



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

«ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ»

**Μοντελοποίηση και H_{∞} Αυτόματος Έλεγχος της
Δυναμικής Πολυώροφου Κτιρίου σε Σεισμική
Διέγερση**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γρηγόριος Σοφός

Επιβλέπων : Αργύρης Γ. Σολδάτος, Δρ. Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2024

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αφορά την μοντελοποίηση ενός πολυώροφου κτιρίου και το έλεγχο της δυναμικής του συμπεριφοράς σε σεισμική διέγερση, με χρήση H_{∞} ελεγκτή μεικτής ευαισθησίας. Κατά την μοντελοποίηση του δυναμικού συστήματος, θεωρείται ότι το κτίριο εδράζεται σε σεισμικά μονωμένη βάση και λαμβάνονται υπόψη οι παραμετρικές του αβεβαιότητες, όπως είναι η μάζα του, το μέτρο ελαστικότητας κι ο συντελεστής απόσβεσης της σεισμικής του βάσης κλπ. Μετά την μοντελοποίηση του συστήματος, ακολουθεί ο σχεδιασμός ενός εύρωστου ελεγκτή H_{∞} μεικτής ευαισθησίας και ταυτόχρονα γίνεται αναλυτική η παρουσίαση της μεθοδολογίας σχεδιασμού του, στο σύνολο της παραμετρικής αβεβαιότητας που έχει τεθεί. Μετά την υλοποίηση του εύρωστου ελεγκτή H_{∞} , ακολουθεί η προσομοίωση του κλειστού συστήματος, για συγκεκριμένη σεισμική διέγερση και στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα. Η προσομοίωση του συστήματος έγινε στο υπολογιστικό περιβάλλον του Simulink. Για την ευκολότερη κατανόηση της διαδικασίας σχεδιασμού και προσομοίωσης, από τον αναγνώστη, τόσο ο κώδικας που κατασκευάστηκε στο περιβάλλον του Matlab, όσο και το σύστημα που υλοποιήθηκε στο περιβάλλον του Simulink, παρουσιάζονται αναλυτικά στο παράρτημα της παρούσας εργασίας.

Λέξεις Κλειδιά: Σεισμική προστασία, σεισμικά μονωμένη βάση, Εύρωστος έλεγχος H_{∞} .

ABSTRACT

In this master's thesis we consider the modeling of a multi-story building and the control of its dynamic behavior under seismic excitation using an H_∞ mixed sensitivity controller. In the modeling of the dynamic system, it is assumed that the building is resting on a seismically isolated foundation. Parametric uncertainties related to its mass, the modulus of elasticity and the damping coefficient of its seismic base etc., are considered. After modeling the system, the design of a robust H_∞ mixed sensitivity controller is reported, along with a detailed presentation of its design methodology within the scope of the defined parametric uncertainty. Following the implementation of the robust H_∞ controller, the closed-loop system is simulated using a specific seismic excitation and the results are then presented. The system simulation was carried out in the Simulink computational environment. To facilitate the understanding of the design and simulation process for the reader, both the code developed in the Matlab environment and the system implemented in the Simulink environment are presented in detail in the appendix of this thesis.

Keywords: Seismic protection, seismic base isolation, Robust H_∞ control.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Αργύρη Σολδάτο για την εμπιστοσύνη που έδειξε προς το πρόσωπο μου με την ανάθεση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας. Επιπλέον, τον ευχαριστώ και τον συγχαίρω για την επιμονή και την αγάπη που δείχνει για την διδασκαλία και την μετάδοση των γνώσεων του προς τους φοιτητές του, ένας εκ των οποίων ήμουν και εγώ.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης τους καθηγητές μου κ. Ευάγγελο Χριστοφόρου και κ. Δημήτριο Κουλοχέρη για την συμμετοχή τους στη τριμελή εξεταστική επιτροπή για την παρουσίαση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας.

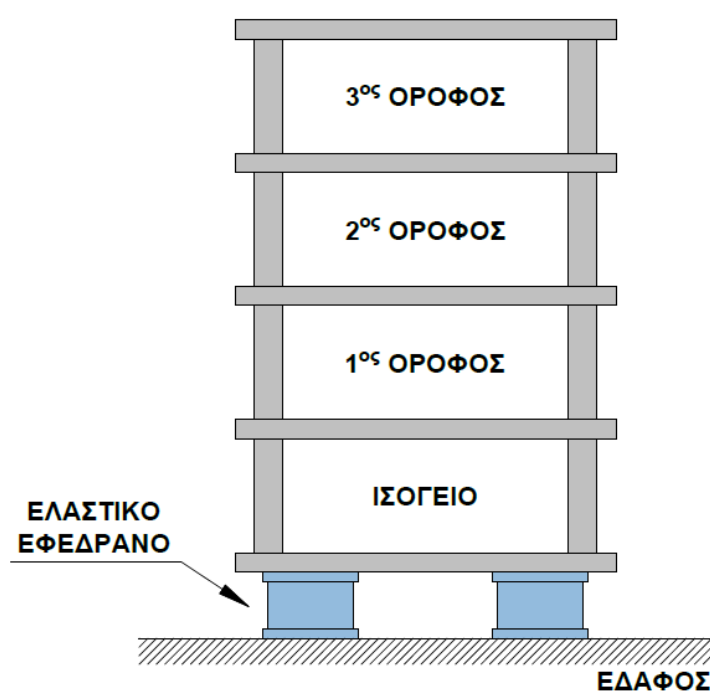
Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την οικογένεια μου. Τον αδερφό μου τον Μιχάλη, την αδερφή μου την Αικατερίνη, καθώς και τους γονείς μου Ευάγγελο και Αλίκη για την αμέριστη συμπαράσταση και υποστήριξη που μου έδειξαν καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Τους ευχαριστώ για την εμπιστοσύνη τους και κυρίως για την υπομονή που έδειξαν προς το πρόσωπο μου. Τόσο η βοήθεια, όσο και η υποστήριξη τους ήταν ο βασικότερος λόγος για την επίτευξη κάθε στόχου στην έως τώρα ζωή μου. Για αυτό τους ευχαριστώ θερμά και ευελπιστώ πως η συγκεκριμένη μεταπτυχιακή εργασία θα είναι κάτι για το οποίο θα νιώθουν περήφανοι.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Σκοπός της εργασίας.....	9
2. Περιγραφή του δυναμικού συστήματος.....	12
2.1. Ελαστικά εφέδρανα.....	13
2.2. Σύστημα επενέργειας.....	16
3. Μοντελοποίηση του δυναμικού συστήματος.....	20
3.1. Δυναμικό σύστημα χωρίς έλεγχο	23
3.2. Δυναμικό σύστημα με έλεγχο	24
3.3. Δυναμικό σύστημα αναφοράς για τον σχεδιασμό ελεγκτή	25
4. Σχεδίαση ελεγκτή H_{∞} μεικτής ευαισθησίας.....	28
4.1. Παρουσίαση της μεθοδολογίας σχεδιασμού	28
4.2. Επιλογή συναρτήσεων βαρών	39
4.3. Αποτελέσματα προσομοίωσης	51
Βιβλιογραφία	57
Παράρτημα	58

1. Σκοπός της εργασίας

Η παρούσα εργασία αφορά στον αυτόματο έλεγχο της δυναμικής συμπεριφοράς μιας τετραώροφης πολυκατοικίας, με ελεγκτή H_∞ μεικτής ευαισθησίας, όταν σε αυτή επιβάλλεται μια σεισμική διέγερση. Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα αυτομάτου ελέγχου είναι η πολυκατοικία να παραμένει πρακτικά «ακίνητη» (εντός κάποιων επιθυμητών αλλά και εφικτών ορίων), ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, ακόμη και όταν σε αυτή επιβληθεί μια σεισμική διέγερση. Για να επιτευχθεί αυτό, γίνεται η θεώρηση πως η πολυκατοικία δεν είναι πακτωμένη απευθείας επάνω στο έδαφος, αλλά εδράζεται επάνω σε σεισμικά μονωμένη βάση, η οποία είναι κατασκευασμένη από ελαστικά εφεδράνα (εικόνα 1.1).

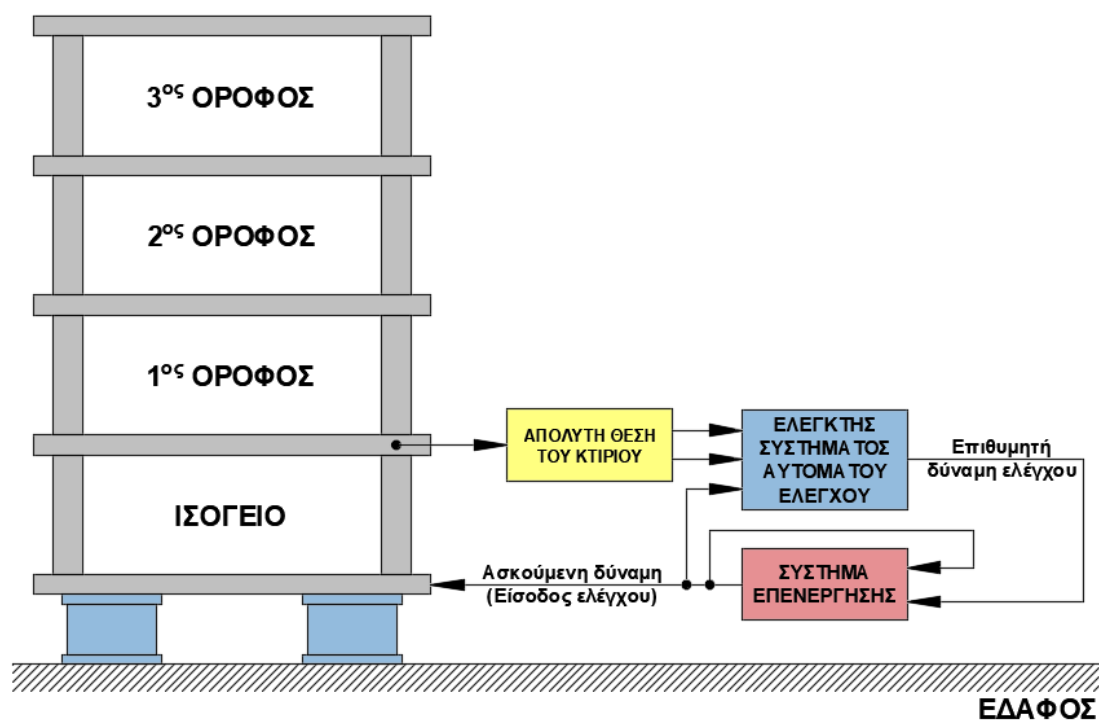


Εικόνα 1.1 : Σχηματική αναπαράσταση της τετραώροφης πολυκατοικίας

Κατά τον σεισμό, το έδαφος ασκεί, μέσω των ελαστικών εφεδράνων, μια «δύναμη διαταραχής» στο κτίριο. Η δύναμη αυτή είναι άγνωστη και μη ελεγχόμενη και προκαλεί ανεπιθύμητες ταλαντώσεις στο κτίριο, τα πλάτη των οποίων αν υπερβούν κάποια ασφαλή όρια, μπορεί να οδηγήσουν στην κατάρρευση του. Σκοπός του συστήματος αυτομάτου ελέγχου είναι ο υπολογισμός (σε πραγματικό χρόνο) κατάλληλης δύναμης

ελέγχου, η επιβολή της οποίας στο κάτω μέρος του κτιρίου (πλάκα του ισογείου), θα υποβαθμίσει σημαντικά την συνολική επίδραση της «δύναμης διαταραχής» στην δυναμική του συστήματος. Η δύναμη αυτή (είσοδος ελέγχου) μπορεί να επιτευχθεί μέσω «κατάλληλου» και ελεγχόμενου συστήματος επενέργειας (π.χ. υδραυλικού). Πρακτικά, ο σκοπός αυτής της δύναμης ελέγχου είναι να αντισταθμίσει την «δύναμη διαταραχής» με τέτοιο τρόπο, ώστε κατά την σεισμική διέγερση, η απόκριση του δυναμικού συστήματος (απόλυτη θέση του κτιρίου) να βρίσκεται εντός ασφαλών και κατάλληλα επιλεγμένων επιθυμητών ορίων (πολύ μικρά πλάτη απόλυτης μετατόπισης του κτιρίου κατά την σεισμική διέγερση).

Στην εικόνα 1.2 παρουσιάζεται με σχηματική αναπαράσταση το συνολικό σύστημα ελέγχου. Αρχικά, η απόλυτη θέση του κτιρίου «καταγράφεται» σε πραγματικό χρόνο από κατάλληλους αισθητήρες και «προσφέρεται» ως πληροφορία - ανάδραση (feedback) στον βασικό ελεγκτή του συστήματος. Αυτός με την σειρά του «εξάγει» την επιθυμητή δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στο κτίριο, η οποία στη συνέχεια «αποστέλλεται» στο σύστημα επενέργειας. Το σύστημα αυτό θα πρέπει να είναι και αυτό με την σειρά του κατάλληλα ελεγχόμενο, ώστε να μειώνονται τα σφάλματα μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής δύναμης που ασκείται στο κτίριο.



Εικόνα 1.2 : Σχηματική αναπαράσταση του συστήματος αυτομάτου ελέγχου

Η παρούσα εργασία «αντιμετωπίζει» το συγκεκριμένο πρόβλημα ελέγχου κυρίως από θεωρητική σκοπιά. Αρχικά, γίνεται η μοντελοποίηση του δυναμικού συστήματος και στη συνέχεια σχεδιάζεται ένας εύρωστος ελεγκτής για τον έλεγχο του. Η ιδιότητα της ευρωστίας του ελεγκτή είναι ιδιαίτερα σημαντική, καθώς ένα δυναμικό σύστημα αυτής της μορφής «χαρακτηρίζεται» από έντονη αβεβαιότητα, τόσο στην δυναμική του, όσο και στις παραμέτρους του, μερικές από τις οποίες είναι και χρονικά μεταβαλλόμενες. Για παράδειγμα, μία παράμετρος του συστήματος είναι η μάζα του κτιρίου, η οποία μεταβάλλεται χρονικά μέσω της μεταβολής του αριθμού των ατόμων που βρίσκονται σε αυτό ή ακόμη και μέσω της προσθήκης μηχανολογικού εξοπλισμού, όπως είναι η τοποθέτηση ενός ψυκτικού συγκροτήματος (chiller) στο δώμα του κτιρίου. Μία ακόμη αβέβαιη παράμετρος είναι το μέτρο ελαστικότητας (stiffness) των εφεδράνων της σεισμικά μονωμένης βάσης. Το μέτρο αυτό δεν είναι γνωστό με ακρίβεια, αλλά παίρνει τιμές εντός μικρού εύρους, το οποίο πολλές φορές δηλώνεται από τον κατασκευαστή τους. Επιπλέον, η θερμοκρασία του περιβάλλοντος και η παλαιότητα των εφεδράνων αποτελούν παράγοντες που επηρεάζουν την τιμή του μέτρου αυτού, καθιστώντας το έτσι μία αβέβαιη παράμετρο για το σύστημα. Αυτοί οι δύο είναι και οι κυριότεροι λόγοι που «προτρέπουν» το σύστημα ελέγχου που θα σχεδιαστεί, να είναι εύρωστο, για να μπορεί να είναι ευσταθές και να «ανταπεξέρχεται» έτσι ικανοποιητικά στο έλεγχο του συστήματος, για οποιαδήποτε τιμή και αν έχουν οι παράμετροι του. Σημαντικό όμως είναι, κατά το φαινόμενο του σεισμού, οι τιμές των παραμέτρων να βρίσκονται εντός του «ορίου αβεβαιότητας» που έχει τεθεί κατά τον σχεδιασμό του ελεγκτή. Μία μεθοδολογία που ακολουθεί αυτή την φιλοσοφία σχεδιασμού είναι η μεθοδολογία H_{∞} μεικτής ευαισθησίας, η οποία παρουσιάζεται αναλυτικά στην παρούσα εργασία.

Πρέπει να σημειωθεί πως κατά την παρουσίαση της μεθοδολογίας σχεδιασμού έχουν γίνει ορισμένες απλοποιήσεις, οι οποίες και αναφέρονται στο σχετικό κεφάλαιο. Αυτό έγινε, καθώς ο κυριότερος σκοπός της εργασίας, είναι η παρουσίαση της μεθοδολογίας σχεδίασης ελεγκτών H_{∞} μεικτής ευαισθησίας, η οποία μπορεί να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά πολλά προβλήματα ελέγχου. Αυτό θα επιτρέψει στον αναγνώστη να αποκτήσει μία καλή εικόνα πάνω στη συγκεκριμένη μεθοδολογία σχεδιασμού, ακόμη και αν το αντικείμενο της παρούσας εργασίας δεν τον ενδιαφέρει.

2. Περιγραφή του δυναμικού συστήματος

Πριν την μοντελοποίηση του συστήματος, θεωρήθηκε αναγκαίο να παρουσιαστούν ορισμένα από τα κυριότερα μέρη του, τα οποία επηρεάζουν άμεσα την δυναμική του. Ορισμένα από αυτά είναι :

- τα ελαστικά εφεδράνα της σεισμικά μονωμένης βάσης του κτιρίου,
- το σύστημα των αισθητήρων που απαιτείται για την μέτρηση, σε πραγματικό χρόνο, της απόλυτης θέσης του κτιρίου και
- το σύστημα επενέργησης που θα ασκεί την απαιτούμενη δύναμη στη βάση του κτιρίου.

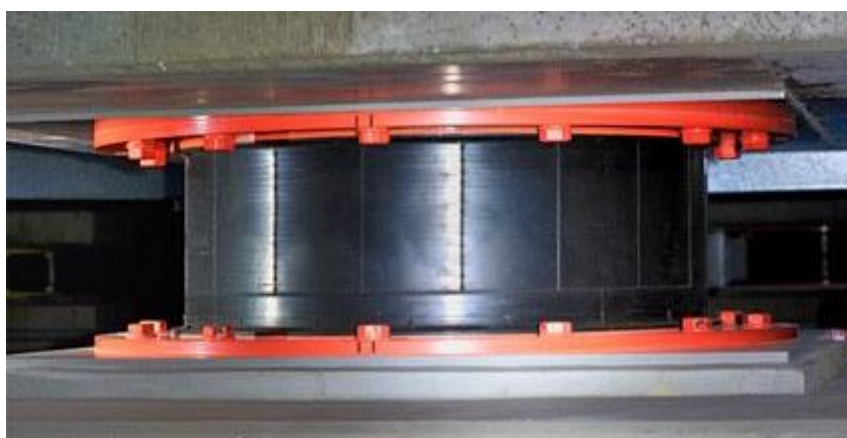
Βέβαια και η ίδια η κατασκευή του κτιρίου επηρεάζει την δυναμική του συμπεριφορά, καθώς αυτό δεν αποτελεί μία ενιαία μάζα. Αυτό γίνεται εύκολα αντιληπτό όταν σε μία σεισμική διέγερση παρατηρείται η σχετική μετατόπιση μεταξύ των διαφόρων επιπέδων του κτιρίου. Η μετατόπιση αυτή «φανερώνει» την ύπαρξη δυνάμεων αλληλεπίδρασης μεταξύ των επιπέδων του κτιρίου. Παρ' όλα αυτά, στην παρούσα εργασία, η δυναμική αυτή δεν μοντελοποιήθηκε και έτσι το κτίριο θεωρήθηκε ως μία ενιαία μάζα. Οι βασικότεροι λόγοι για τους οποίους έγινε η απλοποίηση αυτή, παρουσιάζονται πιο αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο.

Επιπλέον, στην παρούσα εργασία, δεν πραγματοποιείται κάποια έρευνα, ούτε γίνεται κάποια αναφορά για το σύστημα των αισθητήρων, καθώς αυτό δεν αποτελεί το αντικείμενο της. Το σύστημα αυτό παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες στην υλοποίηση του, καθώς αυτό «καλείται» να καταγράφει, σε πραγματικό χρόνο, την απόλυτη θέση του κτιρίου ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Ακόμα και η μέτρηση της σχετικής θέσης του κτιρίου ως προς το έδαφος δεν αρκεί, καθώς κατά το φαινόμενο του σεισμού, το έδαφος κινείται ακανόνιστα και έτσι είναι άγνωστη η απόλυτη θέση του.

Στις επόμενες δύο παραγράφους, παρουσιάζονται τα δυναμικά χαρακτηριστικά των ελαστικών εφεδράνων που επιλέχθηκαν και γίνεται μία πρόταση για την επιλογή του συστήματος επενέργησης.

