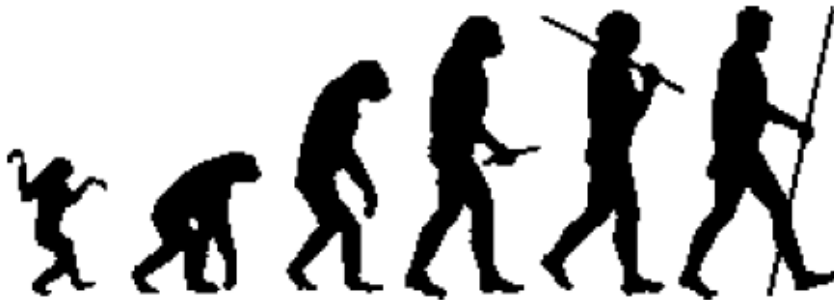




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΚΑΘ. Β. ΚΟΥΜΟΥΣΗΣ

ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ



ΚΟΥΜΟΥΣΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ
ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΙΟΥΝΙΟΣ 2012

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου προς τον Καθηγητή κ. Β. Κουμούση για την υποδειγματική συνεργασία καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου που με καθοδήγησαν και με στηρίζαν με όποιο τρόπο μπορούσαν σε αυτά τα χρόνια σπουδών και με έκαναν αυτό που είμαι σήμερα...

Περίληψη

Βελτιστοποίηση είναι η μέθοδος με την οποία αποκτά κανείς το βέλτιστο αποτέλεσμα κάτω από κάποιες δεδομένες συνθήκες και περιορισμούς. Λόγω της ύπαρξης μιας τεράστιας ποικιλίας διαφορετικών προβλημάτων βελτιστοποίησης, δεν υφίσταται καθολική μέθοδος η οποία να είναι σε θέση να επιλύει κάθε πρόβλημα αποτελεσματικά. Αντιθέτως, υφίσταται μια πληθώρα μεθόδων ικανές να λύσουν ορισμένους από αυτούς τους τύπους προβλημάτων αποτελεσματικά. Οι μέθοδοι αυτές μελετώνται και αναπτύσσονται από το τομέα της «Επιχειρησιακής Έρευνας» (Operations Research). Ο τομέας αυτός αποτελεί ένα παρακλάδι των μαθηματικών που ασχολείται με την εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων και τεχνικών σε προβλήματα λήψης αποφάσεων, με στόχο την εύρεση των βέλτιστων λύσεων.

Στη παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται η εφαρμογή σύγχρονων αλγορίθμων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης σε δύο κλασικά προβλήματα Δομοστατικού μηχανικού. Αποσκοπείτε η βελτιστοποίηση δύο σιδηρών κατασκευών (ενός επίπεδου 10-μελούς δικτύωματος και ενός χωρικού 25-μελούς) ως προς το βάρος και τις μετατοπίσεις συγκεκριμένων κόμβων. Χρησιμοποιούμε πέντε Γενετικούς αλγορίθμους (NSGA, NSGA-II, SPEA, SPEA2, NPGA) και δύο αλγορίθμους Τεχνητής Νοημοσύνης (ACO, PSO). Όλοι οι αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB.

Πιο συγκεκριμένα, αναλύονται και σχολιάζονται οι πηγές έμπνευσης των παραπάνω αλγορίθμων καθώς και οι διαδικασίες που πραγματοποιούνται για τη προγραμματιστική τους κωδικοποίηση. Όσον αφορά τους γενετικούς αλγορίθμους, μέσω παραλλαγών που παρουσιάζουμε στους NSGA και NPGA γίνεται φανερή η σημασία της χρήσης ελιτισμού για τη βελτίωση της μορφής του Pareto βέλτιστου μετώπου. Επίσης, εφαρμόζοντας αντίστοιχες παραλλαγές στους SPEA και NPGA αποδεικνύεται ότι για τη σωστή κατανομή των λύσεων κατά μήκος του Pareto βέλτιστου μετώπου απαιτείται η χρήση σχετικών συντεταγμένων αντί αυτών που προκύπτουν από τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων. Πραγματοποιείται εν ολίγοις ένας εκτενής σχολιασμός των διαφορετικών μεθόδων ομαδοποίησης των λύσεων που έχουν υιοθετηθεί από τις διάφορες μορφές γενετικών αλγορίθμων. Παράλληλα, επισημαίνεται η ανωτερότητα των μεθόδων που υιοθετούν διαδικασίες απόδοσης ποιότητας στα άτομα του εκάστοτε πληθυσμού οι οποίες δεν

Περίληψη

απαιτούν τον εξαρχής προσδιορισμό πρόσθετων παραμέτρων όπως της ακτίνας γειτονιάς (σ_{share}) στη περίπτωση της μοιρασμένης ποιότητας (fitness sharing). Η παρατήρηση αυτή γίνεται κατανοητή συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των NSGA και NSGA-II. Ακόμη, σχολιάζονται τα μειονεκτήματα των αλγορίθμων NSGA και SPEA και παρουσιάζονται οι τρόποι με τους οποίους οι δημιουργοί τους κατάφεραν να τα αντιμετωπίσουν και να δημιουργήσουν τις εξελιγμένες τους μορφές (NSGA-II και SPEA2), αλγόριθμοι που αποτελούν πρότυπο στην επίλυση προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Τέλος, παρουσιάζεται και ο τρόπος επιλογής των γονέων της επόμενης γενιάς μέσω των Pareto domination tournaments, που υιοθετείται από τον αλγόριθμο NPGA.

Όσον αφορά τους αλγόριθμους Τεχνητής Νοημοσύνης, αμφότεροι ανήκουν στη κατηγορία της Νοημοσύνης των Σμηνών. Πρόκειται για αλγορίθμους που ασχολούνται με τη δημιουργία ενός πλήθους αυτόνομων παρατηρητών, εμπνευσμένη από τη συλλογική συμπεριφορά εντόμων και φυσικών οργανισμών που αποτελούν μέλη μιας μεγαλύτερης κοινωνίας. Ο πρώτος αλγόριθμος είναι η βελτιστοποίηση με τη μέθοδο της Αποικίας Μυρμηγκιών, ο οποίος ουσιαστικά προσομοιάζει τον τρόπο με τον οποίο τα μυρμηγκία επικοινωνούν μέσω της χημικής ουσίας της φερομόνης και τελικώς ανακαλύπτουν τη βέλτιστη πηγή τροφής κοντά στη φωλιά τους. Η τροφή προγραμματιστικά αντικαταστέεται από τη ποιότητα των διαφόρων λύσεων. Επίσης, σχολιάζονται τα διάφορα στάδια εξέλιξης των αλγορίθμων από χώρους διακριτών λύσεων σε συνεχή καθώς και από προβλήματα μιας αντικειμενικής συνάρτησης σε προβλήματα με περισσότερες.

Παράλληλα, παρουσιάζουμε μια παραλλαγή της μεθόδου η οποία βασίζεται σε ορισμένες βασικές αρχές τη Θεωρίας Παιγνίων που αφορούν τα παιχνίδια συνεργασίας μεταξύ δύο παικτών. Η παραλλαγή αυτή εφαρμόζεται μόνο στο επίπεδο δικτύωμα όπου ο ένας παίκτης είναι το βάρος και ο άλλος η μετατόπιση. Το αξιοσημείωτο στη περίπτωση αυτή είναι ότι μια συντεταγμένη όλων των λύσεων του τελικού πληθυσμού που παράγεται συγκλίνει σε μία συγκεκριμένη τιμή, γεγονός που δεν παρατηρείται σε κανέναν από τους υπόλοιπους αλγορίθμους.

Περίληψη

Τέλος, ο δεύτερος αλγόριθμος Τεχνητής Νοημοσύνης με τον οποίο ασχολούμαστε είναι η βελτιστοποίηση με τη μέθοδο του Σμήνους Πουλιών. Ο αρμονικά διατεταγμένος τρόπος που κινείται ένα σμήνος από πέρδικες, θυμίζοντας, καμιά φορά, μια αξιοθαύμαστη χορευτική χορογραφία αποτέλεσε τη πηγή έμπνευσης του συγκεκριμένου αλγορίθμου. Κάθε μεμονωμένο άτομο προσπαθεί να κινείται παράλληλα με την ομάδα του, διατηρώντας τη θέση του μεταξύ των πλησιέστερων γειτόνων του, ενώ παράλληλα προσπαθεί να αποφύγει κάθε είδους σύγκρουση με τα υπόλοιπα άτομα. Εν ολίγοις, προσαρμόζει τις κινήσεις του ώστε να βρίσκεται διαρκώς σε συντονισμό με το υπόλοιπο σμήνος.

Εφαρμόζοντας όλες τις παραπάνω μεθόδους στα δύο προβλήματα Πολιτικού Μηχανικού συμπεραίνουμε ότι όλοι αλγόριθμοι είναι λίγο πολύ ισάξιοι. Τα μέτωπα Pareto που προκύπτουν σε κάθε έναν από αυτούς συγκλίνουν μεταξύ τους. Ορισμένες διαφορές παρατηρούνται στις ακραίες τιμές του χώρου των λύσεων των αντικειμενικών συναρτήσεων, οι οποίες όμως δεν είναι μεγίστης σημασίας καθώς τελικώς επιλέγεται μια μόνο λύση του μετώπου Pareto η οποία δεν συνηθίζεται να ανήκει στα άκρα του.

Abstract

Optimization is the method used to reach the optimal outcome of a problem which is dictated by certain condition and constraints. Due to the existence of various types of optimization problems, there is not a unique method for solving all of them successfully. Contrariwise, there are distinct methods capable of producing efficient solutions to some of these types of problems. These methods are studied and developed by the field of Operations Research. The particular field belongs to the mathematical science and engages into the application of scientific methods and techniques to decision making problems, with ultimate scope finding the set of optimal solutions (Pareto front).

In the current thesis we examine the application of evolutionary multi-objective optimization algorithms to two benchmark Civil Engineering problems. We try to produce the Pareto optimal front of two steel structures, a ten element plain truss and a twenty-five element spacial truss. Our objective functions are the weight and some nodal displacements of the trusses. We use five different Genetic Algorithms (NSGA, NSGA-II, SPEA, SPEA2, NPGA) and two Artificial Intelligence Algorithms (ACO, PSO). All simulations were developed using MATLAB.

We analyze and discuss the sources of inspiration of these algorithms as well as the processes that are adopted in order to obtain the computational code. As far as the Genetic Algorithms are concerned, we present some variations of NSGA and NPGA which prove the improvement of the Pareto front by using elitism. Moreover, applying some changes to SPEA and NPGA we conclude that in order to acquire a successful distribution of the solutions among the Pareto front we must use relative coordinates rather than the values per se that are derived from the objective functions. Furthermore, we note the superiority of algorithms that make use of procedures which do not require additional determination of parameters such the niche radius of fitness sharing. This observation is derived through the comparison of NSGA with NSGA-II. In addition, we discuss the drawbacks of NSGA and SPEA and the processes that their creators resorted to in order to deal with them and create two “state of the art” multi-objective Genetic Algorithms; NSGA-II and SPEA2. We also present the alternative way of Pareto domination tournaments, suggested by NPGA, in order to fill the mating pool.

Abstract

As far as the Artificial Intelligence Algorithms are concerned, both of them belong to the Swarm Intelligence field. In Swarm Intelligence, N agents in the swarm or a social group are coordinating to achieve a specific goal by their behavior. This kind of collective intelligence arises from large groups of relatively simple agents. The actions of the agents are governed by simple local rules. The intelligent agent group achieves the goal through interactions of the entire group. A type of “self-organization” emerges from the collection of actions of the group.

The first algorithm we present is Ant Colony Optimization, which simulates the way that ants communicate through the traces of a chemical substance called pheromone. Their aim is to detect the shortest route from their nest to the best source of food. Computationally the food is substituted by the fitness of individual solutions. Moreover, we discuss the evolution of these algorithms which were initially invented to solve discrete variable problems (such as the Travelling Salesman Problem-TSP), as well as single objective optimization problems. We also introduce a new concept in which basic principles of two person cooperative Game Theory are incorporated to the initial algorithm in order to help the ants find the Pareto front. It is worth noticing that one of the coordinates of the final population was the same for all individuals, something that was not observed by the outcomes of the other algorithms.

Finally, the second Artificial Intelligence algorithm we discuss is Particle Swarm Optimization. Consider for example, the movement of a bird in a flock, the bird adjusts its movements such that it coordinates with the movements of its neighboring flock mates. The bird tries to move along with its flock maintaining its movement along with the others and moves in such a way to avoid collisions among them.

By applying all of the above algorithms to our benchmark problems we derive that all of them produce, more or less, the same results. The Pareto fronts are identical. Some discrepancies may be observed as far as the outliers of the objective space are concerned. However, since the ultimate solution is unique and must be chosen from the Pareto set it usually belongs to the central area of the front.

Εισαγωγή

Η γένεση του τομέα της «Επιχειρησιακής Έρευνας» χρονολογείται στις αρχές του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου, όταν ο Εγγλέζικος στρατός αντιμετώπιζε το πρόβλημα της κατανομής των πολεμικών αεροπλάνων, υποβρυχίων, πλοίων, ραντάρ και στρατιωτών σε ένα πλήθος περιοχών ανά την υφήλιο. Λόγω της έλλειψης (εκείνη την εποχή) συστηματικών μεθόδων που να επιλύουν προβλήματα βελτιστοποίησης, ανατέθηκε σε μία ομάδα μαθηματικών η ανάπτυξη μεθόδων που να προσεγγίζουν και να επιλύουν το στρατιωτικό πρόβλημα επιστημονικά. Οι μέθοδοι που αναπτύχθηκαν τότε, όπως ο γραμμικός προγραμματισμός (linear programming), έγιναν αργότερα γνωστές ως οι μέθοδοι της «Επιχειρησιακής Έρευνας».

Ο ολοένα αυξανόμενος ανταγωνισμός στις μέρες μας, έχει θέσει έναν πολύ σημαντικό στόχο στους σύγχρονους μηχανικούς: την παραγωγή έργων με το ελάχιστο δυνατό κόστος, τα οποία οφείλουν παράλληλα να ικανοποιούν ορισμένες απαιτήσεις ποιότητας. Το γεγονός αυτό, ωθεί τους μηχανικούς στην αναζήτηση μεθόδων βελτιστοποίησης που θα τους βοηθήσουν στη λήψη σημαντικών αποφάσεων που αφορούν την οικονομικότητα και αποτελεσματικότητα των έργων τους. Οι σύγχρονες τεχνικές βελτιστοποίησης, οι οποίες κατά τα τελευταία χρόνια έχουν αποκτήσει έναν σχετικά καλό βαθμό ωριμότητας, χρησιμοποιούνται από ένα ευρύ φάσμα βιομηχανιών όπως η αεροδιαστημική, η αυτοκινητοβιομηχανία, η κατασκευή και γενικότερα από κάθε είδους βιομηχανία της οποίας η παραγωγή αγαθών εξαρτάται από ένα μεγάλο πλήθος παραμέτρων και τελικών στόχων. Παράλληλα, η αλματώδης ανάπτυξη της τεχνολογίας έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία υπολογιστών, οι οποίοι επιτρέπουν την επίλυση υπερβολικά σύνθετων και περίπλοκων προβλημάτων βελτιστοποίησης με βάση της σύγχρονες μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί.

Στη παρούσα διπλωματική εργασία, αρχικά περιγράφονται ορισμένες από αυτές τις σύγχρονες μεθόδους πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι, η βελτιστοποίηση με τη μέθοδο της αποικίας μυρμηγκιών και η βελτιστοποίηση με τη μέθοδο του σμήνους σωματιδίων) και στη συνέχεια εφαρμόζονται σε δύο προβλήματα Πολιτικού Μηχανικού.

Περιεχόμενα

1	Προβλήματα Πολυκριτηριακής Βελτιστοποίησης (Multiobjective Optimization Problems)	3
1.1	Εισαγωγή.....	3
1.2	Βασικές Αρχές Πολυκριτηριακής Βελτιστοποίησης.....	3
1.2.1	Το γενικό Πρόβλημα Πολυκριτηριακής Βελτιστοποίησης.....	3
1.2.2	Η σχέση μεταξύ των λύσεων σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης ..	4
1.2.3	Κυριαρχία Pareto (Pareto Optimality).....	6
1.3	Γενικοί προσανατολισμοί μεθόδων επίλυσης πολυκριτηριακών προβλημάτων.....	9
1.4	Δύο Κλασικές Μέθοδοι για επίλυση Πολυκριτηριακών Προβλημάτων Βελτιστοποίησης	11
1.4.1	Οι συναρτήσεις συναθροίσεως (Aggregating Functions) και η μέθοδος των συντελεστών βαρύτητας (Weighting Method).....	12
1.4.2	Η μέθοδος των περιορισμών (Constraint Method).....	13
1.4.3	Σχολιασμός των κλασικών μεθόδων βελτιστοποίησης.....	15
2	Τα Προβλήματα που εξετάζονται	17
2.1	Γενικά.....	17
2.2	Επίπεδο 10-μελές δικτύωμα.....	17
2.3	Χωρικό 25-μελές δικτύωμα.....	18
3	Βελτιστοποίηση με χρήση Γενετικών Αλγορίθμων.....	22
3.1	Η γένεση των Εξελικτικών Αλγορίθμων μέσω των Βασικών Αρχών της Φύσης.....	22
3.2	Το φυσικό ανάλογο των Γενετικών Αλγορίθμων.....	23
3.3	Βασικές Αρχές Εξελικτικών Αλγορίθμων	26
3.3.1	Απονομή Ποιότητας (Fitness Assignment).....	31
3.3.2	Η Διαδικασία της Επιλογής (Selection Process)	32
3.3.3	Η Διαδικασία της Παραλλαγής (Variation Process).....	35

3.3.4	Τεχνικές για την επίτευξη Ποικιλομορφίας και αποτροπής Πρόωρης Σύγκλισης του πληθυσμού	40
3.4	Ελιτισμός (Elitism).....	42
3.4.1	Μη Ελιτίστικες Στρατηγικές.....	42
3.4.2	Ψευδο ελιτίστικες Στρατηγικές.....	44
3.4.3	Ελιτίστικες Στρατηγικές.....	45
3.5	Μειονεκτήματα Γενετικών Αλγορίθμων	46
3.6	Πλεονεκτήματα Γενετικών Αλγορίθμων	47
4	Περιγραφή ορισμένων Γενετικών Αλγορίθμων και εφαρμογή τους σε προβλήματα Πολιτικού Μηχανικού.....	50
4.1	Ο Strength Pareto Evolutionary Algorithm	50
4.1.1	Εφαρμογή του SPEA στο επίπεδο δικτύωμα.....	55
4.1.2	Εφαρμογή του SPEA στο χωρικό δικτύωμα.....	58
4.1.3	Συμπεράσματα για τον SPEA.....	61
4.2	Η εξελιγμένη μορφή του Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA2).....	61
4.2.1	Εφαρμογή του SPEA2 στο επίπεδο δικτύωμα.....	66
4.2.2	Εφαρμογή του SPEA2 στο χωρικό δικτύωμα.....	66
4.2.3	Συμπεράσματα για τον SPEA2	69
4.3	Ο Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA).....	69
4.3.1	Εφαρμογή του NSGA στο επίπεδο δικτύωμα.....	73
4.3.2	Εφαρμογή του NSGA στο χωρικό δικτύωμα.....	76
4.3.3	Συμπεράσματα για τον NSGA.....	80
4.4	Η εξελιγμένη μορφή του NSGA ο NSGA-II	81
4.4.1	Εφαρμογή του NSGA-II στο επίπεδο δικτύωμα.....	85
4.4.2	Εφαρμογή του NSGA-II στο χωρικό δικτύωμα.....	86
4.4.3	Συμπεράσματα για τον NSGA-II.....	89

4.5	Ο Niched Pareto Genetic Algorithm	92
4.5.1	Εφαρμογή του NPGA στο επίπεδο δικτύωμα.....	93
4.5.2	Εφαρμογή του NPGA στο χωρικό δικτύωμα.....	95
4.5.3	Συμπεράσματα για τον NPGA	98
5	Βελτιστοποίηση με χρήση της Νοημοσύνης των Σμηνών (Swarm Intelligence)	101
5.1	Γενικά.....	101
5.2	Βελτιστοποίηση με τη Μέθοδο της Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization) 102	
5.2.1	Το Φυσικό Ανάλογο	102
5.2.2	Η Γενική Ιδέα Προγραμματιστικά.....	104
5.2.3	Το πρόβλημα μετάβασης των ACO αλγορίθμων από διακριτούς σε συνεχήs χώρους λύσεων.....	108
5.2.4	Η αναπαράσταση της φερομόνης στον ACOR αλγόριθμο.....	113
5.2.5	Η διαδικασίες που ακολουθούνται στον ACO _R αλγόριθμο.....	115
5.2.6	Το πέρασμα από το μονοκριτηριακό στο πολυκριτηριακό ACO _R	118
5.3	Βελτιστοποίηση με τη Μέθοδο του Σμήνους Πουλίων (Particle Swarm Optimization- PSO)	119
5.3.1	Το Μαθηματικό Μοντέλο της PSO	119
5.3.2	Το πέρασμα από τη Μονοκριτηριακή στη Πολυκριτηριακή PSO.....	121
5.3.3	Ο Αλγόριθμος MOPSO (Multiobjective Particle Swarm Optimization).....	123
6	Εφαρμογή των Αλγορίθμων Νοημοσύνης των Σμηνών σε Προβλήματα Πολιτικού Μηχανικού	129
6.1	Εφαρμογή του ACO _R στο επίπεδο δικτύωμα.....	129
6.2	Εφαρμογή του ACO _R στο χωρικό δικτύωμα.....	138
6.3	Συμπεράσματα για τον ACOR	140
6.4	Εφαρμογή της PSO στο επίπεδο δικτύωμα	141

6.5	Εφαρμογή της PSO στο χωρικό δικτύωμα	143
6.6	Συμπεράσματα για τον PSO	145
7	Συμπεράσματα.....	148
8	Βιβλιογραφία.....	156

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1 Προβλήματα Πολυκριτηριακής Βελτιστοποίησης (Multiobjective Optimization Problems)

1.1 Εισαγωγή

Κάθε πραγματικό πρόβλημα περιλαμβάνει τη βελτιστοποίηση τουλάχιστον μίας συνάρτησης ως προς τη μεταβλητή σχεδιασμού, είτε εμφανώς, είτε αφανώς. Στην μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση (single-objective) ο χώρος των λύσεων είναι (συνήθως) εύκολα προσδιορίσιμος και η βέλτιστη λύση ορίζεται μονότιμα. Η εισαγωγή επιπλέον αντικειμενικών συναρτήσεων σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης (πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση) και η απαίτηση της ταυτόχρονης βελτιστοποίησης έκαστης, έχει σαν αποτέλεσμα τόσο την αύξηση του πλήθους των ενδεχόμενων λύσεων (η βέλτιστη λύση δεν είναι μία αλλά πολλές) όσο και τη δυσχέρεια του ακριβούς προσδιορισμού του χώρου των λύσεων. Οι λύσεις αυτές είναι βέλτιστες υπό την έννοια ότι δεν υπάρχουν άλλες λύσεις στο χώρο των λύσεων που να είναι καλύτερες από αυτές, δηλαδή δεν μπορεί να υπάρξει ένα καθολικό κριτήριο που να ορίσει μία από αυτές ως καλύτερη. Σκοπός λοιπόν της βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων είναι η εύρεση του συνόλου των βέλτιστων λύσεων, γνωστού και ως Pareto βέλτιστο σύνολο.

Παρόλο που σε ορισμένα πρακτικά προβλήματα υφίσταται η δυνατότητα ενσωμάτωσης όλων των αντικειμενικών συναρτήσεων σε μία, στη πλειοψηφία των περιπτώσεων η παραπάνω διαδικασία είναι σχετικά δύσκολη λόγω της πολυπλοκότητας της φύσης των προβλημάτων. Συνήθως, ο προσδιορισμός πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων βοηθά στη καλύτερη κατανόηση του προβλήματος. Τις τελευταίες δεκαετίες, η εφαρμογή πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης σε πρακτικά προβλήματα ολοένα και αυξάνεται

1.2 Βασικές Αρχές Πολυκριτηριακής Βελτιστοποίησης

1.2.1 Το γενικό Πρόβλημα Πολυκριτηριακής Βελτιστοποίησης

Ένα γενικό πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης περιλαμβάνει n μεταβλητές σχεδιασμού (decision variables), k αντικειμενικές συναρτήσεις (objective functions) και m περιορισμούς (Zitzler, 1999). Οι αντικειμενικές συναρτήσεις και οι περιορισμοί είναι

συναρτήσει των μεταβλητών σχεδιασμού. Άρα η μαθηματική διατύπωση ενός προβλήματος πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης λαμβάνει την παρακάτω μορφή :

$$\max \quad y = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))$$

$$\text{με περιορισμούς :} \quad e(x) = (e_1(x), e_2(x), \dots, e_m(x)) \leq 0$$

$$\text{όπου :} \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$$

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_k) \in Y$$

Ως x τίθεται το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού, y το διάνυσμα των αντικειμενικών συναρτήσεων, X ο χώρος των λύσεων των μεταβλητών σχεδιασμού και Y ο χώρος των λύσεων των αντικειμενικών συναρτήσεων. Οι περιορισμοί $e(x) \leq 0$ καθορίζουν τις επιτρεπτές λύσεις.

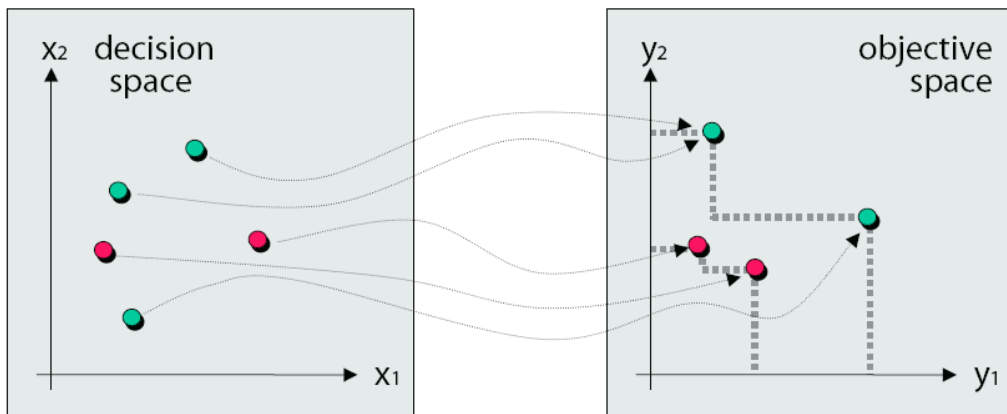
1.2.2 Η σχέση μεταξύ των λύσεων σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης

Το σύνολο X_f αποτελεί το σύνολο των διανυσμάτων των μεταβλητών σχεδιασμού που ικανοποιούν τους περιορισμούς e_x :

$$X_f = \{x \in X \mid e(x) \leq 0\}$$

Η απεικόνιση του X_f , δηλαδή το σύνολο των επιτρεπτών λύσεων ορίζεται ως:

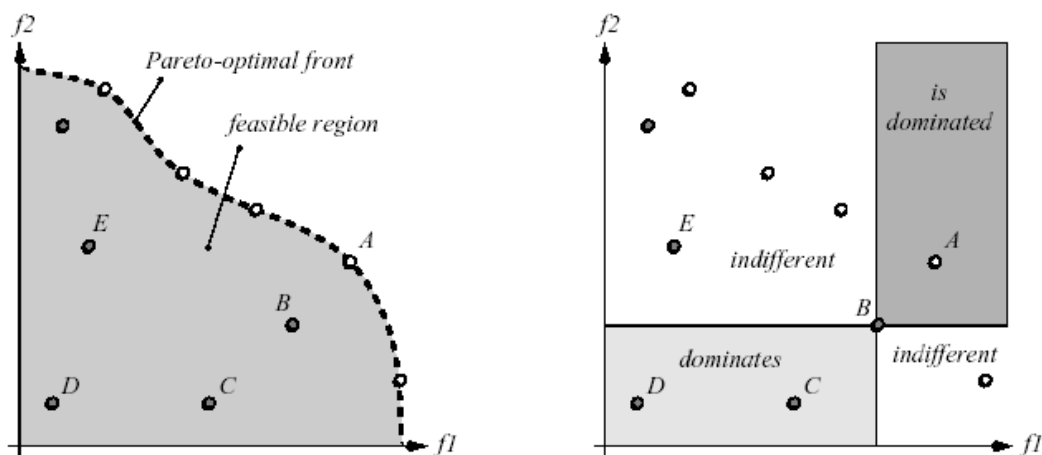
$$Y_f = f(X_f) = \bigcup_{x \in X_f} \{f(x)\}$$



Σχήμα 1-1: Σχέση μεταξύ του χώρου των λύσεων των μεταβλητών σχεδιασμού και του χώρου των λύσεων των αντικειμενικών συναρτήσεων

Στην μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση το σύνολο των επιτρεπτών λύσεων είναι διατεταγμένο σύμφωνα με την αντικειμενική συνάρτηση f . Για δύο λύσεις $a, b \in X_f$ είναι είτε $f(a) \geq f(b)$, είτε $f(b) \geq f(a)$. Ο στόχος είναι να βρεθεί η λύση ή οι λύσεις που μεγιστοποιούν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης f .

Στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση η κατάσταση αλλάζει : το X_f δεν διατάσσεται συνολικά αλλά μερικά. Αυτό απεικονίζεται στο αριστερό τμήμα του σχήματος 2.2 για ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις.



Σχήμα 1-2: Γραφική απεικόνιση για 2 αντικειμενικές συναρτήσεις του βέλτιστου μετώπου Pareto και της σχέσης των λύσεων στον χώρο των λύσεων των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Η λύση που απεικονίζεται στο σημείο B είναι καλύτερη από τη λύση που απεικονίζεται στο σημείο C, γιατί υπερέχει και ως προς τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Επίσης, η λύση C είναι καλύτερη της D καθώς βελτιώνει την απόδοση ως προς την f_1 . Εκφράζοντας τα παραπάνω με μαθηματικούς όρους έχουμε :

Για 2 διανύσματα των αντικειμενικών συναρτήσεων u, v έχουμε :

$$u = v \quad \text{εάν } \forall i \in \{1, 2, \dots, k\} : u_i = v_i$$

$$u \geq v \quad \text{εάν } \forall i \in \{1, 2, \dots, k\} : u_i \geq v_i$$

$$u_i > v_i \quad \text{εάν } u \geq v \wedge u \neq v$$

Οι σχέσεις $\leq, <$ ορίζονται ανάλογα.

Σύμφωνα με τα παραπάνω έχουμε $B > C$ και $B > D$ (το B κυριαρχεί τα C και D), $A > B$ (το A κυριαρχεί το B) και κατά συνέπεια το A κυριαρχεί τα C και D. Επίσης, $C \geq D$ (το C κυριαρχεί ελαφρά το D) εφόσον έχουν ίδιες τιμές όσον αφορά την f_2 άλλα το C υπερτερεί στην f_1 . Τέλος, συγκρίνοντας τα B και E δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ένα από τα δύο ως καλύτερο ($B \not> E$ και

$E \not\prec B$) αφού η λύση που συνδέεται με το E αντιστοιχεί σε μικρότερες τιμές της f_1 (ως προς το B), αλλά σε μεγαλύτερη για την f_2 . Λέμε ότι τα B και E είναι αδιάφορα.

Επομένως δύο διανύσματα των μεταβλητών σχεδιασμού a, b μπορούν να έχουν 3 δυνατότητες στα προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, σε σχέση με τις 2 αντίστοιχες δυνατότητες των προβλημάτων μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης :

το a κυριαρχεί το b

το a κυριαρχεί ελαφρά το b

το a είναι αδιάφορο του b

Οι ορισμοί για τα προβλήματα ελαχιστοποίησης είναι ανάλογοι.

1.2.3 Κυριαρχία Pareto (Pareto Optimality)

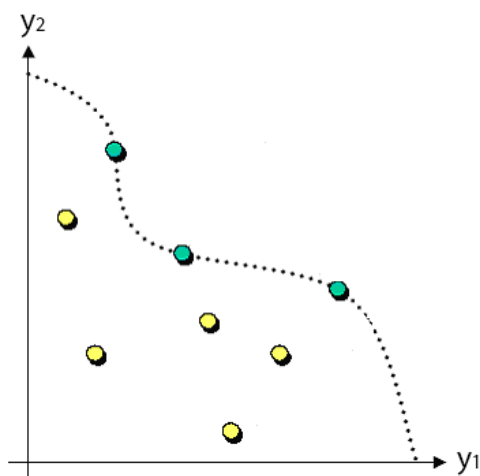
Όπως έχουμε ήδη προαναφέρει, σπανίως στα προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης υπάρχει ένα μοναδικό σημείο στο σύνολο των διανυσμάτων των μεταβλητών σχεδιασμού X_f που (ταυτόχρονα) να μεγιστοποιεί (ή ελαχιστοποιεί) όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις. Για το λόγο αυτό, σε τέτοιου είδους προβλήματα δεν αναζητούμε ένα μοναδικό σημείο αλλά ένα σύνολο από «συμβιβασμένα» σημεία. Επομένως, η ιδέα της βέλτιστης λύσης είναι διαφορετική στα προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης από ότι στα προβλήματα μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης. Ο ορισμός της ιδέας αυτής, αρχικά εκφράστηκε από τον Francis Ysidro Edgeworth και αργότερα γενικεύτηκε από τον Vilfredo Pareto.

Ορισμός 1 (για προβλήματα μεγιστοποίησης):

Λέμε ότι ένα διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού $x^* \in X_f$ είναι Pareto βέλτιστο αν δεν υφίσταται άλλο διάνυσμα $x \in X_f$ τέτοιο ώστε $f_i(x) \geq f_i(x^*)$ για όλα τα $i=1,2,\dots,k$ και $f_j(x) > f_j(x^*)$ για τουλάχιστον ένα j

Με άλλα λόγια, ο ορισμός αυτός λέει ότι το διάνυσμα x^* είναι βέλτιστο κατά Pareto αν δεν υπάρχει άλλο εφικτό διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού $x \in X_f$ τέτοιο ώστε να αυξάνει τη τιμή μίας αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς παράλληλα να μειώνει τη τιμή μιας άλλης

αντικειμενικής συνάρτησης. Δυστυχώς, η ιδέα του Pareto σχεδόν πάντα δεν δίνει μία μοναδική λύση στο πρόβλημα, αλλά ένα σύνολο λύσεων γνωστό ως Pareto βέλτιστο σύνολο. Τα διανύσματα x^* που ανήκουν στο Pareto βέλτιστο σύνολο δεν κυριαρχούνται από κανένα άλλο διάνυσμα $x \in X_f$.



Σχήμα 1-3: Το Pareto βέλτιστο μέτωπο (πρόβλημα μεγιστοποίησης)

Στο σχήμα 1-3 τα πράσινα σημεία αντιπροσωπεύουν τις Pareto βέλτιστες λύσεις, οι οποίες είναι άσχετες μεταξύ τους. Αυτή είναι και η κύρια διαφορά με την μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση, δεν υπάρχει δηλαδή μοναδική βέλτιστη λύση, αλλά ένα σύνολο βέλτιστων λύσεων. Καμία από αυτές δεν μπορεί να θεωρηθεί καλύτερη από τις άλλες. Το σύνολο αυτών των λύσεων καλείται Pareto βέλτιστο σύνολο (Pareto optimal front) και τα αντίστοιχα αντικειμενικά διανύσματα διαμορφώνουν το Pareto βέλτιστο μέτωπο ή επιφάνεια (Pareto optimal front or surface). (Robert Goldberg)

Το Pareto βέλτιστο σύνολο περιλαμβάνει συνολικά όλες τις βέλτιστες λύσεις. Όμως όπως και στα προβλήματα μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης, μπορεί να υπάρχουν τοπικά βέλτιστα που αποτελούν σύνολα που δεν κυριαρχούνται σε μια ορισμένη «γειτονιά». Επομένως, έχουμε τις έννοιες τοπικού και ολικού Pareto βέλτιστου συνόλου.

Ορισμός 2 (τοπικό και καθολικό βέλτιστο Pareto):

Θεωρώντας ένα σύνολο διανυσμάτων μεταβλητών σχεδιασμού $A \subseteq X_f$.

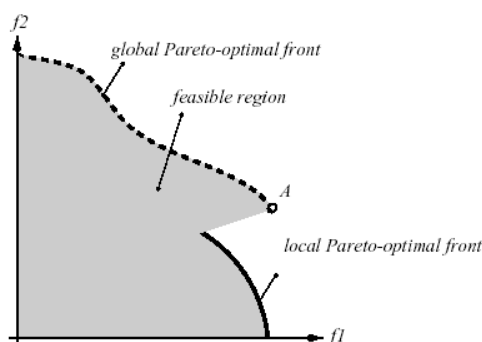
Το σύνολο A θεωρείται τοπικό Pareto βέλτιστο εάν

$$\forall a \in A : \exists x \in X_f : x \succ a \wedge \|x - a\| < \varepsilon \wedge \|f(x) - f(a)\| < \delta$$

όπου $\|\cdot\|$ είναι η αλγεβρική απόσταση και $\varepsilon, \delta > 0$.

Το σύνολο A ονομάζεται ολικό Pareto βέλτιστο εάν $\forall a \in A : \exists x \in X_f : x \succ a$

Οι διαφορές μεταξύ τοπικού και ολικού Pareto βέλτιστου απεικονίζονται στο σχήμα 1-4. Η διακεκομμένη γραμμή δείχνει ένα καθολικό Pareto βέλτιστο μέτωπο, ενώ η συνεχής γραμμή ένα τοπικό Pareto βέλτιστο μέτωπο. Τέλος, όπως φαίνεται και από το σχήμα, ένα τοπικό Pareto βέλτιστο δεν περιέχει απαραίτητα όλες τις Pareto βέλτιστες λύσεις και κάθε καθολικό Pareto βέλτιστο σύνολο είναι συγχρόνως και τοπικό βέλτιστο σύνολο. (Zitzler, 1999)



Σχήμα 1-4: Γραφική απεικόνιση τοπικών και καθολικών βελτίσεων κατά Pareto

1.3 Γενικοί προσανατολισμοί μεθόδων επίλυσης πολυκριτηριακών προβλημάτων

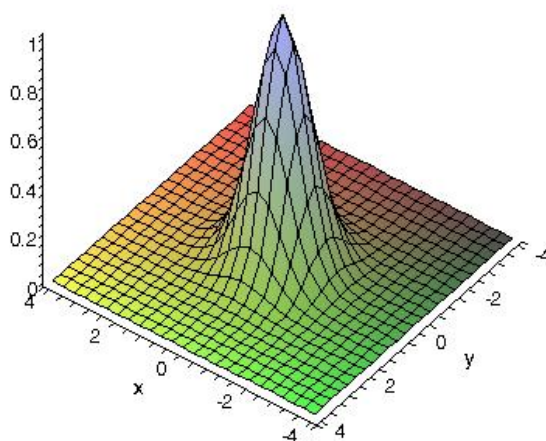
Στη σημερινή βιβλιογραφία αναφέρονται τρία είδη μεθόδων εύρεσης βελτίσεων (Κωνσταντινίδης, 2004) :

- α) μέθοδοι με κλειστές λύσεις (calculus based)
- β) αριθμητικές μέθοδοι (enumerative)
- γ) τυχαίες (random)

a) Μέθοδοι Με Κλειστές Λύσεις

Οι μέθοδοι με κλειστές λύσεις (αναλυτικές μέθοδοι) διαιρούνται σε 2 κατηγορίες : άμεσες και έμμεσες.

Οι έμμεσες μέθοδοι βελτιστοποίησης ψάχνουν τοπικά βέλτιστα λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων (μη-γραμμικών συνήθως) που προκύπτει θέτοντας την κλίση (grad) του διανύσματος της αντικειμενικής συνάρτησης ίση με 0. (gradf=0).



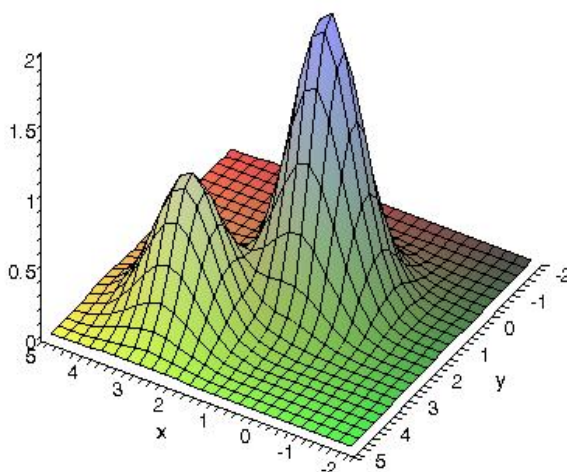
Σχήμα 1-5: Κορυφή αντικειμενικού χώρου λύσεων

Η ιδέα των έμμεσων μεθόδων είναι ο περιορισμός του χώρου των πιθανών λύσεων στα σημεία που έχουν μηδενική κλίση σε όλες τις διευθύνσεις.

Στις άμεσες μεθόδους αναζητούμε τοπικά βέλτιστα των οποίων η θέση καθορίζεται από την τοπική κλίση κάθε σημείου.

Τα μειονεκτήματα των μεθόδων αυτών είναι :

1) Δρουν τοπικά, δηλαδή το βέλτιστο που αναζητούν είναι σε μια συγκεκριμένη «γειτονιά» γύρω από ένα σημείο.



Σχήμα 1-6: Τοπικό και καθολικό βέλτιστο

Στο σχήμα 1.6 δίνοντας ως αρχική τιμή το σημείο (5,5) ο αλγόριθμος «παγιδεύεται» στο τοπικό βέλτιστο και χάνει το ολικό. Μόλις βρεθεί το τοπικό βέλτιστο (σημείο A) χρειάζεται είτε επανεκκίνηση του αλγορίθμου με διαφορετική αρχική τιμή είτε μέσω κάποιου άλλου κόλπου έτσι ώστε να υπολογιστεί το ολικό βέλτιστο (σημείο B).

2) Και οι 2 μέθοδοι βασίζονται στον υπολογισμό κλίσεων (ευαισθησιών). Προυπόθεση για τον υπολογισμό ευαισθησιών (δηλαδή παραγώγων) είναι η συνέχεια της αντικειμενικής συνάρτησης, γεγονός που δεν είναι εξασφαλισμένο. Υπό την προϋπόθεση ότι οι κλίσεις μπορούν να υπολογιστούν, δηλαδή ικανοποιούνται οι απαιτήσεις συνέχειας και ύπαρξης παραγώγων, ο υπολογισμός τους είναι μια αρκετά χρονοβόρα διαδικασία. Συνεπώς οι παραπάνω μέθοδοι που βασίζονται σε απαιτήσεις συνέχειας και ύπαρξης παραγώγων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση ενός μικρού μέρους προβλημάτων.

β) Αριθμητικές Μέθοδοι

Οι αριθμητικές μέθοδοι αναζητούν ένα τοπικό βέλτιστο σε ένα πεπερασμένο σύνολο υποψηφίων λύσεων ή σε ένα άπειρο σύνολο διακριτών υποψηφίων λύσεων. Ο αλγόριθμος υπολογίζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε σημείο ξεχωριστά. Παρότι η απλότητα της μεθόδου είναι αρκετά ελκυστική και η διαδικασία εφαρμόζεται σε πολλές περιπτώσεις της

καθημερινής μας ζωής (υπό την προϋπόθεση ότι το δείγμα είναι μικρό), δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε προβλήματα με μεγάλους χώρους αναζήτησης υποψηφίων λύσεων.

γ) Τυχαίες μέθοδοι

Οι τυχαίες (ή στοχαστικές) μέθοδοι εύρεσης βελτίστων αρχίζουν και χρησιμοποιούνται ευρύτατα καθώς οι περιορισμοί των αναλυτικών και των αριθμητικών μεθόδων καθιστούν τις μεθόδους αυτές αναξιόπιστες και χωρίς δυνατότητα άμεσης εφαρμογής. Οι τυχαίες μέθοδοι σε μεγάλο σύνολο υποψηφίων λύσεων βγάζουν καλύτερα αποτελέσματα από τις αριθμητικές μεθόδους.

Οι γενετικοί ή εξελικτικοί αλγόριθμοι είναι ένα παράδειγμα μιας τυχαίας μεθόδου που χρησιμοποιεί την τυχαία επιλογή ως εργαλείο οδήγησης μιας εντατικής διαδικασίας εύρεσης ενός βελτίστου μέσω κωδικοποίησης του χώρου των υποψηφίων λύσεων. Η χρήση της τυχαίας επιλογής στη διαδικασία εύρεσης βελτίστου μπορεί να ξενίζει, αλλά υπάρχουν πολλά παραδείγματα στη φύση όπου το αποτέλεσμα καθορίζεται από εντελώς τυχαία επιλογή κάποιου παράγοντα.

1.4 Δύο Κλασικές Μέθοδοι για επίλυση Πολυκριτηριακών Προβλημάτων Βελτιστοποίησης

Οι κλασικές μέθοδοι για τη δημιουργία του Pareto βέλτιστου συνόλου συγχωνεύουν τις αντικειμενικές συναρτήσεις σε μία παραμετρική αντικειμενική συνάρτηση με εισαγωγή ενός πλήθους παραμέτρων. Οι παράμετροι αυτής της συνάρτησης καθορίζονται αρχικά και δεν μπορούν να τροποποιηθούν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας. Για να δημιουργηθεί το Pareto βέλτιστο σύνολο χρειάζονται διάφορες επιλύσεις με διαφορετικές παραμέτρους

1.4.1 Οι συναρτήσεις συναθροίσεως (Aggregating Functions) και η μέθοδος των συντελεστών βαρύτητας (Weighting Method)

Το αρχικό πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (MOP) μετατρέπεται σε ένα πρόβλημα μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης (SOP), σχετίζοντας γραμμικά ή μη γραμμικά τις αντικειμενικές συναρτήσεις. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιας προσέγγισης αποτελεί η μέθοδος των συντελεστών βαρύτητας, όπου η νέα ενιαία αντικειμενική συνάρτηση είναι ένα

γραμμικό άθροισμα του συνόλου των αντικειμενικών συναρτήσεων. Η μαθηματική έκφραση της παραπάνω μεθόδου είναι η ακόλουθη :

$$\max \quad y = f(x) = w_1 \cdot f_1(x) + w_2 \cdot f_2(x) + \dots + w_k \cdot f_k(x)$$

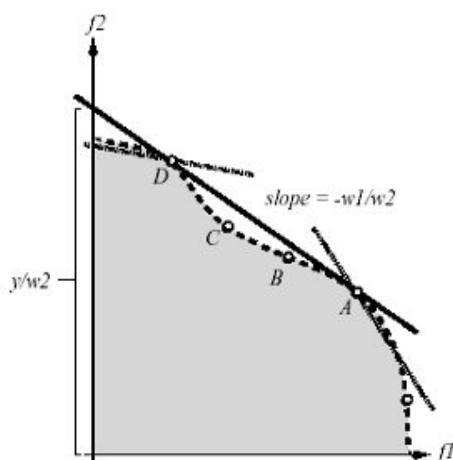
$$\text{όπου} \quad x \in X_f$$

Τα w_i καλούνται συντελεστές βαρύτητας, για τους οποίους ισχύει $\sum w_i = 1$.

Επιλύοντας το παραπάνω πρόβλημα με διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας προκύπτει το Pareto βέλτιστο σύνολο. Επειδή οι συντελεστές βαρύτητας είναι θετικοί, τα αποτελέσματα της μεθόδου αυτής (Pareto βέλτιστες λύσεις) είναι εύκολο να απεικονιστούν.

Το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου των συντελεστών βαρύτητας είναι ότι δεν μπορεί να παράγει όλες τις Pareto βέλτιστες λύσεις σε όλες τις μη κυρτές επιφάνειες ανεξαρτήτως των συνδυασμών συντελεστών βαρύτητας που θα χρησιμοποιηθούν. Για καθορισμένα βάρη w_1, w_2 η λύση x μεγιστοποιεί την $y = w_1 \cdot f_1(x) + w_2 \cdot f_2(x)$ η οποία γράφεται και ως $f_2(x) = -\frac{w_1}{w_2} f_1(x) + \frac{y}{w_2}$. Έτσι ορίζεται μια ευθεία με κλίση $-\frac{w_1}{w_2}$ στον αντικειμενικό χώρο των

λύσεων (Σχήμα 2.5) και σταθερό όρο $-\frac{y}{w_2}$.



Σχήμα 1-7: Γραφική απεικόνιση της μεθόδου των συντελεστών βαρύτητας

Γραφικά η βέλτιστη λύση θα προκύψει αν μετακινήσουμε την ευθεία αυτή προς τα πάνω, ώστε κανένα διάνυσμα της αντικειμενικής συνάρτησης να είναι πιο πάνω από αυτή, αλλά τουλάχιστον ένα να είναι πάνω της (στο παράδειγμα μας τα σημεία A και D). Τα σημεία B και C ποτέ δε θα μεγιστοποιήσουν την f . Αν αυξηθεί η κλίση, το σημείο D μεγιστοποιεί την f (πάνω διακεκομμένη γραμμή), ενώ αν μειωθεί η κλίση το σημείο A μεγιστοποιεί την f αφού δίνει μεγαλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση από ότι τα B, D (κάτω διακεκομμένη γραμμή).

Αξίζει να σημειώσουμε ότι στη περίπτωση που οι αρχικές αντικειμενικές συναρτήσεις συσχετιστούν μη γραμμικά το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί. Παρόλα αυτά, οι ερευνητές που ασχολούνται με τη πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση δείχνουν περιορισμένο ενδιαφέρον όσον αφορά τη κατασκευή αλγορίθμων που επιλύουν τα προβλήματά τους με χρήση συναρτήσεων συνάθροισης. Για το λόγο αυτό οι μέθοδοι αυτοί δεν είναι ιδιαίτερα δημοφιλείς. (Zitzler, 1999)

1.4.2 Η μέθοδος των περιορισμών (Constraint Method)

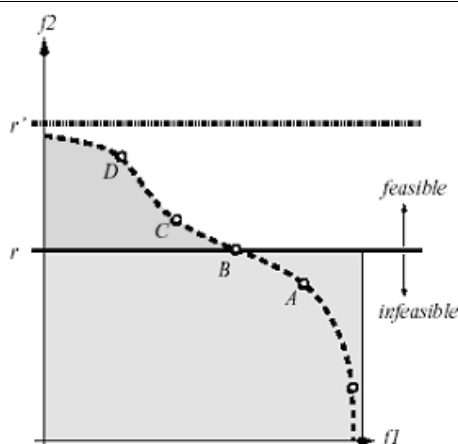
Σύμφωνα με τη μέθοδο των περιορισμών για την εύρεση του Pareto βελτίστου συνόλου $k-1$ αντικειμενικές συναρτήσεις (από k συνολικά) μετατρέπονται σε περιορισμούς. Η εναπομένουσα αντικειμενική συνάρτηση, η οποία μπορεί να επιλεγθεί αυθαίρετα, είναι η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης (SOP) :

$$\max \quad y = f(x) = f(x_h)$$

$$\text{με περιορισμούς} \quad e_i(x) = f_i(x) \geq \varepsilon_i, \quad (1 \leq i \leq k, i \neq h)$$

$$x \in X_f$$

Το κατώτερο όριο ε_i είναι η παράμετρος που ορίζεται διαφορετικά σε κάθε επίλυση έτσι ώστε να βρεθούν οι Pareto βέλτιστες λύσεις.



Σχήμα 1-8: Γραφική απεικόνιση της μεθόδου των περιορισμών

Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.6, η μέθοδος των περιορισμών μπορεί να βρει λύσεις που συνδέονται με μη κυρτά τμήματα της καμπύλης. Θέτοντας $h=1$ και $\varepsilon_2 = r$ (συνεχής γραμμή) κάνει τη λύση που αντιπροσωπεύεται από το A μη επιτρεπτή λόγω των περιορισμών, ενώ λύση που αντιπροσωπεύεται από το B μεγιστοποιεί την f σε σχέση με όλες τις άλλες λύσεις.

Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι αν το κατώτατο όριο δεν επιλεγεί επιτυχώς ($\varepsilon_2 = r'$), το σύνολο των επιτρεπτών λύσεων θα είναι κενό και δεν θα υπάρχει λύση του προβλήματος της μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης. Για να αποφευχθεί το παραπάνω θα πρέπει ένα εύρος τιμών για το ε_i να είναι γνωστό από πριν.

1.4.3 Σχολιασμός των κλασικών μεθόδων βελτιστοποίησης

Αυτό που καθιστά τις κλασικές μεθόδους βελτιστοποίησης ελκυστικές και δημοφιλείς είναι η αξιοπιστία τους. Σε μεγάλης κλίμακας όμως προβλήματα οι αλγόριθμοι μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης δεν εφαρμόζονται εύκολα. Οι μέθοδοι των συντελεστών βαρύτητας και περιορισμών δείχνουν ότι οι κλασικές μέθοδοι συνοδεύονται από προβλήματα όπως :

Η μέθοδος των συντελεστών βαρύτητας είναι ευαίσθητη στο σχήμα του Pareto βέλτιστου μετώπου (Pareto optimal front).

Χρειάζεται να γνωρίζουμε κάποια στοιχεία για το πρόβλημα πριν την επίλυση, που μπορεί να μην είναι διαθέσιμα.

Όλες οι κλασικές μέθοδοι χρειάζονται διαδοχικά βήματα επίλυσεων έτσι ώστε να προσεγγίσουν τις Pareto βέλτιστες λύσεις, γεγονός που συνεπάγεται επιπλέον υπολογιστικό φόρτο.

Πρόσφατα, οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Evolutionary Algorithms) καθώς και οι αλγόριθμοι Τεχνητής Νοημοσύνης (Artificial Intelligence Algorithms) έχουν αποτελέσει μια εναλλακτική προσέγγιση σε προβλήματα βελτιστοποίησης και έχουν τα εξής στοιχεία :

Μπορούν να χειριστούν μεγάλους χώρους αναζήτησης λύσεων.

Πολλές εναλλακτικές λύσεις μπορούν να αναπαραχθούν σε ένα βήμα επίλυσης.

Τέλος, μπορούν να εφαρμοστούν έτσι ώστε οι παραπάνω 3 δυσκολίες να αντιμετωπιστούν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

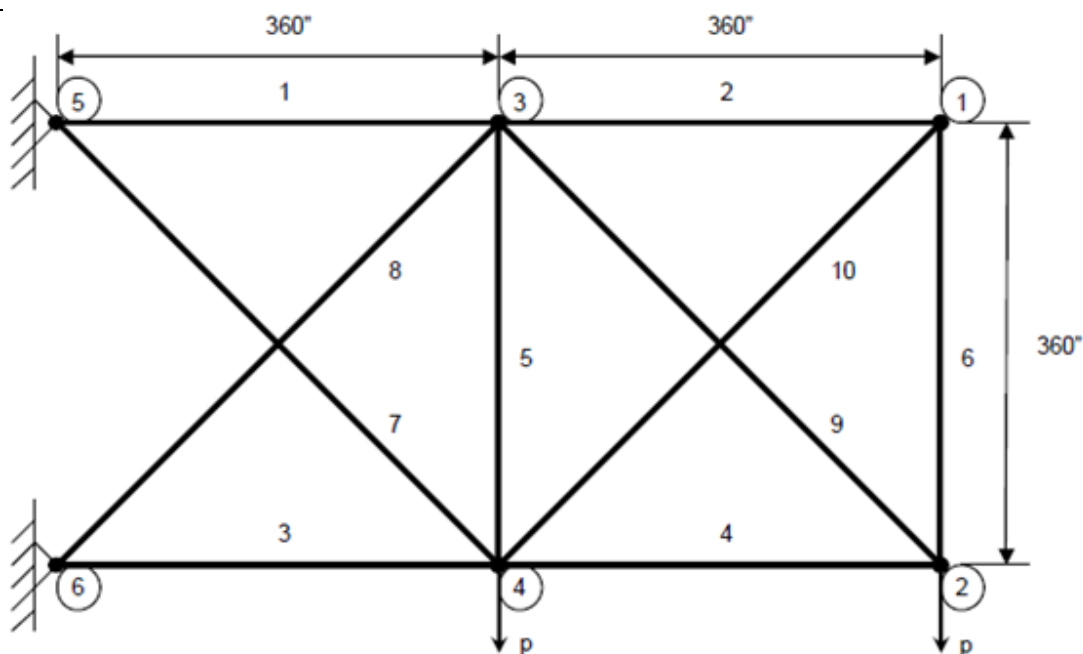
2 Τα Προβλήματα που εξετάζονται

2.1 Γενικά

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με την βελτιστοποίηση δύο κλασικών προβλημάτων (benchmark problems) Πολιτικού Μηχανικού κάνοντας χρήση σύγχρονων μεθόδων βελτιστοποίησης καθώς και μίας παραλλαγής της βελτιστοποίησης με τη μέθοδο της αποικίας μυρμηγκιών βασισμένη στη Θεωρία Παιγνίων. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα προβλήματα. Στα επόμενα κεφάλαια αναλύονται οι μέθοδοι που ακολουθούμε για την επίλυσή τους και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής κάθε μίας στα προβλήματά μας.

2.2 Επίπεδο 10-μελές δικτύωμα

Το πρώτο πρόβλημα με το οποίο ασχολούμαστε αφορά την οικονομική βελτιστοποίηση του επίπεδου δικτύωματος που απεικονίζεται στο σχήμα 2-1. Στο δίκτυωμα αυτό οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι τα εμβαδά των μελών (10 μεταβλητές σχεδιασμού). Οι διατομές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν πρέπει να είναι μεταξύ 0.1 και 30 τετραγωνικών ιντσών, με το περιορισμό η αξονική πίεση που αναπτύσσεται σε κάθε μέλος να μη ξεπερνά την τάση διαρροής των 30000 psi. Σκοπός του προβλήματος είναι να βρεθεί ο συνδυασμός διατομών ο οποίος να ελαχιστοποιεί το συνολικό βάρος του δικτύωματος (οικονομική βελτιστοποίηση), ενώ παράλληλα να ελαχιστοποιείται η μετατόπιση του κόμβου 2. Είναι φανερό λοιπόν ότι οι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις που ορίζουμε είναι αντιμαχόμενες και η βέλτιστη λύση δεν είναι μία αλλά πολλές.



