



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Μελέτη Τεχνικών Κωδικοποίησης στα Συστήματα ΜΙΜΟ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Νικόλαος Γ. Τάραμας

Επιβλέπων : Δήμητρα Ι. Κακλαμάνη
Αναπλ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2007



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Μελέτη Τεχνικών Κωδικοποίησης στα Συστήματα ΜΙΜΟ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Νικόλαος Γ. Τάραμας

Επιβλέπων : Δήμητρα Ι. Κακλαμάνη
Αναπλ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 16^η Ιουλίου 2007.

.....
Δήμητρα Κακλαμάνη
Αναπλ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

.....
Νικόλαος Ουζούνoglou
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ιάκωβος Βενιέρης
Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2007

.....
Νικόλαος Γ. Τάραμας

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Νικόλαος Τάραμας, 2007

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα συστήματα MIMO (Multiple Input Multiple Output) αποτελούν ένα από τα σημαντικότερα πρόσφατα επιτεύγματα στο χώρο των ψηφιακών ασύρματων επικοινωνιών. Στα άκρα ενός MIMO συστήματος, όπου έχουμε κεραίες πολλαπλών στοιχείων (στοιχειοκεραίες), λαμβάνει χώρα κατάλληλη επεξεργασία των σημάτων. Χάρης αυτού, επιτυγχάνεται βελτίωση της απόδοσης και της ποιότητας μετάδοσης σε σύγκριση με ένα απλό SISO σύστημα, μέσω αύξησης της χωρητικότητας και μείωσης του μέσου ρυθμού λαθών αντίστοιχα.

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η ανάλυση των συστημάτων MIMO, καθώς και η μελέτη της χρήσης κωδικοποίησης που οδηγεί σε πιο αποτελεσματική διαχείριση του περιορισμένου εύρους ζώνης, χωρίς αυξημένες απαιτήσεις ισχύος.

Αρχικά θα υπολογιστεί η χωρητικότητα ενός MIMO συστήματος για διάδοση σε Rayleigh κανάλι και θα μελετηθεί ο τρόπος επίδρασης του πλήθους των στοιχείων των κεραιών πάνω σε αυτήν. Το σημαντικότερο όμως τμήμα της εργασίας αφορά τη χρήση χωροχρονικής μπλοκ κωδικοποίησης στα συστήματα MIMO. Το κύριο χαρακτηριστικό των STBCs (space-time block codes) είναι η εκπομπή ορθογωνικών συρμών δεδομένων από τα στοιχεία του πομπού, κάτι που οδηγεί στη βελτίωση της ποιότητας μετάδοσης, χάρη στο αυξημένο κέρδος διαφορισμού. Στη λήψη χρησιμοποιείται ένας απλός αλγόριθμος μέγιστης πιθανοφάνειας για την αποκωδικοποίηση.

Αφού μελετηθούν τα σχήματα των ψηφιακών διαμορφώσεων που χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση των δεδομένων σε ασύρματο περιβάλλον, θα εξετασθεί η επίδραση της χρήσης των STBCs σε συστήματα πολλαπλών εισόδων - πολλαπλών εξόδων. Θα γίνει σύγκριση μέσω προσομοιώσεων μεταξύ ενός απλού SISO καναλιού και MIMO συστημάτων με χρήση χωροχρονικών μπλοκ κωδικών διαφορετικών μεγεθών, ώστε να δειχθεί η βελτίωση της ποιότητας ενός συστήματος με τη χρήση space-time block coding.

Λέξεις Κλειδιά

Συστήματα MIMO, Χωρητικότητα, Rayleigh Κανάλι, Ψηφιακή Διαμόρφωση, Πιθανότητα Λάθους, Χωροχρονικοί Μπλοκ Κώδικες, Σχήμα Alamouti, Ορθογωνιότητα, Κέρδος Διαφορισμού.

ABSTRACT

MIMO systems (Multiple Input Multiple Output) are one of the most important recent achievements in the field of digital wireless communications. There are multiple antennas (antenna arrays) placed at both the transmitter and the receiver of a MIMO system and signals are treated in a way that improves the quality of the link, by decreasing bit error rate. Besides, greater capacities are achievable by a MIMO system compared to those of a single SISO system.

The aim of this thesis is the analysis of systems MIMO, as well as the study of coding that leads to a more effective management of the limited bandwidth without increased demands of power.

Initially, the capacity of a MIMO system is calculated, concerning transmission in a rayleigh channel and it is examined how this capacity is influenced by the number of the elements of the antenna arrays. However, the most important topic of this thesis concerns space-time block coding in MIMO systems. The main characteristic of STBCs (space-time block codes) is the emission of orthogonal data streams from the antennas of the transmitter array, which leads to improved data link quality due to greater diversity gain. In the reception, a simple maximum likelihood decoder is used.

After studying the digital modulation schemes that are used for transmission in wireless environments, we examine the effect of space-time block coding in systems of multiple inputs - multiple outputs. We compare via simulations a simple SISO channel to MIMO systems with STBCs of different sizes, so that the improvement of quality is demonstrated.

Keywords

MIMO Systems, Capacity, Rayleigh Channel, Digital Modulation, Bit Error Probability, Space-Time Block Codes, Alamouti Scheme, Orthogonality, Diversity Gain.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Η εξέλιξη στον χώρο των επικοινωνιών μέχρι σήμερα.....	13
1.2 Η τεχνολογία των έξυπνων κεραιών	14
1.2.1 Στοιχειοκεραίες	14
1.2.2 Έξυπνες κεραιές	15
1.2.2.1 Συστήματα μεταγωγής δέσμης (switched beam)	15
1.2.2.2 Συστήματα προσαρμοστικών (adaptive) στοιχειοκεραιών.....	15
1.2.3 Οφέλη από τη χρήση συστημάτων έξυπνων κεραιών	15
1.3 Συστήματα MIMO	17

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : ΤΟ ΑΣΥΡΜΑΤΟ ΚΑΝΑΛΙ ΔΙΑΔΟΣΗΣ

2.1 Εισαγωγή.....	19
2.2 Το ασύρματο περιβάλλον διάδοσης	19
2.2.1 Απώλειες διάδοσης.....	20
2.2.2 Σκίαση	22
2.2.3 Διαλείψεις πολλαπλών διαδρομών	22
2.2.3.1 Διαλείψεις επιλεκτικές ως προς το χρόνο - Διασπορά Doppler	23
2.2.3.2 Διαλείψεις επιλεκτικές ως προς τη συχνότητα - Διασπορά χρόνου	25
2.2.3.3 Διαλείψεις επιλεκτικές ως προς το χώρο - Διασπορά χώρου	29
2.2.4 Συμπεράσματα για τις διαλείψεις.....	31
2.3 Διάδοση σε κανάλι Rayleigh	31
2.4 Διάδοση σε κανάλι Rice.....	34

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο : ΑΠΟΔΟΣΗ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ

3.1 Εισαγωγή.....	37
3.2 Κανάλι AWGN	38
3.2.1 Πιθανότητα λάθους για BPSK διαμόρφωση	38
3.2.2 Πιθανότητα λάθους για QPSK διαμόρφωση	40
3.2.3 Πιθανότητα λάθους για 8-PSK διαμόρφωση	41
3.2.4 Πιθανότητα λάθους για 16-QAM και 64-QAM διαμόρφωση	42

3.3 Rayleigh κανάλι	46
3.3.1 Πιθανότητα λάθους για BPSK διαμόρφωση	47
3.3.2 Πιθανότητα λάθους για QPSK διαμόρφωση	47
3.3.3 Πιθανότητα λάθους για 8-PSK διαμόρφωση	48
3.3.4 Πιθανότητα λάθους για 16-QAM και 64-QAM διαμόρφωση	49

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο : ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ MIMO ΚΑΙ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ

4.1 Εισαγωγή.....	51
4.2 Κέρδος κεραίας - Κέρδος διαφορισμού	51
4.3 Το ασύρματο κανάλι ως σύστημα	52
4.3.1 Σύστημα μιας εισόδου - μιας εξόδου (SISO).....	52
4.3.2 Σύστημα μιας εισόδου - πολλαπλών εξόδων (SIMO)	52
4.3.3 Σύστημα πολλαπλών εισόδων - μιας εξόδου (MISO)	53
4.3.4 Σύστημα πολλαπλών εισόδων - πολλαπλών εξόδων (MIMO)	54
4.4 Απλοποιημένος τύπος Shannon.....	55
4.5 Επέκταση του θεωρήματος Shannon για MIMO συστήματα	55
4.5.1 Γενικός τύπος χωρητικότητας.....	55
4.5.2 Μετασχηματισμός του MIMO καναλιού σε n SISO υποκανάλια	56
4.5.3 Τρόποι εκτίμησης του καναλιού στον πομπό	58
4.5.4 Κανάλι άγνωστο στον πομπό	59
4.5.5 Κανάλι γνωστό στον πομπό	60
4.5.6 Άνω και κάτω όριο για τη χωρητικότητα	60
4.5.7 Χωρητικότητα για ορθογώνια υποκανάλια	61
4.5.8 Ενεργά κανάλια - Βαθμοί ελευθερίας.....	61
4.5.9 Χωρητικότητα για SIMO - MISO κανάλια	62
4.6 Έκφραση της χωρητικότητας για ειδικές περιπτώσεις καναλιών	63
4.6.1 Rayleigh κανάλι.....	63
4.6.1.1 Μοντελοποίηση του MIMO συστήματος για Rayleigh κανάλι.....	63
4.6.1.1.1 Χωρική ανεξαρτησία των υποκαναλιών διάδοσης.....	64
4.6.1.1.2 Χωρική συσχέτιση των υποκαναλιών διάδοσης.....	64
4.6.1.2 Χωρητικότητα καναλιού Rayleigh	65
4.6.2 Rice κανάλι	66
4.6.2.1 Μοντελοποίηση του MIMO συστήματος για Rice κανάλι	66
4.6.2.2 Χωρητικότητα Rice καναλιού	68
4.6.3 Χωρητικότητα καναλιού όταν υπάρχει χωρική συσχέτιση μεταξύ των λαμβανόμενων σημάτων.....	69

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο : ΧΩΡΟΧΡΟΝΙΚΗ ΜΠΛΟΚ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

5.1 Εισαγωγή.....	71
5.2 Κώδικας Alamouti	71
5.3 Χωροχρονικοί μπλοκ κώδικες	75
5.3.1 Χωροχρονικοί κώδικες για πραγματικούς σηματοδότης	76
5.3.2 Χωροχρονικοί κώδικες για μιγαδικούς σηματοδότης	79
5.4 Αποκωδικοποίηση χωροχρονικών μπλοκ κωδικών	81
5.4.1 Αποκωδικοποίηση του κώδικα Alamouti (G_2)	81
5.4.2 Αποκωδικοποίηση STBCs μεγαλύτερης τάξης	83
5.4.3 Αποκωδικοποίηση με στοιχειοκεραία στο δέκτη	85

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο : ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ

6.1 Εισαγωγή.....	87
6.2 Απόδοση βασικών σχημάτων διαμόρφωσης	87
6.3 Χωρητικότητα συστημάτων MIMO	83
6.4 Απόδοση χωροχρονικών μπλοκ κωδικών (STBCs)	99
Παράρτημα	104
Π.6.1. Κώδικες απόδοσης βασικών σχημάτων διαμόρφωσης	104
Π.6.2. Κώδικες χωρητικότητας συστημάτων MIMO	132
Π.6.3. Κώδικες απόδοσης STBCs.....	137

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	161
-------------------	-----

ΣΧΗΜΑΤΑ

2.1	Ολίσθηση Doppler	24
2.2	Διασπορά Doppler	25
2.3	Διασπορά χρόνου	26
2.4	Προφίλ καθυστέρησης ισχύος	27
2.5	Φασματική συμπεριφορά του διαύλου για $S = 0.5$	28
2.6	Φασματική συμπεριφορά του διαύλου για μικρό A_1	29
2.7	Διασπορά γωνίας στο δέκτη	30
2.8	Τα είδη των διαλείψεων	31
2.9	Κατανομή Rayleigh	33
2.10	Κατανομή Rice	35
3.1	Σηματικός αστερισμός BPSK	39
3.2	Σηματικός αστερισμός QPSK	40
3.3	Σηματικός αστερισμός 8-PSK	41
3.4	Σηματικός αστερισμός 16-QAM	44
4.1	SISO κανάλι (T_x ο πομπός, R_x ο δέκτης)	52
4.2	SIMO κανάλι	53
4.3	MISO σύστημα	53
4.4	MIMO σύστημα	54
4.5	Μετατροπή του MIMO καναλιού σε n SISO υποκανάλια	58
4.6	Διάταξη των κεραιών πομπού και δέκτη στην απλή περίπτωση περιγραφής της H_{LOS} συνιστώσας του Rice καναλιού	67
5.1	Επεξεργασία εκπομπής για τον κώδικα Alamouti	72
5.2	Επεξεργασία λήψης για τον κώδικα Alamouti73	
5.3	Επεξεργασία εκπομπής για STBC	76
6.1	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για BPSK διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι	88
6.2	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για QPSK διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι	89
6.3	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 8PSK διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι	89
6.4	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 16QAM διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι	90
6.5	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 64QAM διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι	90
6.6	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για BPSK διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι	92

6.7	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για QPSK διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι	93
6.8	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 8PSK διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι	93
6.9	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 16QAM διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι	94
6.10	Bit Error Probability συναρτήσεως του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 64QAM διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι	94
6.11	CDFs χωρητικότητας 2x2 MIMO συστήματος σε Rayleigh κανάλι και SNR = 10 dB....	96
6.12	CDFs χωρητικότητας 4x2 MIMO συστήματος σε Rayleigh κανάλι και SNR = 10 dB....	97
6.13	CDF για τη χωρητικότητα σε Rayleigh κανάλι για διάφορους συνδυασμούς M_T , M_R και για SNR = 10 dB	97
6.14	CDF για τη χωρητικότητα σε Rayleigh κανάλι για διάφορους συνδυασμούς M_T , M_R και για SNR = 10 dB	98
6.15	CDF για τη χωρητικότητα σε Rayleigh κανάλι για διάφορους συνδυασμούς M_T , M_R και για SNR = 10 dB	98
6.16	Σύγκριση μεταξύ θεωρίας και προσομοίωσης για την απόδοση του απλού σχήματος Alamouti για QPSK διαμόρφωση	100
6.17	Απόδοση χωροχρονικών μπλοκ κωδικών φασματικής ικανότητας 2 bits/sec/Hz, για σύστημα με μία κεραία λήψης και διάδοση σε Rayleigh κανάλι	101
6.18	Απόδοση STBCs φασματικής ικανότητας 2 bits/sec/Hz, για σύστημα με μία (2x1) και με δύο (2x2) κεραίες λήψης και διάδοση σε Rayleigh κανάλι	102
6.19	Απόδοση STBCs φασματικής ικανότητας 2 bits/sec/Hz, για συστήματα 4x1 και 2x2 και διάδοση σε Rayleigh κανάλι	102

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Η εξέλιξη στον χώρο των επικοινωνιών μέχρι σήμερα

Η απόδειξη της ύπαρξης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από τον Maxwell, άνοιξε το δρόμο για τη χρήση τους στις ασύρματες επικοινωνίες. Η πρώτη ασύρματη μετάδοση πραγματοποιήθηκε με τον τηλέγραφο του Marconi το 1895, με τη βοήθεια ενός δίπολου Hertz. Οι ασύρματες επικοινωνίες γνώρισαν μεγάλη πρόοδο τη δεκαετία 1905-1915, χάρη στην εφεύρεση των ενισχυτικών λυχνιών και των ταλαντωτών.

Η πρώτη κινητή ασύρματη ζεύξη πραγματοποιήθηκε στη συχνότητα των 2 MHz, στα πλαίσια των αναγκών της αστυνομίας του Detroit για επικοινωνία. Όμως, εξαιτίας της χαμηλής συχνότητας εκπομπής τα κανάλια ήταν συνακόλουθα λίγα στο πλήθος, κάτι που αποτελούσε περιοριστικό παράγοντα για την περαιτέρω ανάπτυξη της ασύρματης επικοινωνίας. Αυτό το πρόβλημα ξεπεράστηκε χάρη στον Armstrong, ο οποίος το 1935 εισήγαγε τη διαμόρφωση συχνότητας (FM - Frequency Modulation) [1]. Έπειτα από λίγα χρόνια εμφανίστηκαν τα πρώτα κανάλια φωνής με εύρος ζώνης 120 kHz σε συχνότητες εκπομπής της τάξεως των εκατοντάδων MHz.

Στη δεκαετία του 1960 παρουσιάστηκε από τα Bell Laboratories η ιδέα των κυψελωτών συστημάτων, η οποία οδήγησε στην ευρεία ανάπτυξη της κινητής τηλεφωνίας [1]. Το πρώτο κυψελωτό σύστημα υψηλής χωρητικότητας ευρείας γεωγραφικής κάλυψης (το οποίο προτάθηκε το 1970 από την AT&T και ονομάστηκε AMPS - Advanced Mobile Phone Service), ήταν αμιγώς αναλογικό και αναφέρεται ως σύστημα 1^{ης} γενιάς. Το 1982 εμφανίστηκε το GSM (Global System for Mobile), το οποίο αναφέρεται ως σύστημα 2^{ης} γενιάς, επειδή χρησιμοποιεί ψηφιακές τεχνικές επεξεργασίας σημάτων για πρώτη φορά στον κλάδο των ασύρματων επικοινωνιών. Το GSM, το οποίο επικρατεί στον ευρωπαϊκό χώρο ως και τις ημέρες μας, υλοποιήθηκε για να υποστηρίξει υπηρεσίες φωνής μέχρι 13 kbps και δεδομένων ως 9.6 kbps [2].

Ωστόσο, λόγω των υψηλότερων απαιτήσεων για ρυθμούς μετάδοσης, το GSM κρίνεται πλέον ανεπαρκές και έχουμε οδηγηθεί στη σχεδίαση της 3^{ης} γενιάς κινητών συστημάτων, τα οποία χρησιμοποιούν διαμόρφωση WCDMA και πλεονεκτούν απέναντι στα συστήματα 2^{ης} γενιάς, λόγω της δυνατότητας χρήσης έξυπνων κεραιών. Το βασικό χαρακτηριστικό τους είναι η υποστήριξη εφαρμογών πολυμέσων και η δυνατότητα πρόσβασης σε πληροφορίες και υπηρεσίες από δημόσια ή ιδιωτικά δίκτυα, με υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης.

1.2 Η τεχνολογία των έξυπνων κεραιών

1.2.1 Στοιχειοκεραίες

Ο πρόγονος των ευφυών κεραιών είναι οι στοιχειοκεραίες, με χρήση των οποίων επιτυγχάνεται αύξηση της χωρητικότητας και μείωση των παρεμβολών. Οι στοιχειοκεραίες είναι διατάξεις οι οποίες αποτελούνται από πολλούς ακτινοβολητές που ακτινοβολούν ή λαμβάνουν ταυτόχρονα.

Η μορφή του διαγράμματος ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραίας εξαρτάται από τη συχνότητα λειτουργίας, τη γεωμετρία της στοιχειοκεραίας (γραμμική, κυκλική, επίπεδη), το πλήθος, το μήκος, τη ρευματική διέγερση καθώς και την απόσταση μεταξύ των ακτινοβολητών της. Οι παράμετροι αυτοί επηρεάζουν (εκτός από το διάγραμμα ακτινοβολίας) το κέρδος, την αντίσταση εισόδου καθώς και το εύρος ζώνης της στοιχειοκεραίας.

Βάσει της απόστασης μεταξύ των στοιχείων τους, οι στοιχειοκεραίες χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, στις χωρικά ομοιόμορφες και στις χωρικά ανομοιόμορφες. Τα στοιχεία των κεραιών της πρώτης κατηγορίας ισαπέχουν μεταξύ τους και το επιθυμητό διάγραμμα ακτινοβολίας ρυθμίζεται κυρίως με το ρεύμα διέγερσής τους. Οι ανομοιόμορφες στοιχειοκεραίες διαθέτουν κατά κανόνα μικρότερο αριθμό στοιχείων (καλούνται και αραιές για αυτό το λόγο) και χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις που δεν είναι εφικτή η κατάλληλη ρευματική διέγερση των ακτινοβολητών των ομοιόμορφων (έχουμε ομοιόμορφη διέγερση ρευμάτων σε αυτή την περίπτωση). Το μήκος των στοιχείων της κεραίας δύναται να είναι ίδιο για όλους τους ακτινοβολητές ή μπορεί να ακολουθεί κάποια γνωστή κατανομή (λογαριθμική, rayleigh) [3]. Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές χρησιμοποιούνται ομοιόμορφες στοιχειοκεραίες, για τις οποίες άλλωστε υπάρχει πλήθος μεθόδων ανάλυσης και σύνθεσης. Οι χωρικά ανομοιόμορφες στοιχειοκεραίες παρέχουν στο σχεδιαστή περισσότερους βαθμούς ελευθερίας και συνεπώς αξίζουν ιδιαίτερης προσοχής, αν και είναι σαφώς δυσκολότερη η θεωρητική τους ανάλυση.

Οι στοιχειοκεραίες υπερτερούν έναντι των απλών κεραιών και βρίσκουν ευρεία εφαρμογή, γιατί παρέχουν τις εξής δυνατότητες [3]:

- αύξηση της κατευθυντικότητας
- σύνθεση επιθυμητών διαγραμμάτων ακτινοβολίας (μέγιστα λοβών και μηδενισμοί στις επιθυμητές κατευθύνσεις) με την κατάλληλη ρευματική διέγερση
- στροφή του διαγράμματος ακτινοβολίας με ηλεκτρονικό τρόπο

1.2.2 Έξυπνες κεραίες

Ένα σύστημα έξυπνης κεραίας αποτελείται από τον συνδυασμό μιας στοιχειοκεραίας με κατάλληλη ψηφιακή επεξεργασία σήματος. Η επεξεργασία σκοπό έχει τη βελτιστοποίηση του διαγράμματος ακτινοβολίας, σύμφωνα με τις πληροφορίες που λαμβάνει διαρκώς το σύστημα από το ασύρματο περιβάλλον. Τα συστήματα έξυπνων κεραιών διαχωρίζονται (αν και όχι με ιδιαιτέρως σαφή κριτήρια) σε δύο κατηγορίες, στα συστήματα μεταγωγής δέσμης (switched beam) και στα συστήματα προσαρμοστικών (adaptive) στοιχειοκεραιών [4].

1.2.2.1 Συστήματα μεταγωγής δέσμης (switched beam)

Τα συστήματα αυτά σχηματίζουν πλέγμα πολλαπλών κατευθυντικών λοβών σε προκαθορισμένες κατευθύνσεις. Το σύστημα ανιχνεύει διαρκώς το σηματοθορυβικό λόγο (SNR - Signal to Noise Ratio) ή το λόγο σήματος προς παρεμβολή (SIR - Signal to Interference Ratio), καθώς ο χρήστης κινείται στο χώρο κάλυψης και επιλέγει κάθε φορά να κλειδώσει στον καταλληλότερο από τους προκαθορισμένους λοβούς του πλέγματος. Το σύστημα μεταγωγής δέσμης πλεονεκτεί έναντι της απλής στοιχειοκεραίας, καθώς σχηματίζει ένα διάγραμμα ακτινοβολίας με μεγαλύτερη χωρική επιλεκτικότητα και αυξημένη κατευθυντικότητα.

1.2.2.2 Συστήματα προσαρμοστικών (adaptive) στοιχειοκεραιών

Τα συστήματα προσαρμοστικών στοιχειοκεραιών εκμεταλλεύονται τη δυνατότητα εντοπισμού διαφορετικών τύπων σημάτων, τα οποία επεξεργάζονται με ψηφιακό τρόπο χρησιμοποιώντας προηγμένους αλγόριθμους, που δύνανται να ελαχιστοποιούν τις παρεμβολές και ταυτόχρονα να μεγιστοποιούν το χρήσιμο σήμα. Επομένως, ενώ και στις δύο κατηγορίες συστημάτων έξυπνων κεραιών ο σκοπός είναι η αύξηση του κέρδους στην κατεύθυνση του χρήστη, οι προσαρμοστικές στοιχειοκεραίες έχουν την επιπλέον δυνατότητα να εντοπίζουν και να ελαχιστοποιούν τις παρεμβολές.

1.2.3 Οφέλη από τη χρήση συστημάτων έξυπνων κεραιών

Τα βασικά χαρακτηριστικά των έξυπνων κεραιών είναι το κέρδος κεραίας (array gain) καθώς και το κέρδος διαφορισμού (diversity gain).

Το κέρδος κεραίας αντιστοιχεί στην αύξηση της μέσης ισχύος του σηματοθορυβικού λόγου στο δέκτη, που προκύπτει από την ταυτόχρονη επεξεργασία των σημάτων από τα στοιχεία της κεραίας. Για να επιτευχθεί όμως κέρδος κεραίας πρέπει οπωσδήποτε να υπάρχει γνώση του καναλιού, είτε στον πομπό, είτε στον δέκτη, είτε και στις δύο

στοιχειοκεραίες. Η συνήθης περίπτωση αφορά στη γνώση του καναλιού από τη μεριά του δέκτη, οπότε με την κατάλληλη επεξεργασία (τοποθέτηση συντελεστών βαρύτητας) των επιμέρους σημάτων που λαμβάνουν τα στοιχεία της κεραίας, επιτυγχάνεται ενίσχυση του προς λήψη σήματος.

Το επιπλέον κέρδος κεραίας προσφέρει τη δυνατότητα αύξησης της περιοχής που καλύπτει ο σταθμός βάσης. Η αύξηση της ακτίνας ραδιοκάλυψης εκφράζεται μέσω του REF (Range Extension Factor) [5], που δίνεται από τον τύπο

$$REF = \frac{r_2}{r_1} = M^{\frac{1}{n}} \quad (1.1)$$

όπου r_1 είναι η ακτίνα κάλυψης της απλής ομοιοκατευθυντικής κεραίας, r_2 η ακτίνα κάλυψης της έξυπνης κεραίας, M το πλήθος των στοιχείων της και n είναι ο εκθέτης απωλειών διαδρομής. Η αύξηση της επιφάνειας που καλύπτει ο σταθμός βάσης εκφράζεται μέσω του AEF (Area Extension Factor), που δίνεται από τον τύπο

$$AEF = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = REF^2 \quad (1.2)$$

Όμως υπάρχουν περιορισμοί, εξαιτίας της επίδρασης της ακτινοβολίας στον ανθρώπινο οργανισμό, όσον αφορά το μέγιστο EIRP (Equivalent ή Effective Isotropically Radiated Power), οι οποίοι δεν επιτρέπουν να χρησιμοποιείται το επιπλέον κέρδος κεραίας για αύξηση της περιοχής ραδιοκάλυψης του σταθμού βάσης. Σε αυτή την περίπτωση, το κέρδος χρησιμοποιείται ώστε να μειωθεί η απαιτούμενη ισχύς του κινητού τερματικού, με αποτέλεσμα να χρειάζονται μπαταρίες μικρότερων δυνατοτήτων, κάτι που οδηγεί σε μικρότερα και ελαφρύτερα κινητά τερματικά με μεγαλύτερη διάρκεια ζωής μπαταρίας.

Το κέρδος διαφορισμού βοηθάει άμεσα στην καταπολέμηση των διαλείψεων και γενικά των προβλημάτων που εισάγει η πολυδιαδρομική διάδοση στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα. Αποτέλεσμα της επιτυχούς αντιμετώπισης των προβλημάτων αυτών είναι, εν τέλει, η αύξηση των επιτρεπόμενων ρυθμών μετάδοσης. Το κέρδος διαφορισμού μπορεί επίσης να αφορά είτε τον δέκτη, είτε τον πομπό. Στην πρώτη περίπτωση συνδυάζονται στον δέκτη αντίγραφα του σήματος που έχουν διαδοθεί από τον πομπό μέσω ανεξάρτητων διαδρομών, με αποτέλεσμα να ελαχιστοποιούνται οι πιθανότητες να έχουν υποστεί όλα τα αντίγραφα συνθήκες ισχυρής διάλειψης. Στην περίπτωση του πομπού χρησιμοποιείται χωροχρονική κωδικοποίηση (space-time coding) κατά την προεπεξεργασία του προς εκπομπή σήματος.

1.3 Συστήματα MIMO

Τα συστήματα MIMO (Multiple Input Multiple Output) αποτελούν τον επόμενο κρίκο στην εξελικτική αλυσίδα των ασύρματων επικοινωνιών. Το πρώτο βήμα πραγματοποιήθηκε με τις στοιχειοκεραίες και στη συνέχεια εμφανίστηκαν τα συστήματα έξυπνων κεραιών με το δυναμικά μεταβαλλόμενο διάγραμμα ακτινοβολίας τους. Όμως λόγω της αύξησης των χρηστών και των ιδιαίτερα απαιτητικών πλέον σε εύρος ζώνης εφαρμογών (σε συνδυασμό με το πεπερασμένο τηλεπικοινωνιακό φάσμα), η ποιότητα υπηρεσιών που προσφέρουν τα υπάρχοντα συστήματα δυσχεραίνεται ολοένα και περισσότερο. Ήδη τα κινητά 3^{ης} γενιάς υποχρεούνται να διαθέτουν εφαρμογές πρόσβασης στο internet, video on demand και άλλες υπηρεσίες ευρείας ζώνης, που για να ικανοποιηθούν απαιτούνται χωρητικότητες της τάξης των μερικών Mbps.

Τα MIMO συστήματα βασίζονται στις έξυπνες κεραιές. Ένα σύστημα MIMO αποτελείται από έναν πομπό, έναν δέκτη και ένα ραδιοκάνάλι πολλών εισόδων - πολλών εξόδων. Οι πολλαπλές εισόδους και εξόδους υλοποιούνται ουσιαστικά μέσω στοιχειοκεραιών, τόσο στον πομπό, όσο και στο δέκτη. Κάθε προς εκπομπή συρμός δεδομένων κωδικοποιείται, διαμορφώνεται και διαχωρίζεται σε επιμέρους streams, τα οποία εκπέμπονται από τους ακτινοβολητές του πομπού. Μετά τη λήψη του σήματος από τον δέκτη, ακολουθεί η αντίστροφη διαδικασία ώστε να προκύψει ο αρχικός συρμός δεδομένων.

Οι παράμετροι μέσω των οποίων ελέγχεται η απόδοση μιας ασύρματης ζεύξης είναι η χωρητικότητα, η αξιοπιστία και η πολυπλοκότητα του πομπού και του δέκτη. Επομένως, οι διεργασίες που προηγούνται της εκπομπής και έπονται της λήψης σχεδιάζονται έτσι ώστε να βελτιστοποιείται η απόδοση της ραδιοζεύξης [6]. Όσον αφορά τη χωρητικότητα, ο σκοπός είναι να μεγιστοποιηθεί ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων (bit rate). Η μέγιστη θεωρητική τιμή του ρυθμού μετάδοσης δίνεται από τον τύπο του Shannon σε συνθήκες λευκού θορύβου. Η αξιοπιστία εκφράζεται μέσω του μέσου ρυθμού λαθών (BER - Bit Error Rate), ενώ η πολυπλοκότητα σχετίζεται με την κατανάλωση ισχύος. Σχετικά με την πολυπλοκότητα του συστήματος, είναι επιθυμητό να υπάρχει χαμηλή πολυπλοκότητα στη μεριά του κινητού (η πηγή τροφοδοσίας του οποίου είναι η μπαταρία) και αυξημένη πολυπλοκότητα στο σταθμό βάσης. Επειδή όμως η ταυτόχρονη βελτιστοποίηση της χωρητικότητας, της αξιοπιστίας και της πολυπλοκότητας δεν είναι δυνατή, οδηγούμαστε κατά τη σχεδίαση ενός MIMO συστήματος σε μια αναγκαστική ανταλλαγή (trade-off).

Η σχεδίαση ενός MIMO συστήματος γίνεται με διαφορετικό τρόπο, ανάλογα με τη γνώση ή μη του καναλιού από την πλευρά του πομπού. Όμως για να γνωρίζει ο πομπός το κανάλι, απαιτείται η παρουσία ενός καναλιού ανάδρασης που θα του παρέχει τις απαραίτητες πληροφορίες. Στην περίπτωση που ο πομπός γνωρίζει το κανάλι, τα επιμέρους

bit streams που προκύπτουν από τον διαχωρισμό του αρχικού συρμού δεδομένων, πολλαπλασιάζονται με κάποιον συντελεστή βαρύτητας πριν την εκπομπή τους από τον κατάλληλο ακτινοβολητή. Ενώ όμως η γνώση της κατάστασης του καναλιού οδηγεί σε πιο αξιόπιστη μετάδοση, το απαραίτητο κανάλι ανάδρασης καταναλώνει σημαντικό τμήμα του διαθέσιμου εύρους ζώνης.

Τα συστήματα MIMO αποτελούν μεν εξέλιξη των έξυπνων κεραιών, διαφοροποιούνται όμως στα ακόλουθα σημεία [6]:

- Στα συστήματα έξυπνων κεραιών έχουμε στοιχειοκεραία καθώς και πολύπλοκα συστήματα επεξεργασίας μόνο στο σταθμό βάσης (το κινητό τερματικό χαρακτηρίζεται από χαμηλή πολυπλοκότητα), ενώ στα MIMO έχουμε πολλαπλές κεραίες και στα δύο άκρα του συστήματος.
- Οι αλγόριθμοι επεξεργασίας που έχουν σχεδιαστεί για τα συστήματα έξυπνων κεραιών έχουν ως σκοπό την αντιμετώπιση φαινομένων, όπως οι διαλείψεις πολύοδης διάδοσης (multipath fading) και η διασπορά καθυστέρησης (delay spread), που θα αναλυθούν στο επόμενο κεφάλαιο. Σε αντίθεση, τα συστήματα MIMO βασίζουν την επιτυχημένη λειτουργία τους σε αυτά τα φαινόμενα. Εκμεταλλεύονται δηλαδή το multipath fading και το delay spread, τα οποία είναι υπεύθυνα για τη δημιουργία ανεξάρτητων μονοπατιών διάδοσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΤΟ ΑΣΥΡΜΑΤΟ ΚΑΝΑΛΙ ΔΙΑΔΟΣΗΣ

2.1 Εισαγωγή

Οι ασύρματες επικοινωνίες χρησιμοποιούν κυρίως ηλεκτρομαγνητικά κύματα με συχνότητες στη ζώνη που εκτείνεται από μερικές εκατοντάδες MHz μέχρι και λίγα GHz. Αυτό το κεφάλαιο επικεντρώνεται στη συμπεριφορά του ραδιοκαναλιού στο συγκεκριμένο εύρος συχνοτήτων, περιγράφοντας και αναλύοντας τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα καθώς διαδίδονται στο ασύρματο περιβάλλον ανάμεσα στον πομπό και το δέκτη, ενώ επιπρόσθετα ασχολείται και με τη διάδοση ραδιοκυμάτων σε κανάλια τύπου Rayleigh και Rice.

2.2 Το ασύρματο περιβάλλον διάδοσης

Η διάδοση των σημάτων στο ασύρματο περιβάλλον πραγματοποιείται με τους ακόλουθους τρόπους: απευθείας διάδοση, ανάκλαση, περίθλαση και σκέδαση [1]. Απευθείας διάδοση έχουμε όταν το σήμα δεν συναντάει κανένα εμπόδιο στην πορεία του από τον πομπό ως το δέκτη. Ανάκλαση εμφανίζεται όταν το διαδιδόμενο σήμα προσπίπτει σε εμπόδιο με διαστάσεις πολύ μεγάλες σε σχέση με το μήκος κύματός του. Τα ανακλώμενα κύματα συμβάλλουν στο δέκτη με τα αρχικά, εποικοδομητικά ή μη. Περίθλαση εμφανίζεται όταν παρεμβάλλεται αδιαπέραστο σώμα στη διαδρομή του ραδιοκύματος από τον πομπό προς το δέκτη. Σύμφωνα με την αρχή του Huygens παράγονται δευτερογενή κύματα πίσω από το εμπόδιο, τα οποία φτάνουν στο δέκτη ακόμα και όταν δεν υπάρχει οπτική επαφή μεταξύ πομπού και δέκτη. Η περίθλαση εξηγεί επομένως τη διάδοση των ραδιοκυμάτων σε αστικές κυρίως περιοχές, όπου δεν υπάρχει οπτική επαφή πομπού και δέκτη. Σκέδαση εμφανίζεται στις περιπτώσεις όπου στη διαδρομή του σήματος υπάρχουν αντικείμενα με διαστάσεις ίσες ή μικρότερες από το μήκος κύματος του μεταδιδόμενου σήματος.

Η κατανομή της μέσης ισχύος σε μια συγκεκριμένη περιοχή αποτελεί κατά κύριο λόγο βασικό κριτήριο για την αξιόπιστη επικοινωνία και ελέγχεται με τη βοήθεια του προφίλ ισχύος της περιοχής διάδοσης, συναρτήσει της απόστασης [7]. Η ισχύς αυτή θα πρέπει να επαρκεί για την εξυπηρέτηση της ζητούμενης ζεύξης, αλλά δεν πρέπει να είναι τόσο μεγάλη ώστε να προκαλεί παρεμβολή. Επειδή όμως το ασύρματο περιβάλλον μεταβάλλεται καθώς το κινητό τερματικό διανύει μικρές αποστάσεις, δεν ενδιαφέρει μόνο η μέση ισχύς αλλά και η στατιστική συμπεριφορά της. Η διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε περιβάλλοντα κινητών επικοινωνιών χαρακτηρίζεται από τρία επιμέρους φαινόμενα, που είναι γνωστά ως

απώλειες διάδοσης (path loss), σκίαση (shadowing) και διαλείψεις πολλαπλών διαδρομών (multipath fading). Αυτά τα φαινόμενα, τα οποία επηρεάζουν κυρίως τα επίπεδα ισχύος του μεταδιδόμενου σήματος, αναλύονται ακολούθως.

2.2.1 Απώλειες διάδοσης

Ο όρος απώλειες διάδοσης χρησιμοποιείται για να εκφραστεί ο λόγος της ισχύος που λαμβάνεται από την κεραία του δέκτη, προς την ισχύ που εκπέμπεται από την κεραία του πομπού. Όταν το περιβάλλον διάδοσης είναι ο ιδανικός ελεύθερος χώρος, η λαμβανόμενη ισχύς δίδεται από τη γνωστή εξίσωση του Friis [8]:

$$P_r = P_t \cdot G_t \cdot G_r \cdot \left[\frac{\lambda}{4\pi d} \right]^2 = P_t \cdot G_t \cdot G_r \cdot \left[\frac{c/f}{4\pi d} \right]^2 \quad (2.1)$$

όπου P_r και P_t είναι η λαμβανόμενη και η εκπεμπόμενη ισχύς αντίστοιχα, G_t και G_r τα κέρδη των κεραιών εκπομπής και λήψης, λ το μήκος κύματος στη συχνότητα λειτουργίας f , c η ταχύτητα του φωτός και d η απόσταση πομπού - δέκτη.

Οι απώλειες διάδοσης στον ελεύθερο χώρο δίνονται επομένως από τη ακόλουθη σχέση:

$$L_f = \frac{P_r}{P_t} = \frac{1}{G_t \cdot G_r} \cdot \left[\frac{4\pi d}{\lambda} \right]^2 \quad (2.2)$$

Η παραπάνω σχέση δείχνει ότι οι απώλειες διάδοσης στον ελεύθερο χώρο εξαρτώνται από το τετράγωνο της απόστασης d . Συγκεκριμένα, όταν η απόσταση δεκαπλασιάζεται, η στάθμη ισχύος υποεκατονταπλασιάζεται, επομένως η ισχύς του λαμβανόμενου σήματος υπόκειται σε μια πτώση 20 dB ανά δεκάδα. Επίσης, όταν μειώνεται το μήκος κύματος (αυξάνεται η συχνότητα εκπομπής), αυξάνονται και οι απώλειες διάδοσης.

Σε κυψελωτά περιβάλλοντα διάδοσης, όπου επιπρόσθετα συμβαίνουν ανακλάσεις και στο έδαφος, το μοντέλο του ελεύθερου χώρου δεν είναι κατάλληλο. Χρησιμοποιείται όμως το μοντέλο της επίπεδης επιφάνειας (plane earth) [9], στο οποίο θεωρείται πως η γη είναι ένα τέλεια αγωγίμο επίπεδο. Το σήμα στην κεραία του δέκτη προκύπτει από τη συμβολή του απευθείας κύματος με ένα ανακλώμενο στην επιφάνεια της γης κύμα (με συντελεστή ανάκλασης -1, αφού έγινε δεκτό πως η γη είναι τέλεια αγωγίμη), με διαφορετική διανυόμενη απόσταση για το καθένα. Στην απλή περίπτωση, όπου ισχύουν για τη διάδοση οι συνθήκες

- $(h_t + h_r)/d \ll 1$

- $\frac{2\pi \cdot h_t \cdot h_r}{\lambda \cdot d} \ll 1$

όπου h_t και h_r τα ύψη των κεραιών του πομπού και του δέκτη αντίστοιχα, η λαμβανόμενη ισχύς θα δίνεται από τη σχέση

$$P_r = P_t \cdot G_t \cdot G_r \cdot \left[\frac{h_t \cdot h_r}{d^2} \right]^2 \quad (2.3)$$

Επομένως, ενώ οι απώλειες ελεύθερου χώρου μεταβάλλονται με το τετράγωνο της απόστασης πομπού - δέκτη, για διάδοση πάνω από επίπεδη επιφάνεια, η λαμβανόμενη ισχύς μεταβάλλεται με την τέταρτη δύναμη της απόστασης. Δηλαδή, σε αυτό το μοντέλο διάδοσης, η στάθμη ισχύος του σήματος μειώνεται με 40 dB/decade απόστασης.

Η πλειονότητα των ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων λειτουργεί σε περιβάλλοντα μη οπτικής επαφής (NLOS, non-line of sight). Γενικά, η μέση τιμή των απωλειών διάδοσης αυξάνεται εκθετικά με την απόσταση. Βάσει εμπειρικών δεδομένων έχει αναπτυχθεί ένα αρκετά γενικό μοντέλο για διάδοση NLOS [10], το οποίο περιγράφεται από τη σχέση

$$L(d) \propto L_0 \cdot \left(\frac{d}{d_0} \right)^n \quad (2.4)$$

όπου d_0 η απόσταση αναφοράς ή η απόσταση για την οποία ισχύει διάδοση LOS, L_0 οι απώλειες διάδοσης σε απόσταση d_0 και διάδοση LOS, d η απόσταση μεταξύ κεραιών εκπομπής και λήψης και $L(d)$ οι αντίστοιχες απώλειες διάδοσης (για συνδυασμένη διάδοση σήματος, LOS και NLOS). Ο εκθέτης n , ο οποίος δείχνει πόσο γρήγορα αυξάνονται οι απώλειες διαδρομής με την απόσταση, καλείται εκθέτης/συντελεστής απωλειών διάδοσης (path loss factor) ή συντελεστής εξασθένησης. Για τα μοντέλα ελεύθερου χώρου και επίπεδης επιφάνειας που περιγράφηκαν προηγουμένως, ο συντελεστής αυτός παίρνει τιμές $n=2$ και $n=4$ αντίστοιχα, ενώ γενικά λαμβάνει τυπικές τιμές στο διάστημα από 3,5 ως 5 [7].

Η απόλυτη μέση τιμή απωλειών διάδοσης σε dB ορίζεται επομένως μέσω της σχέσης

$$L(d) = L_0 + 10 \cdot n \cdot \log_{10}(d/d_0) \quad (2.5)$$

2.2.2 Σκίαση

Σκίαση ονομάζεται το φαινόμενο που προκαλείται εξαιτίας της γενικότερης αταξίας του ασύρματου περιβάλλοντος. Λόγω της ανομοιομορφίας του χώρου ανάμεσα στον πομπό και τον δέκτη (εμπόδια μεγάλων διαστάσεων), η μέση ισχύς που λαμβάνεται σε διάφορες θέσεις του δέκτη που απέχουν ίδια απόσταση από τον πομπό, είναι πολύ διαφορετική από εκείνη που υπολογίζεται αν χρησιμοποιηθεί η εξίσωση για τις απώλειες διάδοσης, με αποτέλεσμα να έχουμε αξιοσημείωτες διακυμάνσεις στην ισχύ του λαμβανόμενου σήματος. Αποτέλεσμα της σκίασης είναι το σήμα να υπόκειται σε τυχαίες, αργά εξελισσόμενες μεταβολές, που ονομάζονται μακροσκοπικές διαλείψεις ή διαλείψεις σκίασης. Έχει δειχθεί [7] ότι η τιμή των απωλειών διάδοσης $L(d)$ σε μια συγκεκριμένη θέση είναι τυχαία μεταβλητή και ακολουθεί λογαριθμοκανονική (lognormal) κατανομή γύρω από τη μέση τιμή των απωλειών που υπολογίζεται συναρτήσει της απόστασης μέσω της σχέσης (2.5), όπως φαίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$L(d) = L_0 + 10 \cdot n \cdot \log_{10}(d/d_0) + X_\sigma \text{ (σε dB)} \quad (2.6)$$

Η X_σ είναι τυχαία μεταβλητή Gauss με μηδενική μέση τιμή, τυπική απόκλιση σ (σε dB) και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.7)$$

όπου x είναι η μετρούμενη στάθμη ισχύος σε dBW, μ η μέση τιμή των απωλειών διάδοσης, που εξαρτώνται από την απόσταση και σ η τυπική απόκλιση, η οποία είναι ανεξάρτητη της απόστασης, αλλά εξαρτάται από το περιβάλλον διάδοσης. Τυπικές τιμές για το σ είναι από 4 dB έως 12 dB, με πλέον τυπικότερη αυτή των 8 dB [1].

Η λογαριθμοκανονική αυτή σκίαση συνεπάγεται ότι οι μετρούμενες στάθμες σήματος για συγκεκριμένη απόσταση πομπού - δέκτη έχουν gaussian κατανομή γύρω από τη μέση τιμή στάθμης (είναι προφανές πως οι απώλειες διαδρομής, όπως προκύπτουν από τη σχέση 2.5, αποτελούν τη μέση τιμή της λογαριθμοκανονικής σκίασης).

2.2.3 Διαλείψεις πολλαπλών διαδρομών

Η διαδρομή διάδοσης αποτελείται από ένα σχετικά μικρό μήκος τμήμα οπτικής επαφής, ακολουθούμενο από πολλά τμήματα χωρίς οπτική επαφή. Σε τέτοιο περιβάλλον και λόγω της παρουσίας πολλών εμποδίων, καθώς το κινητό κινείται σε μια περιοχή, υπόκειται

σε όλους σχεδόν τους μηχανισμούς διάδοσης. Οι ανακλάσεις, οι περιθλάσεις και οι σκεδάσεις που λαμβάνουν χώρα, έχουν ως αποτέλεσμα την άφιξη πολλών επίπεδων κυμάτων στο κινητό τερματικό, από πολλές κατευθύνσεις και με διαφορετικά πλάτη, φάσεις και καθυστερήσεις όσον αφορά το χρόνο άφιξης. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται διάδοση πολλαπλών διαδρομών. Τα πολλαπλά κύματα συνδυάζονται διανυσματικά στην κεραία του δέκτη για να παράγουν ένα σύνθετο λαμβανόμενο σήμα. Η διανυσματική άθροιση οδηγεί σε θετική ή αρνητική συμβολή, γεγονός που έχει αντίκτυπο στο πλάτος του λαμβανόμενου σήματος, το οποίο αυξομειώνεται.

Όπως προαναφέρθηκε, σε ένα ασύρματο περιβάλλον διάδοσης, ο δέκτης λαμβάνει ένα άμεσο σήμα και πολλά ανακλώμενα, τα οποία καταφθάνουν από διάφορες γωνίες. Στην περίπτωση κατά την οποία το άμεσο σήμα παρουσιάζεται πιο ισχυρό σε σχέση με τα ανακλώμενα, το κατάλληλο μοντέλο περιγραφής της εν λόγω κατάστασης ονομάζεται στατιστικό μοντέλο Rice. Στην πιο συνηθισμένη περίπτωση, κατά την οποία το πλήθος των προσπιπτόντων κυμάτων είναι αρκετά μεγάλο και δεν υπάρχει ισχυρή συνιστώσα προερχόμενη από διάδοση οπτικής επαφής, τότε θεωρούμε πως η περιβάλλουσα του λαμβανόμενου σήματος έχει κατανομή Rayleigh.

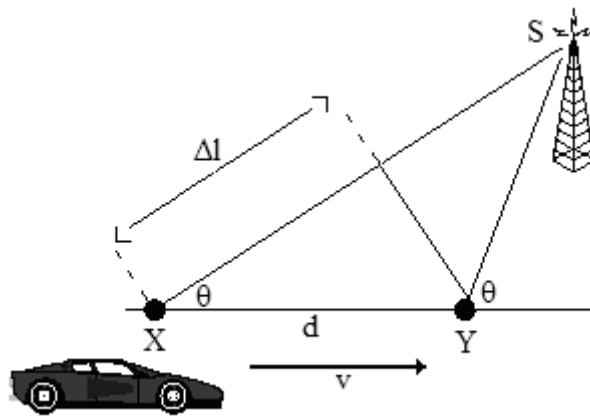
Η διαδρομή διάδοσης μεταβάλλεται με την κίνηση του χρήστη και την κίνηση των κοντινών αντικειμένων/εμποδίων/σκεδαστών. Αυτό το διαρκώς μεταβαλλόμενο περιβάλλον έχει ως αποτέλεσμα τα σήματα που φτάνουν από διαφορετικές διαδρομές στον δέκτη να συμβάλλουν είτε θετικά είτε αρνητικά, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται συνεχώς η περιβάλλουσα του σήματος. Επομένως, καθώς ο δέκτης μετακινείται, οι χωρικές μεταβολές της περιβάλλουσας εμφανίζονται ως χρονικές μεταβολές και το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως διαλείψεις περιβάλλουσας ή μικροσκοπικές διαλείψεις. Ο ρυθμός αυτών των διαλείψεων εξαρτάται από την ταχύτητα του δέκτη [11].

