



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΩΝ ΑΕΡΟΦΡΕΝΩΝ ΣΕ ΠΤΕΡΥΓΕΣ
ΑΕΡΟΣΚΑΦΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΙΩΑΝΝΗΣ ΤΣΑΓΚΑΡΛΙΩΤΗΣ

Επιβλέπων

ΣΠΥΡΟΣ ΒΟΥΤΣΙΝΑΣ
Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ
ΜΑΡΤΙΟΣ 2012

ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΩΝ ΑΕΡΟΦΡΕΝΩΝ ΣΕ ΠΤΕΡΥΓΕΣ ΑΕΡΟΣΚΑΦΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί το πρώτο βήμα για την μελέτη της αεροδυναμικής επίδρασης των αερόφρενων στις πτέρυγες των αεροσκαφών. Ο σκοπός της είναι η προσομοίωση της επίδρασης των αερόφρενων σε κώδικα Fortran χρησιμοποιώντας τον υπάρχον κώδικα GENUVP του Εργαστηρίου Αεροδυναμικής και την βελτιστοποίησή του έτσι ώστε τα υπολογιστικά αποτελέσματα να είναι κοντά στην πραγματικότητα. Για το λόγο αυτό, αρχικά χρησιμοποιήθηκαν οι υπάρχουσες εκδόσεις τον κώδικα και αφού διαπιστώθηκε ότι τα αποτελέσματα δεν είναι τα επιθυμητά δημιουργήθηκε νέα έκδοση του υπολογιστικού κώδικα στον οποία υπάρχουν περισσότεροι βαθμοί ελευθερίας στις συνδέσεις των επιμέρους σωμάτων. Για πρώτη φορά εισάγεται στον κώδικα η έννοια του τύπου σύνδεσης σωμάτων επιλογή που επιτρέπει στον κώδικα να αναλύει πολύπλοκο σύνολο σωμάτων , αλλά και αποβολή στροβιλότητας από όλες τις πλευρές , κάτι που είναι ιδιαίτερο δύσκολο για την μέθοδο αεροδυναμικής ανάλυσης που χρησιμοποιεί ο κώδικας και είναι οι στροβιλές μέθοδοι (vortex method). Δυστυχώς η παρούσα εργασία δεν έφτασε μέχρι το τέλος αλλά λίγο πριν. Απομένει η ρύθμιση της σύνδεσης του σπώιλερ ως λεπτό σώμα (thin body) και η σωστή εκπομπή των σωματιδίων χωρικής στροβιλότητας (vortex particles).

AERODYNAMIC ANALYSIS OF THE EFFECT OF SPOILERS ON AIRCRAFT WINGS

ABSTRACT

This thesis is the first step to study the aerodynamics of air braking effect on the wings of aircraft. Its purpose is to simulate the effect of air braking in Fortran code using the existing code GENUVP of Laboratory of Aerodynamics and its optimization so that the computational results are close to reality. For this reason, initially using the existing versions of the code and after it was found that the results are not the desired new version of computer code created in which there are more degrees of freedom on the connections of individual bodies. For the first time there was introduced the concept of body type connection option that allows the code to analyze complicated objects, and vorticity expulsion from all sides, which is especially difficult for the aerodynamic analysis method that uses the code and it is the vortex method. Unfortunately this paper did not reach the end but just before it. It still remains to be done the adjustment of the connection setup of the spoiler as thin body and the correct emission of vortex particles.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Από τη θέση αυτή θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέπων καθηγητή κ. Βουτσινά Σπύρο για την υπομονή και επιμονή για την ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής εργασίας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	Εισαγωγή.....	3
1.1	Βιβλιογραφική ανασκόπηση.....	6
1.2	Δομή της διπλωματικής εργασίας.....	8
2	Το Πεδίο Ροής Ασυμπίεστου Μη Συνεκτικού Ρευστού	9
2.1	Θεωρία των σωμάτων με πάχος.....	9
2.2	Αναπαράσταση φύλλου στροβιλότητας	10
2.3	Η δυναμική θεώρηση του Φύλλου Στροβιλότητας.....	11
2.4	Ο Ομόρρους ως Φύλλο Στροβιλότητας	12
2.5	Οι Βασικές Εξισώσεις του Προβλήματος	14
2.6	Η Ροή Γύρω από Ανωστικά Σώματα με Πάχος	16
2.7	Το υπολογιστικό μοντέλο	22
2.8	Συμπεράσματα	34
2.9	Σύνοψη.....	36
3	Χρησιμοποιούμενος κώδικας.....	37
3.1	Εισαγωγή	37
3.2	Διαμόρφωση	37
3.3	Τύποι σωμάτων και πλεγμάτων	38
3.4	Τύποι συνδέσεων σωμάτων	41
4	Υπολογιστικά Αποτελέσματα	43
4.1	Έλεγχος Ακρίβειας και σωστής Λειτουργίας του Κώδικα	43
4.2	Συνδέσεις Σωμάτων.....	47

4.3	Σύνθετες Συνδέσεις Σωματίων.....	66
-----	----------------------------------	----

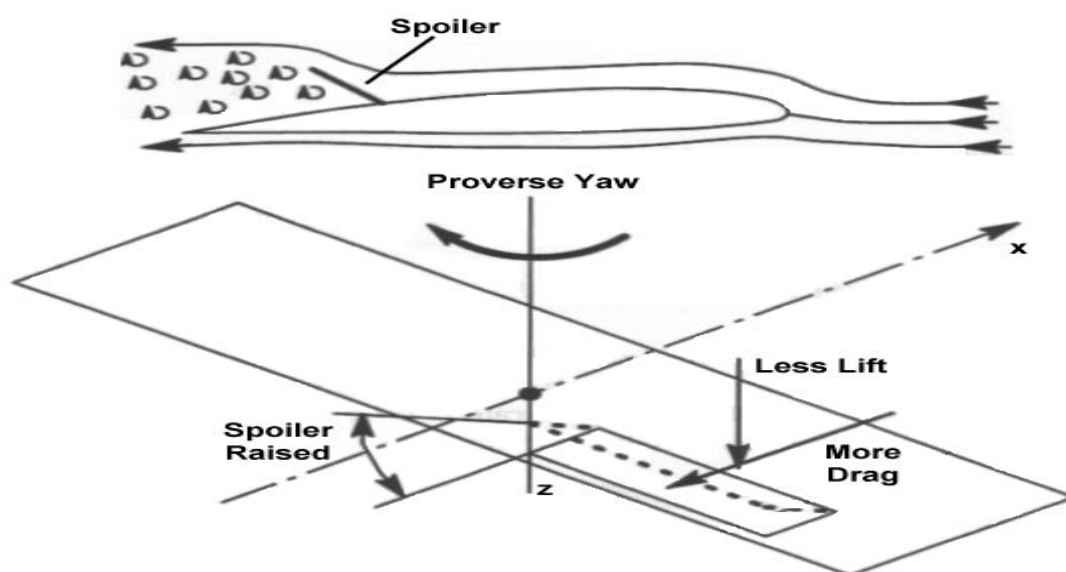
1 Εισαγωγή

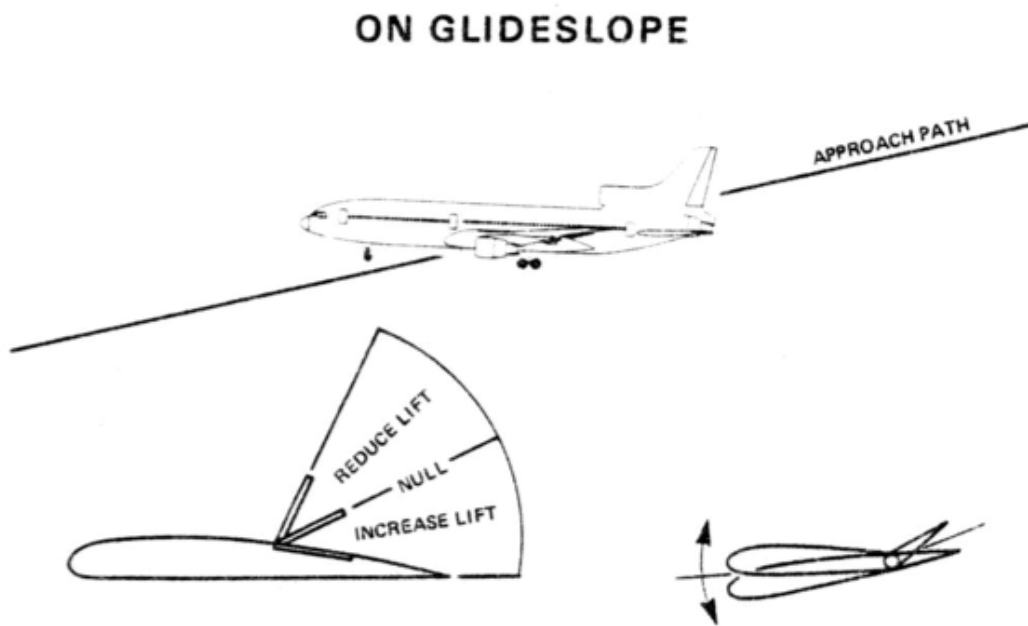
Στην αεροναυτική, το σπόιλερ (μερικές φορές ονομάζεται αερόφρενο ή μειωτήρας άνωσης) είναι μια συσκευή που έχει ως σκοπό την μείωση της άνωσης σε ένα αερολάνο. Τα αερόφρενα είναι πλάκες στην πάνω επιφάνεια μιας πτέρυγας, τα οποία μπορούν να προεκταθούν προς τα επάνω στην ροή του αέρα και να την «χαλάσουν». Κάνοντας αυτό, τα αερόφρενα δημιουργούν μια προσεκτικά ελεγχόμενη απώλεια στήριξης στο τμήμα της πτέρυγας πίσω από αυτά, μειώνοντας την άνωση στο συγκεκριμένο τμήμα της πτέρυγας. Τα σπόιλερ διαφέρουν από τα αερόφρενα στο γεγονός ότι τα αερόφρενα σχεδιάζονται έτσι ώστε να αυξήσουν την οπισθέλκουσα κάνοντας μικρή αλλαγή στην άνωση, ενώ τα σπόιλερ προκαλούν μεγάλη μείωση στην άνωση κάνοντας μια μέτρια αύξηση στην οπισθέλκουσα.



Σχήμα :Το σπόιλερ (τα σηκωμένα τμήματα) κατά την προσγείωση του [Airbus A321](#).

Τα σπόιλερ χρησιμοποιούνται σε μερικά παλαιότερα ανεμοπλάνα για τον έλεγχο του ρυθμού καθόδου και έτσι επιτυγχάνουν μια ελεγχόμενη προσγείωση στο επιθυμητό σημείο. Ένας αυξημένος ρυθμός καθόδου μπορεί επίσης να επιτευχθεί με το χαμήλωμα της μύτης του αεροπλάνου, αλλά με αυτό τον τρόπο θα είχαμε ως αποτέλεσμα μια υπερβολική ταχύτητας προσγείωσης. Ωστόσο τα σπόιλερ καθιστούν ικανή την προσέγγιση του εδάφους με ασφαλή ταχύτητα για προσγείωση.



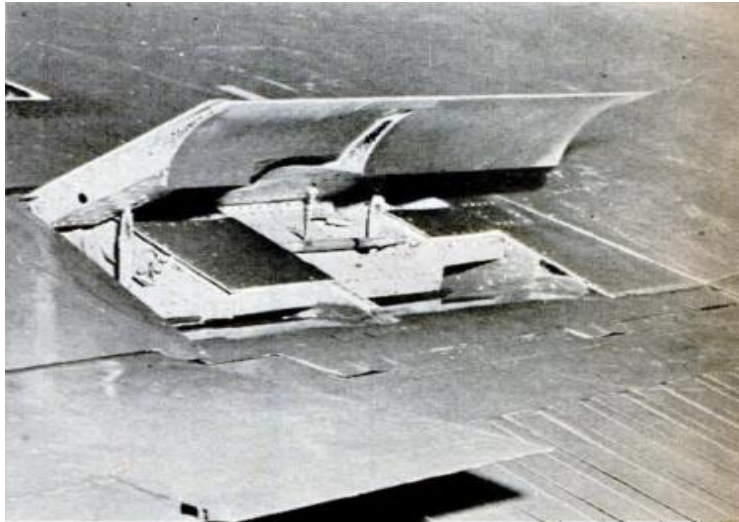


Σχήμα : Η χρήση του σπόιλερ κατά την καθοδική πορεία του αεροπλάνου

Τα επιβατικά και μεταφορικά αεροπλάνα που συνήθως χρησιμοποιούν οι αεροπορικές εταιρίες έχουν επίσης τοποθετημένα σπόιλερ. Τα σπόιλερ μερικές φορές χρησιμοποιούνται κατά την κάθοδο από το ύψος πορείας για να βοηθήσουν το αεροσκάφος στην κάθοδο σε χαμηλότερα ύψη χωρίς αύξηση της ταχύτητας. Η χρήση τους είναι συνήθως περιορισμένη, ωστόσο, επειδή η τυρβώδης ροή που αναπτύσσεται προς τα πίσω δημιουργεί αξιοσημείωτο θόρυβο και καραδασμό, το οποίο μπορεί να προκαλέσει δυσφορία και ταλαιπωρία στους ευαίσθητους επιβάτες. Τα σπόιλερ μπορεί επίσης με διαφορεικό χειρισμό να παρέχουν έλεγχο περιστροφής. Το αεροπλάνο Martin ήταν το πρώτο που ανέπτυξε σπόιλερ για να βοηθήσει τον έλεγχο περιστροφής το 1948. Στην προσγείωση, ωστόσο, τα σπόιλερ χρησιμοποιούνται σχεδόν πάντα σε πλήρη έκταση για να βοηθήσουν στην επιβράδυνση του αεροπλάνου. Η αύξηση της οπισθέλκουσας μορφής που δημιουργείται από τα σπόιλερ βοηθάει απευθείας το φρενάρισμα. Ωστόσο, το αληθινό κέρδος έρχεται όταν τα σπόιλερ προκαλούν μια δραματική πτώση άνωσης και ως εκ τούτου το βάρος του αεροπλάνου μεταφέρεται από τις πτέρυγες στην άτρακτο, επιτρέποντας τους τροχούς να φρενάρουν μηχανικά με πολύ μικρότερη πιθανότητα να ολισθήσουν. Η αντιστροφή της ώσης χρησιμοποιείται επίσης επιπλέον για να βοηθήσει το αεροπλάνο να μειώσει την ταχύτητά του και να προσγειωθεί .

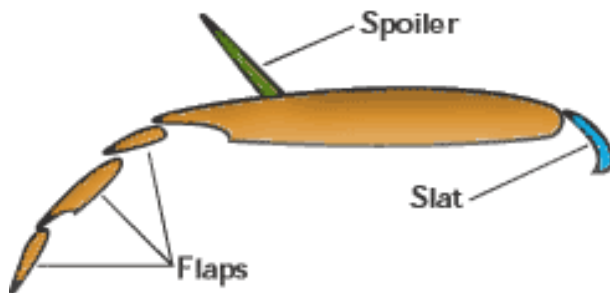


Σχήμα : Το Martin Model 146 κατά την διάρκεια διαγωνισμού c. 1935, USAF photo



Σχήμα : Το σπόιλερ του Martin

Στα αεροπλάνα με αερόψυκτες Μ.Ε.Κ., τα σπόιλερ μπορεί να χρειαστούν για να αποφευχθεί σόκ κατά την ψύξη. Σε μια κάθοδο χωρίς σπόιλερ, η ταχύτητα του αέρα αυξάνεται και η μηχανή θα είναι σε χαμηλό φορτίο, παράγοντας λιγότερη θερμότητα από την κανονική. Η μηχανή μπορεί να ψυχθεί πολύ γρήγορα, καταλήγοντας στο να κολλήσουν οι βαλβίδες, να σπάσουν οι κύλινδροι και άλλα προβλήματα. Τα σπόιλερ ανακουφίζουν την κατάσταση επιτρέποντας το αεροπλάνο να κατέβει με το επιθυμητό ρυθμό την ίδια ώρα που η μηχανή λειτουργεί σε συνθήκες φορτίου που δεν επιτρέπουν στο πάγωμά της.



Κάποια αεροπλάνα χρησιμοποιούν τα σπόιλερ σε συνδυασμό με [aileron](#)s για έλεγχο περιστροφής, πρώτον για να μειώσουν τις δυσμενείς yaw όταν η είσοδος του rudder input είναι περιορισμένη από υψηλότερες ταχύτητες. Για τέτοια σπόιλερ ο όρος [spoileron](#) μερικές φορές χρησιμοποιείται. Στην περίπτωση ενός spoileron, για να είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί σαν επιφάνεια ελέγχου, ανασηκώνεται στην μία πτέρυγα, έτσι μειώνεται η άνοση και αυξάνεται η οπισθέλκουσα, προκαλώντας περιστροφή και yaw.

Εάν σηκωθεί στην μία πτέρυγα μόνο τότε αυτή θα χάσει ύψος, δηλαδή θα «πέσει». Αν τα σπόιλερ ανασηκωθούν συμμετρικά στην πτήση, το αεροπλάνο μπορεί είτε να χαμηλώσει σε επίπεδο πτήσης είτε να πάρει καθοδική πορεία χωρίς μεταβολή στην ταχύτητα.

1.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Η πρώτη εμπειριστατωμένη και πλήρης αναφορά στα σπóιλερ έγινε από τον Woods(1) το 1953. Τότε μπήκαν τα θεμέλια στη θεωρητική αντιμετώπιση των σπóιλερ.

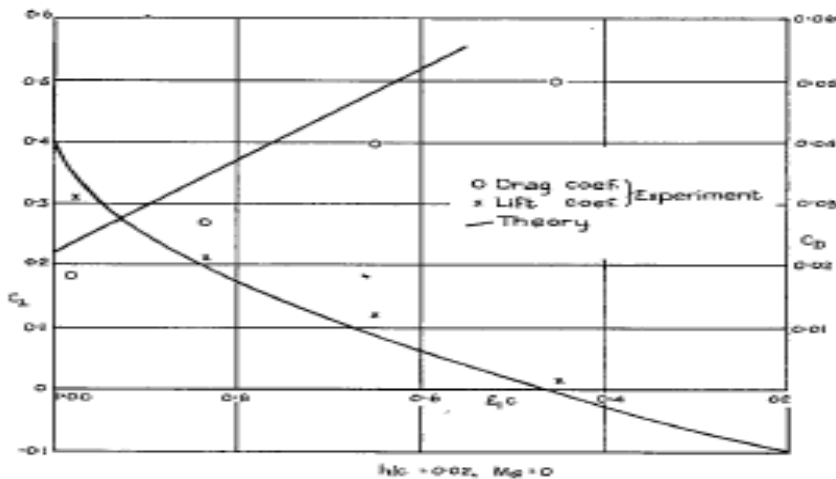


FIG. 10. Variation of C_L and C_D with spoiler position.

Χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα από μια συμμετρική αεροτομή με τοποθετημένο σπóιλερ, όπου το πάχος του οριακού στρώματος στην θέση του αερόφρενου και η πίεση στην αποκολλημένη περιοχή πίσω από το αερόφρενο λήφθηκαν υπ' όψιν .

Αυτές οι εμπειρικές εκτιμήσεις ταυτίστηκαν με τα πειραματικά δεδομένα για μεγάλο εύρος γωνιών προσβολής της αεροτομής. Από την στιγμή που αλλαγή στην γωνία προσβολής της αεροτομής είναι παρόμοια με πολλούς τρόπους με την αλλαγή σχήματος της αεροτομής φάνηκε ότι η θεωρία θα είχε ισχύ σε μεγάλο εύρος αεροτομών.

Περαιτέρω πειράματα που έγιναν σε αεροτομές με σημαντικά διαφορετικό σχήμα επιβεβαίωσαν την συμφωνία μεταξύ πειραμάτων και θεωρίας.

Μια περιορισμένη σειρά πειραμάτων έγινε σε αερόφρενα με περιορισμένο εκπέτασμα της αρχικής αεροτομής. Για αερόφρενα με εκπέτασμα μεγαλύτερα από 80% της χορδής της αεροτομής βρέθηκε ότι η άνωση και η ροπή στρέψης μπορούν να συσχετισθούν περίπου με τους δικούς τους λόγω των 2D αερόφρενων .

Λίγο μετά , το 1966, έγινε η δεύτερη θεωρητική παρουσίαση των σπóιλερ από τον Barnes (2) που έκανε μια εξαιρετική δουλειά και βελτίωσε αρκετά την θεωρία των σπóιλερ. Χρησιμοποίησε μεγάλο εύρος πειραματικών δεδομένων που έκανε για να συμπληρώσει την υπάρχουσα θεωρία.

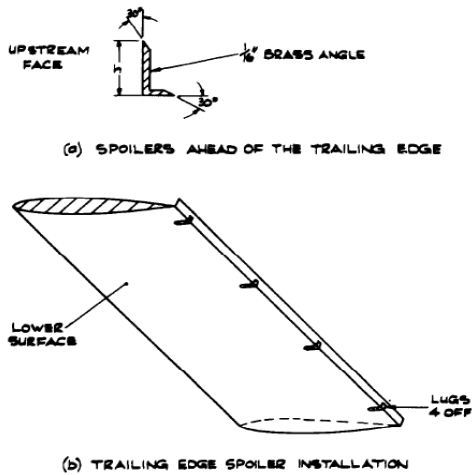


FIG. 3. GEOMETRY OF SPOILERS ON AEROFOILS

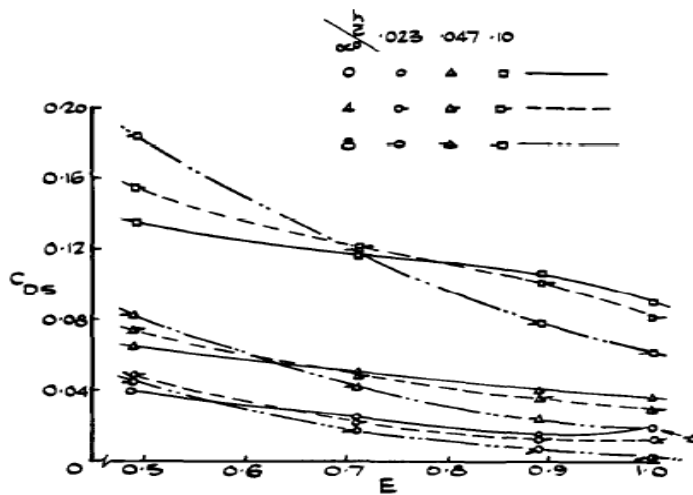


FIG. 25. DEPENDENCE ON α AND E OF THE INCREMENTAL DRAG COEFFICIENTS DUE TO TWO-DIMENSIONAL SPOILERS ON AN RAE 102 AEROFOIL

Επόμενη προσέγγιση ήταν από τον Tarek Jandali (3) το 1970. Η τότε ανάπτυξη των VSTOL αεροπλάνων αναθέρμανε το ενδιαφέρον για την χρήση των σπόιλερ και έγινε ευρύτατη διερεύνηση ιδίως στις αεροτομές Joukowski και Clark Y.

CLARK Y AIRFOIL
14% THICK
(MODIFIED TRAILING EDGE)

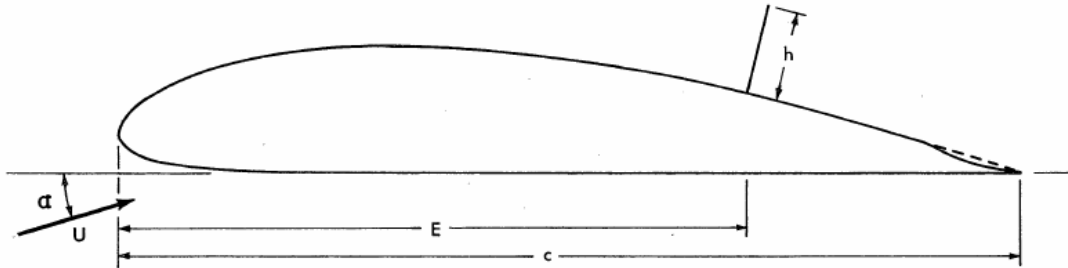


Figure 5. Clark Y Airfoil with Spoiler.

1.2 Δομή της διπλωματικής εργασίας

Τα δύο πρώτα κεφάλαια.

Στο 2^ο κεφάλαιο περιγράφεται ο

Το 3^ο κεφάλαιο είναι.

Στο 4^ο κεφάλαιο γίνεται μονοδιάστατη ανάλυση

Στο 5^ο κεφάλαιο γίνεται μία προσπάθεια

2 Το Πεδίο Ροής Ασυμπύεστου Μη Συνεκτικού Ρευστού

2.1 Θεωρία των σωμάτων με πάχος

Εφαρμόζοντας το γενικευμένο θεώρημα διαχωρισμού ταχυτήτων του Helmholtz το πεδίο ροής εκφράζεται ως άθροισμα ενός αστρόβιλου και ενός στροβιλού πεδίου ροής. Η μέθοδος των συνοριακών στοιχείων συνδυάζεται με τη μέθοδο των στοιχείων στροβιλότητας για την αναπαράσταση των σωμάτων και των φύλλων στροβιλότητας που εκφεύγουν από αυτά. Σύμφωνα με το θεώρημα Green, η διαταραχή που εισάγεται στη ροή από την παρουσία στερεών σωμάτων, περιγράφεται από το βαθμωτό δυναμικό $\Phi(x)$ ενός αστρόβιλου πεδίου ροής, που ικανοποιεί την εξίσωση Laplace και προκύπτει με την τοποθέτηση διανομών κατάλληλων ιδιομορφιών (πηγών, διπόλων) στην πραγματική επιφάνεια των σωμάτων. Στο στροβιλό τμήμα του πεδίου ροής είναι δυνατόν να συμπεριληφθεί τόσο η ελεύθερη στροβιλότητα που εκφεύγει από τα ανωστικά σώματα (ως συνέπεια του θεωρήματος διατήρησης της κυκλοφορίας του Kelvin) όσο και η στροβιλότητα που υπάρχει στο επερχόμενο πεδίο ροής και που μπορεί να προέρχεται από προπορευόμενα σώματα.

Σύμφωνα με τη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων, οι εξισώσεις του προβλήματος επιλύονται στο συνοριακό πλέγμα της εξωτερικής επιφάνειας των σωμάτων και όχι σε ένα χωρικό πλέγμα που καλύπτει όλο το πεδίο ροής (όπως συμβαίνει στις πλεγματικές μεθόδους που επιλύουν τις εξισώσεις Euler και Navier-Stokes). Οι εξισώσεις που περιγράφουν τη ροή στα προβλήματα που θα μας απασχολήσουν είναι μη γραμμικές συμπεριλαμβάνοντας και μη μόνιμους όρους. Στα στερεά σώματα ικανοποιείται η κινηματική συνθήκη μη εισχώρησης της ταχύτητας. Επιπλέον στα ανωστικά σώματα ικανοποιείται και η δυναμική συνθήκη εξίσωσης των πιέσεων στην ακμή εκφυγής. Με τις εξισώσεις αυτές υπολογίζονται οι εντάσεις των διανομών ιδιομορφιών (πηγών, διπόλων) στα σώματα. Κύριο ρόλο στην αλληλεπίδραση μεταξύ των σωμάτων έχει η στροβιλότητα του ομόρρου των ανωστικών σωμάτων που μπορεί να προσπίπτει σε σώματα που ακολουθούν. Η διαχείριση των φύλλων στροβιλότητας γίνεται μέσω της αναπαράστασής τους με ελεύθερα στοιχεία στροβιλότητας, που καθώς δεν προαπαιτεί την ύπαρξη συνδετικής δομής, διευκολύνει κατά πολύ τους υπολογισμούς, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις πρόσπτωσης της στροβιλότητας σε στερεά σώματα. Η χρονική και χωρική εξέλιξη της στροβιλότητας ικανοποιεί τις εξισώσεις του Helmholtz, που συμπεριλαμβάνουν και μία μη γραμμική εξίσωση μεταφοράς με όρους διάδοσης, παραμόρφωσης και διάχυσης. Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων προκύπτουν οι άγνωστες εντάσεις των διανομών πηγών και διπόλων και είναι δυνατός ο άμεσος υπολογισμός του πεδίου ταχυτήτων. Ο υπολογισμός των πιέσεων στα στερεά όρια είναι ένα πρόβλημα

πλήρως αποσυζευγμένο από τον υπολογισμό του πεδίου ροής και γίνεται με ολοκλήρωση της απόκλισης των εξισώσεων ορμής.

Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει ένα ευέλικτο αριθμητικό σχήμα που μπορεί να επιλύει, με ικανοποιητική ακρίβεια και σημαντική οικονομία σε χρόνο και μνήμη H/Y, προβλήματα μόνιμης και μη μόνιμης ροής σε περιπτώσεις σωμάτων που είναι ανωστικά, ή μη ανωστικά και μπορούν να κινούνται ανεξάρτητα και να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Προβλήματα που εξετάζονται αφορούν την πρόλεξη της ροής και των φορτίων σε πτέρυγες και δρομείς διαφόρων τύπων, όπως για παράδειγμα σε δρομέα ανεμοκινητήρα, ή ελικοπτέρου αλλά και σε έλικα πλοίου.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα επιμέρους θεωρητικά εργαλεία και καταστρώνεται το σύστημα των εξισώσεων του προβλήματος.

2.2 Αναπαράσταση φύλλου στροβιλότητας

Κάθε κινούμενη ή μη επιφάνεια S_w , που παρουσιάζει ασυνέχεια της εφαπτομενικής ταχύτητας, σε πεδίο ροής ασυμπύεστου μη συνεκτικού ρευστού, ονομάζεται φύλλο στροβιλότητας και ουσιαστικά αποτελεί το φυσικό ανάλογο των στρωμάτων διάτμησης.

Στην περίπτωση της ροής μη συνεκτικού ρευστού γύρω από ένα τρισδιάστατο ανωστικό σώμα επιβάλλεται ο ορισμός μίας γραμμής στο στερεό σύνορό του (της ακμής εκφυγής), από όπου θα εκφεύγει ένα επιφανειακό φύλλο στροβιλότητας (ο ομόρρους του), με ασυνέχεια (πήδημα) της εφαπτομενικής ταχύτητας επομένως και του δυναμικού. Η ύπαρξη μίας επιφάνειας ασυνέχειας του δυναμικού είναι ισοδύναμη με την ύπαρξη επιφανειακής διανομής διπόλων και είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την ανάπτυξη κυκλοφορίας, συνεπώς και άνωσης.

Εξ'ορισμού, το φύλλο στροβιλότητας είναι μία κινούμενη επιφάνεια S_w με ασυνέχεια (πήδημα) ταχύτητας $\mathcal{G}_{\mathbb{R}}^{\mathbb{V}}(\mathbb{V}_{x_w}^{\mathbb{V}})$ στην τυχαία θέση $x_w^{\mathbb{V}} \in S_w$. Η πλέον συνηθισμένη περίπτωση, που έχει άμεση σχέση με ρευστομηχανικές εφαρμογές, είναι αυτή ενός δυναμικού φύλλου στροβιλότητας που παράγεται ως επιφάνεια ασυνέχειας δυναμικού (ή ισοδύναμα ως μία διανομή διπόλων) και μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά ως εξής:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\mathbb{R}}^{\mathbb{V}}(\mathbb{V}_{x_w}^{\mathbb{V}}) \cdot \mathbb{V}(x_w^{\mathbb{V}}) &= 0, \quad x_w^{\mathbb{V}} \in S_w \\ \mathbb{V}(x_w^{\mathbb{V}}) &= \mathbb{V}(x_w^{\mathbb{V}}) \times \mathcal{G}_{\mathbb{R}}^{\mathbb{V}}(\mathbb{V}_{x_w}^{\mathbb{V}}) \end{aligned} \quad (1.1)$$

όπου $\mathbb{V}(x_w^{\mathbb{V}})$ το κάθετο διάνυσμα στο σημείο $x_w^{\mathbb{V}}$ της επιφάνειας S_w και $\mathcal{G}_{\mathbb{R}}^{\mathbb{V}}(\mathbb{V}_{x_w}^{\mathbb{V}})$ η ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας στην ίδια θέση.

Σε κάθε σημείο $x_w^{\mathbb{V}}$ του φύλλου στροβιλότητας S_w ισχύει:

$$\frac{dx_w^{\mathbb{V}}}{dt} = \mathbb{V}(x_w^{\mathbb{V}}; t) \quad (1.2)$$

$$\mathcal{S}^{\mathbb{P}}(\mathbb{V}_{x_w^{\mathbb{V}}}) = 0 \quad (1.3)$$

όπου $\dot{u}^V(x_w; t)$ είναι η μέση ταχύτητα μεταφοράς του φύλλου στροβιλότητας και $\mathcal{S}^V(x_w)$ είναι η ασυνέχεια (το πήδημα) της πίεσης στην θέση x_w .

Η σχέση (1.2) είναι η κινηματική εξίσωση του ομόρρου που καθορίζει τη χρονική εξέλιξη της γεωμετρίας του. Η (1.3) είναι η δυναμική εξίσωση του ομόρρου που εξισώνει την πίεση της επάνω και της κάτω πλευράς σε κάθε σημείο του φύλλου στροβιλότητας και ουσιαστικά ρυθμίζει την χρονική εξέλιξη της έντασης της στροβιλότητας σε αυτό.

Σύμφωνα με το θεώρημα του Helmholtz το πεδίο ταχύτητας ασυμπύεστου μη συνεκτικού ρευστού μπορεί να γραφεί ως:

$$\dot{u}^V(x, t) = \nabla \Phi(x, t) + \dot{u}_\omega^V(x, t) \quad (1.4)$$

Στην περίπτωση ροής γύρω από ανωστικό σώμα ο όρος $\nabla \Phi(x, t)$ είναι δυνατόν να συμπεριλάβει και την συνεισφορά της αποβαλλόμενης στροβιλότητας αυτού του σώματος που μπορεί να διανέμεται ως ένα ελεύθερο φύλλο στροβιλότητας. Έτσι προκύπτει η δυναμική (potential) θεώρηση του φύλλου στροβιλότητας, σύμφωνα με την οποία ο ομόρρος αναπαρίσταται από μία επιφάνεια ασυνέχειας του δυναμικού κατασκευασμένη από πλέγμα δινοσωλήνων.