Σχήμα 2-1: 10-μελές δικτύωμα (οι αποστάσεις είναι σε ίντσες)

Node	Load Case 1 (lb)		
	x	y	z
2	0	100000	0
4	0	100000	0

Πίνακας 2-1: επικόμβια φόρτιση σε λίμπρες

Material	E	ν	σ_y	γ
Aluminum	10000000 psi	.334	30000 psi	0.1 lb/in ³

Πίνακας 2-2: Τεχνικά χαρακτηριστικά ραβδών δικτύωματος

2.3 Χωρικό 25-μελές δικτύωμα

Το δεύτερο πρόβλημα με το οποίο ασχολούμαστε αφορά την οικονομική βελτιστοποίηση του χωρικού δικτύωματος που απεικονίζεται στο σχήμα 2-2. Οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι και πάλι τα εμβαδά των μελών, μόνο που αυτή τη φορά διακρίνονται 8 διαφορετικές ομάδες μελών

(8 μεταβλητές σχεδιασμού). Πιο συγκεκριμένα, οι ομάδες και τα μέλη των οποίων οι διατομές ανήκουν σε κάθε μία από αυτές είναι οι εξής:

$$X_1 = A_1$$

$$X_2 = A_2 = A_3 = A_4 = A_5$$

$$X_3 = A_6 = A_7 = A_8 = A_9$$

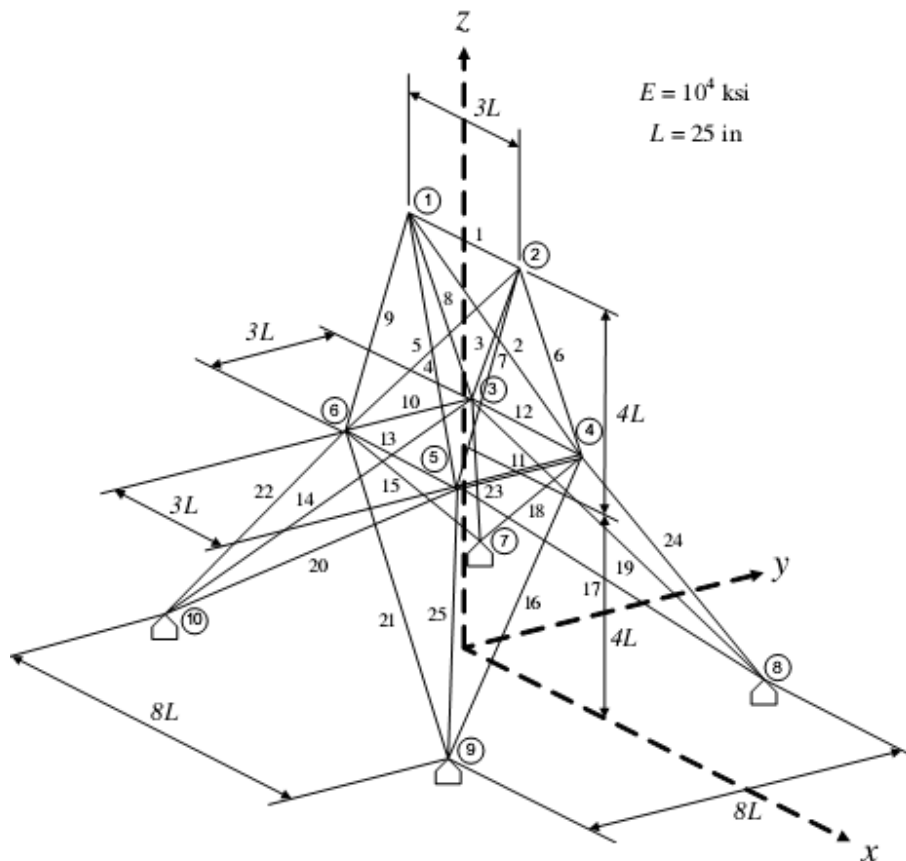
$$X_4 = A_{10} = A_{11}$$

$$X_5 = A_{12} = A_{13}$$

$$X_6 = A_{14} = A_{15} = A_{16} = A_{17}$$

$$X_7 = A_{18} = A_{19} = A_{20} = A_{21}$$

$$X_8 = A_{22} = A_{23} = A_{24} = A_{25}$$



Σχήμα 2-2: Χωρικό 25-μελές δικτύωμα

Joint	x (in)	y (in)	z (in)
1	-37.5	0.0	200.0
2	37.5	0.0	200.0
3	-37.5	37.5	100.0
4	37.5	37.5	100.0
5	37.5	-37.5	100.0
6	-37.5	-37.5	100.0
7	-100.0	100.0	0.0
8	100.0	100.0	0.0
9	100.0	-100.0	0.0
10	-100.0	-100.0	0.0

Πίνακας 2-3: Συντεταγμένες κόμβων δικτύματος σε ίντσες

Οι διατομές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν πρέπει να είναι μεταξύ 0.1 και 5 τετραγωνικών ιντσών, με το περιορισμό η αξονική πίεση που αναπτύσσεται σε κάθε μέλος να μη ξεπερνά την τάση διαρροής των 30000 psi. Το μέγεθος και η διεύθυνση των επικόμβιων φορτίων παρουσιάζονται στο πίνακα 2-4.

Node	F_x	F_y	F_z
1	1000	-10,000	-10,000
2	0	-10,000	-10,000
3	500	0	0
6	600	0	0

Πίνακας 2-4: Επικόμβιες φορτίσεις δικτύματος σε λίμπρες

Σκοπός του προβλήματος είναι και πάλι να βρεθεί ο συνδυασμός διατομών ο οποίος να ελαχιστοποιεί το συνολικό βάρος του δικτύματος (οικονομική βελτιστοποίηση), ενώ παράλληλα να ελαχιστοποιούνται οι μετατοπίσεις των κόμβων 2 και 3. Είναι φανερό λοιπόν, ότι οι αντικειμενικές συναρτήσεις που ορίζουμε είναι αντιμαχόμενες με συνέπεια την ύπαρξη πλήθους και όχι μόνο μίας βέλτιστων λύσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3 Βελτιστοποίηση με χρήση Γενετικών Αλγορίθμων

3.1 Η γένεση των Εξελικτικών Αλγορίθμων μέσω των Βασικών Αρχών της Φύσης

Το 1859, ο Κάρολος Δαρβίνος έκδωσε το βιβλίο του «Η καταγωγή των ειδών» (“On the Origin of Species”) (Darwin, 1859), στο οποίο εξέφρασε τη θεωρία ότι η βιολογική εξέλιξη των ειδών βασίζεται στις αρχές της φυσικής επιλογής και της επιβίωσης των καλύτερων. Η θεωρία του μπορεί να συμπυκνωθεί στις παρακάτω παρατηρήσεις και συμπεράσματα: γένεση

Τα άτομα ενός είδους έχουν «μεγάλη» γονιμότητα και παράγουν περισσότερους απογόνους από αυτούς που θα μπορούσαν τελικώς να ενηλικιώσουν

Υπό την απουσία εξωτερικών επιρροών (όπως φυσικές καταστροφές), τόσο το μέγεθος ενός πληθυσμού όσο και οι διαθέσιμοι φυσικοί πόροι (οι οποίοι είναι γενικώς περιορισμένοι) παραμένουν περίπου σταθεροί με τη πάροδο του χρόνου

Από τη στιγμή λοιπόν που τα άτομα ενός είδους ανταγωνίζονται μεταξύ τους για αυτούς τους περιορισμένους φυσικούς πόρους (όπως η τροφή), «παλεύουν» για την επιβίωσή τους

Τα άτομα (ειδικά στα είδη που αναπαράγονται σεξουαλικά) δεν είναι ίδια μεταξύ τους

Οι διαφορές μεταξύ των ατόμων επηρεάζουν τη ποιότητά τους (fitness) και συνεπώς την ικανότητά τους για επιβίωση

Ένα μεγάλο μέρος των παραπάνω διαφορών είναι κληρονομικές

Τα άτομα χαμηλής ποιότητας έχουν μικρή πιθανότητα επιβίωσης, ενώ τα άτομα υψηλής ποιότητας έχουν μεγάλη πιθανότητα επιβίωσης και επομένως μεγαλύτερη πιθανότητα να γίνουν γονείς

Οι γονείς «περνούν» τα χαρακτηριστικά τους στα παιδιά

Τα διάφορα είδη αλλάζουν σιγά σιγά και προσαρμόζονται στα νέα δεδομένα, γεγονός που έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία νέων ειδών

Οι παραπάνω αρχές τις φύσης αποτέλεσαν το θεμέλιο λίθο για την μεταγενέστερη ανάπτυξη του κλάδου των Εξελικτικών Αλγορίθμων (Evolutionary Algorithms). Η χρήση και οι δυνατότητες των εξελικτικών αλγορίθμων για την επίλυση προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης υποδείχτηκε για πρώτη φορά στα τέλη της δεκαετίας του 1960, στην διδακτορική διατριβή του Rosenberg (Rosenberg, 1967). Η εργασία του περιείχε μία πρόταση που θα οδηγούσε στην επίλυση πολυκριτηριακών προβλημάτων αν την είχε υλοποιήσει όπως τη παρουσίασε. Ο δημιουργός του πρώτου γενετικού αλγορίθμου ήταν ο J. Holland λίγα χρόνια αργότερα, στις αρχές του 1970. Η ιδέα προήλθε από την παρατήρηση των διαδικασιών εξέλιξης στη φύση. Ο Holland σκέφτηκε ότι θα μπορούσε να εκμεταλλευτεί τη δύναμη της εξέλιξης για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Με τους γενετικούς αλγόριθμους να έχουν ως βάση τη γενετική και τα εξελικτικά βιολογικά συστήματα, μπορεί να υποτεθεί ότι οι εσωτερικές διεργασίες ενός τέτοιου αλγόριθμου θα είναι εξαιρετικά δύσκολες. Ωστόσο, ισχύει το ακριβώς αντίθετο. Τόσο οι απλοί γενετικοί αλγόριθμοι, όσο και πιο σύνθετες εκδοχές τους, βασίζονται στην αντιγραφή και την αλληλουχία χρωμοσωμάτων.

3.2 Το φυσικό ανάλογο των Γενετικών Αλγορίθμων

Όταν ο εξελικτικός αλγόριθμος ξεκινά, δεν είναι σε θέση να ξεχωρίσει μια καλή από μία χειρότερη λύση. Βασικά, δημιουργεί τυχαία άτομα (τα οποία ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος, ανήκουν δηλαδή στο σύνολο X_f) έως ότου συμπληρωθούν οι θέσεις του πληθυσμού. Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα μπορεί να θεωρηθεί η δημιουργία της ζωής στη γη περίπου 3.8 δισεκατομμύρια χρόνια πριν. Τυχαία γονίδια ενώθηκαν μεταξύ τους σχηματίζοντας έναν αρχικό πληθυσμό από μονοκύτταρους οργανισμούς. Η περεταίρω εξέλιξη αυτών των απλών οργανισμών διαμόρφωσε τη σημερινή εικόνα του περιβάλλοντός μας, το οποίο αποτελείται πλέον από πολυπλοκότερες μορφές ζωής.

Για λόγους απλούστευσης, θα θεωρήσουμε ότι η διαδικασία της εξέλιξης πραγματοποιείται προοδευτικά σε διακεκριμένα βήματα γενιών. Ως αρχικό πληθυσμό κάθε γενιάς θα χρησιμοποιήσουμε μία ομάδα ψαριών που προσπαθεί να επιβιώσει στη φύση. Η επιβίωση των γονιδίων κάθε ξεχωριστού ψαριού εξαρτάται από τις επιδόσεις του στη θάλασσα, με άλλα λόγια από την ποιότητά του (fitness) σε σχέση με τα υπόλοιπα ψάρια του πληθυσμού. Πρέπει όμως

τονιστεί ότι η ποιότητά του δεν εξαρτάται από ένα μεμονωμένο χαρακτηριστικό του ατόμου, όπως για παράδειγμα το μέγεθός του, το οποίο σε όρους πολυκριτηρικής βελτιστοποίησης μπορεί να θεωρηθεί ως η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση f_1 . Αν και ένα μεγαλύτερο ψάρι έχει περισσότερες πιθανότητες να επιζήσει, το μέγεθός του από μόνο του δεν αρκεί για να εξασφαλίσει την επιβίωσή του σε περίπτωση που για παράδειγμα είναι πολύ αργό για να πιάσει ένα θήραμα (η ταχύτητά του μπορεί να θεωρηθεί ως η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση f_2). Επίσης, ο ρυθμός με τον οποίο καταναλώνει ενέργεια (f_3) θα πρέπει να είναι χαμηλός ώστε να μην χρειάζεται να τρώει συνεχώς. Άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν την τελική ποιότητα κάθε ατόμου μπορεί να είναι τα κοφτερά του δόντια (f_4) και το χρώμα του (f_5) ώστε να καμουφλαρίσετε εύκολα στο περιβάλλον του προκειμένου να μην αποτελεί εύκολη λεία για καρχαρίες. Παρόλα αυτά, η δυνατότητα πολύ καλού καμουφλαρίσματος μπορεί να αποτελέσει και σοβαρό μειονέκτημα καθώς δεν θα είναι εύκολη η εύρεση ενός συντρόφου για επίτευξη αναπαραγωγής. Επίσης, αν το ψάρι είναι μεγάλο θα έχει αναγκαστικά υψηλό ρυθμό κατανάλωσης ενέργειας. Συνεπώς, η επιβίωση ενός ψαριού εξαρτάται από μία ποικιλία παραγόντων, όπου τα καλά χαρακτηριστικά ενός ατόμου σε μία συγκεκριμένη κατηγορία (αντικειμενική συνάρτηση) μπορεί τελικώς να συμβάλουν στη μείωση της απόδοσής του σε μία άλλη κατηγορία.

Στα προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης παρατηρείται ακριβώς το ίδιο φαινόμενο. Σε κάθε πρόβλημα, υπάρχει μία πληθώρα αντικειμενικών συναρτήσεων που πρέπει να βελτιστοποιηθούν ταυτόχρονα, ενώ παράλληλα η πιθανότητα αντικρουόμενων συμφερόντων μεταξύ των συναρτήσεων είναι πολύ μεγάλη, αν όχι βέβαιη. Για παράδειγμα, τα προβλήματα που αναλύονται στη συνέχεια εξετάζουν την οικονομική βελτιστοποίηση δικτυωμάτων (ελαχιστοποίηση του βάρους) σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση των μετατοπίσεων συγκεκριμένων κόμβων. Είναι προφανές, πως ο οικονομικότερος συνδυασμός διατομών αποτελείται από την επιλογή της μικρότερης διαμέτρου για όλα τα μέλη, γεγονός που συνεπάγεται μεγάλες μετατοπίσεις των κόμβων. Αντιθέτως, η ελαχιστοποίηση των μετατοπίσεων των κόμβων συμβαίνει στη περίπτωση που όλα τα μέλη κατασκευαστούν από τη μεγαλύτερη διαθέσιμη διατομή, με αποτέλεσμα την αλόγιστη οικονομική επιβάρυνση του έργου.

Η βέλτιστη λύση δεν είναι μία αλλά πολλές και οι εξελικτικοί αλγόριθμοι αποτελούν το μέσο με το οποίο θα βρεθεί αυτό το σύνολο λύσεων (μέτωπο Pareto).

Επιστρέφοντας στο ανάλογο μας, αφού η γενιά των ψαριών έχει δημιουργηθεί, η φύση γνωρίζει τα ακριβή χαρακτηριστικά τους. Παρόλα αυτά, η απονομή πεπερασμένης τιμής ποιότητας σε κάθε άτομο είναι μία τελείως υποκειμενική διαδικασία που εξαρτάται από το περιβάλλον του. Η ποιότητα ενός ψαριού εξαρτάται από την ποιότητα των υπολοίπων ψαριών της ομάδας του, τα θηράματα και τους θηρευτές του. Αν ένα ψάρι A υπερισχύει ενός άλλου B σε όλες τις κατηγορίες (είναι δηλαδή ταχύτερο, μεγαλύτερο, εξυπνότερο κτλ.) συνεπάγεται ότι είναι καλύτερης ποιότητας αφού θα έχει μεγαλύτερη πιθανότητα επιβίωσης. Αν όμως το ψάρι A είναι πιο γρήγορο από το B αλλά μικρότερης νοημοσύνης από το B (ενώ το μέγεθός τους και το χρώμα τους είναι ίδια) τότε δεν είναι ξεκάθαρο σε ποιο αρμόζει καλύτερη ποιότητα. Στη περίπτωση αυτή, ένας επιτυχής εξελικτικός αλγόριθμος θα πρέπει να παρέχει την ευκαιρία στα δύο ψάρια να ζευγαρώσουν κάποια στιγμή στο μέλλον παράγοντας απογόνους που θα είναι γρήγοροι και έξυπνοι. Βεβαίως, υπάρχουν και τα προβλήματα όπου η ποιότητα του ατόμου μπορεί να προκύψει εύκολα μέσω μιας μόνο συνάρτησης απονομής ποιότητας βάση των χαρακτηριστικών του. Μια από τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες μεθόδους για την απόδοση ποιότητας σε κάθε άτομο του πληθυσμού αποτελεί η Pareto ranking. Σύμφωνα με αυτήν τα άτομα υψηλότερης ποιότητας είναι αυτά που δεν κυριαρχούνται από κανένα άτομο του πληθυσμού (δεν υπάρχει δηλαδή ψάρι στο πληθυσμό που να είναι καλύτερο σε όλα τα χαρακτηριστικά). Τα άτομα της δεύτερης καλύτερης ποιότητας είναι αυτά που κυριαρχούνται μόνο από ένα άτομο του πληθυσμού κ.ο.κ. έως ότου όλα τα άτομα του πληθυσμού αποκτήσουν μια τιμή ποιότητας (fitness).

Το γεγονός ότι ένα ψάρι είναι άριστης ποιότητας δεν συνεπάγεται άμεσα ότι μπορεί να παράγει απογόνους. Ένα έξυπνο ψάρι μπορεί να φαγωθεί από έναν καρχαρία ενώ ένα μεγάλο να πεθάνει από ασθένεια. Για το λόγο αυτό, η διαδικασία της επιλογής στους εξελικτικούς αλγορίθμους είναι συνήθως στοχαστική και όχι ντετερμινιστική. Ακόμα και ένα μικρό, αργό και όχι υψηλής νοημοσύνης ψάρι μπορεί να επιβιώσει και να παράγει περισσότερους απογόνους από ότι ένα πολύ καλύτερης ποιότητας. Αν και η παραπάνω περίπτωση δεν είναι και η πλέον συνήθης, κανείς δεν μπορεί να αμφισβητήσει την ύπαρξή της.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι δουλεύουν ακριβώς με τον ίδιο τρόπο. Χρησιμοποιούν έναν αλγόριθμο επιλογής προκειμένου να διαλέξουν τα άτομα υψηλότερης ποιότητας και να τα τοποθετήσουν στη mating pool. Η παλαιότερη μέθοδος επιλογής είναι η Roulette wheel. Η πιθανότητα επιλογής ενός συγκεκριμένου ατόμου για γονέα εξαρτάται προφανώς από τη ποιότητά του.

Η τελική φάση των εξελικτικών αλγορίθμων είναι η αναπαραγωγή. Τα ψάρια αναπαράγονται σεξουαλικά. Η σύζευξη μεταξύ ενός αρσενικού και ενός θηλυκού ψαριού έχει ως αποτέλεσμα τη διασταύρωση (crossover) των γονιδίων τους. Στο χρωμόσωμα που προκύπτει υπάρχει και η πιθανότητα της μετάλλαξης (mutation) με αποτέλεσμα το νεογνό να αποκτά και κάποια δικά του ιδιαίτερα χαρακτηριστικά εκτός αυτών που κληρονόμησε από τους γονείς του. Από τη στιγμή που υψηλής ποιότητας άτομα είναι πιθανότερο να γίνουν γονείς, οι μετέπειτα γενιές είναι πιθανό να αποτελούνται από ορισμένα (τουλάχιστον) άτομα που όχι μόνο συνδυάζουν τα καλά χαρακτηριστικά των γονιών τους αλλά και είναι υψηλότερης ποιότητας από αυτούς.

Στους εξελικτικούς αλγόριθμους, δεν υφίσταται το γένος των ατόμων όπως στη φύση. Κάθε άτομο του mating pool μπορεί να συνδυαστεί με οποιοδήποτε άλλο άτομο και να αποτελέσουν γονείς ενός συγκεκριμένου νέου ατόμου. Με την επαναλαμβανόμενη εκτέλεση της διαδικασίας της αναπαραγωγής, αυξάνεται η πιθανότητα σύγκλισης των παραγόμενων λύσεων στο Pareto βέλτιστο σύνολο (Weise, 2009).

3.3 Βασικές Αρχές Εξελικτικών Αλγορίθμων

Γενικά οι εξελικτικοί αλγόριθμοι χαρακτηρίζονται από:

- Ένα σύνολο από υποψήφιες λύσεις, οι οποίες
- Υποβάλλονται σε μία διαδικασία επιλογής και
- Υποβάλλονται στις εσωτερικές διεργασίες του αλγορίθμου, οι οποίες συνήθως είναι διασταύρωση (crossover) και μετάλλαξη (mutation).

Αναλογικά με τη φυσική εξέλιξη, οι υποψήφιες λύσεις καλούνται άτομα (individuals) και το σύνολό τους πληθυσμός (population). Κάθε άτομο αντιπροσωπεύει μία υποψήφια λύση. Ο πληθυσμός είναι ένα σύνολο από διανύσματα $i \in I$, όπου I ο χώρος των λύσεων κάθε ατόμου του πληθυσμού (individual space).

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι βασίζονται στην τυχαία αναζήτηση λύσης. Η αναζήτηση της λύσης έχει κατά μια έννοια τυχαίο χαρακτήρα, ο οποίος όμως συνδυάζεται με την ύπαρξη μιας συγκεκριμένης κατεύθυνσης. Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου (δηλαδή σε κάθε γενιά) δημιουργείται και αξιολογείται ένα σύνολο από υποψήφιας λύσεις (πληθυσμός). Σε κάθε άτομο του πληθυσμού αποδίδεται μία πεπερασμένη τιμή η οποία αντιπροσωπεύει τη ποιότητα (fitness) της συγκεκριμένης λύσης. Η ποιότητα κάθε ατόμου εξαρτάται κυρίως από τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων του προβλήματος, τους περιορισμούς και τη θέση του ατόμου στο χώρο των λύσεων. Στη συνέχεια, ο πληθυσμός υποβάλλεται στην επαναληπτική διαδικασία της φυσικής εξέλιξης όπου λαμβάνουν χώρα οι διεργασίες της επιλογής (selection process), διασταύρωσης (crossover) και μετάλλαξης (mutation) έως ότου ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο περάτωσης της διαδικασίας. Το κριτήριο περάτωσης μπορεί να είναι είτε η δημιουργία συγκεκριμένου πλήθους γενιών, είτε η στασιμότητα της ποιότητας του πληθυσμού ή η ύπαρξη πληθυσμού με ικανοποιητική ακρίβεια.

Οι βασικοί σκοποί κατά την υλοποίηση ενός εξελικτικού αλγορίθμου είναι οι εξής:

Η απόσταση μεταξύ του μη-κυριαρχικού μετώπου που προκύπτει από την επίλυση και του βέλτιστου μετώπου Pareto πρέπει να ελαχιστοποιηθεί.

Χρειάζεται μια καλή κατανομή των λύσεων που θα προκύψουν.

Η διασπορά του μη-κυριαρχούμενου μετώπου Pareto πρέπει να μεγιστοποιηθεί. Για κάθε αντικειμενική συνάρτηση ένα μεγάλο εύρος τιμών πρέπει να καλύπτεται από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις.

Παράλληλα με τα παραπάνω πρέπει να αποτραπεί η πρόωρη σύγκλιση του αλγορίθμου σε συγκεκριμένες περιοχές του βέλτιστου μετώπου.

Η πραγματοποίηση των στόχων αυτών επιτυγχάνεται μέσω σωστού προγραμματισμού και συνεργασίας μεταξύ των επιμέρους διαδικασιών που λαμβάνουν χώρα κατά την υλοποίηση ενός αλγορίθμου. Πιο συγκεκριμένα, ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στα παρακάτω σημεία:

Στην απονομή πεπερασμένης τιμής ποιότητας σε κάθε άτομο. Το γεγονός αυτό είναι ιδιαίτερα κρίσιμο και δύσκολο να πραγματοποιηθεί αξιοκρατικά λόγω της υποκειμενικής του φύσης. Απαιτεί τον ταυτόχρονο συνυπολογισμό διαφόρων παραμέτρων του προβλήματος που μπορεί να μην είναι αρχικά ορατές.

Στη διαδικασία επιλογής των γονέων της επόμενης γενιάς.

Στη διαδικασία της παραλλαγής (Variation Process). Η σχέση μεταξύ της πιθανότητας πραγματοποίησης διασταύρωσης και μετάλλαξης πρέπει να είναι τέτοια ώστε από τη μία να εξερευνούνται νέες περιοχές του χώρου των λύσεων αλλά από την άλλη να πραγματοποιείται και μια πιο διεξοδική εξερεύνηση των ήδη γνωστών περιοχών.

Τα παραπάνω σημεία περιγράφονται αναλυτικότερα στη συνέχεια και παρουσιάζονται διάφορες μέθοδοι που είναι διαθέσιμες στη βιβλιογραφία για την υλοποίησή τους. Προηγείται η παρουσίαση της γενικής μορφής ενός εξελικτικού αλγορίθμου καθώς και ένα τυπικό διάγραμμα ροής.

Αλγόριθμος 1 : Γενικός Εξελικτικός Αλγόριθμος

Input :	N	μέγεθος πληθυσμός (population size)
	T	μέγιστος αριθμός γενιών (maximum number of generations)
	p_c	πιθανότητα διασταύρωσης (crossover probability)
	p_m	ποσοστό μετάλλαξης (mutation rate)
Output :	A	μη-κυριαρχούμενο σύνολο (non-dominated set)

Βήμα 1 :

Έστω ότι ο αρχικός πληθυσμός είναι $P_0 = \emptyset$. Για όλα τα άτομα του πληθυσμού:

- Επέλεξε κάποια άτομα του πληθυσμού $i \in I$ σύμφωνα με κάποιο κριτήριο (κατανομή πιθανότητας).
- Θέσε τα άτομα αυτά στον πληθυσμό $P_0 = P_0 + \{i\}$.

Βήμα 2 (ανάθεση απόδοσης – fitness assignment) :

Για κάθε άτομο $i \in P_i$ καθόρισε το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού $x = m(i)$ και το διάνυσμα των αντικειμενικών συναρτήσεων $y = f(x)$ και υπολόγισε την βαθμωτή συνάρτηση απόδοσης (fitness value function) $F(i)$

Βήμα 3 (επιλογή - selection) :

Δημιούργησε ένα προσωρινό πληθυσμό (mating pool) P' και αρχικά θέσε τον ίσο με $P' = \emptyset$. Για όλα τα άτομα του πληθυσμού :

a) Επέλεξε ένα άτομο $i \in P_t$ σύμφωνα με κάποια μέθοδο και βασισμένο στην απόδοσή του $F(i)$.

b) Θέσε το άτομο αυτό στον προσωρινό πληθυσμό P' , έτσι ώστε $P' = P' + \{i\}$

Ο προσωρινός πληθυσμός P' καλείται σύνολο υποψηφίων γονέων (mating pool).

Βήμα 4 (επανασυνδιασμός-recombination):

Δημιούργησε ένα καινούριο πληθυσμό P'' , έτσι ώστε αρχικά $P'' = \emptyset$:

a) Διάλεξε δύο άτομα $i, j \in P'$ και αφάιρεσε τα από το P'

b) Επανασυνδιάσε τα i, j . Έστω ότι τα παιδιά τους είναι τα $k, l \in I$

c) Πρόσθεσε τα k, l στο P'' με πιθανότητα p_c . Διαφορετικά πρόσθεσε τα i, j στο P''

Βήμα 5 (μετάλλαξη-mutation) :

Δημιούργησε ένα καινούριο πληθυσμό P''' έτσι ώστε $P''' = \emptyset$. Για κάθε άτομο του πληθυσμού :

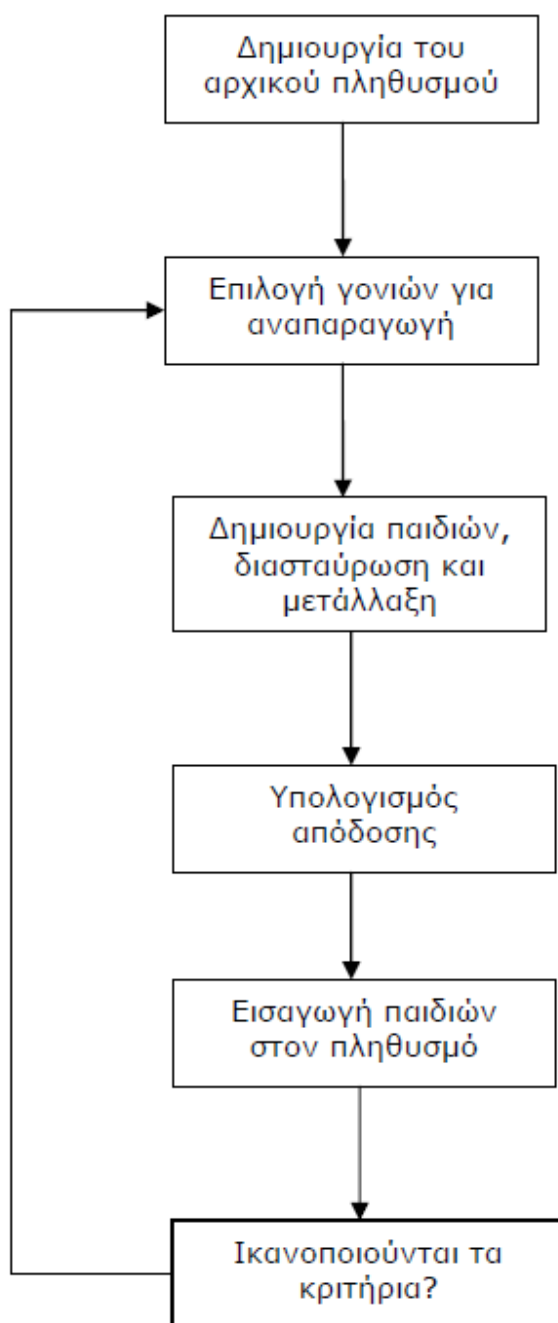
a) Μετάλλαξε το i με ποσοστό μετάλλαξης p_m . Το προκύπτον άτομο είναι το $j \in I$

b) Θέσε το j στον πληθυσμό P''' , έτσι ώστε $P''' = P''' + \{j\}$

Βήμα 6 :

Θέσε τον τελικό πληθυσμό P''' ίσο με τον αρχικό πληθυσμό της επόμενης γενιάς, δηλαδή $P_{t+1} = P'''$ και $t = t + 1$. Αν ο αριθμός της γενιάς t είναι μεγαλύτερος ή ίσος από τον μέγιστο αριθμό γενιών T , δηλαδή $t \geq T$ ή κάποιο άλλο κριτήριο ικανοποιείται, θέσε τότε $A = p(m(P_t))$, διαφορετικά πήγαινε στο βήμα 2.

Σημείωση : Ο παραπάνω αλγόριθμος αποτελεί την γενική περίπτωση ενός εξελικτικού αλγόριθμου και κατά καιρούς έχει υποστεί διάφορες τροποποιήσεις. Για παράδειγμα, ο επανασυνδιασμός μπορεί να προκύψει από παραπάνω από δύο γονείς, ενώ υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τρόποι (ανάλογα με τον τύπο του προβλήματος) για την επιλογή, διασταύρωση και μετάλλαξη του πληθυσμού.



Σχήμα 3-1: Διάγραμμα ροής Τυπικού Εξελικτικού Αλγόριθμου

3.3.1 Απονομή Ποιότητας (Fitness Assignment)

Σε αντίθεση με την μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση, όπου η αντικειμενική συνάρτηση και η συνάρτηση ικανότητας (fitness function) ταυτίζονται, η ανάθεση και η επιλογή απόδοσης υπόκεινται σε διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η πολυπλοκότητα της αντικειμενικής απονομής ποιότητας. Για παράδειγμα δύο άτομα που ανήκουν στο παρόν Pareto βέλτιστο μέτωπο (είναι δηλαδή αδιάφορα μεταξύ τους) λογικό είναι να υποστηριχτεί ότι είναι ίδιας ποιότητας. Παρόλα αυτά, επειδή η ποιότητα κάθε ατόμου καθορίζει το προσανατολισμό της διαδικασίας της επιλογής (πολλές φορές οι δύο διαδικασίες είναι αλληλένδετες), αν κάποιο από τα δύο άτομα έχει πολλούς γείτονες ενώ το άλλο όχι, θα πρέπει να βελτιώσουμε τη ποιότητα του τελευταίου ώστε να προωθηθεί η εξερεύνηση και σε αυτή τη περιοχή. Παρακάτω παρουσιάζονται βασικές τεχνικές απονομής ποιότητας (Zitzler, 1999).

Απόδοση Ποιότητας και Επιλογή με Αλλαγή Στόχων...

Αντί του συνδυασμού των αντικειμενικών συναρτήσεων σε μια κλίμακα αξιολόγησης ποιότητας, οι εξελικτικοί αλγόριθμοι αλλάζουν στόχο κατά τη διάρκεια της φάσης επιλογής. Όταν ένα άτομο εκλέγεται για αναπαραγωγή θα υπάρχει κάθε φορά διαφορετικό κριτήριο ποιότητας που θα καθορίζει ποιο μέλος του πληθυσμού θα αντιγράφεται στη mating pool. Βασικό μειονέκτημα αυτού του τρόπου επιλογής είναι η προκατάληψη του αλγορίθμου, υπό την έννοια ότι η διαρκής αλλαγή στόχων ωθεί τα άτομα προς ακραίες λύσεις. Παράλληλα έχει παρατηρηθεί μείωση της αποτελεσματικότητάς τους στη περίπτωση που το βέλτιστο μέτωπο Pareto είναι μη κυρτό.

Απόδοση Ποιότητας με Συνάθροιση και Μεταβολή Παρααμέτρων...

Άλλες μέθοδοι βασίζονται στη παραδοσιακή τεχνική της δημιουργίας ζυγισμένων (trade-off) επιφανειών. Στη περίπτωση αυτή, οι αντικειμενικές συναρτήσεις συνδυάζονται σε μία παραμετρική αντικειμενική συνάρτηση. Οι παράμετροι αυτής της συνάρτησης δεν αλλάζουν από γενιά σε γενιά, αλλά αλλάζουν συνεχώς κατά τη διάρκεια της ίδιας γενιάς. Για παράδειγμα, σε ορισμένες περιπτώσεις χρησιμοποιείται η μέθοδος των συντελεστών βαρύτητας. Από τη στιγμή λοιπόν, που κάθε άτομο αξιολογείται με ένα συγκεκριμένο συνδυασμό βαρών (είτε τυχαίο είτε καθορισμένο για το συγκεκριμένο άτομο), όλα τα άτομα του πληθυσμού αξιολογούνται ουσιαστικά με διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις. Επομένως η

βελτιστοποίηση γίνεται ταυτόχρονα προς διαφορετικές κατευθύνσεις. Παρόλα αυτά, τα βασικά μειονεκτήματα του συνδυασμού πλήθους αντικειμενικών συναρτήσεων σε μία, περιορίζουν την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου.

Απόδοση Ποιότητας με βάση τη κυριαρχία Pareto...

Η τεχνική αυτή παρουσιάστηκε από τον Goldberg. Αρχικά, όλα τα μη-κυριαρχούμενα (non dominated) άτομα του πληθυσμού θεωρούνται κατηγορίας 1 και αφαιρούνται προσωρινά από τον πληθυσμό. Τα επόμενα μη-κυριαρχούμενα θεωρούνται κατηγορίας 2 κτλ. Τελικά, οι κατηγορίες των ατόμων του πληθυσμού καθορίζουν την ποιότητά τους. Το ξεχωριστό σε αυτήν την προσέγγιση είναι ότι η ποιότητα κάθε ατόμου σχετίζεται με τον συνολικό πληθυσμό και όχι ανεξάρτητα από τα άλλα άτομα του πληθυσμού.

Η ιδέα αυτή έχει υιοθετηθεί από πολλούς ερευνητές δημιουργώντας ένα πλήθος παραλλαγών που πηγάζουν από αυτήν (Fonsesca & Fleming, 1995). Παρόλο που η επιλογή με βάση τη κυριαρχία Pareto είναι ικανή θεωρητικά να βρει οποιαδήποτε Pareto βέλτιστη λύση, οι διαστάσεις του χώρου των λύσεων επηρεάζουν την απόδοση των αλγορίθμων που την υιοθετούν, γεγονός που διαπιστώνεται και κατά την επίλυση των προβλημάτων μας. Τη παρατήρηση αυτή έκαναν για πρώτη φορά οι (Fonsesca & Fleming, 1995).

3.3.2 Η Διαδικασία της Επιλογής (Selection Process)

Η διαδικασία της επιλογής είναι συνήθως στοχαστική (σπανίως ντετερμινιστική) και αποσκοπεί στην επιλογή των ατόμων που θα αποτελέσουν τους γονείς της επόμενης γενιάς. Η βασική ιδέα πίσω από τη διαδικασία επιλογής είναι ότι προτιμούνται τα υψηλότερης από τα χαμηλότερης ποιότητας άτομα του πληθυσμού, εφόσον θεωρητικά τα υψηλότερης ποιότητας άτομα είναι πιθανότερο να παράγουν καλύτερους απογόνους. Αυτό επιτυγχάνεται συνδέοντας αναλογικά τη πιθανότητα επιλογής ενός ατόμου με τη ποιότητά του. Έτσι τα υψηλής ποιότητας άτομα είναι πιθανότερο να αποτελέσουν γονείς της επόμενης γενιάς. Στόχος της διαδικασίας αυτής είναι να αυξηθεί η μέση ποιότητα της επόμενης γενιάς, εστιάζοντας σε συγκεκριμένα κομμάτια του πληθυσμού. Στη συνέχεια, μέσω της διαδικασίας της παραλλαγής τροποποιείται το γενετικό υλικό του πληθυσμού προκειμένου να εξερευνηθούν νέα σημεία στο χώρο των λύσεων.

Αίτια λόγια για την «ένταση επιλογής» (selection intensity)...

Για τη διατήρηση ενός σταθερού αριθμού ατόμων στο πληθυσμό, οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν έναν μηχανισμό ο οποίος διαγράφει αθέμιτα άτομα προκειμένου να δημιουργηθεί χώρος για την εισαγωγή νέων. Συνήθως, ολόκληρος ο πληθυσμός αλλάζει σε κάθε βήμα του αλγορίθμου. Στη περίπτωση αυτή ο αλγόριθμος ονομάζεται «Γενετικός Αλγόριθμος των Γενεών» (Generational Genetic Algorithm) και αντιπροσωπεύει το ένα άκρο των μεθόδων αντικατάστασης. Το άλλο άκρο αποτελείται από αλγορίθμους «Σταθερής Κατάστασης» (Steady State Genetic Algorithm) όπου αντικατάσταση πραγματοποιείται σε ένα πεπερασμένο πλήθος μελών πληθυσμού σε κάθε επανάληψη (μπορεί να είναι και μόνο ένα). Το πλήθος των ατόμων που αντικαθίστανται ελέγχεται από μία παράμετρο που ονομάζεται «Χάσμα Γενεών» (generation gap). Η «ένταση επιλογής» μετρά την αύξηση της μέσης ποιότητας των ατόμων μετά τη διαδικασία της επιλογής. Συχνά, χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη της μέσης ποιότητας του πληθυσμού σε κάθε επανάληψη καθώς και του πλήθους των επαναλήψεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση των λύσεων σε μία μοναδική.

Λόγω της γενικής φύσης της διαδικασίας της επιλογής, στη βιβλιογραφία είναι διαθέσιμες διάφορες μέθοδοι που αποσκοπούν στην ορθή επιλογή ατόμων, μερικές από τις οποίες παρουσιάζονται παρακάτω (Blicke & Thiele, 1995).

Επιλογή με τη Μέθοδο του Τουρνουά (Tournament Selection)

Η επιλογή με τη μέθοδο του τουρνουά υλοποιείται ως εξής: διαλέγουμε τυχαία ένα πεπερασμένο αριθμό ατόμων από το πληθυσμό και τοποθετούμε το καλύτερο από αυτά στο mating pool. Αν κανένα από τα επιλεγμένα άτομα δεν κυριαρχείται τότε συνηθίζεται να τοποθετείται στο mating pool ένα τυχαίο. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου γεμίσουν όλες οι θέσεις του mating pool. Συνήθως, διαλέγονται μόνο δύο άτομα από το πληθυσμό να πάρουν μέρος στο τουρνουά και ο τύπος αυτός ονομάζεται *binary tournament*. Ακόμη, είναι δυνατή και η αύξηση του πλήθους των ατόμων σε δύο, τρία ή και παραπάνω. Όσο αυξάνεται το πλήθος των ατόμων, τόσο αυξάνεται και η «ένταση επιλογής». Παρόλα αυτά, μεγάλο πλήθος ατόμων οδηγεί συνήθως σε πρόωρη σύγκλιση του αλγορίθμου σε περιοχές τοπικών βέλτιστων. Επομένως, η ορθή επιλογή των ατόμων που θα παίρνουν μέρος σε κάθε βήμα αποτελεί πολύ σημαντικό παράγοντα για την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Ο ψευδοκώδικας της μεθόδου παρουσιάζεται παρακάτω:

Αλγόριθμος 2: Επιλογή με τη Μέθοδο του Τουρνουά

Input : P_i πληθυσμός (population)

Output : P' mating pool

Βήμα 1 : Για $j=1$ to mating pool είναι $P' = \emptyset$

Βήμα 2 : επέλεξε τυχαία άτομα του πληθυσμού που θα πάρουν μέρος στο τουρνουά

Βήμα 3 : σύγκρινε τα επιλεγμένα άτομα και τοποθέτησε το καλύτερο στο mating pool

Βήμα 4 : Θέσε $j = j+1$

Βήμα 5 : Αν $j \leq k$ πήγαινε στο βήμα 2, διαφορετικά σταμάτα (όπου k ο το μέγεθος του mating pool).

Επιλογή με τη Μέθοδο της Περικοπής (Truncation Selection)

Κατά τη μέθοδο της περικοπής, τα άτομα του πληθυσμού κατατάσσονται αρχικά σύμφωνα με τη ποιότητά τους και μόνο τα καλύτερα άτομα επιλέγονται ως γονείς της επόμενης γενιάς. Η παράμετρος που ορίζει πόσα άτομα θα επιλεγούν ονομάζεται «κατώφλι περικοπής» (Truncation Threshold) και οι τιμές της κυμαίνονται μεταξύ του 10%-50% του πληθυσμού. Τα άτομα που βρίσκονται κάτω από το κατώφλι κρίνονται ως ακατάλληλα για την παραγωγή απογόνων. Ο ψευδοκώδικας της μεθόδου παρουσιάζεται παρακάτω:

Input : P_i πληθυσμός (population)

Output : P' mating pool

Βήμα 1 : κατατάξε το πληθυσμό ανάλογα με τη ποιότητα των ατόμων

Βήμα 2 : επέλεξε τα p καλύτερα άτομα ως γονείς και τοποθέτησε τα στο mating pool

Αναλογική Επιλογή (Proportional Selection)

Η αναλογική μέθοδος επιλογής αποτελεί την πρωτότυπη μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε από το Holland, κατά την υλοποίηση του πρώτου γενετικού αλγορίθμου. Η πιθανότητα επιλογής ενός ατόμου ως γονέα είναι ανάλογη της ποιότητάς του και δίνεται από το τύπο:

$$P_i = \frac{f_i}{N * M}$$

όπου N το πλήθος των ατόμων και M η μέση τιμή των ποιοτήτων.

Προφανώς, για τη λειτουργία αυτής της μεθόδου όλα τα άτομα πρέπει να έχουν τιμή ποιότητας μεγαλύτερη του μηδενός. Μεταγενέστερες βελτιώσεις αυτής της μεθόδου ακολούθησαν τη λογική της επιλογής του 80% των επιλεγόμενων ατόμων να αποτελείται από άτομα που η ποιότητά τους ανήκει στο άνω 20%, προκειμένου να αυξηθεί η ένταση επιλογής.

Γραμμική Κατάταξη Επιλογής

Η γραμμική κατάταξη επιλογής προτάθηκε για πρώτη φορά από το Baker με σκοπό την εξάλειψη των μειονεκτημάτων των αναλογικών μεθόδων επιλογής. Κατά τη μέθοδο αυτή, τα άτομα του πληθυσμού κατατάσσονται σύμφωνα με τη ποιότητά τους και στη συνέχεια ο βαθμός N αποδίδεται στο καλύτερο άτομο και η τιμή 1 στο χειρότερο. Η πιθανότητα επιλογής ανατίθεται γραμμικά στα άτομα σύμφωνα με το βαθμό τους:

$$p_i = \frac{1}{N} \left(n^- + (n^+ - n^-) \frac{i-1}{N-1} \right)$$

Όπου $\frac{n^-}{N}$ είναι η πιθανότητα επιλογής του χειρότερου ατόμου και $\frac{n^+}{N}$ η πιθανότητα επιλογής του καλύτερου ατόμου. Επίσης, το μέγεθος του πληθυσμού πρέπει να μένει σταθερό και να ικανοποιούνται οι συνθήκες: $n^+ = 2 - n^-$ και $n^- \geq 0$.

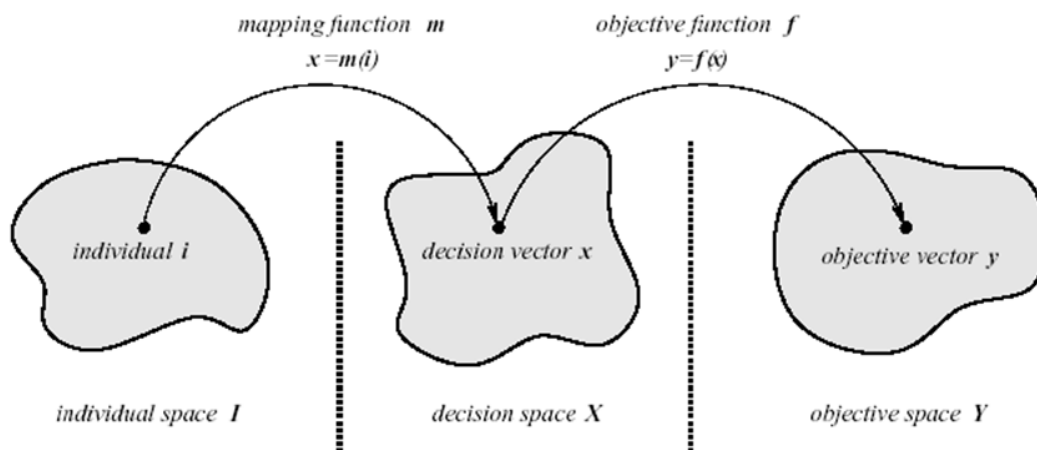
3.3.3 Η Διαδικασία της Παραλλαγής (Variation Process)

Η διαδικασία της παραλλαγής, εισάγεται στο πληθυσμό μέσω των διαδικασιών της διασταύρωσης (crossover) και της μετάλλαξης (mutation). Οι μηχανισμοί αυτοί δημιουργούν απογόνους σε νέες θέσεις του χώρου των λύσεων (με παραλλαγή των υπαρχόντων) και για αυτό

συχνά χαρακτηρίζονται και ως εξερευνητικές διαδικασίες. Συνήθως, η διασταύρωση λαμβάνει χώρα με βάση τη τιμή μιας πιθανότητας p που ορίζεται από το χρήστη. Οι προτεινόμενες τιμές είναι συνήθως $p=0.6-0.8$. Σε περίπτωση που δεν συμβεί η διασταύρωση, το άτομο υποβάλλεται στη διαδικασία της μετάλλαξης.

Αίτια λόγια για τη πραγματική και τη δυαδική κωδικοποίηση (binary and real parameter coding)...

Για απλότητα, υποθέσαμε παραπάνω ότι κάθε άτομο αντιπροσωπεύει ένα σημείο του χώρου των λύσεων. Στη πραγματικότητα, μεσολαβεί μια διαδικασία κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης του ατόμου, δηλαδή κάθε άτομο (που αντιπροσωπεύει ένα διάλυμα λύσης) μετατρέπεται σε χρωμόσωμα που έχει τη μορφή δυαδικού κώδικα. Εφόσον η ποιότητα σχετίζεται με τις αντικειμενικές συναρτήσεις και τους περιορισμούς, ένα άτομο πρέπει να αποκωδικοποιηθεί προτού υπολογιστεί η ποιότητά του, όπως φαίνεται στο *Σχήμα 3-2*. Η διαδικασία της κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης προφανώς και περιορίζει το πλήθος των λύσεων που μπορεί να αξιολογήσει ο αλγόριθμος. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί είτε αυξάνοντας το πλήθος των ψηφίων σε κάθε χρωμόσωμα, είτε χρησιμοποιώντας μια πιο σύγχρονη μέθοδο τη real-parameter coding, όπου η υποψήφια λύση δεν μετατρέπεται σε χρωμόσωμα αλλά η διασταύρωση και η μετάλλαξη πραγματοποιούνται μέσω πραγματικών συναρτήσεων. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται κυρίως σε προβλήματα όπου ο χώρος των λύσεων είναι συνεχής και όχι διακριτός.



Σχήμα 3-2: Σχέση του χώρου των λύσεων των ατόμων του πληθυσμού, των μεταβλητών σχεδιασμού και των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικότερα οι διαδικασίες της διασταύρωσης και της μετάλλαξης στη περίπτωση δυαδικής και πραγματικής κωδικοποίησης.

Η Διαδικασία της Διασταύρωσης (Crossover Process)

1) Δυαδική Κωδικοποίηση

Η λειτουργία της αναπαραγωγής επιτρέπει την αντιγραφή ορισμένων χρωμοσωμάτων στην επόμενη γενιά. Η πιθανότητα να αντιγραφεί κάποιο χρωμόσωμα στην επόμενη γενιά εξαρτάται από την ποιότητά του, δηλαδή από την τιμή που δίνεται στο άτομο με βάση τις αντικειμενικές συναρτήσεις (fitness value). Ένα παράδειγμα φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα 3-1.

Πίνακας 3-1: Χρωμοσώματα γενιάς, τιμές συνάρτησης και ποσοστά αναπαραγωγής αντίστοιχα

Χρωμόσωμα (string)	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (fitness value)	Ποσοστό αναπαραγωγής
01001	5	19 %
10000	12	46%
01110	9	35 %

Από τον πίνακα 2.1 φαίνεται ότι το χρωμόσωμα 10000 είναι το καταλληλότερο της γενιάς (πρόβλημα μεγιστοποίησης) και πρέπει να επιλεγθεί για αναπαραγωγή περίπου το 46% του χρόνου, ενώ το 01001 είναι το χειρότερο και το αντίστοιχο ποσοστό είναι 19%.

Η διασταύρωση αναφέρεται στη μίξη των χρωμοσωμάτων-γονέων (parents), με συνένωση της αρχής του ενός με το τέλος του άλλου. Η επιλογή των γονέων γίνεται τυχαία. Η διασταύρωση λαμβάνει χώρα (όπως έχει ήδη ειπωθεί) με βάση την τιμή μίας πιθανότητας p . Αν η διασταύρωση συμβεί, τότε εκλέγεται τυχαία μία θέση στο χρωμόσωμα, στην οποία γίνεται ο τεμαχισμός και στη συνέχεια η διασταύρωση με ένα άλλο χρωμόσωμα στο οποίο έχει συμβεί η ίδια διαδικασία. Για παράδειγμα, έστω ότι τα χρωμοσώματα 10000 και 01110 έχουν επιλεγεί για διασταύρωση και ότι η θέση του τεμαχισμού είναι ανάμεσα στο τρίτο και τέταρτο ψηφίο. Τότε συμβαίνουν τα παρακάτω:

$$\begin{array}{c|c} 100 & 00 \\ 011 & 10 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{cc} 100 & 10 \\ 011 & 00 \end{array}$$

Τα χρωμοσώματα που προκύπτουν εισάγονται στην επόμενη γενιά πληθυσμού.

2) Πραγματική Κωδικοποίηση

Στη περίπτωση που ο χώρος των λύσεων είναι συνεχής, χρησιμοποιούμε πραγματική κωδικοποίηση η οποία ονομάζεται Simulated Binary Crossover και προσομοιάζει τη δυαδική κωδικοποίηση που παρατηρείται στη φύση. Ο υπολογισμός των απογόνων πραγματοποιείται σύμφωνα με τη παρακάτω διαδικασία (Sumathi & Surekha, 2010).

Αλγόριθμος 3: Μετάλλαξη κατά τη Δυαδική Κωδικοποίηση

Βήμα 1: επιλογή δύο διαφορετικών και τυχαίων γονέων από τη *mating pool*

Βήμα 2: επιλέγουμε τυχαία έναν αριθμό u που ανήκει στο διάστημα $(0,1)$ και υπολογίζουμε τη παράμετρο $\beta(u)$ από το παρακάτω τύπο:

$$\beta(u) = (2 * u)^{\frac{1}{n+1}} \quad \text{αν } u \leq 0.5$$

$$\beta(u) = \frac{1}{[2(1-u)]^{\frac{1}{n+1}}} \quad \text{αν } u > 0.5$$

όπου η παράμετρος n ονομάζεται δείκτης κατανομής (*Distribution Index*) και προσδιορίζει το πόσο διαφορετικά θα είναι τα παιδιά από τους γονείς.

Βήμα 3: τέλος, σε κάθε σύζευξη δημιουργούνται δύο απόγονοι σύμφωνα με το παρακάτω τύπο:

$$c_{1,k} = \frac{1}{2}[(1-\beta_k)p_{1,k} + (1+\beta_k)p_{2,k}]$$

$$c_{2,k} = \frac{1}{2}[(1+\beta_k)p_{1,k} + (1-\beta_k)p_{2,k}]$$

όπου $p_{i,k}$ οι αντίστοιχες συντεταγμένες των γονέων που επιλέχθηκαν στο βήμα 1.

Τα βήματα 2 και 3 επαναλαμβάνονται για κάθε μία από τις συντεταγμένες του διανύσματος λύσης.

Η Διαδικασία της Μετάλλαξης

Κατά τη λειτουργία της μετάλλαξης, ο γενετικός αλγόριθμος αναζητεί λύσεις σε ολόκληρο το χώρο του προβλήματος (global optimizer), βασιζόμενος στις ήδη υπάρχουσες λύσεις. Η λειτουργία αυτή είναι απαραίτητη για να αποφευχθεί ο εγκλωβισμός σε μία περιοχή μη-βέλτιστων λύσεων λόγω ενός ακατάλληλου αρχικού πληθυσμού.

1) Δυαδική Κωδικοποίηση

Με τον όρο μετάλλαξη εννοούμε την αλλαγή ενός στοιχείου του χρωμοσώματος (π.χ. από 0 σε 1 και αντίστροφα). Ο γενετικός αλγόριθμος έχει μία πιθανότητα μετάλλαξης m , η οποία ουσιαστικά αντιστοιχεί στη συχνότητα στην οποία συμβαίνει η μετάλλαξη. Η προτεινόμενη τιμή για την πιθανότητα m στον αλγόριθμο πρέπει να είναι μικρή, της τάξης του 0.001, ώστε να μην εκφυλιστεί σε ένα τελείως τυχαίο, χωρίς κατεύθυνση αλγόριθμο. Αν συμβεί μετάλλαξη στο χρωμόσωμα 10000 στο τέταρτο στοιχείο, τότε προκύπτει το χρωμόσωμα 10010. Ο σκοπός της μετάλλαξης είναι να διατηρεί την ποικιλία εντός του πληθυσμού (Zitzler, 1999).

2) Πραγματική Κωδικοποίηση

Κατά τη μετάλλαξη σύμφωνα με τη πραγματική κωδικοποίηση τα βήματα που ακολουθούνται είναι τα εξής (Sumathi & Surekha, 2010):

Βήμα 1: επιλογή ενός τυχαίου γονέα

Βήμα 2: επιλέγουμε τυχαία έναν αριθμό r_k που ανήκει στο διάστημα $(0,1)$ και υπολογίζουμε τη παράμετρο δ_k από το παρακάτω τύπο

$$\delta_k = (2r_k)^{\frac{1}{n_m+1}} - 1 \quad r_k < 0.5$$

$$\delta_k = 1 - [2(1-r_k)]^{\frac{1}{n_m+1}} \quad r_k \geq 0.5$$

όπου n_m ο δείκτης κατανομής μετάλλαξης (*Mutation Distribution Index*) που προσδιορίζει το πόσο διαφορετικός θα είναι ο απόγονος από το γονέα

Βήμα 3: υπολογίζουμε τον τελικό απόγονο σύμφωνα με τη παρακάτω σχέση

$$c_k = p_k + (p_k^u - p_k^l)\delta_k$$

όπου p_k η αντίστοιχη συντεταγμένη του γονέα που επιλέχθηκε, p_k^u και p_k^l το άνω και κάτω όριο των συντεταγμένων, αντίστοιχα. Τα βήματα 2 και 3 επαναλαμβάνονται για κάθε μία από τις συντεταγμένες του διανύσματος λύσης.

3.3.4 Τεχνικές για την επίτευξη Ποικιλομορφίας και αποτροπής Πρόωρης Σύγκλισης του πληθυσμού

Για την προσέγγιση των Pareto βέλτιστων λύσεων σε μια μόνο γενιά, οι γενετικοί αλγόριθμοι θα πρέπει να είναι σε θέση να εκτελούν μια πολύμορφη αναζήτηση με σκοπό την εύρεση πολλών και διαφορετικών λύσεων. Επομένως, η διατήρηση ενός καλά κατανεμημένου πληθυσμού είναι κρίσιμη για την αποτελεσματικότητα ενός πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγόριθμου. Δυστυχώς, ένας απλός EA τείνει να συγκλίνει σε μία λύση και συχνά χάνει λύσεις για 3 κυρίως λόγους : ένταση επιλογής (selection pressure), θόρυβος επιλογής (selection noise) και διατάραξη χειριστών

(operator disruption). Η ένταση επιλογής προσδιορίζεται συνήθως σε όρους χρόνου και πιο συγκεκριμένα αποτελεί το χρόνο που απαιτείται για τη τοποθέτηση στον πληθυσμό των καλύτερων ατόμων ανάλογα με τη στρατηγική επιλογής που έχει διαλεχτεί. Ο θόρυβος επιλογής αναφέρεται στη παρέκκλιση από το αρχικό σχέδιο επιλογής, ενώ η διάσπαση τελεστών αφορά τα καταστρεπτικά αποτελέσματα που η διασταύρωση και η μετάλλαξη μπορεί να έχουν (πχ υψηλής ποιότητας άτομα μπορεί να αποδομηθούν). Αρκετές μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα, οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες αναφέρονται παρακάτω.

Μοιρασμένη Ποιότητα (Fitness Sharing)

Η μοιρασμένη ποιότητα, που αποτελεί και τη πιο διαδεδομένη τεχνική, στοχεύει στην προώθηση του σχηματισμού αλλά και της διατήρησης σταθερών υποσυνόλων του αρχικού πληθυσμού (*niches*). Είναι βασισμένη στην ιδέα ότι τα άτομα σε μια συγκεκριμένη γειτονιά πρέπει να μοιραστούν τους διαθέσιμους πόρους. Όσα περισσότερα άτομα βρίσκονται στη γειτονιά ενός συγκεκριμένου ατόμου, τόσο μειώνεται η ποιότητά του. Η γειτονιά ορίζεται σε όρους απόστασης $d(i, j)$ και καθορίζεται από την ακτίνα σ_{share} (niche radius). Το σκεπτικό της μοιρασμένης ποιότητας θα αναλυθεί λεπτομερέστερα κατά τη περιγραφή του αλγορίθμου NSGA (Nondominated Sorting Genetic Algorithm), σε επόμενο κεφάλαιο.

Περιορισμένο Ζευγάρωμα (Restricted Mating)

Σύμφωνα με τη τεχνική αυτή, δύο άτομα επιτρέπεται να ζευγαρώσουν μόνο εάν η απόστασή τους δεν ξεπερνά μια ορισμένη τιμή (η οποία δίνεται από την παράμετρο σ_{mate}). Όπως και στην μοιρασμένη ποιότητα η απόσταση δύο ατόμων μπορεί να καθοριστεί στο μεμονωμένο διάστημα, στο διάστημα των μεταβλητών σχεδιασμού ή στο διάστημα των αντικειμενικών συναρτήσεων. Αυτός ο μηχανισμός μπορεί να αποφύγει το σχηματισμό των θνησιγενών ατόμων (που δεν τηρούν τους περιορισμούς του προβλήματος) και επομένως να βελτιώσει την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου εφόσον δεν καταναλώνεται χρόνος για εξερεύνηση σε ανέφικτες περιοχές.