Οι διαλείψεις λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης μπορεί να είναι επιλεκτικές ως προς το χρόνο, τη συχνότητα ή τον χώρο. Στη συνέχεια αναλύονται ξεχωριστά οι περιπτώσεις αυτές.

2.2.3.1 Διαλείψεις επιλεκτικές ως προς το χρόνο - Διασπορά Doppler

Οι επιλεκτικές ως προς το χρόνο διαλείψεις προκαλούνται από τη σχετική κίνηση του δέκτη ως προς το σταθμό βάσης. Το σχετικό φαινόμενο καλείται ολίσθηση Doppler και περιγράφεται στη συνέχεια.

Θεωρούμε κινητό τερματικό το οποίο μετακινείται με σταθερή ταχύτητα v μεταξύ των θέσεων X και Y που απέχουν απόσταση d , καθώς λαμβάνει σήματα από το σταθμό βάσης S , όπως φαίνεται από το σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 2.1: Ολίσθηση Doppler

Οι διαδρομές από το σταθμό βάσης προς τις θέσεις X και Y διαφέρουν κατά $\Delta l = d \cos \theta = v \Delta t \cos \theta$, όπου Δt ο χρόνος που χρειάζεται ο κινητός δέκτης για να μετακινηθεί από την αρχική στην τελική θέση. Η γωνία θ και στις δύο θέσεις είναι η ίδια, γιατί ο σταθμός βάσης είναι αρκετά απομακρυσμένος. Η διαφορά στη φάση του λαμβανόμενου σήματος λόγω της διαφοράς μήκους των διαδρομών, δίδεται από τη σχέση

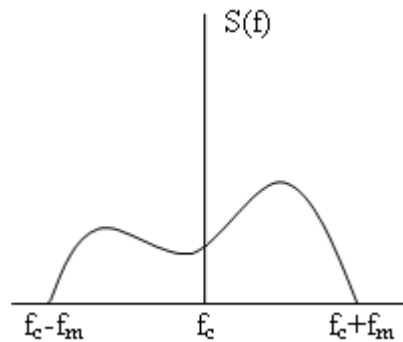
$$\Delta \phi = \frac{2\pi \cdot \Delta l}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot v \cdot \Delta t}{\lambda} \cos \theta \quad (2.8)$$

κι επομένως η φαινομενική ολίσθηση συχνότητας ή ολίσθηση Doppler f_D , υπολογίζεται μέσω του τύπου

$$f_D = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{v}{\lambda} \cos \theta \quad (2.9)$$

Επομένως, η ολίσθηση Doppler συσχετίζεται με την ταχύτητα του κινητού και τη γωνία μεταξύ της κατεύθυνσης της κίνησης του δέκτη και της κατεύθυνσης άφιξης του σήματος. Σημειώνεται πως όταν το κινητό κινείται προς την πηγή του σήματος (δηλαδή όταν ισχύει $-90^\circ < \theta < 90^\circ$) η ολίσθηση είναι θετική, ενώ όταν ο δέκτης απομακρύνεται, η ολίσθηση συχνότητας είναι αρνητική.

Η ολίσθηση Doppler έχει σαν αποτέλεσμα τη διεύρυνση του φάσματος του σήματος. Αν μεταδίδεται φέρον συχνότητας f_c , το φάσμα του λαμβανόμενου σήματος που ονομάζεται φάσμα Doppler, θα περιέχει φασματικές συνιστώσες στην περιοχή μεταξύ $f_c - f_m$ και $f_c + f_m$ (όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2), όπου $f_m = v/\lambda$ είναι η διασπορά Doppler, δηλαδή η μέγιστη τιμή της ολίσθησης Doppler.



Σχήμα 2.2: Διασπορά Doppler

Το φαινόμενο αυτό μπορεί να εκληφθεί σαν φαινόμενο αποσυσχέτισης του καναλιού διάδοσης (που εμφανίζει διαλείψεις επιλεκτικές ως προς το χρόνο) με περίοδο $1/f_m$. Βλέπουμε πως όσο μεγαλύτερη είναι η ολίσθηση Doppler, τόσο ταχύτερα μεταβάλλεται ο δίαυλος επικοινωνίας. Για να μη συμβεί αποσυσχέτιση, απαιτείται ο ρυθμός μετάδοσης να είναι αρκούντως μεγάλος, ώστε να προλαβαίνει τις μεταβολές του ραδιοκαναλιού λόγω διασποράς Doppler.

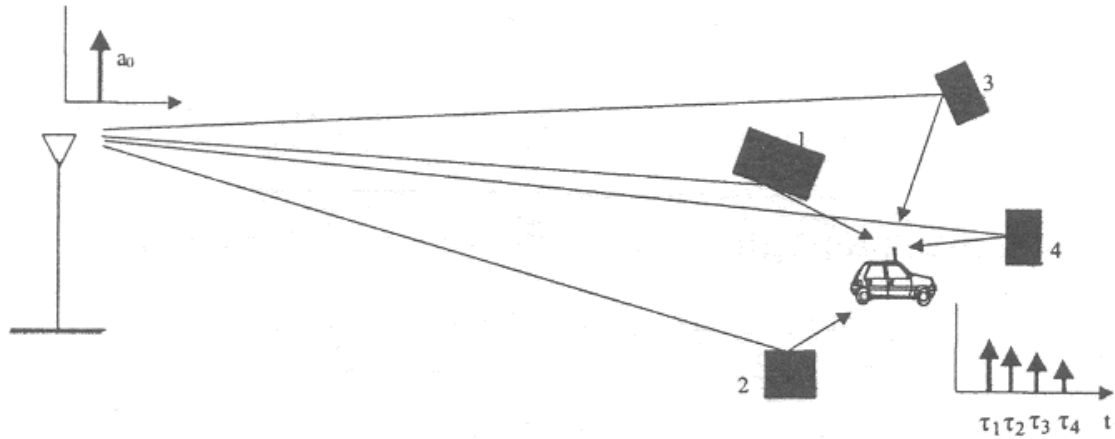
Επομένως, στην περίπτωση που έχουμε διαλείψεις επιλεκτικές ως προς το χρόνο, το κανάλι χαρακτηρίζεται από τον χρόνο συνοχής, που είναι η αντίστοιχη προς την διασπορά Doppler έννοια στο πεδίο του χρόνου. Ο χρόνος συνοχής (coherence time) T_c είναι το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το κανάλι επηρεάζει τα εκπεμπόμενα σήματα με τον ίδιο τρόπο, με προφανές αποτέλεσμα τα λαμβανόμενα σήματα να έχουν μεγάλη δυνατότητα να εμφανίζουν συσχέτιση πλάτους. Δηλαδή, αν το T_c είναι μεγαλύτερο από την περίοδο εκπεμπόμενου συμβόλου, τότε το κανάλι δεν παραμορφώνει το σήμα λόγω σχετικής κίνησης του δέκτη ως προς την πηγή του σήματος. Επομένως, ο χρόνος συνοχής είναι πρακτικά μια στατιστική μέτρηση του χρονικού διαστήματος στο οποίο η κρουστική απόκριση του διαύλου είναι ουσιαστικά αμετάβλητη και αναφερόμενοι στο χρονικό διάστημα κατά τη διάρκεια του οποίου η συνάρτηση χρονικής συσχέτισης είναι πάνω από 0.5, δίδεται προσεγγιστικά από την ακόλουθη σχέση [12]:

$$T_c \approx \frac{9}{16\pi \cdot f_m} \quad (2.10)$$

2.2.3.2 Διαλείψεις επιλεκτικές ως προς τη συχνότητα - Διασπορά χρόνου

Οι επιλεκτικές ως προς τη συχνότητα διαλείψεις οφείλονται στη χρονική διασπορά του σήματος λόγω πολύοδης διάδοσης, εξαιτίας της οποίας το εκπεμπόμενο σήμα φτάνει στον δέκτη με τη μορφή αντιγράφων που χαρακτηρίζονται από διαφορετικές εξασθενήσεις

και χρονοκαθυστερήσεις. Το ακόλουθο σχήμα αφορά την περίπτωση διασποράς χρόνου, κατά την οποία το προς μετάδοση σήμα είναι ένας κρουστικός παλμός.



Σχήμα 2.3: Διασπορά χρόνου

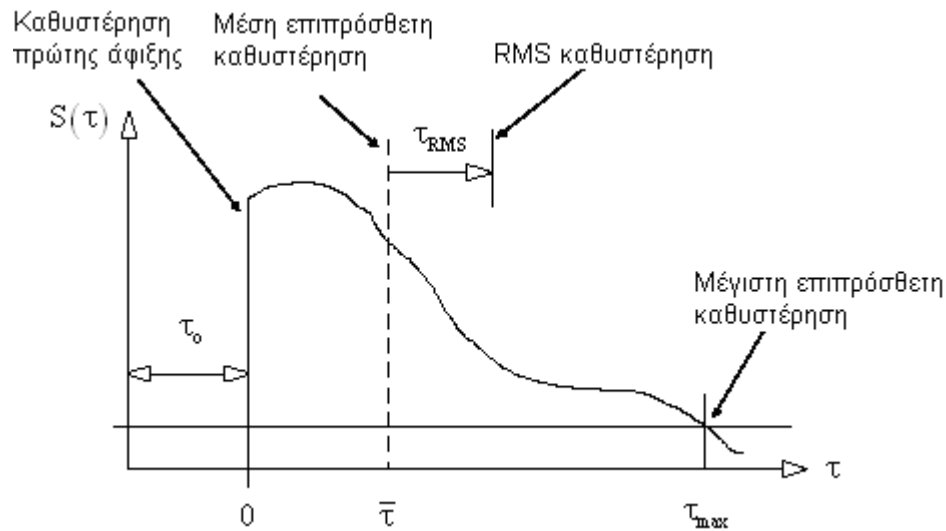
Είναι εμφανές πως λόγω των πολλαπλών διαδρομών, ο εκπεμπόμενος κρουστικός παλμός φτάνει στο δέκτη ως μια σειρά κρουστικών παλμών (πλήθους ίσου με το πλήθος των σκεδαστών) με διαφορετικούς χρόνους άφιξης. Καθώς αυξάνεται το πλήθος των σκεδαστών οι λαμβανόμενοι διακεκριμένοι παλμοί γίνονται πλέον ένας συνεχής παλμός με διάρκεια τ_{RMS} , η οποία αναφέρεται ως διασπορά καθυστέρησης. Ο βαθμός διασποράς καθυστέρησης καθορίζεται με τη βοήθεια του προφίλ καθυστέρησης ισχύος του διαύλου (σχήμα 2.4) μέσω του οποίου αναπαρίσταται γραφικά η σχετική λαμβανόμενη ισχύς συναρτήσει της επιπρόσθετης καθυστέρησης, ως προς μια σταθερή χρονική αναφορά που καθορίζεται από την πρώτη άφιξη [13].

Η διασπορά καθυστέρησης τ_{RMS} ορίζεται μέσω του τύπου [14]

$$\tau_{RMS} = \left[\frac{\int_0^{\tau_{max}} (\tau - \bar{\tau})^2 S(\tau) d\tau}{\int_0^{\tau_{max}} S(\tau) d\tau} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.11)$$

όπου τ_{max} είναι η μέγιστη επιπρόσθετη καθυστέρηση αναφορικά με κάποια συγκεκριμένη στάθμη αναφοράς και $\bar{\tau}$ η μέση επιπρόσθετη καθυστέρηση, η οποία δίνεται από τον τύπο

$$\bar{\tau} = \frac{\int_0^{\tau_{max}} \tau \cdot S(\tau) d\tau}{\int_0^{\tau_{max}} S(\tau) d\tau} \quad (2.12)$$



Σχήμα 2.4: Προφίλ καθυστέρησης ισχύος

Η ύπαρξη διαφορετικών χρονοκαθυστερήσεων συντελεί στην ανεξαρτησία των στατιστικών ιδιοτήτων δύο σημάτων διαφορετικών συχνοτήτων, όταν η απόσταση των συχνοτήτων αυτών είναι αρκετά μεγάλη. Ο βαθμός αποσυσχέτισης εξαρτάται από την εξάπλωση των χρονοκαθυστερήσεων, καθότι οι διαφορές φάσης προκύπτουν από διαφορετικά μήκη διαδρομών. Έτσι, όταν έχουμε πολυδιαδρομική διάδοση υπάρχει μεγάλη εξάπλωση χρονοκαθυστερήσεων, με αποτέλεσμα οι φάσεις των εισερχόμενων φασματικών συνιστωσών του ίδιου σήματος να μπορεί να διαφέρουν κατά πολλά ακτίνια, ακόμα κι αν ο διαχωρισμός συχνοτήτων είναι μικρός.

Ακολουθεί η ανάλυση μιας απλής περίπτωσης πολυδιαδρομικής διάδοσης με δύο μόνο μονοπάτια διάδοσης μεταξύ πηγής σήματος και δέκτη, με τη βοήθεια της οποίας θα ελεγχθεί με ποιόν τρόπο επηρεάζει η διασπορά χρόνου τη συμπεριφορά του ραδιοκαναλιού στο πεδίο της συχνότητας. Έστω ότι στον δέκτη φτάνουν δύο αντίγραφα του εκπεμπόμενου σήματος, με πλάτη A_0 και A_1 και καθυστερήσεις τ_0 και τ_1 αντίστοιχα. Τότε, η κρουστική απόκριση του διαύλου θα είναι

$$h(t) = A_0 \cdot \delta(t - \tau_0) + A_1 \cdot \delta(t - \tau_1) \quad (2.13)$$

κι επομένως η συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού θα δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \cdot \exp(-j\omega t) dt \Rightarrow$$

$$H(\omega) = A_0 \cdot \exp(-j\omega\tau_0) + A_1 \cdot \exp(-j\omega\tau_1) \Rightarrow$$

$$H(\omega) = A_0 \cdot \exp(-j\omega\tau_0) + A_1 \cdot \exp(-j\omega(\tau + \tau_0)) \Rightarrow$$

$$H(\omega) = A_0 \cdot \exp(-j\omega\tau_0) \cdot \left[1 + \frac{A_1}{A_0} \cdot \exp(-j\omega\tau) \right] \quad (2.14)$$

όπου $\tau = \tau_1 - \tau_0$ η διαφορά των χρονοκαθυστερήσεων. Για την ενεργειακή μελέτη του καναλιού, έχουμε

$$|H(\omega)|^2 = \left| A_0 \cdot \exp(-j\omega\tau_0) \cdot \left[1 + \frac{A_1}{A_0} \cdot \exp(-j\omega\tau) \right] \right|^2 \Rightarrow$$

$$|H(\omega)|^2 = \left| A_0 \cdot \left[1 + \frac{A_1}{A_0} \cdot \exp(-j\omega\tau) \right] \right|^2 \Rightarrow$$

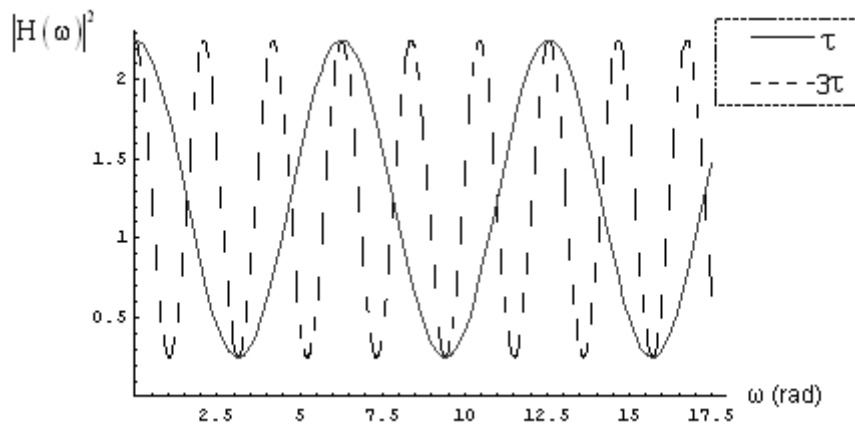
$$|H(\omega)|^2 = (A_0 + A_1 \cdot \cos(\omega\tau))^2 + (A_1 \cdot \sin(\omega\tau))^2 \Rightarrow$$

$$|H(\omega)|^2 = A_0^2 + A_1^2 \cdot \cos^2(\omega\tau) + 2A_0 \cdot A_1 \cdot \cos(\omega\tau) + A_1^2 \cdot \sin^2(\omega\tau) \Rightarrow$$

$$|H(\omega)|^2 = A_0^2 + A_1^2 \cdot (\sin^2(\omega\tau) + \cos^2(\omega\tau)) + 2A_0 \cdot A_1 \cdot \cos(\omega\tau) \Rightarrow$$

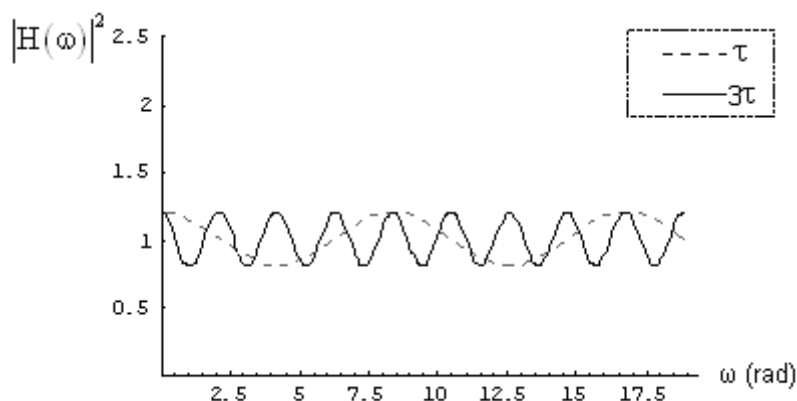
$$|H(\omega)|^2 = A_0^2 \cdot (1 + S^2 + 2S \cdot \cos(\omega\tau)) \quad (2.15)$$

όπου $S = A_1/A_0$. Ακολουθεί η γραφική παράσταση του τετραγώνου του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς του καναλιού $H(\omega)$ συναρτήσει της συχνότητας, έχοντας ως παράμετρο τη διαφορά των χρονοκαθυστερήσεων τ , όπως προκύπτει από τη σχέση 2.15.



Σχήμα 2.5: Φασματική συμπεριφορά του διαύλου για $S = 0.5$

Με τη βοήθεια του σχήματος συμπεραίνεται πως όσο μεγαλύτερη διαφορά καθυστέρησης τ υπάρχει, τόσο γρηγορότερα μεταβάλλεται ο δίαυλος με τη συχνότητα. Δηλαδή, η σχέση μεταξύ εύρους ζώνης σήματος και περιόδου μεταβολής της συνάρτησης μεταφοράς του καναλιού είναι αυτή που καθορίζει αν και κατά πόσο το σήμα θα υποστεί επιλεκτικές ως προς τη συχνότητα διαλείψεις. Επίσης, με τη βοήθεια του σχήματος 2.6 φαίνεται πως όταν το αντίγραφο με τη μεγαλύτερη χρονοκαθυστέρηση χαρακτηρίζεται και από μεγάλη εξασθένιση πλάτους, τότε δεν υπάρχει ιδιαίτερο πρόβλημα διαλείψεων.



Σχήμα 2.6: Φασματική συμπεριφορά του διαύλου για μικρό A_1

Επομένως, σήματα των οποίων το εύρος ζώνης είναι μεγαλύτερο από το εύρος ζώνης στο οποίο οι φασματικές συνιστώσες επηρεάζονται κατά παρόμοιο τρόπο παραμορφώνονται, γιατί τα πλάτη και οι φάσεις των διαφόρων φασματικών συνιστωσών κατά τη λήψη και κατά την εκπομπή διαφέρουν. Το εύρος ζώνης μέσα στο οποίο οι φασματικές συνιστώσες επηρεάζονται κατά παρεμφερή τρόπο (κι επομένως ο δίαυλος θεωρείται επίπεδος), ονομάζεται εύρος ζώνης συνοχής (coherence bandwidth) B_c και όταν ο ορισμός αναφέρεται στο φασματικό διάστημα μέσα στο οποίο η συνάρτηση συσχέτισης στο πεδίο της συχνότητας λαμβάνεται να έχει τιμή μεγαλύτερη από 0.5, τότε δίδεται προσεγγιστικά από τη σχέση

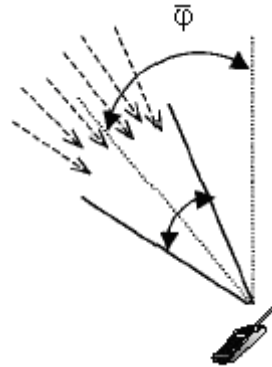
$$B_c \approx \frac{1}{5 \cdot \tau_{\text{RMS}}} \quad (2.16)$$

Όταν το εύρος του μεταδιδόμενου σήματος είναι μικρότερο από B_c , τότε όλες οι φασματικές συνιστώσες διέρχονται από το κανάλι με σχεδόν ίδιο κέρδος και με γραμμική φάση, ενώ στην αντίθετη περίπτωση έχουμε αποσυσχέτιση ως προς το πλάτος και την φάση.

2.2.3.3 Διαλείψεις επιλεκτικές ως προς το χώρο - Διασπορά χώρου

Η διασπορά χώρου υφίσταται λόγω της πολυδιαδρομικής διάδοσης μεταξύ πομπού και δέκτη και μπορεί να εμφανιστεί και στα δύο άκρα του συστήματος. Για παράδειγμα, τα πολλαπλά αντίγραφα του σήματος που φτάνουν στον δέκτη, έχουν ταξιδέψει μέσω

διαφορετικών μονοπατιών, με αποτέλεσμα να χαρακτηρίζονται από διαφορετικές γωνίες άφιξης. Το φαινόμενο αυτό χαρακτηρίζεται από τη διασπορά γωνίας στον δέκτη (AOA/angle of arrival spread), όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 2.7: Διασπορά γωνίας στο δέκτη

Αντίστοιχα υπάρχει και η διασπορά γωνίας στον πομπό (AOD/angle of departure spread), η οποία εξαρτάται από το διάγραμμα ακτινοβολίας της στοιχειοκεραίας εκπομπής.

Το φαινόμενο των επιλεκτικών ως προς το χώρο διαλείψεων στο δέκτη περιγράφεται μέσω της RMS τιμής της AOA, που δίνεται από τον τύπο [14]

$$\phi_{\text{RMS}} = \left[\frac{\int_{-\pi}^{\pi} (\phi - \bar{\phi})^2 S(\phi) d\phi}{\int_{-\pi}^{\pi} S(\phi) d\phi} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.17)$$

όπου $\bar{\phi}$ είναι η μέση γωνία άφιξης σύμφωνα με τη σχέση

$$\bar{\phi} = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \phi \cdot S(\phi) d\phi}{\int_{-\pi}^{\pi} S(\phi) d\phi} \quad (2.18)$$

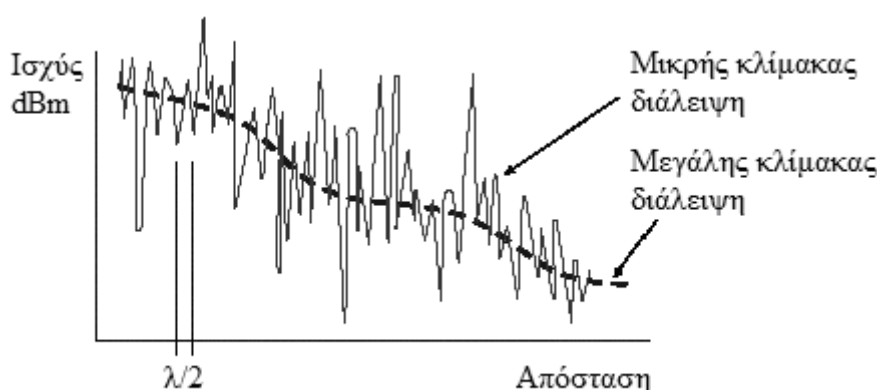
Αντίστοιχα με τις προηγούμενες περιπτώσεις επιλεκτικών διαλείψεων (διασπορά doppler και διασπορά χρόνου), ορίζεται και για τη διασπορά χώρου ένα διάστημα συνοχής εντός του οποίου τα πλάτη των λαμβανομένων συνιστωσών είναι επαρκώς συσχετισμένα και η συμβολή τους δεν προκαλεί διάλειαση. Συγκεκριμένα, ο σχετικός όρος βάσει του οποίου χαρακτηρίζεται η συμπεριφορά του συστήματος, καλείται απόσταση συνοχής (coherence distance) D_c , έχει προφανώς διαστάσεις απόστασης και ορίζεται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$D_c \approx \frac{1}{\phi_{\text{RMS}}} \quad (2.19)$$

Η διασπορά γωνίας εξαρτάται από το περιβάλλον διάδοσης καθώς και από παράγοντες που αφορούν τη στοιχειοκεραία, όπως το είδος, το ύψος, την απόσταση καθώς και το μήκος των στοιχείων της.

2.2.4 Συμπεράσματα για τις διαλείψεις

Οι διαλείψεις χωρίζονται σε δύο κατηγορίες βάσει του τρόπου με τον οποίον επιδρούν στην ισχύ του μεταδιδόμενου σήματος [15]. Οι μακρόχρονες διαλείψεις (διαλείψεις μεγάλης κλίμακας) αφορούν τον μέσο όρο ή την περιβάλλουσα του λαμβανόμενου ραδιοσήματος που εμφανίζει διαλείψεις, ενώ ο όρος των βραχύχρονων διαλείψεων (διαλείψεις μικρής κλίμακας) χρησιμοποιείται για την περιγραφή της απότομης μεταβολής του πλάτους του σήματος σε σύντομο διάστημα. Οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας οφείλονται στις απώλειες διάδοσης και στη σκίαση και συνοδεύονται από βαθμιαία πτώση της μέσης ισχύος του σήματος, ενώ για τις διαλείψεις μικρής κλίμακας ευθύνεται η πολύοδη διάδοση. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται το προφίλ ισχύος συναρτήσει της απόστασης για μια περιοχή και παρουσιάζονται οι δύο κατηγορίες των διαλείψεων.



Σχήμα 2.8: Τα είδη των διαλείψεων

2.3 Διάδοση σε κανάλι Rayleigh

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το συνηθέστερο μοντέλο περιγραφής για το ραδιοκανάλι στις ασύρματες επικοινωνίες είναι το μοντέλο Rayleigh. Για να θεωρήσουμε πως το κανάλι διάδοσης είναι τύπου Rayleigh πρέπει να υφίστανται συνθήκες πολυδιαδρομικής διάδοσης και πιο συγκεκριμένα, πρέπει το πλήθος των προσπιπτόντων κυμάτων να είναι αρκούντως μεγάλο και να μην υπάρχει ισχυρή συνιστώσα προερχόμενη από διάδοση οπτικής επαφής. Η ύπαρξη αυτών των συνθηκών είναι απαραίτητη ώστε να ισχύει το κεντρικό οριακό θεώρημα [16] και να μπορεί να μοντελοποιηθεί η λαμβανόμενη μιγαδική περιβάλλουσα ως τυχαία μιγαδική γκαουσιανή μεταβλητή [7]. Οι συνθήκες αυτές

είναι πράγματι κυρίαρχες στα αστικά κέντρα που χαρακτηρίζονται από ιδιαίτερα έντονο περιβάλλον σκέδασης και επομένως εξηγούν την ευρεία χρήση του μοντέλου Rayleigh.

Αν το εκπεμπόμενο σήμα $x(t)$ είναι ζωνοπερατό και επιπρόσθετα στενής ζώνης, τότε εκφράζεται μέσω της ακόλουθης σχέσης:

$$x(t) = \text{Re}\{\tilde{u}(t) \cdot \exp(j2\pi f_c t)\} \quad (2.20)$$

όπου $\tilde{u}(t)$ είναι η μιγαδική περιβάλλουσα του εκπεμπόμενου σήματος και f_c η φέρουσα συχνότητα. Αν υποτεθεί πως το σήμα διαδίδεται μέσω N διαδρομών για να φτάσει στο δέκτη, τότε το λαμβανόμενο ζωνοπερατό σήμα θα είναι

$$s(t) = \text{Re}\left\{\exp(j2\pi f_c t) \cdot \sum_{i=1}^N A_i(t) \cdot \exp(-j\phi_i(t) \cdot \tilde{u}(t - \tau_i(t)))\right\} \Rightarrow$$

$$s(t) = \text{Re}\{\tilde{r}(t) \cdot \exp(j2\pi f_c t)\} \quad (2.21)$$

όπου $A_i(t)$, $\tau_i(t)$ και $\phi_i(t)$ είναι το πλάτος, η καθυστέρηση και η φάση της συνιστώσας που μεταδίδεται μέσω της i -οστής διαδρομής, ενώ $\tilde{r}(t)$ η μιγαδική περιβάλλουσα του λαμβανόμενου σήματος.

Εφόσον έγινε δεκτό πως το εκπεμπόμενο σήμα είναι ζωνοπερατό στενής ζώνης, η μιγαδική περιβάλλουσα του λαμβανόμενου σήματος μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της συμφασικής και της ορθογωνικής συνιστώσας του $s(t)$, οπότε

$$\tilde{r}(t) = s_c(t) + js_s(t) \quad (2.22)$$

ενώ η περιβάλλουσα $r(t)$ του λαμβανόμενου σήματος δίνεται από το μέτρο της $\tilde{r}(t)$, επομένως ισχύει

$$r(t) = \sqrt{s_c^2(t) + s_s^2(t)} \quad (2.23)$$

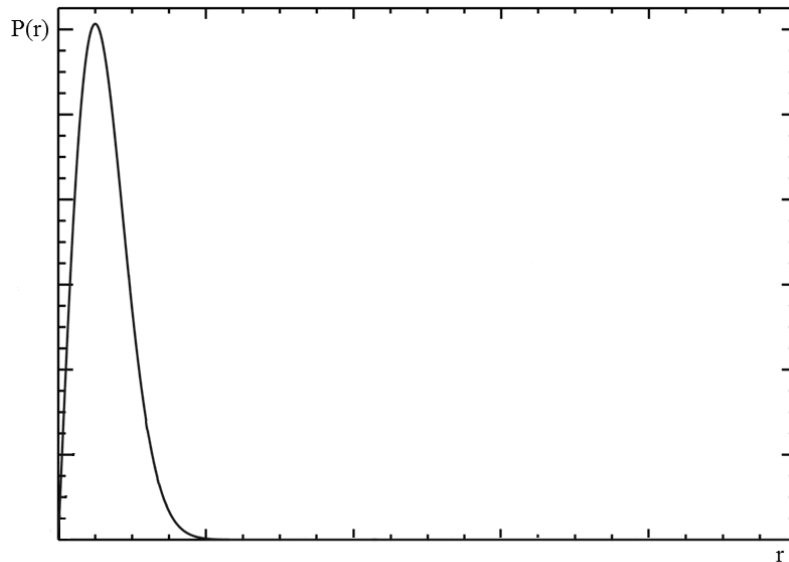
Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, λόγω της πολυδιαδρομικής διάδοσης, ο δέκτης λαμβάνει πολλαπλά αντίγραφα του εκπεμπόμενου σήματος τα οποία θεωρούνται ως τυχαίες μεταβλητές, ισόνομες και ανεξάρτητες μεταξύ τους. Επομένως, για μεγάλο αριθμό πολλαπλών διαδρομών N (ώστε να ισχύει το κεντρικό οριακό θεώρημα), η μιγαδική περιβάλλουσα του ληφθέντος σήματος που προκύπτει από την άθροιση μπορεί να μοντελοποιηθεί ως μιγαδική τυχαία διαδικασία Gauss. Όταν δεν υπάρχει διάδοση οπτικής

επαφής, οι συνιστώσες $s_c(t)$ και $s_s(t)$ έχουν μηδενική μέση τιμή, ενώ για τις μέσες τετραγωνικές τους τιμές ισχύει

$$E[s_c^2(t)] = E[s_s^2(t)] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N A_i^2 = \sigma^2 \quad (2.24)$$

Επειδή η $r(t)$ είναι η τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος δύο συναρτήσεων Gauss, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητάς της είναι Rayleigh και εκφράζεται από τη σχέση που ακολουθεί, ενώ η γραφική της παράσταση απεικονίζεται στο σχήμα 2.9.

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.25)$$



Σχήμα 2.9: Κατανομή Rayleigh

Επομένως, η μέση ισχύς του σήματος του οποίου η περιβάλλουσα ακολουθεί κατανομή Rayleigh είναι

$$P_o = E[r^2(t)] = E[s_c^2(t)] + E[s_s^2(t)] = 2\sigma^2 \quad (2.26)$$

και άρα η σχέση 2.25 λαμβάνει τη μορφή

$$p(r) = \frac{2r}{P_o} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{P_o}\right) \quad (2.27)$$

Όπως προαναφέρθηκε, για να είναι αντιπροσωπευτικό το μοντέλο Rayleigh, πρέπει να συντρέχουν ορισμένες προϋποθέσεις σχετικά με την πολυδιαδρομική διάδοση. Σε αντίθετη περίπτωση, η χρήση του συγκεκριμένου μοντέλου δεν είναι ορθή και σε περιπτώσεις όπως αυτές που περιγράφονται ακολούθως [7], δεν παριστάνει ιδιαίτερος ικανοποιητικά τις μεταβολές του σήματος:

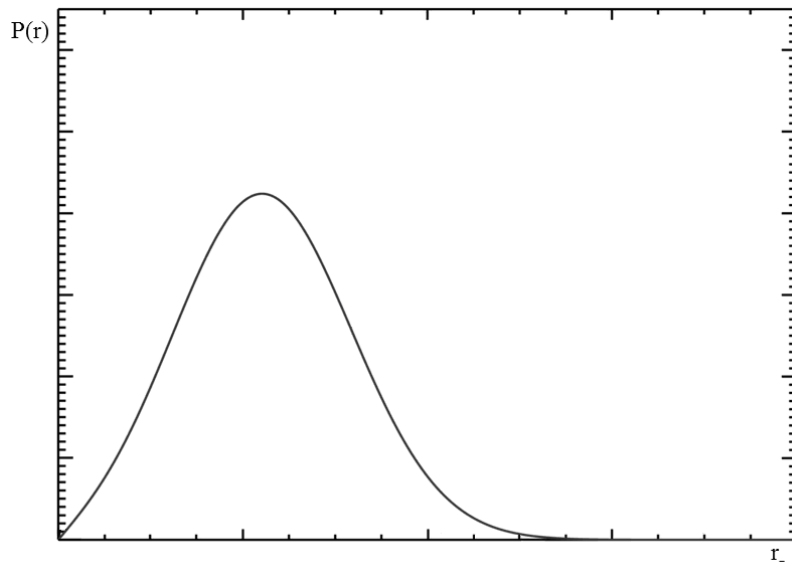
- Όταν ο αριθμός N των διαδρομών δεν είναι αρκούντως μεγάλος, ώστε να ισχύει η προσέγγιση του κεντρικού οριακού θεωρήματος.
- Όταν λόγω της διάταξης του ασύρματου περιβάλλοντος δημιουργούνται στάσιμα κύματα από συνδυασμό προσπιπτόντων και ανακλώμενων κυμάτων.
- Όταν υπάρχει μεταδιδόμενη συνιστώσα οπτικής επαφής ή επικρατούσα διαδρομή διάδοσης. Σε αυτή την περίπτωση όπως θα δούμε και σε επόμενη ενότητα, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας γίνεται Rice (της οποίας οριακή περίπτωση είναι η Rayleigh, με την κύρια ή την επικρατέστερη συνιστώσα ίση με μηδέν).

2.4 Διάδοση σε κανάλι Rice

Όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως, όταν η διάδοση χαρακτηρίζεται από ύπαρξη οπτικής επαφής ή όταν ο δέκτης λαμβάνει επικρατούσα συνιστώσα που προκύπτει από τη συμβολή ισχυρών ανακλώμενων κυμάτων, τότε το μοντέλο Rayleigh είναι ακατάλληλο προς χρήση. Σε αυτή την περίπτωση η περιβάλλουσα του λαμβανόμενου σήματος δεν έχει μηδενική μέση τιμή και περιγράφεται με τη βοήθεια της κατανομής Rice της οποίας η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας εκφράζεται από την ακόλουθη σχέση [17], ενώ η γραφική της παράσταση απεικονίζεται στο σχήμα 2.14.

$$p(r) = \frac{2r}{P_o} \cdot \exp\left(-\frac{r^2 + A_o^2}{P_o}\right) \cdot I_0\left(\frac{2rA_o}{P_o}\right) \cdot u(r) \quad (2.28)$$

όπου $I_0(x)$ είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, P_o η μέση ισχύς του λαμβανόμενου σήματος (όπως και στην περίπτωση του μοντέλου Rayleigh) και A_o η, μη μηδενική όταν οι συνθήκες διάδοσης επιβάλλουν τη χρήση του μοντέλου Rice, μέση τιμή του πλάτους της περιβάλλουσας του σήματος.



Σχήμα 2.10: Κατανομή Rice

Ο παράγοντας K της Rice κατανομής εκφράζει το πηλίκο της ισχύος της επικρατούσας συνιστώσας προς την ισχύ των λοιπών ασθενών συνιστωσών και δίνεται μέσω της σχέσης

$$K = \frac{\left[\frac{A_0}{\sqrt{2}} \right]^2}{P_0} \Rightarrow K = \frac{A_0^2}{2P_0} \quad (2.29)$$

Προφανώς, όταν δεν υπάρχει συνιστώσα οπτικής επαφής ή επικρατούσα συνιστώσα (δηλαδή όταν η μέση τιμή του πλάτους της περιβάλλουσας είναι μηδέν), ο παράγοντας K λαμβάνει μηδενική τιμή κι επομένως το κανάλι είναι Rayleigh. Όταν $A_0 = 0$, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Rice κατανομής ταυτίζεται με την αντίστοιχη της Rayleigh, ενώ αντίθετα, όταν ο παράγοντας K λαμβάνει πολύ μεγάλη τιμή, τότε εμπίπτουμε στην περίπτωση στην οποία δεν έχουμε διαλείψεις λόγω πολύοδης διάδοσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΑΠΟΔΟΣΗ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με την απόδοση βασικών σχημάτων ψηφιακής διαμόρφωσης κατά τη μετάδοση σε ασύρματα κανάλια τύπου AWGN και Rayleigh. Συγκεκριμένα, η απόδοση για κάθε σχήμα διαμόρφωσης (BPSK, QPSK, 8-PSK, 16-QAM και 64-QAM) θα υπολογίζεται μέσω της αντίστοιχης πιθανότητας λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου.

Η σχέση που συνδέει πιθανότητα λάθους ανά bit P_b με πιθανότητα λάθους ανά σύμβολο P_s για οποιοδήποτε σχήμα διαμόρφωσης, δίνεται από τη σχέση

$$P_s = P_b \cdot \log_2 M \Leftrightarrow P_b = \frac{P_s}{\log_2 M} \quad (3.1)$$

όπου M η τάξη του σχήματος διαμόρφωσης (2 για την BPSK, 4 για την QPSK, 8 για την 8-PSK, 16 για την 16-QAM και 64 για την 64-QAM).

Ο σηματοθορυβικός λόγος ισχύος (SNR) στη λήψη ορίζεται ως ο λόγος της ισχύος P_r του λαμβανόμενου σήματος προς την ισχύ του θορύβου εντός του εύρους ζώνης του μεταδιδόμενου σήματος $s(t)$ και δίνεται για την BPSK διαμόρφωσης από τη σχέση

$$\text{SNR}_b = \frac{E_b}{N_0} \quad (3.2)$$

όπου E_b η ενέργεια ανά bit, ενώ γενικώς για όλα τα σχήματα διαμόρφωσης, ισχύει

$$\text{SNR}_s = \frac{E_s}{N_0} \quad (3.3)$$

όπου E_s η ενέργεια ανά σύμβολο. Προφανώς και για τους σηματοθορυβικούς λόγους ισχύει

$$\text{SNR}_s = \text{SNR}_b \cdot \log_2 M \Leftrightarrow \text{SNR}_b = \frac{\text{SNR}_s}{\log_2 M} \quad (3.4)$$

3.2 Κανάλι AWGN

Σε ένα κανάλι AWGN (additive white gaussian noise) ο θόρυβος $n(t)$ προστίθεται στο μεταδιδόμενο σήμα $s(t)$ και αποτελεί τυχαία λευκή γκαουσιανή διαδικασία με μηδενική μέση τιμή και φασματική πυκνότητα ισχύος $N_0/2$. Επομένως το λαμβανόμενο σήμα $r(t)$ δίνεται από τη σχέση

$$r(t) = s(t) + n(t) \quad (3.5)$$

3.2.1 Πιθανότητα λάθους για BPSK διαμόρφωση

Για διαμόρφωση BPSK, η οποία χαρακτηρίζεται από αποκωδικοποίηση με σύμφωνο τρόπο καθώς και πλήρη ανάκτηση στο δέκτη της φέρουσας συχνότητας και φάσης του μεταδιδόμενου σήματος, το εκπεμπόμενο σήμα εκφράζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= Ag(t) \cos(2\pi f_c t), \text{ για αποστολή bit 0} \\ s_2(t) &= -Ag(t) \cos(2\pi f_c t), \text{ για αποστολή bit 1} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Για να διατηρούνται οι ορθοκανονικές ιδιότητες των συναρτήσεων βάσης, πρέπει να ικανοποιούνται για τον παλμό $g(t)$ οι ακόλουθες σχέσεις [18]:

$$\begin{aligned} \int_0^{T_b} g^2(t) \cos^2(2\pi f_c t) dt &= 1 \\ \int_0^{T_b} g^2(t) \cos(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t) dt &= 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

όπου T_b η περίοδος ενός bit.

Η πιθανότητα λάθους για την BPSK δίνεται από τη σχέση [19]

$$P_b = Q\left(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}}\right) \quad (3.8)$$

όπου η συνάρτηση $Q(x)$ συνδέεται με τη συμπληρωματική συνάρτηση λάθους $\text{erfc}(x)$ μέσω της γνωστής σχέσης

$$Q(x) = 0.5 \cdot \text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (3.9)$$

Η ελάχιστη απόσταση $d_{\min}$ μεταξύ των σημείων του αστερισμού υπολογίζεται, για την περίπτωση που περιγράφεται, ως εξής:

$$d_{\min} = \|s_1 - s_0\| = \|A - (-A)\| = 2A \quad (3.10)$$

Χρησιμοποιώντας την 3.7, συσχετίζεται η μέση ενέργεια ανά bit με το πλάτος A και ισχύει

$$E_b = \int_0^{T_b} s_1^2(t) dt = \int_0^{T_b} s_2^2(t) dt = \int_0^{T_b} A^2 g^2(t) \cos^2(2\pi f_c t) dt = A^2 \quad (3.11)$$

Ο αστερισμός σημάτων για την BPSK (σχήμα 3.1), σε όρους ενέργειας ανά bit, δίνεται από τις σχέσεις

$$s_1 = \sqrt{E_b} \text{ και } s_2 = -\sqrt{E_b} \quad (3.12)$$

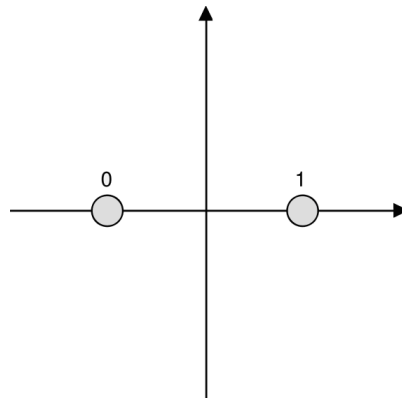
κάτι που σημαίνει ότι η ελάχιστη απόσταση $d_{\min}$ είναι ίση με

$$d_{\min} = 2A = 2\sqrt{E_b} \quad (3.13)$$

κι επομένως, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις 3.8, 3.9 και 3.11, υπολογίζεται ο τύπος της πιθανότητας λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου για BPSK διαμόρφωση:

$$P_b = Q\left(\frac{2\sqrt{E_b}}{\sqrt{2N_0}}\right) \Rightarrow P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \Rightarrow$$

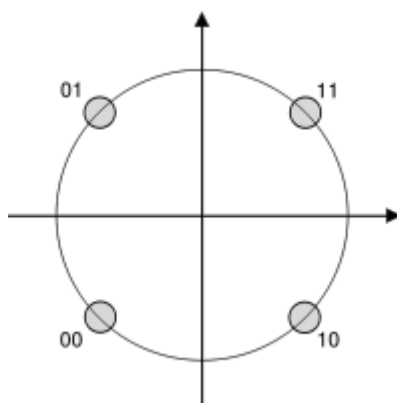
$$P_b = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \Rightarrow P_b = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}(\sqrt{\operatorname{SNR}_b}) \quad (3.14)$$



Σχήμα 3.1: Σηματικός αστερισμός BPSK

3.2.2 Πιθανότητα λάθους για QPSK διαμόρφωση

Η QPSK διαμόρφωση, της οποίας ο σηματικός αστερισμός για κώδικα Gray απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα, πρακτικά θεωρείται ως ο συνδυασμός δύο ανεξάρτητων BPSK διαμορφώσεων.