Όμως, καθώς η γεωμετρία του ομόρρου δεν είναι δεδομένη και προκύπτει από την (1.2), αυτή η θεώρηση είναι δυνατόν να παρουσιάσει αριθμητικές αστάθειες, ιδιαίτερα σε περιοχές αναδίπλωσης του φύλλου στροβιλότητας, που είναι δυνατόν να αντιμετωπιστούν εάν αυτό αναπαρασταθεί μέσω του δεύτερου όρου της (1.4). Με τον τρόπο αυτό ορίζεται η θεωρητικά ισοδύναμη στροβιλή (vortex) εκδοχή του φύλλου στροβιλότητας, που εισάγει τον ομόρρο ως περιοχή γενικευμένης στροβιλότητας. Στην περίπτωση αυτή ο ομόρρος απαρτίζεται από ένα σύνολο στοιχείων στροβιλότητας από τις θέσεις των οποίων προκύπτει η γεωμετρία του.

2.3 Η δυναμική θεώρηση του Φύλλου Στροβιλότητας

Η δυναμική αναπαράσταση του φύλλου στροβιλότητας γίνεται με τη θεώρηση πλέγματος ευθύγραμμων δινοσωλήνων, με ένταση μ_w που προκύπτει από την εφαρμογή του θεωρήματος διατήρησης της κυκλοφορίας του Kelvin και γεωμετρία x_w^V όπως αυτή προκύπτει από την κινηματική συνθήκη (1.2).

Με αυτά τα δεδομένα υπολογίζονται το δυναμικό $\Phi_w(x_o; t)$ και η ταχύτητα $\dot{u}_w^V(x_o; t)$ που το φύλλο στροβιλότητας επάγει σε σημείο του χώρου $x_o^V \in D$ (Hess 1972):

$$\Phi_w(x_o; t) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} \mu_w(x_w; t) \frac{\dot{v}_w^V(x_w) \cdot (x_o^V - x_w^V)}{|x_o^V - x_w^V|^3} dS_w(x_w) \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \dot{u}_w^{\mathbb{V}}(x_o^{\mathbb{V}};t) &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} \{ \nabla \mu_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}};t) \times v_w^{\mathbb{V}}(x) \} \times \frac{x_o^{\mathbb{V}} - x_w^{\mathbb{V}}}{|x_o^{\mathbb{V}} - x_w^{\mathbb{V}}|^3} dS_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}}) \\ &+ \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S_w} \mu_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}};t) \frac{dl_w^{\mathbb{V}} \times (x_o^{\mathbb{V}} - x_w^{\mathbb{V}})}{|x_o^{\mathbb{V}} - x_w^{\mathbb{V}}|^3} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Στην παραπάνω σχέση διακρίνουμε δύο όρους, έναν επιφανειακό και έναν επικαμπύλιο. Εάν τεθεί:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}(x;t) &= \delta_{S_w}^{\mathbb{V}}(x - x_w^{\mathbb{V}}) \cdot \{ \nabla \mu_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}};t) \times v_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}};t) \} \\ &+ \delta_{\partial S_w}^{\mathbb{V}}(x - x_w^{\mathbb{V}}) \mu_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}};t) \dot{t}_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}};t) \end{aligned} \quad (1.7)$$

όπου $\dot{t}_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}};t)$ το εφαπτομενικό μοναδιαίο διάνυσμα στο σύνορο $\partial S_w(t) = (C_s) \cup (C_o)$ και $\delta_{S_w}^{\mathbb{V}}(x - x_w^{\mathbb{V}})$, $\delta_{\partial S_w}^{\mathbb{V}}(x - x_w^{\mathbb{V}})$ συναρτήσεις Dirac ορισμένες αποκλειστικά στην S_w και στο σύνορο ∂S_w αυτής αντίστοιχα, τότε η (1.6) γράφεται:

$$\dot{u}_w^{\mathbb{V}}(x_o^{\mathbb{V}};t) = \frac{1}{4\pi} \int_D \frac{\dot{\omega}(x;t) \times (x_o^{\mathbb{V}} - x)}{|x_o^{\mathbb{V}} - x|^3} dx \quad (1.8)$$

Η (1.7) ορίζει την γενικευμένη στροβιλότητα που αποδεικνύεται, ότι όχι μόνο κινηματικά αλλά και δυναμικά συμπεριφέρεται όπως η χωρική στροβιλότητα.

2.4 Ο Ομόρρους ως Φύλλο Στροβιλότητας

Η εμφάνιση άνωσης ισοδυναμεί με την κατανομή κυκλοφορίας στο πρόβλημα της ροής μη συνεκτικού ρευστού γύρω από ανωστικό σώμα. Όπως προαναφέρθηκε, στα πλαίσια της θεώρησης μη συνεκτικού ρευστού επιβάλλεται ο ορισμός επιφανειών που εκφεύγουν από το στερεό σύνορο του σώματος και παρουσιάζουν ασυνέχεια (πήδημα) στην εφαπτομενική ταχύτητα, συνεπώς και στο δυναμικό, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη κυκλοφορίας γύρω από μία κλειστή καμπύλη που περικλείει το σώμα. Αυτή η επιφάνεια ασυνέχειας του δυναμικού είναι ο ομόρρους της πτέρυγας και αποτελεί το μη συνεκτικό ανάλογο ενός στρώματος διάτμησης.

Τη χρονική στιγμή t σε μία τομή της πτέρυγας, η ασυνέχεια του δυναμικού στον ομόρρου στην ακμή εκφυγής, μεταξύ της κάτω πλευράς (υπερπίεσης/pressure side, δείκτης "-") και της επάνω πλευράς (υποπίεσης/suction side, δείκτης "+") θα ισούται με την κυκλοφορία γύρω από την πτέρυγα σε αυτή την τομή:

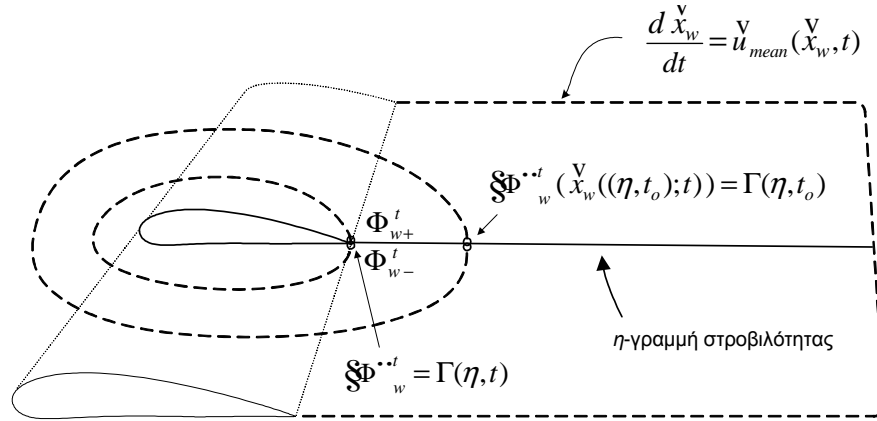
$$\mathfrak{S}\Phi_w^{\bullet\bullet t} = \Phi_{w+}^t - \Phi_{w-}^t = \Gamma^t \quad (1.9)$$

Η ένταση της διαφοράς (του πηδήματος) δυναμικού $\mathfrak{S}\Phi_w^{\bullet\bullet}(x_w^{\mathbb{V}})$ καθορίζει την ένταση δινωσωλήνα $\mu_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}})$ στο υλικό σημείο $x_w^{\mathbb{V}} \in S_w$ του ομόρρου:

$$\mu_w^{\mathbb{V}}(x_w^{\mathbb{V}}) = -\mathfrak{S}\Phi_w^{\bullet\bullet}(x_w^{\mathbb{V}}) = -(\Phi_w^+ - \Phi_w^-), \quad x_w^{\mathbb{V}} \in S_w \quad (1.10)$$

ενώ η θέση $\overset{V}{x}_w \in S_w$ ενός υλικού σημείου του ομόρρου θα καθορίζεται από την μέση ταχύτητα (που σαφώς έχει μόνο εφαπτομενική συνιστώσα):

$$\frac{d\overset{V}{x}_w}{dt} = \frac{1}{2} \{ \overset{V}{u}^+ (\overset{V}{x}_w, t) + \overset{V}{u}^- (\overset{V}{x}_w, t) \} = \overset{V}{u}_{mean} (\overset{V}{x}_w, t) \quad (1.11)$$



Η ασυνέχεια δυναμικού και η αρχή διατήρησης της κυκλοφορίας του Kelvin

Η ασυνέχεια του δυναμικού κατά μήκος της ακμής εκφυγής του ανωστικού σώματος επεκτείνεται στη συνέχεια σε επιφάνεια, που αποτελεί τον ομόρρου του σώματος, με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιεί το θεώρημα του Kelvin περί υλικής διατήρησης της κυκλοφορίας. Η αρχή διατήρησης της κυκλοφορίας του Kelvin επιβάλλει την υλική διατήρηση της κυκλοφορίας κατά μήκος των αποβαλλόμενων γραμμών στροβιλότητας. Αυτό σημαίνει ότι η ένταση της διανομής διπόλων που μεταφέρεται με ένα υλικό σημείο κατά μήκος μίας γραμμής στροβιλότητας συντηρεί τη ένταση που είχε αυτό το υλικό σημείο κατά την εκπομπή του από την ακμή εκφυγής. Έτσι τη χρονική στιγμή t το υλικό σημείο $\overset{V}{x}_w((\eta, t_o); t)$, που αποβλήθηκε τη στιγμή t_o από την η -γραμμή στροβιλότητας, θα έχει ένταση $\mathcal{S}\mathcal{P}^{\bullet t}_w(\overset{V}{x}_w((\eta, t_o); t))$ ίση με την ένταση που είχε η κυκλοφορία $\Gamma(\eta, t_o)$ στην η -γραμμή στροβιλότητας τη στιγμή t_o :

$$\mathcal{S}\mathcal{P}^{\bullet t}_w(\overset{V}{x}_w((\eta, t_o); t)) = \Gamma(\eta, t_o) \quad (1.12)$$

Η συνθήκη Kutta-Joukowski επιβάλλει τη συνέχεια των πιέσεων στην ακμή εκφυγής της πτέρυγας καθώς το ασυμπίεστο ρευστό δεν μπορεί να παραλάβει ορθές τάσεις:

$$P^+ = P^- \Rightarrow \mathcal{S}\mathcal{P}^{\bullet \bullet} = 0 \quad (1.13)$$

Αποτελεί τη δυναμική συνθήκη του προβλήματος και μαζί με την κινηματική συνθήκη μη εισχώρησης ορίζουν πλήρως ένα σύστημα τόσων εξισώσεων όσες είναι και οι εντάσεις των αγνώστων διανομών πηγών και διπόλων. Η συνθήκη μηδενισμού του πηδήματος της πίεσης καθορίζει ποσοτικά τη στροβιλότητα που αποβάλλεται στον ομόρρου της πτέρυγας ή ισοδύναμα την κυκλοφορία πάνω σε αυτή. Είναι μη

γραμμική συνθήκη λόγω της ύπαρξης του τετραγωνικού όρου της ταχύτητας στο όρο της κινητικής ενέργειας στην εξίσωση Bernoulli. Αποτέλεσμα είναι το πρόβλημα να μετατρέπεται σε μη γραμμικό (σε αντίθεση με το διδιάστατο πρόβλημα όπου η αντίστοιχη συνθήκη είναι γραμμική) .

Η δυναμική συνθήκη μηδενισμού των πιέσεων στον ομόρρο βρίσκεται σε απόλυτη συμφωνία με το θεώρημα διατήρησης της κυκλοφορίας του Kelvin. Πράγματι σύμφωνα με το θεώρημα του Kelvin θα πρέπει :

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot (\nabla \Gamma) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{S}^{\Phi^*}(x_w; t)}{\partial t} + \mathbf{u}(x_w; t) \cdot (\nabla \mathcal{S}^{\Phi^*}(x_w; t)) \quad (1.14)$$

όπου θεωρώντας ότι η ταχύτητα στον ομόρρο είναι ουσιαστικά η μέση ταχύτητα της πάνω και κάτω πλευράς , θα έχουμε :

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{S}^{\Phi^*}(x_w; t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \{ \mathbf{u}^+(x_w; t) + \mathbf{u}^-(x_w; t) \} \cdot \{ \mathbf{u}^+(x_w; t) - \mathbf{u}^-(x_w; t) \} \quad (1.15)$$

και κάνοντας πράξεις :

$$\frac{\partial \Phi^+(x_w; t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^{+2}(x_w; t) = \frac{\partial \Phi^-(x_w; t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^{-2}(x_w; t) \Rightarrow \quad (1.16)$$

$$\frac{P^+}{\rho} = \frac{P^-}{\rho} \Rightarrow \frac{\mathcal{S}^{\Phi^*}}{\rho} = 0 \Rightarrow \mathcal{S}^{\Phi^*} = 0$$

δηλαδή το θεώρημα του Kelvin ισοδυναμεί με τη συνθήκη του μηδενισμού των πιέσεων στον ομόρρο της πτέρυγας με την προϋπόθεση ότι η ταχύτητα υπολογίζεται ως ο μέσος όρος της ταχύτητας στην πάνω και κάτω πλευρά του φύλλου στροβιλότητας, γεγονός που επιβεβαιώνει την εξίσωση (1.11).

2.5 Οι Βασικές Εξισώσεις του Προβλήματος

Το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz εξασφαλίζει ότι οποιοδήποτε πεδίο ταχύτητας γράφεται στην μορφή

$$\mathbf{u}^{\vee}(x, t) = \nabla \Phi(x, t) + \mathbf{u}_{\omega}^{\vee}(x, t) + \mathbf{U}_{\infty}^{\vee}(t) \quad (1.17)$$

όπου: $\mathbf{U}_{\infty}^{\vee}(t)$ η ταχύτητα του ρευστού στο άπειρο, $\Phi(x, t)$ είναι το βαθμωτό δυναμικό του αστρόβιλου πεδίου ροής και $\mathbf{u}_{\omega}^{\vee}(x, t)$ η επαγόμενη ταχύτητα από το γενικευμένο πεδίο χωρικά διανεμημένης στροβιλότητας $\mathbf{\omega}^{\vee}(x, t)$, τέτοια ώστε:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \Phi(x, t) &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{u}_{\omega}^{\vee}(x, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

Από τις (1.17) και (1.18) προκύπτει ότι:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{\vee}(x, t) = \nabla^2 \Phi(x, t) = \Delta \Phi(x, t) \quad (1.19)$$

$$\nabla \times \mathbf{u}^{\vee}(x, t) = \nabla \times \mathbf{u}_{\omega}^{\vee}(x, t) = \mathbf{\omega}^{\vee}(x, t) \quad (1.20)$$

όπου: $\omega^{\vee}(\vec{x}, t)$ η στροβιλότητα και $\Delta\Phi^{\vee}(\vec{x}, t)$ ο ρυθμός μεταβολής του όγκου.

Θεωρώντας ροή ασυμπίεστη² με στερεά σύνορα επιφανείας S_i , $S = \cup_i S_i$ τότε από την (1.19) προκύπτει η εξίσωση Laplace:

$$\nabla^2\Phi^{\vee}(\vec{x}, t) = 0 \quad (1.21)$$

Επείτα χρησιμοποιώντας την μικτή διατύπωση πηγών-διπόλων

$$\nabla^2\Phi_{\mu} = 0 \quad \text{και} \quad \nabla^2\Phi_{\sigma} = 0 \quad (1.22)$$

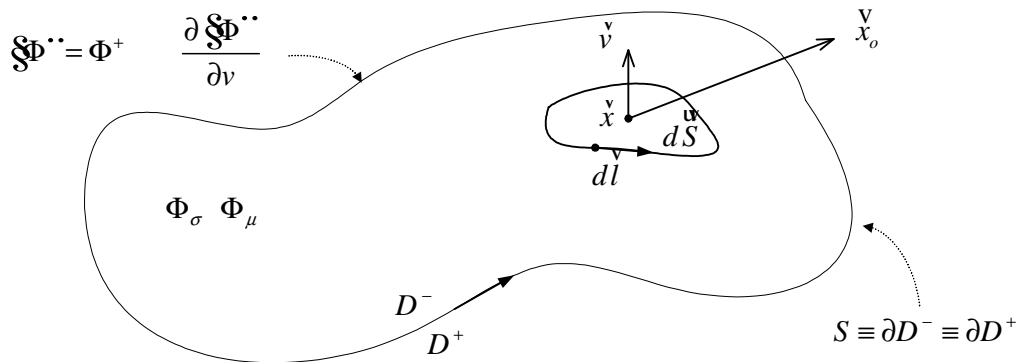
Λόγω της γραμμικότητας του τελεστή $\nabla^2(\cdot)$, η συνάρτηση $\Phi_{\sigma,\mu} = \Phi_{\mu} + \Phi_{\sigma}$ θα ικανοποιεί επίσης την εξίσωση του πεδίου ροής (δηλαδή την εξίσωση Laplace) και θα ισχύει:

$$\nabla^2\Phi_{\sigma,\mu} = \nabla^2(\Phi_{\mu} + \Phi_{\sigma}) = \nabla^2\Phi_{\mu} + \nabla^2\Phi_{\sigma} = 0 \quad (1.23)$$

Η αναπαράσταση του δυναμικού για τη μικτή διατύπωση σε σημείο $\vec{x}_o \in D^+$ προκύπτει θέτοντας $\Phi^- \equiv 0$:

$$\Phi_{\sigma,\mu}^+(\vec{x}_o) = \frac{1}{4\pi} \int_S \sigma^{\vee}(\vec{x}) \frac{1}{|\vec{x}_o - \vec{x}|} dS(\vec{x}) - \frac{1}{4\pi} \int_S \mu^{\vee}(\vec{x}) \frac{\vec{v}(\vec{x}) \cdot (\vec{x}_o - \vec{x})}{|\vec{x}_o - \vec{x}|^3} dS(\vec{x}) \quad (1.24)$$

Η ταχύτητα που επάγεται στο $\vec{x}_o \in D^+$ θα προκύπτει



$$\begin{aligned} \nabla\Phi_{\sigma,\mu}^+(\vec{x}_o) = \vec{u}(\vec{x}_o) &= \frac{1}{4\pi} \int_S \sigma^{\vee}(\vec{x}) \frac{\vec{x}_o - \vec{x}}{|\vec{x}_o - \vec{x}|^3} dS(\vec{x}) \\ &+ \frac{1}{4\pi} \int_S \{ \nabla\mu^{\vee}(\vec{x}) \times \vec{v}(\vec{x}) \} \times \frac{\vec{x}_o - \vec{x}}{|\vec{x}_o - \vec{x}|^3} dS(\vec{x}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S} \mu^{\vee}(\vec{x}) \frac{d\vec{l} \times (\vec{x}_o - \vec{x})}{|\vec{x}_o - \vec{x}|^3} \end{aligned} \quad (1.25)$$

Σημειώνεται ότι η θετική φορά διαγραφής του επικαμπυλίου ολοκληρώματος στην παραπάνω εξίσωση είναι η ανθρωπολογιακή, ώστε το κάθετο διάνυσμα να έχει θετική

φορά προς τον εξωτερικό χώρο, ενώ επιπλέον γίνεται η παρατήρηση ότι ο όρος αυτός μηδενίζεται στην περίπτωση μίας κλειστής επιφανείας S .

Στις παραπάνω σχέσεις χρειάζεται να προσδιοριστούν οι δύο διανομές $\sigma(\vec{x})$, $\mu(\vec{x})$ της διατύπωσης. Η κατασκευή της μικτής διατύπωσης μπορεί να συσχετιστεί με το φυσικό πρόβλημα της ροής γύρω από ανωστικό σώμα με πάχος. Σε αυτό το πρόβλημα υπάρχει η δυνατότητα ικανοποίησης της συνθήκης εξίσωσης των πιέσεων στην ακμή εκφυγής που αποτελεί τη δυναμική εξίσωση του προβλήματος που σε συνδυασμό με την κινηματική συνθήκη οδηγεί στον καθορισμό των άγνωστων διανομών. Επειδή όμως η δυναμική συνθήκη στο πρόβλημα της πτέρυγας είναι μη γραμμική, οι εξισώσεις που προσδιορίζουν τις δύο διανομές εμφανίζονται συζευγμένες κατά τρόπο μη γραμμικό. Παρά το γεγονός ότι με τη χρήση της κινηματικής και της δυναμικής συνθήκης επιλύεται πλήρως το πρόβλημα που θέσαμε, μπορεί να αμφισβητηθεί η καλή τοποθέτηση του προβλήματος, αφού η συνέχεια των πιέσεων στον ομόρρου δεν εξασφαλίζεται. Παρόλα αυτά η επαλήθευση της ορθότητας της μεθόδου μπορεί να γίνει με τη σύγκριση των προλέξεων της με πειραματικά δεδομένα. Σε επόμενη παράγραφο, όπου εξετάζεται το πρόβλημα του ανωστικού σώματος με πάχος, θα δούμε αναλυτικά πως υλοποιείται η διατύπωση πηγών-διπόλων, καθώς και το πως προσδιορίζονται οι δύο διανομές.

2.6 Η Ροή Γύρω από Ανωστικά Σώματα με Πάχος

Από τη θεωρία του μη συνεκτικού ρευστού είναι γνωστό ότι η ανάπτυξη άνωσης, συνεπώς και κυκλοφορίας, σε ένα σώμα προϋποθέτει την ύπαρξη μίας επιφάνειας ασυνέχειας του δυναμικού στο πεδίο ροής. Υποχρεωτικά αυτή η επιφάνεια θα αποτελεί επιφάνεια ασυνέχειας των εφαπτομενικών ταχυτήτων. Ο ομόρρους ενός ανωστικού σώματος μπορεί να αναπαρίσταται από μία τέτοια επιφάνεια. Η άνωση μπορεί να εισαχθεί υποχρεωτικά μέσω μίας διανομής διπόλων καθώς μία τέτοια διανομή παρουσιάζει ασυνέχεια τόσο στην ταχύτητα όσο και στο δυναμικό και θα πρέπει απαραίτητα να περιλαμβάνεται στη διατύπωση που θα χρησιμοποιήσουμε.

Μία διανομή πηγών έχει συνεχή εφαπτομενική ταχύτητα στην επιφάνεια στην οποία προφανώς διανέμεται μια συνεχής κατανομή δυναμικού, ενώ παρουσιάζει ασυνέχεια της κάθετης ταχύτητας και συνεπώς ασυνέχεια της κάθετης παραγώγου του δυναμικού πάνω στην επιφάνεια. Μη μηδενική ένταση της διανομής πηγών σημαίνει ότι το ρευστό «διαπερνά» την επιφάνεια με ρυθμό ίσο με την ένταση των πηγών στο εν λόγω σημείο. Με τη διανομή πηγών στην κλειστή επιφάνεια ενός σώματος αναπαριστούμε το πάχος του. Ασυμπτωτικές αναλύσεις δείχνουν ότι το πρόβλημα του «πάχους» μπορεί να αντιμετωπιστεί και με την τοποθέτηση μίας διανομής πηγών στη μέση επιφάνεια του σώματος και με ένταση ανάλογη της κλίσης της συνάρτησης του πάχους του σώματος (Ashley and Landahl 1965). Οπότε, με τον ένα, ή τον άλλο τρόπο, μία διανομή πηγών θα πρέπει να αποτελεί επίσης μέρος της διατύπωσης που θα επιλέξουμε για την επίλυση του προβλήματος.

Τα παραπάνω συνοψίζονται στο συμπέρασμα ότι για την εξέταση της ροής γύρω από ανωστικά σώματα με πάχος απαιτείται ο καθορισμός μίας διατύπωσης που να περιλαμβάνει και τις δύο διανομές πηγών και διπόλων. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον λοιπόν παρουσιάζουν τόσο η άμεση όσο και η μεικτή διατύπωση πηγών-διπόλων με τις

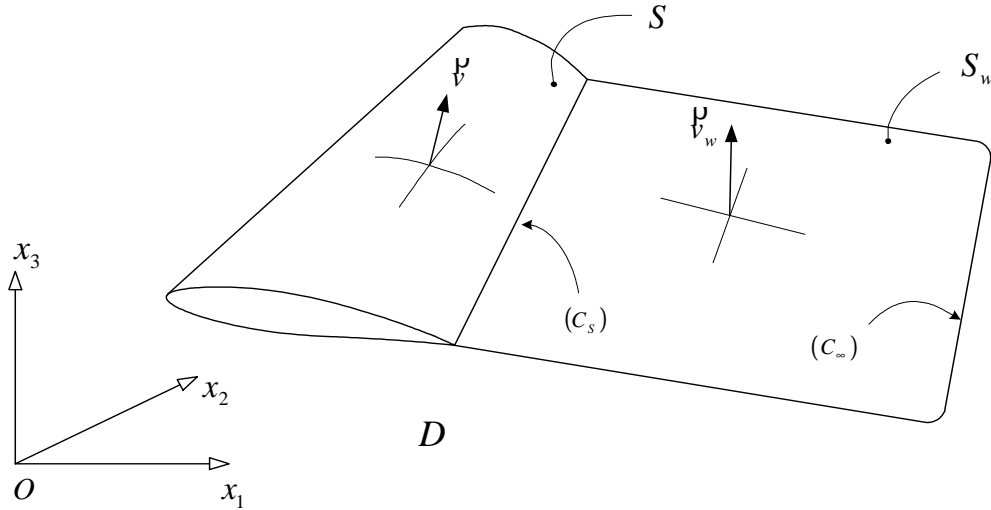
οποίες μπορούν να αντιμετωπιστούν με ενιαίο τρόπο προβλήματα μη ανωστικών και ανωστικών σωμάτων με πάχος και αποβαλλόμενα φύλλα στροβιλότητας³.

Στην περίπτωση της άμεσης διατύπωσης η υπόθεση της τμηματικά σταθερής διανομής δυναμικού οδηγεί στον άμεσο υπολογισμό της διαφοράς δυναμικού και την ικανοποίηση της συνθήκης Kutta-Joukowski ακριβώς επάνω στην ακμή εκφυγής. Στην περίπτωση αυτή το πεδίο ταχυτήτων πάνω στην επιφάνεια του σώματος προκύπτει με την εφαρμογή αριθμητικού σχήματος παραγωγίσισης του δυναμικού, η ακρίβεια του οποίου εξαρτάται από την ποιότητα με την οποία γίνεται η γεωμετρική αναπαράσταση του σώματος. Στην περίπτωση της μικτής διατύπωσης το πεδίο ταχυτήτων προκύπτει με ακρίβεια αφού επιλυθεί το σύστημα που καθορίζει τις άγνωστες εντάσεις των πηγών και των διπόλων, όμως η εφαρμογή της συνθήκης Kelvin γίνεται σε θέση κοντά στην ακμή εκφυγής, καθώς ακριβώς επάνω στην ακμή εκφυγής παρουσιάζεται απειρισμός ταχυτήτων.

Στη σχετική βιβλιογραφία έχει παρουσιαστεί η υλοποίηση της άμεσης διατύπωσης σε συνδυασμό με τη θεωρία στοιχείων στροβιλότητας (Βουτσινάς 1990; Μπέλεσης 1998) σε διάφορα προβλήματα περυγών σε ροή υπό κλίση. Η μέθοδος αυτή υιοθετήθηκε και από την παρούσα εργασία, όμως η ύπαρξη αριθμητικών δυσκολιών⁴ δεν επέτρεψε την εφαρμογή αυτής της μεθόδου σε γενικότερα προβλήματα στρεφόμενων ελίκων και έτσι υιοθετήθηκε η μικτή διατύπωση πηγών-διπόλων.

Μετά την ανάλυση που προηγήθηκε, επανερχόμαστε στο πρόβλημα αναπαράστασης του δυναμικού και του πεδίου ταχυτήτων γύρω από ανωστικά σώματα. Για το σκοπό αυτό θα εφαρμόσουμε το θεώρημα διαχωρισμού των ταχυτήτων του Helmholtz, και τα όσα προαναφέρθηκαν για την μικτή διατύπωση αναπαράστασης του δυναμικού Φ του αστρόβιλου πεδίου ροής και την αναπαράσταση των φύλλων στροβιλότητας.

Θεωρούμε τη ροή που δημιουργεί ανωστικό σώμα κινούμενο σε ασυμπίεστο μη συνεκτικό ρευστό στο χώρο D . Έστω S η εξωτερική επιφάνεια του σώματος, \mathbf{v} το κάθετο διάνυσμα σε αυτήν, S_w η επιφάνεια ασυνέχειας της ταχύτητας, με πήδημα ταχύτητας που συμβολίζεται με \mathcal{S}_w^v και \mathbf{v}_w το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια S_w (0). Θεωρούμε ότι η εξωτερική επιφάνεια του σώματος, καθώς και η επιφάνεια ασυνέχειας ταχύτητας είναι επαρκώς λείες ώστε σε κάθε σημείο τους να υπάρχει μοναδικό κάθετο διάνυσμα με φορά προς τα έξω. Μας ενδιαφέρει η περίπτωση όπου η S_w είναι φύλλο στροβιλότητας και αναπαριστά τον ομόρρου ανωστικού σώματος. Η επιφάνεια S_w έχει όριο $\partial S_w = C_S \cup C_\infty$, όπου C_S η καμπύλη τομής των S και S_w και C_∞ το έπ' άπειρο σύνορο της S_w . Η περίπτωση αυτή είναι συνεπής με το θεώρημα στροβιλότητας του Helmholtz, σύμφωνα με το οποίο οι γραμμές σταθερής στροβιλότητας πρέπει να είναι είτε κλειστές, είτε ανοικτές με άκρα στο άπειρο, ή σε στερεό σύνορο.



Η γεωμετρία του σώματος, του ομόρρου και οι βασικοί συμβολισμοί

Θεωρώντας τη ροή ασυμπέστου μη συνεκτικού ρευστού γύρω από ανωστικό σώμα με φύλλο στροβιλότητας και υιοθετώντας τη διατύπωση πηγών διπόλων, το δυναμικό που επάγεται από το σώμα και τον κοντινό ομόρρου του σε τυχαίο σημείο $\overset{v}{x}_o \in D$ θα υπολογίζεται σύμφωνα με τις (1.24) και (1.5) ως:

$$\begin{aligned} \Phi_{\sigma, \mu}(\overset{r}{x}_o; t) = & -\frac{1}{4\pi} \int_S \sigma(\overset{r}{x}; t) \frac{dS(\overset{r}{x})}{|\overset{r}{x}_o - \overset{r}{x}|} + \frac{1}{4\pi} \int_S \mu(\overset{r}{x}; t) \frac{\overset{r}{v}(\overset{r}{x}) \cdot (\overset{r}{x}_o - \overset{r}{x})}{|\overset{r}{x}_o - \overset{r}{x}|^3} dS(\overset{r}{x}) \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} \mu_w(\overset{r}{x}_w; t) \frac{\overset{r}{v}_w(\overset{r}{x}_w) \cdot (\overset{r}{x}_o - \overset{r}{x}_w)}{|\overset{r}{x}_o - \overset{r}{x}_w|^3} dS_w(\overset{r}{x}) \end{aligned} \quad (1.26)$$

Το συνολικό πεδίο ταχύτητας σε σημείο $\overset{v}{x}_o \in D$ θα αναπαρίσταται αθροίζοντας τις επιμέρους συνιστώσες του: την επί άπειρο ταχύτητα, την επαγόμενη ταχύτητα από τα σώματα (1.25) και τον κοντινό ομόρρου τους (1.6), καθώς και την επαγόμενη ταχύτητα από το χωρικά διανεμημένο πεδίο στροβιλότητας (1.8) στη μορφή:

$$\begin{aligned} \overset{v}{u}(\overset{v}{x}_o; t) = & \overset{v}{U}_\infty(\overset{v}{x}; t) \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_S \sigma(\overset{v}{x}; t) \frac{\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}}{|\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}|^3} dS(\overset{v}{x}) \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_S \{ \nabla \mu(\overset{v}{x}; t) \times \overset{v}{v}(\overset{v}{x}) \} \times \frac{\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}}{|\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}|^3} dS(\overset{v}{x}) + \frac{1}{4\pi} \oint_{\partial S} \overset{r}{N} \mu(\overset{v}{x}; t) \frac{d\overset{r}{l} \times (\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x})}{|\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}|^3} \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} \{ \nabla \mu_w(\overset{v}{x}_w; t) \times \overset{v}{v}_w(\overset{v}{x}_w) \} \times \frac{\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}_w}{|\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}_w|^3} dS_w(\overset{v}{x}) + \frac{1}{4\pi} \oint_{\partial S_w} \overset{r}{N} \mu_w(\overset{v}{x}_w; t) \frac{d\overset{r}{l}_w \times (\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}_w)}{|\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}_w|^3} \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_D \frac{\overset{v}{\omega}(\overset{v}{x}) \times (\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x})}{|\overset{v}{x}_o - \overset{v}{x}|^3} dx \end{aligned} \quad (1.27)$$

Είναι δυνατόν να γίνουν οι ακόλουθες παρατηρήσεις σε αυτόν τον τρόπο αναπαράστασης του πεδίου ταχύτητας:

Στη γενική περίπτωση η ταχύτητα της αδιατάρακτης ροής στο άπειρο \dot{U}_∞ είναι δυνατόν να μεταβάλλεται με το χρόνο, ή να παρουσιάζει διακυμάνσεις στο εσωτερικό του πεδίου D αρκεί να έχει πάντα μηδενική απόκλιση και στροβιλισμό.

Στη γενική περίπτωση η συνεισφορά της ταχύτητας $\dot{u}_\omega(\dot{x})$ μίας χωρικής κατανομής στροβιλότητας μπορεί να συμπεριλαμβάνει και την αποβαλλόμενη στροβιλότητα από σώματα που προηγούνται και που προσπίπτει στο εξεταζόμενο σώμα.

Θεωρώντας ότι το δυναμικό διαταραχής $\Phi(\dot{x})$ αναπαριστά τη συνολική συνεισφορά των σωμάτων και του κοντινού τους ομόρρου, τότε η (1.27) θα γράφεται στη μορφή:

$$\dot{u}(\dot{x}) = \dot{U}_\infty + \nabla\Phi_{\sigma,\mu}(\dot{x}) + \dot{u}_\omega(\dot{x}) \quad (1.28)$$

Στη περίπτωση αυτή η συνοριακή συνθήκη θα έχει την μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial \nu} \Phi(\vec{x}, t) = \vec{v} \cdot \nabla \Phi(\vec{x}, t) = g(\vec{x}, t)$$

που εκφράζει τη συνθήκη μη εισχώρησης, ενώ στο άπειρο :

$$\lim_{\vec{x} \rightarrow \infty} \Phi(\vec{x}, t) = 0 \quad \text{και} \quad \lim_{\vec{x} \rightarrow \infty} \nabla \Phi(\vec{x}, t) = 0$$

όπου \dot{U}_∞ είναι η ταχύτητα της επερχόμενης ροής \dot{V} το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια του σώματος.