Απομόνωση βάση Απόστασης (Isolation by Distance)

Αυτός ο τύπος μηχανισμού ποικιλομορφίας ορίζει σε κάθε άτομο μια θέση όπου δύο προσεγγίσεις μπορούν να διακριθούν. Είτε μια χωρική δομή καθορίζεται σε έναν πληθυσμό έτσι ώστε οι χωρικές γειτονιές να μπορούν να εξελιχθούν στον ίδιο πληθυσμό, είτε υπάρχουν

διάφοροι ξεχωριστοί πληθυσμοί που μόνο περιστασιακά ανταλλάσσουν άτομα (μετανάστευση). Ο Poloni, παραδείγματος χάριν, χρησιμοποίησε διανεμημένο EA με πολλαπλάσιους μικρούς πληθυσμούς, ενώ ο Laumans, ο Rudolph, και ο Schwefel (Laumans, Rudolph, & Schwefel, 1999) έκτισαν τον πληθυσμό βάση μίας συγκεκριμένης γραφικής παράστασης, ενός δισδιάστατου δέντρου, όπου κάθε άτομο σχετίζεται με έναν διαφορετικό κόμβο.

Περεταίρω Εξειδίκευση (Overspecification)

Με αυτήν την μέθοδο, το άτομο περιέχει ενεργά και ανενεργά μέρη: τα πρώτα διευκρινίζουν το κωδικοποιημένο διάνυμα των μεταβλητών σχεδιασμού, τα τελευταία είναι περιττά και δεν έχουν καμία λειτουργία. Δεδομένου ότι τα ανενεργά μέρη μπορούν να γίνουν ενεργά και αντίστροφα κατά τη διάρκεια της εξέλιξης, οι πληροφορίες μπορούν να κρυφτούν σε ένα άτομο.

Επανεκκίνηση

Μια άλλη τεχνική για να αποτραπεί η πρόωρη σύγκλιση είναι η επανεκκίνηση του συνόλου ή μερών του πληθυσμού μετά από μια ορισμένη χρονική περίοδο ή όποτε η αναζήτηση σταθεροποιείται. Παραδείγματος χάριν, ο Fonseca και ο Fleming (Fonsesca & Fleming, 1998) παρουσίασαν μια ενοποιημένη διατύπωση της εξελικτικής πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης όπου σε κάθε γενιά ένας μικρός αριθμός τυχαίων μεταναστών εισάγεται στον πληθυσμό.

Συνωστισμός (Crowding)

Τέλος, ο *συνωστισμός* (De Jong, 1975) και τα παράγωγά του μάλλον σπάνια εφαρμόζονται σε πολυκριτηριακούς εξελικτικούς αλγορίθμους. Εδώ, τα νέα άτομα (παιδιά) αντικαθιστούν τα παρόμοια άτομα στον πληθυσμό. Σε αντίθεση με τον αλγόριθμο 1, δεν υποβάλλεται ολόκληρος ο πληθυσμός σε επιλογή, διασταύρωση και μετάλλαξη, αλλά μόνο μερικά άτομα του πληθυσμού σε κάθε γενιά.

3.4 Ελιτισμός (Elitism)

Ο De Jong (De Jong, 1975) πρότεινε μια διαδικασία στην οποία να περιλαμβάνεται πάντα το καλύτερο άτομο κατά την μετάβαση από τη μια γενιά στην επόμενη, προκειμένου να αποτραπεί η απώλεια καλών λύσεων λόγω των αποτελεσμάτων δειγματοληψίας ή της διάσπασης τελεστών.

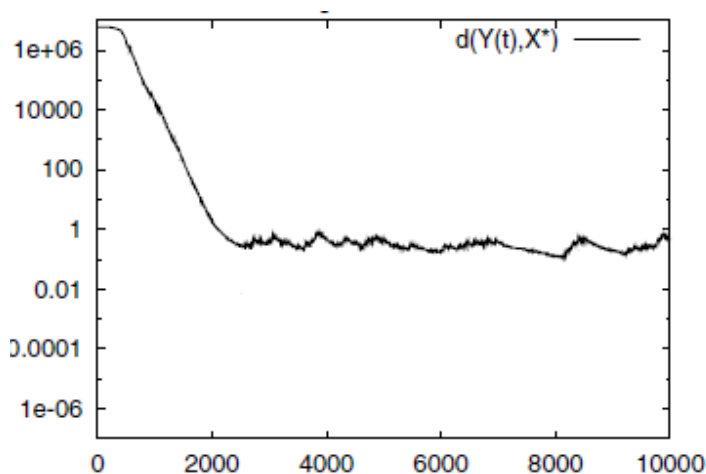
Αυτή η στρατηγική, της αντιγραφής των καλύτερων λύσεων b στην επόμενη γενιά, ορίζεται ως Ελιτισμός (Elitism). Στα πειράματά του, ο De Jong διαπίστωσε ότι ο ελιτισμός μπορεί να βελτιώσει την απόδοση ενός γενετικού αλγορίθμου στις μονοσηματικές συναρτήσεις, ενώ στις

πολύσχηματικές συναρτήσεις μπορεί να προκαλέσει την πρόωρη σύγκλιση. Μετά τη πρωτοπορία του De Jong έχουν προταθεί πολλές διαφορετικές ελιτίστικες στρατηγικές. Οι περισσότερες κάνουν χρήση ενός εξωτερικού φακέλου ή ενός δευτερεύοντος πληθυσμού όπου ένας περιορισμένος αριθμός μη κυριαρχούμενων λύσεων μπορεί να αποθηκευτεί. Για καλύτερη κατανόηση της αποτελεσματικότητας του ελιτισμού, παρουσιάζονται αρχικά οι μη-ελιτίστικες στρατηγικές (Non-elitist Strategies), στη συνέχεια οι ψευδο-ελιτίστικες στρατηγικές (Pseudo-elitist Strategies) και τελικώς οι ελιτίστικες στρατηγικές (Robert Goldberg).

3.4.1 Μη Ελιτίστικες Στρατηγικές

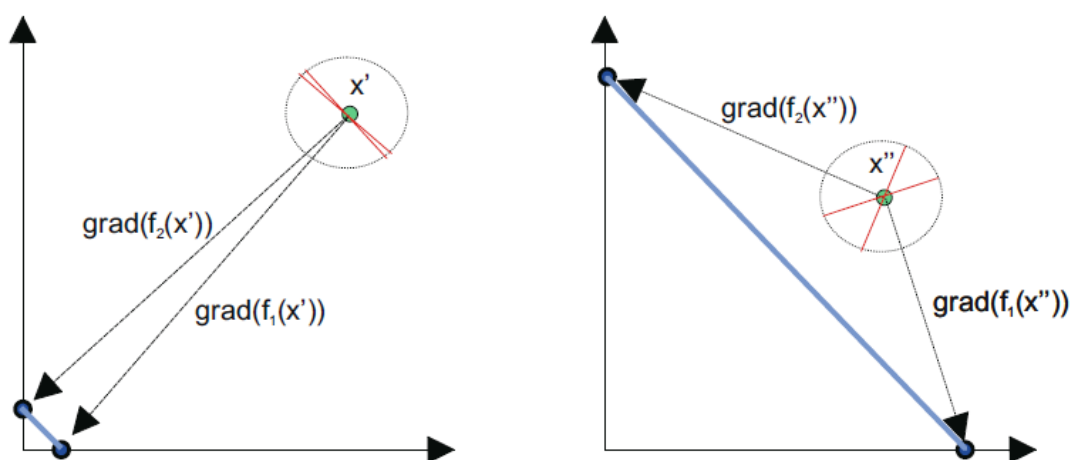
Ένας απλός μη-ελιτίστικός αλγόριθμος θα μπορούσε να έχει ως εξής: κάθε γενιά αποτελείται από μ άτομα, τα οποία υποβάλλονται στη διαδικασία της μετάλλαξης δημιουργώντας $\lambda > \mu$ απογόνους. Οι καλύτεροι μ απόγονοι επιβιώνουν και περνούν στην επόμενη γενιά. Η ποιότητα των ατόμων καθορίζεται από τη κυριαρχία Pareto.

Η επίλυση προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης με τον παραπάνω αλγόριθμο έδειξε ότι ενώ αρχικά η διαδικασία της μετάλλαξης οδηγεί τις διάφορες γενιές πιο κοντά στο Pareto βέλτιστο σύνολο, το φαινόμενο αυτό σταματά να υφίσταται όταν πλησιάζουμε στη γειτονιά του Pareto βέλτιστου συνόλου. Συγκεκριμένα, οι λύσεις ταλαντώνονται γύρω από μια σταθερή απόσταση από το Pareto σύνολο, όπως φαίνεται και στο σχήμα.



Σχήμα 3-3: Ο άξονας των y δείχνει την απόσταση από το Pareto σύνολο ενώ ο άξονας των x τον αριθμό των γενιών που έχουν δημιουργηθεί

Το παραπάνω φαινόμενο εξηγείται ως εξής: για άτομα μακριά από το Pareto σύνολο οι κλίσεις των διαφορετικών αντικειμενικών συναρτήσεων μπορούν να θεωρηθούν κατά προσέγγιση παράλληλες, επομένως η μετάλλαξη των ατόμων προς μία συγκεκριμένη κατεύθυνση οδηγεί σε βελτίωση όλων των αντικειμενικών συναρτήσεων. Αντιθέτως, στη γειτονιά του Pareto βέλτιστου, επειδή οι κλίσεις ορισμένων αντικειμενικών συναρτήσεων είναι αντιμαχόμενες, η μετάλλαξη των ατόμων προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση δεν οδηγεί στην περαιτέρω προσέγγιση του Pareto βέλτιστου συνόλου. Η παραπάνω ιδέα μπορεί να παρουσιαστεί γραφικά από τα παρακάτω σχήματα.



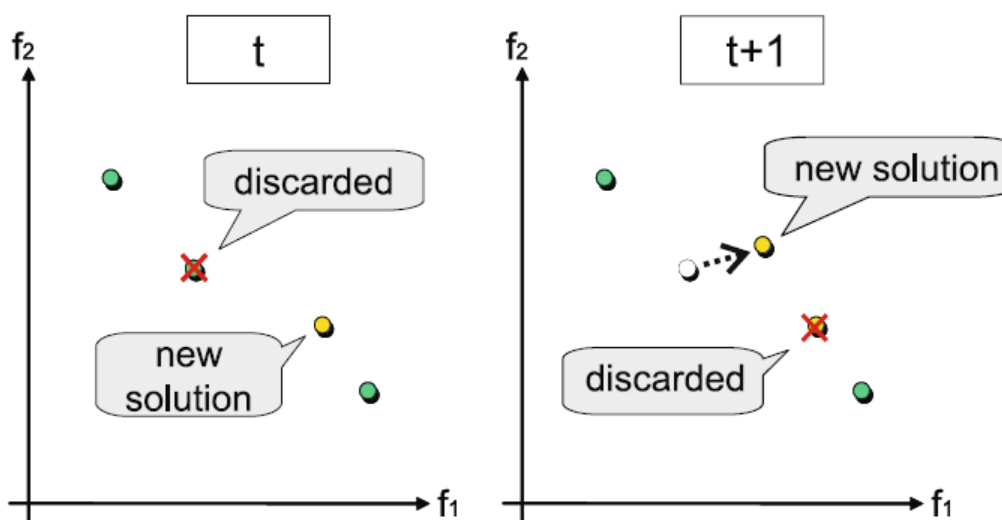
Σχήμα 3-4: Γραφική απεικόνιση των ατόμων που βρίσκονται μακριά και κοντά στο Pareto βέλτιστο σύνολο. Όταν το άτομο βρίσκεται μακριά από το σύνολο η μετάλλαξη βελτιώνει και τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις (οι κλίσεις είναι σχεδόν παράλληλες). Όταν το άτομο βρίσκεται κοντά στο Pareto βέλτιστο σύνολο οι κλίσεις είναι αντίθετες, επομένως η μετάλλαξη δεν βελτιώνει αμφότερες τις συναρτήσεις.

3.4.2 Ψευδο ελιτίστικες Στρατηγικές

Ένας απλός ψευδο-ελιτίστικός αλγόριθμος θα μπορούσε να έχει ως εξής: κάθε γενιά αποτελείται από μ άτομα, τα οποία επιβάλλονται στη διαδικασία της μετάλλαξης δημιουργώντας λ απογόνους. Τα καλύτερα μ άτομα από τους $\mu + \lambda$ υποψήφιους (απόγονοι και γονείς) επιβιώνουν και περνούν στην επόμενη γενιά ως γονείς. Η ποιότητα των ατόμων καθορίζεται από τη κυριαρχία Pareto.

Δυστυχώς, τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης στρατηγικής δεν διαφέρουν και πολύ από αυτά των μη-ελιτίστικων στρατηγικών. Και πάλι, ενώ αρχικά η διαδικασία της μετάλλαξης

οδηγεί τις διάφορες γενιές πιο κοντά στο Pareto βέλτιστο σύνολο, το φαινόμενο αυτό σταματά να υφίσταται όταν πλησιάζουμε στη γειτονιά του Pareto βέλτιστου συνόλου. Στη περίπτωση αυτή, το πρόβλημα δεν οφείλεται μόνο σε ότι περιγράψαμε παραπάνω αλλά και σε ένα ακόμα φαινόμενο. Έστω ότι οι γονείς κάθε γενιάς είναι τρεις και ότι παράγεται ένας απόγονος σε κάθε γενιά. Στην γενιά t (αριστερό γράφημα του σχήματος 3-5) πρέπει να επιλεγούν 3 από τους 4 υποψήφιους ως γονείς για την επόμενη γενιά. Επειδή κανένας υποψήφιος δεν κυριαρχείται απόλυτα, επιλέγεται τυχαία το άτομο που θα απορριφθεί. Στην γενιά $t+1$ δημιουργείται και πάλι τυχαία ένας απόγονος (δεξιό γράφημα του σχήματος 4). Επειδή και πάλι κανένας υποψήφιος δεν κυριαρχείται απόλυτα, επιλέγεται τυχαία το άτομο που θα απορριφθεί. Επομένως συγκρίνοντας τα γραφήματα του σχήματος 4 παρατηρούμε ότι οι γονείς της t γενιάς αποτελούν καλύτερη λύση από τους αντίστοιχους της $t+2$ γενιάς καθώς ένας από τους 3 γονείς της $t+2$ γενιάς κυριαρχείται από τον υποψήφιο που απορρίψαμε κατά τη τυχαία επιλογή των γονέων της $t+1$ γενιάς.



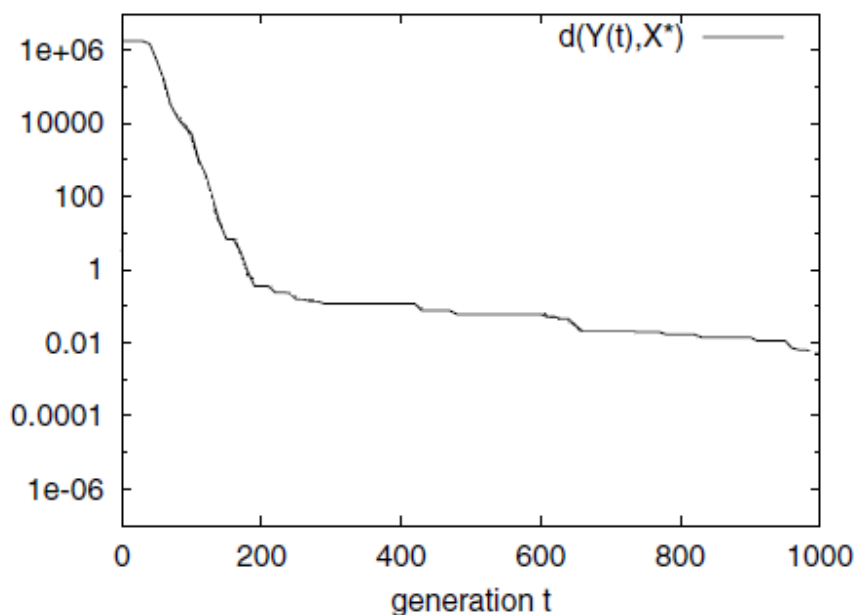
Σχήμα 3-5: γραφική απεικόνιση της διαδικασίας που περιγράφηκε παραπάνω

3.4.3 Ελιτίστικες Στρατηγικές

Ένας απλός μη-ελιτίστικός αλγόριθμος θα μπορούσε να έχει ως εξής: κάθε γενιά αποτελείται από μ άτομα, τα οποία επιβάλλονται στη διαδικασία της μετάλλαξης δημιουργώντας λ απογόνους. Παράλληλα υπάρχει ένα εξωτερικό αρχείο στο οποίο αποθηκεύονται τα μη κυριαρχούμενα άτομα των γενιών που έχουν πραγματοποιηθεί μέχρι τώρα. Αρχικά, το αρχείο αυτό είναι κενό και γεμίζει με το πέρασμα των γενιών. Ένα άτομο μπορεί να αποβληθεί από το

αρχείο αυτό μόνο αν κυριαρχείται από κάποιο άτομο του παρόντος πληθυσμού. Προφανώς, η αποβολή ενός ατόμου από το εξωτερικό αρχείο δεν έχει αντίκτυπο στο πλήθος των αποθηκευμένων λύσεων καθώς εισέρχεται ένα καλύτερο άτομο. Αντιθέτως, αν στο παρόν πληθυσμό υπάρχει άτομο που είναι αδιάφορο ως προς όλες τις μέχρι τώρα αποθηκευμένες λύσεις τότε εισέρχεται στο αρχείο και το μέγεθος του τελευταίου αυξάνεται κατά ένα.

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ενός αλγορίθμου που κάνει χρήση της λογικής του ελιτισμού. Η πρόοδος που επιτυγχάνεται με τον ελιτισμό σε σχέση με τις μη-ελιτίστικες και ψευδοελιτίστικες στρατηγικές είναι αρκετά προφανής. Μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι δεν εμφανίζονται περιπτώσεις προσωρινής χειροτέρευσης των λύσεων, όπως προηγουμένως. Παρόλα αυτά, η πρόοδος κοντά στη γειτονία Pareto εξακολουθεί να μην είναι μεγάλη. Το γεγονός αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι μπορεί τελικά να είναι αδύνατη η επίτευξη εξαιρετικού βαθμού σύγκλισης βασισμένοι μόνο στη λογική της κυριαρχίας Pareto. Όταν ο αλγόριθμος φτάνει στη γειτονία του Pareto η πιθανότητα παραγωγής λύσεων που δεν κυριαρχούνται είναι πολύ μικρή.



Σχήμα 3-6: Ο άξονας των y δείχνει την απόσταση από το Pareto σύνολο ενώ ο άξονας των x τον αριθμό των γενιών που έχουν δημιουργηθεί

3.5 Μειονεκτήματα Γενετικών Αλγορίθμων

Παρακάτω συνοψίζονται τα βασικά μειονεκτήματα των γενετικών αλγορίθμων:

- 1) **Υψηλός υπολογιστικός φόρτος:** Το γεγονός ότι η μορφή του χώρου των λύσεων καθώς και το πλήθος των αντικειμενικών συναρτήσεων δεν επηρεάζουν την αποτελεσματικότητα των γενετικών αλγορίθμων αντισταθμίζεται με τον υψηλό υπολογιστικό φόρτο που απαιτείται κατά την εκτέλεσή τους.
- 2) **Δύσκολη προσαρμογή των παραμέτρων:** Για την επιτυχή υλοποίηση ενός γενετικού αλγορίθμου, ένα μεγάλο πλήθος παραμέτρων απαιτείται να προσαρμοστεί κατάλληλα στα δεδομένα του προβλήματος. Για παράδειγμα, τα είδη των μηχανισμών επιλογής και παραλλαγής, το μέγεθος του πληθυσμού, η πιθανότητες που σχετίζονται με την πραγματοποίηση ενός μηχανισμού και η μορφή της συνάρτησης που καθορίζει την ποιότητα των ατόμων, είναι μερικά σημεία που απαιτείται λεπτομερέστερη ανάλυση για την ορθή επιλογή τους προκειμένου να εξάγουμε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Λόγω των παραπάνω, επιτυχής εφαρμογές είναι συνήθως αποτέλεσμα μιας επίπονης διαδικασίας δοκιμής και λάθους (trial-and-error) προκειμένου να βρεθούν οι κατάλληλες τιμές των παραμέτρων κάθε προβλήματος. Επίσης, ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στη συνάρτηση που θα χρησιμοποιηθεί για την απονομή της ποιότητας κάθε ατόμου, διότι μικρές αλλαγές στη συνάρτηση αυτή οδηγούν σε τελείως διαφορετικά αποτελέσματα.
- 3) **Η αρχή της ευρηματικότητας (Heuristic principle):** Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι δεν εγγυούνται εύρεση του καθολικού βέλτιστου. Οι θεωρητικές αποδείξεις σύγκλισης στο καθολικό βέλτιστο υποθέτουν άπειρο υπολογιστικό χρόνο, κάτι που πρακτικά δεν είναι εφικτό. Επομένως, στα περισσότερα παραδείγματα εξελικτικών αλγορίθμων η ακρίβεια μιας λύσης που αποκτάται σε ένα περιορισμένο χρονικό διάστημα δεν είναι δυνατόν να προβλεφθεί ή εγγυηθεί.

3.6 Πλεονεκτήματα Γενετικών Αλγορίθμων

Τα βασικά πλεονεκτήματα των γενετικών αλγορίθμων συνοψίζονται παρακάτω:

- 1) **Εύρος πεδίου εφαρμογής:** Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι έχουν χρησιμοποιηθεί επιτυχώς σε διάφορα πεδία όπως των μηχανικών (ηλεκτρολόγων, υδραυλικών, συγκοινωνιολόγων,

τηλεπικοινωνιών κτλ.), της βιομηχανίας (σχεδιασμός και κατασκευή προϊόντων, προγραμματισμός, διαχείριση) και των επιστημών (φυσική, χημεία, ιατρική κτλ.). Οι βασικοί λόγοι που επιτρέπουν την ευρεία χρήση τους είναι η διαισθητική ιδέα της εξέλιξης μαζί με την ικανότητά τους να προσαρμόζονται εύκολα στη δομή των διαφόρων τύπων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Έτσι, η υλοποίηση ενός αλγορίθμου που παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα είναι σχετικά εύκολη.

- 2) **Η καταλληλότητά τους για εύρεση λύσεων σε περίπλοκους χώρους:** Το σημαντικότερο πλεονέκτημα των γενετικών αλγορίθμων έναντι των συμβατικών μεθόδων βελτιστοποίησης είναι ότι δεν απαιτούν καμία προϋπόθεση (π.χ. κυρτότητα) για την εύρεση του ολικού ακρότατου. Η ικανότητά τους αυτή οφείλεται στη μορφή της μεθόδου, η οποία χρησιμοποιεί την αρχή της «τυχαίας αναζήτησης λύσης» (random search). Η αναζήτηση της λύσης έχει κατά μία έννοια τυχαίο χαρακτήρα, ο οποίος όμως συνδυάζεται με την ύπαρξη μιας συγκεκριμένης κατεύθυνσης. Οι γενετικοί αλγόριθμοι αξιοποιούν τη γνώση από τις προηγούμενες γενιές χρωμοσωμάτων για να κατασκευάσουν μία νέα γενιά που θα πλησιάζει τη βέλτιστη λύση. Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι γνωστοί ως *randomized search techniques* και η αποτελεσματικότητά τους έγκειται στο γεγονός ότι συνδυάζουν, όπως αναφέρθηκε, τυχειότητα (απαραίτητα για να βρεθεί το καθολικό βέλτιστο) και κατεύθυνση (απαραίτητη για τη σύγκλιση της λύσης).
- 3) **Παραλληλισμός:** Η ιδέα του πληθυσμού σε κάθε γενιά παρέχει τη δυνατότητα εύρεσης πολλαπλών Pareto βέλτιστων λύσεων σε ένα βήμα επίλυσης. Το γεγονός αυτό αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την ελάττωση του χρόνου εκτέλεσης του αλγορίθμου.
- 4) **Ευρωστία (robustness):** Η ευρωστία σημαίνει ότι διαφορετικές επιλύσεις του αλγορίθμου παρέχουν παρόμοια αποτελέσματα, δηλαδή ότι δεν υπάρχει απόκλιση στη ποιότητα των διαφορετικών λύσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4 Περιγραφή ορισμένων Γενετικών Αλγορίθμων και εφαρμογή τους σε προβλήματα Πολιτικού Μηχανικού

Στο κεφάλαιο αυτό, αρχικά, περιγράφονται οι διαδικασίες που ακολουθούν 5 διαφορετικοί Γενετικοί Αλγόριθμοι. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται κάθε γενετικός αλγόριθμος στα προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης των δύο δικτυωμάτων που περιγράφηκαν στο κεφάλαιο 2 και γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων. Τέλος, για ορισμένους από τους αλγορίθμους, προτείνονται και αξιολογούνται τρόποι με τους οποίους θα μπορούσαν να βελτιωθούν τα αποτελέσματα.

4.1 Ο Strength Pareto Evolutionary Algorithm

Ο αλγόριθμος αυτός προτάθηκε από τους Eckart Zitzler και Lothar Thiele οι οποίοι χρησιμοποίησαν ένα συνδυασμό υπαρχόντων καθώς και νέων τεχνικών προκειμένου να δημιουργήσουν έναν αλγόριθμο ο οποίος βρίσκει πολλαπλά σημεία που ανήκουν στο Pareto βέλτιστο μέτωπο ταυτόχρονα. Οι ομοιότητες του με άλλους γενετικούς αλγορίθμους είναι οι εξής (Zitzler & Thiele, Multiobjective Evolutionary Algorithms: a Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach):

1. Κάνει χρήση ενός εξωτερικού αρχείου αποθήκευσης των μη κυριαρχημένων λύσεων που έχουν βρεθεί μέχρι τώρα
2. Χρησιμοποιεί την ιδέα της κυριαρχίας Pareto προκειμένου να αποδώσει μία τιμή ποιότητας σε κάθε άτομο
3. Σε περίπτωση που τα άτομα του εξωτερικού αρχείου ξεπερνούν έναν συγκεκριμένο αριθμό, εκτελείται μία ομαδοποίηση (clustering) των λύσεων και επιλέγεται ένα αντιπροσωπευτικό άτομο από κάθε ομάδα προκειμένου το μέγεθος του αρχείου να είναι σταθερό και ταυτόχρονα να μην επηρεάζεται η ποικιλομορφία του Pareto μετώπου

Από την άλλη πλευρά, τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του SPEA είναι τα εξής:

1. Συνδυάζει σε έναν αλγόριθμο όλα τα παραπάνω χαρακτηριστικά

2. Η ποιότητα του παρόντος πληθυσμού καθορίζεται μόνο από τα άτομα που βρίσκονται στο εξωτερικό αρχείο. Με άλλα λόγια, η κυριαρχία μεταξύ των μελών του πληθυσμού δεν λαμβάνεται υπόψη
3. Όλα τα μέλη του εξωτερικού αρχείου συμμετέχουν στη διαδικασία επιλογής
4. Εισάγεται μια νέα μέθοδο μοιρασμένης απόδοσης προκειμένου να διατηρηθεί η ποικιλομορφία του πληθυσμού. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη κυριαρχία Pareto και δεν απαιτεί καμία παράμετρο απόστασης όπως η niche radius

Λίγα λόγια για τον τρόπο απόδοσης ποιότητας...

Η διαδικασία απονομής ποιότητας τόσο στα μέλη του πληθυσμού όσο και στου εξωτερικού αρχείου πραγματοποιείται σε δύο ξεχωριστές φάσεις. Αρχικά, βαθμονομούνται τα άτομα του εξωτερικού αρχείου και στη συνέχεια, αξιολογούνται τα άτομα του παρόντος πληθυσμού.

Βήμα 1: σε κάθε μέλος του εξωτερικού αρχείου ανατίθεται μία πραγματική τιμή s_i που ανήκει στο διάστημα $[0,1)$ και ονομάζεται δύναμη (strength). Η δύναμη προκύπτει από το πηλίκο του πλήθους των ατόμων του πληθυσμού που κυριαρχούνται από το συγκεκριμένο άτομο του εξωτερικού αρχείου προς, το συνολικό μέγεθος του πληθυσμού αυξημένο κατά ένα. Η τιμή της δύναμης ισούται με τη ποιότητα του ατόμου.

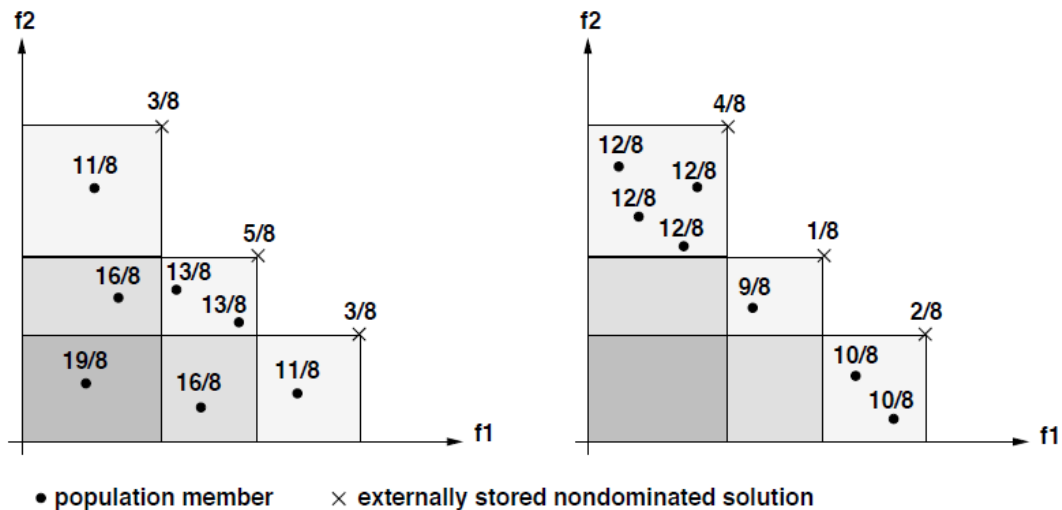
$$s_i = \frac{n}{N+1}$$

όπου n το πλήθος των ατόμων που κυριαρχεί ο i και N το μέγεθος του πληθυσμού.

Βήμα 2: η ποιότητα ενός ατόμου του παρόντος πληθυσμού ισούται με το άθροισμα των δυνάμεων των ατόμων του εξωτερικού αρχείου που το κυριαρχούν, αυξημένο κατά ένα. Η μονάδα προστίθεται προκειμένου να εξασφαλίσουμε ότι τα μέλη του P' θα έχουν μικρότερη (άρα καλύτερη) ποιότητα από τα μέλη του P και συνεπώς μεγαλύτερη πιθανότητα να παράγουν απογόνους.

$$f_j = 1 + \sum_{i, i > j} s_i$$

Για καλύτερη κατανόηση της συγκεκριμένης μεθόδου παρουσιάζεται και εξηγείται το παρακάτω σχήμα, το οποίο αντιπροσωπεύει τις λύσεις ενός προβλήματος μεγιστοποίησης με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις f_1 και f_2 .



Σχήμα 4-1: δύο σενάρια για ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης. Το νούμερο που αντιστοιχεί σε κάθε λύση αποτελεί τη ποιότητα κάθε άτομο (και τη δύναμη στη περίπτωση των μη κυριαρχούμενων ατόμων του εξωτερικού αρχείου)

Όπως φαίνεται στο σχήμα, ο χώρος των αντικειμενικών συναρτήσεων, ο οποίος περιβάλλεται από τα τρία μη κυριαρχούμενα σημεία του εξωτερικού αρχείου, χωρίζεται σε ξεχωριστά ορθογώνια. Σε κάθε ένα από τα μη κυριαρχούμενα σημεία αντιστοιχεί ένα ορθογώνιο. Παρατηρούμε ότι υπάρχουν περιοχές του αντικειμενικού χώρου που καλύπτονται από περισσότερο του ενός από τα παραπάνω ορθογώνια. Το διαφορετικό χρώμα σε κάθε περιοχή αντιπροσωπεύει τον αριθμό των μη κυριαρχούμενων σημείων που την κυριαρχούν. Έτσι, διακρίνουμε τρεις διαφορετικές περιοχές χρωμάτων στο συγκεκριμένο σχήμα:

Σκούρο γκρι: που αντιστοιχεί στα σημεία του πληθυσμού που κυριαρχούνται και από τα τρία μη κυριαρχούμενα σημεία

Γκρι: που αντιστοιχεί στα σημεία του πληθυσμού που κυριαρχούνται από δύο εκ των τριών μη κυριαρχούμενων σημείων

Ανοιχτό γκρι: που αντιστοιχεί στα σημεία του πληθυσμού που κυριαρχούνται από ένα μόνο μη κυριαρχούμενο σημείο

Επομένως, ο στόχος του αλγορίθμου είναι να κατανέμει τις λύσεις στον αντικειμενικό χώρο με τέτοιο τρόπο ώστε:

1. Οι ανοιχτόχρωμες περιοχές (που κυριαρχούνται από λιγότερα σημεία) να περιέχουν περισσότερα άτομα από τις σκουρόχρωμες περιοχές (που κυριαρχούνται από περισσότερα άτομα)
2. Να επιτευχθεί μια όσο το δυνατόν καλύτερη κατανομή των κυριαρχούμενων ατόμων σε κάθε μία από τις τρεις ανοιχτόχρωμες περιοχές

Ο μηχανισμός αυτός καταφέρνει διαισθητικά να προτιμά άτομα που βρίσκονται πλησιέστερα στο Pareto μέτωπο καθώς και να κατανέμει ομοιόμορφα κατά μήκος του. Το αριστερό μέρος του σχήματος 4-1 εκφράζει τον 1^ο από τους παραπάνω στόχους, τα άτομα που βρίσκονται στις ανοιχτόχρωμες περιοχές αποκτούν καλύτερες (μικρότερες) ποιότητες. Το δεξί μέρος του σχήματος 4-1 εκφράζει το 2^ο στόχο όπου όσο περισσότερους γείτονες έχει ένα συγκεκριμένο άτομο τόσο αυξάνεται η τιμή τις ποιότητάς του, επομένως τόσο ακαταλληλότερο κρίνεται για αναπαραγωγή.

Η βασική διαφορά με τη μέθοδο του fitness sharing έγκειται στο γεγονός ότι οι περιοχές δεν χωρίζονται με βάση την απόστασή τους αλλά με βάση τη κυριαρχία Pareto. Επομένως, η επιλογή μιας παραμέτρου απόστασης καθίσταται περιττή. Παρόλα αυτά, όπως θα δούμε ο παρακάτω αλγόριθμος δεν απαλλάσσεται τελείως από η ιδέα της απόστασης και τα προβλήματα που δημιουργεί.

Λίγα λόγια για τη μείωση του Pareto συνόλου με τη μέθοδο της ομαδοποίησης...

Σε ορισμένα προβλήματα, το Pareto βέλτιστο σύνολο μπορεί να είναι εξαιρετικά μεγάλο ή ακόμα και να περιέχει έναν άπειρο πλήθος λύσεων. Παρόλα αυτά, από τη πλευρά του μελετητή, η παρουσίαση όλων των μη κυριαρχούμενων λύσεων που εμφανίζονται είναι «άχρηστη», ιδιαίτερα όταν το πλήθος τους ξεπερνά ορισμένα λογικά όρια. Επίσης, το μέγεθος του εξωτερικού αρχείου επηρεάζει τη συμπεριφορά του αλγορίθμου. Από τη στιγμή που το P' συμμετάσχει στη διαδικασία της επιλογής, ένα μεγάλο πλήθος μη κυριαρχούμενων ατόμων έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της έντασης επιλογής και την αύξηση του χρόνου εξερεύνησης. Από την άλλη, ο μηχανισμός απονομής ποιότητας που περιγράψαμε παραπάνω, βασίζεται σε μία

ομοιόμορφη διακριτότητα του πλέγματος που ορίζεται από τη μη κυριαρχούμενες λύσεις. Αν τα σημεία του P' δεν κατανεμηθούν ομοιόμορφα, η μέθοδος απονομής ποιότητας γίνεται προκατειλημμένη, οδηγώντας σε συγκεκριμένες περιοχές του χώρου των λύσεων με αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός ανομοιόμορφου μετώπου Pareto.

Μια μέθοδος που έχει ευρεία εφαρμογή σε προβλήματα και έχει μελετηθεί εκτενώς σε τέτοιου είδους είναι η *ανάλυση με τη μέθοδο της ομαδοποίησης* (cluster analysis). Εν ολίγοις, η μέθοδος αυτή χωρίζει ένα πλήθος m ατόμων σε n ομάδες με περίπου παρόμοια χαρακτηριστικά, όπου $n < m$. Στη περίπτωση μας, χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο του μέσου όρου σύνδεσης (average linkage method), που περιγράφεται παρακάτω.

Βήμα 1: αρχικά κάθε άτομο του P' αποτελεί μια ξεχωριστή ομάδα

Βήμα 2: αν το πλήθος των ομάδων είναι μικρότερο ή ίσο με τον αριθμό των ατόμων που θέλουμε τελικά να έχουμε στο P' πήγαινε στο βήμα 5 αλλιώς συνέχισε στο βήμα 3

Βήμα 3: υπολόγισε την απόσταση μεταξύ όλων των πιθανών ζευγών ομάδων. Η απόσταση d μεταξύ δύο ομάδων c_1 και c_2 υπολογίζεται ως η μέση απόσταση μεταξύ των ζευγών των ατόμων που υπάρχουν στις δύο ομάδες

$$d = \frac{1}{|c_1| \cdot |c_2|} \cdot \sum_{i_1 \in c_1, i_2 \in c_2} \|i_1 - i_2\|$$

Όπου ο μετρητής $\|\cdot\|$ είναι η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ δύο ατόμων διαφορετικών ομάδων.

Βήμα 4: βρες τις ομάδες με τη μικρότερη απόσταση και συγχώνευσέ τις

Βήμα 5: υπολόγισε το νέο εξωτερικό αρχείο διαλέγοντας ένα αντιπροσωπευτικό άτομο από κάθε ομάδα. Το άτομο αυτό πρέπει να απέχει το ελάχιστο δυνατόν από το κέντρο της ομάδας.

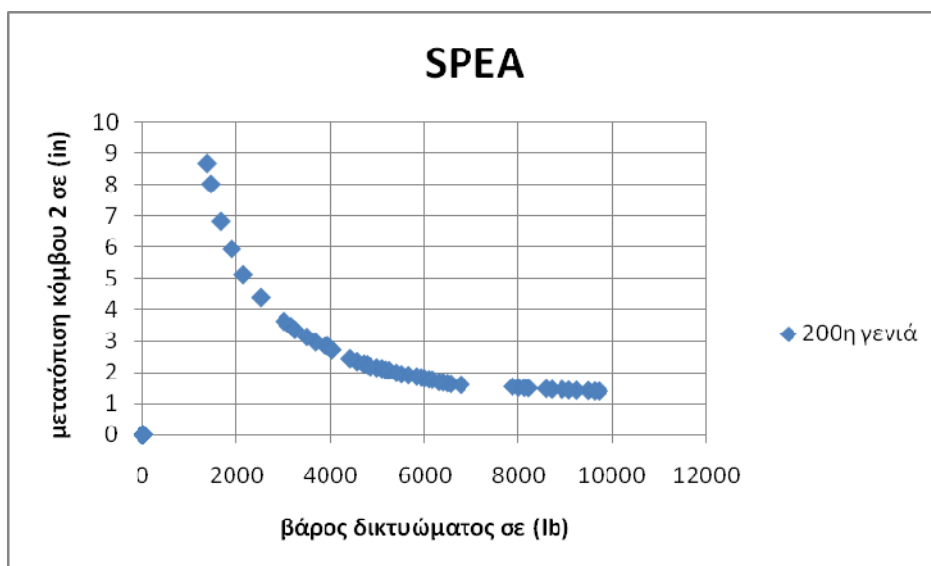
Ο αλγόριθμος...

Βήμα 1: δημιούργησε έναν αρχικό πληθυσμό P καθώς και ένα άδειο εξωτερικό αρχείο P'

-
- Βήμα 2:** *αντέγραψε τα μη κυριαρχούμενα μέλη του P στο P'*
- Βήμα 3:** *αφαίρεσε από το P' όσα μέλη κυριαρχούνται από άλλα που βρίσκονται στο P'*
- Βήμα 4:** *αν τα μέλη του P' ξεπερνούν έναν προκαθορισμένο αριθμό, μείωσε τα με τη μέθοδο της ομαδοποίησης (clustering)*
- Βήμα 5:** *υπολόγισε τη ποιότητα κάθε μέλους του P καθώς και του P'*
- Βήμα 6:** *εφαρμόζοντας τη μέθοδο του binary tournament selection γέμισε το mating pool από άτομα που ανήκουν τόσο στο παρών πληθυσμό όσο και στο εξωτερικό αρχείο*
- Βήμα 7:** *εφάρμοσε τη διαδικασία της παραλλαγής για τη δημιουργία απογόνων*
- Βήμα 8:** *αν δεν έχει συμπληρωθεί το πλήθος των γενιών πήγαινε στο βήμα 2, διαφορετικά σταμάτα*

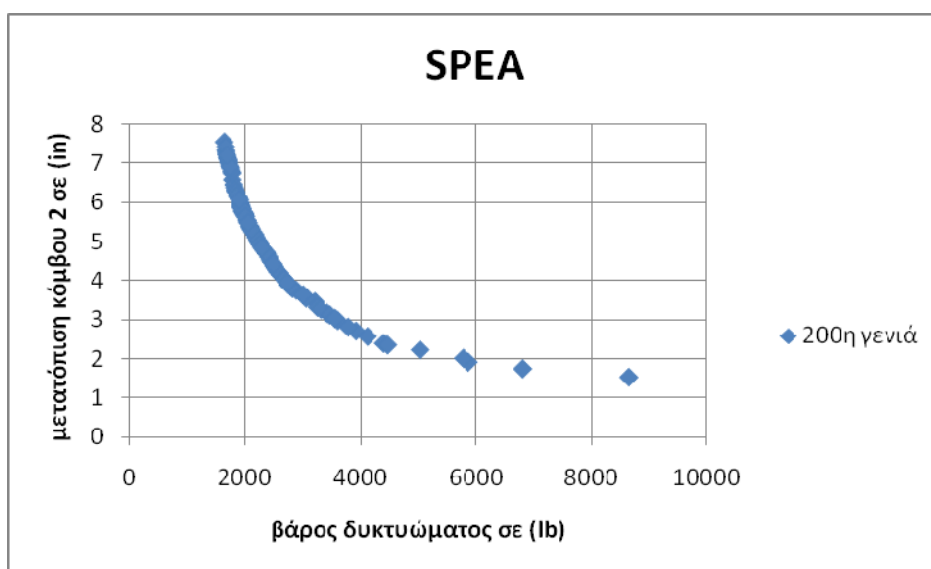
4.1.1 Εφαρμογή του SPEA στο επίπεδο δικτύωμα

Για την επίλυση του SPEA θεωρήσαμε έναν πληθυσμό ίσο με 100 άτομα, ο οποίος εξελίσσεται για 200 γενιές. Ο πληθυσμός της τελευταίας γενιάς παρουσιάζεται στο σχήμα 4-2.



Σχήμα 4-2: Πληθυσμός 200ης γενιάς του SPEA με χρήση των κανονικών τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων κατά τη διαδικασία της ομαδοποίησης

Παρατηρώντας το σχήμα, είναι εμφανής η μεγάλη ανομοιομορφία κατα μήκος του Pareto βέλτιστου μετώπου. Πού μπορεί να οφείλεται ο συνωστισμός των ατόμων σε μια συγκεκριμένη περιοχή του Pareto μετώπου; Πριν περάσουμε στην εξήγηση παραθέτουμε το τελικό πληθυσμό που προκύπτει ξανα τρέχοντας τον αλγόριθμο ακριβώς με τα ίδια δεδομένα απλά πολλαπλασιάζοντας την αντικειμενική συνάρτηση που σχετίζεται με τη μετατόπιση του κόμβου 2 με 1.000.000. Είναι προφανές πως το βέλτιστο μέτωπο Pareto δεν θα πρέπει να επηρεαστεί κανονικά, από αυτό το πολλαπλασιασμό καθώς ο συνδυασμός διατομών που ελαχιστοποιεί ή μεγιστοποιεί αντίστοιχα τη μετατόπιση και στις δύο περιπτώσεις θα είναι ο ίδιος. Αυτό συμβαίνει διότι με 1.000.000 πολλαπλασιάζονται οι αντικειμενικές συναρτήσεις όλων των ατόμων. Το βέλτιστο μέτωπο Pareto που προκύπτει είναι το παρακάτω:



Σχήμα 4-3: Πληθυσμός της 200ης γενιάς του SPEA με χρήση της κανονικής τιμής μόνο της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης στο χώρο των λύσεων

Παρόλα αυτά, παρατηρούμε έναν συνωστισμό σε διαφορετική περιοχή του μετώπου από ότι στη προηγούμενη περίπτωση.

Για ποιο λόγο μπορεί να παρουσιάζεται αυτή η ανομοιομορφία;

Η ανομοιόμορφη κατανομή των ατόμων κατά μήκος του βέλτιστου μετώπου Pareto δεν οφείλεται στον πρωτότυπο τρόπο υπολογισμού της ποιότητας των ατόμων του εκάστοτε πληθυσμού. Αντιθέτως, οφείλεται στο τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η ομαδοποίηση των

ατόμων του P' στη περίπτωση που αυτά ξεπερνούν ένα προκαθορισμένο αριθμό. Παρόλα αυτά, ιδέα πάνω στην οποία βασίζεται η διαδικασία της ομαδοποίησης, δηλαδή ο χωρισμός των ατόμων σε ομάδες με βάση την μεταξύ τους απόσταση και ο διατήρηση ενός αντιπροσωπευτικού ατόμου από κάθε ομάδα, δεν είναι ούτε λανθασμένη ούτε αναποτελεσματική.

Το πρόβλημα στη περίπτωσή μας έγκειται στη μεγάλη διαφορά των συνόλων τιμών των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων. Πιο συγκεκριμένα, στη περίπτωση που χρησιμοποιήσουμε τις πραγματικές τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων, παρατηρούμε ότι, χοντρικά, η f_1 (βάρος δικτύωματος) παίρνει τιμές στο διάστημα $[1000, 10000]$ ενώ η f_2 στο διάστημα $[1, 10]$. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι συγκρίνοντας οποιαδήποτε δύο τυχαία άτομα του πληθυσμού θα ισχύει στη πλειοψηφία των περιπτώσεων $\Delta f_1 \gg \Delta f_2$. Αυτό σημαίνει ότι η απόσταση μεταξύ ατόμων που έχουν μικρές τιμές f_1 και μεγάλες τιμές f_2 θα είναι πολύ μικρότερη από την αντίστοιχη μεταξύ ατόμων με μεγάλες τιμές f_1 και μικρές f_2 . Έτσι ο αλγόριθμος τείνει να ομαδοποιεί τα άτομα με μικρές τιμές f_1 και μεγάλες f_2 και να παρουσιάζει τελικώς ορισμένα αντιπροσωπευτικά άτομα των ομάδων αυτών. Προφανές αποτέλεσμα της διαδικασίας που περιγράφηκε είναι ο συνωστισμός των ατόμων στη περιοχή του Pareto βέλτιστου μετώπου με μεγάλες τιμές f_2 λόγω των μεγαλύτερων αποστάσεων που προκύπτουν. Από την άλλη πλευρά, πολλαπλασιάζοντας την f_2 με 1.000.000, παρατηρούμε συνωστισμό σε άλλη περιοχή του μετώπου λόγω ανάλογου σκεπτικού.

Πώς αντιμετωπίζεται το παραπάνω πρόβλημα;

Ο τρόπος με τον οποίο αντιμετωπίζεται το πρόβλημα αυτό είναι ανάλογος με το σκεπτικό που χρησιμοποιείται στον NSGA-II κατά την εύρεση της απόστασης συνωστισμού. Πιο συγκεκριμένα, αντί της εύρεσης της απόστασης μεταξύ δύο οποιονδήποτε ατόμων βάση των πραγματικών τους συντεταγμένων, βρίσκουμε τις αποστάσεις των ανηγμένων ή κανονικοποιημένων συντεταγμένων τους. Δηλαδή, η απόσταση την οποία λαμβάνει υπόψη ο αλγόριθμος για τη συγκρότηση ομάδων προκύπτει από το τύπο:

$$d_{ij} = \sqrt{\left(\frac{f_1^i - \min f_1}{\max f_1 - \min f_1} - \frac{f_1^j - \min f_1}{\max f_1 - \min f_1}\right)^2 + \left(\frac{f_2^i - \min f_2}{\max f_2 - \min f_2} - \frac{f_2^j - \min f_2}{\max f_2 - \min f_2}\right)^2}$$

όπου:

d_{ij} η απόσταση των ατόμων i και j

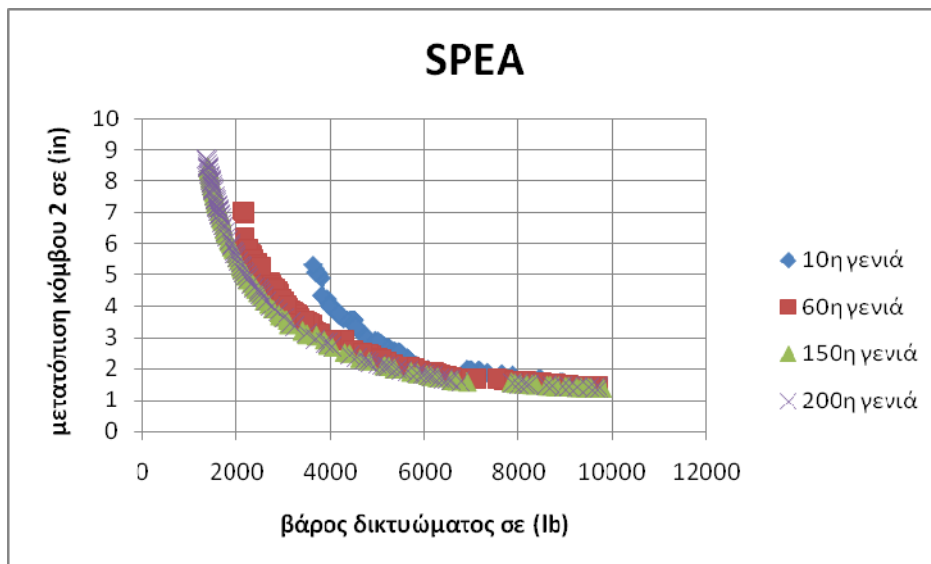
$f_{1,2}^i$ οι τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων του ατόμου i

$\max f_{1,2}$ οι μέγιστες τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων που έχουν προκύψει

$\min f_{1,2}$ οι ελάχιστες τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων που έχουν προκύψει

Με τον τρόπο αυτό καταφέρνουμε να ορίσουμε την απόσταση μεταξύ δύο ατόμων όχι βάση του αντικειμενικού χώρου των λύσεων αλλά των σχετικών τους αποστάσεων με βάση της μέγιστες και ελάχιστες τιμές που έχουν παρατηρηθεί.

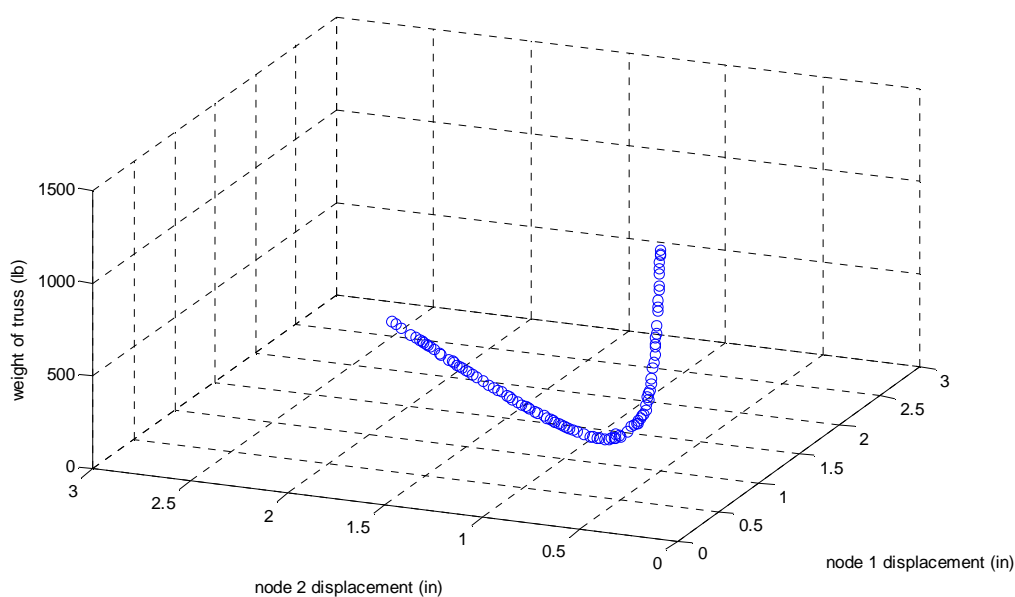
Επιλύοντας λοιπόν και πάλι το δικτύωμα με βάση αυτές τις σχετικές αποστάσεις και κρατώντας ένα ιστορικό του πληθυσμού του εξωτερικού αρχείου, προκύπτει το παρακάτω σχήμα:



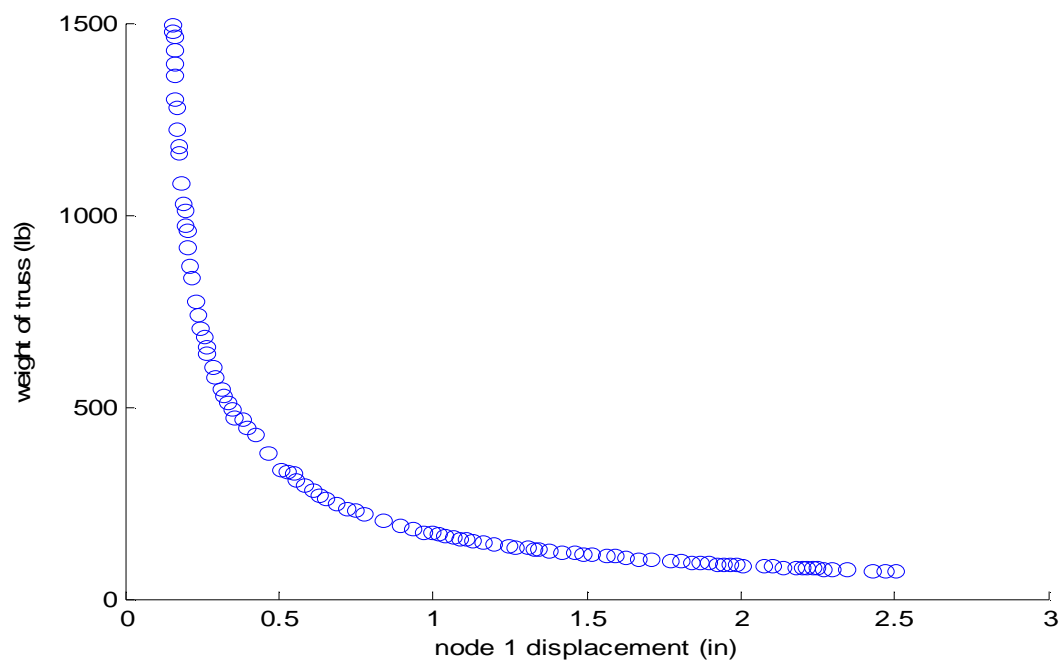
Σχήμα 4-4: Εξέλιξη του πληθυσμού του SPEA με χρήση των ανηγμένων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων

4.1.2 Εφαρμογή του SPEA στο χωρικό δικτύωμα

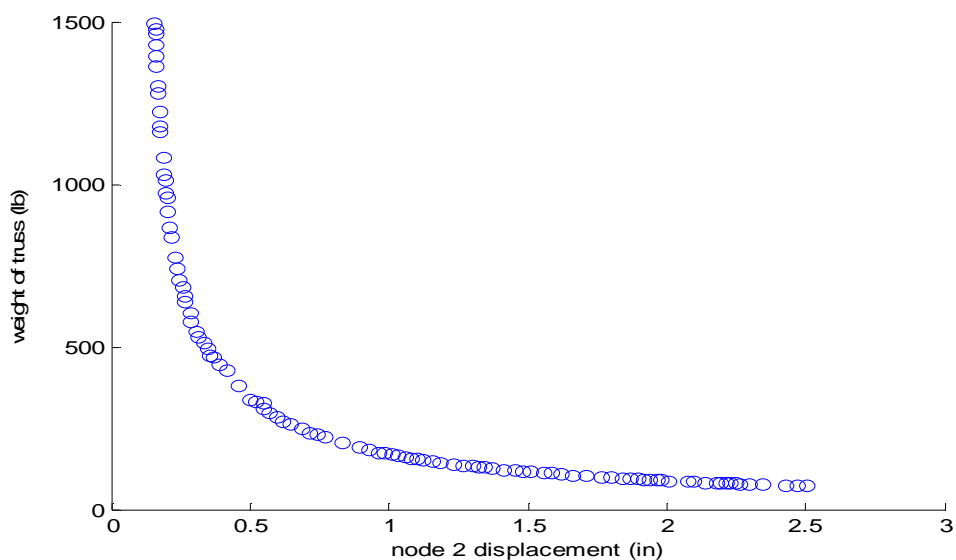
Υποψιασμένοι πλέον από την εφαρμογή του SPEA στο επίπεδο δικτύωμα, η ομαδοποίηση των ατόμων του εξωτερικού αρχείου στο χωρικό δικτύωμα πραγματοποιείται με βάση τις σχετικές αποστάσεις. Ο εκάστοτε πληθυσμός αποτελείται από 300 άτομα τα οποία εξελίσσονται επί 300 γενιές. Στο εξωτερικό αρχείο μπορεί να αποθηκεύσει μέχρι 100 άτομα. Για καλύτερη κατανόηση του τρισδιάστατου χώρου των λύσεων, παρουσιάζονται και τα επίπεδα διαγράμματα των συνδυασμών των τριών αντικειμενικών συναρτήσεων.



