



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ &  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Τεχνικές Μετάδοσης, Ανάλυση και Σχεδίαση  
Προσαρμοστικών Γνωστικών Συστημάτων  
Ραδιοεπικοινωνιών (Cognitive Radio)**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

του

**ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ Ν. ΜΑΛΙΑΤΣΟΥ**

Διπλωματούχου Ηλεκτρολόγου Μηχανικού &  
Μηχανικού Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Επιβλέπων: καθ. Φίλιππος Κωνσταντίνου Ε.Μ.Π.  
Αθήνα, Δεκέμβριος 2011





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ &  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Τεχνικές Μετάδοσης, Ανάλυση και Σχεδίαση  
Προσαρμοστικών  
Γνωστικών Συστημάτων Ραδιοεπικοινωνιών  
(Cognitive Radio)**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΤΟΥ

**ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ Ν. ΜΑΛΙΑΤΣΟΥ**

Διπλωματούχου Ηλεκτρολόγου Μηχανικού &  
Μηχανικού Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

**Συμβουλευτική Επιτροπή:**

Φίλιππος Κωνσταντίνου  
Χρήστος Καψάλης  
Παναγιώτης Κοττής

.....  
Φ. Κωνσταντίνου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Χ. Καψάλης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Π. Κοττής  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Γ. Καμπουράκης  
Επίκουρος Καθηγητής  
Ε.Μ.Π.

.....  
Α. Παναγόπουλος  
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

.....  
Α. Κανάτας  
Αναπλ. Καθηγητής  
Πανεπιστημίου Πειραιώς

.....  
Σ. Κωτσόπουλος  
Καθηγητής  
Πανεπιστημίου Πατρών

Αθήνα, Δεκέμβριος 2011

Γ' ΚΟΙΝΟΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΣΤΗΡΙΞΗΣ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ



Οι δραστηριότητες που παρουσιάζονται εδώ χρηματοδοτήθηκαν εν μέρει από τη δράση ΠΕΝΕΔ 2003 (Πρόγραμμα Ενίσχυσης Ερευνητικού Δυναμικού, Μέτρο 8.3 του Ε.Π. "Ανταγωνιστικότητα", Δράση 8.3.1, Γ' Κοινοτικό Πλαίσιο Στήριξης) υπό την εποπτεία της Γενικής Γραμματείας Έρευνας και Τεχνολογίας (ΓΓΕΤ). Το πρόγραμμα συγχρηματοδοτήθηκε από εθνικούς και κοινοτικούς πόρους: (α) 80% της Δημόσιας Δαπάνης από την Ευρωπαϊκή Ένωση -- Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο, και (β) 20% της Δημόσιας Δαπάνης από το Ελληνικό Δημόσιο -- Υπουργείο Ανάπτυξης -- ΓΓΕΤ.

**Κωνσταντίνος Ν. Μαλιάτσος**

Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Κωνσταντίνος Ν. Μαλιάτσος, 2011

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



# Περίληψη

Τα Γνωστικά Ραδιοσυστήματα είναι μια νέα τεχνολογία κινητών και ασύρματων επικοινωνιών που διαθέτει την ικανότητα να προσαρμόζει αυτόματα και δυναμικά τις παραμέτρους εκπομπής και λήψης με κύριο στόχο την αποδοτική χρησιμοποίηση των ραδιοπόρων με την ταυτόχρονη παροχή αξιόπιστων και ταχύτατων υπηρεσιών. Η ικανότητα προσαρμογής της χρησιμοποιούμενης κυματομορφής σε ένα ετερογενές ραδιοηλεκτρονικό περιβάλλον με την ταυτόχρονη ανάγκη για συνύπαρξη με συμβατικά ραδιοσυστήματα, άνοιξε ένα ευρύ πεδίο ερευνητικών προκλήσεων και δυνατοτήτων. Η παρούσα διατριβή αντιμετωπίζει μια ποικιλία θεμάτων σχετικά με την προσαρμοστική σχεδίαση κυματομορφών και την ανάπτυξη αλγορίθμων ανάλυσης σήματος στους δέκτες. Το επίκεντρο του ενδιαφέροντος δόθηκε σε θέματα επεξεργασίας σήματος του επαναπροσαρμόσιμου φυσικού στρώματος, αλλά η ερευνητική προσπάθεια έφτασε και στο υπόστρωμα Ελέγχου Πρόσβασης στο Μέσο (MAC). Πρώτα γίνεται μια εισαγωγή σε έννοιες, ορισμούς και αρχές των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων και του πλήρως προγραμματισμού υλικού υποβάθρου τους, του Software Defined Radio (SDR). Οι αρχές ψηφιακής επεξεργασίας πολλαπλών ρυθμών και η θεωρία των συγκροτημάτων φίλτρων μελετήθηκαν ως μέσο ανάπτυξης υπολογιστικά αποδοτικών, πραγματικού χρόνου αλγορίθμων. Από τη στιγμή που η διαμόρφωση OFDM είναι η πιο δημοφιλής επιλογή για τον ρόλο της κυματομορφής σε ένα Γνωστικό ραδιοδίκτυο, πραγματοποιήθηκε εκτεταμένη ανάλυση των χαρακτηριστικών, αδυναμιών και περιορισμών στα πλαίσια λειτουργίας των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων. Για να ξεπεραστεί το μειονέκτημα της OFDM που αφορά τους υψηλούς πλευρικούς λοβούς, μια νέα κυματομορφή Παραθυρικής OFDM με μετατόπιση σχεδιάστηκε ως δημιουργική ανάμιξη των χαρακτηριστικών της OFDM, OFDM-OQAM και των διαδικασιών μορφοποίησης σημάτων. Σε επόμενο βήμα ορίστηκαν διαδικασίες απόφασης για φασματική ανίχνευση με χρήση συγκροτημάτων φίλτρων και παρουσιάστηκαν υλοποιήσιμοι και πρακτικοί αλγόριθμοι. Στη συνέχεια εισήχθη η έννοια της Φασματικής Ανίχνευσης Τριών Καταστάσεων έτσι ώστε να δοθεί η δυνατότητα στο τερματικό να αναγνωρίσει και να κατατάσσει τα εισερχόμενα σήματα ως Γνωστικά ή Πρωτεύοντα. Ο συνδυασμός των συμπερασμάτων και αποτελεσμάτων των προηγούμενων εργασιών οδήγησε στον σχεδιασμό μιας Αρχιτεκτονικής OFDM δέκτη με χρήση συγκροτήματος φίλτρων, ο οποίος και προστατεύει το Γνωστικό Ραδιοσύστημα από καταστροφικές παρεμβολές. Παράλληλα προσφέρει τη δυνατότητα ανάπτυξης νέων αλγορίθμων. Έτσι αναπτύχθηκε μια νέα μέθοδος χρονικού και συχνοτικού συγχρονισμού για τις μη-συνεχόμενες OFDM κυματομορφές που δέχονται ισχυρές παρεμβολές. Η έρευνα ολοκληρώθηκε στο επίπεδο MAC όπου πραγματοποιήθηκε τροποποίηση της Λειτουργίας Καταμεμημένου Ελέγχου (iDCF) έτσι ώστε να προσαρμοστεί η χρήση της στις ιδιαιτερότητες της λειτουργίας Δυναμικής Χρήσης Φάσματος. Κατά τη διάρκεια της ερευνητικής προσπάθειας αντιμετωπίστηκαν και κάποια άλλα θέματα όπως η Αυτόματη Αναγνώριση Τύπου (και τάξης) διαμόρφωσης και ο χαρακτηρισμός και μοντελοποίηση του ραδιοδιαύλου.



# Abstract

Cognitive Radio is a new mobile and wireless communication system that has the ability to automatically and dynamically adapt the transmission and reception parameters with main objective the efficient utilization of radio resources while providing high speed and reliable services. The capacity to adjust the used waveform in a heterogeneous radio environment and the need for harmonic coexistence with conventional radio systems open a wide range of research challenges and capabilities. This doctoral thesis deals with a variety of issues in Cognitive Radio adaptive waveform design and receiver algorithms for signal analysis. While focusing mainly on the signal processing aspects of the reconfigurable physical layer that opportunistically uses the spectrum, the research effort reaches the Medium Access Control sublayer. First an introduction to concepts, principles and definitions of Cognitive Radio and its fully reconfigurable hardware, the Software Defined Radio, is made. Multirate signal processing and filter bank theory were studied as a means to develop computationally efficient, real-time analysis algorithms. Since OFDM modulation is the most popular choice for the Cognitive Radio waveform an extensive study of features, weaknesses and limitations in the Cognitive Radio framework was made. In order to overcome the OFDM drawback of the interfering sidelobes, a new Offset Windowed OFDM (OW-OFDM) waveform was designed as a creative mix of features from OFDM, OFDM-OQAM and signal shaping functions. In a next step, the decision procedure for filterbank-based sensing was defined and practical algorithms were developed. The concept of Three State Sensing that gives the ability to the transceiver to recognize and classify the incoming signals as Cognitive or Primary waveforms was introduced and two methods of implementation were proposed by exploiting OFDM waveform characteristics. The combination of conclusions and results led to the design of a filter-bank based OFDM receiver architecture that protects the Cognitive Radio waveform from destructive interference, while giving the ability to develop new algorithms. Therefore, a new time and frequency synchronization scheme for non-contiguous OFDM waveforms under heavy interference was designed and evaluated through simulation. The research activities were concluded in the MAC layer where the Distributed Control Function was modified in order to match the specific features of the Spectrum Pooling environment. During the research effort, some other issues were addressed such as automatic modulation recognition algorithm (with wavelet transform) and radio channel characterization and modeling.



*στη Μητέρα μου και στον Πατέρα μου*



# Αντί προλόγου - Ευχαριστίες

Κατά την εκπόνηση της διδακτορικής μου διατριβής πέρασα μια αρκετά σκοτεινή περίοδο. Για αυτό το λόγο θέλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου Δρ. Φίλιππο Κωνσταντίνου για όλη τη βοήθεια και την υποστήριξη που μου παρείχε και κυρίως για το ότι με την αισιοδοξία του σε κάνει να πιστεύεις ότι μπορεί να καταφέρεις τα πάντα. Ένα μεγάλο ευχαριστώ στον συνεργάτη και φίλο Θανάση Αδάμη για όλη την υπερπολίτιμη βοήθεια του. Τέλος ένα ευχαριστώ στη μητέρα μου και στον πατέρα μου που με στήριξαν και με στηρίζουν σε τόσα επίπεδα, καθώς και σε όσους με ανέχτηκαν και με ανέχονται παρά τα μυαλά που κουβαλάω.

*Κώστας Μαλιάτσος  
Αθήνα, Δεκέμβριος 2011*





# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1	Θεματολογία της Διατριβής	1
1.2	Δομή του Κειμένου της Διατριβής	2
<b>2</b>	<b>Cognitive Radio, Software Radio και Δυναμική Χρήση Φάσματος</b>	<b>5</b>
2.1	Πομποδέκτες Ορισμένοι από Λογισμικό	5
2.1.1	Ιδανική Αρχιτεκτονική	7
2.1.2	Υλοποιήσιμη Αρχιτεκτονική	8
2.1.3	Ορολογία αρχιτεκτονικών SDR	12
2.2	Γνωστικά Συστήματα Ραδιοεπικοινωνιών	14
2.2.1	Αρχιτεκτονική Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων	15
2.2.2	Ο Γνωστικός Κύκλος και οι Γνωστικές διαδικασίες	16
2.3	Ευκαιριακή Πρόσβαση και Δυναμική Χρήση Φάσματος	18
2.3.1	Υπάρχουσα Κατάσταση και Υποχρησιμοποίηση του Φάσματος	18
2.3.2	Δυναμική Χρήση Φάσματος	19
2.4	Ιεραρχική Πρόσβαση και η Δεξαμενή Φάσματος	21
2.4.1	Spectrum Pooling - Δεξαμενή Φάσματος	22
2.4.2	Αρχιτεκτονικές CR δικτύων	25
2.4.3	Η έννοια της Κυματομορφής	25
2.5	Σύνοψη	26
<b>3</b>	<b>Επεξεργασία Σήματος Πολλαπλών Ρυθμών</b>	<b>29</b>
3.1	Βασικές Αρχές Επεξεργασίας Πολλαπλών Ρυθμών	31
3.1.1	Αναθιρασμός, Υποθιρασμός	31
3.1.2	Φίλτρα	33
3.1.3	Κλασματική Αλλαγή Ρυθμού δειγματοληψίας	34
3.1.4	Η μετατόπιση (offset) αναθιρασμού - υποθιρασμού	34
3.2	Συγκροτήματα Φίλτρων για Ανάλυση και Σύνθεση - Πολυφασικά φίλτρα	35
3.2.1	Πολυφασική αποσύνθεση FIR φίλτρων	36
3.3	Ειδικό τύπο φίλτρων χρήσιμοι σε διαδικασίες Διαυλοποίησης	40
3.3.1	Φίλτρα μισής ζώνης (Half band filters) και Nyquist	40
3.3.2	QMF συγκρότημα φίλτρων	43
3.3.3	Η ιδιότητα τέλει ανακατασκευής	44
3.3.4	Interpolated FIR φίλτρα	45
3.4	Τα MDFT συγκροτήματα φίλτρων	46

<b>4 Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης</b>	<b>53</b>
4.1 Αντιμετώπιση του ISI με διαμορφώσεις Πολλαπλών Φερόντων.....	54
4.2 Η διαμόρφωση OFDM .....	59
4.2.1 Το OFDM σύμβολο .....	60
4.2.2 Το κυκλικό πρόθεμα .....	60
4.2.3 Διαβάθμιση στο OFDM .....	60
4.2.4 Παρεμβολές σε OFDM συστήματα .....	63
4.2.5 Ολίσθηση Doppler .....	64
4.2.6 Επίδραση των χρονικών μετατοπίσεων .....	66
4.3 Cognitive Radio βασισμένο σε παραμετροποιημένο	
OFDM Software Radio .....	67
4.3.1 Μορφοποίηση κυματομορφής σε ένα OFDM-SDR/CR.....	68
4.3.2 Προσαρμογή στο περιβάλλον .....	68
4.3.3 Ανίχνευση Ραδιοφάσματος από ένα OFDM-SDR/CR .....	69
4.3.4 Μέθοδοι πολλαπλής πρόσβασης, Φασματική κατανομή και Προηγμένα συστήματα Κεραιών .....	70
4.4 Συγχρονισμός και Αρχιτεκτονικές Δεκτών για OFDMA και OFDM-Cognitive Radios .	71
4.4.1 Η Μη-συνεχόμενη OFDM .....	71
4.4.2 Συγχρονισμός και Πολυπλεξία OFDMA .....	72
4.4.3 Σφάλματα Συγχρονισμού στη Συχνότητα .....	75
4.4.4 Σφάλματα Χρονικού Συγχρονισμού .....	76
4.4.5 Αποτελέσματα Εξομοιώσεων για την Υποβάθμιση SNR λόγω σφαλμάτων συχνότητας .....	78
4.4.6 Αποτελέσματα Εξομοιώσεων για την Υποβάθμιση SNR λόγω σφαλμάτων χρονικού συγχρονισμού .....	80
4.4.7 Συμπεράσματα μελέτης υποβάθμισης επίδοσης λόγω σφαλμάτων συγχρονισμού .....	81
4.4.8 Αρχιτεκτονικές Δεκτών για subband OFDMA συστήματα .....	81
4.4.9 Χρήση των αρχών Multirate Signal Processing στις αρχιτεκτονικές των δεκτών	87
4.4.10 Υλοποίηση σε πολλαπλά στάδια .....	90
4.4.11 Φιλτράρισμα σε OFDM συστήματα και Συμπεράσματα .....	93
4.5 Ενεργειακή Συμπεριφορά κυματομορφής OFDM .....	98
4.5.1 Μοντέλο συστήματος .....	99
4.5.2 Θεωρητική εξαγωγή των κατανομών της OFDM εκπομπής .....	100
4.6 Μια Γενική και Ακριβής Προσέγγιση .....	107
4.6.1 Βασικά στατιστικά του OFDM σήματος.....	108
4.6.2 Η επίδραση του ραδιοδιαύλου .....	110
4.6.3 Στατιστικά Ενέργειας.....	111
4.6.4 Προσέγγιση με κατανομή Γάμμα .....	111
4.6.5 Το κανάλι ως τυχαία μεταβλητή.....	112
4.7 Η επίδραση της μη-στατικότητας .....	116
<b>5 Εναλλακτικές Κυματομορφές</b>	<b>117</b>
5.1 Μειονεκτήματα OFDM σε CR .....	117
5.2 Διαμόρφωση OFDM-OQAM .....	123
5.2.1 Περιγραφή της OFDM-OQAM στο συνεχές πεδίο του χρόνου.....	124
5.2.2 Περιγραφή της OFDM-OQAM στο διακριτό πεδίο του χρόνου .....	127

5.2.3	Πολυφασική προσέγγιση .....	129
5.2.4	Έκφραση του OFDM-OQAM συστήματος ως MDFT συγκρότημα .....	131
5.2.5	OFDM-OQAM σύστημα σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας.....	137
5.3	Ορισμός της Offset Windowed OFDM .....	138
5.3.1	Αναζήτηση Εναλλακτικής .....	138
5.3.2	Μοντέλο συστήματος .....	140
5.3.3	Βασική περιγραφή της OW-OFDM .....	141
5.3.4	Ο πομπός της OW-OFDM .....	144
5.3.5	Δέκτης OW-OFDM και ιδιότητα PR .....	148
5.3.6	Συμπεριφορά της OW-OFDM σε συχνοεπιλεκτικό δίαυλο .....	152
5.3.7	Αποδοτικότητα Φάσματος .....	155
5.3.8	Αποτελέσματα και αδυναμίες .....	156
5.3.9	Μειονεκτήματα .....	159
5.4	MultiBand OFDM .....	160
<b>6</b>	<b>Φασματική Ανίχνευση με Χρήση Συγκροτήματος Φίλτρων</b>	<b>165</b>
6.1	Εισαγωγή .....	165
6.2	Μοντέλο Συστήματος .....	166
6.3	Ο Ενεργειακός Ανιχνευτής .....	170
6.4	Ανιχνευτής Neyman-Pearson για σήματα με μέγιστο βαθμό αποδεκατισμού.....	171
6.4.1	Προσδιορισμός της κατανομής για $\mathcal{H}_0$ .....	174
6.4.2	Προσδιορισμός της κατανομής για $\mathcal{H}_1$ .....	177
6.4.3	2η Εμπειρική Προσέγγιση της κατανομής για $\mathcal{H}_1$ .....	179
6.4.4	Το μετρικό του ανιχνευτή.....	179
6.4.5	Κατανομή μετρικού για την υπόθεση $\mathcal{H}_0$ .....	180
6.4.6	Κατανομή μετρικού για την υπόθεση $\mathcal{H}_1$ .....	184
6.5	Ενεργειακή Ανίχνευση με Συγκρότημα Φίλτρων .....	187
6.6	Ανιχνευτής OR .....	192
6.7	Ανιχνευτής στην έξοδο OFDM-OQAM δέκτη .....	200
6.8	Ανιχνευτής με 2X υπερδειγματοληψία .....	205
6.9	Έγχρωμος Θόρυβος 212	
6.10	Τοπικά πιο ισχυρός Ανιχνευτής 215	
6.11	Πρακτική Υλοποίηση του συστήματος 220	
6.12	Αποτελέσματα Εξομοιώσεων.....	230
<b>7</b>	<b>Ανίχνευση Τριών Καταστάσεων σε OFDM CR σύστημα</b>	<b>243</b>
7.1	Εισαγωγή .....	243
7.1.1	Χαρακτηριστικά OFDM κυματομορφών προς ανίχνευση .....	245
7.1.2	Μοντέλο συστήματος .....	246
7.2	Ανιχνευτής 3SS Neyman-Pearson βασισμένος στα σύμβολα εκπαίδευσης .....	247
7.3	Ανιχνευτής βασισμένος στην Ενέργεια του Αθροίσματος των $L$ Τμημάτων .....	259
7.4	Ανιχνευτής βασισμένος στη Συσχέτιση των $L$ Τμημάτων.....	260
7.5	Χρήση κυλιόμενου παραθύρου για τη λειτουργία του 3SS Ανιχνευτή .....	263
7.5.1	Αναδρομικές Σχέσεις Υπολογισμού των μετρικών .....	266

7.6	Κατανομές του μετρικού στον Μηχανισμό διαδοχικής Ανίχνευσης	267
7.6.1	Γενικευμένη Κατανομή Ακραίων τιμών	270
7.6.2	Κατανομή Διαφοράς Γάμμα μεταβλητών	271
7.6.3	Κατανομή για τον ανιχνευτή Neyman-Pearson	272
7.6.4	Κατανομή για τον ανιχνευτή συσχέτισης των $L$ επαναλαμβανόμενων τμημάτων	278
7.6.5	Κατανομή για τον ανιχνευτή που βασίζεται στην Ενέργεια του Αθροίσματος των $L$ Τμημάτων	281
7.7	Ολοκλήρωση της διαδικασίας για τον 3SS αλγόριθμο με βάση το σύμβολο συγχρονισμού	281
7.8	Ανιχνευτής 3SS βασισμένος στο κυκλικό προθέμα	283
7.8.1	Ανιχνευτής κυκλικού προθέματος βασισμένος στο θεώρημα Neyman-Pearson	285
7.8.2	Λοιποί ανιχνευτές κυκλικού προθέματος	292
7.9	Μηχανισμός Επαναληπτικής ανίχνευσης με χρήση του κυκλικού προθέματος	294
7.9.1	Αναδρομικές σχέσεις υπολογισμού μετρικών	295
7.9.2	Προσεγγίσεις κατανομών μετρικού μετά την εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας	296
7.10	Η επίδραση της ολίσθησης συχνότητας	304
7.10.1	Ανιχνευτής GLRT με χρήση συμβόλου συγχρονισμού	305
7.10.2	Ανιχνευτής GLRT με χρήση κυκλικού προθέματος	311
7.11	Χειρισμός των GLRT ανιχνευτών	315
7.11.1	GLRT Ανιχνευτής με ένα preamble συγχρονισμού και ταυτόχρονη εκτίμηση	316
7.11.2	GLRT Ανιχνευτής με αποσυσχέτιση των διαδικασιών ανίχνευσης και εκτίμησης: Neyman-Pearson Ανιχνευτής υπό το ενδεχόμενο $\mathcal{H}_1$	321
7.12	Αποτελέσματα Εξομοιώσεων	324
7.13	Αναγνώριση Τύπου Διαμόρφωσης	331
7.13.1	Υπόβαθρο και Μοντέλο συστήματος	331
7.13.2	Αναγνώριση τύπου διαμόρφωσης	333
7.13.3	Αναγνώριση Τάξης Διαμόρφωσης	336
7.13.4	Αποτελέσματα	340
<b>8</b>	<b>Δέκτης CR-OFDM βασισμένος σε Συγκρότημα Φίλτρων - Παρεμβολές, Συγχρονισμό</b>	<b>343</b>
8.1	Ανάλυση και μοντελοποίηση της παρεμβολής στον CR δέκτη	344
8.1.1	Παρεμβολή προκαλούμενη από PU εκπομπή απλού φέροντος	345
8.1.2	Παρεμβολή προκαλούμενη από PU OFDM εκπομπή	350
8.1.3	Ανάλυση των παρεμβολών	354
8.2	Χρήση MDFT συγκροτήματος φίλτρων στον OFDM δέκτη	360
8.2.1	Τα MDFT συγκροτήματα τέλει ανακατασκευής	361
8.2.2	Τα MDFT συγκροτήματα φίλτρων	368
8.3	Αντιμετώπιση της Παρεμβολής	374
8.3.1	Ορισμός Πλαισίου Λειτουργίας του CR	374
8.3.2	Προϋπόθεση καλής λειτουργίας του Συστήματος αντιμετώπισης παρεμβολών	378
8.3.3	Αντιμετώπιση παρεμβολής με μηδενισμό υποκαναλιών	379
8.3.4	Αποτελέσματα λειτουργίας του MDFT δέκτη με ακύρωση των Παρεμβολών	386
8.4	Συγχρονισμός σε χρόνο και συχνότητα	387
8.4.1	Η διπλή έννοια των SNR και SIR στα CR συστήματα	388
8.4.2	Πλαίσιο λειτουργίας του Συγχρονιστή	391
8.4.3	Ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας - MLE	394

8.4.4	Εξάρτηση από τους Σηματοθορυβικούς λόγους	401
8.4.5	Στατιστικές Ιδιότητες της εκτίμησης ολίσθησης συχνότητας	402
8.4.6	Πιθανότητα σφάλματος στην ανίχνευση του Preamble	404
8.4.7	Κανόνας σύντηξης για την εκτίμηση της συχνότητας	407
8.4.8	Δεύτερο στάδιο χρονικού συγχρονισμού	409
8.4.9	Αλγόριθμος Morelli - Moretti	412
8.4.10	Επιδόσεις αλγορίθμου συγχρονισμού και εκτίμησης της ολίσθησης συχνότητας	417
8.5	Λοιπές λειτουργίες στον MDFT δέκτη	418
8.5.1	Διόρθωση Συχνότητας	418
8.5.2	Μετατροπή σε Συνεχόμενη OFDM - Αποδεκατισμός	421
8.5.3	Υβριδική λειτουργία με OFDM-OQAM	423
8.5.4	Φασματική Ανίχνευση	424
8.5.5	Πρακτικό Παράδειγμα Λειτουργίας	425
<b>9</b>	<b>Το τηλεπικοινωνιακό κανάλι</b>	<b>431</b>
9.1	Θεωρητικά Στοιχεία για το Τηλεπικοινωνιακό κανάλι	432
9.2	Αλγόριθμος προσδιορισμού κρουστικής απόκρισης καναλιού για δεδομένο SNR	434
9.3	Κανάλια Winner	439
9.4	Ανάπτυξη μοντέλου ραδιοδιαύλου για θαλάσσια περιβάλλοντα	440
9.4.1	Καθορισμός και Προεργασία της Πειραματικής Διαδικασίας	441
9.4.2	Ο Μετρητικός Εξοπλισμός	443
9.4.3	Επεξεργασία των μετρήσεων	445
9.4.4	Ομαδοποίηση των μετρήσεων	446
9.5	Αποτελέσματα Χαρακτηρισμού Μεγάλης Κλίμακας	449
9.6	Αποτελέσματα στο Πεδίο της Καθυστέρησης	452
9.6.1	Power Delay Profiles	452
9.6.2	Παράμετροι Καθυστέρησης - Μέση Επιπρόσθετη Καθυστέρηση - RMS Διασπορά Καθυστέρησης	456
9.7	Χρονική μεταβλητότητα - Ανάλυση στο πεδίο του χρόνου	458
9.7.1	Ανάλυση Doppler	462
9.8	Συμπεράσματα	465
<b>10</b>	<b>Διακοπτόμενο Πρωτόκολλο MAC για καταναμημένα δίκτυα CR</b>	<b>467</b>
10.1	Ιδιαιτερότητες υποστρώματος MAC	467
10.1.1	Περίοδος ανίχνευσης	467
10.1.2	Διάρκεια ανίχνευσης	468
10.1.3	Ρυθμός Μετάδοσης	469
10.2	Η Λειτουργία Καταναμημένου Ελέγχου στο IEEE 802.11	469
10.2.1	Ακολουθία Ανταλλαγής Πλαισίων	470
10.2.2	Διαδικασία Ανταγωνισμού και υποχώρησης	470
10.2.3	Επαναμεταδόσεις και χρόνοι αναμονής	470
10.2.4	Ανίχνευση Φέροντος	471
10.2.5	Διαστήματα σιγής	472
10.3	Η διακοπτόμενη DCF - iDCF	472
10.3.1	Αναλυτική Περιγραφή των Τροποποιήσεων	473
10.4	Μοντέλο Επίδοσης της iDCF	486

10.4.1 Μοντέλο Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης Κορεσμού .....	487
10.4.2 Μοντέλο Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης μη - Κορεσμού .....	497
10.4.3 Απόδειξη οφέλους χρήσης της iDCF .....	500
10.5 Αποτελέσματα Εξομοιώσεων: .....	502
10.5.1 Η παράμετρος $L_{\min}$ .....	502
10.5.2 Η διάρκεια διακοπής $\tau$ .....	506
10.5.3 Η περίοδος διακοπής $T$ .....	508
10.5.4 Το μέγεθος ωφέλιμου φορτίου $L_p$ .....	510
10.5.5 Ο ρυθμός μετάδοσης $R$ .....	513
10.6 Χρήση της Ανίχνευσης τριών καταστάσεων 3SS στο MAC .....	514
10.6.1 Αποτελέσματα Προσομοιώσεων .....	516
<b>A Εύρεση Οριακών Πιθανοτήτων Μαρκοβιανής Αλυσίδας Kim</b>	<b>519</b>
<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>521</b>
<b>Κατάλογος Δημοσιεύσεων του Συγγραφέα</b>	<b>543</b>
<b>Βιογραφικό Σημείωμα</b>	<b>545</b>

# Κατάλογος σχημάτων

2.1	Ιδανική αρχιτεκτονική SDR .....	8
2.2	Υλοποιήσιμη βασική αρχιτεκτονική SDR .....	9
2.3	Επίπεδα υλοποίησης SDR. Σχήμα από τη διατριβή του J.Mitola .....	13
2.4	Μοντέλο αρχιτεκτονικής Γνωστικών Συστημάτων Ραδιοεπικοινωνιών. Σχήμα από <a href="http://www.sdrforum.org">www.sdrforum.org</a> [20] .....	15
2.5	Γνωστικός Κύκλος.....	17
2.6	Παράδειγμα Διανύσματος Φασματικής Διαθεσιμότητας σε Δεξαμενή Φάσματος ....	23
2.7	Γνωστικός Κύκλος στα δίκτυα Δυναμικής Χρήσης Φάσματος .....	24
2.8	Δομή του PHY ενός CR-SDR και περιοχές ενδιαφέροντος της διατριβής.....	27
3.1	Μπλοκ Διάγραμμα μιας γενικής SDR δομής πομποδέκτη.....	29
3.2	(α)Ο downsampler (b) Ο upsampler .....	31
3.3	Το φαινόμενο του aliasing σε αποδεδκατισμό με $M=3$ .....	32
3.4	Διασύνδεση $M$ decimation- $M$ interpolation βαθμίδων .....	33
3.5	Αντιμετάθεση βαθμίδων αλλαγής ρυθμού δειγματοληψίας .....	33
3.6	Χρήση φίλτρων για την καταπολέμηση των φαινομένων α)aliasing και β)imaging... ..	34
3.7	Διάταξη αλλαγής ρυθμού κατά κλασματικό παράγοντα $L/M$ .....	34
3.8	"Ευγενείς" ταυτότητες .....	35
3.9	Συγκρότημα φίλτρων ανάλυσης .....	35
3.10	Συγκρότημα φίλτρων σύνθεσης .....	36
3.11	Πολυφασική αποσύνθεση φίλτρου και Αποδεδκατισμός α) Αρχική κατάσταση β) Μετακίνηση των βαθμίδων αποδεδκατισμού στην είσοδο .....	38
3.12	Πολυφασική αποσύνθεση φίλτρου και Interpolation α) Τύπου 1 β) Τύπου 2 .....	39
3.13	Πολυφασική δομή φίλτρου και Αποδεδκατισμού με χρήση του μοντέλου μεταγωγής .....	40
3.14	Μείωση του υπολογιστικού φορτίου σε Κλασματική μετατροπή με εκμετάλλευση μόνο του Αποδεδκατισμού .....	40
3.15	Βέλτιστη πολυφασική δομή για Κλασματικό μετατροπέα με $L$ , $M$ σχετικά πρώτους .	41
3.16	DFT συγκρότημα φίλτρων με πολυφασική δομή .....	42
3.17	DFT συγκρότημα φίλτρων με πολυφασική δομή και υπολογιστική αποδοτικότητα .	42
3.18	Σχεδιασμός - Ορισμός του χαμηλής τάξης φίλτρου $G(z)$ .....	46
3.19	Μια υλοποίηση δομής MDFT συγκροτήματος όπου διακρίνονται ξεχωριστά το στάδιο ανάλυσης και σύνθεσης .....	47
3.20	Ισοδύναμο των MDFT συγκρότημα φίλτρων με ομοιόμορφη δομή και ρυθμό δειγματοληψίας διπλάσιο του κρίσιμου .....	49
3.21	Υλοποίηση με πολυφασικά φίλτρα 1ου και 3ου τύπου του ισοδύναμου (με τα MDFT) ομοιόμορφου DFT συγκροτήματος με διπλάσιο του κρίσιμου ρυθμό δειγματοληψίας.....	50

3.22	Εξαγωγή συνθήκης για την PR ιδιότητα για MDFT συγκροτήματα με πρότυπο φίλτρο μήκους $Np = 2r + 1$ .....	51
4.1	Απλουστευμένο Block διάγραμμα πομπού και δέκτη με διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων στο συνεχές πεδίο του χρόνου .....	55
4.2	Απλουστευμένο Block διάγραμμα πομπού και δέκτη με διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων σε SDR λογική .....	57
4.3	Η δημιουργία του κυκλικού προθέματος για ένα OFDM σύμβολο .....	60
4.4	Block διάγραμμα ενός Cognitive Radio βασισμένο σε OFDM .....	67
4.5	Το διάνυσμα ανάθεσης για ένα OFDM-CR σύστημα .....	72
4.6	Υποβάθμιση του SNR λόγω μετατοπίσεων στη συχνότητα ( $N = 1024$ , 24 χρήστες) ...	79
4.7	Υποβάθμιση του SNR λόγω μετατοπίσεων στη συχνότητα ( $N = 1024$ , 24 χρήστες) χωρίς εφαρμογή αλγορίθμων RRM .....	80
4.8	Ισχύς θορύβου συμπεριλαμβανομένου του σφάλματος συχνότητας για αρχικό $SNR = 15dB$ για διάφορους αριθμούς χρηστών ( $N = 1024$ ) .....	81
4.9	Υποβάθμιση του SNR λόγω χρονικών ολισθήσεων ( $N = 1024$ , 24 χρήστες) .....	82
4.10	Υποβάθμιση του SNR λόγω χρονικών ολισθήσεων ( $N = 1024$ , 24 χρήστες) χωρίς εφαρμογή αλγορίθμων RRM .....	83
4.11	Υποβάθμιση του SNR λόγω χρονικών ολισθήσεων για $N = 1024$ και αρχικό $SNR = 15dB$ για διάφορα μεγέθη υποκαναλιών .....	84
4.12	Υποβάθμιση του SNR λόγω χρονικών ολισθήσεων ( $N = 1024$ , 24 χρήστες) για αρχικό $SNR = 15dB$ και διάφορα μεγέθη κυκλικού προθέματος .....	85
4.13	Μπλοκ διάγραμμα μιας γενικευμένης αρχιτεκτονικής δέκτη για subband OFDMA	85
4.14	Διόρθωση της ολίσθησης συχνότητας στο πεδίο της συχνότητας .....	86
4.15	Μπλοκ διάγραμμα αρχιτεκτονικής δέκτη για subband OFDMA βασισμένο σε φίλτρα (δέκτης 2) .....	86
4.16	Μπλοκ διάγραμμα αρχιτεκτονικής δέκτη για subband OFDMA βασισμένη εξολοκλήρου σε φίλτρα (δέκτης 3) .....	86
4.17	Τροποποίηση του βασισμένου σε συγκρότημα φίλτρων OFDMA δέκτη με βάση τα Πολυφασικά DFT φίλτρα .....	88
4.18	Interpolated FIR φίλτρο .....	90
4.19	Η απόκριση του Interpolated FIR φίλτρου στο πεδίο της Συχνότητας .....	91
4.20	Πολυφασική μορφή μιας IFIR διάταξης δύο σταδίων .....	92
4.21	Τροποποιημένη διάταξη πολυφασικού συγκροτήματος για την εξάλειψη της ανάγκης για subcarriers φύλαξης .....	92
4.22	Υλοποίηση σχήματος δέκτη με συνδυαστικό υπολογισμό γραμμικής συνέλιξης (για επίτευξη συγχρονισμού) και κυκλική συνέλιξης για αποδιαμόρφωση του OFDM συμβόλου χωρίς ISI .....	96
4.23	Ιστόγραμμα μετρούμενης Ενέργειας για τα $N = 64$ δείγματα ενός OFDM συμβόλου (μοναδιαία ισχύς σήματος) πάνω από AWGN κανάλι (15 dB και 8 dB SNR) και οι αντίστοιχες κατανομές - θεωρητικές και προσεγγίσεις (Patnaik - Gamma). Αντιπαραβολή και της κατανομής για λευκή, κανονική είσοδο ίδιας ισχύος. ....	104
4.24	Ιστόγραμμα μετρούμενης Ενέργειας για τα $N/4 = 16$ και $N + N_g$ δείγματα ενός OFDM συμβόλου (μοναδιαία ισχύς σήματος, $N = 64$ , $cp = 0.25$ ) πάνω από AWGN κανάλι (15 dB και 8 dB SNR) και οι αντίστοιχες κατανομές. Αντιπαραβολή και της κατανομής για λευκή, κανονική είσοδο ίδιας ισχύος σε 15 dB SNR. ....	106



4.25	Ιστόγραμμα μετρούμενης Ενέργειας για τα $N/4 = 16$ δείγματα ενός OFDM συμβόλου (μοναδιαία ισχύς σήματος, $N = 64$ , $cp = 0.25$ ) πάνω από συχνοεπιλεκτικό κανάλι (SNR 15 dB) και οι αντίστοιχες κατανομές. Το κανάλι θεωρήθηκε α) γνωστό, β) τυχαία μεταβλητή γνωστού PDP γ) Τυχαία μεταβλητή γνωστού PDP με κανονικοποιημένο PDP .....	114
5.1	Πλευρικοί λοβοί OFDM φάσματος για δυο γειτονικά .....	118
5.2	Χαρακτηριστική μορφή παραθύρου Nyquist για καταπίεση των πλευρικών λοβών ..	120
5.3	Δυναμική μεταβολή του παραθύρου για την καταπίεση της παρεμβολής με βάση την εκτίμηση του διαύλου. ....	120
5.4	Υλοποίηση συστήματος εκπομπής/λήψης OFDM-OQAM με συγκρότημα ψηφιακών φίλτρων .....	129
5.5	Υλοποίηση συστήματος εκπομπής/λήψης OFDM-OQAM με πολυφασική αποσύνθεση φίλτρων .....	130
5.6	Υλοποίηση συγκροτήματος OFDM-OQAM με πολυφασική αποσύνθεση φίλτρων και μοντέλο μεταγωγών .....	132
5.7	Υλοποίηση συγκροτήματος OFDM-OQAM πομπού με MDFT συγκρότημα σύνθεσης	134
5.8	Η δομή ενός OFDM-OQAM δέκτη με MDFT συγκρότημα ανάλυσης και τις απαραίτητες μετατροπές .....	135
5.9	Η δομή ενός OFDM-OQAM δέκτη με MDFT συγκρότημα ανάλυσης και τις απαραίτητες μετατροπές .....	136
5.10	Φασματική αναποτελεσματικότητα της Windowed OFDM λόγω του rolloff παράγοντα του χρησιμοποιούμενου παραθύρου. ....	139
5.11	Απλοποιημένο διάγραμμα λειτουργίας σύνθεση παραθυρικής OFDM κυματομορφής .....	141
5.12	Το πρόβλημα του πρώτου παραθύρου λόγω της αναδίπλωσης. Παράδειγμα για $N = 512$ , $M = 4$ .....	144
5.13	Λειτουργία του πομπού παρουσιασμένη σύμφωνα με την λογική σχηματισμού της κυματομορφής OFDM-OQAM .....	145
5.14	Λειτουργία του πομπού για δυο διαδοχικά υποσύμβολα $i, i + 1$ όπως δύναται να υλοποιηθεί ως Windowed OFDM στο πεδίο του χρόνου .....	147
5.15	Το λογικό διάγραμμα λειτουργίας του OW-OFDM δέκτη με ενσωμάτωση της εξισορρόπησης FEQ. Η διαδικασία εφαρμογής του παραθύρου πραγματοποιείται με κυκλικό φιλτράρισμα στο πεδίο της διακριτής συχνότητας .....	154
5.16	Λειτουργικό διάγραμμα πομπού για την πλήρη αξιοποίηση των τηλεπικοινωνιακών πόρων για $M = 4$ . Σε διαδοχικά σύμβολα παρατηρείται αντιστροφή του διαχωρισμού φανταστικού/πραγματικού ανά υποσύμβολο και ολίσηση του δεύτερου συμβόλου και επικάλυψη της περιοχής του υποσυμβόλου "0" .....	156
5.17	Φασματική πυκνότητα ισχύος της OW-OFDM κυματομορφής ( $N = 512$ , $M = 4$ ) σε σύγκριση με την πυκνότητα ισχύος της κυματομορφής ενός ισοδύναμου OFDM συστήματος .....	157
5.18	Χαρακτηριστικά του χρησιμοποιούμενου παραθύρου όπως αυτό προέκυψε με χρήση του αλγορίθμου σχεδιασμού MDFT-PR φίλτρων των Nguyen και Koilpillai ..	158

5.19	Επιδείνωση σηματοθορυβικού λόγου για διάφορες τιμές σφάλματος ολίσθησης συχνότητας για SNR = 30dB σε κυματομορφή OW-OFDM (N=512, M=4) και απλή OFDM (N=512). Το σφάλμα συχνότητας δίνεται ως ποσοστό της διαφοροντικής απόστασης του OFDM συστήματος .....	159
5.20	Επιδείνωση σηματοθορυβικού λόγου για διάφορες τιμές σφάλματος ολίσθησης συχνότητας για SNR = 20dB σε κυματομορφή OW-OFDM (N=512, M=4) και απλή OFDM (N=512). Το σφάλμα συχνότητας δίνεται ως ποσοστό της διαφοροντικής απόστασης του OFDM συστήματος .....	160
5.21	Επιδείνωση σηματοθορυβικού λόγου για διάφορες τιμές σφάλματος ολίσθησης συχνότητας για SNR = 12dB σε κυματομορφή OW-OFDM (N=512, M=4) και απλή OFDM (N=512). Το σφάλμα συχνότητας δίνεται ως ποσοστό της διαφοροντικής απόστασης του OFDM συστήματος .....	161
5.22	Multiband OFDM: Παράδειγμα διαχωρισμού φάσματος σε υπόκανάλια .....	162
6.1	Παράδειγμα διάταξης συγκροτήματος φίλτρων με $M = 32$ σε ζώνη που περιέχει 4 κανάλια πρωτεύοντος δικτύου .....	167
6.2	Πολυφασική αναπαράσταση FIR φίλτρου με ενσωμάτωση διαδικασίας αποδεκατισμού σε σχηματισμό ομοιόμορφου DFT συγκροτήματος. ....	167
6.3	Διπλή ισοδύναμη αναπαράσταση ενός MDFT και OFDM-OQAM συστήματος στο στάδιο της ανάλυσης.....	168
6.4	Παραδείγματα συμπεριφοράς των συναρτήσεων μεταφοράς των ραδιοδιαύλων ανα υποκανάλι για σύστημα με $M = 32$ και εκθετικά κανάλια 12 και 24 δειγμάτων και συντελεστές εκθ. εξασθένισης 1 και 0.5 αντίστοιχα. ....	173
6.5	Παράδειγμα ταιριάσματος των κατανομών του NP μετρικού ανίχνευσης για ομοιόμορφο DFT συγκρότημα με $M = 32$ , 8 δείγματα ανίχνευσης/φίλτρο και 8 φίλτρα/πρωτεύον κανάλι (SNR=0dB, εκθετικός ραδιοδιάυλος 24 δειγμάτων με $\lambda = 0.5$ ) .....	185
6.6	Παράδειγμα ταιριάσματος των κατανομών του μετρικού ανίχνευσης ενεργειακής μέτρησης για ομοιόμορφο DFT συγκρότημα με $M = 32$ , 8 δείγματα ανίχνευσης/φίλτρο και 8 φίλτρα/πρωτεύον κανάλι (SNR=0dB, εκθετικός ραδιοδιάυλος 24 δειγμάτων με $\lambda = 0.5$ ).....	191
6.7	Παράδειγμα ταιριάσματος των κατανομών του NP μετρικού ανίχνευσης για MDFT συγκρότημα (ή OFDM-OQAM συστημα λήψης) με $M = 32$ , 8 δείγματα ανίχνευσης/φίλτρο και 8 φίλτρα/πρωτεύον κανάλι (SNR=0dB, εκθετικός ραδιοδιάυλος 24 δειγμάτων με $\lambda = 0.5$ ) .....	205
6.8	Οι ιδιοτιμές του πίνακα αυτοσυσχέτισης για ένα σύστημα στον διπλάσιο ρυθμό δειγματοληψίας με χρήση φίλτρου FIR 141 $M = 32$ και 8 φίλτρα/κανάλι πρωτεύοντος .....	210
6.9	Παράδειγμα ταιριάσματος των κατανομών του NP μετρικού ανίχνευσης σε διπλάσιο ρυθμό δειγματοληψίας για ομοιόμορφο DFT/MDFT συγκρότημα με $M = 32$ , 2x8 δείγματα προς ανίχνευση/φίλτρο και 8 φίλτρα/πρωτεύον κανάλι (SNR=0dB, εκθετικός ραδιοδιάυλος 24 δειγμάτων με $\lambda = 0.5$ ) .....	212
6.10	Λογικό διάγραμμα λειτουργίας ανιχνευτή συγκροτήματος φίλτρου σε περιβάλλον έγχρωμου θορύβου .....	215
6.11	Λογικό διάγραμμα λειτουργίας GLRT Ανιχνευτή .....	223
6.12	Λογικό διάγραμμα λειτουργίας του βελτιωμένου GLRT Ανιχνευτή με διαδοχική χρήση εκτιμήσεων από παρελθούσες διαδικασίες .....	225

6.13	Λογικό διάγραμμα δυϊκού ανιχνευτή GLRT, LMP μετά την παύση μετάδοσης πρωτεύοντος. Το CR βρίσκεται σε αναμονή ώστε να προσδιορίσει αν ο PU που μόλις ελευθέρωσε το κανάλι σκοπεύει να το χρησιμοποιήσει ξανά (π.χ. TDMA) . . . .	229
6.14	Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση δυο δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (16 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR 0 dB . . . . .	232
6.15	Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση τεσσάρων δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -1.6 dB . . . . .	233
6.16	Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση οκτώ δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (64 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -1.6 dB . . . . .	234
6.17	Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση οκτώ δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (64 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -3 dB . . . . .	235
6.18	Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση 16 δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (128 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -3 dB . . . . .	236
6.19	Καμπύλη Πιθανότητας ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR για ανίχνευση με χρήση τεσσάρων δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και $P_{FA} = 0.05$ . . . . .	236
6.20	Καμπύλη Πιθανότητας ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR με χρήση οκτώ δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (64 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και $P_{FA} = 0.05$ . . . .	237
6.21	Καμπύλη Πιθανότητας ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR με χρήση 16 δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (128 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και $P_{FA} = 0.05$ . . . .	237
6.22	Καμπύλη Πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR με χρήση 4 δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και θεωρητικό $P_{FA} = 0.05$ . . . . .	238
6.23	Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση τεσσάρων δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, άλλα ΕΓΧΡΩΜΟ θόρυβο και SNR -1.6 dB . . . . .	238
6.24	Καμπύλη Πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR με χρήση 4 δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, άλλα ΕΓΧΡΩΜΟ θόρυβο και θεωρητικό $P_{FA} = 0.05$ . . . . .	239
6.25	Αντιπαράθεση της λειτουργίας του ανιχνευτή με είσοδο μια ρεαλιστική κυματομορφή απλού φέροντος και είσοδο λευκής κανονικής τυχαίας μεταβλητής. SNR = -1.6 dB, χρησιμοποιούνται 4 δείγματα ανά δiάνυσμα παρατήρησης . . . . .	239
6.26	Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση τεσσάρων δειγμάτων ανά δiάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, SNR -1.6 dB και ρεαλιστική είσοδο PU σήματος απλού φέροντος . . . . .	240

6.27	Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση οκτώ δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (64 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, SNR -1.6 dB και ρεαλιστική είσοδο PU σήματος απλού φέροντος .....	240
6.28	Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση 16 δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (128 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, SNR -3 dB και ρεαλιστική είσοδο PU σήματος απλού φέροντος .....	241
6.29	Καμπύλη ROC για διάφορες υλοποιήσεις GLRT ανιχνευτή και του LMP ανιχνευτή με χρήση 4 δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -3 dB .....	241
6.30	Καμπύλη πραγματικής τιμής $P_{FA}$ σε συνάρτηση με την τιμή στόχου της $P_{FA}$ για τις υλοποιήσεις των ανιχνευτών GLRT και LMP .....	242
6.31	Καμπύλη πραγματικής τιμής $P_{FA}$ σε συνάρτηση με το SNR για τιμή στόχου $P_{FA} = 0.1$ για τις υλοποιήσεις των ανιχνευτών GLRT και LMP .....	242
7.1	Λογικό διάγραμμα διαδικασίας Ανίχνευσης Τριών Καταστάσεων .....	244
7.2	Ιστογράμματα τιμών μετρικού για τα ενδεχόμενα $\mathcal{H}_1$ και $\mathcal{H}_2$ για AWGN κανάλι με $SNR = 8dB$ , για OFDM σύστημα με 256 subcarriers, $L = 4$ (Shi-Serpedin) και λευκή γκαουσιανή είσοδο υπό το $\mathcal{H}_1$ .....	258
7.3	Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του Neyman-Pearson αλγόριθμου 3SS, με χρήση αλγόριθμου συγχρονισμού Shi-Serpedin ( $L = 4$ ) .....	258
7.4	Ιστογράμματα τιμών μετρικού ενέργειας του αθροίσματος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων για τα ενδεχόμενα $\mathcal{H}_1$ και $\mathcal{H}_2$ για AWGN κανάλι με $SNR = 8dB$ , για OFDM σύστημα με 256 subcarriers, $L = 4$ (Shi-Serpedin) και λευκή γκαουσιανή είσοδο υπό το $\mathcal{H}_1$ .....	260
7.5	Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του 3SS ανιχνευτή ενέργειας της άθροισης των επαναλαμβανόμενων τμημάτων όπου χρησιμοποιείται αλγόριθμος συγχρονισμού Shi-Serpedin ( $L = 4$ ) .....	261
7.6	Ιστογράμματα τιμών μετρικού συσχέτισης των επαναλαμβανόμενων τμημάτων για τα ενδεχόμενα $\mathcal{H}_1$ και $\mathcal{H}_2$ για AWGN κανάλι με $SNR = 8dB$ , OFDM σύστημα με 256 subcarriers, $L = 4$ (Shi-Serpedin) και λευκή γκαουσιανή είσοδο υπό το $\mathcal{H}_1$ ...	264
7.7	Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του 3SS ανιχνευτή συσχέτισης των επαναλαμβανόμενων τμημάτων όπου χρησιμοποιείται αλγόριθμος συγχρονισμού Shi-Serpedin ( $L = 4$ ) .....	264
7.8	Διάγραμμα ροής του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης .....	266
7.9	Ιστογράμματα τιμών μετρικού Neyman-Pearson με και χωρίς χρήση του επαναληπτικού μηχανισμού για τα ενδεχόμενα $\mathcal{H}_1$ για σύστημα που περιγράφεται στον πίνακα 7.3 και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής ....	273
7.10	Διάγραμμα μέσης τιμής μετρικού NP με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τη μέση τιμή του μετρικού ανά επανάληψη για διάφορες τιμών επαναλήψεων $R$ ...	274
7.11	Διάγραμμα διασποράς μετρικού NP με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τη διασπορά του μετρικού ανά επανάληψη για διάφορες τιμών επαναλήψεων $R$ .....	275
7.12	Διάγραμμα μέσης τιμής μετρικού NP με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τον αριθμό επαναλήψεων $R$ για διάφορες τιμές SNR .....	276

7.13	Διάγραμμα διασποράς μετρικού NP με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τον αριθμό επαναλήψεων $R$ για διάφορες τιμές SNR. ....	276
7.14	Διάγραμμα μέσης τιμής και διασποράς μετρικού συσχέτισης επαναλαμβανόμενων τμημάτων με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τον αριθμό επαναλήψεων $R$ για διάφορες τιμές SNR. ....	279
7.15	Ιστογράμματα τιμών μετρικού συσχέτισης επαναλαμβανόμενων τμημάτων με και χωρίς χρήση του επαναληπτικού μηχανισμού για το ενδεχόμενο $\mathcal{H}_1$ για σύστημα που περιγράφεται στον πίνακα 7.3 (για SNR 3 dB και αριθμό επαναλήψεων $R = N/2$ ) και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής. ....	280
7.16	Ιστογράμματα τιμών μετρικού ενέργειας αθροίσματος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων με και χωρίς χρήση του επαναληπτικού μηχανισμού για το ενδεχόμενο $\mathcal{H}_1$ για σύστημα που περιγράφεται στον πίνακα 7.3 και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής. ....	282
7.17	Διαδικασία σχηματισμού διανύσματος παρατήρησης για τον 3SS ανιχνευτή με χρήση του κυκλικού προθέματος με τη συμμετοχή $L$ OFDM συμβόλων. ....	284
7.18	Ιστογράμματα τιμών μετρικού Neyman-Pearson του αλγορίθμου 3SS ανίχνευσης με χρήση του κυκλικού προθέματος για τα ενδεχόμενα $\mathcal{H}_1$ και $\mathcal{H}_2$ για το σύστημα του πίνακα 7.8 και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής. ....	292
7.19	Ιστογράμματα τιμών μετρικών ενέργειας αθροίσματος και συσχέτισης του αλγορίθμου 3SS ανίχνευσης με χρήση του κυκλικού προθέματος για τα ενδεχόμενα $\mathcal{H}_1$ και $\mathcal{H}_2$ για το σύστημα του πίνακα 7.8 και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής. ....	294
7.20	Διάγραμμα ροής του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης για τον αλγόριθμο με χρήση κυκλικού προθέματος. ....	297
7.21	Διάγραμμα μέσης τιμής του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τη μέση τιμή του αντίστοιχου μετρικού απλής δοκιμής για τις προδιαγραφές του πίνακα 7.9 και διάφορα SNR. ....	298
7.22	Διάγραμμα διασποράς του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τη διασπορά του αντίστοιχου μετρικού απλής δοκιμής για τις προδιαγραφές του πίνακα 7.9 και διάφορα SNR. ....	299
7.23	Διάγραμμα μέσης τιμής του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με το μέγεθος του κυκλικού προθέματος για $N = 256$ , διάφορα SNR και $L = 1, 2$ . ....	300
7.24	Διάγραμμα διασποράς του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με το μέγεθος του κυκλικού προθέματος για $N = 256$ , διάφορα SNR και $L = 1, 2$ . ....	300
7.25	Διάγραμμα α) μέσης τιμής και β) διασποράς του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τον αριθμό συμμετεχόντων OFDM συμβόλων για $N = 256$ και $SNR = 2dB$ και μήκη κυκλικού προθέματος. ....	302
7.26	Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του GLRT Neyman-Pearson αλγορίθμου 3SS, με χρήση αλγορίθμου συγχρονισμού Shi-Serpedin ( $L = 4$ ). ....	312
7.27	Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του GLRT Neyman-Pearson αλγορίθμου 3SS, με χρήση του κυκλικού προθέματος ( $L = 2$ ). ....	314
7.28	Καμπύλη ROC για ανίχνευση των 3SS αλγορίθμων με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού για $N = 256$ , $L = 4$ , μήκος παραθύρου 65 δείγματα και $SNR = -5, -7, -10dB$ . ....	325

7.29	Καμπύλη μεταβολής της πιθανότητας ανίχνευσης $P_D$ των 3SS αλγορίθμων με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού ως συνάρτηση του SNR, για $N = 256$ και $L = 4$ και μήκος παραθύρου επαναληπτικού μηχανισμού ανίχνευσης 65 δειγμάτων. Παρουσιάζονται αποτελέσματα για δυο τιμές $P_{FA} = 0.001$ και $0.05$ . . . . .	325
7.30	Καμπύλη ROC για ανίχνευση των 3SS αλγορίθμων με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού για $N = 256$ , $L = 4$ , και διάφορες τιμές παραθύρου του επαναληπτικού μηχανισμού ανίχνευσης για $SNR = -7dB$ . . . . .	326
7.31	Επιτευξιμη τιμή $P_{FA}$ σε σχέση με την επιθυμητή τιμή για τους 3SS αλγόριθμους με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού και $N = 256$ , $L = 4$ , $SNR = -7dB$ . . . . .	326
7.32	Καμπύλη μεταβολής της πιθανότητας ανίχνευσης $P_D$ των 3SS αλγορίθμων με χρήση του κυκλικού προθέματος ως συνάρτηση του SNR, για $N = 128$ , $cp = 0.125$ , που συμπεριλαμβάνει 2 OFDM σύμβολα στη διαδικασία. Το μήκος παραθύρου είναι σταθερό και ίσο με $N - Ncp$ . Παρουσιάζονται αποτελέσματα για δυο τιμές $P_{FA} = 0.01$ και $0.1$ . . . . .	327
7.33	Καμπύλη ROC για τους 3SS αλγόριθμους με χρήση του κυκλικού προθέματος για $N = 128$ , $cp = 0.125$ και που συμπεριλαμβάνει 2 OFDM σύμβολα στη διαδικασία. Παρουσιάζονται αποτελέσματα για δυο τιμές $SNR = -1$ και $1 dB$ . . . . .	328
7.34	Καμπύλη ROC για τον Neyman-Pearson 3SS αλγόριθμο ώστε να γίνει σύγκριση της θεωρητικής προσέγγισης με αυτή που προέκυψε από εξομοιώσεις ( $N = 128$ , $cp = 0.125$ , 2 OFDM σύμβολα, $SNR = -1dB$ και $SNR = 1dB$ ) . . . . .	329
7.35	Καμπύλη ROC για τους 3SS αλγόριθμους με χρήση του κυκλικού προθέματος για $N = 128$ , 2 OFDM σύμβολα και $SNR = 0dB$ . Εξετάζεται η επίδραση του μήκους του κυκλικού προθέματος για τιμές $1/4$ , $1/8$ και $1/16$ . . . . .	329
7.36	Καμπύλη ROC για τον Neyman-Pearson 3SS αλγόριθμο για $SNR = 0dB$ , $N = 128$ και $cp = 1/8$ με συμμετοχή δύο και τεσσάρων OFDM συμβόλων. Παράθεση αποτελεσμάτων για $N = 256$ , 2 OFDM σύμβολα και $cp = 1/8$ και $1/12$ . . .	330
7.37	Καμπύλη ROC για τους GLRT 3SS αλγορίθμους για $SNR = -5dB$ , με $N = 128$ και $L = 4$ . Υλοποίηση δυο GLRT εκδοχών α) με ένα preamble και ταυτόχρονη εκτίμηση/ανίχνευση και β) με δυο preambles και ανεξάρτητη εκτίμηση και ανίχνευση. Τα αποτελέσματα αντιπαρατίθενται με τις ιδανικές επιδόσεις χωρίς ολίσθηση συχνότητας. . . . .	330
7.38	Μπλοκ Διάγραμμα επεξεργασίας . . . . .	335
7.39	Διαδικασία Λήψης Απόφασης . . . . .	335
7.40	Κατώφλι για την ταξινόμηση της QAM και της ASK διαμόρφωσης . . . . .	336
7.41	Το $ HWT $ για ένα 4-FSK σήμα ( $SNR=20 dB$ ) και το ιστόγραμμα των κορυφών. . . . .	337
7.42	Το $ HWT $ για ένα 4-ASK σήμα ( $SNR=20 dB$ ) και το ιστόγραμμα των κορυφών. . . . .	337
7.43	Το $ CWT $ για ένα QPSK - (4-PSK) σήμα και η κατανομή των κορυφών ως άθροισμα Gaussian καμπυλών . . . . .	338
7.44	Η αυτοσυσχέτιση του πλάτους της απόλυτης τιμής του $ CWT $ . . . . .	339
7.45	Κύριες και δευτερεύουσες κορυφές σε σχέση με τη φέρουσα συχνότητα . . . . .	339
7.46	Το $ CWT $ , το $ CWT _{norm}$ το $ HWT $ και το $ HWT _{norm}$ για ένα 8-QAM σήμα . . . . .	340
8.1	Μοντελοποίηση αλυσίδας PU εκπομπής με διαμόρφωση απλού φέροντος. . . . .	345
8.2	Παράδειγμα διάταξης υποφερόντων για CR-OFDM και PU-OFDM συστήματα. . . . .	351
8.3	Μέση ισχύς της παρεμβολής από τους πρωτεύοντες χρήστες σε OFDM-CR σε αντιπαράθεση με τις πραγματικές φασματικές πυκνότητες ισχύος. Τα χαρακτηριστικά των συστημάτων παρουσιάζονται στους Πίνακες 8.1, 8.2, 8.3 . . . . .	356

8.4	Το φαινόμενο κοντινών PU's μακρινού CR .....	357
8.5	Σενάριο παρεμβολής προς το CR σύστημα από γειτονικούς πρωτεύοντες χρήστες ..	358
8.6	Η κανονικοποιημένη ισχύς της εξόδου του FFT αποδιαμόρφωσης του CR συστήματος ανά subcarrier για το σενάριο του σχήματος 8.5 ( $M = 8, N = 2048$ ) ....	359
8.7	Αναπαράσταση της διαδικασίας φιλτραρίσματος για ένα OFDM σύμβολο και ορισμός περιοχής διακύμανσης του $d_0$ .....	362
8.8	Αναπαράσταση της εισαγωγής παραμόρφωσης από το φιλτράρισμα λόγω έλλειψης κυκλικής περιοδικότητας .....	364
8.9	Αναπαράσταση της εισαγωγής παραμόρφωσης λόγω παρεμβολής ISI προκαλούμενης από το φιλτράρισμα στο OFDM σύμβολο από τα δυο γειτονικά του σύμβολα .....	365
8.10	Απλοποιημένο Διάγραμμα της λειτουργίας του CR-OFDM δέκτη κατά την είσοδο του σήματος, με χρήση MDFT συγκροτήματος φίλτρων. ....	369
8.11	Παραδείγματα φίλτρων που σχεδιάστηκαν με προσεγγιστικά PR ιδιότητες α) $M = 16, P_0 = 201$ και το σφάλμα από την PR κατάσταση μετρήθηκε $-65\text{dB}$ και β) $M = 32, P_0 = 311$ και το σφάλμα από την PR κατάσταση μετρήθηκε $-58\text{dB}$ .....	372
8.12	Απεικόνιση της σχέσης μεταξύ των υποκαναλιών του CR με τη διαυλοποίηση του PU για ένα υποκείμενο πρωτεύον σύστημα. α) Ευθυγράμμιση με ακέραια τοποθέτηση CR υποκαναλιών ανά PU δίαυλο β) Ευθυγράμμιση με χρήση υποκαναλιού CR στα όρια μεταξύ δυο PU διαύλων .....	376
8.13	Απεικόνιση ενός παραδείγματος ευθυγράμμισης μεταξύ των υποκαναλιών του CR με τη διαυλοποίηση των PU για δύο υποκείμενα πρωτεύοντα σύστημα. ....	377
8.14	Απεικόνιση ενός παραδείγματος ευθυγράμμισης μεταξύ των υποκαναλιών του CR με τη διαυλοποίηση των PU για δύο υποκείμενα πρωτεύοντα συστήματα. ....	380
8.15	Απεικόνιση των συναρτήσεων μεταφοράς των συνελιζων του πρότυπου φίλτρου που δημιουργούν τα alias για $l = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ για το φίλτρο που παρουσιάζεται στο σχήμα 8.11β .....	383
8.16	Επίδοση BER σε συνάρτηση με το λόγο σήματος προς παρεμβολή SIR για τον συμβατικό OFDM και τον MDFT ισοδύναμο δέκτη για το σενάριο που περιγράφεται στην παρ. 8.3.4. Το SNR δίνεται ανά υποφέρον και είναι 12 ή 20 dB .	387
8.17	Μέση επιδείνωση SNR στα υποφέροντα του CR συστήματος σε συνάρτηση με το λόγο σήματος προς παρεμβολή SIR για τον συμβατικό OFDM και τον MDFT ισοδύναμο δέκτη για το σενάριο που περιγράφεται στην παρ. 8.3.4. Το SNR δίνεται ανά υποφέρον και είναι 12 ή 20 dB .....	388
8.18	Απλοποιημένο μπλοκ διάγραμμα της διαδικασίας συγχρονισμού σε χρόνο και συχνότητα για το CR σύστημα μετά το στάδιο ανάλυσης στο χαμηλό ρυθμό επεξεργασίας .....	389
8.19	Η έξοδος του FFT αποδιαμόρφωσης για ένα στιγμιότυπο λήψης. Παράμετροι συστήματος $N = 2048, K = 8$ , το CR καταλαμβάνει το 25% της ζώνης και υπάρχει PU σε μη-άμεσα γειτονικό κανάλι.....	390
8.20	Η είσοδος του σήματος στον δέκτη, στο πεδίο του χρόνου. Με μπλε χρώμα εικονίζεται το σήμα CR πληροφορίας, ενώ με κόκκινο το συνολικό σήμα .....	390
8.21	Η έξοδος του CR σήματος από τον FFT αποδιαμόρφωσης υπό ιδανικές συνθήκες μετάδοσης σε συχνοεπιλεκτικό δίαυλο Winner II B1. Παράλληλη απεικόνιση των συναρτήσεων μεταφοράς των 4 υποκαναλιών που αναλύουν το CR σήμα.....	391
8.22	Η κατανομή των subcarrier της OFDM εκπομπής κατά τη διέλευση του συμβόλου συγχρονισμού από ένα υποκανάλι του δέκτη .....	394

8.23	Το πρόβλημα του ακριβούς συγχρονισμού στο χαμηλό ρυθμό δειγματοληψίας για ένα απλοϊκό, ιδανικό παράδειγμα ( $N = 64, M = 8$ ) .....	410
8.24	Η απόκλιση των μετρικών χαμηλού ρυθμού από το πραγματικό σημείο συγχρονισμού λόγω του αποδεκατισμού. Το μετρικό υψηλού ρυθμού είναι των Shi-Serpadin ( $N = 2048, M = 32, SNR = 20dB$ , χωρίς PUs).....	411
8.25	Απλή περιγραφή του μοντέλου συστήματος των OFDM-CR.....	413
8.26	Μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης ολίσθησης για τον νέο αλγόριθμο, τον αλγόριθμο Morelli-Moretti, καθώς και την μεμονωμένη εκτίμηση από μια ομάδα φίλτρων και με 2η διαδικασία συγχρονισμού μετά την ανακατασκευή του σήματος (50% κατάληψη από το CR σύστημα) .....	417
8.27	Μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης ολίσθησης για τον νέο αλγόριθμο σε σύγκριση με τον αλγόριθμο Morelli-Moretti υπό την παρουσία παρεμβολής σύμφωνα με το σενάριο της παρ.8.26 για διάφορες τιμές SIR .....	418
8.28	Μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης χρονικού συγχρονισμού για τον νέο αλγόριθμο χωρίς την παρουσία παρεμβολής για διάφορα SNR .....	419
8.29	Μέσο τετραγωνικό σφάλμα του χρονικού συγχρονισμού για τον νέο αλγόριθμο υπό την παρουσία παρεμβολής σύμφωνα με το σενάριο της παρ.8.26 για διάφορες τιμές SIR .....	420
8.30	Διάταξη διόρθωσης συχνότητας στην βαθμίδα σύνθεσης του MDFT συγκροτήματος .	426
8.31	Διαδικασία ανάθεσης υποκαναλιών στο νέο διάλυσμα φασματικής διαθεσιμότητας για $M = 8, L = 2$ .....	427
8.32	Η πολυφασική δομή του MDFT με αποδεκατισμό για $M = 8, L = 2$ . Παρουσιάζεται μόνο το ένα πολυφασικό συγκρότημα. Για το δεύτερο ισχύουν ακριβώς οι ίδιες διαδικασίες .....	427
8.33	Παράδειγμα αποδεκατισμού για $N=2048, K=8, M=32, L=2$ . Το CR καταλαμβάνει τα κανάλια 1,2,7 του πρωτεύοντος .....	428
8.34	Επίδοση BER σε συνάρτηση με το σηματοθορυβικό λόγο για ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας του CR συστήματος για τον συμβατικό OFDM και τον MDFT ισοδύναμο δέκτη για το σενάριο που περιγράφεται στην παρ. 8.3.4 και περιβάλλον μικροκυψέλης Winner 2. Οι υπάρχουσες παρεμβολές παράγονται τυχαία από το μοντέλο .....	429
8.35	Επίδοση BER σε συνάρτηση με το σηματοθορυβικό λόγο για ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας του CR συστήματος για τον συμβατικό OFDM και τον MDFT ισοδύναμο δέκτη για το σενάριο που περιγράφεται στην παρ. 8.3.4 και περιβάλλον θαλάσσιας μετάδοσης σε λιμάνι παρ. 9.4. Οι υπάρχουσες παρεμβολές παράγονται τυχαία από το μοντέλο.....	429
9.1	Μειρητική διάταξη Sliding Correlator.....	443
9.2	Απώλειες Διάδοσης για την περιοχή του Πόρου - Ομάδα 2 μετρήσεων. Συντελεστές: $n = 3.4, d_0 = 405m PL(d_0) = 89.5dB \sigma = 3.95dB$ .....	449
9.3	Απώλειες Διάδοσης για την περιοχή της Ύδρας - Ομάδα 4 μετρήσεων. Συντελεστές: $n = 3.31, d_0 = 2700m PL(d_0) = 102.9dB \sigma = 1.84dB$ .....	450
9.4	Απώλειες Διάδοσης για μετρήσεις σε συνθήκες NLOS - Ομάδα 5 μετρήσεων. Συντελεστές: $n = 3.61, d_0 = 1025m PL(d_0) = 109.9dB \sigma = 4.5dB$ .....	450
9.5	Απώλειες Διάδοσης για μετρήσεις με μικρές αποστάσεις πομπού και δέκτη και το Μοντέλο Επίπεδης Επιφάνειας .....	451
9.6	Παραδείγματα διαδοχικών μέσων PDP για μετρήσεις της Ομάδας 2 .....	453



9.7	Παραδείγματα διαδοχικών μέσων PDP για μετρήσεις της Ομάδας 4 .....	453
9.8	Παραδείγματα διαδοχικών μέσων PDP για μετρήσεις της Ομάδας 5 .....	454
9.9	Χάρτης του μετρημένου περιβάλλοντος για μετρήσεις της Ομάδας 4 .....	454
9.10	Μέσο Power Delay Profile με βάση τις μετρήσεις για το παράδειγμα της Ομάδας 4 του σχήματος 9.9 .....	455
9.11	Εμπειρική CDF για τη Μέση Επιπρόσθετη Καθυστέρηση σε LOS μετρήσεις .....	457
9.12	Εμπειρική CDF για τη Διασπορά Καθυστέρησης σε LOS μετρήσεις .....	457
9.13	Σύγκριση Εμπειρικών CDF για τη Μέση Επιπρόσθετη Καθυστέρηση μεταξύ LOS και NLOS μετρήσεων .....	458
9.14	Σύγκριση Εμπειρικών CDF για τη Διασπορά Καθυστέρησης μεταξύ LOS και NLOS μετρήσεων .....	458
9.15	Σύγκριση Εμπειρικών CDF από LOS μετρήσεις με θεωρητικά εκτιμώμενες CDF Rice κατανομής .....	460
9.16	Σύγκριση Εμπειρικών CDF από NLOS μετρήσεις με θεωρητικά εκτιμώμενες CDF Rice κατανομής .....	460
9.17	Σύγκριση του ιστογράμματος της μετρημένης κανονικοποιημένης περιβάλλουσας με την κατανομή Rayleigh για τα taps που ακολουθούν την πρώτη συνιστώσα .....	461
9.18	Παράδειγμα προσέγγισης του Φάσματος Doppler για την Ομάδα 2 .....	464
10.1	Η Διακοπτόμενη λειτουργία στο περιβάλλον Δεξαμενής Φάσματος .....	468
10.2	Η Διαδικασία Υποχώρησης στην DCF .....	471
10.3	Ο Μηχανισμός Εικονικής Ανίχνευσης Φέροντος στην DCF .....	471
10.4	Η διασύνδεση της iDCF με τις μονάδες φυσικού στρώματος και τον ανιχνευτή φάσματος .....	473
10.5	Παραδείγματα μετάδοσης δεδομένων και Δυναμικού Τεμαχισμού (1) .....	474
10.6	Παραδείγματα μετάδοσης δεδομένων και Δυναμικού Τεμαχισμού (2) .....	475
10.7	Οι επιτελούμενες λειτουργίες εντός των διαστημάτων σιγής και των χρονοσχισμών πρωτοκόλλου και χρονισμοί τους .....	476
10.8	Διακοπή διαστήματος SIFS σε χρόνο επεξεργασίας $M1$ .....	477
10.9	Διακοπή διαστήματος SIFS στο χρόνο μεταγωγής του πομποδέκτη .....	477
10.10	Διακοπή διαστήματος DIFS στο χρόνο αποτίμησης κατάστασης του μέσου της δεύτερης εν σειρά χρονοσχιστής πρωτοκόλλου .....	478
10.11	Διακοπή διαστήματος EIFS στο χρόνο αναμονής μετάδοσης του πλαισίου ack και αυξημένος ρυθμό μετάδοσης $R'$ μετά το πέρας της ανίχνευσης φασματικών οπών ..	479
10.12	Παραδείγματα διαδικασίας υποχώρησης κοντά το σημείο διακοπής .....	480
10.13	Παραδείγματα θέσης του μετρητή NAV στο διακοπτόμενο πρωτόκολλο .....	481
10.14	Η μορφή του πλαισίου SYNC .....	484
10.15	Η Μαρκοβιανή αλυσίδα του Bianchi .....	488
10.16	Μορφές της DFS στην κλίμακα του χρόνου .....	491
10.17	Υπολογισμός συνολικής διάρκειας ανενεργού χρόνου μετά το διάστημα σιγής DIFS	495
10.18	Η Μαρκοβιανή αλυσίδα του [212] .....	497
10.19	$P_s$ για την DCF και $P'_s$ για την ευθεία υλοποίηση της DCF σαν συνάρτηση της περιόδου $T$ , σταθερό $\tau = 200 \mu s$ και διαφορετικούς ρυθμούς μετάδοσης. ....	502
10.20	Throughput κορεσμού σε συνάρτηση της παραμέτρου $L_{min}$ για τέσσερις τιμές περιόδου $T$ . $L_p = 16kb$ , $R = 3.2Mbps$ , $n = 30$ , $\tau = 0.2ms$ . ....	504
10.21	Τιμή της παραμέτρου $L_{min}$ που βελτιστοποιεί το Throughput της iDCF, συναρτήσει του ρυθμού μετάδοσης για διαφορετικές περιόδους $T$ .....	506

10.22	Throughput συναρτήσει του ποσοστού ενεργού χρόνου επί της διάρκειας της περιόδου, για διαφορετικές τιμές διάρκειας περιόδου .....	507
10.23	Μέση καθυστέρηση πλαισίου <i>HoL</i> συναρτήσει του ποσοστού ενεργού χρόνου επί της διάρκειας της περιόδου, για διαφορετικές τιμές διάρκειας περιόδου .....	507
10.24	Επίδραση στο Throughput κορεσμού της μεταβολής της περιόδου διακοπής και της διάρκειας διακοπής κατά το ίδιο ποσοστό, ώστε το ποσοστό ενεργού χρόνου επί της περιόδου να παραμένει σταθερό .....	508
10.25	Throughput κορεσμού συναρτήσει της περιόδου διακοπών $T$ για σταθερή διάρκεια $\tau$ και διαφορετικές τιμές του ωφέλιμου φόρτου $L_p$ . .....	509
10.26	Throughput συναρτήσει της περιόδου διακοπών για διάφορες τιμές προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης. ....	509
10.27	Μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου <i>HoL</i> συναρτήσει της περιόδου διακοπών για διάφορες τιμές προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης. ....	510
10.28	Throughput κορεσμού συναρτήσει του μεγέθους του μεταδιδόμενου πλαισίου δεδομένων, για διάφορες τιμές της περιόδου $T$ .....	511
10.29	Οικογένεια καμπυλών throughput για διάφορες τιμές προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης, και για $T = 3ms$ .....	512
10.30	Μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου <i>HoL</i> συναρτήσει του μεγέθους του μεταδιδόμενου πλαισίου δεδομένων $L_p$ για διάφορες τιμές προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης και περιόδου.....	513
10.31	Throughput κορεσμού της <i>iDCF</i> συναρτήσει του υποκείμενου ρυθμού μετάδοσης $R$ για διαφορετικές τιμές της περιόδου $T$ . ....	513
10.32	Μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου <i>HoL</i> συναρτήσει του υποκείμενου ρυθμού μετάδοσης $R$ και της περιόδου $T$ .....	514
10.33	Περιπτώσεις άμεσης εκκίνησης της διαδικασίας ανίχνευσης φασματικών οπών μετά την ένδειξη <i>PRI_BUSY</i> . ....	515
10.34	Ποσοστό Χρόνου Παρεμβολής συναρτήσει του ρυθμού αφίξεων Πρωτεύοντων χρηστών για τις τρεις εκδοχές της <i>iDCF</i> .....	516
10.35	Throughput συναρτήσει της περιόδου διαδικασιών ανίχνευσης για τις τρεις εκδοχές της <i>iDCF</i> .....	517
10.36	Ποσοστό Χρόνου Παρεμβολής συναρτήσει της περιόδου διαδικασιών ανίχνευσης για τις τρεις εκδοχές της <i>iDCF</i> .....	518

# Κατάλογος πινάκων

4.1	Υπολογιστική πολυπλοκότητα της πρώτης αρχιτεκτονικής δέκτη	83
4.2	Υπολογιστική πολυπλοκότητα της δεύτερης αρχιτεκτονικής δέκτη	84
4.3	Υπολογιστική πολυπλοκότητα της τρίτης αρχιτεκτονικής δέκτη	85
4.4	Σύστημα για την αξιολόγηση των αρχιτεκτονικών	87
4.5	Αξιολόγηση αρχιτεκτονικών σε πρώτη φάση	87
4.6	Αξιολόγηση αρχιτεκτονικών σε δεύτερη φάση	88
5.1	Πίνακας με χονδρική εκτίμηση του υπολογιστικού κόστους της OW-OFDM στο δέκτη. Χρησιμοποιείται Radix-2 αλγόριθμος FFT και δεν γίνεται καμία αξιοποίηση συμμετριών ή συνενώσεις	155
6.1	Παράμετροι του συστήματος και του ραδιοδιαύλου για την αξιολόγηση των κατανομών	186
6.2	Παράμετροι εξομοίωσης για τα αποτελέσματα του κεφαλαίου 6	231
7.1	Ορισμός Ενδεχομένων απόφασης για την 3SS διαδικασία	244
7.2	Παράμετροι των συστημάτων για το Παράδειγμα του Σχ. 7.2:	257
7.3	Παράμετροι εξομοίωσης για το παράδειγμα του Σχήματος 7.9:	273
7.4	Παράδειγματα πολυωνύμων 1 <sup>ου</sup> βαθμού όπως εκτιμήθηκαν για $N=64$ , $L=4$ και συνδέουν τα μεγέθη $\mu$ με $\hat{\mu}$ και $\sigma^2$ με $\hat{\sigma}^2$	274
7.5	Παράδειγματα εκθετικών προσεγγίσεων της μορφής $\delta e^{\varepsilon R} + \zeta e^{\eta R}$ όπως εκτιμήθηκαν για $N=64$ , $L=4$ και συνδέουν τα μεγέθη $\hat{\mu}$ και $\hat{\sigma}^2$ με τον αριθμό επαναλήψεων $R$	277
7.6	Παράδειγμα εκθετικών προσεγγίσεων της μορφής $\delta e^{\varepsilon R} + \zeta e^{\eta R}$ όπως εκτιμήθηκαν για $N=64$ , $L=4$ και συνδέουν τα μεγέθη $\hat{\mu}_{\text{cor}}$ και $\hat{\sigma}_{\text{cor}}^2$ με τον αριθμό επαναλήψεων $R$ . Ισχύει για ΟΛΑ τα SNR	279
7.7	Παράδειγμα εκθετικών προσεγγίσεων της μορφής $\delta e^{\varepsilon R} + \zeta e^{\eta R}$ όπως εκτιμήθηκαν για $N=64$ , $L=4$ και συνδέουν τα μεγέθη $\hat{\mu}_{\text{ed}}$ και $\hat{\sigma}_{\text{ed}}^2$ με τον αριθμό επαναλήψεων $R$ . Ισχύει για ΟΛΑ τα SNR	281
7.8	Παράμετροι των συστημάτων για το Παράδειγμα του Σχ. 7.18:	291
7.9	Παράμετροι των συστημάτων για τα παραδείγματα των Σχ. 7.21 και 7.22:	298
7.10	Παράδειγματα πολυωνύμων 1 <sup>ου</sup> βαθμού όπως εκτιμήθηκαν για $N = 64$ , $L=1$ και συνδέουν τα μεγέθη $\mu$ με $\hat{\mu}$ και $\sigma^2$ με $\hat{\sigma}^2$	298
7.11	Τύπος προσέγγισης της εξάρτησης των δυο πρώτων ροπών του μετρικού του Neyman-Pearson 3SS ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό συναρτήσεως του κυκλικού προθέματος	299

7.12	Αποτελέσματα προσεγγίσεων της σχέσης μέσης τιμής και διασποράς του μετρικού του Neyman-Pearson 3SS ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό συναρτήσεως του κυκλικού προθέματος για σύστημα με $N = 256$ για διάφορα SNR και $L = 1, 2 \dots$	301
7.13	Συναρτήσεις προσέγγισης των ροπών του μετρικού του Neyman-Pearson 3SS ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό συναρτήσεως του αριθμού $L$ και αποτελέσματα ταιριάσματος για τα σενάρια του σχήματος 7.25	302
7.14	Πολυωνυμικές προσεγγίσεις κατωφλίων	336
7.15	Αποτελέσματα για Αναγνώριση τύπου διαμόρφωσης	341
7.16	Αποτελέσματα για Αναγνώριση τάξης διαμόρφωσης	341
8.1	Χαρακτηριστικά OFDM - CR συστήματος	355
8.2	Χαρακτηριστικά PU single carrier συστήματος	355
8.3	Χαρακτηριστικά OFDM - PU συστήματος	356
8.4	Σημειογραφική περιγραφή των μεγεθών του Συστήματος	378
9.1	Περιβάλλοντα που υποστηρίζονται από το κανάλι Winner.	441
9.2	Συγκεντρωτικά αποτελέσματα χαρακτηρισμού μεγάλης κλίμακας για τις μετρήσεις	452
9.3	Προβλεπόμενη επιπλέον καθυστέρηση για συνιστώσες από μη απευθείας διαδρομές	455
9.4	Μέσες τιμές του παράγοντα $K$ ανά Ομάδα LOS μετρήσεων	459
10.1	Περιεχόμενα πεδίου DurationID ανάλογα με τον τύπο του πακέτου και το πεδίο More Fragment.	482
10.2	Ο υπολογισμός και η θέση του μετρητή NAV στο Δυναμικό Μηχανισμό Εικονικής Ανίχνευσης Φέροντος της iDCF κατά τη λήψη του πλαισίου rts.	482
10.3	Ο υπολογισμός και η θέση του μετρητή NAV στο Δυναμικό Μηχανισμό Εικονικής Ανίχνευσης Φέροντος της iDCF κατά τη λήψη του πλαισίου cts.	483
10.4	Ο υπολογισμός και η θέση του μετρητή NAV στο Δυναμικό Μηχανισμό Εικονικής Ανίχνευσης Φέροντος της iDCF κατά τη λήψη του πλαισίου data με moreFrag=1.	483
10.5	Τιμές των παραμέτρων $n_T$ και $\lambda$ των περιπτώσεων μορφής της DFS	493
10.6	Παράμετροι εισόδου αναλυτικού μοντέλου και προσομοιωτή	503

# Κατάλογος Συντμήσεων

<b>3GPP</b>	:	3rd Generation Partnership Project
<b>3SS</b>	:	Three State Sensing
<b>ADC</b>	:	Analogue to Digital Converter
<b>AGC</b>	:	Automatic Gain Control
<b>AMC</b>	:	Adaptive Modulation & Coding
<b>AWGN</b>	:	Additive White Gaussian Noise
<b>CDF</b>	:	Cumulative Distribution Function
<b>CDL</b>	:	Cluster Delay Line
<b>CR</b>	:	Cognitive Radio
<b>CSMA/CA</b>	:	Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance
<b>CTS</b>	:	Cleat To Send
<b>DAC</b>	:	Digital to Analogue Converter
<b>DCF</b>	:	Distributed Coordination Function
<b>DFS</b>	:	Data Fragment Sequence
<b>DSA</b>	:	Dynamic Spectrum Access
<b>DSP</b>	:	Digital Signal Processor
<b>FCS</b>	:	Frame Check Sequence
<b>FDMA</b>	:	Frequency Division Multiple Access
<b>FEQ</b>	:	Frequency domain Equalization
<b>FES</b>	:	Frame Exchange Sequence
<b>FFT</b>	:	Fast Fourier Transform
<b>FIR</b>	:	Finite Impulse Response
<b>FPGA</b>	:	Field-programmable Gate Array
<b>GLRT</b>	:	Generalized Likelihood Ratio Test
<b>GSM</b>	:	Global System for Mobile Communication
<b>HSPA</b>	:	High Speed Packet Access
<b>ICI</b>	:	InterCarrier Interference
<b>iDCF</b>	:	Intermittent DCF
<b>ISI</b>	:	InterSymbol Interference
<b>ITR</b>	:	Interference Time Ratio
<b>IF</b>	:	Intermediate Frequency
<b>IFIR</b>	:	Interpolated FIR
<b>IFS</b>	:	Inter - Frame Space
<b>IIR</b>	:	Infinite Impulse Response
<b>LMP</b>	:	Locally Most Powerful test
<b>LOS</b>	:	Line of Sight
<b>LTE</b>	:	Long Term Evolution

<b>MCM</b>	:	MultiCarrier Modulation
<b>MDFT</b>	:	Modified Discrete Fourier Transform
<b>MIMO</b>	:	Multiple Input Multiple Output
<b>MLE</b>	:	Maximum Likelihood Estimation
<b>NAV</b>	:	Network Allocation Vector
<b>NC-OFDM</b>	:	Non Contiguous OFDM
<b>NLOS</b>	:	Non Line of Sight
<b>OFDM</b>	:	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<b>OFDM-OQAM</b>	:	OFDM with Offset QAM
<b>OFDMA</b>	:	Orthogonal FDMA
<b>OLOS</b>	:	Obstructed Line of Sight
<b>PAPR</b>	:	Peak to Average Power Ratio
<b>PDF</b>	:	Probability Density Function
<b>PDP</b>	:	Power Delay Profile
<b>PR</b>	:	Perfect Reconstruction
<b>PSD</b>	:	Power Spectral Density
<b>PSF</b>	:	Pulse Shaping Filter
<b>PU</b>	:	Primary User
<b>QAM</b>	:	Quadrature Amplitude Modulation
<b>QMF</b>	:	Quadrature Mirror Filter
<b>RF</b>	:	Radio Frequency
<b>ROC</b>	:	Receiver Operation Characteristics
<b>RRM</b>	:	Radio Resource Management
<b>RTS</b>	:	Request To Send
<b>SCH</b>	:	Synchronization Channel
<b>SDR</b>	:	Software Defined Radio
<b>SDU</b>	:	Service Data Unit
<b>SIR</b>	:	Signal to Interference Ratio
<b>SISO</b>	:	Single Input Single Output
<b>SNR</b>	:	Signal to Noise Ratio
<b>TDL</b>	:	Tapped Delay Line
<b>TDMA</b>	:	Time Division Multiple Access
<b>TEQ</b>	:	Time domain Equalization
<b>WiMAX</b>	:	Worldwide Interoperability for Microwave Access
<b>WLAN</b>	:	Wireless Local Access Network
<b>WSS-US</b>	:	Wide Sense Stationary - Uncorrelated Scattering

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Θεματολογία της Διατριβής

Το ερευνητικό αντικείμενο που πραγματεύεται η εκπονούμενη διατριβή είναι τα Γνωστικά Ραδιοσυστήματα (Cognitive Radio), μια ριζοσπαστική νέα τεχνολογία στον τομέα των ασύρματων επικοινωνιών. Η εργασία επικεντρώνεται κυρίως στο προσαρμοστικό φυσικό στρώμα των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων και στην σύνθεση και ανάλυση των κυματομορφών τους. Το αυξανόμενο ενδιαφέρον για την δυναμική χρήση του φάσματος και την αξιοποίηση των ραδιοπόρων ώστε να εξυπηρετούνται οι συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις για ασύρματες μεταδόσεις, γέννησε την ιδέα των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων, δηλαδή εκείνων των πομποδεκτών που διαθέτουν την ικανότητα απόκτησης και διαχείρισης γνώσης, λήψης αποφάσεων και προσαρμογής σε πραγματικό χρόνο. Τα Γνωστικά Ραδιοσυστήματα, υποστηριζόμενα από αρχιτεκτονική πομποδέκτη με λειτουργίες οριζόμενες εξολοκλήρου σε λογισμικό (Software Defined Radio), στηρίζονται σε προηγμένες τεχνικές ψηφιακής επεξεργασίας σήματος έτσι ώστε να μπορέσουν να αντιμετωπίσουν τις πολύ ιδιαίτερες προκλήσεις που τίθενται από τον ορισμό της αποστολής τους.

Στα πλαίσια της ερευνητικής εργασίας, επικεντρωθήκαμε στις διεργασίες του φυσικού στρώματος, στη σύνθεση της δυναμικά μεταβαλλόμενης κυματομορφής των Γνωστικών ραδιοσυστημάτων για την καλύτερη αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων, στις διαδικασίες ανάλυσης των εισερχόμενων σημάτων για την εξαγωγή πληροφορίας σχετικά με το τηλεπικοινωνιακό περιβάλλον (Φασματική Ανίχνευση) και στο σχεδιασμό αλγορίθμων λήψης, προστασίας και αποδιαμόρφωσης του επιθυμητού σήματος. Τέλος, έγινε μελέτη του Υποστρώματος Ελέγχου Πρόσβασης στο Μέσο (Medium Access Control) καθώς η ιδιαίτερη συμπεριφορά των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων επιβάλλει την τροποποίηση των υπάρχουσών τεχνολογιών. Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε στα πλαίσια της ερευνητικής διαδικασίας συνοψίζεται επιγραμματικά στα ακόλουθα σημεία:

- Μελέτη της θεματικής περιοχής, τόσο μέσω της διεθνούς βιβλιογραφίας, όσο και μέσω προσομοιωτικών εργαλείων που αναπτύχθηκαν κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής.
- Αναγνώριση των ιδιαιτεροτήτων, των προκλήσεων και διατύπωση προβλημάτων που εμφανίζονται στα συστήματα λήψης και εκπομπής των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων.
- Απομόνωση των προβλημάτων και ανάπτυξη αλγορίθμων αντιμετώπισης, ορίζοντας σταδιακά ένα ευρύτερο πλαίσιο σχεδιασμού ενός Γνωστικού πομποδέκτη σε επίπεδο επεξεργασίας σήματος.
- Αξιολόγηση των προτεινόμενων αλγορίθμων μέσω προσομοιωτικών μεθόδων.

- Προσέγγιση με αναλυτικές μεθόδους των ανοιχτών ζητημάτων που αφορούν τη φασματική ανίχνευση, τα προβλήματα παρεμβολών, το συγχρονισμό κ.α. με παράλληλη αιτιολόγηση των επιλογών και των λειτουργιών των υπό ανάπτυξη αλγορίθμων.

## 1.2 Δομή του Κειμένου της Διατριβής

Η παρούσα διατριβή είναι δομημένη σε δέκα διακριτά κεφάλαια:

- Στο 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο παρουσιάζεται η λογική και οι βασικές αρχές λειτουργίας των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων. Αναλύεται συνοπτικά η έννοια του Software Defined Radio και δίνονται βασικοί ορισμοί που διέπουν την λειτουργία των Γνωστικών Ραδιοδικτύων.
- Στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση και ανάλυση των βασικών εργαλείων που χρησιμοποιούνται κατά την ερευνητική προσπάθεια. Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος πολλαπλών ρυθμών αποτελεί βασικό άξονα της λειτουργίας των γνωστικών ραδιοσυστημάτων καθώς επιτρέπουν την ολοκλήρωση προηγμένων αλγορίθμων διατηρώντας το υπολογιστικό κόστος σε λογικά επίπεδα. Γίνεται εισαγωγή στα συγκροτήματα φίλτρων και ειδικά στην MDFT δομή φίλτρων η οποία και αποτελεί κομβικό σημείο για τους αλγόριθμους που παρουσιάζονται στη συνέχεια.
- Στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο επικεντρωνόμαστε στη διαμόρφωση Ορθογωνικής Πολυπλεξίας με Διαίρεση Συχνότητας (OFDM) που αποτελεί την βασική επιλογή για τη σύνθεση των κυματομορφών εκπομπής των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων, υπό την εκδοχή της μη-συνεχόμενης OFDM (Non-contiguous OFDM). Αναγνωρίζονται οι ομοιότητες των Cognitive Radios με τα συστήματα OFDMA με ανάθεση υποζωνών γειτονικών υποφερόντων και πραγματοποιείται ανάλυση ενός εκ των κυριότερων προβλημάτων, αυτό του συγχρονισμού. Παράλληλα προτείνονται αρχιτεκτονικές δεκτών που εξασφαλίζουν το μικρότερο δυνατό υπολογιστικό κόστος. Τέλος γίνεται ανάλυση της ενεργειακής συμπεριφοράς των κυματομορφών OFDM. Τα αποτελέσματα της εξαγωγής αναλυτικών και προσεγγιστικών κατανομών μπορούν να αποδειχθούν ιδιαίτερος χρήσιμα στο Γνωστικό Ραδιοσύστημα κατά την ανάλυση των σημάτων.
- Στο 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο μελετώνται εναλλακτικές μορφές διαμόρφωσης για την αντιμετώπιση του κυριότερου μειονεκτήματος της OFDM κυματομορφής, όσον αφορά τη δυναμική χρήση φάσματος, αυτό των μεγάλων πλευρικών λοβών. Αναλύεται η διαμόρφωση OFDM-OQAM και τροποποιείται η MDFT δομή συγκροτημάτων φίλτρων, έτσι ώστε να μπορεί να πραγματοποιηθεί εκπομπή και λήψη OFDM-OQAM σημάτων. Τέλος προτείνεται, με βάση τις αρχές της OFDM-OQAM, μια καινοτόμα τεχνική μετάδοσης. Ορίζεται μια ορθογώνια μετάδοση παραθυρικής OFDM με την ιδιότητα της βέλτιστης αξιοποίησης του φάσματος και με πλεονέκτημα τη χρήση εξισορρόπησης στο πεδίο της συχνότητας.
- Στο 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο δίνεται έμφαση στη διαδικασία Φασματικής Ανίχνευσης. Η χρήση συγκροτημάτων φίλτρων έχει προταθεί ως αποδοτική μέθοδος εκτίμησης του φάσματος χωρίς όμως να έχουν οριστεί γενικοί ανιχνευτές απόφασης. Για αυτό το λόγο, εξετάζονται και παρουσιάζονται διάφορες εκδοχές ανιχνευτών που ενσωματώνονται σε διάφορες υλοποιήσεις συγκροτημάτων φίλτρων εξάγοντας την απαραίτητη πληροφορία φασματικής διαθεσιμότητας.
- Στο 7<sup>ο</sup> Κεφάλαιο ορίζεται η διαδικασία Ανίχνευσης Τριών Καταστάσεων, που ουσιαστικά επιτρέπει στο Γνωστικό Ραδιοσύστημα να διακρίνει μέσω της λαμβανόμενης κυματομορφής αν το μέσο έχει καταληφθεί από πρωτεύον σύστημα ή από κάποια άλλη ομότιμη, ευκαιριακή



εκπομπή. Θεωρώντας ότι χρησιμοποιείται κυματομορφή OFDM ορίζονται οι κανόνες απόφασης, τα μετρικά και εξάγονται οι κατανομές που είναι απαραίτητες για τον προσδιορισμό των κατωφλίων απόφασης. Τέλος παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος αναγνώρισης τύπου διαμόρφωσης με χρήση του μετασχηματισμού κυματιδίων (wavelet).

- Στο 8<sup>ο</sup> Κεφάλαιο προτείνεται μια ολοκληρωμένη δομή για το πρώτο στάδιο ψηφιακής επεξεργασίας σήματος στο Γνωστικό δέκτη. Βασισμένος σε ένα MDFT συγκρότημα φίλτρων, ο δέκτης μπορεί και προστατεύεται αυτόνομα από το εχθρικό τηλεπικοινωνιακό περιβάλλον, περιορίζοντας και ακυρώνοντας μεγάλο μέρος των εισερχόμενων παρεμβολών. Παράλληλα δίνεται η δυνατότητα ανάπτυξης αλγορίθμου συγχρονισμού και εκτίμησης της συχνοτικής ολίσθησης σε συνθήκες αυξημένων παρεμβολών. Η πρόταση ολοκληρώνεται με την ενσωμάτωση διαδικασιών διόρθωσης συχνότητας και αποδεκατισμού του σήματος για μείωση του υπολογιστικού φορτίου.
- Στο 9<sup>ο</sup> Κεφάλαιο γίνεται ανάλυση του ραδιοδιαύλου και των φαινομένων που αυτός προκαλεί στην ασύρματη μετάδοση. Αναπτύσσεται τηλεπικοινωνιακό μοντέλο μέσω μετρήσεων χαρακτηρισμού, το οποίο είναι κατάλληλο για χρήση σε μεταδόσεις πάνω από θάλασσα. Το μοντέλο είναι πλήρες και χρησιμοποιείται σε άλλα σημεία της διατριβής ως εργαλείο προσομοίωσης.
- Στο 10<sup>ο</sup> Κεφάλαιο προχωράμε στο υπόστρωμα MAC και στη Λειτουργία Κατανεμημένου Ελέγχου (DCF), του βασικού πρωτοκόλλου του υποστρώματος για το πρότυπο IEEE 802.11. Πάνω σε αυτό, προτείνονται συγκεκριμένες τροποποιήσεις με την εισαγωγή της iDCF, η οποία είναι ένα πρωτόκολλο κατάλληλο ώστε να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά από ένα σύστημα δυναμικής χρήσης φάσματος.

□



## Κεφάλαιο 2

# Ραδιοσυστήματα Οριζόμενα από Λογισμικό, Γνωστικά Συστήματα Ραδιοεπικοινωνιών και Δυναμική Χρήση Φάσματος

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται το πλαίσιο των τεχνολογιών που απασχολούν την συγκεκριμένη διατριβή. Στόχος είναι να γίνει σε εισαγωγικό επίπεδο μια σύντομη παρουσίαση των ιδεών και της λογικής πίσω από τις έννοιες των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων και Δικτύων, των Ραδιοσυστημάτων Οριζόμενων από Λογισμικό και τον τρόπο που ο συνδυασμός τους δημιούργησε τον στόχο μιας πλήρως προσαρμοζόμενης μετάδοσης σε ένα δυναμικό σύστημα χρησιμοποίησης των τηλεπικοινωνιακών πόρων. Μέσα από τους ορισμούς που θα δοθούν, παρουσιάζονται οι προκλήσεις που δημιουργούνται στο εξαιρετικά ευρύ και ανοικτό πεδίο έρευνας μέσα στο οποίο κινείται και η παρούσα διατριβή.

### 2.1 Πομποδέκτες Ορισμένοι από Λογισμικό

Στη διεθνή βιβλιογραφία ο όρος που χρησιμοποιείται για την περιγραφή των συγκεκριμένων συστημάτων είναι Software Defined Radio ή απλά SDR. Το όνομα καθώς και ο πρώτος ορισμός της έννοιας οφείλεται στον J.Mitola III ο οποίος πρωτοεισηγάγε τον όρο με μια σειρά δημοσιεύσεων περιγράφοντας ουσιαστικά ένα όραμα για ένα ραδιοσύστημα που μπορεί να λειτουργεί σχεδόν αυτόνομο υπό οποιεσδήποτε συνθήκες σε οποιαδήποτε περιοχή ([1], [2]), υποστηρίζοντας παράλληλα ότι η τεχνολογική ανάπτυξη στους ψηφιακούς επεξεργαστές σήματος θα επιτρέψει στο εγγύς μέλλον την ύπαρξη τέτοιων συστημάτων. Το πρακτικό μοντέλο που περιέγραψε ο Mitola είχε αρχίσει ήδη να γίνεται αντικείμενο έρευνας από τον Αμερικανικό Στρατό. Με το πρόγραμμα Joint Tactical Radio System (JTRS [3]) που ξεκίνησε ουσιαστικά το 1993 με την κωδική ονομασία SpeakEasy, τέθηκε ένας μεγαλεπήβολος στόχος με την απλή φράση "*Communications for anyone, anywhere, anytime*". Η δημιουργία ενός ενοποιημένου συστήματος επικοινωνιών με πεδίο λειτουργίας από 2 MHz έως 3 GHz το οποίο θα μεταδίδει φωνή και δεδομένα σε οποιαδήποτε στρατιωτική μονάδα (από έναν απλό στρατιώτη απομονωμένο σε μια έρημο ως ένα αεροσκάφος) ανεξαρτήτως της υπάρχουσας υποδομής τηλεπικοινωνιών αποτέλεσε στόχο του προγράμματος για περισσότερα από 17 χρόνια και ακόμη δεν κατέστη δυνατή η παρουσίαση της πρώτης ολοκληρωμένης υλοποίησης (ο

πολύ υψηλός πήχης που τέθηκε έχει προκαλέσει τριγμούς στη χρηματοδότηση του προγράμματος).

Ένας γενικός ορισμός που μπορεί να δοθεί για το SDR είναι ότι πρόκειται για ένα ραδιοσύστημα που μπορεί να λειτουργήσει σε σημαντικά μεγάλο εύρος ραδιοσυχνοτήτων, μπορεί να προσαρμόσει τα χαρακτηριστικά λήψης και εκπομπής του κατά το επιθυμητό και να χρησιμοποιήσει πολλαπλές ασύρματες τεχνολογίες, πρότυπα και πρωτόκολλα (air interfaces). Η απαίτηση υλοποίησης σε λογισμικό προέκυψε σαν λογικό αποτέλεσμα καθώς για να είναι δυνατή η κατασκευή τέτοιων ευέλικτων και δυναμικά μεταβαλλόμενων αρχιτεκτονικών πομποδεκτών, ο έλεγχος τους πρέπει να γίνεται από λογισμικό.

Η λειτουργικότητα ενός SDR πομποδέκτη μπορεί να συνοψιστεί στα εξής σημεία ([4]):

- Είναι σύστημα πολλαπλών ζωνών συχνότητας, δηλαδή υποστηρίζει περισσότερες από μια ζώνες συχνοτήτων που χρησιμοποιούνται από ετερογενή ασύρματα δίκτυα.
- Είναι σύστημα πολλαπλών προτύπων και μπορεί να λειτουργήσει ακολουθώντας είτε πρότυπα μιας συγκεκριμένης οικογένειας (πχ UTRA-FDD, UTRA-TDD, UMTS κλπ) είτε εντελώς διαφορετικά δίκτυα (πχ DECT, UMTS, WLAN)
- Είναι σύστημα πολλαπλών υπηρεσιών (οποιαδήποτε υπηρεσία επικοινωνίας μπορεί να υποστηριχτεί)
- Είναι σύστημα πολλαπλών καναλιών, δηλαδή μπορεί να λάβει και να επεξεργαστεί ταυτόχρονα δυο ή περισσότερες διαφορετικές εκπομπές από διαφορετικές πηγές προέλευσης.

Για να πραγματοποιηθούν οι σκοποί αυτοί σχεδόν κάθε στοιχείο ή οντότητα του SDR τερματικού πρέπει να ορίζεται μέσω λογισμικού. Πιο συγκεκριμένα όλα τα ακόλουθα στοιχεία ορίζονται μέσω λογισμικού:

1. Ζώνη συχνότητας και εύρος ζώνης ασύρματου καναλιού,
2. Τύπος διαμόρφωσης, ρυθμός μετάδοσης και σχήμα κωδικοποίησης,
3. Όλοι οι παράμετροι φυσικού στρώματος όπως η μορφοποίηση παλμών, ο συγχρονιστής, ο ισοσταθμιστής, οι μηχανισμοί καταπολέμησης παρεμβολών, οι εκτιμητές ραδιοδιαύλου, οι απαιτούμενοι ανιχνευτές κ.ο.κ.
4. Πρωτόκολλα πρόσβασης,
5. Εφαρμογές χρηστών.

Ουσιαστικά πρόκειται για ένα σύστημα όπου σχεδόν όλες οι λειτουργίες του είναι μεταβλητές παράμετροι. Οι παράμετροι αυτοί μπορούν να προσαρμόζονται είτε από τον πάροχο και διαχειριστή του δικτύου, είτε σύμφωνα με τις ανάγκες του χρήστη, ενώ η διαδικασία της αναπροσαρμογής του πομποδέκτη γίνεται είτε *ανά κλήση* (ο όρος κλήση χρησιμοποιείται υπό την ευρεία έννοια - ανά σύνοδο είναι το ορθότερο) είτε *ανά χρονοσχισμή* με το τερματικό να προσαρμόζει την εκπομπή ή τη λήψη συνεχώς ανά χρονικές περιόδους που καθορίζει το ίδιο ή το δίκτυο.

Για να γίνει το SDR πραγματικότητα, τεχνολογικά δυο είναι τα βήματα που πρέπει να πραγματοποιηθούν σε σχέση με τις συμβατικές αρχιτεκτονικές ραδιοσυστημάτων ([5]):

- Το σημείο μετατροπής του σήματος σε ψηφιακό πρέπει να μετακινηθεί όσο το δυνατό πιο κοντά στην κεραία. Το φυσικό, αναλογικό σήμα αφού φθάσει στον δέκτη ψηφιοποιείται άμεσα, αν είναι δυνατό στο επίπεδο της ραδιοσυχνότητας, με ευρυζωνική αναλογική/ψηφιακή (ADC) μετατροπή και αντίστοιχα ευρυζωνική ψηφιακή/αναλογική (DAC) μετατροπή στον πομπό.

- Οι βαθμίδες επεξεργασίας σήματος είναι συνολικά ψηφιακές και δεν αποτελούνται από ολοκληρωμένα κυκλώματα συγκεκριμένου σκοπού (Application Specific Integrated Circuits - ASIC) αλλά από μεγάλων δυνατοτήτων ψηφιακούς επεξεργαστές σήματος (Digital Signal Processors - DSP), οι οποίοι και υλοποιούν υπό τη μορφή λογισμικού το σύνολο των διαδικασιών. Το επιθυμητό είναι οι επεξεργαστές να είναι κατά το δυνατό γενικού σκοπού (GPP - General Purpose Processors) ώστε να παρέχουν άπειρες δυνατότητες δυναμικής προσαρμογής σε πραγματικό χρόνο.

Σύμφωνα με την παραπάνω λογική, σε ένα SDR πομποδέκτη ουσιαστικά καταργούνται οι ενδιάμεσες βαθμίδες IF, θυμίζοντας έτσι μια εξελιγμένη μορφή ενός δέκτη απευθείας μετατροπής (Direct Conversion [6], [7]) όπου όμως το σύνολο του εύρους ζώνης που υποστηρίζεται από την κεραία και το μετωπιαίο φίλτρο ψηφιοποιείται, υλοποιώντας ένα συνολικά ψηφιακό δέκτη. Παράλληλα η χρήση επεξεργαστών σήματος καθιστά δυνατό τον επαναπροσδιορισμό του πομποδέκτη μέσω λογισμικού. Από τη στιγμή που δεν υπάρχουν περιορισμοί υλικού ο πομποδέκτης μπορεί να χρησιμοποιήσει διαφορετικά σχήματα σύνθεσης και ανάλυσης κυματομορφής, διαμόρφωσης, ισοστάθμισης κλπ εφόσον παρέχεται ο κατάλληλος κώδικας και ταυτόχρονα μπορεί χωρίς να απαιτείται κάποιου άλλου είδους μετατροπή να λειτουργήσει σε πολλαπλά πρότυπα ακόμη και παράλληλα.