2.1. Ελαστικά εφέδρανα

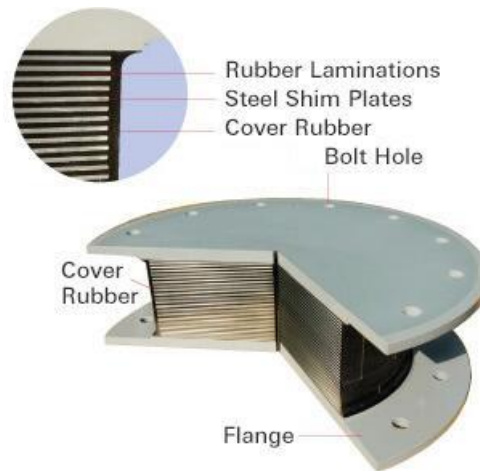
Τα ελαστικά εφέδρανα είναι μία δημοφιλή επιλογή σεισμικής μόνωσης, η οποία χρησιμοποιείται σε πληθώρα στατικών κατασκευών (εικόνα 2.1 και 2.2) [6][7]. Επιπλέον, υπάρχουν αρκετοί τύποι ελαστικών εφεδράνων, οι οποίοι ποικίλλουν ανάλογα με την χρήση για την οποία αυτά προορίζονται. Τέλος, υπάρχουν και αρκετοί κατασκευαστές ελαστικών εφεδράνων. Στην εικόνα 1.3 φαίνεται ένας τύπος ελαστικού εφεδράνου από την σειρά NRB (Natural Rubber Bearing) της εταιρείας Bridgestone. Για τις ανάγκες σχεδιασμού και μοντελοποίησης, στην παρούσα εργασία επιλέχθηκαν εφέδρανα αυτής της σειράς και πιο συγκεκριμένα επιλέχθηκε ο τύπος NH060G4.



Εικόνα 2.1 : Ελαστικά εφέδρανα τοποθετημένα στην βάση ενός πολυώροφου κτιρίου

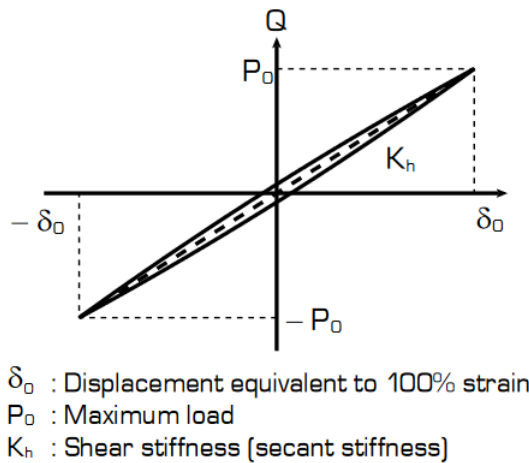


Εικόνα 2.2 : Ελαστικά εφέδρανα τοποθετημένα στις κολόνες μιας γέφυρας

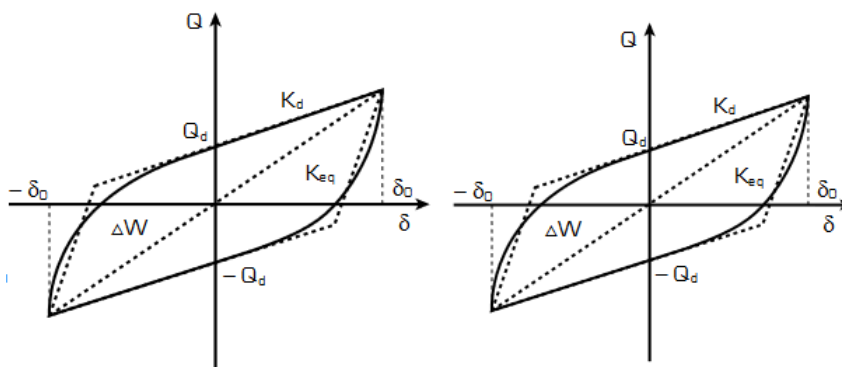


Εικόνα 2.3 : Ελαστικό εφέδρανο από την σειρά NRB της εταιρείας Bridgestone.

Ο λόγος που επιλέχθηκαν ελαστικά εφέδρανα αυτής της σειράς, είναι διότι αυτά εμφανίζουν μία πιο γραμμική δυναμική συμπεριφορά σε σχέση με τα υπόλοιπα εφέδρανα της συγκεκριμένης εταιρείας. Η ιδιότητα τους αυτή είναι αρκετά επιθυμητή γιατί εναρμονίζεται με την φιλοσοφία σχεδιασμού H_{∞} μεικτής ευαισθησίας, η οποία αποτελεί μία γραμμική μέθοδο σχεδιασμού εύρωστου ελεγκτή. Η γραμμική αυτή συμπεριφορά, των εφεδράνων της σειράς αυτής, φαίνεται πιο ξεκάθαρα στο διάγραμμα της εικόνας 2.4, όπου γίνεται αντιληπτό ότι κατά την οριζόντια παραμόρφωση τους, η δύναμη που ασκείται από αυτά είναι ανάλογη της σχετικής μετατόπισης των δύο φλαντζών. Στην εικόνα 2.5 φαίνονται τα αντίστοιχα διαγράμματα δύναμης-σχετικής μετατόπισης για τα ελαστικά εφέδρανα των σειρών HDR (High Damping Rubber Bearing) και LRB (Lead Rubber Bearing). Στα διαγράμματα αυτά φαίνεται ότι τα ελαστομερή αυτά εφέδρανα, λόγω του τρόπου κατασκευής τους, εμφανίζουν μία έντονη υστέρηση στη δυναμική τους. Η ιδιότητα αυτής της υστέρησης δεν είναι επιθυμητή καθώς «προσθέτει» έντονη μη-γραμμικότητα στο δυναμικό σύστημα.



Εικόνα 2.4 : Ενδεικτικό διάγραμμα δύναμης-σχετικής μετατόπισης από την σειρά NRB της εταιρείας Bridgestone.



Εικόνα 2.5 : Ενδεικτικά διαγράμματα δύναμης-σχετικής μετατόπισης των εφεδράνων της σειράς HDR (αριστερά) και LRB (δεξιά) της εταιρείας Bridgestone.

Ένα αρνητικό των εφεδράνων που επιλέχθηκαν (σειρά NRB), είναι ότι παρουσιάζουν πολύ μικρό συντελεστή απόσβεσης (περίπου 2-3% σε σύγκριση με την τιμή του μέτρου ελαστικότητας). Αυτό, όπως θα φανεί και σε επόμενο κεφάλαιο, δεν είναι επιθυμητό, αλλά αντιμετωπίζεται με την προσθήκη αποσβεστήρων στην διάταξη του συστήματος. Επίσης, το μέτρο ελαστικότητας τους δεν είναι γνωστό και η τιμή του επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες, όπως η θερμοκρασία του περιβάλλοντος (άνοδος της εξωτερικής θερμοκρασίας συνεπάγεται την μείωση του μέτρου ελαστικότητας) και η παλαιότητα (αύξηση του μέτρου ελαστικότητας με την πάροδο του χρόνου). Παρ' όλο που η τιμή του μέτρου ελαστικότητας δεν είναι γνωστή, σύμφωνα με τον κατασκευαστή, η τιμή αυτή μπορεί να κυμανθεί μεταξύ του -15% και του +26% σε σχέση με την ονομαστική

της, για θερμοκρασίες περιβάλλοντος από 0°C μέχρι 40°C και πάροδο μέχρι 60 ετών (εικόνα 2.6). Αυτό το εύρος τιμών, του μέτρου ελαστικότητας δεν δημιουργεί κάποιο πρόβλημα, αλλά πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά τον σχεδιασμό του εύρωστου ελεγκτή.

Rubber materials		Common
Properties		Shear stiffness K_s
Manufacturing variation* ²		Within $\pm 10\%$
Aging* ³		Within +10%
Ambient temperature variation 20°C \pm 20°C	(+) side	Within +6%
	(-) side	Within -5%
Total	(+) side	Within +26%
	(-) side	Within -15%

Εικόνα 2.6 : Ποσοστιαίο εύρος τιμών του μέτρου ελαστικότητας (σε σχέση με την ονομαστική τιμή) των εφεδράνων της σειράς NRB της εταιρείας Bridgestone.

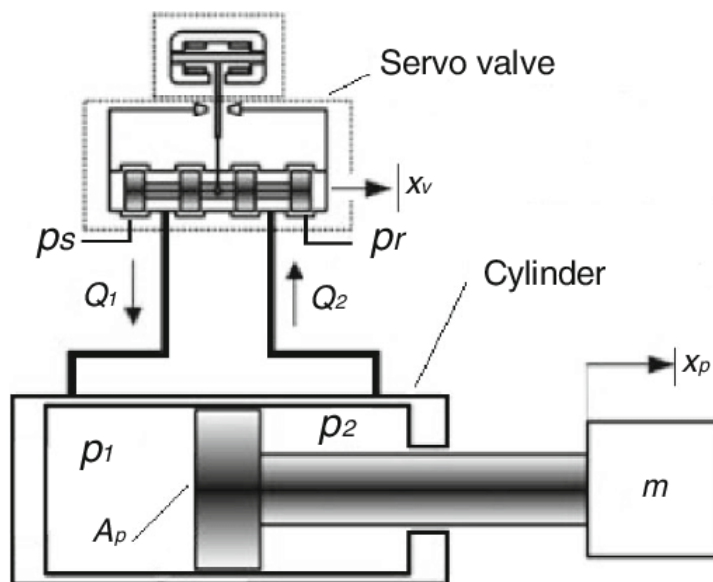
2.2. Σύστημα επενέργειας

Το σύστημα επενέργειας που θα ασκεί την απαιτούμενη δύναμη (είσοδος ελέγχου) στη βάση του κτιρίου, επιλέχθηκε να είναι υδραυλικό. Ένα τέτοιο σύστημα είναι ο γραμμικός υδραυλικός επενεργητής με μηχανισμό σερβοβαλβίδας (εικόνα 2.7). Τα συστήματα αυτά χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου είναι επιθυμητή η μετάδοση κίνησης μέσω μεταφοράς ισχύος από τον κινητήριο μηχανισμό (επενεργητής) προς τον κινούμενο (κτίριο). Για την μετάδοση αυτής της ισχύος χρησιμοποιείται υδραυλικό ρευστό ως εργαζόμενο μέσο. Τα κυριότερα μέρη από τα οποία αποτελείται ένα τέτοιο σύστημα είναι :

- η αποθήκη του εργαζόμενου μέσου,
- η αντλία που μεταφέρει ισχύ στο εργαζόμενο μέσο (δέχεται συνήθως ισχύ από ηλεκτροκινητήρα),
- ο μηχανισμός σερβοβαλβίδας, ο οποίος ελέγχει την ροή του ρευστού και
- ο κύλινδρος μέσα στον οποίο υπάρχει το έμβολο.

Σε αυτά τα συστήματα επενέργειας, ο έλεγχος της ισχύος τους γίνεται μέσω μιας σερβοβαλβίδας (εικόνα 2.7). Η βαλβίδα αυτή «καθορίζει» σε ποια από τις δύο πλευρές του κυλίνδρου (όπως αυτές χωρίζονται από το έμβολο) θα «επιβληθεί» η ροή του

ρευστού, από την αποθήκη υψηλής πίεσης. Με την ροή αυτή δημιουργείται διαφορά πίεσης στις δύο πλευρές του εμβόλου και έτσι αυτό «εξαναγκάζεται» να κινηθεί από την πλευρά της υψηλής προς την πλευρά της χαμηλής πίεσης. Το έμβολο αυτό είναι μηχανικά συνδεδεμένο (μέσω του άξονα) με την κινούμενη μάζα και έτσι η ισχύς μεταφέρεται τελικά σε αυτή.

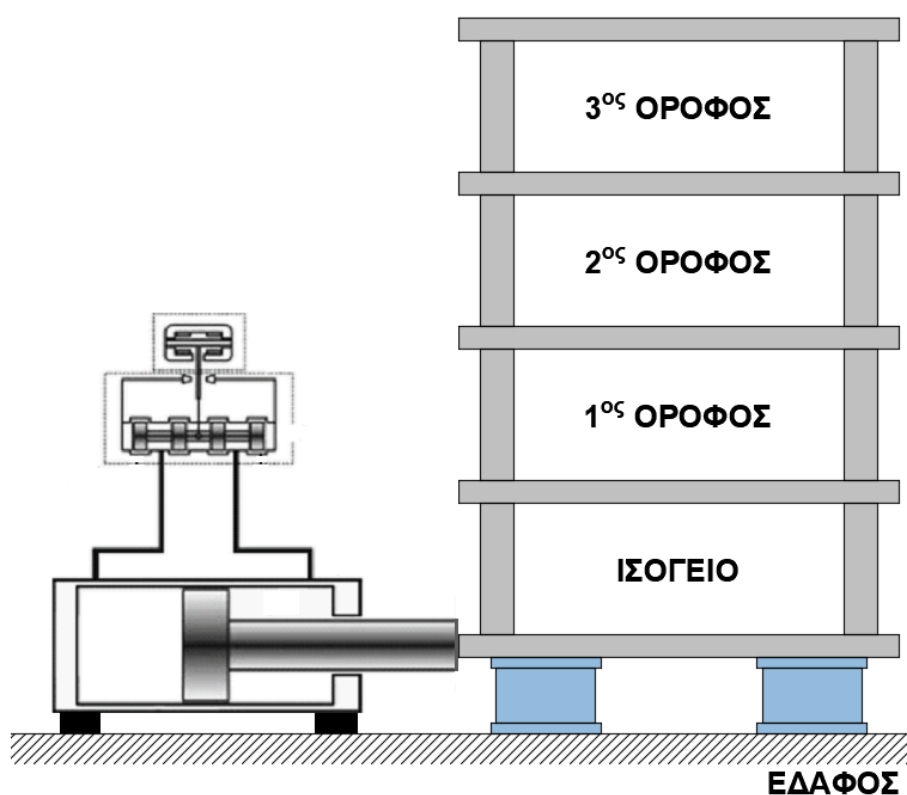


Εικόνα 2.7 : Γραμμικός υδραυλικός επενεργητής με μηχανισμό σερβοβαλβίδας.

Ένα βασικό πλεονέκτημα αυτού του γραμμικού επενεργητή, είναι ότι μπορεί να εφαρμόσει πολύ μεγάλα ποσά δύναμης, αναλογικά με την μάζα και τον όγκο του. Ακόμη, αυτοί οι γραμμικοί επενεργητές έχουν συνήθως χαμηλότερη αναλογία κόστους ανά προσφερόμενη ισχύ, σε σύγκριση με άλλους τύπους γραμμικών επενεργητών (π.χ. ηλεκτρομαγνητικούς, πνευματικούς κλπ.) και επιπλέον δεν «αντιμετωπίζουν» έντονα φαινόμενα υπερθέρμανσης [1].

Παρ' όλα τα πλεονεκτήματά τους, οι υδραυλικό επενεργητές «εμφανίζουν» έντονα μη-γραμμική δυναμική, γεγονός που τους καθιστά «δύσκολους» στον έλεγχο. Επιπλέον, λόγω του ασυμπίεστου ρευστού που χρησιμοποιούν ως εργαζόμενο μέσο, συνδέουν μηχανικά τον κινητήριο με τον κινούμενο μηχανισμό. Για παράδειγμα, στο σύστημα της παρούσας εργασίας, ο επενεργητής θεωρείται ότι εδράζεται στο έδαφος (το οποίο θα κινείται κατά το φαινόμενο του σεισμού) και το έμβολο του συνδέεται μηχανικά με το κτίριο, το οποίο αποτελεί την κινούμενη μάζα (εικόνα 2.8). Αυτό

σημαίνει πρακτικά πως μία αστοχία στην λειτουργία του επενεργητή θα συνδέσει μηχανικά το κτίριο με το έδαφος, καταργώντας έτσι την σεισμική του μόνωση και θα το καθιστά πλέον πιο ευάλωτο στον σεισμό. Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να αποφευχθεί μέσω ενός συστήματος αναγνώρισης βλάβης. Πιο συγκεκριμένα, μετά την ανίχνευση βλάβης στον επενεργητή θα ανοίγουν αυτόματα βάνες εκκένωσης, οι οποίες πρακτικά θα «αποσυνδέουν» τον κύλινδρο του επενεργητή από το υπόλοιπο υδραυλικό σύστημα, επιτρέποντας έτσι την ελεύθερη κίνηση του εμβόλου που βρίσκεται εντός του. Οι βάνες αυτές θα κλείνουν πάλι με την παρέμβαση εξειδικευμένου προσωπικού, μετά την συντήρηση και τον έλεγχο καλής λειτουργίας του συστήματος.



Εικόνα 2.8 : Σκαρίφημα του συστήματος με τον γραμμικό υδραυλικό επενεργητή συνδεδεμένο στην πλάκα του ισογείου του κτιρίου.

Αυτή η ιδιότητα των υδραυλικών επενεργητών «δυσκολεύει» το πρόβλημα ελέγχου της ασκούμενης δύναμης στο κτίριο, καθώς η δύναμη αυτή δεν εξαρτάται πλέον μόνο από την ρύθμιση της σερβοβαλβίδας, αλλά και από τις ακανόνιστες μετατοπίσεις του εδάφους. Ένα παρόμοιο φαινόμενο πρόβλημα είναι και ο σχεδιασμός ενός συστήματος

ενεργητικής ανάρτησης για οχήματα, καθώς από το οδόστρωμα «επιβάλλεται» ακανόνιστα η κίνηση της μη αναρτημένης μάζας (τροχός), η οποία συνδέεται με την αναρτημένη μάζα (σασί), μέσω του γραμμικού υδραυλικού επενεργητή. Για την αποτελεσματικότητα των υδραυλικών επενεργητών σε τέτοιου είδους προβλήματα ελέγχου (όπου ζητείται ο έλεγχος της ασκούμενης δύναμης τους και η απόλυτη θέση τους δεν είναι σταθερή, αλλά «επιβάλλεται» από εξωτερικές διαταραχές), έχουν γίνει πολλές μελέτες. Αυτές έδειξαν ότι σε προβλήματα ελέγχου, αυτής της φύσεως, το εύρος ζώνης (bandwidth) των υδραυλικών συστημάτων επενέργησης δεν μπορεί εύκολα να ξεπεράσει τα 2-4 Hz [2][3][4]. Κάτι τέτοιο ενώ «ακούγεται» αποθαρρυντικό για την αποτελεσματικότητα τους π.χ. σε εφαρμογές ενεργητικής ανάρτησης οχημάτων, δεν συμβαίνει το ίδιο και στην περίπτωση του προβλήματος της παρούσας εργασίας. Όπως θα φανεί και σε επόμενο κεφάλαιο, οι διαταραχές που καλείται να «απορρίψει» το κλειστό σύστημα ελέγχου είναι πιο χαμηλόσυχνες και έτσι «παραμένει» δελεαστική η χρήση ενός υδραυλικού επενεργητή για την επίλυση του προβλήματος.

