



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Μελέτη Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Χαμηλής Τάσης με
Διεσπαρμένη Παραγωγή**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΥΣΤΡΑΤΙΑ Α. ΑΝΔΡΟΥ

Επιβλέπων: Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Ανέστης Αναστασιάδης
Υ.Δ. Ε.Μ.Π

Αθήνα, Οκτώβριος 2008



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Μελέτη Ροής Φορτίου σε Δίκτυο Χαμηλής Τάσης με
Διεσπαρμένη Παραγωγή**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΥΣΤΡΑΤΙΑ Α. ΑΝΔΡΟΥ

Επιβλέπων: Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

.....

.....

.....

Αθήνα, Οκτώβριος 2008

.....
ΕΥΣΤΡΑΤΙΑ Α. ΑΝΔΡΟΥ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Ευστρατία Α. Ανδρου, 2008

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2007- 2008 στον τομέα Ηλεκτρικής Ισχύος της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ.

Αντικείμενο της εργασίας είναι η Μελέτη της Ροής Φορτίου σε ένα δίκτυο Χαμηλής Τάσης, στο οποίο περιλαμβάνονται εγκαταστάσεις Διεσπαρμένης Παραγωγής. Αποτελεί τμήμα μιας ευρύτερης εργασίας, στην οποία μελετήθηκε η Ροή Φορτίου σε δίκτυα Χαμηλής και Μέσης Τάσης.

Υπεύθυνος κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας ήταν ο Καθηγητής κ. Ν. Χατζηαργυρίου, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την ανάθεσή της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Ανέστη Αναστασιάδη, για τη βοήθεια, την υποστήριξη και την καθοδήγηση που μου παρείχε κατά την εκπόνηση της εργασίας.

Αθήνα, Οκτώβριος 2008

ΕΥΣΤΡΑΤΙΑ Α. ΑΝΔΡΟΥ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα τελευταία χρόνια, η ανάγκη για εκτεταμένη χρήση των καλούμενων ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (ΑΠΕ) γίνεται επιτακτική, λόγω του υψηλού κόστους παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από τις παραδοσιακές πηγές, την αναμενόμενη εξάντληση των μη ανανεώσιμων πηγών ενέργειας και την διαρκώς αυξανόμενη μόλυνση του περιβάλλοντος.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής είναι η εμβάθυνση στη ροή φορτίου και η υλοποίησή της σε ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας χαμηλής τάσης στο οποίο περιλαμβάνονται εγκαταστάσεις διεσπαρμένης παραγωγής. Η ανάλυση ροών φορτίου έχει σα σκοπό τον υπολογισμό των αγνώστων τάσεων των ζυγών και των ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου για ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής, τάσεων γεννητριών και φορτίων. Οι μελέτες ροών φορτίου είναι από τις πιο βασικές μελέτες σε ένα δίκτυο όχι μόνο για τη διατήρηση των ορίων λειτουργίας, αλλά και για το σχεδιασμό ενός καινούριου συστήματος ή επέκτασης του υπάρχοντος συστήματος παραγωγής και μεταφοράς. Η ντετερμινιστική μέθοδος ροής φορτίου βασίζεται σε ακριβείς τιμές για τα φορτία, την παραγωγή και τις συνθήκες του δικτύου. Λαμβάνοντας όμως υπόψη την αβεβαιότητα και τη στατιστική φύση των δεδομένων μεγεθών, δηλαδή των φορτίων και της παραγωγής, η πιθανοτική μέθοδος αναδεικνύεται ιδιαίτερα χρήσιμη, ειδικότερα στην περίπτωση όπου στο σύστημα θεωρούνται και ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, των οποίων η παραγωγή ακολουθεί τη στατιστική φύση των ατμοσφαιρικών συνθηκών και είναι επομένως τυχαία μεταβλητή με μεγάλη αβεβαιότητα. Η πιθανοτική ροή φορτίου όμως δεν αναιρεί την ντετερμινιστική ανάλυση. Αντίθετα τη διευρύνει και της δίνει νέα διάσταση.

Αρχικά αναπτύσσεται η ντετερμινιστική και πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου, παρουσιάζονται τρόποι επίλυσής τους με αναλυτικές (γραμμικοποίηση-συνέλιξη) και αριθμητικές μεθόδους (Monte-Carlo), και παρουσιάζεται μια σύντομη αναφορά στα φωτοβολταϊκά συστήματα. Στη συνέχεια, γίνεται εφαρμογή της ροής φορτίου στη χαμηλή τάση για τον υπολογισμό των αγνώστων τάσεων των ζυγών και των ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου. Η μελέτη αναφέρεται σε 4 τυπικές μέρες του έτους (για τις 4 εποχές) όπου έχουμε 24-ωρες καμπύλες φορτίου και παραγωγής ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Επιπλέον, εφαρμόζεται η προσομοίωση Monte-Carlo σε ένα δίκτυο υψηλής τάσης και διαμορφώνεται κατάλληλο πρόγραμμα σε Matlab, ώστε να υπολογίζονται τα άγνωστα μεγέθη με τη μέθοδο της γραμμικοποίησης. Τέλος, μετά την επεξεργασία των αποτελεσμάτων, εξάγονται ορισμένα χρήσιμα συμπεράσματα.

ABSTRACT

In the past few years, the need for extensive use of the renewable sources of energy has become imperative, because of the high cost of production of electric energy from the traditional sources, the expected exhaustion of the non-renewable sources of energy and the permanently increasing environmental pollution.

The aim of the present study is the thorough examination of the deterministic and probabilistic method of load flow and their concretisation in a network of low voltage, in which installations of distributed generation are included. The aim of the load flow analysis is the calculation of the unknown voltages and power flows in the lines of a network, for a given system of production, voltages of generators and charges. The study of load flow is one of the most basic studies in a network, not only for the maintenance of the operation limits, but also for the planning of a new system or the extension of the existing system of production and transport. The deterministic method of load flow is based on precise values for the charges, the generation and the conditions of network, and thus any change requires new resolution. Taking into consideration the uncertainty and the statistical nature of the given sizes, that is to say charges and generation, the probabilistic load flow analysis is judged necessary, specifically in the case where production of renewable sources of energy (accidental variable with big uncertainty) is also considered in the system. The probabilistic load flow however does not reverse the deterministic analysis. On the contrary it extends its and it gives its a new dimension.

First, we present the theoretical background of deterministic and probabilistic load flow analysis, their ways of resolution with analytic (linearization-convolution) and numerical methods (Monte-Carlo), and a brief reference in solar power systems. Afterwards, an application of these methods in the low voltage is done in order to calculate the unknown voltages of buses and power flows in the lines of network. The study is based in four typical days of the year (for the 4 seasons). Furthermore, the Monte-Carlo simulation is applied in a high voltage system and a suitable program in Matlab is created in order to calculate the unknown sizes with the method of linearization. Finally, after the elaboration of the results, certain useful conclusions are extracted.

INDEX TERMS

Distributed Generation – Load Flow – Monte Carlo Simulation – Linearization

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Διεσπαρμένη Παραγωγή – Ροή Φορτίου – Προσομοίωση Monte Carlo – Γραμμικοποίηση

ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

P_i	Ενεργός έγχυση στον ζυγό i
Q_i	Άεργος έγχυση στον ζυγό i
P_{Gi}	Ενεργός παραγωγή ισχύος στον ζυγό i
Q_{Gi}	Άεργος παραγωγή ισχύος στον ζυγό i
P_{Li}	Ενεργό φορτίο στον ζυγό i
Q_{Li}	Άεργο φορτίο στον ζυγό i
S_i	Φαινόμενη έγχυση ισχύος στον ζυγό i
J_i	Ρεύμα ζυγού i
V_i	Τάση ζυγού
θ_i	Γωνία της τάσεως του ζυγού I ως προς τον ζυγό αναφοράς
g,h	Μη γραμμικές συναρτήσεις των εξισώσεων ροής φορτίου
J	Ιακωβιανή μήτρα
X	Διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης
Y	Διάνυσμα μεταβλητών εγχύσεων στους ζυγούς (εισόδου)
Z	Διάνυσμα μεταβλητών εξόδου
I	Διάνυσμα ρευμάτων
R_{ik}	Αντίσταση κλάδου ik
X_{ik}	Αντίδραση κλάδου ik
G_{ik}	Πραγματικό μέρος του στοιχείου ik της μήτρας αγωγιμότητας
B_{ik}	Φανταστικό μέρος του στοιχείου ik της μήτρας αγωγιμότητας
θ_{ik}	Διαφορά των γωνιών τάσεως μεταξύ των ζυγών i και k
P_{ik}	Ενεργός ροή ισχύος στον κλάδο ik
Q_{ik}	Άεργος ροή ισχύος στον κλάδο ik
μ	Αναμενόμενη τιμή
σ	Τυπική απόκλιση
$E\{\cdot\}$	Αναμενόμενη τιμή της
$\Phi\{\cdot\}$	Τιμή της κανονικοποιημένης μεταβλητής \cdot
$P\{\cdot\}$	Πιθανότητα του γεγονότος \cdot

\bar{V}	Μέση αναμενόμενη ταχύτητα του ανέμου
V_{ci}	Ταχύτητα εκκίνησης –Χαρακτηριστική της ανεμογεννήτριας
V_{co}	Ταχύτητα αποκοπής –Χαρακτηριστική της ανεμογεννήτριας
V_r	Ταχύτητα σταθεροποίησης –Χαρακτηριστική της ανεμογεννήτριας
$f_x(x)$	Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X
$F_x(x)$	Συνάρτηση Κατανομής Πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X

ΔΕΙΚΤΕΣ

i, j, k	Αναφέρονται στους ζυγούς του δικτύου
o	Αναμενόμενη τιμή μεγεθών ή μεγέθη ως προς γη
L, l	Αναφέρονται για μεγέθη σε ζυγούς φορτίου
G, g	Αναφέρονται για μεγέθη σε ζυγούς παραγωγής
*	Συζυγής μιγαδικού

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	17
1.1. ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ.....	17
1.2. ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ.....	18
1.3. ΦΟΡΤΙΑ.....	19
1.4. ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ.....	19
1.4.1. Ροή Ισχύος και Ενέργειας.....	20
1.4.2. Μηχανισμός Φορτίου – Συχνότητας.....	20
1.4.3. Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος.....	20
1.5. ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....	21
1.6. ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ.....	22
2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.....	23
2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	23
2.2. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ	23
2.2.1. Μέθοδος Gauss – Seidel	25
2.2.2. Μέθοδος Newton – Raphson	27
2.2.3. Ταχεία Αποξυγμένη Μέθοδος Ροής Φορτίου.....	32
2.2.4. Ροή Φορτίου Σ.Ρ. (D.C. Load Flow)	36
3. ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.	39
3.1. ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ	39
3.1.1. Ιστορική Ανάπτυξη του Θέματος	40
3.2. ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ.....	43
3.2.1. Μελέτες Ροών Φορτίου.....	43
3.2.2. Στατιστικότητα των Φορτίων.....	44
3.2.3. Σκοπός της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου.....	45
3.2.4. Πρακτικές Εφαρμογές της Μεθόδου	48
3.3. ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ	49
3.3.1. Ακριβείς Εξισώσεις.....	49
3.4. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ	52
3.5. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ	54
3.5.1. Γραμμικές Προσεγγίσεις.....	54
3.5.2. DC Ροή Φορτίου	58

3.5.3. Εξισώσεις Ταχείας Αποζευγμένης Μεθόδου Ροής Φορτίου	60
3.5.4. Πιθανοτική Ανάλυση	64
3.5.4.1. Πιθανοτική ανάλυση της εγχύσεως ισχύος.....	65
3.5.4.2. Υπολογισμός του διανύσματος κατάστασης και της ροής ισχύος στις γραμμές	69
3.5.4.3. Μη κανονικές τυχαίες μεταβλητές στην γραμμικοποιημένη ροή φορτίου.....	70
3.5.4.4. Στοχαστικός αλγόριθμος ροής φορτίου	72
3.5.4.5. Πιθανοτική ροή φορτίου στη μελέτη αξιοπιστίας σε μεγάλα Σ.Η.Ε.	74
3.6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	76
4. ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ.....	79
4.1. ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ.....	79
4.2. ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ.....	80
4.2.1. Θεώρηση Εξαρτημένων Μεταβλητών	82
4.3. ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ	89
4.4. ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....	96
5. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO	99
5.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	99
5.2. ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ	101
5.2.1. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών	101
5.2.2. Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί	102
5.2.3. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών από Δεδομένη Συνάρτηση Κατανομής	104
5.2.4. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών υπό Δέσμευση	108
5.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO	110
6. ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	113
6.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	113
6.2. Η ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ	113
6.3. ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ.....	115
6.3.1. Χαρακτηριστικά μεγέθη	115
6.3.2. Η ηλιακή σταθερά.....	118
6.3.3 Το φάσμα της ηλιακής ακτινοβολίας.....	120
6.3.4. Ολική, απευθείας , διάχυτη και διάχυτα ανακλώμενη ακτινοβολία	121
6.3.5. Όργανα μέτρησης της ηλιακής ακτινοβολίας και της φασματικής κατανομής	125
6.4. Η ΚΙΝΗΣΗ ΤΗΣ ΓΗΣ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΟΝ ΗΛΙΟ.....	126

6.5. ΧΡΟΝΟΣ ΑΝΑΤΟΛΗΣ – ΔΥΣΗΣ ΤΟΥ ΗΛΙΟΥ. ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΤΟΞΟΥ.....	129
6.6. ΗΜΕΡΗΣΙΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΑΠΟΛΑΒΗ.....	129
6.7. ΗΛΙΟΦΑΝΕΙΑ.....	130
6.8. ΤΥΠΙΚΟ ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΑΚΟ ΕΤΟΣ.....	131
6.9. ΕΚΜΕΤΑΛΛΕΥΣΗ ΤΗΣ ΗΛΙΑΚΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ.....	132
6.10. ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΗΣ ΦΒ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ.....	133
6.11. ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΛΛΕΚΤΗ.....	134
6.11.1. Στοιχεία προσδιορισμού του προσανατολισμού ενός συλλέκτη.....	135
6.11.2. Τρόποι στήριξης φωτοβολταϊκών και προσανατολισμός τους.....	136
6.12. Ελάχιστη απόσταση συστοιχιών φωτοβολταϊκού συγκροτήματος.....	139
6.12.1 Μοντέλο προσδιορισμού απόστασης συστοιχιών.....	140
6.13. Η καμπύλη I-V ενός ΦΒ στοιχείου.....	143
6.14. Κατηγορίες και σύνθεση ΦΒ συστημάτων.....	144
6.15. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	145
7. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΗ ΧΑΜΗΛΗ ΤΑΣΗ ΜΕ ΔΙΕΣΠΑΡΜΕΝΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ.....	157
7.1. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗ ΧΑΜΗΛΗ ΤΑΣΗ.....	157
7.2. ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΙΣΧΥΟΣ ΚΑΙ ΦΟΡΤΙΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΧΑΜΗΛΗ ΤΑΣΗ.....	160
7.3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΩΝ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΧΑΜΗΛΗΣ ΤΑΣΗΣ.....	176
7.4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	225
8. ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ MONTE-CARLO.....	231
8.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	231
8.2. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE – CARLO.....	233
9. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	235
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	237
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α. ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ.....	241
ΠΑ.1. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΥΧΑΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ.....	241
ΠΑ.2. ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ.....	244
ΠΑ.3. ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΑΓΝΩΣΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ.....	250
ΠΑ.4 ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ.....	254

ΠΑ.4.1. Διακριτές κατανομές πιθανότητας	254
ΠΑ.4.2. Συνεχείς κατανομές.....	257
ΠΑ.4.3. Θεώρημα Κεντρικού Ορίου	262
ΠΑ.4.4. Θεώρημα Κεντρικής Τιμής	263
ΠΑ.4.5. Μέση τιμή – Τυπική απόκλιση	263
ΠΑ.5. ΣΥΝΕΛΙΞΕΙΣ.....	263
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β. ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ.....	265
ΠΒ.1. ΣΥΝΕΛΙΞΗ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ	265
ΠΒ.2. ΣΥΝΕΛΙΞΗ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ	267
ΠΒ.2.1. Συνέλιξη κανονικής και διακριτής κατανομής.....	271
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΟ MATLAB	279

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1.α.: Βασική δομή ενός ΣΗΕ.....	18
Σχήμα 3.2.α.: Πρόβλεψη φορτίου συναρτήσει του χρόνου	44
Σχήμα 3.2.β. : Στοχαστική ανέλιξη.....	45
Σχήμα 3.3.α.: Σύστημα ισχύος δύο ζυγών	50
Σχήμα 3.5.α.: Αλγόριθμος για την μελέτη αξιοπιστίας σε μεγάλα Σ.Η.Ε.	75
Σχήμα 4.2.α.: Τυπικό δίκτυο 6 ζυγών.....	88
Σχήμα 4.3.β.: Σύνθεση τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.....	95
Σχήμα 4.3.γ. : Αντιμετώπιση περιπτώσεων έντονης μη γραμμικότητας.....	96
Σχήμα 5.2.α.: Μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών	96
Σχήμα 5.2.β.: Βαθμωτή Συνάρτηση αθροιστικής κατανομής.....	107
Σχήμα 6.3.α: (α) Φάσμα AM0,AM1,AM1.5 και AM2. (β) Φάσμα απορρόφησης των διαφόρων αερίων της ατμόσφαιρας, στην περιοχή 0.1 μm έως 20 μm.	120
Σχήμα 6.3.β.: Το ηλιακό φως που φτάνει στην επιφάνεια της γης, αποτελείται από δύο συνιστώσες. Την άμεση, που αφορά τις ακτίνες που φτάνουν απ' ευθείας από τον ήλιο και τη διάχυτη, που αφορά τις ακτίνες που φτάνουν στην επιφάνεια αφού υποστούν πολλαπλές σκεδάσεις στα αέρια συστατικά της ατμόσφαιρας.	121
Σχήμα 6.3.γ.: Ημερήσια μεταβολή της πυκνότητας ισχύος των συνιστωσών της ηλιακής ακτινοβολίας, της ολικής, της απευθείας και της οριζόντια διάχυτης, κατά μία αίθρια μέρα.	123
Σχήμα 6.3.δ.: Το μήκος L, που διανύουν οι ηλιακές ακτίνες μέσα στην ατμόσφαιρα, πάχους H, καθορίζει την ολική ελάττωση της έντασής τους.....	125
Σχήμα 6.4.α.: Απλοποιημένο σχήμα για τον προσδιορισμό της θέσης του ήλιου, στο σύστημα του τοπικού παρατηρητή.	127
Σχήμα 6.11.α: (α) Ο τόπος T πάνω στην επιφάνεια της γης, προσδιορίζεται απο το γεωγραφικό μήκος του, ίσο με το τόξο ΟΓ, και από το γεωγραφικό πλάτος του, που καθορίζεται από το τόξο ΓΤ, πάνω στον μεσημβρινό του τόπου ΜΤ. (β) και β, αζιμούθιο και γωνία κλίσης του συλλέκτη Σ.....	135
Σχήμα 6.11.β : Η γωνία θ, μεταξύ των ακτίνων του ήλιου και της κάθετης στο συλλέκτη, μια δεδομένη χρονική στιγμή, καθορίζεται από τον προσανατολισμό του συλλέκτη (Αζιμούθιο Α και γωνία κλίσης β) και τις σφαιρικές συντεταγμένες της θέσης του ήλιου ως προς το σύστημα του παρατηρητή στον τόπο T, δηλαδή το αζιμούθιο Α και το ύψος του (EL elevation) EL.	136

Σχήμα 6.11.γ: (α) Σταθερή τοποθέτηση ΦΒ συστοιχίας στο έδαφος, (β) στη στέγη κατοικίας, (γ) σε διάφορες θέσεις σε σύγχρονη οικοδομή πολλών ορόφων και (δ) τυπική διάταξη παρακολούθησης της τροχιάς του ήλιου (ηλιοτρόπιο, tracker δύο (2) αξόνων). (ε) Περιστροφή ως προς ένα (1) κατακόρυφο άξονα, ενώ ο συλλέκτης τοποθετείται, συνήθως, με γωνία κλίσης ίση με λ του τόπου. (στ) Περιστροφή ως προς ένα (1) άξονα τον $x x'$, ο οποίος συνήθως διατηρείται κεκλιμένος υπό γωνία ίση με το γ.π. του τόπου, έχοντας τότε την ίδια διεύθυνση με τον πολικό άξονα της ουράνιας σφαίρας.	137
Σχήμα 6.11.δ : (α) Σταθερή στήριξη σε ετήσια βάση, με γωνία κλίσης $\beta = \lambda - (10-15)$. (β) Εποχική ρύθμιση της κλίσης του συλλέκτη δύο φορές μέσα στο έτος. ΘΗ: Θερινό Ηλιοστάσιο. ΧΗ: Χειμερινό Ηλιοστάσιο. Ι: Ισημερίες.....	138
Σχήμα 6.12.α : (α) Διαμόρφωση της σκιάς ενός στύλου Σ , κατά τη διάρκεια μιας χειμερινής μέρας. (β) Το αντίστοιχο για τη θερινό περίοδο. (γ) Η σκιά πίσω από τη συστοιχία μήκους L	140
Σχήμα 6.12.β. :Γραφική παράσταση του λόγου r , του διακένου d μεταξύ των διαδοχικών συστοιχιών προς το ύψος τους h , σε συνάρτηση με το γεωγραφικό πλάτος του τόπου. Η διακεκομμένη καμπύλη αφορά σε ποσοστό 5 % και η συνεχής σε 10%, μέγιστης ετησίως μη αξιοποιήσιμης ημερήσιας ενέργειας ηλιακής ακτινοβολίας, στο επίπεδο ΦΒ συλλέκτη, τοποθετημένου σε γωνία κλίσης βέλτιστης αποδοτικότητας κατά τη χειμερινή περίοδο.	141
Σχήμα 6.12.γ. :Το α και το β είναι η ελάχιστη απόσταση, πάνω στο έδαφος, επανάλιψης διαδοχικών ΦΒ συστοιχιών, η μία πίσω από την άλλη, από τον Νότο προς το Βορρά, τέτοια ώστε το ποσοστό μη αξιοποιήσιμης ηλιακής ενέργεια λόγω σκίασης της κάθε συστοιχίας από τη νοτιότερή της, να είναι κάτω από δεδομένη τιμή (π.χ. 5% ή 10%). (α) Τοποθέτηση σε οριζόντιο έδαφος. (β) Τοποθέτηση σε κεκλιμένο έδαφος.	142
Σχήμα 6.12.δ: Όταν αλλάζει η ένταση της ακτινοβολίας που προσπίπτει σε ένα ΦΒ στοιχείο, που τροφοδοτεί μια ηλεκτρική αντίσταση, το σημείο λειτουργίας μετατοπίζεται. Η μέγιστη ηλεκτρική ισχύς αποδίδεται στην αντίσταση μόνο για ορισμένο επίπεδο ακτινοβολίας. Σε διαφορετικές τιμές αποδίδεται ισχύς μικρότερη από την αντίστοιχη μέγιστη ισχύ. $\Sigma\Lambda 1$, $\Sigma\Lambda 2$, $\Sigma\Lambda 3$ και $\Sigma\Lambda 4$: τέσσερα σημεία λειτουργίας, αντίστοιχα των τεσσάρων τιμών έντασης της ακτινοβολίας. Μόνο το $\Sigma\Lambda 4$ συμπίπτει με το $\Sigma\text{ΜΙ}$ της $I - V$, που αντιστοιχεί σε πυκνότητα ισχύος ηλιακής ακτινοβολίας: $E = 1$	143

Σχήμα 6.14.α. : Κατηγορίες και λειτουργία ΦΒ συστημάτων.....	144
Σχήμα 6.15.α.: Η πυκνότητα ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας καταγράφεται στα πυρανόμετρα 1 (Οριζόντιο επίπεδο) και 2 (Επίπεδο κεκλιμένου συλλέκτη). Η ανάλυση που ακολουθεί συσχετίζει τις καταγραφόμενες τιμές της πυκνότητας ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, GHI, στους δύο αισθητήρες. EL, A = ύψος και αζιμούθιο του ήλιου, αντιστοίχως.....	145
Σχήμα 6.15.β.: Μέτρηση της πυκνότητας ισχύος της ηλιακής ακτινοβολίας σε οριζόντιο επίπεδο με δύο πυρανόμετρα, εκ των οποίων, το ευρισκόμενο αριστερά μετρά τη διάχυτη ηλιακή ακτινοβολία και το ευρισκόμενο δεξιά, την ολική.	146
Σχήμα 7.1.α. Δίκτυο Χαμηλής Τάσης 17 ζυγών με ανανεώσιμες πηγές ενέργειας..	157
Σχήμα 7.3.α. - Σχήμα 7.3.ξ	213-224
Σχήμα 7.4.α.: Τάση στους ζυγούς PPIN την αντιστάθμιση.....	226
Σχήμα 7.4.β.: Τάση στους ζυγούς ΜΕΤΑ την αντιστάθμιση.....	226
Σχήμα 7.4.γ.: Ποσοστό απωλειών για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο max-max	228
Σχήμα 7.4.δ.: Ενεργές απώλειες για το μήνα Απρίλιο και για τα σενάρια NO DG και max RES max ApX.....	229
Σχήμα 7.4.ε.: Ποσοστό μείωσης ενεργών απωλειών για το μήνα Απρίλιο	230
Σχήμα 8.1.α.: Δίκτυο Υψηλής Τάσης 6 ζυγών	231
Σχήμα 8.2.α.: Κατανομή της τάσης V4	233
Σχήμα 8.2.β.: Κατανομή της τάσης V5	233
Σχήμα 8.2.γ.: Κατανομή της τάσης V6.....	234
Σχήμα ΠΑ 2.α.: Διωνυμικές κατανομές data 1(με $n = 100$ και $p = 0.5$) και data 2 (με $n = 100$ και $p = 0.4$)	246
Σχήμα ΠΑ 2.β.: Κανονικές κατανομές data 1(με $\mu = 0$ και $\sigma = 1$) και data 2 (με $\mu = 0$ και $\sigma = 2$)	247
Σχήμα ΠΑ 2.γ.: Κανονικές κατανομές data 1(με $\mu = 0$ και $\sigma = 1$) και data 2 (με $\mu = 3$ και $\sigma = 1$)	248
Σχήμα ΠΑ 2.δ.: Κατανομές Weibull data 1(με $k = 1$) και data 2 (με $k = 2$).....	250
Σχήμα ΠΒ.α. : Συνέλιξη δύο διακριτών κατανομών	269
Σχήμα ΠΒ.β.: Διαμοιρασμός μιας διακεκριμένης τιμής.....	271
Σχήμα ΠΒ.γ. : Η ως άθροισμα κανονικών συναρτήσεων.....	272
Σχήμα ΠΒ.δ.: Διαμοιρασμός μιας διακριτής τιμής	276

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 6.3.α. Χαρακτηριστικά ηλεκτρομαγνητικά μεγέθη.....	119
Πίνακας 6.3.β : Ορολογία ηλιακής ακτινοβολίας.....	122
Πίνακας 6.3.γ.: Ημερήσια ποσοστιαία μεταβολή των συνιστωσών της ηλιακής ακτινοβολίας, στην επιφάνεια της γης (ext = extraterrestrial = εκτός ατμόσφαιρας, όρια ατμόσφαιρας).....	124
Πίνακας 6.11.α.	139
Πίνακας 6.15.α: Τιμές albedo	155
Πίνακας 7.1.α.: Αντιστάσεις και Αντιδράσεις των ζυγών του δικτύου.....	158
Πίνακας 7.1.β: Οι διεσπαρμένες στο δίκτυο μονάδες παραγωγής	159
Πίνακας 7.1.γ: Είδος σεναρίων που υλοποιήθηκαν.....	159
Πίνακας 7.2.α. Δεδομένα φορτίων (σε kW) του Ιανουαρίου για τους 17 ζυγούς του δικτύου χαμηλής τάσης.....	160
Πίνακας 7.2.β. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιανουάριο και για το σενάριο maxRES-maxApX.....	161
Πίνακας 7.2.γ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιανουάριο και για το σενάριο avgRES-avgApX.....	162
Πίνακας 7.2.δ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιανουάριο και για το σενάριο minRES-minApX.....	163
Πίνακας 7.2.ε. Δεδομένα φορτίων (σε kW) του Απριλίου για τους 17 ζυγούς του δικτύου χαμηλής τάσης.....	164
Πίνακας 7.2.στ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο maxRES-maxApX.....	165
Πίνακας 7.2.ζ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο avgRES-avgApX.....	166
Πίνακας 7.2.η. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο minRES-minApX.....	167
Πίνακας 7.2.θ. Δεδομένα φορτίων (σε kW) του Ιουλίου για τους 17 ζυγούς του δικτύου χαμηλής τάσης.....	168
Πίνακας 7.2.ι. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιούλιο και για το σενάριο maxRES-maxApX	169
Πίνακας 7.2.ια. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιούλιο και για το σενάριο avgRES-avgApX.....	170

Πίνακας 7.2.ιβ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιούλιο και για το σενάριο minRES-minApX.....	- 171
Πίνακας 7.2.ιγ. Δεδομένα φορτίων (σε kW) του Οκτωβρίου για τους 17 ζυγούς του δικτύου χαμηλής τάσης.....	172
Πίνακας 7.2.ιδ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Οκτώβριο και για το σενάριο maxRES-maxApX.....	173
Πίνακας 7.2.ιε. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Οκτώβριο και για το σενάριο avgRES-avgApX.....	174
Πίνακας 7.2.ιστ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Οκτώβριο και για το σενάριο minRES-minApX.....	175
Πίνακας 7.3.α. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	177
Πίνακας 7.3.β. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	178
Πίνακας 7.3.γ. : Αποτελέσματα για τις γωνίες , στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	179
Πίνακας 7.3.δ. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	180
Πίνακας 7.3.ε. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	181
Πίνακας 7.3.στ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	182
Πίνακας 7.3.ζ. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	183
Πίνακας 7.3.η. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	184
Πίνακας 7.3.θ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	185
Πίνακας 7.3.ι. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	186
Πίνακας 7.3.ια. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	187
Πίνακας 7.3.ιβ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	188

Πίνακας 7.3.ιγ. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	189
Πίνακας 7.3.ιδ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	190
Πίνακας 7.3.ιε. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	191
Πίνακας 7.3.ιστ. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	192
Πίνακας 7.3.ιζ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	193
Πίνακας 7.3.ιη. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	194
Πίνακας 7.3.θ. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	195
Πίνακας 7.3.ι. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	196
Πίνακας 7.3.ια. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	197
Πίνακας 7.3.ιβ. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	198
Πίνακας 7.3.ιγ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	199
Πίνακας 7.3.ιδ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	200
Πίνακας 7.3.ιε. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	201
Πίνακας 7.3.ιστ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	202
Πίνακας 7.3.ιζ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	203
Πίνακας 7.3.ιη. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	204
Πίνακας 7.3.ιθ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	205

Πίνακας 7.3.κ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX	206
Πίνακας 7.3.κα. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	207
Πίνακας 7.3.κβ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	208
Πίνακας 7.3.κγ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX.....	209
Πίνακας 7.3.κδ. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	210
Πίνακας 7.3.κε. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	211
Πίνακας 7.3.κε. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX.....	212
Πίνακας 7.4.α.: Ποσοστό απωλειών για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο max – max (LV).....	227
Πίνακας 7.4.β.: Ποσοστό μείωσης ενεργών απωλειών για το μήνα Απρίλιο	229
Πίνακας 8.1.α.: Δεδομένα Ζυγών του ΣΗΕ.....	232
Πίνακας 8.1.β.: Χαρακτηριστικά Στοιχεία των Γραμμών Μεταφοράς (σε p.u. τιμές)	232
Πίνακας 8.2.α.: Σύγκριση αποτελεσμάτων προσομοίωσης Monte-Carlo και ροής φορτίου με τις μέσες τιμές των κατανομών	234

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

1.1. ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) [3] είναι το σύνολο των εγκαταστάσεων και μέσων, τα οποία χρησιμεύουν στην εξυπηρέτηση των αναγκών ενός συνόλου καταναλωτών σε ηλεκτρική ενέργεια.

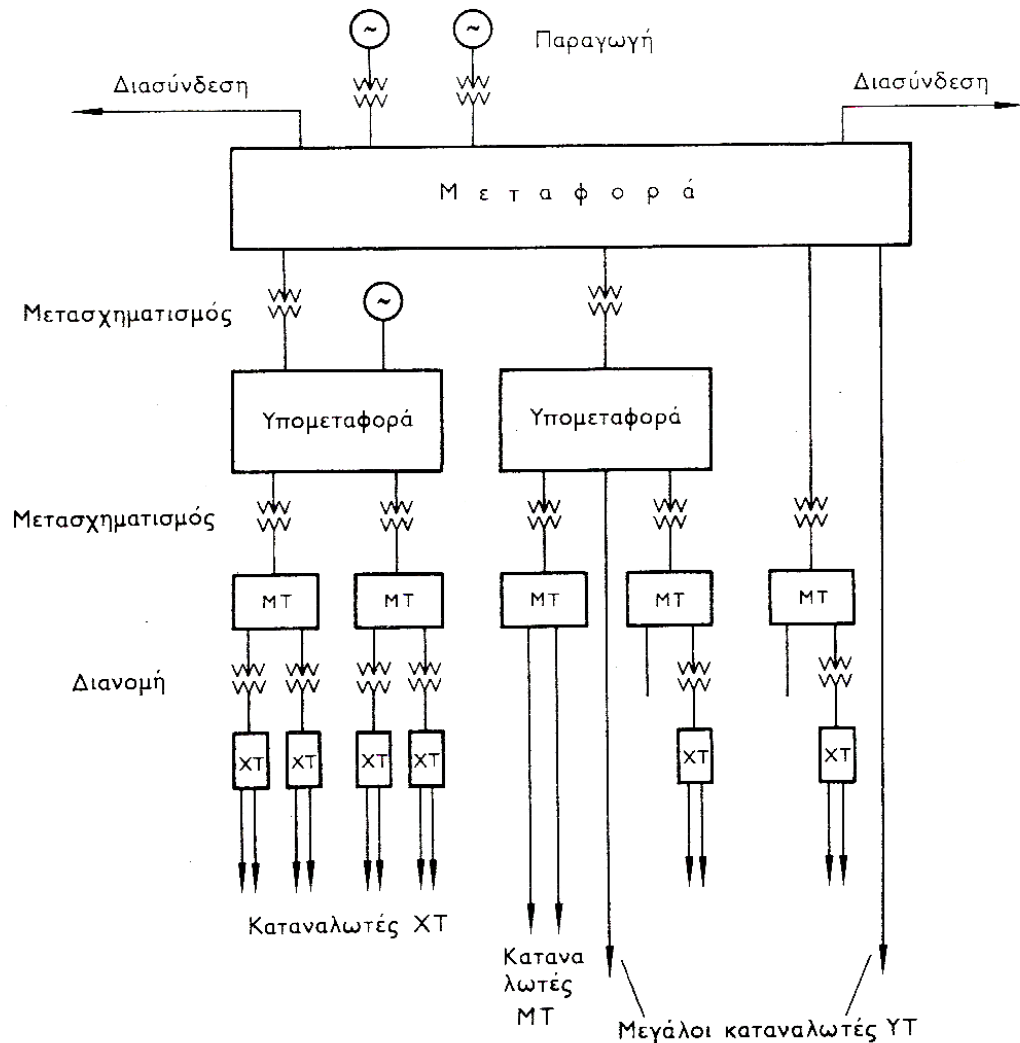
Η δομή του συστήματος έχει πρωτεύουσα σημασία για τη γεωγραφική διαθεσιμότητα της ηλεκτρικής ενέργειας. Η ιδιότητα, η οποία χαρακτηρίζει τη δομή του συστήματος περισσότερο από κάθε άλλη είναι το μέγεθος του συστήματος. Η δομή και η σύνθεση του συστήματος εξαρτώνται κατά κύριο λόγο από το μέγεθος του. Οποσδήποτε όμως ακόμη και το μικρότερο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι ένα ηλεκτρικό δίκτυο πολύπλοκο.

Δεδομένου ότι η εξυπηρέτηση των αναγκών σε ηλεκτρική ενέργεια ενός συνόλου καταναλωτών προϋποθέτει τις διακεκριμένες φάσεις της παραγωγής, της μεταφοράς και της διανομής, σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι δυνατόν να διακριθούν τα εξής ειδικότερα συστήματα: το «Σύστημα Παραγωγής», το «Σύστημα Διασυνδέσεως και Μεταφοράς» και το «Σύστημα Διανομής». Το Σύστημα Παραγωγής περιλαμβάνει τους σταθμούς παραγωγής, όπου παράγεται το ηλεκτρικό ρεύμα, μαζί με τους υποσταθμούς ανυψώσεως της τάσης για τη μεταφορά του υπό υψηλή τάση. Το Σύστημα Μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξεως των δικτύων αυτών, τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων τάσεων του δικτύου, και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της τάσεως σε μέση τάση προς τροφοδότηση των δικτύων διανομής. Με το σύστημα μεταφοράς, η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από τους σταθμούς παραγωγής προς τις περιοχές καταναλώσεως. Το Σύστημα Διανομής περιλαμβάνει τα δίκτυα διανομής μέσης και χαμηλής τάσεως – μερικές φορές όμως και υψηλής τάσεως – στα οποία δίκτυα υπάγονται και οι υποσταθμοί διανομής μέσω των οποίων η μέση τάση υποβιβάζεται σε χαμηλή τάση. Με τα δίκτυα διανομής η ηλεκτρική

ενέργεια διανέμεται στις μικρότερες περιοχές φορτίου, και παρέχεται στους καταναλωτές μέσης κι χαμηλής τάσης.

Ένα σύστημα παραγωγής και μεταφοράς μπορεί να λειτουργεί μεμονωμένο ή διασυνδεδεμένο με ένα ή περισσότερα άλλα γειτονικά συστήματα. Η διασύνδεση γίνεται συνήθως σε επίπεδο εθνικών συστημάτων, και προσφέρει ορισμένα τεχνικά και οικονομικά πλεονεκτήματα στη λειτουργία του κάθε συστήματος.

Η βασική δομή του συστήματος παριστάνεται στο σχήμα 1.1.α.



Σχήμα 1.1.α. Βασική δομή ενός ΣΗΕ

1.2. ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Τρία γενικά, αλλά βασικά, χαρακτηριστικά σχεδιάσεως και αναφοράς ενός ηλεκτρικού δικτύου είναι η *Τάση*, η *Ισχύς Βραχυκυκλώσεως* και η *Στάθμη Μονώσεως*

αυτού. Τάση του δικτύου είναι η μέγιστη τάση λειτουργίας των ηλεκτρικών γραμμών. Ισχύς βραχυκυκλώσεως του δικτύου είναι η συμβατική ισχύς που αντιστοιχεί στη μέγιστη ισχύ, η οποία αποδίδεται στο δίκτυο σε περίπτωση τριφασικού βραχυκυκλώματος μέσα σε αυτό. Η στάθμη μονώσεως του δικτύου αναφέρεται συνήθως στην τιμή της κρουστικής αντοχής αυτού, δηλαδή της διηλεκτρικής αντοχής της μονώσεως του εξοπλισμού των υποσταθμών σ κρουστικές υπερτάσεις τυποποιημένης μορφής.

1.3. ΦΟΡΤΙΑ

Γενικά, ο όρος φορτίο θα αναφέρεται σε μία συσκευή ή συγκρότημα συσκευών που τροφοδοτούνται με ηλεκτρική ενέργεια από το σύστημα. Στην πραγματικότητα οι συσκευές των φορτίων ποικίλουν από μία λάμπα φωτισμού νυκτός λίγων watt ως ένα κινητήρα επαγωγικό πολλών MW. Ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας κατάλληλα σχεδιασμένο μπορεί να παρέχει ενέργεια σε όλα αυτά τα διάφορα φορτία. Τα διάφορα φορτία μπορούν να καταταγούν στις εξής κατηγορίες :

1. Κινητήρες (πάσης φύσεως και τύπου)
2. Συσκευές θερμάνσεως
3. Ηλεκτρικές συσκευές
4. Φωτιστικά σώματα

Από ηλεκτρική άποψη υπάρχουν τεράστιες διαφορές μεταξύ των διαφόρων φορτίων σε ότι αφορά το μέγεθος, τη συμμετρία (μονοφασικό ή τριφασικό), τη σταθερότητα (ως προς το χρόνο, τη συχνότητα και την τάση), και την περίοδο λειτουργίας (συστηματική ή τυχαία λειτουργία).

1.4. ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

Η λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας πρέπει να είναι καλή και ασφαλής, οι δύο δε αυτές έννοιες χαρακτηρίζουν τις κανονικές συνθήκες λειτουργίας του δικτύου. Ο όρος καλή λειτουργία αφορά περισσότερο τους καταναλωτές, ο δε όρος ασφαλής το σύστημα. Η ηλεκτρική ενέργεια παρέχεται από το ηλεκτρικό σύστημα στους καταναλωτές υπό ορισμένη τάση, της οποίας η τιμή πρέπει να τηρείται μέσα σε προκαθορισμένα συμβατικά όρια. Τα παραδεκτά όρια

διακυμάνσεως της παρεχόμενης τάσης στην περιοχή του καταναλωτή είναι $\pm 5\%$ επί της ονομαστικής τιμής της τάσεως, δηλαδή προκειμένου για XT επί των 230V. Ως καλή λειτουργία του δικτύου, θεωρείται εκείνη κατά την οποία η παροχή προς τους καταναλωτές είναι απρόσκοπτη και η τάση τροφοδοτήσεως τηρείται μέσα στα συμβατικά όρια. Κατά τη λειτουργία του συστήματος οι εγκαταστάσεις του υφίστανται διηλεκτρικές, θερμικές και δυναμικές καταπονήσεις. Η ασφαλής λειτουργία απαιτεί, να μπορούν οι εγκαταστάσεις και ο εξοπλισμός του όλου συστήματος να υφίστανται ακίνδυνα τις ανωτέρω λειτουργικές καταπονήσεις, και οι τελευταίες να τηρούνται μέσα στα προκαθορισμένα για την ασφάλεια του δικτύου όρια.

1.4.1. Ροή Ισχύος και Ενέργειας

Η ισχύς αποτελεί βασικό μέτρο, το οποίο είναι φυσικό σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας να χαρακτηρίζει το μέγεθος και την ικανότητα, τόσο του συστήματος ολόκληρου, όσο και κάθε στοιχείου της εγκαταστάσεως αυτού, όπως επίσης και του καταναλωτή. Η ηλεκτρική ισχύς ισούται γενικώς με το γινόμενο της τάσεως και του ρεύματος. Ενώ όμως στο συνεχές ρεύμα η ισχύς είναι μια και σχετίζεται με την ωμική αντίσταση του κυκλώματος, η ύπαρξη αυτεπαγωγών και χωρητικοτήτων σε ένα ηλεκτρικό σύστημα εναλλασσόμενου ρεύματος δημιουργεί δύο μορφές ισχύος, την *ενεργό* ή *πραγματική ισχύ* και την *άεργο ισχύ* ή *ισχύ αντιδράσεως*.

1.4.2. Μηχανισμός Φορτίου – Συχνότητας

Τα όρια διακυμάνσεως της συχνότητας πρέπει να είναι πολύ στενά, για διάφορους ειδικούς λόγους, όπως είναι η σημασία της σταθερής ταχύτητας των κινητήρων και των ωρολογιακών μηχανισμών, καθώς και για γενικότερους λόγους όπως ο έλεγχος της όλης λειτουργίας του συστήματος. Ο τελευταίος λόγος είναι και ο σοβαρότερος όλων. Ασυνήθιστες αποκλίσεις της συχνότητας δείχνουν ότι κάποια ανωμαλία συμβαίνει στο σύστημα. Στα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η σταθερότητα της συχνότητας διατηρείται υπό κανονικές συνθήκες μέσα σε $\pm 0,05$ Hz.

1.4.3. Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος

Συναφής με την ισορροπία φορτίου – συχνότητας είναι η έννοια της ευστάθειας του συστήματος. Η ευστάθεια είναι μία βασική ιδιότητα, η οποία πρέπει να διέπει τη λειτουργία ενός συστήματος παραγωγής και μεταφοράς και η οποία αποκτά τόσο μεγαλύτερη σπουδαιότητα, όσο πιο εκτεταμένο είναι το σύστημα, ή όσες περισσότερες διασυνδέσεις με γειτονικά συστήματα έχει. Το σύστημα χαρακτηρίζεται σαν ευσταθές, όταν, υφιστάμενο, ενώ λειτουργεί σε ορισμένη μόνιμη κατάσταση, μία διαταραχή από οποιαδήποτε αιτία τείνει να επανέλθει σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας, είτε την αρχική, είτε άλλη. Αντίθετα, εάν αυτό τείνει να μην επανέλθει πλέον σε κατάσταση μόνιμης λειτουργίας χαρακτηρίζεται σαν ασταθές. Μόνιμη κατάσταση λειτουργίας χαρακτηρίζεται η συνήθης κατάσταση λειτουργίας του συστήματος, κατά την οποία αυτό εκτελεί τον προορισμό του, δηλαδή παράγει, μεταφέρει και διανέμει σε κάθε στιγμή τη ζητούμενη κατά την ίδια στιγμή από την κατανάλωση ισχύ.

1.5. ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Κατά τη λειτουργία ενός συστήματος δημιουργούνται πολλές φορές ανώμαλες συνθήκες, οφειλόμενες είτε σε βλάβες αυτού, είτε σε εξωτερικά τυχαία αίτια, ή σε ατμοσφαιρικές επιδράσεις.

Οι ανώμαλες συνθήκες αποτελούν μεταβατικές καταστάσεις λειτουργίας του συστήματος – σε αντίθεση με την κανονική ή μόνιμη κατάσταση – κατά τις οποίες στο σύστημα εκδηλώνονται μεταβατικά φαινόμενα ταχείας ή βραδείας εξελίξεως, αναλόγως της περιπτώσεως. Κατά τα μεταβατικά αυτά φαινόμενα δημιουργούνται ταλαντώσεις τάσεων και εντάσεων στο σύστημα, κατά τις οποίες τα μεγέθη αυτά είναι δυνατόν να αποκτήσουν τιμές επικίνδυνες για την ασφάλεια του συστήματος.

Τα βραχυκυκλώματα αποτελούν τις συνηθέστερες ανωμαλίες ενός ηλεκτρικού δικτύου και οφείλονται είτε σε βλάβες των εγκαταστάσεων, ή του εξοπλισμού αυτού, ή σε επιδράσεις εξωτερικών αιτιών, κυρίως ατμοσφαιρικών.

Όπως τα βραχυκυκλώματα αποτελούν ανώμαλες υπερεντάσεις οι οποίες καταπονούν θερμικά και δυναμικά τους αγωγούς των δικτύων, οι υπερτάσεις αποτελούν ανώμαλες τάσεις, πολλαπλάσιου μεγέθους των τάσεων λειτουργίας, οι οποίες αντίστοιχα καταπονούν διηλεκτρικά τις μονώσεις αυτών. Αυτές διακρίνονται

σε δύο μεγάλες κατηγορίες, αναλόγως προελεύσεως, τις *ατμοσφαιρικές* ή *εξωτερικές* και τις *λειτουργικές* ή *εσωτερικές* υπερτάσεις.

1.6. ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ

Το σύστημα προστασίας ενός ηλεκτρικού δικτύου είναι το βασικότερο από τα βοηθητικά συστήματα, με τα οποία είναι εφοδιασμένο το δίκτυο και αποσκοπεί στην προστασία του από τις ανώμαλες καταστάσεις, οι οποίες παρουσιάζονται κατά τη λειτουργία του και κυρίως από τα βραχυκυκλώματα.

Κατηγορίες και είδη προστασιών έναντι βραχυκυκλωμάτων υπάρχουν πολλά, από τα οποία αναφέρονται τα βασικότερα: *Προστασία αποστάσεως* (γραμμές μεταφοράς), *Προστασία υπερεντάσεως* (γεννήτριες, μετασχηματιστές, γραμμές διανομής ΜΤ, κ.α.), *Διαφορική προστασία* (μετασχηματιστές, καλώδια, γεννήτριες, ζυγοί), *Προστασία συγκρίσεως φάσεων* (γραμμές μεταφοράς), *Προστασία Buch – holtz* (μετασχηματιστές, κ.α.), *Προστασία υπερθερμάνσεως* (μετασχηματιστές, κ.α.).

Τα κύρια όργανα προστασίας είναι οι *ηλεκτρονόμοι* ή *ρελαί*, οι *διακόπτες ισχύος* ή *αυτόματοι διακόπτες* και οι *ασφάλειες*. Βασικοί τύποι διακοπών ισχύος υψηλής τάσεως είναι οι διακόπτες: *ελαίου*, *πεπιεσμένου αέρος* και *εξαφθοριούχου θείου*. Επίσης, ένα μέσο προστασίας του δικτύου από τις υπερτάσεις είναι το *αλεξικέραυνο*.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

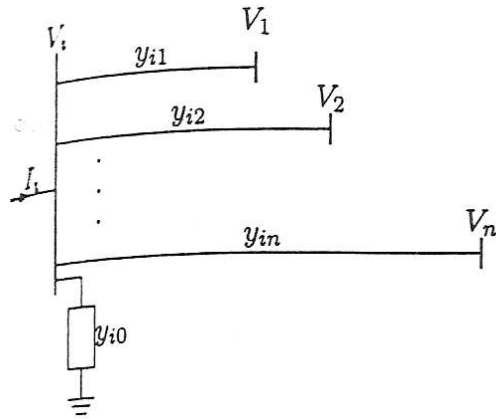
2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Θα ασχοληθούμε με την ανάλυση σταθερής κατάστασης ενός αλληλοσυνδεδεμένου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας κατά τη διάρκεια μιας κανονικής εφαρμογής. Το σύστημα θεωρείται ότι δουλεύει κάτω από εξισορροπημένες συνθήκες και αναπαρίσταται από ένα μονοφασικό δίκτυο. Το δίκτυο περιέχει εκατοντάδες κόμβους και κλάδους με σύνθετες αντιστάσεις εκφρασμένες σε α.μ. τιμές σε ένα κοινό MVA σύστημα.

Οι εξισώσεις δικτύου μπορούν να διατυπωθούν συστηματικά με διάφορους τρόπους. Παρόλα αυτά πιο συχνά χρησιμοποιείται η μέθοδος τάσεων-κόμβων, η οποία είναι η πιο κατάλληλη για τις περισσότερες αναλύσεις συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Η διατύπωση των εξισώσεων του δικτύου στην μορφή του πίνακα αγωγιμοτήτων καταλήγει σε σύνθετες γραμμικές ταυτόσημες αλγεβρικές εξισώσεις όσον αφορά τα ρεύματα των κόμβων. Όταν τα ρεύματα στους κόμβους είναι συγκεκριμένα, το σύνολο των γραμμικών εξισώσεων μπορεί να επιλυθεί για τις τάσεις των κόμβων. *Παρόλα αυτά, σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, γνωστές είναι οι ισχείς και πιο σπάνια τα ρεύματα. Γι' αυτό τον λόγο οι εξισώσεις που προκύπτουν για τις ισχείς, γνωστές ως εξισώσεις ροής ισχύος, είναι μη γραμμικές και πρέπει να λυθούν με επαναληπτικές μεθόδους. Η μελέτη της ροής ισχύος, που συχνά αναφέρεται και ως ροή φορτίου, αποτελεί την θεμελίωση της ανάλυσης και του σχεδιασμού των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας.* Είναι απαραίτητη για τον σχεδιασμό, την λειτουργία, τον οικονομικό προγραμματισμό και την ανταλλαγή ισχύος μεταξύ των μονάδων.

2.2. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Θεωρούμε έναν τυπικό ζυγό ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2.α.



Σχήμα 2.2.α: Τυπικός ζυγός ενός Σ.Η.Ε.

Οι γραμμές μεταφοράς παριστάνονται με το ισοδύναμο π μοντέλο, ενώ οι αντιστάσεις έχουν μετατραπεί σε α.μ. τιμές. Η εφαρμογή του νόμου Kirchoff δίνει :

$$\begin{aligned}
 I_i &= y_{i0}V_i + y_{i1}(V_i - V_1) + y_{i2}(V_i - V_2) + \dots + y_{in}(V_i - V_n) = \\
 &= (y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} + \dots + y_{in})V_i - y_{i1}V_1 - y_{i2}V_2 - \dots - y_{in}V_n \quad (2.2.1)
 \end{aligned}$$

ή

$$I_i = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i \quad (2.2.2)$$

Για τις ισχύεις στο ζυγό i ισχύει:

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* \quad (2.2.3)$$

ή

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (2.2.4)$$

Αντικαθιστώντας το I_i έχουμε:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i \quad (2.2.5)$$

Από την παραπάνω σχέση καταλήγουμε σε ένα σύστημα από αλγεβρικές μη γραμμικές εξισώσεις που πρέπει να λυθούν με επαναληπτικές μεθόδους.

2.2.1. Μέθοδος Gauss – Seidel

Στην μελέτη ροής ισχύος είναι απαραίτητο να λυθούν δυο σύνολα μη γραμμικών εξισώσεων (σχέση 2.2.5) για δύο άγνωστες μεταβλητές σε κάθε κόμβο. Με την μέθοδο Gauss – Seidel λύνουμε ως προς V_i και έχουμε :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \sum y_{ij} V_j^{(k)}}{\sum y_{ij}} \quad j \neq i \quad (2.2.6)$$

όπου y_{ij} είναι η παρούσα αγωγιμότητα σε α.μ. τιμή

P_i^{sch} και Q_i^{sch} είναι η πραγματική και η φαινόμενη ισχύς του δικτύου σε α.μ. τιμές.

Το ρεύμα εισόδου στον ζυγό i θεωρείται θετικό. Για τον λόγο αυτό, για τους ζυγούς στους οποίους έχουμε έγχυση ενεργού και άεργου ισχύος, όπως στους ζυγούς παραγωγής (generators), τα P_i^{sch} και Q_i^{sch} έχουν θετικές τιμές. Για τους ζυγούς φορτίου όπου η ενεργός και η άεργος ισχύς εξέρχονται ή λαμβάνονται, τα P_i^{sch} και Q_i^{sch} έχουν αρνητικές τιμές. Επιλύοντας ως προς P_i και Q_i έχουμε:

$$P_i^{(k+1)} = \left\{ V_i^{*(k)} \left[V_i^{(k)} \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.2.7)$$

$$Q_i^{(k+1)} = - \left\{ V_i^{*(k)} \left[V_i^{(k)} \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.2.8)$$

Τα μη διαγώνια στοιχεία της μήτρας αγωγιμοτήτων Y_{bus} είναι $Y_{ij} = -y_{ij}$ και τα διαγώνια στοιχεία είναι $Y_{ii} = \sum y_{ij}$. Επομένως έχουμε :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \frac{\sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(k)}}{Y_{ii}} \quad (2.2.9)$$

και

$$P_i^{(k+1)} = \left\{ V_i^{*(k)} \left[V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.2.10)$$

$$Q_i^{(k+1)} = - \left\{ V_i^{*(k)} \left[V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (2.2.11)$$

όπου το Y_{ii} περιλαμβάνει τις αγωγιμότητες που γειώνονται στον εν λόγω ζυγό i .

Αφού και οι δύο συνιστώσες της τάσης έχουν προσδιοριστεί για τον ζυγό αναφοράς, υπάρχουν $2(n-1)$ εξισώσεις οι οποίες πρέπει να επιλυθούν με επαναληπτικό τρόπο. Υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας, το μέγεθος της τάσης είναι κοντά στο 1 α.μ. ή κοντά στο μέγεθος της τάσης του ζυγού αναφοράς. Το μέγεθος της τάσης στους ζυγούς φορτίου έχει τιμή λίγο μικρότερη από ότι στο ζυγό αναφοράς, εξαρτώμενη από την ζήτηση αέργου ισχύος, ενώ η προγραμματισμένη τάση στο ζυγό παραγωγής έχει τιμή λίγο μεγαλύτερη. Επίσης η γωνία της φάσης στους ζυγούς φορτίου έχει τιμή μικρότερη από την γωνία αναφοράς σύμφωνα με την ζήτηση ενεργού ισχύος, ενώ η γωνία της φάσης στο ζυγό παραγωγής έχει τιμή μεγαλύτερη από την τιμή αναφοράς, εξαρτώμενη από το ποσό της εγχεόμενης ενεργού ισχύος στο ζυγό.

Για τους ζυγούς $P-Q$, οι ενεργές και άεργες ισχύς P_i^{sch} και Q_i^{sch} είναι γνωστές. Αρχίζοντας με μια αρχική εκτίμηση, η σχέση 2.2.9 επιλύεται για τις πραγματικές και φανταστικές συνιστώσες της τάσης. Για τους $P-V$ ζυγούς όπου τα P_i^{sch} και $|V_i|$ είναι γνωστά, λύνουμε πρώτα ως προς $Q_i^{(k+1)}$ και στην συνέχεια λύνουμε την 2.2.9 ως προς $V_i^{(k+1)}$. Ωστόσο, αφού το μέτρο της τάσης $|V_i|$ έχει καθοριστεί, διατηρείται μόνο το φανταστικό μέρος της $V_i^{(k+1)}$, ενώ το πραγματικό μέρος επιλέγεται έτσι ώστε να ικανοποιείται:

$$(e_i^{(k+1)})^2 + (f_i^{(k+1)})^2 = |V_i|^2 \quad (2.2.12)$$

ή

$$e_i^{(k+1)} = \sqrt{|V_i|^2 - (f_i^{(k+1)})^2} \quad (2.2.13)$$

όπου $e_i^{(k+1)}$ και $f_i^{(k+1)}$ είναι το πραγματικό και φανταστικό μέρος της τάσης $V_i^{(k+1)}$ στην επαναληπτική διαδικασία.

Ο βαθμός σύγκλισης αυξάνεται χρησιμοποιώντας έναν παράγοντα επιτάχυνσης στην προσεγγιστική λύση που λαμβάνεται μετά από κάθε επανάληψη.

$$V_i^{(k+1)} = V_i^{(k)} + a(V_{i\text{calc}}^{(k)} - V_i^{(k)}) \quad (2.2.14)$$

όπου a είναι ο παράγοντας επιτάχυνσης. Η τιμή του εξαρτάται από το σύστημα. Η κλίμακα του 1.3 – 1.7 θεωρείται ικανοποιητική για τυπικά συστήματα.

Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι οι τιμές που προκύπτουν από τις επαναλήψεις για τα πραγματικά και φανταστικά μέρη των τάσεων των ζυγών να ικανοποιούν μια συγκεκριμένη ακρίβεια.

$$|e_i^{(k+1)} - e_i^{(k)}| \leq \epsilon \quad (2.2.15)$$

$$|f_i^{(k+1)} - f_i^{(k)}| \leq \epsilon$$

Για να είναι το σφάλμα της ισχύος μικρό και αποδεκτό, πρέπει να υπάρχει ένα όριο και για τις δύο συνιστώσες της τάσης. Μια ακρίβεια τάσης της κλίμακας του 0.00001 ως 0.00005α.μ. είναι ικανοποιητική. Συνεχίζουμε τις επαναλήψεις μέχρι η τιμή του μεγαλύτερου στοιχείου στις στήλες των ΔP και ΔQ να είναι μικρότερη από μια συγκεκριμένη τιμή. Ένα τυπικό σφάλμα έχει τιμή της τάξης του 0.001α.μ. Εάν η λύση συγκλίνει, τότε οι ενεργές και άεργες ισχύς του δικτύου υπολογίζονται από τις σχέσεις 2.2.10 και 2.2.11.

2.2.2. Μέθοδος Newton – Raphson

Λόγω του τετραγωνικού βαθμού σύγκλισης η μέθοδος Newton είναι μαθηματικά ανώτερη της μεθόδου Gauss-Seidel και είναι λιγότερο επιρρεπής σε

αποκλίσεις λόγω απρόοπτων προβλημάτων. Για μεγάλα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η μέθοδος Newton–Raphson είναι πιο αποτελεσματική και πρακτική. Ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτείται για να αποκτήσουμε μια λύση, είναι ανεξάρτητος από το μέγεθος του συστήματος, αλλά απαιτείται πιο λειτουργική αξιολόγηση σε κάθε επανάληψη. Αφού στο πρόβλημα ροής ισχύος η ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης είναι καθορισμένες για τους ζυγούς που ελέγχονται από τις τάσεις, η εξίσωση ροής ισχύος μετασχηματίζεται σε πολική μορφή. Για ένα τυπικό ζυγό του συστήματος που εικονίζεται στο σχήμα 2.2.α., το ρεύμα που εισέρχεται στο ζυγό i δίνεται από την εξίσωση 2.2.2. Αυτή η εξίσωση μπορεί να γραφεί ξανά λαμβάνοντας υπόψη την μήτρα αγωγιμοτήτων ως εξής:

$$I_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad (2.2.16)$$

Όπου στην εξίσωση αυτή, το j περιλαμβάνει το ζυγό i . Σε πολική μορφή η εξίσωση γράφεται:

$$I_i = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| < \theta_{ij} + \delta_j \quad (2.2.17)$$

Η μιγαδική ισχύς στο ζυγό i είναι:

$$P_i - jQ_i = V_i^* I_i \quad (2.2.18)$$

Αντικαθιστώντας από την (2.2.17) το I_i στην (2.2.18) έχουμε:

$$P_i - jQ_i = |V_i| < -\delta_i \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| < \theta_{ij} + \delta_j \quad (2.2.19)$$

Χωρίζοντας τα πραγματικά και φανταστικά μέρη έχουμε

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.20)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.21)$$

Οι εξισώσεις 2.2.20 και 2.2.21 αποτελούν ένα σύνολο από μη γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις ανεξάρτητων μεταβλητών, όπου οι τιμές των τάσεων είναι σε α.μ. τιμές και γωνίες φάσης σε rad. Έχουμε δύο εξισώσεις για κάθε ζυγό φορτίου, οι οποίες δίνονται από τις σχέσεις 2.2.20 και 2.2.21, και μία εξίσωση για κάθε ζυγό σταθερής τάσης (PV), που δίνεται από την 2.2.20. Αναπτύσσοντας τις 2.20 και 2.2.21 σε σειρά Taylor για την αρχική εκτίμηση και παραλείποντας όλους τους όρους μεγαλύτερης τάξης καταλήγουμε στο παρακάτω σύνολο γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \Delta Q_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \Delta |V_2^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n^{(k)}| \end{bmatrix} \quad (2.2.22)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, ο ζυγός 1 θεωρείται ο ζυγός αναφοράς. Ο Ιακωβιανός πίνακας δίνει την γραμμική σχέση μεταξύ των μικρών αλλαγών στην γωνία της τάσης $\Delta \delta_i^{(k)}$ και στην τιμή της τάσης $\Delta |V_i^{(k)}|$ με τις αλλαγές στην πραγματική και άεργο ισχύ $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$. Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα είναι οι μερικές παράγωγοι των εξισώσεων 2.2.20 και 2.2.21, υπολογισμένες στα $\Delta \delta_i^{(k)}$ και $\Delta |V_i^{(k)}|$. Σε ποιο σύντομη μορφή μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (2.2.23)$$

Για ζυγούς PV, τα μέτρα των τάσεων είναι γνωστά. Επομένως, αν m ζυγοί του συστήματος είναι ελεγχόμενης τάσης, τότε m εξισώσεις που περιλαμβάνουν τα ΔQ και ΔV και τις αντίστοιχες στήλες του Ιακωβιανού πίνακα, διαγράφονται. Έτσι, υπάρχουν n - 1 περιορισμοί πραγματικής ισχύος και n - 1 - m περιορισμοί αέργου ισχύος, και ο Ιακωβιανός πίνακας είναι τάξης (2n - 2 - m) × (2n - 2 - m). Ο πίνακας J₁ είναι τάξης (n - 1) × (n - 1), ο πίνακας J₂ είναι τάξης (n - 1) × (n - 1 - m), ο J₃ τάξης (n - 1 - m) × (n - 1) και ο J₄ τάξης (n - 1 - m) × (n - 1 - m).

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J₁ είναι :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.24)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.2.25)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J₂ είναι :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i| |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.26)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.2.27)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J₃ είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.28)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.2.29)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J_4 είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} - \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.30)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i \quad (2.2.31)$$

Οι όροι $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$ είναι η διαφορά μεταξύ των αρχικών (επιθυμητών ή προγραμματισμένων) και υπολογιζόμενων τιμών, γνωστών σαν υπόλοιπα ισχύος, και δίνονται από:

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)} \quad (2.2.32)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)} \quad (2.2.33)$$

Οι νέες εκτιμήσεις των τάσεων των ζυγών είναι :

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)} \quad (2.2.34)$$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta |V_i^{(k)}| \quad (2.2.35)$$

Η διαδικασία για τη λύση των εξισώσεων ροής φορτίου με τη μέθοδο Newton-Raphson είναι η ακόλουθη:

1. Για τους ζυγούς φορτίου, όπου οι ισχείς P_i^{sch} και Q_i^{sch} είναι γνωστές, το μέτρο των τάσεων και οι γωνίες των φάσεων τίθενται ίσες με τις τιμές των

ζυγών αναφοράς ή 1.0 και 0.0 αντίστοιχα, δηλαδή $|V_i^{(0)}|=1.0$ και $\delta_i^{(0)}=0.0$. Για τους ζυγούς PV, όπου τα $|V_i|$ και P_i^{sch} είναι γνωστά, οι γωνίες των φάσεων τίθενται ίσες με τη φάση του ζυγού αναφοράς ή 0, δηλαδή $\delta_i^{(0)}=0$.

2. Για ζυγούς φορτίου, οι $P_i^{(k)}$ και $Q_i^{(k)}$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.2.20) και (2.2.21), ενώ οι $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.2.32) και (2.2.33).
3. Για ζυγούς PV, οι $P_i^{(k)}$ και $\Delta P_i^{(k)}$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.2.20) και (2.2.21) αντίστοιχα.
4. Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα (J_1, J_2, J_3, J_4) υπολογίζονται από τις (2.2.24) - (2.2.31).
5. Η γραμμική εξίσωση (2.2.22) λύνεται απευθείας με τη μέθοδο της τριγωνοποίησης και απαλοιφής Gauss.
6. Τα νέα μέτρα των τάσεων και οι νέες γωνίες φάσεων υπολογίζονται από τις (2.2.34) και (2.2.35).
7. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι οι $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$ να είναι μικρότερες από την προσδιορισμένη ακρίβεια, δηλαδή :

$$|\Delta P_i^{(k)}| \leq \varepsilon \quad (2.2.36)$$

$$|\Delta Q_i^{(k)}| \leq \varepsilon$$

2.2.3. Ταχεία Αποζευγμένη Μέθοδος Ροής Φορτίου

Οι γραμμές μεταφοράς ενός συστήματος ισχύος έχουν πολύ μεγάλο λόγο X/R. Για ένα τέτοιο σύστημα, οι μεταβολές της πραγματικής ισχύος ΔP είναι λιγότερο

ευαίσθητες σε μεταβολές του μέτρου της τάσης και περισσότερο ευαίσθητες σε μεταβολές στη φάση των γωνιών Δδ. Ομοίως, η άεργος ισχύς είναι λιγότερο ευαίσθητη σε αλλαγές στη γωνία και είναι σχεδόν ανεξάρτητες σε μεταβολές του μέτρου της τάσης. Επομένως, είναι λογικό οι πίνακες J_2 και J_3 του Ιακωβιανού πίνακα να τίθενται ίσοι με 0. Έτσι, η σχέση (2.2.23) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (2.2.37)$$

ή

$$\Delta P = J_1 \Delta \delta = \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right] \Delta \delta \quad (2.2.38)$$

$$\Delta Q = J_4 \Delta |V| = \left[\frac{\partial Q}{\partial |V|} \right] \Delta |V| \quad (2.2.39)$$

Οι σχέσεις (2.2.38) και (2.2.39) δείχνουν ότι η εξίσωση (2.2.37) διαχωρίζεται σε δύο αποζευγμένες εξισώσεις που απαιτούν σημαντικά λιγότερο χρόνο για να λυθούν συγκριτικά με το χρόνο που απαιτείται για τη λύση της (2.2.23). Επιπλέον, μπορεί να γίνει σημαντική απλοποίηση αν εξαλείψουμε την ανάγκη να υπολογιστούν ξανά οι πίνακες J_1 και J_4 κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης. Η διαδικασία αυτή καταλήγει στις αποζευγμένες εξισώσεις ροής φορτίου που αναπτύχθηκαν από τους Stott και Alsac. Τα διαγώνια στοιχεία του J_1 που περιγράφονται από τη σχέση (2.2.24) μπορούν να γραφτούν ως :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} \quad (2.2.40)$$

Αντικαθιστώντας τον πρώτο όρο της παραπάνω εξίσωσης με $-Q_i$, όπως προκύπτει από την (2.2.20), έχουμε :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (2.2.41)$$

όπου $B_{ii} = |Y_{ii}| \sin \theta_{ii}$ είναι το φανταστικό μέρος των διαγώνιων στοιχείων της μήτρας αγωγιμότητας. B_{ii} είναι το άθροισμα των επιδεκτικότητων όλων των στοιχείων που συνδέονται στο ζυγό i . Σε ένα τυπικό σύστημα ισχύος, για την αυτό-επιδεκτικότητα ισχύει ότι $B_{ii} \gg Q_i$, και επομένως μπορούμε να αγνοήσουμε την Q_i . Περαιτέρω απλοποίηση πραγματοποιείται με τη θεώρηση ότι $|V_i|^2 \approx |V_i|$ η οποία οδηγεί στην:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i| B_{ii} \quad (2.2.42)$$

Υπό κανονικές συνθήκες, η διαφορά $\delta_j - \delta_i$ είναι αρκετά μικρή. Έτσι, θεωρώντας στη σχέση (2.2.25) ότι $\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ij}$, τα μη διαγώνια στοιχεία του J_1 προκύπτουν από τη σχέση:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| B_{ij} \quad (2.2.43)$$

Περαιτέρω απλοποίηση προκύπτει θεωρώντας ότι $|V_j| \approx 1$:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| B_{ij} \quad (2.2.44)$$

Ομοίως, τα διαγώνια στοιχεία του J_4 που περιγράφονται από την (2.2.30) μπορούν να γραφτούν ως:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.2.45)$$

Αντικαθιστώντας τον δεύτερο όρο της παραπάνω εξίσωσης με $-Q_i$, όπως προκύπτει από την (2.2.21), έχουμε:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} + Q_i \quad (2.2.46)$$

Όπως και προηγουμένως, αφού $B_{ii} = |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} \gg Q_i$, το Q_i μπορεί να αμεληθεί και η (2.2.30) γίνεται:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| B_{ii} \quad (2.2.47)$$

Ομοίως, θεωρώντας ότι $\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ij}$, η (2.2.31) γίνεται :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| B_{ij} \quad (2.2.48)$$

Με τις υποθέσεις αυτές, οι εξισώσεις (2.2.38) και (2.2.39) παίρνουν την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\Delta P}{|V_i|} = -B' \Delta \delta \quad (2.2.49)$$

$$\frac{\Delta Q}{|V_i|} = -B'' \Delta |V| \quad (2.2.50)$$

Οι πίνακες B' και B'' είναι τα φανταστικά μέρη της μήτρας αγωγιμότητας Y_{bus} . Αφού τα στοιχεία αυτού του πίνακα είναι σταθερά, πρέπει να τριγωνοποιηθούν και να εισαχθούν μία μόνο φορά στην αρχή της επανάληψης. Η τάξη του πίνακα B' είναι $(n-1)$. Για ζυγούς PV όπου τα $|V_i|$ και P_i είναι προσδιορισμένα, ενώ το Q_i όχι, η αντίστοιχη γραμμή και στήλη του Y_{bus} απαλείφονται. Έτσι, ο πίνακας B'' έχει τάξη $(n-1-m)$, όπου m είναι ο αριθμός των ζυγών PV. Επομένως, στον αλγόριθμο της ταχείας αποζευγμένης μεθόδου ροής φορτίου οι μεταβολές στο μέτρο της τάσης και στη φάση είναι :

$$\Delta \delta = -[B']^{-1} \frac{\Delta P}{|V|} \quad (2.2.51)$$

$$\Delta |V| = -[B'']^{-1} \frac{\Delta Q}{|V|} \quad (2.2.52)$$

Η ταχεία αποζευγμένη μέθοδος ροής φορτίου απαιτεί περισσότερες επαναλήψεις από τη μέθοδο Newton-Raphson, αλλά απαιτεί σημαντικά λιγότερο χρόνο για κάθε επανάληψη και η επίλυση της ροής φορτίου πραγματοποιείται πολύ γρήγορα. Η τεχνική αυτή είναι πολύ χρήσιμη στην ανάλυση ενδεχόμενων διαταραχών όπου το πλήθος των διακοπών πρέπει να προσομοιωθεί ή η επίλυση της ροής φορτίου πρέπει να ελεγχθεί on-line.

2.2.4. Ροή Φορτίου Σ.Ρ. (D.C. Load Flow)

Η ροή φορτίου Σ.Ρ. είναι μία απλοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου. Η απλοποίηση αυτή μας δίνει ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων που συνδέει τις φασικές γωνίες των μιγαδικών τάσεων των ζυγών με τις πραγματικές ισχείς του συστήματος. Η ροή αέργου ισχύος αμελείται. Το απλοποιημένο αυτό μοντέλο χρησιμοποιείται σε μελέτες προγραμματισμού όπου απαιτείται ένας προσεγγιστικός υπολογισμός της ροής ενεργού ισχύος.

Εδώ χρησιμοποιείται για την προσεγγιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων της πτώσης γραμμών μεταφοράς και γεννητριών.

Οι απλοποιήσεις που γίνονται κατά την ανάπτυξη των εξισώσεων ροής φορτίου Σ.Ρ. βασίζονται στις επόμενες τρεις παραδοχές:

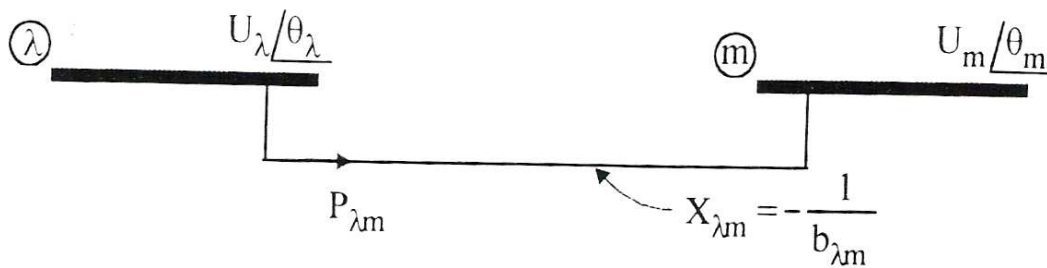
- α) $q_{ij} = 0$ (αμελούνται οι απώλειες των γραμμών)
- β) $\sin \theta_{ij} \cong \theta_{ij}$ (μικρή στροφή φάσης της τάσης στις γραμμές)
- γ) Όλες οι τάσεις των ζυγών παραμένουν σταθερές (κατά μέτρο) μετά την πτώση. Αν οι τάσεις των ζυγών είναι άγνωστες, υποθέτουμε ότι όλοι οι ζυγοί βρίσκονται υπό ονομαστική τάση 1 p.u.

Η ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή λμ του σχήματος 2.2.β, αν παραδεχτούμε μηδενικές απώλειες στη γραμμή, είναι:

$$P_{\lambda m} = \frac{U_{\lambda} U_m}{X_{\lambda m}} \sin(\theta_{\lambda} - \theta_m) = -b_{\lambda m} U_{\lambda} U_m \sin(\theta_{\lambda} - \theta_m) \quad (2.2.53)$$

Στο σύστημα μεταφοράς $\theta_{\lambda} - \theta_m < 25^{\circ}$, οπότε μπορούμε να κάνουμε την προσέγγιση (β): $\sin(\theta_{\lambda} - \theta_m) \cong \theta_{\lambda} - \theta_m$ και να γράψουμε την παραπάνω σχέση με μορφή:

$$P_{\lambda m} = -b_{\lambda m} U_{\lambda} U_m \sin(\theta_{\lambda} - \theta_m) \quad (2.2.54)$$



Σχήμα 2.2.β. Παράδειγμα υπολογισμού των εξισώσεων DC ροής φορτίου

Αν τώρα θεωρήσουμε έναν τυχαίο ζυγό λ , με $k(\lambda)$ διασυνδέσεις, η διατήρηση ενεργού ισχύος στο ζυγό λ δίνει:

$$P_{\lambda} = P_{G\lambda} - P_{D\lambda} = -U_{\lambda} \sum_{m \in k(\lambda)} U_m b_{\lambda m} (\theta_{\lambda} - \theta_m) \quad (2.2.55)$$

Αν γράψουμε εξισώσεις της μορφής (2.2.55) για $\lambda = 2, 3, \dots, n$, δηλ. για όλους τους ζυγούς του συστήματος, εκτός από τον ζυγό αναφοράς, παίρνουμε:

$$P = A \cdot \theta \quad (2.2.56)$$

όπου:

$$P = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ M \\ P_n \end{bmatrix} \quad \Theta = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ M \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad A = [a_{\lambda m}] \quad \text{με:}$$

$$a_{\lambda m} = U_{\lambda} U_m b_{\lambda m} = -\frac{U_{\lambda} U_m}{X_{\lambda m}} \quad (2.2.57)$$

$$a_{\lambda\lambda} = -\sum_{m \in k(\lambda)} a_{\lambda m} \quad (2.2.58)$$

Οι εξισώσεις (2.2.57) είναι οι εξισώσεις ροής φορτίου Σ.Ρ. Είναι γραμμικές εξισώσεις που συνδέουν τις πραγματικές ισχύεις των ζυγών με τις φάσεις των τάσεων. Με την παραδοχή ότι όλες οι τάσεις των ζυγών είναι 1 p.u. ο πίνακας A της σχέσης (2.2.57) έχει τη μορφή:

$$a_{\lambda m} = b_{\lambda m} = -\frac{1}{X_{\lambda m}} \quad (2.2.59)$$

$$a_{\lambda\lambda} = -\sum_{m \in k(\lambda)} b_{\lambda m} = \sum_{m \in k(\lambda)} \frac{1}{X_{\lambda m}} \quad (2.2.60)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

3.1. ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

Η πιθανοτική ροή φορτίου μπορεί να οριστεί ως μία μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ροής φορτίου που λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα και τη στατιστική φύση των δεδομένων μεγεθών, δηλαδή των φορτίων και της παραγωγής, και υπολογίζει τα άγνωστα μεγέθη ως τυχαίες μεταβλητές με μία μέση τιμή, τυπική απόκλιση και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Είναι ένας τρόπος υπολογισμού όλων των πιθανών καταστάσεων του συστήματος, που αντιστοιχούν σε όλες τις δυνατές στατιστικές μεταβολές των φορτίων και της παραγωγής μέσω μίας μόνο ανάλυσης ροής φορτίου.

Έχουν διατυπωθεί κατά καιρούς πολλές διαφορετικές μορφές της πιθανοτικής μεθόδου. Οι περισσότερες στηρίζονται στην απλοποίηση και γραμμικοποίηση των αρχικών εξισώσεων ροής φορτίου, ή στην υπόθεση ότι οι τυχαίες μεταβλητές που υπολογίζονται ακολουθούν κανονική κατανομή. Έχει αποδειχθεί ότι η υπόθεση της κανονικής κατανομής των αγνώστων μεγεθών μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα. Αντίθετα, με εφαρμογή της μεθόδου Monte Carlo που συνίσταται στην ανάλυση και αξιολόγηση μεγάλου πλήθους ροών φορτίου (μέχρι και 20.000 περιπτώσεις), έχει διαπιστωθεί η ικανοποιητική ακρίβεια της πιθανοτικής ροής φορτίου που βασίζεται στη γραμμικοποίηση των εξισώσεων γύρω από την αναμενόμενη τιμή.

Αντικείμενο του παρόντος κεφαλαίου είναι η γενική παρουσίαση της πιθανοτικής μεθόδου, της θεωρίας και των αριθμητικών τεχνικών στις οποίες στηρίζεται. Αναπτύσσεται η μορφή της πιθανοτικής ροής φορτίου, που έχει διαμορφωθεί κυρίως από τις δημοσιεύσεις του Allan. Αναφέρονται επίσης οι δυνατότητες της πιθανοτικής μεθόδου σε σχέση με την ντετερμινιστική, αξιολογούνται οι πληροφορίες που παρέχουν τα αποτελέσματα και διατυπώνονται οι μελλοντικές προοπτικές της στην ανάλυση συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας.

3.1.1. Ιστορική Ανάπτυξη του Θέματος

Η πιθανοτική ή στοχαστική θεώρηση μόνιμων και μεταβατικών καταστάσεων συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας έχει εφαρμοστεί σχετικά πρόσφατα σε προβλήματα ροής φορτίου και βρίσκεται σε εξέλιξη στην αντιμετώπιση προβλημάτων εκτίμησης καταστάσεως, βραχυκυκλωμάτων, ιεράρχησης διαταραχών, υπολογισμού κόστους παραγωγής κλπ.

Η πρώτη επιτυχημένη προσπάθεια αντιμετώπισης του προβλήματος ροής φορτίου με πιθανοτικό τρόπο γίνεται το 1973 από τη Barbara Borkowska. Η μέθοδος βασίζεται στη D.C. ανάλυση ροής φορτίου και τα δεδομένα δίνονται με τη μορφή συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας για τα φορτία και την παραγωγή κάθε ζυγού. Οι συναρτήσεις αυτές είναι η κανονική, η διωνυμική και η διακριτή κατανομή. Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε υπολογίζει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της πραγματικής ροής οποιασδήποτε γραμμής, και του ισοζυγίου ισχύος στο ζυγό αναφοράς του συστήματος. Η βασική υπόθεση που διατυπώνεται για την εφαρμογή συνελκτικών τεχνικών είναι η ανεξαρτησία των τυχαίων μεταβλητών του προβλήματος.

Το 1974 διατυπώνεται από τους Allan, Borkowska και Grigg η ίδια διατύπωση της πιθανοτικής μεθόδου αλλά με περισσότερη έμφαση στις πρακτικές εφαρμογές της. Πραγματοποιείται εκτεταμένη ανάλυση των αποτελεσμάτων ενός συστήματος 15 ζυγών για να φανεί η τεράστια διαφορά πληροφοριών που αποκτώνται με την πιθανοτική ροή φορτίου σε σχέση με την ντετερμινιστική ανάλυση.

Το 1975 οι Dorazo, Klitin και Sasson αναπτύσσουν με διαφορετικό τρόπο τη στοχαστική ροή φορτίου, όπως την ονόμασαν, χρησιμοποιώντας για τους υπολογισμούς τον πίνακα συμμεταβλητότητας που είχε εφαρμοστεί με αποδοτικό τρόπο στο πρόβλημα εκτίμησης κατάστασης. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στο Κεντρικό Οριακό Θεώρημα και θεωρεί ότι οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση ροής φορτίου ακολουθούν κανονική κατανομή. Έτσι τα δεδομένα και τα αποτελέσματα αντιπροσωπεύονται μόνο από την αναμενόμενη τιμή και την τυπική απόκλισή τους. Επίσης, στη ίδια διατύπωση παρουσιάζεται μία μέθοδος "περιοριστικών περιοχών", για την αντιμετώπιση του γεγονότος ότι το συνολικό φορτίο ή η παραγωγή σε ένα

σύστημα είναι γνωστά με περισσότερη ακρίβεια από εκείνη που αντιστοιχεί στην απλή υπόθεση της ανεξαρτησίας των τυχαίων μεταβλητών.

Οι Heydt και Katz το 1975 αναπτύσσουν με στατιστικό τρόπο τη θεωρία των συνδεδεμένων συστημάτων. Η αβεβαιότητα των φορτίων σε συνδυασμό με την πιθανή μη διαθεσιμότητα των μονάδων παραγωγής προκαλούν αβεβαιότητα ως προς το μέγεθος της αλληλεπίδρασης με τα γειτονικά συστήματα. Στη διατύπωση αυτή γίνεται η υπόθεση ότι οι γραμμικοί περιορισμοί της παραγωγής που θεωρούνται, ακολουθούν κανονική κατανομή και χρησιμοποιείται επίλυση με γραμμικό προγραμματισμό.

Το 1976 διατυπώνεται από τους Allan και Shakarchi μία επέκταση της πιθανοτικής D.C. ροής φορτίου σύμφωνα με τη βασική θεμελίωση της Borkowska. Η μέθοδος χρησιμοποιεί δύο ισοδύναμες μεταξύ τους μορφές γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου και τα δεδομένα είναι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας πραγματικών και αέργων φορτίων και παραγωγής στους ζυγούς. Ο αλγόριθμος είναι σε θέση να υπολογίζει τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των πραγματικών και αέργων ροών ισχύος, των τάσεων και των αέργων εγχύσεων. Για την πραγματοποίηση των συνελιξεων εφαρμόζονται οι αριθμητικές τεχνικές που δημοσιεύονται τον ίδιο χρόνο.

Τον επόμενο χρόνο, 1977, διατυπώνονται δύο ακόμη μορφές γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου από τους Allan και Shakarchi. Οι εξισώσεις γραμμικοποιούνται γύρω από την περιοχή της αναμενόμενης τιμής των δεδομένων και είναι περισσότερο ακριβείς από τις σχέσεις των προηγούμενων γραμμικοποιήσεων γιατί βασίζονται σε λιγότερες υποθέσεις. Η τέταρτη γραμμικοποίηση μάλιστα δεν θεωρεί απόζευξη μεταξύ πραγματικής και άεργου ισχύος.

Το 1977 επίσης, οι ίδιοι συγγραφείς δημοσιεύουν τις εργασίες τους σχετικά με τον τρόπο που μπορεί να υπολογιστεί και να συμπεριληφθεί στην ανάλυση της πιθανοτικής A.C. ροής φορτίου η υπόθεση της γραμμικής θετικής ή αρνητικής εξάρτησης των εγχύσεων ισχύος ενός συστήματος. Στην ανάλυση που ακολουθεί υπογραμμίζεται η επίδραση της εξάρτησης μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών στην τυπική απόκλιση των αποτελεσμάτων και στο σχήμα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας. Η δημοσίευση αυτή αποτελεί επέκταση της εργασίας που προηγήθηκε από τους Allan, Grigg, Newey και Simmons, για την εφαρμογή ολικής ή μερικής συσχέτισης μεταξύ των δεδομένων τυχαίων μεταβλητών στην πιθανοτική D.C.

ανάλυση. Το μοντέλο πιθανοτικής ροής φορτίου με χρήση εξαρτημένων τυχαίων μεταβλητών μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη λειτουργική ανάλυση συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας και στη βραχυπρόθεσμη λήψη αποφάσεων, όπου η υπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών δεν ισχύει.

Για την πιθανότητα απώλειας γραμμής και γενικότερα μεταβολής στην τοπολογία του συστήματος προτείνονται δύο διατυπώσεις, μία από τον Aboytes το 1977 και η άλλη από τους Allan, Grigg και Prato-Garciato 1978. Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ροής σε κάποιο στοιχείο του δικτύου, δίνεται ως άθροισμα με διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας όλων των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των ροών που αντιστοιχούν σε κάθε μία τοπολογία του συστήματος που αναλύεται. Η πρώτη διατύπωση παρουσιάζει ορισμένα μειονεκτήματα, τα οποία επισημαίνονται από τους Leite da Silva, Allan, Soares και Arienti. Αυτά είναι :α) η υπόθεση ότι το άθροισμα όλων των θεωρούμενων τοπολογιών είναι μονάδα, πράγμα που οδηγεί σε εξωπραγματικά αποτελέσματα σε περιπτώσεις όπου το γινόμενο του αριθμού των στοιχείων επί την αβεβαιότητα του κάθε στοιχείου πλησιάζει τη μονάδα, και β) το γεγονός ότι χρησιμοποιείται η υπόθεση της κανονικής κατανομής των αποτελεσμάτων. Στη δεύτερη διατύπωση έχει θεωρηθεί και ορισμένος αριθμός πιθανών διαταραχών δευτέρας τάξεως.

Το 1980 μελετάται από τον Armando Martins Leite da Silva, η αποδοτικότητα υπολογισμού σε χρόνο, μνήμη, ακρίβεια και απλότητα των πιθανοτικών μεθόδων. Διερευνούνται αναλυτικά με χρήση της μη γραμμικής και της γραμμικοποιημένης μεθόδου Monte Carlo, που βασίζεται στην ανάλυση και αξιολόγηση μεγάλου πλήθους ροών φορτίου, όλες οι προτεινόμενες πιθανοτικές μέθοδοι και διαπιστώνεται η επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου στα αποτελέσματα. Αποδεικνύεται έτσι η ανακρίβεια της υπόθεσης ότι οι άγνωστες τυχαίες μεταβλητές ακολουθούν κανονική κατανομή. Παράλληλα, προτείνεται μία νέα μέθοδος ροής φορτίου που παρά το γεγονός ότι χρησιμοποιεί γραμμικοποιημένα πρότυπα λαμβάνει υπόψη την επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων και δημοσιεύεται το 1981. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη δυνατότητα μεταβολής του σημείου γραμμικοποίησης των εξισώσεων έτσι ώστε να υπολογίζονται με μεγαλύτερη ακρίβεια τα άκρα των υπολογιζόμενων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας. Χρησιμοποιείται επίσης ένας καινούριος αλγόριθμος για την πραγματοποίηση των συνελίξεων, ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier (F.F.T) που εκμεταλλεύεται ορισμένες ιδιότητες των εκθετικών συναρτήσεων και ανάγει τη συνέλιξη σε περιορισμένο

πολλαπλασιασμό διακριτών τομών στο πεδίο της συχνότητας. Η τεχνική αυτή αποδεικνύεται ότι είναι πολύ πιο γρήγορη και πιο ακριβής από την τεχνική της συμβατικής συνέλιξης που βασίζεται στις ιδιότητες του μετασχηματισμού Laplace.

Το 1984 οι A.M. Leite da Silva, Arienti και Allan τελειοποιούν τη πιθανοτική μέθοδο ροής φορτίου που θεωρεί εξάρτηση μεταξύ των δεδομένων εγχύσεων των ζυγών για την εφαρμογή της σε προβλήματα ισοζυγίου ισχύος στο σύστημα, λαμβάνοντας υπόψη οικονομικούς και λειτουργικούς περιορισμούς.

Τέλος το 1985 οι A.M. Leite da Silva, Allan, Soares και Arienti, επεκτείνουν τη διατύπωση των Allan, Grigg και Garcia για τη μεταβλητή τοπολογία του δικτύου έτσι ώστε να εφαρμόζεται στην πιθανοτική A.C. ανάλυση.

3.2. ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ

3.2.1. Μελέτες Ροών Φορτίου

Προσδιορισμός ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι η προμήθεια της πραγματικής και άεργου ισχύος που απαιτείται από τα διάφορα συνδεδεμένα στο σύστημα φορτία. Επίσης, η συχνότητα και η τάση στους διάφορους ζυγούς πρέπει να διατηρούνται μέσα σε καθορισμένα όρια κατά τη μεταβολή των φορτίων.

Η ανάλυση ροών φορτίου έχει σα σκοπό τον υπολογισμό των αγνώστων τάσεων των ζυγών και των ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου για ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής, τάσεων γεννητριών και φορτίων.

Οι μελέτες ροών φορτίου είναι από τις πιο βασικές μελέτες σε ένα δίκτυο όχι μόνο για τη διατήρηση των ορίων λειτουργίας, αλλά και για το σχεδιασμό ενός καινούριου συστήματος ή επέκτασης του υπάρχοντος συστήματος παραγωγής και μεταφοράς.

Επειδή κατά τη διάρκεια της ημέρας τα φορτία μεταβάλλονται συνεχώς, συχνά απαιτείται καινούριος υπολογισμός της παραγόμενης ισχύος από κάθε γεννήτρια. Μετά την επιλογή της πιο οικονομικής λειτουργίας των γεννητριών του συστήματος, ελέγχονται οι περιορισμοί λειτουργίας και η ικανοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου.

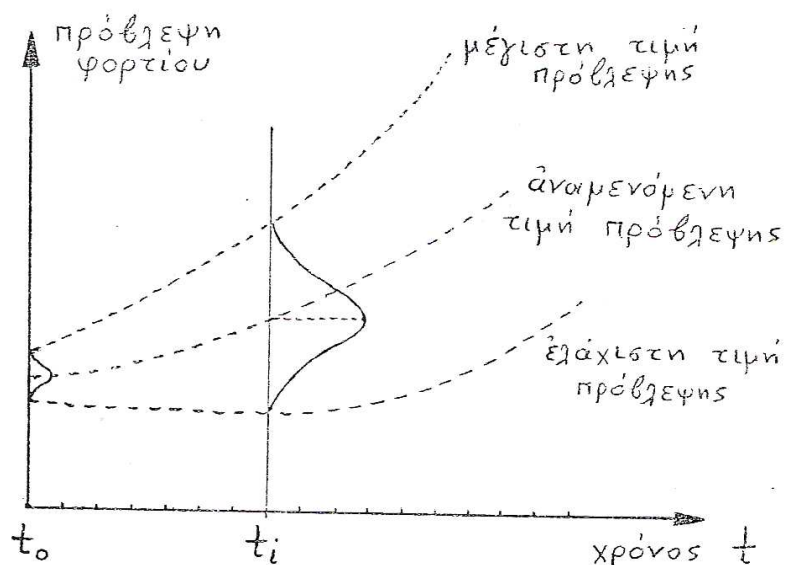
Η απώλεια μιας γραμμής ή μιας μονάδας παραγωγής, ειδικά για τις σύγχρονες μονάδες μεγάλης ισχύος, μπορεί να έχει σημαντική επίδραση στη ροή ισχύος κάθε γραμμής. Χρειάζεται έτσι, μελέτη ροών φορτίου για ενδεχόμενες διαταραχές.

Για τις μελέτες αυτές έχουν αναπτυχθεί αρκετοί ακριβείς και αποδοτικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι εφαρμόζουν μεθόδους όπως η Gauss-Seidel, η Newton-Raphson ή η ταχεία αποζευγμένη. Επίσης έχουν αναπτυχθεί και αλγόριθμοι που εφαρμόζουν προσεγγιστικές μεθόδους, όπως η D.C. ροή φορτίου, η οποία επιτρέπει μια γρήγορη πρώτη εκτίμηση των πραγματικών ροών ισχύος. Η όλη θεωρία και επίλυση των εξισώσεων ροών φορτίου αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

3.2.2. Στατιστικότητα των Φορτίων

Σύμφωνα με τις προηγούμενες μεθόδους η επίλυση ροών φορτίου απαιτεί συγκεκριμένες τιμές δεδομένων και τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται (διάνυσμα κατάστασης) αντιστοιχούν αποκλειστικά στο συγκεκριμένο σύστημα δεδομένων (διάνυσμα διαταραχής και διάνυσμα ελέγχου). Κάθε αλλαγή των δεδομένων απαιτεί καινούρια επίλυση για τον υπολογισμό της νέας κατάστασης. Η παραγωγή των γεννητριών π.χ. που αποτελεί το διάνυσμα ελέγχου υπόκειται σε μεταβολές είτε προβλεπόμενες λόγω χειρισμού είτε απρόβλεπτες λόγω βλάβης. Τα φορτία επίσης που αποτελούν το διάνυσμα διαταραχής δεν είναι γνωστά ακριβώς. Η αβεβαιότητα των φορτίων οφείλεται α) στην αβεβαιότητα των στατιστικών δεδομένων και β) στην αβεβαιότητα να προσαρμοστεί τελείως στα στατιστικά δεδομένα η αναλυτική συνάρτηση που χρησιμοποιείται κατά την πρόβλεψη.