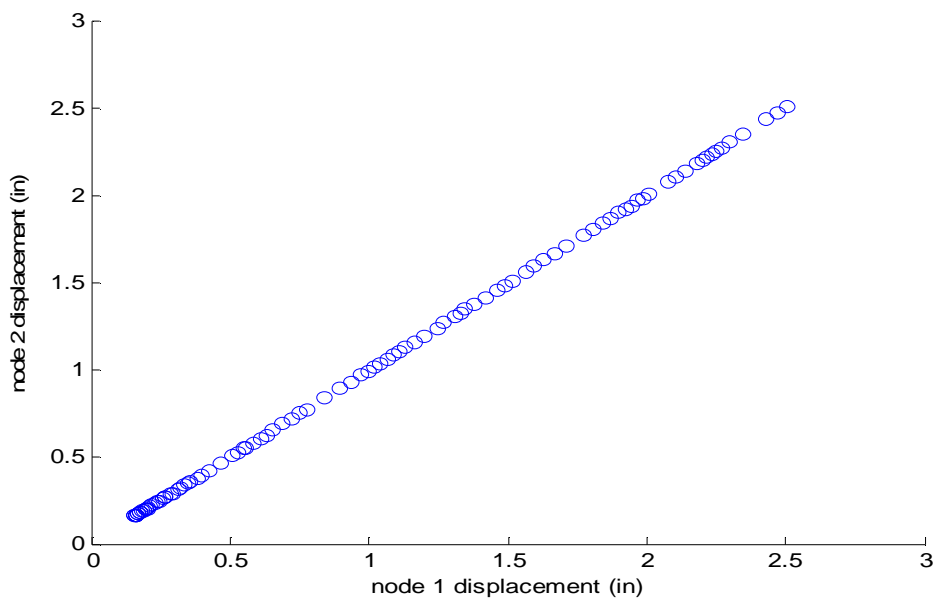
Σχήμα 4-5: Τρισδιάστατη απεικόνιση του τελικού πληθυσμού του SPEA στο χώρο των λύσεων



Σχήμα 4-6: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ ο άξονας των y το βάρος του δικτύματος



Σχήμα 4-7: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ ο άξονας των y το βάρος του δικτύωματος



Σχήμα 4-8: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ ο άξονας των y το κόμβου 2 του δικτύωματος

4.1.3 Συμπεράσματα για τον SPEA

Ο SPEA αποτελεί έναν πολύ αποτελεσματικό και πρωτοποριακό εξελικτικό αλγόριθμο, ο οποίος καταφέρνει με σχετικά μεγάλη ταχύτητα να βρίσκει και να συγκλίνει στο Pareto βέλτιστο μέτωπο. Παρατηρώντας το σχήμα 4-4 φαίνεται ότι ήδη από τη 10^η γενιά τα άτομα του πληθυσμού όχι μόνο έχουν πάρει μια πολλά υποσχόμενη μορφή αλλά έχουν φτάσει και πολύ κοντά σε μια περιοχή του μη κυριαρχούμενου Pareto. Παράλληλα, συγκρίνοντας την 150^η γενιά με τη 200^η βλέπουμε ότι οι διαφορές είναι αμελητέες και ότι το μόνο που έχει πραγματοποιηθεί είναι μια πολύ μικρή αύξηση των ακραίων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Ο SPEA είχε σχεδιαστεί έχοντας ως σκοπό την εξερεύνηση του χώρου των λύσεων και ένας από τους βασικούς του στόχους ήταν η ελαχιστοποίηση των προαπαιτούμενων παραμέτρων όπως η ακτίνα γειτονιάς (niche radius) στη περίπτωση αλγορίθμων που χρησιμοποιούν τη λογική της μοιρασμένης απόδοσης. Η ιδέα της δύναμης (strength) σε συνδυασμό με το σωστό τρόπο ομαδοποίησης του εξωτερικού αρχείου που περιγράψαμε, είναι σε θέση να σχηματίζει αυτόματα γειτονιές βασιζόμενη στη σχετική θέση μεταξύ των ατόμων.

Ένα πρόβλημα που ευτυχώς δεν αντιμετωπίσαμε εμείς είναι η ορθή επιλογή του μεγέθους του εξωτερικού αρχείου. Παρόλα αυτά, αξίζει να σημειωθεί ότι η τιμή του δεν επηρεάζει τα τελικά αποτελέσματα σχεδόν καθόλου σε σύγκριση, για παράδειγμα, με τη τιμή της ακτίνας γειτονιάς σε αντίστοιχους αλγορίθμους.

4.2 Η εξελιγμένη μορφή του Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA2)

Η αρχική μορφή του SPEA που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, αποδείχθηκε ότι προσεγγίζει πολύ ικανοποιητικά το Pareto βέλτιστο μέτωπο, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του με αυτά προϋπάρχων εξελικτικών αλγορίθμων. Παρόλα αυτά, οι δημιουργοί του, βασιζόμενοι στις βασικές αδυναμίες του αλγορίθμου πρότειναν μια εξελιγμένη μορφή του, που ονόμασαν SPEA2. Σε αντίθεση με το SPEA, ο μηχανισμός που υιοθετείται στο SPEA2 για την απονομή ποιότητας σε κάθε άτομο δεν βασίζεται αποκλειστικά στη κυριαρχία Pareto, αλλά συμπεριλαμβάνει και πληροφορίες που σχετίζονται με την απόσταση κάθε ατόμου από τα γειτονικά του. Επίσης, το μέγεθος του εξωτερικού αρχείου παραμένει σταθερό σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης του αλγορίθμου (στο SPEA το μέγεθος του αρχείου μπορεί να ποικίλει με

το χρόνο). Με άλλα λόγια, σε περίπτωση που το πλήθος των μη κυριαρχούμενων ατόμων είναι μικρότερο από το ορισμένο μέγεθος του αρχείου, τοποθετούνται σε αυτό κυριαρχούμενα άτομα του παρόντος πληθυσμού. Επίσης, η διαδικασία ομαδοποίησης που χρησιμοποιείται στο SPEA2 και καλείται στη περίπτωση που το βέλτιστο σύνολο Pareto ξεπερνά σε μέγεθος το επιτρεπόμενο μέγεθος του εξωτερικού αρχείου, έχει αντικατασταθεί. Σε σύγκριση με τον αντίστοιχο μηχανισμό του SPEA, οι δύο μέθοδοι έχουν παρόμοια χαρακτηριστικά αλλά στη νέα μειώνεται η πιθανότητα να χάσουμε συνοριακά σημεία. Τέλος, μια ακόμη διαφορά με το SPEA έγκειται στο γεγονός ότι μόνο τα άτομα που βρίσκονται στο εκάστοτε εξωτερικό αρχείο έχουν την ευκαιρία να γίνουν γονείς της επόμενης γενιάς, διαγωνίζοντας έτσι τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους (Zitzler, Laumanns, & Thiele, SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, 2001).

Λίγα λόγια για τη διαδικασία απονομής ποιότητας...

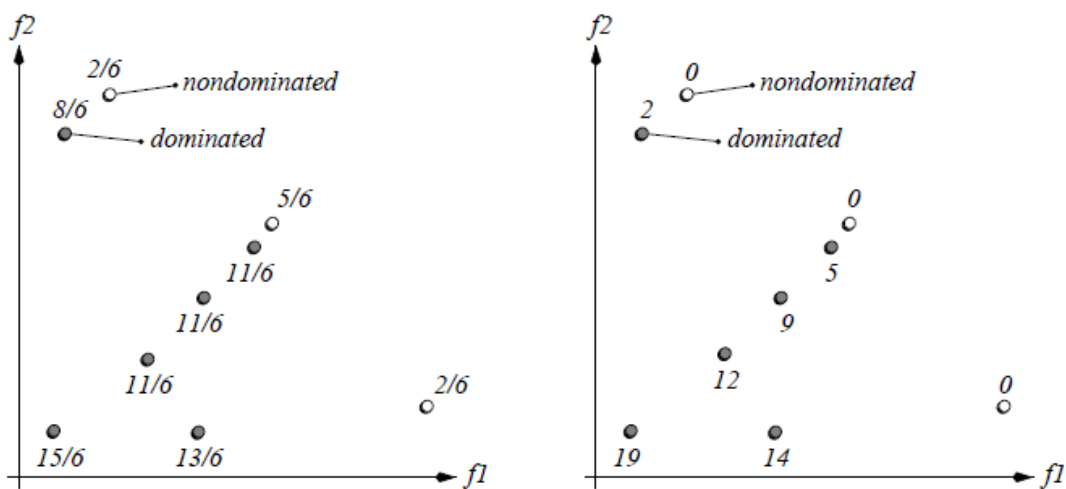
Ένα από τα βασικά μειονεκτήματα του SPEA είναι ότι σε περίπτωση που δύο διαφορετικά άτομα του πληθυσμού κυριαρχούνται από τα ίδια ακριβώς άτομα του εξωτερικού αρχείου, αποκτούν ίδιες τιμές ποιότητας. Η ακριβή θέση τους στον αντικειμενικό χώρο (σε σχέση με τον υπόλοιπο πληθυσμό) δεν επηρεάζει καθόλου την ποιότητά τους. Για την αποφυγή της παραπάνω σύγχυσης, ο SPEA2 λαμβάνει υπόψη (κατά την απονομή ποιότητας σε κάθε άτομο) τόσο τα άτομα από τα οποία κυριαρχείται όσο και αυτά που κυριαρχεί. Πιο συγκεκριμένα, η ποιότητα κάθε ατόμου καθορίζεται από το άθροισμα δύο ξεχωριστών παραμέτρων της **πρώτης ποιότητας (raw fitness)** και της **πυκνότητας (density)**.

Αρχικά, σε κάθε άτομο του εξωτερικού αρχείου (P') και του πληθυσμού (P) ανατίθεται μια τιμή δύναμης (strength value $S(i)$), η οποία αντιπροσωπεύει το πλήθος των ατόμων που κυριαρχεί το συγκεκριμένο άτομο. Βασιζόμενοι στις τιμές των $S(i)$, η πρώτη ποιότητα $R(i)$ κάθε ατόμου προκύπτει από το τύπο:

$$R(i) = \sum_{j \in P+P', j > i} S(j)$$

Με άλλα λόγια, η πρώτη ποιότητα κάθε ατόμου υπολογίζεται ως το άθροισμα των δυνάμεων των ατόμων που το κυριαρχούν, όπου τα άτομα αυτά ανήκουν τόσο στο εξωτερικό αρχείο όσο και

στο παρών πληθυσμό. Αντιθέτως, στο SPEA, η αντίστοιχη διαδικασία πραγματοποιείται λαμβάνοντας υπόψη μόνο τα άτομα του εξωτερικού αρχείου. Πρέπει να τονιστεί ιδιαίτερος ότι για μία ακόμη φορά ότι χαμηλή τιμή ποιότητας αντιστοιχεί σε καλύτερα άτομα ($R(i)=0$ αντιστοιχεί σε μη κυριαρχούμενο άτομο ενώ μεγάλη τιμή $R(i)$ υποδεικνύει ότι το συγκεκριμένο άτομο κυριαρχείται από πολλά άτομα). Η παραπάνω ιδέα απεικονίζεται καλύτερα στο επόμενο σχήμα:



Σχήμα 4-9: Σύγκριση των μεθόδων απόδοσης ποιότητας του SPEA και του SPEA2, σε ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Στο αριστερό σχήμα, απεικονίζονται οι ποιότητες του πληθυσμού και του εξωτερικού αρχείου σύμφωνα με το SPEA2

Παρόλο που η απονομή της πρώτης ποιότητας υπονοεί ένα είδος διαίρεσης του πληθυσμού σε περιοχές βασισμένο στη κυριαρχία Pareto, μπορεί να αποτύχει όταν τα περισσότερα άτομα δεν κυριαρχούν το ένα το άλλο. Για το λόγο αυτό, χρειαζόμαστε την εισαγωγή πρόσθετων πληροφοριών οι οποίες να αντιπροσωπεύουν τη θέση που κατέχει κάθε άτομο σε σχέση με τον υπόλοιπο πληθυσμό. Με τον τρόπο αυτό, θα είμαστε σε θέση να ξεχωρίζουμε πιο άτομο είναι καλύτερο μεταξύ δύο που έχουν την ίδια τιμή πρώτης ποιότητας (κυριαρχούνται δηλαδή από τα ίδια άτομα). Η παραπάνω ιδέα επιτυγχάνεται μέσω μιας προσαρμογής της *k-th nearest method* (Silverman, 1986), όπου η πυκνότητα κάθε θέσης είναι μία (φθίνουσα) συνάρτηση της απόστασης μεταξύ αυτής και του *k* πλησιέστερου ατόμου. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε ένα από τα άτομα υπολογίζεται η απόστασή του από όλα τα υπόλοιπα άτομα (τόσο του πληθυσμού όσο

και του εξωτερικού αρχείου) και τα αποτελέσματα αποθηκεύονται σε μια λίστα. Στη συνέχεια, ταξινομούμε τη λίστα σε αύξουσα σειρά και το k στοιχείο αποτελεί την απόσταση που αναζητούμε, η οποία συμβολίζεται με σ_i^k . Για τον υπολογισμό του k στοιχείου συνηθίζεται να θεωρούμε $k = \sqrt{N + N'}$ όπου N το μέγεθος του πληθυσμού και N' το μέγεθος του εξωτερικού αρχείου. Η πυκνότητα που αντιστοιχεί στο άτομο i υπολογίζεται από το παρακάτω τύπο:

$$D(i) = \frac{1}{\sigma_i^k + 2}$$

Το δύο που προστίθεται στο παρονομαστή, αποσκοπεί στο να εξασφαλίσει ότι η πυκνότητα θα έχει τιμή μικρότερη του ένα. Τέλος, προσθέτοντας τη πυκνότητα $D(i)$ και τη πρώτη ποιότητα $R(i)$ βρίσκουμε τη τελική ποιότητα κάθε ατόμου:

$$F(i) = R(i) + D(i)$$

Λίγα λόγια για τη διαδικασία ομαδοποίησης του εξωτερικού αρχείου...

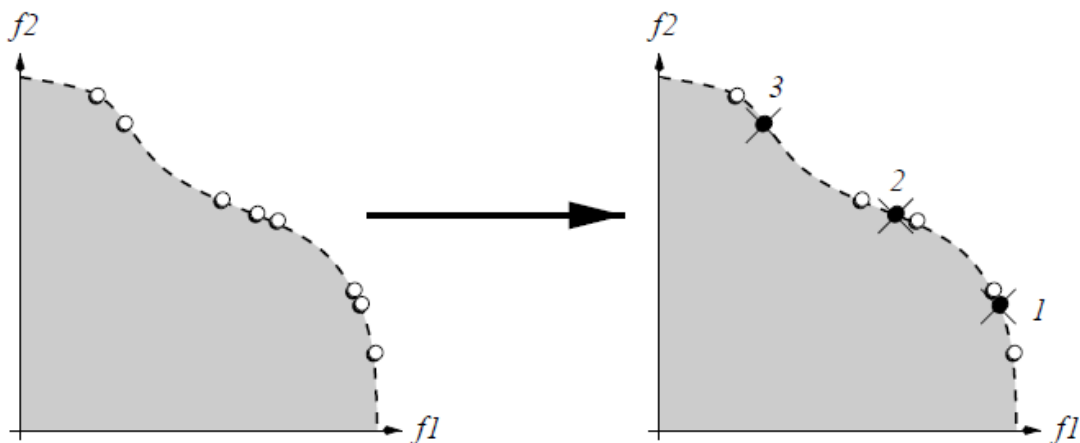
Η διαδικασία ενημέρωσης/μείωσης του εξωτερικού αρχείου διαφέρει από την αντίστοιχη του SPEA σε δύο βασικά σημεία:

1. Το πλήθος των ατόμων που περιέχει το εξωτερικό αρχείο είναι σταθερό με το χρόνο
2. Η διαδικασία με την οποία γίνεται η μείωση του εξωτερικού αρχείου (σε περίπτωση που τα μη κυριαρχούμενα άτομα ξεπερνούν το μέγεθος του εξωτερικού αρχείου), αποτρέπει το να χαθούν οριακές λύσεις

Το πρώτο βήμα της συγκεκριμένης διαδικασίας είναι η αντιγραφή όλων των μη κυριαρχούμενων ατόμων (αυτών δηλαδή για τα οποία ισχύει $F(i) < 1$) από το εξωτερικό αρχείο και το παρόν πληθυσμό στο εξωτερικό αρχείο της επόμενης γενιάς. Στη συνέχεια, τρεις είναι οι πιθανές περιπτώσεις που μπορούν να συμβούν:

1. Το πλήθος των μη κυριαρχούμενων ατόμων να ισούται με το μέγεθος του εξωτερικού αρχείου. Στη περίπτωση αυτή, τα στοιχεία αντιγράφονται ως έχουν και η διαδικασία τελειώνει.

2. Το πλήθος των μη κυριαρχούμενων στοιχείων να είναι μικρότερο από το μέγεθος του εξωτερικού αρχείου. Στη περίπτωση αυτή, αντιγράφουμε τα μη κυριαρχούμενα άτομα ως έχουν και τοποθετούνται στο αρχείο τα καλύτερα κυριαρχούμενα άτομα ($F(i) > 1$) έως ότου συμπληρωθούν οι διαθέσιμες θέσεις.
3. Το πλήθος των μη κυριαρχούμενων ατόμων ξεπερνά το επιτρεπόμενο μέγεθος του αρχείου. Στη περίπτωση αυτή, αφαιρούνται σταδιακά μη κυριαρχούμενα άτομα έως ότου προκύψει ένα σύνολο το μέγεθος του οποίου ισούται με αυτό του εξωτερικού αρχείου. Με άλλα λόγια, σε κάθε επανάληψη αφαιρείται το άτομο που έχει τη μικρότερη απόσταση ως προς οποιαδήποτε άλλο. Σε περίπτωση που περισσότερα του ενός άτομα έχουν ίση μικρότερη απόσταση, τότε επιλέγουμε αυτό που έχει τη δεύτερη μικρότερη απόσταση κ.ο.κ. Το σκεπτικό αυτό απεικονίζεται καλύτερα στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 4-10: απεικόνιση της μεθόδου μείωσης του μη κυριαρχούμενου συνόλου κατά το SPEA2. Στο αριστερό σχήμα φαίνεται όλο το Pareto βέλτιστο μέτωπο, ενώ στο δεξιό το μειωμένο καθώς και η σειρά με την οποία τα στοιχεία εγκαταλείπουν το αρχικό σύνολο.

Ο αλγόριθμος...

Βήμα 1: δημιουργήσε έναν αρχικό πληθυσμό P_0 και ένα κενό εξωτερικό αρχείο P_0' . Θέσε $t=0$.

Βήμα 2: υπολόγισε τη ποιότητα των ατόμων του P_t' και του P_t .

Βήμα 3: αντέγραψε όλα τα μη κυριαρχούμενα άτομα του P_i και του P'_i στο P'_{i+1} . Αν το μέγεθος του P'_{i+1} ξεπερνά το επιτρεπόμενο μέγεθος τότε μείωσε τα στοιχεία του όπως έχουμε περιγράψει, αλλιώς αν το μέγεθος του P'_{i+1} είναι μικρότερο από το προκαθορισμένο, γέμισε το με κυριαρχούμενα άτομα

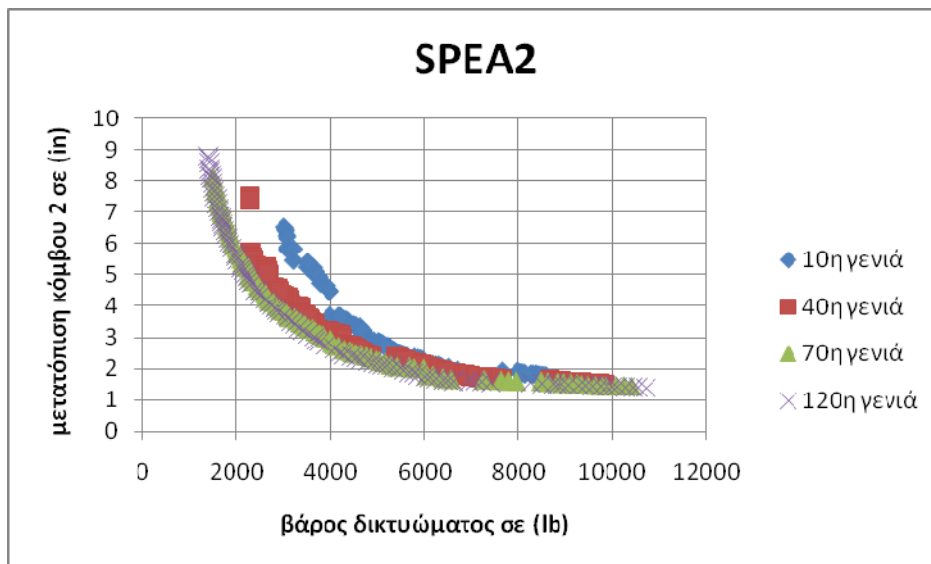
Βήμα 4: αν το κριτήριο τερματισμού ικανοποιείται τότε σταμάτα, αλλιώς πήγαινε στο επόμενο βήμα

Βήμα 5: διεξήγαγε ένα *binary tournament* προκρίμενου να γεμίσεις τη *mating pool*

Βήμα 6: δημιούργησε το νέο πληθυσμό επιλέγοντας γονείς από τη *mating pool*. Πήγαινε στο Βήμα 2

4.2.1 Εφαρμογή του SPEA2 στο επίπεδο δικτύωμα

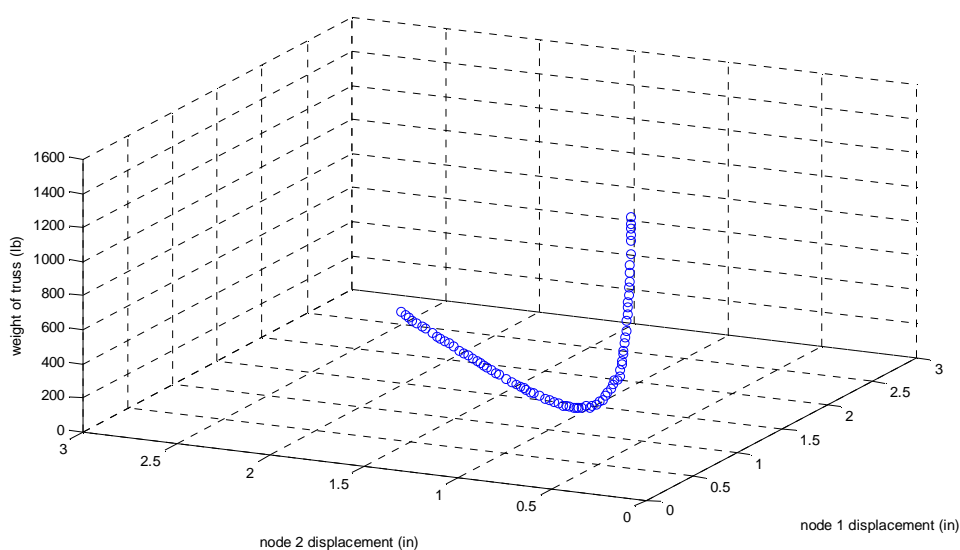
Για την επίλυση του SPEA2 θεωρήσαμε έναν πληθυσμό μεγέθους 200 ατόμων, ένα εξωτερικό αρχείο μεγέθους 100 ατόμων και 120 γενιές. Η εξέλιξη των γενιών καθώς και το τελικό βέλτιστο μέτωπο Pareto παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα:



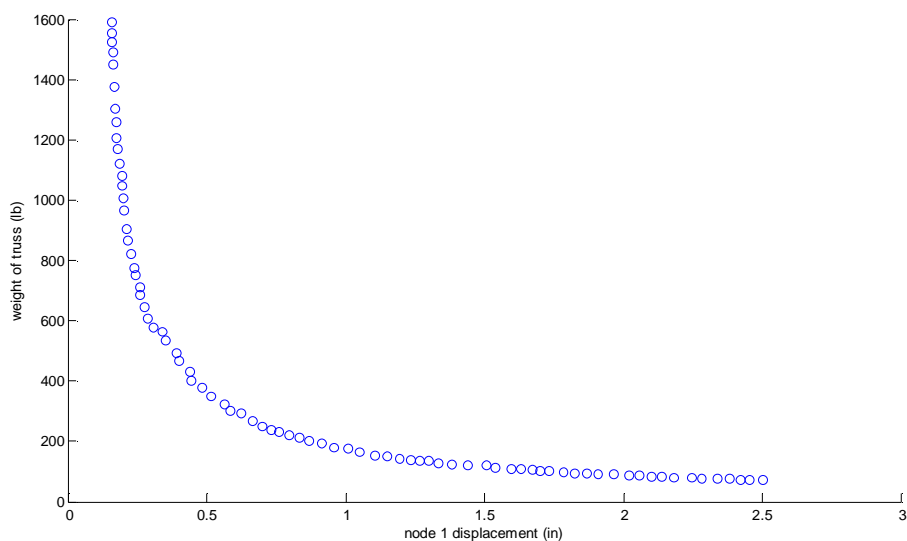
Σχήμα 4-11: Εξέλιξη του πληθυσμού του SPEA2 με το πέρασμα των γενιών

4.2.2 Εφαρμογή του SPEA2 στο χωρικό δικτύωμα

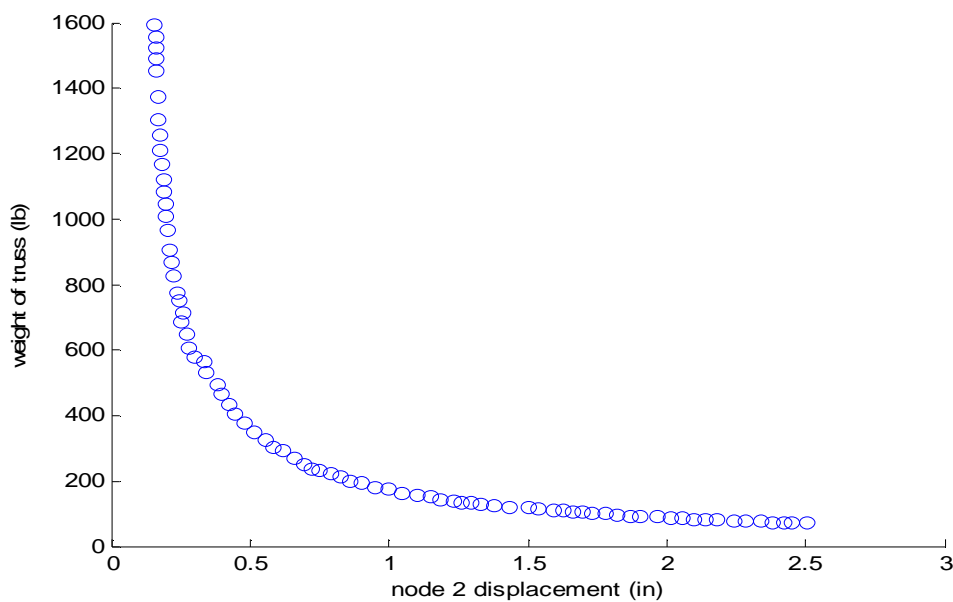
Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής του SPEA2 στο χωρικό δίκτυωμα. Θεωρήσαμε πληθυσμό κάθε γενιάς ίσο με 100 άτομα, μέγεθος εξωτερικού αρχείου ίσο με 80 και 200 γενιές.



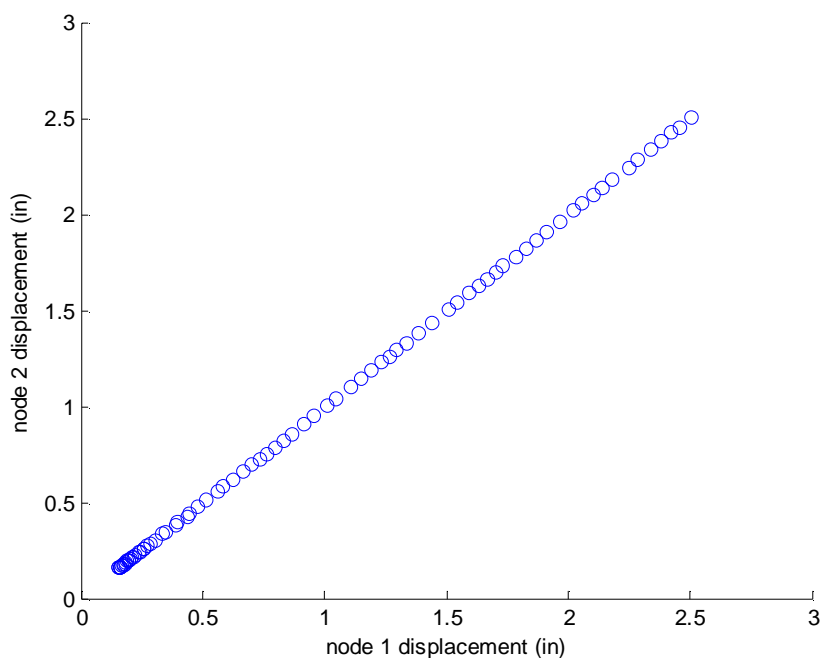
Σχήμα 4-12: Τρισδιάστατη απεικόνιση του χώρου των λύσεων του τελικού πληθυσμού του SPEA2



Σχήμα 4-13: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA2. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ ο άξονας των y το βάρος του δικτύωματος



Σχήμα 4-14: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA2. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ ο άξονας των y το βάρος του δικτύωματος



Σχήμα 4-15: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA2. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ ο άξονας των y του κόμβου 2 του δικτύωματος

4.2.3 Συμπεράσματα για τον SPEA2

Η εξελιγμένη μορφή του SPEA, ο SPEA2 είναι ένας αλγόριθμος ο οποίος σύμφωνα με έρευνες των δημιουργών του ξεπερνά το προκάτοχό του σε κάθε είδους τέστ που έχουν διεξάγει. Οι καινοτόμοι τρόποι με τους οποίους έχουν συνδυαστεί και αναπτύσσονται οι διάφοροι μηχανισμοί του, όπως η βελτιωμένη μέθοδος αποδοσης ποιότητας καθώς και η τεχνική ομαδοποίησης του εξωτερικού αρχείου, δικαιολογούν το χαρακτηρισμό του από ορισμένους ως ένας από τους “state of the art” γενετικούς αλγορίθμους.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που εξήγαμε, παρατηρούμε ότι έχει μικρή βελτίωση σε σχέση με το SPEA. Το τελικό μέτωπο Pareto είναι σχεδόν το ίδιο, αν εξαιρέσουμε μια μικρή βελτίωση των άκρων και στα δύο προβλήματα. Παρόλα αυτά, το γεγονός ότι τα αποτελέσματα των δύο αλγορίθμων δεν έχουν σημαντικές διαφορές στη περίπτωση μας, δεν είναι σε θέση να υποβιβάσει τις παρατηρήσεις και τους ισχυρισμούς των δημιουργών του καθώς και άλλων ερευνητών. Σε προβλήματα με περισσότερες αντικειμενικές συναρτήσεις, περιορισμούς και

παραμέτρους καθώς και με πολυπλοκότερους χώρους λύσεων, ο SPEA2 παρέχει καλύτερα αποτελέσματα.

4.3 Ο Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA)

Ο NSGA αποτελεί έναν από τους αλγορίθμους που χαρακτηρίζονται ως σημείο κατατεθέν όσον αφορά την ιστορική εξέλιξη των γενετικών αλγορίθμων από την εποχή της έμπνευσής τους. Οι δημιουργοί του, N. Srinivas και Kalyanmoy Deb (Srinivas & Deb, 1994), εμπνεύστηκαν έναν απλό και παράλληλα πρωτοποριακό αλγόριθμο που συνδυάζει υπάρχουσες μέχρι τότε στρατηγικές με ξεχωριστό και αποτελεσματικό τρόπο. Η επιλογή των ατόμων που θα αποτελέσουν γονείς της επόμενης γενιάς πραγματοποιείται με βάση τη κυριαρχία Pareto. Επίσης, προκειμένου να κατευθύνουν την αναζήτηση των λύσεων προς περιοχές που δεν έχουν εξερευνηθεί σε βάθος, η ποιότητα που ανατίθεται σε κάθε άτομο επηρεάζεται από το πόσο συνωστισμένη είναι η γειτονιά του συγκεκριμένου ατόμου. Συνεπώς, ο NSGA διαφέρει από έναν απλό γενετικό αλγόριθμο μόνο ως προς τον τρόπο που πραγματοποιείται η διαδικασία της επιλογής. Η διαδικασία της παραλλαγής παραμένουν ως έχουν.

Λίγα λόγια για τη διαδικασία ανάθεσης ποιότητας στα άτομα του πληθυσμού...

Πριν από την πραγματοποίηση της επιλογής, ο πληθυσμός κατατάσσεται με βάση τη λογική της κυριαρχίας Pareto. Σύμφωνα με αυτή, αρχικά εντοπίζονται τα μη κυριαρχούμενα άτομα του πληθυσμού. Τα άτομα αυτά αποτελούν το μη κυριαρχούμενο μέτωπο Pareto του παρόντος πληθυσμού και αποδίδεται σε όλα μία παρόμοια και μεγάλη τιμή (αρχικής) ποιότητας. Ο λόγος που αποδίδεται παρόμοια τιμή (αρχικής) ποιότητας σε όλα τα άτομα είναι διότι όλα τα άτομα του μετώπου θα πρέπει να έχουν ίση πιθανότητα να αποτελέσουν γονείς της επόμενης γενιάς. Παρόλα αυτά, εκτός από τη διατήρηση καλών γονιδίων στο πληθυσμό μας, ένας ακόμη σκοπός των γενετικών αλγορίθμων είναι η διατήρηση ποικιλομορφίας μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού. Για το λόγο αυτό, η ποιότητα των ατόμων που ανήκουν στο βέλτιστο μέτωπο Pareto επηρεάζεται και από το συνωστισμό που υφίσταται στη γειτονιά του συγκεκριμένου ατόμου. Η διαδικασία που ακολουθείται για την «διόρθωση» της ποιότητας του ατόμου περιγράφεται στην επόμενη παράγραφο. Μετά τη «διόρθωση» της ποιότητας των ατόμων του μετώπου Pareto, τα άτομα αυτά αγνοούνται προσωρινά προκειμένου να επεξεργαστεί ο υπόλοιπος πληθυσμός με τον ίδιο τρόπο και να βρεθούν τα άτομα που ανήκουν στο δεύτερο μη κυριαρχούμενο μέτωπο

Pareto. Αφού εντοπιστούν τα άτομα αυτά, τους ανατίθεται μια νέα τιμή ποιότητας (μικρότερη προφανώς από αυτή του μετώπου Pareto) και ακολουθεί η διαδικασία της διόρθωσης των συγκεκριμένων τιμών. Στη συνέχεια, αγνοούνται προσωρινά και τα άτομα του δεύτερου μετώπου Pareto και η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου όλα τα άτομα του πληθυσμού καταταγούν σε συγκεκριμένες τάξεις.

Λίγα λόγια για τη «διόρθωση» της ποιότητας των ατόμων κάθε τάξης με τη βοήθεια της μοιρασμένης ποιότητας (fitness sharing)...

Η διαδικασία της μοιρασμένης ποιότητας ήταν ιδέα των Goldberg και Richardson (Goldberg & Richardson, 1987), αναλύθηκε σε βάθος από το Deb και έχει εφαρμοστεί επιτυχώς σε ένα πλήθος δύσκολων και πραγματικών προβλημάτων. Στόχος της μεθόδου είναι να κατανέμει τα άτομα του πληθυσμού γύρω από διαφορετικές κορυφές (peaks) του χώρου των λύσεων, με κάθε κορυφή να δέχεται ένα μέρος του πληθυσμού ανάλογο του ύψους της.

Για την επίτευξη της συγκεκριμένης κατανομής απαιτείται η υποβάθμιση της ποιότητας f_i του ατόμου. Έτσι, η νέα ποιότητα του ατόμου (η μοιρασμένη ποιότητα-shared fitness) υπολογίζεται διαιρώντας τη πραγματική του ποιότητα με τη παράμετρο niche count m_i .

$$s.f.(i) = \frac{f_i}{m_i}$$

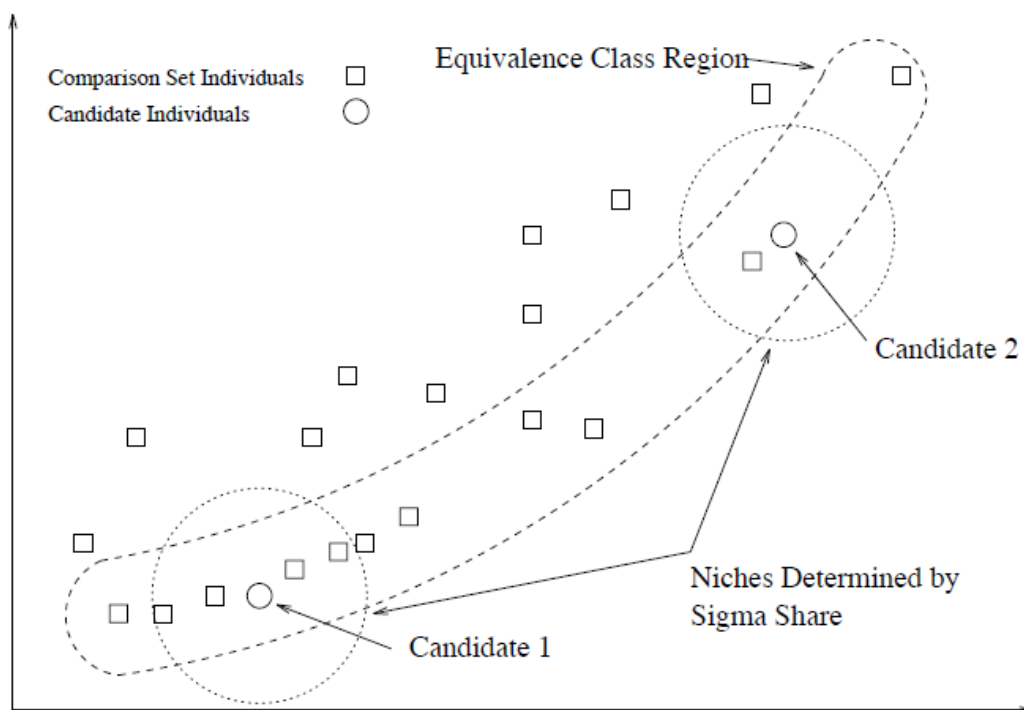
Η παράμετρος m_i αποτελεί μία εκτίμηση του πόσο συνωστισμένη είναι η γειτονία (niche) του ατόμου i . Υπολογίζεται (λαμβάνοντας υπόψη είτε όλα τα άτομα του πληθυσμού είτε όλα τα άτομα που ανήκουν στο εξεταζόμενο μέτωπο) από τον παρακάτω τύπο:

$$m_i = \sum_{j \in Pop} Sh(d(i, j))$$

όπου $d(i, j)$ είναι η απόσταση μεταξύ των ατόμων i , j και $Sh(d)$ η συνάρτηση μοιρασιάς (sharing function). Η $Sh(d)$ είναι μια φθίνουσα συνάρτηση της απόστασης $d(i, j)$, τέτοια ώστε $Sh(0) = 1$ και $Sh(d \geq \sigma_{share}) = 0$. Συνήθως, χρησιμοποιείται η τριγωνική συνάρτηση μοιρασιάς (triangular sharing function), όπου

$$Sh(d) = \begin{cases} 1 - \frac{d}{\sigma_{share}}, & d \leq \sigma_{share} \\ 0, & d > \sigma_{share} \end{cases}$$

Η παράμετρος σ_{share} ονομάζεται ακτίνα γειτονιάς (niche radius) και ορίζεται από το χρήστη. Η τιμή της είναι τέτοια ώστε να αντικατοπτρίζει την ελάχιστη επιθυμητή απόσταση ή την αναμενόμενη μεταξύ των κορυφών. Άτομα των οποίων η μεταξύ τους απόσταση είναι μικρότερη της σ_{share} υποβαθμίζουν το ένα τη ποιότητα του άλλου, λόγω του ότι βρίσκονται στην ίδια γειτονιά.



Σχήμα 4-16: Απεικόνιση του τρόπου λειτουργίας του μηχανισμού της μοιρασμένης ποιότητας

Το σχήμα 4-16 απεικονίζει πως λειτουργεί ο μηχανισμός της μοιρασμένης ποιότητας μεταξύ δύο υποψηφίων οι οποίοι δεν κυριαρχούνται από το υποσύνολο που έχει επιλεγεί. Στο πρόβλημά μας

αναζητούμε μεγιστοποίηση ως προς τον άξονα x και ελαχιστοποίηση ως προς τον άξονα y . Από την οπτική γωνία της κυριαρχίας Pareto, δεν υπάρχει προτίμηση για κάποιον εκ των δύο υποψηφίων. Παρόλα αυτά, αν επιθυμούμε να διατηρήσουμε μια καλή κατανομή των ατόμων, είναι προφανές ότι θα πρέπει να επιλέξουμε τον υποψήφιο με το μικρότερο m_i , δηλαδή τον δεύτερο.

Με τη διαδικασία που περιγράψαμε ευνοείται η σύγκλιση μέρους του πληθυσμού σε μία γειτονιά ενώ παράλληλα αποφεύγεται η σύγκλιση όλου του πληθυσμού στη συγκεκριμένη γειτονιά. Αυτό συμβαίνει διότι όσο μια γειτονιά γεμίζει με άτομα το m_i αυξάνει με αποτέλεσμα να μειώνεται η μοιρασμένη ποιότητα όλων των ατόμων της γειτονιάς σε σχέση με τη μοιρασμένη ποιότητα των ατόμων διαφορετικών γειτονιών. Οι Goldberg και Richardson σημείωσαν ότι θα πρέπει να υφίσταται ισορροπία στο Pareto βέλτιστο μέτωπο όταν οι μοιρασμένες αποδόσεις όλων των γειτονιών είναι ίσες μεταξύ τους:

$$\frac{f_i}{m_i} = \frac{f_j}{m_j} \text{ όπου } i, j \text{ διαφορετικές γειτονιές}$$

Τέλος, πρέπει να τονιστεί ότι η συνάρτηση της μετρικής απόστασης μπορεί να οριστεί με τους εξής 3 τρόπους (σύμφωνα με το σχήμα 3-2) :

1. μοιρασμένη αξία ικανότητας στο διάστημα ενός ατόμου $d[i, j] = \|i - j\|$
2. μοιρασμένη αξία ικανότητας στο διάστημα των μεταβλητών σχεδιασμού $d[i, j] = \|m(i) - m(j)\|$
3. μοιρασμένη αξία ικανότητας στον διάστημα των αντικειμενικών συναρτήσεων $d[i, j] = \|f(m(i)) - f(m(j))\|$

Σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάσαμε χρησιμοποιήσαμε τη 3 μέθοδο.

Ο αλγόριθμος...

Βήμα 1: αρχικοποιούμε το πληθυσμό

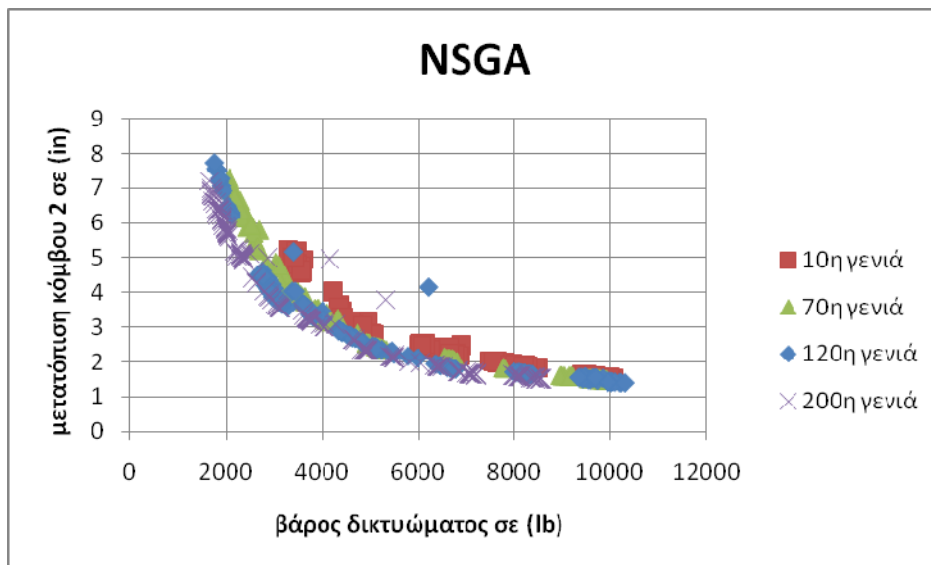
Βήμα 2: κατατάσσουμε το πληθυσμό σε κλάσεις και βρίσκουμε το m_i κάθε ατόμου

Βήμα 3: κατασκευάζουμε τη *mating pool*, δηλαδή το αρχείο που θα αποθηκεύονται οι γονείς, διεξάγοντας *binary tournaments*

Βήμα 4: δημιουργούμε τη νέα γενιά με βάση τη *mating pool*. Αν ικανοποιείται το κριτήριο τερματισμού τότε σταματάμε αλλιώς πάμε στο βήμα 2

4.3.1 Εφαρμογή του NSGA στο επίπεδο δικτύωμα

Για την εφαρμογή του NSGA στο επίπεδο δικτύωμα θεωρήσαμε πληθυσμό κάθε γενιάς ίσο με 200 άτομα και εξέλιξη 200 γενιών. Επίσης, το μέγεθος της *mating pool* επιλέχθηκε ίσο με 110 άτομα και η ακτίνα γειτονιάς ίση με $\frac{\sqrt{2}}{10}$, σε όρους ανηγμένων αποστάσεων. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στο παρακάτω σχήμα.

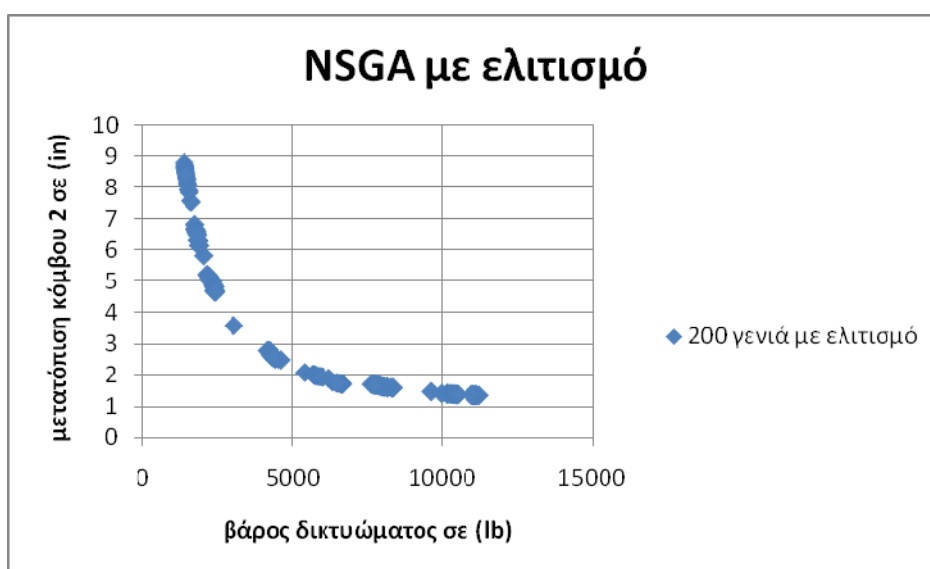


Σχήμα 4-17: Εξέλιξη των πληθυσμών του NSGA με το πέρασμα των γενιών

Συγκρίνοντας τα παραπάνω αποτελέσματα με τα αντίστοιχα του SPEA, παρατηρούμε ότι ο πληθυσμός του NSGA της 200^{ης} γενιάς συμπίπτει, σε γενικές γραμμές, με τον αντίστοιχο του SPEA. Παρόλα αυτά, ο SPEA θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως λίγο πιο αποτελεσματικός για δύο κυρίως λόγους: πρώτον, τα άτομα κατα μήκος του βέλτιστου μετώπου Pareto είναι καλύτερα κατανεμημένα και δεύτερον, έχει προσεγγίσει καλύτερα τις ακραίες τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.

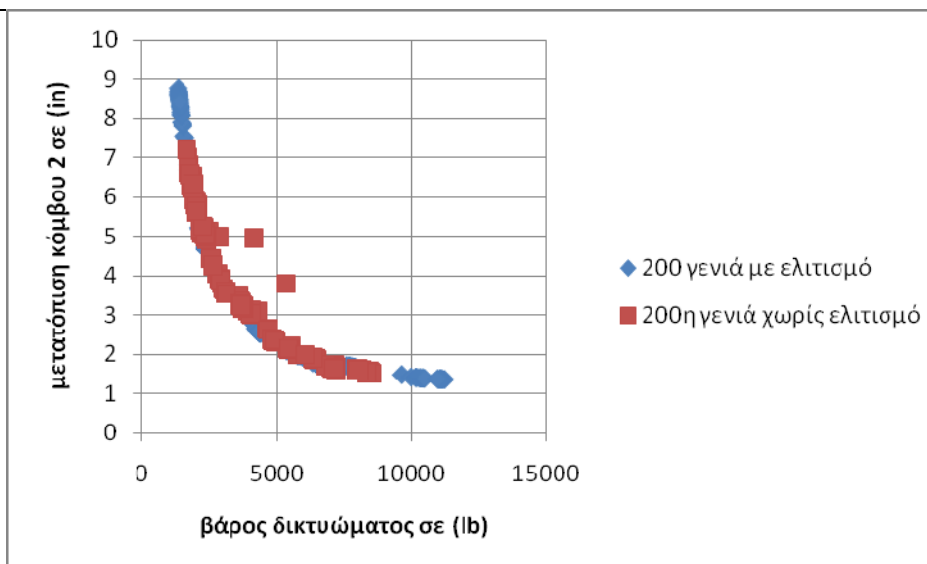
Ένα ακόμη αξιοσημείωτο φαινόμενο που παρατηρείται συγκρίνοντας την εξέλιξη των γενιών του σχήματος 4-17, είναι απώλεια μη κυριαρχούμενων ατόμων σε μεταγενέστερες γενιές. Για παράδειγμα, ακραία άτομα της 120^{ης} γενιάς δεν υφίστανται στη 200^η. Το γεγονός αυτό οφείλεται

(λογικά) στην έλλειψη ελιτίστικης στρατηγικής. Όπως περιγράψαμε και στο σχετικό κεφάλαιο περι ελιτισμού, ένα συχνό φαινόμενο στους αλγορίθμους που δεν τον επικαλούνται είναι η πιθανή απώλεια μη κυριαρχούμενων λύσεων. Γενικά, αξίζει να σημειωθεί ότι ένας από τους λόγους που ο NSGA δέχτηκε αυστηρή κριτική από την ημέρα της δημοσίευσής του ήταν ακριβώς αυτός: η ανυπαρξία ελιτισμού. Για το λόγο αυτό, κατασκευάσαμε και έναν αλγόριθμο NSGA ο οποίος χρησιμοποιεί την ιδέα του ελιτισμού και πιο συγκεκριμένα του ψευδοελιτισμού, όπως περιγράφηκε στο αντίστοιχο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 4-18: 200η γενιά του NSGA με χρήση ελιτισμού

Για καλύτερη κατανόηση της βελτίωση του Pareto μετώπου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δύο προσεγγίσεων σε ενιαίο σχήμα:

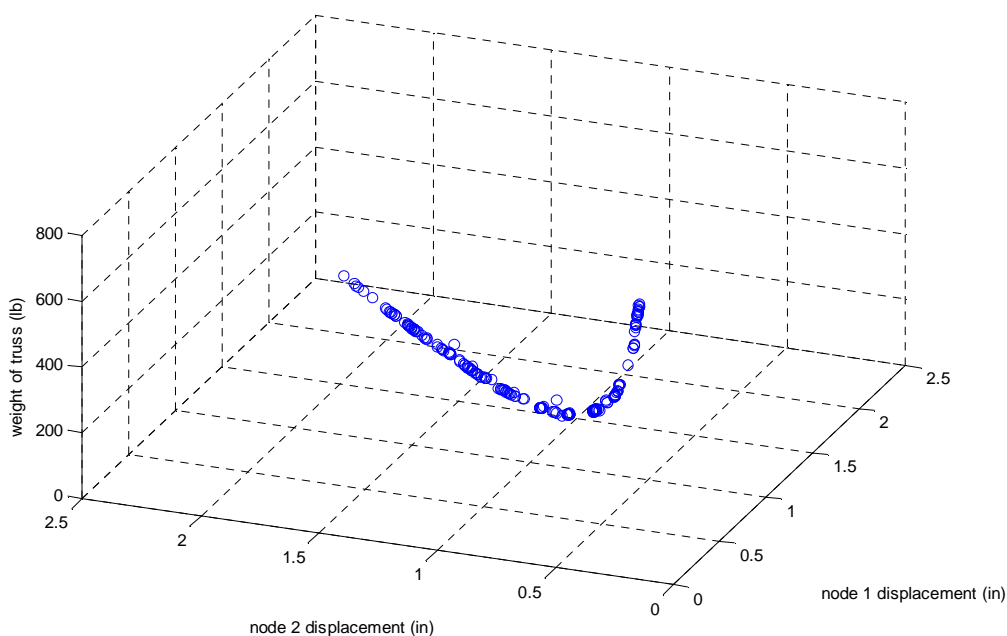


Σχήμα 4-19: Σύγκριση της 200^{ης} γενιάς του NSGA με και χωρίς τη χρήση ελιτισμού

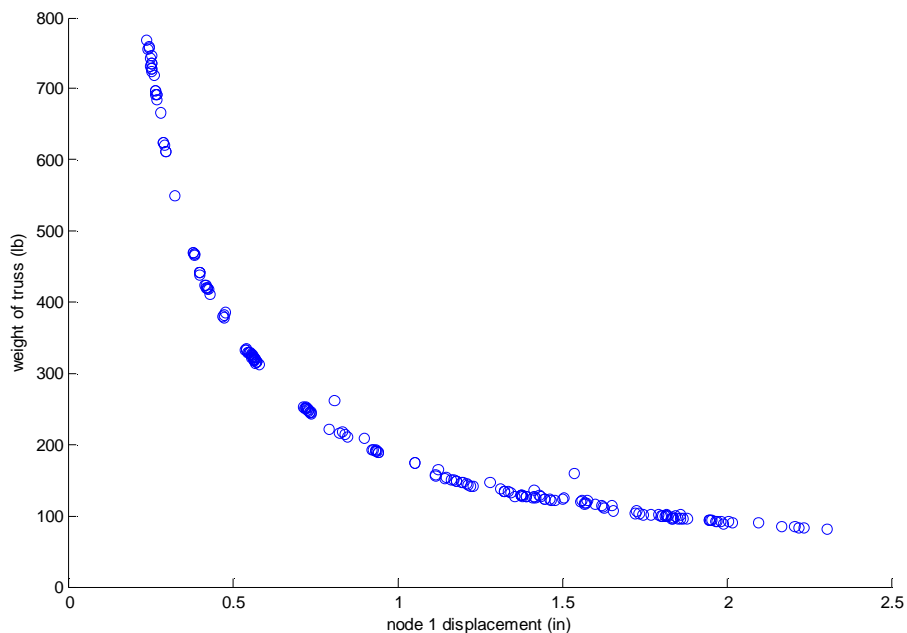
Όπως είναι προφανές, η χρήση του ελιτισμού βελτιώνει τη μορφή του Pareto ιδιαίτερα όσον αφορά τις ακραίες τιμές. Παρόλα αυτά, παρατηρώντας το σχήμα 4-18 διακρίνουμε μια σχετικά έντονη ανομοιομορφία κατά μήκος του μετώπου. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό πρέπει να οφείλεται στο τρόπο με τον οποίο μετράται η απόσταση μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού, δηλαδή με τη μέθοδο της μοιρασμένης ποιότητας. Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος αυτή απαιτεί την εκ των προτέρων γνώση της ακτίνας γειτονιάς. Η παράμετρος αυτή, είναι σε θέση να επηρεάσει πολύ τα αποτελέσματα του αλγορίθμου και τη μορφή της κατανομής των ατόμων στο χώρο των λύσεων. Το πρόβλημα αυτό επιλύεται κατά τη μεταγενέστερη μορφή του NSGA, τον NSGA-II (που παρουσιάζεται στην επόμενη παράγραφο), υιοθετώντας μια τελείως διαφορετική στρατηγική για τον έλεγχο της ποικιλομορφίας του πληθυσμού.