Από την άλλη η χρήση ενός DSP δεν σημαίνει αυτόματα υλοποίηση SDR αρχιτεκτονικής. Κάτι τέτοιο έχει πραγματοποιηθεί σε σταθμούς βάσης UMTS και HSDPA αλλά σε αυτές τις περιπτώσεις α) το λογισμικό είναι προκαθορισμένο ανάλογα με το χρησιμοποιούμενο air-interface, έχει μικρές δυνατότητες αυτονομίας και β) η χρήση των επεξεργαστών περιορίζεται στη βασική ζώνη και δεν παρακολουθεί ή επεξεργάζεται το σύνολο των λαμβανόμενων σημάτων.

Οι στόχοι που θέτει η SDR αρχιτεκτονική είναι ιδιαίτερα υψηλοί και δεν μπορούν κατά κανόνα να επιτευχθούν από την υπάρχουσα τεχνολογία υλικού των μετατροπέων ADC/DAC αλλά και των επεξεργαστών. Παρακάτω παρουσιάζονται δομές αρχιτεκτονικών ξεκινώντας από την ιδανική μορφή και με κατάλληλους συμβιβασμούς σταδιακά παρέχονται υλοποιήσιμες πλατφόρμες.

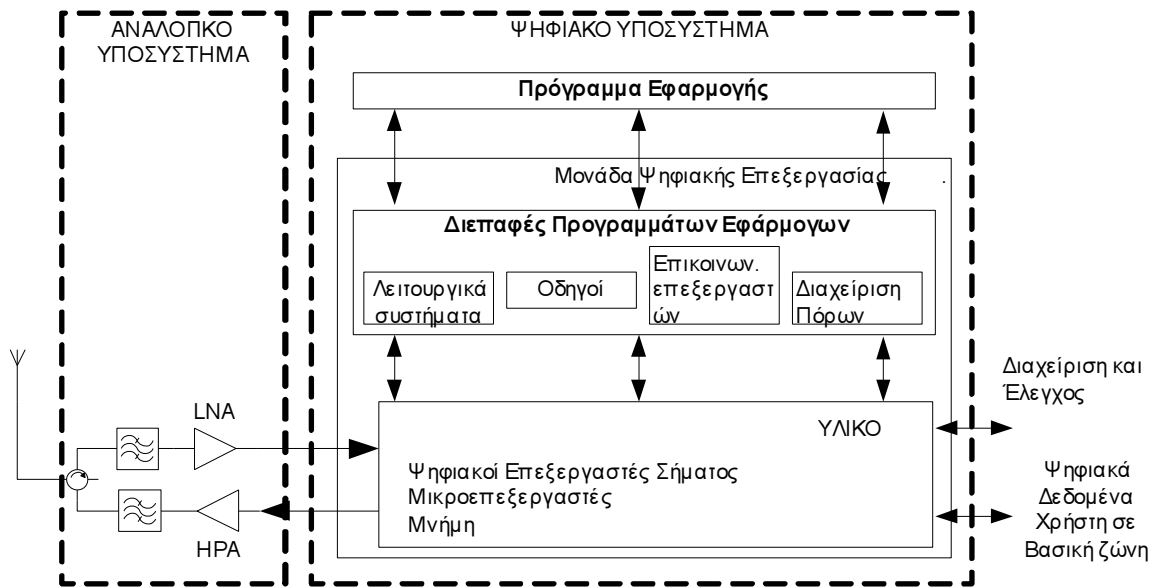
### 2.1.1 Ιδανική Αρχιτεκτονική

Ένας συμβατικός πομποδέκτης ραδιοεπικοινωνιών συνήθως χρησιμοποιεί την κλασική υπερερερόδυνη λογική λήψης όπου διακρίνεται η αναλογική RF βαθμίδα, μία η περισσότερες βαθμίδες ενδιάμεσης συχνότητας IF που πραγματοποιούν την διαυλοποίηση και απομόνωση του σήματος στο αναλογικό πεδίο, και τέλος την μονάδα επεξεργασίας βασικής ζώνης η οποία υλοποιείται στα σύγχρονα συστήματα ψηφιακά αλλά κατά κανόνα χρησιμοποιεί ASIC ως οικονομική και γρήγορη λύση.

Το ιδανικό SDR αντιπροσωπεύει ακριβώς την αντίθετη λογική. Το τμήμα αναλογικής επεξεργασίας στο δέκτη είναι εξαιρετικά περιορισμένο και ουσιαστικά αποτελείται από τα στοιχεία που δεν γίνεται να αντικατασταθούν, δηλαδή την κεραία, το μετωπιαίο φίλτρο RF, τον συδυσαστή (RF combiner για την ταυτόχρονη υλοποίηση λήψης και εκπομπής) καθώς και τις τελικές βαθμίδες ενίσχυσης (ενίσχυση ισχύος / χαμηλού θορύβου για τον πομπό και δέκτη αντίστοιχα).

Με αυτόν τον τρόπο η μετατροπή στον ψηφιακό κόσμο τοποθετείται όσο το δυνατό πιο κοντά στην κεραία καθώς μεσολαβεί ένας απλός περιοριστής εύρους ζώνης και μια βαθμίδα ενίσχυσης που φέρνει το σήμα στη λειτουργική περιοχή τιμών του ADC/DAC. Έτσι είναι δυνατός ο έλεγχος με λογισμικό του συνόλου της αλυσίδας συνθέτοντας μια πλήρως προσαρμοζόμενη πλατφόρμα.

Μια άλλη σημαντική προϋπόθεση είναι η ανεξαρτησία υλικού και λογισμικού. Αυτό σημαίνει ότι οι αλγόριθμοι επεξεργασίας και οι διεργασίες του πομποδέκτη πρέπει να είναι υλοποιήσιμες ανεξαρτήτως του υφιστάμενου υλικού (δηλαδή του είδους και του τύπου των επεξεργαστών).



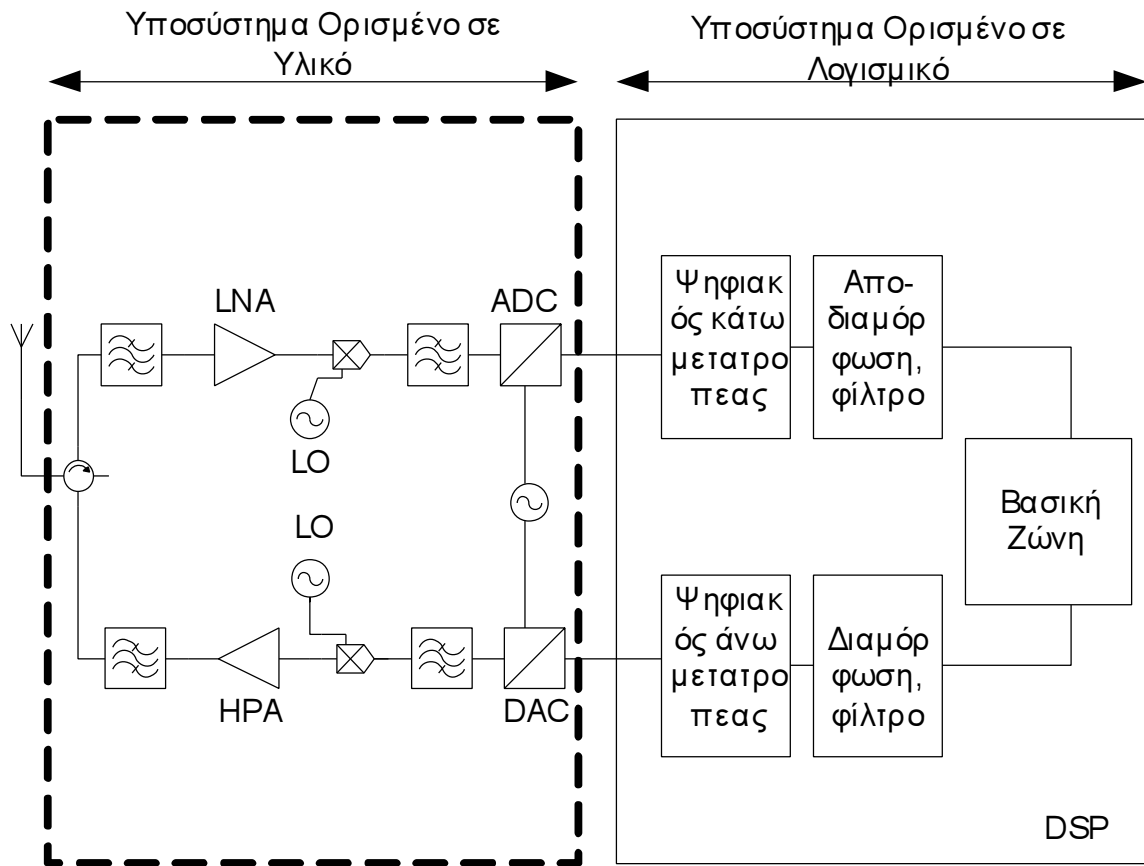
Σχήμα 2.1: Ιδανική αρχιτεκτονική SDR

Αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι προϋποτίθεται η ύπαρξη μιας ενδιάμεσης βαθμίδας λογισμικού που εξαρτάται από τους επεξεργαστές και λογικά παρέχεται από τους κατασκευαστές οι οποίοι και δίνουν τις κατάλληλες διεπαφές για τον έλεγχο του υλικού από το λογισμικό και το οποίο με τη σειρά του υλοποιείται σε μια ανώτερη γλώσσα προγραμματισμού. Το στρώμα αυτό ονομάζεται middleware και είναι ουσιαστικά ένα είδος λειτουργικού συστήματος και firmware για τις υφιστάμενες συσκευές. Η ύπαρξη ενός middleware δεν είναι απλή υπόθεση καθώς πρέπει να γίνει προτυποποίηση ώστε να υπάρχει συνεργασία μεταξύ συσκευών από διαφορετικούς κατασκευαστές. Παράλληλα το SDR-Forum και το JTRS πρόγραμμα έχουν ήδη δημιουργήσει μια γλώσσα σήμανσης (Software Communications Architecture - SCA) που ορίζει ένα πλαίσιο διεπαφών που οφείλουν να έχουν οι διεργασίες λογισμικού ώστε να μπορούν να είναι εύκολα μεταβιβάσιμες σε ετερογενείς πλατφόρμες υλικού.

Το ιδανικό SDR είναι σε αυτό το χρονικό σημείο μη υλοποιήσιμη αρχιτεκτονική. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι μετατροπείς ADC/DAC εισάγουν περιορισμούς τόσο στην ταχύτητα δειγματοληψίας (και κατά συνέπεια στο εύρος ζώνης που μπορούν να ψηφιοποιήσουν), όσο και στο δυναμικό εύρος σημάτων που ψηφιοποιούν και στην ακρίβεια της μετατροπής. Παράλληλα οι επεξεργαστές οφείλουν να λειτουργούν σε υπερυψηλές ταχύτητες για να καλύψουν το σύνολο της εισερχόμενης ζώνης. Τέλος το περιορισμένο αναλογικό τμήμα παρουσιάζει επίσης αδυναμίες καθώς δεν μπορεί να υπάρξει μια απλή κεραία και RF βαθμίδα για να καλύψει όλη την περιοχή από μερικά MHz ως αρκετά GHz.

### 2.1.2 Υλοποιήσιμη Αρχιτεκτονική

Σε αυτό το σημείο γίνεται αναφορά σε μια αρχιτεκτονική όπου γίνονται οι απαραίτητοι συμβιβασμοί ώστε να είναι δυνατή η υλοποίηση του SDR χωρίς να χάνεται η απαίτηση για προσαρμοστική και δυναμική λειτουργία. Ουσιαστικά πρόκειται για μια γέφυρα μεταξύ των παραδοσιακών HDR (Hardware Defined Radios) και της ιδανικής αρχιτεκτονικής. Μια τέτοια υλοποιήσιμη αρχιτεκτονική παρουσιάζεται στο σχήμα 2.2. Όπως μπορεί να παρατηρηθεί δεν πραγματοποιείται απευθείας μετατροπή, αλλά μεσολαβεί μια IF βαθμίδα. Ο ρόλος της βαθμίδας αυτής δεν είναι η διαυλοποίηση του σήματος, αλλά η εξυπηρέτηση των αναγκών και των ορίων του ADC/DAC. Ουσιαστικά απομονώνει και μεταφέρει ένα μεγάλο εύρος ζώνης συχνοτήτων που περιέχει μεγάλο



Σχήμα 2.2: Υλοποιήσιμη βασική αρχιτεκτονική SDR

αριθμό σημάτων διαφόρων ειδών. Το σύνολο αυτών των σημάτων μετατρέπεται σε ψηφιακό και οι επεξεργαστές σήματος αναλαμβάνουν τις διαδικασίες διαυλοποίησης υλοποιώντας μια ψηφιακή IF βαθμίδα, καθώς επίσης παρακολουθούν το σύνολο του ραδιοεπικοινωνιακού περιβάλλοντος της ζώνης στην οποία λειτουργούν. Ακολουθεί στο τέλος της αλυσίδας μια πλήρως παραμετροποιήσιμη βασική ζώνη. Στις επόμενες παραγράφους περιγράφονται συνοπτικά οι λειτουργίες των βαθμίδων της αρχιτεκτονικής.

1. Αναλογικό Υποσύστημα
2. Μετατροπείς σήματος ADC, DAC
3. Ψηφιακή Βαθμίδα κάτω και άνω μετατροπής συχνότητας
4. Βαθμίδα ψηφιακής επεξεργασίας σήματος Βασικής Ζώνης

### 2.1.2.1 Αναλογικό Υποσύστημα

Το αναλογικό υποσύστημα αποτελείται από την κεραία, την RF βαθμίδα ενίσχυσης, το RF φίλτρο μειωπιαίου άκρου (front-end) και τη μία ή περισσότερες IF βαθμίδες. Σε πρώτη φάση φαίνεται πως για την ανάπτυξη ενός πομποδέκτη SDR η βαθμίδα αυτή είναι απλή και δε διαφέρει από τις ανάλογες στους παραδοσιακούς υπέρ - ετερόδυνους πομποδέκτες. Στην πραγματικότητα όμως το αναλογικό υποσύστημα ενός SDR συστήματος, προκειμένου αυτό να εξυπηρετεί τους αντικειμενικούς στόχους του, πρέπει να είναι σχεδιασμένο για ένα αρκετά μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Ως παράδειγμα μπορεί να αναφερθεί ότι για την εξυπηρέτηση των φασματικών ζωνών λειτουργίας των Συστημάτων Προσωπικών και Κινητών Επικοινωνιών (GSM-DCS, UMTS) καθώς και των

ασύρματων τεχνολογιών Ασύρματης Πρόσβασης για υπηρεσίες ευρείας Ζώνης (DVB-T, Wi-MAX, Wi-Fi), θα απαιτούνταν ένα αναλογικό υποσύστημα που να μπορεί να λάβει, να ενισχύσει και να προωθήσει στις επόμενες βαθμίδες ζώνη εύρους από 400 MHz έως 6 GHz.

Η χρησιμοποίηση ενός μόνο RF φίλτρου τέτοιου εύρους κρίνεται μη αποδοτική γιατί α) δεν περιλαμβάνει όλο αυτό το εύρος ωφέλιμο σήμα πληροφορίας αλλά επίσης παρεμβολές και θόρυβο, και β) σε αυτήν την περίπτωση θα απαιτούνταν εξαιρετικά μεγάλου εύρους μετατροπείς σήματος. Στην βιβλιογραφία έχουν προταθεί μερικές λύσεις σε αυτό το πρόβλημα RF μετωπιαίου άκρου μεγάλου εύρους, όπως η χρησιμοποίηση ενός φίλτρου πολλαπλών ζωνών κατά την οποία συγκεκριμένες ζώνες ενδιαφέροντος διέρχονται προς μία συστοιχία μετατροπών ενδιάμεσης συχνότητας με αποτέλεσμα να μεταφέρεται "συρρικνωμένη" η ζώνη ενδιαφέροντος στην ενδιάμεση συχνότητα ή η χρησιμοποίηση φίλτρων των οποίων η συχνότητα συντονισμού μπορεί να ελέγχεται ηλεκτρονικά ([8], [9]).

### 2.1.2.2 Μετατροπείς σήματος ADC, DAC

Οι μεγάλου εύρους, υψηλού ρυθμού δειγματοληψίας μετατροπείς μόλις τον τελευταίο καιρό ωρίμασαν στο σημείο που μπορούν να ενσωματωθούν στην IF βαθμίδα ενός SDR. Οι μετατροπείς αυτοί αποτελούν την καρδιά του συστήματος, καθότι είναι το σύνορο μεταξύ αναλογικού και ψηφιακού υποσυστήματος και είναι η βαθμίδα εκείνη που μπορεί να εισάγει ατέλειες και μη γραμμικότητες επηρεάζοντας τη συνολική απόδοση του συστήματος.

Η βασική αρχή που διέπει τη λειτουργία των μετατροπέων είναι το θεώρημα δειγματοληψίας του Nyquist. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή για τα SDR όμως, το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στη ζωνοπερατή δειγματοληψία (bandpass sampling) [10]. Σύμφωνα με τις αρχές της ζωνοπερατής δειγματοληψίας, ένα ζωνοπερατό σήμα εύρους  $B$  με κεντρική συχνότητα  $f_c$  μπορεί να υποστεί δειγματοληψία χωρίς απώλεια πληροφορίας με συχνότητα δειγματοληψίας τουλάχιστον  $2B$ , ακόμα κι αν είναι μικρότερη του διπλάσιου της μέγιστης συχνότητας ( $2f_c$ ). Η τεχνική εκμεταλλεύεται την επανάληψη που προκαλείται στο πεδίο συχνοτήτων λόγω της δειγματοληψίας. Η ζωνοπερατή δειγματοληψία έχει το πλεονέκτημα ότι παράλληλα, το σήμα υφίσταται και κάτω-μετατροπή συχνότητας, μειώνοντας ενδεχόμενη απαίτηση για δεύτερη IF βαθμίδα στο αναλογικό υποσύστημα.

Μερικές από τις παραμέτρους που καθορίζουν την ποιότητα των ADC και DAC μετατροπέων [11] είναι το σφάλμα κβαντισμού άμεσα εξαρτημένο από την ανάλυση (resolution), τον αριθμό δηλαδή δηλαδή των διακριτών επιπέδων (των bits), το σφάλμα κέρδους και αντιστάθμισης (gain και offset), το σφάλμα μη-γραμμικότητας, η ταχύτητα δειγματοληψίας (δηλαδή η συχνότητα), το δυναμικό εύρος ισχύος (dynamic range) κ.α. Για πρακτικούς λόγους πρέπει επίσης οι μετατροπείς να διαθέτουν επαρκές αναλογικό κέρδος και την απαιτούμενη γραμμική απόδοση στο πεδίο συχνοτήτων από τη συχνότητα δειγματοληψίας μέχρι τη συχνότητα  $f_c + B/2$ .

Όταν μελετάται η χρήση ενός ADC ή DAC για ένα SDR σύστημα, υπάρχουν ιδιαιτερότητες που πρέπει να ληφθούν υπόψη από τον σχεδιαστή. Πρέπει να γίνει σωστή εκμετάλλευση του δυναμικού εύρους ισχύος, δηλαδή ενδεχόμενη χρήση Αυτόματου Ελεγκτή Κέρδους (Automatic Gain Control - AGC) ή ελεγκτή της τάσης αναφοράς που δέχεται ο μετατροπέας, ώστε να υπάρχει λειτουργία στη γραμμική περιοχή του και να μην υπάρχουν προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης.

### 2.1.2.3 Ψηφιακή Βαθμίδα κάτω και άνω Μετατροπής Συχνότητας

Στο επόμενο στάδιο της αλυσίδας στη βασική αρχιτεκτονική SDR (σχ. 2.2) βρίσκεται η ψηφιακή βαθμίδα κάτω (και άνω) μετατροπής συχνότητας.

Δεδομένου ότι πλέον η περιγραφή έφτασε στο ψηφιακό υποσύστημα πρέπει να δοθεί το εξής παράδειγμα για τις απαιτήσεις επεξεργασίας ενός SDR συστήματος. Η υπολογιστική δύναμη που



απαιτείται από έναν επεξεργαστή για την πραγματοποίηση κάτω (ή άνω) μετατροπής, αν θεωρήσουμε ότι γίνεται με ρυθμό  $\alpha$ ) 70 MHz,  $\beta$ ) ότι ο πολλαπλασιασμός γίνεται σε ένα χρόνο επεξεργαστή (όπως στα DSP) και  $\gamma$ ) ότι χρησιμοποιείται ένα απλό φίλτρο πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR), τότε απαιτούνται περισσότερες από 4000 εκατομμύρια πράξεις το δευτερόλεπτο (MIPS). Αυτό σημαίνει πως μόνο για την ψηφιακή βαθμίδα ενδιάμεσης συχνότητας, αν χρησιμοποιηθεί ισχυρό DSP, το DSP φτάνει υπολογιστικά κοντά στον κόρο του.

Για τον υπολογιστικό φόρτο της μετατροπής συχνότητας, είναι δυνατή η χρήση συστοιχίας υπολογιστικά κατώτερων DSP, που συνδέονται με κατάλληλο μηχανισμό μεταφοράς δεδομένων (π.χ. dual port RAMs, DPRs). Υπάρχουν επίσης ειδικοί επεξεργαστές κατάλληλοι και συγκεκριμένοι γι' αυτήν την εφαρμογή. Οι προγραμματιζόμενοι ψηφιακοί άνω και κάτω μετατροπείς (Digital Up/Down Converters (DUC/DDC)) μπορούν να αντικαταστήσουν το DSP, ώστε να χρησιμοποιηθεί στην περαιτέρω επεξεργασία βασική ζώνης, διαθέτουν ταλαντωτή αριθμητικά ελεγχόμενο, υλοποιούν δομές FIR και φίλτρα άπειρης κρουστικής απόκρισης (IIR) και μειώνουν το ρυθμό δεδομένων σε ακέραιο πολλαπλάσιο του ρυθμού πληροφορίας. Ωστόσο, αν και προγραμματιζόμενοι, οι DUC/DDC δεν είναι τόσο ευέλικτοι όσο τα DSP.

#### 2.1.2.4 Βαθμίδα ψηφιακής επεξεργασίας σήματος Βασικής Ζώνης

Για τη λειτουργία του SDR απαιτείται αλγοριθμική υλοποίηση της εκάστοτε διαμόρφωσης, του σχήματος κωδικοποίησης, των τεχνικών πρόσβασης (TDMA, FDMA, CDMA), της ισοστάθμισης (equalizing), της τεχνικής duplexing (FDD, TDD) και οποιασδήποτε άλλης ρουτίνας εμπλέκεται στην αλυσίδα επεξεργασίας σήματος βασικής ζώνης.

Στην ανάπτυξη αυτών των αλγορίθμων υλοποίησης ο σχεδιαστής πρέπει να δώσει ιδιαίτερη έμφαση και προσοχή σε δύο θέματα: στην ελάχιστη χρησιμοποίηση υπολογιστικών πόρων της μονάδας επεξεργασίας, ώστε να είναι δυνατή η πραγματοποίηση παράλληλων δομών επεξεργασίας καθώς και ο συγχρονισμός όλων των φάσεων της επεξεργασίας ώστε να υπάρχει ουσιαστική σειρά και στην ολοκλήρωση των υπολογισμών με ελάχιστη καθυστέρηση επεξεργασίας καθώς αφορούν διαδικασίες που εξελίσσονται σε πραγματικό χρόνο. Τα τελευταία χρόνια η ανάπτυξη αλγορίθμων επεξεργασίας για πομποδέκτες SDR έχει γνωρίσει ιδιαίτερη άνθηση και μάλιστα έχει θεοπιστεί θεματική ενότητα στο IEEE Communications Magazine με τίτλο Software and DSP in Radio.

Οι επιλογές που υπάρχουν για τη μονάδα επεξεργασίας είναι κυρίως δυο:

1. Οι Ψηφιακοί Επεξεργαστές Σήματος DSP
2. Οι Field Programmable Gate Arrays (FPGA)

Τα DSP είναι μονάδες επεξεργασίας εξειδικευμένες στη γρήγορη και πραγματικού χρόνου επεξεργασία σήματος. Αυτή υλοποιείται με αρχιτεκτονικές υλικού (επεξεργαστών και μνήμης) που πραγματοποιούν τον πολλαπλασιασμό σε ένα χρόνο, μπορεί να κάνουν φόρτωση τελεστών λειτουργίας παράλληλα με τη διαδικασία εξαγωγής εντολής από τη μνήμη και χρησιμοποιούν τη διαδικασία διασωλήνωσης (pipelining), με την οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί παράλληλη εκτέλεση εντολών. Σύμφωνα με το νόμο του Moore, που υποστηρίζει ότι κάθε ενάμιση χρόνο διπλασιάζεται η υπολογιστική δύναμη των επεξεργαστών, η εξέλιξη των DSP είναι ραγδαία και τα τελευταία χρόνια έφτασαν σε επίπεδο αρκετά υψηλό ώστε να είναι δυνατή η χρήση τους για τα σύνθετα, νέα, ευρυζωνικά τηλεπικοινωνιακά συστήματα.

Τα FPGA είναι ολοκληρωμένα κυκλώματα που περιέχουν μια μεγάλη συστοιχία λογικών κυψελών (ξεπερνούν τις 15000). Οι κυψέλες αυτές μπορούν να ομαδοποιηθούν σχηματίζοντας υψηλότερου επιπέδου συναρτήσεις (πίνακες αναζήτησης, πολυπλέκτες, flip-flop, πολλαπλασιαστές, RAM). Οι λειτουργίες τους μπορούν να περιγραφούν με τη γλώσσα προγραμματισμού VHDL. Ο

συνδυασμός των αλγορίθμων, του κώδικα VHDL και της αποδοτικότητας της σύνθεσης καθορίζουν τους πόρους και τη μέγιστη συχνότητα ρολογιού για το FPGA. Αυτό αποτελεί σημαντική διαφορά από τα DSP, που έχουν συγκεκριμένη συχνότητα ρολογιού. Τα FPGA μπορούν σε πολλές εφαρμογές να ξεπεράσουν τις υπολογιστικές δυνατότητες των αντίστοιχων DSP. Παρ' όλα αυτά η πλήρης αντικατάσταση των DSP σε συστήματα SDR δεν προβλέπεται να είναι ολοκληρωτική. Ο λόγος είναι ότι τα FPGA είναι πιο δύσκολα στον προγραμματισμό τους και θεωρείται πολύ δύσκολος ο δυναμικός και πραγματικού χρόνου επαναπροσδιορισμός τους.

### 2.1.3 Ορολογία αρχιτεκτονικών SDR

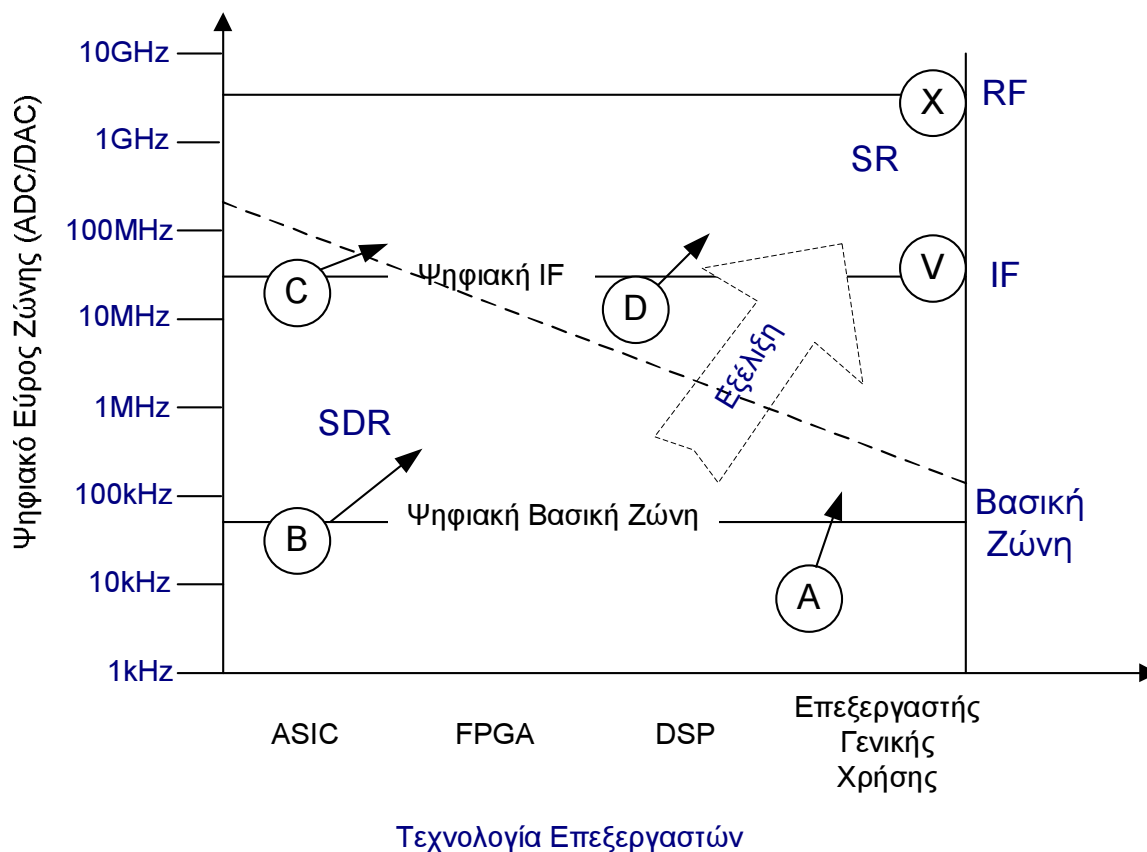
Στη διεθνή βιβλιογραφία συχνά συναντιούνται περιγραφές και χαρακτηρισμοί προσαρμοζόμενων ραδιοσυστημάτων με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Συνοπτικά αναφέρονται τα εξής:

1. *Software Radio*: Οι τηλεπικοινωνιακές λειτουργίες ενός πομποδέκτη είναι ολόκληρες υλοποιημένες σε λογισμικό πάνω σε κατάλληλο επεξεργαστή. Πρόκειται για την ιδανική περιγραφή όπως παρουσιάστηκε από τον Mitola
2. *Software Defined Radio* ή *Programmable Digital Radio*: Αν και ο όρος SDR είναι γενικός συχνά χρησιμοποιείται για να περιγράψει την ενδιάμεση υλοποίηση, βασική αρχιτεκτονική [Tuttlebee, 2002 [12]].
3. *Composite Radio*: Ο πομποδέκτης διαθέτει πολλά προεγκατεστημένα ασύρματα πρότυπα που αλληλοσυμπληρώνονται. Το τερματικό χρησιμοποιεί την επιλογή εκείνη που βελτιστοποιεί τη χρησιμοποίηση των πόρων του δικτύου [Demestichas et al., 2004 [13]].
4. *Reconfigurable Radio*: Υλοποίηση ενός τερματικού που επαναπρογραμματίζεται μέσω ανίχνευσης υπάρχουσών δικτύων, εναλλαγής μεταξύ πολλαπλών ασύρματων διεπαφών και φόρτωσης λογισμικού σε πραγματικό χρόνο (over the air download). [Mehta et al. 2001 [14]].

Οι υπολογιστικές και τεχνικές απαιτήσεις που εισάγει το SDR είναι αυτή τη στιγμή εξοντωτικές. Αν θεωρηθεί ότι είναι επιθυμητό ένα σύστημα που μπορεί και λειτουργεί στις συνήθεις ζώνες συχνοτήτων των κινητών και προσωπικών επικοινωνιών, τότε πρέπει να καλυφθεί μια ζώνη από 400 (PMR) έως 3.4-3.6 GHz (WiMax). Το εύρος αυτό απαιτεί από τον ADC ενός ιδανικού SDR συστήματος ρυθμό δειγματοληψίας μεγαλύτερο των 6 Gsamples/sec. Παράλληλα με δεδομένο ότι στο σύνολο της ζώνης αναμένεται να ληφθούν πολύ ισχυρά και πολύ ασθενή σήματα, ο ADC πρέπει να υποστηρίζει ένα δυναμικό εύρος σημάτων που ξεπερνά τα 70 dB. Αυτό σημαίνει ότι απαιτούνται πολλά bits ακρίβειας και παράλληλα οι παραμορφώσεις του ρολογιού του ADC (jitter) πρέπει να είναι ελάχιστες ώστε να μην προκαλούν αλλοιώσεις στο σύνολο των σημάτων. Κάτι τέτοιο δεν είναι δυνατό να υλοποιηθεί χωρίς συμβιβασμούς.

Έτσι σε υλοποιήσιμες αρχιτεκτονικές SDR μπορεί να συναντηθούν μονάδες επεξεργασίας από πλατφόρμες που συνδυάζουν ASIC, FPGA, DSP και GPP, αρκεί τα κυκλώματα ASIC να δίνουν τους απαραίτητους βαθμούς ελευθερίας στη λειτουργία του πομποδέκτη με έμμεσο προγραμματισμό μέσω παραμετροποιήσεων [15]. Επίσης το αναλογικό τμήμα μπορεί να αποτελείται από ευέλικτες και ρυθμιζόμενες μονάδες καθώς αναπτύσσονται και διατίθενται:

- Ρυθμιζόμενα από λογισμικό αναλογικά φίλτρα
- Ρυθμιζόμενοι από λογισμικό ενισχυτές ισχύος
- Ρυθμιζόμενοι από λογισμικό συνθέτες συχνότητας (synthesizer) και αντιστάσεις
- Ρυθμιζόμενες από λογισμικό κεραίες



**Σχήμα 2.3:** Επίπεδα υλοποίησης SDR. Σχήμα από τη διατριβή του J.Mitola

Ένα SDR, για παράδειγμα, θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει ένα γρήγορα συντονιζόμενο συνθέτη συχνοτήτων (synthesizer) για να μεταπηδά στη συχνότητα και να δίνει στιγμιαίο εύρος βασικής ζώνης 10 MHz από ένα συνολικό εύρος RF 200MHz, χρησιμοποιώντας ADC των 20 Msps και ζωνοπερατή δειγματοληψία. Το αντίστοιχο Software Radio θα ψηφιοποιούσε απευθείας τα 200 MHz εύρους ζώνης με ζωνοπερατή δειγματοληψία ρυθμού 400 Msps. Παράλληλα μπορεί να συνοδεύεται από ρυθμιζόμενες κεραίες και αναλογικά φίλτρα ώστε να βελτιστοποιεί τις συνθήκες λήψης σε κάθε περιοχή λειτουργίας. Φυσικά σε κάθε περίπτωση ο βαθμός ευελιξίας που προσφέρεται είναι συνάρτηση των απαιτήσεων της εφαρμογής. Η υλοποίηση πχ ενός πολλαπλών προτύπων τερματικού είναι μια διαδικασία στην οποία μπορούν να γίνουν πολλοί συμβιβασμοί. Τα Γνωστικά Ραδιοσυστήματα από την άλλη ενδέχεται να θέτουν πολύ υψηλές απαιτήσεις όσον αφορά τη δυνατότητα της δυναμικής προσαρμογής.

Τα επίπεδα υλοποίησης σαν συνάρτηση του ψηφιακού εύρους βασικής ζώνης και της δυνατότητας προγραμματισμού του Υλικού δίνονται στο σχήμα 2.3. Τα σημεία υλοποίησης A έως D του σχήματος είναι υπαρκτά σύγχρονα SDR. Το σημείο X είναι το ιδανικό Software Radio με ψηφιακή πρόσβαση στις RF συχνότητες και όλες του τις λειτουργίες υλοποιημένες σε μικροεπεξεργαστές γενικού σκοπού. Οι υλοποιήσεις σαν και αυτή είναι ανέφικτες μεσοπρόθεσμα. Υλοποιήσεις που έχουν γίνει έως τώρα έχουν μεγάλους περιορισμούς σε εύρος ζώνης και δυναμικό εύρος ισχύος [16]. Τα γνωστικά συστήματα ραδιοεπικοινωνιών ωστόσο, στοχεύουν σε υλοποιήσεις για κινητές επικοινωνίες 4ης Γενιάς και πέραν αυτής (beyond 4G), στις οποίες τα εμπορικά διαθέσιμα συστήματα επεξεργασίας και μετατροπής σήματος θα έχουν αρχίσει να προσεγγίζουν το Software Radio.

## 2.2 Γνωστικά Συστήματα Ραδιοεπικοινωνιών

Ο όρος Cognitive Radio (Γνωστικό Ραδιοσύστημα - CR) εισήχθη επίσης από τον J. Mitola στη διατριβή του [17] και δεν θα μπορούσε παρά να συνδεόταν άμεσα με το Software Radio. Ουσιαστικά πρότείνει μια μη-στρατιωτική εφαρμογή των δυνατοτήτων του SDR στις κινητές τηλεπικοινωνίες, όπου το ασύρματο σύστημα έχει τη δυνατότητα να παρατηρεί, να αποκτά γνώση, να κατανοεί, να αποφασίζει και να προσαρμόζεται σε ένα σύνθετο, ετερογενές και πολλές φορές εχθρικό ασύρματο περιβάλλον. Από εκείνη τη στιγμή έχουν δοθεί πολλαπλοί ορισμοί για το Cognitive Radio. Όσον αφορά την Ελληνική ορολογία στη διατριβή αυτή προτιμάται ο όρος Γνωστικός έναντι του Γνωσιακού καθώς θεωρείται ότι εκφράζει ένα ραδιοσύστημα που διαθέτει αντίληψη και γνώση και έχει τις δυνατότητες που φέρει ο όρος "Γνώση", σε αντίθεση με την κατάληξη -ιακός που υποδηλώνει απλά προέλευση και σχέση. Επανερχόμενοι στους ορισμούς του Cognitive Radio, η Ομοσπονδιακή Επιτροπή Επικοινωνιών (Federal Communications Commission) δίνει τον ακόλουθο σχετικά γενικό ορισμό ([18]):

Το Cognitive Radio είναι ένα ραδιοσύστημα που έχει την δυνατότητα αλλαγής και προσαρμογής των παραμέτρων εκπομπής λόγω της αλληλεπίδρασης του με το ασύρματο περιβάλλον στο οποίο λειτουργεί και από το οποίο μπορεί να μαθαίνει.

Το SDR-Forum δεν προχώρησε σε απευθείας ορισμό της έννοιας του Cognitive Radio αλλά έθεσε συγκεκριμένο σύνολο ελάχιστων απαιτήσεων που πρέπει να πληρεί ένα ραδιοσύστημα ώστε να αναγνωριστεί ως Γνωστικό. Συγκεκριμένα, ένα CR σύστημα είναι ένας πομποδέκτης που

- Στηρίζεται σε υλικό αρχιτεκτονικής SDR
- Παρακολουθεί και γνωρίζει το RF-περιβάλλον στην τοποθεσία του
- Έχει την δυνατότητα να προσαρμόζει αυτόνομα τη φέρουσα συχνότητα, την ισχύ και τη διαμόρφωση του με βάση τα αποτελέσματα της παρατήρησης του.

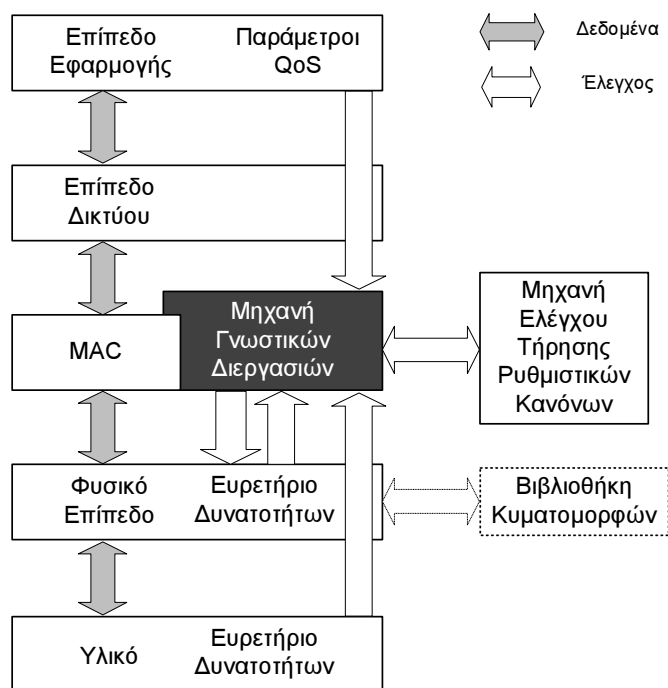
Ο πληρέστερος ορισμός δόθηκε στο [19] από τον Haykin και υποστηρίζει ότι:

Ένα Cognitive Radio είναι ένα ευφυές ραδιοσύστημα που έχει αντίληψη του περιβάλλοντος. Χρησιμοποιεί μεθόδους και αλγορίθμους για να αποκτήσει γνώση από το περιβάλλον και προσαρμόζει τις εσωτερικές του διαδικασίες με βάση τη στατιστική συμπεριφορά των εισερχόμενων RF σημάτων, πραγματοποιώντας σε πραγματικό χρόνο αλλαγές στις παραμέτρους της εκπομπής του (π.χ. ισχύς εκπομπής, συχνότητα, διαμόρφωση). Οι πράξεις του καθορίζονται από δυο στόχους:

1. Να παρέχει αξιόπιστη επικοινωνία οπουδήποτε και οποτεδήποτε του ζητηθεί
2. Να αξιοποιεί τους διαθέσιμους ραδιοπόρους αποδοτικά.

Ο ορισμός αυτός και σε συνδυασμό με τις υπόλοιπες παρατηρήσεις οδηγούν στο συμπέρασμα ότι ως Γνωστικό χαρακτηρίζεται ένα ραδιοσύστημα που διαθέτει:

**Αντίληψη του περιβάλλοντος** Είναι δηλαδή ικανό όχι απλά να λαμβάνει ετερογενή σήματα από ένα ευρύ πεδίο εκπομπών, αλλά έχει την ικανότητα να αντλεί γνώση και να μαθαίνει. Ως περιβάλλον ορίζεται ουσιαστικά τόσο η τρέχουσα κατάσταση στο ασύρματο εύρος ζώνης που παρακολουθείται, όσο και η φυσική περιοχή λειτουργίας (που μπορεί να έχει συγκεκριμένους κανόνες και υποδομές), καθώς επίσης και οι ανάγκες του χρήστη. Ο,τιδήποτε δηλαδή μπορεί να ωθήσει το σύστημα σε αλλαγή συνθηκών και απαιτήσεων.



**Σχήμα 2.4:** Μοντέλο αρχιτεκτονικής Γνωστικών Συστημάτων Ραδιοεπικοινωνιών. Σχήμα από [www.sdrforum.org](http://www.sdrforum.org) [20]

**Προσαρμοστική Ικανότητα** Η αποκτούμενη γνώση που συγκεντρώνεται για να είναι αξιοποιήσιμη πρέπει να υπάρχει η αντίστοιχη ικανότητα επαναπροσδιορισμού της κυματομορφής του σήματος, ώστε να αντιμετωπιστούν με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο οι τηλεπικοινωνιακές συνθήκες και απαιτήσεις. Παράλληλα πρέπει να διασφαλίζεται ο δεύτερος στόχος του Haykin ότι δεν θα γίνεται σπατάλη των ραδιοπόρων αλλά θα επιδιώκεται βέλτιστη χρήση τους.

Ουσιαστικά λοιπόν το Cognitive Radio είναι η επέκταση του στρατιωτικού οράματος του JTRS σε ένα πολιτικό σύστημα επικοινωνιών όπου εκτός από την αξιοπιστία και την προσαρμοστικότητα εισάγεται και η έννοια του σεβασμού προς τους άλλους.

### 2.2.1 Αρχιτεκτονική Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων

Το γεγονός ότι το Cognitive Radio ως έννοια δεν έχει καθοριστεί αυστηρά και γενικά η φιλοσοφία του δεν επιτρέπει τον απόλυτο χαρακτηρισμό του καθιστά δύσκολο τον καθορισμό ενός μοντέλου αρχιτεκτονικής που να το χαρακτηρίζει. Το SDR-Forum παρουσίασε το αρκετά γενικό μοντέλο του σχήματος 2.4 που βασίζεται στην κλασική διαστρωμάτωση των ασύρματων δικτύων. Στην κλασική διαστρωμάτωση προστίθενται οντότητες και δυνατότητες που ενσωματώνουν τα δυο βασικά χαρακτηριστικά ενός CR συστήματος.

Το υλικό που χρησιμοποιείται είναι απαραίτητο να βασίζεται στην SDR λογική έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η ικανότητα προσαρμογής του συστήματος σε πραγματικό χρόνο. Εκτός αυτού, εισάγεται μια ευέλικτη μονάδα φυσικού στρώματος που μπορεί να αναλύει τα εισερχόμενα σήματα ρυθμίζοντας κατάλληλα τη λειτουργία του δέκτη και ανάλογα να συνθέτει κυματομορφές κατάλληλες για την ικανοποίηση των τρεχουσών απαιτήσεων. Παράλληλα εισάγεται μια μονάδα που ονομάζεται Μηχανή Γνωστικών Διεργασιών και έχει ως σκοπό την αξιοποίηση της πληροφορίας που συλλέγεται από α) το φυσικό στρώμα (ασύρματο περιβάλλον) β) τον χρήστη και τις απαιτήσεις μετάδοσης γ) από την περιοχή λειτουργίας και πιθανούς κανόνες και νόμους που βρίσκονται σε εφαρμογή. Η Μηχανή πραγματοποιεί την αξιολόγηση της πληροφορίας και λαμβάνει τις αποφά-

σεις σχετικά με την κυματομορφή του σήματος που θα μεταδώσει την πληροφορία. Οι αποφάσεις θα ρυθμίσουν το φυσικό στρώμα και το υλικό ώστε να υπάρξει επαναπροσδιορισμός του συστήματος.

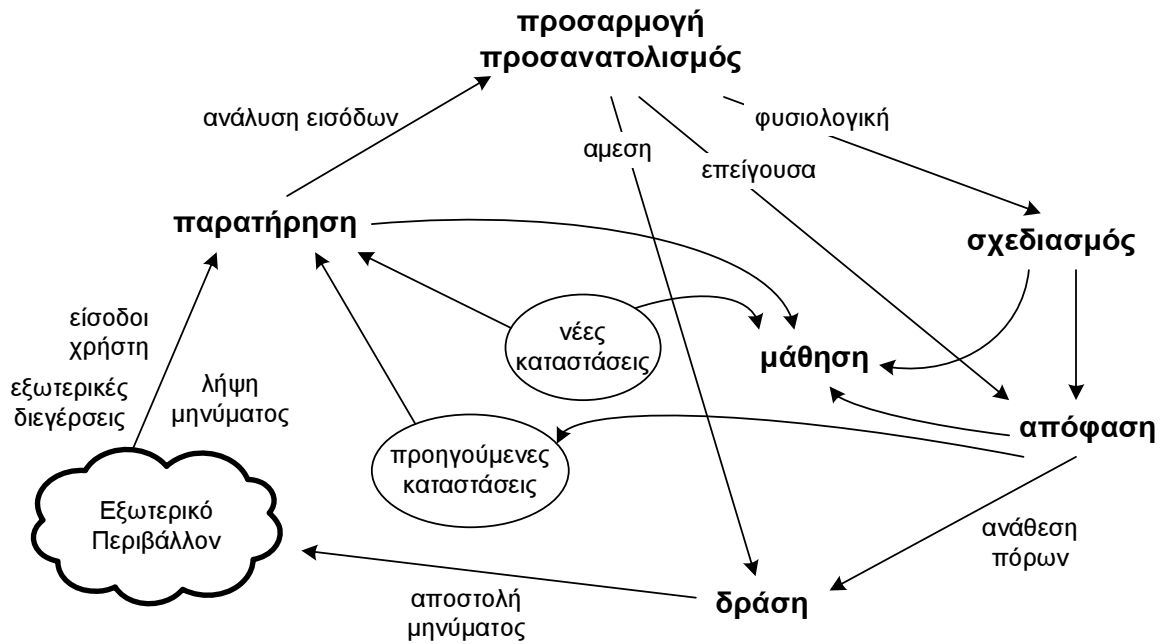
Η Μηχανή γνωστικών διεργασιών αν και εννοιολογικά φαίνεται να ανήκει στο επίπεδο MAC ως ελεγκτής της πρόσβασης στους ραδιοπόρους, είναι ουσιαστικά μια διαστρωματική (cross-layer) διαδικασία. Ο Fred Harris σε ομιλία του είπε ότι στη Γνωστική Μηχανή πραγματοποιείται "λιώσιμο" της διαστρωμάτωσης (melting of layers) όπου το σύνολο της πληροφορίας από όπου και αν προέρχεται συνδυάζεται για την ρύθμιση πολλών μεταβλητών παραμέτρων σε όλα τα επίπεδα. Αποτελεί δηλαδή τον εγκέφαλο του συστήματος.

### 2.2.2 Ο Γνωστικός Κύκλος και οι Γνωστικές διαδικασίες

Σύμφωνα με τον ορισμό της η Μηχανή Γνωστικών διεργασιών είναι επιφορτισμένη με την ευθύνη της εκτέλεσης των γνωστικών διαδικασιών. Προκύπτει το ερώτημα του ορισμού της γνωστικής διεργασίας. Σύμφωνα με το [21] γνωστική διαδικασία για ένα σύστημα είναι οποιοσδήποτε αλγόριθμος ή μεθοδολογία έχει ως αποτέλεσμα τη βελτίωση της λειτουργίας του (με βάση κάποια κριτήρια) βασισμένος στην εμπειρία που έχει αποκτηθεί από το περιβάλλον κατά το παρελθόν. Με αυτό τον ορισμό συνδέεται με την έννοια της μάθησης μηχανής (machine learning) αλλά είναι αρκετά γενικός ώστε να συμπεριλάβει οποιονδήποτε αλγόριθμο λήψης απόφασης, εκτίμησης και προσαρμογής βασίζεται στην διαδοχική παρατήρηση κάποιων εξωτερικών διεγέρσεων. Τα κριτήρια που κατευθύνουν τις αποφάσεις μπορεί να ορίζονται από συγκεκριμένους στόχους που τίθενται κατά την πραγματοποίηση μιας συνόδου, από την ανάγκη για έγκαιρη πρόληψη ενός φαινομένου που μπορεί να βάλει το σύστημα, αλλά και από την γρηγορότερη και αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση ενός συμβάντος που επηρεάζει το σύστημα.

Ουσιαστικά η γνωστική διαδικασία εισάγει μια βαθμίδα μνήμης και ανάδρασης στα υποσυστήματα ανίχνευσης και εκτίμησης φαινομένων. Μέσω της στατιστικής επεξεργασίας των αποθηκευμένων τιμών αλλά και με τον έλεγχο της έκβασης προγενέστερων αποφάσεων (με μέτρηση επιτυχιών, σφαλμάτων, χαμένων ευκαιριών κλπ) το σύστημα μπορεί να ορίσει κανόνες και κατώφλια που καθοδηγούν τη μετέπειτα συμπεριφορά του, έτσι ώστε κατά την νέα εμφάνιση ενός φαινομένου αυτό να αντιμετωπιστεί επιτυχώς.

Η ποιότητα των αποφάσεων εξαρτάται και αξιολογείται με βάση τη διαθέσιμη πληροφορία. Για παράδειγμα αν ένα CR σύστημα θεωρηθεί ότι διαθέτει το σύνολο της πληροφορίας για το περιβάλλον του και παράλληλα υπάρχουν οι υπολογιστικοί πόροι που του επιτρέπουν την επεξεργασία της, τότε αναμένεται ότι οι αποφάσεις του είναι οι καλύτερες δυνατές. Αν όμως θεωρηθεί η πλήρης ανάπτυξη ενός Γνωστικού Ραδιοδικτύου τότε η συγκέντρωση και επεξεργασία του συνόλου της πληροφορίας ([22]) είναι αδύνατη. Από την μια το CR τερματικό δεν έχει ούτε τους υπολογιστικούς πόρους ούτε τη χρονική δυνατότητα να παρακολουθήσει όλα τα φαινόμενα και αν θεωρηθεί ότι υπάρχει ανταλλαγή των πληροφοριών στις οντότητες του γνωστικού ραδιοδικτύου τότε κατά πάσα πιθανότητα η μεταφορά του συνόλου της πληροφορίας θα εξαντλήσει τους διαθέσιμους ραδιοπόρους. Κατά συνέπεια το CR σύστημα πρέπει να διαθέτει διαδικασία επιλογής της πληροφορίας ώστε να μειωθεί η απαίτηση για μέτρηση, παρατήρηση ή ανταλλαγή πληροφορίας. Η επιλογή γίνεται με βάση την κρισιμότητα του ρόλου της κάθε πληροφορίας στην αντιμετώπιση ενός ζητήματος, την ευκολία συλλογής και επεξεργασίας της, την ταχύτητα και άλλες παραμέτρους που ορίζονται είτε κατά το σχεδιασμό του συστήματος είτε δυναμικά με βάση την αξιολόγηση των εμπειριών. Η απώλεια γνώσης για ένα καταναμημένο σύστημα που κάθε οντότητα είναι υπεύθυνη για τις επιλογές της έχει ως αποτέλεσμα την επιδείνωση της λειτουργικότητας σε σχέση με το ιδανικό, αλλά καθιστά την Μηχανή γνωστικών διεργασιών ρεαλιστική.



Σχήμα 2.5: Γνωστικός Κύκλος

Την αλυσίδα ενεργειών που προκαλούνται σε ένα Cognitive Radio λόγω της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον του, τις γνωστικές διεργασίες και τις ενέργειες προσαρμογής, περιέγραψε ο J. Mitola με τον Γνωστικό Κύκλο στο [23].

**Φάση Παρατήρησης** Το CR σύστημα συγκεντρώνει την πληροφορία από το περιβάλλον του με την πραγματοποίηση καθορισμένων μετρήσεων, με αλληλεπίδραση με τον χρήστη και παρακολούθηση των ενεργειών του ή με επικοινωνία με άλλες οντότητες των δικτύων στα οποία συμμετέχει. Η πληροφορία αναλύεται και μεταβιβάζεται στη φάση προσαρμογής, ενώ ενημερώνεται το σύστημα μάθησης για τα αποτελέσματα της ανάλυσης.

**Φάση Προσαρμογής** Είναι ουσιαστικά ο δρομολογητής της διαδικασίας προσαρμογής καθώς λαμβάνει μια πρώτη απόφαση με βάση έναν υιοθετημένο κανόνα προτεραιοτήτων. Αν πχ η ανάγκη προσαρμογής θεωρηθεί άμεση (π.χ. παρεμβολή σε έναν πρωτεύον σύστημα) τότε το επόμενο βήμα είναι η δράση και η αντιμετώπιση της κατάστασης σχεδόν ανακλαστικά χωρίς ιδιαίτερα περιθώρια ανάλυσης. Αν χαρακτηριστεί επείγουσα (επιδείνωση τηλεπικοινωνιακού διαύλου) τότε οδηγείται στη φάση απόφασης, ενώ για μη επείγοντα περιστατικά, το CR οδηγείται στη φάση σχεδιασμού.

**Φάση Σχεδιασμού** Πραγματοποιεί τη διαχείριση των μεθόδων και αλγορίθμων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν δημιουργώντας μια βιβλιοθήκη επιλογών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατά τη φάση απόφασης.

**Φάση Απόφασης** Με την επιλογή της μεθοδολογίας λαμβάνονται οι κατάλληλες αποφάσεις και στη συνέχεια επιλέγεται αν πρέπει να ενημερωθεί ο χρήστης ή κάποια δικτυακή οντότητα για την ενέργεια που θα ακολουθηθεί ή έχει συμβεί. Αν κριθεί αναγκαίο προχωρά στο επόμενο στάδιο της δράσης.

**Φάση Δράσης** Γίνεται εφαρμογή των αποφάσεων προσαρμογής στο SDR υλικό και εκκινούνται ή επαναρυθμίζονται οι διεργασίες επικοινωνίας.

**Φάση Μάθησης** Ουσιαστικά παρακολουθεί την λειτουργία και την λειτουργικότητα της διαδικασίας. Αξιολογείται η λειτουργία παρατήρησης (αξιοπιστία, καταλληλότητα μέτρησης κλπ)

καθώς επίσης η ποιότητα των αποφάσεων με βάση τα αποτελέσματα της εφαρμογής (πχ στην προκαλούμενη παρεμβολή, στην ποιότητα υπηρεσίας κ.α.). Η αξιοποίηση της εμπειρίας χρησιμοποιείται για τον καλύτερο προσδιορισμό των μεγεθών, μεθοδολογιών και αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται κατά τον κύκλο.

Τέλος ενδέχεται να υπάρχει μια φάση αδράνειας στην οποία περιέρχεται το τερματικό όταν δεν χρειάζεται να εκτελέσει κάποια ενέργεια για μεγάλη χρονική περίοδο. Η επανεκκίνηση του κύκλου από τη φάση αυτή μπορεί να προκαλέσει παροδικές αστάθειες λόγω της έλλειψης βραχυχρόνιας εμπειρίας.

## 2.3 Ευκαιριακή Πρόσβαση και Δυναμική Χρήση Φάσματος

Τα Γνωστικά Ραδιοσυστήματα άρχισαν να αποτελούν ελπιδοφόρα προοπτική και σε εμπορικό επίπεδο τη στιγμή που λόγω της φύσης της λειτουργίας τους διασυνδέθηκαν με την έννοια της Δυναμικής Χρήσης Φάσματος, παρέχοντας λύση σε ένα πρόβλημα που είχε αρχίσει να γίνεται ιδιαίτερα έντονο. Η υποσημείωση στον ορισμό του Haykin σχετικά με τη βέλτιστη χρήση των ραδιοπάρων έφερε το Cognitive Radio στο προσκήνιο της ερευνητικής δραστηριότητας και επισήμανε την ανάγκη για αλλαγές στη δομή και στη πολιτική ανάθεσης συχνοτήτων που πραγματοποιείται μέχρι σήμερα.

### 2.3.1 Υπάρχουσα Κατάσταση και Υποχρησιμοποίηση του Φάσματος

Ως την εμφάνιση των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων η πολιτική ανάθεσης συχνοτήτων ήταν στατική. Αυτό παραμένει μέχρι και σήμερα αλλά πλέον είναι εμφανές ότι η κατάσταση πρέπει να αλλάξει. Το φάσμα αποτελεί ένα αγαθό με μεγάλο κόστος που μπορεί να προσφέρει ακόμη μεγαλύτερα κέρδη και για αυτό η διαχείριση και ο συντονισμός των ραδιοσυχνοτήτων γίνεται από κυβερνητικές αρχές και υπηρεσίες που ενεργούν με βάση τις οδηγίες και τους κανόνες που καθορίζονται από παγκόσμιες ρυθμιστικές αρχές.

Η κυριότερη παγκόσμια ρυθμιστική αρχή είναι η Παγκόσμια Ένωση Τηλεπικοινωνιών ΙΤΥ. Ο Τομέας Ραδιοεπικοινωνιών (ITU-R) έχει καθορίσει έναν πίνακα ανάθεσης των περιοχών του φάσματος σε συγκεκριμένες υπηρεσίες [24]. Για να δοθεί κάποια ευελιξία στις τοπικές αρχές κάθε χώρας που λαμβάνουν την τελική απόφαση, ορίζονται διάφορες ζώνες συχνοτήτων για κάθε υπηρεσία που μπορούν να επιλεγθούν. Η αρχή κάθε χώρας κοστολογεί το προς παραχώρηση φάσμα και εκδίδει αυστηρά καθορισμένες και νομικά προστατευμένες αποκλειστικές άδειες σε παρόχους υπηρεσίας που το επιθυμούν με το ανάλογο τίμημα. Ο πάροχος λαμβάνει τα οφέλη της χρήσης του φάσματος για την συγκεκριμένη και μόνο υπηρεσία, ενώ η αρχή διασφαλίζει την αποκλειστική ανάθεση. Οι άδειες έχουν συγκεκριμένο χρονικό και χωρικό διάστημα ισχύος, συνήθως αρκετά μεγάλο.

Πριν φτάσουμε όμως στη διαδικασία της ανάθεσης έχει προηγηθεί μια χρονοβόρα διαδικασία προσδιορισμού τηλεπικοινωνιακού προτύπου για την παροχή της υπηρεσίας που καθορίστηκε από την ITU-R όπου γίνεται προσπάθεια συνεννόησης και συντονισμού τηλεπικοινωνιακών αρχών, παρόχων και κατασκευαστών εξοπλισμού. Ο ορισμός του προτύπου συνδυάζεται ή συνεχίζεται με την εκπόνηση μελετών συμβατότητας της νέας ασύρματης υπηρεσίας με τα υπάρχοντα συστήματα (μελέτες παρεμβολών γειτονικών διαύλων, ανωφελείς-spurious παρεμβολές κλπ) μέχρι να ολοκληρωθεί η ανάθεση της ζώνης σε μια υπηρεσία.

Η παρούσα κατάσταση είναι εξαιρετικά αργή (πχ μεσολάβησαν 10 χρόνια από την αρχική ανάθεση της ITU-R μέχρι την εξαγωγή του προτύπου GSM) και πλέον είναι ξεπερασμένη. Αυτό



οφείλεται στο γεγονός ότι δεν υπάρχει πλέον διακριτός διαχωρισμός των υπηρεσιών που παρέχονται από τα ασύρματα συστήματα. Οι διαφορετικές ασύρματες τεχνολογίες έχουν συγκλίνει και είναι μεταξύ τους ανταγωνιστικές χωρίς να υπάρχει ευδιάκριτος τρόπος διαχωρισμού τους. Παράλληλα η ανάθεση σε μια τεχνολογία μιας ζώνης για μεγάλο χρονικό διάστημα αποτελεί τροχοπέδη στην ανάπτυξη και ολοκλήρωση νέων τεχνολογιών.

Το βασικότερο όμως μειονέκτημα της στατικής ανάθεσης του φάσματος δεν είναι η δυσκινησία του όλου μηχανισμού, αλλά η υποχρησιμοποίηση του φάσματος την στιγμή που υπάρχει ολόένα αυξανόμενη ζήτηση για προσιτή, ευρυζωνική, ασύρματη επικοινωνία. Η αποκλειστική και στατική ανάθεση των συχνοτήτων έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση ασυμμετριών και ασταθειών. Για παράδειγμα συγκεκριμένες ασύρματες υπηρεσίες παρουσιάζουν αύξηση ζήτησης και τηλεπικοινωνιακής κίνησης σε συγκεκριμένες περιοχές και συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα. Ως αποτέλεσμα είναι πιθανό μια συγκεκριμένη ζώνη σε μια γεωγραφική περιοχή για μεγάλη χρονική περίοδο να παραμένει αχρησιμοποίητη, όταν ταυτόχρονα μια άλλη υπηρεσία σε γειτονική ζώνη έχει αυξημένη κίνηση και δεν διαθέτει τους διαθέσιμους πόρους ώστε να αξιοποιήσει τα αιτήματα. Παρότι λοιπόν υπάρχει διαθέσιμο φάσμα αυτό λόγω της αποκλειστικής ανάθεσης παραμένει αχρησιμοποίητο ενώ η συνολική ζήτηση υπηρεσιών συνεχώς αυξάνει.

Η FCC (Επιτροπή Επικοινωνιών των ΗΠΑ) με μετρήσεις της χρονικής και γεωγραφικής διακύμανσης της τηλεπικοινωνιακής κίνησης διαπίστωσε ότι από το συνολικά αδειοδοτημένο φάσμα ο βαθμός χρησιμοποίησης κυμαίνεται ανά περιόδους και περιοχές από 15 έως 85% ([25]). Άλλες μετρήσεις από ιδιωτικούς φορείς δείχνουν ότι η μέση φασματική χρησιμοποίηση φθάνει μόλις το 10% ([26]). Όλες οι διαπιστώσεις οδηγούν τελικά στο συμπέρασμα ότι η υπάρχουσα κατάσταση οδηγεί στην κατασπατάληση λόγω αδράνειας ενός πολύτιμου πόρου. Η λύση φαίνεται να δίνεται μέσω της Δυναμικής Χρήσης Φάσματος και του Cognitive Radio.

### 2.3.2 Δυναμική Χρήση Φάσματος

Ο όρος Δυναμική Χρήση Φάσματος (Dynamic Spectrum Access - DSA) έχει χρησιμοποιηθεί υπό συνθήκες για να περιγράψει αρκετά διαφορετικές πολιτικές για αυτό πρέπει να διευκρινιστεί τι ακριβώς θεωρείται για τα Γνωστικά Ραδιοσυστήματα. Δεν πρόκειται απλά για δανεισμό ή μεταβολή των διαύλων από έναν πάροχο (ή σε συνεργασία των παρόχων) για αντιμετώπιση φαινομένων αυξημένης κίνησης. Το φάσμα για τα Γνωστικά Ραδιοσυστήματα δεν αποτελεί πόρο που έχει ήδη αδειοδοτηθεί. Αντίθετα τα Δίκτυα Δυναμικής Χρήσης Φάσματος διαχειρίζονται, αναθέτουν και προσπελαύνουν το φάσμα αυτόνομα. Τα DSA δίκτυα συνδυαζόμενα με τις αρχές των Cognitive Radios μπορούμε να πούμε ότι έχουν την προοπτική με τη χρήση πολλαπλών μεθόδων πρόσβασης στο δίαυλο και αρχιτεκτονικών να προσφέρουν αξιόπιστες, ευρυζωνικές ασύρματες και κινητές ραδιοεπικοινωνίες. Η ανάγκη για την Δυναμική Χρήση Φάσματος είναι πλέον αναγνωρισμένη από τις σημαντικότερες ρυθμιστικές αρχές και οργανισμούς (ITU-R, FCC, OFFCOM κ.α.) και μελετάται τρόπος ενσωμάτωσης αυτής της νέας λογικής στις υπάρχουσες συνθήκες χωρίς την αντίδραση των αδειοδοτημένων παρόχων.

#### 2.3.2.1 Ευκαιριακή Πρόσβαση

Ως η κυρίαρχη μέθοδος δυναμικής πρόσβασης στο φάσμα με τις υπάρχουσες συνθήκες, αναγνωρίζεται η Ευκαιριακή Πρόσβαση στους ραδιοπόρους (Opportunistic Spectrum Access). Σύμφωνα με τη λογική αυτή, τα DSA συστήματα (που από εδώ και στο εξής αναφέρονται ως CR συστήματα) όταν παρουσιαστεί η ανάγκη μετάδοσης χρησιμοποιούν μια φασματική ζώνη που έχει ήδη αδειοδοτηθεί σε άλλο σύστημα αλλά τη δεδομένη στιγμή στον συγκεκριμένο χώρο δεν χρησιμοποιείται. Αναγνωρίζει δηλαδή την ευκαιρία και πραγματοποιεί την μετάδοση. Μοναδική αλλά

απαράβατη προϋπόθεση είναι ότι δεν θα διαταράξει ή επηρεάσει τη λειτουργία του αδειοδοτημένου συστήματος για το οποίο πρέπει να παραμένει αόρατο, προκαλώντας τις ελάχιστες δυνατές παρεμβολές και ελευθερώνοντας τους ραδιοπόρους όταν αυτοί ζητηθούν. Η εφαρμογή της συγκεκριμένης λογικής φαίνεται να προκαλεί σημαντική αύξηση στη χρησιμοποίηση του φάσματος, έχει όμως να αντιμετωπίσει σημαντικές προκλήσεις. Τα DSA συστήματα πρέπει να λειτουργούν σε ένα ευρύ πεδίο συχνοτήτων, να πραγματοποιούν αξιόπιστες, υψηλού ρυθμού μετάδοσης, ζεύξης και παράλληλα να συνυπάρχουν με ετερογενή συστήματα την αδιάλειπτη λειτουργία των οποίων οφείλουν να διασφαλίζουν.

Η ITU-R κατά μια έννοια προβλέπει την ύπαρξη τέτοιων συστημάτων καθώς σε πολλές περιπτώσεις μια ζώνη συχνοτήτων έχει ανατεθεί σε περισσότερες από μια υπηρεσίες. Σε αυτή την περίπτωση ακολουθείται η λογική των προτεραιοτήτων χαρακτηρίζοντας ορισμένες υπηρεσίες πρωτεύουσες και τις υπόλοιπες δευτερεύουσες. Οι κανόνες που καθορίζουν την συνύπαρξη των δυο συστημάτων είναι οι ακόλουθοι:

- Η δευτερεύουσα υπηρεσία δεν πρέπει να προκαλεί παρεμβολές σε υπάρχουσες ή νέες εκπομπές προερχόμενες από το πρωτεύον σύστημα
- Η δευτερεύουσα υπηρεσία δεν μπορεί να έχει διεκδικήσεις από πρωτεύουσες εκπομπές με τις οποίες συνυπάρχει στην ίδια φασματική περιοχή και οι οποίες πιθανώς να δημιουργούν παρεμβολές. Σε αυτή την περίπτωση πρέπει να προστατευθεί με δικά της μέσα.
- Η δευτερεύουσα υπηρεσία μπορεί να απαιτήσει προστασία ή να διεκδικήσει ραδιοπόρους από άλλα δευτερεύοντα συστήματα με τα οποία συνυπάρχει. Σε αυτή την περίπτωση τηρείται χρονική προτεραιότητα αλλά δίνεται η δυνατότητα ορισμού συγκεκριμένων κανόνων.

Τα παραπάνω σημεία ουσιαστικά ορίζουν το πλαίσιο λειτουργίας ενός Ευκαιριακού συστήματος πρόσβασης. Από αυτό το σημείο και στο εξής, οι χρήστες του ραδιοδιαύλου που προέρχονται από πρωτεύον, αδειοδοτημένο σύστημα αναφέρονται ως PU (Primary Users) έτσι ώστε να διακριθούν οι εκπομπές τους από τις αντίστοιχες προερχόμενες από CR συστήματα.

Η Δυναμική Χρήση Φάσματος και οι προκλήσεις που έθεσε επέφερε ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός ευρύ πεδίου έρευνας [27]. Μέσα στις διάφορες μελέτες μπορούν να αναγνωριστούν διάφορες περιπτώσεις, κατηγοριοποιήσεις και ορισμοί που συνοπτικά αναφέρονται ακολούθως.

**Μοντέλο Ανοιχτής Χρήσης Φάσματος.** Το μοντέλο αυτό δεν υιοθετεί την πολιτική ανάθεσης προτεραιοτήτων και υποστηρίζει την ύπαρξη ανοιχτών, μη αδειοδοτημένων φασματικών ζωνών. Οι ομότιμοι χρήστες συναγωνίζονται για την πρόσβαση στους ραδιοπόρους μέσα από καταναμημένες [28],[29] αρχιτεκτονικές δικτύου ή με αρχιτεκτονικές κεντρικής διαχείρισης [30]. Παρά το γεγονός ότι η επιτυχία των συστημάτων ανοιχτής πρόσβασης (πχ WLAN) κάνει την επιλογή αυτή ελκυστική, το βήμα από τη στατική ανάθεση με μεγάλο κόστος στην ελεύθερη πρόσβαση είναι πολύ μεγάλο και δεν είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί άμεσα.

**Το Μοντέλο Ιεραρχικής Χρήσης** Το συγκεκριμένο μοντέλο υιοθετεί την λογική της ιεραρχίας πρωτεύοντος και γνωστικού δικτύου. Συναντιέται ευρέως στην βιβλιογραφία με τον όρο Δεξαμενή Φάσματος (Spectrum Pooling) και ορίστηκε και αυτό πρώτο από τον J.Mitola [31]. Από τη στιγμή που σε ένα δυναμικό σύστημα δεν μπορεί κάτι να διασφαλιστεί 100%, πρέπει να οριστούν οι απόλυτοι κανόνες συνύπαρξης μεταξύ πρωτεύοντος δικτύου και CR συστημάτων. Πρέπει για παράδειγμα να οριστούν τα όρια παρεμβολής που είναι επιτρεπτό να προκαλούνται στους PUs και τα όρια ανοχής της συμβίωσης. Το Spectrum Pooling απασχολεί και στρατιωτικές εφαρμογές όπως πχ το πρόγραμμα DARPA-XG του Υπ.Άμυνας των ΗΠΑ το οποίο και συνδυάζεται με το πρόγραμμα

JTRS. Η συγκεκριμένη διατριβή ασχολείται με το φυσικό στρώμα και το MAC συστημάτων με Ιεραρχική χρήση φάσματος και κατά συνέπεια δίνεται έμφαση στα στοιχεία και στους ορισμούς που την αφορούν

## 2.4 Ιεραρχική Πρόσβαση και η Δεξαμενή Φάσματος

**Μέθοδοι Μετάδοσης** Μια πρώτη κατηγοριοποίηση που γίνεται αφορά την λογική με την οποία γίνεται η σύνθεση του μεταδιδόμενου σήματος και ο τρόπος συνύπαρξης του CR με το πρωτεύον σύστημα. Συγκεκριμένα:

**Επικαλυπτική Μετάδοση - Overlay Access:** Με τη μέθοδο αυτή η πρόσβαση στους ραδιοπόρους γίνεται όταν τα CR τερματικά διαπιστώσουν πως μια φασματική ζώνη παραμένει αχρησιμοποίητη από τα πρωτεύοντα συστήματα για κάποια χρονική περίοδο. Με αυτόν τον τρόπο πραγματοποιείται ελαχιστοποίηση της προκαλούμενης παρεμβολής. Σε ιδανική λειτουργία ο μοναδικός τρόπος παρεμβολής στην επικαλυπτόμενη μετάδοση είναι μέσω των πλευρικών φασματικών λοβών της CR εκπομπής σε γειτονική ζώνη που καταλαμβάνεται από PU χρήστη. Στην πραγματικότητα όμως αντιμετωπίζονται σοβαρές προκλήσεις καθώς μπορούν να διαπιστωθούν περιπτώσεις αναγνώρισης φασματικών κενών, ενώ λειτουργεί PU χρήστης, όπως και περιπτώσεις ξαφνικής έναρξης PU μετάδοσης σε φασματική ζώνη που είχε καταλάβει CR ως κενή. Το γεγονός ότι το σήμα στην επικαλυπτόμενη πρόσβαση μεταδίδεται με ευνοϊκές συνθήκες όσον αφορά την ισχύ εκπομπής προσδίδει στην τεχνική αυτή και το πλεονέκτημα του αυξημένου throughput, εφόσον παρουσιάζονται συχνές ευκαιρίες μετάδοσης. Αναλύσεις για την επικαλυπτική μετάδοση μπορούν να βρεθούν στις ακόλουθες μελέτες [32], [33], [34], [35], [36], [37] και [38]. Η συγκεκριμένη διατριβή θεωρεί overlay CR σύστημα.

**Υποκαλυπτική Μετάδοση - Underlay Access** Σε αυτή την περίπτωση η μετάδοση της πληροφορίας από το CR σύστημα πραγματοποιείται σε όλη τη διαθέσιμη ζώνη ανεξαρτήτως αν συγκεκριμένες περιοχές είναι κατειλημμένες ή όχι από πρωτεύον σύστημα. Κατά συνέπεια θεωρείται δεδομένη η άσκηση ομοδιαυλικών παρεμβολών στους PUs και για αυτό το λόγο η μετάδοση των CR πρέπει να είναι εξαιρετικά χαμηλής ισχύος ώστε να διατηρείται στα επίπεδα θορύβου των πρωτευόντων χρηστών και υπό αυτή την έννοια να μην προκαλούν ουσιαστική επιδείνωση της λειτουργίας τους. Ουσιαστικά υιοθετούνται οι αρχές μετάδοσης των υπερευρυζωνικών (Ultra Wideband - UWB) σημάτων και η μεταφορά της πληροφορίας με το χαμηλής ισχύος σήμα πραγματοποιείται μέσω διασποράς φάσματος κατ' αναλογία με τις μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν επιτυχημένα στην CDMA κυματομορφή του UMTS.

Δεν υπάρχει μια απόλυτα ορθή επιλογή όσον αφορά τον καθορισμό της μεθόδου πρόσβασης του CR συστήματος στο κοινό μέσο. Η μέθοδος που παρέχει τα περισσότερα πλεονεκτήματα εξαρτάται από τις συνθήκες που επικρατούν στο τηλεπικοινωνιακό περιβάλλον ή τις θεωρήσεις που πραγματοποιούνται στις διάφορες μελέτες. Για παράδειγμα αν υπάρχουν αρκετές ευκαιρίες μετάδοσης και τα CR συστήματα βρίσκονται κοντά σε PU τότε πλεονεκτεί σαφώς η επικαλυπτική μετάδοση. Στο [39] γίνεται θεωρητική εξαγωγή της πιθανότητας να ξεπεραστεί ένα κατώφλι παρεμβολής για κάθε μέθοδο. Το γενικότερο συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι όταν οι διαθέσιμες ευκαιρίες μετάδοσης υπάρχουν και οι γνωστικές διεργασίες των CR συστημάτων λειτουργούν ικανοποιητικά (έτσι ώστε να διασφαλίζουν την αποφυγή παρεμβολής στους PUs) τότε η επικαλυπτική μετάδοση είναι αποδοτικότερη. Όσο η ποσότητα και ποιότητα γνώσης που αφορά τις μεταδόσεις του πρωτεύοντος λιγοστεύουν, η επικαλυπτική μετάδοση κυριαρχεί. Υπάρχουν και υβριδικές προτάσεις όπως για παράδειγμα συστήματα υποκαλυπτικής μετάδοσης που αποφεύγουν τη χρήση

των κατειλημμένων ζωνών βελτιώνοντας κατά πολύ τις επιδόσεις σε επίπεδο προκαλούμενης παρεμβολής με το σοβαρό κόστος του συνολικά μειωμένου ρυθμού μετάδοσης. Γενικά όμως εφόσον ένα CR σύστημα είναι βασισμένο σε SDR αρχιτεκτονική που του επιτρέπει τον προσαρμοστικό επαναπροσδιορισμό των κυματομορφών, τότε ιδανικά μπορεί να επιλέγει μεταξύ των μεθόδων ανάλογα με τις τρέχουσες συνθήκες στο ασύρματο περιβάλλον.

### 2.4.1 Spectrum Pooling - Δεξαμενή Φάσματος

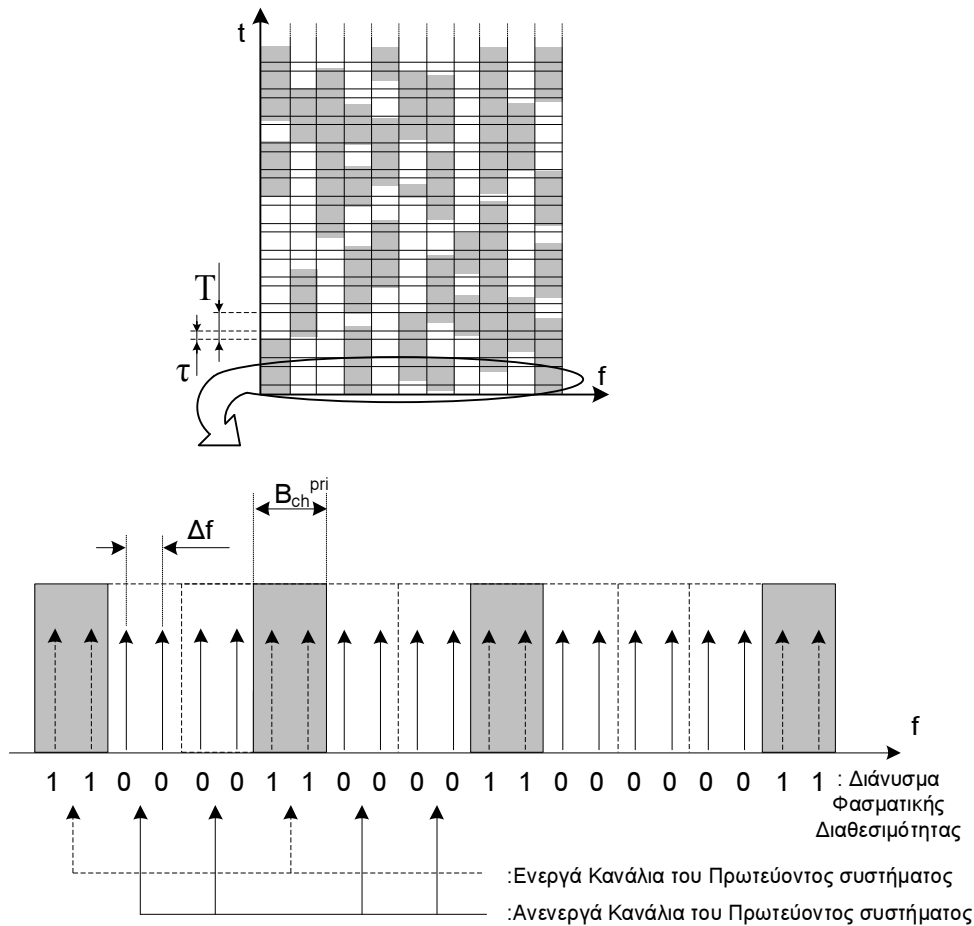
Σε αυτό το σημείο κρίνεται απαραίτητος ο ορισμός του συγκεκριμένου πλαισίου που υιοθετείται ως μοντέλο συστήματος στην παρούσα διατριβή και αφορά το περιβάλλον της Δεξαμενής Φάσματος επικαλυπτόμενης πρόσβασης με αποφυγή παρεμβολής (Spectrum Pooling Overlay access with Interference avoidance).

Σύμφωνα με το σενάριο αυτό, τα CR συστήματα παρακολουθούν τη συνολική ζώνη λειτουργίας αναζητώντας ευκαιρίες μετάδοσης. Το πρωτεύον σύστημα, ή τα πολλά διαφορετικά πρωτεύοντα συστήματα που λειτουργούν στο σύνολο της ζώνης του CR ακολουθούν συγκεκριμένους, προτυποποιημένους κανόνες διαυλοποίησης πρόσβασης στα τηλεπικοινωνιακά κανάλια, οι οποίοι μπορούν να θεωρηθούν είτε γνωστοί είτε άγνωστοι για το CR σύστημα. Για παράδειγμα αν η συνολική φασματική ζώνη περιλαμβάνει ένα πρωτεύον σύστημα, τότε η ζώνη αυτή διαιρείται σε έναν αριθμό διαύλων λειτουργίας που μοιράζονται στα PUs. Από εκεί και πέρα οι πρωτεύοντες χρήστες λαμβάνουν πρόσβαση σε έναν ή περισσότερους διαύλους με βάση κάποια τεχνική πολυπλεξίας σε χρόνο ή συχνότητα (TDMA, FDMA ακόμη και OFDMA) ενώ ακολουθούν συγκεκριμένο κανόνα αμφίδρομης επικοινωνίας (duplexing, FDD ή TDD). Με βάση αυτή τη λογική αν κάθε CR δημιουργήσει ένα δισδιάστατο πλέγμα παρακολούθησης χρόνου και συχνότητας και πραγματοποιήσει την κατάλληλη συλλογή πληροφορίας, τότε μπορεί να γνωρίζει ποιοι τηλεπικοινωνιακοί πόροι χρησιμοποιούνται την εκάστοτε χρονική στιγμή. Ο Haykin [19] ονομάζει αυτή τη διαδικασία ανίχνευση φασματικών οπών (spectrum wholes) ενώ χρησιμοποιείται γενικά επίσης η ορολογία "ανίχνευση λευκών διαστημάτων φάσματος" (white spaces). Η ανίχνευση ενός συνόλου φασματικών οπών συνιστά την εμφάνιση ευκαιρίας μετάδοσης την οποία το CR σύστημα μπορεί να αξιοποιήσει.

Η πληροφορία σχετικά με τις φασματικές οπές μπορεί να αποκτηθεί με διάφορους τρόπους.

**Επικοινωνία με το πρωτεύον σύστημα :** Η διαδικασία αυτή είναι η πλέον αξιόπιστη, μηδενίζοντας ουσιαστικά την εμφάνιση σφάλματος στο πλέγμα χρόνου και συχνότητας. Κάτι τέτοιο όμως έρχεται σε αντίθεση με την φιλοσοφία των CR και της Δυναμικής χρήσης φάσματος καθώς πρέπει να υπάρχει συνεργασία με το πρωτεύον δίκτυο (κάτι που σημαίνει μετατροπή στη συνολική λειτουργία του), επιβάλλει την ύπαρξη κεντρικού ελεγκτή στο CR δίκτυο, αυξάνει τον ρυθμό μετάδοσης πληροφορίας σηματοδότησης μεταξύ CR σταθμού βάσης και τερματικών και περιορίζει σημαντικά την ανεξαρτησία του δικτύου και των τερματικών.

**Φασματική Ανίχνευση :** Επιβάλλεται η πραγματοποίηση μετρήσεων από κάθε CR τερματικό. Πρόκειται για την διαδικασία Φασματικής Ανίχνευσης όπου με τη χρήση κατάλληλων αλγορίθμων επεξεργασίας σήματος το κάθε τερματικό αναλύει τις λαμβανόμενες κυματομορφές και με αποφάσεις διαμορφώνει το πλέγμα χρονικής και συχνότητας διαθεσιμότητας για την περιοχή λειτουργίας του. Η Φασματική Ανίχνευση αποτελεί αντικείμενο που διαπραγματεύεται η συγκεκριμένη διατριβή. Η διαδικασία καθώς πρόκειται για σύστημα μέτρησης-εκτίμησης-απόφασης υπόκειται σε σφάλματα που θα έχουν ως αποτέλεσμα είτε την αύξηση του επιπέδου παρεμβολών στο πρωτεύον σύστημα, είτε την μείωση του επιτεύξιμου throughput. Η ικανότητα του συστήματος ανίχνευσης αξιολογείται με τη χρήση στατιστικών μετρικών όπως η  $P_{FA}$  πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης (false alarm) - οπότε και η

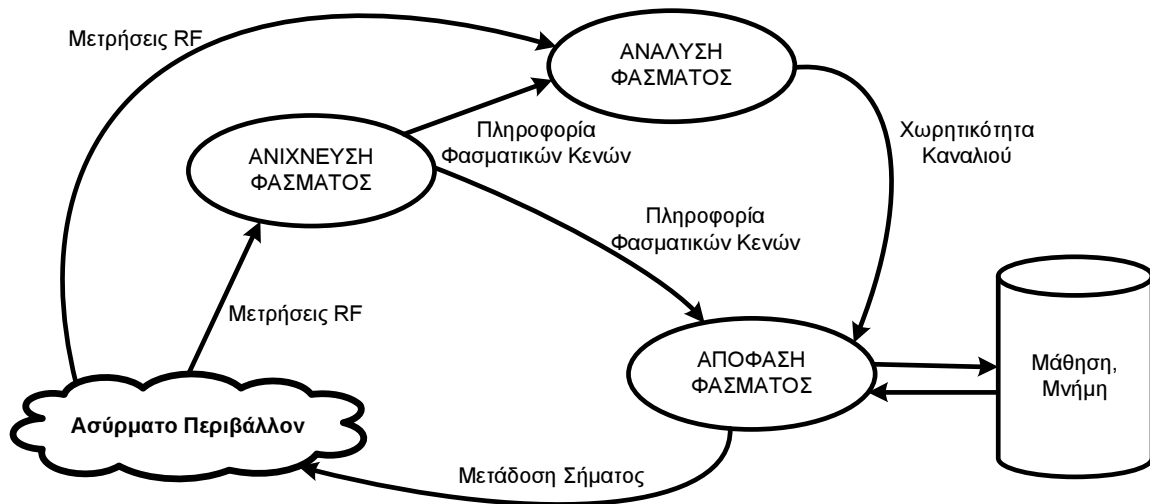


Σχήμα 2.6: Παράδειγμα Διανύσματος Φασματικής Διαθεσιμότητας σε Δεξιαμένη Φάσματος

συγκεκριμένη οπή χαρακτηρίζεται κενή ενώ υπάρχει PU και η  $P_{MD}$  πιθανότητα χαμένης ανίχνευσης (missed detection) οπότε και το CR χάνει μια ευκαιρία μετάδοσης θεωρώντας ελεύθερη περιοχή ως κατειλημμένη.

**Συνεργατική Ανίχνευση :** Για την βελτίωση των αποτελεσμάτων της διαδικασίας ανίχνευσης και την συνολική καλύτερευση του ισοζυγίου  $P_{FA}$  και  $P_{MD}$  το κάθε τερματικό πραγματοποιεί μετρήσεις τις οποίες μοιράζεται με διάφορα άλλα CR τα οποία βρίσκονται στην περιοχή λειτουργίας του, διαδικασία που ονομάζεται **Συνεργατική Ανίχνευση** (Colaborative - Coperative Sensing). Όταν το CR τερματικό στηρίζεται στις μετρήσεις που εκτελεί είναι πιθανό να προκληθεί σφάλμα λόγω της φύσης του ραδιοδιαύλου. Πχ φαινόμενα σκίασης (εμπόδιο - το πρόβλημα του κρυμμένου τερματικού [40]) ή απλά υψηλές διαλείψεις λόγω της συχνοεπιλεκτικότητας του διαύλου που μπορεί να εξασθενίσουν το PU σήμα σε σημείο που το CR σύστημα αδυνατεί να το ξεχωρίσει από το θόρυβο. Παράλληλα υπάρχουν υπολογιστικοί και χρονικοί περιορισμοί που δεν του επιτρέπουν την χρήση εξεζητημένων αλγορίθμων ή τη βελτίωση των επιδόσεων με αύξηση των μετρήσεων. Από την άλλη κάποιο άλλο CR τερματικό της περιοχής μπορεί να έχει καθαρότερη εικόνα και να έχει ανιχνεύσει το κρυμμένο PU. Με την ανταλλαγή της πληροφορίας μπορεί να επιτευχθεί δραστική μείωση των σφαλμάτων σε σύγκριση με την μεμονωμένη ανίχνευση ([41], [42])

Κάποιες παρατηρήσεις που μπορούν να γίνουν σχετικά με την Συνεργατική Ανίχνευση είναι ότι τα CR τερματικά συνθέτουν σε μια περιοχή ουσιαστικά ένα δίκτυο αισθητήρων. Στην περίπτωση που υπάρχει κεντρικός ελεγκτής δικτύου CR, τα τερματικά αποστέλλουν την πλη-



Σχήμα 2.7: Γνωστικός Κύκλος στα δίκτυα Δυναμικής Χρήσης Φάσματος

ροφορία ανίχνευσης στο σταθμό βάσης ο οποίος σε αυτή την περίπτωση παίζει τον ρόλο του sink node ενός δικτύου αισθητήρων και ο οποίος εφαρμόζει έναν κανόνα σύντηξης (fusion rule) λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο των μετρήσεων (και ενδεχομένως την αξιοπιστία αυτών) καθορίζοντας ποιο πόρος είναι διαθέσιμος προς χρήση. Στον αντίποδα αυτού υπάρχει η δυνατότητα κατανεμημένης λήψης αποφάσεων από κάθε τερματικό, το οποίο ανταλλάζει μηνύματα ανίχνευσης (στο [43] παρουσιάζεται πρωτόκολλο σηματοδοσίας αποτελεσμάτων ανίχνευσης μεταξύ CR τερματικών) με τα γειτονικά CR με συσχετισμένο περιβάλλον διάδοσης. Το κάθε τερματικό λαμβάνει ανεξάρτητα την απόφαση του.

Το βασικό αρνητικό της συνεργατικής ανίχνευσης είναι ότι απαιτείται ανταλλαγή μηνυμάτων ανίχνευσης με αποτέλεσμα την αύξηση του φορτίου σηματοδοσίας και μείωση του επιτεύξιμου throughput. Στη γενική περίπτωση πάντως μπορεί να ληφθεί το συμπέρασμα ότι το CR πρέπει να χρησιμοποιήσει την καλύτερη δυνατή (σε επιδόσεις, χρονική απόκριση, υπολογιστικό κόστος) τοπική μέθοδο ανίχνευσης περιορίζοντας την ανάγκη ανταλλαγής μηνυμάτων, αλλά σε καμία περίπτωση δεν θα ήταν σοφό να μη χρησιμοποιεί τακτικά έναν συνεργατικό αλγόριθμο για την βελτίωση των αποφάσεων του.

Κατά συνέπεια το κάθε τερματικό συγκεντρώνοντας την πληροφορία λαμβάνει ανά τακτά χρονικά διαστήματα απόφαση για την ύπαρξη ή μη φασματικής οπής σε κάθε φασματική περιοχή που καλύπτει. Οι διαπιστώσεις αυτές αποθηκεύονται στο Διάνυσμα Φασματικής Διαθεσιμότητας που είναι ένα λογικό διάνυσμα που σημειώνει με 1 τα κατειλημμένα κανάλια και με 0 τα ελεύθερα. Μετά από κάθε μέτρηση ενημερώνει το Διάνυσμα Διαθεσιμότητας (σχ. 2.6), το οποίο διαμοιράζεται μέσω του συνεργατικού αλγορίθμου. Μετά τη συλλογή των αντίστοιχων διανυσμάτων από τα υπόλοιπα CR ανανεώνει το περιεχόμενο του διανύσματος λαμβάνοντας υπόψη τη νέα πληροφορία.

Ο όρος Δεξαμενή φάσματος προέκυψε ως μεταφορική απεικόνιση της διαδικασίας ορισμού και επιλογής των διαθέσιμων για τα CRs ραδιοπόρων. Το περιεχόμενο δεξαμενής περιέχει τα ελεύθερα κανάλια από τα οποία επιλέγει το CR και το οποίο ανανεώνεται περιοδικά μετά την ανίχνευση.

Η διαδικασία όπως περιγράφηκε μας επιτρέπει τον ορισμό ενός απλοποιημένου Γνωστικού κύκλου που απεικονίζει τις ενέργειες των CRs σε ένα δίκτυο Δυναμικής χρήσης φάσματος με Spectrum Pooling. Σημειώνεται ότι ο συγκεκριμένος κύκλος αφορά την διαδικασία επιλογής με βάση τις μετρήσεις ανίχνευσης. Στην πραγματικότητα ο Γνωστικός Κύκλος μπορεί να λάβει μια πολύ πιο σύνθετη μορφή που θα περιλαμβάνει πληθώρα διαδικασιών απόφασης που αφορούν διάφορες λειτουργίες.

Οι φάσεις Ανάλυσης και Απόφασης φάσματος είναι ουσιαστικά τα στάδια ανάλυσης και σύνθεσης κυματομορφής.

### 2.4.2 Αρχιτεκτονικές CR δικτύων

Στα δίκτυα Δυναμικής Χρήσης Φάσματος μια από τις κύριες ερευνητικές προκλήσεις είναι ο έλεγχος πρόσβασης σε αυτό. Η συνύπαρξη με Πρωτεύοντες χρήστες και το μεγάλο ανομοιογενές εύρος ζώνης, στο οποίο καλούνται να λειτουργήσουν τα γνωστικά συστήματα ραδιοεπικοινωνιών, δημιουργούν ιδιαίτερες συνθήκες που επηρεάζουν τη λειτουργία του υποστρώματος MAC. Οι αρχιτεκτονικές δικτύων που διακρίνονται ανήκουν σε δυο βασικές κατηγορίες που αφορούν την κεντρική οντότητα του δικτύου.

**Κεντρικός Έλεγχος Πρόσβασης.** Σε αυτήν την κατηγορία μία κεντρική οντότητα ελέγχει τις διαδικασίες κατανομής και πρόσβασης στο φάσμα [32], [30], [44]. Η αρχιτεκτονική αυτή συνήθως συμπληρώνεται από συνεργατική λειτουργία ανίχνευσης φάσματος.

**Κατανεμημένος Έλεγχος Πρόσβασης.** Ο Κατανεμημένος έλεγχος [45], [33], [34], [35], [36], [37], [38] χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις όπου δεν είναι δυνατή ή επιθυμητή η ανάπτυξη ενός δικτύου με κεντρικό ελεγκτή. Στις περιπτώσεις αυτές η κατανομή του φάσματος και ο έλεγχος πρόσβασης γίνεται τοπικά σε κάθε κόμβο του δικτύου και βασίζεται κυρίως σε τοπικές παρατηρήσεις.

### 2.4.3 Η έννοια της Κυματομορφής

Ο όρος κυματομορφή (waveform) έχει επικρατήσει ως χαρακτηρισμός του σήματος που λαμβάνεται ή αποστέλλεται από ένα CR σύστημα. Ο όρος χρησιμοποιείται ιδιαίτερα από τους ερευνητές των SDR συστημάτων και δεν εννοείται απλά η εικόνα που ενδέχεται να έχει το σήμα όταν απεικονίζεται σε έναν παλμογράφο. Η ανάγκη διαφοροποίησης από τον απλό όρο "διαμορφωμένο, εκπνεμένο σήμα" προέκυψε από το γεγονός ότι σε ένα δυναμικά μεταβαλλόμενο, προσαρμοζόμενο σύστημα η εκπομπή πρέπει να διαθέτει σύνθετα χαρακτηριστικά εξυπηρετώντας ειδικές ανάγκες πέρα από την απλή μετάδοση της πληροφορίας. Υπό αυτή την έννοια μπορούμε να ορίσουμε ότι:

Κυματομορφή για ένα CR-SDR σύστημα, ονομάζεται το σήμα που προκύπτει ως συνισταμένη της σύνθεσης πολλαπλών σημάτων δεδομένων και σηματοδοσίας και διαθέτει δυναμικά μεταβαλλόμενη φασματική και χρονική συμπεριφορά καταλαμβάνοντας διάφορες φασματικές περιοχές με μεταβλητό εύρος ζώνης. Στο σήμα ενθυλακώνονται και ενσωματώνονται ιδιαίτερα διακριτικά ή κρυφά χαρακτηριστικά για την καλύτερη δυνατή εξυπηρέτηση των στόχων του CR συστήματος.

Ο καθορισμός των διαδικασιών εκείνων που δημιουργούν το αυτοματοποιημένο περιβάλλον σύνθεσης της δυναμικά μεταβαλλόμενης εκπομπής έχει καταλήξει να ταυτιστεί με την έννοια της κυματομορφής. Για παράδειγμα στα προγράμματα JTRS και DARPA η διαδικασία που ονομάζεται "πρόταση και φόρτωση κυματομορφής" αφορά την παρουσίαση και την εγκατάσταση του κατάλληλου λογισμικού που συνθέτει σήματα με συγκεκριμένα, επιθυμητά χαρακτηριστικά. Το JTRS ονομάζει τον τελικό στόχο της ερευνητικής του προσπάθειας ως "Soldier Radio Waveform"

Η επέκταση της έννοιας της κυματομορφής από την απεικόνιση ενός σήματος στη διαδικασία σύνθεσης και αναπαραγωγής σημάτων είχε ως αποτέλεσμα στον όρο Waveform να συμπεριληφθούν τα αποτελέσματα που έχουν στη συμπεριφορά του σήματος και τα υψηλότερα στρώματα

πχ το MAC ή εφαρμογές ασφάλειας κ.α. και δεν αφορά απλά τη φυσική υπόσταση του σήματος, αλλά το σύνολο της πληροφορίας που περιλαμβάνεται. Για παράδειγμα στο κεφ. 10 παρουσιάζεται ένας διακοπτόμενος αλγόριθμος MAC που ανά χρονικά διαστήματα και υπό συνθήκες προκαλεί διακοπή μετάδοσης. Η διαδικασία αυτή θεωρείται μέρος της σύνθεσης της κυματομορφής. Ξεπερνιούνται δηλαδή κατά πολύ σχετικά απλές διαδικασίες προσαρμογής όπως η προσαρμοστική διαμόρφωση και κωδικοποίηση (Adaptive Modulation and Coding - AMC).

Ο Γνωστικός κύκλος που παρουσιάστηκε στο σχήμα 2.7 περιλαμβάνει τα στάδια Ανάλυσης και Απόφασης φάσματος. Αυτό ουσιαστικά σημαίνει Ανάλυση και Σύνθεση Κυματομορφής. Κατά το στάδιο της ανάλυσης, το CR τερματικό αναλύει τις μετρήσεις ανίχνευσης εξάγοντας κατάλληλα μετρικά και παράλληλα εξετάζει το σύνολο των λαμβανόμενων κυματομορφών. Αυτό πραγματοποιείται όχι απλά για την αποδιαμόρφωση των επιθυμητών σημάτων αλλά για τη συγκέντρωση πληροφορίας ώστε να αποκτηθεί η ευρύτερη δυνατή εικόνα για το περιβάλλον μετάδοσης. Για παράδειγμα μεταξύ άλλων εξετάζεται:

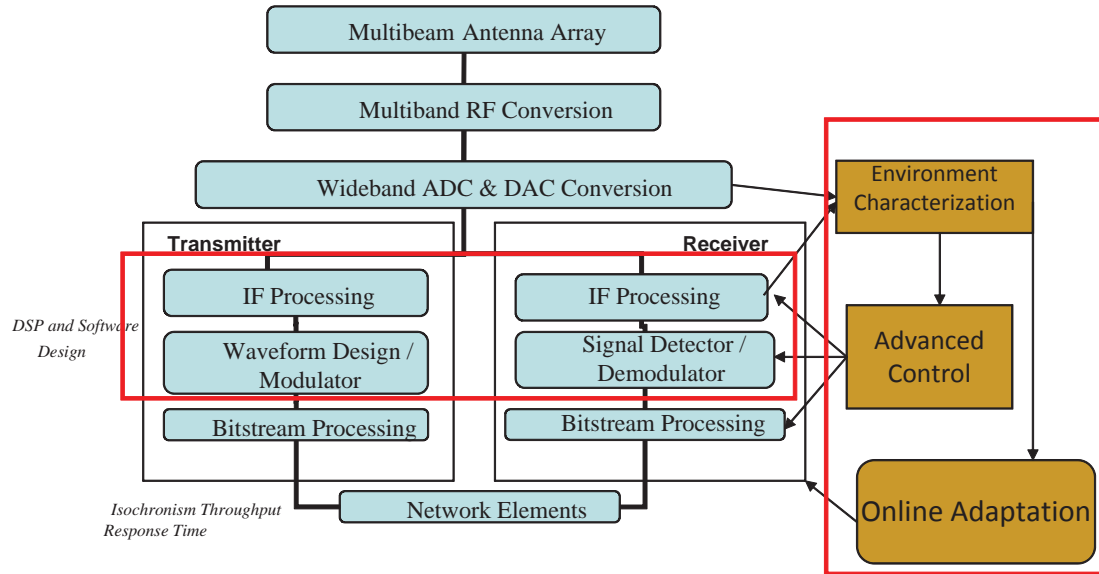
- Το επίπεδο θορύβου στα ελεύθερα προς χρήση κανάλια
- Το επίπεδο παρεμβολής που προκαλείται από την παρουσία του πρωτεύοντος συστήματος στα κανάλια που χρησιμοποιούνται ή δύναται να χρησιμοποιηθούν. Το CR είναι επιφορτισμένο με την ευθύνη της αυτοπροστασίας από παρεμβολές προερχόμενες από το πρωτεύον σύστημα
- Ο χρόνος κατοχής των διαύλων τόσο από πρωτεύοντα συστήματα όσο και από άλλα CR ώστε να ρυθμιστεί το μέγεθος ριπών πληροφορίας που εκπέμπεται και η αναγκαία περίοδος πραγματοποίησης ανιχνεύσεων. Για TDMA PUs για παράδειγμα μπορεί να προκύψει ένα πρότυπο χρονικής λειτουργίας τους που είναι αξιοποιήσιμο
- Η ποιότητα του εκάστοτε καναλιού, καθώς η συχνοεπιλεκτική συμπεριφορά του διαύλου μπορεί να αποκλείει την χρήση συγκεκριμένων ζωνών παρά το γεγονός ότι είναι ελεύθερες.
- Η διάκριση και ο χαρακτηρισμός των άγνωστων λαμβανόμενων κυματομορφών (πχ Ανίχνευση τριών καταστάσεων)
- Η διατήρηση στατιστικών ποιότητας ανιχνεύσεων (αξιοπιστία αποφάσεων ώστε να αποφεύγονται αμφίβολες ζώνες) και στατιστικών ποιότητας υπηρεσίας με μέτρηση του επιτεύξιμου throughput, του ρυθμού σφαλμάτων bit (BER - Bit Error Rate) κλπ

Όλα τα παραπάνω αποτελέσματα ανάλυσης χρησιμοποιούνται ως παράμετροι για την σύνθεση της κυματομορφής εκπομπής (Απόφαση Φάσματος). Σε συνδυασμό με τις απαιτήσεις του χρήστη, το CR αποφασίζει το σύνολο των παραμέτρων της κυματομορφής που θα αποστείλει. Πρέπει να επιλέξει τους καλύτερους δυνατούς ραδιοδιαύλους για μεγιστοποίηση του throughput, να φροντίσει να αξιοποιήσει με βέλτιστο τρόπο τις επιλεγμένες φασματικές οπές, να εξασφαλίσει ότι σε καμία περίπτωση η εκπομπή του δεν θα προκαλέσει συνειδητά βλάβη σε ένα πρωτεύων χρήστη, ενώ παράλληλα θα καθορίσει τη διάρκεια της εκπομπής και την περίοδο επανάληψης του γνωστικού κύκλου.

## 2.5 Σύνοψη

Η διατριβή ασχολείται με CR συστήματα με επικαλυπτόμενη πρόσβαση και χρήση Δεξαμενής Φάσματος. Επικεντρώνεται στις διαδικασίες του φυσικού στρώματος όπως η σύνθεση αποδοτικών





**Σχήμα 2.8:** Δομή του PHY ενός CR-SDR και περιοχές ενδιαφέροντος της διατριβής

και ασφαλών (σε θέματα παρεμβολής) κυματομορφών και κυρίως στην ανάλυση των κυματομορφών με την εξαγωγή στατιστικών συμπερασμάτων, ενώ δίνεται έμφαση σε θέματα συγχρονισμού και αποφυγής παρεμβολών. Ουσιαστικά αν απεικονιστεί η λειτουργία ενός CR-SDR συστήματος με το σχήμα 2.8 η διατριβή επικεντρώνεται στις περιοχές που βρίσκονται στα πλαίσια.

Τέλος πραγματοποιείται μια μελέτη για το MAC στρώμα με την πρόταση ενός διακοπτόμενου πρωτοκόλλου για καταναμημένες αρχιτεκτονικές Spectrum Pooling συστημάτων.

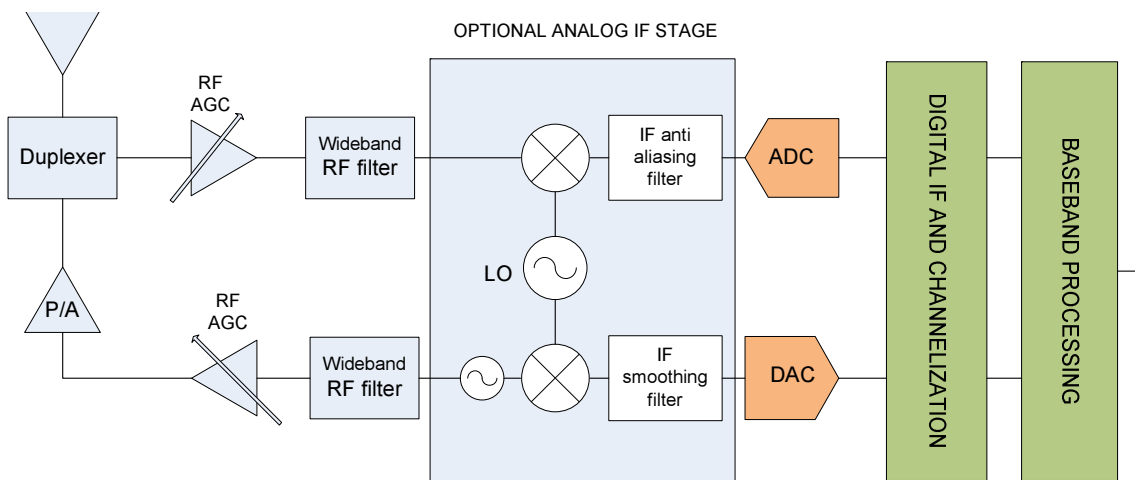
□



## Κεφάλαιο 3

# Επεξεργασία Σήματος Πολλαπλών Ρυθμών

Στο κεφάλαιο αυτό εισάγονται και αναλύονται έννοιες που χρησιμοποιούνται καθ' όλη τη διάρκεια της διατριβής και αφορούν τις αρχές και δομές της Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος Πολλαπλών Ρυθμών Δειγματοληψίας. Η εφαρμογή τέτοιων τεχνικών είναι απαραίτητη κυρίως στα πρώτα στάδια του Ψηφιακού Υποσυστήματος του Γνωστικού πομποδέκτη. Για να γίνει κατανοητό αυτό παρουσιάζεται ένα απλουστευμένο και γενικό μπλοκ διάγραμμα ενός SDR πομποδέκτη [46] σε μια υλοποιήσιμη υπόστασή του.