Το σχήμα 3.2.α. δείχνει θεωρητικά τη σχέση που υπάρχει μεταξύ της πρόβλεψης φορτίου και της χρονικής στιγμής t_i κατά την οποία γίνεται η πρόβλεψη.

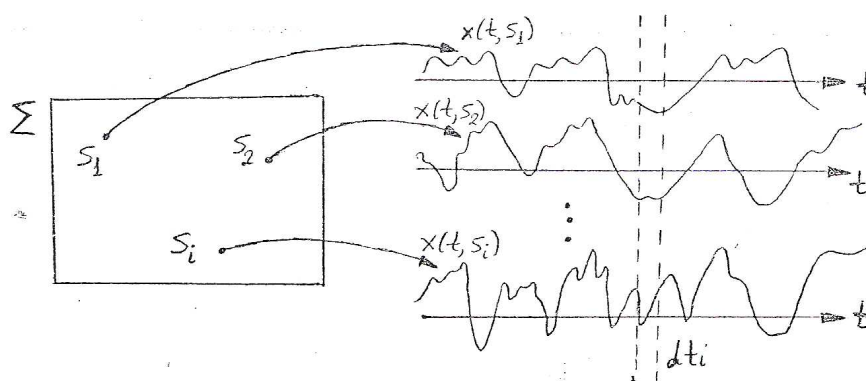


Σχήμα 3.2.α. Πρόβλεψη φορτίου συναρτήσει του χρόνου

Ο βαθμός αβεβαιότητας αυξάνει όσο απομακρύνεται η χρονική στιγμή t_i από την παρούσα χρονική στιγμή t_0 . Η αβεβαιότητα που υπάρχει στο φορτίο κατά τη χρονική στιγμή t_0 οφείλεται αποκλειστικά σε σφάλματα μέτρησης.

Τα φορτία μπορούν να θεωρηθούν ως συναρτήσεις δύο μεταβλητών t και S . Η μεταβλητή t παίρνει τιμές στον άξονα των πραγματικών αριθμών, άξονας χρόνου, και η μεταβλητή S παίρνει τιμές σε ένα σύνολο προβλέψεων Σ .

Μία συγκεκριμένη τιμή $x(t,S)$ αντιστοιχεί σε μία πρόβλεψη S_i στο χρόνο t_i . Γενικά η συνάρτηση x δημιουργεί μία οικογένεια καμπύλων γνωστή ως στοχαστική διαδικασία ή ανέλιξη (Σχήμα 3.2.β.)



Σχήμα 3.2.β. : Στοχαστική ανέλιξη

Για μία δεδομένη πρόβλεψη S_i η έκφραση $x(t, S_i)$ παριστάνει μία ορισμένη συνάρτηση του χρόνου.

Αν καθοριστεί μία χρονική στιγμή t_i ή ένα μικρό χρονικό διάστημα dt_i όπου τα φορτία μπορούν να θεωρηθούν σταθερά ως προς το χρόνο, τότε η τιμή της συνάρτησης $x(t_i, S)$ είναι μία τυχαία μεταβλητή που παίρνει τιμές στο σύνολο $\Sigma = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ με πιθανότητες $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$.

Το χρονικό διάστημα dt_i μπορεί να είναι η επόμενη χρονική στιγμή σε βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη φορτίων, ή το διάστημα ορισμένων εβδομάδων π.χ. του χειμώνα σε μεσοπρόθεσμη πρόβλεψη ή τέλος στον προγραμματισμό σε μακροπρόθεσμη πρόβλεψη φορτίων, μπορεί να είναι το διάστημα ενός ολόκληρου έτους.

3.2.3. Σκοπός της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου

Για να ληφθούν υπόψη όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί μεταβολής των φορτίων και της παραγωγής χρειάζεται η επίλυση υπερβολικά μεγάλου πλήθους

ντετερμινιστικών ροών φορτίου. Για συστήματα με N ζυγούς και K διαφορετικές τιμές φορτίων σε κάθε ζυγό απαιτούνται K^N ροές φορτίου π.χ.

$$\begin{array}{ll} \text{Αν } N = 10 \text{ και } K = 2 & 2^{10} \approx 10^3 \\ & K = 4 \quad 4^{10} \approx 10^6 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Αν } N = 100 \text{ και } K = 2 & 2^{100} \approx 10^{30} \\ & K = 4 \quad 4^{100} \approx 10^{60} \end{array}$$

Η εκτίμηση τόσο μεγάλου πλήθους αποτελεσμάτων ροής φορτίου για την εύρεση της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης ή το σχεδιασμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ροών στις γραμμές είναι πρακτικά αδύνατη. Έτσι, γίνεται επιλογή ενός περιορισμένου αριθμού μεταβολών φορτίου, που περιλαμβάνει τις αναμενόμενες τιμές, τις ακραίες τιμές και τυχόν αυθαίρετες ενδιάμεσες τιμές φορτίων. Η επιλογή αυτή βασίζεται στην πείρα του μηχανικού και γι' αυτό η ακρίβεια των αποτελεσμάτων που εξάγονται είναι υποκειμενική και μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένες αποφάσεις.

Αντίθετα, η πιθανοτική ροή φορτίου λαμβάνει υπόψη όλους τους δυνατούς συνδυασμούς μεταβολών των φορτίων και της παραγωγής με μία μόνο επίλυση. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη στατιστική θεώρηση των φορτίων και της παραγωγής των οποίων τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας θεωρεί δεδομένες. Σκοπός της πιθανοτικής ροής φορτίου είναι ο υπολογισμός της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών. Τα αποτελέσματα αυτά αποτελούν τη σύνθεση όλων των πιθανών αποτελεσμάτων που αντιστοιχούν στα δεδομένα, και δίνουν απάντηση σε πολλά πρακτικά προβλήματα.

A) Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα

Τα βασικά πλεονεκτήματα της πιθανοτικής μεθόδου είναι :

- α. Το αυξημένο πλήθος πληροφοριών που αποκομίζονται για την ικανοποιητική λειτουργία ή τον σχεδιασμό του συστήματος.
- β. Η εύκολη εκτίμηση των αποτελεσμάτων.
- γ. Η δυνατότητα απεικόνισης των επιθυμητών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας με γραφικές παραστάσεις.

- δ. Η δυνατότητα εξαγωγής των ντετερμινιστικών αποτελεσμάτων μέσω της πιθανοτικής μεθόδου.

Τα μειονεκτήματα και οι δυσκολίες που παρουσιάζει είναι :

- α. Η αναγκαία γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο σημείο που απέχει πολύ ή λίγο από το λειτουργικό σημείο του συστήματος. Τα αποτελέσματα είναι περισσότερο ακριβή γύρω από αυτό το σημείο και λιγότερο ακριβή όσο απομακρύνονται από αυτό.
- β. Η αύξηση του αριθμού των δεδομένων σε σχέση με τη ντετερμινιστική μέθοδο και η δυσκολία προσδιορισμού τους με στατιστικές παραμέτρους.
- γ. Το μεγάλο πλήθος σημείων που συνιστά τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών και καθιστά αναγκαία τη χρησιμοποίηση αριθμητικής μεθόδου για την παράστασή τους.

B) Διατύπωση του προβλήματος

Η γενική διατύπωση του προβλήματος πιθανοτικής ροής φορτίου είναι η εξής :

Δίνονται :

- α. Η τοπολογία του δικτύου N-ζυγών, (M ζυγοί φορτίου) L-γραμμών, T-μετασχηματιστών και οι παράμετροι των στοιχείων του: αντιστάσεις γραμμών R_{ij} , επαγωγικές ή χωρητικές αντιδράσεις γραμμών X_{ij} , λήψεις μετασχηματιστών t. Η πιθανότητα αυτών των στοιχείων είναι μονάδα.
- β. R_1 συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των πραγματικών εγχύσεων στους ζυγούς του δικτύου ($R_1 \geq N$).
- γ. R_2 συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των άεργων εγχύσεων στους ζυγούς φορτίου (PQ) του δικτύου ($R_2 \geq M$).

Προσδιορίζονται :

- α. Η μέση τιμή και τυπική απόκλιση των πραγματικών και άεργων εγχύσεων, των πραγματικών και άεργων ροών ισχύος στις γραμμές και στα στοιχεία αντισταθμίσεως, των τάσεων στους ζυγούς φορτίου (PQ) και των γωνιών.
- β. Η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του ισοζυγίου της ισχύος στο σύστημα.
- γ. Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των γωνιών, των τάσεων των πραγματικών και άεργων ροών ισχύος.
- δ. Οι συντελεστές ευαισθησίας των γραμμών.

3.2.4. Πρακτικές Εφαρμογές της Μεθόδου

A) Η μορφή των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας που προσδιορίζονται από μία πιθανοτική ροή φορτίου παρέχει της ακόλουθες πληροφορίες :

- i. Ποια είναι η πιο πιθανή τιμή ροής φορτίου σε μία γραμμή ή τάσεως σε ένα ζυγό PQ. Η τιμή αυτή μπορεί να διαφέρει από την αναμενόμενη τιμή λόγω της μη κανονικής μορφής της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.
- ii. Ποια είναι η πιθανότητα να ξεπεράσει η ροή μιας γραμμής το όριο αντοχής της ή η πιθανότητα να κυμαίνεται η τιμή της σε κάποιο διάστημα γύρω από μία ορισμένη τιμή.
- iii. Ποια είναι η πιθανότητα να μην ικανοποιούνται οι περιορισμοί της τάσεως σε κάποιο ζυγό.
- iv. Ποια είναι η πρακτικά δυνατή έκταση τιμών των τάσεων ή της ροής ισχύος ώστε να γίνει κατάλληλη επιλογή του αριθμού, της ικανότητας και της τοπολογίας των γραμμών ενός συστήματος.
- v. Ποιο ποσοστό από όλες τις δυνατές τιμές της ροής σε κάποια γραμμή βρίσκεται στην οικονομικά επιθυμητή περιοχή τιμών.

B) Ο προσδιορισμός της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του ισοζυγίου της ισχύος στο σύστημα επιτυγχάνεται αφού είναι γνωστές όλες οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας της παραγωγής και των φορτίων. Το ισοζύγιο ισχύος είναι ανεξάρτητο από τις παραμέτρους των στοιχείων του δικτύου και την τοπολογία. Από τη γραφική παράσταση αυτής της συνάρτησης εξάγεται η πιθανότητα να υπάρχει πλεόνασμα ή έλλειμμα ισχύος στο σύστημα με αποτέλεσμα την ποσοτική εκτίμηση της ικανότητας του συστήματος να καλύψει τη συνολική ζήτηση. Η πληροφορία αυτή μπορεί να φανεί χρήσιμη για τον προσδιορισμό του αριθμού και της ικανότητας των εφεδρειών που θα χρησιμοποιηθούν.

Γ) Για να επιτευχθεί ο υπολογισμός των αγνώστων μεγεθών στην πιθανοτική ροή φορτίου απαιτείται πρώτα η εξαγωγή ενός διανύσματος συντελεστών ευαισθησίας που καθορίζει πόσο επηρεάζεται το συγκεκριμένο μέγεθος από τη μεταβολή της πραγματικής ή άεργου εγχύσεως σε κάθε ζυγό ξεχωριστά. Οι συντελεστές αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ανάλυση της ευαισθησίας του συστήματος ή στην επιλογή του καταλληλότερου χειρισμού των μεταβλητών ελέγχου

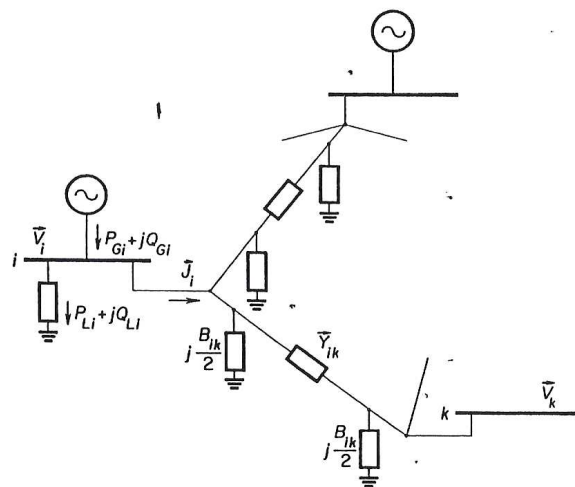
και διαταραχής για την επαναφορά του συστήματος στα προκαθορισμένα όρια ασφαλείας.

3.3. ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Παρακάτω δίνονται ξανά οι ντετερμινιστικές εξισώσεις ροής φορτίου καθώς και το πιθανοτικό και στοχαστικό πρόβλημα. Η μελέτη ροής φορτίου ασχολείται με την προσομοίωση μόνιμης κατάστασης του συστήματος ισχύος. Τα δεδομένα εισόδου συνήθως περιλαμβάνουν ενεργά και άεργα φορτία σε ζυγούς φορτίου καθώς επίσης και ενεργό ισχύ παραγωγής και το μέτρο της τάσης σε ζυγούς παραγωγής. Οι ποσότητες που υπολογίζονται είναι τα μέτρα των τάσεων και οι γωνίες σε ζυγούς φορτίου, γωνίες και άεργες ισχείς σε ζυγούς παραγωγής και ενεργές και άεργες ροές ισχύος στις γραμμές μεταφοράς. Υπάρχουν πολλοί μέθοδοι υπολογισμού της ροής φορτίου σε συστήματα ισχύος οι οποίες διαφέρουν σε ταχύτητα, ακρίβεια και απαιτήσεις σε μνήμη (Stott, 1975). Η ντετερμινιστική ροή φορτίου έχει εφαρμοστεί σχεδόν με όλα τα μοντέλα ροής φορτίου που χρησιμοποιούνται στην πράξη, από τις απλούστερες DC εξισώσεις μέχρι και την πλήρη AC ανάλυση. Στη συνέχεια θα αναπτυχθούν οι ακριβείς εξισώσεις ροής φορτίου (LF Equations) και θα παρουσιαστεί έπειτα μία εικόνα της πιθανοτικής ροής φορτίου.

3.3.1. Ακριβείς Εξισώσεις

Ας υποθέσουμε ένα σύστημα ισχύος που αποτελείται από δύο ζυγούς, i και k , που συνδέονται μέσω μιας γραμμής μεταφοράς, έτσι όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 3.3.α.) :



Σχήμα 3.3.α. Σύστημα ισχύος δύο ζυγών

Σύμφωνα με το σχήμα αυτό, η συνολική (μυγαδική) ισχύς που εισέρχεται στο δίκτυο στο ζυγό i είναι :

$$\vec{S}_i = P_i + jQ_i \quad (3.3.1)$$

όπου P_i είναι η ενεργός ισχύς και Q_i η άεργος ισχύς που εξέρχεται από το ζυγό i . Οι ισχύεις αυτές προκύπτουν ως διαφορές των αντίστοιχων ισχύων παραγωγής και των ισχύων των φορτίων στο ζυγό i , δηλαδή:

$$P_i = P_{G_i} - P_{L_i} \quad (3.3.2)$$

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{L_i} \quad (3.3.3)$$

όπου το G αναφέρεται σε ισχύεις παραγωγής και το L σε ισχύεις φορτίου. Εάν \vec{V}_i είναι η τάση στο ζυγό i και \vec{V}_k η τάση στο ζυγό k , το ισοζύγιο ρεύματος στο ζυγό (κόμβο) i θα είναι :

$$\vec{J}_i = \frac{\vec{S}_i^*}{\vec{V}_i^*} = \vec{V}_i \vec{Y}_{sh,i} + \sum_{k \neq i} (\vec{V}_i - \vec{V}_k) \vec{Y}_{ik} \quad (3.3.4)$$

όπου \vec{J}_i είναι το ρεύμα που εισέρχεται στο δίκτυο στο ζυγό i , $\vec{Y}_{sh,i}$ είναι η συνολική εγκάρσια αγωγιμότητα στο ζυγό i και \vec{Y}_{ik} είναι η αγωγιμότητα της γραμμής ik . Θεωρούμε ότι για την προσομοίωση των γραμμών χρησιμοποιούμε το ισοδύναμο π μοντέλο. Εάν B_{ik} είναι η εγκάρσια επιδεκτικότητα της γραμμής ki (θεωρώντας ότι είναι αμιγώς χωρητική, τότε έχουμε :

$$\vec{Y}_{sh,i} = \sum_{k \neq i} \frac{B_{ik}}{2} \quad (3.3.5)$$

Η επεξεργασία των παραπάνω εξισώσεων οδηγεί στην:

$$P_i - jQ_i = \sum_{k \neq i} (\vec{V}_i^* \vec{V}_i \frac{B_{ik}}{2} + \vec{V}_i^* \vec{V}_k \vec{Y}_{ik} - \vec{V}_i^* \vec{V}_k \vec{Y}_{ik}) \quad (3.3.6)$$

Οι εξισώσεις ροής φορτίου προέρχονται από την εξίσωση (3.3.6) χωρίζοντας πραγματικά και φανταστικά μέρη. Αντικαθιστώντας $\vec{V}_i^* = V_i e^{-j\delta_i}$, $\vec{V}_k = V_k e^{j\delta_k}$ και $\vec{Y}_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}$, όπου V_i και V_k είναι τα μέτρα των αντίστοιχων μιγαδικών μεγεθών, δ_i και δ_j είναι οι γωνίες των αντίστοιχων τάσεων, ενώ G_{ik} και B_{ik} είναι το πραγματικό και μιγαδικό μέρος του \vec{Y}_{ik} , τότε το πραγματικό και φανταστικό μέρος της εξίσωσης (3.3.6) γίνεται:

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) \quad (3.3.7)$$

$$Q_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) \quad (3.3.8)$$

Σε ένα δίκτυο δεν μπορούν να προσδιοριστούν όλες οι εγχύσεις στην εξίσωση (3.3.7) ανεξάρτητα. Τουλάχιστον μία έγχυση πρέπει να είναι εξαρτημένη έτσι ώστε να διατηρεί το ισοζύγιο ισχύος (η παραγωγή πρέπει να είναι ίση με το συνολικό φορτίο και τις απώλειες). Στο πρόβλημα ροής φορτίου η εξαρτημένη έγχυση λαμβάνεται σε ένα ζυγό όπου η παραγωγή είναι διαθέσιμη ώστε να παρέχει την απαιτούμενη έγχυση. Ο ζυγός αυτός ονομάζεται ζυγός ταλάντωσης ή ζυγός αναφοράς.

Οι εξισώσεις (3.3.7) και (3.3.8) περιγράφουν την AC ανάλυση ροής φορτίου. Συνήθως, υπάρχουν τρεις τύποι ζυγών: οι ζυγοί παραγωγής PV, των οποίων η ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης είναι γνωστά, οι ζυγοί φορτίου PQ, των οποίων η ενεργός και η άεργος ισχύς είναι γνωστές και ο ζυγός αναφοράς ή ταλάντωσης του οποίου η γωνία και το μέτρο της τάσης είναι δεδομένα (συνήθως θεωρούνται $\delta = 0$ και $V = 1$ p.u.). Εάν οι ισχείς παραγωγής και τα φορτία των ζυγών είναι γνωστά, τότε το ζεύγος των εξισώσεων ροής φορτίου (3.3.7), (3.3.8) δύο για κάθε ζυγό, μπορεί να επιλυθεί ως προς τις τάσεις V_i και τις γωνίες δ_i . Από την επίλυση, οι ροές ισχύος στη γραμμή ik θα είναι:

$$P_i = -t_{ik} G_{ik} V_i^2 + V_i V_k (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) \quad (3.3.9)$$

$$Q_{ik} = t_{ik} B_{ik} V_i^2 - B_{ik}' V_i^2 + V_i V_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) \quad (3.3.10)$$

όπου t_{ik} είναι ο λόγος μετασχηματισμού tap, $\delta_{ik} = \delta_i - \delta_k$ και $B_{ik}' = 0.5B_{ik}$.

3.4. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Οι εξισώσεις ροής φορτίου (3.3.7) και (3.3.8) μπορούν να γραφτούν σε γενική μορφή ως:

$$\mathbf{W} = \mathbf{h}(\mathbf{X}) \quad (3.4.1)$$

όπου το \mathbf{W} αναπαριστά τις μετρούμενες ποσότητες, το \mathbf{X} είναι το διάνυσμα που αναπαριστά τις ποσότητες που θα υπολογιστούν και \mathbf{h} είναι μία μη γραμμική εξίσωση που δίνεται από τις εξισώσεις (3.3.7) και (3.3.8).

Στο συμβατικό πρόβλημα ροής φορτίου, το διάνυσμα \mathbf{W} θεωρείται ότι είναι απολύτως γνωστό. Στην πράξη, βέβαια, τα δεδομένα μπορεί να είναι γνωστά μόνο με πεπερασμένη ακρίβεια. Αυτό γίνεται πιο φανερό όταν οι πληροφορίες και τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται αντιπροσωπεύουν μελλοντικές συνθήκες. Οι ανακρίβειες που συναντιούνται μπορεί να οφείλονται σε:

- Σφάλμα μέτρησης.
- Ανακρίβεια πρόβλεψης.
- Διακοπές των στοιχείων του συστήματος.

Το μελλοντικό φορτίο δεν είναι απόλυτα γνωστό. Μπορεί να προσδιοριστεί με μία σειρά τιμών μαζί με τις σχετικές πιθανότητες. Επίσης, η διαθέσιμη παραγωγή και η ακριβής διαμόρφωση του δικτύου μεταφοράς δεν μπορεί να προβλεφθεί ακριβώς, και απαιτούν πιθανοτική περιγραφή. Οι συμβατικές μέθοδοι ροής φορτίου βασίζονται σε ακριβείς τιμές για τα φορτία, την παραγωγή και τις συνθήκες του δικτύου, και οποιαδήποτε μεταβολή θα απαιτεί καινούρια επίλυση. Σε λειτουργικά προβλήματα

και προβλήματα σχεδιασμού είναι επιθυμητό να προσδιορίζονται οι τάσεις των ζυγών και οι ροές των γραμμών με μία ποικιλία συνθηκών για τα φορτία και την παραγωγή. Ο υπολογισμός της ροής φορτίου για κάθε πιθανό συνδυασμό ζυγών φορτίων και των διακοπών των μονάδων παραγωγής είναι εντελώς άσκοπος, λόγω των απίστευτα πολλών υπολογισμών που απαιτούνται. Ένας πρακτικός τρόπος να ξεπεραστούν αυτές οι δυσκολίες είναι να επιλεγεί ένας περιορισμένος αριθμός μεταβολών του φορτίου και να υποθεθεί ότι η παραγωγή κάθε μονάδας είναι ίση με την προσδοκώμενη τιμή. Όμως, τα αποτελέσματα που εξάγονται με τον τρόπο αυτό, βασίζονται σε μερική γνώση και συνεπώς είναι ανακριβή.

Επομένως, είναι επιθυμητό να γνωρίζουμε τις πιθανές μεταβολές των ποσοτήτων των αποτελεσμάτων που αντιστοιχούν σε γνωστές μεταβολές των ποσοτήτων των δεδομένων. Αυτό επιτυγχάνεται με πιθανοτική ανάλυση.

Έχουν προκύψει δύο διαφορετικές προσεγγίσεις για το πρόβλημα ροής φορτίου. Η πρώτη προσέγγιση, η οποία αναφέρεται ως *στοχαστική ροή φορτίου* (Stochastic Load Flow, SLF), χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο όπου το πρόβλημα της *a posteriori* (εκ των υστέρων) ανακρίβειας, επαναπροσδιορίζεται και οδηγεί μακροπρόθεσμα σε *a priori* (εκ των προτέρων) ανακρίβειας. Στην ουσία θεωρεί ότι το μακροπρόθεσμο διάνυσμα παραγωγής/φορτίου \mathbf{W} κυμαίνεται γύρω από ένα σημείο λειτουργίας. Η εξίσωση (3.4.1) γράφεται τότε :

$$\mathbf{W} = \mathbf{h}(\mathbf{X}) + \boldsymbol{\eta} \quad (3.4.2)$$

όπου $\boldsymbol{\eta}$ είναι ένα τυχαίο διάνυσμα θορύβου, του οποίου η συσχέτιση καθορίζει τις μεταβολές των εγχύσεων ισχύος γύρω από τις μέσες τιμές τους. Το ζήτημα της SLF ανάλυσης είναι η εύρεση του πίνακα συσχέτισης και των καλύτερων εκτιμήσεων του διανύσματος κατάστασης και των ροών της γραμμής.

Η δεύτερη προσέγγιση γνωστή ως πιθανοτική ροή φορτίου (Probabilistic Load Flow, PLF), χρησιμοποιεί γραμμικές ή τετραγωνικές προσεγγίσεις της εξίσωσης (3.4.1). Με τις προσεγγίσεις αυτές, η εξίσωση (3.4.1) επιλύεται ως προς \mathbf{X} με άμεσο τρόπο και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της \mathbf{X} εξάγεται από τη δοσμένη πιθανοτική περιγραφή του \mathbf{W} . Το τίμημα από την ικανότητα να εξάγουμε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της \mathbf{X} είναι η απλοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου (και επομένως πιθανώς λιγότερο ακριβή διανύσματα λύσης). Επίσης, ήταν

απαραίτητο να θεωρήσουμε ότι οι εγχύσεις των ισχύων είναι ανεξάρτητες έτσι ώστε να μπορούμε να εφαρμόσουμε την τεχνική της συνέλιξης.

Υπενθυμίζουμε ότι αν A και B είναι τυχαίες μεταβλητές με συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας $f_A(a)$ και $f_B(b)$, αντίστοιχα, και αν $C = A + B$, τότε η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_C(c)$ της μεταβλητής C θα προκύψει από τη συνέλιξη των f_A και f_B , δηλαδή:
$$f_C(c) = \int_{-\infty}^{\infty} f_A(a)f_B(c-a)da.$$

3.5. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Επειδή οι εξισώσεις (3.3.7) και (3.3.8) είναι μη γραμμικές για τα μέτρα των τάσεων και τις γωνίες, οι αριθμητικές επιλύσεις πρέπει να βασίζονται σε μία επαναληπτική μέθοδο, όπως η Gauss-Seidel ή η Newton-Raphson. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν επαναλήψεις μπορεί να είναι μεγάλοι, και στην πιθανοτική ανάλυση είναι προτιμητέο να χρησιμοποιηθούν γραμμικές προσεγγίσεις, ώστε οι μεταβλητές κατάστασης να μπορούν να γραφτούν ως γραμμικοί συνδυασμοί μεταβλητών εισόδου. Αυτό, στη συνέχεια, δε θα μας επιτρέψει μόνο να λύσουμε το πρόβλημα ροής φορτίου με γρήγορες άμεσες μεθόδους, αλλά θα επιτρέψει επίσης την εφαρμογή των τεχνικών της συνέλιξης στην πιθανοτική περιγραφή των επιθυμητών μεταβλητών. Μερικές από αυτές τις προσεγγίσεις παρουσιάζονται στη συνέχεια.

3.5.1. Γραμμικές Προσεγγίσεις

Θα αναπτύξουμε πρώτα μία γραμμικοποιημένη μορφή των εξισώσεων ροής φορτίου διατηρώντας τη σύζευξη μεταξύ των P_i και Q_i , και μετά θα αναπτύξουμε μία αποζευγμένη έκδοση των εξισώσεων αυτών.

Η μέθοδος γραμμικοποίησης γίνεται γύρω από το σημείο επίλυσης της ντετερμινιστικής ροής φορτίου, δηλαδή την προσδοκώμενη τιμή της πιθανοτικής ανάλυσης. Ας υποθέσουμε δύο τυχαίες μεταβλητές X και Y οι οποίες σε κάποιο στάδιο των υπολογισμών, πολλαπλασιάζονται ώστε να δώσουν μία τρίτη τυχαία μεταβλητή:

$$Z = XY \quad (3.5.1)$$

Έστω ΔX και ΔY οι αποκλίσεις των X και Y από τη μέση τιμή \bar{X} και \bar{Y} αντίστοιχα. Θεωρώντας ότι :

$$X \approx \bar{X} + \Delta X \quad \text{και} \quad Y \approx \bar{Y} + \Delta Y \quad (3.5.2)$$

έχουμε (αμελώντας τον όρο δεύτερης τάξης $\Delta X \Delta Y$):

$$Z \approx \bar{X}\bar{Y} + \bar{X}\Delta Y + \bar{Y}\Delta X = \bar{X}Y + \bar{Y}X - \bar{X}\bar{Y} \quad (3.5.3)$$

Επομένως, αν οι τυχαίες μεταβολές είναι μικρές, η μεταβλητή Z μπορεί να γραμμικοποιηθεί όταν οι αναμενόμενες τιμές \bar{X} και \bar{Y} είναι γνωστές.

Η τεχνική αυτή μπορεί να εφαρμοστεί στις γωνίες και στα μέτρα των τάσεων του συστήματος ισχύος, όταν οι τυχαίες μεταβολές τους γύρω από το βασικό σημείο λειτουργίας είναι γενικά μικρές. Εφαρμόζοντας την παραπάνω τεχνική στις τάσεις, έχουμε:

$$V_i V_k \approx \bar{V}_i \bar{V}_k + \bar{V}_k \Delta V_i - \bar{V}_i \Delta \bar{V}_k \quad (3.5.4)$$

$$V_i^2 \approx 2\bar{V}_i \Delta V_i - \bar{V}_i^2 \quad (3.5.5)$$

Επίσης χρησιμοποιώντας τις σειρές Maclaurin, μπορούμε να γράψουμε τις συναρτήσεις του ημιτόνου και του συνημιτόνου ως:

$$\sin \delta_{ik} \approx \delta_{ik} - \frac{\delta_{ik}^3}{6} \quad (3.5.6)$$

$$\cos \delta_{ik} \approx 1 - \frac{\delta_{ik}^2}{2} \quad (3.5.7)$$

Εφαρμόζοντας τώρα τις γραμμικές προσεγγίσεις, έχουμε:

$$\cos \delta_{ik} = a_{ik} + b_{ik} \delta_{ik} \quad (3.5.8)$$

$$\sin \delta_{ik} = c_{ik} + d_{ik} \delta_{ik} \quad (3.5.9)$$

όπου :

$$a_{ik} = 1 + \frac{\bar{\delta}_{ik}^2}{2}, \quad b_{ik} = -\bar{\delta}_{ik} \quad (3.5.10)$$

$$c_{ik} = \frac{\bar{\delta}_{ik}^3}{3}, \quad d_{ik} = 1 - \frac{\bar{\delta}_{ik}^2}{2} \quad (3.5.11)$$

Ας θεωρήσουμε τις τυχαίες μεταβλητές $V_i V_k \sin \delta_{ik}$ και $V_i V_k \cos \delta_{ik}$ που εμφανίζονται στις εξισώσεις ροής φορτίου. Η εφαρμογή της τεχνικής που δίνεται από τις εξισώσεις (3.5.4) – (3.5.11) στις σχέσεις αυτές οδηγεί στις:

$$V_i V_k \sin \delta_{ik} = a'_{ik} + b'_{ik} \delta_{ik} + c'_{ik} V_i + d'_{ik} V_k \quad (3.5.12)$$

$$V_i V_k \cos \delta_{ik} = a''_{ik} + b''_{ik} \delta_{ik} + c''_{ik} V_i + d''_{ik} V_k \quad (3.5.13)$$

Όπου :

$$a'_{ik} = 2\bar{V}_i \bar{V}_k \bar{\delta}_{ik} \left(\frac{1}{3} \bar{\delta}_{ik}^2 - 1 \right) \quad a''_{ik} = \bar{V}_i \bar{V}_k \left(\frac{3}{2} \bar{\delta}_{ik}^2 - 1 \right) \quad (3.5.14)$$

$$b'_{ik} = \bar{V}_i \bar{V}_k \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\delta}_{ik}^2 \right) \quad b''_{ik} = -\bar{V}_i \bar{V}_k \bar{\delta}_{ik} \quad (3.5.15)$$

$$c'_{ik} = \bar{V}_k \left(\bar{\delta}_{ik} - \frac{1}{6} \bar{\delta}_{ik}^3 \right) \quad c''_{ik} = \bar{V}_k \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\delta}_{ik}^2 \right) \quad (3.5.16)$$

$$d'_{ik} = \bar{V}_i \left(\bar{\delta}_{ik} - \frac{1}{6} \bar{\delta}_{ik}^3 \right) \quad d''_{ik} = \bar{V}_i \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\delta}_{ik}^2 \right) \quad (3.5.17)$$

Αντικαθιστώντας τις προσεγγίσεις αυτές στις εξισώσεις (3.3.7) και (3.3.8), έχουμε:

$$P_i = \sum_{k=1}^n (e'_{ik} + f'_{ik}\delta_i - f'_{ik}\delta_k + g'_{ik}V_i + h'_{ik}V_k) \quad (3.5.18)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n (e''_{ik} + f''_{ik}\delta_i - f''_{ik}\delta_k + g''_{ik}V_i + h''_{ik}V_k) \quad (3.5.19)$$

όπου:

$$e'_{ik} = a''_{ik}G_{ik} + a'_{ik}B_{ik} \quad e''_{ik} = a''_{ik}G_{ik} - a'_{ik}B_{ik} \quad (3.5.20)$$

$$f'_{ik} = b''_{ik}G_{ik} + b'_{ik}B_{ik} \quad f''_{ik} = b''_{ik}G_{ik} - b'_{ik}B_{ik} \quad (3.5.21)$$

$$g'_{ik} = c''_{ik}G_{ik} + c'_{ik}B_{ik} \quad g''_{ik} = c''_{ik}G_{ik} - c'_{ik}B_{ik} \quad (3.5.22)$$

$$h'_{ik} = d''_{ik}G_{ik} + d'_{ik}B_{ik} \quad h''_{ik} = d''_{ik}G_{ik} - d'_{ik}B_{ik} \quad (3.5.23)$$

Οι εξισώσεις (3.5.18) και (3.5.19) μπορούν να γραφτούν με τη μορφή πίνακα ως:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & L \\ N & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ V \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R \\ H \end{bmatrix} \quad (3.5.24)$$

όπου και οι δύο πίνακες P και Q έχουν n στοιχεία (όπου n ο αριθμός των ζυγών).

Η εξίσωση αυτή μπορεί να αναδιαταχθεί ως:

$$\begin{bmatrix} S_L \\ S_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M' & L' \\ N' & J' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_L \\ X_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_L \\ W_G \end{bmatrix} \quad (3.5.25)$$

όπου :

$$S_L = \begin{bmatrix} P \\ Q_L \end{bmatrix} \quad X_L = \begin{bmatrix} \delta \\ V_L \end{bmatrix} \quad (3.5.26)$$

$$S_G = \begin{bmatrix} Q_G \\ P_s \end{bmatrix} \quad X_G = \begin{bmatrix} V_G \\ \delta_s \end{bmatrix} \quad (3.5.27)$$

και οι πίνακες P και δ περιλαμβάνουν όλους τους κόμβους εκτός από το ζυγό αναφοράς, (δηλαδή n – 1 στοιχεία) , οι Q_L και V_L περιλαμβάνουν όλους τους ζυγούς

φορτίου (δηλαδή N_L στοιχεία), οι Q_G και V_G όλους τους ζυγούς αναφοράς (δηλαδή N_G στοιχεία) και τέλος οι P_s και δ_s μόνο το ζυγό αναφοράς (δηλαδή 1 στοιχείο).

Οι παραπάνω χειρισμοί μετατρέπουν τις μη γραμμικές εξισώσεις σε εξισώσεις που αποτελούνται από αθροίσματα ή διαφορές των ενδιαφερόμενων μεταβλητών. Η διαδικασία πιθανοτικής ανάλυσης που περιγράφηκε μπορεί να είναι λίγο προβληματική αν χρησιμοποιηθούν οι παραπάνω εξισώσεις. Περαιτέρω απλοποιήσεις των εξισώσεων (3.3.7) και (3.3.8) μπορούν να πραγματοποιηθούν αν κάνουμε επιπλέον θεωρήσεις για τις μεταβλητές κατάστασης.

3.5.2. DC Ροή Φορτίου

Στο σχεδιασμό συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας, το βασικό πρόβλημα είναι η τοποθέτηση των εγκαταστάσεων μετάδοσης και παραγωγής στο κατάλληλο μέρος και τη στιγμή που ικανοποιούν τη ζήτηση ενεργού ισχύος από τους καταναλωτές. Ιστορικά, δόθηκε υψηλότερη προτεραιότητα στην ικανοποίηση της ζήτησης ενεργού ισχύος από την προμήθεια υψηλής ποιότητας τάσης, κυρίως εξαιτίας της διαφοράς σε χρονικό διάστημα που απαιτούνταν για την επίλυση των δύο αυτών προβλημάτων στα δίκτυα χαμηλής τάσης. Η μέση χρονική ανοχή από τη σύλληψη μέχρι την ολοκλήρωση της κατασκευής ενός σταθμού παραγωγής στις βιομηχανικές χώρες είναι σήμερα περίπου 10 χρόνια. Επιπλέον, με την πρόσφατη αυξημένη δημόσια συμμετοχή στη διαδικασία σχεδιασμού εγκαταστάσεων μετάδοσης, η χρονική ανοχή για τις εγκαταστάσεις αυτές εκτείνεται από 5 έως 10 χρόνια. Από την άλλη πλευρά, εάν έχει αναπτυχθεί πρόβλημα τάσης στο σύστημα, θα μπορούσε να επιλυθεί με χρονική ανοχή 1-2 χρόνια, με την εγκατάσταση συστοιχιών πυκνωτών σε κατάλληλη τοποθεσία. Με την άφιξη των HV στοιχείων μετάδοσης που παρέχουν μεγάλες ποσότητες αέργου ισχύος, δημιουργείται ένα πλήθος καινούριων προβλημάτων ελέγχου στην προσπάθεια να διατηρηθεί η ισορροπία αέργου ισχύος που απαιτείται. Αλλά ακόμη και σήμερα, παρά το γεγονός ότι τα προβλήματα τάσης είναι πολύ πιο πολύπλοκα από ότι στο παρελθόν, τα προβλήματα αυτά απαιτούν πολύ πιο σύντομους χρόνους ανοχής από αυτούς που θα περιλαμβανόταν στην τοποθέτηση των νέων εγκαταστάσεων παραγωγής και μετάδοσης. Οι συλλογισμοί αυτοί δικαιολογούν τη χρήση της DC ροής φορτίου σε πολλές μελέτες σχεδιασμού εγκαταστάσεων μετάδοσης.

Έστω η εξίσωση (3.3.7). Θεωρώντας $V_i = V_k = 1 \text{ p.u.}$, $G_{ik} = 0$ και $\sin \delta_{ik} \approx \delta_{ik}$, έχουμε:

$$P_i = \sum \frac{1}{X_{ik}} \cdot \delta_{ik} \quad (3.5.28)$$

όπου X_{ik} είναι η άεργη αντίσταση της γραμμής που ενώνει τους ζυγούς i και k . Η παραπάνω εξίσωση σε μορφή πινάκων γίνεται :

$$P = Y\delta \quad (3.5.29)$$

όπου :

$$Y_{ik} = -\frac{1}{X_{ik}} \quad \text{και} \quad Y_{ii} = \sum_{i \neq k} \frac{1}{X_{ik}} \quad (3.5.30)$$

στην οποία η γραμμή και η στήλη του ζυγού αναφοράς έχει διαγραφεί. Η εξίσωση αυτή είναι γνωστή ως dc μορφή του προβλήματος ροής φορτίου.

Η επίλυση της (3.5.29) ως προς το διάνυσμα δ δίνει:

$$\delta = Y^{-1}P = \hat{Y}P \quad (3.5.31)$$

Από την (3.3.7), η ενεργός ροή ισχύος της γραμμής που ενώνει τους ζυγούς i και j γίνεται :

$$P_{ik} = \frac{\delta_i - \delta_k}{X_{ik}} = \sum_j H_{(ik)j} P_j \quad (3.5.32)$$

Ο πίνακας \mathbf{H} περιλαμβάνει συντελεστές κατανομής δικτύου, και ο συμβολισμός “(ik)j” αντιπροσωπεύει το στοιχείο του πίνακα \mathbf{H} στη σειρά που αντιστοιχεί στη ik γραμμή και στη στήλη που αντιστοιχεί στο j ζυγό. Ένα στοιχείο $H_{(ik)j}$ του πίνακα \mathbf{H} αντιπροσωπεύει το πλήθος της ενεργού ισχύος που ρέει στη γραμμή ik ως αποτέλεσμα έγχυσης 1 MW στο ζυγό j . Οι συντελεστές κατανομής θα είναι :

$$P_{ik} = \frac{\hat{Y}_{ij} - \hat{Y}_{kj}}{X_{ik}} \quad (3.5.33)$$

όπου αν ο κόμβος j είναι κόμβος αναφοράς τότε $H_{(ik)j} = 0$.

3.5.3. Εξισώσεις Ταχείας Αποζευγμένης Μεθόδου Ροής Φορτίου

Όταν οι ενεργές και άεργες ισχύεις θεωρούνται αποζευγμένες (δηλαδή, οι τάσεις δεν έχουν καμία επίδραση στις γωνίες, και οι γωνίες δεν έχουν καμία επίδραση στις τάσεις και στις άεργες ισχύεις), οι τιμές των V_i και V_k στις εξισώσεις (3.3.7) και (3.3.8) μπορούν να γίνουν ίσες με \bar{V}_i και \bar{V}_k (τις μέσες τιμές των αντίστοιχων τάσεων). Έτσι, οδηγούμαστε στην παρακάτω σχέση:

$$P_i = \bar{V}_i \sum_{k=1}^n \bar{V}_k (f_{ik} \delta_i - f_{ik} \delta_k + e_{ik}) \quad (3.5.34)$$

όπου:

$$e_{ik} = a_{ik} G_{ik} + c_{ik} B_{ik} \quad \text{και} \quad f_{ik} = b_{ik} G_{ik} + d_{ik} B_{ik} \quad (3.5.35)$$

ή σε μία πιο συμπαγή μορφή :

$$P_i = \sum_{k=1}^n Y_{ik} \delta_k + T_i \quad (3.5.36)$$

όπου :

$$T_i = \bar{V}_i \sum_{k=1}^n \bar{V}_k e_{ik} \quad (3.5.37)$$

$$Y_{ik} = -\bar{V}_i \bar{V}_k f_{ik} \quad (3.5.38)$$

$$Y_{ii} = \bar{V}_i \sum_{k=1, k \neq i}^n \bar{V}_k f_{ik} \quad (3.5.39)$$

Αφαιρώντας τη σειρά και τη στήλη του κόμβου αναφοράς, επιτυγχάνουμε τη μητρική μορφή:

$$P = Y\delta + T \quad (3.5.40)$$

$$\delta = Y^{-1}P - Y^{-1}T = \hat{Y}P - \hat{Y}T \quad (3.5.41)$$

Επίσης, έχουμε:

$$P_{ik} = g_{ik}\delta_i - g_{ik}\delta_k + h_{ik} \quad (3.5.42)$$

όπου:

$$g_{ik} = \bar{V}_i \bar{V}_k f_{ik} \quad \text{και} \quad h_{ik} = -t_{ik} G_{ik} \bar{V}_i^2 + \bar{V}_i \bar{V}_k e_{ik} \quad (3.5.43)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.5.41) στην εξίσωση (3.5.42), έχουμε:

$$P_{ik} = g_{ik} \sum_{j=1}^{n-1} (\hat{Y}_{ij} - \hat{Y}_{kj}) P_j - g_{ik} \sum_{j=1}^{n-1} (\hat{Y}_{ij} - \hat{Y}_{kj}) T_j + h_{ik} \quad (3.5.44)$$

Ομοίως, οι τιμές των δ_{ik} και Q_i μπορούν να γίνουν ίσες με:

$$\bar{\delta}_{ik} (= \bar{\delta}_i - \bar{\delta}_k) \quad (3.5.45)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n A_{ik} V_k - W_i \quad (3.5.46)$$

όπου:

$$A_{ik} = \bar{V}_i C_{ik} \quad (3.5.47)$$

$$A_{ii} = C_{ii} \bar{V}_i + \sum_{k=1}^n C_{ik} \bar{V}_k \quad (3.5.48)$$

$$W_i = \bar{V}_i \sum_{k=1}^n C_{ik} \bar{V}_k \quad (3.5.49)$$

όπου:

$$C_{ik} = G_{ik} \sin \bar{\delta}_{ik} - B_{ik} \cos \bar{\delta}_{ik} \quad (3.5.50)$$

Για να υπολογίσουμε τις τάσεις στους ζυγούς φορτίου και την άεργη παραγωγή στους ζυγούς παραγωγής, χωρίζουμε τον πίνακα A και το διάνυσμα W στην εξίσωση (3.5.46) ώστε να ξεχωρίσουμε τους PV και τους PQ, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} Q_L \\ Q_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M'' & L'' \\ N'' & J'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_L \\ W_G \end{bmatrix} \quad (3.5.51)$$

από την οποία προκύπτει:

$$Q_L = M'' V_L + L'' V_G - W_L \quad (3.5.52)$$

δηλαδή:

$$V_L = \hat{M}'' V_L + \hat{M}'' W_L - \hat{M}'' L'' V_G \quad (3.5.53)$$

Επίσης, από την (3.5.51) έχουμε:

$$Q_G = D Q_L + E \quad (3.5.54)$$

όπου:

$$D = N'' \hat{M}'' \quad \text{και} \quad E = D(W_L - L'' V_G) + J'' V_G - W_G \quad (3.5.55)$$

Οι ροές άεργων ισχύων υπολογίζονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$Q_{ik} = a_{ik} V_i + \beta_{ik} V_k + \gamma_{ik} \quad (3.5.56)$$

όπου:

$$a_{ik} = 2\bar{V}_i(t_{ik}B_{ik} - B'_{ik}) + C_{ik}\bar{V}_k \quad (3.5.57)$$

$$\beta_{ik} = C_{ik}\bar{V}_i \quad (3.5.58)$$

$$\gamma_{ik} = -\bar{V}_i^2 B_{ik}(t_{ik}B_{ik} - B'_{ik}) - C_{ik}\bar{V}_i\bar{V}_k \quad (3.5.59)$$

Όλες οι παραπάνω ποσότητες είναι εκφρασμένες ανά μονάδα.

Θα πρέπει να αναφέρουμε στο σημείο αυτό ότι η δεύτερης τάξης προσεγγίσεις των εξισώσεων ροής φορτίου είναι επίσης διαθέσιμες, και μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να υπολογιστούν οι μέσες τιμές και διακυμάνσεις των ενδιαφερόμενων μεγεθών.

Στις παραπάνω εξισώσεις, οι ενεργές ισχύεις εξαρτώνται από τις γωνίες των τάσεων των ζυγών, και οι άεργες ισχύεις από τα μέτρα των τάσεων. Κατά συνέπεια, οι εξισώσεις αυτές μπορούν να επιλυθούν ξεχωριστά (μία διαδικασία που ονομάζεται απόζευξη), το οποίο αν συνδυαστεί και με το γεγονός ότι η επίλυση κάθε μίας από τις εξισώσεις αυτές περιλαμβάνει αντιστροφή πινάκων, δίνει τεράστιο υπολογιστικό πλεονέκτημα στη μέθοδο αυτή, συγκριτικά με την πλήρη AC επίλυση. (Αν η διαδικασία γραμμικοποίησης γίνει γύρω από τιμές τάσεων ίσες με 1α.μ. και γωνιών $\delta_{ik}=0$, τότε ο πίνακας A γίνεται η μήτρα αγωγιμότητας και οι εξισώσεις είναι τότε γνωστές ως ταχεία αποζευγμένη μέθοδος ροής φορτίου.)

Η κατανεμημένη παραγωγή $P_{G_i}(Q_{G_i})$ και τα φορτία $P_{L_i}(Q_{L_i})$ είναι τυχαίες μεταβλητές. Τα φορτία λόγω της αβεβαιότητας που σχετίζεται με τη μελλοντική ζήτηση ισχύος και η παραγωγή λόγω εξαναγκασμένων ή προγραμματισμένων διακοπών λειτουργίας. Επίσης, η μήτρα αγωγιμότητας δεν μπορεί να προβλεφθεί με βεβαιότητα, γιατί μπορεί να γίνουν κάποια σφάλματα στο κύκλωμα. Έτσι, και αυτή μπορεί να θεωρηθεί τυχαία μεταβλητή. Επομένως, και τα μέτρα των τάσεων V_i και V_k , οι γωνίες δ_i και δ_k και οι ροές ισχύος P_{ik} και Q_{ik} είναι επίσης τυχαίες μεταβλητές. Ο υπολογισμός των κατανομών πιθανότητας των μεγεθών αυτών αναφέρεται ως υπολογισμός πιθανοτικής ροής φορτίου.

3.5.4. Πιθανοτική Ανάλυση

Για πολλά χρόνια η ροή φορτίου αποτελούσε ένα σημαντικό εργαλείο για τον σχεδιασμό και τη λειτουργία των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Έως το 1974, όταν πραγματοποιήθηκε η πρώτη δημοσίευση από τον Borzkowska, το πρόβλημα οριζόταν πάντα ντετερμινιστικά, ώστε για συγκεκριμένες εισόδους να λαμβάνονται μονοσήμαντες λύσεις μέσω των εξισώσεων (3.3.7) και (3.3.8). Όμως η αβεβαιότητα πρόβλεψης των φορτίων και της παραγωγής προκαλούσε την ανάγκη να επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία πολλές φορές. Πολλοί ερευνητές ήδη από το 1975, αναζητούσαν την πιο αποδοτική και ακριβή μέθοδο ώστε να λαμβάνουμε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) και στατιστικά σημεία του διανύσματος κατάστασης και της ροής ισχύος στις γραμμές.

Οι μεταβλητές P_G, Q_G, P_L, Q_L και Y παριστάνουν την παραγωγή, το φορτίο και την σύνθεση του δικτύου και περιγράφονται ακριβέστερα από την από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Οι συνθήκες του δικτύου, της παραγωγής και του φορτίου είναι γενικά ανεξάρτητες μεταξύ τους. Είναι αντιληπτό ότι η πιθανότητα ενός σφάλματος στη γραμμή μεταφοράς μπορεί να οφείλεται στο ποσό της ισχύος που ρέει στη γραμμή ή στο ότι η διαθέσιμη παραγωγή μπορεί να είναι συνάρτηση του φορτίου του συστήματος. Παρόλα αυτά η διαδικασία να βρεθεί μια από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι αρκετά πολύπλοκη, λόγω της μη ύπαρξης αρκετών στατιστικών δεδομένων και μαθηματικών τεχνικών ώστε να αναλυθεί η συμπεριφορά ενός τυχαίου συστήματος με πολλές παραμέτρους. Από την άλλη πλευρά, η αλληλεξάρτηση ανάμεσα στο δίκτυο και στην παραγωγή – φορτίο, ποτέ δεν είχε θεωρηθεί ότι έχει πρακτική σημασία αφού η πιθανότητα ενός σφάλματος στη γραμμή μεταφοράς είναι κυρίως συνάρτηση της τοπολογίας του δικτύου, των κλιματικών συνθηκών, κτλ..

Οι βλάβες στο δίκτυο αναπαριστούν διακοπόμενες αλλαγές της κατάστασης του, και το σύστημα αλλάζει από την μια κατάσταση στην άλλη ακαριαία. Ο πίνακας Y είναι μια διακριτή τυχαία μεταβλητή. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι τρισδιάστατος και ότι η τρίτη διάσταση αντιπροσωπεύει την πιθανότητα να συμβεί η κάθε διαμορφωμένη κατάσταση. Η βασική ιδέα για την μοντελοποίηση των διακοπών ρεύματος στην ανάλυση της πιθανοτικής ροής φορτίου, είναι να βρεθούν οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας $f_{P_{L,Y}}(x|c)$ της ισχύος P_L που ρέει στη γραμμή

για την διαμόρφωση του δικτύου c και με χρήση του θεωρήματος ολικής πιθανότητας να έχουμε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f_{P_L} ως εξής :

$$f_{P_L}(x) = \sum_c p_c \cdot f_{P_{L|c}}(x|c) \quad (3.5.60)$$

όπου p_c είναι η πιθανότητα που σχετίζεται με την διαμόρφωση του δικτύου c .

Γενικά θεωρείται ότι οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή και το φορτίο είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες, αλλά εκείνες για τα φορτία σε διαφορετικούς ζυγούς μπορεί να είναι και συσχετισμένες.

Οι ακριβείς εξισώσεις ροής φορτίου (LF) συνήθως συμπληρώνονται από την τρέχουσα εξίσωση ισορροπίας:

$$S = \sum_{all\ i} P_i = 0 \quad (3.5.61)$$

Στην πιθανοτική ροή φορτίου η διαδικασία που ακολουθείται έχει ως σκοπό να βρεθεί μια πιθανοτική περιγραφή τόσο των εγχύσεων ισχύος όσο και των διανυσμάτων κατάστασης και ροής - γραμμής ή των συνιστωσών τους, μέσω γνωστών πιθανοτικών παραμέτρων για τα διανύσματα των φορτίων και της παραγωγής.

3.5.4.1. Πιθανοτική ανάλυση της εγχύσεως ισχύος

Το πρώτο βήμα στην πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου είναι να βρεθεί η κατανομή πιθανότητας της εγχύσεως ισχύος P στους ζυγούς. Η παραγωγή και το φορτίο είναι ισοζυγισμένα στο ζυγό αναφοράς, δηλαδή η μείωση των φορτίων και η ανεπάρκεια της παραγωγής αντισταθμίζονται αλλάζοντας την παραγωγή σε αυτόν τον ζυγό. Αγνοώντας τις απώλειες στη γραμμή μεταφοράς, λαμβάνουμε την ισχύ που εγχέεται στο ζυγό αναφοράς, s , ως εξής:

$$P_s = \sum_{i \neq s} P_i \quad (3.5.62)$$

Αν οι εγχύσεις στο ζυγό θεωρηθούν ανεξάρτητες, η διασπορά της P_s δίνεται ως εξής:

$$\text{Var}(P_s) = \sum_{i=1}^n \text{Var}(P_i) \quad (3.5.63)$$

Από την παραπάνω εξίσωση φαίνεται ότι όταν η διασπορά της P_s είναι μεγάλη, τότε και η διασπορά της ισχύος που ρέει στις γραμμές που συνδέονται στον ζυγό αναφοράς θα είναι επίσης μεγάλη. Αν η θέση του ζυγού αναφοράς αλλάξει, τότε θα αλλάξει και η διασπορά των ροών ισχύος, αφού η αντιστάθμιση για την αβεβαιότητα του φορτίου και της παραγωγής θα δίνεται από διαφορετικές γραμμές του συστήματος.

Το σφάλμα στους υπολογισμούς των στατιστικών παραμέτρων της ροής ισχύος μπορεί να μην είναι τόσο μεγάλο, αν η παραγωγή ισχύος και τα φορτία έχουν μικρή διασπορά ή αν οι γραμμές μεταφοράς με ιδιαίτερο ενδιαφέρον βρίσκονται μακριά από το ζυγό αναφοράς. Συνήθως δυο μέθοδοι ακολουθούνται, ώστε να προσεγγιστεί η συνθήκη κατανομής (dispatching law). Είτε όλες οι προσεγγίσεις γίνονται γύρω από το αναμενόμενο σημείο λειτουργίας, με μια μικρή απόκλιση στις θεωρούμενες παραμέτρους εισόδου και θεωρώντας ότι η ισχύς είναι ισοζυγισμένη στο ζυγό αναφοράς, είτε χρησιμοποιούνται οι απλοποιημένες (συνήθως γραμμικές) εξισώσεις κατανομής.

Στο πρώτο μοντέλο «dispatcher's activity» θεωρούμε ότι η διαθέσιμη παραγωγή αλλάζει σε διακριτά βήματα και σε κάθε κατάσταση F αντιστοιχεί μια πιθανότητα p^F . Μικρές αλλαγές στο φορτίο θεωρείται ότι ακολουθούν κανονική κατανομή με συσχέτιση Σ_L . Έχουμε :

$$\Delta P_G^F = R^F \Delta P_L + \Delta P_G^{F_0} \quad (3.5.64)$$

όπου Δ παριστάνει μια μεταβολή στην κατάλληλη ποσότητα, P_G και P_L είναι τα διανύσματα της ενεργού παραγωγής και του φορτίου που εισέρχεται σε κάθε ζυγό, R_{ij}^F αναπαριστά την μεταβολή στην i -οστή συνιστώσα του διανύσματος της παραγωγής για μια μεταβολή στη j -οστή συνιστώσα του διανύσματος του φορτίου στην κατάσταση F , $\Delta P_G^{F_0}$ είναι η ανακατανομή της ελλείπουσας παραχθήσας ισχύος ανάμεσα στις διαθέσιμες γεννήτριες.

Για ένα σφάλμα σε μία μόνο γεννήτρια στον κόμβο j , $\Delta P_G^{F_0}$ θα ακυρώσει την έξοδο του κόμβου j και θα αναδιανείμει αυτή την έξοδο στις απομένουσες γεννήτριες. Στην κανονική κατάσταση ο τελευταίος όρος στην εξίσωση 3.5.64 είναι μηδέν.

Υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να επιλεγεί το διάνυσμα R^F :

- i. Αποφασίζοντας τυχαία πώς μια αλλαγή στο φορτίο μπορεί να επηρεάσει στις γειτονικές γεννήτριες.
- ii. Εφαρμόζοντας ένα γραμμικό μοντέλο σε ένα εξισορροπημένο σύνολο καταστάσεων, όπως αυτό λαμβάνεται χρησιμοποιώντας ένα κατάλληλο LF πρόγραμμα.
- iii. Χρησιμοποιώντας κατάλληλες εξισώσεις ευαισθησίας. Η παραγωγή είναι έπειτα συντονισμένη στα φορτία στην προσπάθεια να ελαχιστοποιηθούν οι δαπάνες παραγωγής.

Για κάθε κατάσταση της παραγωγής F έχουμε :

$$\Delta P^F = (R^F - I)\Delta P_G^{F_0} \quad (3.5.65)$$

Σε ένα μεγάλο ηλεκτρικό σύστημα όμως ο αριθμός των καταστάσεων της παραγωγής που μας ενδιαφέρουν, μπορεί να είναι αρκετά μεγάλος (χιλιάδες). Επομένως είναι πολύ δύσκολο να ορίσουμε τον πίνακα R^F για κάθε κατάσταση F . Μια άλλη προσέγγιση, βασίζεται στο γεγονός ότι η εξισορρόπηση της ισχύος είναι συνάρτηση μόνο του συνολικού ποσού της ισχύος που εισέρχεται και εξέρχεται, και όχι της ισχύος που εισέρχεται και εξέρχεται σε κάθε ζυγό.

Το διάνυσμα της εγχύσεως ενεργού ισχύος P είναι η διαφορά των διανυσμάτων παραγωγής και φορτίου, P_G και P_L αντίστοιχα. Ορίζοντας ένα νέο διάνυσμα, P_{GL} ως:

$$P_{GL} = (P_{G1}, P_{G2}, \dots, P_{G_{NG}}, P_{L1}, P_{L2}, \dots, P_{L_{NL}}) \quad (3.5.66)$$

(όπου NG και NL είναι ο αριθμός των ζυγών παραγωγής και φορτίου αντίστοιχα), έχουμε το μη ισοζυγισμένο διάνυσμα εγχύσεων ισχύος P' :

$$P' = T \cdot P_{GL} \quad (3.5.67)$$

Ο πίνακας T ορίζεται ως εξής :

$$T_{ij} = \begin{cases} 1 \\ -1 \\ 0 \end{cases} \quad (3.5.68)$$

$$T_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν η γεννήτρια } G_j \text{ συνδέεται στο ζυγό } i \\ -1 & \text{αν το φορτίο } L_j \text{ συνδέεται στο ζυγό } i \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (3.5.69)$$

Στις περισσότερες περιπτώσεις ισχύει $\dim P' = n < K = NG + NL = \dim P_{GL}$.

Ως εκ τούτου ο μετασχηματισμός T πρέπει να επεκταθεί στον $K \times K$ πίνακα T' . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_{P'}$ δίνεται από την εξίσωση:

$$f_{P'}(x) = |\det(T')|^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int (T'^{-1}(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_K) \times dx_{n+1} \dots dx_K \quad (3.5.70)$$

Η απαίτηση του συστήματος για ισορροπία ορίζεται ως εξής:

$$S = \sum_{i=1}^n P_i' = 0 \quad (3.5.71)$$

Μόνο το διάνυσμα P' ικανοποιεί αυτόν τον περιορισμό, για αυτό θα το τροποποιήσουμε έτσι ώστε να παριστάνει τη συνάρτηση $\phi(S)$ έτσι ώστε να ισχύει:

$$P = P' - \phi(S) \quad (3.5.72)$$

όπου $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ είναι μια διανυσματική συνάρτηση n διαστάσεων και:

$$\sum_i^n \phi(S) = S \quad (3.5.73)$$

Θέτοντας $\phi_s(S) = 1$ και $\phi_i(S) = 0, i \neq s$ είναι ισοδύναμο με την διατήρηση της ισορροπίας της ισχύος στο ζυγό αναφοράς s . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του διανύσματος P δίνεται ως εξής:

$$f_P(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{P'} \left[G^{-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n - \sum_{i=1}^{n-1} x_i) \right] dx_n \quad (3.5.74)$$

όπου ο μετασχηματισμός G ορίζεται ως εξής:

$$G(x_i) = x_i - f_i(x_n) \quad \text{για} \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.5.75)$$

$$\text{και} \quad G(x_n) = x_n \quad (3.5.76)$$

Μια παρόμοια προσέγγιση χρησιμοποιείται και για διακριτές μεταβλητές, όπου χρησιμοποιείται άθροιση αντί για ολοκλήρωση.

Μεγάλη προσοχή χρειάζεται στον ορισμό της συνάρτησης $\phi(S)$ ώστε να μην υπάρξουν κατά τη διάρκεια των υπολογισμών αποτελέσματα που οδηγούν σε μη αποδεκτές καταστάσεις του συστήματος.

3.5.4.2. Υπολογισμός του διανύσματος κατάστασης και της ροής ισχύος στις γραμμές

Ένα σημαντικό βήμα στην AC ανάλυση ροής φορτίου είναι η επίλυση των εξισώσεων (3.3.7) και (3.3.8) ως προς το μέτρο και την γωνία της τάσης χρησιμοποιώντας επαναληπτικές τεχνικές. Στην μελέτη της πιθανοτικής ροής φορτίου, έχοντας υπολογίσει τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των εγχύσεων ισχύος P και Q , μπορούμε να υπολογίσουμε το διάνυσμα κατάστασης μέσω μιας προσομοίωσης Monte Carlo. Αυτή η τεχνική περιλαμβάνει την επαναλαμβανόμενη επιλογή τιμών από τις κατανομές πιθανότητας των μεταβλητών εισόδου, και στη συνέχεια για επιλεγμένες τιμές των P και Q , λαμβάνονται οι τιμές του διανύσματος κατάστασης από τις εξισώσεις (3.3.7) και (3.3.8) όπως ακριβώς συμβαίνει και στην ντετερμινιστική ανάλυση. Το τελικό βήμα είναι ο υπολογισμός της πιθανοτικής περιγραφής του διανύσματος κατάστασης από τα αποτελέσματα των

επαναλαμβανόμενων προσομοιώσεων. Για να λάβουμε όμως αξιοποιήσιμα αποτελέσματα συνήθως πρέπει να πραγματοποιηθούν χιλιάδες προσομοιώσεις Monte Carlo. Καθώς όμως κάθε προσομοίωση περιλαμβάνει την επαναληπτική επίλυση ενός μεγάλου αριθμού μη γραμμικών εξισώσεων, η μέθοδος αυτή δεν είναι τόσο ελκυστική.

Για να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία, στην απλούστερη περίπτωση χρησιμοποιείται η DC ανάλυση ροής φορτίου και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της δ λαμβάνεται από τον γραμμικό μετασχηματισμό του διάνυσματος P . Μια απλή επέκταση αυτής της διαδικασίας περιλαμβάνει την επίλυση των αποζευγμένων AC εξισώσεων. Ανακαλώντας τις γραμμικές εξισώσεις ροής φορτίου, παρατηρούμε ότι το διάνυσμα κατάστασης και η ροή ισχύος στις γραμμές αναπαριστώνται από γραμμικούς συνδυασμούς των μεταβλητών εισόδου. Υποθέτοντας λοιπόν, ότι όλες οι μεταβλητές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, με την τεχνική της συνέλιξης μπορούμε να παράγουμε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των επιθυμητών μεταβλητών.

3.5.4.3. Μη κανονικές τυχαίες μεταβλητές στην γραμμικοποιημένη ροή φορτίου

Έστω ένα γραμματικοποιημένο πρόβλημα ροής φορτίου που δίνεται από τις εξισώσεις:

$$Z = HP \quad (3.5.77)$$

όπου: Z είναι το διάνυσμα της ροής στις γραμμές

P είναι το διάνυσμα εγχύσεως ισχύος και

H είναι ο πίνακας του γραμμικού μετασχηματισμού.

Επίσης, έστω ότι οι διαστάσεις του πίνακα H είναι m και n , όπου m είναι ο αριθμός των γραμμών και n ο αριθμός των στηλών (ο αριθμός των ζυγών με μη μηδενικές εισόδους μείον τον ζυγό αναφοράς). Στην πλειοψηφία των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας, ο αριθμός των γραμμών υπερβαίνει τον αριθμό των ζυγών, δηλαδή είναι $m > n$ (η περίπτωση όπου $m \leq n$ επίσης μπορεί να ληφθεί).

Επιλέγουμε n από τις m μεταβλητές του Z , το αντίστοιχο διάνυσμα συμβολίζεται με Z^n , έτσι ώστε να υπάρχει ένας μοναδικός μετασχηματισμός $(H^n)^{-1}$

τέτοιος ώστε να ισχύει $P = (H^n)^{-1}(P^n)$. Οι υπόλοιπες $m - n$ μεταβλητές, τις οποίες συμβολίζουμε Z^{m-n} , γράφονται ως συνάρτηση του Z^n ως εξής:

$$Z^{m-n} = H^{m-n}((H^n)^{-1}(Z^n)) \quad (3.5.78)$$

Αν γράψουμε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f_z ως:

$$f_P(\mathbf{x}) = f_{Z^{m-n}|Z^n}(\mathbf{x}^{m-n}|\mathbf{x}^n) \cdot f_{Z^n}(\mathbf{x}^n) \quad (3.5.79)$$

τότε θα ισχύει:

$$f_{Z^n}(\mathbf{x}^n) = f_P[(H^n)^{-1}(\mathbf{x}^n)] \cdot |(H^n)^{-1}| \quad (3.5.80)$$

και $f_{Z^{m-n}|Z^n}(\mathbf{x}^{m-n}|\mathbf{x}^n) = \delta_D(\mathbf{x}^{m-n} - H^{m-n}((H^n)^{-1}(\mathbf{x}^n)))$ (3.5.81)

όπου δ_D είναι μια βηματική συνάρτηση που ορίζεται ως εξής:

$$\delta_D(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \begin{cases} 1 & \text{αν } \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (3.5.81)$$

Συχνά στην μελέτη της αξιοπιστίας των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας οι εγχύσεις ισχύος αναπαριστώνται ως διακριτές κατανομές πιθανότητας, δηλαδή η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας για τις εγχύσεις ισχύος δίνεται ως εξής :

$$f_P(\mathbf{x}) = \sum p_i \cdot \delta_D(\mathbf{x} - \mathbf{x}^i) \quad (3.5.82)$$

όπου:

$$p_i = P(\mathbf{P} = \mathbf{x}^i) = P(P_1 = x_1^i, P_2 = x_2^i, \dots, P_n = x_n^i) \quad (3.5.83)$$

Οι ροές τότε μπορούν να λάβουν διακριτές τιμές y^1, y^2, \dots , όπου $y^i = H(x^i)$. Η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας για τις ροές δίνεται τότε από τη σχέση:

$$f_Z(x) = \sum q_i \cdot \delta_D(y - y^i) \quad (3.5.84)$$

$$\text{με } q_i = \sum_{\{k: H(x^k) = y^i\}} p_k \quad (3.5.85)$$

Δηλαδή το q_i είναι το άθροισμα των πιθανοτήτων για όλες τις εγχύσεις $P = x^k$ για τις οποίες ισχύει $H(x^k) = y^i$.

3.5.4.4. Στοχαστικός αλγόριθμος ροής φορτίου

Η γενική στοχαστική εξίσωση ροής φορτίου έχει οριστεί ως εξής:

$$W = h(X) + \eta \quad (3.5.86)$$

Όπου $X = (Q_{G_1}, P_{G_1}, Q_{G_2}, \delta_2, \dots, Q_{NG}, \delta_{NG}, V_{L_1}, \delta_{L_1}, V_{L_2}, \delta_{L_2}, \dots, V_{NL}, \delta_{NL})^T$, με το G_1 να είναι η γεννήτρια ταλάντωσης και τα διανύσματα X και W να αναπαριστούν μικρές μεταβολές σημαντικών μεγεθών γύρω από ένα σημείο λειτουργίας (συνήθως παριστάνουν τις μέσες τιμές των μεταβλητών).

Στην στοχαστική εξίσωση ροής φορτίου επιδιώκουμε την καλύτερη εκτίμηση και διακύμανση του X , δίνοντας τις προβλέψεις που περιέχουν και θόρυβο του τυχαίου διανύσματος W , με το διάνυσμα θορύβου η να έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

1. $E(\eta) = 0$
2. η ο θόρυβος γκαουσιανής κατανομής.
3. $E[(\eta - \bar{\eta})^2] = \text{Cov}(\eta) = C_\eta$

Ο πίνακας διακύμανσης C_η , είναι γενικά μη διαγώνιος, αφού από τα μη διαγώνια στοιχεία προκύπτει ο βαθμός συσχέτισης ανάμεσα στα στοιχεία του W . Για

να λάβουμε την καλύτερη εκτίμηση του X , χρησιμοποιούμε το κριτήριο ελαχίστων τετραγώνων:

$$J(X) = [W - h(X)]^T C_\eta^{-1} [W - h(X)] \quad (3.5.87)$$

Η λύση της παραπάνω εξίσωσης προκύπτει λύνοντας επαναληπτικά την εξίσωση:

$$\Delta X_{k+1} = [J^T(X_k) C_\eta^{-1} J(X_k)]^{-1} J^T(X_k) C_\eta^{-1} [W - h(X)] \quad (3.5.88)$$

έως ότου να υπάρξει σύγκλιση στην μακροπρόθεσμη αναμενόμενη τιμή της κατάστασης \hat{X} , όπου J είναι ο Ιακωβιανός πίνακας.

Αν ο Ιακωβιανός πίνακας είναι σταθερός, τότε έχουμε:

$$\hat{X} = J^{-1}W \quad (3.5.89)$$

Επιπρόσθετα, για τον καλύτερο υπολογισμό του X , μπορούμε να υπολογίσουμε το βαθμό του \hat{X} , γύρω από τη μέση τιμή \bar{X} . Η πληροφορία αυτή βρίσκεται από τον πίνακα C_X .

$$C_X = [J^T(\bar{X}) C_\eta^{-1} J(\bar{X})]^{-1} \quad (3.5.90)$$

Έχοντας την βέλτιστη εκτίμηση και διακύμανση του X μπορούμε να υπολογίσουμε τις μεταβολές της ροής ισχύος. Το διάνυσμα της ροής ισχύος γράφεται γενικά:

$$Z = g(X) \quad (3.5.91)$$

όπου πάλι τα διανύσματα X και Z αναπαριστούν μικρές μεταβολές σημαντικών μεγεθών γύρω από ένα σημείο λειτουργίας.

Από την παραπάνω εξίσωση έχουμε:

$$\hat{Z} = g(\hat{X}) \quad (3.5.92)$$

Ο πίνακας διακύμανσης C_Z της ροής ισχύος μπορεί συνεπώς να ληφθεί από την εξίσωση :

$$C_Z = K(\hat{X}) [J^T(\hat{X}) C_X^{-1} J(\hat{X})]^{-1} K^T(\hat{X}) \quad (3.5.93)$$

όπου:

$$K(\hat{X}) = \frac{\partial g(\hat{X})}{\partial \hat{X}} \quad (3.5.94)$$

Η αβεβαιότητα της ροής ισχύος στην γραμμή i για παράδειγμα, μπορεί να βρεθεί υπολογίζοντας το ίχνος του πίνακα διακύμανσης:

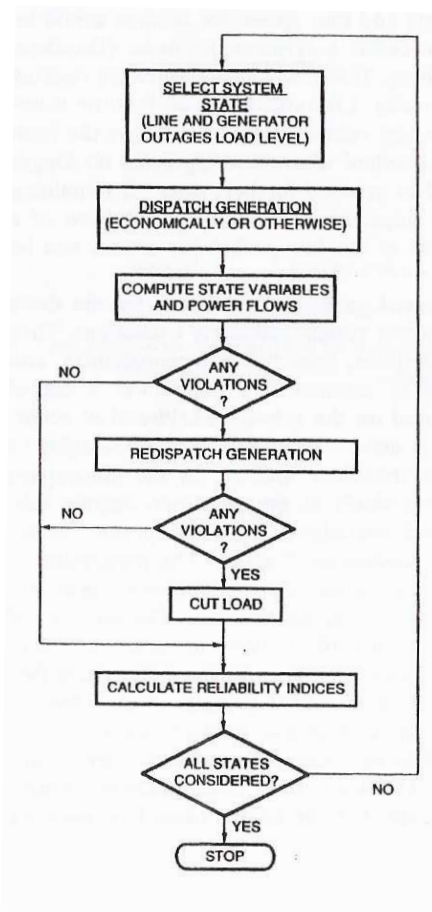
$$\sigma_i^2 = \text{diag}_{ii}[Cov(\hat{Z})] \quad (3.5.95)$$

Το πιο πολλά υποσχόμενο αντικείμενο για περαιτέρω έρευνα είναι ένας συνδυασμός της πιθανοτικής ανάλυσης ροής φορτίο με τεχνικές βελτιστοποίησης. Υπάρχει μόνο μία δημοσίευση σ' αυτόν τον τομέα (Sobierajski, 1979), και καθώς το κόστος κατασκευής και αναβάθμισης των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας αυξάνεται, τα εργαλεία της στοχαστικής βελτιστοποίησης, μπορούν να παρέχουν ανεκτίμητη βοήθεια στους σχεδιαστές των συστημάτων, ώστε να επιτύχουν πιο οικονομικές και αξιόπιστες εναλλακτικές λύσεις.

3.5.4.5. Πιθανοτική ροή φορτίου στη μελέτη αξιοπιστίας σε μεγάλα Σ.Η.Ε.

Όταν ταυτόχρονα και η παραγωγή και το φορτίο περιγράφονται από διακριτές τυχαίες μεταβλητές, ένας άλλος πιο ρεαλιστικός αλγόριθμος για την πιθανοτική ροή φορτίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί (Porretta, 1979). Σε αυτή τη προσέγγιση κάθε κατάσταση χαρακτηρίζεται από α) συγκεκριμένες τιμές για τα φορτία σε κάθε ζυγό, β) διαθέσιμη παραγωγή, γ) δεδομένες συνθήκες στο δίκτυο και δ) την πιθανότητα της συγκεκριμένης κατάστασης. Έχοντας εγκαταστήσει αποστολές παραγωγής, οι εξισώσεις ροής φορτίου επιλύονται. Αν δεν παραβιάζονται τα όρια λειτουργίας, θεωρούμαι την επόμενη κατάσταση. Αν τα όρια της ικανότητας ροής

ισχύος στις γραμμές παραβιάζονται, τότε ρυθμίζεται η αλλαγή φάσης και αν είναι απαραίτητη η ανακατανομή της παραγωγής. Η στρατηγική αυτή, μπορεί να ισοδυναμεί με μετατόπιση της παραγωγής στη βάση των συντελεστών ευαισθησίας των γραμμών ή των ζυγών, ή με έναν αλγόριθμο βελτιστοποίησης που θα ελαχιστοποιεί το επιπλέον κόστος παραγωγής.



Σχήμα 3.5.α. Αλγόριθμος για την μελέτη αξιοπιστίας σε μεγάλα Σ.Η.Ε.

Αν υλοποιηθεί η παραπάνω διαδικασία, όχι μόνο θα αποδώσει ρεαλιστικές συναρτήσεις πιθανότητας για τις μεταβλητές κατάστασης και την ροή ισχύος, αλλά θα παράγει επιπλέον σημαντικούς δείκτες αξιοπιστίας για τους ζυγούς και το σύστημα. Δηλαδή, η πιθανότητα απώλειας φορτίου θα ληφθεί στο πρώτο στάδιο της ανάλυσης και στη συνέχεια θα υπολογίζεται το ποσό του φορτίου που περικόπτεται σε κάθε ζυγό και σε ολόκληρο το σύστημα. Όμως, μιας και ο αριθμός των μονάδων παραγωγής και των γραμμών μεταφοράς του συστήματος είναι συνήθως αρκετά μεγάλος, ο αριθμός των καταστάσεων που θα πρέπει να θεωρηθούν είναι πάρα πολύ μεγάλος. Έτσι, αναλύονται μόνο συγκεκριμένες καταστάσεις του συστήματος, με

βάση τα ακόλουθα κριτήρια α) την πιθανότητα (καταστάσεις με μικρή πιθανότητα παραλείπονται), και β) λαμβάνονται μόνο τα ενδεχόμενα που είναι πιθανό να προκαλέσουν σοβαρές επιπτώσεις στο σύστημα. Μια άλλη προσέγγιση, είναι να ορίσουμε ένα δείκτη απόδοσης (Dandeno et al., 1977, Mikolinnas and Wollenberg, 1980), ο οποίος θα επιτρέπει την ταξινόμηση των ενδεχομένων με βάση την σοβαρότητα της βλάβης που αυτά προκαλούν. Θεωρητικά, όταν φτάσουμε σε ένα σημείο όπου τα απρόβλεπτα συμβάντα δεν προκαλούν πλέον σοβαρές βλάβες, δεν είναι πλέον ανάγκη να συνεχίσουμε την διαδικασία.

3.6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η γενική παρουσίαση του αντικειμένου και των δυνατοτήτων της πιθανοτικής ροής φορτίου, καθώς και η ανάλυση των αποτελεσμάτων ροής φορτίου που επιτυγχάνονται με την πιθανοτική μέθοδο, δείχνουν το μέγεθος και την αξία των πληροφοριών που αποκομίζονται από την εφαρμογή της πιθανοτικής μεθόδου στον τομέα αναλύσεως συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Παρά το γεγονός ότι οι τεχνικές που χρησιμοποιεί αναπτύχθηκαν πρόσφατα και σε σύντομο σχετικά χρονικό διάστημα, τα πλεονεκτήματα που παρέχει σε σύγκριση με την εφαρμοζόμενη εδώ και πολλά χρόνια ντετερμινιστική ανάλυση είναι σημαντικά και ευδιάκριτα. Με τις πληροφορίες που παρέχει η πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου σχηματίζεται η πλήρης εικόνα των ικανοτήτων του συστήματος και καθίσταται εύκολη, γρήγορη και πιο κοντά στην πραγματικότητα η αντικειμενική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Αντίθετα οι περιορισμένες και υποκειμενικές πληροφορίες της ντετερμινιστικής ανάλυσης μπορούν να οδηγήσουν στην υπερεκτίμηση ή υποεκτίμηση των ικανοτήτων του συστήματος και στη λήψη λανθασμένων μερικές φορές αποφάσεων, ως προς το σχεδιασμό των γραμμών του συστήματος, των αντισταθμίσεων ή την αποτελεσματική χρήση των εφεδρειών. Αποτελεί έτσι πρόκληση για περαιτέρω ανάπτυξη της πιθανοτικής ροής φορτίου και η εφαρμογή της σε νέα προβλήματα που από τη φύση τους επιδέχονται πιθανοτική ανάλυση, όπως μελέτη πιθανών βραχυκυκλωμάτων, μελέτη ισοδυνάμων, ιεράρχηση διαταραχών, οικονομική ένταξη γεννητριών, κλπ..

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της πιθανοτικής μεθόδου είναι ότι αντιμετωπίζει το πρόβλημα ροής φορτίου λαμβάνοντας υπόψη τη στατιστική φύση και την αβεβαιότητα των δεδομένων και των αποτελεσμάτων. Έτσι, με μια επίλυση του προβλήματος υπολογίζονται όλες οι πιθανές καταστάσεις του συστήματος με τις

αντίστοιχες πιθανότητες τους και γίνεται ποσοτική εκτίμηση της επίδρασης στα αποτελέσματα, των σφαλμάτων πρόβλεψης ή μέτρησης των δεδομένων. Με την πιθανοτική μέθοδο ροής φορτίου σχηματίζεται η πλήρης εικόνα των ικανοτήτων του συστήματος και παρέχεται η δυνατότητα αξιολόγησης του επιπέδου αξιοπιστίας και ασφάλειας που προσφέρει το σύστημα. Για παράδειγμα, στο σχεδιασμό ενός συστήματος μπορεί να καθοριστεί το επίπεδο ασφάλειας μιας γραμμής γνωρίζοντας άμεσα, με χρήση της πιθανοτικής ροής φορτίου, τη μέγιστη δυνατή τιμή ροής ισχύος για αυτή τη γραμμή ενώ από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας με απλή επισκόπηση δίνεται η πιθανότητα υπερφόρτισης για οποιαδήποτε γραμμή του συστήματος.

Με τις πληροφορίες αυτές μπορούν να αξιολογηθούν κατά καλύτερο τρόπο οι επιπτώσεις στο σύστημα από την πιθανή διακοπή μιας γραμμής και να ληφθούν αντικειμενικές αποφάσεις για τον τρόπο αντιμετώπισής τους. Η αξιοπιστία του συστήματος ελέγχεται παραστατικά από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του ισοζυγίου ισχύος και εκφράζεται αριθμητικά με την πιθανότητα που υπάρχει να μην μπορεί το σύστημα να καλύψει το συνολικό φορτίο.

Ειδικά για την περίπτωση όπου στο σύστημα θεωρείται και παραγωγή ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, η πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου κρίνεται αναγκαία, επειδή η παραγωγή ανανεώσιμων πηγών ακολουθεί τη στατιστική φύση των ατμοσφαιρικών συνθηκών και είναι επομένως τυχαία μεταβλητή με μεγάλη αβεβαιότητα. Η ντετερμινιστική ανάλυση στις περιπτώσεις αυτές θα μπορούσε να οδηγήσει ακόμη περισσότερο σε λανθασμένα συμπεράσματα σχετικά με την αξιοποίηση στο μέγιστο δυνατό βαθμό των φυσικών πόρων, και την αντικειμενικότερη επιλογή του μεγέθους ή της θέσης των αναγκαίων εφεδρειών ή του εγκατεστημένου συστήματος συσσώρευσης.

Η πιθανοτική ροή φορτίου όμως δεν αναιρεί την ντετερμινιστική ανάλυση. Αντίθετα τη διευρύνει και της δίνει νέα διάσταση. Αν όλες οι τυπικές αποκλίσεις των δεδομένων καθοριστούν μηδενικές τότε εξάγονται τα αποτελέσματα που θα έδινε και η ντετερμινιστική μέθοδος. Θα μπορούσε κανείς να υποστηρίξει ότι η αβεβαιότητα των δεδομένων αποτελεί μειονέκτημα για την πιθανοτική ροή φορτίου. Κάτι τέτοιο όμως δεν ισχύει γιατί η πιθανοτική μέθοδος είναι σε θέση να υπολογίσει τα σφάλματα και την ανακρίβεια των αποτελεσμάτων που οφείλονται στα ανακριβή δεδομένα. Ενώ αντίθετα η ακρίβεια της ντετερμινιστικής μεθόδου και η αντικειμενικότητά της εξαρτάται από τη συγκεκριμένη τιμή που καθορίζεται για τα δεδομένα.

Τέλος, σαν μειονέκτημα της πιθανοτικής ροής φορτίου, αναφέρονται το μεγαλύτερο πλήθος δεδομένων σε σχέση με την ντετερμινιστική ανάλυση και ο αυξημένος χρόνος υπολογισμού που εξαρτάται από τον αριθμό των διωνυμικών ή διακριτών κατανομών που χρησιμοποιούνται. Είναι γεγονός όμως ότι το πλήθος πληροφοριών που αποκτώνται από μία πιθανοτική ανάλυση αντιστοιχεί σε χιλιάδες περιπτώσεις ντετερμινιστικής ροής φορτίου, και δικαιολογεί οποιαδήποτε αύξηση του χρόνου υπολογισμού και του όγκου των δεδομένων που απαιτούνται. Έτσι, η πιθανοτική ροή φορτίου καθίσταται μία μοναδική, πρακτική και αξιόπιστη μέθοδος ανάλυσης συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας που υπόσχεται ακόμη περισσότερα για το μέλλον.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

4.1. ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Το πρόβλημα της ροής φορτίου μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά από δύο συστήματα μη γραμμικών εξισώσεων της μορφής:

$$Y = g(X) \quad (4.1.1)$$

$$Z = h(X) \quad (4.1.2)$$

όπου: Y το διάνυσμα εισόδου

X το διάνυσμα κατάστασης

Z το διάνυσμα εξόδου

και g, h μη γραμμικές διανυσματικές συναρτήσεις

Το διάνυσμα Y αντιπροσωπεύει τις ενεργές εγχύσεις σε όλους τους ζυγούς (PQ και PV), εκτός του ζυγού αναφοράς και τις άεργες εγχύσεις στους ζυγούς φορτίου (PQ), το διάνυσμα X αντιπροσωπεύει το μέτρο των τάσεων και τις γωνίες των τάσεων και τέλος το διάνυσμα Z αντιπροσωπεύει όλα τα μεγέθη που μπορούν να υπολογιστούν από το διάνυσμα κατάστασης, όπως ενεργές και άεργες ροές ισχύος, απώλειες κ.λ.π..

Στο στάδιο αυτό, λόγω των φυσικών δυσκολιών του προβλήματος είναι απαραίτητο να γίνουν ορισμένες παραδοχές:

- Οι τυχαίες μεταβλητές θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους.
- Η τοπολογία του δικτύου θεωρείται σταθερή (με πιθανότητα μονάδα).
- Οι συναρτήσεις g και h πρέπει να γραμμικοποιηθούν γύρω από κάποιο λειτουργικό σημείο, συνήθως την αναμενόμενη τιμή.

4.2. ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ

Αν Y_o είναι η αναμενόμενη τιμή του διανύσματος των δεδομένων εγχύσεων ισχύος Y και το διάνυσμα κατάστασης X_o τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Y_o = g(X_o) \quad (4.2.1)$$

τότε το διάνυσμα X_o μπορεί να προκύψει από την επίλυση μιας ντετερμινιστικής ροής φορτίου όπου τα δεδομένα είναι οι αναμενόμενες τιμές των στοιχείων του διανύσματος Y . Το διάνυσμα X_o είναι μια εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος X . Ομοίως το διάνυσμα Z_o , που ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Z_o = h(X_o) \quad (4.2.2)$$

αποτελεί εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος Z .

Η γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου (4.2.1) και (4.2.2) γύρω από τα σημεία (X_o, Y_o) και (Z_o, X_o) , δηλαδή γύρω από την αναμενόμενη τιμή, δίνει:

$$Y \approx g(X_o) + J(X - X_o) \quad (4.2.3)$$

$$Z \approx h(X_o) + K(X - X_o) \quad (4.2.4)$$

όπου:

$$J = \left. \frac{\partial g}{\partial X} \right|_{X = X_o} \quad \text{η Ιακωβιανή της } g \text{ στο σημείο } X_o \quad (4.2.5)$$

και

$$K = \left. \frac{\partial h}{\partial X} \right|_{X = X_o} \quad \text{η Ιακωβιανή της } h \text{ στο σημείο } X_o \quad (4.2.6)$$

Έτσι, προκύπτει:

$$Y = Y_0 + J(X - X_o) \quad (4.2.7)$$

$$Z = Z_0 + K(X - X_o) \quad (4.2.8)$$

Η επίλυση των εξισώσεων (4.2.7) και (4.2.8) ως προς το διάνυσμα κατάστασης και το διάνυσμα εξόδου δίνει:

$$X = X_o + J^{-1}(Y - Y_o) \quad (4.2.9)$$

$$Z = X_o + J^{-1}(Y - Y_o) \quad (4.2.10)$$

ή ακόμα:

$$X = X_o' + AY \quad (4.2.11)$$

$$Z = Z_o' + BY \quad (4.2.12)$$

όπου:

$$A = J^{-1} \quad X_o' = X_o - AY_o \quad (4.2.13)$$

$$B = KA \quad Z_o' = Z_o + BY_o \quad (4.2.14)$$

Οι εξισώσεις (4.2.11) και (4.2.12) μπορούν να εκφραστούν στην εξής μορφή:

$$X_i = X_{oi}' + \sum_{j=1}^m a_{ij} Y_j \quad (4.2.15)$$

$$Z_k = Z_{ok}' + \sum_{j=1}^m b_{kj} Y_j \quad (4.2.16)$$

όπου:

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, l, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

n η διάσταση του διανύσματος κατάστασης X

m η διάσταση του διανύσματος κατάστασης Y

l η διάσταση του διανύσματος κατάστασης Z

a_{ij} στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας A

b_{kj} στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας B

Έτσι οι εξισώσεις (4.2.15) και (4.2.16) δείχνουν ότι κάθε τυχαία μεταβλητή των διανυσμάτων X και Z εκφράζεται ως αλγεβρικό άθροισμα των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών του διανύσματος Y με συντελεστές βαρύτητας κατάλληλα υπολογισμένους συντελεστές ευαισθησίας. Επομένως οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών των διανυσμάτων X και Z μπορούν να υπολογιστούν από τη μαθηματική συνέλιξη των δεδομένων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των φορτίων και της παραγωγής οι οποίες ακολουθούν τις γνωστές κατανομές πιθανότητας.

4.2.1. Θεώρηση Εξαρτημένων Μεταβλητών

Στη διατύπωση του προβλήματος της πιθανοτικής ροής φορτίου έγινε η παραδοχή ότι οι τυχαίες μεταβλητές που αντιπροσωπεύουν τα φορτία και την παραγωγή στους ζυγούς του συστήματος είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Η παραδοχή αυτή είναι σωστότερη όσο απομακρύνεται η χρονική στιγμή της πρόβλεψης φορτίων από την παρούσα χρονική στιγμή. Στη βραχυπρόθεσμη όμως πρόβλεψη φορτίων και σε εφαρμογές της πιθανοτικής ροής φορτίου στον προγραμματισμό λειτουργίας συστήματος η παραδοχή αυτή ισχύει λιγότερο ή και καθόλου. Στις περιπτώσεις αυτές είναι αναγκαία η θεώρηση εξάρτησης μεταξύ των μεταβλητών όπως αναπτύσσεται πιο κάτω.

Διακρίνονται οι εξής περιπτώσεις συσχέτισης των τυχαίων μεταβλητών της πιθανοτικής ροής φορτίου:

- i. Συσχέτιση φορτίου/φορτίου: Τα φορτία που βρίσκονται σε γειτονικούς ζυγούς έχουν την τάση να αυξάνονται ή να μειώνονται με τον ίδιο τρόπο. Υπάρχει έτσι κάποιος βαθμός συσχέτισης μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών γειτονικών φορτίων που οφείλεται σε κοινούς παράγοντες, όπως καιρικές συνθήκες ή κοινωνικές συνήθειες της περιοχής. Όταν τα φορτία σε δύο ή περισσότερους ζυγούς αυξάνονται και μειώνονται μαζί υπάρχει θετική συσχέτιση. Όταν ένα φορτίο αυξάνεται ενώ κάποιο άλλο μειώνεται υπάρχει αρνητική συσχέτιση.

- ii. Συσχέτιση παραγωγής/παραγωγής: Συνήθως σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας που αποτελείται από πολλές ομάδες γεννητριών είναι επιθυμητό η παραγωγή μιας συγκεκριμένης περιοχής ή η συνολική παραγωγή του συστήματος να διατηρείται σταθερή. Έτσι, όταν η παραγωγή μιας γεννήτριας μειωθεί για διάφορους λόγους, θα πρέπει η παραγωγή των άλλων γεννητριών να αυξηθεί μέσα στα επιτρεπόμενα όρια. Η συσχέτιση που υπάρχει είναι επομένως αρνητική. Η παραγωγή επίσης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας ακολουθεί τις μεταβολές του ανέμου ή της ηλιοφάνειας και σε γειτονικούς ζυγούς η συσχέτιση είναι θετική.
- iii. Συσχέτιση παραγωγής/φορτίου: Η παραγωγή μιας περιοχής σε ένα σύστημα είναι προγραμματισμένη να καλύψει το φορτίο της περιοχής, και συνήθως η ηλεκτρική ενέργεια παράγεται τη στιγμή που χρειάζεται. Η συσχέτιση που υπάρχει επομένως μεταξύ παραγωγής και φορτίου είναι θετική δηλαδή όταν το φορτίο αυξάνεται ή μειώνεται, αυξάνεται ή μειώνεται αντίστοιχα και η παραγωγή.

Έστω δύο τυχαίες μεταβλητές X και Y . Ο συντελεστής συσχέτισης δίνει το βαθμό της γραμμικής εξάρτησης μεταξύ των δύο τυχαίων μεταβλητών X και Y και ορίζεται ως εξής:

$$Y_{XY} = \frac{n_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (4.2.17)$$

όπου:

$$\begin{aligned} n_{xy} &= E\{(X - \mu_x)(Y - \mu_y)\} = \\ &= E\{XY - X\mu_y - \mu_x Y + \mu_x \mu_y\} = \\ &= E\{XY\} - E\{X\}\mu_y - \mu_x E\{Y\} + \mu_x \mu_y = \\ &= E\{XY\} - \mu_x \mu_y - \mu_x \mu_y + \mu_x \mu_y = E\{XY\} - \mu_x \mu_y \end{aligned} \quad (4.2.18)$$

είναι η συνδιασπορά των δύο αυτών τυχαίων μεταβλητών και $E\{\cdot\}$ παριστάνει την αναμενόμενη τιμή.

Γενικά ισχύει:

$$-1 \leq Y_{XY} \leq 1 \quad (4.2.19)$$

Όταν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ανεξάρτητες, τότε $Y_{XY} = 0$. Όταν είναι ολικά θετικά συσχετισμένες, τότε $Y_{XY} = 1$ και όταν είναι ολικά αρνητικά συσχετισμένες, τότε $Y_{XY} = -1$.