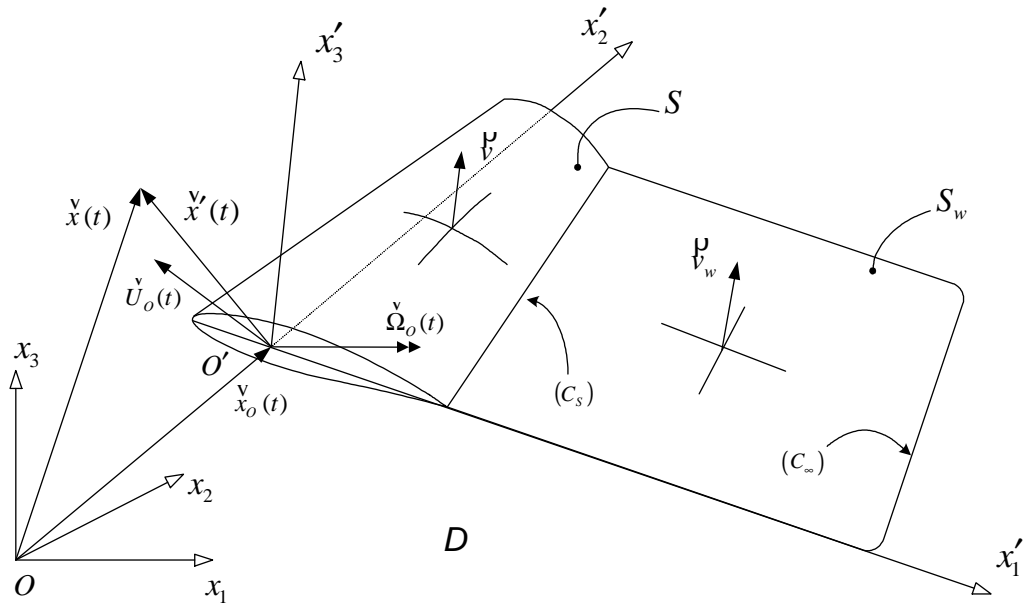
Οι παραπάνω εξισώσεις ορίζουν πλήρως ένα πρόβλημα αστρόβιλου πεδίου ροής με πεδιακή εξίσωση την Laplace. Ικανοποιείται η κινηματική συνθήκη μη εισχώρησης και η απαίτηση της αδιατάρακτης ροής και μηδενισμού του $\nabla\Phi$.

$$\vec{u}(\vec{x}; t) = \vec{U}_\infty(t) + \nabla\Phi(\vec{x}; t) + \vec{u}(\vec{x}; t)$$

Ανάλογα με την κίνηση της πτέρυγας η $g(\dot{x}, t)$, έχει συγκεκριμένη έκφραση. Στην περίπτωση κινούμενου σώματος, με μεταφορική και γωνιακή ταχύτητα $\dot{U}_0(t)$ και $\dot{\Omega}_0(t)$ αντίστοιχα και ταχύτητα ρευστού $\dot{U}_\infty(t)$ στο άπειρο, προκύπτει (Σχήμα 1):

$$g(\vec{x}, t) = (\vec{U}_0(t) + \vec{\Omega}_0(t) \times \vec{x} - \vec{U}_\infty(t)) \cdot \vec{v}$$

Και ενώ το αστρόβιλο τμήμα $\nabla\Phi(\dot{x}, t)$ της $\dot{u}(\dot{x}, t)$ σχετίζεται με την ικανοποίηση των συνοριακών συνθηκών στα στερεά σύνορα, το στροβιλό τμήμα $\dot{u}_\omega(\dot{x}, t)$ σχετίζεται με την δυναμική της ροής, δηλαδή την εμφάνιση κυκλοφορίας και άρα άνωσης στη πτέρυγα και την δημιουργία ομόρρου.



Σχήμα 1: Το αδρανειακό και σωματόδετο συστήματα αναφοράς $O(x_1, x_2, x_3)$ και $O'(x'_1, x'_2, x'_3)$ αντίστοιχα καθώς και οι βασικοί συμβολισμοί στην πτέρυγα και τον ομόρρου της. Σημειώνεται ότι το δυναμικό επιλέγεται ώστε $\nabla\varphi$ ως μέγεθος να δίνει την απόλυτη ταχύτητα διαταραχής και στα δύο συστήματα. Ανάλογα βέβαια με το σύστημα που χρησιμοποιείται οι συνιστώσες της ταχύτητας θα αλλάζουν αλλά το μέτρο θα είναι το ίδιο.

Σχετικά με τον ομόρρου, εισάγεται ως φύλλο στροβιλότητας, δηλαδή μια υλική επιφάνεια $S_w(t)$ που κινείται και παραμορφώνεται μεταφέροντας στροβιλότητα. Πρόκειται για επιφάνεια ασυνέχειας της εφαπτομενικής σε αυτήν ταχύτητας:

$$\left. \begin{aligned} \xi_i^r \cdot \dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{v}_w(\mathbf{x}) &= -\gamma_w(\mathbf{x}) \\ \xi_i^r \cdot \dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{v}_w(\mathbf{x}) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad \mathbf{x} \in S_w$$

Με την πίεση όμως να παραμένει συνεχής.

Το μέγεθος της πίεσης είναι ιδιαίτερα σημαντικό από τεχνολογικής πλευράς στα διάφορα προβλήματα που σχετίζονται με πεδία ροής. Στις διάφορες αριθμητικές μεθόδους επίλυσης των πεδίων ροής η πίεση υπολογίζεται άμεσα. Είτε προκύπτει σαν λύση του προβλήματος, είτε η χρήση Eulerian χωρικού πλέγματος καθιστά τον υπολογισμό της πρωτογενή.

Στην παρούσα μέθοδο ο υπολογισμός των πιέσεων στην επιφάνεια ενός σώματος αποτελεί ένα πρόβλημα που είναι πλήρως αποσυζευγμένο από τον υπολογισμό του πεδίου ροής και απαιτεί την επίλυση μίας ακόμα εξίσωσης που περιέχει την πίεση ως άγνωστο.

Η πίεση μπορεί να γραφεί ως άθροισμα συνεισφορών από το αστρόβιλο και το στροβιλό μέρος της αναπαράστασης ταχυτήτων:

$$p(\mathbf{x};t) = p_\phi(\mathbf{x};t) + p_\omega(\mathbf{x};t) \quad (1.29)$$

Από την ολοκλήρωση της απόκλισης του θεωρήματος της ορμής προκύπτει η εξίσωση Bernoulli για αστρόβιλο πεδίο, που οδηγεί στον υπολογισμό του όρου $p_\Phi(\dot{x};t)$. Ο υπολογισμός είναι εξαιρετικά απλός αλλά χρειάζεται προσοχή στον τρόπο υλοποίησής του. Η ολοκλήρωση της εξίσωσης ορμής ως προς το σχετικό σύστημα αναφοράς, που κινείται με ταχύτητα $\dot{U}_B(\dot{x};t)$, αλλά με βάση τις απόλυτες ταχύτητες δίνει:

$$\frac{\partial \Phi(\dot{x};t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \dot{u}^2(\dot{x};t) + \frac{p_\Phi(\dot{x};t)}{\rho} - \dot{u}(\dot{x};t) \cdot \dot{U}_B(\dot{x};t) = c(t) \quad (1.30)$$

Ισοδύναμα, ως προς την σχετική ταχύτητα $\dot{u}_r(\dot{x};t)$:

$$\dot{u}_r(\dot{x};t) = \dot{u}(\dot{x};t) - \dot{U}_B(\dot{x};t) \quad (1.31)$$

μετά από την εισαγωγή της (1.31) στην (1.30) προκύπτει:

$$\frac{\partial \Phi(\dot{x};t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \dot{u}_r^2(\dot{x};t) + \frac{p_\Phi(\dot{x};t)}{\rho} - \frac{1}{2} \dot{U}_B^2(\dot{x};t) = c(t) \quad (1.32)$$

όπου :

$\Phi(\dot{x};t)$ το συνολικά επαγόμενο δυναμικό του αστρόβιλου πεδίου ροής στη θέση \dot{x} :

$$\Phi(\dot{x};t) = \Phi_\infty(\dot{x};t) + \Phi_{\sigma,\mu}(\dot{x};t) \quad (1.33)$$

$p_\Phi(\dot{x};t)$ η στατική πίεση στη θέση \dot{x} , ρ η πυκνότητα. και $c(t)$ μία σταθερά που προκύπτει από την τιμή της έκφρασης (1.30) ή (1.32) στο άπειρο ($\dot{x} \rightarrow \infty$):

$$c(t) = \frac{\partial \Phi_\infty(t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \dot{U}_\infty^2(t) + \frac{p_\infty(t)}{\rho} - \dot{U}_\infty(t) \cdot \dot{U}_B(t) \quad (1.34)$$

Ο μη μόνιμος όρος δυναμικού στην εξίσωση Bernoulli συμπεριλαμβάνει τις χρονικές μεταβολές που συμβαίνουν στο αστρόβιλο πεδίο (της επερχόμενης ροής και αυτού που αντιστοιχεί στα ιδιόμορφα στοιχεία: τις κατανομές πηγών και διπόλων στα σώματα):

$$\frac{\partial \Phi(\dot{x};t)}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_\infty(t)}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_{\sigma,\mu}(\dot{x};t)}{\partial t} \quad (1.35)$$

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στον τρόπο υπολογισμού αυτών των μεγεθών, που εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς στο οποίο εφαρμόζεται η αντίστοιχη έκφραση για την εξίσωση Bernoulli (1.30) ή (1.32). Μετά την επίλυση του προβλήματος (φ_N) και τον υπολογισμό των παραμέτρων των διανομών των ιδιομορφιών γίνεται ο υπολογισμός των ταχυτήτων $\dot{u}(\dot{x},t)$ στα σημεία του σώματος όπου έχει ικανοποιηθεί η συνθήκη μη εισχώρησης. Σε αυτά τα σημεία επίσης υπολογίζεται και ο ρυθμός μεταβολής του επαγόμενου δυναμικού της συνολικής ροής. Στην περίπτωση της μόνιμης ροής ο όρος $\partial \Phi_\infty(\dot{x};t) / \partial t$ μηδενίζεται, σε κάθε άλλη περίπτωση όμως θα πρέπει να υπολογίζεται σύμφωνα με τα δεδομένα του κάθε προβλήματος. Γνωρίζοντας τις εντάσεις των πηγών και των διπόλων είναι δυνατός ο υπολογισμός των τιμών του δυναμικού $\Phi_\sigma(\dot{x};t)$, $\Phi_\mu(\dot{x};t)$ σε κάθε χρονική

στιγμή, οπότε ο όρος $\partial\Phi_{\sigma,\mu}(\vec{x};t)/\partial t$ υπολογίζεται εύκολα στην περίπτωση του διακριτοποιημένου προβλήματος από τη χρονική μεταβολή τους.

Έχοντας χρησιμοποιήσει την εξίσωση Bernoulli γίνεται ο υπολογισμός του όρου της πίεσης που αντιστοιχεί στο αστρόβιλο μέρος του πεδίου ροής. Εκκρεμεί ο υπολογισμός του όρου που αντιστοιχεί στο στροβιλό μέρος της ροής. Όπως προαναφέρθηκε η πίεση $p_\omega(\vec{x};t)$ που επάγει μία διανομή στροβιλότητας υπολογίζεται σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$\begin{aligned} \frac{p_\omega(\vec{x}_o;t)}{\rho} &= \frac{1}{4\pi} \int_D \frac{\vec{u}_\omega(\vec{x};t) \times \vec{\omega}(\vec{x};t) \cdot (\vec{x}_o - \vec{x})}{(\vec{x}_o - \vec{x})^3} dx, \quad \vec{x}_o \neq \vec{x} \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_j \frac{\vec{u}(\vec{x}_{\Omega_j};t) \times \vec{\Omega}(\vec{x}_{\Omega_j};t) \cdot (\vec{x}_o - \vec{x}_{\Omega_j})}{(\vec{x}_o - \vec{x}_{\Omega_j})^3}, \quad \vec{x}_o \neq \vec{x}_{\Omega_j} \end{aligned} \quad (1.36)$$

Ο υπολογισμός του συντελεστή στατικής πίεσης $c_p(\vec{x};t)$ προκύπτει από την σχέση (1.37), αδιαστατοποιώντας με την κατάλληλη, σε κάθε περίπτωση, πίεση αναφοράς p_{ref} :

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{p_{ref}} \quad (1.37)$$

2.7 Το υπολογιστικό μοντέλο

Σε κάθε σώμα- πάνελ οι πηγές και τα δίπολα είναι κατανομές όπως παρακάτω:

- [s] body type=TypBodyB(nb)=1 τμηματικά σταθερά πηγές σ_ε
- [d] body type=TypBodyB(nb)=2 τμηματικά σταθερά δίπολα μ_ε
- [w] body type=TypBodyB(nb)=3 τμημ. σταθερά πηγές σ_ε και γραμμικά δίπολα μ_ε
- [t] body type=TypBodyB(nb)=4 τμημ. σταθερά πηγές σ_ε και γραμμικά δίπολα μ_ε
- [sp]body type=TypBodyB(nb)=5 ειδικά γραμμικά δίπολα μ_ε

Σε κάθε πάνελ του ομόρρου:

- [d] body type=TypBodyB(nb)=2 τμηματικά σταθερά δίπολα $\mu_{\varepsilon w}$
- [w] body type=TypBodyB(nb)=3,4,5 γραμμικά δίπολα μ_ε

Όλες οι παραπάνω εντάσεις είναι χρονικά μεταβαλλόμενες.

Έτσι , η ταχύτητα που επάγεται από ένα ανωστικό σώμα λαμβάνεται σαν μία άθροιση των συνεισφορών των πλεγμάτων στροβιλότητας (vortex

lattices) που ανταποκρίνονται στα στοιχεία του πλέγματος που χρησιμοποιείται για S_k και S_{Wk} :

\vec{x}_0

Παρατηρήσεις:

1. Σημειώνεται ότι $\sigma_e(t)$, $\vec{\gamma}_e(t) = \nabla \mu_e(t) \times \vec{v}_e(t)$ και $\vec{\gamma}_{sw}(t) = \nabla \mu_{sw}(t) \times \vec{v}_{sw}(t)$, που εμφανίζονται στο όρο επιφάνειας τόσο για τα στερεά πάνελ όσο και για τα πάνελ του ομόρρου λαμβάνονται από έξω από το σύμβολο του ολοκληρώματος. Αυτό γίνεται διότι, ορίζονται ως τμηματικά σταθερά, το οποίο είναι ξεκάθαρο για τις πηγές και εξηγηθεί πιο μετά για τις κατανομές διπόλων.
2. Αν η κατανομή των διπόλων είναι τμηματικά σταθερή τότε οι ανταποκρινόμενοι όροι επιφάνειας είναι μηδενικοί (περίπτωση ενός λεπτού ανωστικού σώματος).
3. Στα γραμμικά ολοκληρώματα τα $\mu_e(t)$ και $\mu_{sw}(t)$ κρατιούνται ως τμήμα του ολοκληρώματος. Για τμηματικά σταθερές κατανομές διπόλων

Από την στιγμή που το πρόβλημα είναι διατυπωμένο στο χρόνο, ένα σχήμα παρεύλεσης του χρόνου έχει καθοριστεί. Ας βάλουμε το Δt να συμβολίζει το χρονικό βήμα του σχήματος. Σύμφωνα με την προηγούμενη ανάλυση, όλες οι πληροφορίες που αφορούν τα φύλλα στροβιλότητας της ροής είναι γνωστά από τα προηγούμενα βήματα, εκτός από τον κοντινό ομόρρο, π.χ. το τμήμα που δημιουργείται το τρέχων χρονικό βήμα. Κατά συνέπεια, διαφορετικές προσεγγίσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον κοντινή και την μακρινή περιοχή των ελεύθερων φύλλων στροβιλότητας. Πιο συγκεκριμένα η υπόθεση του φύλλου στροβιλότητας διατηρείται μόνο για την κοντινή περιοχή του ομόρρου. Αντιθέτως, το υπόλοιπο τμήμα μετατρέπεται σε ελεύθερη χωρική στροβιλότητα με την έννοια ότι ένα σωματίδιο στροβιλότητας προσεγγιστικά εισάγεται.

Σε αυτή την σύνδεση ας είναι τα S_{Wk}^A , S_{Wk}^* το κοντινό και το μακρινό τμήμα αντίστοιχα του φύλλου στροβιλότητας του K-οστού ανωστικού σώματος. Σύμφωνα με το δυναμικό του ομόρρου αποσυντίθεται σε δύο τμήματα: το δυναμικό $\varphi_{Wk}^A(\vec{x}, t)$ που προκαλείται από τα κοντινά τμήματα και το δυναμικό $\varphi_{Wk}^*(\vec{x}, t)$ που προκαλείται από τα μακρινά τμήματα όλων των φύλλων στροβιλότητας. Επιπλέον το συνολικό δυναμικό που επάγεται γράφεται:

$$\varphi(\vec{x}, t) = \varphi_B(\vec{x}, t) + \varphi_{Wk}^A(\vec{x}, t) + \varphi_{Wk}^*(\vec{x}, t)$$

Όπου,

$$\varphi_B(\vec{x}; t) = \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Kb}(\vec{x}; t) \varphi_{Wk}^A(\vec{x}; t) = \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Wk}^A(\vec{x}; t) \varphi_{Wk}^*(\vec{x}; t) = \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Wk}^*(\vec{x}; t)$$

Και $\varphi_B(\vec{x}; t)$ είναι το δυναμικό που επάγεται στα σώματα.

Όσον αφορά την διακριτή προσέγγιση του $\vec{\omega}_W(\mathbf{r}, t)$ με την βοήθεια σωματιδίων στροβιλότητας (vortex particles), $J(t)$ ο πίνακας που έχει οριστεί για τα σωματίδια στροβιλότητας και $\zeta_\varepsilon(\mathbf{r})$ η εξίσωση αποκοπής:

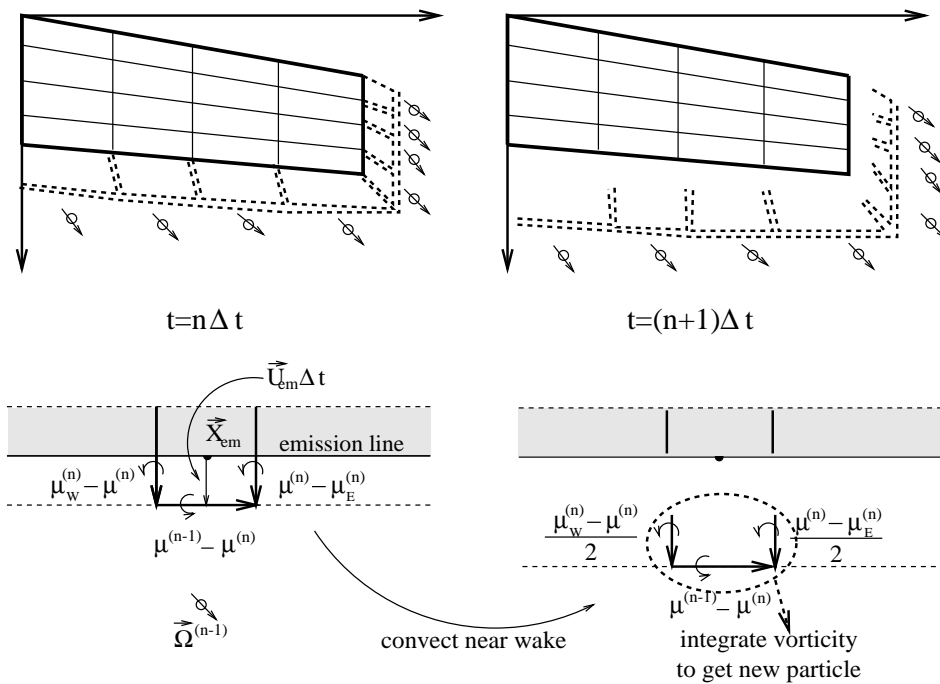
$$\zeta_\varepsilon(r_j) = \frac{1}{\varepsilon^3} \exp\left(-\left(\frac{r_j}{\varepsilon}\right)^3\right), \quad r_j = |\vec{x} - \vec{Z}_j(t)|$$

Χρησιμοποιώντας την (2.21) η $\vec{u}_\omega(\mathbf{r}, t)$ παίρνει την μορφή :

$$\vec{u}_\omega(\vec{x}_0, t) = \sum_{j \in J(t)} \frac{\vec{\Omega}_j(t) \times (\vec{x} - \vec{Z}_j(t))}{4\pi |\vec{x} - \vec{Z}_j(t)|^3} \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{|\vec{x} - \vec{Z}_j(t)|}{\varepsilon}\right)^3\right)\right)$$

Έτσι αντί να υπολογίζουμε την γεωμετρία των φύλλων στροβιλότητας και των κατανομών διπόλων που κουβαλάνε, ακολουθούμε την εξέλιξη των σωματιδίων στροβιλότητας (vortex particles) που ορίζονται από τις ακόλουθες δυναμικές εξισώσεις :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{Z}_j(t)}{dt} &= \vec{u}(\vec{Z}_j; t), \quad j \in J(t) \\ \frac{d\vec{\Omega}_j(t)}{dt} &= (\vec{\Omega}_j(t) \cdot \nabla) \vec{u}(\vec{Z}_j; t) \end{aligned}$$



Σχήμα 2.5: Το υβριδικό σχήμα του ομόρρου(περίπτωση λεπτών ανωστικών επιφανειών)

Οι εξισώσεις αυτές αφορούν την εξέλιξη των μακρινών τμημάτων του ομόρρου.Επειδή τα κοντινά τμήματα ακόμα διατηρούν την μορφή των φύλλων στροβιλότητάς των , ο προσδιορισμός τους είναι διαφορετικός . Έστω \vec{U}_{em} είναι ο συμβολισμός της μέσης ταχύτητας σε ένα σημείο \vec{X}_{em} κατά μήκος της γραμμής εκπομπής στροβιλότητας ενός ανωστικού σώματος .Η γεωμετρία του κοντινού τμήματος του αντίστοιχου ομόρρου S_{W}^{Δ} καθορίζεται κινηματικά μέσω :

$$\vec{X}^{\Delta} = \vec{X}_{em} + \Delta t \vec{U}_{em}$$

Όπου $\vec{X}^{\Delta} - \vec{X}_{em}$ είναι το πλάτος του ομόρρου S_{W}^{Δ} σε διανυσματική μορφή. Τελικά η ένταση της κατανομής διπόλων του ομόρρου S_{W}^{Δ} καθορίζεται με την βοήθεια της συνθήκης Kutta.

Λόγω των χαρακτήρων που έχουν εξάρτηση από τον χρόνο , τα ελεύθερα σωματίδια στροβιλότητας του μακρινού ομόρρου δημιουργούνται σταδιακά σε κάθε χρονικό βήμα , από την ολοκλήρωση της επιφανειακής στροβιλότητας , που μεταφέρεται από τα στοιχεία του κοντινού ομόρρου .Για να καθοριστεί η ένταση $\vec{\Omega}_j(t)$ και η θέση $\vec{Z}_j(t)$ του κάθε σωματιδίου στροβιλότητας την στιγμή της δημιουργίας του, οι ακόλουθες σχέσεις χρησιμοποιούνται:

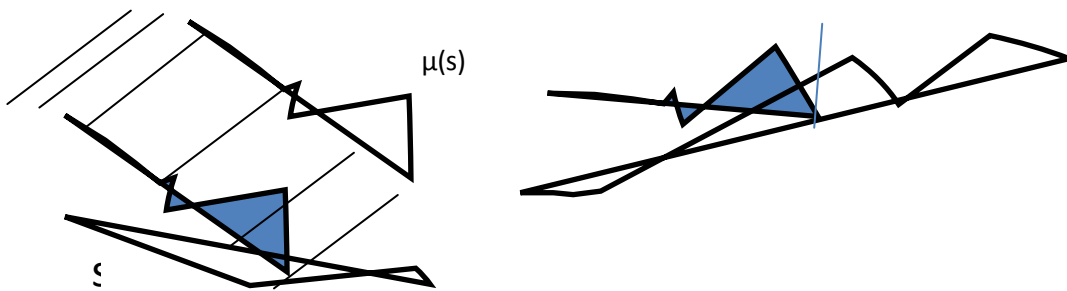
$$\vec{\Omega}_j = \int_{S_{Wk}^{Ae}} \vec{\omega}_W dS_W \vec{\Omega}_j \times \vec{Z}_j = \int_{S_{Wk}^{Ae}} \vec{\omega}_W \times \vec{x} dS_W$$

Όπου $S_{Wk}^{Ae}, e = 1, E_{Wk}^A$ κάνει τα στοιχεία που αποτελούν τον κοντινό ομόρρου του Κ-οστού σώματος. Με αυτό τον τρόπο η στροβιλότητα του κάθε στοιχείου του κοντινού ομόρρου ολοκληρώνεται για να παράγει ένα σωματίδιο στροβιλότητας

Προεπιλεγμένη Γραμμική Κατανομή

Ακολουθώντας τον Hess , η προεπιλεγμένη κατανομή είναι καθορισμένη σε επίπεδα αλλά τραπεζοειδή πάνελ. Ο κύριος λόγος για την συγκεκριμένη επιλογή που έκανε ο Hess είναι ότι καταλήγει σε μία κατανομή διπόλων που έχει έναν βαθμό ελευθερίας για το κάθε λωρίδα (strip) όπως φαίνεται παρακάτω , συμβολίζοντας με B . Θέτωνας με η τον συμβολισμό την θέση στο εκπέτασμα και $s(\eta)$ το μήκος του τόξου που αρχίζει από την ακμή εκφυγής και ακολουθεί την επιφάνεια της αεροτομής. Τότε,

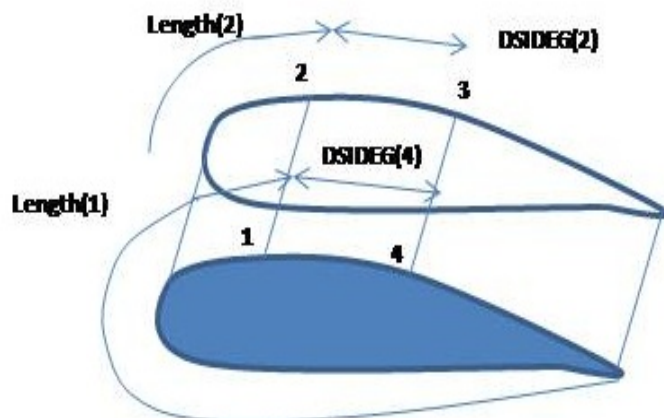
$$\mu(s, \eta) = B \cdot s(\eta)$$



Σχήμα 2.6 : Ο καθορισμός της προεπιλεγμένης κατανομής διπόλων

Μπορούμε να αντλήσουμε τις τιμές των μ στους 4 κόμβους του κάθε πάνελ:

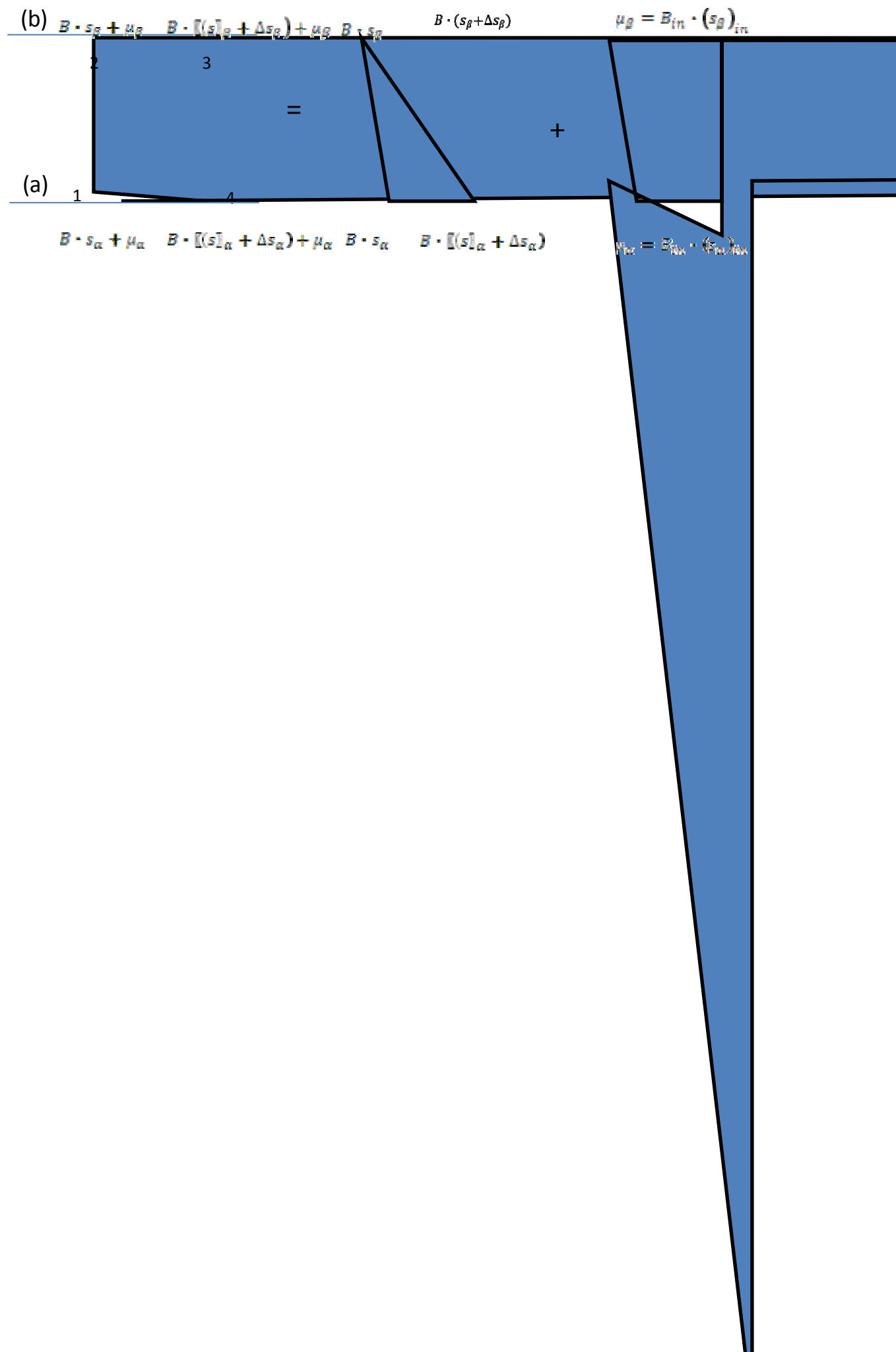
$$\mu_k = B \cdot SL_k; SL_{1,2} = Leng(1:2), SL_{3,4} = Leng(2:1) + DSIDE(2:4)$$



Σχήμα 2.7 : Συμβολισμοί των μηκών

Επιλογή με αρχική τιμή

Αυτή η επιλογή είναι σε συγκεκριμένες περιπτώσεις χρήσιμη και αποτελείται από την προσθήκη σε μία λωρίδα (strip) μια σταθερή κατανομή διπόλων (κάτι που πρακτικά θα ανταποκριθεί σε προπορευόμενη λωρίδα (strip) από άλλο σώμα). Η διατύπωση αποτελείται από την προσθήκη σε κάθε πάνελ και επιπλέον κατανομή προσδιορισμένη με το B_{in} μαζί με δύο μήκη $Length(1:2)$ όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα .



Όταν μ_x και μ_y είναι μηδέν (or $B_{in} = 0$) η προεπιλεγμένη κατανομή λαμβάνεται.

$$\mu_{a:b} = B_{in} \cdot (s_{a:b})_{in}; \quad (s_{a:b})_{in} = \text{Lengt}(1:2); \quad s_{a:b} = \text{Leng}(1:2)$$

Στο παραπάνω, B είναι ο βαθμός ελευθερίας B_{in} είναι ο αρχικός βαθμός ελευθερίας και οι τιμές των διπλών στους κόμβους καθορίζεται με σε βασμό σε αυτούς τους δύο βαθμούς ελευθερίας.

Η πλήρης διγραμική κατανομή και το «κλείσιμο» της άκρης

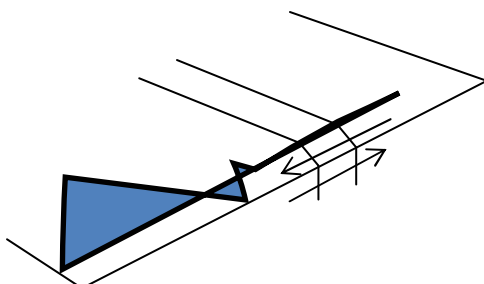
Η πλήρης διγραμική κατανομή καθορίζεται από τις τιμές στους κόμβους $\mu_k, k = 1,4$

$$\mu(s, \tau) = a_{00} + a_{10}s + a_{01}\tau + a_{11}s \cdot \tau$$

Οι συντελεστές μπορούν να αναγνωστούν από το μ_k . Στην συγκεκριμένη περίπτωση ενός «κλεισίματος» άκρης δείχνονται παρακάτω:

$$\mu_k = B \cdot s_k \Rightarrow \{a\} = \{a_{00}, a_{10}, a_{01}, a_{11}\}^T = \{RM(1:4)\} \cdot B$$

Αυτή η επιλογή είναι κατάλληλη όταν το πάνελ δεν είναι τραπεζοειδές. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η περίπτωση ενός «κλεισίματος» άκρης όπως φαίνεται στο οεπόμενο σχήμα. Τα βέλη υποδεικνύουν τον τρόπο που η ακριανή λωρίδα καθορίζεται. Σε αυτήν την συγκεκριμένη περίπτωση η ακριανή λωρίδα δεν θα αποβάλλει στροβιλότητα μόνη της. Τα δίπλα που μεταφέρονται από μια ακριανή λωρίδα καθορίζονται από το B , η κλίση της τελευταίας λωρίδας της πτέρυγας και s_k είναι τα νταποκρινόμενα μήκη.