Σχήμα 3.2: Σηματικός αστερισμός QPSK

Για πλήρη ανάκτηση φάσεως και φέρουσας στον δέκτη, οι ληφθείσες συνιστώσες του μεταδιδόμενου σήματος που αντιστοιχούν στον κάθε έναν από τους δύο κλάδους, είναι ορθογώνιες. Λαμβάνοντας επίσης υπόψη πως η πιθανότητα λάθους για κάθε κλάδο είναι ίδια με αυτή της BPSK και πως η πιθανότητα λάθους συμβόλου για την QPSK ισούται με τη πιθανότητα ο ένας τουλάχιστον κλάδος να έχει ένα λάθος bit, προκύπτει ότι

$$P_s = 1 - \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \right]^2 \quad (3.15)$$

Όμως επειδή η ενέργεια του συμβόλου μοιράζεται στους δύο κλάδους, ισχύει

$$E_s = 2E_b \Rightarrow \frac{E_s}{N_0} = \frac{2E_b}{N_0} \quad (3.16)$$

κι επομένως

$$P_s = 1 - \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \right]^2 \Rightarrow P_s = 2Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) - Q^2\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \Rightarrow$$

$$P_s = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}}\right) - \frac{1}{4} \cdot \operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}}\right) \quad (3.17)$$

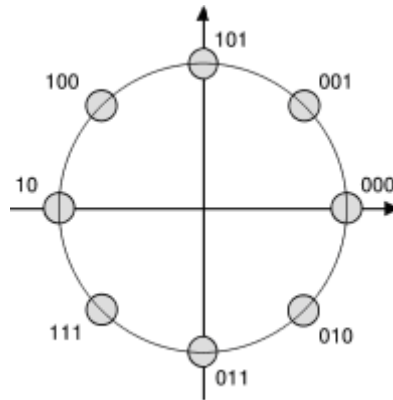
Δηλαδή η πιθανότητα λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου για QPSK διαμόρφωση υπολογίζεται μέσω του τύπου

$$P_s = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\operatorname{SNR}_s}{2}}\right) - \frac{1}{4} \cdot \operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{\operatorname{SNR}_s}{2}}\right) \quad (3.18)$$

3.2.3 Πιθανότητα λάθους για 8-PSK διαμόρφωση

Ο σηματικός αστερισμός της 8-PSK διαμόρφωσης, του οποίου το διάγραμμα για κώδικα Gray απεικονίζεται στο σχήμα 3.3, έχει συνιστώσες

$$s_{i1} = A \cdot \cos\left[\frac{\pi(i-1)}{4}\right], \quad s_{i2} = A \cdot \sin\left[\frac{\pi(i-1)}{4}\right] \quad \text{για } i = 1, \dots, M \quad (3.19)$$



Σχήμα 3.3: Σηματικός αστερισμός 8-PSK

Λάθος κατά τη μετάδοση ενός συμβόλου συμβαίνει, εάν έχει μεταδοθεί το i -οστό σημείο του σηματικού αστερισμού και ισχύει για τη γωνία θ του ληφθέντος σήματος $x = re^{j\theta}$

$$\theta \notin \left(\frac{\pi(i-1-0.5)}{4}, \frac{\pi(i-1+0.5)}{4} \right) \quad (3.20)$$

Η από κοινού κατανομή πιθανότητας των r και θ δίνεται από τη σχέση [18]

$$p(r, \theta) = \frac{r}{\pi N_0} \cdot \exp\left[-\frac{1}{N_0} \left(r^2 - 2\sqrt{2E_s} \cdot r \cos\theta + 2E_s \right)\right] \quad (3.21)$$

Εφόσον η πιθανότητα λάθους εξαρτάται μόνο από τη γωνία θ , μπορεί να γίνει απαλοιφή της εξάρτησης της ακτίνας r από την κατανομή, με τον ακόλουθο τρόπο:

$$p(\theta) = \int_0^\infty p(r, \theta) dr \Rightarrow$$

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} e^{-\text{SNR}_s \sin^2(\theta)} \int_0^\infty z \exp\left[-\left(z - \sqrt{2\text{SNR}_s} \cos(\theta)\right)^2 / 2\right] dz \quad (3.22)$$

Λόγω συμμετρίας, η πιθανότητα λάθους είναι ίδια για κάθε σημείο του αστερισμού. Επομένως μπορεί να υπολογιστεί, αν γίνει δεκτό ότι μεταδόθηκε για παράδειγμα το $s = (A, 0)$:

$$P_s = 1 - \int_{-\pi/8}^{\pi/8} p(\theta) d\theta \Rightarrow$$

$$P_s = 1 - \int_{-\pi/8}^{\pi/8} \frac{1}{2\pi} e^{-\text{SNR}_s \sin^2(\theta)} \int_0^\infty z \exp\left[-\left(z - \sqrt{2\text{SNR}_s} \cos(\theta)\right)^2 / 2\right] dz \quad (3.23)$$

Επειδή δεν υπάρχει λύση κλειστής μορφής για το ολοκλήρωμα αυτό, η ακριβής τιμή της πιθανότητας λάθους πρέπει να υπολογιστεί αριθμητικά. Η προσέγγιση κοντινότερου γείτονα για την P_s δίνεται από τη σχέση [18]

$$P_s = 2Q\left(\sqrt{2\text{SNR}_s} \sin(\pi/8)\right) \Rightarrow$$

$$P_s = \text{erfc}\left(\sqrt{\text{SNR}_s} \sin(\pi/8)\right) \quad (3.24)$$

3.2.4 Πιθανότητα λάθους για 16-QAM και 64-QAM διαμόρφωση

Η ανάλυση για τον υπολογισμό της πιθανότητας λάθους της M-QAM θα ξεκινήσει από το σχήμα διαμόρφωσης L-PAM, διότι η M-QAM αποτελείται ουσιαστικά από τον συνδυασμό τέτοιου τύπου διαμορφώσεων. Ο αστερισμός για την L-PAM είναι

$$A_i = (2i - 1 - L) \cdot d \text{ για } i=1,2,\dots,L \quad (3.25)$$

Κάθε ένα από τα $L-2$ εσωτερικά σημεία του αστερισμού έχει δύο κοντινότερους γείτονες σε απόσταση $2d$. Η πιθανότητα να γίνει τουλάχιστον ένα λάθος κατά την αποστολή συμβόλου που αντιστοιχεί σε εσωτερικό σημείο του αστερισμού, είναι ίση με την πιθανότητα ο θόρυβος να είναι μεγαλύτερος του d σε οποιαδήποτε από τις δύο κατευθύνσεις:

$$P_s(s_i) = p(|n| > d) = 2Q\left(\frac{2 \cdot d}{\sqrt{2N_0}}\right) \Rightarrow$$

$$P_s(s_i) = 2Q\left(\sqrt{\frac{2d^2}{N_0}}\right), i = 2, \dots, L-1 \quad (3.26)$$

Όσον αφορά τα εξωτερικά σημεία του αστερισμού, υπάρχει μόνο ένας κοντινότερος γείτονας, επομένως λάθος στην αντίστοιχη μετάδοση συμβόλου συμβαίνει μόνο όταν ο θόρυβος υπερβαίνει το d στη μία μόνο κατεύθυνση:

$$P_s(s_i) = p(n > d) = 0.5p(|n| > d) = Q\left(\frac{2 \cdot d}{\sqrt{2N_0}}\right) \Rightarrow$$

$$P_s(s_i) = Q\left(\sqrt{\frac{2d^2}{N_0}}\right), i = 1, L \quad (3.27)$$

Άρα, η συνολική πιθανότητα λάθους υπολογίζεται ως εξής:

$$P_s = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L P_s(s_i) = \frac{L-2}{L} \cdot 2Q\left(\sqrt{\frac{2d^2}{N_0}}\right) + \frac{2}{L} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{2d^2}{N_0}}\right) \Rightarrow$$

$$P_s = \frac{2(L-1)}{L} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{2d^2}{N_0}}\right) \quad (3.28)$$

Η μέση ενέργεια ανά σύμβολο για την L-PAM διαμόρφωση είναι

$$\bar{E}_s = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L A_i^2 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (2i-1-L)^2 d^2 = \frac{1}{3}(L^2-1)d^2 \quad (3.29)$$

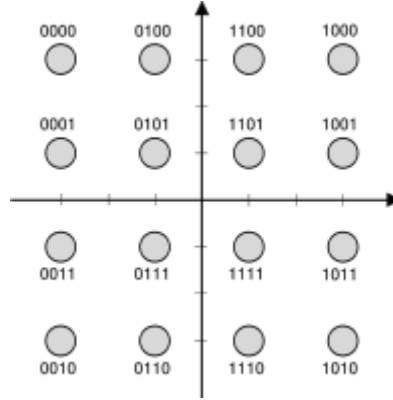
Η πιθανότητα λάθους P_s συναρτήσει της μέσης ενέργειας συμβόλου δίνεται επομένως από τη σχέση

$$P_s = \frac{2(L-1)}{L} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{6\bar{E}_s}{N_0(L^2-1)}}\right) \quad (3.30)$$

Θεωρούμε τώρα M-QAM διαμόρφωση με τετράγωνο σηματοδότη αστερισμό (το αντίστοιχο διάγραμμα για την περίπτωση 16-QAM διαμόρφωσης απεικονίζεται στο σχήμα 3.4), μεγέθους $M = L^2$. Αυτό το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί ως ο συνδυασμός δύο L-PAM

συστημάτων, κάθε ένα εκ των οποίων έχει τη μισή ενέργεια του αρχικού M-QAM συστήματος [18]. Τα σημεία αστερισμού για τον κάθε κλάδο παίρνουν τιμές

$$A_i = (2i - 1 - L) \cdot d \text{ για } i=1,2,\dots,L \quad (3.31)$$



Σχήμα 3.4: Σηματικός αστερισμός 16-QAM

Η πιθανότητα λάθους συμβόλου για κάθε κλάδο του M-QAM συστήματος δίνεται από τον αντίστοιχο τύπο για το L-PAM σύστημα αντικαθιστώντας το L με $\sqrt{M}$, αφού $M = L^2$ και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση μεταξύ των ενεργειών συμβόλων για τις διαμορφώσεις M-QAM και L-PAM που αναφέρθηκε προηγουμένως. Επομένως

$$P_s = \frac{2(L-1)}{L} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3\bar{E}_s}{N_0(L^2-1)}}\right) = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M}} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3\bar{E}_s}{N_0(M-1)}}\right) \quad (3.32)$$

Η ενέργεια συμβόλου πολλαπλασιάζεται με έναν παράγοντα 3 αντί για 6, ακριβώς επειδή η ενέργεια για την M-QAM διαμόρφωση μοιράζεται εξίσου μεταξύ των δύο L-PAM σχημάτων [18]. Η πιθανότητα λάθους για την M-QAM διαμόρφωση υπολογίζεται ως εξής:

$$P_s = 1 - \left(1 - \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M}} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3\bar{E}_s}{N_0(M-1)}}\right)\right)^2 \Rightarrow$$

$$P_s = 1 - \left(1 - \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M}} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3 \cdot \text{SNR}}{M-1}}\right)\right)^2 \quad (3.33)$$

Για τις περιπτώσεις των 16-QAM και 64-QAM ισχύει:

- **16-QAM ($M = 16, L = 4$)**

Η ενέργεια συμβόλου για το 4-PAM σύστημα υπολογίζεται μέσω του τύπου 3.29 και βρίσκεται ίση με $5d^2$. Για απόσταση μεταξύ των σημείων του αστερισμού $2d = 1$ και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση μεταξύ των ενεργειών συμβόλου για τα σχήματα 4-PAM και 16-QAM, βρίσκουμε για την 16-QAM

$$\bar{E}_s = \frac{5}{2} \quad (3.34)$$

Η πιθανότητα λάθους συμβόλου για την 16-QAM διαμόρφωση υπολογίζεται μέσω του γενικού τύπου για την M-QAM διαμόρφωση ως εξής:

$$\begin{aligned} P_s &= 1 - \left(1 - \frac{2(\sqrt{16} - 1)}{\sqrt{16}} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3 \cdot \text{SNR}_s}{16 - 1}}\right) \right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{2(4 - 1)}{4} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3 \cdot \text{SNR}_s}{15}}\right) \right)^2 \Rightarrow \\ P_s &= 1 - \left(1 - \frac{3}{2} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{5}}\right) \right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{3}{4} \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{10}}\right) \right)^2 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Επομένως για την 16-QAM διαμόρφωση ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\bar{E}_{s,16\text{-QAM}} = \frac{5}{2} \text{ και } P_{s,16\text{-QAM}} = 1 - \left(1 - \frac{3}{4} \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{10}}\right) \right)^2 \quad (3.36)$$

- **64-QAM ($M = 64, L = 8$)**

Η ενέργεια συμβόλου για το 8-PAM σύστημα υπολογίζεται μέσω του τύπου 3.29 και βρίσκεται ίση με $21d^2$. Για απόσταση μεταξύ των σημείων του αστερισμού $2d = 1$ και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση μεταξύ των ενεργειών συμβόλου για τα σχήματα 8-PAM και 64-QAM, βρίσκουμε για την 64-QAM

$$\bar{E}_s = \frac{21}{2} \quad (3.37)$$

Η πιθανότητα λάθους συμβόλου για την 64-QAM διαμόρφωση υπολογίζεται μέσω του γενικού τύπου για την M-QAM διαμόρφωση ως εξής:

$$P_s = 1 - \left(1 - \frac{2(\sqrt{64} - 1)}{\sqrt{64}} \cdot Q \left(\sqrt{\frac{3 \cdot \text{SNR}_s}{64 - 1}} \right) \right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{2(8 - 1)}{8} \cdot Q \left(\sqrt{\frac{3 \cdot \text{SNR}_s}{63}} \right) \right)^2 \Rightarrow$$

$$P_s = 1 - \left(1 - \frac{7}{4} \cdot Q \left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{21}} \right) \right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{7}{8} \cdot \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{42}} \right) \right)^2 \quad (3.38)$$

Επομένως για την 64-QAM διαμόρφωση ισχύει ότι:

$$\bar{E}_{S,64-QAM} = \frac{21}{2} \text{ και } P_{S,64-QAM} = 1 - \left(1 - \frac{7}{8} \cdot \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{42}} \right) \right)^2 \quad (3.39)$$

3.3 Rayleigh κανάλι

Στην ενότητα αυτή υπολογίζεται η πιθανότητα σφάλματος στο δέκτη ενός ψηφιακού συστήματος επικοινωνίας που μεταδίδει πληροφορία μέσα από κανάλια με διαλείψεις Rayleigh. Για μεταδιδόμενο σήμα $s(t)$ και θόρυβο $n(t)$ κι εφόσον η διάδοση γίνεται σε κανάλι τύπου Rayleigh, το λαμβανόμενο σήμα $r(t)$ θα είναι ίσο με:

$$r(t) = \alpha \cdot s(t) + n(t) \quad (3.40)$$

όπου το πλάτος α έχει κατανομή Rayleigh, δηλαδή

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} \cdot \exp \left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2} \right), \alpha \geq 0 \quad (3.41)$$

επομένως η ισχύς του σήματος είναι εκθετικά κατανεμημένη με μέση τιμή [19]

$$E(\alpha^2) = 2\sigma^2 \quad (3.42)$$

Αν $P_s(\alpha)$ είναι η υπό συνθήκη πιθανότητα σφάλματος για μια δεδομένη τιμή του πλάτους α , για να προσδιοριστεί για το εκάστοτε σχήμα διαμόρφωσης η μέση τιμή της πιθανότητας λάθους για διάδοση σε Rayleigh κανάλι, υπολογίζεται το ακόλουθο ολοκλήρωμα:

$$P_s = \int_0^\infty P_s(\alpha) f(\alpha) d\alpha \quad (3.43)$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση, θα υπολογιστούν στις επόμενες ενότητες οι πιθανότητες σφάλματος για διάδοση σε Rayleigh κανάλι με μέση τιμή ισχύος

$$E(\alpha^2) = 2\sigma^2 = 1 \quad (3.44)$$

3.3.1 Πιθανότητα λάθους για BPSK διαμόρφωση

Υπενθυμίζεται ο τύπος για την πιθανότητα σφάλματος σε AWGN κανάλι για BPSK διαμόρφωση:

$$P_b = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\operatorname{SNR}_b}\right) \quad (3.45)$$

Επομένως, η υπό συνθήκη πιθανότητα σφάλματος για μια δεδομένη τιμή του πλάτους α θα δίνεται μέσω της σχέσης

$$P_b = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 E_b}{N_0}}\right) = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\alpha^2 \cdot \operatorname{SNR}_b}\right) \quad (3.46)$$

Άρα η μέση πιθανότητα λάθους για BPSK διαμόρφωση και μετάδοση σε Rayleigh κανάλι υπολογίζεται με τη βοήθεια του ακόλουθου ολοκληρώματος:

$$\begin{aligned} P_b &= \int_0^\infty P_b(\alpha) f(\alpha) d\alpha = \int_0^\infty 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\alpha^2 \cdot \operatorname{SNR}_b}\right) \cdot 2\alpha \exp(-\alpha^2) d\alpha \Rightarrow \\ P_b &= \int_0^\infty \alpha \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\alpha^2 \cdot \operatorname{SNR}_b}\right) \cdot \exp(-\alpha^2) d\alpha \end{aligned} \quad (3.47)$$

Η ολοκλήρωση αυτή δίνει την απλή έκφραση

$$P_b = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{\operatorname{SNR}_b}{1 + \operatorname{SNR}_b}} \right] \quad (3.48)$$

3.3.2 Πιθανότητα λάθους για QPSK διαμόρφωση

Εφόσον ο τύπος για την πιθανότητα σφάλματος σε AWGN κανάλι στην περίπτωση QPSK διαμόρφωσης είναι

$$P_s = \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}}\right) - \frac{1}{4} \cdot \text{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}}\right) \Rightarrow$$

$$P_s = \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{2}}\right) - \frac{1}{4} \cdot \text{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{2}}\right) \quad (3.49)$$

η υπό συνθήκη πιθανότητα σφάλματος για μια δεδομένη τιμή του πλάτους α , θα δίνεται μέσω της σχέσης

$$P_s = \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 E_s}{2N_0}}\right) - \frac{1}{4} \cdot \text{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 E_s}{2N_0}}\right) \Rightarrow$$

$$P_s = \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 \cdot \text{SNR}_s}{2}}\right) - \frac{1}{4} \cdot \text{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 \cdot \text{SNR}_s}{2}}\right) \quad (3.50)$$

Άρα η μέση πιθανότητα λάθους για QPSK διαμόρφωση και μετάδοση σε Rayleigh κανάλι, υπολογίζεται με τη βοήθεια του ακόλουθου ολοκληρώματος:

$$P_s = \int_0^\infty P_s(\alpha) f(\alpha) d\alpha \Rightarrow$$

$$P_s = \int_0^\infty \left[\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 \cdot \text{SNR}_s}{2}}\right) - \frac{1}{4} \cdot \text{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 \cdot \text{SNR}_s}{2}}\right) \right] \cdot 2\alpha \cdot \exp(-\alpha^2) d\alpha \Rightarrow$$

$$P_s = \int_0^\infty \alpha \left[2 \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 \cdot \text{SNR}_s}{2}}\right) - \frac{1}{2} \text{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 \cdot \text{SNR}_s}{2}}\right) \right] \exp(-\alpha^2) d\alpha \quad (3.51)$$

3.3.3 Πιθανότητα λάθους για 8-PSK διαμόρφωση

Ο τύπος για την πιθανότητα σφάλματος σε AWGN κανάλι στην περίπτωση 8-PSK διαμόρφωσης είναι

$$P_s = 1 - \int_{-\pi/8}^{\pi/8} \frac{1}{2\pi} e^{-\text{SNR}_s \sin^2(\theta)} \int_0^\infty z \exp\left[-\left(z - \sqrt{2\text{SNR}_s} \cos(\theta)\right)^2 / 2\right] dz \quad (3.52)$$

ή για την περίπτωση της προσέγγισης κοντινότερου γείτονα

$$P_s = \text{erfc}\left(\sqrt{\text{SNR}_s} \sin(\pi/8)\right) \quad (3.53)$$

Επομένως η μέση πιθανότητα λάθους για 8-PSK διαμόρφωση και μετάδοση σε Rayleigh κανάλι υπολογίζεται βάσει του ακόλουθου τύπου:

$$P_s = \int_0^\infty P_s(\alpha) f(\alpha) d\alpha = \int_0^\infty \text{erfc}\left(\sqrt{\alpha^2 \cdot \text{SNR}_s} \sin(\pi/8)\right) \cdot 2\alpha \cdot \exp(-\alpha^2) d\alpha \Rightarrow$$

$$P_s = \int_0^\infty 2\alpha \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\alpha^2 \cdot \text{SNR}_s} \sin(\pi/8)\right) \cdot \exp(-\alpha^2) d\alpha \quad (3.54)$$

3.3.4 Πιθανότητα λάθους για 16-QAM και 64-QAM διαμόρφωση

Για τον υπολογισμό της πιθανότητας λάθους της M-QAM, η ανάλυση θα ξεκινήσει από το σχήμα διαμόρφωσης L-PAM (όπως και στην περίπτωση του AWGN καναλιού), διότι η M-QAM αποτελείται ουσιαστικά από τον συνδυασμό τέτοιου τύπου διαμορφώσεων. Ο αστερισμός για την L-PAM είναι

$$A_i = (2i - 1 - L) \cdot d \text{ για } i=1,2,\dots,L \quad (3.55)$$

όπου $2d$ η απόσταση μεταξύ των σημείων του αστερισμού. Κάθε ένα από τα $L-2$ εσωτερικά σημεία του αστερισμού έχει δύο κοντινότερους γείτονες σε απόσταση $2d$. Η πιθανότητα ορθής λήψης για αυτά τα σημεία του αστερισμού για διάδοση σε Rayleigh κανάλι δίνεται από τον τύπο [19]

$$P_i = Q\left(\frac{A_i \cdot (1 - \alpha) - d}{\sigma_{\text{PAM}}}\right) - Q\left(\frac{A_i \cdot (1 - \alpha) + d}{\sigma_{\text{PAM}}}\right), \quad i = 2, \dots, L-1 \Rightarrow$$

$$P_i = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{A_i \cdot (1 - \alpha) - d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{\text{PAM}}}\right) - \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{A_i \cdot (1 - \alpha) + d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{\text{PAM}}}\right), \quad i = 2, \dots, L-1 \quad (3.56)$$

Όσον αφορά τα εξωτερικά σημεία του αστερισμού, η αντίστοιχη πιθανότητα ορθής λήψης δίνεται από τον τύπο

$$P_i = Q\left(\frac{A_L \cdot (1 - \alpha) - d}{\sigma_{\text{PAM}}}\right), \quad i = 1, L \Rightarrow$$

$$P_i = 0.5 \cdot \text{erfc}\left(\frac{A_L \cdot (1 - \alpha) - d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{\text{PAM}}}\right), \quad i = 1, L \quad (3.57)$$

Επομένως η συνολική πιθανότητα λάθους για το σχήμα L-PAM υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 P_{PAM} &= 1 - \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L P_i = 1 - \frac{1}{L} \left[2 \cdot 0.5 \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{A_L \cdot (1 - \alpha) - d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}} \right) \right] \\
 &\quad - \frac{1}{L} \left[\sum_{i=2}^{i=L-1} 0.5 \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{A_i \cdot (1 - \alpha) - d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}} \right) - 0.5 \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{A_i \cdot (1 - \alpha) + d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}} \right) \right] \Rightarrow \\
 P_{PAM} &= 1 - \frac{1}{L} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{A_L (1 - \alpha) - d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}} \right) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2L} \left[\sum_{i=2}^{i=L-1} \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{A_i (1 - \alpha) + d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{A_i (1 - \alpha) - d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}} \right) \right) \right] \quad (3.58)
 \end{aligned}$$

Όμως επειδή το σχήμα M-QAM αποτελείται ουσιαστικά από το συνδυασμό 2 L-PAM σχημάτων, όπου $M = L^2$, τότε θα ισχύει η ακόλουθη σχέση όσον αφορά τον συσχετισμό μεταξύ των διασπορών των δύο σχημάτων διαμόρφωσης:

$$\sigma_{QAM} = \sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM} \quad (3.59)$$

Επίσης, η πιθανότητα λάθους της M-QAM για συγκεκριμένη τιμή του α , θα δίνεται μέσω της προφανούς σχέσης

$$P_{QAM, \alpha} = 1 - (1 - P_{PAM})^2 \quad (3.60)$$

Τέλος, η πιθανότητα λάθους για το QAM σχήμα υπολογίζεται, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, μέσω του ολοκληρώματος

$$P_{QAM} = \int_0^{\infty} P_{QAM, \alpha} f(\alpha) d\alpha \quad (3.61)$$

με τη συνάρτηση $f(\alpha)$ να δίνεται μέσω της σχέσης

$$f(\alpha) = 2\alpha \cdot \exp(-\alpha^2) \quad (3.62)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΙΜΟ ΚΑΙ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ

4.1 Εισαγωγή

Τα συστήματα ΜΙΜΟ (multiple input - multiple output) αποτελούν εξέλιξη των έξυπνων κεραιών [6] και η ανάπτυξή τους είναι επιτακτική στις μέρες μας, λόγω της ραγδαίας αύξησης του πλήθους των χρηστών και των ιδιαίτερα απαιτητικών πλέον σε εύρος ζώνης εφαρμογών. Θα αποτελέσουν τον άξονα αυτού του κεφαλαίου όπου θα ασχοληθούμε κατά κύριο λόγο με τον υπολογισμό της χωρητικότητας ενός ΜΙΜΟ συστήματος, μελετώντας ορισμένες υποπεριπτώσεις ανάλογα με τη γνώση ή μη του καναλιού στον πομπό, την ύπαρξη απλής κεραιάς ή στοιχειοκεραίας στον πομπό και στο δέκτη καθώς και τις συνθήκες διάδοσης.

4.2 Κέρδος κεραιάς - Κέρδος διαφορισμού

Κέρδος κεραιάς (array gain) είναι η αύξηση της μέσης ισχύος του σήματος (κι επομένως και του σηματοθορυβικού λόγου) στο δέκτη, που προκύπτει λόγω της ταυτόχρονης επεξεργασίας των σημάτων από τα στοιχεία του πομπού και του δέκτη (πολλαπλασιασμός των εξερχόμενων ή/και εισερχόμενων συρμών δεδομένων με τους κατάλληλους συντελεστές βαρύτητας) [20]. Το επιπλέον αυτό κέρδος είναι πιο εύκολα εκμεταλλεύσιμο στο δέκτη λόγω της εν γένει γνώσης του καναλιού. Έτσι αν και τα αντίγραφα του σήματος που φτάνουν στα στοιχεία της στοιχειοκεραίας του δέκτη μπορεί να διαφέρουν τόσο σε πλάτος όσο και σε φάση, μπορούν με τον κατάλληλο συνδυασμό να δώσουν ένα τελικό σήμα το οποίο θα έχει ικανοποιητική ισχύ, αλλά και βελτιωμένα χαρακτηριστικά. Κέρδος κεραιάς μπορεί να επιτευχθεί και στην περίπτωση της εκπομπής, αρκεί ο πομπός να γνωρίζει το κανάλι ώστε να γίνεται η σωστή προεπεξεργασία των σημάτων που θα εκπεμφθούν από τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας.

Οι διαλείψεις λόγω πολύοδης διάδοσης είναι ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στις ασύρματες επικοινωνίες, καθώς όταν λαμβάνουν χώρα προκαλούν υψηλό ρυθμό λαθών [20]. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα καταφεύγουμε στη διαχωρισιμότητα (diversity) η οποία ουσιαστικά αφορά την εκπομπή αντιγράφων του σήματος στο πεδίο του χρόνου (temporal diversity), της συχνότητας (frequency diversity) ή του χώρου (spatial diversity). Το όφελος που προκύπτει από το κέρδος διαφορισμού (diversity gain) οφείλεται στην ανεξαρτησία των μεταδιδόμενων αντιγράφων του σήματος. Το κέρδος αυτό μπορεί να προκύψει είτε στην πλευρά του δέκτη, είτε στην πλευρά του πομπού. Στην πρώτη

περίπτωση ο δέκτης συνδυάζει αντίγραφα του σήματος, τα οποία έχουν διαδοθεί μέσω διαφορετικών, ανεξάρτητων διαδρομών, με αποτέλεσμα η πιθανότητα όλα τα αντίγραφα να έχουν υποστεί συνθήκες ισχυρής διάλειψης (deep fade) να ελαχιστοποιείται. Το προκύπτον σήμα στο δέκτη είναι σαφώς πιο σταθερό με μειωμένες διακυμάνσεις. Ο χωρικός διαφορισμός στην πλευρά του πομπού μπορεί να επιτευχθεί με ή χωρίς τη γνώση του καναλιού. Ο τρόπος συνίσταται στην υιοθέτηση της χωροχρονικής κωδικοποίησης (space-time coding) στη διαδικασία της προεπεξεργασίας του εκπεμπόμενου σήματος.

4.3 Το ασύρματο κανάλι ως σύστημα

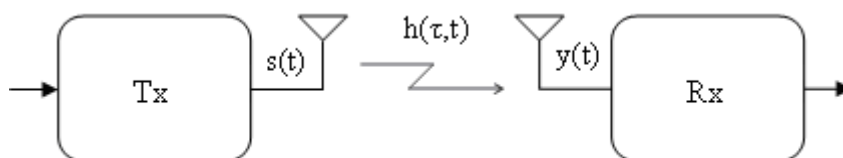
Στο δεύτερο κεφάλαιο εξετάστηκε το ραδιοκανάλι αυστηρά ως μέσο μετάδοσης, ενώ σε αυτή την ενότητα θα εξεταστεί ως τμήμα του ασύρματου συστήματος με εισόδους και εξόδους τους ακτινοβολητές των στοιχειοκεραιών του πομπού και του δέκτη αντίστοιχα. Ανάλογα με το πλήθος των στοιχείων στα δύο άκρα του συστήματος, διακρίνονται αντίστοιχα ξεχωριστές κατηγορίες (SISO, SIMO, MISO, MIMO) [21].

4.3.1 Σύστημα μιας εισόδου - μιας εξόδου (SISO)

Τα συστήματα που έχουν μια απλή κεραία στον πομπό και μια στο δέκτη, όπως αυτό που φαίνεται στο σχήμα 4.1, ονομάζονται SISO (single input - single output). Η κρουστική απόκριση $h(\tau, t)$ του συστήματος αντιστοιχεί στην απόκριση του καναλιού τη χρονική στιγμή t σε παλμό που έχει σταλεί τη στιγμή $t-\tau$. Για εκπεμπόμενο σήμα $s(t)$, το λαμβανόμενο σήμα δίδεται από τον τύπο

$$r(t) = h(\tau, t) \otimes s(t) \quad (4.1)$$

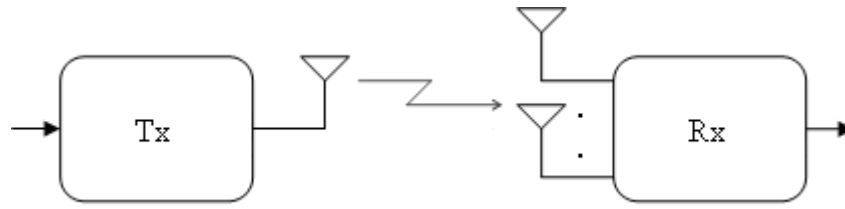
δηλαδή το σήμα στο δέκτη δίνεται από τη συνέλιξη της κρουστικής απόκρισης του συστήματος με το εκπεμπόμενο σήμα.



Σχήμα 4.1: SISO κανάλι (T_x ο πομπός, R_x ο δέκτης)

4.3.2 Σύστημα μιας εισόδου - πολλαπλών εξόδων (SIMO)

Τα συστήματα που έχουν μια απλή κεραία στον πομπό και μια στοιχειοκεραία στο δέκτη, όπως αυτό που απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα, ονομάζονται SIMO (single input - multiple output).



Σχήμα 4.2: SIMO κανάλι

Όπως φαίνεται, το σήμα στέλνεται μία φορά μέσω της απλής κεραίας του πομπού, ενώ λαμβάνεται από το δέκτη τόσες φορές, όσα είναι και τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας του. Αν M_R είναι το πλήθος των στοιχείων του δέκτη, τότε το SIMO κανάλι αναλύεται σε M_R SISO κανάλια και περιγράφεται μέσω του ακόλουθου πίνακα:

$$\mathbf{h}(\tau, t) = [h_1(\tau, t) \ h_2(\tau, t) \ \dots \ h_{M_R}(\tau, t)]^T \quad (4.2)$$

Για εκπεμπόμενο σήμα $s(t)$, ο δέκτης λαμβάνει το $M_R \times 1$ διάνυσμα της μορφής

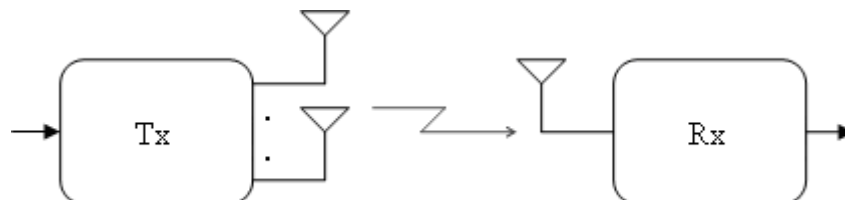
$$\mathbf{r}(t) = [r_1(t) \ r_2(t) \ \dots \ r_{M_R}(t)]^T \quad (4.3)$$

όπου $r_i(t)$ είναι το λαμβανόμενο σήμα από το i -οστό στοιχείο της κεραίας. Επομένως το λαμβανόμενο σήμα δίνεται και σε αυτή την περίπτωση από τη σχέση

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{h}(\tau, t) \otimes s(t) \quad (4.4)$$

4.3.3 Σύστημα πολλαπλών εισόδων - μιας εξόδου (MISO)

Τα συστήματα που έχουν στοιχειοκεραία στον πομπό και απλή κεραία στο δέκτη, όπως το εμφανιζόμενο στο επόμενο σχήμα, ονομάζονται MISO (multiple input - single output).



Σχήμα 4.3: MISO σύστημα

Όπως φαίνεται, το σήμα αποστέλλεται ταυτόχρονα από τα, M_T στο πλήθος, στοιχεία του πομπού, ενώ ο δέκτης λαμβάνει ένα συνδυασμό των απεσταλμένων σημάτων. Το MISO

σύστημα αναλύεται στην απλή περίπτωση όπως και προηγουμένως σε M_T SISO κανάλια και περιγράφεται μέσω του πίνακα

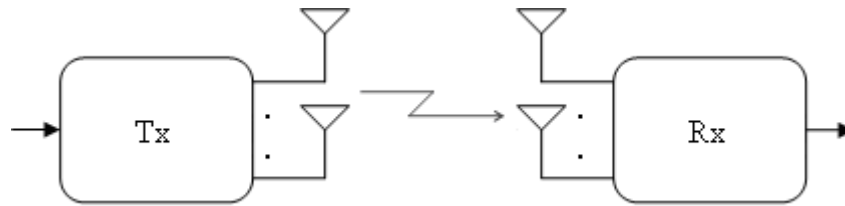
$$\mathbf{h}(\tau, t) = \begin{bmatrix} h_1(\tau, t) & h_2(\tau, t) & \dots & h_{M_T}(\tau, t) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Αν $s_i(t)$ είναι το σήμα που εκπέμπεται από το i -οστό στοιχείο του πομπού, τότε το λαμβανόμενο από το δέκτη σήμα θα δίνεται μέσω της σχέσης

$$r(t) = \sum_{i=1}^{M_T} h_i(\tau, t) \otimes s_i(t) \text{ ή } r(t) = \mathbf{h}(\tau, t) \otimes \mathbf{s}(t) \quad (4.6)$$

4.3.4 Σύστημα πολλαπλών εισόδων - πολλαπλών εξόδων (MIMO)

Τέλος, στα συστήματα MIMO έχουμε στοιχειοκεραία τόσο στο πομπό όσο και στο δέκτη.



Σχήμα 4.4: MIMO σύστημα

Αν το πλήθος των στοιχείων των κεραιών πομπού και δέκτη είναι M_T και M_R αντίστοιχα, τότε ο πομπός στέλνει ταυτόχρονα M_T σήματα τα οποία λαμβάνονται από κάθε στοιχείο του δέκτη. Επομένως, ο δέκτης λαμβάνει $M_T \times M_R$ σήματα και το κανάλι περιγράφεται μέσω του πίνακα

$$\mathbf{H}(\tau, t) = \begin{bmatrix} h_{1,1}(\tau, t) & h_{1,2}(\tau, t) & \dots & h_{1,M_T}(\tau, t) \\ h_{2,1}(\tau, t) & h_{2,2}(\tau, t) & \dots & h_{2,M_T}(\tau, t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R,1}(\tau, t) & h_{M_R,2}(\tau, t) & \dots & h_{M_R,M_T}(\tau, t) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}$ είναι μιγαδικοί αριθμοί που αντιπροσωπεύουν την εξασθένιση πλάτους και την ολίσθηση φάσης που εισάγει το κανάλι στο μεταδιδόμενο σήμα, στο κάθε υποκανάλι διάδοσης από τα $M_T \times M_R$ που υπάρχουν συνολικά. Το στοιχείο $h_{i,j}$ αφορά την επίδραση του ασύρματου περιβάλλοντος στη μετάδοση του σήματος από το j -οστό στοιχείο του πομπού στο i -οστό στοιχείο του δέκτη.

Αν $s_i(t)$ είναι το σήμα που εκπέμπεται από το i -οστό στοιχείο του πομπού, τότε το λαμβανόμενο από το δέκτη σήμα θα δίνεται μέσω της σχέσης

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{H}(\tau, t) \otimes \mathbf{s}(t) \quad (4.8)$$

όπου τα διανύσματα $\mathbf{s}$ και $\mathbf{r}$ αφορούν το μεταδιδόμενο και το λαμβανόμενο σήμα και έχουν διαστάσεις $M_T \times 1$ και $M_R \times 1$ αντίστοιχα.

4.4 Απλοποιημένος τύπος Shannon

Ο Shannon υπολόγισε θεωρητικά το μέγιστο δυνατό ρυθμό μετάδοσης δεδομένων για γνωστό κανάλι με εύρος ζώνης B (σε Hertz), ισχύ σήματος P (σε Watts) και μονόπλευρη φασματική πυκνότητα ισχύος θορύβου N_0 (Watts/Hz). Δεχόμενος ότι το κανάλι είναι ιδανικό, χωρίς σκίαση, πολυόδη διάδοση, διαλείψεις και παρεμβολές και ότι ο θόρυβος που επιδρά στο εκπεμπόμενο σήμα είναι white gaussian, ο τύπος στον οποίο κατέληξε τελικά για τη χωρητικότητα (σε bits/sec) ενός απλού SISO συστήματος είναι [22]

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_0 B} \right) \quad (4.9)$$

Πρακτικά, ο τύπος 4.9 δίνει ένα άνω όριο του χωρίς σφάλμα ρυθμού μετάδοσης πληροφορίας. Αν ο ρυθμός πληροφορίας είναι μικρότερος από C bits/sec, τότε υπάρχει ένα κατάλληλο σχήμα κωδικοποίησης που μπορεί να προσφέρει αξιόπιστη μετάδοση χωρίς σφάλματα, ενώ αν ο ρυθμός πληροφορίας είναι μεγαλύτερος από C bits/sec, τότε ανεξάρτητα από την κωδικοποίηση του σήματος δεν δύναται να επιτευχθεί αξιόπιστη μετάδοση. Ωστόσο το όριο αυτό είναι απόλυτα θεωρητικό και στην πράξη ανέφικτο, αφού οι αποκλίσεις που απαντώνται στα υπάρχοντα κυψελωτά τηλεπικοινωνιακά συστήματα μεταξύ θεωρητικού ορίου και εφικτής τιμής χωρητικότητας είναι πολύ μεγάλες.

4.5 Επέκταση του θεωρήματος Shannon για MIMO συστήματα

4.5.1 Γενικός τύπος χωρητικότητας

Ο τύπος της προηγούμενης παραγράφου επεκτείνεται στην περίπτωση όπου οι κεραίες του πομπού και του δέκτη είναι γραμμικές στοιχειοκεραίες με πλήθος στοιχείων M_T και M_R αντίστοιχα. Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην ενότητα 4.3.4, το MIMO κανάλι περιγράφεται μέσω του πίνακα $\mathbf{H}$ ο οποίος ορίζεται με τη βοήθεια της σχέσης 4.7. Το λαμβανόμενο από το δέκτη σήμα δίνεται μέσω της σχέσης

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{H}(\tau, t) \otimes \mathbf{s}(t) + \mathbf{u}(t) \quad (4.10)$$

όπου τα διανύσματα $\mathbf{s}$ και $\mathbf{r}$ αφορούν το μεταδιδόμενο και το λαμβανόμενο σήμα και έχουν διαστάσεις $M_T \times 1$ και $M_R \times 1$ αντίστοιχα, ενώ το διάνυσμα $\mathbf{u}$ διαστάσεων $M_R \times 1$ εκφράζει τον προσθετικό λευκό θόρυβο Gauss. Στην περίπτωση κατά την οποία το εύρος ζώνης του εκπεμπόμενου σήματος είναι αρκούντως στενό, ώστε το κανάλι να θεωρηθεί επίπεδο στο πεδίο της συχνότητας, η παραπάνω σχέση γίνεται [23]

$$\mathbf{r}_\tau = \mathbf{H}\mathbf{s}_\tau + \mathbf{u}_\tau \quad (4.11)$$

Η χωρητικότητα ενός MIMO συστήματος που περιγράφεται από την 4.7 δίνεται [24] από τη σχέση

$$C = \max_{\text{tr}(\mathbf{R}_{ss}) \leq p} \log_2 \left[\det(\mathbf{I} + \mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^H) \right] \quad (4.12)$$

όπου $\mathbf{R}_{ss}$ είναι ο πίνακας συμμεταβλητότητας του διανύσματος εκπομπής $\mathbf{s}$, $\mathbf{H}^H$ είναι ο αναστροφουσυζυγής του $\mathbf{H}$ και p είναι η ισχύς εκπομπής. Η σχέση 4.12 είναι το αποτέλεσμα εκτενών θεωρητικών υπολογισμών και η πρακτική της αξία δεν είναι εμφανής. Με μια επιπρόσθετη γραμμικής φύσεως επεξεργασία στον πομπό και στο δέκτη είναι δυνατόν να μετασχηματιστεί το MIMO κανάλι σε $n = \text{rank}(\mathbf{H})$ SISO υποκανάλια, δεδομένου ότι το MIMO κανάλι είναι γραμμικό (η σχετική διαδικασία παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα). Το αποτέλεσμα αυτής της επιπλέον επεξεργασίας μεταφράζεται και σε έναν πιο απλοποιημένο τύπο για την χωρητικότητα.

4.5.2 Μετασχηματισμός του MIMO καναλιού σε n SISO υποκανάλια

Εφαρμόζεται αρχικά στο μιγαδικό πίνακα $\mathbf{H}$ του καναλιού singular value decomposition [21], οπότε ισχύει

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H \quad (4.13)$$

όπου οι πίνακες $\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$ είναι ορθομοναδιαίοι διαστάσεων $M_R \times M_R$ και $M_T \times M_T$ αντίστοιχα, ενώ ο $\mathbf{D}$ είναι μη αρνητικός διαγώνιος πίνακας διαστάσεων $M_R \times M_T$ με στοιχεία της διαγώνιου του τις singular values του $\mathbf{H}$.

Ο πομπός πολλαπλασιάζει το προς εκπομπή διάνυσμα $\mathbf{x}_\tau$ με τον πίνακα $\mathbf{V}$ και ο δέκτης πολλαπλασιάζει το λαμβανόμενο διάνυσμα $\mathbf{r}_\tau$ με τον πίνακα $\mathbf{U}^H$, οπότε προκύπτουν οι εξής αντικαταστάσεις:

$$\mathbf{s}_\tau = \mathbf{V}\mathbf{x}_\tau \quad (4.14)$$

$$\mathbf{y}_\tau = \mathbf{U}^H \mathbf{r}_\tau \quad (4.15)$$

$$\mathbf{n}_\tau = \mathbf{U}^H \mathbf{u}_\tau \quad (4.16)$$

Η 4.16 προέκυψε στο δέκτη με τον πολλαπλασιασμό του διανύσματος του θορύβου με τον πίνακα $\mathbf{U}^H$. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις 4.11, 4.13, 4.14, 4.15 και 4.16, προκύπτει η ακόλουθη περιγραφή για το λαμβανόμενο σήμα στο σύστημα MIMO που περιγράφεται:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_\tau &= \mathbf{U}^H \mathbf{r}_\tau \Rightarrow \\ \mathbf{y}_\tau &= \mathbf{U}^H (\mathbf{H} \mathbf{s}_\tau + \mathbf{u}_\tau) \Rightarrow \\ \mathbf{y}_\tau &= \mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{s}_\tau + \mathbf{U}^H \mathbf{u}_\tau \Rightarrow \\ \mathbf{y}_\tau &= \mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{V} \mathbf{x}_\tau + \mathbf{n}_\tau \Rightarrow \\ \mathbf{y}_\tau &= \mathbf{U}^H \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^H \mathbf{V} \mathbf{x}_\tau + \mathbf{n}_\tau \end{aligned} \quad (4.17)$$

Όμως επειδή οι πίνακες είναι ορθομοναδιαίοι, ικανοποιούν τις σχέσεις

$$\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}_{M_R}, \quad \mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I}_{M_T} \quad (4.18)$$

οπότε η σχέση 4.17 παίρνει τη μορφή

$$\mathbf{y}_\tau = \mathbf{D} \mathbf{x}_\tau + \mathbf{n}_\tau \quad (4.19)$$

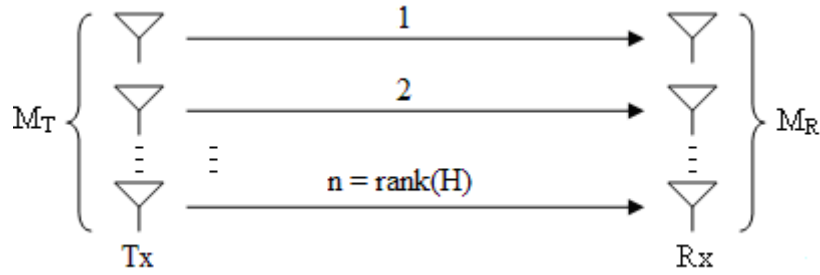
Λόγω της σχέσης 4.13 ο πίνακας $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$ γράφεται:

$$\mathbf{H} \mathbf{H}^H = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^H \cdot (\mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^H)^H = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^H \mathbf{V} \mathbf{D}^H \mathbf{U}^H = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{U}^H = \mathbf{U} \mathbf{D}^2 \mathbf{U}^H \quad (4.20)$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι οι πίνακες $\mathbf{D}^2$ και $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$ είναι όμοιοι και άρα έχουν τις ίδιες ιδιοτιμές ε_k^2 , όπου ε_k , $k = 1, 2, \dots, n$ τα στοιχεία της διαγώνιου του πίνακα $\mathbf{D}$. Χρησιμοποιώντας τη σχέση 4.19 κάθε συνιστώσα που λαμβάνει ο δέκτης μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\mathbf{y}_\tau^k = \varepsilon_k \mathbf{x}_\tau^k + \mathbf{n}_\tau^k \quad (4.21)$$

όπου ε_k οι singular values του πίνακα $\mathbf{H}$. Από τη σχέση 4.21 προκύπτει ότι το αρχικό (M_T, M_R) MIMO σύστημα μετατράπηκε σε ένα ισοδύναμο, με $n = \text{rank}(\mathbf{H})$ SISO υποκανάλια (σχήμα 4.5).



Σχήμα 4.5: Μετατροπή του MIMO καναλιού σε n SISO υποκανάλια

Έχει αποδειχθεί ότι η συνολική χωρητικότητα n SISO υποκαναλιών είναι ίση με το άθροισμα των επιμέρους χωρητικότητων κι επομένως, σαν αποτέλεσμα, η συνολική χωρητικότητα του MIMO καναλιού είναι [21]

$$C = \sum_{k=1}^n \log_2 (1 + p_k \cdot \varepsilon_k^2) \quad (4.22)$$

όπου p_k η ισχύς που κατανέμεται στο k -οστό υποκάνάλι και ε_k^2 το αντίστοιχο κέρδος ισχύος. Επιπρόσθετα, ανεξάρτητα από τον χρησιμοποιηθέντα αλγόριθμο για την κατανομή της ισχύος, τα p_k πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση

$$\sum_{k=1}^n p_k \leq P \quad (4.23)$$

λόγω του απαραίτητου περιορισμού ισχύος [25].

Στις επόμενες ενότητες, αφού αναλυθούν οι πιθανοί τρόποι με τους οποίους ο πομπός μπορεί να αποκτήσει γνώση του καναλιού, θα εξεταστεί η μορφή που παίρνει ο τύπος για τη χωρητικότητα στις περιπτώσεις κατά τις οποίες το κανάλι είναι είτε γνωστό, είτε άγνωστο στον πομπό. Επισημαίνεται ότι στις αναλύσεις που ακολουθούν γίνεται συνήθως δεκτό ότι ο δέκτης έχει γνώση του καναλιού. Αυτή η θεώρηση δεν απέχει από την πραγματικότητα μιας και ο δέκτης, επιτελώντας λειτουργίες tracking γνωρίζει σχεδόν πάντα το κανάλι.

4.5.3 Τρόποι εκτίμησης του καναλιού στον πομπό

Δύο είναι οι βασικοί τρόποι για να αποκτήσει ο πομπός γνώση του καναλιού [21]: ο πρώτος βασίζεται στην μέθοδο της ανάδρασης και ο δεύτερος στην αρχή της αμοιβαιότητας.

Στην πρώτη μέθοδο, το κανάλι από τον πομπό προς το δέκτη (ευθύ κανάλι) υπολογίζεται στο δέκτη και στέλνεται στον πομπό υπό τη μορφή ανάδρασης μέσω του ανάστροφου καναλιού, δηλαδή του καναλιού από το δέκτη στον πομπό. Η μέθοδος αυτή

όμως δε λειτουργεί σωστά αν το κανάλι είναι γρήγορα μεταβαλλόμενο. Σε αυτή την περίπτωση, μέχρι να λάβει ο πομπός την πληροφορία από το δέκτη, η κατάσταση του ευθέως καναλιού έχει ήδη μεταβληθεί. Επομένως, για να αποκτήσει ο πομπός ορθή γνώση για το κανάλι απαιτείται πιο συχνή εκτίμηση και αποστολή πληροφορίας από τον δέκτη. Αυτό βεβαίως σημαίνει ακόμα μεγαλύτερο φόρτο εργασίας, πράγμα το οποίο καθιστά απαγορευτική τη χρήση αυτής της μεθόδου στην περίπτωση κατά την οποία δέκτης είναι το κινητό τερματικό.

Σύμφωνα με την αρχή της αμοιβαιότητας το ευθύ και το ανάστροφο κανάλι είναι ταυτόσημα, δηλαδή το μονοπάτι από το οποίο διέρχεται το σήμα κατά τη μετάδοσή του από τον πομπό προς το δέκτη είναι ίδιο με το μονοπάτι που θα επιλέξει το σήμα αν μεταδοθεί από το δέκτη προς τον πομπό. Επομένως η κρουστική απόκριση του καναλιού από τον πομπό προς το δέκτη είναι ίδια με την κρουστική απόκριση του καναλιού από το δέκτη προς τον πομπό, όσον αφορά ίδια συχνότητα, ίδια χρονική στιγμή και αμετάβλητες θέσεις κεραιών. Άρα λόγω της αρχής της αμοιβαιότητας, ο πομπός - σταθμός βάσης χρησιμοποιεί τη γνώση που αποκτά για την κατάσταση του ανάστροφου καναλιού στην επόμενη μετάδοσή του στο ευθύ κανάλι προς το δέκτη - κινητό τερματικό. Το βασικό πρόβλημα αυτής της μεθόδου είναι πως προκαλεί λάθη στην εκτίμηση του καναλιού όταν έχουμε duplex επικοινωνία, όταν δηλαδή σταθμός βάσης και κινητό τερματικό στέλνουν ταυτόχρονα. Αυτό συμβαίνει διότι για να αποφευχθούν οι παρεμβολές, οι ταυτόχρονες μεταδόσεις διαφοροποιούνται είτε στο χώρο είτε στη συχνότητα κι επομένως το ευθύ και το αντίστροφο κανάλι διαφέρουν.

4.5.4 Κανάλι άγνωστο στον πομπό

Όταν ο πομπός δεν έχει γνώση του καναλιού, τότε η ισχύς εκπομπής ισοκατανέμεται στα στοιχεία του, οπότε ισχύουν οι δύο ακόλουθες σχέσεις:

$$p_k = \frac{P}{M_T} \quad (4.24)$$

$$\mathbf{R}_{SS} = \mathbf{I}_{M_T} \quad (4.25)$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις, ο τύπος 4.12 για την χωρητικότητα του καναλιού λαμβάνει τη μορφή [24]

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{P}{M_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right] \quad (4.26)$$

ενώ ο τύπος 4.22 με τη βοήθεια της σχέσης 4.24 γίνεται

$$C = \sum_{k=1}^n \log_2 \left(1 + \frac{P}{M_T} \varepsilon_k^2 \right) \quad (4.27)$$

Η σχέση 4.27 αποτελεί την έκφραση της χωρητικότητας συναρτήσει των ιδιοτιμών του πίνακα $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ στην περίπτωση που ο πομπός δε γνωρίζει το κανάλι. Πιο συγκεκριμένα, η χωρητικότητα του MIMO καναλιού εκφράζεται ως το άθροισμα των χωρητικότητων n SISO καναλιών, που το καθένα έχει ισχύ εκπομπής P/M_T και κέρδος ισχύος ε_k^2 .