Αν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ολικά γραμμικά εξαρτημένες θα ισχύει:

$$Y = aX + b \quad (4.2.20)$$

και:

$$\mu_y = a\mu_x + b \quad (4.2.21)$$

επίσης:

$$\sigma_x^2 = E\{(X - \mu_x)^2\} = E\{X^2\} - \mu_x^2 \quad (4.2.22)$$

και:

$$\sigma_y^2 = E\{(Y - \mu_y)^2\} = E\{aX + b - a\mu_x - b\}^2 = a^2 E\{(X - \mu_x)^2\} = a^2 \sigma_x^2 \quad (4.2.23)$$

Άρα:

$$\sigma_y = +a\sigma_x \quad \text{για θετική συσχέτιση } (a > 0) \quad (4.2.24)$$

$$\sigma_y = -a\sigma_x \quad \text{για αρνητική συσχέτιση } (a < 0) \quad (4.2.25)$$

Σύμφωνα με τις πιο πάνω εξισώσεις για την περίπτωση της ολικής γραμμικής εξάρτησης μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών X και Y με διαδοχικές αντικαταστάσεις θα ισχύει:

$$E\{XY\} = E\{aX^2 + bX\} = aE\{X^2\} + b\mu_x = a\sigma_x^2 + a\mu_x^2 + b\mu_x = a\sigma_x^2 + \mu_x\mu_y \quad (4.2.26)$$

και:

$$n_{xy} = a\sigma_x^2 \quad (4.2.27)$$

Άρα:

$$n_{xy} = +\sigma_x\sigma_y \quad \text{για θετική συσχέτιση } (a > 0) \quad (4.2.28)$$

$$n_{xy} = -\sigma_x\sigma_y \quad \text{για αρνητική συσχέτιση } (a < 0) \quad (4.2.29)$$

Γενικά για την συνδιασπορά ισχύει:

$$-\sigma_x\sigma_y \leq n_{xy} \leq +\sigma_x\sigma_y \quad (4.2.30)$$

Έστω ότι οι τυχαίες μεταβλητές X και Y ακολουθούν κανονική κατανομή και είναι ολικά συσχετισμένες. Τότε, λόγω της ολικής συσχέτισης όταν η μεταβλητή X έχει τιμή μ_x , η μεταβλητή Y θα έχει τιμή μ_y , όμοια όταν η μεταβλητή X έχει τιμή $\mu_x + \sigma_x$, η μεταβλητή Y θα έχει τιμή $\mu_y + \sigma_y$. Άρα η τυχαία μεταβλητή Z για την οποία ισχύει $Z = X + Y$ (ολική θετική συσχέτιση) θα έχει:

$$\mu_z = \mu_x + \mu_y \quad (4.2.31)$$

και:

$$\sigma_z = \sigma_x + \sigma_y \quad (4.2.32)$$

ενώ αν ισχύει $Z = X - Y$ (ολική αρνητική συσχέτιση) θα έχει:

$$\mu_z = \mu_x + \mu_y \quad (4.2.33)$$

και:

$$\sigma_z = \sigma_x - \sigma_y \quad (4.2.34)$$

Αντίθετα στην περίπτωση των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών είναι:

$$\sigma_z = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)^{1/2} \quad (4.2.35)$$

και ισχύει:

$$\sigma_x - \sigma_y < (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)^{1/2} < \sigma_x + \sigma_y \quad (4.2.36)$$

Αν η θεώρηση της ολικής γραμμικής εξάρτησης δεν ισχύει μεταξύ των μεταβλητών X και Y , τότε μπορεί να θεωρηθεί μερική γραμμική εξάρτηση όπως αναπτύσσεται πιο κάτω:

Η τυχαία μεταβλητή Y μπορεί να χωριστεί σε δύο τυχαίες μεταβλητές Y' και Y'' έτσι ώστε $Y = Y' + Y''$ όπου Y' ολικά γραμμικά εξαρτημένη με την τυχαία μεταβλητή X και ακολουθεί την εξίσωση (4.2.20), και Y'' ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή που αντιπροσωπεύει με την τυπική της απόκλιση τις τυχαίες μεταβολές γύρω από την τιμή Y' .

Έτσι η εξίσωση (4.2.20) γίνεται:

$$Y = aX + b + Y'' \quad (4.2.37)$$

Σύμφωνα με την πιο πάνω ανάλυση για να συμπεριληφθούν εξαρτημένες μεταβλητές στην πιθανοτική ροή φορτίου, θεωρείται ότι η κάθε ομάδα εξαρτημένων μεταβλητών είναι ανεξάρτητη από όλες τις άλλες ομάδες εξαρτημένων μεταβλητών και επίσης ανεξάρτητη από όλες τις άλλες ανεξάρτητες μεταβλητές συμπεριλαμβανομένων και των πρόσθετων μεταβλητών Y'' για την θεώρηση μη γραμμικής εξάρτησης.

Στον υπολογισμό της ισοδύναμης κανονικής κατανομής όταν οι τυχαίες μεταβλητές θεωρηθούν ολικά γραμμικά εξαρτημένες η ισοδύναμη αναμενόμενη τιμή μ_n δίνεται πάλι από τη σχέση:

$$\mu_n = a_1\mu_1 + a_2\mu_2 \quad (4.2.38)$$

ενώ η ισοδύναμη τυπική απόκλιση σ_n θα δίνεται τώρα από τη σχέση:

$$\sigma_n = a_1\sigma_1 + a_2\sigma_2 \text{ για ολική θετική συσχέτιση} \quad (4.2.39)$$

και:

$$\sigma_n = a_1\sigma_1 + a_2\sigma_2 \text{ για ολική αρνητική συσχέτιση} \quad (4.2.40)$$

Ας σημειωθεί ότι γενικά ισχύει:

$$\sigma_1 - \sigma_2 < \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} < \sigma_1 + \sigma_2 \quad (4.2.41)$$

Είναι επομένως εμφανής η επίδραση της θεώρησης εξαρτημένων μεταβλητών στο εύρος της αβεβαιότητας των τελικών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας.

Έστω ότι στο διάνυσμα δεδομένων Y υπάρχει γραμμική εξάρτηση μεταξύ του μ -οστού και του ν -οστού στοιχείου, της μορφής:

$$Y_\mu = aY_\nu + \beta + Y_\mu'' \quad (4.2.42)$$

όπου a και β παράμετροι της γραμμικής εξάρτησης, τότε οι εξισώσεις της πιθανοτικής ροής φορτίου στην αναλυτική τους μορφή μπορούν να ξαναγραφούν ως εξής:

$$X_i = X_{oi}'' + \sum_{j=1}^m a_{ij}' Y_j + a_{i\mu} Y_\mu'' \quad (4.2.43)$$

και:

$$Z_k = Z_{ok}'' + \sum_{j=1}^m b_{kj}' Y_j + b_{k\mu} Y_\mu'' \quad (4.2.44)$$

όπου $a'_{ij} = a_{ij}$, $b'_{kj} = b_{kj}$ για $j \neq \mu, \nu$

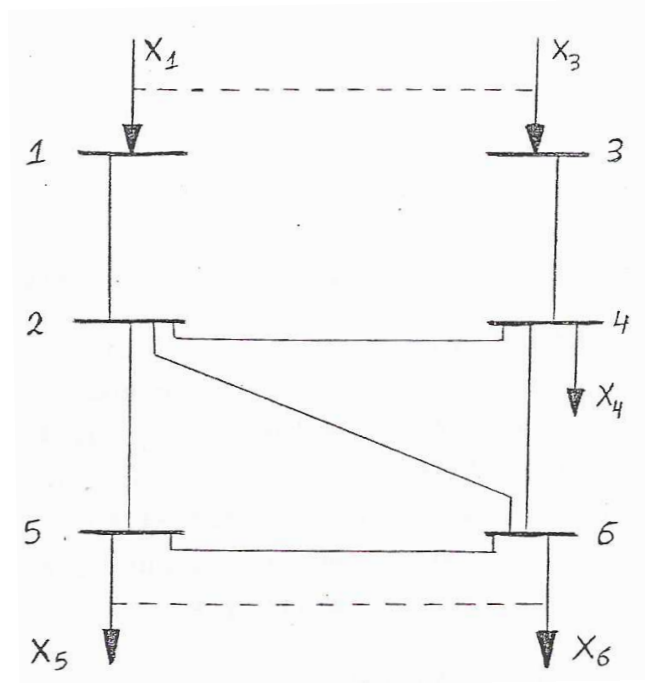
$$a'_{i\mu} = b_{k\mu} = 0, a'_{i\nu} = a_{i\nu} + a a_{i\mu}, b'_{k\nu} = b_{k\nu} + a b_{k\mu}, X_{oi}'' = X'_{oi} + a_{i\mu} \beta,$$

$$Z''_{ok} = Z'_{ok} + b_{k\mu} \beta$$

Έτσι, για τη θεώρηση γραμμικών εξαρτημένων μεταβλητών στην πιθανοτική ανάλυση ροών φορτίου απαιτείται απλώς η τροποποίηση των ήδη υπολογισμένων συντελεστών ευαισθησίας για την περίπτωση των ανεξάρτητων μεταβλητών.

Στο τυπικό δίκτυο 6 ζυγών του σχήματος 4.2.α. η ροή ισχύος στη γραμμή 2-6 δίνονται από τη σχέση :

$$W = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_4 + a_5 X_5 + a_6 X_6 \quad (4.2.45)$$



Σχήμα 4.2.α.: Τυπικό δίκτυο 6 ζυγών

Οι συντελεστές ευαισθησίας a_i μπορούν να είναι είτε θετικοί είτε αρνητικοί.

Έστω:

$$Y = a_1 X_1 + a_3 X_3 \quad (4.2.46)$$

και:

$$Z = a_5 X_5 + a_6 X_6 \quad (4.2.47)$$

τότε:

$$\mu_y = a_1 \mu_1 + a_3 \mu_3 \quad \mu_z = a_5 \mu_5 + a_6 \mu_6 \quad (4.2.48)$$

$$\sigma_y = a_1 \sigma_1 + a_3 \sigma_3 \quad \sigma_z = a_5 \sigma_5 - a_6 \sigma_6 \quad (4.2.49)$$

Οι τυχαίες μεταβλητές Y, Z, X_4, X_2 είναι ανεξάρτητες και έτσι:

$$\mu_w = \mu_y + \mu_z + a_4 X_4 + a_2 X_2 = \alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2 + \alpha_3 \mu_3 + \alpha_4 \mu_4 + \alpha_5 \mu_5 + \alpha_6 \mu_6 \quad (4.2.50)$$

$$\begin{aligned} \sigma_w &= \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + a_4^2 \sigma_4^2 + a_2^2 \sigma_2^2 \\ &= (\alpha_1 \sigma_1 + \alpha_3 \sigma_3)^2 + (\alpha_5 \sigma_5 - \alpha_6 \sigma_6)^2 + a_4^2 \sigma_4^2 + a_2^2 \sigma_2^2 \end{aligned} \quad (4.2.51)$$

4.3. ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Η γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο σημείο, όπως τάσεις γύρω από τη μονάδα ή την αναμενόμενη τιμή, έχει το μειονέκτημα ότι δίνει αποτελέσματα ακριβή γύρω από αυτό το σημείο ενώ τα άκρα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας υπολογίζονται με τόσο μικρότερη ακρίβεια όσο μεγαλύτερη είναι η απόστασή τους από τα σημεία γραμμικοποίησης. Στις περισσότερες περιπτώσεις όμως ενδιαφέρει η ακρίβεια των ακραίων τιμών για την εξαγωγή πρακτικών συμπερασμάτων όπως ο υπολογισμός της πιθανότητας να ξεπεραστούν τα όρια αντοχής των γραμμών ή η πιθανότητα άεργης υπερφορτίσεως κάποιας γεννήτριας ή ακόμα η πιθανότητα η ροή ισχύος σε μια γραμμή να ξεπεράσει το επιτρεπόμενο όριο φόρτισής της. Η πιθανοτική ροή φορτίου με χρήση πολυγραμμικοποίησης παρέχει τη δυνατότητα αλλαγής του σημείου γύρω από το οποίο γραμμικοποιούνται οι εξισώσεις, σε όλη την έκταση των πιθανών τιμών. Έτσι, η μέθοδος αυτή διαπιστώνει την επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου στα αποτελέσματα.

Οι εξισώσεις ροής φορτίου μπορούν να εκφραστούν ως (βλέπε προηγούμενη παράγραφο):

$$Y = g(X) \quad (4.3.1)$$

$$Z = h(X) \quad (4.3.2)$$

όπου η μεταβλητή X αντιπροσωπεύει το διάνυσμα κατάστασης, η μεταβλητή Y τις εγχύσεις ισχύος και η μεταβλητή Z τις ροές ισχύος.

Αν Y_0, X_0, Z_0 είναι προσεγγίσεις της αναμενόμενης τιμής των Y, X και Z αντίστοιχα, ισχύουν, ως γνωστόν:

$$Y_0 = g(X_0) \quad (4.3.3)$$

και:

$$Z_0 = h(X_0) \quad (4.3.4)$$

Γραμμικοποιώντας τις εξισώσεις (4.3.1) και (4.3.2) γύρω από τα σημεία (Y_0, X_0) και (Y_0, Z_0) λαμβάνονται οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$X = X'_0 + AY \quad (4.3.5)$$

$$Z = Z'_0 + BY \quad (4.3.6)$$

όπου:

$$A = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{x=x_0}^{-1} \text{ είναι η Ιακωβιανή μήτρα} \quad (4.3.7)$$

$$X'_0 = X_0 - AY_0 \quad (4.3.8)$$

$$B = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x_0} A \quad (4.3.9)$$

$$Z'_0 = Z_0 - BY_0 \quad (4.3.10)$$

Έτσι τα διανύσματα X και Z υπολογίζονται από το διάνυσμα Y , ενώ ως συντελεστές ευαισθησίας ορίζονται τα στοιχεία των μητρών A και B .

Έστω ότι ζητείται η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του στοιχείου X_i του διανύσματος X γνωρίζοντας ότι τα στοιχεία του διανύσματος Y παίρνουν τιμές σε δεδομένα διαστήματα. Ο υπολογισμός αυτός απαιτεί την ανακυκλωτική επίλυση του συστήματος γραμμικών εξισώσεων (4.3.5), και υποτίθεται ως το πρώτο σημείο γραμμικοποίησης το (Y_0, X_0) .

$$X = X_0 + A(Y - Y_0) \quad (4.3.11)$$

Κάθε στοιχείο X_i του διανύσματος κατάστασης X δίνεται ως:

$$X_i = X_{0i} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (Y_j - Y_{0j}) \quad (4.3.12)$$

όπου a_{ij} στοιχείο του πίνακα συντελεστών ευαισθησίας A , και m η διάσταση του διανύσματος Y .

Το διάνυσμα Y_L που παράγει τη μέγιστη τιμή X_i αποτελείται από τις μέγιστες τιμές των εγχύσεων αν ο συντελεστής ευαισθησίας a_{ij} είναι θετικός ενώ αν είναι αρνητικός από τις ελάχιστες τιμές των εγχύσεων. Οι τιμές αυτές αντιστοιχούν στις ακραίες τιμές των διακριτών ή διωνυμικών κατανομών που χρησιμοποιούνται για την παράσταση των εγχύσεων. Επειδή οι κανονικές κατανομές εκτείνονται θεωρητικά ως το $\pm\infty$ απαιτείται κατάλληλη αποκοπή όλων των κανονικών κατανομών. Η αποκοπή αυτή της κάθε κανονικής κατανομής οφείλει να γίνει έτσι ώστε:

- να αποκοπεί το ίδιο ποσοστό πιθανών τιμών από την κάθε μια κανονική κατανομή που συμμετέχει στη συνέλιξη, και
- η τελική ισοδύναμη κανονική κατανομή να εκτείνεται στο διάστημα $\pm 3\sigma_n$ γύρω από την αναμενόμενη τιμή.

Έτσι αν η κάθε κανονική κατανομή j εκτείνεται στο διάστημα $\pm a\sigma_j$ γύρω από την αναμενόμενη τιμή της, όπου a κατάλληλος συντελεστής αποκοπής θα πρέπει να ισχύει:

$$a a_1 \sigma_1 + a a_2 \sigma_2 + \dots + a a_r \sigma_r = 3\sigma_n \quad (4.3.13)$$

και:

$$a = \frac{3\sigma_n}{\sum_{j=1}^r \sigma_j} = 3 \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^r \sigma_j^2}}{\sum_{j=1}^r \sigma_j} \quad (4.3.14)$$

όπου r ο αριθμός των κανονικών κατανομών που συνελίσσονται, $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_j, \dots, \sigma_r$ οι τυπικές αποκλίσεις και a_j οι συντελεστές ευαισθησίας.

Επειδή οι συντελεστές ευαισθησίας ανανεώνονται σε κάθε ανακύκλωση πρέπει να ανανεώνεται και ο συντελεστής α και όταν η διαδικασία συγκλίνει, τείνει σε μία σταθερή τιμή, που γενικά είναι μικρότερη ή ίση του τρία.

Έτσι, μετά τον υπολογισμό του διανύσματος Y_L η μέγιστη τιμή X_i του μέγιστου διανύσματος κατάστασης X_M , δίνεται από την αναλυτική σχέση:

$$X_{i(\max)} = X_{oi} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (Y_{Lj} - Y_{oi}) \quad (4.3.15)$$

και το διάνυσμα X_M σε μητρική μορφή ως εξής:

$$X_M = X_o + A(Y_L - Y_o) \quad (4.3.16)$$

Το σημείο (X_M, Y_L) δεν ικανοποιεί την εξίσωση ροής φορτίου και έτσι υπολογίζεται ένα καινούριο διάνυσμα Y_M τέτοιο ώστε $Y_M = g(X_M)$.

Η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται χρησιμοποιώντας το νέο σημείο (X_M, Y_M) ως δεύτερο σημείο γραμμικοποίησης και προσδιορίζεται το ανανεωμένο διάνυσμα X_M μέχρι να επέλθει σύγκλιση.

Όμοια υπολογίζεται και η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του διανύσματος Z των ζητούμενων μεταβλητών, γραμμικοποιώντας τις εξισώσεις ροής φορτίου γύρω από το σημείο (Y_M, X_M, Z_M) και επιλύοντας ανακυκλωτικά την εξίσωση:

$$Z_i = Z_{Mi} + \sum_{j=1}^m b_{ij} (Y_j - Y_{Mj}) \quad (4.3.17)$$

όπου b_{ij} στοιχείο της μήτρας B .

Όπως έχει αναφερθεί το διάνυσμα Y_L αποτελείται από τις ακραίες τιμές (μέγιστες ή ελάχιστες) των δεδομένων μεταβλητών (εγχύσεων), ανάλογα με το πρόσημο των συντελεστών ευαισθησίας. Όταν ο βαθμός μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου δεν είναι μεγάλος, οι συντελεστές ευαισθησίας δεν αλλάζουν πρόσημο κατά την διάρκεια της διαδικασίας σύγκλισης. Αυτό σημαίνει ότι η ανακυκλωτική διαδικασία συγκλίνει στη μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή,

χρησιμοποιώντας συνεχώς τα ίδια ακραία σημεία στο διάνυσμα Y_L σε κάθε ανακύκλωση.

Σε ορισμένες περιπτώσεις όμως, κυρίως σε μερικές τάσεις και άεργες ροές ισχύος, όπου ο βαθμός μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου είναι πολύ μεγάλος, είναι πιθανό ο συντελεστής ευαισθησίας που αντιστοιχεί σε κάποιο στοιχείο Y_j του διανύσματος Y_L να αλλάζει πρόσημο από μία ανακύκλωση στην άλλη. Στις περιπτώσεις αυτές δεν είναι δυνατό να προσδιοριστεί ποια ακραία τιμή συντελεί στην μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή της μεταβλητής X_j ή Z_i που ζητείται ο υπολογισμός της.

Έτσι για να ξεπεραστούν τα πιο πάνω προβλήματα κατά τη διαδικασία σύγκλισης οι συντελεστές ευαισθησίας που αλλάζουν πρόσημο σταθεροποιούνται μετά από δύο ή τρεις ανακυκλώσεις σε μια ενδιάμεση τιμή και η διαδικασία σύγκλισης συνεχίζεται κανονικά. Αυτό σημαίνει ότι όχι μόνο οι ακραίες τιμές των στοιχείων του διανύσματος δεδομένων συντελούν στην μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή της μεταβλητής που ζητείται ο υπολογισμός της, αλλά επίσης και κάποιες ενδιάμεσες τιμές, ιδιαίτερα σε περιοχές με έντονη μη γραμμικότητα.

Σύμφωνα με την πιο πάνω αναλυτική μέθοδο πιθανοτικής ροής φορτίου των άκρων, μπορούν να προσδιοριστούν και ενδιάμεσα σημεία γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου, μεταξύ Y_{Oj} και Y_{j-max} ή μεταξύ Y_{j-min} και Y_{Oj} , αν θεωρηθεί κατάλληλη ποσοστιαία αποκοπή των διαστημάτων των δεδομένων μεταβλητών Y_j όπως δίνεται στις εξισώσεις που ακολουθούν:

$$Y'_{j-max} = Y_{Oj}(1 - \beta) + \beta Y_{j-max} \quad (4.3.18)$$

$$Y'_{j-min} = Y_{Oj}(\beta - 1) - \beta Y_{j-min} \quad (4.3.19)$$

όπου β κατάλληλος συντελεστής αποκοπής ανηγμένος στη μονάδα.

Έτσι για $\beta = 1$ συμμετέχει στην πιθανοτική ροή φορτίου των άκρων ολόκληρο το αρχικό διάστημα και πετυχαίνεται γραμμικοποίηση στις ακραίες τιμές (μέγιστο ή ελάχιστο), ανάλογα με την πλευρά που επιλέγεται κάθε φορά, ενώ για $\beta = 0$ αποκόπτεται ολόκληρο το αρχικό διάστημα και πετυχαίνεται γραμμικοποίηση γύρω από την αναμενόμενη τιμή.

Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών προκύπτει από τον κατάλληλο συνδυασμό των συναρτήσεων πυκνότητας

πιθανότητας που υπολογίζονται για τα διάφορα σημεία γραμμικοποίησης και που η κάθε μία είναι περισσότερο ακριβής γύρω από το δικό της σημείο γραμμικοποίησης. Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στα σημεία προσαρμογής των συναρτήσεων μεταξύ τους καθώς και στην απαίτηση της αθροιστικής πιθανότητας της τελικής συνάρτησης να παραμένει μονάδα.

Έτσι, η σύνθεση της τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας γίνεται όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3.β., για την περίπτωση των $N = 5$ σημείων γραμμικοποίησης, όπου:

- Η συνάρτηση που προκύπτει από την αναμενόμενη τιμή ισχύει μεταξύ των σημείων P_1 και P_2 .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από το 50% της μέγιστης τιμής ισχύει μεταξύ των σημείων P_2 και P_4 .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από το 50% της ελάχιστης τιμής ισχύει μεταξύ των σημείων P_1 και P_3 .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από τη μέγιστη τιμή ισχύει πάνω από το σημείο P_4 και τέλος
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από τη ελάχιστη τιμή ισχύει πάνω από το σημείο P_3 .

και:

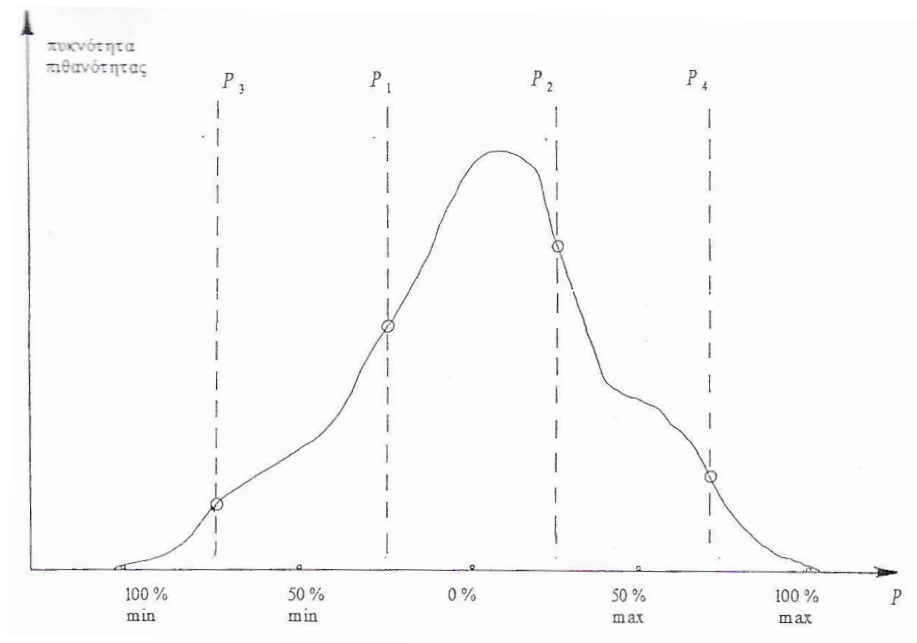
$$P_1 = \frac{P(0\%) + P_{\min}(50\%)}{2}$$

$$P_2 = \frac{P(0\%) + P_{\max}(50\%)}{2}$$

(4.3.20)

$$P_3 = \frac{P_{\min}(50\%) + P_{\min}(100\%)}{2}$$

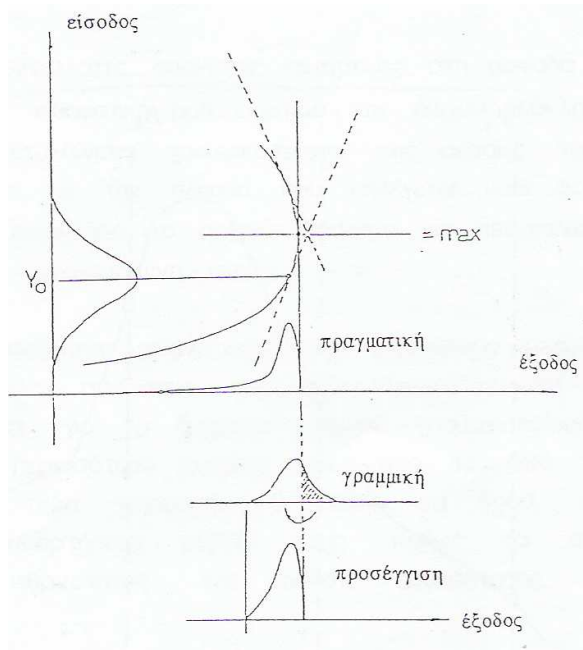
$$P_4 = \frac{P_{\max}(50\%) + P_{\max}(100\%)}{2}$$



Σχήμα 4.3.β.: Σύνθεση τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας

Έτσι, σύμφωνα με τα προηγούμενα η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κάποιας μεταβλητής του διανύσματος εξόδου παρουσιάζει έντονη μη γραμμικότητα αν η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της δίνεται για αποκοπή 50% ή ακόμα περισσότερο για αποκοπή 0%.

Στις περιπτώσεις αυτές για να προσδιοριστεί μια προσεγγιστική λύση ακολουθείται η τεχνική της αντιστροφής που παρουσιάζεται παραστατικά στο σχήμα 4.3.γ. Έτσι, αν κατά την διαδικασία σύγκλισης σε κάποιο από τα σημεία γραμμικοποίησης, που θεωρείται για παράδειγμα ότι δίνεται με αποκοπή των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των μεταβλητών εισόδου στο 50%, παρατηρηθεί συνεχιζόμενη αλλαγή προσήμου κάποιων συντελεστών ευαισθησίας, τότε κατά τη σύνθεση της τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας οι τιμές της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας που προσδιορίζονται γύρω από αυτό το σημείο αντιστρέφονται όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3.γ..



Σχήμα 4.3.γ. : Αντιμέτωπιση περιπτώσεων έντονης μη γραμμικότητας

4.4. ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Δύο είναι οι παράγοντες που επιδρούν στην μεταβολή της τοπολογίας ενός δικτύου:

- Οι μεταβολές των παραμέτρων που προσδιορίζουν τις γραμμές, τους μετασχηματιστές και τα άλλα στοιχεία του συστήματος π.χ. η αγωγιμότητα μίας γραμμής μπορεί να μεταβάλλεται, καθώς και οι μεταβολές των μεταβλητών ελέγχου του συστήματος όπως λήψεις μετασχηματιστών, τάσεις γεννητριών κ.λπ.
- Η διαθεσιμότητα ή όχι των στοιχείων του συστήματος δηλαδή των γραμμών μεταφοράς, των μετασχηματιστών, των διακοπών κ.λπ. λόγω τυχαίου γεγονότος ή προγραμματισμένης συντήρησης.

Έστω S το σύνολο όλων των πιθανών μεταβολών στην τοπολογία του συστήματος και P_C η πιθανότητα της τοπολογίας S_C . Είναι αδύνατο να υπάρχουν ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες τοπολογίες και έτσι τα γεγονότα S_1, S_2, \dots, S_t είναι αλληλοεξαιρούμενα:

$$P_S = \text{πιθανότητα } \{S\} = \sum_{c=1}^t P_C = 1 \quad (4.4.1)$$

όπου:

$$S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_c \cup \dots \cup S_t \quad (4.4.2)$$

Αν $f_x^c(x)$ και $f_z^c(z)$ είναι οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των στοιχείων x και z των διανυσμάτων X και Z αντίστοιχα, που έχουν υπολογιστεί λαμβάνοντας υπόψη μια συγκεκριμένη τοπολογία c του συστήματος τότε οι τελικές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των μεταβλητών x και z δίνονται από τις σχέσεις:

$$f_x(x) = \sum_{c=1}^t P_c f_x^c(x) \quad (4.4.3)$$

$$f_z(z) = \sum_{c=1}^t P_c f_z^c(z) \quad (4.4.4)$$

Έτσι, η πιθανή μεταβολή στην τοπολογία του δικτύου λαμβάνεται υπόψη ως άθροισμα των διαφορετικής τοπολογίας συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας πολλαπλασιασμένων με τον κατάλληλο συντελεστή βαρύτητας, που είναι η πιθανότητα υπάρξεως της κάθε τοπολογίας. Θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι οι πιο πάνω σχέσεις δεν αντιστοιχούν σε συνέλιξη που είναι άθροισμα τυχαίων μεταβλητών, αλλά αποτελούν απλώς αλγεβρικό άθροισμα συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας.

Αν θεωρηθεί ως παράγοντας μεταβλητής τοπολογίας μόνο η διαθεσιμότητα των πιο πάνω στοιχείων και οι άλλες παράμετροι και μεταβλητές ελέγχου διατηρούνται σταθερές, τότε η πιθανότητα P_c ύπαρξης της τοπολογίας S_c μπορεί να υπολογιστεί από την πιθανότητα απώλειας u_i του στοιχείου i του δικτύου, ως εξής:

$$P_c = \prod_{i=1}^{n_d} (1 - u_i) \prod_{j=1}^{n_u} u_j \quad (4.4.5)$$

όπου $n_d = 0$ αριθμός των διαθέσιμων στοιχείων του συστήματος

$n_u = 0$ αριθμός των μη διαθέσιμων στοιχείων του συστήματος.

Επειδή δεν είναι πρακτικά επιθυμητό να αναλυθούν όλες οι δυνατές τοπολογίες σε ένα πραγματικό σύστημα μεγάλων διαστάσεων λόγω της μεγάλης ποσότητας υπολογισμών, χρησιμοποιούνται κάποια κριτήρια επιλογής εκείνων των

τοπολογιών που έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα υπάρξεως, όπως διακοπές μιας μόνο γραμμής και ορισμένες περιπτώσεις διακοπών δύο γραμμών ταυτόχρονα ή που έχουν μεγαλύτερη επίδραση στο λειτουργικό σημείο. Όταν όμως ο αριθμός των τοπολογιών που αναλύονται μειώνεται, η πιθανότητα $P_{S'}^i$ που αντιστοιχεί στον υπόχωρο S' είναι μικρότερη της μονάδας.

Αν θεωρηθεί ότι ο υποχώρος S' αποτελεί μια προσεγγιστική εκτίμηση του χώρου S με βάση τα κριτήρια αποκοπής, η προηγούμενη πιθανότητα P_C που αντιστοιχεί στην τοπολογία C αντικαθίσταται από την πιθανότητα P_C^i έτσι ώστε να

$$P_C^i = P_C / P_{S'}^i \quad (4.4.6)$$

ισχύει:

$$P_{S'}^i = P\{S_C \in S'\} = \sum_{C=1}^N P_C^i = 1 \quad (4.4.7)$$

και:

Η πιο πάνω αναγωγή γίνεται για να εξασφαλίσει ότι το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων των τοπολογιών C^i που αναλύονται παραμένει μονάδα.

Η αναμενόμενη τιμή και η τυπική απόκλιση των τυχαίων μεταβλητών X_i και Z_i λαμβάνοντας υπόψη και τη μεταβλητή τοπολογία του δικτύου δίνονται από τις σχέσεις:

$$E\{X_i\} = \sum_{C=1}^t P_C E\{X_{ci}\} = \sum_{C=1}^t P_C X_{ci}^0 \quad (4.4.8)$$

$$E\{Z_i\} = \sum_{C=1}^t P_C E\{Z_{ci}\} = \sum_{C=1}^t P_C Z_{ci}^0 \quad (4.4.9)$$

και:

$$V(X_i) = \sum_{C=1}^t P_C \left[V\{X_{ci}\} + (X_{ci}^0)^2 \right] - E^2\{X_i\} \quad (4.4.10)$$

$$V(Z_i) = \sum_{C=1}^t P_C \left[V\{Z_{ci}\} + (Z_{ci}^0)^2 \right] - E^2\{Z_i\} \quad (4.4.11)$$

όπου:

$$V\{X_{ci}\} = \sum_{j=1}^m A^2_{cij} V\{Y_j\} \quad (4.4.12)$$

$$V\{Z_{ci}\} = \sum_{j=1}^m B^2_{cij} V\{Y_j\} \quad (4.4.13)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO

5.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάλυση της αξιοπιστίας σύνθετων τεχνολογικών συστημάτων έχει αρχίσει να έχει όλο και περισσότερο ενδιαφέρον, τόσο για τους σχεδιαστές, όσο και για τους χειριστές τέτοιων συστημάτων. Για αυτό τον σκοπό, αρκετά προγράμματα υπολογιστών έχουν αναπτυχθεί με όλο και περισσότερο εκλεπτυσμένες μεθόδους μοντελοποίησης και προσέγγισης, τα οποία προορίζονται για γενικές ή συγκεκριμένες εφαρμογές. Στην πορεία της ανάπτυξης προς την κατεύθυνση αυτή έπρεπε να αντιμετωπιστούν τεράστιες δυσκολίες, οι οποίες ουσιαστικά εμφανίζονται στους τομείς της μοντελοποίησης, της συγκέντρωσης πληροφοριών και της προσομοίωσης με τον υπολογιστή. Το θεμελιώδες πρόβλημα αποδείχτηκε πως είναι η επίτευξη ισορροπίας ανάμεσα σε ένα όσο γίνεται πιο ρεαλιστικό μοντέλο και στον αντίστοιχο όγκο υπολογισμών που αυτό χρειάζεται να επιλυθεί, έτσι ώστε να είναι δυνατόν να λαμβάνονται αποτελέσματα σε αποδεκτά χρονικά όρια.

Με την πάροδο του χρόνου, έχουν αναπτυχθεί δύο κύριες μεθοδολογίες για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας σύνθετων τεχνολογικών συστημάτων. Η πρώτη, που αναπτύχθηκε ευρέως στην Β. Αμερική και σε αρκετές χώρες της Ευρώπης, είναι αναλυτική μεθοδολογία και βασίζεται στην απαρίθμηση και ανάλυση των καταστάσεων του συστήματος που μπορεί να οδηγήσουν σε μια κατάσταση βλάβης του. Η δεύτερη μεθοδολογία, που εφαρμόζεται κυρίως στην Ιταλία, Γαλλία και Βραζιλία, στηρίζεται στη μέθοδο προσομοίωσης Monte-Carlo των διαδικασιών που λαμβάνουν χώρα στο σύστημα. Και οι δύο αυτές μεθοδολογίες έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Η αναλυτική μεθοδολογία έχει μεγάλη ευκολία να ανιχνεύει σπάνια, αλλά σημαντικά ενδεχόμενα βλαβών και μπορεί να θεωρηθεί ως μία τυπική μέθοδος για τον προσδιορισμό συγκεκριμένων βλαβών στα συστήματα. Η δεύτερη μεθοδολογία χειρίζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια τις συχνές βλάβες, που συμβαίνουν στα στοιχεία του συστήματος οι οποίες, όμως, μπορεί να μην προκαλούν βλάβη του συστήματος, διότι παρακάμπτονται με τη χρήση άλλων στοιχείων του συστήματος. Επιπρόσθετα, η μέθοδος της προσομοίωσης πρέπει να εφαρμόζεται σε όλες τις περιπτώσεις που χρειάζεται να αναλυθεί η χρονολογική σειρά των ενδεχομένων, όπως

στους υδροηλεκτρικούς σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας όπου αποθηκεύονται ποσότητες νερού, και όταν υπάρχουν σύνθετες αλληλεξαρτήσεις μεταξύ των διαφόρων παραμέτρων του συστήματος. Είναι σημαντικό να κατανοηθεί ότι ο κόπος που απαιτείται για τους υπολογισμούς εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία της προσομοίωσης, εξαρτάται πολύ λίγο από το μέγεθος του συστήματος, σε σχέση με την αντίστοιχη εξάρτηση της αναλυτικής μεθοδολογίας.

Η ανάλυση αξιοπιστίας σύνθετων και μεγάλων τεχνολογικών συστημάτων απαιτεί ένα μεγάλο χρόνο υπολογισμών, εφαρμόζοντας αμφότερες τις μεθοδολογίες. Γι' αυτό το λόγο έχουν γίνει μεγάλες προσπάθειες για να μειωθεί αυτός ο κόπος. Στην αναλυτική μεθοδολογία, αυτές οι προσπάθειες οδήγησαν στην ανάπτυξη μεθόδων μείωσης του αριθμού καταστάσεων που συνεκτιμώνται, με την εφαρμογή ειδικών κριτηρίων και στην ανάπτυξη μεθόδων διαβάθμισης του συνόλου των καταστάσεων σύμφωνα με τη σοβαρότητα της επίδρασής τους στο σύστημα και συνεπώς την απαλοιφή από την ανάλυση αυτών που έχουν χαμηλή διαβάθμιση. Στη μεθοδολογία προσομοίωσης αναπτύχθηκαν διάφορες τεχνικές μείωσης της διασποράς, που στοχεύουν στη μείωση της αβεβαιότητας που σχετίζεται με το πεπερασμένο μέγεθος των δειγμάτων και συνεπώς επιτρέπουν τον τερματισμό της προσομοίωσης ταχύτερα, χωρίς να γίνεται συμβιβασμός στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Η προσομοίωση Monte – Carlo ασχολείται με τη δημιουργία ενός πιθανοτικού μοντέλου του συστήματος που μελετάται (χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή). Όταν αναπτυχθεί αυτό το μοντέλο πραγματοποιείται ένας πολύ μεγάλος αριθμός επαναλήψεων της επίλυσης του μοντέλου στον υπολογιστή, ενώ στο τέλος κάθε μίας από τις οποίες καταγράφονται τα αποτελέσματα που ευρίσκονται.

Είναι φανερό λοιπόν ότι η μεθοδολογία Monte – Carlo είναι πάρα πολύ εύκολο να εφαρμοστεί, ιδιαίτερα σε συστήματα που είναι πολύ πολύπλοκα και πολύ μεγάλα για να λυθούν με την αναλυτική μεθοδολογία. Όπως τα περισσότερα προβλήματα αναλύσεως της αξιοπιστίας συστημάτων καταλήγουν σε προσομοιώσεις για τον προσδιορισμό σπανίων περιπτώσεων και από αυτή τη θεώρηση η προσομοίωση Monte – Carlo οδηγεί σε εξαιρετικά μεγάλη σπατάλη χρόνου υπολογισμών. Για παράδειγμα, αν για κάποιο σύστημα είναι γνωστό ότι η πιθανότητα μίας κατάστασης ανεπιθύμητης λειτουργίας του είναι ίση με 10^{-5} , τότε 10^4 επαναλήψεις θα μπορούσαν να καταλήξουν στο αποτέλεσμα ότι το σύστημα δεν θα

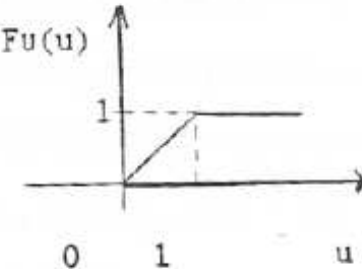
πάθει βλάβη και θα μπορούσαν να οδηγήσουν στο συμπέρασμα ότι το σύστημα είναι απόλυτα ασφαλές. Κατά μέσο όρο, με τη μεθοδολογία Monte – Carlo, θα χρειάζονταν 10^5 επαναλήψεις για να παρουσιαστεί μία περίπτωση βλάβης του συστήματος και απαιτούνται τουλάχιστον 10^7 επαναλήψεις για να παράγουν ένα αποτέλεσμα με σημαντική πιθανότητα σφάλματος.

5.2. ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ [12]

5.2.1. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών

Κάθε προσέγγιση με τη χρήση της μεθόδου Monte-Carlo προϋποθέτει τη δημιουργία των κατάλληλων τιμών των τυχαίων μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν, σε συμφωνία με την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής που προτείνεται για το μοντέλο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί συστηματικά για κάθε μεταβλητή που έχουμε, παράγοντας πρώτα ομοιόμορφα κατανεμημένους τυχαίους αριθμούς στο διάστημα από 0 έως 1 και στη συνέχεια, μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών, να παράγεται το αντίστοιχο σύνολο τυχαίων αριθμών με τη δεδομένη συνάρτηση κατανομής. Τα κύρια βήματα της μεθόδου φαίνονται με τη βοήθεια του παραδείγματος:

Ας θεωρήσουμε τη συνάρτηση κατανομής $F_U(u)$ της τυποποιημένης ομοιόμορφης μεταβλητής u , η οποία ορίζεται από τη σχέση:

$$F_U(u) = \begin{cases} 0 & \text{για } u < 0 \\ u & \text{για } 0 \leq u \leq 1 \\ 1 & \text{για } u \geq 1 \end{cases}$$


και ότι αναζητείται η τιμή του x , έτσι ώστε $F_X(x) = u$. Η τιμή της μεταβλητής x βρίσκεται από τον υπολογισμό της αντίστροφης συνάρτησης:

$$x = F_X^{-1}(u) \quad (5.2.1.)$$

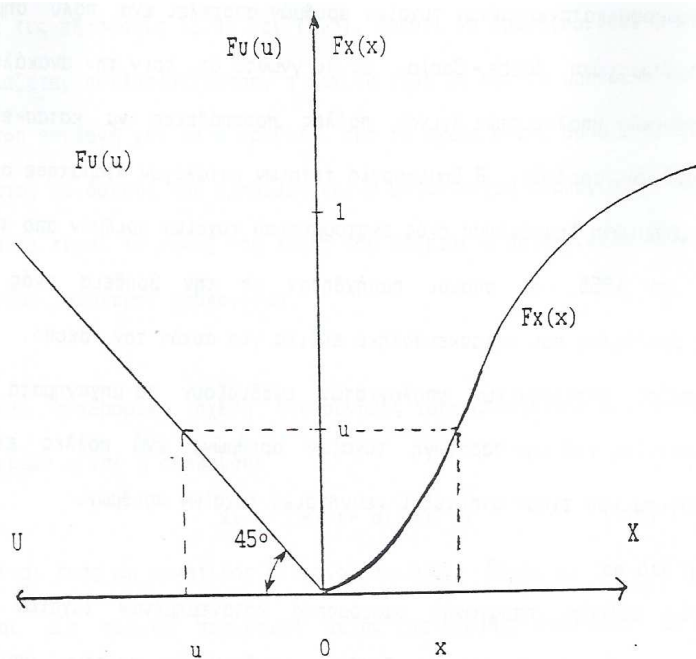
Εάν U είναι μία τιμή της U , η αντίστοιχη τιμή της X που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (5.2.1) θα έχει την αθροιστική πιθανότητα:

$$P(X \leq x) = P[F_X^{-1}(U) \leq x] = P[U \leq F_X(x)] = F_U[F_X(x)] = F_X(x) \quad (5.2.2)$$

που σημαίνει ότι εάν (u_1, u_2, \dots, u_n) είναι ένα σύνολο τιμών της U , το αντίστοιχο σύνολο τιμών που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (5.2.1) είναι:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (5.2.3)$$

και θα έχει την επιθυμητή συνάρτηση κατανομής $F_X(x)$. Η σχέση μεταξύ των u και x φαίνεται γραφικά στο παρακάτω σχήμα 5.2.α.



Σχήμα 5.2.α. Μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών

5.2.2. Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί

Όπως φαίνεται από τη συλλογιστική που οδήγησε στην εξίσωση (5.2.3), η παραγωγή ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών αποτελεί ένα πολύ σημαντικό βήμα στην προσομοίωση Monte – Carlo. Είναι γνωστό ότι πριν την ανακάλυψη των πρώτων ηλεκτρονικών υπολογιστών έγιναν πολλές προσπάθειες να

κατασκευαστούν κατάλογοι τυχαίων αριθμών. Η δημιουργία τέτοιων καταλόγων σταμάτησε οριστικά μετά από τη μνημειώδη δημοσίευση ενός εκατομμυρίου τυχαίων αριθμών από την Rand Corporation το 1955, οι οποίοι παρήχθησαν με τη βοήθεια ενός τροχού ηλεκτρονικής ρουλέτας που κατασκευάστηκε ειδικά για αυτό το σκοπό. Σήμερα, οι κατασκευαστές ηλεκτρονικών υπολογιστών εφοδιάζουν τα μηχανήματά τους με εσωτερικές ρουτίνες για την παραγωγή τυχαίων αριθμών, ενώ πολλές εταιρείες αναπτύξεως λογισμικού έχουν αναπτύξει γεννήτριες τυχαίων αριθμών.

Όλες οι μέθοδοι παραγωγής ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών στηρίζονται σε υπολογισμούς με τη βοήθεια αναδρομικών σχέσεων υπολογισμού υπολοίπων (modulo m) που προκύπτουν από ένα γραμμικό μετασχηματισμό. Η εσωτερική παραγωγή αριθμών που χρησιμοποιείται περισσότερο σήμερα είναι η πολλαπλασιαστική μέθοδος σύγκλισης στην οποία τα υπόλοιπα διαδοχικών δυνάμεων ενός αριθμού x αποτελούν τους διαδοχικούς αριθμούς σε μία σειρά τυχαίων αριθμών, δηλαδή:

$$x_i = x^i \pmod{m} \quad (5.2.4)$$

Αυτή η μέθοδος είναι δύσκολο να εφαρμοστεί σε πολλούς υπολογιστές, διότι καταλήγει στην ύψωση ενός αριθμού σε μεγάλες δυνάμεις (π.χ. εάν χρειάζονται 100.000 τυχαίοι αριθμοί, ο τελευταίος θα υπολογιστεί ως $x^{100.000} \pmod{m}$). Όμως έχει αποδειχτεί ότι μία ισοδύναμη σχέση είναι η ακόλουθη:

$$x_i = \rho x_{i-1} \pmod{m} \quad (5.2.5)$$

όπου ρ μια σταθερά. Σε αυτήν την περίπτωση οι ζητούμενοι αριθμοί λαμβάνονται από τη σχέση:

$$u_i = x_i / m \quad (5.2.6)$$

Όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών όπως αυτή που ορίζεται με τις εξισώσεις (5.2.5) και (5.2.6), πρέπει να προσδιοριστεί η παράμετρος ρ που ονομάζεται πολλαπλασιαστής, η αρχική τιμή x_0 και το υπόλοιπο m . Σήμερα, η συνηθέστερη επιλογή για το m ορίζεται από τη σχέση $m = r^s$, όπου r είναι

η βάση του συστήματος αρίθμησης που χρησιμοποιεί ο αντίστοιχος υπολογιστής (συνήθως 2, 10 ή 16) και s είναι το μήκος της λέξης που δέχεται ο υπολογιστής, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται ταχύτεροι υπολογισμοί.

Μία άλλη αναδρομική σχέση που συνήθως χρησιμοποιείται για τη δημιουργία τυχαίων αριθμών είναι η ακόλουθη:

$$x_i = (\rho x_{i-1} + b) \pmod{m} \quad (5.2.7)$$

όπου b είναι ένας μη αρνητικός ακέραιος αριθμός. Είναι φανερό ότι η εξίσωση (5.2.5) είναι μία ειδική περίπτωση αυτής της σχέσης, όταν $b = 0$. Σε δυαδικούς υπολογιστές έχουν χρησιμοποιηθεί οι τιμές $\rho = 129$, $b = 1$ και $m = 2^{35}$.

Στην πραγματικότητα, οι τυχαίοι αριθμοί που παράγονται με τις παραπάνω διαδικασίες, μπορούν να αναπαραχθούν ακριβώς οι ίδιοι και για το λόγο αυτό αποτελούν ένα αιτιοκρατικό σύνολο. Εάν εφαρμοστούν αυστηρά οι ορισμοί, τέτοιοι αριθμοί δεν είναι ακριβώς τυχαίοι και γι' αυτό το λόγο ονομάζονται ψευδο-τυχαίοι αριθμοί. Πάντως, αν και η παραπάνω διαδικασία είναι βέβαια αιτιοκρατική, μπορεί να αποδειχτεί ότι οι αριθμοί που παράγονται χρησιμοποιώντας μεγάλες τιμές του m παρουσιάζονται ομοιόμορφα κατανεμημένοι και στατιστικά ανεξάρτητοι.

5.2.3. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών από Δεδομένη Συνάρτηση Κατανομής

Η εφαρμογή της εξίσωσης (5.2.3) μπορεί να παράγει τυχαίους αριθμούς οι οποίοι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι και αντιστοιχούν σε μία θεωρούμενη κατανομή. Η εξίσωση (5.2.3) απαιτεί τον προσδιορισμό της αντίστροφης συνάρτησης από τη συνάρτηση κατανομής, και για το λόγο αυτό, αυτή η μέθοδος είναι γνωστή σαν μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού και μπορεί να εφαρμοστεί πάρα πολύ εύκολα στις περιπτώσεις που η αντίστροφη συνάρτηση κατανομής έχει μία αναλυτική έκφραση.

Για παράδειγμα, ας υποθεθεί ότι έχει δημιουργηθεί μία σειρά u_i , $i = 1, 2, \dots, n$, ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών. Στη συνέχεια αναφέρονται παραδείγματα συνεχών συναρτήσεων κατανομής στις οποίες μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα η μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού:

A) Εκθετική κατανομή: Η συνάρτηση κατανομής είναι η:

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, x \geq 0 \quad (5.2.8)$$

Θεωρώντας την αντίστροφη αυτής της συνάρτησης μπορούν να παραχθούν εκθετικά κατανεμημένοι τυχαίοι αριθμοί από την εξίσωση:

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u_i) = -\frac{1}{\lambda} \ln u_i \quad (5.2.9)$$

όπου στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήθηκε η διαπίστωση πως εάν οι αριθμοί u είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι, ομοιόμορφα κατανεμημένοι θα είναι και οι αριθμοί $1 - u$.

Β) Κατανομή Erlang: Μπορεί να αποδειχτεί ότι τα αθροίσματα N ανεξάρτητων τυχαίων αριθμών που ακολουθούν την εκθετική κατανομή με μέσο (n/λ) και έχουν παράμετρο σχήματος ίση με n . Είναι φανερό, ότι ένας τυχαίος αριθμός που αντιστοιχεί στην κατανομή Erlang προσδιορίζεται από το άθροισμα n εκθετικά κατανεμημένων τυχαίων αριθμών, δηλαδή από τη σχέση:

$$x_i = \sum_{k=1}^n \frac{\ln u_i}{-\lambda} = -\frac{1}{\lambda} \ln \prod_{k=1}^n u_k \quad (5.2.10)$$

Γ) Κατανομή Ακρότατης Τιμής τύπου I: Η συνάρτηση κατανομής δίνεται από τη σχέση:

$$F_X(x) = \exp[-e^{-\alpha(x-\beta)}] \quad (5.2.11)$$

όπου β είναι η πιο πιθανή τιμή της X και α είναι η παράμετρος σχήματος. Θεωρώντας την αντίστροφη συνάρτησή της, παράγονται τυχαίοι αριθμοί που ακολουθούν αυτήν την κατανομή, εφαρμόζοντας την ακόλουθη σχέση:

$$x_i = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln[\ln(\frac{1}{u})] \quad (5.2.12)$$

Δ) Κατανομή μέγιστης τιμής: Αν υποθέσουμε ότι $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$, όπου X_i είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και πανομοιότυπα κατανεμημένες σύμφωνα με τη συνάρτηση κατανομής $F_X(x)$. Η συνάρτηση κατανομής των Y_n δίνεται από τη σχέση:

$$F_{Y_n}(y) = [F_X(y)]^n \quad (5.2.13)$$

Έτσι οι τυχαίοι αριθμοί με κατανομή $F_{Y_n}(y)$ παράγονται από τη σχέση:

$$y_i = F_x^{-1}(u_i^{\frac{1}{n}}) \quad (5.2.14)$$

Ένας μεγαλύτερος αριθμός παραδειγμάτων με την εφαρμογή γνωστών και ευρέως χρησιμοποιούμενων κατανομών μπορεί να ευρεθεί στη σχετική βιβλιογραφία.

Ένας άλλος τρόπος προσέγγισης του προβλήματος παραγωγής τυχαίων αριθμών, που μπορεί να αποδειχθεί πολύ χρήσιμος σε πολλές πραγματικές εφαρμογές ανάλυσης συστημάτων, είναι η διακριτοποίηση των συνεχών συναρτήσεων κατανομής. Σε τέτοιες περιπτώσεις εφαρμόζονται τεχνικές παραγωγής τυχαίων αριθμών, παρόμοιες με αυτή που περιγράφεται στη συνέχεια.

Στην περίπτωση των διακριτών τυχαίων μεταβλητών η διαδικασία αντιστροφής πρέπει να γίνει αριθμητικά. Έτσι η διαδικασία προσδιορισμού ενός τυχαίου αριθμού από κάποια δεδομένη συνάρτηση κατανομής, μπορεί να γενικευθεί ως ακολούθως:

Αν u είναι ένας τυχαίος αριθμός από μια τυποποιημένη ομοιόμορφα κατανομή ο αντίστοιχος τυχαίος αριθμός x , επιλεγμένος από ένα σύνολο πιθανών τιμών x_1, x_2, \dots μιας τυχαίας μεταβλητής X είναι αυτός που ικανοποιεί τη σχέση:

$$F_x(x_i - 1) < u \leq F_x(x_i) \quad (5.2.15)$$

Σε αυτή τη μέθοδο απαιτείται ο υπολογισμός της συνάρτησης κατανομής για όλες τις πιθανές τιμές της τυχαίας μεταβλητής και στη συνέχεια η επιλογή του κατάλληλου x_i κάθε φορά που παράγεται ένας αριθμός u .

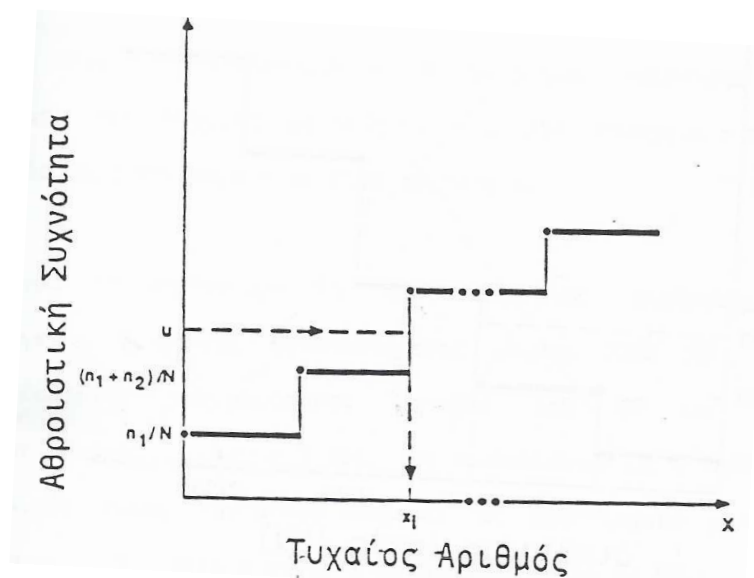
Οι στατιστικές πληροφορίες που είναι διαθέσιμες για πολλές αναλύσεις

πρακτικών συστημάτων δίνονται συνήθως σε μια μορφή ιστογραμμάτων. Σε αυτές τις περιπτώσεις οι τυχαίοι αριθμοί που μπορούν να παραχθούν από την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής μπορούν να ληφθούν, χωρίς να χρειάζεται ο υπολογισμός αυτής της ίδιας της συνάρτησης κατανομής. Πράγματι, ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν J διαστήματα στο ιστόγραμμα με το διάστημα i να έχει n_i παρατηρήσεις. Έστω ακόμα ότι το i διάστημα έχει όρια τις τιμές a_{i-1} και a_i της τυχαίας μεταβλητής X .

Συμβολίζοντας με x_i την αντιπροσωπευτική τιμή της X μέσα σε αυτό το διάστημα [π.χ. $x_i = (a_{i-1} + a_i)/2$], μπορούμε να παραστήσουμε την συνάρτηση κατανομής του X με μια βαθμωτή συνάρτηση αθροιστικής συχνότητας :

$$F_x(x_i) = \begin{cases} 0, & x_i < a_0 \\ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i n_j, & a_0 \leq x_i < a_j \\ 1, & x_i \geq a_j \end{cases} \quad (5.2.16)$$

όπου N είναι ο συνολικός αριθμός παρατηρήσεων. Η γραφική παράστασή της φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 5.2.β. Βαθμωτή Συνάρτηση αθροιστικής κατανομής

Αντικαθιστώντας την παραπάνω συνάρτηση στην εξίσωση (5.2.15) και πολλαπλασιάζοντας όλα τα μέλη επί N λαμβάνουμε:

$$0 < Nu - \sum_{j=1}^{i-1} n_j \leq n_i \quad (5.2.17)$$

όπου για καλύτερη παρουσίαση και χωρίς μείωση της γενικότητας θα υποθέσουμε ότι η u έχει σχεδιαστεί στο ανοιχτό διάστημα $(0, 1)$.

Η μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού μπορεί να αποδειχθεί χρονοβόρα όταν ο αριθμός των διαστημάτων είναι μεγάλος, ή στην περίπτωση της διωνυμικής κατανομής, όταν η αντίστοιχη παράμετρος n λαμβάνει μεγάλες τιμές. Όμως οι περισσότερο χρησιμοποιούμενες κατανομές σε πολλές αναλύσεις πρακτικών συστημάτων είναι η διωνυμική κατανομή και η κατανομή Poisson. Αυτές οι κατανομές μπορούν σε ορισμένες περιπτώσεις να προσεγγισθούν από αντίστοιχες κανονικές κατανομές. Για $np > 10$ και $p \geq 0.5$ ή $n(1-p) > 10$ και $p < 0.5$ μπορεί να αποδειχθεί ότι μια διωνυμική τυχαία μεταβλητή X προσεγγίζει τη μεταβλητή της κανονικής κατανομής με μέσο $(np, 0.5)$ και διασπορά $(np, 1-p)$. Έτσι, για τον καθορισμό μιας τιμής x από μια διωνυμική κατανομή, μπορεί πρώτα να παραχθεί μια τιμή y από μια κανονική κατανομή $N[np - 0.5, np(1-p)]$ και στη συνέχεια να εξετασθούν οι ακόλουθες συνθήκες :

- i. Αν $y \leq 0$, τότε θέτουμε $x = 0$
- ii. Αν $y \geq n$, τότε θέτουμε $x = n$
- iii. Αν $0 < y < n$, τότε στρογγυλοποιούμε το y στον πλησιέστερο ακέραιο και θέτουμε x ίσο προς αυτόν τον ακέραιο.

Στην περίπτωση της κατανομής Poisson, αν το λ είναι μεγάλο (έστω $\lambda > 10$), μπορεί να θεωρηθεί μια κανονική κατανομή με μέσο $(\lambda - 0.5)$ και διασπορά $\sqrt{\lambda}$. Όπως και στην περίπτωση της διωνυμικής κατανομής, πρώτα παράγουμε μια «κανονική» μεταβλητή y και μετά εξετάζονται τα ακόλουθα :

- i. Αν $y \leq 0$, τότε θέτουμε $x = 0$
- ii. Αν $y > 0$, τότε στρογγυλοποιούμε το y στον πλησιέστερο ακέραιο και θέτουμε x ίσο προς αυτόν τον ακέραιο.

5.2.4. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών υπό Δέσμευση

Μια από τις κύριες δυσκολίες που έχουν σχέση με την εφαρμογή των αναλυτικών μεθόδων σε πιθανοτικές μελέτες συστημάτων είναι ότι οι τυχαίες

μεταβλητές συχνά δεν είναι ανεξάρτητες με αποτέλεσμα να πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι από κοινού συναρτήσεις κατανομής. Αυτό το γεγονός δημιουργεί επιπρόσθετες δυσκολίες στο ήδη περίπλοκο πρόβλημα και γι αυτό το λόγο στην πλειοψηφία των αναλυτικών προσεγγίσεων προϋποτίθεται η ανεξαρτησία των τυχαίων μεταβλητών. Όμως, η μέθοδος Monte-Carlo έχει τη δυνατότητα να χειρισθεί την από κοινού συνάρτηση κατανομής.

Εάν οι τυχαίες μεταβλητές X_1, X_2, \dots, X_n είναι εξαρτημένες, η από κοινού συνάρτηση κατανομής τους μπορεί να εκφρασθεί σαν:

$$F_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) = F_{x_1}(x_1)F_{x_2}(x_2 | x_1) \dots F_{x_n}(x_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (5.2.18)$$

όπου $F_{x_1}(x_1)$ και $F_{x_k}(x_k | x_1, \dots, x_{k-1})$ είναι η περιθώρια και δεσμευμένη κατανομή των X_1 και X_k αντίστοιχα.

Στην περίπτωση των εξαρτημένων τυχαίων μεταβλητών, οι ζητούμενοι τυχαίοι αριθμοί δεν μπορούν να παράγονται ανεξάρτητα για κάθε μεταβλητή. Αλλά με τη χρήση της κατάλληλης εξίσωσης μπορεί να παραχθεί το ζητούμενο σύνολο των τυχαίων αριθμών με βάση τους ακόλουθους συλλογισμούς:

Ας υποθέσουμε ότι έχει παραχθεί ένα σύνολο ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών (u_1, u_2, \dots, u_n) . Η τιμή του x_1 μπορεί να καθοριστεί ανεξάρτητα, από τη σχέση :

$$x_1 = F_{x_1}^{-1}(u_1) \quad (5.2.19)$$

Με αυτήν την τιμή του x_1 , η συνάρτηση $F_{x_2}(x_2 | x_1)$ είναι μία συνάρτηση μόνο του x_2 και συνεπώς μια τιμή x_2 μπορεί να καθοριστεί από τη σχέση :

$$x_2 = F_{x_2}^{-1}(u_2 | x_1) \quad (5.2.20)$$

Με όμοιο τρόπο, χρησιμοποιώντας τις τιμές x_1, \dots, x_{n-1} που έχουν ήδη ευρεθεί, μπορεί να προσδιοριστεί η τιμή x_n από τη σχέση :

$$x_n = F_{x_n}^{-1}(u_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (5.2.21)$$

Με αυτόν τον τρόπο το ζητούμενο σύνολο των εξαρτημένων τυχαίων αριθμών (x_1, x_2, \dots, x_n) μπορεί να προσδιορισθεί από αναδρομικές σχέσεις. Όπως φαίνεται από τις παραπάνω σχέσεις η μέθοδος θα είναι ικανοποιητική εάν η περιθώρια και η δεσμευμένη συνάρτηση κατανομής μπορούν να αντιστραφούν αναλυτικά.

5.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO [6]

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια συνθετική διαδικασία δειγματοληψίας που πραγματοποιείται από ψηφιακό υπολογιστή. Σε οποιοδήποτε δειγματοληπτικό πείραμα, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων αυξάνεται με τον αριθμό των δειγμάτων, επομένως η ακρίβεια της μεθόδου Monte Carlo θα εξαρτάται από τον αριθμό των προσομοιώσεων. Θεωρούμε λοιπόν, το συγκεκριμένο πρόβλημα υπολογισμού της μέσης τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής Y . Υποθέτουμε ότι παρήγαμε n τιμές y_1, \dots, y_n της Y και υπολογίσαμε την μέση τιμή του δείγματος

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (5.3.1)$$

Η μέση τιμή του δείγματος είναι μια τυχαία μεταβλητή και πρέπει η διακύμανσή της να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη. Η διασπορά της \bar{y} δίνεται ως εξής:

$$E\left[\left(\bar{y} - \mu_Y\right)^2\right] = \frac{\sigma_Y^2}{n} \quad (5.3.2)$$

όπου μ_Y και σ_Y είναι η μέση τιμή του πληθυσμού και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα.

Παρατηρούμε, ότι το σφάλμα στον υπολογισμό της μέσης τιμής είναι αντιστρόφως ανάλογο του \sqrt{n} , και για να βελτιώσουμε την εκτίμηση κατά ένα παράγοντα της τάξης του 2, θα πρέπει να αυξήσουμε το μέγεθος του δείγματος κατά 4. Ο Shooman (1968) απέδειξε ότι στις μελέτες αξιοπιστίας των συστημάτων, ο απαιτούμενος αριθμός των προσομοιώσεων ώστε να επιτευχθεί ένας δεδομένος

βαθμός ακρίβειας, είναι ανεξάρτητος του μεγέθους του συστήματος, αλλά εξαρτάται από το βαθμό αξιοπιστίας του συστήματος που μελετάται. Προσεγγίζοντας την διωνυμική κατανομή με την κανονική, ανέπτυξε την ακόλουθη έκφραση για το εκατοστιαίο σφάλμα:

$$\pm \%error = 200 \sqrt{\frac{1 - p_F}{np_F}} \quad (5.3.3)$$

όπου p_F είναι η υπολογισθείσα πιθανότητα σφάλματος και n το μέγεθος του δείγματος. Η εξίσωση (5.3.3) παρέχει μια κλίμακα όπου το ποσοστό του σφάλματος της πιθανότητας αποτυχίας, μπορεί να αναμένεται να βρεθεί στο 95% του χρόνου.

Ο Wang (1989) ερεύνησε την ακρίβεια της προσομοίωσης Monte Carlo για την εκτίμηση του μέσου χρόνου λειτουργίας των μονάδων παραγωγής. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι ανωτέρω εκτιμήσεις μπορούν να προσεγγιστούν από κανονικές κατανομές, με τον συντελεστή διακύμανσης να προσεγγίζεται από τον ακόλουθο εμπειρικό τύπο:

$$\delta = 0.007 p \sqrt{r} + 0.045 \quad (5.3.4)$$

όπου p η πιθανότητα σφάλματος σε μια μονάδα και r ο μέσος χρόνος επιδιόρθωσης (σε ώρες). Επίσης, απέδειξε, ότι τα προσεγγιστικά επιθυμητά όρια μπορούν να υπολογιστούν ως εξής:

Έστω : \bar{X} = η μέση τιμή των n μηνιαίως προσομοιωμένων χρόνων λειτουργίας

S = η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής

Τότε από την εξίσωση (5.3.4) έχουμε:

$$S = \left(\frac{\bar{X}}{\sqrt{n}} \right) (0.07 \sqrt{r} + 0.045) \quad (5.3.5)$$

Για ένα σταθμό παραγωγής με m ανεξάρτητες μονάδες, η μέση τιμή της παραγωγής του σταθμού είναι ίση με το άθροισμα όλων των μέσων τιμών όλων των μονάδων του σταθμού, η τυπική απόκλιση είναι ίση με την ρίζα του αθροίσματος των διασπορών, και το 90% των διαστημάτων εμπιστοσύνης του σταθμού παραγωγής μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (5.3.5).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

6.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ενέργεια αποτέλεσε και αποτελεί τον κινητήριο μοχλό κάθε ανθρώπινης δραστηριότητας. Ωστόσο, άρχισαν να επιβεβαιώνονται, με επιστημονικά τεκμηριωμένο τρόπο, οι προβλέψεις για σημαντικές συνέπειες της μέχρι σήμερα συμπεριφοράς του ανθρώπου στο οικοσύστημα, εξαιτίας κυρίως της αλόγιστης χρήσης των συμβατικών καυσίμων και πολλών, φαινομενικά αθώων, τεχνολογικών προϊόντων. Η εκφραζόμενη, ποικιλοτρόπως, πρόθεση αντιμετώπισης του θέματος σε διεθνή κλίμακα, δείχνει ότι συνειδητοποιούμε αργά, αλλά σταθερά, πως η τεχνολογία, ως καρπός ανώτερης πνευματικής εργασίας, πρέπει να έχει στόχο να θεραπεύει και να υπηρετεί τον άνθρωπο, με σεβασμό προς το οικοσύστημα που τον φιλοξενεί.

Η αντικατάσταση των συμβατικών πηγών ενέργειας από άλλες πηγές ενέργειας που δε ρυπαίνουν και ενσωματώνονται φιλικά στο περιβάλλον αποτελεί αδήριτη ανάγκη. Οι πηγές αυτές ονομάζονται Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας (ΑΠΕ) και έχουν κύρια γενεσιουργό αιτία την ηλιακή ακτινοβολία, με εξαίρεση εκείνη που αφορά στην ενέργεια των παλιρροϊκών κινήσεων που οφείλονται στη βαρυτική δράση, κυρίως της Σελήνης, πάνω στους υδάτινους όγκους που καλύπτουν την επιφάνεια της Γης.

Για την ολοκλήρωση του κεφαλαίου αυτού χρησιμοποιήθηκαν οι αναφορές [10], [11].

6.2. Η ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Το φωτοβολταϊκό στοιχείο (photovoltaic cell) είναι, γενικά, ένα σύστημα δύο υλικών σε επαφή, το οποίο όταν φωτίζεται εμφανίζει στα άκρα του συνεχή ηλεκτρική τάση. Όταν το ΦΒ στοιχείο φωτίζεται προκαλείται στο εσωτερικό του ηλεκτρικό ρεύμα (φωτόρευμα), το οποίο αποδεικνύεται ευθέως ανάλογο της πυκνότητας ισχύος του ηλιακού φωτός, που προσπίπτει στην επιφάνειά του. Η αναπτυσσόμενη σε ένα τυπικό ΦΒ στοιχείο, συνεχής ηλεκτρική τάση ανοικτού κυκλώματος, βρίσκεται στην περιοχή 0,5-0,7 V, ενώ το αντίστοιχο ηλεκτρικό ρεύμα στην περιοχή των 10-40 mA/cm², για πυκνότητα ισχύος ηλιακού φωτός 1 kW/ m².

Σήμερα, οι αποδόσεις των φωτοβολταϊκών στοιχείων από κρυσταλλικό πυρίτιο, βρίσκονται στα επίπεδα του 22%, για ΦΒ πλαίσια διαστημικών κατασκευών

και στο επίπεδο του 13-16% για βιομηχανική –οικιακή χρήση, το δε κόστος των τελευταίων κυμαίνεται περί τα $5 \text{ €}/W_p$ (peak Watt), για εγκαταστάσεις μικρών συστημάτων, μεγέθους μέχρι μερικά kW_p . Στις εγκαταστάσεις σχετικά μεγάλης ισχύος αιχμής, το κόστος αγοράς ΦΒ πλαισίων, ανά W_p , μειώνεται σε συνάρτηση με το μέγεθος του συστήματος. Σε μεγάλα συστήματα, άνω του MW_p , το κόστος αυτό μειώνεται σχεδόν στο ήμισυ του αντίστοιχου των εγκαταστάσεων μικρής ισχύος.

Πολλά ΦΒ στοιχεία (33-36) συνδέονται σε σειρά, ώστε, όταν η διάταξη αυτή φωτίζεται, να προκύπτει συνολική τάση ανοικτού κυκλώματος (*Open circuit*) 17-22V. Το πλήθος των ΦΒ στοιχείων επιλέγεται έτσι ώστε να ταιριάζει με την απαιτούμενη τάση φόρτισης ενός κοινού ηλεκτρικού συσσωρευτή μολύβδου-θεικού οξέος ονομαστικής τάσης 12V.

Η ολοκληρωμένη αυτή φωτοβολταϊκή διάταξη ονομάζεται *φωτοβολταϊκό πλαίσιο (module)*, αποτελεί δε τη βασική μονάδα σύνθεσης μεγαλύτερων συστημάτων, που ονομάζονται συστοιχίες. Χρησιμοποιείται επίσης, σπανιότερα, η ορολογία *φωτοβολταϊκή γεννήτρια (Photovoltaic generator)*, όταν αναφερόμαστε στο κύριο τμήμα του ΦΒ σταθμού, το οποίο παράγει τη ΦΒ ηλεκτρική ενέργεια. Η εμπρός επιφάνεια του πλαισίου προστατεύεται από γυάλινη πλάκα, ενώ η πίσω πλευρά καλύπτεται από υδρομονωτική ουσία, υψηλής αντοχής στο χρόνο.

Η παγκοσμίως εγκατεστημένη ισχύς ΦΒ συστημάτων, από $313,5 MW_p$, το 1991, έφτασε τα $3,8 GW_p$, στο τέλος του 2004. Στην Ελλάδα, η εγκατεστημένη ισχύς ΦΒ συστημάτων, με στοιχεία του 2003, προσέγγιζε τα $2 MW_p$, ενώ βρισκόταν σε εξέλιξη η εγκατάσταση επιπλέον $1 MW_p$.

Τα φωτοβολταϊκά στοιχεία, παρά τα σημαντικά τους πλεονεκτήματα, όπως το ότι δεν έχουν κινούμενα μέρη, είναι αθόρυβα και μπορούν να εγκατασταθούν παντού όπου σκιάζει, παρουσιάζουν ακόμα υψηλό κατασκευαστικό κόστος. Η διαφορά κόστους παραγωγής της ηλεκτρικής κιλοβατώρας από ΑΠΕ και από πετρέλαιο μειώνεται σταδιακά, ώστε σύντομα μέσα στην επόμενη δεκαετία, να μπορεί να προβλεφθεί μια απ' ευθείας σύγκριση κόστους ενέργειας. Ήδη το κόστος εγκατάστασής τους εμφανίζεται ανταγωνιστικό απέναντι στη συμβατική παραγωγή ενέργειας, σε περιπτώσεις μη συνδεδεμένων με το δίκτυο περιοχών (απομονωμένοι οικισμοί, νησιά κ.α.)

Γενικότερα, σήμερα, παρατηρείται σε παγκόσμια κλίμακα, μια αυξημένη δραστηριοποίηση στον ευρύτερο τομέα των ΑΠΕ, που προοιωνίζει την αλματώδη ανάπτυξη και πλήρη ενσωμάτωσή τους στην ενεργειακή παραγωγή, μέσα στην πρώτη εικοσαετία του νέου αιώνα.

6.3. ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ

6.3.1. Χαρακτηριστικά μεγέθη

α) Ισχύς ή ροή ακτινοβολίας, P (Radiant Power ή Radiant Flux)

Ορίζεται ως το πηλίκο της ακτινοβολούμενης, σε χρόνο dt , ενέργειας dU , μέσα σε στερεά γωνία $d\Omega$. Δηλαδή:

$$P = \frac{dU}{dt} \quad (6.3.1)$$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος ακτινοβολίας, στο SI, είναι το 1 W.

β) Πυκνότητα ισχύος ΗΜ ακτινοβολίας, E (Irradiance, Emittance)

Το μέγεθος αυτό καθορίζεται από την συνολική και από διάφορες κατευθύνσεις, ροή ακτινοβολίας, που εκπέμπεται (Emittance= Εκπεμπόμενη ισχύς ή αφετική ικανότητα) από μία επιφάνεια ή προσπίπτει (Irradiance= Ακτινοβολήση) σε μία επιφάνεια ή διαπερνά τη μονάδα της επιφάνειας (Irradiance), ανεξάρτητα από τη γωνία των ακτίνων ως προς την επιφάνεια αυτή. Προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{dP}{dS} \quad (6.3.2)$$

όπου dS είναι η στοιχειώδης επιφάνεια, μέσα από την οποία διέρχεται ή πάνω στην οποία προσπίπτει ή από την οποία εκπέμπεται, η στοιχειώδης ισχύς ακτινοβολίας dP . Η μονάδα μέτρησης στο SI είναι το $1 \text{ W} / \text{m}^2$.

γ) Ένταση ακτινοβολίας, J

Ως ένταση ακτινοβολίας ονομάζουμε την ισχύ που διαπερνά κάθετα την μονάδα επιφάνειας, τοποθετημένη στη θέση προσδιορισμού και δίνεται από τη σχέση:

$$J = \frac{dP}{dS_{\perp}} \quad (6.3.3)$$

όπου dP , η στοιχειώδης ισχύς ακτινοβολίας, η οποία διαπερνά κάθετα τη στοιχειώδη επιφάνεια dS_{\perp} . Μονάδα της έντασης ακτινοβολίας στο SI, είναι το $1 W/m^2$. Ομοίως, ορίζεται η ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας, περιορίζοντας ενεργειακά το φάσμα στην περιοχή του ορατού και έχει την ίδια μονάδα ($1 W/m^2$).

δ) Γωνιακή κατανομή ροής ή ισχύος ΗΜ ακτινοβολίας, **I (Radiant Intensity)**

Καθορίζει το ποσό της ροής ακτινοβολίας dP , ανά μονάδα στερεάς γωνίας και υπολογίζεται από τη σχέση :

$$I = \frac{dP}{d\Omega} \quad (6.3.4)$$

Η μονάδα μέτρησής της, στο SI, είναι το $1 W/sr$, όπου το $1 sr$ είναι η μονάδα μέτρησης της στερεάς γωνίας (1 στερακτίνο)

ε) Γωνιακή αφετική ικανότητα, **L (Radiance)**

Το μέγεθος αυτό αφορά είτε την εκπομπή ακτινοβολίας από την επιφάνεια και ιδιαίτερα αναφέρεται σε εκτεταμένες πηγές ΗΜ ακτινοβολίας. Ορίζεται ως ισχύς ακτινοβολίας, dP , ανά μονάδα φαινόμενης επιφάνειας και ανά μονάδα στερεάς γωνίας ,

$$L = \frac{d^2P}{dS_{\perp} \times d\Omega} = \frac{d^2P}{dS \times \cos\theta \times d\Omega} \quad (6.3.5)$$

όπου dS_{\perp} (φαινόμενη επιφάνεια), η προβολή της στοιχειώδους επιφάνειας της πηγής dS , σε επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση παρατήρησης ή μέτρησης της διαδιδόμενης ροής και θ η γωνία της κατεύθυνσης παρατήρησης και της καθέτου στην επιφάνεια της πηγής . Η μονάδα μέτρησής της, στο SI, είναι το $1 \frac{W}{m^2 \cdot sr}$.

στ) Νόμος διάδοσης της έντασης της ακτινοβολίας από σημειακή πηγή και εξάρτηση της πυκνότητας από τη γωνία πρόσπτωσης σε επιφάνεια.

Ας θεωρήσουμε μια πηγή ακτινοβολίας, Π , η οποία ακτινοβολεί με ισχύ P , ισότροπα προς όλες τις κατευθύνσεις. Θέλουμε να εξάγουμε σχέση αναλυτικής έκφρασης της εξάρτησης της πυκνότητας ισχύος $E(r,\theta)$, από την απόσταση r , του σημείου μέτρησης από την πηγή, καθώς επίσης και την επίδραση της γωνίας πρόσπτωσης, θ , των ακτίνων σε δεδομένη επιφάνεια. Η $E(r,\theta)$ ισούται με το πηλίκο της ροής dP , που περιέχεται στη στερεά γωνία $d\Omega$, δια της επιφάνειας dS , πάνω στην οποία προσπίπτει. Η στερεά γωνία $d\Omega$, υπολογίζεται ως : $d\Omega = \frac{dS_{\perp}}{r^2} = \frac{dS \times \sigma\upsilon\nu\theta}{r^2}$, όπου dS_{\perp} , το εμβαδόν της στοιχειώδους επιφάνειας, κάθετης στη διεύθυνση των ακτίνων και η οποία αποτελεί προβολή της dS σε επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση αυτή.

Για την πυκνότητα ισχύος πάνω στην επιφάνεια προκύπτει :

1) Εξάρτηση από τη γωνία πρόσπτωσης:

$$E(r, \theta) = \frac{dP}{dS} = \frac{dP}{dS_{\perp}} \times \frac{dS_{\perp}}{dS} \Rightarrow$$

$$E(r, \theta) = E(r, 0) \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \quad (\text{νόμος Lambert}) \quad (6.3.6)$$

2) Εξάρτηση από την απόσταση:

$$E(r, 0) = \frac{dP}{dS_{\perp}} = \frac{dP}{d\Omega} \times \frac{d\Omega}{dS_{\perp}} = I \times \frac{dS_{\perp}}{r^2} \times \frac{1}{dS_{\perp}} \Rightarrow$$

$$E(r, 0) = \frac{I}{r^2} \quad (6.3.7)$$

3) Συνδυάζοντας τις σχέσεις (6.3.6) και (6.3.7) προκύπτει η γενικότερη σχέση :

$$E(r, \theta) = \frac{I \times \sigma\upsilon\nu\theta}{r^2} \quad (6.3.8)$$

Η τελευταία σχέση δίδει την αναλυτική εξάρτηση της πυκνότητας ισχύος σε σημείο, που απέχει απόσταση r , από τη σημειακή πηγή, φωτοβολίας I και από την γωνία θ , με την οποία προσπίπτουν οι ακτίνες στην επιφάνεια (νόμος μείωσης της πυκνότητας ισχύος με το τετράγωνο της απόστασης από την πηγή και τη γωνία πρόσπτωσης στην επιφάνεια).

Τα μεγέθη της ΗΜ ακτινοβολίας και η αντίστοιχη ορολογία της Φωτεινής ακτινοβολίας παρουσιάζονται στον πίνακα (6.3.α.):

6.3.2. Η ηλιακή σταθερά

Η ένταση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, που αντιστοιχεί στη μέση απόσταση πλανήτη-ήλιου, ενός ηλιακού συστήματος, ονομάζεται *ηλιακή σταθερά* του συγκεκριμένου πλανήτη. Στην περίπτωση του ηλιακού μας συστήματος, η ηλιακή σταθερά για τη γη, ορίζεται σε απόσταση 1 AU από τον ήλιο. Το 1970, προτάθηκε ως πρότυπη τιμή της ηλιακής σταθεράς, η $(1353 \pm 21) \text{ W/m}^2$ (Thekaekara et al). Μεταγενέστερες, περισσότερο ακριβείς, μετρήσεις από δορυφόρους έδωσαν, τιμές για την ηλιακή σταθερά, στην περιοχή 1363-1375 W/m^2 . Η μέση τιμή τους, $J_0 = 1367 \text{ W/m}^2$, χρησιμοποιείται πλέον διεθνώς, ως πρότυπη τιμή της ηλιακής σταθεράς για τη γη. Η μετρούμενη τιμή της έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ γης και ήλιου, η οποία αλλάζει κατά τη διάρκεια του έτους. Εξαρτάται επίσης, από την περιοδική εμφάνιση των ηλιακών κηλίδων (ενδεκαετής κύκλος) και από την περιστροφή του ήλιου γύρω από τον άξονά του, η οποία προκαλεί περιοδική απόκρυψη των κηλίδων. Η ηλιακή σταθερά αυξάνει καθώς αυξάνει η ηλικία του ηλιακού μας συστήματος. Έχει παρατηρηθεί ελάττωση της ακτίνας του ήλιου, που έχει ως συνέπεια την αύξηση της θερμοκρασίας του.

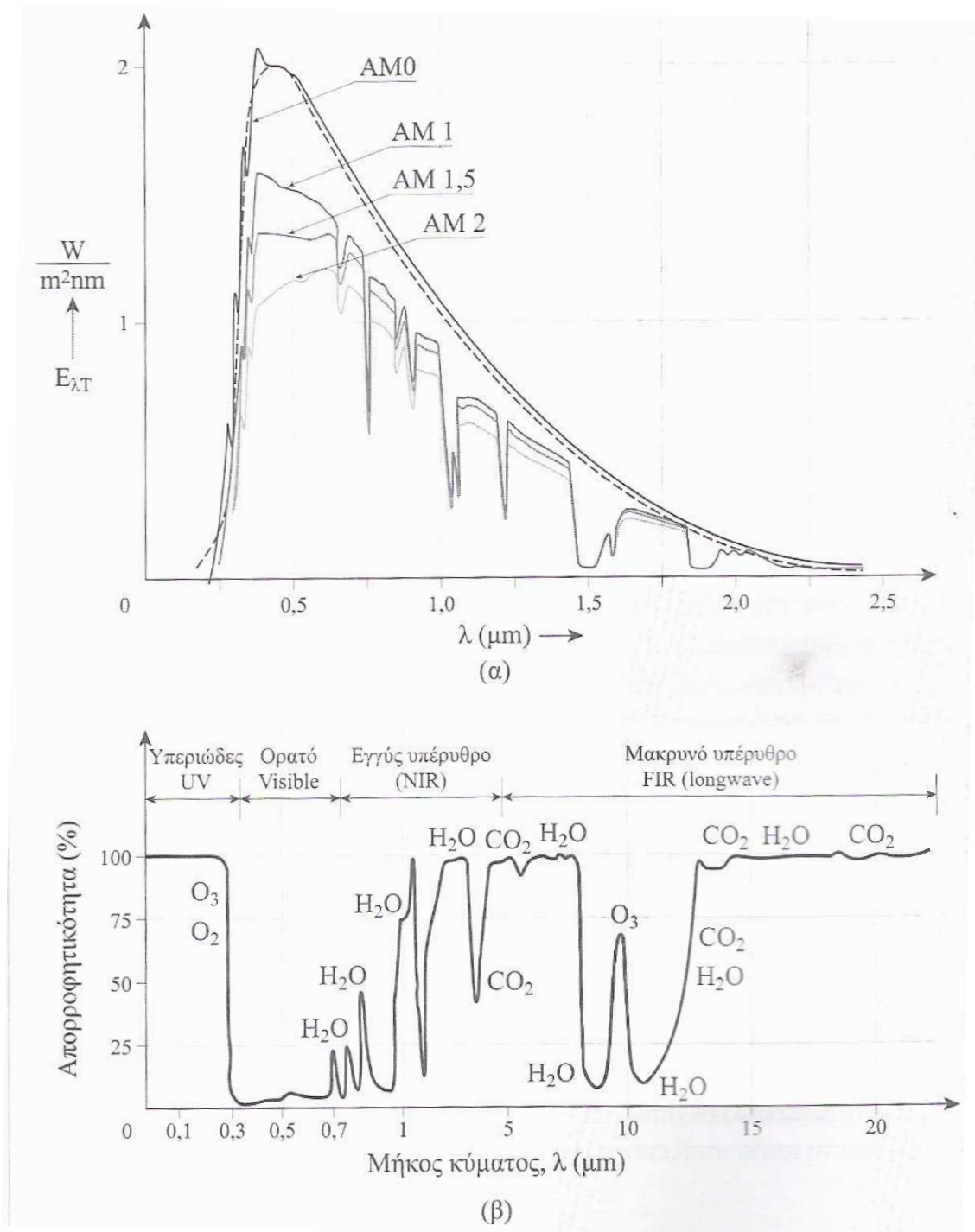
Το φάσμα του ηλιακού φωτός στα όρια της ατμόσφαιρας χαρακτηρίζεται με τη συντεταγμένη έκφραση AM0 (Air Mass 0).

Πίνακας 6.3.α. Χαρακτηριστικά ηλεκτρομαγνητικά μεγέθη

Μεγέθη H-M ακτινοβολίας	Σύμβολο ο	Σχέση ορισμού	Μονάδα α	Μεγέθη ορατού φάσματος (Φωτομετρία)	Σύμβολο ο	Σχέση ορισμού	Μονάδα
Ισχύς ή Ροή ακτινοβ. Radiant Power ή Radiant Flux	P ή Φ	$P = \frac{dU}{dt}$	W	Φωτεινή ισχύς ή Φωτεινή ροή Luminous power ή Luminous flux	P_v ή Φ_v	$\Phi_v = \frac{dU_v}{dt}$	lm
Πυκνότητα ισχύος ΗΜ ακτινοβολίας Irradiance, Emittance Ένταση ακτινοβολίας	E J	$E = \frac{dP}{dS}$ $J = \frac{dP}{dS_{\perp}}$	W / m^2 W / m^2	Πυκνότητα φωτεινής ακτινοβολίας ή Φωτισμός Illuminance Ένταση ακτινοβολίας	E J_v	$E = \frac{d\Phi_v}{dS}$ $J_v = \frac{d\Phi}{dS_{\perp}}$	L_x W / m^2
Γωνιακή κατανομή ροής ή ισχύος ΗΜ ακτινοβολίας , I Radiant Intensity	I	$I = \frac{dP}{d\Omega}$	W / sr	Φωτοβολία ή ένταση φωτεινής πηγής Luminous intensity	I_v	$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega}$	$\frac{lm}{sr} = 1cd$
Γωνιακή αφαιρετική ικανότητα, L Radiance	L	$L = \frac{d^2P}{dS_{\perp} \cdot d\Omega}$	$\frac{W}{m^2 \cdot sr}$	Λαμπρότητα Luminance	L_v	$L_v = \frac{d^2\Phi_v}{dS_{\perp} \cdot d\Omega}$	$\frac{lm}{m^2}$

6.3.3 Το φάσμα της ηλιακής ακτινοβολίας

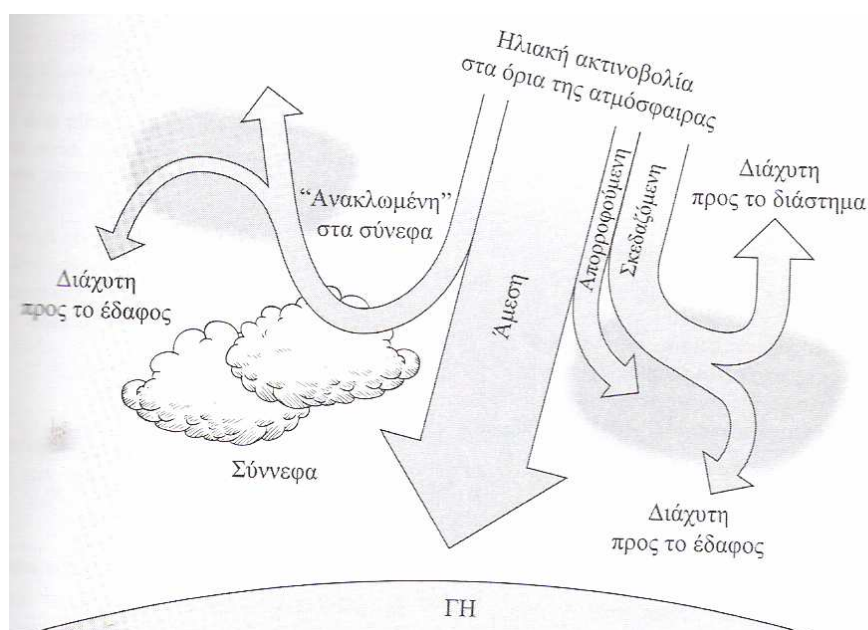
Το φάσμα του ηλιακού φωτός φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



Σχήμα 6.3.α: (α) Φάσμα AM0,AM1,AM1.5 και AM2. Η στιγμένη γραμμή περιγράφει το φάσμα μέλανος σώματος θερμοκρασίας $T=5800K$, με το οποίο προσεγγίζεται καλύτερα το φάσμα AM0. (β) Φάσμα απορρόφησης των διαφόρων αερίων της ατμόσφαιρας, στην περιοχή $0.1 \mu m$ έως $20 \mu m$. Παρατηρήστε τη μείωση απορροφητικότητας στο φασματικό παράθυρο 8 έως $14 \mu m$ (IR=Infared, NIR = Near Infared, FIR = Far Infared)

6.3.4. Ολική, απευθείας , διάχυτη και διάχυτα ανακλώμενη ακτινοβολία

Σε κάθε τόπο της επιφάνεια της γης , φτάνουν δύο συνιστώσες του ηλιακού φωτός : η απευθείας , ή άμεση B (*Beam*) και η σκεδαζόμενη από τα μόρια του αέρα, η οποία ονομάζεται διάχυτη, D (*Diffuse*). Γενικά, η προσπίπτουσα ακτινοβολία σε ένα συλλέκτη ή ένα αισθητήρα, αποτελείται από την απευθείας , τη διάχυτη και τη διάχυτα «ανακλώμενη» από το έδαφος. Η συνολική αυτή ακτινοβολία αναφέρεται ως ολική ακτινοβολία σε κεκλιμένο ή οριζόντιο συλλέκτη και θα τη συμβολίζουμε με G (*Global Irradiation*). Τα σημαντικά μεγέθη που αφορούν στην ηλιακή ακτινοβολία που προσπίπτει σε ένα συλλέκτη καθώς και τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται φαίνονται στον παρακάτω πίνακα, ενώ στο σχήμα που ακολουθεί φαίνονται τα είδη της ηλιακής ακτινοβολίας.



Σχήμα 6.3.β.: Το ηλιακό φως που φτάνει στην επιφάνεια της γης, αποτελείται από δύο συνιστώσες. Την άμεση, που αφορά τις ακτίνες που φτάνουν απ' ευθείας από τον ήλιο και τη διάχυτη, που αφορά τις ακτίνες που φτάνουν στην επιφάνεια αφού υποστούν πολλαπλές σκεδάσεις στα αέρια συστατικά της ατμόσφαιρας.