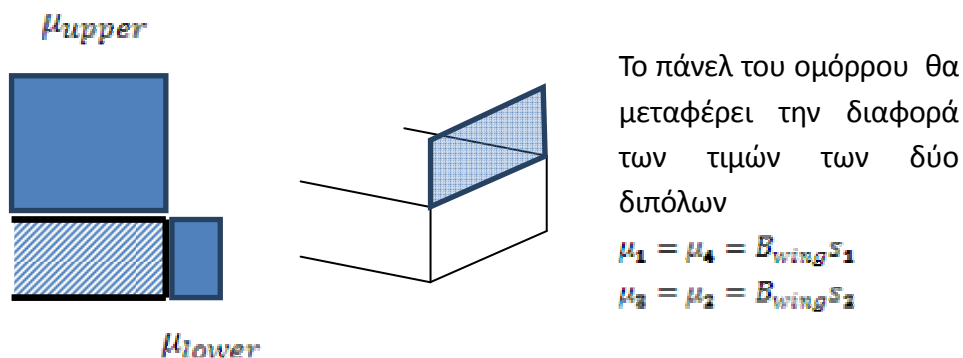
Μη αποβολή από την άκρη:

Η κατανομή των διπλών καθορίζεται χρησιμοποιώντας την ένταση των διπλών στην τελευταία λωρίδα του συνδεδεμένου σώματος. Έτσι δεν υπάρχει νέος βαθμός ελευθερίας.

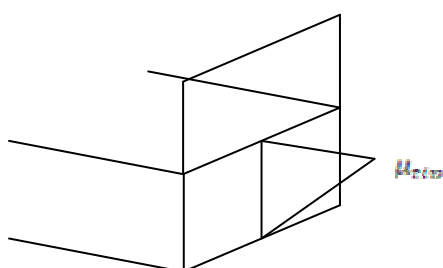
Σημείωση: Το πάνελ σε αυτήν την περίπτωση είναι μη

«Κλείσιμο άκρης» με αποβολή στροβιλότητας

Κάτι που μπορεί να προσδιορίσει τις μοναδικότητες στην άκρη διαφορετικά έτσι ώστε αποβολή στροβιλότητας να επιτρέπεται κατά μήκος της άκρης. Μια προφανής προσέγγιση είναι να χρησιμοποιήσουμε την κατανομή των διπόλων της τελευταίας λωρίδας της πτέρυγας και να καθορίσουμε το πλέγμα έτσι ώστε να υπάρχει συνέχεια. Το πλέγμα σε αυτήν την περίπτωση καθορίζεται «κάθεται» όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Για την περίπτωση της αποβολής από την πάνω πλευρά της πτέρυγας, οι τιμές των διπόλων στους κόμβους κατά μήκος της κάτω πλευράς μεταφέρονται στην πάνω πλευρά και η διαφορά τους προκαλεί την αποβολή.



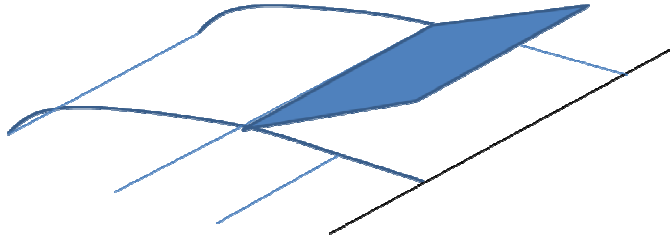
Μία ακόμα επιλογή είναι να συμπεριλάβουμε έναν επιλέον βαθμό ελευθερίας όπως φαίνεται παρακάτω:



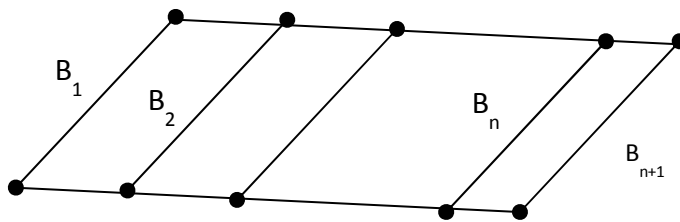
Για να μπορέσουμε να καθορίσουμε το B_{tip} μια συνθήκη απαιτείται. Συνήθως ο βαθμός ελευθερίας εισάγεται όταν υπάρχει αποβολή από την άκρη. Πιθανές συνθήκες είναι: μια συνθήκη Kutta, και μια κινηματική συνθήκη που θα καθορίζει μηδενική κανονική ταχύτητα στα πάνελ του ομόρρου.

Κατανομή σε λεπτές ανωστικές επιφάνειες

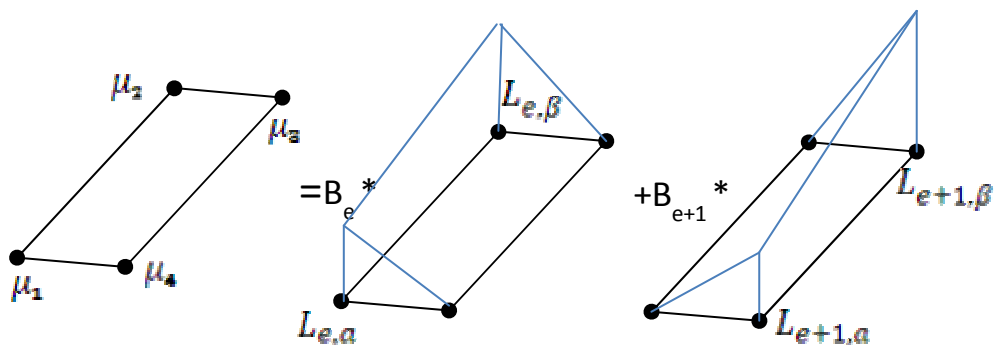
Αυτή η περίπτωση εμφανίζεται όταν ένα σπώιλερ (ή ένας φράκτης) εισάγεται:



Για κάθε λωρίδα, η κατανομή των διπόλων καθορίζεται από τις μέσες τιμές B_i όπως φαίνεται παρακάτω:



Οι τιμές στους κόμβους των εντάσεων των διπόλων λαμβάνεται από μια πλήρως διγραμμική κατανομή διπόλων έτσι ώστε,



$$\mu_1 = B_e \cdot L_{e,a}, \mu_2 = B_e \cdot L_{e,b}, \mu_3 = B_{e+1} \cdot L_{e+1,b}, \mu_4 = B_{e+1} \cdot L_{e+1,a}$$

Για την πρώτη γραμμή του πλέγματος, τα μήκη $L_{1,a}$ και $L_{1,b}$ εισάγονται εξωτερικά (αν το σπώιλερ συνδέεται σε μία πτέρυγα, τότε τα μήκη πρέπει να

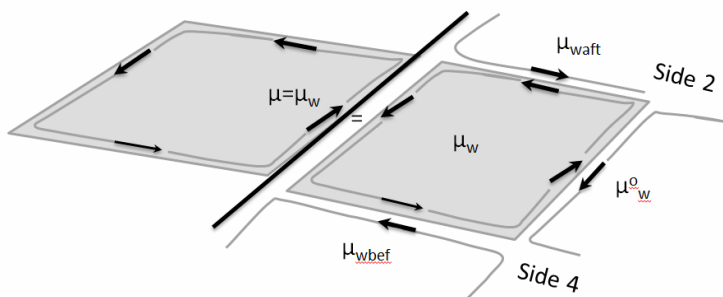
δίνονται από το «συνδεδεμένο» σώμα , την ίδια στιγμή που τα υπόλοιπα είναι ίσα με αυτά των προπορευόμενων πλευρών του κάθε πάνελ .Τα μήκη δεν είναι τόσο σημαντικά , οποιαδήποτε κλίμακα μπορεί να χρησιμοποιηθεί.

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι βαθμοί ελευθερίας είναι ίσοι με τον αριθμό των πάνελ συν ένας εναπομείναν άγνωστος για κάθε λωρίδα (η τελευταία τιμή). Αυτοί οι επιπλέον άγνωστοι συνδέονται με την διαδικασία αποβολής.

Ομόρρους και διαδικασία αποβολής

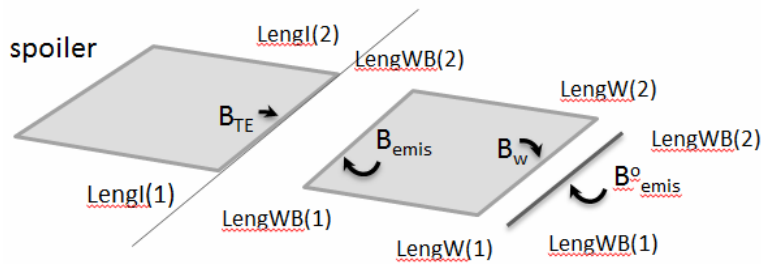
Οι τύποι [type_d] και [type_w] δημιουργίας ομόρρου είναι κάπως διαφορετικοί και έτσι οι δύο αυτοί θα παρουσιαστούν ξεχωριστά.

Για μία λεπτή πτέρυγα με τμηματικά σταθερή κατανομή διπόλων τόσο για τα πάνελ στερεά όσο και τα πάνελ του κοντινού ομόρρου , η διατύπωση είναι όπως περιγράφεται στο σχήμα 2.5.Επικεντρώνοντας σε ένα πάνελ του ομόρρου και χρησιμοποιώντας τις μεταβλητές του κώδικα η κατάσταση παρουσιάζεται όπως ακολουθεί:



Σε αυτήν την περίπτωση , θα έχουμε μόνο γραμμική στροβιλότητα στις πλευρές 2,3 και 4 με σταθερές κυκλοφορίες που δίνονται από τις διαφορές μεταξύ μ_w και μ_{waft} , μ_{wbef} και μ_w^{old} . Η παραπάνω περιγραφή είναι έγκυρη κατά μήκος όλων των πλευρών του στερεού και ως εκ τούτου η πλάγια αποβολή (ακόμα και η εκπομπή από την γραμμή εκφυγής) δεν παρουσιάζει κάποια ιδιαίτερη δυσκολία.

Επόμενο είναι η περίπτωση ενός σπύιερ το οπίο είναι μία λεπτή ανωστική επιφάνεια , αλλά με γραμμική κατανομή διπόλων. Κατά μήκος της γραμμής εκφυγής , η κατάσταση είναι παρόμοια αλλά έχει δύο σημαντικές διαφορές :

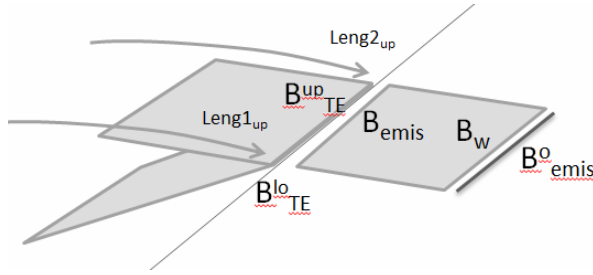


Στην παραπάνω κατάσταση , $B_{TE}=B_{emis}$, $LengWB(1:2)=Lengl(1:2)$, όπου το B_{emis} έχει καθοριστεί από την συνθήκη Kutta .Επίσης άγνωστος είναι ο B_w , ο οποίος μπορεί να υπολογιστεί από το θεώρημα του Kelvin . Πρέπει να σημειωθεί ότι τα μήκη που εμφανίζονται στο σχήμα είναι απαραίτητα από την στιγμή που τα B δεν είναι εντάσεις διπόλων που μπορούμε να πάρουμε με πολλαπλασιασμό των B με τα ανταποκρινόμενα μήκη . Αλλιώς υπάρχουν γραμμικές στροβιλότητες κατά μήκος των πλευρών 2,4 και 3 όπως στην προηγούμενη περίπτωση.

Επέκταση του παραπάνω σχήματος κατά μήκος των πλευρών δεν είναι απλή . Οι βαθμοί ελευθερίας του B κατά μήκος της γραμμής εκπομπής δεν είναι πια μια ελεύθερη παράμετρος , περιορίζεται από από την συνθήκη μη εισχώρησης .Ως εκ τούτου B_{emis} επίσης περιορίζεται , αλλά είναι ακόμα ίσο με το B κατά μήκος της πλευράς . Κατά τα άλλα η κατάσταση είναι η ίδια.

Ακόμα και εάν η παραπάνω κατάσταση των απομονωμένων σπóιλερ είναι έγκυρη, συνήθως , τα σπóιλερ συνδέονται σε πτέρυγες. Σε μια τέτοια περίπτωση το θεώρημα του Kelvin επίσης συμπεριλαμβάνει το τα πάνελ του ομόρρου και κατ' επέκταση μας λείπει μία συνθήκη .Μια επιπλέον συνθήκη μπορεί να οριστεί στην βάση ότι πίσω από το σπóιλερ η επιφάνεια κατά μήκος της χορδής η ταχύτητα πρέπει να είναι μηδέν.

Επόμενη περίπτωση , είναι αυτή του [type3] σώματος.Τώρα το σώμα έχει πάχος και ως εκ τούτου στην γραμμή εκπομπής δύο στερεά πάνελ είναι συνδεδεμένα.



Τώρα,

$$\text{LengWB} \cdot B_{\text{emis}} = (B^{\text{up}} \cdot \text{Leng}^{\text{up}} - B^{\text{lo}} \cdot \text{Leng}^{\text{lo}})_{\text{TE}}.$$

Στην προεπιλεγμένη περίπτωση ισχύει ,

$$B^{\text{lo}} = 0 \text{ and } \text{LengWB}(1:2) = \text{Leng}^{\text{up}}(1:2).$$

Τότε η B_{emis} καθορίζεται από την συνθήκη Kutta την ίδια στιγμή που η B_w καθορίζεται από το θεώρημα του Kelvin .Εκτός από αυτόν τον κανόνα υπάρχουν αποβολές από τα πλάγια (side emission) που εμφανίζονται για παράδειγμα στο κλείσιμο της άκρης (tip) .Όπως και στην περίπτωση του σπóιλερ , τουλάχιστον το B^{lo} είναι γνωστό και ως εκ τούτου η δημιουργία ομόρρου ακολουθεί την ίδια στρατηγική όπως και με το σπóιλερ. Για να έχουμε μια τέτοια επιλογή στον κώδικα εκτός από B_{emis} , το B_{emis} εισάγεται έτσι ώστε τα δύο να ανταποκρίνονται στα B^{up} , B^{lo} .

2.8 Συμπεράσματα

Το φύλλο στροβιλότητας (ο ομόρρος) ενός ανωστικού σώματος αναπαρίσταται υλικά (σύμφωνα με την Langrangian διατύπωση), είτε ως επιφανειακή διανομή στροβιλότητας σε πλέγμα δυνωσωλήνων, είτε ως χωρική διανομή στροβιλότητας συγκεντρωμένη σημειακά σε στοιχεία στροβιλότητας.

Με την υλική αναπαράσταση της ροής δίνεται η δυνατότητα της λεπτομερούς προσέγγισης των φαινομένων συναγωγής στον ομόρρο. Φαινόμενα όπως η έντονη παραμόρφωση και η αναδίπλωση του φύλλου στροβιλότητας σε περιοχές όπως είναι για παράδειγμα το ακροπτερύγιο, μπορούν να αναπαρασταθούν από την συγκέντρωση πολλών στοιχείων στροβιλότητας σε περιορισμένο χώρο. Σε αντίθετη περίπτωση, όπου η επίλυση των εξισώσεων του φύλλου στροβιλότητας (εξισώσεις Helmholtz) βασίζεται σε πλεγματικές μεθοδολογίες, αντίστοιχα φαινόμενα μπορούν να προκύψουν μόνο με εκλέπτυνση του χωρικού πλέγματος επιβαρύνοντας σημαντικά την υπολογιστική διαδικασία. Η απουσία χωρικού πλέγματος (που θα επέβαλλε η επιλογή μίας Eulerian θεώρησης) έχει ως άμεση συνέπεια την εξοικονόμηση σε χρόνο, σε μνήμη υπολογιστή και τον εκμηδενισμό του σφάλματος αριθμητικής παρεμβολής στον υπολογισμό της χωρικής διανομής στροβιλότητας.

Με τον τρόπο που περιγράφηκε η χωρική στροβιλότητα εισάγεται μέσω των αρχικών συνθηκών και συνεπώς θα πρέπει να θεωρείται γνωστή. Αυτό βρίσκεται σε συνέπεια με τη θεώρηση του μη συνεκτικού ρευστού σύμφωνα με την οποία δεν υπάρχει μηχανισμός παραγωγής στροβιλότητας. Βέβαια ο τρόπος παραγωγής του φύλλου στροβιλότητας αποτελεί πλέον μέρος της ίδιας της λύσης καθώς η γεωμετρία του είναι άγνωστη και προκύπτει βηματικά στο χρόνο από τη λύση των εξισώσεων Helmholtz. Έτσι όμως μπορούν να συμπεριληφθούν με τρόπο γενικό ακόμα και περιπτώσεις πολύπλοκης γεωμετρίας του φύλλου στροβιλότητας. Το κόστος στην περίπτωση αυτή είναι οι σχετικά μεγάλοι χρόνοι υπολογιστή και οι αυξημένες απαιτήσεις μνήμης, καθώς σε κάθε χρονικό βήμα απαιτούνται υπολογισμοί επαγωγής ταχυτήτων από όλα προς όλα τα στοιχεία στροβιλότητας, το πλήθος των οποίων αυξάνει σε κάθε χρονικό βήμα. Όπως προαναφέρθηκε στην αρχή της παραγράφου το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί θεωρώντας προδιαγεγραμμένη την γεωμετρία του ομόρρου, με τα όσα όμως συνεπάγεται αυτή η επιλογή.

Οι στροβιλές μεθοδολογίες αναλόγως του τρόπου με τον οποίο προσεγγίζεται ο ομόρρος ενός ανωστικού σώματος, διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες: στις μεθόδους προδιαγεγραμμένου ομόρρου (prescribed wake) και στις μεθόδους ελεύθερου ομόρρου (free wake).

Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι μεθοδολογίες όπου η γεωμετρία του ομόρρου είναι προδιαγεγραμμένη και αποτελείται από ένα επιφανειακό πλέγμα στροβιλότητας που σχηματίζεται από ευθύγραμμα τμήματα δινωσωλήνων. Η γεωμετρία του επιφανειακού πλέγματος περιγράφεται με τη χρήση περιορισμένου πλήθους βαθμών ελευθερίας. Συνήθως πρόκειται για ελικοειδείς επιφάνειες όπου προδιαγράφεται το βήμα της έλικας. Επιπλέον βαθμοί ελευθερίας μπορεί να περιγράφουν τον τρόπο αναδίπλωσης του ομόρρου σε περιοχές όπου παρουσιάζονται έντονα τρισδιάστατα φαινόμενα όπως στο ακροπτερύγιο. Η εμπειρία από παρατηρήσεις συστηματικών πειραμάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την λεπτομερέστατη αναπαράσταση των αναδιπλώσεων του φύλλου στροβιλότητας οδηγώντας σε ικανοποιητικές προλέξεις της ροής. Με τον τρόπο αυτό γίνεται σημαντική εξοικονόμηση υπολογισμών και αποφεύγονται αριθμητικές αστάθειες.

Στην δεύτερη περίπτωση ο ομόρρος θεωρείται ελεύθερος. Αποτελείται είτε από πλέγμα δινωσωλήνων (vortex lattice, δινοπλέγματα), είτε από στοιχεία στροβιλότητας (vortex particles) και η γεωμετρία του καθορίζεται από την επίλυση των κινηματικών και δυναμικών εξισώσεων για την ελεύθερη στροβιλότητα. Οι μεθοδολογίες αυτές σε σχέση τις αντίστοιχες του προδιαγεγραμμένου ομόρρου αναπαράγουν καλύτερα τις σύνθετες δομές της τρισδιάστατης ροής. Ο πιο αποτελεσματικός τρόπος διαχείρισης του ελεύθερου ομόρρου είναι αυτός που βασίζεται στη λογική των στοιχείων στροβιλότητας. Η μέθοδος αυτή αρχικά προτάθηκε από τον Rebach και τα σημαντικά της πλεονεκτήματα έναντι της μεθόδου δινοπλεγμάτων είναι ότι αίρει τα προβλήματα λειότητας της γεωμετρίας της επιφάνειας που προκύπτουν στην τελευταία, καθώς

επίσης και ότι αντιμετωπίζει ιδανικά την ανάλυση ροών όπου η στροβιλότητα προσπίπτει σε στερεά σώματα.

2.9 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκε το θεωρητικό πλαίσιο για την επίλυση του προβλήματος της μη μόνιμης ροής ασυμπίεστου μη συνεκτικού ρευστού γύρω από σώματα με πάχος. Το πεδίο ροής εκφράζεται ως άθροισμα ενός αστρόβιλου και ενός στροβιλού πεδίου ροής. Το αστρόβιλο πεδίο ροής περιγράφεται από την εξίσωση Laplace για το βαθμωτό δυναμικό Φ , η επίλυση της οποίας γίνεται μέσω της μικτής διατύπωσης πηγών-διπόλων. Με τον τρόπο αυτό στο αστρόβιλο πεδίο ροής εκτός από την επερχόμενη ροή μπορεί να συμπεριληφθεί και η διαταραχή που εισάγει η παρουσία ανωστικών σωμάτων με πάχος. Κύριο ρόλο στην αλληλεπίδραση των σωμάτων έχει η στροβιλότητα του ομόρρου των ανωστικών σωμάτων που μπορεί να προσπίπτει σε σώματα που ακολουθούν. Η αναπαράσταση του στροβιλού μέρους της ροής γίνεται με τη χρήση μεθοδολογίας στοιχείων στροβιλότητας. Η χρονική και χωρική εξέλιξη της στροβιλότητας γίνεται σύμφωνα με τις εξισώσεις του Helmholtz. Το στροβιλό μέρος της ροής μπορεί να περιλαμβάνει τόσο τον ομόρρο των ανωστικών σωμάτων, όσο και την στροβιλότητα της επερχόμενης ροής.

Αυτή η μεθοδολογία περιγράφεται για πρώτη φορά στη σχετική βιβλιογραφία, παρέχοντας την δυνατότητα της κοινής αντιμετώπισης προβλημάτων ροής σε ανωστικά και μη ανωστικά σώματα με πάχος, που μπορούν να κινούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους. Σαφώς αποτελεί το πρωτότυπο στοιχείο της παρούσας εργασίας.

Επίσης, για πρώτη φορά συμπεριλαμβάνεται ο υπολογισμός του πεδίου πιέσεων, που επάγει το στροβιλό μέρος της ροής μέσα από την ολοκλήρωση της απόκλισης του θεωρήματος ορμής. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται ο ορθός υπολογισμός του πεδίου πιέσεων στο γενικευμένο πεδίο ροής, καθώς ο υπολογισμός της πίεσης από το αστρόβιλο μέρος της ροής γίνεται σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli. Ο όρος αυτός, όπως θα φανεί στη συνέχεια (αεροδυναμική συμπεριφορά δρομέα ελικοπτέρου), έχει μεγάλη σημασία στην περίπτωση ισχυρής αλληλεπίδρασης σωμάτων-στροβιλότητας (BVI: blade-vortex interaction) καθορίζοντας την ακουστική πίεση που παράγεται από αυτή την αλληλεπίδραση.

3 Χρησιμοποιούμενος κώδικας

3.1 Εισαγωγή

Το Genupr 7 είναι ένας υπολογιστικός κώδικας που επιλύει την μη μόνιμη ροή γύρω από πολλά στερεά σώματα , που μπορούν να κινηθούν ανεξάρτητα το ένα από το άλλο κάτω από τις παρακάτω προϋποθέσεις :

- Το ρευστό (μέσο ροής) είναι ατριβές και ασυμπίεστο
- Στα στερεά όρια η συνθήκη μη εισχώρησης ικανοποιείται
- Τα στερεά σύνορα είναι επιφάνειες που:
 - Μπορεί να είναι κλειστά ή ανοιχτά που έχουν κατανομές πηγών ή διπόλων ή συνδυασμό αυτών των δύο.
 - Μπορούν να δημιουργήσουν οπισθορεύματα.
- Ο ομόρρους δημιουργείται από όλα τα ανωστικά σώματα και περιέχουν την στροβιλότητα που αποβάλουν αυτά τα σώματα στην ελεύθερη ροή.
- Τα οπισθορεύματα εισέρχονται ως λεπτές στρώσεις διάτμησης κατά την δημιουργία τους , αλλά αφήνονται να εμπλακούν ως ελεύθερες στροβιλότητες που παριστάνεται ως μια συλλογή στοιχείων στροβιλότητας.

3.2 Διαμόρφωση

Στο Genupr 7 το πεδίο ροής δημιουργείται ως μια 'συλλογή' στοιχειωδών ροών που ανταποκρίνονται σε διάφορους τύπους 'μοναδικές' κατανομές . Για την βασική έκδοση , οι ακόλουθες 'μοναδικοί' τύποι υπάρχουν:

- a. Τμηματικά συνεχή κατανομή πηγών προσδιορισμένη σε τεράπλευρα (ή τριγωνικά) πάνελ
- b. Τμηματικά συνεχή κατανομή διπόλων προσδιορισμένη σε τεράπλευρα (ή τριγωνικά) πάνελ
- c. Γραμμική κατανομή διπόλων προσδιορισμένη σε τεράπλευρα πάνελ
- d. Συνδυασμός μιας τμηματικά συνεχούς κατανομής πηγών και γραμμικής κατανομής διπόλων προσδιορισμένη σε τεράπλευρα πάνελ
- e. Τομείς που μεταφέρουν σταθερές ή γραμμικά μεταβαλλόμενες γραμμές στροβιλότητας
- f. Στοιχεία στροβιλότητας (ή σταγόνες δινών)

Τα στερεά σύνορα όπως επίσης και ο κοντινός ομόρρου είναι από πάνελ . Τα πάνελ που μεταφέρουν κατανομές διπόλων είναι ισοδύναμα με τα πάνελ που κουβαλάνε επιφανειακή στροβιλότητα και γραμμική στροβιλότητα κατά μήκος του συνοριακού πάνελ .Τελικά , τα στοιχεία στροβιλότητας χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν το εναπομείναν ομόρρου , εκτός φυσικά για τον κοντινό ομόρρου.

Τα στερεά σύνορα σχετίζονται με τα σώματα .Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά ροής του κάθε σώματος ,αυτά διαχωρίζονται σε:

a. Ανάλογα με το αν το σώμα παράγει ομόρρου σε:

1. Μη ανωστικά σώματα που δεν παράγουν ομόρρου (πχ κέλυφος στροβιλοκινητήρα) $YNLiftB(nb)=0$
2. Ανωστικά σώματα που παράγουν άνωση (πχ λεπίδες στροβιλοκινητήρα) $YNLiftB(nb)=1$

b. Ανάλογα με τον τύπο τις μοναδικής κατανομής που κουβαλάει:

1. Τμηματικά συνεχή κατανομή πηγών (πχ ατρακτος)

[s] $TypBodyB(nb)=1$

2. Τμηματικά συνεχή κατανομή διπόλων (λεπτά ανωστικά σώματα) [d] $TypBodyB(nb)=2$
3. Γραμμική κατανομή δίπολων και τμηματικά συνεχή κατανομή πηγών (παχιά ανωστικά σώματα)

[w] $TypBodyB(nb)=3$

4. Ειδική γραμμική κατανομή δίπολων και τμηματικά συνεχή κατανομή πηγών (‘άκρες’ καλυμμάτων)

[t] $TypBodyB(nb)=4$

5. Γραμμική κατανομή δίπολων (σπύλιερ)

[sp] $TypBodyB(nb)=5$

Τα σώματα 2 έως 5 μπορούν να παράγουν ομόρρου.

3.3 Τύποι σωμάτων και πλεγμάτων

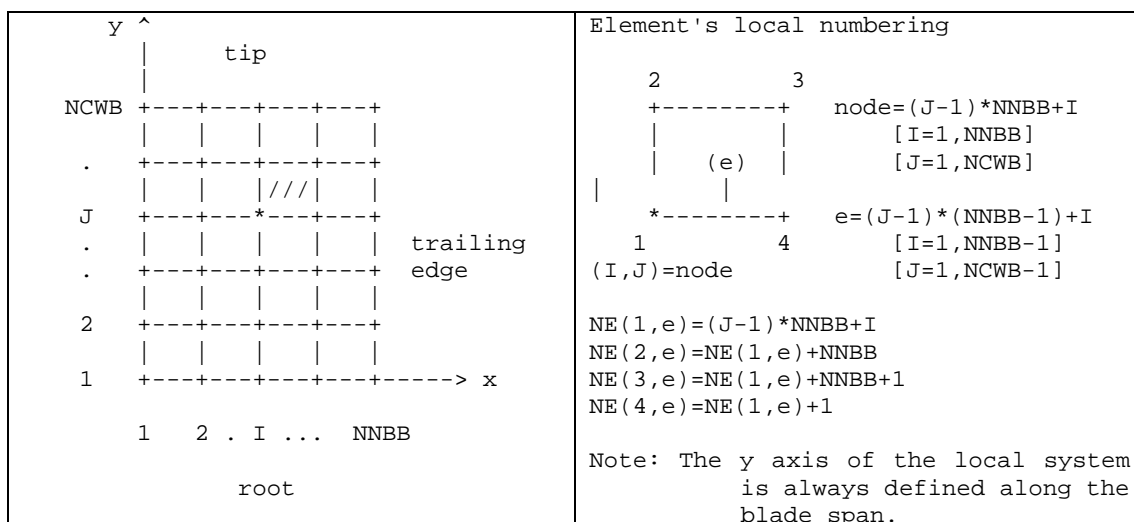
Στην θεωρία του δυναμικού η παρουσία των στερεών συνόρων δημιουργείται από κατανομές πηγών και/ή διπόλων .Τα κλειστά σώματα θα πρέπει να κουβαλάνε πηγές (όπως στην περίπτωση της ατράκτου και παχιών πτερύγων ή σωμάτων).Τα ανοιχτά σώματα όπως λεπτές ανωστικές επιφάνειες

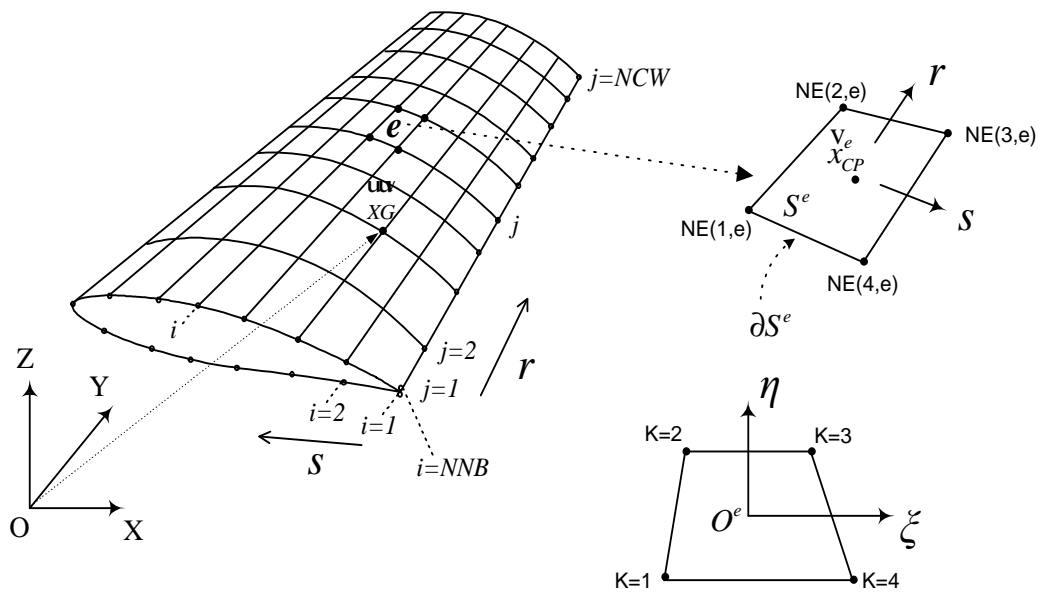
θα μεταφέρουν μόνο δίπολα . Σε αυτές τις περιπτώσεις η ένταση των πηγών ή των διπόλων καθορίζεται από την συνθήκη μη εισχώρησης.

Η θεωρία του δυναμικού ξεχωρίζει δύο τύπους ροών:

- Μη ανωστικές ροές όπου το βαθμωτό δυναμικό όπως επίσης και οι χωρικοί παράγωγοι είναι συνεχείς σε όλο το πεδίο ροής,
- Ανωστικές ροές όπου το βαθμωτό δυναμικό είναι μη συνεχές εγκάρσια σε μία ή περισσότερες επιφάνειες μέσα στο πεδίο ροής .Αυτές οι μη συνεχείς επιφάνειες ανταποκρίνονται σε απείρως λεπτά στρώματα διάτμησης που εκπροσωπούν τον ομόρρου της ροής.Από την στιγμή που το βαθμωτό δυναμικό θα είναι μη συνεχές , ο ομόρρους θα μεταφέρει δίπολα.Υποθέτωντας ασυμπίεστες ροές , διαμέσου του ομόρρου η ταχύτητα της ροής μπορεί να έχει εφαιπτομενική ασυνέχεια (η κανονική ταχύτητα πρέπει να είναι συνεχής και αυτό γιατί εκεί δεν υπάρχουν καθόλου πηγές στον ομόρρου) ενώ η πίεση πρέπει να είναι συνεχής.

Στο GENUVP τα στερεά σύνορα καθορίζονται από το επιφανειακό πλέγμα των πάνελ. Ο σχηματισμός διαχωρίζεται σε «αριθμητικά» σώματα ή επιθέματα (patches).Ένα φυσικό σώμα μπορεί να φτιαχτεί από περισσότερα από ένα επίθεμα (patch). Αυτή η επιλογή επιτρέπει τον καθορισμό «μη ταιριασμένα» επιφανειακά πλέγματα καθώς επίσης εξαρτήματα με κινούμενα τμήματα (λ.χ. μια πτέρυγα με κινούμενο ακροπτερύγιο ορισμένο σε τμήματα κατά το εκπέτασμα).Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του κάθε φυσικού σώματος (εξάρτημα) συγκεκριμένες συνθήκες σύνδεσης καθορίζονται.





Σχήμα 2.8 : Συμβολισμοί πλέγματος

Ο παραπάνω ορισμός θα έχει για κάθε σώμα ένας αριθμός λωρίδων (strips) (1:NCWB-1) και κάθε λωρίδα θα περιέχει {NNBB-1} αριθμό πάνελ . Αυτό είναι σημαντικό όταν υπολογίζονται φορτία .

Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της ροής του κάθε σώματος , διαχωρίζονται:

a. Ανάλογα με το εάν ένα σώμα παράγει ομόρρου:

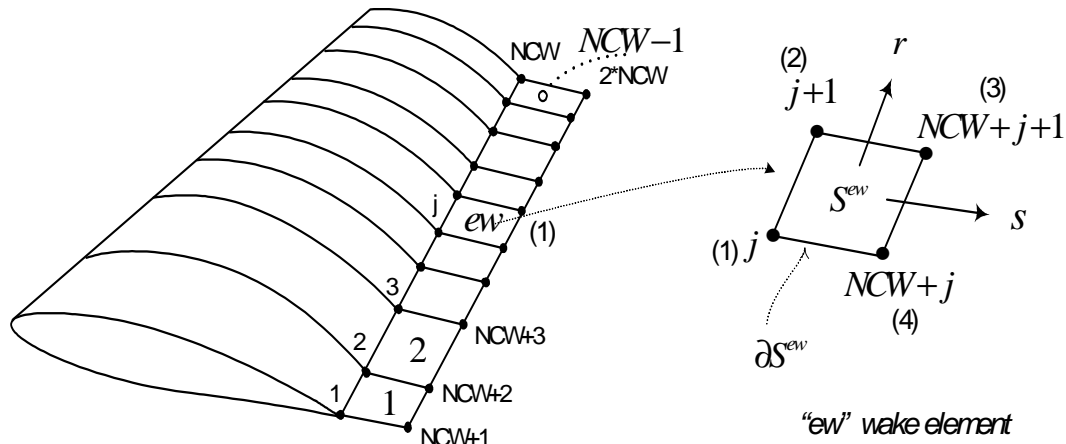
- | | | |
|----|--|---------------------------|
| 1: | ανωστικά σώματα που δεν παράγουν ομόρρου | Μη
YNLiftB(nb)=0 |
| 2: | σώματα που παράγουν ομόρρου | Ανωστικά
YNLiftB(nb)=1 |

b. Ανάλογα με τον τύπο της μοναδικότητας κατανομής που μεταφέρουν:

- | | | | |
|----|---------------------------------------|------|-------------------------------------|
| 1: | κατανομή πηγών | [s] | Τμηματικά σταθερή
TypBodyB(nb)=1 |
| 2: | κατανομή διπόλων | [d] | Τμηματικά σταθερή
TypBodyB(nb)=2 |
| 3: | κατανομή πηγών και γρ. διπόλων | [w] | Τμημ. σταθερή
TypBodyB(nb)=3 |
| 4: | κατανομή πηγών και ειδική γρ. διπόλων | [t] | Τμημ. Σταθ.
TypBodyB(nb)=4 |
| 5: | γραμμική κατανομή διπόλων | [sp] | Τμηματικά
TypBodyB(nb)=5 |

Για κάθε σώμα ο ομόρρους είναι μια σειρά πάνελ σε κάθε λωρίδα .Τα πάνελ του ομόρρου ανταποκρίνονται στον κοντινό ομόρρου (near wake) (μια λωρίδα πάνελ

γειτονική στην γραμμή εκπομπής). Η γενική διάταξη του κοντινού ομόρρου σε μια «παχιά» πτέρυγα δίνεται παρακάτω.



Σχήμα 2.9: Γενική διάταξη της λωρίδας του κοντινού ομόρρου μιας «παχιάς» πτέρυγας

$$B_{emis} = B, \text{LengWB}(1:2) = \text{Leng}_{TE}(1:2);$$

$$B_{emis,in} = B_{in},$$

$$\text{LengWB}i(1:2) = \text{Leng}I_{TE}(1:2)$$

$$\mu_{TE_{1,2}} = B * \text{Leng}(1:2) + B_i \text{Leng}I(1:2);$$

$$\mu_{W_{1,2}} = Bw * (\text{Leng}(1:2) + \text{Leng}I(1:2))$$

Οι άγνωστοι που συνδέονται με τα πάνελ του ομόρρου περιλαμβάνουν Bw και $Bemis$. Έχουν καθοριστεί από την συνθήκη Kutta και από το θεώρημα του Kelvin. Αυτό είναι έγκυρο για την αποβολή από την ακμή εκφυγής. Για αποβολή από τα πλάγια, η $Bemis$ σχετίζεται με τους υπάρχοντες βαθμούς ελευθερίας όπως και στην περίπτωση της αποβολής από την άκρη. Για τους εναπομείναντες βαθμούς ελευθερίας μια εναλλακτική λύση είναι να χρησιμοποιήσουμε κάποια κινηματική συνθήκη.

3.4 Τύποι συνδέσεων σωμάτων

Οι τύποι των συνδέσεων σωμάτων είναι :

Τύπος σύνδεσης	Σειρά σωμάτων	Συνθήκες	Σχόλια
2	1-1...2-2-2	Καμία ενέργεια	
30	3	Ορισμός πλάγιας αποβολής	

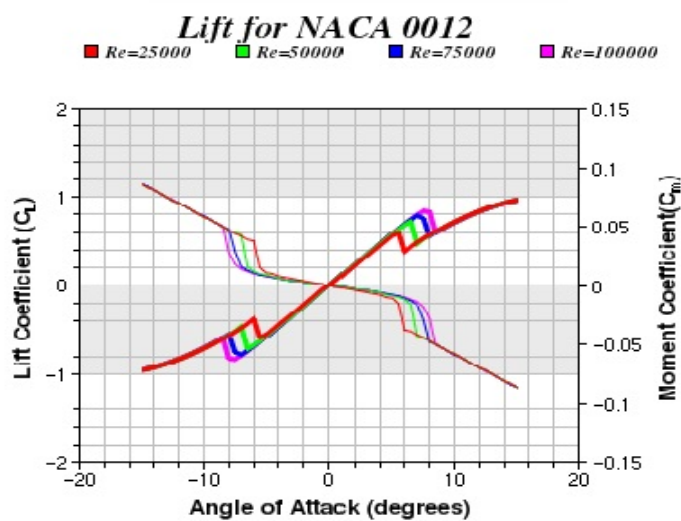
31	1-...2...-3 ₁ -3 ₂ -3 ₃	Καμία ενέργεια B ₁ =B ₂ ...=B ₃ =Bemis Bemis-->Kutta Bw --> Kelvin	Σώματα 3 ₂ ... θα έχουν $\vec{v}_{2,i} = \vec{0}$ όταν τα μήκη τους will be συσσωρευμένα μέχρι η ακμή εκφυγής του τελευταίου σώματος τύπου 3
32	3a-3b	a,b: B _{a,b} =Bemis _{a,b} Bemis _{a,b} -->Kutta, Bw _a --> κινημτική Bw _b --> Kelvin	Και τα δύο είναι ανωστικά. Περίπτωση αποκολλημένης ροής χωρίς πλάγια αποβολή
33	3a-3b-3c	Για a,b όπως παραπάνω. Για τις πλευρές στα επόμενα	Όπως το προηγούμενο ,αλλά με αποβολή από τα πλάγια
40	3-4		Άκρη χωρίς επιπλέον β.ε. και με οριζόντιο πλέγμα.
41	3-4		Άκρη χωρίς επιπλέον β.ε. και με κάθετο πλέγμα
42	3-4		Άκρη με επιπλέον β.ε. και με κάθετο πλέγμα.
43	3a-3b-4		Άκρη χωρίς επιπλέον β.ε. και με κάθετο πλέγμα. ανωστικό. Τα 3a-3b σώματα ανταποκρίνονται στην σύνδεση 32
50	3a-3b-5		
51	3 _L -3a-3b-3 _R -5		

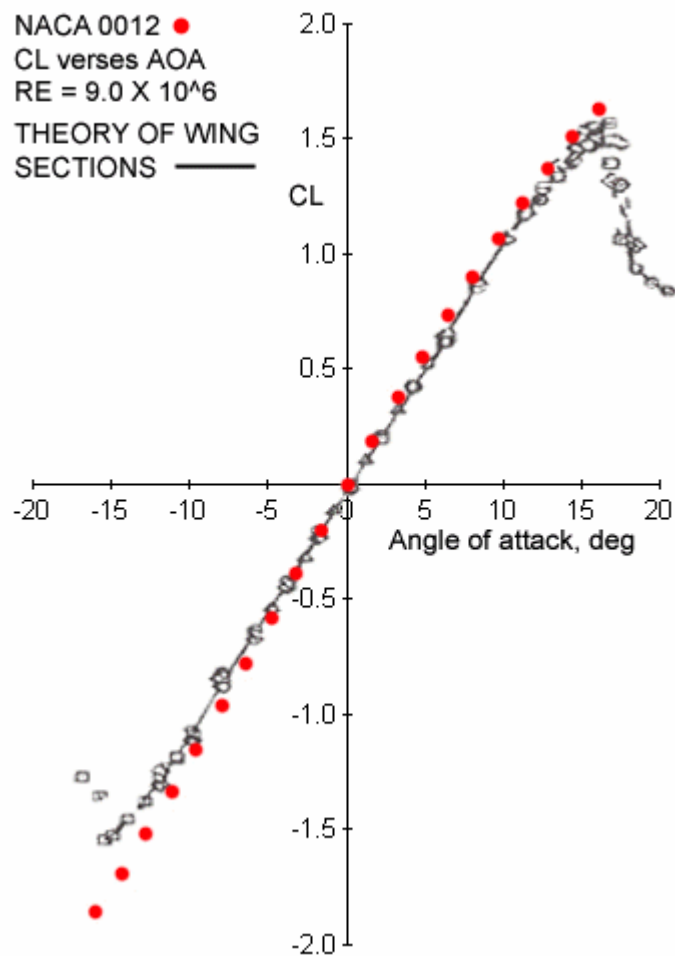
4 Υπολογιστικά Αποτελέσματα

4.1 Έλεγχος Ακρίβειας και σωστής Λειτουργίας του Κώδικα

Για να μπορέσουμε να δούμε αν ο κώδικας δουλεύει σωστά και βγάζει σωστά αποτελέσματα θα χρησιμοποιήσουμε μια γνωστή αεροτομή και θα συγκρίνουμε τα υπολογιστικά δεδομένα με αυτά που ήδη γνωρίζουμε και έχουμε επαληθεύσει ότι είναι σωστά.

Διαλέγουμε μια συμμετρική αεροτομή και προτιμούμε να είναι της σειράς NACA για τις οποίες υπάρχουν επιβεβαιωμένα δεδομένα. Έτσι διαλέγουμε την NACA 0012.



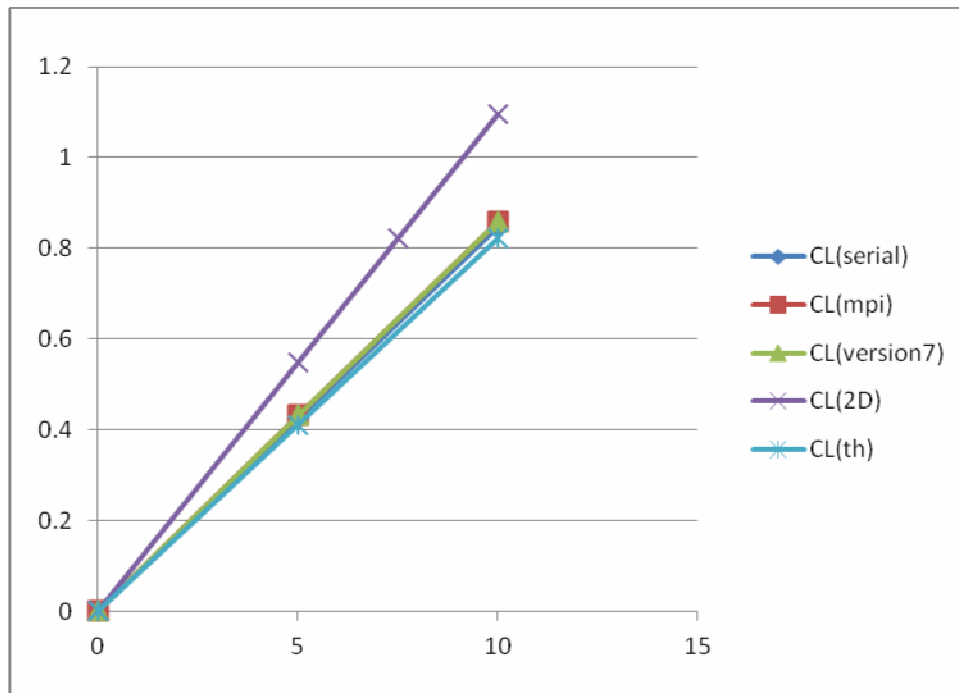


Έχοντας και τις προηγούμενες εκδόσεις του κώδικα : έκδοση 6 σειριακή και έκδοση 6 παράλληλη θα κάνουμε μια πολλαπλή επαλήθευση.

Επειδή έχουμε τρισδιάστατο πρόβλημα θα κάνουμε διάφορα τρεξίματα για διαφορετικούς λόγους επί μήκους (Aspect Ratio). Διαλέγουμε AR : 6,8 και 10

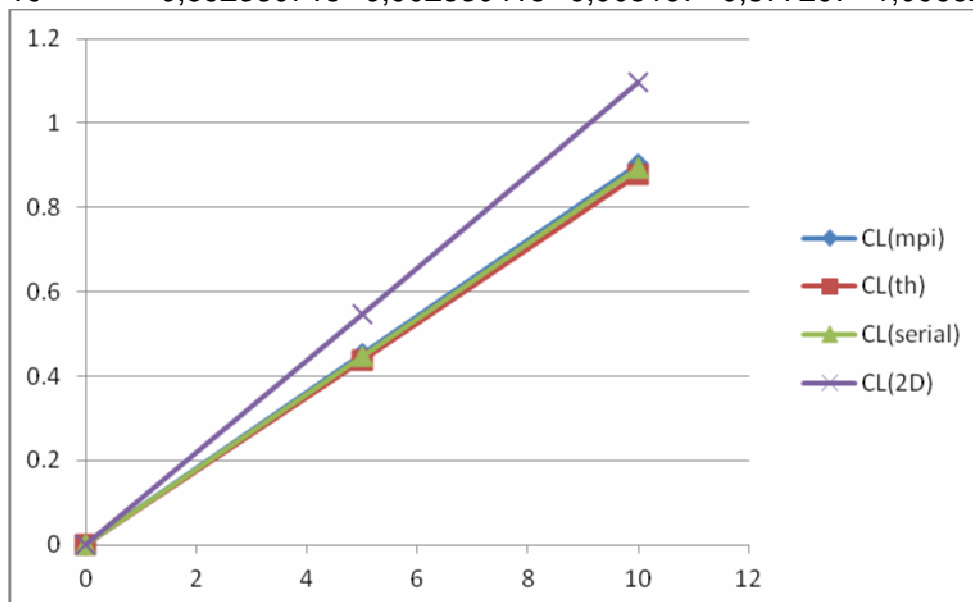
Για λόγο επί μήκους 6 έχουμε:

angle(o)	CL(serial)	CL(mpi)	CL(v7)	CL(th)	CL(2D)
0	0,001367873	0,001317779	0,001316	0	0
5	0,424250988	0,431741653	0,431855	0,411233	0,54831
10	0,846146539	0,85931322	0,859902	0,822466	1,096621



Για λόγο επί μήκους 8 έχουμε:

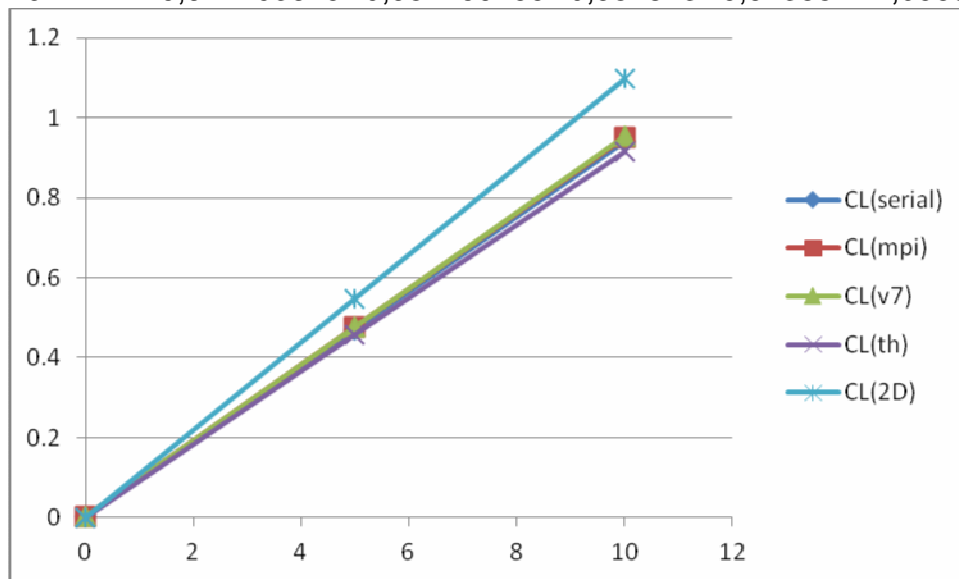
angle(o)	CL(serial)	CL(mpi)	CL(v7)	CL(th)	CL(2D)
0	0,001422994	0,001620834	0,001328	0	0
5	0,446260617	0,453682401	0,453606	0,438648	0,54831
10	0,892380715	0,902330413	0,903197	0,877297	1,096621



Και για λόγο επί μήκους 10 έχουμε:

angle(o)	CL(serial)	CL(mpi)	CL(v7)	CL(th)	CL(2D)
0	0,001276429	0,001304334	0,001275	0	0
5	0,471529602	0,477908742	0,477914	0,456925	0,54831

10 0,941103829 0,952159499 0,952873 0,913851 1,096621



Παρατηρούμε ότι ο κώδικας μας δίνει πολύ καλά δεδομένα .

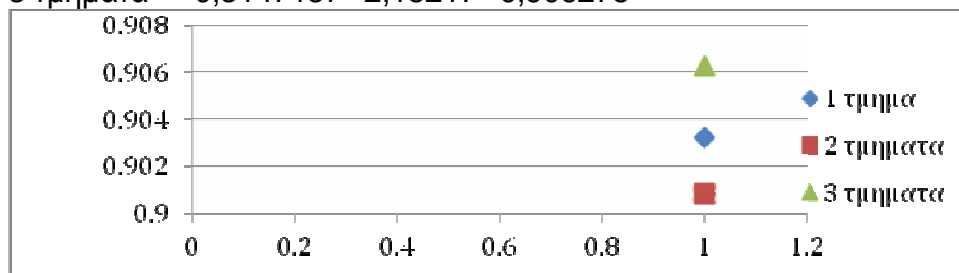
Έπειτα επειδή ο κώδικας GENUVP έχει φτιαχτεί για να υποστηρίξει την συνύπαρξη πολλών μεμ

ωνομένων σωμάτων που αλληλεπιδρούν , θα ελέγξουμε αν κατάτμηση της πτέρυγας σε κομμάτια επηρεάζει την σωστή λειτουργία , επίλυση του προβλήματος και την καλή ακρίβεια της λύσης.

Έτσι διαλέγουμε λόγο επί μήκους 8 και γωνία προσβολής τις 10° και παίρνουμε τα ακόλουθα υπολογιστικά αποτελέσματα:

version 7 AR=8 angle=8

	fx	fz	CL
1 τμήμα	0,3127	2,145	0,903197
2 τμήματα	0,3144491	2,139	0,900829
3 τμήματα	0,3147157	2,15217	0,906275



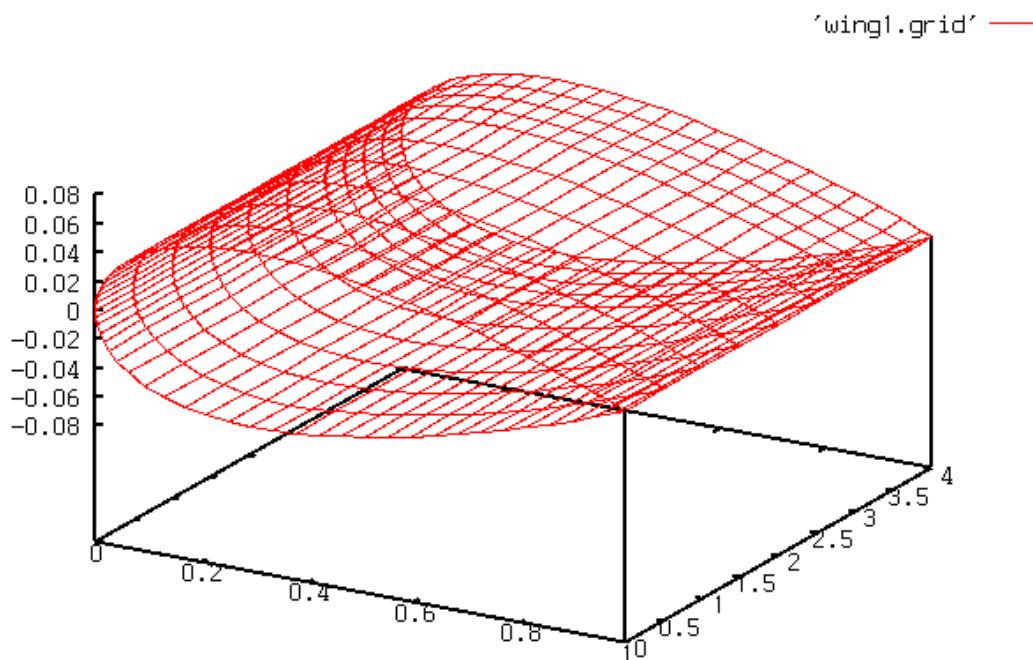
Παρατηρούμε ότι η κατάτμηση της πτέρυγας σε κομμάτια δεν επηρεάζει την λύση.

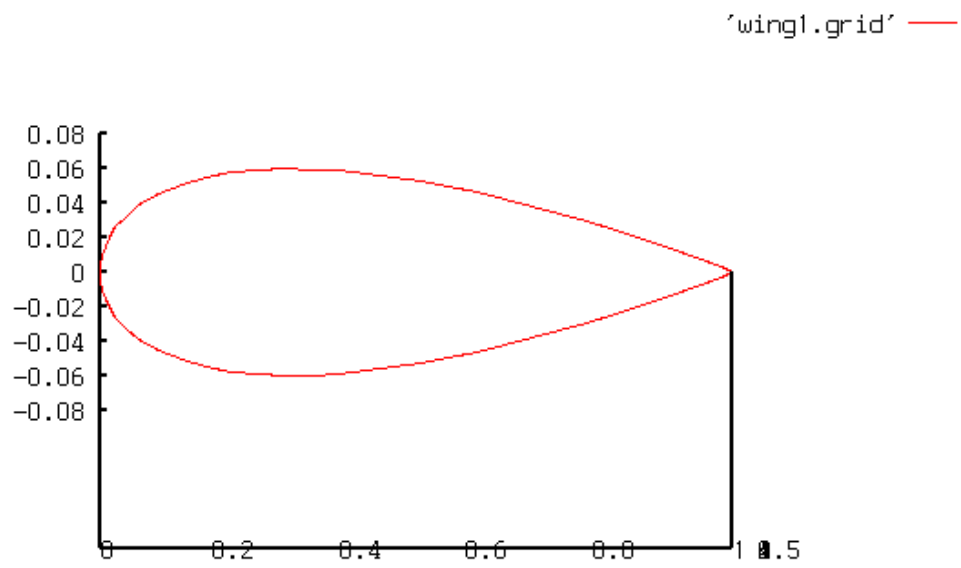
4.2 Συνδέσεις Σωμάτων

Θα αναλύσουμε τα υπολογιστικά αποτελέσματα με βάση την σύνδεση των σωμάτων. Για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε τις διάφορες συνδέσεις θεωρούμε ως αναφορά (reference) μια πτέρυγα με συγκεκριμένο λόγο επί μήκους. Φυσικά πρόκειται για την σύνδεση 30 ή μερικές φορές θα ονομάζεται για λόγους απλότητας και ως αναφορά .

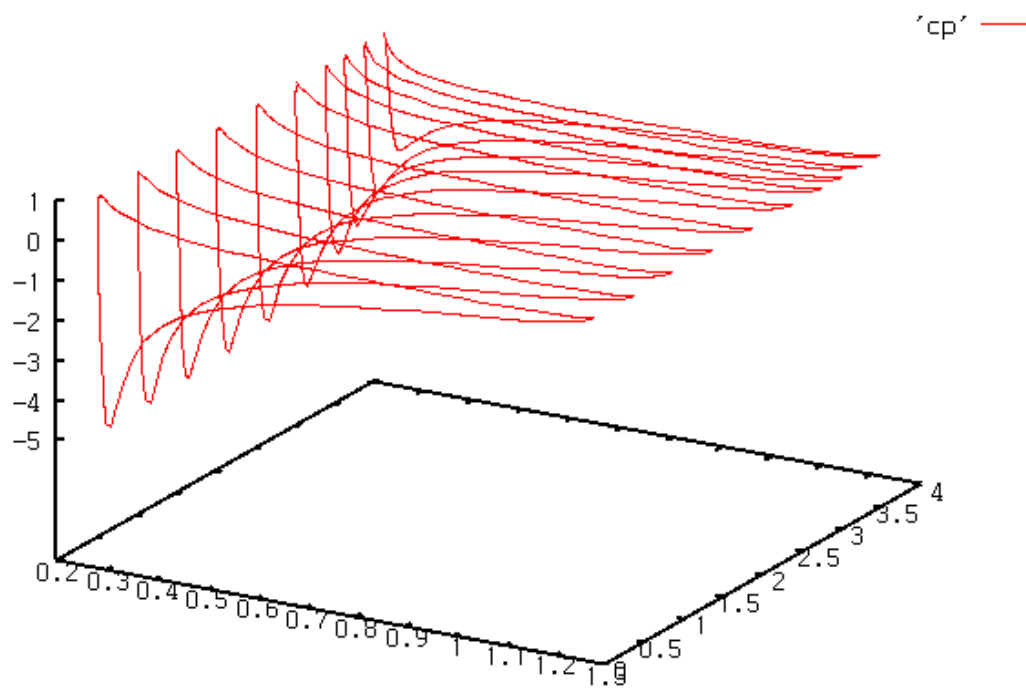
Σύνδεση 30

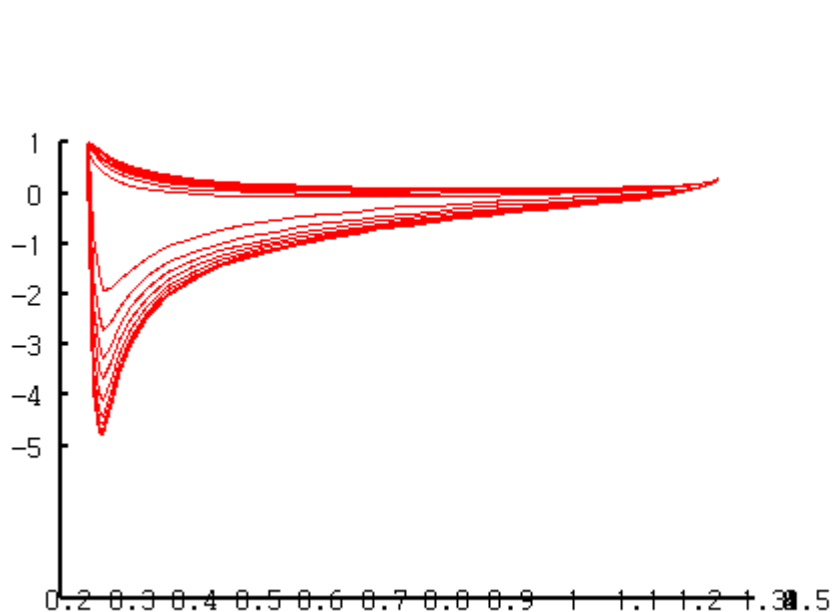
Η απεικόνιση του σώματος είναι η εξής:





Τα υπολογιστικά αποτελέσματα που παίρνουμε είναι τα εξής:





Σύνδεση 31

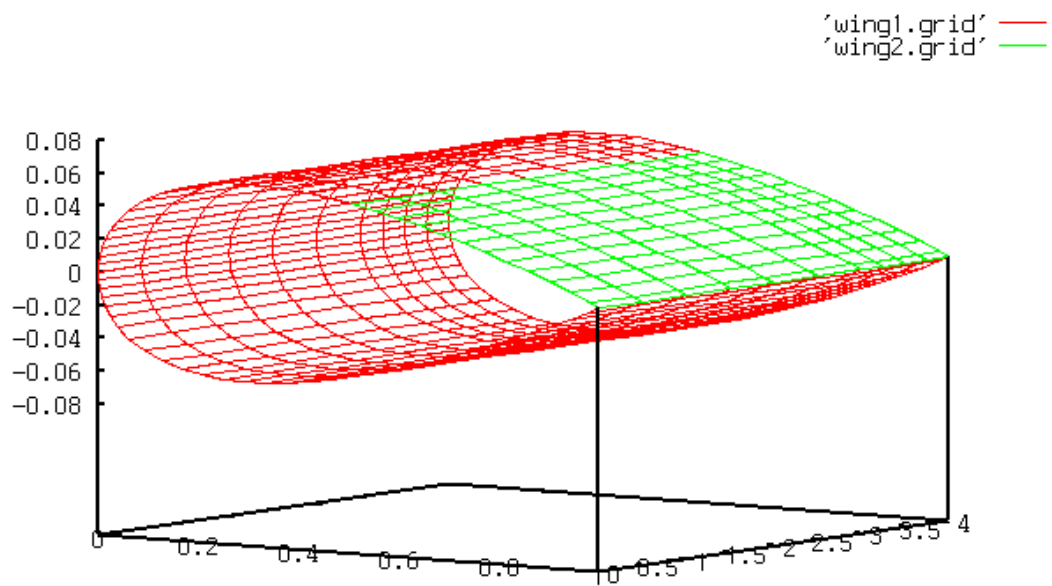
Η σύνδεση 31 είναι μεταξύ δύο διαφορετικών σωμάτων κατά μήκος της χορδής. Είναι μια σύνδεση που πρέπει να προσεχθεί ιδιαίτερα, γιατί δεν έχουμε αποβολή (δηλαδή αποκόλληση) στο σημείο σύνδεσης. Το δεύτερο σώμα είναι η συνέχεια του πρώτου. Σε αυτήν την σύνδεση το σημαντικό είναι ότι η κατανομή του B του πρώτου σώματος τελειώνει στο σημείο όπου γίνεται η σύνδεση με το δεύτερο σώμα. Επειδή δεν έχουμε αποβολή στροβιλότητας από το σημείο της σύνδεσης, αλλά όλη η στροβιλότητα αποβάλλεται από το τελείωμα του δευτέρου σώματος στην οποία συμμετέχουν με την γραμμική κατανομή των διπόλων τους και τα δύο σώματα, θα πρέπει η κατανομή των διπόλων του δεύτερου σώματος να έχει ως αφητηρία την αριθμητική τιμή αυτήν με την οποία «τελείωσε» το πρώτο σώμα. Επιπλέον θα πρέπει να προσεχθεί ιδιαίτερα ότι τα μήκη που χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της συνολικής κυκλοφορίας να είναι τα συνολικά και όχι τα επί μέρους.

Ακόμα γνωρίζουμε ότι θα πρέπει η συνθήκη Kutta και το θεώρημα του Kelvin να μας δίνουν τα εξής:

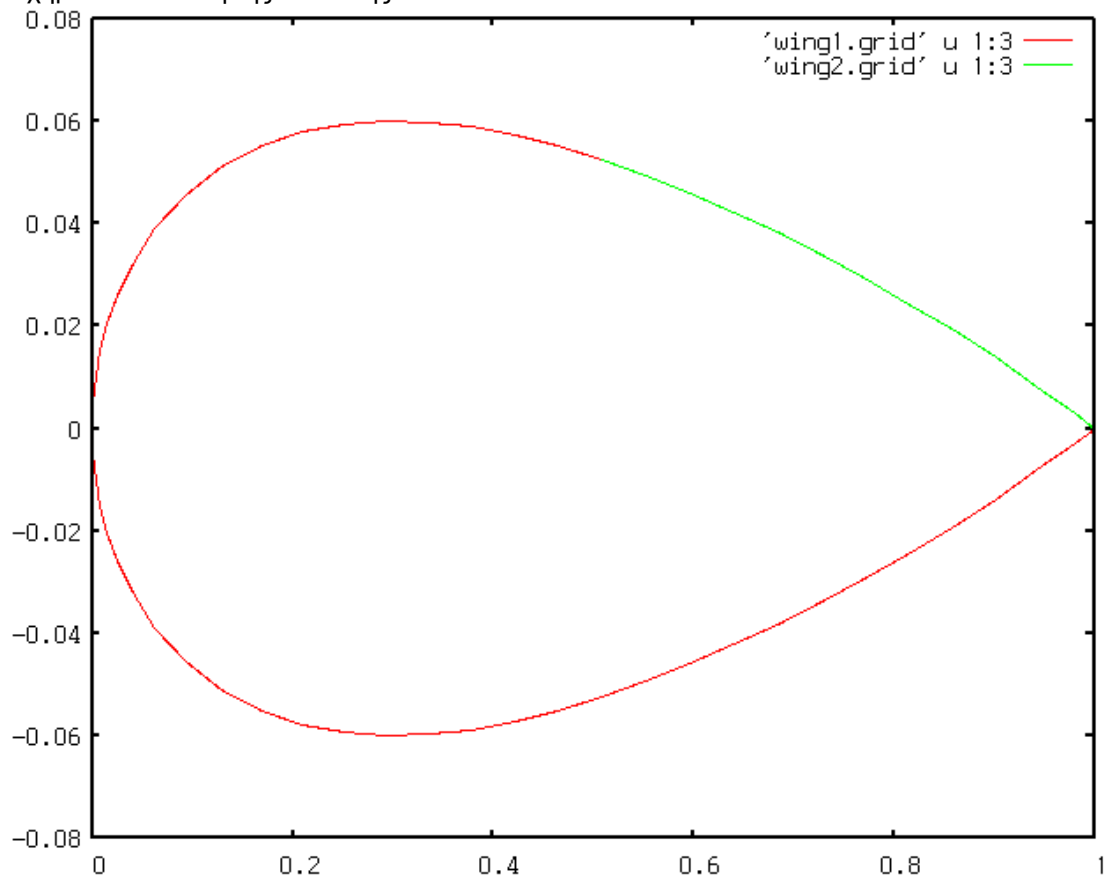
$B_{\text{emis}} \rightarrow Kutta$

$B_w \rightarrow Kelvin$

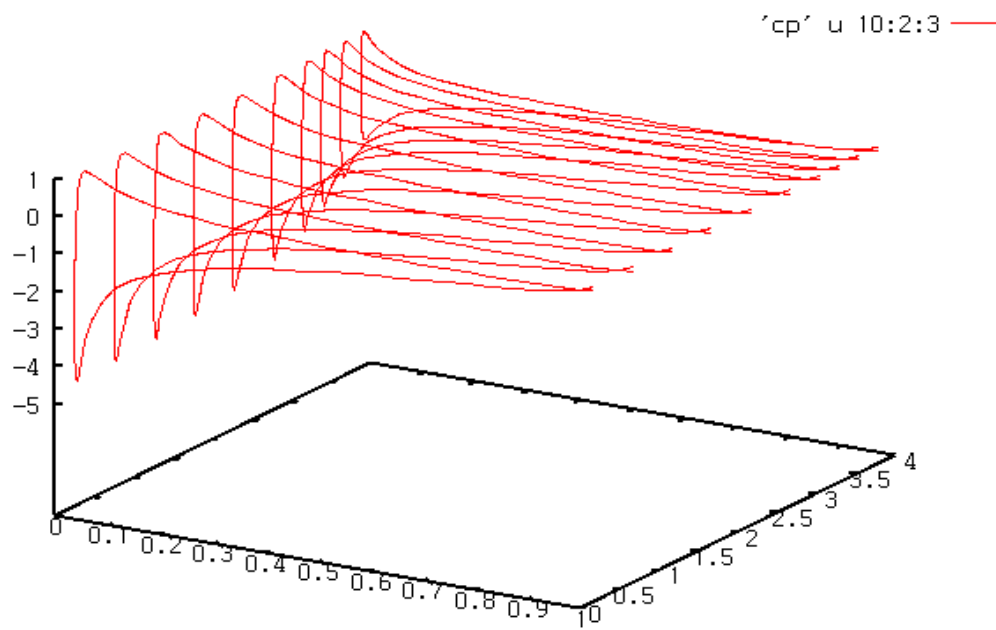
Για λόγους απλότητας επιλέχθηκε το μέσο της χορδής (μέση) ως το σημείο που θα συνδέονται τα δύο σώματα.