Στην παρούσα εργασία δεν έγινε μοντελοποίηση της δυναμικής τους υδραυλικού συστήματος επενέργησης, καθώς αυτό δεν περιλαμβάνεται στο αντικείμενο της. Για τις ανάγκες της προσομοίωσης, το υδραυλικό σύστημα θεωρήθηκε ότι είναι πρώτης τάξης με εύρος ζώνης 20 rad/s (περίπου 3,18 Hz) και η συνάρτηση μεταφοράς που δίνεται παρακάτω. Γενικά τα συστήματα υδραυλικού επενεργητή δεν μπορούν να περιγραφούν σωστά με ένα απλό γραμμικό δυναμικό μοντέλο, καθώς παρουσιάζουν έντονη μη γραμμική συμπεριφορά στη δυναμική τους [8].

$$G_{υδρ} = \frac{20}{s + 20} \quad (2.1)$$

3. Μοντελοποίηση του δυναμικού συστήματος

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, η δυναμική συμπεριφορά των εφεδράνων θεωρήθηκε γραμμική (πρόβλημα γραμμικού ταλαντωτή). Επομένως, η ασκούμενη στο κτίριο «δύναμη διαταραχής» μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες, εκ των οποίων η μία είναι ανάλογη της σχετικής μετατόπισης του κτιρίου από το έδαφος και η άλλη ανάλογη της μεταξύ τους σχετικής ταχύτητας. Το σταθερό μέτρο (λόγω της γραμμικής προσέγγισης) της αναλογίας αυτών των δύο συνιστωσών δυνάμεων αποτελούν αντίστοιχα το συνολικό μέτρο της ελαστικότητας (Stiffness Ratio) και τον συνολικό συντελεστή απόσβεσης (Damping Ratio) της σεισμικά μονωμένης βάσης.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί πως στην παρούσα εργασία, θεωρήθηκε πως για τον έλεγχο της απόλυτης θέσης του κτιρίου, αυτό κινείται προς μία μόνο διάσταση. Επιπλέον θεωρήθηκε ότι αυτό εδράζεται σε δύο γραμμικά εφέδρανα, τα οποία έχουν σχεδόν παρόμοια δυναμικά χαρακτηριστικά με τα εφέδρανα τύπου NH060G4, της εταιρείας Bridgestone. Λόγω της παράλληλης σύνδεσης των δύο αυτών εφεδράνων, μεταξύ εδάφους και κτιρίου, τόσο το συνολικό μέτρο ελαστικότητας όσο και ο συνολικός συντελεστής απόσβεσης διπλασιάζεται. Παρακάτω δίνονται οι ονομαστικές τιμές για τα δύο αυτά μεγέθη.

$$k_{nom} = 1200000 \frac{N}{m} \quad (3.1)$$

$$c_{nom} = 2400 \frac{N}{m/s} \quad (3.2)$$

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, το μέτρο ελαστικότητας k έχει μία αβέβαιη τιμή, η οποία ανήκει στο παρακάτω εύρος τιμών.

$$k \in [k_{min}, k_{max}] \quad (3.3)$$

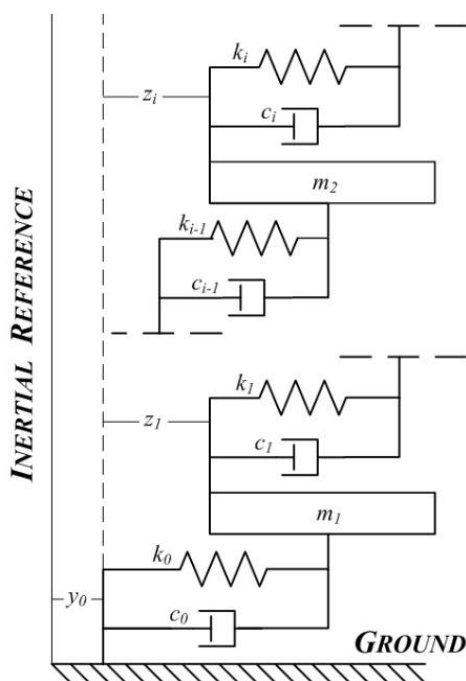
όπου:

- $k_{min} = (1 - 15\%) \cdot k_{nom} = 0.85 \cdot k_{nom} = 1020000 \text{ N/m}$
- $k_{max} = (1 + 26\%) \cdot k_{nom} = 1.26 \cdot k_{nom} = 1512000 \text{ N/m}$

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί πως η τιμή του συντελεστή απόσβεσης είναι ιδιαίτερα χαμηλή και για αυτό τον λόγο η όποια αβεβαιότητα της τιμής της αγνοήθηκε.

Για να είναι δυνατή η σχεδίαση του ελεγκτή, αρχικά θα πρέπει να «κατασκευαστεί» ένα μαθηματικό - γραμμικό μοντέλο που θα περιγράφει την δυναμική του συστήματος του κτιρίου.

Μία αρχική προσέγγιση που θα μπορούσε να επιλεγεί, για την κατάστρωση των διαφορικών εξισώσεων του συστήματος, είναι αυτό να περιγραφεί σε απόλυτες συντεταγμένες, ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς [9]. Κάτι τέτοιο δίνεται στο σκαρίφημα της εικόνας 3.1.



Εικόνα 3.1 : Σκαρίφημα για την κατάστρωση των διαφορικών εξισώσεων

Το παραπάνω σκαρίφημα αποτελεί μία απλή προσέγγιση του δυναμικού συστήματος και από αυτό είναι εμφανές ότι το μαθηματικό του μοντέλο μπορεί να καταστρωθεί με τις τέσσερις ακόλουθες διαφορικές εξισώσεις :

$$\dot{v}_i = \frac{\Sigma F_i}{m_i} \quad (3.4)$$

όπου :

- **ο δείκτης i** αναφέρεται στο επίπεδο του κτιρίου i στο οποίο αναφέρεται η διαφορική εξίσωση και παίρνει τιμές από 1 μέχρι 4. Έτσι προκύπτουν συνολικά οι τέσσερις διαφορικές εξισώσεις.
- **η μεταβλητή v_i** αναφέρεται στην απόλυτη ταχύτητα του επιπέδου i .
- **η μεταβλητή ΣF_i** αναφέρεται στην οριζόντια συνιστώσα της συνισταμένης ΣF των δυνάμεων που ασκούνται στο επίπεδο του κτιρίου i και προκαλούν την οριζόντια διέγερση του.
- **η παράμετρος m_i** αναφέρεται στην συνολική μάζα του επιπέδου i .

Πρέπει επίσης να σημειωθεί πως η συνολική οριζόντια δύναμη ΣF_i που ασκείται σε κάθε επίπεδο του κτιρίου i , θεωρήθηκε ότι οφείλεται αποκλειστικά και μόνο στην σχετική κίνηση του επιπέδου αυτού σε σχέση με τα γειτονικά του επίπεδα ($i - 1$ και $i + 1$). Επομένως, κατά την μοντελοποίηση, η συνολική δύναμη ΣF_i υπολογίστηκε μέσω των γραμμικών ταλαντωτών που παρεμβάλλονται σε κάθε επίπεδο i και τα γειτονικά του επίπεδα, από την ακόλουθη σχέση :

$$\Sigma F_i = -c_{i-1}(v_i - v_{i-1}) - k_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + c_i(v_{i+1} - v_i) + k_i(x_{i+1} - x_i) \quad (3.5)$$

όπου:

- **η παράμετρος c_i** αναφέρεται στον σταθερό (λόγω της γραμμικής προσέγγισης του προβλήματος) συντελεστή απόσβεσης (Damping Ratio) του ταλαντωτή που συνδέει το επίπεδο i με το επίπεδο $i + 1$.
- **η παράμετρος k_i** αναφέρεται στο σταθερό (λόγω της γραμμικής προσέγγισης του προβλήματος) μέτρο ελαστικότητας (Stiffness Ratio) του ταλαντωτή που συνδέει το επίπεδο i με το επίπεδο $i + 1$.

Στην περίπτωση του ισογείου ($i = 1$) τα c_0 και k_0 αναφέρονται στον συνολικό συντελεστή απόσβεσης και στο συνολικό μέτρο ελαστικότητας των εφεδράνων, όπως αυτά δίνονται από τις σχέσεις 3.1 και 3.2. Αντίστοιχα, οι μεταβλητές v_0 και x_0 αναφέρονται στην απόλυτη οριζόντια ταχύτητα και μετατόπιση του εδάφους.

Για την ειδική περίπτωση του 3^{ου} ορόφου η σχέση απλοποιείται ως εξής :

$$\Sigma F_4 = -c_3(v_4 - v_3) - k_3(x_4 - x_3) \quad (3.6)$$

Από τις διαφορικές εξισώσεις που προέκυψαν είναι εμφανές ότι για την «έκφραση» του δυναμικού συστήματος στον χώρο κατάστασης, για κάθε επίπεδο i απαιτούνται συνολικά δύο μεταβλητές κατάστασης (απόλυτη ταχύτητα v_i και απόλυτη θέση x_i). Έτσι, από τα τέσσερα επίπεδα του κτιρίου, προκύπτει ότι απαιτούνται συνολικά 8 μεταβλητές κατάστασης.

Από τις τέσσερις εξισώσεις της σχέσης 3.4 προκύπτουν οι πρώτες τέσσερις εξισώσεις κατάστασης που αναφέρονται στην απόλυτη ταχύτητα v_i του κάθε επιπέδου του κτιρίου.

Οι υπόλοιπες τέσσερις εξισώσεις κατάστασης που αναφέρονται στην απόλυτη θέση x_i του κάθε επιπέδου του κτιρίου, προκύπτουν από την ακόλουθη σχέση :

$$\dot{x}_i = v_i \quad (3.7)$$

3.1. Δυναμικό σύστημα χωρίς έλεγχο

Αφού δημιουργήθηκε το σύστημα μεταβλητών κατάστασης και εκτελέστηκαν στο περιβάλλον του Simulink διάφορες προσομοιώσεις, παρατηρήθηκε ότι η σχετική μετατόπιση, καθώς και η σχετική ταχύτητα μεταξύ των ορόφων κυμάνθηκε σε ιδιαίτερα χαμηλά επίπεδα [9][10]. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι η σταθερά ελατηρίου των εφεδράνων k_0 έχει «σημαντικά» μικρότερη τιμή από τις υπόλοιπες σταθερές ελατηρίου k των γραμμικών ταλαντωτών που παρεμβάλλονται μεταξύ των ορόφων. Έτσι αποφασίστηκε, για λόγους απλοποίησης του προβλήματος, να μειωθεί η τάξη του δυναμικού συστήματος, με την θεώρηση του κτιρίου ως μία ενιαία μάζα. Έτσι προέκυψε το ακόλουθο σύστημα μεταβλητών κατάστασης :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -c/m & -k/m \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c/m & k/m \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ x_0 \end{bmatrix} \\ [x] &= [0 \quad 1] \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Οι μεταβλητές κατάστασης v, x αποτελούν την απόλυτη ταχύτητα και την απόλυτη μετατόπιση του κτιρίου. Αντίστοιχα, η παράμετρος m αναφέρεται στην συνολική μάζα του κτιρίου. Τέλος, οι παράμετροι c, k αναφέρονται στον συνολικό συντελεστή απόσβεσης και στο συνολικό μέτρο ελαστικότητας των εφεδράνων, όπως αυτά δίνονται από τις σχέσεις 3.1 και 3.2.

Για λόγους ευκολίας, το συγκεκριμένο σύστημα 3.8, θα αποκαλείται στη συνέχεια ως «σύστημα χωρίς έλεγχο». Ο λόγος είναι ότι με αυτό το σύστημα, για κάθε σεισμό που θα «φορτώνεται» στο περιβάλλον προσομοίωσης του Simulink, θα εξάγεται μια «προσεγγιστικά καλή εικόνα» της απόκρισης του κτιρίου, όταν σε αυτό δεν έχει «τοποθετήσει» σύστημα ελέγχου και θεωρείται ότι αυτό απλά εδράζεται στα ελαστικά του εφέδρανα. Έτσι η απόκριση που θα προκύπτει για κάθε προσομοίωση-σεισμό θα αποτελεί και το «οπτικό κριτήριο» απόδοσης του συστήματος ελέγχου που σχεδιάζεται κάθε φορά.

Αξίζει να σημειωθεί πως στο συγκεκριμένο σύστημα 3.8, το διάνυσμα εισόδου u (που πολλαπλασιάζεται με τον πίνακα B), θεωρητικά αποτελεί την χειραγωγούμενη είσοδο ελέγχου του συστήματος (η οποία ελέγχεται από κάποιον ελεγκτή) και όχι το διάνυσμα των διαταραχών. Πρακτικά η παρατυπία αυτή δεν δημιουργεί κανένα πρόβλημα, αφού στην ουσία προσομοιώνεται η δυναμική απόκριση του συστήματος, αν σε αυτό γίνει η υπόθεση ότι το χειραγωγούμενο διάνυσμα εισόδου u είναι ένα διάνυσμα διαταραχής, το οποίο είναι «γνωστό» και αποτελεί στην ουσία τον σεισμό που «φορτώνεται» στην προσομοίωση κάθε φορά.

3.2. Δυναμικό σύστημα με έλεγχο

Για την εύκολη προσομοίωση της δυναμικής απόκρισης του κτιρίου, όταν ο ελεγκτής ανάδρασης του συστήματος έχει υπολογιστεί, δημιουργήθηκε ένα σύστημα μεταβλητών κατάστασης με τρεις εισόδους και μία έξοδο (απόλυτη θέση του κτιρίου). Από αυτές τις τρεις «χειραγωγούμενες» εισόδους του διανύσματος u οι δύο τελευταίες αποτελούν την απόλυτη ταχύτητα και θέση του εδάφους (διαταραχή) ενώ η πρώτη αποτελεί ουσιαστικά την χειραγωγούμενη είσοδο ελέγχου f (ασκούμενη δύναμη στο κτίριο), η οποία επιβάλλεται στο κτίριο μέσω του ελεγκτή. Όπως αναφέρθηκε και πριν, αυτή η «παρατυπία» δεν δημιουργεί κανένα πρόβλημα, αφού στην ουσία με αυτό το σύστημα προσομοιώνεται η απόκριση του κτιρίου, όταν σε αυτό επιβληθεί ένα

«γνωστό» διάνυσμα διαταραχής και η ασκούμενη δύναμη ελέγχου, η οποία προκύπτει από τον ελεγκτή ανάδρασης που έχει σχεδιαστεί. Το συγκεκριμένο σύστημα θα αποκαλείται στη συνέχεια ως «σύστημα με έλεγχο». Παρακάτω δίνεται η μορφή του στον χώρο κατάστασης.

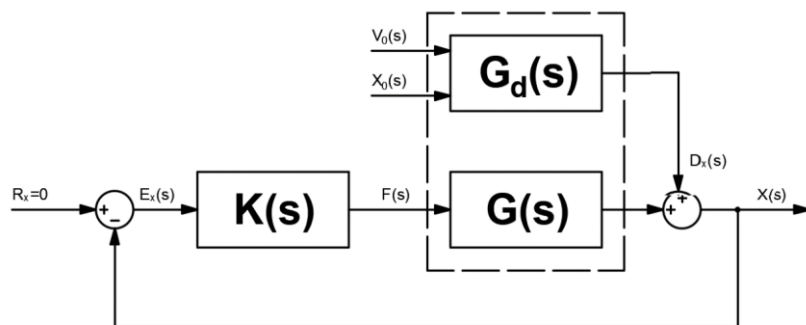
$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c/m & -k/m \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/m & c/m & k/m \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ v_o \\ x_o \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$[x] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix}$$

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί πως το σύστημα αυτό δεν αποτελεί την «βάση» πάνω στην οποία θα σχεδιαστεί ο ελεγκτής, αλλά αποτελεί το «τελικό» σύστημα της προσομοίωσης. Με άλλα λόγια, στην πρώτη είσοδο αυτού του συστήματος θα εισάγεται η έξοδος του ελεγκτή (ασκούμενη δύναμη στο κτίριο), ενώ για τις υπόλοιπες δύο εισόδους του («γνωστές» διαταραχές), θα εισάγεται η απόλυτη ταχύτητα και μετατόπιση του εδάφους (όπως αυτές προκύπτουν από το «προφίλ» του σεισμού που φορτώνεται στο περιβάλλον της προσομοίωσης).

3.3. Δυναμικό σύστημα αναφοράς για τον σχεδιασμό ελεγκτή

Πριν την κατασκευή του βασικού μοντέλου μεταβλητών κατάστασης, «πάνω» στο οποίο θα «βασιστεί» ο σχεδιασμός του ελεγκτή, παρουσιάζεται αρχικά το διάγραμμα βαθμίδων που αντιπροσωπεύει το κλειστό σύστημα ελέγχου. Το διάγραμμα αυτό δίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 3.2 : Διάγραμμα βαθμίδων κλειστού συστήματος

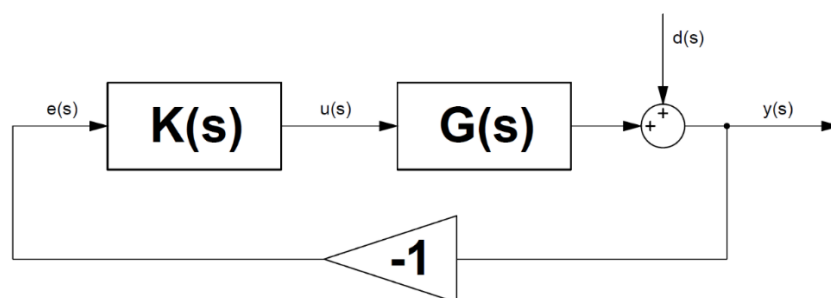
Ο βασικός στόχος του συστήματος ελέγχου είναι το κτίριο να μένει ακίνητο στην αρχική του θέση. Για αυτό στο παραπάνω διάγραμμα βαθμίδων παρατηρείται ότι το σήμα αναφοράς (setpoint) της απόλυτης μετατόπισης του κτιρίου R_x είναι μηδέν. Έτσι η οποιαδήποτε μετατόπιση του κτιρίου θα εισαχθεί στον ελεγκτή ως σφάλμα απόλυτης θέσης E_x . Έτσι, κατά την φάση της σεισμικής διέγερσης, η κίνηση του εδάφους θα «προσθέσει» διαταραχές στην έξοδο του συστήματος, μεταβάλλοντας την θέση του κτιρίου (διαταραχή εξόδου που περιγράφεται από το σήμα D_x). Το αποτέλεσμα θα είναι ο ελεγκτής, μέσω των αισθητήρων, να «βλέπει» το σφάλμα της απόλυτης θέσης του κτιρίου και μέσω κατάλληλης εισόδου ελέγχου (που θα στέλνει στο σύστημα επενέργειας) θα καθορίζει την δύναμη F που θα ασκείται στο κτίριο, ώστε αυτό να σταθεροποιηθεί στην αρχική του θέση. Στην ουσία ο ελεγκτής θα «προσπαθεί» συνεχώς να στέλνει την «καταλληλότερη» είσοδο στο σύστημα (ασκούμενη δύναμη), ώστε η έξοδος που θα προκύπτει από αυτό να είναι τέτοια ώστε να μειώνεται η συνολική συνεισφορά της διαταραχής εξόδου D_x στην τελική απόκριση του συστήματος. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να ειπωθεί πως ο κύριος στόχος του ελεγκτή ανάδρασης είναι να «απορρίψει» την διαταραχή D_x που εισέρχεται στην έξοδο του συστήματος, καθιστώντας το έτσι «αναίσθητο» σε αυτή.

Επιπλέον, στο διάγραμμα βαθμίδων της εικόνας 3.2 παρατηρείται πως για την απλούστευση της εργασίας, κατά τον σχεδιασμό του ελεγκτή, έχει αγνοηθεί η δυναμική τόσο των αισθητήρων όσο και του ελεγχόμενου συστήματος επενέργειας. Για αυτόν τον λόγο, στο συγκεκριμένο διάγραμμα δεν έχει τοποθετηθεί η αντίστοιχη βαθμίδα για τα δύο αυτά συστήματα. Με πιο απλά λόγια, έχει θεωρηθεί πως μέσω των αισθητήρων, ο ελεγκτής θα έχει, χωρίς καθυστερήσεις και σφάλματα μέτρησης (π.χ. λόγω θορύβων), «άμεση εικόνα» για την πραγματική τιμή της απόλυτης θέσης του κτιρίου. Έτσι ο ελεγκτής στην συνέχεια, μέσω του σήματος εξόδου του, θα «στέλνει» στο ελεγχόμενο σύστημα επενέργειας την επιθυμητή τιμή της δύναμης που πρέπει αυτό να ασκήσει στο κτίριο. Λόγω της αγνόησης της δυναμικής του επενεργητή, θεωρείται ότι η δύναμη αυτή θα ασκείται άμεσα και χωρίς σφάλματα.

Στην πραγματικότητα όλα τα συστήματα επενέργειας, καθώς και οι αισθητήρες εμφανίζουν δυναμικά χαρακτηριστικά. Έτσι και εδώ, κατά τον σχεδιασμό του ελεγκτή, θα έπρεπε να έχει συμπεριληφθεί, τόσο η δυναμική των επιλεγόμενων αισθητήρων, όσο και του επιλεγμένου συστήματος επενέργειας. Παρ' όλα αυτά, η απλούστευση

αυτή έγινε για τον λόγο που αναφέρθηκε και προηγουμένως, πως κύριος στόχος της παρούσας εργασίας είναι η παρουσίαση της μεθοδολογίας σχεδιασμού εύρωστων ελεγκτών H_∞ μεικτής ευαισθησίας.

