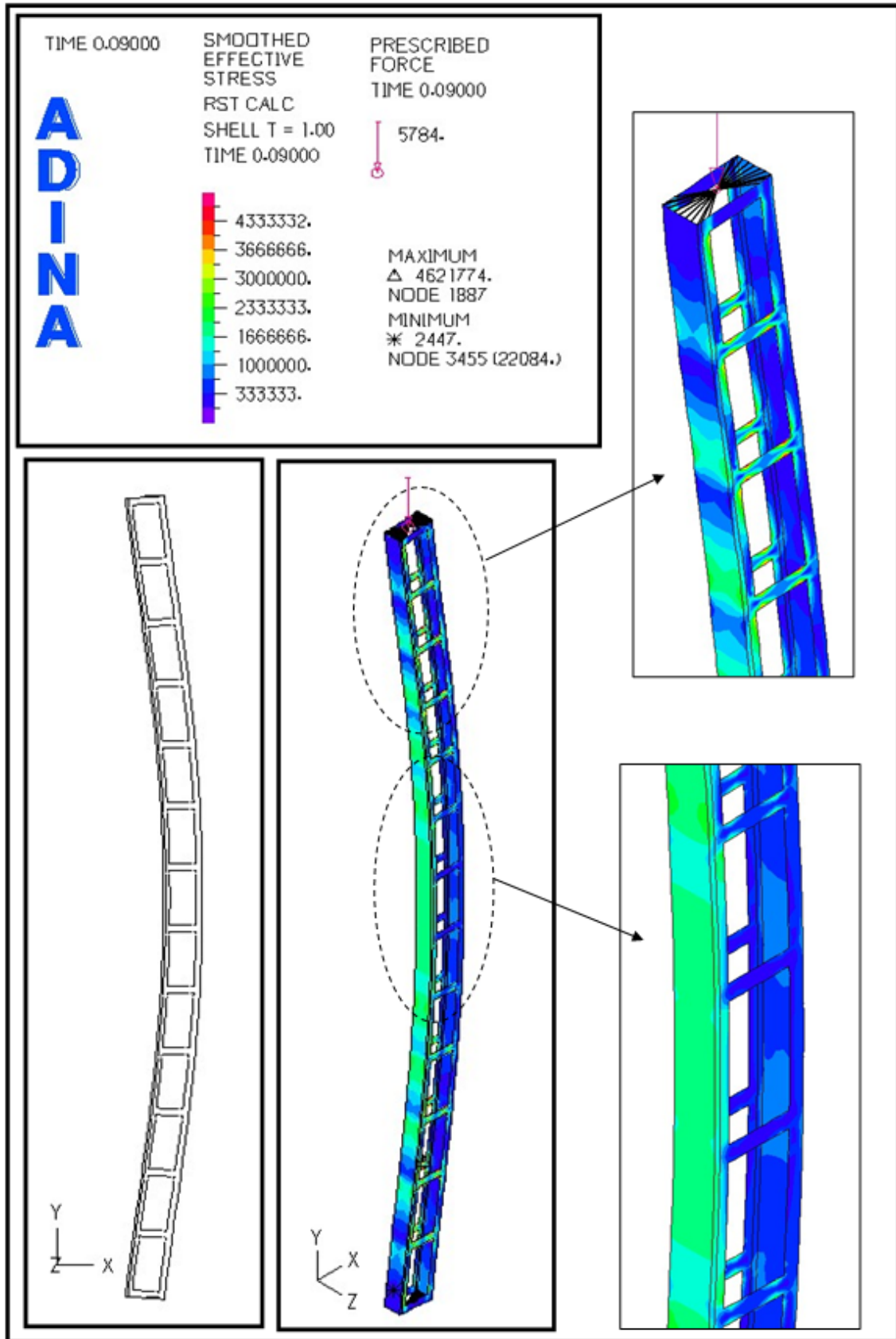
Σχήμα 5.30: Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού (LB)

5.3.2.2 Μη γραμμική ανάλυση θεωρώντας γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)

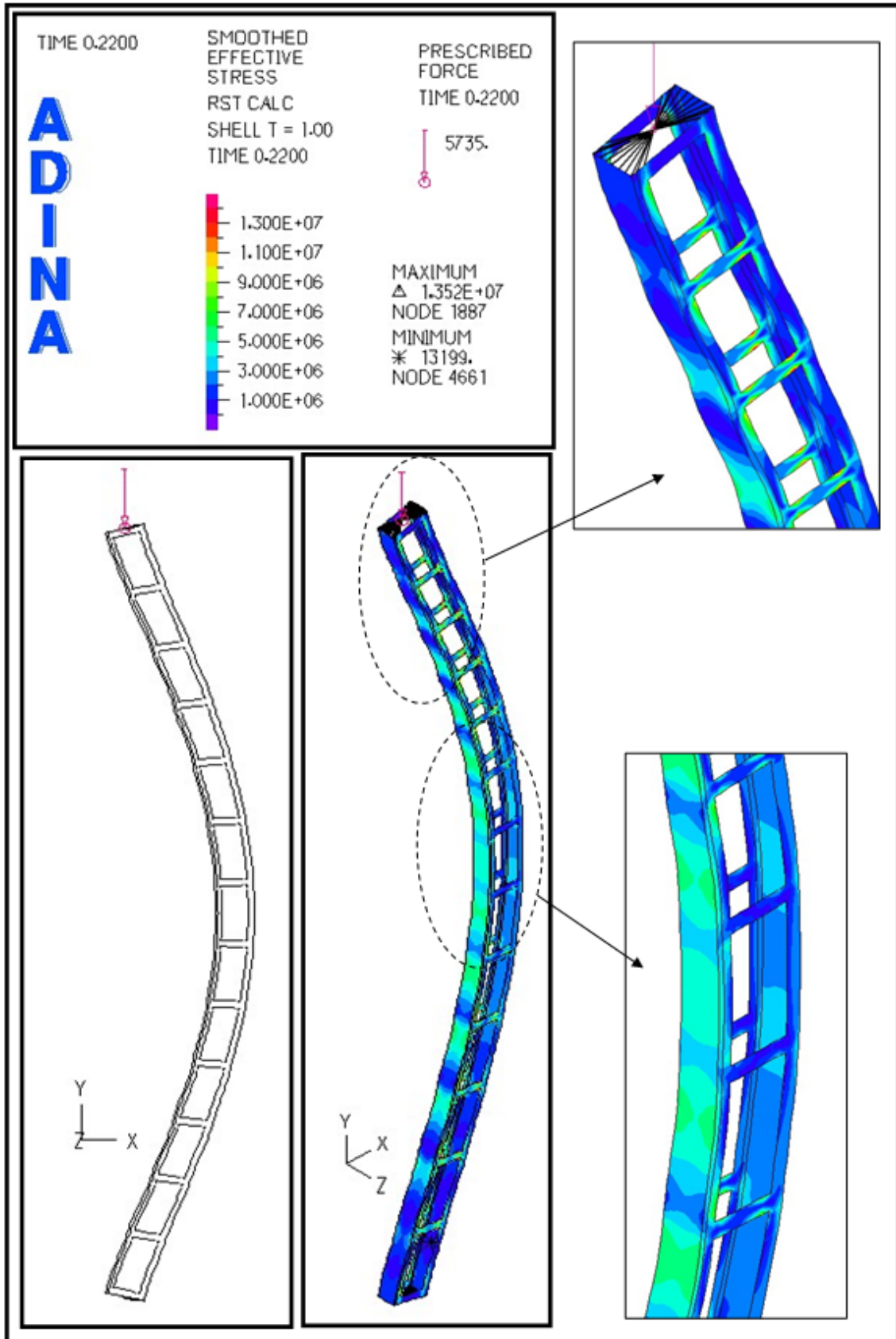
Η γραφική παράσταση του δρόμου ισορροπίας που προέκυψε από την μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλεια $e_0=2.5\text{cm}$ απεικονίζεται στο σχήμα 5.31. Για τα τρία χαρακτηριστικά σημεία του διαγράμματος (βήμα $9^\circ, 22^\circ$ και 29°) παρουσιάζουμε την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα καθώς και την κατανομή των τάσεων von Mises (σχ.5.32-5.34). Η μονάδα μέτρησης των αναγραφόμενων τάσεων είναι σε kN/m^2 . Στο 9° βήμα το διάγραμμα παρουσιάζει ένα μέγιστο, γνωστό και ως οριακό σημείο, πέραν του οποίου ο δρόμος ισορροπίας γίνεται καθοδικός. Δηλαδή στο 9° βήμα έχει εκδηλωθεί ελαστικός λυγισμός και η συνολική επιβαλλόμενη δύναμη είναι $F_{Rd}^{GNIA} = 5784\text{N}$.



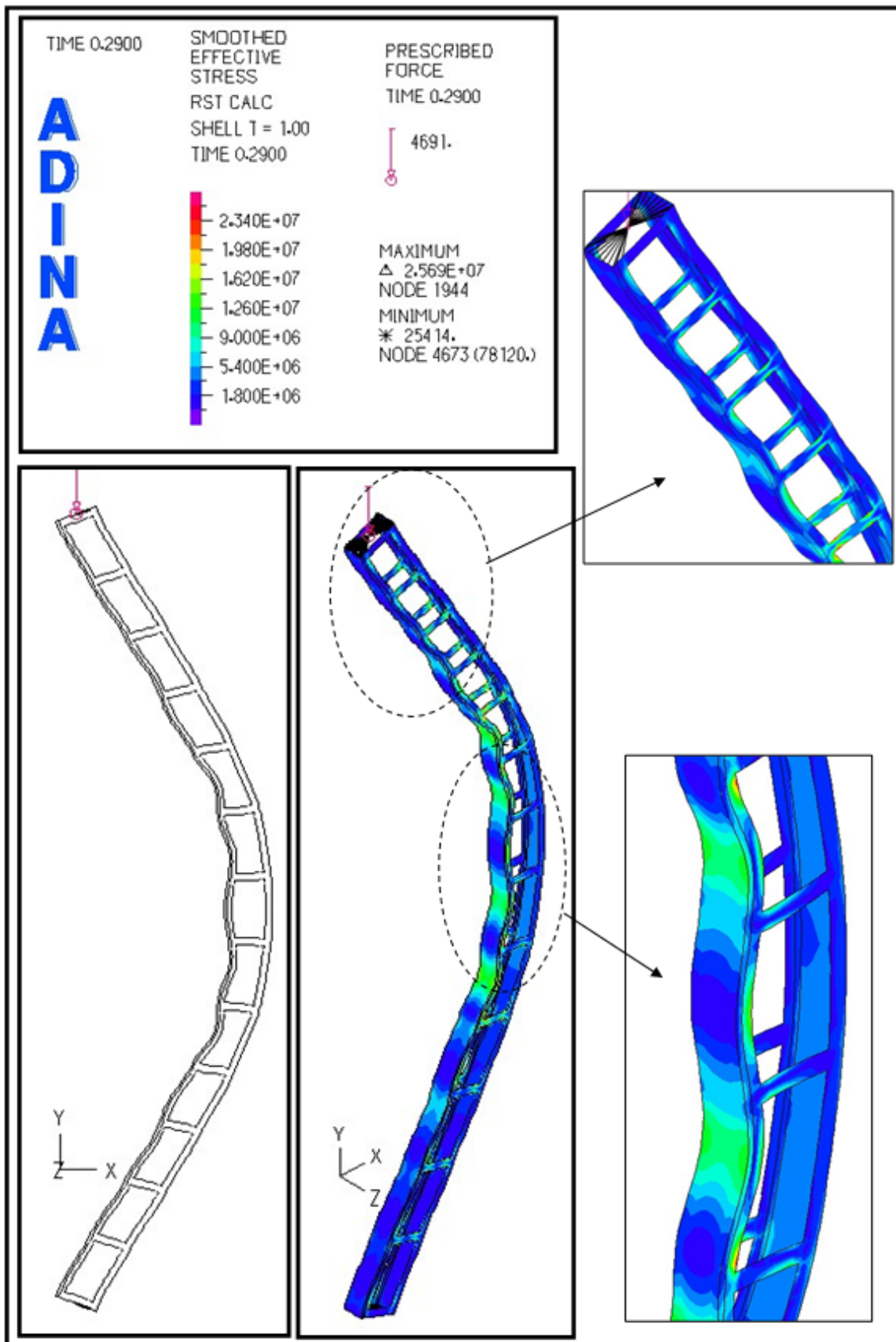
Σχήμα 5.31: Δρόμος ισορροπίας – γεωμετρική μη γραμμικότητα (GNIA)



Σχήμα 5.32: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 9° (GNIA)



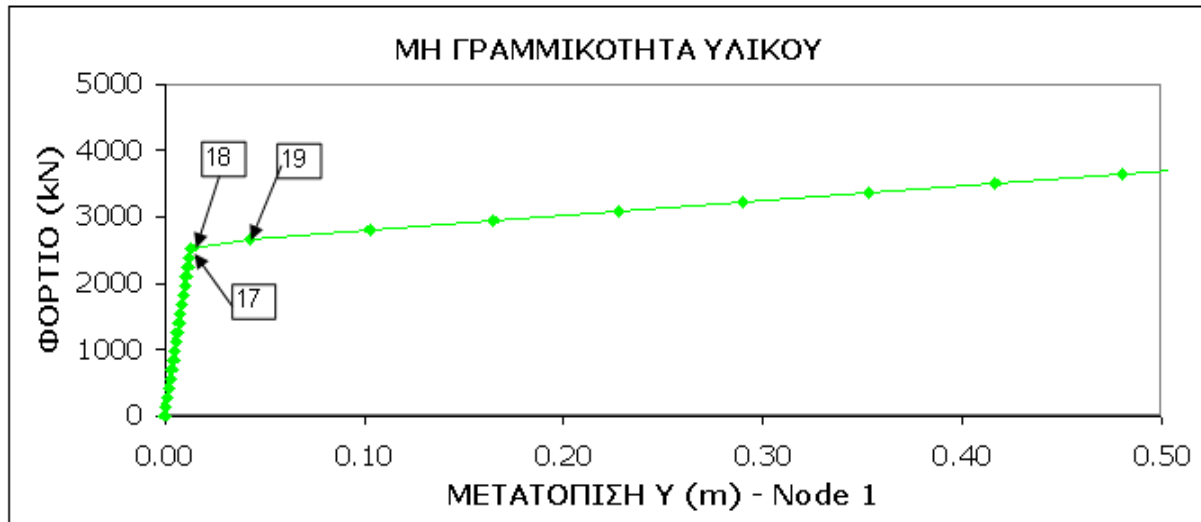
Σχήμα 5.33: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 22° (GNIA)



Σχήμα 5.34: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 29° (GNIA)

5.3.2.3 Μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού (MNA)

Αφού ορίσουμε διγραμμικό ελαστικό-πλαστικό υλικό στο φορέα, μικρές παραμορφώσεις και χωρίς ατέλειες προχωράμε στην μη γραμμική ανάλυση υλικού. Η ανάλυση έγινε με τη μέθοδο "Full Newton Method" και στο σχήμα 5.35 φαίνεται το διάγραμμα Φορτίου-Μετατόπισης του κόμβου Node 1.