4.3.2 Εφαρμογή του NSGA στο χωρικό δικτύωμα

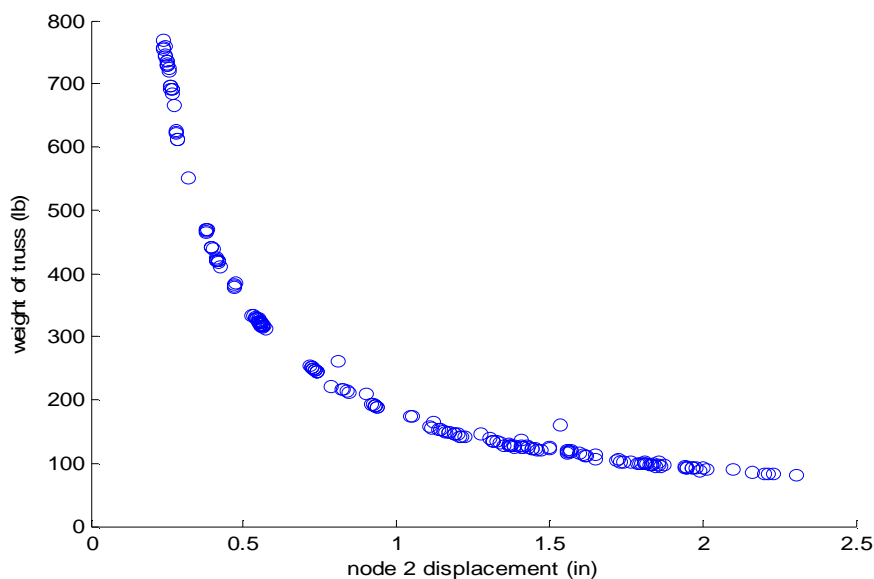
Κατά την επίλυση του δικτυώματος με τον NSGA θεωρήσαμε και πάλι πληθυσμό ίσο με 200 άτομα, που εξελίσσεται επί 200 γενιές, μέγεθος της mating pool ίσο με 100 άτομα και ακτίνα γειτονιάς ίση με $\frac{\sqrt{2}}{10}$. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στα επόμενα σχήματα:



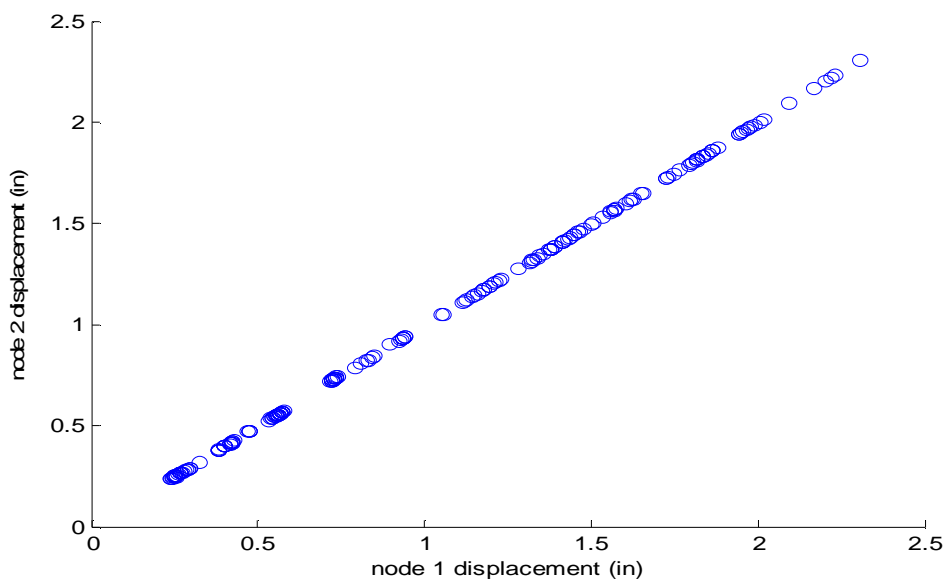
Σχήμα 4-20: Τρισδιάστατη απεικόνιση της 200ης γενιάς των ατόμων του πληθυσμού του NSGA



Σχήμα 4-21: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος

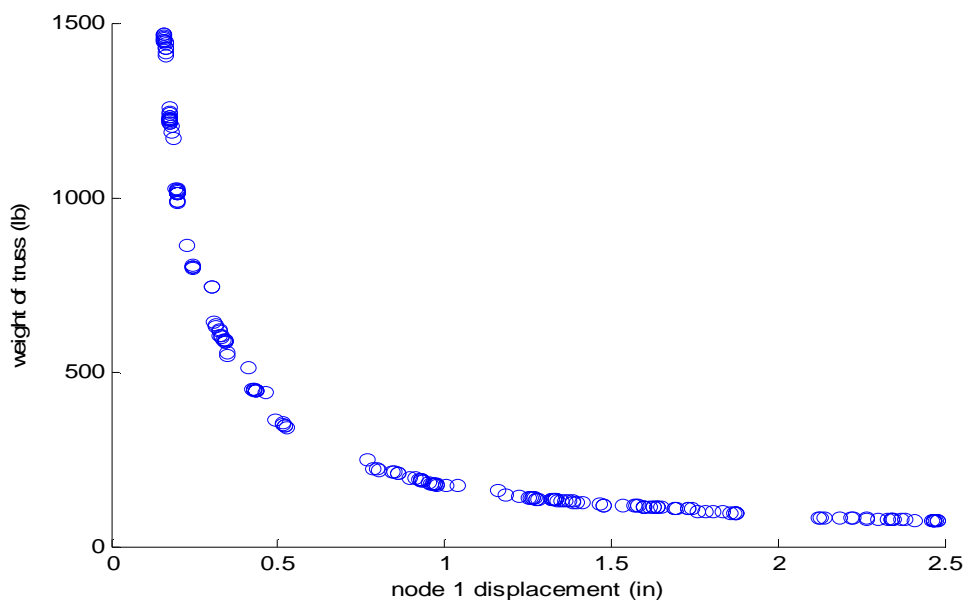


Σχήμα 4-22: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος

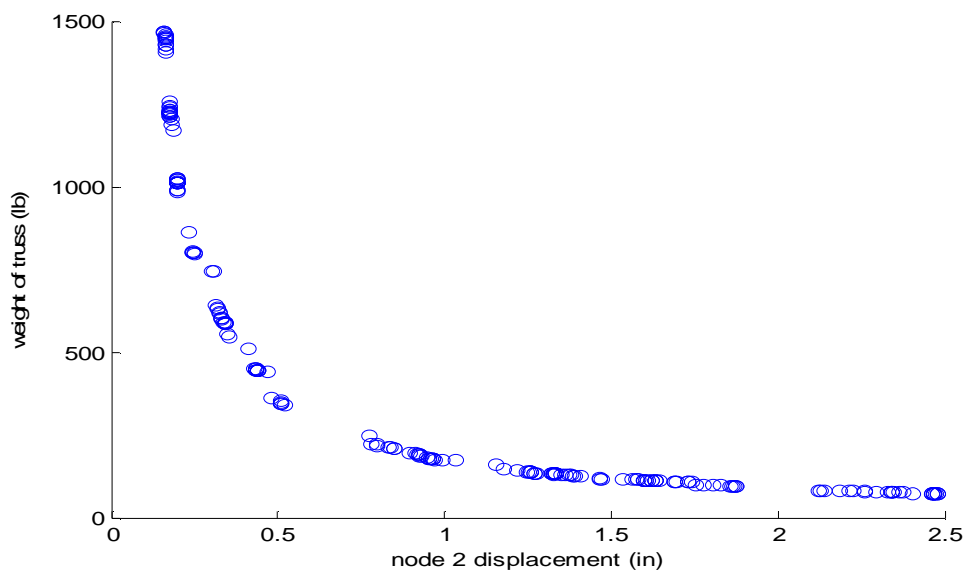


Σχήμα 4-23: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το του κόμβου 2 του δικτύωματος

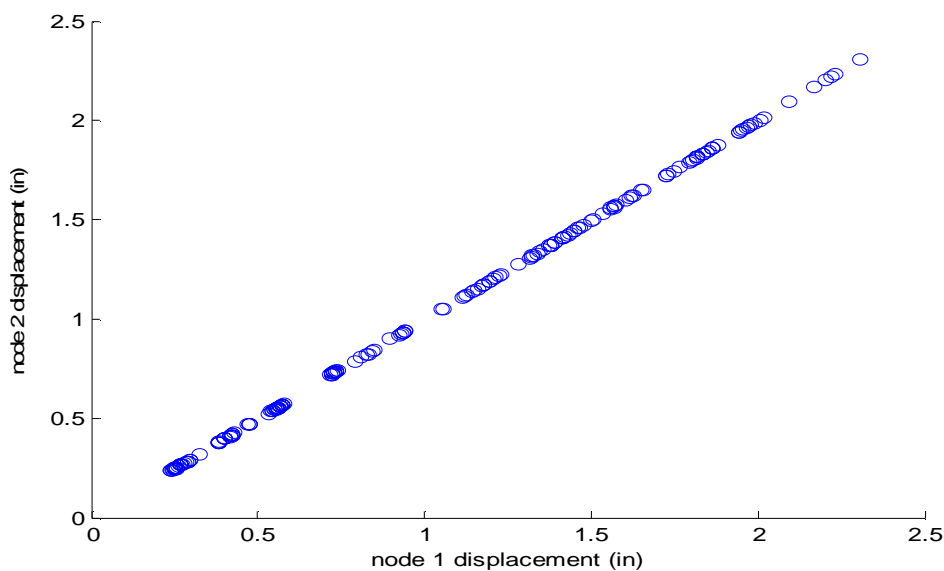
Στο χωρικό δικτύωμα παρατηρούμε ότι το μέτωπο Pareto έχει ακόμη μεγαλύτερες ελλείψεις σε σχέση με το αντίστοιχο του SPEA όσον αφορά τις ακραίες τιμές των συναρτήσεων. Εφαρμόζοντας και πάλι τη στρατηγική του ελιτισμού οι δύο όψεις και η κάτοψη του μετώπου παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 4-24: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA με χρήση ελιτισμού. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος



Σχήμα 4-25: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA με χρήση ελιτισμού. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος



Σχήμα 4-26: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA με χρήση ελιτισμού. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y του κόμβου 2 του δικτύωματος

Είναι προφανές ότι το πρόβλημα των ακραίων τιμών επιλύεται με τη χρήση του ελιτισμού αλλά η ποικιλομορφία του πληθυσμού δεν είναι συγκρίσιμη με την αντίστοιχη του SPEA, τουλάχιστον όσον αφορά συγκεκριμένες περιοχές του Pareto μετώπου.

4.3.3 Συμπεράσματα για τον NSGA

Ο NSGA θεωρείται γενικά ένας αρκετά επιτυχημένος γενετικός αλγόριθμος, ιδιαίτερα για την εποχή του. Παρόλα αυτά, τα δύο βασικά μειονεκτήματα του αλγορίθμου, δηλαδή η έλλειψη ελιτισμού καθώς και η απαίτηση της εκ των προτέρων γνώσης της ακτίνας γειτονιάς, περιορίζουν αρκετά τις δυνατότητές του και την αποτελεσματικότητά του. Αν και διερεύνηση για την ορθή επιλογή της τιμής της ακτίνας γειτονιάς δεν πραγματοποιήθηκε στη παρούσα διπλωματική (λόγω της υιοθέτησης καινούργιας στρατηγικής στον NSGA-II), ο βαθμός επιρροής της στη τελική μορφή του Pareto μετώπου είναι γενικώς γνωστός και προφανής. Από την άλλη πλευρά, τρέχοντας τον αλγόριθμο υιοθετώντας την ιδέα του ελιτισμού αποδείξαμε ότι τα αποτελέσματά του είναι καλύτερα, κυρίως λόγω της αποτροπής απώλειας μη κυριαρχούμενων ατόμων προγενέστερων γενιών.

4.4 Η εξελιγμένη μορφή του NSGA ο NSGA-II

Ο NSGA αποτέλεσε έναν από τους πρώτους γενετικούς αλγόριθμους που κατάφερε να προσεγγίσει με ικανοποιητική ακρίβεια το Pareto βέλτιστο σύνολο σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Παρόλα αυτά, δέχθηκε αυστηρή κριτική με το πέρασμα των ετών, βασιζόμενη στις εξής αδυναμίες και μειονεκτήματά του:

Υψηλό υπολογιστικό κόστος κατά τη ταξινόμηση των μη κυριαρχούμενων λύσεων σε κάθε γενιά. Το γεγονός αυτό έκανε τον NSGA ασύμφορο για μεγάλους πληθυσμούς. *Έλλειψη ελιτισμού*: όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η χρήση ελιτισμού όχι μόνο αυξάνει τη ταχύτητα σύγκλισης αλλά αποτρέπει την απώλεια καλών λύσεων που έχουν βρεθεί στο παρελθόν.

Ανάγκη προσδιορισμού της παραμέτρου μοιρασμένης ποιότητας σ_{share} : παραδοσιακοί μηχανισμοί που αποσκοπούν στην εξασφάλιση ποικιλομορφίας στο πληθυσμό βασίζονται στην ιδέα της μοιρασμένης ποιότητας. Όπως είναι φυσικό το βασικό μειονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι η ανάγκη του εξαρχής προσδιορισμού της ακτίνας σ_{share} . Παρόλο που έχουν πραγματοποιηθεί προσπάθειες για την δυναμική ταξινόμηση της συγκεκριμένης παραμέτρου, θα ήταν προτιμότερη η εύρεση μιας μεθόδου που δεν απαιτεί καμία πρόσθετη παράμετρο κατά την υλοποίησή της.

Ο Kalyanmoy Deb, ένας από τους δημιουργούς του NSGA, ανέλαβε τη διευθέτηση των παραπάνω προβλημάτων και μαζί με μια νέα ομάδα δημιούργησε μια εξελιγμένη μορφή του NSGA τον NSGA-II (Deb, 2002)

Λίγα λόγια για τη ταχύτερη ταξινόμηση...

Στον NSGA-II προτείνεται μία μέθοδος η οποία βελτιώνει το υπολογιστικό κόστος που απαιτείται για την ταξινόμηση των υπάρχων λύσεων. Σύμφωνα με αυτή, για κάθε ένα από τα άτομα του υπάρχων πληθυσμού υπολογίζονται δύο ποσότητες: πρώτον, ο αριθμός n_p που αποτελεί το πλήθος των λύσεων που κυριαρχούν τη συγκεκριμένη λύση p και δεύτερον, το σύνολο S_p , στο οποίο αποθηκεύονται οι αύξοντες αριθμοί των λύσεων που κυριαρχεί η λύση p . Με τον τρόπο αυτό, όλες οι λύσεις που ανήκουν στο βέλτιστο μέτωπο Pareto θα έχουν

$n_p = 0$ και τις τοποθετούμε σε ένα σύνολο που ονομάζουμε Q_1 , το οποίο προφανώς αντιπροσωπεύει όλες τις λύσεις του Pareto βέλτιστου μετώπου. Σε κάθε ένα από τα άτομα που ανήκουν στο σύνολο Q_1 αντιστοιχεί, όπως προαναφέραμε ένα διάνυσμα S_p . Σε κάθε ένα από τα άτομα που βρίσκονται στα S_p των ατόμων του Q_1 μειώνουμε το αντίστοιχο n_p κατά ένα. Με τον τρόπο αυτό, αν σε κάποιο/α από τα άτομα αυτά το n_p προκύψει ίσο με μηδέν, αυτό σημαίνει πως το άτομο αυτό ανήκει στο δεύτερο μη κυριαρχούμενο μέτωπο και το τοποθετούμε στο σύνολο Q_2 . Επαναλαμβάνοντας τη παραπάνω διαδικασία για κάθε ένα από τα μέλη του Q_2 και τοποθετώντας όσα άτομα αποκτήσουν $n_p = 0$ στο σύνολο Q_3 προκύπτει το τρίτο κατά σειρά μη κυριαρχούμενο μέτωπο. Συνεχίζοντας τη διαδικασία τοποθετούμε τελικώς όλα τα άτομα του πληθυσμού σε διαφορετικές τάξεις που αντιπροσωπεύουν τα άτομα που κυριαρχούνται από 0,1,2 κ.ο.κ. άτομα του παρόντος πληθυσμού. Η διαδικασία που μόλις περιγράφηκε παρέχει το ίδιο αποτέλεσμα με την αντίστοιχη του NSGA αλλά με μειωμένο υπολογιστικό κόστος.

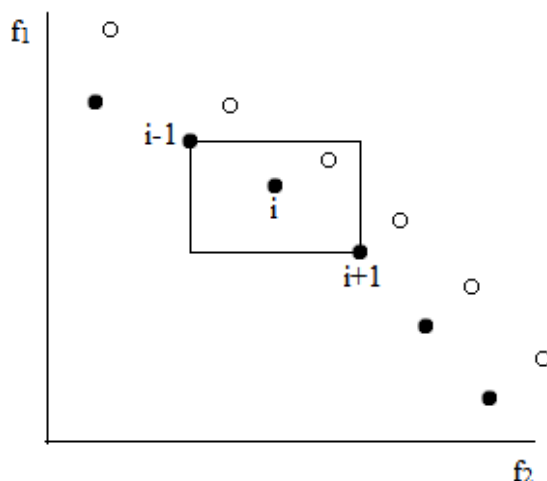
Λίγα λόγια για τη μέθοδο της Απόστασης Συνωστισμού (Crowding Distance), που εξασφαλίζει τη ποικιλομορφία του πληθυσμού...

Αντί της μεθόδου της μοιρασμένης ποιότητας για την εξασφάλιση ποικιλομορφίας στο πληθυσμό, στον NSGA-II προτείνετε μια νέα μέθοδος που ονομάζεται Απόσταση Συνωστισμού. Η μέθοδος αυτή δεν απαιτεί το προσδιορισμό κάποιας παραμέτρου, όπως η σ_{share} , για τη διατήρηση της ποικιλομορφίας εντός του πληθυσμού. Επίσης, το υπολογιστικό κόστος είναι αρκετά μικρότερο. Για τη περιγραφή αυτής της μεθόδου, προσδιορίζουμε σε πρώτη φάση τη κλίμακα με την οποία μετράται η πυκνότητα στη γειτονιά ενός ατόμου και στη συνέχεια περιγράφουμε τη διαδικασία με την οποία γίνεται η επιλογή του ατόμου που θα αποτελέσει μέλος της mating pool στη τρέχουσα γενιά.

1) Εκτίμηση της Πυκνότητας στη γειτονιά ενός ατόμου:

Για την εκτίμηση της πυκνότητας των λύσεων στην άμεση γειτονιά ενός ατόμου υπολογίζουμε τη μέση απόσταση του αμέσως μεγαλύτερου και μικρότερου γείτονα του ατόμου ως προς κάθε μία από τις αντικειμενικές μας συναρτήσεις. Η τιμή αυτή, την οποία ονομάζουμε Απόσταση Συνωστισμού ($i_{distance}$), εκφράζει ουσιαστικά την ημιπερίμετρο του τετραγώνου (στη περίπτωση

που έχουμε δύο αντικειμενικές συναρτήσεις) ή κύβου (στη περίπτωση τριών αντικειμενικών συναρτήσεων) ή n -γώνου (στη περίπτωση n αντικειμενικών συναρτήσεων), που σχηματίζεται χρησιμοποιώντας ως κορυφές του αντίστοιχου σχήματος τους πλησιέστερους γείτονες του συγκεκριμένου ατόμου, οι οποίοι πρέπει να ανήκουν στην ίδια τάξη (να κυριαρχούνται δηλαδή από ίδιο πλήθος ατόμων). Η παραπάνω ιδέα φαίνεται γραφικά στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 4-27: Γραφική απεικόνιση της Απόστασης Συνωστισμού του ατόμου i

Ο υπολογισμός της Απόστασης Συνωστισμού γίνεται για κάθε μία από τις υπάρχουσες τάξεις του πληθυσμού χωριστά. Για την τάξη που εξετάζεται κάθε φορά, ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία για κάθε μία από τις αντικειμενικές συναρτήσεις χωριστά:

- 1) Ταξινομούμε τη τάξη του πληθυσμού σε αύξουσα σειρά σύμφωνα με την εξεταζόμενη αντικειμενική συνάρτηση.
- 2) Οι λύσεις της μεγαλύτερης και της μικρότερης τιμής των αντικειμενικών συναρτήσεων αποκτούν τιμές Απόστασης Συνωστισμού ίσες με άπειρο. Αυτό γίνεται προκειμένου να προτιμούνται πάντα τα άκρα κάθε περίπτωσης, για καλύτερη κατανομή των λύσεων.
- 3) Οι υπόλοιπες, ενδιάμεσες λύσεις έχουν απόσταση συνωστισμού ίση με:

$$i_{distance} = \frac{|f_i^{previous} - f_i^{next}|}{f_i^{max} - f_i^{min}}$$

Με άλλα λόγια πρόκειται για την κανονικοποιημένη διαφορά των δύο γειτόνων του ατόμου.

Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται για όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις. Η τελική Απόσταση Συνωστισμού ενός ατόμου προκύπτει ίση με το άθροισμα όλων των ξεχωριστών αποστάσεων συνωστισμού κάθε μίας από τις αντικειμενικές συναρτήσεις.

2) Διαδικασία επιλογής ενός ατόμου:

Από τη στιγμή που σε όλα τα άτομα του πληθυσμού έχει αποδοθεί μια ποσότητα που αντιπροσωπεύει την απόστασή τους ως προς τους γείτονές τους, δηλαδή γνωρίζουμε τη πυκνότητα στην άμεση γειτονιά ενός ατόμου, είμαστε σε θέση να συγκρίνουμε δύο άτομα που ανήκουν στην ίδια τάξη ως προς τη κατανομή των λύσεων γύρω τους. Όπως είναι προφανές, ένα άτομο με μικρή Απόσταση Συνωστισμού ανήκει, κατά κάποιο τρόπο, σε μία πιο συνωστισμένη γειτονιά με αποτέλεσμα να μη προτιμάται στη περίπτωση που συγκρίνεται με ένα άτομο με μεγαλύτερη Απόσταση Συνωστισμού. Γενικά μεγάλες τιμές Απόστασης Συνωστισμού υποδεικνύουν την ανάγκη μεγαλύτερης εξερεύνησης της γειτονιάς ενός ατόμου.

Ο αλγόριθμος...

Βήμα 1: Σε πρώτη φάση δημιουργείται ο αρχικός πληθυσμός.

Βήμα 2: Στη συνέχεια, ταξινομούνται όλα τα άτομα του πληθυσμού με βάση τη κυριαρχία Pareto σε τάξεις.

Βήμα 3: Από τη στιγμή που ο πληθυσμός έχει ταξινομηθεί με βάση τη κυριαρχία Pareto, για καθένα από τα άτομα κάθε τάξης υπολογίζεται η Απόσταση Συνωστισμού του.

Βήμα 4: Στη συνέχεια, ακολουθεί η διαδικασία της επιλογής των γονέων της επόμενης γενιάς. Ορίζουμε αρχικά το πλήθος των γονέων που θέλουμε να έχουμε. Για κάθε μία από τις διαθέσιμες θέσεις του mating pool, επιλέγουμε τυχαία 2 άτομα του τωρινού πληθυσμού και τα συγκρίνουμε (binary tournament), έτσι ώστε το καλύτερο άτομο να εισέλθει στο mating pool. Η σύγκριση πραγματοποιείται ως

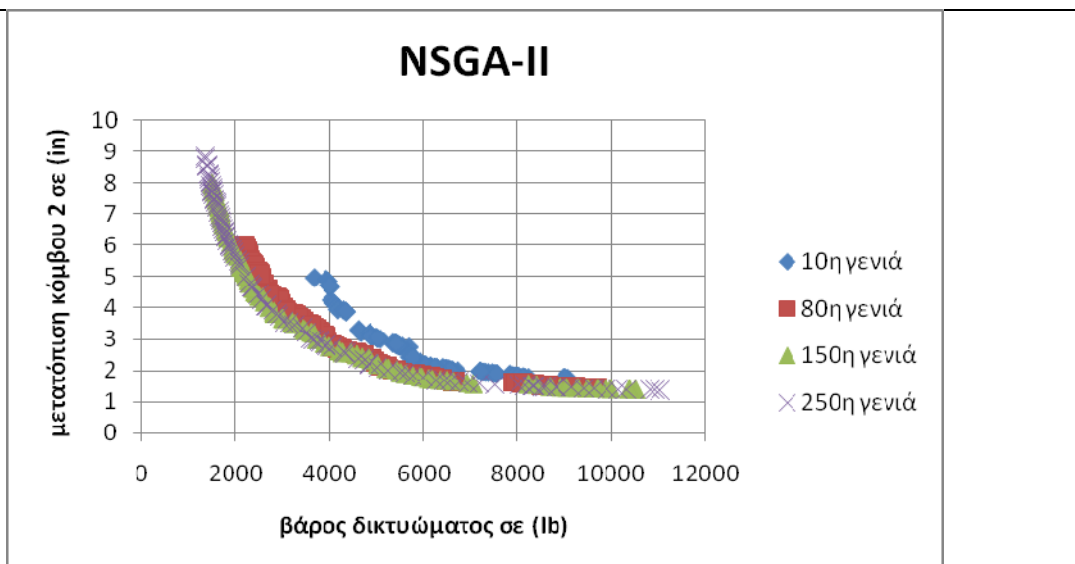
εξής: αν τα άτομα είναι διαφορετικής κλάσης επιλέγεται το άτομο με τη μικρότερη, αν είναι ίδιας κλάσης επιλέγεται το άτομο με τη μεγαλύτερη Απόσταση Συνωστισμού, και τέλος αν τα δύο άτομα είναι ίδιας κλάσης και έχουν την ίδια απόσταση συνωστισμού επιλέγουμε το πρώτο.

Βήμα 5: Αφού έχουμε επιλέξει τους γονείς της επόμενης γενιάς, ακολουθεί η διαδικασία της παραλλαγής, με στόχο τη δημιουργία απογόνων (ο αριθμός τους εξαρτάται από το πόσο συχνά θα πραγματοποιηθεί μετάλλαξη ή διασταύρωση). Η διαδικασία έχει ως εξής: για κάθε μία από κενές θέσεις της *mating pool*, ορίζουμε έναν τυχαίο αριθμό μικρότερο ή ίσο του 1. Αν ο αριθμός είναι μικρότερος ή ίσος του 0.9 τότε πραγματοποιείται διασταύρωση (*crossover*), όπου επιλέγονται τυχαία δύο διαφορετικοί γονείς που παράγουν δύο απογόνους. Η διαδικασία πραγματοποιείται σύμφωνα με τη μέθοδο του *Simulated Binary Crossover (SBX)*, η οποία αναλύθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Από την άλλη, αν ο αριθμός είναι μεγαλύτερος του 0.9 πραγματοποιείται μετάλλαξη ενός γονέα που επιλέγεται τυχαία, με τη μέθοδο του *SBX*.

Βήμα 6: Τέλος, ενώνουμε τους πληθυσμούς των νέων παιδιών και της τωρινής γενιάς και διαλέγουμε τα n καλύτερα άτομα ως πληθυσμό της επόμενης γενιάς, όπου n το προκαθορισμένο μέγεθος του πληθυσμού. Το γεγονός ότι τα άτομα της επόμενης γενιάς επιλέγονται τόσο από τα άτομα της τωρινής όσο και από τα παιδιά της τωρινής, διασφαλίζει την ιδέα του ελιτισμού. Η επιλογή γίνεται και πάλι με βάση τη κυριαρχία *Pareto* και την απόσταση συνωστισμού, έως ότου συμπληρωθούν οι διαθέσιμες θέσεις από τα καλύτερα άτομα. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όσες γενιές έχουν οριστεί εξαρχής. Αν ικανοποιείται το κριτήριο τερματισμού τότε σταματάμε, αλλιώς πάμε στο βήμα 4

4.4.1 Εφαρμογή του NSGA-II στο επίπεδο δικτύωμα

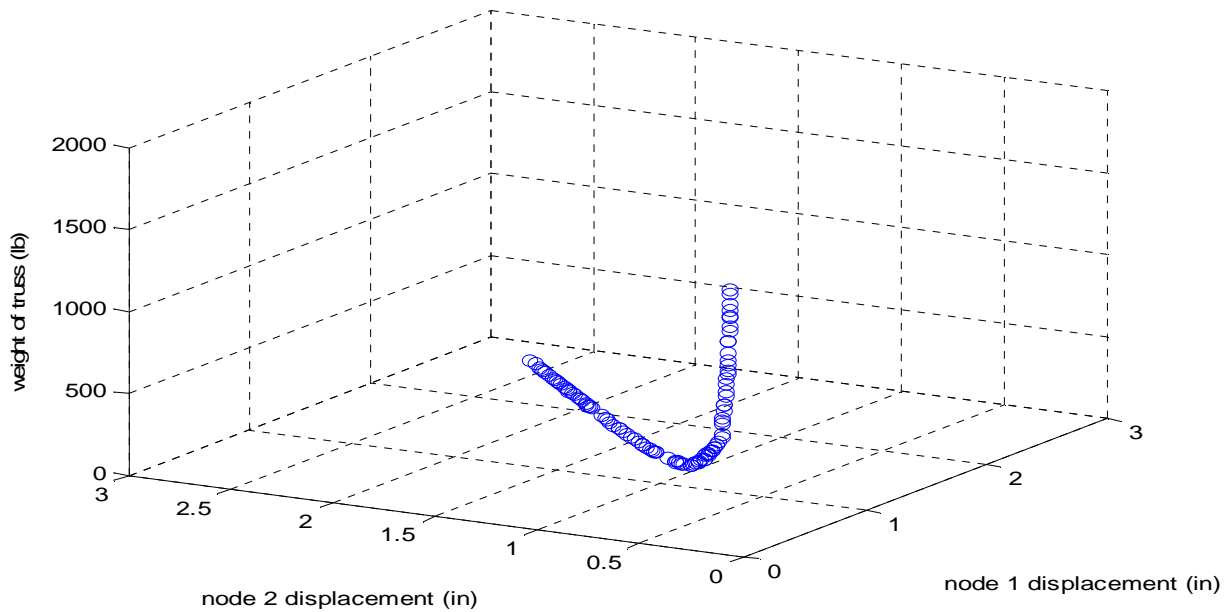
Για την επίλυση του επίπεδου δικτύωματος θεωρήσαμε μέγεθος πληθυσμού κάθε γενιάς ίσο με 100 άτομα και συνολικό αριθμό γενιών ίσο με 250. Ο τρόπος σύγκλισης του πληθυσμού στο βέλτιστο μέτωπο *Pareto* καθώς και ο τελικός πληθυσμός παρουσιάζονται στο επόμενο σχήμα.



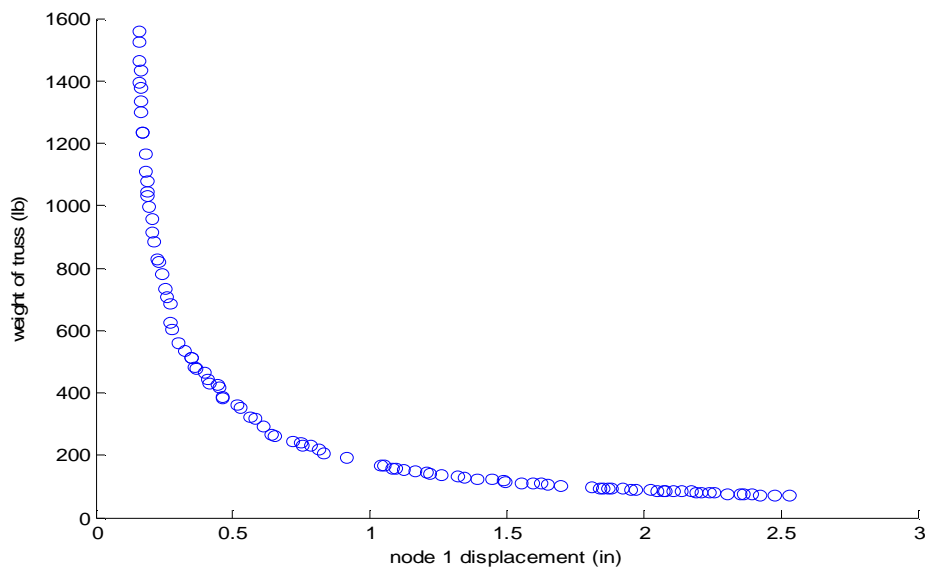
Σχήμα 4-28: Εξέλιξη των γενιών του NSGA-II

4.4.2 Εφαρμογή του NSGA-II στο χωρικό δίκτυωμα

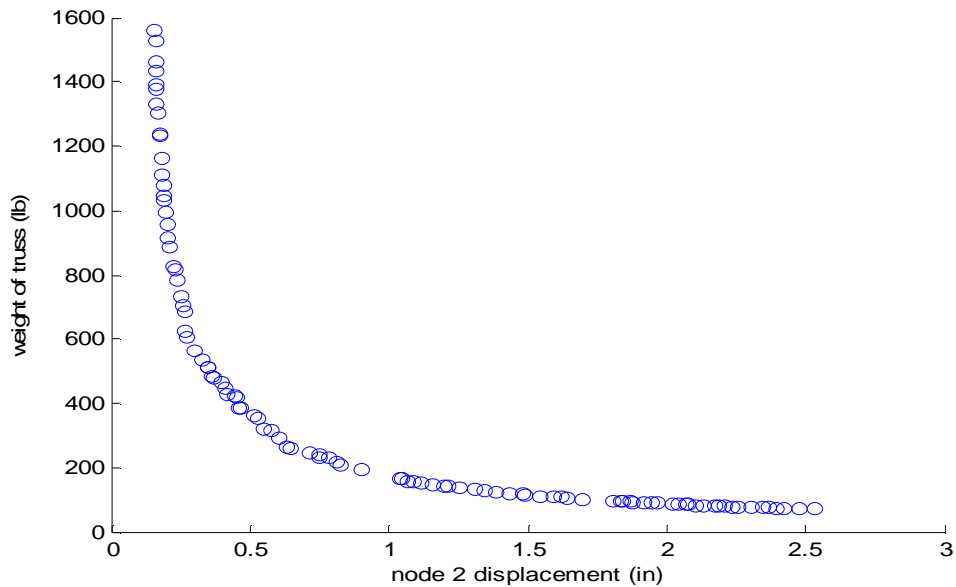
Στα επόμενα σχήματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα (τελικός πληθυσμός) εφαρμογής του NSGA-II στο χωρικό δίκτυωμα που εξετάζουμε. Θεωρίσαμε έναν πληθυσμό 100 ατόμων που εξελίσσεται επί 200 γενιές. Για καλύτερη κατανόηση τις τριδιάστατης μορφής του χώρου των λύσεων παρουσιάζονται και οι τρεις επίπεδοι συνδυασμοί των αντικειμενικών συναρτήσεων.



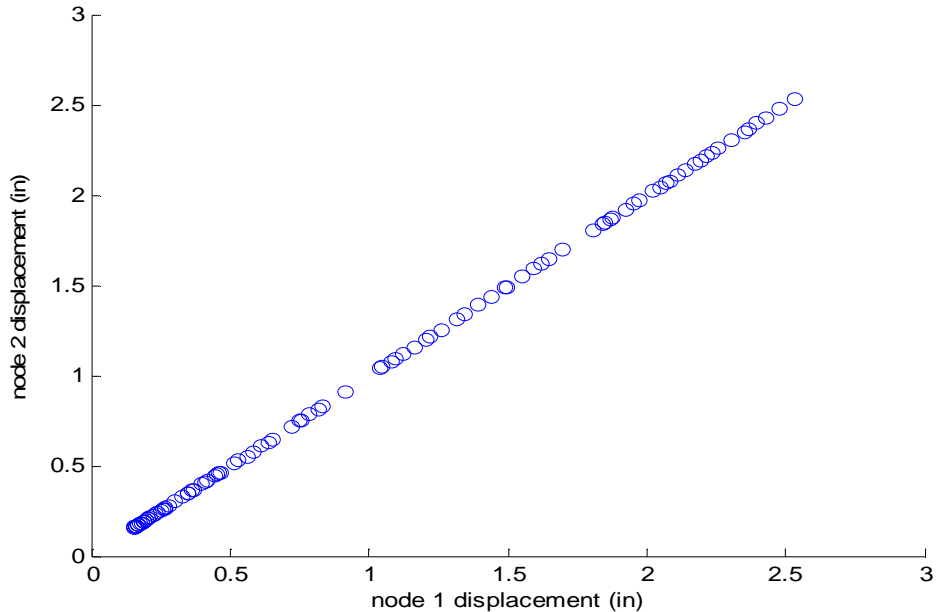
Σχήμα 4-29: Τρισδιάστατη απεικόνιση του τελικού πληθυσμού του NSGA-II



Σχήμα 4-30: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος



Σχήμα 4-31: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200^{ης} γενιάς των ατόμων του NSGA-II. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος

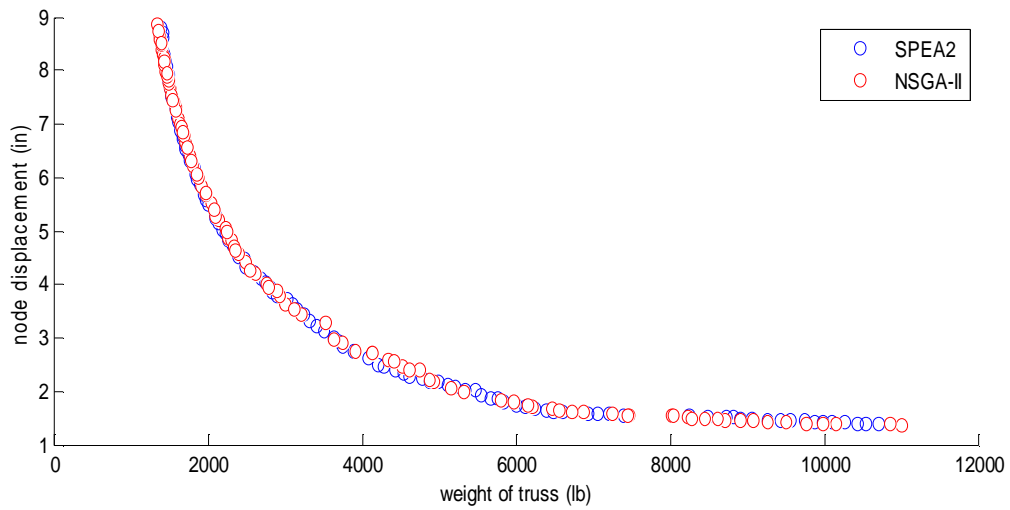


Σχήμα 4-32: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200^{ης} γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος

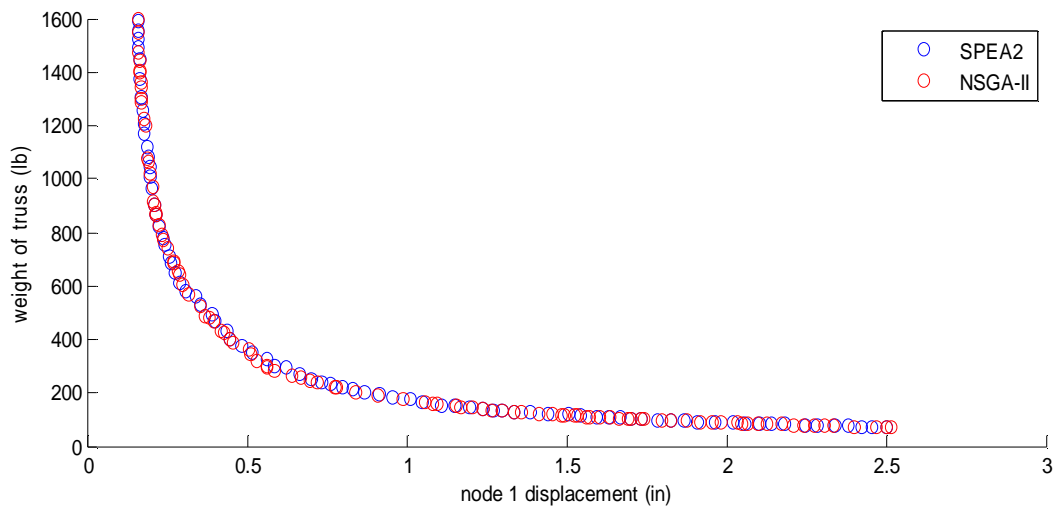
4.4.3 Συμπεράσματα για τον NSGA-II

Παρατηρώντας τα παραπάνω σχήματα συμπεραίνουμε εύκολα ότι δικαίως ο NSGA-II χαρακτηρίζεται ως ένας από τους πλέον αποτελεσματικούς γενετικούς αλγορίθμους. Ήδη από τη 10^η γενιά (σχήμα 4-28) φαίνεται πως ο πληθυσμός έχει πάρει μια καλή μορφή, η οποία αν και δεν έχει πλησιάσει σε όλο το μήκος της το μέτωπο Pareto, είναι πολλά υποσχόμενη. Στην 80^η γενιά, παρατηρούμε ότι ο πληθυσμός βρίσκεται σε απόσταση αναπνοής από το μέτωπο Pareto αλλά τα άκρα του μπορούν να βελτιωθούν ακόμη περισσότερο γεγονός που αντιλαμβανόμαστε συγκρίνοντας τις ακραίες τιμές των αντικειμενικών συναρτησεων των πληθυσμών των γενιών 80 και 250. Μεταξύ των γενιών 150 και 250 φαίνεται να μη συμβαίνουν και πολλές αλλαγές στη μορφή των πληθυσμών, παραμόνο μια πολύ μικρή αύξηση των ακραίων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων. Συνεπώς, μπορεί κανείς να ισχυριστεί ότι ήδη από την 150^η γενιά ο NSGA-II είναι σε θέση να μας παρέχει πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα. Από την άλλη πλευρά, όσον αφορά τη κατανομή των λύσεων, παρατηρούμε την ύπαρξη ποικιλομορφίας σε όλο το μήκος του τελικού πληθυσμού. Αυτό συμβαίνει λόγω του τρόπου με τον οποίο υπολογίζεται η τιμή της απόστασης συνωστισμού που αποδίδεται σε κάθε άτομο του πληθυσμού, λαμβάνοντας υπόψη τις ανηγμένες αποστάσεις και όχι τις πραγματικές.

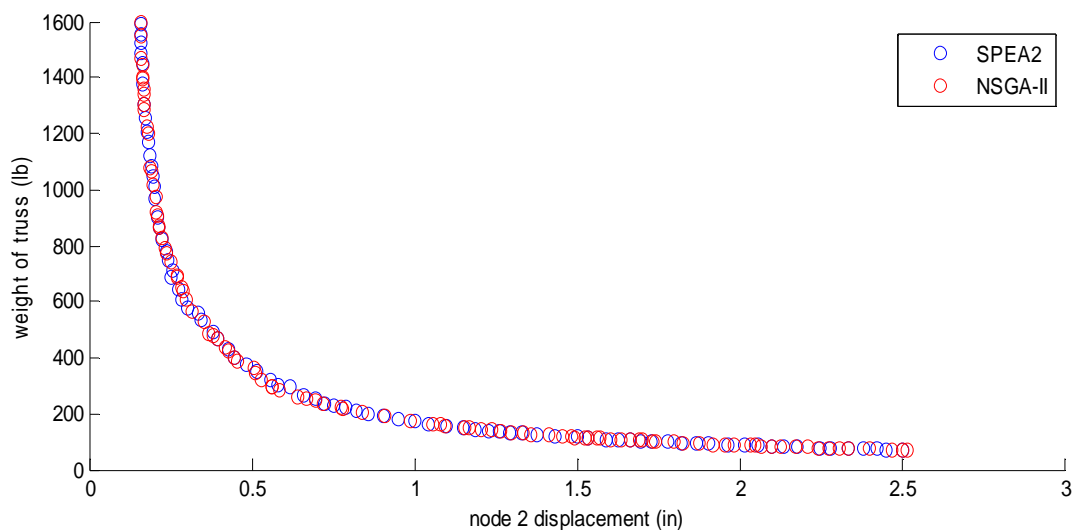
Παρακάτω παρουσιάζονται τέσσερα σχήματα που συγκρίνουν τα αποτελέσματα του NSGA-II με τον SPEA2. Ο λόγος που κάνουμε αυτή τη σύγκριση είναι επειδή οι αλγόριθμοι αυτοί αναγνωρίζονται από την ερευνητική κοινότητα ως δύο από τους πλέον αποτελεσματικούς γενετικούς αλγορίθμους (“state of the art”). Όσον αφορά το 10 μελές επίπεδο δικτύωμα, ο NSGA-II επιλύθηκε για έναν πληθυσμό 100 ατόμων που εξελίσσεται επί 250 γενιές (100x250=25000 άτομα ελέγχθηκαν) ενώ ο SPEA2 για έναν πληθυσμό 200 ατόμων που εξελίσσεται επί 120 γενιές (120x200=24000 άτομα ελέγχθηκαν). Για το λόγο αυτό συγκρίνουμε τη 240^η γενιά του NSGA-II με το τελικό πληθυσμό του SPEA2. Από την άλλη, στο χωρικό δικτύωμα όπου τόσο ο NSGA-II όσο και ο SPEA2 επιλύθηκαν για έναν πληθυσμό 100 ατόμων που εξελίσσεται για 200 γενιές συγκρίνουμε τα τελικά αποτελέσματα αυτούσια. Παρόλα αυτά οφείλουμε να πούμε ότι ο χρόνος που χρειάστηκε για την επίλυση του SPEA2 ήταν πολύ μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο του NSGA-II. Το γεγονός αυτό μπορεί να οφείλεται και στο τρόπο με τον οποίο αναπτύξαμε τον κώδικα του αλγορίθμου βαση του ψευδοκωδικα που είχαμε στη διάθεσή μας.



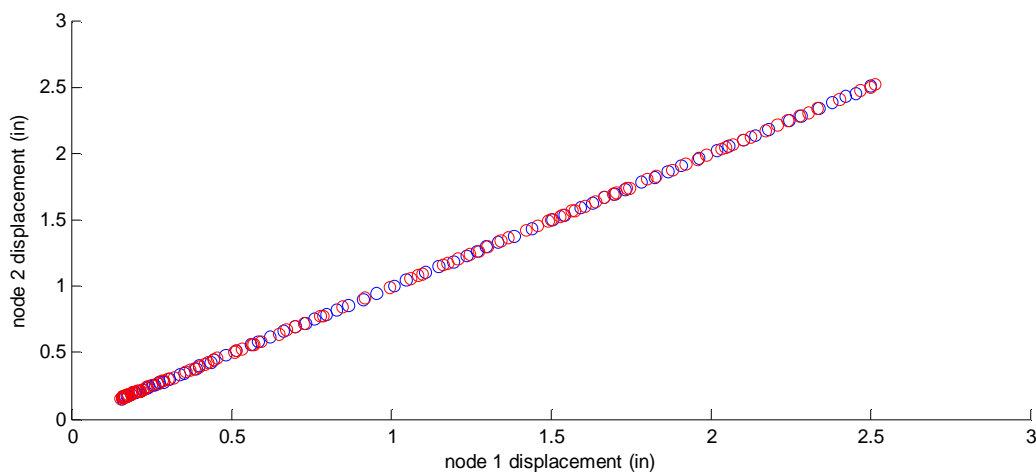
Σχήμα 4-33: Σύγκριση αποτελεσμάτων SPEA2 και NSGA-II στο πρόβλημα του επίπεδου δικτύωματος



Σχήμα 4-34: Σύγκριση αποτελεσμάτων SPEA2 και NSGA-II στο πρόβλημα του επίπεδου δικτύωματος. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.



Σχήμα 4-35: Σύγκριση αποτελεσμάτων SPEA2 και NSGA-II στο πρόβλημα του χωρικού δικτύωματος. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.



Σχήμα 4-36: Σύγκριση αποτελεσμάτων SPEA2 και NSGA-II στο πρόβλημα του χωρικού δικτύωματος. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y του κόμβου 2.

Παρατηρώντας τα παραπάνω σχήματα γίνεται αντιληπτό ότι οι διαφορές που προκύπτουν στο μέτωπο Pareto ανάμεσα στις δύο διαφορετικές επιλύσεις είναι αμελητέες. Συνοψίζοντας, ο NSGA-II αποτελεί έναν γενετικό αλγόριθμο που ικανοποιεί και τους δύο βασικούς σκοπούς των εξελικτικών αλγορίθμων. Πιο συγκεκριμένα, καταφέρνει όχι μόνο να συγκλίνει στο μέτωπο

Pareto σχετικά γρήγορα αλλά και να παράγει μια πολύ καλή κατανομή του πληθυσμού κατά μήκος του.

4.5 Ο Niche'd Pareto Genetic Algorithm

Οι (Horn, Nafpliotis, & Goldberg), είναι οι δημιουργοί του συγκεκριμένου γενετικού αλγορίθμου. Το βασικό σημείο το οποίο ξεχωρίζει τον NPGA από όλους τους άλλους εξελικτικούς αλγορίθμους είναι ο μηχανισμός που υιοθετεί για την εκτέλεση της διαδικασίας της επιλογής. Μια από τις πλέον χρησιμοποιούμενες μεθόδους επιλογής είναι η tournament selection. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, σε κάθε βήμα της μεθόδου αυτής επιλέγεται (τυχαία) ένας συγκεκριμένος αριθμός ατόμων του πληθυσμού και το καλύτερο από αυτά αποτελεί γονέα της επόμενης γενιάς. Προσαρμόζοντας το μέγεθος του τουρνουά, είμαστε σε θέση να ελέγχουμε την «ένταση επιλογής» και συνεπώς τη ταχύτητα σύγκλισης. Έτσι, τα binary tournaments (όπου δύο υποψήφιοι επιλέγονται κάθε φορά) παρουσιάζουν τη μικρότερη ταχύτητα σύγκλισης σε σχέση με τα υπόλοιπα μεγέθη τουρνουά.

Η παραπάνω μέθοδος επιλογής υποθέτει ότι αναζητούμε μία μόνο λύση στο πρόβλημά μας. Μετά το πέρας ενός αριθμού γενιών ο πληθυσμός συγκλίνει σε μία συγκεκριμένη μορφή. Στον NPGA υιοθετείται μια στρατηγική επιλογής η οποία επιτρέπει την ύπαρξη πολλαπλών λύσεων σε ένα πρόβλημα με πολλά χαρακτηριστικά. Επιπλέον, επιθυμούμε οι λύσεις που θα υπολογίσουμε να αποτελούν όσο το αντιπροσωπευτικότερο δείγμα του Pareto βέλτιστου μετώπου. Για την επίτευξη των στόχων αυτών, η επιλογή με βάση το τουρνουά υποβάλλεται σε δύο βασικές τροποποιήσεις. Πρώτον, χρησιμοποιούνται Pareto domination tournaments. Δεύτερον, σε περίπτωση ισοπαλίας, πραγματοποιείται μοιρασιά (fitness sharing), όπως τη γνωρίσαμε στη περίπτωση του NSGA, για το προσδιορισμό του νικητή.

Λίγα λόγια για τα Pareto domination tournaments...

Το βασικό μειονέκτημα των binary tournaments είναι ότι σε μεταγενέστερες γενιές υπάρχουν πολλά κυριαρχούμενα άτομα, με αποτέλεσμα η ένταση κυριαρχίας να είναι ανεπαρκής. Με άλλα λόγια, τα binary tournaments κρίθηκαν ως ανήμπορα να εκτιμήσουν τη πραγματική ποιότητα ενός ατόμου.

Προκειμένου να αντιμετωπιστεί το παραπάνω πρόβλημα, να είμαστε σε θέση, δηλαδή, να ασκήσουμε μεγαλύτερη (και συγχρόνως ελεγχόμενη) ένταση κυριαρχίας αναπτύχθηκε η παρακάτω μέθοδος επιλογής.

Αρχικά, επιλέγονται δύο τυχαίοι υποψήφιοι γονείς από το παρόν πληθυσμό. Επίσης, επιλέγεται ένα τυχαίο υποσύνολο του πληθυσμού το οποίο δεν περιέχει τους δύο υποψήφιους. Στη συνέχεια, κάθε ένας από τους υποψήφιους συγκρίνεται με κάθε ένα από τα άτομα του υποσυνόλου. Αν ένας εκ των δύο υποψηφίων κυριαρχείται από τουλάχιστον ένα άτομο του υποσυνόλου, ενώ ο άλλος κυριαρχεί όλο το σύνολο, ο τελευταίος επιλέγεται ως γονέας. Αν κανένας εκ των δύο υποψηφίων δεν κυριαρχεί όλο το σύνολο ή και οι δύο το κυριαρχούν, τότε πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο της μοιρασμένης ποιότητας (sharing), για την επιλογή του νικητή. Το μέγεθος t_{dom} του υποσυνόλου μας παρέχει την ευκαιρία να ελέγχουμε την ένταση επιλογής (ή αλλιώς ένταση κυριαρχίας). Η επίδοση του αλγορίθμου είναι αρκετά ευαίσθητη στην αναλογία έντασης κυριαρχίας και μοιρασιάς που θα επιλέξουμε.

Το πρόβλημα επομένως έγκειται στη περίπτωση που και οι δύο υποψήφιοι βρίσκονται στο παρόν Pareto μέτωπο, αφού κανένας εκ των δύο δεν θα κυριαρχείται από το υποσύνολο. Ακόμα και αν δεν ανήκουν οι υποψήφιοι στο Pareto μέτωπο, ένα μικρό t_{dom} θα μπορούσε να σημαίνει ότι κανένας δεν κυριαρχείται. Επίσης, και οι δύο μπορεί να κυριαρχούνται. Ποιος όμως είναι ο νικητής στη περίπτωση ισοπαλίας; Αν τον διαλέξουμε στη τύχη, η γενετική παρέκκλιση (genetic drift) θα ωθήσει το πληθυσμό σε μια συγκεκριμένη περιοχή του Pareto βέλτιστου μετώπου. Προκειμένου να αποφύγουμε τη παραπάνω κατάσταση πραγματοποιούμε τη διαδικασία της μοιρασμένης απόδοσης όταν δεν υπάρχει προτίμηση για κάποιο συγκεκριμένο υποψήφιο.

4.5.1 Εφαρμογή του NPGA στο επίπεδο δικτύωμα

Όπως είναι προφανές, οι καινοτόμες ιδέες του NPGA αφορούν μονάχα τη διαδικασία της επιλογής. Όλες οι υπόλοιπες διαδικασίες που πραγματοποιούνται κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του αλγορίθμου μπορούν να προσαρμοστούν ανάλογα με τις επιθυμίες του μελετητή ή προγραμματιστή. Για το λόγο αυτό, αποφασίσαμε τη παρουσίαση δύο διαφορετικών προσεγγίσεων προκειμένου να τονιστεί για μια ακόμη φορά η αξία του ελιτισμού και της χρήσης ανηγμένων αποστάσεων όταν θέλουμε να εκτιμήσουμε το συνωστισμό γύρω από ένα συγκεκριμένο άτομο.

Η πρώτη προσέγγιση...

Σε πρώτη φάση δημιουργήσαμε έναν σχετικά απλό γενετικό αλγόριθμο που δεν κάνει ούτε χρήση ελιτισμού ούτε ανηγμένων αποστάσεων για τον προσδιορισμό των συνωστισμένων περιοχών. Τα βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

Βήμα 1: δημιουργία του αρχικού πληθυσμού P

Βήμα 2: επιλογή των γονέων σύμφωνα με τη μέθοδο που περιγράψαμε

Βήμα 3: αν δεν ικανοποιείται το κριτήριο περάτωσης υπολόγισε το νέο πληθυσμό και πήγαινε στο Βήμα 2, αλλιώς σταμάτα

Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων θεωρήσαμε ένα πληθυσμό 150 ατόμων που εξελίσσονται για 200 γενιές. Το μέγεθος της mating pool επιλέχθηκε ίσο με 100 άτομα και το t_{dom} ίσο με 40 άτομα. Η αντικειμενική συνάρτηση της μετατόπισης του κόμβου 2 πολλαπλασιάστηκε με το συντελεστή 1.000.000. Τρέξαμε τον αλγόριθμο δύο φορές για δύο διαφορετικές τιμές της ακτίνας γειτονιάς ίσες με $D = \sqrt{1000^2 + 1000000^2}$. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στο σχήμα μαζί με αυτά της δεύτερης προσέγγισης για καλύτερη σύγκριση.

Η δεύτερη προσέγγιση...

Στη δεύτερη προσέγγιση τα πράγματα γίνονται πιο σύνθετα. Τα βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

Βήμα 1: δημιουργία του αρχικού πληθυσμού P

Βήμα 2: δημιουργία ενός εξωτερικού αρχείου P' που αρχικά είναι κενό

Βήμα 3: τοποθέτηση στο P' των μη κυριαρχούμενων ατόμων του P

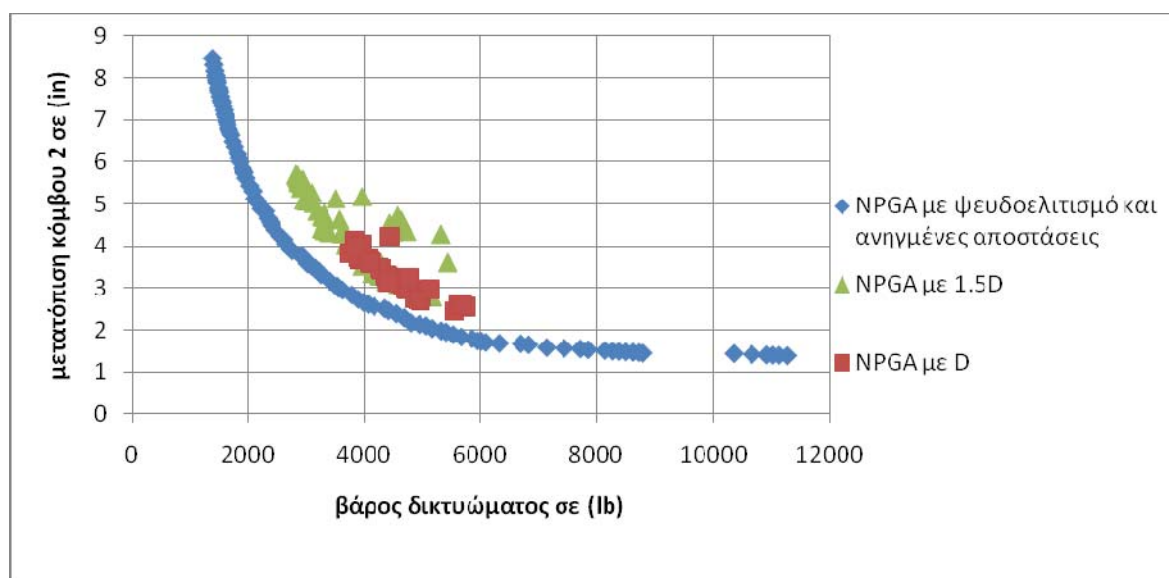
Βήμα 4: έλεγχος του P' ώστε να βρίσκονται αποθηκευμένα μόνο μη κυριαρχούμενα άτομα. Απόρριψη όσων κυριαρχούνται λόγω των νεοεισαχθέντων.

Βήμα 5: σε περίπτωση που το εξωτερικό αρχείο P' περιέχει περισσότερα άτομα από έναν προκαθορισμένο αριθμό πραγματοποιούμε ομαδοποίηση των ατόμων και «κούρεμα» του αρχείου με το τρόπο που γνωρίσαμε στο SPEA

Βήμα 6: επιλογή των γονέων του επόμενου πληθυσμού με βάση το παρόν πληθυσμό. Η επιλογή πραγματοποιείται με τη διαδικασία που περιγράψαμε παραπάνω

Βήμα 7: δημιουργία του νέου πληθυσμού σε περίπτωση που δεν ικανοποιείται το κριτήριο περάτωση και πήγαινε στο Βήμα , αλλιώς σταμάτα.

Στη περίπτωση αυτή τρέξαμε τον αλγόριθμο μία μόνο φορά για πληθυσμό 200 ατόμων που εξελίσσεται επί 150 γενιές. Το μέγεθος της mating pool ήταν 100 άτομα και η ακτίνα γειτονιάς ίση με $\frac{2\sqrt{2}}{10}$. Στο εξωτερικό αρχείο μπορούσαν να αποθηκευτούν μέχρι 150 άτομα. Από τις επιλύσεις προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:

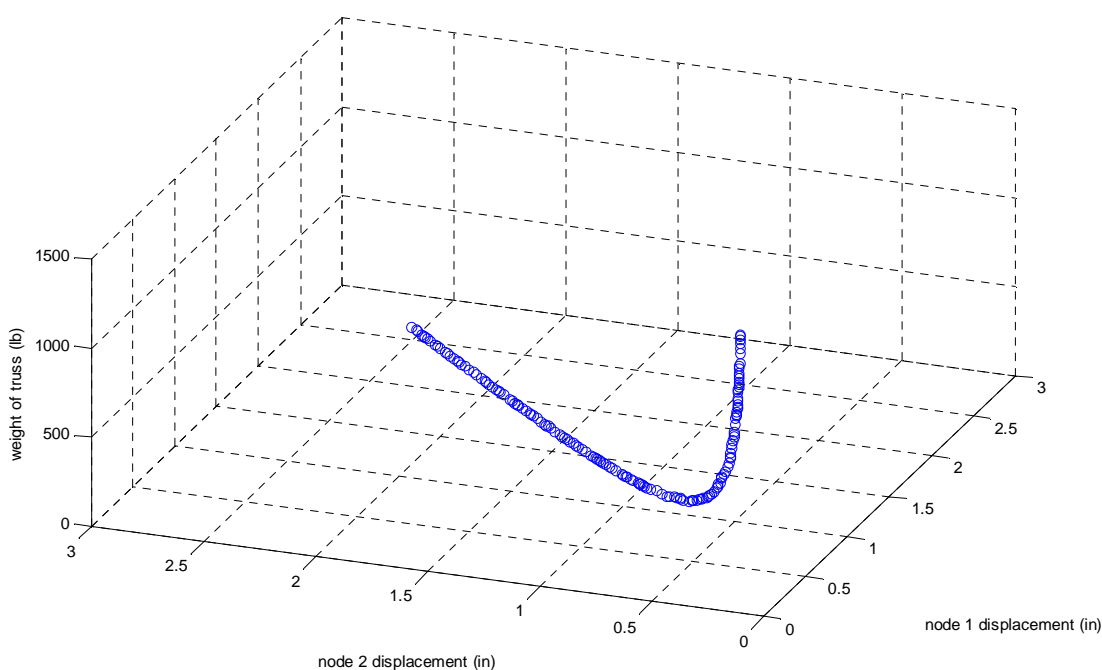


Σχήμα 4-37: Αποτελέσματα του NPGA με τις διάφορες προσεγγίσεις

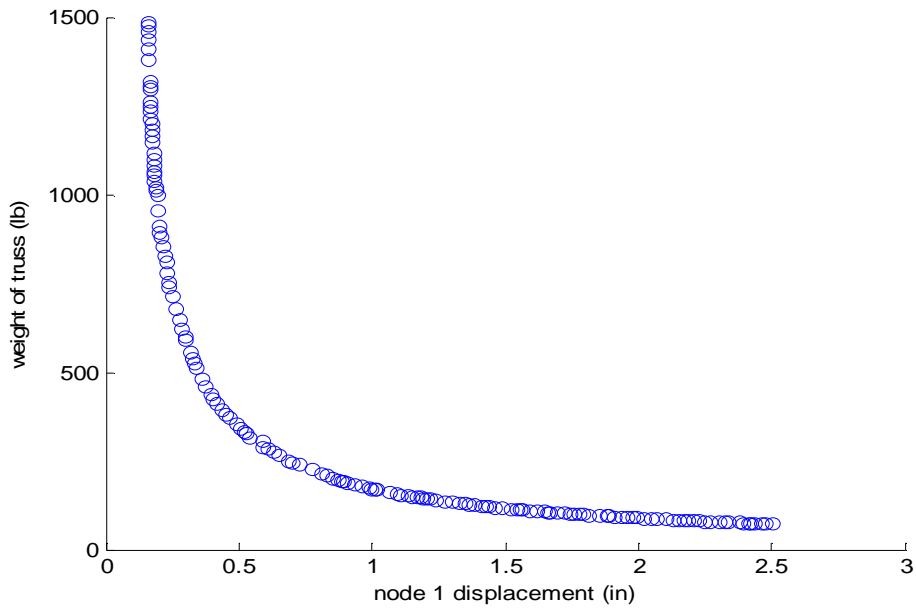
Όπως είναι προφανές από το σχήμα 4-37 η δεύτερη προσέγγιση είναι πολύ καλύτερη της πρώτης και άμεσα συγκρίσιμη με τα αποτελέσματα των SPEA2 και NSGA-II. Επομένως, αποδεικνύεται για μία ακόμη φορά η σημασία της χρήσης ανηγμένων αποστάσεων κατά την ομαδοποίηση με τη μέθοδο της μοιρασμένης απόδοσης καθώς και η αξία του ελιτισμού.