	Χαρακτηρισμός - Σύμβολο	Άλλο χρησιμοποιούμενο σύμβολο	Περιγραφή
Ολική ακτινοβολία, G (Global Irradiation)	Κάθετη ολική ακτινοβολία, G_n , (Global Normal Irradiation, GNI)	I_n	Ολική ακτινοβολία, σε συλλέκτη προσανατολισμένα κάθετα στην απ' ευθείας ακτινοβολία του ήλιου. Αποτελείται από την απ' ευθείας ακτινοβολία και τη διάχυτη από όλα τα σημεία του ουράνιου θόλου πάνω από το επίπεδο του συλλέκτη καθώς και από τη διάχυτα ανακλώμενη στο έδαφος.
	Οριζόντια ολική ακτινοβολία, G. (Global Horizontal Irradiation (GHI)	I, I_T	Ολική ακτινοβολία, απ' ευθείας και διάχυτη από όλα τα σημεία του ουράνιου θόλου καθώς και διάχυτα ανακλώμενη από τα σημεία του εδάφους, που είναι πάνω από το επίπεδο του συλλέκτη, ο οποίος είναι τοποθετημένος οριζόντια.
	Ολική ακτινοβολία στο επίπεδο του συλλέκτη, G_T ή G_t (Tilted Global Irradiation) Αναφέρεται επίσης, ως πυκνότητα ισχύος ακτινοβολίας στο επίπεδο της συστοιχίας: in plane of array irradiance (POAI)	I_β, G_β	Ολική ακτινοβολία, απ' ευθείας και διάχυτη από όλα τα σημεία του ουράνιου θόλου καθώς και διάχυτα ανακλώμενη από τα σημεία του εδάφους, πάνω από το επίπεδο του συλλέκτη.
Απ' ευθείας ακτινοβολία, B (Beam)	Απ' ευθείας κάθετη ακτινοβολία, B_n , Direct normal Irradiation (DNI)	I_{bn}, G_{bn}	Η επιφάνεια του συλλέκτη προσανατολίζεται κάθετα προς τις ακτίνες της απ' ευθείας ακτινοβολίας.
	Απ' ευθείας οριζόντια ακτινοβολία, B	I_b, G_b	Η επιφάνεια του συλλέκτη προσανατολίζεται οριζόντια.
	Απ' ευθείας στο επίπεδο του συλλέκτη, (Beam Tilted Irradiance, BTI), B_t	$I_{b,\beta}, G_{b,\beta}$	Αφορά στην απ' ευθείας συνιστώσα της ηλιακής ακτινοβολίας στο επίπεδο του συλλέκτη.
Διάχυτη ακτινοβολία, D (Diffuse)	Διάχυτη ακτινοβολία (Diffuse Irradiation) 1) Διάχυτη ακτινοβολία σε οριζόντιο συλλέκτη: D ή DHI 2) Διάχυτη ακτινοβολία σε κεκλιμένο συλλέκτη: D_t	I_d, G_d $I_{d,\beta}, G_{d,\beta}$	Ακτινοβολία σκεδαζόμενη κατά Rayleigh και Mie, προς τη γη. Προέρχεται από το τμήμα του ουρανού πάνω από το επίπεδο του συλλέκτη και του εδάφους.
Διάχυτα ανακλώμενη η	Από το έδαφος στον κεκλιμένο συλλέκτη: GR_t (Ground Reflected Irradiation,		Προέρχεται από το διάχυτα ανακλώμενο φως στο έδαφος και σε ό,τι το καλύπτει, (Φυτά, κτιριακές κατασκευές κ.α.).
	Από τα σύμμεφα, CR (Cloud Reflected)		

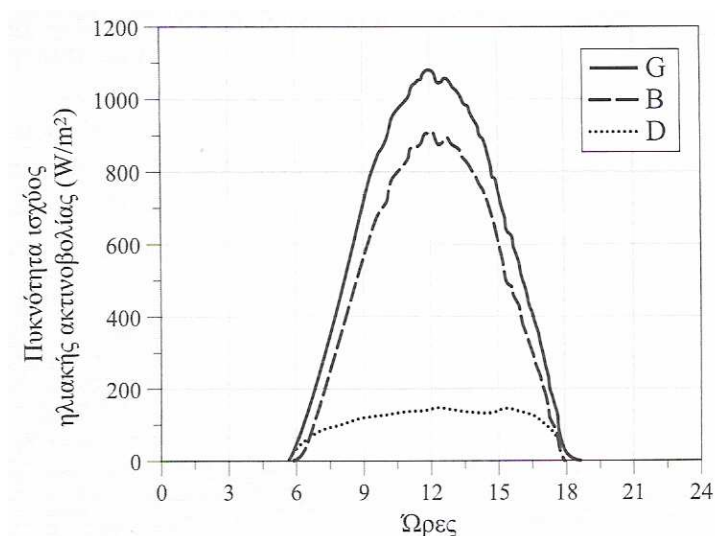
Πίνακας 6.3.β : Ορολογία ηλιακής ακτινοβολίας

Μεταξύ της ολικής οριζόντιας ακτινοβολίας, G, που προσπίπτει σε συλλεκτική επιφάνεια ή που μετρείται σε αισθητήρα (π.χ. πυρανόμετρο), της κάθετης ακτινοβολίας, B_n , και της διάχυτης D, ισχύει η σχέση :

$$G = B + D = B_n \cdot \cos \nu z + D \quad (6.3.9)$$

όπου z , η ζενιθιακή γωνία του ήλιου ($z = 90 - EL$, EL το ύψος του ήλιου).

Κατά την ανατολή του ήλιου, η ζενίθια γωνία είναι $z=90$ και άρα η ολική οριζόντια πυκνότητα ισχύος της ακτινοβολίας G , καθορίζεται, κυρίως, από τη διάχυτη συνιστώσα, D . Καθώς το ύψος του ήλιου αυξάνει, μέσα σε μία αίθρια ημέρα, η απευθείας κάθετη ακτινοβολία, αυξάνει μέχρι το ηλιακό μεσημέρι, μετά το οποίο ελαττώνεται, κατά συμμετρικό τρόπο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 6.3.γ.: Ημερήσια μεταβολή της πυκνότητας ισχύος των συνιστωσών της ηλιακής ακτινοβολίας, της ολικής, της απευθείας και της οριζόντια διάχυτης, κατά μία αίθρια μέρα.

Στον παρακάτω πίνακα δίδονται τυπικές τιμές ημερήσιας μεταβολής χαρακτηριστικών λόγων πυκνοτήτων ισχύος ηλιακής ακτινοβολίας.

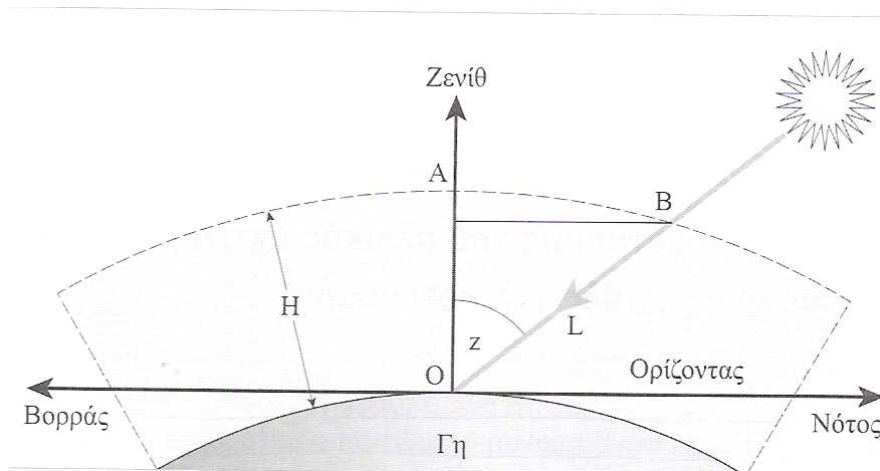
<i>Ακτινοβολία στην επιφάνεια της γης</i>			<i>Ποσοστό</i>
Απ' ευθείας κάθετη ακτινοβολία, B_n (ή BNI), κατά τη διάρκεια μιας αίθριας ημέρας ως προς	την αντίστοιχη στα όρια της ατμόσφαιρας	$\frac{B_n}{B_{ext}}$	0 – 70 %
	την ολική κάθετη	$\frac{B_n}{G_n}$	0 – 85 %
Οριζόντια ολική ακτινοβολία, G (ή GHI), ως προς την αντίστοιχη στα όρια της ατμόσφαιρας, κατά τη διάρκεια μιας αίθριας ημέρας.		$\frac{G}{E_{ext}}$	0 – 80 %
Διάχυτη οριζόντια ακτινοβολία, D (ή DHI), ως προς την ολική οριζόντια.		$\frac{D}{G}$	Αίθρια μέρα: 15 – 25 %
			Συννεφιασμένη μέρα: μέχρι και 100 %

Πίνακας 6.3.γ.: Ημερήσια ποσοστιαία μεταβολή των συνιστωσών της ηλιακής ακτινοβολίας, στην επιφάνεια της γης (ext = extraterrestrial = εκτός ατμόσφαιρας, όρια ατμόσφαιρας)

Η πυκνότητα ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, κάθετα στην επιφάνεια συλλογής, που αντιστοιχεί σε AM1 (Air Mass 1), έχει τυπική τιμή $\sim 950 \text{ W/m}^2$. Η AM1 μπορεί να μετρηθεί σε τόπους με γ.π. (γεωγραφικό πλάτος) μεταξύ των τιμών -23,5° και 23,5°, διότι μόνο σ' αυτούς, οι ηλιακές ακτίνες μπορούν να διαπεράσουν κάθετα την ατμόσφαιρα, δύο φορές μέσα στο έτος. Καθώς το ύψος (EL, Elevation) του ήλιου, δηλαδή, η γωνία των ακτίνων του, σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο του τόπου, αλλάζει, οι ακτίνες του διανύουν διαφορετικό μήκος μέσα στην ατμόσφαιρα.

Ο λόγος $m = \frac{L}{H}$, του μήκους της διαδρομής των ηλιακών ακτίνων μέσα στην ατμόσφαιρα σε σχέση με το πάχος της ατμόσφαιρας, προσδιορίζει τον αριθμό, που τίθεται μετά τα ακρωνύμια AM. Καθορίζει ουσιαστικά την ελάττωση της έντασης του φωτός, που προκαλείται από τον μεγαλύτερο δρόμο που διανύουν σ' αυτή την περίπτωση, οι ακτίνες του ήλιου μέσα στην ατμόσφαιρα. Όπως είναι φανερό, ο λόγος m , εξαρτάται από τη ζενιθία γωνία z , μεταξύ των ηλιακών ακτίνων και της διεύθυνσης του Ζενίθ του τόπου (βλ. Σχήμα). Με καλή σχετικά προσέγγιση, για μικρές ζενιθίες γωνίες ($z < 60^\circ$), μπορούμε να υπολογίσουμε το λόγο m από τη σχέση:

$$m\left(= \frac{L}{H}\right) = \text{τεμ}z\left(= \frac{1}{\sigma \nu z}\right) \quad (6.3.10)$$



Σχήμα 6.3.δ.: Το μήκος L , που διανύουν οι ηλιακές ακτίνες μέσα στην ατμόσφαιρα, πάχους H , καθορίζει την ολική ελάττωση της έντασής τους.

Για γωνία πρόσπτωσης των ακτίνων, ίση με $48,19^\circ$ το φάσμα λέγεται AM1,5 και η αντίστοιχη πυκνότητα ισχύος της ολικής οριζόντιας ακτινοβολίας έχει τιμή περίπου 830 W/m^2 . Για γωνία $\theta = 60^\circ$ το φάσμα της καταγραφόμενης ηλιακής ακτινοβολίας είναι διαφορετικό απ' ό,τι για τη $z = 48,19^\circ$, αναφέρεται ως AM2 και η πυκνότητα ισχύος της ηλιακής ακτινοβολίας είναι περίπου $\sim 700 \text{ W/m}^2$. Η τιμή της ηλιακής σταθεράς αντιστοιχεί σε μηδενική μάζα αέρα (AM0), δηλαδή στα όρια της ατμόσφαιρας, όπου η πυκνότητα ισχύος της ολικής κάθετης ηλιακής ακτινοβολίας έχει την τιμή της ηλιακής σταθεράς, 1367 W/m^2 .

6.3.5. Όργανα μέτρησης της ηλιακής ακτινοβολίας και της φασματικής κατανομής

Τα όργανα μέτρησης διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Στους *θερμικούς αισθητήρες*, των οποίων η ένδειξη οφείλεται στη θέρμανση της φωτιζόμενης (μαύρης) επιφάνειας, μιας πλάκας από ορισμένο υλικό και στους *αισθητήρες ηλεκτρονικής διέγερσης*, στους οποίους η μέτρηση οφείλεται στις ενεργειακές μεταβάσεις των ηλεκτρονίων του υλικού, κατά την απορρόφηση φωτονίων.

Οι θερμικοί αισθητήρες και οι αισθητήρες ηλεκτρονικής διέγερσης χωρίζονται στις εξής υποκατηγορίες:

1) Θερμικοί ανιχνευτές (Thermal detectors)

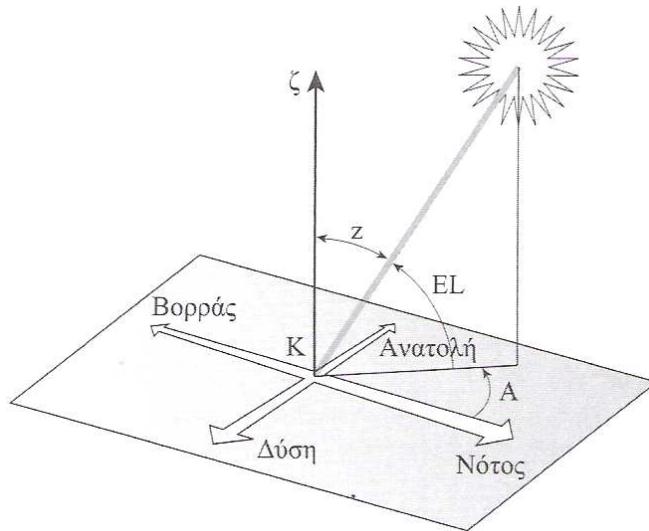
- α. Πυρανόμετρο
- β. Πυροηλεκτρικός κρύσταλλος
- γ. Βολόμετρα ή αισθητήρες θερμοκρασίας με βάση την αντίσταση του υλικού
 - γ1. Thermistor

II) Αισθητήρες ηλεκτρονικής διέγερσης (Quantum detectors)

- α. Κατηγορία αισθητήρων που βασίζονται στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο
 - α1. Οι φωτοдиодοι κενού ή φωτοκύτταρα
 - α2. Οι φωτοπολλαπλασιαστές
- β. Κατηγορία αισθητήρων που βασίζονται στο φωτοαγωγιμότητα του υλικού
 - β1. Φωτοαγωγοί ή φωτοαντιστάσεις
 - β2. Φωτοдиодος ημιαγωγών
 - β3. Φωτοβολταϊκή κυψελίδα ή φωτοβολταϊκό στοιχείο
- γ. Φασματογράφος
- δ. Φασματοραδιόμετρο – Φασματοφωτόμετρο

6.4. Η ΚΙΝΗΣΗ ΤΗΣ ΓΗΣ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΟΝ ΗΛΙΟ

Η θέση του ήλιου στον ουράνιο θόλο, μια δεδομένη στιγμή, μπορεί να καθοριστεί ως προς το σύστημα του τοπικού παρατηρητή, με βάση δύο συντεταγμένες γωνίες, που δείχνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 6.4.α.: Απλοποιημένο σχήμα για τον προσδιορισμό της θέσης του ήλιου, στο σύστημα του τοπικού παρατηρητή. Δείχνονται οι γωνίες προσδιορισμού της θέσης του ήλιου, μια ορισμένη στιγμή: το αζιμούθιο του A και το ύψος του EL.

Οι γωνίες αυτές είναι :

α) **Το ύψος (Elevation)** του ήλιου (EL), που είναι η γωνία μεταξύ της ευθείας από τον παρατηρητή ή τον τόπο, προς τον ήλιο, με το οριζόντιο επίπεδο.

β) **Το αζιμούθιο ή η αζιμουθιακή γωνία** του ήλιου, που αφορά στην αντίστοιχη γωνία μεταξύ του κατακόρυφου επιπέδου, που περιέχει τον ήλιο και του γεωγραφικού μεσημβρινού και συμβολίζεται συνήθως με A. Στα ΦΒ συστήματα, συνηθίζεται η αναφορά του αζιμουθίου του ήλιου , ως προς την κατεύθυνση του νότου, ανατολικά από $0-180^\circ$ και δυτικά από $0-(-180^\circ)$. Όπως γίνεται αντιληπτό, το άθροισμα των αζιμουθιακών γωνιών , ως προς τις κατευθύνσεις αναφοράς βορρά και νότου, είναι 180° . Αυτό εξηγεί την προσήμανση της αζιμουθιακής γωνίας ως προς τον νότο. Το ύψος και το αζιμούθιο του ήλιου προσδιορίζονται από τις επόμενες σχέσεις:

$$\eta\mu EL = \eta\mu\lambda \times \eta\mu\delta + \sigma\upsilon\nu\lambda \times \sigma\upsilon\nu\delta \times \sigma\upsilon\nu\omega \quad (6.4.1)$$

$$\eta\mu A = -\frac{\sigma\upsilon\nu\delta \times \sigma\upsilon\nu\omega}{\sigma\upsilon\nu EL} \quad (6.4.2)$$

όπου λ : το γ.π. του τόπου

δ : η απόκλιση του ήλιου τη δεδομένη ημέρα κα

ω : η ωριαία γωνία του ήλιου τη χρονική στιγμή t_A (ηλιακός χρόνος), όταν το ύψος και το αζιμούθιο του είναι EL και A. Προσδιορίζεται από τη σχέση :

$$\omega = \frac{12 - t_A}{24} \times 360 \quad (6.4.3)$$

Η γωνία που σχηματίζουν οι ακτίνες του ήλιου κατά τη μεσουράνησή του κάθε μέρα, με το επίπεδο του ισημερινού ονομάζεται *απόκλιση (Declination)* του ήλιου την συγκεκριμένη μέρα και συμβολίζεται συνήθως με δ . Μεταβάλλεται ημιτονικά, μεταξύ των τιμών $-23,5^\circ$ και $23,5^\circ$, με τον χρόνο, εκφρασμένο σε αριθμό ημερών, κατά τη διάρκεια του έτους. Συγκεκριμένα, το δ δίνεται από τη σχέση :

$$\delta = 23,45^\circ \times \eta\mu\left(2\pi \frac{284 + n}{365}\right) \quad (6.4.4)$$

ή ισοδύναμα :

$$\delta = 23,45^\circ \times \eta\mu\left(2\pi \frac{n - 81}{365}\right) \quad (6.4.5),$$

όπου n η μέρα του έτους, με $n=1$ την 1^η Ιανουαρίου και $n = 365$ την 31^η Δεκεμβρίου. Λαμβάνοντας υπόψη τα δίσεκτα έτη, ο παρονομαστής στο ημίτονο της προηγούμενης σχέσης αντικαθίσταται από το 365,25. Κατά την ετήσια φαινόμενη κίνησή του ο ήλιος αλλάζει συνεχώς ημερήσιο κύκλο και το ύψος μεσουράνησής του ($ELM = (90^\circ - \lambda) + \delta$), αυξάνει μέρα με τη μέρα, από την ελάχιστη τιμή $ELM_{\epsilon\lambda\alpha\chi} = (90^\circ - \lambda) - 23,5^\circ$ (22 Δεκεμβρίου), μέχρι τη μέγιστη τιμή $ELM_{\mu\epsilon\gamma} = (90^\circ - \lambda) + 23,5^\circ$ (21 Ιουνίου). Τότε έχουμε τη μέγιστη μέρα και ελάχιστα την ελάχιστη νύχτα του έτους, για το συγκεκριμένο τόπο. Στις ισημερίες (εαρινή, 21 Μαρτίου και Φθινοπωρινή, 22 Σεπτεμβρίου), η απόκλιση του ήλιου μηδενίζεται και το ύψος μεσουράνησής του γίνεται ίσο με $90^\circ - \lambda$.

6.5. ΧΡΟΝΟΣ ΑΝΑΤΟΛΗΣ – ΔΥΣΗΣ ΤΟΥ ΗΛΙΟΥ. ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΤΟΞΟΥ

Η ανατολή και η δύση του ήλιου χαρακτηρίζονται από $EL = 0$ (ως προς την μαθηματικό ορίζοντα του τόπου). Συνεπώς από την προηγούμενη σχέση (6.4.1) προκύπτει η αντίστοιχη ωριαία γωνία του ήλιου κατά την ανατολή:

$$\omega_{sr} = \text{συν}^{-1}(-\epsilon\phi\lambda \times \epsilon\phi\delta) \quad (6.5.1)$$

Η ωριαία γωνία του ήλιου κατά τη δύση ισούται με $\omega_{ss} = -\omega_{sr}$.

Συνεπώς, οι ηλιακοί χρόνοι ανατολής (t_{sr}) και δύσης (t_{ss}) του ήλιου, όπως προκύπτει από την (3), δίδονται από τις σχέσεις :

$$t_{sr} = 12 - \frac{24}{360} \times \omega_{sr} \quad \text{και} \quad t_{ss} = 12 - \frac{24}{360} \times \omega_{ss} \quad (6.5.2)$$

Το χρονικό διάστημα μεταξύ ανατολής και δύσης του ήλιου, δηλαδή το ημερήσιο τόξο της τροχιάς του σε ώρες ($\tau(h) = t_{ss} - t_{sr}$), δίδεται από τη σχέση :

$$\tau(h) = \frac{24}{\pi} \times \text{συν}^{-1}(-\epsilon\phi\lambda \times \epsilon\phi\delta) \times 2 \quad (6.5.3)$$

6.6. ΗΜΕΡΗΣΙΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΑΠΟΛΑΒΗ

Η ενέργεια ανά m^2 , που φτάνει στην επιφάνεια της γης μέσα σε μία μέρα, εξαρτάται από την κλίση της συλλεκτικής επίπεδης επιφάνειας, το γεωγραφικό πλάτος του τόπου, τη μέρα του χρόνου και από τις συγκεντρώσεις των διαφόρων αερίων, υγρών και στερεών συστατικών και αιωρημάτων της ατμόσφαιρας, κατά την ημέρα εκείνη.

Ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι μέσες ημερήσιες τιμές της πυκνότητας ισχύος και της πυκνότητας ενέργειας της ηλιακής ακτινοβολίας, σε οριζόντια επιφάνεια, μέσα σε κάθε μήνα και μέσα στο έτος. Για να αξιοποιηθούν αυτά τα μετεωρολογικά στοιχεία σε πρακτικές εφαρμογές απαιτούνται μετρήσεις που να καλύπτουν περίοδο πολλών ετών. Σε περιπτώσεις που λείπουν στοιχεία μακράς περιόδου για κάποιο τόπο,

μπορούν να αξιοποιούνται στοιχεία που έχουν συλλεχθεί σε μικρότερες χρονικές περιόδους, με την επιφύλαξη της μικρότερης αξιοπιστίας τους.

Η πυκνότητα ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας σε οριζόντιο επίπεδο ($G(W/m^2)$), απεικονίζεται με διάφορες καμπύλες, μαζί με τις αντίστοιχες ενεργειακές πυκνότητες H (σε $kWh/m^2 d$), οι οποίες προκύπτουν ως ολοκλήρωμα ή « εμβαδόν » κάτω από την αντίστοιχη καμπύλη. Σημειώνεται πάντως, ότι, κατά τη διάρκεια μερικής παρουσίας σύννεφων, γύρω από την κατεύθυνση του ήλιου, μπορεί να παρατηρηθούν τιμές της πυκνότητας ισχύος μεγαλύτερες των τιμών που θα καταγράφονταν χωρίς την παρουσία τους. Το παράξενο αυτό φαινόμενο οφείλεται στο ότι, με την παρουσία συστάδων από σύννεφα, που δεν καλύπτουν τον ήλιο, πέφτουν στον αισθητήρα μέτρησης της ηλιακής ακτινοβολίας, εκτός από τις απευθείας και διάχυτες ηλιακές ακτίνες, που αφορούν σε μία ηλιοφανή μέρα και οι σχετικά ισχυρά σκεδαζόμενες στα σύννεφα. Σημειώνουμε ότι τα ολοκληρώματα κάτω από τις καμπύλες, ισούνται με την αντίστοιχη ημερήσια ενέργεια που προσφέρει ο ήλιος στο συλλέκτη ανά μονάδα επιφάνειας. Η ημερήσια μέση πυκνότητα ισχύος της ηλιακής ακτινοβολίας τη συγκεκριμένη ημέρα, προκύπτει διαιρώντας το αντίστοιχο ολοκλήρωμα H (εκφρασμένο π.χ.σε $kWh/m^2 d$), δια των 24 h ($\bar{G} = H / T$, όπου $T = 24$ h). Η μέση τιμή της πυκνότητας ισχύος αντιπροσωπεύει την πυκνότητα ισχύος της ηλιακής ακτινοβολίας, με την οποία αν ο τόπος φωτιζόταν όλο το εικοσιτετράωρο, η συνολική πυκνότητα ενέργειας ηλιακής ακτινοβολίας θα ήταν ίση με την πραγματικά αποδοθείσα κατά την συγκεκριμένη μέρα. Αποτελεί τυπικό συγκριτικό στοιχείο ηλιακής ακτινοβολίας, για διαφορετικούς τόπους.

Σε περιοχές κοντά στον ισημερινό, η μέση ετησίως τιμή της είναι μεγαλύτερη (μέχρι και $7 kWh/m^2 d$) και αντίστοιχα, σε περιοχές στα όρια των Εύκρατων ζωνών, είναι μικρότερη ($< 3 kWh/m^2 d$).

6.7. ΗΛΙΟΦΑΝΕΙΑ

Εκτός από τη μέση ημερήσια ενέργεια από τον ήλιο σε μηνιαία και ετήσια βάση, σε οριζόντιο επίπεδο, χαρακτηριστικό στοιχείο μιας περιοχής είναι η ηλιοφάνεια της. Αυτή εξαρτάται βεβαίως από το γεωγραφικό πλάτος του τόπου και από την θέση και την διαμόρφωση της περιοχής. Τα χαρακτηριστικά αυτά πιθανόν να εννοούν την ανάπτυξη νεφώσεων, με αποτέλεσμα την μείωση των ηλιόλουστων

ημερών. Η ηλιοφάνεια εκφράζεται σε πλήθος ωρών ανά μήνα και ανά έτος, κατά τις οποίες ο ήλιος είναι ορατός στον ουρανό.

6.8. ΤΥΠΙΚΟ ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΑΚΟ ΕΤΟΣ

Η προηγούμενη διαδικασία καταγραφής στοιχείων, εφαρμόζεται και για άλλα χαρακτηριστικά του τόπου όπως είναι η θερμοκρασία, η υγρασία κ.α.. Ο σκοπός μιας τέτοιας εργασίας είναι να αποτελέσουν, οι συλλεγόμενες τιμές, χαρακτηριστικά δεδομένα του τόπου και να αξιοποιηθούν σε ενεργειακές μελέτες. Οι τιμές πρέπει να αναφέρονται σε μία μακρά περίοδο μετρήσεων. Συνήθως χρησιμοποιούνται ωριαίες μετρήσεις στον συγκεκριμένο τόπο, των τελευταίων τριάντα ετών. Μ' αυτό τον τρόπο, δημιουργείται η βάση δεδομένων της περιοχής. Δημιουργείται, δηλαδή, το λεγόμενο έτος αναφοράς, για τον τόπο. Δύο είναι οι βασικοί τρόποι δημιουργίας έτους αναφοράς, εκ των οποίων ο δεύτερος χρησιμοποιείται συνηθέστερα κατά τον υπολογισμό των ΦΒ συστημάτων.

I) Από τις μηνιαίες τιμές εκάστου μεγέθους, π.χ. της μέσης ημερήσιας ηλιακής απολαβής, της ηλιοφάνειας, της θερμοκρασίας κ.λ.π. για τριάντα συνεχόμενα έτη, προκύπτουν οι μέσες τιμές ανά μήνα για όλο το έτος. Ονομάζεται Μετεωρολογικό Έτος για Ενεργειακούς Υπολογισμούς (*Weather Year for Energy Calculations, W.Y.E.C.*)

II) Προσδιορίζεται ο στατιστικά πιο πιθανός μήνας μεταξύ των ομοίων του, των τελευταίων τριάντα ετών και αυτός αποτελεί τον αντίστοιχο μήνα αναφοράς. Το σύνολο των δώδεκα μηνών αναφοράς, για τον ορισμένο τόπο αποτελεί το έτος αναφοράς. Ονομάζεται ιδιαίτερος Τυπικό Μετεωρολογικό Έτος, T.M.E (Typical Meteorological Year, T.M.Y.).

Προτείνεται επίσης, η χρήση ενός συντομευμένου έτους αναφοράς (Sort Reference Year, S.R.Y.), βασισμένου σε ωριαία δεδομένα μερικών αντιπροσωπευτικών εβδομάδων του έτους, π.χ. δεκατεσσάρων εβδομάδων.

6.9. ΕΚΜΕΤΑΛΛΕΥΣΗ ΤΗΣ ΗΛΙΑΚΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ

Η εκμετάλλευση της ηλιακής ενέργειας γίνεται κατά διάφορους τρόπους, που διακρίνονται σε δύο κύριες κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν τα συστήματα που μετατρέπουν την ηλιακή ενέργεια σε εσωτερική ενέργεια δομικών καταστάσεων (*Παθητικά ηλιακά συστήματα*) και στη δεύτερη, αυτά που προκαλούν μετατροπή της, σε άλλης μορφής ενέργεια ή χρησιμοποιείται θερμικό ρευστό σε κίνηση (*Ενεργά ηλιακά συστήματα*). Στα ενεργά ηλιακά συστήματα συγκαταλέγονται αυτά που μετατρέπουν την ηλιακή ακτινοβολία σε εσωτερική ενέργεια θερμικού ρευστού (*Θερμοσιφωνικά συστήματα*) και αυτά που μετατρέπουν το ηλιακό φως απ' ευθείας σε ηλεκτρισμό (*Φωτοβολταϊκά συστήματα*). Η εφαρμογή της παθητικής ηλιακής θέρμανσης στα κτίρια, σε συνδυασμό με την κατάλληλη θερμομόνωσή τους, αποτελεί σήμερα πολύ σημαντικό στοιχείο της δομικής και θερμικής συμπεριφοράς του κτιρίου και λαμβάνεται υπόψη σε ενεργειακούς υπολογισμούς που αποβλέπουν σε εξοικονόμηση και αποδοτική διαχείριση της ενέργειας.

Στα *θερμοσιφωνικά* συστήματα περιλαμβάνονται τα κοινής χρήσεως θερμοσιφωνικά συστήματα, δηλαδή, οι ευρέως χρησιμοποιούμενοι *επίπεδοι ηλιακοί συλλέκτες* και οι λιγότερο διαδεδομένοι (τουλάχιστον στη χώρα μας) *παραβολικοί ηλιακοί συλλέκτες*. Μεγάλες εγκαταστάσεις παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, που χρησιμοποιούν την ηλιακή ακτινοβολία προκειμένου να θερμάνουν το *θερμικό ρευστό* μιας θερμικής μηχανής, είναι τα *ηλιακά θερμικά εργοστάσια*.

Ένας διαφορετικός τρόπος εκμετάλλευσης της ηλιακής ενέργειας, ο οποίος αναπτύχθηκε μέσα στο δεύτερο ήμισυ του 20^{ου} αιώνα, είναι η μετατροπή της ηλιακής ακτινοβολίας σε ηλεκτρική ενέργεια με χρήση των *φωτοβολταϊκών στοιχείων* (*photovoltaic cells*).

Μπορούμε να πούμε ότι το φωτοβολταϊκό στοιχείο, στη συνήθη μορφή του, είναι απλά μία δίοδος επαφής δύο ημιαγωγών, τύπου p και n αντίστοιχα. Η περιοχή απογύμνωσής της έχει διαμορφωθεί έτσι ώστε να καταλαμβάνει μεγάλη έκταση. Το πάχος του στρώματος του ημιαγωγού που πρωτοσυναντά το φως, είναι τόσο, ώστε να επιτρέπει στο φως, που θα συμβάλλει στο ΦΒ φαινόμενο, να διεισδύει, τουλάχιστον στην περιοχή απογύμνωσης. Η περιοχή αυτή αποτελεί την ενεργό περιοχή για το ΦΒ φαινόμενο. Τα δημιουργούμενα επί πλέον ελεύθερα ηλεκτρόνια στη μια μεριά της διάταξης και οι επιπλέον οπές, στην άλλη, ως αποτέλεσμα της απορρόφησης των φωτονίων, κυρίως μέσα στην περιοχή απογύμνωσης, ωθούνται από το ηλεκτρικό

πεδίο της επαφής, συνθέτοντας ηλεκτρικό ρεύμα, που καλείται φωτόρευμα. Η συσσώρευση των φορέων αυτών στα δύο άκρα, συντηρεί, ανάλογα με την εξωτερική ηλεκτρική αντίσταση, μια αξιόλογη διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων τύπου n και τύπου p. Ως τελικό αποτέλεσμα έχουμε το ΦΒ φαινόμενο, που συνίσταται στη μετατροπή της ενέργειας της ΗΜ ακτινοβολίας σε ηλεκτρική.

6.10. ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΗΣ ΦΒ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Παρά τη γενικότερη αποδοχή της φωτοβολταϊκής ενέργειας ως εξαιρετικά φιλικής προς το περιβάλλον, υπάρχει αμφισβήτηση ως προς τη δυνατότητα αξιοποίησής της σε εφαρμογές που απαιτούν σημαντική ισχύ. Ας διερευνήσουμε, λοιπόν, με βάση τα δεδομένα που διαθέτουμε και την ηλιακή ακτινοβολία και την ενεργειακή απόδοση των φωτοβολταϊκών στοιχείων, τη δυνατότητα ρεαλιστικής αξιοποίησης της τεχνολογίας αυτής. Για την αντιμετώπιση της μειωμένης απόδοσης κατά τη διάρκεια συννεφιάς για μία ή μερικές μέρες επιλέγονται γενικά λύσεις που βασίζονται είτε σε χρησιμοποίηση συσσωρευτών μεγαλύτερης χωρητικότητας σε συνδυασμό με ηλεκτροπαραγωγό ζεύγος.

Η μέση ετησίως, ημερήσια ενέργεια ανά m^2 , από τον ήλιο, σε οριζόντιο επίπεδο, είναι, στην πλειονότητα των περιοχών της Εύκρατης και Τροπικής ζώνης, μεταξύ 4-7 kWh/ m^2 d. Ας θεωρήσουμε ως αντιπροσωπευτική τιμή, την τιμή των 5 kWh/ m^2 d. Λαμβάνοντας υπόψη ένα τυπικό συντελεστή 15% , για την ενεργειακή μετατροπή στα ΦΒ στοιχεία και ένα συντελεστή συνολικής ενεργειακής μεταφοράς, ~ 50%, στην έξοδο της ΦΒ εγκατάστασης η εκμεταλλεύσιμη μέση ημερήσια ηλεκτρική ενέργεια είναι : ~ 0,4 kWh/ m^2 d.

Η μέση ημερήσια κατανάλωση ενός τυπικού ελληνικού σπιτιού ανέρχεται σε , περίπου, 15 kWh , από τις οποίες οι 7 kWh αφορούν στη λειτουργία του φούρνου της ηλεκτρικής κουζίνας. Η κατανάλωση αυτή μπορεί κάλλιστα, να εξασφαλιστεί οικονομικότερα και με συνέπεια προς την εξευγενισμένη παραγωγή της φωτοβολταϊκής ενέργειας, με χρήση φωταερίου, υγραερίου, φυσικού αερίου. Απομένουν 8 kWh, για την κάλυψη των υπόλοιπων απαιτήσεων. Άρα, μία συλλεκτική επιφάνεια φωτοβολταϊκών στοιχείων, περίπου ~ 20 m^2 , εξασφαλίζει την απαιτούμενη ημερήσια ηλεκτρική ενέργεια ενός τυπικού νοικοκυριού. Συμπερασματικά, η ημερήσια απολαβή από την απευθείας μετατροπή της ηλιακής

ενέργειας σε ηλεκτρισμό, φαίνεται να καλύπτει σχεδόν στο σύνολό τους τις αντίστοιχες απαιτήσεις οικιακής χρήσης ενέργειας, με εξαίρεση τις ενεργοβόρες καταναλώσεις.

Εξετάζοντας το θέμα από οικονομικής πλευράς, οφείλουμε να σημειώσουμε ότι η δαπάνη παραγωγής 1 kWh από ΦΒ σύστημα, βρίσκεται προς το παρόν, σε υψηλά επίπεδα, σε σύγκριση με την αντίστοιχη δαπάνη παραγωγής 1 kWh συμβατικής ηλεκτρικής ενέργειας (από πετρέλαιο, κάρβουνο, πυρηνικά). Η εκ του προχείρου, όμως, σύγκριση του κόστους παραγωγής φωτοβολταϊκής και συμβατικής ηλεκτρικής ενέργειας, αποκρύπτει την πραγματική κατάσταση. Σύμφωνα μ' αυτήν, το ήδη επιβαρημένο περιβάλλον καθώς και η δυσοίωνα προοπτική για την εξέλιξη των κλιματικών συνθηκών, έχουν τη ρίζα τους στην καταχρηστική εκμετάλλευση των συμβατικών καυσίμων. Ο καταλογισμός της πάσης φύσεως επιδράσεων στον πλανήτη μας, από τη χρήση των συμβατικών καυσίμων, εκφρασμένος σε κόστος δαπανών υγείας και γενικότερης δαπάνης περιορισμού της περιβαλλοντικής υποβάθμισης, ανεβάζουν το πραγματικό κόστος της συμβατικής κιλοβατώρας, σύμφωνα με σχετικές μελέτες, μέχρι και 70 % επιπλέον της τρέχουσας τιμής της. Εξάλλου, σύμφωνα με την προδιαγραφόμενη, με ρεαλιστικά στοιχεία, προοπτική μείωσης του κόστους βιομηχανικής παραγωγής των ΦΒ στοιχείων, μέσα στη δεκαετία του 2010, η φωτοβολταϊκή ενέργεια θα είναι προσιτή στο μέσο καταναλωτή.

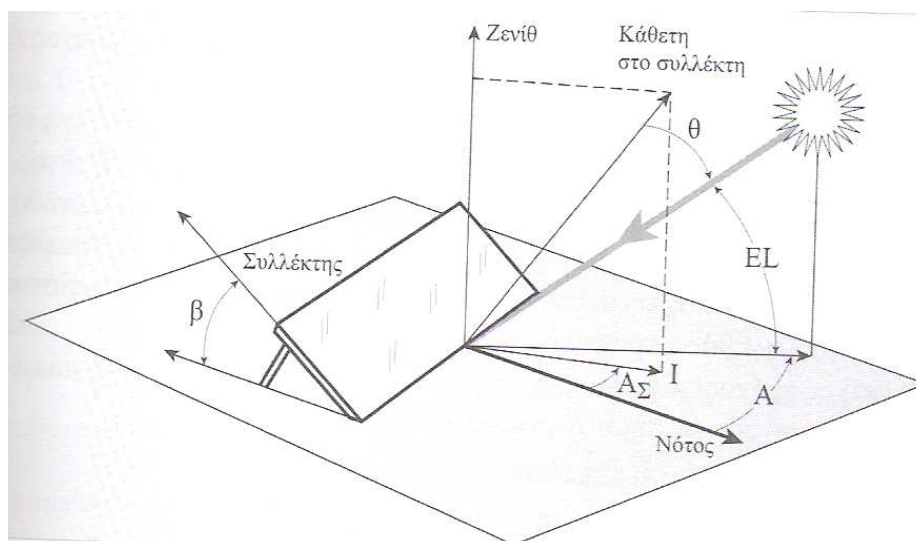
Τα παραπάνω ενισχύουν την άποψη ότι, η εκμετάλλευση των δυνατοτήτων της ηλιακής ενέργειας είναι επαρκής για να καλύψει τμήμα των σημερινών ενεργειακών αναγκών. Φαίνεται ικανή να συμβάλλει ρεαλιστικά, στην αντικατάσταση μέρους της ήδη χρησιμοποιούμενης ενέργειας από συμβατικά καύσιμα και βέβαια, να αποτελέσει βασική συνιστώσα για τις μελλοντικές ενεργειακές ανάγκες μας. Ταυτόχρονα αποτελεί την περισσότερο οικολογική λύση στο οξύμεινο ενεργειακό πρόβλημα, προκειμένου να αντιμετωπιστεί η συνεχώς αυξανόμενη ρύπανση του περιβάλλοντος από την καύση του πετρελαίου και των παραγωγών του. Χωρίς αμφιβολία, η ουσιαστική καθιέρωση τρόπων εξοικονόμησης ενέργειας σε όλους τους χώρους αξιοποίησής της (δημόσια κτίρια, κατοικίες, βιομηχανία) και η ευρύτερη χρήση των Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας αποτελούν πια μονόδρομο, για τη μελλοντική πορεία της ανθρωπότητας.

180°. Χαρακτηριστικές θέσεις : +180° (βορράς), +90° (Ανατολή), 0° (Νότος), -90° (Δύση) και -180° (Βορράς). Όταν ο συλλέκτης στραφεί ώστε οι ακτίνες του ήλιου (απευθείας ακτινοβολία), να προσπίπτουν κάθετα στην επιφάνειά του, τότε το ύψος του ήλιου EL και η γωνία κλίσης β, του συλλέκτη δίδουν άθροισμα 90° (EL+β=90°).

Η γωνία θ, που σχηματίζουν, μια δεδομένη χρονική στιγμή, οι ηλιακές ακτίνες (απευθείας ακτινοβολία), με την κάθετη σ' ένα επίπεδο συλλέκτη (Σχήμα 6.11.β), γωνίας κλίσης β και αζιμουθιακής γωνίας A_{Σ} , δίδεται από τη σχέση :

$$\sin\theta = \sin EL \times \eta\mu\beta \times \delta\upsilon\nu(A - A_{\Sigma}) + \eta\mu EL \times \sigma\upsilon\nu\beta \quad (6.11.1)$$

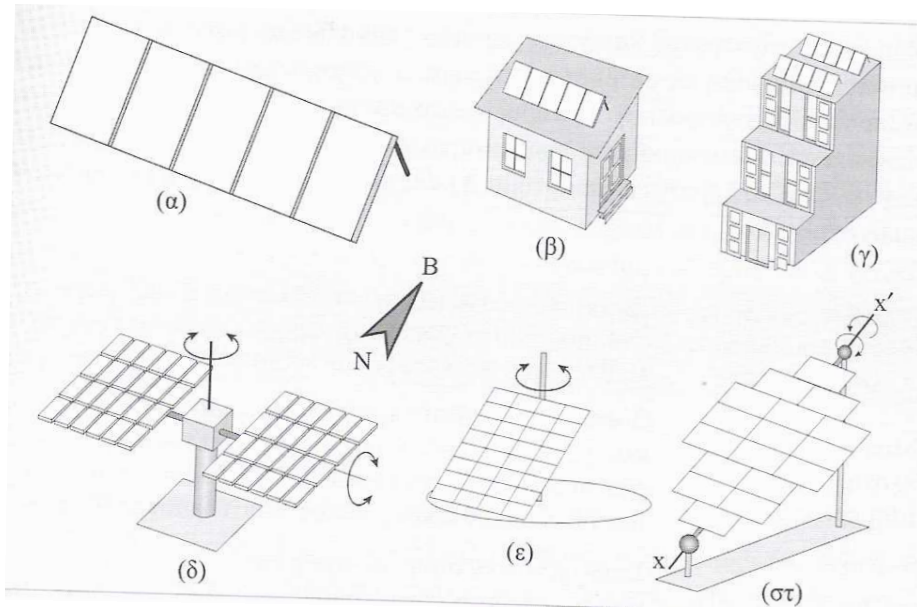
όπου A, η αζιμούθια γωνία και EL το ύψος του ήλιου την ίδια χρονική στιγμή.



Σχήμα 6.11.β : Η γωνία θ, μεταξύ των ακτίνων του ήλιου και της κάθετης στο συλλέκτη, μια δεδομένη χρονική στιγμή, καθορίζεται από τον προσανατολισμό του συλλέκτη (Αζιμούθιο A_{Σ} και γωνία κλίσης β) και τις σφαιρικές συντεταγμένες της θέσης του ήλιου ως προς το σύστημα του παρατηρητή στον τόπο T, δηλαδή το αζιμούθιο A και το ύψος του (EL elevation) EL.

6.11.2. Τρόποι στήριξης φωτοβολταϊκών και προσανατολισμός τους

Διακρίνουμε τρεις διαφορετικούς τρόπους στήριξης συλλεκτών. Σταθερής στήριξης, εποχιακά ρυθμιζόμενης στήριξης και συνεχούς παρακολούθησης της θέσης του ήλιου, με διάταξη που ονομάζεται ηλιοτρόπιο (Tracker). Το παρακάτω σχήμα δείχνει μερικούς χαρακτηριστικούς τρόπους στήριξης ΦΒ συστοιχιών.



Σχήμα 6.11.γ: (α) Σταθερή τοποθέτηση ΦΒ συστοιχίας στο έδαφος, (β) στη στέγη κατοικίας, (γ) σε διάφορες θέσεις σε σύγχρονη οικοδομή πολλών ορόφων και (δ) τυπική διάταξη παρακολούθησης της τροχιάς του ήλιου (ηλιοτρόπιο, tracker δύο (2) αξόνων). (ε) Περιστροφή ως προς ένα (1) κατακόρυφο άξονα, ενώ ο συλλέκτης τοποθετείται, συνήθως, με γωνία κλίσης ίση με λ του τόπου. (στ) Περιστροφή ως προς ένα (1) άξονα τον xx' , ο οποίος συνήθως διατηρείται κεκλιμένος υπό γωνία ίση με το γ.π. του τόπου, έχοντας τότε την ίδια διεύθυνση με τον πολικό άξονα της ουράνιας σφαίρας.

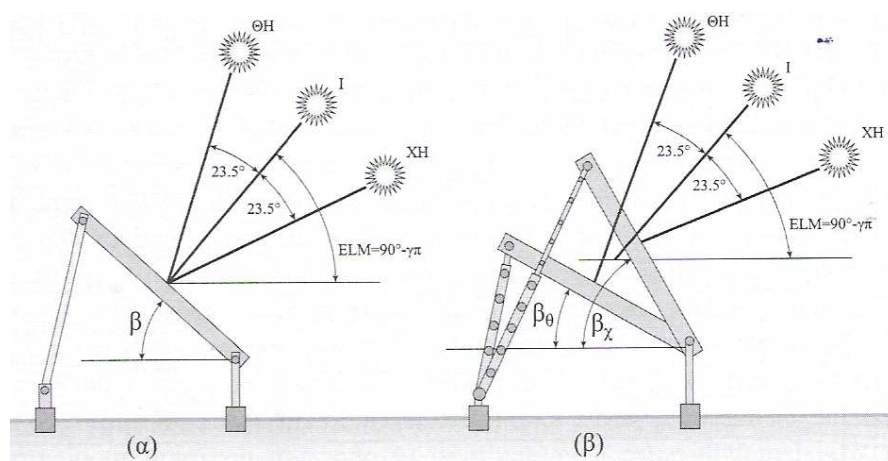
Κατά κανόνα επιλέγουμε νότιο αζιμουθιακό προσανατολισμό για τη συστοιχία και γωνία κλίσης κοντά στο γεωγραφικό πλάτος του τόπου εγκατάστασης (Σχήμα 6.11.δ.α)). Όταν η γωνία κλίσης ισούται ακριβώς με το λ του τόπου, οι ακτίνες του ήλιου πέφτουν κάθετα στο συλλέκτη δύο φορές το χρόνο (το μεσημέρι των ισημεριών).

Σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό της βέλτιστης γωνίας συλλέκτη με σταθερή κλίση, παίζουν οι επικρατούσες, στην περιοχή, μετεωρολογικές συνθήκες, οι οποίες καθορίζουν τη σχέση μεταξύ των συνιστωσών της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, απευθείας και διάχυτης, καθώς και το albedo του εδάφους. Για να προκύψει η βέλτιστη γωνία του συλλέκτη, επιβάλλεται να καταγραφούν στοιχεία σχετικά με τους παράγοντες αυτούς και ιδιαίτερα μετρήσεις της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, σε διάφορες γωνίες κλίσης του συλλέκτη. Συνήθως, επειδή τέτοιες μετρήσεις δεν είναι διαθέσιμες, αρκούμαστε σε μετρήσεις σε οριζόντια προσανατολισμένο αισθητήρα (πυρανόμετρο), για μια σειρά ετών, γι' αυτή την περιοχή. Μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν μετρήσεις που έχουν συλλεχθεί στην πλησιέστερη προς αυτήν περιοχή, λαμβάνοντας υπόψη πιθανή διαφοροποίηση του

albedo του τόπου. Με βάση τις μετρήσεις αυτές και με χρήση κατάλληλων προγραμμάτων, προσδιορίζεται η ολική ακτινοβολία σε συλλέκτη, για κάθε γωνία κλίσης του, για τη συγκεκριμένη περιοχή (Παράρτημα). Ως γενικές παρατηρήσεις, σημειώνονται οι ακόλουθες :

Αν δεν διατίθενται μετεωρολογικά δεδομένα για τον τόπο εγκατάστασης του ΦΒ συστήματος, ο οποίος έστω ότι δεν σκιάζεται από εμπόδια, κατά τη διάρκεια της ημέρας το καλύτερο που έχουμε να κάνουμε είναι να επιλέξουμε γωνία κλίσης συλλέκτη ίση με $\beta = \lambda - 10^\circ$. Κατά πάσα πιθανότητα, προσεγγίζει τη θέση καλύτερης δυνατής εκμετάλλευσης της ημερήσιας ενέργειας της ηλιακής ακτινοβολίας, ετησίως.

Τέλος, αν ο συλλέκτης πρέπει να εγκατασταθεί σε περιοχές με φυσικά εμπόδια, που τον σκιάζουν ορισμένη περίοδο της ημέρας, π.χ. κτίρια ή δέντρα, τότε ο συλλέκτης προσανατολίζεται έτσι ώστε να προκύπτει η βέλτιστη απόδοση. Κατά τη σύνταξη της σχετικής μελέτης, λαμβάνεται υπόψη, αφενός το τμήμα του ουρανού που αποκόπτεται από τα εμπόδια, αφετέρου, το μικρόκλιμα της περιοχής.



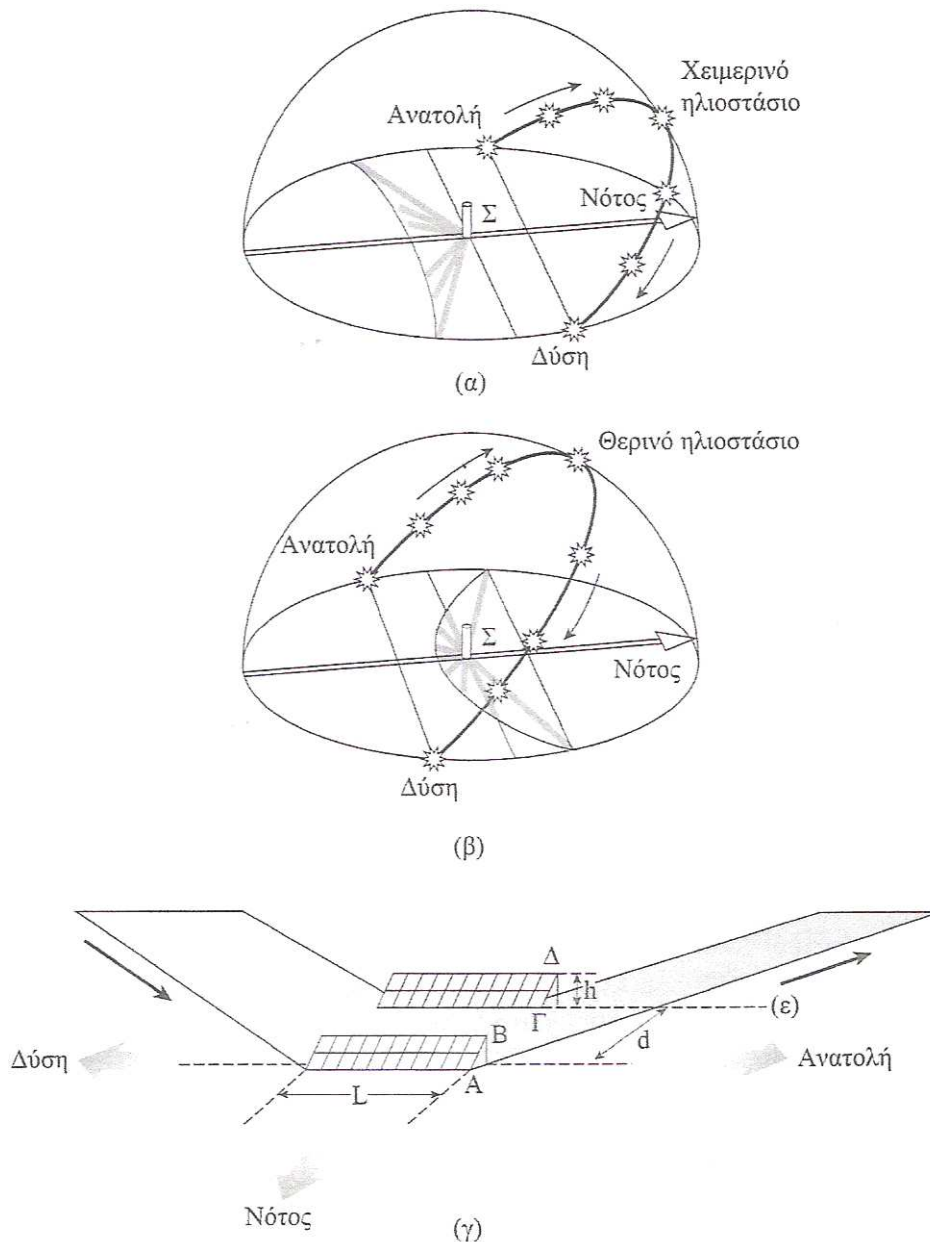
Σχήμα 6.11.δ : (α) Σταθερή στήριξη σε ετήσια βάση, με γωνία κλίσης $\beta = \lambda - (10^\circ \div 15^\circ)$. (β) Εποχική ρύθμιση της κλίσης του συλλέκτη δύο φορές μέσα στο έτος. Θ_H : Θερινό Ηλιοστάσιο. X_H : Χειμερινό Ηλιοστάσιο. I : Ισημερίες.

Περιοχή τιμών γεωγραφικού πλάτους (λ) του τόπου	Βέλτιστη γωνία κλίσης συλλέκτη με νότιο προσανατολισμό για το βόρειο ημισφαίριο και αντιστοίχως βόρειο προσανατολισμό για το νότιο ημισφαίριο		
Μικρά γεωγραφικά πλάτη, γύρω από τον Ισημερινό, $\lambda \leq 20^\circ$	Ουσιαστικά 0° . Στην πράξη συνίσταται μια μικρή γωνία κλίσης, $5^\circ - 10^\circ$, ώστε η ροή του νερού πλύσης ή της βροχής, να απομακρύνει τα σώματα που επικάθονται στην όψη του ΦΒ πλαισίου (σκόνη, φύλλα, περιττώματα πουλιών κ.α.)		
Μέσα και μεγάλα γεωγραφικά πλάτη, $\lambda > 20^\circ$	Σταθερή τοποθέτηση, απαίτηση για μέγιστη αποδοτικότητα ετησίως.	$\lambda - (10^\circ \text{ έως } 15^\circ)$	
	Σταθερή τοποθέτηση. Κύρια απαίτηση κατά τη χειμερινή περίοδο.	$\lambda + 10^\circ$	
	Ρυθμιζόμενη κλίση δύο θέσεων ετησίως.	Θερινή	$\lambda - 15^\circ$
		Χειμερινή	$\lambda + 15^\circ$

Πίνακας 6.11.α.

6.12. ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΥΣΤΟΙΧΙΩΝ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟΥ ΣΥΓΚΡΟΤΗΜΑΤΟΣ

Τα παρακάτω σχήματα 6.12.α.(α) και 6.12.α.(β), δείχνουν την τυπική ημερήσια αλλαγή της κατεύθυνσης και του μήκους της σκιάς ενός στύλου, Σ , κατά τη χειμερινή και τη θερινή περίοδο. Το σχήμα 6.12.α.(γ), δείχνει τα σκιαζόμενα σημεία στο έδαφος, από την ανατολή μέχρι τη δύση, μέσα σε μία μέρα του χειμώνα. Η σκιά ελαττώνεται από την ανατολή μέχρι το μεσημέρι, και αυξάνεται καθώς ο ήλιος «κινείται» προς τη δύση (κίνηση κατά τη φορά των βελών στο σχήμα).



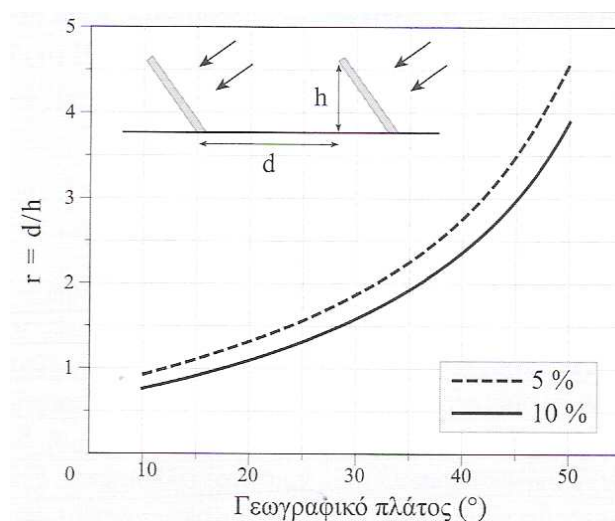
Σχήμα 6.12.α : (α) Διαμόρφωση της σκιάς ενός στύλου Σ , κατά τη διάρκεια μιας χειμερινής μέρας. (β) Το αντίστοιχο για τη θερινή περίοδο. (γ) Η σκιά πίσω από τη συστοιχία μήκους L . Διάκενο μεταξύ συστοιχιών d . Η σκιά κινείται κατά τη φορά των βελών, από την ανατολή του ήλιου μέχρι τη δύση.

6.12.1 Μοντέλο προσδιορισμού απόστασης συστοιχιών

Προκειμένου να προσδιοριστούν οι λεπτομέρειες της χωροθέτησης των ΦΒ συστοιχιών εξετάζεται η σχέση του λόγου $r = d/h$, του διακένου d , μεταξύ των διαδοχικών συστοιχιών προς το ύψος τους h , με το γεωγραφικό πλάτος λ , του τόπου εγκατάστασης. Βασικό κριτήριο της μελέτης: η απώλεια της διαθέσιμης ημερήσιας ενέργειας ηλιακής ακτινοβολίας, λόγω σκίασης, να μη ξεπερνά ορισμένη τιμή.

Εξετάζουμε δύο περιπτώσεις ποσοστού απώλειας, που έχουν πρακτικό ενδιαφέρον: 5% και 10%.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση του λόγου r , του διακένου d μεταξύ των διαδοχικών συστοιχιών προς το ύψος τους h , σε συνάρτηση με το γεωγραφικό πλάτος του τόπου. Καθώς αυξάνει το γεωγραφικό πλάτος του τόπου, ο λόγος r αυξάνει έντονα και συνακόλουθα, μειώνεται το πλήθος των εγκατεστημένων σε διαδοχικές σειρές ΦΒ πλαισίων, ανά μονάδα οριζόντιας επιφάνειας εγκατάστασης. Με βάση αυτό το κριτήριο προσδιορίζεται ο κατάλληλος για τον τόπο και σε κάθε περίπτωση, λόγος r . Το διάγραμμα στο σχήμα 6.12.β. μας δίνει τη δυνατότητα να προσδιορίζουμε για κάθε τόπο (διαφορετικά γεωγραφικά πλάτη) τον κατάλληλο λόγο r .



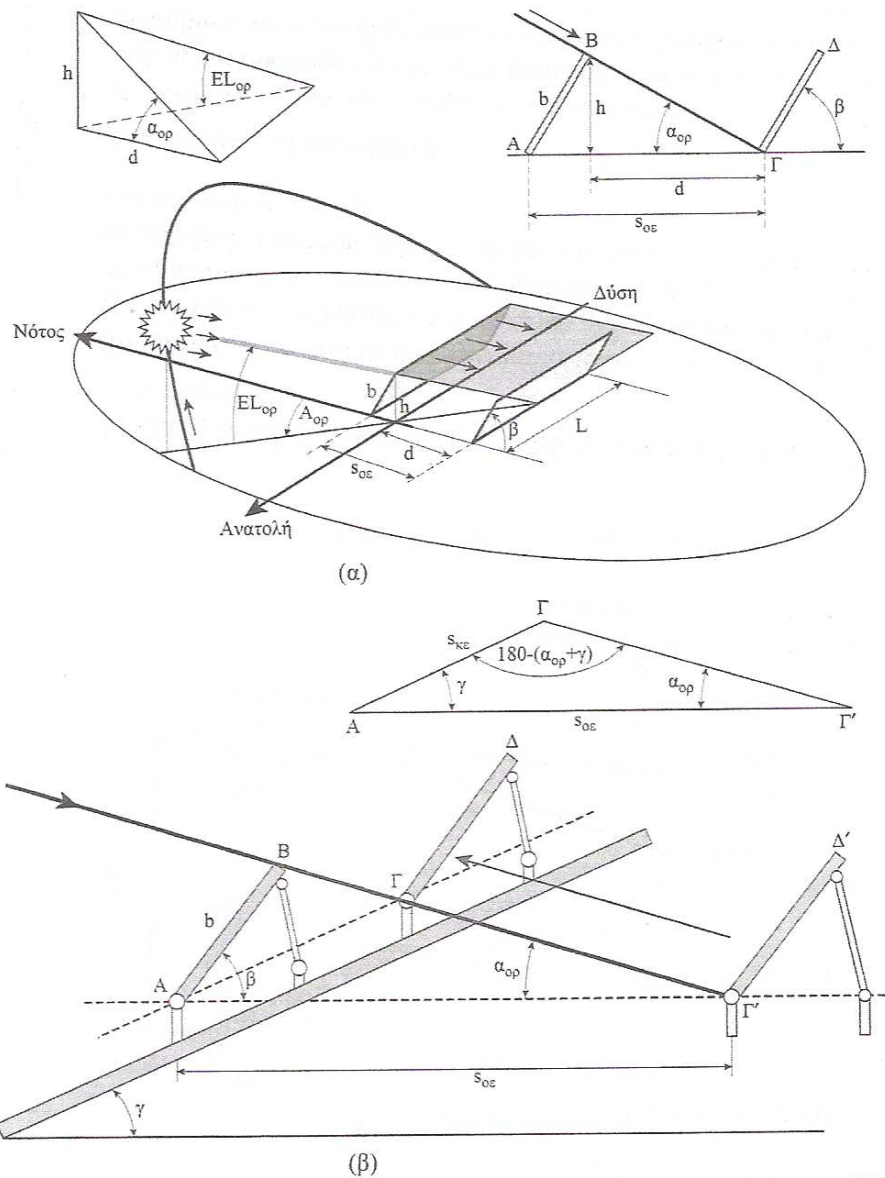
Σχήμα 6.12.β. :Γραφική παράσταση του λόγου r , του διακένου d μεταξύ των διαδοχικών συστοιχιών προς το ύψος τους h , σε συνάρτηση με το γεωγραφικό πλάτος του τόπου. Η διακεκομμένη καμπύλη αφορά σε ποσοστό 5 % και η συνεχής σε 10%, μέγιστης ετησίως μη αξιοποιήσιμης ημερήσιας ενέργειας ηλιακής ακτινοβολίας, στο επίπεδο ΦΒ συλλέκτη, τοποθετημένου σε γωνία κλίσης βέλτιστης αποδοτικότητας κατά τη χειμερινή περίοδο.

Το σχήμα 6.12.γ.(α), δείχνει από άλλη οπτική γωνία τη θέση της σκιάς μιας συστοιχίας στην αμέσως βορειότερή της, τη στιγμή που το ποσοστό χαμένης ηλιακής ενέργειας έχει γίνει όσο του κριτηρίου. Η γωνία των ηλιακών ακτίνων με το οριζόντιο επίπεδο, εκείνη τη στιγμή, είναι EL_{op} (οριακό ύψος του ήλιου). Η γωνία α_{op} , που αποτελεί της αντίστοιχη της διέδρου μεταξύ του επιπέδου της σκιάς της άνω πλευράς

της συστοιχίας και του οριζόντιου επιπέδου, πάνω στο μεσημβρινό του τόπου (Σχήμα 6.12.γ.(α)) προσδιορίζεται από τη σχέση :

$$\varepsilon\phi\alpha_{\text{op}} = \frac{1}{r} \quad (6.12.1)$$

Το σχήμα 6.12.γ.(β) εξετάζει την περίπτωση τοποθέτησης της συστοιχίας σε κεκλιμένο έδαφος με γωνία κλίσεως γ .



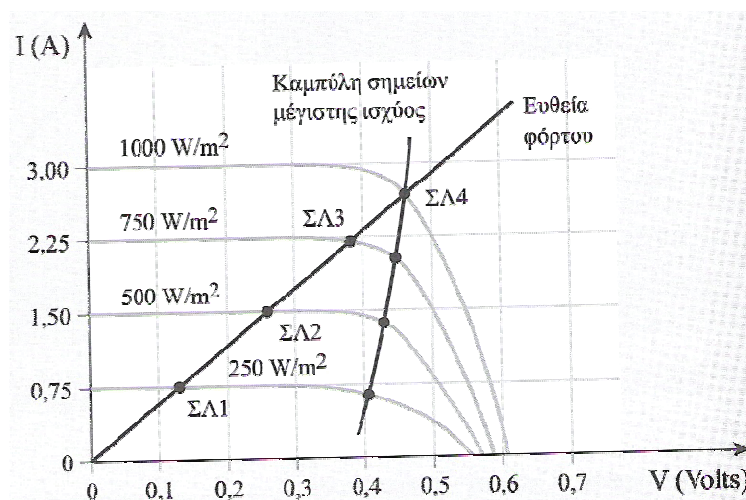
Σχήμα 6.12.γ. : Το S_{oe} και το $S_{\text{κε}}$ είναι η ελάχιστη απόσταση, πάνω στο έδαφος, επανάληψης διαδοχικών ΦΒ συστοιχιών, η μία πίσω από την άλλη, από τον Νότο προς το Βορρά, τέτοια ώστε το ποσοστό μη αξιοποιήσιμης ηλιακής ενέργεια λόγω σκίασης της κάθε συστοιχίας από τη νοτιότερή της, να είναι κάτω από δεδομένη τιμή (π.χ. 5% ή 10%). (α) Τοποθέτηση σε οριζόντιο έδαφος. (β) Τοποθέτηση σε κεκλιμένο έδαφος.

6.13. Η ΚΑΜΠΥΛΗ I-V ΕΝΟΣ ΦΒ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ

Για τον έλεγχο της αποδοτικής λειτουργίας ενός ΦΒ στοιχείου αλλά και για τον σχεδιασμό των ηλεκτρονικών που συνδυάζονται μ' αυτό, προσδιορίζουμε τα σημεία μέγιστης ισχύος, τα οποία αντιστοιχούν σε διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας του στοιχείου. Επιδιώκουμε το σημείο λειτουργίας του σε κάθε διαφορετική κατάσταση, που θα προκύψει π.χ. από μεταβολή της πυκνότητας ισχύος ακτινοβολίας, E , να αποτελεί και το σημείο μέγιστης ισχύος, P_m , για τη δεδομένη κατάσταση (σχήμα 6.12.δ, για την καμπύλη I-V, με $E = 1 \text{ kW} / \text{m}^2$).

Στις υπόλοιπες καμπύλες I-V, τα δύο σημεία δεν συμπίπτουν. Για να συμβεί κάτι τέτοιο, πρέπει να αλλάξει η ωμική αντίσταση, έτσι ώστε η νέα ευθεία φόρτου, να περνά από το αντίστοιχο σημείο μέγιστης ισχύος της νέας καμπύλης I-V. Το σημείο αυτό μπορεί να προσδιοριστεί πειραματικά, αν παραστήσουμε γραφικά την παρεχόμενη από το ΦΒ στοιχείο, ηλεκτρική ισχύ, $P=V \cdot I$, υπό δεδομένη πυκνότητα ισχύος, E , πάνω σε μία μεταβλητή ηλεκτρική αντίσταση, ως συνάρτηση της τάσης V , στα άκρα της αντίστασης. Παρουσιάζει ένα μέγιστο που εντοπίζεται στο «γόνατο» της καμπύλης I-V. Οι τιμές ρεύματος – τάσης, στο σημείο μέγιστης ισχύος, συμβολίζονται με I_m και V_m . Η μέγιστη ισχύς, που μπορεί να δώσει το ΦΒ στοιχείο, υπό δεδομένη προσπίπτουσα πυκνότητα ακτινοβολίας E , ισούται με:

$$P_m = I_m \times V_m$$

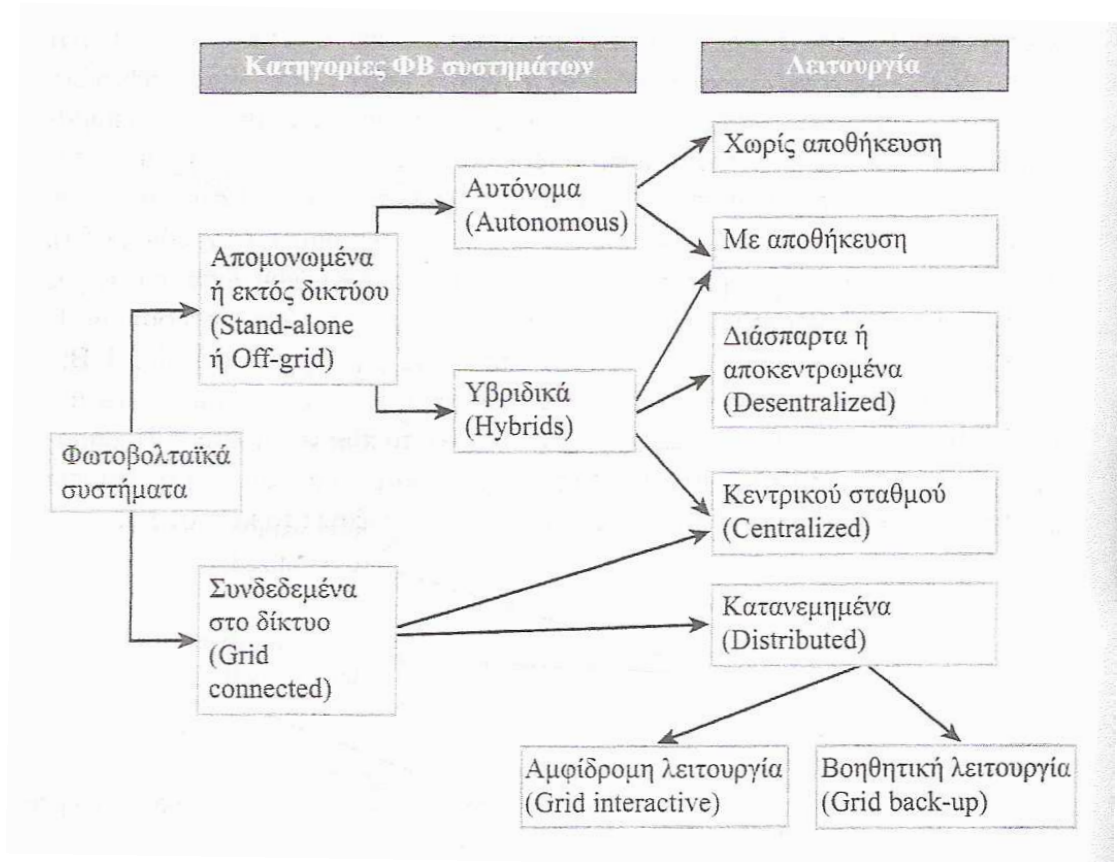


Σχήμα 6.12.δ: Όταν αλλάζει η ένταση της ακτινοβολίας που προσπίπτει σε ένα ΦΒ στοιχείο, που τροφοδοτεί μια ηλεκτρική αντίσταση, το σημείο λειτουργίας μετατοπίζεται. Η μέγιστη ηλεκτρική ισχύς αποδίδεται στην αντίσταση μόνο για ορισμένο επίπεδο ακτινοβολίας. Σε διαφορετικές τιμές αποδίδεται ισχύς μικρότερη από την αντίστοιχη μέγιστη ισχύ. ΣΑ1, ΣΑ2, ΣΑ3 και ΣΑ4: τέσσερα σημεία λειτουργίας, αντίστοιχα των τεσσάρων τιμών έντασης της ακτινοβολίας. Μόνο το

ΣΛ4 συμπίπτει με το ΣΜΙ της I – V, που αντιστοιχεί σε πυκνότητα ισχύος ηλιακής ακτινοβολίας: $E = 1 \text{ kW / m}^2$.

6.14. ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΣΗ ΦΒ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Τα ΦΒ συστήματα διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες (Σχήμα 6.14.α.): τα απομονωμένα (*Stand-alone*) ή εκτός δικτύου (*Off grid*) συστήματα και τα συνδεδεμένα στο δίκτυο (*Grid connected*). Τα απομονωμένα ΦΒ συστήματα διακρίνονται επίσης σε αυτόνομα και υβριδικά.

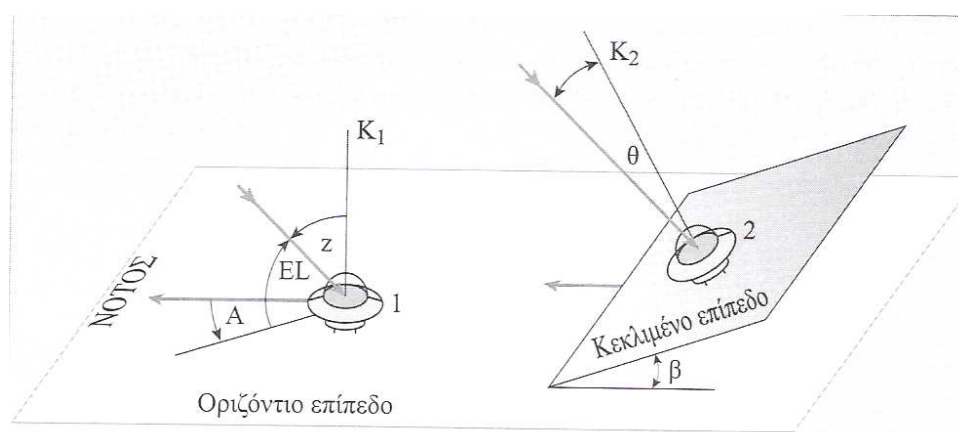


Σχήμα 6.14.α. : Κατηγορίες και λειτουργία ΦΒ συστημάτων

6.15. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Αναγωγή τιμών πυκνότητας ισχύος και ενεργειακής απολαβής ηλιακής ακτινοβολίας, από οριζόντιο σε κεκλιμένο επίπεδο

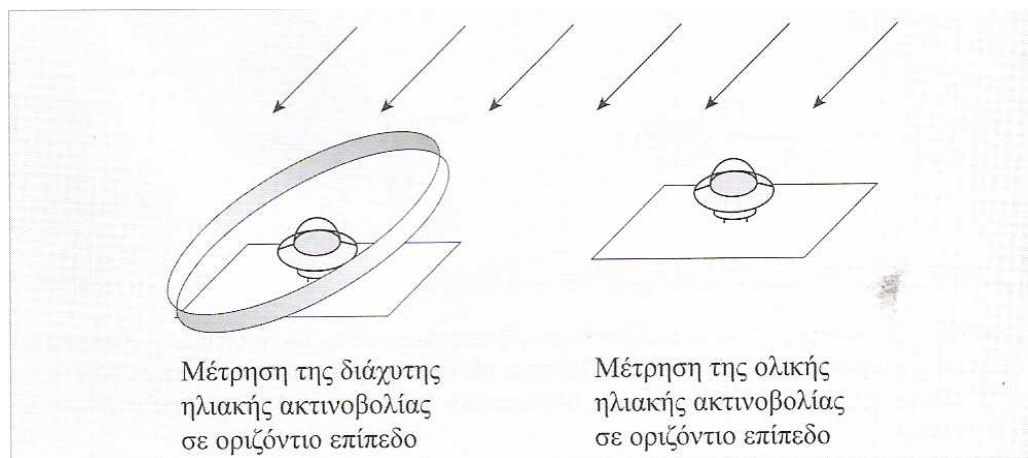
Ι) Μοντέλο αναγωγής πειραματικών τιμών της πυκνότητας ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας (kW/m^2), από οριζόντιο σε κεκλιμένο επίπεδο (Hay and Davies algorithm).



Σχήμα 6.15.α.: Η πυκνότητα ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας καταγράφεται στα πυρανόμετρα 1 (Οριζόντιο επίπεδο) και 2 (Επίπεδο κεκλιμένου συλλέκτη). Η ανάλυση που ακολουθεί συσχετίζει τις καταγραφόμενες τιμές της πυκνότητας ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, GHI, στους δύο αισθητήρες. EL, A = ύψος και αζιμουθίο του ήλιου, αντιστοίχως.

Η απόδοση ενός κεκλιμένου συλλέκτη (ΦΒ συστοιχία ή ηλιακού θερμοσιφωνικού συλλέκτη) καθορίζεται από την πυκνότητα ισχύος της ηλιακής ακτινοβολίας G_r , στο επίπεδο του συλλέκτη. Συνήθως, όμως τα πειραματικά δεδομένα αφορούν στην πυκνότητα ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, σε οριζόντια επιφάνεια, GHI (πυρανόμετρο με οριζόντια τοποθετημένη την επιφάνειά του). Αναπτύχθηκαν, λοιπόν, αρκετά αξιόπιστοι αλγόριθμοι για την αναγωγή των τιμών αυτών, σε κεκλιμένη επιφάνεια συλλέκτη, σε οποιαδήποτε γωνία κλίσης. Στον αλγόριθμο που παρουσιάζουμε εδώ, περιοριζόμαστε σε κεκλιμένο συλλέκτη με νότιο προσανατολισμό. Για την αναγωγή αυτή απαιτούνται δύο πειραματικές τιμές, η GHI και η αντίστοιχη πυκνότητα ισχύος της διάχυτης ηλιακής ακτινοβολίας (DHI ή D). Η τελευταία μετριέται με σκίαση του δίσκου του οριζόντια τοποθετημένου πυρανομέτρου, με μικρής έκτασης σκίαστρο (Σχήμα ΠΑ2). Για την ημερήσια καταγραφή της, χρησιμοποιείται, συνήθως ένα μεταλλικό στεφάνι, η θέση του

οποίου ρυθμίζεται , είτε χειροκίνητα, ανά ορισμένα χρονικά διαστήματα (π.χ. εβδομάδα), είτε με ημερήσια ρύθμιση , με ενσωμάτωση σχετικού μηχανισμού, ώστε η ενεργός επιφάνεια του πυρανομέτρου να βρίσκεται συνεχώς στη σκιά του στεφανιού. Η διαφορά των δύο τιμών, G και D , δίδει την απευθείας ηλιακή ακτινοβολία, B . Βεβαίως, η πυκνότητα ισχύος της απευθείας ηλιακής ακτινοβολίας, μπορεί να μετρηθεί και να καταγραφεί άμεσα, με ειδικό όργανο, το πυρηλιόμετρο. Η πειραματική διάταξη με το στεφάνι είναι απλούστερη και οικονομικότερη, απαιτεί όμως τακτική ρύθμιση και η προσθήκη μηχανισμού, αυξάνει το κόστος της.



Σχήμα 6.15.β.: Μέτρηση της πυκνότητας ισχύος της ηλιακής ακτινοβολίας σε οριζόντιο επίπεδο με δύο πυρανόμετρα, εκ των οποίων, το ευρισκόμενο αριστερά μετρά τη διάχυτη ηλιακή ακτινοβολία και το ευρισκόμενο δεξιά, την ολική.

Τα πειραματικά δεδομένα, που αποτελούν τα βασικά στοιχεία εισόδου του αλγορίθμου, είναι:

- Το γεωγραφικό πλάτος του τόπου, λ
- Η ημέρα του έτους, n
- Η γωνία κλίσης, β , του επιπέδου στο οποίο απαιτείται η αναγωγή των μετρήσεων της ηλιακής ακτινοβολίας
- Η πυκνότητα ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, G , μια ορισμένη χρονική στιγμή και
- Η πυκνότητα ισχύος της διάχυτης ηλιακής ακτινοβολίας, D , την ίδια χρονική στιγμή.

Η κυριότερη προϋπόθεση που τίθεται με το πρότυπο που παρουσιάζουμε εδώ (αλγόριθμος των Hay and Davies), αφορά στη διάχυτη ακτινοβολία, για την οποία εισάγει ανισότροπη προέλευση από το θόλο του ουρανού, προσεγγίζοντας αρκετά καλά την πραγματική κατάσταση. Σύμφωνα με τα προηγούμενα, ακολουθείται η διαδοχή των επόμενων υπολογισμών, που οδηγούν στον προσδιορισμό της πυκνότητας ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, G_t , στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης β .

1.1.Απευθείας συνιστώσα. Υπολογίζεται η πυκνότητα ισχύος της απευθείας ακτινοβολίας,

$$B = G - D \quad (6.15.1)$$

1.2.Απευθείας κάθετη συνιστώσα. Υπολογίζεται η απευθείας κάθετη, B_n , (Beam normal), από τη σχέση :

$$B_n = \frac{B}{\sin(EL)} \quad (6.15.2)$$

1.3.Απευθείας συνιστώσα στην κεκλιμένη επιφάνεια. Υπολογίζεται v , στη συνέχεια, η απευθείας συνιστώσα στον αισθητήρα 2, του οποίου το επίπεδο είναι παράλληλο προς το επίπεδο του συλλέκτη (π.χ. ΦΒ συστοιχία), γωνίας κλίσης β .

$$B_t = B_n \cdot \cos \theta \quad (6.15.3)$$

1.4.Διάχυτη ακτινοβολία στο κεκλιμένο επίπεδο Προσδιορίζουμε τη διάχυτη ακτινοβολία στο κεκλιμένο επίπεδο, D_t , με βάση το μοντέλο των Hay and Davies, στο οποίο λαμβάνεται υπόψη, ως ένα βαθμό, η ανισοτροπία της διάχυτης ακτινοβολίας από τον ουράνιο θόλο και δίδεται από την επόμενη σχέση:

$$D_t = \left(\frac{B_n \cdot \cos \theta}{J_d \cdot \sin(EL)} + \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{B_n}{J_d} \right) \right) \cdot D \quad (6.15.4)$$

όπου $J_d = J_0 \cdot r(n)$, η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας στα όρια της ατμόσφαιρας τη δεδομένη μέρα J_0 , η ηλιακή σταθερά της γης ($J_0 = 1367 \text{ W/m}^2$) και $r(n)$, γεωμετρικός παράγοντας που καθορίζει την εξάρτηση της έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας από την απόσταση από τον ήλιο, $d(n)$, τη $n^{\text{η}}$ μέρα του έτους ($n = 1 \dots 365$). Ο πρώτος όρος μέσα στις παρενθέσεις, περιγράφει την ανισοτροπία της ακτινοβολίας από το τμήμα του ουρανού γύρω από το δίσκο του ήλιου. Ο δεύτερος όρος περιγράφει τη διάχυτη ακτινοβολία από το υπόλοιπο τμήμα του ουρανού, θεωρώντας ισότροπη διάδοση. Ο όρος αυτός αφορά το τμήμα του ουρανού που καθορίζεται από τη στερεά γωνία μεταξύ επιπέδου και εδάφους.

Ο παράγοντας $r(n)$ δίδεται από τη σχέση:

$$r(n) = \left(\frac{\bar{d}}{d(n)} \right)^2 = 1,00011 + 0,034221 \cdot \cos(\Phi) + 0,00128 \cdot \sin(\Phi) + 0,000719 \cdot \cos(2\Phi) + 0,000077 \cdot \sin(2\Phi) \quad (6.15.5)$$

όπου

$$\Phi = 2\pi \frac{(n-1)}{365} \quad (6.15.6)$$

και \bar{d} , η μέση ετησίως απόσταση ήλιου-γης.

1.5. Διάχυτα ανακλώμενη στο έδαφος. Στο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης β , προσπίπτει επίσης η διάχυτα ανακλώμενη από το έδαφος, ηλιακή ακτινοβολία, την οποία συμβολίζουμε με GR_t . Καθορίζεται από τη στερεά γωνία μεταξύ του επιπέδου και του εδάφους. Υπολογίζεται εδώ, με βάση το μοντέλο της ισότροπης διάχυτης ανάκλασης του εδάφους και δίδεται από τη σχέση:

$$GR_t = G \cdot \rho \cdot \frac{(1 - \cos \beta)}{2} \quad (6.15.7)$$

όπου ρ , η διάχυτη ανακλαστικότητα του εδάφους (Albedo).

1.6.Ολική ακτινοβολία στο κεκλιμένο επίπεδο. Η πυκνότητα ισχύος της ολικής ακτινοβολίας στο κεκλιμένο επίπεδο προκύπτει ως άθροισμα των τριών συνιστωσών, B_t , D_t και GR_t , που υπολογίζονται από τις σχέσεις (6.15.3), (6.15.4) και (6.15.7),

$$G_t = B_t + D_t + GR_t \quad (6.15.8)$$

Παραδείγματος χάριν, έστω στο Ηράκλειο της Κρήτης (γ.π $35,5^\circ$), κατά το μεσημέρι της 21 του Σεπτεμβρίου ($n=264$, $A=0$, $EL=55,4^\circ$), οι καταγραφείσες τιμές της ολικής και της σκεδαζόμενης ηλιακής ακτινοβολίας είναι: $G=860 \text{ W/m}^2$ και $D=120 \text{ W/m}^2$. Από την (1) έπεται: $B=740 \text{ W/m}^2$. Σε συλλέκτη με γωνία κλίσης $\beta=25^\circ$, οι τιμές των συνιστωσών της ολικής ακτινοβολίας προκύπτουν ίσες με ($\text{Albedo } \rho=0,2$),

$$B_t = 886,6 \text{ W/m}^2 \quad (\text{σχέση (6.15.3)})$$

$$D_t = 133,9 \text{ W/m}^2 \quad (\text{σχέση (6.15.4) σε συνδυασμό με (6.15.5) και (6.15.6)})$$

$$GR_t = 8,1 \text{ W/m}^2 \quad (\text{σχέση (6.15.7)})$$

Άρα :

$$G_t = B_t + D_t + GR_t = 1028,6 \text{ W/m}^2$$

Παρατήρηση: Στα προηγούμενα αναλύθηκε η μεθοδολογία υπολογισμού της πυκνότητας ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας σε κεκλιμένο επίπεδο, με αναγωγή σε αυτό, δεδομένων της πυκνότητας ισχύος της ολικής και της διάχυτης ηλιακής ακτινοβολίας, σε οριζόντιο επίπεδο. Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν δεδομένα στο οριζόντιο επίπεδο, μπορεί να αξιοποιηθούν μεθοδολογίες για τον υπολογισμό των απαιτούμενων συνιστωσών σε οριζόντιο επίπεδο για κάθε αίθρια μέρα μέσα στο έτος. Σύμφωνα με τις μεθοδολογίες αυτές προτείνονται σχέσεις υπολογισμού της άμεσης και της διάχυτης ηλιακής ακτινοβολίας ή της άμεσης και της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας στο οριζόντιο επίπεδο, με βάση την έντασή της στα όρια της ατμόσφαιρας για κάθε μέρα του έτους και στοιχείων που καθορίζουν την επίδραση της ατμόσφαιρας στη διέλευση της ακτινοβολίας, κατά τη διάρκεια της ημέρας. Δύο από τις πιο πρόσφατες δημοσιευμένες εργασίες στον τομέα αυτό είναι οι ακόλουθες:

1. On the clear sky model of the ESPRA-European Solar Radiation Atlas – with respect to the heliostat method. Christelle Rigollier, Olivier Bauer and Lucien Wald, Solar Energy V68 No1, pp 33-48, 2000. Σύμφωνα με τη μεθοδολογία αυτή προτείνονται σχέσεις προσδιορισμού των συνιστωσών της ηλιακής ακτινοβολίας, δηλαδή της πυκνότητας ισχύος της απ'ευθείας (B) και της διάχυτης (D) ηλιακής ακτινοβολίας στο οριζόντιο επίπεδο. Το άθροισμά τους δίνει την πυκνότητα ισχύος της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας ($G = B + D$).

2. A new air mass independent formulation Linke turbidity coefficient. Piere Ineichen and Richard Perez . Solar Energy V73, N3, pp 151-157, 2002. Σύμφωνα με τη μεθοδολογία αυτή προτείνονται σχέσεις προσδιορισμού της απ'ευθείας ηλιακής ακτινοβολίας (B) και της ολικής (G) ηλιακής ακτινοβολίας στο οριζόντιο επίπεδο. Η συνιστώσα της διάχυτης ηλιακής ακτινοβολίας προκύπτει ως διαφορά $D = G - B$.

II) Υπολογισμός των μηνιαίων μέσων τιμών της ημερήσιας ενεργειακής απολαβής (kWh/m^2d), σε κεκλιμένο επίπεδο, με βάση τις μηνιαίες μέσες τιμές της ηλιακής απολαβής σε οριζόντιο επίπεδο (Liu and Jordan algorithm)

Στο μοντέλο αυτό αναφερόμαστε στις μηνιαίες μέσες ημερήσιες τιμές της απολαβής, \bar{H} , της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας και όχι στις τιμές της πυκνότητας ισχύος, G, μιας δεδομένης χρονικής στιγμής κατά τη διάρκεια της ημέρας. Συγκεκριμένα, διαθέτουμε τιμές της ημερήσιας ενέργειας ηλιακής ακτινοβολίας, ανά μονάδα επιφάνειας (π.χ kWh/m^2d), που έχουν προκύψει από πειραματικά δεδομένα πυκνότητας ισχύος της ηλιακής ακτινοβολίας σε οριζόντια τοποθετημένο αισθητήρα, σε ορισμένο τόπο, στην επιφάνεια της γης, για όλο τον χρόνο, επί σειρά ετών. Με επεξεργασία των μετρήσεων αυτών, προκύπτει η μηνιαία μέση ημερήσια πυκνότητα ενέργειας \bar{H} , για όλους τους μήνες του έτους. Ο αλγόριθμος οδηγεί στην αντίστοιχη τιμή της μηνιαίας απολαβής σε κεκλιμένο επίπεδο, \bar{H}_r , με νότιο προσανατολισμό.

Διαδοχικά βήματα υπολογισμού με βάση τον αλγόριθμο

1. Δεδομένα

- Το γεωγραφικό πλάτος του τόπου, λ
- Η ημέρα του έτους, n
- Η γωνία κλίσης, β , του επιπέδου το οποίο απαιτείται η αναγωγή των μετρήσεων της ηλιακής ακτινοβολίας
- Η μηνιαία μέση ημερήσια απολαβή ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, \bar{H} και
- Η σχέση της μηνιαίας μέσης πυκνότητας ισχύος της σκεδαζόμενης ηλιακής ακτινοβολίας, D , με την αντίστοιχη τιμή της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας, G .

2. Υπολογισμοί

2.1 Υπολογίζεται η αντίστοιχη παλαβή στα όρια της ατμόσφαιρας, \bar{H}_{ext} , στο ίδιο γεωγραφικό πλάτος (λ), με δεδομένη την τιμή της ηλιακής σταθεράς $J_0 = 1367 kW / m^2$ και επιπλέον,

- Το λόγο $r(n) = \left(\frac{\bar{d}}{d(n)} \right)^2$ (σχέση 6.15.5)) και
- Το ημερήσιο τόξο του ήλιου.

Ο υπολογισμός βασίζεται στην ολοκλήρωση μέσα στην ημέρα, της πυκνότητας ισχύος της ηλιακής ακτινοβολίας, στο οριζόντιο επίπεδο, στο όρια της ατμόσφαιρας. Η πυκνότητα ισχύος στη θέση αυτή την ορισμένη χρονική στιγμή, δίδεται από τη σχέση :

$$E = J_0 \cdot r(n) \cdot \sin(EL) \quad (6.15.9)$$

όπου $\sin(EL) = \sin\lambda \cdot \sin\delta + \cos\lambda \cdot \cos\delta \cdot \cos\omega$

$\delta =$ η απόκλιση του ήλιου

ω = η ωριαία γωνία του ηλιακού μεσημβρινού ως προς το μεσημβρινό του τόπου και

EL = το ύψος του ήλιου την ίδια χρονική στιγμή (Elevation)

Η ολοκλήρωση δίνει :

$$\begin{aligned}
 H_{ext} &= \int_0^{24h} E dt = \int_{t_{\text{ανατ}}}^{t_{\text{HM}}} E dt = 2 \cdot \int_{t_{\text{ανατ}}}^{t_{\text{HM}}} E dt = \frac{1}{\Omega} 2 \int_{\omega_s}^0 E d\omega \\
 &= J_0 \frac{24}{\pi} r(n) \cdot \{ \cos \lambda \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s + \omega_s \cdot \sin \lambda \cdot \sin \delta \} \quad (6.15.10)
 \end{aligned}$$

όπου $\Omega = 2\pi/T$, $T=24h$

t_{HM} = η χρονική στιγμή του ηλιακού μεσημεριού και

$\omega_s = \cos^{-1}(-\tan(\lambda) \cdot \tan(\delta))$, η ωριαία γωνία του ήλιου τη στιγμή της ανατολής. Η θέση της δύσης έχει ωριαία γωνία $-\omega_s$.

2.2. Με βάση τις τιμές \bar{H}_{ext} και \bar{H} για κάθε μήνα, υπολογίζουμε το πηλίκο τους,

$$\frac{\bar{H}}{\bar{H}_{ext}} = K_T \quad (6.15.11)$$

που ονομάζεται *μηνιαίος δείκτης αιθριότητας (Monthly Clearness index)*. Εκφράζει την επίδραση της ατμόσφαιρας στη διέλευση της ηλιακής ακτινοβολίας και εξαρτάται από την κατάσταση της (turbidity), το γ.π. του τόπου και από την εποχή του έτους.

2.3 Πειραματικά προέκυψε ότι, το πηλίκο $\frac{\bar{H}_d}{\bar{H}}$ εκφράζεται ως δεδομένη συνάρτηση

του μηνιαίου δείκτη αιθριότητας, $\frac{\bar{H}_d}{\bar{H}} = f(K_T)$, με αναλυτική έκφραση :

$$f(K_T) = 1,00 - 1,13 \cdot K_T \quad (6.15.12)$$

όπου K_T , η τιμή του μηνιαίου δείκτη αιθριότητας για το δεδομένο μήνα και τόπο. Άρα, με γνωστό το K_T , υπολογίζεται η $f(K_T)$ και στη συνέχεια η μέση ημερήσια πυκνότητα ενέργειας της διάχυτης ακτινοβολίας, στον ίδιο μήνα:

$$\bar{H}_d = f(K_T) \cdot \bar{H} \quad (6.15.13)$$

Η αναγωγή της τιμής αυτής στην αντίστοιχη σε κεκλιμένο επίπεδο, γωνία κλίσης β , γίνεται, με βάση τη θεώρηση Liu και Jordan (Ισότροπο μοντέλο διάχυτης ακτινοβολίας),

$$\bar{H}_{dt} = \bar{H}_d \cdot \frac{1 + \cos \beta}{2} \quad (6.15.14)$$

2.4 Ο λόγος των μέσων ημερήσιων ενεργειακών απολαβών, της απευθείας ακτινοβολίας, σε κεκλιμένο (tilted), με νότιο προσανατολισμό και οριζόντιο συλλέκτη, δηλαδή, ο λόγος $R_b = \frac{\bar{H}_{bt}}{\bar{H}_b}$ προκύπτει θεωρητικά, ως συνάρτηση του γεωγραφικού πλάτους του τόπου, της απόκλισης (δ) του ήλιου τη n^{η} ημέρα και της ωριαίας γωνίας του ήλιου. Η αναλυτική έκφρασή του είναι:

$$R_b = \frac{\cos(\lambda - \beta) \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_0 + \omega_0 \cdot \sin(\lambda - \beta) \cdot \sin \delta}{\cos \lambda \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s + \omega_s \cdot \sin \lambda \cdot \sin \delta} \quad (6.15.15)$$

όπου ω_s , η ωριαία γωνία της θέσης της ανατολής, ως προς το οριζόντιο επίπεδο και

$$\omega_0 = \min(\omega_s, \omega'_s), \text{ με}$$

$$\omega'_s = \cos^{-1}(-\tan(\lambda - \beta) \cdot \tan \delta), \text{ η γωνία ανατολής του ήλιου, σε σχέση με το επίπεδο του συλλέκτη.}$$

Με γνωστά τα προηγούμενα στοιχεία προκύπτει από τη (6.15.15) ο λόγος R_b και στη συνέχεια, η απευθείας συνιστώσα στο κεκλιμένο επίπεδο,

$$\bar{H}_{bt} = R_b \cdot \bar{H}_b \quad (6.15.16)$$

2.5 Υπολογισμός της μηνιαίας μέσης ημερήσιας τιμής της διάχυτα ανακλώμενης στο έδαφος, συνιστώσας της ηλιακής ακτινοβολίας, \bar{H}_{GRt} (μοντέλο ισότροπης διάχυτης ανάκλασης):

$$\bar{H}_{GRt} = \bar{H} \cdot \rho \cdot \frac{(1 - \cos \beta)}{2} \quad (6.15.17)$$

όπου ρ , η διάχυτη ανακλαστικότητα του εδάφους. (Albedo).