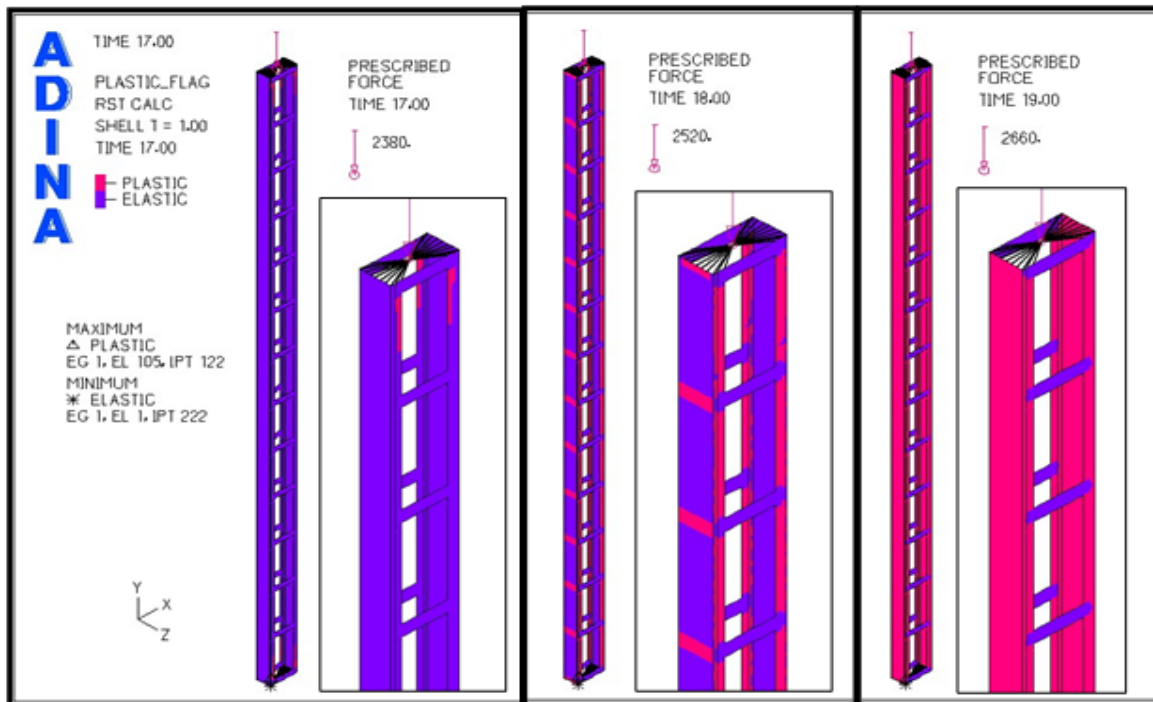


Σχήμα 5.35: Δρόμος ισορροπίας – μη γραμμικότητα υλικού (MNA)

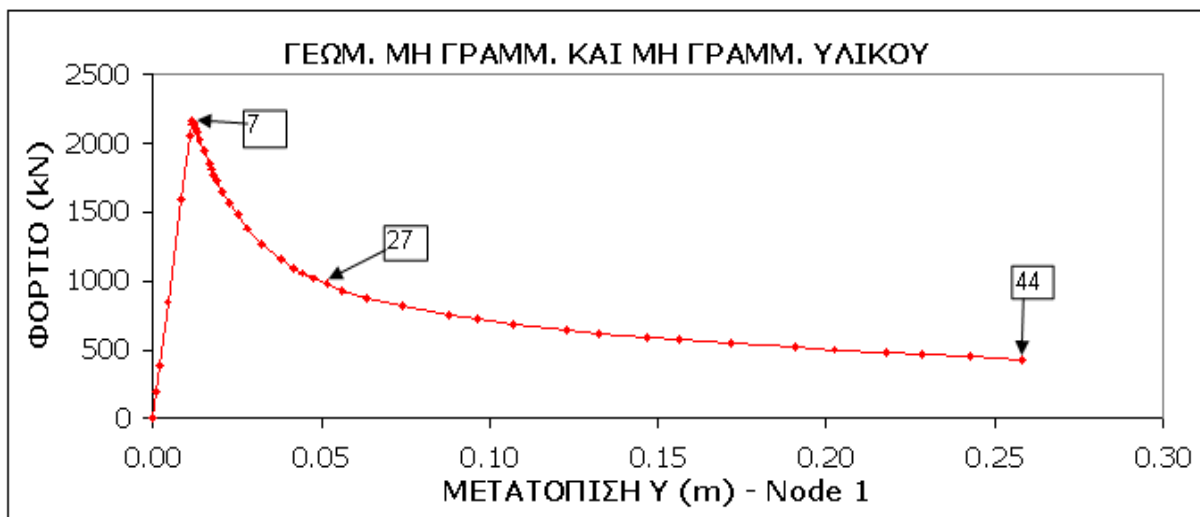
Στο σχήμα 5.36 παρουσιάζεται το κριτήριο διαρροής για τα χαρακτηριστικά σημεία (βήμα 17,18,19). Παρατηρούμε ότι η διαρροή ξεκινάει στο 18^ο βήμα για φορτίο $FEM2D N_{Rd}^{MNA} = 2520kN$.

5.3.2.4 Μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA)

Η πλέον αξιόπιστη μέθοδος ανάλυσης είναι η μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας (GMNIA) και χρησιμοποιείται ως μέτρο αποδοτικότητας των υπόλοιπων μεθόδων ανάλυσης. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε το διάγραμμα επιβαλλόμενου φορτίου – μετατόπισης (σχήμα 5.37) το οποίο αντιστοιχεί στον κόμβο Node 1 που έχουμε ορίσει ως κύλιση στο προσομοίωμα του φορέα στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA.

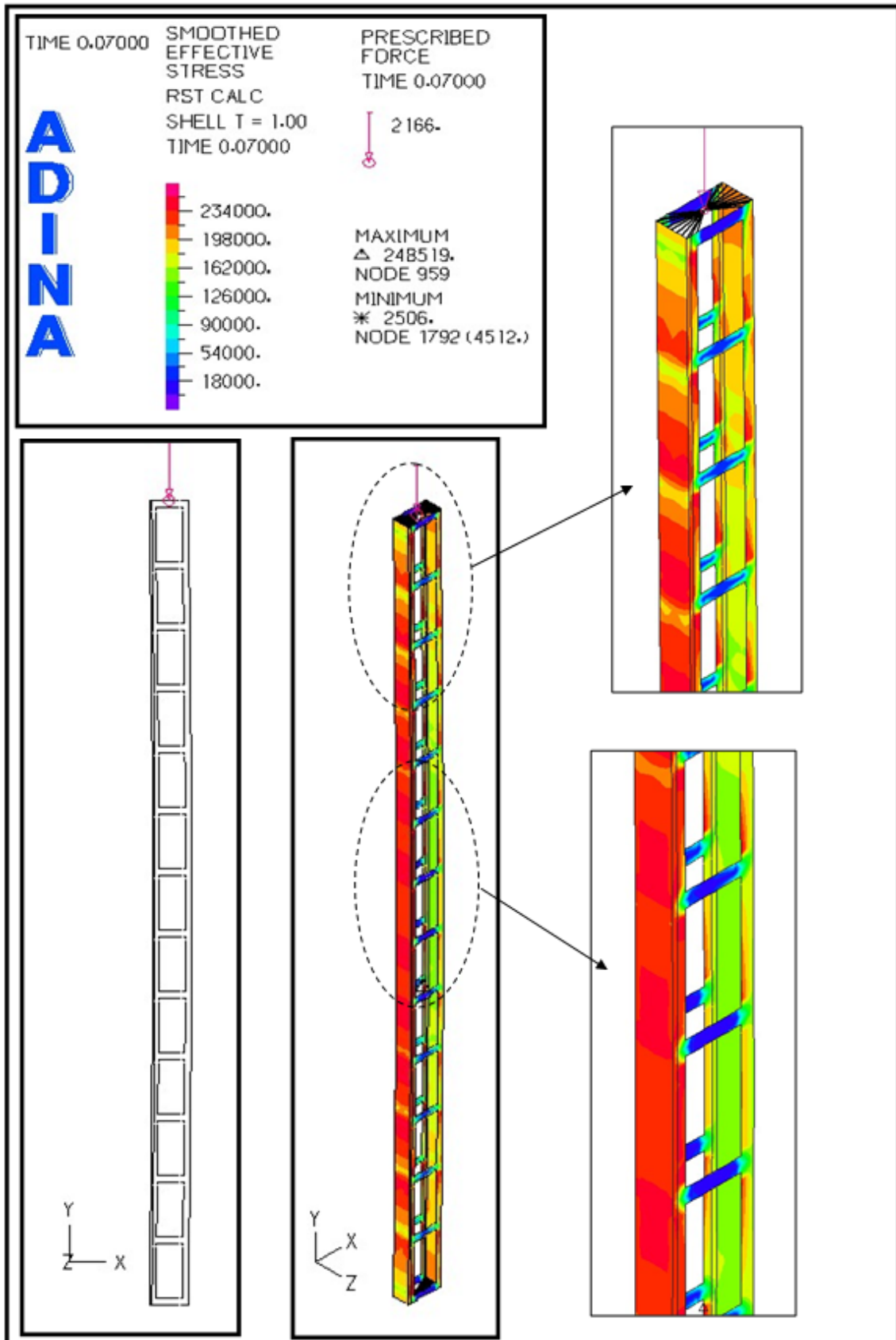


Σχήμα 5.36: Κριτήριο διαρροής - βήμα 17°, 18° και 19° (MNA)

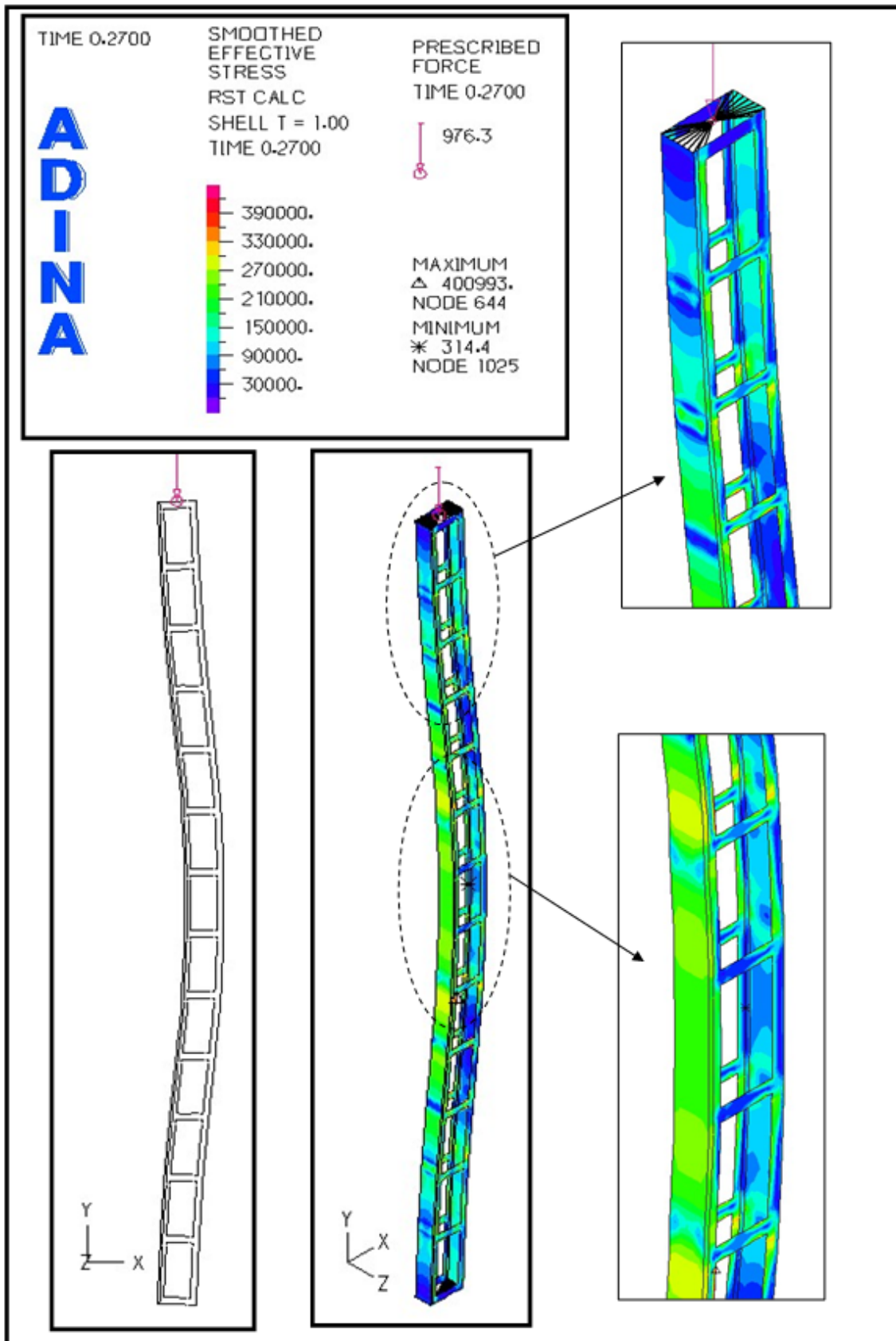


Σχήμα 5.37: Δρόμος ισορροπίας - γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNIA)