Το παρακάτω απλοποιημένο διάγραμμα βαθμίδων της εικόνας 3.3 αποτελεί την «βάση» πάνω στην οποία θα κατασκευαστεί το σύστημα μεταβλητών κατάστασης που θα αποτελεί με την σειρά του και το βασικό σύστημα με το οποίο θα σχεδιαστεί ο ελεγκτής. Στην ουσία, όπως φαίνεται από το συγκεκριμένο διάγραμμα, το βασικότερο πρόβλημα είναι ο σχεδιασμός ενός ελεγκτή K , ο οποίος με κατάλληλη είσοδο ελέγχου u (ασκούμενη δύναμη στο κτίριο) θα «προσπαθεί» να «μηδενίσει» την έξοδο y του δυναμικού συστήματος (απόλυτη θέση του κτιρίου), «αντισταθμίζοντας» έτσι τις διαταραχές εξόδου d που την επηρεάζουν.



Εικόνα 3.3 : Απλοποιημένο διάγραμμα βαθμίδων κλειστού συστήματος

Έτσι προκύπτει το παρακάτω σύστημα μεταβλητών κατάστασης, βάσει του οποίου θα σχεδιαστεί ο ελεγκτής.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -c/m & -k/m \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/m \\ 0 \end{bmatrix} f \\ [x] &= [0 \quad 1] \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Θεωρώντας μηδενικές αρχικές συνθήκες, το παραπάνω σύστημα μπορεί να εκφραστεί στο πεδίο της συχνότητας από την ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς :

$$G(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (3.11)$$

4. Σχεδίαση ελεγκτή H_∞ μεικτής ευαισθησίας

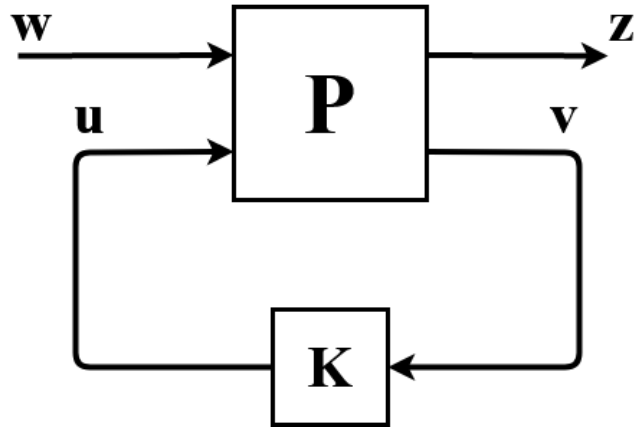
Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο, η μεθοδολογία H_∞ μεικτής ευαισθησίας είναι μία μεθοδολογία σχεδιασμού εύρωστου γραμμικού ελεγκτή που αποτελεί ένα μαθηματικό πρόβλημα υπό-βελτιστοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, με την μεθοδολογία αυτή, ο ελεγκτής «προκύπτει» μετά από την επίλυση ενός πολύπλοκου μαθηματικού προβλήματος, η λύση του οποίου, πραγματοποιείται πλέον γρήγορα και εύκολα, μέσω αυτοματοποιημένων αλγορίθμων, οι οποίοι απαιτούν από τον σχεδιαστή του συστήματος ελέγχου τα εξής :

- **το μαθηματικό μοντέλο** του δυναμικού συστήματος που θέλει να ελέγξει και
- **τις συναρτήσεις βάρους**, μέσω των οποίων, ο σχεδιαστής «περιγράφει» στον αυτοματοποιημένο αλγόριθμο, τον «χαρακτήρα» και τις προδιαγραφές που θα ήθελε για τον ελεγκτή, δίνοντας του έτσι την απαραίτητη κατεύθυνση στην μαθηματική επίλυση του προβλήματος.

Για την καλύτερη γνώση της φιλοσοφίας σχεδιασμού H_∞ μεικτής ευαισθησίας, γίνεται στην συνέχεια μια πιο αναλυτική παρουσίαση της.

4.1. Παρουσίαση της μεθοδολογίας σχεδιασμού

Για την κατανόηση της φιλοσοφίας σχεδιασμού των ελεγκτών H_∞ μεικτής ευαισθησίας βοηθάει πολύ η κατασκευή του συνολικού (κλειστού) συστήματος στην δομή PK. Πιο συγκεκριμένα, σε αυτή την δομή, η βαθμίδα P αναφέρεται στο γενικευμένο σύστημα, ενώ η βαθμίδα K αναφέρεται στον ελεγκτή που πρόκειται να σχεδιαστεί. Η δομή PK φαίνεται αναλυτικά παρακάτω.



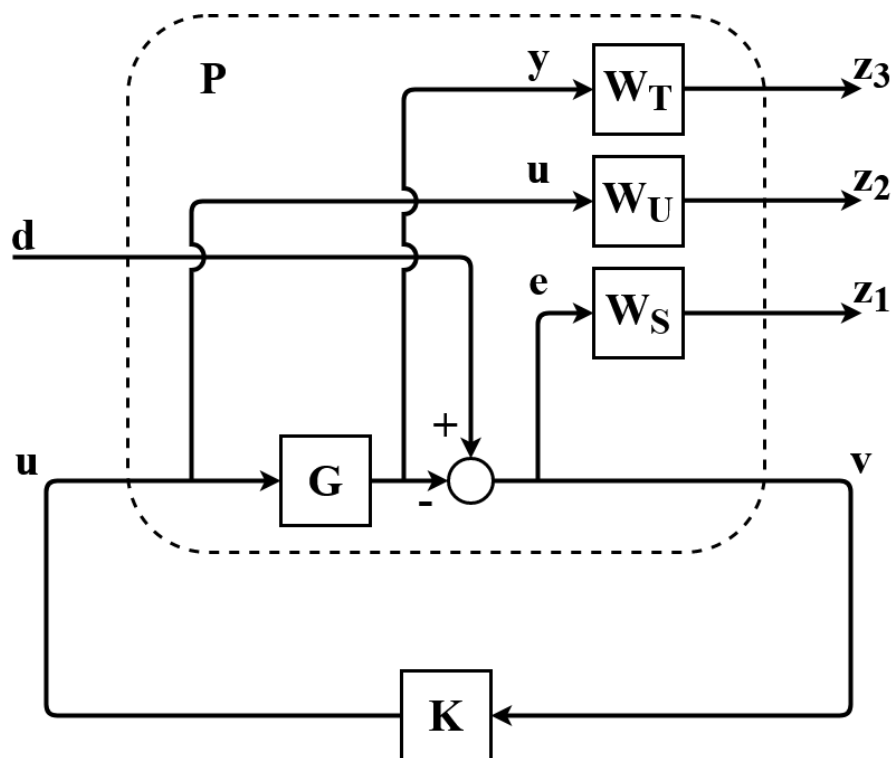
Εικόνα 4.1 : PK δομή του κλειστού συστήματος

Όπως φαίνεται και από το σχήμα της εικόνας 4.1, η δομή PK αποτελείται συνολικά από τα παρακάτω διανύσματα σημάτων :

- **w** : αποτελεί ένα διάνυσμα το οποίο αναφέρεται στα σήματα που εισέρχονται στο σύστημα. Τέτοια σήματα μπορεί να είναι διαταραχές, επιθυμητές τιμές ή θόρυβος.
- **z** : αποτελεί ένα διάνυσμα το οποίο αναφέρεται σε σήματα που είναι επιθυμητός ο έλεγχος τους. Τέτοια σήματα μπορεί να αναφέρονται σε :
 - **Σφάλματα παρακολούθησης** (reference tracking errors) στην περίπτωση που σχεδιάζεται ένα σύστημα και είναι επιθυμητό η έξοδος του να ακολουθεί κάποια σήματα επιθυμητής τιμής (servomechanism).
 - **Σφάλματα αποσταθεροποίησης** τα οποία προκαλούνται από τις διαταραχές που εισέρχονται σε ένα σύστημα στο οποίο είναι επιθυμητή η σταθεροποίηση σε μια περιοχή (regulator). Σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχουν κάποια σήματα μεταβαλλόμενης επιθυμητής τιμής και το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στη «μείωση» της αποσταθεροποίησης που προκαλείται από τις διαταραχές (disturbance rejection).
 - **Εισόδους ελέγχου** (σήματα εξόδου του ελεγκτή) στην περίπτωση που καλούμαστε να περιορίσουμε τις «απαιτήσεις» του ελεγκτή, για την αποφυγή φαινομένων κορεσμού στους επενεργητές (actuator saturation) ή στην περίπτωση που επιθυμούμε την οικονομικότερη λειτουργία του συστήματος.

- v : αποτελεί ένα διάνυσμα το οποίο αναφέρεται στα σήματα του συστήματος P τα οποία ανατροφοδοτούνται στον ελεγκτή K .
- u : αποτελεί ένα διάνυσμα το οποίο αναφέρεται στα σήματα που «εξάγονται» από τον ελεγκτή K , τα οποία αποτελούν ταυτόχρονα και τις εισόδους ελέγχου του συστήματος P .

Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, το πρόβλημα ελέγχου αποτελεί ένα πρόβλημα ρύθμισης (regulator), καθώς δεν είναι επιθυμητό η έξοδος του συστήματος (απόλυτη θέση του κτιρίου) να ακολουθήσει κάποια συγκεκριμένη τροχιά (reference tracking). Αντίθετα, το σήμα της επιθυμητής τιμής έχει μηδενική τιμή, καθώς είναι επιθυμητό το κτίριο να σταθεροποιηθεί στην αρχική - μηδενική απόλυτη θέση. Έτσι η PK δομή του συστήματος μπορεί να αναλυθεί καλύτερα όπως φαίνεται στο σχήμα της εικόνας 4.2.



Εικόνα 4.2 : PK δομή για τον σχεδιασμό ελεγκτή H_∞ μεικτής ευαισθησίας σε ένα πρόβλημα ρύθμισης (Regulator)

Στην παραπάνω PK δομή φαίνεται πως το διάνυσμα w αποτελείται μόνο από το σήμα της διαταραχής εξόδου d . Η διαταραχή αυτή αποτελεί στην ουσία την διαταραχή που εμφανίζεται στην έξοδο του συστήματος (απόλυτη θέση του κτιρίου) και η οποία προκαλείται από τον σεισμό. Αντίστοιχα, το διάνυσμα v αποτελείται μόνο από το σήμα του σφάλματος e (απόκλιση της απόλυτης θέσης του κτιρίου από την μηδενική θέση). Επιπλέον, το σήμα του σφάλματος e εισέρχεται στον ελεγκτή K , ο οποίος με την σειρά του εξάγει την είσοδο ελέγχου u του συστήματος (ασκούμενη δύναμη στο κτίριο). Τέλος, το διάνυσμα z αποτελείται συνολικά από τα παρακάτω τρία σήματα :

- z_1 : αποτελεί το σταθμισμένο (ή φιλτραρισμένο) με το βάρος W_S σήμα του σφάλματος e . Συνήθως το βάρος W_S σε ένα διάγραμμα συχνοτικής απόκρισης *Bode* έχει την μορφή ενός βαθυπερατού φίλτρου (Low-pass filter). Ο λόγος είναι ότι στις περισσότερες περιπτώσεις που ο σχεδιαστής ενδιαφέρεται για την απόρριψη των διαταραχών (disturbance rejection), οι διαταραχές αυτές έχουν «χαμηλόσυχο περιεχόμενο». Υπάρχουν πάντως περιπτώσεις που το βάρος W_S μπορεί να έχει και την μορφή ενός ζωνοπερατού φίλτρου (Band-pass filter), κυρίως όταν το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στο «ψαλίδισμα» των διαταραχών σε κάποια συγκεκριμένη περιοχή των συχνοτήτων. Για παράδειγμα σε μία εφαρμογή ενεργητικής ανάρτησης, η απόρριψη των διαταραχών της κάθετης επιτάχυνσης της αναρτημένης μάζας είναι επιθυμητή κυρίως στην περιοχή των 4-10 Hz, καθώς στην περιοχή αυτή είναι ευαίσθητο το ανθρώπινο σώμα. Έτσι για λόγους οικονομικότερης λειτουργίας, δεν είναι αναγκαία η μείωση των χαμηλόσυχων (συχνότητας μικρότερης των 4 Hz) αλλά και των υψηλόσυχων (συχνότητας μεγαλύτερης των 10 Hz) κραδασμών, καθώς τους κραδασμούς αυτούς τους «απορρίπτει» το ίδιο το ανθρώπινο σώμα. Πάντως, η απόρριψη υψηλόσυχων διαταραχών (εφόσον εμφανίζονται σε ένα σύστημα) είναι γενικά στην πράξη μία δύσκολη διαδικασία καθώς απαιτεί συστήματα επενέργειας με μεγάλο εύρος ζώνης (Bandwidth) που στις περισσότερες περιπτώσεις είναι δύσκολο να κατασκευαστούν. Εκτός αυτού, ο σχεδιασμός ενός κλειστού συστήματος ελέγχου με υπερβολικά μεγάλο εύρος ζώνης, ενώ φαίνεται ιδανικός (ικανότητα απόρριψης υψηλόσυχων διαταραχών), δεν είναι τόσο κατάλληλος στην πράξη. Ο λόγος είναι ότι ένα τέτοιο σύστημα είναι πολύ «ευαίσθητο» τόσο στους θορύβους (συνήθως είναι υψηλόσυχοι) των σημάτων

εξόδου από τους αισθητήρες, όσο και στα σφάλματα μοντελοποίησης του συστήματος (μπορεί να οδηγήσει σε ασταθές κλειστό σύστημα).

- z_2 : αποτελεί το σταθμισμένο (ή φιλτραρισμένο) με το βάρος W_U σήμα της εισόδου ελέγχου u . Συνήθως το βάρος αυτό, σε ένα διάγραμμα συχνοτικής απόκρισης *Bode*, έχει την μορφή ενός ολοπερατού φίλτρου (All-pass filter) ή ενός υψιπερατού φίλτρου (High-pass filter). Χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις που για δεδομένα μεγέθη διαταραχών, είναι επιθυμητή η «φραγή» της μέγιστης τιμής της εισόδου ελέγχου u (χρήση ολοπερατού φίλτρου) ή ακόμη και το «σβήσιμο» των υψηλόσυχων συνιστωσών της (χρήση υψιπερατού φίλτρου). Ο λόγος που γίνεται αυτό είναι για να αποφευχθούν δυσάρεστα φαινόμενα κορεσμού στον επενεργητή (actuator saturation). Δηλαδή φαινόμενα στα οποία ο ελεγκτής «ζητάει» τιμές της εισόδου ελέγχου u τόσο υψηλές που δεν μπορούν να επιτευχθούν από τον επενεργητή του συστήματος. Το βάρος W_U μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμα και σε περιπτώσεις στις οποίες το σύστημα επενέργησης είναι «υπερδιαστασιολογημένο» και είναι επιθυμητή η ηπιότερη χρήση του, κυρίως για λόγους οικονομικότερης λειτουργίας.
- z_3 : αποτελεί το σταθμισμένο (ή φιλτραρισμένο) με το βάρος W_T σήμα της εξόδου y του «ελεγχόμενου τμήματος» G του συστήματος. Το βάρος αυτό χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις που για τον ελεγκτή είναι επιθυμητή η επίτευξη προδιαγραφών εύρωστης ευστάθειας (Robust stability), για δεδομένη αβεβαιότητα κατά την μοντελοποίηση. Η λογική, αλλά και ο τρόπος με τον οποίο επιλέγεται αυτό το βάρος παρουσιάζεται αργότερα.

Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, στόχος του αλγορίθμου μεικτής ευαισθησίας είναι να «βρει» έναν βέλτιστο ελεγκτή K , ο οποίος θα ελαχιστοποιεί την νόρμα άπειρο του πίνακα συναρτήσεων μεταφοράς N που συνδέει τα ελεγχόμενα σήματα z με το σήμα της διαταραχής εξόδου d . Ο συγκεκριμένος πίνακας δίνεται παρακάτω.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_S e \\ W_U u \\ W_T y \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$z = \begin{bmatrix} W_S S \\ W_U K S \\ W_T T \end{bmatrix} d \Rightarrow$$

$$N = \begin{bmatrix} W_S S \\ W_U K S \\ W_T T \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Στον παραπάνω πίνακα N παρατηρείται ότι οι συναρτήσεις βαρών W_S, W_U, W_T που επιλέγονται από τον σχεδιαστή, σταθμίζουν (ή φιλτράρουν) τις τρεις επιμέρους συναρτήσεις μεταφοράς S, KS, T , οι οποίες εξαρτώνται άμεσα από την συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή K . Έτσι, στο πρόβλημα της μεικτής ευαισθησίας, ο βέλτιστος ελεγκτής K προκύπτει από την ελαχιστοποίηση της παρακάτω νόρμας :

$$\min_K \|N(K)\|_\infty \quad (4.2)$$

Η συγκεκριμένη νόρμα αποτελεί στην ουσία την μέγιστη τιμή (peak) που λαμβάνει η μέγιστη ιδιάζουσα τιμή $\bar{\sigma}(N)$ του πίνακα N σε ένα διάγραμμα απόκρισης συχνότητας *Bode*. Δηλαδή :

$$\|N\|_\infty = \max_\omega \bar{\sigma}[N(j\omega)] \quad (4.3)$$

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί πως η μέγιστη ιδιάζουσα τιμή του πίνακα N προκύπτει από την παρακάτω Ευκλείδεια νόρμα.

$$\bar{\sigma}(N) = \sqrt{|W_S S|^2 + |W_U K S|^2 + |W_T T|^2} \quad (4.4)$$

Γενικά είναι επιθυμητό, η νόρμα άπειρο του πίνακα N να είναι μικρότερη της μονάδας. Δηλαδή :

$$\max_\omega \sqrt{|W_P S(j\omega)|^2 + |W_U K S(j\omega)|^2 + |W_T T(j\omega)|^2} < 1 \quad (4.5)$$

Όταν ισχύει η παραπάνω σχέση, τότε προκύπτουν ισοδύναμα οι παρακάτω :

- $|W_S S(j\omega)| < 1, \forall \omega \Leftrightarrow \|W_S S\|_\infty < 1$
- $|W_U K S(j\omega)| < 1, \forall \omega \Leftrightarrow \|W_U K S\|_\infty < 1$
- $|W_T T(j\omega)| < 1, \forall \omega \Leftrightarrow \|W_T T\|_\infty < 1$

Η επίτευξη των παραπάνω σχέσεων είναι σημαντική, καθώς η κάθε μία «πιστοποιεί» κάποιες συγκεκριμένες προδιαγραφές για τον ελεγκτή K . Πιο συγκεκριμένα :

$$|W_S S(j\omega)| < 1, \forall \omega \Leftrightarrow \|W_S S\|_\infty < 1 \Leftrightarrow |S(j\omega)| < \frac{1}{|W_S(j\omega)|}, \forall \omega$$