4.5.2 Εφαρμογή του NPGA στο χωρικό δικτύωμα

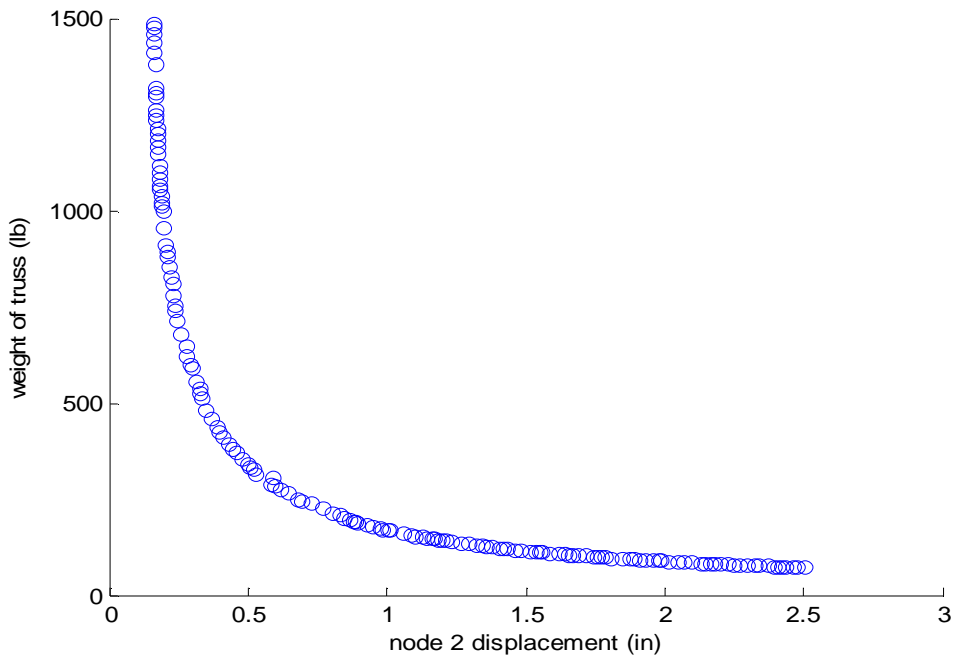
Λόγω των τελείως ανεπαρκών αποτελεσμάτων του NPGA με βάση τη πρώτη προσέγγιση, στη περίπτωση αυτή εφαρμόζουμε μόνο τη δεύτερη. Ο πληθυσμός αποτελείται από 200 άτομα και εξελίσσεται επί 200 γενιές. Η mating pool είναι ικανή να αποθηκεύσει μέχρι 100 άτομα, το t_{dom} είναι ίσο με 40 και η ακτίνα γειτονιάς είναι $\frac{\sqrt{2}}{10}$. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι τα εξής:



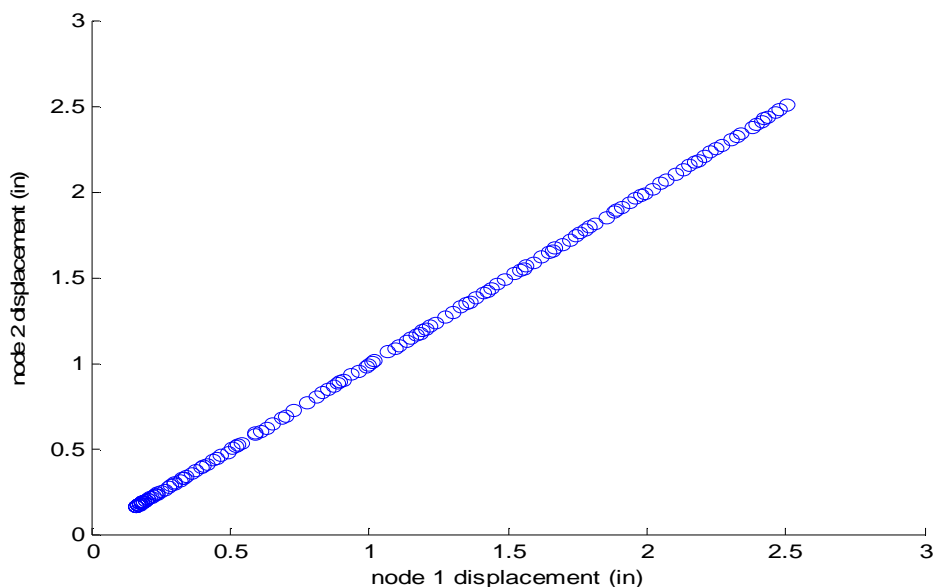
Σχήμα 4-38: Τρισδιάστατη απεικόνιση του τελικού πληθυσμού του NPGA



Σχήμα 4-39: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της τελικής γενιάς των ατόμων του NPGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.



Σχήμα 4-40: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της τελικής γενιάς των ατόμων του NPGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.



Σχήμα 4-41: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της τελικής γενιάς των ατόμων του NPGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y του κόμβου 2.

Παρατηρούμε ότι και σε αυτή τη περίπτωση τα αποτελέσματα είναι άμεσα συγκρίσιμα με αυτά που πορκύπτουν από τους “state of the art” αλγορίθμους.

4.5.3 Συμπεράσματα για τον NPGA

Γενικά, υποστηρίζεται ότι ο NPGA είναι ευαίσθητος στην επιλογή ορισμένων παραμέτρων. Πιο συγκεκριμένα, απαιτείται ο ορισμός ενός αρκετά μεγάλου πληθυσμού προκειμένου όχι μόνο να αυξηθεί η αποτελεσματικότητα της εξερεύνησης αλλά και η πίεση επιλογής, καθώς η επιλογή πραγματοποιείται συγκρίνοντας τους υποψήφιους με ένα δείγμα του παρόντος πληθυσμού. Προφανώς, όσα περισσότερα άτομα βρίσκονται στο πληθυσμό τόσο αυξάνονται οι επιλογές του δείγματος σύγκρισης. Το μέγεθος του δείγματος σύγκρισης, ίσως να αποτελεί τον καθοριστικότερο παράγοντα κατα την επίλυση προβλημάτων με τον NPGA (Horn & Nafpliotis, 1993). Όπως ακριβώς στους συμβατικούς γενετικούς αλγορίθμους το μέγεθος των ατόμων που συμμετέχουν στα τουρνουά επιλογής καθορίζουν τη πίεση επιλογής, τη ταχύτητα αλλά και το τρόπο σύγκλισης του αλγορίθμου, έτσι ακριβώς και το t_{dom} επηρεάζει την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Σύμφωνα με εμπειρικές μεθόδους, όταν το t_{dom} είναι πολύ μικρό, της τάξεως

του 1% του μεγέθους του πληθυσμού, παράγονται πολλές κυριαρχούμενες λύσεις. Όταν το t_{dom} ξεπερνά κατά πολύ το 20% του πληθυσμού, τότε παρατηρείται πρόωρη σύγκλιση του πληθυσμού σε συγκεκριμένες περιοχές του Pareto μετώπου. Η πιο αποτελεσματική τιμή του t_{dom} υποστηρίζεται πως είναι γύρω στο 10% του πληθυσμού.

Επίσης, η ακτίνα γειτονιάς είναι μια παράμετρος που καθορίζει άμεσα την αποτελεσματικότητα των αλγορίθμων. Σύμφωνα με τους (Horn & Nafpliotis, 1993) το μέγεθος του πληθυσμο πρέπει να επιλέγεται σε συνάρτηση με την ακτίνα γειτονιάς ώστε να παράγεται αποτελεσματικότερη δειγματοληψία.

Τέλος, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του NPGA της δεύτερης προσέγγισης με αυτά των NSGA-II και SPEA2 παρατηρούμε ότι ο NPGA έχει καταφέρει να προσεγγίσει το Pareto βέλτιστο μέτωπο με παρόμοια ακρίβεια και στα δύο προβλήματα. Αντιθέτως, η πρώτη προσέγγιση απέχει πολύ τόσο στη ποικιλομορφία όσο και στη σύγκλιση του Pareto μετώπου. Στο μόνο που μας βοήθησε είναι στην απόδειξη, για μία ακόμη φορά, της αποτελεσματικότητας της χρήσης ελιτισμού και ανηγμένων αποστάσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5 Βελτιστοποίηση με χρήση της Νοημοσύνης των Σμηνών (Swarm Intelligence)

5.1 Γενικά

Η Νοημοσύνη των Σμηνών (Swarm Intelligence-SI), η οποία αποτελεί πεδίο της Τεχνητής Νοημοσύνης (Artificial Intelligence-AI), ασχολείται με τη δημιουργία ενός πλήθους αυτόνομων παρατηρητών εμπνευσμένη από τη συλλογική συμπεριφορά εντόμων και οργανισμών που αποτελούν μέλη μιας μεγαλύτερης κοινωνίας. Χαρακτηριστικά παραδείγματα εντόμων που λειτουργούν σε ομάδες είναι τα μυρμήγκια, οι τερμίτες, οι μέλισσες και οι σφήκες. Επίσης, τα σμήνη πουλιών και οι ομάδες ψαριών, αποτελούν αντίστοιχα παραδείγματα ζωντανών οργανισμών που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και συνθέτουν μια οργανωμένη κοινωνία.

Τέτοιου είδους κοινωνικές συναναστροφές συνάρπαζαν επί δεκαετίες διάφορους ερευνητές, κυρίως λόγω της έλλειψης γνώσεων περί του μηχανισμού που κυβερνά τη συλλογική τους συμπεριφορά. Παρόλο που τα μεμονωμένα άτομα τέτοιων ειδών δεν αποτελούν εξελιγμένες ή ιδιαίτερα ευφυής μορφές ζωής, μέσω συνεργασίας, η ομάδα, είναι σε θέση να επιτύχει περίπλοκες διαδικασίες. Η κατευθυνόμενη ομαδική συμπεριφορά αναδύεται μέσω σχετικά απλών ενεργειών και αλληλεπιδράσεων μεταξύ των ατόμων της κοινωνίας. Πολλές από τις δραστηριότητες που εκτελούνται από αυτές τις κοινωνίες είναι αυτό-οργανωμένες, υπό την έννοια ότι λειτουργούν δίχως την ύπαρξη καθολικού αρχηγού ή κάποιου μηχανισμού κεντρικού ελέγχου. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο αρμονικά διατεταγμένος τρόπος που κινείται ένα σμήνος από πέρδικες, θυμίζοντας, καμιά φορά, μια αξιοθαύμαστη χορευτική χορογραφία. Κάθε μεμονωμένο άτομο προσπαθεί να κινείται παράλληλα με την ομάδα του, διατηρώντας τη θέση του μεταξύ των πλησιέστερων γειτόνων του, ενώ παράλληλα προσπαθεί να αποφύγει κάθε είδους σύγκρουση με τα υπόλοιπα άτομα. Εν ολίγοις, προσαρμόζει τις κινήσεις του ώστε να βρίσκεται διαρκώς σε συντονισμό με το υπόλοιπο σμήνος. Δεν υπάρχει αρχηγός που να επιβάλλει μελλοντικό προορισμό, αντιθέτως κάθε άτομο προσπαθεί να συντονιστεί και να προχωρήσει μόνο του. Οποιοδήποτε πουλί μπορεί να βρίσκεται στην αρχή, στη μέση ή στο τέλος της ομάδας. Η συμπεριφορά αυτή προωθεί υποσυνείδητα διάφορους μηχανισμούς όπως

αυτοάμυνας (ιδιαίτερα για τα άτομα που βρίσκονται στο μέσο) ή ομαδικής αναζήτησης τροφής (ουσιαστικά κάθε πουλί εκμεταλλεύεται τα μάτια και την παρατηρητικότητα κάθε μέλους της ομάδας).

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, η Νοημοσύνη των Σμηγνών, είναι ουσιαστικά η συλλογική νοημοσύνη ομάδων που αποτελούνται από αυτόνομους παρατηρητές. Οι παρατηρητές αυτοί αποτελούν υποσυστήματα τα οποία αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον τους, το οποίο συνήθως περιέχει παρόμοιους (από άποψη χαρακτηριστικών) παρατηρητές, αλλά καθένας αντιδρά σχετικά ανεξάρτητα από τους υπόλοιπους. Δεν υφίσταται καθολικό σχέδιο ή ηγέτης της ομάδας ο οποίος να προσδιορίζει τις μελλοντικές κινήσεις της αγέλης (Blum & Li).

5.2 Βελτιστοποίηση με τη Μέθοδο της Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization)

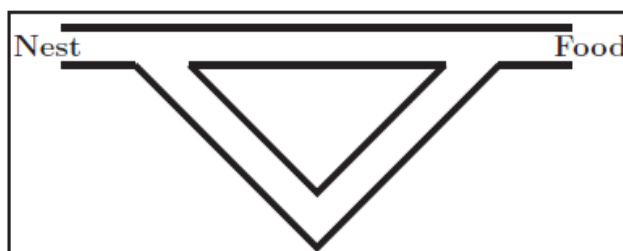
Η βελτιστοποίηση με τη μέθοδο της Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization-ACO), είναι μία από τις πρώτες μεθόδους που επινοήθηκαν βασιζόμενες στη τεχνητή νοημοσύνη, με σκοπό την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Η συγκεκριμένη μέθοδος αναπτύχθηκε έχοντας ως βάση τον τρόπο και τις διαδικασίες που ακολουθούν οι αποικίες μυρμηγκιών, προκειμένου να εντοπίσουν τη πιο καλή πηγή τροφής κοντά στη φωλιά τους. Βασικός παράγοντας που επηρεάζει τη συμπεριφορά και τη κατεύθυνση των μυρμηγκιών είναι η έμμεση επικοινωνία μεταξύ τους μέσω της χημικής ουσίας της φερομόνης (pheromone). Η ουσία αυτή υποκινεί την εύρεση κοντινών δρόμων μεταξύ της φωλιάς και της πηγής τροφής. Το χαρακτηριστικό αυτό ενέπνευσε τον Marco Dorigo και τους συνεργάτες του και δημιούργησαν το πρώτο ACO αλγόριθμο στις αρχές της δεκαετίας του 1990 (Dorigo, Maniezzo, & Colomi, 1991).

5.2.1 Το Φυσικό Ανάλογο

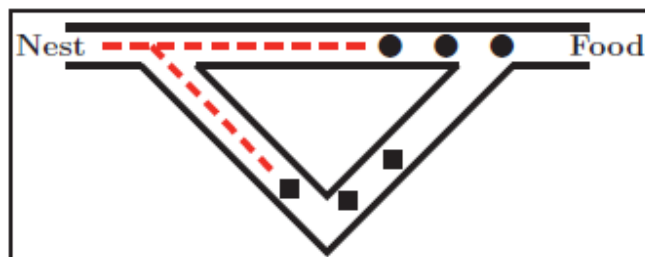
Τα μυρμήγκια είναι κοινωνικά έντομα. Ζουν σε αποικίες και η συμπεριφορά τους καθορίζεται από τον απώτερο σκοπό τους, που είναι η συλλογική προσπάθεια για την επιβίωση του συνόλου της ομάδας. Δεν επικεντρώνονται στη προσπάθεια της ατομικής επιβίωσης. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η συμπεριφορά των μυρμηγκιών για την εύρεση τροφής αποτέλεσε τη βασική πηγή έμπνευσης των ACO αλγορίθμων. Πιο συγκεκριμένα, αυτό που συνάρπαζε τους ερευνητές, είναι

η δυνατότητα των μυρμηγκιών να βρίσκουν πάντα το κοντινότερο μονοπάτι μεταξύ φωλιάς και τροφής.

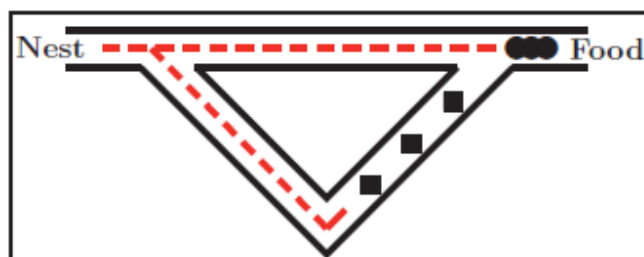
Όταν τα μυρμήγκια αναζητούν τροφή, αρχικά εξερευνούν τη περιοχή γύρω από τη φωλιά τους με ένα τυχαίο τρόπο. Καθώς καθένα από αυτά κινείται, εκκρίνει μια χημική ουσία, τη φερομόνη. Τα υπόλοιπα μυρμήγκια μυρίζουν τη φερομόνη των συνεργατών τους. Όταν ένα άτομο πρέπει να διαλέξει τη κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί, αυτή θα καθοριστεί από τη ποσότητα φερομόνης που βρίσκεται σε κάθε ένα από τα μονοπάτια που του είναι διαθέσιμα. Όταν ένα μυρμήγκι εντοπίσει μια πηγή τροφής, αξιολογεί τη ποιότητα και τη ποσότητά της και επιστρέφει στη φωλιά φορτωμένο με όση περισσότερη τροφή μπορεί. Κατά τη διάρκεια αυτής της επιστροφής, η ποσότητα φερομόνης που εκκρίνει το μυρμήγκι εξαρτάται από τη ποσότητα και τη ποιότητα της τροφής στη πηγή. Τα ίχνη της φερομόνης οδηγούν και τα υπόλοιπα μυρμήγκια της αποικίας στη πηγή. Όσο περισσότερο περπατάτε ένα μονοπάτι από τα μυρμήγκια, τόσο περισσότερη φερομόνη μαζεύεται σε αυτό και συνεπώς τόσο αυξάνεται η πιθανότητα να το ακολουθήσει οποιαδήποτε άλλο μυρμήγκι. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί ότι η φερομόνη εξατμίζεται με τη πάροδο του χρόνου, με αποτέλεσμα αν μια διαδρομή πάψει να διαβαίνεται από μυρμήγκια να μειώνεται η πιθανότητα επιλογής της στο μέλλον. Έχει αποδειχθεί επιστημονικά ότι η έμμεση επικοινωνία των μυρμηγκών μέσω της φερομόνης είναι αυτή που τα καθιστά ικανά στο να βρίσκουν τη συντομότερη διαδρομή μεταξύ εστίας και πηγής τροφής. Για καλύτερη κατανόηση της όλης διαδικασίας, ακολουθούν τέσσερα σχήματα που περιγράφουν τη διαδικασία εύρεσης της συντομότερης διαδρομής. Μεταξύ της φωλιάς των μυρμηγκιών και της πηγής της τροφής υπάρχουν δύο διαφορετικές διαθέσιμες οδοί. Η παρουσία φερομόνης σε μία οδό συμβολίζεται με τις κόκκινες μη συνεχείς γραμμές και η ποσότητά της από το πάχος των γραμμών αυτών.



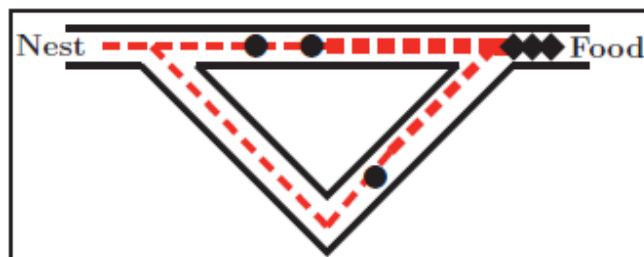
Σχήμα 5-1: αρχικά, όλα τα μυρμήγκια είναι στη φωλιά και δεν υπάρχουν ίχνη φερομόνης πουθενά στο τριγύρω περιβάλλον.



Σχήμα 5-2: ξεκινά η διαδικασία αναζήτησης τροφής. Επειδή δεν υπάρχουν ίχνη φερομόνης πουθενά στο περιβάλλον, τα μυρμήγκια διαιρούνται σε δύο ίσες ομάδες και οι μισοί ακολουθούν το μακρύ μονοπάτι ενώ οι άλλοι μισοί το κοντό.



Σχήμα 5-3: τα μυρμήγκια που διάλεξαν το κοντό μονοπάτι φτάνουν στη τροφή ταχύτερα από τα άλλα.

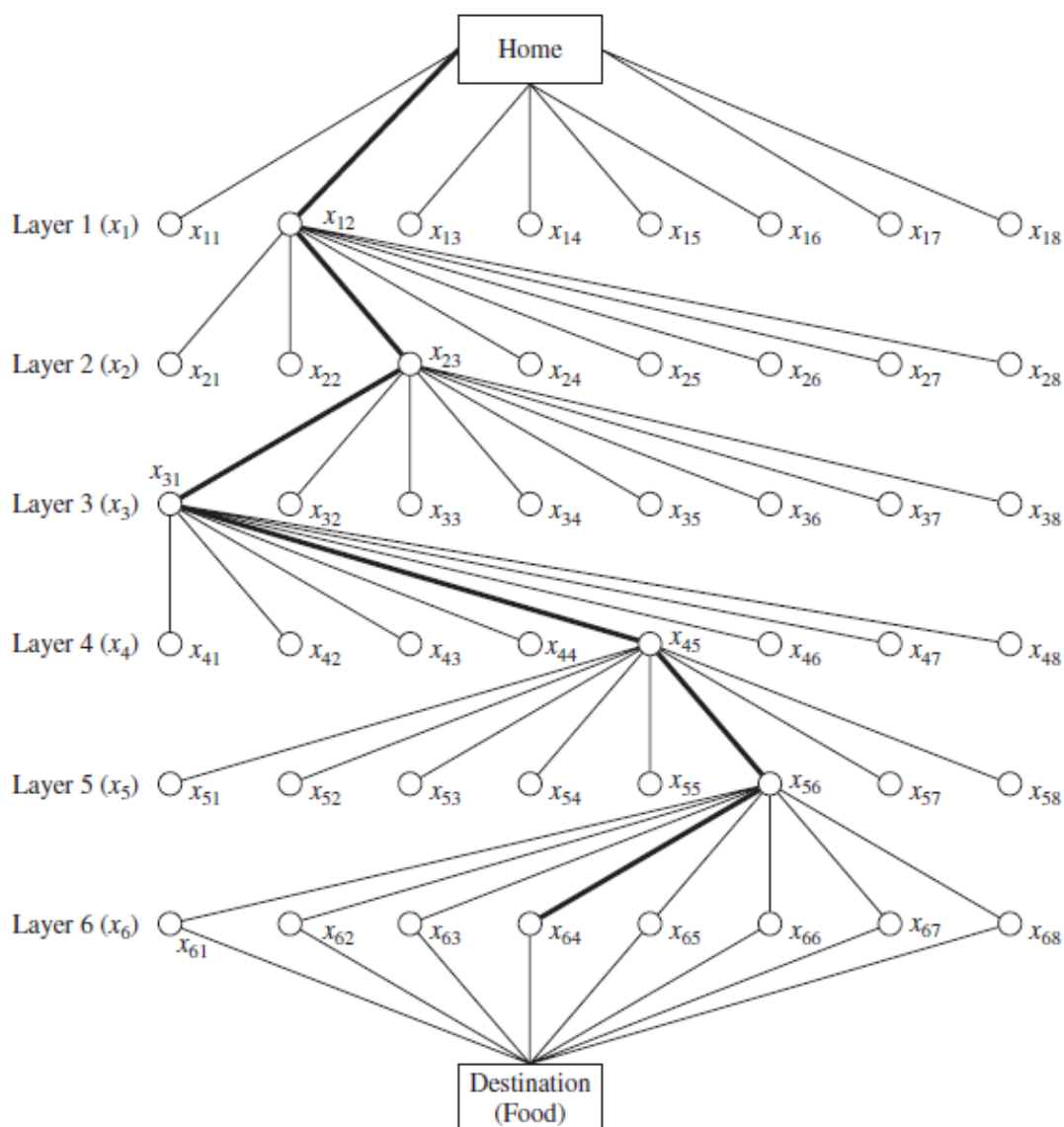


Σχήμα 5-4: το κοντό μονοπάτι, λόγω του ότι διαβαίνεται περισσότερες φορές σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, αποκτά μεγαλύτερη ποσότητα φερομόνης με αποτέλεσμα να αυξάνεται η πιθανότητα επιλογής του από όλα τα μυρμήγκια της αποικίας.

5.2.2 Η Γενική Ιδέα Προγραμματιστικά

Η διαδικασία που ακολουθείται κατά τη βελτιστοποίηση με τη μέθοδο της Αποικίας Μυρμηγκιών μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητή αν παρομοιασθεί με ένα πολύστρωματικό γράφημα (σχήμα 5-5). Στο σχήμα αυτό, το πλήθος των στρωμάτων ισούται με το πλήθος των μεταβλητών σχεδιασμού, ενώ ο αριθμός των κόμβων σε μία συγκεκριμένη στρώση ισούται με το

πλήθος των επιτρεπόμενων τιμών των μεταβλητών σχεδιασμού. Συνεπώς, κάθε κόμβος σχετίζεται με μία επιτρεπόμενη τιμή της μεταβλητής σχεδιασμού στην οποία αντιστοιχεί. Το σχήμα 5-5 απεικονίζει ένα πρόβλημα έξι μεταβλητών σχεδιασμού με οκτώ επιτρεπόμενες τιμές για κάθε από τις μεταβλητές αυτές.



Σχήμα 5-5: γραφική απεικόνιση της διαδικασίας που ακολουθείτε από έναν ACO αλγόριθμο, με τη μορφή ενός πολυστρωματικού δικτύου.

Ας υποθέσουμε ότι η αποικία αποτελείται από N μυρμήγκια. Κάθε μυρμήγκι ξεκινά από τη φωλιά του (home node) ταξιδεύει σε όλες τις στρώσεις και καταλήγει στη τροφή (destination

node) κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης. Τα τεχνητά αυτά μυρμήγκια, κατασκευάζουν τη λύση τους κατά τη μετάβασή τους από τη μία στρώση στην άλλη. Αρχικά, όταν κάθε μυρμήγκι βρίσκεται στη φωλιά, το διάνυσμα λύσης είναι κενό. Σε κάθε βήμα κατασκευής (στρώση), η υπάρχουσα μερική λύση φτάνει όλο και πιο κοντά στη τελική της μορφή προσθέτοντας κάθε φορά την αντίστοιχη συντεταγμένη του εξεταζόμενου διανύσματος λύσεως. Με άλλα λόγια, η διαδικασία της κατασκευής μιας λύσης μπορεί να θεωρηθεί ως μια διαδρομή πάνω στο σχήμα 5-5. Οι κόμβοι που επιλέχθηκαν σε κάθε βήμα κατασκευής αντιπροσωπεύουν μια υποψήφια λύση. Για παράδειγμα, μια τυπική διαδρομή που ακολούθησε ένα τεχνητό μυρμήγκι απεικονίζεται με χοντρές γραμμές στο σχήμα 5-5. Η διαδρομή αυτή αντιπροσωπεύει τη λύση $(x_{12}, x_{23}, x_{31}, x_{45}, x_{56}, x_{64})$. Η επιλογή της επόμενης συντεταγμένης της λύσης, από τις διαθέσιμες σε κάθε στρώση (κόμβοι της αντίστοιχης στρώσης), πραγματοποιείται στοχαστικά σε κάθε βήμα κατασκευής. Ακριβής τρόπος επιλογής δεν διατίθεται καθώς οι προτεινόμενες στρατηγικές ποικίλουν μεταξύ των διαθέσιμων παραλλαγών ACO αλγορίθμων. Η πιο γνωστή και αποτελεσματική είναι αυτή του Συστήματος Μυρμηγκιών (Ant System-AS) (Socha & Dorigo, 2006). Σύμφωνα με αυτή, όταν ένα μυρμήγκι βρίσκεται σε ένα κόμβο, διαλέγει το κόμβο της επόμενης στρώσης με μία πιθανότητα που δίνεται από το τύπο:

$$P_{ij}^{(k)} = \frac{\tau_{ij}^a \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{j \in N_i^k} \tau_{ij}^a \cdot \eta_{ij}^\beta}, \quad j \in N_i^k$$

Όπου N_i^k είναι οι επιτρεπόμενες τιμές της επόμενης συντεταγμένης (οι κόμβοι της στρώσης), τ_{ij} είναι η τιμή της φερομόνης που αντιστοιχεί σε κάθε κόμβο της στρώσης, a είναι το βάρος της φερομόνης (συνηθίζεται να λαμβάνεται ίσο με ένα), η_{ij} είναι μία συνάρτηση που ονομάζεται ευρηματική (Heuristic function) και εξαρτάται από το είδος του προβλήματος και τα δεδομένα του (μπορεί να ληφθεί και ίση με ένα οπότε να μην επηρεάζει καθόλου το πρόβλημα) και β είναι το βάρος των ευρηματικών συναρτήσεων.

Όταν ολοκληρωθεί η διαδρομή των μυρμηγκιών, τότε αυτά, πριν γυρίσουν στη φωλιά τους, εκκρίνουν μια ποσότητα φερομόνης στη διαδρομή που ακολούθησαν. Ο σκοπός της έκκρισης φερομόνης (προγραμματιστικά επιτυγχάνεται με ενημέρωση του πίνακα φερομόνης) είναι να αυξήσει τις τιμές της φερομόνης που σχετίζονται με καλές ή υποσχόμενες διαδρομές και

παράλληλα να μειώσει αυτές που σχετίζονται με χειρότερες λύσεις. Συνήθως, η παραπάνω διαδικασία επιτυγχάνεται με την αύξηση των ποσοτήτων φερομόνης που σχετίζονται με καλές διαδρομές κατά μία τιμή $\Delta\tau$, η οποία εξαρτάται από τη ποιότητα της λύσης, ενώ παράλληλα μειώνονται όλες οι τιμές φερομόνης μέσω της εξάτμισης:

$$\tau_{ij} \leftarrow \begin{cases} (1-\rho) \cdot \tau_{ij} + \rho \cdot \Delta\tau \\ (1-\rho) \cdot \tau_{ij} \end{cases}$$

Η πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί σε καλές λύσεις ενώ η δεύτερη σε όλες τις υπόλοιπες. Η τιμή $\rho \in (0,1]$ αντιπροσωπεύει το συντελεστή εξάτμισης (Evaporation rate). Η εξάτμιση της φερομόνης και ο ρυθμός με τον οποίο επιτυγχάνεται είναι καθοριστικοί παράγοντες για την αποφυγή πρόωρης σύγκλισης του αλγορίθμου. Ουσιαστικά, πρόκειται για μια μορφή επιβαλλόμενης άγνοιας, προκειμένου να προωθηθεί η εξερεύνηση νέων περιοχών του χώρου των λύσεων.

Λίγα λόγια για την ενημέρωση του πίνακα της φερομόνης...

Οι καλές λύσεις που έχουν βρεθεί από τα μυρμήγκια των αρχικών γενιών χρησιμοποιούνται για την ενημέρωση του πίνακα της φερομόνης προκειμένου να αυξηθεί η πιθανότητα της εξερεύνησης σε υποσχόμενες περιοχές από τα νέα μυρμήγκια. Ο τρόπος με τον οποίο επιτυγχάνεται η ενημέρωση της φερομόνης δεν αποτελεί προϊόν μίας συγκεκριμένης διαδικασίας. Αντιθέτως, έχουν διατυπωθεί διάφοροι τρόποι και στρατηγικές που αποσκοπούν στο ίδιο αποτέλεσμα. Σε γενικές γραμμές, δύο είναι τα βασικά ζητήματα που αφορούν την ενημέρωση του πίνακα της φερομόνης.

Το πρώτο έχει να κάνει με το ποιες λύσεις θα θεωρηθούν καλές και συνεπώς θα προτιμηθούν για την ενημέρωση του πίνακα σε κάθε επανάληψη. Για παράδειγμα, υπάρχουν στρατηγικές που χρησιμοποιούν τις καλύτερες λύσεις που έχουν βρεθεί από τη στιγμή που ξεκίνησε ο αλγόριθμος να τρέχει (best-so-far-solution) και άλλες που χρησιμοποιούν τις καλύτερες λύσεις που βρέθηκαν κατά τη λήξη της υπάρχουσας γενιάς (iteration-best solution).

Το δεύτερο ζήτημα έχει να κάνει με τον τρόπο αξιολόγησης μιας λύσης και κατ' επέκταση με την ακριβή ποσότητα της φερομόνης που θα προστεθεί στη συγκεκριμένη λύση. Υπάρχουν

στατηγικές που η ενημέρωση της φερομόνης είναι ανάλογη της ποιότητας των λύσεων που έχουν βρεθεί, ενώ άλλες που προσθέτουν μια σταθερή ποσότητα φερομόνης σε κάθε λύση ανεξάρτητα του πόσο καλή ή κακή είναι η ποιότητα της λύσης.

Λίγα λόγια για τις Δαιμονικές Διαδικασίες (Daemon Actions)...

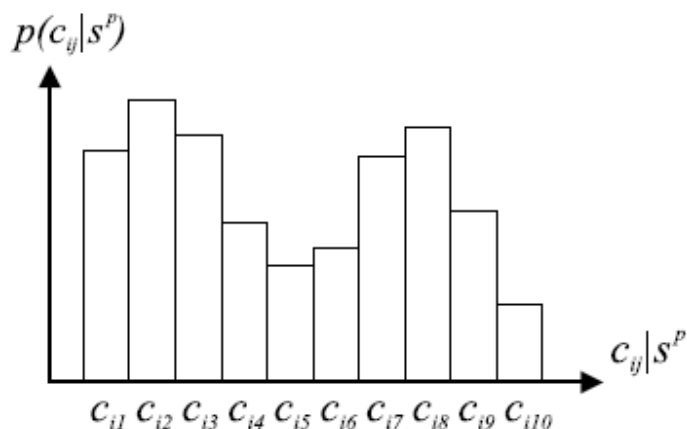
Με τον όρο Δαιμονικές Διαδικασίες αναφερόμαστε σε κάποιες συγκεκριμένες διαδικασίες που δεν μπορούν να διεξαχθούν από μεμονωμένα τεχνητά μυρμήγκια. Παραδείγματα τέτοιων διαδικασιών είναι η εφαρμογή τοπικών εξερευνήσεων σε ήδη κατασκευασμένες λύσεις καθώς και η συλλογή γενικών πληροφοριών οι οποίες χρησιμοποιούνται με σκοπό να αποφασίσουμε αν είναι χρήσιμο να αυξηθεί η ποσότητα φερομόνης σε κάποιες πολύ υποσχόμενες διαδρομές προκειμένου να προωθήσουμε τη περαιτέρω εξερεύνησή τους.

5.2.3 Το πρόβλημα μετάβασης των ACO αλγορίθμων από διακριτούς σε συνεχήs χώρους λύσεων

Η πρώτη μορφή του αλγορίθμου ACO είχε ως στόχο την επίλυση ενός συγκεκριμένου είδους προβλημάτων βελτιστοποίησης: των Συνδυαστικών Προβλημάτων Βελτιστοποίησης (Combinatorial Optimization Problems-COP). Όπως μαρτυρά και το όνομά τους, τα προβλήματα Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης, αποσκοπούν στην εύρεση του καλύτερου συνδυασμού ή διάταξης μεταξύ ενός πεπερασμένου πλήθους επιτρεπόμενων τιμών για τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος. Χαρακτηριστικό παράδειγμα COP αποτελεί το πρόβλημα του Πλασιέ (Travelling Salesman Problem-TSP). Σύμφωνα με αυτό, ένας πλασιέ πρέπει να επισκεφτεί n πόλεις, περνώντας από κάθε μια μία μόνο φορά, ξεκινώντας από οποιαδήποτε από αυτές και καταλήγοντας πάλι σε αυτήν. Το κόστος της μεταφοράς μεταξύ οποιοδήποτε δύο πόλεων θεωρείται δεδομένο. Το ζητούμενο είναι η εύρεση του προγράμματος του ταξιδιού έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος.

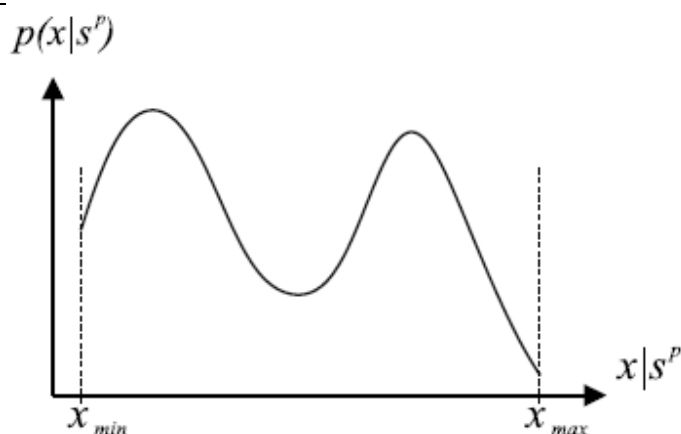
Λόγω της φύσης των COP, οι ACO αλγόριθμοι δεν είχαν αρχικά τη δυνατότητα να εφαρμοστούν σε οποιαδήποτε μορφής πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η βασική ιδέα πάνω στην οποία βασίζονται και δουλεύουν οι ACO αλγόριθμοι είναι η σταδιακή κατασκευή της λύσης, μέσω μιας προκατειλημμένης (λόγω φερομόνης) επιλογής της τιμής της συγκεκριμένης συντεταγμένης. Οι επιτρεπόμενες τιμές κάθε συντεταγμένης ανήκουν σε ένα πεπερασμένο σύνολο διακριτών αριθμών που γίνεται εξαρχής γνωστό στον αλγόριθμο. Έτσι, σε κάθε βήμα

κατασκευής το εξεταζόμενο μυρμήγκι επιλέγει στοχαστικά τη τιμή της επόμενης συντεταγμένης του από ένα συγκεκριμένο πλήθος αριθμών, μέσω της συνάρτησης AS που περιγράψαμε παραπάνω. Οι πιθανότητες που σχετίζονται με κάθε μία από τις επιτρεπόμενες τιμές δημιουργούν ουσιαστικά ένα διάγραμμα Διακριτής Κατανομής Πιθανότητας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 5-6: η i συντεταγμένη μπορεί να πάρει μια τιμή από ένα σύνολο 10 διαφορετικών πεπερασμένων τιμών. Ο άξονας των x παρουσιάζει τις 10 αυτές τιμές, ενώ ο άξονας των y τη πιθανότητα επιλογής κάθε μίας από αυτές τις τιμές.

Η δυσκολία επομένως για την εφαρμογή των ACO σε προβλήματα όπου οι τιμές των συντεταγμένων μπορεί να ληφθούν από ένα συνεχές διάστημα πραγματικών αριθμών γίνεται αρκετά προφανής. Το βασικό πρόβλημα έγκειται στο πέρασμα από τη χρήση Διακριτών Κατανομών Πιθανότητας σε Συνεχείς, τη χρήση δηλαδή Συναρτήσεων Πυκνότητας Πιθανότητας. Η ιδέα αυτή φαίνεται καλύτερα συγκρίνοντας τα σχήματα 5-6 και 5-7.



Σχήμα 5-7: η i συντεταγμένη μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή που ανήκει στο διάστημα $[x_{max}, x_{min}]$

Επομένως στους ACO_R αλγορίθμους (ACO αλγόριθμοι σε συνεχείς χώρους λύσεων), αντί της χρήσης της συνάρτησης AS για την επιλογή της τιμής της επόμενης συντεταγμένης, τα μυρμήγκια αποφασίζουν τη τιμή της βάση μιας Συνάρτησης Πυκνότητας Πιθανότητας. Τη τελευταία δεκαπενταετία είχαν επιχειρηθεί αρκετές «αποτυχημένες» προσπάθειες για τη μετάβαση των ACO από διακριτούς σε συνεχείς χώρους λύσεων. Η «αποτυχία» αυτή οφείλεται όχι στα αποτελέσματα των αλγορίθμων (τα οποία ήταν κάθε άλλο από ανεπαρκής), αλλά η προσπάθεια ορισμένων ερευνητών να φτιάξουν έναν ACO_R κατέληγε σε αλγορίθμους που θύμιζαν περισσότερο γενετικούς, αποκλίνοντας έτσι από το βασικό σκεπτικό των ACO . Η πρώτη επιτυχημένη παρουσίαση ACO_R πραγματοποιήθηκε από τους (Socha & Dorigo, 2006). Επειδή στη παρούσα διπλωματική, όλες οι μέθοδοι που περιγράφηκαν και κατασκευάστηκαν είχαν ως στόχο την εφαρμογή τους στη βελτιστοποίηση δύο συγκεκριμένων δικτυωμάτων, οι διατομές των οποίων μπορούσαν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή σε ένα κλειστό διάστημα, θεωρήθηκε σκόπιμο να κατασκευαστεί ο αλγόριθμος ACO_R αντί ενός ACO . Στις παραγράφους που ακολουθούν, επεξηγείται ο τρόπος και περιγράφεται η διαδικασία υλοποίησης ενός ACO_R . Προηγείται βέβαια, μια γρήγορη ανασκόπηση βασικών εννοιών από τη Θεωρία Πιθανοτήτων που αφορούν τη Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας.

Λίγα λόγια για τη Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (Σ.Π.Π)

Πριν περάσουμε στη περιγραφή του ACO_R αλγορίθμου, πρέπει να περιγράψουμε ορισμένα χαρακτηριστικά των Σ.Π.Π. και να επιλέξουμε αυτή που θα χρησιμοποιήσουμε. Σε γενικές

γραμμές, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μπορεί να είναι οποιαδήποτε συνάρτηση με τα παρακάτω δύο βασικά χαρακτηριστικά:

1. $P(x) \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

2. $\int_{-\infty}^{+\infty} P(x) dx = 1$

Για μια δεδομένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $P(x)$ μπορεί να οριστεί (συνήθως) μια συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (Σ.Κ.Π.) $D(x)$ η οποία ουσιαστικά μας δίνει τη πιθανότητα εύρεσης αριθμών μικρότερων από μια ορισμένη τιμή, που ακολουθούν τη $P(x)$. Η σχέση που συνδέει τη $P(x)$ με τη $D(x)$ είναι η ακόλουθη:

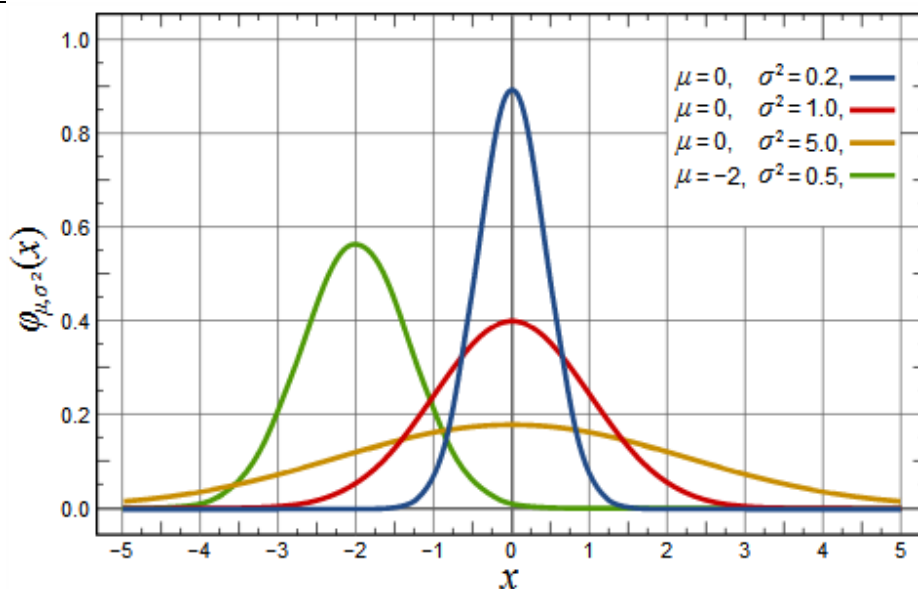
$$D(x) = \int_{-\infty}^x P(t) dt$$

Η δειγματοληψία μιας Σ.Π.Π. $P(x)$ συνηθίζεται να πραγματοποιείται βρίσκοντας την αντίστροφη συνάρτηση της Σ.Κ.Π., $D^{-1}(x)$. Για την ορθή χρήση της $D^{-1}(x)$ είναι αρκετή η ύπαρξη μιας συνάρτησης που παράγει τυχαίους, ομοιόμορφα κατανεμημένους, αριθμούς. Παρόλα αυτά, πρέπει να σημειώσουμε ότι ο υπολογισμός της $D^{-1}(x)$ δεν είναι εύκολος για οποιαδήποτε δοθείσα $P(x)$.

Μια από τις πιο γνωστές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας είναι η κανονική ή Γκαουσιανή κατανομή. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ορίζεται από το τύπο:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

όπου μ ο μέσος όρος του πληθυσμού και σ η τυπική απόκλιση του. Η γραφική της παράσταση είναι η ακόλουθη:



Σχήμα 5-8: Γραφική παράσταση κανονικών κατανομών για διαφορετικές μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις

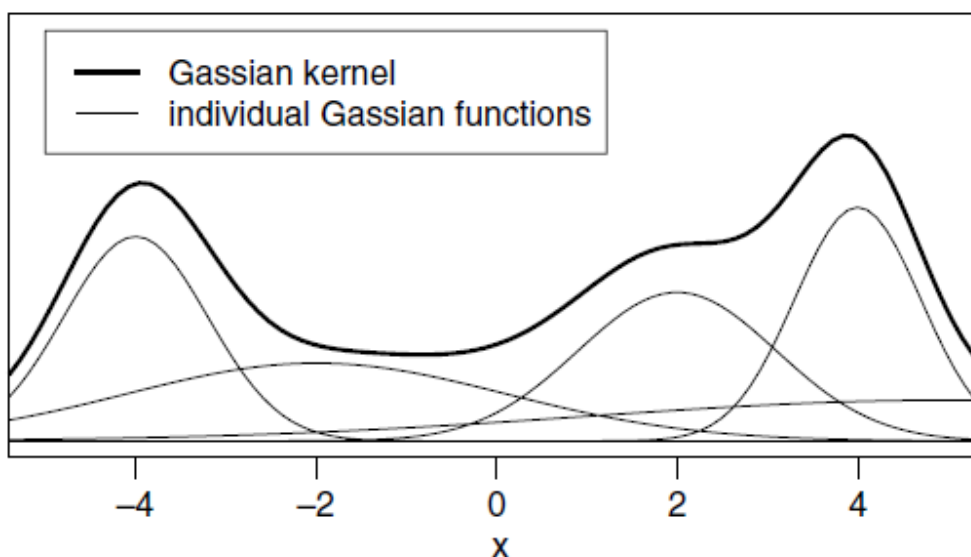
Το μεγάλο πλεονέκτημα της κανονικής κατανομής είναι η εύκολη δειγματοληψία. Το βασικό της μειονέκτημα όμως είναι ότι μία μόνο κανονική κατανομή δεν είναι σε θέση να περιγράψει μια κατάσταση όπου δύο διαφορετικές περιοχές του χώρου των λύσεων υπόσχονται καλές ποιότητες ατόμων, λόγω του ότι περιορίζεται σε ένα μοναδικό μέγιστο. Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούμε μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που βασίζεται στη κανονική κατανομή αλλά είναι λίγο βελτιωμένη: μία Γκαουσιανή kernel συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Πρόκειται για το ζυγισμένο αλγεβρικό άθροισμα πλήθους μονοδιάστατων Γκαουσιανών συναρτήσεων $g_i^i(x)$, το οποίο συμβολίζουμε με $G^i(x)$.

$$G^i(x) = \sum_{l=1}^k \omega_l g_l^i(x) = \sum_{l=1}^k \omega_l \frac{1}{\sigma_l^i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{(2\sigma_l^i)^2}}$$

Από τη στιγμή που χρησιμοποιούμε τόσες Γκαουσιανές kernel συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας όσες και οι διαστάσεις του προβλήματος (δηλαδή το πλήθος των συντεταγμένων κάθε λύσης), ο δείκτης $i=1, \dots, n$ αναφέρεται στην εξεταζόμενη συντεταγμένη. Κάθε Γκαουσιανή kernel συνάρτηση $G^i(x)$ χαρακτηρίζεται από τρία διανύσματα παραμέτρων: ω είναι το διάνυσμα των συντελεστών βάρους που σχετίζονται με κάθε Γκαουσιανή μονοδιάστατη συνάρτηση και είναι ίδιο για όλες τις συντεταγμένες, μ^i είναι το διάνυσμα των μέσων όρων, και

σ^j είναι το διάνυσμα των τυπικών αποκλίσεων. Το πλήθος των συντεταγμένων των παραπάνω διανυσμάτων είναι ίσο με το πλήθος των Γκαουσιανών συναρτήσεων που απαρτίζουν τη Γκαουσιανή kernel συνάρτηση κάθε συντεταγμένης. Για απλότητα θα χρησιμοποιούμε στο εξής τη παράμετρο k για τη περιγραφή του πλήθους των μεμονωμένων Γκαουσιανών συναρτήσεων που χρησιμοποιούμε για κάθε συντεταγμένη (δηλαδή ισχύει $|\omega| = |\mu^i| = |\sigma^i| = k$).

Η Γκαουσιανή kernel συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας επιτρέπει τη σχετικά απλή δειγματοληψία του χώρου των λύσεων ενώ παράλληλα παρέχει τη δυνατότητα ευελιξίας όσον αφορά το πιθανό σχήμα της συνάρτησης, σε σχέση με το σχήμα μιας μεμονωμένης Γκαουσιανής συνάρτησης. Ένα παράδειγμα της μορφής μιας τέτοιας Γκαουσιανής kernel συνάρτησης παρουσιάζεται στο σχήμα 5-9.



Σχήμα 5-9: παράδειγμα πέντε μονοδιάστατων Γκαουσιανών συναρτήσεων και της Γκαουσιανής kernel συνάρτησης που σχηματίζει το άθροισμά τους.

5.2.4 Η αναπαράσταση της φερομότητας στον ACOR αλγόριθμο

Στα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, οι πληροφορίες που σχετίζονται με τη φερομότητα αποθηκεύονται σε έναν πίνακα. Κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης, όταν επιλέγεται μία τιμή για τη συντεταγμένη της παρούσας μερικής λύσης (σύμφωνα με τη συνάρτηση AS), το μυρμήγκι χρησιμοποιεί κάποιες τιμές από τον πίνακα της φερομότητας (όπως φαίνεται στο σχήμα 5-10). Στη περίπτωση όμως που ο χώρος των λύσεων είναι συνεχής, η διαθέσιμες επιλογές της

μυρμηγκιού δεν περιορίζονται σε ένα πεπερασμένο πλήθος. Απαιτείται η υιοθέτηση μιας διαφορετικής προσέγγισης.

Σε ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, ένας κλασικός ACO αλγόριθμος ενημερώνει το πίνακα της φερομόνης βασιζόμενος στα στοιχεία των καλών λύσεων που έχουν βρεθεί. Με το που ενημερωθεί ο πίνακας της φερομόνης, οι συντεταγμένες των λύσεων είναι πλέον περιττές και απορρίπτονται. Αντιθέτως, ο ACO_R δεν απορρίπτει τις συντεταγμένες των λύσεων, αλλά αποθηκεύει ένα ορισμένο πλήθος αυτών (k) σε ένα αρχείο T , το αρχείο των λύσεων (solution archive). Οι k καλύτερες λύσεις που έχουν βρεθεί από την έναρξη του αλγορίθμου βρίσκονται αποθηκευμένες στο αρχείο T . Αν σε μεταγενέστερες γενιές εντοπιστούν καλύτερες λύσεις, τότε αυτές τοποθετούνται στο T και αφαιρείται από αυτό ένα ισάριθμο πλήθος λύσεων. Με άλλα λόγια, για κάθε καλή λύση s_l ενός n -διάστατου προβλήματος, που εντοπίζεται τοποθετούνται στο T τόσο οι συντεταγμένες της λύσης όσο και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που της αντιστοιχεί $f(s_l)$. Συμβολίζουμε με s_l^i την i συντεταγμένη της l λύσης. Η δομή του αρχείου T φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

s_1	s_1^1	s_1^2	· · ·	s_1^i	· · ·	s_1^n	$f(s_1)$	ω_1
s_2	s_2^1	s_2^2	· · ·	s_2^i	· · ·	s_2^n	$f(s_2)$	ω_2
	·	·	·	·	·	·	·	·
	·	·	·	·	·	·	·	·
	·	·	·	·	·	·	·	·
s_l	s_l^1	s_l^2	· · ·	s_l^i	· · ·	s_l^n	$f(s_l)$	ω_l
	·	·	·	·	·	·	·	·
	·	·	·	·	·	·	·	·
	·	·	·	·	·	·	·	·
s_k	s_k^1	s_k^2	· · ·	s_k^i	· · ·	s_k^n	$f(s_k)$	ω_k
	G^1	G^2		G^i		G^n		

Σχήμα 5-10: το αρχείο των λύσεων που κρατείται από έναν ACO_R αλγόριθμο. Οι λύσεις ταξινομούνται στο αρχείο σύμφωνα με τη ποιότητά τους. Κάθε λύση έχει ένα βάρος ω ανάλογο της ποιότητάς του.

Για κάθε μία από τις διαστάσεις του προβλήματος $i=1, \dots, n$, προσδιορίζεται μία διαφορετική Γκαουσιανή kernel συνάρτηση G^i . Για κάθε μία από αυτές, οι τιμές της i συντεταγμένης όλων των λύσεων που υπάρχουν στο αρχείο γίνονται οι συντεταγμένες του διανύσματος μ^i . Με άλλα λόγια:

$$\mu^i = \{\mu_1^i, \dots, \mu_k^i\} = \{s_1^i, \dots, s_k^i\}$$

Το διάνυσμα των βαρών ω δημιουργείται με το παρακάτω τρόπο: κάθε λύση που εισέρχεται στο T αξιολογείται, με βάση τη ποιότητά της, και κατατάσσεται στην ανάλογη θέση (σε περίπτωση ισοπαλίας έχουμε τυχαία κατάταξη μεταξύ των συγκεκριμένων λύσεων). Έτσι η καλύτερη λύση κατατάσσεται στη πρώτη θέση ($l=1$) ενώ η χειρότερη στη τελευταία ($l=k$). Ο συντελεστής βαρύτητας ω_l της λύσης s_l υπολογίζεται από τη παρακάτω σχέση:

$$\omega_l = \frac{1}{qk\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(l-1)^2}{2q^2k^2}}$$

Όπως είναι προφανές, ο συντελεστής βαρύτητας ακολουθεί Γκαουσιανή κατανομή με μέση τιμή 1 και τυπική απόκλιση qk , όπου q παράμετρος του αλγορίθμου. Όταν το q είναι μικρό προτιμούνται οι καλύτερες λύσεις του πίνακα των λύσεων, ενώ όταν το q είναι μεγάλο η πιθανότητα επιλογής ατόμων που βρίσκονται στις τελευταίες θέσεις του πίνακα των λύσεων αυξάνεται. Το γεγονός αυτό γίνεται καλύτερα αντιληπτό αν σκεφτεί κανείς ότι όσο αυξάνετε το q είναι σαν να αυξάνετε η τυπική απόκλιση της κανονικής κατανομής επομένως οι τιμές που απέχουν αρκετά από τη μέση τιμή έχουν περισσότερες πιθανότητες να επιλεγούν. Η επιρροή της παραμέτρου αυτής στους ACO_R αλγορίθμους, μπορεί να θεωρηθεί παρόμοια με αυτή της επιλογής της στρατηγικής ενημέρωσης του πίνακα της φερομόνης στους ACO (ενημερώνουμε το πίνακα με βάση των καλύτερων εξαρχής λύσεων ή των καλύτερων της υπάρχουσας γενιάς).

Προκειμένου να προσδιορίσουμε τη τελική μορφή κάθε μίας Γκαουσιανής kernel συνάρτησης, απαιτείται και ο υπολογισμός του διανύσματος σ^i των τυπικών αποκλίσεων. Η λεπτομερής περιγραφή του τρόπου με τον οποίο επιτυγχάνεται αυτό παρουσιάζεται στην επόμενη παράγραφο ως μέρος της διαδικασίας κατασκευής των λύσεων.

5.2.5 Η διαδικασία που ακολουθούνται στον ACO_R αλγόριθμο

Στη παράγραφο αυτή περιγράφεται αναλυτικά ο τρόπος με τον οποίο πραγματοποιούνται οι τρεις βασικές διαδικασίες των ACO αλγορίθμων στη περίπτωση του ACO_R. Πιο συγκεκριμένα, αναλύουμε τον τρόπο κατασκευής των λύσεων, τον τρόπο ενημέρωσης της φερομόνης και τις δαιμονικές διαδικασίες.

5.2.5.1 Κατασκευή των λύσεων στον ACOR

Έχοντας ως δεδομένο το πλήθος των μεταβλητών σχεδιασμού X_i , $i=1,\dots,n$, κάθε μυρμήγκι κατασκευάζει τη λύση του πραγματοποιώντας n βήματα κατασκευής. Στο βήμα κατασκευής i κάθε μυρμήγκι επιλέγει μία τιμή για τη μεταβλητή X_i . Όπως έχει ήδη αναφερθεί, μια Γκαουσιανή kernel συνάρτηση αποτελείται από ένα πλήθος Γκαουσιανών συναρτήσεων που είναι ίσο με τον αριθμό k των λύσεων που είναι αποθηκευμένες στο αρχείο T . Στο βήμα κατασκευής i , οι μόνες πληροφορίες που χρησιμοποιούνται είναι αυτές της i συντεταγμένης. Επομένως, σε κάθε βήμα i η Γκαουσιανή kernel συνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι διαφορετική.

Σύμφωνα με όσα έχουμε πει σε προηγούμενο κεφάλαιο, προκειμένου να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση G^i πρέπει να υπολογιστούν τα διανύσματα μ^i , σ^i και ω . Ο τρόπος εύρεσης των δύο πρώτων έχει ήδη περιγραφεί αλλά η εύρεση του σ^i είναι η πιο περίπλοκη. Προτού περιγράψουμε τη διαδικασία κατασκευής του, επεξηγούμε τον τρόπο με τον οποίο εξάγουμε στη πράξη αποτελέσματα από την συνάρτηση G^i .

Πρακτικά, η διαδικασία δειγματοληψίας επιτυγχάνεται με το παρακάτω τρόπο. Αρχικά, υπολογίζουμε τα στοιχεία του διανύσματος ω όπως έχουμε ήδη περιγράψει. Στη συνέχεια, η δειγματοληψία πραγματοποιείται σε δύο στάδια. Στο πρώτο, πρέπει να επιλέξουμε μία μονοδιάστατη Γκαουσιανή συνάρτηση από αυτές που απαρτίζουν τη G^i . Η πιθανότητα p_l επιλογής της l Γκαουσιανής κατανομής δίνεται από το τύπο:

$$p_l = \frac{\omega_l}{\sum_{r=1}^k \omega_r}$$

Το δεύτερο στάδιο αποτελείται από τη δειγματοληψία της μονοδιάστατης Γκαουσιανής συνάρτησης g_i^j που επιλέξαμε στο πρώτο στάδιο. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για την υλοποίηση αυτού του σταδίου. Στη περίπτωση μας, η MATLAB παρέχει τη συνάρτηση *randn* η οποία παράγει τυχαίους αριθμούς που ακολουθούν τη τυποποιημένη κανονική κατανομή, τους οποίους προσαρμόζουμε στη δικιά μας κατανομή μέσω του γνωστού τύπου $X = Z \cdot \sigma + \mu$. Η διμερής αυτή δειγματοληψία είναι ισοδύναμη με τη δειγματοληψία που θα είχαμε σε περίπτωση που κατασκευάζαμε μία G^i .