4.5.5 Κανάλι γνωστό στον πομπό

Εάν ο πομπός γνωρίζει την κατάσταση του καναλιού, το MIMO κανάλι μπορεί να αποσυντεθεί σε n SISO υποκανάλια σύμφωνα με τη διαδικασία της ενότητας 4.5.2. Ο τύπος 4.22 της χωρητικότητας λαμβάνει σε αυτή την περίπτωση τη μορφή [21]

$$C = \sum_{k=1}^n \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k \cdot P}{M_T} \varepsilon_k^2 \right) \quad (4.28)$$

Είναι εμφανές πως η μοναδική διαφορά με τον τύπο 4.27 είναι ο συντελεστής γ_k . Ο συντελεστής αυτός εκφράζει το ποσοστό ισχύος που αποδίδεται στο k -οστό υποκανάλι και ισούται με

$$\gamma_k = E \left\{ |s_i|^2 \right\} \quad (4.29)$$

ενώ αποδεικνύεται ότι ικανοποιεί και τη σχέση

$$\sum_{k=1}^n \gamma_k = M_T \quad (4.30)$$

Ο προφανής σκοπός είναι να βρεθούν τα κατάλληλα γ_k τα οποία μεγιστοποιούν τη χωρητικότητα. Για να επιτευχθεί αυτός ο σκοπός και να υπολογιστούν τα βέλτιστα γ_k , χρησιμοποιείται ο waterpouring αλγόριθμος [21].

4.5.6 Άνω και κάτω όριο για τη χωρητικότητα

Στην περίπτωση MIMO συστήματος με στοιχεία πομπού λιγότερα ή ίσα από του δέκτη, όπου η μετάδοση γίνεται σε Rayleigh κανάλι άγνωστο στον πομπό, τα όρια για τη χωρητικότητα ορίζονται από τη σχέση [23]

$$\sum_{l=1}^{M_T} \log_2 \left(1 + \frac{p}{M_T} |R_{l,l}|^2 \right) \leq C \leq \sum_{l=1}^{M_T} \log_2 \left(1 + \frac{p}{M_T} \left(|R_{l,l}|^2 + \sum_{m=l+1}^{M_T} |R_{l,m}|^2 \right) \right) \quad (4.31)$$

4.5.7 Χωρητικότητα για ορθογώνια υποκανάλια

Έστω ότι για λόγους ευκολίας το κανάλι είναι άγνωστο στον πομπό και ότι πομπός και δέκτης έχουν ίδιο πλήθος στοιχείων ($M_T = M_R = M$). Όταν τα υποκανάλια είναι μεταξύ τους ορθογώνια, ισχύει η σχέση $\mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{H}^H\mathbf{H} = \alpha \mathbf{I}$ (α μια σταθερά που εξαρτάται από τον περιορισμό ισχύος στον πομπό) κι επομένως η σχέση 4.26 λαμβάνει τη μορφή

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{p}{M} \alpha \mathbf{I} \right) \right] = \log_2 \left[\left(1 + \alpha \frac{p}{M} \right)^M \right] = M \cdot \log_2 \left(1 + \alpha \frac{p}{M} \right) \quad (4.32)$$

Με κατάλληλη επιλογή των στοιχείων του πίνακα $\mathbf{H}$ μπορεί να επιτευχθεί η ισότητα $\alpha = M$, οπότε η 4.32 γίνεται

$$C = M \cdot \log_2 (1 + p) \quad (4.33)$$

Αυτό σημαίνει πως η χωρητικότητα ενός ορθογώνιου MIMO καναλιού είναι ίση με M φορές τη χωρητικότητα του SISO καναλιού.

4.5.8 Ενεργά κανάλια - Βαθμοί ελευθερίας

Όπως ειπώθηκε προηγουμένως, το MIMO κανάλι μπορεί να αναλυθεί σε $n = \text{rank}(\mathbf{H})$ SISO υποκανάλια, με το καθένα να παρουσιάζει κέρδος ισχύος ίσο προς μία ιδιοτιμή του πίνακα $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$. Σε αυτή την παράγραφο θα δειχθεί γιατί ο βαθμός του $\mathbf{H}$ δε συμπίπτει με την ελάχιστη διάσταση του $\mathbf{H}$, γιατί δηλαδή δεν ισχύει η ισότητα $n = \min(M_R, M_T)$.

Για υψηλό σηματοθορυβικό λόγο, η σχέση 4.22 για άγνωστο κανάλι στον πομπό λαμβάνει τη μορφή

$$C \approx \sum_{k=1}^n \log_2 \left(\frac{p}{M_T} \varepsilon_k^2 \right) \quad (4.34)$$

Όμως αυτή η σχέση δεν ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις. Για ορισμένα υποκανάλια του MIMO συστήματος το αντίστοιχο $\varepsilon_k^2 p / M_T$ είναι πολύ μικρότερο της μονάδας, οπότε σαν αποτέλεσμα η πληροφορία που μεταδίδεται από αυτά είναι σχεδόν μηδενική. Αυτό συμβαίνει είτε εξαιτίας των χαμηλών ικανοτήτων ισχύος του εκπέμποντος κινητού τερματικού, είτε επειδή η επικοινωνία αφορά πολύ μεγάλες αποστάσεις, είτε τέλος, διότι υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στα υποκανάλια διάδοσης.

Στην τελευταία περίπτωση δεν είναι όλα τα ιδιοδιανύσματα του $\mathbf{H}$ μεταξύ τους γραμμικώς ανεξάρτητα, οπότε κάποιες ιδιοτιμές τείνουν στο μηδέν με αποτέλεσμα το αντίστοιχο κέρδος ισχύος να είναι και αυτό μηδενικό. Οι ενεργοί βαθμοί ελευθερίας (EDoF - Effective Degrees of Freedom) του συστήματος δείχνουν ακριβώς το πλήθος αυτών των καναλιών που συνεισφέρουν ουσιαστικά στη μετάδοση πληροφορίας [23]. Αυστηρώς μαθηματικά, θα μπορούσε να ειπωθεί πως αντιστοιχούν στις μη μηδενικές singular values του πίνακα $\mathbf{H}$. Επομένως, ο βαθμός του πίνακα $\mathbf{H}$ δεν είναι ίσος με $\min(M_R, M_T)$ επειδή ορισμένα κανάλια πρακτικά δε μεταδίδουν πληροφορία, αλλά λαμβάνει τιμές στο διάστημα $(0, \min(M_R, M_T))$. Είναι προφανές ότι όσο πιο ασυσχέτιστα είναι τα κανάλια διάδοσης και όσο μεγαλύτερος είναι ο σηματοθορυβικός λόγος, τόσο μεγαλύτερη τιμή θα έχει η παράμετρος EDoF.

4.5.9 Χωρητικότητα για SIMO - MISO κανάλια

Ξεκινώντας από το SIMO κανάλι, ισχύει $M_T = 1$, άρα $n = \min(M_R, M_T) = 1$. Επομένως ο τύπος 4.22 της χωρητικότητας μετασχηματίζεται σε αυτή την περίπτωση στον ακόλουθο:

$$C_{\text{SIMO}} = \log_2 (1 + p \cdot \varepsilon_1^2) \quad (4.35)$$

Αν $|h_i|^2 = 1$, τότε αποδεικνύεται [25] ότι $\varepsilon_1^2 = M_R$ κι επομένως

$$C_{\text{SIMO}} = \log_2 (1 + p \cdot M_R) \quad (4.36)$$

Επομένως, στην περίπτωση SIMO καναλιού, υπάρχει όπως φαίνεται από την παραπάνω σχέση λογαριθμική αύξηση της χωρητικότητας του καναλιού με την αύξηση των στοιχείων του δέκτη, ενώ όπως είναι προφανές, η γνώση της κατάστασης του καναλιού από τον πομπό δεν επιφέρει καμμία βελτίωση όσον αφορά τη χωρητικότητα του συστήματος.

Για το MISO κανάλι ισχύει αντίστοιχα $M_R = 1$ κι άρα $n = \min(M_R, M_T) = 1$. Επομένως για την περίπτωση κατά την οποία το κανάλι είναι άγνωστο στον πομπό, ισχύει μέσω της 4.27

$$C_{\text{MISO}} = \log_2 \left(1 + \frac{p}{M_T} \cdot \varepsilon_1^2 \right) \quad (4.37)$$

Αν $|h_i|^2 = 1$, τότε αποδεικνύεται [25] ότι $\varepsilon_1^2 = M_T$ κι επομένως

$$C_{\text{MISO}} = \log_2 (1 + p) \quad (4.38)$$

Επομένως, όταν ο πομπός δεν έχει γνώση του καναλιού, ισχύει $C_{MISO} < C_{SIMO}$. Αυτό είναι λογικό, μιας και ο πομπός σε αντίθεση με το δέκτη δε μπορεί να εκμεταλλευτεί το κέρδος κεραίας χωρίς γνώση του καναλιού.

Αντιθέτως, όταν η κατάσταση του καναλιού είναι γνωστή, ισχύει

$$C_{MISO} = \log_2(1 + p \cdot \varepsilon_1^2) \quad (4.39)$$

Επομένως για γνωστό κανάλι και ίδιο ε_1 ισχύει ότι $C_{MISO} = C_{SIMO}$.

4.6 Έκφραση της χωρητικότητας για ειδικές περιπτώσεις καναλιών

Στις επόμενες ενότητες θα ασχοληθούμε με τη χωρητικότητα ειδικών περιπτώσεων καναλιών. Για τα κανάλια τύπου Rayleigh και Rice θα προηγηθεί μοντελοποίηση του MIMO συστήματος (περιγραφή της μορφής του πίνακα $\mathbf{H}$), ενώ τέλος, θα εξεταστεί τι συμβαίνει όταν εμφανίζεται χωρική συσχέτιση μεταξύ των λαμβανόμενων σημάτων.

4.6.1 Rayleigh κανάλι

4.6.1.1 Μοντελοποίηση του MIMO συστήματος για Rayleigh κανάλι

Σε αυτή την παράγραφο θα ασχοληθούμε με τη μοντελοποίηση του MIMO συστήματος όταν έχουμε Rayleigh κανάλι, δηλαδή με τη μορφή που λαμβάνει ο πίνακας $\mathbf{H}$ όταν οι συνθήκες του ασύρματου περιβάλλοντος είναι τέτοιες, που καθιστούν ορθή τη χρήση του συγκεκριμένου μοντέλου διάδοσης. Η ανάλυση διαφέρει, ανάλογα με το αν έχουμε ανεξάρτητα ή συσχετισμένα υποκανάλια διάδοσης. Οι υποθέσεις που ακολουθούν [26] σχετικά με τον πίνακα αυτοσυσχέτισης του καναλιού διάδοσης θα ισχύουν για όλες τις επόμενες αναλύσεις:

- Η συσχέτιση μεταξύ των σημάτων που στέλνονται από τα στοιχεία i, j του πομπού και λαμβάνονται από το μ -οστό στοιχείο του δέκτη, είναι ανεξάρτητη του μ .
- Η συσχέτιση μεταξύ των σημάτων που στέλνονται από το ν -οστό στοιχείο του δέκτη και λαμβάνονται από τα στοιχεία k, l του δέκτη, είναι ανεξάρτητη του ν .

Αυτές οι υποθέσεις ισχύουν όταν όλα τα στοιχεία της κεραίας του πομπού ή του δέκτη βρίσκονται τοποθετημένα στην ίδια φυσική μονάδα και έχουν το ίδιο διάγραμμα ακτινοβολίας.

4.6.1.1.1 Χωρική ανεξαρτησία των υποκαναλιών διάδοσης

Όταν τα υποκανάλια διάδοσης είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα, τότε τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H} = \mathbf{H}_W$ διαστάσεων $M_R \times M_T$ είναι ανεξάρτητες και ομοιόμορφα κατανομημένες (iid) μεταβλητές που ακολουθούν την κυκλικά συμμετρική μιγαδική κατανομή Gauss, με μηδενική μέση τιμή και διασπορά $\sigma^2 = 1$ (ZMCSCG) [27]. Μια μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή ZMCSCG περιγράφεται μέσω του αθροίσματος $x + jy$, όπου x και y ανεξάρτητες, πραγματικές τυχαίες γκαουσιανές μεταβλητές με μηδενική μέση τιμή και διασπορά $\sqrt{2}/2$, δηλαδή για τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}_W$ ισχύει:

$$\mathbf{H}_{W,i,j} = \text{Normal}(0, \sqrt{2}/2) + j\text{Normal}(0, \sqrt{2}/2) \quad (4.40)$$

Λόγω της μορφής που έχουν τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}_W$ του καναλιού, αυτός χαρακτηρίζεται από τις ιδιότητες που ακολουθούν:

- $E\{[\mathbf{H}_W]_{i,j}\} = 0$, όσον αφορά τη μέση τιμή των στοιχείων του πίνακα.
- $E\{[|\mathbf{H}_W]_{i,j}|^2\} = 1$, όσον αφορά την κανονικοποίηση των στοιχείων.
- $E\{[\mathbf{H}_W]_{i,j} [\mathbf{H}_W]_{i,j}^*\} = 0$, αν $i \neq m$ ή $j \neq n$, όσον αφορά τη συσχέτιση των στοιχείων.

4.6.1.1.2 Χωρική συσχέτιση των υποκαναλιών διάδοσης

Σε περίπτωση όμως που τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}$ είναι μεταξύ τους συσχετισμένα, ο πίνακας $\mathbf{H}_W$ δεν είναι ορθή επιλογή για την περιγραφή του καναλιού. Επειδή όμως έχουμε δεχτεί συνθήκες Rayleigh όσον αφορά τη διάδοση στο ασύρματο περιβάλλον, η συσχέτιση αυτή μεταξύ των στοιχείων του πίνακα περιγραφής του καναλιού οφείλεται αποκλειστικά και μόνο στις στοιχειοκεραίες πομπού και δέκτη. Ειδικότερα, τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}$ δεν μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητα μεταξύ τους, είτε λόγω μικρής απόστασης μεταξύ των στοιχείων των κεραιών που προκαλεί συσχέτιση μεταξύ των σημάτων λόγω επαγωγής, είτε λόγω διαφοράς στα κέρδη ή και στις πολώσεις.

Επομένως στις περιπτώσεις κατά τις οποίες δεν είναι σωστή η χρήση του $\mathbf{H}_W$, ο πίνακας περιγραφής του καναλιού δίνεται [23] από τη σχέση

$$\mathbf{H} = \mathbf{C}_R^{1/2} \cdot \mathbf{H}_W \cdot \mathbf{C}_T^{1/2} \quad (4.41)$$

όπου C_T και C_R είναι οι πίνακες μεταβλητότητας του πομπού (διαστάσεων $M_T \times M_T$) και του δέκτη (διαστάσεων $M_R \times M_R$) αντίστοιχα και H_W ο πίνακας βάσει του οποίου μοντελοποιείται το Rayleigh κανάλι όταν δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων του, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως. Όσον αφορά τον πίνακα μεταβλητότητας του δέκτη C_R (αντίστοιχα ισχύουν και για τον C_T), αυτός προκύπτει από το διάνυσμα λήψης του δέκτη διαστάσεων $M_R \times 1$ όταν αποστέλλεται κρουστικός παλμός από οποιοδήποτε στοιχείο του πομπού, ενώ τα στοιχεία του δίνονται με τη βοήθεια του τύπου

$$[C_R]_{i,j} = E\{(s_i - \mu_i) \cdot (s_j - \mu_j)\} \quad (4.42)$$

όπου μ_i , μ_j οι μέσες τιμές των μεταβλητών s_i , s_j αντίστοιχα.

Κλείνοντας να αναφέρουμε πως προφανώς ο πίνακας H δεν είναι ίσος με τον H_W ούτε στη περίπτωση κατά την το ίδιο το ασύρματο περιβάλλον διάδοσης το ίδιο προκαλεί συσχέτιση ανάμεσα στα μεταδιδόμενα σήματα.

4.6.1.2 Χωρητικότητα καναλιού Rayleigh

Αν αντικαταστήσουμε στον τύπο 4.26 της χωρητικότητας για άγνωστο κανάλι τον πίνακα περιγραφής του καναλιού H με H_W , προκύπτει η σχέση

$$C = \log_2 \left[\det \left(I_{M_R} + \frac{P}{M_T} H_W H_W^H \right) \right] \quad (4.43)$$

Σύμφωνα με το νόμο των μεγάλων αριθμών, όταν το M_T παρουσιάζει μεγάλη αύξηση, έχουμε [21]:

$$\frac{1}{M_T} H_W H_W^H \rightarrow I_{M_R} \text{ όταν } M_T \rightarrow \infty \quad (4.44)$$

Άρα

$$\begin{aligned} C &\rightarrow \log_2 \left[\det (I_{M_R} + p \cdot I_{M_R}) \right] = \log_2 \left[(1+p)^{M_R} \right] \Rightarrow \\ C &\rightarrow M_R \cdot \log_2 (1+p) \end{aligned} \quad (4.45)$$

Επομένως, για μεγάλο πλήθος στοιχείων στον πομπό, η χωρητικότητα αποκτά γραμμική εξάρτηση από το πλήθος των στοιχείων του δέκτη.

4.6.2 Rice κανάλι

4.6.2.1 Μοντελοποίηση του MIMO συστήματος για Rice κανάλι

Ο πίνακας περιγραφής $\mathbf{H}$, βάσει του οποίου μοντελοποιείται το Rice κανάλι, αποτελείται από δύο συνιστώσες, λόγω της ύπαρξης επικρατούσας συνιστώσας, εκ των οποίων η μία αφορά την συνιστώσα οπτικής επαφής και η άλλη εκφράζει την επίδραση της πολυδιαδρομικής διάδοσης. Επομένως το ασύρματο κανάλι μπορεί να μοντελοποιηθεί σαν το άθροισμα ενός σταθερού και ενός μεταβλητού όρου, ο οποίος προκαλείται από τις σκεδάσεις. Ο πίνακας $\mathbf{H}$, με τη βοήθεια του οποίου μοντελοποιείται το Rice κανάλι, δίνεται [28] από τη σχέση

$$\mathbf{H}_{\text{Rice}} = a e^{j\phi_0} \mathbf{H}_{\text{LOS}} + b \mathbf{H}_{\text{Rayleigh}} \quad (4.46)$$

Ο πίνακας $\mathbf{H}_{\text{LOS}}$ αντιστοιχεί στη σταθερή συνιστώσα, ενώ για τον πίνακα $\mathbf{H}_{\text{Rayleigh}}$ που αντιστοιχεί στη μεταβλητή συνιστώσα ισχύουν όσα έχουν αναφερθεί στη σχετική ανάλυση για το μοντέλο Rayleigh. Κανονικοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}_{\text{Rice}}$, έχουμε

$$a^2 + b^2 = 1 \quad (4.47)$$

Ο παράγοντας K εκφράζει το πηλίκο της ισχύος της επικρατούσας συνιστώσας προς την ισχύ των λοιπών ασθενών συνιστωσών, οπότε θα δίνεται μέσω της σχέσης

$$K = \frac{a^2}{b^2} \quad (4.48)$$

Είναι προφανές πως ο K παίρνει τιμές από μηδέν για καθαρά Rayleigh κανάλι ως άπειρο για κανάλι στο οποίο διαδίδεται μόνο η LOS συνιστώσα.

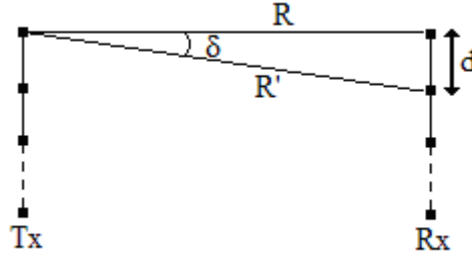
Για να εκφραστεί η σχέση 4.46 συναρτήσει του παράγοντα K θα πρέπει να εκφραστούν τα a , b ως συναρτήσεις του K . Βάσει των δύο προηγούμενων σχέσεων έχουμε:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 = 1, K = \frac{a^2}{b^2} &\Rightarrow Kb^2 + b^2 = 1, K = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \\ b^2 = \frac{1}{K+1}, a^2 = \frac{K}{K+1} &\Rightarrow a = \sqrt{\frac{K}{K+1}}, b = \sqrt{\frac{1}{K+1}} \end{aligned} \quad (4.49)$$

Επομένως η σχέση για τον πίνακα $\mathbf{H}_{\text{Rice}}$ λαμβάνει τη μορφή

$$\mathbf{H}_{\text{Rice}} = \sqrt{\frac{K}{K+1}} \cdot e^{j\phi_0} \mathbf{H}_{\text{LOS}} + \sqrt{\frac{1}{K+1}} \cdot \mathbf{H}_{\text{Rayleigh}} \quad (4.50)$$

Εφόσον στο προηγούμενο κεφάλαιο εξετάστηκε η μορφή του πίνακα $\mathbf{H}_{\text{Rayleigh}}$, τώρα θα εξεταστεί αποκλειστικά ο πίνακας $\mathbf{H}_{\text{LOS}}$. Στην πιο απλή περίπτωση υπάρχει στο πομπό και στον δέκτη γραμμική μετωπική στοιχειοκεραία με απόσταση μεταξύ των στοιχείων ίση με d , όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 4.6: Διάταξη των κεραιών πομπού και δέκτη στην απλή περίπτωση περιγραφής της $\mathbf{H}_{\text{LOS}}$ συνιστώσας του Rice καναλιού

Αν η γωνία ϕ_0 αφορά την ολίσθηση φάσης του σήματος που εκπέμπεται από το πρώτο στοιχείο του πομπού και λαμβάνεται από το πρώτο στοιχείο του δέκτη, τότε ο πίνακας $\mathbf{H}_{\text{LOS}}$ διαστάσεων $M_R \times M_T$ λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{H}_{\text{LOS}} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\theta} & \dots & e^{j(M_T-1)\theta} \\ e^{-j\theta} & 1 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & e^{j\theta} \\ e^{-j(M_R-1)\theta} & e^{-j(M_R-2)\theta} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

όπου θ η γωνία που αντιστοιχεί στην ολίσθηση φάσης μεταξύ γειτονικών στοιχείων του πομπού.

Για να απλοποιηθεί περαιτέρω η ανάλυση, η απόσταση μεταξύ των στοιχειοκεραιών λαμβάνεται πολύ μεγαλύτερη από την απόσταση μεταξύ των στοιχείων τους. Σε αυτή την περίπτωση, η γωνία θ λαμβάνει πολύ μικρή τιμή και μπορεί να απαλειφθεί, οπότε όλα τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}_{\text{LOS}}$ είναι μονάδες. Αν ο πίνακας περιγραφής του καναλιού σε αυτή την περίπτωση συμβολιστεί με $\mathbf{H}(1)$, τότε:

$$\mathbf{H}_{\text{Rice}} = a e^{j\phi_0} \mathbf{H}(1) + b \mathbf{H}_{\text{Rayleigh}} \quad (4.52)$$

Όπως είναι εμφανές, η γωνία ϕ_0 επηρεάζει τη συνεισφορά του $H_{LOS} = H(1)$ στον H_{Rice} και για λόγους απλότητας γίνεται δεκτό πως είναι ίση με 45° , επομένως

$$e^{j\phi_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4.53)$$

Σαν αποτέλεσμα, το πραγματικό και το φανταστικό μέρος των στοιχείων του πίνακα H_{Rice} μεταβάλλονται με τον ίδιο τρόπο. Ο πίνακας δίνεται τελικά από την ακόλουθη σχέση:

$$H_{Rice} = \sqrt{\frac{K}{K+1}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}} \right) H(1) + \sqrt{\frac{1}{K+1}} \cdot H_{Rayleigh} \quad (4.54)$$

Πρέπει να σημειωθεί πως για την ανωτέρω ανάλυση έγινε δεκτό πως η συνιστώσα LOS είναι διαρκώς σταθερή, ενώ η απόσταση μεταξύ των ακτινοβολητών είναι πολύ μικρότερη από την απόσταση των δύο κεραιών. Όταν δεν ισχύουν αυτές οι προϋποθέσεις, ο πίνακας που βρέθηκε παραπάνω διαφέρει από τον σωστό και δεν είναι ορθή η χρήση του.

4.6.2.2 Χωρητικότητα Rice καναλιού

Στη συνέχεια θα εξεταστεί μόνο η ειδική περίπτωση κατά την οποία ο παράγοντας K είναι πολύ μεγάλος (έχουμε δηλαδή διάδοση μόνο της LOS συνιστώσας, $H_{Rice} = H_{LOS}$), ενώ θα θεωρήσουμε επίσης πως η απόσταση μεταξύ των στοιχειοκεραιών είναι πολύ μεγαλύτερη από την απόσταση μεταξύ των στοιχείων τους, οπότε $H_{LOS} = H(1)$ όπως έχει αναφερθεί και προηγουμένως. Επομένως, ο βαθμός του πίνακα περιγραφής του καναλιού είναι 1 και συνακόλουθα υπάρχει μόνο μία ιδιοτιμή για τον HH^H , η ε_1^2 η οποία αποδεικνύεται πως ισούται με $M_R M_T$. Χρησιμοποιώντας τη σχέση 4.27 για άγνωστο κανάλι στον πομπό, έχουμε:

$$C = \sum_{k=1}^n \log_2 \left(1 + \frac{P}{M_T} \varepsilon_k^2 \right) = \log_2 \left(1 + \frac{P}{M_T} \varepsilon_1^2 \right) = \log_2 \left(1 + \frac{P}{M_T} M_R \cdot M_T \right) \Rightarrow$$

$$C = \log_2 (1 + p \cdot M_R) \quad (4.55)$$

Επομένως, για την περίπτωση που περιγράφηκε, ενώ η παρουσία στοιχειοκεραίας στο δέκτη εμφανίζεται ως κέρδος σηματοθορυβικού λόγου, η εφαρμογή στοιχειοκεραίας στον πομπό δεν επηρεάζει τη χωρητικότητα του καναλιού.

4.6.3 Χωρητικότητα καναλιού όταν υπάρχει χωρική συσχέτιση μεταξύ των λαμβανόμενων σημάτων

Ο σημαντικότερος παράγοντας που επηρεάζει την απόδοση ενός MIMO συστήματος είναι η ύπαρξη της χωρικής συσχέτισης. Έντονη παρουσία αυτού του φαινομένου μπορεί να οδηγήσει σε απόλυτο εκφυλισμό του MIMO συστήματος και να καταστήσει άσκοπη τη χρήση στοιχειοκεραιών.

Μαθηματικά η χωρική συσχέτιση εξηγείται με τη βοήθεια των ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων του πίνακα περιγραφής του καναλιού $\mathbf{H}$. Όταν τα υποκανάλια του MIMO συστήματος είναι ανεξάρτητα, τότε ο πίνακας $\mathbf{H}$ είναι πλήρους βαθμού, οπότε ισχύει $n = \text{rank}(\mathbf{H}) = \min(M_R, M_T)$. Έχουμε δηλαδή n ανεξάρτητα ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν σε n μη μηδενικές ιδιοτιμές. Όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως κάθε υποκανάλι διαθέτει ένα κέρδος ισχύος ανάλογο μιας ιδιοτιμής του πίνακα $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$. Άρα όταν λόγω χωρικής συσχέτισης κάποια ιδιοδιανύσματα παύουν να είναι γραμμικώς ανεξάρτητα, τότε οι αντίστοιχες ιδιοτιμές τείνουν στο μηδέν και τα αντίστοιχα υποκανάλια παύουν να μεταφέρουν χρήσιμη πληροφορία [21]. Όσο εντονότερο είναι το φαινόμενο, τόσο μικρότερο το πλήθος των ενεργών καναλιών.

Όταν τα υποκανάλια είναι συσχετισμένα, ο πίνακας περιγραφής του καναλιού $\mathbf{H}$ βάσει ενός απλοποιημένου μοντέλου δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_R^{1/2} \cdot \mathbf{H}_W \cdot \mathbf{R}_T^{1/2} \quad (4.56)$$

όπου $\mathbf{R}_T$ είναι ο πίνακας συσχέτισης για την εκπομπή διαστάσεων $M_T \times M_T$ και $\mathbf{R}_R$ είναι ο πίνακας συσχέτισης για την λήψη διαστάσεων $M_R \times M_R$ (για τον υπολογισμό των πινάκων $\mathbf{R}_T$ και $\mathbf{R}_R$ υπάρχουν διάφορα μοντέλα). Χρησιμοποιώντας αυτή την έκφραση για τον πίνακα $\mathbf{H}$ και τη γενική σχέση 4.12, θα καταλήξουμε στον κατάλληλο τύπο για τη χωρητικότητα όταν έχουμε χωρική συσχέτιση. Σημειώνεται πως το απλοποιημένο αυτό μοντέλο ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι οι πίνακες συσχέτισης παραμένουν ίδιοι, ανεξάρτητα του στοιχείου της κεραίας που μετέδωσε ή έλαβε το σήμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

ΧΩΡΟΧΡΟΝΙΚΗ ΜΠΛΟΚ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

5.1 Εισαγωγή

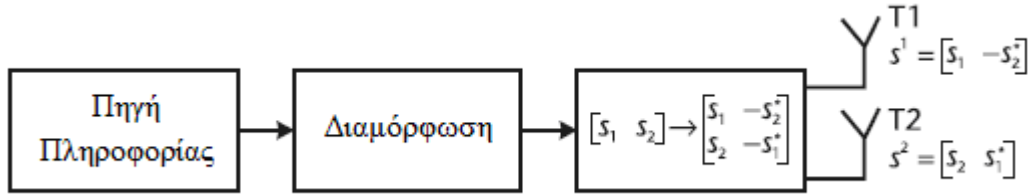
Η χωροχρονική μπλοκ κωδικοποίηση (space time block coding) είναι μια απλή αλλά συνάμα ευφυής τεχνική που χρησιμοποιείται στα MIMO συστήματα, ώστε να αυξηθεί το κέρδος διαφορισμού. Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με τους χωροχρονικούς μπλοκ κώδικες (STBCs) ξεκινώντας από τον κώδικα Alamouti [29] και προχωρώντας σε μεγαλύτερης τάξης κώδικες με αύξηση του πλήθους των στοιχείων των κεραιών σε πομπό ή/και δέκτη. Στη συνέχεια θα εξεταστεί με τη βοήθεια προσομοιώσεων η απόδοση ορισμένων STBCs για διάδοση σε κανάλια τύπου Rayleigh. Σημειώνεται πως στις αναλύσεις που θα ακολουθήσουν, γίνεται δεκτό πως υπάρχει πλήρης γνώση των καναλιών διάδοσης από τη μεριά του δέκτη και ότι οι συρμοί δεδομένων είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους, δηλαδή δεν υφίσταται συσχέτιση ανάμεσα στα κανάλια διάδοσης του MIMO συστήματος.

5.2 Κώδικας Alamouti

Ο Alamouti πρότεινε [29] ένα απλό σχήμα για ένα 2×1 MIMO σύστημα (με δύο κεραιές στον πομπό και μία στο δέκτη), με το οποίο επιτυγχάνεται πλήρες κέρδος διαφορισμού, χρησιμοποιώντας έναν απλό αλγόριθμο αποκωδικοποίησης μέγιστης πιθανοφάνειας στο δέκτη. Στο σχήμα 5.1 βλέπουμε πως τα bits πληροφορίας αρχικά υφίστανται διαμόρφωση, ενώ στη συνέχεια ο κωδικοποιητής παίρνει μια ομάδα δύο διαμορφωμένων συμβόλων s_1 και s_2 σε κάθε φάση κωδικοποίησης και τα δίνει στις κεραιές εκπομπής, σύμφωνα με τη μήτρα S του κώδικα Alamouti:

$$S = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Στη μήτρα S της σχέσης 5.1, η πρώτη στήλη αντιστοιχεί στην πρώτη περίοδο μετάδοσης και η δεύτερη στήλη στη δεύτερη περίοδο μετάδοσης, ενώ η πρώτη και η δεύτερη γραμμή αντιστοιχούν στα σύμβολα που εκπέμπονται από την πρώτη και τη δεύτερη κεραία εκπομπής. Δηλαδή κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου, η πρώτη κεραία εκπέμπει το σύμβολο s_1 και η δεύτερη το s_2 , ενώ κατά τη διάρκεια της δεύτερης περιόδου, η πρώτη κεραία εκπέμπει το $-s_2^*$ και η δεύτερη κεραία το s_1^* .



Σχήμα 5.1: Επεξεργασία εκπομπής για τον κώδικα Alamouti

Επειδή γίνεται εκπομπή και ως προς το χώρο (δύο κεραίες εκπομπής) αλλά και ως το χρόνο (δύο διαστήματα μετάδοσης), λέμε πως έχουμε χωροχρονική κωδικοποίηση. Κοιτώντας τις εξισώσεις

$$\begin{aligned} s^1 &= [s_1, -s_2^*] \\ s^2 &= [s_2, s_1^*] \end{aligned} \quad (5.2)$$

όπου s^1 και s^2 είναι οι αλληλουχίες πληροφορίας που εκπέμπονται από την πρώτη και τη δεύτερη κεραία αντίστοιχα, παρατηρούμε ότι οι αλληλουχίες αυτές είναι ορθογώνιες, δηλαδή το εσωτερικό τους γινόμενο είναι ίσο με μηδέν:

$$\langle s^1, s^2 \rangle = s_1 \cdot s_2^* - s_2^* \cdot s_1 = 0 \quad (5.3)$$

Δεχόμενοι πως υπάρχει μία κεραία λήψης (2 x 1 MIMO σύστημα), τα ληφθέντα σήματα στο δέκτη υπολογίζονται ως ακολούθως, σύμφωνα με το σχήμα 5.2.

Οι συντελεστές εξασθένισης για διάδοση από τις κεραίες T1 και T2 προς τον δέκτη ορίζονται ως $h_1(t)$ και $h_2(t)$ αντίστοιχα. Εφόσον γίνει δεκτό ότι αυτοί οι συντελεστές παραμένουν σταθεροί μεταξύ δύο διαδοχικών διαστημάτων εκπομπής (T η διάρκεια του συμβόλου), τότε ισχύει:

$$\begin{aligned} h_1(t) &= h_1(t + T) = h_1 = |h_1| e^{j\theta_1} \\ h_2(t) &= h_2(t + T) = h_2 = |h_2| e^{j\theta_2} \end{aligned} \quad (5.4)$$

όπου $|h_i|$ και θ_i , $i = 1, 2$ είναι το κέρδος πλάτους και η μετατόπιση φάσης για το μονοπάτι διάδοσης από την κεραία T_i μέχρι το δέκτη. Τα ληφθέντα από το δέκτη σήματα δίνονται από τις σχέσεις

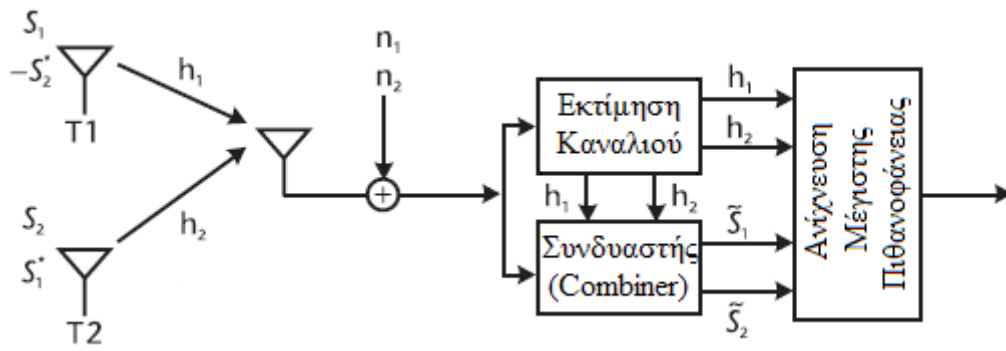
$$\begin{aligned} r_1 &= h_1 \cdot s_1 + h_2 \cdot s_2 + n_1 \\ r_2 &= -h_1 \cdot s_2^* + h_2 \cdot s_1^* + n_2 \end{aligned} \quad (5.5)$$

όπου n_1 και n_2 είναι ανεξάρτητες μιγαδικές μεταβλητές με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία μεταβλητότητα που αντιπροσωπεύουν δείγματα προσθετικού λευκού γκαουσιανού θορύβου τις χρονικές στιγμές t και $t + T$ αντίστοιχα.

Εφόσον είναι δυνατή η πλήρης ανάκτηση των συντελεστών εξασθένησης h_1 και h_2 στο δέκτη, τότε τα ληφθέντα σήματα συνδυάζονται ως εξής [20]:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_1 &= h_1^* \cdot r_1 + h_2 \cdot r_2^* \\ \tilde{s}_2 &= h_2^* \cdot r_1 - h_1 \cdot r_2^*\end{aligned}\quad (5.6)$$

και εν συνεχεία αποστέλλονται στον ανιχνευτή μέγιστης πιθανοφάνειας. Η αποκωδικοποίηση, τόσο όσον αφορά τον κώδικα Alamouti αλλά και σχετικά με τους μεγαλύτερης τάξης STBCs, θα εξεταστεί εκτενέστερα σε επόμενη παράγραφο.



Σχήμα 5.2: Επεξεργασία λήψης για τον κώδικα Alamouti

Όπως ειπώθηκε και προηγουμένως, οι μεταδόσεις των δύο κεραιών εκπομπής στο σχήμα Alamouti είναι πάντα μεταξύ τους ορθογώνιες. Αυτό σημαίνει πως ο δέκτης λαμβάνει δύο πλήρως ορθογώνιους συρμούς δεδομένων, επομένως το κέρδος διαφορισμού εκπομπής (transmit diversity gain) είναι ίσο με 2. Αν υποθεθεί πως υπάρχουν δύο ξεχωριστές προς εκπομπή ακολουθίες S και $\hat{S}$, με διαφορετικά μεταξύ τους σύμβολα, τότε η μήτρα διαφοράς λέξης του κώδικα (code word difference matrix) θα δίνεται από τη σχέση

$$\text{Dif}(S, \hat{S}) = \begin{bmatrix} s_1 - \hat{s}_1 & -s_2^* + \hat{s}_2^* \\ s_2 - \hat{s}_2 & s_1^* - \hat{s}_1^* \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Εφόσον οι γραμμές της μήτρας του κώδικα Alamouti είναι ορθογώνιες, τότε και οι γραμμές της μήτρας διαφοράς λέξης του κώδικα θα είναι ορθογώνιες. Η μήτρα απόστασης λέξης του κώδικα (code word distance matrix) προκύπτει ως εξής:

$$\text{Dis}(S, \hat{S}) = \text{Dif}(S, \hat{S}) \cdot \text{Dif}^H(S, \hat{S}) \Rightarrow$$

$$\text{Dis}(S, \hat{S}) = \begin{bmatrix} |s_1 - \hat{s}_1|^2 + |s_2 - \hat{s}_2|^2 & 0 \\ 0 & |s_1 - \hat{s}_1|^2 + |s_2 - \hat{s}_2|^2 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Εφόσον οι προς εκπομπή ακολουθίες S και $\hat{S}$ έχουν διαφορετικά μεταξύ τους σύμβολα, τότε

$$(s_1, s_2) \neq (\hat{s}_1, \hat{s}_2) \quad (5.9)$$

Επομένως, είναι προφανές πως οι μήτρες απόστασης για οποιοδήποτε ζεύγος ξεχωριστών προς εκπομπή ακολουθιών S και $\hat{S}$ είναι πλήρους βαθμού 2 κι άρα αποδεικνύεται ότι το σχήμα Alamouti προσφέρει όντως κέρδος διαφορισμού εκπομπής ίσο με $M_T = 2$. Όπως είναι αναμενόμενο, η ορίζουσα της μήτρας Dis θα δίνεται από τη σχέση

$$\det(\text{Dis}(S, \hat{S})) = (|s_1 - \hat{s}_1|^2 + |s_2 - \hat{s}_2|^2)^2 \quad (5.10)$$

κι επομένως η μήτρα Dis έχει δύο ταυτόσημες ιδιοτιμές, το οποίο σημαίνει πως το κέρδος κωδικοποίησης (coding gain) είναι ίσο με 1. Για τον κώδικα Alamouti (και κατ' επέκταση για όλους τους STBCs) αυτό είναι ένα σαφές μειονέκτημα σε σχέση με τους χωροχρονικούς trellis κώδικες (STTCs), αφού επιτυγχάνει μεν πλήρες κέρδος διαφορισμού εκπομπής χωρίς γνώση της κατάστασης του καναλιού (CSI - channel state information) από τη μεριά του πομπού, όχι όμως και κέρδος κωδικοποίησης (εκτός βέβαια αν ο πομπός κατέχει γνώση του καναλιού).

Ο Alamouti στη συνέχεια επέκτεινε το απλό σχήμα για το 2×1 MIMO σύστημα στη γενική περίπτωση όπου έχουμε 2 κεραίες εκπομπής και M_R κεραίες λήψης κι έδειξε πως το σχήμα τότε προσφέρει κέρδος διαφορισμού της τάξης του $2M_R$. Γενικά, τα χαρακτηριστικά/πλεονεκτήματα του σχήματος Alamouti είναι ότι:

- Δεν απαιτείται ανάδραση από το δέκτη στον πομπό, γιατί μπορεί να επιτευχθεί πλήρες κέρδος διαφορισμού εκπομπής χωρίς να χρειάζεται γνώση της κατάστασης του καναλιού από τη μεριά του πομπού.
- Δεν επεκτείνεται το εύρος ζώνης, επειδή ο υπάρχων στον κώδικα πλεονασμός εφαρμόζεται στο πεδίο του χώρου και όχι στο πεδίο του χρόνου ή της συχνότητας.
- Δε χρειάστηκε ολοκληρωτικός ανασχεδιασμός των ήδη υπάρχοντων συστημάτων ώστε να γίνει η ενσωμάτωση. Για αυτό το λόγο συχνά επιλέγεται αυτή η λύση ώστε να βελτιωθεί η ποιότητα της ζεύξης χωρίς να λάβουν χώρα σημαντικές αλλαγές.

- Η πολυπλοκότητα των κωδικοποιητών/αποκωδικοποιητών είναι ιδιαιτέρως χαμηλή.

5.3 Χωροχρονικοί μπλοκ κώδικες

Ο κώδικας Alamouti όπως είπαμε επιτυγχάνει πλήρες κέρδος διαφορισμού εκπομπής ίσο με $M_T = 2$ (δύο κεραίες εκπομπής), ενώ χρησιμοποιώντας στο δέκτη έναν πολύ απλό αλγόριθμο αποκωδικοποίησης μέγιστης πιθανοφάνειας προσφέρει επιπρόσθετα πλήρες κέρδος διαφορισμού λήψης της τάξης του M_R . Επομένως μπορεί να εγγυηθεί ένα συνολικό κέρδος διαφορισμού ίσο με $2M_R$ χωρίς γνώση του καναλιού στον πομπό. Αυτό συμβαίνει γιατί οι ακολουθίες που παράγονται από τις δύο κεραίες εκπομπής είναι ορθογώνιες μεταξύ τους. Βάσει αυτού, το σχήμα Alamouti γενικεύτηκε για αυθαίρετο πλήθος κεραιών εκπομπής χρησιμοποιώντας ορθογώνια σχεδίαση. Τα γενικευμένα σχήματα που προέκυψαν αναφέρονται ως χωροχρονικοί μπλοκ κώδικες (STBCs) [30] και μπορούν να επιτύχουν πλήρες κέρδος διαφορισμού της τάξεως του $M_T M_R$, χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο αποκωδικοποίησης μέγιστης πιθανοφάνειας βασισμένο μόνο σε γραμμική επεξεργασία των ληφθέντων σημάτων [31].

Έστω M_T το πλήθος των κεραιών εκπομπής και p ο αριθμός των χρονικών περιόδων εκπομπής για κάθε μπλοκ κωδικοποιημένων συμβόλων. Σε κάθε κύκλο κωδικοποίησης ένας συρμός km bits πληροφορίας υφίσταται διαμόρφωση (ο σηματικός αστερισμός του σχήματος διαμόρφωσης αποτελείται από 2^m σημεία) με αποτέλεσμα κάθε ομάδα m bits να αντιστοιχίζεται σε κάποιο εκ των k διαμορφωμένων συμβόλων $s_1, s_2, \dots, s_k$. Αυτά τα σύμβολα επεξεργάζονται ακολούθως από έναν χωροχρονικό μπλοκ κωδικοποιητή και με αυτό τον τρόπο δημιουργούνται M_T παράλληλες ακολουθίες σημάτων μήκους p , όπως φαίνεται στο σχήμα 5.3. Έτσι γεννάται η μήτρα εκπομπής S διαστάσεων $M_T \times p$. Αυτές οι ακολουθίες εκπέμπονται από τις M_T κεραίες εκπομπής ταυτόχρονα σε p χρονικές περιόδους. Είναι προφανές πως ο κωδικοποιητής δέχεται ως είσοδο σε κάθε κύκλο λειτουργίας k το πλήθος σύμβολα και πως χρειάζονται p χρονικές περίοδοι για να γίνει πλήρης εκπομπή της μήτρας συμβόλων S . Ως ρυθμός (rate) του χωροχρονικού μπλοκ κώδικα ορίζεται [20] ο λόγος του πλήθους των συμβόλων που δέχεται ως είσοδο ο κωδικοποιητής προς το πλήθος των κωδικοποιημένων συμβόλων που εκπέμπονται από κάθε κεραία, επομένως ο ρυθμός δίνεται από τη σχέση

$$R = \frac{k}{p} \quad (5.11)$$

Η φασματική ικανότητα (spectral efficiency) του χωροχρονικού μπλοκ κώδικα υπολογίζεται [20] μέσω της σχέσης

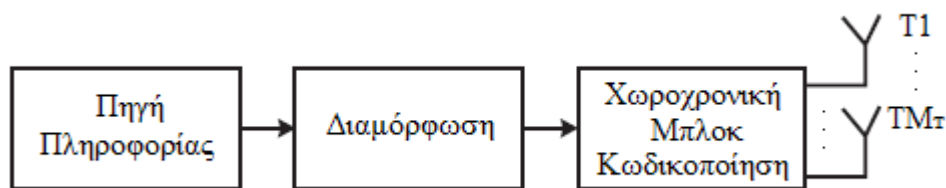
$$\eta = \frac{r_b}{B} = \frac{r_s \cdot m \cdot R}{r_s} = \frac{k \cdot m}{p} = R \cdot m \text{ bits/s/Hz} \quad (5.12)$$

όπου B το εύρος ζώνης και r_b , r_s οι ρυθμοί μετάδοσης bits και συμβόλων αντίστοιχα.

Τα στοιχεία της μήτρας S είναι γραμμικοί συνδυασμοί των k διαμορφωμένων σημάτων s_i , $i = 1, \dots, k$ ή και των συζυγών τους, ενώ η μήτρα S κατασκευάζεται σύμφωνα με ορθογώνια σχεδίαση ούτως ώστε να ισχύει [30]

$$S \cdot S^H = c \cdot (|s_1|^2 + |s_2|^2 + \dots + |s_k|^2) \cdot I_{M_T} \quad (5.13)$$

όπου c μια σταθερά, M_T το πλήθος των κεραιών εκπομπής, S^H ο ερμιτιανός του S και I_{M_T} ο μοναδιαίος πίνακας διαστάσεων $M_T \times M_T$. Αυτή η προσέγγιση αποδίδει κέρδος διαφορισμού λήψης M_T . Οι μήτρες που ικανοποιούν τη σχέση 5.13 είναι με τέτοιο τρόπο κατασκευασμένες ούτως ώστε οι γραμμές και οι στήλες να είναι μεταξύ τους ορθογώνιες (δηλαδή το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ δύο οποιωνδήποτε γραμμών καθώς και μεταξύ δύο οποιωνδήποτε στηλών να είναι ίσο με μηδέν). Υπενθυμίζεται πως όταν οι γραμμές είναι ορθογώνιες τότε είναι και ανεξάρτητες κι επομένως η κάθε μία γραμμή προσφέρει και από μία ιδιοτιμή, άρα η μήτρα είναι πλήρους βαθμού. Ο ρυθμός R του κάθε κώδικα εξαρτάται όμως από τον τρόπο που είναι κατασκευασμένη η αντίστοιχη μήτρα. Σύμφωνα με τη σχέση 5.11 μπορούμε να έχουμε $R = 1$, δηλαδή πλήρη ρυθμό. Στην περίπτωση αυτή δεν επεκτείνεται το εύρος ζώνης, ενώ αντιθέτως όταν ισχύει $R < 1$, τότε το εύρος ζώνης επεκτείνεται κατά $1/R$. Σύμφωνα με την ανάλυση που θα ακολουθήσει στις επόμενες ενότητες, είναι σχετικά εύκολο να επιτευχθεί μοναδιαίος ρυθμός για πραγματικές μήτρες, κάτι το οποίο δε συμβαίνει για μιγαδικές μήτρες. Όμως σημειώνεται πως εφόσον ισχύει η σχέση 5.13, επιτυγχάνεται πάντα πλήρες κέρδος διαφορισμού λόγω της υπάρχουσας ορθογωνιότητας, ανεξαρτήτως του ρυθμού.



Σχήμα 5.3: Επεξεργασία εκπομπής για STBC

5.3.1 Χωροχρονικοί κώδικες για πραγματικούς σηματικούς αστερισμούς

Όπως ειπώθηκε προηγουμένως, ανάλογα με τον τύπο του σηματικού αστερισμού, οι χωροχρονικοί κώδικες χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: σε αυτούς που αφορούν πραγματικά και σε αυτούς που αφορούν φανταστικά προς μετάδοση σήματα. Στην παρούσα ενότητα θα εξεταστούν οι STBCs πραγματικών σημάτων.