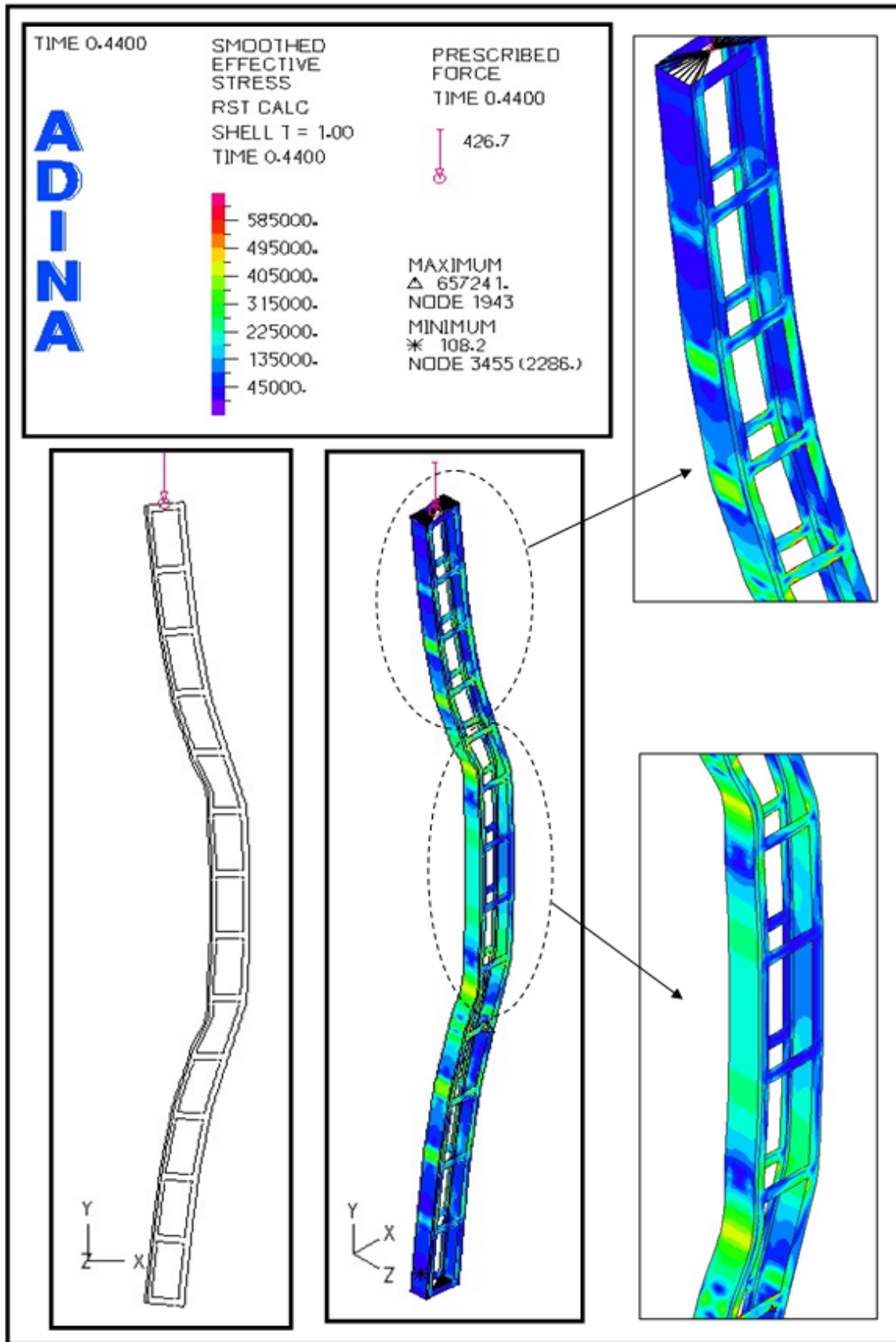
Στην παραπάνω γραφική παράσταση έχουμε επισημάνει 3 χαρακτηριστικά σημεία (βήμα 7, 27, και 44). Η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, η κατανομή των τάσεων von Mises και το κριτήριο διαρροής για τα χαρακτηριστικά σημεία φαίνονται στα σχήματα 5.38, 5.39, 5.40, και 5.41. Ο φορέας αστοχεί στο 7° βήμα για φορτίο $FEM2D N_{Rd}^{GMNIA} = 2166kN$ και από το σχήμα 5.39 μπορούμε να παρατηρήσουμε από την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα στο επίπεδο X-Y ότι έχει ήδη αρχίσει να λυγίζει τοπικά αλλά και καθολικά.



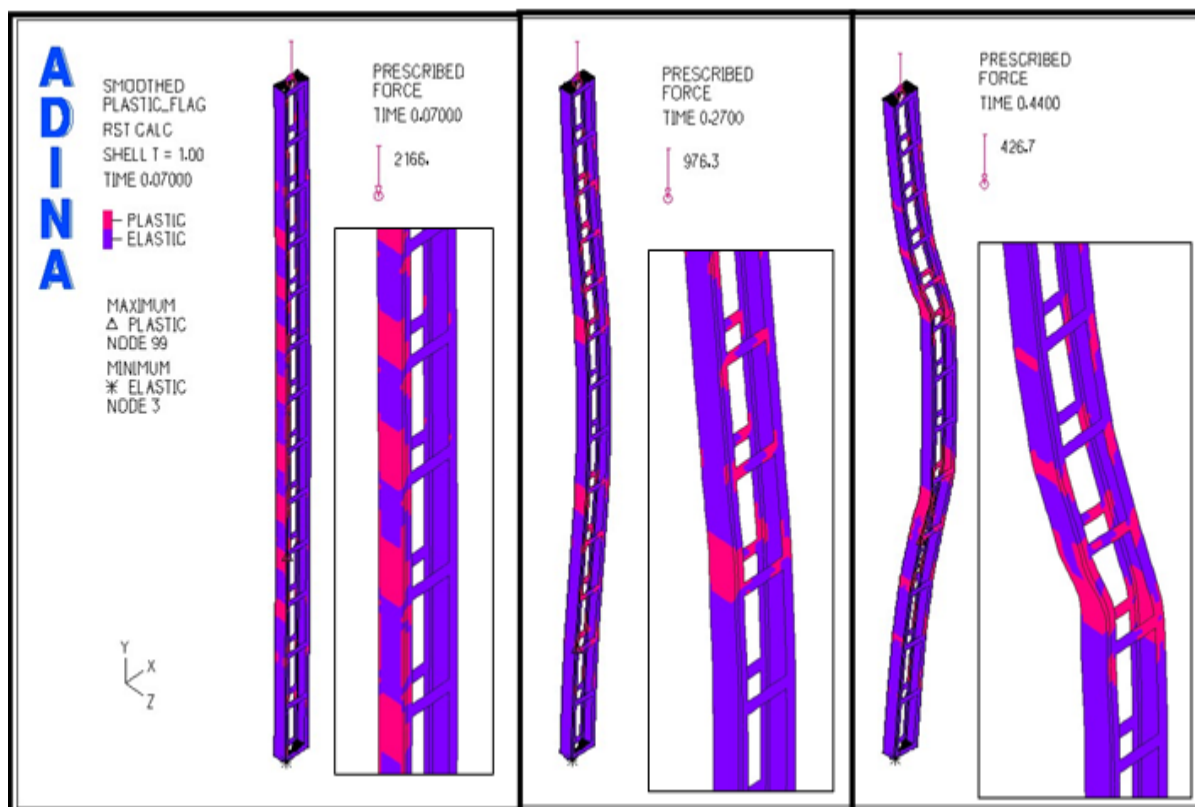
Σχήμα 5.38: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 7^ο (GMNIA)



Σχήμα 5.39: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 27° (GMNIA)



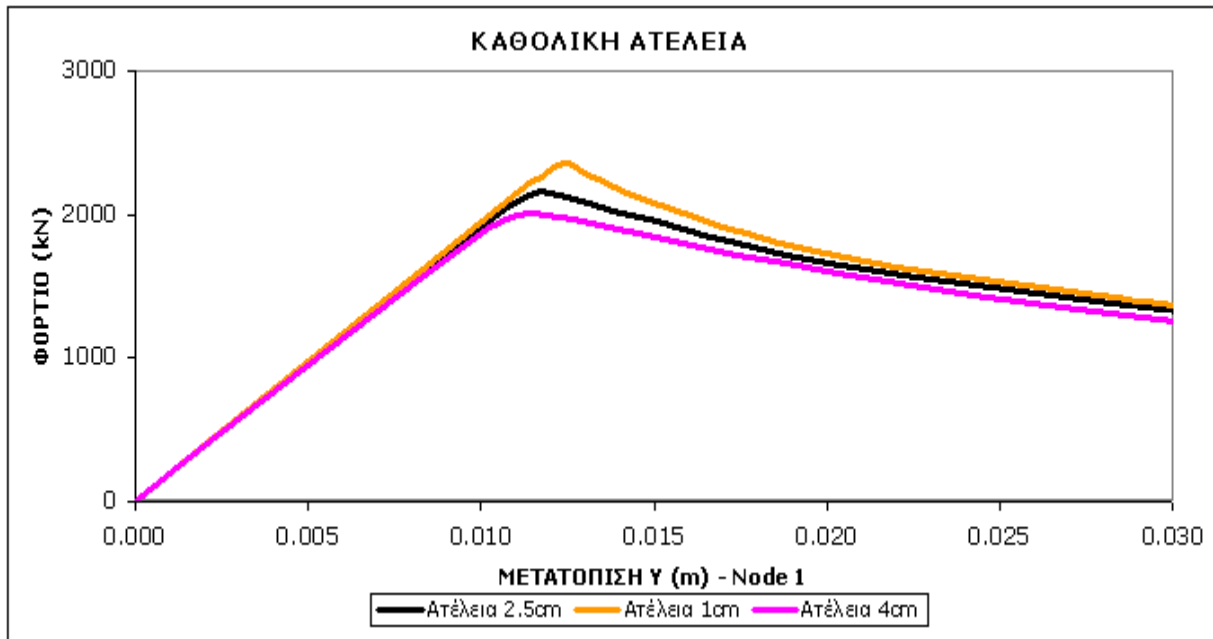
Σχήμα 5.40: Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα και τάσεις von Mises - βήμα 44° (GMNIA)



Σχήμα 5.41: Κριτήριο διαρροής - βήμα 7°, 27° και 44° (GMNIA)

5.3.2.5 Η επιρροή της ατέλειας

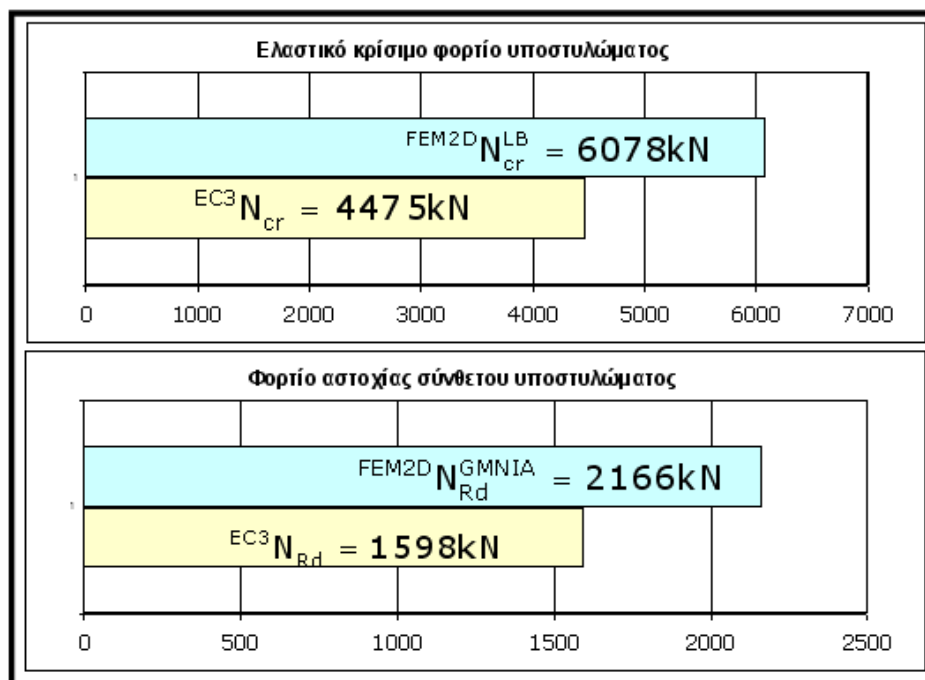
Όλοι οι πραγματικοί φορείς χαρακτηρίζονται από ατέλειες που μπορεί να οφείλονται είτε σε ανομοιογένεια, είτε σε αποκλίσεις από την ιδεατή γεωμετρία λόγω κατασκευαστικής ανακρίβειας (π.χ. απόκλιση μελών από την ευθυγραμμία ή από την κατακορυφότητα), είτε να είναι ατέλειες ως προς την εφαρμογή του φορτίου (π.χ. έκκεντρη φόρτιση). Η επίδραση των ατελειών στη μη γραμμική συμπεριφορά των κατασκευών εξαρτάται από το είδος του φορέα και τον κυρίαρχο μηχανισμό αστοχίας. Όπως είδαμε παραπάνω ο Ευρωκώδικας 3 συνιστά καθολική ατέλεια για αμφιαρθρωτό σύνθετο υποστύλωμα $e_0=L/500=2.5\text{cm}$. Αυτή την ατέλεια χρησιμοποιήσαμε στις αναλύσεις που προηγήθηκαν. Πραγματοποιήσαμε άλλες δύο αναλύσεις αλλάζοντας την καθολική ατέλεια και οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν απεικονίζονται στο σχήμα 5.42. (Στο συγκεκριμένο παράδειγμα δεν ορίσαμε τοπική ατέλεια καθώς όπως αποδείχτηκε στην παράγραφο 5.2, όπου είχαμε σύνθετο υποστύλωμα με κυρίαρχο μηχανισμό αστοχίας τον τοπικό λυγισμό, η τοπική ατέλεια δεν επηρεάζει τον δρόμο ισορροπίας των πλαισιωτών σύνθετων υποστυλωμάτων)



Σχήμα 5.42: Δρόμοι ισορροπίας για καθολική ατέλεια 2.5cm, 1cm και 4cm (GMNIA)

5.3.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA και Ευρωκώδικα 3.