Σχήμα 3.1: Μπλοκ Διάγραμμα μιας γενικής SDR δομής πομποδέκτη

Συνοψίζοντας τα βασικά στάδια της αλυσίδας του σχήματος 3.1, ένας SDR πομποδέκτης αποτελείται από ένα περιορισμένο αναλογικό υποσύστημα το οποίο περιλαμβάνει κατ' ελάχιστο βαθμίδες ενίσχυσης (ενισχυτής ισχύος για τον πομπό και χαμηλού θορύβου για δέκτες), ενισχυτές αυτόματου ελέγχου κέρδους (Automatic Gain Control - AGC) και φιλτραρίσματα. Το κύριο χαρακτηριστικό των RF φίλτρων είναι η υπερευρυζωνικότητα για να παρέχεται η δυνατότητα στο CR για διαχείριση και λειτουργία σε μεγάλες φασματικές περιοχές. Το RF φίλτρο είναι πιθανό να είναι πολλαπλών ζωνών (multiband) ανάλογα με την εφαρμογή.

Το σήμα μετά το RF στάδιο οδηγείται σε μια αναλογική IF βαθμίδα όπου μετατίθεται φασματικά σε χαμηλότερη συχνότητα (Σχ. 3.1 Optional analog IF) ώστε να μετριαστεί η αυστηρότητα των απαιτούμενων προδιαγραφών του ADC καθώς μειώνεται η παραμόρφωση λόγω χρονικής αστά-

θειας (jitter) του ρολογιού του ADC που πραγματοποιεί την δειγματοληψία και η επίδραση της οποίας μεγαλώνει με την συχνότητα ([47]). Στην ιδανική αρχιτεκτονική αυτό το στάδιο δεν υφίσταται. Σε κάθε περίπτωση αποφεύγεται η χρήση προσαρμοσμένων (matched) φίλτρων σε υλικό αλλά απαιτείται η χρήση πολύ υψηλού ρυθμού δειγματοληψίας ώστε να είναι δυνατή η λήψη και η ανάπτυξη κυματομορφών προσαρμοσμένων χαρακτηριστικών σε μια μεγάλη ζώνη συχνοτήτων.

Εδώ προκύπτει και ένα βασικό πρόβλημα που αφορά την ανάπτυξη ρεαλιστικών δομών SDR. Θεωρώντας υποτυπώδεις διαδικασίες αποδιαμόρφωσης για ένα μόνο λαμβανόμενο κανάλι απαιτούνται τουλάχιστον 10 πράξεις/ενέργειες από την μονάδα επεξεργασίας, ενώ ένα σχετικά καλής συμπεριφοράς φίλτρο (πεπερασμένης FIR ή άπειρης IIR κρουστικής απόκρισης) απαιτεί για παράδειγμα 100 πράξεις/ενέργειες ανά δείγμα. Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται ADC με ρυθμό 100 MSamples/sec, απαιτείται από τον επεξεργαστή να πραγματοποιεί 10000 εκατομμύρια πράξεις/ενέργειες το δευτερόλεπτο, τη στιγμή που ένα υψηλής απόδοσης DSP (1200 MHz <http://focus.ti.com/docs/prod/folders/print/tms320c6455.html>) μπορεί να επιτύχει 9600 MMACs/sec (Million Multiplies-ACcumulates). Τα παραπάνω μεγέθη μάλιστα δεν περιλαμβάνουν καμία διαδικασία εκτίμησης, ισοστάθμισης, συγχρονισμού, κωδικοποίησης, διεμπλοκής κλπ οπότε είναι σαφές πως ο πραγματικός αριθμός μπορεί να είναι σε διαφορετική τάξη μεγέθους. Από την άλλη αν για παράδειγμα θεωρηθεί ψηφιοποίηση ενός μόνο ευρυζωνικού καναλιού, η υπολογιστική απαίτηση μειώνεται στο 1/10.

Από την παραπάνω ανάλυση είναι προφανές ότι οι πραγματικές δυσκολίες στην υλοποίηση ενός SDR όσον αφορά την μονάδα ψηφιακής επεξεργασίας σήματος, εντοπίζονται στην διαχείριση της πληροφορίας όλης της ζώνης που ψηφιοποιείται, δηλαδή την Digital IF βαθμίδα διαυλοποίησης, από την οποία απομονώνονται οι περιοχές που ενδιαφέρουν ανά περίπτωση. Για αυτό και το συγκεκριμένο ζήτημα έχει χαρακτηριστεί "the DSP bottleneck" (το "μποτιλιάρισμα" του DSP, [11], [46],[48])

Στην πραγματικότητα όμως ο πραγματικός αριθμός πράξεων στην μονάδα του χρόνου μπορεί να μειωθεί σε τέτοια επίπεδα ώστε οι στόχοι του SDR να γίνουν εφικτοί και υλοποιήσιμοι. Αυτό γιατί σε κάθε περίπτωση από την ψηφιοποιημένη πληροφορία, μόνο σε ένα μικρό μέρος περιέχεται ωφέλιμη για τη λειτουργία του πομποδέκτη πληροφορία, ενώ τα υπόλοιπα σήματα αποτελούν παρεμβολή. Ακόμη και οι διαδικασίες που οφείλουν να γίνονται σε όλη τη ζώνη συχνοτήτων λειτουργίας (όπως το Spectrum Sensing) δεν χρειάζεται να γίνονται στον ρυθμό της δειγματοληψίας αλλά σε πολύ μικρότερα χρονικά διαστήματα. Έτσι με χρήση κατάλληλων τεχνικών επεξεργασίας σήματος ([49], [50]) το υπολογιστικό φορτίο μπορεί να γίνει πολύ μικρό.

Μια Digital IF βαθμίδα περιέχει φίλτρα και ψηφιακούς μίκτες για την φασματική μετακίνηση και αποδιαμόρφωση των σημάτων. Δεδομένης όμως της μεγάλης τιμής του λόγου Ψηφιοποιημένης Ζώνης/Ζώνη Πληροφορίας, μπορούν να ενσωματωθούν στις αλυσίδες μίξης και φιλτραρίσματος, βαθμίδες υποβιβασμού δειγματοληψίας (downsampling ή αλλιώς αποδεκατισμού-decimation). Αντίστοιχα ο πομπός μπορεί να αρχίσει την μορφοποίηση της κυματομορφής σε χαμηλό ρυθμό και με βαθμίδες αναβιβασμού (upsampling) ή αλλιώς παρεμβολής (interpolation) να τις μεταφέρει στον υψηλό ρυθμό ώστε να οδηγηθούν στον DAC. Με αυτόν τον τρόπο το φιλτράρισμα γίνεται αποδοτικά και οι διάφορες συναρτήσεις επεξεργασίας πραγματοποιούνται στον ρυθμό που απαιτείται, παρακάμπτοντας την πλεονάζουσα και επιβλαβή ψηφιοποιημένη πληροφορία. Οι αρχές που διέπουν και ορίζουν αυτές τις ενέργειες αποτελούν ειδικό κεφάλαιο της θεωρίας Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος που ονομάζεται Επεξεργασία Σήματος Πολλαπλών Ρυθμών (Multirate Signal Processing). Οι αρχές αυτές είναι το αντικείμενο του συγκεκριμένου κεφαλαίου.

### 3.1 Βασικές Αρχές Επεξεργασίας Πολλαπλών Ρυθμών

Αρχικά αναφέρονται κάποιοι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται στο κεφάλαιο. Το  $W_M$  αντιπροσωπεύει τον εκθετικό μιγαδικό  $W_M = e^{(-j2\pi/M)}$ . Κατά συνέπεια οι σχέσεις:

$$\begin{aligned} X_k &= \sum_{n=0}^{M-1} x_n W_M^{kn} \\ x_n &= \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X_k W_M^{-kn} \end{aligned} \quad (3.1)$$

δίνουν τον ευθύ και τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier (DFT /IDFT).

Μια κρίσιμη ιδιότητα του  $W_M$  είναι ότι ισχύει:

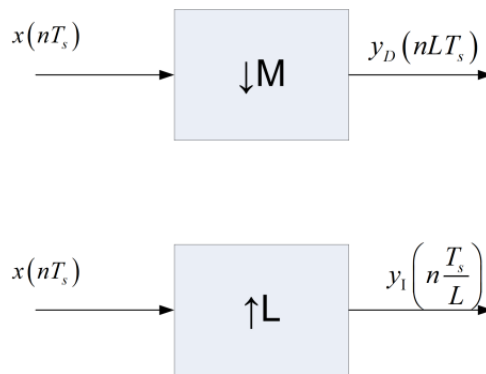
$$p(n) = \sum_{k=0}^{M-1} W_M^{kn} = \begin{cases} M & \text{for } k = aM \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.2)$$

με  $a$  ακέραιο. Επίσης το  $\mathbf{H}_*(\mathbf{z})$  είναι το διάνυσμα/πίνακας με συζυγείς μιγαδικούς συντελεστές αλλά όχι συζυγές  $z$ , το  $\mathbf{H}^*(\mathbf{z}) = \mathbf{H}_*(\mathbf{z}^*)$  είναι η συζυγής συνάρτηση μεταφοράς, ενώ  $\mathbf{H}^\dagger(\mathbf{z})$  είναι ο ερμιτιανός πίνακας/διάνυσμα (συζυγής και ανάστροφος).

#### 3.1.1 Αναβιβασμός, Υποβιβασμός

Οι δυο βασικές βαθμίδες σε multirate επεξεργασία σήματος είναι ο υποβιβαστής-downsampler και ο αναβιβαστής-upsampler, όπου  $T_s$  είναι η περίοδος δειγματοληψίας .

Όπως προκύπτει από το Σχ. 3.2, οι πολύ απλές σχέσεις εισόδου/εξόδου είναι οι παρακάτω:



Σχήμα 3.2: (a) Ο downsampler (b) Ο upsampler

$$y_D(n) = x(nM) \quad (3.3)$$

δηλαδή ο downsampler κρατάει ένα και απορρίπτει  $M - 1$  από τα εισερχόμενα δείγματα.

$$y_I(n) = \begin{cases} x\left(\frac{n}{L}\right) & \text{αν } n = aL, a \in \text{ακέραιος} \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (3.4)$$

ενώ ο upsampler παρεμβάλλει  $L - 1$  μηδενικά δείγματα για κάθε ένα δείγμα στην είσοδο του.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει ο μετασχηματισμός  $Z$  των παραπάνω μη γραμμικών σχέσεων εισόδου και εξόδου καθώς αναδεικνύει όλες τις επιπτώσεις που προκαλούνται από την χρήση των δυο βαθμίδων. Αρχίζοντας από τον upsampler προκύπτει εύκολα ότι αν  $n' = n/L$  (δηλαδή ο χρονικός

δείκτης έχει μεταφερθεί στην είσοδο):

$$y_I(n'L) = x(n') \Leftrightarrow Y_I(z^L) = X(z) \quad (3.5)$$

και αντίστοιχα προκύπτει ότι  $Y(W^{kL}) = X(W^k)$ , δηλαδή το  $Y_I$  είναι ουσιαστικά μια συμπιεσμένη κατά  $L$  φορές εκδοχή του  $X$  και ότι με αναφορά στην νέα συχνότητα δειγματοληψίας  $L$  είδωλα του  $X$  εμφανίζονται (φαινόμενο *imaging*).

Όσον αφορά τον *downsampler* ισχύει ότι:

$$y_D(n) = x(nM) \quad (3.6)$$

Ορίζεται και το μέγεθος  $\tilde{y}_D(n)$  ως

$$\tilde{y}_D(n) = \begin{cases} y_D(n/M) & \text{για } n = 0, \pm M, \pm 2M, \dots \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (3.7)$$

Από την σχέση αυτή προκύπτει ότι:

$$Y_D(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{y}_D(n) z^{-n/M} \quad (3.8)$$

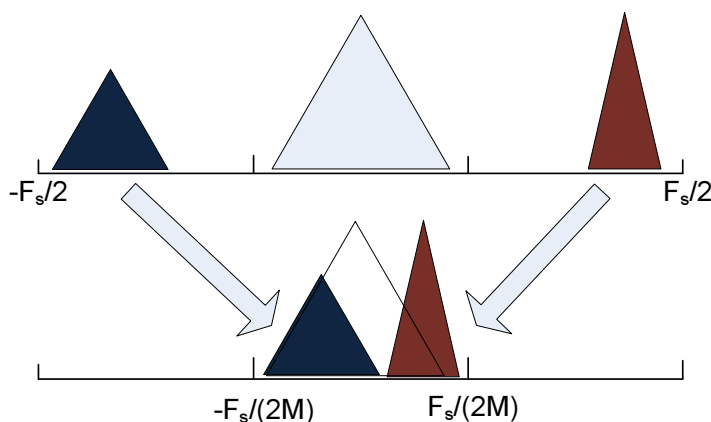
Το  $\tilde{y}_D$  μπορεί να γραφτεί με την χρήση της ακολουθίας παλμών  $p(n)$  της σχέσης (3.2) καθώς ισχύει ότι:  $\tilde{y}_D = x(n)p(n)$ . Συνδυάζοντας τα παραπάνω ισχύει ότι:

$$Y_D(z) = \frac{1}{M} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{M-1} e^{j2\pi \frac{kn}{M}} x(n) z^{-n/M} \quad (3.9)$$

Με χρήση της (3.2) καταλήγουμε στο τελικό αποτέλεσμα:

$$Y_D(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) (z^{1/M} W^k)^{-n} = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X(z^{1/M} W^k) \quad (3.10)$$

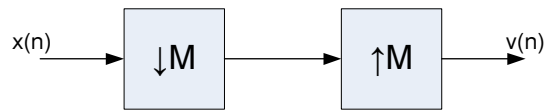
Η σχέση (3.10) δικαιολογεί και αποδεικνύει ευθέως το φαινόμενο της φασματικής αναδίπλωσης (*aliasing*) που πραγματοποιείται με τον αποδεκατισμό του σήματος



**Σχήμα 3.3:** Το φαινόμενο του *aliasing* σε αποδεκατισμό με  $M=3$

Το *aliasing* και το *imaging* είναι πρακτικά δυο δυικές διαδικασίες. Έχουν όμως μια βασική διαφορά. Το *imaging* δεν έχει ως αποτέλεσμα την απώλεια της πληροφορίας, αλλά απαιτεί κάποια

επιπλέον θήματα για την ανάκτηση της. Το aliasing όμως, από τη στιγμή που πραγματοποιείται μπορεί να προκαλεί απώλεια πληροφορίας λόγω της επικάλυψης των αναδιπλωμένων φασματικά σημάτων. Η διασύνδεση μεταξύ δυο βαθμίδων αποδεκατισμού κατά  $M$  και άνω μετατροπής κατά

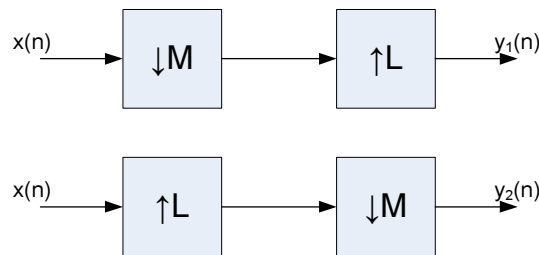


**Σχήμα 3.4:** Διασύνδεση  $M$  decimation- $M$  interpolation βαθμίδων

$M$  δεν έχουν συμπληρωματική σχέση. Αυτό σημαίνει πως δεν ισχύει γενικά ότι  $v(n) = x(n)$ . Αποδεικνύεται πως η σχέση εξόδου-εισόδου για το σχ.3.4 δίνεται από την σχέση:

$$V(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X(zW_M^k)$$

Επίσης αποδεικνύεται πως δεν ισχύει η αντιμετάθεση μεταξύ decimation - interpolation βαθμίδων. Εξετάζοντας το σχ. 3.5 αποδεικνύεται πως οι έξοδοι δίνονται από τις σχέσεις:



**Σχήμα 3.5:** Αντιμετάθεση βαθμίδων αλλαγής ρυθμού δειγματοληψίας

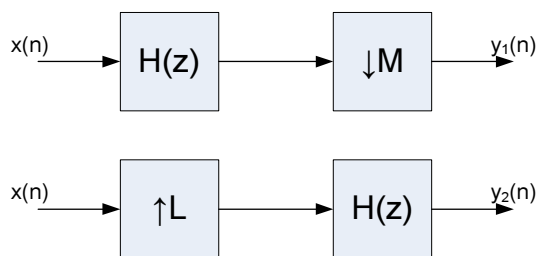
$$Y_1(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X(z^{L/M} W_M^k)$$

$$Y_2(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X(z^{L/M} W_M^{kL})$$

Το ερώτημα που προκύπτει είναι υπό ποιές συνθήκες ισχύει η αντιμετάθεση δηλαδή πότε ισχύει ότι  $Y_1(z) = Y_2(z)$ . Αν εξεταστούν οι συνθήκες της ισότητας αποδεικνύεται πως η αντιμετάθεση ισχύει όταν  $Lk \neq \alpha M$  που σημαίνει ότι η ιδιότητα της αντιμετάθεσης ισχύει μόνο όταν οι παράγοντες  $L, M$  είναι σχετικά πρώτοι αριθμοί (δηλαδή δεν έχουν κοινό διαιρέτη).

### 3.1.2 Φίλτρα

Για να αποφευχθεί το φαινόμενο του aliasing και για να εξαλειφθούν τα είδωλα που προκύπτουν (imaging), μαζί με τις βαθμίδες μετατροπής ρυθμού, χρησιμοποιούνται φίλτρα. Με κατάλληλη επιλογή ζωνοπερατού/βαθυπερατού φίλτρου μπορούν να εκμηδενιστούν πριν τον αποδεκατισμό τα σήματα που βρίσκονται στις φασματικές ζώνες που αναδιπλώνονται (βλ. σχ. 3.3) και ακολούθως να μην πραγματοποιείται παρεμβολή στο ωφέλιμο σήμα. Πχ με επιλογή ενός βαθυπερατού φίλτρου στη ζώνη  $[-F_s/(2M) F_s/(2M)]$  θα εκμηδενιστούν τα σήματα με φασματικό περιεχόμενο εκτός της ζώνης και θα αποφευχθεί το aliasing. Επίσης αν μετά την διαδικασία της άνω μετατροπής του ρυθμού δειγματοληψίας, χρησιμοποιηθεί κατάλληλο φίλτρο που εξουδετερώνει τα είδωλα που προκύπτουν (πλην αυτού που μας ενδιαφέρει), τότε αντίστοιχα εξουδετερώνεται το φαινόμενο του imaging.

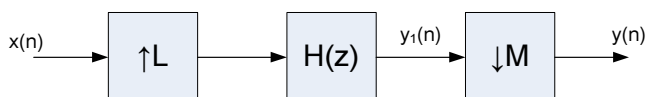


**Σχήμα 3.6:** Χρήση φίλτρων για την καταπολέμηση των φαινομένων α)aliasing και β)imaging

Τα παραπάνω συμπεράσματα οδηγούν στη διαπίστωση ότι για την ορθή λειτουργία των διαδικασιών μετατροπής του ρυθμού δειγματοληψίας, οι βαθμίδες decimation, interpolation πρέπει να συνδυάζονται με κατάλληλα φίλτρα. Μάλιστα μια απλή παρατήρηση φανερώνει πως το φιλτράρισμα για να έχει τα επιθυμητά αποτελέσματα πρέπει να γίνεται στον υψηλότερο ρυθμό δειγματοληψίας και στις δυο περιπτώσεις.

### 3.1.3 Κλασματική Αλλαγή Ρυθμού δειγματοληψίας

Στις προηγούμενες παραγράφους παρουσιάστηκαν οι μέθοδοι μετατροπής του ρυθμού κατά ακέραιο παράγοντα (είτε μείωση, είτε αύξηση). Η Κλασματική Αλλαγή Ρυθμού δειγματοληψίας (Fractional Rate Conversion - FRC) πραγματοποιείται σαν συστοιχία κατάλληλα επιλεγμένων βαθμίδων decimation, φιλτραρίσματος και interpolation. Σύμφωνα με τα προηγούμενα μπορεί να αποδειχθεί ότι η διάταξη του σχ.3.7 πραγματοποιεί αλλαγή του ρυθμού κατά τον κλασματικό παράγοντα  $L/M$ . Μετά από μια λογική διερεύνηση του διαγράμματος μπορεί να διαπιστωθεί πως



**Σχήμα 3.7:** Διάταξη αλλαγής ρυθμού κατά κλασματικό παράγοντα  $L/M$

το φίλτρο  $H(z)$  είναι βαθυπερατό για την ζώνη  $F_s/X$  όπου  $X$  ο μικρότερος παράγοντας μεταξύ των  $L, M$  ( $F_s$  η αρχική συχνότητα δειγματοληψίας).

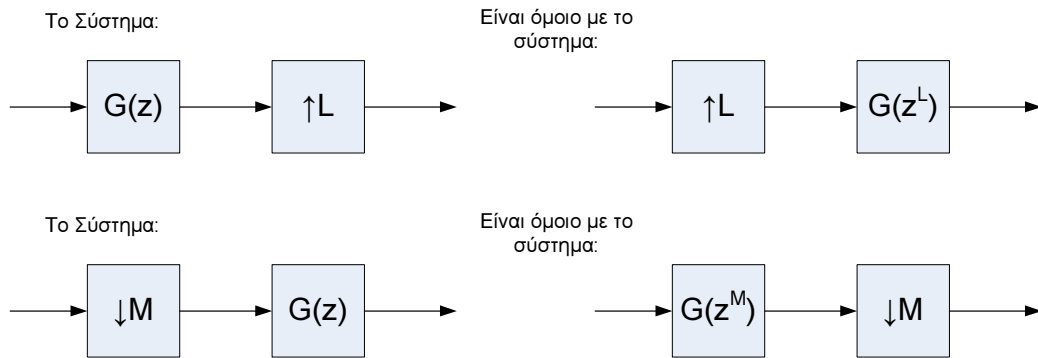
#### 3.1.3.1 "Ευγενείς" Ταυτότητες (Noble Identities)

Οι δυο πολύ βασικές ταυτότητες που χρησιμοποιούνται κατά κόρον στα συστήματα με πολλαπλούς ρυθμούς δειγματοληψίας και ονομάζονται "ευγενείς" (noble) παρουσιάζονται σχηματικά στο σχ.3.8. Οι σχέσεις αυτές οδηγούν στο συμπέρασμα πως αν τα Decimation, Interpolation φίλτρα του σχ. 3.6 μπορούν να γραφτούν υπό τη μορφή  $G(z^x)$  τότε μπορούν να μετατεθούν στον πιο αργό ρυθμό επεξεργασίας σύμφωνα με το σχ. 3.8.

### 3.1.4 Η μετατόπιση (offset) αναβιβασμού - υποβιβασμού

Στα παραδείγματα που παρουσιάστηκαν για τον ορισμό των διαδικασιών θεωρήθηκε ότι το πρώτο δείγμα σήματος είναι αυτό που συμμετέχει στη διαδικασία υποβιβασμού ή αναβιβασμού. Είναι πολύ πιθανό να είναι επιθυμητή η εισαγωγή κάποιας μετατόπισης (offset) στη διαδικασία, έτσι ώστε π.χ. να απομονωθεί συγκεκριμένο δείγμα κατά τον υποβιβασμό. Το offset αλλαγής δειγ-





Σχήμα 3.8: "Ευγενείς" ταυτότητες

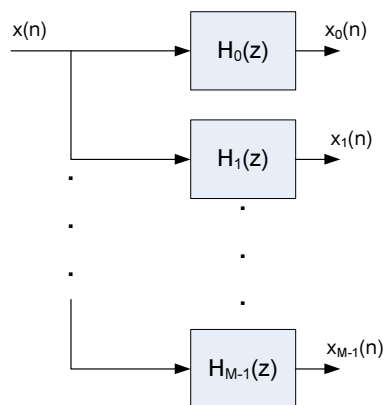
ματοληψίας είναι κατά συνέπεια μια καθυστέρηση που πραγματοποιεί την ακόλουθη διαδικασία:

$$y_D(n) = x(Mn + \delta)$$

$$y_I(Mn + \delta) = x(n)$$

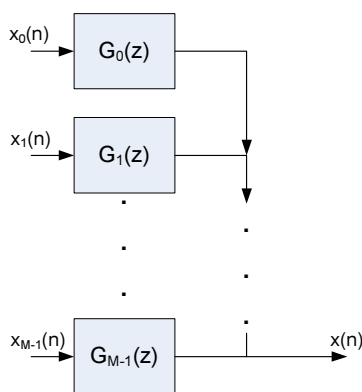
### 3.2 Συγκροτήματα Φίλτρων για Ανάλυση και Σύνθεση - Πολυφασικά φίλτρα

Ως συγκρότημα φίλτρων (Filter Bank) ορίζεται μια ομάδα φίλτρων που πραγματοποιεί παράλληλη επεξεργασία ενός ή περισσότερων σημάτων με σκοπό την ανάλυση ή αντίστοιχα σύνθεση κυματομορφών. Η ορολογία τράπεζα φίλτρων χρησιμοποιείται επίσης για την περιγραφή των δομών αυτών αλλά δεν προτιμήθηκε γενικά κατά τη συγγραφή της διατριβής. Ο όρος συστοιχία φίλτρων από την άλλη περιγράφει μια σειριακή διαδοχή φίλτρων. Ως φίλτρο ανάλυσης ορίζεται το συγκρότημα φίλτρων που διασπά το σήμα εισόδου σε  $M$  σήματα κάθε ένα από τα οποία καταλαμβάνει μια υποζώνη του αρχικού σήματος. Δηλαδή υπό μια έννοια το σήμα εισόδου αναλύεται σε  $M$  σήματα (σχ. 3.9). Η ομάδα φίλτρων που συνδυάζει  $M$  σήματα που καταλαμβάνουν  $M$  υποζώνες



Σχήμα 3.9: Συγκρότημα φίλτρων ανάλυσης

στο πεδίο της συχνότητας σε ένα σήμα ονομάζεται συγκρότημα φίλτρων Σύνθεσης (σχ. 3.10). Τα συγκροτήματα σύνθεσης συνήθως χρησιμοποιούνται σαν ζεύγος με τα αντίστοιχα συγκροτήματα ανάλυσης. Στην περίπτωση που έχουμε μια τράπεζα φίλτρων όπου τα φίλτρα  $H_k(z)$  χωρίζουν την συνολική ζώνη σε φασματικά ίσες και ομοιόμορφες ζώνες, τότε το συγκρότημα φίλτρων ονομάζεται **ομοιόμορφο (uniform)**.



Σχήμα 3.10: Συγκρότημα φίλτρων σύνθεσης

Αν εν συνεχεία, στην ομοιόμορφη τράπεζα φίλτρων τα φίλτρα  $H_k(z)$  προκύπτουν από ένα αρχικό, πρότυπο βαθυπερατό φίλτρο  $H_0(z)$  με ομοιόμορφη φασματική μετατόπιση του κατά  $1/M$  (στο πεδίο της κανονικοποιημένης συχνότητας), τότε το συγκρότημα φίλτρων ονομάζεται **ομοιόμορφο DFT συγκρότημα**. Σε αυτή την περίπτωση τα φίλτρα του συγκροτήματος σύνθεσης ή ανάλυσης δίνονται από τις σχέσεις:

$$H_k(z) = H_0(zW^k)$$

$$H_k(e^{j\omega}) = H_0(e^{j(\omega - 2\pi k/M)})$$

Ο λόγος της ονομασίας DFT συγκροτήματος φίλτρων μπορεί να γίνει αντιληπτή με βάση τις παραπάνω σχέσεις, αλλά γίνεται ξεκάθαρος στις επόμενες παραγράφους.

### 3.2.1 Πολυφασική αποσύνθεση FIR φίλτρων

Η μέθοδος της Πολυφασικής αποσύνθεσης (Polyphase decomposition) ενός FIR φίλτρου μπορεί εύκολα να γίνει αντιληπτή με ένα παράδειγμα αποσύνθεσης για  $M = 2$ . Ο μετασχηματισμός  $Z$  ενός FIR φίλτρου δίνεται από τη σχέση:

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)z^{-n} \tag{3.11}$$

Αν η έκφραση της (3.11) χωριστεί έτσι ώστε:

$$E_0(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(2n)z^{-n}$$

$$E_1(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(2n+1)z^{-n}$$
(3.12)

τότε το FIR φίλτρο μπορεί ισοδύναμα να δίνεται από την σχέση:

$$H(z) = E_0(z^2) + z^{-1}E_1(z^2) \tag{3.13}$$

Γενικά για οποιοδήποτε  $M$ , με παρόμοια ανάλυση προκύπτει ότι η Πολυφασική αποσύνθεση ενός FIR φίλτρου δίνεται από τις σχέσεις:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} E_k(z^M)z^{-k}$$

όπου:

$$E_k(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(nM + k)z^{-n}$$
(3.14)

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι λόγω της απλής ανάλυσης η Πολυφασική αποσύνθεση αναφέρεται συνήθως σε FIR φίλτρα. Όμως μπορεί να πραγματοποιηθεί και για οικογένειες IIR φίλτρων, αν αυτά μπορούν να γραφτούν σαν άθροισμα στοιχειωδών ολοπερατών φίλτρων ([49]). Γενικά στο συγκεκριμένο κείμενο θα γίνεται αναφορά σε FIR φίλτρα, αλλά πρέπει να είναι γνωστό πως και IIR φίλτρα μπορούν να πάρουν αυτή την μορφή, όπου τα φίλτρα  $E_k(z)$  είναι ολοπερατά IIR.

Η πολυφασική αναπαράσταση της (3.14) ονομάζεται πολυφασική δομή 1ου τύπου και στο πεδίο του διακριτού χρόνου περιγράφει τον ακόλουθο διαχωρισμό:

$$e_i(n) = h(Mn + i)$$

Η αναπαράσταση με 1ου τύπου πολυφασικές συνιστώσες χρησιμοποιείται συνήθως για την περιγραφή διαδικασιών αποδεκατισμού καθώς εξυπηρετεί. Μια διαφορετική αναπαράσταση που ονομάζεται πολυφασική αναπαράσταση 2ου τύπου είναι η ακόλουθη:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} z^{-(M-1-k)} R_k(z^M)$$
(3.15)

όπου ουσιαστικά έχει γίνει για λόγους ευκολίας η ακόλουθη αλλαγή συμβολισμού:  $R_k = E_{M-1-k}$ . Ανάλογα ορίζονται τα πολυφασικά φίλτρα 3ου τύπου ως εξής:

$$e_i^{(3)}(n) = h(Mn - i)$$

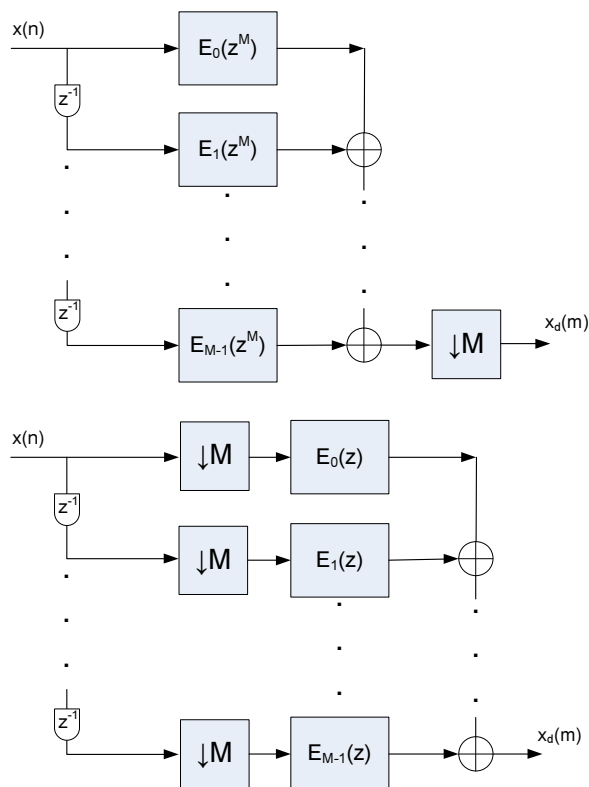
$$e_i^{(3)}(n) = \begin{cases} e_i^{(1)}(n), & i = 0 \\ e_{M-i}^{(1)}(n-1), & i \neq 0 \end{cases}, \quad E_i^{(3)}(z) = \begin{cases} E_i^{(1)}(z), & i = 0 \\ z^{-1} E_{M-i}^{(1)}(z), & i \neq 0 \end{cases}$$
(3.16)

όπου ο δείκτης χρησιμοποιείται για να διακρίνει τις αναπαραστάσεις.

**Πολυφασική αποσύνθεση σε Συστήματα Αλλαγής Ρυθμού Δειγματοληψίας** Ας υποθέσουμε ότι επιδιώκουμε αποδεκατισμό κατά  $M$  του βαθυπερατού σήματος εισόδου με το FIR φίλτρο  $H$  (όπως παρουσιάζεται στο σχ.3.6). Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής:

- Το φίλτρο αναπαριστάται στην Πολυφασική δομή του. (σχ. 3.11α)
- Με χρήση των "ευγενών" ταυτοτήτων μεταφέρονται οι βαθμίδες κάτω μετατροπής στην είσοδο του συγκροτήματος. (σχ. 3.11β)

Το όφελος που προκύπτει από αυτή την μετατροπή είναι υπολογιστικό και ιδιαίτερος σημαντικό. Με την αρχική δομή το φιλτράρισμα γίνεται στον υψηλό ρυθμό με αποτέλεσμα να απαιτούνται  $N$  (αν  $N$  οι συντελεστές του φίλτρου) πολλαπλασιασμοί και  $N - 1$  προσθέσεις ανά δείγμα εισόδου. Όμως με αυτόν τον τρόπο υπολογίζονται και δείγματα εξόδου τα οποία θα απορριφθούν από την βαθμίδα αποδεκατισμού, με αποτέλεσμα το υπολογιστικό φορτίο που απαιτείται να είναι δυσανάλογο. Από την άλλη με την χρήση της Πολυφασικής δομής επιτυγχάνεται η μεταφορά των βαθμίδων αποδεκατισμού στην είσοδο με αποτέλεσμα το φιλτράρισμα στις πολυφασικές συνιστώσες

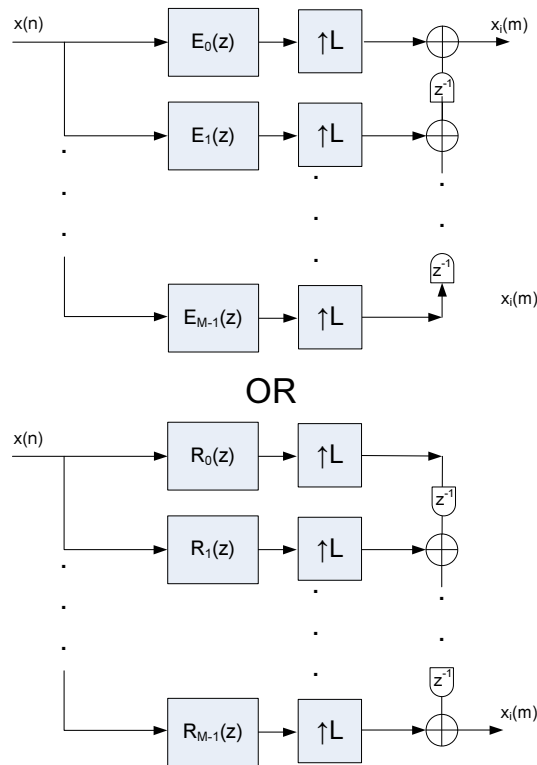


**Σχήμα 3.11:** Πολυφασική αποσύνδεση φίλτρου και Αποδεκατισμός α) Αρχική κατάσταση β) Μετακίνηση των βαθμίδων αποδεκατισμού στην είσοδο

να πραγματοποιείται στον χαμηλό ρυθμό δειγματοληψίας. Σε αυτή την περίπτωση οι πολλαπλασιασμοί και οι προσθέσεις που απαιτούνται είναι  $N/M$  και  $(N - 1)/M$  ανά δείγμα εισόδου. Το υπολογιστικό όφελος είναι αδιαμφισβήτητο και προκύπτει με πολύ απλές διαδικασίες. Αντίστοιχα για την περίπτωση του interpolation η πολυφασική δομή είναι αυτή του σχήματος 3.12. Και σε αυτή την περίπτωση το φιλτράρισμα πραγματοποιείται στον χαμηλό ρυθμό.

**Μοντέλα Μεταγωγής - Commutator models** Στα παραπάνω συγκροτήματα χρησιμοποιούνται  $M - 1$  (ή  $L - 1$ ) στοιχεία καθυστέρησης. Είναι δυνατό όμως αντί της χρήσης των στοιχείων καθυστέρησης και των βαθμίδων μετατροπής ρυθμού να χρησιμοποιηθούν απλοί λογικοί διακόπτες που πραγματοποιούν αυτή τη διαδικασία. Το μοντέλο για την περίπτωση του αποδεκατισμού παρουσιάζεται στο σχ. 3.13 Όπως φαίνεται είναι δυνατή η αντικατάσταση των καθυστερήσεων και των αποδεκατιστών από έναν απλό διακόπτη που κινείται ανθρωπολογικά (ή ωρολογιακά αν χρησιμοποιηθεί η απεικόνιση  $R_k$  ή τρίτου τύπου) με βάση το ρολόι του υψηλού ρυθμού δειγματοληψίας. Κάθε εισερχόμενο δείγμα μεταγεται και φιλτράρεται από διαφορετικό διαδοχικά πολυφασικό φίλτρο.

**Πολυφασική δομή σε Κλασματική μετατροπή** Με μια πρώτη ανάγνωση του σχ. 3.7 μπορεί να βγει το συμπέρασμα ότι σε έναν Κλασματικό μετατροπέα ρυθμού δειγματοληψίας, είναι δυνατή η εκμετάλλευση μόνο του decimator ή του interpolator για την μείωση του υπολογιστικού φορτίου. Το παράδειγμα αυτό παρουσιάζεται στο σχ. 3.14. Όμως στην περίπτωση που οι παράγοντες  $L, M$  είναι σχετικά πρώτοι, ώστε να μπορεί να γίνει εκμεταλλεύσιμη η ιδιότητα αντιμετάθεσης (σχ. 3.5) μπορεί να υπάρξει μεγαλύτερη ακόμη βελτίωση. Σε αυτή την περίπτωση ισχύει επίσης η Ευκλείδεια σχέση ότι αν  $L, M$  δεν έχουν κοινό διαιρέτη, τότε υπάρχουν δυο ακέραιοι  $n_0, n_1$  για



**Σχήμα 3.12:** Πολυφασική αποσύνθεση φίλτρου και Interpolation α) Τύπου 1 β) Τύπου 2

τους οποίους ισχύει η ισότητα:  $1 = -n_0L + n_1M$  και κατά συνέπεια  $z^{-1} = z^{n_0L}z^{n_1M}$ . Ξεκινώντας από τη διάταξη του σχ. 3.14, με αντικατάσταση του στοιχείου καθυστέρησης  $z^{-1} = z^{n_0L}z^{n_1M}$  και μετά από λογικές διαρρυθμίσεις, προκύπτει η παρακάτω πολυφασική δομή για τους κλασματικούς μετατροπείς (σχ. 3.15). Με χρήση της δομής του σχ. 3.15 όλοι οι πολλαπλασιασμοί και οι προσθέσεις πραγματοποιούνται στον χαμηλότερο δυνατό ρυθμό. Παρόμοια δομή μπορεί να προκύψει και για πολυφασικά φίλτρα τύπου  $R_k$  ή 3ου τύπου.

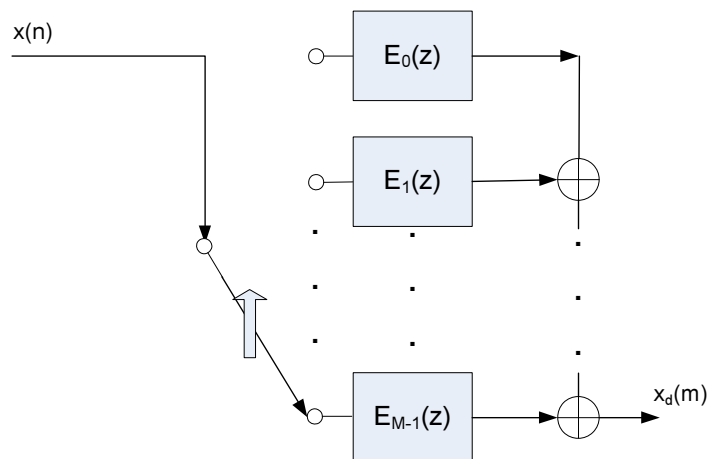
### 3.2.1.1 Πολυφασική Δομή Ομοιόμορφου DFT συγκροτήματος Φίλτρων

Έστω ότι αναπτύσσεται ένα ομοιόμορφο συγκρότημα φίλτρων ανάλυσης που διαχωρίζει την συνολική ζώνη σε  $1/M$  ίσες φασματικά ζώνες. Ως φίλτρα ανάλυσης, καθώς δεν υπάρχει κάποιος λόγος που να υποδεικνύει το αντίθετο, επιλέγονται διαμορφωμένες εκδόσεις ενός κατάλληλα επιλεγμένου βαθυπερατού φίλτρου  $H_0$ . Υπό αυτή την έννοια ισχύει ότι  $H_k(z) = H_0(zW_M^k)$  και σύμφωνα με τα προηγούμενα  $H_0(z) = \sum_{n=0}^{M-1} E_n(z^M)z^{-n}$ . Έτσι και δεδομένου ότι ισχύει  $W_M^{kM} = 1$  προκύπτει ότι:

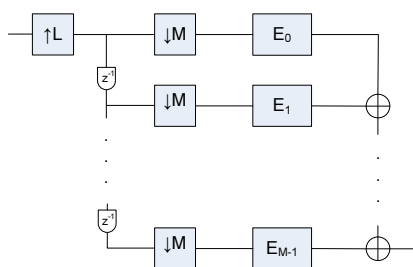
$$\begin{aligned}
 H_k(z) &= \sum_{n=0}^{M-1} E_n(z^M W_M^{kM}) z^{-n} W_M^{-kn} \\
 H_k(z) &= \sum_{n=0}^{M-1} E_n(z^M) z^{-n} W_M^{-kn}
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$

Το τελευταίο άθροισμα θυμίζει τον Αντίστροφο Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier - IDFT  $M$  σημείων των πολυφασικών συνιστωσών  $E_n$ . Δηλαδή το φίλτρο  $H_k(z)$  προκύπτει ως το αποτέλεσμα του  $M$ -IDFT στο σημείο  $k$ . Αυτό σημαίνει πως οι  $M$  έξοδοι του  $M$ -IDFT των πολυφασικών συνιστωσών θα δώσουν ταυτόχρονα όλα τα φίλτρα του συγκροτήματος ανάλυσης όπως υποδεικνύει το σχ. 3.16.

Οι βαθμίδες αποδεκατισμού μπορούν να περάσουν ανεπηρέαστες μέσα από τον DFT. Αυτό



**Σχήμα 3.13:** Πολυφασική δομή φίλτρου και Αποδεκατισμού με χρήση του μοντέλου μεταγωγής



**Σχήμα 3.14:** Μείωση του υπολογιστικού φορτίου σε Κλασματική μετατροπή με εκμετάλλευση μόνο του Αποδεκατισμού

συμβαίνει λόγω της περιοδικότητας του  $W_M$ . Δηλαδή είτε ο χρονικός δείκτης είναι  $2M + x$  (χωρίς αποδεκατισμό) είτε είναι  $x$  (με  $M$ -αποδεκατισμό), το αποτέλεσμα του DFT είναι σωστό. Παράλληλα ο DFT πραγματοποιείται στον χαμηλό ρυθμό, μειώνοντας έτσι κατά πολύ την υπολογιστική πολυπλοκότητα. Με αυτό το δεδομένο και χρησιμοποιώντας τις "ευγενείς" ταυτότητες προκύπτει η δομή του σχήματος 3.17. Τα πλεονεκτήματα της δομής του σχ. 3.17 είναι αδιαμφισβήτητα και μπορούν να συνοψιστούν στα ακόλουθα σημεία:

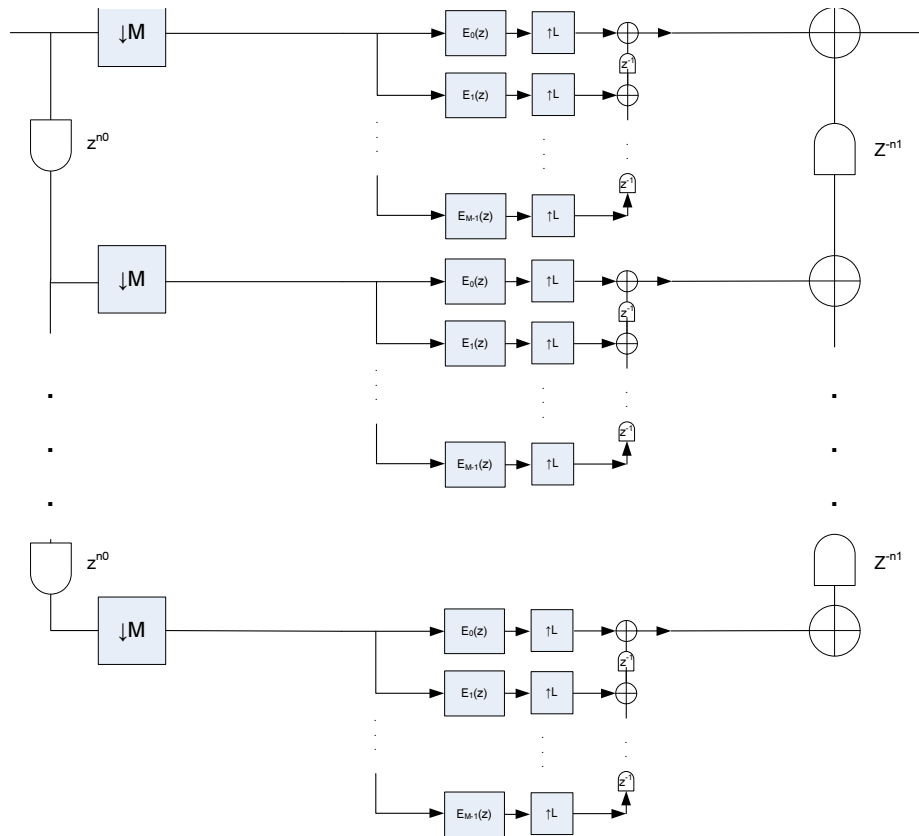
- Το φιλτράρισμα γίνεται στην υπολογιστικά αποδοτική πολυφασική δομή με συνολική μείωση του υπολογιστικού κόστους κατά  $M$ .
- Αντί της πραγματοποίησης  $M$  διαδικασιών φιλτράρισματος, πραγματοποιείται 1 μόνο φιλτράρισμα με το βαθυπερατό πρότυπο φίλτρο.
- Το επιπλέον κόστος για την εξαγωγή των υπολοίπων ζωνών του συγκροτήματος ανάλυσης είναι μόνο ένας DFT για κάθε  $M$  δείγματα. Δηλαδή απαιτούνται μόλις  $\log_2(M)/2$  επιπλέον πολλαπλασιασμοί ανά εισερχόμενο δείγμα.

### 3.3 Ειδικόί τύποι φίλτρων χρήσιμοι σε διαδικασίες Διαυλοποίησης

#### 3.3.1 Φίλτρα μισής ζώνης (Half band filters) και Nyquist

Τα φίλτρα μισής ζώνης έχουν τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Χωρίζουν την διαθέσιμη ζώνη σε δυο ίσες υποζώνες.



**Σχήμα 3.15:** Βέλτιστη πολυφασική δομή για Κλασματικό μετατροπέα με  $L, M$  σχετικά πρώτους

- Τα  $\omega_p, \omega_s$ , δηλαδή οι γωνιακές συχνότητες διέλευσης και αποκοπής ισαπέχουν από το  $\pi/2$  και  $\omega_p + \omega_s = \pi$ .
- Η κυμάτωση (ripple) στην ζώνη διέλευσης  $\delta_p$  και στη ζώνη αποκοπής  $\delta_s$  είναι η ίδια.

Τα φίλτρα με αυτές τις ιδιότητες ικανοποιούν την συνθήκη:

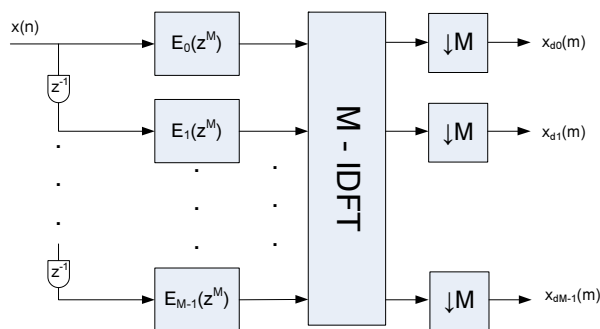
$$h(2n) = \begin{cases} c & \text{αν } n = 0 \\ 0 & \text{για } n \neq 0 \end{cases}$$

δηλαδή οι άρτιοι συντελεστές τους είναι μηδενικοί εκτός από τον συντελεστή  $h(0)$ . Αν γραφτεί το φίλτρο στην πολυφασική μορφή του τότε ισχύει ότι:

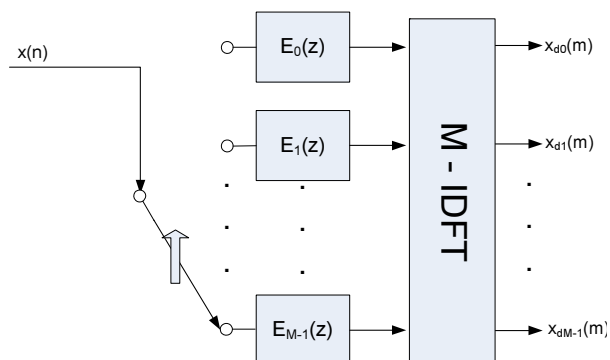
$$H(z) = \sum_{n=0}^1 E_n(z^2)z^{-n} = E_1(z^2)z^{-1} + c$$

Επίσης το φίλτρο  $H(-z)$  προκύπτει ίσο με  $H(-z) = -E_1(z^2)z^{-1} + c = 2c - H(z)$  που σημαίνει ότι το  $H(-z)$  είναι το συμπληρωματικό υπερερατό φίλτρο του  $H(z)$  και ότι μπορεί η έξοδος και των δυο φίλτρων να υπολογίζεται με μια επιπλέον πρόσθεση. Τα ουσιαστικά οφέλη αυτών των φίλτρων είναι ότι:

- Απαιτούνται οι μισοί πολλαπλασιασμοί καθώς το αποτέλεσμα για τα άρτια δείγματα είναι εκ των προτέρων γνωστό.
- Μπορεί με μια επιπλέον πράξη ανά δείγμα να υπολογίζεται και η έξοδος του αντίστοιχου υπερερατού φίλτρου.



Σχήμα 3.16: DFT συγκρότημα φίλτρων με πολυφασική δομή



Σχήμα 3.17: DFT συγκρότημα φίλτρων με πολυφασική δομή και υπολογιστική αποδοτικότητα

- Πρόκειται για φίλτρο Nyquist, δηλαδή στην περίπτωση που χρησιμοποιηθεί ως interpolator εξασφαλίζει τη μετάδοση χωρίς Διασυμβολική παρεμβολή (ISI) λόγω των μηδενισμών. Τα Nyquist φίλτρα παρουσιάζουν εξασθένιση 0.5 στην συχνότητα  $\pi/M$  (στη συγκεκριμένη περίπτωση  $\pi/2$ ).

Τα Nyquist φίλτρα κατά αναλογία έχουν την ιδιότητα:

$$h(Mn) = \begin{cases} c & \text{αν } n = 0 \\ 0 & \text{για } n \neq 0 \end{cases}$$

και χρησιμοποιούνται συνήθως ως προσαρμοσμένα matched φίλτρα μορφοποίησης καθώς εξασφαλίζουν μετάδοση χωρίς διασυμβολική παρεμβολή. Προφανώς όσο ο παράγοντας  $M$  μεγαλώνει, το υπολογιστικό όφελος λόγω των μηδενισμών μικραίνει. Επίσης κατ' αναλογία ισχύει:

$$\sum_{k=0}^{M-1} H(zW_M^k) = Mc$$

Ειδικό ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα FIR φίλτρα ρίζας-Nyquist  $M$  ζωνών. Τα φίλτρα αυτά έχουν την ιδιότητα, η συνέλιξη με τον ανεστραμμένο χρονικά και μιγαδικό συζυγή εαυτό τους να σχηματίζει φίλτρο Nyquist. Για την ακρίβεια και καθώς τα FIR φίλτρα που χρησιμοποιούνται είναι κατά κανόνα πραγματικά και συμμετρικά ώστε να έχουν γραμμική φάση πρόκειται για συνέλιξη με τον εαυτό τους. Τα φίλτρα ρίζας Nyquist χρησιμοποιούνται σε πομπό και δέκτη αντίστοιχα, σχηματίζοντας ένα ταιριασμένο χωρίς ISI σύστημα για AWGN κανάλια.



### 3.3.2 QMF συγκρότημα φίλτρων

Ένα QMF συγκρότημα φίλτρων αποτελείται από ένα συγκρότημα ανάλυσης και σύνθεσης με κύριο σκοπό την ελαχιστοποίηση του σφάλματος ανακατασκευής του σήματος. Οι ιδιότητες του συγκροτήματος είναι οι ακόλουθες:

- Επιτρέπει την αλληλοκάλυψη μεταξύ των φίλτρων ανάλυσης/σύνθεσης, ώστε να μην προκληθεί ανεπανόρθωτη εξασθένηση σε καμία συχνότητα του σήματος.
- Κατά συνέπεια τα φίλτρα ανάλυσης επιτρέπουν τη δημιουργία aliasing. Αυτό σημαίνει πως τα φίλτρα σύνθεσης θα πρέπει να είναι κατάλληλα ώστε να εξουδετερώνουν το aliasing.

Γενικά λοιπόν επιτρέπεται το aliasing κατά την ανάλυση από τα φίλτρα  $H_k$ , αλλά χρησιμοποιούνται τα φίλτρα σύνθεσης  $F_k$ , ώστε να συνδυάζονται οι έξοδοι και να περιορίζεται, να ελαχιστοποιείται είτε να εξουδετερώνεται πλήρως η παραμόρφωση του σήματος. Το ανακατασκευασμένο σήμα αφού διέλθει από το QMF συγκρότημα έχει την εξής μορφή (με χρήση των βασικών σχέσεων επεξεργασίας):

$$\hat{X}(z) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{M-1} F_i(z) H_i(z W_M^k) X(z W_M^k) \quad (3.18)$$

Στην απλούστερη περίπτωση, για  $M = 2$ , ισχύει σύμφωνα με την (3.18) ότι:

$$\hat{X}(z) = \frac{1}{2} [F_0(z) H_0(z) + F_1(z) H_1(z)] X(z) + \frac{1}{2} [F_0(z) H_0(-z) + F_1(z) H_1(-z)] X(-z) \quad (3.19)$$

Η παραμόρφωση λόγω aliasing είναι ο δεύτερος προσθετός που συμπεριλαμβάνει το  $X(-z)$ . Για να εξαλειφθεί αυτός ο όρος προκύπτει απευθείας ότι πρέπει:

$$\begin{aligned} F_0(z) &= H_1(-z) \\ F_1(z) &= -H_0(-z) \end{aligned}$$

Με αυτή την επιλογή, η έξοδος του συγκροτήματος είναι  $\hat{X}(z) = T(z)X(z)$  με:

$$T(z) = 0.5[H_0(z)H_1(-z) - H_1(z)H_0(-z)]$$

Η παραπάνω συνθήκη δεν αρκεί για την τέλεια ανακατασκευή. Αυτό γιατί ενδέχεται να υπάρχει παραμόρφωση πλάτους ή/και φάσης. Αυτό σημαίνει πως η επιπλέον συνθήκη είναι ότι το  $T(z)$  πρέπει να είναι ολοπερατό FIR ώστε να εξασφαλίζεται ότι δεν υπάρχει παραμόρφωση. Όσον αφορά την φάση, η επιλογή των φίλτρων  $H_0, H_1$  να είναι FIR, εξασφαλίζει και την γραμμικότητα της φάσης.

Στην περίπτωση που το φίλτρο  $H_1$  επιλεγεί ως διαμορφωμένη εκδοχή του  $H_0$  δηλαδή  $H_1 = H_0(-z)$ , τότε ισχύει ότι:

$$T(z) = 2z^{-1} E_0(z^2) E_1(z^2)$$

όπου  $E_0, E_1$  είναι οι πολυφασικές συνιστώσες του  $H_0$ . Αυτό που μπορεί να παρατηρηθεί είναι ότι η μόνη περίπτωση να μην υπάρχει έστω και μικρή παραμόρφωση πλάτους είναι το γινόμενο των  $E_0, E_1$  να προκύπτει απλή καθυστέρηση. Αυτό μπορεί να γίνει (δεδομένης της FIR δομής) μόνο αν και οι δυο πολυφασικές συνιστώσες είναι απλές καθυστερήσεις. Οι δυνατότητες για να παρακαμφθεί το πρόβλημα αυτό είναι οι εξής:

1. Επιλέγονται FIR φίλτρα, με μηδενισμό του aliasing και ελαχιστοποιείται η παραμόρφωση του πλάτους
2. Επιλέγονται φίλτρα με μηδενική παραμόρφωση πλάτους, δηλαδή τα  $E_0, E_1$  είναι ολοπερατά IIR φίλτρα, ώστε να μην υπάρχει παραμόρφωση πλάτους στο  $T(z)$ . Αυτή η επιλογή στερεί

όμως την γραμμική φάση καθώς τα φίλτρα είναι πλέον IIR. Κατά συνέπεια θα πρέπει επίσης να ακολουθήσει διαδικασία βελτιστοποίησης ώστε να ελαχιστοποιηθεί η παραμόρφωση φάσης.

### 3.3.3 Η ιδιότητα τέλει ανακατασκευής

Στα QMF συγκροτήματα που παρουσιάστηκαν πιο πάνω δεν επιτυγχάνεται απόλυτα τέλεια ανακατασκευή. Παρόλα αυτά μπορούν να σχεδιαστούν συγκροτήματα σύνθεσης/ανάλυσης που εισάγουν μηδενικό σφάλμα στο ανακατασκευασμένο σήμα. Για να επιτευχθεί αυτό θα πρέπει να εγκαταλειφθεί η έννοια του DFT συγκροτήματος, δηλαδή πρέπει να ισχύει ότι το  $H_1(z) \neq H_0(-z)$  για το παραπάνω παράδειγμα. Σε αυτή την περίπτωση δυστυχώς δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ενιαία πολυφασική δομή για τα φίλτρα ανάλυσης/σύνθεσης. Έτσι το κάθε φίλτρο ανάλυσης/σύνθεσης έχει την δικιά του πολυφασική έκφραση όπως φαίνεται στην σχέση:

$$\begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{00}(z^2) & E_{01}(z^2) \\ E_{10}(z^2) & E_{11}(z^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix}, \text{ όπου } \mathbf{E}(z) = [E_{kn}(z)]$$

$$\begin{bmatrix} F_0 & F_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{00}(z^2) & R_{01}(z^2) \\ R_{10}(z^2) & R_{11}(z^2) \end{bmatrix}, \text{ όπου } \mathbf{R}(z) = [R_{kn}(z)]$$

Στην περίπτωση που  $\mathbf{E}(z)\mathbf{R}(z) = dz^{-k}\mathbf{I}_k$  με  $d$  σταθερά, τότε το συγκρότημα έχει την ιδιότητα της τέλει ανακατασκευής. Η πιο απλή περίπτωση επίλυσης του προβλήματος είναι να επιλεχθούν τα φίλτρα έτσι ώστε  $\mathbf{R}(z) = \mathbf{E}^{-1}(z)$ , αλλά υπό αυτές τις συνθήκες τα φίλτρα δεν είναι FIR. Για να επιτευχθεί αυτό, απαιτείται επιπλέον επεξεργασία. Ένα σύστημα ορίζεται ως σύστημα χωρίς απώλειες (lossless) όταν ο πίνακας της συνάρτησης μεταφοράς του είναι ευσταθής και ικανοποιεί τη σχέση:

$$\mathbf{H}^\dagger(z)\mathbf{H}(z) = c\mathbf{I} \quad (3.20)$$

δηλαδή ο πίνακας  $\mathbf{H}$  είναι ορθοκανονικός.

Αν απαιτηθεί το  $\mathbf{E}(z)$  να είναι χωρίς απώλειες, τότε με βάση τη σχέση , προκύπτει ότι:

$$\mathbf{R}(z) = cz^{-k}\mathbf{E}^\dagger(z)$$

Με αυτόν τον τρόπο σχεδιάζεται ένα QMF συγκρότημα FIR φίλτρων με την ιδιότητα της τέλει ανακατασκευής. Τα αποτελέσματα μπορούν να γενικευθούν για την κατασκευή  $M$ -ζωνών συγκροτημάτων τέλει ανακατασκευής. Γενικά για να υπάρχει τέλεια ανακατασκευή πρέπει να ισχύει:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) & H_1(z) & \dots & H_{M-1}(z) \\ H_0(z) & H_1(zW) & \dots & H_{M-1}(zW) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_0(zW^{M-1}) & H_1(zW^{M-1}) & \dots & H_{M-1}(zW^{M-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0(z) \\ F_1(z) \\ \vdots \\ F_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MT(z) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

όπου το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού των πινάκων δίνει τον πίνακα aliasing. Με τη σχέση αυτή εξασφαλίζεται η εξουδετέρωση του aliasing και η επιπλέον συνθήκη που οδηγεί στην τέλεια ανακατασκευή είναι η απαίτηση το  $T(z)$  να είναι απλή καθυστέρηση. Αν το  $\mathbf{E}(z)$  είναι χωρίς απώλειες, τότε αν  $\mathbf{R}(z) = cz^{-k}\mathbf{E}^\dagger(z)$ , τότε το συγκρότημα είναι FIR και χωρίς απώλειες. Η βασική δυσκολία στον σχεδιασμό ενός τέτοιου συγκροτήματος, είναι ο σχεδιασμός του χωρίς απώλειες  $\mathbf{E}(z)$ . Το ζήτημα αυτό έχει απασχολήσει διάφορες μελέτες ([51])

Όσον αφορά την υπολογιστική πολυπλοκότητα των δομών ανάλυσης/σύνθεσης που περιγράφηκαν παρατηρούνται τα εξής:

- Τα συγκροτήματα τέλει ανακατασκευής δεν διαθέτουν σημαντικά πλεονεκτήματα όσον αφορά την πολυπλοκότητα τους. Μπορεί μεν να μειώνεται η υπολογιστική πολυπλοκότητα με την μεταφορά των βαθμίδων *downsampling* και *upsampling* στα άκρα του συγκροτήματος, αλλά δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τεχνική του DFT. Απαιτούνται δηλαδή *M* παράλληλα φίλτραρίσματα.
- Από τα QMF συγκροτήματα με ιδιότητες σχεδόν τέλει ανακατασκευής, η δομή που επιτρέπει τη διατήρηση κάποιου σφάλματος φάσης, έχει το υπολογιστικό πλεονέκτημα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι πραγματοποιείται ένα ομοιόμορφο DFT συγκρότημα με IIR πρότυπο βαθυπερατό φίλτρο. Είναι γενική αλήθεια πως τα IIR φίλτρα συγκρινόμενα με τα FIR απαιτούν πολύ λιγότερους συντελεστές.

### 3.3.4 Interpolated FIR φίλτρα

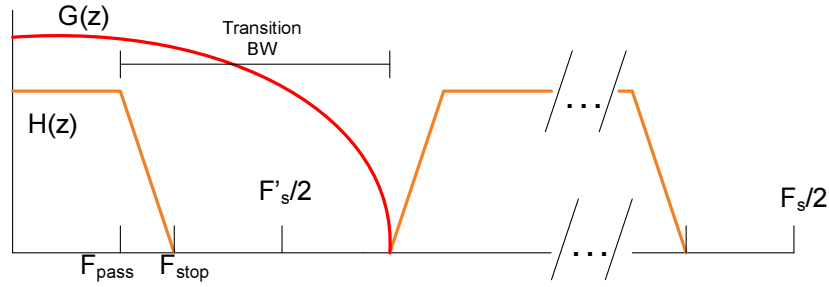
Τα Interpolated FIR (IFIR) φίλτρα είναι κλάση φίλτρων που προκύπτει με χρήση μιας έξυπνης τεχνικής για το σχεδιασμό υψηλής τάξης φίλτρων. Τα υψηλής τάξης φίλτρων χαρακτηρίζονται από στενή ζώνη διέλευσης και μικρή ζώνη μετάβασης. Τα βήματα σχεδιασμού των IFIR περιγράφονται πιο κάτω:

1. Σχεδιάζεται με τους γνωστούς τρόπους (πχ. αλγόριθμος Parks-McClellan [52]), ένα FIR φίλτρο  $H(z)$  που έχει την επιθυμητή ζώνη μετάβασης και την επιθυμητή ζώνη διέλευσης, αλλά αναφέρεται σε μικρότερο ρυθμό δειγματοληψίας  $F'_s$ . Π.χ. έστω ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε ψηφιακό φίλτρο με ζώνη διέλευσης 10 kHz και ζώνη μετάβασης 500 Hz με ρυθμό δειγματοληψίας  $F_s = 5MHz$ . Η κανονικοποιημένη στην δειγματοληψία ζώνη διέλευσης είναι 0.002 ενώ η ζώνη μετάβασης 0.0001. Η τάξη αυτού του φίλτρου προκύπτει εξαιρετικά μεγάλη. Αν όμως σχεδιαστεί το φίλτρο για συχνότητα δειγματοληψίας  $F'_s = 100kHz$ , τότε αλλάζει η τάξη μεγέθους με τιμές σχεδιασμού 0.1 και 0.005 αντίστοιχα. Η τάξη του φίλτρου που σχεδιάστηκε έχει κατά πολύ μικρότερο αριθμό συντελεστών.
2. Στο φίλτρο που σχεδιάστηκε, γίνεται *upsampling* κατά τον παράγοντα  $L = F_s/F'_s$ . Το αποτέλεσμα της εισαγωγής των μηδενικών είναι η εμφάνιση των ειδώλων (*imaging*).
3. Σχεδιάζεται ακόμη ένα φίλτρο  $G(z)$ , το οποίο είναι επίσης FIR και έχει σαν σκοπό να αποκόψει τα είδωλα που προέκυψαν κατά το *upsampling* του φίλτρου  $H(z)$ . Η ζώνη διέλευσης του φίλτρου  $G(z)$  πρέπει να είναι ίση με την ζώνη διέλευσης του φίλτρου  $H(z)$ . Όμως η ζώνη μετάβασης δύναται να είναι αρκετά ευρεία. Συγκεκριμένα οι ελάχιστες προϋποθέσεις για την ζώνη μετάβασης είναι να ξεκινάει στη συχνότητα  $F_{stop}$  και να τελειώνει στην συχνότητα  $F'_s - F_{stop} = F_s/L - F_{stop}$ . Το γεγονός της ευρείας ζώνης μετάβασης οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το φίλτρο  $G(z)$  είναι πολύ χαμηλής τάξης. Πολλές μελέτες προτείνουν την χρήση ειδικών φίλτρων που δεν περιλαμβάνουν κανέναν πολλαπλασιασμό([49]).
4. Τελικά το φίλτρο που χρησιμοποιείται είναι το γινόμενο των δυο, δηλαδή:

$$H_i(z) = H(z^L)G(z) \quad (3.22)$$

και το οποίο είναι το IFIR φίλτρο.

Κατά τη διαδικασία πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή κατά τον σχεδιασμό των  $H(z)$  και  $G(z)$ , καθώς οι συνολικές προδιαγραφές που επιδιώκονται αφορούν το γινόμενο των δυο φίλτρων. Αυτό σημαίνει πως όσον αφορά την κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης πρέπει να ισχύει  $1 - \delta_p \leq$



**Σχήμα 3.18:** Σχεδιασμός - Ορισμός του χαμηλής τάξης φίλτρου  $G(z)$

$|H(e^{jL\omega})G(e^{j\omega})| \leq 1 + \delta_p$ . Για την κυμάτωση στη ζώνη αποκοπής απλά αρκεί και τα δυο φίλτρα να ικανοποιούν την απαίτηση, δηλαδή  $|H(z)| \leq \delta_s$  και  $|G(z)| \leq \delta_s$ . Μάλιστα με αυτή τη λογική σχεδίασης επιτυγχάνονται καλύτερα αποτελέσματα καθώς στις ζώνες συχνότητας μεταξύ των ειδώλων του  $H(z)$  η συνολική απόσβεση που εισάγεται από το συγκρότημα είναι της τάξης του τετραγώνου του  $\delta_s$ , δηλαδή πολύ καλύτερη.

Η μελέτη που ανέφερε αρχικά την ιδέα του σχεδιασμού των IFIR [53] προτείνει την χρήση απλούστατων βαθυπερατών φίλτρων της μορφής:  $G_0(z) = 0.5(1 + z^{-1})$  το οποίο έχει μηδενικό στο  $\pi$  και μπορεί να είναι κατάλληλο για  $L = 2$  ή το φίλτρο  $G_2(z) = (1/K)(1 + 2\cos(\omega z^{-1} + z^{-2}))$  που έχει μηδενικά στα  $\pi \pm \omega_0$ . Τέλος τα CIC (Comb Intergrator Cascade) φίλτρα [49] μπορούν να αποτελέσουν καλή επιλογή για τον σχεδιασμό του  $G(z)$ . Τα φίλτρα αυτά αποφεύγουν την χρήση των πολλαπλασιασμών και έχουν προταθεί ως υπολογιστικά εξαιρετική λύση σε multirate βαθμίδες της Digital IF των SDR. Παρόλα αυτά η κακή επίδοση τους στη ζώνη διέλευσης αναγκάζει συνήθως την χρήση βαθμίδας αντιστάθμισης στον δέκτη.

**Υπολογιστικά οφέλη των IFIR φίλτρων** Μια προσεγγιστική σχέση για τον υπολογισμό του απαιτούμενου αριθμού των συντελεστών ενός FIR φίλτρου σταθερής κυμάτωσης, δεδομένων των απαιτούμενων χαρακτηριστικών του ( $\delta_s$ ,  $\delta_p$ ,  $\Delta f$  όπου  $\Delta f$  το εύρος μετάβασης σε κανονικοποιημένη συχνότητα), είναι η ακόλουθη [49]:

$$N = \frac{-20 \log_{10}(\sqrt{\delta_s \delta_p} - 13)}{14.6 \Delta f} + 1 \quad (3.23)$$

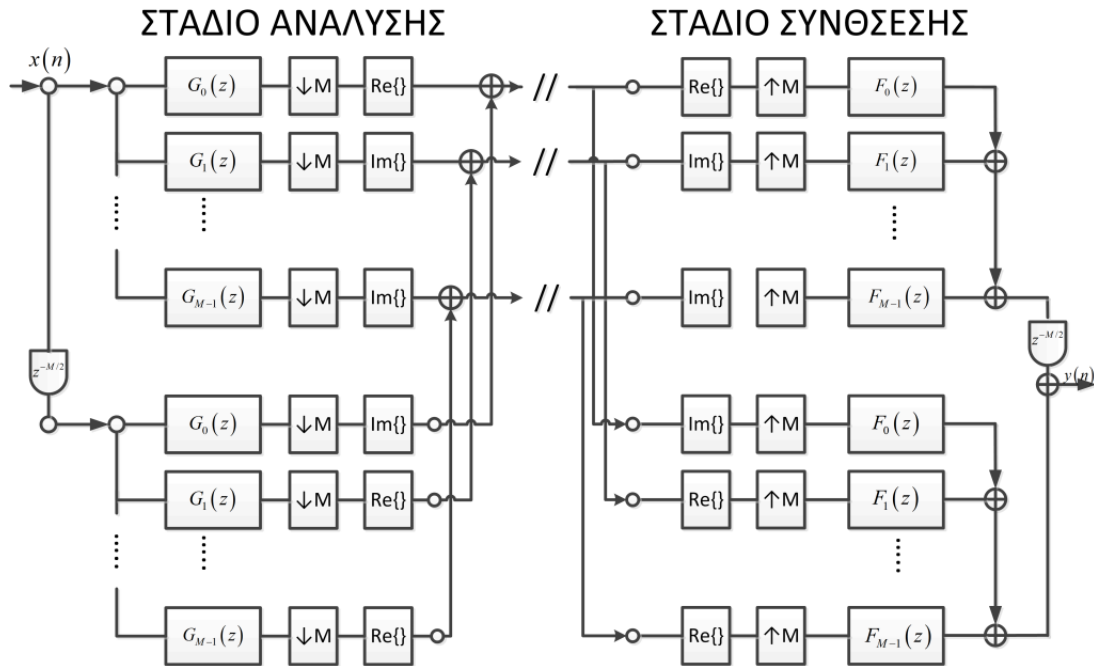
Έστω ότι το  $H(z)$  που χρησιμοποιείται σε ένα IFIR φίλτρο απαιτεί κατά προσέγγιση  $N$  συντελεστές για δεδομένη τιμή εύρους μετάβασης. Το μέγεθος  $J$  εμπεριέχει τους πολλαπλασιασμούς που απαιτούνται για το φίλτρο  $G(z)$  και κατά κανόνα είναι ελάχιστοι. Σε περίπτωση που το FIR φίλτρο έχει πραγματικούς συντελεστές, λόγω της συμμετρίας οι πολλαπλασιασμοί που απαιτούνται είναι:  $M_i = (N+1)/2 + J$ . Αντίστοιχα αν χρησιμοποιηθεί ένα συμβατικό FIR φίλτρο για να επιτύχει το ίδιο αποτέλεσμα, ο αριθμός των πολλαπλασιασμών που απαιτείται λόγω της σημαντικότητας μείωσης του  $\Delta f$  θα είναι  $M_c = (LN - L + 1)/2$ . Δεδομένου ότι το  $J$  έχει πολύ μικρή τιμή, το όφελος από την χρήση των IFIR είναι πολύ σημαντικό.

### 3.4 Τα MDFT συγκροτήματα φίλτρων

Τα MDFT (Modified DFT) φίλτρα είναι συγκροτήματα φίλτρων που χρησιμοποιούνται κατά κόρων στην διατριβή. Όπως αναφέρθηκε, όταν το ομοιόμορφο DFT συγκρότημα χρησιμοποιηθεί, αξιοποιώντας την υπολογιστική του ανωτερότητα, για τον διαχωρισμό σε ζώνες ενός συνολικού σήματος που αποτελεί τη συνισταμένη πολλών σημάτων χαμηλότερου ρυθμού, τότε ο υποβιβα-

σμός του ρυθμού στην κρίσιμη τιμή του, δεν μπορεί να γίνει με ταυτόχρονη διατήρηση της PR (Perfect Reconstruction) ιδιότητας. Όταν γίνεται αναφορά σε κρίσιμη τιμή δειγματοληψίας, εννοείται δειγματοληψία στην ελάχιστη δυνατή τιμή που ορίζεται από το εύρος ζώνης των επιμέρους σημάτων που συνθέτουν το συνολικό σήμα.

Το πρόβλημα αυτό ξεπερνιέται με αρκετά ικανοποιητικό τρόπο με χρήση της δομής των MDFT συγκροτημάτων [54]. Τα συγκροτήματα αυτά βασίζονται στις απλές ομοιόμορφες DFT δομές, επιτρέπουν σχεδιασμό με PR ιδιότητα. Έστω ότι  $G_k(Z)$  είναι τα φίλτρα του σταδίου ανάλυσης και  $F_k(Z)$  τα αντίστοιχα του σταδίου σύνθεσης. Στο σχήμα 3.19 παρουσιάζεται μια υλοποίηση της



**Σχήμα 3.19:** Μια υλοποίηση δομής MDFT συγκροτήματος όπου διακρίνονται ξεχωριστά το στάδιο ανάλυσης και σύνθεσης

συγκεκριμένης δομής, που υπό αυτό το πρίσμα αποτελείται από δυο όμοια ομοιόμορφα συγκροτήματα, όπου το σήμα εισόδου στο δεύτερο συγκρότημα εισέρχεται καθυστερημένο κατά  $M/2$  δείγματα.

Για να γίνει δυνατή η έκφραση του συγκροτήματος σε υπολογιστικά κατάλληλη μορφή, απλοποιώντας τις διαδικασίες, τίθεται η απαίτηση τα φίλτρα  $G_k(Z)$  και  $F_k(Z)$  να προκύπτουν από ένα πρότυπο, μη-αιτιατό FIR φίλτρο  $P(Z)$  με πραγματικούς συντελεστές και άρτια συμμετρία μετά από διαμόρφωση κατάλληλη και προσαρμογή ώστε να γίνουν αιτιατά. Κατά συνέπεια αν  $N_p$  είναι το μέγεθος του πρότυπου φίλτρου, τότε ισχύει:

$$Z \{g_k^*(n)\} = \begin{cases} G_{M-k}(Z), N_p \text{ περιπτώ} \\ -G_{M-k}(Z), N_p \text{ άρτιο} \end{cases} \quad (3.24)$$

$$G_k(Z) = F_k(Z) = Z^{-\frac{N_p-1}{2}} P_k(Z) = Z^{-\frac{N_p-1}{2}} P\left(Ze^{-\frac{2\pi jk}{M}}\right)$$

Σαν επόμενο βήμα γράφουμε βολικά τους τελεστές Re και Im ώστε να μπορεί να γίνει μαθηματική ανάλυση. Συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε σχέσεις με συζυγείς. Ορίζουμε τα ακόλουθα μεγέθη:

$$X(Z) = X^R(Z) + X^I(Z) = Z \{ \text{Re} \{x(n)\} \} + Z \{ j \text{Im} \{x(n)\} \}$$

$$\bar{X}(Z) = X^R(Z) - X^I(Z) \quad (3.25)$$

Στη συνέχεια σε κάθε έξοδο καναλιού του συγκροτήματος ανάλυσης (πριν το decimation) έχουμε:

$$\begin{aligned}
 & \operatorname{Re} \{g_k(n) * x(n)\} = \\
 & = \frac{1}{2} [g_k(n) + g_k^*(n)] * x_{\operatorname{Re}}(n) + \frac{1}{2} [g_k(n) - g_k^*(n)] * jx_{\operatorname{Im}}(n) \Rightarrow \\
 & Z \{\operatorname{Re} \{g_k(n) * x(n)\}\} = \frac{1}{2} [G_k(Z) \pm G_{M-k}(Z)] X^R(Z) + \frac{1}{2} [G_k(Z) \mp G_{M-k}(Z)] X^I(Z) = \\
 & = \frac{1}{2} [G_k(Z) X(Z) \pm G_{M-k}(Z) \bar{X}(Z)]
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

ενώ αντίστοιχα προκύπτει:

$$Z \{\operatorname{Im} \{g_k(n) * x(n)\}\} = \frac{1}{2} [G_k(Z) X(Z) \mp G_{M-k}(Z) \bar{X}(Z)] \tag{3.27}$$

Σε σχέση με τη γενική δομή που παρουσιάστηκε στο σχ. 3.19, αυτή τη στιγμή έχουμε αντιμεταθέσει τους τελεστές Re, Im με το στάδιο του decimation καθώς δεν επηρεάζονται μεταξύ τους. Στη συνέχεια ακολουθεί decimation και διαδοχικά interpolation. Ισχύει ο γενικός τύπος ότι το αποδεκατισμένο σήμα  $b(n) = a(Mn + \lambda)$  έχει μετασχηματισμό Z τον ακόλουθο:

$$Z^{-\lambda} B(Z^M) = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} A\left(Ze^{-2\pi j \frac{l}{M}}\right) e^{-2\pi j \frac{\lambda l}{M}} \tag{3.28}$$

Το διαδοχικό decimation, interpolation και φιλτράρισμα με το φίλτρο σύνθεσης θα έχει απευθείας το ακόλουθο αποτέλεσμα:

$$Y_k^{(1)}(Z) = \frac{F_k(Z)}{2M} \sum_{l=0}^{M-1} \left( G_k\left(Ze^{-2\pi j \frac{l}{M}}\right) X\left(Ze^{-2\pi j \frac{l}{M}}\right) \pm G_{M-k}\left(Ze^{-2\pi j \frac{l}{M}}\right) \bar{X}\left(Ze^{-2\pi j \frac{l}{M}}\right) \right) \tag{3.29}$$

για τους κλάδους της δομής που διατηρούν το πραγματικό μέρος, ενώ υπάρχει εναλλαγή του  $\pm$  στην περίπτωση που κρατείται το φανταστικό μέρος. Η έξοδος του 2ου συγκροτήματος ενσωματώνοντας το στοιχείο καθυστέρησης  $M/2$  δειγμάτων είναι αντίστοιχα για τον ίδιο κλάδο:

$$Y_k^{(2)}(Z) = \frac{Z^{-M/2} F_k(Z)}{2M} \sum_{l=0}^{M-1} e^{-\pi j l} \left( G_k\left(Ze^{-2\pi j \frac{l}{M}}\right) X\left(Ze^{-2\pi j \frac{l}{M}}\right) \mp G_{M-k}\left(Ze^{-2\pi j \frac{l}{M}}\right) \bar{X}\left(Ze^{-2\pi j \frac{l}{M}}\right) \right) \tag{3.30}$$

Έστω ότι εξετάζουμε τις εξόδους από το  $k$ -οστό path των δυο συγκροτημάτων, όπου το  $k$  είναι άρτιο. Λαμβάνεται επίσης υπόψη ότι  $e^{2\pi j \frac{l}{2}} = (-1)^l$ . Με βάση αυτό μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι 2οι όροι των αθροισμάτων (3.29) και (3.30) αλληλοαναιρούνται όταν  $l$  άρτιο, ενώ προστίθενται για  $l$  περιττό, ενώ το αντίστροφο συμβαίνει για τους πρώτους όρους των αθροισμάτων. Κατά συνέπεια, η πρόσθεση (με εισαγωγή του στοιχείου καθυστέρησης  $M/2$ ) των εξόδων των δυο συγκροτημάτων έχει αποτέλεσμα που δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_k(Z) & = Z^{-M/2} Y_k^{(1)}(Z) + Y_k^{(2)}(Z) = \\
 & = \frac{Z^{-M/2} F_k(Z)}{M} \sum_{l=0}^{M/2-1} \left( G_k\left(Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}}\right) X\left(Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}}\right) \pm G_{M-k}\left(Ze^{-2\pi j \frac{2l+1}{M}}\right) \bar{X}\left(Ze^{-2\pi j \frac{2l+1}{M}}\right) \right)
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Για  $k$  περιττό εναλλάσσεται το  $\pm$ . Συνολικά αθροίζοντας όλες τις ανακατασκευές, προκύπτει το

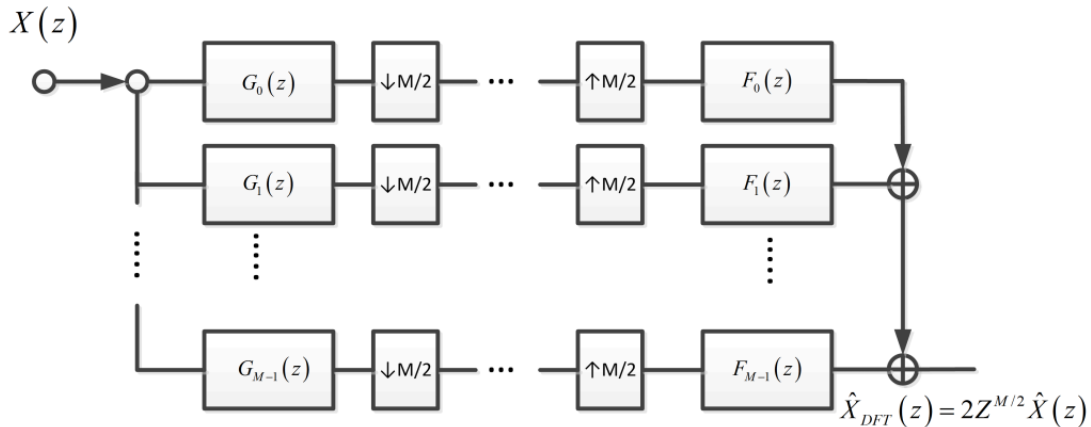
ανακατασκευασμένο σήμα:

$$X(Z) = \frac{Z^{-M/2}}{M} \sum_{k=0}^{M-1} F_k(Z) \sum_{l=0}^{M/2-1} \left( G_k \left( Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}} \right) X \left( Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}} \right) \right. \\ \left. \pm (-1)^k G_{M-k} \left( Ze^{-2\pi j \frac{2l+1}{M}} \right) \tilde{X} \left( Ze^{-2\pi j \frac{2l+1}{M}} \right) \right) \quad (3.32)$$

Μετά από πράξεις μπορεί να αποδειχτεί ότι το 2ο μέρος του αθροίσματος με αντικατάσταση του προτύπου φίλτρου  $P(Z)$  είναι μηδενικό, εφόσον το φίλτρο είναι πραγματικό και συμμετρικό όπως αρχικά θεωρήθηκε. Αυτό ουσιαστικά αποδεικνύει πως τα aliases που επηρεάζουν το ανακατασκευασμένο σήμα προέρχονται από τα άρτια κανάλια αν  $k$  άρτιο ή από τα περιττά, αν  $k$  περιττό. Συγκεκριμένα προκύπτει ότι:

$$\hat{X}(Z) = \frac{Z^{-M/2}}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{M/2-1} F_k(Z) G_k \left( Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}} \right) X \left( Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}} \right) \quad (3.33)$$

Το αποτέλεσμα της (3.33) μπορεί να αποδειχτεί ότι ισοδυναμεί με το αποτέλεσμα που προκύπτει από ένα ομοιόμορφο συγκρότημα φίλτρων, που μάλιστα λόγω τις επιλογής των φίλτρων μπορεί να γραφτεί με χρήση DFT, όταν δεν χρησιμοποιείται κρίσιμη δειγματοληψία αλλά η διπλάσια αυτής. Δηλαδή, η ισοδύναμη δομή περιγράφεται με το σχήμα 3.20 όπου  $\hat{X}_{DFT}(z) = 2Z^{M/2} \hat{X}(z)$ . Υπό αυτή την έννοια μπορούμε να εξετάζουμε τη συμπεριφορά ενός MDFT συγκροτήματος φίλ-



**Σχήμα 3.20:** Ισοδύναμο των MDFT συγκρότημα φίλτρων με ομοιόμορφη δομή και ρυθμό δειγματοληψίας διπλάσιο του κρίσιμου

τρων θεωρώντας την ισοδύναμη κατά  $M/2$  δειγματοληπτούμενη ομοιόμορφη DFT δομή.

Στη συνέχεια περνάμε στα πολυφασικά φίλτρα. Μόνο που στην περίπτωση που θέλουμε να πραγματοποιήσουμε ένα συγκρότημα που κάνει τέλεια ανακατασκευή πρέπει να γίνει μια προσθήκη στη λογική των πολυφασικών κλάδων. Αυτό συμβαίνει γιατί σε ένα συγκρότημα διαμορφωμένων FIR πραγματικών και συμμετρικών φίλτρων εισάγεται μια μεταβολή φάσης λόγω της καθυστέρησης ομάδας των φίλτρων που πρέπει να αναιρεθεί. Ο λόγος έγκειται στο γεγονός ότι η εξασφάλιση της PR ιδιότητας έχει ως βάση αναφοράς το μη-αιτιατό πρότυπο φίλτρο.

Συγκεκριμένα ορίζονται:

$$g_k(n) = p_k \left( n - \frac{N_p - 1}{2} \right) = p \left( n - \frac{N_p - 1}{2} \right) e^{\frac{2\pi j k}{M} \left( n - \frac{N_p - 1}{2} \right)} = \\ = g_0(n) e^{2\pi j \frac{kn}{M}} e^{-2\pi j \frac{k(N_p - 1)}{2M}} \quad (3.34)$$

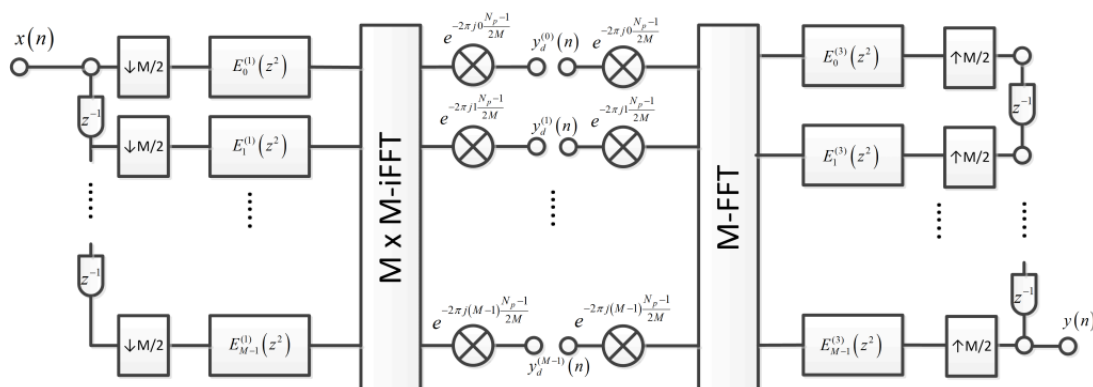
όπου για απλότητα θεωρείται ότι  $N_p$  είναι περιττό, ενώ το  $g_0(n)$  είναι η αιτιατή εκδοχή του προτύ-

που. Χρησιμοποιούνται οι πολυφασικές εκφράσεις 1ου και 3ου τύπου.

$$e_k^{(1)}(n) = g_0(Mn + k)$$

$$e_k^{(3)}(n) = g_0(Mn - k)$$

Χρησιμοποιώντας τους ορισμούς των πολυφασικών φίλτρων θεωρείται η ομοιόμορφη, μη κρίσιμη δειγματοληψίας DFT τράπεζα φίλτρων που ισοδυναμεί με την επίδοση της MDFT Filter Bank και εικονίζεται στο σχήμα 3.21.



**Σχήμα 3.21:** Υλοποίηση με πολυφασικά φίλτρα 1ου και 3ου τύπου του ισοδύναμου (με τα MDFT) ομοιόμορφου DFT συγκροτήματος με διπλάσιο του κρίσιμου ρυθμό δειγματοληψίας

Στην περίπτωση που το μήκος του φίλτρου ισούται με  $N_p - 1 = rM$  όπου  $r$  κάποιος ακέραιος, τότε ξεκινώντας από την περιγραφή του σχήματος 3.21 παρατηρείται ότι  $e^{-2\pi j \frac{k(N_p-1)}{M}} = 1$  και επιχειρείται περαιτέρω απλοποίηση με την αλληλοαναίρεση των FFT/iFFT. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας παρουσιάζεται στο σχήμα 3.22 η παρατήρηση του οποίου μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

Ένα συμμετρικό πραγματικό FIR φίλτρο μήκους  $N_p = rM + 1$  συντελεστών μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε MDFT συγκρότημα φίλτρων διασφαλίζοντας τέλεια ανακατασκευή αν ισχύει η ακόλουθη συνθήκη:

$$E_k^{(1)}(Z) E_k^{(3)}(Z) + E_{k+M/2}^{(1)}(Z) E_{k+M/2}^{(3)}(Z) = \frac{2}{M} Z^{-a} \quad (3.35)$$

$$k = 0, \dots, M/2 - 1$$

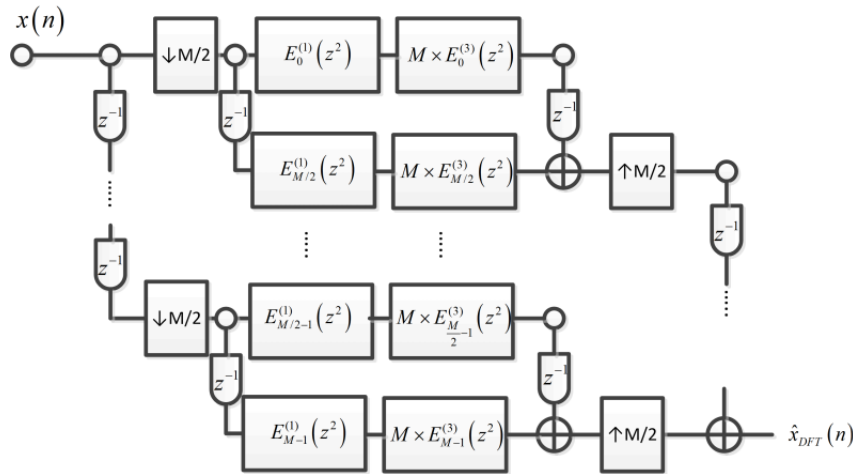
Αν τώρα εξεταστεί η περίπτωση που το μέγεθος του FIR φίλτρου είναι αυθαίρετο δηλαδή:  $N_p = rM + s$ , με  $s = 0 \dots M - 1$ , τότε ο πολλαπλασιασμός για τη διόρθωση φάσης δίνεται από την τιμή  $e^{-2\pi j \frac{k(s-1)}{M}}$ . Σε αυτή την περίπτωση, αντί να πραγματοποιηθεί στροφή φάσης, αυτή ενσωματώνεται μέσω των ιδιοτήτων του FFT σε αυτόν, ως ολίσηση των πολυφασικών κλάδων, δηλαδή  $DFT \left\{ y_d^{(k)}(n) e^{-2\pi j \frac{k(s-1)}{M}} \right\} = y_{FFT}^{((k-s+1)M)}(n)$ . Έτσι η στροφή φάσης αντιπροσωπεύει μια κυκλική ολίσηση του αποτελέσματος του DFT κατά  $s-1$  αριστερόστροφα.

Ορίζεται μια γενικευμένη μορφή πολυφασικής ανάπτυξης του φίλτρου με βάση την σχέση:

$$\tilde{E}_k^{(s)}(Z) = E_k^{(1)*}(Z^{-1}) = Z^r \begin{cases} E_{s-1-k}^{(1)}(Z), & k < s \\ Z^{-1} E_{M+s-1-k}^{(1)}(Z), & k \geq s \end{cases} \quad (3.36)$$

Η ισότητα που συνδέει τις γενικευμένες πολυφασικές συνιστώσες με αυτές του 1ου τύπου προκύπτει λόγω της συμμετρίας του φίλτρου για την εξασφάλιση γραμμικής απόκρισης φάσης. Σε





**Σχήμα 3.22:** Εξαγωγή συνθήκης για την PR ιδιότητα για MDFT συγκροτήματα με πρότυπο φίλτρο μήκους  $N_p = 2r + 1$

αναλογία λοιπόν με την συνθήκη PR για  $N_p = Mr + 1$ , ισχύει ότι:

$$E_k^{(1)}(Z) \tilde{E}_k^{(s)}(Z) + E_{M/2+k}^{(1)}(Z) \tilde{E}_{M/2+k}^{(s)}(Z) = \frac{2Z^{-a}}{M} \quad (3.37)$$

Η συγκεκριμένη συνθήκη είναι σχέση ισοδύναμη (η ίδια για την ακρίβεια) με την απαιτούμενη συνθήκη για συγκροτήματα Φίλτρων ημιτονικής διαμόρφωσης (Cosine modulated Filter Bank) με ιδιότητα τέλει ανακατασκευής. Τα MDFT φίλτρα όμως πλεονεκτούν των ημιτονικά διαμορφωμένων, καθώς εξασφαλίζουν γραμμική απόκριση φάσης και στα ενδιάμεσα στάδια και κυρίως απομονώνουν φασματικά συγκεκριμένες περιοχές, σε αντίθεση με τα αντίστοιχα ημιτονικής διαμόρφωσης που απομονώνουν δυο συμμετρικές μεταξύ τους ζώνες.

Παράλληλα μπορεί να αποδειχθεί ότι η συνθήκη τέλει ανακατασκευής οδηγεί στο σχεδιασμό φίλτρων ρίζας Nyquist. Αυτό είναι λογικό καθώς με την τήρηση των συνθηκών ISI μετάδοσης του Nyquist, εξασφαλίζεται ότι δεν προκαλείται ενδοσυμβολική παρεμβολή από τα ίδια τα δείγματα του κάθε υποκαναλιού του MDFT συγκροτήματος.

Παρατηρώντας το σχήμα 3.19 παρατηρούμε ότι το MDFT συγκροτήματα, μπορεί να γραφεί σαν συνδυασμός δυο ομοιόμορφων DFT πολυφασικών συγκροτημάτων. Αποτέλεσμα αυτού είναι ότι στην απλή τους υλοποίηση (χωρίς π.χ. εκμετάλλευση συμμετριών, μηδενικών σημάτων κλπ), τα MDFT φίλτρα διπλασιάζουν το υπολογιστικό κόστος των ομοιόμορφων DFT. Παρ' όλα αυτά, ακόμη και με αυτή την αύξηση, η υπολογιστική πολυπλοκότητα των MDFT συγκροτημάτων είναι ελάχιστη, δεδομένου ότι διαθέτουν την PR ιδιότητα. Υπενθυμίζεται ότι σε κάθε άλλη περίπτωση, η δημιουργία ενός PR συγκροτήματος, απαιτεί την χρήση διαφορετικών φίλτρων ανά κλάδο ανάλυσης. Σε αυτή τη φάση δεν παρατίθεται διάγραμμα με την πολυφασική υλοποίηση του συγκροτήματος, καθώς παρουσιάζονται τέτοια σε επόμενα κεφάλαια της διατριβής (π.χ. σχ. 8.10).

□



## Κεφάλαιο 4

# Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

Τα τελευταία χρόνια έχει διαπιστωθεί μια σαφής τάση χρησιμοποίησης της Ορθογωνικής Πολυπλεξίας με Διαίρεση Συχνότητας OFDM [55] στο φυσικό στρώμα των σύγχρονων ραδιοτηλεπικοινωνιακών προτύπων και των νέων προτύπων που αναπτύσσονται. Η διαμόρφωση OFDM είναι διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων. Αυτό σημαίνει πως ο πομπός αντί να μεταδώσει ένα υψηλού ρυθμού ευρυζωνικό σήμα, μεταδίδει παράλληλα πολλά χαμηλού ρυθμού στενής ζώνης σήματα. Οι λόγοι που η διαμόρφωση OFDM προτιμάται στα πιο σύγχρονα συστήματα (IEEE 802.11x, 802.16x, HSPA, LTE) και προτείνεται ως ιδανική μέθοδος διαμόρφωσης σε συστήματα Cognitive Radio ([56] , [57] , [58], [59]) μπορούν να συνοψιστούν στα παρακάτω σημεία [60]:

- Ελαχιστοποιείται η επίδραση της Διασυμβολικής παρεμβολής (InterSymbol Interference - ISI), καθώς η διασπορά του καναλιού στο πεδίο της καθυστέρησης είναι πολύ μικρότερη από τη διάρκεια του OFDM συμβόλου.
- Επιτυγχάνεται μεγάλος βαθμός αποδοτικότητας στη χρήση του διαθέσιμου φάσματος καθώς επιτρέπεται αλληλοκάλυψη στην φασματική απόκριση των επιμέρους χαμηλού ρυθμού σημάτων, λόγω της ορθογωνιότητας στο πεδίο της συχνότητας. Το διαθέσιμο φάσμα  $B$  διασπάται σε  $N$  ισαπέχοντα τμήματα. Το σήμα ανάλογα διασπάται σε  $N$  στενής ζώνης σήματα που μεταδίδονται σε  $N$  ισαπέχοντα φέροντα εντός του διαθέσιμου φάσματος. Ισχύει δηλαδή ότι  $\Delta f = B/N$
- Η διαμόρφωση OFDM υλοποιείται ελαχιστοποιώντας το υπολογιστικό κόστος που απαιτείται τόσο στον πομπό, όσο και στον δέκτη. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η διαμόρφωση/αποδιαμόρφωση πραγματοποιείται με IFFT/FFT δηλαδή με τις υπολογιστικά αποδοτικότερες τεχνικές πραγματοποίησης Διακριτών Μετασχηματισμών Fourier. Παράλληλα δεν απαιτείται ισοστάθμιση του καναλιού στο πεδίο του διακριτού χρόνου όπου οι διαδικασίες είναι συνήθως υπολογιστικά επίπονες. Μπορεί να αποδειχθεί πως η πολυπλοκότητα ενός δέκτη είναι της τάξης του  $O(B \log_2(BT_m))$  όπου  $T_m$  η διασπορά του καναλιού στον χρόνο, την ίδια στιγμή που η πολυπλοκότητα ενός συμβατικού ευρυζωνικού δέκτη απλού φέροντος με equalizer είναι  $O(B^2T_m)$
- Με την διαμόρφωση OFDM μπορούμε να εξαλείψουμε εξολοκλήρου την επίδραση της διασυμβολικής παρεμβολής με χρήση κατάλληλης κυκλικής επέκτασης (κυκλικό πρόθεμα ή επίθεμα - cyclic prefix or suffix). Στο παρόν κείμενο χρησιμοποιείται ο επικρατών όρος cyclic prefix για οποιοδήποτε μορφή επιθέματος.
- Ακόμη και στην περίπτωση που το  $T_m$  ξεπεράσει την τιμή για την οποία είναι σχεδιασμένος ένας OFDM δέκτης, η υποβάθμιση της απόδοσης του συστήματος γίνεται ομαλά σε αντίθεση

με την απότομη κατάρρευση των συμβατικών συστημάτων όταν ξεπεραστούν οι ανοχές του equalizer.

- Ο σχεδιασμός της OFDM είναι κατάλληλος ώστε να βελτιστοποιεί τον επιτεύξιμο ρυθμό μετάδοσης δεδομένων με τις διαδικασίες προσαρμοστικής διαμόρφωσης και κωδικοποίησης (Adaptive Modulation and Coding - AMC).
- Αν και σχήμα διαμόρφωσης, η OFDM μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως τεχνική πολλαπλής πρόσβασης (OFDMA)
- Η διαδικασία διεμπλοκής (interleaving) στο πεδίο της συχνότητας (με αναδιάταξη και περίπλεξη των υποφερόντων---subcarriers) προστατεύει από σφάλματα ριπών (burst errors), σε περίπτωση που κάποιο τμήμα του χρησιμοποιούμενου φάσματος υπόκειται σε βαθιές διαλείψεις. Με την ίδια έννοια, το OFDM είναι ανεκτικό σε στενής ζώνης παρεμβολές καθώς επηρεάζεται μικρός αριθμός από subcarriers.
- Είναι κατάλληλο για χρήση του με σύμφωνη (συνεκτική) αποδιαμόρφωση καθώς μπορεί εύκολα να πραγματοποιηθεί εκτίμηση του καναλιού με χρήση πιλοτικών subcarriers.

Από την άλλη οι αδυναμίες της διαμόρφωσης OFDM στο γενικότερο πλαίσιο είναι περιορισμένες. Συνοψίζονται στα εξής σημεία:

- Η διαμόρφωση OFDM είναι ευαίσθητη σε φαινόμενα ολίσθησης συχνότητας των subcarriers και σε θόρυβο φάσης. Επίσης είναι πολύ σημαντικός ο σωστός συγχρονισμός πομπού και δέκτη για τη σωστή αποδιαμόρφωση.
- Το πρόβλημα του λόγου Μέγιστης προς Μέσης Ισχύος (Peak to Average Power Ratio -PAPR). Η φύση της κυματομορφής είναι τέτοια που ο λόγος αυτός λαμβάνει κατά κανόνα μεγάλες τιμές. Αυτό έχει συνέπεια την παραμόρφωση του σήματος από τους ADC/DAC και τους ενισχυτές ισχύος.
- Υπάρχει μικρή σπατάλη πόρων και ενέργειας λόγω του κυκλικού προθέματος.

Εκτός αυτών των σημείων, η OFDM διαμόρφωση παρουσιάζει αδυναμίες στη συγκεκριμένη χρήση της σε CR συστήματα, όπως διαφαίνεται στη συνέχεια.

Στις παρακάτω παραγράφους αναλύονται τα κυριότερα από τα χαρακτηριστικά των multicarrier διαμορφώσεων και των κυματομορφών OFDM. Στη συνέχεια γίνεται ανάλυση συγκεκριμένων θεμάτων που αφορούν τον συγχρονισμό σε χρόνο και συχνότητα για μια συγκεκριμένη μορφή τεχνικής πολλαπλής πρόσβασης OFDMA που παρουσιάζει μεγάλες ομοιότητες με την συμπεριφορά μιας CR κυματομορφής που χρησιμοποιεί OFDM σχήμα διαμόρφωσης.

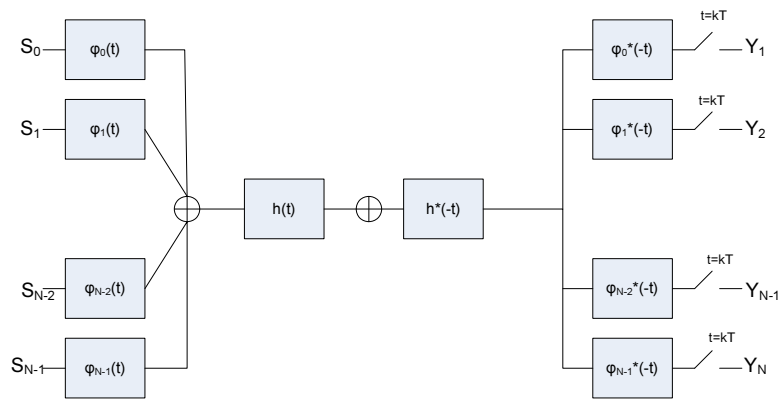
## 4.1 Αντιμετώπιση του ISI με διαμορφώσεις Πολλαπλών Φερόντων

Το βασικό πρόβλημα της διασυμβολικής παρεμβολής μπορεί να συνοψιστεί στην παρακάτω πρόταση.

Όταν η διασπορά που προκαλείται από το κανάλι είναι συγκρίσιμη με την διάρκεια του μεταδιδόμενου συμβόλου  $T$ , τότε το κάθε σύμβολο δέχεται παρεμβολή από εκδοχές προηγούμενων συμβόλων που φτάνουν καθυστερημένα στον δέκτη.