Θεωρούμε πως έχουμε τετράγωνες μήτρες μετάδοσης, οι οποίες υπάρχουν μόνο αν το πλήθος των στοιχείων του πομπού είναι δύναμη του 2. Αυτοί οι κώδικες είναι προφανώς πλήρους ρυθμού ($R = 1$) αφού η μήτρα είναι τετράγωνη ($k = p$) και προσφέρουν πλήρες κέρδος διαφορισμού εκπομπής ίσο με M_T . Οι μήτρες αυτές για $M_T = 2, 4$ και 8 δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις [31]:

$$S_2 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 \\ s_2 & s_1 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$S_4 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 \\ s_4 & s_3 & -s_2 & s_1 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$S_8 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & -s_5 & -s_6 & -s_7 & -s_8 \\ s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 & -s_6 & s_5 & s_8 & -s_7 \\ s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 & -s_7 & -s_8 & s_5 & s_6 \\ s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 & -s_8 & s_7 & -s_6 & s_5 \\ s_5 & s_6 & s_7 & s_8 & s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \\ s_6 & -s_5 & s_8 & -s_7 & s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 \\ s_7 & -s_8 & s_5 & s_6 & s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 \\ s_8 & s_7 & -s_6 & -s_5 & s_4 & s_3 & -s_2 & s_1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Οι παραπάνω μήτρες έχουν ανεξάρτητες γραμμές και στήλες κι επομένως ικανοποιούν τη σχέση 5.13. Μπορεί πολύ εύκολα να επαληθευτεί ότι ο ρυθμός και για τις τρεις αυτές μήτρες είναι πράγματι μοναδιαίος. Για παράδειγμα, για την μήτρα S_4 έχουμε:

- $k = 4$: όπως βλέπουμε από τα στοιχεία της μήτρας S_4 έχουμε 4 σύμβολα προς μετάδοση (s_1, s_2, s_3 και s_4).
- $p = 4$: έχουμε τόσες περιόδους μετάδοσης όσες είναι και οι στήλες της μήτρας S_4 , δηλαδή 4.
- $M_T = 4$: το πλήθος των κεραιών εκπομπής προκύπτει από το πλήθος των γραμμών της μήτρας S_4 , που είναι 4 (επομένως το μέγεθος του χωροχρονικό κώδικα είναι 4).

Επομένως για το ρυθμό R του κώδικα με μήτρα S_4 ισχύει

$$R = \frac{k}{p} = \frac{4}{4} = 1 \quad (5.17)$$

άρα όντως ο ρυθμός είναι μοναδιαίος.

Επειδή όμως ο μοναδιαίος ρυθμός είναι πάντα επιθυμητός, καθώς οδηγεί και σε αποδοτικότερη χρήση του εύρους ζώνης, είναι επιθυμητό να είναι εφικτή η σχεδίαση αντίστοιχων σχημάτων, όπως στις τρεις προαναφερθείσες περιπτώσεις, και όταν έχουμε εν γένει αυθαίρετο πλήθος κεραιών εκπομπής. Για να συμβεί αυτό, πρέπει να ικανοποιούνται κάποιοι συγκεκριμένοι κανόνες [30], οι οποίοι εφαρμόζονται για τετραγωνικές και μη τετραγωνικές μήτρες. Συγκεκριμένα, για M_T το πλήθος κεραιές εκπομπής, η μικρότερη δυνατή τιμή περιόδων εκπομπής p για την οποία επιτυγχάνεται πλήρης (μοναδιαίος) ρυθμός R δίνεται από τη σχέση:

$$p = \min(2^{4c+d}) \quad (5.18)$$

όπου η ελαχιστοποίηση λαμβάνει χώρα για τις ακόλουθες τιμές των c, d :

$$c, d \mid 0 \leq c, 0 \leq d \leq 4 \text{ and } 8c + 2^d \geq M_T \quad (5.19)$$

Βάσει των σχέσεων 5.18 και 5.19 σχεδιάζονται οι ακόλουθες μη τετραγωνικές μήτρες μεγέθους 3, 5, 6, 7 για πραγματικά σήματα [30], με τη βοήθεια των οποίων υλοποιείται ο στόχος του πλήρους ρυθμού ($R = 1$) και του πλήρους κέρδους διαφορισμού:

$$S_3 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$$S_5 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & -s_5 & -s_6 & -s_7 & -s_8 \\ s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 & -s_6 & s_5 & s_8 & -s_7 \\ s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 & -s_7 & -s_8 & s_5 & s_6 \\ s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 & -s_8 & s_7 & -s_6 & s_5 \\ s_5 & s_6 & s_7 & s_8 & s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$S_6 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & -s_5 & -s_6 & -s_7 & -s_8 \\ s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 & -s_6 & s_5 & s_8 & -s_7 \\ s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 & -s_7 & -s_8 & s_5 & s_6 \\ s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 & -s_8 & s_7 & -s_6 & s_5 \\ s_5 & s_6 & s_7 & s_8 & s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \\ s_6 & -s_5 & s_8 & -s_7 & s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$S_7 = \begin{bmatrix} S_1 & -S_2 & -S_3 & -S_4 & -S_5 & -S_6 & -S_7 & -S_8 \\ S_2 & S_1 & -S_4 & S_3 & -S_6 & S_5 & S_8 & -S_7 \\ S_3 & S_4 & S_1 & -S_2 & -S_7 & -S_8 & S_5 & S_6 \\ S_4 & -S_3 & S_2 & S_1 & -S_8 & S_7 & -S_6 & S_5 \\ S_5 & S_6 & S_7 & S_8 & S_1 & -S_2 & -S_3 & -S_4 \\ S_6 & -S_5 & S_8 & -S_7 & S_2 & S_1 & S_4 & -S_3 \\ S_7 & -S_8 & S_5 & S_6 & S_3 & -S_4 & S_1 & S_2 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Για παράδειγμα, στην περίπτωση της μήτρας S_6 έχουμε $k = 8$ προς εκπομπή σύμβολα, $p = 8$ περιόδους εκπομπής και $M_T = 6$ κεραίες εκπομπής. Επομένως ο κώδικας αυτός είναι πλήρους κέρδους διαφορισμού ($M_T = 6$), ενώ για το ρυθμό ισχύει

$$R = \frac{k}{p} = \frac{8}{8} = 1 \quad (5.24)$$

όπως ήταν αναμενόμενο.

5.3.2 Χωροχρονικοί κώδικες για μιγαδικούς σηματοδότησους αστερισμούς

Σε αυτή την ενότητα θα εξεταστούν οι STBCs μιγαδικών σημάτων. Τα στοιχεία των αντίστοιχων πινάκων αποτελούνται από γραμμικούς συνδυασμούς των μιγαδικών συμβόλων s_i , $i = 1, \dots, k$ καθώς και των συζυγών τους. Ο κώδικας Alamouti ανήκει προφανώς σε αυτή την κατηγορία STBCs και μάλιστα είναι ο απλούστερος δυνατός κώδικας μιγαδικών συμβόλων, καθώς αφορά δύο κεραίες εκπομπής. Υπενθυμίζεται η μήτρα του κώδικα Alamouti:

$$G_2 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Το κέρδος διαφορισμού του κώδικα Alamouti είναι όπως έχουμε ήδη αναφερθεί ίσο με 2, ενώ πρέπει να τονιστεί πως αυτός είναι ο μοναδικός STBC μιγαδικών σημάτων που μπορεί να προσφέρει μοναδιαίο ρυθμό [32]. Για αυτό το λόγο έχει γνωρίσει ευρεία εφαρμογή για σχήματα διαμόρφωσης ανώτερα της BPSK, τα οποία έχουν μιγαδικό σηματοδότησους αστερισμό).

Οι κανόνες σχεδιασμού που έχουν ήδη αναφερθεί για τους κώδικες πραγματικών σημάτων ισχύουν και για αυτή την κατηγορία κωδικών. Η μήτρα σχεδιάζεται με σκοπό να ικανοποιείται η εξίσωση 5.13, ενώ ταυτόχρονα είναι επιθυμητή η ελαχιστοποίηση της τιμής για το p , ώστε η διάρκεια κωδικοποίησης/αποκωδικοποίησης για σταθερό πλήθος συμβόλων να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη. Ακολουθούν οι μιγαδικές ορθογώνιες μήτρες

για κεραιές εκπομπής $M_T = 3$ καθώς και $M_T = 4$, με χρήση των οποίων επιτυγχάνεται ρυθμός ίσος με $\frac{1}{2}$ [31]:

$$G_3 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & s_1^* & -s_2^* & -s_3^* & -s_4^* \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 & s_2^* & s_1^* & s_4^* & -s_3^* \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 & s_3^* & -s_4^* & s_1^* & s_2^* \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$G_4 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & s_1^* & -s_2^* & -s_3^* & -s_4^* \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 & s_2^* & s_1^* & s_4^* & -s_3^* \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 & s_3^* & -s_4^* & s_1^* & s_2^* \\ s_4 & s_3 & -s_2 & s_1 & s_4^* & s_3^* & -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Οι χωροχρονικοί κώδικες που σχετίζονται με τις ορθογώνιες μήτρες G_3 και G_4 εκπέμπουν $k = 4$ μιγαδικά σύμβολα (s_1, s_2, s_3 και s_4) ή και τα συζυγή τους σε $p = 8$ χρονικά διαστήματα, επομένως έχουν ρυθμό $R = \frac{1}{2}$. Επίσης, το κέρδος διαφορισμού της G_3 είναι ίσο με $M_T = 3$, ενώ για την G_4 , το κέρδος είναι ίσο με $M_T = 4$.

Για μεγαλύτερο ρυθμό από $\frac{1}{2}$, οδηγούμαστε υποχρεωτικά σε πιο πολύπλοκους κώδικες. Οι ακόλουθοι κώδικες μεγέθους 3 και 4 αντίστοιχα προσφέρουν ρυθμό της τάξης του $\frac{3}{4}$, εφόσον $k = 3$ και $p = 4$ [31].

$$H_3 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}} \\ s_2 & s_1^* & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{-s_3^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{-s_1 - s_1^* + s_2 - s_2^*}{2} & \frac{s_1 - s_1^* + s_2 + s_2^*}{2} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}} \\ s_2 & s_1^* & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{-s_3^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{-s_1 - s_1^* + s_2 - s_2^*}{2} & \frac{s_1 - s_1^* + s_2 + s_2^*}{2} \\ \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{-s_3}{\sqrt{2}} & \frac{s_1 - s_1^* - s_2 - s_2^*}{2} & \frac{-s_1 - s_1^* - s_2 + s_2^*}{2} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Η έρευνα για κώδικες μιγαδικών σημάτων με ρυθμό μεγαλύτερο του 0.5 ακόμα ανοικτή.

5.4 Αποκωδικοποίηση χωροχρονικών μπλοκ κωδικών

Σε αυτή την ενότητα θα ασχοληθούμε με την αποκωδικοποίηση των χωροχρονικών μπλοκ κωδικών G_2 (Alamouti), G_3 και G_4 , των οποίων η απόδοση θα προσομοιωθεί για διάδοση σε περιβάλλον Rayleigh.

5.4.1 Αποκωδικοποίηση του κώδικα Alamouti (G_2)

Υπενθυμίζεται πως η μήτρα του χωροχρονικού κώδικα Alamouti δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$G_2 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

κι επομένως τα ληφθέντα σήματα στο δέκτη υπολογίζονται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}^T = [h_1 \ h_2] \cdot \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}^T \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot s_1 + h_2 \cdot s_2 \\ -h_1 \cdot s_2^* + h_2 \cdot s_1^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} r_1 &= h_1 \cdot s_1 + h_2 \cdot s_2 + n_1 \\ r_2 &= -h_1 \cdot s_2^* + h_2 \cdot s_1^* + n_2 \end{aligned} \quad (5.31)$$

όπου h_1 και h_2 είναι οι συντελεστές εξασθένισης (για τις προσομοιώσεις μας θα εκφράζουν διάδοση σε Rayleigh κανάλι), ενώ n_1 και n_2 είναι ανεξάρτητες μιγαδικές μεταβλητές με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία μεταβλητότητα που αντιπροσωπεύουν δείγματα προσθετικού λευκού γκαουσιανού θορύβου.

Στη συνέχεια, όπως έχουμε ήδη αναφερθεί, τα ληφθέντα σήματα r_1 και r_2 συνδυάζονται με γραμμικό τρόπο στο δέκτη:

$$\begin{aligned} \tilde{s}_1 &= h_1^* \cdot r_1 + h_2 \cdot r_2^* \\ \tilde{s}_2 &= h_2^* \cdot r_1 - h_1 \cdot r_2^* \end{aligned} \quad (5.32)$$

Οι εξισώσεις της σχέσης 5.32 μπορούν να γραφούν με τη βοήθεια πινάκων ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2^* \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Από τη σχέση 5.31 υπολογίζεται ο συζυγής του r_2 :

$$r_2^* = -h_1^* \cdot s_2 + h_2^* \cdot s_1 + n_2^* \quad (5.34)$$

κι επομένως

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \cdot s_1 + h_2 \cdot s_2 \\ -h_1^* \cdot s_2 + h_2^* \cdot s_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2^* \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2^* \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Η σχέση 5.33 με τη βοήθεια της 5.35 λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{bmatrix} \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2^* \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

Στις μήτρες της σχέσης 5.36 αποδίδονται οι ακόλουθες ονομασίες:

$$S = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}, \tilde{S} = \begin{bmatrix} \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_2 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2^* \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Είναι προφανές πως η μήτρα H_2 είναι η ερμιτιανή (αναστροφосуζυγής) της H_1 , δηλαδή ισχύει

$$H_1 = H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix}$$

$$H_2 = H^H = \begin{bmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Λόγω της σχέσης ανάμεσα σε αυτές τις δύο μήτρες, η σχέση 5.36 λαμβάνει τη μορφή

$$\tilde{S} = H^H \cdot H \cdot S + H^H \cdot N \quad (5.39)$$

Επίσης ισχύει

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}^H \cdot \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2 & -h_1^* \end{bmatrix} \Rightarrow \\
 \mathbf{H}^H \cdot \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} h_1 \cdot h_1^* + h_2 \cdot h_2^* & h_1^* \cdot h_2 - h_1 \cdot h_2^* \\ h_1 \cdot h_2^* - h_1^* \cdot h_2 & h_1 \cdot h_1^* + h_2 \cdot h_2^* \end{bmatrix} \Rightarrow \\
 \mathbf{H}^H \cdot \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} |h_1|^2 + |h_2|^2 & 0 \\ 0 & |h_1|^2 + |h_2|^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \\
 \mathbf{H}^H \cdot \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} = a \cdot \mathbf{I}_2, \text{ όπου } a = |h_1|^2 + |h_2|^2 \quad (5.40)
 \end{aligned}$$

Η σχέση 5.39 λαμβάνει πλέον τη μορφή

$$\tilde{\mathbf{S}} = a \cdot \mathbf{I}_2 \cdot \mathbf{S} + \mathbf{H}^H \cdot \mathbf{N} = a \cdot \mathbf{S} + \mathbf{H}^H \cdot \mathbf{N} \quad (5.41)$$

Η απόφαση σχετικά με τις ορθές τιμές των συμβόλων s_1 και s_2 , σύμφωνα με τον αλγόριθμο της μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood algorithm), βασίζεται στο ακόλουθο κριτήριο αποκωδικοποίησης [6]:

$$\mathbf{S} = \underset{\mathbf{S} \in \mathcal{C}}{\operatorname{argmin}} \|\tilde{\mathbf{S}} - a \cdot \mathbf{S}\|^2 \quad (5.42)$$

όπου $\mathcal{C}$ είναι ο σηματικός αστερισμός του σχήματος διαμόρφωσης που έχει χρησιμοποιηθεί. Όπως βλέπουμε, το ζητούμενο είναι η εύρεση του ζεύγους τιμών των συμβόλων s_1 και s_2 για τις οποίες ελαχιστοποιείται η απόσταση της σχέσης 5.42.

5.4.2 Αποκωδικοποίηση STBCs μεγαλύτερης τάξης

Η ίδια διαδικασία με αυτή για τον κώδικα Alamouti ακολουθείται και για την αποκωδικοποίηση κωδικών μεγαλύτερης τάξης.

- **Κώδικας G_3**

Για τον κώδικα G_3 έχουμε $M_T = 3$ κεραίες εκπομπής, $k = 4$ προς εκπομπή σύμβολα και $p = 8$ χρονικές περιόδους εκπομπής, ενώ η αντίστοιχη μήτρα δίνεται από τη σχέση

$$G_3 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & s_1^* & -s_2^* & -s_3^* & -s_4^* \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 & s_2^* & s_1^* & s_4^* & -s_3^* \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 & s_3^* & -s_4^* & s_1^* & s_2^* \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

Ο πίνακας H σε αυτή την περίπτωση λαμβάνει τη μορφή

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & 0 \\ h_2 & -h_1 & 0 & -h_3 \\ h_3 & 0 & -h_1 & h_2 \\ 0 & h_3 & -h_2 & -h_1 \\ h_1^* & h_2^* & h_3^* & 0 \\ h_2^* & -h_1^* & 0 & -h_3^* \\ h_3^* & 0 & -h_1^* & h_2^* \\ 0 & h_3^* & -h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

ενώ η σταθερά a προκύπτει ίση με

$$a = 2 \cdot (|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2) \quad (5.45)$$

Ισχύει επομένως

$$\tilde{S} = a \cdot I_4 \cdot S + H^H \cdot N = a \cdot S + H^H \cdot N \quad (5.46)$$

όπου το διάνυσμα N του θορύβου αποτελείται από $p = 8$ στοιχεία. Το κριτήριο αποκωδικοποίησης είναι και σε αυτή την περίπτωση

$$S = \arg \min_{S \in C} \|\tilde{S} - a \cdot S\|^2 \quad (5.47)$$

• Κώδικας G_4

Για τον κώδικα G_4 έχουμε $M_T = 4$ κεραίες εκπομπής, $k = 4$ προς εκπομπή σύμβολα και $p = 8$ χρονικές περιόδους εκπομπής, ενώ η αντίστοιχη μήτρα δίνεται από τη σχέση

$$G_4 = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & s_1^* & -s_2^* & -s_3^* & -s_4^* \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 & s_2^* & s_1^* & s_4^* & -s_3^* \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 & s_3^* & -s_4^* & s_1^* & s_2^* \\ s_4 & s_3 & -s_2 & s_1 & s_4^* & s_3^* & -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Ο πίνακας H σε αυτή την περίπτωση λαμβάνει τη μορφή

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ h_2 & -h_1 & h_3 & -h_3 \\ h_3 & -h_3 & -h_1 & h_2 \\ 0 & h_3 & -h_2 & -h_1 \\ h_1^* & h_2^* & h_3^* & 0 \\ h_2^* & -h_1^* & 0 & -h_3^* \\ h_3^* & 0 & -h_1^* & h_2^* \\ 0 & h_3^* & -h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

ενώ η σταθερά a προκύπτει ίση με

$$a = 2 \cdot (|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2 + |h_4|^2) \quad (5.50)$$

5.4.3 Αποκωδικοποίηση με στοιχειοκεραία στο δέκτη

Στην περίπτωση κατά την οποία υπάρχουν περισσότερες από μία κεραίες στο δέκτη, οι οποίες είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, δηλαδή δεν υπάρχει συσχέτιση των ληφθέντων σημάτων, το κριτήριο αποκωδικοποίησης λαμβάνει τη μορφή [6]

$$S = \arg \min_{S \in \mathcal{C}} \sum_{i=1}^M \|S_i - a_i \cdot S\|^2 \quad (5.51)$$

όπου M το πλήθος των κεραιών στη λήψη, ενώ οι σταθερές a_i αφορούν στο αντίστοιχο κανάλι για κάθε δέκτη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ

6.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων - σύμφωνα με τους κώδικες που επισυνάπτονται στο τέλος του κεφαλαίου - αναφορικά με:

- την πιθανότητα σφάλματος βασικών σχημάτων διαμόρφωσης, όταν έχουμε διάδοση σε AWGN ή Rayleigh κανάλι.
- τη χωρητικότητα MIMO συστημάτων με ασυσχέτιστα υποκανάλια, όταν έχουμε διάδοση σε Rayleigh κανάλι, άγνωστο στον πομπό.
- την πιθανότητα σφάλματος για MIMO σύστημα και διάδοση σε Rayleigh κανάλι, όταν γίνεται χρήση STBCs.

6.2 Απόδοση βασικών σχημάτων διαμόρφωσης

Σε αυτή την ενότητα θα προσομοιωθεί η διάδοση στο ασύρματο περιβάλλον για βασικά σχήματα διαμόρφωσης (BPSK, QPSK, 8PSK, 16QAM και 64QAM) και θα συγκριθούν τα αποτελέσματα με τα θεωρητικώς αναμενόμενα, βάσει της ανάλυσης του 3^{ου} κεφαλαίου. Αρχικά θα ασχοληθούμε με τη διάδοση σε AWGN κανάλι, ενώ εν συνεχεία θα δεχτούμε πως το μεταδιδόμενο σήμα υφίσταται διαλείψεις Rayleigh.

• AWGN κανάλι

Για διάδοση σε AWGN κανάλι, οι πιθανότητες λάθους συμβόλου (P_s) συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου ανά σύμβολο ($SNR_s = E_s/N_0$) για όλα τα προαναφερθέντα σχήματα διαμόρφωσης, έχουν ήδη υπολογιστεί θεωρητικά στο 3^ο κεφάλαιο και επαναλαμβάνονται εδώ για ευκολία:

$$P_{s,BPSK} = 0.5 \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{SNR_s}\right) \quad (6.1)$$

$$P_{s,QPSK} = \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{SNR_s}{2}}\right) - \frac{1}{4} \cdot \text{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{SNR_s}{2}}\right) \quad (6.2)$$

$$P_{s,8PSK} = \text{erfc}\left(\sqrt{SNR_s} \sin(\pi/8)\right) \quad (6.3)$$

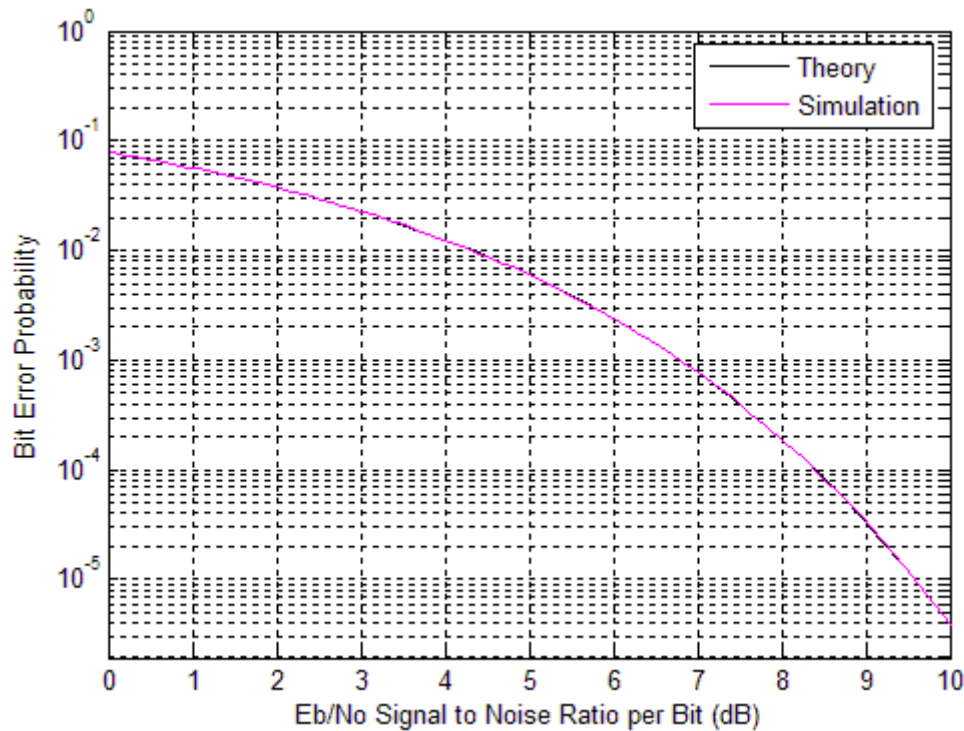
$$P_{S,16QAM} = 1 - \left(1 - \frac{3}{4} \cdot \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{10}} \right) \right)^2 \quad (6.4)$$

$$P_{S,64QAM} = 1 - \left(1 - \frac{7}{8} \cdot \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{\text{SNR}_s}{42}} \right) \right)^2 \quad (6.5)$$

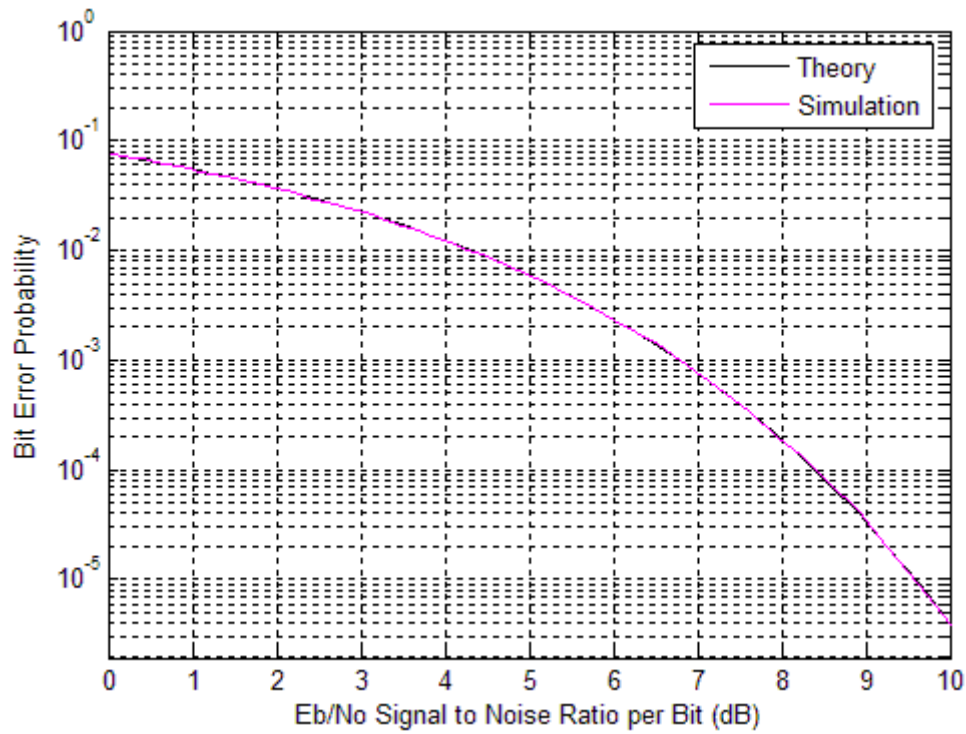
Για να υπολογιστεί η πιθανότητα σφάλματος ανά bit (P_B) συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου ανά bit ($\text{SNR}_B = E_B/N_0$) χρησιμοποιούνται οι ακόλουθοι τύποι μετατροπής:

$$P_s = P_b \cdot \log_2 M \text{ και } \text{SNR}_s = \text{SNR}_b \cdot \log_2 M \quad (6.6)$$

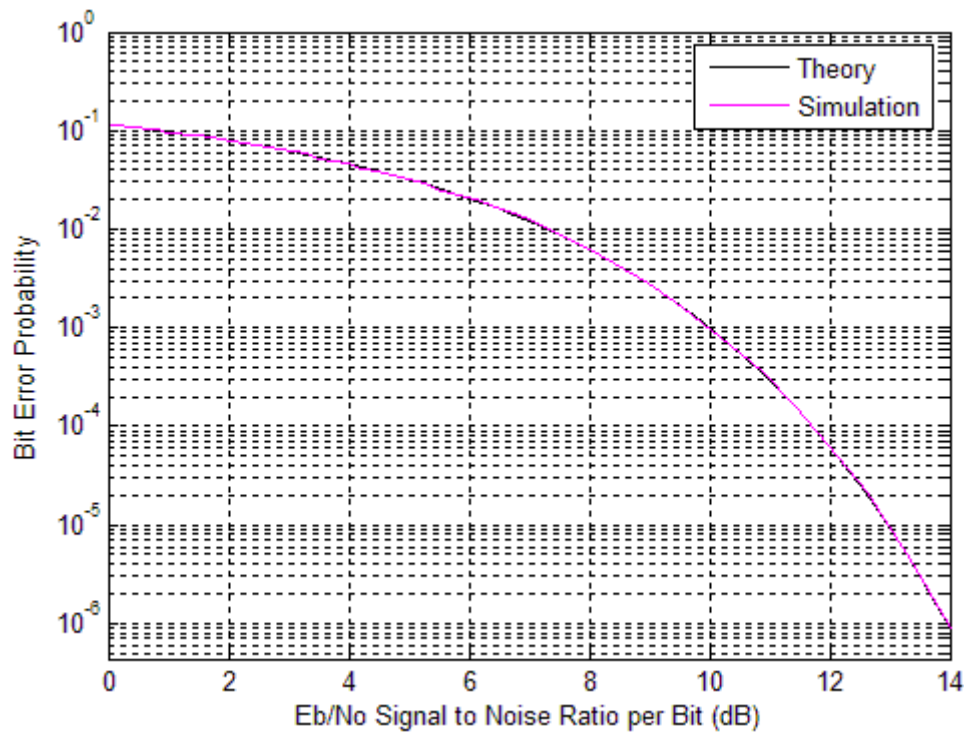
Ακολουθούν οι γραφικές παραστάσεις σε ημιλογαριθμική κλίμακα των πιθανοτήτων σφάλματος ανά bit (bit error probability) συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου ανά bit (signal to noise ratio per bit) σε decibels για τα προαναφερθέντα σχήματα διαμόρφωσης (BPSK, QPSK, 8PSK, 16QAM και 64QAM) και διάδοση σε AWGN κανάλι.



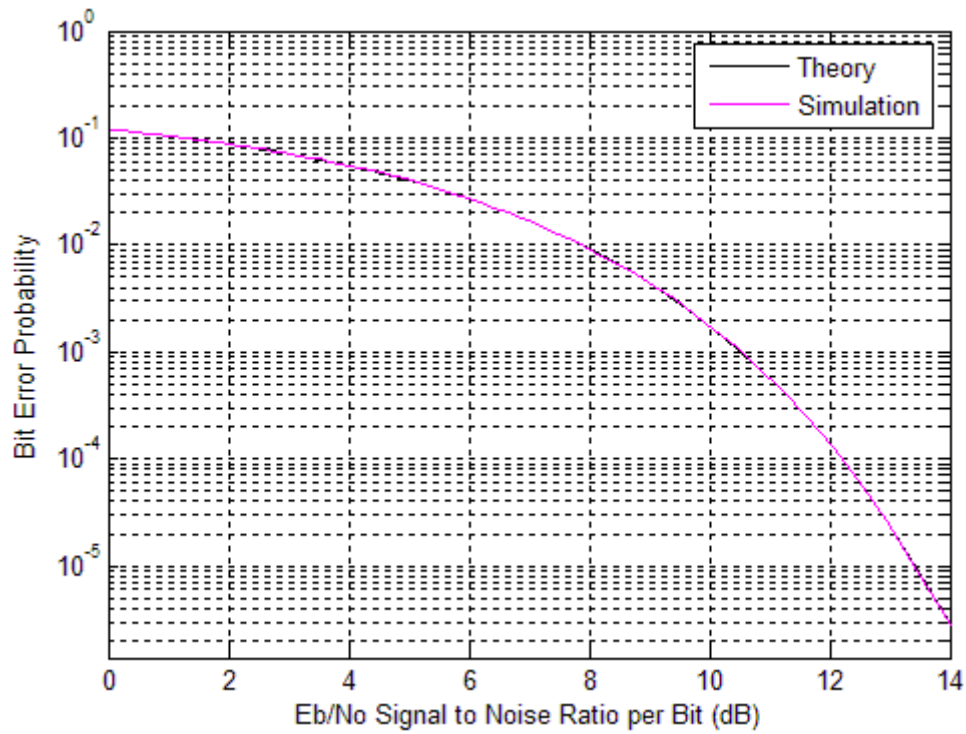
Σχήμα 6.1: Bit Error Probability συναρτήσει του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για BPSK διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι



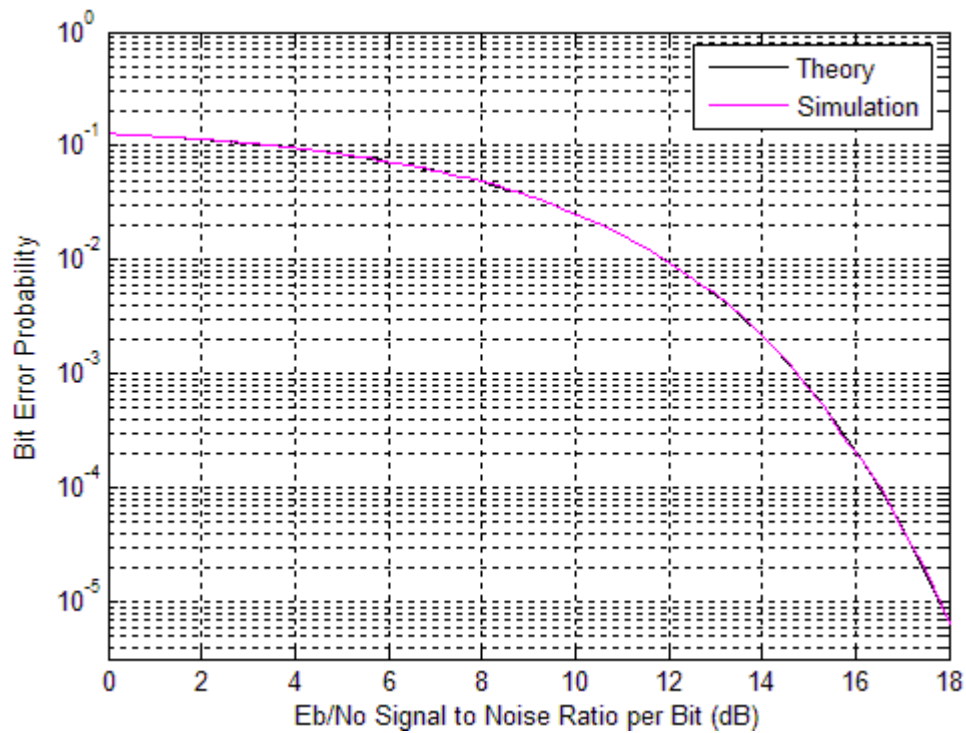
Σχήμα 6.2: Bit Error Probability συνάρτησε του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για QPSK διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι



Σχήμα 6.3: Bit Error Probability συνάρτησε του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 8PSK διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι



Σχήμα 6.4: Bit Error Probability συνάρτησε του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 16QAM διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι



Σχήμα 6.5: Bit Error Probability συνάρτησε του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 64QAM διαμόρφωση και διάδοση σε AWGN κανάλι

Είναι προφανές πως για όλα τα σχήματα διαμόρφωσης υπάρχει απόλυτη ταύτιση μεταξύ θεωρίας και προσομοίωσης για διάδοση σε AWGN κανάλι.

- **Rayleigh κανάλι**

Για διάδοση σε Rayleigh κανάλι, οι πιθανότητες λάθους συμβόλου P_s συναρτήσει του SNR_s δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις, για τα PSK σχήματα διαμόρφωσης:

$$P_{s,BPSK} = \int_0^\infty \alpha \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\alpha^2 \cdot SNR_s}\right) \cdot \exp(-\alpha^2) d\alpha \quad (6.7)$$

$$P_{s,QPSK} = \int_0^\infty \alpha \left[2 \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 \cdot SNR_s}{2}}\right) - \frac{1}{2} \text{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{\alpha^2 \cdot SNR_s}{2}}\right) \right] \exp(-\alpha^2) d\alpha \quad (6.8)$$

$$P_{s,8PSK} = \int_0^\infty 2\alpha \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\alpha^2 \cdot SNR_s} \sin(\pi/8)\right) \cdot \exp(-\alpha^2) d\alpha \quad (6.9)$$

Για τα QAM σχήματα διαμόρφωσης, σύμφωνα με τη θεωρητική ανάλυση του 3^{ου} κεφαλαίου, ισχύει ότι

$$P_{QAM} = \int_0^\infty P_{QAM,\alpha} f(\alpha) d\alpha \quad (6.10)$$

όπου

$$P_{QAM,\alpha} = 1 - (1 - P_{PAM})^2 \quad (6.11)$$

και

$$f(\alpha) = 2\alpha \cdot \exp(-\alpha^2) \quad (6.12)$$

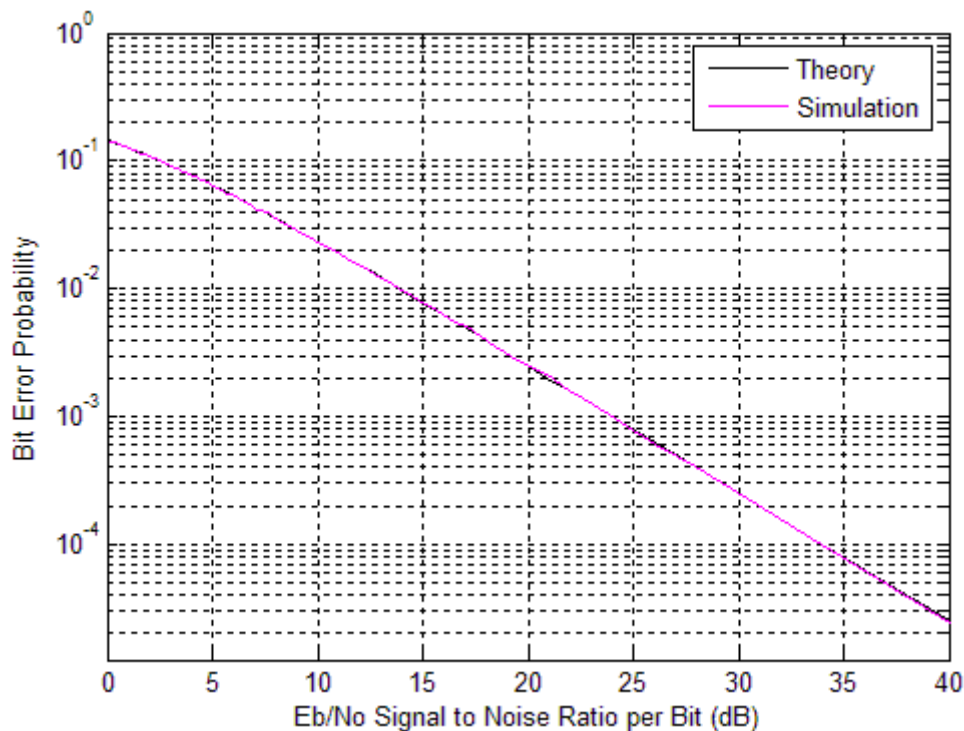
με

$$P_{PAM} = 1 - \frac{1}{L} \left[\text{erfc}\left(\frac{A_L(1-\alpha) - d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}}\right) \right] + \frac{1}{2L} \left[\sum_{i=2}^{i=L-1} \left(\text{erfc}\left(\frac{A_i(1-\alpha) + d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}}\right) - \text{erfc}\left(\frac{A_i(1-\alpha) - d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}}\right) \right) \right] \quad (6.13)$$

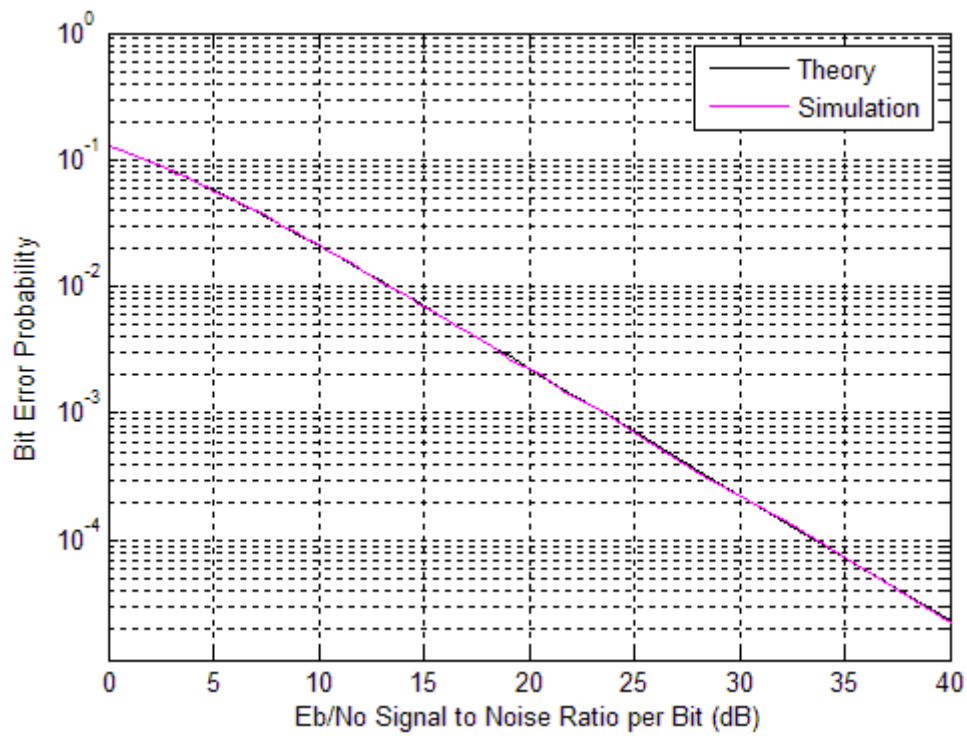
όπου A_i τα πλάτη των σημείων αστερισμού του PAM σχήματος διαμόρφωσης και $\sigma_{QAM} = \sqrt{2} \cdot \sigma_{PAM}$. Για να υπολογιστεί η πιθανότητα σφάλματος ανά bit (P_B) συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου ανά bit ($SNR_B = E_B/N_0$) χρησιμοποιούνται οι ακόλουθοι τύποι μετατροπής, όπως και στην περίπτωση του AWGN καναλιού:

$$P_s = P_b \cdot \log_2 M \text{ και } SNR_s = SNR_b \cdot \log_2 M \quad (6.14)$$

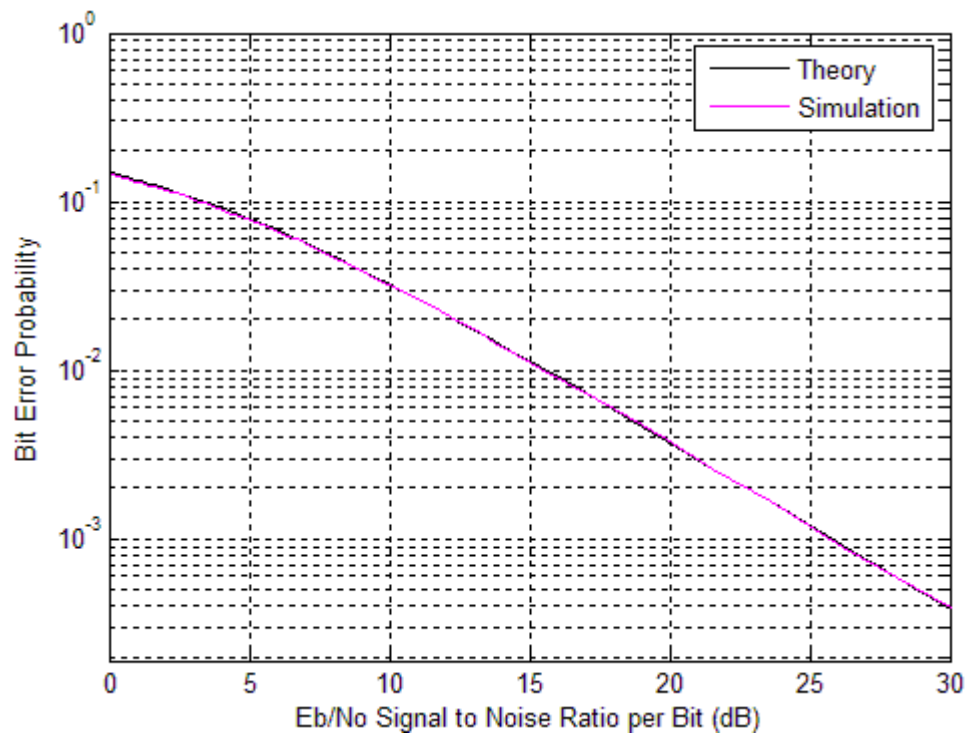
Ακολουθούν οι γραφικές παραστάσεις σε ημιλογαριθμική κλίμακα των BER συναρτήσει του SNR_B (σε dB) για τα προαναφερθέντα σχήματα διαμόρφωσης και για την περίπτωση κατά την οποία έχουμε διάδοση σε Rayleigh κανάλι, καθώς και τα σχετικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τη σύγκριση θεωρίας - προσομοίωσης.



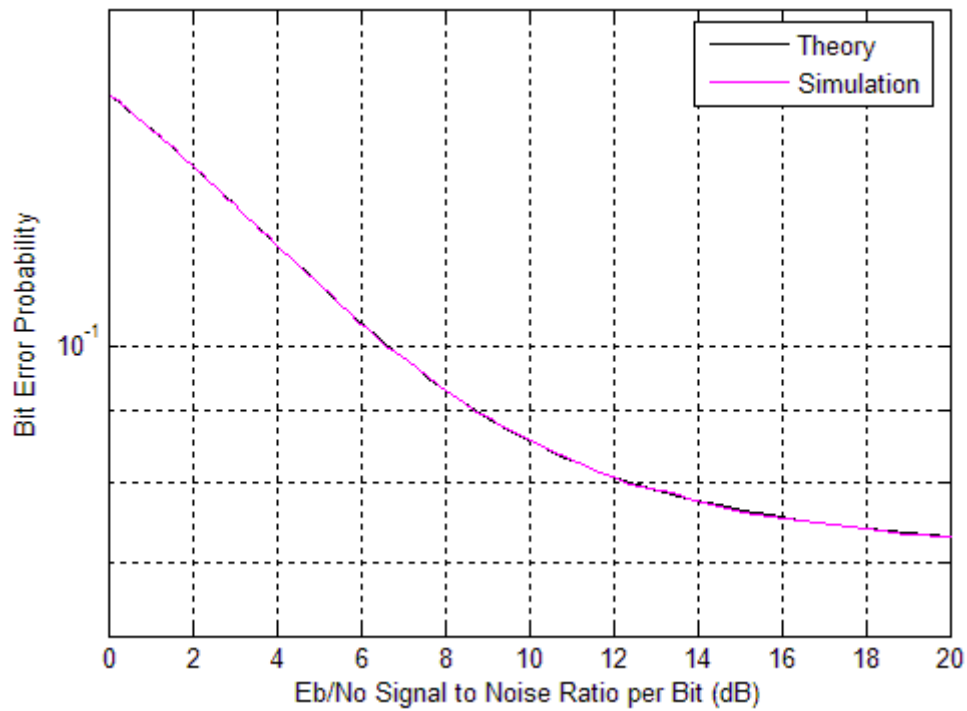
Σχήμα 6.6: Bit Error Probability συναρτήσει του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για BPSK διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι



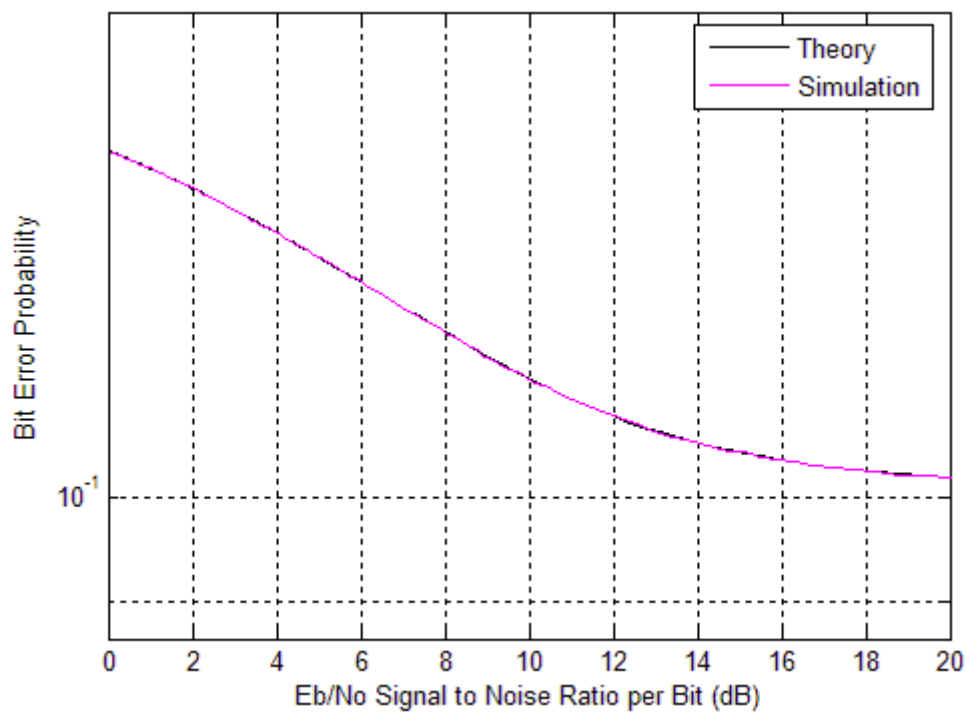
Σχήμα 6.7: Bit Error Probability συνάρτησε του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για QPSK διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι



Σχήμα 6.8: Bit Error Probability συνάρτησε του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 8PSK διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι



Σχήμα 6.9: Bit Error Probability συνάρτησε του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 16QAM διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι



Σχήμα 6.10: Bit Error Probability συνάρτησε του Signal to Noise Ratio per Bit (σε dB) για 64QAM διαμόρφωση και διάδοση σε Rayleigh κανάλι

Είναι εμφανές πως και για διάδοση σε Rayleigh κανάλι, οι θεωρητικές καμπύλες ταυτίζονται με αυτές που προκύπτουν από την προσομοίωση, για όλο σχεδόν το εύρος τιμών σηματοθορυβικού λόγου. Μόνο για την 8PSK διαμόρφωση υπάρχει μία μικρή απόκλιση για χαμηλές τιμές SNR, η οποία οφείλεται στη χρήση της προσέγγισης κοντινότερου γείτονα κατά τον υπολογισμό της θεωρητικής τιμής για την πιθανότητα σφάλματος.