Η σύγκριση του καθολικού ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού με επιρροή διατμητικών παραμορφώσεων καθώς και του φορτίου αστοχίας του φορέα, που προέκυψαν από την επίλυση του σύνθετου υποστυλώματος με βάση τον Ευρωκώδικα 3 και από την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία, παρουσιάζεται στον πίνακα 5.3.



Πίνακας 5.3

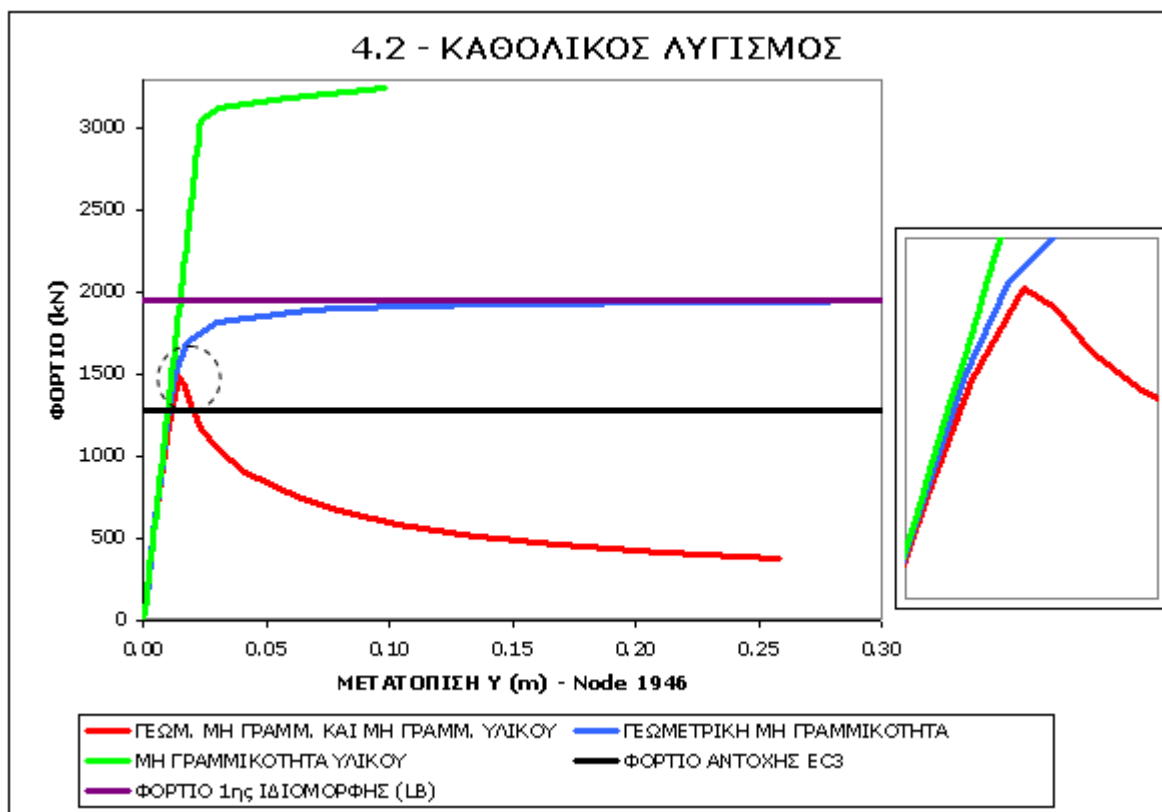
Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

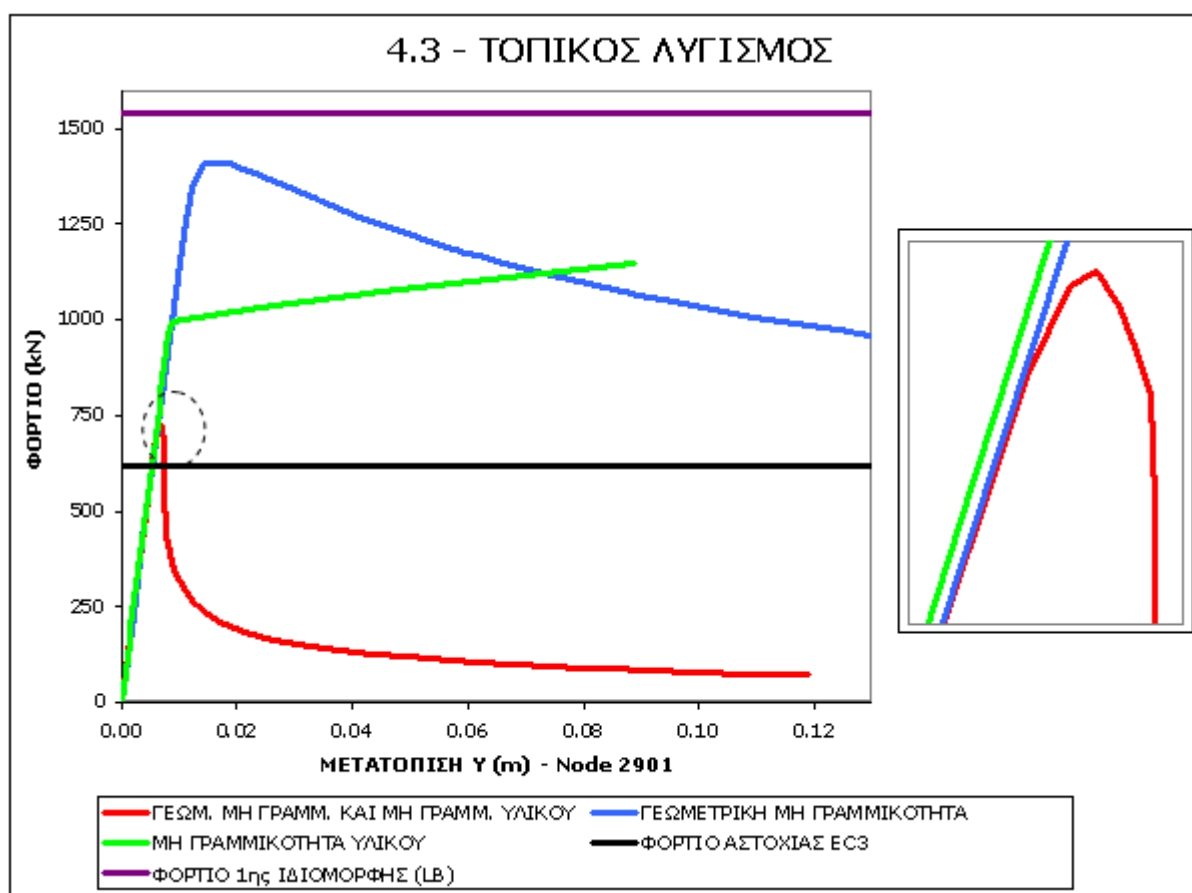
Στα διαγράμματα που ακολουθούν (σχήματα 6.1 ως 6.6) απεικονίζονται, για κάθε παράδειγμα που παρουσιάσαμε στα κεφάλαια 4 και 5, οι δρόμοι ισορροπίας που προέκυψαν από τις αναλύσεις (GNIA, MNA και GMNIA) με προσομοίωση επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (FEM2D) στο λογισμικό ADINA, το φορτίο αντοχής που υπολογίσαμε από την επίλυση με βάση τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, καθώς και το φορτίο της 1^{ης} ιδιομορφής από τις αναλύσεις Linearized Buckling (LB).

Για τις αναλύσεις γεωμετρικής μη γραμμικότητας μπορούν να γίνουν κάποιες ενδιαφέρουσες ποιοτικές παρατηρήσεις. Για τα παραδείγματα των παραγράφων 4.2 και 5.1, στα οποία το σύνθετο υποστύλωμα κινδυνεύει από αστοχία καθολικού λυγισμού, ο φορέας εμφανίζει πολύ σημαντική μείωση της δυσκαμψίας, και επομένως μεγάλη αύξηση μετατοπίσεων, για φορτία κοντά στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Παρατηρούμε ότι ο δρόμος ισορροπίας είναι συνεχώς ανοδικός και επομένως ο φορέας χαρακτηρίζεται από ευστάθεια. Η συμπεριφορά αυτή στην ανάλυση μη γραμμικότητας γεωμετρίας οφείλεται στο γεγονός ότι ο φορέας που λυγίζει μόνο καθολικά κρατάει τη συνολική του γεωμετρία παρά το βέλος που δημιουργείται μετά τον λυγισμό και έτσι συμπεριφέρεται σαν ένας συμπαγής φορέας.

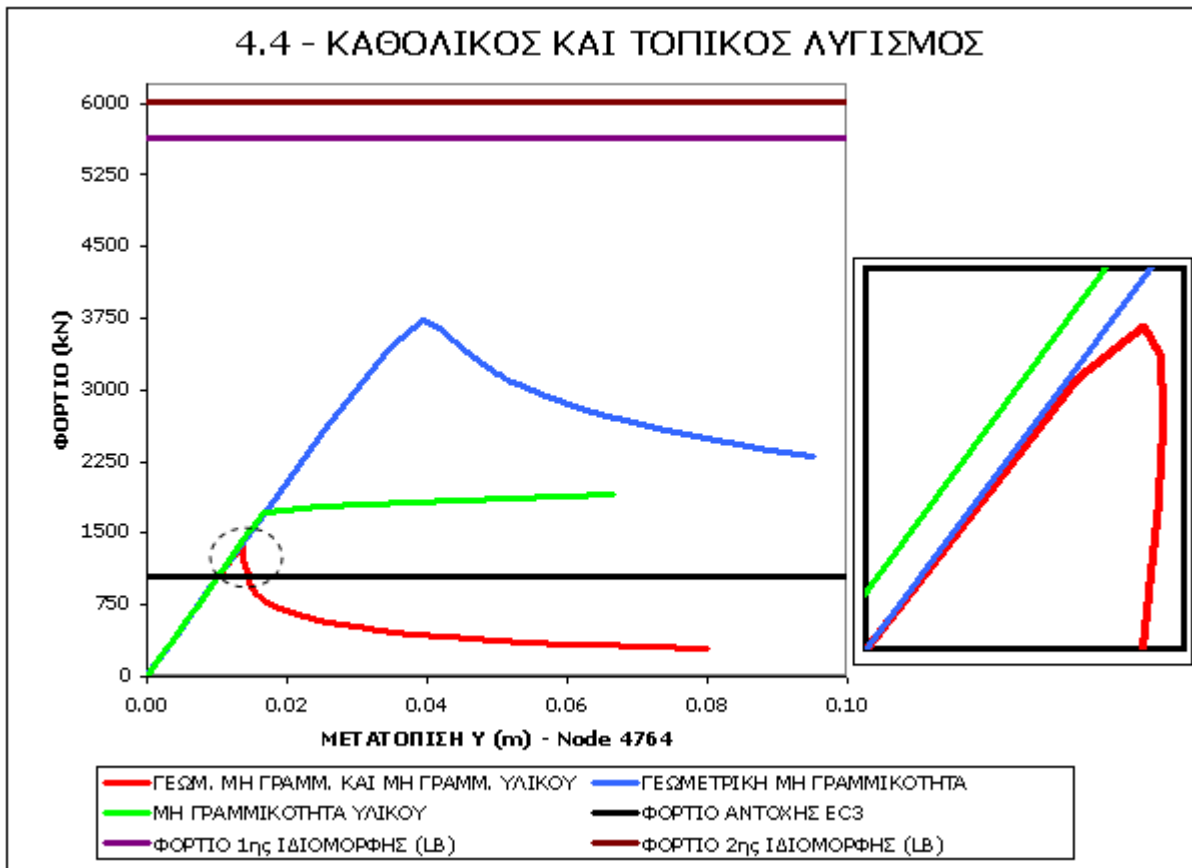
Αντίθετα για τα παραδείγματα των παραγράφων 4.3 και 5.2, όπου ο τοπικός λυγισμός είναι ο κρίσιμος μηχανισμός αστοχίας, και για τα σύνθετα υποστυλώματα των παραγράφων 4.4 και 5.3, όπου έχουμε αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας, οι φορείς χαρακτηρίζονται από αστάθεια καθώς και τα τέσσερα διαγράμματα γεωμετρικής μη γραμμικότητας παρουσιάζουν ένα μέγιστο, που είναι γνωστό ως οριακό σημείο, πέραν του οποίου ο δρόμος ισορροπίας γίνεται καθοδικός.