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

Στις ευρυζωνικές μεταδόσεις υψηλού ρυθμού ισχύει κατά κανόνα ότι:  $T_m \gg T$ . Οι διαμορφώσεις πολλαπλών φερόντων (multicarrier modulation) επιλύουν το πρόβλημα αυτό με μια απλούστατη λογική. Αντί να μεταδοθούν τα δεδομένα με βραχείς, σύντομους παλμούς διάρκειας μεταδίδονται ταυτόχρονα και παράλληλα  $N$  μεγάλης διάρκειας παλμοί ώστε:  $T_s = T/L \ll T_m$ . Έτσι περιορίζεται η επίδραση της Διασυμβολικής παρεμβολής. Επιπλέον η χρήση κατάλληλου διαστήματος φύλαξης ή επέκτασης μπορεί να την εξουδετερώσει εξολοκλήρου. Παράλληλα όμως με την ελαχιστοποίηση της διασυμβολικής παρεμβολής, πρέπει να εξασφαλίζεται η ορθογωνιότητα (δηλαδή η μηδενική παρεμβολή) μεταξύ των καναλιών του χρήστη, που μεταδίδουν παράλληλα. Ας θεωρήσουμε αρχικά



**Σχήμα 4.1:** Απλουστευμένο Block διάγραμμα πομπού και δέκτη με διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων στο συνεχές πεδίο του χρόνου

ότι το κανάλι δεν είναι συχνοεπιλεκτικό (παρ. 9.1) και υπό αυτή την έννοια τα  $h(t)$ ,  $h^*(-t)$  του Σχήματος 4.1 είναι απλές σταθερές. Τότε για να επιτευχθεί η μετάδοση χωρίς παρεμβολή, θα πρέπει το σύνολο των συναρτήσεων  $\phi_k(t)$  για  $k = 0, 1, \dots, N-1$  να είναι ορθογώνιες για μετατοπίσεις  $T$ . Η απαίτηση για ορθογωνιότητα σημαίνει ότι για οποιαδήποτε  $k, l, n, m$  θα ισχύει:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi_k(t - nT) \phi_l^*(t - mT) dt = c \delta[k - l] \delta[n - m] \quad (4.1)$$

όπου  $c$  μια σταθερά. Θεωρείται κανονικοποιημένο σύνολο συναρτήσεων ( $c = 1$ ). Η παραπάνω μορφή των φίλτρων σε πομπό και δέκτη υποδεικνύει πως τα φίλτρα δημιουργούν ανά δυο προσαρμοσμένα (matched, [61]) φίλτρα, ενώ είναι ορθογώνια με τα φίλτρα των υπόλοιπων υποκαναλιών. Βασιζόμενοι στο σύνολο των ορθογώνιων συναρτήσεων, μπορεί να σχεδιαστεί ένα γενικευμένο σύστημα διαμόρφωσης πολλαπλών φερόντων. Αν  $s_{n,k}$  είναι η πληροφορία που εκπέμπεται στο  $k$ -οστό υποκανάλι και στο  $n$ -οστό χρονικά μπλοκ πληροφορίας, τότε το εκπεμπόμενο σήμα (σε ζωνοπερατή ισοδύναμη μορφή) μπορεί να εκφραστεί σύμφωνα με τη σχέση:

$$s(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} s_{n,k} \phi_k(t - nT) \quad (4.2)$$

Θεωρώντας μόνο προσθετικό θόρυβο τότε το λαμβανόμενο σήμα είναι:  $x(t) = s(t) + n(t)$ , με  $n(t)$  προσθετικό, λευκό, Gaussian θόρυβο. Η ανίχνευση του σήματος θα πραγματοποιηθεί από το

προσαρμοσμένο φίλτρο του αντίστοιχου υποκαναλιού.

$$\begin{aligned}
 Y_{n,k} &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\phi_k^*(t-nT)dt \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} (s(t) + n(t))\phi_k^*(t-nT)dt \\
 &= s_{n,k} + N_{n,k}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

όπου  $N_{n,k}$  φιλτραρισμένος θόρυβος, δηλαδή:

$$N_{n,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} n(t)\phi_k^*(t-nT)dt \tag{4.4}$$

Από τη στιγμή που τα  $\phi_k(t-nT)$  είναι ορθογώνια και εφόσον κανονικοποιηθούν ορθοκανονικά για όλα τα  $n, k$  τότε ο θόρυβος είναι μηδενικής μέσης τιμής με διασπορά  $N_0$ , όπως αρχικά, και ασυσχέτιστος για διαφορετικά  $n, k$ .

Στο παραπάνω παράδειγμα παρουσιάστηκε ένα σύστημα χωρίς ISI και ICI αλλά το κανάλι θεωρήθηκε επίπεδο. Στην περίπτωση που εισαχθεί και το κανάλι στο σχεδιασμό του συστήματος τότε πρέπει να πραγματοποιηθούν και ανάλογες μετατροπές. Με την ύπαρξη συχνοεπιλεκτικού καναλιού, η απόκριση του παλμού που διέρχεται από αυτό ορίζεται ως (όπου το \* υποδηλώνει τη συνέλιξη):

$$p_k(t) = \phi_k(t) * h(t)$$

Σε αυτή την περίπτωση, για να σχηματιστούν λοιπόν προσαρμοσμένα φίλτρα στον δέκτη, πρέπει να χρησιμοποιηθεί το φίλτρο  $p_k^*(-t)$ , δηλαδή πρέπει να περιέχεται και η γνώση του διαύλου. Εκτός αυτού πρέπει να διατηρείται και η ορθογωνιότητα όπως στην προηγούμενη περίπτωση. Το όλο σύστημα μπορεί να εκφραστεί με τη χρήση ενός πίνακα πολλαπλών εισόδων-πολλαπλών εξόδων (Multiple Input-Multiple Output, MIMO), του οποίου τα στοιχεία δίνονται από την συσχέτιση των παλμών διερχόμενων από το κανάλι και τα matched φίλτρα.

$$q_{n,m}(t) = \frac{p_n(t) * p_m^*(-t)}{\|p_n\| \|p_m\|} \tag{4.5}$$

με  $n, m = 1, \dots, N$ . Αν περάσουμε στο πεδίο του διακριτού χρόνου, ο πίνακας που μας ενδιαφέρει είναι ο:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}(\mathbf{kT}) \tag{4.6}$$

Για την εξασφάλιση της χωρίς ICI και ISI μετάδοσης, πρέπει να ισχύει για τον πίνακα της (4.6) ότι:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{I}_k \tag{4.7}$$

Αυτό αποτελεί μια γενίκευση του κριτηρίου του Nyquist για μετάδοση χωρίς παραμόρφωση. Επομένως ο σχεδιαστής οφείλει να επιλέξει συναρτήσεις βάσης τέτοιες ώστε ο πίνακας να προκύπτει μοναδιαίος. Αν και οι επιλογές για τέτοιες συναρτήσεις είναι πολλές, η εξαγωγή τους είναι ιδιαίτερα δύσκολη και οι περισσότερες μελέτες αφορούν επίπεδους διαύλους. Στην περίπτωση που ο διάυλος είναι συχνοεπιλεκτικός, το ορθογώνιο σύνολο των συναρτήσεων εξαρτάται από το κανάλι. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του καναλιού δίνεται από τη σχέση:

$$r(t) = h(t) * h^*(-t) \tag{4.8}$$

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ορίζει ένα σύνολο ορθοκανονικών ιδιοσυναρτήσεων  $\phi_n(t)$ , που να ικανοποιούν την παρακάτω σχέση:

$$\rho_n \phi_n(t) = \int_{-T_d}^{T_d} r(t-\tau) \phi_n(t) dt, \quad n = 1, \dots, \infty \quad (4.9)$$

όπου  $2T_d$ , το διάστημα στο οποίο οι συναρτήσεις είναι μη μηδενικές. Κατά κύριο λόγο επιλέγεται  $T_d = T/2$ , ώστε να περιοριστεί το όλο φιλτράρισμα στη διάρκεια ενός συμβόλου. Δηλαδή το φίλτρο  $\phi_n(t)$  συνελισσόμενο με το προσαρμοσμένο κανάλι, δίνει στην έξοδο το ίδιο φίλτρο, κλιμακούμενο από μια σταθερά  $\rho_n$ , που καλείται ιδιοτιμή. Το σύνολο των ιδιοτιμών για την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι μοναδικό, κάτι που δεν ισχύει κατά κανόνα με τις ιδιοσυναρτήσεις. Πάντως οι ιδιοσυναρτήσεις, για πεπερασμένο χρονικό διάστημα είναι πολύ δύσκολο να υπολογιστούν. Αν θεωρήσουμε ότι η διάρκεια των φίλτρων περιορίζεται στο ένα σύμβολο τότε:

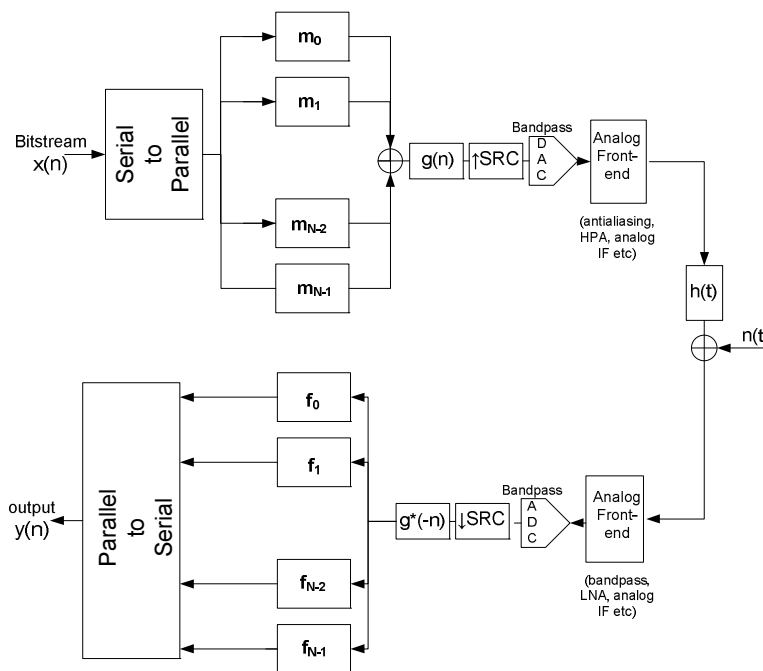
$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n \phi_n(t) \quad (4.10)$$

και με το φιλτράρισμα από το matched φίλτρο του δέκτη:

$$\begin{aligned} y(t) &= \sum_{n=0}^{N-1} s_n [r(t) * \phi_n(t)] + \tilde{n}(t) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} (\rho_n s_n) \phi_n(t) + \tilde{n}(t) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Κατά συνέπεια το σήμα πληροφορίας εκφράζεται ως ένα άθροισμα με βάρη  $\rho_n$  των ορθοκανονικών συναρτήσεων βάσης. Ισοδύναμα και λόγω της ορθογωνιότητας προκύπτει ότι η αυτοσυσχέτιση του θορύβου δίνεται από τη σχέση  $E(N_j N_i) = \delta_{i,j} \rho_i N_0/2$ .

Στο σχήμα 4.2 παρουσιάζεται ένα σχηματικό διάγραμμα ενός ισοδύναμα διακριτού συστήματος πολλαπλών φερόντων. Και σε αυτό το σχήμα παρατηρείται η ανάγκη για φιλτράρισμα και



**Σχήμα 4.2:** Απλουστευμένο Block διάγραμμα πομπού και δέκτη με διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων σε SDR λογική

κατάλληλη μορφοποίηση των χαμηλού ρυθμού παλμών ώστε να αποφευχθεί η παρεμβολή σε γειτονικά κανάλια και να πραγματοποιηθεί απόρριψη των εκτός ζώνης σημάτων κατά την αποδιαμόρφωση. Για να υπάρχει σύνδεση με τα προηγούμενα τα συνεχή φίλτρα-ιδιοσυναρτήσεις αντικαταστάθηκαν από τα διακριτά φίλτρα-ιδιοδιανύσματα.

Ο συγκεκριμένος τρόπος μετάδοσης όπως παρουσιάζεται έχει το σημαντικό μειονέκτημα ότι υπάρχει η ανάγκη για μορφοποίηση των παλμών καθώς τα φίλτρα δεν μπορούν να είναι ιδανικά. Απαιτούνται όμως κατά αναλογία υψηλής ποιότητας φίλτρα που εξασφαλίζουν την ορθογωνιότητα των σημάτων. Με μια διαφορετική ανάγνωση του σχήματος 4.2, τα φίλτρα μπορούν να θεωρηθούν διανύσματα που συνθέτουν μια ορθοκανονική βάση που εξασφαλίζει την ορθογωνιότητα και άρα την μετάδοση χωρίς παρεμβολή, των μεταδιδόμενων σημάτων. Αυτό υποδεικνύει ότι η ανάγκη για υψηλής ποιότητας φίλτρα μπορεί να προσπεραστεί με μια βολική επιλογή βάσης. Η διαδικασία που παρουσιάζεται είναι γνωστή ως channel partitioning καθώς οι ιδιοσυναρτήσεις της ορισμένης βάσης διαχωρίζουν το ευρυζωνικό κανάλι σε ένα σύνολο από παράλληλα και ανεξάρτητα υποκανάλια. Στην περίπτωση που η διαδικασία γίνεται στο ψηφιακό υποσύστημα (όπως στο συγκεκριμένο παράδειγμα) χρησιμοποιείται συχνά και ο όρος Vector Coding για να περιγράψει την δημιουργία  $N$  παράλληλων και ανεξάρτητων καναλιών με χρήση των διανυσμάτων βάσης  $\mathbf{m}$ .

Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως το μοντέλο πομπού/δέκτη που παρουσιάστηκε στο 4.2, ακολουθεί την λογική που υποδεικνύεται από τις αρχές του Software Radio. Αυτό σημαίνει πρακτικά την μεταφορά των DAC, ADC, όσο πιο κοντά στην κεραία, ζωνοπερατή δειγματοληψία, την ύπαρξη ενός περιορισμένου μετωπιαίου (ή αντιστοίχως πρόσθιου για τον δέκτη) αναλογικού RF άκρου που περιλαμβάνει Ενισχυτές Ισχύος (ή Χαμηλού Θορύβου αντίστοιχα), ζωνοπερατά antialiasing φίλτρα και ενδεχομένως αναλογικές IF βαθμίδες, ψηφιακό φιλτράρισμα και μορφοποίηση παλμών (φίλτρα  $g$ ), ψηφιακή IF βαθμίδα με ενσωμάτωση διαδικασιών διαυλοποίησης και μετατροπής ρυθμού δειγματοληψίας (Sample Rate Conversion - SRC). Το σχήμα εικονίζει ένα μπλοκ διάγραμμα δέκτη σε ζωνοπερατή, μιγαδική ισοδύναμη μορφή (baseband complex equivalent).

Βλέποντας το σχήμα 4.2 μπορούμε να πούμε πως το μεταδιδόμενο σήμα δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{x} = \mathbf{M}\mathbf{X} \quad (4.12)$$

όπου  $\mathbf{M} = [\mathbf{m}_{L-1} \dots \mathbf{m}_1 \mathbf{m}_0]$  και  $\mathbf{X} = [X_{N-1} \dots X_1 X_0]^T$  ο πίνακας  $\mathbf{M}$  περιλαμβάνει τα διανύσματα βάσης ως στήλες και κατά συνέπεια είναι ορθομοναδιαίος (δηλαδή  $\mathbf{M}\mathbf{M}^* = \mathbf{I}$ ). Έστω επίσης ότι  $\nu$  είναι το μήκος που αντιστοιχεί στην διασπορά του καναλιού ( $T_m = (\nu + 1)T_s$ ). Το  $\mathbf{x}$  διέρχεται από τις βαθμίδες ψηφιακού φιλτραρίσματος και μορφοποίησης καταλήγοντας στον DAC.

Στην συνέχεια ο μορφοποιημένος, αναλογικός παλμός  $\phi_x$  φιλτράρεται από το κανάλι, ενώ ταυτόχρονα προστίθεται λευκός Gaussian θόρυβος  $n(t)$ . Το αναλογικό σήμα που φθάνει στον δέκτη δίνεται από την σχέση:

$$\phi_y(t) = \phi_x(t) * h(t) + n(t)$$

Στη περίπτωση που θεωρήσουμε ότι η επίδραση των διαδικασιών φιλτραρίσματος σε πομπό και δέκτη είναι αμελητέα (τα φίλτρα μορφοποίησης είναι προσαρμοσμένα-matched, τα συγκροτήματα φίλτρων κατά την διαυλοποίηση έχουν ιδιότητες τέλει ανακατασκευής - PR και η αναλογική βαθμίδα είναι σχεδόν ιδανική), τότε με ψηφιοποίηση της κρουστικής απόκρισης του διαύλου



$h(t) \rightarrow \mathbf{p} = [ p_0 \ p_1 \ \dots \ p_\nu ]$  στον ρυθμό Nyquist, έχουμε ότι ισχύει:

$$\begin{bmatrix} y_{N-1} \\ y_{N-2} \\ \vdots \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 & p_1 & \dots & p_\nu & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_0 & \ddots & p_1 & p_\nu & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & p_0 & p_1 & \dots & p_\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{N-1} \\ \vdots \\ x_0 \\ x_{-1} \\ \vdots \\ x_{-\nu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{N-1} \\ n_{N-2} \\ \vdots \\ n_0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

ή σε μορφή σχέσης πινάκων:

$$\mathbf{y} = \mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4.14)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{P}$   $N \times (N + \nu)$  μπορεί να παραγοντοποιηθεί με Διάσπαση Ιδιαζουσών Τιμών (Singular Value Decomposition - SVD), όπου επιλέγονται οι πίνακες  $\mathbf{M}$  και  $\mathbf{F}$  ως οι ορθομοναδιαίοι πίνακες που δίνουν ορθοκανονικές βάσεις για τους υποχώρους του  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{P} = \mathbf{F}[\mathbf{\Lambda}; 0_{N,\nu}]\mathbf{M}^* \quad (4.15)$$

με τον  $\mathbf{\Lambda}$  διαγώνιο πίνακα που περιέχει τις ιδιάζουσες τιμές. Από την σχέση (4.13) είναι επίσης προφανής η ανάγκη για διατήρηση ενός διαστήματος φύλαξης ή κάποιου είδους επέκτασης ώστε να αποφευχθεί διασυμβολική παρεμβολή ISI καθώς συμμετέχουν στον προσδιορισμό του  $\mathbf{y}$  προηγούμενες τιμές ( $x_{-\alpha}$ ). Αν υποθέσουμε πως χρησιμοποιείται ένα διάστημα φύλαξης μηδενικών τιμών (δηλαδή  $\mathbf{x} = [\mathbf{M}\dots 00][\mathbf{X}\dots 00]^T$  ώστε το μήκος του  $\mathbf{x}$  να είναι  $N + \nu$  δείγματα) τότε μπορεί να δειχθεί πως η σχέση (4.14) καταλήγει με χρήση των σχέσεων (4.12) και  $\mathbf{Y} = \mathbf{F}^*\mathbf{y}$  στην μορφή [60]:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (4.16)$$

η οποία λόγω της διαγωνιότητας του  $\mathbf{\Lambda}$  εύκολα μετατρέπεται σε σχέση δειγμάτων:

$$Y_n = \lambda_n X_n + N_n \quad (4.17)$$

με το  $N$  να θεωρείται προσθετικός gaussian θόρυβος.

## 4.2 Η διαμόρφωση OFDM

Η διαμόρφωση OFDM δεν διαφέρει ιδιαίτερα σε λογική από οποιαδήποτε άλλη διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων. Το πλεονέκτημα της είναι η απλότητα της και η υπολογιστική της απόδοση που στηρίζεται στην πολύ εύστοχη επιλογή των διανυσμάτων βάσης και στον ανασχηματισμό του διαστήματος φύλαξης.

Η σχέση (4.13) παρουσιάζει την διακριτή εκδοχή της συνέλιξης με το κανάλι μιας διαμόρφωσης πολλαπλών φερόντων. Από τη στιγμή που ο ρυθμός δειγματοληψίας είναι ίσος με τον ρυθμό μετάδοσης δεν είναι δυνατή η επιλογή ορθοκανονικής βάσης, τέτοιας ώστε να εξασφαλίζεται η εξάλειψη της διασυμβολικής παρεμβολής χωρίς την ύπαρξη διαστήματος φύλαξης (δείγματα  $[x_{-1} x_{-2} \dots x_{-\nu}]$ ). Αυτό γιατί το μήκος των διανυσμάτων  $\mathbf{m}$  πρέπει να είναι μικρότερο της διάρκειας του συμβόλου με αποτέλεσμα να μην υπάρχει τέτοια βάση που να εξυπηρετεί τους σκοπούς. Στη διαμόρφωση OFDM πολύ βασικό ρόλο παίζει ακριβώς αυτό το διάστημα φύλαξης στην σύνθεση και δομή της. Στη συνέχεια παρουσιάζονται διάφοροι ορισμοί που είναι απαραίτητοι για την κατανόηση της διαμόρφωσης.

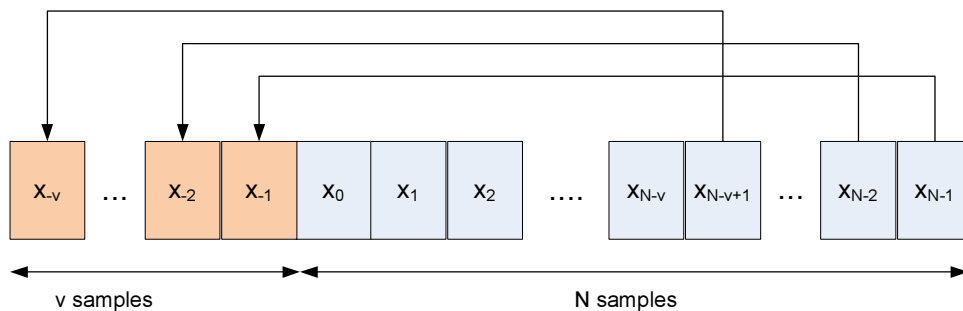
### 4.2.1 Το OFDM σύμβολο

Έχει γίνει ήδη προφανές πως με τις διαμορφώσεις πολλαπλών φερόντων και την διάκριση σημάτων με χρήση συναρτήσεων και διανυσμάτων ορθοκανονικών βάσεων, γίνεται παράλληλη μετάδοση  $N$  σημάτων. Η χρονική διάρκεια της μετάδοσης ενός συμβόλου από ένα από τα  $N$  παράλληλα σήματα, ονομάζεται περίοδος συμβόλου της multicarrier διαμόρφωσης. Πρακτικά το σύστημα κατά τη διάρκεια αυτή έχει μεταδώσει  $N$  σύμβολα λόγω της ταυτόχρονης μετάδοσης.

Αν η δειγματοληψία του multicarrier σήματος γίνεται οριακά στον ρυθμό μετάδοσης του σήματος, η διάρκεια του συμβόλου σε αριθμό δειγμάτων είναι ίση με  $N + \nu$  δηλαδή ίση με τα απαιτούμενα δείγματα για την αποστολή ενός πλαισίου  $N$  παράλληλων συμβόλων και  $\nu$  η διάρκεια (σε δείγματα) του διαστήματος φύλαξης μεταξύ δυο διαδοχικών πλαισίων πληροφορίας. Για τη διαμόρφωση OFDM, η χρονική διάρκεια  $(N + \nu)T_s$  ή ισοδύναμα ο αριθμός  $N + \nu$  δειγμάτων που περιλαμβάνει ένα πλαίσιο  $N$  παράλληλων συμβόλων πληροφορίας, ονομάζεται OFDM σύμβολο.

### 4.2.2 Το κυκλικό πρόθεμα

Το κυκλικό πρόθεμα για τη διαμόρφωση OFDM, έχει πολλαπλές ευεργετικές συνέπειες. Ως κυκλικό πρόθεμα ορίζεται η επανάληψη των  $\nu$  τελευταίων δειγμάτων του OFDM συμβόλου, στην αρχή του. Το cyclic prefix είναι ένα κατάλληλα δομημένο διάστημα φύλαξης. Χρησιμοποιείται



Σχήμα 4.3: Η δημιουργία του κυκλικού προθέματος για ένα OFDM σύμβολο

για να προστατεύσει το σήμα από διασυμβολική παρεμβολή, όπως και το μηδενικό διάστημα φύλαξης αλλά παράλληλα εμμέσως προστατεύει από την ενδοσυμβολική παρεμβολή, δηλαδή την παρεμβολή μεταξύ των παράλληλα μεταδιδόμενων σημάτων (που για την περίπτωση του OFDM ονομάζεται διαφοροντική παρεμβολή, ICI). Τέλος η δομή του cyclic prefix έχει ως αποτέλεσμα τεράστια υπολογιστική απλοποίηση του συστήματος. Τα δυο μη προφανή οφέλη του cyclic prefix παρουσιάζονται στην επόμενη παράγραφο.

### 4.2.3 Διαβάθμιση στο OFDM

Σύμφωνα με την (4.13), κατά τη διέλευση του σήματος  $\mathbf{x}$  από το δίαυλο πραγματοποιείται η συνέλιξη που περιγράφεται από τη σχέση πινάκων. Σύμφωνα με την περιγραφή της παραγράφου 4.2.2, ως διάστημα φύλαξης τοποθετούνται τα δείγματα:  $x_{-k} = x_{N-k}$ ,  $k = 1, \dots, \nu$ . Οι θεωρήσεις/υποθέσεις που γίνονται είναι:

- Η διασπορά του καναλιού είναι μικρότερη ή ίση με  $\nu + 1$  δείγματα όπως και στην προηγούμενη γενική περίπτωση.
- Η κρουστική απόκριση του διαύλου δεν μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια του συμβόλου ή καλύτερα η μεταβολή του είναι τόσο μικρή που μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

Στην περίπτωση που αντικατασταθεί το διάστημα φύλαξης με το κυκλικό πρόθεμα μπορεί εύκολα να δειχθεί ότι ισχύει:

$$\begin{bmatrix} p_0 & p_1 & \dots & p_\nu & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_0 & \ddots & p_1 & p_\nu & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & p_0 & p_1 & \dots & p_\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{N-1} \\ \vdots \\ x_0 \\ x_{-1} \\ \vdots \\ x_{-\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 & p_1 & \dots & p_\nu & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_0 & \ddots & p_{\nu-1} & p_\nu & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & p_0 & p_1 & \dots & p_\nu \\ p_\nu & 0 & \dots & 0 & p_0 & \dots & p_\nu \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ p_1 & \dots & p_\nu & 0 & \dots & 0 & p_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{N-1} \\ \vdots \\ x_1 \\ x_0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

και κατά συνέπεια ο πολλαπλασιασμός πινάκων  $N \times (N + \nu)$  και  $(N + \nu) \times 1$ , γίνεται  $N \times N$  με  $N \times 1$ .

$$\begin{bmatrix} y_{N-1} \\ y_{N-2} \\ \vdots \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 & p_1 & \dots & p_\nu & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_0 & \ddots & p_{\nu-1} & p_\nu & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & p_0 & p_1 & \dots & p_\nu \\ p_\nu & 0 & \dots & 0 & p_0 & \dots & p_\nu \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ p_1 & \dots & p_\nu & 0 & \dots & 0 & p_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{N-1} \\ \vdots \\ x_1 \\ x_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{N-1} \\ n_{N-2} \\ \vdots \\ n_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4.19)$$

Το κύριο όφελος αυτής της μετατροπής είναι ότι πλέον ο πίνακας του καναλιού  $\mathbf{P}$  έχει γίνει **κυκλικός (circulant)**. Οι κυκλικοί πίνακες είναι ειδικές περιπτώσεις Toeplitz πινάκων. Οι πίνακες Toeplitz είναι πίνακες τα στοιχεία των οποίων σε κάθε διαγώνιο από αριστερά στα δεξιά είναι σταθερά. Ο κυκλικός είναι ένας Toeplitz πίνακας, κάθε γραμμή του οποίου προκύπτει από την προηγούμενη γραμμή με περιστροφή κατά ένα δείγμα δεξιά σε σχέση με αυτή. Τα στοιχεία που υπερχειλίζουν τον πίνακα κατά την ολίσθηση δεν απορρίπτονται αλλά εισέρχονται κυκλικά στην αρχή της γραμμής.

Στην προηγούμενη παράγραφο παρουσιάστηκε πώς τα διανύσματα βάσης προκύπτουν από την ανάλυση ιδιοζουσών τιμών (Singular Value Decomposition), όπου προέκυψαν οι ορθομοναδιαίοι πίνακες μετασχηματισμού και οι ιδιάζουσες τιμές με τον περιορισμό να είναι μη αρνητικές πραγματικές τιμές (ακόμα και για μιγαδικό κανάλι). Ο περιορισμός αυτός προκύπτει από τη θεωρία των ιδιοζουσών τιμών. Όμως δεν είναι προαπαιτούμενος και μπορεί να παρακαμφθεί. Τώρα που ο πίνακας του διαύλου είναι  $N \times N$  μπορεί να γίνει ισοδύναμα ανάλυση ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων. Σε αυτήν την περίπτωση:

$$\mathbf{P} = \mathbf{M}\mathbf{U}\mathbf{M}^* \quad (4.20)$$

όπου για ένα μιγαδικό πίνακα ο  $\mathbf{U}$  είναι άνω τριγωνικός. Στην περίπτωση όμως που ο πίνακας  $\mathbf{P}$  είναι κανονικός (δηλαδή  $\mathbf{P}\mathbf{P}^* = \mathbf{P}^*\mathbf{P}$ ) τότε ο πίνακας  $\mathbf{U} = \mathbf{\Lambda}$  είναι διαγώνιος. Μάλιστα ισχύει ότι ο πίνακας  $\mathbf{M}$  είναι ορθομοναδιαίος, δηλαδή  $\mathbf{M}\mathbf{M}^* = \mathbf{M}^*\mathbf{M} = \mathbf{I}$ . Η πρώτη χρήσιμη ιδιότητα του κυκλικού πίνακα  $\mathbf{P}$  είναι ότι είναι κανονικός και κατά συνέπεια η αποσύνθεση του στις ιδιοτιμές γίνεται με διαγωνοποίηση. Η άλλη εξαιρετική ιδιότητα των κυκλικών πινάκων είναι ότι για όλους τους κυκλικούς πίνακες ισχύει σύμφωνα με το Θεώρημα Φάσματος (Spectral Theorem) ότι ο

πίνακας ιδιοδιανυσμάτων  $\mathbf{M}$  είναι ο πίνακας:  $\mathbf{M} = \mathbf{Q}^*$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)(N-1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}2(N-1)} & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)} & 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)(N-2)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}2(N-2)} & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-2)} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}2} & e^{-j\frac{2\pi}{N}} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Αντίστοιχα προκύπτει ότι  $\mathbf{F} = \mathbf{Q}$ . Ο πίνακας  $\mathbf{Q}$  είναι ο DFT πίνακας διαστάσεων  $N \times N$ . Μάλιστα οι ιδιοτιμές του κυκλικού πίνακα  $\mathbf{P}$  του καναλιού που εμφανίζονται στη διαγώνιο του πίνακα  $\mathbf{\Lambda}$  αποτελούν τη Συνάρτηση Μεταφοράς του. Το πολύ σπουδαίο πλεονέκτημα της κυκλικής φύσης του πίνακα του διαύλου, είναι ότι οι πίνακες ιδιοδιανυσμάτων  $\mathbf{Q}$  προκύπτουν ανεξάρτητοι του καναλιού και ισχύουν για οποιαδήποτε περίπτωση.

Συνοψίζοντας, με την χρησιμοποίηση του Cyclic Prefix και σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο, η δομή του συστήματος γίνεται η εξής.

- Τα  $X_i$  σήματα πληροφορίας που διατίθενται στην είσοδο, πολλαπλασιάζονται με τον πίνακα  $\mathbf{Q}$ . Το σήμα που εκπέμπεται τελικά είναι το:  $\mathbf{x} = \mathbf{Q}^* \mathbf{X}$ .
- Το σήμα διέρχεται από το κανάλι  $\mathbf{P}$  και κατά την αποδιαμόρφωση, το λαμβανόμενο σήμα  $\mathbf{x}$  πολλαπλασιάζεται με τον πίνακα  $\mathbf{Q}$ . Δηλαδή  $\mathbf{Y} = \mathbf{Q}\mathbf{y}$ .
- Η διαγώνια μορφή του  $\mathbf{\Lambda}$  εξασφαλίζει την χωρίς παρεμβολή μετάδοση και λήψη του κάθε σήματος  $i$ . Συνολικά:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Q}\mathbf{y} = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^* \mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}\mathbf{x} = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^* \mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}\mathbf{Q}^* \mathbf{X} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{X} \quad (4.22)$$

Ο πολλαπλασιασμός του  $\mathbf{X}$  με τον συζυγή πίνακα του  $\mathbf{Q}$ , ισοδυναμεί με τον αντίστροφο διακριτό μετασχηματισμό Fourier - IDFT του. Αντίστοιχα ο πολλαπλασιασμός του  $\mathbf{y}$  με τον  $\mathbf{Q}$  αντιστοιχεί στον ευθύ διακριτό μετασχηματισμό Fourier - DFT. Αυτό μας υποδεικνύει ότι στην OFDM διαμόρφωση, η παραπάνω διαδικασία ισοδυναμεί με αποστολή των σημάτων  $X_i$  στο πεδίο της συχνότητας. Με τον IDFT περνάμε στο πεδίο του χρόνου ενώ η αντίστροφη διαδικασία στον δέκτη μεταφέρει το σήμα από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας. Η κυκλική φύση του πίνακα του καναλιού διασφαλίζει ότι η μετάδοση γίνεται στο πεδίο της συχνότητας. Δηλαδή:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{X} \Rightarrow Y_i = L_i X_i \Rightarrow Y_i = DFT(p_n) X_i \quad (4.23)$$

Ο κλασικός τρόπος να γίνει κατανοητή η διαμόρφωση OFDM, είναι ο ακόλουθος. Το κάθε στενής ζώνης σήμα  $X_i$  είναι ένας ορθογωνικός παλμός διάρκειας  $N \times T_s$ . Το στενής ζώνης σήμα διαμορφώνεται στις συχνότητες  $f_i$ . Το συνολικά εκπεμπόμενο σήμα είναι το άθροισμα των στενής ζώνης σημάτων, δηλαδή ισχύει:

$$x(t) = \sum_{i=0}^N X_i e^{j2\pi f_i t} \quad (4.24)$$

για το διάστημα  $0 \leq t \leq T_b$  όπου  $T_b = NT_s$  ενώ μηδενίζεται για διαφορετικές τιμές του  $t$ . Για να είναι δυνατή η αποδιαμόρφωση του σήματος, χωρίς να παρεμβάλλεται το ένα στενής ζώνης σήμα στο άλλο θα πρέπει να ισχύει  $T_b \Delta f = 1$  όπου  $\Delta f$  είναι η φασματική απόσταση μεταξύ των φερόντων που διαμορφώνουν τα στενής ζώνης σήματα και ονομάζονται subcarriers. Η ορθογωνιότητα επιβεβαιώνεται μέσω της σχέσης:

$$\frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} e^{j2\pi(f_k - f_l)t} dt = \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} e^{j2\pi(k-l)\Delta f t} dt = \delta(k-l) \quad (4.25)$$

Οι συναρτήσεις  $\{e^{j2\pi k\Delta f t}\}$ ,  $k = 0..N-1$  αποτελούν κατάλληλες ορθογώνιες συναρτήσεις βάσης για την εκπομπή του σήματος. Η δειγματοληψία του συστήματος οδηγεί στο ψηφιακό σύστημα που παρουσιάστηκε παραπάνω.

#### 4.2.4 Παρεμβολές σε OFDM συστήματα

##### 4.2.4.1 Η επίδραση της ολίσθησης συχνότητας

Σε πολλές περιπτώσεις υπάρχει μια ολίσθηση συχνότητας  $\delta f$  μεταξύ πομπού και δέκτη. Η επίδραση της είναι πολύ σημαντική για τα συστήματα με διαμορφώση OFDM. Η ανάλυση που ακολουθεί βασίζεται στο μοντέλο συνεχούς χρόνου.

Εστω ότι εκπέμπεται το σήμα  $s(t) = \sum_k s_k e^{j2\pi f_k t}$ ,  $0 \leq t \leq T_b$  όπου  $f_k = f_0 + k\Delta f$  και  $s_k$  η εκπεμπόμενη πληροφορία στο  $k$ -οστό subcarrier. Αν υπάρχει πολλαπλασιαστική στο χρόνο παραμόρφωση  $\gamma(t)$  η οποία και προκαλείται από ολίσθηση συχνότητας ή από το φαινόμενο Doppler τότε το σήμα που λαμβάνεται (επίπεδο κανάλι) θα είναι:

$$x(t) = \gamma(t)s(t) \quad (4.26)$$

και στην αποδιαμόρφωση του:

$$\begin{aligned} X_m &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} x(t) e^{-j2\pi f_m t} dt \\ &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} \gamma(t) \sum_k s_k e^{j2\pi f_k t} e^{-j2\pi f_m t} dt \\ &= \sum_k \left\{ \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} \gamma(t) e^{j2\pi f_k t - j2\pi f_m t} dt \right\} s_k \\ &= a_0 s_m + \sum_{k \neq m} a_{m-k} s_k \end{aligned} \quad (4.27)$$

όπου

$$a_l = \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} \gamma(t) e^{-j2\pi l \Delta f t} dt \quad (4.28)$$

Το  $a_0$  είναι ένας μιγαδικός αριθμός, του οποίου το πλάτος και η φάση αναπαριστά την εξασθένηση και τη στροφή φάσης στο επιθυμητό σήμα, ενώ οι συντελεστές  $a_l$  είναι η διαφορονοτική παρεμβολή ICI. Αν το  $\gamma(t)$  δεν είναι σταθερά τότε υπάρχει διαφορονοτική παρεμβολή. Στην περίπτωση της μετατόπισης συχνότητας  $\gamma(t) = e^{j2\pi\delta f t}$ , όπου  $\alpha = \delta f / \Delta f$ . Από τη σχέση (4.28) προκύπτει:

$$\begin{aligned} a_l &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} e^{j2\pi\alpha\Delta f t} e^{-j2\pi l \Delta f t} dt \\ &= \frac{\sin[\pi(l-\alpha)]}{\pi(l-\alpha)} e^{-j\pi(l-\alpha)} \\ &= -\frac{\sin(\pi\alpha)}{\pi(l-\alpha)} e^{j\pi\alpha} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Αν  $\alpha = k_0 + \varepsilon$ , όπου  $k_0$  είναι ακέραιος και το  $\varepsilon$  είναι ένας κλασματικός αριθμός με  $\varepsilon \leq 1/2$  τότε:

$$a_l = -\frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\pi(l - k_0 - \varepsilon)} e^{j\pi\varepsilon}$$

Όταν  $\alpha \leq 1/2$ ,  $0 < |a_l| \leq |a_0|$ . Σε αυτή την περίπτωση το επιθυμητό σήμα είναι η κυρίαρχη συνιστώσα, αλλά υπάρχει και ICI από τη στιγμή που  $a_l \neq 0$  για κάθε  $l$ . Όταν το  $\alpha$  είναι ακέραιος αριθμός (δηλαδή  $k_0 = \alpha$ ,  $\varepsilon = 0$ ), τότε  $a_{k_0} = 1$  και  $a_l = 0$ ,  $l \neq k_0$  και  $X_l = s_{l-k_0}$ . Σε αυτή την

περίπτωση δεν θεωρείται ότι υπάρχει διαφεροντική παρεμβολή, αλλά υπάρχει μια μετατόπιση της πληροφορίας στα subcarriers. Στη γενική περίπτωση ούτε το  $k_0$ , ούτε το  $\varepsilon$  είναι μηδενικά και για αυτό το λόγο υπάρχει και μετατόπιση πληροφορίας στα subcarriers και στροφή φάσης και ICI. Παρόλα αυτά η παραμόρφωση της μετατόπισης είναι ντετερμινιστική και μπορεί να διορθωθεί από τη στιγμή που υπάρχει εκτίμηση της.

#### 4.2.5 Ολίσθηση Doppler

Στα τηλεπικοινωνιακά κανάλια, λόγω της κίνησης των άκρων της ζεύξης ή/και του περιβάλλοντος, παρατηρείται το φαινόμενο Doppler σύμφωνα με το οποίο προκαλείται ολίσθηση συχνότητας του σήματος. Η ολίσθηση  $\gamma(t)$  που προκαλείται λόγω Doppler συνήθως δεν είναι μια σταθερή ολίσθηση συχνότητας, αλλά μπορεί να μοντελοποιηθεί ως μια μηδενικής τιμής, στατική (υπό την ευρεία έννοια) στοχαστική διαδικασία. Για την κλασική μορφή του φάσματος Doppler (Jakes) η φασματική πυκνότητα ισχύος του  $\gamma(t)$  δίνεται από τη σχέση:

$$P_J = \begin{cases} \frac{1}{\pi f_d} \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{f}{f_d})^2}}, & |f| < f_d \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.30)$$

όπου  $f_d$  η μέγιστη συχνότητα Doppler. Δυο άλλες ακραίες περιπτώσεις του φάσματος Doppler είναι η ομοιόμορφη και τα μοντέλα δυο μονοπατιών (two path model). Για αυτά τα δυο μοντέλα, οι πυκνότητες ισχύος είναι [62]:

$$P_u = \begin{cases} \frac{1}{\pi f_d}, & |f| < f_d \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.31)$$

και

$$P_t = 0.5[\delta(f + f_d) + \delta(f - f_d)] \quad (4.32)$$

για το ομοιόμορφο μοντέλο και το μοντέλο δυο μονοπατιών αντίστοιχα. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του  $\gamma(t)$  που ορίζεται σύμφωνα με τη σχέση  $r(\tau) = E\{\gamma(t + \tau)\gamma^*(t)\}$  μπορεί εύκολα να προσδιοριστεί από τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier της φασματικής πυκνότητας ισχύος:

$$r(\tau) = F^{-1}\{P(f)\}$$

Οι συναρτήσεις συσχέτισης όπως προκύπτουν για τα τρία μοντέλα που παρουσιάστηκαν είναι:

$$r_J(\tau) = J_0(2\pi f_d \tau) \quad (4.33)$$

$$r_u(\tau) = \text{sinc}(f_d \tau) \quad (4.34)$$

$$r_t(\tau) = \cos(2\pi f_d \tau) \quad (4.35)$$

αντίστοιχα, όπου  $J_0(x)$  η μηδενικής τάξης συνάρτηση Bessel του πρώτου είδους και sinc η συνάρτηση δειγματοληψίας. Σημειώνεται ότι το μοντέλο δυο μονοπατιών αντιστοιχεί σε ένα OFDM σύστημα με σταθερή ολίσθηση Doppler σε Hz.

Από τη στιγμή που το  $\gamma(t)$  είναι τυχαία μεταβλητή το ίδιο ισχύει και για τους συντελεστές  $a_l$  της σχέσεως (4.28). Επιπλέον αποδεικνύεται ότι τα  $a_l$  θα είναι μηδενικής μέσης τιμής με διασπορά που δίνεται από τη σχέση [62]:

$$\sigma_l^2 = E\{|a_l|^2\} = \int_{-1}^1 r(T_b x)(1 - |x|)e^{-j2\pi l x} dx$$

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

και η συνολική μέση ισχύς λόγω διαφερωντικής παρεμβολής θα δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} P_{ICI} &= E \left| \sum_{l \neq 0} a_l s_{m-l} \right|^2 = \int_{-1}^1 (1 - |x|)(1 - r(T_b x)) dx \\ &= 1 - \int_{-f_d}^{f_d} P(f) \text{sinc}^2(f T_b) df \end{aligned} \quad (4.36)$$

Από τη στιγμή που η συσχέτιση στο πεδίο του χρόνου ή το φάσμα Doppler του διαύλου είναι γνωστό, μπορεί να υπολογιστεί η μέση ισχύς ICI. Για το κλασσικό Jakes μοντέλο έχουμε:

$$P_{ICI} = 1 - \int_{-1}^1 (1 - |x|) J_0(2\pi f_d T_b x) df \quad (4.37)$$

Για τα δύο άλλα μοντέλα έχουμε αντίστοιχα:

$$P_{ICI} = 1 - \frac{1 - \cos(2\pi f_d T_b) - 2\pi f_d T_b \text{Si}(2f_d T_b)}{2(\pi f_d T_b)^2} \quad (4.38)$$

$$P_{ICI} = 1 - \text{sinc}^2(f_d T_b) \quad (4.39)$$

όπου η Si είναι το ολοκλήρωμα της συνάρτησης δειγματοληψίας, δηλαδή:

$$\text{Si}(x) = \pi \int_0^x \text{sinc}(u) du$$

Με βάση τις εξισώσεις αυτές μπορεί να υπολογιστεί η μέση τιμή της παρεμβολής. Επειδή όμως πολλές φορές δεν είναι διαθέσιμη η φασματική πυκνότητα ισχύος Doppler, παρέχονται ορισμένα συνολικά όρια της ICI ισχύος [63]. Έχει αποδειχτεί ότι η ισχύς ICI έχει τα εξής ανώτερα και κατώτερα όρια:

$$P_{ICI} \geq \frac{a_1}{12} (2\pi f_d T_b)^2 - \frac{a_2}{360} (2\pi f_d T_b)^4 \quad (4.40)$$

και

$$P_{ICI} \leq \frac{a_1}{12} (2\pi f_d T_b)^2 \quad (4.41)$$

όπου  $a_i$  για  $i = 1, 2$  ορίζεται από τα ολοκληρώματα:

$$a_k = \frac{1}{f_d^{2k}} \int_{-f_d}^{f_d} f^{2k} P(f) df = \frac{2}{f_d^{2k}} \int_0^{f_d} f^{2k} P(f) df$$

Στην περίπτωση που δεν είναι γνωστό το φάσμα Doppler, τα  $a_1, a_2$  μπορούν να υπολογιστούν με άλλες προσεγγίσεις. Για παράδειγμα αν οριστεί το μέγεθος  $\gamma^{(k)}(t)$  ως η  $k$ -οστή παράγωγος του  $\gamma(t)$  τότε αποδεικνύεται ότι [63]:

$$E \left\{ \left| \gamma^{(k)}(t) \right|^2 \right\} = (2\pi)^{2k} \int_{-f_d}^{f_d} f^{2k} P(f) df$$

και άρα:

$$a_k = \frac{E \left\{ \left| \gamma^{(k)}(t) \right|^2 \right\}}{(2\pi f_d)^{2k}}$$

Από τον ορισμό του  $a_1$ , είναι προφανές ότι  $a_1 \leq 1$ . Χρησιμοποιώντας αυτό το δεδομένο μπορεί να εξαχθεί ένα γενικό άνω όριο που εξαρτάται μόνο από το γινόμενο  $f_d T_b$ .

$$P_{ICI} \leq \frac{1}{12} (2\pi f_d T_b)^2 \quad (4.42)$$

Το γενικό άνω όριο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε οποιοδήποτε OFDM σύστημα ανεξαρτήτως του φάσματος Doppler του διαύλου. Από τη στιγμή που το  $a_1$  είναι μικρότερο ή ίσο της μονάδας, είναι προφανές ότι αυτό το άνω όριο δεν είναι τόσο "σφιχτό", όσο το προηγούμενο της σχέσης (4.41). Μπορεί να αποδειχθεί πως η χειρότερη περίπτωση (δηλαδή  $a_1 = 1$ ) επιτυγχάνεται όταν εφαρμοστεί το φάσμα Doppler δυο μονοπατιών.

#### 4.2.6 Επίδραση των χρονικών μετατοπίσεων

Με τον όρο χρονική μετατόπιση για ένα OFDM σύστημα, εννοούμε το σφάλμα στον συγχρονισμό πομπού και δέκτη, ώστε ο δέκτης δειγματοληπώντας να θεωρεί σε διαφορετικό σημείο από το πραγματικό την αρχή του OFDM συμβόλου. Έστω ότι υπάρχει μετατόπιση  $\tau > 0$  μεταξύ πομπού και δέκτη στο παρατηρούμενο σήμα.

$$\bar{s}(t, \tau) = \begin{cases} s(t + \tau), & \text{if } 0 \leq t \leq T_b - \tau \\ e(t - T_b + \tau), & \text{if } T_b - \tau \leq t \leq T_b \end{cases} \quad (4.43)$$

Αν το OFDM σύστημα δε διαθέτει κυκλική επέκταση, τότε το  $e(t)$  είναι ένα κομμάτι από το επόμενο OFDM σύμβολο και υπό αυτή την έννοια υπάρχει διασυμβολική παρεμβολή ISI. Για OFDM συστήματα με κυκλική επέκταση μεγαλύτερη της μετατόπισης  $\tau$  τότε  $e(t) = s(t)$ . Για OFDM συστήματα με κυκλική επέκταση μικρότερη του  $\tau$ , το σήμα  $e(t)$  είναι μείγμα των παραπάνω δυο περιπτώσεων.

Με την ύπαρξη της χρονικής μετατόπισης το σήμα που αποδιαμορφώνεται από το δέκτη έχει την εξής μορφή (σε μοντέλο συνεχούς χρόνου):

$$\begin{aligned} X_m &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} \bar{s}(t, \tau) e^{-j2\pi f_m t} dt \\ &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b - \tau} s(t + \tau) e^{-j2\pi f_m t} dt + \frac{1}{T_b} \int_{T_b - \tau}^{T_b} e(t - T_b + \tau) e^{-j2\pi f_m t} dt \\ &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} s(t) e^{-j2\pi f_m (t - \tau)} dt - \frac{1}{T_b} \int_0^{\tau} s(t) e^{-j2\pi f_m (t - \tau)} dt \\ &\quad + \frac{1}{T_b} \int_0^{\tau} e(t) e^{-j2\pi f_m (t - \tau)} dt \\ &= s_m e^{j2\pi f_m \tau} + \frac{1}{T_b} \int_0^{\tau} [e(t) - s(t)] e^{-j2\pi f_m (t - \tau)} dt \end{aligned} \quad (4.44)$$

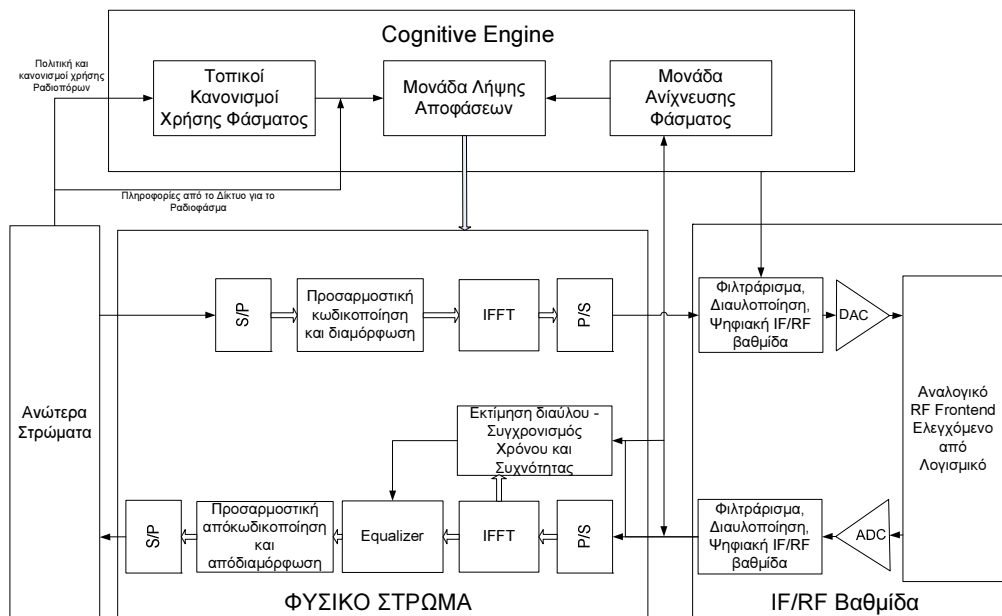
Από την εξίσωση (4.44) καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα: Η χρονική μετατόπιση εισάγει μια στροφή φάσης στο επιθυμητό σήμα, η οποία στην πραγματικότητα δεν επηρεάζει το σύστημα καθώς μπορεί να αντισταθμιστεί από τον equalizer. Όταν το σύστημα δεν διαθέτει διάστημα φύλαξης τότε το  $e(t)$  περιέχει το επόμενο σύμβολο και η μέση ισχύς παρεμβολής δίνεται από το άθροισμα της ισχύος των όρων  $\frac{1}{T_b} \int_0^{\tau} e(t) e^{-j2\pi f_m (t - \tau)} dt$  και  $\frac{1}{T_b} \int_0^{\tau} s(t) e^{-j2\pi f_m (t - \tau)} dt$ . Αν υπάρχει μηδενικό διάστημα φύλαξης μεγαλύτερο του  $\tau$  τότε  $e(t) = 0$  και η παρεμβολή οφείλεται στο  $s(t)$ . Αν όμως το διάστημα φύλαξης είναι κυκλική επέκταση τότε  $e(t) = s(t)$  και το ολοκλήρωμα της παρεμβολής μηδενίζεται. Έτσι βγαίνει το συμπέρασμα πως το cyclic prefix μπορεί, εφόσον επιλεγεί κατάλληλα, να εξουδετερώσει πλήρως την προσθετική παραμόρφωση.



Με παρόμοιο τρόπο μπορεί να προσδιοριστεί η επίδραση που μπορεί να έχει η διασπορά του διαύλου (channel spread) στο σύστημα, εφόσον είναι μεγαλύτερη από το κυκλικό πρόθεμα.

### 4.3 Cognitive Radio βασισμένο σε παραμετροποίηση OFDM Software Radio

Στην προηγούμενη παράγραφο παρουσιάστηκε με λεπτομέρεια η διαμόρφωση OFDM και αναφέρθηκαν διεξοδικά τα πλεονεκτήματα χρήσης της. Είναι γενική πεποίθηση ότι η διαμόρφωση OFDM και η μέθοδος πολυπλεξίας OFDMA μπορούν να παίξουν ιδιαίτερο ρόλο στην υλοποίηση συστημάτων Cognitive Radio, αφού μπορούν να προσφέρουν προσαρμοστικές και παραμετροποιήσιμες λύσεις ([64] [58] [57]). Στην παράγραφο που ακολουθεί παρουσιάζονται τα πλεονεκτήματα της χρήσης της OFDM διαμόρφωσης σε Cognitive Radios. Στο Σχήμα 4.4 παρουσιάζεται ένα απλοποιημένο μπλοκ διάγραμμα ενός Cognitive Radio - Software Radio με έμφαση στο Φυσικό στρώμα και στην ραδιοεπαφή (air interface). Όπως έχει αναφερθεί διαχειριστής και ελεγκτής αυ-



Σχήμα 4.4: Block διάγραμμα ενός Cognitive Radio βασισμένο σε OFDM

τού του συστήματος είναι η Μηχανή Γνωστικών Διεργασιών (Cognitive Engine). Με βάση τα αποτελέσματα της φασματικής ανίχνευσης, την αλληλεπίδραση με το τηλεπικοινωνιακό περιβάλλον, τον χρήστη αλλά και με σεβασμό στην καθορισμένη πολιτική διαχείρισης φάσματος της περιοχής, η Γνωστική μηχανή είναι η μονάδα απόφασης που ορίζει τον τύπο της κυματομορφής (που συμπεριλαμβάνει εύρος ζώνης, συχνότητες λειτουργίας, διαμόρφωση, κωδικοποίηση κ.α.) και ο SDR πομποδέκτης οφείλει άμεσα και με υπολογιστική αποδοτικότητα να αναπροσαρμοσθεί στις νέες απαιτήσεις. Σε αυτό το σημείο η τεχνολογία του OFDM μπορεί να αντεπεξέλθει εύκολα με κατάλληλη παραμετροποίηση των συναρτήσεων υλοποίησης της όσον αφορά τις κρίσιμες παραμέτρους της, επιτρέποντας μεγάλη ευελιξία και προσαρμοστικότητα, διατηρώντας ταυτόχρονα την υπολογιστική πολυπλοκότητα σε χαμηλά επίπεδα. Οι παράμετροι αυτοί που ορίζουν την διάταξη του OFDM συστήματος είναι:

- Μέγεθος FFT

- Μέγεθος του Cyclic Prefix
- Αριθμός Πιλοτικών Φερόντων
- Εύρος Ζώνης
- Μέθοδος Πρόσβασης/Πολυπλεξίας στον Δίαυλο
- Τύπος και Βαθμός Κωδικοποίησης καθώς και bits ανά σύμβολο ανά subcarrier (ή ανά μπλοκ από subcarriers)

Αφού η κυματομορφή OFDM σχηματίζεται κατάλληλα ώστε να καλύπτει τις απαιτήσεις, πραγματοποιείται περαιτέρω μορφοποίηση και κατάλληλη φασματική τοποθέτηση από την ψηφιακή μονάδα διαυλοποίησης (digital IF) και στη συνέχεια το αναλογικό υποσύστημα πραγματοποιεί την φυσική εκπομπή του σήματος. Τα πλεονεκτήματα της χρήσης της OFDM διαμόρφωσης συνοψίζονται στα ακόλουθα σημεία.

### 4.3.1 Μορφοποίηση κυματομορφής σε ένα OFDM-SDR/CR

Το Cognitive Radio ανιχνεύει το ραδιοφάσμα και αναγνωρίζει υπάρχουσες εκπομπές καθώς και διαθέσιμους ραδιοπόρους. Το επόμενο βήμα είναι η σύνθεση και η μορφοποίηση της κυματομορφής. Η τεχνολογία Software Radio οφείλει να επιτρέπει τον πλήρη έλεγχο της μορφής της εκπεμπόμενης κυματομορφής, όπως το εύρος ζώνης, το επίπεδο ισχύος, η κεντρική συχνότητα και η φασματική "μάσκα" που ακολουθεί το εκπεμπόμενο σήμα.

Η διαμόρφωση OFDM παρέχει ευελιξία λόγω της εύκολης αναπροσαρμογής του φασματικού προφίλ του σήματος. Με απλή απενεργοποίηση ενός συνόλου από subcarriers η κυματομορφή μπορεί να αναπροσαρμοστεί για να ταιριάζει στο διαθέσιμο προς χρήση ραδιοφάσμα. Αν υποθεθεί ότι είναι γνωστή η απαιτούμενη φασματική μάσκα για την εκπομπή, τότε η ρύθμιση της κυματομορφής με απενεργοποίηση των απαιτούμενων subcarriers είναι σχετικά απλή διαδικασία.

Οι κύριες παράμετροι που μπορούν να επαναπροσαρμοστούν για την κάλυψη των απαιτήσεων της εκπομπής είναι ο αριθμός των subcarriers, η ισχύς των subcarriers και τα φίλτρα μορφοποίησης των παλμών που θα χρησιμοποιηθούν. Η αύξηση του αριθμού των subcarriers σε μια δεδομένη φασματική ζώνη απαιτεί φυσικά αύξηση της πολυπλοκότητας και ειδικές συνθήκες (δεδομένων των ισοζυγίων που πρέπει να τηρούνται όπως εξηγήθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους σχετικά με τη διαμόρφωση OFDM). Επίσης η ισχύς των subcarriers μπορεί να δώσει κατάλληλη φασματική απόκριση στην κυματομορφή. Π.χ. ο περιορισμός της παρεμβολής σε γειτονικά συστήματα/κανάλια OFDM μπορεί να γίνει με ανάλογη μείωση της ισχύος των subcarriers που βρίσκονται στα άκρα της ζώνης. Τέλος πολύ σπουδαίο ρόλο δύναται να παίξει η κατάλληλη επιλογή φίλτρων μορφοποίησης παλμών (pulse shaping filters) που παράλληλα μπορούν να μειώσουν την προκαλούμενη/δεχόμενη παρεμβολή και να αυξήσουν την φασματική αξιοποίηση της διαθέσιμης ζώνης.

### 4.3.2 Προσαρμογή στο περιβάλλον

Βασική απαίτηση για τα Cognitive Radios είναι η προσαρμοστικότητα. Αυτός είναι και ο λόγος που η έννοια του Cognitive Radio είναι συνυφασμένη με αυτή του Software Radio. Η γνώση των δυνατοτήτων του hardware και των επεξεργαστών σε συνδυασμό με τις λαμβανόμενες μετρήσεις και την εύκολη αναπροσαρμογή μέσω λογισμικού παρέχουν τη δυνατότητα παραγωγής προσαρμοστικών κυματομορφών για την επικοινωνία με άλλους χρήστες χρησιμοποιώντας τους καλύτερους αλγορίθμους εκμετάλλευσης του διαθέσιμου διαύλου και των πόρων του δικτύου. Για

παράδειγμα ο ορισμός του διαύλου επικοινωνίας μπορεί να γίνει με επιλογή της καταλληλότερης συχνότητας για εκπομπή σε ανοικτό περιβάλλον, η κυματομορφή να διαθέτει χαρακτηριστικά που να αντισταθμίζουν εκ των προτέρων τις εισαγόμενες διαλείψεις του διαύλου και να μηδενίζει ορισμένα σήματα παρεμβολών (precoding).

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η διαμόρφωση OFDM παρέχει έναν μεγάλο αριθμό παραμέτρων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για προσαρμογή της κυματομορφής. Οι παράμετροι που σχετικά απλά μπορούν να επαναπροσδιορισθούν είναι το εύρος ζώνης, το μέγεθος του FFT, τα φίλτρα και τα παράθυρα, η τάξη της διαμόρφωσης, η εκπεμπόμενη ισχύς και τα εκάστοτε ενεργά subcarriers. Επιπλέον οι παράμετροι μπορούν να προσαρμόζονται ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος όπως το μέγεθος του cyclic prefix, ο βαθμός ή τύπος κωδικοποίησης, ο τύπος διαμόρφωσης, η τοποθέτηση και ο αριθμός των πιλοτικών φερόντων, ο τύπος και το μέγεθος των ακολουθιών εκπαίδευσης (training sequences) και των προπορευόμενων σημάτων συγχρονισμού (preambles), οι μέθοδοι duplexing, ακόμη και οι μέθοδοι και οι παράμετροι των αλγορίθμων εκτίμησης και ισοστάθμισης διαύλου, χρονικού και συχνοτικού συγχρονισμού κ.α. Η προσαρμοστικότητα σε ένα τέτοιο OFDM - Software Radio μπορεί να διακριθεί σε δυο τύπους:

- Προσαρμοστικότητα όσον αφορά την επιλογή του αλγορίθμου
- Προσαρμοστικότητα όσον αφορά τις παραμέτρους ενός αλγορίθμου.

Είναι προφανές ότι ο πιο απλός τρόπος για την επίτευξη προσαρμογής της κυματομορφής είναι με ρύθμιση των παραμέτρων κάτι το οποίο εν μέρει γίνεται σε μερικά μπλοκ των συμβατικών πομποδεκτών. Φυσικά και σε αυτή την περίπτωση παρουσιάζει ενδιαφέρον η ανάπτυξη αλγορίθμων για την δυναμική και από κοινού ρύθμιση των παραμέτρων του συστήματος. Όμως οι προοπτικές που δίνει η χρήση των Software Radios επιτρέπει την ριζική αναπροσαρμογή και αλλαγή των αλγορίθμων, π.χ. ριζική αλλαγή των αλγορίθμων συγχρονισμού και εκτίμησης διαύλου λόγω ιδιαιτέρων απαιτήσεων ποιότητας ή συνθηκών διαύλου. Κάτι τέτοιο προφανώς απαιτεί πλήρως αναπροσαρμοζόμενη πλατφόρμα υλικού.

### 4.3.3 Ανίχνευση Ραδιοφάσματος από ένα OFDM-SDR/CR

Ένα SDR-CR οφείλει να έχει τη δυνατότητα να σαρώνει το φάσμα μετρώντας διάφορα χαρακτηριστικά όπως την θερμοκρασία θορύβου ή παρεμβολής ή την λαμβανόμενη ισχύ. Μέσα από τις μετρήσεις πρέπει να αναγνωρίζονται οι διαφορετικοί χρήστες και να διακρίνονται σε πρωτεύοντες ή σε άλλα CRs. Με αυτόν τον τρόπο αντιλαμβάνεται και καθορίζει ποιες φασματικές ζώνες είναι διαθέσιμες για εκπομπή. Στις διαδικασίες ανίχνευσης είναι πάντα ωφέλιμο (αν όχι απαραίτητο) να διαμοιράζονται οι πληροφορίες ανίχνευσης μεταξύ των CRs για την αποφυγή λανθασμένων εκτιμήσεων και την εξασφάλιση της ανεπηρέαστης λειτουργίας των πρωτεύοντων χρηστών.

Εδώ επικεντρωνόμαστε στις φυσικές διαδικασίες επεξεργασίας των εισερχόμενων σημάτων. Γενικά οι διαδικασίες ανίχνευσης μπορεί να είναι ιδιαίτερα πολύπλοκες και εξεζητημένες. Ένα πρώτο ζήτημα που καλείται να επιλύσει ένα CR είναι το πόσο συχνά πρέπει να γίνεται η ανίχνευση του φάσματος. Στην περίπτωση που γίνεται πολύ συχνά το υπολογιστικό φορτίο μπορεί να είναι υπέρογκο. Σε διαφορετική περίπτωση τα προβλήματα που μπορούν να υπάρξουν αφορούν τόσο πιθανές χαμένες ευκαιρίες εκπομπής όσο και παρεμβολές σε πρωτεύοντες χρήστες που ξεκινούν να εκπέμπουν.

Το πλεονέκτημα που προσφέρει ένα OFDM σύστημα είναι το γεγονός πως η μετατροπή χρονικών δειγμάτων στο πεδίο της συχνότητας πραγματοποιείται ούτως ή άλλως κατά την αποδιαμόρφωση με την χρήση συναρτήσεων FFT. Έτσι όλα τα σημεία στο πλέγμα χρόνου-συχνότητας σαρώνονται χωρίς επιπλέον κόστος όσον αφορά το απαιτούμενο λογισμικό ή υλικό. Φυσικά αυτή

η παρουσίαση της διαδικασίας είναι υπεραπλουστευμένη, αλλά σε κάθε περίπτωση η ύπαρξη διαδικασιών φασματικής ανάγνωσης σε ένα OFDM σύστημα βοηθά στην υπολογιστικά ευκολότερη σάρωση του υπό χρήση φάσματος. Γενικά η χρήση του FFT για φασματική ανίχνευση, το περιοδόγραμμα όπως ονομάζεται, δεν αποτελεί καλή λύση και δεν παρέχει ακριβή συμπεράσματα, παρότι σε εύκολες καταστάσεις μπορεί να γίνει χρήσιμη. Παρόλα αυτά, όπως φαίνεται και στα υπόλοιπα κεφάλαια η OFDM διαμόρφωση διευκολύνει την ανάπτυξη πιο ολοκληρωμένων αλγορίθμων και δίνει δυνατότητες για ανάπτυξη αλγορίθμων πιο συγκεκριμένης εφαρμογής (όπως π.χ. η ανίχνευση τριών καταστάσεων κεφ. 7).

#### 4.3.4 Μέθοδοι πολλαπλής πρόσβασης, Φασματική κατανομή και Προηγμένα συστήματα Κεραιών

Ένα OFDM σύστημα επιτρέπει την παράλληλη χρήση όλων των διαθέσιμων μεθόδων πολυπλεξίας για την ταυτόχρονη πρόσβαση πολλών χρηστών στους διαθέσιμους πόρους. Έτσι ένα βασισμένο σε OFDM ασύρματο δίκτυο μπορεί να χρησιμοποιεί τεχνικές πολυπλεξίας με διαίρεση χρόνου (TDMA), με διαίρεση συχνότητας (FDMA), με τυχαία προσπέλαση (CSMA) ή/και με διαίρεση κώδικα στο πεδίο της συχνότητας. Η τελευταία τεχνική είναι ο τύπος μετάδοσης γνωστός ως MultiCarrier CDMA (MC-CDMA).

Επιπλέον, όπως ήδη αναφέρθηκε, η τεχνική πρόσβασης OFDMA μπορεί να χρησιμοποιηθεί χωρίς ιδιαίτερες προσαρμογές σε OFDM συστήματα. Η OFDMA χρησιμοποιείται στο πρότυπο του WiMax. Συνοπτικά αναφέρεται ότι τα subcarriers ομαδοποιούνται και μοιράζονται σε διαφορετικούς χρήστες. Οι μέθοδοι ανάθεσης subcarriers διακρίνονται σε:

- τυχαία ανάθεση
- ανάθεση ανά subcarrier με βάση το κανάλι, τη διαθέσιμη ισχύ, την κίνηση κ.α.
- ανάθεση subcarriers με διεμπλοκή (interleaving)
- ανάθεση γειτονικών subcarriers σε υποζώνες

Είναι προφανές λοιπόν πως προσφέρεται ποικιλία επιλογών για την ταυτόχρονη πρόσβαση ενός αριθμού δευτερευόντων Cognitive Radios. Η μέθοδος καθώς και η τεχνική ανάθεσης μπορεί να προσαρμοστεί ανάλογα με τον αριθμό CRs και του διαθέσιμου φάσματος. Μάλιστα η ανάλυση του τρόπου λειτουργίας ενός OFDM-CR συστήματος δείχνει ότι αυτό παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με την OFDMA τεχνική με ανάθεση γειτονικών subcarriers σε υποζώνες.

Η προσαρμοστικότητα ενός τέτοιου SDR-CR παρέχει μια επιπλέον δυνατότητα. Από τη στιγμή που μπορεί να αναγνωρίζει και πιθανώς να αποκωδικοποιεί τους πρωτεύοντες χρήστες, μπορεί να επαναπροσδιορίσει τις συναρτήσεις του έτσι ώστε να είναι δυνατή η χρήση του πρωτεύοντος συστήματος ακολουθώντας το πρότυπο που υποστηρίζεται (interoperability - multimode radio), δεδομένου ότι τα περισσότερα συστήματα των σύγχρονων προτύπων χρησιμοποιούν OFDM διαμόρφωση (802.11a, 802.11g και τα broadcasting πρωτόκολλα DAB, DVB) καθώς η διαμόρφωση OFDM αποτελεί κύριο σχήμα διαμόρφωσης σε όλα τα συστήματα προσωπικών επικοινωνιών και τοπικής ασύρματης δικτύωσης. Έτσι το OFDM CR-SDR πλεονεκτεί όσον αφορά τη διαδραστικότητα με τα υπάρχοντα συστήματα, λόγω της κοινής φύσης τους.

Τέλος η φασματική αποδοτικότητα των συστημάτων μπορεί να βελτιωθεί κατά πολύ με την χρήση προηγμένων κεραιοσυστημάτων και τεχνικών χωρικής πολυπλεξίας (SMDA). Οι έξυπνες κεραιές και τα συστήματα MIMO μπορούν να εκμεταλλευτούν τη χωρική διάσταση της διάδοσης

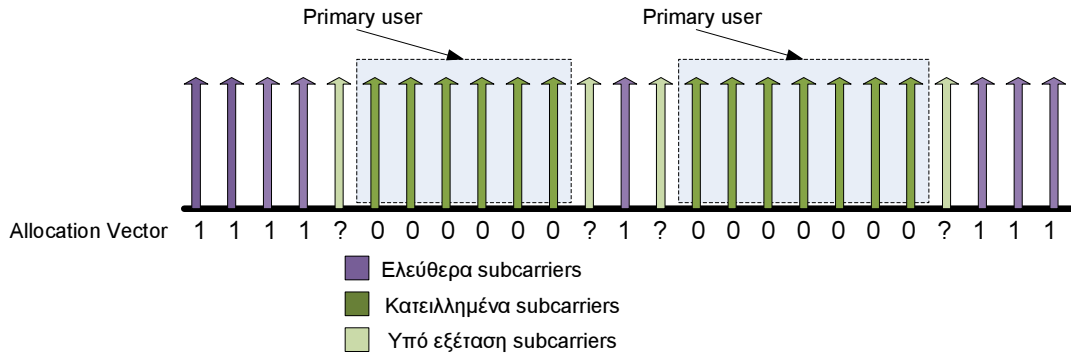
του σήματος από τον πομπό στον δέκτη για τη βελτίωση της αποδοτικότητας. Η διαφορική εκπομπή/λήψη, ο έλεγχος του διαγράμματος ακτινοβολίας (beamforming) και οι διαδικασίες χωρο-χρονικής κωδικοποίησης και ισοστάθμισης μπορούν να εφαρμοστούν σε ένα OFDM-SDR/CR. Από την άλλη τα MIMO συστήματα είναι πολύ συχνά συνδεδεμένα με την διαμόρφωση OFDM. Τα MIMO-OFDM συστήματα έχουν αναπόφευκτα συνδεθεί με τη χωρο-χρονική κωδικοποίηση (space-time coding). Στο MIMO-OFDM η απόκριση του διαύλου γίνεται πίνακας και το εκπεμπόμενο σήμα μπορεί να ισοσταθμίζεται ανεξάρτητα για το κάθε στοιχείο της κεραίας εκπομπής με απλές διαδικασίες γραμμικής άλγεβρας ([65]). Επιπλέον τα συστήματα space-time coding MIMO-OFDM αντιμετωπίζουν την επιλεκτικότητα του διαύλου στη συχνότητα αποδοτικά, αυξάνοντας την χωρητικότητα του καναλιού.

## 4.4 Συγχρονισμός και Αρχιτεκτονικές Δεκτών για OFDMA και OFDM-Cognitive Radios

### 4.4.1 Η Μη-συνεχόμενη OFDM

Η επίτευξη συγχρονισμού σε χρόνο και συχνότητα αποτελεί μια πολύ κρίσιμη διαδικασία για τα συστήματα που βασίζονται σε OFDM διαμόρφωση, καθώς μπορεί να προκαλέσει μεγάλη επιδείνωση στις επιδόσεις λειτουργίας τους. Όπως αναφέρθηκε, τα OFDM-CR συστήματα παρουσιάζουν πολλές ομοιότητες με τα OFDMA συστήματα και ειδικά με αυτά στα οποία γίνεται ανάθεση ομάδων από γειτονικά υποφέροντα, γνωστή και ως Subband OFDMA ή κατά την ορολογία που χρησιμοποιείται στο WiMax, AMC-OFDMA καθώς ευνοεί τη χρήση προσαρμοστικών σχημάτων διαμόρφωσης-κωδικοποίησης. Για να γίνει κατανοητό το γιατί, σε πρώτη φάση περιγράφεται το πλαίσιο λειτουργίας (στην πιο βασική μορφή του) ενός OFDM-CR.

- Ολόκληρη η ζώνη συχνοτήτων χωρίζεται σε ισοπέχοντα στενής ζώνης κανάλια (τα subcarriers). Η φασματική απόσταση μεταξύ των subcarriers (subcarrier spacing) έχει επιλεγεί με βάση τα ισοζύγια που περιγράφηκαν στην παράγραφο ορισμού της OFDM διαμόρφωσης (δηλαδή κατάλληλο ώστε να καταπολεμά την συχνοεπιλεκτική συμπεριφορά του διαύλου χωρίς να δημιουργεί προβλήματα όσον αφορά τον χρόνο συνοχής, τους αλγορίθμους συγχρονισμού κ.α.).
- Πραγματοποιείται ανίχνευση του φάσματος και ανάλογα και με τον διαθέσιμο προς μετάδοση όγκο πληροφορίας και την πληροφορία για την κατάσταση του τηλεπικοινωνιακού διαύλου αποφασίζεται η ζώνη συχνοτήτων που θα καταληφθεί. Δημιουργείται το Διάνυσμα Ανάθεσης (Allocation Vector) που ορίζει ποια subcarriers χρησιμοποιούνται από άλλα συστήματα τοποθετώντας τον λογικό δείκτη "0" και τα subcarriers στα οποία θα γίνει απόπειρα μετάδοσης τοποθετώντας τον λογικό δείκτη "1" ([56] σχ.4.5).
- Στα subcarriers με καταφατικό flag μπορεί να εκπεμφθεί ωφέλιμο σήμα ή σήμα ελέγχου και σηματοδοσίας. Γενικά είναι θέμα του CR πως θα το χρησιμοποιήσει. Από την άλλη στα subcarriers που έχουν αρνητικό flag, το φάσμα χρησιμοποιείται ήδη και δεν διατίθεται προς εκμετάλλευση. Σε αυτά τα subcarriers η είσοδος στον FFT θα είναι μηδενική ώστε να μην υπάρξει εκτεταμένη παρεμβολή προς το άλλο σύστημα. Στο υποτυπώδες παράδειγμα του 4.5 η συνολική ζώνη χωρίζεται σε 25 subcarriers. Από αυτά, τα subcarriers που δεν υπερκαλύπτονται από άλλο σήμα χρησιμοποιούνται κανονικά, ενώ στα υπόλοιπα στέλνεται μηδενική είσοδος στον FFT. Για την περίπτωση των φερόντων που είναι σημειωμένα με το ερωτηματικό, εξαρτάται από τις απαιτήσεις του συστήματος το αν θα χρησιμοποιηθούν ή όχι. Όπως



**Σχήμα 4.5:** Το διάνυσμα ανάθεσης για ένα OFDM-CR σύστημα

μπορεί να παρατηρηθεί τα φέροντα αυτά σε μια ιδανική περίπτωση θα είχαν flag 1 αλλά επειδή είναι γειτονικά στην παρεμβολή ενδέχεται να μείνουν κενά για την προστασία τόσο του πρωτεύοντος συστήματος όσο και του CR. Γενικά (και σε αντιπαράθεση με το συγκεκριμένο παράδειγμα) περισσότερα από ένα, δηλαδή μια ομάδα από subcarriers είναι πιθανό να μείνουν απενεργοποιημένα για την προστασία του συστήματος. Παράλληλα το διάνυσμα ανάθεσης είναι δυνατό με την πρόσθεση κατάλληλης διαδικασίας ανίχνευσης να αποκτήσει και μια τρίτη κατάσταση για κάθε subcarrier. Έτσι το CR μπορεί να γνωρίζει ποια από τα subcarrier χρησιμοποιούνται από άλλα γνωστικά ραδιοσυστήματα και να χρησιμοποιήσει την πληροφορία αυτή για την βελτίωση των τεχνικών πολλαπλής/κοινή πρόσβασης στο μέσο.

- Πριν την τελική αποστολή του σχηματισμένου σήματος, μεσολαβεί ένα πρόσθετο στάδιο επεξεργασίας. Βασικός σκοπός αυτού του σταδίου είναι η περαιτέρω ελαχιστοποίηση της πιθανής αμοιβαίας παρεμβολής μεταξύ των διαφορετικών συστημάτων που έχουν πρόσβαση στο δίαυλο.
- Στην συνέχεια και χωρίς να γίνει κάποιος άλλος διαχωρισμός το σήμα οδηγείται στον FFT προς διαμόρφωση ακριβώς όπως στην περίπτωση των απλών OFDM συστημάτων.
- Τα βήματα που ακολουθούνται στο δέκτη είναι ανάλογα. Το σχήμα 4.5 δεν είναι τυχαίο ότι σχεδιάστηκε με τέτοιο τρόπο ώστε να υποδεικνύεται πως καθώς οι πρωτεύοντες χρήστες καταλαμβάνουν τους διαύλους που τους αναλογούν, η υπόλοιπη φασματική ζώνη που μένει ανεκμετάλλευτη αποτελείται από ομάδες υποφερόντων χωρισμένα σε υποζώνες. Το CR σύστημα καλείται να μεταδώσει και να λάβει αντίστοιχα χρησιμοποιώντας τις συγκεκριμένες ζώνες. Αυτή η μορφή της OFDM κυματομορφής που υλοποιείται με την χρήση ενός αριθμού υποφερόντων που δεν αποτελούν ένα ενιαίο σύνολο αλλά διαχωρίζονται σε φασματικές ζώνες ονομάζεται Μη Συνεχόμενη OFDM (Non Contiguous OFDM - NC OFDM) [57], [66].
- Σύμφωνα με την λογική που περιγράφηκε η NC-OFDM δεν συντίθεται από μεμονωμένα υποφέροντα σποραδικά κατανεμημένα στη συνολική ζώνη, αλλά από ομάδες υποφερόντων που τοποθετούνται στα χρησιμοποιήσιμα από τους πρωτεύοντες χρήστες κανάλια. Κατά συνέπεια, η κατανομή των CR χρηστών στο συνολικό εύρος ζώνης ομοιάζει ιδιαίτερα με ένα OFDMA σύστημα με ανάθεση σε υποζώνες (subband).

#### 4.4.2 Συγχρονισμός και Πολυπλεξία OFDMA

Ο θόρυβος στη φάση, η διασπορά της συχνότητας και οι χρονικές ολισθήσεις αποτελούν πολύ βασικές προκλήσεις που απασχολούν την έρευνα στα συστήματα που βασίζονται σε OFDM διαμόρ-

φωση. Είναι φυσικά ουτοπικό να θεωρείται ότι μπορεί να υπάρξει τέλειος συγχρονισμός μεταξύ πομπού και δέκτη στα συστήματα αυτά. Το πρόβλημα μεγεθύνεται στα συστήματα με πολυπλεξία OFDMA και κατά συνέπεια η υποβάθμιση της απόδοσης του συστήματος λόγω των σφαλμάτων συγχρονισμού αυξάνεται. Ο δέκτης έχει την αποστολή να διαλέξει τις καλύτερες στιγμές δειγματοσμού του εισερχόμενου σήματος και να ευθυγραμμίσει τις συχνότητες των subcarriers ενός OFDM συμβόλου που περιέχει σήματα από πολλαπλούς χρήστες. Στις ακόλουθες παραγράφους εξετάζονται οι συνέπειες των λαθών συγχρονισμού τόσο στον χρόνο όσο και στη συχνότητα. Η κύρια μελέτη πραγματοποιήθηκε για τα OFDMA συστήματα με ανάθεση ζωνών γειτονικών subcarriers (adjacent subcarrier permutation), όπου οι χρήστες είναι χωρισμένοι σε ομάδες αποτελούμενες από γειτονικά subcarriers. Ονομάζονται επίσης και συστήματα υποζωνών ή υποκαναλιών (subband OFDMA). Ένα τέτοιο σύστημα ομοιάζει ιδιαίτερα σε λογική και συμπεριφορά με ένα OFDM SDR-CR καθώς και το γνωστό τερματικό ανιχνεύει κενές ζώνες σε φασματικές περιοχές που λειτουργούν συστήματα από άλλους χρήστες και υπό αυτή την έννοια επηρεάζεται από αυτούς και τους επηρεάζει με παρόμοιο τρόπο, όπως οι χρήστες σε subband OFDMA συστήματα.

Σε πρώτη φάση παρουσιάζεται ένα μοντέλο για την άνω ζεύξη ενός OFDMA συστήματος και εξάγονται αναλυτικές σχέσεις που εξηγούν τον τρόπο που τα σφάλματα συγχρονισμού μπορούν να προκαλέσουν παράλληλα διαφερωντική (InterCarrier) και διασυμβολική (Intersymbol) παρεμβολή (αναφέρονται εφεξής ICI και ISI αντίστοιχα). Στη συνέχεια παρουσιάζονται αποτελέσματα εξομοιώσεων που υπολογίζουν ποσοτικά την υποβάθμιση στο Σηματοθορυβικό λόγο. Το σύστημα που χρησιμοποιήθηκε ως αναφορά για τις εξομοιώσεις είναι το mobile WiMax, δηλαδή η καινούρια εκδοχή του WiMax για κινούμενους χρήστες, με subband OFDMA και 1024 subcarriers.

Όπως αναφέρθηκε στο αντίστοιχο κεφάλαιο η διαμόρφωση OFDM μπορεί και επιτυγχάνει εξαιρετική εκμετάλλευση των διαθέσιμων πόρων σε ευρυζωνικά ραδιοσυστήματα, εξαιτίας της εύρωστης συμπεριφοράς της στην πολυδιαδρομική διάδοση. Επιπλέον οι απαιτήσεις ενός δέκτη μειώνονται καθώς απλοποιούνται ιδιαίτερα οι διαδικασίες ισοστάθμισης. Η κύρια πρόκληση σε ένα OFDM σύστημα όπως έχει γίνει ξεκάθαρο είναι η ευαισθησία του σε μετατοπίσεις συχνότητας και σε εκτεταμένα χρονικά σφάλματα που μπορούν να προκαλέσουν πολύ σοβαρές επιπτώσεις στη λειτουργία του λόγω των φαινομένων ISI και ICI που εμφανίζονται [60].

Η μέθοδος πολυπλεξίας OFDMA είναι μια επέκταση της διαμόρφωσης OFDM σε εφαρμογές και περιβάλλοντα πολλών χρηστών. Τα ορθογώνια subcarriers μοιράζονται μεταξύ των χρηστών. Το σύστημα (ο σταθμός βάσης ή το σημείο πρόσβασης- access point) αναθέτει ένα υποσύνολο των subcarriers στα οποία έχει χωριστεί η διαθέσιμη ζώνη ακολουθώντας μια στρατηγική ανάθεσης subcarriers προς τους χρήστες που μεταδίδουν παράλληλα. Το υποσύνολο των φερόντων που διατίθενται στον ίδιο χρήστη καλείται και υποκανάλι (subchannel). Το κάθε υποκανάλι περιέχει αποκλειστικά subcarriers που δεν διατίθενται σε κανέναν άλλο χρήστη. Τα subcarriers που αποτελούν το υποκανάλι δεν είναι υποχρεωτικό να είναι γειτονικά, αλλά ακολουθούν μια συγκεκριμένη στρατηγική. Αυτό που κάνει η πολυπλεξία OFDMA ουσιαστικά είναι να μοιράζει τον ίδιο OFDM δίαυλο και κατά συνέπεια το κάθε OFDM σύμβολο σε διάφορους χρήστες αναθέτοντας υποκανάλια από subcarriers. Τρεις κύριες στρατηγικές ανάθεσης subcarriers στα υποκανάλια μπορούν να διακριθούν. Η μέθοδος της γενικευμένης ανάθεσης φερόντων επιτρέπει στην μονάδα Ανάθεσης Ραδιοπόρων (Radio Resource Management - RRM) να αναθέσει οποιοδήποτε subcarrier σε οποιονδήποτε χρήστη, χωρίς να ακολουθείται κάποιο συγκεκριμένο σχήμα ή να υπόκειται σε συγκεκριμένους περιορισμούς. Είναι το πιο ευέλικτο σχήμα, αλλά παράλληλα οδηγεί στην ανάπτυξη πολύ σύνθετων δεκτών στο φυσικό στρώμα. Οι αλγόριθμοι με τους οποίους γίνεται η ανάθεση έχουν σκοπό τη βελτιστοποίηση ενός μεγέθους ανάλογα με τους στόχους που εξυπηρετεί το σύστημα (π.χ. μεγιστοποίηση bit rate, δικαιοσύνη μεταξύ χρηστών κ.α.). Ως συμπέρασμα βγαίνει ότι το σχήμα αυτό υπόσχεται καλύτερη αξιοποίηση των πόρων με μειονέκτημα τη

χρήση πιο σύνθετων αλγορίθμων και την ανάπτυξη πιο πολύπλοκων δεκτών στο φυσικό στρώμα.

Η δεύτερη τεχνική ανάθεσης subcarriers είναι η ανάθεση μέσω της τεχνικής της διεμπλοκής (interleaved allocation), όπου ο κάθε χρήστης λαμβάνει subcarriers σε όλο το διαθέσιμο κανάλι τα οποία και ισαπέχουν μεταξύ τους. Είναι σχετικά απλή διαδικασία και διευκολύνει την αποδιαμόρφωση (αλλά όχι και το συγχρονισμό). Για να γίνει πιο απλά κατανοητή η διαδικασία αναφέρεται το εξής παράδειγμα. Αν το κανάλι περιέχει 128 subcarriers, τα οποία μοιράζονται 8 χρήστες τότε, στον πρώτο χρήστη ανατίθεται το 1ο, 9ο, 17ο κ.ο.κ subcarrier, στο δεύτερο χρήστη το 2ο, 10ο, 18ο κ.ο.κ και το ίδιο σχήμα τηρείται και για τους υπόλοιπους χρήστες. Το βασικό πλεονέκτημα που έχει αυτή η τεχνική είναι η διαφορικότητα συχνότητας καθώς τα φέροντα απλώνονται και δεν περιορίζονται σε μια ζώνη που μπορεί να υπάρχουν ισχυρές διαλείψεις.

Τέλος υπάρχει η τεχνική του subband OFDMA όπου κάθε υποκανάλι αποτελείται από ένα σύνολο  $P$  subcarriers. Η τεχνική αυτή προσφέρει απλοποιημένη σχεδίαση δεκτών και καλύτερη συμπεριφορά στα θέματα συγχρονισμού. Αν και δεν παρέχει την ευελιξία που προσφέρεται από την πρώτη τεχνική ή την διαφορικότητα συχνότητας που επιτυγχάνει η δεύτερη έχει σημαντικά πλεονεκτήματα. Το πρώτο βασικό πλεονέκτημα είναι ότι επιτυγχάνει πολυχρηστική διαφορικότητα (multiuser diversity). Αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι αφού οι χρήστες δεν αντιμετωπίζουν το ίδιο τηλεπικοινωνιακό κανάλι (δεν βρίσκονται στις ίδιες θέσεις), είναι πολύ πιθανό να παρουσιάζουν διαλείψεις σε διαφορετικές ζώνες και να έχουν καλή συμπεριφορά σε άλλες. Έτσι ο χρονοπρογραμματιστής (scheduler) που αναλαμβάνει την ανάθεση, μπορεί να δώσει ζώνες από subcarriers σε κάθε χρήστη ώστε να ελαχιστοποιήσει την πιθανότητα να εμφανίσει κάποιος πρόβλημα διαλείψεων. Επίσης ευνοεί τη χρήση αλγορίθμων αυτόματης διαμόρφωσης και κωδικοποίησης (Automatic Modulation and Coding - AMC) και για αυτό το λόγο αναφέρεται ως AMC τεχνική ανάθεσης subcarriers στα πρότυπα του WiMax [67]. Επίσης με τη χρήση πολλαπλών υποκαναλιών από τον ίδιο χρήστη μπορεί να εισαχθεί και κάποιος παράγοντας συχνοτικής διαφορικότητας, ενώ με μείωση του αριθμού των subcarriers/υποκαναλι και με παράλληλη αύξηση των υποκαναλιών μπορούμε να οδηγηθούμε σε πιο ευέλικτες μορφές ανάθεσης (στην ακραία περίπτωση του ενός subcarrier ανά υποκανάλι έχουμε καταλήξει στη γενικευμένη τεχνική ανάθεσης).

Σε ένα CR σύστημα είναι υπερβολή να θεωρηθεί οποιοδήποτε άλλο σχήμα πέραν της subband OFDMA. Ο διαμοιρασμός των υποφερόντων σε ένα σύνολο χρηστών χωρίς καμία ομαδοποίηση είναι διαδικασία εξαιρετικά δύσκολη χωρίς να αποφέρει και το ανάλογο κέρδος σε ένα συνεχώς δυναμικά μεταβαλλόμενο ραδιοτηλεπικοινωνιακό περιβάλλον. Η ανάθεση μπορεί να γίνεται μέσω βελτιστοποίησης κάποιου μεγέθους, αλλά από τη στιγμή που οι συνθήκες είναι πιθανό να μεταβληθούν σε ένα βραχύ διάστημα με αποτέλεσμα την απώλεια φασματικών ζωνών και την προσθήκη άλλων με άγνωστη συμπεριφορά, δεν υφίσταται λόγος να αναζητηθεί μια τέτοια λύση. Αντίθετα ο διαχωρισμός σε υποζώνες ανάλογα με τους διαύλους των πρωτευόντων συστημάτων εξυπηρετεί την εύκολη ανάθεση και απελευθέρωση των ζωνών από τα CR, επιτρέποντας μερικώς την προσπάθεια εφαρμογής αλγορίθμων βέλτιστης χρήσης των ραδιοπόρων.

Στις ακόλουθες παραγράφους παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επίδρασης των σφαλμάτων συγχρονισμού σε χρόνο και συχνότητα. Αυτό που απασχολεί κυρίως είναι οι επιπτώσεις κατά την άνω ζεύξη δηλαδή από τα τερματικά προς το σταθμό βάσης (ή για ad hoc επικοινωνία μεταξύ ζευγούς Cognitive Radios όπου η άνω ζεύξη και η κάτω ζεύξη δε διαφέρουν). Αυτό γιατί κατά την κάτω ζεύξη ο σταθμός βάσης αποστέλλει προς όλους τους χρήστες σε όλα τα subcarriers και υπό αυτή την έννοια δεν διαφέρει από το απλό OFDM. Απεναντίας κατά την άνω ζεύξη ο δέκτης πρέπει να ευθυγραμμιστεί και να συγχρονιστεί με διαφορετικούς χρήστες, που χρησιμοποιούν διαφορετικούς πομπούς και διέρχονται από διαφορετικά κανάλια. Ο δέκτης καλείται να εκτιμήσει  $M$  συχνοτικές και χρονικές ολισθήσεις που προέρχονται από τους διαφορετικούς χρήστες που μοιράζονται το σύμβολο. Προφανώς η διαδικασία εκτίμησης είναι επίπονη και το σφάλμα εκτί-



μησης αναπόφευκτο. Οι ολισθήσεις στη συχνότητα και τον χρόνο για κάθε χρήστη θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές με συγκεκριμένες στατιστικές ιδιότητες. Η υποβάθμιση του SNR παρουσιάζεται σαν συνάρτηση αυτών των στατιστικών μεγεθών καθώς επίσης σαν συνάρτηση του αριθμού των χρηστών που μοιράζονται το κανάλι. Η παρακάτω μελέτη παρουσιάζει συμπληρωματικά αποτελέσματα και συμπεράσματα σε άλλες μελέτες που έχουν γίνει σχετικά με την επίδραση των σφαλμάτων συγχρονισμού [68], [69], [70].

**Το Μαθηματικό Μοντέλο ενός OFDM-FDMA συστήματος** Υποθέτουμε ένα subband OFDMA σύστημα. Η διαθέσιμη φασματική ζώνη χωρίζεται σε  $N$  subcarriers και  $M$  υποκανάλια. Το κάθε υποκανάλι περιέχει τον ίδιο αριθμό φερόντων ίσο με  $(N - N_{null})/M$  όπου  $N_{null}$  είναι ο αριθμός των subcarriers που παραμένουν αχρησιμοποίητα, δηλαδή είναι τα subcarrier φύλαξης και το κεντρικό DC subcarrier. Το κύριο μέλημα είναι η διαδρομή της πάνω ζεύξης και για αυτό το λόγο η ακόλουθη ανάλυση θεωρεί τους τερματικούς σταθμούς ως πομπούς και τον σταθμό βάσης ως δέκτη.

Το  $m$ -οστό OFDM σύμβολο που παράγεται από τον  $l$ -οστό πομπό, δίνεται από τη σχέση:

$$s_m^l = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} S_n e^{2\pi j \frac{nk}{N}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{\frac{N}{M}-1} S_i^l e^{2\pi j \frac{(I_l+i)k}{N}} \quad (4.45)$$

όπου  $l \in [0 : M - 1]$  και  $k \in [-N_g : N - 1]$ .

Στην εξίσωση αυτή χρησιμοποιήθηκε το γεγονός ότι κάθε χρήστης στέλνει δεδομένα σε ένα συγκεκριμένο τμήμα των subcarriers ξεκινώντας από το φέρον  $I_l$ , ενώ θεωρείται ότι μεταδίδει μηδενικά στα υπόλοιπα subcarriers. Το  $N_g$  συμβολίζει το μήκος του κυκλικού προθέματος σε αριθμό δειγμάτων. Τελικά το εκπεμπόμενο σήμα για κάθε χρήστη προκύπτει σαν μια αλυσίδα αρκετών μπλοκ/συμβόλων όπως φαίνεται στην εξίσωση (4.45), [71]:

$$s^l(k) = \sum_m s_m^l(k - mN_S) \quad (4.46)$$

όπου  $N_S = N_g + N$  η συνολική διάρκεια του κάθε συμβόλου σε δείγματα.

### 4.4.3 Σφάλματα Συγχρονισμού στη Συχνότητα

Για να επικεντρωθεί η μελέτη στα αποτελέσματα των σφαλμάτων συγχρονισμού στη συχνότητα, θεωρείται ένα ημι-σύγχρονο (quasi-synchronous) σύστημα και για αυτό το  $N_g$  θεωρείται μεγαλύτερο από την διασπορά του καναλιού καθώς και την καθυστέρηση διάδοσης προς και από τον πομπό. Για την ώρα λοιπόν τα σφάλματα χρονικού συγχρονισμού δεν λαμβάνονται υπόψη αλλά θεωρούνται ένα κομμάτι της απόκρισης του διαύλου και υπό αυτή την έννοια αντιμετωπίζονται από τον equalizer.

Το σήμα θεωρείται ότι φτάνει στον δέκτη την χρονική στιγμή  $mN_S + k$ . Κάθε φέρον του  $l$ -οστού χρήστη υπόκειται σε μια μετατόπιση συχνότητας  $\varepsilon_l$  και φιλτράρεται από την κρουστική απόκριση του διαύλου του,  $h_l$ . Το λαμβανόμενο τελικά σήμα από τον  $l$ -οστό χρήστη δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} r^l(mN_S + k) &= \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-2\pi j \frac{(mN_S+k)\varepsilon_l}{N}} \sum_{d=0}^{D-1} h_l(d) \sum_{i=0}^{\frac{N}{M}-1} S_i^l e^{2\pi j \frac{(I_l+i)(k-d)}{N}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-2\pi j \frac{mN_S\varepsilon_l}{N}} \sum_{d=0}^{D-1} h_l(d) \sum_{i=0}^{\frac{N}{M}-1} S_i^l e^{2\pi j \left( \frac{(I_l+i)(k-d)+k\varepsilon_l}{N} \right)} \end{aligned} \quad (4.47)$$

όπου  $D$  η μέγιστη επιπρόσθετη καθυστέρηση του διαύλου σε δείγματα. Τελικά το λαμβανόμενο

σήμα από όλους τους χρήστες μαζί στον σταθμό βάσης και αφού έχει προστεθεί λευκός Gaussian θόρυβος, δίνεται από τη σχέση:

$$r(mN_S + k) = \left( \sum_{l=0}^M r^l(mN_S + k) \right) + w(mN_S + k) \quad (4.48)$$

Θεωρώντας ότι ο δέκτης δεν πραγματοποιεί διόρθωση σφάλματος πριν την αποδιαμόρφωση του σήματος με τον DFT ή ότι η διόρθωση μετατόπισης πραγματοποιείται στον πομπό, αλλά παρόλα αυτά παρουσιάζεται σφάλμα και σχετική ολίσθηση συχνότητας  $\varepsilon_l$ , τότε η έξοδος του DFT (δεδομένου ότι  $D < N_g$ ) για ένα subcarrier  $n$  που έχει ανατεθεί στον χρήστη  $l_x$  θα δίνεται από την εξίσωση:

$$\begin{aligned} R(n) &= \sum_{l=0}^M R^l(n) + W(n) = \\ &= e^{-2\pi j \frac{mN_S \varepsilon_l}{N}} \left( \sum_{l=0}^M \sum_{p=0}^{N-1} H_l(p) S_p \frac{\sin(\pi(\varepsilon_l + p - n))}{N \sin(\pi(\varepsilon_l + p - n)/N)} \right) + W(n) \\ &= e^{-2\pi j \frac{mN_S \varepsilon_l}{N}} \left( \sum_{l=0}^M \sum_{i=0}^{\frac{N}{M}-1} H_l(I_l + i) S_i^l \frac{\sin(\pi(\varepsilon_l + I_l + i - n))}{N \sin(\pi(\varepsilon_l + I_l + i - n)/N)} \right) + W(n) = \\ &= e^{-2\pi j \frac{mN_S \varepsilon_l}{N}} H_{l_x}(n) S_n^{l_x} \frac{\sin(\pi \varepsilon_{l_x})}{N \sin(\pi \varepsilon_{l_x}/N)} + \\ &+ e^{-2\pi j \frac{mN_S \varepsilon_l}{N}} \left( \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq n - I_{l_x}}}^{\frac{N}{M}-1} H_{l_x}(I_{l_x} + i) S_i^{l_x} \frac{\sin(\pi(\varepsilon_l + I_{l_x} + i - n))}{N \sin(\pi(\varepsilon_l + I_{l_x} + i - n)/N)} \right) + \\ &+ e^{-2\pi j \frac{mN_S \varepsilon_l}{N}} \left( \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq l_x}}^M \sum_{i=0}^{\frac{N}{M}-1} H_l(I_l + i) S_i^l \frac{\sin(\pi(\varepsilon_l + I_l + i - n))}{N \sin(\pi(\varepsilon_l + I_l + i - n)/N)} \right) + W(n) \end{aligned} \quad (4.49)$$

Από το αποτέλεσμα αυτό συμπεραίνονται τα εξής:

- Το επιθυμητό σήμα στο φέρον  $n$  υπόκειται σε στροφή φάσης καθώς και παραμόρφωση πλάτους λόγω της μετατόπισης συχνότητας.
- Υπάρχει παρεμβολή ICI όπως και στην περίπτωση του απλού OFDM συστήματος με έναν χρήστη. Είναι ο δεύτερος όρος του αθροίσματος στην (4.49).
- Τέλος υπάρχει παρεμβολή ICI προερχόμενη από τους υπόλοιπους χρήστες, λόγω των συχνωτικών μετατοπίσεων των υπόλοιπων χρηστών που μοιράζονται την ίδια ζώνη. Η παρεμβολή αυτή ονομάζεται και παρεμβολή πολλαπλής πρόσβασης (multiple access interference).

Δεδομένου ότι η διόρθωση της μετατόπισης της συχνότητας του ενός χρήστη μπορεί να επιδεινώσει την κατάσταση στα subcarriers που χρησιμοποιούνται από άλλους χρήστες, οι απλοί αλγόριθμοι εκτίμησης και διόρθωσης των σφαλμάτων συγχρονισμού στη συχνότητα δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε αυτό το στάδιο.

#### 4.4.4 Σφάλματα Χρονικού Συγχρονισμού

Είναι κοινή γνώση πως στα OFDM συστήματα, όταν το σφάλμα χρονικού συγχρονισμού  $\theta$  ανήκει στο πεδίο  $0 > \theta > -N_g + D$  τότε δεν προκαλείται ούτε διαφεροντική αλλά ούτε και διασυμβολική παρεμβολή [60], παρά μόνο μια απλή στροφή φάσης η οποία και μπορεί να διορθωθεί απλά από τον equalizer. Ο παραπάνω ισχυρισμός μπορεί εύκολα να επιβεβαιωθεί ότι ισχύει και για OFDMA συστήματα από τη στιγμή που όλοι οι χρήστες που μοιράζονται το σύμβολο δεν παραβιάζουν την παραπάνω ανισότητα. Παρόλα αυτά είναι πολύ πιθανό κάποιοι από τους χρήστες να υπόκεινται σε τέτοιο σφάλμα συγχρονισμού ώστε να προκαλούν τόσο ISI όσο και ICI στους ίδιους και στους υπό-

λοιπους χρήστες. Αν θεωρήσουμε επίπεδο κανάλι και σφάλμα συγχρονισμού  $\theta$ , τότε μπορούμε να διακρίνουμε δυο περιπτώσεις [72]:

1.  $\theta > 0$ : Το λαμβανόμενο σήμα από τον  $l$ -οστό χρήστη ξεκινώντας τη χρονική στιγμή  $(mN_s + k)$  δίνεται από το διάνυσμα δειγμάτων:

$$\begin{bmatrix} s_m^l(\theta) & s_m^l(\theta + 1) & \dots & s_m^l(N + 1) \\ s_{m+1}^l(-N_g) & s_{m+1}^l(-N_g + 1) & \dots & s_{m+1}^l(-N_g + \theta - 1) \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Σε αυτή την περίπτωση το κυκλικό πρόθεμα δεν προστατεύει το σήμα. Η αποδιαμόρφωση αυτής της σειράς δειγμάτων θα δώσει το παρακάτω αποτέλεσμα:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_m^l &= \sum_{k=0}^{N-1} s_m^l(k + \theta) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} - \sum_{k=N-\theta}^{N-1} s_m^l(k + \theta) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} + \\ &+ \sum_{k=N-\theta}^{N-1} s_{m+1}^l(k - N_g + \theta) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Ο πρώτος προσθετός της εξίσωσης (4.51) είναι το επιθυμητό σήμα, ο δεύτερος προσθετός είναι η διαφορονική παρεμβολή ICI ενώ ο τρίτος όρος είναι η συνιστώσα διασυμβολικής παρεμβολής ISI. Θεωρώντας το σφάλμα συγχρονισμού ως μια ιδιαίτερη εφαρμογή των χρονικών ορθογωνικών παραθύρων στο σήμα, δεδομένου του δυισμού μεταξύ του πολλαπλασιασμού και της κυκλικής συνέλιξης στο διακριτό πεδίο χρόνου-συχνότητας και εκμεταλλευόμενοι κάποιες ιδιότητες του DFT προκύπτει η παρακάτω σχέση (όπου το  $\otimes$  συμβολίζει την κυκλική συνέλιξη):

$$\begin{aligned} \tilde{S}_m^l(n) &= e^{2\pi j \frac{\theta n}{N}} S_m^l(n) - \frac{e^{2\pi j \frac{\theta n}{N}}}{N} \left( S_m^l(n) \otimes \left[ \frac{\sin(\pi n \theta / N)}{\sin(\pi n / N)} e^{-j\pi n \frac{\theta-1}{N}} \right] \right) + \\ &+ \frac{e^{-2\pi j \frac{(N_g - \theta)n}{N}}}{N} \left( S_{m+1}^l(n) \otimes \left[ \frac{\sin(\pi n \theta / N)}{\sin(\pi n / N)} e^{-2j\pi n \frac{\theta-1-N_g}{N}} \right] \right) \end{aligned} \quad (4.52)$$

και τελικά:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_m^l(n) &= \frac{N-\theta}{N} e^{j2\pi \frac{\theta n}{N}} S_m^l(n) - \\ &- \frac{e^{j2\pi \frac{\theta n}{N}}}{N} \sum_{u=1}^{N-1} \frac{\sin(\pi u \theta / N)}{\sin(\pi u / N)} e^{-j\pi \frac{(\theta-1)u}{N}} S_m^l((n-u) \bmod N) + \\ &+ \frac{e^{-j2\pi \frac{(N_g - \theta)n}{N}}}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \frac{\sin(\pi u \theta / N)}{\sin(\pi u / N)} e^{-\frac{2\pi}{N} j u (\frac{\theta-1}{2} - N_g)} S_{m+1}^l((n-u) \bmod N) \end{aligned} \quad (4.53)$$

2.  $\theta < 0$  και  $\theta < -N_g$ : Ορίζουμε την μεταβλητή  $\theta' = |N_g + \theta|$ . Η μεταβλητή αντιπροσωπεύει το κατά πόσα δείγματα το σφάλμα χρονικού συγχρονισμού ξεπερνά το κυκλικό πρόθεμα. Σε αυτή την περίπτωση οι σχέσεις που δίνουν τα σήμα είναι:

$$\tilde{S}_m^l(n) = \sum_{k=0}^{\theta'-1} s_{m-1}^l(k + N - \theta') \cdot e^{-j \frac{2kn\pi}{N}} + \sum_{k=\theta}^{N-1} s_m^l(k - N_g - \theta') \cdot e^{-j \frac{2kn\pi}{N}} \quad (4.54)$$

όπου

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=\theta}^{N-1} s_m^l(k - N_g - \theta') \cdot e^{-j \frac{2kn\pi}{N}} = \\
 & = e^{-j \frac{2\pi n(N_g + \theta')}{N}} \cdot \left[ S_m^l(n) - \frac{1}{N} S_m^l(n) \otimes \left( \frac{\sin(\pi n \theta' / N)}{\sin(\pi n / N)} \cdot e^{-j \frac{2\pi n}{N} (N - N_g - \frac{\theta' \pm 1}{2})} \right) \right] = \\
 & = \frac{N - \theta'}{N} S_m^l(n) e^{-j \frac{2\pi n(N_g + \theta')}{N}} - \\
 & - \frac{1}{N} e^{-j \frac{2\pi n(N_g + \theta')}{N}} \cdot \sum_{u=1}^{N-1} \frac{\sin(\pi u \theta' / N)}{\sin(\pi u / N)} \cdot e^{-j \frac{2\pi u(N - N_g - \frac{\theta' \pm 1}{2})}{N}} \cdot S_m^l((n - u) \bmod N)
 \end{aligned} \tag{4.55}$$

Ο πρώτος όρος είναι το επιθυμητό σήμα, ο δεύτερος όρος είναι η παρεμβολή ICI. Όσον αφορά τη συνιστώσα ISI, δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=0}^{\theta'-1} s_{m-1}^l(k + N - \theta') \cdot e^{-j \frac{2kn\pi}{N}} = \\
 & = \left[ S_{m-1}^l(n) \otimes \left( \frac{\sin(\pi n \theta' / N)}{\sin(\pi n / N)} e^{-j \frac{2\pi n}{N} (N - \frac{\theta'-1}{2} - 1)} \right) \right] \cdot \frac{e^{j \frac{2\pi n(N - \theta')}{N}}}{N} = \\
 & = \frac{e^{j \frac{2\pi n(N - \theta')}{N}}}{N} \cdot \sum_{u=0}^{N-1} \left[ \frac{\sin(\pi u \theta' / N)}{\sin(\pi u / N)} e^{-j \frac{2\pi u}{N} (N - \frac{\theta'-1}{2} - 1)} S_{m-1}^l((n - u) \bmod N) \right]
 \end{aligned} \tag{4.56}$$

Το σήμα στο δέκτη είναι το άθροισμα των σημάτων από όλους τους χρήστες. Έτσι το σήμα μετά τον DFT για το subcarrier  $n$  δίνεται από τη σχέση ( $\alpha$  είναι ένας πολλαπλασιαστής που προκύπτει από τις παραπάνω εξισώσεις):

$$\begin{aligned}
 \tilde{S}(n) = & a S_m^l(n) + \\
 & + \sum_{\substack{\text{users that} \\ \text{violate the inequality}}} ICI(n) + \sum_{\substack{\text{users that} \\ \text{violate the inequality}}} ISI(n)
 \end{aligned} \tag{4.57}$$

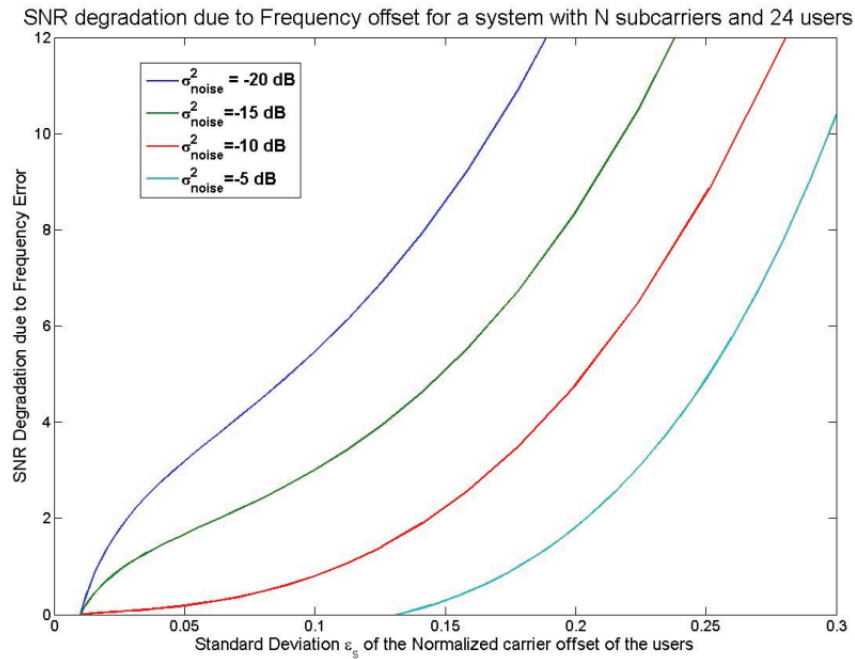
Στην περίπτωση που το κανάλι είναι συχνοεπιλεκτικό, τότε αντικαθίσταται το  $s^l$  με το  $r^l$  όσον αφορά την ακολουθία λαμβανόμενων δειγμάτων. Όμως στην περίπτωση αυτή  $D$  δείγματα από το cyclic prefix διαβρώνονται από το κανάλι. Για αυτό τον λόγο οι παραπάνω σχέσεις παύουν να ισχύουν καθώς μπορούν να μας παρέχουν εκτίμηση της ICI παρεμβολής αλλά όχι για την ISI στην πρώτη περίπτωση, και αντίστοιχα δίνει εκτίμηση της ISI αλλά όχι της ICI στη δεύτερη περίπτωση. Οι αδιευκρίνιστοι όροι εξαρτώνται από το κανάλι και μπορούν να υπολογιστούν με πολύ σύνθετες σχέσεις. Για την πρώτη περίπτωση ( $\theta > 0$ ) το σήμα δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned}
 R_m^l(n) = & e^{+j \frac{2\pi \theta n}{N}} \left[ \frac{N - \theta}{N} \right] H^l(n) S_m^l(n) \\
 & - \frac{e^{j \frac{2\pi \theta n}{N}}}{N} \sum_{u=1}^{N-1} \frac{\sin(\pi n \theta / N)}{\sin(\pi n / N)} e^{-j \frac{\pi(\theta-1)}{N}} \left[ H^l((n - u) \bmod N) S_m^l((n - u) \bmod N) \right] \\
 & + ISI(n)
 \end{aligned} \tag{4.58}$$

Στην γενική περίπτωση που υπάρχει και σφάλμα συγχρονισμού συχνότητας, στο  $r^l$  περιλαμβάνονται επιπλέον όροι ICI και παρεμβολή πολλαπλής πρόσβασης.