6.3 Χωρητικότητα MIMO συστημάτων

Σε αυτή την ενότητα θα χρησιμοποιηθεί μία απλή επέκταση του μοντέλου διάδοσης του ενός δακτυλίου (one ring model), για να υπολογιστεί με τη βοήθεια προσομοίωσης η χωρητικότητα ενός MIMO συστήματος με ανεξάρτητα υποκανάλια διάδοσης, για Rayleigh κανάλι άγνωστο στον πομπό.

Σύμφωνα με το μοντέλο του ενός δακτυλίου [33], ο πομπός είναι υπερυψωμένος, με αποτέλεσμα να μην υφίσταται ενδεχόμενο σκέδασης στο κοντινό του περιβάλλον. Εν αντιθέσει, ο δέκτης περιστοιχίζεται από σκεδαστές, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει ουσιαστικά οπτική επαφή μεταξύ πομπού και δέκτη. Οι σκεδαστές $S(\theta_i)$ είναι τοποθετημένοι με ομοιόμορφο τρόπο πάνω σε έναν κύκλο με κέντρο το δέκτη, ενώ οι αντίστοιχες μετατοπίσεις φάσης ϕ_i είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες στο διάστημα $[0, 2\pi]$. Κάθε ακτίνα σκεδάζεται μόνο μία φορά, ενώ όλες οι ακτίνες φτάνουν με την ίδια ισχύ στο δέκτη.

Οι διαφορές του μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί στην προσομοίωση από το one ring model, είναι οι ακόλουθες:

- οι σκεδαστές δε τοποθετούνται αποκλειστικά και μόνο πάνω στο δακτύλιο, αλλά είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι σε όλο τον κυκλικό δίσκο που ορίζεται από τον δακτύλιο.
- οι ακτίνες δε φτάνουν με σταθερή ισχύ στο δέκτη, αλλά η ισχύς τους μεταβάλλεται κατά τη σκέδαση. Η επίδραση του κάθε σκεδαστή στο πλάτος της σκεδαζόμενης ακτίνας περιγράφεται με τη βοήθεια μιας μεταβλητής Rayleigh.

Βάσει αυτών, για K ενεργούς σκεδαστές ο συντελεστής εξασθένισης μεταξύ του m -οστού στοιχείου του δέκτη και του n -οστού στοιχείου του πομπού θα δίνεται σύμφωνα με τη σχέση

$$H_{S_{m,n}} = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K r_i \cdot \exp \left\{ -j \cdot 2\pi \cdot \frac{f}{c} \left(D_{T_n \rightarrow S(\theta_i)} + D_{S(\theta_i) \rightarrow R_m} \right) + j \cdot \phi_i \right\} \quad (6.15)$$

όπου T_n είναι το n -οστό στοιχείο του πομπού, R_m το m -οστό στοιχείο του δέκτη, ενώ η r_i είναι μεταβλητή Rayleigh. Με τη βοήθεια αυτής της σχέσης, υπολογίζεται ο πίνακας καναλιού H_S του αντίστοιχου, βάσει προσομοίωσης, MIMO συστήματος.

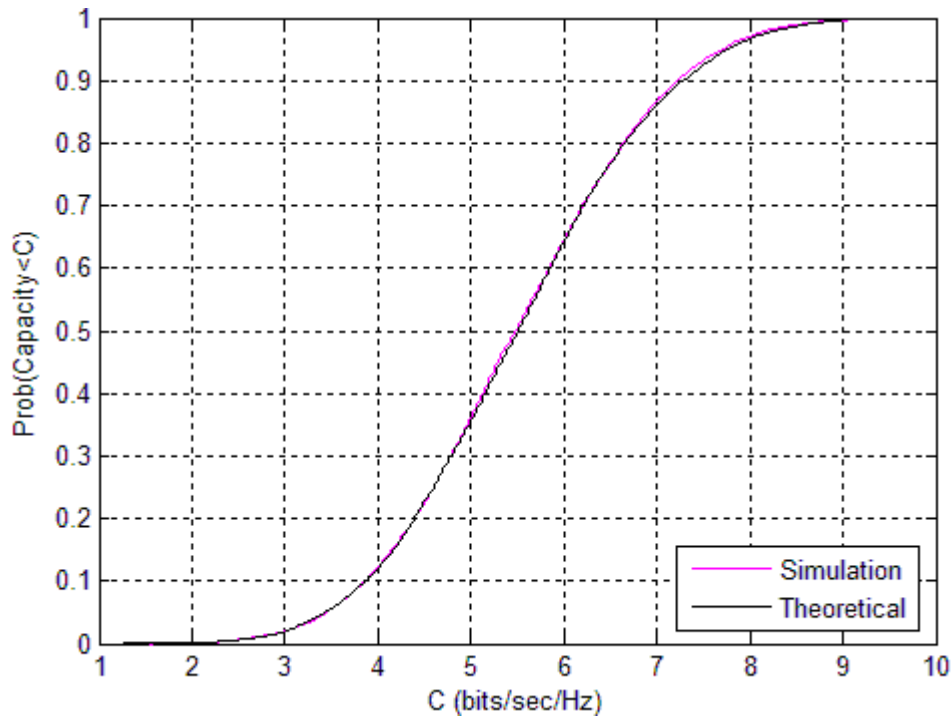
Τα στοιχεία του πίνακα H_T του «θεωρητικού» MIMO συστήματος είναι, όπως έχει ήδη αναφερθεί στο 4^ο κεφάλαιο, ανεξάρτητες και ομοιόμορφα κατανομημένες (iid) μεταβλητές που ακολουθούν την κατανομή ZMCSCG για την περίπτωση όπου έχουμε ασυσχέτιστα υποκανάλια διάδοσης, δηλαδή ισχύει ότι

$$H_{T_{m,n}} = \text{Normal}(0, \sqrt{2}/2) + j \cdot \text{Normal}(0, \sqrt{2}/2) \quad (6.16)$$

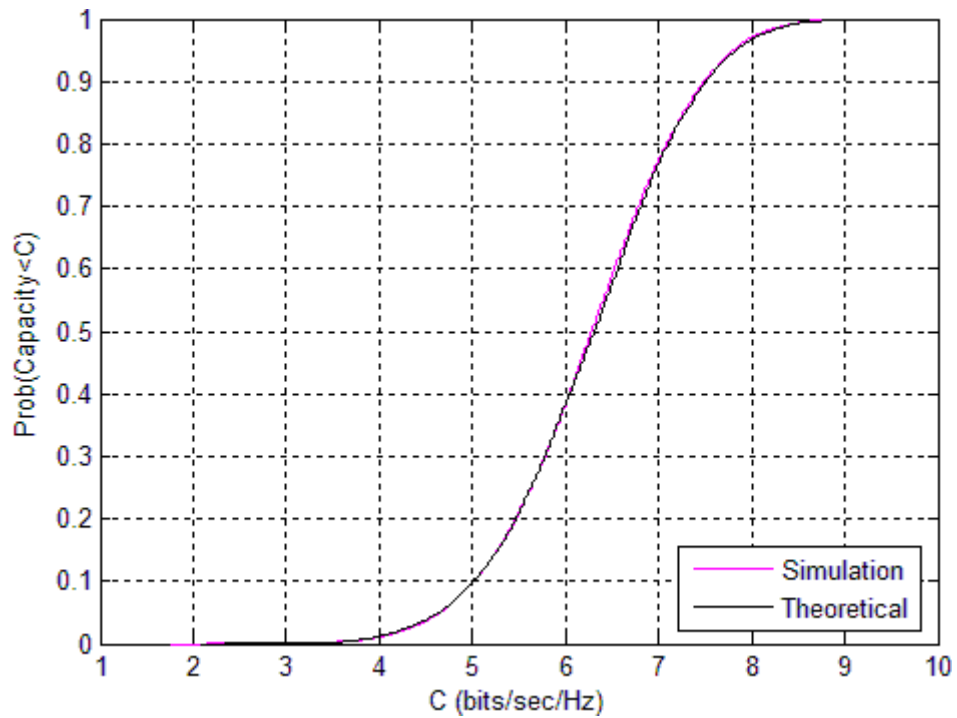
Είναι γνωστό πως η χωρητικότητα ενός MIMO συστήματος με πίνακα περιγραφής καναλιού H για κανάλι άγνωστο στον πομπό, υπολογίζεται με τη βοήθεια της σχέσης

$$C = \log_2 \left[\det \left(I_{M_R} + \frac{P}{M_T} H H^H \right) \right] \quad (6.17)$$

Η προσομοίωση που να λάβει χώρα, έχει σκοπό την εξαγωγή και σύγκριση των συσσωρευτικών συναρτήσεων κατανομής (cumulative distribution functions) της χωρητικότητας μεταξύ των MIMO συστημάτων που προκύπτουν από τη θεωρία και την προσομοίωση. Ακολουθούν τα αντίστοιχα διαγράμματα ενός συμμετρικού (2x2) κι ενός μη συμμετρικού (4x2) MIMO συστήματος, για SNR = 10 dB, $f = 2\text{GHz}$, απόσταση πομπού - δέκτη $D = 1\text{ km}$, ακτίνα κυκλικού δίσκου σκεδαστών $R = 750\text{ m}$ και για 100 σκεδαστές, απ' όπου είναι προφανές πως υπάρχει και στις δύο περιπτώσεις σχεδόν απόλυτη ταύτιση μεταξύ των δύο CDFs χωρητικότητας.

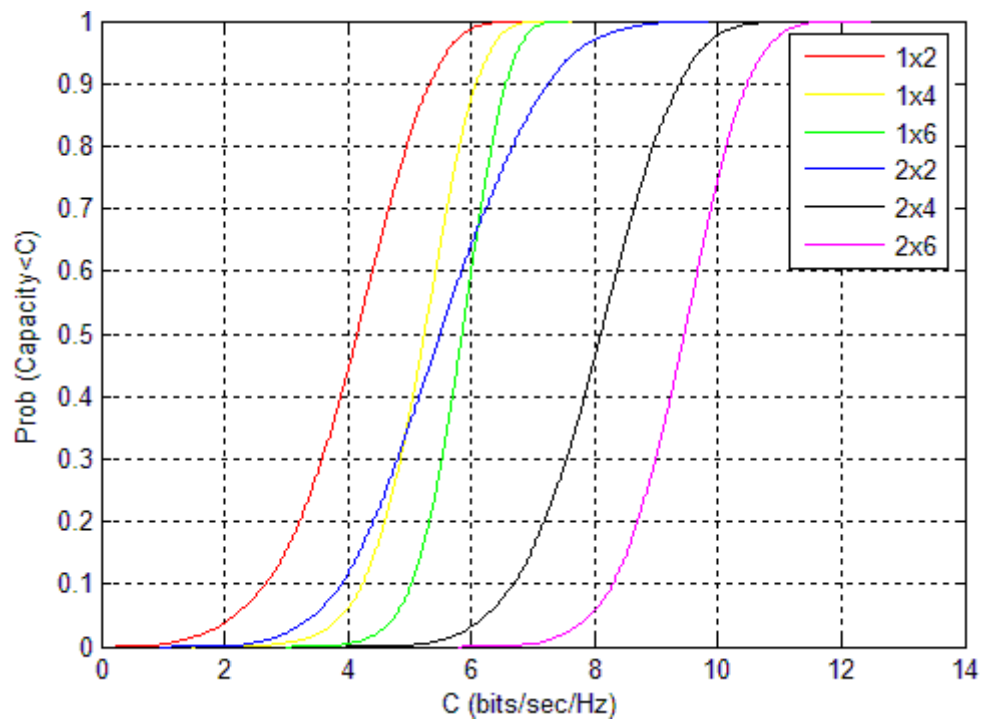


Σχήμα 6.11: CDFs χωρητικότητας 2x2 MIMO συστήματος σε Rayleigh κανάλι και SNR = 10 dB

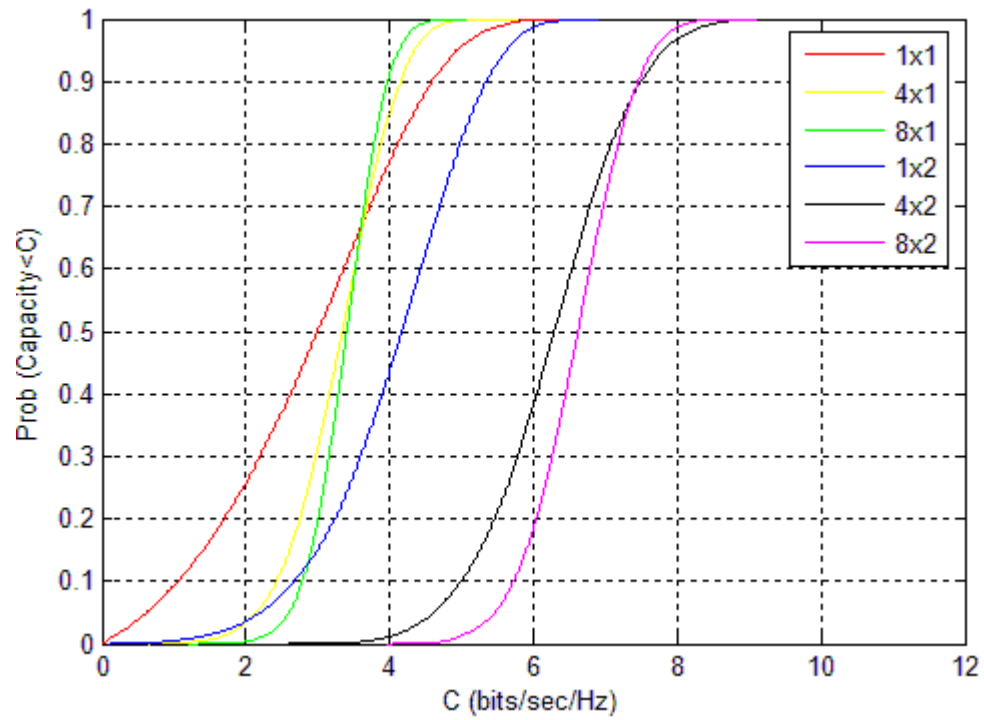


Σχήμα 6.12: CDFs χωρητικότητας 4x2 MIMO συστήματος σε Rayleigh κανάλι και SNR = 10 dB

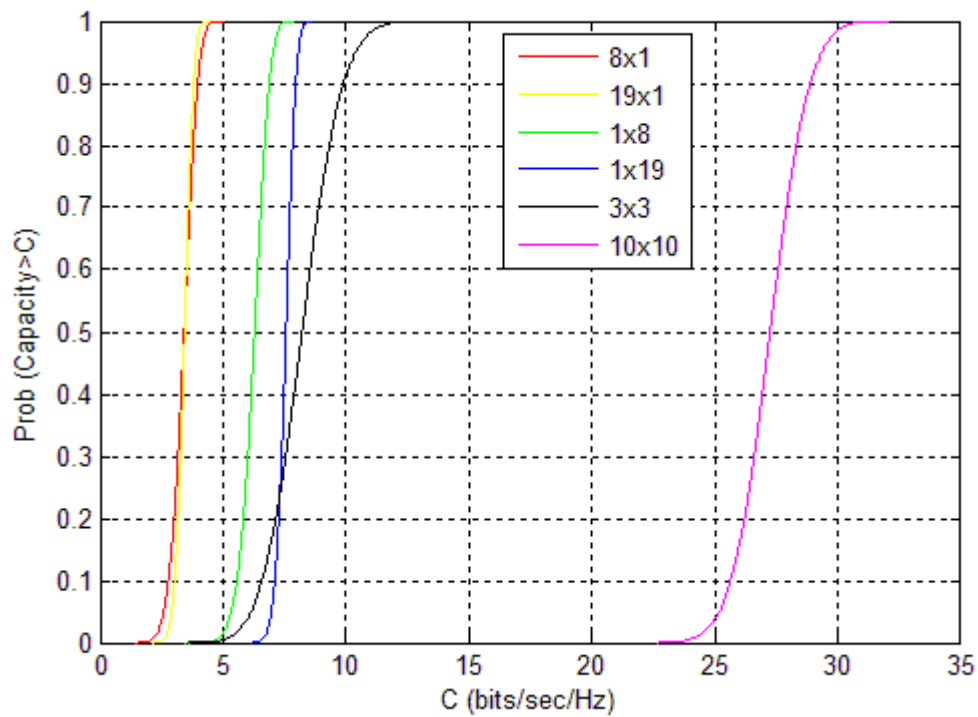
Εν συνεχεία, ακολουθούν διαγράμματα σύγκρισης MIMO συστημάτων για διάφορους συνδυασμούς M_T και M_R , καθώς και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά.



Σχήμα 6.13: CDF για τη χωρητικότητα σε Rayleigh κανάλι για διάφορους συνδυασμούς M_T , M_R και για SNR = 10 dB



Σχήμα 6.14: CDF για τη χωρητικότητα σε Rayleigh κανάλι για διάφορους συνδυασμούς M_T , M_R και για $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$



Σχήμα 6.15: CDF για τη χωρητικότητα σε Rayleigh κανάλι για διάφορους συνδυασμούς M_T , M_R και για $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν σχετικά με την εξάρτηση της χωρητικότητας ενός MIMO συστήματος από το πλήθος των στοιχείων στον πομπό και στο δέκτη, είναι τα ακόλουθα:

- Η χωρητικότητα αυξάνεται με την αύξηση των στοιχείων των κεραιών του πομπού και του δέκτη. Για παράδειγμα, το 2x6 σύστημα έχει εμφανώς μεγαλύτερη χωρητικότητα από το 1x4.
- Η χωρητικότητα του συστήματος λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές όταν υπάρχει στοιχειοκεραία τόσο στον πομπό, όσο και στο δέκτη. Για παράδειγμα, το 4x2 σύστημα έχει μεγαλύτερη χωρητικότητα από το 8x1 σύστημα, παρόλο που η στοιχειοκεραία του πομπού του δεύτερου συστήματος έχει πολύ περισσότερα στοιχεία από τις στοιχειοκεραίες του πρώτου συστήματος. Αυτό εξηγείται γιατί στην περίπτωση που δεν έχουμε συσχέτιση, το MIMO κανάλι αναλύεται σε $n = \min(M_T, M_R)$ παράλληλα SISO υποκανάλια. Επομένως, το 8x1 σύστημα με $n = 1$ είναι χειρότερο από το 4x2, το οποίο έχει $n = 2$.
- Η χρήση μιας στοιχειοκεραίας στο δέκτη αυξάνει περισσότερο τη χωρητικότητα απ' ό,τι η χρήση της ίδιας στοιχειοκεραίας στον πομπό. Για παράδειγμα, το 1x8 σύστημα έχει πολύ μεγαλύτερη χωρητικότητα από το 8x1. Αυτό συμβαίνει επειδή όταν υπάρχει στοιχειοκεραία στον πομπό αλλά αυτός δεν έχει γνώση του καναλιού (όπως συμβαίνει στην περίπτωση που μελετάται), δε μπορεί να λάβει χώρα κάποια διαδικασία προς βελτίωση της απόδοσης του συστήματος πριν την εκπομπή, παρά μόνο ισοκατανομή της ισχύος στα στοιχεία της κεραίας. Αντιθέτως, όταν υπάρχει στοιχειοκεραία στο δέκτη, μπορούν να γίνουν διεργασίες βελτιστοποίησης κατά τη λήψη, ακριβώς επειδή η κατάσταση του καναλιού είναι γνωστή στο δέκτη.

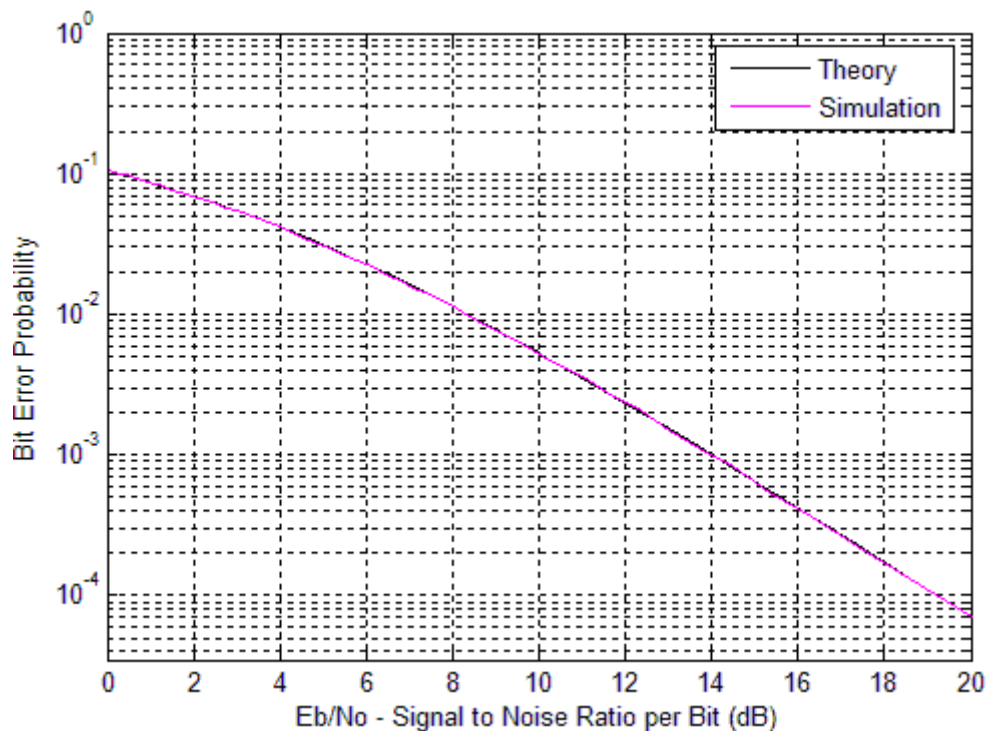
6.4 Απόδοση χωροχρονικών μπλοκ κωδικών (STBCs)

Οι προσομοιώσεις αυτής της ενότητας αφορούν την απόδοση των χωροχρονικών μπλοκ κωδικών για διάδοση σε Rayleigh κανάλι, καθώς και τη σύγκριση τους με την απόδοση των απλών MIMO συστημάτων. Σημειώνεται ότι κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων, η κατάσταση του καναλιού θεωρείται γνωστή στο δέκτη, ενώ οι διαλείψεις μεταξύ των στοιχείων του πομπού και του δέκτη είναι πλήρως ανεξάρτητες.

Αρχικά συγκρίνεται η, βάσει προσομοίωσης, απόδοση του απλού Alamouti σχήματος με τη θεωρητικώς αναμενόμενη απόδοση για QPSK διαμόρφωση, η οποία υπολογίζεται με τη βοήθεια της ακόλουθης σχέσης [18]:

$$P_s = \frac{1}{\pi} \cdot \int \frac{1}{\left(1 + \frac{\text{SNR}_s}{4 \cdot \sin^2(\theta)}\right)^2} \cdot d\theta \quad (6.18)$$

Κριτήριο για τη σύγκριση μεταξύ των αποδόσεων είναι η πιθανότητα σφάλματος ανά bit. Όπως είναι προφανές από το ακόλουθο σχετικό διάγραμμα, υπάρχει σχεδόν απόλυτη ταύτιση μεταξύ προσομοίωσης και θεωρίας.



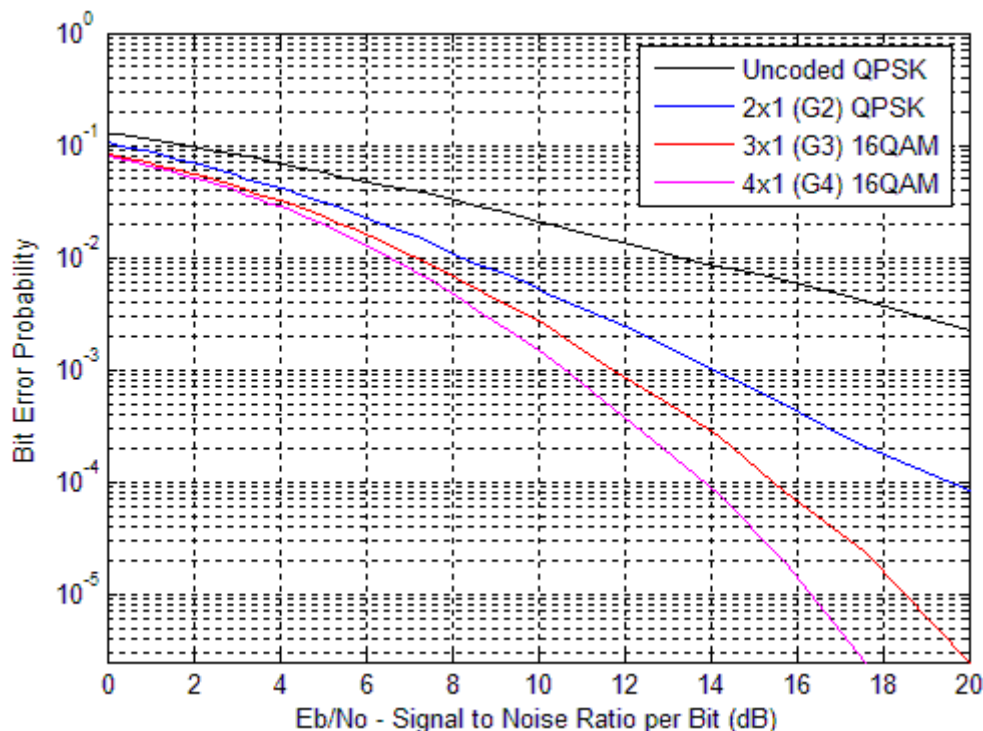
Σχήμα 6.16: Σύγκριση μεταξύ θεωρίας και προσομοίωσης για την απόδοση του απλού σχήματος Alamouti για QPSK διαμόρφωση

Στη συνέχεια και με τη βοήθεια προσομοίωσης, θα γίνει σύγκριση μεταξύ της απόδοσης των κωδικών G_2 , G_3 και G_4 , βάσει πιθανότητας σφάλματος. Υπενθυμίζεται ότι:

- Το σχήμα G_2 (Alamouti), το οποίο αφορά MISO σύστημα 2×1 , αποδίδει πλήρες κέρδος διαφορισμού εκπομπής (full transmit diversity gain) 2, ενώ είναι ο μοναδικός STBC μιγαδικών σημάτων που δύναται να προσφέρει μοναδιαίο ρυθμό (full code rate).
- Το σχήμα G_3 , το οποίο αφορά MISO σύστημα 3×1 , αποδίδει πλήρες (δηλαδή ίσο με M_T) κέρδος διαφορισμού εκπομπής ίσο με 3, καθώς και ρυθμό $\frac{1}{2}$.
- Το σχήμα G_4 , το οποίο αφορά MISO σύστημα 4×1 , αποδίδει πλήρες κέρδος διαφορισμού εκπομπής ίσο με 3, καθώς και ρυθμό $\frac{1}{2}$.

Για να εξασφαλιστεί δίκαια σύγκριση μεταξύ των σχημάτων, είναι επιθυμητό να χρησιμοποιηθεί για κάθε κώδικα κατάλληλο σχήμα διαμόρφωσης, ώστε να διατηρείται σε κάθε περίπτωση σταθερή φασματική ικανότητα (spectral efficiency). Χρησιμοποιώντας για τον κώδικα G_2 ($R = 1$) QPSK διαμόρφωση (4 προς εκπομπή σύμβολα, άρα 2 bits ανά σύμβολο) και για τους κώδικες G_3 και G_4 ($R = \frac{1}{2}$) 16QAM διαμόρφωση (16 προς εκπομπή

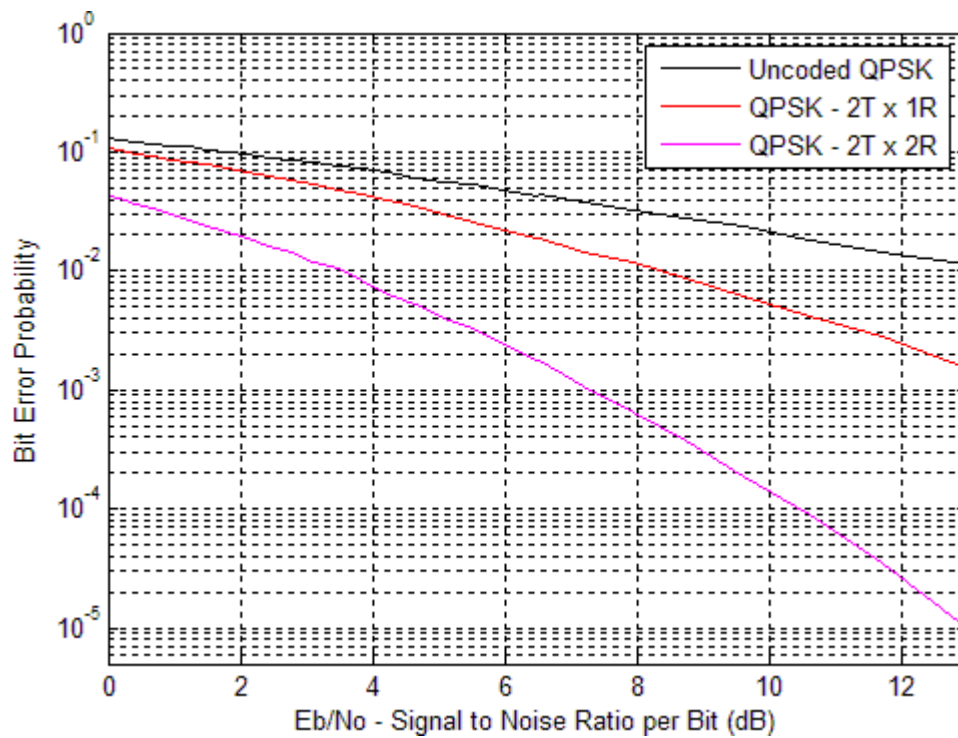
σύμβολα, άρα 4 bits ανά σύμβολο), η φασματική ικανότητα και στις τρεις περιπτώσεις είναι ίση με 2 bits/sec/Hz. Ακολουθεί το σχετικό διάγραμμα, στο οποίο ως μέτρο σύγκρισης για την απόδοση των χωροχρονικών μπλοκ κωδικών παρατίθεται και η απόδοση ενός απλού, χωρίς χρήση κώδικα, SISO συστήματος με QPSK διαμόρφωση.



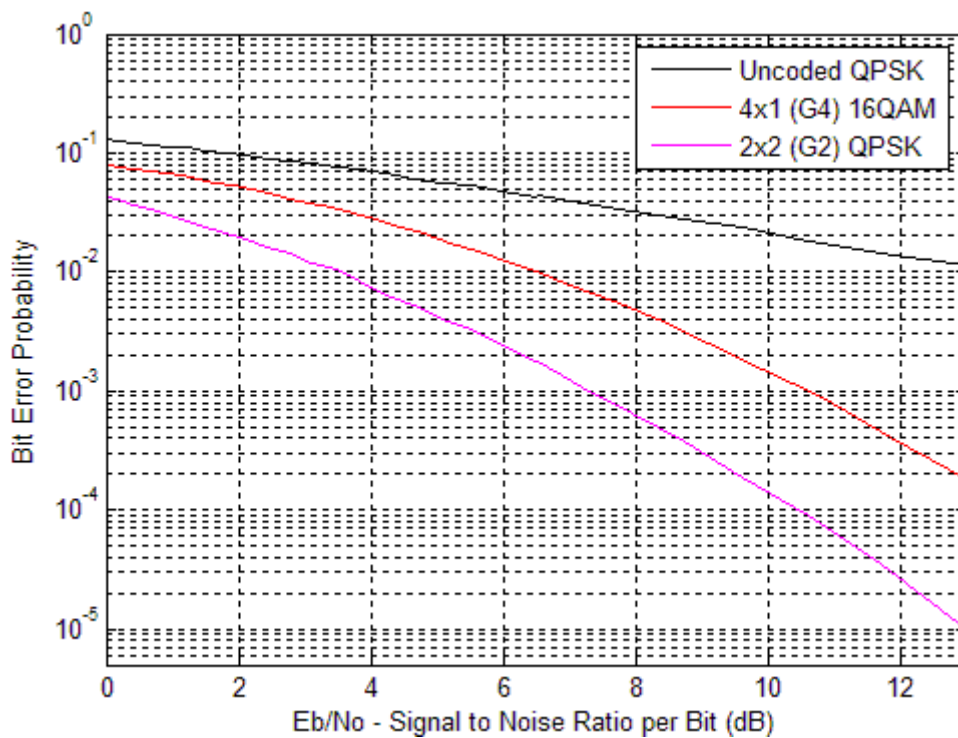
Σχήμα 6.17: Απόδοση χωροχρονικών μπλοκ κωδικών φασματικής ικανότητας 2 bits/sec/Hz, για σύστημα με μία κεραία λήψης και διάδοση σε Rayleigh κανάλι

Είναι προφανές πως από άποψη απόδοσης, ισχύει $G_4 > G_3 > G_2 > \text{Uncoded QPSK}$. Επομένως, το G_4 που έχει το μεγαλύτερο κέρδος διαφορισμού εκπομπής, παρουσιάζει και την καλύτερη απόδοση μεταξύ των τριών σχημάτων. Δηλαδή, όσο πιο μεγάλο κέρδος διαφορισμού έχει ο χωροχρονικός κώδικας, τόσο πιο καλή απόδοση εμφανίζει. Το μεγαλύτερο κέρδος διαφορισμού μεταφράζεται και σε μεγαλύτερη κλίση της καμπύλης της πιθανότητας λάθους, όπως είναι εμφανές από το παραπάνω διάγραμμα.

Στη συνέχεια θα εξεταστεί η απόδοση του Alamouti σχήματος, αλλά για δύο κεραίες στη λήψη αυτή τη φορά (2x2 MIMO σύστημα). Σε αυτή την περίπτωση, το συνολικό κέρδος διαφορισμού είναι $M_T \times M_R$, δηλαδή ίσο με 4, ενώ επιπρόσθετα έχουμε και κέρδος κεραίας ίσο με $M_R = 2$ στη λήψη, οπότε πιθανότατα η απόδοση θα είναι ακόμα καλύτερη για αυτό το σχήμα. Ακολουθούν δύο διαγράμματα: στο πρώτο γίνεται σύγκριση ανάμεσα στο 2x1 και το 2x2 σύστημα με σχήμα G_2 και QPSK διαμόρφωση και στο δεύτερο συγκρίνεται το 16QAM G_4 σύστημα με το QPSK G_2 .



Σχήμα 6.18: Απόδοση STBCs φασματικής ικανότητας 2 bits/sec/Hz, για σύστημα με μία (2x1) και με δύο (2x2) κεραίες λήψης και διάδοση σε Rayleigh κανάλι



Σχήμα 6.19: Απόδοση STBCs φασματικής ικανότητας 2 bits/sec/Hz, για συστήματα 4x1 και 2x2 και διάδοση σε Rayleigh κανάλι

Σύμφωνα με τα διαγράμματα αυτά, με την αύξηση των στοιχείων στο δέκτη αυξάνει, εκτός του κέρδους διαφορισμού, και το κέρδος κεραίας στο δέκτη. Επομένως αυξάνεται η κλίση της καμπύλης της πιθανότητας σφάλματος αλλά επιπρόσθετα έχουμε και μία μετατόπιση της καμπύλης προς χαμηλότερα SNR, με αποτέλεσμα να αυξάνεται περαιτέρω η απόδοση του συστήματος. Συγκρίνοντας τα συστήματα 4x1 και 2x2 βλέπουμε πως ενώ οι καμπύλες τους έχουν παραπλήσια κλίση λόγω ίδιου κέρδους διαφορισμού, το 2x2 σύστημα εμφανίζεται πολύ καλύτερη απόδοση λόγω της ύπαρξης κέρδους κεραίας στη λήψη.

Αυτό το συμπέρασμα πριν λίγο καιρό ίσως να μην είχε κανένα πρακτικό ενδιαφέρον, αφού λόγω μικρού μεγέθους των κινητών τερματικών ήταν πολύ δύσκολο να επιτευχθεί κέρδος διαφορισμού στη λήψη. Πλέον όμως, η παρουσία στοιχειοκεραίας στο δέκτη είναι εφικτή και λειτουργική, οπότε η περαιτέρω αύξηση της απόδοσης του συστήματος με την αύξηση των στοιχείων στο δέκτη είναι πολύ ενδιαφέρουσα από εμπορική σκοπιά.

Αποδείχτηκε επομένως πως με τη χρήση χωροχρονικής μπλοκ κωδικοποίησης βελτιώνεται άμεσα η ποιότητα της μετάδοσης στα MIMO συστήματα, καθώς επιτυγχάνεται ολικό κέρδος διαφορισμού $M_T \times M_R$ και κέρδος κεραίας M_R στη λήψη. Όμως οι STBCs που μελετήθηκαν αφορούσαν αποκλειστικά διάδοση σε Rayleigh κανάλια χωρίς συσχετισμό μεταξύ των ληφθέντων σημάτων. Στην περίπτωση κατά την οποία υφίσταται είτε συσχετισμός των υποκαναλιών διάδοσης, είτε συσχέτιση λόγω της απόστασης των στοιχείων των κεραιών, υπάρχει αξιοσημείωτη υποβάθμιση της ποιότητας της ζεύξης. Η έρευνα είναι ακόμα ανοιχτή για την ανάπτυξη κωδικών που δύνανται να αντιμετωπίσουν αποτελεσματικά αυτό το φαινόμενο, καθώς και για κώδικες που επιπρόσθετα επιτυγχάνουν κέρδος κωδικοποίησης (coding gain) ή και υψηλότερους ρυθμούς μετάδοσης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Π.6.1. Κώδικες απόδοσης βασικών σχημάτων διαμόρφωσης

Η συνάρτηση `bpsk_awgn_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του BPSK σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε AWGN κανάλι, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```
function bpsk_awgn_bit_log_par(digits,decibels)

% Tixaio sima BPSK
X = randsrc(1,digits);

% Simeia asterismou
C(1) = +1 + 0*i;
C(2) = -1 + 0*i;
M_BPSK = length(C);

% E_s i mesi energeia ana simvolo
E_s = sum(abs(C).^2)/M_BPSK;

% Ipologismos arxikis timis
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
S = [sqrt(arxiki_timi/log2(M_BPSK)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_BPSK)) sqrt(E_s/log2(M_BPSK))];

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Ipologismos simatos ston dekti
    Y(1:digits) = X(1,1:digits) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,digits) +
    sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,digits)*i;
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:2
        R_abs(1:digits,n) = abs(Y(1:digits) - C(n));
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [M(1:digits),D(1:digits)] = min(R_abs(1:digits,:),[],2);
    % Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
    Z(1:digits) = C(D(1:digits));
    % Pinakas lathwn
    E(1:digits) = (X(1,1:digits) ~= Z(1:digits));
    SER_P(q) = sum(E)/digits;
end

% Ipologismos thewritikis pithanotitas lathous
SER_TH = 0.5*erfc(sqrt(SNRs));

SNRb = SNRs./log2(M_BPSK);
BER_P = SER_P./log2(M_BPSK);
BER_TH = SER_TH./log2(M_BPSK);
```

```
SNRblog = 10*log10(SNRb);
```

```
save results_bpsk_awgn;
```

```
figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,  
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0  
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
```

```
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid  
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0  
decibels 0.5*BER_TH(1) 1]);
```

Η συνάρτηση `qpsk_awgn_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του QPSK σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε AWGN κανάλι, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```
function qpsk_awgn_bit_log_par(symbols,decibels)
```

```
% Tixaio sima QPSK
```

```
X = randsrc(2,symbols);
```

```
% Simeia asterismou
```

```
C(1) = +1 + 0*i;
```

```
C(2) = +0 + 1*i;
```

```
C(3) = -1 + 0*i;
```

```
C(4) = +0 - 1*i;
```

```
M_QPSK = length(C);
```

```
% E_s i mesi energeia ana simvolo
```

```
E_s = sum(abs(C).^2)/M_QPSK;
```

```
for m = 1:symbols
```

```
if X(1,m) == 1
```

```
    if X(2,m) == 1
```

```
        W(m) = C(1);
```

```
    else
```

```
        W(m) = C(2);
```

```
    end
```

```
else
```

```
    if X(2,m) == -1
```

```
        W(m) = C(3);
```

```
    else
```

```
        W(m) = C(4);
```

```
    end
```

```
end
```

```
end
```

```
% Ipologismos arxikis timis
```

```
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);
```

```
% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
```

```
S = [sqrt(arxiki_timi/log2(M_QPSK)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_QPSK)) sqrt(E_s/log2(M_QPSK))];
```

```
% Ipologismos simatothorivikou logou
```

```
SNRs = E_s*S.^-2;
```

```
for q = 1:length(S)
```

```

disp(q);
% Ipologismos simatos ston dekti
Y(1:symbols) = W(1:symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
% Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
for n = 1:4
    R_abs(1:symbols,n) = abs(Y(1:symbols) - C(n));
end
% Evresi mikroteris apostasis
[O(1:symbols),P(1:symbols)] = min(R_abs(1:symbols,:),[],2);
% Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
Z(1:symbols) = C(P(1:symbols));
% Pinakas lathwn
E(1:symbols) = (W(1:symbols) ~= Z(1:symbols));
SER_P(q) = sum(E)/symbols;
end

% Ipologismos thewritikis pithanotitas lathous
SER_TH = erfc(sqrt(SNRs/2)) - 0.25*(erfc(sqrt(SNRs/2))).^2;

SNRb = SNRs./log2(M_QPSK);
BER_P = SER_P./log2(M_QPSK);
BER_TH = SER_TH./log2(M_QPSK);
SNRblog = 10*log10(SNRb);

save results_qpsk_awgn;

figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.5*BER_TH(1) 1]);

```

Η συνάρτηση `eightpsk_awgn_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του 8PSK σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε AWGN κανάλι, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```
function eightpsk_awgn_bit_log_par(symbols,decibels)
```

```

% Tixaio sima 8PSK
X = randsrc(3,symbols);

% Simeia asterismou
C(1) = + 1      + 0*i;
C(2) = + sqrt(2)/2 + sqrt(2)/2*i;
C(3) = + 0      + 1*i;
C(4) = - sqrt(2)/2 + sqrt(2)/2*i;
C(5) = - 1      + 0*i;
C(6) = - sqrt(2)/2 - sqrt(2)/2*i;
C(7) = + 0      - 1*i;
C(8) = + sqrt(2)/2 - sqrt(2)/2*i;
M_8PSK = length(C);

% E_s i mesi energeia ana simvolo

```

```

E_s = sum(abs(C).^2)/M_8PSK;

for m = 1:symbols
    if X(1,m) == 1
        if X(2,m) == 1
            if X(3,m) == 1
                W(m) = C(1);
            else
                W(m) = C(2);
            end
        else
            if X(3,m) == 1
                W(m) = C(4);
            else
                W(m) = C(3);
            end
        end
    else
        if X(2,m) == 1
            if X(3,m) == 1
                W(m) = C(8);
            else
                W(m) = C(7);
            end
        else
            if X(3,m) == 1
                W(m) = C(5);
            else
                W(m) = C(6);
            end
        end
    end
end
end

% Ipologismos arxikis timis
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
S = [sqrt(arxiki_timi/log2(M_8PSK)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_8PSK)) sqrt(E_s/log2(M_8PSK))];

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Ipologismos simatos ston dekti
    Y(1:symbols) = W(1:symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) +
    sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:8
        R_abs(1:symbols,n) = abs(Y(1:symbols) - C(n));
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [O(1:symbols),P(1:symbols)] = min(R_abs(1:symbols,:),[],2);
    % Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
    Z(1:symbols) = C(P(1:symbols));
    % Pinakas lathwn
    E(1:symbols) = (W(1:symbols) ~= Z(1:symbols));
    SER_P(q) = sum(E)/symbols;
end

```

```

% Oria oloklirwsis gia ton ipologismo tis thewritikis timis tou Symbol Error Probability
a = 0;
b = 50;
N = 1000;

% Ipologismos thewritikis pithanotitas lathous
x = linspace(a,b,2*N+1);
theta = linspace(-pi/8,pi/8,2*N+1);
for m = 1:1:length(SNRs)
    disp(m);
    for n = 1:1:length(theta)
        f2 = x.*exp(-(x-sqrt(2*SNRs(m))*cos(theta(n))).^2/2);
        f(n) = 1/(2*pi)*exp(-SNRs(m).sin(theta(n))^2)*int_simpson(f2,a,b,N);
    end
    SER_TH(m) = 1 - int_simpson(f,-pi/8,pi/8,N);
end

% SER_TH = erfc(sqrt(SNRs)*sin(pi/8));

SNRb = SNRs./log2(M_8PSK);
BER_P = SER_P./log2(M_8PSK);
BER_TH = SER_TH./log2(M_8PSK);
SNRblog = 10*log10(SNRb);

save results_8psk_awgn;

figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.5*BER_TH(1) 1]);

```

Η συνάρτηση `qam_16_awgn_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του 16QAM σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε AWGN κανάλι, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```
function qam_16_awgn_bit_log_par(symbols,decibels)
```

```

% Tixaio sima 16QAM
X = randsrc(4,symbols);

```

```

% Simeia asterismou
C(1) = - 3/2 + 3/2*i;
C(2) = - 3/2 + 1/2*i;
C(3) = - 3/2 - 1/2*i;
C(4) = - 3/2 - 3/2*i;
C(5) = - 1/2 + 3/2*i;
C(6) = - 1/2 + 1/2*i;
C(7) = - 1/2 - 1/2*i;
C(8) = - 1/2 - 3/2*i;
C(9) = + 1/2 + 3/2*i;
C(10) = + 1/2 + 1/2*i;
C(11) = + 1/2 - 1/2*i;
C(12) = + 1/2 - 3/2*i;

```

```

C(13) = + 3/2  + 3/2*i;
C(14) = + 3/2  + 1/2*i;
C(15) = + 3/2  - 1/2*i;
C(16) = + 3/2  - 3/2*i;
M_16QAM = length(C);

```

```

% E_s i mesi energieia ana simvolo
E_s = sum(abs(C).^2)/M_16QAM;

```

```

for m = 1:symbols
if X(1,m) == 1
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(1);
            else
                W(m) = C(2);
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(4);
            else
                W(m) = C(3);
            end
        end
    else
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(5);
            else
                W(m) = C(6);
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(8);
            else
                W(m) = C(7);
            end
        end
    end
else
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(13);
            else
                W(m) = C(14);
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(16);
            else
                W(m) = C(15);
            end
        end
    else
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(9);
            else

```

```

        W(m) = C(10);
    end
else
    if X(4,m) == 1
        W(m) = C(12);
    else
        W(m) = C(11);
    end
end
end
end
end
% Ipologismos arxikis timis
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
S = sqrt(arxiki_timi/log2(M_16QAM)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_16QAM));

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Ipologismos simatos ston dekti
    Y(1:symbols) = W(1:symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:16
        R_abs(1:symbols,n) = abs(Y(1:symbols) - C(n));
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [O(1:symbols),P(1:symbols)] = min(R_abs(1:symbols,:),[],2);
    % Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
    Z(1:symbols) = C(P(1:symbols));
    % Pinakas lathwn
    E(1:symbols) = (W(1:symbols) ~= Z(1:symbols));
    SER_P(q) = sum(E)/symbols;
end

% Ipologismos thewritis pithanotitas lathous
SER_TH = 1-(1-3/4*erfc(sqrt(SNRs/10))).^2;

SNRb = SNRs./log2(M_16QAM);
BER_P = SER_P./log2(M_16QAM);
BER_TH = SER_TH./log2(M_16QAM);
SNRblog = 10*log10(SNRb);

save results_16qam_awgn;

figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.5*BER_TH(1) 1]);

```

Η συνάρτηση `qam_64_awgn_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του 64QAM σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε AWGN κανάλι, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```
function qam_64_awgn_bit_log_par(symbols,decibels)
```

```
% Tixaio sima 64QAM
```

```
X = randsrc(6,symbols);
```

```
% Simeia asterismou
```

```
C(1) = + 7/2 + 7/2*i;
```

```
C(2) = + 7/2 + 5/2*i;
```

```
C(3) = + 7/2 + 3/2*i;
```

```
C(4) = + 7/2 + 1/2*i;
```

```
C(5) = + 7/2 - 1/2*i;
```

```
C(6) = + 7/2 - 3/2*i;
```

```
C(7) = + 7/2 - 5/2*i;
```

```
C(8) = + 7/2 - 7/2*i;
```

```
C(9) = + 5/2 + 7/2*i;
```

```
C(10) = + 5/2 + 5/2*i;
```

```
C(11) = + 5/2 + 3/2*i;
```

```
C(12) = + 5/2 + 1/2*i;
```

```
C(13) = + 5/2 - 1/2*i;
```

```
C(14) = + 5/2 - 3/2*i;
```

```
C(15) = + 5/2 - 5/2*i;
```

```
C(16) = + 5/2 - 7/2*i;
```

```
C(17) = + 3/2 + 7/2*i;
```

```
C(18) = + 3/2 + 5/2*i;
```

```
C(19) = + 3/2 + 3/2*i;
```

```
C(20) = + 3/2 + 1/2*i;
```

```
C(21) = + 3/2 - 1/2*i;
```

```
C(22) = + 3/2 - 3/2*i;
```

```
C(23) = + 3/2 - 5/2*i;
```

```
C(24) = + 3/2 - 7/2*i;
```

```
C(25) = + 1/2 + 7/2*i;
```

```
C(26) = + 1/2 + 5/2*i;
```

```
C(27) = + 1/2 + 3/2*i;
```

```
C(28) = + 1/2 + 1/2*i;
```

```
C(29) = + 1/2 - 1/2*i;
```

```
C(30) = + 1/2 - 3/2*i;
```

```
C(31) = + 1/2 - 5/2*i;
```

```
C(32) = + 1/2 - 7/2*i;
```

```
C(33) = - 1/2 + 7/2*i;
```

```
C(34) = - 1/2 + 5/2*i;
```

```
C(35) = - 1/2 + 3/2*i;
```

```
C(36) = - 1/2 + 1/2*i;
```

```
C(37) = - 1/2 - 1/2*i;
```

```
C(38) = - 1/2 - 3/2*i;
```

```
C(39) = - 1/2 - 5/2*i;
```

```
C(40) = - 1/2 - 7/2*i;
```

```
C(41) = - 3/2 + 7/2*i;
```

```
C(42) = - 3/2 + 5/2*i;
```

```
C(43) = - 3/2 + 3/2*i;
```

```
C(44) = - 3/2 + 1/2*i;
```

```
C(45) = - 3/2 - 1/2*i;
```

```
C(46) = - 3/2 - 3/2*i;
```

```
C(47) = - 3/2 - 5/2*i;
```

```
C(48) = - 3/2 - 7/2*i;
```

```

C(49) = - 5/2 + 7/2*i;
C(50) = - 5/2 + 5/2*i;
C(51) = - 5/2 + 3/2*i;
C(52) = - 5/2 + 1/2*i;
C(53) = - 5/2 - 1/2*i;
C(54) = - 5/2 - 3/2*i;
C(55) = - 5/2 - 5/2*i;
C(56) = - 5/2 - 7/2*i;
C(57) = - 7/2 + 7/2*i;
C(58) = - 7/2 + 5/2*i;
C(59) = - 7/2 + 3/2*i;
C(60) = - 7/2 + 1/2*i;
C(61) = - 7/2 - 1/2*i;
C(62) = - 7/2 - 3/2*i;
C(63) = - 7/2 - 5/2*i;
C(64) = - 7/2 - 7/2*i;
M_64QAM = length(C);

```

```

% E_s i mesi energeia ana simvolo
E_s = sum(abs(C).^2)/M_64QAM;

```

```

for m = 1:symbols
if X(1,m) == 1
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(1);
                    else
                        W(m) = C(2);
                    end
                else
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(3);
                    else
                        W(m) = C(4);
                    end
                end
            else
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(5);
                    else
                        W(m) = C(6);
                    end
                else
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(7);
                    else
                        W(m) = C(8);
                    end
                end
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(9);
                    else

```

```

        W(m) = C(10);
    end
else
    if X(6,m) == 1
        W(m) = C(11);
    else
        W(m) = C(12);
    end
end
else
    if X(5,m) == 1
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(13);
        else
            W(m) = C(14);
        end
    else
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(15);
        else
            W(m) = C(16);
        end
    end
end
else
    if X(3,m) == 1
        if X(4,m) == 1
            if X(5,m) == 1
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(17);
                else
                    W(m) = C(18);
                end
            else
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(19);
                else
                    W(m) = C(20);
                end
            end
        else
            if X(5,m) == 1
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(21);
                else
                    W(m) = C(22);
                end
            else
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(23);
                else
                    W(m) = C(24);
                end
            end
        end
    else
        if X(4,m) == 1
            if X(5,m) == 1
                if X(6,m) == 1

```

```

        W(m) = C(25);
    else
        W(m) = C(26);
    end
else
    if X(6,m) == 1
        W(m) = C(27);
    else
        W(m) = C(28);
    end
end
else
    if X(5,m) == 1
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(29);
        else
            W(m) = C(30);
        end
    else
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(31);
        else
            W(m) = C(32);
        end
    end
end
end
else
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(33);
                    else
                        W(m) = C(34);
                    end
                else
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(35);
                    else
                        W(m) = C(36);
                    end
                end
            else
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(37);
                    else
                        W(m) = C(38);
                    end
                else
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(39);
                    else
                        W(m) = C(40);
                    end
                end
            end
        end
    end
end
end

```

```

else
  if X(4,m) == 1
    if X(5,m) == 1
      if X(6,m) == 1
        W(m) = C(41);
      else
        W(m) = C(42);
      end
    else
      if X(6,m) == 1
        W(m) = C(43);
      else
        W(m) = C(44);
      end
    end
  else
    if X(5,m) == 1
      if X(6,m) == 1
        W(m) = C(45);
      else
        W(m) = C(46);
      end
    else
      if X(6,m) == 1
        W(m) = C(47);
      else
        W(m) = C(48);
      end
    end
  end
end
else
  if X(3,m) == 1
    if X(4,m) == 1
      if X(5,m) == 1
        if X(6,m) == 1
          W(m) = C(49);
        else
          W(m) = C(50);
        end
      else
        if X(6,m) == 1
          W(m) = C(51);
        else
          W(m) = C(52);
        end
      end
    else
      if X(5,m) == 1
        if X(6,m) == 1
          W(m) = C(53);
        else
          W(m) = C(54);
        end
      else
        if X(6,m) == 1
          W(m) = C(55);
        else
          W(m) = C(56);
        end
      end
    end
  end
end

```

```

        end
    end
else
    if X(4,m) == 1
        if X(5,m) == 1
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(57);
            else
                W(m) = C(58);
            end
        else
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(59);
            else
                W(m) = C(60);
            end
        end
    else
        if X(5,m) == 1
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(61);
            else
                W(m) = C(62);
            end
        else
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(63);
            else
                W(m) = C(64);
            end
        end
    end
end
end
end
end

% Ipologismos arxikis timis
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);

% Dianisma timwn metavlitolitas thorivou
S = sqrt(arxiki_timi/log2(M_64QAM)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_64QAM));

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Ipologismos simatos ston dekti
    Y(1:symbols) = W(1:symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) +
    sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:64
        R_abs(1:symbols,n) = abs(Y(1:symbols) - C(n));
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [O(1:symbols),P(1:symbols)] = min(R_abs(1:symbols,:),[],2);
    % Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
    Z(1:symbols) = C(P(1:symbols));
    % Pinakas lathwn

```

```

E(1:symbols) = (W(1:symbols) ~= Z(1:symbols));
SER_P(q) = sum(E)/symbols;
end

% Ipologismos thewritis pithanotitas lathous
SER_TH = 1-(1-7/8*erfc(sqrt(SNRs/42))).^2;
SNRb = SNRs./log2(M_64QAM);
BER_P = SER_P./log2(M_64QAM);
BER_TH = SER_TH./log2(M_64QAM);
SNRblog = 10*log10(SNRb);

save results_64qam_awgn;

figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.5*BER_TH(1) 1]);

```

Η συνάρτηση `int_simpson` χρησιμοποιείται για αριθμητική ολοκλήρωση.