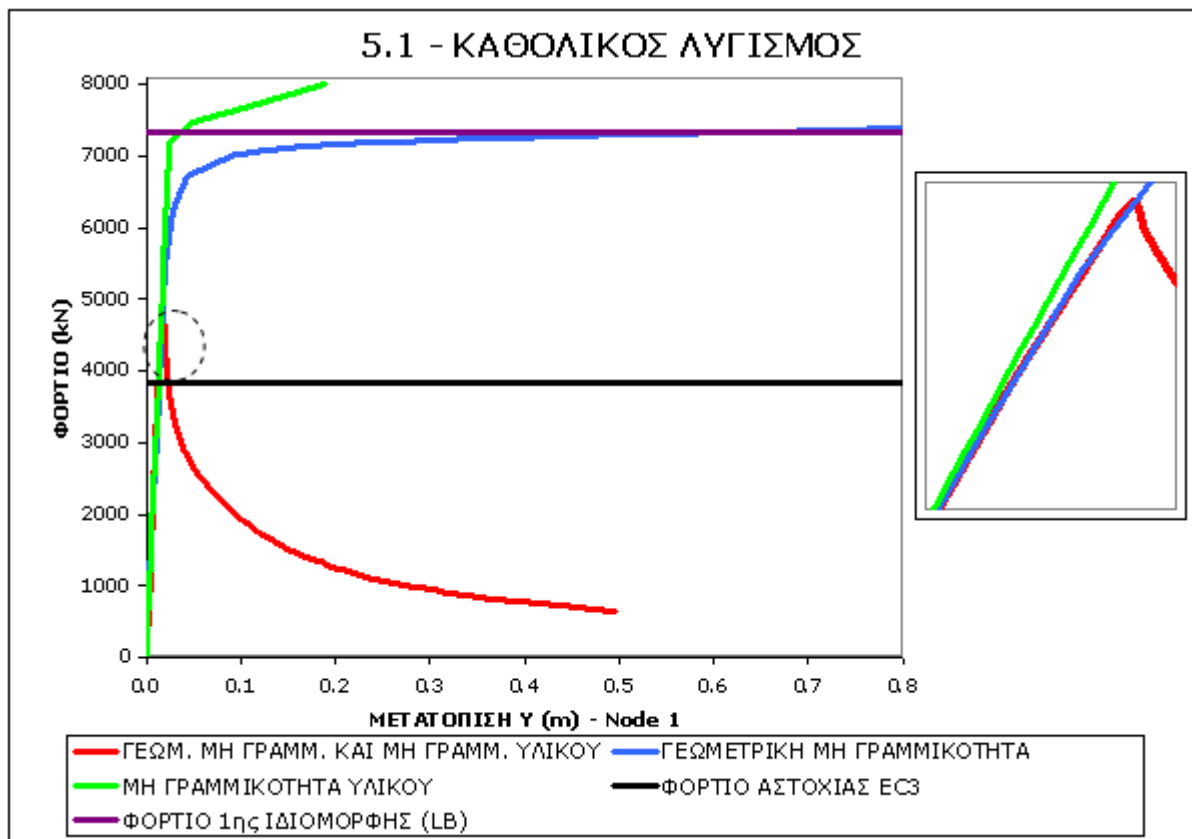
Σχήμα 6.1: Δρόμοι ισορροπίας σύνθ. υποστ. με ράβδους δικτύωσης (Παρ. 4.2)



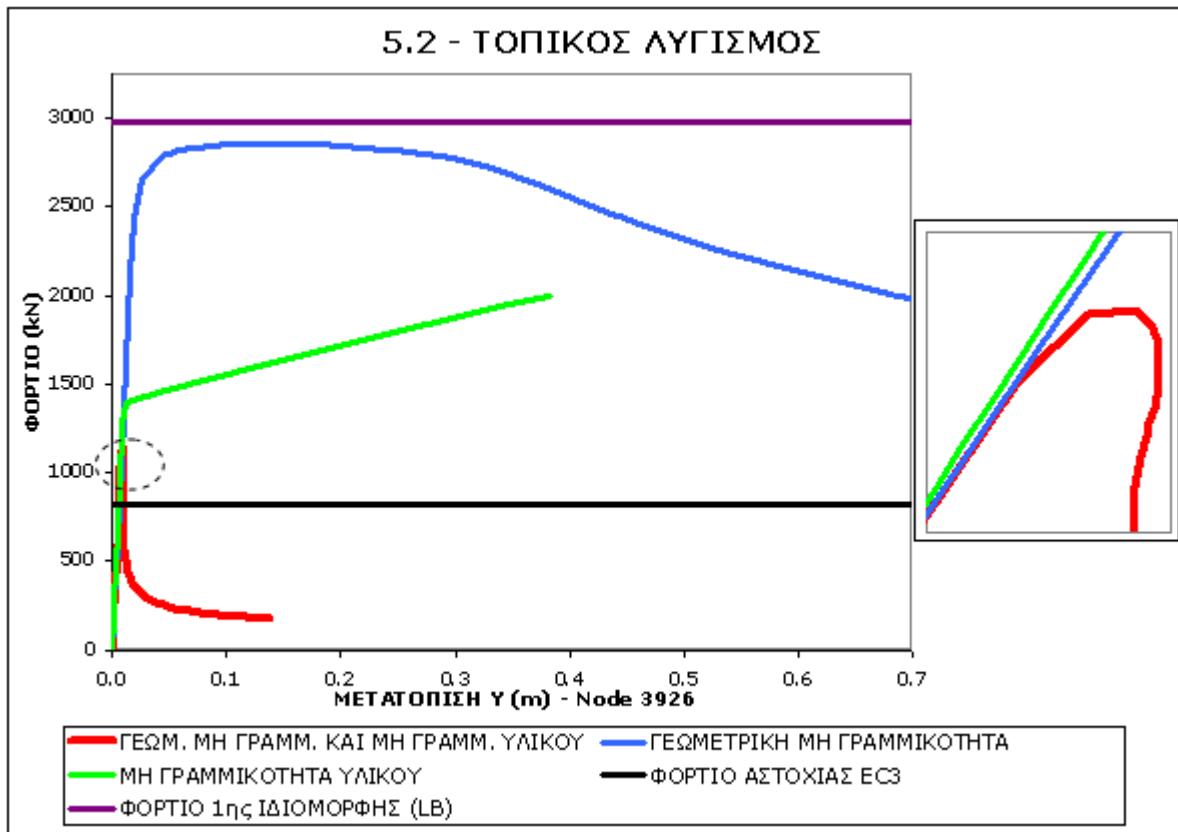
Σχήμα 6.2: Δρόμοι ισορροπίας σύνθ. υποστ. με ράβδους δικτύωσης (Παρ. 4.3)



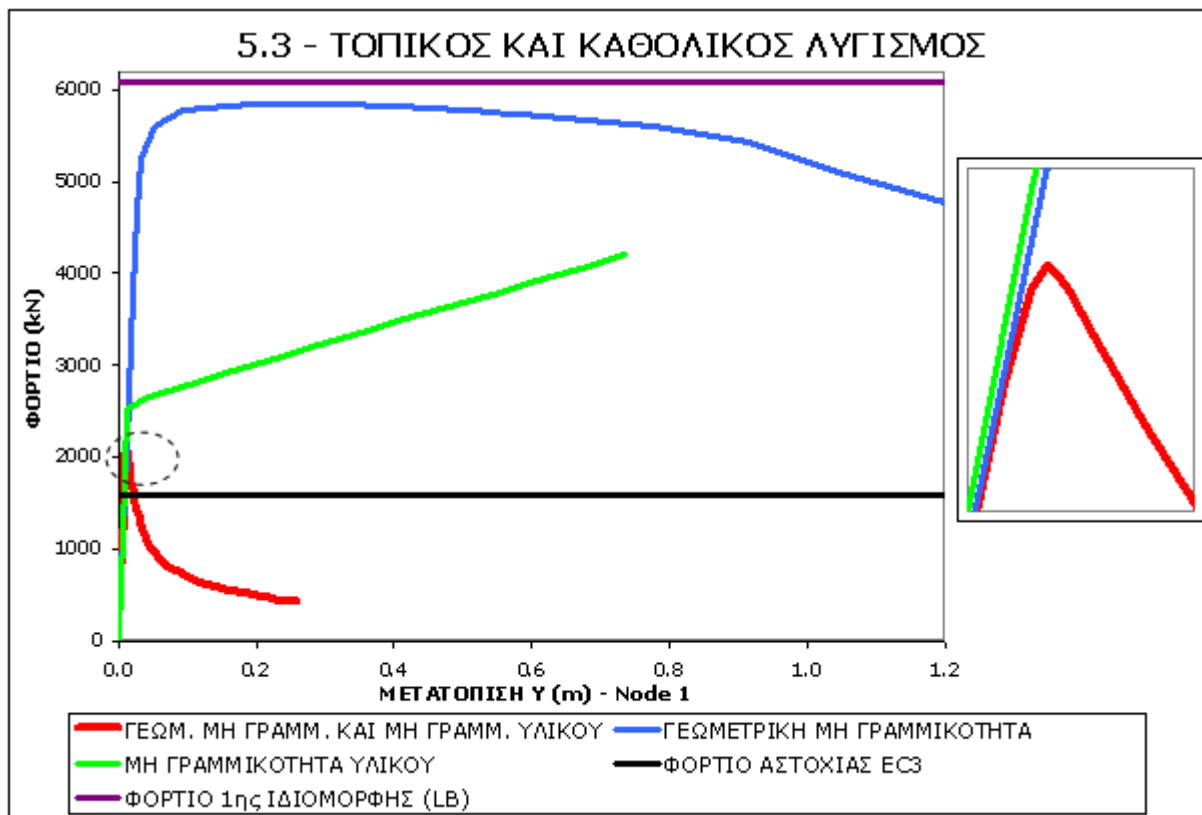
Σχήμα 6.3: Δρόμοι ισορροπίας σύνθ. υποστ. με ράβδους δικτύωσης (Παρ. 4.4)



Σχήμα 6.4: Δρόμοι ισορροπίας σύνθ. υποστ. με λεπίδες σύνδεσης (Παρ. 5.1)

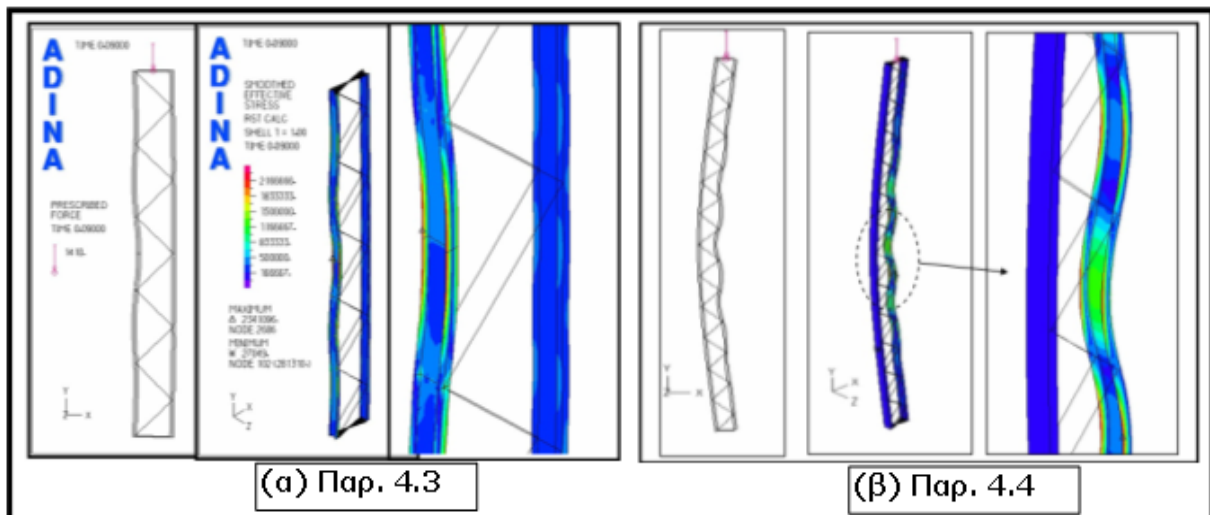


Σχήμα 6.5: Δρόμοι ισορροπίας σύνθ. υποστ. με λεπίδες σύνδεσης (Παρ. 5.2)

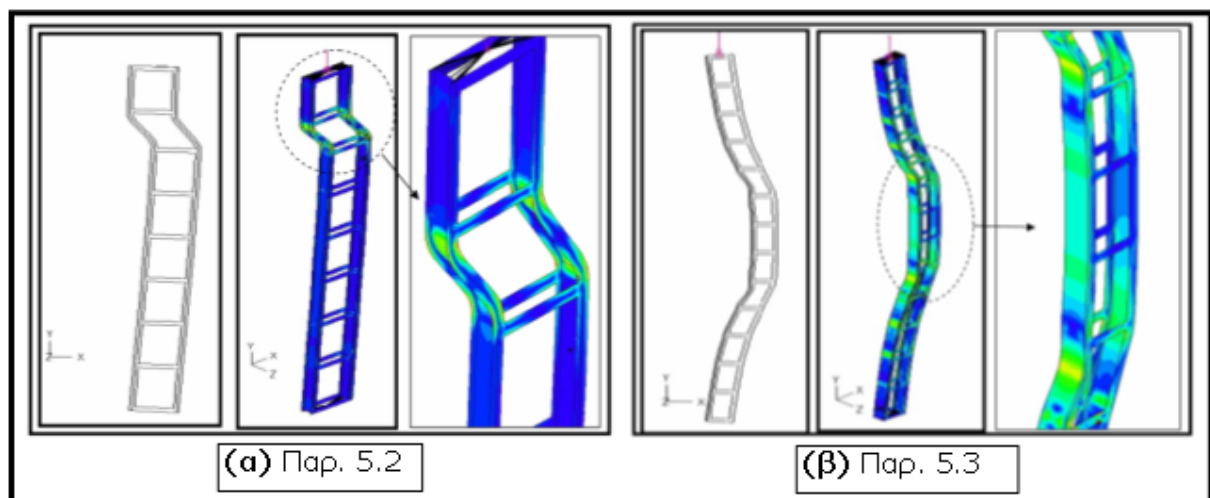


Σχήμα 6.6: Δρόμοι ισορροπίας σύνθ. υποστ. με λεπίδες σύνδεσης (Παρ. 5.3)

Παρατηρούμε όμως ότι η κλίση του μεταλυγισμικού καθοδικού κλάδου για τα δικτυωτά σύνθετα υποστυλώματα είναι πολύ πιο απότομη από την κλίση του δρόμου ισορροπίας των πολυμελών διατομών με λεπίδες σύνδεσης. Η διαφορά αυτή έγκειται στο γεγονός ότι στα δικτυωτά σύνθετα υποστυλώματα εμφανίζεται τοπικός λυγισμός τύπου Euler στο μεσαίο φάτνωμα και έτσι ουσιαστικά το ένα πέλμα της διατομής «σπάει» στα δύο (σχήμα 6.7). Αντίθετα στα σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης ο τοπικός λυγισμός είναι αποτέλεσμα της τέμνουσας και συμβαίνει είτε στο ακραίο φάτνωμα (σχήμα 6.8.α), στην περίπτωση που κρίσιμος μηχανισμός αστοχίας είναι ο τοπικός λυγισμός, είτε σε κάποιο ενδιάμεσο φάτνωμα (μεταξύ μεσαίου και ακραίου) όταν έχουμε αλληλεπίδραση τοπικού και καθολικού λυγισμού (σχήμα 6.8.β).