Είναι προφανές, ότι στο βήμα i απαιτείται η γνώση της τυπικής απόκλισης που αντιστοιχεί μόνο στη Γκαουσιανή συνάρτηση g_i^j που επιλέχθηκε στο πρώτο στάδιο. Συνεπώς δεν υπολογίζουμε το ολικό διάνυσμα σ^i αλλά μόνο το σ_i^j που χρειαζόμαστε.

Η επιλογή της l Γκαουσιανής συνάρτησης γίνεται μόνο μία φορά για κάθε μυρμήγκι σε κάθε επανάληψη. Αυτό σημαίνει ότι ένα μυρμήγκι χρησιμοποιεί τις Γκαουσιανές συναρτήσεις που σχετίζονται με τη λύση s_l , δηλαδή τις συναρτήσεις g_i^j , $i=1, \dots, n$ για τη κατασκευή όλης της λύσης σε μία δεδομένη επανάληψη. Το γεγονός αυτό επιτρέπει τη συσχέτιση μεταξύ των συντεταγμένων της λύσης. Βέβαια, πρέπει να αναφέρουμε ότι η πραγματική Γκαουσιανή συνάρτηση διαφέρει από επανάληψη σε επανάληψη ακόμα και για την ίδια λύση. Ενώ το $\mu_i^j = s_l^i$ σε κάθε επανάληψη (όσων αφορά την ίδια λύση) τα σ_i^j και ω_l μπορεί να διαφέρουν από επανάληψη σε επανάληψη λόγω της εισόδου νέων λύσεων στο αρχείο T .

Η τυπική απόκλιση σ_i^j στο βήμα κατασκευής i υπολογίζεται βρίσκοντας το μέσο όρο των αποστάσεων της λύσης s_l , που επιλέχθηκε, από όλες τις άλλες λύσεις που είναι αποθηκευμένες στο αρχείο και το πολλαπλασιάζουμε με τη παράμετρο ξ :

$$\sigma_i^j = \xi \sum_{e=1}^k \frac{|s_e^i - s_l^i|}{k-1}$$

Η παράμετρος $\xi > 0$, η οποία είναι ίδια για όλες τις διαστάσεις, επηρεάζει τις λύσεις του ACO_R με τον ίδιο τρόπο που επηρεάζει τις λύσεις του ACO ο ρυθμός εξάτμισης. Όσο μεγαλύτερη είναι η παράμετρος ξ , τόσο πιο αργή είναι η ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου. Ενώ ο ρυθμός εξάτμισης της φερομόνης στους ACO αλγορίθμους επηρεάζει τη μακροπρόθεσμη μνήμη του

πίνακα της φερομόνης (οι χειρότερες λύσεις ξεχνιούνται ταχύτερα), η παράμετρο ξ των ACO_R αλγορίθμων επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο η μακροπρόθεσμη μνήμη χρησιμοποιείται (η εξερεύνηση είναι λιγότερο προκατειλημμένη προς περιοχές του χώρου των λύσεων που είναι αποθηκευμένες στο αρχείο και έχουν ήδη εξερευνηθεί).

Συνοψίζοντας, όλη αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε μία από τις συντεταγμένες $i=1, \dots, n$ και κάθε φορά η μέση απόσταση σ_i^i υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις τιμές της συντεταγμένης i .

5.2.5.2 Η ενημέρωση του αρχείου της φερομόνης

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στη περίπτωση των ACO_R αλγορίθμων, η πληροφορίες της φερομόνης αποθηκεύονται στο αρχείο των λύσεων T . Συνεπώς, η διαδικασία ενημέρωσης της φερομόνης πρέπει να πραγματοποιήσει κάποιου είδους ενημέρωση στο συγκεκριμένο αρχείο.

Το μέγεθος k του αρχείου των λύσεων είναι μία παράμετρος του αλγορίθμου, η οποία πρέπει να είναι μεγαλύτερη από της διαστάσεις του προβλήματος (του πλήθους των συντεταγμένων των λύσεων). Κατά την έναρξη του αλγορίθμου, το αρχείο των λύσεων αρχικοποιείται παράγοντας k τυχαίες λύσεις.

Η ενημέρωση της φερομόνης πραγματοποιείται προσθέτοντας τις νέες καλές λύσεις της υπάρχουσας γενιάς στο αρχείο των λύσεων και αφαιρώντας πάντα τον ίδιο αριθμό από τις χειρότερες λύσεις του αρχείου, προκειμένου το μέγεθός του k να παραμένει σταθερό. Η διαδικασία αυτή εξασφαλίζει την ύπαρξη των βέλτιστων λύσεων στο αρχείο, έτσι ώστε αυτές να καθοδηγούν τα μυρμήγκια προς εξερεύνηση.

5.2.5.3 Οι Δαιμονικές Διαδικασίες

Δαιμονικές διαδικασίες δεν πραγματοποιούνται στον ACO_R αλγόριθμο που παρουσιάζουμε αν και θα μπορούσαν εύκολα να ενσωματωθούν προκειμένου να ενισχυθεί η τοπική εξερεύνηση σε υποσχόμενες περιοχές, βελτιώνοντας έτσι την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου.

5.2.6 Το πέρασμα από το μονοκριτηριακό στο πολυκριτηριακό ACO_R

Όλα όσα περιγράφηκαν μέχρι τώρα για τον ACO_R αλγόριθμο αφορούσαν την εφαρμογή του σε προβλήματα με μία μονο αντικειμενική συνάρτηση. Η βασική διαφορά μεταξύ του

μονοκριτηριακού και το υπολκκριτηριακού ACO_R έγκειται στο τρόπο αποθήκευσης των λύσεων στο εξωτερικό αρχείο T . Στη περίπτωση μίας μόνο αντικειμενικής συνάρτησης, οι καλύτερες λύσεις, οι οποίες προσδιορίζονται με βάση τη βέλτιστη λύση, αποθηκεύονται στο T μετά το πέρας κάθε επανάληψης. Όμως, όπως έχουμε ήδη τονίσει πολλές φορές, στα προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης η βέλτιστη λύση δεν είναι μία αλλά πολλές. Σκοπός κάθε αλγορίθμου είναι η προσέγγιση του Pareto βέλτιστου μετώπου και η καλή κατανομή των λύσεων κατά μήκος του. Πρέπει επομένως να προσδιορίσουμε το τρόπο με τον οποίο διακρίνονται οι καλύτερες από τις χειρότερες λύσεις κάθε γενιάς.

Οι τρόποι με τους οποίους έχουμε τη δυνατότητα να ξεχωρίσουμε τη ποιότητα των λύσεων ποικίλουν με βάση τη σημερινή βιβλιογραφία. Η διαδικασία που επιλέξαμε να ακολουθήσουμε στη παρούσα διπλωματική βασίζεται στη ταξινόμηση κάθε γενιάς με βάση τη κυριαρχία Pareto, όπως ακριβώς πραγματοποιήθηκε σε όλους σχεδόν τους γενετικούς αλγορίθμους που περιγράφηκαν νωρίτερα. Ο τρόπος αυτός προτάθηκε από τους (Garcia-Najera & Bullinaria, 2007). Σύμφωνα με αυτόν, πραγματοποιείται αρχικά μια ταξινόμηση σε τάξεις του πληθυσμού με βάση τη κυριαρχία Pareto (άτομα που δεν κυριαρχούνται από κανέναν, άτομα που κυριαρχούνται από έναν κ.ο.κ). Με το που ολοκληρωθεί αυτή η κατηγοριοποίηση, προτιμούνται προφανώς, τα άτομα που κυριαρχούνται από το μικρότερο δυνατό αριθμό ατόμων να αποθηκεύονται στο T .

Σε περίπτωση που το πλήθος των λύσεων που είναι αποθηκευμένες στο εξωτερικό αρχείο ξεπερνά τον αριθμό k των διαθέσιμων θέσεων, πραγματοποιείται ταξινόμηση του πληθυσμού με βάση την Απόσταση Συνωστισμού (Crowding Distance) και επιλέγονται τα άτομα που βρίσκονται στις αραιότερες γειτονιές. Όλες οι υπόλοιπες διαδικασίες του ACO_R είναι ακριβώς ίδιες με του ACO .

5.3 Βελτιστοποίηση με τη Μέθοδο του Σμήνους Πουλίων (Particle Swarm Optimization-PSO)

Η βελτιστοποίηση σμήνους ατόμων προτάθηκε για πρώτη φορά στα μέσα της δεκαετίας του 1990 από τους Kennedy και Eberhart (Kennedy & Eberhart, 2001). Η ιδέα προήλθε από τη παρατήρηση της ομαδικής λειτουργίας σμήνους πουλιών, όπως περιγράφηκε στην εισαγωγή του κεφαλαίου 5. Πρόκειται για έναν αλγόριθμο που βασίζεται στη κατανομή της συμπεριφοράς των

ατόμων της ομάδας, εκτελώντας μια πολυδιάστατη έρευνα στο χώρο των λύσεων. Κατα τη προσομοίωση, χρησιμοποιούνται οι ιδέες του πληθυσμού, των γενιών καθώς και της απονομής απόδοσης σε κάθε άτομο ξεχωριστά, με τη λογική που γνωρίσαμε και στους γενετικούς αλγορίθμους. Επίσης, οι αλλαγές που πραγματοποιούνται στα άτομα κάθε γενιάς είναι ανάλογες με τους μηχανισμούς της διασταύρωσης και μετάλλαξης στους γενετικούς αλγορίθμους. Η συμπεριφορά κάθε ατόμου επηρεάζεται είτε από το καλύτερο γείτονά του (σε μια οριοθετημένη εξαρχής γειτονιά), από άποψη ποιότητας, είτε από το καθολικά βέλτιστο άτομο/α του σμήνους. Ένα ιδιαίτερα σημαντικό χαρακτηριστικό της μεθόδου είναι ότι επιτρέπει σε κάθε άτομο να εποφελείται από τις μέχρι τώρα εμπειρίες του. Το χαρακτηριστικό αυτό εμφανίζεται μόνο στους γενετικούς αλγορίθμους που κάνουν χρήση ελιτισμού, διαφορετικά ο παρόν πληθυσμός είναι η μόνη μνήμη που χρησιμοποιείται από τους μηχανισμούς εξέλιξης που έχουν υιοθετηθεί.

5.3.1 Το Μαθηματικό Μοντέλο της PSO

Σε πρώτη φάση, δημιουργείται ο αρχικός πληθυσμός από τυχαία άτομα που βρίσκονται στο χώρο των λύσεων. Στη συνέχεια, κάθε άτομο αξιολογείται σύμφωνα με μία συνάρτηση (η οποία λαμβάνει υπόψη τις αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος) και του απονέμεται η καταλληλότητα του (fitness). Κάθε άτομο έχει μια θέση η οποία αντιπροσωπεύεται από το διάνυσμα θέσης ($present(i)$ όπου i ο αύξων αριθμός του ατόμου) και μία ταχύτητα, η οποία αντιπροσωπεύεται από το διάνυσμα ταχύτητας ($velocity(i)$). Μετά το τέλος κάθε επανάληψης, το καλύτερο διάνυσμα θέσης αποθηκεύεται σε ένα αρχείο. Η εύρεση της νέας ταχύτητας γίνεται για κάθε συντεταγμένη του ατόμου και δίνετε από τη παρακάτω σχέση (Sumathi & Surekha, 2010)

$$velocity_{ij}(new) = w \cdot velocity_{ij}(old) + c_1 \cdot rand(1) \cdot pbest_{ij}(old) - present_{ij}(old) + c_2 \cdot rand(1) \cdot gbest_j(old) - present_{ij}(old)$$

όπου:

w είναι ο συντελεστής αδράνειας

$rand(1)$ τυχαίοι αριθμοί που ανήκουν συνήθως στο διάστημα $[0,1]$

c_1 και c_2 θετικές σταθερές που λέγονται συντελεστής αυτοαναγνώρισης (coefficient of self recognition) και συντελεστής της κοινωνικής συνιστώσας (coefficient of the social component), αντίστοιχα

$velocity_{ij}(old)$ η παλιά ταχύτητα του ατόμου

$pbest_{ij}(old)$ η μέχρι τώρα βέλτιστη θέση του ατόμου

$gbest_j(old)$ η έως τώρα βέλτιστη λύση

$present_{ij}(old)$ η συντεταγμένη της θέσης του ατόμου

Από την εξίσωση αυτή κάθε άτομο αποφασίζει προς τα που θα κατευθυνθεί βασισμένο στη καλύτερη θέση που έχει βιώσει προσωπικά, καθώς και στη καλύτερη θέση που έχει ποτέ βρεθεί από το σμήνος. Οι ακριβείς, νέες συντεταγμένες του ατόμου δίνονται από τη παρακάτω σχέση:

$$present_{ij}(new) = present_{ij}(old) + velocity_{ij}(new)$$

λίγα περισσότερα για τις παραμέτρους...

Το πλήθος των ατόμων: αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους παράγοντες που πρέπει να ληφθούν υπόψη. Για τις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές, η βέλτιστη επιλογή είναι μεταξύ 20 και 40 ατόμων. Βέβαια, ακόμα και 10 άτομα είναι ικανά να παράγουν ικανοποιητικά αποτελέσματα. Σε περίπτωση δύσκολων προβλημάτων, το πλήθος των ατόμων μπορεί να φτάσει και μεταξύ 100 με 200.

Συντελεστής αδράνειας: αποτελεί πολύ σημαντικό παράγοντα όσον αφορά τη ταχύτητα με την οποία συγκλίνει ο αλγόριθμος. Αυτό που κάνει ο συντελεστής αδράνειας είναι να «ελέγχει» την επίδραση του ιστορικού των ταχυτήτων στην επόμενη. Ρυθμίζει το ποσοστό που εξαρτάται η επόμενη ταχύτητα των ατόμων τόσο από την άμεση (κοντινή) γειτονιά του ατόμου, όσο και από όλο το πληθυσμό. Πιο συγκεκριμένα, μεγάλος συντελεστής αδράνειας συνεπάγεται εξερεύνηση σε απομακρυσμένες περιοχές, ενώ μικρός επικεντρώνει την εξερεύνηση στη γειτονιά του ατόμου. Μια στρατηγική που υιοθετείται συνήθως είναι η επιλογή σχετικά μεγάλου συντελεστή αδράνειας στις αρχικές γενιές (προκειμένου να βοηθηθεί η καθολική εξερεύνηση), ο οποίος σταδιακά μειώνεται (με το πέρασμα κάποιων γενιών) προκειμένου να προωθηθεί η τοπική εξερεύνηση στις περιοχές που έχουν βρεθεί.

Οι συντελεστές αυτοαναγνώρισης και κοινωνικής συνιστώσας: δεν είναι και τόσο κρίσιμοι για την σύγκλιση της PSO. Συνήθως, επιλέγονταν και οι δύο να είναι ίσες με 2, αλλά ορισμένα πειράματα απέδειξαν ότι θέτοντάς και τις δύο ίσες με 1.49 μπορεί να εξάγει ακόμα καλύτερα αποτελέσματα. Τελευταία, έχουν αναπτυχθεί θεωρίες που

υποστηρίζουν ότι τα αποτελέσματα βελτιώνονται ακόμη περισσότερο αν επιλεγεί μεγαλύτερος συντελεστής αυτοαναγνώρισης c_1 σε σχέση με το συντελεστή κοινωνικής συνιστώσας c_2 , με το περιορισμό το άθροισμά τους να είναι ίσο με 4.

Κριτήριο τερματισμού: μπορεί να είναι είτε η περάτωση συγκεκριμένου αριθμού γενιών, είτε κάποιο άλλο κριτήριο την απόσταση μεταξύ των λύσεων διαδοχικών γενιων.

5.3.2 Το πέρασμα από τη Μονοκριτηριακή στη Πολυκριτηριακή PSO

Η PSO αρχικά χρησιμοποιήθηκε σε προβλήματα μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης. Η ταχύτητα όμως με την οποία συγκλίνει στη βέλτιστη λύση ώθησε, τη τελευταία δεκαετία, διάφορους ερευνητές να εφαρμόσουν τη λογική αυτή και σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Οι πιο σημαντικοί και αποτελεσματικοί αλγόριθμοι που έχουν προταθεί παρουσιάζονται παρακάτω.

Ο αλγόριθμος των Moore και Chapman: Ο αλγόριθμος αυτός παρουσιάστηκε σε ένα αδημοσίευτο αρχείο και βασίζεται στο σκεπτικό της Pareto κυριαρχίας. Οι δημιουργοί του επικεντρώνουν το ενδιαφέρον τους στη διεξαγωγή τόσο ατομικών όσο και συλλογικών αναζητήσεων των ατόμων της ομάδας προς την εύρεση του Pareto βέλτιστου συνόλου. Το βασικό μειονέκτημα του αλγορίθμου είναι ότι δεν έχει υιοθετηθεί καμία στρατηγική προκειμένου να εξασφαλίζεται ομοιόμορφη κατανομή των ατόμων του πληθυσμού.

Ο αλγόριθμος των Ray και Liew: Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί τη λογική της κυριαρχίας Pareto καθώς και τη λογική του Crowding Distance (που γνωρίσαμε στον NSGA-II) προκειμένου να εξασφαλίσει ποικιλομορφία του Pareto βέλτιστου συνόλου.

Ο αλγόριθμος των Hu και Eberhart: Σε κάθε βήμα του αλγορίθμου βελτιστοποιείται μόνο μία από τις αντικειμενικές συναρτήσεις σύμφωνα με ένα συγκεκριμένο σχέδιο. Το πρόβλημα που προκύπτει στη περίπτωση αυτή είναι ότι ο αλγόριθμος παρουσιάζει μεταβαλλόμενη αποτελεσματικότητα λόγω της εξάρτησής του από τη σειρά με την οποία θα βελτιστοποιούνται οι συναρτήσεις. Ακόμη, επειδή το σχέδιο με το οποίο επιλέγονται οι συναρτήσεις είναι σύμφωνα με τη λεξικογραφική διάταξη, η (αξιόλογη) αποτελεσματικότητά του περιορίζεται σε προβλήματα μέχρι τριών αντικειμενικών συναρτησεων. Παρόλαυτά, επειδή ο αλγόριθμος κάνει

χρήση της δυναμικής γειτονιάς (μέθοδος η οποία λαμβάνει υπόψη τα άτομα που βρίσκονται σε ορισμένη απόσταση από κάθε άτομο) θεωρείται πρωτοποριακός.

Οι αλγόριθμοι που παρουσιάστηκαν έως τώρα δεν κάνουν χρήση εξωτερικών αρχείων ή δευτερευόντων πληθυσμών (όπως ο ελιτισμός στη περίπτωση των γενετικών αλγορίθμων) κατά τη διάρκεια της εκτέλεσής τους. Το γεγονός αυτό περιορίζει πάρα πολύ την επίδοσή τους εκτός αν υιοθετηθεί μια πολύ καλή στρατηγική ποικιλομορφίας. Μεταγενέστεροι αλγόριθμοι που υιοθέτησαν την ιδέα αυτή είναι οι ακόλουθοι.

Ο αλγόριθμος των Fieldsend και Singh: Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος προτίνει τη χρήση ενός εξωτερικού αρχείου που να περιλαμβάνει όλες τη μη κυριαρχούμενες λύσεις που έχουν βρεθεί σε όλες τις προηγούμενες φάσεις. Το αρχείο αυτό αλληλέπιδρά με το βασικό πληθυσμό κάθε γενιάς προκειμένου να προσδιορίσει νέες τοπικές οδούς. Επίσης, χρησιμοποιείται η λεγόμενη διαδικασία αναταραχής η οποία ουσιαστικά είναι παρόμοια με τη διαδικασία της μετάλλαξης των γενετικών αλγορίθμων και δρά στις ταχύτητες των ατόμων.

Ο αλγόριθμος των Mostaghim και Teich: Στον αλγόριθμο αυτό προτίνεται η λεγόμενη SIGMA μέθοδος στην οποία διαλέγονται οι καλύτερες τοπικές οδοί κάθε ατόμου προκειμένου να βελτιωθεί η σύγκλιση προς το Pareto μέτωπο καθώς και η κατανομή του. Η χρήση της SIGMA επιτυγχάνει την αύξηση της πίεσης κατά τη διαδικασία της επιλογής με αποτέλεσμα να επιταχύνεται η σύγκλιση προς το βέλτιστο σύνολο. Παρόλαυτά, βασικό μειονέκτημα είναι η πρόωμη σύγκλιση σε τοπικά βέλτιστα. Ακόμη, χρησιμοποιείται η διαδικασία της αναταραχής, μόνο που στη περίπτωση αυτή εφαρμόζεται στις μεταβλητές σχεδιασμού και όχι στις ταχύτητες των ατόμων όπως προηγουμένως.

5.3.3 Ο Αλγόριθμος MOPSO (Multiobjective Particle Swarm Optimization)

Ο αλγόριθμος αυτός, ο οποίος χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση των προβλημάτων που εξετάζουμε, προτάθηκε από τους (Coello Coello, Pulido, & Lechuga, 2004). Με βάση όσα είδαμε στους γενετικούς αλγορίθμους και στη βελτιστοποίηση με τη μέθοδο της αποικίας μυρμηγκιών, είναι προφανές, ότι η ιδέα της κυριαρχίας Pareto αποτελεί το πλέον αποτελεσματικό τρόπο για την εισαγωγή της μεθόδου σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Επίσης, ο MOPSO χρησιμοποιεί ένα εξωτερικό αρχείο αποθήκευσης των έως τώρα βέλτιστων λύσεων που έχουν

βρεί τα άτομα του πληθυσμού. Λεπτομερής περιγραφή του αλγορίθμου παρουσιάζεται παρακάτω:

Βήμα 1: Αρχικά, επιλέγουμε κάποια τυχαία άτομα ως μέλη του αρχικού πληθυσμού. Τα άτομα αυτά πρέπει να ικανοποιούν τους περιορισμούς που περιγράφονται στην εκφώνηση κάθε προβλήματος. Με άλλα λόγια, ο κάθε συνδυασμός διατομών (κάθε άτομο) πρέπει να ικανοποιεί τους περιορισμούς τάσεων και κάθε διατομή πρέπει να ανήκει σε ένα συγκεκριμένο εύρος. Επίσης, εκτός από τις συντεταγμένες κάθε ατόμου δίνεται και αρχική ταχύτητα μηδέν σε κάθε συντεταγμένη του.

Βήμα 2: Στη συνέχεια, εκτιμούνται οι τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων κάθε υποψήφιας λύσης.

Βήμα 3: δημιουργούμε ένα εξωτερικό αρχείο που ονομάζουμε repository (REP) και στο οποίο αποθηκεύονται όλες οι μη κυριαρχούμενες λύσεις του αρχικού πληθυσμού. Το μέγεθός του δεν έχει όριο, αλλά οποιαδήποτε μη κυριαρχούμενη λύση βρεθεί κατά τη πάροδο των γενιών εισέρχεται στο αρχείο.

Βήμα 4: αρχικοποιούμε την μνήμη κάθε ατόμου του πληθυσμού θέτοντας (σε πρώτη φάση) σε έναν πίνακα που ονομάζουμε $PBESTS[i]$ τις συντεταγμένες κάθε ατόμου (όπου i ο αύξων αριθμός του ατόμου). Ο πίνακας αυτός βοηθά στη καθοδήγηση των ατόμων στο χώρο των λύσεων. Κατά τη διαδικασία της εξέλιξης ο πίνακας αυτός ανανεώνεται ανάλογα με το αν τα άτομα του πληθυσμού βρούν καλύτερες θέσεις στο χώρο των λύσεων.

Βήμα 5: (από εδώ και πέρα ξεκινάει η διαδικασία της εξέλιξης των γενιών εως ότου συμπληρωθεί το πλήθος των γενιων που έχουμε επιλέξει). Αρχικά υπολογίζουμε τη νέα ταχύτητα κάθε συντεταγμένης για κάθε άτομο χρησιμοποιώντας τη παρακάτω σχέση:

$$velocity_{ij}(new) = w \cdot velocity_{ij}(old) + rand(1) \cdot (pbests_{ij}(old) - present_{ij}(old)) + rand(1) \cdot (repository(h) - present_{ij}(old))$$

όπου:

W ο συντελεστής αδρανείας λαμβάνεται ίσος με 0.4.

$rand(1)$ τυχαίοι αριθμοί στο διάστημα $[0,1]$

$pbests_{ij}(old)$ η συντεταγμένη j της καλύτερης θέσης που το άτομο i έχει βρεθεί

$repository(h)$ είναι μία τιμή που λαμβάνεται από το $repository$ (εξηγείται αναλυτικά στη συνέχεια).

$present_{ij}(old)$ η συντεταγμένη j της θέσης του ατόμου i

$velocity_{ij}(old)$ η παλιά ταχύτητα της συντεταγμένης j του ατόμου i

Βήμα 6: Υπολογίζουμε τις νέες θέσεις των σωματιδίων προσθέτοντας τις ταχύτητες που βρήκαμε παραπάνω στις παρούσες θέσεις των σωματιδίων.

$$present_{ij}(new) = present_{ij}(old) + velocity_{ij}(new)$$

Απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στη διατήρηση των ατόμων εντός του χώρου των λύσεων (να ικανοποιούνται δηλαδή οι περιορισμοί). Σε περίπτωση που το εξεταζόμενο άτομο δεν ικανοποιεί έναν από τους περιορισμούς του προβλήματος τότε προβλέπονται οι παρακάτω δύο διαδικασίες:

Επαναυπολογίζονται τα βήματα 5 και 6, διατηρώντας το άτομο h σταθερό και απλά επιλέγοντας νέους τυχαίους αριθμούς $rand(1)$. Αν μετά το πέρας ενός συγκεκριμένου αριθμού επανάληψεων αυτής της διαδικασίας επιτρεπτή λύση δεν έχει βρεθεί, τότε επιλέγεται νέο άτομο h και η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου βρεθεί ικανοποιητική λύση.

Αν μία από τις συντεταγμένες δεν βρίσκεται εντός των επιτρεπτών ορίων τότε παίρνει τη τιμή του πιο κοντινού ορίου και η αντίστοιχη ταχύτητα πολλαπλασιάζεται με -1 , ώστε να καθοδηγηθεί η εξερεύνηση προς την αντίθετη πλευρά μιας και έχουμε ξεπεράσει τα επιτρεπτά όρια της συγκεκριμένης κατεύθυνσης.

Βήμα 7: βρίσκουμε τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων που αντιστοιχούν σε κάθε άτομο του πληθυσμού.

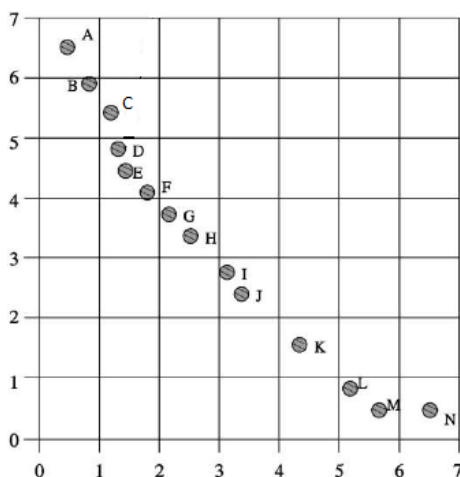
Βήμα 8: βρίσκουμε τα μη κυριαρχούμενα άτομα του παρών πληθυσμού

Βήμα 9: εισάγουμε τα άτομα που βρήκαμε από το παραπάνω βήμα στο repository και ανανεώνουμε το repository απαλείφοντας τα άτομα που κυριαρχούνται έστω και από ένα άτομο.

Βήμα 10: αν η παρούσα θέση του ατόμου κυριαρχεί τη προηγούμενη βέλτιστη θέση του τότε το μητρώο $PBESTS[i]$ ανανεώνεται. Αν η προηγούμενη βέλτιστη θέση κυριαρχεί τη παρούσα τότε δεν αλλάζει το $PBESTS[i]$. Αν καμία εκ των δύο θέσεων δεν κυριαρχεί την άλλη (αδιάφορες λύσεις) τότε επιλέγεται τυχαία μια εκ των δύο να καταχωρηθεί στο $PBESTS[i]$. Τέλος, επιστρέφουμε στο Βήμα 5 εκτός εαν έχει συμπληρωθεί ο προκαθορισμένος αριθμός γενιων.

Λίγα λόγια για τον τρόπο επιλογής του δείκτη h από το repository...

Η επιλογή του δείκτη h γίνεται με τη παρακάτω διαδικασία: χωρίζουμε το χώρο των λύσεων που υπάρχει στο repository σε διακεκριμένα τετράγωνα ή κύβους (ανάλογα με το αν οι αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος είναι 2 ή 3, σε ένα πλέγμα δηλαδή, όπως φαίνεται στο σχήμα 5-11.



Σχήμα 5-11: Απεικόνιση του πλέγματος του repository

Στα τετράγωνα που περιέχουν περισσότερα από ένα άτομα αποδίδεται μία καταλληλότητα (fitness) ίση με το αποτέλεσμα που προκύπτει διαιρώντας έναν οποιοδήποτε αριθμό $x > 1$ (στη περίπτωση μας χρησιμοποιήσαμε $x=10$) με το πλήθος των ατόμων που περιέχονται στο συγκεκριμένο τετράγωνο. Η διαδικασία αυτή αποσκοπεί στο να μειώσει τη καταλληλότητα των

τετραγώνων που περιέχουν πολλά άτομα, με άλλα λόγια μπορεί να παρομοιαστεί με μία μορφή μοιρασμένης απόδοσης (fitness sharing). Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε μία roulette-wheel selection χρησιμοποιώντας αυτές τις τιμές απόδοσης ώστε να επιλέξουμε το τετράγωνο από το οποίο θα πάρουμε το συγκεκριμένο άτομο. Από τη στιγμή που επιλεγεί το τετράγωνο, επιλέγουμε τυχαία το άτομο h που θα χρησιμοποιήσουμε στους υπολογισμούς μας.

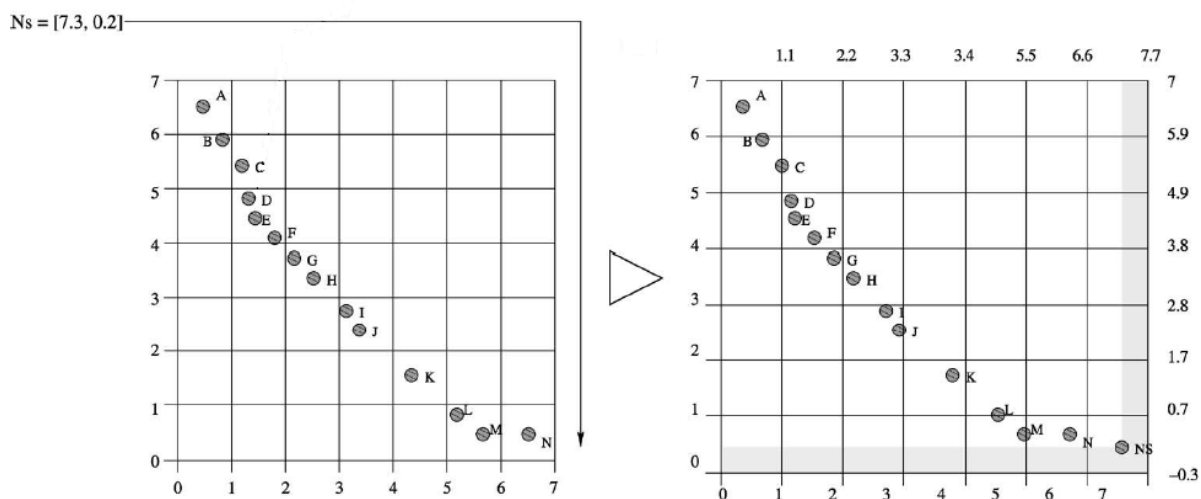
Λίγα λόγια για το repository...

Ο βασικός σκοπός του εξωτερικού αρχείου (repository) είναι να κρατάει ένα ιστορικό αρχείο των μη κυριαρχούμενων λύσεων που έχουν βρεθεί ως τώρα στο χώρο των λύσεων. Ο τρόπος με τον οποίο επιτυγχάνεται αυτό είναι ο ακόλουθος.

Τα μη κυριαρχούμενα άτομα του πληθυσμού που βρίσκονται σε κάθε επανάληψη συγκρίνονται ένα προς ένα με τα άτομα που υπάρχουν στο repository, το οποίο κατά την έναρξη της εξερεύνησης είναι άδειο (1^η γενιά). Αν το αρχείο είναι άδειο τότε τα μη κυριαρχούμενα άτομα της γενιάς περνάνε κατευθείαν στο repository. Αν το άτομο του παρόντος πληθυσμού που ελέγχεται κυριαρχείται από ένα άτομο του repository, τότε το άτομο αυτό απορρίπτεται κατευθείαν. Διαφορετικά, αν κανένα από τα άτομα του repository δεν κυριαρχεί το άτομο αυτό, τότε αυτό εισάγεται αυτόματα στο repository. Αν υπάρχουν άτομα στο repository που κυριαρχούνται από το νεοεισαγμένο άτομο τότε τα άτομα αυτά απορρίπτονται από το repository.

Λίγα λόγια για το πλέγμα...

Για τη δημιουργία ενός Pareto βέλτιστου μετώπου με καλή κατανομή λύσεων ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μια παραλλαγή του προσαρμοστικού πλέγματος που προτίνετε στο (Knowles & Corne, 2000). Βασισμένοι στις μη κυριαρχούμενες λύσεις του repository χωρίζουμε το χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων σε πλέγμα με προκαθορισμένο αριθμό τετραγώνων και κύβων (100 και 1000 στη περίπτωση μας, αντίστοιχα). Πρέπει να σημειωθεί ότι η εισαγωγή ενός νέου στοιχείου του οποίου το σημείο στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων βρίσκεται εκτός των προηγούμενων ορίων του πλέγματος, απαιτεί τον επαναυπολογισμό του πλέγματος και τη διάταξη των μη κυριαρχούμενων ατόμων σε νέες θέσεις. Το σκεπτικό αυτό φαίνεται καλύτερα στο σχήμα 5-12.



Σχήμα 5-12: Αναθεώρηση των ορίων του πλέγματος λόγω εισαγωγής νέων λύσεων

Στο αριστερό σχήμα φαίνεται η νέα λύση (NS) που εντάσσεται στο repository και της οποίας οι συντεταγμένες στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων υπερβαίνουν τα προηγούμενα όρια του πλέγματος. Έτσι, γίνεται ο επαναπροσδιορισμός του μήκους των πλευρών των τετραγώνων. Αυτό φαίνεται στο δεξί σχήμα όπου αριστερός και κάτω οριζόντιος άξονας δείχνουν τις μεχρι τώρα διαστάσεις των τετραγώνων ενώ ο δεξίς και πάνω οριζόντιος τις νέες.

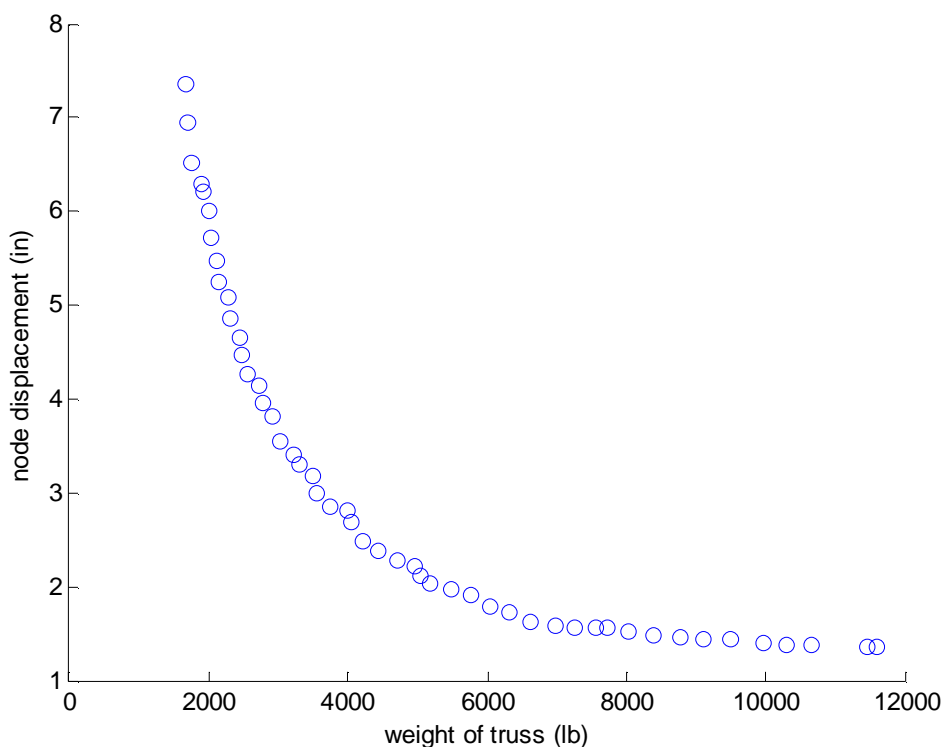
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

6 Εφαρμογή των Αλγορίθμων Νοημοσύνης των Σμηνών σε Προβλήματα Πολιτικού Μηχανικού

Στο κεφάλαιο αυτό, παρατίθενται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής των αλγορίθμων ACO_R και PSO στα προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης του κεφαλαίου 2.

6.1 Εφαρμογή του ACO_R στο επίπεδο δικτύωμα

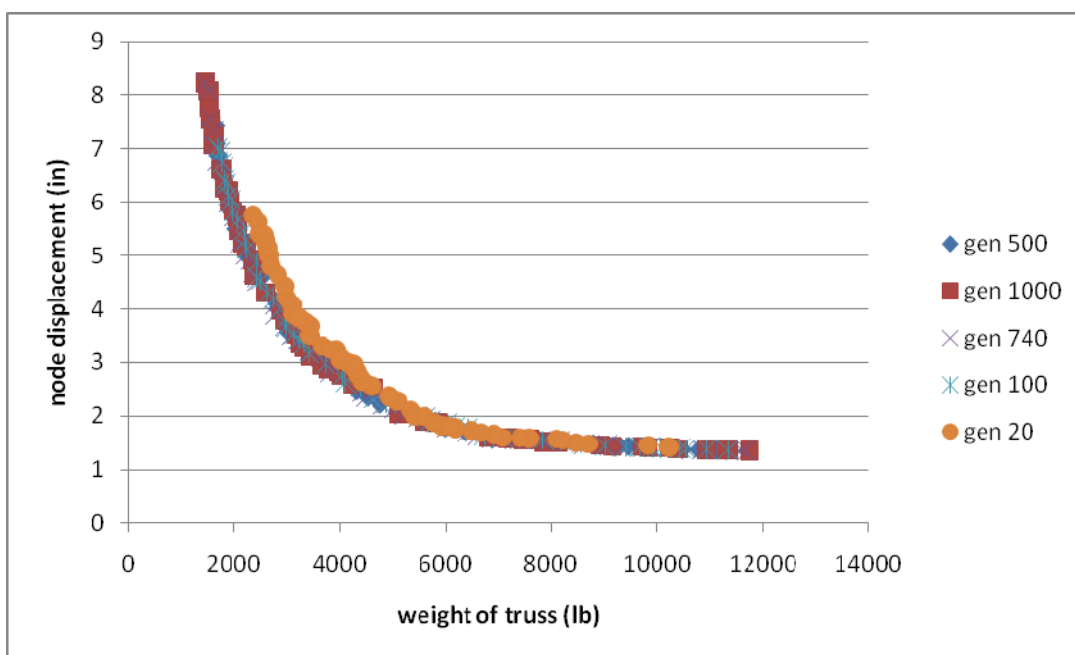
Κατά την εφαρμογή του ACO_R στο επίπεδο δικτύωμα θεωρήσαμε μία αποικία 100 μυρμηγκιών η οποία εξελίσσεται επί 1500 γενιές. Το αρχείο της φερομόνης μπορεί να συγκρατήσει μέχρι 50 διαφορετικές διαδρομές, η παράμετρος ξ λαμβάνεται ίση (αρχικά) με 0.85 και η q ίση με 0.5. Τα αποτελέσματα του πίνακα της φερομόνης κατά την εξέλιξη των γενιών παρουσιάζονται στο σχήμα 6-1.



Κεφάλαιο 6

Σχήμα 6-1: Τα άτομα του πίνακα της φερομόνης για $\xi=0.85$

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν με τα αντίστοιχα του NSGA-II ή του SPEA2, παρατηρούμε ότι ενώ σε γενικές γραμμές οι πληθυσμοί συμπίπτουν, ο ACO_R έχει αποτύχει να προσεγγίσει το Pareto μέτωπο στις μεγάλες τιμές μετατοπίσεων. Πιο συγκεκριμένα, ενώ το μέτωπο Pareto των δύο παραπάνω γενετικών αλγορίθμων εκτείνεται έως τις μετατοπίσεις της τάξεως των 9 ιντσών, ο ACO_R μεταβίβας προσεγγίζει τις 7.5 ίντσες. Για το λόγο αυτό ξανατρέχουμε τον αλγόριθμο αλλάζοντας τη τιμή της παραμέτρου ξ από 0.85 σε 0.3. Τα αποτελέσματα του πίνακα της φερομόνης κατά την εξέλιξη των γενιών παρουσιάζονται στο σχήμα 6-2.

Σχήμα 6-2: Αποτελέσματα του πίνακα της φερομόνης για $\xi=0.3$ κατά την εξέλιξη των γενιών

Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου υποδεικνύουν ότι ήδη από την 740^η γενιά ο πληθυσμός έχει πάρει τη σχεδόν τη τελική του μορφή. Μεταξύ της 1000^{ης} και 1500^{ης} γενιάς δεν υφίσταται καμία διαφορά στη μορφή του Pareto μετώπου. Γενικά, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα για $\xi=0.85$ και για $\xi=0.3$ παρατηρούμε ότι η δεύτερη περίπτωση παρουσιάζει ένα πιο ανεπτυγμένο μέτωπο Pareto. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η παράμετρος ξ του ACO_R έχει την ίδια επιρροή στην εξέλιξη της αποικίας με αυτήν του ρυθμού εξάτμισης της φερομόνης στον ACO. Όσο μεγαλύτερη η τιμή της παραμέτρου τόσο ταχύτερη είναι η σύγκλιση του αλγορίθμου. Μικρό ξ

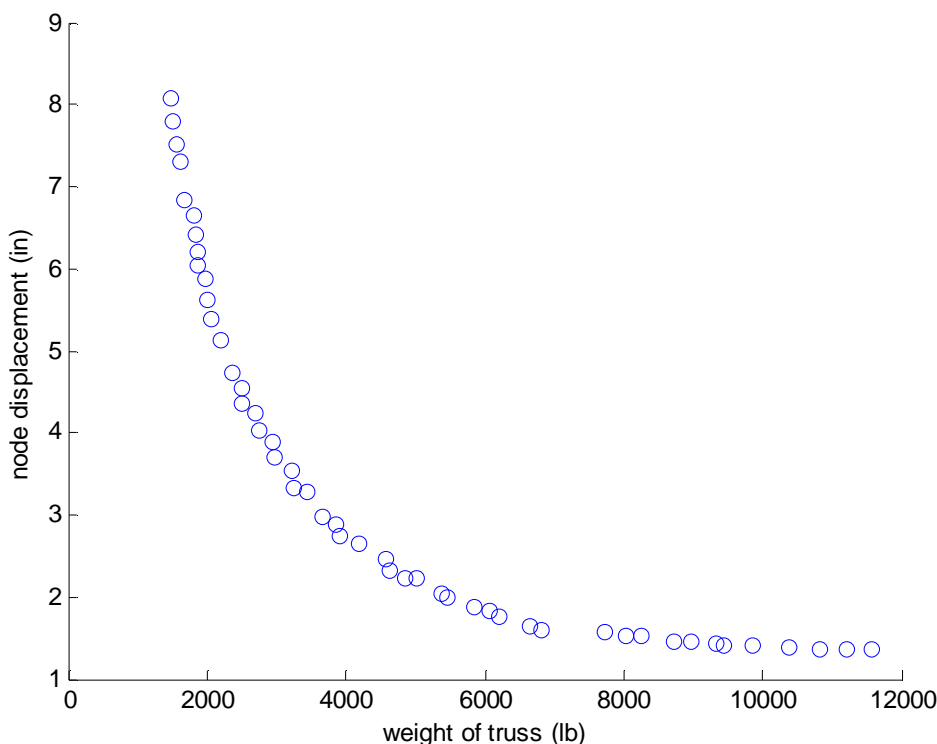
Κεφάλαιο 6

επιτρέπει πίο εξονυχιστική έρευνα των καλύτερων διαδρομών γεγονός που έχει ως αποτέλεσμα την καλύτερη ανάπτυξη του μετώπου Pareto. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν με τα αντίστοιχα του NSGA-II ή του SPEA2, παρατηρούμε ότι μπορεί μεν ο ACO_R με $\xi=0.3$ να υστερεί λίγο στις μεγάλες μετατοπίσεις (οι γενετικοί αλγόριθμοι προσεγγίζουν τις 9 ίντσες ενώ ο ACO_R τις 8.2) παρόλαυτά, υπερτερεί στη προσέγγιση των μεγάλων βαρών (οι πρώτοι φτάνουν τις 11300 lb ενώ ο δεύτερος τις 11900 lb). Επομένως, δεν είμαστε σε θέση να υποτιμήσουμε την αποτελεσματικότητα του ACO_R όσον αφορά το συγκεκριμένο πρόβλημα. Το μόνο μειονέκτημα είναι η απαίτηση που έχει ο αλγόριθμος ως προς τον εκ των προτέρων προσδιορισμό της παραμέτρου ξ .

Προκειμένου να σιγουρευτούμε ότι η υστέρηση του αλγορίθμου στις μεγάλες μετατοπίσεις δεν οφείλεται στο τρόπο επιλογής της πρώτυπης διαδρομής, την εύρεση δηλαδή του ω_i για κάθε άτομο του αρχείου της φερομόνης, παρουσιάζουμε δύο παραλλαγές του ACO_R.

Πρώτη Παραλλαγή: επιλογή με διεξαγωγή binary tournament...

Κατά τη πρώτη παραλλαγή, αναπτύσσουμε έναν αλγόριθμο ACO_R με ακριβώς τα ίδια χαρακτηριστικά μόνο που αυτή τη φορά η επιλογή της πρώτυπης διαδρομής πραγματοποιείται με διεξαγωγή binary tournament μεταξύ των ατόμων του αρχείου της φερομόνης. Το μέτωπο Pareto που εξήγαμε σε αυτή τη περίπτωση (σχήμα 6-3) είχε ακριβώς την ίδια μορφή με το προηγούμενο. Επομένως, ο τρόπος επιλογής της πρώτυπης διαδρομής δεν είναι η αιτία που η προσέγγιση δεν είναι η βέλτιστη όσον αφορά τις μεγάλες τιμές μετατοπίσεων.



Σχήμα 6-3: Τα άτομα του αρχείου της φερομόνης κατά το πέρας της 1500ης γενιάς με επιλογή μέσω binary tournament για $\zeta=0.3$

Δεύτερη Παραλλαγή: επιλογή βασισμένη στα παιχνίδια συνεργασίας...

Κατά τη δεύτερη παραλλαγή, αναπτύσσουμε έναν αλγόριθμο ACO_R ο οποίος περιέχει στοιχεία εμπνευσμένα από μια δημοσίευση του πατέρα της Θεωρίας Παιγνίων John Nash που αφορά τα παιχνίδια συνεργασίας μεταξύ δύο παικτών (Two-Person Cooperative Games) (Nash, 1953). Προτού περάσουμε στην περιγραφή των παραλλαγών που πραγματοποιήθηκαν παραθέτουμε μια μικρή εισαγωγή όσον αφορά τα Παιχνίδια Συνεργασίας.

Η διάκριση των παιγνίων μεταξύ συνεργασίας και μη συνεργασίας (cooperative and non-cooperative games) έγκειται στο γεγονός ότι στα δεύτερα είναι αδύνατο να υπάρξει κάθε είδους επικοινωνία ή συνεργασία μεταξύ των παικτών. Η θεωρία που παρουσιάζουμε εδώ αναπτύχθηκε για την αντιμετώπιση κυρίως οικονομικών καταστάσεων μεταξύ δύο ατόμων, στις οποίες τα ενδιαφέροντα καθενός δεν είναι ούτε τελείως αντίθετα αλλά ούτε κοινά. Στη περίπτωση μας βέβαια, τα ενδιαφέροντα των δύο παικτών μας, της μετατόπισης και του βάρους,

Κεφάλαιο 6

είναι πάντα αντιμαχόμενα εφόσον το βάρος προτιμάει πάντα μικρές διατομές ενώ η μετατόπιση μεγάλες. Η λέξη συνεργασία χρησιμοποιείται γιατί τα δύο άτομα υποτίθεται ότι είναι σε θέση να συζητήσουν τη κατάσταση και να καταλήξουν σε μια κοινή και συγχρόνως λογική λύση.

Όταν οι καταστάσεις αυτές μελετώνται από μία καθαρά μαθηματική οπτική γωνία, συνηθίζεται να αποκαλούνται παιχνίδια. Απώτερος σκοπός είναι η μετατροπή της αρχικής κατάστασης σε μια μαθηματική περιγραφή ή μοντέλο. Κατά τη μοντελοποίηση του προβλήματος απαιτείται μόνο η ελάχιστη ποσότητα πληροφοριών που το αφορούν. Οι πραγματικές εναλλακτικές λύσεις που θα μπορούσαν να υιοθετηθούν από τα άτομα δεν θεωρούνται ως απαραίτητες πληροφορίες. Οι εναλλακτικές αυτές ονομάζονται στρατηγικές. Μόνο η διάθεση, κατά πόσο δηλαδή συμφέρει ή όχι, των ατόμων ως προς τα τελικά αποτελέσματα της χρήσης των πιθανών εναλλακτικών ζευγών στρατηγικών λαμβάνονται υπόψη. Για το λόγο αυτό, οι πληροφορίες πρέπει να χρησιμοποιούνται κατάλληλα και πρέπει να εκφράζονται ποσοτικά.

Κάθε ένας από τους παίκτες ένα και δύο έχει ένα συμπαγή και κυρτό χώρο S_i διαφορετικών μεικτών στρατηγικών (mixed strategies) s_i . Αυτές οι στρατηγικές αντιπροσωπεύουν τις διαφορετικές εναλλακτικές αποφάσεις που μπορεί να λάβει κάθε παίκτης ανεξάρτητα από τον αντίπαλό του. Μπορεί να είναι σκόπιμες αποφάσεις που το αναθέτουν στη τύχη, δηλαδή η τελική απόφαση μεταξύ διαφορετικών εναλλακτικών λαμβάνεται μέσω μιας διαδικασίας που αναθέτει κάποια πιθανότητα σε κάθε περίπτωση. Η τυχειότητα αυτή είναι ένα βασικό συστατικό της ιδέας των μεικτών στρατηγικών. Επίσης, μπορεί να είναι μια αλληλουχία στρατηγικών κινήσεων.

Σε κάθε ζεύγος στρατηγικών (s_1, s_2) από τους χώρους S_1 και S_2 που πραγματοποιούνται αντιστοιχεί μια πεπερασμένη τιμή χρησιμότητας (utility) σε κάθε παίκτη, η οποία εκφράζει την αρέσκειά του ως προς το συγκεκριμένο αποτέλεσμα. Οι χρησιμότητες αυτές συμβολίζονται με $p_1(s_1, s_2)$ και $p_2(s_1, s_2)$.

Προκειμένου να αποσαφηνίσουμε το μοντέλο διαπραγματεύσεων που χρησιμοποιείται για την εξαγωγή της λύσης, πρέπει να πούμε περισσότερα για τις γενικές υποθέσεις που κάνουμε όσον αφορά τη κατάσταση που αντιμετωπίζουν οι παίκτες και πιο συγκεκριμένα για τους όρους και προϋποθέσεις που λαμβάνονται υπόψη. Κάθε παίκτης υποτίθεται πως είναι πλήρως

Κεφάλαιο 6

ενημερωμένος τόσο για τη δική του χρησιμότητα όσο και για του αντιπάλου του, για κάθε συνδυασμό λύσεων. Επίσης, οι παίκτες θεωρούνται έξυπνα και λογικά άτομα.

Η απειλή, αποτελεί ένα μέσο που χρησιμοποιείται συχνά στις διαπραγματεύσεις και η ιδέα της είναι πολύ βασική στη θεωρία που αναπτύσσουμε εδώ. Η λύση κάθε παιχνιδιού δεν μας δίνει μόνο τη χρησιμότητα που αντιστοιχεί σε κάθε παίκτη, αλλά λέει στους παίκτες τι είδους απειλές να χρησιμοποιούν κατά τη διαδικασία της διαπραγμάτευσης.

Η διαδικασία της απειλής έχει ως εξής: ο παίκτης A απειλεί τον B πείθοντας τον B ότι αν ο B δεν δράσει σε συντονισμό με τις απαιτήσεις του A , τότε ο A θα ακολουθήσει μια δεδομένη πολιτική T . Υποθέτοντας ότι αμφότεροι παίκτες είναι λογικοί, είναι σημαντικό ο A να πραγματοποιήσει τη απειλή του T σε περίπτωση που ο B δράσει εις βάρος του A , προκειμένου η απειλή να θεωρείται πιστευτή και επιτυχημένη. Εν ολίγοις απαιτείται η ύπαρξη ενός μηχανισμού που επιβάλλει τη προσκόλληση των παικτών τόσο στις απειλές όσο και στις απαιτήσεις που έχουν. Συνεπώς, χρειαζόμαστε κάποιου είδους διαιτητή που θα επιβάλλει συμβόλαια και υποχρεώσεις. Τέλος, προκειμένου η περιγραφή του παιχνιδιού να είναι ολοκληρωμένη, πρέπει να υποθέσουμε ότι οι παίκτες δεν έχουν καμία αρχική δέσμευση που μπορεί να επηρεάσει το παιχνίδι. Πρέπει να είναι τελείως ελεύθεροι και αμερόληπτοι.

Ο τρόπος με τον οποίο εισάγεται η Θεωρία Παιγνίων στον ACO_R ...

Στην ιδέα που παρουσιάζουμε, οι βασικοί μηχανισμοί του ACO_R (όπως ο τρόπος ενημέρωσης του αρχείου της φερομόνης και η επιλογή του γονέα/διαδρομής προτύπου) παραμένουν αμετάβλητοι. Η μόνη διαφορά έγκειται στο τρόπο με τον οποίο δημιουργείτε κάθε νέα διαδρομή. Όπως ήδη γνωρίζουμε, για τη δημιουργία μιας νέας διαδρομής ο ACO_R επιλέγει (από το αρχείο της φερομόνης) μία διαδρομή πρότυπο στην οποία θα βασιστεί η νέα διαδρομή. Αυτό που αλλάζει στη περίπτωση μας είναι η διαδικασία με την οποία αποφασίζονται οι τιμές των συντεταγμένων κάθε νέας διαδρομής. Πιο συγκεκριμένα, θεωρούμε τη διαδικασία δημιουργίας μιας νέας διαδρομής ως ένα ξεχωριστό παιχνίδι. Οι παίκτες που λαμβάνουν μέρος στο παιχνίδι είναι προφανώς η μετατόπιση και το βάρος, οι οποίοι έχουν και αλληλοσυγκρουόμενα συμφέροντα. Κάθε παίκτης έχει στη διάθεσή του δύο στρατηγικές εκ των οποίων καλείται να επιλέξει αυτή που θα ακολουθήσει καθ' όλη τη διάρκεια του παιχνιδιού. Για τη καλύτερη

Κεφάλαιο 6

κατανόηση της λογικής και του τρόπου με τον οποίο εξελίσσεται το παιχνίδι παρουσιάζουμε και σχολιάζουμε παράλληλα τα στάδια του παιχνιδιού.

Όπως είπαμε, σε πρώτη φάση επιλέγουμε τη διαδρομή πρότυπο, την οποία θα συμβολίζουμε με Ω . Για την ολοκλήρωση της δημιουργίας κάθε νέας διαδρομής απαιτείται ο προσδιορισμός των δέκα συντεταγμένων του δικτυώματος. Μέσω της συνάρτησης `rand` της MATLAB επιλέγουμε ποιος παίκτης έχει το τελευταίο λόγο για κάθε συντεταγμένη ξεχωριστά. Ο παίκτης που αποφασίζει για τη πρώτη συντεταγμένη ακολουθεί αναγκαστικά τη πρώτη στρατηγική (S1) σε όλη τη διάρκεια του συγκεκριμένου παιχνιδιού, ενώ ο άλλος τη δεύτερη (S2). Έστω, σε αυτή τη φάση, ότι ο παίκτης που αποφασίζει για τη πρώτη συντεταγμένη είναι το βάρος.

Όπως γνωρίζουμε και από τον ACO_R , μέσω της συνάρτησης `randn` της MATLAB (η οποία παράγει τυχαίους αριθμούς που ακολουθούν τη τυποποιημένη κανονική κατανομή) προσδιορίζεται η παράμετρος Z . Υπολογίζουμε επομένως τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων των παικτών μας για δύο διαφορετικές περιπτώσεις: $A: X_1 = Z \cdot \sigma + \mu$ και $B: X_2 = -Z \cdot \sigma + \mu$ όπου X_1 και X_2 είναι οι δύο εναλλακτικές που παρουσιάζονται για τη συγκεκριμένη συντεταγμένη που εξετάζεται. Αν πρόκειται για την εξέταση της πρώτης συντεταγμένης, όλες οι υπόλοιπες συντεταγμένες είναι ίσες με τις αντίστοιχες της διαδρομής προτύπου. Από την άλλη, αν εξετάζεται μια ενδιάμεση συντεταγμένη, οι προηγούμενες είναι ίσες με αυτές που αποφασίστηκαν κατά τα προηγούμενα στάδια του παιχνιδιού, ενώ οι επόμενες ίσες με της διαδρομής προτύπου.