#### 4.4.5 Αποτελέσματα Εξομοιώσεων για την Υποβάθμιση SNR λόγω σφαλμάτων συχνότητας

Βασισμένοι στο παραπάνω μαθηματικό μοντέλο συστήματος, έγιναν εκτεταμένες εξομοιώσεις ώστε να προσδιοριστεί η υποβάθμιση του SNR λόγω σφαλμάτων συγχρονισμού στη συχνότητα. Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι θεωρήθηκε τέλεια γνώση του καναλιού και ότι τα αποτελέσματα εξήχθησαν μετά τον Equalizer συχνότητας(FEQ). Επίσης θεωρήθηκε ότι εφαρμόζονται διαδικα-



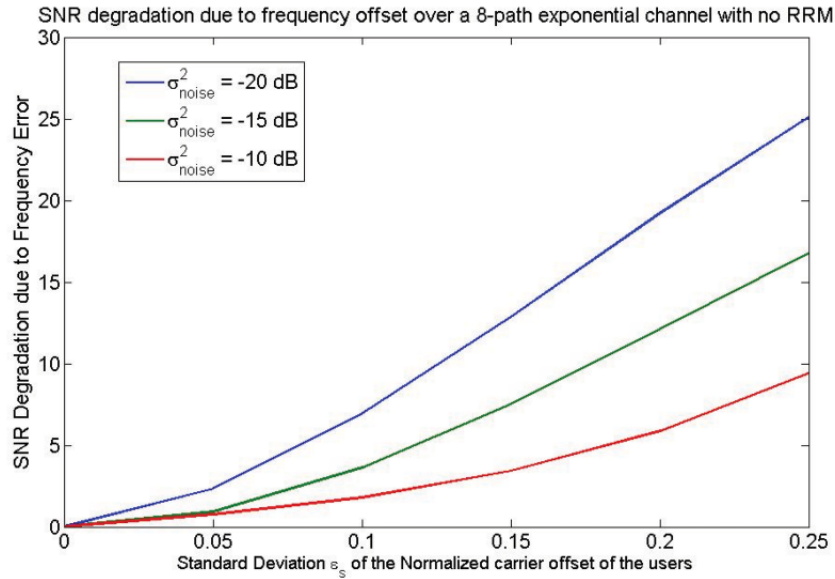
**Σχήμα 4.6:** Υποβάθμιση του SNR λόγω μετατοπίσεων στη συχνότητα ( $N = 1024$ , 24 χρήστες)

σίες και αλγόριθμοι Διαχείρισης των Ασύρματων Πόρων (Radio Resource Management - RRM) που αποτρέπουν τη χρήση ενός υποκαναλιού από ένα χρήστη που υπόκειται σε βαθιές διαλείψεις στη συγκεκριμένη φασματική περιοχή. Το σύστημα θεωρείται ότι είναι πλήρως απασχολημένο, δηλαδή ο αριθμός των χρηστών ισούται με τον αριθμό των διαθέσιμων υποκαναλιών. Η κανονικοποιημένη ως προς την απόσταση των subcarriers μετατόπιση συχνότητας για κάθε χρήστη προκύπτει τυχαία από μια μηδενικής τιμής Gaussian κατανομή με τυπική απόκλιση  $\varepsilon_s$  (που χρησιμοποιείται και σαν μέτρο της απόκλισης της συχνότητας στα επόμενα σχήματα). Το σύστημα που εξομοιώθηκε αρχικά ήταν ένα subband OFDMA σύστημα με 1024 subcarriers και 24 χρήστες (159 μηδενικά subcarriers, 1 DC subcarrier σύμφωνα με το WiMax [67]).

Τα αποτελέσματα, σύμφωνα με το σχήμα 4.6, είναι παρόμοια με αυτά που έχουν εξαχθεί για το απλό OFDM σύστημα ενός χρήστη στο [73], παρότι δεν είναι απευθείας συγκρίσιμα λόγω του ότι οι μετατοπίσεις φέροντος των χρηστών προκύπτουν ως τυχαίες μεταβλητές. Είναι φανερό ότι για υψηλό μέσο SNR η υποβάθμιση λόγω των μετατοπίσεων των subcarriers σε ένα OFDMA σύστημα είναι μεγαλύτερη παρότι η μέση τιμή των τυχαίων μεταβλητών που ορίζουν τις μετατοπίσεις για τους χρήστες είναι μηδέν. Αν υποθέσουμε ότι απουσιάζει οποιαδήποτε στρατηγική διαχείρισης των ασύρματων πόρων, τότε τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο σχήμα 4.7. Η απόκριση του καναλιού ήταν ένα εκθετικό κανάλι 8 συντελεστών με Rayleigh συνιστώσες. Το Προφίλ ισχύος καθυστέρησης Power Delay Profile του καναλιού περιγράφεται από τη σχέση:

$$P(k) = E \{h(k)h^*(k)\} = ae^{-bk/D}$$

όπου  $D = 8$ ,  $b = 3$  και  $a = \sum_{k=0}^D P(k)$  ώστε να κανονικοποιηθεί η απόκριση του καναλιού. Σύμφωνα με τις εξομοιώσεις, παρατηρείται μια σημαντική αύξηση της επιδείνωσης του SNR, η οποία και υπογραμμίζει την ανάγκη για χρήση κατάλληλων τεχνικών διαχείρισης των ασύρματων πόρων. Ο equalizer που χρησιμοποιήθηκε ήταν ένας ισοσταθμιστής ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος, ενός tap. Ένα επόμενο βήμα εξομοιώσεων που πραγματοποιήθηκε είχε σκοπό τη μελέτη της επίδρασης του αριθμού των χρηστών στην επιδείνωση του SNR. Τα συστήματα που εξομοιώθηκαν



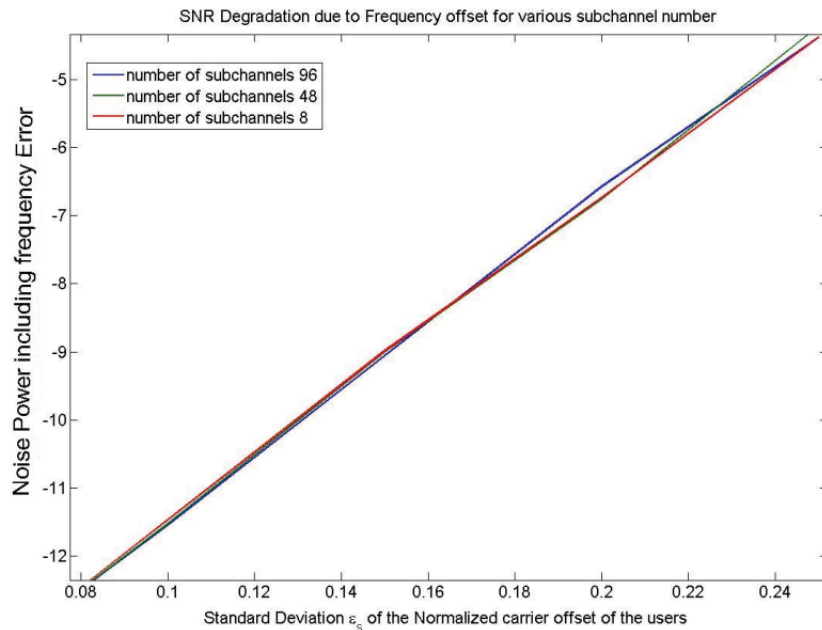
**Σχήμα 4.7:** Υποβάθμιση του SNR λόγω μετατοπίσεων στη συχνότητα ( $N = 1024$ , 24 χρήστες) χωρίς εφαρμογή αλγορίθμων RRM

ήταν subband OFDMA με 1024 φέροντα,  $SNR = 15dB$  και 96 χρήστες (159 μηδενικά φέροντα και ένα DC, άρα 9 subcarriers/υποκανάλι), 48 χρήστες (18 subcarriers/υποκανάλι), 24 χρήστες (36 subcarriers/υποκανάλι) και 8 χρήστες (108 subcarriers/υποκανάλι). Από το σχήμα 4.8 αποδεικνύεται πέρα από κάθε αμφιβολία ότι δεν υπάρχει κάποια εξάρτηση της επιδείνωσης του SNR από τον αριθμό των χρηστών που διαχειρίζεται το σύστημα.

#### 4.4.6 Αποτελέσματα Εξομοιώσεων για την Υποβάθμιση SNR λόγω σφαλμάτων χρονικού συγχρονισμού

Παρόμοια αποτελέσματα εξήχθησαν για την παρουσίαση της επίδρασης των σφαλμάτων χρονισμού. Λόγω του γεγονότος ότι οι χρήστες μπορεί να βρίσκονται οπουδήποτε στη κυψέλη (αν θεωρηθεί κυψελωτό σύστημα) η διακριτή ομοιόμορφη κατανομή χρησιμοποιήθηκε για την εξομοίωση του σφάλματος λόγω χρονικής μετατόπισης για κάθε χρήστη. Η κατανομή αυτή έχει  $N_{uni}$  ισοπίθανες χρονικές ολισθήσεις κεντραρισμένες στο δείγμα  $-N_g/2$  (το μεσαίο δείγμα του κυκλικού προθέματος) το οποίο και αποτελεί το ασφαλέστερο σημείο δειγματοληψίας για το ρολόι του δέκτη. Το σύστημα που εξομοιώθηκε είχε τις ίδιες παραμέτρους με αυτό της προηγούμενης παραγράφου.

Στο σχήμα 4.10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αν θεωρηθεί για άλλη μια φορά ότι δεν γίνεται κανενός είδους διαχείριση των ασύρματων πόρων. Επιπλέον το σχήμα 4.11 δείχνει ότι δεν υπάρχει εξάρτηση μεταξύ της επιδείνωσης του SNR και του αριθμού των χρηστών (ή ισodύναμα των υποκαναλιών) που μοιράζονται το δίαυλο. Παρόλα αυτά οι καμπύλες για διαφορετικά μεγέθη υποκαναλιών ( $SNR = 15dB$ ,  $N = 1024$ ) δεν είναι τόσο όμοιες όσο στην περίπτωση της μελέτης των σφαλμάτων συχνότητας. Τέλος οι εξισώσεις (4.53) και (4.56) έδειξαν ότι υπάρχει δεδομένη εξάρτηση της υποβάθμισης του SNR και του μεγέθους  $N_g$  του κυκλικού προθέματος, όσον αφορά το σφάλμα συγχρονισμού. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώθηκε και μέσω των εξομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν (4.12). Όταν το  $N_g$  είναι μικρό, η πιθανότητα οι χρήστες να παραβιάζουν τις συνθήκες απαραίτητης λήψης είναι μεγαλύτερη και για αυτό το λόγο η καμπύλη προκύπτει πιο ομαλή. Από την άλλη μεριά, όταν το  $N_g$  είναι μεγάλο, το  $\theta$  που θα δημιουργήσει παραμόρφωση είναι επίσης μεγάλο και για αυτό το λόγο ο πολλαπλασιαστής του επιθυμητού σήματος από τις εξισώσεις



**Σχήμα 4.8:** Ισχύς θορύβου συμπεριλαμβανομένου του σφάλματος συχνότητας για αρχικό  $SNR = 15dB$  για διάφορους αριθμούς χρηστών ( $N = 1024$ )

(4.53) και (4.56) προκαλεί μεγάλη μείωση πλάτους του επιθυμητού σήματος. Αυτή η μείωση μπορεί μεν να αντιστραφεί από τον equalizer αλλά ορισμένα χαμηλής ισχύος δείγματα του σήματος έχουν επηρεαστεί σοβαρά από τον φερόμενο λευκό θόρυβο.

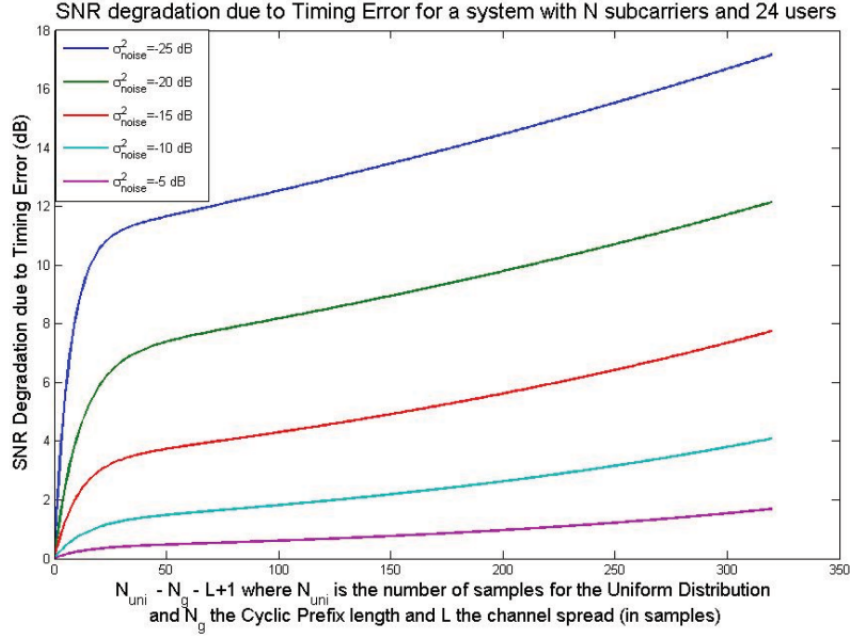
#### 4.4.7 Συμπεράσματα μελέτης υποβάθμισης επίδοσης λόγω σφαλμάτων συγχρονισμού

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στις δυο προηγούμενες παραγράφους μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα χρήσιμα συμπεράσματα:

1. Η επίδραση του σφάλματος συχνότητας και χρόνου δεν εξαρτάται από τον αριθμό των χρηστών ή το μέγεθος των υποκαναλιών που φιλοξενεί το σύστημα.
2. Η επιδείνωση του SNR λόγω των ολισθήσεων συχνότητας μοιάζει πολύ με τα αποτελέσματα που υπάρχουν για τα απλά συστήματα OFDM για ένα χρήστη.
3. Η επιδείνωση του SNR από τις χρονικές μετατοπίσεις εξαρτάται από το μέγεθος του κυκλικού προθέματος  $N_g$ .
4. Η χρήση πολύ απλών και συνηθισμένων αλγορίθμων διαχείρισης των ασύρματων πόρων μειώνει σημαντικά την υποβάθμιση του SNR λόγω των σφαλμάτων συγχρονισμού. Ακόμη και με απόλυτη γνώση του καναλιού, η έλλειψη αλγορίθμων RRM μειώνει σημαντικά τις επιδόσεις του συστήματος.
5. Τα σφάλματα συχνότητας είναι γενικά πιο σημαντικά, καθώς εν μέρει τα σφάλματα χρονισμού εξουδετερώνονται από το κυκλικό πρόθεμα.

#### 4.4.8 Αρχιτεκτονικές Δεκτών για subband OFDMA συστήματα

Οι αρχιτεκτονικές δεκτών που παρουσιάζονται λαμβάνουν υπόψη μόνο τα σφάλματα συγχρονισμού στο πεδίο της συχνότητας και στόχος είναι η εκτίμηση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας



**Σχήμα 4.9:** Υποβάθμιση του SNR λόγω χρονικών ολισθήσεων ( $N = 1024$ , 24 χρήστες)

της κάθε αρχιτεκτονικής. Η μονάδα που χρησιμοποιείται στη μελέτη για την εκτίμηση του υπολογιστικού φορτίου σε έναν επεξεργαστή σήματος είναι οι πολλαπλασιασμοί ανά OFDM σύμβολο. Θεωρούνται ημι-σύγχρονα συστήματα (χωρίς χρονικό σφάλμα) με τον ίδιο τύπο ισοστάθμισης και εκτίμησης διαύλου. Το υπολογιστικό φορτίο για κάθε δέκτη καθορίζεται ως το άθροισμα των λειτουργιών (πολλαπλασιασμών) που χρειάζονται για την αποδιαμόρφωση μέσω του DFT, την εκτίμηση του σφάλματος συχνότητας και τη διόρθωση του σφάλματος αυτού.

Η πρώτη αρχιτεκτονική δέκτη είναι ένα γενικευμένο σχήμα, το οποίο με ορισμένες ρυθμίσεις μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε άλλα σχήματα ανάθεσης φερόντων. Ένα απλοποιημένο διάγραμμα του δέκτη παρουσιάζεται στο σχήμα 4.13 (επίκεντρο της μελέτης είναι ο συγχρονισμός στο πεδίο συχνότητας μόνο).

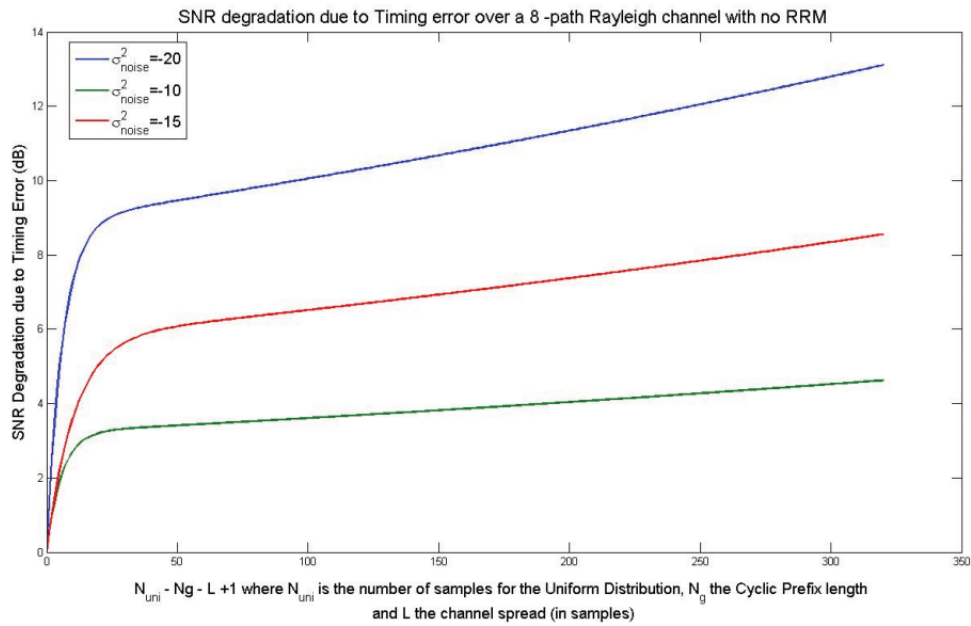
Λόγω του ότι δε χρησιμοποιείται κανένα είδος φιλτραρίσματος, η εκτίμηση της μετατόπισης συχνότητας μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση δοκιμαστικών ακολουθιών και προοιμίων συμβόλων preambles για κάθε OFDM πλαίσιο. Η εκτίμηση θα πρέπει να γίνει για κάθε χρήση που συμμετέχει στο σύστημα. Η από κοινού εκτίμηση της μετατόπισης της συχνότητας για όλα τα υποκανάλια είναι ένα σύνθετο και επίπονο έργο. Στο [74] παρουσιάζεται η τεχνική συγχρονισμού μέγιστης πιθανοφάνειας. Από τη στιγμή που το κανάλι εκτιμάται και το preamble είναι γνωστό, το λαμβανόμενο σήμα μπορεί να εκφραστεί με βάση την παρακάτω σχέση πινάκων:

$$\mathbf{r} = \mathbf{G}(\varepsilon) \mathbf{H} + \mathbf{w} = \sum_{l=0}^{M-1} \Gamma(\varepsilon_l) \mathbf{S}_l \mathbf{h}_l + \mathbf{w} \quad (4.59)$$

όπου  $\mathbf{r}$  είναι ένα  $N$ -διαστάσεων διάνυσμα των λαμβανόμενων δειγμάτων.  $\mathbf{S}_l$  ο εκπεμπόμενος πίνακας σήματος για  $D$  τιμές καθυστέρησης ( $N \times D$ ),  $\mathbf{h}_l$  η απόκριση του καναλιού για τον  $l$ -οστό χρήστη (μέγεθος διανύσματος  $D$ ) και  $\Gamma(\varepsilon_l)$  ένας διαγώνιος πίνακας που περιέχει τις μεταβλητές που πρέπει να εκτιμηθούν. Άρα  $\mathbf{G}(\varepsilon) = [\Gamma(\varepsilon_1) \mathbf{S}_1 \dots \Gamma(\varepsilon_{M-1}) \mathbf{S}_{M-1}]$  και  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1^T \dots \mathbf{h}_{M-1}^T]^T$ . Μετά από κάποιες πράξεις η κατάληξη είναι ότι οι εκτιμήσεις δίνονται από τη σχέση:

$$\hat{\varepsilon} = \arg \max_{\varepsilon} \left\{ \left\| \mathbf{G}(\varepsilon) [\mathbf{G}^H(\varepsilon) \mathbf{G}(\varepsilon)]^{-1} \mathbf{G}^H(\varepsilon) \mathbf{r} \right\|^2 \right\} \quad (4.60)$$





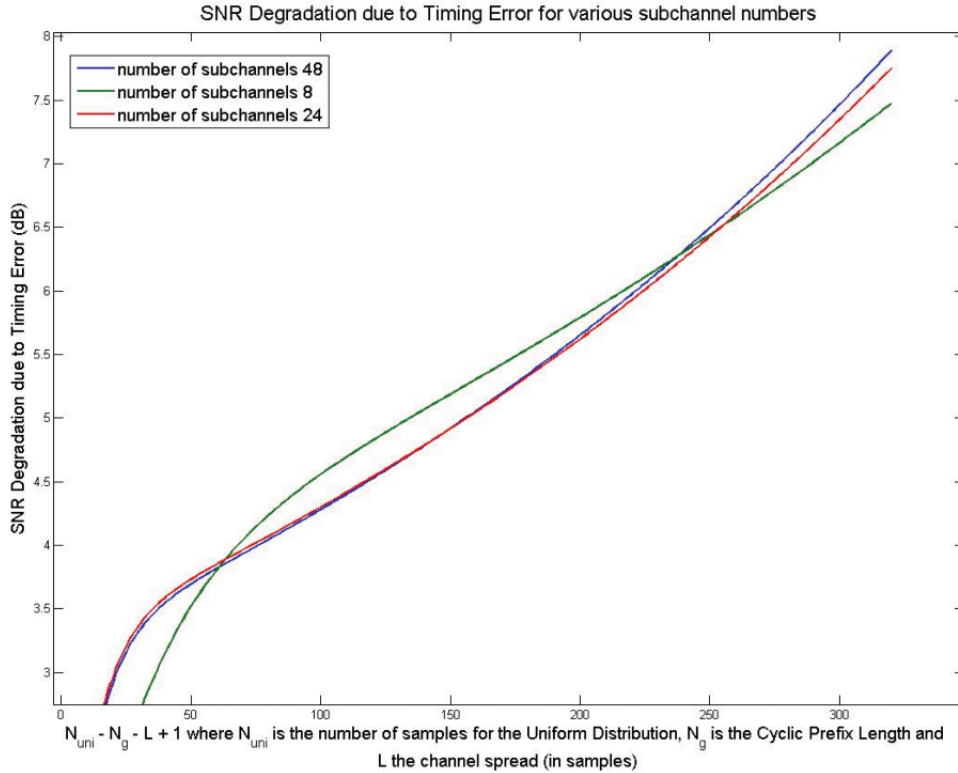
**Σχήμα 4.10:** Υποβάθμιση του SNR λόγω χρονικών ολισθησεων ( $N = 1024$ , 24 χρήστες) χωρίς εφαρμογή αλγορίθμων RRM

όπου ο δείκτης  $H$  υποδεικνύει τον συζυγή ανάστροφο. Η πολυπλοκότητα της παραπάνω έκφρασης έγκειται στο γεγονός ότι η μεγιστοποίηση του μεγέθους περιλαμβάνει μια αναζήτηση σε ένα πολυδιάστατο χώρο για την από κοινού μεγιστοποίηση του. Για αυτό το λόγο και αυτή η μέθοδος είναι πολύ σύνθετη και πολύπλοκη για πρακτικούς σχεδιασμούς. Ως μια πιο πρακτική και αποδοτική λύση, προτάθηκε η χρήση του επαναληπτικού αλγορίθμου SAGE - Space-Alternating Generalized Expectation-maximization ο οποίος και συγκλίνει στη λύση της μέγιστης πιθανοφάνειας [75]. Η πολυπλοκότητα του αλγόριθμου SAGE είναι  $O(MND(2N_\epsilon + 1))$ , όπου  $N_\epsilon$  είναι ο αριθμός των τιμών του διανύσματος  $\epsilon$  που δοκιμάζονται για τη μεγιστοποίηση της ορισμένης συνάρτησης κόστους. Όσον αφορά τη διαδικασία διόρθωσης συχνότητας, ένας απλός τρόπος για να αντισταθμιστεί η ολίσθηση της συχνότητας στο πεδίο της συχνότητας (δηλαδή μετά τον DFT) περιγράφεται στο [76]. Η ιδέα είναι ότι σύμφωνα με τις εξισώσεις (4.47) και (4.48), το σήμα του  $l$ -οστού χρήστη αφού φιλτραριστεί από το κανάλι, πολλαπλασιάζεται στο πεδίο του χρόνου με έναν όρο της μορφής  $\exp(2\pi j k \epsilon_l / N)$ . Αυτό ισοδυναμεί με κυκλική συνέλιξη στο πεδίο της συχνότητας. Έτσι αφού τα  $[\hat{\epsilon}_1 \hat{\epsilon}_2 \dots \hat{\epsilon}_M]$  είναι διαθέσιμα, η αντιστάθμιση μπορεί να γίνει με τον DFT του  $e^{2\pi j k \epsilon_l / N}$  για  $k \in [0 : N - 1]$ . Η υπολογιστική πολυπλοκότητα σε πολλαπλασιασμούς/σύμβολο για τον συγκεκριμένο δέκτη δίνεται στον πίνακα 4.1:

<b>DFT</b>	Ένας DFT $N$ σημείων /σύμβολο $\rightarrow 0.5N \log_2 N$ πολλαπλασιασμοί/σύμβολο για FFT Radix 2
<b>Διόρθωση συχνότητας</b>	$M$ κυκλικές συνέλιξεις/σύμβολο $\rightarrow MN(N - N_{null})/M$ πολλαπλασιασμοί/σύμβολο και $M$ DFTs/OFDM πλαίσιο για τον υπολογισμό των $C^l \rightarrow 0.5MN \log_2 N / \text{frame}$
<b>Εκτίμηση ολίσθησης και παρακολούθηση</b>	$2IMN_\epsilon[DN + N] + IM[DN + N]$ πολλαπλασιασμοί/OFDM πλαίσιο, όπου $D$ η διασπορά του διαύλου και $I$ ο αριθμός των επαναλήψεων

**Πίνακας 4.1:** Υπολογιστική πολυπλοκότητα της πρώτης αρχιτεκτονικής δέκτη

Στο [77] προτείνεται η χρήση ενός συγκροτήματος φίλτρων ώστε να απλοποιηθούν οι ενέργειες συγχρονισμού στη συχνότητα (αλλά και στο χρόνο). Το συγκρότημα φίλτρων χρησιμοποιείται ώστε να εξουδετερώσει τη διαφερωντική παρεμβολή που προκαλείται λόγω της πολλαπλής πρόσβασης (ο τρίτος προσθετός στη σχέση (4.49)). Για αυτό το λόγο το συγκρότημα αποτελείται από διαδο-



**Σχήμα 4.11:** Υποβάθμιση του SNR λόγω χρονικών ολισθήσεων για  $N = 1024$  και αρχικό  $SNR = 15dB$  για διάφορα μεγέθη υποκαναλιών

χικά ζωνοπερατά φίλτρα. Αν υποθέσουμε τη χρήση ιδανικών φίλτρων, τότε το σύστημα μπορεί να αντιμετωπιστεί σαν μια συστοιχία OFDM συμβόλων ενός χρήστη. Τώρα είναι δυνατή η χρήση των ευρέως γνωστών τεχνικών εκτίμησης της ολίσθησης συχνότητας για τον κάθε χρήστη ξεχωριστά, ως απλά OFDM συστήματα. Στην προτεινόμενη αρχιτεκτονική, η αποδιαμόρφωση του σήματος γίνεται από έναν DFT  $N$ -σημείων και η διόρθωση γίνεται στο πεδίο της συχνότητας με την ίδια μέθοδο που περιγράφηκε παραπάνω. Το υπολογιστικό φορτίο για την αρχιτεκτονική του δεύτερου δέκτη περιγράφεται στον πίνακα 4.2 και στο σχήμα 4.15:

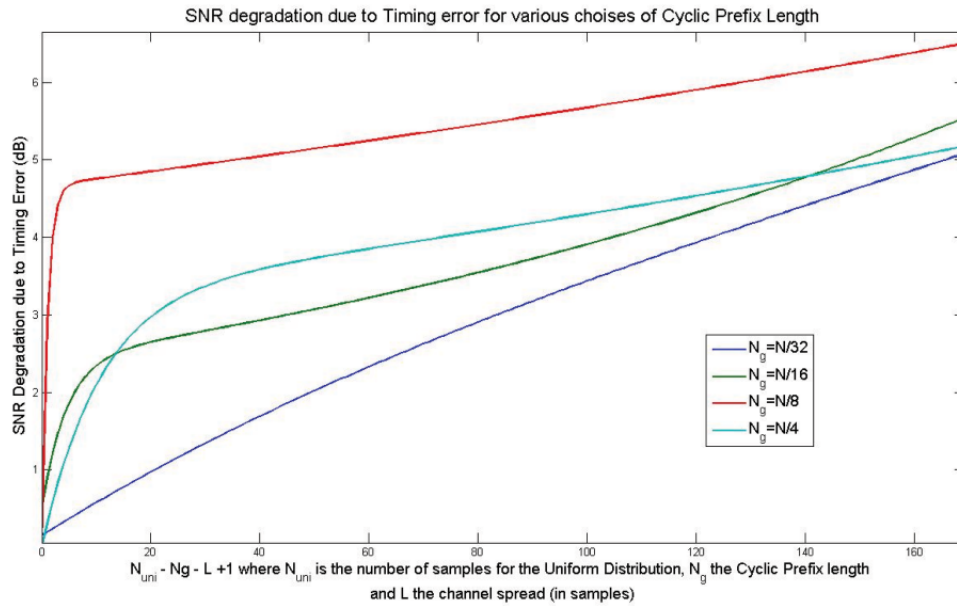
<b>DFT</b>	Ένας DFT $N$ σημείων /σύμβολο $\rightarrow 0.5N \log_2 N$ πολλαπλασιασμοί/σύμβολο για FFT Radix 2
<b>Διόρθωση συχνότητας</b>	$M$ κυκλικές συνελίξεις/σύμβολο $\rightarrow MN(N - N_{null})/M$ πολλαπλασιασμοί/σύμβολο και $M$ DFTs/OFDM πλαίσιο για τον υπολογισμό των $C^l \rightarrow 0.5MN \log_2 N/frame$
<b>Εκτίμηση ολίσθησης και παρακολούθηση</b>	$M(NG)$ πολλαπλασιασμοί/σύμβολο λόγω του φιλτραρίσματος ( $G$ είναι το group delay αν υποθεθεί συμμετρικό FIR) + $M \times$ (πολυπλοκότητα του αλγορίθμου εκτίμησης για απλό OFDM σύστημα)

**Πίνακας 4.2:** Υπολογιστική πολυπλοκότητα της δεύτερης αρχιτεκτονικής δέκτη

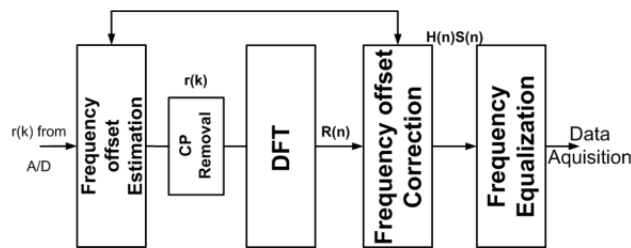
Μια απλή μα αποτελεσματική αρχιτεκτονική για έναν subband OFDMA δέκτη είναι αυτή που παρουσιάζεται στο σχήμα 4.16. Το σχήμα αυτό αποτελεί ουσιαστικά προέκταση της προηγούμενης μεθόδου και ομοιάζει με την αρχιτεκτονική ενός Software Radio Channelizer, όπου ο δέκτης ψηφιοποιεί, φιλτράρει και αποδιαμορφώνει πολλαπλά OFDM κανάλια. Αναπτύχθηκε με βάση ένα συγκρότημα ψηφιακών φίλτρων στο πρώτο στάδιο επεξεργασίας του δέκτη.

Το πλεονέκτημα είναι ότι και σε αυτή την περίπτωση το πρόβλημα του OFDMA συγχρονισμού μπορεί να αντιμετωπιστεί με πολλούς γνωστούς αλγορίθμους. Το κύριο μειονέκτημα που φαινομενικά υπάρχει, είναι ότι το υπολογιστικό φορτίο φαίνεται να αυξάνει σημαντικά, λόγω του ότι

## Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης



**Σχήμα 4.12:** Υποβάθμιση του SNR λόγω χρονικών ολισθήσεων ( $N = 1024$ , 24 χρήστες) για αρχικό  $SNR = 15dB$  και διάφορα μεγέθη κυκλικού προδέματος



**Σχήμα 4.13:** Μπλοκ διάγραμμα μιας γενικευμένης αρχιτεκτονικής δέκτη για subband OFDMA

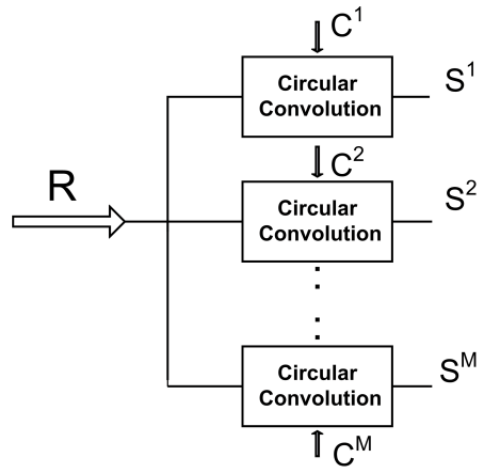
χρησιμοποιούνται  $M$   $N$ -σημείων DFTs. Επιπλέον η ανάγκη για στενά και απότομα φίλτρα ώστε να μπορούν να υποστηριχθούν ευέλικτες OFDMA στρατηγικές ανάθεσης με μικρά υποκανάλια, επιδεινώνει επιπλέον την κατάσταση. Η υπολογιστική πολυπλοκότητα του σχήματος αυτού, παρουσιάζεται στον πίνακα 4.3.

<b>DFT</b>	$M$ DFTs $N$ σημείων /σύμβολο $\rightarrow 0.5MN \log_2 N$ πολλαπλασιασμοί/ σύμβολο για FFT Radix 2
<b>Φιλτράρισμα</b>	$M(NG)$ πολλαπλασιασμοί/σύμβολο λόγω του φιλτραρίσματος ( $G$ είναι το group delay αν υποθεθεί συμμετρικό FIR)
<b>Διόρθωση συχνότητας</b>	$M$ μίκτες δηλαδή $MN$ πολλαπλασιασμοί ανά σύμβολο
<b>Εκτίμηση ολίσθησης και παρακολούθηση</b>	$M \times$ (πολυπλοκότητα του αλγορίθμου εκτίμησης για απλό OFDM σύστημα)

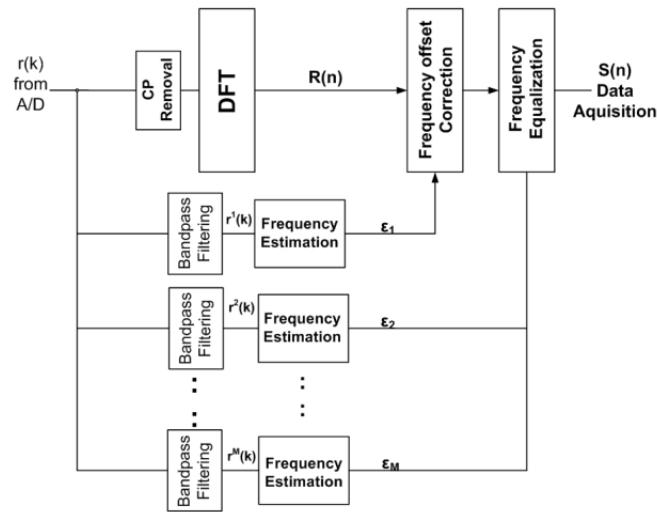
**Πίνακας 4.3:** Υπολογιστική πολυπλοκότητα της τρίτης αρχιτεκτονικής δέκτη

Για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε το υπολογιστικό φορτίο που απαιτείται για κάθε ένα από τους παραπάνω δέκτες, υποθέτουμε το παρακάτω σύστημα:

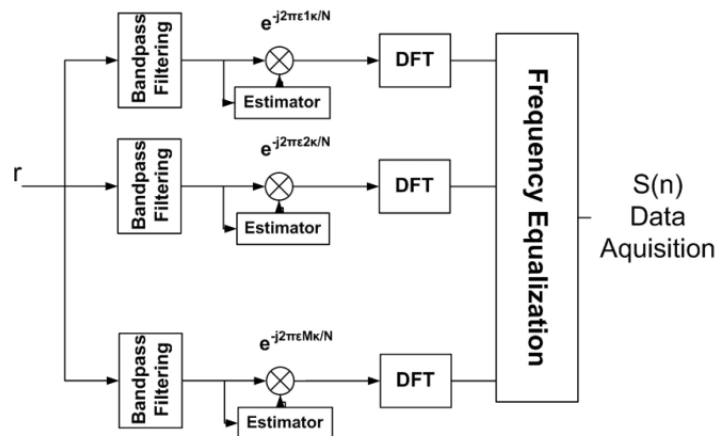
Όσον αφορά την πρώτη αρχιτεκτονική υποθέτουμε ότι οι παράμετροι του αλγορίθμου SAGE είναι  $N_\varepsilon = 20$  και  $I = 5$ . Όσον αφορά τις αρχιτεκτονικές που βασίζονται σε φίλτρα, υποθέτουμε ότι είναι συμμετρικά FIR φίλτρα σχεδιασμένα με τον γνωστό Parks-McClellan αλγόριθμο [52] με κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης και αποκοπής ίση με 0.01. Η απαιτούμενη τάξη του φίλτρου για να ικανοποιηθεί η απαίτηση κυμάτωσης και η προδιαγραφή για τα subcarriers φύλαξης/ υποκανάλι προκύπτει ίσο με 841. Τέλος θεωρείται πως ο αλγόριθμος μέγιστης πιθανοφάνειας



Σχήμα 4.14: Διόρθωση της ολιόθησης συχνότητας στο πεδίο της συχνότητας



Σχήμα 4.15: Μπλοκ διάγραμμα αρχιτεκτονικής δέκτη για subband OFDMA βασισμένο σε φίλτρα (δέκτης 2)



Σχήμα 4.16: Μπλοκ διάγραμμα αρχιτεκτονικής δέκτη για subband OFDMA βασισμένη εξολοκλήρου σε φίλτρα (δέκτης 3)

<b>Αριθμός των subcarriers (<math>N</math>)</b>	1024
<b>Αριθμός των υποκαναλιών</b>	24
<b>Αριθμός μηδενικών subcarriers</b>	160 μαζί με το DC
<b>Διασπορά διαύλου (σε δείγματα)</b>	8
<b>Μέγεθος της κυκλικής επέκτασης</b>	$N/16$
<b>Αριθμός των OFDM συμβόλων/πλαίσιο</b>	24
<b>Αριθμός των φερόντων φύλαξης ανά υποκανάλι</b>	4(2+2)

Πίνακας 4.4: Σύστημα για την αξιολόγηση των αρχιτεκτονικών

που παρουσιάζεται στο [77] και στο [78] χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας. Οι υπολογιστικές απαιτήσεις για αυτό τον αλγόριθμο είναι  $N_g M N_x$  (όπου  $N_x$  είναι η μέγιστη τιμή του αναμενόμενου σφάλματος χρονισμού. Στο παράδειγμα αυτό λήφθηκε  $N_x = N_g$ ). Με βάση τους πίνακες 4.1, 4.2 και 4.3 προκύπτουν τα ακόλουθα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον πίνακα 4.5. Η πρώτη αντίδραση από τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν είναι ότι

	<b>Αριθμός συστοιχών ανά OFDM σύμβολο</b>
<b>Δέκτης 1</b>	$2.78 \times 10^6$
<b>Δέκτης 2</b>	$12.6 \times 10^6$
<b>Δέκτης 3</b>	$11.8 \times 10^6$

Πίνακας 4.5: Αξιολόγηση αρχιτεκτονικών σε πρώτη φάση

η πρώτη αρχιτεκτονική είναι με διαφορά ο πιο αποδοτικός τρόπος σχεδιασμού ενός OFDMA δέκτη. Όμως αυτός ο ισχυρισμός δεν είναι αληθής. Μια πιο προσεκτική εξέταση του αποτελέσματος αποκαλύπτει πως το 95% του υπολογιστικού φορτίου για τους δέκτες 2 και 3 προέρχεται από τη διαδικασία φιλτραρίσματος. Όμως με κατάλληλες τεχνικές επεξεργασίας σήματος, το απαιτούμενο υπολογιστικό κόστος για το φιλτράρισμα μπορεί να μειωθεί πολύ δραστικά.

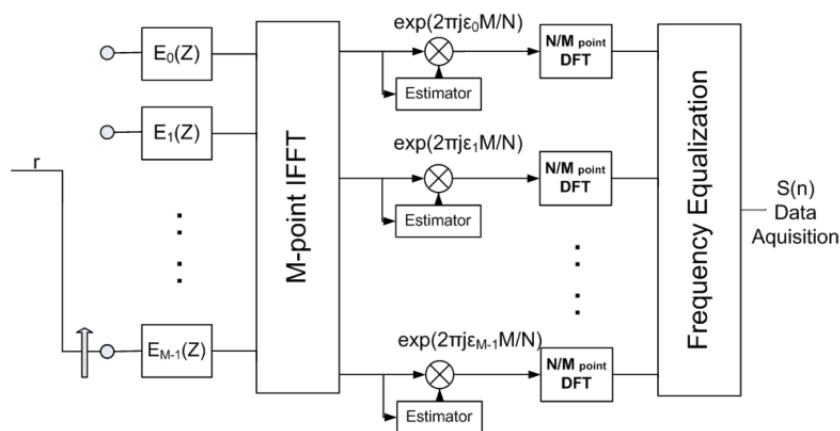
#### 4.4.9 Χρήση των αρχών Multirate Signal Processing στις αρχιτεκτονικές των δεκτών

Στην ανάλυση που προηγήθηκε, ζωνοπερατά φίλτρα χρησιμοποιούνται παράλληλα προκαλώντας μια τεράστια αύξηση του υπολογιστικού κόστους. Όμως όπως εξηγήθηκε αναλυτικά στο κεφάλαιο 3 μπορούμε να παράγουμε το ίδιο αποτέλεσμα με τη χρήση ενός απλού φίλτρου. Η μόνη προϋπόθεση είναι ότι το μέγεθος των υποκαναλιών πρέπει να είναι σταθερό για όλους τους χρήστες. Η μείωση του υπολογιστικού φορτίου επιτυγχάνεται με τη χρήση των πολυφασικών φίλτρων (παρ. 3.2.1). Όπως εξηγήθηκε τα Πολυφασικά φίλτρα χρησιμοποιούνται για την αλλαγή του ρυθμού επεξεργασίας και μπορούν να εξαγάγουν παράλληλα το αποτέλεσμα του φιλτραρίσματος σε όλα τα υποκανάλια όταν χρησιμοποιηθεί η Πολυφασική Δομή Ομοιόμορφου DFT Συγκροτήματος Φίλτρων. Η διάταξη του φίλτρου παρουσιάζεται στο σχήμα 3.16, όπου ο υπολογισμός για όλα τα φίλτρα γίνεται με υπολογισμό όλων των  $M$  υποκαναλιών με ένα απλό φίλτρο (το βαθυπερατό πρωτότυπο φίλτρο) και έναν IFFT μετασχηματισμό  $M$  σημείων. Με αυτόν τον τρόπο αντί να χρειάζονται  $MG$  πολλαπλασιασμοί για κάθε εισερχόμενο δείγμα, απαιτούνται  $2G + 0.5 \log_2(M)$  πολλαπλασιασμοί (θεωρείται ότι δεν υπάρχει όφελος λόγω συμμετρίας). Η εφαρμογή αυτής της διάταξης για τους Δέκτες 2 και 3 θα αλλάξει τα αποτελέσματα του πίνακα 4.5. Το νέο αποτέλεσμα παρουσιάζεται στον πίνακα 4.6. Τα αποτελέσματα του πίνακα 4.6 υποδεικνύουν ότι ο απλούστερος τρόπος σχεδιασμού του OFDMA δέκτη για ανάθεση σε γειτονικά φέροντα, είναι αυτός που έχει

	Αριθμός πολλαπλασιασμών ανά OFDM σύμβολο
Δέκτης 1	$2.78 \times 10^6$
Δέκτης 2	$1.87 \times 10^6$
Δέκτης 3	$1.12 \times 10^6$

Πίνακας 4.6: Αξιολόγηση αρχιτεκτονικών σε δεύτερη φάση

και τα καλύτερα υπολογιστικά χαρακτηριστικά. Το υπολογιστικό φορτίο όμως μπορεί να μειωθεί και περισσότερο με την χρήση βαθμίδων αποδεκατισμού. Από τη στιγμή που το Πολυφασικό DFT Συγκρότημα χρησιμοποιείται για το διαχωρισμό των υποκαναλιών, τα σήματα στην έξοδο έχουν κανονικοποιημένο εύρος ζώνης ίσο με  $1/M$  και για αυτό το λόγο μπορεί να γίνει downsampling κατά  $M$ . Αν αυτό εφαρμοστεί στο σύστημα με βάση το σχήμα 3.17 τότε ο συνολικός μετασχηματισμός του συστήματος παρουσιάζεται στο σχήμα 4.17. Τα δήματα που απαιτούνται για την



Σχήμα 4.17: Τροποποίηση του βασισμένου σε συγκρότημα φίλτρων OFDMA δέκτη με βάση τα Πολυφασικά DFT φίλτρα

παραπάνω μετατροπή είναι τα εξής [50], [51]:

- Εισαγωγή  $M$  κάτω μετατροπών στην έξοδο του κάθε ζωνοπερατού φίλτρου.
- Αντικατάσταση του συγκροτήματος φίλτρων από ένα ομοιόμορφο DFT πολυφασικό φίλτρο.
- Μετατόπιση των downsamplers στην είσοδο του συστήματος με τη χρήση των "ευγενών" ταυτοτήτων
- Αντικατάσταση των στοιχείων καθυστέρησης και των downsamplers από έναν μεταγωγέα (βλ. παρ. 3.2.1).
- Τώρα η ανάκτηση του  $N$  σημείων OFDMA σήματος έχει μετατραπεί σε  $M$  προβλήματα ανάκτησης απλών OFDM συστημάτων ενός χρήστη,  $N/M$ -σημείων το κάθε ένα.

Τα οφέλη της διαδικασίας αυτής συνοψίζονται παρακάτω:

1. Πραγματοποιούνται  $2G/M$  πολλαπλασιασμοί για κάθε δείγμα εισόδου ( $2GN/M$  για κάθε OFDM σύμβολο) για το φιλτράρισμα.
2. Εκτελούνται  $M$  ( $N/M$ )-σημείων FFT αντί  $M$   $N$ -σημείων. Πρέπει να τονιστεί πως το υπολογιστικό κόστος για  $M$  ( $N/M$ )-σημείων FFT είναι μικρότερο από το φορτίο που απαιτείται για έναν FFT  $N$  σημείων (κατά  $0.5N \log_2(M)$  - FFT Radix 2).

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

3. Η μείωση του ρυθμού του εισερχόμενου σήματος κατά  $M$  προκαλεί αντίστοιχη μείωση του μήκους του  $N_g$  που απαιτείται για την εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας.
4.  $N$  πολλαπλασιασμοί απαιτούνται (αντί για  $NM$ ) για τη διόρθωση του σφάλματος συχνότητας.
5. Σε αρκετές περιπτώσεις μερικά υποκανάλια παραμένουν αχρησιμοποίητα και το υπολογιστικό φορτίο μειώνεται ακόμη περισσότερο.

Επιστρέφοντας στο προηγούμενο παράδειγμα, μετά την τροποποίηση οι πολλαπλασιασμοί που απαιτούνται ανά OFDM σύμβολο για τον δέκτη (και θεωρώντας 32 υποκανάλια) είναι:  $3.4 \times 10^4$ , το οποίο και είναι ισοδύναμο με περίπου 32 πολλαπλασιασμούς ανά δείγμα εισόδου. Δεδομένου ότι κάθε υποκανάλι τώρα περιέχει  $N/M$  subcarriers αριθμημένα από 0 έως  $N/M - 1$  η παρακάτω αντιστοιχία πρέπει να λαμβάνεται πάντα υπόψη:

$$\begin{aligned} l_{th} \text{ subcarrier of subchannel } L &\Leftrightarrow \\ (LN/M + l)_{th} \text{ subcarrier of OFDMA symbol} \end{aligned}$$

Η ερώτηση που παραμένει αφορά το κόστος που υπάρχει για αυτή την ριζική μείωση του υπολογιστικού φορτίου. Πρώτα από όλα υπάρχει το πρόβλημα του aliasing. Ένα αποδεκατισμένο σήμα ως συνάρτηση του σήματος εισόδου δίνεται από τη σχέση:

$$X_D^l(z) = \frac{1}{M} X(z^{1/M} e^{2\pi j \frac{l}{M}}) + \frac{1}{M} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq l}}^{M-1} X(z^{1/M} e^{2\pi j \frac{k}{M}}) \quad (4.61)$$

όπου  $l$  είναι ο δείκτης του επιθυμητού καναλιού. Ο δεύτερος όρος υποδηλώνει την παραμόρφωση λόγω aliasing. Αν τα φίλτρα ήταν ιδανικά αυτός ο όρος θα ήταν μηδενικός. Από τη στιγμή που τα φίλτρα έχουν μη μηδενική απόκριση στη ζώνη αποκοπής και η μέγιστη κυμάτωση στη ζώνη αυτή ορίζεται κατά το στάδιο του σχεδιασμού, ο όρος του aliasing μπορεί να θεωρηθεί ως το άθροισμα  $M$  ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών και μέσω του κεντρικού οριακού θεωρήματος ως προσθετικός Gaussian θόρυβος. Στη σχετικά απλή περίπτωση όπου χρησιμοποιείται BPSK διαμόρφωση, ο διάυλος είναι επίπεδος και η κυμάτωση 0.01 (υπόθεση  $M$  ομοιόμορφων τυχαίων μεταβλητών στο διάστημα  $[-0.01 \ 0.01]$ ) τότε θα υπάρχει ένα επίπεδο θορύβου ισχύος  $-44 + 10 \log_{10}(M) \text{dB}$ . Σε περίπτωση συχνοεπιλεκτικού διαύλου, οι φασματικές ζώνες με βαθιές διαλείψεις μπορεί να υποστούν σοβαρή και μη αναστρέψιμη βλάβη.

Μια λύση είναι η χρήση φίλτρων με ιδιότητες τέλει ανακατασκευής [51], αλλά ο σχεδιασμός ενός τέτοιου συστήματος απαιτεί την ύπαρξη μιας συστοιχίας σύνθεσης (εκτός από τη συστοιχία ανάλυσης) που εν μέρει θα καταπολεμήσει το aliasing αλλά από την άλλη επαναφέρει τη διαδικασία σε ένα σύστημα λήψης  $M$  παράλληλων OFDM σημάτων  $N$ -σημείων. Για αυτό το λόγο τα φίλτρα πρέπει να σχεδιάζονται με αυστηρές προδιαγραφές κυμάτωσης στη ζώνη αποκοπής. Αυτό το γεγονός, σε συνδυασμό με το επιθυμητό απότομο και αυστηρό εύρος ζώνης μετάβασης μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα τον σχεδιασμό και τη χρήση φίλτρων πολύ υψηλής τάξης. Η παρατήρηση αυτή οδηγεί σε ένα άλλο μειονέκτημα της χρήσης φίλτρων σε έναν OFDMA δέκτη. Λόγω της υψηλής τάξης των φίλτρων η υλοποίησή τους σε ψηφιακή μορφή σε έναν επεξεργαστή σταθερής υποδιαστολής μπορεί να είναι προβληματική. Η μεταβλητότητα του σφάλματος της απόκρισης του φίλτρου στο πεδίο της συχνότητας δίνεται από τη σχέση [79]:

$$\sigma_E^2 = \frac{2^{-2(b+2)}}{3} (2G + 1) \quad (4.62)$$



όπου  $G$  είναι το group delay σε δείγματα και  $b+1$  ο αριθμός των bits που είναι διαθέσιμα στον επεξεργαστή (συμπεριλαμβανομένου του προσήμου). Για παράδειγμα ο σχεδιασμός ενός συστήματος με  $N = 2048$ ,  $M = 64$  και 4 subcarrier φύλαξης/υποκανάλι θα είχε αποτέλεσμα το σχεδιασμό ενός φίλτρου τάξης 2600 συντελεστών. Ένας 14-bit επεξεργαστής θα παρήγαγε σφάλμα απόκρισης στη συχνότητα ίσο με -60dB που κυρίως θα επηρέαζε τη ζώνη αποκοπής. Η λύση που υπάρχει είναι η μείωση της τάξης του φίλτρου με κόστος την αύξηση της περιοχής μετάβασης, που θα μειώσει αντίστοιχα την φασματική απόδοση. Μια άλλη λύση θα ήταν η χρήση IIR φίλτρων. Όμως η χρήση των IIR φίλτρων δεν συνιστάται λόγω των πιθανών ασταθειών και της μη-γραμμικής απόκρισης φάσης.

#### 4.4.10 Υλοποίηση σε πολλαπλά στάδια

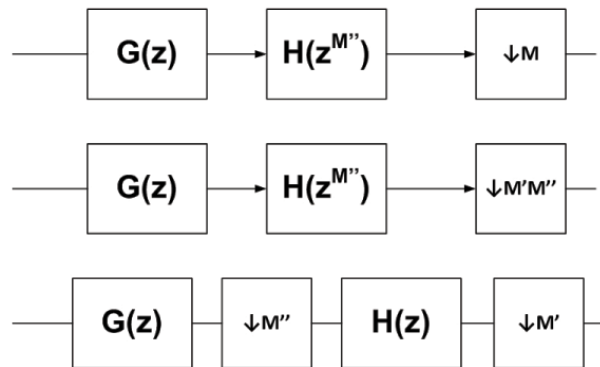
Μια τεχνική που μπορεί μερικώς να αποφύγει τα προβλήματα που δημιουργούνται από το aliasing ή την παραμόρφωση λόγω κβαντισμού, είναι η υλοποίηση του συστήματος φίλτρων/downsampling σε πολλαπλά στάδια. Το φίλτρο θα αντικατασταθεί από μια σειρά φίλτρων που έχουν παρόμοιες (αν όχι καλύτερες) προδιαγραφές. Μια καλή μέθοδος σχεδιασμού ισοδύναμων φίλτρων υψηλής τάξης είναι τα Interpolated φίλτρα που περιγράφονται στην παράγραφο 3.3.4. Συνοπτικά τα βήματα που εξηγούν αυτή τη διαδικασία είναι τα εξής:

1. Σχεδιάζεται ένα FIR φίλτρο  $H(z)$  με το επιθυμητό εύρος ζώνης μετάβασης και κυμάτωση αποκοπής και διέλευσης. Παρόλα αυτά αυτό το φίλτρο αναφέρεται σε έναν μικρότερο ρυθμό δειγματοληψίας/επεξεργασίας. Π.χ. σχεδιάζεται ένα φίλτρο με 4 φέροντα φύλαξης/υποκανάλι για  $N' = 64$  αντί για  $N = 2048$  και  $M' = 2$  αντί  $M = 64$ .
2. Γίνεται άνω μετατροπή ρυθμού επεξεργασίας στο φίλτρο κατά  $M'' = M/M'$ . Εμφανίζονται είδωλα του  $H$  στις συχνότητες  $2k\pi/M''$  με  $k$  ακέραιο.
3. Σχεδιάζεται ένα FIR φίλτρο  $G(z)$ . Ο ρόλος του φίλτρου αυτού είναι η αποκοπή των ειδώλων. Έτσι η ζώνη διέλευσης θα σταματά στη συχνότητα  $\pi/M$  και η ζώνη αποκοπής ξεκινά από τη συχνότητα  $2\pi/M'' - \pi/M$ .

Η συνολική διαδικασία φιλτραρίσματος θα εκφράζεται ως το γινόμενο των φίλτρων  $H$ ,  $G$ :

$$H_I(z) = H(z^{M''})G(z)$$

Στη συνέχεια τα φίλτρα  $G$  και  $H$  τροποποιούνται στην πολυφασική μορφή τους με  $M''$  και  $M'$



Σχήμα 4.18: Interpolated FIR φίλτρο

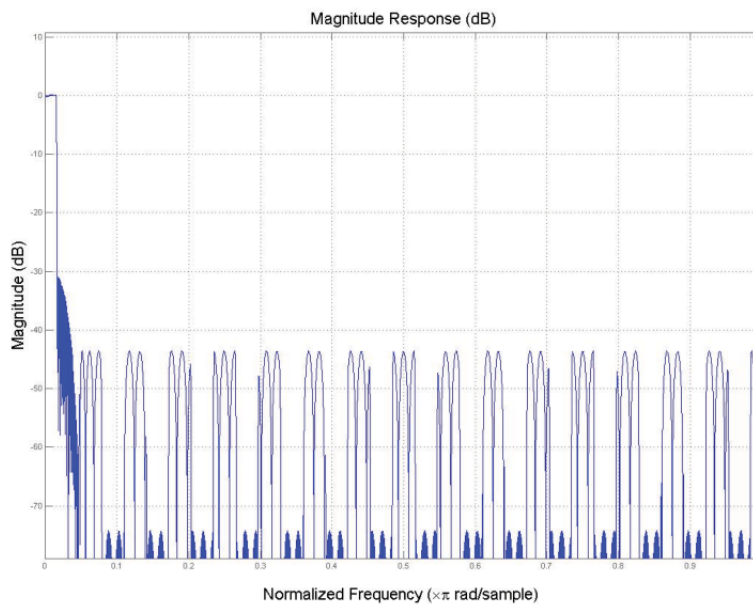
αντίστοιχα. Η παραπάνω διαδικασία μπορεί εύκολα να επεκταθεί ως μια σειρά περισσότερων από δυο φίλτρων. Τα πλεονεκτήματα της χρήσης των IFIR φίλτρων συνοψίζεται στα εξής:



#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

- Η τάξη του φίλτρου  $H$  είναι πολύ μικρότερη από το φίλτρο μιας βαθμίδας καθώς το κανονικοποιημένο εύρος ζώνης μετάβασης είναι  $M''$  φορές μεγαλύτερο.
- Η τάξη του φίλτρου  $G$  (σε σχέση με τον παράγοντα downsampling  $M''$ ) είναι συνήθως πολύ μικρή καθώς δεν χρειάζεται να ακολουθεί πολύ αυστηρές προδιαγραφές.
- Η κυμάτωση στη ζώνη αποκοπής των φίλτρων δεν χρειάζεται να είναι πολύ μικρή. Για παράδειγμα αν  $r_G, r_H$  είναι οι αποσβέσεις στην ζώνη αποκοπής του φίλτρου  $G$  και  $H$  αντίστοιχα, τότε η συνολική απόσβεση της ζώνης αποκοπής θα είναι  $r_G$  σε  $M'' - 1$  φασματικές ζώνες εύρους  $2\pi/M$  ενώ σε όλο το υπόλοιπο φάσμα θα είναι μικρότερη του γινομένου  $r_G r_H$  και για αυτό η επίδραση είναι αμελητέα. Τα aliases που επηρεάζουν την ζώνη διέλευσης έχουν μειωθεί τώρα σε  $M''$ .

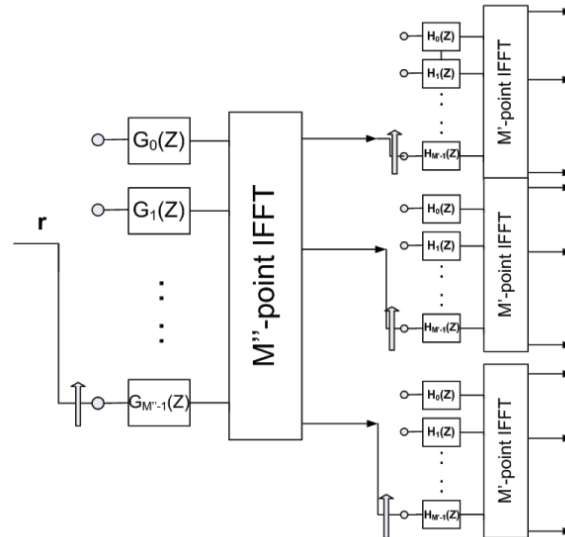
Στο προηγούμενο παράδειγμα χρειαζόταν φίλτρο τάξης 2600. Σχεδιάζεται ένα ισοδύναμο IFIR σύστημα δύο βαθμίδων. Οι παράμετροι που διαλέγονται είναι:  $M' = 2, M'' = 32, r_H = 0.005, r_G = 0.003$  και η κυμάτωση ζώνης διέλευσης 0.01 και για τα δυο φίλτρα. Βασιζόμενοι στον αλγόριθμο Parks-McClellan οι τάξεις των φίλτρων είναι:  $H(z) \rightarrow 72$  και  $G(z) \rightarrow 137$ . Η απόκριση του βαθυπερατού πρότυπου παρουσιάζεται στην εικόνα 4.19. Το σχήμα αποδεικνύει επίσης το γεγονός ότι πολλές ζώνες δεν δημιουργούν alias στη ζώνη διέλευσης.



**Σχήμα 4.19:** Η απόκριση του Interpolated FIR φίλτρου στο πεδίο της Συχνότητας

Το επόμενο βήμα είναι η πολυφασική ανακατανομή των φίλτρων, ώστε να μετακινηθούν οι μονάδες αποδεκατισμού στην είσοδο τους. Η πολυφασική μορφή της σειράς φίλτρων παρουσιάζεται στο σχήμα 4.20.

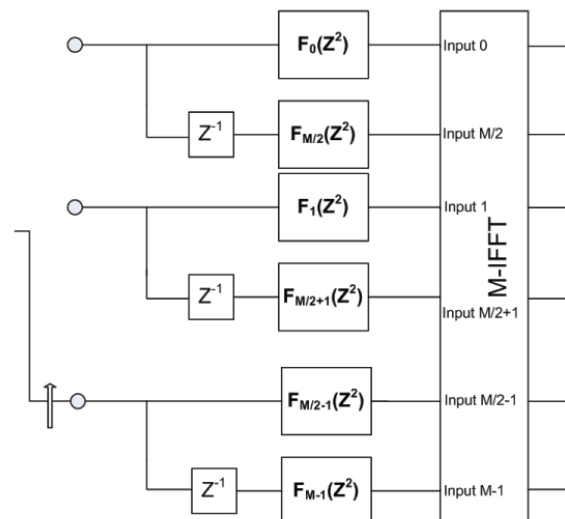
Τέλος πρέπει να μελετηθεί το θέμα των μηδενικών φερόντων φύλαξης που τοποθετούνται ανάμεσα στα υποκανάλια. Δυστυχώς αυτό είναι ένα βασικό μειονέκτημα της χρήσης φίλτρων στην περίπτωση της ανάθεσης καναλιών με γειτονικά subcarriers. Παρόλα αυτά, είναι ένα πρόβλημα που μπορεί να προσπεραστεί είτε με τη χρήση συγκροτημάτων με ιδιότητες Τέλειας Ανακατασκευής, είτε με κάποιο επιπλέον κόστος στην υπολογιστική αποδοτικότητα του συστήματος. Θεωρούμε ένα πλήρως χρησιμοποιούμενο OFDM σύμβολο με  $N$  subcarriers και  $M$  υποκανάλια. Τα βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν είναι τα εξής:



**Σχήμα 4.20:** Πολυφασική μορφή μιας IFIR διάταξης δύο σταδίων

1. Αντί του σχεδιασμού ενός  $\pi/M$  με απότομο βαθυπερατό πρότυπο, σχεδιάζεται ένα φίλτρο  $F(z)$  με εύρος ζώνης διέλευσης ( $\pi/M$ ) και ζώνη μετάβασης επίσης ( $\pi/M$ ).
2. Παρότι τα υποκανάλια είναι  $M$ , η κάτω μετατροπή του ρυθμού επεξεργασίας γίνεται κατά τον παράγοντα  $M/2$ .
3. Το φίλτρο  $F(z)$  μετατρέπεται με βάση την  $M$ -τάξης πολυφασική του δομή
4. Οι downsampler μεταφέρονται στην είσοδο του φίλτρου και προστίθεται ένας  $M$ -σημείων IFFT.

Μετά από κάποιους επιπλέον χειρισμούς και αναδιατάξεις, το συγκρότημα φίλτρων μετατρέπεται στη μορφή που παρουσιάζεται στο σχήμα 4.21.



**Σχήμα 4.21:** Τροποποιημένη διάταξη πολυφασικού συγκροτήματος για την εξάλειψη της ανάγκης για subcarriers φύλαξης

Μια μελέτη της απόκρισης της διάταξης αυτής θα φανερώσει το γεγονός ότι πρόκειται ουσιαστικά για τη συγχώνευση 2  $M/2$ -τάξης συγκροτημάτων. Το ένα είναι ένα απλό πολυφασικό

φίλτρο  $M/2$  και το δεύτερο είναι μια διαμορφωμένη εκδοχή του πρώτου με κεντρικές συχνότητες στα  $k\pi/M$ . Τα δυο συγκροτήματα είναι ανεξάρτητα και για αυτό το λόγο δεν προκύπτει aliasing μεταξύ φαινομενικά επικαλυπτόμενων, γειτονικών καναλιών. Η πολυπλοκότητα της διάταξης δίνεται από την έκφραση:  $2length(F)/M + 0.5 \log_2(M)$ . Αν ληφθεί υπόψη ότι οι προδιαγραφές του φίλτρου είναι πολύ χαλαρές, τότε είναι πολύ πιθανό οι πολλαπλασιασμοί που απαιτούνται να είναι πολύ λιγότεροι από τον συμβατικό σχεδιασμό. Παρόλα αυτά, λόγω του γεγονότος ότι για κάθε OFDM σύμβολο, ο αποδεκατισμός γίνεται κατά  $M/2$ , πρέπει να πραγματοποιηθεί επεξεργασία  $M$  ( $2N/M$ )-σημείων OFDM σημάτων. Αυτό αυξάνει σχετικά την πολυπλοκότητα του συστήματος, αλλά επιτρέπει τη χρήση κάθε subcarrier για τη μετάδοση σήματος.

#### 4.4.11 Φιλτράρισμα σε OFDM συστήματα και Συμπεράσματα

Στην ανάλυση που προηγήθηκε συνειδητά αποσιωπήθηκε το θέμα της γενικότερης ασυμβατότητας της OFDM διαμόρφωσης με τις διαδικασίες φιλτραρίσματος. Κάθε φίλτρο που επεξεργάζεται το εισερχόμενο σήμα στο πεδίο του χρόνου, πραγματοποιεί γραμμική συνέλιξη. Είναι γνωστό ότι ο πολλαπλασιασμός στο πεδίο της συχνότητας είναι δυϊκός με την κυκλική συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου και κατά συνέπεια κάθε μορφή φιλτραρίσματος πρέπει να αντιμετωπιστεί κατάλληλα ώστε να διατηρηθεί η δυϊκή σχέση των δυο πεδίων (με παρόμοιο τρόπο όπως το κυκλικό πρόθεμα απορροφά την επίδραση της απόκρισης του διαύλου). Διαφορετικά το σύστημα πρέπει να ανεχτεί για την αντιμετώπιση της παρεμβολής ICI, μια αύξηση στην παρεμβολή ISI προερχόμενη από προηγούμενο OFDM σύμβολο. Η αύξηση του μεγέθους της κυκλικής προέκτασης δεν αποτελεί σε καμία περίπτωση αποδεκτή λύση.

Η επίδραση του φιλτραρίσματος στην OFDM διαμόρφωση και ειδικά υπό τις συνθήκες που επικρατούν σε ένα CR σύστημα εξετάζονται αναλυτικά στο κεφάλαιο 8, όπου ουσιαστικά με βάση τα συμπεράσματα της προηγούμενης ανάλυσης και προσθέτοντας επιπλέον τα φαινόμενα παρεμβολών από τους πρωτεύοντες χρήστες, προτείνεται ένα ολοκληρωμένο σύστημα συγκροτήματος φίλτρων που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για συγχρονισμό και αποδιαμόρφωση μιας NC-OFDM κυματομορφής.

Σε περίπτωση που δεν είναι επιθυμητή η χρήση του φίλτρου για αντιμετώπιση των παρεμβολών που προέρχεται από γειτονικές φασματικές ζώνες και κυρίως από τους πρωτεύοντες χρήστες και επιπλέον είναι επιθυμητή η διαχείριση κάθε υποζώνης του subband OFDM συστήματος σαν ξεχωριστό OFDM υποσύστημα, τότε ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται συνοπτικά ως εξής:

- Ενσωματώνονται στο σύστημα πολλαπλές μονάδες μετατροπής από σειριακό σε παράλληλο και από παράλληλο σε σειριακό. Αυτό γίνεται γιατί η διαδικασία που ακολουθεί στηρίζεται σε επεξεργασία συγκεκριμένων υποσυνόλων πληροφορίας που συνδυάζεται κατάλληλα.
- Κατά την είσοδο τους τα δείγματα σήματος πλαισιώνονται κατάλληλα σε πλαίσια μεγέθους ίσο με το κυκλικό πρόθεμα του σήματος  $N_g$ .
- Κάθε μπλοκ σήματος φιλτράρεται ξεχωριστά από το συγκρότημα φίλτρων και πραγματοποιείται κατάλληλη υποδειγματοληψία του κατά  $M$  όπου  $M$  ο αριθμός των ορισμένων υποζωνών του ισοδύναμου subband OFDM. Η έξοδος της διαδικασίας δίνει ένα διάνυσμα  $\mathbf{Y}$  για κάθε μπλοκ, μεγέθους  $\left\lceil \frac{(N_g + 2gd)}{M} \right\rceil$  δειγμάτων, όπου  $gd$  είναι η καθυστέρηση ομάδας του φίλτρου σε δείγματα. Βασική προϋπόθεση ώστε τα διαδοχικά μπλοκ σήματος να δειγματοληπτούνται ευθυγραμμισμένα, είναι ότι  $\text{mod}(N_g, M) = 0$ . Σε περίπτωση που δεν τηρείται αυτή η συνθήκη προστίθενται μηδενικά στο τέλος κάθε μπλοκ έτσι ώστε να επιτευχθεί η συνθήκη. Στη συνέχεια και για λόγους διευκόλυνσης της κατανόησης της διαδικασίας αγνοείται

το στάδιο υλοποίησης αποδεκατισμού. Έτσι το διάνυσμα  $\mathbf{Y}$  θεωρείται ότι διατηρεί το μέγεθος του υπό τον αρχικό ρυθμό  $N_g + 2gd$ .

- Σε πρώτη φάση τα μπλοκ για κάθε υποκανάλι που ενδιαφέρει το CR, οδηγούνται στην μονάδα χρονικής επεξεργασίας. Σε αυτή, με βάση την τεχνική επικάλυψης-πρόσθεσης (overlap-add) υπολογίζεται η χρονική συνέλιξη σήματος και φίλτρου. Πρακτικά, αν μας ενδιαφέρει το αποτέλεσμα της γραμμικής συνέλιξης χρονικής διάρκειας  $N' = kN_g$  (στον αρχικό ρυθμό δειγματοληψίας) δειγμάτων τότε υπολογίζεται το μέγεθος:

$$\mathbf{Y}_{time} = \sum_{i=0}^{k-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{iN_g \times (N_g+2g)} \\ \mathbf{I}_{(N_g+2g)} \\ \mathbf{0}_{(k-i-1)N_g \times (N_g+2g)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow (i+1)\text{row}$$

$$\times \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_n & \mathbf{Y}_{n+1} & \dots & \mathbf{Y}_{n+k-1} \end{bmatrix}$$

όπου τα  $\mathbf{Y}_n$  έως  $\mathbf{Y}_{n+k-1}$  είναι τα μπλοκ φιλτραρισμένων σημάτων που περιέχουν το χρονικό πλαίσιο σήματος που μας ενδιαφέρει. Στην πράξη, αυτή η διαδικασία πραγματοποιείται αναδρομικά και δεν απαιτείται επανυπολογισμός του συνόλου της γραμμικής συνέλιξης αλλά μόνο ένα τμήμα αυτής. Αν θεωρηθεί ενσωμάτωση της διαδικασίας αποδεκατισμού, όλα τα διανύσματα/πίνακες, εκτός του τελευταίου διανύσματος επιλογής, έχουν μεγέθη διαστάσεων  $/M$  σε σχέση με αυτά που παρουσιάζονται.

- Το αποτέλεσμα της γραμμικής συνέλιξης απαιτείται για την πραγματοποίηση του συγχρονισμού. Κατά συνέπεια κατά την λήψη του OFDM σήματος και για το διάστημα εκείνο μέσα στο οποίο αναμένεται να καταφθάσει σύμβολο συγχρονισμού, preamble, το σήμα οδηγείται στον συγχρονιστή. Στο σχήμα 4.22 έχει θεωρηθεί χρήση του αλγορίθμου Schmidl και Cox [80].
- Για να διατηρηθεί ο ρυθμός δειγματοληψίας στο χαμηλό επίπεδο και παράλληλα να μην παρατηρηθούν φαινόμενα ISI λόγω της χρήσης του φίλτρου, το επόμενο βήμα έχει ως σκοπό να προσπεράσει αυτό το πρόβλημα. Η ιδέα στηρίζεται στην έννοια του zero prefix, δηλαδή μια εκδοχή της OFDM που χρησιμοποιείται μηδενικό πρόθεμα αντί του κυκλικού και εξασφαλίζει τον δειγματοληψισμό/κυκλικής συνέλιξης με τον ακόλουθο τρόπο. Από τη στιγμή που κάθε OFDM σύμβολο φιλτράρεται σε μπλοκ  $N_g$  δειγμάτων, με κατάλληλη επιλογή των μπλοκ που δημιουργούν το OFDM σύμβολο που θέλουμε να αποδιαμορφωθεί μπορούμε να υπολογίσουμε την κυκλική συνέλιξη φίλτρου και σήματος, διατηρώντας έτσι το δικαίωμα χρήσης της εξισορρόπησης συχνότητας χωρίς την ύπαρξη ISI.
- Θεωρείται ότι ο συγχρονιστής έχει προσδιορίσει ως αρχή του OFDM συμβολού το δείγμα  $n_0$  με δείγμα αναφοράς το παλαιότερο δείγμα που περιλαμβάνεται στους buffer του συστήματος τη δεδομένη στιγμή (και έχει δείκτη το 0). Στην ακόλουθη ανάλυση έχει θεωρηθεί ότι  $\text{mod}(N, N_g) = 0$ , ώστε κάθε OFDM σύμβολο να υποδιαιρείται σε ακέραιο αριθμό μπλοκ. Το μπλοκ εκείνο που περιλαμβάνει το σημείο συγχρονισμού είναι το:  $m_0 = \lfloor \frac{n_0}{N_g} \rfloor$ . Ο δέκτης βρίσκει το μπλοκ σήματος που έχει φιλτράρει το δείγμα αυτό και απομονώνει τα ακόλουθα μπλοκ:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{m_0} & \mathbf{Y}_{m_0+1} & \dots & \mathbf{Y}_{(m_0+\frac{N}{N_g}-1)} \end{bmatrix}$$

Δεδομένου ότι το φιλτράρισμα των μπλοκ πραγματοποιείται σε  $N_g$  ομάδες και το  $n_0$  ορίζει την αρχή του OFDM συμβόλου, εξασφαλίζεται ότι όλα τα μπλοκ που απομονώθηκαν είναι προστατευμένα από ISI, καθώς τα δείγματα που προηγούνται του  $n_0$  στο μπλοκ που το περιέχει ανήκουν στο κυκλικό πρόθεμα. Οι διαστάσεις του πίνακα  $\mathbf{Z}$  είναι  $(2gd + N_g) \times B$  με  $B = N/N_g$ , ενώ θεωρώντας ότι πραγματοποιείται και αποδεκατισμός, οι διαστάσεις είναι  $\left\lceil \frac{(2gd + N_g)}{M} \right\rceil \times B$  με το  $N$  να είναι το μέγεθος του αρχικού FFT που χρησιμοποιείται για την αποδιαμόρφωση.

- Ο πίνακας  $\mathbf{Z}$  θα χρησιμοποιηθεί πλέον για τον υπολογισμό της κυκλικής συνέλιξης. Αυτό γίνεται ως εξής. Ορίζεται ο πίνακας διαστάσεων  $N \times (N_g + gd)$ :

$$\mathbf{C}_i \triangleq \begin{cases} \mathbf{C}_i([iN_g + l]_N, l) = 1, & \text{για } l = 0, 1, \dots, N_g + 2g - 1 \\ \mathbf{C}_i(j, l) = 0, & \text{για } j \neq [iN_g + l]_N \end{cases} \quad (4.63)$$

τότε η κυκλική συνέλιξη πραγματοποιείται ως εξής:

$$\mathbf{Y}_{freq} = \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{C}_i \mathbf{Z} [0 \dots \overset{(i+1)\text{position}}{\dots 1 \dots} \dots 0]^T \quad (4.64)$$

Το γεγονός ότι μεγάλο ποσοστό της κυκλικής συνέλιξης έχει ήδη υπολογιστεί κατά τον υπολογισμό της γραμμικής συνέλιξης, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι μπορεί να συνδυαστεί το αποτέλεσμα αυτό έτσι ώστε να περιοριστούν οι επιπλέον απαιτούμενοι υπολογισμοί. Αυτό γίνεται με τη σχέση:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{freq} = & \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2g \times N} & \\ & \mathbf{I}_{N-2g} \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{tmp} + \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2g} & \mathbf{0}_{2g \times N_g} \end{bmatrix} \mathbf{Z} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{k \times 1} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2g \times N_g} & \mathbf{I}_{2g} \end{bmatrix} \mathbf{Z} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{k \times 1} \end{aligned} \quad (4.65)$$

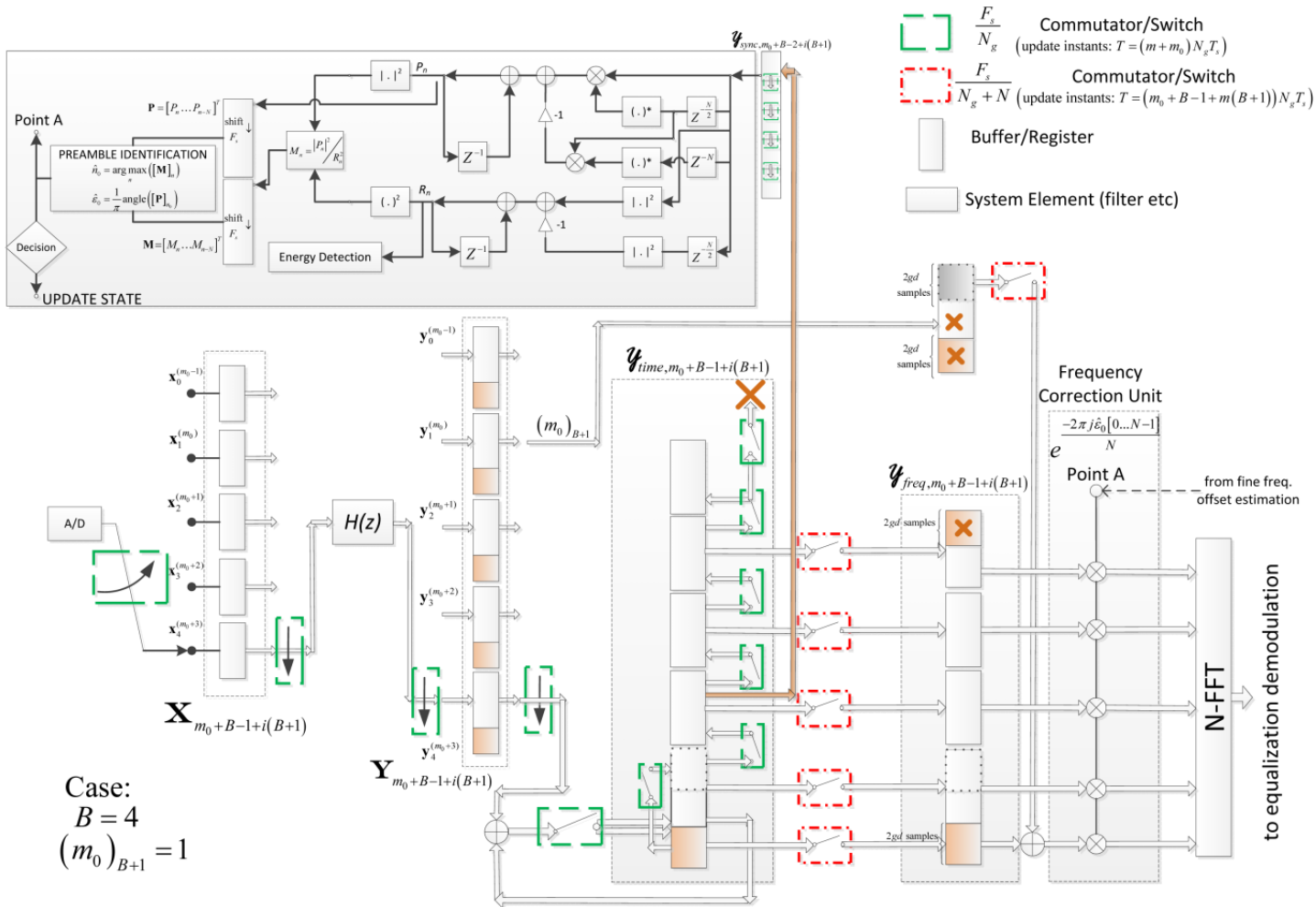
όπου

$$\mathbf{Y}_{tmp} = \mathbf{Y}_{time} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m_0 N_g) \times N} \\ \mathbf{I}_{N \times N} \\ \mathbf{0}_{((k-m_0)N_g - N) \times N} \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

όπου θεωρείται ότι  $k > B + 1$  (συνήθως  $k = 2B$ ) και το  $m_0$  εκφράζεται με μπλοκ αναφοράς το παλιότερο μπλοκ σήματος που περιλαμβάνεται στους buffers του συστήματος και συμμετέχει στον υπολογισμό της γραμμικής συνέλιξης. Το επιπλέον υπολογιστικό κόστος στην παρακάτω έκφραση είναι  $2gd$  προσθέσεις επιπλέον.

- Το αποτέλεσμα της κυκλικής συνέλιξης οδηγείται στον αποδιαμορφωτή OFDM και δεν περιλαμβάνει ISI παραμόρφωση.
- Στην περίπτωση που το σημείο  $n_0$  προκύψει κοντά στο τέλος του μπλοκ, υπάρχει περίπτωση τα αρχικά δείγματα να έχουν διαβρωθεί από το προηγούμενο OFDM σύμβολο λόγω του ραδιοδιαύλου. Σε αυτή την περίπτωση, ο δέκτης φροντίζει έτσι ώστε στο επόμενο σύμβολο η μείωση του ρυθμού δειγματοληψίας να γίνει μετά από κατάλληλη καθυστέρηση ώστε το  $n_0$  να οδηγηθεί στην αρχή του μπλοκ.

Στο σημείο αυτό γίνεται απόπειρα μαθηματικής έκφρασης της διαδικασίας αποδεκατισμού



**Σχήμα 4.22:** Υλοποίηση σχήματος δέκτη με συνδυαστικό υπολογισμό γραμμικής συνέλιξης (για επίτευξη συγχρονισμού) και κυκλική συνέλιξης για αποδιαμόρφωση του OFDM συμβόλου χωρίς ISI

καθώς και της διαδικασίας διαυλοποίησης του σήματος. Στη συνέχεια η έξοδος κάθε υποκαναλιού αντιμετωπίζεται ως ξεχωριστό OFDM σύμβολο (μήκους  $N/M$ ). Στη διαδικασία ενσωματώνεται και η πολυφασική δομή του χρησιμοποιούμενου συγκροτήματος, το οποίο και θεωρείται ομοιόμορφο DFT. Σύμφωνα με τη γνωστή θεωρία μπορούμε ταυτόχρονα να εξάγουμε το φιλτραρισμένο και αποδεκατισμένο σήμα ταυτόχρονα για όλα τα υποκανάλια. Η έξοδος του DFT συγκροτήματος υπό τη μορφή σχέσης πινάκων δίνεται ως εξής:

$$\mathbf{Y}_k^{dec}(z) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} z^{-i} E_i(z) X(z^{1/M}) W^{-ik} \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{Y}^{dec} = \begin{bmatrix} y_0(n) \\ y_1(n) \\ \vdots \\ y_{M-1}(n) \end{bmatrix} = \text{iDFT} \begin{bmatrix} e_0(n) * x(nM) \\ e_1(n) * x(nM + 1) \\ \vdots \\ e_{M-1}(n) * x(nM + M - 1) \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

όπου ορίστηκε το  $M$ -διάστατο διάνυσμα εξόδου για όλα τα υποκανάλια ανά δείγμα, με  $*$  υποδηλώνεται η γραμμική συνέλιξη και iDFT η συνάρτηση υπολογισμού του αντίστροφου διακριτού

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

μετασχηματισμού Fourier. Αν οριστεί ο πίνακας υποδειγματοληψίας κατά ένα παράγοντα  $M$ :

$$\mathbf{D}_{[\lceil J/M \rceil, J]}^{M_0} = [m_{i,k}] \quad \text{όπου}$$

$$m_{i,k} = \begin{cases} 1, & i = 0, 1, \dots, \lceil J/M \rceil, k = M_0 + iM, 0 \leq M_0 \leq M \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

όπου  $M_0$  είναι το offset υποδειγματοληψίας και  $J$  το μέγεθος του σήματος/διανύσματος εισόδου (και κατά συνέπεια  $\lceil J/M \rceil$  είναι το μέγεθος του διανύσματος εξόδου). Ο πίνακας πραγματοποιεί υποδειγματοληψία στις γραμμές του πίνακα με τον οποίο πολλαπλασιάζεται από δεξιά. Ο πίνακας συνέλιξης για την  $l$ -οστή πολυφασική συνιστώσα δίνεται από:

$$\mathbf{E}^{(l)} = \mathbf{D}_{[\lceil (N_g+2g)/M \rceil, N_g+2g]}^0 \mathbf{H} \left( \mathbf{D}_{[\lceil N_g/M \rceil, N_g]}^l \right)^T \quad (4.68)$$

Αν το κάθε μπλοκ εισόδου  $N_g$  δειγμάτων οριστεί με βάση τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k-1} \end{bmatrix}, \text{ where } \mathbf{x}_i = \begin{pmatrix} x_{iN_g} \\ \vdots \\ x_{(i+1)N_g-2} \\ x_{(i+1)N_g-1} \end{pmatrix} \quad (4.69)$$

$$i = 0..k-1$$

και αντίστοιχα οριστεί ο πίνακας  $\mathbf{X}$  που περιέχει τα  $k$  μπλοκ εισόδου που συμμετέχουν στη διαδικασία (ως μπλοκ ανάστροφος):

$$\mathbf{X}^\dagger = \left[ \mathbf{x}_0 \mid \mathbf{x}_1 \mid \dots \mid \mathbf{x}_{k-1} \right]$$

τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τα  $M$  διανύσματα των εξόδων των πολυφασικών κλάδων (χωρίς να περιλαμβάνεται ακόμη ο iDFT) σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{Y}^{(l)} = \mathbf{E}^{(l)} \left( \mathbf{D}_{[\lceil N_g/M \rceil, N_g]}^l \mathbf{X} \right)^\dagger \quad (4.70)$$

Για την ολοκλήρωση της μαθηματικής έκφρασης για τις εξόδους κάθε πολυφασικού κλάδου ακολουθεί ο πολλαπλασιασμός με τον πίνακα  $\mathbf{F}$  του διακριτού μετασχηματισμού Fourier.

$$\mathbf{Y}_{time} = \left[ \mathbf{Y}_{time}^{(0)} \mid \mathbf{Y}_{time}^{(1)} \mid \dots \mid \mathbf{Y}_{time}^{(M-1)} \right] \mathbf{F}^H \quad (4.71)$$

όπου τα διανύσματα  $\mathbf{Y}_{time}^{(l)}$  προκύπτουν με εφαρμογή της overlap-add τεχνικής στα φιλτραρισμένα και αποδεκατισμένα σήματα της σχέσης (4.70). Σημειώνεται ότι τα μεγέθη των διανυσμάτων έχουν μειωθεί κατάλληλα κατά  $/M$ . Στη συνέχεια και αφού σημειωθεί ξανά ότι είναι απαραίτητο να ισχύει ότι  $(N_g \bmod M) = 0$  για να γίνει σωστά η εφαρμογή του overlap-add μπορεί να υπολογιστεί αντίστοιχα το διάνυσμα κυκλικής συνέλιξης που οδηγείται στους αποδιαμορφωτές OFDM. Κατά μια έννοια λοιπόν εφαρμόζονται  $M$  στρώματα του σχήματος 4.22 που διασυνδέονται με έναν αντίστροφο DFT. Η συνολική απεικόνιση της διαδικασίας στο σχήμα δεν κατέστη δυνατή λόγω περιορισμών χώρου.

Το σχήμα που περιγράφηκε είναι κατάλληλο και λειτουργεί αποδοτικά. Παρόλα αυτά δεν παρουσιάζονται αποτελέσματα καθώς αποτελεί μελέτη που βρίσκεται ακόμη σε εξέλιξη. Παρουσιάζεται όμως ένα διάγραμμα περιγραφής της υλοποίησης στο σχήμα 4.22, όπου η χρονική συνέλιξη υπολογίζεται αναδρομικά. Σημειώνεται για άλλη μια φορά, ότι αν και επιτρέπει τον αποδεκατι-

σμό του εισερχόμενου σήματος, η συγκεκριμένη δομή δεν μπορεί να αντιμετωπίσει την παρεμβολή γειτονικού διαύλου.

Τέλος τα συμπεράσματα της παρούσας μελέτης μπορούν να συνοψιστούν στα παρακάτω βασικά σημεία:

- Προτάθηκαν τρεις αρχιτεκτονικές δεκτών.
- Με τη χρήση των πολυφασικών φίλτρων και τεχνικών multirate επεξεργασίας σήματος μπορούμε να μειώσουμε δραστικά την πολυπλοκότητα των βασισμένων σε φίλτρα αρχιτεκτονικών.
- Η πιο αποδοτική διάταξη χωρίζει τη διαδικασία σε  $M$  παράλληλα OFDM υποσυστήματα με την ταυτόχρονη μείωση του ρυθμού επεξεργασίας.
- Η παραμόρφωση που εισάγεται λόγω του aliasing μπορεί να μειωθεί με τη χρήση αρχιτεκτονικών πολλαπλών σταδίων.
- Μείωση των φερόντων φύλαξης για τον διαχωρισμό των υποκαναλιών μπορεί να επιτευχθεί με μια τροποποιημένη πολυφασική δομή.
- Προτείνεται ολοκληρωμένο σχήμα δέκτη ώστε να γίνει συμβατή η OFDM διαμόρφωση με τη διαδικασία φιλτραρίσματος (χωρίς όμως να εξασφαλίζεται η απαλοιφή της παρεμβολής γειτονικού διαύλου λόγω της κυκλικής συνέλιξης).

## 4.5 Ενεργειακή Συμπεριφορά κυματομορφής OFDM

Σε όλη την ανάλυση που γίνεται σε επίπεδο επεξεργασίας σήματος, είτε αυτή είναι η φασματική ανίχνευση, είτε ο αλγόριθμος ανίχνευσης τριών καταστάσεων, είτε ο έλεγχος των παρεμβολών, είτε ο συγχρονισμός, είτε η εκτίμηση του σηματοθορυβικού λόγου κ.ο.κ, η μέτρηση της ενέργειας της κυματομορφής, τμημάτων ή συνδυασμών της φαίνεται να είναι η πληροφορία εκείνη που είναι συνεχώς απαραίτητη. Ειδικά στην περίπτωση που δεν είναι επιθυμητή η χρήση πολύπλοκων και εξεζητημένων αλγορίθμων, η μέτρηση της ενέργειας του σήματος και η εξαγωγή συμπερασμάτων με βάση τη στοχαστική συμπεριφορά της χρησιμοποιείται ποικιλοτρόπως. Πολλοί από τους περίπλοκους αλγορίθμους έχουν μεν πολύ καλύτερες επιδόσεις, είναι δε απαγορευτικοί όσον αφορά την πραγματικού χρόνου πρακτική υλοποίηση τους σε ένα υπερευρυζωνικό γνωστικό ραδιοσύστημα που βασίζεται στις αρχές του Software Defined Radio. Σε πολλές περιπτώσεις οι υπάρχοντες αλλά και οι αναμενόμενοι στο εγγύς μέλλον επεξεργαστές σήματος αδυνατούν να εκπληρώσουν το απαιτούμενο υπολογιστικό φορτίο σε χρονικό διάστημα που η πληροφορία είναι αξιοποιήσιμη. Κατά τη γνώμη του συγγραφέα το Γνωστικό ραδιοσύστημα εκτός από την ικανότητα του να αντλεί πληροφορίες και να προσαρμόζεται πρέπει να λαμβάνει αποφάσεις πολύ γρήγορα και συχνά ώστε να προλαβαίνει τις τηλεπικοινωνιακές συνθήκες. Η χρήση πολύπλοκων αλγορίθμων που απαιτούν συλλογή μεγάλων δειγμάτων σήματος και πολλές μαθηματικές διεργασίες μπορεί να παρέχουν αξιόπιστες πληροφορίες αλλά ουσιαστικά οι εκτιμήσεις, οι ανιχνεύσεις και οι αποφάσεις αφορούν πρώτον ένα χρονικό διάστημα του παρελθόντος που περιγράφει φαινόμενα που πολύ πιθανό να έχουν εξαλειφθεί και κατά δεύτερον είναι εξαιρετικά πιθανό να έχουν χαθεί ευκαιρίες μετάδοσης (ή ανάλογα να διατηρούνται συνθήκες άμεσης παρεμβολής στο πρωτεύον σύστημα) όσο το τερματικό προσπαθεί να αποκτήσει πλήρη εικόνα.

Η μέτρηση της ενέργειας ή ο ενεργειακός ανιχνευτής είναι η απλούστερη διαδικασία που μπορεί να υλοποιηθεί σε επίπεδο υπολογιστικού φορτίου, αλλά παρόλα αυτά εμφανίζεται μονίμως



ακόμη και όσο προχωράμε σε πιο σύνθετα προβλήματα. Μάλιστα σε πολλές περιπτώσεις και υπό συνθήκες, η μέτρηση ενέργειας έχει βέλτιστα χαρακτηριστικά εκτιμητή ή ανιχνευτή. Στη συγκεκριμένη διατριβή δόθηκε έμφαση στην ανάλυση κυματομορφών OFDM καθώς αποτελεί την κύρια επιλογή διαμόρφωσης για τα CR συστήματα.

Κατά την ανάλυση της ενεργειακής συμπεριφοράς ενός OFDM σήματος παρατηρήθηκε μια σχετική απόκλιση από την αναμενόμενη με βάση τις σχετικά με τη φύση του σήματος συνθήκες υποθέσεις και προσεγγίσεις. Η απόκλιση αυτή εξαφανίζεται όσο το σήμα πληροφορίας βυθίζεται στο θόρυβο, αλλά παρόλα αυτά η απόκλιση είναι εμφανής στις τιμές SNR που το σήμα είναι αποδιαμορφώσιμο ή στις κρίσιμες εκείνες τιμές που οι χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας του δέκτη (Receiver Operating Characteristics - ROC) αρχίζουν σταδιακά να μεταβαίνουν από τη λειτουργική περιοχή τους στη μη χρηστική.

Αυτές οι αποκλίσεις μας οδήγησαν στη μελέτη της στοχαστικής συμπεριφοράς του OFDM σήματος και της ενέργειας του και αποτελούν μια προσπάθεια ακριβούς μοντελοποίησης τους ως τυχαίες μεταβλητές.

### 4.5.1 Μοντέλο συστήματος

Χρησιμοποιείται το βασικής ζώνης ψηφιακό ισοδύναμο μοντέλο για την περιγραφή του σήματος. Θεωρώντας σύστημα που χρησιμοποιεί  $N$  φέροντα για μια δεδομένη ζώνη λειτουργίας και κυκλικό πρόθεμα μεγέθους  $N_g$  το εκπεμπόμενο σήμα δίνεται από τη γνωστή σχέση:

$$s_m = \sum_i s_{m-i(N+N_g)}^{(i)},$$

$$s_m^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} S_k^{(i)} e^{2\pi j \frac{km}{N}}, \quad -N_g \leq n \leq N-1 \quad (4.72)$$

Τονίζεται ότι στη συγκεκριμένη μορφή ο όρος κανονικοποίησης γίνεται με την τετραγωνική ρίζα του αριθμού των φερόντων που διαφέρει με τον βασικό μαθηματικό ορισμό του IDFT (κανονικοποίηση με το  $N$ ) ώστε να επιτυγχάνεται μέση ισχύς σήματος ίση με τη μέση ισχύ ανά σύμβολο ανά φέρον). Ο δείκτης  $i$  υποδεικνύει τη σειρά διαδοχής των OFDM συμβόλων, με  $S_k^{(i)}$  συμβολίζεται το διαμορφωμένο OFDM μιγαδικό σύμβολο στο  $k$ -οστό υποφέρον του  $i$ -οστού OFDM συμβόλου, ενώ ορίζεται ως  $N_s = N + N_g$  η συνολική διάρκεια του OFDM συμβόλου σε δείγματα σήματος. Είναι σαφές από τον ορισμό ότι θεωρείται ο κρίσιμος ρυθμός δειγματοληψίας κατά την ψηφιακή έκφραση του σήματος, ενώ στην ακόλουθη ανάλυση θεωρείται ότι χρησιμοποιείται το σύνολο των διαθέσιμων φερόντων  $N$  στη συγκεκριμένη ζώνη. Μετά τη διέλευση του σήματος από το ραδιοτηλεπικοινωνιακό κανάλι ή από στάδια μορφοποίησης και προεπεξεργασίας σε πομπό/δέκτη δίνεται από:

$$y_m = r_m + w_m = \sum_{u=0}^{D-1} h_u s_{m-u} + w_m \quad (4.73)$$

όπου  $w_m$  είναι ο προσθετικός κυκλικός μιγαδικός γκαουσιανός θόρυβος και  $h_m$  η κρουστική απόκριση (από άκρο σε άκρο - συμπεριλαμβανομένων διαδικασιών πομπού/δέκτη) του διαύλου.

Η μέτρηση της ενέργειας γίνεται για ένα περιορισμένο αριθμό δειγμάτων σήματος  $K$  ο οποίος και με βάση τις συμβάσεις που περιγράφηκαν κατά την εισαγωγή του κεφαλαίου θεωρείται περιορισμένος. Όσο ο αριθμός αυτός μεγαλώνει αν και δεν ισχύουν οι μαθηματικές προϋποθέσεις, η στοχαστική συμπεριφορά εξωθείται μέσω του κεντρικού οριακού θεωρήματος στην κανονική κατανομή. Υπενθυμίζεται ότι ο ανιχνευτής ενέργειας στην περίπτωση που το σήμα εισόδου είναι λευκή, μιγαδική, κανονική, τυχαία μεταβλητή αποτελεί τον βέλτιστο κατά Neyman-Pearson ανιχνευτή [81]

Στην ακόλουθη παράγραφο για λόγους απλότητας οι μεταβλητές στις εξισώσεις με τόνο χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν το ακέραιο μέρος του πηλίκου (συνάρτηση floor) της συγκεκριμένης μεταβλητής με τον συνολικό αριθμό δειγμάτων του OFDM συμβόλου, δηλαδή  $x' = \left\lfloor \frac{x}{N_s} \right\rfloor$  όπου  $N_s = N + N_g$ . Οι μεταβλητές σε έντονη γραμματοσειρά ως συνήθως αντιπροσωπεύουν διανυσματικά μεγέθη και πίνακες, ενώ το άθροισμα της ισχύος - η διακριτή έκφραση της περιεκλιόμενης ενέργειας στο σήμα που περιέχεται στο διάνυσμα  $\mathbf{x}$  συμβολίζεται με τη μεταβλητή  $p_x$ .

#### 4.5.2 Θεωρητική εξαγωγή των κατανομών της OFDM εκπομπής

Η συνήθης σύμβαση είναι ότι στο πεδίο του χρόνου ένα δείγμα OFDM σήματος ακολουθεί την λευκή μιγαδική κανονική κατανομή. Η συγκεκριμένη υπόθεση είναι ιδιαίτερα ακριβής καθώς στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται όλα τα φέροντα αποδεικνύεται εύκολα μέσω της ιδιότητας  $\sum_{k=0}^{N-1} e^{2\pi j \frac{km}{N}} = 0$  και της εξίσωσης αθροίσματος του Poisson, ότι δυο δείγματα του ίδιου OFDM συμβόλου είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστα, ενώ δυο δείγματα OFDM σήματος προερχόμενα από διαφορετικά σύμβολα είναι ανεξάρτητα εφόσον και τα σύμβολα στο πεδίο της συχνότητας των δυο OFDM συμβόλων είναι ανεξάρτητα.

$$x_m \sim N(0, \sigma_s^2), E(x_m x_{m+n}^*) = \mathcal{E}_x \delta(n) \quad (4.74)$$

όπου  $\sigma_s^2$  είναι η μέση ισχύς του σήματος εκπομπής.

Παρότι οι δηλώσεις της σχέσης (4.74) είναι απολύτως ακριβείς, η από κοινού κατανομή των  $K$  χρονικών δειγμάτων του σήματος OFDM δεν είναι από κοινού κανονικές, μιγαδικές, τυχαίες μεταβλητές και υπάρχει κάποιου είδους εξάρτηση. Το γεγονός ότι δυο OFDM δείγματα σήματος είναι ανά ζεύγη ανεξάρτητα και γκαουσιανά δεν εξασφαλίζει ότι και το συνολικό διάστημα θα έχει τα ίδια χαρακτηριστικά. Αυτό προκύπτει λόγω των ιδιοτήτων του DFT αφού τα δείγματα που προέρχονται από το ίδιο σύμβολο έχουν μεταξύ τους εξάρτηση μέσω της συνολικής ισχύος του OFDM συμβόλου. Για παράδειγμα, αν η διαμόρφωση που χρησιμοποιείται για κάθε ένα φέρον του OFDM συμβόλου είναι διαμόρφωση σταθερής περιβάλλουσας όπως (πχ QPSK) και η ενέργεια ανά baud είναι  $\mathcal{E}_x$  τότε τετραγωνίζοντας τη σχέση (4.72b) η συνολική εκπεμπόμενη ενέργεια για το OFDM σύμβολο είναι σταθερή και ίση με  $p = N\mathcal{E}_x$ .