Η παραπάνω σχέση αποτελεί και το κριτήριο της ονομαστικής απόδοσης για το σύστημα. Με άλλα λόγια, από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι σε κάθε συχνότητα η συνάρτηση ευαισθησίας S θα έχει μικρότερο μέτρο (Amplitude) από το αντίστροφο του βάρους W_S . Δηλαδή, όταν ισχύει η παραπάνω σχέση, το αντίστροφο του βάρους W_S (επιλέγεται από τον σχεδιαστή) αποτελεί στην ουσία το άνω φράγμα της συνάρτησης ευαισθησίας S . Έτσι, με την επιλογή του βάρους αυτού, ο σχεδιαστής επιλέγει την ελάχιστη επιθυμητή μορφή που επιθυμεί για την συνάρτηση ευαισθησίας S (Sensitivity Function Shaping) και έτσι καθορίζει με αυτόν τον τρόπο τις ελάχιστες προδιαγραφές απόδοσης του ελεγκτή του. Για αυτό τον λόγο, πολλές φορές το βάρος αυτό αναφέρεται στην βιβλιογραφία και ως «βάρος απόδοσης». Αυτό ισχύει καθώς η συνάρτηση ευαισθησίας S αποτελεί στην ουσία την συνάρτηση μεταφοράς που συνδέει το σφάλμα e (απόκλιση του κτιρίου από την μηδενική θέση) με την διαταραχή εξόδου d (δηλαδή $e = Sd$). Έτσι, με το μέτρο του αντίστροφου του βάρους W_S καθορίζεται το ελάχιστο επιθυμητό «ψαλίδισμα» των διαταραχών εξόδου, σε σχέση με την συχνότητα τους. Για τον λόγο αυτό, συνήθως το βάρος αυτό έχει υψηλό μέτρο στις χαμηλές συχνότητες (Low-pass filter) έτσι ώστε η συνάρτηση ευαισθησίας S που θα προκύψει να έχει τελικά χαμηλό μέτρο στις συχνότητες αυτές. Πρακτικά αυτό σημαίνει πως το κλειστό σύστημα θα έχει χαμηλή ευαισθησία, ή διαφορετικά θα είναι «αναίσθητο», στις χαμηλόσυχνες διαταραχές εξόδου.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί πως η σχέση $\|W_S S\|_\infty < 1$ «πιστοποιεί» πως η συνάρτηση ευαισθησίας S θα έχει την επιθυμητή (ή και καλύτερη) μορφή (shape) που καθορίστηκε μέσω του βάρους W_S , μόνο στην περίπτωση που ο ελεγκτής εφαρμοστεί σε ένα σύστημα που η δυναμική του περιγράφεται επακριβώς από το ονομαστικό μοντέλο με το οποίο αυτός σχεδιάστηκε. Αυτός είναι και ο λόγος που η σχέση αυτή αποτελεί το κριτήριο ονομαστικής απόδοσης (Nominal Performance) του συστήματος. Στην ρεαλιστική όμως περίπτωση που το πραγματικό μοντέλο της εγκατάστασης «διαφέρει» δυναμικά από το ονομαστικό μοντέλο, οι προδιαγραφές της απόδοσης του ελεγκτή δεν μπορούν να «πιστοποιηθούν», ακόμη και αν η σχέση αυτή ικανοποιείται. Έτσι, σε ένα δεδομένο εύρος αβεβαιότητας κατά την μοντελοποίηση (model uncertainty), δεν είναι γνωστό αν τελικά ο ελεγκτής θα επιτύχει «εύρωστα» τις προδιαγραφές απόδοσης που έχει θέσει ο σχεδιαστής του (Robust Performance). Μία μεθοδολογία που δίνει αυτή την δυνατότητα κατά την σχεδίαση του εύρωστου ελεγκτή, είναι η μεθοδολογία «μ *synthesis*», η οποία αποτελεί «παρακλάδι» της μεθοδολογίας H_∞ , καθώς «προήλθε» από αυτή. Παρ' όλα αυτά, στην παρούσα εργασία δεν γίνεται αναλυτική αναφορά της.

$$|W_U K S(j\omega)| < 1, \forall \omega \Leftrightarrow \|W_U K S\|_\infty < 1 \Leftrightarrow |K S(j\omega)| < \frac{1}{|W_U(j\omega)|}, \forall \omega$$

Όπως και πριν, έτσι και με το αντίστροφο του βάρους W_U «επιβάλλεται» φραγή, μέσω ενός άνω φράγματος στην συνάρτηση μεταφοράς KS , η οποία αποτελεί το γινόμενο της συνάρτησης μεταφοράς του ελεγκτή K με την συνάρτηση ευαισθησίας S . Η συνάρτηση KS συνδέει το σήμα της εισόδου ελέγχου u με την διαταραχή εξόδου d (δηλαδή $u = KSd$). Είναι επιθυμητό η νόρμα άπειρο της σταθμισμένης συνάρτησης KS που θα προκύψει να είναι μικρότερη της μονάδας (δηλαδή $\|W_U K S\|_\infty < 1$). Έτσι, στην περίπτωση που για το βάρος W_U επιλεγθεί μια συγκεκριμένη τιμή (All-pass filter), τότε για δεδομένο μέγιστο μέγεθος της διαταραχής εξόδου d_{max} (σε οποιαδήποτε συχνότητα και αν αυτή εμφανιστεί) θα «εξασφαλιστεί» ότι η είσοδος ελέγχου u δεν θα ξεπεράσει μία συγκεκριμένη τιμή. Πιο συγκεκριμένα, για την είσοδο ελέγχου θα ισχύει η σχέση $u < u_{max} < d_{max}/W_U$. Έτσι, για δεδομένα μεγέθη των διαταραχών εξόδου, επιλέγεται η επιβαλλόμενη φραγή της μέγιστης τιμής της εισόδου ελέγχου u . Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, αυτό γίνεται για να αποφευχθούν τυχόν δυσάρεστα

φαινόμενα κορεσμού στον επενεργητή της διάταξης (Actuator Saturation). Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί πως η «φραγή» αυτή εξασφαλίζεται και πάλι μόνο όταν ο ελεγκτής εφαρμοστεί σε ένα σύστημα που η δυναμική του περιγράφεται «επακριβώς» από το ονομαστικό μοντέλο με το οποίο αυτός σχεδιάστηκε. Έτσι, μπορεί να υπάρξουν ορισμένα σφάλματα κατά την μοντελοποίηση, τα οποία θα αυξήσουν το πραγματικό μέτρο της συνάρτησης ευαισθησίας S σε κάποιες συχνότητες. Αυτό θα αυξήσει με την σειρά του και το μέτρο της συνάρτησης KS , οδηγώντας έτσι σε μεγαλύτερες τιμές της εισόδου ελέγχου u . Πάντως, στις περισσότερες περιπτώσεις, ένα κλειστό σύστημα «έρχεται αντιμέτωπο» με χαμηλόσυχνες διαταραχές στην έξοδο του. Επιπλέον, αν η μοντελοποίηση είναι σχετικά ικανοποιητική, τότε τα σχετικά σφάλματα της ενίσχυσης (Gain) του ονομαστικού μοντέλου, σε σχέση με το πραγματικό, θα είναι μικρά στις χαμηλές συχνότητες. Έτσι μπορεί να γίνει η υπόθεση ότι η «φραγή» που έχει τεθεί στην είσοδο ελέγχου u επιτυγχάνεται.

$$|W_T T(j\omega)| < 1, \forall \omega \Leftrightarrow \|W_T T\|_\infty < 1 \Leftrightarrow |T(j\omega)| < \frac{1}{|W_T(j\omega)|}, \forall \omega$$

Αν ικανοποιείται η παραπάνω συνθήκη, τότε ο ελεγκτής επιτυγχάνει «πιστοποιημένα» την εύρωστη ευστάθεια (Robust Stability) του κλειστού συστήματος, σε ένα δεδομένο εύρος αβεβαιότητας που έχει θέσει ο σχεδιαστής του. Το εύρος αυτό καθορίζεται μέσω του βάρους W_T , το οποίο αποτελεί το βάρος της πολλαπλασιαστικής αβεβαιότητας (Multiplicative Uncertainty) της μοντελοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, το βάρος αυτό επιλέγεται έτσι ώστε να ικανοποιείται η παρακάτω σχέση :

$$|W_T(j\omega)| \geq \max_{G_p \in \Pi} \left| \frac{G_p(j\omega) - G(j\omega)}{G(j\omega)} \right|, \forall \omega \quad (4.6)$$

Η σχέση 4.6 δηλώνει πως το βάρος W_T που θα επιλεγεί θα πρέπει σε κάθε συχνότητα να έχει μέτρο μεγαλύτερο (ή και ίσο) από το μέγιστο σχετικό σφάλμα που μπορεί να υπάρξει (λόγω της ατελούς μοντελοποίησης) στην ενίσχυση (Gain) του συστήματος. Στην παραπάνω σχέση με G_p συμβολίζονται όλα τα πιθανά μοντέλα (Perturbed Plant Models) που ανήκουν στο εύρος Π της αβεβαιότητας που έχει θέσει ο σχεδιαστής και

με G συμβολίζεται το ονομαστικό μοντέλο με το οποίο σχεδιάζεται ο ελεγκτής. Με αυτό τον τρόπο επιλέγεται το βάρος W_T , το οποίο αποτελεί επιπλέον το άνω φράγμα της συνάρτησης συμπληρωματικής ευαισθησίας T .

Παρακάτω δίνονται συνοπτικά οι λόγοι (όπως αυτοί αναλύθηκαν προηγουμένως) για τους οποίους είναι επιθυμητό ο ελεγκτής που θα «προκύψει», από την μαθηματική επίλυση του προβλήματος H_∞ , να οδηγεί τελικά την νόρμα άπειρο του πίνακα N σε τιμή μικρότερη της μονάδας (δηλαδή $\|N\|_\infty < 1$).

$$\left\| \begin{array}{l} W_S S \\ W_U K S \\ W_T T \end{array} \right\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \|W_S S\|_\infty < 1 \Rightarrow \text{ικανοποίηση προδιαγραφών ονομαστικής απόδοσης} \\ \|W_U K S\|_\infty < 1 \Rightarrow \text{ικανοποίηση απαιτούμενης φραγής στην είσοδο ελέγχου} \\ \|W_T T\|_\infty < 1 \Rightarrow \text{ικανοποίηση εύρωστης ευστάθειας} \end{cases}$$

Στο πρόβλημα μεικτής ευαισθησίας δεν είναι απαραίτητη η επιλογή και των τριών βαρών. Πιο συγκεκριμένα, ο σχεδιαστής δεν είναι απαραίτητο να προβεί σε πλήρη διαμόρφωση μεικτής ευαισθησίας $S/KS/T$, αλλά μπορεί (ανάλογα με τις απαιτήσεις του) να επιλέξει κάποια συγκεκριμένη από τις παρακάτω πιο απλές διαμορφώσεις μεικτής ευαισθησίας :

- **Διαμόρφωση S/T :** Για την διαμόρφωση αυτή επιλέγονται μόνο τα βάρη W_S και W_T . Έτσι σχεδιάζεται ένας ελεγκτής με συγκεκριμένες προδιαγραφές στην ονομαστική του απόδοση (όπως αυτές καθορίζονται από το βάρος W_S). Επιπλέον, «φράσετε» με ένα άνω φράγμα (το αντίστροφο του βάρους W_T) η συνάρτηση συμπληρωματικής ευαισθησίας T , για λόγους εύρωστης ευστάθειας ή/και «αναισθησίας» του κλειστού συστήματος σε υψηλόσυχνους θορύβους. Στην διαμόρφωση αυτή δεν περιλαμβάνεται το βάρος της εισόδου ελέγχου W_U . Έτσι ο αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος της μεικτής ευαισθησίας έχει ως κατεύθυνση (με κριτήριο νόρμας άπειρο) την «εξαγωγή» ενός ελεγκτή ο οποίος θα ικανοποιεί και τις προδιαγραφές της ονομαστικής απόδοσης, αλλά και την εύρωστη ευστάθεια. Οι δύο αυτές προδιαγραφές είναι αντικρουόμενες, καθώς στα συστήματα του αυτομάτου ελέγχου η αύξηση της απόδοσης οδηγεί σε μείωση της ευρωστίας τους και το αντίστροφο. Με άλλα λόγια, η διαμόρφωση S/T επιλέγεται στις περιπτώσεις που για δεδομένη αβεβαιότητα (κατά την μοντελοποίηση) είναι επιθυμητή η «εξαγωγή» ενός ελεγκτή K , ο οποίος θα

επιτυγχάνει όσο το δυνατόν πιο ικανοποιητικά τις προδιαγραφές της ονομαστικής απόδοσης που έχουν τεθεί, με ταυτόχρονη εξασφάλιση της ευστάθειας του συστήματος σε όλο το εύρος της αβεβαιότητας. Σε περίπτωση που ο βέλτιστος ελεγκτής που θα προκύψει από την επίλυση του προβλήματος μεικτής ευαισθησίας, «δίνει» νόρμα άπειρο του πίνακα N μεγαλύτερη της μονάδας αυτό σημαίνει πως οι προδιαγραφές της ονομαστικής απόδοσης και της εύρωστης ευστάθειας δεν ικανοποιούνται. Επειδή η εύρωστη ευστάθεια όμως είναι η πιο σημαντική προδιαγραφή δεν προτείνεται η αλλαγή του βάρους W_T . Αυτό που θα ήταν προτιμότερο να γίνει είναι να επανασχεδιαστεί το βάρος της ονομαστικής απόδοσης W_S . Πιο συγκεκριμένα, θα πρέπει να «θυσιάζονται» κάθε φορά (με διαδοχικές επαναλήψεις) οι προδιαγραφές απόδοσης (επιλογή λιγότερου «απαιτητικού» βάρους απόδοσης W_S) και να επαναλαμβάνεται ξανά ο αλγόριθμος επίλυσης. Αυτό είναι αναγκαίο να γίνεται μέχρι η τελική νόρμα άπειρο του πίνακα N να γίνει μικρότερη της μονάδας. Τέλος, όπως έχει ήδη αναφερθεί, με την συγκεκριμένη διαμόρφωση δεν υπάρχει «φραγή» στην συνάρτηση KS . Με άλλα λόγια, αυτό σημαίνει πως στην συγκεκριμένη «λογική σχεδίασης» ελεγκτή απουσιάζει η «φραγή» της εισόδου ελέγχου. Αυτό όμως δεν αποτελεί μειονέκτημα στις περιπτώσεις που το σύστημα επενέργησης είναι «υπερδιαστασιοποιημένο». Στις περιπτώσεις όμως που τα πιθανά μεγέθη των διαταραχών μπορούν να καταστήσουν τον ελεγκτή «υπερβολικά απαιτητικό» για τον επενεργητή της διάταξης, τότε θα πρέπει αυτός να επανασχεδιαστεί με πλήρη διαμόρφωση ευαισθησίας $S/KS/T$, για να εξασφαλιστεί έτσι η αποφυγή κορεσμού του επενεργητή (Actuator Saturation).

- **Διαμόρφωση S/KS :** Για την διαμόρφωση αυτή επιλέγονται μόνο τα βάρη W_S και W_U . Έτσι σχεδιάζεται ένας ελεγκτής με συγκεκριμένες προδιαγραφές στην ονομαστική του απόδοση (όπως αυτές καθορίζονται από το βάρος W_S). Επιπλέον, «φράσεται» με ένα άνω φράγμα (το αντίστροφο του βάρους W_U) η συνάρτηση KS , για λόγους «φραγμού» της εισόδου ελέγχου, για δεδομένα μεγέθη διαταραχών (περίπτωση προβλήματος Regulator). Στην συγκεκριμένη διαμόρφωση «απουσιάζει» το βάρος αβεβαιότητας W_T και για αυτό στην συγκεκριμένη διαμόρφωση ευαισθησίας απουσιάζει πλήρως η λογική της ευρωστίας κατά τον σχεδιασμό. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι ο ελεγκτής που θα

προκύψει από αυτή την διαμόρφωση δεν θα είναι εύρωστος. Στην ουσία, αν αντιστραφεί η συνάρτηση συμπληρωματικής ευαισθησίας T , τότε το μέτρο της (Amplitude) «φανερώνει» μια εικόνα της ευρωστίας, με κριτήριο τα σχετικά σφάλματα στην ενίσχυση του συστήματος. Όμως αυτή η «οπτική» της ευρωστίας δεν είναι αρκετά ξεκάθαρη σε ποιο εύρος αβεβαιότητας αναφέρεται. Για αυτόν τον λόγο, η διαμόρφωση αυτή είναι καλό να επιλέγεται κυρίως σε περιπτώσεις που το δυναμικό σύστημα που ελέγχεται δεν έχει έντονες μη-γραμμικότητες και επιπλέον τα σφάλματα μοντελοποίησης είναι γνωστό ότι είναι πολύ μικρά. Το τελευταίο θα μπορούσε να έχει «εξασφαλιστεί» στην περίπτωση που έχει πραγματοποιηθεί μία ικανοποιητική αναγνώριση του συστήματος (System Identification). Όπως και πριν, αν η νόρμα άπειρο του πίνακα N που θα προκύψει είναι τελικά μεγαλύτερη της μονάδας, τότε είναι δεδομένο πως δεν καλύφθηκαν πλήρως οι προδιαγραφές της ονομαστικής απόδοσης αλλά και της «φραγής» της εισόδου ελέγχου. Όμως, ο κορεσμός του επενεργητή (Actuator Saturation) είναι μία δυσάρεστη κατάσταση που μπορεί να οδηγήσει στην αστάθεια του συστήματος και για αυτόν τον λόγο θα πρέπει να αποφεύγεται. Για αυτό σε μια τέτοια περίπτωση θα πρέπει σιγά-σιγά (με διαδοχικές επαναλήψεις) να «θυσιάζονται» προδιαγραφές απόδοσης (επιλογή λιγότερου «απαιτητικού» βάρους απόδοσης W_S) και να επαναλαμβάνεται ξανά ο αλγόριθμος επίλυσης, μέχρι η τελική νόρμα άπειρο του πίνακα N να γίνει μικρότερη της μονάδας.

4.2. Επιλογή συναρτήσεων βαρών

Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, έχει ήδη «κατασκευαστεί» το μοντέλο του δυναμικού συστήματος, πάνω στο οποίο θα βασιστεί ο σχεδιασμός του ελεγκτή (σχέση 3.10). Έτσι, το μόνο που μένει για την σχεδίαση του είναι η επιλογή των βαρών. Στα πλαίσια της συγκεκριμένης άσκησης επιλέχθηκε να γίνει ο σχεδιασμός ενός ελεγκτή με διαμόρφωση μεικτής ευαισθησίας S/T . Πιο συγκεκριμένα, για λόγους ευρωστίας επιλέχθηκε ο σχεδιασμός να ξεκινήσει από την διαμόρφωση της καμπύλης (shaping) της συμπληρωματικής ευαισθησίας T . Επιπλέον, για την παρουσίαση της διαδικασίας σχεδιασμού, έγινε η θεώρηση ότι υπάρχει παραμετρική αβεβαιότητα στο σύστημα (για λόγους απλοποίησης) και πιο συγκεκριμένα στην συνολική μάζα του κτιρίου και στο

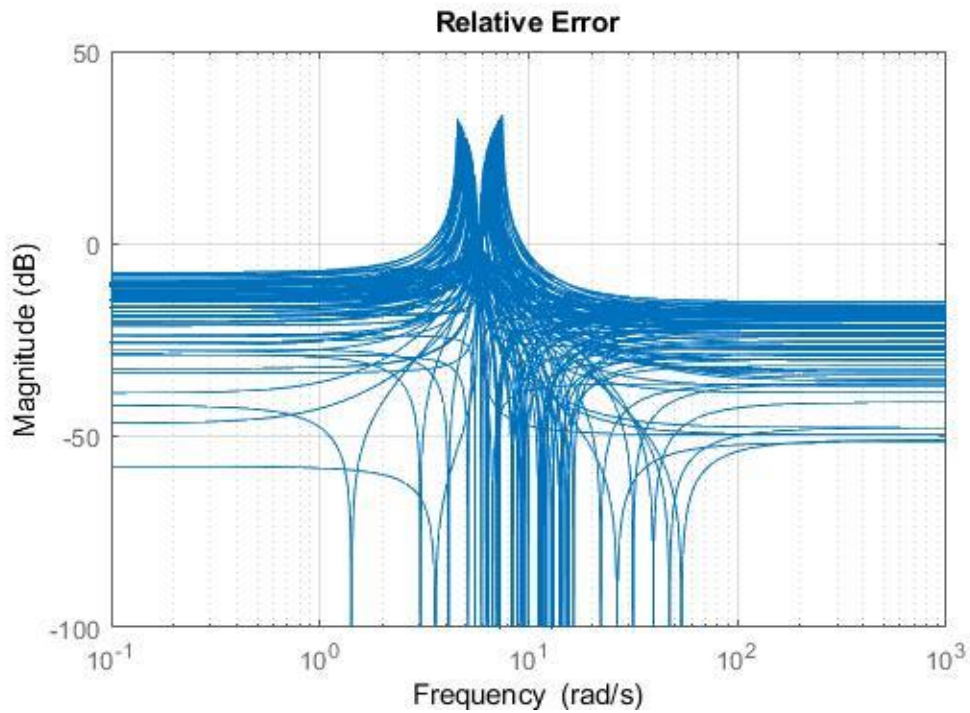
μέτρο ελαστικότητας των εφεδράνων. Η αβεβαιότητα αυτή είναι και λογική στην πράξη, καθώς η μάζα του κάθε κτιρίου μεταβάλλεται (π.χ. λόγω του αριθμού των ανθρώπων που βρίσκονται σε αυτό), όπως επίσης και το μέτρο ελαστικότητας των εφεδράνων (π.χ. λόγω της παλαιότητας ή της εξωτερικής θερμοκρασίας του περιβάλλοντος). Πιο συγκεκριμένα, θεωρήθηκε ότι η συνολική μάζα m του κτιρίου κυμαίνεται στο παρακάτω εύρος τιμών :

$$m = 36.285 \text{ kg} \pm 15\% \quad (4.7)$$

Επιπλέον από την σχέση 3.3, θεωρήθηκε ότι το μέτρο ελαστικότητας των εφεδράνων κυμαίνεται στο παρακάτω εύρος τιμών :

$$1020000 \text{ N/m} < k < 1512000 \text{ N/m} \quad (4.8)$$

Με γνωστή την συνάρτηση μεταφοράς του μοντέλου και γνωστές τις ονομαστικές τιμές των παραμέτρων του συστήματος (καθώς και του εύρους αβεβαιότητας τους), ήταν πλέον δυνατή η «εκτύπωση» σε ένα διάγραμμα συχνότητας, των σχετικών σφαλμάτων μοντελοποίησης. Το διάγραμμα αυτό φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 4.3 : Σχετικά σφάλματα μοντελοποίησης, λόγω της αβεβαιότητας στην μάζα του κτιρίου και στο μέτρο ελαστικότητας των εφεδράνων