Συνοπτική παρουσίαση των διαδοχικών βημάτων υπολογισμού της απολαβής σε κεκλιμένο επίπεδο

Με βάση τις μηνιαίες τιμές της ολικής απολαβής \bar{H} , της ηλιακής ακτινοβολίας και τα δεδομένα του τόπου, υπολογίζονται για κάθε μήνα (κάθε 15^η του μηνός):

- Η αντίστοιχη \bar{H}_{ext} (σχέση (6.15.10))
- Ο μηνιαίος δείκτης αιθριότητας, K_T (σχέση (6.15.11))
- Η αντίστοιχη τιμή $f(K_T)$ (σχέση (6.15.12))
- Η μέση μηνιαία τιμή της ημερήσιας απολαβής της διάχυτης ακτινοβολίας, \bar{H}_d (σχέση (6.15.13))
- Η μέση μηνιαία τιμή της ημερήσιας απολαβής της διάχυτης ακτινοβολίας στο επίπεδο του συλλέκτη, \bar{H}_{dt} (σχέση (6.15.14))
- Ο λόγος R_b (σχέση (6.15.15))
- Η μέση μηνιαία τιμή της ημερήσιας απολαβής της απευθείας ακτινοβολίας, $\bar{H}_b : \bar{H}_b = \bar{H} - \bar{H}_d$

- Η μηνιαία μέση ημερήσια απευθείας ακτινοβολία στο κεκλιμένο επίπεδο, \bar{H}_{bt} (σχέση (6.15.16))
- Η μηνιαία μέση ημερήσια τιμή της διάχυτα ανακλώμενης στο έδαφος συνιστώσας, \bar{H}_{GRt} (σχέση (6.15.17))

2.6 Τελικά, η ολική μέση μηνιαία ημερήσια ενέργεια ανά μονάδα επιφάνειας του κεκλιμένου επιπέδου, \bar{H}_t , υπολογίζεται από τη σχέση,

$$\begin{aligned} \bar{H}_t &= \bar{H}_{bt} + \bar{H}_{dt} + \bar{H}_{GRt} \\ &= \left\{ R_b \cdot (1 - f(K_T)) + f(K_T) \cdot \frac{1 + \cos \beta}{2} + \rho \cdot \frac{(1 - \cos \beta)}{2} \right\} \cdot \bar{H} \end{aligned} \quad (6.15.18)$$

όπου β , η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου, με νότιο προσανατολισμό.

<i>Είδος επιφάνειας</i>	<i>Συντελεστής ανάκλασης ή albedo</i>
Επιφάνεια νερού, θάλασσα	0.05
Ασφαλτόστρωμα	0.,07
Αγρός σκοτεινόχρωμος	0.,08
Αγρός πράσινος	0.15
Βραχώδης επιφάνεια	0.20
Επιφάνεια τσιμέντου	0.24 -0.30
Χιόνι	0.60

Πίνακας 6.15.α: Τιμές albedo

Με γνωστές τις τιμές \bar{H} , για κάθε μήνα, στο συγκεκριμένο τόπο, μπορούμε να υπολογίσουμε τις αντίστοιχες τιμές \bar{H}_t , για διάφορες γωνίες κλίσης β , του επιπέδου (π.χ. ΦΒ συστοιχίας), στην περιοχή $0-90^\circ$. Με σύγκριση των τιμών της \bar{H}_t στις διάφορες γωνίες β , προκύπτει η βέλτιστη γωνία κλίσης συλλέκτη για σταθερή θέση ετησίως, στο συγκεκριμένο τόπο. Μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε την ενεργειακή απολαβή της ηλιακής ακτινοβολίας, χωριστά για τους θερινούς και τους χειμερινούς

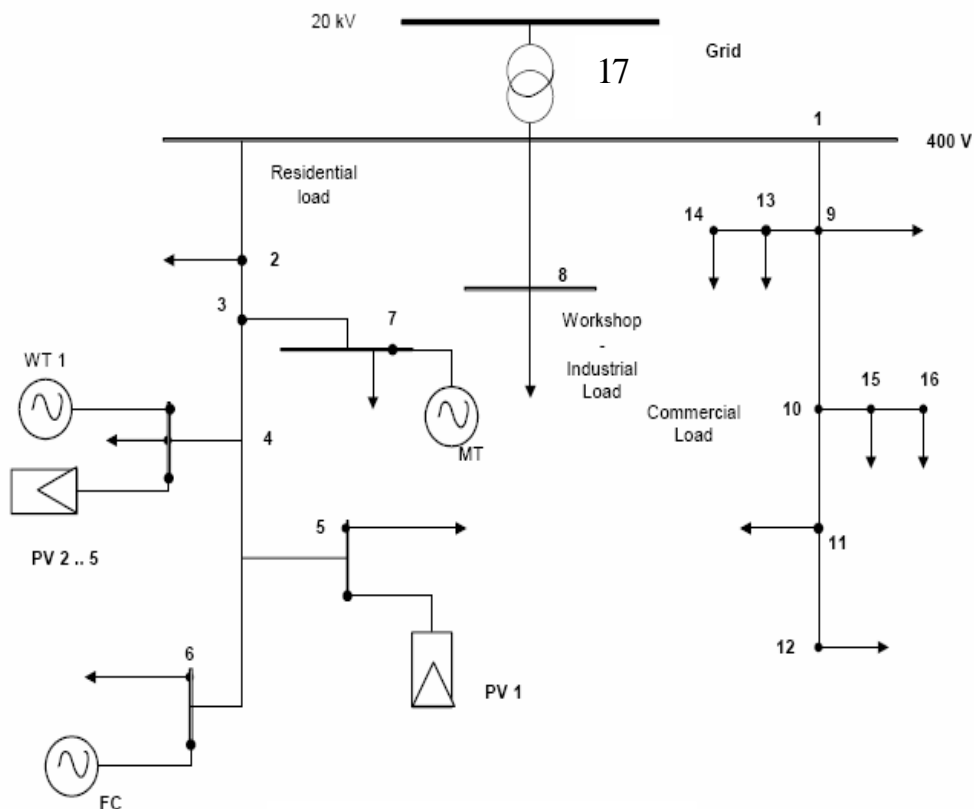
μήνες, και να προσδιορίσουμε δύο, εποχικά ρυθμιζόμενες , γωνίες κλίσης του συλλέκτη, χειμερινής και θερινής θέσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΗ ΧΑΜΗΛΗ ΤΑΣΗ ΜΕ ΔΙΕΣΠΑΡΜΕΝΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ

7.1. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗ ΧΑΜΗΛΗ ΤΑΣΗ

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μελέτη της ροής φορτίου στο δίκτυο χαμηλής τάσης, (σχήμα 7.1.α), το οποίο αποτελεί τμήμα του δικτύου Μέσης Τάσης, που μελετάται στο δεύτερο μέρος της εργασίας. Το δίκτυο περιλαμβάνει τρεις περιοχές, η πρώτη εξυπηρετεί μία κατοικημένη περιοχή, η δεύτερη έναν βιομηχανικό φορτίο και η τρίτη εξυπηρετεί εμπορικά φορτία.



Σχήμα 7.1.α. Δίκτυο Χαμηλής Τάσης 17 ζυγών με ανανεώσιμες πηγές ενέργειας

Στους πίνακες 7.1.α, και 7.1.β. φαίνονται οι αντιστάσεις και αντιδράσεις των γραμμών του δικτύου καθώς και οι δυνατότητες παραγωγής και το είδος των διεσπαρμένων μονάδων.

Παρακάτω δίνονται τα δεδομένα για τα φορτία και τις παραγωγές κατά τη διάρκεια μιας τυπικής μέρας του Ιανουαρίου, του Απριλίου, του Ιουλίου και του Οκτωβρίου. Οι τιμές για τις παραγωγές, βάσει των τιμών των φορτίων που πρέπει να καλύψουν, προέκυψαν από επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης των παραγωγών. Στόχος είναι να ευρεθούν οι 24-ωρες καμπύλες μεταβολής, με τη βοήθεια της ροής φορτίου, για τα παρακάτω μεγέθη: τάση, γωνία, ενεργές και άεργες απώλειες του δικτύου, και οι εγχύσεις ενεργού και αέργου ισχύος από το δίκτυο μέσης τάσης (μέσω του ζυγού ταλάντωσης, Νο 17) έτσι ώστε τα δεδομένα αυτά να χρησιμοποιηθούν για την αντίστοιχη μελέτη στη μέση τάση. Για την εύρεση όλων των παραπάνω μεγεθών ‘υλοποιήθηκαν’ 10 διαφορετικά σενάρια. Συγκεκριμένα, το πρώτο σενάριο αφορούσε τη ροή φορτίου χωρίς διείσδυση διεσπαρμένης παραγωγής. Τα υπόλοιπα σενάρια (9) φαίνονται στον πίνακα 7.1.γ. Η όλη διαδικασία φαίνεται εκτενέστερα και αναλυτικότερα στους παρακάτω πίνακες και σχήματα (επόμενες παράγραφοι). Στο τέλος εξάγονται τα αναγκαία συμπεράσματα.

Η όλη υλοποίηση (ροή φορτίου) πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του υπολογιστικού προγράμματος Matlab (βλέπε παράρτημα Γ).

Από Ζυγό	Προς Ζυγό	R (pu)	X (pu)
1	2	0.0001	0.0001
2	3	0.0125	0.00375
3	4	0.0125	0.00375
4	5	0.0125	0.00375
5	6	0.0125	0.00375
3	7	0.021875	0.004375
1	8	0.033125	0.00875
1	9	0.0075	0.005
9	10	0.015	0.010625
10	11	0.02125	0.005625
11	12	0.02125	0.005625
9	13	0.010625	0.005625
13	14	0.010625	0.005625
10	15	0.023125	0.00625
15	16	0.023125	0.00625
17	1	0.0025	0.01

Πίνακας 7.1.α.: Αντιστάσεις και Αντιδράσεις των ζυγών του δικτύου

<i>Μονάδα</i>		<i>Ελάχιστη Παραγωγή (kW)</i>	<i>Μέγιστη Παραγωγή (kW)</i>
1	Microturbine	2	30
2	Fuel Cell	1	30
3	WT 1	0.1	15
4	PV 1	0.05	3
5	PV 2	0.05	2.5
6	PV 3	0.05	2.5
7	PV 4	0.05	2.5
8	PV 5	0.05	2.5

Πίνακας 7.1.β: Οι διεσπαρμένες στο δίκτυο μονάδες παραγωγής

<i>ΣΕΝΑΡΙΟ</i>	<i>ΕΙΔΟΣ ΣΕΝΑΡΙΟΥ</i>
<i>1</i>	High RES production – low ApX prices
<i>2</i>	High RES production – average ApX prices
<i>3</i>	High RES production – high ApX prices
<i>4</i>	Average RES production – low ApX prices
<i>5</i>	Average RES production – average ApX prices
<i>6</i>	Average RES production – high ApX prices
<i>7</i>	Low RES production – low ApX prices
<i>8</i>	Low RES production – average ApX prices
<i>9</i>	Low RES production – high ApX prices

Πίνακας 7.1.γ: Είδος σεναρίων που υλοποιήθηκαν

όπου, RES : Renewable Energy Sources production

ApX : Amsterdam Power eXchange prices

7.2. ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΙΣΧΥΟΣ ΚΑΙ ΦΟΡΤΙΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΧΑΜΗΛΗ ΤΑΣΗ

Πίνακας 7.2.α. Δεδομένα φορτίων (σε kW) του Ιανουαρίου για τους 17 ζυγούς του δικτύου χαμηλής τάσης

ΩΡΕΣ	Ζυγός 2	Ζυγός 4	Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7	Ζυγός 8	Ζυγός 9	Ζυγός 11	Ζυγός 12	Ζυγός 13	Ζυγός 14	Ζυγός 15	Ζυγός 16	Άθροισμα Ωριαίας Ζήτησης σε (kW)
1	1.8986	7.662	1.8986	4.7476	18.9884	24.6908	3.3596	2.8098	2.2394	2.8098	3.135378	1.7919	0.896	76.92787773
2	1.5829	6.385	1.5829	3.9562	15.8237	21.9474	3.0537	2.554	2.0358	2.554	2.850318	1.6286	0.8143	66.76881794
3	1.424	5.747	1.424	3.5599	14.2418	20.5757	3.0537	2.554	2.0358	2.554	2.850318	1.6286	0.8143	62.46311794
4	1.3184	5.3214	1.3184	3.2965	13.1869	19.204	3.3596	2.8098	2.2394	2.8098	3.135378	1.7919	0.896	60.68747773
5	1.0549	4.2567	1.0549	2.6378	10.5491	17.8322	3.512	2.9372	2.3417	2.9372	3.278608	1.8725	0.9362	55.20100768
6	1.0549	4.2567	1.0549	2.6378	10.5491	20.5757	3.6644	3.0646	2.443	3.0646	3.420438	1.9541	0.9776	58.71783753
7	1.5829	6.385	1.5829	3.9562	15.8237	27.4342	3.8168	3.193	2.5453	3.193	3.563667	2.0358	1.0179	76.13036748
8	2.1098	8.5133	2.1098	5.2746	21.0982	37.722	5.4966	4.5974	3.6644	4.5974	5.130516	2.9318	1.4653	104.7111163
9	2.8479	11.493	2.8479	7.1209	28.4826	51.4392	7.6348	6.385	5.0895	6.385	7.125795	4.0716	2.0358	142.9589948
10	2.7957	11.2807	2.7957	6.9892	27.9557	61.727	9.9242	8.301	6.6169	8.301	9.264303	5.2931	2.6465	163.8910034
11	2.7423	11.0673	2.7423	6.8575	27.4277	67.2138	12.2148	10.216	8.1432	10.216	11.40127	6.5145	3.2573	180.0139718
12	3.1647	12.77	3.1647	7.9124	31.6473	67.8997	12.9779	10.855	8.6527	10.855	12.11462	6.9217	3.4608	192.3965213
13	3.217	12.9834	3.217	8.0441	32.1753	61.727	13.7421	11.493	9.1611	11.493	12.82643	7.3289	3.6644	191.0727307
14	2.9013	11.7064	2.9013	7.2526	29.0106	68.5855	14.047	11.7488	9.3646	11.7488	13.11135	7.4922	3.7461	193.6165505
15	2.8479	11.493	2.8479	7.1209	28.4826	67.8997	14.1994	11.8762	9.467	11.8762	13.25472	7.5727	3.7864	192.7246205
16	2.6378	10.6416	2.6378	6.5929	26.3728	65.1563	13.4362	11.2371	8.9575	11.2371	12.54137	7.1656	3.5828	182.1968709
17	2.6378	10.6416	2.6378	6.5929	26.3728	61.727	12.9779	10.855	8.6527	10.855	12.11462	6.9217	3.4608	176.4476213
18	3.6927	14.8983	3.6927	9.2307	36.9219	51.4392	13.7421	11.493	9.1611	11.493	12.82643	7.3289	3.6644	189.5844307
19	4.7476	19.155	4.7476	11.8675	47.471	42.523	15.2684	12.77	10.179	12.77	14.25159	8.1432	4.0716	207.9654897
20	5.169	20.8576	5.169	12.9224	51.6906	38.4079	12.2148	10.216	8.1432	10.216	11.40127	6.5145	3.2573	196.1795718
21	5.2223	21.071	5.2223	7.2526	52.2186	34.2928	10.6885	8.939	7.1253	8.939	9.976113	5.7002	2.8501	179.4978128
22	4.7476	19.155	4.7476	13.0541	47.471	31.5493	9.1611	7.662	6.1074	7.662	8.550954	4.8859	2.443	167.1969538
23	4.0084	16.1753	4.0084	11.8675	40.0866	27.4342	7.6348	6.385	5.0895	6.385	7.125795	4.0716	2.0358	142.3078948
24	2.9013	11.7064	2.9013	10.0222	29.0106	26.0625	4.5811	3.831	3.0537	3.831	4.275477	2.443	1.2215	105.8410769
	ID1	ID3	ID1=ID4	ID5	ID2	ID6	ID7	ID10	ID8	ID13	ID14	ID11	ID12	207.9654897 (MAX)
Οι τιμές των φορτίων στους ζυγούς 1, 3, 10 και 17 είναι μηδενικές														55.20100768 (MIN)

Πίνακας 7.2.β. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιανουάριο και για το σενάριο maxRES-maxApX

<i>Ωρες</i>	<i>Μονάδα 1 WT1</i>	<i>Μονάδα 2 PV2</i>	<i>Μονάδα 3 PV3</i>	<i>Μονάδα 4 PV4</i>	<i>Μονάδα 5 PV5</i>	<i>Μονάδα 6 PVI</i>	<i>Μονάδα 7 Fuel Cell</i>	<i>Μονάδα 8 Microturbine</i>	
1	6.34	0	0	0	0	0	0	0	
2	4.23	0	0	0	0	0	0	0	
3	4.89	0	0	0	0	0	0	0	
4	5.16	0	0	0	0	0	0	0	
5	7.84	0	0	0	0	0	0	0	
6	8.73	0	0	0	0	0	0	0	
7	9.77	0	0	0	0	0.01	0	0	
8	10.12	0.47	0.47	0.47	0.47	0.56	30	0	
9	9.7	0.87	0.87	0.87	0.87	1.04	30	30	
10	10.12	1.17	1.17	1.17	1.17	1.41	30	30	
11	9.62	1.37	1.37	1.37	1.37	1.64	30	30	
12	8.08	1.43	1.43	1.43	1.43	1.72	30	30	
13	7.11	1.37	1.37	1.37	1.37	1.64	30	30	
14	2.86	1.17	1.17	1.17	1.17	1.41	30	30	
15	7.11	0.87	0.87	0.87	0.87	1.04	30	30	
16	5.69	0.47	0.47	0.47	0.47	0.56	30	30	
17	4.89	0	0	0	0	0.01	30	30	
18	7.36	0	0	0	0	0	30	30	
19	5.42	0	0	0	0	0	30	30	
20	5.42	0	0	0	0	0	30	30	
21	1.5	0	0	0	0	0	30	0	
22	6.86	0	0	0	0	0	30	0	
23	8.93	0	0	0	0	0	30	0	
24	9.38	0	0	0	0	0	0	0	
	Ζυγός 4					Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7	

Πίνακας 7.2.γ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιανουάριο και για το σενάριο avgRES-avgApX

Ωρες	Μονάδα 1 WT1	Μονάδα 2 PV2	Μονάδα 3 PV3	Μονάδα 4 PV4	Μονάδα 5 PV5	Μονάδα 6 PVI	Μονάδα 7 Fuel Cell	Μονάδα 8 Microturbine
1	5.82	0	0	0	0	0	0	0
2	1.42	0	0	0	0	0	0	0
3	3.1	0	0	0	0	0	0	0
4	1.17	0	0	0	0	0	0	0
5	1.69	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0.21	0.21	0.21	0.21	0.25	0	0
9	0	0.41	0.41	0.41	0.41	0.49	30	0
10	0	0.56	0.56	0.56	0.56	0.67	0	0
11	0	0.66	0.66	0.66	0.66	0.79	30	0
12	2.75	0.69	0.69	0.69	0.69	0.83	30	0
13	2.3	0.66	0.66	0.66	0.66	0.79	30	0
14	5.29	0.56	0.56	0.56	0.56	0.67	0	0
15	6.73	0.41	0.41	0.41	0.41	0.49	0	0
16	8.3	0.21	0.21	0.21	0.21	0.25	0	0
17	6.61	0	0	0	0	0	0	0
18	6.47	0	0	0	0	0	30	30
19	8.83	0	0	0	0	0	30	30
20	7.11	0	0	0	0	0	30	0
21	8.83	0	0	0	0	0	0	0
22	8.62	0	0	0	0	0	0	0
23	7.3	0	0	0	0	0	0	0
24	6.61	0	0	0	0	0	0	0
	Ζυγός 4					Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7

Πίνακας 7.2.δ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιανουάριο και για το σενάριο minRES-minApX

<i>Ωρες</i>	<i>Μονάδα 1 WT1</i>	<i>Μονάδα 2 PV2</i>	<i>Μονάδα 3 PV3</i>	<i>Μονάδα 4 PV4</i>	<i>Μονάδα 5 PV5</i>	<i>Μονάδα 6 PVI</i>	<i>Μονάδα 7 Fuel Cell</i>	<i>Μονάδα 8 Microturbine</i>	
1	0.4	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	0.75	0	0	0	0	0	0	0	
5	0.35	0	0	0	0	0	0	0	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	
7	0.43	0	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	0.5	0	0	0	0	0	0	0	
10	0.75	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0	
11	0.64	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0	
12	2.09	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0	
13	0.7	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0	
14	0.5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0	
15	1.33	0	0	0	0	0	0	0	
16	0.81	0	0	0	0	0	0	0	
17	2.98	0	0	0	0	0	0	0	
18	0.59	0	0	0	0	0	0	0	
19	1.5	0	0	0	0	0	30	0	
20	0.55	0	0	0	0	0	0	0	
21	0.37	0	0	0	0	0	0	0	
22	0	0	0	0	0	0	0	0	
23	2.3	0	0	0	0	0	0	0	
24	0.55	0	0	0	0	0	0	0	
	Ζυγός 4					Ζυγός 5		Ζυγός 6	Ζυγός 7

Πίνακας 7.2.ε. Δεδομένα φορτίων (σε kW) του Απριλίου για τους 17 ζυγούς του δικτύου χαμηλής τάσης

ΩΡΕΣ	Ζυγός 2	Ζυγός 4	Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7	Ζυγός 8	Ζυγός 9	Ζυγός 11	Ζυγός 12	Ζυγός 13	Ζυγός 14	Ζυγός 15	Ζυγός 16	Άθροισμα Ωριαίας Ζήτησης σε (kW)
1	1.6838	6.795	1.6838	4.2104	16.8398	21.8969	2.9795	2.4919	1.986	2.4919	23.57736	1.5892	0.7946	89.0201573
2	1.4038	5.6625	1.4038	3.5085	14.0332	19.4639	2.7082	2.265	1.8054	2.265	19.64784	1.4443	0.7222	76.3336444
3	1.2628	5.0967	1.2628	3.1571	12.6303	18.2474	2.7082	2.265	1.8054	2.265	17.68365	1.4443	0.7222	70.5508480
4	1.1692	4.7192	1.1692	2.9235	11.6948	17.031	2.9795	2.4919	1.986	2.4919	16.37386	1.5892	0.7946	67.4138571
5	0.9355	3.775	0.9355	2.3393	9.3554	15.8145	3.1146	2.6048	2.0767	2.6048	13.09847	1.6606	0.8303	59.1454696
6	0.9355	3.775	0.9355	2.3393	9.3554	18.2474	3.2498	2.7178	2.1665	2.7178	13.09847	1.733	0.867	62.1384696
7	1.4038	5.6625	1.4038	3.5085	14.0332	24.3299	3.385	2.8317	2.2573	2.8317	19.64784	1.8054	0.9027	84.0033444
8	1.8711	7.55	1.8711	4.6777	18.7109	33.4537	4.8747	4.0772	3.2498	4.0772	26.19708	2.6	1.2995	114.5099792
9	2.5257	10.1925	2.5257	6.3152	25.2597	45.6186	6.7709	5.6625	4.5136	5.6625	35.36604	3.6109	1.8054	155.8292360
10	2.4793	10.0042	2.4793	6.1983	24.7924	54.7423	8.8013	7.3617	5.8681	7.3617	34.71177	4.6941	2.3471	171.8415705
11	2.432	9.815	2.432	6.0815	24.3241	59.6083	10.8326	9.06	7.2217	9.06	34.05611	5.7774	2.8887	183.5894050
12	2.8066	11.325	2.8066	7.0171	28.0663	60.2166	11.5094	9.6267	7.6736	9.6267	39.29555	6.1385	3.0692	199.1778489
13	2.853	11.5142	2.853	7.1339	28.5346	54.7423	12.1872	10.1925	8.1245	10.1925	39.95121	6.4996	3.2498	198.0283144
14	2.573	10.3817	2.573	6.432	25.7279	60.8248	12.4575	10.4194	8.305	10.4194	36.02156	6.6444	3.3222	196.1018615
15	2.5257	10.1925	2.5257	6.3152	25.2597	60.2166	12.5927	10.5324	8.3958	10.5324	35.36604	6.7158	3.3579	194.5284360
16	2.3393	9.4375	2.3393	5.8469	23.3886	57.7836	11.9159	9.9656	7.9439	9.9656	32.74631	6.3547	3.1774	183.2046140
17	2.3393	9.4375	2.3393	5.8469	23.3886	54.7423	11.5094	9.6267	7.6736	9.6267	32.74631	6.1385	3.0692	178.4843140
18	3.2749	13.2125	3.2749	8.1862	32.744	45.6186	12.1872	10.1925	8.1245	10.1925	45.84478	6.4996	3.2498	202.6019837
19	4.2104	16.9875	4.2104	10.5246	42.0995	37.7114	13.5408	11.325	9.0272	11.325	58.94339	7.2217	3.6109	230.7377933
20	4.5841	18.4975	4.5841	11.4602	45.8416	34.0619	10.8326	9.06	7.2217	9.06	64.1827	5.7774	2.8887	228.0524971
21	4.6314	18.6867	4.6314	6.432	46.3099	30.4124	9.479	7.9275	6.319	7.9275	64.83836	5.0552	2.5276	215.1779627
22	4.2104	16.9875	4.2104	11.577	42.0995	27.9794	8.1245	6.795	5.4163	6.795	58.94339	4.333	2.1665	199.6378933
23	3.5549	14.345	3.5549	10.5246	35.5507	24.3299	6.7709	5.6625	4.5136	5.6625	49.77444	3.6109	1.8054	169.6602366
24	2.573	10.3817	2.573	8.8881	25.7279	23.1134	4.0627	3.3975	2.7082	3.3975	36.02156	2.1665	1.0833	126.0943615
	ID1	ID3	ID1=ID4	ID5	ID2	ID6	ID7	ID10	ID8	ID13	ID14	ID11	ID12	230.7377933 (MAX)
Οι τιμές των φορτίων στους ζυγούς 1, 3, 10 και 17 είναι μηδενικές														59.1454696 (MIN)

Πίνακας 7.2.στ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο maxRES-maxApX

<i>Ωρες</i>	<i>Μονάδα 1 WT1</i>	<i>Μονάδα 2 PV2</i>	<i>Μονάδα 3 PV3</i>	<i>Μονάδα 4 PV4</i>	<i>Μονάδα 5 PV5</i>	<i>Μονάδα 6 PVI</i>	<i>Μονάδα 7 Fuel Cell</i>	<i>Μονάδα 8 Microturbine</i>		
<i>1</i>	7.73	0	0	0	0	0	0	0		
<i>2</i>	6.34	0	0	0	0	0	0	0		
<i>3</i>	8.73	0	0	0	0	0	0	0		
<i>4</i>	8.52	0	0	0	0	0	0	0		
<i>5</i>	10.07	0	0	0	0	0	0	0		
<i>6</i>	9.12	0	0	0	0	0	0	0		
<i>7</i>	8.93	0.18	0.18	0.18	0.18	0.22	0	0		
<i>8</i>	9.62	0.6	0.6	0.6	0.6	0.72	0	0		
<i>9</i>	8.74	0.99	0.99	0.99	0.99	1.19	30	0		
<i>10</i>	10.17	1.33	1.33	1.33	1.33	1.59	30	30		
<i>11</i>	9.77	1.59	1.59	1.59	1.59	1.9	30	30		
<i>12</i>	10.07	1.75	1.75	1.75	1.75	2.1	30	30		
<i>13</i>	8.98	1.8	1.8	1.8	1.8	2.16	30	30		
<i>14</i>	8.3	1.75	1.75	1.75	1.75	2.1	30	30		
<i>15</i>	6.08	1.59	1.59	1.59	1.59	1.9	30	0		
<i>16</i>	5.29	1.33	1.33	1.33	1.33	1.59	0	0		
<i>17</i>	4.76	0.99	0.99	0.99	0.99	1.19	0	0		
<i>18</i>	4.23	0.6	0.6	0.6	0.6	0.72	0	0		
<i>19</i>	8.08	0.18	0.18	0.18	0.18	0.22	0	0		
<i>20</i>	6.21	0	0	0	0	0	0	0		
<i>21</i>	8.19	0	0	0	0	0	0	0		
<i>22</i>	7.84	0	0	0	0	0	0	0		
<i>23</i>	8.52	0	0	0	0	0	0	0		
<i>24</i>	6.21	0	0	0	0	0	0	0		
		Ζυγός 4					Ζυγός 5		Ζυγός 6	Ζυγός 7

Πίνακας 7.2.ζ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο avgRES-avgApX

Ωρες	Μονάδα 1 WT1	Μονάδα 2 PV2	Μονάδα 3 PV3	Μονάδα 4 PV4	Μονάδα 5 PV5	Μονάδα 6 PV1	Μονάδα 7 Fuel Cell	Μονάδα 8 Microturbine
1	3	0	0	0	0	0	0	0
2	3	0	0	0	0	0	0	0
3	3	0	0	0	0	0	0	0
4	3	0	0	0	0	0	0	0
5	3	0	0	0	0	0	0	0
6	3	0	0	0	0	0	0	0
7	3	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0	0
8	3	0.21	0.21	0.21	0.21	0.25	30	0
9	3	0.37	0.37	0.37	0.37	0.44	30	0
10	3	0.5	0.5	0.5	0.5	0.6	30	0
11	3.96	0.6	0.6	0.6	0.6	0.73	30	0
12	9.69	0.67	0.67	0.67	0.67	0.8	30	0
13	3	0.69	0.69	0.69	0.69	0.83	30	0
14	3	0.67	0.67	0.67	0.67	0.8	30	0
15	3	0.6	0.6	0.6	0.6	0.73	0	0
16	3	0.5	0.5	0.5	0.5	0.6	0	0
17	3	0.37	0.37	0.37	0.37	0.44	0	0
18	3	0.21	0.21	0.21	0.21	0.25	0	0
19	6.35	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0	0
20	9.55	0	0	0	0	0	0	0
21	5.15	0	0	0	0	0	0	0
22	7.49	0	0	0	0	0	0	0
23	6.61	0	0	0	0	0	0	0
24	7.84	0	0	0	0	0	0	0
	Ζυγός 4					Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7

Πίνακας 7.2.η. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο minRES-minApX

Ωρες	Μονάδα 1 WT1	Μονάδα 2 PV2	Μονάδα 3 PV3	Μονάδα 4 PV4	Μονάδα 5 PV5	Μονάδα 6 PVI	Μονάδα 7 Fuel Cell	Μονάδα 8 Microturbine
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0.5	0	0	0	0	0	0	0
22	0.75	0	0	0	0	0	0	0
23	1.6	0	0	0	0	0	0	0
24	0.43	0	0	0	0	0	0	0
	Ζυγός 4					Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7

Πίνακας 7.2.θ. Δεδομένα φορτίων (σε kW) του Ιουλίου για τους 17 ζυγούς του δικτύου χαμηλής τάσης.

ΩΡΕΣ	Ζυγός 2	Ζυγός 4	Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7	Ζυγός 8	Ζυγός 9	Ζυγός 11	Ζυγός 12	Ζυγός 13	Ζυγός 14	Ζυγός 15	Ζυγός 16	Άθροισμα Ωριαίας Ζήτησης σε (kW)
1	1.9039	7.6833	1.9039	4.7608	19.0412	24.7594	3.3689	2.8176	2.2456	2.8176	3.1441	1.7969	0.8985	77.1416583
2	1.5873	6.4027	1.5873	3.9672	15.8676	22.0084	3.0622	2.5611	2.0415	2.5611	2.8583	1.6332	0.8166	66.9544985
3	1.4279	5.763	1.4279	3.5698	14.2814	20.6329	3.0622	2.5611	2.0415	2.5611	2.8583	1.6332	0.8166	62.6368985
4	1.322	5.3362	1.322	3.3056	13.2236	19.2573	3.3689	2.8176	2.2456	2.8176	3.1441	1.7969	0.8985	60.8558583
5	1.0578	4.2685	1.0578	2.6452	10.5784	17.8818	3.5218	2.9454	2.3482	2.9454	3.2877	1.8777	0.9388	55.3545083
6	1.0578	4.2685	1.0578	2.6452	10.5784	20.6329	3.6746	3.0731	2.4497	3.0731	3.4298	1.9596	0.9803	58.8808182
7	1.5873	6.4027	1.5873	3.9672	15.8676	27.5105	3.8274	3.2019	2.5524	3.2019	3.5736	2.0415	1.0207	76.3420082
8	2.1157	8.537	2.1157	5.2892	21.1569	37.8269	5.5119	4.6102	3.6746	4.6102	5.1448	2.9399	1.4694	105.0023973
9	2.8558	11.5249	2.8558	7.1407	28.5618	51.5821	7.656	6.4027	5.1036	6.4027	7.1455	4.0829	2.0415	143.3560362
10	2.8034	11.312	2.8034	7.0086	28.0334	61.8986	9.9518	8.3241	6.6353	8.3241	9.2901	5.3078	2.6539	164.3464651
11	2.75	11.0981	2.75	6.8765	27.5039	67.4007	12.2487	10.2444	8.1658	10.2444	11.4329	6.5326	3.2663	180.5143140
12	3.1735	12.8055	3.1735	7.9344	31.7353	68.0884	13.014	10.8852	8.6767	10.8852	12.1482	6.9409	3.4705	192.9313236
13	3.2259	13.0194	3.2259	8.0665	32.2648	61.8986	13.7803	11.5249	9.1865	11.5249	12.8620	7.3492	3.6746	191.6034932
14	2.9093	11.7389	2.9093	7.2728	29.0912	68.7762	14.086	11.7815	9.3907	11.7815	13.1479	7.513	3.7565	194.1547930
15	2.8558	11.5249	2.8558	7.1407	28.5618	68.0884	14.2389	11.9092	9.4933	11.9092	13.2915	7.5938	3.7969	193.2602430
16	2.6452	10.6712	2.6452	6.6112	26.4461	65.3374	13.4736	11.2684	8.9824	11.2684	12.5762	7.1855	3.5927	182.7035333
17	2.6452	10.6712	2.6452	6.6112	26.4461	61.8986	13.014	10.8852	8.6767	10.8852	12.1482	6.9409	3.4705	176.9382236
18	3.703	14.9397	3.703	9.2564	37.0245	51.5821	13.7803	11.5249	9.1865	11.5249	12.8620	7.3492	3.6746	190.1110932
19	4.7608	19.2082	4.7608	11.9005	47.6029	42.6412	15.3109	12.8055	10.2073	12.8055	14.2912	8.1658	4.0829	208.5435124
20	5.1833	20.9156	5.1833	12.9583	51.8343	38.5147	12.2487	10.2444	8.1658	10.2444	11.4329	6.5326	3.2663	196.7246140
21	5.2368	21.1296	5.2368	7.2728	52.3638	34.3881	10.7182	8.9638	7.1451	8.9638	10.0038	5.7161	2.858	179.9967347
22	4.7608	19.2082	4.7608	13.0904	47.6029	31.637	9.1865	7.6833	6.1244	7.6833	8.5748	4.8995	2.4497	167.6615555
23	4.0196	16.2203	4.0196	11.9005	40.198	27.5105	7.656	6.4027	5.1036	6.4027	7.1455	4.0829	2.0415	142.7034362
24	2.9093	11.7389	2.9093	10.0501	29.0912	26.135	4.5938	3.8416	3.0622	3.8416	4.2874	2.4497	1.2249	106.1349777
	ID1	ID3	ID1=ID4	ID5	ID2	ID6	ID7	ID10	ID8	ID13	ID14	ID11	ID12	208.5435124 (MAX)
Οι τιμές των φορτίων στους ζυγούς 1, 3, 10 και 17 είναι μηδενικές														55.3545083 (MIN)

Πίνακας 7.2.1. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιούλιο και για το σενάριο maxRES-maxApX

Ωρες	Μονάδα1 WT1	Μονάδα 2 PV2	Μονάδα 3 PV3	Μονάδα 4 PV4	Μονάδα 5 PV5	Μονάδα 6 PV1	Μονάδα 7 Fuel Cell	Μονάδα 8 Microturbine
1	6.59	0	0	0	0	0	0	0
2	10.12	0	0	0	0	0	0	0
3	8.41	0	0	0	0	0	0	0
4	7.54	0	0	0	0	0	0	0
5	9.7	0	0	0	0	0	0	0
6	9.77	0	0	0	0	0	0	0
7	9.55	0.32	0.32	0.32	0.32	0.39	0	0
8	9.02	0.68	0.68	0.68	0.68	0.81	30	0
9	9.21	1.01	1.01	1.01	1.01	1.21	30	30
10	9.45	1.29	1.29	1.29	1.29	1.55	30	30
11	8.98	1.51	1.51	1.51	1.51	1.81	30	30
12	7.54	1.64	1.64	1.64	1.64	1.97	30	30
13	9.69	1.69	1.69	1.69	1.69	2.03	30	30
14	8.3	1.64	1.64	1.64	1.64	1.97	30	30
15	5.95	1.51	1.51	1.51	1.51	1.81	30	30
16	8.5	1.29	1.29	1.29	1.29	1.55	30	30
17	8.5	1.01	1.01	1.01	1.01	1.21	30	30
18	8.26	0.68	1	1	1	1	30	30
19	9.9	0.32	0	0	0	0	30	30
20	9.02	0	0	0	0	0	30	0
21	6.61	0	0	0	0	0	30	0
22	10.12	0	0	0	0	0	0	0
23	10.12	0	0	0	0	0	30	0
24	4.2	0	0	0	0	0	30	30
	Ζυγός 4					Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7

Πίνακας 7.2.α. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιούλιο και για το σενάριο avgRES-avgApX

Ωρες	Μονάδα 1 WT1	Μονάδα 2 PV2	Μονάδα 3 PV3	Μονάδα 4 PV4	Μονάδα 5 PV5	Μονάδα 6 PV1	Μονάδα 7 Fuel Cell	Μονάδα 8 Microturbine
1	7.84	0	0	0	0	0	0	0
2	7.36	0	0	0	0	0	0	0
3	9.21	0	0	0	0	0	0	0
4	9.7	0	0	0	0	0	0	0
5	5.63	0	0	0	0	0	0	0
6	9.69	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0
7	8.93	0.31	0.31	0.31	0.31	0.38	0	0
8	9.96	0.62	0.62	0.62	0.62	0.75	0	0
9	0	0.91	0.91	0.91	0.91	1.09	30	0
10	3	1.15	1.15	1.15	1.15	1.39	30	30
11	3	1.34	1.34	1.34	1.34	1.61	30	30
12	4.43	1.46	1.46	1.46	1.46	1.76	30	30
13	7.78	1.5	1.5	1.5	1.5	1.8	30	30
14	8.02	1.46	1.46	1.46	1.46	1.76	30	30
15	6.35	1.34	1.34	1.34	1.34	1.61	30	0
16	9.21	1.15	1.15	1.15	1.15	1.39	30	0
17	8.19	0.91	0.91	0.91	0.91	1.09	0	0
18	10.07	0.62	0.62	0.62	0.62	0.75	0	0
19	9.62	0.31	0.31	0.31	0.31	0.38	0	0
20	8.93	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0
21	3.72	0	0	0	0	0	0	0
22	3.72	0	0	0	0	0	0	0
23	4.49	0	0	0	0	0	0	0
24	4.89	0	0	0	0	0	0	0
	Ζυγός 4					Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7

Πίνακας 7.2.ιβ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Ιούλιο και για το σενάριο minRES-minApX

<i>Ωρες</i>	<i>Μονάδα1 WT1</i>	<i>Μονάδα 2 PV2</i>	<i>Μονάδα 3 PV3</i>	<i>Μονάδα 4 PV4</i>	<i>Μονάδα 5 PV5</i>	<i>Μονάδα 6 PV1</i>	<i>Μονάδα 7 Fuel Cell</i>	<i>Μονάδα 8 Microturbine</i>
<i>1</i>	0	Unit5	Unit6	Unit7	Unit8	0	0	0
<i>2</i>	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>3</i>	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>4</i>	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>5</i>	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>6</i>	0	0	0	0	0	0.02	0	0
<i>7</i>	0	0.01	0.01	0.01	0.01	0.14	0	0
<i>8</i>	0	0.12	0.12	0.12	0.12	0.26	0	0
<i>9</i>	0	0.22	0.22	0.22	0.22	0.37	0	0
<i>10</i>	0	0.31	0.31	0.31	0.31	0.47	0	0
<i>11</i>	0	0.39	0.39	0.39	0.39	0.55	0	0
<i>12</i>	0	0.45	0.45	0.45	0.45	0.59	0	0
<i>13</i>	0.64	0.49	0.49	0.49	0.49	0.61	0	0
<i>14</i>	0.37	0.51	0.51	0.51	0.51	0.59	0	0
<i>15</i>	0	0.49	0.49	0.49	0.49	0.55	0	0
<i>16</i>	0.35	0.45	0.45	0.45	0.45	0.47	0	0
<i>17</i>	0	0.39	0.39	0.39	0.39	0.37	0	0
<i>18</i>	0	0.31	0.31	0.31	0.31	0.26	0	0
<i>19</i>	0	0.22	0.22	0.22	0.22	0.14	0	0
<i>20</i>	0	0.12	0.12	0.12	0.12	0.02	0	0
<i>21</i>	0.4	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0	0
<i>22</i>	0.47	0	0	0	0	0	0	0
<i>23</i>	1.02	0	0	0	0	0	0	0
<i>24</i>	3.59	0	0	0	0	0	0	0
		Ζυγός 4				Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7

Πίνακας 7.2.γ. Δεδομένα φορτίων (σε kW) του Οκτωβρίου για τους 17 ζυγούς του δικτύου χαμηλής τάσης.

ΩΡΕΣ	Ζυγός 2	Ζυγός 4	Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7	Ζυγός 8	Ζυγός 9	Ζυγός 11	Ζυγός 12	Ζυγός 13	Ζυγός 14	Ζυγός 15	Ζυγός 16	Άθροισμα Ωριαίας Ζήτησης σε (kW)
1	1.5922	6.4253	1.5922	3.9813	15.9235	20.7054	2.8173	2.3563	1.8779	2.3563	2.6292	1.5027	0.7513	64.51094259
2	1.3274	5.3544	1.3274	3.3176	13.2696	18.4048	2.5608	2.1418	1.7072	2.1418	2.3902	1.3658	0.6829	55.99174599
3	1.1941	4.8194	1.1941	2.9853	11.9431	17.2545	2.5608	2.1418	1.7072	2.1418	2.3902	1.3658	0.6829	52.38104599
4	1.1056	4.4624	1.1056	2.7644	11.0584	16.1042	2.8173	2.3563	1.8779	2.3563	2.6292	1.5027	0.7513	50.89164259
5	0.8846	3.5696	0.8846	2.212	8.8464	14.9539	2.9451	2.4631	1.9637	2.4631	2.7494	1.5703	0.7851	46.29087093
6	0.8846	3.5696	0.8846	2.212	8.8464	17.2545	3.0729	2.5699	2.0486	2.5699	2.8682	1.6387	0.8198	49.23973918
7	1.3274	5.3544	1.3274	3.3176	13.2696	23.006	3.2008	2.6776	2.1344	2.6776	2.9884	1.7072	0.8536	63.84196753
8	1.7693	7.1392	1.7693	4.4232	17.6927	31.6333	4.6094	3.8553	3.0729	3.8553	4.3024	2.4585	1.2288	87.80955877
9	2.3882	9.6379	2.3882	5.9715	23.8852	43.1363	6.4024	5.3544	4.268	5.3544	5.9756	3.4144	1.7072	119.883715
10	2.3444	9.4599	2.3444	5.8611	23.4433	51.7636	8.3223	6.9612	5.5488	6.9612	7.7689	4.4387	2.2194	137.4371595
11	2.2997	9.2809	2.2997	5.7506	23.0006	56.3648	10.2432	8.567	6.8288	8.567	9.5610	5.463	2.7315	150.957784
12	2.6539	10.7088	2.6539	6.6352	26.5391	56.9399	10.8831	9.1029	7.256	9.1029	10.1591	5.8045	2.9022	161.3415055
13	2.6977	10.8877	2.6977	6.7457	26.9819	51.7636	11.524	9.6379	7.6824	9.6379	10.7561	6.1459	3.0729	160.231407
14	2.433	9.8168	2.433	6.082	24.328	57.5151	11.7796	9.8524	7.8531	9.8524	10.9951	6.2828	3.1414	162.3647035
15	2.3882	9.6379	2.3882	5.9715	23.8852	56.9399	11.9074	9.9592	7.9389	9.9592	11.1152	6.3504	3.1752	161.6164319
16	2.212	8.924	2.212	5.5288	22.1159	54.6393	11.2675	9.4233	7.5117	9.4233	10.5171	6.009	3.0045	152.7884104
17	2.212	8.924	2.212	5.5288	22.1159	51.7636	10.8831	9.1029	7.256	9.1029	10.1591	5.8045	2.9022	147.9670055
18	3.0967	12.4936	3.0967	7.7408	30.9623	43.1363	11.524	9.6379	7.6824	9.6379	10.7561	6.1459	3.0729	158.983507
19	3.9813	16.0631	3.9813	9.9519	39.8087	35.6594	12.804	10.7088	8.536	10.7088	11.9512	6.8288	3.4144	174.3977299
20	4.3346	17.491	4.3346	10.8366	43.3472	32.2084	10.2432	8.567	6.8288	8.567	9.5610	5.463	2.7315	164.513884
21	4.3794	17.6699	4.3794	6.082	43.79	28.7575	8.9632	7.4961	5.9752	7.4961	8.3659	4.7801	2.3901	150.524861
22	3.9813	16.0631	3.9813	10.947	39.8087	26.4569	7.6824	6.4253	5.1216	6.4253	7.1707	4.0973	2.0486	140.209538
23	3.3614	13.5644	3.3614	9.9519	33.6162	23.006	6.4024	5.3544	4.268	5.3544	5.9756	3.4144	1.7072	119.337715
24	2.433	9.8168	2.433	8.4045	24.328	21.8557	3.8416	3.2126	2.5608	3.2126	3.5854	2.0486	1.0243	88.75686898
	ID1	ID3	ID1=ID4	ID5	ID2	ID6	ID7	ID10	ID8	ID13	ID14	ID11	ID12	174.3977299 (MAX)
Οι τιμές των φορτίων στους ζυγούς 1, 3, 10 και 17 είναι μηδενικές														46.29087093 (MIN)

Πίνακας 7.2.ιδ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Οκτώβριο και για το σενάριο maxRES-maxApX

Ωρες	Μονάδα 1 WT1	Μονάδα 2 PV2	Μονάδα 3 PV3	Μονάδα 4 PV4	Μονάδα 5 PV5	Μονάδα 6 PVI	Μονάδα 7 Fuel Cell	Μονάδα 8 Microturbine	
1	5.39	0	0	0	0	0	0	0	
2	10.17	0	0	0	0	0	0	0	
3	9.69	0	0	0	0	0	0	0	
4	3.96	0	0	0	0	0	0	0	
5	4.67	0	0	0	0	0	0	0	
6	4.91	0	0	0	0	0	0	0	
7	3.72	0	0	0	0	0	0	0	
8	10.02	0.23	0.23	0.23	0.23	0.27	30	30	
9	6.11	0.71	0.71	0.71	0.71	0.85	30	30	
10	10.12	1.13	1.13	1.13	1.13	1.35	30	30	
11	8.41	1.45	1.45	1.45	1.45	1.73	30	30	
12	10.21	1.64	1.64	1.64	1.64	1.98	30	30	
13	9.96	1.71	1.71	1.71	1.71	2.06	30	30	
14	8.41	1.64	1.64	1.64	1.64	1.98	30	30	
15	9.96	1.45	1.45	1.45	1.45	1.73	30	30	
16	9.9	1.13	1.13	1.13	1.13	1.35	30	30	
17	3	0.71	0.71	0.71	0.71	0.85	30	30	
18	5.87	0.23	0.23	0.23	0.23	0.27	30	30	
19	10.12	0	0	0	0	0	30	30	
20	7.78	0	0	0	0	0	30	30	
21	10.02	0	0	0	0	0	30	30	
22	8.74	0	0	0	0	0	30	0	
23	5.63	0	0	0	0	0	30	0	
24	6.47	0	0	0	0	0	30	0	
	Ζυγός 4					Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7	

Πίνακας 7.2.ιε. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Οκτώβριο και για το σενάριο avgRES-avgApX

Ωρες	Μονάδα 1 WT1	Μονάδα 2 PV2	Μονάδα 3 PV3	Μονάδα 4 PV4	Μονάδα 5 PV5	Μονάδα 6 PVI	Μονάδα 7 Fuel Cell	Μονάδα 8 Microturbine
1	4.23	0	0	0	0	0	0	0
2	5.02	0	0	0	0	0	0	0
3	2.75	0	0	0	0	0	0	0
4	7.96	0	0	0	0	0	0	0
5	6.86	0	0	0	0	0	0	0
6	10.17	0	0	0	0	0	0	0
7	10.07	0	0	0	0	0	0	0
8	8.73	0.2	0.2	0.2	0.2	0.25	30	0
9	8.52	0.53	0.53	0.53	0.53	0.64	30	30
10	9.77	0.81	0.81	0.81	0.81	0.97	30	30
11	8.3	1.03	1.03	1.03	1.03	1.23	30	30
12	6.21	1.16	1.16	1.16	1.16	1.39	30	30
13	5.82	1.21	1.21	1.21	1.21	1.45	30	30
14	0.95	1.16	1.16	1.16	1.16	1.39	30	30
15	0.4	1.03	1.03	1.03	1.03	1.23	30	30
16	0	0.81	0.81	0.81	0.81	0.97	30	30
17	0	0.53	0.53	0.53	0.53	0.64	30	30
18	0	0.2	0.2	0.2	0.2	0.25	30	0
19	0	0	0	0	0	0	30	0
20	0	0	0	0	0	0	30	30
21	0.47	0	0	0	0	0	30	0
22	0	0	0	0	0	0	30	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0
	Ζυγός 4					Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7

Πίνακας 7.2.ιστ. Δεδομένα παραγωγών (σε kW) για το μήνα Οκτώβριο και για το σενάριο minRES-minApX

Ωρες	Μονάδα 1 WT1	Μονάδα 2 PV2	Μονάδα 3 PV3	Μονάδα 4 PV4	Μονάδα 5 PV5	Μονάδα 6 PVI	Μονάδα 7 Fuel Cell	Μονάδα 8 Microturbine
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0.06	0.06	0.06	0.06	0.07	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0.28	0.28	0.28	0.28	0.34	0	0
11	0	0.36	0.36	0.36	0.36	0.44	0	0
12	0	0.41	0.41	0.41	0.41	0.5	0	0
13	0	0.43	0.43	0.43	0.43	0.51	0	0
14	0.7	0.41	0.41	0.41	0.41	0.5	0	0
15	0.55	0.36	0.36	0.36	0.36	0.44	0	0
16	1.09	0.28	0.28	0.28	0.28	0.34	0	0
17	0.7	0.18	0.18	0.18	0.18	0.22	0	0
18	0	0.06	0.06	0.06	0.06	0.07	0	0
19	2.19	0	0	0	0	0	0	0
20	1.5	0	0	0	0	0	30	30
21	0.47	0	0	0	0	0	30	30
22	0.35	0	0	0	0	0	0	0
23	1.17	0	0	0	0	0	0	0
24	0.59	0	0	0	0	0	0	0
	Ζυγός 4					Ζυγός 5	Ζυγός 6	Ζυγός 7

7.3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΩΝ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΧΑΜΗΛΗΣ ΤΑΣΗΣ

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μετά την εφαρμογή της ροής φορτίου στο δίκτυο χαμηλής τάσης. Συγκεκριμένα, υπολογίστηκαν οι ενεργές και άεργες εγχύσεις από το ζυγό 17, οι ενεργές και άεργες συνολικές απώλειες, οι ενεργές και άεργες ισχείς ενδεικτικά για τις γραμμές 1-8, 3-7 και 11-12, καθώς επίσης τα μέτρα και οι γωνίες των τάσεων των ζυγών του δικτύου. Τα παραπάνω μεγέθη υπολογίστηκαν για τα σενάρια max RES max APX, avg RES avg APX, min RES min APX του Ιανουαρίου, του Απριλίου, του Ιουλίου και του Οκτωβρίου.

Τα αποτελέσματα αυτά συγκεντρώνονται στους παρακάτω πίνακες :

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ

Σενάριο maxRES-maxAPX

Πίνακας 7.3.α. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxAPX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)
1	71.155	0.636	0.567	0.636	24.897	0.054	19.069	0.016	2.24	0
2	62.977	0.498	0.438	0.498	22.11	0.043	15.879	0.011	2.037	0
3	57.942	0.422	0.369	0.422	20.718	0.038	14.287	0.009	2.037	0
4	55.861	0.393	0.333	0.393	19.328	0.033	13.225	0.008	2.24	0
5	47.615	0.293	0.254	0.293	17.939	0.028	10.574	0.005	2.343	0
6	50.286	0.331	0.298	0.331	20.718	0.038	10.574	0.005	2.444	0
7	66.878	0.574	0.527	0.574	27.689	0.067	15.879	0.011	2.547	0
8	63.186	0.686	1.035	0.686	38.207	0.128	21.197	0.02	3.667	0.001
9	70.26	0.946	1.521	0.946	52.35	0.241	-1.517	0	5.095	0.001
10	89.89	1.474	2.209	1.474	63.05	0.349	-2.043	0	6.626	0.003
11	186.433	7.295	9.871	7.295	68.798	0.419	-2.571	0	83.069	0.433
12	119.741	2.32	2.865	2.32	69.51	0.425	1.648	0	8.669	0.004
13	108.93	1.947	2.431	1.947	63.051	0.35	2.176	0	9.18	0.005
14	127.708	2.588	3.042	2.588	70.23	0.435	-0.989	0	9.384	0.005
15	124.129	2.508	3.034	2.508	69.511	0.426	-1.517	0	9.487	0.005
16	116.839	2.247	2.772	2.247	66.636	0.391	-3.624	0.001	8.975	0.005
17	114.067	2.104	2.519	2.104	63.052	0.35	-3.624	0.001	8.669	0.004
18	124.395	2.264	2.171	2.264	52.353	0.241	6.932	0.002	9.18	0.005
19	144.804	2.855	2.258	2.855	43.144	0.164	17.539	0.014	10.202	0.006
20	132.545	2.303	1.786	2.303	38.913	0.133	21.796	0.021	8.158	0.004
21	150.542	2.916	2.545	2.916	34.695	0.106	52.843	0.125	7.136	0.003
22	132.315	2.247	1.978	2.247	31.888	0.09	47.984	0.103	6.116	0.002
23	104.719	1.438	1.341	1.438	27.69	0.067	40.45	0.073	5.095	0.001
24	97.519	1.195	1.058	1.195	26.293	0.061	29.2	0.038	3.056	0.001

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ

Σενάριο maxRES-maxAPX

Πίνακας 7.3.β. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxAPX

ΩΡΕΣ	V (p.u.)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998	0.998	0.995	0.994	0.993	0.992	0.991	0.990	0.997	0.996	0.995	0.994	0.996	0.996	0.995	0.995	1
2	0.998	0.998	0.995	0.994	0.994	0.993	0.992	0.991	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.995	1
3	0.999	0.999	0.996	0.995	0.995	0.994	0.993	0.992	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.996	1
4	0.999	0.999	0.996	0.996	0.995	0.995	0.993	0.992	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.995	1
5	0.999	0.999	0.997	0.997	0.997	0.997	0.995	0.993	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.995	1
6	0.999	0.999	0.997	0.998	0.997	0.997	0.995	0.992	0.997	0.996	0.995	0.994	0.997	0.996	0.995	0.995	1
7	0.998	0.998	0.996	0.996	0.995	0.995	0.993	0.989	0.997	0.996	0.994	0.994	0.996	0.996	0.995	0.995	1
8	0.998	0.998	0.999	1.002	1.005	1.008	0.994	0.986	0.996	0.994	0.993	0.992	0.995	0.995	0.993	0.993	1
9	0.998	0.998	1.001	1.004	1.007	1.009	1.002	0.981	0.995	0.993	0.990	0.989	0.994	0.993	0.991	0.991	1
10	0.998	0.998	1.001	1.004	1.007	1.010	1.001	0.977	0.994	0.990	0.987	0.986	0.992	0.991	0.988	0.988	1
11	0.995	0.995	0.998	1.002	1.004	1.007	0.999	0.972	0.984	0.967	0.946	0.928	0.982	0.980	0.965	0.964	1
12	0.997	0.997	0.999	1.002	1.005	1.007	0.999	0.974	0.992	0.987	0.983	0.981	0.989	0.988	0.985	0.984	1
13	0.997	0.997	0.999	1.002	1.004	1.007	0.999	0.976	0.993	0.988	0.983	0.981	0.991	0.990	0.985	0.984	1
14	0.997	0.997	0.999	1.001	1.004	1.006	0.999	0.973	0.991	0.986	0.982	0.980	0.989	0.987	0.984	0.983	1
15	0.997	0.997	0.999	1.002	1.005	1.007	1.000	0.974	0.991	0.986	0.982	0.980	0.989	0.987	0.984	0.983	1
16	0.997	0.997	1.000	1.002	1.005	1.007	1.000	0.975	0.992	0.987	0.983	0.981	0.989	0.988	0.984	0.984	1
17	0.997	0.997	0.999	1.001	1.004	1.007	1.000	0.976	0.992	0.987	0.983	0.981	0.990	0.988	0.985	0.984	1
18	0.997	0.997	0.997	0.998	1.000	1.003	0.996	0.979	0.991	0.987	0.982	0.980	0.989	0.987	0.984	0.983	1
19	0.996	0.996	0.994	0.994	0.996	0.998	0.990	0.982	0.990	0.985	0.980	0.978	0.987	0.986	0.982	0.981	1
20	0.997	0.997	0.993	0.993	0.994	0.996	0.989	0.984	0.992	0.988	0.984	0.982	0.989	0.988	0.985	0.984	1
21	0.996	0.996	0.989	0.989	0.991	0.994	0.977	0.985	0.992	0.988	0.985	0.983	0.990	0.989	0.986	0.986	1
22	0.997	0.997	0.990	0.990	0.992	0.994	0.980	0.986	0.993	0.990	0.987	0.986	0.991	0.990	0.988	0.988	1
23	0.997	0.997	0.993	0.994	0.996	0.998	0.984	0.988	0.994	0.992	0.989	0.988	0.993	0.992	0.990	0.990	1
24	0.997	0.997	0.992	0.990	0.988	0.987	0.985	0.989	0.996	0.994	0.993	0.992	0.995	0.994	0.993	0.993	1

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ
Σενάριο maxRES-maxAPX

Πίνακας 7.3.γ. : Αποτελέσματα για τις γωνίες , στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxAPX

ΩΡΕΣ	$\theta(\text{rad})$																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0.408	-0.409	-0.468	-0.485	-0.499	-0.510	-0.516	-0.533	-0.457	-0.504	-0.521	-0.528	-0.476	-0.486	-0.514	-0.517	-0.408
2	-0.361	-0.362	-0.413	-0.430	-0.442	-0.450	-0.453	-0.472	-0.405	-0.448	-0.463	-0.470	-0.423	-0.432	-0.457	-0.460	-0.361
3	-0.332	-0.333	-0.377	-0.389	-0.400	-0.408	-0.413	-0.436	-0.376	-0.420	-0.434	-0.441	-0.394	-0.403	-0.428	-0.431	-0.332
4	-0.320	-0.321	-0.360	-0.370	-0.380	-0.387	-0.393	-0.417	-0.369	-0.416	-0.433	-0.440	-0.388	-0.398	-0.426	-0.429	-0.320
5	-0.273	-0.273	-0.296	-0.297	-0.305	-0.310	-0.323	-0.363	-0.324	-0.374	-0.391	-0.398	-0.344	-0.355	-0.384	-0.387	-0.273
6	-0.288	-0.289	-0.310	-0.308	-0.316	-0.322	-0.336	-0.392	-0.341	-0.393	-0.411	-0.419	-0.363	-0.374	-0.404	-0.407	-0.288
7	-0.383	-0.384	-0.423	-0.428	-0.440	-0.448	-0.463	-0.522	-0.439	-0.493	-0.511	-0.520	-0.461	-0.472	-0.504	-0.507	-0.383
8	-0.362	-0.361	-0.350	-0.292	-0.243	-0.190	-0.403	-0.554	-0.442	-0.520	-0.547	-0.559	-0.474	-0.490	-0.536	-0.541	-0.362
9	-0.402	-0.401	-0.349	-0.300	-0.255	-0.207	-0.345	-0.665	-0.514	-0.622	-0.660	-0.677	-0.558	-0.581	-0.644	-0.652	-0.402
10	-0.514	-0.513	-0.454	-0.401	-0.355	-0.306	-0.449	-0.832	-0.660	-0.801	-0.851	-0.873	-0.717	-0.748	-0.830	-0.840	-0.514
11	-1.063	-1.062	-1.000	-0.944	-0.897	-0.848	-0.993	-1.412	-1.466	-2.129	-2.452	-2.751	-1.538	-1.576	-2.167	-2.179	-1.063
12	-0.685	-0.684	-0.641	-0.594	-0.550	-0.503	-0.645	-1.036	-0.876	-1.062	-1.127	-1.156	-0.951	-0.991	-1.101	-1.113	-0.685
13	-0.623	-0.622	-0.584	-0.541	-0.497	-0.451	-0.589	-0.941	-0.795	-0.992	-1.061	-1.091	-0.841	-0.883	-1.033	-1.046	-0.623
14	-0.730	-0.730	-0.691	-0.654	-0.608	-0.560	-0.688	-1.085	-0.937	-1.139	-1.210	-1.241	-1.019	-1.063	-1.181	-1.195	-0.730
15	-0.710	-0.709	-0.662	-0.619	-0.574	-0.525	-0.658	-1.061	-0.919	-1.123	-1.194	-1.226	-1.002	-1.046	-1.165	-1.179	-0.710
16	-0.668	-0.667	-0.620	-0.581	-0.535	-0.486	-0.611	-1.004	-0.866	-1.059	-1.126	-1.156	-0.944	-0.986	-1.099	-1.112	-0.668
17	-0.653	-0.652	-0.611	-0.579	-0.535	-0.485	-0.602	-0.971	-0.843	-1.030	-1.094	-1.123	-0.919	-0.959	-1.068	-1.081	-0.653
18	-0.712	-0.712	-0.706	-0.686	-0.649	-0.604	-0.724	-0.976	-0.914	-1.112	-1.180	-1.211	-0.994	-1.036	-1.152	-1.166	-0.712
19	-0.829	-0.830	-0.869	-0.870	-0.840	-0.801	-0.913	-1.047	-1.054	-1.274	-1.351	-1.385	-1.143	-1.190	-1.319	-1.335	-0.829
20	-0.759	-0.761	-0.815	-0.823	-0.797	-0.760	-0.871	-0.955	-0.939	-1.114	-1.175	-1.202	-1.010	-1.047	-1.150	-1.162	-0.759
21	-0.862	-0.865	-0.984	-0.989	-0.950	-0.901	-1.120	-1.037	-1.019	-1.172	-1.226	-1.249	-1.081	-1.114	-1.204	-1.214	-0.862
22	-0.758	-0.761	-0.865	-0.865	-0.838	-0.801	-0.987	-0.918	-0.892	-1.023	-1.069	-1.089	-0.945	-0.973	-1.050	-1.059	-0.758
23	-0.600	-0.602	-0.674	-0.659	-0.628	-0.589	-0.777	-0.739	-0.712	-0.820	-0.858	-0.875	-0.756	-0.779	-0.843	-0.850	-0.600
24	-0.558	-0.561	-0.657	-0.691	-0.719	-0.741	-0.732	-0.691	-0.625	-0.690	-0.713	-0.723	-0.652	-0.666	-0.704	-0.708	-0.558

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ

Σενάριο avg RES avg APX

Πίνακας 7.3.δ. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)
1	71.682	0.645	0.574	0.645	24.897	0.054	19.069	0.016	2.24	0
2	65.821	0.542	0.472	0.542	22.11	0.043	15.879	0.011	2.037	0
3	59.75	0.447	0.387	0.447	20.718	0.038	14.287	0.009	2.037	0
4	59.89	0.448	0.372	0.448	19.328	0.033	13.225	0.008	2.24	0
5	53.807	0.364	0.296	0.364	17.939	0.028	10.574	0.005	2.343	0
6	59.079	0.439	0.361	0.439	20.718	0.038	10.574	0.005	2.444	0
7	76.768	0.739	0.638	0.739	27.689	0.067	15.879	0.011	2.547	0
8	104.805	1.379	1.184	1.379	38.208	0.128	21.198	0.02	3.667	0.001
9	112.646	1.734	1.817	1.734	52.352	0.241	28.664	0.036	5.095	0.001
10	163.887	3.405	2.906	3.405	63.056	0.351	28.132	0.035	6.627	0.003
11	230.252	9.126	10.38	9.126	68.802	0.42	27.597	0.034	83.074	0.435
12	159.386	3.462	3.329	3.462	69.514	0.426	31.873	0.045	8.669	0.004
13	147.899	2.991	2.9	2.991	63.054	0.351	32.408	0.047	9.18	0.005
14	189.228	4.606	3.811	4.606	70.236	0.436	29.201	0.038	9.384	0.005
15	187.616	4.539	3.752	4.539	69.517	0.427	28.666	0.037	9.487	0.005
16	176.157	4.015	3.35	4.015	66.641	0.392	26.53	0.031	8.975	0.005
17	172.992	3.846	3.155	3.846	63.056	0.351	26.53	0.031	8.669	0.004
18	125.289	2.286	2.174	2.286	52.353	0.241	6.932	0.002	9.18	0.005
19	141.355	2.752	2.22	2.752	43.144	0.164	17.539	0.014	10.202	0.006
20	161.876	3.36	2.806	3.36	38.914	0.134	52.303	0.122	8.158	0.004
21	173.802	3.793	3.134	3.793	34.695	0.106	52.848	0.126	7.136	0.003
22	161.348	3.276	2.771	3.276	31.889	0.09	47.989	0.104	6.116	0.002
23	137.013	2.362	2.005	2.362	27.69	0.068	40.453	0.073	5.095	0.001
24	100.349	1.265	1.118	1.265	26.293	0.061	29.2	0.038	3.056	0.001

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ

Σενάριο avg RES avg APX

Πίνακας 7.3.ε. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	V(p.u.)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998	0.998	0.995	0.994	0.993	0.992	0.990	0.990	0.997	0.996	0.995	0.994	0.996	0.996	0.995	0.995	1
2	0.998	0.998	0.995	0.994	0.993	0.992	0.991	0.991	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.995	1
3	0.998	0.998	0.996	0.995	0.994	0.994	0.993	0.992	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.995	1
4	0.998	0.998	0.996	0.995	0.994	0.994	0.993	0.992	0.997	0.996	0.995	0.994	0.997	0.996	0.995	0.995	1
5	0.999	0.999	0.997	0.996	0.995	0.995	0.994	0.993	0.997	0.996	0.995	0.994	0.997	0.996	0.995	0.995	1
6	0.998	0.998	0.996	0.995	0.995	0.994	0.994	0.992	0.997	0.996	0.995	0.994	0.996	0.996	0.995	0.995	1
7	0.998	0.998	0.995	0.993	0.992	0.992	0.991	0.989	0.997	0.995	0.994	0.993	0.996	0.995	0.995	0.994	1
8	0.997	0.997	0.993	0.991	0.990	0.989	0.988	0.985	0.995	0.993	0.992	0.991	0.994	0.994	0.992	0.992	1
9	0.997	0.997	0.995	0.996	0.999	1.002	0.988	0.980	0.994	0.991	0.989	0.988	0.993	0.992	0.990	0.990	1
10	0.996	0.996	0.990	0.987	0.986	0.985	0.984	0.975	0.992	0.988	0.985	0.984	0.990	0.989	0.987	0.986	1
11	0.994	0.994	0.992	0.993	0.996	0.999	0.986	0.971	0.983	0.966	0.945	0.926	0.980	0.979	0.964	0.963	1
12	0.996	0.996	0.993	0.995	0.997	1.000	0.986	0.973	0.991	0.986	0.982	0.980	0.988	0.987	0.984	0.983	1
13	0.996	0.996	0.993	0.995	0.997	1.000	0.986	0.975	0.992	0.987	0.982	0.980	0.990	0.989	0.984	0.983	1
14	0.995	0.995	0.990	0.988	0.987	0.986	0.983	0.972	0.990	0.985	0.980	0.978	0.987	0.985	0.982	0.981	1
15	0.995	0.995	0.990	0.988	0.987	0.986	0.983	0.972	0.990	0.985	0.980	0.978	0.987	0.985	0.982	0.981	1
16	0.995	0.995	0.991	0.989	0.988	0.987	0.985	0.973	0.990	0.985	0.981	0.979	0.988	0.986	0.983	0.982	1
17	0.995	0.995	0.990	0.989	0.988	0.987	0.985	0.974	0.990	0.986	0.982	0.980	0.988	0.987	0.983	0.983	1
18	0.997	0.997	0.997	0.998	1.000	1.003	0.995	0.979	0.991	0.987	0.982	0.980	0.989	0.987	0.984	0.983	1
19	0.996	0.996	0.994	0.995	0.996	0.999	0.991	0.982	0.990	0.985	0.980	0.978	0.987	0.986	0.982	0.981	1
20	0.996	0.996	0.989	0.989	0.990	0.992	0.977	0.983	0.991	0.987	0.983	0.981	0.989	0.987	0.984	0.984	1
21	0.995	0.995	0.985	0.982	0.981	0.980	0.974	0.984	0.991	0.988	0.984	0.983	0.989	0.988	0.986	0.985	1
22	0.996	0.996	0.986	0.982	0.980	0.978	0.975	0.985	0.992	0.989	0.986	0.985	0.990	0.990	0.987	0.987	1
23	0.996	0.996	0.988	0.985	0.983	0.981	0.979	0.987	0.993	0.991	0.988	0.987	0.992	0.991	0.989	0.989	1
24	0.997	0.997	0.991	0.989	0.987	0.986	0.985	0.989	0.996	0.994	0.993	0.992	0.995	0.994	0.993	0.993	1

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ

Σενάριο avg RES avg APX

Πίνακας 7.3.στ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	$\theta(\text{rad})$																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0.411	-0.412	-0.472	-0.490	-0.505	-0.515	-0.520	-0.536	-0.460	-0.507	-0.524	-0.531	-0.479	-0.489	-0.517	-0.520	-0.408
2	-0.377	-0.379	-0.436	-0.458	-0.470	-0.479	-0.476	-0.488	-0.422	-0.465	-0.480	-0.486	-0.439	-0.448	-0.474	-0.476	-0.361
3	-0.342	-0.344	-0.391	-0.407	-0.418	-0.426	-0.427	-0.446	-0.387	-0.430	-0.445	-0.451	-0.404	-0.414	-0.439	-0.442	-0.332
4	-0.343	-0.344	-0.392	-0.411	-0.421	-0.428	-0.425	-0.440	-0.392	-0.440	-0.456	-0.463	-0.411	-0.422	-0.449	-0.452	-0.320
5	-0.308	-0.309	-0.346	-0.359	-0.367	-0.373	-0.372	-0.398	-0.359	-0.409	-0.426	-0.434	-0.380	-0.390	-0.419	-0.423	-0.273
6	-0.338	-0.340	-0.379	-0.397	-0.405	-0.410	-0.406	-0.443	-0.392	-0.444	-0.462	-0.470	-0.413	-0.424	-0.454	-0.458	-0.288
7	-0.440	-0.441	-0.501	-0.527	-0.539	-0.548	-0.542	-0.579	-0.495	-0.549	-0.568	-0.576	-0.517	-0.529	-0.561	-0.564	-0.383
8	-0.600	-0.602	-0.680	-0.713	-0.728	-0.740	-0.734	-0.793	-0.681	-0.759	-0.786	-0.798	-0.712	-0.729	-0.775	-0.780	-0.362
9	-0.645	-0.646	-0.685	-0.662	-0.617	-0.568	-0.757	-0.909	-0.757	-0.866	-0.903	-0.920	-0.801	-0.824	-0.888	-0.895	-0.402
10	-0.938	-0.941	-1.042	-1.082	-1.102	-1.117	-1.114	-1.257	-1.084	-1.227	-1.276	-1.298	-1.142	-1.173	-1.256	-1.266	-0.514
11	-1.315	-1.316	-1.348	-1.320	-1.274	-1.224	-1.418	-1.664	-1.718	-2.383	-2.707	-3.006	-1.790	-1.828	-2.421	-2.433	-1.063
12	-0.912	-0.913	-0.955	-0.928	-0.885	-0.838	-1.036	-1.264	-1.104	-1.290	-1.355	-1.384	-1.179	-1.219	-1.329	-1.341	-0.685
13	-0.846	-0.848	-0.893	-0.868	-0.826	-0.778	-0.975	-1.165	-1.019	-1.216	-1.285	-1.316	-1.065	-1.107	-1.257	-1.270	-0.623
14	-1.083	-1.086	-1.179	-1.209	-1.230	-1.246	-1.254	-1.439	-1.291	-1.493	-1.564	-1.595	-1.373	-1.416	-1.535	-1.549	-0.730
15	-1.074	-1.076	-1.166	-1.194	-1.215	-1.230	-1.240	-1.426	-1.284	-1.489	-1.560	-1.592	-1.367	-1.411	-1.531	-1.545	-0.710
16	-1.008	-1.011	-1.091	-1.114	-1.134	-1.148	-1.159	-1.346	-1.207	-1.400	-1.468	-1.498	-1.285	-1.327	-1.440	-1.453	-0.668
17	-0.990	-0.993	-1.079	-1.108	-1.129	-1.143	-1.147	-1.309	-1.182	-1.369	-1.434	-1.463	-1.257	-1.297	-1.407	-1.420	-0.653
18	-0.717	-0.717	-0.713	-0.695	-0.658	-0.613	-0.731	-0.981	-0.919	-1.117	-1.186	-1.216	-0.999	-1.042	-1.157	-1.171	-0.712
19	-0.809	-0.810	-0.841	-0.835	-0.806	-0.767	-0.886	-1.027	-1.034	-1.254	-1.331	-1.365	-1.123	-1.170	-1.300	-1.315	-0.829
20	-0.927	-0.930	-1.047	-1.051	-1.025	-0.988	-1.181	-1.123	-1.107	-1.282	-1.343	-1.371	-1.178	-1.215	-1.318	-1.330	-0.759
21	-0.995	-1.000	-1.169	-1.224	-1.251	-1.268	-1.305	-1.171	-1.153	-1.306	-1.359	-1.383	-1.215	-1.248	-1.337	-1.348	-0.862
22	-0.924	-0.928	-1.095	-1.158	-1.197	-1.227	-1.218	-1.085	-1.059	-1.190	-1.235	-1.255	-1.112	-1.140	-1.217	-1.226	-0.758
23	-0.784	-0.788	-0.930	-0.985	-1.020	-1.047	-1.034	-0.924	-0.897	-1.006	-1.043	-1.060	-0.941	-0.964	-1.028	-1.035	-0.600
24	-0.575	-0.578	-0.680	-0.719	-0.748	-0.770	-0.754	-0.707	-0.642	-0.707	-0.729	-0.739	-0.668	-0.682	-0.720	-0.724	-0.558

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ

Σενάριο min RES min APX

Πίνακας 7.3.ζ. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)
1	77.18	0.745	0.652	0.745	24.897	0.054	19.069	0.016	2.24	0
2	67.259	0.565	0.491	0.565	22.11	0.043	15.879	0.011	2.037	0
3	62.885	0.494	0.422	0.494	20.718	0.038	14.287	0.009	2.037	0
4	60.314	0.454	0.377	0.454	19.328	0.033	13.225	0.008	2.24	0
5	55.159	0.382	0.308	0.382	17.939	0.028	10.574	0.005	2.343	0
6	59.079	0.439	0.361	0.439	20.718	0.038	10.574	0.005	2.444	0
7	76.332	0.731	0.632	0.731	27.689	0.067	15.879	0.011	2.547	0
8	105.916	1.407	1.205	1.407	38.208	0.128	21.198	0.02	3.667	0.001
9	144.706	2.628	2.247	2.628	52.354	0.242	28.666	0.037	5.095	0.001
10	166.054	3.489	2.963	3.489	63.056	0.351	28.133	0.035	6.627	0.003
11	263.617	10.844	11.004	10.844	68.805	0.42	27.599	0.034	83.077	0.435
12	194.179	4.781	3.923	4.781	69.517	0.427	31.875	0.046	8.669	0.004
13	183.501	4.272	3.522	4.272	63.057	0.351	32.411	0.047	9.18	0.005
14	197.085	4.95	4.019	4.95	70.237	0.436	29.202	0.038	9.384	0.005
15	195.344	4.873	3.949	4.873	69.517	0.427	28.667	0.037	9.487	0.005
16	184.944	4.372	3.557	4.372	66.642	0.392	26.53	0.031	8.975	0.005
17	176.709	3.992	3.241	3.992	63.056	0.351	26.53	0.031	8.669	0.004
18	192.581	4.664	3.587	4.664	52.357	0.242	37.233	0.062	9.18	0.005
19	179.773	4.179	3.308	4.179	43.146	0.164	47.986	0.103	10.202	0.006
20	199.691	5.006	4.062	5.006	38.915	0.134	52.31	0.124	8.158	0.004
21	182.591	4.183	3.463	4.183	34.695	0.106	52.849	0.126	7.136	0.003
22	170.303	3.653	3.106	3.653	31.889	0.09	47.991	0.104	6.116	0.002
23	142.175	2.544	2.167	2.544	27.69	0.068	40.454	0.073	5.095	0.001
24	106.554	1.428	1.263	1.428	26.293	0.061	29.201	0.038	3.056	0.001

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ

Σενάριο min RES min APX

Πίνακας 7.3.η. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	V(p.u.)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998	0.998	0.994	0.992	0.991	0.991	0.99	0.99	0.997	0.996	0.994	0.994	0.996	0.996	0.995	0.995	1
2	0.998	0.998	0.995	0.993	0.993	0.992	0.991	0.991	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.995	0.995	1
3	0.998	0.998	0.995	0.994	0.993	0.993	0.992	0.992	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.995	1
4	0.998	0.998	0.996	0.994	0.994	0.993	0.993	0.992	0.997	0.996	0.995	0.994	0.997	0.996	0.995	0.995	1
5	0.999	0.999	0.996	0.995	0.995	0.995	0.994	0.993	0.997	0.996	0.995	0.994	0.997	0.996	0.995	0.995	1
6	0.998	0.998	0.996	0.995	0.995	0.994	0.994	0.992	0.997	0.996	0.995	0.994	0.996	0.996	0.995	0.995	1
7	0.998	0.998	0.995	0.993	0.992	0.992	0.991	0.989	0.997	0.995	0.994	0.993	0.996	0.995	0.995	0.994	1
8	0.997	0.997	0.993	0.991	0.99	0.989	0.988	0.985	0.995	0.993	0.991	0.991	0.994	0.994	0.992	0.992	1
9	0.996	0.996	0.99	0.987	0.986	0.985	0.984	0.979	0.993	0.991	0.988	0.987	0.992	0.991	0.989	0.989	1
10	0.996	0.996	0.989	0.987	0.986	0.985	0.983	0.975	0.992	0.988	0.985	0.984	0.99	0.989	0.986	0.986	1
11	0.993	0.993	0.987	0.984	0.983	0.982	0.98	0.97	0.982	0.965	0.944	0.926	0.979	0.978	0.963	0.962	1
12	0.995	0.995	0.988	0.985	0.984	0.983	0.981	0.972	0.99	0.985	0.981	0.979	0.987	0.986	0.983	0.982	1
13	0.995	0.995	0.988	0.985	0.984	0.983	0.981	0.974	0.991	0.986	0.981	0.979	0.989	0.988	0.983	0.982	1
14	0.995	0.995	0.988	0.986	0.984	0.983	0.982	0.971	0.989	0.984	0.98	0.978	0.987	0.985	0.982	0.981	1
15	0.995	0.995	0.989	0.986	0.985	0.984	0.982	0.972	0.989	0.984	0.98	0.978	0.987	0.985	0.982	0.981	1
16	0.995	0.995	0.989	0.987	0.986	0.985	0.983	0.973	0.99	0.985	0.981	0.979	0.987	0.986	0.983	0.982	1
17	0.995	0.995	0.99	0.988	0.986	0.986	0.984	0.974	0.99	0.986	0.982	0.98	0.988	0.987	0.983	0.982	1
18	0.995	0.995	0.987	0.983	0.982	0.98	0.978	0.977	0.99	0.985	0.98	0.978	0.987	0.986	0.982	0.981	1
19	0.995	0.995	0.989	0.988	0.99	0.992	0.978	0.981	0.989	0.984	0.979	0.977	0.986	0.985	0.981	0.98	1
20	0.995	0.995	0.983	0.978	0.976	0.974	0.971	0.982	0.99	0.986	0.982	0.98	0.988	0.986	0.983	0.983	1
21	0.995	0.995	0.984	0.98	0.978	0.977	0.972	0.984	0.991	0.987	0.984	0.982	0.989	0.988	0.985	0.985	1
22	0.996	0.995	0.985	0.98	0.978	0.976	0.974	0.985	0.992	0.989	0.986	0.984	0.99	0.989	0.987	0.986	1
23	0.996	0.996	0.987	0.984	0.981	0.98	0.978	0.987	0.993	0.991	0.988	0.987	0.992	0.991	0.989	0.989	1
24	0.997	0.997	0.99	0.987	0.986	0.984	0.984	0.989	0.995	0.994	0.992	0.992	0.995	0.994	0.993	0.993	1

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ

Σενάριο min RES min APX

Πίνακας 7.3.θ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	$\theta(\text{rad})$																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0.442	-0.444	-0.515	-0.546	-0.560	-0.571	-0.564	-0.567	-0.491	-0.539	-0.555	-0.562	-0.510	-0.521	-0.548	-0.552	0
2	-0.385	-0.387	-0.447	-0.473	-0.485	-0.494	-0.487	-0.496	-0.430	-0.473	-0.488	-0.495	-0.447	-0.457	-0.482	-0.485	0
3	-0.360	-0.362	-0.416	-0.439	-0.450	-0.458	-0.452	-0.464	-0.405	-0.448	-0.463	-0.469	-0.422	-0.432	-0.457	-0.460	0
4	-0.345	-0.347	-0.395	-0.415	-0.425	-0.432	-0.429	-0.443	-0.395	-0.442	-0.458	-0.466	-0.414	-0.424	-0.452	-0.455	0
5	-0.316	-0.317	-0.356	-0.373	-0.381	-0.386	-0.383	-0.406	-0.367	-0.417	-0.434	-0.442	-0.387	-0.398	-0.427	-0.430	0
6	-0.338	-0.340	-0.379	-0.397	-0.405	-0.410	-0.406	-0.443	-0.392	-0.444	-0.462	-0.470	-0.413	-0.424	-0.454	-0.458	0
7	-0.437	-0.439	-0.498	-0.523	-0.535	-0.544	-0.538	-0.577	-0.493	-0.547	-0.566	-0.574	-0.515	-0.526	-0.558	-0.562	0
8	-0.607	-0.609	-0.689	-0.724	-0.740	-0.752	-0.743	-0.799	-0.687	-0.765	-0.792	-0.804	-0.719	-0.735	-0.781	-0.786	0
9	-0.828	-0.832	-0.939	-0.985	-1.008	-1.023	-1.013	-1.093	-0.941	-1.050	-1.087	-1.104	-0.985	-1.008	-1.072	-1.079	0
10	-0.951	-0.954	-1.059	-1.103	-1.125	-1.141	-1.131	-1.270	-1.097	-1.239	-1.288	-1.310	-1.154	-1.185	-1.268	-1.278	0
11	-1.506	-1.509	-1.613	-1.657	-1.679	-1.694	-1.684	-1.856	-1.910	-2.577	-2.901	-3.201	-1.982	-2.021	-2.614	-2.627	0
12	-1.112	-1.115	-1.232	-1.280	-1.304	-1.322	-1.313	-1.464	-1.303	-1.490	-1.555	-1.584	-1.379	-1.419	-1.529	-1.542	0
13	-1.050	-1.054	-1.176	-1.228	-1.253	-1.270	-1.259	-1.370	-1.223	-1.421	-1.490	-1.521	-1.269	-1.311	-1.462	-1.475	0
14	-1.128	-1.131	-1.241	-1.288	-1.311	-1.327	-1.316	-1.484	-1.336	-1.539	-1.609	-1.641	-1.418	-1.461	-1.580	-1.594	0
15	-1.118	-1.121	-1.227	-1.272	-1.294	-1.310	-1.301	-1.470	-1.328	-1.533	-1.604	-1.636	-1.411	-1.455	-1.575	-1.589	0
16	-1.059	-1.061	-1.161	-1.203	-1.223	-1.238	-1.229	-1.396	-1.257	-1.451	-1.518	-1.548	-1.336	-1.377	-1.491	-1.504	0
17	-1.012	-1.014	-1.109	-1.146	-1.166	-1.181	-1.177	-1.331	-1.203	-1.390	-1.455	-1.484	-1.279	-1.319	-1.428	-1.441	0
18	-1.102	-1.106	-1.247	-1.307	-1.336	-1.357	-1.343	-1.368	-1.306	-1.504	-1.573	-1.604	-1.386	-1.428	-1.545	-1.558	0
19	-1.029	-1.032	-1.146	-1.155	-1.126	-1.086	-1.269	-1.247	-1.255	-1.475	-1.552	-1.586	-1.344	-1.391	-1.521	-1.536	0
20	-1.143	-1.149	-1.347	-1.433	-1.474	-1.503	-1.483	-1.340	-1.324	-1.500	-1.561	-1.588	-1.395	-1.433	-1.536	-1.548	0
21	-1.045	-1.051	-1.238	-1.312	-1.340	-1.357	-1.375	-1.221	-1.203	-1.356	-1.410	-1.433	-1.265	-1.298	-1.388	-1.398	0
22	-0.975	-0.980	-1.166	-1.248	-1.288	-1.317	-1.290	-1.136	-1.110	-1.241	-1.287	-1.307	-1.163	-1.191	-1.268	-1.277	0
23	-0.814	-0.818	-0.971	-1.037	-1.072	-1.099	-1.075	-0.954	-0.926	-1.035	-1.073	-1.090	-0.970	-0.994	-1.057	-1.065	0
24	-0.610	-0.613	-0.729	-0.782	-0.810	-0.833	-0.804	-0.743	-0.677	-0.742	-0.765	-0.775	-0.704	-0.718	-0.755	-0.760	0

ΑΠΡΙΛΙΟΣ
Σενάριο maxRES-maxApX

Πίνακας 7.3.1. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)
1	60.917	0.468	0.423	0.468	22.059	0.043	16.903	0.013	1.987	0
2	53.194	0.357	0.32	0.357	19.591	0.034	14.077	0.009	1.806	0
3	46.923	0.282	0.258	0.282	18.359	0.03	12.666	0.007	1.806	0
4	45.536	0.266	0.236	0.266	17.128	0.026	11.725	0.006	1.987	0
5	39.072	0.203	0.188	0.203	15.898	0.022	9.375	0.004	2.078	0
6	43.182	0.247	0.229	0.247	18.359	0.03	9.375	0.004	2.168	0
7	58.051	0.435	0.405	0.435	24.53	0.053	14.077	0.009	2.258	0
8	80.898	0.843	0.775	0.843	33.834	0.101	18.789	0.016	3.252	0.001
9	84.315	1.096	1.422	1.096	46.333	0.189	25.401	0.028	4.518	0.001
10	70.108	1.057	1.842	1.057	55.777	0.273	-5.202	0.001	5.876	0.002
11	83.896	1.424	2.281	1.424	60.84	0.325	-5.669	0.001	7.233	0.003
12	93.796	1.621	2.34	1.621	61.475	0.332	-1.933	0	7.687	0.003
13	93.271	1.584	2.159	1.584	55.778	0.274	-1.465	0	8.139	0.004
14	96.81	1.748	2.501	1.748	62.109	0.339	-4.268	0.001	8.32	0.004
15	129.247	2.468	2.67	2.468	61.477	0.333	25.402	0.028	8.411	0.004
16	151.93	3.009	2.55	3.009	58.944	0.306	23.511	0.025	7.958	0.004
17	148.962	2.872	2.39	2.872	55.781	0.274	23.511	0.025	7.687	0.003
18	163.395	3.376	2.613	3.376	46.336	0.189	32.987	0.049	8.139	0.004
19	178.503	4.03	3.089	4.03	38.199	0.129	42.505	0.081	9.045	0.005
20	170.731	3.661	2.96	3.661	34.459	0.105	46.325	0.097	7.233	0.003
21	153.438	2.956	2.442	2.956	30.728	0.083	46.802	0.098	6.328	0.002
22	142.601	2.559	2.163	2.559	28.246	0.07	42.505	0.081	5.423	0.002
23	119.202	1.788	1.516	1.788	24.53	0.053	35.837	0.057	4.518	0.001
24	88.524	0.984	0.87	0.984	23.294	0.048	25.877	0.03	2.71	0

ΑΠΡΙΛΙΟΣ

Σενάριο maxRES-maxApX

Πίνακας 7.3.α. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX

ΩΡΕΣ	V (p.u)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998449	0.998425	0.995678	0.995054	0.994313	0.993783	0.991964	0.991129	0.99731	0.996276	0.995319	0.994895	0.996748	0.996451	0.995722	0.995537	1
2	0.998649	0.998629	0.99633	0.995798	0.99518	0.994739	0.993239	0.992149	0.997614	0.996674	0.995805	0.99542	0.997103	0.996834	0.996171	0.996004	1
3	0.99881	0.998795	0.997108	0.997009	0.996454	0.996058	0.994329	0.99272	0.997775	0.996836	0.995967	0.995582	0.997265	0.996995	0.996333	0.996165	1
4	0.998845	0.998832	0.997325	0.997288	0.996775	0.996408	0.994753	0.993164	0.997707	0.996673	0.995717	0.995293	0.997145	0.996849	0.99612	0.995935	1
5	0.99901	0.999003	0.998207	0.998585	0.998174	0.997881	0.996152	0.993738	0.997821	0.99674	0.99574	0.995297	0.997233	0.996923	0.996161	0.995969	1
6	0.998905	0.998897	0.997981	0.99824	0.99783	0.997537	0.995926	0.992816	0.997663	0.996535	0.995492	0.995029	0.99705	0.996727	0.995931	0.99573	1
7	0.998522	0.998506	0.996651	0.996562	0.995973	0.995532	0.993561	0.990382	0.997228	0.996052	0.994965	0.994482	0.996589	0.996252	0.995423	0.995213	1
8	0.997926	0.997904	0.995372	0.9952	0.994467	0.993879	0.991242	0.98669	0.996058	0.994361	0.992792	0.992096	0.995137	0.994651	0.993453	0.99315	1
9	0.997818	0.997815	0.997717	1.000803	1.003577	1.006518	0.992147	0.982428	0.995219	0.992856	0.990672	0.989703	0.993937	0.993261	0.991592	0.991171	1
10	0.998166	0.998197	1.002354	1.005865	1.008695	1.011635	1.00349	0.979644	0.994782	0.991703	0.988858	0.987595	0.993114	0.992234	0.990057	0.989509	1
11	0.997795	0.997828	1.002205	1.005877	1.008765	1.011172	1.003442	0.977583	0.99362	0.989819	0.986308	0.98475	0.991563	0.990479	0.98779	0.987113	1
12	0.997537	0.997563	1.001272	1.004741	1.007495	1.010339	1.001694	0.977108	0.993096	0.989053	0.985319	0.983661	0.990909	0.989756	0.986895	0.986175	1
13	0.997553	0.997578	1.001083	1.004406	1.007149	1.009978	1.001403	0.979019	0.992848	0.988564	0.984607	0.98285	0.990532	0.98931	0.986278	0.985515	1
14	0.997452	0.997481	1.001478	1.004944	1.007799	1.010713	1.00241	0.97681	0.99264	0.988259	0.984212	0.982416	0.990272	0.989022	0.98592	0.985141	1
15	0.996605	0.996602	0.99656	0.999705	1.00257	1.005514	0.990983	0.976156	0.991736	0.987303	0.983208	0.98139	0.98934	0.988076	0.984937	0.984148	1
16	0.996016	0.995984	0.992336	0.991651	0.990818	0.99008	0.987152	0.976399	0.991409	0.987216	0.983342	0.981622	0.989141	0.987945	0.984977	0.98423	1
17	0.996099	0.996065	0.992127	0.991153	0.990269	0.98953	0.986942	0.977537	0.991652	0.987603	0.983863	0.982203	0.989462	0.988307	0.985442	0.984721	1
18	0.99571	0.995656	0.989287	0.987089	0.985726	0.984687	0.981992	0.980287	0.990996	0.986704	0.98274	0.98098	0.988676	0.987452	0.984413	0.983649	1
19	0.995293	0.995222	0.986942	0.984052	0.982203	0.980861	0.977519	0.982574	0.990045	0.985266	0.980852	0.978893	0.987464	0.986101	0.982716	0.981866	1
20	0.995511	0.99543	0.985935	0.982323	0.980274	0.97881	0.975655	0.98404	0.991325	0.987516	0.983997	0.982435	0.989264	0.988177	0.985482	0.984803	1
21	0.995985	0.995911	0.987237	0.984497	0.983089	0.98227	0.976865	0.985762	0.99233	0.989004	0.985931	0.984567	0.990529	0.989579	0.987228	0.986635	1
22	0.99628	0.996207	0.987648	0.984474	0.982463	0.980988	0.978232	0.986886	0.993152	0.990307	0.987678	0.986512	0.991611	0.990797	0.988787	0.98828	1
23	0.996912	0.996852	0.989795	0.987269	0.985481	0.984144	0.981874	0.988759	0.994311	0.991945	0.989759	0.988789	0.993028	0.992351	0.990681	0.990259	1
24	0.997728	0.997683	0.992444	0.990468	0.989018	0.987893	0.98674	0.989992	0.996172	0.994759	0.993452	0.992873	0.995405	0.995	0.994003	0.993751	1