Σχήμα 6.7: (α) τοπικός λυγισμός και (β) αλληλεπίδραση τοπικού και καθολικού λυγισμού σε σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης



Σχήμα 6.7: (α) τοπικός λυγισμός και (β) αλληλεπίδραση τοπικού και καθολικού λυγισμού σε σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης

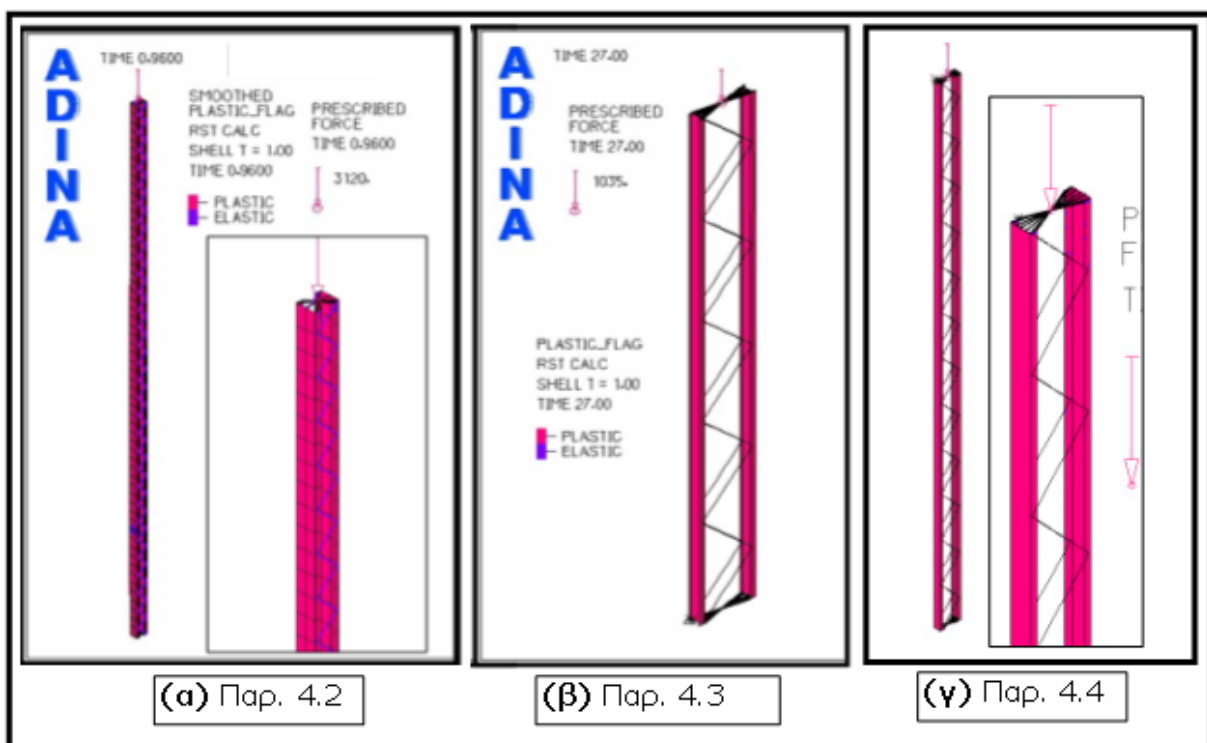
Ακόμη παρατηρούμε, από τις αναλύσεις γεωμετρικής μη γραμμικότητας, ότι για τα παραδείγματα 4.2, 4.3 και 5.1, 5.2, 5.3 ο αρχικός ευθύγραμμος ανοδικός κλάδος του δρόμου ισορροπίας εμφανίζει μεγάλη αύξηση μετατοπίσεων για φορτία κοντά στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού της πρώτης ιδιομορφής, όπως ήταν αναμενόμενο. Αντίθετα στο δικτυωτό υποστυλώμα της παραγράφου 4.4 ο λυγισμός συμβαίνει για φορτίο πολύ μικρότερο από το φορτίο της πρώτης ιδιομορφής (σχήμα 6.3). Η διαφορά αυτή οφείλεται στην αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας, (καθολικού και τοπικού λυγισμού). Όμως στο σύνθετο υποστυλώμα με λεπίδες σύνδεσης της παραγράφου 5.3, όπου έχουμε και εκεί αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας, δε συμβαίνει κάτι τέτοιο (σχήμα 6.6).

Αυτές οι ποιοτικές διαφορές που αναλύσαμε παραπάνω είναι χαρακτηριστικές του τρόπου σύνδεσης των πολυμελών διατομών. Οι ράβδοι δικτύωσης είναι αμφιαρθρωτές, επιτρέποντας έτσι στα πέλματα να στρέφονται ελεύθερα κατά την διεύθυνση Z από φάτνωμα σε φάτνωμα. Έτσι είναι δυνατό, λόγω της αναπτυσσόμενης θλίψης, να συμβεί τοπικός λυγισμός Euler του πέλματος στο μήκος του ενός φατνώματος. Ακόμη οι διαγώνιες θλιβόμενες ράβδοι δικτύωσης παραλαμβάνουν τις τέμνουσες δυνάμεις που δημιουργούνται από τα φαινόμενα 2^{ης} τάξης και έτσι δεν έχουμε κίνδυνο τοπικού λυγισμού του πέλματος λόγω τέμνουσας.

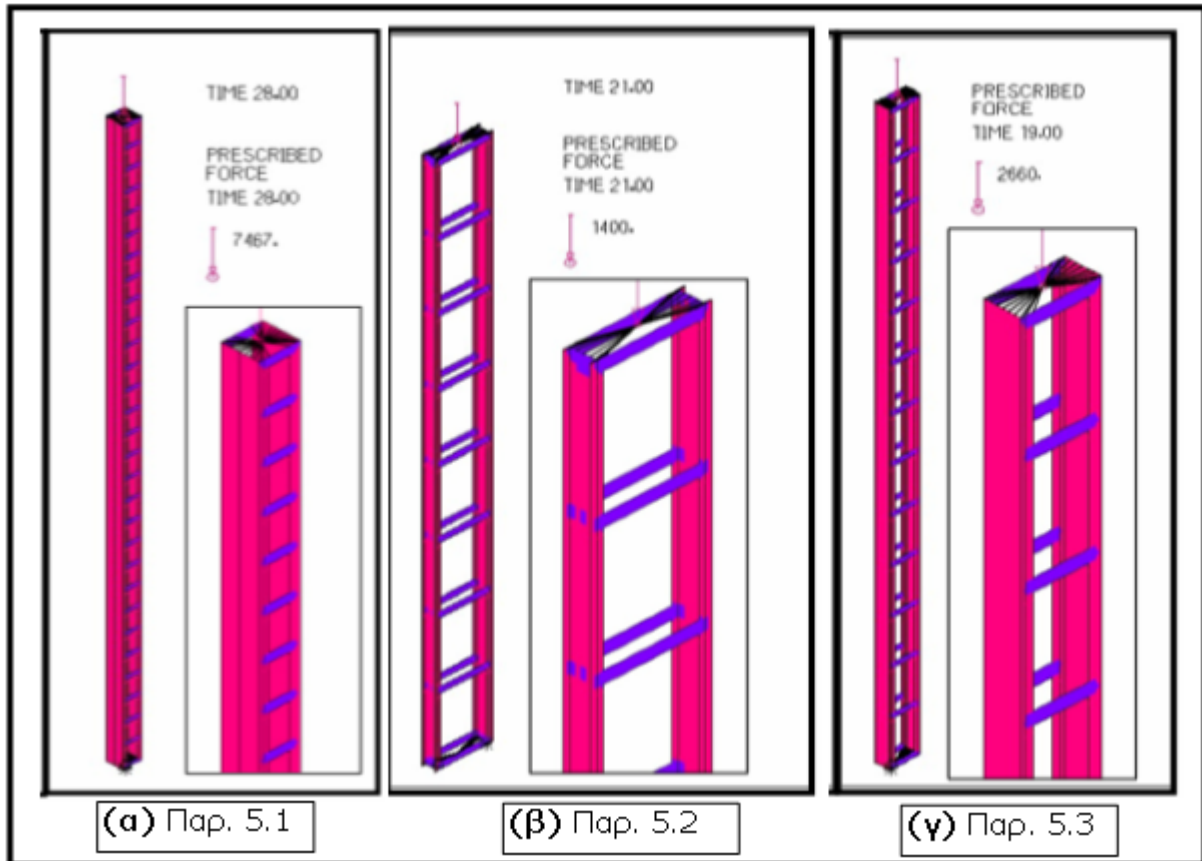
Αντίθετα οι λεπίδες σύνδεσης θεωρητικά είναι πακτωμένες πάνω στις διατομές των πελμάτων και έτσι δεν επιτρέπουν τον τοπικό λυγισμό Euler στο μήκος ενός φατνώματος. Όμως αδυνατούν να παραλάβουν τις τέμνουσες δυνάμεις που αναπτύσσονται από τα φαινόμενα 2^{ης} τάξης που προκαλεί ο καθολικός λυγισμός. Έτσι ουσιαστικά ο μηχανισμός αστοχίας στις λεπίδες σύνδεσης είναι ένας (ο καθολικός λυγισμός) και εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του σύνθετου υποστυλώματος αν θα αστοχήσει τοπικά ή καθολικά. Ανάλογα δηλαδή με τη γεωμετρία του φορέα καθίσταται κρίσιμος ο καθολικός ή ο τοπικός μηχανισμός αστοχίας. Για αυτό και στο παράδειγμα της παραγράφου 5.3 δεν βλέπουμε η αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας να ρίχνει το φορτίο λυγισμού, σε σχέση με το φορτίο της πρώτης ιδιομορφής, όπως συμβαίνει στα σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης (παράδειγμα 4.4).

Στις αναλύσεις μη γραμμικότητας υλικού οι πραγματοποιούμενες μετατοπίσεις όλων των σημείων του φορέα είναι πολύ μικρές, επομένως η γεωμετρία του φορέα στην παραμορφωμένη του κατάσταση μοιάζει πολύ με την αντίστοιχη απαραμόρφωτη, ώστε κατά τους υπολογισμούς να μπορεί να θεωρηθεί ότι αυτές οι δύο γεωμετρίες ταυτίζονται. Από τις μεγενθύνσεις των διαγραμμάτων (σχήματα 6.1 ως 6.6) παρατηρούμε, σε όλα τα παραδείγματα, ότι η κλίση του δρόμου ισορροπίας στον ανοδικό ευθύγραμμο κλάδο των αναλύσεων μη γραμμικότητας υλικού είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από την κλίση των άλλων δύο αναλύσεων (GNIA και GMNIA). Η διαφορά αυτή οφείλεται στην παραδοχή μικρών μετατοπίσεων.

Γενικά όλες οι αναλύσεις MNA έχουν ποιοτικά ίδιο δρόμο ισορροπίας και είναι παρόμοιος με το διάγραμμα τάσεων σ - ανοιγμένων παραμορφώσεων ϵ για θλίψη του υλικού. Ουσιαστικά, και στα 6 σύνθετα υποστυλώματα που αναλύσαμε, το φορτίο σχεδόν μοιράζεται στα δύο πέλματα και ο φορέας αστοχεί όταν διαρρεύσουν οι διατομές I ή U, δηλαδή για φορτίο σχεδόν διπλάσιο του φορτίου διαρροής του ενός πέλματος (σχήματα 6.8 και 6.9).