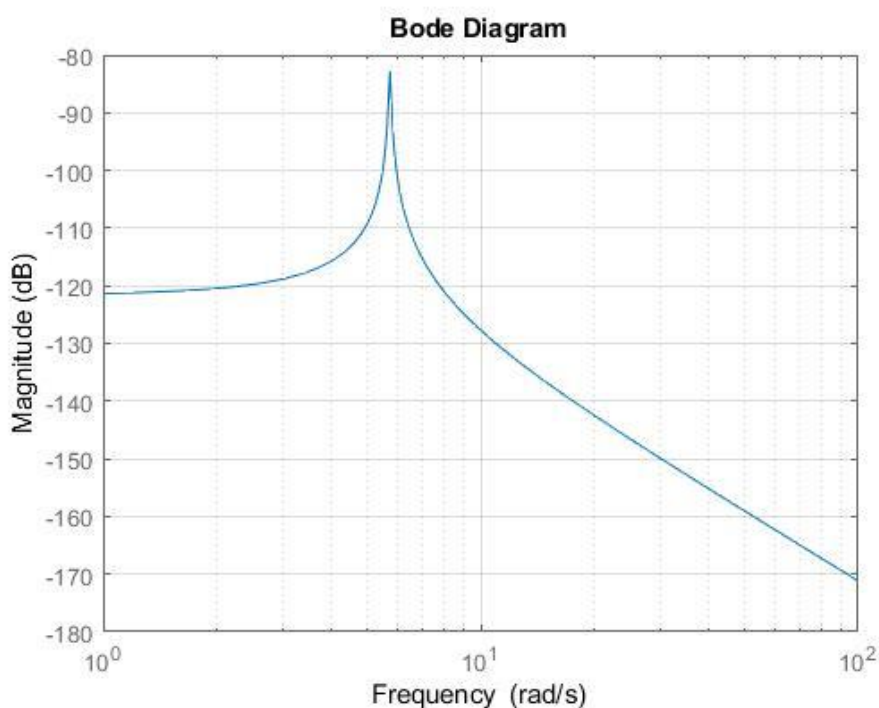
Στην πραγματικότητα, το πλήθος των συναρτήσεων μεταφοράς που «ανήκουν» στην αβεβαιότητα που έχει τεθεί, είναι άπειρο. Παρ' όλα αυτά, για τον υπολογισμό των σχετικών σφαλμάτων, μπορεί να επιλεγθεί αρχικά ένα πεπερασμένο δείγμα τιμών, τόσο για την μάζα του κτιρίου, όσο και για το μέτρο ελαστικότητας των εφεδράνων, αρκεί οι τιμές που θα επιλεγθούν να ανήκουν εντός του εύρους αβεβαιότητας που έχει τεθεί. Έτσι θα προκύψει ένα πεπερασμένο δείγμα συναρτήσεων μεταφοράς. Στην συνέχεια, τα σχετικά σφάλματα θα προκύψουν στο πεδίο της συχνότητας, μέσω της παρακάτω σχέσης :

$$Relative_Error_i(j\omega) = \frac{G_{p,i}(j\omega) - G(j\omega)}{G(j\omega)} \quad (4.9)$$

Στην παραπάνω σχέση 4.9, ο όρος $Relative_Error_i$ αναφέρεται στο σχετικό σφάλμα που προκύπτει με χρήση του «πιθανού-πραγματικού» συστήματος $G_{p,i}$. Το σύστημα

αυτό είναι ένα από τα συνολικά N πιθανά συστήματα του πεπερασμένου δείγματος που επιλέχθηκε. Μετά τον υπολογισμό των σχετικών σφαλμάτων, για όλο το πλήθος του δείγματος, αυτά τυπώνονται στο διάγραμμα των σχετικών σφαλμάτων. Έτσι προέκυψε και το διάγραμμα της εικόνας 4.3, όπου το μέγεθος του δείγματος ήταν 100.

Στο διάγραμμα αυτό παρατηρείται, ότι κοντά στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας του κτιρίου (σύμφωνα με το ονομαστικό μοντέλο) τα σχετικά σφάλματα είναι μεγάλα. Πιο συγκεκριμένα, κοντά στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας του κτιρίου, αυτά ξεπερνούν το 100% σε ποσοστό αβεβαιότητας (σχετικά σφάλματα πάνω από τα 0 dB). Κάτι τέτοιο, όπως θα φανεί και πιο ξεκάθαρα αργότερα, δεν είναι επιθυμητό. Για να γίνει πιο κατανοητός ο λόγος, για τον οποίο συμβαίνει αυτό, δίνεται παρακάτω το διάγραμμα απόκρισης συχνότητας *Bode*, για το ονομαστικό σύστημα.



Εικόνα 4.4 : Διάγραμμα *Bode* του ονομαστικού συστήματος

Όπως φαίνεται από το παραπάνω διάγραμμα, στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας, η ενίσχυση του συστήματος «αυξάνεται» απότομα (μορφή βελόνας). Αυξάνοντας ή ελαττώνοντας την μάζα του κτιρίου, η βελόνα αυτή θα «μετακινείται» αριστερά ή δεξιά αντίστοιχα. Για παράδειγμα, το ονομαστικό μοντέλο έχει ενίσχυση (Gain) -120 dB

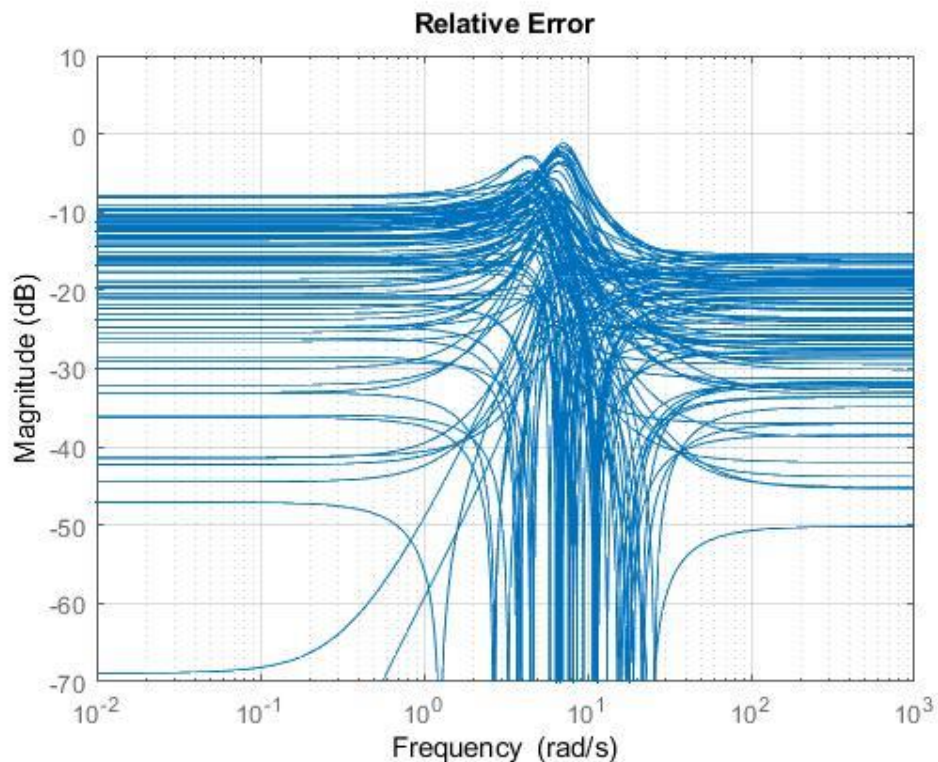
περίπου, στην συχνότητα των 8 rad/s. Όμως, μία ελάττωση στην μάζα του κτιρίου θα αυξήσει την ιδιοσυχνότητα του και μπορεί να «φέρει» την μύτη της βελόνας (ιδιοσυχνότητα) ακόμη και στα 8 rad/s. Όμως τότε η ενίσχυση (Gain) θα είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή του ονομαστικού μοντέλου και έτσι το σχετικό σφάλμα θα είναι μεγάλο. Αυτός είναι και ο λόγος που κοντά στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας του κτιρίου προέκυψαν μεγάλα σχετικά σφάλματα. Αυτά «απαιτούν» την «κατασκευή» ενός βάρους αβεβαιότητας με μέτρο μεγαλύτερο της μονάδας σε αυτή την περιοχή των συχνοτήτων. Έτσι, το βάρος αυτό, ως άνω φράγμα (μετά την αντιστροφή του), θα «αναγκάζει» την συνάρτηση της συμπληρωματικής ευαισθησίας T να «πέσει» σε αυτή την περιοχή των συχνοτήτων και πιο συγκεκριμένα θα την «αναγκάζει» να πάρει τιμή μικρότερη της μονάδας. Όμως, όπως είναι γνωστό, η συνάρτηση ευαισθησίας S και η συνάρτηση συμπληρωματικής ευαισθησίας T συνδέονται με την σχέση $S + T = I$. Αυτό σημαίνει πως λόγω της «πτώσης» του μέτρου της συνάρτησης T , θα πρέπει η συνάρτηση ευαισθησίας S να «ανέβει» σε αυτή την περιοχή των συχνοτήτων. Με άλλα λόγια, το σύστημα θα πρέπει να είναι ελαφρώς «ευαίσθητο» στις διαταραχές εξόδου στις συχνότητες αυτές. Ο σεισμός γενικά διεγείρει το σύστημα σε ένα μεγάλο φάσμα συχνοτήτων. Όμως, λόγω της μορφής του διαγράμματος απόκρισης συχνότητας του (εικόνα 4.4), είναι προφανές ότι από τις εισερχόμενες συχνοτικές συνιστώσες της διαταραχής του σεισμού, το σύστημα θα «κρατήσει» στην έξοδο του (με ενισχυμένο πλάτος), κυρίως τις συνιστώσες που έχουν συχνότητα πολύ κοντά στην ιδιοσυχνότητα του. Όλες οι υπόλοιπες συνιστώσες της διαταραχής δεν θα εμφανιστούν έντονα στην έξοδο του, καθώς αυτό, από την ίδια την φύση του, θα τις έχει «απορρίψει». Αυτή η «αδυναμία» της δραστηκής απόρριψης των διαταραχών εξόδου, στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας του κτιρίου, θα οδηγήσει σε μία «κακή» απόδοση του συστήματος. Ένας τρόπος για την αποφυγή αυτού του φαινομένου, είναι η μείωση των σχετικών σφαλμάτων, με τέτοιο τρόπο που να επιτρέπει την έναρξη της «πτώσης» του μέτρου της συνάρτησης T σε μεγαλύτερες συχνότητες. Ένας από τους λόγους που τα σχετικά σφάλματα είναι υψηλά κοντά στην ιδιοσυχνότητα του κτιρίου (εκτός από το μεγάλο μέγεθος της παραμετρικής αβεβαιότητας), είναι διότι ο συντελεστής απόσβεσης είναι ιδιαίτερα χαμηλός (2400 Ns/m). Πρακτικά είναι σαν να μην υπάρχει καθόλου απόσβεση στο σύστημα. Με την αύξηση του συντελεστή αυτού θα μειωθεί η μέγιστη τιμή της ενίσχυσης (Gain) του συστήματος (ύψος της βελόνας στο διάγραμμα *Bode*). Αυτό θα οδηγήσει με την σειρά του σε μικρότερα σχετικά σφάλματα.

Για να «φανεί» πιο ξεκάθαρα η θετική επιρροή που έχει η αύξηση του συντελεστή απόσβεσης στην συνολική απόδοση του συστήματος, έγινε ο σχεδιασμός του ελεγκτή για δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε ο χαμηλός συντελεστής απόσβεσης του συστήματος, ενώ στην δεύτερη έγινε χρήση ενός μεγαλύτερου. Και στις δύο περιπτώσεις ο ελεγκτής σχεδιάστηκε για το ίδιο εύρος αβεβαιότητας.

Ο συντελεστής απόσβεσης που επιλέχθηκε για την δεύτερη περίπτωση σχεδιασμού, δεν είναι υπερβολικά πολύ μεγάλος. Πιο συγκεκριμένα, αυτός «προέκυψε» με λόγο απόσβεσης $\zeta = 0.3$. Η τελική τιμή του φαίνεται παρακάτω :

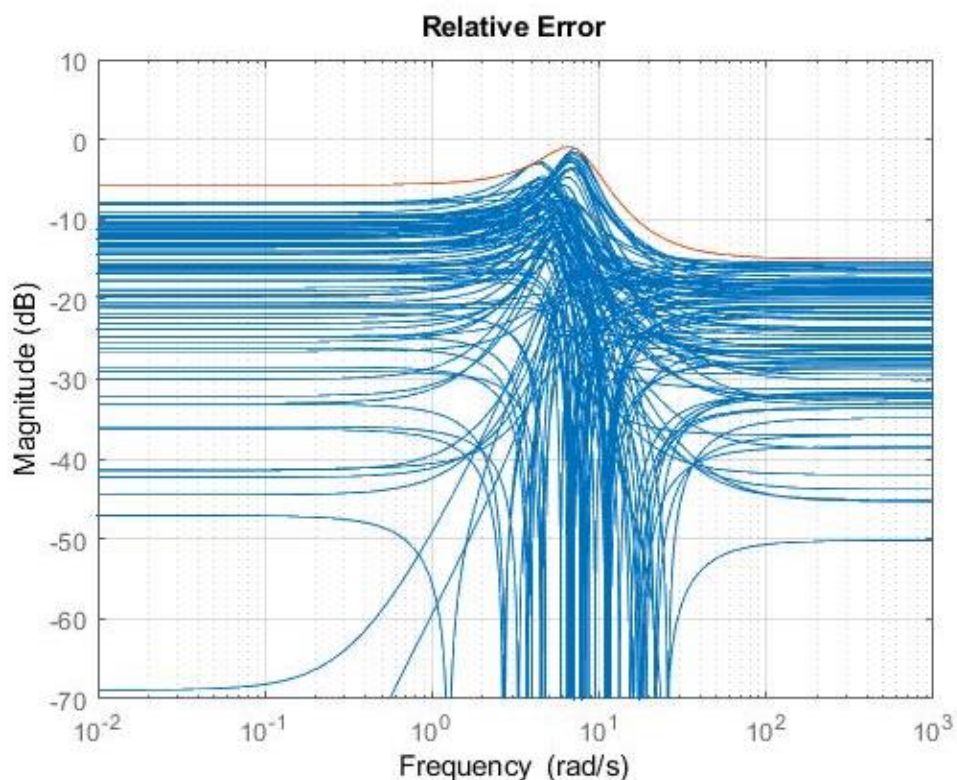
$$c = 2\zeta\sqrt{mk} \approx 125.000 \frac{Ns}{m} \quad (4.10)$$

Στην παρακάτω εικόνα δίνονται τα σχετικά σφάλματα, όπως αυτά προκύπτουν μετά την αύξηση του συντελεστή απόσβεσης.



Εικόνα 4.5 : Σχετικά σφάλματα μοντελοποίησης μετά την αύξηση του συντελεστή απόσβεσης

Πλέον τα σχετικά σφάλματα είναι ικανοποιητικά και επιτρέπουν την μικρή τιμή του μέτρου της συνάρτησης ευαισθησίας S στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας του κτιρίου. Στο διάγραμμα της εικόνας 4.6 φαίνεται πως με ένα βάρος $2^{\text{ης}}$ τάξης (πορτοκαλί γραμμή) έχει «περιγραφεί» πολύ ικανοποιητικά η πολλαπλασιαστική αβεβαιότητα και επιπλέον η ανισότητα 4.6 τηρείται, καθώς σε κάθε συχνότητα, το μέτρο του βάρους είναι μεγαλύτερο από τα σχετικά σφάλματα (είναι πάνω από τις μπλε γραμμές). Για τον εύκολο υπολογισμό του βάρους αβεβαιότητας, έγινε χρήση της εντολής *ucover* από το υπολογιστικό περιβάλλον του Matlab.



Εικόνα 4.6 : Επιλογή βάρους αβεβαιότητας $2^{\text{ης}}$ τάξης

Έχοντας πλέον υπολογίσει το βάρος αβεβαιότητας W_T αποφασίστηκε στην συνέχεια να «κατασκευαστεί» το βάρος απόδοσης W_S . Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ότι το αντίστροφο του βάρους αβεβαιότητας W_T στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας του κτιρίου έχει μέτρο (Amplitude) μεγαλύτερο της μονάδας (0 dB) και έτσι «επιτρέπει» στο εύρος ζώνης (Bandwidth) της συνάρτησης συμπληρωματικής ευαισθησίας T να πάρει μεγαλύτερες τιμές από τις συχνότητες αυτές. Αυτό με την σειρά του «επιτρέπει»

επιπλέον την επιλογή ενός εύρους ζώνης (Bandwidth) για την συνάρτηση ευαισθησίας S μεγαλύτερο από την ιδιοσυχνότητα του κτιρίου. Για να γίνει αυτό πιο κατανοητό, σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί πως για τα συστήματα που έχουν περιθώριο φάσης μικρότερο των 90° ισχύει η παρακάτω σχέση [5] :

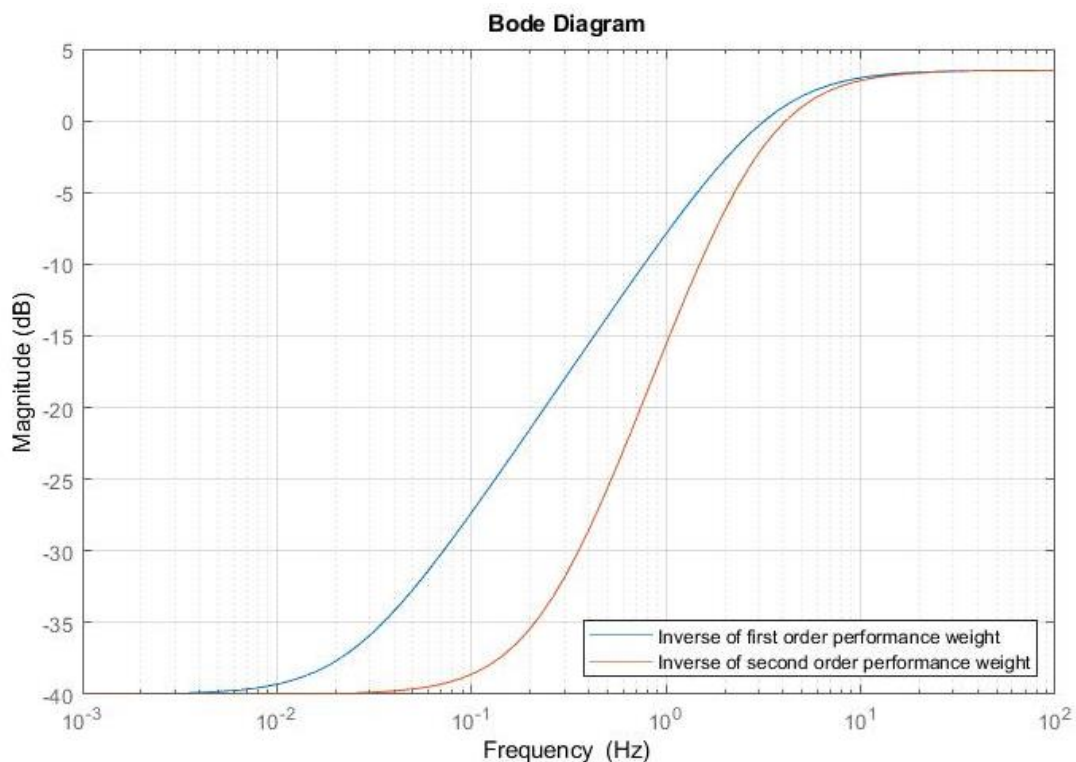
$$\omega_B < \omega_C < \omega_{BT}$$

όπου :