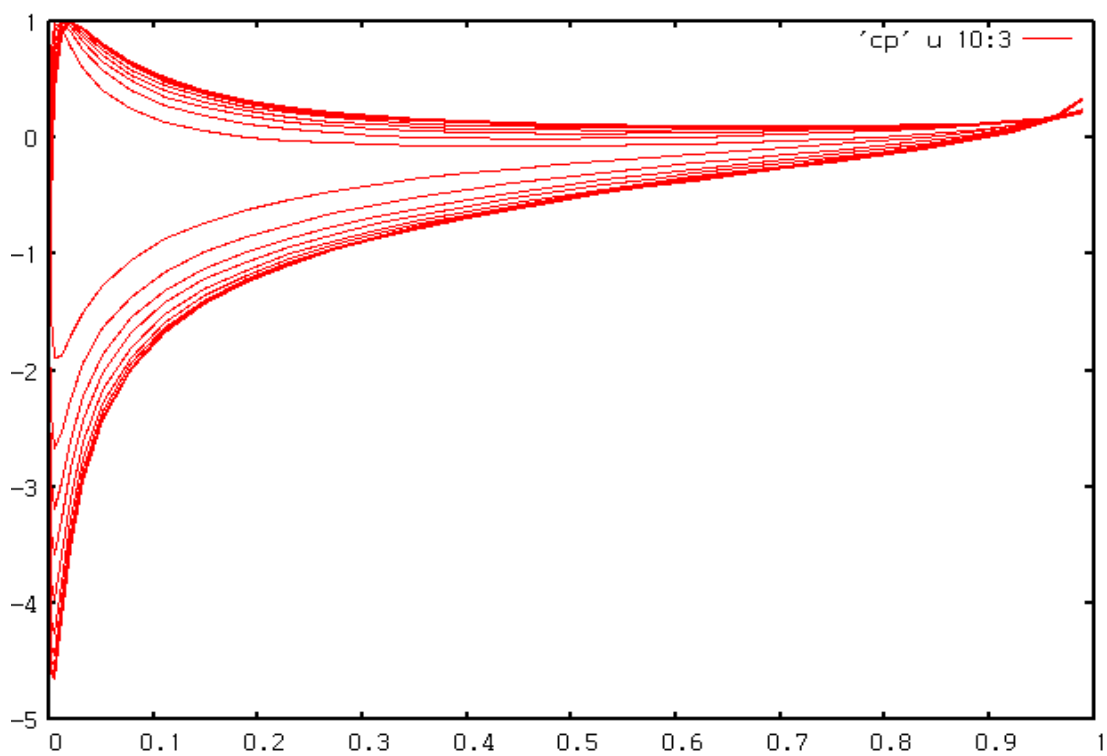
Σχήμα: Απεικόνιση της σύνδεσης 31



Σχήμα: Απεικόνιση της σύνδεσης 31 σε προφίλ

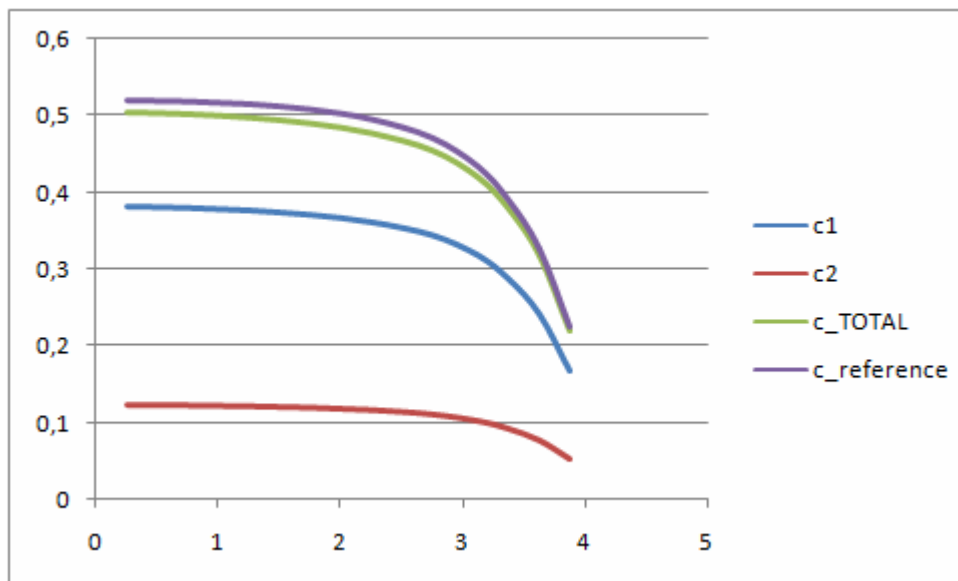


Σχήμα :Τα διαγράμματα των λόγων πίεσης σε τρισδιάστατη απεικόνιση



Σχήμα: Οι λόγοι πίεσης σε δισδιάστατη απεικόνιση

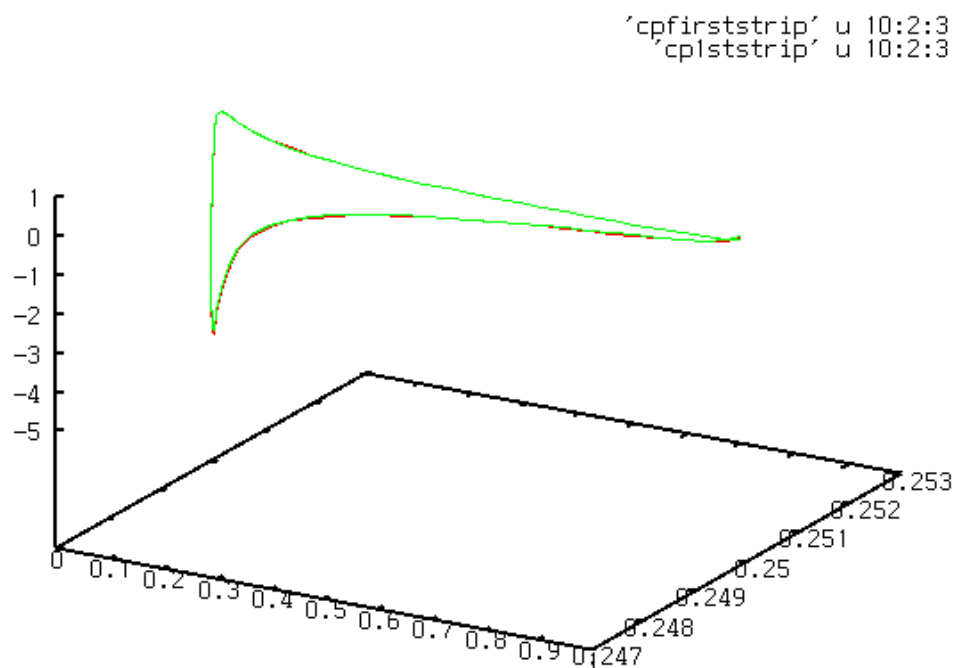
Αρχικά ελέγχουμε τις κυκλοφορίες που πέρνουμε για τα δύο σώματα

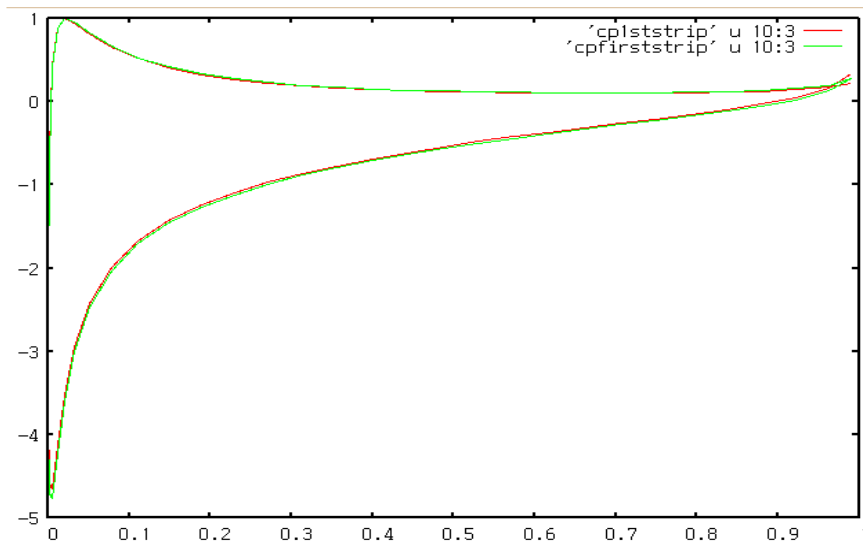


Παρατηρούμε μια μικρή διαφορά η οποία ποσοστιαία είναι πολύ μικρή .

Έπειτα κάνουμε μια σύγκριση των λόγων πίεσης αυτής της σύνδεσης με τους λόγους πίεσης της ολόκληρης και μη κατατετμημένης πτέρυγας.

Τα αποτελέσματα που παίρνουμε είναι χαρακτηριστικά:





Στο παραπάνω διάγραμμα συγκρίναμε τους λόγους πίεσης στην πρώτη λωρίδα (strip) μεταξύ της σύνδεσης 31 και της ολόκληρης πτέρυγας .Συγκρίναμε κυρίως την πρώτη λωρίδα γιατί εκεί περιμένουμε να βρούμε ενδεχόμενο σφάλμα , αφού στην άκρη μπορούν να εμφανιστούν οι περισσότερες δυσλειτουργίες .

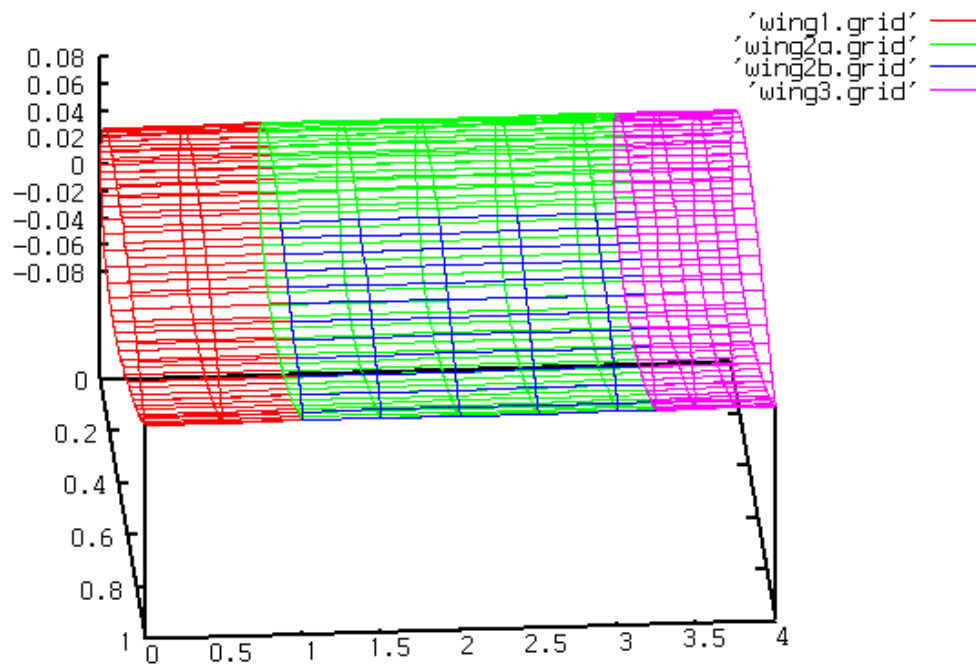
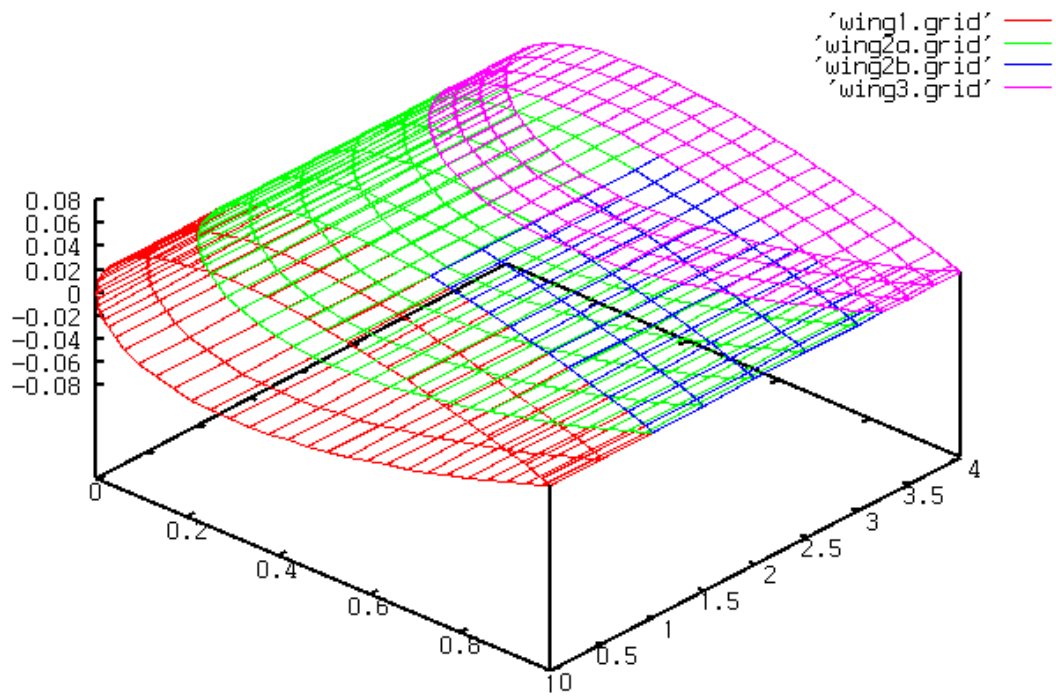
Συμπεράσματα

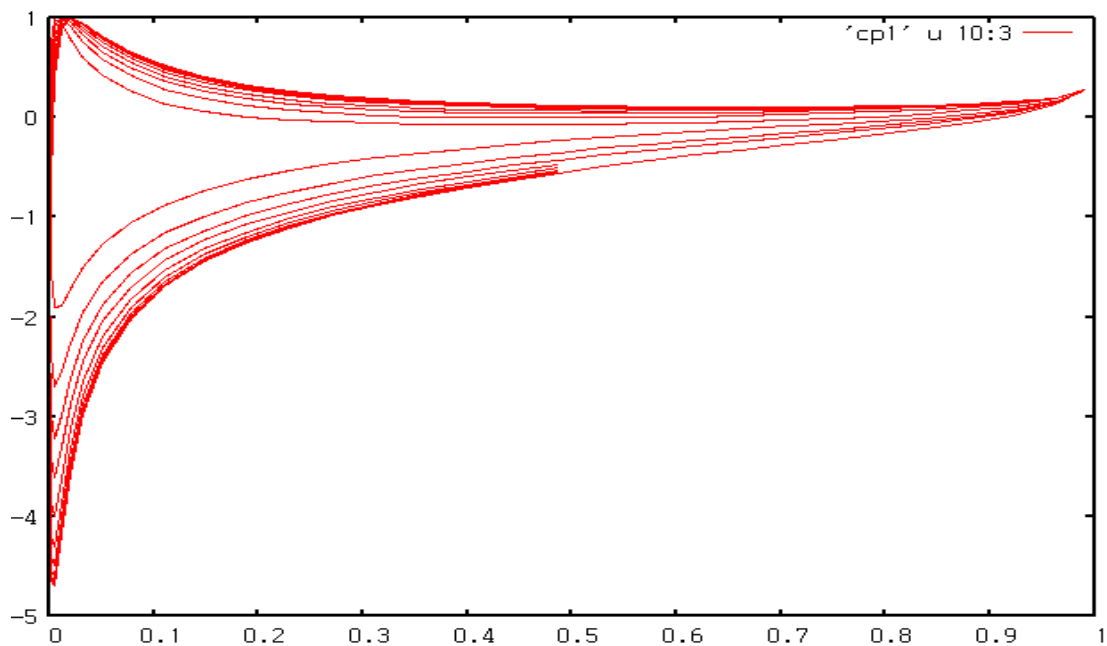
Τα αποτελέσματα είναι αρκετά καλά και σύμφωνα με αυτά που περιμέναμε.Οι λόγοι πίεσης εμφανίζουν λογικά δεδομένα με λογική αλληλουχία μεταξύ των λωρίδων (strips).

Σύνδεση 30-31-30

Πριν συνεχίσουμε στις επόμενες συνδέσεις έγινε δοκιμή στην σύνδεση 30-31-30 για να ελέγξουμε αν πράγματι έχουμε σωστά αποτελέσματα.

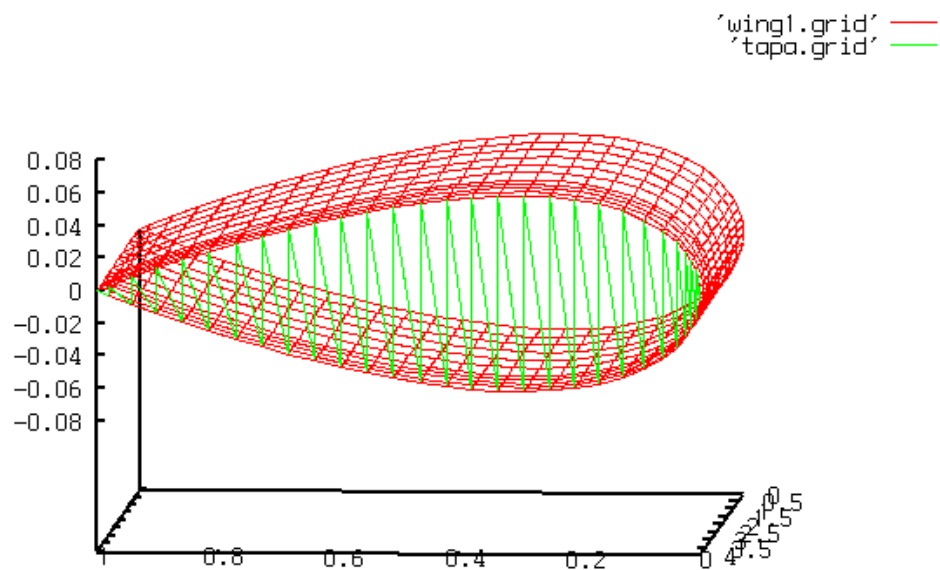
Η απεικόνιση της παραπάνω σύνδεσης είναι η εξής:



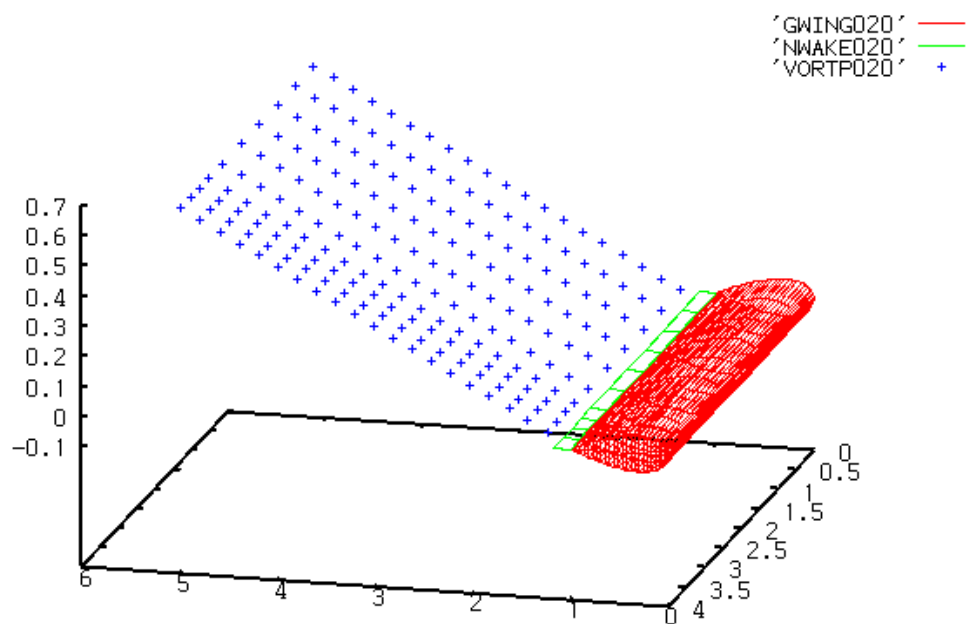


Σύνδεση 40

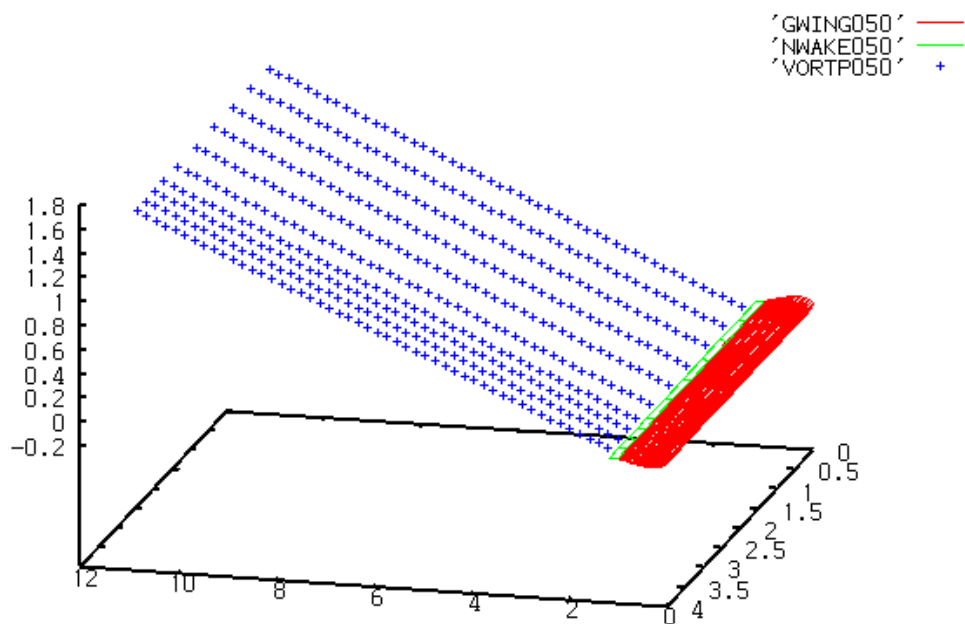
Η σύνδεση 41 είναι μεταξύ πτέρυγας και τάπας. Σε αυτήν την σύνδεση δεν έχουμε επιπλέον βαθμό ελευθερίας και η τάπα έχει οριζόντιο πλέγμα.



Στα 20 χρονικά βήματα έχουμε



Στα 50 χρονικά βήματα έχουμε

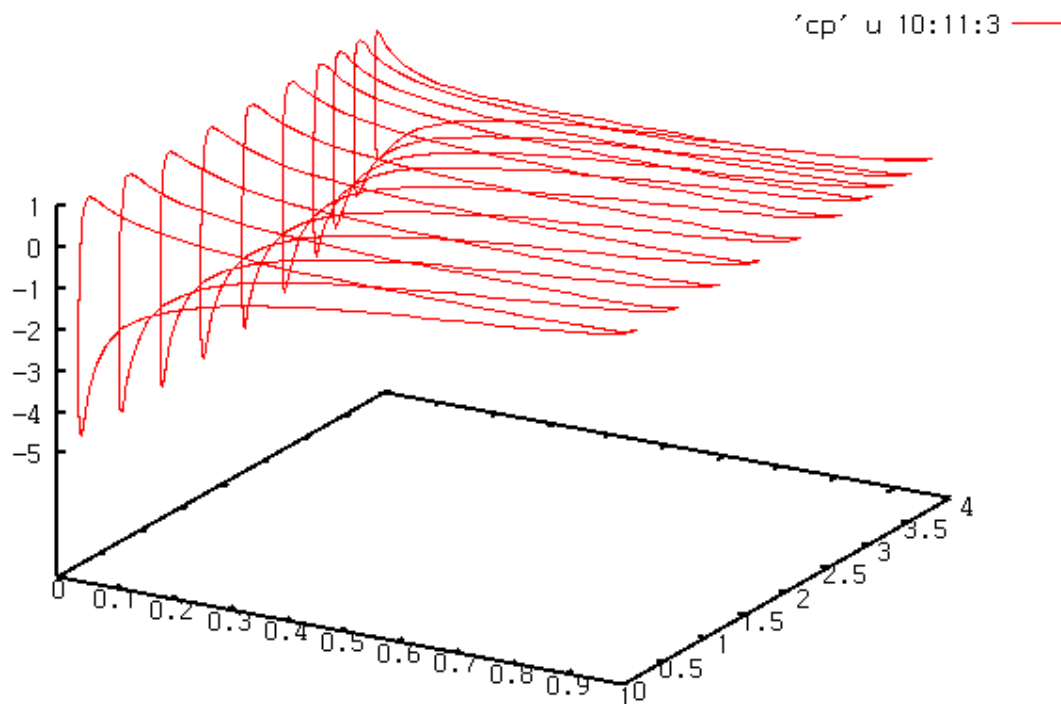
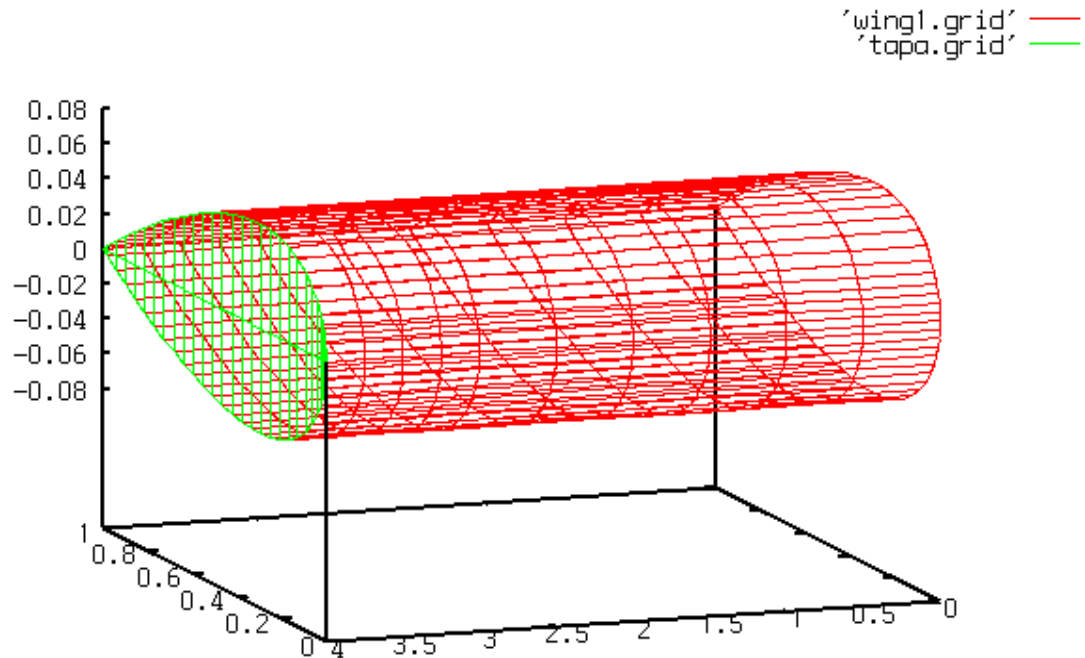


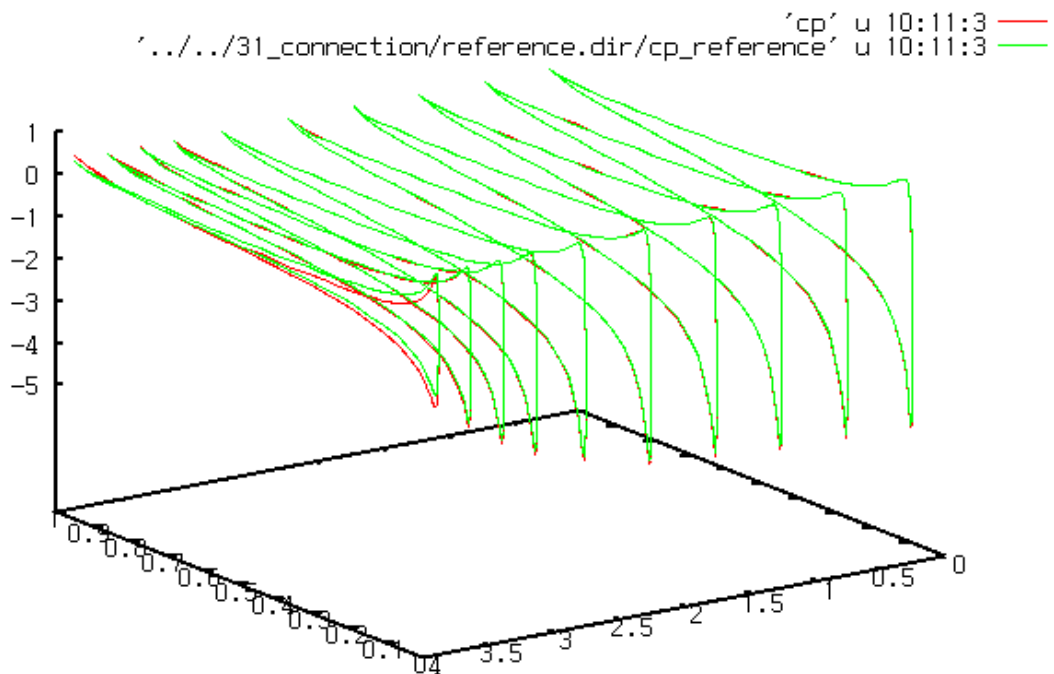
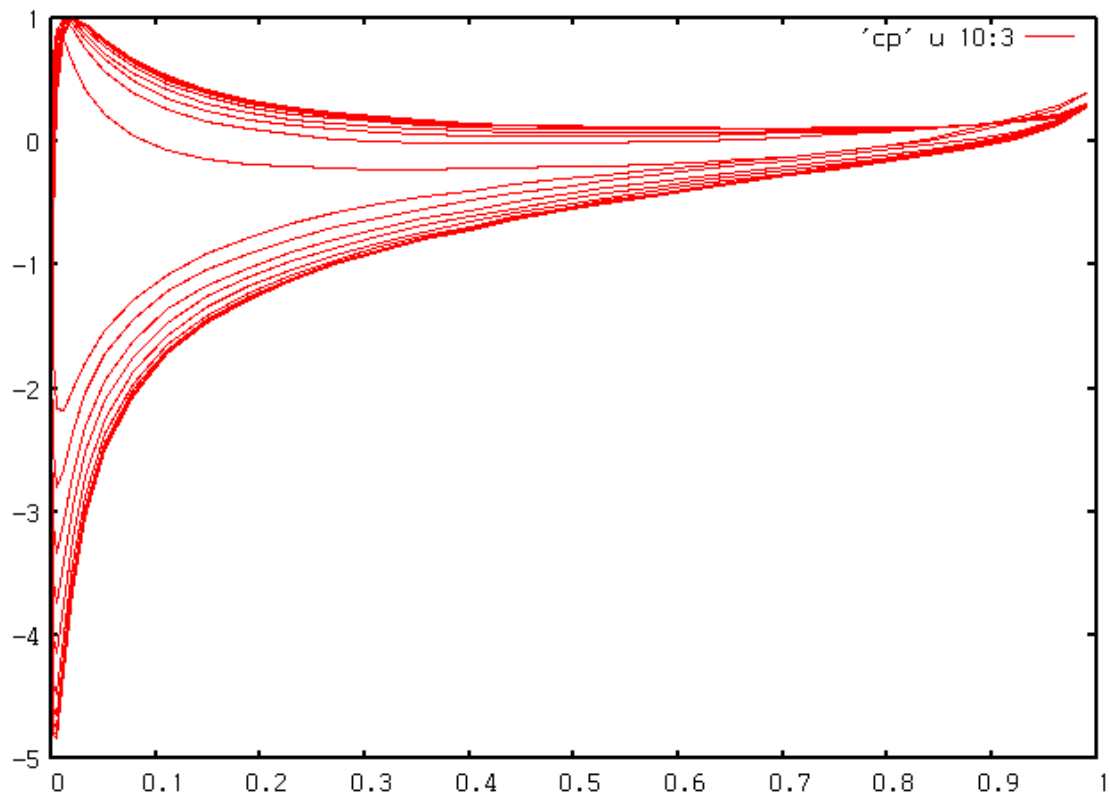
Παρατηρούμε ότι τα 50 βήματα είναι αρκετά για να διαπιστώσουμε ότι λειτουργεί σωστά.