ΑΠΡΙΛΙΟΣ

Σενάριο maxRES–maxApX

Πίνακας 7.3.ιβ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX

ΩΡΕΣ	θ (rad)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0.3489	-0.35025	-0.39741	-0.40817	-0.42097	-0.43012	-0.44015	-0.45983	-0.39239	-0.43446	-0.44901	-0.45548	-0.40949	-0.41851	-0.44306	-0.44594	0
2	-0.30468	-0.30581	-0.34529	-0.35446	-0.36512	-0.37273	-0.38084	-0.40316	-0.34419	-0.3824	-0.39562	-0.40149	-0.35972	-0.36792	-0.39021	-0.39282	0
3	-0.26877	-0.26961	-0.29858	-0.30028	-0.30984	-0.31668	-0.33052	-0.36103	-0.30827	-0.34646	-0.35967	-0.36554	-0.32379	-0.33198	-0.35427	-0.35688	0
4	-0.26083	-0.26158	-0.28746	-0.28809	-0.29694	-0.30326	-0.31701	-0.3469	-0.30429	-0.34632	-0.36086	-0.36732	-0.32137	-0.33038	-0.35492	-0.35778	0
5	-0.2238	-0.22422	-0.23788	-0.23137	-0.23843	-0.24348	-0.26146	-0.30366	-0.26922	-0.31315	-0.32835	-0.3351	-0.28707	-0.2965	-0.32213	-0.32513	0
6	-0.24733	-0.24781	-0.26352	-0.25906	-0.26612	-0.27117	-0.28712	-0.33958	-0.29474	-0.34059	-0.35646	-0.36351	-0.31337	-0.32321	-0.34997	-0.35311	0
7	-0.33248	-0.33341	-0.36526	-0.36679	-0.37694	-0.38455	-0.40078	-0.45582	-0.3819	-0.42972	-0.44627	-0.45363	-0.40134	-0.4116	-0.43951	-0.44277	0
8	-0.46327	-0.46454	-0.50801	-0.51095	-0.52361	-0.53378	-0.55554	-0.6336	-0.53457	-0.60364	-0.62756	-0.6382	-0.56262	-0.57744	-0.61778	-0.6225	0
9	-0.48258	-0.48276	-0.48373	-0.43025	-0.38244	-0.33206	-0.5477	-0.71588	-0.58172	-0.67792	-0.71126	-0.7261	-0.62076	-0.64139	-0.69762	-0.7042	0
10	-0.40091	-0.39914	-0.32697	-0.26646	-0.21794	-0.16782	-0.314	-0.68157	-0.52984	-0.65516	-0.69863	-0.718	-0.58066	-0.60753	-0.68084	-0.68942	0
11	-0.47971	-0.47783	-0.40183	-0.33852	-0.289	-0.23865	-0.38768	-0.78608	-0.63866	-0.79343	-0.84718	-0.87114	-0.70138	-0.73456	-0.82517	-0.83578	0
12	-0.53642	-0.53487	-0.47043	-0.41059	-0.36331	-0.31479	-0.4656	-0.84615	-0.70546	-0.87014	-0.92736	-0.95287	-0.77217	-0.80748	-0.90392	-0.91521	0
13	-0.53345	-0.53199	-0.4711	-0.41375	-0.36665	-0.31835	-0.46743	-0.81446	-0.71248	-0.887	-0.94765	-0.97471	-0.78316	-0.82057	-0.92281	-0.93478	0
14	-0.55359	-0.5519	-0.48246	-0.42266	-0.37366	-0.32395	-0.47179	-0.86657	-0.73667	-0.91518	-0.97722	-1.0049	-0.80895	-0.84722	-0.95181	-0.96405	0
15	-0.73953	-0.73969	-0.73969	-0.68511	-0.63568	-0.5852	-0.8038	-1.04985	-0.92492	-1.10571	-1.16855	-1.19659	-0.99813	-1.03688	-1.1428	-1.15521	0
16	-0.86969	-0.8715	-0.93422	-0.94606	-0.96049	-0.97329	-0.99407	-1.16757	-1.04525	-1.21636	-1.27582	-1.30234	-1.11456	-1.15124	-1.25146	-1.2632	0
17	-0.85273	-0.85468	-0.92239	-0.93924	-0.95456	-0.96738	-0.98226	-1.13458	-1.02226	-1.18743	-1.24481	-1.2704	-1.08917	-1.12458	-1.22131	-1.23263	0
18	-0.93541	-0.93852	-1.04791	-1.08602	-1.10974	-1.12786	-1.1324	-1.16971	-1.1151	-1.29028	-1.35116	-1.37832	-1.18605	-1.2236	-1.32622	-1.33824	0
19	-1.02184	-1.02587	-1.16792	-1.21815	-1.25041	-1.27389	-1.27731	-1.21516	-1.2218	-1.41697	-1.48485	-1.51515	-1.3008	-1.34264	-1.45704	-1.47044	0
20	-0.97741	-0.98202	-1.14475	-1.20761	-1.24341	-1.26907	-1.26421	-1.15172	-1.13709	-1.29258	-1.34658	-1.37066	-1.2001	-1.23343	-1.32447	-1.33513	0
21	-0.87846	-0.8827	-1.03138	-1.07904	-1.1036	-1.11791	-1.15175	-1.03376	-1.01797	-1.15364	-1.20072	-1.2217	-1.07297	-1.10206	-1.18145	-1.19074	0
22	-0.81644	-0.8206	-0.96728	-1.02238	-1.05746	-1.08326	-1.07651	-0.95911	-0.93586	-1.05187	-1.09211	-1.11002	-0.98292	-1.00779	-1.07564	-1.08358	0
23	-0.68254	-0.68597	-0.80694	-0.85071	-0.8818	-0.90511	-0.89864	-0.80628	-0.78187	-0.87824	-0.91164	-0.92651	-0.82098	-0.84164	-0.89798	-0.90457	0
24	-0.50696	-0.5095	-0.59936	-0.63353	-0.65867	-0.67822	-0.66522	-0.62427	-0.56638	-0.6239	-0.64381	-0.65266	-0.58974	-0.60208	-0.63567	-0.63959	0

ΑΠΡΙΛΙΟΣ
Σενάριο avgRES–avgApX

Πίνακας 7.3.ιγ. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)
1	65.7	0.541	0.476	0.541	22.059	0.043	16.903	0.013	1.987	0
2	56.565	0.401	0.352	0.401	19.591	0.034	14.077	0.009	1.806	0
3	52.696	0.348	0.301	0.348	18.359	0.03	12.666	0.007	1.806	0
4	51.095	0.327	0.274	0.327	17.128	0.026	11.725	0.006	1.987	0
5	46.176	0.27	0.222	0.27	15.898	0.022	9.375	0.004	2.078	0
6	49.334	0.309	0.261	0.309	18.359	0.03	9.375	0.004	2.168	0
7	64.77	0.529	0.464	0.529	24.53	0.053	14.077	0.009	2.258	0
8	59.611	0.585	0.838	0.585	33.834	0.1	18.788	0.015	3.252	0.001
9	93.289	1.245	1.426	1.245	46.333	0.189	25.402	0.028	4.518	0.001
10	111.713	1.782	1.967	1.782	55.779	0.274	24.929	0.027	5.876	0.002
11	124.96	2.242	2.405	2.242	60.843	0.326	24.456	0.026	7.233	0.003
12	130.031	2.424	2.574	2.424	61.477	0.333	28.242	0.035	7.687	0.003
13	135.307	2.541	2.444	2.541	55.78	0.274	28.717	0.036	8.139	0.004
14	137.935	2.688	2.707	2.688	62.112	0.34	25.876	0.03	8.32	0.004
15	167.759	3.618	2.971	3.618	61.48	0.334	25.404	0.029	8.411	0.004
16	158.655	3.24	2.675	3.24	58.944	0.307	23.512	0.025	7.958	0.004
17	154.049	3.044	2.487	3.044	55.781	0.274	23.512	0.025	7.687	0.003
18	166.745	3.505	2.703	3.505	46.336	0.19	32.987	0.049	8.139	0.004
19	181.045	4.14	3.172	4.14	38.199	0.129	42.506	0.081	9.045	0.005
20	167.273	3.517	2.842	3.517	34.459	0.105	46.324	0.096	7.233	0.003
21	156.578	3.076	2.541	3.076	30.728	0.083	46.802	0.098	6.328	0.002
22	142.962	2.572	2.174	2.572	28.246	0.07	42.505	0.081	5.423	0.002
23	121.162	1.847	1.567	1.847	24.53	0.053	35.838	0.057	4.518	0.001
24	86.863	0.948	0.839	0.948	23.294	0.048	25.877	0.03	2.71	0

ΑΠΡΙΛΙΟΣ
Σενάριο avgRES–avgApX

Πίνακας 7.3.ιδ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	V (p.u)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998325	0.998296	0.994952	0.993732	0.99299	0.99246	0.991236	0.991004	0.997186	0.996152	0.995195	0.994771	0.996624	0.996327	0.995598	0.995413	1
2	0.998562	0.998539	0.995818	0.994866	0.994248	0.993807	0.992726	0.992061	0.997527	0.996587	0.995718	0.995333	0.997016	0.996747	0.996084	0.995917	1
3	0.998662	0.998641	0.996232	0.995414	0.994858	0.994461	0.993451	0.992571	0.997627	0.996687	0.995819	0.995433	0.997116	0.996847	0.996184	0.996017	1
4	0.998703	0.998684	0.996483	0.995753	0.995239	0.994871	0.993909	0.993021	0.997565	0.996653	0.995574	0.99515	0.997003	0.996706	0.995977	0.995792	1
5	0.998829	0.998815	0.997131	0.996623	0.996212	0.995918	0.995074	0.993556	0.997639	0.996558	0.995559	0.995115	0.997052	0.996742	0.99598	0.995787	1
6	0.998748	0.998733	0.99705	0.996541	0.99613	0.995837	0.994993	0.992657	0.997506	0.996377	0.995334	0.994872	0.996893	0.996569	0.995774	0.995572	1
7	0.998349	0.998326	0.995632	0.994705	0.994094	0.993652	0.992539	0.990208	0.997054	0.995878	0.994791	0.994308	0.996415	0.996078	0.995249	0.995039	1
8	0.998469	0.998468	0.998591	1.001067	1.004007	1.007149	0.994475	0.98724	0.996602	0.994906	0.993338	0.992642	0.995681	0.995196	0.993999	0.993696	1
9	0.997587	0.997574	0.996358	0.998329	1.001017	1.003965	0.99078	0.982193	0.994987	0.992623	0.990439	0.989469	0.993705	0.993029	0.99136	0.990938	1
10	0.997091	0.99708	0.996051	0.998152	1.00088	1.003843	0.990576	0.978548	0.993703	0.990621	0.987772	0.986508	0.992033	0.991152	0.988974	0.988425	1
11	0.996729	0.996721	0.995981	0.998312	1.001076	1.004054	0.990609	0.976495	0.992549	0.988745	0.98523	0.98367	0.990491	0.989405	0.986713	0.986036	1
12	0.996591	0.996582	0.995775	0.998515	1.001124	1.003986	0.98957	0.976142	0.992146	0.988099	0.984361	0.982702	0.989957	0.988802	0.985939	0.985218	1
13	0.996454	0.996437	0.994703	0.996579	0.999178	1.00203	0.988387	0.977899	0.991744	0.987455	0.983494	0.981735	0.989425	0.988202	0.985166	0.984403	1
14	0.996377	0.996366	0.995239	0.997364	1.000078	1.003015	0.989551	0.975713	0.99156	0.987175	0.983123	0.981325	0.98919	0.987939	0.984834	0.984053	1
15	0.995584	0.995543	0.990702	0.98907	0.988043	0.987243	0.985093	0.975114	0.99071	0.986272	0.982173	0.980353	0.988311	0.987046	0.983904	0.983114	1
16	0.995835	0.995796	0.99131	0.989789	0.98883	0.98809	0.986121	0.976214	0.991227	0.987033	0.983158	0.981438	0.988959	0.987763	0.984794	0.984047	1
17	0.995962	0.995923	0.991351	0.989744	0.988764	0.988025	0.986162	0.977398	0.991514	0.987465	0.983725	0.982064	0.989324	0.988169	0.985303	0.984583	1
18	0.995619	0.995561	0.988774	0.986161	0.984737	0.983697	0.981475	0.980194	0.990905	0.986612	0.982647	0.980887	0.988584	0.98736	0.984321	0.983557	1
19	0.995223	0.995149	0.986552	0.983347	0.981475	0.980132	0.977125	0.982503	0.989975	0.985196	0.980781	0.978821	0.987393	0.986031	0.982645	0.981795	1
20	0.995606	0.995528	0.986466	0.983281	0.981235	0.979773	0.976191	0.984136	0.991421	0.987612	0.984093	0.982531	0.98936	0.988273	0.985578	0.9849	1
21	0.9959	0.995822	0.986756	0.983627	0.982218	0.981399	0.976379	0.985676	0.992244	0.988918	0.985845	0.984481	0.990443	0.989493	0.987141	0.986549	1
22	0.99627	0.996197	0.987592	0.984374	0.982363	0.980887	0.978176	0.986876	0.993143	0.990297	0.987668	0.986502	0.991601	0.990787	0.988777	0.98827	1
23	0.996859	0.996797	0.989496	0.986726	0.984937	0.9836	0.981572	0.988706	0.994258	0.991892	0.989706	0.988736	0.992975	0.992298	0.990628	0.990206	1
24	0.997771	0.997728	0.992697	0.990927	0.989478	0.988354	0.986995	0.990036	0.996216	0.994803	0.993496	0.992917	0.995448	0.995043	0.994046	0.993794	1

ΑΠΡΙΛΙΟΣ
Σενάριο avgRES–avgApX

Πίνακας 7.3.ιε. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES–avgApX

<i>ΩΡΕΣ</i>	<i>θ (rad)</i>																
	<i>ΖΥΓΟΙ</i>																
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>	<i>16</i>	<i>17</i>
<i>1</i>	-0.37629	-0.37792	-0.43535	-0.45641	-0.46924	-0.47842	-0.47816	-0.48725	-0.4198	-0.46187	-0.47643	-0.4829	-0.4369	-0.44592	-0.47048	-0.47335	0
<i>2</i>	-0.32399	-0.32531	-0.37204	-0.38846	-0.39913	-0.40676	-0.40762	-0.42249	-0.36351	-0.40172	-0.41494	-0.42081	-0.37904	-0.38724	-0.40954	-0.41214	0
<i>3</i>	-0.30183	-0.30301	-0.34439	-0.35851	-0.3681	-0.37495	-0.37638	-0.39412	-0.34135	-0.37955	-0.39277	-0.39864	-0.35688	-0.36507	-0.38737	-0.38997	0
<i>4</i>	-0.29266	-0.29374	-0.33156	-0.34414	-0.35302	-0.35936	-0.36116	-0.37876	-0.33614	-0.37818	-0.39273	-0.39919	-0.35322	-0.36224	-0.38678	-0.38965	0
<i>5</i>	-0.26449	-0.26532	-0.29425	-0.30301	-0.3101	-0.31516	-0.31789	-0.34439	-0.30993	-0.35388	-0.36908	-0.37584	-0.32779	-0.33722	-0.36286	-0.36586	0
<i>6</i>	-0.28257	-0.2834	-0.31234	-0.3211	-0.32818	-0.33325	-0.33598	-0.37485	-0.32999	-0.37587	-0.39174	-0.39879	-0.34863	-0.35847	-0.38525	-0.38838	0
<i>7</i>	-0.37096	-0.37228	-0.41856	-0.43454	-0.44511	-0.45274	-0.45416	-0.49435	-0.4204	-0.46824	-0.4848	-0.49215	-0.43984	-0.45011	-0.47802	-0.48129	0
<i>8</i>	-0.34123	-0.34128	-0.33857	-0.2956	-0.24494	-0.19113	-0.3858	-0.51137	-0.41246	-0.48145	-0.50535	-0.51597	-0.44048	-0.45528	-0.49557	-0.50028	0
<i>9</i>	-0.53402	-0.53472	-0.55508	-0.52077	-0.47433	-0.42369	-0.61922	-0.76743	-0.63321	-0.72945	-0.76281	-0.77766	-0.67227	-0.69291	-0.74916	-0.75574	0
<i>10</i>	-0.63939	-0.64	-0.65713	-0.62057	-0.57342	-0.52253	-0.72012	-0.92067	-0.7686	-0.89419	-0.93776	-0.95717	-0.81953	-0.84646	-0.91993	-0.92852	0
<i>11</i>	-0.71511	-0.71559	-0.72772	-0.68718	-0.63942	-0.58829	-0.78952	-1.02215	-0.87441	-1.02951	-1.08338	-1.10739	-0.93725	-0.97051	-1.06132	-1.07195	0
<i>12</i>	-0.74411	-0.74463	-0.75785	-0.71026	-0.66517	-0.61604	-0.82924	-1.05443	-0.91347	-1.07847	-1.13579	-1.16136	-0.98031	-1.01568	-1.11231	-1.12363	0
<i>13</i>	-0.77438	-0.77534	-0.80461	-0.77191	-0.72694	-0.67787	-0.87737	-1.05603	-0.95381	-1.12872	-1.18951	-1.21663	-1.02465	-1.06214	-1.16461	-1.17661	0
<i>14</i>	-0.78935	-0.79001	-0.80882	-0.77182	-0.72487	-0.67439	-0.87431	-1.10301	-0.97282	-1.15171	-1.21389	-1.24164	-1.04526	-1.08361	-1.18843	-1.2007	0
<i>15</i>	-0.96029	-0.96266	-1.0459	-1.07419	-1.09203	-1.10594	-1.11078	-1.27126	-1.14606	-1.32723	-1.3902	-1.4183	-1.21942	-1.25826	-1.3644	-1.37683	0
<i>16</i>	-0.90821	-0.9104	-0.98757	-1.0139	-1.03055	-1.04341	-1.04754	-1.2062	-1.08384	-1.25501	-1.31449	-1.34102	-1.15317	-1.18986	-1.29013	-1.30187	0
<i>17</i>	-0.88187	-0.88411	-0.96274	-0.99056	-1.00756	-1.02042	-1.02271	-1.1638	-1.05145	-1.21666	-1.27406	-1.29966	-1.11838	-1.15379	-1.25055	-1.26188	0
<i>18</i>	-0.95458	-0.95789	-1.07446	-1.11982	-1.14462	-1.16278	-1.15904	-1.18894	-1.13432	-1.30953	-1.37042	-1.39758	-1.20527	-1.24283	-1.34548	-1.3575	0
<i>19</i>	-1.03639	-1.04057	-1.18807	-1.2438	-1.27649	-1.3	-1.29755	-1.22974	-1.23639	-1.43158	-1.49947	-1.52977	-1.3154	-1.35724	-1.47165	-1.48506	0
<i>20</i>	-0.95762	-0.96203	-1.11736	-1.17272	-1.20845	-1.23406	-1.23668	-1.1319	-1.11727	-1.27273	-1.32672	-1.3508	-1.18027	-1.21359	-1.30462	-1.31527	0
<i>21</i>	-0.89643	-0.90085	-1.05626	-1.11071	-1.13532	-1.14965	-1.17674	-1.05175	-1.03595	-1.17165	-1.21875	-1.23973	-1.09097	-1.12006	-1.19946	-1.20876	0
<i>22</i>	-0.81851	-0.82269	-0.97015	-1.02603	-1.06111	-1.08692	-1.07939	-0.96118	-0.93793	-1.05394	-1.09418	-1.11209	-0.98499	-1.00986	-1.07771	-1.08565	0
<i>23</i>	-0.69376	-0.69731	-0.82248	-0.87048	-0.90161	-0.92495	-0.91423	-0.81752	-0.7931	-0.88948	-0.92289	-0.93776	-0.83221	-0.85288	-0.90922	-0.91581	0
<i>24</i>	-0.49745	-0.4999	-0.5862	-0.61678	-0.6419	-0.66142	-0.65202	-0.61475	-0.55686	-0.61438	-0.63429	-0.64314	-0.58023	-0.59257	-0.62615	-0.63007	0

ΑΠΡΙΛΙΟΣ
Σενάριο minRES–minApX

Πίνακας 7.3.ιστ. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ <i>(από το ζυγό (17))</i>		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)
1	68.74	0.591	0.517	0.591	22.059	0.043	16.903	0.013	1.987	0
2	59.599	0.444	0.385	0.444	19.591	0.034	14.077	0.009	1.806	0
3	55.727	0.388	0.332	0.388	18.359	0.03	12.666	0.007	1.806	0
4	54.123	0.365	0.303	0.365	17.128	0.026	11.725	0.006	1.987	0
5	49.199	0.303	0.244	0.303	15.898	0.022	9.375	0.004	2.078	0
6	52.357	0.345	0.284	0.345	18.359	0.03	9.375	0.004	2.168	0
7	68.017	0.58	0.501	0.58	24.53	0.053	14.077	0.009	2.258	0
8	93.808	1.104	0.945	1.104	33.835	0.101	18.789	0.016	3.252	0.001
9	128.553	2.073	1.77	2.073	46.335	0.189	25.403	0.029	4.518	0.001
10	147.681	2.757	2.336	2.757	55.781	0.274	24.931	0.028	5.876	0.002
11	162.437	3.357	2.793	3.357	60.845	0.327	24.458	0.027	7.233	0.003
12	173.746	3.819	3.12	3.819	61.48	0.334	28.245	0.036	7.687	0.003
13	172.421	3.757	2.969	3.757	55.782	0.275	28.719	0.037	8.139	0.004
14	174.864	3.894	3.156	3.894	62.115	0.341	25.877	0.03	8.32	0.004
15	174.036	3.861	3.119	3.861	61.48	0.334	25.404	0.029	8.411	0.004
16	164.381	3.449	2.8	3.449	58.945	0.307	23.512	0.025	7.958	0.004
17	159.079	3.223	2.597	3.223	55.782	0.275	23.512	0.025	7.687	0.003
18	170.956	3.673	2.824	3.673	46.336	0.19	32.988	0.049	8.139	0.004
19	187.842	4.444	3.408	4.444	38.2	0.129	42.506	0.081	9.045	0.005
20	177.178	3.94	3.197	3.94	34.459	0.105	46.326	0.097	7.233	0.003
21	161.39	3.267	2.703	3.267	30.728	0.083	46.803	0.099	6.328	0.002
22	149.932	2.83	2.404	2.83	28.246	0.07	42.506	0.081	5.423	0.002
23	126.316	2.008	1.71	2.008	24.531	0.053	35.838	0.057	4.518	0.001
24	94.426	1.121	0.991	1.121	23.294	0.048	25.877	0.03	2.71	0

ΑΠΡΙΛΙΟΣ
Σενάριο minRES–minApX

Πίνακας 7.3.ιζ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	V (p.u)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998246	0.998214	0.99449	0.992892	0.992149	0.991618	0.990772	0.990924	0.997107	0.996072	0.995116	0.994692	0.996545	0.996248	0.995519	0.995334	1
2	0.998483	0.998457	0.995358	0.994027	0.993409	0.992967	0.992264	0.991982	0.997449	0.996509	0.99564	0.995254	0.996938	0.996668	0.996006	0.995838	1
3	0.998584	0.99856	0.995773	0.994576	0.99402	0.993623	0.99299	0.992492	0.997549	0.996609	0.99574	0.995355	0.997038	0.996769	0.996106	0.995938	1
4	0.998625	0.998603	0.996023	0.994916	0.994401	0.994034	0.993448	0.992942	0.997487	0.996452	0.995496	0.995072	0.996924	0.996628	0.995899	0.995714	1
5	0.998752	0.998734	0.996673	0.995788	0.995376	0.995082	0.994615	0.993478	0.997562	0.99648	0.995481	0.995037	0.996974	0.996664	0.995902	0.995709	1
6	0.99867	0.998653	0.996591	0.995706	0.995295	0.995001	0.994533	0.992579	0.997428	0.9963	0.995257	0.994794	0.996815	0.996492	0.995696	0.995494	1
7	0.998265	0.998238	0.995139	0.993808	0.993189	0.992748	0.992044	0.990123	0.99697	0.995794	0.994706	0.994224	0.996331	0.995994	0.995164	0.994954	1
8	0.997588	0.997553	0.993409	0.99163	0.990804	0.990213	0.989271	0.986349	0.99572	0.994022	0.992453	0.991756	0.994798	0.994312	0.993114	0.992811	1
9	0.996661	0.996614	0.990997	0.988589	0.987469	0.986669	0.985389	0.981253	0.994059	0.991693	0.989506	0.988536	0.992776	0.992099	0.990428	0.990006	1
10	0.996141	0.996094	0.99058	0.988215	0.987115	0.98633	0.985074	0.977579	0.992749	0.989664	0.986813	0.985548	0.991078	0.990196	0.988015	0.987466	1
11	0.995735	0.995689	0.990278	0.987957	0.986878	0.986107	0.984875	0.975479	0.99155	0.987742	0.984223	0.982662	0.98949	0.988403	0.985708	0.98503	1
12	0.995424	0.995371	0.989116	0.986433	0.985185	0.984294	0.982868	0.974951	0.990974	0.986923	0.98318	0.981519	0.988783	0.987627	0.98476	0.984038	1
13	0.995461	0.995408	0.989046	0.986318	0.98505	0.984144	0.982694	0.976887	0.990746	0.986453	0.982488	0.980727	0.988425	0.987201	0.984162	0.983397	1
14	0.995391	0.995342	0.989614	0.987156	0.986014	0.985198	0.983893	0.974705	0.990569	0.986179	0.982123	0.980323	0.988196	0.986944	0.983835	0.983054	1
15	0.995413	0.995366	0.989743	0.987331	0.986209	0.985408	0.984127	0.974939	0.990539	0.9861	0.982	0.98018	0.988139	0.986874	0.983731	0.982941	1
16	0.99568	0.995636	0.990435	0.988203	0.987166	0.986425	0.985241	0.976056	0.991072	0.986877	0.983001	0.981281	0.988803	0.987607	0.984637	0.983891	1
17	0.995827	0.995782	0.990582	0.988351	0.987314	0.986573	0.98539	0.977259	0.991378	0.987328	0.983587	0.981926	0.989187	0.988032	0.985166	0.984445	1
18	0.995504	0.995442	0.988129	0.984994	0.983536	0.982494	0.980825	0.980077	0.990789	0.986496	0.982531	0.98077	0.988468	0.987244	0.984205	0.98344	1
19	0.995035	0.994955	0.985509	0.981462	0.979579	0.978234	0.976072	0.982312	0.989786	0.985006	0.980591	0.97863	0.987204	0.985841	0.982455	0.981604	1
20	0.995332	0.995245	0.984945	0.980534	0.978482	0.977015	0.974655	0.98386	0.991146	0.987336	0.983817	0.982254	0.989085	0.987997	0.985302	0.984623	1
21	0.995768	0.995686	0.986018	0.982292	0.980882	0.980061	0.975633	0.985542	0.992112	0.988785	0.985712	0.984347	0.990311	0.98936	0.987008	0.986416	1
22	0.99608	0.996	0.986524	0.982442	0.980426	0.978948	0.977097	0.986684	0.992952	0.990106	0.987477	0.98631	0.99141	0.990596	0.988586	0.988078	1
23	0.996721	0.996653	0.988708	0.985299	0.983507	0.982167	0.980777	0.988566	0.994119	0.991753	0.989566	0.988596	0.992836	0.992159	0.990488	0.990066	1
24	0.997572	0.997521	0.991545	0.988834	0.987382	0.986255	0.985836	0.989835	0.996016	0.994602	0.993296	0.992716	0.995248	0.994843	0.993846	0.993594	1

ΑΠΡΙΛΙΟΣ
Σενάριο minRES–minApX

Πίνακας 7.3.η. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

<i>ΩΡΕΣ</i>	<i>θ (rad)</i>																
	<i>ΖΥΓΟΙ</i>																
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>	<i>16</i>	<i>17</i>
<i>1</i>	-0.3937	-0.39551	-0.45946	-0.48707	-0.49993	-0.50912	-0.5023	-0.50468	-0.43721	-0.4793	-0.49386	-0.50032	-0.45432	-0.46334	-0.48791	-0.49078	0
<i>2</i>	-0.34136	-0.34286	-0.39609	-0.41906	-0.42975	-0.43739	-0.43171	-0.43988	-0.38089	-0.41911	-0.43233	-0.4382	-0.39642	-0.40462	-0.42692	-0.42953	0
<i>3</i>	-0.31919	-0.32054	-0.36842	-0.38907	-0.39867	-0.40554	-0.40044	-0.41149	-0.35871	-0.39692	-0.41014	-0.41601	-0.37424	-0.38244	-0.40473	-0.40734	0
<i>4</i>	-0.31001	-0.31126	-0.35558	-0.37468	-0.38357	-0.38993	-0.3852	-0.39612	-0.35349	-0.39554	-0.41009	-0.41655	-0.37057	-0.37959	-0.40414	-0.40701	0
<i>5</i>	-0.28181	-0.28281	-0.31823	-0.33349	-0.34059	-0.34567	-0.34189	-0.36171	-0.32725	-0.3712	-0.38641	-0.39317	-0.34511	-0.35455	-0.38019	-0.38319	0
<i>6</i>	-0.29989	-0.30089	-0.33632	-0.35158	-0.35868	-0.36376	-0.35998	-0.39218	-0.34732	-0.3932	-0.40907	-0.41612	-0.36596	-0.3758	-0.40258	-0.40571	0
<i>7</i>	-0.38956	-0.39106	-0.44431	-0.46729	-0.47798	-0.48563	-0.47995	-0.51296	-0.43901	-0.48685	-0.50341	-0.51077	-0.45845	-0.46871	-0.49664	-0.4999	0
<i>8</i>	-0.5372	-0.53921	-0.6104	-0.64115	-0.65548	-0.66572	-0.65813	-0.70765	-0.60856	-0.67767	-0.70161	-0.71225	-0.63663	-0.65145	-0.69182	-0.69654	0
<i>9</i>	-0.73606	-0.73878	-0.83525	-0.87699	-0.89645	-0.91037	-0.90009	-0.96992	-0.83544	-0.93186	-0.96528	-0.98016	-0.87457	-0.89525	-0.95161	-0.9582	0
<i>10</i>	-0.8455	-0.84817	-0.94294	-0.98394	-1.00305	-1.01673	-1.00662	-1.12732	-0.97495	-1.10078	-1.14444	-1.16389	-1.02598	-1.05296	-1.12657	-1.13519	0
<i>11</i>	-0.9299	-0.93252	-1.02556	-1.06581	-1.08457	-1.098	-1.08808	-1.23756	-1.08951	-1.24493	-1.29891	-1.32297	-1.15249	-1.18581	-1.2768	-1.28746	0
<i>12</i>	-0.99462	-0.99765	-1.10519	-1.15176	-1.17348	-1.18903	-1.17755	-1.30569	-1.16438	-1.32978	-1.38724	-1.41287	-1.23138	-1.26684	-1.3637	-1.37504	0
<i>13</i>	-0.98705	-0.99013	-1.09946	-1.14682	-1.16891	-1.18472	-1.17306	-1.26927	-1.16684	-1.3421	-1.40302	-1.43019	-1.23782	-1.27539	-1.37807	-1.39009	0
<i>14</i>	-1.00098	-1.00376	-1.10228	-1.14492	-1.1648	-1.17902	-1.16852	-1.31529	-1.18482	-1.36408	-1.42639	-1.45419	-1.25741	-1.29584	-1.40087	-1.41317	0
<i>15</i>	-0.99624	-0.99897	-1.09568	-1.13752	-1.15703	-1.171	-1.16068	-1.30732	-1.18208	-1.36331	-1.4263	-1.45442	-1.25547	-1.29432	-1.40049	-1.41293	0
<i>16</i>	-0.941	-0.94352	-1.03297	-1.07166	-1.08969	-1.10259	-1.09305	-1.23909	-1.11669	-1.28791	-1.34741	-1.37395	-1.18604	-1.22274	-1.32304	-1.33478	0
<i>17</i>	-0.91068	-0.9132	-1.00262	-1.0413	-1.05932	-1.07222	-1.06268	-1.19268	-1.0803	-1.24556	-1.30297	-1.32858	-1.14725	-1.18267	-1.27946	-1.29079	0
<i>18</i>	-0.97869	-0.98223	-1.10783	-1.1623	-1.18772	-1.20592	-1.19252	-1.2131	-1.15846	-1.33372	-1.39462	-1.42179	-1.22944	-1.26701	-1.36967	-1.3817	0
<i>19</i>	-1.07529	-1.07986	-1.24192	-1.31239	-1.34532	-1.36892	-1.35163	-1.26872	-1.27536	-1.47063	-1.53854	-1.56886	-1.3544	-1.39626	-1.51072	-1.52413	0
<i>20</i>	-1.0143	-1.01928	-1.19582	-1.27267	-1.3086	-1.33435	-1.31552	-1.18868	-1.17404	-1.32959	-1.38361	-1.40769	-1.23707	-1.27041	-1.36149	-1.37215	0
<i>21</i>	-0.92397	-0.92866	-1.09438	-1.15927	-1.18394	-1.19832	-1.21506	-1.07933	-1.06353	-1.19926	-1.24637	-1.26736	-1.11856	-1.14766	-1.22708	-1.23638	0
<i>22</i>	-0.85839	-0.86297	-1.02535	-1.09635	-1.13156	-1.15748	-1.13483	-1.00111	-0.97786	-1.09391	-1.13416	-1.15209	-1.02493	-1.04982	-1.11769	-1.12563	0
<i>23</i>	-0.72325	-0.72709	-0.86331	-0.92247	-0.95369	-0.9771	-0.9552	-0.84704	-0.82262	-0.91903	-0.95244	-0.96731	-0.86174	-0.88242	-0.93877	-0.94536	0
<i>24</i>	-0.54074	-0.54362	-0.64613	-0.69305	-0.71828	-0.73789	-0.71211	-0.65809	-0.60018	-0.65771	-0.67763	-0.68648	-0.62355	-0.63589	-0.66949	-0.67342	0

ΙΟΥΛΙΟΣ

Σενάριο maxRES-maxApX

Πίνακας 7.3.θ. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)
1	71.119	0.636	0.567	0.636	24.967	0.055	19.122	0.016	2.247	0
2	57.219	0.417	0.384	0.417	22.172	0.043	15.923	0.011	2.042	0
3	54.568	0.379	0.341	0.379	20.776	0.038	14.327	0.009	2.042	0
4	53.632	0.365	0.316	0.365	19.382	0.033	13.262	0.008	2.247	0
5	45.901	0.276	0.246	0.276	17.989	0.028	10.603	0.005	2.349	0
6	49.406	0.322	0.295	0.322	20.776	0.038	10.603	0.005	2.451	0
7	65.64	0.556	0.518	0.556	27.767	0.068	15.923	0.011	2.554	0
8	63.493	0.692	1.04	0.692	38.315	0.129	21.256	0.02	3.678	0.001
9	70.426	0.951	1.53	0.951	52.498	0.242	-1.438	0	5.109	0.001
10	90.406	1.487	2.22	1.487	63.229	0.351	-1.966	0	6.645	0.003
11	106.465	1.997	2.781	1.997	68.986	0.419	-2.495	0	8.18	0.004
12	119.745	2.327	2.883	2.327	69.708	0.428	1.736	0	8.693	0.004
13	115.798	2.211	2.674	2.211	63.231	0.352	2.266	0	9.205	0.005
14	120.419	2.437	3.094	2.437	70.43	0.437	-0.909	0	9.41	0.005
15	122.524	2.482	3.064	2.482	69.709	0.428	-1.438	0	9.513	0.005
16	110.326	2.129	2.832	2.129	66.825	0.393	-3.551	0.001	9	0.005
17	105.769	1.954	2.581	1.954	63.23	0.352	-3.551	0.001	8.693	0.004
18	119.348	2.153	2.177	2.153	52.501	0.243	7.035	0.002	9.205	0.005
19	140.544	2.733	2.221	2.733	43.266	0.165	17.672	0.014	10.23	0.006
20	160.485	3.311	2.78	3.311	39.023	0.134	52.449	0.123	8.181	0.004
21	145.837	2.758	2.45	2.758	34.792	0.107	52.991	0.125	7.156	0.003
22	160.275	3.233	2.734	3.233	31.979	0.09	48.124	0.104	6.133	0.002
23	103.918	1.421	1.334	1.421	27.767	0.068	40.563	0.073	5.109	0.002
24	42.403	0.322	0.468	0.322	26.366	0.061	-0.909	0	3.064	0.001

ΙΟΥΛΙΟΣ

Σενάριο maxRES-maxApX

Πίνακας 7.3.ι. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX

ΩΡΕΣ	V (p.u.)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998184	0.998155	0.994774	0.993797	0.992957	0.992358	0.990568	0.989896	0.996895	0.995725	0.994643	0.994163	0.996259	0.995924	0.995098	0.994889	1
2	0.998544	0.998525	0.996295	0.996063	0.995366	0.994867	0.992798	0.991187	0.997374	0.996311	0.995328	0.994892	0.996796	0.996491	0.995742	0.995552	1
3	0.998613	0.998595	0.996501	0.996206	0.995578	0.99513	0.993356	0.991719	0.997443	0.996379	0.995397	0.994961	0.996865	0.99656	0.99581	0.995621	1
4	0.998637	0.99862	0.996651	0.996347	0.995766	0.995351	0.99374	0.992206	0.997349	0.996179	0.995098	0.994618	0.996714	0.996378	0.995553	0.995344	1
5	0.998835	0.998825	0.997713	0.997929	0.997465	0.997133	0.995388	0.992868	0.997489	0.996266	0.995135	0.994634	0.996825	0.996474	0.995612	0.995394	1
6	0.998745	0.998735	0.997631	0.997856	0.997392	0.99706	0.995306	0.991852	0.99734	0.996063	0.994883	0.99436	0.996646	0.996281	0.99538	0.995152	1
7	0.998325	0.998307	0.996215	0.996121	0.995473	0.994974	0.992718	0.989109	0.99686	0.99553	0.994299	0.993754	0.996138	0.995756	0.994818	0.99458	1
8	0.998364	0.998367	0.999004	1.002303	1.005203	1.008266	0.994349	0.985645	0.996252	0.994332	0.992557	0.99177	0.99521	0.99466	0.993305	0.992963	1
9	0.998169	0.99819	1.001208	1.004047	1.006672	1.009503	1.001522	0.980736	0.995229	0.992554	0.990083	0.988987	0.993779	0.993014	0.991125	0.990649	1
10	0.997632	0.997656	1.001	1.004099	1.006789	1.009635	1.001429	0.976622	0.993798	0.99031	0.987087	0.985656	0.99191	0.990914	0.988447	0.987825	1
11	0.997195	0.997221	1.000764	1.003996	1.006741	1.009604	1.001309	0.97426	0.992464	0.988157	0.984178	0.982411	0.990135	0.988907	0.985857	0.98509	1
12	0.996845	0.996862	0.999392	1.00214	1.004727	1.007464	0.999012	0.973662	0.991812	0.98723	0.982996	0.981117	0.989336	0.988029	0.984784	0.983968	1
13	0.996951	0.996969	0.999682	1.002679	1.00525	1.007969	0.999186	0.975925	0.991618	0.986762	0.982276	0.980285	0.988995	0.987611	0.984171	0.983307	1
14	0.996818	0.99684	1.00004	1.003127	1.005826	1.008642	1.000239	0.973394	0.991365	0.986398	0.98181	0.979773	0.988682	0.987267	0.983747	0.982863	1
15	0.996763	0.996784	0.999724	1.002485	1.005188	1.008023	1.000038	0.973578	0.99125	0.986228	0.981589	0.979529	0.988537	0.987106	0.983548	0.982655	1
16	0.997089	0.997115	1.000688	1.003819	1.006578	1.009474	1.001464	0.974871	0.991878	0.987133	0.982749	0.980803	0.989314	0.987961	0.9846	0.983755	1
17	0.997216	0.99724	1.000633	1.003582	1.0063	1.009196	1.001409	0.976197	0.992185	0.987604	0.983372	0.981494	0.989709	0.988403	0.985159	0.984344	1
18	0.996872	0.996876	0.997862	0.99973	1.001973	1.004554	0.99632	0.979415	0.991539	0.986682	0.982197	0.980205	0.988916	0.987532	0.984091	0.983227	1
19	0.996311	0.996293	0.994609	0.995147	0.996814	0.999078	0.990722	0.981919	0.990373	0.984963	0.979967	0.977748	0.987454	0.985913	0.982078	0.981116	1
20	0.995785	0.995726	0.989079	0.989067	0.990558	0.992703	0.977476	0.982798	0.991047	0.986733	0.982748	0.980979	0.988715	0.987484	0.984431	0.983663	1
21	0.996184	0.996128	0.98979	0.990151	0.992345	0.995199	0.978076	0.98461	0.992046	0.988281	0.984802	0.983257	0.990009	0.988934	0.98627	0.985599	1
22	0.995798	0.995716	0.986172	0.982736	0.980457	0.978785	0.975495	0.985156	0.992255	0.989032	0.986054	0.984733	0.99051	0.989589	0.98731	0.986736	1
23	0.997314	0.997277	0.993162	0.994156	0.995918	0.998184	0.984226	0.988088	0.994371	0.991694	0.989221	0.988124	0.99292	0.992155	0.990264	0.989787	1
24	0.998917	0.998924	1.000212	1.001386	1.003502	1.005981	1.000411	0.990171	0.997159	0.995562	0.994086	0.993431	0.996292	0.995834	0.994708	0.994423	1

ΙΟΥΛΙΟΣ

Σενάριο maxRES-maxApX

Πίνακας 7.3.ια. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX

ΩΡΕΣ	θ (rad)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0.40732	-0.40897	-0.46702	-0.48388	-0.49839	-0.50878	-0.51546	-0.53294	-0.45653	-0.50414	-0.52062	-0.52794	-0.47588	-0.48609	-0.51389	-0.51714	0
2	-0.32772	-0.32883	-0.36711	-0.37109	-0.38313	-0.39174	-0.40733	-0.4392	-0.37242	-0.41565	-0.43061	-0.43725	-0.38999	-0.39926	-0.42449	-0.42744	0
3	-0.31254	-0.31358	-0.34953	-0.35462	-0.36544	-0.37318	-0.38569	-0.41699	-0.35723	-0.40046	-0.41542	-0.42206	-0.3748	-0.38407	-0.4093	-0.41225	0
4	-0.30719	-0.30816	-0.34197	-0.34722	-0.35724	-0.3644	-0.37544	-0.40462	-0.35636	-0.40393	-0.42039	-0.4277	-0.37568	-0.38589	-0.41366	-0.41691	0
5	-0.2629	-0.26348	-0.28257	-0.27884	-0.28684	-0.29255	-0.30927	-0.3533	-0.31429	-0.36401	-0.38122	-0.38886	-0.33449	-0.34516	-0.37418	-0.37757	0
6	-0.28297	-0.28354	-0.30249	-0.29861	-0.3066	-0.31232	-0.32919	-0.38739	-0.3366	-0.3885	-0.40646	-0.41444	-0.35768	-0.36882	-0.39912	-0.40266	0
7	-0.37593	-0.37698	-0.41289	-0.41449	-0.42568	-0.43428	-0.45311	-0.5156	-0.43185	-0.48597	-0.50471	-0.51303	-0.45384	-0.46545	-0.49705	-0.50074	0
8	-0.36339	-0.36322	-0.35154	-0.29445	-0.24453	-0.19215	-0.40493	-0.55611	-0.44397	-0.52207	-0.54912	-0.56115	-0.47568	-0.49243	-0.53806	-0.54339	0
9	-0.40289	-0.40166	-0.34926	-0.30023	-0.25513	-0.2068	-0.34566	-0.66706	-0.51497	-0.62379	-0.66153	-0.67832	-0.55911	-0.58245	-0.64608	-0.65353	0
10	-0.51709	-0.51571	-0.45762	-0.4041	-0.3579	-0.3093	-0.4527	-0.8356	-0.66312	-0.80519	-0.85451	-0.87649	-0.72071	-0.75117	-0.83431	-0.84405	0
11	-0.60886	-0.60738	-0.54581	-0.48998	-0.44283	-0.39395	-0.53956	-0.95667	-0.78894	-0.96449	-1.0255	-1.05272	-0.86003	-0.89766	-1.00051	-1.01255	0
12	-0.68493	-0.68395	-0.63991	-0.59237	-0.54785	-0.50102	-0.64426	-1.03663	-0.87648	-1.06334	-1.1283	-1.1573	-0.95213	-0.99219	-1.10168	-1.11451	0
13	-0.66234	-0.66127	-0.61405	-0.56225	-0.51804	-0.47153	-0.61974	-0.98129	-0.86518	-1.06319	-1.13205	-1.1628	-0.94532	-0.98776	-1.10383	-1.11743	0
14	-0.68867	-0.68736	-0.63171	-0.57836	-0.53196	-0.48383	-0.62943	-1.04402	-0.8961	-1.09866	-1.16912	-1.20058	-0.97808	-1.02149	-1.14025	-1.15416	0
15	-0.70074	-0.69955	-0.64841	-0.60065	-0.55414	-0.50567	-0.64481	-1.0525	-0.91047	-1.11529	-1.18654	-1.21836	-0.99336	-1.03726	-1.15734	-1.17141	0
16	-0.63092	-0.62942	-0.56733	-0.51325	-0.46585	-0.41639	-0.55844	-0.96791	-0.82916	-1.02263	-1.0899	-1.11994	-0.90748	-0.94895	-1.06234	-1.07562	0
17	-0.60491	-0.6035	-0.54455	-0.49358	-0.44688	-0.39739	-0.53566	-0.92369	-0.79631	-0.98303	-1.04795	-1.07692	-0.87191	-0.91193	-1.02135	-1.03416	0
18	-0.68288	-0.68264	-0.66533	-0.63294	-0.59424	-0.54996	-0.68304	-0.94775	-0.88576	-1.08379	-1.15267	-1.18342	-0.96591	-1.00836	-1.12445	-1.13805	0
19	-0.80434	-0.80538	-0.83417	-0.82472	-0.79583	-0.75678	-0.87895	-1.02286	-1.03018	-1.25094	-1.32778	-1.36211	-1.11948	-1.16679	-1.29628	-1.31146	0
20	-0.91868	-0.92202	-1.03564	-1.03572	-1.00971	-0.97247	-1.17003	-1.11598	-1.09927	-1.27533	-1.33651	-1.36381	-1.17057	-1.20831	-1.31145	-1.32353	0
21	-0.83485	-0.83805	-0.94614	-0.93963	-0.90138	-0.85194	-1.08173	-1.01062	-0.99262	-1.14622	-1.19957	-1.22335	-1.05486	-1.08779	-1.17772	-1.18825	0
22	-0.91757	-0.92222	-1.0857	-1.14543	-1.18523	-1.21454	-1.20974	-1.07925	-1.05281	-1.1843	-1.22993	-1.25026	-1.10612	-1.13431	-1.21125	-1.22025	0
23	-0.59498	-0.59709	-0.66725	-0.64988	-0.61933	-0.58021	-0.77033	-0.73494	-0.70725	-0.81626	-0.85406	-0.87089	-0.75147	-0.77485	-0.83859	-0.84605	0
24	-0.24276	-0.24233	-0.21994	-0.19956	-0.16312	-0.12066	-0.21767	-0.37522	-0.3098	-0.37473	-0.39721	-0.40721	-0.33617	-0.3501	-0.38802	-0.39245	0

ΙΟΥΛΙΟΣ

Σενάριο avgRES–avgApX

Πίνακας 7.3.ιβ. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)
1	69.854	0.615	0.552	0.615	24.967	0.055	19.122	0.016	2.247	0
2	60.003	0.455	0.408	0.455	22.172	0.043	15.924	0.011	2.042	0
3	53.762	0.369	0.335	0.369	20.776	0.038	14.327	0.009	2.042	0
4	51.457	0.34	0.302	0.34	19.382	0.033	13.262	0.008	2.247	0
5	49.992	0.319	0.268	0.319	17.989	0.028	10.603	0.005	2.349	0
6	49.436	0.322	0.295	0.322	20.776	0.038	10.603	0.005	2.451	0
7	66.316	0.566	0.524	0.566	27.767	0.068	15.923	0.011	2.554	0
8	92.82	1.106	1.008	1.106	38.316	0.129	21.257	0.02	3.678	0.001
9	110.438	1.687	1.811	1.687	52.5	0.243	28.744	0.037	5.109	0.002
10	97.531	1.597	2.174	1.597	63.23	0.352	-1.966	0	6.645	0.003
11	113.282	2.122	2.738	2.122	68.987	0.419	-2.495	0	8.18	0.004
12	123.77	2.413	2.869	2.413	69.709	0.428	1.736	0	8.693	0.004
13	118.683	2.27	2.659	2.27	63.231	0.352	2.266	0	9.205	0.005
14	121.62	2.461	3.085	2.461	70.43	0.437	-0.909	0	9.41	0.005
15	153.338	3.35	3.398	3.35	69.711	0.429	28.744	0.037	9.513	0.005
16	140.581	2.89	3.077	2.89	66.828	0.394	26.602	0.031	9	0.005
17	167.056	3.624	3.038	3.624	63.235	0.353	26.604	0.032	8.693	0.004
18	180.027	4.119	3.216	4.119	52.504	0.244	37.337	0.062	9.205	0.005
19	201.235	5.126	3.931	5.126	43.268	0.166	48.125	0.104	10.231	0.006
20	191.469	4.607	3.724	4.607	39.024	0.135	52.456	0.124	8.181	0.004
21	179.624	4.048	3.347	4.048	34.793	0.107	52.998	0.127	7.156	0.003
22	166.915	3.507	2.973	3.507	31.979	0.09	48.125	0.104	6.133	0.002
23	140.32	2.477	2.106	2.477	27.768	0.068	40.567	0.074	5.109	0.002
24	102.408	1.317	1.163	1.317	26.367	0.061	29.282	0.038	3.064	0.001

ΙΟΥΛΙΟΣ

Σενάριο avgRES–avgApX

Πίνακας 7.3.ιγ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES–avgApX

ΩΡΕΣ	V (p.u.)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998217	0.998189	0.994966	0.994146	0.993307	0.992708	0.990761	0.989929	0.996928	0.995758	0.994676	0.994196	0.996292	0.995957	0.995131	0.994922	1
2	0.998472	0.99845	0.995873	0.995294	0.994596	0.994097	0.992375	0.991115	0.997302	0.996239	0.995256	0.99482	0.996724	0.996419	0.99567	0.99548	1
3	0.998634	0.998616	0.996624	0.996428	0.995801	0.995352	0.993479	0.99174	0.997463	0.9964	0.995417	0.994981	0.996886	0.996581	0.995831	0.995642	1
4	0.998693	0.998678	0.996981	0.996947	0.996367	0.995952	0.994071	0.992263	0.997405	0.996235	0.995154	0.994674	0.996769	0.996434	0.995609	0.9954	1
5	0.998731	0.998717	0.997093	0.996799	0.996334	0.996002	0.994767	0.992763	0.997384	0.996161	0.99503	0.994529	0.99672	0.996369	0.995507	0.995289	1
6	0.998744	0.998734	0.997627	0.997848	0.997385	0.997053	0.995302	0.991852	0.997339	0.996063	0.994883	0.994359	0.996646	0.99628	0.99538	0.995152	1
7	0.998307	0.998288	0.996112	0.995935	0.995285	0.994786	0.992615	0.989091	0.996843	0.995512	0.994282	0.993736	0.99612	0.995739	0.9948	0.994563	1
8	0.997612	0.997585	0.994565	0.994218	0.99338	0.992714	0.98989	0.984884	0.995498	0.993577	0.991801	0.991013	0.994455	0.993905	0.992549	0.992207	1
9	0.997131	0.997112	0.99514	0.99678	0.999409	1.002259	0.988821	0.979679	0.994188	0.991511	0.989037	0.987939	0.992737	0.991971	0.99008	0.989603	1
10	0.997449	0.997466	0.999923	1.002135	1.00481	1.007662	1.000353	0.976435	0.993615	0.990126	0.986903	0.985472	0.991726	0.99073	0.988263	0.987641	1
11	0.997019	0.997038	0.999733	1.002116	1.004842	1.00771	1.000279	0.974081	0.992288	0.987979	0.984	0.982233	0.989958	0.98873	0.98568	0.984913	1
12	0.996741	0.996754	0.998783	1.001029	1.003593	1.006334	0.998402	0.973555	0.991707	0.987124	0.98289	0.981011	0.98923	0.987924	0.984678	0.983862	1
13	0.996876	0.996891	0.999246	1.001884	1.004427	1.007149	0.99875	0.975849	0.991543	0.986687	0.982201	0.980209	0.98892	0.987536	0.984095	0.983231	1
14	0.996787	0.996808	0.999858	1.002796	1.005469	1.008286	1.000057	0.973362	0.991333	0.986366	0.981778	0.979741	0.988651	0.987235	0.983716	0.982832	1
15	0.995948	0.995938	0.995039	0.997753	1.000444	1.003292	0.988719	0.972743	0.99043	0.985404	0.980761	0.9787	0.987716	0.986283	0.982722	0.981828	1
16	0.996295	0.99629	0.996094	0.999237	1.001989	1.004898	0.990251	0.974058	0.991079	0.98633	0.981942	0.979995	0.988513	0.987159	0.983795	0.98295	1
17	0.9956	0.995563	0.99132	0.990434	0.989401	0.988565	0.985449	0.974545	0.990561	0.985972	0.981733	0.979851	0.988081	0.986773	0.983523	0.982706	1
18	0.995248	0.995192	0.988613	0.986759	0.985208	0.984033	0.98035	0.977763	0.989907	0.985042	0.980548	0.978553	0.987279	0.985893	0.982446	0.98158	1
19	0.994658	0.994578	0.985323	0.98218	0.980101	0.978581	0.974636	0.980241	0.98871	0.98329	0.978285	0.976063	0.985785	0.984242	0.9804	0.979436	1
20	0.994935	0.994845	0.984329	0.980485	0.978165	0.976506	0.972669	0.981936	0.990193	0.985875	0.981887	0.980116	0.987858	0.986627	0.98357	0.982802	1
21	0.995265	0.995175	0.984619	0.980801	0.979203	0.978274	0.972841	0.98368	0.991123	0.987354	0.983872	0.982326	0.989084	0.988008	0.985341	0.98467	1
22	0.995615	0.995527	0.985153	0.980894	0.978611	0.976936	0.974464	0.984971	0.992072	0.988848	0.98587	0.984548	0.990326	0.989405	0.987126	0.986552	1
23	0.996342	0.996269	0.987608	0.984088	0.982059	0.980541	0.978621	0.987107	0.993396	0.990717	0.988242	0.987143	0.991944	0.991178	0.989285	0.988808	1
24	0.99736	0.997308	0.991101	0.988592	0.986948	0.985674	0.984638	0.988601	0.9956	0.994	0.992522	0.991866	0.994731	0.994273	0.993145	0.992859	1

ΙΟΥΛΙΟΣ

Σενάριο avgRES–avgApX

Πίνακας 7.3.ιδ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	θ (rad)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0.40007	-0.40166	-0.45699	-0.47112	-0.48562	-0.496	-0.50541	-0.52569	-0.44928	-0.49689	-0.51337	-0.52069	-0.46863	-0.47884	-0.50663	-0.50988	0
2	-0.34367	-0.34494	-0.3892	-0.39917	-0.41122	-0.41984	-0.42945	-0.45516	-0.38837	-0.43161	-0.44657	-0.45321	-0.40594	-0.41522	-0.44045	-0.4434	0
3	-0.30793	-0.30892	-0.34313	-0.34649	-0.35731	-0.36505	-0.37929	-0.41237	-0.35261	-0.39584	-0.41079	-0.41744	-0.37018	-0.37945	-0.40468	-0.40763	0
4	-0.29473	-0.29558	-0.32472	-0.32529	-0.3353	-0.34245	-0.35816	-0.39215	-0.34389	-0.39146	-0.40792	-0.41523	-0.36322	-0.37342	-0.40119	-0.40444	0
5	-0.28634	-0.28715	-0.31504	-0.3201	-0.32812	-0.33384	-0.34178	-0.37676	-0.33774	-0.38747	-0.40468	-0.41233	-0.35795	-0.36862	-0.39764	-0.40103	0
6	-0.28314	-0.28371	-0.30273	-0.29891	-0.30688	-0.3126	-0.32943	-0.38756	-0.33677	-0.38867	-0.40663	-0.41461	-0.35786	-0.36899	-0.39929	-0.40283	0
7	-0.3798	-0.38088	-0.41825	-0.4213	-0.43251	-0.44112	-0.45848	-0.51947	-0.43572	-0.48985	-0.50858	-0.51691	-0.45771	-0.46932	-0.50092	-0.50461	0
8	-0.53151	-0.53302	-0.58487	-0.59085	-0.60532	-0.61685	-0.63873	-0.72452	-0.61221	-0.69043	-0.71752	-0.72957	-0.64397	-0.66075	-0.70644	-0.71178	0
9	-0.63217	-0.63324	-0.66661	-0.638	-0.59251	-0.54347	-0.73937	-0.8969	-0.74448	-0.85353	-0.89135	-0.90818	-0.78872	-0.81211	-0.87587	-0.88334	0
10	-0.55796	-0.55698	-0.51426	-0.47595	-0.42991	-0.38112	-0.50933	-0.87658	-0.70403	-0.84616	-0.8955	-0.91749	-0.76164	-0.79212	-0.87529	-0.88503	0
11	-0.64796	-0.64688	-0.60001	-0.55874	-0.51183	-0.46277	-0.59376	-0.9959	-0.8281	-1.00372	-1.06475	-1.09198	-0.89922	-0.93687	-1.03975	-1.0518	0
12	-0.70802	-0.70727	-0.67191	-0.63298	-0.58881	-0.54187	-0.67628	-1.0598	-0.89961	-1.08651	-1.15149	-1.18049	-0.97528	-1.01534	-1.12486	-1.13769	0
13	-0.67889	-0.67799	-0.637	-0.59136	-0.54757	-0.50098	-0.64269	-0.99789	-0.88176	-1.0798	-1.14867	-1.17943	-0.96192	-1.00436	-1.12045	-1.13405	0
14	-0.69556	-0.69432	-0.64127	-0.59049	-0.5445	-0.49634	-0.63899	-1.05094	-0.90301	-1.10558	-1.17604	-1.20751	-0.98499	-1.0284	-1.14717	-1.16108	0
15	-0.87735	-0.87792	-0.89272	-0.84554	-0.79902	-0.75009	-0.96549	-1.2297	-1.08743	-1.29259	-1.36396	-1.39583	-1.17045	-1.21443	-1.33471	-1.3488	0
16	-0.80434	-0.80457	-0.80723	-0.75267	-0.70517	-0.65526	-0.87443	-1.14187	-1.0029	-1.19668	-1.26406	-1.29415	-1.08134	-1.12287	-1.23645	-1.24976	0
17	-0.95622	-0.95832	-1.03127	-1.0466	-1.06451	-1.07903	-1.09913	-1.27606	-1.14825	-1.33558	-1.40072	-1.42979	-1.2241	-1.26425	-1.37403	-1.38689	0
18	-1.03053	-1.03376	-1.14673	-1.17888	-1.20586	-1.22638	-1.24249	-1.29628	-1.23407	-1.43277	-1.50188	-1.53273	-1.31449	-1.35708	-1.47356	-1.4872	0
19	-1.15188	-1.1564	-1.31515	-1.36983	-1.40617	-1.43283	-1.4394	-1.37114	-1.37848	-1.59999	-1.67709	-1.71154	-1.46808	-1.51555	-1.64549	-1.66072	0
20	-1.09606	-1.10117	-1.28135	-1.34831	-1.38893	-1.41808	-1.41706	-1.2937	-1.27696	-1.45332	-1.51461	-1.54196	-1.34838	-1.38619	-1.48951	-1.50161	0
21	-1.02829	-1.03343	-1.21432	-1.28088	-1.30887	-1.32518	-1.35135	-1.20439	-1.18636	-1.34025	-1.39369	-1.41752	-1.24872	-1.28171	-1.37181	-1.38236	0
22	-0.95556	-0.96058	-1.13829	-1.21242	-1.25238	-1.2818	-1.26259	-1.1173	-1.09085	-1.22239	-1.26803	-1.28837	-1.14418	-1.17238	-1.24935	-1.25835	0
23	-0.80339	-0.80759	-0.95601	-1.01714	-1.05254	-1.07909	-1.06027	-0.94362	-0.91588	-1.02511	-1.06298	-1.07984	-0.96019	-0.98361	-1.04748	-1.05496	0
24	-0.58643	-0.58944	-0.69587	-0.73931	-0.76785	-0.79004	-0.7706	-0.71931	-0.65368	-0.71882	-0.74137	-0.75139	-0.68014	-0.69411	-0.73215	-0.73659	0

ΙΟΥΛΙΟΣ

Σενάριο minRES–minApX

Πίνακας 7.3.ιε. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)
1	77.804	0.757	0.662	0.757	24.967	0.055	19.122	0.016	2.247	0
2	67.448	0.568	0.493	0.568	22.172	0.043	15.924	0.011	2.042	0
3	63.062	0.497	0.425	0.497	20.776	0.038	14.327	0.009	2.042	0
4	61.243	0.468	0.387	0.468	19.382	0.033	13.262	0.008	2.247	0
5	55.667	0.388	0.313	0.388	17.989	0.028	10.603	0.005	2.349	0
6	59.184	0.441	0.363	0.441	20.776	0.038	10.603	0.005	2.451	0
7	76.355	0.731	0.633	0.731	27.767	0.068	15.924	0.011	2.554	0
8	105.052	1.386	1.19	1.386	38.316	0.129	21.257	0.02	3.678	0.001
9	143.977	2.604	2.231	2.604	52.502	0.243	28.746	0.037	5.109	0.002
10	165.262	3.46	2.946	3.46	63.235	0.353	28.211	0.036	6.645	0.003
11	181.69	4.211	3.525	4.211	68.993	0.421	27.675	0.034	8.181	0.004
12	194.313	4.789	3.931	4.789	69.715	0.43	31.964	0.046	8.693	0.004
13	192.027	4.675	3.714	4.675	63.237	0.354	32.501	0.047	9.205	0.005
14	195.207	4.869	3.973	4.869	70.437	0.439	29.283	0.038	9.41	0.005
15	194.852	4.854	3.941	4.854	69.715	0.43	28.747	0.037	9.513	0.005
16	183.859	4.329	3.535	4.329	66.831	0.395	26.604	0.032	9	0.005
17	178.622	4.072	3.294	4.072	63.236	0.353	26.604	0.032	8.693	0.004
18	192.558	4.664	3.587	4.664	52.505	0.244	37.338	0.063	9.205	0.005
19	212.278	5.677	4.354	5.677	43.268	0.166	48.127	0.105	10.231	0.006
20	200.772	5.06	4.107	5.06	39.025	0.135	52.457	0.125	8.181	0.004
21	183.078	4.205	3.482	4.205	34.793	0.107	52.998	0.127	7.156	0.003
22	170.296	3.652	3.104	3.652	31.979	0.09	48.125	0.105	6.133	0.002
23	143.907	2.607	2.223	2.607	27.768	0.068	40.568	0.074	5.109	0.002
24	103.739	1.352	1.194	1.352	26.367	0.061	29.282	0.038	3.064	0.001

ΙΟΥΛΙΟΣ

Σενάριο minRES–minApX

Πίνακας 7.3.ιστ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	V (p.u.)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998009	0.997974	0.993757	0.991948	0.991107	0.990506	0.989548	0.98972	0.996721	0.99555	0.994468	0.993988	0.996085	0.995749	0.994923	0.994715	1
2	0.99828	0.99825	0.994742	0.993236	0.992537	0.992037	0.99124	0.990921	0.997109	0.996045	0.995062	0.994626	0.996531	0.996226	0.995476	0.995287	1
3	0.998394	0.998367	0.995212	0.993858	0.993229	0.99278	0.992063	0.991499	0.997223	0.99616	0.995177	0.994741	0.996645	0.99634	0.995591	0.995401	1
4	0.998441	0.998416	0.995497	0.994243	0.993661	0.993245	0.992582	0.992009	0.997153	0.995983	0.994901	0.994421	0.996517	0.996182	0.995356	0.995147	1
5	0.998585	0.998565	0.996233	0.995231	0.994766	0.994433	0.993904	0.992616	0.997238	0.996015	0.994884	0.994382	0.996574	0.996223	0.995361	0.995142	1
6	0.998494	0.998474	0.996149	0.995155	0.994692	0.994359	0.99382	0.9916	0.997089	0.995812	0.994631	0.994108	0.996395	0.996029	0.995128	0.994901	1
7	0.998047	0.998018	0.994588	0.99316	0.992478	0.991978	0.991085	0.988828	0.996582	0.995251	0.994021	0.993475	0.995859	0.995478	0.994539	0.994302	1
8	0.99729	0.997252	0.992704	0.990835	0.989932	0.989264	0.988019	0.984558	0.995176	0.993254	0.991477	0.990689	0.994133	0.993582	0.992226	0.991883	1
9	0.996243	0.996191	0.990035	0.987512	0.986291	0.985385	0.983683	0.978776	0.993297	0.990618	0.988142	0.987043	0.991845	0.991079	0.989186	0.988708	1
10	0.995658	0.995607	0.98962	0.9872	0.986015	0.985125	0.983384	0.974605	0.991817	0.988322	0.985092	0.983658	0.989925	0.988926	0.986455	0.985832	1
11	0.995201	0.995151	0.989322	0.986992	0.98584	0.984968	0.983202	0.972218	0.99046	0.986144	0.982156	0.980386	0.988126	0.986895	0.983839	0.983071	1
12	0.994851	0.994793	0.988032	0.985318	0.983981	0.982972	0.980954	0.971619	0.989808	0.985215	0.980973	0.97909	0.987326	0.986017	0.982765	0.981947	1
13	0.994915	0.994857	0.988071	0.985401	0.984043	0.983017	0.980875	0.973845	0.989572	0.984705	0.98021	0.978214	0.986943	0.985556	0.982108	0.981242	1
14	0.994822	0.99477	0.988653	0.986242	0.985024	0.9841	0.982173	0.971349	0.989358	0.98438	0.979783	0.977742	0.98667	0.985251	0.981725	0.980839	1
15	0.994832	0.99478	0.98871	0.986278	0.985078	0.984171	0.982349	0.971599	0.989307	0.984275	0.979627	0.977563	0.98659	0.985156	0.98159	0.980695	1
16	0.995139	0.995091	0.989503	0.987279	0.986165	0.985326	0.983621	0.972875	0.989917	0.985162	0.980769	0.978819	0.987348	0.985992	0.982624	0.981778	1
17	0.995286	0.995237	0.989552	0.98723	0.986103	0.985264	0.98367	0.974224	0.990245	0.985655	0.981415	0.979532	0.987764	0.986456	0.983205	0.982388	1
18	0.994904	0.994835	0.986692	0.983285	0.981666	0.980486	0.978413	0.977412	0.98956	0.984694	0.980199	0.978203	0.986931	0.985545	0.982097	0.981231	1
19	0.994349	0.994259	0.983624	0.979115	0.976999	0.975474	0.972919	0.979927	0.988399	0.982978	0.977971	0.975748	0.985473	0.98393	0.980087	0.979122	1
20	0.994675	0.994576	0.982897	0.977902	0.975577	0.973914	0.97122	0.981673	0.989931	0.985613	0.981623	0.979852	0.987597	0.986365	0.983307	0.982539	1
21	0.995169	0.995075	0.984088	0.979843	0.978243	0.977313	0.972304	0.983583	0.991027	0.987258	0.983775	0.982229	0.988987	0.987911	0.985244	0.984573	1
22	0.995522	0.99543	0.984633	0.979956	0.97767	0.975994	0.973939	0.984877	0.991978	0.988754	0.985776	0.984454	0.990232	0.989311	0.987032	0.986458	1
23	0.996245	0.996167	0.987058	0.983093	0.981062	0.979543	0.978066	0.987009	0.993299	0.990619	0.988143	0.987044	0.991846	0.99108	0.989187	0.98871	1
24	0.997325	0.997271	0.990898	0.988223	0.986579	0.985304	0.984433	0.988565	0.995565	0.993965	0.992486	0.99183	0.994696	0.994238	0.993109	0.992824	1

ΙΟΥΛΙΟΣ

Σενάριο minRES–minApX

Πίνακας 7.3.ιζ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	θ (rad)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0.44559	-0.44763	-0.52003	-0.5513	-0.56587	-0.57629	-0.56857	-0.57126	-0.49482	-0.54246	-0.55894	-0.56626	-0.51418	-0.52439	-0.5522	-0.55545	0
2	-0.3863	-0.388	-0.44825	-0.47425	-0.48635	-0.49501	-0.48858	-0.49784	-0.43102	-0.47428	-0.48924	-0.49589	-0.4486	-0.45788	-0.48312	-0.48608	0
3	-0.36119	-0.36272	-0.4169	-0.44028	-0.45115	-0.45893	-0.45316	-0.46568	-0.4059	-0.44914	-0.46411	-0.47075	-0.42347	-0.43275	-0.45799	-0.46094	0
4	-0.35078	-0.35219	-0.40234	-0.42397	-0.43404	-0.44123	-0.43589	-0.44825	-0.39997	-0.44756	-0.46402	-0.47134	-0.4193	-0.42951	-0.45729	-0.46054	0
5	-0.31885	-0.31998	-0.36006	-0.37734	-0.38537	-0.39112	-0.38684	-0.40929	-0.37026	-0.42	-0.43722	-0.44487	-0.39047	-0.40115	-0.43017	-0.43357	0
6	-0.33898	-0.34011	-0.38007	-0.39721	-0.40521	-0.41095	-0.40685	-0.44345	-0.39264	-0.44456	-0.46253	-0.47052	-0.41373	-0.42487	-0.45518	-0.45873	0
7	-0.43729	-0.43896	-0.49788	-0.52254	-0.53435	-0.543	-0.53823	-0.57704	-0.49325	-0.5474	-0.56615	-0.57448	-0.51525	-0.52687	-0.55848	-0.56217	0
8	-0.60156	-0.60377	-0.68188	-0.71422	-0.72987	-0.74147	-0.73596	-0.7947	-0.68232	-0.76058	-0.7877	-0.79975	-0.71409	-0.73088	-0.7766	-0.78195	0
9	-0.82432	-0.82731	-0.93304	-0.9768	-0.99804	-1.01382	-1.00656	-1.08953	-0.93683	-1.04608	-1.08396	-1.10083	-0.98115	-1.00458	-1.06846	-1.07594	0
10	-0.94608	-0.94899	-1.05189	-1.09388	-1.1145	-1.13001	-1.1241	-1.26588	-1.09269	-1.23533	-1.28485	-1.30692	-1.15051	-1.18109	-1.26457	-1.27435	0
11	-1.04002	-1.04286	-1.1431	-1.18354	-1.20358	-1.21879	-1.21398	-1.38926	-1.22082	-1.39709	-1.45835	-1.48568	-1.29221	-1.32999	-1.43326	-1.44535	0
12	-1.11227	-1.11556	-1.2318	-1.27895	-1.30225	-1.31988	-1.31387	-1.46541	-1.30459	-1.49221	-1.55744	-1.58656	-1.38055	-1.42077	-1.53071	-1.54359	0
13	-1.0992	-1.1025	-1.21914	-1.26553	-1.2892	-1.30712	-1.30259	-1.41948	-1.30287	-1.50171	-1.57086	-1.60174	-1.38335	-1.42596	-1.54253	-1.55618	0
14	-1.11734	-1.12031	-1.22552	-1.26739	-1.2886	-1.30472	-1.30062	-1.47416	-1.32562	-1.529	-1.59975	-1.63134	-1.40792	-1.45151	-1.57076	-1.58473	0
15	-1.1153	-1.11825	-1.22266	-1.2649	-1.28579	-1.30162	-1.29638	-1.46846	-1.32585	-1.53148	-1.60302	-1.63497	-1.40907	-1.45314	-1.5737	-1.58782	0
16	-1.05241	-1.05513	-1.15124	-1.18983	-1.20922	-1.22384	-1.21935	-1.39075	-1.25143	-1.44567	-1.51322	-1.54337	-1.33006	-1.37169	-1.48554	-1.49888	0
17	-1.02247	-1.02523	-1.12301	-1.16329	-1.18291	-1.19753	-1.19111	-1.34251	-1.21462	-1.40207	-1.46725	-1.49634	-1.29051	-1.3307	-1.44055	-1.45341	0
18	-1.10228	-1.10623	-1.24607	-1.30534	-1.3336	-1.35427	-1.34221	-1.36822	-1.30597	-1.5048	-1.57396	-1.60484	-1.38644	-1.42906	-1.54562	-1.55928	0
19	-1.21509	-1.22023	-1.40264	-1.48128	-1.51839	-1.54522	-1.52733	-1.43448	-1.44183	-1.66348	-1.74063	-1.7751	-1.53149	-1.57899	-1.70901	-1.72424	0
20	-1.14929	-1.15493	-1.35503	-1.4422	-1.48301	-1.51232	-1.49114	-1.34703	-1.33028	-1.50674	-1.56807	-1.59543	-1.40174	-1.43957	-1.54294	-1.55505	0
21	-1.04806	-1.05339	-1.24168	-1.31575	-1.34379	-1.36013	-1.37886	-1.22419	-1.20615	-1.36008	-1.41353	-1.43736	-1.26853	-1.30152	-1.39164	-1.40219	0
22	-0.97491	-0.98012	-1.16506	-1.24654	-1.28657	-1.31605	-1.2895	-1.13667	-1.11022	-1.24178	-1.28744	-1.30778	-1.16356	-1.19177	-1.26875	-1.27776	0
23	-0.82391	-0.82831	-0.98442	-1.05333	-1.0888	-1.1154	-1.0888	-0.96418	-0.93642	-1.04567	-1.08356	-1.10042	-0.98074	-1.00417	-1.06805	-1.07553	0
24	-0.59404	-0.59713	-0.70641	-0.75273	-0.78129	-0.8035	-0.78117	-0.72694	-0.6613	-0.72644	-0.749	-0.75902	-0.68776	-0.70173	-0.73977	-0.74422	0

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ

Σενάριο maxRES-maxApX

Πίνακας 7.3.η. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P (kW)	Q (kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P(kW)	Q(kVar)	P (kW)	Q (kVar)	P(kW)	Q(kVar)
1	59.518	0.445	0.397	0.445	20.85	0.038	15.98	0.011	1.879	0
2	46.079	0.273	0.258	0.273	18.519	0.03	13.309	0.008	1.708	0
3	42.914	0.238	0.223	0.238	17.354	0.026	11.975	0.006	1.708	0
4	47.168	0.28	0.236	0.28	16.191	0.023	11.085	0.005	1.879	0
5	41.808	0.223	0.187	0.223	15.029	0.02	8.864	0.003	1.965	0
6	44.55	0.255	0.22	0.255	17.354	0.026	8.864	0.003	2.05	0
7	60.529	0.463	0.407	0.463	23.185	0.047	13.309	0.008	2.135	0
8	17.505	0.309	0.906	0.309	31.972	0.09	-12.275	0.007	3.075	0.001
9	51.242	0.613	1.159	0.613	43.773	0.168	-6.107	0.002	4.272	0.001
10	63.138	0.921	1.691	0.921	52.686	0.244	-6.547	0.002	5.555	0.002
11	77.09	1.25	2.072	1.25	57.463	0.29	-6.989	0.002	6.839	0.003
12	84.726	1.399	2.135	1.399	58.062	0.296	-3.458	0.001	7.268	0.003
13	83.352	1.354	1.98	1.354	52.687	0.244	-3.016	0	7.695	0.003
14	87.696	1.512	2.281	1.512	58.66	0.302	-5.665	0.001	7.867	0.004
15	86.409	1.496	2.283	1.496	58.062	0.296	-6.107	0.002	7.953	0.004
16	79.139	1.322	2.121	1.322	55.67	0.272	-7.871	0.003	7.524	0.003
17	83.143	1.299	1.866	1.299	52.687	0.244	-7.871	0.003	7.268	0.003
18	93.461	1.397	1.537	1.397	43.774	0.168	0.963	0	7.695	0.003
19	105.763	1.649	1.486	1.649	36.093	0.115	9.83	0.004	8.552	0.004
20	97.869	1.329	1.135	1.329	32.561	0.093	13.387	0.008	6.839	0.003
21	81.448	0.973	0.943	0.973	29.038	0.074	13.832	0.008	5.983	0.002
22	102.779	1.393	1.31	1.393	26.694	0.063	40.166	0.072	5.127	0.002
23	84.657	0.963	0.949	0.963	23.185	0.047	33.87	0.051	4.272	0.001
24	52.851	0.425	0.564	0.425	22.017	0.043	24.46	0.026	2.562	0

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ

Σενάριο maxRES-maxApX

Πίνακας 7.3.10. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX

ΩΡΕΣ	V(p.u.)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998	0.998	0.996	0.995	0.994	0.994	0.992	0.992	0.997	0.996	0.996	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
2	0.999	0.999	0.997	0.997	0.997	0.996	0.994	0.993	0.998	0.997	0.996	0.996	0.997	0.997	0.996	0.996	1
3	0.999	0.999	0.997	0.998	0.997	0.997	0.995	0.993	0.998	0.997	0.996	0.996	0.997	0.997	0.997	0.996	1
4	0.999	0.999	0.997	0.996	0.996	0.995	0.994	0.993	0.998	0.997	0.996	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
5	0.999	0.999	0.998	0.997	0.997	0.997	0.996	0.994	0.998	0.997	0.996	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
6	0.999	0.999	0.998	0.997	0.997	0.997	0.996	0.993	0.998	0.997	0.996	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
7	0.998	0.998	0.996	0.995	0.995	0.994	0.993	0.991	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.995	1
8	1.000	1.000	1.005	1.008	1.011	1.014	1.007	0.989	0.998	0.996	0.995	0.994	0.997	0.996	0.995	0.995	1
9	0.999	0.999	1.002	1.005	1.008	1.011	1.003	0.984	0.996	0.994	0.992	0.991	0.995	0.994	0.993	0.992	1
10	0.998	0.998	1.003	1.006	1.009	1.012	1.004	0.981	0.995	0.992	0.990	0.988	0.994	0.993	0.991	0.990	1
11	0.998	0.998	1.002	1.006	1.009	1.012	1.004	0.979	0.994	0.990	0.987	0.986	0.992	0.991	0.989	0.988	1
12	0.998	0.998	1.002	1.005	1.008	1.011	1.003	0.978	0.994	0.990	0.986	0.985	0.992	0.990	0.988	0.987	1
13	0.998	0.998	1.002	1.005	1.008	1.011	1.002	0.980	0.993	0.989	0.986	0.984	0.991	0.990	0.987	0.986	1
14	0.998	0.998	1.002	1.006	1.008	1.011	1.003	0.978	0.993	0.989	0.985	0.983	0.991	0.990	0.987	0.986	1
15	0.998	0.998	1.002	1.006	1.009	1.012	1.003	0.978	0.993	0.989	0.985	0.983	0.991	0.990	0.987	0.986	1
16	0.998	0.998	1.003	1.006	1.009	1.012	1.004	0.979	0.994	0.990	0.986	0.984	0.991	0.990	0.988	0.987	1
17	0.998	0.998	1.001	1.004	1.007	1.010	1.003	0.980	0.994	0.990	0.986	0.985	0.992	0.990	0.988	0.987	1
18	0.998	0.998	0.999	1.001	1.003	1.006	0.999	0.983	0.993	0.989	0.985	0.984	0.991	0.990	0.987	0.986	1
19	0.997	0.997	0.997	0.999	1.001	1.003	0.995	0.985	0.992	0.988	0.984	0.982	0.990	0.989	0.985	0.985	1
20	0.997	0.997	0.996	0.997	0.999	1.001	0.993	0.987	0.994	0.990	0.987	0.985	0.992	0.991	0.988	0.987	1
21	0.998	0.998	0.998	0.999	1.002	1.005	0.995	0.988	0.994	0.991	0.988	0.987	0.993	0.992	0.990	0.989	1
22	0.997	0.997	0.993	0.994	0.996	0.998	0.984	0.988	0.994	0.992	0.989	0.988	0.993	0.992	0.990	0.990	1
23	0.998	0.998	0.995	0.996	0.998	1.000	0.987	0.990	0.995	0.993	0.991	0.990	0.994	0.994	0.992	0.992	1
24	0.999	0.999	0.998	1.000	1.002	1.005	0.992	0.991	0.997	0.996	0.995	0.994	0.996	0.996	0.995	0.995	1

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ

Σενάριο maxRES-maxApX

Πίνακας 7.3.κ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο maxRES-maxApX

ΩΡΕΣ	$\theta(rad)$																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0.341	-0.342	-0.391	-0.405	-0.417	-0.426	-0.431	-0.446	-0.382	-0.422	-0.436	-0.442	-0.398	-0.407	-0.430	-0.433	0
2	-0.264	-0.265	-0.293	-0.293	-0.303	-0.310	-0.327	-0.357	-0.301	-0.337	-0.350	-0.355	-0.316	-0.324	-0.345	-0.347	0
3	-0.246	-0.247	-0.271	-0.269	-0.278	-0.285	-0.301	-0.333	-0.283	-0.319	-0.332	-0.337	-0.298	-0.306	-0.327	-0.329	0
4	-0.270	-0.271	-0.304	-0.314	-0.322	-0.328	-0.332	-0.352	-0.311	-0.351	-0.365	-0.371	-0.327	-0.336	-0.359	-0.362	0
5	-0.239	-0.240	-0.264	-0.268	-0.275	-0.279	-0.286	-0.315	-0.282	-0.324	-0.338	-0.345	-0.299	-0.308	-0.332	-0.335	0
6	-0.255	-0.256	-0.279	-0.283	-0.289	-0.294	-0.301	-0.342	-0.300	-0.343	-0.358	-0.365	-0.318	-0.327	-0.352	-0.355	0
7	-0.347	-0.348	-0.390	-0.404	-0.414	-0.421	-0.424	-0.463	-0.393	-0.439	-0.454	-0.461	-0.412	-0.421	-0.448	-0.451	0
8	-0.100	-0.098	-0.012	0.047	0.098	0.152	0.019	-0.260	-0.167	-0.232	-0.255	-0.265	-0.194	-0.207	-0.245	-0.250	0
9	-0.293	-0.292	-0.232	-0.185	-0.137	-0.087	-0.216	-0.513	-0.387	-0.477	-0.509	-0.523	-0.424	-0.443	-0.496	-0.502	0
10	-0.361	-0.359	-0.284	-0.224	-0.175	-0.124	-0.268	-0.626	-0.483	-0.601	-0.642	-0.661	-0.531	-0.556	-0.626	-0.634	0
11	-0.441	-0.439	-0.362	-0.301	-0.251	-0.200	-0.345	-0.730	-0.591	-0.737	-0.788	-0.811	-0.650	-0.682	-0.767	-0.777	0
12	-0.485	-0.483	-0.414	-0.352	-0.304	-0.255	-0.405	-0.777	-0.644	-0.800	-0.854	-0.878	-0.707	-0.741	-0.832	-0.842	0
13	-0.477	-0.475	-0.407	-0.346	-0.298	-0.249	-0.400	-0.742	-0.646	-0.811	-0.868	-0.893	-0.713	-0.748	-0.844	-0.856	0
14	-0.501	-0.500	-0.426	-0.365	-0.315	-0.265	-0.412	-0.797	-0.674	-0.843	-0.902	-0.928	-0.743	-0.779	-0.878	-0.889	0
15	-0.494	-0.492	-0.416	-0.353	-0.303	-0.253	-0.400	-0.786	-0.669	-0.839	-0.899	-0.925	-0.738	-0.774	-0.874	-0.886	0
16	-0.452	-0.451	-0.371	-0.309	-0.259	-0.208	-0.351	-0.733	-0.618	-0.779	-0.835	-0.860	-0.683	-0.718	-0.812	-0.823	0
17	-0.476	-0.474	-0.414	-0.371	-0.322	-0.270	-0.394	-0.741	-0.635	-0.791	-0.845	-0.869	-0.698	-0.732	-0.823	-0.833	0
18	-0.535	-0.534	-0.507	-0.477	-0.436	-0.388	-0.509	-0.755	-0.704	-0.869	-0.926	-0.952	-0.771	-0.806	-0.903	-0.914	0
19	-0.605	-0.606	-0.605	-0.583	-0.548	-0.506	-0.630	-0.787	-0.794	-0.977	-1.041	-1.070	-0.868	-0.907	-1.015	-1.027	0
20	-0.560	-0.561	-0.579	-0.568	-0.536	-0.495	-0.613	-0.724	-0.711	-0.857	-0.908	-0.930	-0.770	-0.801	-0.887	-0.897	0
21	-0.466	-0.467	-0.471	-0.445	-0.403	-0.352	-0.506	-0.612	-0.598	-0.725	-0.770	-0.789	-0.649	-0.677	-0.751	-0.760	0
22	-0.588	-0.591	-0.660	-0.644	-0.611	-0.570	-0.762	-0.723	-0.701	-0.811	-0.848	-0.865	-0.745	-0.769	-0.833	-0.840	0
23	-0.485	-0.486	-0.540	-0.521	-0.485	-0.442	-0.626	-0.601	-0.578	-0.669	-0.701	-0.715	-0.615	-0.635	-0.688	-0.694	0
24	-0.303	-0.303	-0.322	-0.288	-0.247	-0.200	-0.383	-0.413	-0.359	-0.413	-0.432	-0.440	-0.381	-0.392	-0.424	-0.428	0

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ

Σενάριο avgRES–avgApX

Πίνακας 7.3.κα. Αποτελέσματα για τις ισχύεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)
1	60.69	0.462	0.409	0.462	20.85	0.038	15.98	0.011	1.879	0
2	51.266	0.331	0.294	0.331	18.519	0.03	13.309	0.008	1.708	0
3	49.901	0.312	0.27	0.312	17.355	0.026	11.975	0.006	1.708	0
4	43.143	0.239	0.211	0.239	16.191	0.023	11.085	0.005	1.879	0
5	39.608	0.203	0.177	0.203	15.029	0.02	8.864	0.003	1.965	0
6	39.27	0.208	0.2	0.208	17.354	0.026	8.864	0.003	2.05	0
7	54.129	0.38	0.357	0.38	23.185	0.047	13.309	0.008	2.135	0
8	48.827	0.465	0.798	0.465	31.973	0.09	17.762	0.014	3.075	0.001
9	49.776	0.604	1.172	0.604	43.773	0.168	-6.107	0.002	4.272	0.001
10	65.122	0.936	1.665	0.936	52.686	0.244	-6.547	0.002	5.555	0.002
11	79.351	1.274	2.043	1.274	57.463	0.29	-6.989	0.002	6.839	0.003
12	91.175	1.485	2.074	1.485	58.062	0.296	-3.458	0.001	7.268	0.003
13	90.04	1.443	1.918	1.443	52.688	0.244	-3.016	0	7.695	0.003
14	97.58	1.655	2.195	1.655	58.661	0.303	-5.665	0.001	7.867	0.004
15	98.048	1.664	2.182	1.664	58.062	0.297	-6.107	0.002	7.953	0.004
16	90.592	1.469	2.014	1.469	55.671	0.272	-7.871	0.003	7.524	0.003
17	87.046	1.353	1.839	1.353	52.687	0.244	-7.871	0.003	7.268	0.003
18	129.928	2.267	1.995	2.267	43.775	0.169	31.178	0.043	7.695	0.003
19	146.679	2.812	2.281	2.812	36.094	0.115	40.168	0.072	8.552	0.004
20	105.712	1.495	1.198	1.495	32.562	0.093	13.387	0.008	6.839	0.003
21	121.809	1.938	1.754	1.938	29.039	0.074	44.225	0.087	5.983	0.002
22	111.644	1.607	1.434	1.607	26.694	0.063	40.167	0.072	5.127	0.002
23	120.908	1.841	1.57	1.841	23.185	0.047	33.873	0.051	4.272	0.001
24	89.651	1.011	0.894	1.011	22.017	0.043	24.461	0.027	2.562	0

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ

Σενάριο avgRES–avgApX

Πίνακας 7.3.κβ. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	V(p.u.)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998	0.998	0.995	0.994	0.994	0.993	0.992	0.992	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
2	0.999	0.999	0.996	0.996	0.995	0.995	0.993	0.993	0.998	0.997	0.996	0.996	0.997	0.997	0.996	0.996	1
3	0.999	0.999	0.996	0.996	0.995	0.995	0.994	0.993	0.998	0.997	0.996	0.996	0.997	0.997	0.996	0.996	1
4	0.999	0.999	0.997	0.997	0.997	0.997	0.995	0.994	0.998	0.997	0.996	0.996	0.997	0.997	0.996	0.996	1
5	0.999	0.999	0.998	0.998	0.998	0.997	0.996	0.994	0.998	0.997	0.996	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
6	0.999	0.999	0.998	0.999	0.998	0.998	0.996	0.993	0.998	0.997	0.996	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
7	0.999	0.999	0.997	0.997	0.996	0.996	0.994	0.991	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.995	1
8	0.999	0.999	1.000	1.003	1.006	1.009	0.996	0.988	0.997	0.995	0.994	0.993	0.996	0.996	0.995	0.994	1
9	0.999	0.999	1.002	1.005	1.008	1.011	1.004	0.984	0.996	0.994	0.992	0.991	0.995	0.994	0.993	0.992	1
10	0.998	0.998	1.002	1.006	1.008	1.011	1.004	0.981	0.995	0.992	0.990	0.988	0.994	0.993	0.991	0.990	1
11	0.998	0.998	1.002	1.005	1.008	1.011	1.004	0.979	0.994	0.990	0.987	0.986	0.992	0.991	0.988	0.988	1
12	0.998	0.998	1.001	1.004	1.006	1.009	1.002	0.978	0.993	0.990	0.986	0.985	0.991	0.990	0.988	0.987	1
13	0.998	0.998	1.001	1.003	1.006	1.009	1.001	0.980	0.993	0.989	0.985	0.984	0.991	0.990	0.987	0.986	1
14	0.997	0.997	1.000	1.003	1.006	1.009	1.002	0.978	0.993	0.989	0.985	0.983	0.991	0.989	0.987	0.986	1
15	0.997	0.997	1.000	1.003	1.005	1.008	1.002	0.978	0.993	0.989	0.985	0.983	0.991	0.989	0.986	0.986	1
16	0.998	0.998	1.001	1.003	1.006	1.009	1.003	0.979	0.993	0.989	0.986	0.984	0.991	0.990	0.987	0.987	1
17	0.998	0.998	1.001	1.003	1.006	1.009	1.002	0.980	0.994	0.990	0.986	0.985	0.991	0.990	0.988	0.987	1
18	0.997	0.997	0.994	0.995	0.997	1.000	0.987	0.982	0.992	0.988	0.984	0.983	0.990	0.989	0.986	0.985	1
19	0.996	0.996	0.991	0.991	0.993	0.996	0.982	0.984	0.991	0.987	0.983	0.981	0.989	0.987	0.984	0.983	1
20	0.997	0.997	0.995	0.995	0.997	0.999	0.992	0.986	0.993	0.990	0.986	0.985	0.991	0.990	0.988	0.987	1
21	0.997	0.997	0.991	0.992	0.994	0.997	0.982	0.987	0.993	0.990	0.987	0.986	0.992	0.991	0.989	0.988	1
22	0.997	0.997	0.992	0.992	0.994	0.996	0.983	0.988	0.994	0.991	0.989	0.988	0.993	0.992	0.990	0.990	1
23	0.997	0.997	0.989	0.986	0.984	0.983	0.982	0.989	0.994	0.992	0.990	0.989	0.993	0.993	0.991	0.991	1
24	0.998	0.998	0.992	0.989	0.988	0.987	0.987	0.990	0.996	0.995	0.994	0.993	0.996	0.995	0.994	0.994	1

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ

Σενάριο avgRES–avgApX

Πίνακας 7.3.κγ. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο avgRES-avgApX

ΩΡΕΣ	$\theta(\text{rad})$																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0,348	-0,349	-0,400	-0,417	-0,429	-0,438	-0,441	-0,452	-0,389	-0,428	-0,442	-0,448	-0,405	-0,413	-0,437	-0,439	0
2	-0,294	-0,295	-0,334	-0,345	-0,355	-0,362	-0,368	-0,387	-0,331	-0,367	-0,380	-0,385	-0,346	-0,353	-0,375	-0,377	0
3	-0,286	-0,287	-0,326	-0,340	-0,349	-0,355	-0,356	-0,373	-0,323	-0,359	-0,372	-0,377	-0,338	-0,346	-0,367	-0,369	0
4	-0,247	-0,248	-0,273	-0,273	-0,282	-0,288	-0,300	-0,328	-0,288	-0,328	-0,342	-0,348	-0,304	-0,313	-0,336	-0,339	0
5	-0,227	-0,227	-0,246	-0,246	-0,252	-0,257	-0,268	-0,302	-0,270	-0,311	-0,326	-0,332	-0,287	-0,296	-0,320	-0,323	0
6	-0,225	-0,225	-0,237	-0,229	-0,236	-0,241	-0,259	-0,312	-0,270	-0,313	-0,328	-0,335	-0,287	-0,297	-0,322	-0,325	0
7	-0,310	-0,311	-0,339	-0,339	-0,349	-0,356	-0,373	-0,427	-0,357	-0,402	-0,418	-0,425	-0,375	-0,385	-0,411	-0,414	0
8	-0,279	-0,279	-0,260	-0,204	-0,152	-0,098	-0,305	-0,440	-0,347	-0,412	-0,435	-0,445	-0,373	-0,387	-0,425	-0,430	0
9	-0,285	-0,283	-0,220	-0,170	-0,123	-0,073	-0,205	-0,505	-0,378	-0,469	-0,500	-0,514	-0,415	-0,435	-0,488	-0,494	0
10	-0,372	-0,371	-0,300	-0,244	-0,196	-0,145	-0,284	-0,637	-0,494	-0,613	-0,654	-0,672	-0,542	-0,568	-0,637	-0,645	0
11	-0,454	-0,452	-0,380	-0,324	-0,275	-0,224	-0,363	-0,743	-0,604	-0,750	-0,801	-0,824	-0,663	-0,695	-0,780	-0,790	0
12	-0,522	-0,520	-0,465	-0,417	-0,370	-0,321	-0,456	-0,814	-0,681	-0,837	-0,891	-0,915	-0,744	-0,778	-0,869	-0,879	0
13	-0,515	-0,514	-0,460	-0,414	-0,367	-0,318	-0,453	-0,780	-0,684	-0,849	-0,906	-0,932	-0,751	-0,786	-0,883	-0,894	0
14	-0,558	-0,557	-0,505	-0,465	-0,416	-0,365	-0,490	-0,854	-0,731	-0,900	-0,958	-0,985	-0,800	-0,836	-0,934	-0,946	0
15	-0,561	-0,560	-0,508	-0,470	-0,421	-0,371	-0,493	-0,853	-0,736	-0,906	-0,966	-0,992	-0,805	-0,841	-0,941	-0,953	0
16	-0,518	-0,517	-0,462	-0,425	-0,375	-0,323	-0,442	-0,799	-0,684	-0,845	-0,901	-0,926	-0,749	-0,783	-0,878	-0,889	0
17	-0,498	-0,497	-0,445	-0,411	-0,362	-0,310	-0,425	-0,763	-0,658	-0,813	-0,867	-0,891	-0,721	-0,754	-0,845	-0,856	0
18	-0,744	-0,745	-0,796	-0,779	-0,737	-0,689	-0,875	-0,965	-0,913	-1,078	-1,136	-1,161	-0,980	-1,016	-1,112	-1,124	0
19	-0,840	-0,842	-0,929	-0,929	-0,894	-0,850	-1,032	-1,022	-1,028	-1,212	-1,276	-1,305	-1,103	-1,142	-1,250	-1,263	0
20	-0,605	-0,606	-0,641	-0,647	-0,615	-0,573	-0,675	-0,769	-0,756	-0,902	-0,953	-0,975	-0,815	-0,846	-0,932	-0,942	0
21	-0,697	-0,700	-0,790	-0,785	-0,743	-0,691	-0,903	-0,844	-0,829	-0,957	-1,001	-1,021	-0,881	-0,908	-0,983	-0,992	0
22	-0,639	-0,642	-0,731	-0,733	-0,700	-0,659	-0,833	-0,774	-0,752	-0,861	-0,899	-0,916	-0,796	-0,820	-0,884	-0,891	0
23	-0,692	-0,696	-0,828	-0,887	-0,917	-0,939	-0,915	-0,809	-0,786	-0,877	-0,909	-0,923	-0,823	-0,843	-0,896	-0,902	0
24	-0,513	-0,516	-0,614	-0,659	-0,683	-0,701	-0,676	-0,624	-0,570	-0,624	-0,643	-0,651	-0,592	-0,603	-0,635	-0,639	0