- ω_B : η συχνότητα στην οποία το μέτρο της συνάρτησης ευαισθησίας S γίνεται ίσο με 0.707
- ω_C : η συχνότητα στην οποία το μέτρο της συνάρτησης βρόχου L γίνεται ίσο με 1
- ω_{BT} : η συχνότητα στην οποία το μέτρο της συνάρτησης συμπληρωματικής ευαισθησίας T γίνεται ίσο με 0.707

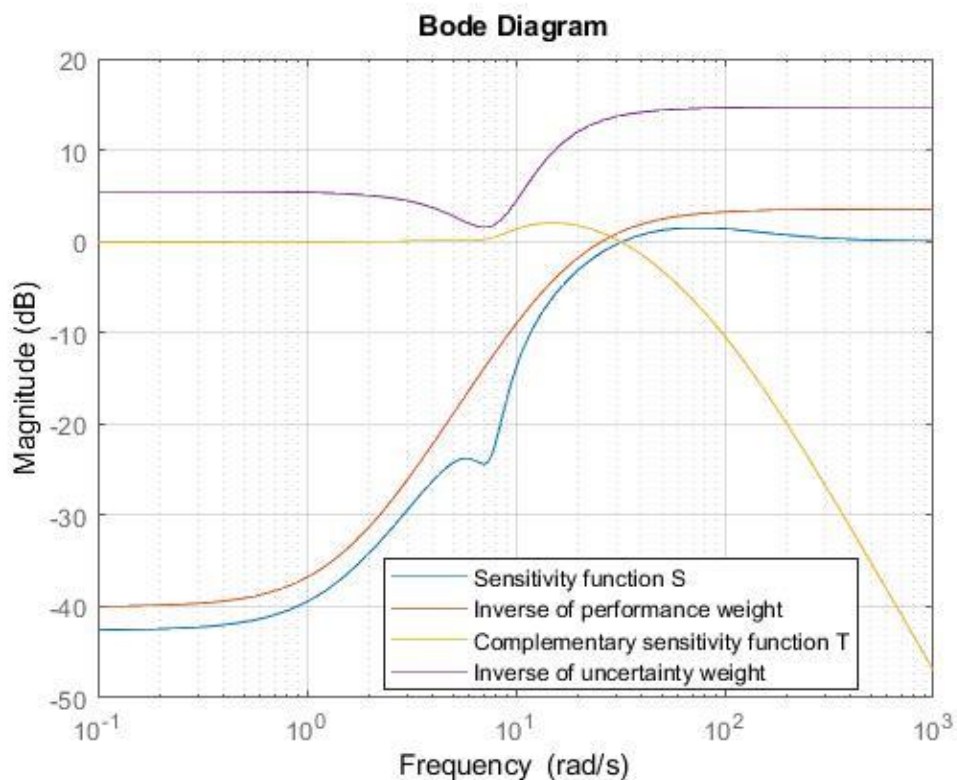
Τώρα φαίνεται πιο ξεκάθαρα γιατί ήταν τόσο επιθυμητή η αύξηση του συντελεστή απόσβεσης του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, το νέο βάρος αβεβαιότητας W_T (μετά την μείωση των σχετικών σφαλμάτων στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας του κτιρίου) «επιτρέπει» στην συνάρτηση συμπληρωματικής ευαισθησίας T να «αρχίσει» να κατεβαίνει σε μεγαλύτερες συχνότητες από την ιδιοσυχνότητα του κτιρίου. Έτσι, μπορεί να επιλεγθεί ένα ικανοποιητικό εύρος ζώνης (Bandwidth) για την συνάρτηση ευαισθησίας S , παρόλο τον περιορισμό που υπάρχει (δηλαδή $\omega_B < \omega_{BT}$). Παρ' όλα αυτά, αν και κάτι τέτοιο είναι επιθυμητό, δεν επιλέχθηκε πολύ μεγάλο εύρος ζώνης (Bandwidth) για την συνάρτηση ευαισθησίας S . Ο λόγος είναι ότι στην πράξη, σε συστήματα ίδιας φύσεως με αυτό της εργασίας, δεν είναι εύκολο να «επιτευχθεί» ένα με μεγάλο εύρος ζώνης, λόγω των περιορισμένων δυνατοτήτων του επενεργητή. Για παράδειγμα, στην παρούσα εργασία (επιβάλλεται δύναμη στο κτίριο) ένα υδραυλικό σύστημα επενέργησης θα είναι δύσκολο (έως αδύνατο) να επιτύχει ένα εύρος ζώνης μεγαλύτερο από 5 Hz [1][2][3]. Έτσι, αποφασίστηκε η «κατασκευή» ενός βάρους απόδοσης, το οποίο θα «απαιτεί» για το εύρος ζώνης (Bandwidth) της συνάρτησης ευαισθησίας S , να είναι κατ' ελάχιστο ίσο με 2~3 Hz περίπου. Επιπλέον, ήταν επιθυμητό η κλίση του βάρους να είναι απότομη, ώστε το σύστημα να είναι πιο αποδοτικό (μικρότερες τιμές του μέτρου της S) εντός του εύρους ζώνης του. Για αυτόν

τον λόγο επιλέχθηκε ένα βάρος απόδοσης 2^{ης} τάξης, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 4.7 : Αντίστροφα βάρη απόδοσης 1^{ης} και 2^{ης} τάξης

Μετά τον σχεδιασμό του βάρους αβεβαιότητας W_T (όπως αυτό υπολογίστηκε από τα σχετικά σφάλματα μέσω της εντολής *ucover*) και του βάρους απόδοσης W_S (όπως αυτό επιλέχθηκε σύμφωνα με το επιθυμητό εύρος ζώνης του συστήματος) ήταν πλέον δυνατός ο υπολογισμός του ελεγκτή με διαμόρφωση μεικτής ευαισθησίας S/T . Ο υπολογισμός αυτός έγινε με την εντολή *mixsyn* από το υπολογιστικό περιβάλλον του Matlab. Το αποτέλεσμα είναι ικανοποιητικό, καθώς η νόρμα άπειρο του πίνακα N είναι μικρότερη της μονάδας και πιο συγκεκριμένα ίση με 0.91. Αυτό σημαίνει πως τα δύο άνω «φράγματα» που τέθηκαν στις συναρτήσεις ευαισθησίας S και T (μέσω των βαρών τους) έχουν «τηρηθεί». Αυτό φαίνεται πιο αναλυτικά στο διάγραμμα της παρακάτω εικόνας.

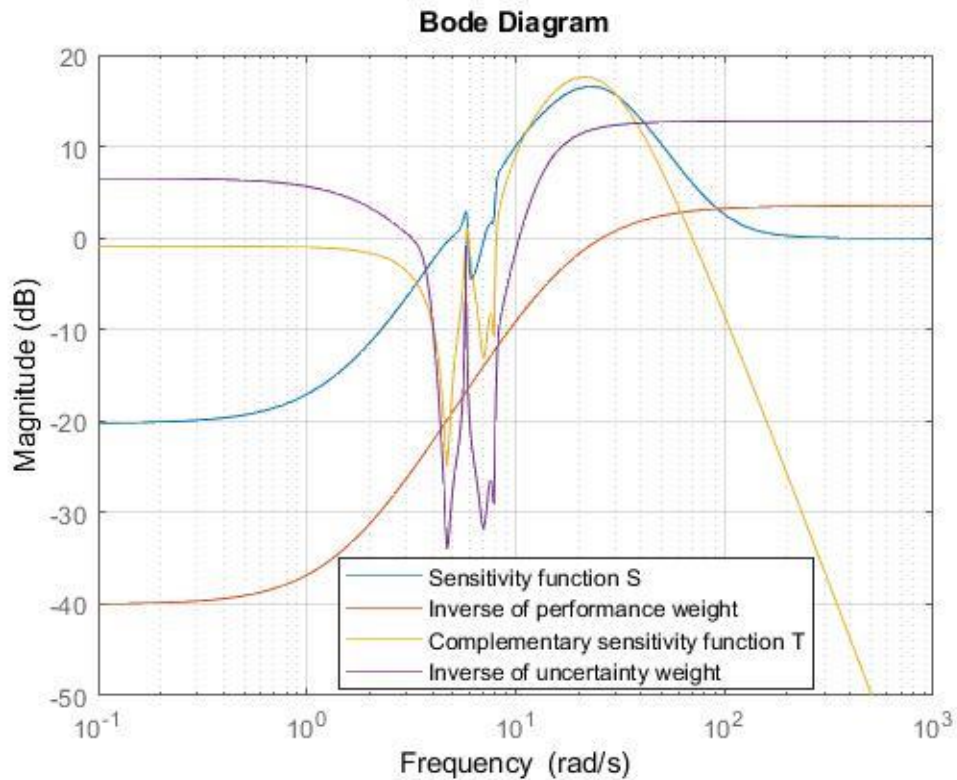


Εικόνα 4.7 : Συναρτήσεις S και T μαζί με τα άνω φράγματα τους (αντίστροφα βάρη)

Στο παραπάνω διάγραμμα φαίνεται πως η συνάρτηση συμπληρωματικής ευαισθησίας T (κίτρινη γραμμή) είναι κάτω από το αντίστροφο του βάρους της (μωβ γραμμή) σε όλες τις συχνότητες. Αυτό «πιστοποιεί» τις προδιαγραφές της εύρωστης ευστάθειας για τον ελεγκτή. Δηλαδή, ότι το κλειστό σύστημα θα είναι ευσταθές, για οποιαδήποτε τιμή (εντός του εύρους αβεβαιότητας), τόσο της μάζας του κτιρίου, όσο και του μέτρου ελαστικότητας των εφεδράνων.

Στο διάγραμμα φαίνεται ακόμη ότι και η συνάρτηση ευαισθησίας S (μπλε γραμμή) είναι κάτω από το αντίστροφο του βάρους της (πορτοκαλί γραμμή) σε κάθε συχνότητα. Αυτό σημαίνει πως και οι προδιαγραφές ονομαστικής απόδοσης έχουν ικανοποιηθεί. Με άλλα λόγια, μέσω της μεθοδολογίας H_∞ μεικτής ευαισθησίας S/T , «σχεδιάστηκε» τελικά ένας εύρωστος ελεγκτής, ο οποίος προσφέρει ένα ικανοποιητικό εύρος ζώνης (της τάξεως των 3,2 Hz περίπου), εφόσον εφαρμοστεί στο ονομαστικό μοντέλο.

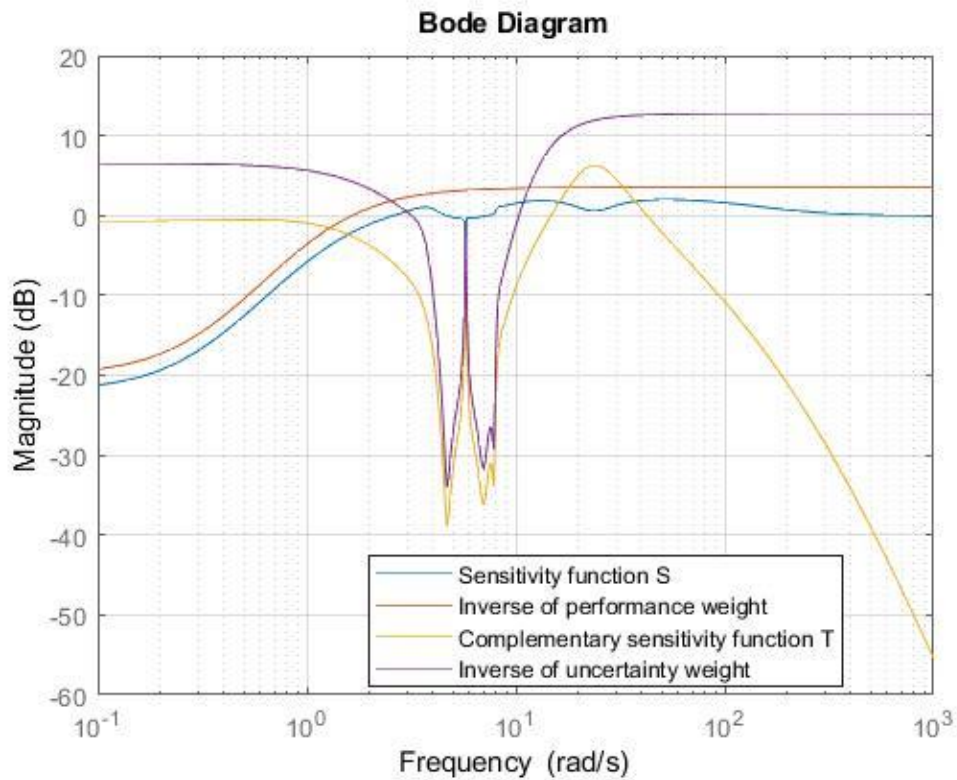
Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί πως αυτή η απόδοση δεν θα μπορούσε να επιτευχθεί χωρίς την αύξηση του συντελεστή απόσβεσης. Μετά την επανάληψη της διαδικασίας υπολογισμού, με χρήση του μικρού συντελεστή απόσβεσης και του ίδιου βάρους απόδοσης, προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα.



Εικόνα 4.8 : Συναρτήσεις S και T μαζί με τα άνω φράγματα τους (αντίστροφα βάρη) στην περίπτωση του μικρού συντελεστή απόδοσης

Στο διάγραμμα της εικόνας 4.8 φαίνεται ότι τα άνω φράγματα που «τέθηκαν» στις συναρτήσεις S και T , μέσω των βαρών τους, δεν «τηρήθηκαν». Αυτό ήταν και αναμενόμενο καθώς η νόρμα άπειρο του πίνακα N έχει τιμή 9.81. Με άλλα λόγια, αυτό σημαίνει πως για να «ικανοποιηθεί» η προδιαγραφή της εύρωστης ευστάθειας, πρέπει αναγκαστικά να «θυσιαστούν» οι προδιαγραφές της ονομαστικής απόδοσης. Έτσι με την επιλογή ενός λιγότερο απαιτητικού βάρους απόδοσης, «προέκυψε» το διάγραμμα της εικόνας 4.9. Ο ελεγκτής που «προέκυψε» καλύπτει την προδιαγραφή της εύρωστης ευστάθειας (η τιμή της νόρμας άπειρο του πίνακα N έχει τιμή 0.9), όμως το εύρος ζώνης του είναι πολύ χαμηλό, καθώς αυτό έχει τιμή 0,22 Hz περίπου. Πρέπει να σημειωθεί

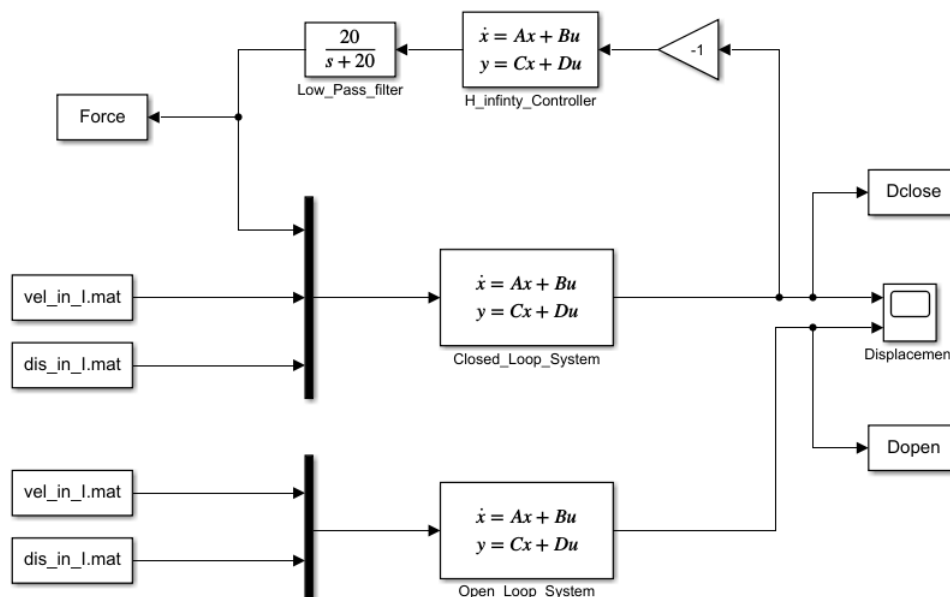
πως η τάξη αυτού του ελεγκτή είναι πολύ μεγαλύτερη, σε σχέση με τον ελεγκτή της πρώτης περίπτωσης (με υψηλό συντελεστή απόσβεσης), κυρίως λόγω της πολύ μεγάλης τάξεως (10^1 τάξη) του βάρους αβεβαιότητας που επιλέχθηκε.



Εικόνα 4.9 : Συναρτήσεις S και T μαζί με τα άνω φράγματα τους (αντίστροφα βάρη) στην περίπτωση του μικρού συντελεστή απόδοσης, μετά την μείωση των προδιαγραφών της ονομαστικής απόδοσης

4.3. Αποτελέσματα προσομοίωσης

Αφού υπολογίστηκε ο ελεγκτής H_∞ μεικτής ευαισθησίας, «στήθηκε» στο περιβάλλον του *Simulink* το «σύστημα χωρίς έλεγχο» (ανοιχτού βρόχου) και το «σύστημα με έλεγχο» (κλειστού βρόχου). Τα δύο αυτά συστήματα φαίνονται στο σχήμα 13. Πιο συγκεκριμένα, για την εκτέλεση της προσομοίωσης (όπως φαίνεται και στο σχήμα 13), φορτώθηκαν στο περιβάλλον του *Simulink* οι δύο χρονοσειρές που αναφέρονται στην απόλυτη θέση (*dis_in_I.mat*) και στην απόλυτη ταχύτητα (*vel_in_I.mat*) του εδάφους. Επιπλέον, στην περίπτωση του κλειστού συστήματος τοποθετήθηκε στην έξοδο του ελεγκτή μία συνάρτηση μεταφοράς $1^{η}$ ς τάξης με εύρος ζώνης (Bandwidth) στα 20 rad/s που αποτελεί και τη συνάρτηση μεταφοράς 2.1 του υδραυλικού επενεργητή. Στο σχήμα 14 φαίνονται οι αποκρίσεις των δύο συστημάτων για την διέγερση του σεισμού.

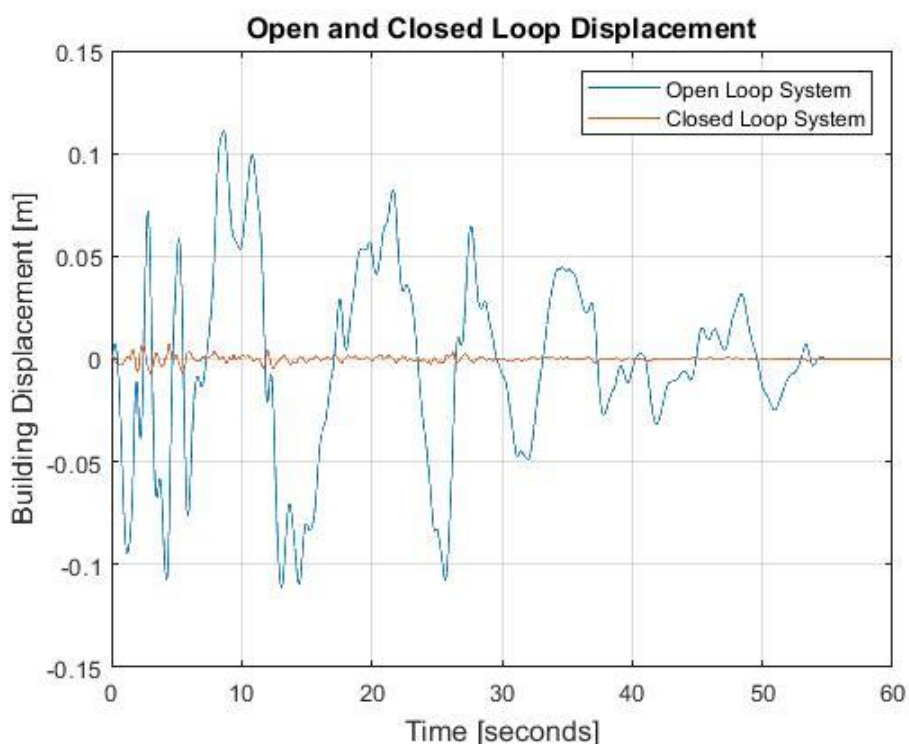


Σχήμα 13 : Κλειστό και ανοιχτό σύστημα στο περιβάλλον του *Simulink*

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί πως η δυναμική του επενεργητή, ενώ επηρεάζει τη συνολική δυναμική του συστήματος, δεν συμπεριλήφθηκε στο δυναμικό μοντέλο που «δόθηκε» στον αλγόριθμο σχεδιασμού μεικτής ευαισθησίας. Για αυτό, η δυναμική αυτή, κανονικά θα έπρεπε να προστεθεί ως δυναμική αβεβαιότητα κατά την επιλογή του βάρους αβεβαιότητας W_T , για να πιστοποιηθεί εκ νέου η ικανοποίηση της προδιαγραφής της εύρωστης ευστάθειας. Αυτή η παράληψη έγινε σκόπιμα, για να

«δείξει» ότι η συγκεκριμένη μεθοδολογία σχεδιασμού δεν «εξάγει» ελεγκτές που είναι εύρωστοι αποκλειστικά και μόνο στο εύρος αβεβαιότητας που επιλέγεται κάθε φορά. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, η παράληψη αυτή δεν επηρέασε τελικά την εύρωστη ευστάθεια του συστήματος. Ο έλεγχος αυτός έγινε μεταγενέστερα όταν παρατηρήθηκε ότι με την προσθήκη της δυναμικής 1^{ης} τάξης του επενεργητή στο συνολικό σύστημα, τα σχετικά σφάλματα μοντελοποίησης (σε σχέση με το ονομαστικό μοντέλο) εξακολουθούσαν να παραμένουν κάτω από το από το βάρος αβεβαιότητας W_T που επιλέχθηκε κατά το σχεδιασμό.