Αφού έχουμε υπολογίσει τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων (οι οποίες συμπίπτουν με τη χρησιμότητα κάθε παίκτη) για κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις (A και B) που προέκυψαν, ο παίκτης που αποφασίζει για τη τελική τιμή της συντεταγμένης βλέπει ποια λύση εκ των δύο τον συμφέρει. Είναι προφανές από τη φύση του συγκεκριμένου προβλήματος ότι αν ο παίκτης 1 (P1) προτιμά τη λύση A , τότε ο παίκτης 2 (P2) θα προτιμά σίγουρα τη λύση B και αντίστροφα. Από τη στιγμή που μιλάμε για τη πρώτη συντεταγμένη, για την οποία υποθέσαμε ότι αποφασίζει το βάρος, θεωρούμε ότι η λύση που προτιμάται είναι η A (αυτή δηλαδή με τη μικρότερη διατομή). Εφόσον ο P1 αποφάσισε ποια λύση του ταιριάζει «ακούει» την απαίτηση του P2 (μετατόπιση). Ο παίκτης 2, εγκρίνει τη λύση που ταιριάζει στο P1 μόνο και μόνο αν η απόλυτη τιμή της ποσοστιαίας μεταβολής που προκαλείται στην αντικειμενική συνάρτηση του P1 (ως

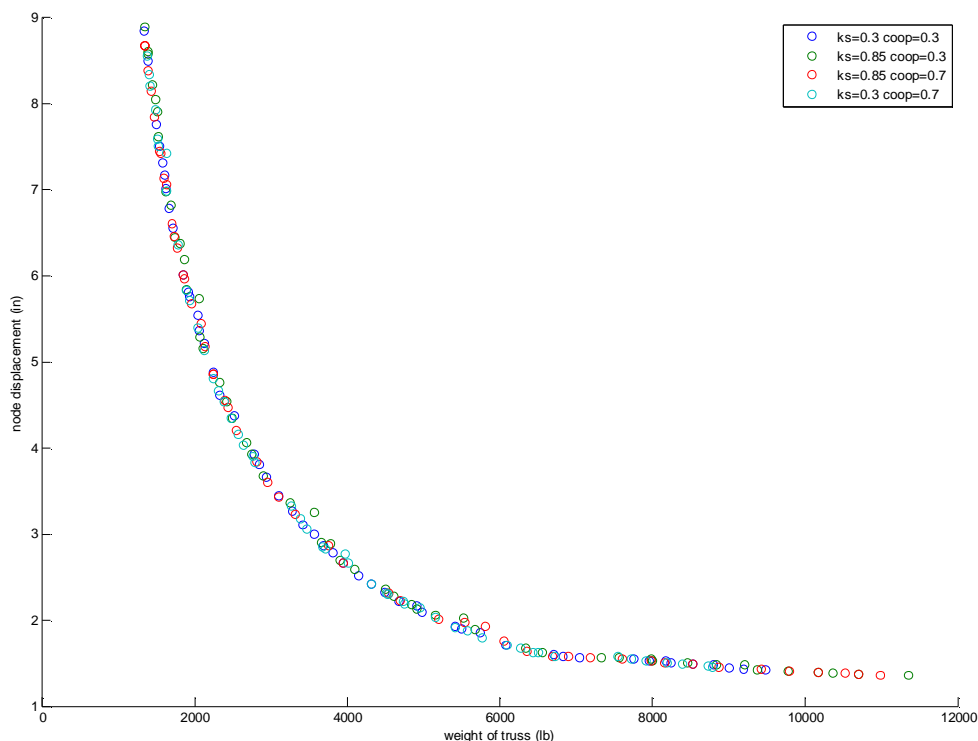
Κεφάλαιο 6

προς τη διαδρομή πρότυπο Ω) είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη που προκαλείται στη δική του. Με άλλα λόγια, ο P2 λέει στο P1 ότι αν η λύση που προτείνεται ωφελεί (ποσοτικά, σε σχέση με την αρχική λύση) περισσότερο το P1 από ότι βλάπτει το P2, τότε δεν έχει πρόβλημα και εγκρίνει τη λύση του P1. Σε αντίθετη περίπτωση ο P2 προτείνει στο P1 να συμβιβαστεί και να επιλέξει τη διαδρομή Ω που υπήρχε στην αρχή, όπου $X = \mu$, σαν δηλαδή να μη παίχτηκε ποτέ αυτό το στάδιο του παιχνιδιού.

Το τι ακριβώς θα συμβεί εξαρτάται από την απόφαση του P1. Η στρατηγική που ακολουθείται από το παίκτη που θα αποφασίσει για τη πρώτη συντεταγμένη ορίζει ότι θα συνεργάζεται-συμβιβάζεται με την απαίτηση του αντιπάλου του σύμφωνα με μία προκαθορισμένη πιθανότητα p . Η στρατηγική (S2) που ακολουθείται από τον άλλο παίκτη (P1) είναι αυτή της εκδίκησης. Σύμφωνα με αυτήν, ο P2 κρατά ένα ιστορικό των κινήσεων του P1. Κάθε φορά που ο P1 «υπακούει» την απαίτηση του P2 και συμβιβάζεται με τη λύση Ω ο P2 αφαιρεί 0.5 μονάδες από μια παράμετρο που ονομάζεται *revenge*. Αντίθετα, κάθε φορά που ο P1 αποφασίζει εις βάρος του P2 τότε προστίθεται 1 μονάδα στο *revenge*. Κατά την έναρξη κάθε νέου παιχνιδιού η παράμετρος *revenge* τίθεται ίση με μηδέν. Η απειλή επομένως του P2 έχει ως εξής: κάθε φορά που έρχεται η σειρά του να αποφασίσει, υπολογίζει αρχικά τη ποσοστιαία μεταβολή που προκαλούν οι δύο προτεινόμενες λύσεις, ανατρέχει στη τιμή της *revenge* και αν αυτή είναι μικρότερη του μηδενός τότε ο P2 επιλέγει να ακολουθήσει τη λύση Ω ως ένδειξη σεβασμού προς τους παλαιότερους συμβιβασμούς του P1, αλλιώς επιλέγει αυτή που τον συμφέρει ως ένδειξη «εκδίκησης» για τους παλαιότερες αποφάσεις του P1. Κάθε φορά που αποφασίζει ο P2 να εκδικηθεί το P1 τότε αφαιρείτε μια μονάδα από το *revenge*. Προφανώς, σε κάθε διαφορετικό παιχνίδι το ποιος παίκτης είναι ο P1 και ποιος ο P2 εξαρτάται από το ποιος θα επιλεγεί να αποφασίσει για τη πρώτη συντεταγμένη.

Ο αλγόριθμος που περιγράψαμε τρέχτηκε τέσσερις διαφορετικές φορές. Τη πρώτη φορά για πιθανότητα συνεργασίας $p=0.3$ και παράμετρο $\xi=0.3$, τη δεύτερη για $p=0.3$ και $\xi=0.85$, τη τρίτη για $p=0.7$ και $\xi=0.85$ και τη τέταρτη για $p=0.7$ και $\xi=0.3$. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

Κεφάλαιο 6

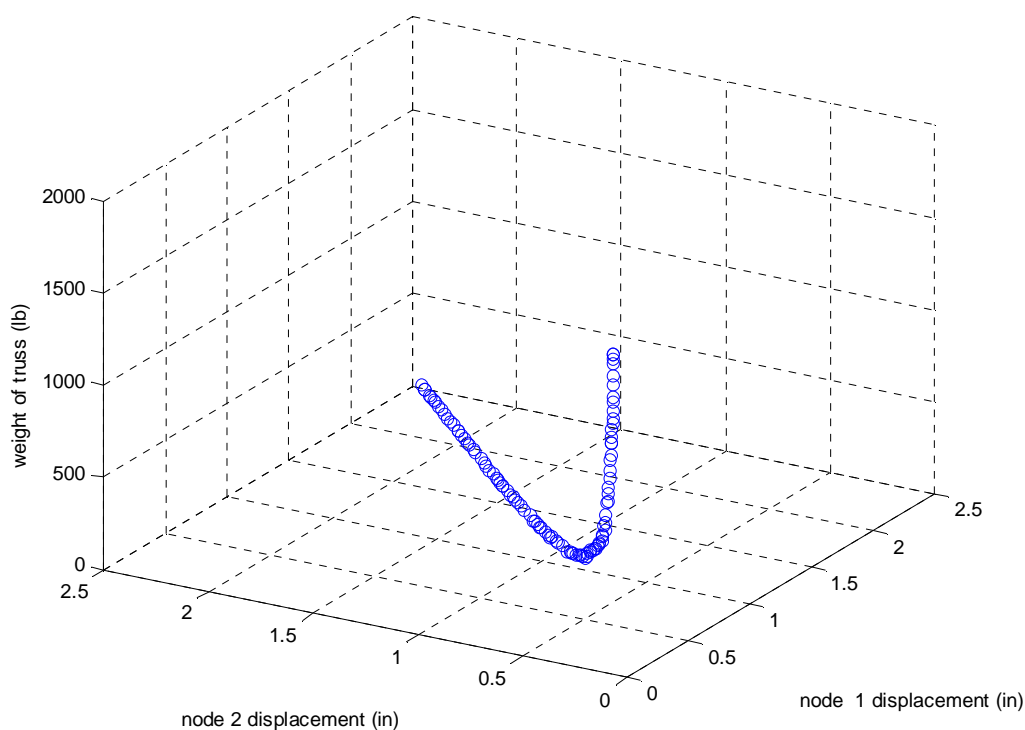


Σχήμα 6-4: Αποτελέσματα ACO_R με χρήση Θεωρίας Παιγνίων

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα συμπεραίνουμε ότι η καλύτερη περίπτωση είναι για $p=0.3$ και $\zeta=0.85$. Στη περίπτωση αυτή, τα αποτελέσματα είναι παρόμοια με των NSGA-II και SPEA2 ενώ συγκρίνοντάς τα με αυτά του ACO_R βλέπουμε ότι υπάρχει μια βελτίωση των μεγάλων μετακινήσεων (από 8.2 σε 8,9 ίντσες) και μια χειροτέρευση των μεγάλων βαρών (από 11900 σε 11400 lb). Το αξιοσημείωτο είναι ότι και στις τέσσερις περιπτώσεις του ACO_R με χρήση Θεωρίας Παιγνίων όλα τα μυρμήγκια της τελευταίας γενιάς επέλεξαν τη διατομή του μέλους 5 ίση με 0.1 ίντσες, γεγονός που αποδεικνύει ότι η διατομή αυτή επηρεάζει περισσότερο το βάρος από ότι τη μετατόπιση του κόμβου 2. Αυτό δεν συναιβει για κανέναν από τους υπόλοιπους αλγορίθμους που εξετάστηκαν. Παρόλα αυτά, οφείλουμε να πούμε ότι το μεγάλο του μειονέκτημα έγκειται στο γεγονός ότι απαιτεί τον εκ των προτέρων προσδιορισμό τριών παραμέτρων του ζ , του p και του q .

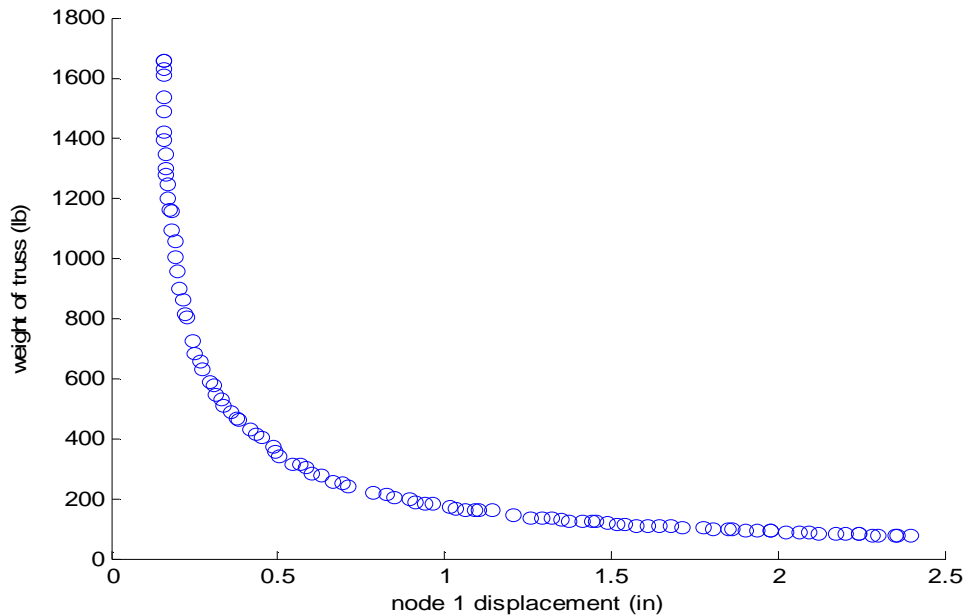
6.2 Εφαρμογή του ACO_R στο χωρικό δικτύωμα

Κατά την εφαρμογή του ACO_R στο χωρικό δικτύωμα θεωρήσαμε πληθυσμό ίσο με 200 άτομα ο οποίος εξελίσσεται επί 500 γενιές. Το μέγεθος του εξωτερικού αρχείου της φερομόνης είναι ίσο με 100 άτομα, η παράμετρος ξ ελήφθει ίση με 0.3 και η q ίση με 0.5. Τα άτομα του πίνακα της φερομόνης κατά το πέρας της 500^{ης} γενιάς απεικονίζονται στα επόμενα σχήματα.

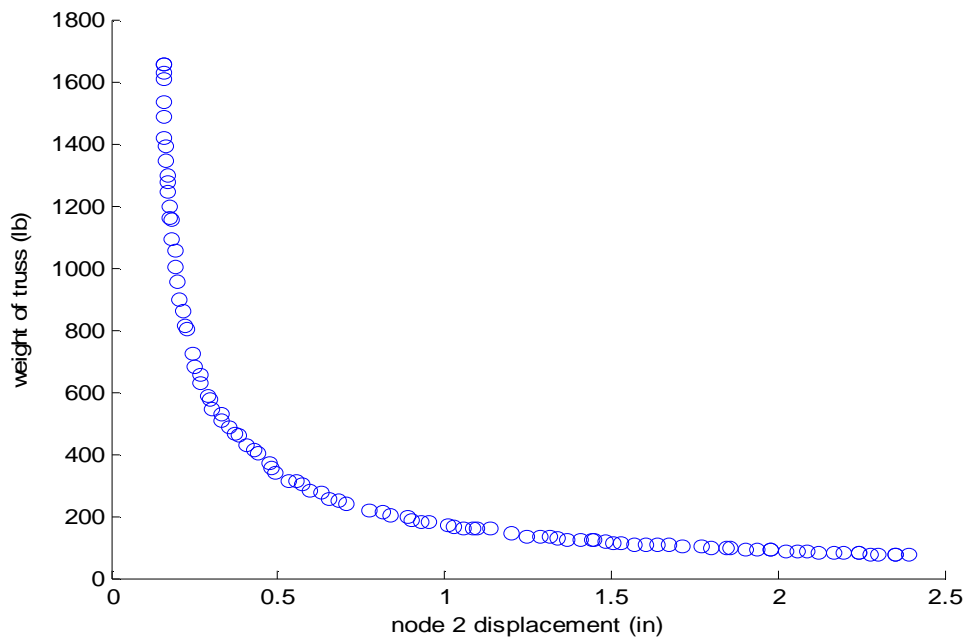


Σχήμα 6-5: Τρισδιάστατη απεικόνιση της τελικής γενιάς του πίνακα της φερομόνης

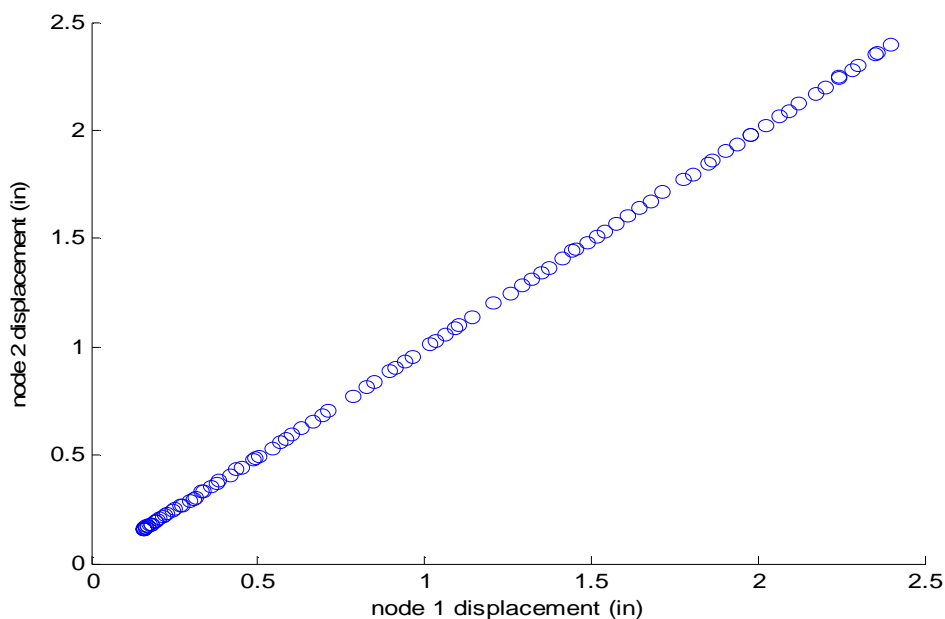
Κεφάλαιο 6



Σχήμα 6-6: Δισδιάστατη απεικόνιση του πίνακα της φερομένης της τελικής γενιάς. Ο άξονας των x αντιπροσωπεύει τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτυώματος



Σχήμα 6-7: Δισδιάστατη απεικόνιση του πίνακα της φερομένης της τελικής γενιάς. Ο άξονας των x αντιπροσωπεύει τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτυώματος



Σχήμα 6-8: Δισδιάστατη απεικόνιση του πίνακα της φερομόνης της τελικής γενιάς. Ο άξονας των x αντιπροσωπεύει τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y του κόμβου 2

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν με τα αντίστοιχα του NSGA-II και του SPEA2 παρατηρούμε ότι ο ACO_R υπερτερεί (ελάχιστα) στα μεγάλα βάρη ενώ υστερεί (ελάχιστα) στις μεγάλες μετακινήσεις.

6.3 Συμπεράσματα για τον $ACOR$

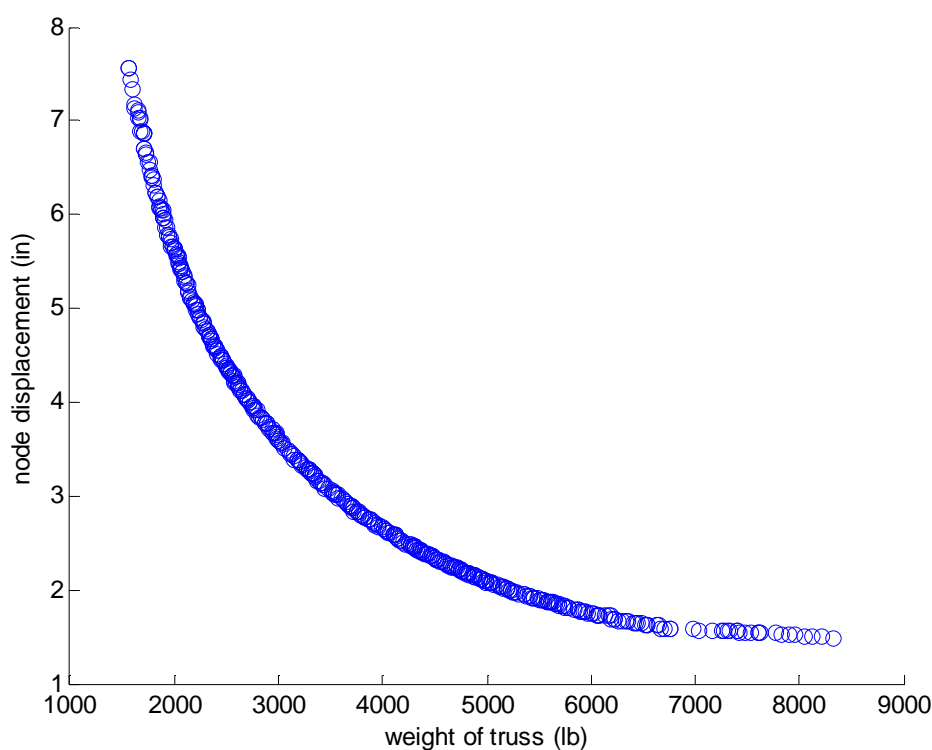
Τα τεστ που έχουν πραγματοποιηθεί γενικά για την επίλυση πολυκριτηριακών προβλημάτων βελτιστοποίησης με χρήση του συγκεκριμένου αλγορίθμου αποδεικνύουν ότι η συγκεκριμένη προσέγγιση είναι πολλά υποσχόμενη. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του ACO_R με τα αντίστοιχα των “state of the art” αλγορίθμων είναι φανερό ότι σε γενικές γραμμές είναι συγκρίσιμα. Αυτό φαίνεται όχι μόνο από τα αποτελέσματα που εξάγαμε στη συγκεκριμένη διπλωματική, αλλά και από τα συμπεράσματα που έχουν δημοσιευτεί και από άλλους ερευνητές, οι οποίοι πραγματοποιούν εξονυχιστικότερες έρευνες. Γενικά, υποστηρίζεται ότι η καλές επιδόσεις του αλγορίθμου οφείλονται στο γεγονός ότι κάθε μυρμήγκι πρέπει να διαλέξει μία από τις υποσχόμενες και συγχρόνως διαθέσιμες διαδρομές του πίνακα της φερομόνης και στη

Κεφάλαιο 6

συνέχεια να κατασκευάσει τη δική του λύση. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια ποικιλία γκαουσιανών συναρτήσεων εκ των οποίων καλείται κάθε μυρμήγκι να επιλέξει μία και να την εξερευνήσει καλύτερα. Τέλος, όπως αναφέραμε και παραπάνω για τον ACO_R με χρήση Θεωρίας Παιγνίων, το βασικό μειονέκτημα του ACO_R είναι η απαίτηση του εκ των προτέρων προσδιορισμού δύο παραμέτρων, του ξ και του η .

6.4 Εφαρμογή της PSO στο επίπεδο δικτύωμα

Κατά την εφαρμογή της PSO στο επίπεδο δικτύωμα θεωρήσαμε έναν πληθυσμό ίσο με 100 ο οποίος εξελίσσεται επί 1000 γενιές. Ο χώρος των λύσεων χωρίστηκε σε 100 τετράγωνα και ο συντελεστής αδρανείας λήφθηκε ίσος με 0.4. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται στο επόμενο σχήμα.



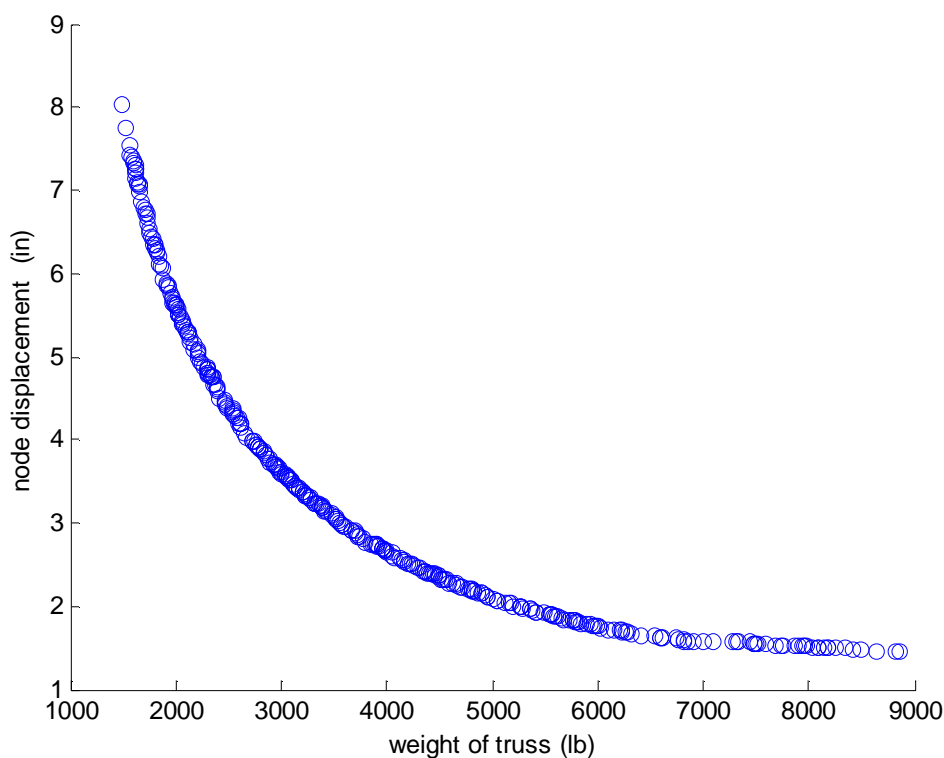
Σχήμα 6-9: Αποτελέσματα εφαρμογής του ACO στο επίπεδο δικτύωμα για $w=0.4$

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα αυτά με τα αντίστοιχα τόσο των γενετικών αλγορίθμων όσο και του ACO_R παρατηρούμε ότι στη περίπτωση του PSO, ενώ το μέτωπο Pareto έχει πάρει ίδια μορφή σε γενικές γραμμές σε σχέση με τις άλλες δύο μεθόδους, αποτυγχάνει να προσεγγίσει και

Κεφάλαιο 6

τόσο καλά τις ακραίες τιμές του μετώπου. Για το λόγο αυτό ξανατρέχουμε τον αλγόριθμο τρεις φορές για τρεις διαφορετικές τιμές του συντελεστή αδρανείας. Στη πρώτη, όπου θεωρήσαμε $w=0.15$, το μέτωπο Pareto που εξήγαμε δεν έχει καμία διαφορά από αυτό που προέκυψε για $w=0.4$ και για αυτό δεν το παραθέτουμε. Στη δεύτερη, όπου θεωρήσαμε $w=0.8$ ο αλγόριθμος δεν έβγαλε λύση. Συγκεκριμένα, αφού έτρεχε για πέντε μέρες τον σταματήσαμε και είδαμε ότι είχε φτάσει μόλις στην δέκατη γενιά. Όπως είχαμε αναφέρει στο αντίστοιχο κεφάλαιο, μεγάλος συντελεστής αδρανείας συνεπάγεται εξερεύνηση σε απομακρυσμένες περιοχές, οι οποίες πιθανόν να μην ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος.

Τέλος, ξανατρέχουμε τον αλγόριθμο αυξάνοντας αυτή τη φορά το πλήθος των τετραγώνων του πλέγματος από 100 σε 400 και θεωρώντας $w=0.5$.



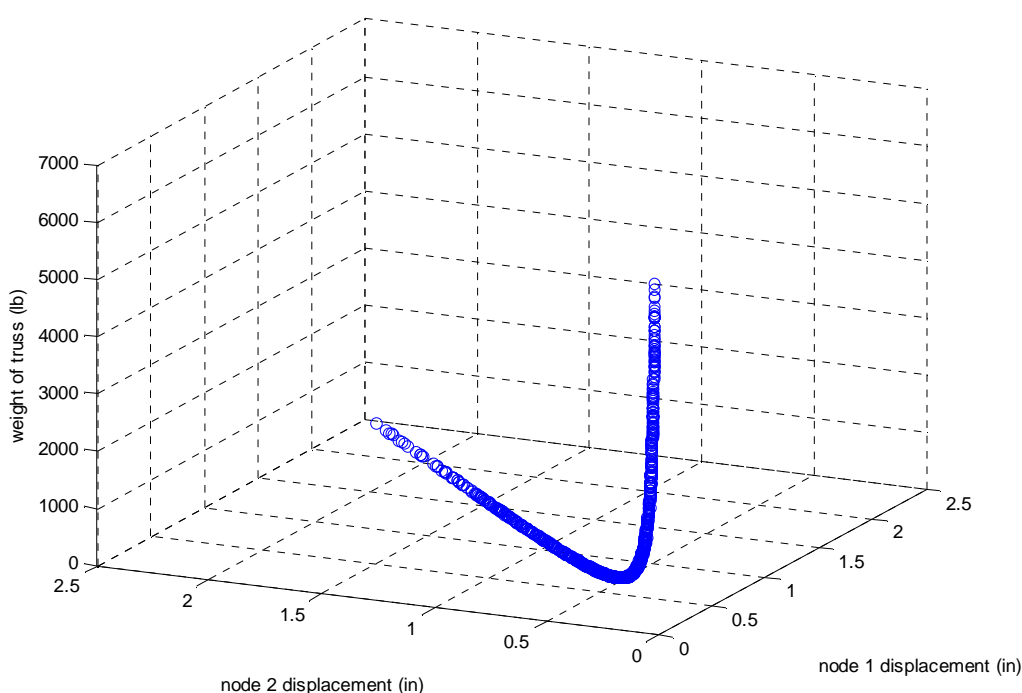
Σχήμα 6-10: Αποτελέσματα εφαρμογής του ACO στο επίπεδο δικτύωμα για $w=0.5$

Κεφάλαιο 6

Παρατηρώντας το σχήμα συμπεραίνουμε ότι αυξάνοντας τον συντελεστή αδρανείας καθώς και το πλήθος των τετραγώνων του κανάβου οι ακραίες τιμές πλησιάζουν όλο και περισσότερο τις αντίστοιχες που προέκυψαν από τους γενετικούς αλγορίθμους και τον ACO.

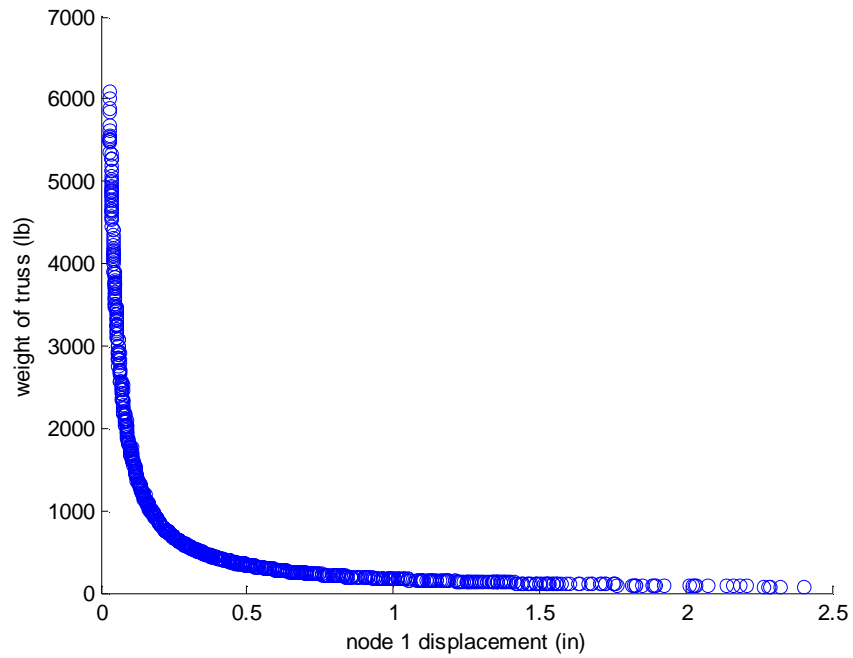
6.5 Εφαρμογή της PSO στο χωρικό δικτύωμα

Κατά την εφαρμογή της PSO στο χωρικό δικτύωμα θεωρήσαμε έναν πληθυσμό μεγέθους 200 ατόμων, ο οποίος εξελίσσεται επί 500 γενιές και χωρίσαμε το χώρο των λύσεων σε 1000 κύβους. Ο συντελεστής αδρανείας λήφθηκε ίσος με 0.4. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται στα επόμενα σχήματα.



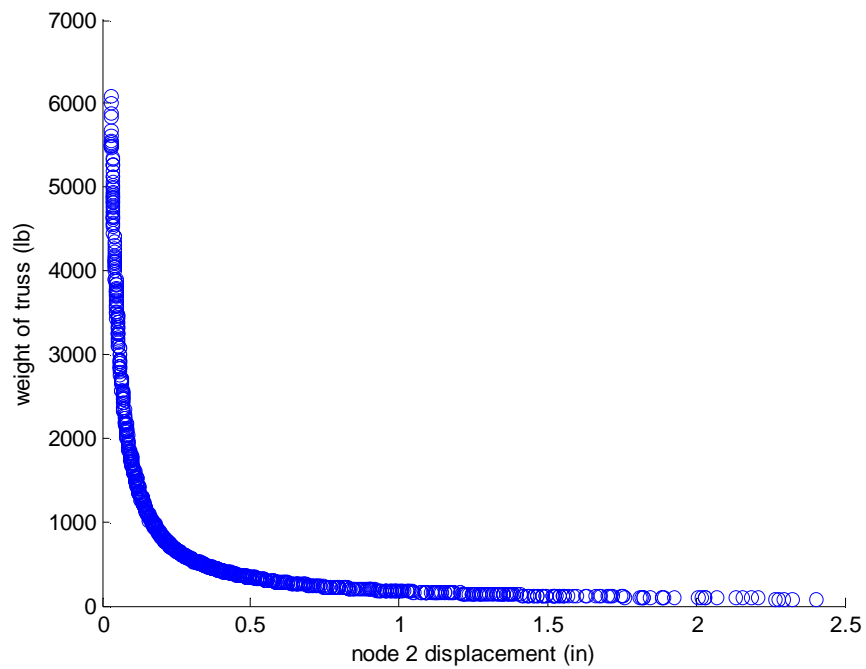
Σχήμα 6-11: Τρισδιάστατη απεικόνιση των αποτελεσμάτων του PSO

Κεφάλαιο 6

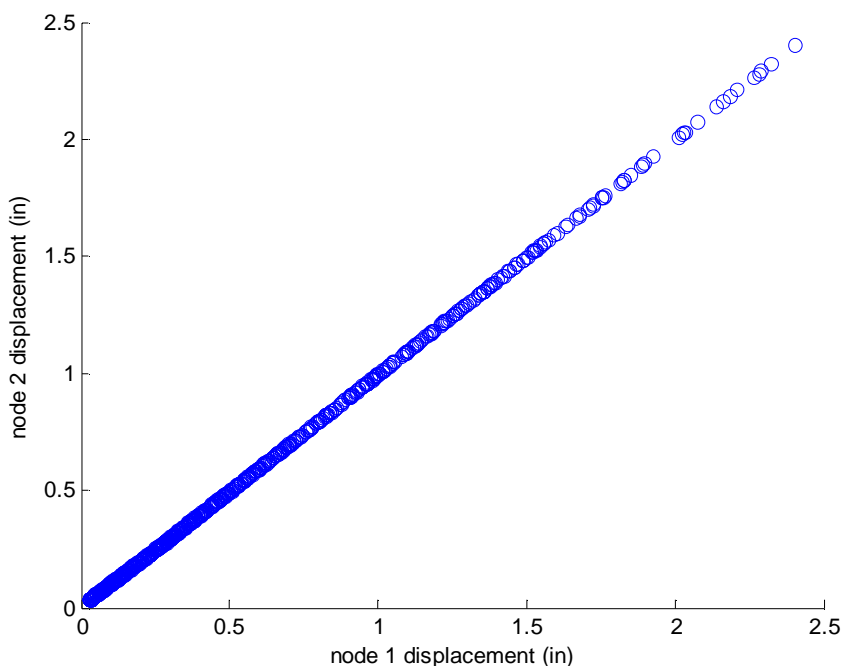


Σχήμα 6-12: Δισδιάστατη απεικόνιση των αποτελεσμάτων του PSO. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος

Κεφάλαιο 6



Σχήμα 6-13: Δισδιάστατη απεικόνιση των αποτελεσμάτων του PSO. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτύματος



Σχήμα 6-14: Δισδιάστατη απεικόνιση των αποτελεσμάτων του PSO. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y του κόμβου 2

Συγκρίνοντας τα παραπάνω σχήματα με τα αντίστοιχα όλων των άλλων εξελικτικών αλγορίθμων παρατηρούμε ότι ενώ τα αποτελέσματα της PSO υστερούν λίγο στη περιοχή των μεγάλων μετακινήσεων (οι προηγούμενοι έφταναν τις 2.5 ίντσες ενώ η PSO όχι), υπάρχει μια τεράστια βελτίωση στη περιοχή των μεγάλων βαρών. Πιο συγκεκριμένα, από 1600-1700 lb που έφταναν οι προηγούμενοι αλγόριθμοι, ο PSO προσεγγίζει τις 6000, διατηρώντας παράλληλα μια πολύ καλή κατανομή του μετώπου Pareto.

6.6 Συμπεράσματα για τον PSO

Οι επιδόσεις του συγκεκριμένου αλγορίθμου στην επίλυση προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης αποδεικνύουν ότι πρόκειται για μια πολύ επιτυχημένη προσέγγιση. Αυτό φαίνεται και συγκρίνοντας τα αποτελέσματά του με τα αντίστοιχα των γενετικών αλγορίθμων και του ACO. Το βασικό μειονέκτημα του PSO είναι η ανάγκη του εξαρχής προσδιορισμού πρόσθετων παραμέτρων όπως ο συντελεστής αδρανείας και ο αριθμός των τετραγώνων/κύβων του κανάβου. Απαιτείται η διερεύνηση των συγκεκριμένων παραμέτρων προκειμένου να

Κεφάλαιο 6

είμαστε σε θέση να εξάγουμε ένα ικανοποιητικό μέτωπο Pareto. Πρέπει επίσης να επισημάνουμε ότι η αρχική δημοσίευση (Coello Coello, Pulido, & Lechuga, 2004) από την οποία πήραμε το ψευδοκώδικα της PSO και τον αναπτύξαμε σε MATLAB περιείχει και τη διαδικασία της παραλλαγής όπως τη γνωρίσαμε στους γενετικούς αλγορίθμους. Παρόλαυτα, από τη στιγμή που η απλούστερη προσέγγιση που αναπτύξαμε ήταν σε θέση να παράγει πολύ καλά αποτελέσματα θεωρήσαμε σκόπιμο να μην εισάγουμε διαδικασίες γενετικών αλγορίθμων σε αλγορίθμους Τεχνητής Νοημοσύνης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

7 Συμπεράσματα

Ο τομέας της «Επιχειρησιακής Έρευνας» αποτελεί ένα πεδίο που έχει γνωρίσει μεγάλη άνθηση τις τελευταίες δεκαετίες και εξακολουθεί να είναι πολλά υποσχόμενος όσον αφορά την επίλυση προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Όπως είδαμε, όλοι οι αλγόριθμοι λίγο πολύ είναι σε θέση να χειριστούν μεγάλους χώρους αναζήτησης λύσεων και το μεγάλο τους πλεονέκτημα είναι η αναπαραγωγή πολλών εναλλακτικών λύσεων σε ένα μόνο βήμα επίλυσης. Επίσης, οι περισσότεροι και ιδιαίτερα οι νεότεροι, είναι σε θέση να παράγουν ένα πολύ καλά κατανομημένο μέτωπο Pareto χωρίς την ανάγκη προσδιορισμού πρόσθετων παραμέτρων γεγονός που τους καθιστά πολύ ανώτερους από τις κλασικές μεθόδους βελτιστοποίησης.

Στη παρούσα διπλωματική ασχοληθήκαμε με δύο βασικούς τύπους εξελικτικών αλγορίθμων επίλυσης προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης: τους Γενετικούς αλγορίθμους και τους αλγορίθμους Νοημοσύνης των Σμηνών. Όσον αφορά τους πρώτους, γνωρίσαμε τις αρχικές μορφές δύο πρότυπων Γενετικών αλγορίθμων (NSGA και SPEA), είδαμε τις ιδιαιτερότητες τους, σχολιάσαμε τις αδυναμίες τους και παρουσιάσαμε τις εξελιγμένες τους μορφές (NSGA-II και SPEA2). Μέσω του SPEA και του NPGA αποδείξαμε την ανάγκη χρήσης ανηγμένων συντεταγμένων για την επιτυχής κατανομή των λύσεων στο χώρο των αντικειμενικών συνρτήσεων. Από παραλλαγές που παρουσιάσαμε στους NSGA και NPGA δείξαμε ότι η χρήση ελιτισμού είναι απαραίτητη προκειμένου να αποφευχθεί η απώλεια μη κυριαρχούμενων λύσεων με τη πάροδο των γενιών. Ακόμη, παρουσιάσαμε διάφορες μορφές απονομής ποιότητας και ομαδοποίησης των λύσεων συμπεραίνοντας τελικώς την ανωτερότητα της μεθόδου της απόστασης συνωστισμού (crowding distance) που υιοθετείται από τον NSGA-II σε σχέση με άλλες όπως του μέσου όρου συνδεσης (Average linkage) του SPEA ή της μοιρασμένης ποιότητας (fitness sharing) του NSGA. Επίσης, σχολιάσαμε τις νέες διαδικασίες απονομής ποιότητας (η οποία λαμβάνει υπόψη τόσο τα άτομα που κυριαρχούν όσο και τα άτομα που κυριαρχούνται από ένα συγκεκριμένο άτομο) και ομαδοποίησης των λύσεων του SPEA2. Αν και τα αποτελέσματα που προέκυψαν σε σχέση με τον SPEA δεν είχαν και μεγάλες διαφορές οφείλουμε να σημειώσουμε ότι αυτό μπορεί να οφείλεται στο τύπο του προβλήματος και όχι στην αποτελεσματικότητα των αλγορίθμων. Λαμβάνοντας όλα αυτά υπόψη είμαστε σε θέση να

ομολογήσουμε ότι οι αλγόριθμοι SPEA2 και NSGA-II είναι οι πλέον αποτελεσματικότεροι εκ των Γενετικών, κυρίως λόγω της μη ανάγκης προσδιορισμού πρόσθετων αρχικών παραμέτρων. Το μόνο που χρειάζεται είναι η επιλογή ενός πλήθους γενιών και μεγέθους πληθυσμού.

Όσον αφορά τους αλγορίθμους Νοημοσύνης των Σμηνών αποδείξαμε ότι και αυτοί είναι πολύ ανταγωνιστικοί. Αν και υστερούν στο γεγονός ότι χρειάζονται τον προσδιορισμό πρόσθετων παραμέτρων όπως ο συντελεστής εξάτμισης στον ACO και ο συντελεστής αδρανείας στον PSO, μια μικρή διερεύνηση είναι σε θέση να βελτιώσει πολύ τα αποτελέσματα.

Τέλος, η πρότασή μας για εισαγωγή της Θεωρίας Παιγνίων στον ACO είδαμε ότι δεν βελτιώνει και πολύ τα αποτελέσματα. Το μόνο αξιοσημείωτο είναι ότι μέσω αυτής της συνεργασίας όλα τα άτομα της τελικής γενιάς είχαν τη συντεταγμένη του μέλους 5 ίδια. Αυτό δικαιολογείται απόλυτα αν σκεφτεί κανείς με τη λογική της κλασικής στατικής καθώς το μεγαλύτερο μέρος της έντασης υπο τη δεδομένη φόρτιση αναλαμβάνεται από τους συνδέσμους δυσκαμψίας.

<i>Σχήμα 1-1: Σχέση μεταξύ του χώρου των λύσεων των μεταβλητών σχεδιασμού και του χώρου των λύσεων των αντικειμενικών συναρτήσεων.....</i>	<i>16</i>
<i>Σχήμα 1-2: Γραφική απεικόνιση για 2 αντικειμενικές συναρτήσεις του βέλτιστου μετώπου Pareto και της σχέσης των λύσεων στον χώρο των λύσεων των αντικειμενικών συναρτήσεων.....</i>	<i>17</i>
<i>Σχήμα 1-3: Το Pareto βέλτιστο μέτωπο (πρόβλημα μεγιστοποίησης)</i>	<i>19</i>
<i>Σχήμα 1-4: Γραφική απεικόνιση τοπικών και καθολικών βελτίσεων κατά Pareto.....</i>	<i>20</i>
<i>Σχήμα 1-5: Κορυφή αντικειμενικού χωρου λύσεων</i>	<i>21</i>
<i>Σχήμα 1-6: Τοπικό και καθολικό βέλτιστο.....</i>	<i>22</i>
<i>Σχήμα 1-7: Γραφική απεικόνιση της μεθόδου των συντελεστών βαρύτητας</i>	<i>24</i>
<i>Σχήμα 1-8: Γραφική απεικόνιση της μεθόδου των περιορισμών</i>	<i>26</i>
<i>Σχήμα 2-1: 10-μελές δικτύωμα (οι αποστάσεις είναι σε ίντσες)</i>	<i>31</i>
<i>Σχήμα 2-2: Χωρικό 25-μελές δικτύωμα.....</i>	<i>32</i>
<i>Σχήμα 3-1: Διάγραμμα ροής Τυπικού Εξελικτικού Αλγόριθμου</i>	<i>44</i>
<i>Σχήμα 3-2:Σχέση του χώρου των λύσεων των ατόμων του πληθυσμού, των μεταβλητών σχεδιασμού και των αντικειμενικών συναρτήσεων.....</i>	<i>51</i>
<i>Σχήμα 3-3: Ο άξονας των y δείχνει την απόσταση από το Pareto σύνολο ενώ ο άξονας των x τον αριθμό των γενιών που έχουν δημιουργηθεί</i>	<i>57</i>
<i>Σχήμα 3-4: Γραφική απεικόνιση των ατόμων που βρίσκονται μακριά και κοντά στο Pareto βέλτιστο σύνολο. Όταν το άτομο βρίσκεται μακριά από το σύνολο η μετάλλαξη βελτιώνει και τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις (οι κλίσεις είναι σχεδόν παράλληλες). Όταν το άτομο βρίσκεται κοντά στο Pareto βέλτιστο σύνολο οι κλίσεις είναι αντίθετες, επομένως η μετάλλαξη δεν βελτιώνει αμφότερες τις συναρτήσεις.....</i>	<i>58</i>
<i>Σχήμα 3-5: γραφική απεικόνιση της διαδικασίας που περιγράφηκε παραπάνω.....</i>	<i>59</i>
<i>Σχήμα 3-6: Ο άξονας των y δείχνει την απόσταση από το Pareto σύνολο ενώ ο άξονας των x τον αριθμό των γενιών που έχουν δημιουργηθεί</i>	<i>60</i>
<i>Σχήμα 4-1: δύο σενάρια για ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης. Το νούμερο που αντιστοιχεί σε κάθε λύση αποτελεί τη ποιότητα κάθε ατόμου (και τη δύναμη στη περίπτωση των μη κυριαρχούμενων ατόμων του εξωτερικού αρχείου)</i>	<i>68</i>
<i>Σχήμα 4-2: Πληθυσμός 200ης γενιάς του SPEA με χρήση των κανονικών τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων κατα τη διαδικασία της ομαδοποίησης.....</i>	<i>71</i>

<i>Σχήμα 4-3: Πληθυσμός της 200ης γενιάς του SPEA με χρήση της κανονικής τιμής μόνο της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης στο χώρο των λύσεων.....</i>	<i>72</i>
<i>Σχήμα 4-4: Εξέλιξη του πληθυσμού του SPEA με χρήση των ανηγμένων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων</i>	<i>74</i>
<i>Σχήμα 4-5: Τρισδιάστατη απεικόνιση του τελικού πληθυσμού του SPEA στο χώρο των λύσεων ...</i>	<i>75</i>
<i>Σχήμα 4-6: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ ο άξονας των y το βάρος του δικτύωματος.....</i>	<i>76</i>
<i>Σχήμα 4-7: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ ο άξονας των y το βάρος του δικτύωματος.....</i>	<i>77</i>
<i>Σχήμα 4-8: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ ο άξονας των y το κόμβου 2 του δικτύωματος.....</i>	<i>77</i>
<i>Σχήμα 4-9: Σύγκριση των μεθόδων απόδοσης ποιότητας του SPEA και του SPEA2, σε ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Στο αριστερό σχήμα, απεικονίζονται οι ποιότητες του πληθυσμού και του εξωτερικού αρχείου σύμφωνα με το SPEA2.....</i>	<i>80</i>
<i>Σχήμα 4-10: απεικόνιση της μεθόδου μείωσης του μη κυριαρχούμενου συνόλου κατά το SPEA2. Στο αριστερό σχήμα φαίνεται όλο το Pareto βέλτιστο μέτωπο, ενώ στο δεξιό το μειωμένο καθώς και η σειρά με την οποία τα στοιχεία εγκαταλείπουν το αρχικό σύνολο.</i>	<i>82</i>
<i>Σχήμα 4-11: Εξέλιξη του πληθυσμού του SPEA2 με το πέρασμα των γενιών.....</i>	<i>83</i>
<i>Σχήμα 4-12: Τρισδιάστατη απεικόνιση του χώρου των λύσεων του τελικού πληθυσμού του SPEA2</i>	<i>84</i>
<i>Σχήμα 4-13: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA2. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ ο άξονας των y το βάρος του δικτύωματος</i>	<i>85</i>
<i>Σχήμα 4-14: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA2. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ ο άξονας των y το βάρος του δικτύωματος</i>	<i>85</i>

<i>Σχήμα 4-15: Επίπεδη απεικόνιση των δύο εκ των τριών συντεταγμένων των ατόμων του τελικού πληθυσμού του SPEA2. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ ο άξονας των y του κόμβου 2 του δικτύματος</i>	86
<i>Σχήμα 4-16: Απεικόνιση του τρόπου λειτουργίας του μηχανισμού της μοιρασμένης ποιότητας</i>	89
<i>Σχήμα 4-17: Εξέλιξη των πληθυσμών του NSGA με το πέρασμα των γενιών</i>	91
<i>Σχήμα 4-18: 200η γενιά του NSGA με χρήση ελιτισμού</i>	92
<i>Σχήμα 4-19: Σύγκριση της 200^{ης} γενιάς του NSGA με και χωρίς τη χρήση ελιτισμού</i>	93
<i>Σχήμα 4-20: Τρισδιάστατη απεικόνιση της 200ης γενιάς των ατόμων του πληθυσμού του NSGA</i> .94	
<i>Σχήμα 4-21: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύματος</i>	95
<i>Σχήμα 4-22: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτύματος</i>	95
<i>Σχήμα 4-23: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το του κόμβου 2 του δικτύματος</i>	96
<i>Σχήμα 4-24: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA με χρήση ελιτισμού. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύματος</i>	97
<i>Σχήμα 4-25: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA με χρήση ελιτισμού . Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτύματος</i>	97
<i>Σχήμα 4-26: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA με χρήση ελιτισμού. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y του κόμβου 2 του δικτύματος</i>	98
<i>Σχήμα 4-27: Γραφική απεικόνιση της Απόστασης Συνωστισμού του ατόμου i</i>	101
<i>Σχήμα 4-28: Εξέλιξη των γενιών του NSGA-II</i>	104
<i>Σχήμα 4-29: Τρισδιάστατη απεικόνιση του τελικού πληθυσμού του NSGA-II</i>	105

<i>Σχήμα 4-30: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200 γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.....</i>	<i>105</i>
<i>Σχήμα 4-31: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200^{ης} γενιάς των ατόμων του NSGA-II. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.....</i>	<i>106</i>
<i>Σχήμα 4-32: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της 200^{ης} γενιάς των ατόμων του NSGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.....</i>	<i>106</i>
<i>Σχήμα 4-33: Σύγκριση αποτελεσμάτων SPEA2 και NSGA-II στο πρόβλημα του επίπεδου δικτύωματος.....</i>	<i>108</i>
<i>Σχήμα 4-34: Σύγκριση αποτελεσμάτων SPEA2 και NSGA-II στο πρόβλημα του επίπεδου δικτύωματος. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.....</i>	<i>108</i>
<i>Σχήμα 4-35: Σύγκριση αποτελεσμάτων SPEA2 και NSGA-II στο πρόβλημα του χωρικού δικτύωματος. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.....</i>	<i>109</i>
<i>Σχήμα 4-36: : Σύγκριση αποτελεσμάτων SPEA2 και NSGA-II στο πρόβλημα του χωρικού δικτύωματος. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y του κόμβου 2.</i>	<i>109</i>
<i>Σχήμα 4-37: Αποτελέσματα του NPGA με τις διάφορες προσεγγίσεις.....</i>	<i>113</i>
<i>Σχήμα 4-38: Τρισδιάστατη απεικόνιση του τελικού πληθυσμού του NPGA</i>	<i>114</i>
<i>Σχήμα 4-39: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της τελικής γενιάς των ατόμων του NPGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.....</i>	<i>115</i>
<i>Σχήμα 4-40: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της τελικής γενιάς των ατόμων του NPGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y το βάρος του δικτύωματος.....</i>	<i>115</i>
<i>Σχήμα 4-41: Δισδιάστατη απεικόνιση των 2 εκ των 3 συντεταγμένων της τελικής γενιάς των ατόμων του NPGA. Ο άξονας των x αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των y του κόμβου 2.</i>	<i>116</i>

Σχήμα 5-1: αρχικά, όλα τα μυρμήγκια είναι στη φωλιά και δεν υπάρχουν ίχνη φερομόνης πουθενά στο τριγύρω περιβάλλον.....	123
Σχήμα 5-2: ξεκινά η διαδικασία αναζήτησης τροφής. Επειδή δεν υπάρχουν ίχνη φερομόνης πουθενά στο περιβάλλον, τα μυρμήγκια διαιρούνται σε δύο ίσες ομάδες και οι μισοί ακολουθούν το μακρύ μονοπάτι ενώ οι άλλοι μισοί το κοντό.....	123
Σχήμα 5-3: τα μυρμήγκια που διάλεξαν το κοντό μονοπάτι φτάνουν στη τροφή ταχύτερα από τα άλλα.....	123
Σχήμα 5-4: το κοντό μονοπάτι, λόγω του ότι διαβαίνετε περισσότερες φορές σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, αποκτά μεγαλύτερη ποσότητα φερομόνης με αποτέλεσμα να αυξάνεται η πιθανότητα επιλογής του από όλα τα μυρμήγκια της αποικίας.....	123
Σχήμα 5-5: γραφική απεικόνιση της διαδικασίας που ακολουθείτε από έναν ACO αλγόριθμο, με τη μορφή ενός πολυστρωματικού δικτύου.....	124
Σχήμα 5-6: η i συντεταγμένη μπορεί να πάρει μια τιμή από ένα σύνολο 10 διαφορετικών πεπερασμένων τιμών. Ο άξονας των x παρουσιάζει τις 10 αυτές τιμές, ενώ ο άξονας των y τη πιθανότητα επιλογής κάθε μίας από αυτές τις τιμές.....	128
Σχήμα 5-7: η i συντεταγμένη μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή που ανήκει στο διάστημα $[x_{max}, x_{min}]$	129
Σχήμα 5-8: Γραφική παράσταση κανονικών κατανομών για διαφορετικές μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις.....	131
Σχήμα 5-9: παράδειγμα πέντε μονοδιάστατων Γκαουσιανών συναρτήσεων και της Γκαουσιανής kernel συνάρτησης που σχηματίζει το άθροισμά τους.....	132
Σχήμα 5-10: το αρχείο των λύσεων που κρατείται από έναν ACOR αλγόριθμο. Οι λύσεις ταξινομούνται στο αρχείο σύμφωνα με τη ποιότητά τους. Κάθε λύση έχει ένα βάρος ω ανάλογο της ποιότητάς του.....	133
Σχήμα 5-11: Απεικόνιση του πλέγματος του repository.....	145
Σχήμα 5-12: Αναθεώρηση των ορίων του πλέγματος λόγω εισαγωγής νέων λύσεων.....	147
Σχήμα 6-1: Τα άτομα του πίνακα της φερομόνης για $\zeta=0.85$	150
Σχήμα 6-2: Αποτελέσματα του πίνακα της φερομόνης για $\zeta=0.3$ κατά την εξέλιξη των γενιών....	150
Σχήμα 6-3: Τα άτομα του αρχείου της φερομόνης κατά το πέρας της 1500ης γενιάς με επιλογή μέσω binary tournament για $\zeta=0.3$	152
Σχήμα 6-4: Αποτελέσματα ACO_R με χρήση Θεωρίας Παιγνίων.....	157

Σχήμα 6-5: Τρισδιάστατη απεικόνιση της τελικής γενιάς του πίνακα της φερομόνης.....	158
Σχήμα 6-6: Δισδιάστατη απεικόνιση του πίνακα της φερομόνης της τελικής γενιάς. Ο άξονας των χ αντιπροσωπεύει τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των γ το βάρος του δικτύωματος	159
Σχήμα 6-7: Δισδιάστατη απεικόνιση του πίνακα της φερομόνης της τελικής γενιάς. Ο άξονας των χ αντιπροσωπεύει τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των γ το βάρος του δικτύωματος.....	159
Σχήμα 6-8: Δισδιάστατη απεικόνιση του πίνακα της φερομόνης της τελικής γενιάς. Ο άξονας των χ αντιπροσωπεύει τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των γ του κόμβου 2	160
Σχήμα 6-9: Αποτελέσματα εφαρμογής του ACO στο επίπεδο δικτύωμα για $w=0.4$	161
Σχήμα 6-10: Αποτελέσματα εφαρμογής του ACO στο επίπεδο δικτύωμα για $w=0.5$	162
Σχήμα 6-11: Τρισδιάστατη απεικόνιση των αποτελεσμάτων του PSO	163
Σχήμα 6-12: Δισδιάστατη απεικόνιση των αποτελεσμάτων του PSO. Ο άξονας των χ αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των γ το βάρος του δικτύωματος	164
Σχήμα 6-13: Δισδιάστατη απεικόνιση των αποτελεσμάτων του PSO. Ο άξονας των χ αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 2 ενώ των γ το βάρος του δικτύωματος	165
Σχήμα 6-14: Δισδιάστατη απεικόνιση των αποτελεσμάτων του PSO. Ο άξονας των χ αφορά τη μετατόπιση του κόμβου 1 ενώ των γ του κόμβου 2.....	166

8 Βιβλιογραφία

- Blicke, T., & Thiele, L. (1995). *A Comparison of Selection Schemes used in Genetic Algorithms*. Zurich.
- Blum, C., & Li, X. *Swarm Intelligence in Optimization*.
- Coello Coello, C., Pulido, G. T., & Lechuga, M. S. (2004). Handling Multiple Objectives With Particle Swarm Optimization. *IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION* .
- Darwin, C. (1859). *On the Origin of Species*.
- De Jong, K. A. (1975). *An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*.
- Deb, K. (2002). A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION* .
- Dorigo, M., Maniezzo, V., & Colomi, A. (1991). *Positive feedback as a search strategy*. Milan.
- Fonsesca, & Fleming. (1998). Multiobjective Optimization and multiple Constraint handling with Evolutionary Algorithms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* , 26-37.
- Fonsesca, C. M., & Fleming, P. (1995). An overview of Evolutionary Algorithms in Multiobjective Optimization.
- Garcia-Najera, A., & Bullinaria, J. (2007). Extending ACOR to Solve Multiobjective Problems. *Proceedings of the UK Workshop on Computational Intelligence (UKCI 2007)*. London: Imperial College United Kingdom.
- Goldberg, D. E., & Richardson, J. (1987). Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization. *Genetic Algorithms and their Applications: Proceedings of the second International Conference on Genetic Algorithms*, (pp. 41-49).
- Horn, J., & Nafpliotis, N. (1993). *Multiobjective optimization using the niched Pareto genetic algorithm*.

Horn, J., Nafpliotis, N., & Goldberg, D. A Niched Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization.

Kennedy, J., & Eberhart, R. C. (2001). *Swarm Intelligence*. San Manteo: Morgan Kaufmann.

Knowles, J. D., & Corne, D. W. (2000). Approximating the nondominated front using the Pareto archived evolution strategy. *Evolutionary Computation* , 149-172.

Laumans, M., Rudolph, G., & Schwefel, H.-P. (1999). *Approximating the Pareto set: Concepts, diversity issues, and performance assesment*.

Nash, J. (1953). Two-Person Cooperative Games. *Econometrica* , 128-140.

Robert Goldberg, A. A. *Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Application*. Springer.

Rosenberg. (1967). *Simulation of genetic populations with biochemical properties*. University of Michigan : PhD thesis.

Silverman, B. W. (1986). *Density estimation for statistics and data analysis*. London: Chapman and Hall.

Socha, K., & Dorigo, M. (2006). Ant Colony Optimization for continuous domains. *European Journal of Opertaional Research* , 1155-1173.

Srinivas, N., & Deb, K. (1994). Multiobjective Optimization using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. *Evolutionary Computation* , 221-248.

Sumathi, S., & Surekha, P. (2010). *Computational Intelligence Paradigms: Theory and Applications using Matlab*. Taylor & Francis Group.

Weise, T. (2009). *Global Optimization Algorithms: Theory and Application*.

Zitzler, E. (1999). *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*. Zurich.

Zitzler, E., & Thiele, L. *Multiobjective Evolutionary Algorithms: a Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach*.

Zitzler, E., Laumanns, M., & Thiele, L. (2001). *SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm*. Zurich.

Κωνσταντινίδης, Π. (2004). *Βέλτιστος Σχεδιασμός Γεφυρών Κιβωτιοειδούς Διατομής με Γενετικούς Αλγορίθμους Πολλαπλών Στόχων*. Αθήνα.