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ

Σενάριο minRES–minApX

Πίνακας 7.3.κδ. Αποτελέσματα για τις ισχείς, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	ΕΓΧΥΣΗ ΙΣΧΥΟΣ (από το ζυγό (17))		ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ		ΓΡΑΜΜΗ 1-8		ΓΡΑΜΜΗ 3-7		ΓΡΑΜΜΗ 11-12	
	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)	P (kW)	Q (kVAr)	P(kW)	Q(kVAr)
1	64.973	0.528	0.462	0.528	20.85	0.038	15.98	0.011	1.879	0
2	56.336	0.397	0.344	0.397	18.519	0.03	13.309	0.008	1.708	0
3	52.677	0.346	0.296	0.346	17.355	0.026	11.975	0.006	1.708	0
4	51.162	0.327	0.27	0.327	16.191	0.023	11.085	0.005	1.879	0
5	46.509	0.271	0.218	0.271	15.029	0.02	8.864	0.003	1.965	0
6	49.493	0.308	0.254	0.308	17.355	0.026	8.864	0.003	2.05	0
7	64.289	0.518	0.447	0.518	23.185	0.047	13.309	0.008	2.135	0
8	88.338	0.979	0.839	0.979	31.973	0.09	17.763	0.014	3.075	0.001
9	121.464	1.851	1.58	1.851	43.775	0.169	24.014	0.026	4.272	0.001
10	138.028	2.412	2.051	2.412	52.69	0.245	23.567	0.025	5.556	0.002
11	151.526	2.928	2.449	2.928	57.468	0.291	23.12	0.024	6.839	0.003
12	161.929	3.325	2.728	3.325	58.066	0.298	26.698	0.032	7.268	0.003
13	160.592	3.267	2.591	3.267	52.691	0.245	27.146	0.033	7.695	0.003
14	162.272	3.365	2.747	3.365	58.665	0.304	24.461	0.027	7.867	0.004
15	161.911	3.353	2.724	3.353	58.066	0.298	24.014	0.026	7.953	0.004
16	152.681	2.987	2.442	2.987	55.674	0.273	22.226	0.022	7.524	0.003
17	148.608	2.819	2.281	2.819	52.69	0.245	22.226	0.022	7.268	0.003
18	161.184	3.266	2.51	3.266	43.777	0.169	31.18	0.043	7.695	0.003
19	175.171	3.868	2.964	3.868	36.095	0.115	40.171	0.073	8.552	0.004
20	104.197	1.462	1.183	1.462	32.562	0.093	13.387	0.008	6.839	0.003
21	91.04	1.139	0.986	1.139	29.038	0.074	13.832	0.008	5.983	0.002
22	142.017	2.539	2.157	2.539	26.695	0.063	40.171	0.072	5.127	0.002
23	119.704	1.804	1.536	1.804	23.185	0.047	33.873	0.051	4.272	0.001
24	89.048	0.997	0.881	0.997	22.017	0.043	24.461	0.027	2.562	0

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ

Σενάριο minRES–minApX

Πίνακας 7.3.κε. Αποτελέσματα για τις τάσεις, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	V(p.u.)																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0.998	0.998	0.995	0.993	0.993	0.992	0.991	0.991	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.996	0.996	1
2	0.999	0.999	0.996	0.994	0.994	0.993	0.993	0.992	0.998	0.997	0.996	0.996	0.997	0.997	0.996	0.996	1
3	0.999	0.999	0.996	0.995	0.994	0.994	0.993	0.993	0.998	0.997	0.996	0.996	0.997	0.997	0.996	0.996	1
4	0.999	0.999	0.996	0.995	0.995	0.994	0.994	0.993	0.998	0.997	0.996	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
5	0.999	0.999	0.997	0.996	0.996	0.995	0.995	0.994	0.998	0.997	0.996	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
6	0.999	0.999	0.997	0.996	0.996	0.995	0.995	0.993	0.998	0.997	0.996	0.995	0.997	0.997	0.996	0.996	1
7	0.998	0.998	0.995	0.994	0.994	0.993	0.992	0.991	0.997	0.996	0.995	0.995	0.997	0.996	0.995	0.995	1
8	0.998	0.998	0.994	0.992	0.991	0.991	0.990	0.987	0.996	0.994	0.993	0.992	0.995	0.995	0.994	0.993	1
9	0.997	0.997	0.992	0.989	0.988	0.987	0.986	0.982	0.994	0.992	0.990	0.989	0.993	0.993	0.991	0.991	1
10	0.996	0.996	0.991	0.989	0.988	0.988	0.986	0.979	0.993	0.990	0.988	0.986	0.992	0.991	0.989	0.988	1
11	0.996	0.996	0.991	0.989	0.988	0.987	0.986	0.977	0.992	0.988	0.985	0.984	0.990	0.989	0.987	0.986	1
12	0.996	0.996	0.990	0.988	0.987	0.986	0.984	0.976	0.992	0.988	0.984	0.983	0.989	0.988	0.986	0.985	1
13	0.996	0.996	0.990	0.988	0.987	0.986	0.984	0.978	0.991	0.987	0.984	0.982	0.989	0.988	0.985	0.984	1
14	0.996	0.996	0.991	0.989	0.988	0.987	0.985	0.976	0.991	0.987	0.983	0.982	0.989	0.988	0.985	0.984	1
15	0.996	0.996	0.991	0.989	0.988	0.987	0.985	0.976	0.991	0.987	0.983	0.981	0.989	0.988	0.985	0.984	1
16	0.996	0.996	0.991	0.990	0.989	0.988	0.986	0.977	0.992	0.988	0.984	0.982	0.990	0.988	0.986	0.985	1
17	0.996	0.996	0.991	0.989	0.989	0.988	0.986	0.979	0.992	0.988	0.985	0.983	0.990	0.989	0.986	0.985	1
18	0.996	0.996	0.989	0.986	0.985	0.984	0.982	0.981	0.991	0.987	0.984	0.982	0.989	0.988	0.985	0.984	1
19	0.995	0.995	0.987	0.983	0.981	0.980	0.978	0.983	0.990	0.986	0.982	0.980	0.988	0.987	0.984	0.983	1
20	0.997	0.997	0.995	0.995	0.997	1.000	0.993	0.986	0.993	0.990	0.986	0.985	0.991	0.990	0.988	0.987	1
21	0.998	0.998	0.996	0.996	0.999	1.002	0.993	0.988	0.994	0.991	0.988	0.987	0.993	0.992	0.989	0.989	1
22	0.996	0.996	0.987	0.983	0.981	0.980	0.978	0.987	0.993	0.991	0.988	0.987	0.992	0.991	0.989	0.989	1
23	0.997	0.997	0.989	0.986	0.984	0.983	0.982	0.989	0.994	0.992	0.990	0.989	0.993	0.993	0.991	0.991	1
24	0.998	0.998	0.992	0.990	0.988	0.987	0.987	0.990	0.996	0.995	0.994	0.993	0.996	0.995	0.994	0.994	1

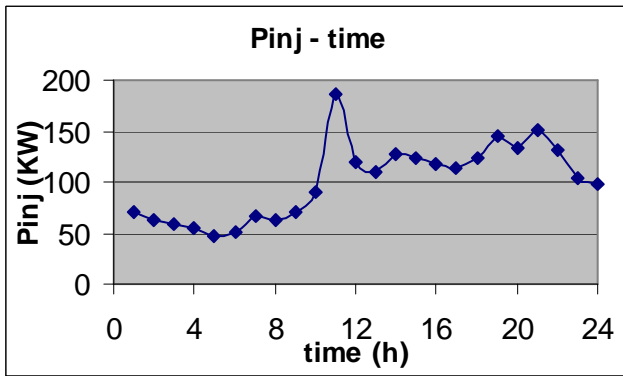
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ

Σενάριο minRES–minApX

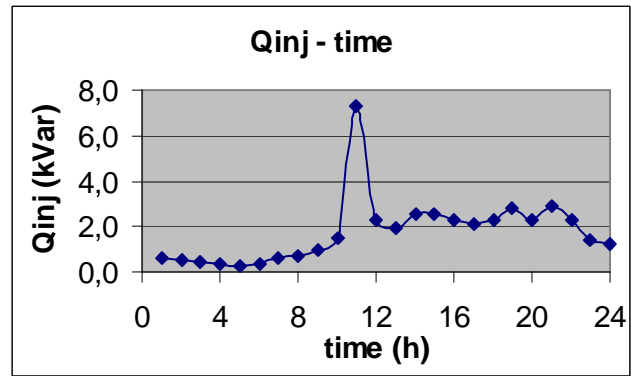
Πίνακας 7.3.κε. Αποτελέσματα για τις γωνίες, στη Χαμηλή Τάση, για το σενάριο minRES-minApX

ΩΡΕΣ	$\theta(\text{rad})$																
	ΖΥΓΟΙ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	-0.372	-0.374	-0.434	-0.460	-0.473	-0.481	-0.475	-0.477	-0.413	-0.453	-0.467	-0.473	-0.429	-0.438	-0.461	-0.464	0
2	-0.323	-0.324	-0.374	-0.396	-0.406	-0.413	-0.408	-0.416	-0.360	-0.396	-0.409	-0.414	-0.375	-0.382	-0.404	-0.406	0
3	-0.302	-0.303	-0.348	-0.368	-0.377	-0.383	-0.379	-0.389	-0.339	-0.375	-0.388	-0.393	-0.354	-0.362	-0.383	-0.385	0
4	-0.293	-0.294	-0.336	-0.354	-0.363	-0.369	-0.364	-0.374	-0.334	-0.374	-0.388	-0.394	-0.350	-0.359	-0.382	-0.385	0
5	-0.266	-0.267	-0.301	-0.315	-0.322	-0.327	-0.323	-0.342	-0.309	-0.351	-0.365	-0.372	-0.326	-0.335	-0.359	-0.362	0
6	-0.283	-0.284	-0.318	-0.332	-0.339	-0.344	-0.340	-0.371	-0.328	-0.372	-0.387	-0.393	-0.346	-0.355	-0.381	-0.384	0
7	-0.368	-0.370	-0.420	-0.442	-0.452	-0.459	-0.454	-0.485	-0.415	-0.460	-0.476	-0.483	-0.433	-0.443	-0.469	-0.473	0
8	-0.506	-0.508	-0.574	-0.603	-0.616	-0.626	-0.619	-0.667	-0.573	-0.639	-0.661	-0.671	-0.600	-0.614	-0.652	-0.656	0
9	-0.695	-0.698	-0.789	-0.829	-0.847	-0.860	-0.850	-0.916	-0.789	-0.881	-0.912	-0.926	-0.826	-0.846	-0.899	-0.905	0
10	-0.790	-0.793	-0.879	-0.915	-0.932	-0.945	-0.939	-1.056	-0.913	-1.031	-1.073	-1.091	-0.961	-0.986	-1.056	-1.064	0
11	-0.867	-0.870	-0.954	-0.987	-1.004	-1.017	-1.013	-1.158	-1.018	-1.165	-1.216	-1.239	-1.078	-1.109	-1.195	-1.205	0
12	-0.927	-0.930	-1.027	-1.066	-1.085	-1.100	-1.095	-1.221	-1.087	-1.244	-1.298	-1.322	-1.151	-1.184	-1.276	-1.286	0
13	-0.919	-0.922	-1.021	-1.060	-1.080	-1.095	-1.090	-1.186	-1.089	-1.255	-1.312	-1.338	-1.156	-1.192	-1.289	-1.300	0
14	-0.929	-0.931	-1.018	-1.052	-1.070	-1.083	-1.081	-1.226	-1.103	-1.272	-1.331	-1.357	-1.171	-1.207	-1.307	-1.318	0
15	-0.927	-0.929	-1.015	-1.049	-1.067	-1.080	-1.077	-1.220	-1.102	-1.273	-1.333	-1.359	-1.172	-1.208	-1.309	-1.320	0
16	-0.874	-0.876	-0.955	-0.986	-1.002	-1.015	-1.012	-1.155	-1.040	-1.202	-1.258	-1.283	-1.106	-1.140	-1.235	-1.246	0
17	-0.851	-0.853	-0.934	-0.967	-0.983	-0.996	-0.991	-1.117	-1.011	-1.167	-1.221	-1.245	-1.074	-1.108	-1.199	-1.210	0
18	-0.923	-0.926	-1.044	-1.095	-1.119	-1.136	-1.124	-1.144	-1.093	-1.258	-1.316	-1.341	-1.160	-1.195	-1.292	-1.303	0
19	-1.003	-1.007	-1.155	-1.217	-1.248	-1.270	-1.259	-1.185	-1.192	-1.376	-1.440	-1.469	-1.266	-1.306	-1.414	-1.427	0
20	-0.597	-0.598	-0.629	-0.632	-0.599	-0.558	-0.663	-0.761	-0.747	-0.893	-0.944	-0.967	-0.806	-0.838	-0.923	-0.933	0
21	-0.521	-0.522	-0.547	-0.542	-0.500	-0.448	-0.582	-0.667	-0.653	-0.780	-0.825	-0.845	-0.704	-0.732	-0.807	-0.815	0
22	-0.813	-0.817	-0.972	-1.039	-1.073	-1.097	-1.075	-0.948	-0.926	-1.036	-1.074	-1.091	-0.970	-0.994	-1.058	-1.066	0
23	-0.685	-0.689	-0.819	-0.875	-0.905	-0.927	-0.905	-0.802	-0.779	-0.870	-0.902	-0.916	-0.816	-0.836	-0.889	-0.895	0
24	-0.510	-0.513	-0.609	-0.653	-0.677	-0.695	-0.671	-0.621	-0.566	-0.621	-0.639	-0.648	-0.588	-0.600	-0.632	-0.635	0

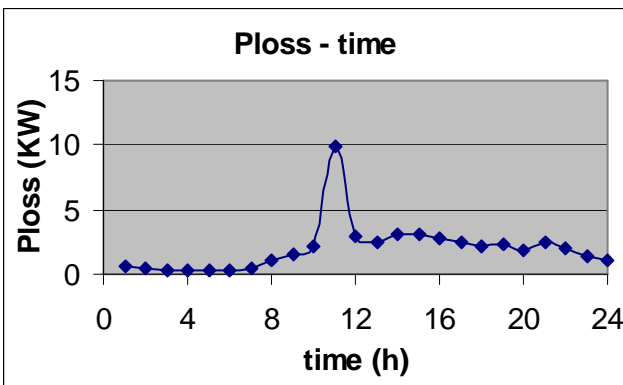
Ιανουάριος – σενάριο max – max , Χαμηλή Τάση (LV)



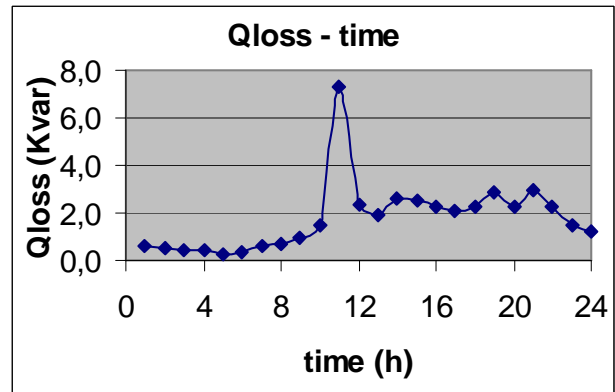
Σχήμα 7.3.α.: 24 – ωρη μεταβολή της ενέργου εγχύσεως ($P_{\text{εγχυσης}}$) από το ζυγό 17



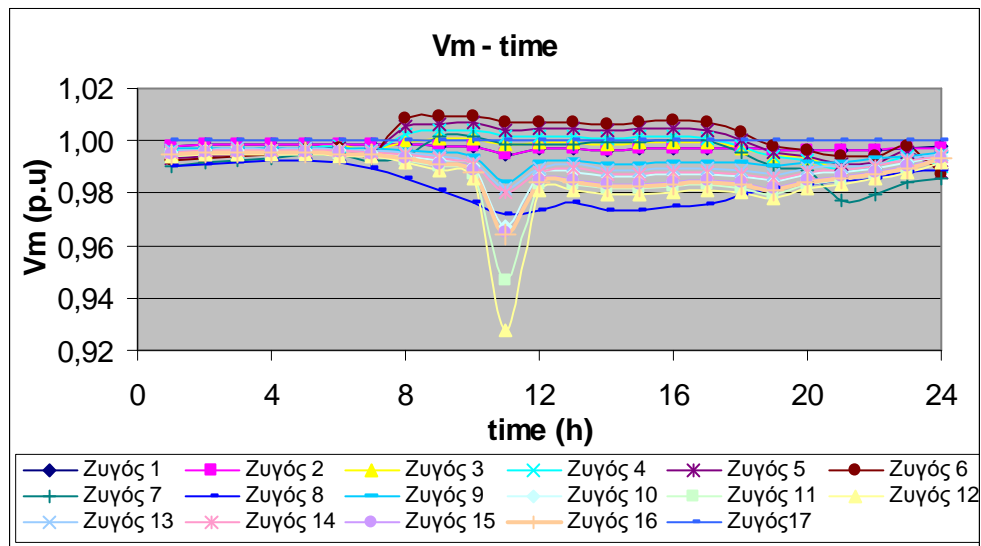
Σχήμα 7.3.β.: 24 – ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχυσης}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.γ.: 24 – ωρη μεταβολή της ενεργών απωλειών (P_{loss})

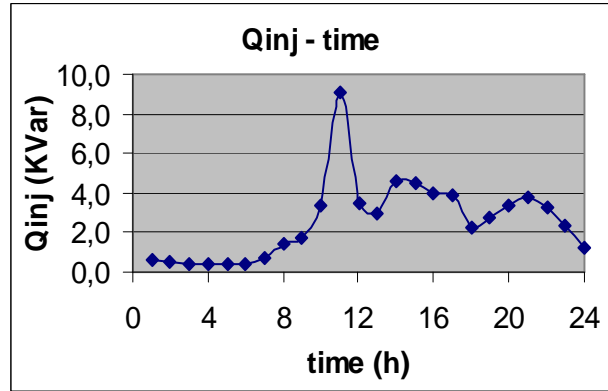
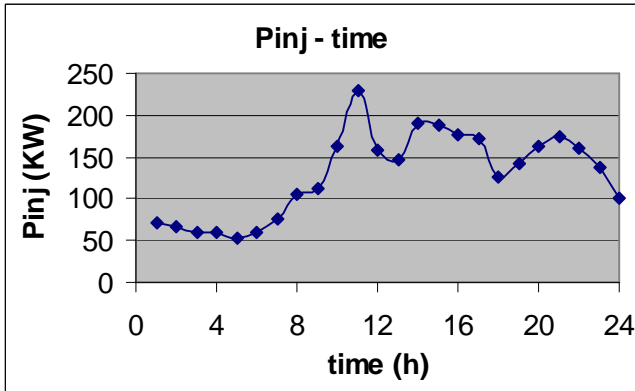


Σχήμα 7.3.δ.: 24 – ωρη μεταβολή της άεργων απωλειών (Q_{loss})



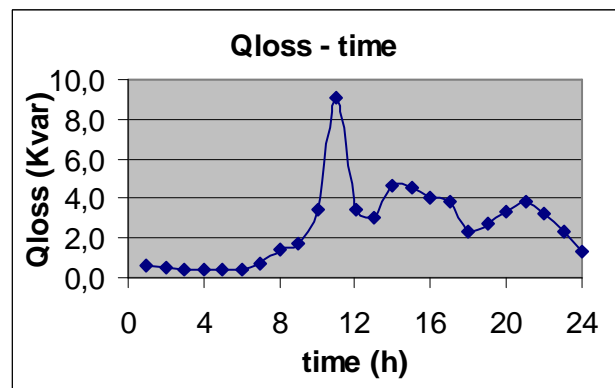
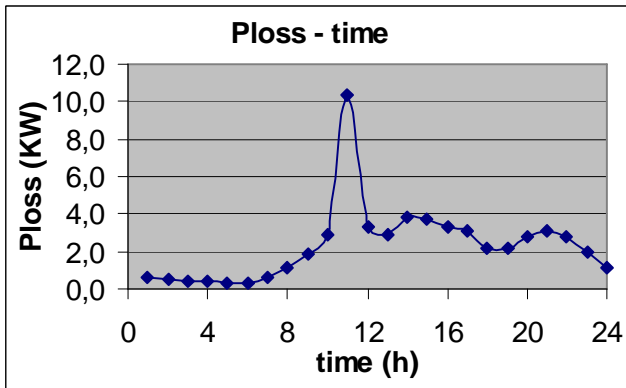
Σχήμα 7.3.ε.: 24 – ωρη μεταβολή των τάσεων (V_m) των ζυγών του δικτύου

Ιανουάριος- σενάριο avg avg , Χαμηλή Τάση (LV)



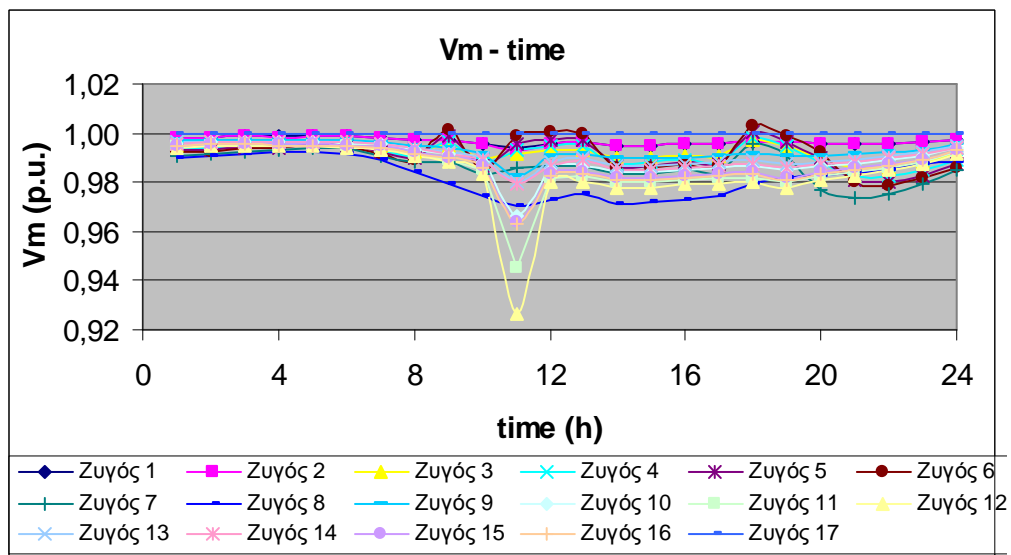
Σχήμα 7.3.στ.: 24 – ωρη μεταβολή της ενεργού εγχύσεως ($P_{εγχυσης}$) από το ζυγό 17

Σχήμα 7.3.ζ.: 24 – ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{εγχυσης}$) από το ζυγό 17



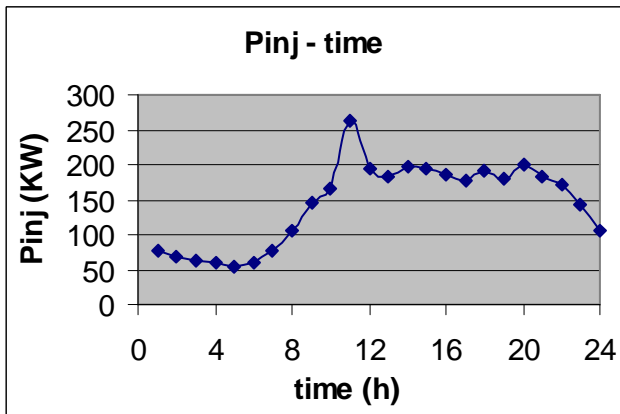
Σχήμα 7.3.η.: 24 – ωρη μεταβολή της ενεργών απωλειών (P_{loss})

Σχήμα 7.3.θ.: 24 – ωρη μεταβολή της αέργων απωλειών (Q_{loss})

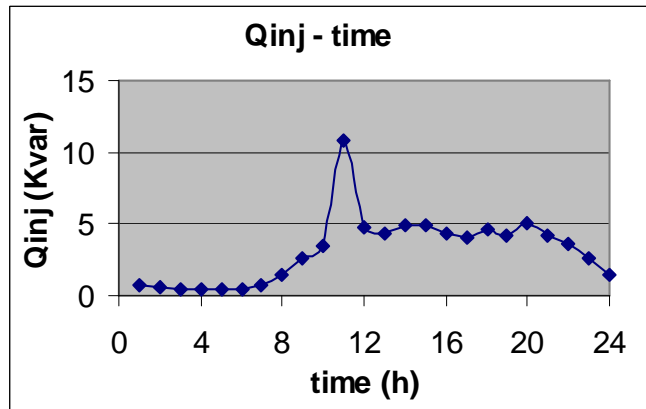


Σχήμα 7.3.ι.: 24 – ωρη μεταβολή των τάσεων (V_m) των ζυγών του δικτύου

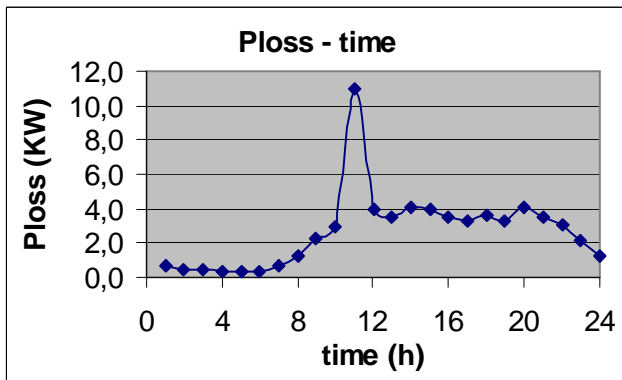
Ιανουάριος- σενάριο min - min , Χαμηλή Τάση (LV)



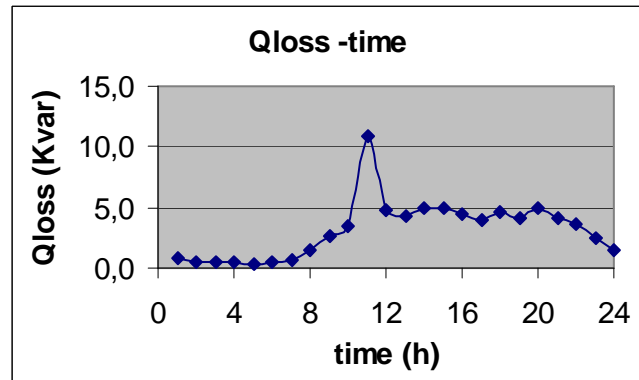
Σχήμα 7.3.ια.: 24 – ωρη μεταβολή της ενέργου εγχύσεως ($P_{\text{εγχυσης}}$) από το ζυγό 17



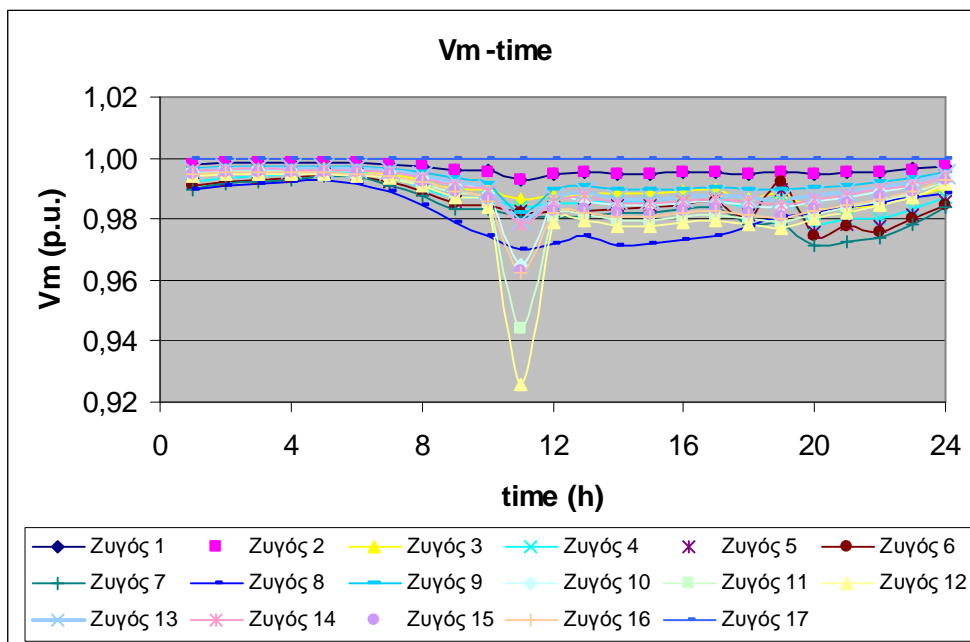
Σχήμα 7.3.ιβ.: 24 – ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχυσης}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.ιγ.: 24 – ωρη μεταβολή της ενεργών απωλειών (P_{loss})

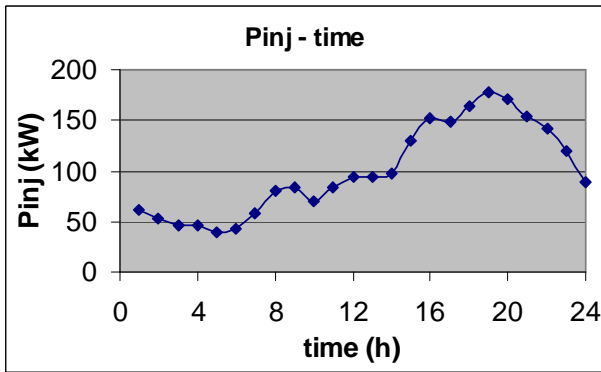


Σχήμα 7.3.ιδ.: 24 – ωρη μεταβολή της άεργων απωλειών (Q_{loss})

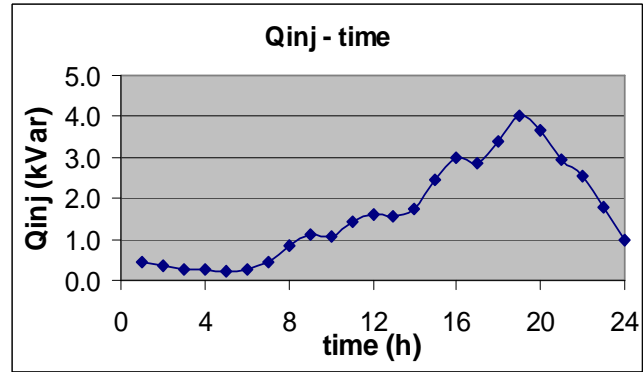


Σχήμα 7.3.ιε.: 24 – ωρη μεταβολή των τάσεων (V_m) των ζυγών του δικτύου

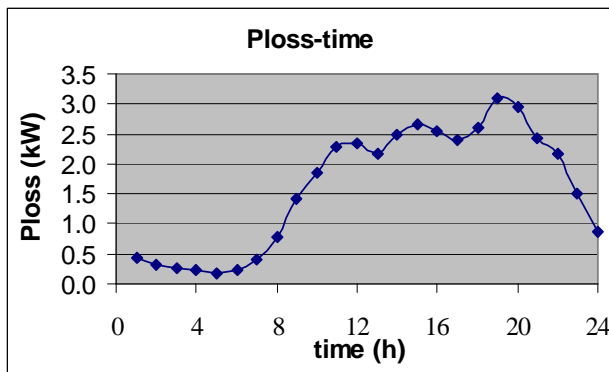
Απρίλιος – σενάριο max – max , Χαμηλή Τάση (LV)



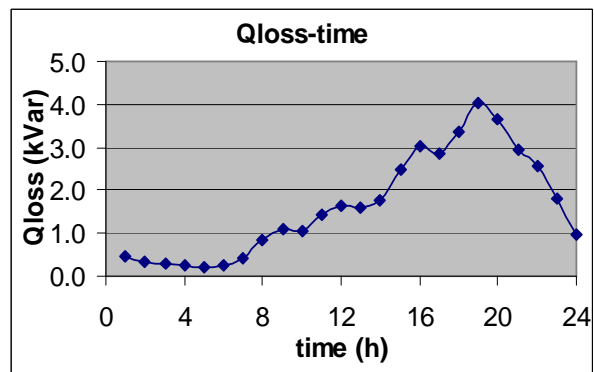
Σχήμα 7.3.ιστ.: 24 – ωρη μεταβολή της ενέργου εγχύσεως ($P_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



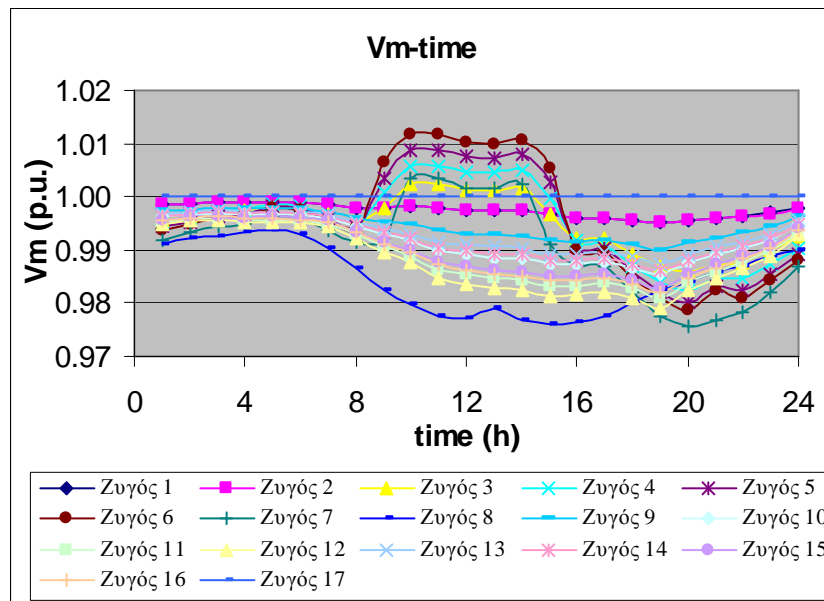
Σχήμα 7.3.ιζ.: 24 – ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.ιη.: 24 – ωρη μεταβολή της ενεργών απωλειών (P_{loss})

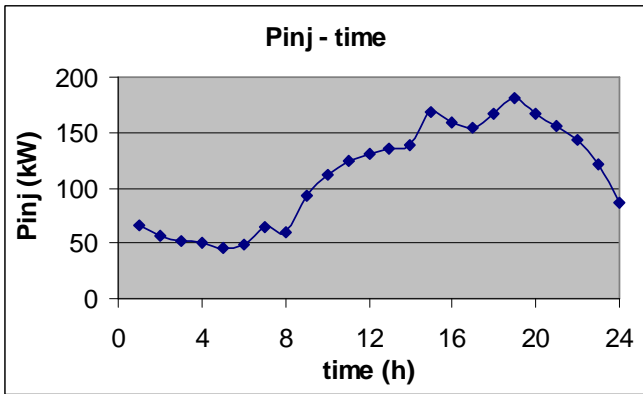


Σχήμα 7.3.ιθ.: 24 – ωρη μεταβολή της άεργων απωλειών (Q_{loss})

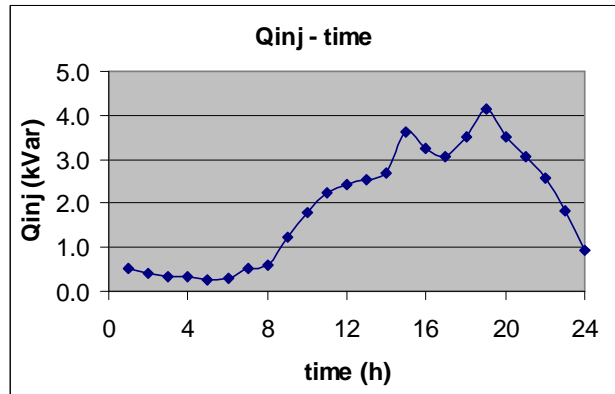


Σχήμα 7.3.κ.: 24 – ωρη μεταβολή των τάσεων (V_m) των ζυγών του δικτύου

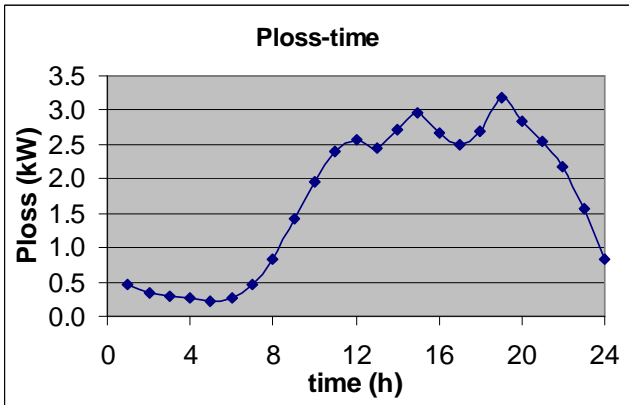
Απρίλιος – σενάριο avg avg , Χαμηλή Τάση (LV)



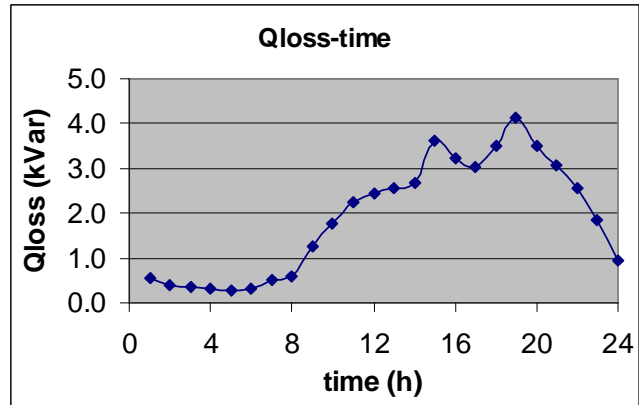
Σχήμα 7.3.κα.: 24 – ωρη μεταβολή της ενέργου εγχύσεως ($P_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



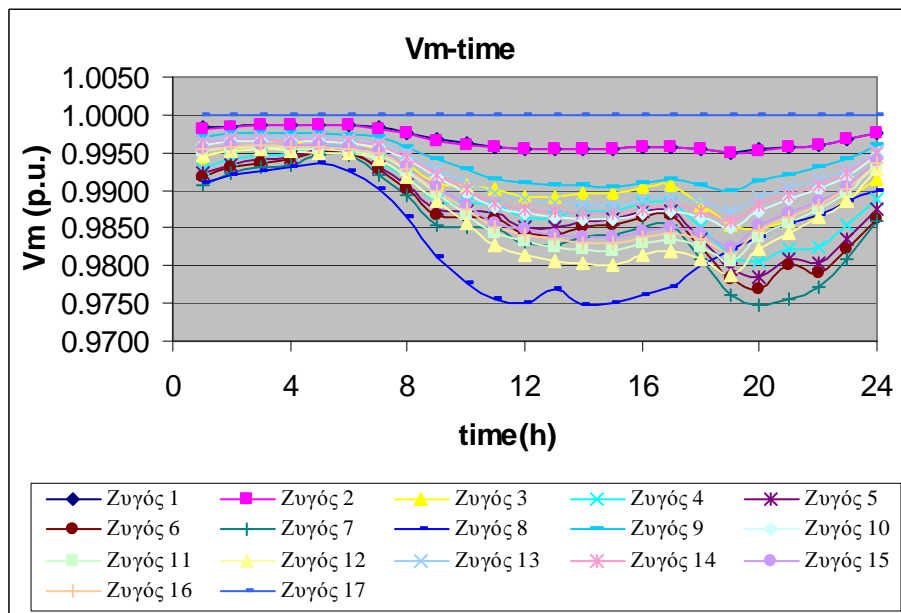
Σχήμα 7.3.κβ.: 24 – ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.κγ.: 24 – ωρη μεταβολή της ενεργών απωλειών (P_{loss})

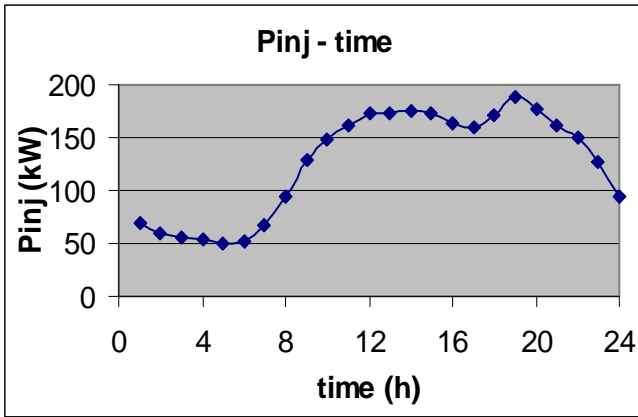


Σχήμα 7.3.κδ.: 24 – ωρη μεταβολή της άεργων απωλειών (Q_{loss})

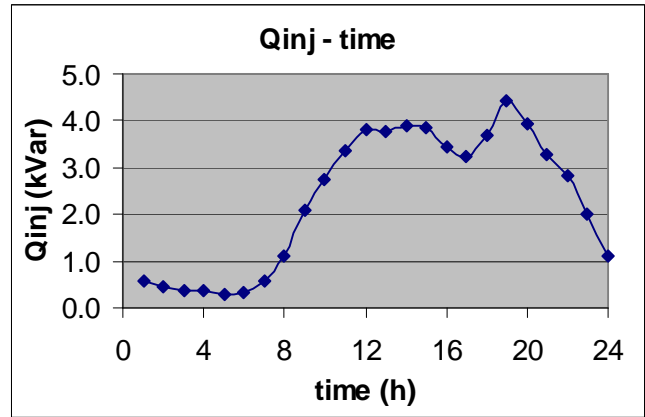


Σχήμα 7.3.κε.: 24 – ωρη μεταβολή των τάσεων (V_m) των ζυγών του δικτύου

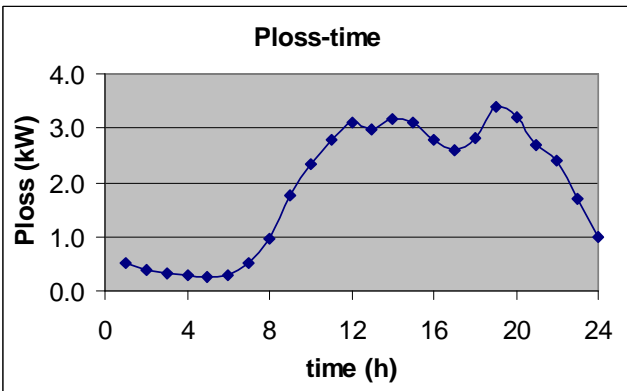
Απρίλιος – σενάριο min - min , Χαμηλή Τάση (LV)



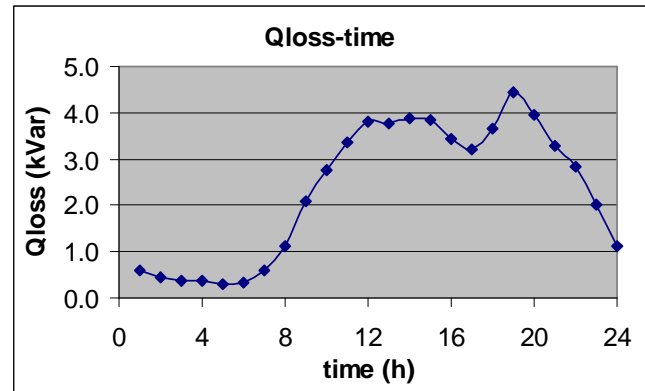
Σχήμα 7.3.κστ.: 24 – ωρη μεταβολή της ενεργού εγχύσεως ($P_{\text{εγχυσης}}$) από το ζυγό 17



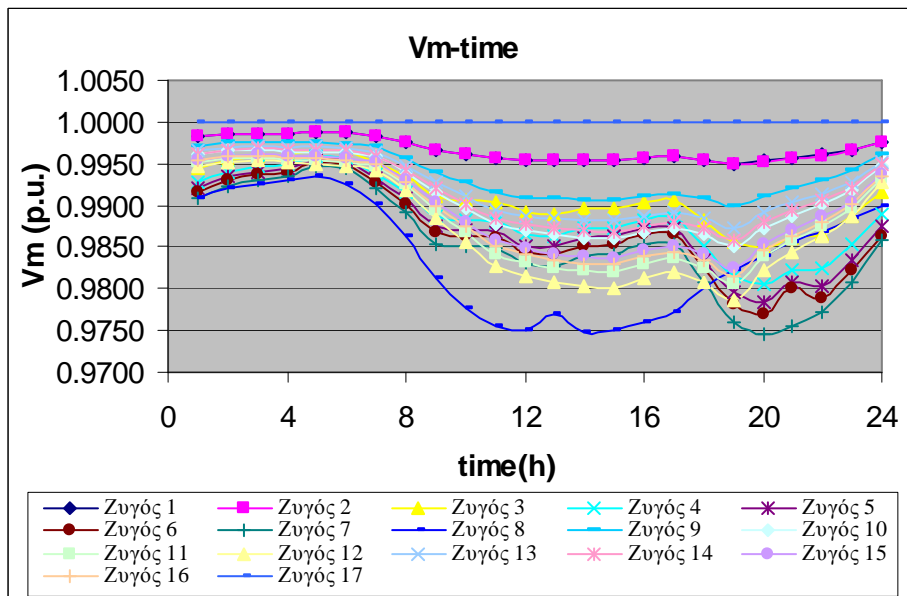
Σχήμα 7.3.κζ.: 24 – ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχυσης}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.κη.: 24 – ωρη μεταβολή της ενεργών απωλειών (P_{loss})

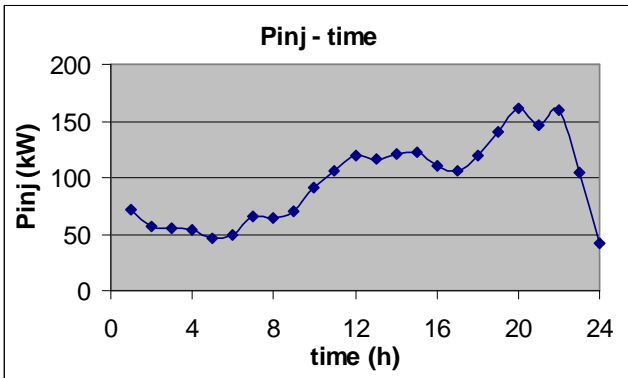


Σχήμα 7.3.κθ.: 24 – ωρη μεταβολή της αέργων απωλειών (Q_{loss})

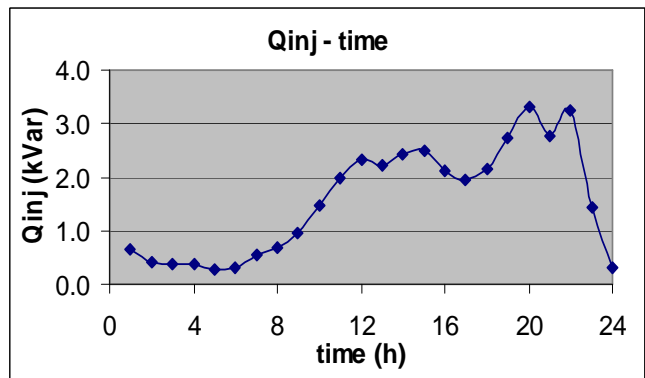


Σχήμα 7.3.λ.: 24 – ωρη μεταβολή των τάσεων (V_m) των ζυγών του δικτύου

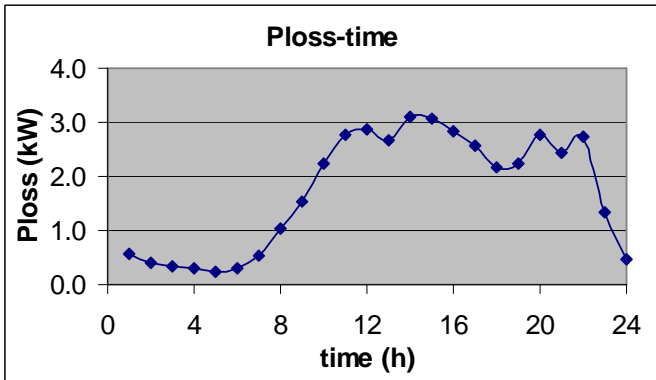
Ιούλιος – σενάριο max – max , Χαμηλή Τάση (LV)



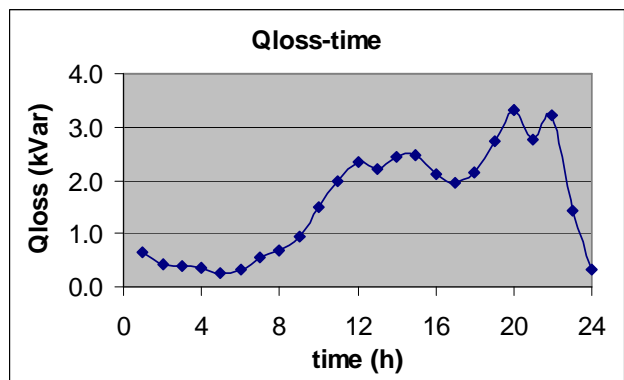
Σχήμα 7.3.λ.α.: 24-ωρη μεταβολή της ενεργού εγχύσεως ($P_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



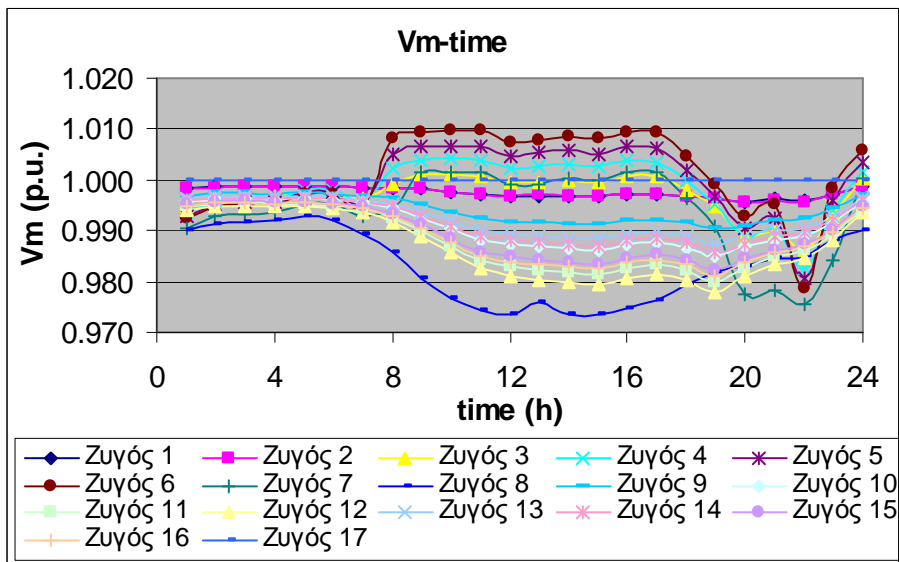
Σχήμα 7.3.λ.β.: 24-ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.λ.γ.: 24-ωρη μεταβολή των ενεργών απωλειών (P_{loss})

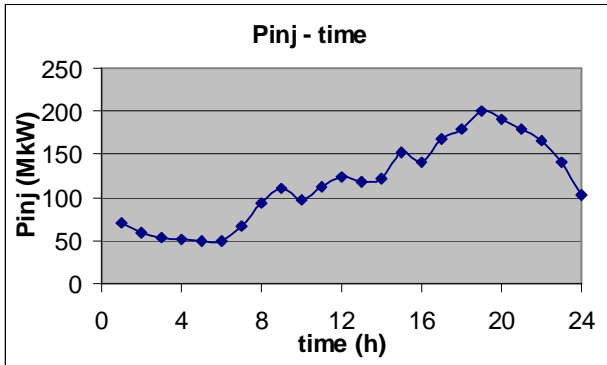


Σχήμα 7.3.λ.δ.: 24-ωρη μεταβολή των άεργων απωλειών (Q_{loss})

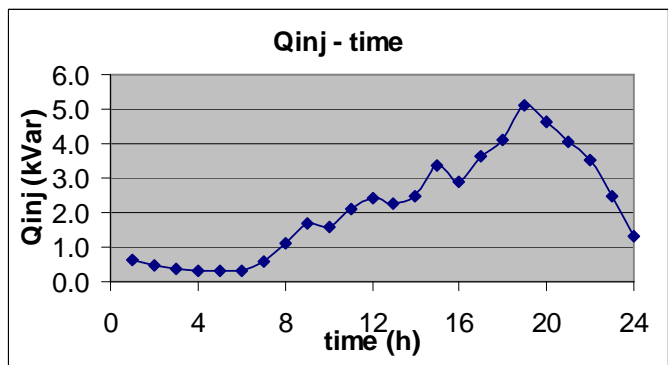


Σχήμα 7.3.λ.ε.: 24-ωρη μεταβολή των τάσεων του δικτύου

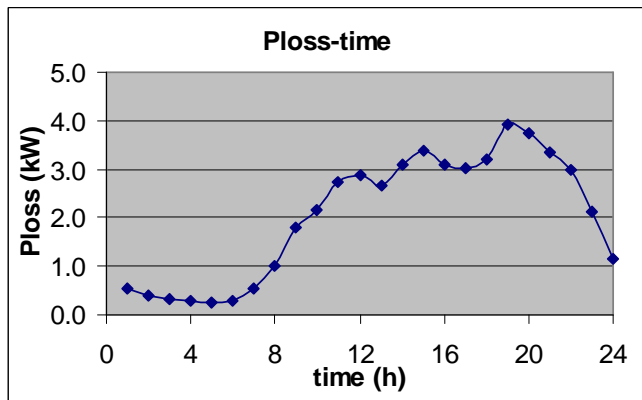
Ιούλιος – σενάριο avg avg , Χαμηλή Τάση (LV)



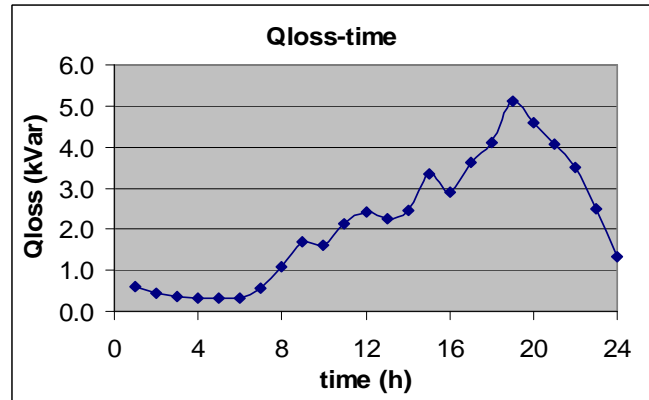
Σχήμα 7.3.λστ.: 24-ωρη μεταβολή της ενεργού εγχύσεως ($P_{\text{εγχυσης}}$) από το ζυγό 17



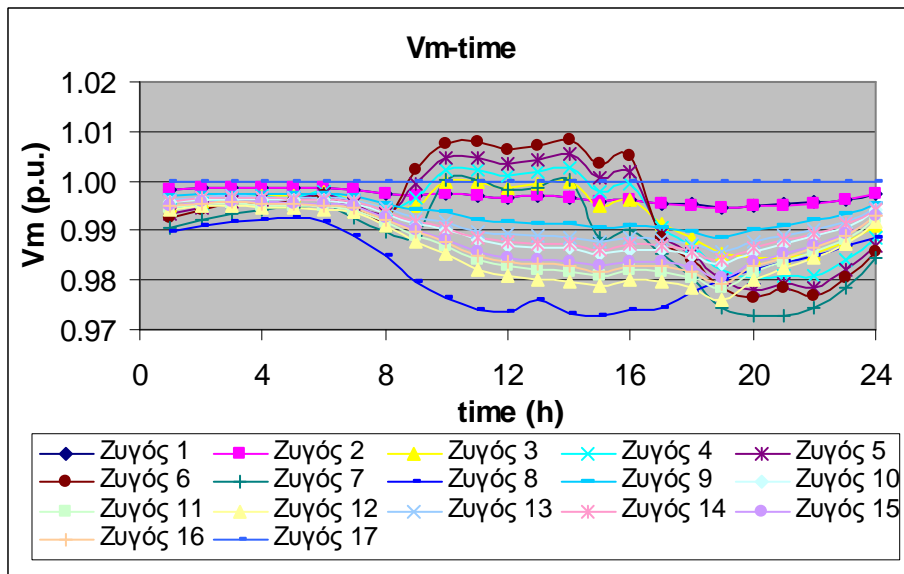
Σχήμα 7.3.λζ.: 24-ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχυσης}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.λη.: 24-ωρη μεταβολή των ενεργών απωλειών (P_{loss})

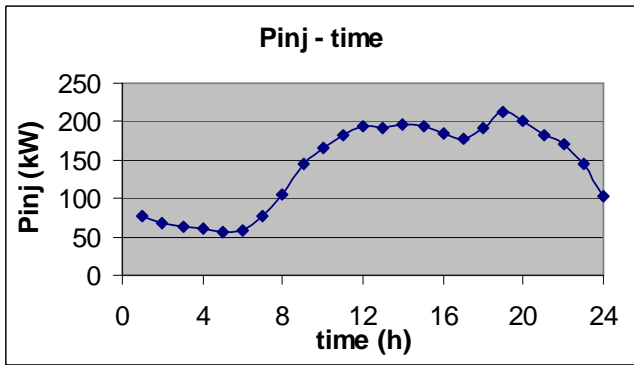


Σχήμα 7.3.λθ.: 24-ωρη μεταβολή των άεργων απωλειών (Q_{loss})

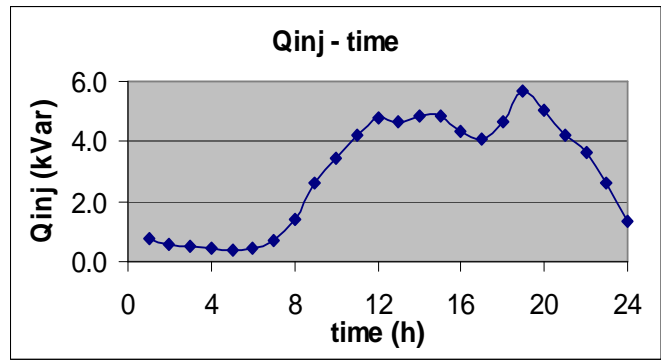


Σχήμα 7.3.μ.: 24-ωρη μεταβολή των τάσεων του δικτύου

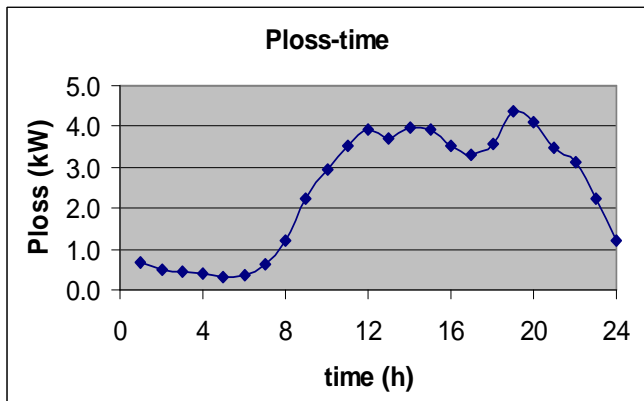
Ιούλιος – σενάριο min min , Χαμηλή Τάση (LV)



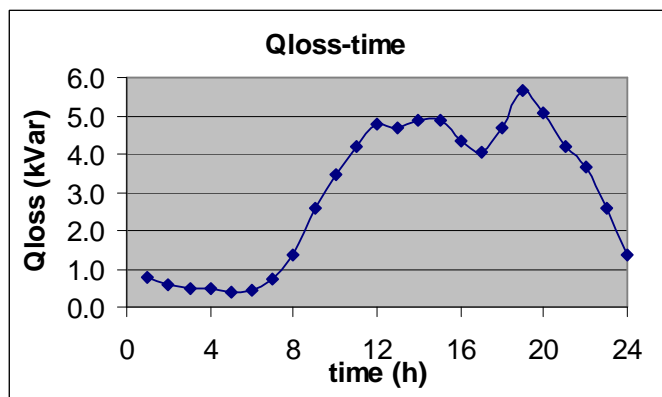
Σχήμα 7.3.α.: 24-ωρη μεταβολή της ενεργού εγχύσεως ($P_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



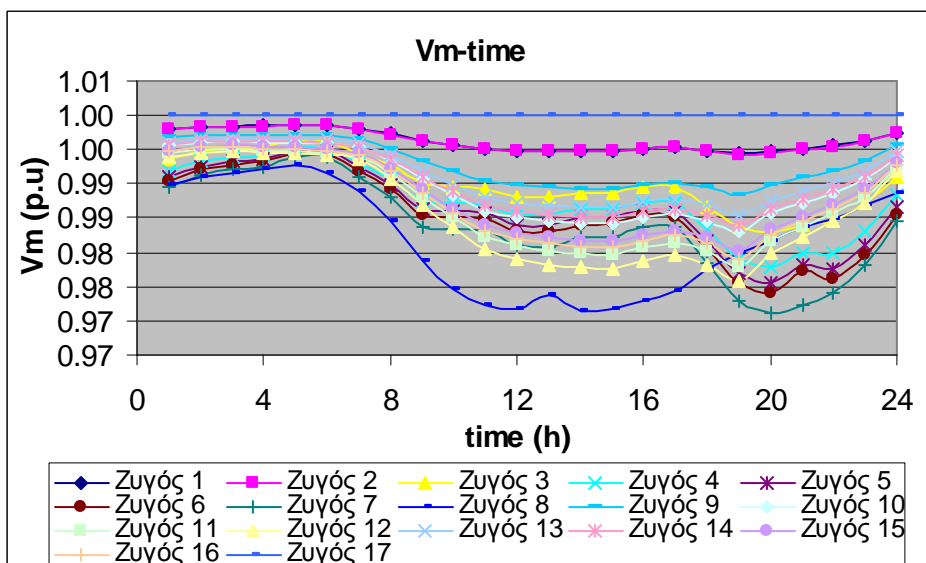
Σχήμα 7.3.β.: 24-ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.γ.: 24-ωρη μεταβολή των ενεργών απωλειών (P_{loss})

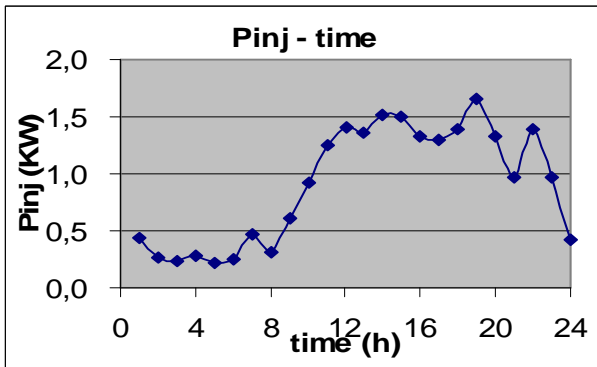


Σχήμα 7.3.δ.: 24-ωρη μεταβολή των αέργων απωλειών (Q_{loss})

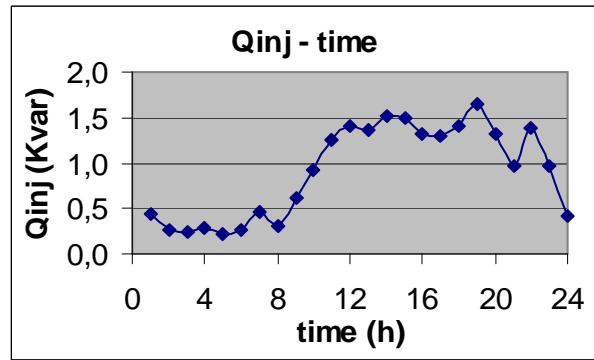


Σχήμα 7.3.ε.: 24-ωρη μεταβολή των τάσεων του δικτύου

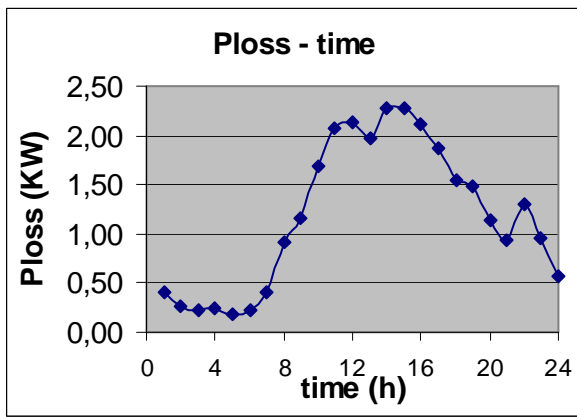
Οκτώβριος – σενάριο max – max , Χαμηλή Τάση (LV)



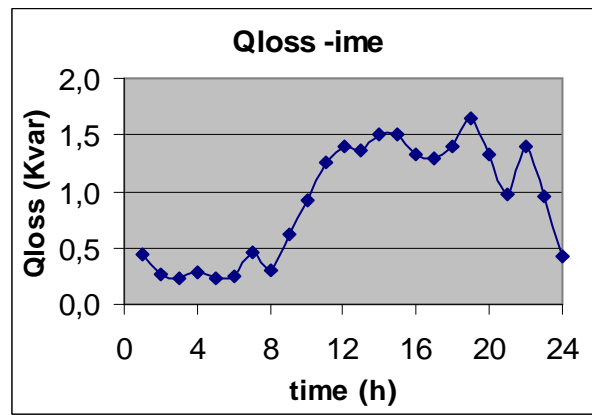
Σχήμα 7.3.μστ.: 24-ωρη μεταβολή της ενεργού εγχύσεως ($P_{εγχυσης}$) από το ζυγό 17



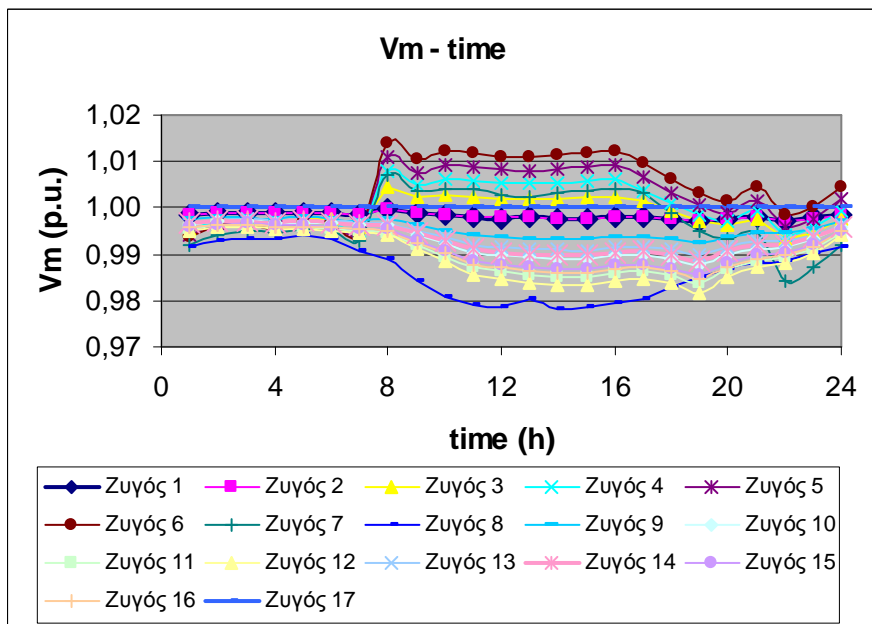
Σχήμα 7.3.μζ.: 24-ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{εγχυσης}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.μη.: 24-ωρη μεταβολή των ενεργών απωλειών (P_{loss})

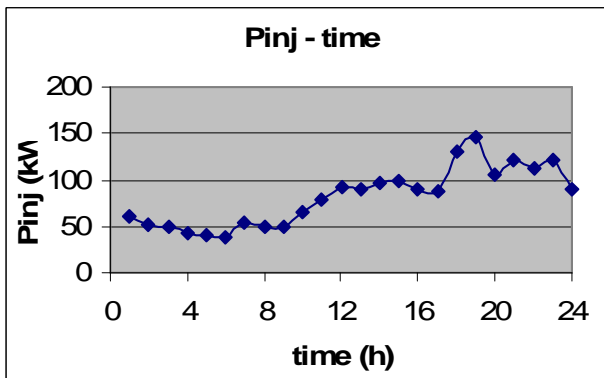


Σχήμα 7.3.μθ.: 24-ωρη μεταβολή των άεργων απωλειών (Q_{loss})

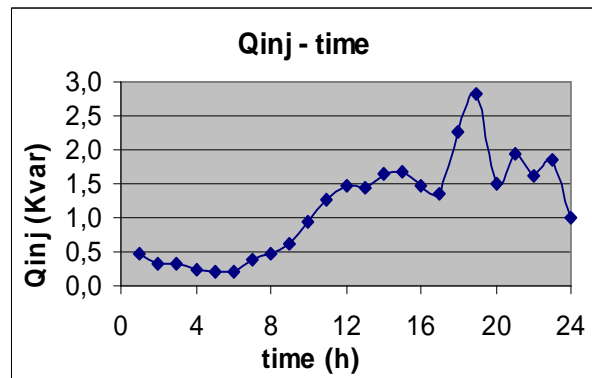


Σχήμα 7.3.ν.: 24-ωρη μεταβολή των τάσεων του δικτύου

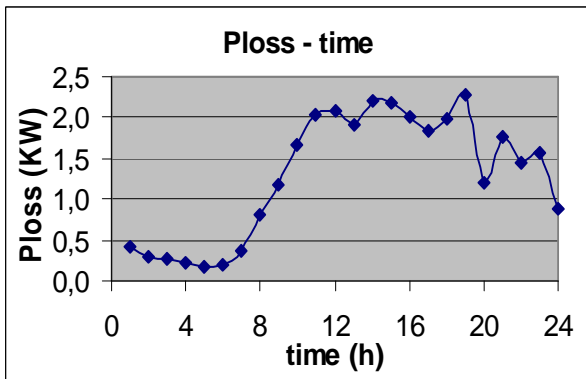
Οκτώβριος – σενάριο avg avg , Χαμηλή Τάση (LV)



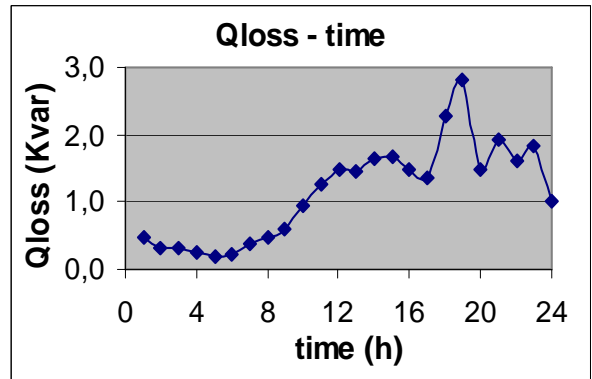
Σχήμα 7.3.να.: 24-ωρη μεταβολή της ενεργού εγχύσεως ($P_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



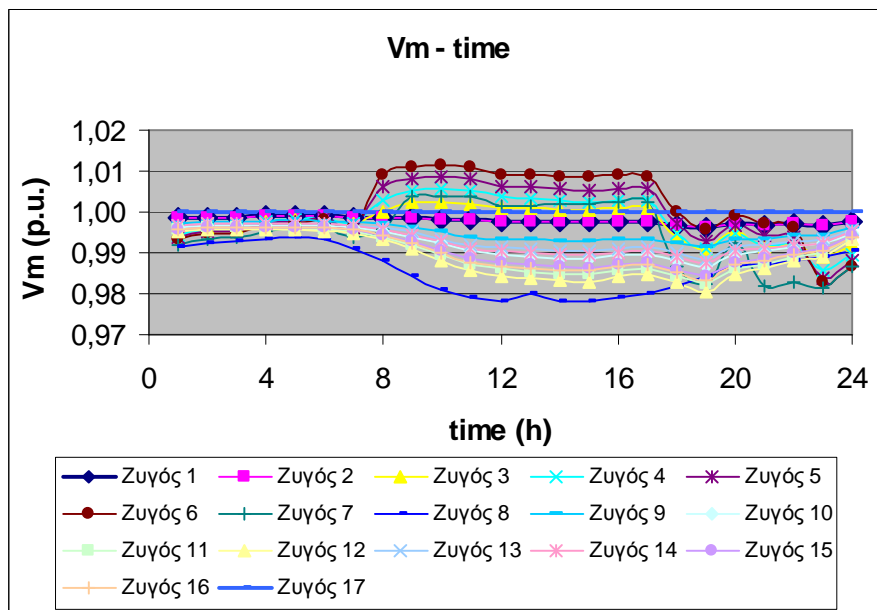
Σχήμα 7.3.νβ.: 24-ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.νγ.: 24-ωρη μεταβολή των ενεργών απωλειών (P_{loss})

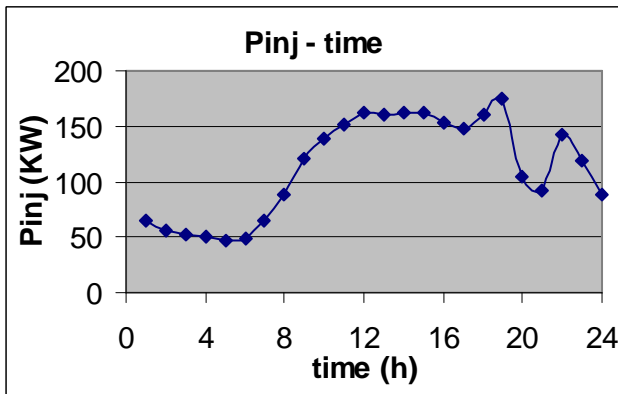


Σχήμα 7.3.νδ.: 24-ωρη μεταβολή των άεργων απωλειών (Q_{loss})

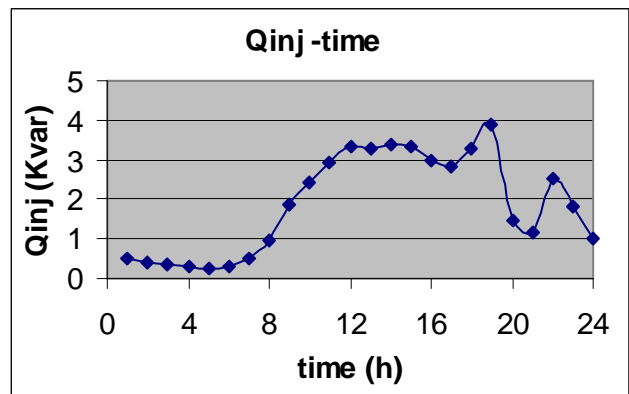


Σχήμα 7.3.νε.: 24-ωρη μεταβολή των τάσεων του δικτύου

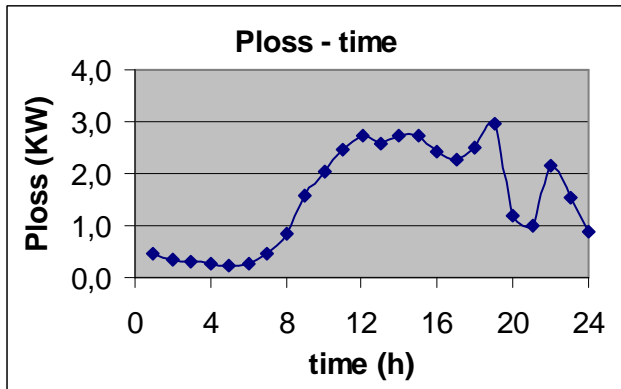
Οκτώβριος – σενάριο min - min , Χαμηλή Τάση (LV)



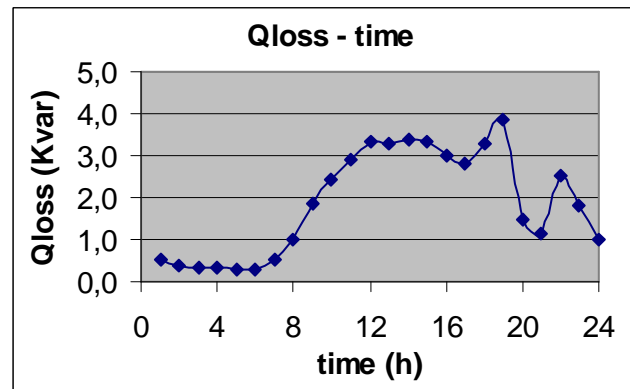
Σχήμα 7.3.νστ.: 24-ωρη μεταβολή της ενεργού εγχύσεως ($P_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



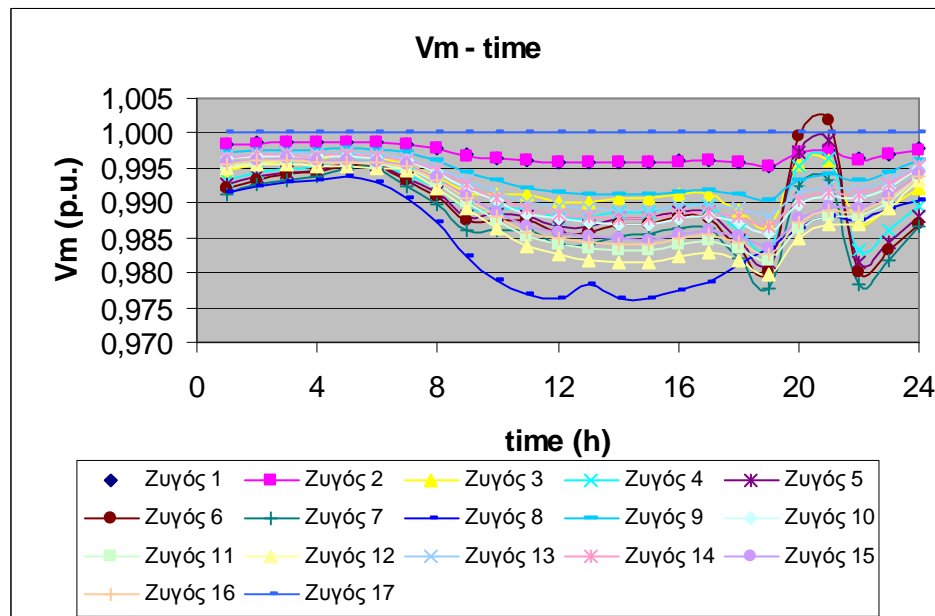
Σχήμα 7.3.νζ.: 24-ωρη μεταβολή της αέργου εγχύσεως ($Q_{\text{εγχύσεως}}$) από το ζυγό 17



Σχήμα 7.3.νη.: 24-ωρη μεταβολή των ενεργών απωλειών (P_{loss})



Σχήμα 7.3.νθ.: 24-ωρη μεταβολή των άεργων απωλειών (Q_{loss})



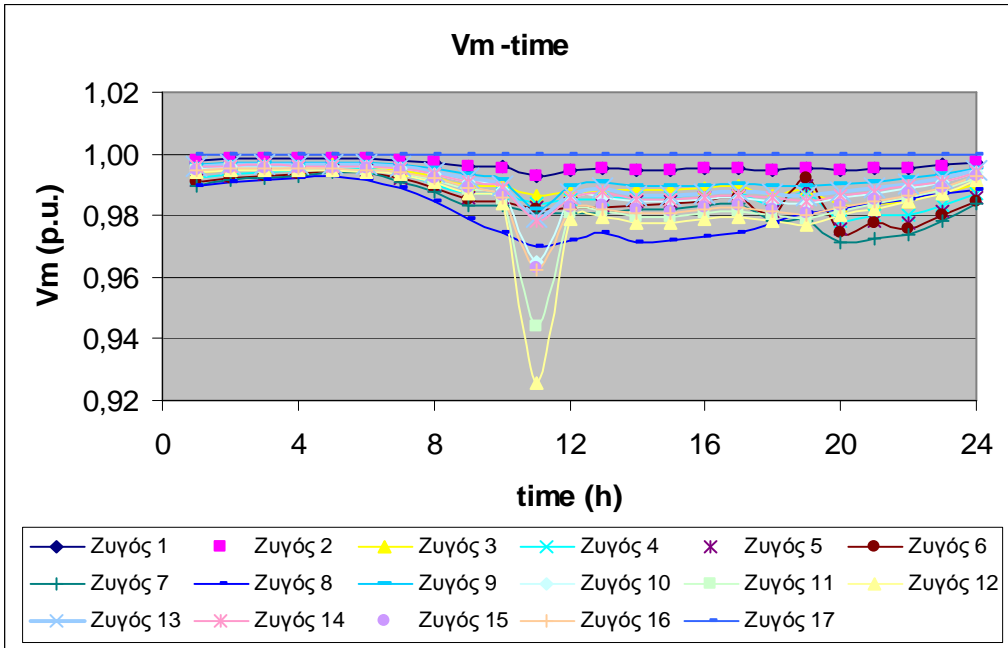
Σχήμα 7.3.ξ.: 24-ωρη μεταβολή των τάσεων του δικτύου

7.4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

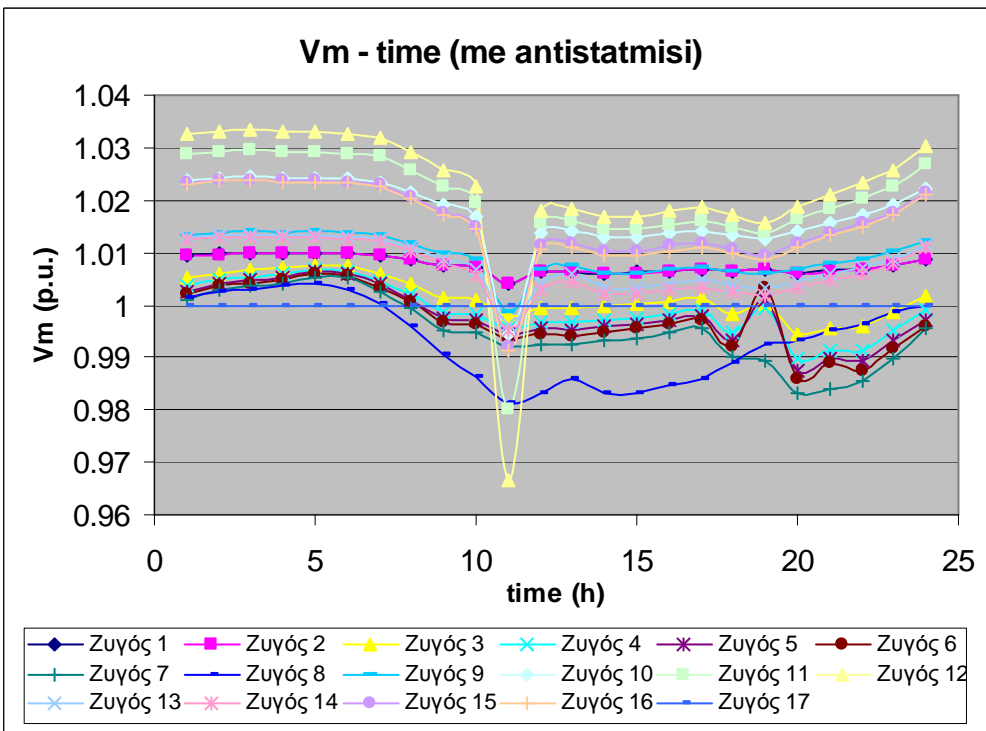
Από τη μελέτη του δικτύου Χαμηλής Τάσης εξάγονται τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- 1) Η διεσπαρμένη παραγωγή μειώνει τις ενεργές και άεργες απώλειες ισχύος του δικτύου Χαμηλής Τάσης. Οι απώλειες εμφανίζονται μειωμένες επειδή η παραγωγή προσεγγίζει περισσότερο τις τιμές των φορτίων και η ροή ισχύος στις γραμμές είναι μειωμένη.
- 2) Επιπλέον, και οι ενεργές εγχύσεις από τον ζυγό αναφοράς (ζυγός 17) εμφανίζονται πάντα μειωμένες με την εγκατάσταση μονάδων διεσπαρμένης παραγωγής.
- 3) Η μεγαλύτερη ζήτηση εμφανίζεται τον μήνα Απρίλιο (230.74 kW) συγκριτικά με τους υπόλοιπους μήνες (Ιανουάριος, Ιούλιος, Οκτώβριος), στους οποίους η ζήτηση δεν είναι τόσο αυξημένη.
- 4) Οι 24-ωρες μεταβολές των μεγεθών που υπολογίστηκαν (ισχύεις, τάσεις) έχουν παρόμοια μορφή για όλα τα σενάρια του κάθε μήνα.
- 5) Η 24-ωρη μεταβολή της τάσης είναι ικανοποιητική, επειδή κυμαίνεται μέσα στα επιθυμητά όρια ($\pm 3\%$).
- 6) Εξαίρεση αποτελεί ο μήνας Ιανουάριος, για τον οποίο η μεταβολή της τάσης αποκλίνει από τα επιθυμητά όρια. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα εμφανίζεται στους ζυγούς 11 και 12, όπου η τάση προκύπτει μικρότερη από 0.97 (απόκλιση από το 3% που είναι το επιθυμητό). Για την αντιμετώπιση του προβλήματος πραγματοποιήθηκε αντιστάθμιση με την έγχυση αέργου ισχύος στους συγκεκριμένους ζυγούς. Ειδικότερα, στο ζυγό 11, τοποθετήθηκαν 40 kVar αέργου ισχύος για τα σενάρια max-max, avg-avg και min-min, ενώ στο ζυγό 12, 70 kVar για το σενάριο max-max, και 80 kVar για τα υπόλοιπα σενάρια (avg-avg και min-min). Η έγχυση αέργου ισχύος οδήγησε σε αισθητή βελτίωση της μεταβολής της τάσης, όπως γίνεται αντιληπτή και από τα παρακάτω σχήματα:

Ιανουάριος
Σενάριο min-min



Σχήμα 7.4.α.: Τάση στους ζυγούς ΠΙΠΙΝ την αντιστάθμιση



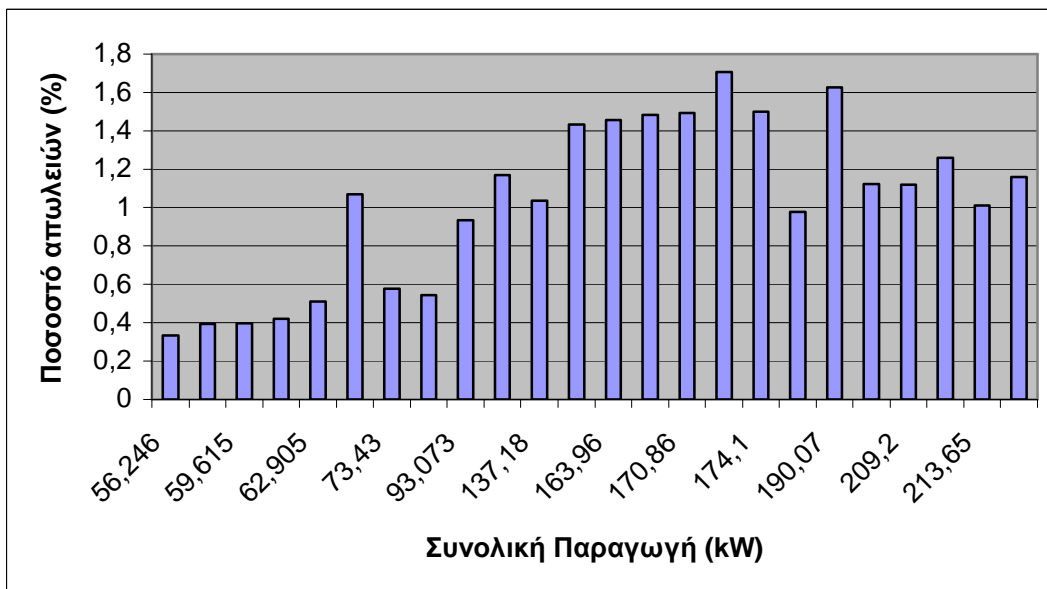
Σχήμα 7.4.β.: Τάση στους ζυγούς ΜΕΤΑ την αντιστάθμιση

7) Στους περισσότερους μήνες, η μέγιστη εγγεόμενη ισχύς εμφανίζεται την 19-20 ώρα, ενώ η ελάχιστη την 5-6 ώρα. Την ίδια συμπεριφορά παρουσιάζει και η ισχύς των απωλειών.

8) Το ποσοστό των απωλειών προκύπτει αρκετά χαμηλό, σε ικανοποιητικό επίπεδο. Για να γίνει αντιληπτό, ενδεικτικά παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα τα αποτελέσματα για το ποσοστό των απωλειών για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο max – max:

<i>Ωρες</i>	<i>Συνολική Παραγωγή (kW)</i>	<i>Συνολικές Απώλειες (kW)</i>	<i>Ποσοστό Απωλειών (%)</i>
<i>1</i>	73.43	0.423	0.576059
<i>2</i>	62.905	0.320	0.508704
<i>3</i>	61.426	0.258	0.420018
<i>4</i>	59.615	0.236	0.395874
<i>5</i>	56.246	0.188	0.334246
<i>6</i>	58.454	0.229	0.391761
<i>7</i>	74.64	0.405	0.542605
<i>8</i>	72.351	0.775	1.071167
<i>9</i>	137.179	1.422	1.036602
<i>10</i>	188.793	1.842	0.975672
<i>11</i>	202.99	2.281	1.123701
<i>12</i>	209.201	2.340	1.118541
<i>13</i>	213.647	2.159	1.010545
<i>14</i>	215.335	2.501	1.161446
<i>15</i>	212.099	2.670	1.258846
<i>16</i>	170.855	2.550	1.492494
<i>17</i>	163.959	2.390	1.457681
<i>18</i>	174.095	2.613	1.500905
<i>19</i>	190.065	3.089	1.625233
<i>20</i>	173.483	2.960	1.706219
<i>21</i>	164.768	2.442	1.482084
<i>22</i>	150.802	2.163	1.434331
<i>23</i>	129.682	1.516	1.169013
<i>24</i>	93.073	0.870	0.93475

Πίνακας 7.4.α.: Ποσοστό απωλειών για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο max – max (LV)



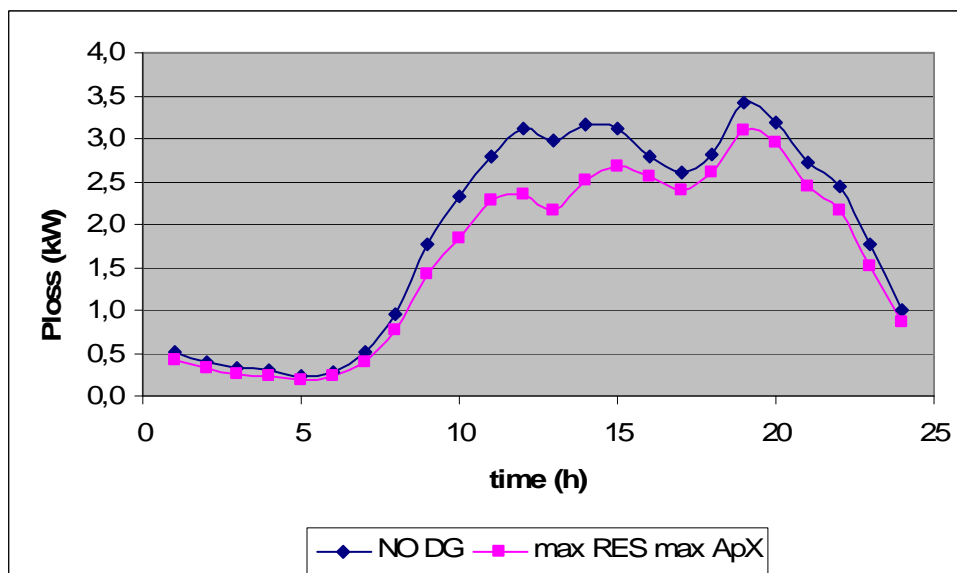
Σχήμα 7.4.γ.: Ποσοστό απωλειών για το μήνα Απρίλιο και για το σενάριο max-max

Το μεγαλύτερο ποσοστό απωλειών (1.706219%) εμφανίζεται την 20^η ώρα, όπου έχουμε παραγωγή 173.483 kW.

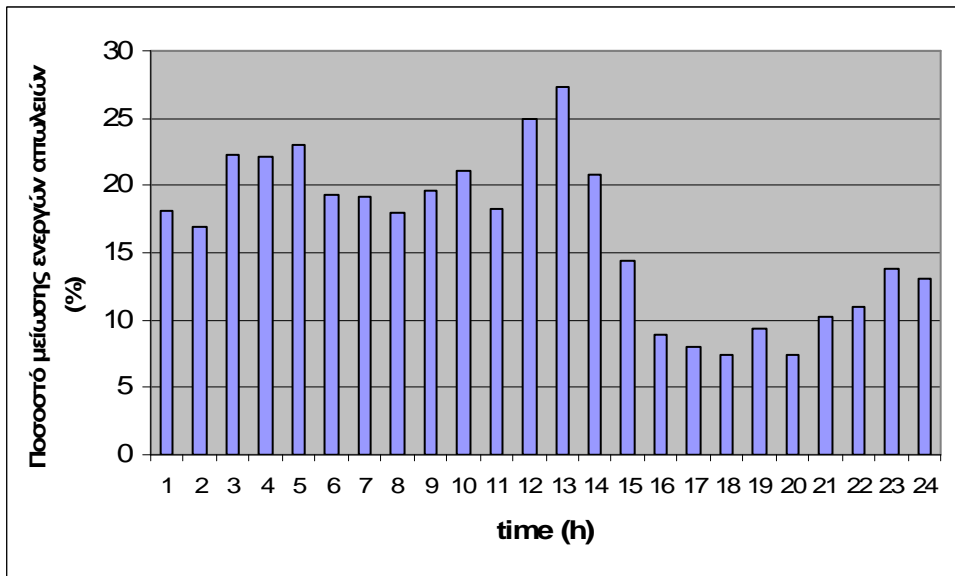
9) Οι συνολικές ενεργές απώλειες στην περίπτωση που υπάρχει στο δίκτυο διεσπαρμένη παραγωγή, εμφανίζονται αρκετά μειωμένες, συγκριτικά με την περίπτωση όπου το δίκτυο δεν περιλαμβάνει εγκαταστάσεις Α.Π.Ε. Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση των άεργων απωλειών. Ενδεικτικά, στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται το ποσοστό μείωσης των ενεργών απωλειών, μεταξύ των σεναρίων NO DG και max RES max ApX, για τον μήνα Απρίλιο και γίνεται γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων.