```

function y = int_simpson(f,a,b,m)

h = (b-a)/(2*m);
y = 0;

for k = 2:1:m
    y = y + (2*h/3)*f(2*k - 1) + (4*h/3)*f(2*k-2);
end

y = y + (h/3)*(f(1) + f(2*m+1)) + (4*h/3)*f(2*m);

```

Η συνάρτηση `bpsk_rayleigh_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του BPSK σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε Rayleigh κανάλι, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```

function bpsk_rayleigh_bit_log_par(digits,decibels)

% Tixaio sima BPSK
X = randsrc(1,digits);

% Simeia asterismou
C(1) = +1 + 0*i;
C(2) = -1 + 0*i;
M_BPSK = length(C);

% E_s i mesi energeia ana simvolo
E_s = sum(abs(C).^2)/M_BPSK;

% Ipologismos arxikis timis

```

```

arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
S = [sqrt(arxiki_timi/log2(M_BPSK)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_BPSK)) sqrt(E_s/log2(M_BPSK))];

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;
for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Ipologismos simatos ston dekti
    Y(1:digits) = X(1,1:digits).*abs(sqrt(2)/2*randn(1,digits) + sqrt(2)/2*randn(1,digits)*i) +
    sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,digits) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,digits)*i;
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:2
        R_abs(1:digits,n) = abs(Y(1:digits) - C(n));
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [M(1:digits),D(1:digits)] = min(R_abs(1:digits,:),[],2);
    % Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
    Z(1:digits) = C(D(1:digits));
    % Pinakas lathwn
    E(1:digits) = (X(1,1:digits) ~= Z(1:digits));
    SER_P(q) = sum(E)/digits;
end

% Oria oloklirwsis gia ton ipologismo tis thewritikis timis tou Symbol Error Probability
a = 0;
b = 10;
N = 1000;

x = linspace(a,b,2*N+1);
for q = 1:length(SNRs)
    disp(q);
    f = x.*erfc(sqrt(x.^2*SNRs(q))).*exp(-x.^2);
    SER_TH(q) = int_simpson(f,a,b,N);
end

% Enallaktikos tropos ipologismou tou thewritikou SEP
% SER_TH(1:length(SNRs)) = 0.5*(1 - sqrt(SNRs(1:length(SNRs))./(1 +
% SNRs(1:length(SNRs)))));

SNRb = SNRs./log2(M_BPSK);
BER_P = SER_P./log2(M_BPSK);
BER_TH = SER_TH./log2(M_BPSK);
SNRblog = 10*log10(SNRb);

save results_bpsk_rayleigh;

figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.5*BER_TH(1) 1]);

```

Η συνάρτηση `qpsk_rayleigh_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του QPSK σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε Rayleigh κανάλι, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```
function qpsk_rayleigh_bit_log_par(symbols,decibels)

% Tixaio sima QPSK
X = randsrc(2,symbols);

% Simeia asterismou
C(1) = +1 + 0*i;
C(2) = +0 + 1*i;
C(3) = -1 + 0*i;
C(4) = +0 - 1*i;
M_QPSK = length(C);
% E_s i mesi energeia ana simvolo
E_s = sum(abs(C).^2)/M_QPSK;

for m = 1:symbols
if X(1,m) == 1
    if X(2,m) == 1
        W(m) = C(1);
    else
        W(m) = C(2);
    end
else
    if X(2,m) == -1
        W(m) = C(3);
    else
        W(m) = C(4);
    end
end
end

% Ipologismos arxikis timis
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
S = [sqrt(arxiki_timi/log2(M_QPSK)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_QPSK)) sqrt(E_s/log2(M_QPSK))];

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Ipologismos simatos ston dekti
    Y(1:symbols) = W(1:symbols).*abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:4
        R_abs(1:symbols,n) = abs(Y(1:symbols) - C(n));
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [O(1:symbols),P(1:symbols)] = min(R_abs(1:symbols,:),[],2);
    % Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
    Z(1:symbols) = C(P(1:symbols));
end
```

```

% Pinakas lathwn
E(1:symbols) = (W(1:symbols) ~= Z(1:symbols));
SER_P(q) = sum(E)/symbols;
end

% Oria oloklirwsis gia ton ipologismo tis thewritikis timis tou Symbol Error Probability
a = 0;
b = 10;
N = 1000;

x = linspace(a,b,2*N+1);
for q = 1:length(SNRs)
    disp(q);
    f = 2*x.*(erfc(sqrt(x.^2*SNRs(q)/2)) - 0.25*(erfc(sqrt(x.^2*SNRs(q)/2))).^2).*exp(-x.^2);
    SER_TH(q) = int_simpson(f,a,b,N);
end

SNRb = SNRs./log2(M_QPSK);
SNRblog = 10*log10(SNRb);
BER_P = SER_P./log2(M_QPSK);
BER_TH = SER_TH./log2(M_QPSK);

save results_qpsk_rayleigh;

figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.5*BER_TH(1) 1]);

```

Η συνάρτηση `eightpsk_rayleigh_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του 8PSK σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε Rayleigh, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```
function eightpsk_rayleigh_bit_log_par(symbols,decibels)
```

```

% Tixaio sima 8PSK
X = randsrc(3,symbols);

% Simeia asterismou
C(1) = + 1      + 0*i;
C(2) = + sqrt(2)/2 + sqrt(2)/2*i;
C(3) = + 0      + 1*i;
C(4) = - sqrt(2)/2 + sqrt(2)/2*i;
C(5) = - 1      + 0*i;
C(6) = - sqrt(2)/2 - sqrt(2)/2*i;
C(7) = + 0      - 1*i;
C(8) = + sqrt(2)/2 - sqrt(2)/2*i;
M_8PSK = length(C);

% E_s i mesi energeia ana simvolo
E_s = sum(abs(C).^2)/M_8PSK;

for m = 1:symbols

```

```

if X(1,m) == 1
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            W(m) = C(1);
        else
            W(m) = C(2);
        end
    else
        if X(3,m) == 1
            W(m) = C(4);
        else
            W(m) = C(3);
        end
    end
end
else
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            W(m) = C(8);
        else
            W(m) = C(7);
        end
    else
        if X(3,m) == 1
            W(m) = C(5);
        else
            W(m) = C(6);
        end
    end
end
end
end

% Ipologismos arxikis timis
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
S = [sqrt(arxiki_timi/log2(M_8PSK)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_8PSK)) sqrt(E_s/log2(M_8PSK))];

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Ipologismos simatos ston dekti
    Y(1:symbols) = W(1:symbols).*abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:8
        R_abs(1:symbols,n) = abs(Y(1:symbols) - C(n));
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [O(1:symbols),P(1:symbols)] = min(R_abs(1:symbols,:),[],2);
    % Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
    Z(1:symbols) = C(P(1:symbols));
    % Pinakas lathwn
    E(1:symbols) = (W(1:symbols) ~= Z(1:symbols));
    SER_P(q) = sum(E)/symbols;
end

% Oria oloklirwsis gia ton ipologismo tis thewritikis timis tou Symbol Error Probability

```

```

a = 0;
b = 10;
N = 1000;

x = linspace(a,b,2*N+1);
for q = 1:length(SNRs)
    disp(q);
    f = 2*x.*(erfc(sqrt(x.^2*SNRs(q))*sin(pi/8))).*exp(-x.^2);
    SER_TH(q) = int_simpson(f,a,b,N);
end
SNRb = SNRs./log2(M_8PSK);
BER_P = SER_P./log2(M_8PSK);
BER_TH = SER_TH./log2(M_8PSK);
SNRblog = 10*log10(SNRb);

save results_8psk_rayleigh;

figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.5*BER_TH(1) 1]);

```

Η συνάρτηση `qam_16_rayleigh_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του 16QAM σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε Rayleigh κανάλι, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```

function qam_16_rayleigh_bit_log_par(symbols,decibels)

```

```

% Tixaio sima 16QAM

```

```

X = randsrc(4,symbols);

```

```

% Simeia asterismou

```

```

C(1) = - 3/2 + 3/2*i;
C(2) = - 3/2 + 1/2*i;
C(3) = - 3/2 - 1/2*i;
C(4) = - 3/2 - 3/2*i;
C(5) = - 1/2 + 3/2*i;
C(6) = - 1/2 + 1/2*i;
C(7) = - 1/2 - 1/2*i;
C(8) = - 1/2 - 3/2*i;
C(9) = + 1/2 + 3/2*i;
C(10) = + 1/2 + 1/2*i;
C(11) = + 1/2 - 1/2*i;
C(12) = + 1/2 - 3/2*i;
C(13) = + 3/2 + 3/2*i;
C(14) = + 3/2 + 1/2*i;
C(15) = + 3/2 - 1/2*i;
C(16) = + 3/2 - 3/2*i;
M_16QAM = length(C);

```

```

% E_s i mesi energeia ana simvolo

```

```

E_s = sum(abs(C).^2)/M_16QAM;

```

```

for m = 1:symbols
if X(1,m) == 1
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(1);
            else
                W(m) = C(2);
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(4);
            else
                W(m) = C(3);
            end
        end
    end
else
    if X(3,m) == 1
        if X(4,m) == 1
            W(m) = C(5);
        else
            W(m) = C(6);
        end
    else
        if X(4,m) == 1
            W(m) = C(8);
        else
            W(m) = C(7);
        end
    end
end
else
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(13);
            else
                W(m) = C(14);
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                W(m) = C(16);
            else
                W(m) = C(15);
            end
        end
    end
else
    if X(3,m) == 1
        if X(4,m) == 1
            W(m) = C(9);
        else
            W(m) = C(10);
        end
    else
        if X(4,m) == 1
            W(m) = C(12);
        else
            W(m) = C(11);
        end
    end
end
end

```

```

end
end
end

% Ipologismos arxikis timis
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
S = sqrt(arxiki_timi/log2(M_16QAM)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_16QAM));

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Ipologismos simatos ston dekti
    Y(1:symbols) = W(1:symbols).*abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:16
        R_abs(1:symbols,n) = abs(Y(1:symbols) - C(n));
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [O(1:symbols),P(1:symbols)] = min(R_abs(1:symbols,:),[],2);
    % Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
    Z(1:symbols) = C(P(1:symbols));
    % Pinakas lathwn
    E(1:symbols) = (W(1:symbols) ~= Z(1:symbols));
    SER_P(q) = sum(E)/symbols;
end

% Platos simatos
a = 0;
b = 10;
N = 1e+5;
Amplitude = min(real(C)):1:max(real(C));
index = 0;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    SER_TH(q) = p_error_16_qam(Amplitude,a,b,N,S(q));
end

SNRb = SNRs./log2(M_16QAM);
BER_P = SER_P./log2(M_16QAM);
BER_TH = SER_TH./log2(M_16QAM);
SNRblog = 10*log10(SNRb);

save results_16qam_rayleigh;

figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.8*BER_TH(1) 1.2*BER_TH(length(S))]);

```

Η συνάρτηση `qam_64_rayleigh_bit_log_par` συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του 64QAM σχήματος διαμόρφωσης για διάδοση σε Rayleigh, με αυτή που προκύπτει από την προσομοίωση.

```
function qam_64_rayleigh_bit_log_par(symbols,decibels)
```

```
% Tixaio sima 64QAM
```

```
X = randsrc(6,symbols);
```

```
% Simeia asterismou
```

```
C(1) = + 7/2 + 7/2*i;  
C(2) = + 7/2 + 5/2*i;  
C(3) = + 7/2 + 3/2*i;  
C(4) = + 7/2 + 1/2*i;  
C(5) = + 7/2 - 1/2*i;  
C(6) = + 7/2 - 3/2*i;  
C(7) = + 7/2 - 5/2*i;  
C(8) = + 7/2 - 7/2*i;  
C(9) = + 5/2 + 7/2*i;  
C(10) = + 5/2 + 5/2*i;  
C(11) = + 5/2 + 3/2*i;  
C(12) = + 5/2 + 1/2*i;  
C(13) = + 5/2 - 1/2*i;  
C(14) = + 5/2 - 3/2*i;  
C(15) = + 5/2 - 5/2*i;  
C(16) = + 5/2 - 7/2*i;  
C(17) = + 3/2 + 7/2*i;  
C(18) = + 3/2 + 5/2*i;  
C(19) = + 3/2 + 3/2*i;  
C(20) = + 3/2 + 1/2*i;  
C(21) = + 3/2 - 1/2*i;  
C(22) = + 3/2 - 3/2*i;  
C(23) = + 3/2 - 5/2*i;  
C(24) = + 3/2 - 7/2*i;  
C(25) = + 1/2 + 7/2*i;  
C(26) = + 1/2 + 5/2*i;  
C(27) = + 1/2 + 3/2*i;  
C(28) = + 1/2 + 1/2*i;  
C(29) = + 1/2 - 1/2*i;  
C(30) = + 1/2 - 3/2*i;  
C(31) = + 1/2 - 5/2*i;  
C(32) = + 1/2 - 7/2*i;  
C(33) = - 1/2 + 7/2*i;  
C(34) = - 1/2 + 5/2*i;  
C(35) = - 1/2 + 3/2*i;  
C(36) = - 1/2 + 1/2*i;  
C(37) = - 1/2 - 1/2*i;  
C(38) = - 1/2 - 3/2*i;  
C(39) = - 1/2 - 5/2*i;  
C(40) = - 1/2 - 7/2*i;  
C(41) = - 3/2 + 7/2*i;  
C(42) = - 3/2 + 5/2*i;  
C(43) = - 3/2 + 3/2*i;  
C(44) = - 3/2 + 1/2*i;  
C(45) = - 3/2 - 1/2*i;  
C(46) = - 3/2 - 3/2*i;
```

```

C(47) = - 3/2 - 5/2*i;
C(48) = - 3/2 - 7/2*i;
C(49) = - 5/2 + 7/2*i;
C(50) = - 5/2 + 5/2*i;
C(51) = - 5/2 + 3/2*i;
C(52) = - 5/2 + 1/2*i;
C(53) = - 5/2 - 1/2*i;
C(54) = - 5/2 - 3/2*i;
C(55) = - 5/2 - 5/2*i;
C(56) = - 5/2 - 7/2*i;
C(57) = - 7/2 + 7/2*i;
C(58) = - 7/2 + 5/2*i;
C(59) = - 7/2 + 3/2*i;
C(60) = - 7/2 + 1/2*i;
C(61) = - 7/2 - 1/2*i;
C(62) = - 7/2 - 3/2*i;
C(63) = - 7/2 - 5/2*i;
C(64) = - 7/2 - 7/2*i;
M_64QAM = length(C);

```

```

% E_s i mesi energeia ana simbolo

```

```

E_s = sum(abs(C).^2)/M_64QAM;

```

```

for m = 1:symbols
if X(1,m) == 1
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(1);
                    else
                        W(m) = C(2);
                    end
                else
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(3);
                    else
                        W(m) = C(4);
                    end
                end
            else
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(5);
                    else
                        W(m) = C(6);
                    end
                else
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(7);
                    else
                        W(m) = C(8);
                    end
                end
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1

```

```

        W(m) = C(9);
    else
        W(m) = C(10);
    end
else
    if X(6,m) == 1
        W(m) = C(11);
    else
        W(m) = C(12);
    end
end
else
    if X(5,m) == 1
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(13);
        else
            W(m) = C(14);
        end
    else
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(15);
        else
            W(m) = C(16);
        end
    end
end
else
    if X(3,m) == 1
        if X(4,m) == 1
            if X(5,m) == 1
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(17);
                else
                    W(m) = C(18);
                end
            else
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(19);
                else
                    W(m) = C(20);
                end
            end
        else
            if X(5,m) == 1
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(21);
                else
                    W(m) = C(22);
                end
            else
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(23);
                else
                    W(m) = C(24);
                end
            end
        end
    else
        if X(4,m) == 1

```

```

    if X(5,m) == 1
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(25);
        else
            W(m) = C(26);
        end
    else
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(27);
        else
            W(m) = C(28);
        end
    end
else
    if X(5,m) == 1
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(29);
        else
            W(m) = C(30);
        end
    else
        if X(6,m) == 1
            W(m) = C(31);
        else
            W(m) = C(32);
        end
    end
end
end
end
else
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(33);
                    else
                        W(m) = C(34);
                    end
                else
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(35);
                    else
                        W(m) = C(36);
                    end
                end
            else
                if X(5,m) == 1
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(37);
                    else
                        W(m) = C(38);
                    end
                else
                    if X(6,m) == 1
                        W(m) = C(39);
                    else
                        W(m) = C(40);
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end
else
    if X(4,m) == 1
        if X(5,m) == 1
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(41);
            else
                W(m) = C(42);
            end
        else
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(43);
            else
                W(m) = C(44);
            end
        end
    else
        if X(5,m) == 1
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(45);
            else
                W(m) = C(46);
            end
        else
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(47);
            else
                W(m) = C(48);
            end
        end
    end
end
else
    if X(3,m) == 1
        if X(4,m) == 1
            if X(5,m) == 1
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(49);
                else
                    W(m) = C(50);
                end
            else
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(51);
                else
                    W(m) = C(52);
                end
            end
        else
            if X(5,m) == 1
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(53);
                else
                    W(m) = C(54);
                end
            else
                if X(6,m) == 1
                    W(m) = C(55);
                else

```

```

        W(m) = C(56);
    end
end
end
else
    if X(4,m) == 1
        if X(5,m) == 1
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(57);
            else
                W(m) = C(58);
            end
        else
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(59);
            else
                W(m) = C(60);
            end
        end
    else
        if X(5,m) == 1
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(61);
            else
                W(m) = C(62);
            end
        else
            if X(6,m) == 1
                W(m) = C(63);
            else
                W(m) = C(64);
            end
        end
    end
end
end
end
end
end

% Ipologismos arxikis timis
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
S = sqrt(arxiki_timi/log2(M_64QAM)):0.01:sqrt(E_s/log2(M_64QAM));

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Ipologismos simatos ston dekti
    Y(1:symbols) = W(1:symbols).*abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:64
        R_abs(1:symbols,n) = abs(Y(1:symbols) - C(n));
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [O(1:symbols),P(1:symbols)] = min(R_abs(1:symbols,:),[],2);

```

```

% Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
Z(1:symbols) = C(P(1:symbols));
% Pinakas lathwn
E(1:symbols) = (W(1:symbols) ~ Z(1:symbols));
SER_P(q) = sum(E)/symbols;
end

% Platos simatos
a = 0;
b = 10;
N = 1e+5;
Amplitude = min(real(C)):1:max(real(C));
index = 0;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    SER_TH(q) = p_error_64_qam(Amplitude,a,b,N,S(q));
end

SNRb = SNRs./log2(M_64QAM);
BER_P = SER_P./log2(M_64QAM);
BER_TH = SER_TH./log2(M_64QAM);
SNRblog = 10*log10(SNRb);

save results_64qam_rayleigh;
figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 1.1*BER_TH(length(S))]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.85*BER_TH(1) 1.15*BER_TH(length(S))]);

```

Η συνάρτηση `p_error_16_qam` χρησιμοποιείται εσωτερικά στην `qam_16_rayleigh_bit_log_par` για τον υπολογισμό της θεωρητικής πιθανότητας σφάλματος.

```

function p_error_16_qam = p_error_16_qam(Amplitude,a,b,N,S)

x = linspace(a,b,2*N+1);

% Plithos simeiwon asterismou pam sximatos diamorfwsis
M = 4;

% I apostasi metaksi twon simeiwon tou asterismou gia 4-pam kai 16-qam einai isi me 2d
d = 1/2;

P = 0;
index = 0;

for i = 0:1:1
    index = index + 1;
    P = P + 0.5*erfc((Amplitude(index+1)*(1-x) - d)/S) - 0.5*erfc((Amplitude(index+1)*(1-x) +
d)/S);
end

P = P + erfc((Amplitude(M)*(1-x) - d)/S);

```

```
f = (2*x).*exp(-x.^2);
p_pam = 1 - (1/M)*P;
p_qam = f.*(1 - (1-p_pam).^2);
p_error_16_qam = int_simpson(p_qam,a,b,N);
```

Η συνάρτηση **p_error_64_qam** χρησιμοποιείται εσωτερικά στην **qam_64_rayleigh_bit_log_par** για τον υπολογισμό της θεωρητικής πιθανότητας σφάλματος.

```
function p_error_64_qam = p_error_64_qam(Amplitude,a,b,N,S)

x = linspace(a,b,2*N+1);

% Plithos simeiwon asterismou pam sximatos diamorfwsis
M = 8;

% I apostasi metaksi twon simeiwon tou asterismou gia 8-pam kai 64-qam einai isi me 2d
d = 1/2;

P = 0;
index = 0;

for i = 0:1:5
    index = index + 1;
    P = P + 0.5*erfc((Amplitude(index+1)*(1-x) - d)/S) - 0.5*erfc((Amplitude(index+1)*(1-x) + d)/S);
end

P = P + erfc((Amplitude(M)*(1-x) - d)/S);
f = (2*x).*exp(-x.^2);
p_pam = 1 - (1/M)*P;
p_qam = f.*(1 - (1-p_pam).^2);
p_error_64_qam = int_simpson(p_qam,a,b,N);
```

Π.6.2. Κώδικες χωρητικότητας συστημάτων MIMO

Η συνάρτησης **h_sim** χρησιμοποιείται για τη σύγκριση της θεωρητικής cfd χωρητικότητας ενός συμμετρικού MIMO συστήματος, με αυτή που προκύπτει από προσομοίωση.

```
function h_sim (dim, snr, f, D, R, PS, lim)

% dim i diastasi tou simmetrikou MIMO sistimatos
% snr o simatothorivikos logos se dB
% f i sixnotita se GHz
% D i apostasi twon keraiwon ekpompis - lipsis se xiliometra
% R i megisti apostasi tixontos skedasti apo tin keraia lipsis se xiliometra
% PS to plithos twon skedastwn
% lim oi epanalipseis

c = 3*10^8;
f = f*10^9;
lamda = c/f;
```

```

d = lamda/2;
D = D*1000;
R = R*1000;
S = sqrt(2)/2;

% Sintetagemenes stoixeiwon keraiwn pompou kai dekti
for i = 1:1:dim
    Xt(i) = -D;
    Yt(i) = (1 + (dim - 1)/2 - i)*d;
    Xr(i) = 0;
    Yr(i) = (1 + (dim - 1)/2 - i)*d;
end

% Sintetagemenes skedastwn
x_min = -R;
x_max = R;

for w = 1:1:lim
    disp(w);
    x_s = x_min + (x_max - x_min)*rand(1,PS);
    y_s_max = sqrt(R^2 - x_s.^2);
    y_s = -y_s_max + 2*y_s_max.*rand(1,PS);
    Xs = x_s;
    Ys = y_s;

    for i = 1:1:dim
        for k = 1:1:dim
            dD = sqrt((Xt(k) - Xs).^2 + (Yt(k) - Ys).^2) + sqrt((Xs - Xr(i)).^2 + (Ys - Yr(i)).^2);
            T = dD/c;

            % Epidrasi tou skedasti sto platos kai ti fasi tou simatos
            rs = (1/sqrt(PS))*abs(S*(randn(1,PS) + j*randn(1,PS)));
            fs = 2*pi*rand(1,PS);

            h(i,k,:) = rs.*exp(j*fs - j*2*pi*f*T);
        end
    end

    H = sum(h,3);
    clear h;
    HH = H*H';
    C = real(log2(det(eye(dim) + (10^(snr/10)/dim)*HH)));
    capacity_simulation(w) = C;

    H_Re = randn(dim);
    H_Im = randn(dim);
    H = (H_Re + j*H_Im)/sqrt(2);
    HH = H*H';
    C = real(log2(det(eye(dim) + (10^(snr/10)/dim)*HH)));
    capacity_theoretical(w) = C;
end

[ycdf_theoretical,xcdf_theoretical] = cdfcalc(capacity_theoretical);
[ycdf_simulation,xcdf_simulation] = cdfcalc(capacity_simulation);
y_cdf_theoretical = ycdf_theoretical(1:length(ycdf_theoretical)-1);
y_cdf_simulation = ycdf_simulation(1:length(ycdf_simulation)-1);

save results_h_sim;

```

```
figure, plot(xcdf_simulation,y_cdf_simulation,'m'), hold on,
plot(xcdf_theoretical,y_cdf_theoretical,'k'),
legend('Simulation','Theoretical','Location','SouthEast'), xlabel('C (bits/sec/Hz)'),
ylabel('Prob(Capacity<C)'), axis([1 10 0 1]), grid on;
```

Η συνάρτησης `h_asim` χρησιμοποιείται για τη σύγκριση της θεωρητικής cdf χωρητικότητας ενός μη συμμετρικού MIMO συστήματος, με αυτή που προκύπτει από προσομοίωση.

```
function h_asim(Mt, Mr, snr, f, D, R, PS, lim)

% Mt epi Mr i diastasi tou asimmetrou MIMO sistimatos
% snr o simatothorivikos logos se dB
% f i sixnotita se GHz
% D i apostasi tw n keraiw n ekpompis - lipsis se xiliometra
% R i megisti apostasi tixontos skedasti apo tin keraia lipsis se xiliometra
% PS to plithos tw n skedastwn
% lim oi epanalipseis

c = 3*10^8;
f = f*10^9;
lamda = c/f;
d = lamda/2;
D = D*1000;
R = R*1000;
S = sqrt(2)/2;

% Sintetagmenes stoixeiwn pompou
for i = 1:1:Mt
    Xt(i) = -D;
    Yt(i) = (1 + (Mt - 1)/2 - i)*d;
end

% Sintetagmenes stoixeiwn dekti
for i = 1:1:Mr
    Xr(i) = 0;
    Yr(i) = (1 + (Mr - 1)/2 - i)*d;
end

% Sintetagmenes skedastwn
x_min = -R;
x_max = R;

for w = 1:1:lim
    disp(w);
    x_s = x_min + (x_max - x_min)*rand(1,PS);
    y_s_max = sqrt(R^2 - x_s.^2);
    y_s = -y_s_max + 2*y_s_max.*rand(1,PS);
    Xs = x_s;
    Ys = y_s;

    for i = 1:1:Mr
        for k = 1:1:Mt
            dD = sqrt((Xt(k) - Xs).^2 + (Yt(k) - Ys).^2) + sqrt((Xs - Xr(i)).^2 + (Ys - Yr(i)).^2);
            T = dD/c;
```

```

% Epidrasi tou skedasti sto platos kai ti fasi tou simatos
rs = (1/sqrt(PS))*abs(S*(randn(1,PS) + j*randn(1,PS)));
fs = 2*pi*rand(1,PS);

h(i,k,:) = rs.*exp(j*fs -j*2*pi*f*T);
end
end

H = sum(h,3);
clear h;
HH = H*H';
C = real(log2(det(eye(Mr) + (10^(snr/10)/Mt)*HH)));
capacity_simulation(w) = C;
H_Re = randn(Mr, Mt);
H_Im = randn(Mr, Mt);
H = (H_Re + j*H_Im)/sqrt(2);
HH = H*H';
C = real(log2(det(eye(Mr) + (10^(snr/10)/Mt)*HH)));
capacity_theoretical(w) = C;
end

[ycdf_theoretical,xcdf_theoretical] = cdfcalc(capacity_theoretical);
[ycdf_simulation,xcdf_simulation] = cdfcalc(capacity_simulation);
y_cdf_theoretical = ycdf_theoretical(1:length(ycdf_theoretical)-1);
y_cdf_simulation = ycdf_simulation(1:length(ycdf_simulation)-1);

save results_h_asim;

figure, plot(xcdf_simulation,y_cdf_simulation,'m'), hold on,
plot(xcdf_theoretical,y_cdf_theoretical,'k'),
legend('Simulation','Theoretical','Location','SouthEast'), xlabel('C (bits/sec/Hz)'),
ylabel('Prob(Capacity<C)'), grid on

```

Η συνάρτηση **hv** χρησιμοποιείται για τη σύγκριση μεταξύ των cdf χωρητικότητων 6 MIMO συστημάτων με διαφορετικό πλήθος στοιχείων στον πομπό και στο δέκτη.

```

function hv (Mt, Mr, snr, f, D, R, PS, lim)

% snr o simatothorivikos logos se dB
% f i sixnotita se GHz
% D i apostasi tw n keraiw n ekpompis - lipsis se xiliometra
% R i megisti apostasi tixontos skedasti apo tin keraia lipsis se xiliometra
% PS to plithos tw n skedastw n
% lim oi epanalipseis

c = 3*10^8;
f = f*10^9;
lamda = c/f;
d = lamda/2;
D = D*1000;
R = R*1000;
S = sqrt(2)/2;

for counter = 1:1:6

```

```

% Sintetagemenes stoxeiwn pompou
for i = 1:1:Mt(counter)
    Xt(i) = -D;
    Yt(i) = (1 + (Mt(counter) - 1)/2 - i)*d;
end

% Sintetagemenes stoxeiwn dekti
for i = 1:1:Mr(counter)
    Xr(i) = 0;
    Yr(i) = (1 + (Mr(counter) - 1)/2 - i)*d;
end

% Sintetagemenes skedastwn
x_min = -R;
x_max = R;

for w = 1:1:lim
    disp(w);
    x_s = x_min + (x_max - x_min)*rand(1,PS);
    y_s_max = sqrt(R^2 - x_s.^2);
    y_s = -y_s_max + 2*y_s_max.*rand(1,PS);
    Xs = x_s;
    Ys = y_s;

    for i = 1:1:Mr(counter)
        for k = 1:1:Mt(counter)
            dD = sqrt((Xt(k) - Xs).^2 + (Yt(k) - Ys).^2) + sqrt((Xs - Xr(i)).^2 + (Ys - Yr(i)).^2);
            T = dD/c;
            % Epidrasi tou skedasti sto platos kai ti fasi tou simatos
            rs = (1/sqrt(PS))*abs(S*(randn(1,PS) + j*randn(1,PS)));
            fs = 2*pi*rand(1,PS);

            h(i,k,:) = rs.*exp(j*fs - j*2*pi*f*T);
        end
    end

    H = sum(h,3);
    HH = H*H';
    C = real(log2(det(eye(Mr(counter)) + (10^(snr/10)/Mt(counter))*HH)));
    capacity(counter,w) = C;
    clear h;
end
end

[ycdf_capacity1,xcdf_capacity1] = cdfcalc(capacity(1,:));
[ycdf_capacity2,xcdf_capacity2] = cdfcalc(capacity(2,:));
[ycdf_capacity3,xcdf_capacity3] = cdfcalc(capacity(3,:));
[ycdf_capacity4,xcdf_capacity4] = cdfcalc(capacity(4,:));
[ycdf_capacity5,xcdf_capacity5] = cdfcalc(capacity(5,:));
[ycdf_capacity6,xcdf_capacity6] = cdfcalc(capacity(6,:));

y_cdf_capacity1 = ycdf_capacity1(1:length(ycdf_capacity1)-1);
y_cdf_capacity2 = ycdf_capacity2(1:length(ycdf_capacity2)-1);
y_cdf_capacity3 = ycdf_capacity3(1:length(ycdf_capacity3)-1);
y_cdf_capacity4 = ycdf_capacity4(1:length(ycdf_capacity4)-1);
y_cdf_capacity5 = ycdf_capacity5(1:length(ycdf_capacity5)-1);
y_cdf_capacity6 = ycdf_capacity6(1:length(ycdf_capacity6)-1);

save results_hv;

```

```
figure, plot(xcdf_capacity1,y_cdf_capacity1,'r'), hold on,
plot(xcdf_capacity2,y_cdf_capacity2,'y'), hold on, plot(xcdf_capacity3,y_cdf_capacity3,'g'),
hold on, plot(xcdf_capacity4,y_cdf_capacity4,'b'), hold on,
plot(xcdf_capacity5,y_cdf_capacity5,'k'), hold on, plot(xcdf_capacity6,y_cdf_capacity6,'m'),
legend(strcat(num2str(Mt(1)),'x',num2str(Mr(1))),strcat(num2str(Mt(2)),'x',num2str(Mr(2))),s
trcat(num2str(Mt(3)),'x',num2str(Mr(3))),strcat(num2str(Mt(4)),'x',num2str(Mr(4))),strcat(nu
m2str(Mt(5)),'x',num2str(Mr(5))),strcat(num2str(Mt(6)),'x',num2str(Mr(6)))), xlabel('C
(bits/sec/Hz)'), ylabel('Prob(Capacity<C)'), grid on;
```

Π.6.3. Κώδικες απόδοσης STBCs

Η συνάρτηση **G2** συγκρίνει τη θεωρητική απόδοση του κώδικα Alamouti με αυτή που προκύπτει βάσει προσομοίωσης.

```
function G2(symbols,decibels)
```

```
% Tixaio sima
```

```
X = randsrc(4,symbols);
```

```
% Simeia asterismou
```

```
C(1) = +1 + 0*i;
```

```
C(2) = +0 + 1*i;
```

```
C(3) = -1 + 0*i;
```

```
C(4) = +0 - 1*i;
```

```
M_Alamouti = length(C);
```

```
% E_s i mesi energeia ana simvolo
```

```
E_s = sum(abs(C).^2)/M_Alamouti;
```

```
% Dimiourgia dio omadwn simvolwn, i mia antistoixei sto S1 kai i alli sto S2
```

```
for m = 1:symbols
```

```
    if X(1,m) == 1
```

```
        if X(2,m) == 1
```

```
            W1(m) = C(1);
```

```
        else
```

```
            W1(m) = C(2);
```

```
        end
```

```
    else
```

```
        if X(2,m) == -1
```

```
            W1(m) = C(3);
```

```
        else
```

```
            W1(m) = C(4);
```

```
        end
```

```
    end
```

```
    if X(3,m) == 1
```

```
        if X(4,m) == 1
```

```
            W2(m) = C(1);
```

```
        else
```

```
            W2(m) = C(2);
```

```
        end
```

```
    else
```

```
        if X(4,m) == -1
```

```
            W2(m) = C(3);
```

```
        else
```

```

        W2(m) = C(4);
    end
end
end

% Ipologismos arxikis timis kai mesaia timis
arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);
mesaia_timi = E_s/10^(decibels/2/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou
S1 = sqrt(arxiki_timi/log2(M_Alamouti)):0.0125:sqrt(mesaia_timi/log2(M_Alamouti));
S2 = sqrt(mesaia_timi/log2(M_Alamouti))+0.01:0.01:sqrt(E_s/log2(M_Alamouti));
S = [S1 sqrt(mesaia_timi/log2(M_Alamouti)) S2 sqrt(E_s/log2(M_Alamouti))];

% Ipologismos simatothorivikou logou
SNRs = E_s*S.^-2;

for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Gennisi tw n H1 kai H2 pou antistoixoun sta dio monopatia diadosis kai prosomeiwnoun
    % Rayleigh kanalia
    H1 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H2 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    % Kataskevi tw n dianismatwn tou thorivou N1 kai N2
    N1 = sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    N2 = sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    for p = 1:symbols
        % Kataskevi tou pinaka H apo ta H1, H2
        H(1,1) = H1(p);      H(1,2) = H2(p);
        H(2,1) = conj(H2(p)); H(2,2) = -conj(H1(p));
        % Ipologismos simatos ston dekti (i isxis ekspompis moirazetai eksisou stis dio keraies
        % tou pompou)
        Con(p) = H1(p)*conj(H1(p)) + H2(p)*conj(H2(p));
        Y = sqrt(2)/2*Con(p)*[W1(p) W2(p)].' + H'*[N1(p) N2(p)].';
        Y1(p) = Y(1); Y2(p) = Y(2);
    end
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:4
        R1_abs(1:symbols,n) = abs(Y1(1:symbols) - sqrt(2)/2*Con(1:symbols)*C(n)).^2;
        R2_abs(1:symbols,n) = abs(Y2(1:symbols) - sqrt(2)/2*Con(1:symbols)*C(n)).^2;
    end
    % Evresi mikroteris apostasis
    [O1(1:symbols),P1(1:symbols)] = min(R1_abs(1:symbols,:),[],2);
    [O2(1:symbols),P2(1:symbols)] = min(R2_abs(1:symbols,:),[],2);
    % Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
    Z1(1:symbols) = C(P1(1:symbols));
    Z2(1:symbols) = C(P2(1:symbols));
    % Pinakas lathwn
    E1(1:symbols) = (W1(1:symbols) ~= Z1(1:symbols));
    E2(1:symbols) = (W2(1:symbols) ~= Z2(1:symbols));
    SER_P(q) = (sum(E1) + sum(E2))/(2*symbols);
end

% Oria oloklirwsis gia ton ipologismo tis thewritikis timis tou Symbol Error Probability
a = 0;
b = 10;
N = 1000;
theta = linspace(0+pi/(2*N),3*(pi/4),2*N+1);

for q = 1:length(S)

```

```

disp(q);
f = (1 + 0.25*SNRs(q)./sin(theta).^2).^2;
f = 1./f;
SER_TH(q) = (1/pi)*int_simpson(f,0,3*(pi/4),N);
end

SNRb = SNRs./log2(M_Alamouti);
SNRblog = 10*log10(SNRb);
BER_P = SER_P./log2(M_Alamouti);
BER_TH = SER_TH./log2(M_Alamouti);
save results_G2;

figure, plot(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid on,
xlabel('Eb/No - Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0 0.12]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_TH,'k',SNRblog,BER_P,'m'), legend('Theory','Simulation'), grid
on, xlabel('Eb/No - Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.5*BER_TH(1) 1]);

```

Η συνάρτηση **G2_vs_G3_vs_G4** συγκρίνει την απόδοση των σχημάτων G2, G3 και G4 για σταθερή φασματική ικανότητα.