Σχήμα 6.8: Κριτήριο διαρροής από ανάλυση μη γραμμικότητας υλικού - σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης



Σχήμα 6.8: Κριτήριο διαρροής από ανάλυση μη γραμμικότητας υλικού - σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης

Η ανάλυση που μας δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα για την πραγματική συμπεριφορά του φορέα είναι η μη γραμμική ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας. Παρατηρούμε από τα διαγράμματα που παρουσιάσαμε στην αρχή του 6^{ου} κεφαλαίου (σχήματα 6.1-6.6) ότι και τα 6 σύνθετα υποστυλώματα εμφανίζουν παρόμοιο δρόμο ισορροπίας. Από την ύπαρξη των αρχικών ατελειών, που είναι αναπόφευκτο ότι θα υπάρχουν σε μία κατασκευή, ο φορέας αρχίζει να εμφανίζει μικρές παραμορφώσεις, καθολικά ή/και τοπικά, οι οποίες προκαλούν την εμφάνιση δυνάμεων και ροπών δεύτερης τάξης. Εξαιτίας των φαινομένων δεύτερης τάξης το ένα από τα δύο πέλματα (ανάλογα με τη διεύθυνση των ατελειών) θλίβεται και κάμπτεται περισσότερο. Έτσι στον ανοδικό κλάδο του δρόμου ισορροπίας καθώς μεγαλώνουν οι παραμορφώσεις, μεγαλώνουν και οι δυνάμεις και οι ροπές δεύτερης τάξης και κάποια στιγμή, πριν εκδηλωθεί πλήρως ο λυγισμός (βλέπε μεγενθύνσεις των διαγραμμάτων 6.1-6.6), οι τάσεις στο εκάστοτε δυσμενέστερο φάτνωμα ξεπερνάνε την τάση διαρροής του υλικού με αποτέλεσμα να αστοχεί το ένα πέλμα και άρα συνολικά το σύνθετο υποστυλώμα. Η αστοχία επομένως συμβαίνει από την αλληλεπίδραση του λυγισμού (καθολικός, τοπικός η συνδυασμός και των δύο) με τη διαρροή.

Ανεξάρτητα λοιπόν από το ποιος μηχανισμός αστοχίας είναι πιο κρίσιμος και στα 6 παραδείγματα έχουμε ανελαστικό λυγισμό με χαρακτηριστικά ψαθυρής αστοχίας. Από τη στιγμή που θα αστοχήσει το δυσμενέστερο φάτνωμα ο φορέας έχει ουσιαστικά καταρρεύσει (ακαριαίος λυγισμός) αφού ο δρόμος ισορροπίας είναι καθοδικός, δηλαδή το φορτίο που επιβάλλουμε για να αναπαραστήσουμε το μεταλυγισμικό κλάδο είναι μικρότερο από το φορτίο αστοχίας και δεν υπάρχει άλλο σημείο στο οποίο να μπορέσει να ισορροπήσει ο φορέας με φορτίο μεγαλύτερο ή ίσο με το φορτίο αστοχίας. Επομένως έχουμε αιφνίδια κατάρρευση του σύνθετου υποστυλώματος.

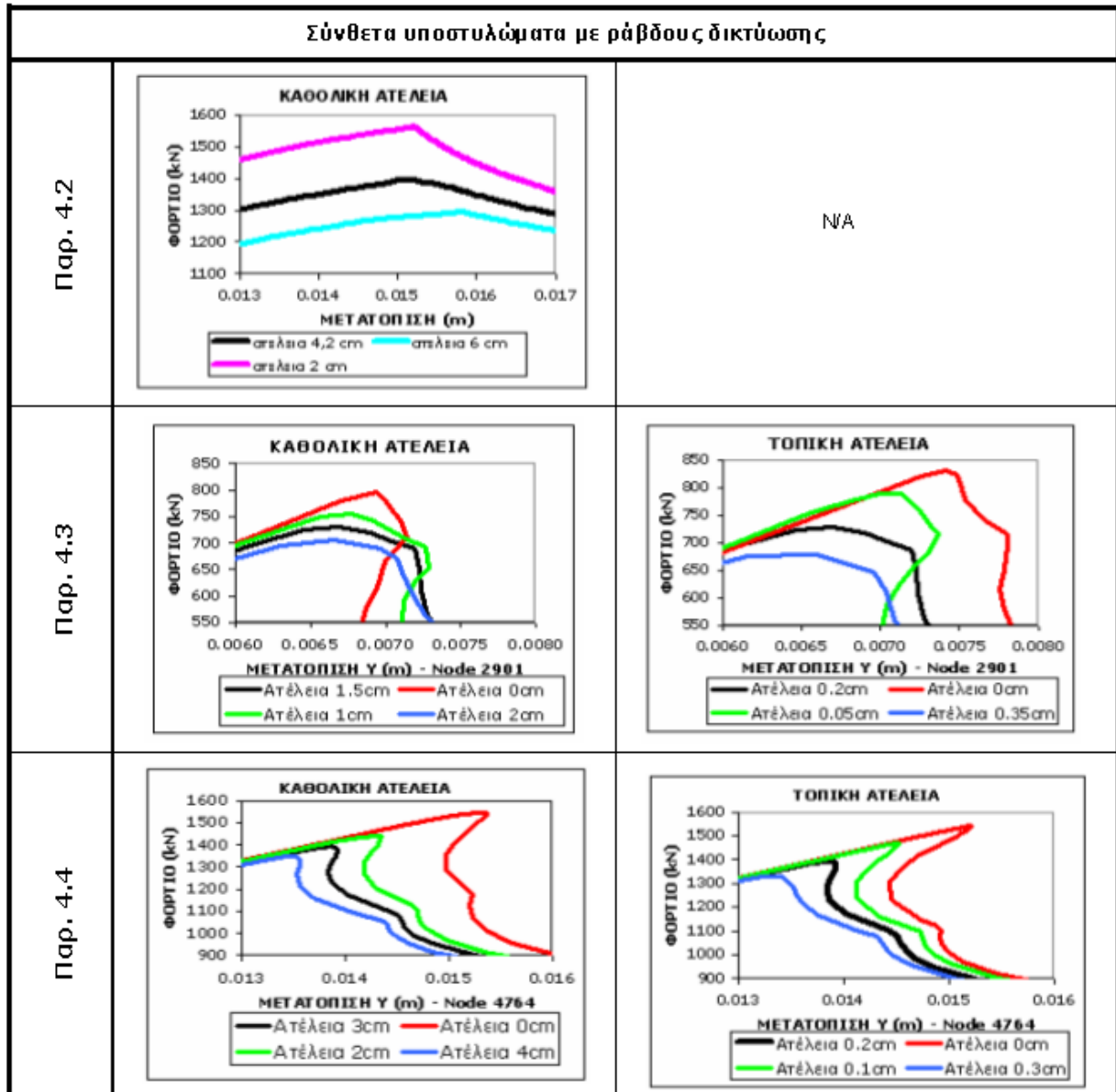
Στον παρακάτω πίνακα 6.1 παρουσιάζουμε για κάθε σύνθετο υποστύλωμα το φορτίο αντοχής που υπολογίσαμε από τον κανονισμό του Ευρωκώδικα 3 καθώς και τα φορτία αντοχής που προέκυψαν από τις μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού.

Σύνθετο υποστύλωμα:	Με ράβδους δικτύωσης			Με λεπίδες σύνδεσης		
	4.2	4.3	4.4	5.1	5.2	5.3
Φορτίο αντοχής EC3 (kN)	1285	619	1037	3847	822	1588
Φορτίο αντοχής από ανάλυση GMNIA (kN)	1488	729.9	1396	4953	1134	2166
Διαφορά (kN)	203	110.9	359	1106	312	578
Ποσοστό (%)	13.6	15.2	25.7	22.3	27.5	26.7

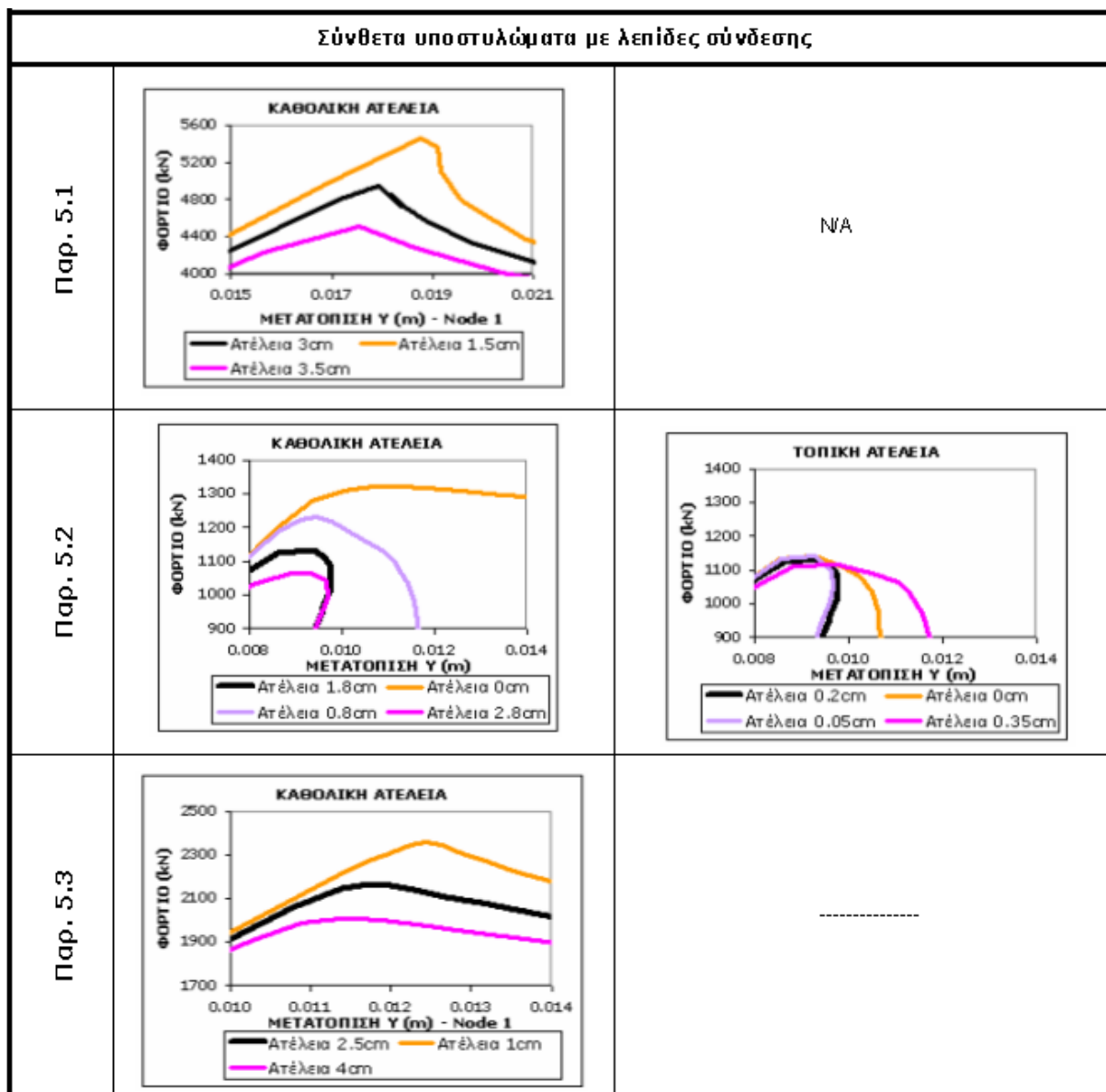
Πίνακας 6.1

Γενικά ήταν αναμενόμενο ότι στις αναλύσεις μας θα βρίσκαμε μεγαλύτερο φορτίο λόγω των απλοποιήσεων που κάνει ο κανονισμός (υπέρ της ασφαλείας). Παρατηρούμε ότι η διαφορά στο φορτίο κυμαίνεται για τα δικτυωτά σύνθετα υποστυλώματα από 13.6% ως 25.7% ενώ για τα σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης από 22.3% ως 27.5%. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα ο κανονισμός του Ευρωκώδικα 3 είναι αρκετά συντηρητικός ώστε το φορτίο αντοχής που υπολογίζουμε να είναι αισθητά μικρότερο από το φορτίο αστοχίας που θα συμβεί στη πραγματικότητα. Φυσικά όταν η αστοχία συνεπάγεται και κατάρρευση ο κανονισμός οφείλει να είναι συντηρητικός.

Ακόμη για κάθε παράδειγμα πραγματοποιήσαμε αναλύσεις μη γραμμικότητας υλικού και γεωμετρίας αλλάζοντας τις ατέλειες (τοπική στο μήκος του ενός φατνώματος και καθολική στο ύψος του υποστυλώματος) με σκοπό να δούμε την επιρροή των ατελειών στους δρόμους ισορροπίας και στον τρόπο και το φορτίο αστοχίας. Στα σχήματα 6.9 και 6.10 παρουσιάζουμε τις μεγεθύνσεις, κοντά στο σημείο αστοχίας, των δρόμων ισορροπίας που προέκυψαν.



Σχήμα 6.9: Δρόμοι ισορροπίας σύνθ. υπόστ. με ράβδους δικτύωσης (GMNIA) – επιρροή της ατέλειας



Σχήμα 6.9: Δρόμοι ισορροπίας σύνθ. υποστ. με λεπίδες σύνδεσης (GMNIA) – επιρροή της ατέλειας

Γενικά όπως ήταν αναμενόμενο για μεγαλύτερη ατέλεια το φορτίο αντοχής του σύνθετου υποστυλώματος μειώνεται. Στα σύνθετα υποστυλώματα με ράβδους δικτύωσης παρατηρούμε ότι όταν έχουμε κίνδυνο αστοχίας καθολικού λυγισμού η καθολική ατέλεια παίζει τον καθοριστικό ρόλο. Όταν το υποστυλώμα κινδυνεύει από τοπικό λυγισμό η επιρροή της καθολικής ατέλειας στο φορτίο αστοχίας είναι ελάχιστη ενώ η τοπική ατέλεια έχει πολύ μεγάλη επίδραση στο δρόμο ισορροπίας. Τέλος στο ραβδωτό σύνθετο υποστυλώμα που έχουμε αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας και οι δύο ατέλειες επηρεάζουν εξίσου το φορτίο αντοχής. Αντίθετα όπως φαίνεται από τα διαγράμματα του σχήματος 6.10 στα σύνθετα υποστυλώματα με λεπίδες σύνδεσης καθοριστικό ρόλο σε κάθε περίπτωση παίζει η καθολική ατέλεια ενώ η τοπική ατέλεια έχει ελάχιστη επίδραση

ακόμη και στο παράδειγμα που κρίσιμος μηχανισμός αστοχίας είναι ο τοπικός λυγισμός. Η αντίθεση αυτή καταδεικνύει την διαφορά στην συμπεριφορά των δύο τρόπων δικτύωσης που αναλύσαμε παραπάνω.