Ένας επιπλέον λόγος της προσθήκης της δυναμικής του επενεργητή στη προσομοίωση ήταν για να λειτουργήσει ως βαθυπερατό φίλτρο και να «κοπούν» έτσι οι υψηλόσυχνες «απαιτήσεις» του ελεγκτή. Οι απαιτήσεις αυτές, εφόσον υπάρξουν, δεν θα μπορέσουν στην πράξη να πραγματοποιηθούν από ένα «αργό» υδραυλικό σύστημα επενέργειας, λόγω του σχετικά μικρού εύρους ζώνης του. Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί πως αυτό το «κόψιμο» των υψηλόσυχνων εισόδων ελέγχου θα μπορούσε εναλλακτικά να γίνει και με την επιλογή ενός βάρους για την συνάρτηση KS (πλήρης διαμόρφωση μεικτής ευαισθησίας) το οποίο θα είχε την μορφή ενός υψιπερατού φίλτρου (High-pass filter).

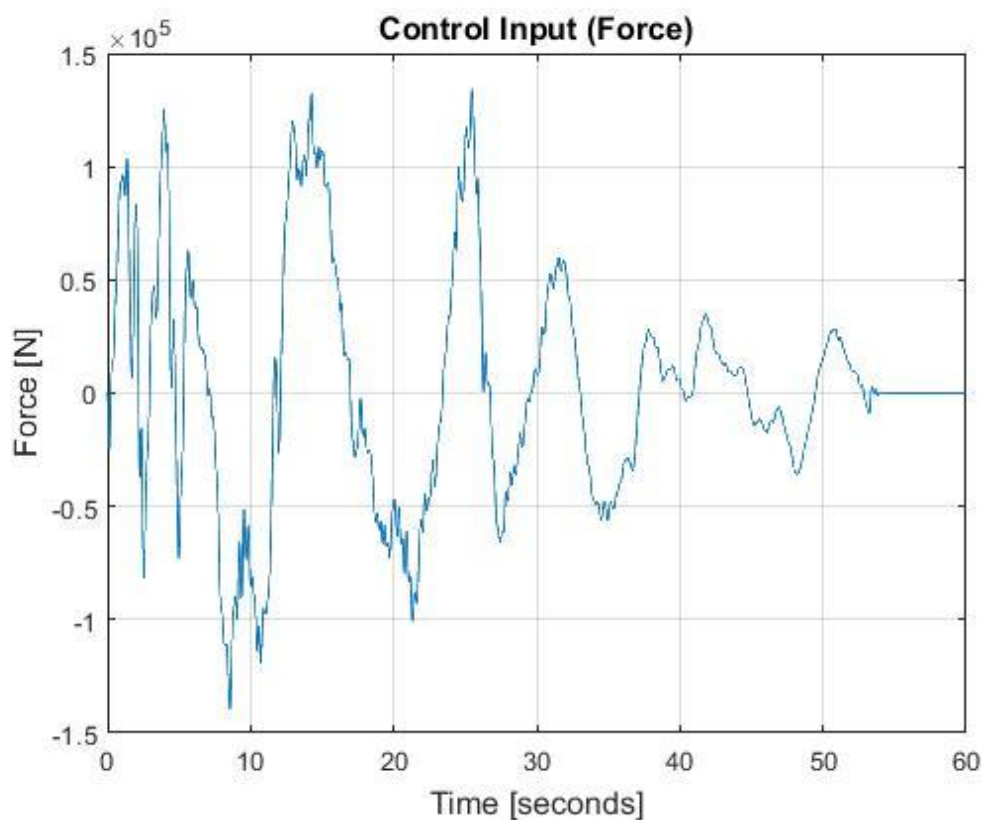


Σχήμα 14 : Διάγραμμα απόλυτης θέσης κτιρίου για το σύστημα με έλεγχο και χωρίς

Από το σχήμα 14 παρατηρείται πως η απόκριση του ανοιχτού συστήματος (χωρίς έλεγχο) δεν είναι καλή. Πιο συγκεκριμένα, η απόκριση αυτή δίνει την εικόνα πως το κτίριο συμπεριφέρεται σαν να είναι πακτωμένο στο έδαφος. Το γεγονός διαπιστώνεται εύκολα μετά από σύγκριση της απόλυτης θέσης του εδάφους και του κτιρίου. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι διότι αυξήθηκε ο συντελεστής απόσβεσης στο σύστημα. Στην πράξη, όμως θα ήταν προτιμότερο στο ανοιχτό σύστημα ο συντελεστής απόσβεσης να παραμείνει χαμηλά. Δηλαδή να μην τοποθετηθούν επιπλέον αποσβεστήρες στο κτίριο, αλλά η συνολική απόσβεση να οφείλεται αποκλειστικά και μόνο στα ελαστικά του εφέδρανα. Για αυτό το διάγραμμα του σχήματος 14 θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι δεν είναι και τόσο αντιπροσωπευτικό, καθώς «αδικεί» την περίπτωση του συστήματος χωρίς έλεγχο. Όμως, (όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως) η αύξηση του συντελεστή απόσβεσης «επέτρεψε» την αύξηση της απόδοσης κατά τον σχεδιασμό του ελεγκτή του κλειστού συστήματος. Για αυτό τον λόγο η απόκριση είναι πάρα πολύ ικανοποιητική. Πιο συγκεκριμένα, σε όλη την διάρκεια της προσομοίωσης η απόλυτη θέση του κτιρίου παρέμεινε φραγμένη στο διάστημα (-7mm, 8mm). Αυτό ήταν αναμενόμενο, καθώς κατά την διαμόρφωση της καμπύλης της συνάρτησης ευαισθησίας S επιλέχθηκε ένα «αυστηρό» βάρος απόδοσης που «απαιτούσε» πολύ χαμηλή τιμή του μέτρου της στις κυριότερες συχνότητες της διαταραχής εξόδου. Επιπλέον, παρόλη την αυστηρότητα που τέθηκε στην απόδοση, το κριτήριο ονομαστικής απόδοσης επιτεύχθηκε. Για αυτόν ακριβώς τον λόγο ήταν αναμενόμενη και η τόσο αποδοτική λειτουργία του κλειστού συστήματος κατά την προσομοίωση.

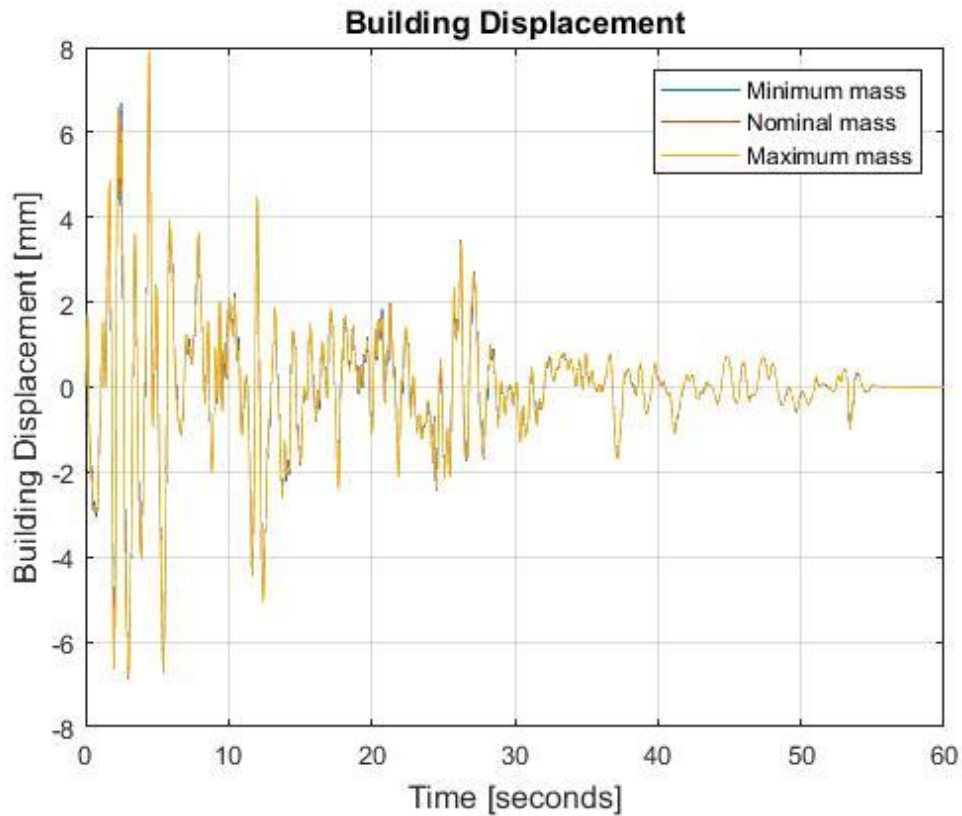
Όμως αυτή η υψηλή απόδοση του κλειστού συστήματος δεν είναι «δωρεάν», αλλά απαιτεί μεγάλα μεγέθη στην είσοδο ελέγχου. Στο επόμενο σχήμα φαίνεται η απόκριση της εισόδου ελέγχου σε όλη την φάση της προσομοίωσης. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται πως ο ελεγκτής που σχεδιάστηκε είναι «απαιτητικός», καθώς για τον συγκεκριμένο σεισμό «εξάγει» επιθυμητές δυνάμεις που κατά απόλυτη τιμή πλησιάζουν ακόμη και τα 150 kN. Με άλλα λόγια θα μπορούσε να αναφερθεί πως η αύξηση της απόδοσης κυριολεκτικά κοστίζει, καθώς «απαιτεί» και πιο ακριβά συστήματα επενέργειας. Σε περίπτωση που είναι επιθυμητή η μείωση του μεγέθους της εισόδου ελέγχου, τότε θα πρέπει να επαναληφθεί η διαδικασία σχεδιασμού του ελεγκτή και πιο συγκεκριμένα να γίνει πλήρης διαμόρφωση μεικτής ευαισθησίας. Δηλαδή να γίνει φραγή με ένα βάρος και της συνάρτησης KS . Όμως (όπως είναι και αναμενόμενο), η μείωση αυτή του μεγέθους της εισόδου ελέγχου θα μειώσει και την απόδοση του συστήματος. Δηλαδή

το διάστημα στο οποίο είναι φραγμένη η απόλυτη θέση του κτιρίου (για τον συγκεκριμένο σεισμό) θα μεγαλώσει.



Σχήμα 15 : Διάγραμμα της εισόδου ελέγχου

Για να «δοκιμαστεί» η ευρωστία του συστήματος η προσομοίωση έγινε άλλες δύο φορές με διαφορετική τιμή της μάζας του κτιρίου. Πιο συγκεκριμένα, επιλέχθηκε η μέγιστη και η ελάχιστη μάζα, όπως αυτές προκύπτουν από τα άκρα του εύρους αβεβαιότητας που επιλέχθηκε. Έτσι προέκυψε το επόμενο διάγραμμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις αποκρίσεις της απόλυτης θέσης του κτιρίου, όταν αυτό έχει την ελάχιστη, την ονομαστική (αυτή που επιλέχθηκε κατά την μοντελοποίηση) και την μέγιστη μάζα του. Και στις τρεις περιπτώσεις, η απόδοση του συστήματος είναι ικανοποιητική, καθώς η απόκριση παραμένει σχεδόν ίδια. Το σημαντικότερο όμως χαρακτηριστικό είναι ότι η ευστάθεια διατηρήθηκε, παρόλη την αλλαγή της δυναμικής του κτιρίου. Αυτό ήταν και αναμενόμενο, καθώς τα επιπλέον δύο αυτά συστήματα που (κτίριο με την ελάχιστη και την μέγιστη μάζα) ανήκουν στην αβεβαιότητα που έχει επιλεγεί κατά το σχεδιασμό.



Σχήμα 16 : Απόκριση της απόλυτης θέσης του κτιρίου για διαφορετικές μάζες

Τέλος, πρέπει να αναφερθεί πως οι αβεβαιότητες που επιλέχθηκαν κατά τον σχεδιασμό του ελεγκτή είναι παραμετρικές και αναφέρονται στη μάζα του κτιρίου και στο μέτρο ελαστικότητας των εφεδράνων. Στη πραγματικότητα οι αβεβαιότητες σε ένα πρόβλημα ελέγχου αυτής της φύσεως είναι πολύ περισσότερες. Για παράδειγμα, θα έπρεπε να συμπεριληφθεί και δυναμική αβεβαιότητα κατά τον σχεδιασμό. Ο λόγος είναι ότι έχει αμεληθεί η δυναμική του επενεργητή και ορισμένων «δυναμικών χαρακτηριστικών» του ίδιου του συστήματος, καθώς για να μειωθεί η τάξη του, η μοντελοποίηση απλοποιήθηκε και το κτίριο θεωρήθηκε ως μία ενιαία μάζα. Επιπλέον, θα μπορούσε να προστεθεί αβεβαιότητα ως προς το εύρος ζώνης του επενεργητή σε ένα συγκεκριμένο διάστημα τιμών (παραμετρική αβεβαιότητα) ή ως προς την δυναμική του συμπεριφορά, καθώς αυτή θεωρήθηκε ότι είναι μια απλή 1^{ης} τάξης (δυναμική αβεβαιότητα). Όμως, όπως αναφέρθηκε και στην αρχή, σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η παρουσίαση της μεθοδολογίας σχεδιασμού ελεγκτών H_∞ μεικτής ευαισθησίας. Το σημαντικότερο όμως συμπέρασμα που βγήκε κατά την πορεία της εργασίας είναι ότι, σε τέτοιας

φύσεως προβλήματα ελέγχου, η τιμή του συντελεστή απόσβεσης θα πρέπει να επιλέγεται με ιδιαίτερη προσοχή καθώς επηρεάζει άμεσα την τελική απόδοση του κλειστού συστήματος.

Βιβλιογραφία

- [1] Huei Peng, (2003) "Analysis of Active Suspension Systems with Hydraulic Actuators".
- [2] Alleyne, A., Hedrick, J.K., (1995) "Nonlinear Adaptive Control of Active Suspension," IEEE Trans. On Control Systems Technology, Vol. 3, n. 1, March, pp. 94-101.
- [3] Goran, M. B., Bachrach, B. I., Smith, R. E., (1992) "The Design and Development of a Broad Bandwidth Active Suspension Concept Car," ImechE 1992, pp. 231-252.
- [4] Rajamani, R., Hedrick, J.K., (1994) "Performance of Active Automotive Suspensions with Hydraulic Actuators: Theory and Experiment," Proc. of the American Control Conference, June 1994, pp. 1214-1218.
- [5] Sigurd Skogestad, Ian Postlethwaite, (2005) "Multivariable Feedback Control: Analysis and design" 2nd Edition.
- [6] Cheng F.Y., Jiang H. "Smart Structures: Innovative Systems for Seismic Response Control", 2008
- [7] Efiloglu M., "Understanding the concept of base isolation" University of Manchester, 2013
- [8] Σκαρπέτης Μ. και Κουμπούλης Φ., "Αυτόματος Έλεγχος Υδραυλικών και Πνευματικών Συστημάτων", 2016
- [9] Kelly J.M., Leitmann G. and Soldatos A.G., "Robust Control of Base-Isolated Structures under Earthquake Excitation", 1987
- [10] Soldatos A.G., Arvanitidis K.G. and Zacharnakis E.C., "Active control schemes for aseismic base-isolated structures", 2002

Παράρτημα

```
%% Load files
load('acc_in_I.mat')
load('vel_in_I.mat')
load('dis_in_I.mat')

%% ARXIKO MONTELO (για τον σχεδιασμό του ελεγκτή)
k=1200000; % [k] = N/m
% c=2400; % [c] = N.s/m
c=125000; % [c] = N.s/m
m=36285; % [m] = kg

% System matrices
A=[-c/m -k/m;1 0];
B=[1/m;0];
C=[0 1];
D=0;

% MONTELO XORIS ELENXO (για την προσομοίωση του ανοιχτού συστήματος)
As=[-c/m -k/m;1 0];
Bs=[c/m k/m;0 0];
Cs=[0 1];
Ds=zeros(1,2);

% TELIKO MONTELO (για την προσομοίωση του κλειστού συστήματος)
Ad=[-c/m -k/m;1 0];
Bd=[1/m c/m k/m;0 0 0];
Cd=[0 1];
Dd=zeros(1,3);

%% Nominal model
Gss=ss(A,B,C,D); % State-space

s=tf('s');
G=1/(m*s^2+c*s+k); % Transfer function

% Uncertain parameters
mun=ureal('mun',36285,'Percentage',15);
kun=ureal('kun',1200000,'Range',[1020000,1512000]);

% Uncertain model
Gun=1/(mun*s^2+c*s+kun);

% Sample of uncertain models
N=100;
Gp=usample(Gun,N);

%% Uncertainty weight - 2 order
[P,Info]=ucover(Gp,G,10);
Wi=tf(Info.W1);

bodemag((Gp-G)/G)
hold on
bodemag(Wi)
title('Relative Error');
grid on
```

```

%% Performance weight
% Weighting function parameters
Aw=0.01;
M=1.5;
w=15;

W1=(s/M+w)/(s+w*Aw);           % first order weight
Wp=(s/sqrt(M)+w)^2/(s+w*sqrt(Aw))^2; % second order weight

figure
bodemag(1/W1,1/Wp);
legend('Inverse of first order performance weight','Inverse of second
order performance weight')
grid on

% H_infinity controller
[K,~,GAM,~]=mixsyn(G,Wp,[],Wi); % Calculation of Hinf controller
[Ak,Bk,Ck,Dk]=ssdata(K);       % Controller state-space matrices
Kr=tf(K);                       % Transfer funvtion of controller

% Plot S and T and their inverse weights
% Sensitivity and Complementary sensitivity functions
S=1/(1+G*Kr);
T=G*Kr/(1+G*Kr);

figure
bodemag(S,1/Wp,T,1/Wi);
legend('Sensitivity function S','Inverse of performance
weight','Complementary sensitivity function T','Inverse of
uncertainty weight')
grid on

%% Plot Open and Closed Loop Displacement
% Run Simulink
sim('MONTELO_ergasias')

% Plot Open and Closed Loop Displacement
figure
plot(Dopen);
hold on
plot(Dclose);
title("Open and Closed Loop Displacement",'FontSize',12);
ylabel("Building Displacement [m]","FontSize",12);
xlabel("Time [seconds]","FontSize",12);
legend('Open Loop System','Closed Loop System')
grid on;

%% Plot Control Input (Force)
figure
plot(Force);
title("Control Input (Force)","FontSize",12);
ylabel("Force [N]","FontSize",12);
xlabel("Time [seconds]","FontSize",12);
grid on;

```