##### 4.5.2.1 Διαμορφώσεις σταθερής περιβάλλουσας

Ας υποθέσουμε ότι το OFDM σήμα δημιουργείται με χρήση διαμόρφωσης σταθερής περιβάλλουσας ανά υποφέρον με ενέργεια ανά σύμβολο ανά φέρον  $\mathcal{E}_x$ . Για να προσδιοριστεί η από κοινού κατανομή του διανύσματος  $K$  δειγμάτων OFDM σήματος (από το ίδιο OFDM σύμβολο) αναπτύσσεται το ακόλουθο μοντέλο. Θεωρείται μια  $N$ -διαστάσεων διανυσματική, λευκή, κανονική, τυχαία μεταβλητή  $\mathbf{s}$ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της από κοινού κατανομής ενός OFDM σήματος διαστάσεων  $K$  με  $K \leq N$  μπορεί να μοντελοποιηθεί με ακρίβεια από την υπό συνθήκη κατανομή ενός υποσυνόλου του διανύσματος  $\mathbf{s}$  δεδομένης της συνολικής εκπεμπόμενης ενέργειας ανά σύμβολο  $p_s$ . Αν οριστεί ότι  $\mathbf{s}^T = \left[ \mathbf{s}_K^T \quad \mathbf{s}_{N-K}^T \right]$  όπου τα υποθέματα στα συγκεκριμένα διανύσματα εκφράζουν τον αριθμό διαδοχικών δειγμάτων που περιέχουν τότε:

$$\begin{aligned} f_{S_K}(\mathbf{s}_K / \text{OFDM-QPSK}) &= f_{S_K}(\mathbf{s}_K / p_s) = \frac{f_{S_{K \cdot P_s}}(\mathbf{s}_{K \cdot P_s})}{f_{P_s}(p_s)} = \\ &= \frac{f_{S_K}(\mathbf{s}_K) f_{P_{s_{N-K}}}(p_s - \mathbf{s}_K^H \mathbf{s}_K)}{f_{P_s}(p_s)} \end{aligned} \quad (4.75)$$

Η ένδειξη OFDM-QPSK χρησιμοποιείται ως η πιο πιθανή εκδοχή διαμόρφωσης αλλά τα ίδια ισχύουν για οποιαδήποτε κατανομή σταθερής περιβάλλουσας. Στην σχέση (4.75) χρησιμοποιείται ο

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

μαθηματικός ορισμός της υπό συνθήκης πιθανότητας καθώς επίσης και η ακόλουθη λογική. Η από κοινού κατανομή του διανύσματος  $\mathbf{s}_K$  και της συνολικής ενέργειας OFDM συμβόλου  $p_s$  μπορεί να διαχωριστεί σε δυο ανεξάρτητες κατανομές από τη στιγμή που η συνολική ισχύς θα είναι ίση με το άθροισμα ισχύος  $\mathbf{s}_K^H \mathbf{s}_K$  που οφείλεται στα  $K$  δείγματα και το άθροισμα ισχύος των υπολοίπων  $N - K$  δειγμάτων, το οποίο με βάση τη λευκή θεώρηση στο στατιστικό μοντέλο του διανύσματος  $\mathbf{s}$  είναι ανεξάρτητο από τα δείγματα  $\mathbf{s}_K$ . Κατά συνέπεια  $f_{S_K, P_s}(\mathbf{s}_K, p_s) = f_{S_K, P_{S_{N-K}}}(\mathbf{s}_K, p_{S_{N-K}})$  και λόγω ανεξαρτησίας οδηγούμαστε στην (4.75).

Δεδομένου ότι το αδέσμευτο  $\mathbf{s}$  είναι μιγαδικό, κανονικό διάνυσμα, τα διανύσματα  $\mathbf{s}_K$  και  $\mathbf{s}_{N-K}$  είναι επίσης πολυδιάστατες, μιγαδικές, κανονικές μεταβλητές και κατά συνέπεια ισχύει αντίστοιχα ότι:

$$\begin{aligned} \frac{2p_s}{\sigma_s^2} &\sim \chi_{2N}^2, \quad \frac{2p_{S_K}}{\sigma_s^2} \sim \chi_{2K}^2, \quad \frac{2p_{S_{N-K}}}{\sigma_s^2} \sim \chi_{2(N-K)}^2 \\ p_s &\sim \mathcal{G}(N, \sigma_s^2), \quad p_{S_K} \sim \mathcal{G}(K, \sigma_s^2), \quad p_{S_{N-K}} \sim \mathcal{G}(N-K, \sigma_s^2) \end{aligned} \quad (4.76)$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (4.75) των κατάλληλων κατανομών προκύπτει:

$$\begin{aligned} f_{S_K}(\mathbf{s}_K/\text{OFDM-QPSK}) &= \frac{\Gamma(N)\sigma_s^{2N} e^{-\frac{\mathbf{s}_K^H \mathbf{s}_K}{\sigma_s^2}} (p_s - \mathbf{s}_K^H \mathbf{s}_K)^{N-K-1} e^{-\frac{p_s - \mathbf{s}_K^H \mathbf{s}_K}{\sigma_s^2}}}{p_s^{N-1} e^{-\frac{p_s}{\sigma_s^2}} \pi^K \sigma_s^{2K} \Gamma(N-K) \sigma_s^{2(N-K)}} = \\ &= \frac{\Gamma(N)(p_s - \mathbf{s}_K^H \mathbf{s}_K)^{N-K-1}}{\Gamma(N-K) \pi^K p_s^{N-1}} \end{aligned} \quad (4.77)$$

Το αποτέλεσμα αυτό δίνει την κατανομή του εκπεμπόμενου σήματος πληροφορίας όταν χρησιμοποιείται κατανομή σταθερής περιβάλλουσας ανά χρησιμοποιούμενο φέρον. Με βάση τους ορισμούς σημειώνεται ότι ισχύει  $\sigma_s^2 = \mathcal{E}_x$ .

Σαν επόμενο βήμα θεωρείται ότι το σήμα εκπέμπεται και διαδίδεται σε επίπεδο δίαυλο με προσθετικό θόρυβο. Από τη στιγμή που το σήμα και ο θόρυβος, η συνάρτηση πυκνότητας μπορεί να βρεθεί από τη συνέλιξη των επιμέρους pdf σήματος και θορύβου στις  $K$  διαστάσεις του μιγαδικού πεδίου τιμών  $\mathbb{C}^K$ . Ο απευθείας υπολογισμός της κατανομής του θορυβώδους σήματος είναι εξαιρετικά δύσκολος και πολύπλοκος καθώς περιέχει υπολογισμούς σύνθετων γκαουσιανών ολοκληρωμάτων στο  $K$ -διάστατο  $\mathbb{C}^K$  επίπεδο (ή ισοδύναμα στο  $2K$ -διάστατο  $\mathbb{R}^{2K}$  επίπεδο). Για να απλοποιηθεί η διαδικασία υπολογίζεται σε πρώτη φάση η κατανομή για  $K = N$ , δηλαδή για το διάνυσμα που περιέχει όλα τα χρονικά δείγματα ενός OFDM συμβόλου. Η κατανομή υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} f_{Y_N}(\mathbf{y}_N = \mathbf{s}_N + \mathbf{w}_N/\text{OFDM-QPSK}) &= \int_{\infty \mathbb{C}^N} f_W(\mathbf{y}_N - \mathbf{s}_N) f_{S/p_s}(\mathbf{s}_N/p_s) d_{\mathbb{C}^N} \mathbf{s}_N = \\ &= \frac{\Gamma(N)}{\pi^N p_s^{N-1}} \int_{\infty \mathbb{C}^N} \frac{\delta(\mathbf{s}_N^H \mathbf{s}_N - p_s)}{\pi^N \sigma_w^{2N}} e^{-\frac{(\mathbf{y}_N - \mathbf{s}_N)^H (\mathbf{y}_N - \mathbf{s}_N)}{\sigma_w^2}} d_{\mathbb{C}^N} \mathbf{s}_N \end{aligned} \quad (4.78)$$

Οι τελεστές  $\int_{\infty \mathbb{C}^N} (\cdot)$  και  $d_{\mathbb{C}^N} (\cdot)$  εκφράζουν το πολυδιάστατο ολοκλήρωμα και το πολυδιάστατο διαφορικό αντίστοιχα στον μιγαδικό διανυσματικό χώρο  $N$  διαστάσεων. Το ολοκλήρωμα της (4.78) είναι σχεδόν όμοιο με το αντίστοιχο κατά τη διαδικασία υπολογισμού της PDF της ισχύος μιας πολυδιάστατης μιγαδικής κανονικής μεταβλητής με διάνυσμα μέσης τιμής  $\mathbf{s}_N$ , οπότε χρησιμοποιώντας την υπάρχουσα γνώση καθώς επίσης ότι  $p_s = \mathbf{s}_N^H \mathbf{s}_N$  καταλήγουμε στο ακόλουθο αποτέλεσμα:

$$f_{Y_N}(\mathbf{y}_N/\text{OFDM-QPSK}) = \frac{\Gamma(N) e^{-\frac{\mathbf{y}_N^H \mathbf{y}_N + p_s}{\sigma_w^2}}}{\pi^N \sigma_w^{2N} p_s^{N-1}} \left( \frac{\mathbf{y}_N^H \mathbf{y}_N}{p_s} \right)^{-\frac{N-1}{2}} I_{N-1} \left( \frac{2\sqrt{\mathbf{y}_N^H \mathbf{y}_N p_s}}{\sigma_w^2} \right) \quad (4.79)$$

όπου η  $I_{N-1}$  είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel του 1ου είδους και τάξης  $N - 1$ . Κάποια ομοιότητα με την μη-κεντρική κατανομή  $\chi^2$  είναι προφανής με απλή παρατήρηση του αποτελέσματος. Η ύπαρξη της συνάρτησης Bessel δεν βοηθά στο επόμενο βήμα που είναι ο προσδιορισμός της κατανομής του αθροίσματος της ισχύος για οποιοδήποτε υποσύνολο του διανύσματος  $\mathbf{y}_N$ . Η κατεύθυνση που ακολουθείται είναι σε πρώτη φάση να υπολογιστεί η κατανομή της μεταβλητής  $p_{y_N}$  δηλαδή η ενέργεια του διανύσματος  $\mathbf{y}_N$ . Από τη μορφή της συνάρτησης (4.79) προκύπτει ότι η μεταβλητή  $\mathbf{y}_N$  παρουσιάζει κυκλική συμμετρία καθώς εξαρτάται μόνο από το εσωτερικό γινόμενο  $\mathbf{y}_N^H \mathbf{y}_N$ , όπως εξάλλου και η αρχική πολυδιάστατη κανονική μεταβλητή. Η κυκλική συμμετρία υποδηλώνει ομοιομορφία φάσης δηλαδή ότι η φάση των δειγμάτων του διανύσματος ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. Δεδομένου επίσης ότι η μόνη περιοριστική συνθήκη είναι η ισχύς  $p_s$  δεν υπάρχει καμία ένδειξη εξάρτησης μεταξύ των φάσεων των στοιχείων του διανύσματος. Με βάση αυτή τη θεώρηση η pdf για την μεταβλητή  $p_{y_N}$  μπορεί να προκύψει με ολοκλήρωση των ομοιόμορφων φάσεων στην  $2N$ -διάστατη σφαίρα. Ουσιαστικά χρησιμοποιούνται σφαιρικές συντεταγμένες ([82]) με αντικατάσταση των στοιχείων του  $\mathbf{y}_N$  και των διαφορικών με τις πολυδιάστατες σφαιρικές συντεταγμένες. Προκύπτει ότι ισχύει:

$$f_{P_{Y_N}}(p_{y_N}/\text{OFDM-QPSK}) = f_{P_{Y_N}}(p_{y_N}/p_s) = \frac{\Gamma(N) e^{-\frac{p_y+p_s}{\sigma_w^2}} \left(\frac{p_y}{p_s}\right)^{\frac{N-1}{2}} I_{N-1}\left(\frac{2\sqrt{p_y p_s}}{\sigma_w^2}\right) \times \int_0^\pi \dots \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin^{2N-2} \varphi_1 \dots \sin \varphi_{2N-2} d\varphi_1 \dots d\varphi_{2N-2} d\varphi_{2N-1} \Rightarrow \quad (4.80)$$

$$f_{P_{Y_N}}(p_{y_N}/\text{OFDM-QPSK}) = \frac{e^{-\frac{p_y+p_s}{\sigma_w^2}} \left(\frac{p_y}{p_s}\right)^{\frac{N-1}{2}} I_{N-1}\left(\frac{2\sqrt{p_y p_s}}{\sigma_w^2}\right)}{\sigma_w^2}$$

Σαν αποτέλεσμα λοιπόν η (4.80) περιγράφει την κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής  $\chi_{2N}^2(p_s)$  μετά από πολλαπλασιασμό με την σταθερά  $2/\sigma_w^2$ , δηλαδή:

$$2 \frac{p_{y_N}}{\sigma_w^2} \sim \chi_{2N}^2(2p_s/\sigma_w^2) \quad (4.81)$$

Για να πραγματοποιηθεί επιτυχημένα αποφυγή της συνάρτησης Bessel χρησιμοποιείται προσέγγιση της μη-κεντρικής κατανομής  $\chi^2$ . Η συγκεκριμένη προσέγγιση προτάθηκε από τον Patnaik [83] και είναι ιδιαίτερα απλή όσο και ακριβής. Σύμφωνα με αυτή η μη-κεντρική κατανομή  $\chi^2$  προσεγγίζεται από την κατανομή Γάμμα με συγκεκριμένη επιλογή παραμέτρων. Συγκεκριμένα:

$$f_{P_{Y_N}}(p_{y_N}/\text{OFDM-QPSK}) \simeq \frac{p_{y_N}^{\frac{\nu}{2}-1}}{\Gamma(\frac{\nu}{2}) \sigma_w^\nu \rho^{\nu/2}} e^{-\frac{p_{y_N}}{\sigma_w^2 \rho}} \quad (4.82)$$

όπου:

$$\nu = 2N + \frac{2p_s^2}{\sigma_w^4 N + 2p_s \sigma_w^2}, \quad \rho = \frac{\sigma_w^2 N + 2p_s}{\sigma_w^2 N + p_s} \quad (4.83)$$

Η προσέγγιση Patnaik είναι εξαιρετικά ακριβής για  $N > 16$  και για τιμές  $p_s$  που δεν τείνουν στο μηδέν. Η δεύτερη προϋπόθεση δεν αποτελεί πρόβλημα καθώς μπορεί να πραγματοποιηθεί κατάλληλη κλιμάκωση της τιμής.

Επιστρέφοντας στην εξίσωση (4.79), πραγματοποιείται αντικατάσταση με βάση τη σχέση  $\mathbf{y}_N^H \mathbf{y}_N = \mathbf{y}_{N-K}^H \mathbf{y}_{N-K} + \mathbf{y}_K^H \mathbf{y}_K$ , ενώ σε δεύτερη φάση πραγματοποιείται ολοκλήρωση στις ομοιόμορφες φάσεις ανάλογα με την περίπτωση της (4.80) αλλά αυτή τη φορά ξεχωριστά για τα δυο διανύσματα  $\mathbf{y}_{N-K}$  και  $\mathbf{y}_K$ . Το αποτέλεσμα αποτελεί την από κοινού συνάρτηση πυκνότητας των τυχαίων μετα-

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

βλητών  $\begin{bmatrix} p_{Y_K} & p_{Y_{N-K}} \end{bmatrix}$  καθώς επίσης των  $\begin{bmatrix} \mathbf{y}_K & p_{Y_{N-K}} \end{bmatrix}$ .

$$f_{P_{Y_K}, P_{Y_{N-K}}} (p_{y_K}, p_{y_{N-K}} / \text{OFDM} - \text{QPSK}) = \frac{\Gamma(N) p_{y_K}^{K-1} p_{y_{N-K}}^{N-K-1}}{p_s^{\frac{N-1}{2}} \Gamma(K) \Gamma(N-K) \sigma_w^2} \frac{e^{-\frac{p_{y_K} + p_{y_{N-K}} + p_s}{\sigma_w^2}}}{(p_{y_K} + p_{y_{N-K}})^{\frac{N-1}{2}}} \times$$

$$\times I_{N-1} \left( \frac{2\sqrt{(p_{y_K} + p_{y_{N-K}}) p_s}}{\sigma_w^2} \right) \quad (4.84)$$

$$f_{Y_K, P_{Y_{N-K}}} (\mathbf{y}_K, p_{y_{N-K}} / \text{OFDM} - \text{QPSK}) = \frac{\Gamma(N) p_{y_{N-K}}^{N-K-1}}{p_s^{\frac{N-1}{2}} \pi^K \Gamma(N-K) \sigma_w^2} \frac{e^{-\frac{\mathbf{y}_K^H \mathbf{y}_K + p_{y_{N-K}} + p_s}{\sigma_w^2}}}{(\mathbf{y}_K^H \mathbf{y}_K + p_{y_{N-K}})^{\frac{N-1}{2}}} \times$$

$$\times I_{N-1} \left( \frac{2\sqrt{(\mathbf{y}_K^H \mathbf{y}_K + p_{y_{N-K}}) p_s}}{\sigma_w^2} \right) \quad (4.85)$$

Χρησιμοποιώντας ξανά την προσέγγιση Patnaik στην εξίσωση (4.84), απομονώνοντας το πρώτο κλάσμα της σχέσης προκύπτει ότι:

$$f_{P_{Y_K}, P_{Y_{N-K}}} (p_{y_K}, p_{y_{N-K}} / \text{OFDM} - \text{QPSK}) = \frac{\Gamma(N) p_{y_K}^{K-1} p_{y_{N-K}}^{N-K-1}}{\Gamma(K) \Gamma(N-K)} \frac{(p_{y_K} + p_{y_{N-K}})^{\frac{\nu}{2} - N}}{\Gamma(\frac{\nu}{2}) \sigma_w^\nu \rho^{\nu/2}} e^{-\frac{p_{y_K} + p_{y_{N-K}}}{\sigma_w^2 \rho}} \quad (4.86)$$

Η τελική έκφραση της κατανομής του αθροίσματος της ισχύος του διανύσματος  $\mathbf{y}_K$  δίνεται από τον υπολογισμό της περιθώριας συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας αποβάλλοντας μέσω ολοκλήρωσης την μεταβλητή  $p_{y_{N-K}}$ :

$$f_{P_{Y_K}} (p_{y_K} / \text{OFDM} - \text{QPSK}) = \int_0^\infty f_{P_{Y_K}, P_{Y_{N-K}}} (p_{y_K}, p_{y_{N-K}} / \text{OFDM} - \text{QPSK}) dp_{y_{N-K}} =$$

$$= \frac{\Gamma(N) p_{y_K}^{\frac{\nu}{2} - 1}}{\Gamma(K) \Gamma(\frac{\nu}{2}) \sigma_w^\nu \rho^{\nu/2}} e^{-\frac{p_{y_K}}{\sigma_w^2 \rho}} U \left( N - K, \frac{\nu}{2} - K + 1, \frac{p_{y_K}}{\sigma_w^2 \rho} \right) \quad (4.87)$$

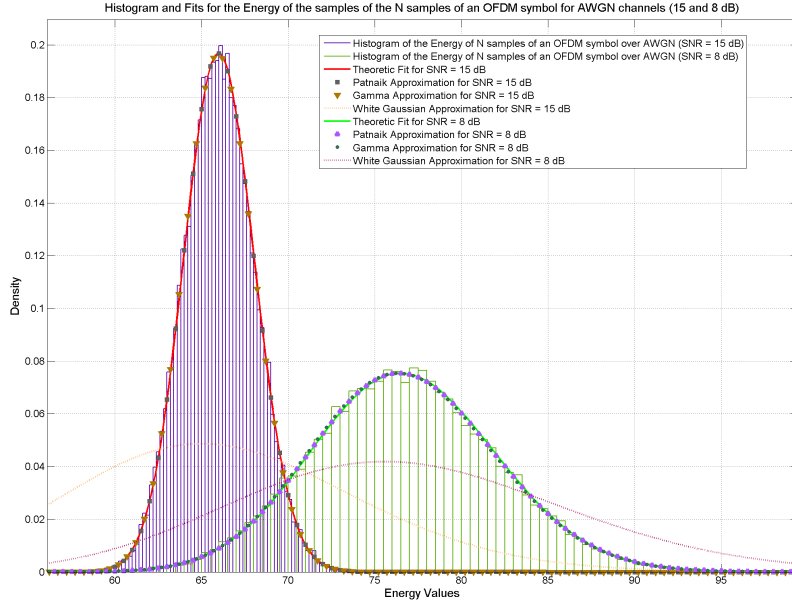
Η συνάρτηση  $U$  είναι η συμβάλλουσα υπεργεωμετρική συνάρτηση 2ου είδους του Tricomi (confluent hypergeometric function). Ο υπολογισμός του ολοκληρώματος έγινε με βάση το [84]. Ο ολοκληρωτικός ορισμός της συνάρτησης Tricomi είναι η εξής [85]:

$$U(a, b, z) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^\infty e^{-zt} t^{a-1} (1+t)^{b-a-1} dt \quad (4.88)$$

Με την ίδια μέθοδο ξεκινώντας από τη σχέση (4.85) μπορούμε να καταλήξουμε στην από κοινού PDF για ένα διάνυσμα σήματος που περιλαμβάνει δείγματα κυματομορφής OFDM με δείγματα προερχόμενα από το ίδιο σύμβολο.

$$f_{Y_K} (\mathbf{y}_K / \text{OFDM} - \text{QPSK}) = \frac{\Gamma(N) e^{-\frac{\mathbf{y}_K^H \mathbf{y}_K}{\sigma_w^2 \rho}}}{\pi^K \Gamma(\frac{\nu}{2}) \sigma_w^\nu \rho^{\nu/2}} (\mathbf{y}_K^H \mathbf{y}_K)^{\frac{\nu}{2} - K} U \left( N - K, \frac{\nu}{2} - K + 1, \frac{\mathbf{y}_K^H \mathbf{y}_K}{\sigma_w^2 \rho} \right) \quad (4.89)$$

Η ύπαρξη της υπεργεωμετρικής συνάρτησης κάνει δύσκολη την επεξεργασία και τον υπολογισμό των PDF όπως ορίστηκαν στις (4.87), (4.89). Στο σχήμα 4.24 παρουσιάζεται η κατανομή του αθροίσματος της ισχύος για διάφορες περιπτώσεις και οι αντίστοιχες κατανομές όπως υπολογίζονται από τις παραπάνω σχέσεις. Παρόλα αυτά μια προσεκτική παρατήρηση της μορφής των συναρτήσεων δείχνει ότι υπάρχουν πολλές ομοιότητες με την κατανομή Γάμμα.



**Σχήμα 4.23:** Ιστογράμμο μετρούμενης Ενέργειας για τα  $N = 64$  δείγματα ενός OFDM συμβόλου (μοναδιαία ισχύς σήματος) πάνω από AWGN κανάλι (15 dB και 8 dB SNR) και οι αντίστοιχες κατανομές - θεωρητικές και προσεγγίσεις (Patnaik - Gamma). Αντιπαραβολή και της κατανομής για λευκή, κανονική είσοδο ίδιας ισχύος.

#### 4.5.2.2 Κατανομή για $K \geq N$

Ως τώρα ο προσδιορισμός της κατανομής για AWGN μετάδοση έγινε για την περίπτωση που το διάνυσμα παρατήρησης έχει μήκος  $K \leq N$  και όλα τα σύμβολα προέρχονται από το ίδιο OFDM σύμβολο. Για να οδηγηθεί η ανάλυση σε μια γενική και ολοκληρωμένη έκφραση πρέπει να δοθεί προσοχή στην επίδραση του κυκλικού προθέματος. Για αυτό το λόγο σε αυτό το σημείο εξετάζεται η περίπτωση που να μην όλα τα δείγματα προέρχονται από το ίδιο OFDM σύμβολο, αλλά το μήκος του διανύσματος είναι  $N \leq K \leq N_s$ . Καθώς όλα τα δείγματα προέρχονται από το ίδιο σύμβολο μπορεί να θεωρηθεί ότι το διάνυσμα  $\mathbf{y}_K$  μπορεί να γραφτεί με τη μορφή  $\mathbf{y}_K = \begin{bmatrix} (\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)})^T & \mathbf{y}_N^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} (\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)})^T & (\mathbf{y}_{2N-K}^T & \mathbf{y}_{K-N}^T) \end{bmatrix}^T$ , όπου το διάνυσμα  $\mathbf{y}_N$  ουσιαστικά περιέχει τα  $N$  δείγματα χωρίς το κυκλικό πρόθεμα. Σημειογραφικά το υπόθεμα των διανυσμάτων αντιπροσωπεύει το μέγεθος του διανύσματος. Τα δείγματα του κυκλικού προθέματος σημειώνονται με τον εκθέτη  $cp$ . Το πρώτο βήμα που ακολουθείται είναι η έκφραση της κατανομής του  $\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)}$  για δεδομένο σήμα πληροφορίας. Λόγω της AWGN υπόθεσης αυτή δίνεται από:

$$f_{Y_{K-N}^{(cp)}/S}(\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)}/\text{OFDM-QPSK}, \mathbf{s}) = \frac{1}{\pi^{K-N} \sigma_w^{2(K-N)}} e^{-\frac{(\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)} - \mathbf{E}_{K-N} \mathbf{s})^H (\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)} - \mathbf{E}_{K-N} \mathbf{s})}{\sigma_w^2}} \quad (4.90)$$

όπου ο πίνακας  $\mathbf{E}_{K-N}$  ορίζεται ως ο  $(K-N) \times N$  πίνακας της μορφής  $\mathbf{E}_{K-N} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(K-N) \times N} & \mathbf{I}_{K-N} \end{bmatrix}$  (τα υποθέματα υποδεικνύουν τις διαστάσεις του μηδενικού και του μοναδιαίου πίνακα). Με βάση ότι  $\mathbf{s} = \mathbf{y}_N - \mathbf{n}_N$ , η υπό συνθήκη κατανομή πυκνότητας του  $\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)}$  για δεδομένο  $\mathbf{y}_N$  και δεδομένη ενέργεια συμβόλου μπορεί να υπολογιστεί με βάση το ολοκλήρωμα (στον  $\mathbb{C}^N$  διανυσματικό χώρο):

$$\begin{aligned} f_{Y_{K-N}^{(cp)}/Y_N, P_s}(\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)}/\mathbf{y}_N, p_s) &= \\ &= \int_{\mathbb{C}^N} f_{Y_{K-N}^{(cp)}/S}(\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)}/\text{OFDM-QPSK}, \mathbf{y}_N - \mathbf{w}_N) f_{W_N}(\mathbf{w}_N) d_{\mathbb{C}^N} \mathbf{w}_N \end{aligned} \quad (4.91)$$

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

Μετά από μαθηματικούς υπολογισμούς, το αποτέλεσμα του ολοκληρώματος δίνεται από την ακόλουθη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f_{Y_{K-N}/Y} \left( \mathbf{y}_{K-N}^{(cp)} / \mathbf{y}_N, p_s \right) = \frac{e^{-\frac{(\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)} - \mathbf{E}_{K-N} \mathbf{y}_N)^H (\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)} - \mathbf{E}_{K-N} \mathbf{y}_N)}{2\sigma_w^2}}}{(2\pi)^{K-N} \sigma_w^{2(K-N)}} \quad (4.92)$$

Τελικά η μαθηματική έκφραση της PDF για το διάνυσμα παρατήρησης  $\mathbf{y}_{K-N}$  με  $N \leq K \leq N_s$  και δείγματα προερχόμενα από το ίδιο OFDM σύμβολο δίνεται μέσω του ορισμού της υπό συνθήκη πιθανότητας:

$$\begin{aligned} f_{Y_K} \left( \mathbf{y}_K = \left[ \left( \mathbf{y}_{K-N}^{(cp)} \right)^T \quad \mathbf{y}_N \right]^T / p_s \right) &= f_{Y_{K-N}/Y_N, P_s} \left( \mathbf{y}_{K-N}^{(cp)} / \mathbf{y}_N, p_s \right) f_{Y/P_s} (\mathbf{y} / p_s) = \\ &= \frac{\Gamma(N) (\mathbf{y}_N^H \mathbf{y}_N)^{\nu/2-N} e^{-\frac{\mathbf{y}_N^H \mathbf{y}_N}{\sigma_w^2 \rho} - \frac{(\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)} - \mathbf{E}_{K-N} \mathbf{y}_N)^H (\mathbf{y}_{K-N}^{(cp)} - \mathbf{E}_{K-N} \mathbf{y}_N)}{2\sigma_w^2}}}{(2)^{K-N} \pi^K \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \rho^{\frac{\nu}{2}} \sigma_w^{\nu+2(K-N)}} \end{aligned} \quad (4.93)$$

Από την (4.92) προκύπτει ότι δεν μπορεί να υπάρξει όμοια εύκολος τρόπος υπολογισμού της κατανομής της ενέργειας μέσω ολοκληρώσεως και αυτό γιατί η κυκλική συμμετρία του διανύσματος παρατήρησης όσον αφορά τη φάση των στοιχείων του έχει ακυρωθεί λόγω της ύπαρξης του κυκλικού προθέματος. Παρόλα αυτά και με δεδομένο ότι το άθροισμα ισχύος για ένα ολόκληρο OFDM-QPSK σύμβολο είναι σταθερό και ο θόρυβος λευκός, οι κατανομές  $f_{P_y} (p_{y_N} / p_{s, \text{OFDM-QPSK}})$  και  $f_{P_{y_{K-N}^{(cp)}}} (p_{y_{K-N}^{(cp)}} / p_{s, \text{OFDM-QPSK}})$  είναι μαθηματικά ανεξάρτητες παρά την ύπαρξη του κυκλικού προθέματος. Κατά συνέπεια η PDF για τη συνολική ενέργεια του διανύσματος παρατήρησης με  $N \leq K \leq N_s$  και δείγματα προερχόμενα από το ίδιο OFDM σύμβολο δίνεται από:

$$f_{P_{y_K}} (p_{y_K} / p_s) = \int_0^{p_{y_K}} f_{P_{y_{K-N}^{(cp)}}/P_s} (p_{y_K} - p_{y_N} / p_s) f_{P_y/P_s} (p_{y_N} / p_s) dp_{y_N} \quad (4.94)$$

όπου η συνάρτηση  $f_{P_{y_{K-N}^{(cp)}}/P_s}$  δεν διαφέρει σε τίποτα από τη συνάρτηση της (4.87) καθώς το κυκλικό πρόθεμα αποτελεί ένα υποσύνολο δειγμάτων του OFDM συμβόλου. Δυστυχώς ο αναλυτικός υπολογισμός της συγκεκριμένης συνάρτησης δεν έγινε δυνατός και ο υπολογισμός της απαιτεί αριθμητική ολοκλήρωση.

Σε αυτό το σημείο όλα τα απαραίτητα αποτελέσματα για την εξαγωγή μιας γενικής συνάρτησης πυκνότητας κατανομής για οποιοδήποτε μέγεθος διανύσματος και δείγματα προερχόμενα από διαφορετικά σύμβολα είναι διαθέσιμα. Τονίζεται ότι τα δείγματα που προέρχονται από διαφορετικά σύμβολα θεωρούνται ανεξάρτητα και κατά συνέπεια ασυσχέτιστα καθώς το τηλεπικοινωνιακό κανάλι θεωρείται επίπεδο και η εκπεμπόμενη πληροφορία ανεξάρτητη ανά σύμβολο. Μια δεύτερη σημαντική παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι ότι είναι ευρέως γνωστό ότι το OFDM σήμα λόγω της ύπαρξης του κυκλικού προθέματος δεν είναι στατική στοχαστική διαδικασία αλλά κυκλοστατική [86]. Λόγω της κυκλικής περιοδικότητας των στατιστικών χαρακτηριστικών (με περίοδο  $N_s$ ) του σήματος, για να παραχθεί μια ακριβής συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πρέπει να είναι γνωστή η θέση του πρώτου δείγματος σήματος σε σχέση με την αρχή του OFDM συμβόλου στο οποίο συμμετέχει. Ας υποθέσουμε ότι  $m_0$  είναι ο δείκτης του πρώτου στοιχείου του διανύσματος παρατήρησης ( $0 \leq m_0 \leq N-1$ ) ενώ το μήκος του διανύσματος είναι  $K$  χωρίς να τίθεται περιορισμός μήκους. Σε αυτή την περίπτωση το διάνυσμα παρατήρησης περιέχει  $(K + m_0 - 1)' + 1$  διαφορετικά OFDM σύμβολα. Το διάνυσμα παρατήρησης  $\mathbf{r}$  (η αλλαγή στο συμβολισμό γίνεται για τη διάκριση του από διανύσματα που περιέχουν στοιχεία από το ίδιο σύμβολο) μπορεί να εκφραστεί υπό τη

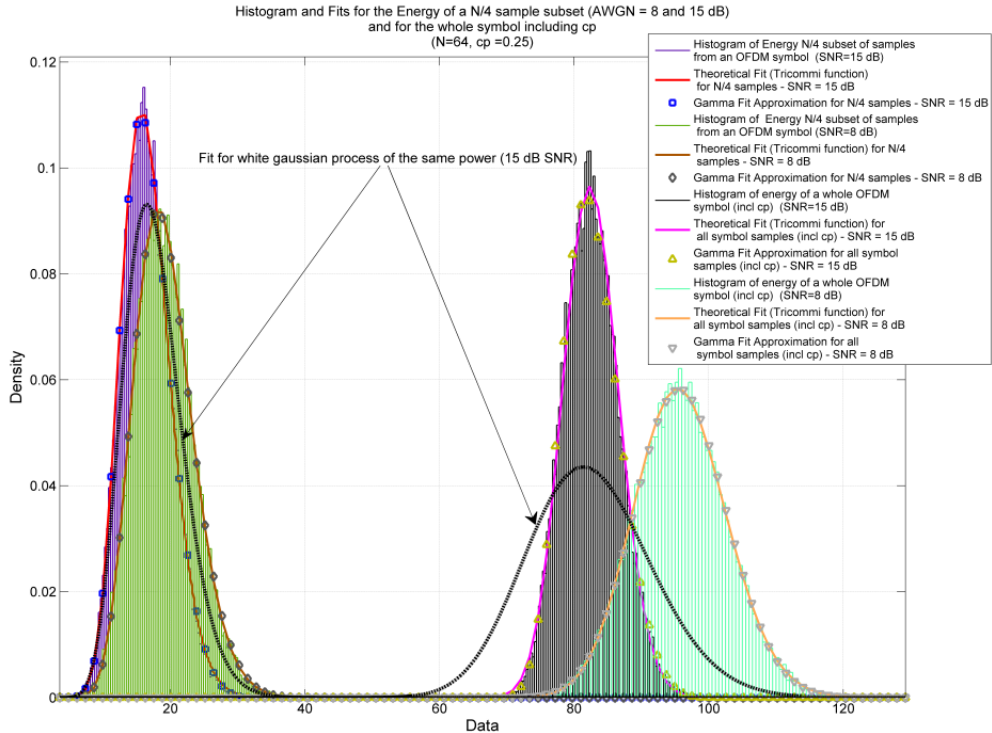
μορφή μπλοκ διανύσματος ως εξής:

$$\mathbf{r} = \left[ \begin{array}{c} \left( \mathbf{y}_{\min(K+m_0, N_s)-m_0}^{(1)} \right)^T \\ \underbrace{\left( \mathbf{y}_{N_s}^{(2)} \right)^T \cdots \left( \mathbf{y}_{N_s}^{(K+m_0-1)'} \right)^T}_{(K+m_0-1)' - 1 \text{ times if } (K+m_0-1)' - 1 > 0 \text{ else } \emptyset} \\ \underbrace{\left( \mathbf{y}_{\text{mod}(K+m_0, N_s)}^{(K+m_0-1)'+1} \right)^T}_{\text{if } (K+m_0-1)' > 0} \end{array} \right]^T \quad (4.95)$$

όπου οι εκθετικοί δείκτες σημειώνουν την σειρά των συμμετεχόντων OFDM συμβόλων σε σχέση με το πρώτο OFDM σύμβολο, δείγμα του οποίου περιέχεται στο διάνυσμα παρατήρησης και στο οποίο ανατίθεται ο δείκτης (1). Λόγω της ανεξαρτησίας μεταξύ των OFDM συμβόλων, η από κοινού κατανομή του διανύσματος παρατήρησης δίνεται με ακρίβεια από τη σχέση:

$$f_{\mathbf{r}}(\mathbf{r}/\text{OFDM-QPSK}) = f_{y_{\min(K+m_0, N_s)-m_0}} \left( \mathbf{y}_{\min(K+m_0, N_s)-m_0}^{(1)} \right) \times f_{y_{\text{mod}(K+m_0, N_s)}} \left( \mathbf{y}_{\text{mod}(K+m_0, N_s)}^{(K+m_0-1)'+1} \right) \times \prod_{i=2}^{(K+m_0-1)'} \left( f_{y_{N_s}} \left( \mathbf{y}_{N_s}^{(i)} \right) \right) \quad (4.96)$$

όπου η  $f_{y_{N_s}}$  δίνεται από την (4.93) και  $f_{y_{\min(K+m_0, N_s)-m_0}}$ ,  $f_{y_{\text{mod}(K+m_0, N_s)}}$  δίνονται από την (4.89) ή την (4.93) ανάλογα με το μέγεθος του αντίστοιχου υποδιανύσματος. Σε αναλογία με την σχέση (4.96) η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για ένα διάνυσμα παρατήρησης ανεξαρτήτως μήκους μπορεί να υπολογιστεί μέσω του γινόμενου των επιμέρους συναρτήσεων των ενεργειών των υποδιανυσμάτων.



**Σχήμα 4.24:** Ιστόγραμμα μετρούμενης Ενέργειας για τα  $N/4 = 16$  και  $N + N_g$  δείγματα ενός OFDM συμβόλου (μοναδιαία ισχύς σήματος,  $N = 64$ ,  $cp = 0.25$ ) πάνω από AWGN κανάλι (15 dB και 8 dB SNR) και οι αντίστοιχες κατανομές. Αντιπροβολή και της κατανομής για λευκή, κανονική είσοδο ίδιας ισχύος σε 15 dB SNR.



### 4.5.2.3 Διαμορφώσεις QAM

Τα αποτελέσματα τις παραγράφου που προηγήθηκε περιορίζονται σε περιπτώσεις που τα φέροντα του OFDM συστήματος χρησιμοποιούν διαμόρφωση σταθερής περιβάλλουσας. Τα αποτελέσματα αυτά μπορούν να γενικευθούν για να συμπεριλάβουν διαμορφώσεις που διαθέτουν συνιστώσα AM (Amplitude Modulation). Μια τέτοια εξαιρετικά συνηθισμένη περίπτωση είναι η διαμόρφωση των φερόντων του συστήματος με QAM. Για την QAM διαμόρφωση η συνολική ενέργεια των  $N$  δειγμάτων ενός OFDM συμβόλου δεν είναι σταθερή αλλά λαμβάνει συγκεκριμένες τιμές από ένα σύνολο διακριτών σταθμών. Βασιζόμενοι στον αστερισμό της διαμόρφωσης QAM, μπορεί να υπολογιστεί η διακριτή PDF της ισχύος του συμβόλου για κάθε φέρον του συστήματος. Για παράδειγμα για την τυπική σύσταση ενός 16-QAM αστερισμού με μοναδιαία μέση ισχύ, για κάθε φέρον υπάρχουν τρεις πιθανές στάθμες ισχύος. Η διακριτή PDF (θεωρώντας ότι η πιθανότητα εμφάνισης των συμβόλων QAM είναι ίση) έχει την ακόλουθη μορφή:

$$P_{QAM}(i) = \begin{cases} 0.25, & i = \mathcal{E}_x/5 \\ 0.5, & i = \mathcal{E}_x \\ 0.25, & i = 9\mathcal{E}_x/5 \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (4.97)$$

όπου για διάκριση με τις συνεχείς συναρτήσεις πυκνότητας κατανομής, η διακριτή PDF συμβολίζεται με  $P$ . Ο υπολογισμός της διακριτής PDF της συνολικής ισχύος ενός OFDM-QAM συμβόλου μπορεί τελικά να γίνει με βάση τον κανόνα ότι η κατανομή του αθροίσματος δυο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών δίνεται από τη συνέλιξη τους. Παρόλα αυτά στην περίπτωση αυτή απαιτούνται  $N - 1$  συνέλιξεις. Δεδομένου ότι οι συναρτήσεις είναι διακριτές μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο διυσιμός της κυκλικής συνέλιξης και του πολλαπλασιασμού μετά από πρόσθεση κατάλληλου αριθμού μηδενικών (για να εξασφαλιστεί η ισοδυναμία γραμμικής και κυκλικής συνέλιξης). Έτσι:

$$P_{\text{ofdm-qam}}(p_{\mathbf{x}} = i) = \text{IFFT} \left[ \left( \text{FFT} [P_{\text{qam}}(i/\delta)]_{lN} \right)^N \right]_{lN} \quad (4.98)$$

όπου τα υποθέματα δηλώνουν το κατάλληλο μέγεθος των iFFT και FFT,  $\delta$  είναι ένας παράγοντας κανονικοποίησης έτσι ώστε να ορίζονται ακέραιες τιμές ως ανεξάρτητη μεταβλητή του FFT, ενώ  $l \geq \max \{i/\delta, p_{\text{qam}}(i) \neq 0\}, l \in \mathbb{Z}$ . Τώρα με τη χρήση του Νόμου της Συνολικής Πιθανότητας είναι εφικτό να γενικευθούν τα αποτελέσματα της QPSK για την περίπτωση των διαμορφώσεων QAM:

$$f(y/\text{OFDM-QAM}) = \sum_i f(y/\text{OFDM-QPSK}, p_{\mathbf{x}} = i) P_{\text{ofdm-qam}}(p_{\mathbf{x}} = i) \quad (4.99)$$

όπου κάθε PDF από τις (4.80), (4.82), (4.84), (4.86) και (4.87) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της αντίστοιχης PDF για την QAM.

## 4.6 Μια Γενική και Ακριβής Προσέγγιση

Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν ως τώρα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για ανάλυση σε AWGN κανάλια. Επιπλέον οι κατανομές μπορεί να είναι χρήσιμες σε μελέτες ανάλυσης του PAPR ή για σχεδιασμό προοιμίων συμβόλων.

Παρόλα αυτά ο ραδιοδιάυλος σε ευρυζωνικές ασύρματες επικοινωνίες σπάνια μπορεί να χαρακτηριστεί ως επίπεδος, αλλά παρουσιάζει τόσο χρονική μεταβλητότητα όσο και συχνοτική επιλεκτικότητα. Η επιλεκτική φύση του ραδιοδιαύλου συνήθως μοντελοποιείται με τη χρήση ενός FIR φίλτρου (γνωστό ως Μοντέλο Απομαστυμένης Γραμμής - Tapped Delay Line -TDL). Σε αυτό το

σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι όταν μια μελέτη γίνεται σε ευρυζωνικό κανάλι, ανάλογα με τον ρυθμό πραγματοποίησης μετρήσεων, το σύστημα πρέπει να διακρίνει δυο διαφορετικές χρονικές διαστάσεις:

- Η μικρής κλίμακας χρονική διάσταση, όπου η μελέτη αναφέρεται σε λήψη διαδοχικών δειγμάτων σήματος. Σύμφωνα με τις αρχές τις OFDM ευρυζωνικής μετάδοσης, το κανάλι θεωρείται πρακτικά χρονικά αμετάβλητο για το διάστημα αρκετών OFDM συμβόλων (ορίζοντας έτσι το OFDM πλαίσιο). Στην πραγματικότητα το κανάλι σταδιακά μεταβάλλεται, αλλά μια προσέγγιση χρονικής στατικότητας για την μελέτη των στατιστικών χαρακτηριστικών των δειγμάτων σήματος είναι ικανοποιητική. Εξαιρούνται κανάλια με κίνηση υψηλής ταχύτητας.
- Η μεγάλης κλίμακας χρονική διάσταση, όπου η μελέτη αναφέρεται σε μετρήσεις σήματος που γίνονται σε διακριτές χρονικά απομακρυσμένες στιγμές σε σύγκριση με τον χρόνο συνοχής του ραδιοδιαύλου. Και σε αυτή την περίπτωση θεωρείται κάποια στατικότητα του περιβάλλοντος κατά την ευρεία έννοια ώστε να χρησιμοποιηθεί ένα WSSUS (Wide Sense Stationary-Unrelated Scattering) μοντέλο καναλιού. Π.χ. το κανάλι θεωρείται ότι έχει Προφίλ ισχύος καθυστέρησης (PDP-Power Delay Profile) εκθετικό και οι συνιστώσες σήματος στις διακριτές καθυστερήσεις ακολουθούν την κατανομή Rayleigh.

Είναι σαφές πως μια απόπειρα θεωρητικής εξαγωγής των PDF με παρόμοιο τρόπο όπως σε AWGN κανάλι απαιτεί πολύ μεγάλη προσπάθεια και στις περισσότερες των περιπτώσεων δεν είναι δυνατή η εξαγωγή αναλυτικού αποτελέσματος ή κάποιας πρακτικής έκφρασης που να μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Για το λόγο αυτό αναζητείται μια γενική αλλά ακριβής προσέγγιση που να είναι κατάλληλη για κάθε πιθανό σενάριο που αντιμετωπίζεται. Αυτός είναι και ο σκοπός των ακόλουθων παραγράφων, η εξαγωγή μιας πρακτικής και γενικής προσέγγισης της ισχύος ενός σήματος OFDM.

Η παρατήρηση των αποτελεσμάτων που αφορούν την AWGN περίπτωση οδήγησε στο συμπέρασμα ότι η κατανομή Γάμμα είναι μια πολύ καλή περίπτωση προσέγγισης κατανομής του Ενεργειακού περιεχομένου του OFDM σήματος. Εξάλλου σε κατανομή Γάμμα οδηγεί και η κανονική προσέγγιση του σήματος. Παράλληλα στο [87] χρησιμοποιείται η Γάμμα κατανομή για την προσέγγιση ενός αθροίσματος μεταβλητών  $\chi^2$  με βάρη. Η PDF για μια Γαμμα μεταβλητή δίνεται από:

$$f(x/\alpha, b) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{b}}}{\Gamma(\alpha) b^\alpha} \quad (4.100)$$

Η προφανής ενέργεια που πρέπει να γίνει σε κάθε περίπτωση είναι ο προσδιορισμός των παραμέτρων της κατανομής  $a$ ,  $b$  που προσεγγίζει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο την στατιστική συμπεριφορά του διανύσματος παρατήρησης. Για να επιτευχθεί αυτό, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός κάποιων βασικών στατιστικών μεγεθών του OFDM σήματος, όπως η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ισχύος και η τέταρτη ροπή του λαμβανόμενου σήματος.

#### 4.6.1 Βασικά στατιστικά του OFDM σήματος

Πρώτα από όλα υπενθυμίζεται ότι το OFDM σήμα δεν είναι στατικό αλλά έχει στοιχεία κυκλοστατικότητας. Για αυτό το λόγο δεν μπορεί να παραλειφθεί από την ανάλυση ο χρονικός δείκτης του σήματος. Ως σημείο αναφοράς  $m = 0$  ορίζεται το πρώτο δείγμα ενός OFDM συμβόλου, πράγμα που σημαίνει ότι αν  $m' = (m+k)'$  τότε τα δυο δείγματα  $x_m$  and  $x_{m+k}$  ανήκουν στο ίδιο OFDM σύμβολο. Το δεύτερο βήμα είναι ο υπολογισμός των βασικών στατιστικών μέτρων ενός OFDM συμβόλου. Για άλλη μια φορά θεωρείται ότι χρησιμοποιούνται όλα τα υποφέροντα, η διαμόρφωση είναι

#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

QAM ή QPSK και τα δεδομένα είναι ασυσχέτιστα. Κατά συνέπεια το σήμα ανά υποφέρον είναι μια μηδενικής μέσης τιμής διαδικασία με διασπορά  $\mathcal{E}_x$ . Έτσι από την (4.72) προκύπτει για το  $x_m$  ότι:

$$E[x_m] = 0, \quad E[|x_m|^2] = \mathcal{E}_x \quad (4.101)$$

Παρόλα αυτά και δεδομένου ότι δεν πρόκειται για στατική διαδικασία, η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης σήματος και ισχύος εξαρτώνται από την θέση του δείγματος. Από την (4.72) μπορεί εύκολα να δειχθεί ότι:

- Αν  $x_m, x_{m+k}$  προέρχονται από διαφορετικά σύμβολα τότε είναι ασυσχέτιστα και:

$$E[x_m^* x_{m+k}] = 0, \quad E[|x_m|^2 |x_{m+k}|^2] = \mathcal{E}_x^2, \quad k \neq 0$$

- Αν  $x_m, x_{m+k}$  προέρχονται από το ίδιο σύμβολο, τότε τα δείγματα είναι ασυσχέτιστα εκτός από τις περιπτώσεις όπου  $k = 0, k = N$  ή  $k = -N$  (εφόσον υπάρχουν τα δείγματα αυτά), λόγω του κυκλικού προθέματος:

$$E[x_m^* x_{m+k}] = \mathcal{E}_x \sum_{a=-1}^1 \delta(k - aN)$$

Όσον αφορά τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ισχύος υπολογίζεται μετά από αρκετές πράξεις και προκύπτει ίση με:

$$E[|x_m|^2 |x_{m+k}|^2] = \frac{\mu_{(4)}}{N} + \frac{(N-2)}{N} \mathcal{E}_x^2 + \mathcal{E}_x^2 \sum_{a=-1}^1 \delta(k - aN)$$

όπου  $\mu_{(4)}$  είναι η τέταρτη ροπή του αστερισμού της χρησιμοποιούμενης διαμόρφωσης.

Τα παραπάνω σημεία μπορούν να εκφραστούν με την ακόλουθη γενική έκφραση με χρήση των κατάλληλων dirac συναρτήσεων:

$$E[x_m^* x_{m+k}] = \left( \mathcal{E}_x \sum_{a=-1}^1 \delta_{k-aN} \right) \delta_{(m+k)'-m'} \quad (4.102)$$

$$E[|x_m|^2 |x_{m+k}|^2] = \left( \frac{\mu_{(4)}}{N} - \frac{2\mathcal{E}_x^2}{N} + \mathcal{E}_x^2 \sum_{a=-1}^1 \delta_{k-aN} \right) \delta_{(m+k)'-m'} + \mathcal{E}_x^2 \quad (4.103)$$

Από τις σχέσεις (4.102) και (4.103) αποδεικνύεται ότι τα OFDM δείγματα σήματος εξαιρώντας το κυκλικό πρόθεμα είναι ανά ζεύγη ανεξάρτητα και ασυσχέτιστα αλλά δεν συνιστούν ένα από κοινού ανεξάρτητο σύνολο. Αυτά τα βασικά αποτελέσματα χρησιμοποιούνται ως βάση για την εξαγωγή τιμών για πιο πολύπλοκες περιπτώσεις. Τέλος πρέπει να υπολογιστεί η τέταρτη ροπή του OFDM σήματος. Ξεκινώντας από την (4.72) και με τη χρήση των σχέσεων (4.102) και (4.103) με ιδιαίτερη προσοχή ώστε να μην αποκλειστούν ζεύγη δειγμάτων με μη-μηδενικές συσχετίσεις, αποδεικνύεται ότι:

$$\begin{aligned} E[x_m^* x_{m+k} x_{m+l}^* x_{m+n}] &= \delta_{(m+k)'-m'} \delta_{(m+l)'-(m+n)'} \left( \mathcal{E}_x^2 \left( \sum_{a=-1}^1 \delta_{k-aN} \right) \left( \sum_{a=-1}^1 \delta_{n-l-aN} \right) \right) + \\ &+ \delta_{(m+n)'-m'} \delta_{(m+l)'-(m+k)'} \left( \mathcal{E}_x^2 \left( \sum_{a=-1}^1 \delta_{n-aN} \right) \left( \sum_{a=-1}^1 \delta_{k-l-aN} \right) \right) + \\ &+ \delta_{(m+k)'-m'} \delta_{(m+l)'-m'} \delta_{(m+l)'-(m+n)'} \left( \left( \frac{\mu_{(4)} - 2\mathcal{E}_x^2}{N} \right) \sum_{a=-2}^2 \delta_{k+n-l-aN} \right) \end{aligned} \quad (4.104)$$

### 4.6.2 Η επίδραση του ραδιοδιαύλου

Το κανάλι μοντελοποιείται ως FIR φίλτρο. Σε αυτό το στάδιο θεωρείται γνωστή η κρουστική απόκριση του διαύλου. Είναι επίσης προφανές ότι τα εξαγόμενα αποτελέσματα σε αυτή την παράγραφο μπορούν να χρησιμοποιηθούν για στατιστική ανάλυση των OFDM σημάτων που διέρχονται μέσα από φίλτρο. Θεωρώντας ότι η κρουστική απόκριση δίνεται από το διάνυσμα  $\mathbf{h} = [h_0 \ h_1 \ \dots \ h_{L-1}]$  με μέγιστη επιπλέον καθυστέρηση μονοπατιού  $L - 1$ , τότε το σήμα δίνεται από:

$$y_m = \sum_{u=0}^{L-1} h_u x_{m-u} \quad (4.105)$$

Από τις σχέσεις (4.105) και (4.101) μπορεί εύκολα να δειχθεί ότι  $E[y_m] = 0$ . Επίσης με χρήση της (4.102) μπορεί να αποδειχθεί ότι η μέση ισχύς σήματος δίνεται από:

$$E[|y_m|^2] = \sum_{u=0}^{L-1} \sum_{p=0}^{L-1} h_u^* h_p E[x_{m-u} x_{m-p}] = p_h \mathcal{E}_x \quad (4.106)$$

όπου  $p_h = \sum_{u=0}^{L-1} |h_u|^2$  δεδομένου ότι η απόκριση του ραδιοδιαύλου είναι μικρότερη από  $N$ . Κάτι τέτοιο πρέπει να θεωρείται δεδομένο καθώς για ένα λειτουργικό OFDM σύστημα υπάρχει απαίτηση το μήκος του ραδιοδιαύλου να είναι μικρότερο του κυκλικού προθέματος  $N_{cp}$ . Ανάλογα και με δεδομένο ότι  $L < N$ , η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μπορεί να υπολογιστεί:

$$E[y_m^* y_{m+k}] = \mathcal{E}_x \sum_{u=0}^{L-1} h_u^* h_{u+k} = \mathcal{E}_x R_{hh}(k) \quad (4.107)$$

όπου  $R_{hh}(k)$  είναι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του ραδιοδιαύλου. Το αποτέλεσμα υποδεικνύει μια ειδική περίπτωση όπου το σήμα φαίνεται να συμπεριφέρεται ως στατική διαδικασία, καθώς δεν υπάρχει εξάρτηση από το  $m$ .

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ισχύος για ένα φιλτραρισμένο OFDM σήμα δίνεται από:

$$E[|y_m|^2 |y_{m+k}|^2] = \sum_{u=0}^{L-1} \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{L-1} \sum_{r=0}^{L-1} h_u^* h_p h_q^* h_r E[x_{m-u}^* x_{m-p} x_{m+k-q}^* x_{m+k-r}]$$

Αυτός είναι και ο λόγος που έπρεπε να υπολογιστεί η τέταρτη ροπή του OFDM σήματος στη σχέση (4.104). Μετά από αντικατάσταση και κάποιες πράξεις το αποτέλεσμα της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης ισχύος δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} E[|y_m|^2 |y_{m+k}|^2] &= p_h^2 \mathcal{E}_x^2 + \mathcal{E}_x^2 \left| \sum_{a=-1}^1 \sum_{u=0}^{L-1} h_u^* h_{u+k+aN} \delta_{(m-u-aN)'-(m-u)'} \right|^2 + \\ &+ \left( \frac{\mu(4)-2\mathcal{E}_x^2}{N} \right) \sum_{u=0}^{L-1} \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{\varepsilon=-L}^L h_u^* h_p h_{p-\varepsilon}^* h_{u-\varepsilon} \delta_{(m-p)'-(m-u)'} \delta_{(m+k-p+\varepsilon)'-(m-u)'} \delta_{(m+k-u+\varepsilon)'-(m+k-p+\varepsilon)'} \end{aligned} \quad (4.108)$$

Στις περιπτώσεις που το  $m$  διαλέγεται κοντά στο κέντρο του OFDM συμβόλου, το τριπλό άθροισμα προσεγγίζει το  $R_{hh}(k)^2$ . Η διασπορά της ισχύος του φιλτραρισμένου OFDM συμβόλου μπορεί να βρεθεί μέσω της (4.108) για  $k = 0$  και με αφαίρεση του  $p_h \mathcal{E}_x$ .

### 4.6.3 Στατιστικά Ενέργειας

Το επόμενο βήμα αφορά τη χρήση των παραπάνω αποτελεσμάτων για την εξαγωγή μέσης τιμής και διασποράς για την ενέργεια ενός διανύσματος παρατήρησης που περιλαμβάνει δείγματα προερχόμενα από OFDM σήμα. Ας υποθέσουμε ότι το διάνυσμα παρατήρησης δίνεται από:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_{m_0} & y_{m_0+1} & \dots & y_{m_0+K-1} \end{bmatrix}^T \quad (4.109)$$

όπου θεωρείται ιδανική μετάδοση χωρίς θόρυβο, ενώ η ενέργεια μετράται σε ένα σύνολο  $K$  δειγμάτων. Τα στατιστικά ενέργειας μπορούν να υπολογιστούν με τρόπο ανάλογο με τα στατιστικά ισχύος σύμφωνα με τη μέθοδο που περιγράφεται στο ([79],p.833). Παρόλα αυτά απλοποιήσεις που γίνονται λόγω θεωρούμενης στατικότητας πρέπει να αποφευχθούν. Όσον αφορά τη μέση τιμή ισχύει:

$$\mu_{P_{\mathbf{y}}} = E [P_{\mathbf{y}} = \mathbf{y}^H \mathbf{y}] = \sum_{m=m_0}^{m_0+K-1} E [y_m^* y_m] = p_h K \mathcal{E}_x \quad (4.110)$$

ενώ όσον αφορά τη διασπορά της ενέργειας ισχύει:

$$E [P_{\mathbf{y}}^2 = (\mathbf{y}^H \mathbf{y})^2] = \sum_{m=m_0}^{m_0+K-1} \sum_{k=m_0}^{m_0+K-1} E [y_m^* y_m y_k^* y_k] = \sum_{m=m_0}^{m_0+K-1} \sum_{\varepsilon=m_0-m}^{m_0-m+K-1} E [|y_m|^2 |y_{m+\varepsilon}|^2] \quad (4.111)$$

$$\sigma_{P_{\mathbf{y}}}^2 = E [(\mathbf{y}^H \mathbf{y})^2] - (p_h K \mathcal{E}_x)^2$$

Το τελικό αποτέλεσμα προκύπτει από αντικατάσταση της (4.108) στην (4.111).

Το επόμενο βήμα είναι να συμπεριληφθεί στο διάνυσμα παρατήρησης προσθετικός λευκός γκαουσιανός θόρυβος  $\mathbf{n}$ . Σε αυτή την περίπτωση  $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} y_{m_0} + n_{m_0} & y_{m_0+1} + n_{m_0+1} & \dots \\ y_{m_0+K-1} + n_{m_0+K-1} \end{bmatrix}^T$ . Με δεδομένο ότι το σήμα και ο θόρυβος είναι ασυσχέτιστα συμπεραίνεται ότι:

$$\mu_{P_{\mathbf{r}}} = \left( \sum_{m=m_0}^{m_0+K-1} E [y_m^* y_m] \right) + \left( \sum_{m=m_0}^{m_0+K-1} E [n_m^* n_m] \right) = p_h K \mathcal{E}_x + K \sigma_n^2 \quad (4.112)$$

Μπορεί επίσης να αποδειχθεί μέσω της ανεξαρτησίας σήματος-θορύβου ότι:

$$E [(\mathbf{r}^H \mathbf{r})^2] = E [(\mathbf{y}^H \mathbf{y})^2] + E [(\mathbf{n}^H \mathbf{n})^2] + 2(K+1) \sigma_n^2 \mu_{P_{\mathbf{y}}} \quad (4.113)$$

όπου λόγω στατικότητας το  $E [(\mathbf{n}^H \mathbf{n})^2]$  μπορεί να υπολογιστεί με άμεση εφαρμογή του ([79],p833):

$$E [(\mathbf{n}^H \mathbf{n})^2] = \sum_{m=-K}^{K-1} (K - |m|) (1 + \delta_m) \sigma_n^4 = (K^2 + K) \sigma_n^4$$

Το τελικό αποτέλεσμα όσον αφορά την διασπορά της ενέργειας δίνεται από:

$$E [(\mathbf{r}^H \mathbf{r})^2] = \sigma_{P_{\mathbf{y}}}^2 + \mu_{P_{\mathbf{y}}}^2 + (K^2 + K) \sigma_n^4 + 2(K+1) \sigma_n^2 \mu_{P_{\mathbf{y}}} \quad (4.114)$$

$$\sigma_{P_{\mathbf{r}}}^2 = \sigma_{P_{\mathbf{y}}}^2 + K \sigma_n^4 + 2 \sigma_n^2 \mu_{P_{\mathbf{y}}}$$

### 4.6.4 Προσέγγιση με κατανομή Γάμμα

Σε αυτό το σημείο είναι εφικτός ο προσδιορισμός των τιμών των παραμέτρων  $\alpha$  και  $b$  μιας κατανομής Γάμμα, που παρέχει το βέλτιστο ταίριασμα μιας Γάμμα καμπύλης στις μετρούμενες τιμές ενέργειας, από τη στιγμή που είναι γνωστές οι δυο πρώτες ροπές της ενέργειας. Είναι γνωστό

ότι για μια μεταβλητή που ακολουθεί την κατανομή Γάμμα ισχύει:

$$\mu_\gamma = \alpha b, \quad \sigma_\gamma^2 = \alpha b^2 \quad (4.115)$$

Κατά συνέπεια οι μετρήσεις ενέργειας ενός OFDM σήματος μπορούν να προσεγγιστούν από την κατανομή με παραμέτρους που δίνονται από τη σχέση:

$$b_{P_r} = \frac{\sigma_{P_r}^2}{\mu_{P_r}}, \quad \alpha_{P_r} = \frac{\mu_{P_r}^2}{\sigma_{P_r}^2} \quad (4.116)$$

Τα διαγράμματα 4.23 και 4.24 παρουσιάζουν την προσέγγιση της κατανομής Γάμμα σε συνάρτηση με τα θεωρητικά αποτελέσματα που προκύπτουν με βάση τις σχέσεις (4.80), (4.87) και (4.94). Η προσέγγιση ταιριάζει σχεδόν τέλεια με τα αποτελέσματα εξομοίωσης και είναι σχεδόν όμοια με το αποτέλεσμα που προκύπτει από τις προηγούμενες προσεγγίσεις.

Μετά από εκτεταμένες δοκιμές εξομοίωσης, η κατανομή Γάμμα αποδείχθηκε απολύτως κατάλληλη για όλες τις περιπτώσεις εκτός από το συγκεκριμένο ακόλουθο σενάριο: Η προσέγγιση δεν παρέχει εξαιρετικά ακριβές ταίριασμα σε OFDM σήματα πάνω από AWGN κανάλι με  $\text{SNR} \geq 10\text{dB}$  και μήκος διανύσματος παρατήρησης (αριθμό δειγμάτων μέσω των οποίων μετράται η ενέργεια)  $N > K > N/2$ , όπου περιέχονται δείγματα από ένα OFDM σύμβολο. Αυτό το φαινόμενο μπορεί να εξηγηθεί με ανάπτυξη σε σειρά της εκθετικής συνάρτησης. Παρόλα αυτά και σε αυτή την περίπτωση η προσέγγιση αποδεικνύεται πιο ακριβής από την αντίστοιχη απλή προσέγγιση με θεώρηση λευκού γκαουσιανού σήματος πληροφορίας. Συνιστάται όμως σε αυτές της περιπτώσεις η χρήση των θεωρητικών προσεγγίσεων των κατανομών.

#### 4.6.5 Το κανάλι ως τυχαία μεταβλητή

Σε πολλές περιπτώσεις μια ακριβής προσέγγιση της κρουστικής απόκρισης του καναλιού δεν θα είναι διαθέσιμη στον δέκτη. Επιπλέον ενδέχεται να είναι επιθυμητή η χρήση των στατιστικών ενέργειας στον χρονικό άξονα μεγάλης κλίμακας. Σε κάθε περίπτωση το άγνωστο, χρονικά μεταβαλλόμενο κανάλι μετατρέπει το πρόβλημα της εκτίμησης της κατανομής σε σύνθετο με  $L$  άγνωστες παραμέτρους. Παρόλα αυτά ένα Γνωστικό Ραδιοσύστημα που λειτουργεί σε ένα περιβάλλον για κάποιο μικρό χρονικό διάστημα ενδέχεται να έχει κάποια γνώση σχετικά με τη στατιστική συμπεριφορά του ραδιοδιαύλου που να είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί. Το πιο πρακτικό μέγεθος που δύναται να χρησιμεύσει είναι το PDP που ορίζεται ως  $\mathbf{p} = \left[ E(|h_0|^2) \quad E(|h_1|^2) \quad \dots \quad E(|h_{L-1}|^2) \right]$ . Το CR μπορεί να χρησιμοποιήσει εκτίμηση του PDP βασισμένη σε μετρήσεις, είτε με χρήση κάποιου συγκεκριμένου μοντέλου που μπορεί να χαρακτηρίσει γενικά το περιβάλλον λειτουργίας του.

Σε αυτή την παράγραφο προτείνεται μια μεθοδολογία αντιμετώπισης του σύνθετου προβλήματος εκτίμησης της κατανομής της ενέργειας ενός OFDM σήματος για γνωστό ή θεωρημένο PDP. Υποθέτουμε WSSUS Rayleigh συχνοεπιλεκτικό κανάλι. Λόγω της WSSUS υπόθεσης το κανάλι μπορεί να αντιμετωπιστεί ως μια στατική διαδικασία και επιπλέον οι συνιστώσες καθυστέρησης είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες, δηλαδή  $E(h_i h_k^*) = 0$  για  $i \neq k$ . Η κάθε πολυδιαδρομική συνιστώσα ακολουθεί μηδενικής μέσης τιμής, μιγαδική, κανονική κατανομή με διασπορά που δίνεται από τις τιμές του PDP. Κατά συνέπεια το PDP μπορεί να γραφτεί επίσης ως  $\mathbf{p} = \left[ \sigma_{h_0}^2 \quad \sigma_{h_1}^2 \quad \dots \quad \sigma_{h_{L-1}}^2 \right]$ . Από τη στιγμή που δικαιολογηθούν με κάποιο τρόπο οι θεωρούμενες υποθέσεις, κατά τη διαδικασία προσέγγισης μπορούν να πραγματοποιηθούν κατάλληλες προσαρμογές καθώς η μέθοδος είναι ιδιαίτερα γενική. Για να αποφευχθεί πιθανή σύγχυση χρησιμοποιείται σημειογραφικά το  $E_h[\dots]$  για το συμβολισμό της προσδοκώμενης τιμής των μεταβλητών του ραδιοδιαύλου ενώ το

$E[\dots]$  χρησιμοποιείται για τυχαίες μεταβλητές του OFDM σήματος.

Για να μπορούν να εκτιμηθούν οι κατανομές ξεκινώντας από τις εξισώσεις (4.112) και (4.114) πρέπει να προσδιοριστούν και οι ακόλουθες αναμενόμενες τιμές:

$$\begin{aligned} E_h [\mu_{P_r}] &= E_h [p_h] K \mathcal{E}_x + K \sigma_n^2 \\ E_h \left[ E \left[ (\mathbf{r}^H \mathbf{r})^2 \right] \right] &= E_h \left[ \sigma_{P_y}^2 \right] + 2\sigma_n^2 E_h [\mu_{P_y}] + K \sigma_n^4 \end{aligned} \quad (4.117)$$

Συνεπώς είναι προφανές από την (4.108) ότι το μέγεθος ενδιαφέροντος είναι το  $E_h \left[ E \left[ |y_m|^2 |y_{m+k}|^2 \right] \right]$ . Το πρώτο βήμα είναι ο υπολογισμός κάποιων βασικών ροπών που καθορίζονται από τις υποθέσεις που έγιναν για τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου. Για την περίπτωση που περιγράφηκε (Rayleigh κανάλι) έχουμε ότι ισχύει:

$$\begin{aligned} E_h [h_u] &= 0, \quad E_h [|h_u|^2] = \sigma_u^2, \quad E_h [|h_u|^4] = 2\sigma_u^4, \quad \text{for } u = 0 \dots L-1 \\ E_h [h_u^* h_p] &= 0, \quad E_h [|h_u|^2 |h_p|^2] = \sigma_u^2 \sigma_p^2, \quad \text{for } u, p = 0 \dots L-1, \quad u \neq p \end{aligned} \quad (4.118)$$

όπου ανεξαρτησία και ασυσχέτιστη σκέδαση θεωρήθηκαν για τις γκαουσιανές, μιγαδικές, πολυδιαδρομικές συνιστώσες. Εφαρμόζοντας τις (4.118), στις (4.106) και (4.108) συμπεραίνεται ότι:

$$E_h [p_h] = \sum_{u=0}^{L-1} \sigma_u^2 \quad (4.119)$$

και

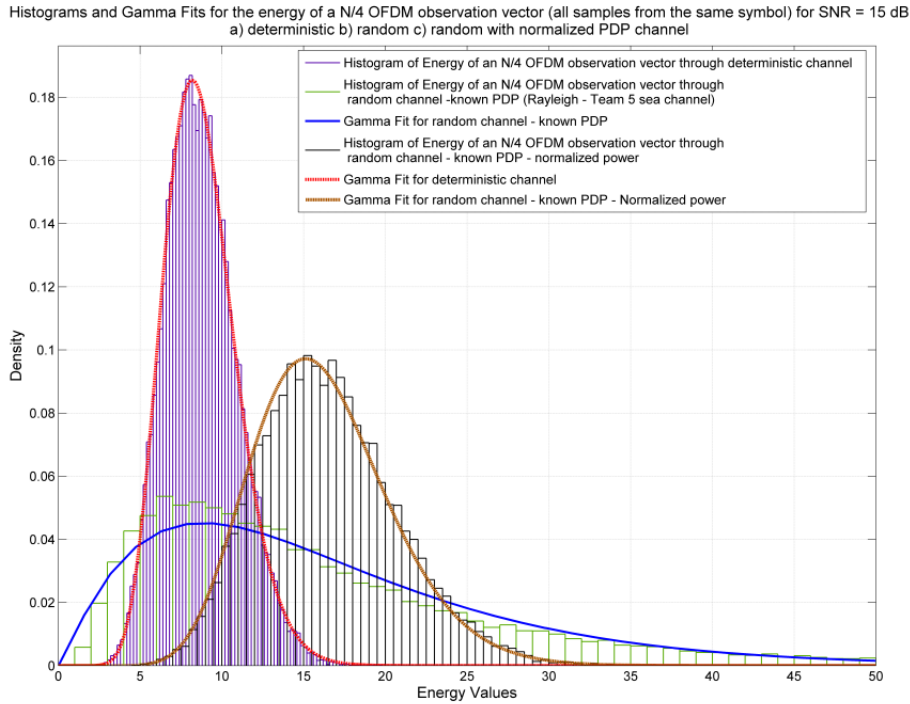
$$\begin{aligned} E_h \left[ E \left[ |y_m|^2 |y_{m+k}|^2 \right] \right] &= \\ \mathcal{E}_x^2 & \left( \left( \sum_{u=0}^{L-1} \sigma_u^2 \right)^2 + \sum_{u=0}^{L-1} \sigma_u^4 + \right. \\ & \left. \sum_{a=-1}^1 \sum_{u=0}^{L-1} \sigma_u^2 \sigma_{u+k+aN}^2 \delta_{(m-u-aN)'-(m-u)'} + \left( \sum_{a=-1}^1 \sum_{u=0}^{L-1} \sigma_u^2 \delta_{k-aN} \delta_{(m-u-aN)'-(m-u)'} \right)^2 \right) \\ & + \left( \frac{\mu_{(4)} - 2\mathcal{E}_x^2}{N} \right) \sum_{u=0}^{L-1} \sum_{p=0}^{L-1} (\sigma_u^2 \sigma_p^2 \delta_{(m-p+k)'-(m-u)'} (1 + \delta_{(m-u+k)'-(m-u)'} \delta_{(m-p)'-(m-u)'}) \end{aligned} \quad (4.120)$$

Αντικατάσταση των αποτελεσμάτων αυτών στην σχέση (4.117) παρέχει τις απαραίτητες ποσότητες για την προσέγγιση μέσω της Γάμμα κατανομής (4.116).

#### 4.6.5.1 Για δεδομένη στιγμιαία ισχύ ή SNR

Γενικά τα πιο ακριβή συμπεράσματα σε σχέση με την επίδραση του ραδιοδιαύλου στην ενέργεια του σήματος παρέχονται αν διακριθεί η έννοια των απωλειών διάδοσης από την κρουστική απόκριση και ασχοληθούμε με κανονικοποιημένη ισχύ. Αυτό συμβαίνει γιατί η μέτρηση της μέσης λαμβανόμενης ισχύος μετά την κανονικοποίηση ισχύος διαύλου αποσυσχετίζει την επίδραση των απωλειών διάδοσης από αυτή των διαλείψεων μικρής κλίμακας. Ο διαχωρισμός αυτός είναι επίσης επιθυμητός έτσι ώστε να μελετηθεί η λειτουργία ενός π.χ. ενεργειακού ανιχνευτή σε ένα ευρυζωνικό σύστημα. Σε αυτή την περίπτωση κατανομή που ενσωματώνει τις μέσες απώλειες διάδοσης μπορεί να είναι ανεπαρκής καθώς ένα ευρυζωνικό σύστημα μπορεί να έχει πολύ καλύτερη και αμεσότερη γνώση των τιμών λαμβανόμενης ισχύος ή SNR χωρίς να πρέπει να καταφύγει στην Rayleigh συμπεριφορά των πολυδιαδρομικών συνιστωσών. Ορίζεται λοιπόν η κανονικοποιημένη κρουστική απόκριση του διαύλου:

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{1}{\sqrt{\theta}} \mathbf{h} \quad (4.121)$$



**Σχήμα 4.25:** Ιστογράμμο μετρούμενης Ενέργειας για τα  $N/4 = 16$  δείγματα ενός OFDM συμβόλου (μοναδιαία ισχύς σήματος,  $N = 64$ ,  $c_p = 0.25$ ) πάνω από συχνοεπιλεκτικό κανάλι (SNR 15 dB) και οι αντίστοιχες κατανομές. Το κανάλι θεωρήθηκε α) γνωστό, β) τυχαία μεταβλητή γνωστού PDP γ) Τυχαία μεταβλητή γνωστού PDP με κανονικοποιημένο PDP

όπου  $\theta$  είναι η συνολική ισχύς του καναλιού  $\theta = \sum_{u=0}^{L-1} |h_u|^2$ . Δυστυχώς όμως όσον αφορά τα κανονικοποιημένα κανάλια οι κατανομές των πολυδιαδρομικών συνιστωσών και άλλες υποθέσεις (Rayleigh, WSSUS) αλλοιώνονται καθώς ισχύει:

$$f_h(\mathbf{h}) = f_\theta(\theta) f_{h/\theta}(\hat{\mathbf{h}}/\theta)$$

Για αυτό το λόγο, τα PDP και οι στατιστικές ιδιότητες των κανονικοποιημένων πολυδιαδρομικών συνιστωσών πρέπει να επαναπροσδιοριστούν. Η κατανομή της συνολικής ισχύος του διαύλου  $f_\theta$  για ανεξάρτητες Rayleigh συνιστώσες μπορεί να εξαχθεί μέσω διαδικασίας που περιγράφεται στο [81]. Υπενθυμίζεται ότι η κατανομή για μηδενικής μέσης τιμής, μιγαδική κανονική κατανομή με  $\sigma = 1$  δίνεται από την κατανομή  $\chi^2_2$ . Έτσι:

$$f_\theta(\theta) = \sum_{u=0}^{L-1} \frac{A_u}{\sigma_u^2} e^{-\frac{\theta}{\sigma_u^2}}, \quad \text{όπου} \quad A_u = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{L-1} \frac{1}{1 - \sigma_m^2/\sigma_u^2} \quad (4.122)$$

Ο μοναδικός περιορισμός είναι ότι δυο ξεχωριστές συνιστώσες του PDP δεν μπορεί να έχουν την ίδια τιμή, πράγμα που αποτελεί μια λογική υπόθεση για ένα τυχαίο ραδιοδίαυλο. Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός του PDP δεδομένης της συνολικής ισχύος της κρουστικής απόκρισης. Αυτό πραγματοποιείται σύμφωνα με τη μέθοδο που περιγράφεται στην παράγραφο 9.2. Σύμφωνα



#### Κεφάλαιο 4. Κυματομορφή OFDM διαμόρφωσης

με αυτά ισχύει:

$$E_h \left[ \left| \hat{h}_u \right|^2 \right] = \frac{1}{f_\theta(\theta)} \sum_{k=0, k \neq u}^{L-1} \frac{\sigma_u^2 \sigma_k^2 B_k^u}{(\sigma_u^2 - \sigma_k^2)^2} \left( e^{-\frac{\theta}{\sigma_k^2}} - e^{-\frac{\theta}{\sigma_u^2}} \left( \left( 1 + \frac{\sigma_k^2 - \sigma_u^2}{\sigma_k^2 \sigma_u^2} \theta \right) \right) \right) \quad (4.123)$$

όπου,  $B_k^u = \prod_{m=0, m \neq k, u}^{L-1} 1 / (1 - \sigma_m^2 / \sigma_k^2)$

$B_k^u$  είναι οι παράμετροι της κατανομής της ισχύος της κρουστικής απόκρισης του διαύλου αποκλείοντας την συνιστώσα  $u$  και υπολογίζονται σύμφωνα με τη μέθοδο. Μετά από πράξεις είναι δυνατός επίσης ο υπολογισμός της δεύτερης ροπής της κανονικοποιημένης ισχύος για κάθε συνιστώσα:

$$E_h \left[ \left| \hat{h}_u \right|^4 \right] = E_h \left( |h_u|^4 / \theta \right) = \frac{1}{f_\theta(\theta)} \sum_{k=0, k \neq u}^{L-1} \left( \frac{\sigma_k^2 \sigma_u^2 B_k^u}{(\sigma_k^2 - \sigma_u^2)^2} \left( -2 \frac{\sigma_k^2 \sigma_u^2}{\sigma_u^2 - \sigma_k^2} e^{-\frac{\theta}{\sigma_k^2}} + \left( 2 \frac{\sigma_k^2 \sigma_u^2}{\sigma_u^2 - \sigma_k^2} - 2\theta + \frac{\sigma_u^2 - \sigma_k^2}{\sigma_k^2 \sigma_u^2} \theta^2 \right) e^{-\frac{\theta}{\sigma_u^2}} \right) \right) \quad (4.124)$$

Τέλος από τη στιγμή που η συνολική ισχύς είναι σταθερή, οι συνιστώσες είναι συσχετισμένες σε επίπεδο ισχύος. Προκύπτει ότι:

$$E_h \left[ \left| \hat{h}_u \right|^2 \left| \hat{h}_p \right|^2 \right] = E_h \left( |h_u|^2 |h_p|^2 / \theta \right) = \frac{\sigma_p^2 \sigma_u^2}{f_\theta(\theta)} \times \left( \begin{array}{l} \frac{e^{-\frac{\theta}{\sigma_k^2}} \sigma_k^6}{(\sigma_p^2 - \sigma_k^2)^2 (\sigma_u^2 - \sigma_k^2)^2} \\ \frac{e^{-\frac{\theta}{\sigma_u^2}} \sigma_u^2 (\sigma_u^4 (2\sigma_p^2 + \sigma_k^2 - \theta) - \sigma_p^2 \sigma_k^2 \theta + \sigma_u^2 (\sigma_k^2 \theta + \sigma_p^2 (\theta - 3\sigma_k^2)))}{(\sigma_u^2 - \sigma_p^2)^3 (\sigma_u^2 - \sigma_k^2)^2} \\ \frac{e^{-\frac{\theta}{\sigma_p^2}} \sigma_p^2 (\sigma_p^4 (2\sigma_u^2 + \sigma_k^2 - \theta) - \sigma_u^2 \sigma_k^2 \theta + \sigma_p^2 (\sigma_k^2 \theta + \sigma_u^2 (\theta - 3\sigma_k^2)))}{(\sigma_p^2 - \sigma_u^2)^3 (\sigma_p^2 - \sigma_k^2)^2} \end{array} \right) \quad (4.125)$$

$\times \sum_{k=0, k \neq u, k \neq p}^{L-1} C_k^{u,p}$

όπου οι συντελεστές  $C_k^{u,p}$  υπολογίζονται ανάλογα με τα  $B_k^u$ . Τέλος πρέπει να σημειωθεί πως δεδομένου ότι η συσχέτιση ισχύος δεν παρεμβαίνει στη συμπεριφορά της φάσης, η φάση της κάθε συνιστώσας του PDP ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[0, 2\pi)$  όπως προκύπτει από το μοντέλο του Rayleigh και για αυτόν τον λόγο εξακολουθεί να ισχύει ότι  $E_h \left[ \hat{h}_u \hat{h}_p^* \right] = 0, u \neq p$ .

Εφαρμόζοντας όπως και πριν τα αποτελέσματα στις (4.106) και (4.108) προκύπτει ότι η μέση λαμβανόμενη ισχύς OFDM σήματος δίνεται από:

$$E \left[ |y_m|^2 \right] = \theta \sum_{u=0}^{L-1} \left| \hat{h}_u \right|^2 E \left[ |x_{m-u}|^2 \right] = \theta \mathcal{E}_x \quad (4.126)$$

και κατά συνέπεια το SNR δίνεται από:

$$SNR = \theta \mathcal{E}_x / \sigma_n^2$$

Τέλος η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ισχύος προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 E_h [E [|y_m|^2 |y_{m+k}|^2]] &= -\theta^2 \mathcal{E}_x^2 \sum_{a=-1}^1 \delta_{k-aN} \sum_{u=0}^{L-1} E_h \left[ |\hat{h}_u|^4 \right] \delta_{(m-u+aN)'-(m-u)'} \\
 &+ \theta^2 \mathcal{E}_x^2 \left( 1 + \sum_{a=-1}^1 \left( \sum_{u=0}^{L-1} E \left[ |\hat{h}_u|^2 |\hat{h}_{u+k-aN}|^2 \right] \delta_{(m-u+aN)'-(m-u)'} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \delta_{k-aN} \left( \sum_{u=0}^{L-1} \sum_{p=0}^{L-1} E_h \left[ |\hat{h}_u|^2 |\hat{h}_p|^2 \right] \delta_{(m-u+aN)'-(m-u)'} \delta_{(m-p+aN)'-(m-p)'} \right) \right) \right) + \\
 &+ \theta^2 \left( \frac{\mu_{(4)} - 2\mathcal{E}_x^2}{N} \right) \left( \sum_{u=0}^{L-1} \sum_{p=0}^{L-1} E_h \left[ |\hat{h}_u|^2 |\hat{h}_p|^2 \right] (1 + \delta_{(m-u+k)'-(m-u)'} \delta_{(m-p)'-(m-u)'} \delta_{(m-p+k)'-(m-u)'} - \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{u=0}^{L-1} E_h \left[ |\hat{h}_u|^4 \right] \delta_{(m-u+k)'-(m-u)'} \right)
 \end{aligned} \tag{4.127}$$

Αντικατάσταση των αποτελεσμάτων αυτών στην (4.117) δίνει τα απαραίτητα μεγέθη για την προσέγγιση με την κατανομή Γάμμα. Αν λοιπόν το CR σύστημα διαθέτει μια αξιόπιστη εκτίμηση του SNR, με αυτή την προσέγγιση μπορεί να προσεγγίσει με ακρίβεια τη συμπεριφορά του σήματος για ένα χρονικό διάστημα παρά με τη χρήση μιας μέσης τιμής SNR υπολογισμένη στον χρονικό άξονα μεγάλης κλίμακας.

## 4.7 Η επίδραση της μη-στατικότητας

Σε όλη την προηγούμενη ανάλυση κατέστη σαφές ότι η ενεργειακή κατανομή εξαρτάται από τη θέση του πρώτου δείγματος του διανύσματος παρατήρησης στο OFDM σύμβολο. Το ίδιο διαπιστώνεται και με την παρατήρηση των συναρτήσεων περιγραφής των αυτοσυσχετίσεων. Παρόλα αυτά σε πολλές περιπτώσεις, η μέτρηση δεν είναι δυνατό να γνωρίζει ποια είναι η θέση του  $m_0$ . Σε αυτή την περίπτωση το  $m_0$  πρέπει να θεωρηθεί επίσης τυχαία μεταβλητή, η οποία δεδομένης της άγνοιας του μετρητή, θεωρείται ότι μπορεί να λάβει ομοιόμορφα οποιαδήποτε τιμή μέσα στο OFDM σύμβολο. Κατά συνέπεια η τιμή  $\sigma_{P_r}^2$  μπορεί να προκύψει από την αναμενόμενη τιμή του  $\sigma_{P_r}^2$  με χρήση του Νόμου της Συνολικής Αναμενόμενης τιμής και αποκλεισμό της μεταβλητής  $m_0$  από το αποτέλεσμα.

□

## Κεφάλαιο 5

# Εναλλακτικές Κυματομορφές

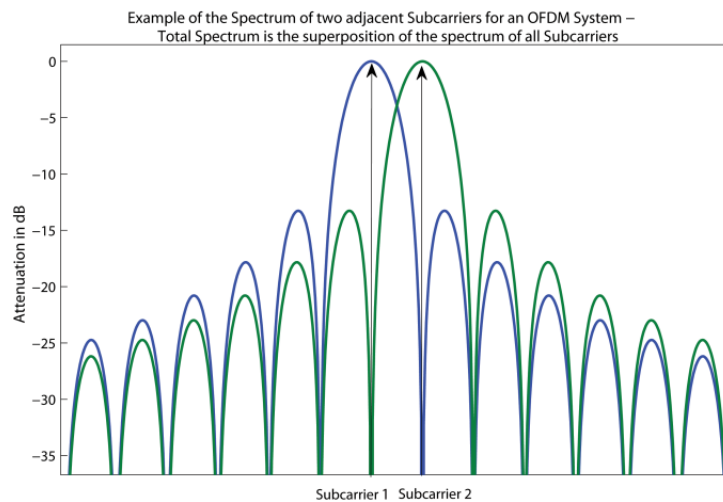
### 5.1 Μειονεκτήματα OFDM σε CR

Φαινομενικά ο σχηματισμός μιας φασματικά διακοπτόμενης κυματομορφής απλοποιείται ιδιαίτερα με την χρήση OFDM διαμόρφωσης με κατάλληλο μηδενισμό των φερόντων στο κατειλημμένο φάσμα. Όμως αυτό ισχύει εν μέρει. Το πρόβλημα είναι οι μεγάλοι πλευρικοί λοβοί του OFDM φάσματος. Τα στενής ζώνης σήματα είναι πεπερασμένης διάρκειας μη φιλτραρισμένοι τετραγωνικοί παλμοί (ή ισοδύναμα φιλτραρισμένοι με ιδανικό ορθογωνικό φίλτρο) με αποτέλεσμα να έχουν την φασματική απόκριση των τετραγωνικών παλμών με την σταδιακή μείωση των πλευρικών λοβών (σχήμα 5.1 για δυο γειτονικά φέροντα). Όπως φαίνεται από αυτό το σχήμα, ένα OFDM σύστημα δεν επηρεάζεται από την φασματική επικάλυψη καθώς εφόσον η δειγματοληψία του σήματος γίνει με την κατάλληλη ευθυγράμμιση και συγχρονισμό, η πληροφορία που μεταφέρεται στα subcarriers μένει ανεπηρέαστη λόγω των φασματικών μηδενισμών. Αυτό όμως σε ένα περιβάλλον που οι πόροι διαμοιράζονται μεταξύ ετερογενών δικτύων, που δεν είναι απαραίτητα OFDM συστήματα με τις κατάλληλες προδιαγραφές ώστε να μπορεί να επιτευχθεί ευθυγράμμιση, προκαλεί προβλήματα. Παρατηρείται πως οι πιο κοντινοί λοβοί εξασθενούν μόνο κατά 13dB και δεδομένης της υπέρθεσης και των πλευρικών λοβών από πιο μακρινά subcarriers η παρεμβολή δεν είναι αποδεκτή αφού μπορεί να δημιουργήσει σοβαρά προβλήματα και για αυτό το λόγο πρέπει να μειωθεί. Επίσης πρέπει να σημειωθεί πως και το CR δέχεται παρεμβολή από το πρωτεύον ακόμη και αν το πρωτεύον σύστημα έχει πολύ ξεκάθαρη φασματική συμπεριφορά. Αυτό οφείλεται στον τρόπο με τον οποίο γίνεται ανάκτηση του σήματος στον δέκτη. Στην περίπτωση του CR-OFDM όλη η ζώνη οδηγείται στον FFT αφού πρώτα απομονωθεί με ορθογωνικό παράθυρο ένα σύνολο δειγμάτων. Η παρακάτω σχέση περιγράφει την αναμενόμενη φασματική συμπεριφορά του σήματος με την είσοδό του στον OFDM αποδιαμορφωτή.

$$E\{I_N(\omega)\} = \frac{1}{2\pi N} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_{RR}(e^{j\omega}) \left( \frac{\sin((\omega - \psi)N/2)}{\sin(\omega - \psi)} \right)^2 d\psi \quad (5.1)$$

όπου  $\Phi_{RR}$  είναι η φασματική πυκνότητα ισχύος του λαμβανόμενου σήματος που με την σειρά του συνελίσσεται με το τετράγωνο της φασματική απόκρισης του τετραγωνικού παραθύρου. Λόγω της ορθογώνιας σχέσης των OFDM φερόντων, μπορεί από αυτή τη σχέση εύκολα να δειχθεί πως δεν προκαλείται παρεμβολή. Κάτι τέτοιο όμως δεν συμβαίνει και με τα πρωτεύοντα συστήματα που καταλαμβάνουν τις γειτονικές ζώνες καθώς δεν είναι απαραίτητο ότι ισχύει η ορθογωνιότητα με τα OFDM subcarriers του CR πομποδέκτη. Έτσι προκαλείται διάχυση ενέργειας στα γειτονικά σημεία του FFT παρεμβάλλοντας με την ωφέλιμη πληροφορία που μεταδίδεται από το CR. Πα-

ράλληλα δημιουργούνται σοβαρά προβλήματα στις διαδικασίες συγχρονισμού που με την μορφή σφαλμάτων μπορεί να θεωρηθεί ως ένα είδος θορύβου που προέρχεται από τις πρωτεύουσες εκπομπές.



**Σχήμα 5.1:** Πλευρικοί λοβοί OFDM φάσματος για δυο γειτονικά

Μια πρώτη και απλούστερη μέθοδος με την οποία επιτυγχάνεται βελτίωση της κατάστασης είναι η απενεργοποίηση μιας ομάδας φερόντων στην άμεσα γειτονική φασματική περιοχή του ωφέλιμου σήματος [88]. Η ιδέα είναι εξαιρετικά απλή και σχετικά αποτελεσματική. Αυτό φαίνεται και από το σχήμα 5.1 όπου είναι προφανές ότι υπάρχει μείωση της ενέργειας των πλευρικών λοβών κατά 6dB/οκτάβα. Επίσης είναι αντιληπτό πως το κύριο μέρος της παρεμβολής προέρχεται από τα γειτονικά φέροντα στη ζώνη εκπομπής του πρωτεύοντος και κυρίως από το πρώτο γειτονικό. Στο [88] γίνεται εκτενής μελέτη σχετικά με τη βελτίωση που παρέχεται από την απενεργοποίηση των γειτονικών subcarriers. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη μελέτη αυτή μπορούν να συνοψιστούν στα παρακάτω σημεία:

- Η μέθοδος απενεργοποίησης των γειτονικών subcarriers και η δημιουργία φασματικού διαστήματος φύλαξης παρέχει μείωση της παρεμβολής τόσο προς τα κύρια (πρωτεύοντα) συστήματα, όσο και προς τα CRs.
- Η μεγαλύτερη μείωση της παρεμβολής γίνεται με την απενεργοποίηση του πρώτου γειτονικού subcarrier. Συγκεκριμένα μειώνεται περισσότερο από το 50% της ισχύος της παρεμβολής. Αντίστοιχα η απενεργοποίηση των ακολούθων subcarriers έχει ολοένα φθίνουσα συμβολή στη μείωση της παρεμβολής. Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι η συνεχόμενη απενεργοποίηση φερόντων σε μεγάλη φασματική απόσταση δεν θα έχει κανένα ουσιαστικό όφελος.
- Η ισχύς της παρεμβολής προς το πρωτεύον σύστημα που λειτουργεί στην συγκεκριμένη ζώνη εξαρτάται από τον αριθμό των χρηστών του πρωτεύοντος συστήματος. Αυτό επίσης είναι προφανές καθώς όσο λιγότερα subcarriers διατίθενται στα CRs τόσο λιγότερη είναι η παρεμβολή που προκαλείται σύμφωνα και με το σχήμα 5.1. Συγκεκριμένα αν το πρωτεύον σύστημα καταλαμβάνει το 50% του διαθέσιμου φάσματος, η ισχύς της παρεμβολής είναι υποδιπλάσια της ισχύος στην περίπτωση που η κατάληψη του φάσματος είναι 10% (και απενεργοποιείται ένα γειτονικό subcarrier από κάθε πλευρά του πρωτεύοντος σήματος).
- Υπάρχει ένα σαφές ισοζύγιο μεταξύ της ισχύος της παρεμβολής και του επιτεύξιμου ρυθμού μετάδοσης των δεδομένων των CRs. Για τη μείωση της παρεμβολής απενεργοποιούνται ζώνες

πλευρικά του κάθε πρωτεύοντος χρήστη με αποτέλεσμα να υπάρχει αδιάθετο και αναξιοποίητο φάσμα. Για παράδειγμα σε ένα σενάριο όπου το 50% των πόρων διατίθεται στους πρωτεύοντες χρήστες και ισχύει  $\frac{\text{Bandwidth of a primary channel}}{\text{Guard band for each primary channel}} = 2$  ο εφικτός ρυθμός μετάδοσης των CRs φτάνει τον αντίστοιχο ρυθμό συστήματος με κατειλημμένο το 70% του διαθέσιμου φάσματος χωρίς ζώνες φύλαξης.

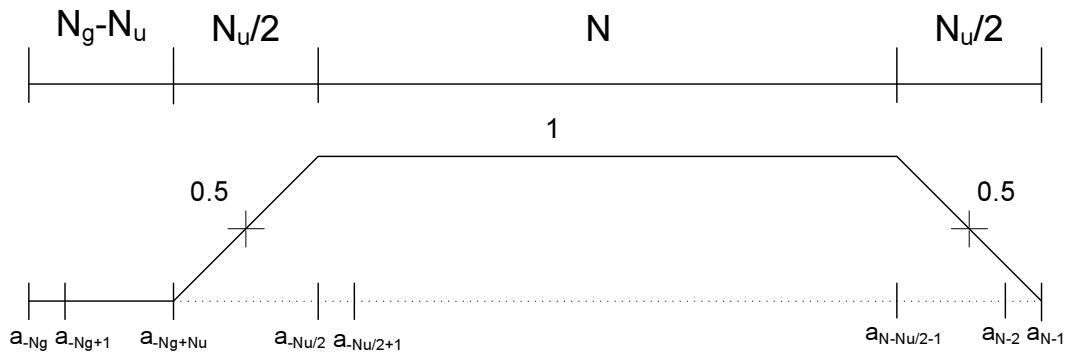
- Τα παραπάνω σημεία οδηγούν στο συμπέρασμα ότι σε κάθε περίπτωση και ανάλογα με τις συνθήκες πρέπει να γίνεται δυναμική προσαρμογή της διαδικασίας απενεργοποίησης του φάσματος ώστε να ικανοποιούνται κατά πρώτο λόγο οι ελάχιστες απαιτήσεις όσον αφορά την παρεμβολή και κατά δεύτερο λόγο η αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων να γίνεται με επάρκεια που να δικαιολογεί την χρησιμοποίηση των CR συστημάτων.

Μια άλλη προφανής μέθοδος βελτίωσης των φαινομένων αμοιβαίας παρεμβολής μεταξύ πρωτεύοντων συστημάτων και OFDM SDR-CR είναι η χρήση φίλτρων ή παραθύρων. Όμως μια τέτοια τεχνική αντιμετώπισης των μεγάλων πλευρικών λοβών που δημιουργούν τα OFDM συστήματα παρουσιάζει ορισμένες βασικές, αντικειμενικές δυσκολίες οι οποίες εξηγούνται στην συνέχεια.

Η λύση προτείνεται στο [89] εξηγώντας πως ενδεχόμενη παραθυροποίηση του εκπεμπόμενου OFDM συμβόλου στον χρόνο, με μια ομαλή μετάβαση στο μηδέν στα όρια του συμβόλου θα μειώσει την παρεμβολή λόγω των πλευρικών λοβών. Φυσικά το κόστος θα ήταν η αδρανοποίηση των δειγμάτων στα όρια του συμβόλου που αντίστοιχα σημαίνει μείωση των εκμεταλλεύσιμων subcarriers.

Στο [90] παρουσιάζεται μέθοδος ελέγχου των πλευρικών λοβών ενός OFDM συστήματος με τη χρήση Nyquist παραθύρων στο πεδίο του χρόνου. Σύμφωνα με αυτή τη μελέτη δεν χρησιμοποιείται ορθογωνικό παράθυρο για την απομόνωση των χρήσιμων δειγμάτων για την αποδιαμόρφωση του σήματος από τον FFT. Η μέθοδος που ακολουθείται συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:

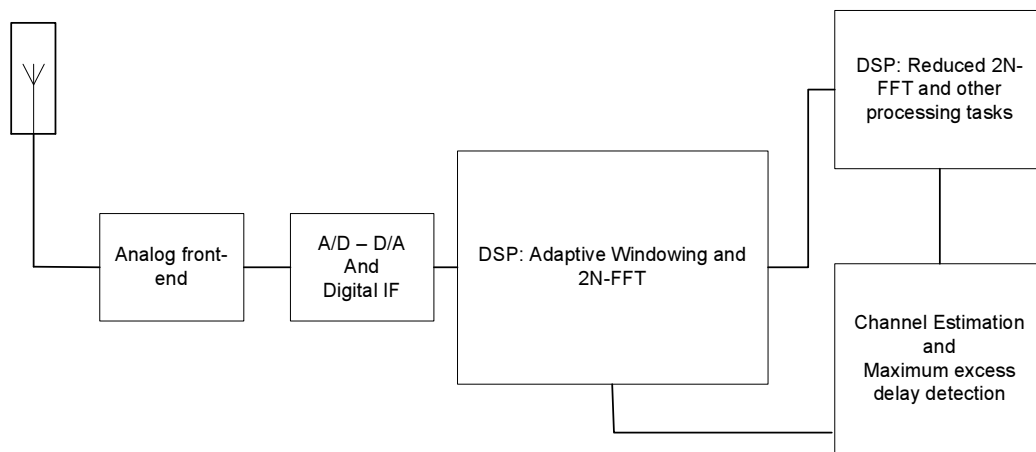
- Από τα δείγματα που χρησιμοποιούνται για το cyclic prefix  $N_g$  κάθε χρονική στιγμή ένα υποσύνολο τους διαβρώνεται από το κανάλι ανάλογα με τη διάρκεια της κρουστικής απόκρισης του διαύλου. Αυτό πρακτικά σημαίνει πως  $N_v$  δείγματα του cyclic prefix παραμένουν πρακτικά αχρησιμοποίητα.
- Τα επιπλέον  $N_v$  δείγματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραθυροποίηση των  $N$  ωφέλιμων δειγμάτων και κατά συνέπεια να οδηγηθούμε στη μείωση της παρεμβολής.
- Το παράθυρο που θα χρησιμοποιηθεί πρέπει να είναι Nyquist παράθυρο ώστε να μη χαθεί η ορθογωνιότητα μεταξύ των subcarriers. Τα Nyquist παράθυρα έχουν χονδρικά την μορφή που παρουσιάζεται στο σχήμα 5.2, είναι συμμετρικά και η απόσβεση ισούται με 0.5 στο μέσο του εύρους μετάβασης του παραθύρου.
- Πολλές τυποποιημένες μορφές παραθύρων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αυτή τη διαδικασία. Για παράδειγμα μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα παράθυρα Kaiser, Hamming και τα φίλτρα ανορθωμένου ημιτόνου (raised cosine filters) που έχουν βρει εφαρμογή στα περισσότερα σύγχρονα συστήματα.
- Ανάλογα με το μέγεθος του διαθέσιμου προς εκμετάλλευση  $N_v$  μπορεί να ρυθμιστεί το μέγεθος της ζώνης μετάβασης του παραθύρου και το οποίο ουσιαστικά ρυθμίζει το "ύψος" των πλευρικών λοβών. Ο rolloff factor  $\alpha$  είναι πολύ κρίσιμη παράμετρος για την καταπίεση των πλευρικών λοβών.
- Είναι σαφές ότι από τη στιγμή που δε χρησιμοποιείται το ορθογωνικό παράθυρο, τα ωφέλιμα δείγματα που πρέπει να οδηγηθούν στον FFT για αποδιαμόρφωση είναι  $N + N_v$ . Αυτό το γεγονός δημιουργεί το εξής πρόβλημα. Δεδομένου ότι το  $N$  είναι δύναμη του 2, θα πρέπει ο



**Σχήμα 5.2:** Χαρακτηριστική μορφή παράθυρου Nyquist για καταπίεση των πλευρικών λοβών

FFT να γίνει σε  $N + N_v$  σημεία. Πρακτικά δηλαδή θα πρέπει να γίνει προσθήκη μηδενικών και αποδιαμόρφωση με FFT  $2N$  σημείων ή θα πρέπει να γίνει FFT για μια σειρά μήκους που δεν αποτελεί δύναμη του 2 και δεν γίνεται τόσο αποδοτικά. Από την άλλη η δυνατότητα της αποδιαμόρφωσης με επιλογή  $N + N_v$  που είναι δύναμη του 2 δεν είναι εφικτή καθώς το μήκος του  $N_v$  δεν είναι σταθερό αλλά αλλάζει δυναμικά.

- Η δυναμική αλλαγή της κρουστικής απόκρισης του καναλιού, οδηγεί σε δυναμική αλλαγή του  $N_v$  και κατά συνέπεια συνεχή δυναμική αλλαγή του μεγέθους του παραθύρου και του rolloff factor με βάση τα αποτελέσματα του εκτιμητή του διαύλου. Αυτό το σχήμα δυναμικής προσαρμογής του παραθύρου παρουσιάζεται στο σχήμα 5.3.



**Σχήμα 5.3:** Δυναμική μεταβολή του παραθύρου για την καταπίεση της παρεμβολής με βάση την εκτίμηση του διαύλου.

Δυο είναι τα βασικά και ιδιαίτερα ουσιαστικά προβλήματα που παρουσιάζονται με την χρήση του δυναμικού παραθύρου. Το πρώτο είναι η χρονική επέκταση του σήματος κατά  $N_v$  δείγματα. Αυτή η χρονική επέκταση εν μέρη καθιστά ανενεργό ένα τμήμα του cyclic prefix, απαιτώντας ένα τμήμα αυτού με αποτέλεσμα να μειώνει τις ανοχές του συστήματος στην πολυδιαδρομική διάδοση, στερώντας το επίσης από διάφορες λειτουργίες (π.χ. συγχρονισμού) που μπορούν να γίνουν μέσω της κυκλικής επέκτασης. Από την άλλη αν θέλουμε να χρησιμοποιηθεί το cyclic prefix αποκλειστικά για τις βασικές του χρήσεις ή θέλουμε να εξασφαλιστεί μια σταθερή στάθμη παρεμβολής, πρέπει ισοδύναμα να "θυσιάσει" ένα τμήμα από την φασματική αποδοτικότητα για την

εξασφάλιση της διατήρησης της παρεμβολής σε ελεγχόμενα επίπεδα. Στο [91] πραγματοποιείται μελέτη για τον σχεδιασμό των Nyquist παραθύρων με ελαχιστοποίηση της μέσης προκαλούμενης παρεμβολής και της μέσης τιμής του θορύβου.

Εκτός από τις τεχνικές παραθυροποίησης στο πεδίο του χρόνου, μπορεί να γίνει αντίστοιχη διαδικασία με κλασικό τύπο φιλτραρίσματος. Βέβαια και σε αυτή την περίπτωση υπάρχει χρονική επέκταση του ωφέλιμου σήματος σε δείγματα, ίση με το διπλάσιο της καθυστέρησης ομάδας του φίλτρου. Το πρόβλημα εστιάζεται στο ότι μια τέτοια διαδικασία δεν είναι κατά κανόνα αποδεκτή για έναν OFDM πομπό. Παρόλα αυτά η διαδικασία φιλτραρίσματος μπορεί να βοηθήσει δραστικά την επεξεργασία του λαμβανόμενου σήματος στον δέκτη. Η μέθοδος αποδοτικού και χωρίς κόστος φιλτραρίσματος σε έναν OFDM-βασισμένο δέκτη παρουσιάζεται στο [92]. Δεδομένου ότι στον ψηφιακό κόσμο ο δεισιμός του πολλαπλασιασμού στο πεδίο της συχνότητας με την γραμμική συνέλιξη δεν υφίσταται, αλλά ισχύει σε σχέση με την κυκλική συνέλιξη, η διαδικασία φιλτραρίσματος στον δέκτη πρέπει να γίνει με τρόπο που να μην επηρεάζει την προς αποδιαμόρφωση πληροφορία (με παρόμοιο τρόπο όπως το cyclic prefix απορροφά την απόκριση του διαύλου). Για αυτό το λόγο στο δέκτη ενσωματώνονται βαθμίδες σειριακής/παράλληλης μετατροπής, οι οποίες πλαισιώνουν τα εισερχόμενα δείγματα. Τα υποσύνολα δειγμάτων που δημιουργούνται φιλτράρονται σε μπλοκ, επιτρέποντας μηδενικής τιμής εικονικά δείγματα να διέλθουν από το φίλτρο στο τέλος του κάθε μπλοκ. Η απόκριση του "ουραίου" τμήματος που ξεπερνά το μέγεθος του μπλοκ δειγμάτων, προστίθεται στο αποτέλεσμα της εισόδου (με παρόμοιο τρόπο με την τεχνική του μηδενικού επιθέματος που χρησιμοποιείται από την WiMedia Alliance. Με αυτή τη διαδικασία διατηρείται η κυκλοστατικότητα και καταπιέζεται η παρεμβολή. Η τεχνική επιτρέπει την εφαρμογή παραθύρων απευθείας στο πεδίο της συχνότητας. Τονίζεται όμως πως αφορά λειτουργίες αποκλειστικά στον δέκτη.

Εκτός από τις μεθόδους που αναφέρθηκαν έχουν προταθεί και άλλες, πιο έξυπνες μέθοδοι ακύρωσης της παρεμβολής με κατάλληλο χειρισμό των subcarriers. Στο [93] αναφέρεται μέθοδος περιορισμού της out-of-band παρεμβολής με "ενεργή ακύρωση" των παρεμβολών. Σε αυτή τη μελέτη θεωρείται ένα OFDM σύστημα στην ζώνη του οποίου βρίσκεται στενή ζώνη παρεμβολή από διαφορετικό σύστημα. Στόχος είναι η ακύρωση της παρεμβολής προς το σύστημα αυτό. Τα βήματα που ακολουθούνται είναι τα εξής:

- Με βάση το σήμα πληροφορίας και θεωρώντας αχρησιμοποίητα τα subcarriers στην ζώνη που μας ενδιαφέρει γίνεται εκτίμηση της προκαλούμενης παρεμβολής. Λόγω της ορθογωνιότητας δεν μπορεί να γίνει μια τέτοια εκτίμηση στο βασικό ρυθμό μετάδοσης, αλλά πρέπει να θεωρηθεί interpolation του σήματος στον FFT αποδιαμόρφωσης ώστε να είναι γνωστή η συμπεριφορά των πλευρικών λοβών που δημιουργούνται στη ζώνη. Με αυτή τη λογική το αποδιαμορφούμενο σήμα θα δίνεται από τη σχέση:

$$Y(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp(2\pi j \frac{n}{N} (k - \frac{l}{L})) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) P(l, k) \quad (5.2)$$

όπου  $X(k)$  είναι η εκπεμπόμενη στο πεδίο συχνότητας πληροφορία,  $P(l, k)$  ο πυρήνας του μετασχηματισμού που προκύπτει από το interpolation και  $L$  ο παράγοντας interpolation.

- Σε αυτό το σημείο η εκτιμώμενη παρεμβολή σε σχέση πινάκων δίνεται από τη σχέση  $\mathbf{d}_l = \mathbf{P}\mathbf{g}$ , όπου  $\mathbf{P}$  ο πίνακας που προκύπτει από τον πυρήνα του μετασχηματισμού και  $\mathbf{g}$  το σήμα της πληροφορίας με μηδενικές τιμές στα subcarriers του στενής ζώνης σήματος καθώς και στα δυο ακριανά subcarriers της ζώνης.
- Η ισοστάθμιση της παρεμβολής γίνεται από τα δυο μόνο ακριανά subcarriers της ζώνης που

θέλουμε να προστατέψουμε.