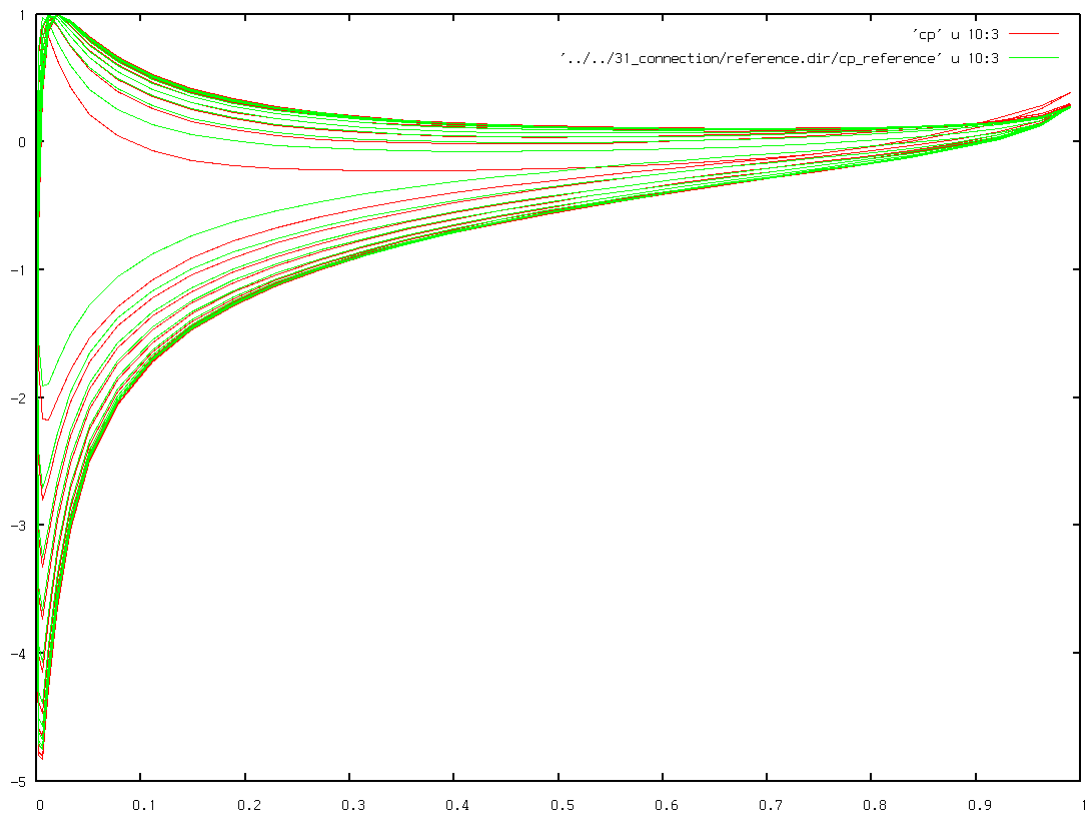
Σύνδεση 41

Η σύνδεση 41 είναι μεταξύ πτέρυγας και τάπας. Σε αυτήν την σύνδεση δεν έχουμε επιπλέον βαθμό ελευθερίας και η τάπα έχει κάθετο πλέγμα.

Η μορφή που έχει είναι ως εξής:

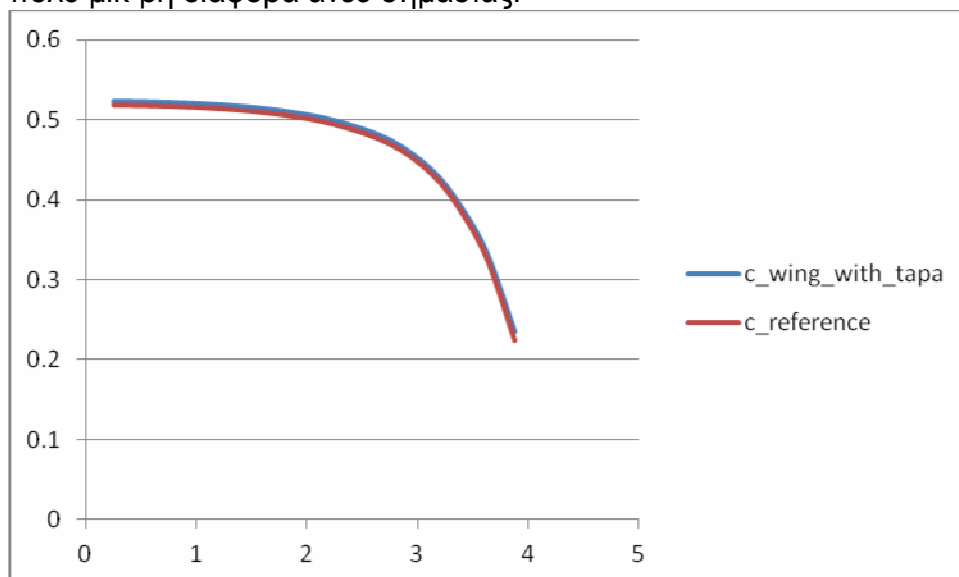






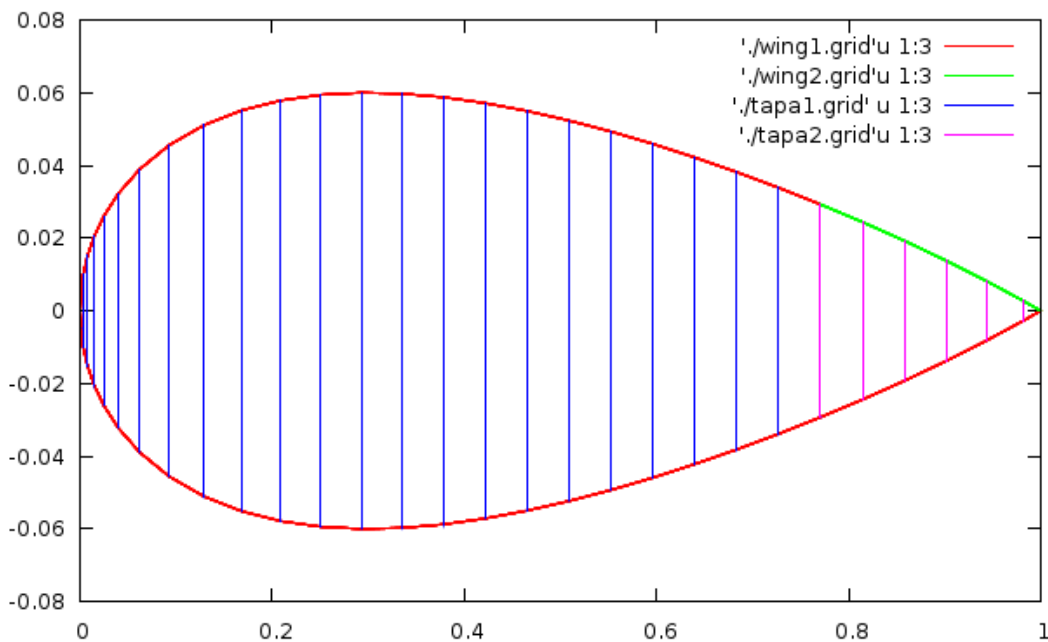
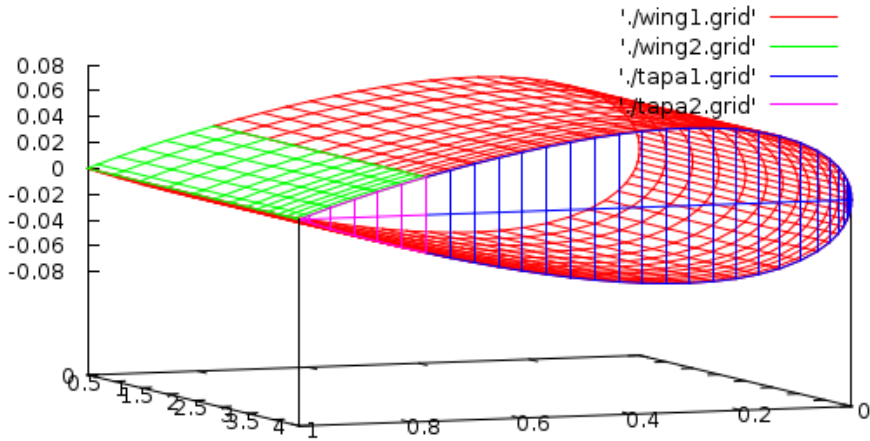
Παρατηρούμε μια μικρή διαφορά στους λόγους πίεσης κυρίως στα άκρα, κάτι που είναι λογικό λόγω της επίδρασης που έχει η τάπα.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα της κυκλοφορίας βλέπουμε ότι έχουμε μια πολύ μικρή διαφορά άνευ σημασίας.



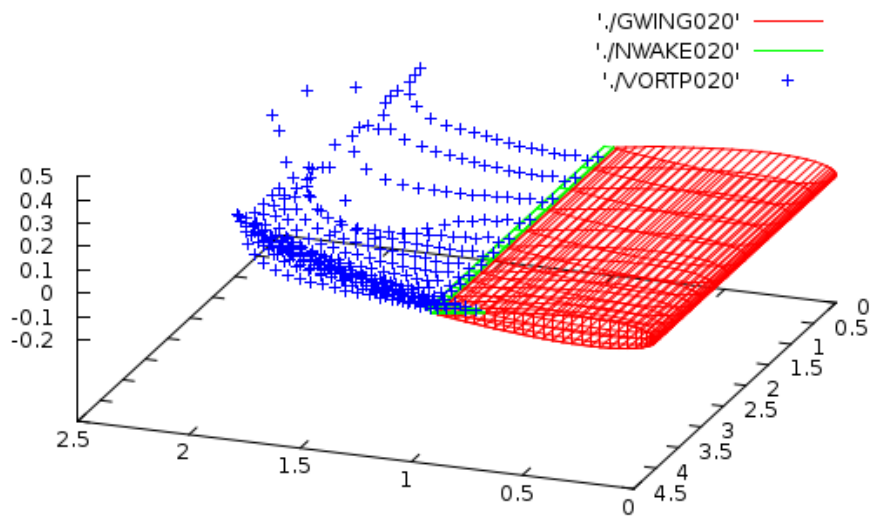
Σύνδεση 31-41

Έπειτα δοκιμάσαμε διπλή σύνδεση . Δηλαδή σύνδεση 31 και σύνδεση 41 σε συνδυασμό.

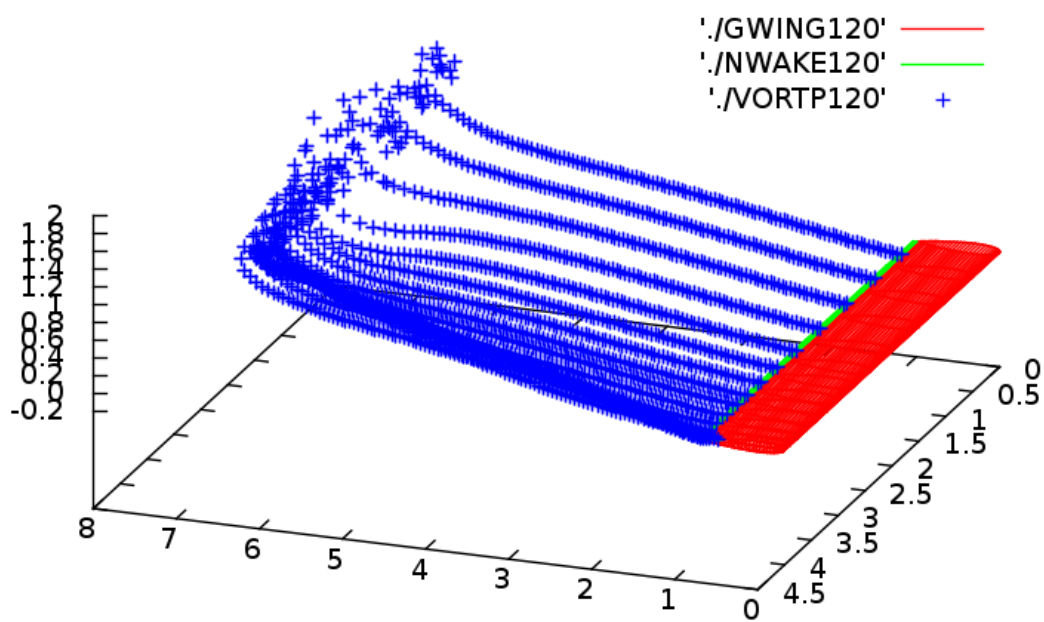


Όπως βλέπουμε η τάπα είναι χωρισμένη σε δύο τμήματα υποχρεωτικά , έτσι ώστε να είναι δυνατή η σύνδεσή της με δύο ξεχωριστά σώματα , όπου γίνονται δύο διαφορετικές διεργασίες. Στην μία περίπτωση (σύνδεση 31) δεν έχουμε αποβολή στροβιλότητας από τα πλάγια , ενώ στην δεύτερη (σύνδεση 41) έχουμε αποβολή από τα πλάγια.

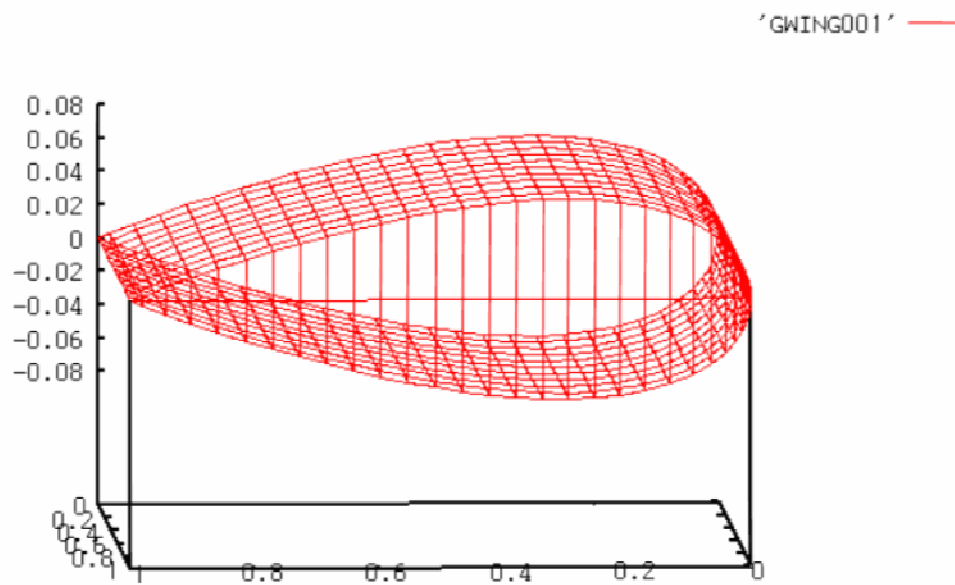
Απεικονίζοντας τον ομόρρου παίρνουμε τα παρακάτω διαγράμματα.



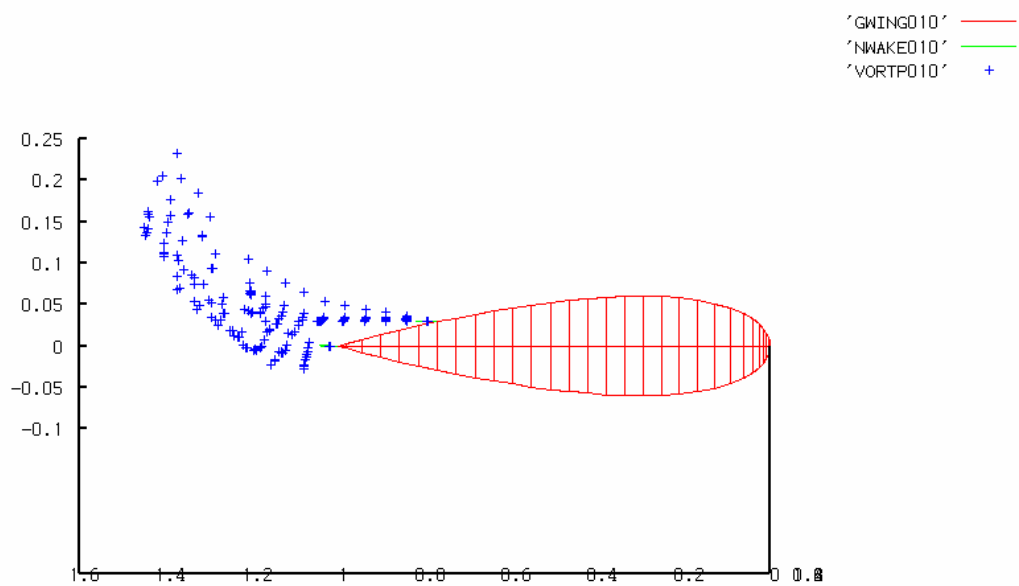
Παρατηρούμε ότι η αποβολή από τα πλάγια γίνεται όπως την περιμένουμε.



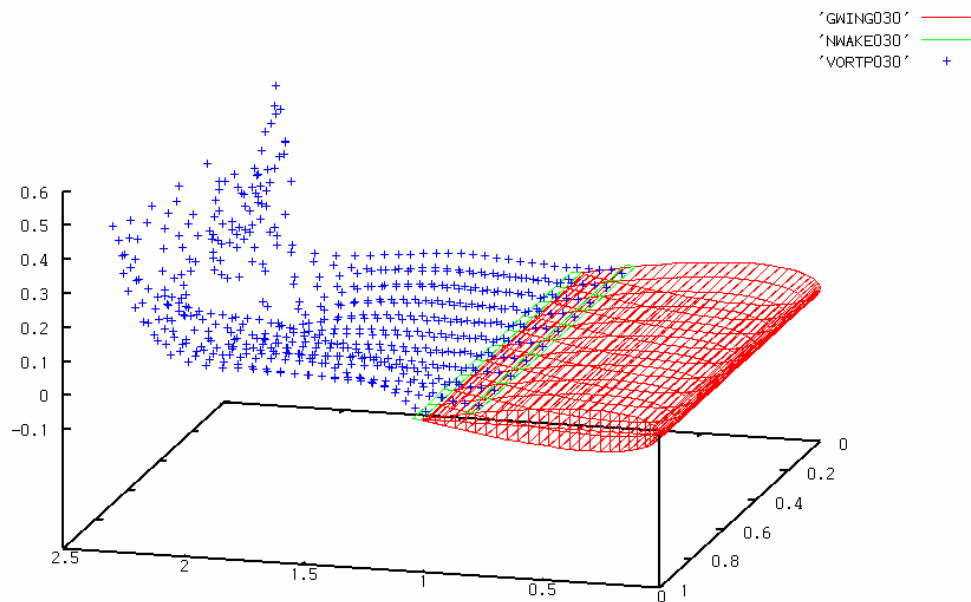
Σύνδεση 32



Η σύνδεση τύπου 32 είναι η επόμενη .
 Στα πρώτα 10 βήματα έχουμε το εξής:

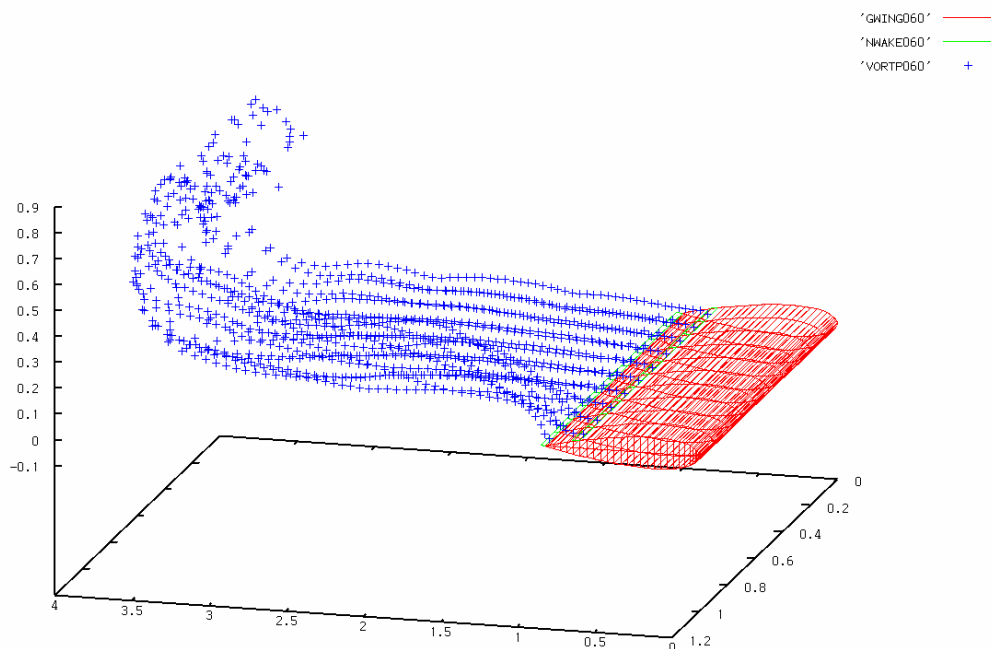


Στα 30 χρονικά βήματα έχουμε:



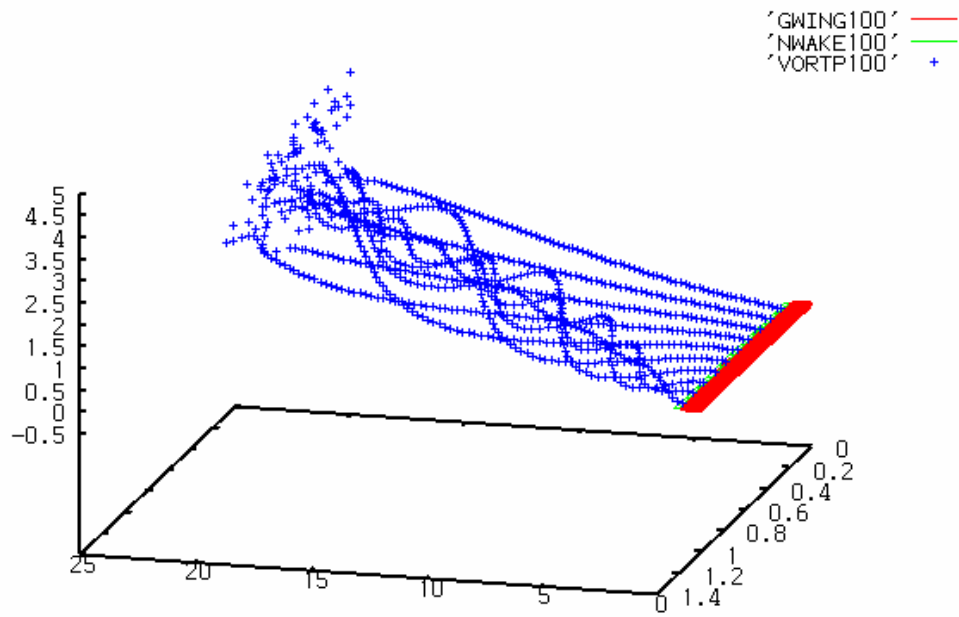
Εδώ παρατηρούμε ότι η αποκόλληση στα πλάγια φαίνεται λογική .Βέβαια στο κέντρο του ομόρου βλέπουμε κάποια σωματίδια στροβιλότητας που δεν έχουν την επιθυμητή πύκνωση .

Στα 60 χρονικά βήματα έχουμε:

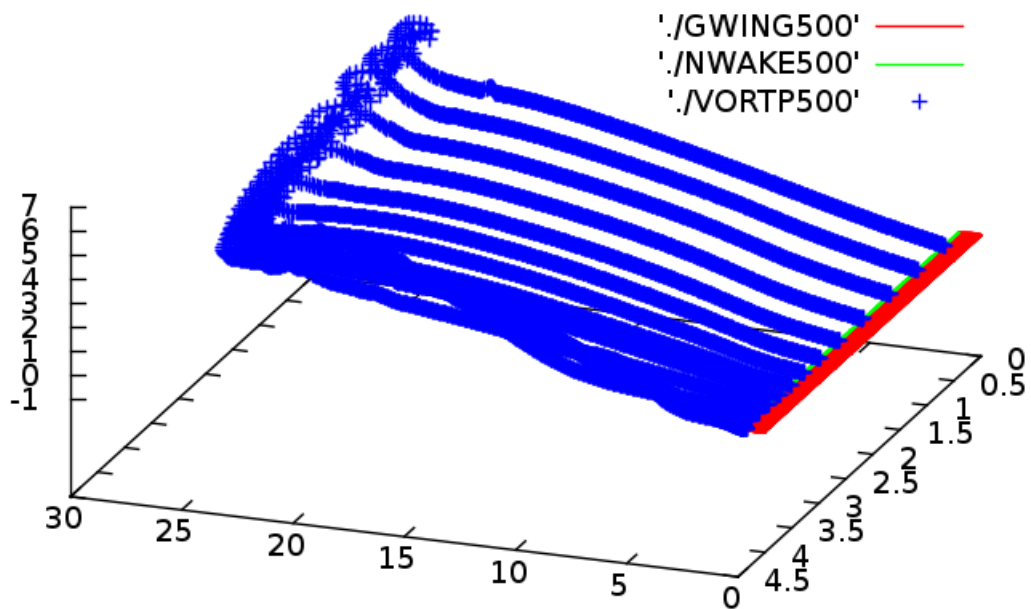


Παρατηρούμε ότι το φαινόμενο της πλάγιας αποκόλλησης έχει μια λογική εξέλιξη.

Και στο 100° χρονικό βήμα έχουμε:



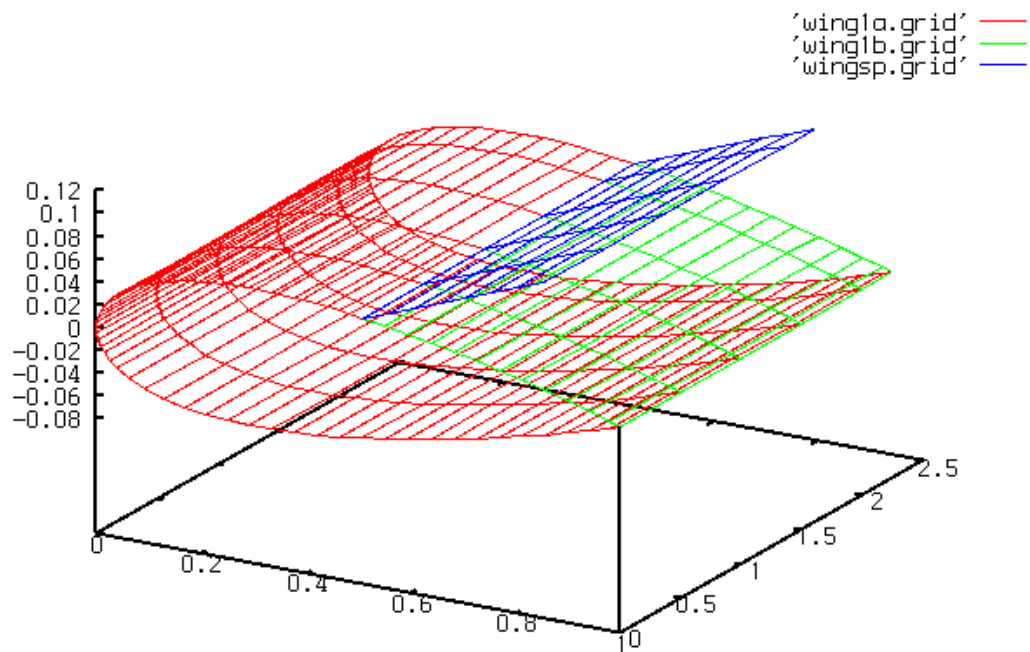
Εδώ παρατηρούμε ότι ο πλάγιος στρόβιλος έχει λογική εξέλιξη. Ο υπόλοιπος βέβαια ομόρους τείνει να πλησιάσει αρκετά τον στρόβιλο, ίσως περισσότερο από ότι θα έπρεπε.



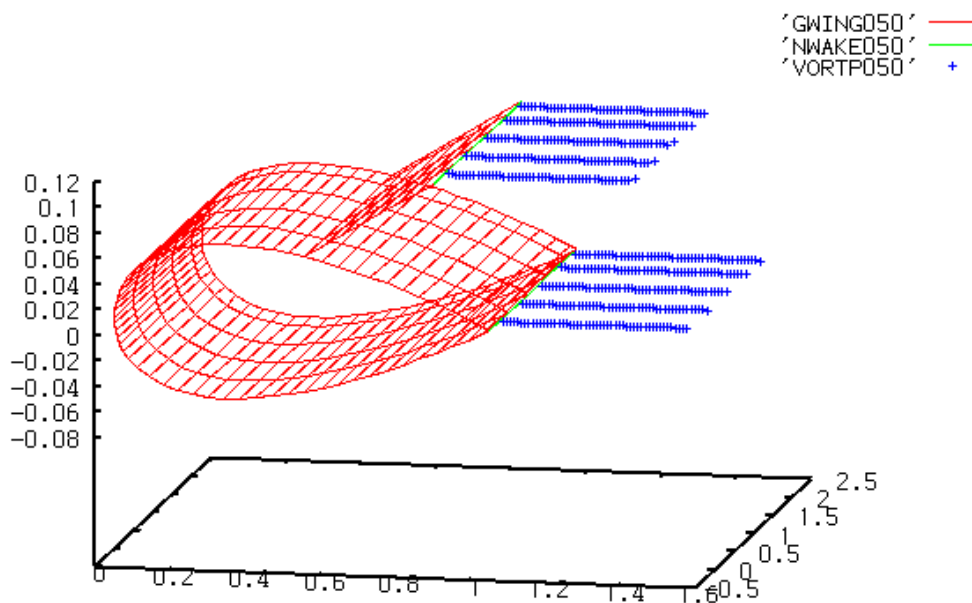
Σύνδεση 50

Πρόκειται για τον τελικό στόχο της διπλωματικής αυτής εργασίας κάτι που έχει αρκετές δυσκολίες υπολογιστικά έτσι ώστε να πετύχουμε το σωστό και πραγματικό αποτέλεσμα.

Η μορφή που έχει αρχικά η πτέρυγά μας είναι η παρακάτω.



Η αρχική εκτέλεση του κώδικα δεν είχε τα επιθυμητά αποτελέσματα.

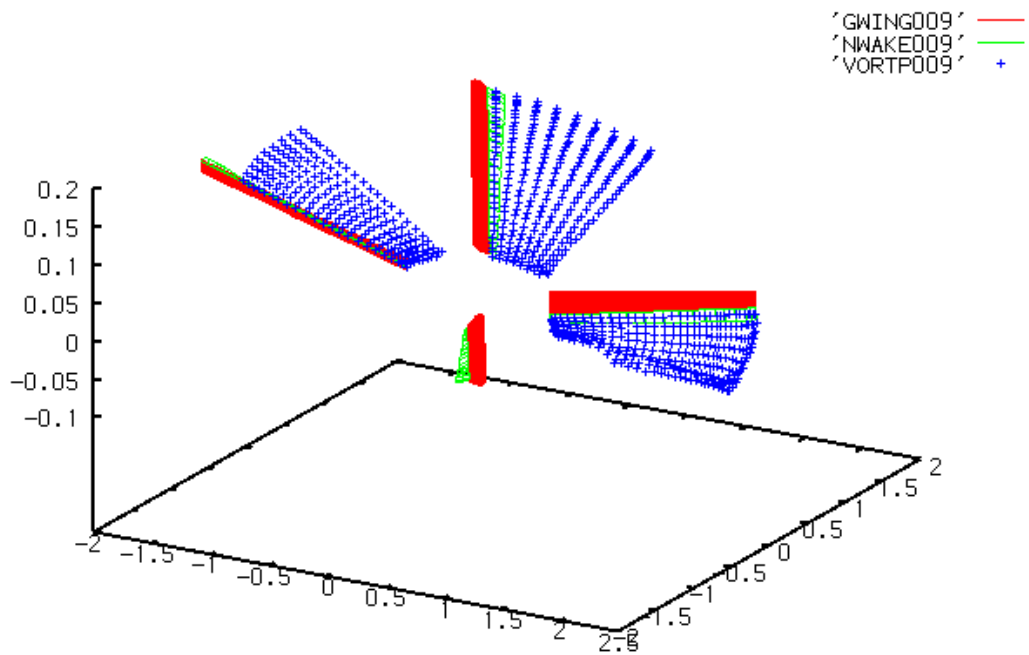
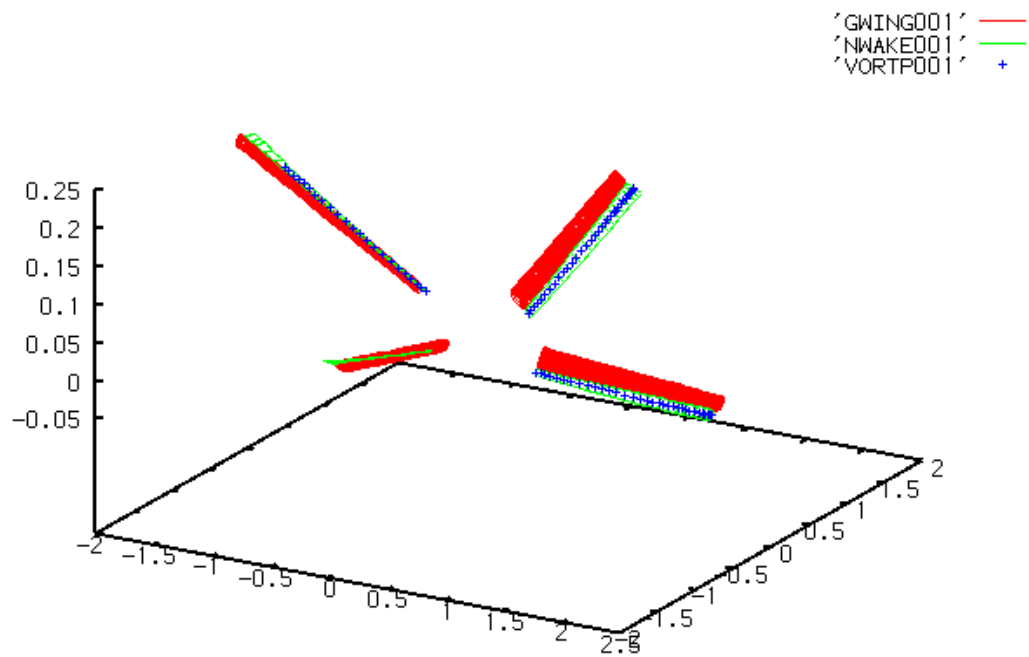


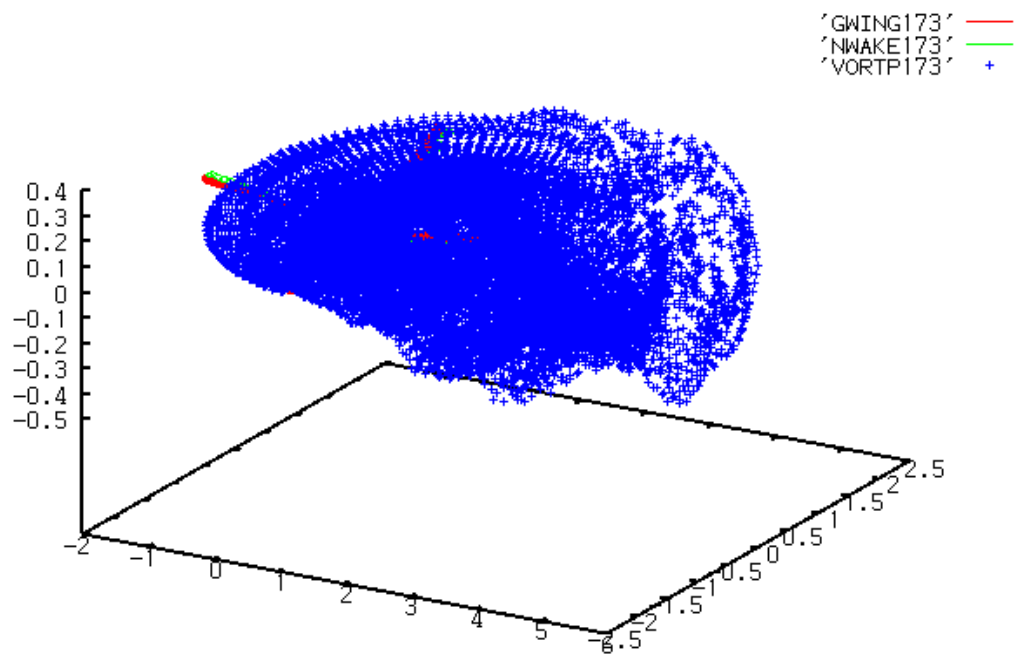
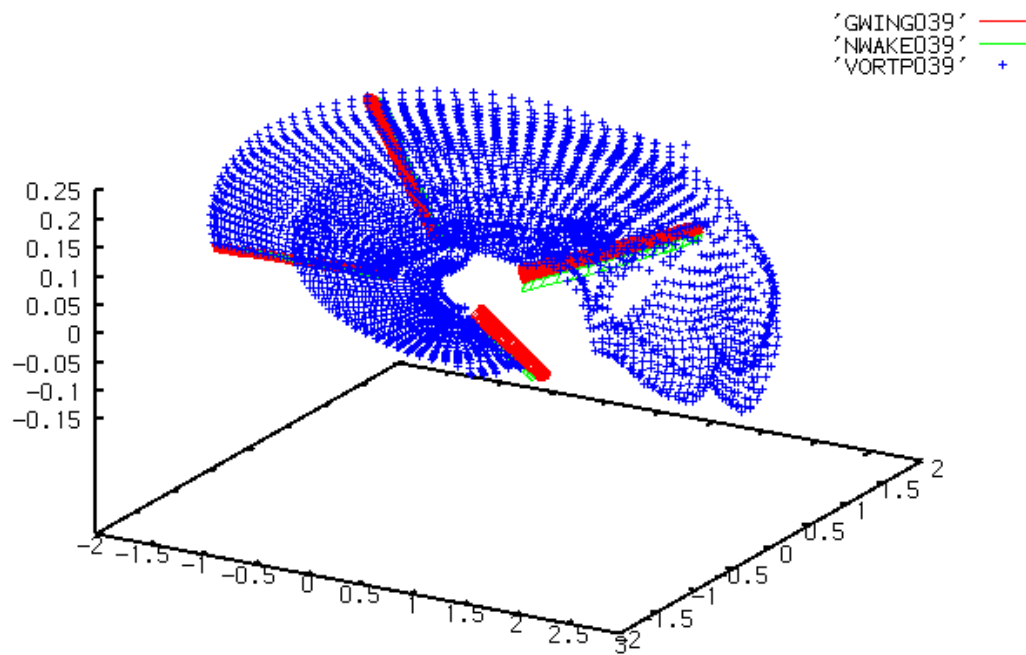
Παρατηρούμε ότι η αποβολή της στροβιλότητας δεν γίνεται όπως πρέπει.