Συμπερασματικά, για τα σύνθετα υποστυλώματα, η μόνη ανάλυση που μπορεί να μας δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα για το φορτίο αντοχής αλλά και για την συμπεριφορά του φορέα είναι η μη γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας. Η μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση γεωμετρικής μη γραμμικότητας μπορεί να μας δώσει κάποια στοιχεία για τη συμπεριφορά του φορέα. Τέλος η μη γραμμική ανάλυση υλικού σε τέτοιους φορείς, που γενικά έχουν κίνδυνο αστοχίας λυγισμού, δεν είναι καθόλου αποδοτική.

Ακόμη, παρόλο που η μη γραμμική ανάλυση με θεώρηση μη γραμμικότητας υλικού και γεωμετρίας μπορεί να είναι πάρα πολύ χρονοβόρα για σύνθετους φορείς, όπως είναι τα υποστυλώματα πολυμελούς διατομής, είναι προτιμότερο σε κατασκευές που έχουμε πολλά σύνθετα υποστυλώματα να κάνουμε τη διαστασιολόγηση με βάση την επίλυση με πεπερασμένα στοιχεία καθώς μπορούμε να εξοικονομήσουμε πολύ υλικό και κατ' επέκταση να μειώσουμε αρκετά το κόστος κατασκευής.

Επεξηγηματικά Σύμβολα

E	μέτρο ελαστικότητας δομικού χάλυβα
f_y	χαρακτηριστική τάση διαρροής δομικού χάλυβα
ν	συντελεστής Poisson δομικού χάλυβα
ϵ	μειωτικός συντελεστής
L	συνολικό μήκος υποστυλώματος
h_0	οριζόντια απόσταση κέντρου βάρους κατακόρυφων στοιχείων (πελμάτων)
m	αριθμός πελμάτων πολυμελούς διατομής
A	συνολικό εμβαδόν διατομής υποστυλώματος
I_{eff}	ισοδύναμη ροπή αδρανείας υποστυλώματος
μ	βοηθητικός συντελεστής υπολογισμού της I_{eff}
λ	λυγηρότητα υποστυλώματος
a	μήκος φατνώματος στο πέλμα σχηματιζόμενο από τη σύνδεση
n	αριθμός φατνωμάτων
ϕ	γωνία δικτύωσης
e_0	μέγιστο βέλος ατέλειας
ψ	συντελεστής ατελειών
A_{ch}	εμβαδόν διατομής ενός πέλματος
$I_{ch,z}$	ροπή αδρανείας διατομής πέλματος εντός επιπέδου (ασθενής άξονας)
$i_{ch,z}$	ακτίνα αδρανείας διατομής πέλματος εντός επιπέδου (ασθενής άξονας)
$W_{ch,el,z}$	ελαστική ροπή αντίστασης διατομής πέλματος εντός επιπέδου
$W_{ch,pl,z}$	πλαστική ροπή αντίστασης διατομής πέλματος εντός επιπέδου
λ_{ch}	λυγηρότητα πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
$\lambda_{ch,1}$	οριακή λυγηρότητα πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
λ_{ch}	ανηγμένη λυγηρότητα πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
Φ_{ch}	βοηθητικός συντελεστής λυγισμού πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
χ_{ch}	μειωτικός συντελεστής λυγισμού πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
a_{ch}	συντελεστής ατελειών πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
$e_{ch,0}$	μέγιστο εύρος τοπικής ατέλειας πέλματος
A_d	εμβαδόν διατομής ράβδου δικτύωσης
d	μήκος διαγώνιας ράβδου δικτύωσης
$I_{d,min}$	ελάχιστη ροπή αδρανείας διατομής ράβδου

$I_{d,min}$	ελάχιστη ακτίνα αδρανείας διατομής ράβδου
λ_d	λυγηρότητα ράβδου
$\lambda_{d,1}$	οριακή λυγηρότητα ράβδου
λ_d	ανηγμένη λυγηρότητα ράβδου
Φ_d	βοηθητικός συντελεστής λυγισμού ράβδου
χ_d	μειωτικός συντελεστής λυγισμού ράβδου
α_d	συντελεστής ατελειών ράβδου
$e_{d,0}$	μέγιστο βέλος τοπικής ατέλειας ράβδου
A_v	εμβαδόν διατομής ορθοστάτη
$I_{v,min}$	ελάχιστη ροπή αδρανείας διατομής ορθοστάτη
$I_{v,min}$	ελάχιστη ακτίνα αδρανείας διατομής ορθοστάτη
λ_v	λυγηρότητα ορθοστάτη
$\lambda_{v,1}$	οριακή λυγηρότητα ορθοστάτη
λ_v	ανηγμένη λυγηρότητα ορθοστάτη
Φ_v	βοηθητικός συντελεστής λυγισμού ορθοστάτη
χ_v	μειωτικός συντελεστής λυγισμού ορθοστάτη
A_v	συντελεστής ατελειών ορθοστάτη
$e_{v,0}$	μέγιστο βέλος τοπικής ατέλειας ορθοστάτη
A_b	εμβαδόν διατομής λεπίδας σύνδεσης
h_b	ύψος διατομής λεπίδας σύνδεσης
b_b	πλάτος διατομής λεπίδας σύνδεσης
$I_{b,y}$	ροπή αδρανείας λεπίδας σύνδεσης εντός επιπέδου (ισχυρός άξονας)
$i_{b,y}$	ακτίνα αδρανείας λεπίδας σύνδεσης εντός επιπέδου (ισχυρός άξονας)
$W_{el,y}$	ροπή αντίστασης λεπίδας σύνδεσης εντός επιπέδου (ισχυρός άξονας)
N_{Ed}	αξονική θλίψη σχεδιασμού υποστυλώματος
M_{Ed}	δευτερεύουσα ροπή σχεδιασμού (μέγιστη ροπή 2 ^{ης} τάξης)
V_{Ed}	δευτερεύουσα τέμνουσα σχεδιασμού (μέγιστη τέμνουσα 2 ^{ης} τάξης)
N_E	ελαστικό καθολικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού Euler
N_{cr}	μειωμένο ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού, λόγω διατμητικής επιρροής
$N_{ch,Ed}$	αξονική δύναμη σχεδιασμού πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
$M_{ch,Ed}$	ροπή πέλματος σχεδιασμού λόγω δευτερεύουσας τέμνουσας
$M_{b,d}$	ροπή σχεδιασμού λεπίδας

$T_{b,d}$ τέμνουσα σχεδιασμού λεπίδας
 N_{Rd} φέρουσα ικανότητα υποστυλώματος
 $N_{ch,y,Rd}$ αντοχή σχεδιασμού έναντι διαρροής πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
 $N_{ch,Rd}$ αντοχή σχεδιασμού πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
 $N_{d,y,Rd}$ αξονική αντοχή σχεδιασμού έναντι διαρροής ράβδου
 $N_{d,Rd}$ αξονική αντοχή σχεδιασμού πέλματος στο μήκος ενός φατνώματος
 $M_{pl,Rd}$ πλαστική ροπή αντοχής σχεδιασμού λεπίδας
 $V_{pl,Rd}$ τέμνουσα αντοχής σχεδιασμού λεπίδας
 $N_{ch,Rd,mod}$ φέρουσα ικανότητα όταν κρίσιμο μέλος αστοχίας είναι το πέλμα
 $N_{d,Rd,mod}$ φέρουσα ικανότητα όταν κρίσιμο μέλος αστοχίας είναι η διαγώνια ράβδος
 $N_{v,Rd,mod}$ φέρουσα ικανότητα όταν κρίσιμο μέλος αστοχίας είναι ο ορθοστάτης

$FEM1D N_{cr}^{LB}$ καθολικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού μειωμένο λόγω διάτμησης, το οποίο έχει υπολογιστεί από το πρόγραμμα ADINA για προσομοίωση φορέα με ραβδωτά στοιχεία (Finite Elements 1 Dimension) και εφαρμογή γραμμικής ανάλυσης λυγισμού (Linearized Buckling)

$FEM1D N_{Rd}^{GNIA}$ φέρουσα ικανότητα υποστυλώματος, η οποία έχει υπολογιστεί από το πρόγραμμα ADINA με προσομοίωση φορέα με ραβδωτά στοιχεία (Finite Elements 1 Dimension) και εφαρμογή μη γραμμικής ανάλυσης με γεωμετρική μη γραμμικότητα με ατέλειες (Geometrical Non Linear Analysis with Imperfections).

$FEM1D N_{Rd}^{MNA}$ φέρουσα ικανότητα υποστυλώματος, η οποία έχει υπολογιστεί από το πρόγραμμα ADINA με προσομοίωση φορέα με ραβδωτά στοιχεία (Finite Elements 1 Dimension) και εφαρμογή μη γραμμικής ανάλυσης με μη γραμμικότητα υλικού (Material Non Linear Analysis)

$FEM1D N_{ch}^{MNA}$ Αξονική δύναμη πέλματος, για προσομοίωση φορέα στο πρόγραμμα ADINA με ραβδωτά στοιχεία (Finite Elements 1 Dimension) και εφαρμογή μη γραμμικής ανάλυσης με μη γραμμικότητα υλικού (Material Non Linear Analysis)

$FEM1D N_{Rd}^{GMNIA}$ φέρουσα ικανότητα υποστυλώματος, η οποία έχει υπολογιστεί από το πρόγραμμα ADINA με προσομοίωση φορέα με ραβδωτά στοιχεία (Finite Elements 1 Dimension) και εφαρμογή πλήρους μη γραμμικής ανάλυσης με ατέλειες (Geometrical and Material Non Linear Analysis with Imperfections)

$FEM2D N_{cr}^{LB}$ καθολικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού μειωμένο λόγω διάτμησης, το οποίο έχει υπολογιστεί από το πρόγραμμα ADINA με προσομοίωση φορέα με επιφανειακά στοιχεία (Finite Elements 2 Dimensions) και εφαρμογή γραμμικής ανάλυσης λυγισμού (Linearized Buckling)

$FEM2D N_{Rd}^{GNIA}$ φέρουσα ικανότητα υποστυλώματος, η οποία έχει υπολογιστεί από το πρόγραμμα ADINA με προσομοίωση φορέα με επιφανειακά στοιχεία (Finite Elements 2 Dimensions) και εφαρμογή μη γραμμικής ανάλυσης με γεωμετρική μη γραμμικότητα με ατέλειες (Geometrical Non Linear Analysis with Imperfections)

$FEM2D N_{Rd}^{MNA}$ φέρουσα ικανότητα υποστυλώματος, η οποία έχει υπολογιστεί από το πρόγραμμα ADINA με προσομοίωση φορέα με επιφανειακά στοιχεία (Finite Elements 2 Dimensions) και εφαρμογή μη γραμμικής ανάλυσης με μη γραμμικότητα υλικού (Material Non Linear Analysis)

$FEM2D N_{ch}^{MNA}$ Αξονική δύναμη πέλματος, για προσομοίωση φορέα με επιφανειακά στοιχεία (Finite Elements 2 Dimensions) στο πρόγραμμα ADINA και εφαρμογή μη γραμμικής ανάλυσης με μη γραμμικότητα υλικού (Material Non Linear Analysis)

$FEM2D N_{Rd}^{GMNIA}$ φέρουσα ικανότητα υποστυλώματος, η οποία έχει υπολογιστεί από το πρόγραμμα ADINA με προσομοίωση φορέα με επιφανειακά στοιχεία (Finite Elements 2 Dimensions) και εφαρμογή πλήρους μη γραμμικής ανάλυσης με ατέλειες (Geometrical and Material Non Linear Analysis with Imperfections)

$EC3 N_{cr}$ κανονιστικό καθολικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού μειωμένο λόγω διάτμησης

$EC3 N_{Rd}$ κανονιστική φέρουσα ικανότητα σύνθετου υποστυλώματος

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Χ.Γαντές, Σημειώσεις του μαθήματος 9^{ου} εξαμήνου Ε.Μ.Π. «ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ»

[2] Α.Ν.Κουνάδη, Σιδηρές Κατασκευές, Συμπεριφορά και Ανάλυση, Τόμοι Ι,ΙΙ, Γ' Έκδοση, Συμεών (1999)

[3] Ι.Βάγιας, Ι.Ερμόπουλος, Γ.Ιωαννίδης, Σχεδιασμός δομικών έργων από χάλυβα, Κλειδάριθμος (2005)

[4] Ι.Βάγιας, ΣΙΔΗΡΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΣΤΑΣΙΟΛΟΓΗΣΗ, Κλειδάριθμος (2003)

[5] Ι.Βάγιας, Ι.Ερμόπουλος, Γ.Ιωαννίδης, ΣΙΔΗΡΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ Τόμος Ι, Κλειδάριθμος (1997, 2005)

[6] ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑΣ 3, Σχεδιασμός Μεταλλικών Κατασκευών (ENV 1993)

[7] ADINA System Online Manuals, ADINA R&D, Inc, September 2002

[8] Διπλωματική εργασία του Κωνσταντίνου Αθ. Φραγκόπουλου, Αναλυτική και αριθμητική διερεύνηση προβλημάτων διατμητικού λυγισμού, Αθήνα (2005)