- Για αυτό το λόγο θέλουμε να επιλέξουμε τιμές για τα subcarriers που αντιστοιχούν στην ζώνη παρεμβολής με την λογική που υποδηλώνει η σχέση:  $-\mathbf{d}_I = \mathbf{P}_h \mathbf{h}$ . Στη σχέση αυτή το διάνυσμα  $\mathbf{h}$  είναι τα ακραία και τα υπό χρήση από το πρωτεύον σύστημα subcarriers, ενώ ο πίνακας  $\mathbf{P}_h$  είναι ο πυρήνας του μετασχηματισμού για τα υπό μελέτη subcarriers. Ο σκοπός είναι η εύρεση του βέλτιστου  $\mathbf{h}$ .
- Η επίλυση του συστήματος δεν είναι δυνατή αναλυτικά γιατί το  $\mathbf{P}_h$  κατά κανόνα δεν είναι αντιστρέψιμος πίνακας. Όμως παρόλα αυτά μπορεί να επιτευχθεί λύση με ελαχιστοποίηση της διαφοράς του  $\mathbf{d}_I$  με το  $\mathbf{P}_h \mathbf{h}$ . Το αποτέλεσμα προκύπτει από τη σχέση:

$$\mathbf{h} = -(\mathbf{P}_h^T \mathbf{P}_h)^{-1} \mathbf{P}_h^T \mathbf{d}_I \quad (5.3)$$

Μια πολύ σημαντική παρατήρηση που μπορεί να γίνει, είναι ότι θεωρητικά το OFDM SDR-CR σύστημα εκπέμπει πληροφορία πάνω στα κατειλημμένα κανάλια, έτσι ώστε αυτή η εκπομπή να εξουδετερώνεται με την προκαλούμενη παρεμβολή. Στην πράξη όμως παρατηρείται ότι η εφαρμογή δείχνει πως εντέλει στην κατειλημμένη ζώνη το εκπεμπόμενο σήμα προκύπτει μηδενικό, ενώ τα ακραία subcarriers επωμίζονται την εκπομπή ισχύος για την ακύρωση της παρεμβολής.

Η μέθοδος λειτουργεί εξαιρετικά καλά και αποδίδει. Για παράδειγμα, ενώ η απλή απενεργοποίηση των subcarriers αφήνει πλευρικούς λοβούς 13 dB, η μέθοδος αυτή μπορεί να μας προσφέρει απόσβεση της τάξης των 60 dB. Το κόστος είναι μόνο 2 subcarriers στα άκρα της παρεμβολής καθώς και μια αύξηση ισχύος που εκπέμπεται για την αντιστάθμιση των πλευρικών λοβών.

Από την άλλη στην περίπτωση που ανατεθούν περισσότερα από ένα subcarriers ανά πλευρά για την ακύρωση, η βελτίωση στη μείωση της προκαλούμενης παρεμβολής είναι μικρή. Το θέμα αυτό εξετάζεται στο [94], στο οποίο η ελαχιστοποίηση της παρεμβολής δεν γίνεται άνευ περιορισμών αλλά υπάρχει φραγμός όσον αφορά την ισχύ και τις τιμές των subcarrier που ακυρώνουν την παρεμβολή.

Τέλος μια άλλη τεχνική μείωσης των πλευρικών λοβών σε OFDM σύστημα όπου μια ή περισσότερες ζώνες που χρησιμοποιούνται από άλλο σύστημα είναι η στάθμιση των subcarriers (subcarrier weighting [95]). Σε αυτή την περίπτωση δεν αποστέλλονται ξεχωριστά subcarriers ακύρωσης αλλά γίνεται στάθμιση των subcarriers πληροφορίας με πολλαπλασιασμό με ένα διάνυσμα βαρών. Πιο συγκεκριμένα αν  $\mathbf{x}$  είναι το διάνυσμα της εκπεμπόμενης πληροφορίας στα διαθέσιμα subcarriers, τότε αποστέλλεται το διάνυσμα  $\tilde{\mathbf{x}} = \text{diag}(\mathbf{g}) \mathbf{x}$ . Το  $\mathbf{g}$  είναι το διάνυσμα βαρών που προκύπτει από διαδικασία βελτιστοποίησης. Με παρόμοιο τρόπο με τη μέθοδο της (5.2) υπολογίζεται ο πίνακας  $\mathbf{S}$  της παρεμβολής που δημιουργείται από τα subcarriers πληροφορίας σε σημεία του φάσματος που θέλουμε να προστατευθούν. Τέλος το πρόβλημα της βελτιστοποίησης ορίζεται σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= \underset{\tilde{\mathbf{g}}}{\text{arg min}} \|\mathbf{S} \tilde{\mathbf{g}}\|^2 \\ \text{constraints: } &\|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2 \\ &0 < g_{\min} \leq g_n \leq g_{\max} \\ &g_n \in \mathcal{R} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι έχουμε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης με περιορισμούς ισότητας στην ισχύ (δεν εκπέμπεται επιπλέον ισχύς) και περιορισμούς ανισότητας ενώ τα βάρη πρέπει να είναι πραγματικοί αριθμοί συγκεκριμένου πεδίου τιμών.

Η μέθοδος είναι ελκυστική αλλά παρουσιάζει κάποιες αδυναμίες που αφορούν τα εξής σημεία:



- Μειώνει σε περιπτώσεις το Bit Error Rate καθώς δεν μεταδίδεται όμοια ισχύς σε όλα τα subcarriers
- Περιλαμβάνει διαδικασία βελτιστοποίησης ανά σύμβολο για την εύρεση του διανύσματος  $\mathbf{g}$  που μπορεί να είναι υπολογιστικά επίπονη. Στο [95] χρησιμοποιείται αριθμητική μέθοδος επίλυσης.
- Καθιστά αδύνατο το έργο Cross Layer διαδικασιών με προσαρμοστική ανάθεση ισχύος ανάλογα με το διαθέσιμο προς μετάδοση δίαυλο.

Τα οφέλη που παρέχει από την άλλη, είναι η χωρίς κόστος σε ραδιοπόρους και ισχύ μετάδοση με μείωση της παρεμβολής περισσότερο από 10dB.

## 5.2 Διαμόρφωση OFDM-OQAM

Οι διαμορφώσεις πολλαπλών φερόντων (MultiCarrier Modulation - MCM), δηλαδή η διαίρεση ενός σήματος υψηλού ρυθμού μετάδοσης σε αρκετά σήματα μικρότερου ρυθμού με παράλληλη μετάδοση τους σε διαφορετικές κοντινές συχνότητες, έγιναν δημοφιλείς λόγω της ανεκτικότητας που επιδεικνύουν σε παραμορφώσεις προερχόμενες από τον τηλεπικοινωνιακό δίαυλο και των συνήθως απλών τρόπων αντιστάθμισής τους. Επίσης έχουν σαφώς καλύτερη συμπεριφορά όσον αφορά την ανοχή τους σε στενής ζώνης παρεμβολές συγκρινόμενες με αντίστοιχα ευρυζωνικά συστήματα απλής φέρουσας. Όπως εξηγήθηκε όλες αυτές οι ιδιότητες τους καθώς επίσης η απλότητα στον σχηματισμό κυματομορφών που καταλαμβάνουν μη συνεχόμενες φασματικές ζώνες, καθιστούν τις MCM ως εξαιρετικές περιπτώσεις διαμόρφωσης για CR δίκτυα. Η OFDM διαμόρφωση αποτελεί σε κάθε περίπτωση την πιο δημοφιλή μορφή MCM.

Στον αντίποδα της OFDM βρίσκεται η διαμόρφωση OFDM - OQAM. Και οι δυο διαμορφώσεις εξασφαλίζουν θεωρητικά ορθογωνιότητα κατά την παράλληλη μετάδοση και μέγιστη φασματική απόδοση. Επίσης υλοποιούνται εν μέρει και οι δυο με χρήση των διακριτών μετασχηματισμών Fourier. Οι ομοιότητες όμως σταματάνε στο γεγονός ότι σε αντίθεση με την απλή OFDM μετάδοση όπου τα QAM σύμβολα μορφοποιούνται από έναν ορθογωνικό παλμό, η OFDM-OQAM εισάγοντας μια χρονική μετατόπιση (offset) στον αστερισμό της QAM (εξ ου και η ονομασία Offset QAM - OQAM) μπορεί και χρησιμοποιεί αποδοτικά φίλτρα μορφοποίησης διατηρώντας παράλληλα συνθήκες ορθογωνιότητας σε χρόνο και συχνότητα. Η χρήση φίλτρων κάνει την OFDM-OQAM λιγότερο ευαίσθητη σε θέματα συγχρονισμού στο πεδίο της συχνότητας. Παράλληλα και υπό συνθήκες, η μη απαίτηση για χρήση κυκλικού προθέματος δίνει την δυνατότητα μεγαλύτερης φασματικής αποδοτικότητας με το ανάλογο φυσικά υπολογιστικό κόστος. Τέλος και αυτό είναι το πιο σημαντικό όσον αφορά τις κυματομορφές των CR συστημάτων, μειώνονται κατά πολύ οι πλευρικοί λοβοί που εμφανίζονται σε μια απλή OFDM μετάδοση, εξασφαλίζοντας έτσι απρόσκοπτη επικοινωνία στους πιθανούς PU που εκπέμπουν σε γειτονικές φασματικές ζώνες. Οι συνθήκες κάτω από τις οποίες εξασφαλίζεται ορθογωνιότητα κατά την OFDM-OQAM μετάδοση, είναι γνωστές εδώ και καιρό ([96], [97]) όσον αφορά την χρήση της διαμόρφωσης με αναλογικά φίλτρα. Σε ένα προσαρμοστικό CR που χρησιμοποιεί αρχιτεκτονική SDR, η κυματομορφή μετάδοσης καθώς και η ανάλυση και η αποδιαμόρφωση της γίνεται στο κυρίαρχο ψηφιακό υποσύστημα. Βασικό στοιχείο είναι η επιλογή του ψηφιακού φίλτρου μορφοποίησης και η ιδιότητα της καλής χρονικής και συχνοτικής τοποθέτησης του (time-frequency localization), ιδιότητα που εξασφαλίζει εύρωστη λειτουργία ακόμη και σε συνθήκες που ο ραδιοδίαυλος κάνει απαγορευτική την απόλυτη αποκατάσταση της ορθογωνιότητας στον δέκτη. Σε αυτήν την παράγραφο γίνεται λοιπόν παρουσίαση

της OFDM-OQAM διαμόρφωσης, των συνθηκών ορθογωνιότητας στο ψηφιακό υποσύστημα και των ιδιοτήτων των κατάλληλων για το σύστημα φίλτρων.

### 5.2.1 Περιγραφή της OFDM-OQAM στο συνεχές πεδίο του χρόνου

Η ορθογωνιότητα στους μορφοποιημένους παλμούς OFDM-OQAM εξασφαλίζεται πάνω σε δύο βάσεις. Πρώτα εισάγεται χρονικό offset μεταξύ του πραγματικού και φανταστικού μέρους του QAM συμβόλου. Κατά δεύτερον ο σχεδιασμός γίνεται έτσι ώστε σε γειτονικά υποφέροντα, όταν το offset στο ένα εισάγεται στο φανταστικό τμήμα του συμβόλου, τότε στο άμεσα γειτονικό του υποφέρον το offset εισάγεται στο πραγματικό τμήμα του αντίστοιχου συμβόλου. Ο αριθμός των υποφερόντων στο συνολικό OFDM-OQAM σύστημα (ασχέτως αν όλα χρησιμοποιούνται) πρέπει να είναι άρτιος. Έστω λοιπόν  $M$  υποκανάλια με  $M$  άρτιο. Έστω επίσης ότι  $c_{m,n}$  είναι το  $n$ -οστό QAM σύμβολο που αντιστοιχεί στο  $m$ -οστό subcarrier.

**Γενικές Αρχές:** Έστω ότι τα  $M$  υποκανάλια ορίζονται από ένα σύνολο φερουσών συχνοτήτων  $f_m = m\Delta f_c$ ,  $m = 0, 1..M - 1$  και όπου το  $\Delta f_c$  ορίζει την φασματική απόσταση μεταξύ γειτονικών φερουσών (subcarrier spacing). Συνήθως και για να έχει νόημα η διαφοροποίηση της διαμόρφωσης πολλαπλών φερόντων από την απλή FDM μετάδοση, ισχύει ότι  $\Delta f_c \leq \Delta f$  όπου  $\Delta f$  το εύρος ζώνης του σήματος ανά υποκανάλι. Θεωρείται μια βάση αποτελούμενη από στοιχειώδη σήματα  $\Psi_{m,n}$  ώστε να ισχύει [98]:

$$\Psi_{m,n}(t) = h(t - nT_0) e^{2\pi j f_m t} \quad (5.5)$$

όπου  $h(t)$  ο πρότυπος παλμός και  $T_0$  η περίοδος των συμβόλων. Το διαμορφωμένο σήμα προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός των συναρτήσεων της βάσης πολλαπλασιασμένες με τα διαμορφωμένα (με συμβατικό τρόπο πχ. QAM) σύμβολα.

$$s(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{m,n} \Psi_{m,n}(t) \quad (5.6)$$

Η αποδιαμόρφωση με τη συμβατική λογική πραγματοποιείται με την προβολή του λαμβανόμενου σήματος στις συζυγείς συναρτήσεις βάσης. Αν οι συναρτήσεις βάσης είναι ορθοκανονικές τότε η μετάδοση πραγματοποιείται χωρίς παρεμβολές σε χρόνο και συχνότητα (ISI, ICI). Ο τύπος της αποδιαμόρφωσης και η συνθήκη ορθογωνιότητας δίνονται από τις σχέσεις ( $\delta(m)$  η κρουστική συνάρτηση):

$$\hat{c}_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \Psi_{m,n}^*(t) dt, \quad \text{όπου } z(t) = \theta s(t) + w(t) \quad (5.7)$$

με

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{m,n} \Psi_{m',n'}^* dt = \delta(m - m') \delta(n - n')$$

όπου το λαμβανόμενο σήμα  $z(t)$  θεωρούμε ότι προκύπτει από μη συχνοτικά επιλεκτικό δίαυλο προσθέτοντας θόρυβο. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να γίνει σύντομη αναφορά στην έννοια της φασματικής αποδοτικότητας.

**Φασματική αποδοτικότητα διαμόρφωσης πολλαπλών φερόντων:** Αν  $W$  το συνολικό φάσμα που καταλαμβάνει μια διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων, τότε ισχύει:

$$W = (M - 1) \Delta f_c + \Delta f \quad (5.8)$$

Η φασματική αποδοτικότητα της διαμόρφωσης ορίζεται από το λόγο του ρυθμού μετάδοσης των bits προς το καταλαμβανόμενο εύρος ζώνης, δηλαδή:

$$\eta = \frac{\kappa M}{T_0} \frac{1}{W} = \frac{\kappa}{\frac{M-1}{M} \Delta f_c T_0 + \frac{\Delta f T_0}{M}} \left[ \frac{\text{bit/sec}}{\text{Hz}} \right] \approx \frac{\kappa}{\Delta f_c T_0} \quad (5.9)$$

όπου  $\kappa$  ο μέσος αριθμός bits ανά σύμβολο για κάθε φέρον. Το προσεγγιστικό αποτέλεσμα αφορά περιπτώσεις που το  $M$  είναι αρκετά μεγάλο. Δεδομένου ότι θέλουμε να εξετάσουμε την αποδοτικότητα της διαμόρφωσης ανεξαρτήτως ρυθμού μετάδοσης ανά φέρον, η μεταβλητή  $\kappa$  μπορεί να παραληφθεί. Έτσι η μέγιστη τιμή που μπορεί να επιτευχθεί είναι η μονάδα, καθώς  $T_0 = \frac{1}{\Delta f_c}$

Η απλή OFDM διαμόρφωση είναι αυτή που για επίπεδο κανάλι επιτυγχάνει τη μέγιστη αποδοτικότητα και προσεγγίζει τη μονάδα. Αυτό φυσικά ισχύει για μετάδοση χωρίς κυκλικό πρόθεμα. Η θεωρία Gabor και το θεώρημα Balian--Low [99] δυστυχώς αποκλείει την ύπαρξη άλλου παλμού εκτός του ορθογωνικού που χρησιμοποιείται από την OFDM για την επίτευξη μέγιστου ρυθμού σε παράλληλη ορθογώνια μετάδοση χωρίς το ανάλογο κόστος σε εύρος ζώνης ή διάρκεια παλμού. Το κόστος για την OFDM μετάδοση εισέρχεται σε δυο επίπεδα. Πρώτον έχει θεωρητικά άπειρη φασματική εξάπλωση και κατά δεύτερον σε πρακτικές περιπτώσεις εισάγεται το κυκλικό πρόθεμα που μειώνει την φασματική επίδοση. Υπό αυτή την έννοια έχει νόημα η αναζήτηση ορθοκανονικών παλμών που έχουν καλή χρονική και συχνοτική τοποθέτηση (time-frequency localization) ώστε να μην είναι απαραίτητη η χρήση κυκλικού προθέματος. Αναζητούνται δηλαδή παλμοί με συγκεντρωμένη την ισχύ τους στο χρονικό και συχνοτικό σημείο αναφοράς. Αυτό εκφράζεται από τη συνάρτηση (αυτό-) ασάφειας (Ambiguity) του παλμού που ορίζεται ως:

$$A(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t + \tau) e^{-2j\pi f t} dt \quad (5.10)$$

Μέτρο της καλής τοποθέτησης για το αναλογικό πεδίο συνήθως αποτελεί η παράμετρος του Heisenberg που για παλμούς με κέντρο το (0,0) και κανονικοποιημένη ενέργεια στη μονάδα δίνεται από τη σχέση:

$$\xi = \frac{1}{4\pi \hat{f} \hat{t}} \leq 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{t}^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |h(t)|^2 dt \\ \hat{f}^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |H(f)|^2 df \end{array} \right. \quad (5.11)$$

όπου  $H(f)$  ο μετασχηματισμός Fourier του φίλτρου με  $E$  να είναι η συνολική ενέργεια του παλμού. Είναι προφανές πως όσο μικρότερη είναι η διασπορά της ενέργειας του παλμού, τόσο η παράμετρος πλησιάζει τη μονάδα. Αν πραγματοποιηθεί κατάλληλη δειγματοληψία της συνάρτησης ασάφειας μπορεί να παρατηρηθεί ότι για ορθοκανονική βάση είναι κρουστική στο σημείο αναφοράς. Δυστυχώς με την εισαγωγή παραμέτρων διασποράς του διαύλου σε χρόνο και συχνότητα, η προκαλούμενη μεταβολή καταστρέφει την μαθηματική ορθογωνιότητα. Η καλή τοποθέτηση όμως του παλμού ελαχιστοποιεί το σφάλμα αυτό και υπό προϋποθέσεις κάνει λειτουργικό το σύστημα χωρίς την εισαγωγή διαστημάτων φύλαξης ή πλεονάζουσας πληροφορίας που θα μείωνε την φασματική αποδοτικότητα.

**Ορισμός OFDM-OGAM:** Παρ' όλα αυτά, στις περισσότερες των περιπτώσεων (πχ με χρήση παλμών root Nyquist) απαιτείται μείωση της φασματικής απόδοσης στο μισό. Αυτό μπορεί να βελτιωθεί με υπερδειγματοληψία του σήματος που όμως μπορεί να είναι καταστροφική για το ψηφιακό υποσύστημα ενός CR καθώς αυξάνει ραγδαία το υπολογιστικό κόστος. Μια εξαιρετική λύση που μπορεί να επιτυγχάνει μέγιστη φασματική αποδοτικότητα  $\eta \rightarrow 1$  χωρίς (ουσιαστική) αύξηση του

ρυθμού δειγματοληψίας, διατηρώντας ορθογωνική μετάδοση είναι η OFDM-OQAM διαμόρφωση. Η διαμόρφωση αυτή όπως έχει δείχθει παρακάμπτει το θεώρημα Balian-Low, χρησιμοποιώντας χρονική μετατόπιση μεταξύ πραγματικού και φανταστικού μέρους των προς εκπομπή συμβόλων, συνθέτοντας ένα σύστημα με τυπική υπερδειγματοληψία στον διπλό ρυθμό που όμως καταργείται από την χρήση πραγματικών μόνο σημάτων. Η αρχή λειτουργίας της στο αναλογικό πεδίο περιγράφεται συνοπτικά παρακάτω.

Θεωρώντας χρήση πρότυπου βαθυπερατού παλμού μορφοποίησης  $h(t)$ , το εκπεμπόμενο σήμα ενός OFDM-OQAM συστήματος θα δίνεται από:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{M/2-1} (\Re(c_{2m,n}) h(t - nT_0) + j\Im(c_{2m,n}) h(t - nT_0 - T_0/2)) e^{2\pi j 2m \Delta f_c t} + (j\Im(c_{2m+1,n}) h(t - nT_0) + \Re(c_{2m+1,n}) h(t - nT_0 - T_0/2)) e^{2\pi j (2m+1) \Delta f_c t} \quad (5.12)$$

Στην παραπάνω σχέση  $T_0$  και  $\Delta f_c = 1/T_0$  είναι η περίοδος των συμβόλων και η φασματική απόσταση των υποφερόντων όπως ορίστηκαν προηγούμενα. Με κατάλληλη αντιστοίχιση των  $c_{m,n}$  μπορούμε να εκφράσουμε το εκπεμπόμενο σήμα ως συνάρτηση μιας σειράς πραγματικών συμβόλων. Ορίζονται:

$$\left. \begin{aligned} a_{2m,2n} &= \Re(c_{2m,n}), & \varphi_{2m,2n} &= 0, \\ a_{2m,2n+1} &= \Im(c_{2m,n}), & \varphi_{2m,2n+1} &= \frac{\pi}{2}, \\ a_{2m+1,2n} &= \Im(c_{2m+1,n}), & \varphi_{2m+1,2n} &= \frac{\pi}{2}, \\ a_{2m+1,2n+1} &= \Re(c_{2m+1,n}), & \varphi_{2m+1,2n+1} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

όπου ουσιαστικά θεωρήσαμε ένα συρμό πραγματικών συμβόλων με διπλάσιο ρυθμό μετάδοσης και παράλληλα ορίσαμε μια αντιστοιχία φάσεων που ρυθμίζει την εμφάνιση του  $j$ . Οπότε το εκπεμπόμενο σήμα μπορεί να γραφεί:

$$s(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m,n} h(t - nT_0/2) e^{2\pi m \Delta f_c t} e^{j\varphi_{m,n}} \quad (5.14)$$

Ήδη μπορούν να παρατηρηθούν και τα δυο κύρια χαρακτηριστικά της OFDM-OQAM εκπομπής. Το φίλτρο λειτουργεί σε διπλάσιο ρυθμό αλλά απαιτεί τον ίδιο αριθμό πολλαπλασιασμών κατά τη συνέλιξη καθώς επεξεργάζεται πραγματικά σύμβολα. Έτσι ουσιαστικά δεν επηρεαζόμαστε από την υπερδειγματοληψία. Η μετατροπή σε συρμό πραγματικών συμβόλων γίνεται με την εισαγωγή χρονικής μετάθεσης είτε του πραγματικού είτε του φανταστικού μέρους του αρχικού συμβόλου ακολουθώντας τον κανόνα ότι ένας πραγματικός παλμός έχει άμεσα γειτονικούς μόνο καθαρά φανταστικούς παλμούς σε χρόνο και συχνότητα.

Σε ένα τέτοιο OFDM-OQAM σύστημα, ο δέκτης αποδιαμορφώνει το λαμβανόμενο σήμα με βάση τη σχέση:

$$\hat{a}_{m,n} = \Re \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} h(t - nT_0/2) e^{-2\pi j \Delta f_c t} e^{-j\varphi_{m,n}} s(t) dt \right\} \quad (5.15)$$

Παρατηρείται και σε αυτό το σημείο μεταβολή σε σχέση με το εσωτερικό γινόμενο της σχέσης (5.7). Αυτό γιατί εξετάζεται η προβολή μόνο του πραγματικού μέρους στις συναρτήσεις βάσης προσφέροντας μεγάλη ευελιξία στον ορισμό των παλμών, καθώς ενδιαφέρουν μόνο τα πραγματικά σήματα. Αυτός είναι και ο ουσιαστικός λόγος που επιτυγχάνεται παράκαμψη των ορίων του θεωρήματος Balian-Low. Επίσης ο πρότυπος παλμός που χρησιμοποιείται θεωρείται πραγματικός. Θεωρώντας τέλειο ραδιοδιάλυτο (χωρίς εισαγόμενες παραμορφώσεις), τα σύμβολα μπορούν να ληφθούν με τέλεια ανακατασκευή (εξασφαλίζοντας ορθογωνιότητα σε χρόνο και συχνότητα) αν ο παλμός

μορφοποίησης είναι τέτοιος ώστε να ισχύει:

$$\Re \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} h(t - nT_0/2) h(t - n'T_0/2) e^{2\pi j(m-m')\Delta f_c t} e^{j(\varphi_{m',n'} - \varphi_{m,n})} dt \right\} = \delta(m - m') \delta(n - n') \quad (5.16)$$

Η σχέση αποτελεί την απαραίτητη συνθήκη για την εξασφάλιση ορθογωνιότητας στο αναλογικό πεδίο. Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι σε πολλές μελέτες ([100]) χρησιμοποιούνται κάποιες παράμετροι κανονικοποίησης που οφείλονται στη νόρμα (ενέργεια) του παλμού (συνήθως θεωρείται ότι  $\|\mathbf{h}\| = 1/\sqrt{2}$ ). Στην ανάλυση που παρατίθεται θεωρείται ότι έχει γίνει κανονικοποίηση της ενέργειας του φίλτρου ώστε να διατηρείται η μέση ισχύς του σήματος μοναδιαία.

### 5.2.2 Περιγραφή της OFDM-OQAM στο διακριτό πεδίο του χρόνου

Τα αποτελέσματα της προηγούμενης παραγράφου πρέπει να μεταφραστούν στο διακριτό πεδίο, καθώς όλες οι λειτουργίες σύνθεσης και ανάλυσης κυματομορφών ενός SDR-CR συστήματος πραγματοποιούνται στο ψηφιακό υποσύστημα. Η χρονική διάρκεια  $T_0$  αντιστοιχεί σε  $M$  μιγαδικά σύμβολα. Κατά συνέπεια η οριακή περίοδος δειγματοληψίας του σήματος, στην οποία οφείλει να λειτουργεί το ψηφιακό υποσύστημα ώστε να εξασφαλίζεται μέγιστη φασματική απόδοση είναι:

$$T_s = \frac{T_0}{M} \quad (5.17)$$

Αντίστοιχα με προηγούμενως ορίζεται το διακριτοποιημένο βαθυπερατό πρότυπο  $p(k)$ , όπου σε αυτή την περίπτωση η μεταβλητή  $k$  αποτελεί δείκτη της χρονικής εξέλιξης. Για πρακτικά συστήματα ο παλμός που χρησιμοποιείται οφείλει να είναι αιτιατός και κατάλληλα κανονικοποιημένος ώστε να διατηρεί σταθερή μέση ισχύ σήματος. Αν  $D$  ο αριθμός συντελεστών του παλμού (θεωρείται περιττός), τότε η αιτιατή κανονικοποιημένη εκδοχή του δίνεται:

$$h_D(k) = \sqrt{T_s} h \left( \left( k - \frac{D-1}{2} \right) T_s \right) \quad (5.18)$$

Από αυτό το σημείο, στην ακόλουθη ανάλυση χρησιμοποιείται απλά το  $h$  για την περιγραφή του διακριτού φίλτρου  $h_D$ . Το φίλτρο θεωρείται ότι είναι συμμετρικό και πραγματικό FIR φίλτρο ώστε να έχει γραμμική απόκριση φάσης και ώστε να είναι δυνατή η εκμετάλλευση της συμμετρίας για υπολογιστικούς λόγους. Το εκπεμπόμενο διακριτό ισοδύναμο σήμα θα δίνεται από:

$$s(k) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m,n} h(k - nM/2) e^{\frac{2\pi j m (k - \frac{D-1}{2})}{M}} e^{j\varphi_{m,n}} \quad (5.19)$$

Κατά την αποδιαμόρφωση η εκτίμηση του λαμβανόμενου συρμού πραγματικών συμβόλων γίνεται από το πραγματικό μέρος του διακριτού εσωτερικού γινομένου του  $s(k)$  και των αντίστοιχων φίλτρων λήψης που ορίζουν μια ορθοκανονική βάση. Συγκεκριμένα:

$$\hat{a}_{m,n} = \Re \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k - nM/2) e^{\frac{-2\pi j (k - \frac{D-1}{2}) m}{M}} e^{-j\varphi_{m,n}} s(k) \right\} \quad (5.20)$$

Αν οριστεί  $p_{m,n}(k) = h(k - nM/2) e^{\frac{2\pi j m (k - \frac{D-1}{2})}{M}} e^{j\varphi_{m,n}}$ , τότε η τέλεια λήψη του σήματος εξασφαλίζεται αν το  $p_{m,n}(k)$  αποτελεί ορθοκανονική βάση στο πραγματικό του εσωτερικού γινομένου,

δηλαδή:

$$\left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k - nM/2) h(k - n'M/2) e^{j(\varphi_{m,n} - \varphi_{m',n'})} e^{\frac{2\pi j(m-m')(k - \frac{D-1}{2})}{M}} \right\} = \delta(m - m') \delta(n - n') \quad (5.21)$$

Η σχέση (5.21) αποτελεί ουσιαστικά μια διακριτή εκδοχή της συνάρτησης ασάφειας, η κατάλληλη δειγματοληψία της οποίας επιφέρει και αποδεικνύει την ορθογωνιότητα. Στην (5.19) η OFDM-OQAM εκπομπή παρουσιάζεται ως αποτέλεσμα της εξόδου ενός συγκροτήματος φίλτρων σύνθεσης με  $M$  υποκανάλια, σχηματίζοντας έτσι έναν πολυπλέκτη σημάτων. Το συγκρότημα πρέπει να λειτουργεί σε διπλάσιο ρυθμό (λόγω του offset  $M/2$ ). Για να μπορέσουμε να εκφράσουμε την διαμόρφωση OFDM-OQAM ως αποτέλεσμα φιλτραρίσματος από κατάλληλο συγκρότημα, θα πρέπει να γίνουν ορισμένες συμβάσεις όσον αφορά τη φάση  $\varphi_{m,n}$ . Οι συμβάσεις αυτές είναι συνήθεις και χρησιμοποιούνται κατά κόρο [100]. Συγκεκριμένα η φάση για κάθε χρονική στιγμή  $n$  και συχνότητα θεωρείται ότι δίνεται από:

$$\varphi_{m,n} = \frac{\pi}{2} (n + m) - \pi n m \quad (5.22)$$

Η παρατήρηση της (5.22) φανερώνει μια περιοδική αλλαγή του προσήμου του εκπεμπόμενου συμβόλου και κατά συνέπεια μεταβολή από τον αρχικό ορισμό τους στη σχέση (5.13). Ουσιαστικά όμως δεν προκαλείται καμία αλλαγή καθώς το σύστημα ενδιαφέρεται για φάσεις στο διάστημα  $[0, \pi)$  και είναι προφανές ότι η φάση στην (5.22) ισούται με  $[\pi/2 (m + n)]_{\pi}$  (το υπόθεμα στις αγκύλες υποδηλώνει modulo). Η αντιστάθμιση αυτής της αλλαγής είναι ιδιαίτερα απλή. Τώρα αν ορίσουμε το συγκρότημα φίλτρων σύνθεσης με επιμέρους φίλτρα:

$$f_m(k) = h(k) e^{2\pi j \frac{m(k - \frac{D-1}{2} - M/2)}{M}} \quad (5.23)$$

και σαν σήμα εισόδου στον πολυπλέκτη θέσουμε το:

$$x_m(n) = a_{m,n} e^{j \frac{\pi}{2} n} \quad (5.24)$$

τότε το εκπεμπόμενο σήμα μπορεί να γραφτεί απλά ως:

$$s(k) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_m(n) f_m(k - nM/2) \quad (5.25)$$

Παρατηρείται ότι με αυτόν τον τρόπο η επίδραση της φάσης  $\varphi_{m,n}$  λόγω της περιοδικότητάς της έχει "μοιραστεί" στο σήμα εισόδου και στο φίλτρο του συγκροτήματος. Ισοδύναμα το λαμβανόμενο σήμα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι διέρχεται από ένα συγκρότημα ανάλυσης. Αν  $u(k)$  η είσοδος στο συγκρότημα ανάλυσης και  $g_m(k)$  το φίλτρο του  $m$ -οστού υποκαναλιού, τότε η έξοδος δίνεται από:

$$y_m(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_m(nM/2 - k) u(k) \quad (5.26)$$

Χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι θεωρούμε πως χρησιμοποιείται συμμετρικό FIR φίλτρο δηλαδή ισχύει  $h(k) = h(D - 1 - k)$  και αναλύοντας το μέγεθος του φίλτρου με βάση δυο ακέραιους ώστε:

$$D - 1 = \alpha M/2 - \beta, \quad (\alpha > 0, 0 \leq \beta < M/2) \quad (5.27)$$

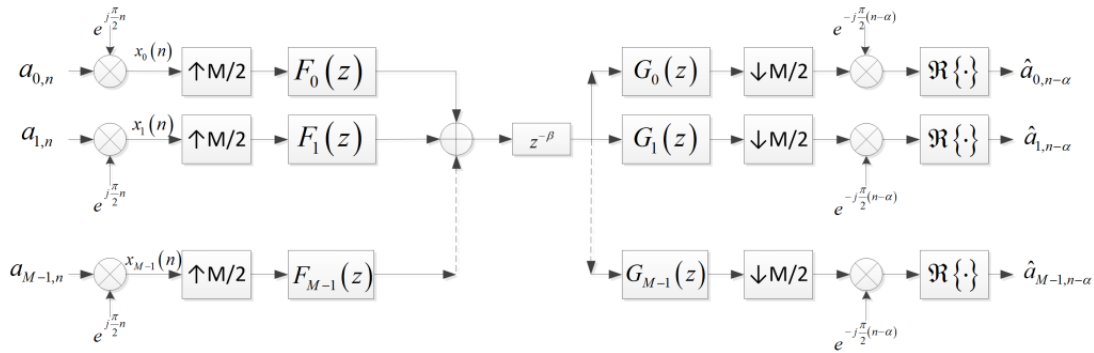
μπορεί να μετατραπεί η (5.20) ώστε να ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \hat{a}_{m,n-\alpha} &= \Re \left\{ e^{-j\frac{\pi}{2}(n-\alpha)} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(nM/2 - k - \beta) e^{j\frac{2\pi m(nM/2 - k + \frac{D-1-M/2 - \alpha M}{2})}{M}} s(k) \right\} = \\ &= \Re \left\{ e^{-j\frac{\pi}{2}(n-\alpha)} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(nM/2 - k) e^{j\frac{2\pi m(nM/2 - k - \frac{D-1+M/2}{2})}{M}} s(k - \beta) \right\} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Έτσι μπορούμε να συνδυάσουμε την (5.28) με την (5.26), θεωρώντας τις εξής ισότητες:

$$\begin{aligned} g_m(k) &= h(k) e^{2\pi j \frac{k - \frac{D-1+M/2}{2}}{M}} = f_m^*(D - 1 - k), \\ u(k) &= s(k - \beta), \quad \hat{a}_{m,n-\alpha} = \Re \left\{ y_m(n) e^{-j\frac{\pi}{2}(n-\alpha)} \right\} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Συνολικά ένα OFDM-OQAM μπορεί να αναπαρασταθεί με τη χρήση συγκροτημάτων φίλτρων σύμφωνα με το [100] και όπως περιγράφεται στο σχήμα 5.4. Από το σχήμα είναι προφανές ότι το



**Σχήμα 5.4:** Υλοποίηση συστήματος εκπομπής/λήψης OFDM-OQAM με συγκρότητα ψηφιακών φίλτρων

συγκρότητα φίλτρων δεν λειτουργεί στον κρίσιμο ρυθμό δειγματοληψίας αλλά στον διπλάσιο. Παρόλα αυτά δεδομένου ότι τα σύμβολα είναι πραγματικά ο παραπάνω πολυπλέκτης είναι ισοδύναμος με έναν αντίστοιχο στον κρίσιμο ρυθμό μετάδοσης. Σημειώνεται ότι η καθυστέρηση  $\beta$  στην είσοδο είναι απαραίτητη για την ευθυγράμμιση των φάσεων σε πομπό και δέκτη, ενώ όλο το σύστημα εισάγει καθυστέρηση επεξεργασίας ίση με  $\alpha$ .

### 5.2.3 Πολυφασική προσέγγιση

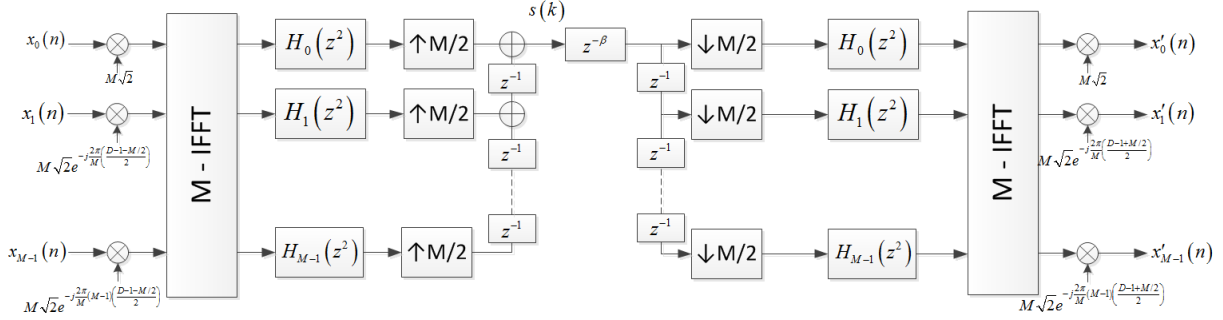
Εκφράζουμε το πρότυπο φίλτρο με μετασχηματισμό  $z$ , ( $H(z)$ ) και στη συνέχεια το αποσυνθέτουμε στις πολυφασικές συνιστώσες του (1ου τύπου).

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{l=0}^{M-1} z^{-l} H_l(z^M) \\ H_l(z) &= \sum_n h(l + nM) z^{-n} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (5.29) και (5.23) έχουμε ότι ισχύει ( $W_M = e^{-j2\pi/M}$ ):

$$\begin{aligned} F_m(z) &= \sum_{l=0}^{M-1} W_M^{-m(l - \frac{D-1-M/2}{2})} z^{-l} H_l(z^M) \\ G_m(z) &= \sum_{l=0}^{M-1} W_M^{-m(l - \frac{D-1+M/2}{2})} z^{-l} H_l(z^M) \end{aligned} \quad (5.31)$$

Σε αυτό το σημείο είναι βολικό να εκφράσουμε το πρόβλημα ως σχέση πινάκων. Η λειτουργία



**Σχήμα 5.5:** Υλοποίηση συστήματος εκπομπής/λήψης OFDM-OCAM με πολυφασική αποσύνδεση φίλτρων

των πολυφασικών συνιστωσών ενός multirate συστήματος και η εισαγόμενη παραμόρφωση λόγω αναδιπλώσεων μπορεί να ελεγχθεί πιο απλά με τον ορισμό των πολυφασικών πινάκων σύμφωνα με το ([51]) και αντιστοιχίζοντας το  $\mathbf{E}(z)$  με τον πολυφασικό πίνακα 1ου τύπου και το  $\mathbf{R}(z)$  με τον πολυφασικό πίνακα 2ου τύπου. Έχουμε ότι αν  $\Re\{x'_m(n)\} = \hat{a}_{m,n}$  ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις ( $\mathbf{J}$  ο αντιδιαγώνιος μοναδιαίος,  $\mathbf{W}$  ο  $M$ -DFT πίνακας, δηλαδή  $[\mathbf{W}]_{l,l'} = W_M^{ll'}$ )

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\text{diag}}(z) &= \text{diag}[G_0(z), G_1(z), \dots, G_{M-1}(z)] \\ \mathbf{W}_{\text{diag}} &= \text{diag}[1, W_M, \dots, W_M^{M-1}] \\ \mathbf{E}(z) &= \sqrt{2} \mathbf{W}_{\text{diag}}^{\frac{D-1+M/2}{2}} \mathbf{W}^* \mathbf{G}_{\text{diag}}(z) \\ \mathbf{R}(z) &= \sqrt{2} \mathbf{J} \mathbf{G}_{\text{diag}}(z) \mathbf{W}^* \mathbf{W}_{\text{diag}}^{\frac{D-1-M/2}{2}} \end{aligned} \quad (5.32)$$

και τελικά:

$$z^{-\alpha} \mathbf{X}'(-jz) = \mathbf{E}(z^2) \Delta_{\beta}(z) \mathbf{R}(z^2) \mathbf{X}(-jz) \quad (5.33)$$

Τελικά θεωρώντας ότι  $\hat{x}_m(n) = \hat{a}_{m,n}$  μπορούμε να καταλήξουμε στον πίνακα συνάρτησης μεταφοράς (αναφέρεται και ως πίνακας αναδίπλωσης - aliasing matrix)  $\mathbf{T}(z)$ . Κάθε στοιχείο του πίνακα αυτού ορίζει την συνολική παραμόρφωση λόγω αναδίπλωσης φάσματος που δέχεται κάθε υποκάνάλι του συστήματος.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}(z) &= \mathbf{T}(z) \mathbf{X}(z), \text{ where} \\ \mathbf{T}(z) &= \Re\{(jz)^{\alpha} \mathbf{E}(-z^2) \Delta_{\beta}(z) \mathbf{R}(-z^2)\} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Ο πίνακας  $\Delta_{\beta}$  περιέχει τη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος αναθιβασμού και υποθιβασμού υποδειγματοληψίας σε συνδυασμό με τις συστοιχίες των στοιχείων καθυστέρησης και εξαρτάται από το  $\beta$ . Μετά από μια σειρά πράξεων που παρουσιάζονται αναλυτικά στο ([100]) έχουμε ότι (αναλυτική έκφραση του  $\Delta_{\beta}$  μπορεί επίσης να βρεθεί εκεί).

$$T(z) = \begin{bmatrix} T_0(z) & 0 & T_2(z) & \cdots & T_{M-2}(z) & 0 \\ 0 & T_0(z) & 0 & T_2(z) & & T_{M-2}(z) \\ T_2(z) & 0 & T_0(z) & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & T_2(z) & \ddots & \ddots & 0 & T_2(z) \\ T_{M-2}(z) & & \ddots & 0 & T_0(z) & 0 \\ 0 & T_{M-2}(z) & \cdots & T_2(z) & 0 & T_0(z) \end{bmatrix} \quad (5.35)$$



Όπου το κάθε στοιχείο του πίνακα δίνεται από:

$$T_l(z) = \begin{cases} 2(-1)^{l/2} \sum_{k=0}^{M/2-1} \left( \left( H_k(-z^2) \tilde{H}_k(-z^2) + H_{k+M/2}(-z^2) \tilde{H}_{k+M/2}(-z^2) \right) \right. \\ \left. \times \cos\left(\frac{2\pi}{M} l \left(k - \frac{G-1}{2}\right)\right) \right), \text{ για } l \text{ άρτιο} \\ 0, \text{ για } l \text{ περιττό} \end{cases} \quad (5.36)$$

Η πολυφασική συνιστώσα  $\tilde{H}_k$  έχει οριστεί ξανά κατά την ανάλυση των MDFT - συγκροτημάτων φίλτρων. Ο ορισμός τους επαναλαμβάνεται σε αυτό το σημείο για ευκολία με την αντίστοιχη αναλογία (δηλαδή για  $\alpha$  περιττό,  $r = (\alpha - 1)/2$ ,  $s = M/2 - \beta + 1$ ). Στην ακόλουθη σχέση θεωρείται  $\beta \neq 0$ .

$$\tilde{H}_k(z) = \begin{cases} \alpha \text{ περιττός} = z^{\frac{\alpha-1}{2}} \begin{cases} H_{\frac{M}{2}-\beta-k}(z), & k < \frac{M}{2} - \beta + 1 \\ z^{-1} H_{M+\frac{M}{2}-\beta-k}(z), & k \geq \frac{M}{2} - \beta + 1 \end{cases} \\ \alpha \text{ άρτιος} = z^{\frac{\alpha-2}{2}} \begin{cases} H_{M-\beta-k}(z), & k < M - \beta + 1 \\ z^{-1} H_{2M-\beta-k}(z), & k \geq M - \beta + 1 \end{cases} \end{cases} \quad (5.37)$$

Για  $\beta = 0$  μπορούν να προκύψουν οι αντίστοιχες ισότητες. Από την (5.35) παρατηρούμε ότι όπως και στα MDFT συγκροτήματα φίλτρων η παραμόρφωση αναδίπλωσης που προκαλείται σε ένα άρτιο υποκανάλι από τα περιττά (και σε ένα περιττό από τα άρτια) είναι μηδενική ανεξαρτήτως φίλτρων. Για την ακρίβεια μια προσεκτική παρατήρηση ενός πολυπλέκτη και αποπλέκτη OFDM-OQAM μπορεί να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι πρόκειται για αναδιατεταγμένο MDFT - συγκροτήματα φίλτρων με πρότυπο φίλτρο το βαθυπερατό  $h$ . Κατά συνέπεια μπορεί αυτόματα να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι οι συνθήκες τέλει ανακατασκευής για τα MDFT συγκροτήματα θα εξασφαλίζουν αντίστοιχα την ορθογωνιότητα και στα OFDM-OQAM συστήματα. Πράγματι εξετάζοντας το αποτέλεσμα της (5.36) μπορούμε να καταλήξουμε μετά από πράξεις στο συμπέρασμα ότι αν ισχύει ότι:

$$H_k(z) \tilde{H}_k(z) + H_{k+M/2}(z) \tilde{H}_{k+M/2}(z) = \frac{2}{M} \quad (5.38)$$

τότε και μόνο τότε ο πίνακας αναδίπλωσης ισούται με τον μοναδιαίο και το σύστημα είναι ορθογώνιο σε χρόνο και συχνότητα. Η σχέση (5.38) είναι όμοια με αυτή στο ([54]).

### 5.2.4 Έκφραση του OFDM-OQAM συστήματος ως MDFT συγκρότημα

Ο συνδυασμός της OFDM-OQAM με ένα συγκρότημα MDFT φίλτρων όπου η βαθμίδα σύνθεσης τοποθετείται στον πομπό και η βαθμίδα ανάλυσης στον δέκτη είναι το αντικείμενο της συγκεκριμένης παραγράφου. Στο ([54]) γίνεται παρουσίαση ενός πομπού με MDFT φίλτρο σύνθεσης κατάλληλα τροποποιημένο, ενώ γενικά η συσχέτιση των δυο συναντιέται συχνά στην βιβλιογραφία χωρίς όμως παρουσίαση της ακριβούς διαδικασίας για τον συνδυασμό των δυο. Ειδικά στην συνήθη περίπτωση που έχουν γίνει συμβάσεις όσον αφορά τη φάση των OQAM συμβόλων, η μετατροπή του συγκροτήματος της OFDM-OQAM σε MDFT μπορεί να κρύβει παγίδες. Επίσης ο πολυφασικός ορισμός των MDFT συγκροτημάτων που γίνεται στο ([101]) δεν είναι ο επιθυμητός (χρήση των  $\tilde{H}_k$ ) καθώς ιδανικό θα ήταν να χρησιμοποιείται μόνο ένας τύπος πολυφασικής περιγραφής.

Μια μαθηματική έκφραση του σχήματος 5.5 που παρέχει το εκπεμπόμενο σήμα ως συνάρτηση των πολυφασικών συνιστωσών είναι η ακόλουθη: Αν  $x'_m(n) = x_m(n) e^{-j2\pi \frac{D-1}{2M} n} e^{j\frac{\pi}{2} m}$  τότε το σήμα εκπομπής ισούται με:

$$s(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(k - nM/2) \sum_{m=0}^{M-1} e^{\frac{2\pi j m (k - nM/2)}{M}} x'_m(n) \quad (5.39)$$

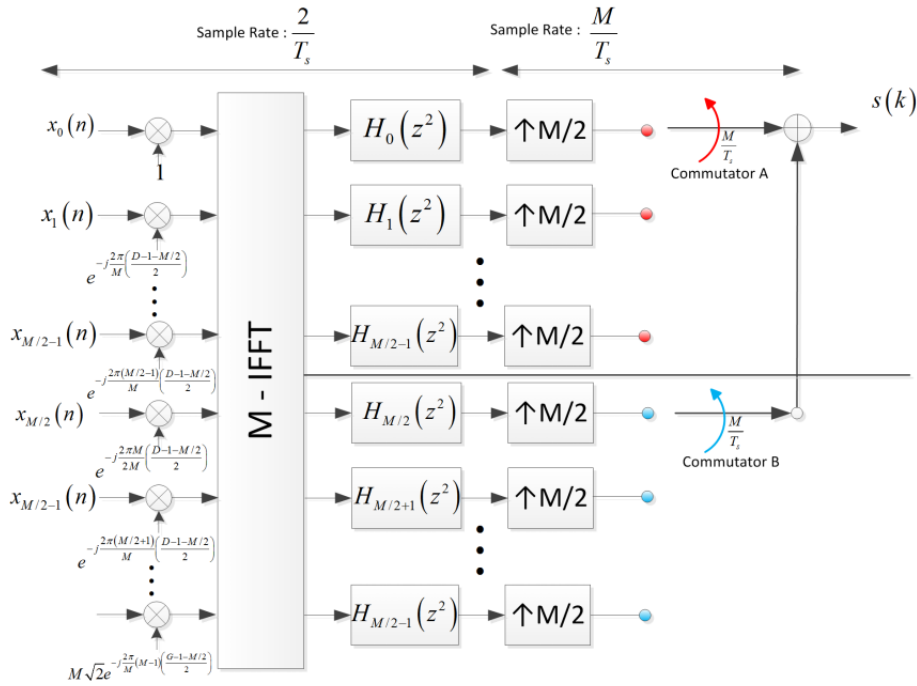
Ο χρονικός δείκτης του σήματος εξόδου αναλύεται σε δυο άλλες χρονικές μεταβλητές  $k'$ ,  $l$  ώστε το σήμα να εκφράζεται κάθε χρονική στιγμή ως:

$$s(k) = s\left(\frac{M}{2}k' + l\right)$$

Με αυτή τη μορφή μπορεί να γίνει αντιληπτό πως το σήμα για κάθε δείγμα εξόδου προκύπτει από δυο από τις  $M$  πολυφασικές συνιστώσες. Συγκεκριμένα και μετά τον αναθιβασμό των πολυφασικών σημάτων κατά  $M/2$ , την χρονική στιγμή  $k$  μη-μηδενικές εξόδους παρέχουν οι πολυφασικές συνιστώσες με δείκτες  $l$  και  $l + \frac{M}{2}$ . Έτσι χρησιμοποιώντας αναπαράσταση τύπου 1 ισχύει:

$$s\left(\frac{M}{2}k' + l\right) = s_l(k') + s_{l+\frac{M}{2}}(k' - 1) \quad (5.40)$$

όπου  $s_l(k')$  το σήμα στην έξοδο της  $l$ -οστής πολυφασικής συνιστώσας πριν τον αναθιβασμό ρυθμού. Η συγκεκριμένη σχέση παρέχει και το αντίστοιχο ισοδύναμο με χρήση μεταγωγέων (σχήμα 5.6). Οι δυο μεταγωγείς χωρίζουν τις εξόδους του συγκροτήματος στη μέση και περιστρέφονται



**Σχήμα 5.6:** Υλοποίηση συγκροτήματος OFDM-OFDM με πολυφασική αποσύνθεση φίλτρων και μοντέλο μεταγωγέων

ταυτόχρονα κυκλικά καλύπτοντας τις  $M/2$  εξόδους που ελέγχουν. Στο σχήμα είναι σημειωμένοι με διαφορετικό χρώμα οι κλάδοι του πολυφασικού δικτύου που αντιστοιχούν σε κάθε μεταγωγή.

Για κάθε μια από τις εξόδους ισχύει:

$$s_l(k') = \sum_n h_l(k' - n) \sum_{m=0}^{M-1} x'_m(n) e^{\frac{2\pi j l m}{M}} \quad (5.41)$$

$$s_{l+\frac{M}{2}}(k') = \sum_n h_l(k' - n) \sum_{m=0}^{M-1} x'_m(n) e^{\frac{2\pi j (l+\frac{M}{2}) m}{M}}$$

Τα παραπάνω με βάση τον ορισμό των πολυφασικών συνιστωσών πρώτου τύπου μπορούν να γρα-

φτούν και ως εξής:

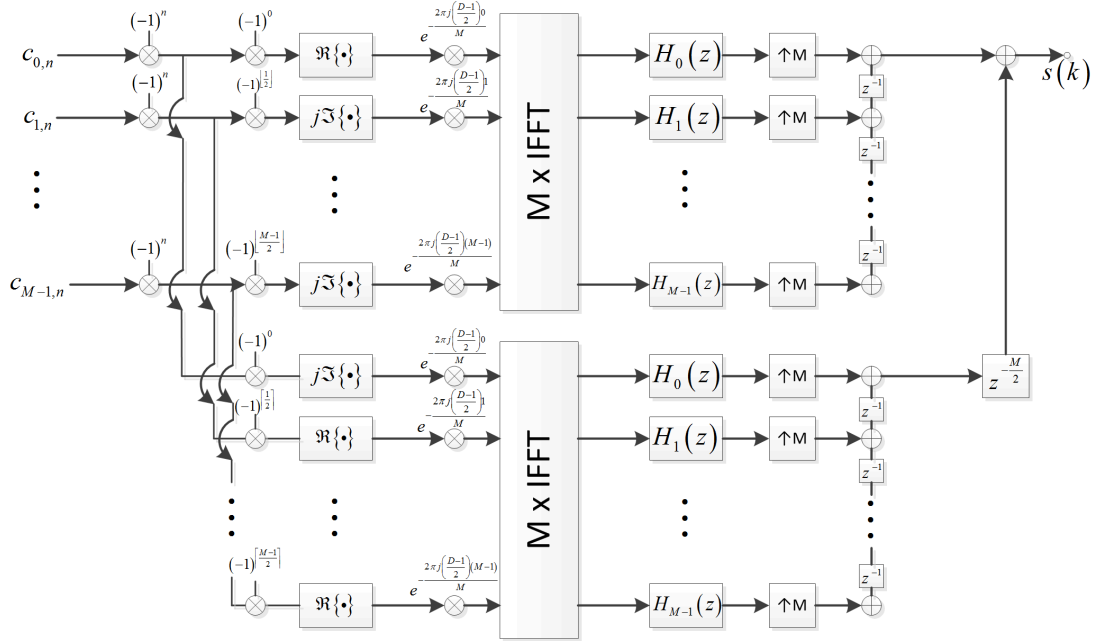
$$\begin{aligned}
 s_l(k') &= \sum_n \sum_{m=0}^{M-1} h(Mk' + l - Mn) x''_m(Mn) e^{\frac{2\pi jlm}{M}} = \\
 &= \sum_n \sum_{m=0}^{M-1} h(M(k' - n) + l) e^{\frac{2\pi j(M(k'-n)+l)m}{M}} x''_m(Mn) \\
 s_{l+\frac{M}{2}}(k') &= \sum_n h(M(k' - 1) + l - Mn) \sum_{m=0}^{M-1} x''_m(Mn) e^{\frac{2\pi j(l+\frac{M}{2})m}{M}} = \\
 &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_n h\left(M(k' - n) + \frac{M}{2} + l\right) e^{\frac{2\pi j(M(k'-n)+l+\frac{M}{2})m}{M}} x''_m(Mn)
 \end{aligned} \tag{5.42}$$

όπου ορίστηκε το σήμα :

$$x''_m(n) = \begin{cases} x'_m\left(\frac{n}{M}\right), & \text{for } \frac{n}{M} \text{ integer} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \tag{5.43}$$

ως η αναβιβασμένη εκδοχή του σήματος εισόδου κατά  $M$ .

Η σχέση (5.40), όπου το σήμα παράγεται ως άθροιση των εξόδων δυο φίλτρων που λειτουργούν στον κρίσιμο ρυθμό αλλά παρουσιάζουν χρονική μετάθεση κατά  $M/2$  δείγματα, ορίζει ένα MDFT συγκρότημα φίλτρων, όπου όμως η χρονική μετάθεση γίνεται προς τα αριστερά και όχι προς τα δεξιά όπως ορίζεται (Παρ. 3.4). Επίσης όπως φαίνεται στο σχ. 5.7 υπάρχουν οι μιγαδικοί πολλαπλασιαστές που μεταθέτουν τη διαδικασία της διαμόρφωσης στις μη-αιτιατές εκδοχές των φίλτρων όπως και στο MDFT συγκρότημα φίλτρων. Η κατάληξη μας οδηγεί σε έναν πολυπλέκτη της μορφής που παρουσιάζεται και στο ([101]). Στο μοντέλο συστήματος που παρουσιάζεται στο σχ.5.7 έχουμε προχωρήσει ένα βήμα περισσότερο ενσωματώνοντας όλη την διαδικασία προεπεξεργασίας για την OFDM - OQAM, ώστε να είναι συμβατό με την OFDM-OQAM διαμόρφωση που υλοποιείται από συγκρότημα φίλτρων. Η MDFT υλοποίηση γίνεται με τη χρήση δυο παράλληλων συγκροτημάτων στην κρίσιμη συχνότητα δειγματοληψίας. Το στάδιο προεπεξεργασίας για ρύθμιση της φάσης περιλαμβάνει μόνο αλλαγές πρόσημων. Πρέπει να παρατηρήσουμε ότι εκτός από την αλλαγή στην τοποθέτηση της χρονικής μετάθεσης των εξόδων των δυο συγκροτημάτων, χρησιμοποιήθηκε αναπαράσταση με τύπου 1 πολυφασικές συνιστώσες, σε αντίθεση με τον ορισμό των MDFT συγκροτημάτων στο ([101]). Οι δυο αναπαραστάσεις είναι πρακτικά ισοδύναμες, αλλά πρέπει να σημειωθεί το εξής. Η αναπαράσταση με τύπου 3 πολυφασικές συνιστώσες δεν είναι ιδιαίτερα πρακτική καθώς από τον ορισμό τους παρουσιάζουν μη-αιτιατές καθυστερήσεις. Για την αιτιατή αναπαράσταση όπως αυτή γίνεται στο ([100]) έχει εισαχθεί επιπλέον καθυστέρηση  $z^{-M+1}$  στην έξοδο του σταδίου σύνθεσης που όμως δεν αναφέρεται. Το γεγονός αυτό θα πρέπει να προσεχθεί αν είναι επιθυμητή μετατροπή σε 3ου τύπου πολυφασικές συνιστώσες. Αντίστοιχα προχωράμε στον ορισμό ενός MDFT συστήματος με χρήση δυο παράλληλων συγκροτημάτων για τον OFDM-OQAM δέκτη. Η διαδικασία σε αυτή την περίπτωση δεν είναι άμεση αλλά θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή ώστε να υπάρξει ευθυγράμμιση πομπού και δέκτη. Ξεκινώντας από τη σχέση (5.28) ισχύει ότι:



**Σχήμα 5.7:** Υλοποίηση συγκροτήματος OFDM-OQAM πομπού με MDFT συγκρότημα σύνδεσης

- Για τα δείγματα με άρτιο χρονικό δείκτη:

$$\begin{aligned}
 n &= 2u \rightarrow \\
 \hat{a}_{m,n-\alpha} &= \Re \left\{ e^{-j\pi u} e^{j\frac{\pi(\alpha-m)}{2}} e^{-j\frac{2\pi m(D-1)}{M}u} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(Mu-k) e^{j\frac{2\pi m(Mu-k)}{M}k} s(k-\beta) \right\} = \\
 &= \Re \left\{ e^{-j\pi u} e^{j\frac{\pi(\alpha-m)}{2}} e^{-j\frac{2\pi m(D-1)}{M}u} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(Mu-k) e^{j\frac{2\pi m(Mu-k)}{M}k} s(k-\beta) \right\} = \\
 &= \Re \left\{ e^{-j\pi u} e^{j\frac{\pi(\alpha-m)}{2}} e^{-j\frac{2\pi m(D-1)}{M}u} \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{j\frac{2\pi mk}{M}} s(Mu-k-\beta)}_{=y_m^{(A)}(u)} \right\}
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

- Για τα δείγματα με περιττό χρονικό δείκτη:

$$\begin{aligned}
 n &= 2u+1 \rightarrow \\
 \hat{a}_{m,n-\alpha} &= \Re \left\{ e^{-j\pi u} e^{j\frac{\pi(\alpha-1-m)}{2}} e^{-j\frac{2\pi m(D-1)}{M}u} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h\left(Mu+\frac{M}{2}-k\right) e^{j\frac{2\pi m(Mu+M/2-k)}{M}k} s(k-\beta) \right\} = \\
 &= \Re \left\{ e^{-j\pi u} e^{j\frac{\pi(\alpha-1-m)}{2}} e^{-j\frac{2\pi m(D-1)}{M}u} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{j\frac{2\pi mk}{M}} s\left(Mu+\frac{M}{2}-k-\beta\right) \right\} = \\
 &= \Re \left\{ e^{-j\pi u} e^{j\frac{\pi(\alpha-1-m)}{2}} e^{-j\frac{2\pi m(D-1)}{M}u} \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{j\frac{2\pi mk}{M}} s\left(M(u+1)-\frac{M}{2}-k-\beta\right)}_{=y_m^{(B)}(u+1)} \right\}
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

Στις σχέσεις (5.44) και (5.45) σημειώθηκαν τα μεγέθη  $y_m^{(A)}(u)$  και  $y_m^{(B)}(u+1)$  που εξετάζοντας τα διαγράμματα ενός MDFT συγκροτήματος (σχ. 3.19), αντιστοιχούν στα σήματα εξόδου του Α (άνω) και Β (κάτω) συγκροτήματος αντίστοιχα, πριν τον διαχωρισμό του πραγματικού/φανταστικού μέρους κατά το στάδιο της ανάλυσης. Από τις παραπάνω σχέσεις μπορούμε να κάνουμε τις εξής σημαντικές παρατηρήσεις:

- Δεδομένης της μορφής του εκπεμπόμενου OFDM-OQAM σήματος, φαίνεται ότι οι εκτιμήσεις που αφορούν το ίδιο αρχικό μιγαδικό σύμβολο  $c_{m,u}$  προκύπτουν από διαφορετικά δείγματα των MDFT συγκροτημάτων. Συγκεκριμένα η έξοδος που αντιστοιχεί στα περιττά δείγματα φθάνει με επιπλέον καθυστέρηση ενός δείγματος (στον χαμηλό ρυθμό,  $M/2$  στον υψηλό). Αυτό επαληθεύεται εύκολα για  $\alpha$  άρτιο.
- Κατά την σύνδεση του λαμβανόμενου σήματος με το MDFT διάγραμμα του σχ. 3.19, δεν πρέπει να αγνοηθούν και οι επιπλέον παράγοντες αλλαγής φάσης εκτός από τον παράγοντα της καθυστέρησης ομάδας του φίλτρου. Εκεί εκτός από τις αλλαγές πρόσημων, παίζει μεγάλο και ουσιαστικό ρόλο η παράμετρος καθυστέρησης επεξεργασίας του φίλτρου. Για αυτό το λόγο θα πρέπει να διακριθούν δυο περιπτώσεις.

Για  $\alpha$  άρτιο έχουμε:

$$\hat{a}_{m,2u-\alpha} = \Re \left( e^{-j\pi(u-\alpha')} e^{-j\frac{\pi m}{2}} y_A(u) \right) = (-1)^{u-\alpha'} (-1)^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \times \begin{cases} \Re \left( y_m^{(A)}(u) \right), \text{ για } m \text{ άρτιο} \\ \Im \left( y_m^{(A)}(u) \right), \text{ για } m \text{ περιττό} \end{cases}$$

$$\hat{a}_{m,2u-1-\alpha} = \Re \left( e^{-j\pi(u-\alpha'-1)} e^{-j\frac{\pi(m+1)}{2}} y_B(u) \right) = (-1)^{u-\alpha'-1} (-1)^{\lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor} \times \begin{cases} \Im \left( y_m^{(B)}(u) \right), \text{ για } m \text{ άρτιο} \\ \Re \left( y_m^{(B)}(u) \right), \text{ για } m \text{ περιττό} \end{cases}$$

όπου  $\alpha' = \alpha/2$

(5.46)

Ενώ για  $\alpha$  περιττό έχουμε αντίστοιχα ότι:

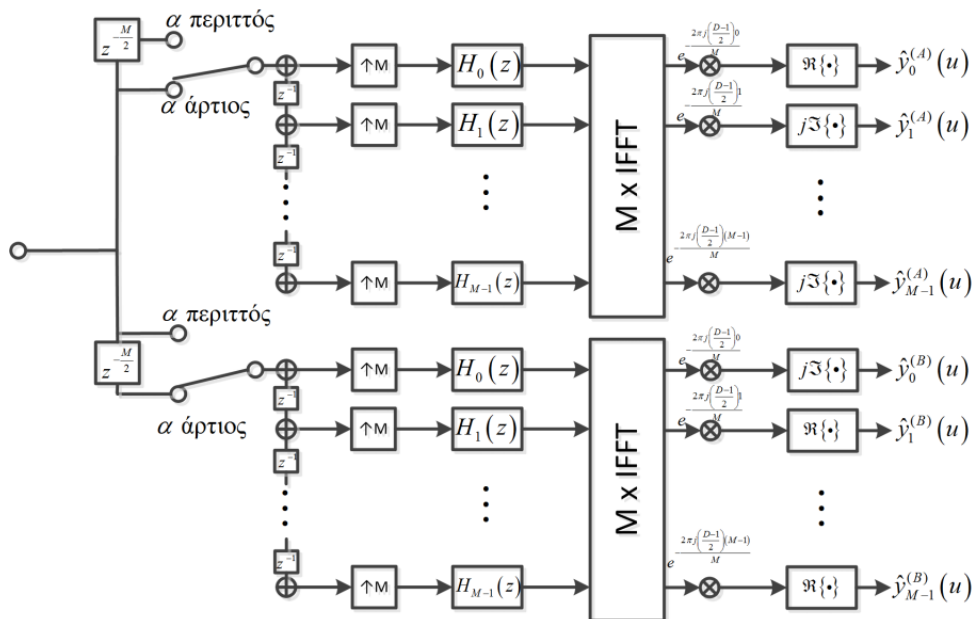
$$\hat{a}_{m,2u-\alpha} = \Re \left( e^{-j\pi(u-\alpha')} e^{-j\frac{\pi(m-1)}{2}} y_A(u) \right) = (-1)^{u-\alpha'} (-1)^{\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor} \times \begin{cases} \Im \left( y_m^{(A)}(u) \right), \text{ για } m \text{ άρτιο} \\ \Re \left( y_m^{(A)}(u) \right), \text{ για } m \text{ περιττό} \end{cases}$$

$$\hat{a}_{m,2u-1-\alpha} = \Re \left( e^{-j\pi(u-\alpha'-1)} e^{-j\frac{\pi m}{2}} y_B(u) \right) = (-1)^{u-\alpha'-1} (-1)^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \times \begin{cases} \Re \left( y_m^{(B)}(u) \right), \text{ για } m \text{ άρτιο} \\ \Im \left( y_m^{(B)}(u) \right), \text{ για } m \text{ περιττό} \end{cases}$$

όπου  $\alpha' = \lfloor \alpha/2 \rfloor$

(5.47)

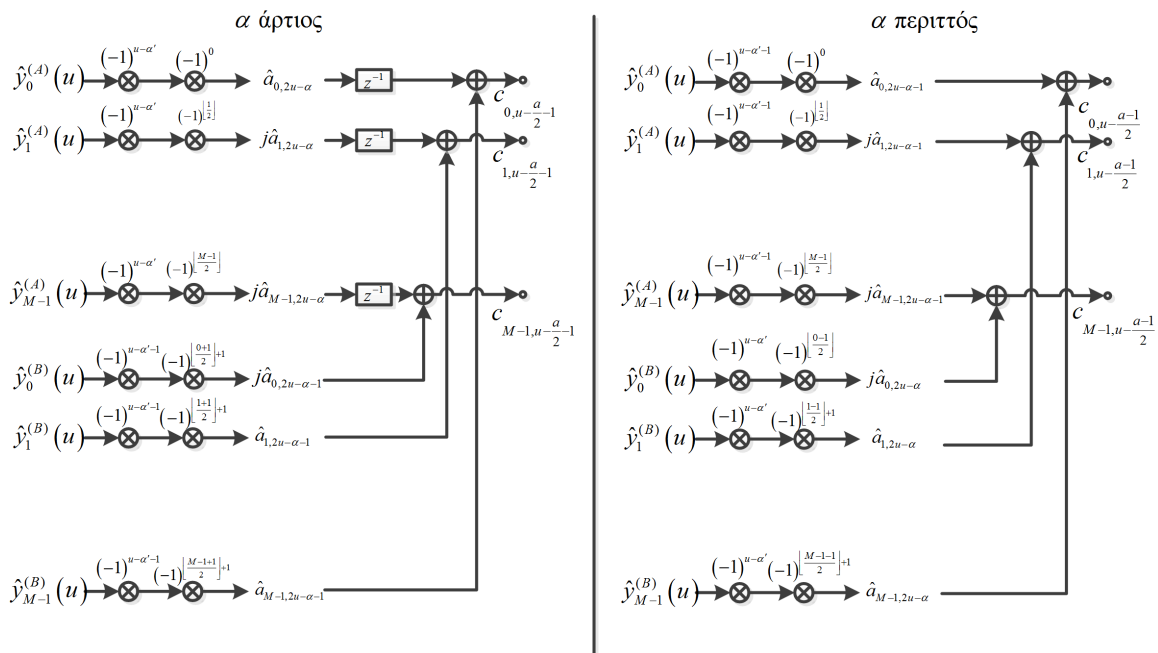
Στις σχέσεις έγινε αναγωγή στο ίδιο δείγμα εξόδου από τα δυο συγκροτήματα του MDFT. Αυτό που



**Σχήμα 5.8:** Η δομή ενός OFDM-OQAM δέκτη με MDFT συγκρότημα ανάλυσης και τις απαραίτητες μετατροπές μπορεί να παρατηρηθεί είναι το εξής. Ανάλογα με το  $\alpha$  του πρότυπου φίλτρου πρέπει να αλλάζει

η αλληλουχία απομόνωσης του πραγματικού ή του φανταστικού τμήματος στο τελικό στάδιο της σύνθεσης. Για παράδειγμα από τη σχ. (5.47) φαίνεται ότι παρότι το  $y_m^{(A)}(u)$  αντιστοιχεί στο άνω φίλτρο του σχ. 5.7 πρέπει να διαφοροποιηθεί η εναλλαγή των όρων  $\Re(\cdot)$  και  $\Im(\cdot)$  για να εξαχθεί σωστό αποτέλεσμα. Κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο καθώς για  $\alpha$  περιττό η εκτίμηση που αντιστοιχεί στα άρτια χρονικά δείγματα προέρχεται από σύμβολο διαμορφωμένο σε περιττούς δείκτες χρόνου στον πομπό και για να γίνει ορθή εκτίμηση πρέπει να αντιστραφεί η αλληλουχία  $\Re(\cdot)$  και  $\Im(\cdot)$ . Μια δεύτερη διαπίστωση που μπορεί να γίνει είναι ότι αν  $\alpha$  άρτιο, τα δυο δείγματα που παρέχουν την εκτίμηση του αρχικού μιγαδικού εκπεμπόμενου συμβόλου προέρχονται από το τρέχον δείγμα εξόδου του συγκροτήματος B και το προηγούμενο του συγκροτήματος A (όπως αναφέρθηκε ήδη στις παρατηρήσεις της σχέση (5.45)). Αυτό όμως δεν συμβαίνει και στην περίπτωση που το  $\alpha$  είναι περιττό, όπου οι ταυτόχρονες εξοδοί και των δυο συγκροτημάτων χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του ίδιου αρχικού μιγαδικού συμβόλου.

Προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσουμε τις αλλαγές και προσθήκες που πρέπει να γίνουν στο διάγραμμα του MDFT συγκροτήματος, οι σχέσεις (5.46) και (5.47) μπορούν να οδηγήσουν στο συμπέρασμα ότι αντί να γίνεται εναλλαγή των τελεστών απομόνωσης πραγματικών και φανταστικών όρων ανάλογα με το μήκος του πρότυπου φίλτρου, είναι δυνατή η επίτευξη του ίδιου αποτελέσματος με απλή αλλαγή τοποθέτησης της χρονικής μετάθεσης  $z^{-\frac{M}{2}}$  στην είσοδο του σταδίου ανάλυσης, όπως έγινε και στον πομπό. Όλες αυτές οι διαπιστώσεις μπορούν να αποτυπωθούν στο λογικό διάγραμμα του OFDM-OQAM δέκτη με χρήση MDFT συγκροτήματος που παρουσιάζεται στο σχήμα 5.8.



**Σχήμα 5.9:** Η δομή ενός OFDM-OQAM δέκτη με MDFT συγκρότημα ανάλυσης και τις απαραίτητες μετατροπές

Στο σχήμα 5.8 οι εξοδοί από τα συγκροτήματα έχουν ονομαστεί  $\hat{y}_m^{(A)}(u)$  για το άνω και  $\hat{y}_m^{(B)}(u)$  για το κάτω συγκρότημα κατ' αντιστοιχία με τα προηγούμενα. Παρόλα αυτά η διαδικασία της λήψης δεν έχει ολοκληρωθεί καθώς ακολουθεί η αντίστοιχη ευθυγράμμιση της φάσης και η τελική εκτίμηση ενός μιγαδικού συμβόλου. Σύμφωνα με τις σχέσεις (5.44), (5.45), (5.46) και (5.47) πρέπει και σε αυτή την περίπτωση να διακριθούν περιπτώσεις ανάλογα με το  $\alpha$ . Έτσι ανάλογα με την τιμή του  $\alpha$  που προκύπτει, επιλέγεται το ανάλογο στάδιο ευθυγράμμισης της φάσης που παρουσιάζεται στο σχήμα 5.9. Με αυτή τη διαδικασία έχει ολοκληρωθεί η διαδικασία της κατάλληλης μετατροπής του MDFT συγκροτήματος, έτσι ώστε να είναι απόλυτα συμβατό με τις OFDM-OQAM

συμβατικές μορφές υλοποίησης.

### 5.2.5 OFDM-OQAM σύστημα σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας

Η παραπάνω ανάλυση αποδεικνύει ότι με κατάλληλη επιλογή φίλτρων ένα OFDM-OQAM σύστημα είναι ορθογώνιο. Αυτό πραγματοποιείται με χρήση φίλτρων που εξασφαλίζουν την PR ιδιότητα για MDFT – συγκροτήματα. Αντίστοιχα ([54]) πρόκειται για φίλτρα που εξασφαλίζουν την ορθογωνιότητα σε συγκροτήματα διαμορφωμένων συνημίτονων. Όμως όλα αυτά θα εξασφάλιζαν ιδανική μετάδοση σε κανάλι χωρίς παραμορφώσεις. Σε ένα ραδιοδιάυλο με χρονική και φασματική διασπορά η ορθογωνιότητα θα χαθεί. Αυτό που οφείλει να κάνει ένα καλά σχεδιασμένο OFDM-OQAM σύστημα είναι να προσεγγίζει όσο το δυνατό καλύτερα την ορθογώνια συμπεριφορά με τις ελάχιστες δυνατές επιπλέον ενέργειες αντιστάθμισης.

Έτσι είναι πολύ πιθανό ότι ένα φίλτρο χωρίς ακριβείς ιδιότητες τέλει ανακατασκευής (γνωστά ως και near perfect reconstruction filters) μπορεί να αποδίδει καλύτερα σε πραγματικές συνθήκες εφόσον διαθέτει καλές ιδιότητες τοποθέτησης σε χρόνο και συχνότητα. Αυτό σημαίνει ότι το ιδανικό φίλτρο για μια OFDM-OQAM μετάδοση πρέπει να συγκεντρώνει το μέγιστο δυνατό της ενέργειας του κοντά στο συχνοτικό-χρονικό σημείο  $(m, n)$  ελαχιστοποιώντας τη διασπορά στο χρόνο και συχνότητα. Ως γνωστό οι διασπορές αυτές είναι αντιμαχόμενα μεγέθη και η ελαχιστοποίηση της μιας οδηγεί σε μεγιστοποίηση της άλλης. Για αυτό το λόγο μελετούνται φίλτρα με ιδιαίτερες ιδιότητες.

Κατά κανόνα ένας εμπειρικός τρόπος εκτίμησης της καταλληλότητας των φίλτρων που χρησιμοποιούνται ώστε από μόνα τους να προσφέρουν μετάδοση χωρίς ISI και ICI είναι ο ακόλουθος. Γενικά θεωρούμε ότι το OFDM-OQAM σύστημα αναμένεται να λειτουργεί σε ιδανικές συνθήκες αν:

$$\begin{aligned} B_D &\ll \Delta f_c \\ \tau_{\max} &\ll T_0 \\ \hat{f} &\ll B_C \\ \hat{t} &\ll T_C \end{aligned} \quad (5.48)$$

όπου  $B_D$  είναι η εξάπλωση Doppler,  $T_C$  ο χρόνος συνοχής,  $B_C$  το εύρος ζώνης συνοχής του διαύλου,  $\tau_{\max}$  η μέγιστη επιπλέον καθυστέρηση πολυδιαδρομικών συνιστωσών του καναλιού, ενώ τα  $\hat{f}$ ,  $\hat{t}$  ορίζονται στη σχέση (5.11). Υπό αυτές τις συνθήκες το κανάλι μπορεί να θεωρηθεί χρονικά μη μεταβαλλόμενο και χωρίς επιλεκτικότητα στη συχνότητα για κάθε υπόκανάλι. Οι παράμετροι  $\hat{f}$ ,  $\hat{t}$  αναδεικνύουν και τον ουσιαστικό ρόλο των φίλτρων. Οι παραπάνω θεωρήσεις εκτός από το πρότυπο φίλτρο εξαρτώνται προφανώς και από τους αναμενόμενους ραδιοδιαύλους. Σε περίπτωση που δεν δύναται να ικανοποιηθεί μια από τις παραπάνω συνθήκες, το πρόβλημα της ορθής αποδιαμόρφωσης γίνεται αρκετά περίπλοκο.

Αυτό αποτελεί και το βασικό μειονέκτημα της OFDM-OQAM έναντι της OFDM. Η OFDM με μηδενικό ουσιαστικά υπολογιστικό κόστος (FFT), δίνει τη δυνατότητα εύκολης εξισορρόπησης (FEQ) με μοναδικό ουσιαστικό κόστος το κυκλικό πρόθεμα. Βασική της αδυναμία για τα συστήματα CR είναι ότι πρέπει να χρησιμοποιηθούν μέθοδοι καταπίεσης των παρεμβολών στα γειτονικά συστήματα λόγω των υψηλών εκτός ζώνης λοβών του φάσματος, ενώ γενική αδυναμία της είναι η απαίτηση σχετικά μεγάλης ακρίβειας στον συγχρονισμό του πεδίου συχνότητας. Από την άλλη η OFDM-OQAM διορθώνει αυτές τις αδυναμίες εισάγοντας υπολογιστικό κόστος. Σε ένα CR σύστημα με μεγάλη φασματική περιοχή λειτουργίας, για να εξασφαλιστούν οι συνθήκες της σχέσης (5.48) πρέπει να επιλεγεί μεγάλος αριθμός υποκαναλιών και στενά και καλά τοποθετημένα φίλτρα. Αυτό σημαίνει ότι τα φίλτρα που θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν έχουν μεγάλο αριθμό συντελε-

στών και ακολούθως αρκετά μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Ακόμη όμως και αν το υπολογιστικό κόστος είναι ανεκτό, η μορφή των φίλτρων αυτών με τους πολλούς συντελεστές εξαιρετικά μικρών τιμών (συνέπεια της καλής τοποθέτησης στο χρόνο) προκαλεί ένα νέο επιπλέον πρόβλημα. Τα συστήματα ψηφιακής επεξεργασίας σε υψηλές ταχύτητες είναι κατά κανόνα σταθερής υποδιαστολής με πεπερασμένη ακρίβεια. Έτσι πολλοί από τους συντελεστές παραμορφώνονται ή "εξαφανίζονται" αλλοιώνοντας την χρονική και συχνοτική απόκριση του φίλτρου. Αποτέλεσμα αυτού είναι να αλλοιώνονται αντίστοιχα τα χαρακτηριστικά καλής τοποθέτησης και οι ιδιότητες ορθογωνιότητας. Σε περίπτωση δε που η OFDM-OQAM χρησιμοποιηθεί χωρίς την εξασφάλιση των συνθηκών της (5.48) πρέπει να χρησιμοποιηθούν διαδικασίες εξισορρόπησης στο πεδίο του χρόνου (TEQ) για κάθε υποκανάλι ξεχωριστά. Συνέπεια αυτής της επιλογής είναι η σχετική απώλεια φασματικών επιδόσεων (αύξηση του επιπέδου θορύβου λόγω παρεμβολών) και επιπλέον αύξηση του υπολογιστικού φορτίου για την υλοποίηση διαδικασιών TEQ ([102],[103],[104]).

Συμπερασματικά μπορούμε να καταλήξουμε στη διαπίστωση ότι η OFDM-OQAM φαίνεται να έχει εξαιρετικά χαρακτηριστικά για την σύνθεση κυματομορφών σε CR συστήματα. Δυστυχώς όμως ενώ στην OFDM μετάδοση είμαστε σε θέση να θεωρήσουμε πολύ μεγάλο αριθμό υποφερόντων, δεν έχουμε την ίδια δυνατότητα στο ψηφιακό υποσύστημα των SDR για την OFDM-OQAM. Κατά συνέπεια υπάρχουν κάποια όρια στο εύρος ζώνης λειτουργίας, στα χαρακτηριστικά του καναλιού και στο υπολογιστικό κόστος που θα πρέπει η OFDM-OQAM να τηρεί και αυτό αποτελεί μεγάλο μειονέκτημα και περιοριστικό παράγοντα.

## 5.3 Ορισμός της Offset Windowed OFDM

### 5.3.1 Αναζήτηση Εναλλακτικής

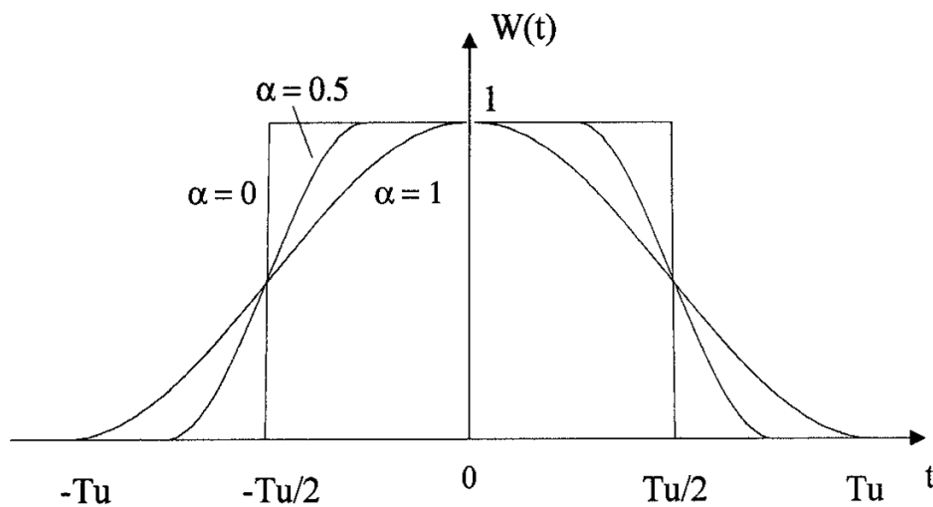
Στις προηγούμενες παραγράφους έγινε αναφορά στις κυματομορφές που έχουν προταθεί ως λύση για τη διαμόρφωση του σήματος ενός CR συστήματος. Κοινό όλων είναι η χρήση διαμόρφωσης πολλαπλών φερουσών και ειδικά η OFDM και ορισμένες παραλλαγές της, έτσι ώστε η διαμορφούμενη κυματομορφή να καλύπτει επιτυχώς τα φασματικά κενά.

Η OFDM διαμόρφωση έχει πολύ σημαντικά πλεονεκτήματα στη χρήση της σε Γνωστικά Ραδιοδίκτυα που οφείλονται κυρίως στην απλότητα και την υπολογιστική αποδοτικότητα που τη διακρίνει. Επίσης η χρήση της στα περισσότερα σύγχρονα πρότυπα την καθιστά καλά μελετημένη με πολλές έτοιμες λύσεις να είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν για την αντιμετώπιση προβλημάτων. Το σημαντικότερο πρόβλημα χρήσης της OFDM είναι οι μεγάλοι πλευρικοί λοβοί που δημιουργούνται στα άκρα της χρησιμοποιούμενης ζώνης εκπομπής και είναι πολύ πιθανό να δημιουργήσουν προβλήματα παρεμβολής σε γειτονικά πρωτεύοντα συστήματα. Έτσι ακόμη και αν το ραδιοδίκτυο μπορεί επιτυχώς να αποφύγει τους διαύλους που καταλαμβάνουν οι PU, είναι πολύ πιθανό το ενδεχόμενο να προκαλεί παρόλα αυτά παρεμβολές. Για αυτό το λόγο αναγκάζεται το CR δίκτυο να αφήσει μεγάλα αναξιοποίητα φασματικά κενά ως διαστήματα φύλαξης με αποτέλεσμα, παράλληλα με την χρήση κυκλικού προθέματος, να παρουσιάζει προβλήματα φασματικής αποδοτικότητας. Εμφανίζονται δε, διάφορες άλλες προκλήσεις που προκαλούνται από την παρουσία του πρωτεύοντος, όπως η ανάκτηση του σήματος, ο συγχρονισμός κ.α.

Η κύρια εναλλακτική που προτείνεται (κυρίως από το ευρωπαϊκό ερευνητικό πρόγραμμα PHYDYAS [105]) είναι η χρήση της OFDM-OQAM διαμόρφωσης που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Η OFDM-OQAM αντιμετωπίζει επιτυχώς το πρόβλημα των πλευρικών λοβών και σε συνδυασμό με το γεγονός ότι δεν χρησιμοποιεί κυκλικό πρόθεμα μπορεί να επιτύχει θεωρητικά τον μέγιστο βαθμό αξιοποίησης του διαθέσιμου φάσματος. Η OFDM-OQAM χρησιμοποιώντας ένα έξυπνο μαθηματικό τέχνασμα επιτυγχάνει ορθογώνια μετάδοση σε AWGN κανάλια.



Δυστυχώς όμως η συχνοεπιλεκτικότητα του διαύλου καταστρέφει την ορθογωνιότητα αυτή. Όσο η συνάρτηση μεταφοράς του διαύλου θεωρείται επίπεδη ανά υποφέρον, η OFDM-OQAM μπορεί να χρησιμοποιεί εξισορρόπηση στο πεδίο της συχνότητας (FEQ) και να αντιμετωπίζει τα φαινόμενα αυτά. Όσο όμως καταργείται αυτή η ισορροπία, η χρήση εξισορρόπησης στο πεδίο του χρόνου με αποσυσχέτιση τόσο του καναλιού, όσο και της επίδρασης των γειτονικών φερόντων γίνεται απαραίτητη. Η διαδικασία εξισορρόπησης αποτελεί ένα μεγάλο υπολογιστικό φορτίο που προστίθεται στο ήδη αυξημένο κόστος χρήσης των συγκροτημάτων φίλτρων. Εισάγει ουσιαστικά ένα επιπλέον, δυναμικά μεταβαλλόμενο και προσαρμοστικό φίλτρο στην αλυσίδα αποδιαμόρφωσης (και μάλιστα στο διπλάσιο ρυθμό δειγματοληψίας του βασικού [103]). Η χρήση στενότερων φίλτρων δεν αποτελεί συνήθως δυνατή επιλογή. Όσο η ζώνη διέλευσης στενεύει, τόσο αυξάνει ο αριθμός συντελεστών προκαλώντας προβλήματα ακρίβειας στους σταθερής υποδιαστολής ψηφιακούς επεξεργαστές [79]. Παράλληλα τα φίλτρα γίνονται ολοένα λιγότερο αποδοτικά χάνοντας την κρίσιμη ιδιότητα της χρονικής και συχνотικής καλής τοποθέτησης ([106]). Εκτός αυτών των δυο



**Σχήμα 5.10:** Φασματική αναποτελεσματικότητα της Windowed OFDM λόγω του rolloff παράγοντα του χρησιμοποιούμενου παραθύρου.

κυρίαρχων ροπών στην επιλογή κυματομορφής, υπάρχουν τεχνικές μορφοποίησης της OFDM κυματομορφής, χωρίς την εισαγωγή ριζικά διαφορετικής λογικής, όπως αυτές που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 5.1. Μια τέτοια επιλογή είναι η OFDM με χρήση παραθύρου (Windowed OFDM) η οποία με επιτυχία μειώνει τους πλευρικούς λοβούς της OFDM διαμόρφωσης μέσω του πολλαπλασιασμού της χρονικής κυματομορφής με ένα κατάλληλων ιδιοτήτων μη-ορθογωνικό παράθυρο. Το roll-off του παραθύρου όμως προκαλεί επιπλέον απώλεια φάσματος (σχήμα 5.10). Στο διάστημα για το οποίο επεκτείνεται ο αρχικά τετραγωνικός OFDM παλμός δεν μπορεί να υπάρξει μετάδοση από το επόμενο ή προηγούμενο σύμβολο για την αποφυγή παρεμβολών. Η Windowed OFDM είναι πιο πολύπλοκη από την OFDM και λιγότερο από την OFDM-OQAM καθώς διατηρεί τη δυνατότητα του FEQ. Όμως ουσιαστικά σε αυτή τη μορφή της δεν επιλύει κάποιο πρόβλημα.

Στόχος της εργασίας που ακολουθεί στη συγκεκριμένη παράγραφο είναι ο ορισμός μιας νέας κυματομορφής που με δημιουργική σύνθεση των τριών μεθόδων που αναφέρθηκαν θα μπορέσει να εκμεταλλευτεί τα πλεονεκτήματα της καθεμιάς και να καταπιέσει τα μειονεκτήματά τους. Οι άξονες που ακολουθήθηκαν κατά τη διαμόρφωση της κυματομορφής είναι οι ακόλουθοι:

- Η κυματομορφή στηρίζεται στην OFDM διαμόρφωση και είναι κατά το δυνατό συμβατή με αυτή όσον αφορά πιθανούς αλγορίθμους που χρησιμοποιούνται κατά τη λήψη. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να εκμεταλλευτεί την πληθώρα μελετών και αλγορίθμων που υπάρχουν στην

βιβλιογραφία για την OFDM διαμόρφωση. Κατά το δυνατό λοιπόν, θέλουμε η κυματομορφή να είναι διαφανής από άκρο σε άκρο στο σύστημα.

- Βασική προϋπόθεση που τέθηκε είναι η χρήση FEQ εξισορρόπησης. Ο απλός τρόπος εξισορρόπησης της OFDM είναι ιδανικός για τα επιβαρυμένα υπολογιστικά CR-SDR και απολύτως ταιριαστός με τη δυναμική χρήση του φάσματος. Η χρήση δυναμικών πολύπλοκων δομών εξουθενώνει το σύστημα.
- Η υπολογιστική πολυπλοκότητα πρέπει να παραμένει σε λογικά επίπεδα. Είναι σαφές ότι ανάλογη συμπεριφορά με την OFDM διαμόρφωση δεν μπορεί να επιτευχθεί. Από την άλλη όμως δεν είναι επιθυμητό να ξεπεραστεί όσον αφορά την πολυπλοκότητα, η OFDM-OQAM.

Οδηγός στην ανάπτυξη ενός σχήματος διαμόρφωσης που θα μπορεί να αξιοποιεί το διαθέσιμο φάσμα και παράλληλα καταπιέζει τις παρεμβολές προς τα γειτονικά συστήματα υπήρξε η έξυπνη λογική πίσω από την επίτευξη ορθογωνιότητας σε ένα OFDM-OQAM σύστημα. Ο συνδυασμός της λογικής αυτής με την ανικανότητα της Windowed OFDM να αξιοποιήσει το διαθέσιμο φάσμα οδήγησε στην εξής απλή σκέψη:

Με την μεταφορά των αρχών ορθογωνιότητας της OFDM-OQAM στο πεδίο της συχνότητας και με κατάλληλες μετατροπές έτσι ώστε να μπορεί να γίνει χρήση FEQ, είναι δυνατός ο σχεδιασμός ενός φασματικά αποδοτικού σχήματος παραθυρικής OFDM, που ονομάστηκε Offset Windowed OFDM (OW-OFDM).

### 5.3.2 Μοντέλο συστήματος

Ο νέος τύπος διαμόρφωσης σχεδιάζεται ως ισοδύναμη επιλογή ενός OFDM συστήματος που καλύπτει την ζώνη ενδιαφέροντος με  $N$  υποφέροντα. Δεδομένου ότι το νέο σχήμα αποτελεί εκδοχή της παραθυρικής OFDM, το κάθε ισοδύναμο OFDM σύμβολο διαιρείται σε  $M$  χρονικά υποσύμβολα. Υπό αυτή την έννοια για κάθε παράθυρο σήματος, η συνολική ζώνη ουσιαστικά διαιρείται από  $L = \frac{N}{M}$  υποφέροντα μεγαλύτερης διαφεροντικής απόστασης.

Στην ανάλυση που ακολουθεί, με  $n$  συμβολίζεται ο χρονικός δείκτης εισερχομένων δειγμάτων, με  $k$  ο δείκτης των υποφερόντων με τη διακριτικότητα στο πεδίο της συχνότητας να εκφράζεται με βάση το ισοδύναμο OFDM σύστημα, πράγμα που σημαίνει ότι  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ . Συνεπώς για κάθε παράθυρο από τα  $M$  που ορίζονται ανά ισοδύναμο OFDM σύμβολο, τα υποφέροντα που χρησιμοποιούνται ουσιαστικά προέρχονται από αποδεκατισμό κατά  $M$  του διακριτού άξονα συχνότητων, δηλαδή τα  $0, M, \dots, LM - M$ . Οι υπόλοιπες σημειογραφικές συμβάσεις που γίνονται κατά τη διάρκεια της ανάλυσης είναι οι ακόλουθες. Με ελληνικά γράμματα (και έντονη γραφή) αναπαριστώνται οι διαγώνιοι πίνακες δηλαδή πρόκειται για την αλγεβρική έκφραση των χρονικών παραθύρων που χρησιμοποιούνται. Με  $\mathbf{Q}$  συμβολίζεται ο DFT πίνακας, ενώ με έντονη γραφή και λατινικούς χαρακτήρες συμβολίζονται οι πίνακες συνέλιξης που πραγματοποιούν αλγεβρικά το φιλτράρισμα. Οι πίνακες συνέλιξης ορίζονται με κυκλική ολίσθηση του περιεχομένου της πρώτης γραμμής τους, δηλαδή:

$$\mathbf{H}_{K \times N} = \left[ \begin{array}{cccccc} h_0 & \dots & h_{P-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_0 & \dots & h_{P-1} & 0 & \dots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots \end{array} \right] \downarrow K - 1 \text{ κυκλικές περιστροφές} \quad (5.49)$$

και ουσιαστικά αν  $K \leq N - P + 1$ , με  $P$  το μέγεθος του περιεχόμενου φίλτρου, τότε ο πίνακας εκφράζει την γραμμική συνέλιξη του διανύσματος εισόδου με το φίλτρο  $h(k)$ , ενώ αν  $K = N$

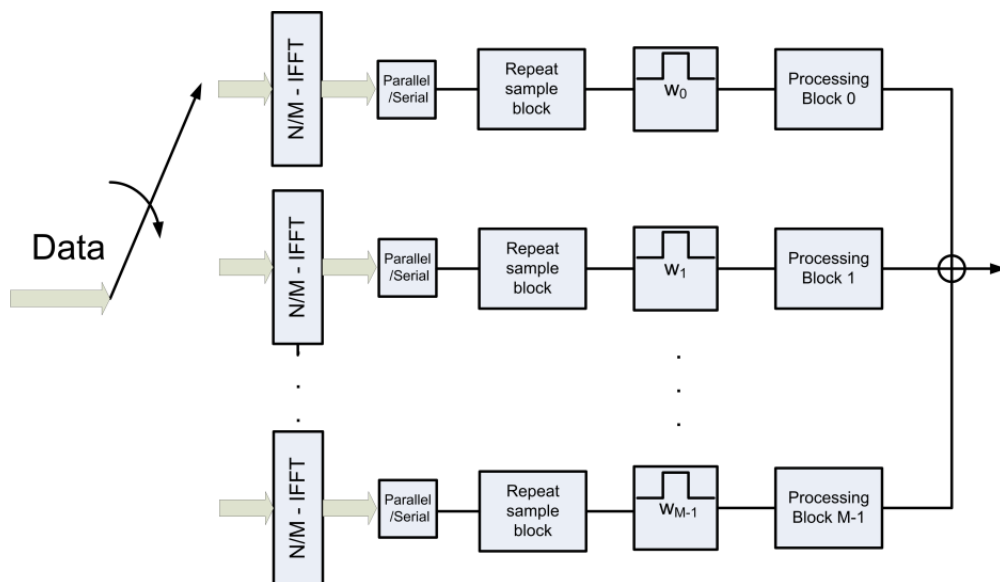
τότε πραγματοποιείται κυκλική συνέλιξη του διανύσματος modulo  $N$ , καθώς  $P - 1$  μη μηδενικά δείγματα έχουν αναδιπλωθεί στις αρχικές στήλες του πίνακα. Οι πίνακες  $\mathbf{U}_M^{(i)}$  και  $\mathbf{D}_M^{(i)}$  είναι οι πίνακες αναβιβασμού και υποβιβασμού του ρυθμού επεξεργασίας. Π.χ. ο πίνακας αναβιβασμού κατά  $M$  ενός διανύσματος  $L$  στοιχείων ορίζεται με βάση τη σχέση:

$$\left[ \mathbf{U}_M^{(i)} \right]_{m,l} = \begin{cases} 1, & \text{Αν } Mm + i = l, l = 0 \dots L - 1 \\ 0, & \text{αλλιού} \end{cases} \quad (5.50)$$

όπου το  $i$  είναι το offset αναβιβασμού σε σχέση με τον αρχικό χρονικό άξονα με το  $i$  να λαμβάνει τιμές από 0 έως  $M - 1$ . Ο αντίστοιχος πίνακας υποβιβασμού είναι ο αντίστροφος του πίνακα αναβιβασμού. Όταν δεν χρησιμοποιείται έντονη γραφή, τα κεφαλαία γράμματα συμβολίζουν μεγέθη στο πεδίο διακριτής συχνότητας μέσω DFT  $N$  σημείων, ενώ με πεζά γράμματα τα αντίστοιχα μεγέθη στο διακριτό πεδίο του χρόνου.

### 5.3.3 Βασική περιγραφή της OW-OFDM

Ένα απλοποιημένο διάγραμμα ενός παραθυρικού OFDM συστήματος με βάση τη λογική της περιγραφής που έγινε παρουσιάζεται στο σχήμα 5.11. Η πληροφορία  $N$  συμβόλων μοιράζεται



**Σχήμα 5.11:** Απλοποιημένο διάγραμμα λειτουργίας σύνδεση παραθυρικής OFDM κυματομορφής

σε  $M$  υποσύμβολα, για τα οποία ξεχωριστά πραγματοποιείται OFDM διαμόρφωση με  $M$  FFT  $L$  σημείων. Τα δείγματα της εξόδου γίνονται σειριακά και το μπλοκ πληροφορίας επαναλαμβάνεται ανάλογα με την επιθυμία του σχεδιαστή του συστήματος. Ο αριθμός των επαναλήψεων ουσιαστικά αντιστοιχεί με υπερδειγματοληψία στο πεδίο της συχνότητας. Συνεπώς η επανάληψη κατά  $M$  του κάθε μπλοκ πληροφορίας μετατρέπει την έξοδο των  $L$  σημείων σε έξοδο ενός  $N$ -σημείων FFT με μη μηδενικά subcarriers αυτά των υποφερόντων  $0, M, \dots, LM - M$ .

Στη συνέχεια ακολουθεί η εφαρμογή του παραθύρου. Σε κάθε έναν από τους  $M$  κλάδους εφαρμόζεται κατάλληλο παράθυρο ώστε να διασφαλίζεται ότι δεν υπάρχει παρεμβολή μεταξύ τους. Τα παράθυρα μπορεί να επιτρέπουν ή όχι την μερική χρονική αλληλοκάλυψη των blocks. Σε περίπτωση, όπως αυτή που περιγράφεται, όπου η λειτουργία γίνεται στον κρίσιμο ρυθμό δειγματοληψίας η μερική χρονική αλληλοκάλυψη είναι αναπόφευκτη καθώς σε διαφορετική περίπτωση υπάρχει απώλεια φασματικής αποδοτικότητας, ανάλογη με αυτή του σχήματος 5.10. Μετά από

την χρήση κάποιου επιπλέον σταδίου προεπεξεργασίας, τα σήματα προστίθενται και αποστέλλονται.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση που μελετάται ορίζονται δυο βασικές προϋποθέσεις για το χρησιμοποιούμενο παράθυρο διαμόρφωσης:

- Τα  $M$  παράθυρα του συστήματος πρέπει να ορίζονται ως κυκλικές ολισθήσεις ενός αρχικού πρότυπου παραθύρου. Κατά συνέπεια αν χρησιμοποιηθεί το πρότυπο παράθυρο  $w_0(n)$ , το αντίστοιχο  $i$ -οστό παράθυρο προκύπτει με κυκλική ολίσθηση του αρχικού παραθύρου στο χρονικό σημείο  $iL$ .
- Το παράθυρο πρέπει να παρουσιάζει την ιδιότητα των φίλτρων ρίζας Nyquist  $M$  υποζωνών, ώστε να εξασφαλίζει μετάδοση χωρίς διασυμβολική παρεμβολή πάνω από επίπεδο ραδιοδί-αυλο.
- Τα διαδοχικά παράθυρα πρέπει να παρουσιάζουν μερική χρονική αλληλοκάλυψη ώστε να μη χάνεται μέρος των ραδιοηλεκτρονικών πόρων από τη χρήση των διαστημάτων φύλαξης.
- Τα σήματα των διαδοχικών παραθύρων πρέπει να ελαχιστοποιούν την μεταξύ τους παρεμβολή. Ιδανικά, τα παράθυρα πρέπει να είναι ορθογώνια.

Οι πολύ αυστηρές προϋποθέσεις που τέθηκαν φέρνουν στο μυαλό την OFDM-OQAM διαμόρφωση. Το γεγονός ότι είναι επιθυμητή η ορθογωνιότητα χωρίς απώλεια εύρους ζώνης θυμίζει την αντίστοιχη διαδικασία στο πεδίο της συχνότητας που οδήγησε στην OFDM-OQAM κυματομορφή. Ως γνωστό δεν μπορεί να υπάρξει παράθυρο ή φίλτρο που να εξασφαλίζει αυτές τις προϋποθέσεις πλην του ορθογώνιου. Η ιδέα λοιπόν είναι να εφαρμοστούν οι αρχές της OFDM-OQAM στο πεδίο του χρόνου αφού ο δεισμός μεταξύ συχνότητας και χρόνου μας εξασφαλίζει ότι μαθηματικά τα φαινόμενα είναι αντίστοιχα ανεξαρτήτως του πεδίου.

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο (5.2.4) η OFDM-OQAM μπορεί να υλοποιηθεί με χρήση MDFT συγκροτήματος φίλτρων και μάλιστα υπάρχει σύνολο ψηφιακών, συμμετρικών FIR φίλτρων που εξασφαλίζουν τέλεια ανακατασκευή του σήματος. Τα ίδια φίλτρα χρησιμοποιούνται και στην περίπτωση αυτή. Μόνο που λόγω της αντιστροφής των πεδίων χρόνου και συχνότητας, η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου θα αποτελέσει το χρονικό παράθυρο μορφοποίησης της OFDM κυματομορφής. Σύμφωνα με τα προηγούμενα, έστω ένα πρότυπο φίλτρο με κρουστική απόκριση  $g(n)$  μήκους  $Mr + s$  με  $r, s \in \mathbb{Z}$ , πολυφασικές συνιστώσες 1ου τύπου  $e_i(n)$ , ( $i = 0 \dots M - 1$ ) και οι γενικευμένες πολυφασικές συνιστώσες  $s$ -τύπου που ορίζονται μέσω του μετασχηματισμού  $Z$  ως εξής:

$$\bar{E}_k(Z) = Z^r \begin{cases} E_{s-1-k}(Z), k < s \\ Z^{-1} E_{M+s-1-k}(Z), k \geq s \end{cases}$$

και ισχύει ότι:

$$E_k(Z) \bar{E}_k(Z) + E_{k+M/2}(Z) \bar{E}_{k+M/2}(Z) = \frac{2}{M} \quad (5.51)$$

τότε το φίλτρο αυτό, είναι φίλτρο ρίζας Nyquist και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε MDFT συγκροτήματα φίλτρων (και αντίστοιχα ως φίλτρο μορφοποίησης OFDM-OQAM κυματομορφής) διαθέτοντας την ιδιότητα της τέλει ανακατασκευής.

Παίρνοντας τον DFT  $N$ -σημείων ενός τέτοιου φίλτρου ορίζουμε ένα παράθυρο μορφοποίησης της OFDM κυματομορφής *στο πεδίο του χρόνου*. Δηλαδή γίνεται η εξής αντιστοιχία:

$$\begin{aligned} w(n) &= G(k \rightarrow n) \\ W(k) &= g(n \rightarrow k) \end{aligned} \quad (5.52)$$

Με αυτόν τον τρόπο ορίζεται λοιπόν το παράθυρο  $w(n)$  που μορφοποιεί μέσω πολλαπλασιασμού το OFDM σήμα. Όσον αφορά το πεδίο της διακριτής συχνότητας και δεδομένου του δυισμού ισχύει:

$$F(Ml + d_0) = \begin{cases} 1, & Ml + d_0 = 2gd \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \quad (5.53)$$

το οποίο και αποτελεί έκφραση του κριτηρίου ISI μετάδοσης του Nyquist για αιτιατό φίλτρο με  $gd$  τη διακριτή καθυστέρηση ομάδας,  $d_0$  το κατάλληλο offset υποδειγματοληψίας και όπου  $F(k) = W(k) * W(k)$ . Αντίστοιχα ο τελεστής γραμμικής συνέλιξης μπορεί να αντικατασταθεί με αυτόν της κυκλικής  $\otimes$  εφόσον το φίλτρο έχει λιγότερους από  $N/2$  συντελεστές. Με  $\otimes$  αναπαρίσταται κατά συνέπεια η πράξη της κυκλικής συνέλιξης, η οποία και είναι το δυικό ισοδύναμο του πολλαπλασιασμού στο διακριτό πεδίο του χρόνου.