4.3 Σύνθετες Συνδέσεις Σωμάτων

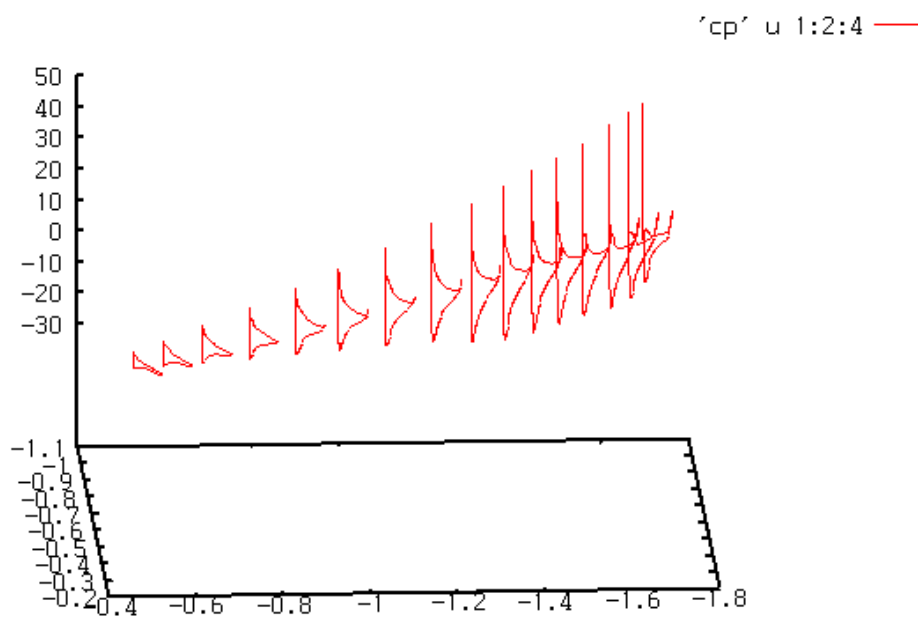
ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΟ

Το πρόβλημα του ελικοπτέρου είναι εξαιρετικά



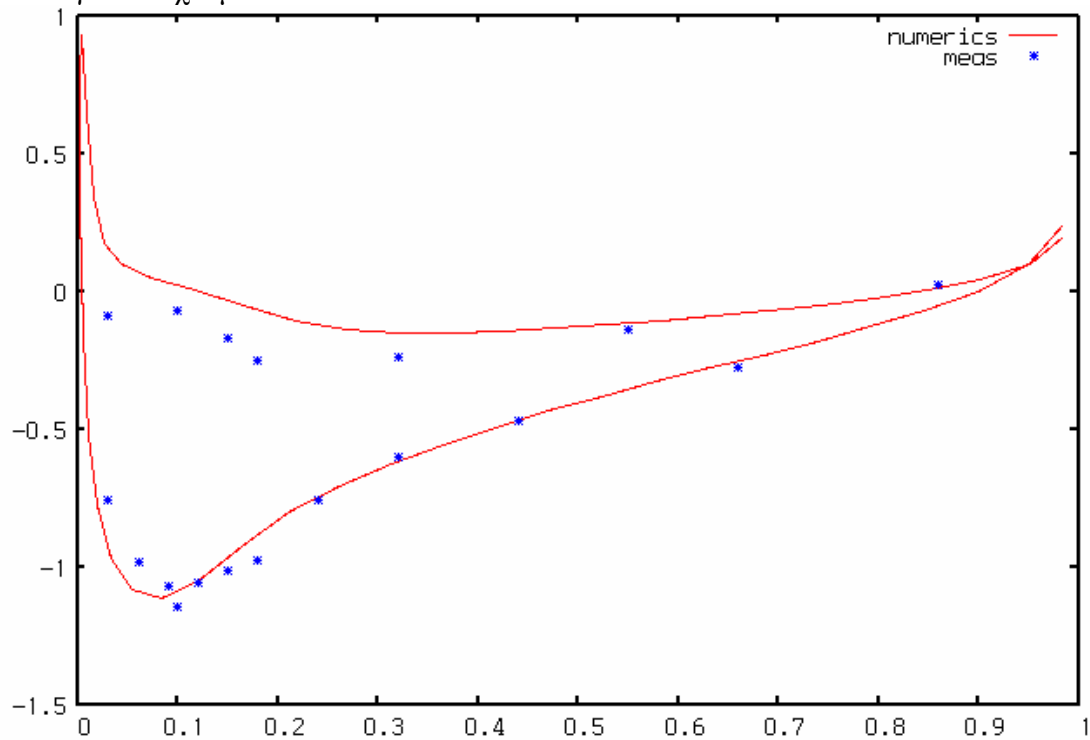


Έπειτα για να μπορέσουμε να διαπιστώσουμε την σωστή λειτουργία του κώδικα και την ορθότητα των αποτελεσμάτων θα συγκρίνουμε με υπάρχοντα υπολογιστικά δεδομένα για διάφορες γωνίες αζιμούθιου. Θα πρέπει να τονισθεί ότι η περίπτωση που αναλύεται είναι η κάθοδος του ελικοπτέρου. Πρόκειται για περίπτωση με ιδιαιτερότητες και απαιτείται μεγάλη προσοχή στην αεροδυναμική της ανάλυση.



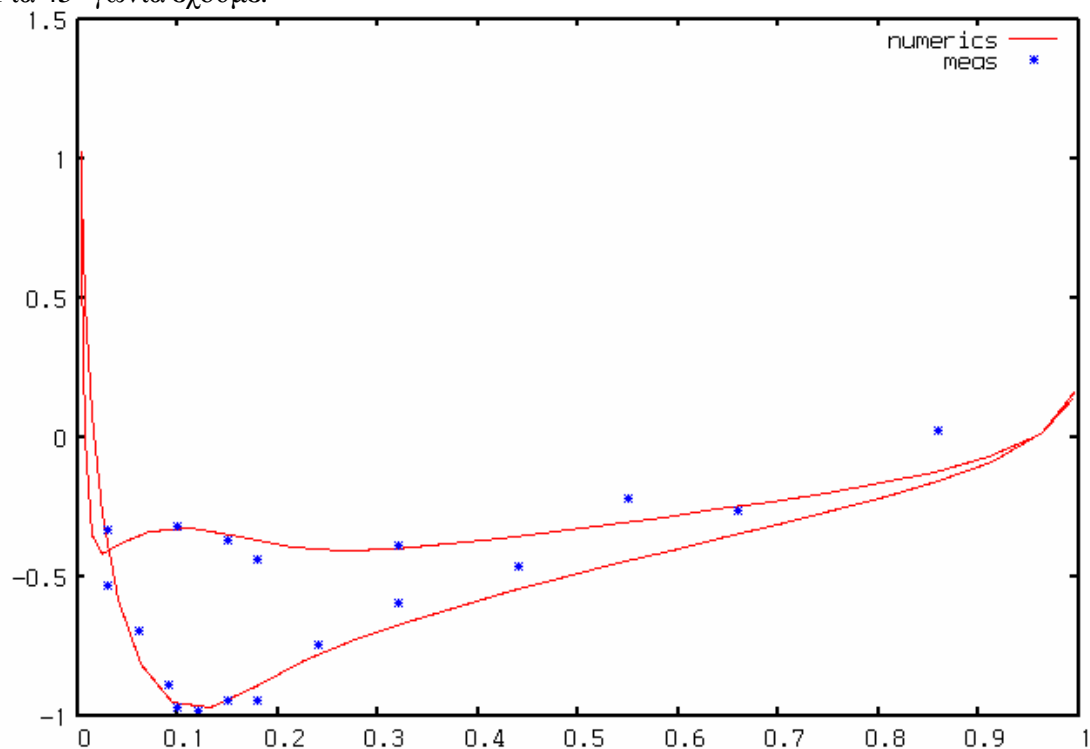
Ένας σημαντικός παράγοντας που πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν η περίπτωση του ελικοπτέρου θέλει προσεκτικό χειρισμό λόγω του μεγάλου υπολογιστικού κόστους που χρειάζεται το κάθε «τρέξιμο» . Αυτό σημαίνει ότι δεν έχουμε την δυνατότητα να κάνουμε πολλά «τρέξιμα» . Άρα αυτά που θα γίνουν πρέπει να μας δώσουν τα δεδομένα που χρειαζόμαστε για να κάνουμε την μελέτη που θέλουμε και να καταλήξουμε σε αποτελέσματα.

Για 0 γωνία έχουμε:



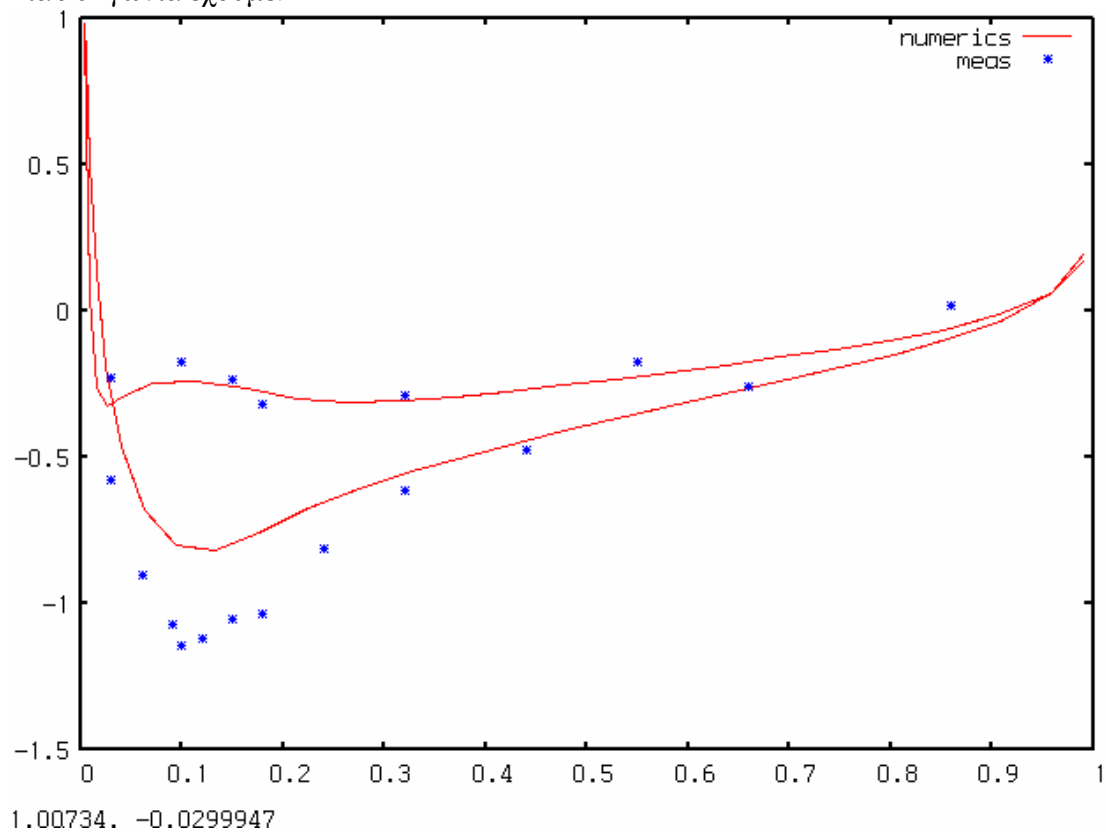
0.676726, -1.76559

Για 45° γωνία έχουμε:

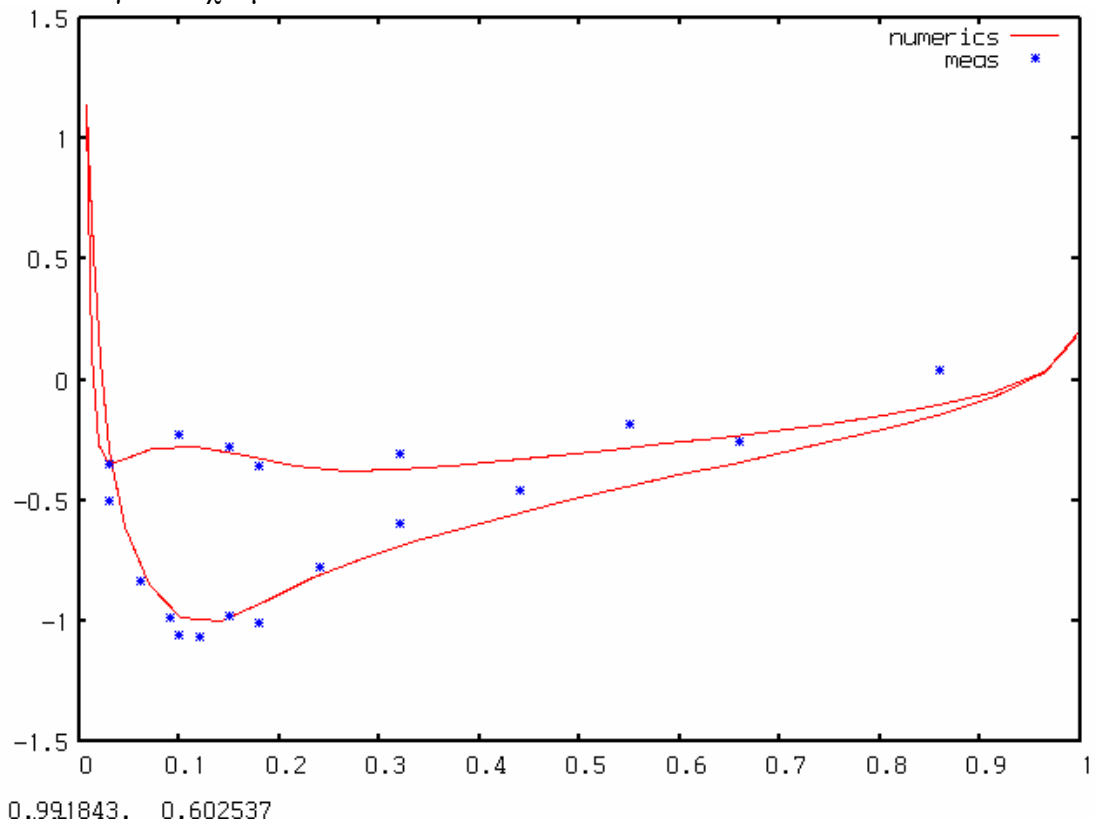


0.676726, -1.26559

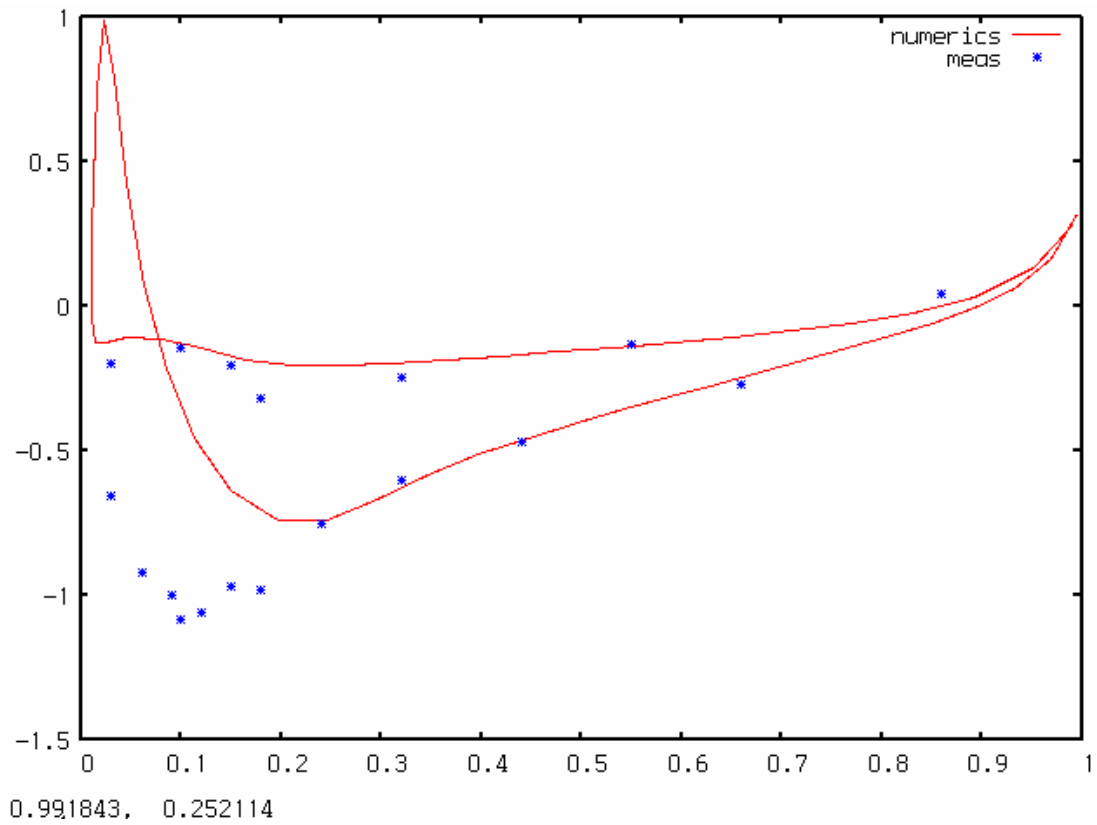
Για 90° γωνία έχουμε:



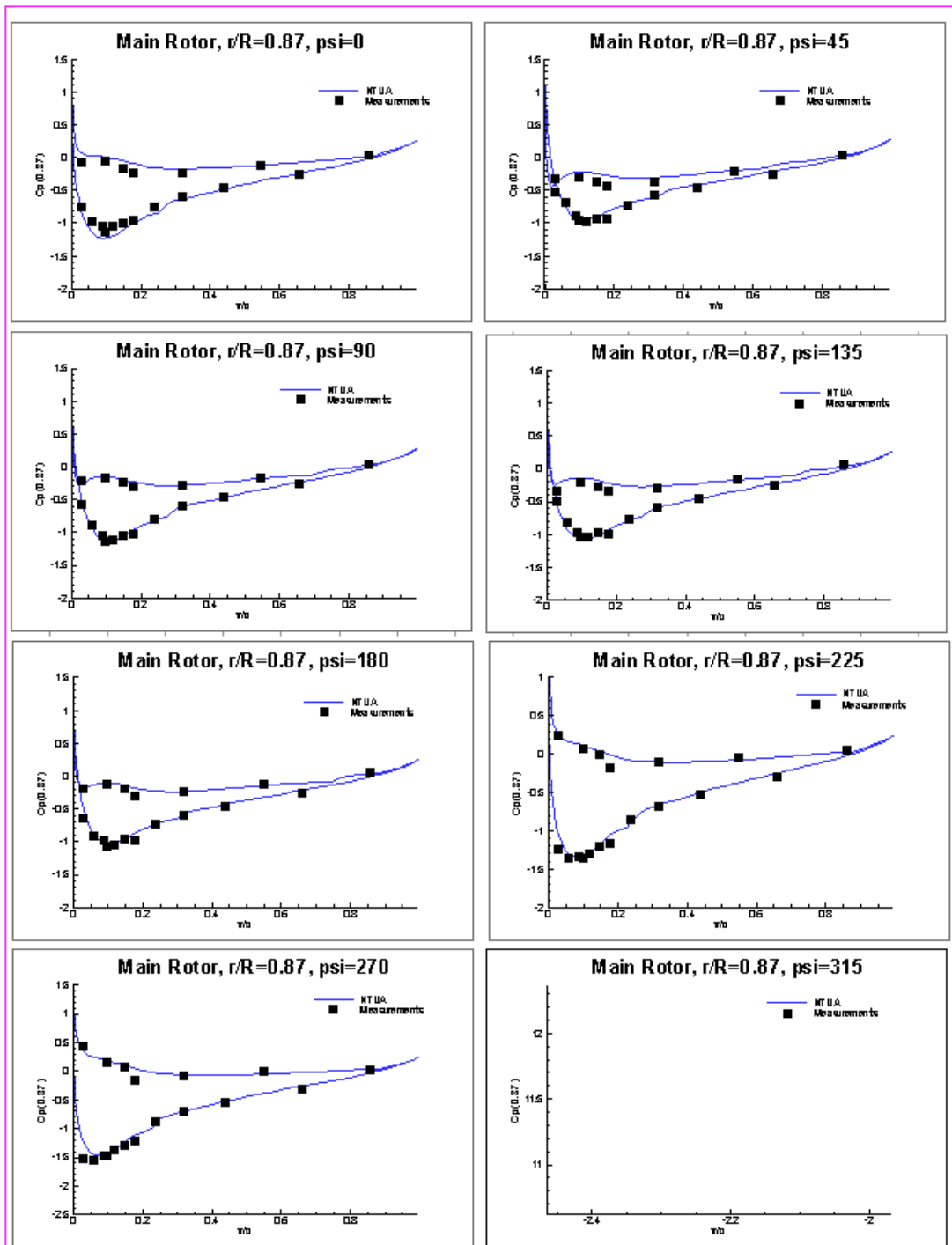
Για 135° γωνία έχουμε:



Και για 180° γωνία έχουμε:

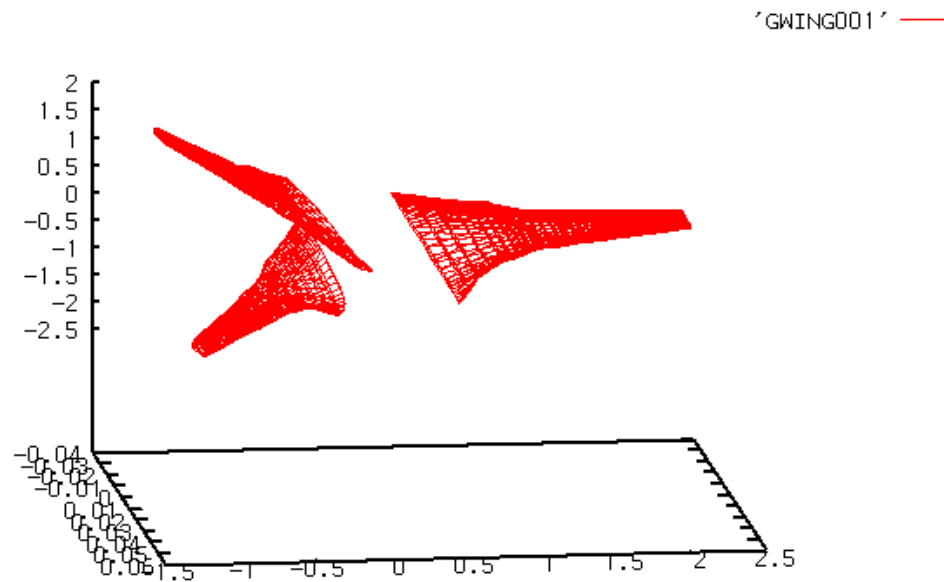


Τα δεδομένα που είχαμε ήδη και χρησιμοποιήθηκαν ως μέτρο σύγκρισης φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα.

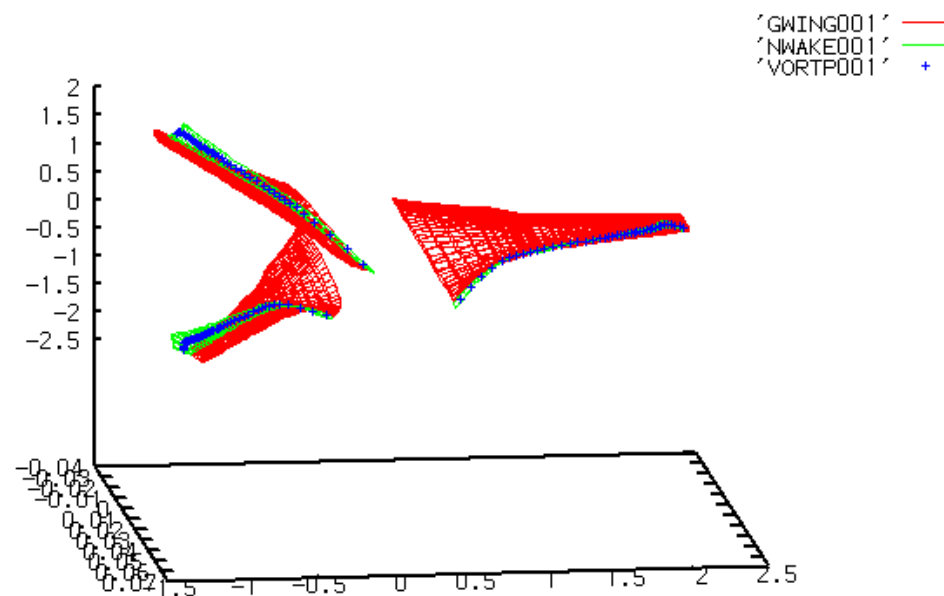


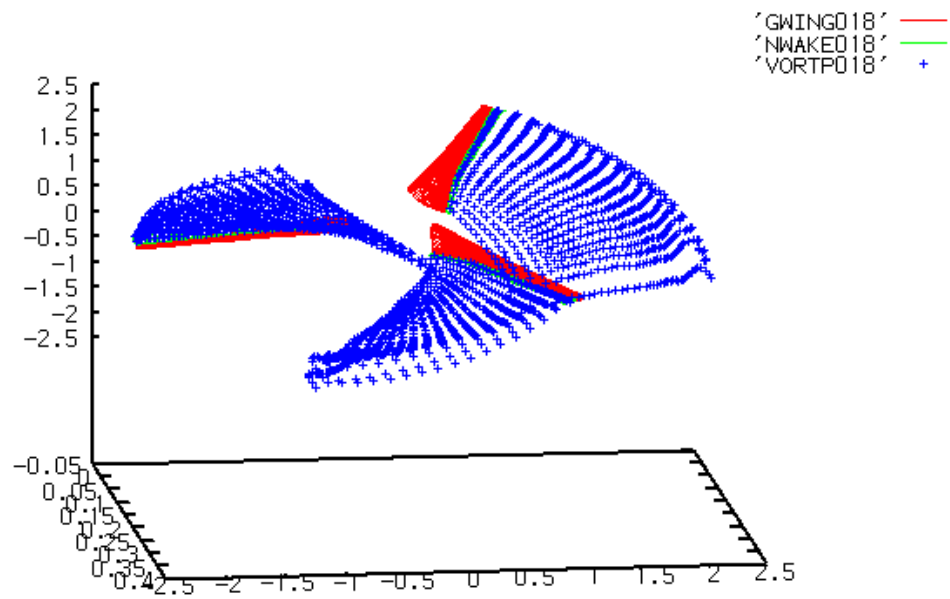
ΑΝΕΜΟΓΕΝΗΤΡΙΑ

Επόμενο βήμα η αεροδυναμική ανάλυση μιας ανεμογενήτριας με την ονομασία *mexico*. Πρόκειται για πολύπλοκο πρόβλημα λόγω των κινήσεων .

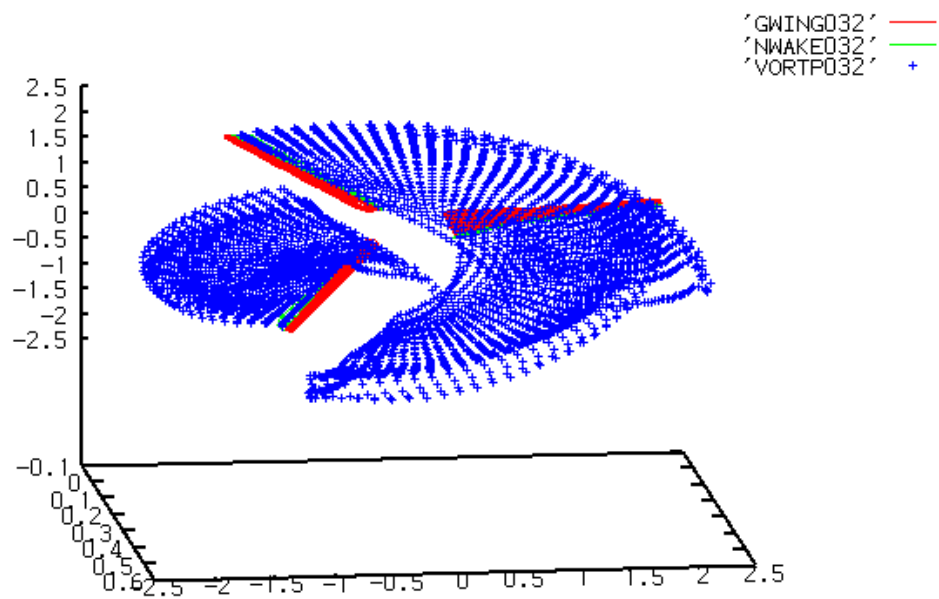


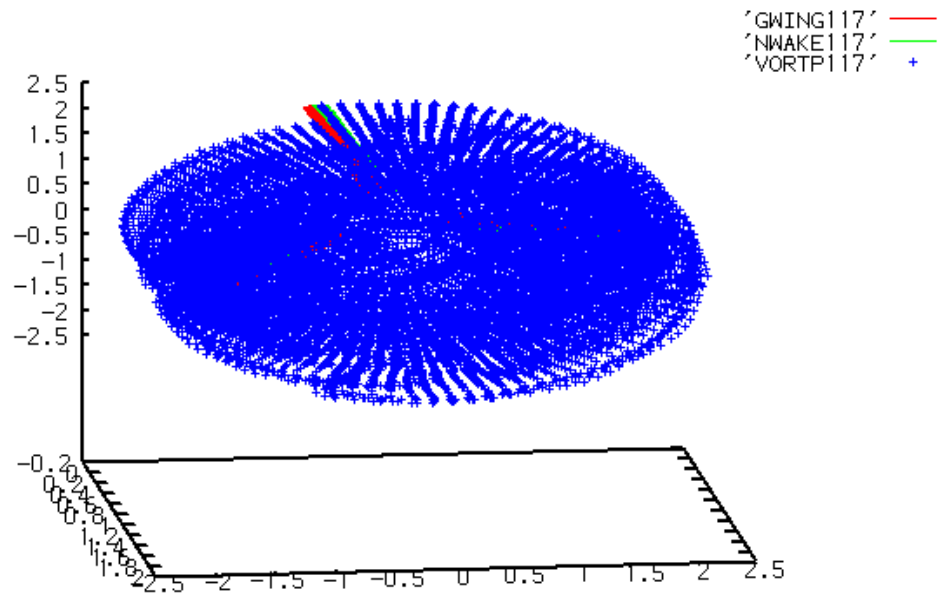
Στο παράτω βλέπουμε το πρώτο βήμα και την παραγωγή του κοντινού ομόρρου, βήμα που πρέπει να προσέξουμε ιδιαίτερα.





Βλέπουμε τις απεικονήσεις του ομόρρου για τα βήματα 18 και 32 .





Παρατηρούμε σε όλες τις απεικονήσεις του ομόρρου την ομοιογένεια στην αποβολή της στροβιλότητας, στοιχεία θετικό και απαραίτητο και για τον έλεγχο της ορθής λειτουργίας του κώδικα.

Βιβλιογραφία

1. Theory of Airfoil spoilers – L.C. Woods(1953)
2. A developed theory of spoilers on airfoils – C. S. Barnes(1956)
3. A potential flow theory for airfoil spoiler – Tarek Jandali(1970)
4. Aircraft Design: A Conceptual Approach – D.P. Raymer
5. Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics – Barnes W. McCormick
6. Aerodynamics for Engineers – John J. Bertin