```

function G2_vs_G3_vs_G4(symbols,decibels)
% Tixaio sima
X = randsrc(16,symbols);
% Simeia asterismou gia tin QPSK
C_QPSK(1) = +1 + 0*i;
C_QPSK(2) = +0 + 1*i;
C_QPSK(3) = -1 + 0*i;
C_QPSK(4) = +0 - 1*i;
M_QPSK = length(C_QPSK);

% E_S_QPSK i mesi energeia ana simvolo gia tin QPSK diamorfws
E_S_QPSK = sum(abs(C_QPSK).^2)/M_QPSK;

% Simeia asterismou gia tin 16-QAM
C_QAM(1) = - 3/2 + 3/2*i;
C_QAM(2) = - 3/2 + 1/2*i;
C_QAM(3) = - 3/2 - 1/2*i;
C_QAM(4) = - 3/2 - 3/2*i;
C_QAM(5) = - 1/2 + 3/2*i;
C_QAM(6) = - 1/2 + 1/2*i;
C_QAM(7) = - 1/2 - 1/2*i;
C_QAM(8) = - 1/2 - 3/2*i;
C_QAM(9) = + 1/2 + 3/2*i;
C_QAM(10) = + 1/2 + 1/2*i;
C_QAM(11) = + 1/2 - 1/2*i;
C_QAM(12) = + 1/2 - 3/2*i;
C_QAM(13) = + 3/2 + 3/2*i;
C_QAM(14) = + 3/2 + 1/2*i;
C_QAM(15) = + 3/2 - 1/2*i;
C_QAM(16) = + 3/2 - 3/2*i;
M_QAM = length(C_QAM);

% E_S_QAM i mesi energeia ana simvolo gia tin QAM diamorfws

```

```
E_S_QAM = sum(abs(C_QAM).^2)/M_QAM;
```

% Dimiourgia dio omadwn simvolwn gia to sxima Alamouti (G2), i mia antistoixei sto S1 (kai stin apli QPSK) kai i alli sto S2

```
for m = 1:symbols
    if X(1,m) == 1
        if X(2,m) == 1
            W1_QPSK(m) = C_QPSK(1);
        else
            W1_QPSK(m) = C_QPSK(2);
        end
    else
        if X(2,m) == -1
            W1_QPSK(m) = C_QPSK(3);
        else
            W1_QPSK(m) = C_QPSK(4);
        end
    end
    if X(3,m) == 1
        if X(4,m) == 1
            W2_QPSK(m) = C_QPSK(1);
        else
            W2_QPSK(m) = C_QPSK(2);
        end
    else
        if X(4,m) == -1
            W2_QPSK(m) = C_QPSK(3);
        else
            W2_QPSK(m) = C_QPSK(4);
        end
    end
end
end
```

% Dimiourgia tessarwn omadwn simvolwn gia ta sximata G3 kai G4 oi opoies antistoixoun sta S1, S2, S3, S4

```
for m = 1:symbols
    if X(1,m) == 1
        if X(2,m) == 1
            if X(3,m) == 1
                if X(4,m) == 1
                    W1_QAM(m) = C_QAM(1);
                else
                    W1_QAM(m) = C_QAM(2);
                end
            else
                if X(4,m) == 1
                    W1_QAM(m) = C_QAM(4);
                else
                    W1_QAM(m) = C_QAM(3);
                end
            end
        else
            if X(3,m) == 1
                if X(4,m) == 1
                    W1_QAM(m) = C_QAM(5);
                else
                    W1_QAM(m) = C_QAM(6);
                end
            else
                if X(4,m) == 1
```

```

        W1_QAM(m) = C_QAM(8);
    else
        W1_QAM(m) = C_QAM(7);
    end
end
end
else
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W1_QAM(m) = C_QAM(13);
            else
                W1_QAM(m) = C_QAM(14);
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                W1_QAM(m) = C_QAM(16);
            else
                W1_QAM(m) = C_QAM(15);
            end
        end
    else
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W1_QAM(m) = C_QAM(9);
            else
                W1_QAM(m) = C_QAM(10);
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                W1_QAM(m) = C_QAM(12);
            else
                W1_QAM(m) = C_QAM(11);
            end
        end
    end
end
if X(5,m) == 1
    if X(6,m) == 1
        if X(7,m) == 1
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(1);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(2);
            end
        else
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(4);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(3);
            end
        end
    else
        if X(7,m) == 1
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(5);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(6);
            end
        else

```

```

        if X(8,m) == 1
            W2_QAM(m) = C_QAM(8);
        else
            W2_QAM(m) = C_QAM(7);
        end
    end
end
else
    if X(6,m) == 1
        if X(7,m) == 1
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(13);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(14);
            end
        else
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(16);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(15);
            end
        end
    else
        if X(7,m) == 1
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(9);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(10);
            end
        else
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(12);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(11);
            end
        end
    end
end
if X(9,m) == 1
    if X(10,m) == 1
        if X(11,m) == 1
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(1);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(2);
            end
        else
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(4);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(3);
            end
        end
    else
        if X(11,m) == 1
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(5);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(6);
            end
        end
    end
end

```

```

else
    if X(12,m) == 1
        W3_QAM(m) = C_QAM(8);
    else
        W3_QAM(m) = C_QAM(7);
    end
end
end
else
    if X(10,m) == 1
        if X(11,m) == 1
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(13);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(14);
            end
        else
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(16);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(15);
            end
        end
    else
        if X(11,m) == 1
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(9);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(10);
            end
        else
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(12);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(11);
            end
        end
    end
end
end
if X(13,m) == 1
    if X(14,m) == 1
        if X(15,m) == 1
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(1);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(2);
            end
        else
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(4);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(3);
            end
        end
    else
        if X(15,m) == 1
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(5);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(6);
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    else
        if X(16,m) == 1
            W4_QAM(m) = C_QAM(8);
        else
            W4_QAM(m) = C_QAM(7);
        end
    end
end
else
    if X(14,m) == 1
        if X(15,m) == 1
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(13);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(14);
            end
        else
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(16);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(15);
            end
        end
    else
        if X(15,m) == 1
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(9);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(10);
            end
        else
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(12);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(11);
            end
        end
    end
end
end
end
end

```

% Ιπολογισμος arxikis kai mesaia timis gia QPSK kai G2

```

arxiki_timi_QPSK_G2 = E_S_QPSK/10^(decibels/10);
mesaia_timi_QPSK_G2 = E_S_QPSK/10^(decibels/2/10);

```

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou gia QPSK kai G2

```

S1_QPSK_G2 =
sqrt(arxiki_timi_QPSK_G2/log2(M_QPSK)):0.025:sqrt(mesaia_timi_QPSK_G2/log2(M_QPSK));
S2_QPSK_G2 =
sqrt(mesaia_timi_QPSK_G2/log2(M_QPSK))+0.02:0.02:sqrt(E_S_QPSK/log2(M_QPSK));
S_QPSK_G2 = [S1_QPSK_G2 sqrt(mesaia_timi_QPSK_G2/log2(M_QPSK)) S2_QPSK_G2
sqrt(E_S_QPSK/log2(M_QPSK))];

```

% Ιπολογισμος simatothorivikou logou gia QPSK kai G2

```

SNRs_QPSK_G2 = E_S_QPSK*S_QPSK_G2.^-2;

```

% Ιπολογισμος pithanotitas lathous gia QPSK kai G2

```

for q = 1:length(S_QPSK_G2)
    disp(q);

```

```

% Gennisi tw n H1 kai H2 pou antistoixoun sta dio monopatia diadosis kai prosomeiwnoun
Rayleigh kanalia
H1 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
H2 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
% Kataskevi tw n dianismatwn tou thorivou N1 kai N2
N1 = sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols)*i;
N2 = sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols)*i;
% Evresi lifthentos simatos gia QPSK
Y_QPSK(1:symbols) = W1_QPSK(1:symbols).*H1(1:symbols) + N1(1:symbols);
% Evresi lifthentos simatos gia G2
for p = 1:symbols
    % Kataskevi tou pinaka H apo ta H1, H2
    H(1,1) = H1(p);    H(1,2) = H2(p);
    H(2,1) = conj(H2(p)); H(2,2) = -conj(H1(p));
    % Ipologismos simatos ston dekti (i isxis ekpompis moirazetai eksisou stis dio keraies
    tou pompou)
    Con_G2(p) = H1(p)*conj(H1(p)) + H2(p)*conj(H2(p));
    Y_G2 = sqrt(2)/2*Con_G2(p)*[W1_QPSK(p) W2_QPSK(p)].' + H*[N1(p) N2(p)].';
    Y1_G2(p) = Y_G2(1); Y2_G2(p) = Y_G2(2);
end
% Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
for n = 1:4
    R_QPSK_abs(1:symbols,n) = abs(Y_QPSK(1:symbols) - C_QPSK(n)).^2;
    R1_G2_abs(1:symbols,n) = abs(Y1_G2(1:symbols) -
sqrt(2)/2*Con_G2(1:symbols)*C_QPSK(n)).^2;
    R2_G2_abs(1:symbols,n) = abs(Y2_G2(1:symbols) -
sqrt(2)/2*Con_G2(1:symbols)*C_QPSK(n)).^2;
end
% Evresi mikroteris apostasis
[O_QPSK(1:symbols),P_QPSK(1:symbols)] = min(R_QPSK_abs(1:symbols,:),[],2);
[O1_G2(1:symbols),P1_G2(1:symbols)] = min(R1_G2_abs(1:symbols,:),[],2);
[O2_G2(1:symbols),P2_G2(1:symbols)] = min(R2_G2_abs(1:symbols,:),[],2);
% Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
Z_QPSK(1:symbols) = C_QPSK(P_QPSK(1:symbols));
Z1_G2(1:symbols) = C_QPSK(P1_G2(1:symbols));
Z2_G2(1:symbols) = C_QPSK(P2_G2(1:symbols));
% Pinakes lathwn
E_QPSK(1:symbols) = (W1_QPSK(1:symbols) ~= Z_QPSK(1:symbols));
E1_G2(1:symbols) = (W1_QPSK(1:symbols) ~= Z1_G2(1:symbols));
E2_G2(1:symbols) = (W2_QPSK(1:symbols) ~= Z2_G2(1:symbols));
% Pithanotita lathous simvolou gia QPSK kai G2
SER_P_QPSK(q) = sum(E_QPSK)/symbols;
SER_P_G2(q) = (sum(E1_G2) + sum(E2_G2))/(2*symbols);
end

% Ipologismos arxikis kai mesaiais timis gia G3 kai G4
arxiki_timi_G3_G4 = E_S_QAM/10^(decibels/10);
mesaia_timi_G3_G4 = E_S_QAM/10^(decibels/2/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou gia G3 kai G4
S1_G3_G4 =
sqrt(arxiki_timi_G3_G4/log2(M_QAM)):0.025:sqrt(mesaia_timi_G3_G4/log2(M_QAM));
S2_G3_G4 =
sqrt(mesaia_timi_G3_G4/log2(M_QAM))+0.02:0.02:sqrt(E_S_QAM/log2(M_QAM));
S_G3_G4 = [S1_G3_G4 sqrt(mesaia_timi_G3_G4/log2(M_QAM)) S2_G3_G4
sqrt(E_S_QAM/log2(M_QAM))];

% Ipologismos simatothorivikou logou gia G3 kai G4

```

```

SNRs_G3_G4 = E_S_QAM*S_G3_G4.^-2;

% Ipologismos pithanotitas lathous gia G3 kai G4
for q = 1:length(S_G3_G4)
    disp(q);
    % Gennisi twN H1, H2 kai H3 pou antistoixoun sta dio monopatia diadosis kai
    % prosomeiwnoun Rayleigh kanalia
    H1 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H2 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H3 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H4 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    % Kataskevi twN dianismatwn tou thorivou N1 ws N8
    N1 = sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N2 = sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N3 = sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N4 = sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N5 = sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N6 = sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N7 = sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N8 = sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G3_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Evresi lifthentwn simatos gia G3 kai G4
    for p = 1:symbols
        % Kataskevi tou pinaka H apo ta H1, H2, H3, H4
        H(1,1) = H1(p);      H(1,2) = H2(p);      H(1,3) = H3(p);      H(1,4) = 0;
        H(2,1) = H2(p);      H(2,2) = -H1(p);      H(2,3) = 0;          H(2,4) = -H3(p);
        H(3,1) = H3(p);      H(3,2) = 0;          H(3,3) = -H1(p);      H(3,4) = H2(p);
        H(4,1) = 0;          H(4,2) = H3(p);      H(4,3) = -H2(p);      H(4,4) = -H1(p);
        H(5,1) = conj(H1(p)); H(5,2) = conj(H2(p)); H(5,3) = conj(H3(p)); H(5,4) = 0;
        H(6,1) = conj(H2(p)); H(6,2) = -conj(H1(p)); H(6,3) = 0;          H(6,4) = -
        conj(H3(p));
        H(7,1) = conj(H3(p)); H(7,2) = 0;          H(7,3) = -conj(H1(p)); H(7,4) = conj(H2(p));
        H(8,1) = 0;          H(8,2) = conj(H3(p)); H(8,3) = -conj(H2(p)); H(8,4) = -
        conj(H1(p));
        % Ipologismos simatos ston dekti (i isxis ekpompis moirazetai eksisou stis treis keraies
        % tou pompou)
        Con_G3(p) = 2*(H1(p)*conj(H1(p)) + H2(p)*conj(H2(p)) + H3(p)*conj(H3(p)));
        Y_G3 = sqrt(3)/3*Con_G3(p)*[W1_QAM(p) W2_QAM(p) W3_QAM(p) W4_QAM(p)].' +
        H*[N1(p) N2(p) N3(p) N4(p) N5(p) N6(p) N7(p) N8(p)].';
        Y1_G3(p) = Y_G3(1); Y2_G3(p) = Y_G3(2); Y3_G3(p) = Y_G3(3); Y4_G3(p) = Y_G3(4);
        H(1,4) = H4(p);
        H(2,3) = H4(p);
        H(3,2) = -H4(p);
        H(4,1) = H4(p);
        H(5,4) = conj(H4(p));
        H(6,3) = conj(H4(p));
        H(7,2) = -conj(H4(p));
        H(8,1) = conj(H4(p));
        Con_G4(p) = Con_G3(p) + 2*H4(p)*conj(H4(p));
        Y_G4 = 0.5*Con_G4(p)*[W1_QAM(p) W2_QAM(p) W3_QAM(p) W4_QAM(p)].' + H*[N1(p)
        N2(p) N3(p) N4(p) N5(p) N6(p) N7(p) N8(p)].';
        Y1_G4(p) = Y_G4(1); Y2_G4(p) = Y_G4(2); Y3_G4(p) = Y_G4(3); Y4_G4(p) = Y_G4(4);
    end
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:16
        R1_G3_abs(1:symbols,n) = abs(Y1_G3(1:symbols) -
        sqrt(3)/3*Con_G3(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
        R2_G3_abs(1:symbols,n) = abs(Y2_G3(1:symbols) -
        sqrt(3)/3*Con_G3(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
        R3_G3_abs(1:symbols,n) = abs(Y3_G3(1:symbols) -
        sqrt(3)/3*Con_G3(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;

```

```

R4_G3_abs(1:symbols,n) = abs(Y4_G3(1:symbols) -
sqrt(3)/3*Con_G3(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
R1_G4_abs(1:symbols,n) = abs(Y1_G4(1:symbols) -
0.5*Con_G4(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
R2_G4_abs(1:symbols,n) = abs(Y2_G4(1:symbols) -
0.5*Con_G4(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
R3_G4_abs(1:symbols,n) = abs(Y3_G4(1:symbols) -
0.5*Con_G4(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
R4_G4_abs(1:symbols,n) = abs(Y4_G4(1:symbols) -
0.5*Con_G4(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
end
% Evresi mikroteris apostasis
[O1_G3(1:symbols),P1_G3(1:symbols)] = min(R1_G3_abs(1:symbols,:),[],2);
[O2_G3(1:symbols),P2_G3(1:symbols)] = min(R2_G3_abs(1:symbols,:),[],2);
[O3_G3(1:symbols),P3_G3(1:symbols)] = min(R3_G3_abs(1:symbols,:),[],2);
[O4_G3(1:symbols),P4_G3(1:symbols)] = min(R4_G3_abs(1:symbols,:),[],2);
[O1_G4(1:symbols),P1_G4(1:symbols)] = min(R1_G4_abs(1:symbols,:),[],2);
[O2_G4(1:symbols),P2_G4(1:symbols)] = min(R2_G4_abs(1:symbols,:),[],2);
[O3_G4(1:symbols),P3_G4(1:symbols)] = min(R3_G4_abs(1:symbols,:),[],2);
[O4_G4(1:symbols),P4_G4(1:symbols)] = min(R4_G4_abs(1:symbols,:),[],2);
% Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
Z1_G3(1:symbols) = C_QAM(P1_G3(1:symbols));
Z2_G3(1:symbols) = C_QAM(P2_G3(1:symbols));
Z3_G3(1:symbols) = C_QAM(P3_G3(1:symbols));
Z4_G3(1:symbols) = C_QAM(P4_G3(1:symbols));
Z1_G4(1:symbols) = C_QAM(P1_G4(1:symbols));
Z2_G4(1:symbols) = C_QAM(P2_G4(1:symbols));
Z3_G4(1:symbols) = C_QAM(P3_G4(1:symbols));
Z4_G4(1:symbols) = C_QAM(P4_G4(1:symbols));
% Pinakes lathwn
E1_G3(1:symbols) = (W1_QAM(1:symbols) ~= Z1_G3(1:symbols));
E2_G3(1:symbols) = (W2_QAM(1:symbols) ~= Z2_G3(1:symbols));
E3_G3(1:symbols) = (W3_QAM(1:symbols) ~= Z3_G3(1:symbols));
E4_G3(1:symbols) = (W4_QAM(1:symbols) ~= Z4_G3(1:symbols));
E1_G4(1:symbols) = (W1_QAM(1:symbols) ~= Z1_G4(1:symbols));
E2_G4(1:symbols) = (W2_QAM(1:symbols) ~= Z2_G4(1:symbols));
E3_G4(1:symbols) = (W3_QAM(1:symbols) ~= Z3_G4(1:symbols));
E4_G4(1:symbols) = (W4_QAM(1:symbols) ~= Z4_G4(1:symbols));
% Pithanotita lathous simvolou gia G3 kai G4
SER_P_G3(q) = (sum(E1_G3) + sum(E2_G3) + sum(E3_G3) + sum(E4_G3))/(4*symbols);
SER_P_G4(q) = (sum(E1_G4) + sum(E2_G4) + sum(E3_G4) + sum(E4_G4))/(4*symbols);
end

SNRb_QPSK_G2 = SNRs_QPSK_G2./log2(M_QPSK);
SNRb_G3_G4 = SNRs_G3_G4./log2(M_QAM);
SNRb_log_QPSK_G2 = 10*log10(SNRb_QPSK_G2);
SNRb_log_G3_G4 = 10*log10(SNRb_G3_G4);
BER_P_QPSK = SER_P_QPSK./log2(M_QPSK);
BER_P_G2 = SER_P_G2./log2(M_QPSK);
BER_P_G3 = SER_P_G3./log2(M_QAM);
BER_P_G4 = SER_P_G4./log2(M_QAM);

save results_G2_vs_G3_vs_G4;

figure,
plot(SNRb_log_QPSK_G2,BER_P_QPSK,'k',SNRb_log_QPSK_G2,BER_P_G2,'b',SNRb_log_G3_G4,
BER_P_G3,'r',SNRb_log_G3_G4,BER_P_G4,'m'), legend('Uncoded QPSK','2x1 (G2) QPSK','3x1
(G3) 16QAM','4x1 (G4) 16QAM'), grid on, xlabel('Eb/No - Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'),
ylabel('Bit Error Probability'), axis([0 decibels 0 0.14]);

```

```
figure,
semilogy(SNRb_log_QPSK_G2,BER_P_QPSK,'k',SNRb_log_QPSK_G2,BER_P_G2,'b',SNRb_log_G3
_G4,BER_P_G3,'r',SNRb_log_G3_G4,BER_P_G4,'m'), legend('Uncoded QPSK','2x1 (G2)
QPSK','3x1 (G3) 16QAM','4x1 (G4) 16QAM'), grid on, xlabel('Eb/No - Signal to Noise Ratio per
Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0 decibels 0.5*BER_P_G4(1) 1]);
```

Η συνάρτηση **G2_1R_vs_2R** συγκρίνει τις αποδόσεις του σχήματος Alamouti για 2x1 και για 2x2 σύστημα.

```
function G2_1R_vs_2R(symbols,decibels)
```

```
% Tixaio sima
```

```
X = randsrc(4,symbols);
```

```
% Simeia asterismou
```

```
C(1) = +1 + 0*i;
```

```
C(2) = +0 + 1*i;
```

```
C(3) = -1 + 0*i;
```

```
C(4) = +0 - 1*i;
```

```
M_Alamouti = length(C);
```

```
% E_s i mesi energeia ana simvolo
```

```
E_s = sum(abs(C).^2)/M_Alamouti;
```

```
% Dimiourgia dio omadwn simvolwn, i mia antistoixei sto S1 kai i alli sto S2
```

```
for m = 1:symbols
```

```
    if X(1,m) == 1
```

```
        if X(2,m) == 1
```

```
            W1(m) = C(1);
```

```
        else
```

```
            W1(m) = C(2);
```

```
        end
```

```
    else
```

```
        if X(2,m) == -1
```

```
            W1(m) = C(3);
```

```
        else
```

```
            W1(m) = C(4);
```

```
        end
```

```
    end
```

```
    if X(3,m) == 1
```

```
        if X(4,m) == 1
```

```
            W2(m) = C(1);
```

```
        else
```

```
            W2(m) = C(2);
```

```
        end
```

```
    else
```

```
        if X(4,m) == -1
```

```
            W2(m) = C(3);
```

```
        else
```

```
            W2(m) = C(4);
```

```
        end
```

```
    end
```

```
end
```

```
% Ipologismos arxikis kai mesaia timis
```

```

arxiki_timi = E_s/10^(decibels/10);
mesaia_timi = E_s/10^(decibels/2/10);

% Dianisma timwn metavitotitas thorivou
S1 = sqrt(arxiki_timi/log2(M_Alamouti)):0.025:sqrt(mesaia_timi/log2(M_Alamouti));
S2 = sqrt(mesaia_timi/log2(M_Alamouti))+0.02:0.02:sqrt(E_s/log2(M_Alamouti));
S = [S1 sqrt(mesaia_timi/log2(M_Alamouti)) S2 sqrt(E_s/log2(M_Alamouti))];

% Ipologismos simatothorivou logou
SNRs = E_s*S.^-2;
% Ipologismos pithanotitas lathous gia QPSK, Alamouti 2x1 kai Alamouti 2x2
for q = 1:length(S)
    disp(q);
    % Gennisi twv H1_1, H1_2, H2_1 kai H2_2 (HR_T) pou antistoixoun sta tessera monopatia
    diadosis kai prosomeiwnoun Rayleigh kanalia
    H1_1 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H1_2 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H2_1 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H2_2 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    % Kataskevi twv dianismatwn tou thorivou N1_1, N1_2, N2_1 kai N2_2 (NR_timeslot)
    N1_1 = sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    N1_2 = sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    N2_1 = sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    N2_2 = sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Evresi lifthentos simatos gia QPSK
    Y_QPSK(1:symbols) = W1(1:symbols).*H1_1(1:symbols) + N1_1(1:symbols);
    % Evresi lifthentwn simatwn gia Alamouti
    for p = 1:symbols
        % Kataskevi tou pinaka H1 apo ta H1_1, H1_2
        H1(1,1) = H1_1(p);    H1(1,2) = H1_2(p);
        H1(2,1) = conj(H1_2(p));    H1(2,2) = -conj(H1_1(p));
        % Kataskevi tou pinaka H2 apo ta H2_1, H2_2
        H2(1,1) = H2_1(p);    H2(1,2) = H2_2(p);
        H2(2,1) = conj(H2_2(p));    H2(2,2) = -conj(H2_1(p));
        % Ipologismos simatos stis dio keraies tou dekti (i isxis ekpompis moirazetai eksisou
        stis dio keraies tou pompou)
        Con1(p) = H1_1(p)*conj(H1_1(p)) + H1_2(p)*conj(H1_2(p));
        Con2(p) = H2_1(p)*conj(H2_1(p)) + H2_2(p)*conj(H2_2(p));
        Y1 = sqrt(2)/2*Con1(p)*[W1(p) W2(p)].' + H1'*[N1_1(p) N1_2(p)].';
        Y2 = sqrt(2)/2*Con2(p)*[W1(p) W2(p)].' + H2'*[N2_1(p) N2_2(p)].';
        Y1_1(p) = Y1(1); Y1_2(p) = Y1(2);
        Y2_1(p) = Y2(1); Y2_2(p) = Y2(2);
    end
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou gia QPSK, Alamouti 2x1 kai Alamouti
    2x2
    for n = 1:4
        R_QPSK_abs(1:symbols,n) = abs(Y_QPSK(1:symbols) - C(n)).^2;
        R1_1_abs(1:symbols,n) = abs(Y1_1(1:symbols) - sqrt(2)/2*Con1(1:symbols)*C(n)).^2;
        R1_2_abs(1:symbols,n) = abs(Y1_2(1:symbols) - sqrt(2)/2*Con1(1:symbols)*C(n)).^2;
        R2_1_abs(1:symbols,n) = abs(Y2_1(1:symbols) - sqrt(2)/2*Con2(1:symbols)*C(n)).^2;
        R2_2_abs(1:symbols,n) = abs(Y2_2(1:symbols) - sqrt(2)/2*Con2(1:symbols)*C(n)).^2;
    end
    % Epilogi tis mikroteris apostasis metaksi twv antistoixwn gia kathe mia apo tis dio
    keraies lipsis
    R1 = R1_1_abs + R2_1_abs;
    R2 = R1_2_abs + R2_2_abs;
    % Epilogi tou simeiou asterismou pou antistoixei sti mikroteri apostasi
    [O_QPSK(1:symbols),P_QPSK(1:symbols)] = min(R_QPSK_abs(1:symbols,:),[],2);
    [O1_1R(1:symbols),P1_1R(1:symbols)] = min(R1_1_abs(1:symbols,:),[],2);
    [O2_1R(1:symbols),P2_1R(1:symbols)] = min(R1_2_abs(1:symbols,:),[],2);

```

```

[O1_2R(1:symbols),P1_2R(1:symbols)] = min(R1(1:symbols,:),[],2);
[O2_2R(1:symbols),P2_2R(1:symbols)] = min(R2(1:symbols,:),[],2);
% Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
Z_QPSK(1:symbols) = C(P_QPSK(1:symbols));
Z1_1R(1:symbols) = C(P1_1R(1:symbols));
Z2_1R(1:symbols) = C(P2_1R(1:symbols));
Z1_2R(1:symbols) = C(P1_2R(1:symbols));
Z2_2R(1:symbols) = C(P2_2R(1:symbols));
% Pinakes lathwn
E_QPSK(1:symbols) = (W1(1:symbols) ~= Z_QPSK(1:symbols));
E1_1R(1:symbols) = (W1(1:symbols) ~= Z1_1R(1:symbols));
E2_1R(1:symbols) = (W2(1:symbols) ~= Z2_1R(1:symbols));
E1_2R(1:symbols) = (W1(1:symbols) ~= Z1_2R(1:symbols));
E2_2R(1:symbols) = (W2(1:symbols) ~= Z2_2R(1:symbols));
% Pithanotita lathous simvolou gia QPSK, Alamouti 2x1 kai Alamouti 2x2
SER_P_QPSK(q) = sum(E_QPSK)/symbols;
SER_P_1R(q) = (sum(E1_1R) + sum(E2_1R))/(2*symbols);
SER_P_2R(q) = (sum(E1_2R) + sum(E2_2R))/(2*symbols);
% Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou gia QPSK, Alamouti 2x1 kai Alamouti
2x2

end

SNRb = SNRs./log2(M_Alamouti);
SNRblog = 10*log10(SNRb);
BER_P_QPSK = SER_P_QPSK./log2(M_Alamouti);
BER_P_1R = SER_P_1R./log2(M_Alamouti);
BER_P_2R = SER_P_2R./log2(M_Alamouti);

save results_G2_1R_vs_2R;

figure, plot(SNRblog,BER_P_QPSK,'k',SNRblog,BER_P_1R,'r',SNRblog,BER_P_2R,'m'),
legend('Uncoded QPSK','QPSK - 2T x 1R','QPSK - 2T x 2R'), grid on, xlabel('Eb/No - Signal to
Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0 decibels 0 0.14]);
figure, semilogy(SNRblog,BER_P_QPSK,'k',SNRblog,BER_P_1R,'r',SNRblog,BER_P_2R,'m'),
legend('Uncoded QPSK','QPSK - 2T x 1R','QPSK - 2T x 2R'), grid on, xlabel('Eb/No - Signal to
Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0 decibels 0.5*BER_P_2R(1)
1]);

```

Η συνάρτηση **G4_4x1_vs_G2_2x2** συγκρίνει την απόδοση του G4 (για 4x1 MIMO σύστημα) με την απόδοση του G2 (για 2x2 MIMO σύστημα).

```

function G4_4x1_vs_G2_2x2(symbols,decibels)

% Tixaio sima
X = randsrc(16,symbols);

% Simeia asterismou gia tin QPSK
C_QPSK(1) = +1 + 0*i;
C_QPSK(2) = +0 + 1*i;
C_QPSK(3) = -1 + 0*i;
C_QPSK(4) = +0 - 1*i;
M_QPSK = length(C_QPSK);

% E_S_QPSK i mesi energeia ana simvolo gia tin QPSK diamorfws

```

```
E_S_QPSK = sum(abs(C_QPSK).^2)/M_QPSK;
```

```
% Simeia asterismou gia tin 16-QAM
```

```
C_QAM(1) = - 3/2 + 3/2*i;
C_QAM(2) = - 3/2 + 1/2*i;
C_QAM(3) = - 3/2 - 1/2*i;
C_QAM(4) = - 3/2 - 3/2*i;
C_QAM(5) = - 1/2 + 3/2*i;
C_QAM(6) = - 1/2 + 1/2*i;
C_QAM(7) = - 1/2 - 1/2*i;
C_QAM(8) = - 1/2 - 3/2*i;
C_QAM(9) = + 1/2 + 3/2*i;
C_QAM(10) = + 1/2 + 1/2*i;
C_QAM(11) = + 1/2 - 1/2*i;
C_QAM(12) = + 1/2 - 3/2*i;
C_QAM(13) = + 3/2 + 3/2*i;
C_QAM(14) = + 3/2 + 1/2*i;
C_QAM(15) = + 3/2 - 1/2*i;
C_QAM(16) = + 3/2 - 3/2*i;
M_QAM = length(C_QAM);
```

```
% E_S_QAM i mesi energeia ana simvolo gia tin QAM diamorfwsi
```

```
E_S_QAM = sum(abs(C_QAM).^2)/M_QAM;
```

```
% Dimiourgia dio omadwn simvolwn gia to sxima Alamouti (2x2 G2), i mia antistoixei sto S1
kai i alli sto S2
```

```
for m = 1:symbols
    if X(1,m) == 1
        if X(2,m) == 1
            W1_QPSK(m) = C_QPSK(1);
        else
            W1_QPSK(m) = C_QPSK(2);
        end
    else
        if X(2,m) == -1
            W1_QPSK(m) = C_QPSK(3);
        else
            W1_QPSK(m) = C_QPSK(4);
        end
    end
    if X(3,m) == 1
        if X(4,m) == 1
            W2_QPSK(m) = C_QPSK(1);
        else
            W2_QPSK(m) = C_QPSK(2);
        end
    else
        if X(4,m) == -1
            W2_QPSK(m) = C_QPSK(3);
        else
            W2_QPSK(m) = C_QPSK(4);
        end
    end
end
end
```

```
% Dimiourgia tessarwn omadwn simvolwn gia to sxima G4 oi opoies antistoixoun sta S1, S2,
S3, S4
```

```
for m = 1:symbols
    if X(1,m) == 1
        if X(2,m) == 1
```

```

if X(3,m) == 1
    if X(4,m) == 1
        W1_QAM(m) = C_QAM(1);
    else
        W1_QAM(m) = C_QAM(2);
    end
else
    if X(4,m) == 1
        W1_QAM(m) = C_QAM(4);
    else
        W1_QAM(m) = C_QAM(3);
    end
end
else
    if X(3,m) == 1
        if X(4,m) == 1
            W1_QAM(m) = C_QAM(5);
        else
            W1_QAM(m) = C_QAM(6);
        end
    else
        if X(4,m) == 1
            W1_QAM(m) = C_QAM(8);
        else
            W1_QAM(m) = C_QAM(7);
        end
    end
end
else
    if X(2,m) == 1
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W1_QAM(m) = C_QAM(13);
            else
                W1_QAM(m) = C_QAM(14);
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                W1_QAM(m) = C_QAM(16);
            else
                W1_QAM(m) = C_QAM(15);
            end
        end
    else
        if X(3,m) == 1
            if X(4,m) == 1
                W1_QAM(m) = C_QAM(9);
            else
                W1_QAM(m) = C_QAM(10);
            end
        else
            if X(4,m) == 1
                W1_QAM(m) = C_QAM(12);
            else
                W1_QAM(m) = C_QAM(11);
            end
        end
    end
end
if X(5,m) == 1

```

```

if X(6,m) == 1
    if X(7,m) == 1
        if X(8,m) == 1
            W2_QAM(m) = C_QAM(1);
        else
            W2_QAM(m) = C_QAM(2);
        end
    else
        if X(8,m) == 1
            W2_QAM(m) = C_QAM(4);
        else
            W2_QAM(m) = C_QAM(3);
        end
    end
else
    if X(7,m) == 1
        if X(8,m) == 1
            W2_QAM(m) = C_QAM(5);
        else
            W2_QAM(m) = C_QAM(6);
        end
    else
        if X(8,m) == 1
            W2_QAM(m) = C_QAM(8);
        else
            W2_QAM(m) = C_QAM(7);
        end
    end
end
else
    if X(6,m) == 1
        if X(7,m) == 1
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(13);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(14);
            end
        else
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(16);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(15);
            end
        end
    else
        if X(7,m) == 1
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(9);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(10);
            end
        else
            if X(8,m) == 1
                W2_QAM(m) = C_QAM(12);
            else
                W2_QAM(m) = C_QAM(11);
            end
        end
    end
end
end

```

```

if X(9,m) == 1
    if X(10,m) == 1
        if X(11,m) == 1
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(1);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(2);
            end
        else
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(4);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(3);
            end
        end
    end
else
    if X(11,m) == 1
        if X(12,m) == 1
            W3_QAM(m) = C_QAM(5);
        else
            W3_QAM(m) = C_QAM(6);
        end
    else
        if X(12,m) == 1
            W3_QAM(m) = C_QAM(8);
        else
            W3_QAM(m) = C_QAM(7);
        end
    end
end
else
    if X(10,m) == 1
        if X(11,m) == 1
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(13);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(14);
            end
        else
            if X(12,m) == 1
                W3_QAM(m) = C_QAM(16);
            else
                W3_QAM(m) = C_QAM(15);
            end
        end
    end
else
    if X(11,m) == 1
        if X(12,m) == 1
            W3_QAM(m) = C_QAM(9);
        else
            W3_QAM(m) = C_QAM(10);
        end
    else
        if X(12,m) == 1
            W3_QAM(m) = C_QAM(12);
        else
            W3_QAM(m) = C_QAM(11);
        end
    end
end
end

```

```

end
if X(13,m) == 1
    if X(14,m) == 1
        if X(15,m) == 1
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(1);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(2);
            end
        else
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(4);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(3);
            end
        end
    end
else
    if X(15,m) == 1
        if X(16,m) == 1
            W4_QAM(m) = C_QAM(5);
        else
            W4_QAM(m) = C_QAM(6);
        end
    else
        if X(16,m) == 1
            W4_QAM(m) = C_QAM(8);
        else
            W4_QAM(m) = C_QAM(7);
        end
    end
end
else
    if X(14,m) == 1
        if X(15,m) == 1
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(13);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(14);
            end
        else
            if X(16,m) == 1
                W4_QAM(m) = C_QAM(16);
            else
                W4_QAM(m) = C_QAM(15);
            end
        end
    end
else
    if X(15,m) == 1
        if X(16,m) == 1
            W4_QAM(m) = C_QAM(9);
        else
            W4_QAM(m) = C_QAM(10);
        end
    else
        if X(16,m) == 1
            W4_QAM(m) = C_QAM(12);
        else
            W4_QAM(m) = C_QAM(11);
        end
    end
end
end

```

```

end
end
end

% Ipologismos arxikis kai mesaia timis gia QPSK kai G2
arxiki_timi_QPSK_G2 = E_S_QPSK/10^(decibels/10);
mesaia_timi_QPSK_G2 = E_S_QPSK/10^(decibels/2/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou gia QPSK kai G2
S1_QPSK_G2 =
sqrt(arxiki_timi_QPSK_G2/log2(M_QPSK)):0.025:sqrt(mesaia_timi_QPSK_G2/log2(M_QPSK));
S2_QPSK_G2 =
sqrt(mesaia_timi_QPSK_G2/log2(M_QPSK))+0.02:0.02:sqrt(E_S_QPSK/log2(M_QPSK));
S_QPSK_G2 = [S1_QPSK_G2 sqrt(mesaia_timi_QPSK_G2/log2(M_QPSK)) S2_QPSK_G2
sqrt(E_S_QPSK/log2(M_QPSK))];

% Ipologismos simatothorivikou logou gia QPSK kai G2
SNRs_QPSK_G2 = E_S_QPSK*S_QPSK_G2.^-2;

% Ipologismos pithanotitas lathous gia QPSK kai 2x2 G2
for q = 1:length(S_QPSK_G2)
    disp(q);
    % Gennisi tw n H1_1, H1_2, H2_1 kai H2_2 (HR_T) pou antistoixoun sta tessera monopatia
    % diadosis kai prosomeiwnoun Rayleigh kanalia
    H1_1 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H1_2 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H2_1 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H2_2 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    % Kataskevi tw n dianismatwn tou thorivou N1_1, N1_2, N2_1 kai N2_2 (NR_T)
    N1_1 = sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols)*i;
    N1_2 = sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols)*i;
    N2_1 = sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols)*i;
    N2_2 = sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols) +
sqrt(2)/2*S_QPSK_G2(q)*randn(1,symbols)*i;
    % Evresi lifthentos simatos gia QPSK
    Y_QPSK(1:symbols) = W1_QPSK(1:symbols).*H1_1(1:symbols) + N1_1(1:symbols);
    % Evresi lifthentos simatos gia G2
    for p = 1:symbols
        % Kataskevi tou pinaka H1 apo ta H1_1, H1_2
        H1(1,1) = H1_1(p);    H1(1,2) = H1_2(p);
        H1(2,1) = conj(H1_2(p));    H1(2,2) = -conj(H1_1(p));
        % Kataskevi tou pinaka H2 apo ta H2_1, H2_2
        H2(1,1) = H2_1(p);    H2(1,2) = H2_2(p);
        H2(2,1) = conj(H2_2(p));    H2(2,2) = -conj(H2_1(p));
        % Ipologismos simatos stis dio keraies tou dekti (i isxis ekspompis moirazetai eksisou
        % stis dio keraies tou pompou)
        Con1_G2(p) = H1_1(p)*conj(H1_1(p)) + H1_2(p)*conj(H1_2(p));
        Con2_G2(p) = H2_1(p)*conj(H2_1(p)) + H2_2(p)*conj(H2_2(p));
        Y1_G2 = sqrt(2)/2*Con1_G2(p)*[W1_QPSK(p) W2_QPSK(p)].' + H1*[N1_1(p) N1_2(p)].';
        Y2_G2 = sqrt(2)/2*Con2_G2(p)*[W1_QPSK(p) W2_QPSK(p)].' + H2*[N2_1(p) N2_2(p)].';
        Y1_1_G2(p) = Y1_G2(1); Y1_2_G2(p) = Y1_G2(2);
        Y2_1_G2(p) = Y2_G2(1); Y2_2_G2(p) = Y2_G2(2);
    end
    % Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
    for n = 1:4
        R_QPSK_abs(1:symbols,n) = abs(Y_QPSK(1:symbols) - C_QPSK(n)).^2;
    end
end
end
end

```

```

R1_1_G2_abs(1:symbols,n) = abs(Y1_1_G2(1:symbols) -
sqrt(2)/2*Con1_G2(1:symbols)*C_QPSK(n)).^2;
R1_2_G2_abs(1:symbols,n) = abs(Y1_2_G2(1:symbols) -
sqrt(2)/2*Con1_G2(1:symbols)*C_QPSK(n)).^2;
R2_1_G2_abs(1:symbols,n) = abs(Y2_1_G2(1:symbols) -
sqrt(2)/2*Con2_G2(1:symbols)*C_QPSK(n)).^2;
R2_2_G2_abs(1:symbols,n) = abs(Y2_2_G2(1:symbols) -
sqrt(2)/2*Con2_G2(1:symbols)*C_QPSK(n)).^2;
end
% Epilogi tis mikroteris apostasis metaksi tw n antistoixwn gia kathe mia apo tis dio
keraies lipsis
R1_G2 = R1_1_G2_abs + R2_1_G2_abs;
R2_G2 = R1_2_G2_abs + R2_2_G2_abs;
% Epilogi tou simeiou asterismou pou antistoixei sti mikroteri apostasi
[O_QPSK(1:symbols),P_QPSK(1:symbols)] = min(R_QPSK_abs(1:symbols,:),[],2);
[O1_G2(1:symbols),P1_G2(1:symbols)] = min(R1_G2(1:symbols,:),[],2);
[O2_G2(1:symbols),P2_G2(1:symbols)] = min(R2_G2(1:symbols,:),[],2);
% Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
Z_QPSK(1:symbols) = C_QPSK(P_QPSK(1:symbols));
Z1_G2(1:symbols) = C_QPSK(P1_G2(1:symbols));
Z2_G2(1:symbols) = C_QPSK(P2_G2(1:symbols));
% Pinakes lathwn
E_QPSK(1:symbols) = (W1_QPSK(1:symbols) ~= Z_QPSK(1:symbols));
E1_G2(1:symbols) = (W1_QPSK(1:symbols) ~= Z1_G2(1:symbols));
E2_G2(1:symbols) = (W2_QPSK(1:symbols) ~= Z2_G2(1:symbols));
% Pithanotita lathous simvolou gia QPSK kai 2x2 G2
SER_P_QPSK(q) = sum(E_QPSK)/symbols;
SER_P_G2(q) = (sum(E1_G2) + sum(E2_G2))/(2*symbols);
end

% Ipologismos arxikis kai mesaia timis gia G4
arxiki_timi_G4 = E_S_QAM/10^(decibels/10);
mesaia_timi_G4 = E_S_QAM/10^(decibels/2/10);

% Dianisma timwn metavlitotitas thorivou gia G4
S1_G4 = sqrt(arxiki_timi_G4/log2(M_QAM)):0.025:sqrt(mesaia_timi_G4/log2(M_QAM));
S2_G4 = sqrt(mesaia_timi_G4/log2(M_QAM))+0.02:0.02:sqrt(E_S_QAM/log2(M_QAM));
S_G4 = [S1_G4 sqrt(mesaia_timi_G4/log2(M_QAM)) S2_G4 sqrt(E_S_QAM/log2(M_QAM))];

% Ipologismos simatothorivikou logou gia G4
SNRs_G4 = E_S_QAM*S_G4.^-2;

% Ipologismos pithanotitas lathous gia G4
for q = 1:length(S_G4)
    disp(q);
    % Gennisi tw n H1, H2, H3 kai H4 pou antistoixoun sta dio monopatia diadosis kai
    prosomeiwnoun Rayleigh kanalia
    H1 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H2 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H3 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    H4 = abs(sqrt(2)/2*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*randn(1,symbols)*i);
    % Kataskevi tw n dianismatwn tou thorivou N1 ws N8
    N1 = sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N2 = sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N3 = sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N4 = sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N5 = sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N6 = sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N7 = sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols)*i;
    N8 = sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols) + sqrt(2)/2*S_G4(q)*randn(1,symbols)*i;

```

```

% Evresi lifthentos simatos gia G4
for p = 1:symbols
    % Kataskevi tou pinaka H apo ta H1, H2, H3, H4
    H(1,1) = H1(p);    H(1,2) = H2(p);    H(1,3) = H3(p);    H(1,4) = H4(p);
    H(2,1) = H2(p);    H(2,2) = -H1(p);    H(2,3) = H4(p);    H(2,4) = -H3(p);
    H(3,1) = H3(p);    H(3,2) = -H4(p);    H(3,3) = -H1(p);    H(3,4) = H2(p);
    H(4,1) = H4(p);    H(4,2) = H3(p);    H(4,3) = -H2(p);    H(4,4) = -H1(p);
    H(5,1) = conj(H1(p)); H(5,2) = conj(H2(p)); H(5,3) = conj(H3(p)); H(5,4) =
conj(H4(p));
    H(6,1) = conj(H2(p)); H(6,2) = -conj(H1(p)); H(6,3) = conj(H4(p)); H(6,4) = -
conj(H3(p));
    H(7,1) = conj(H3(p)); H(7,2) = -conj(H4(p)); H(7,3) = -conj(H1(p)); H(7,4) =
conj(H2(p));
    H(8,1) = conj(H4(p)); H(8,2) = conj(H3(p)); H(8,3) = -conj(H2(p)); H(8,4) = -
conj(H1(p));
    % Ipologismos simatos ston dekti (i isxis ekpompis moirazetai eksisou stis treis keraies
    tou pompou)
    Con_G4(p) = 2*(H1(p)*conj(H1(p)) + H2(p)*conj(H2(p)) + H3(p)*conj(H3(p)) +
H4(p)*conj(H4(p))); ;
    Y_G4 = 0.5*Con_G4(p)*[W1_QAM(p) W2_QAM(p) W3_QAM(p) W4_QAM(p)].' + H*[N1(p)
N2(p) N3(p) N4(p) N5(p) N6(p) N7(p) N8(p)].';
    Y1_G4(p) = Y_G4(1); Y2_G4(p) = Y_G4(2); Y3_G4(p) = Y_G4(3); Y4_G4(p) = Y_G4(4);
end
% Ipologismos apostasis apo ta simeia tou asterismou
for n = 1:16
    R1_G4_abs(1:symbols,n) = abs(Y1_G4(1:symbols) -
0.5*Con_G4(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
    R2_G4_abs(1:symbols,n) = abs(Y2_G4(1:symbols) -
0.5*Con_G4(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
    R3_G4_abs(1:symbols,n) = abs(Y3_G4(1:symbols) -
0.5*Con_G4(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
    R4_G4_abs(1:symbols,n) = abs(Y4_G4(1:symbols) -
0.5*Con_G4(1:symbols)*C_QAM(n)).^2;
end
% Epilogi tou simeiou asterismou pou antistoixei sti mikroteri apostasi
[O1_G4(1:symbols),P1_G4(1:symbols)] = min(R1_G4_abs(1:symbols,:),[],2);
[O2_G4(1:symbols),P2_G4(1:symbols)] = min(R2_G4_abs(1:symbols,:),[],2);
[O3_G4(1:symbols),P3_G4(1:symbols)] = min(R3_G4_abs(1:symbols,:),[],2);
[O4_G4(1:symbols),P4_G4(1:symbols)] = min(R4_G4_abs(1:symbols,:),[],2);
% Apofasi gia tin "orthi" timi tou simatos
Z1_G4(1:symbols) = C_QAM(P1_G4(1:symbols));
Z2_G4(1:symbols) = C_QAM(P2_G4(1:symbols));
Z3_G4(1:symbols) = C_QAM(P3_G4(1:symbols));
Z4_G4(1:symbols) = C_QAM(P4_G4(1:symbols));
% Pinakes lathwn
E1_G4(1:symbols) = (W1_QAM(1:symbols) ~= Z1_G4(1:symbols));
E2_G4(1:symbols) = (W2_QAM(1:symbols) ~= Z2_G4(1:symbols));
E3_G4(1:symbols) = (W3_QAM(1:symbols) ~= Z3_G4(1:symbols));
E4_G4(1:symbols) = (W4_QAM(1:symbols) ~= Z4_G4(1:symbols));
% Pithanotita lathous simvolou gia G4
SER_P_G4(q) = (sum(E1_G4) + sum(E2_G4) + sum(E3_G4) + sum(E4_G4))/(4*symbols);
end

SNRb_QPSK_G2 = SNRs_QPSK_G2./log2(M_QPSK);
SNRb_G4 = SNRs_G4./log2(M_QAM);
SNRb_log_QPSK_G2 = 10*log10(SNRb_QPSK_G2);
SNRb_log_G4 = 10*log10(SNRb_G4);
BER_P_QPSK = SER_P_QPSK./log2(M_QPSK);
BER_P_G2 = SER_P_G2./log2(M_QPSK);
BER_P_G4 = SER_P_G4./log2(M_QAM);

```

```

save results_G4_4x1_vs_G2_2x2;

figure,
plot(SNRb_log_QPSK_G2,BER_P_QPSK,'k',SNRb_log_G4,BER_P_G4,'r',SNRb_log_QPSK_G2,BER
_P_G2,'m'), legend('Uncoded QPSK','4x1 (G4) 16QAM','2x2 (G2) QPSK'), grid on, xlabel('Eb/No
- Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0 decibels 0 0.14]);
figure,
semilogy(SNRb_log_QPSK_G2,BER_P_QPSK,'k',SNRb_log_G4,BER_P_G4,'r',SNRb_log_QPSK_G2
,BER_P_G2,'m'), legend('Uncoded QPSK','4x1 (G4) 16QAM','2x2 (G2) QPSK'), grid on,
xlabel('Eb/No - Signal to Noise Ratio per Bit (dB)'), ylabel('Bit Error Probability'), axis([0
decibels 0.5*BER_P_G2(1) 1]);

```


ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Α. Κανάτας, Φ. Κωνσταντίνου, “Συστήματα Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών”, Μάρτιος 2001.
- [2] M.K. Redl, S.M. Weber, M.W. Oliphant, “An Introduction to GSM”, Artech House Inc., 1995.
- [3] Π. Κωττής, Χ. Καψάλης, “Κεραίες και Ασύρματες Ζεύξεις”, Εκδόσεις Τζιόλα, 2003.
- [4] IEC Smart Antenna Systems, on-line tutorial, URL: www.iec.org/online/tutorials/smart_ant.
- [5] G. Tsoulos, “Smart Antennas for Mobile Communication Systems: Benefits and Challenges”, Electronics and Communication Engineering Journal, Vol. 11, No. 22, April 1999, pp. 84-94.
- [6] David Gesbert, Mansoor Shafi, Da-Shan Shiu, Peter J. Smith, Ayman Naguib, “From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space-Time Coded Wireless Systems”, IEEE Journal Select. Areas Commun., Vol. 21, No. 3, April 2003, pp. 281-302.
- [7] Μ.Ε. Θεολόγου, “Δίκτυα Κινητών και Προσωπικών Επικοινωνιών”, Εκδόσεις ΕΜΠ, Μάρτιος 2002.
- [8] H.T. Friis, “A Note on a Simple Transmission Formula”, 1946.
- [9] Φ. Κωνσταντίνου, “Κινητές Τηλεπικοινωνίες - Μοντέλα Ραδιοκάλυψης”, Σεπτέμβριος 2002.
- [10] D.C. Cox, “Correlation Bandwidth and Delay Spread Multipath Propagation Statistics for 910 MHz Urban Mobile Radio Channels”, IEEE Trans. on Commun., Vol. 23, No. 11, November 1975, pp. 1271-1280
- [11] Theodore S. Rappaport, “Wireless Communication, Principles & Practice”, Prentice Hall, 1996.
- [12] R. Steele, “Mobile Radio Communications”, IEEE Press, 1994.
- [13] D.C Cox, “Delay Doppler Characteristics of Multipath Propagation at 910 MHz in a Suburban Mobile Radio Environment”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 20, No. 5, September 1972, pp. 625-635.
- [14] Δήμητρα Ζαρμπούτη, “Θεωρία και ανάλυση συστημάτων MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) - πολλαπλών κεραιών στο σταθμό βάσης και στο κινητό, σε διαφορετικά περιβάλλοντα ασύρματης επικοινωνίας”, 2004.
- [15] Eric Bird, “Wireless, Cellular and Personal Telecommunication - Lecture 7”, Southern Methodist University, Fall 2003.
- [16] Γ. Κοκολάκης, Ι. Σπηλιώτης, “Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστική”, Εκδόσεις Συμεών, 1999.
- [17] Π.Γ. Κωττής, “Διαμόρφωση και Μετάδοση Σημάτων”, Εκδόσεις Τζιόλα, 2003.
- [18] Andrea Goldsmith, “Wireless Communications”, Cambridge University Press, 2005.
- [19] J. Proakis, Digital Communications , McGraw-Hill Inc., 1989.

- [20] Mohinder Jankiraman, "Space-Time Codes and MIMO Systems", Artech House, Inc., 2004.
- [21] Arogyaswami Paulraj, Rohit Nabar and Dhananjay Gore, "Introduction to Space-Time Wireless Communications", Cambridge University Press, 2003.
- [22] C. Shannon, "Communication in the Presence of Noise", Proc. IRE, Vol. 37, 1949, pp. 10-21.
- [23] Da-Shan Shiu, G.J. Foschini, M.J. Gans and L.M. Kahn, "Fading Correlation and Its Effect on the Capacity of Multielement Antenna Systems", IEEE Ttrans. On Commun., Vol. 48, No. 3, March 2000, pp. 502-512.
- [24] E. Telatar, "Capacity of Multiantenna Gaussian Channels," AT&T Bell Laboratories, Tech. Memo., June 1995.
- [25] George Tsoulos, "MIMO System Technology for Wireless Communications", Taylor & Francis Group, 2006.
- [26] M. Wennström, "On MIMO System and Adaptive Arrays for Wireless Communications: Analysis and Practical Aspects", thesis, Uppsala 2002.
- [27] G.J. Foschini, "Layered Space-Time Architecture for Wireless Communications in a Fading Environment when Using Multi-Element Antennas", Bell Labs Tech., Autumn 1996, pp.41-59.
- [28] M.A. Khalighi, J.M. Brossier, G. Jourdain and K. Raoof, "On Capacity of Ricean MIMO channels", 12th IEEE Int. Symp. Personal, Indoor and Mobile Radio Commun., Vol. 1, 2001, A-150 to A-154.
- [29] S. Alamouti, "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications" IEEE Journal Select. Areas Commun., Vol. 16, No. 8, October 1998, pp. 1451-1458.
- [30] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 45, No. 5, July 1999, pp. 1456-1467.
- [31] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-Time Block Coding for Wireless: Performance Results" IEEE Journal Select. Areas Commun., Vol. 17, No. 3, March 1999, pp. 451-460.
- [32] David Gesbert, Jabran Akhtar, "Breaking the barriers of Shannon's capacity: An overview of MIMO wireless systems".
- [33] Kai Yu, "Modeling of Multiple-Input Multiple-Output Radio Propagation Channels".