Ωρες	Συνολικές ενεργές απώλειες χωρίς DG (kW)	Συνολικές ενεργές απώλειες για max RES max ApX (kW)	Ποσοστό μείωσης των ενεργών απωλειών(%)
1	0.517	0.423	18.18182
2	0.385	0.32	16.88312
3	0.332	0.258	22.28916
4	0.303	0.236	22.11221
5	0.244	0.188	22.95082
6	0.284	0.229	19.3662
7	0.501	0.405	19.16168
8	0.945	0.775	17.98942
9	1.77	1.422	19.66102
10	2.336	1.842	21.14726
11	2.793	2.281	18.33154
12	3.12	2.34	25
13	2.969	2.159	27.28191
14	3.156	2.501	20.75412
15	3.119	2.67	14.39564
16	2.8	2.55	8.928571
17	2.597	2.39	7.970735
18	2.824	2.613	7.471671
19	3.408	3.089	9.360329
20	3.197	2.96	7.4132
21	2.722	2.442	10.28655
22	2.431	2.163	11.02427
23	1.759	1.516	13.81467
24	1.001	0.87	13.08691

Πίνακας 7.4.β.: Ποσοστό μείωσης ενεργών απωλειών για το μήνα Απρίλιο



Σχήμα 7.4.δ.: Ενεργές απώλειες για το μήνα Απρίλιο και για τα σενάρια NO DG και max RES max ApX



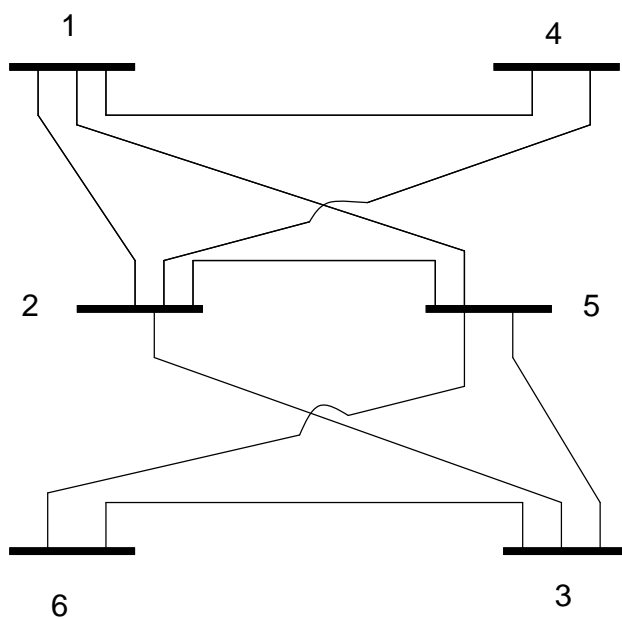
Σχήμα 7.4.ε.: Ποσοστό μείωσης ενεργών απωλειών για το μήνα Απρίλιο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ MONTE-CARLO

8.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για την υλοποίηση της προσομοίωσης Monte-Carlo, χρησιμοποιήθηκε το παρακάτω δίκτυο υψηλής τάσης (σχήμα 8.1.α). Το δίκτυο αποτελείται από 6 ζυγούς, τα χαρακτηριστικά των οποίων φαίνονται στους πίνακες 8.1.α. και 8.1.β. Για την εφαρμογή της μεθόδου, θεωρήθηκε ότι οι ζυγοί 2 και 3 περιλαμβάνουν αιολικά και φωτοβολταϊκά συστήματα αντίστοιχα. Οι παραγωγές τους ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή και τυπική απόκλιση (100 kW, 60) για το αιολικό σύστημα και (60 kW, 40) για το φωτοβολταϊκό σύστημα.



Σχήμα 8.1.α.: Δίκτυο Υψηλής Τάσης 6 ζυγών

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΖΥΓΩΝ ΤΟΥ ΣΗΕ								
Αρίθμηση Ζυγών	Τάση Ζυγού (p.u)	Γωνία Ζυγού (degrees)	Παραγωγή στους Ζυγούς		Όρια Αέργου Ισχύος στους Ζυγούς Παραγωγής		Ζήτηση Φορτίου στους Ζυγούς	
			P (MW)	Q (MVar)	Q _{min} (MVar)	Q _{max} (MVar)	P (MW)	Q (MVar)
1	1	0	-	-	-	-	-	-
2	1.05	-	100	0	0	500	-	-
3	1.05	-	60	0	0	500	-	-
4	-	-	-	-	-	-	60	40
5	-	-	-	-	-	-	60	50
6	-	-	-	-	-	-	70	40

Πίνακας 8.1.α.: Δεδομένα Ζυγών του ΣΗΕ

Χαρακτηριστικά Στοιχεία των Γραμμών Μεταφοράς (σε p.u. τιμές)				
Από τον Ζυγό	Προς τον Ζυγό	Ισοδύναμο Π της γραμμής Μεταφοράς		
		Αντίσταση Γραμμής	Αντίδραση Γραμμής	Το ήμισυ της συνολικής εγκάρσιας επιδεκτικότητας της γραμμής
1	2	0.10	0.20	0.020
1	4	0.05	0.20	0.020
1	5	0.08	0.30	0.030
2	3	0.05	0.25	0.030
2	4	0.05	0.10	0.010
2	5	0.10	0.30	0.020
2	6	0.07	0.20	0.025
3	5	0.12	0.26	0.025
3	6	0.02	0.10	0.010
4	5	0.20	0.40	0.040
5	6	0.10	0.30	0.030

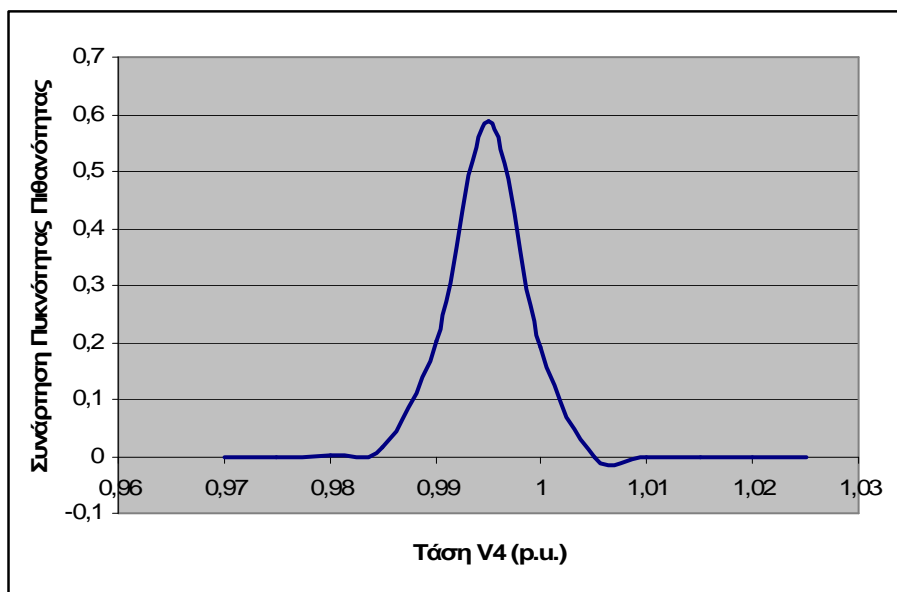
Η επιδεκτικότητα της γραμμής είναι το φανταστικό μέρος της σύνθετης αγωγιμότητας της γραμμής

Πίνακας 8.1.β.: Χαρακτηριστικά Στοιχεία των Γραμμών Μεταφοράς (σε p.u. τιμές)

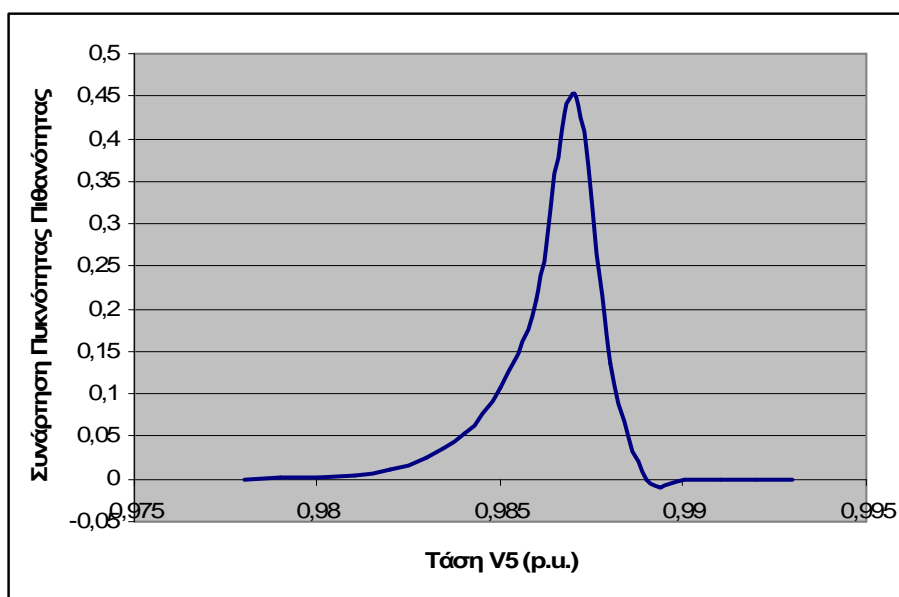
8.2. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE – CARLO

Για την πραγματοποίηση της προσομοίωσης χρησιμοποιήθηκε ένα πρόγραμμα σε περιβάλλον Matlab, το οποίο βασίστηκε στα προγράμματα που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια. Συγκεκριμένα «έτρεξαν» 5000 ροές φορτίων, από την επεξεργασία των οποίων, προέκυψαν συμπεράσματα για τις τάσεις στους ζυγούς 4, 5 και 6 (V4, V5, V6).

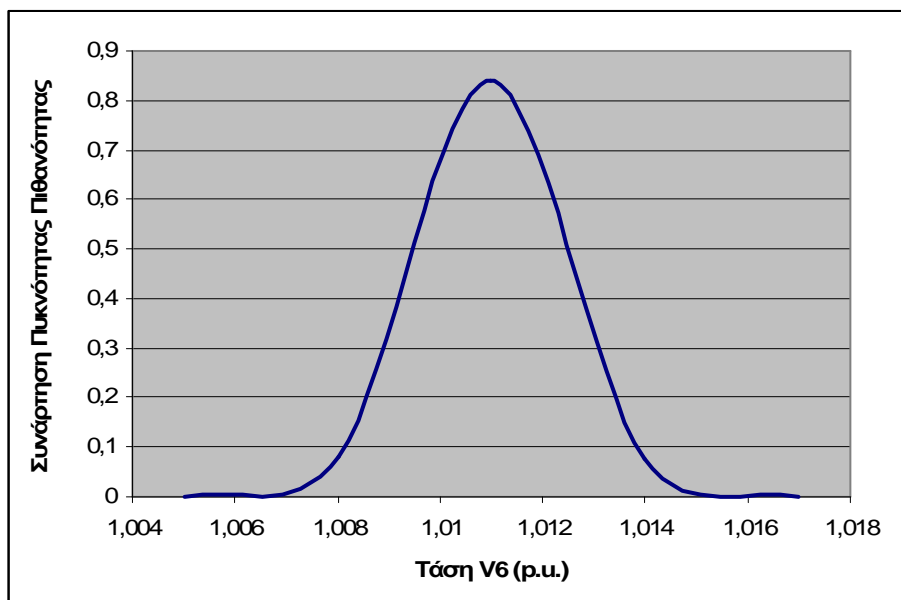
Η γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων παρουσιάζεται παρακάτω.



Σχήμα 8.2.α.: Κατανομή της τάσης V4



Σχήμα 8.2.β.: Κατανομή της τάσης V5



Σχήμα 8.2.γ.: Κατανομή της τάσης V6

Από τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις παρατηρούμε ότι οι τάσεις στους ζυγούς 4, 5 και 6 ακολουθούν κατά προσέγγιση κανονική κατανομή. Ειδικότερα, οι κατανομές τους έχουν μέση τιμή 0.995, 0.987 και 1.011 αντίστοιχα.

Εάν στο πρόγραμμα της ροής φορτίου τοποθετηθούν οι μέσες τιμές των κατανομών (100kW για το ζυγό 2 και 60 kW για το ζυγό 3), τότε τα αποτελέσματα που προκύπτουν προσεγγίζουν πολύ τα αποτελέσματα για τις μέσες τιμές των τάσεων που εξήχθησαν με την προσομοίωση Monte-Carlo. Συγκεκριμένα, τα αποτελέσματα που προκύπτουν παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα, όπου και γίνεται σύγκρισή τους με τα αποτελέσματα της μεθόδου Monte-Carlo. Όσον αφορά τις κατανομές των τάσεων αυτών μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια μέθοδο συνέλιξης για την εύρεσή τους. Αυτό όμως ξεφεύγει από τα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Παρόλα αυτά όμως δημιουργήθηκε πρόγραμμα για την αντιμετώπιση του θέματος αυτού (βλέπε παράρτημα Γ).

<i>Τάση</i>	<i>Προσομοίωση Monte-Carlo</i>	<i>Ροή Φορτίου με τις μέσες τιμές των κατανομών</i>
V4	0.995	0.993
V5	0.987	0.987
V6	1.011	1.010

Πίνακας 8.2.α.: Σύγκριση αποτελεσμάτων προσομοίωσης Monte-Carlo και ροής φορτίου με τις μέσες τιμές των κατανομών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο παρόν κεφάλαιο, συγκεντρώνονται και παρουσιάζονται συνοπτικά τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τα προηγούμενα κεφάλαια.

1) Η ντετερμινιστική μέθοδος, αποτελεί μια πρώτη προσέγγιση του προβλήματος ροής φορτίου. Η ακρίβεια και η αντικειμενικότητά της, εξαρτάται από τη συγκεκριμένη τιμή που καθορίζεται για τα δεδομένα.

2) Από την άλλη πλευρά, η πιθανοτική μέθοδος αντιμετωπίζει το πρόβλημα ροής φορτίου λαμβάνοντας υπόψη τη στατιστική φύση και την αβεβαιότητα των δεδομένων και των αποτελεσμάτων. Έτσι, με μια επίλυση του προβλήματος υπολογίζονται όλες οι πιθανές καταστάσεις του συστήματος με τις αντίστοιχες πιθανότητες τους και γίνεται ποσοτική εκτίμηση της επίδρασης στα αποτελέσματα, των σφαλμάτων πρόβλεψης ή μέτρησης των δεδομένων.

3) Το πλήθος δεδομένων που απαιτεί η πιθανοτική ροή φορτίου, σε σχέση με την ντετερμινιστική ανάλυση, είναι αρκετά αυξημένο και συνεπώς αυξάνεται και ο χρόνος υπολογισμού. Ωστόσο, το πλήθος πληροφοριών που αποκτώνται από μία πιθανοτική ανάλυση αντιστοιχεί σε χιλιάδες περιπτώσεις ντετερμινιστικής ροής φορτίου.

4) Η αντικατάσταση των συμβατικών πηγών ενέργειας από άλλες πηγές ενέργειας που δε ρυπαίνουν και ενσωματώνονται φιλικά στο περιβάλλον αποτελεί πλέον αδήριτη ανάγκη. Για το λόγο αυτό μελετήθηκαν στο αντίστοιχο κεφάλαιο, τα φωτοβολταϊκά συστήματα (ο τρόπος κατασκευής και λειτουργίας τους, τα χαρακτηριστικά και οι εφαρμογές τους).

5) Μελετήθηκε ένα δίκτυο χαμηλής τάσης 17 ζυγών, με στόχο την εύρεση των 24-ωρων καμπυλών μεταβολής, με τη βοήθεια της ροής φορτίου, για τα παρακάτω μεγέθη: τάση, γωνία, ενεργές και άεργες απώλειες του δικτύου, και οι εγχύσεις ενεργού και αέργου ισχύος από το δίκτυο μέσης τάσης (μέσω του ζυγού ταλάντωσης, Νο 17). Από την μελέτη εξήχθησαν τα παρακάτω συμπεράσματα:

α) Η διεσπαρμένη παραγωγή μειώνει τις ενεργές και άεργες απώλειες ισχύος του δικτύου Χαμηλής Τάσης. Οι απώλειες εμφανίζονται μειωμένες επειδή η παραγωγή προσεγγίζει περισσότερο τις τιμές των φορτίων και η ροή ισχύος στις γραμμές είναι μειωμένη.

β) Οι 24-ωρες μεταβολές των μεγεθών που υπολογίστηκαν (ισχύεις, τάσεις) έχουν παρόμοια μορφή για όλα τα σενάρια του κάθε μήνα.

γ) Η 24-ωρη μεταβολή της τάσης είναι ικανοποιητική, επειδή κυμαίνεται μέσα στα επιθυμητά όρια ($\pm 3\%$).

δ) Εξαίρεση αποτελεί ο μήνας Ιανουάριος, για τον οποίο η μεταβολή της τάσης αποκλίνει από τα επιθυμητά όρια. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος πραγματοποιήθηκε αντιστάθμιση με την έγχυση αέργου ισχύος στους συγκεκριμένους ζυγούς (11,12).

ε) Στους περισσότερους μήνες, η μέγιστη εγχεόμενη ισχύς εμφανίζεται την 19-20 ώρα, ενώ η ελάχιστη την 5-6 ώρα. Την ίδια συμπεριφορά παρουσιάζει και η ισχύς των απωλειών.

6) Η προσομοίωση Monte-Carlo εφαρμόστηκε σε ένα δίκτυο υψηλής τάσης 6 ζυγών. Από την γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων διαπιστώθηκε, ότι η κατανομή των τάσεων (ζυγοί 4,5 και 6) προσεγγίζει την κανονική κατανομή. Ενώ επίσης παρατηρήθηκε ότι εάν στο πρόγραμμα της ροής φορτίου τοποθετηθούν οι μέσες τιμές των κατανομών, τότε τα αποτελέσματα που προκύπτουν προσεγγίζουν πολύ τα αποτελέσματα της προηγούμενης εφαρμογής (Monte-Carlo).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Θ. Καρακατσάνης, “Συμβολή της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου στον Έλεγχο Λειτουργίας των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Διδακτορική Διατριβή, Αθήνα 1995, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, ΕΜΠ.
- [2] Hadi Saadat, “Power System Analysis,” McGraw- Hill International Editions, Electrical Engineering Series, 1999.
- [3] Β. Παπαδιάς, “Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας: Μόνιμη Κατάσταση Λειτουργίας (Τόμος 1), “ Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1985.
- [4] Prof. Nikos Hatziargyriou, NTUA, “Probabilistic Load Flow Analysis for Distribution Systems with DG”.
- [5] Prof. Nikos Hatziargyriou, NTUA, “Fundamentals of Probabilistic Load Flow Analysis”.
- [6] George J. Anders, “Probability Concepts in Electric Power Systems”, John Willey and Sons Editions, 1990.
- [7] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, “Power Generation, Operation and Control”, John Willey and Sons Editions, 2nd Edition, 1996.
- [8] Athanasios Papoulis, “Πιθανότητες, Τυχαίες Μεταβλητές και Στοχαστικές Διαδικασίες”, Εκδόσεις Τζιόλα Θεσσαλονίκη, 3^η Έκδοση, 1994.
- [9] Καρακατσάνης Σ. Θεόκλητος, “Πιθανοτική Ροή Φορτίου”, Διπλωματική Εργασία, Αθήνα 1986, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, ΕΜΠ.
- [10] Ι.Ε. Φραγκαδάκης, “Φωτοβολταϊκά Συστήματα”, Εκδόσεις Ζήτη Θεσσαλονίκη, 2^η Έκδοση, 2006.

- [11] Roger A. Messenger and Jerry Ventre, “Photovoltaic Systems Engineering”, CRC Press LLE, 2nd Edition, 2004.
- [12] Παύλος Σ. Γεωργιλάκης, Επίκουρος καθηγητής, “Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας”, Πανεπιστημιακές Παραδόσεις, Χανιά, Σεπτέμβριος 2006.
- [13] More Microgrids – Advanced Architectures and Control Concepts for More Microgrids, Work Package G, Task TG3: Input to Deliverable DG4, Version 1.0, July 2007.
- [14] Ευάγγελος Ν. Διαλυνάς, Καθηγητής Ε.Μ.Π., “Προσομοίωση Monte-Carlo”, Αθήνα, Οκτώβριος 1996.
- [15] P. Chen, Z. Chen, B. Bak-Jensen, R. Villafáfila and S. Sorensen, “Study of Power Fluctuation from Dispersed Generations and loads and its impact on a Distribution Network through a probabilistic approach”, 9th International Conference, Electrical Power Quality and Utilisation, Barcelona, 9-11 October 2007.
- [16] B. Borkowska, “Probabilistic Load Flow”, IEEE Trans., Vol. PAS-93, No.3, pp.752-759, May/June, 1973.
- [17] R.N. Allan and M.R.G. Al-Shakarchi, “Probabilistic Techniques in A.C. Load Flow Analysis”, Proc. IEE Vol.124, No.2, pp.154-160, February 1977.
- [18] A.M.L.Da Silva, “Probabilistic Load Flow Computational Techniques”, October 1980.
- [19] R.N. Allan and A.M.L.Da Silva, “Probabilistic Load Flow using Multilinearisation”, IEE Proc., Vol.128 Pt.C, No.5, pp.280-287, September 1981.

- [20] N.D. Hatziaargyriou, S. Kavatza, and T. Karakatsanis, “Probabilistic Load Flow considering Generation from Wind Power Sources”, November 1985.
- [21] ΤΑ ΝΕΑ ΣΑΒΒΑΤΟΚΥΡΙΑΚΟ, “Αφιέρωμα Ενέργεια”, 12-13 Απριλίου 2008.
- [22] Παναγιωτακοπούλου Ι. Παναγιώτα, “Πιθανοτική Ροή Φορτίου σε Δίκτυο Μέσης Τάσης με Διεσπαρμένη Παραγωγή”, Διπλωματική Εργασία, Αθήνα 2008, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, ΕΜΠ.
- [23] www.mathworks.com/matlabcentral/
- [24] www.eece.unm.edu/signals/signals/Discrete_Convolution/discrete_convolution.html

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

ΠΑ.1. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΥΧΑΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Ας υποθέσουμε ότι σε κάθε σημείο ενός δειγματοχώρου αντιστοιχούμε έναν αριθμό. Έχουμε έτσι μια συνάρτηση ορισμένη στο δειγματοχώρο. Η συνάρτηση αυτή καλείται τυχαία μεταβλητή ή στοχαστική συνάρτηση και συμβολίζεται συνήθως με ένα κεφάλαιο γράμμα, π.χ. X ή Y .

Εάν μια τυχαία μεταβλητή παίρνει πεπερασμένο ή άπειρο αριθμήσιμο πλήθος τιμών, καλείται απαριθμητή ή διακριτή τυχαία μεταβλητή, ενώ εάν παίρνει άπειρο μη αριθμήσιμο πλήθος τιμών, καλείται συνεχής τυχαία μεταβλητή.

Οι εγχύσεις στους ζυγούς μπορούν να θεωρηθούν ως τυχαίες μεταβλητές. Οι ροές ισχύος των γραμμών, όπως και κάθε άλλο άγνωστο μέγεθος που υπολογίζεται από την ανάλυση ροής φορτίου, είναι συναρτήσεις των εγχύσεων. Άρα είναι επίσης τυχαία μεταβλητή και ο υπολογισμός της στηρίζεται στην ανάλυση τυχαίων μεταβλητών που ακολουθεί.

Έστω μία τυχαία μεταβλητή X , που παίρνει τιμές στο διάστημα (x_{\min}, x_{\max}) και μία συνάρτηση $f_X(x)$ που ορίζεται στο διάστημα (x_{\min}, x_{\max}) που παίρνει πραγματικές τομές. Τότε η $f_X(x)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X , αν ισχύουν :

$$A) \quad f_X(x) \geq 0 \quad \forall x \in (x_{\min}, x_{\max}) \quad (\text{ΠΑ 1})$$

$$B) \quad P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx \quad (\text{ΠΑ 2})$$

για οποιοδήποτε διάστημα $(x_1, x_2) \subseteq (x_{\min}, x_{\max})$

Από τον προηγούμενο ορισμό προκύπτει ότι :

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f_x(x) dx = 1 \quad (\text{ΠΑ 3})$$

Στις περιπτώσεις που η τυχαία μεταβλητή X είναι διακριτή το προηγούμενο ολοκλήρωμα μετατρέπεται σε άθροισμα.

Σε μία τυχαία μεταβλητή X με πυκνότητα πιθανότητας f_x αντιστοιχεί η συνάρτηση κατανομής F_x για την οποία ισχύει :

$$F_x(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} \sum_{x' \leq x} f(x') & \text{αν } x \text{ είναι διακριτή} \\ \int_{-\infty}^x f(x') dx & \text{αν } x \text{ είναι συνεχής} \end{cases} \quad (\text{ΠΑ 4})$$

Η συνάρτηση αυτή είναι αύξουσα, παίρνει πραγματικές τιμές και σύμφωνα με τον προηγούμενο ορισμό θα ισχύει :

$$F_x(-\infty) = 0 \quad (\text{ΠΑ 5})$$

$$F_x(\infty) = 1 \quad (\text{ΠΑ 6})$$

$$f_x(x) = \frac{d}{dx} F_x(x) \quad (\text{ΠΑ 7})$$

Έστω δύο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές X και Y με δεδομένες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας $f_x(x)$ και $f_y(y)$ αντίστοιχα. Οι τυχαίες αυτές μεταβλητές μπορεί να παριστάνουν το φορτίο ή την παραγωγή σε δύο οποιοσδήποτε ζυγούς του δικτύου. Μία καινούρια μεταβλητή Z δίνεται από τη σχέση :

$$Z = \alpha X + \beta Y \quad (\text{ΠΑ 8})$$

όπου α και β κατάλληλες σταθερές. Η τυχαία μεταβλητή Z μπορεί να παριστάνει τη ροή ισχύος σε κάποια γραμμή ή ένα οποιοδήποτε άλλο άγνωστο μέγεθος στο πιθανοτικό πρόβλημα ροής φορτίου.

Σκοπός είναι η εύρεση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της καινούριας τυχαίας μεταβλητής Z. Για την πιθανοτική κατανομή της τυχαίας μεταβλητής Z ισχύει :

$$F_z(z) = P(Z \leq z) = P(aX + \beta Y \leq z) = \iint_{aX + \beta Y \leq z} f_x(ax) f_y(\beta Y) dx dy \quad (\text{ΠΑ } 9)$$

Αφού οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ανεξάρτητες, από την εξίσωση (ΠΑ 9) προκύπτει :

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_y(\beta y) \int_{-\infty}^{z - \beta y} f_x(ax) dx dy \quad (\text{ΠΑ } 10)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (ΠΑ.4) ισχύει :

$$\int_{-\infty}^{z - \beta y} f_x(ax) dx = F_x(ax) = F_x(z - \beta y) \quad (\text{ΠΑ.11})$$

Αντικαθιστώντας, η (ΠΑ 10) μετατρέπεται στην :

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_y(\beta y) F_x(z - \beta y) dy \quad (\text{ΠΑ } 12)$$

Και βάσει της (ΠΑ.7) :

$$f_x(ax) = \frac{d}{d(ax)} F_x(ax) \quad (\text{ΠΑ } 13)$$

$$\begin{aligned}
f_z(z) &= \frac{d}{dz} F_z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_y(\beta y) \frac{d}{d(ax)} F_x(z - \beta y) \frac{d(ax)}{dz} dy = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} f_y(\beta y) f_x(z - \beta y) dy \\
\text{ή} &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_x(ax) f_y(z - ax) dx
\end{aligned} \tag{ΠΑ 14}$$

Η εξίσωση (ΠΑ 14) είναι γνωστή ως η μαθηματική συνέλιξη των τυχαίων μεταβλητών aX και βY

$$f_z(z) = f_x(ax) * f_y(\beta y) \tag{ΠΑ 15}$$

και δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του γραμμικού συνδυασμού τυχαίων μεταβλητών ανεξάρτητων μεταξύ τους όταν δίνονται οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητάς τους.

Με απλή επέκταση για

$$Z = \sum_{i=1}^r a_i x_i \tag{ΠΑ 16}$$

ισχύει :

$$f_z(z) = f_1(a_1 x_1) * f_2(a_2 x_2) * \dots * f_i(a_i x_i) * \dots * f_r(a_r x_r) \tag{ΠΑ 17}$$

ΠΑ.2. ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Τα δεδομένα σε ένα πρόβλημα πιθανοτικής ροής φορτίου είναι οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας του φορτίου ή της παραγωγής σε ένα ζυγό PQ ή PV. Οι συναρτήσεις αυτές ακολουθούν τη στατιστική φύση των μεγεθών που προσδιορίζουν. Οι πιο συνηθισμένες κατανομές πιθανότητας στην περιγραφή των δεδομένων τυχαίων μεταβλητών ενός προγράμματος υπολογισμού ροής φορτίου είναι οι ακόλουθες :

A) Διωνυμική Κατανομή

Σε ένα ζυγό παραγωγής υπάρχει συνήθως μία ομάδα από ανεξάρτητες γεννήτριες. Κάθε γεννήτρια έχει δύο πιθανές καταστάσεις : λειτουργία ή μη λειτουργία. Η συνολική παραγωγή ισχύος στο ζυγό εξαρτάται από τον αριθμό των γεννητριών που βρίσκονται σε λειτουργία. Αν q είναι η πιθανότητα μη λειτουργίας της γεννήτριας (Ρυθμός Μη Προγραμματισμένων Διακοπών P.M.Π.Δ), τότε για μία ομάδα n γεννητριών, η τυχαία μεταβλητή X του αριθμού των γεννητριών που λειτουργούν ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή ή κατανομή Bernulli B(n,p) με παραμέτρους n και p (όπου p = 1-q, η πιθανότητα λειτουργίας της γεννήτριας). Ο συντελεστής q θεωρείται ίδιος για όλη την ομάδα των όμοιων ανεξάρτητων γεννητριών.

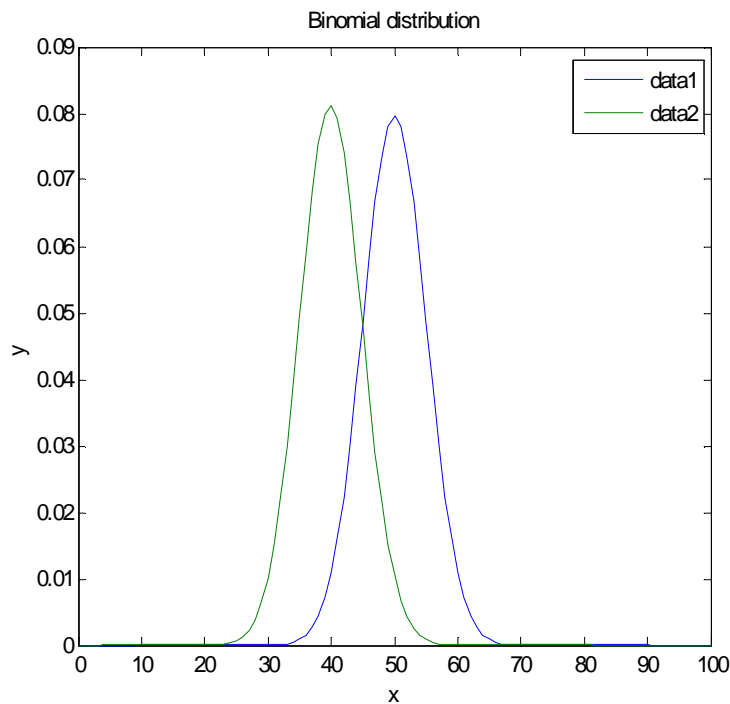
$$P[X = x] = f_X(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad , \quad x = 0,1,2,\dots,n \quad (\text{ΠΑ.18})$$

$$\text{όπου} \quad p = 1 - q \quad \text{και} \quad \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

και είναι διακριτή συνάρτηση.

Η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας δίνεται από τη σχέση :

$$F(k) = \sum_{x=0}^k \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad (\text{ΠΑ.19})$$



Σχήμα ΠΑ 2.α.: Διωνυμικές κατανομές data 1(με $n = 100$ και $p = 0.5$) και data 2 (με $n = 100$ και $p = 0.4$)

Αν ο άξονας των x των προηγούμενων συναρτήσεων πολλαπλασιαστεί με την παραγωγή S της κάθε μιας γεννήτριας από την ομάδα των όμοιων ανεξάρτητων γεννητριών, τότε οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας ή κατανομής της πιθανότητας για την παραγωγή του συγκεκριμένου ζυγού εκφράζονται σε μονάδες ισχύος.

B) Κανονική Κατανομή

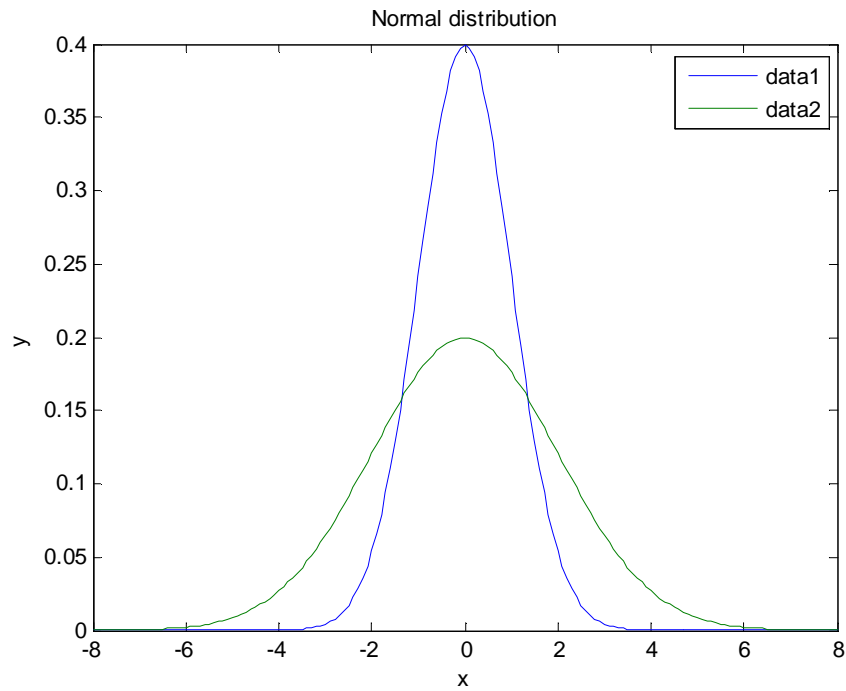
Η πρόβλεψη γενικά της πιθανής τιμής μιας μετρούμενης ποσότητας όπως είναι το φορτίο σε ένα ζυγό PQ καθορίζεται αρκετά ικανοποιητικά από την κανονική κατανομή ιδίως αν πρόκειται για φορτίο οικιακής κατανάλωσης. Οι παράμετροι της κατανομής $N(\mu, \sigma^2)$ είναι η μέση τιμή μ , και η τυπική απόκλιση σ που αντιπροσωπεύει τα σφάλματα πρόβλεψης. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι όσο πιο μεγάλη είναι η τυπική απόκλιση τόσο η παράσταση του φορτίου με την κανονική αυτή κατανομή απέχει από την πραγματικότητα. Σ' αυτή την περίπτωση θα πρέπει να αναζητηθούν κατανομές άλλης μορφής.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής x που ακολουθεί κανονική κατανομή δίνεται από τη σχέση :

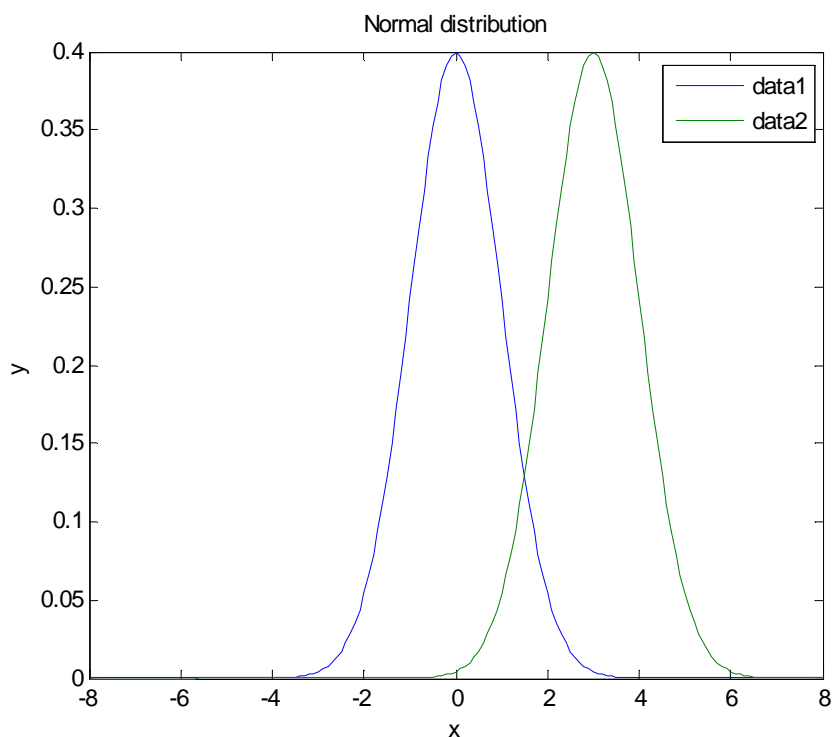
$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad x, \mu \in \mathbf{R}, \sigma > 0 \quad (\text{ΠΑ.20})$$

Η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας δίνεται από τη σχέση :

$$F_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (\text{ΠΑ.21})$$



Σχήμα ΠΑ 2.β.: Κανονικές κατανομές data 1 (με $\mu = 0$ και $\sigma = 1$) και data 2 (με $\mu = 0$ και $\sigma = 2$)



Σχήμα ΠΑ 2.γ.: Κανονικές κατανομές data 1(με $\mu = 0$ και $\sigma = 1$) και data 2 (με $\mu = 3$ και $\sigma = 1$)

Γ) Διακριτή κατανομή

Η κατανομή αυτή χρησιμοποιείται για την παράσταση φορτίων και παραγωγής που δεν μπορούν να αποδοθούν με τη μορφή της διωνυμικής ή της κανονικής κατανομής. (αξίζει να σημειωθεί ότι οι πιο συνηθισμένες κατανομές πιθανότητας στην περιγραφή των δεδομένων τυχαίων μεταβλητών ενός προγράμματος υπολογισμού ροής φορτίου είναι η διωνυμική, η κανονική, η διακριτή και η κατανομή Weibull). Αυτό οφείλεται είτε στο ότι έχουν μεγάλη τυπική απόκλιση και ανώμαλες περιοχές, είτε στο ότι οι γεννήτριες σε ένα ζυγό είναι ανόμοιες. Εφαρμόζεται συνήθως σε περιπτώσεις βιομηχανικών φορτίων . Γενικά, κάθε άλλη κατανομή πιθανότητας , οποιαδήποτε και αν είναι η μορφή της , μπορεί να παρασταθεί ως διακριτή. Η προσέγγιση είναι τόσο καλύτερη όσο περισσότερα είναι τα σημεία που συνιστούν τη διακριτή κατανομή.

Η χρήση διακριτών κατανομών παρέχει τη δυνατότητα να μη γίνει ουσιαστικά καμία παραδοχή για το είδος και τη μορφή των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας που θα χρησιμοποιηθούν.

Στις επόμενες σχέσεις δίνονται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της διακριτής κατανομής και στο σχήμα η τυπική μορφή της κατανομής αυτής.

$$f_x(x) = \sum_{i=1}^{\nu} p_i \delta(x - W_i) \quad (\text{ΠΑ.22})$$

$$F_x(x) = \sum_{x' \leq x} \sum_{i=1}^{\nu} p_i \delta(x' - W_i) \quad (\text{ΠΑ.23})$$

$$\text{όπου } \delta(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{για } \varepsilon = 0 \\ 0 & \text{για } \varepsilon \neq 0 \end{cases} \quad (\text{ΠΑ.24})$$

ν = αριθμός των διακεκριμένων τιμών

W_i = η θέση κάποιας διακεκριμένης τιμής

και p_i = η αντίστοιχη πιθανότητά της

Όταν τα φορτία ή η παραγωγή είναι γνωστά ακριβώς, ορίζονται μόνο από μια σταθερή τιμή, και μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση αυτή είτε η διακριτή κατανομή με μία μόνο τιμή έχοντας πιθανότητα μονάδα, είτε η κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση $\sigma = 0$.

Δ) Κατανομή Weibull

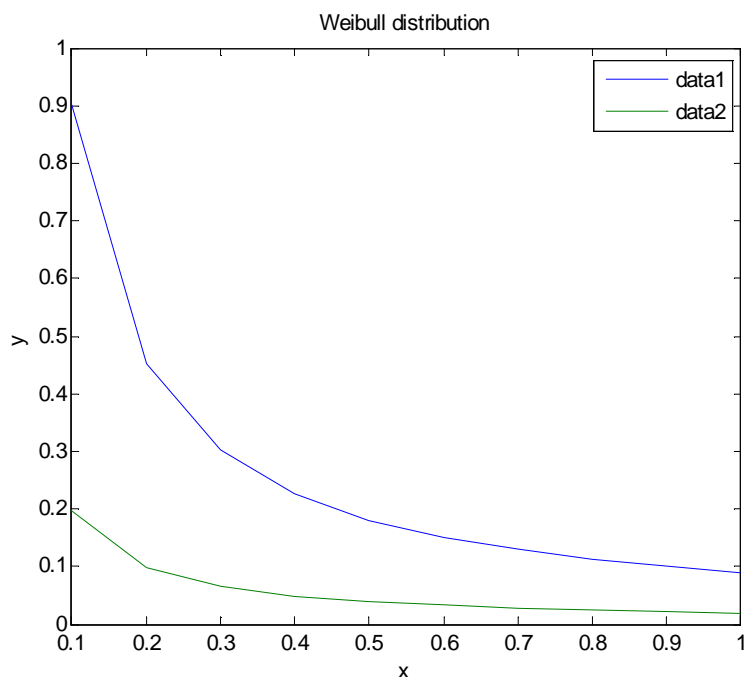
Η κατανομή αυτή περιγράφει ικανοποιητικά τη διάρκεια ζωής ορισμένων γεγονότων. Στα Σ.Η.Ε η κατανομή Weibull χρησιμοποιείται για την παράσταση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής αυτής χαρακτηρίζεται από δύο παραμέτρους k και c και δίνεται από τη σχέση :

$$f_x(x) = \begin{cases} \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{x}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{c}\right)^k} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases} \quad k, c > 0 \quad (\text{ΠΑ.25})$$

Για $k = 1$ η κατανομή Weibull εκφυλίζεται στην αρνητική εκθετική κατανομή που αποτελεί ειδική περίπτωση της .

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η μορφή της πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull.



Σχήμα ΠΑ 2.δ.: Κατανομές Weibull data 1(με $k = 1$) και data 2 (με $k = 2$)

Σημειώνουμε εδώ ότι η κατανομή αυτή εφαρμόζεται σε ανάλυση συστήματος που διαθέτει παραγωγή ανεμογεννητριών.

ΠΑ.3. ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΑΓΝΩΣΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

Οι κατανομές πιθανότητας που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, αλλά σχετίζονται κατά κάποιο τρόπο οριακά. Η βασική αυτή πρόταση διατυπώνεται και αποδεικνύεται από το κεντρικό οριακό θεώρημα .

Έστω μία τυχαία μεταβλητή X που ακολουθεί διωνυμική κατανομή με

$$f_n(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad (\text{ΠΑ.26})$$

για $n = 1, 2, \dots$

Αν θεωρηθεί η κανονική κατανομή με παραμέτρους np και nq τότε :

$$f'_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-\frac{(x-np)^2}{2npq}}, \quad x \in \mathbb{R} \quad (\text{ΠΑ.27})$$

και ισχύει :

$$f_n(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-\frac{(x-np)^2}{2npq}} = f'_n(x) \quad (\text{ΠΑ.28})$$

Για αρκετά μεγάλες τιμές του n , η διωνυμική πυκνότητα πιθανότητας $f_n(x)$ και η κανονική κατανομή $f'_n(x)$ συγκλίνουν στις ίδιες τιμές για όλα τα $x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{f_n(x)}{f'_n(x)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1 \quad (\text{ΠΑ.29})$$

Η κανονική κατανομή με αυτή την έννοια αποτελεί το όριο πολλών άλλων κατανομών για μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων μιας τυχαίας μεταβλητής,

Έστω οι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές X_1, X_2, \dots, X_n που έχουν την ίδια κατανομή πιθανότητας και πεπερασμένη μέση τιμή και τυπική απόκλιση. Τότε για τη μεταβλητή

$$W_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad (\text{ΠΑ.30})$$

ισχύει

$$P\left(\frac{W_n - \mu_n}{\sigma_n} \leq x\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \Phi(x) \quad , x \in \mathbb{R} \quad (\text{ΠΑ.31})$$

όπου μ_n η μέση τιμή της μεταβλητής W_n
 σ_n η τυπική απόκλιση της μεταβλητής W_n

$$\text{και} \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad , x \in \mathbb{R} \quad (\text{ΠΑ.32})$$

η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας που αντιστοιχεί στην κατανομή $N(0,1)$.

Με βάση το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα έχει διατυπωθεί η άποψη ότι όλες οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών σε μία πιθανοτική ανάλυση ροών φορτίου ακολουθούν κανονική κατανομή.

Έτσι, τα στοιχεία του διανύσματος κατάστασης X , που αντιπροσωπεύουν γωνίες και τάσεις θεωρείται ότι δίνονται από τη σχέση :

$$X = X_0 + 3 \sigma_X \quad (\text{ΠΑ.33})$$

Το ίδιο και η πραγματική και άεργος ροή ισχύος μιας γραμμής ή η άεργος έγχυση σε ένα ζυγό παραγωγής, μεγέθη που υπολογίζονται από το διάνυσμα κατάστασης μέσω των γραμμικοποιημένων εξισώσεων ροής φορτίου.

$$Z = K X \quad (\text{ΠΑ.34})$$

$$Z = Z_0 + 3 \sigma_Z \quad (\text{ΠΑ.35})$$

Η μέση τιμή X_0 και Z_0 υπολογίζεται από την επίλυση μιας ντετερμινιστικής ροής φορτίου, ενώ οι τιμές των σ_X και σ_Z αποτελούν τα διαγώνια στοιχεία των πινάκων συμμεταβλητότητας $\text{Cov}(X)$ και $\text{Cov}(Z)$ αντίστοιχα, που ορίζονται ως εξής :

$$\text{Cov}(x) = (J^T V^{-1} J)^{-1} \quad (\text{ΠΑ.36})$$

$$\text{Cov}(z) = K(J^T V^{-1} J)^{-1} K^T \quad (\text{ΠΑ.37})$$

όπου J η ιακωβιανή μήτρα υπολογισμένη στο σημείο X_0 και

V ένας διαγώνιος πίνακας που αντιπροσωπεύει τις τυπικές αποκλίσεις των δεδομένων.

Η παραδοχή όμως ότι οι κατανομές πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών είναι κανονικές, δεν ευσταθεί για τους εξής λόγους :

α) Η εφαρμογή του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος στην περίπτωση της διωνυμικής κατανομής δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα όταν $npq \geq 20$ και ακόμη καλύτερα όταν $p \approx 0.5$. Η παραγωγή σε ένα ζυγό PV όμως ακολουθεί συχνά τη διωνυμική κατανομή της οποίας οι σταθερές δεν ικανοποιούν τις προηγούμενες προϋποθέσεις. Συνήθως ισχύει :

i) $4 \leq n \leq 10$ και

ii) $0.8 \leq p < 1$

β) Η συνέλιξη διακριτών ή άλλης μορφής κατανομών (Weibull), δεν οδηγεί σε κανονική κατανομή, ιδίως σε ένα μικρό σύστημα με λίγους ζυγούς γιατί δεν ικανοποιούνται οι δύο προϋποθέσεις του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος ότι :

i) οι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές X_1, X_2, \dots, X_n έχουν την ίδια κατανομή πιθανότητας και

ii) $n \longrightarrow \infty$

γ) Η συμμετοχή κάθε κατανομής στην τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δεν είναι ίδια λόγω των συντελεστών ευαισθησίας.

Έτσι, μπορεί να έχει μεγαλύτερη βαρύτητα στη συνέλιξη μία μη κανονική κατανομή, οπότε η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας διαμορφώνεται από αυτή την κατανομή.

Για τους λόγους αυτούς, η υπόθεση της κανονικής κατανομής των υπολογιζομένων μεγεθών μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα συμπεράσματα και γι' αυτό δεν αρκεί ο υπολογισμός μόνο της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης ενός αγνώστου μεγέθους, αλλά απαιτείται και ο υπολογισμός της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητάς του. Η πιθανοτική ανάλυση της ροής φορτίου σε πραγματικά συστήματα αποδεικνύει ότι δεν μπορεί να γίνει εκ των προτέρων καμία υπόθεση για τη μορφή των εξαγομένων συναρτήσεων.

ΠΑ.4 ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

ΠΑ.4.1 Διακριτές κατανομές πιθανότητας

Έστω X μία διακριτή τυχαία μεταβλητή και ας υποθέσουμε ότι οι τιμές που μπορεί να πάρει είναι x_1, x_2, x_3, \dots . Διατεταγμένες σε αύξουσα σειρά. Ας υποθέσουμε ότι οι πιθανότητες να πάρει η μεταβλητή τις τιμές είναι

$$P(X = x_k) = f(x_k), \quad k = 1, 2, \dots \quad (\text{ΠΑ } 38)$$

Ορίζουμε μία συνάρτηση πιθανότητας ή κατανομή πιθανότητας

$$P(X = x) = f(x) \quad (\text{ΠΑ } 39)$$

τέτοια ώστε για $x = x_k$ η (ΠΑ 39) να δίνει την (ΠΑ 38), ενώ για άλλες τιμές του x να είναι $f(x) = 0$.

Γενικά η $f(x)$ είναι μία συνάρτηση πιθανότητας, εάν

1. $f(x) \geq 0$

2. $\sum_x f(x) = 1$

όπου το άθροισμα νοείται ως προς όλες τις δυνατές τιμές του x .

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής ή απλά συνάρτηση κατανομής για μία τυχαία μεταβλητή X ορίζεται με τη σχέση :

$$P(X \leq x) = F(x) \quad (\text{ΠΑ 40})$$

όπου x είναι ένας οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός, δηλ. $-\infty < x < +\infty$

Ορισμένες από τις σημαντικότερες διακριτές κατανομές πιθανότητας παρουσιάζονται παρακάτω:

1. Γεωμετρική κατανομή

$$P[X = x] = f_x(x) = \theta(1 - \theta)^{x-1}, \quad x = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{ΠΑ 41})$$

$$E[X] = \frac{1}{\theta}$$

$$\sigma^2 = \frac{1 - \theta}{\theta^2}$$

$$\Phi(\omega) = \frac{\theta e^{j\omega}}{1 - e^{j\omega}(1 - \theta)}$$

2. Πολυωνυμική κατανομή (Multinomial):

Έχουμε n τυχαίες μεταβλητές X_1, X_2, \dots, X_n

$$P[X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n] = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^n x_i!} \prod_{i=1}^n \theta_i^{x_i} \quad (\text{ΠΑ 42})$$

όπου x_i είναι θετικοί ακέραιοι $\theta_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$

$$\sum_{i=1}^n \theta_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n x_i = N$$

$$E[X_i] = N\theta_i$$

$$\sigma_i^2 = N\theta_i(1 - \theta_i)$$

$$\sigma_{ij}^2 = -N\theta_i\theta_j$$

$$\Phi(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) = (\theta_1 e^{j\omega_1} + \theta_2 e^{j\omega_2} + \dots + \theta_n e^{j\omega_n})^N$$

3. Κατανομή Poisson :

$$P[X = x] = f_x(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad \lambda > 0, \quad x = 0, 1, \dots \quad (\text{ΠΑ 43})$$

$$E [X] = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda$$

$$\Phi(\omega) = e^{\lambda(e^{j\omega} - 1)}$$

4. Υπεργεωμετρική κατανομή :

$$P[X = x] = f_x(x) = \frac{\binom{\kappa}{n} \binom{N - \kappa}{n - x}}{\binom{N}{n}} \quad (\text{ΠΑ 44})$$

$x = 0, 1, 2, \dots, [n, \kappa]$, όπου $[n, \kappa]$ είναι ο μικρότερος από τους n και κ

$$E [X] = \frac{\kappa n}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{\kappa(N - \kappa)n(N - n)}{N^2(N - 1)}$$

5. Κατανομή Pascal ή Polya ή αρνητική διωνυμική κατανομή :

$$P[X = x] = \binom{x-1}{n-1} \theta^n (1-\theta)^{x-n} \quad x = n, n+1, n+2, \dots, \quad 0 < \theta < 1$$

$$n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{ΠΑ 45})$$

$$E [X] = n\theta^{-1}$$

$$\sigma^2 = n\theta^{-2}(1-\theta)$$

$$\Phi(\omega) = \theta^n e^{jn\omega} [1 - (1-\theta) \cdot e^{j\omega}]^{-n}$$

ΠΑ.4.2 Συνεχείς κατανομές

6. Ομοιόμορφη κατανομή :

$$f_x(x) = \frac{1}{\beta - \alpha}, \quad \alpha < x < \beta, \quad \alpha < \beta \quad (\text{ΠΑ 46})$$

$$E [X] = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}$$

$$\Phi(\omega) = \frac{e^{j\omega\beta} - e^{j\omega\alpha}}{j\omega(\beta - \alpha)}$$

7. Gamma Κατανομή

$$f_x(x) = \frac{x^\alpha e^{-x/\beta}}{\Gamma(\alpha + 1)\beta^{\alpha+1}}, \quad 0 < x < \infty, \quad \alpha > -1, \quad \beta > 0 \quad (\text{ΠΑ 47})$$

$$E [X] = \beta(\alpha + 1)$$

$$\sigma^2 = \beta^2(\alpha + 1)$$

$$\Phi(\omega) = (1 - j\beta\omega)^{-(\alpha+1)}, \quad \omega < \frac{1}{\beta}$$

8. Εκθετική Κατανομή :

$$f_x(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda}, \quad x > 0 \quad (\text{ΠΑ 48})$$

$$E[X] = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda^2$$

$$\Phi(\omega) = (1 - j\omega\lambda)^{-1}$$

9. Βήτα Κατανομή

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta + 2)}{\Gamma(\alpha + 1)\Gamma(\beta + 1)} x^\alpha (1 - x)^\beta \quad 0 < x < 1, \alpha > -1, \beta > -1 \quad (\text{ΠΑ 49})$$

$$E[X] = \frac{\alpha + 1}{\alpha + \beta + 2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(\alpha + 1)(\beta + 1)}{(\alpha + \beta + 2)^2(\alpha + \beta + 3)}$$

10. Cauchy Κατανομή

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{a}{a^2 + (x - b)^2} \quad -\infty < x < +\infty, \quad a > 0, \quad -\infty < b < +\infty \quad (\text{ΠΑ 50})$$

Η μέση τιμή και η διασπορά δεν ορίζονται.

$$\Phi(\omega) = e^{j\omega b - a|\omega|}$$

11. Chi-Square Κατανομή

$$f(x) = \left[\left(\frac{n}{2} - 1 \right)! \right]^{-1} 2^{-n/2} x^{(n/2)-1} e^{-x/2} \quad x > 0, \quad n=1, 2, \dots \quad (\text{ΠΑ 51})$$

$$E(X) = n$$

$$\sigma^2 = 2n$$

$$\Phi(\omega) = (1 - 2j\omega)^{-n/2}$$

12. Erlang Κατανομή

$$f(x) = \frac{\alpha^n x^{n-1} e^{-\alpha x}}{(n-1)!} \quad x > 0, \quad n=1, 2, \dots \quad (\text{ΠΑ 52})$$

$$E(X) = n\alpha^{-1}$$

$$\sigma^2 = n\alpha^{-2}$$

$$\Phi(\omega) = \alpha^n (\alpha - j\omega)^{-n}$$

13. Κατανομή Laplace

$$f(x) = \frac{a}{2} e^{-a|x-b|} \quad -\infty < x < +\infty, \quad a > 0, \quad -\infty < b < +\infty \quad (\text{ΠΑ 53})$$

$$E(X) = b$$

$$\sigma^2 = 2\alpha^{-2}$$

$$\Phi(\omega) = \alpha^2 e^{j\omega b} (\alpha^2 + \omega^2)^{-1}$$

14. Λογοκανονική Κατανομή (Log-normal)

$$f(x) = \frac{\exp\{-[\ln(x-a)-b]^2/2\sigma\}}{\sqrt{2\pi}\sigma(x-a)} \quad x \geq a \quad (\text{ΠΑ 54})$$

$$\sigma > 0, \quad -\infty < a < +\infty, \quad -\infty < b < +\infty$$

$$E(X) = a + e^{b+0.5\sigma^2}$$

$$\sigma^2 = e^{2b+\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$$

15. Κατανομή Maxwell

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \alpha^3 x^2 e^{-\alpha^2 x^2/2} \quad x > 0 \quad (\text{ΠΑ 55})$$

$$E(X) = \sqrt{8/\pi} \alpha^{-1}$$

$$\sigma^2 = \left(3 - \frac{8}{\pi}\right) \alpha^{-2}$$

16. Κατανομή Rayleigh

$$f(x) = \frac{x}{\alpha^2} e^{-x^2/2\alpha^2} \quad x > 0 \quad (\text{ΠΑ 56})$$

$$E(X) = \alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\sigma^2 = (2 - \frac{\pi}{2})\alpha^2$$

17. Κανονική κατανομή δύο μεταβλητών

$$f_{xy}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{\frac{-1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y-\bar{y}}{\sigma_y}\right)^2 - \frac{2\rho}{\sigma_x\sigma_y}(x-\bar{x})(y-\bar{y})\right]\right\}$$

$$-\infty < x < +\infty, \quad -\infty < y < +\infty, \quad \sigma_x > 0, \quad \sigma_y > 0, \quad -1 < \rho < 1 \quad (\text{ΠΑ 57})$$

$$\Phi_{\omega_x, \omega_y}(\omega_x, \omega_y) = \exp\left[j\omega_x\bar{X} + j\omega_y\bar{Y} - \frac{1}{2}(\omega_x^2\sigma_x^2 + 2\rho\omega_x\omega_y\sigma_x\sigma_y + \omega_y^2\sigma_y^2)\right]$$

ΠΑ.4.3. Θεώρημα Κεντρικού Ορίου

Αν έχουμε δυο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κανονική κατανομή X και Y τότε εύκολα αποδεικνύεται ότι το άθροισμά τους είναι τυχαία μεταβλητή με κανονική επίσης κατανομή. Αν λοιπόν $X + Y = Z$, τότε η τυχαία μεταβλητή Z έχει και αυτή κανονική κατανομή με διασπορά και μέση τιμή :

$$\sigma_Z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \quad (\text{ΠΑ 58})$$

$$\bar{Z} = \bar{X} + \bar{Y} \quad (\text{ΠΑ 59})$$

Αν επεκτείνουμε τα παραπάνω για n ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κανονική κατανομή, θα προκύψει ότι το άθροισμα των τυχαίων μεταβλητών είναι επίσης κανονική κατανομή με

$$\sigma_Z^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2 \quad (\text{ΠΑ } 60)$$

$$\bar{Z} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_n \quad (\text{ΠΑ } 61)$$

ΠΑ.4.4. Θεώρημα Κεντρικής Τιμής

Το άθροισμα ενός μεγάλου αριθμού ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών που δίνεται από τη σχέση $Z = \frac{1}{\sqrt{n}}[X_1 + X_2 + \dots + X_n]$ τείνει σε τυχαία μεταβλητή με κανονική κατανομή, ανεξάρτητα από το είδος των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας (κατανομών) των τυχαίων μεταβλητών X_i .

ΠΑ.4.5. Μέση τιμή – Τυπική απόκλιση

Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας αγνώστων μεγεθών (για τη D.C. μέθοδο γωνίες και πραγματικές ροές ισχύος) δεν ακολουθούν κανονική κατανομή, παρόλα αυτά ενδιαφέρει ο υπολογισμός της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισής τους. Για το σκοπό αυτό υπολογίζεται η μέση τιμή μ και η τυπική απόκλιση σ των κατανομών που δίνονται.

Η τυπική απόκλιση σ αναφέρεται είτε ως απόλυτο μέγεθος σε μονάδες MW ή σε α.μ. είτε ως επί τοις εκατό της μέσης τιμής. Για να υπάρχει ενιαία μορφή υπολογισμών, όλες οι τυπικές αποκλίσεις μετατρέπονται σε α.μ.

ΠΑ.5. ΣΥΝΕΛΙΞΕΙΣ

Η συνάρτηση πυκνότητας του αθροίσματος $U = X + Y$ δύο τυχαίων μεταβλητών X και Y με κοινή συνάρτηση πυκνότητας $f(x,y)$ είναι :

$$g(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, u-x) dx \quad (\text{ΠΑ } 62)$$

Στην ειδική περίπτωση όπου οι X και Y είναι ανεξάρτητες, έχουμε $f(x,y) = f_1(x)f_2(y)$ και η προηγούμενη σχέση γίνεται :

$$g(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2(u-x) dx \quad (\text{ΠΑ 63})$$

που καλείται συνέλιξη των f_1 και f_2 και συμβολίζεται με $f_1 * f_2$.

Η συνέλιξη έχει τις παρακάτω αξιοσημείωτες ιδιότητες :

1. $f_1 * f_2 = f_2 * f_1$

2. $f_1 * (f_2 * f_3) = (f_1 * f_2) * f_3$

3. $f_1 * (f_2 + f_3) = f_1 * f_2 + f_1 * f_3$

Οι σχέσεις αυτές δείχνουν ότι ισχύουν η αντιμεταθετική ιδιότητα , η προσεταιριστική ιδιότητα και επιμεριστική ιδιότητα για την πράξη της συνελίξεως .

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ

ΠΒ.1. ΣΥΝΕΛΙΞΗ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ

Έστω οι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές X_1 και X_2 που ακολουθούν κανονική κατανομή, με συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας $f_1(X_1)$ και $f_2(X_2)$

αντίστοιχα. Τότε λόγω της σχέσης $f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ με $x, \mu \in R, \sigma > 0$ ισχύει:

$$f_1(X_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{(X_1-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \quad (\text{ΠΒ 1})$$

$$f_2(X_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(X_2-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (\text{ΠΒ 2})$$

Η τυχαία μεταβλητή X_N που δίνεται ως $X_N = a_1X_1 + a_2X_2$ έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_N(X_N)$

$$f_N(X_N) = f_1(a_1X_1) * f_2(a_2X_2) \quad (\text{ΠΒ 3})$$

Η τυχαία μεταβλητή a_iX_i ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $a_i\mu_i$ και τυπική απόκλιση $a_i^2\sigma_i^2$, όπου a_i ο συντελεστής ευαισθησίας του ζυγού i .

Ο μετασχηματισμός Laplace μιας συνάρτησης $f(t)$ ορίζεται ως

$$f(S) = L\{f(t)\} := \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (\text{ΠΒ 4})$$

και ισχύει

$$L\{f(t_1) * f(t_2)\} = L\{f(t_1)\} \cdot L\{f(t_2)\} \quad (\text{ΠΒ 5})$$

Βάσει της ιδιότητας (ΠΒ 3) η σχέση (ΠΒ 5) γίνεται :

$$L\{f_N(X_N)\} = L\{f_1(a_1 X_1)\} \cdot L\{f_2(a_2 X_2)\} \quad (\text{ΠΒ 6})$$

όπου

$$L\{f_1(a_1 X_1)\} = e^{-\left(a_1 \mu_1 s - \frac{1}{2} a_1^2 \sigma_1^2 s^2\right)} \quad (\text{ΠΒ 7})$$

$$L\{f_2(a_2 X_2)\} = e^{-\left(a_2 \mu_2 s - \frac{1}{2} a_2^2 \sigma_2^2 s^2\right)} \quad (\text{ΠΒ 8})$$

$$\text{Άρα } L\{f_2(a_2 X_2)\} = e^{-\left|(a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2) s - \frac{1}{2} (a_1^2 \sigma_1^2 + a_2^2 \sigma_2^2) s^2\right|} = e^{-\left(\mu_N s - \frac{1}{2} \sigma_N^2 s^2\right)} \quad (\text{ΠΒ 9})$$

$$\text{όπου } \mu_N = \alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2 \quad \text{και} \quad \sigma_N^2 = \alpha_1^2 \sigma_1^2 + \alpha_2^2 \sigma_2^2 \quad (\text{ΠΒ 10})$$

Η εξίσωση (ΠΒ 7) οδηγεί στον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $f_N(X_N)$ της τυχαίας μεταβλητής X_N , που ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή μ_N και τυπική απόκλιση σ_N :

$$f_N(X_N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_N}} e^{-\frac{(X_N - \mu_N)^2}{2\sigma_N^2}} \quad (\text{ΠΒ 11})$$

Η συνέλιξη r ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών κανονικής κατανομής δίνεται από τη σχέση (ΠΒ 10)

$$\text{όπου } \mu_N = \sum_{i=1}^r a_i \mu_i \text{ και } \sigma_N^2 = \sum_{i=1}^r a_i^2 \sigma_i^2 \quad (\text{ΠΒ 12})$$

ΠΒ.2. ΣΥΝΕΛΙΞΗ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ

Έστω οι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές X_1 και X_2 που ακολουθούν διακριτή ή διωνυμική κατανομή, με συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας $f_1(X_1)$ και $f_2(X_2)$ αντίστοιχα. Η διωνυμική κατανομή αποτελείται από $n+1$ διακριτές τιμές όπου n ο αριθμός των ανεξάρτητων όμοιων γεννητριών. Αφού υπολογιστούν οι τιμές αυτές και οι αντίστοιχες πιθανότητες τους, η διωνυμική κατανομή αντιμετωπίζεται ως διακριτή.

Το βασικό πρόβλημα είναι ο υπολογισμός της ισοδύναμης διακριτής κατανομής λόγω του μεγάλου αριθμού των διακριτών τιμών με τις οποίες παριστάνεται. Για παράδειγμα όταν μια διακριτή συνάρτηση που παριστάνεται με ν διακριτές τιμές συνελίσσεται με μια άλλη διακριτή συνάρτηση που παριστάνεται με ν' διακριτές τιμές η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα αντιπροσωπεύεται από $(\nu \times \nu')$ διακριτές τιμές. Η διαδικασία αυτή είναι χρονοβόρα και γίνεται μη πρακτική όταν ο αριθμός των διακριτών συναρτήσεων στο σύστημα είναι μεγάλος.

$$\text{Λόγω της σχέσης } f_x(x) = \sum_{i=1}^{\nu} P_i \delta(x - W_i) \text{ ισχύει :}$$

$$f_1(X_1) = \sum_{i=1}^{\nu} P_i \delta(X_1 - W_i) \quad (\text{ΠΒ 13})$$

$$f_2(X_2) = \sum_{j=1}^{\nu'} P_j' \delta(X_2 - W_j') \quad (\text{ΠΒ 14})$$

Η τυχαία μεταβλητή X_D που δίνεται ως

$$X_D = a_1 X_1 + a_2 X_2 \quad (\text{ΠΒ 15})$$

έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_D(X_D)$

$$f_D(X_D) = f_1(a_1 X_1) * f_2(a_2 X_2) \quad (\text{ΠΒ 16})$$

$$\text{όπου } f_1(a_1 X_1) = \sum_{i=1}^{\nu} P_i \delta(X_1 - a_1 W_i) \text{ και } f_2(a_2 X_2) = \sum_{j=1}^{\nu'} P_j' \delta(X_2 - a_2 W_j') \quad (\text{ΠΒ 17})$$

και ισχύει

$$L\{f_D(X_D)\} = L\{f_1(a_1 X_1)\} \cdot L\{f_2(a_2 X_2)\} \quad (\text{ΠΒ 18})$$

$$\text{όπου } L\{f_1(a_1 X_1)\} = \sum_{i=1}^{\nu} P_i e^{-a_1 W_i s} \quad (\text{ΠΒ 19})$$

$$L\{f_2(a_2 X_2)\} = \sum_{j=1}^{\nu'} P_j' e^{-a_2 W_j' s} \quad (\text{ΠΒ 20})$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } L\{f_D(X_D)\} &= (P_1 e^{-a_1 W_1 s} + P_2 e^{-a_1 W_2 s} + \dots + P_{\nu} e^{-a_1 W_{\nu} s}) \\ &\quad \times (P_1' e^{-a_2 W_1' s} + P_2' e^{-a_2 W_2' s} + \dots + P_{\nu'}' e^{-a_2 W_{\nu'}' s}) \\ &= \sum_{k=1}^{\tau} G_k e^{-H_k s} \end{aligned} \quad (\text{ΠΒ 21})$$

$$\text{όπου } \quad \quad \quad t = \nu \times \nu' \quad (\text{ΠΒ 22})$$

$$G_k = P_i \times P_j' \quad (\text{ΠΒ 23})$$

$$H_k = a_1 W_i + a_2 W_j' \quad (\text{ΠΒ 24})$$

Για όλα τα διατεταγμένα ζεύγη (i, j)

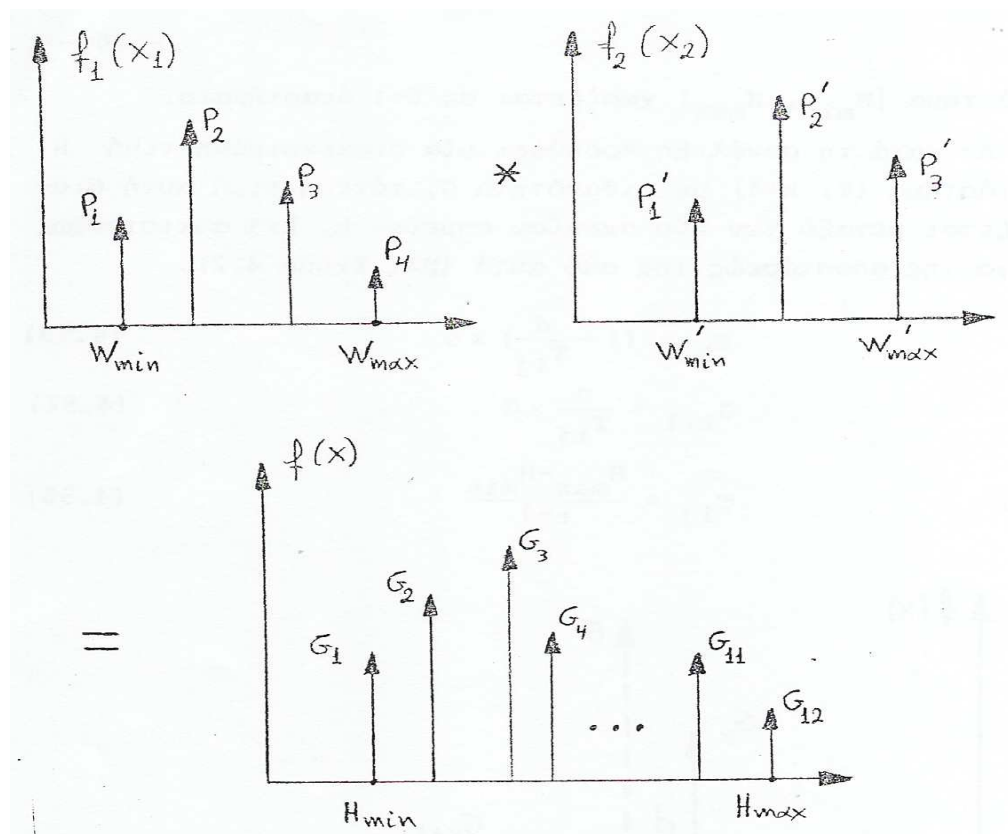
$$i = 1, \dots, \nu \quad j = 1, \dots, \nu'$$

Η εξίσωση (4.26) οδηγεί στον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $f_D(X_D)$ της τυχαίας μεταβλητής X_D , που ακολουθεί διακριτή κατανομή με t διακεκριμένες τιμές.

$$f_D(X_D) = \sum_{k=1}^{\tau} G_k \delta(X_D - H_k) \quad (\text{ΠΒ 25})$$

Η συνέλιξη t ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών διακριτής κατανομής απαιτεί τον υπολογισμό όλων των G_k και των αντίστοιχων H_k για $k = (1, \dots, t)$ όπου $t = \nu_1 \times \nu_2 \times \dots \times \nu_k \times \dots \times \nu_r$ και ν_k ο αριθμός των διακεκριμένων τιμών της k διακριτής κατανομής. (σχήμα ΠΒ.α.)

Έστω ότι συνελίσσονται 10 διακριτές κατανομές με 4 διακεκριμένες τιμές η κάθε μια. Τότε η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας αποτελείται από $4^{10} = 1.048.576$ διακεκριμένες τιμές.



Σχήμα ΠΒ.α. : Συνέλιξη δύο διακριτών κατανομών

Δημιουργείται έτσι πρόβλημα μνήμης και χρόνου υπολογισμού που λύνεται αν καθοριστεί εκ των προτέρων ο επιθυμητός αριθμός t των διακεκριμένων τιμών με τις οποίες θα αντιπροσωπευθεί η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

Οι τιμές της συνέλιξης δύο διακριτών κατανομών εκτείνονται στο διάστημα $|H_{\min}, H_{\max}|$

$$H_{\min} = W_{\min} + W'_{\min} \quad (\text{ΠΒ } 26)$$

$$H_{\max} = W_{\max} + W'_{\max} \quad (\text{ΠΒ 27})$$

και

$$W_{\min} = \min\{a_1 W_1, a_1 W_2, \dots, a_1 W_v\} \quad (\text{ΠΒ 28})$$

$$W'_{\min} = \min\{a_2 W'_1, a_2 W'_2, \dots, a_2 W'_v\} \quad (\text{ΠΒ 29})$$

$$W_{\max} = \max\{a_1 W_1, a_1 W_2, \dots, a_1 W_v\} \quad (\text{ΠΒ 30})$$

$$W'_{\max} = \max\{a_2 W'_1, a_2 W'_2, \dots, a_2 W'_v\} \quad (\text{ΠΒ 31})$$

Το διάστημα $|H_{\min}, H_{\max}|$ χωρίζεται σε $t-1$ διαστήματα.

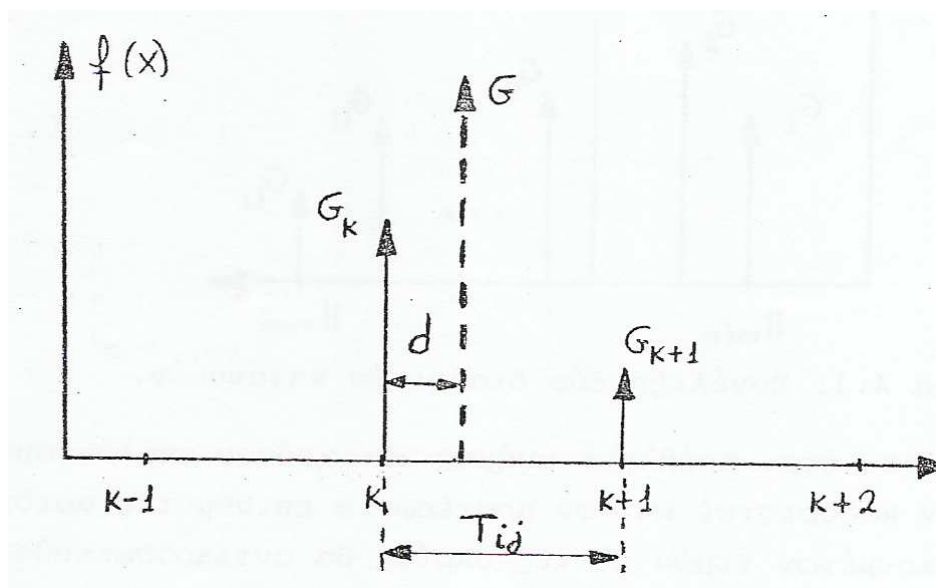
Αν κατά τη συνέλιξη προκύψει μια διακεκριμένη τιμή H στο διάστημα $(k, k+1)$ με πιθανότητα G , τότε η τιμή αυτή διαμοιράζεται μεταξύ των δύο ακραίων σημείων $(k, k+1)$ αντιστρόφως ανάλογα της αποστάσεως της από αυτά. (Σχήμα ΠΒ.β)

$$G_k = \left(1 - \frac{d}{T_{ij}}\right) \times G \quad (\text{ΠΒ 32})$$

$$G_{k+1} = \frac{d}{T_{ij}} \times G \quad (\text{ΠΒ 33})$$

όπου

$$T_{ij} = \frac{H_{\max} - H_{\min}}{t-1} \quad (\text{ΠΒ 34})$$



Σχήμα ΠΒ.β.: Διαμοιρασμός μιας διακεκριμένης τιμής

ΠΒ 2.1. Συνέλιξη κανονικής και διακριτής κατανομής

Σύμφωνα με τις δύο προηγούμενες παραγράφους, συνελίσσονται όλες οι τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν κανονική κατανομή δίνοντας τη γενική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_N(X_N)$ κανονικής κατανομής, και όλες οι τυχαίες μεταβλητές που δεν ακολουθούν κανονική κατανομή (διακριτή, διωνυμική, Weibull) δίνοντας τη γενική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_D(X_D)$ διακριτής κατανομής.

Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται ως

$$f_X(X) = f_N(X_N) * f_D(X_D) \quad (\text{ΠΒ 35})$$

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Laplace ισχύει

$$L\{f_X(X)\} = L\{f_N(X_N)\} \cdot L\{f_D(X_D)\} \quad (\text{ΠΒ 36})$$

όπου $L\{f_N(X_N)\}$ δίνεται στη σχέση (ΠΒ 9)

$L\{f_D(X_D)\}$ δίνεται στη σχέση (ΠΒ 10)

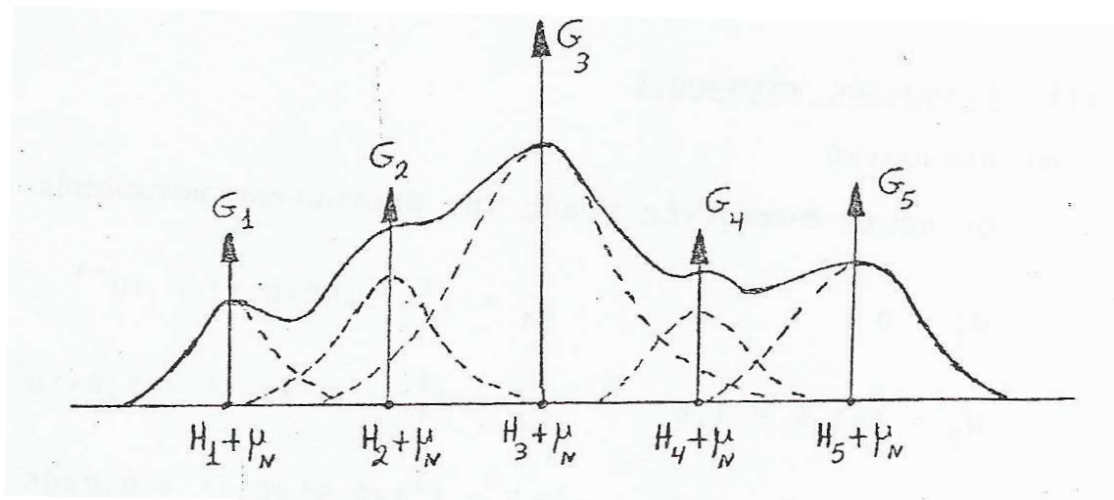
Άρα :

$$L\{f_X(X)\} = \sum_{k=1}^t G_k e^{-\left|(\mu_N + H_k)s - \frac{1}{2}\sigma_N^2 s^2\right|} \quad (\text{ΠΒ 37})$$

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace της $L\{f_X(X)\}$ οδηγεί στην εξίσωση

$$f_X(X) = \sum_{k=1}^t \frac{G_k}{\sqrt{2\pi\sigma_N^2}} e^{-\frac{|X - (\mu_N + H_k)|^2}{2\sigma_N^2}} \quad (\text{ΠΒ 38})$$

Η συνάρτηση αυτή είναι γραμμικός συνδυασμός t κανονικών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, με μέση τιμή $\mu_N + H_k$, τυπική απόκλιση σ_N , που συμβάλλουν στο άθροισμα ανάλογα με τον συντελεστή G_k όπου $k = 1, 2, \dots, t$.



Σχήμα ΠΒ.γ. : Η $f_X(X)$ ως άθροισμα t κανονικών συναρτήσεων

Πολλές προσπάθειες έχουν γίνει για να αναπτυχθούν τεχνικές που επιτρέπουν την πραγματοποίηση της συνέλιξης με μεγαλύτερη ακρίβεια και λιγότερο χρόνο υπολογισμού. Η τελευταία τεχνική που εφαρμόζεται στην πιθανοτική ανάλυση ροών φορτίου βασίζεται στον ταχύ μετασχηματισμό Fourier (FFT). Ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier εκμεταλλεύεται ορισμένες ιδιότητες των εκθετικών συναρτήσεων για να δώσει μια γρήγορη και ακριβή παρουσίαση μιας συνάρτησης στο πεδίο της συχνότητας.

Για μια δεδομένη συνεχή αperiοδική συνάρτηση $f(y)$, που ορίζεται στο διάστημα $T = 1/f$ δίνεται η μιγαδική συνάρτηση $S(\omega)$ στο πεδίο της συχνότητας

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y) e^{-j\omega y} dy \quad (\text{ΠΒ 39})$$

και ο αντίστροφος μετασχηματισμός είναι :

$$f(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{j\omega y} d\omega \quad (\text{ΠΒ 40})$$

όπου $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$

Αν η συνάρτηση $f(y)$ είναι μια διακριτή ή διακριτοποιημένη συνάρτηση με N διακριτές τιμές σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους θα ισχύει :

$$f(y) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(y - k\Delta y) \quad (\text{ΠΒ 41})$$

και η εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier θα δώσει :

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(y - k\Delta y) e^{-j\omega y} dy = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-j\omega k\Delta y} \quad (\text{ΠΒ 42})$$

Η $S(\omega)$ είναι μια περιοδική συνάρτηση με περίοδο $T = \frac{2\pi}{\Delta y} = 2N\Delta\omega$ και η παράστασή της με N διακριτά σημεία είναι :

$$S(n\Delta\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-j\omega k\Delta y} \Rightarrow S(n) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k W^{-nk} \quad (\text{ΠΒ 43})$$

όπου $W = e^{j\frac{2\pi}{N}}$ και $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$

Η μαθηματική συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου, μετατρέπεται στο πεδίο της συχνότητας σε απλό πολλαπλασιασμό.

Έτσι ισχύει :

$$f(y) = f_1(y) * f_2(y) \Leftrightarrow S(n) = S_1(n) \cdot S_2(n) \quad (\text{ΠΒ 44})$$

Αφού πραγματοποιηθεί η συνέλιξη στο πεδίο της συχνότητας, ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier δίνει αντίστοιχα την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(y)$ με N διακριτά σημεία από την σχέση (4.46) όπου :

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S(n) W^{nk} \quad (\text{ΠΒ 45})$$

Ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier έχει ως σκοπό τη μείωση των απαιτούμενων μιγαδικών πολλαπλασιασμών και προσθέσεων για τον υπολογισμό των πινάκων $S(n)$ και a_k από τις εξισώσεις (4.48) και (4.50). Κανονικά απαιτείται να πραγματοποιηθούν N^2 μιγαδικοί πολλαπλασιασμοί και $N(N-1)$ προσθέσεις. Λόγω της περιοδικότητας της (4.48) ισχύει :

$$W^{-nk} = W^{-nk \bmod N} \quad (\text{ΠΒ 46})$$

Αν $N = 2^M$, ο αλγόριθμος του ταχέως μετασχηματισμού Fourier είναι μια διαδικασία παραγοντοποίησης του πίνακα $N \times N$ σε M πίνακες διαστάσεων $N \times N$ ο καθένας έτσι ώστε στον κάθε παραγοντοποιημένο πίνακα να ελαχιστοποιείται ο αριθμός των απαιτούμενων μιγαδικών πολλαπλασιασμών και προσθέσεων. Έτσι αποδεικνύεται ότι με τον ταχύ μετασχηματισμό Fourier απαιτούνται συνολικά $NM/2$ μιγαδικοί πολλαπλασιασμοί αντί για N^2 και NM προσθέσεις αντί για $N(N-1)$. Αν θεωρηθεί ότι ο απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού είναι ανάλογος του αριθμού των πολλαπλασιασμών, τότε η αναλογία στον χρόνο υπολογισμού μεταξύ του συμβατικού και του ταχέως μετασχηματισμού Fourier είναι περίπου $2N/M$, όπου M ακέραιος αριθμός συνήθως για τις απαιτήσεις της πιθανοτικής ανάλυσης ροών φορτίου μεταξύ 7 και 10.

Ο αλγόριθμος του ταχέως μετασχηματισμού Fourier όπως αναπτύχθηκε πιο πάνω εφαρμόζεται μόνο σε διακριτές ή διακριτοποιημένες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας. Έτσι, μετά τον υπολογισμό της ισοδύναμης κανονικής κατανομής από τη σχέση 23.4, απαιτείται η διακριτοποίησή της σύμφωνα με τους παρακάτω κανόνες :

- Η ισοδύναμη κανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας αποκόπτεται σε προκαθορισμένο αριθμό τυπικών αποκλίσεων, συνήθως $\pm 3 \times \sigma_n$ που δίνει μια ικανοποιητική απεικόνιση του 99% των πιθανών τιμών της. Ο απαιτούμενος αριθμός διακριτών τιμών για την παράστασή της καθορίζεται στη συνέχεια.
- Η τιμή της πιθανότητας a_k στη θέση $y_k = \frac{y_1 + y_2}{2}$ υπολογίζεται από τη σχέση $a_k = P\{y = y_k\} = P\{y \leq y_2\} - P\{y < y_1\}$ έτσι ώστε να αντιστοιχεί στην επιφάνεια της κανονικής κατανομής μεταξύ των σημείων y_1 και y_2 .
- Η τιμή της πιθανότητας a_k διαιρείται με την επιφάνεια της αποκομμένης κανονικής κατανομής μεταξύ των σημείων $y_{\min} = y_n - 3 \times \sigma_n$ και $y_{\max} = y_n + 3 \times \sigma_n$, έτσι ώστε η αθροιστική πιθανότητα της αποκομμένης και διακριτοποιημένης ισοδύναμης κανονικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας να παραμένει μονάδα.
- Λόγω της συμμετρίας της κανονικής κατανομής μπορεί να θεωρηθεί για τους πιο πάνω υπολογισμούς μόνο το μισό τμήμα της.

Μετά την διακριτοποίησή της η ισοδύναμη κανονική κατανομή αντιμετωπίζεται στην συνέλιξη με τον αλγόριθμο του ταχέως μετασχηματισμού Fourier ως μια απλή διακριτή κατανομή με ορισμένο αριθμό διακριτών τιμών.

Η διαδικασία της συνέλιξης πραγματοποιείται διαδοχικά με δύο μόνο συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας σε κάθε βήμα. Αν σε κάποιο βήμα της διαδικασίας η $f_{ij} = f_i(a_i y_i) * f_j(a_j y_j)$ αντιπροσωπεύει την συνέλιξη των συναρτήσεων f_i και f_j που ορίζονται στα διαστήματα T_i και T_j αντίστοιχα, τότε θα ορίζεται στο διάστημα :

$$T_{ij} = |a_i|T_i + |a_j|T_j = [z_{min}, z_{max}] \quad (\text{ΠΒ 47})$$

όπου

$$z_{min} = \begin{matrix} a_i y_{i(min)} + a_j y_{j(min)} & a_i > 0, a_j > 0 \\ a_i y_{i(min)} + a_j y_{j(max)} & a_i > 0, a_j < 0 \\ a_i y_{i(max)} + a_j y_{j(min)} & a_i < 0, a_j > 0 \\ a_i y_{i(max)} + a_j y_{j(max)} & a_i < 0, a_j < 0 \end{matrix}$$

και

$$z_{max} = \begin{matrix} a_i y_{i(max)} + a_j y_{j(max)} & a_i > 0, a_j > 0 \\ a_i y_{i(max)} + a_j y_{j(min)} & a_i > 0, a_j < 0 \\ a_i y_{i(min)} + a_j y_{j(max)} & a_i < 0, a_j > 0 \\ a_i y_{i(min)} + a_j y_{j(min)} & a_i < 0, a_j < 0 \end{matrix}$$

Έστω ότι το τελικό διάστημα T που αντιστοιχεί στην τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, οφείλει να παρασταθεί με $N = 2^M$ διακριτά σημεία. Τότε ο αριθμός N_{ij} των διακριτών σημείων που απαιτούνται για την παράσταση του διαστήματος T_{ij} της συνέλιξης σε κάποιο βήμα θα δίνεται από τις σχέσεις που ακολουθούν :

$$N'_{ij} = \left(2^M \cdot \frac{T_{ij}}{T} \right) + 1 \quad (\text{ΠΒ 48})$$

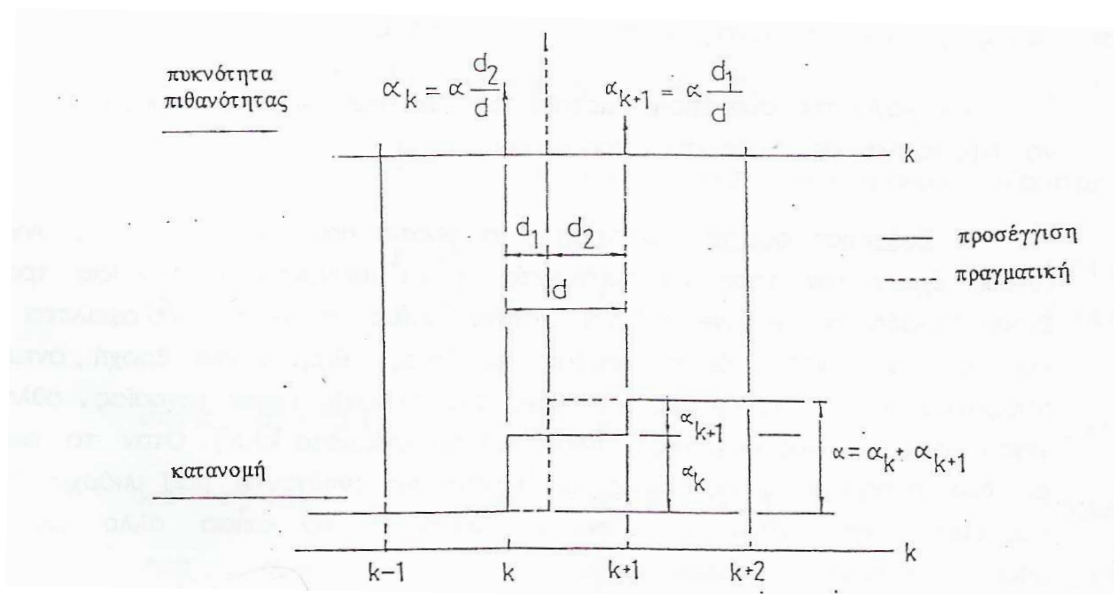
$$M'_{ij} = \log N'_{ij} \quad (\text{ΠΒ 49})$$

$$M_{ij} = \text{INTEGER}(M'_{ij}) + 1 \quad (\text{ΠΒ 50})$$

$$N_{ij} = 2^{M_{ij}} \quad (\text{ΠΒ 51})$$

Στη σχέση (ΠΒ 48) θεωρείται ένα επιπλέον σημείο για να μην υπάρχει πιθανότητα να χαθεί μέρος της τελευταίας διακριτής τιμής που διαμοιράζεται στα ακραία σημεία του διαστήματος T_{ij} .

Το διάστημα T_{ij} χωρίζεται σε $N_{ij} - 1$ διαστήματα. Αν κατά τη διάρκεια της συνέλιξης προκύψει μια διακριτή τιμή στο διάστημα $k, k+1$ αντιστρόφως ανάλογα της απόστασής της από αυτά, όπως φαίνεται στο σχήμα ΠΒ.δ.



Σχήμα ΠΒ.δ.: Διαμοιρασμός μιας διακριτής τιμής

Οι συναρτήσεις μαθηματικά μπορούν να συνελιχθούν με οποιαδήποτε σειρά. Από τις σχέσεις όμως (ΠΒ 48) και (ΠΒ 41) φαίνεται ότι ο αριθμός των απαιτούμενων διακριτών σημείων για την παράσταση μιας συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας αυξάνεται ανάλογα με τις περιόδους T_i και T_j και η αποδοτικότητα του αλγορίθμου του ταχέως μετασχηματισμού Fourier αυξάνεται όσο ο αριθμός των σημείων είναι μικρότερος. Έτσι είναι πιο αποδοτικό να συνελίσσονται διαδοχικά οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας ανάλογα με το εύρος της περιόδου τους, ξεκινώντας από εκείνες με το μικρότερο εύρος και συνεπώς και τον μικρότερο αριθμό διακριτών σημείων.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ: ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΟ MATLAB

Στη συνέχεια παρουσιάζονται εν συντομία τα προγράμματα του Matlab, με τη βοήθεια των οποίων υλοποιήθηκε η ανάλυση ροής φορτίου με τη μέθοδο Newton-Raphson και ο υπολογισμός των συντελεστών ευαισθησίας. Τα προγράμματα “Dataloadflow”, “Lfybust”, “Lfnewton”, “Lineflowt”, “Busoutt” βασίζονται σε γνωστή μεθοδολογία.

Dataloadflow

Στο πρόγραμμα αυτό δίνονται τα δεδομένα των ζυγών και των γραμμών μεταφοράς του δικτύου.

Lfybust

Είναι το πρώτο πρόγραμμα που καλείται από το αρχείο που περιέχει τα δεδομένα του δικτύου και υπολογίζει τη μήτρα αγωγιμοτήτων.

Lfnewton

Στο πρόγραμμα αυτό που καλείται στη συνέχεια υλοποιείται η μέθοδος Newton-Raphson και υπολογίζονται έτσι η τάση και η ισχύς σε όλους τους ζυγούς του δικτύου.

Lineflowt

Στο πρόγραμμα αυτό υπολογίζονται και παρουσιάζονται οι εγχύσεις ισχύος μεταξύ κάθε ζυγού του δικτύου και των ζυγών που αυτός συνδέεται.

Busoutt

Με τη βοήθεια του προγράμματος αυτού που καλείται στη συνέχεια, γίνεται η παρουσίαση σε μορφή πίνακα του μέτρου και της γωνίας της τάσης, της παραγωγής ενεργού και άεργου ισχύος και της κατανάλωσης ενεργού και άεργου ισχύος όλων των ζυγών του δικτύου.

Το πρόγραμμα *Dataloadflow* τροποποιήθηκε κατάλληλα, έτσι ώστε να «τρέχει» αυτοματοποιημένα τις 24-ωρες ροές φορτίου και να εμφανίζονται τα αποτελέσματα σε ξεχωριστά φύλλα εργασίας. Επίσης, το ίδιο πρόγραμμα

τροποποιήθηκε, ώστε να τρέχει αυτοματοποιημένα χιλιάδες ροές φορτίου, απαραίτητες για την πραγματοποίηση της προσομοίωσης Monte-Carlo.

Για την υλοποίηση της μεθόδου πολυγραμμικοποίησης χρησιμοποιήθηκαν τα παραπάνω προγράμματα, και πάλι κατάλληλα τροποποιημένα. Συγκεκριμένα, διαμορφώθηκαν έτσι ώστε να υπολογίζεται το διάνυσμα X , το οποίο δίνεται από τη σχέση $X = X_0 + A(Y - Y_0)$, αφού πρώτα υπολογίστηκε το διάνυσμα X_0 των τάσεων και των αντίστοιχων γωνιών, το διάνυσμα Y_0 των ενεργών και άεργων ισχύων και τέλος ο πίνακας A (ο αντίστροφος του Ιακωβιανού πίνακα J , $A = J^{-1}$).