Από τη στιγμή που θεωρείται ότι όλη η λογική της OFDM-OQAM αλλάζει πεδίο εφαρμογής, αρχίζουμε να εφαρμόζουμε τους κανόνες της μετάδοσης στο πεδίο της συχνότητας. Έτσι τα παράθυρα για τα άλλα υποσύμβολα του παραθυρικού συστήματος δίνονται από "διαμορφωμένες" εκδοχές του αρχικού φίλτρου. Ο όρος "διαμορφωμένες" μπαίνει σε εισαγωγικά καθώς πλέον η διαμόρφωση-δηλαδή ο πολλαπλασιασμός με ένα μιγαδικό ημίτονο- γίνεται στο πεδίο της συχνότητας. Συνεπώς η συνάρτηση μεταφοράς για το παράθυρο που εφαρμόζεται στο  $i$ -οστό OFDM υποσύμβολο δίνεται από:

$$W_i(k) = W(k) e^{-2\pi j \frac{ik}{M}} \quad (5.54)$$

Παρατηρείται αλλαγή προσήμου στον εκθετικό όρο πράγμα που οφείλεται στην αλλαγή του πεδίου εφαρμογής των αρχών της OFDM-OQAM. Το αντίστοιχο παράθυρο που χρησιμοποιείται στο πεδίο του χρόνου δίνεται από:

$$w_i(n) = N \cdot \text{iFFT}[W_i(k)]_N = \sum_{k=0}^{N-1} W(k) e^{2\pi j \frac{(n-iL)k}{N}} \Rightarrow \quad (5.55)$$

$$w_i(n) = w(n - iL)$$

όπου εδώ παρατηρείται ότι για την διατήρηση του δυισμού καθώς πραγματοποιήθηκε βίαιη αλλαγή του πεδίου εφαρμογής του φίλτρου, η μετάβαση στον χρόνο συνοδεύεται με πολλαπλασιασμό με  $N$  για την αναίρεση του παράγοντα κανονικοποίησης που εισάγεται από τον μαθηματικό ορισμό του μετασχηματισμού. Το αποτέλεσμα υποδεικνύει ότι τα παράθυρα που χρησιμοποιούνται για την μορφοποίηση των υποκαναλιών είναι απλές χρονικές μετατοπίσεις του αρχικού παράθυρου, κάτι που ήταν και το επιθυμητό. Αυτό ισχύει μεν, αλλά απαιτείται κάποια συγκεκριμένη διόρθωση φάσης. Έτσι ανάλογα με το πρότυπο φίλτρο ισχύει:

$$F_i(k) = W_i(k) \otimes W_i(k) \Rightarrow$$

$$F_i(Ml + d_0) = \begin{cases} 1e^{-2\pi j \frac{i2gd}{M}}, & Ml + d_0 = 2gd \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (5.56)$$

Η εισερχόμενη στροφή φάσης λόγω της αιτιότητας πρέπει να ακυρωθεί καθώς ο μαθηματικός ορισμός επίτευξης της PR ιδιότητας για τα MDFT φίλτρα βασίζεται σε μη-αιτιατά φίλτρα. Συνεπώς ορίζεται:

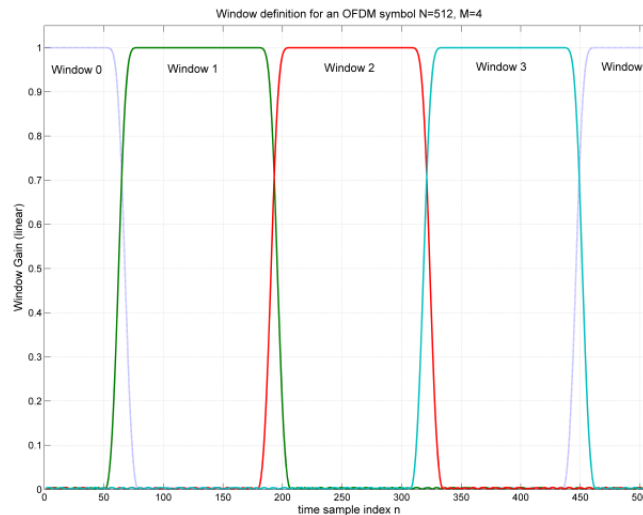
$$w_i(n) = w(n - iL) e^{2\pi j \frac{igd}{M}} \quad (5.57)$$

ενώ ανάλογη στροφή φάσης πραγματοποιείται και στον δέκτη ώστε να πραγματοποιηθεί συνολική στροφή κατά  $2gd$ . Όμως για να γίνει δυνατή η πολυφασική έκφραση της διαδικασίας του φιλτραρίσματος στο πεδίο της συχνότητας, στην πράξη η πληροφορία για κάθε παράθυρο θεωρείται

ότι πρώτα "φιλτράρεται" με το πρότυπο παράθυρο και μετά διαμορφώνεται στην κατάλληλη θέση. Η μόνη διαφορά που προκύπτει με αυτή την αλληλουχία ενεργειών φαίνεται στη σχέση (5.61) και αφορά το πρόσημο σε ορισμένα (τα περιττά υποπαράθυρα). Γενικά η διαμόρφωση μπορεί να θεωρηθεί είτε ως αποτέλεσμα παράλληλου φιλτραρίσματος σε ένα συγκρότημα διαμορφωμένων φίλτρων, είτε ως παράλληλο φιλτράρισμα με ένα πρότυπο φίλτρο και μετέπειτα διαμόρφωση των σημάτων κατά την έξοδο, χωρίς κάποια επίπτωση με την προϋπόθεση ότι το αντίστοιχο σχήμα ακολουθείται στο δέκτη.

### 5.3.4 Ο πομπός της OW-OFDM

Πριν παρουσιαστεί το λειτουργικό διάγραμμα του πομπού της OW-OFDM πρέπει να γίνει αναφορά σε ένα βασικό ζήτημα που μοιάζει να δημιουργεί σοβαρό πρόβλημα και να οδηγεί σε σημαντική μείωση της φασματικής αποδοτικότητας. Κάτι τέτοιο τελικά αποφεύγεται, αλλά παρόλα αυτά οδηγεί σε κάποια σχετική αύξηση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Το πρόβλημα αυτό



**Σχήμα 5.12:** Το πρόβλημα του πρώτου παραθύρου λόγω της αναδίπλωσης. Παράδειγμα για  $N = 512$ ,  $M = 4$

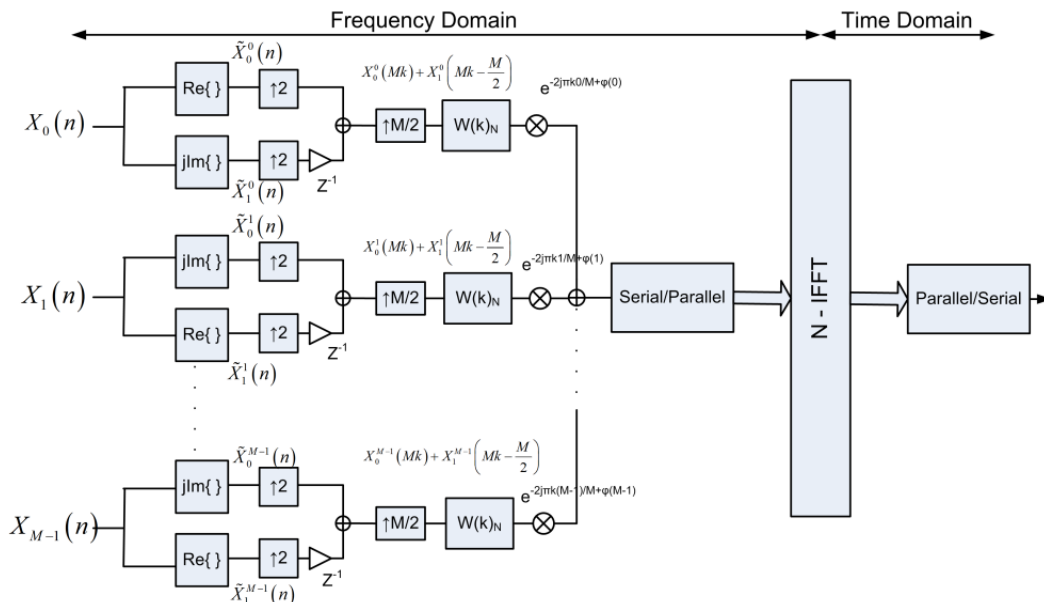
ανακύπτει από την περιοδική φύση της Διακριτής ανάλυσης Fourier. Στο σχήμα 5.12 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα της μορφής που έχουν τα παράθυρα στο πεδίο του χρόνου για  $M = 4$  και για φίλτρο που σχεδιάστηκε με τη μέθοδο [107]. Το πρόβλημα είναι προφανές καθώς ο ορισμός των φίλτρων στο πεδίο της συχνότητας προκαλεί το φαινόμενο αναδίπλωσης του πρώτου παραθύρου με δείκτη 0, το οποίο είναι κεντραρισμένο στο χρονικό σημείο μηδέν (αρχή του OFDM συμβόλου) και το περιεχόμενο του πρέπει να αναδιπλωθεί στο τέλος του συμβόλου. Κάτι τέτοιο δεν είναι καθόλου πρακτικό. Μάλιστα μπορεί να προκαλέσει καταστροφική ζημία στο επόμενο OFDM σύμβολο που ακολουθεί καθώς η συμμετρία αποτελεί όπλο της κυματομορφής για την αντιμετώπιση της παρεμβολής. Επίσης κυκλική ολίσηση του σήματος δεν θα εξαλείψει το πρόβλημα καθώς κάποιο παράθυρο αναπόφευκτα θα αναδιπλώνει εν μέρη στα όρια του συμβόλου, από τη στιγμή που εξορισμού επιδιώχθηκε αλληλοκάλυψη μεταξύ των παραθύρων.

Το πρόβλημα αυτό, όσο σημαντικό και αν φαίνεται, αντιμετωπίζεται σχετικά απλά. Στην αρχή όμως και καθότι έτσι είναι απλούστερη η εξήγηση και ανάλυση του σχήματος θεωρούμε ότι το παράθυρο "0" παραμένει αχρησιμοποίητο. Ακολουθώντας την λογική της OFDM-OQAM λογικής και για το πεδίο της συχνότητας, τα δεδομένα του κάθε υποσυμβόλου πρέπει να διαχωριστούν στο πραγματικό τους και το φανταστικό τους μέρος δημιουργώντας έτσι ένα συρμό πραγματικών συμ-

βόλων. Στη συνέχεια πραγματοποιείται αναβάθμιση του ρυθμού (πάλι στο πεδίο της συχνότητας) με ταυτόχρονη εισαγωγή μετατόπισης (offset) σε επίπεδο subcarriers αυτή τη φορά. Σύμφωνα με τα παραπάνω λοιπόν, αν  $X(k)$  με  $k = 0 \dots N - 1$  τα μιγαδικά σύμβολα που θέλουμε να μεταδώσουμε στο τρέχον OFDM σύμβολο, τότε (στο συγκεκριμένο γενικό ορισμό θεωρούνται δεδομένα και στο παράθυρο "0"):

$$\begin{aligned}
 X_i(l) &= X(k), \text{ με } i = \left\lfloor \frac{k}{L} \right\rfloor \text{ και} \\
 \left. \begin{aligned}
 \tilde{X}_0^i(l) &= \text{Re}[X_i(l)] = X_0^i(Ml) \\
 \tilde{X}_1^i(l) &= j \text{Im}[X_i(l)] = X_1^i(Ml - \frac{M}{2})
 \end{aligned} \right\} \leftarrow i \text{ άρτιος} \\
 \left. \begin{aligned}
 \tilde{X}_0^i(l) &= j \text{Im}[X_i(l)] = X_0^i(Ml) \\
 \tilde{X}_1^i(l) &= \text{Re}[X_i(l)] = X_1^i(Ml - \frac{M}{2})
 \end{aligned} \right\} \leftarrow i \text{ περιττός}
 \end{aligned}
 \tag{5.58}$$

Και σε αυτήν την περίπτωση σε γειτονικά υποσύμβολα γίνεται αλλαγή πραγματικού και φαντα-



**Σχήμα 5.13:** Λειτουργία του πομπού παρουσιασμένη σύμφωνα με την λογική σχηματισμού της κυματομορφής OFDM-OQAM

στικού μέρους για την εξασφάλιση της χρονικής ορθογωνιότητας. Το επόμενο βήμα στην OFDM-OQAM είναι το φιλτράρισμα. Το ίδιο θεωρείται και σε αυτή την περίπτωση. Όμως δεδομένου ότι το διακριτό φάσμα έχει συγκεκριμένη περίοδο, το φιλτράρισμα πρέπει να πραγματοποιηθεί με χρήση της κυκλικής συνέλιξης με την κατάλληλη διαμορφωμένη εκδοχή του προτύπου (ή την κατάλληλη διαδοχή φιλτραρίσματος και διαμόρφωσης) και την εισαγωγή της στροφής φάσης. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία, το σήμα διέρχεται από τον iFFT  $N$  δειγμάτων ώστε να περάσει στη συχνότητα. Η όλη διαδικασία παρουσιάζεται στο σχήμα 5.13 και φανερώνει ότι ουσιαστικά πραγματοποιήθηκε αλλαγή των κανόνων σύνθεσης της OFDM-OQAM κυματομορφής με υλοποίηση της στο διακριτό πεδίο συχνότητας. Υπενθυμίζεται ότι δεδομένου ότι το υποσύμβολο "0" μένει αχρησιμοποίητο, θεωρείται ότι το OFDM σύμβολο περιέχει  $L(M - 1)$  διαθέσιμα σύμβολα πληροφορίας προς αποστολή και συγκεκριμένα ότι  $X(k) = 0$  για  $k = 0 \dots L - 1$ . Μαθηματικά λοιπόν και θεωρώντας ότι πρώτα γίνεται το φιλτράρισμα με το πρότυπο και στη συνέχεια η κατάλληλη

διαμόρφωση, το εκπεμπόμενο σήμα είναι ίσο με:

$$\begin{aligned}
 x_{tx}(n) &= \sqrt{NM} \text{iFFT} \left[ \sum_{i=0}^{M-1} e^{2\pi j \frac{gd_i}{M}} [W(k) \otimes X^i(k)] e^{-2\pi j \frac{ki}{M}} \right]_N = \\
 &= \sqrt{NM} \sum_{i=0}^{M-1} \text{iFFT} \left[ e^{2\pi j \frac{gd_i}{M}} e^{-2\pi j \frac{ki}{M}} \sum_{u=0}^{N-1} X^i(u) W(k-u)_N \right]_N = \\
 &= \sqrt{NM} \sum_{i=0}^{M-1} \text{iFFT} \left[ e^{2\pi j \frac{gd_i}{M}} e^{-2\pi j \frac{ki}{M}} \sum_{u=0}^{L-1} X_0^i(Mu) W(k-Mu)_N \right]_N + \\
 &+ \sqrt{NM} \sum_{i=0}^{M-1} \text{iFFT} \left[ e^{-2\pi j \frac{ki}{M}} e^{2\pi j \frac{gd_i}{M}} \sum_{u=0}^{L-1} X_1^i\left(Mu - \frac{M}{2}\right) W\left(k - Mu + \frac{M}{2}\right)_N \right]_N
 \end{aligned} \tag{5.59}$$

Ο παράγοντας  $\sqrt{NM}$  χρησιμοποιείται για την κανονικοποίηση της ισχύος στη μονάδα, θεωρώντας ότι η ισχύς του σήματος πληροφορίας είναι επίσης μοναδιαία. Η δομή του σχήματος 5.13 μπορεί να υλοποιηθεί και με χρήση πολυφασικών φίλτρων ή την MDFT δομή, αλλά κάτι τέτοιο δεν μας απασχολεί τουλάχιστον στον πομπό. Αυτό γιατί όλη αυτή η διαδικασία στο πεδίο του χρόνου αντιστοιχεί με πολλαπλασιασμό με ένα παράθυρο. Κατά συνέπεια η δομή του πομπού μπορεί να αποκτήσει τη μορφή που παρουσιάστηκε στο σχήμα 5.11, όπου δεν πραγματοποιούνται συνελίξεις (κυκλικές ή γραμμικές). Αρχίζοντας από τη σχέση (5.59) για την έξοδο του  $i$ -οστού υποσυμβόλου και με απλά βήματα, μέσω των ιδιοτήτων του διακριτού μετασχηματισμού Fourier έχουμε:

$$\begin{aligned}
 &\frac{\sqrt{NM}}{N} \left( \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{u=0}^{L-1} X_0^i(Mu) W(k-Mu)_N e^{-2\pi j \frac{ik}{M}} e^{2\pi j \frac{igd_i}{M}} e^{\frac{2\pi j kn}{N}} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{u=0}^{L-1} X_1^i\left(Mu - \frac{M}{2}\right) W\left(k - Mu + \frac{M}{2}\right)_N e^{-2\pi j \frac{ik}{M}} e^{2\pi j \frac{igd_i}{M}} e^{\frac{2\pi j kn}{N}} \right) = \\
 &\quad \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{u=0}^{L-1} e^{2\pi j \frac{igd_i}{M}} X_0^i(Mu) \sum_{k=0}^{N-1} W(k-Mu)_N e^{-2\pi j \frac{i(k-Mu)}{M}} e^{2\pi j \frac{kn}{N}} + \\
 &\quad \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{u=0}^{L-1} e^{2\pi j \frac{igd_i}{M}} X_1^i\left(Mu - \frac{M}{2}\right) e^{\pi j i} \sum_{k=0}^{N-1} W\left(k - Mu + \frac{M}{2}\right)_N e^{-2\pi j \frac{i(k-Mu+\frac{M}{2})}{M}} e^{2\pi j \frac{kn}{N}} \\
 &\quad \frac{e^{2\pi j \frac{igd_i}{M}}}{\sqrt{L}} \sum_{u=0}^{L-1} \tilde{X}_0^i(u) \sum_{k=0}^{N-1} W_i(k-Mu)_N e^{2\pi j \frac{kn}{N}} + \frac{e^{2\pi j \frac{igd_i}{M}}}{\sqrt{L}} (-1)^i \sum_{u=0}^{L-1} \tilde{X}_1^i(u) \sum_{k=0}^{N-1} W_i\left(k - Mu + \frac{M}{2}\right)_N e^{2\pi j \frac{kn}{N}} = \\
 &\quad = w(n-iL) \frac{e^{2\pi j \frac{igd_i}{M}}}{\sqrt{L}} \left[ \tilde{x}_0^i(n) + (-1)^i e^{-\pi j \frac{n}{L}} \tilde{x}_1^i(n) \right]
 \end{aligned} \tag{5.60}$$

όπου  $\tilde{x}_0^i(n)$  και  $\tilde{x}_1^i(n)$  είναι οι  $L$ -σημείων DFT των  $\tilde{X}_0^i(n)$  και  $\tilde{X}_1^i(n)$ , οι οποίοι και επαναλαμβάνονται όσο χρειαστεί. Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται απευθείας διαμορφωμένα φίλτρα τότε η έξοδος μετασχηματίζεται ως:

$$\begin{aligned}
 &\frac{e^{2\pi j \frac{igd_i}{M}}}{\sqrt{L}} \left( \sum_{u=0}^{L-1} \tilde{X}_0^i(u) \sum_{k=0}^{N-1} W_i(k-Mu)_N e^{2\pi j \frac{kn}{N}} + \sum_{u=0}^{L-1} \tilde{X}_1^i(u) \sum_{k=0}^{N-1} W_i\left(k - Mu + \frac{M}{2}\right)_N e^{2\pi j \frac{kn}{N}} \right) = \\
 &\quad = w(n-iL) \frac{e^{2\pi j \frac{igd_i}{M}}}{\sqrt{L}} \left[ \tilde{x}_0^i(n) + e^{-\pi j \frac{n}{L}} \tilde{x}_1^i(n) \right]
 \end{aligned} \tag{5.62}$$

δηλαδή υπάρχει απλά μια διαφορά πρόσημου στην έξοδα που προέρχεται από τα περιττά υποκατάλληλα. Αν γραφούν τα συγκεκριμένα μεγέθη συμβόλων εισόδου διανυσματικά, ο συγκεκριμένος



μετασχηματισμός DFT προέρχεται από  $M$  φορές επανάληψη των μετασχηματισμών  $L$  σημείων. Δηλαδή:

$$\mathbf{x}_{0,1}^i = \left. \begin{bmatrix} \sqrt{L} \text{iFFT} [\tilde{X}_{0,1}^i(n)]_L \\ \vdots \\ \sqrt{L} \text{iFFT} [\tilde{X}_{0,1}^i(n)]_L \end{bmatrix} \right\} M \text{ φορές}$$

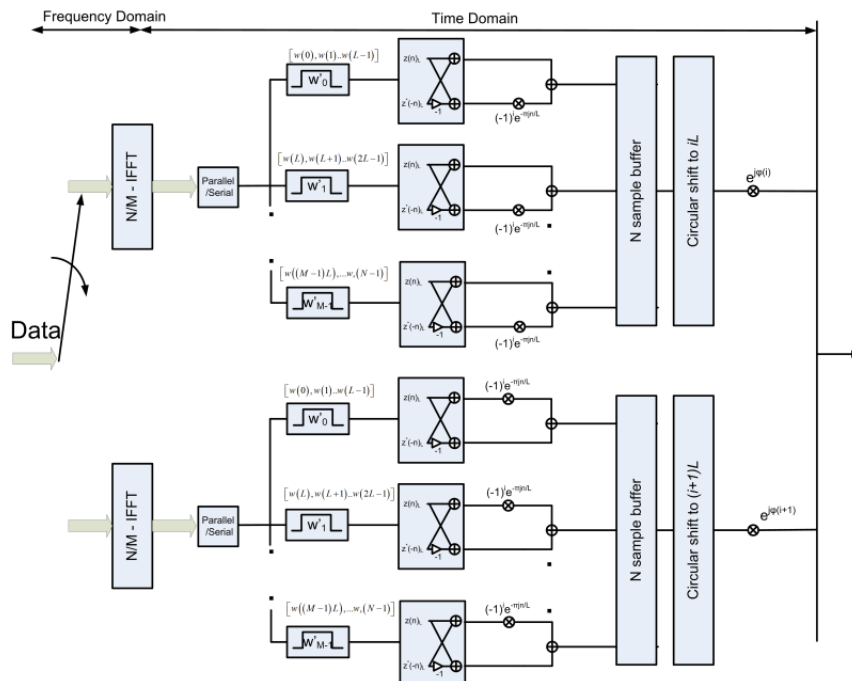
όπου το  $\sqrt{L}$  πραγματοποιεί κανονικοποίηση ισχύος. Το αποτέλεσμα της 5.61 δίνει την έξοδο του  $i$ -οστού υποσυμβόλου. Συνολικά για όλα τα υποσύμβολα ισχύει:

$$x_{tx}(n) = \sum_{i=0}^{M-1} w(n-iL) \frac{e^{\frac{2\pi j i g d}{M}}}{\sqrt{L}} [\tilde{x}_0^i(n) + (-1)^i e^{-\pi j \frac{n}{L}} \tilde{x}_1^i(n)] \quad (5.63)$$

Η οποία μπορεί να γραφεί διανυσματικά με τις εξής μορφές:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{tx} &= \sum_{i=0}^{M-1} e^{\frac{2\pi j i g d}{M}} \mathbf{C}_{iL} w \left( \mathbf{x}_0^i + (-1)^i \mathbf{x}_1^i \right) = \\ &= \sum_{i=0}^{M-1} e^{\frac{2\pi j i g d}{M}} \sqrt{L} \left( \sum_{i=0}^{M-1} w^{(i)} \left( \text{iFFT} [\tilde{X}_0^i(n)]_L + (-1)^i \text{iFFT} [\tilde{X}_1^i(n)]_L \right) \right) \end{aligned} \quad (5.64)$$

όπου  $\Lambda_w$  ο διαγώνιος  $N \times N$  πίνακας με στοιχεία τα  $w(n)$ ,  $\mathbf{C}_{iL}$  ο πίνακας κυκλικής περιστροφής που ουσιαστικά ολισθαίνει το αποτέλεσμα της εφαρμογής του παραθύρου στο κεντρικό δείγμα  $iL$  και  $\Gamma$  ο διαγώνιος πίνακας με στοιχεία τα  $e^{\pi j \frac{n}{L}}$ . Με οδηγό την εξίσωση (5.64), ο πομπός μπορεί να υλοποιηθεί με τη δομή του σχήματος 5.14. Μάλιστα στο σχήμα αυτό, ο διαχωρισμός πραγμα-



**Σχήμα 5.14:** Λειτουργία του πομπού για δυο διαδοχικά υποσύμβολα  $i, i + 1$  όπως δύναται να υλοποιηθεί ως Windowed OFDM στο πεδίο του χρόνου

τικών/φανταστικών μερών πραγματοποιείται επίσης στο πεδίο του χρόνου. Έτσι από τον αρχικό FFT διέρχεται το σήμα  $X^i = X_0^i + X_1^i$  και ο διαχωρισμός γίνεται με βάση τις ιδιότητες του διακριτού

μετασχηματισμού σύμφωνα με τις οποίες ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} \text{ifft}[X(k)] &= \text{ifft}[\text{Re}(X(k))] + j\text{ifft}[\text{Im}(X(k))] \\ x(n) &= x_{\text{Re}}(n) + jx_{\text{Im}}(n), \\ x_{\text{Re}}(n) &= x_{\text{Re}}^*(N-n)_N \\ x_{\text{Im}}(n) &= x_{\text{Im}}^*(N-n)_N \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2x_{\text{Re}}(n) &= x(n) + x^*(N-n)_N \\ 2jx_{\text{Im}}(n) &= x(n) - x^*(N-n)_N \end{aligned}$$

Σύμφωνα λοιπόν με το σχήμα, για κάθε  $L$  δείγματα εισόδου απαιτούνται  $2LM$  μιγαδικοί πολλαπλασιασμοί,  $3ML$  μιγαδικές προσθέσεις, μια κυκλική ολίσθηση και μια στροφή φάσης που μπορεί να ενσωματωθεί στο παράθυρο. Αυτά προστίθενται στο υπολογιστικό κόστος του  $L$  σημείων FFT. Σε κάθε περίπτωση το υπολογιστικό κόστος παρέμεινε σε εξαιρετικά χαμηλά επίπεδα.

### 5.3.5 Δέκτης OW-OFDM και ιδιότητα PR

Στον δέκτη πρέπει κατά τη συνήθη λογική να γίνει η αντίστροφη διαδικασία. Σε αυτή την περίπτωση όμως, για λόγο που θα εξηγηθεί στη συνέχεια η διαδικασία πρέπει να γίνει στο πεδίο της συχνότητας. Κατά συνέπεια στην είσοδο του δέκτη, τα εισερχόμενα δείγματα διέρχονται από έναν  $N$ -σημείων FFT. Έτσι, θεωρώντας τέλεια μετάδοση ώστε να δειχθεί η ύπαρξη της ορθογωνιότητας έχουμε ότι αν το λαμβανόμενο σήμα δίνεται από την εξίσωση (5.63), τότε μετά τον FFT και λόγω των γνωστών ιδιοτήτων ισχύει:

$$X_{Rx}(k) = \frac{e^{2\pi j \frac{igd}{M}}}{\sqrt{L}} \sum_{i=0}^{M-1} W_i(k) \otimes \left( X_0^i(k) + (-1)^i X_1^i(k) \right) \quad (5.65)$$

Εύκολα μπορεί να αποδειχθεί ότι η μετάδοση μέσω διαμορφωμένων φίλτρων και η μετάδοση με φιλτράρισμα με ακόλουθη διαμόρφωση είναι ισοδύναμες καθώς όπως φαίνεται από τις σχέσεις (5.65), (5.61), (5.62) η μοναδική διαφορά που προκύπτει είναι το πρόσημο του δευτέρου προσθετέου στα περιττά κανάλια και το οποίο εξαλείφεται εφόσον το σύστημα λήψης ακολουθήσει την αντίστοιχη διαδικασία (διαμορφωμένα φίλτρα ή αποδιαμόρφωση-φιλτράρισμα). Για την απόδειξη των συνθηκών ορθογωνιότητας θεωρείται ότι χρησιμοποιούνται διαμορφωμένα φίλτρα και κατά συνέπεια φεύγει ο όρος  $(-1)^i$ :

$$X_{Rx}(k) = \frac{e^{2\pi j \frac{igd}{M}}}{\sqrt{L}} \sum_{i=0}^{M-1} W_i(k) \otimes X_i(k)$$

Οπότε το λαμβανόμενο σήμα για το  $l$ -οστό παράθυρο, θεωρώντας τέλεια μετάδοση, δίνεται από:

$$Y_l(k) = \frac{e^{2\pi j \frac{i+l}{M}gd}}{L} \sum_{i=0}^{M-1} W_l(k) \otimes (W_i(k) \otimes (X_0^i(k) + X_1^i(k))) \quad (5.66)$$

Στη σχέση αυτή προκύπτει ένα πρόβλημα που οφείλεται στο γεγονός ότι το φιλτράρισμα πραγματοποιείται με αιτιατά φίλτρα. Αυτό γιατί για την σωστή ευθυγράμμιση φίλτρου πομπού και δέκτη πρέπει η δειγματοληψία να γίνεται κατάλληλα ώστε το σημείο  $2gd$  να συμπίπτει με σημείο δειγματοληψίας για να έχει ισχύ η σχέση (5.56). Για να γίνει αυτό πραγματικότητα το φίλτρο του δέκτη ολισθαίνει κατά  $-d_0$  με το  $d_0$  τέτοιο ώστε η διαίρεση  $\frac{2gd - d_0}{M}$  να είναι ακέραια. Η συνέλιξη που πραγματοποιείται στο δέκτη με τη μετατόπιση αυτή είναι:

$$Y_l(k) = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{M-1} W_l(k + d_0) \otimes (W_i(k) \otimes X^i(k)) \quad (5.67)$$

Πριν ξεκινήσει η απόδειξη της ορθογωνιότητας σημειώνονται τα εξής:

- Για οποιοδήποτε πραγματικό, μη-αιτιατό, FIR φίλτρο ισχύει ότι:

$$\sum_{u=-\infty}^{\infty} h_i(u) h_l(Mn - u) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} h(u) e^{2\pi j \frac{i u}{M}} h(Mn - u) e^{2\pi j \frac{l(Mn-u)}{M}} =$$

$$\sum_{u=-\infty}^{\infty} h(u) h(Mn - u) e^{2\pi j \frac{(i-l)u}{M}} \rightarrow \text{Real}$$

καθώς για κάθε  $u_0$  του αθροίσματος υπάρχει το  $u_1 = Mn - u_0$  για το οποίο ισχύει  $h(u_1) h(Mn - u_1) e^{2\pi j \frac{i-l}{M} u_1} = h(u_0) h(Mn - u_0) e^{2\pi j \frac{l-i}{M} u_0}$  και άρα οι δυο όροι του αθροίσματος είναι συζυγείς και το άθροισμα τους πραγματικό, ενώ αν το συνολικό μήκος του φίλτρου είναι περιττό για  $u_0 = Mn - u_0 \Rightarrow h(u_0) h(Mn - u_0) e^{\pi j (i-l)n} \in \text{Re}$ . Κατά συνέπεια το αποτέλεσμα είναι πραγματικό. Αντίστοιχα αν  $i = l + 2p + 1$  δηλαδή τα υποκανάλια απέχουν περιττό αριθμό υποκαναλιών τότε:

$$\sum_{u=-\infty}^{\infty} h_i(u) h_l\left(Mn + \frac{M}{2} - u\right) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} h(u) h\left(Mn + \frac{M}{2} - u\right) e^{2\pi j \frac{i-l}{M} u} e^{\pi j l} \rightarrow \text{Imag}$$

οπότε και για κάθε  $u_0$  μπορεί να βρεθεί  $u_1$  τέτοιο ώστε να αποτελούν διαφορά συζυγών και κατά συνέπεια δίνουν αμιγώς φανταστικό αποτέλεσμα. Αντίστοιχα για  $i = l + 2p$ :

$$\sum_{u=-\infty}^{\infty} h_i(u) h_l\left(Mn + \frac{M}{2} - u\right) \rightarrow \text{Real}$$

Τα παραπάνω πορίσματα μπορούν να γενικευθούν ώστε να συμπεριλάβουν αιτιατά φίλτρα και αποδεκατισμό με μετατόπιση. Συγκεκριμένα οι τροποποιήσεις που γίνονται οδηγούν στα ακόλουθα συμπεράσματα:

$$\sum_{u=0}^{\infty} h_i(u) h_l(Mn + d_0 - u) e^{-2\pi j \frac{\text{gd}(i+l)}{M}} \rightarrow \text{Real}$$

-για  $l = i + 2p + 1, p \in \mathbb{Z}$

$$\sum_{u=0}^{\infty} h_i(u) h_l\left(Mn + \frac{M}{2} + d_0 - u\right) e^{-2\pi j \frac{\text{gd}(i+l)}{M}} \rightarrow \text{Imag} \quad (5.68)$$

-για  $l = i + 2p, p \in \mathbb{Z}$

$$\sum_{u=0}^{\infty} h_i(u) h_l\left(Mn + \frac{M}{2} + d_0 - u\right) e^{-2\pi j \frac{\text{gd}(i+l)}{M}} \rightarrow \text{Real}$$

Η απόδειξη είναι εύκολη με χρήση κατάλληλων μετασχηματισμών. Δεδομένου ότι το πόρισμα αυτό θα χρησιμοποιηθεί σε ψηφιακά φίλτρα στο πεδίο των συχνοτήτων, οι μιγαδικοί όροι διαμόρφωσης και στροφής φάσης έχουν ανεστραμμένα πρόσημα, κάτι όμως που δεν επηρεάζει. Για τον ίδιο λόγο οι μετατοπίσεις των σημάτων ή/και των φίλτρων ισοδυναμούν με ολισθήσεις και οι συνελίξεις με κυκλικές συνελίξεις.

Ορίζεται ως  $F_{i,l}(k)$  το αποτέλεσμα της συνέλιξης του φίλτρου  $W_i(k)$  με το  $W_l(k + d_0)$ . Στην συγκεκριμένη περίπτωση η έλλειψη αιτιατότητας λόγω της αρνητικής καθυστέρησης  $-d_0$  δεν μας

απασχολεί καθώς το κυκλικό φιλτράρισμα πραγματοποιείται σε blocks στο πεδίο της συχνότητας:

$$\begin{aligned}
 F_{i,l}(k) &= \frac{e^{2\pi j \frac{i+l}{M} g d}}{L} \sum_{u=0}^{N-1} W_i(u) W_l(k + d_0 - u)_N = \\
 &= \frac{1}{L} \sum_{u=0}^{N-1} W(u) W(k + d_0 - u)_N e^{2\pi j \frac{i+l}{M} g d} e^{-2\pi j \frac{i-l}{M} u} e^{-2\pi j \frac{d_0 l}{M}} e^{-2\pi j \frac{k l}{M}}
 \end{aligned} \tag{5.69}$$

Με βάση τον ορισμό της (5.69) και αν  $X^i(k) = X_0^i(k) + X_1^i(k)$  ισχύει ότι στην περίπτωση φιλτραρίσματος με διαμορφωμένα φίλτρα:

$$Y_l(k) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{u=0}^{N-1} F_{i,l}(u) X^i(k - u)_N$$

Η εκτίμηση του πρώτου εισερχόμενου συμβόλου πληροφορίας από το  $l$ -οστό υποκάνάλι γίνεται με μετατόπιση κατά  $2gd$ , αλλά καθώς η καθυστέρηση  $d_0$  έχει ήδη εισαχθεί στον ορισμό του φίλτρου  $F_{i,l}(k)$ , η καθυστέρηση επεξεργασίας είναι ίση με  $Mr$  άρα με υποβίβαση της δειγματοληψίας στο πεδίο της συχνότητας κατά  $M$  και λαμβάνοντας το πραγματικό μέρος έχουμε ότι ισχύει:

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_l^0(k) &= \text{Re} [Y_l(Mk + Mr)] = \\
 \text{Re} \left[ \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{u=0}^{L-1} \tilde{X}_0^i(u) F_{i,l}(Mk + Mr - Mu)_N + \tilde{X}_1^i(u) F_{i,l} \left( Mk + Mr - Mu + \frac{M}{2} \right)_N \right]
 \end{aligned} \tag{5.70}$$

όπου θεωρήθηκε  $l$  άρτιο και για αυτό συγκρατείται το πραγματικό μέρος. Εφόσον τα φίλτρα έχουν πολλαπλασιαστεί με τον όρο  $e^{2\pi j \frac{i g d}{M}}$  ώστε να μην πραγματοποιείται στροφή φάσης από τις πραγματικές τιμές των συντελεστών του, όπως έχει προδιαγραφεί, τότε σύμφωνα με το πόρισμα που παρουσιάστηκε στην (5.68) για τα άμεσα γειτονικά του υποσύμβολα καθώς και για αυτά που απέχουν περιττό αριθμό υποσυμβόλων από εκείνο ισχύει:

$$\text{Av } i = l + 1 + 2p \rightarrow \begin{cases} \text{Re} \left( \underbrace{\sum_{u=0}^{L-1} \tilde{X}_0^i(u)}_{\text{Imag}} \underbrace{F_{i,l}(Mk - Mu)_N}_{\text{Real}} \right) = 0 \\ \text{Re} \left( \underbrace{\sum_{u=0}^{L-1} \tilde{X}_1^i(u)}_{\text{Real}} \underbrace{F_{i,l} \left( Mk - Mu + \frac{M}{2} \right)_N}_{\text{Imag}} \right) = 0 \end{cases} \tag{5.71}$$

Κατά συνέπεια το ενδεχόμενο αλλοίωσης για κάθε παράθυρο προκύπτει από τον εαυτό του και τα υποσύμβολα που απέχουν άρτιο αριθμό υποσυμβόλων από το  $l$ . Τα υποσύμβολα περιττής απόστασης δεν επηρεάζουν ανεξαρτήτως χρησιμοποιούμενου φίλτρου, αρκεί αυτό να είναι πραγματικό. Άρα:

$$\hat{X}_l^0(k) = \text{Re} \left( \sum_{p=0}^{M/2-1} \sum_{u=0}^{L-1} \left( \tilde{X}_0^{(l+2p)N}(u) F_{(l+2p)N,l}(Mk + Mr - Mu)_N + \tilde{X}_1^{(l+2p)N}(u) F_{(l+2p)N,l} \left( Mk + Mr - Mu + \frac{M}{2} \right)_N \right) \right) \tag{5.72}$$

Σύμφωνα με τα πορίσματα της (5.68) στο άθροισμα (5.72) για  $l$  άρτιο ισχύει ότι οι όροι του αθροίσματος  $\tilde{X}_1^{(l+2p)N}(u) F_{(l+2p)N,l} \left( Mk - Mu + \frac{M}{2} \right)$  είναι αμιγώς μιγαδικοί καθώς το φίλτρο δίνει πραγματικό αποτέλεσμα για πραγματική είσοδο, ενώ το σήμα πληροφορίας στο offset  $M/2$  είναι φανταστικό. Αντίστοιχα ο πρώτος όρος είναι αμιγώς πραγματικός και κατά συνέπεια μπορεί

## Κεφάλαιο 5. Εναλλακτικές Κυματομορφές

να εξαλειφθεί ο τελεστής  $\text{Re}\{\cdot\}$ . Έτσι:

$$\hat{X}_l^0(k) = \sum_{p=0}^{M/2-1} \sum_{u=0}^{L-1} \tilde{X}_0^{(l+2p)N}(u) F_{(l+2p)N,l}(Mk + Mr - Mu)_N \quad (5.73)$$

και αντίστοιχα:

$$\begin{aligned} \hat{X}_l^0(k) &= \frac{1}{L} \sum_{p=0}^{M/2-1} \sum_{q=0}^{N-1} W(Mk + Mr + d_0 - q)_N e^{-2\pi j \frac{pq}{M/2}} e^{2\pi j \frac{d_0 p}{M}} \sum_{u=0}^{L-1} W(q - Mu)_N \tilde{X}_0^{(l+2p)N}(u) = \\ &= \frac{1}{L} \sum_{p=0}^{M/2-1} e^{2\pi j \frac{d_0 p}{M}} \sum_{m=0}^{M/2-1} \left( \begin{array}{l} \sum_{q=0}^{L-1} W(Mk + Mr - Mq + d_0 - m)_N e^{-2\pi j \frac{mp}{M/2}} \times \\ \sum_{u=0}^{L-1} W(Mq + m - Mu)_N \tilde{X}_0^{(l+2p)N}(u) \end{array} \right) + \\ &+ \frac{1}{L} \sum_{p=0}^{M/2-1} e^{2\pi j \frac{d_0 p}{M}} \sum_{m=0}^{M/2-1} \left( \begin{array}{l} \sum_{q=0}^{L-1} W\left(Mk + Mr - Mq - m + d_0 - \frac{M}{2}\right)_N e^{-2\pi j \frac{mp}{M/2}} e^{-2\pi j p} \times \\ \sum_{u=0}^{L-1} W\left(Mq + m + \frac{M}{2} - Mu\right)_N \tilde{X}_0^{(l+2p)N}(u) \end{array} \right) \end{aligned} \quad (5.74)$$

Με αντικατάσταση των πολυφασικών συνιστωσών (συμβολίζονται με  $\mathcal{W}$ ) και ενσωμάτωση σε αυτές των όρων κανονικοποίησης έχουμε:

$$\hat{X}_l^0(k) = \sum_{p=0}^{M/2-1} e^{2\pi j \frac{d_0 p}{M}} \sum_{m=0}^{M-1} e^{-2\pi j \frac{mp}{M/2}} \sum_{q=0}^{L-1} \left[ \begin{array}{l} \text{Av } m \leq d_0 \\ \mathcal{W}_{d_0-m}(k - q + r)_L \\ \text{Av } d_0 < m \\ \mathcal{W}_{M+d_0-m}(k - q + r - 1)_L \end{array} \right] \sum_{u=0}^{L-1} \mathcal{W}_m(q - u)_L \tilde{X}_0^{(l+2p)N}(u) \quad (5.75)$$

Για την επίτευξη ορθογώνιας μετάδοσης είναι επιθυμητό το αποτέλεσμα για  $p = 0$  να είναι μονάδα ενώ διαφορετικά το αποτέλεσμα να είναι μηδενικό. Θεωρώντας το ισοδύναμο φίλτρο που επιβάλλεται στα εκπεμπόμενα δεδομένα για το  $l + 2p$ -οστό υποκανάλι:

$$T_{m,p}(k) = e^{-2\pi j \frac{2m-d_0}{M} p} \left( \sum_{q=0}^{L-1} \tilde{\mathcal{W}}_m(k - q)_L \mathcal{W}_m(q) + \sum_{q=0}^{L-1} \tilde{\mathcal{W}}_{m+\frac{M}{2}}(k - q)_L \mathcal{W}_{m+\frac{M}{2}}(q) \right) \quad (5.76)$$

όπου χρησιμοποιήθηκαν οι γενικευμένες πολυφασικές συνιστώσες όπως ορίστηκαν στη σχέση (5.51)

Αν λάβουμε το μετασχηματισμό  $Z$  του συγκεκριμένου φίλτρου και αφού αγνοηθεί το γεγονός ότι πραγματοποιείται κυκλική συνέλιξη καθώς οι θεωρούμενες κρουστικές συναρτήσεις έχουν μικρότερο μήκος του  $L$  μπορούμε να γράψουμε ότι ισχύει:

$$T_{m,p}(z) = e^{-2\pi j \frac{2m-d_0}{M} p} \left( \tilde{\mathcal{W}}_m(z) \mathcal{W}_m(z) + \tilde{\mathcal{W}}_{m+\frac{M}{2}}(z) \mathcal{W}_{m+\frac{M}{2}}(z) \right) \quad (5.77)$$

Αν ισχύει ότι:

$$\tilde{\mathcal{W}}_m(z) \mathcal{W}_m(z) + \tilde{\mathcal{W}}_{m+\frac{M}{2}}(z) \mathcal{W}_{m+\frac{M}{2}}(z) = \frac{2}{M}$$

Τότε

$$\begin{aligned}
 F_p(z) &= \sum_{m=0}^{M/2-1} T_{m,p}(z) = e^{2\pi j \frac{d_0 p}{M}} \sum_{m=0}^{M/2-1} e^{-2\pi j \frac{mp}{M/2}} \left( \tilde{\mathcal{W}}_m(z) \mathcal{W}_m(z) + \tilde{\mathcal{W}}_{m+\frac{M}{2}}(z) \mathcal{W}_{m+\frac{M}{2}}(z) \right) = \\
 &= e^{2\pi j \frac{d_0 p}{M}} \text{FFT} \left[ \frac{2}{M} \right]_{M/2} = \begin{cases} 1, \text{Av } p = 0 \\ 0, \text{Av } p \neq 0 \end{cases} \quad (5.78)
 \end{aligned}$$

Λόγω του ότι ο μετασχηματισμός FFT είναι 1 προς 1 αυτή είναι και η μοναδική συνάρτηση που δίνει το επιθυμητό αποτέλεσμα και κατά συνέπεια το παραπάνω αποτελεί την ικανή και αναγκαία συνθήκη ορθογώνιας μετάδοσης. Η ικανή και αναγκαία συνθήκη είναι όμοια με αυτή της σχέσης (5.51) καθώς το  $d_0$  ισοδυναμεί με τον παράγοντα  $s - 1$ .

Η σχέση αυτή αποδεικνύει ότι το πραγματικό μέρος για άρτια  $l$  ανακτάται τέλεια. Με παρόμοιο τρόπο μπορούν να αποδειχθούν και οι υπόλοιπες περιπτώσεις (φανταστικό μέρος για  $l$  άρτιο και τα αντίστοιχα για  $l$  περιττό) με την ικανή και αναγκαία συνθήκη να παραμένει η ίδια. Κατά συνέπεια η συγκεκριμένη μορφή εκπομπής-λήψης εξασφαλίζει την τέλεια ανακατασκευή του σήματος υπό ιδανικές συνθήκες. Παράλληλα και δεδομένου ότι ο προσθετικός μιγαδικός θόρυβος δεν παρεμβαίνει στη διαδικασία αλλά συνεχίζει να υφίσταται μετά τις διελεύσεις από τα φίλτρα με την ίδια ισχύ και συμπεριφορά, το σύστημα που παρουσιάστηκε έχει την βέλτιστη συμπεριφορά υπό συνθήκες AWGN καναλιού.

Οι αλγόριθμοι εκπομπής και λήψης που παρουσιάστηκαν, εξασφαλίζουν ότι υπό ιδανικές συνθήκες λειτουργούν με την ίδια αποδοτικότητα και συνέπεια όπως και οι διαμορφώσεις OFDM και OFDM-OQAM. Η ειδοποιός διαφορά των τριών σχημάτων έγκειται στην συμπεριφορά τους σε συχνοεπιλεκτικούς διαύλους. Επίσης έχουμε ήδη θέσει ως προαπαίτηση την χρήση FEQ για την ανάκτηση του σήματος.

### 5.3.6 Συμπεριφορά της OW-OFDM σε συχνοεπιλεκτικό δίαυλο

Θεωρούμε ότι το σήμα διέρχεται από συχνοεπιλεκτικό δίαυλο κρουστικής απόκρισης  $b(k)$  μήκους  $P$  δειγμάτων. Η πρώτη ενέργεια που γίνεται στον δέκτη είναι η απομόνωση  $N$  δειγμάτων. Τα δείγματα αυτά τοποθετούνται σε ένα διάνυσμα της μορφής:

$$\mathbf{x}_{rx} = \begin{bmatrix} x_{rx}(n_0 + N - 1) \\ x_{rx}(n_0 + N - 2) \\ \vdots \\ x_{rx}(n_0) \end{bmatrix}$$

όπου  $n_0$  το πρώτο δείγμα του τρέχοντος συμβόλου. Το διάνυσμα εισόδου στο δέκτη προκύπτει από τη γραμμική συνέλιξη του  $x_{tx}$  με την κρουστική απόκριση του διαύλου. Μαθηματικά αυτό περιγράφεται ως εξής:

$$\mathbf{x}_{rx} = \mathbf{B}\mathbf{x}_{tx}, \quad (5.79)$$

όπου:

$\mathbf{B} \rightarrow (N \times N + P - 1)$  convolution matrix

$$\mathbf{x}_{tx} = \begin{bmatrix} x_{tx}(n_0 + N - 1) \\ x_{tx}(n_0 + N - 2) \\ \vdots \\ x_{tx}(n_0 - P + 1) \end{bmatrix}$$

Έστω  $\mathbf{B}_{\text{cyc}}$  ο πίνακας κυκλικής συνέλιξης  $N \times N$  για την κρουστική απόκριση του ραδιοδιαύλου. Τότε το υποθετικό σήμα λήψης για το οποίο με βεβαιότητα θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί FEQ εξισορρόπηση δίνεται από τη σχέση:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{rx} = \mathbf{B}_{\text{cyc}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_{N \times P-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{tx} \quad (5.80)$$

Τα  $\tilde{\mathbf{x}}_{rx}$  και  $\mathbf{x}_{rx}$  διαφέρουν ως προς τα τελευταία (χρονικά πρώτα)  $P - 1$  δείγματα, καθώς για τα άλλα σημεία το αποτέλεσμα της κυκλικής και γραμμικής συνέλιξης είναι το ίδιο.

Η επόμενη ενέργεια του δέκτη αφορά την εφαρμογή των  $M - 1$  παραθύρων με εξαίρεση το πρώτο το οποίο προς το παρόν αφήθηκε αχρησιμοποίητο. Δηλαδή:

$$\mathbf{y}_m^{rx} = \Lambda_w \mathbf{B} \mathbf{x}_{tx}, \quad m = 1 \dots M - 1 \quad (5.81)$$

Η μορφή του παραθύρου είναι ίδια με τη συνάρτηση μεταφοράς ενός πρότυπου φίλτρου MDFFT. Κατά συνέπεια παρουσιάζει μια συγκεκριμένη ζώνη διέλευσης, μια συγκεκριμένη ζώνη μετάβασης και μια συγκεκριμένη ζώνη αποκοπής. Μαθηματικά η τιμή του δεν μηδενίζεται σε καμία ζώνη, αλλά πρακτικά οι τιμές στη χρονική ζώνη αποκοπής είναι πολύ κοντά στο μηδέν.

Αν λοιπόν για το συγκεκριμένο υποσύμβολο, το παράθυρο εμφανίζει χρονική ζώνη αποκοπής στα  $P - 1$  αλλοιωμένα δείγματα της απόκρισης, τότε ισχύει ότι:

$$\Lambda_w \mathbf{B} \mathbf{x}_{tx} \approx \Lambda_w \mathbf{B}_{\text{cyc}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_{N \times P-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{tx} \quad (5.82)$$

Κατά συνέπεια για το συγκεκριμένο υποσύμβολο είναι σχεδόν αδιάφορο αν το εισερχόμενο σήμα προήλθε από κυκλική ή γραμμική συνέλιξη του σήματος εισόδου με τον δίαυλο. Κατά συνέπεια μπορούμε να θεωρήσουμε ότι:

$$\mathbf{x}_{rx} \approx \tilde{\mathbf{x}}_{rx}$$

Σε αυτές τις περιπτώσεις λοιπόν, μπορεί να χρησιμοποιηθεί FEQ και να υπάρξει σχεδόν τέλεια ανακατασκευή του σήματος. Για να γίνει εφαρμογή του πρέπει να γίνει μετάβαση στο πεδίο συχνότητας μέσω FFT. Έτσι:

$$\mathbf{Y}_{rx} = \mathbf{G} \mathbf{B}_{\text{cyc}} \tilde{\mathbf{x}}_{tx} = \mathbf{G} \mathbf{G}^H \Gamma \mathbf{G} \tilde{\mathbf{x}}_{tx} = \Gamma \mathbf{G} \tilde{\mathbf{x}}_{tx}$$

όπου  $\tilde{\mathbf{x}}_{tx} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_{N \times (P-1)} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{tx}$  και ο πίνακας  $\Gamma$  περιέχει την συνάρτηση μεταφοράς του ραδιοδιαύλου στο πεδίο της διακριτής συχνότητας αποτελεί δε κατά τα γνωστά [60] τον πίνακα ιδιοτιμών του  $\mathbf{B}_{\text{cyc}}$ . Στη συνέχεια θεωρείται ότι εφαρμόζεται ο FEQ με zero-forcing (διαίρεση με τον αντίστροφο).

$$\mathbf{Y}_{eq} = \Gamma^{-1} \Gamma \mathbf{G} \sum_{i=0}^{M-1} \left( \Lambda_w^i \mathbf{G}^H \mathbf{U}_M^{(0)} \text{Re}(\mathbf{X}_i) + \Lambda_w^i \mathbf{G}^H \mathbf{U}_M^{(M/2)j} \text{Im}(\mathbf{X}_i) \right) \quad (5.83)$$

Και τελικά με εφαρμογή του πίνακα  $\mathbf{W}_{\text{cyc}}$  που προκαλεί την κυκλική συνέλιξη του εισερχόμενου σήματος με το ισοδύναμο φίλτρο στο πεδίο συχνότητας του παραθύρου, οδηγούμαστε στην σχέση τέλει ανακατασκευής:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_k &= \mathbf{W}_{\text{cyc}}^k \sum_{i=0}^{M-1} \left( \mathbf{G} \Lambda_w^i \mathbf{G}^H \mathbf{U}_M^{(0)} \text{Re}(\mathbf{X}_i) + \mathbf{G} \Lambda_w^i \mathbf{G}^H \mathbf{U}_M^{(M/2)j} \text{Im}(\mathbf{X}_i) \right) = \\ &= \mathbf{W}_{\text{cyc}}^k \sum_{i=0}^{M-1} \left( \mathbf{W}_{\text{cyc}}^i \mathbf{U}_M^{(0)} \text{Re}(\mathbf{X}_i) + \mathbf{W}_{\text{cyc}}^i \mathbf{U}_M^{(M/2)j} \text{Im}(\mathbf{X}_i) \right) \end{aligned} \quad (5.84)$$

και τελικά:

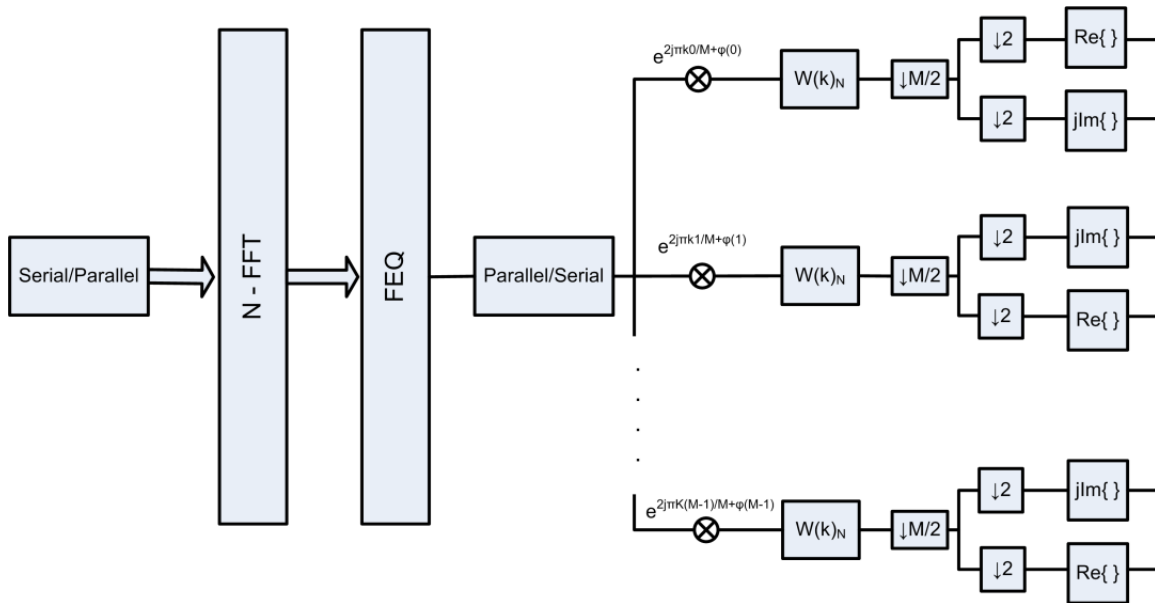
$$\hat{\mathbf{X}}_k = \text{Re} \left( \mathbf{D}_M^{(0)} \mathbf{Y}_k \right) + j \text{Im} \left( \mathbf{D}_M^{(M/2)} \mathbf{Y} \right) = \mathbf{X}_k$$

Από τη στιγμή που το πρώτο υποσύμβολο δεν αποδιαμορφώνεται, μπορούμε να πούμε πως τα υπόλοιπα υποσύμβολα μπορούν να χρησιμοποιήσουν τον FEQ με επιτυχία αρκεί:

$$P < \frac{N}{2M} - a \frac{N}{2M} \quad (5.85)$$

όπου  $a$  ο θεωρούμενος παράγοντας roll-off του παραθύρου. Υπό αυτή τη συνθήκη, η διαφορά γραμμικής και κυκλικής συνέλιξης περιορίζεται στο πρώτο υποσύμβολο που δεν χρησιμοποιείται. Το συγκεκριμένο διάστημα μπορεί να επεκταθεί με κατάλληλες μετακινήσεις του πλαισίου πληροφορίας και αντιστάθμιση των αντίστοιχων μεταβολών φάσης που προηγούνται. Όμως σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να ξεπεράσει το  $P < \frac{N}{2M} - a \frac{N}{2M}$

Με αυτή τη διαδικασία αποδείχθηκε ότι η συγκεκριμένη μέθοδος μπορεί να αντιμετωπίσει συχνοεπιλεκτικούς διαύλους επιτυχημένα, εφόσον το μήκος του καναλιού ικανοποιεί συγκεκριμένες συνθήκες. Τέλος η εφαρμογή του FEQ στην αρχή της αλυσίδας του δέκτη είναι ο λόγος που μας υποχρεώνει να πραγματοποιήσουμε φιλτράρισμα στο πεδίο της συχνότητας, αντί την εφαρμογή του παραθύρου. Το λογικό διάγραμμα του δέκτη παρουσιάζεται στο σχήμα 5.15 Είναι σαφές ότι



**Σχήμα 5.15:** Το λογικό διάγραμμα λειτουργίας του OW-OFDM δέκτη με ενσωμάτωση της εξισορρόπησης FEQ. Η διαδικασία εφαρμογής του παραθύρου πραγματοποιείται με κυκλικό φιλτράρισμα στο πεδίο της διακριτής συχνότητας

το υπολογιστικό φορτίο στον δέκτη αυξάνεται σημαντικά σε σχέση με την απλή OFDM καθώς περιλαμβάνεται μια MDFT βαθμίδα στο πεδίο της συχνότητας. Η υπολογιστική πολυπλοκότητα του δέκτη παρουσιάζεται στον Πίνακα 5.3.6. Η υλοποίηση θεωρείται ότι γίνεται με το υπολογιστικά ανώτερο διπλό πολυφασικό δίκτυο [54], [51] σχηματισμού του σταδίου ανάλυσης ενός MDFT συγκροτήματος φίλτρων. Στην θεωρούμενη υπολογιστική πολυπλοκότητα δεν έχει γίνει καμία απλοποίηση, αξιοποίηση συμμετρίας ή ενοποίηση τμημάτων που αποφέρει υπολογιστικό όφελος. Κατά συνέπεια τα χαρακτηριστικά αυτά αποτελούν ένα άνω όριο των απαιτήσεων που ζητούνται από τον CR-SDR δέκτη.

Η υπολογιστική σύγκριση δεν μπορεί να γίνει άμεσα με τον αντίστοιχο δέκτη της OFDM-OQAM. Μια πρώτη ματιά μπορεί να οδηγήσει στο λανθασμένο συμπέρασμα ότι η ύπαρξη του



Ενέργεια για $(M - 1)N/M$ δείγματα εισόδου	Μιγαδικοί Πολλαπλασιασμοί	Μιγαδικές Προσθέσεις
FFT Εισόδου (Radix 2)	$N/2\log_2 N$	$N\log_2 N$
FEQ	$N$	-
FFT Πολυφασικών δικτύων	$2 \times M/2\log_2 M$	$2 \times M\log_2 M$
Πολυφασικό Φιλτράρισμα	$2 \times \frac{NL_0}{M}$	$2 \times N \left( \frac{L_0}{M} - 1 \right)$
Στροφές φάσεις	$N$	-

**Πίνακας 5.1:** Πίνακας με χονδρική εκτίμηση του υπολογιστικού κόστους της OW-OFDM στο δέκτη. Χρησιμοποιείται Radix-2 αλγόριθμος FFT και δεν γίνεται καμία αξιοποίηση συμμετριών ή συνενώσεις

FFT στην είσοδο δίνει υπολογιστικό πλεονέκτημα στην OFDM-OQAM. Κάτι τέτοιο όμως δεν ισχύει καθώς:

- Το χρησιμοποιούμενο  $M$  στην OW-OFDM είναι πολύ μικρότερο σε σχέση με το αντίστοιχο της OFDM-OQAM και λαμβάνει συνήθεις τιμές 4, 8, 16.
- Το κυριότερο σημείο είναι, ότι ενσωματώνεται η βαθμίδα FEQ στην αλυσίδα. Ενσωμάτωση της εξισορρόπησης στην OFDM-OQAM εισάγει πολύ μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος από αυτό που εισάγει ο FFT σε συνδυασμό με τον FEQ.

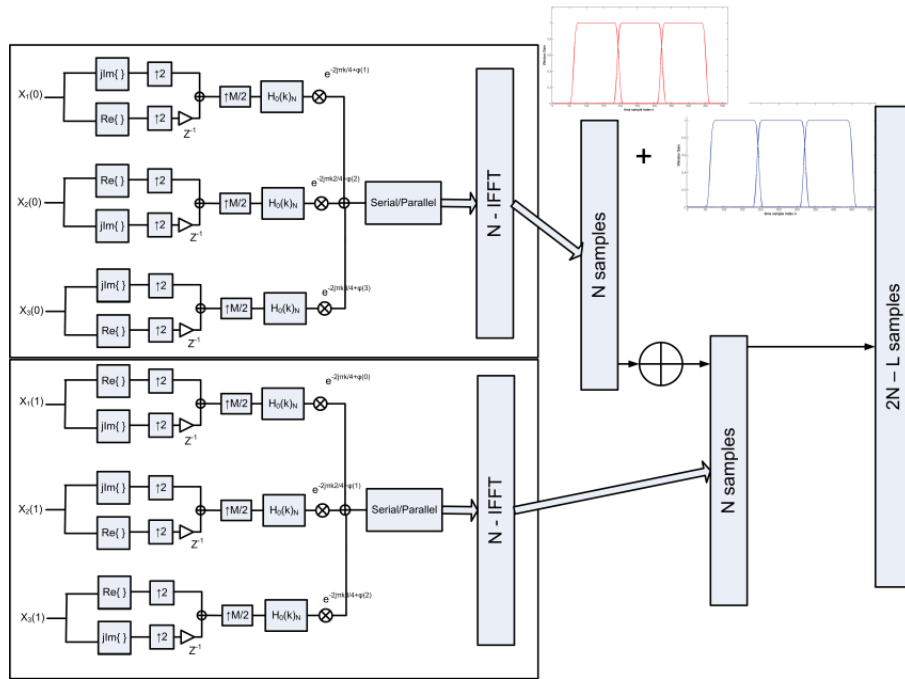
Γενικά και μετά από συγκρίσεις OW-OFDM και OFDM-OQAM, για να επιτευχθεί η ίδια απόδοση για τους ίδιους ραδιοδιαύλους είναι απαραίτητη η χρήση μεγάλου αριθμού υποκαναλιών και TEQ στην OFDM-OQAM με αποτέλεσμα η απαιτούμενη υπολογιστική πολυπλοκότητα κατά το ελάχιστο να διπλασιάζεται σε σχέση με την OW-OFDM.

### 5.3.7 Αποδοτικότητα Φάσματος

Στην έως τώρα ανάλυση, θεωρήθηκε ότι το πρώτο υποσύμβολο παρέμενε αχρησιμοποίητο και η κυματομορφή που παρήγαγε ο πομπός αφορούσε τα παράθυρα με δείκτες 1 έως  $M - 1$ . Κάτι τέτοιο, υποδηλώνει μια  $1/M$  υποχρησιμοποίηση των διαθέσιμων πόρων. Όπως αναφέρθηκε αυτό μπορεί να ξεπεραστεί με κατάλληλο τρόπο, χωρίς όμως να είναι δυνατή η βελτίωση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας του δέκτη. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε  $N$  δείγματα σήματος που επεξεργάζεται, λαμβάνονται  $(M - 1)N/M$  δείγματα που περιέχουν σήμα πληροφορίας.

Για να επιτευχθεί η αξιοποίηση του πρώτου υποσυμβόλου χρησιμοποιείται το συμπέρασμα που βγήκε στην παράγραφο 5.3.5. Σύμφωνα με τα συμπεράσματα της παραγράφου αυτής, το κάθε υποσύμβολο δεν επηρεάζεται από τα άμεσα γειτονικά του. Επιπλέον αν ακολουθούνται συγκεκριμένοι κανόνες εκπομπής τότε μπορεί συνολικά κάθε υποσύμβολο να μην επηρεάζεται από τα υπόλοιπα. Έτσι προκλήθηκε η ακόλουθη ιδέα που συνοψίζεται όσον αφορά στον πομπό, στα ακόλουθα βήματα:

1. Το πομπός δημιουργεί το πρώτο μεταδιδόμενο σύμβολο χωρίς τη χρησιμοποίηση του πρώτου υποκαναλιού και το ετοιμάζει προς αποστολή.
2. Κατά τη διαδικασία σύνθεσης του δεύτερου συμβόλου, αντιστρέφεται η διαδοχή μεταξύ των υποσυμβόλων διαχωρισμού πραγματικού φανταστικού μέρους. Έτσι αν κατά το πρώτο σύμβολο, στα άρτια υποσύμβολα το πραγματικό μέρος τους αύξανε ρυθμό δειγματοληψίας με μηδενική μετατόπιση και το φανταστικό με μετατόπιση  $M/2$ , στο δεύτερο σύμβολο πραγματοποιείται ακριβώς το αντίστροφο.
3. Το δεύτερο σύμβολο προετοιμάζεται αφήνοντας το υποσύμβολο  $0$  κενό.
4. Πριν την αποστολή του πρώτου συμβόλου πραγματοποιείται ολίσθηση του δεύτερου κατά  $L$  δείγματα αριστερά, καταλαμβάνοντας έτσι το οπίσθιο τμήμα του αχρησιμοποίητου υποσυμβόλου  $0$  του πρώτου.



**Σχήμα 5.16:** Λειτουργικό διάγραμμα πομπού για την πλήρη αξιοποίηση των τηλεπικοινωνιακών πόρων για  $M = 4$ . Σε διαδοχικά σύμβολα παρατηρείται αντιστροφή του διαχωρισμού φανταστικού/πραγματικού ανά υποσύμβολο και ολίσθηση του δεύτερου συμβόλου και επικάλυψη της περιοχής του υποσυμβόλου "0"

5. Η αντιστροφή της διαδικασίας πραγματικού/φανταστικού που έγινε στο βήμα 2, εξασφαλίζει ότι δεν θα υπάρξει παρεμβολή λόγω της ολίσθησης αυτής, καθώς υπάρχει συμβατότητα με βάση τους κανόνες της διαδικασίας τέλει ανακατασκευής.
6. Ανάλογη διαδικασία γίνεται για το τρίτο σύμβολο. Κατά συνέπεια στο δεύτερο σύμβολο το εμπρόσθιο μέρος του υποκαναλιού "0" καταλαμβάνεται με δείγματα του πρώτου και το οπίσθιο μέρος από δείγματα του τρίτου. Παρόλα αυτά δεν υπάρχει πρόβλημα παρεμβολής αφού τηρούνται οι ορισθέντες κανόνες.

Στο σχήμα 5.16 παρουσιάζεται ένα απλοποιημένο διάγραμμα της λειτουργίας του πομπού για  $M = 4$ , όπου θεωρείται ότι η εφαρμογή του παραθύρου γίνεται στο πεδίο της συχνότητας. Αυτό γίνεται για λόγους παρουσίασης καθώς η διαμόρφωση της κυματομορφής ανά σύμβολο γίνεται στην πραγματικότητα κανονικά στο πεδίο του χρόνου. Με αυτό το διάγραμμα όμως είναι εμφανής η εναλλαγή της τοποθέτησης των τελεστών  $\text{Re}(\cdot)$ ,  $\text{Im}(\cdot)$  ανά υποσύμβολο για διαδοχικά σύμβολα.

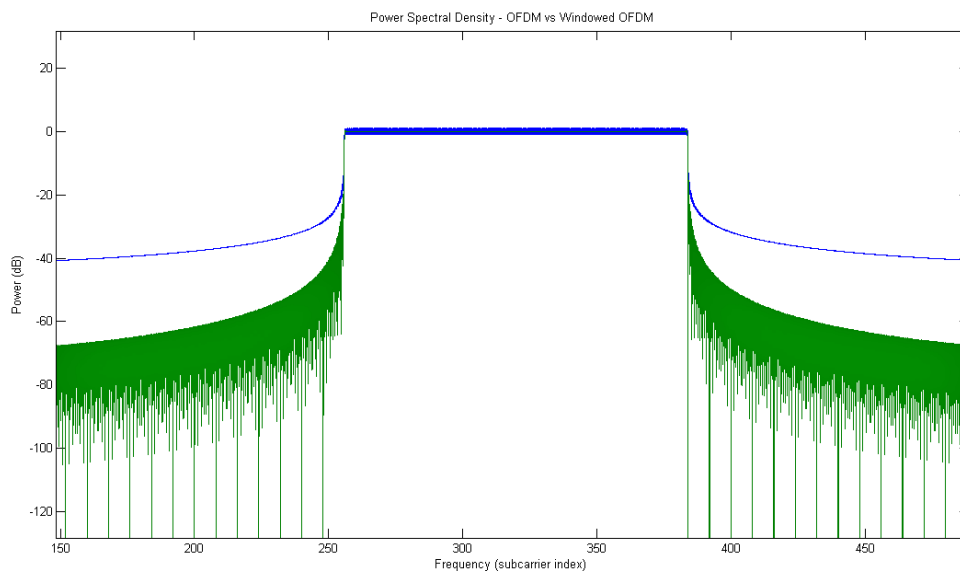
Από την άλλη μεριά στον δέκτη δεν απαιτείται κάποια τροποποίηση. Ο FFT στην είσοδο τροφοδοτείται με  $N$  δείγματα, αλλά μόνο  $N - L$  είναι αξιοποιήσιμα καθώς τα δείγματα που αντιστοιχούν στο υποσύμβολο "0" προέρχονται από προηγούμενες ή επόμενες εκπομπές. Δεν δημιουργείται κανένα πρόβλημα από την ύπαρξη των δειγμάτων αφού η συμβατότητα διατηρείται με τις ενέργειες στον πομπό. Όμως πρέπει να προσεχθεί ότι κατά την αποδιαμόρφωση του επόμενου OFDM συμβόλου δεν λαμβάνονται εξολοκλήρου  $N$  νέα δείγματα αλλά  $N - L$  καθώς τα  $L$  τελευταία δείγματα περιέχουν μέρος του επόμενου συμβόλου, αλλά και τα δείγματα από το προηγούμενο που θα καλύψουν το κενό του υποσυμβόλου "0".

### 5.3.8 Αποτελέσματα και αδυναμίες

Ο πρώτιστος λόγος που μας οδήγησε στην αναζήτηση ορισμού μιας νέας κυματομορφής είναι ο περιορισμός των πλευρικών λοβών που παρουσιάζονται στην συμβατική OFDM διαμόρφωση.

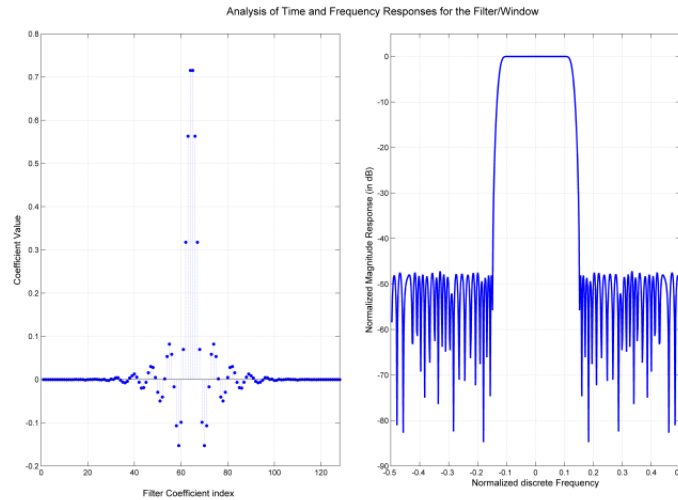
Με τη χρήση του παραθύρου στο πεδίο του χρόνου αναμένεται σοβαρή μείωση των πλευρικών λοβών του εκπεμπόμενου σήματος. Σύμφωνα με τη λογική του δεισιμού χρόνου και συχνότητας, οι πλευρικοί λοβοί της φασματικής πυκνότητας ισχύος της κυματομορφής εξαρτώνται από την καλή τοποθέτηση των συντελεστών της κρουστικής απόκρισης του συνολικού φίλτρου που προκύπτει από τη συνέλιξη των φίλτρων πομπού και δέκτη στο πεδίο της συχνότητας. Αν δηλαδή πραγματοποιείται γρήγορη μείωση των τιμών των συντελεστών όσο απομακρυνόμαστε από τη μέγιστη τιμή του, τότε μειώνονται οι πλευρικοί λοβοί της PSD του σήματος.

Στις εξομοιώσεις που έγιναν θεωρήθηκε σύστημα με  $N = 512$  και  $M = 4$ . Το φίλτρο που χρησιμοποιήθηκε σχεδιάστηκε με την μέθοδο [107] και διαθέτει 128 συντελεστές. Ο σχεδιασμός δεν υπήρξε βέλτιστος, αλλά θεωρήθηκε επιθυμητή η χρήση ενός φίλτρου πολλών συντελεστών ώστε να μελετηθεί η επίδραση του διαύλου στο σύστημα. Για την προσέγγιση της φασματικής πυκνότητας ισχύος πραγματοποιήθηκε ιδανική υπερδειγματοληψία της εκπεμπόμενης κυματομορφής. Μετά από 200000 εξομοιώσεις η εκτίμηση της φασματικής πυκνότητας ισχύος του συστήματος σε σύγκριση με αυτή της OFDM κυματομορφής έγινε με λήψη της μέσης τιμής της ισχύος στις επαναλαμβανόμενες δοκιμές. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο σχήμα 5.17. Είναι σαφές ότι η



**Σχήμα 5.17:** Φασματική πυκνότητα ισχύος της OW-OFDM κυματομορφής ( $N = 512$ ,  $M = 4$ ) σε σύγκριση με την πυκνότητα ισχύος της κυματομορφής ενός ισοδύναμου OFDM συστήματος

χρήση του παραθύρου προκαλεί ραγδαία μείωση των προκαλούμενων παρεμβολών στις γειτονικές ζώνες. Ακόμη και σε κοντινή απόσταση από τη ζώνη διέλευσης, η μείωση του πρώτου πλευρικού λοβού φτάνει τα 12 dB σε σχέση με τον αντίστοιχο της συμβατικής OFDM. Τα χαρακτηριστικά του χρησιμοποιούμενου παραθύρου εικονίζονται στο σχήμα 5.18 Είναι σαφές ότι με καλύτερη χρονική τοποθέτηση, η επιτεύξιμη μείωση γίνεται μεγαλύτερη. Παρουσιάζεται όμως ένα σχετικό ισοζύγιο καθώς η αναζήτηση καλύτερης τοποθέτησης στην κρουστική απόκριση προκαλεί εξάπλωση της συνάρτησης μεταφοράς του. Η αύξηση του παράγοντα roll-off  $a$  έχει ως συνέπεια την μείωση της μεγαλύτερης κρουστικής απόκρισης που δεν επηρεάζει το σύστημα (5.85), πράγμα που σημαίνει ότι ο σχεδιαστής πρέπει να λάβει απόφαση με βάση τις προδιαγραφές λειτουργίας του συστήματος. Στο 4.4 παρουσιάστηκε η επίπτωση που έχει η ολίσθηση συχνότητας σε ένα OFDM σύστημα και έγινε φανερό ότι η επιδείνωση που προκαλείται είναι μεγάλη και η ανάγκη αντιστάθμισης ζωτική για την λειτουργικότητα του συστήματος. Με δεδομένο ότι η νέα κυματομορφή:



**Σχήμα 5.18:** Χαρακτηριστικά του χρησιμοποιούμενου παραθύρου όπως αυτό προέκυψε με χρήση του αλγορίθμου σχεδιασμού MDFT-PR φίλτρων των Νγκυμπε και Κοϊρπιλαι

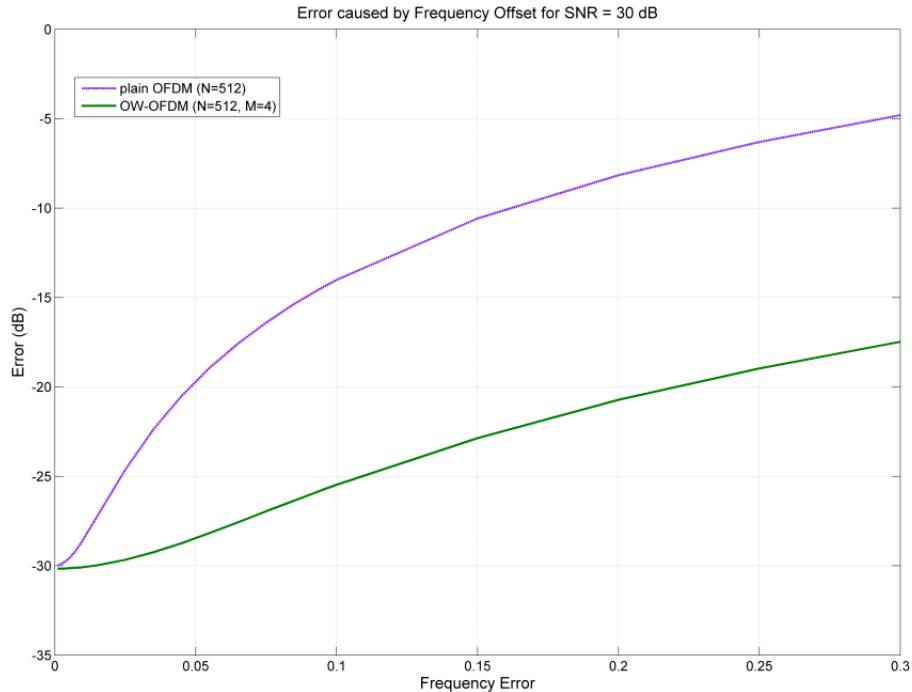
- Πρακτικά συνθέτει OFDM σύμβολα μήκους  $L$  αυξάνοντας κατά  $M$  την διαφοροντική απόσταση και κατά συνέπεια ισοδύναμα αυξάνει την ανοχή σε σφάλματα.
- Η χρήση του φίλτρου στο πεδίο της συχνότητας, αντί του αντίστοιχου που ορίζεται μέσω του τετραγωνικού παλμού στην συμβατική OFDM μειώνει δραστικά τις πλευρικές εκπομπές του OFDM φέροντος με αποτέλεσμα να μειώνει και τα φαινόμενα διαφοροντικής παρεμβολής.

αναμένεται ουσιαστική βελτίωση στη συμπεριφορά του σήματος υπό την παρουσία μη-αντισταθμισμένου σφάλματος συγχρονισμού στη συχνότητα. Τα αποτελέσματα της εξομοίωσης επιβεβαιώνουν τα λογικά συμπεράσματα με τον καλύτερο τρόπο. Η κυματομορφή OW-OFDM παραμένει ουσιαστικά ανεπηρέαστη από συχνοτικές ολισθήσεις μέχρι και 0.25 της διαφοροντικής απόσταση όσο το SNR παραμένει σταθερό (υπάρχει επιδείνωση του τελικού SNR σε λειτουργικά όμως όρια). Ουσιαστικά σε αυτές τις περιπτώσεις για τιμές σφάλματος τέτοιας τάξης δεν απαιτείται καμία διαδικασία αντιστάθμισης. Το σφάλμα συχνότητας αρχίζει και επιδρά σε μεγάλες τιμές SNR οπότε και παρατηρείται πραγματική επιδείνωση. Σε καμία περίπτωση βέβαια δεν τίθεται σύγκριση με την απλή OFDM κυματομορφή. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η περίπτωση SNR 30 dB και σφάλματος συχνότητας 0.3. Στην περίπτωση αυτή η επιδείνωση του SNR για την OW-OFDM είναι 12 dB, οδηγώντας το τελικό σηματοθορυβικό λόγο στα 18dB, ενώ στην περίπτωση της απλής OFDM η επιδείνωση ξεπερνά τα 25 dB φθάνοντας το τελικό SNR στα 5dB και καθιστώντας το σύστημα ουσιαστικά μη λειτουργικό.

Τέλος σε μετρήσεις ενέργειας που έγιναν για την νέα κυματομορφή παρατηρήθηκε ότι προκαλεί μείωση στο PAPR (Peak to Average Power Ratio) του σήματος. Η μείωση του PAPR ποσοτικοποιήθηκε και προέκυψε ότι δίνεται από:

$$\text{PAPR}_{\text{OW-OFDM}} \text{ (dB)} = \text{PAPR}_{\text{OFDM}} \text{ (dB)} - 10\log_{10}(M) \quad (5.86)$$

Δεδομένου ότι σύμφωνα με το [60] το PAPR εξαρτάται από τον αριθμό των υποφερόντων που σχηματίζουν το σύστημα, η μείωση που παρατηρείται στην τιμή του οφείλεται στο γεγονός ότι το ισοδύναμο OFDM σύμβολο της OW-OFDM κυματομορφής προκύπτει ως άθροισμα  $M$  υποσυμβόλων που παράγονται με χρήση FFT  $L$  σημείων. Κατά συνέπεια παρότι ισοδύναμες εκδοχές με αύξηση του αριθμού των παραθύρων ανά ισοδύναμο OFDM σύμβολο, επιτυγχάνεται μείωση του PAPR.



**Σχήμα 5.19:** Επιδείνωση σηματοδορυβικού λόγου για διάφορες τιμές σφάλματος ολίσθησης συχνότητας για  $SNR = 30dB$  σε κυματομορφή OW-OFDM ( $N=512, M=4$ ) και απλή OFDM ( $N=512$ ). Το σφάλμα συχνότητας δίνεται ως ποσοστό της διαφοροτικής απόστασης του OFDM συστήματος

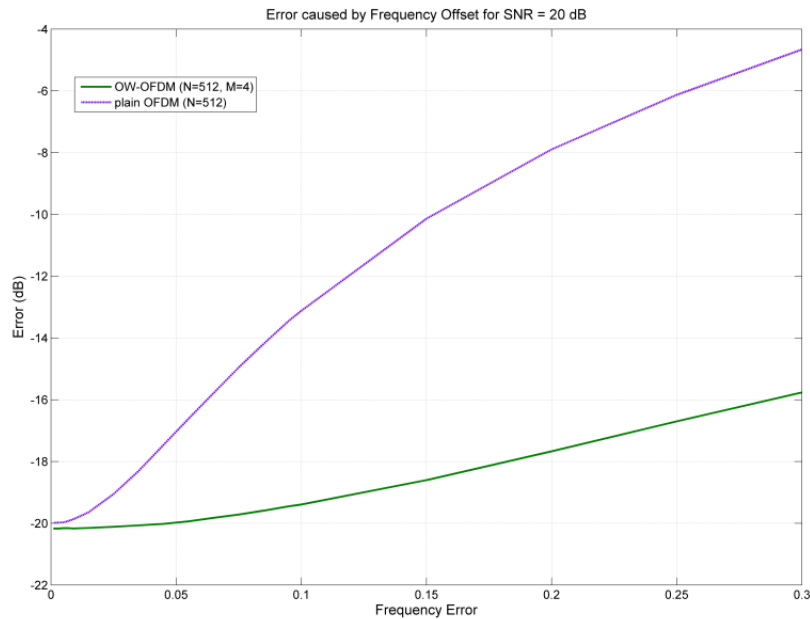
Τέλος πρέπει να αναφερθεί και το προφανές πλεονέκτημα της φασματικής αξιοποίησης. Για λογικά μεγέθη ραδιοδιαύλου δεν χρειάζεται να κρατηθεί διάστημα φύλαξης μεταξύ των διαδοχικών συμβόλων ή να τοποθετηθεί κυκλικό πρόθεμα. Κατά συνέπεια η κυματομορφή, όπως και η OFDM-OQAM, μπορεί και πετυχαίνει βέλτιστη αξιοποίηση των διαθέσιμων ραδιοπόρων.

### 5.3.9 Μειονεκτήματα

Το κύριο μειονέκτημα της κυματομορφής είναι ο χρονικός συγχρονισμός. Όπως κάθε εκδοχή παραθυρικής OFDM απαιτεί τέλει συγχρονισμό πομπού με δέκτη από τη στιγμή που η εφαρμογή του παραθύρου τη σωστή χρονική στιγμή αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την τήρηση της ορθογωνιότητας. Δεδομένου ότι πραγματοποιείται υποδειγματοληψία κατά  $M$  στο δέκτη, υπάρχει η δυνατότητα η χρονική διόρθωση για  $M - 1$  δείγματα να πραγματοποιηθεί στο πεδίο της συχνότητας, μετά τον FFT με μικρή επίδραση στο τελικό σήμα. Παρ' όλα αυτά, το πεδίο που ορίζεται από το  $M$  είναι συνήθως μικρό καθώς οι τιμές του στην OW-OFDM δεν αυξάνουν ιδιαίτερα ώστε να μπορεί να λειτουργήσει ο FEQ. Από την άλλη η συμβατική OFDM μπορεί να διαχειριστεί με μεγάλη ανοχή σφάλματα χρονικού συγχρονισμού λόγω της ύπαρξης του κυκλικού προθέματος.

Δεδομένου ότι η OW-OFDM μπορεί να αντιμετωπιστεί ως OFDM σύστημα  $L$  σημείων από άκρο ως άκρο, ο χρονικός συγχρονισμός μπορεί να πραγματοποιηθεί με κλασικούς αλγόριθμους που αναπτύχθηκαν για την OFDM. Θεωρείται δεδομένο ότι τα σύμβολα συγχρονισμού πρέπει να περιέχουν γνωστή πληροφορία σε πομπό και δέκτη καθώς διαφορετικά---σε περίπτωση τυφλού συγχρονισμού ή αγνώστων preamble---τα σφάλματα που θα προκύψουν αναμένεται να είναι μεγάλα.

Παρόλα αυτά, το δεδομένο ότι για την αποδιαμόρφωση  $N - L$  δειγμάτων χρησιμοποιούνται  $N$  δείγματα δείχνει ότι η πληροφορία αντιστάθμισης του σφάλματος χρονισμού στο δέκτη είναι διαθέσιμη, καθώς μπορεί να πραγματοποιηθεί ολίσθηση στα  $L$  μη χρησιμοποιούμενα δείγματα ώστε



**Σχήμα 5.20:** Επιδείνωση σηματοδορυβικού λόγου για διάφορες τιμές σφάλματος ολίσησης συχνότητας για  $SNR = 20dB$  σε κυματομορφή *OW-OFDM* ( $N=512, M=4$ ) και απλή *OFDM* ( $N=512$ ). Το σφάλμα συχνότητας δίνεται ως ποσοστό της διαφορονικής απόστασης του *OFDM* συστήματος

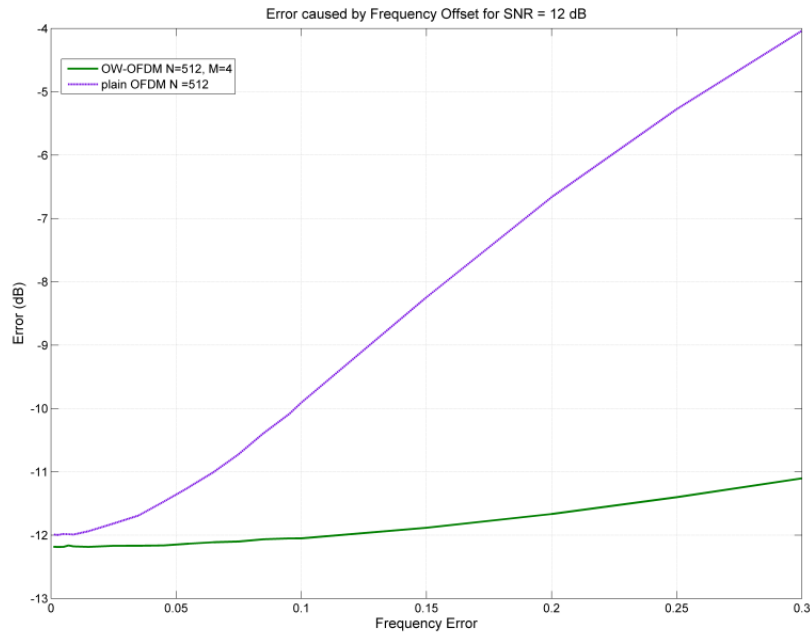
να βρεθεί το σωστό σημείο. Το θέμα είναι όμως πώς αυτό θα γίνει χωρίς την δραματική αύξηση του υπολογιστικού κόστους καθώς η επιλογή ενός νέου σημείο θα οδηγούσε σε μια νέα διαδικασία φιλτραρίσματος στη συχνότητα. Η επίτευξη ενός ακριβούς αλγορίθμου συγχρονισμού που λαμβάνει υπόψη τις ιδιαιτερότητες του συστήματος και η ανάπτυξη μιας αποδοτικής υπολογιστικά μεθόδου αντιστάθμισης σφαλμάτων συγχρονισμού αποτελούν πεδίο για περαιτέρω έρευνα.

## 5.4 MultiBand OFDM

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί πως όλες οι τεχνικές που εφαρμόζονται σε απλές *OFDM* δομές για τον έλεγχο των εκπομπών μπορούν να εφαρμοστούν και σε *multiband OFDM*. Τα συστήματα *MultiBand OFDM* μελετούνται κυρίως για συστήματα *Ultra Wideband - UWB* τα οποία όμως έχουν πολλές ομοιότητες με τα *Cognitive/Software Radios* καθώς λειτουργούν σε πολύ ευρείες φασματικές ζώνες και συνυπάρχουν με ετερογενή συστήματα. Ανάλυση της τεχνικής *MB-OFDM* παρουσιάζεται στο [64] για τα συστήματα 802.15.3a. Στην περίπτωση των *MB-OFDM SDR-CR* κατά την άποψη του συγγραφέα πρέπει να γίνουν σημαντικές τροποποιήσεις στην αντίληψη της έννοιας *multiband* όπως έχει δοθεί στα *UWB* συστήματα.

Στα *MB-OFDM* συστήματα η συνολική διαθέσιμη φασματική ζώνη χωρίζεται σε υποκάναλια. Στο σχήμα 5.22 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα όπου η συνολική ζώνη χωρίζεται σε 3 υποκάναλια. Το φιλτράρισμα για το διαχωρισμό μπορεί να γίνεται είτε στο αναλογικό τμήμα του συστήματος ή στο ψηφιακό σύστημα (*Digital IF*), είτε συνδυαστικά και στους δυο τομείς. Οι λόγοι για τους οποίους η *MB-OFDM* τεχνική πλεονεκτεί έναντι της *SB-OFDM* τεχνικής σε συστήματα ευρείας μετάδοσης και λήψης συνοψίζεται στα εξής σημεία:

- Μπορεί να απλουστεύσει ιδιαίτερα τον σχεδιασμό του αναλογικού *RF* τμήματος και τους μετατροπείς από αναλογικό σε ψηφιακό σήμα και αντίστροφα. Η διαχείριση ενός εξαιρετικά μεγάλου φασματικά σήματος, απαιτεί την ανάπτυξη ιδιαίτερος πολύπλοκων *RF* κυκλωμά-



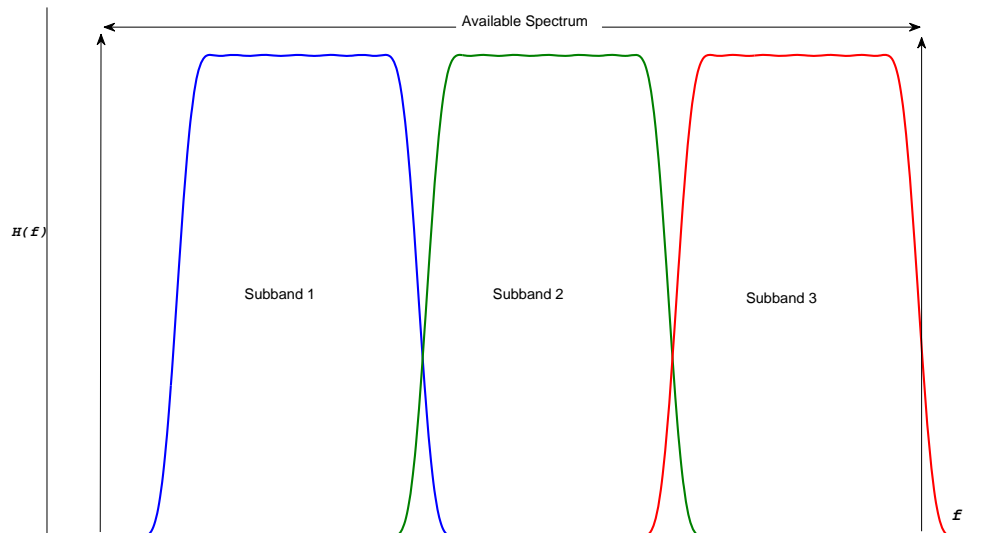
**Σχήμα 5.21:** Επιδείνωση σηματοδορυβικού λόγου για διάφορες τιμές σφάλματος ολιόθησης συχνότητας για  $SNR = 12dB$  σε κυματομορφή OW-OFDM ( $N=512$ ,  $M=4$ ) και απλή OFDM ( $N=512$ ). Το σφάλμα συχνότητας δίνεται ως ποσοστό της διαφοροντικής απόστασης του OFDM συστήματος

των. Επίσης απαιτεί εξαιρετικά υψηλού ρυθμού ADC και DAC που θα διαθέτουν μάλιστα μεγάλη ακρίβεια ώστε να είναι ανιχνεύσιμα χαμηλής ισχύος σήματα. Οι υψηλού ρυθμού ADC/DAC εκτός από την υψηλή τιμή τους, αναπτύσσουν μεγάλες θερμοκρασίες και καταναλώνουν υψηλά ποσά ενέργειας. Με την διάσπαση της συνολικής ζώνης σε μικρότερες ζώνες (στον αναλογικό φυσικά τομέα) μπορεί να μειωθεί δραστικά η πολυπλοκότητα της αναλογικής βαθμίδας.

- Βοηθά δραστικά το σύστημα να μειώσει την υποβολή του σε παρεμβολές καθώς μπορεί να αποκλείσει συγκεκριμένες ζώνες που δεν μπορούν πρακτικά να χρησιμοποιηθούν αφού τα προβλήματα που προκαλούνται ξεπερνούν τα οφέλη που θα υπάρξουν στο ρυθμό μετάδοσης.
- Διευκολύνει την χρήση μεθόδων πολλαπλής πρόσβασης στο δίαυλο από τα CRs προσφέροντας λύσεις που ξεφεύγουν από την τυχαία διεκδίκηση και προσπέλαση όπως η τεχνική CSMA. Σε ένα τέτοιο σύστημα οι διαφορετικοί χρήστες διεκδικούν πόρους από διαφορετικά υποκανάλια.
- Διευκολύνει τον χειρισμό και την επεξεργασία στην περίπτωση που η προβλεπόμενη ζώνη λειτουργίας του OFDM CR-SDR δεν είναι συνεχόμενη αλλά είναι διακοπτόμενη σε διαφορετικές ζώνες (π.χ. μια ζώνη στα 2 GHz και μια στα 5 GHz).
- Διευκολύνει την ψηφιακή επεξεργασία και ανάλυση του σήματος μειώνοντας τόσο τα πιθανά προβλήματα όσο και το υπολογιστικό απαιτούμενο κόστος. Η τελευταία πρόταση χρειάζεται διευκρινίσεις καθώς από πολλούς υποστηρίζεται η άποψη πως η MB-OFDM διαμόρφωση πράττει το αντίθετο, δηλαδή προκαλεί αύξηση του υπολογιστικού κόστους.

Η διαυλοποίηση σε υποκανάλια από άποψη πολυπλοκότητας του αναλογικού υποσυστήματος είναι ασφαλώς μια αποτελεσματική λύση. Επίσης ο περιορισμός των παρεμβολών είναι ακόμη ένα ευεργετικό πλεονέκτημα της διαυλοποίησης σε υποκανάλια ακόμη και αν αυτή γίνεται στο





**Σχήμα 5.22:** Multiband OFDM: Παράδειγμα διαχωρισμού φάσματος σε υπόκανάλια

ψηφιακό υποσύστημα. Ουσιαστικά είναι μια μέθοδος περιορισμού των παρεμβολών με χρήση φίλτρων όπως παρουσιάστηκε και στην προηγούμενη παράγραφο. Όμως εδώ θα πρέπει να τονιστεί ότι ενώ προηγουμένως η έμφαση δόθηκε στην παρεμβολή που προκαλείται στο πρωτεύον σύστημα, η διαυλοποίηση προσφέρει προστασία και στα CRs που δεν ολοκληρώνουν και επεξεργάζονται μεγάλο μέρος άχρηστης ισχύος.

Η τελευταία παρατήρηση όμως αποτελεί σημαντικό θέμα συζήτησης. Με μια πρώτη ανάγνωση η ψηφιακή διαυλοποίηση δεν προσφέρει ουσιαστικό όφελος αλλά απεναντίας κάνει την επεξεργασία σήματος πολύπλοκη. Αυτό προκύπτει με την παρακάτω λογική: Θεωρούμε ως μονάδα εκτίμησης της υπολογιστικής πολυπλοκότητας τους πολλαπλασιασμούς / εισερχόμενο δείγμα. Η απλή αποδιαμόρφωση του σήματος για το κάθε OFDM σύμβολο απαιτεί:

**Συμβατική OFDM:** Όλη η διαθέσιμη φασματική ζώνη χωρίζεται σε  $N$  subcarriers και η αποδιαμόρφωση γίνεται ενιαία με έναν  $N$ -σημείων FFT. Σε αυτή την περίπτωση απαιτούνται:  $0.5N \log_2(N)$  πολλαπλασιασμοί ανά OFDM σύμβολο  $N$  δειγμάτων ή ισοδύναμα  $0.5 \log_2(N)$  ανά εισερχόμενο δείγμα (ο FFT θεωρείται radix-2).

**MB-OFDM:** Έστω ότι η ζώνη είναι διαχωρισμένη σε  $M$  υποκανάλια. Κατά συνέπεια στο κάθε υποκάνάλι ανατίθενται  $N/M$  subcarriers. Έτσι πραγματοποιούνται  $M$  αποδιαμορφώσεις με  $N/M$ -σημείων FFT. Η υπολογιστική πολυπλοκότητα είναι σε αυτή την περίπτωση:  $M(0.5(N/M) \log_2(N/M)) = 0.5N \log_2(N/M)$  πολλαπλασιασμοί ανά σύμβολο ή  $0.5 \log_2(N/M)$  ανά εισερχόμενο δείγμα.

Όμως σε αυτή την περίπτωση πρέπει να γίνει φιλτράρισμα που θα διαχωρίσει τα υποκάνάλια. Θεωρούμε ότι το φιλτράρισμα γίνεται στο ψηφιακό υποσύστημα και ότι χρησιμοποιείται πραγματικό FIR φίλτρο ώστε να μην παραμορφώνεται η φάση του σήματος. Σε αυτή την περίπτωση, λόγω της συμμετρίας οι πολλαπλασιασμοί που απαιτούνται είναι ίσοι με  $gd/2$  όπου  $gd$  είναι η καθυστέρηση ομάδος (group delay) του φίλτρου. Αν η διαυλοποίηση γίνει με χρήση πολυφασικής συστοιχίας φίλτρων (polyphase filter bank) σε συνδυασμό με στάδιο μείωσης του ρυθμού επεξεργασίας τότε οι πολλαπλασιασμοί που απαιτούνται ανά δείγμα εισόδου είναι:  $gd/(2M)$ . Επειδή όμως αντίστοιχα απαιτείται η εξαγωγή όλων των υποκαναλιών ταυτόχρονα πρέπει να συμπεριληφθεί και η μονάδα IFFT  $M$ -σημείων στην έξοδο της συστοιχίας (DFT Polyphase filter bank), δηλαδή επιπλέον  $0.5M \log_2 M$  πολλαπλασιασμοί ανά



$M$  δείγματα. Συνολικά έχουμε:

$$Multiplies = \frac{gd}{2M} + \log_2\left(\frac{N}{M}\right) + \log_2(M) = \frac{gd}{2M} + \log_2(N) \quad (5.87)$$

Η σύγκριση του αποτελέσματος για συμβατική OFDM και MB-OFDM δείχνει πως στην δεύτερη προσέγγιση υπάρχει μια αύξηση στον αριθμό των πολλαπλασιασμών ίση με  $gd/(2M)$  για κάθε δείγμα εισόδου. Αν θεωρηθεί πως για υπερευρείας ζώνης συστήματα το  $\log_2 N$  είναι της τάξης του 13-15, η αύξηση αυτή φαίνεται να είναι σημαντική αφού μπορεί να προκαλέσει 40% αύξηση στους πολλαπλασιασμούς. Πολλοί ερευνητές ([64]) υποστηρίζουν πως το γεγονός πως θα πρέπει να γίνουν  $M$  εκτιμήσεις διαύλου,  $M$  διαδικασίες συγχρονισμού συχνότητας κλπ. θα αυξήσει επιπλέον το υπολογιστικό κόστος. Όμως κάτι τέτοιο κατά τη γνώμη μας δεν αποτελεί ορθό ισχυρισμό. Στους περισσότερους αλγόριθμους εκτίμησης η πολυπλοκότητα είναι δύναμη του  $N$  (ή των δειγμάτων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση, δηλαδή  $O(N^k)$ ). Αυτό σημαίνει πως η εφαρμογή  $M$  αλγορίθμων πολυπλοκότητας  $O((N/M)^k)$  θα προσδώσει υπολογιστικό όφελος που μάλιστα θα υπερκεράσει την υπολογιστική αύξηση που προκαλείται από το φίλτρο. Η παραπάνω λογική μάλιστα αποδεικνύεται στο [108] (βλ. παράγραφος 4.4) όπου μελετώνται αρχιτεκτονικές δεκτών για OFDMA συστήματα. Υπό μια έννοια ό,τι ισχύει στα OFDMA συστήματα που διαφορετικοί χρήστες μοιράζονται το ίδιο OFDM σύμβολο, ισχύει προσαυξημένο και στα Cognitive Radios, αφού και σε αυτή την περίπτωση το OFDM σύμβολο μοιράζεται από διαφορετικούς χρήστες που μάλιστα ανήκουν σε διαφορετικά συστήματα (και κατά συνέπεια δεν "συνεργάζονται" μεταξύ τους).

Επίσης σε ένα MB-OFDM σύστημα προβλέπεται και εξολοκλήρου αποκλεισμός ενός υποκαναλιού, όταν η παρεμβολή είναι μεγάλη και κατά συνέπεια η διαθεσιμότητα ραδιοπόρων περιορισμένη. Με αυτήν την πρακτική μειώνεται περαιτέρω ο αριθμός των απαιτούμενων υπολογιστικών πόρων, καθώς δεν εφαρμόζονται  $M$   $N/M$ -FFT. Στην συμβατική OFDM τεχνική κάτι τέτοιο δεν είναι δυνατό. Αν π.χ. ένα CR χρησιμοποιήσει το 25 % του φάσματος, θα απαιτηθούν από  $M/4$  στην καλύτερη και  $M$  στην χειρότερη περίπτωση εφαρμογές FFT, πράγμα που εξαρτάται από την κατανομή του ελεύθερου ραδιοφάσματος.

Κάθε υποκανάλι στην συνέχεια μπορεί να αντιμετωπιστεί όπως οποιοδήποτε συμβατικό σύστημα. Συμπερασματικά η καλύτερη τεχνική για τα OFDM CR-SDR συστήματα είναι μια λύση στην MultiBand λογική, όπου τα υποκανάλια είναι αρκετά μεγάλα ώστε να περιορίζουν μεν την παρεμβολή αλλά να διατηρούν την ευελιξία και το υπολογιστικό φορτίο σε χαμηλά επίπεδα και όπου σε κάθε υποκανάλι θα βρίσκουν εφαρμογή αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί για τα απλά OFDM συστήματα. Τέλος πρέπει να σημειωθεί πως η προτυποποίηση που προωθείται ως προς τα UWB συστήματα και την MB-OFDM τεχνική μετάδοσης ορίζει πως κάθε χρήστης εκπέμπει σε ένα υποκανάλι κάθε στιγμή και εφαρμόζεται τεχνική γρήγορης και περιοδικής μεταπήδησης (hopping) για διαφορισιμότητα στο πεδίο της συχνότητας (frequency diversity).

Ουσιαστικά η χρήση μιας πολλαπλών ζωνών λογική στη συνολική OFDM ζώνη οδήγησε στο σχεδιασμό του δέκτη που παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 8.

□



## Κεφάλαιο 6

# Φασματική Ανίχνευση με Χρήση Συγκροτήματος Φίλτρων

### 6.1 Εισαγωγή

Στο [109] γίνεται μια εκτενής παρουσίαση και ανάλυση της χρήσης τραπεζών φίλτρων για φασματική ανίχνευση σε Γνωστικά Ραδιοσυστήματα. Το βασικό πλεονέκτημα της συγκεκριμένης τεχνικής ανίχνευσης είναι ότι σε πολλές περιπτώσεις τα Cognitive δίκτυα αναμένεται να χρησιμοποιούν διαμορφώσεις πολλαπλών φερόντων που ούτως ή άλλως αναλύουν το εισερχόμενο σήμα μέσα από ένα συγκρότημα φίλτρων μορφοποίησης παλμών όπως π.χ. κατά τη διαμόρφωση OFDM – OQAM ([98]), τη διαμόρφωση διακριτού κυματιδίου πολλαπλών τόνων (DWT – Discrete Wavelet MultiTone) ([110]), ή τη διαμόρφωση πολλαπλών φιλτραρισμένων τόνων (FMT – Filtered MultiTone) που χρησιμοποιείται στην DSL ([111]). Σε αυτή την περίπτωση και λόγω της σχετικής απλότητας των μη-παραμετρικών ανιχνευτών που θα χρησιμοποιηθούν, η εκτίμηση του ραδιοφάσματος στο περιβάλλον του CR γίνεται χωρίς σημαντικό υπολογιστικό κόστος.

Κατά την ανάλυση του Fahrang-Boroujeny εξετάστηκε η λειτουργία της χρήσης του συγκροτήματος φίλτρων ως εκτιμητής της φασματικής πυκνότητας ισχύος του σήματος, ενσωματώνοντας ουσιαστικά έναν αναλυτή φάσματος στη λειτουργία του δέκτη. Γίνεται μάλιστα σύγκριση της απόδοσης της εκτίμησης με αυτή της πιο προηγμένης μη-παραμετρικής μεθόδου φασματικής εκτίμησης του Thompson που είναι γνωστή ως Multitaper Method [112]. Κατά τη μέθοδο αυτή, η εκτίμηση για κάθε συχνότητα ενδιαφέροντος  $f_i$  πραγματοποιείται από την μέση ενέργεια του αποτελέσματος του φιλτραρίσματος του λαμβανόμενου σήματος από μια συστοιχία πολλαπλών φίλτρων ειδικού τύπου. Τα φίλτρα αυτά είναι γνωστά ως ωσειδή φίλτρα (prolate) ή απλά ακολουθίες Slepian και είναι τα φίλτρα με την ιδιότητα της βέλτιστης συγκέντρωσης ενέργειας σε ένα συγκεκριμένο πεδίο συχνοτήτων  $(f_i - \Delta f, f_i + \Delta f)$  ελαχιστοποιώντας κατά συνέπεια την επίδραση από την ενέργεια εκτός της ζώνης ενδιαφέροντος. Παρόλα αυτά επιβεβαιώνεται ότι η χρήση ενός συγκροτήματος φίλτρων μπορεί να επιτύχει ανάλογα αξιόλογη φασματική ανίχνευση χρησιμοποιώντας μεγαλύτερο αριθμό δειγμάτων αλλά με πολύ μικρότερο υπολογιστικό κόστος.

Παρόλα αυτά, και παρότι ακολούθησαν και άλλες εργασίες με σκοπό τον περιορισμό του υπολογιστικού κόστους ([113],[114]), στη συγκεκριμένη μελέτη δεν γίνεται πρακτική παρουσίαση του τρόπου με τον οποίο το συγκρότημα φίλτρων μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το CR για την λήψη απόφασης σχετικά με το αν μια συγκεκριμένη ζώνη συχνοτήτων είναι ή όχι κατειλημμένη από κάποιον πρωτεύοντα χρήστη ή άλλο CR. Αυτό το κενό έρχεται να καλύψει η εργασία που ακολουθεί παρουσιάζοντας διάφορα είδη ανιχνευτών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Το βα-

σικό πρόβλημα που δημιουργείται είναι ότι κατά κανόνα δεν υπάρχει "1-1" αντιστοίχιση μεταξύ των διαύλων του πρωτεύοντος συστήματος και των φίλτρων του συγκροτήματος του CR δέκτη. Στην πρακτική περίπτωση το φασματικό περιεχόμενο ενός καναλιού του πρωτεύοντος συστήματος αναλύεται από έναν αριθμό φίλτρων του συγκροτήματος του δέκτη. Δε θα μπορούσε εξάλλου να χρησιμοποιηθεί ένα συγκρότημα φίλτρων πλήρως στοιχισμένο και με τα ίδια φασματικά χαρακτηριστικά της ευρυζωνικής κατά κανόνα εκπομπής των PU's. Αυτό γιατί σε μια τέτοια περίπτωση η χρήση μιας πολλαπλών φερόντων διαμόρφωσης από την πλευρά του γνωστικού ραδιοσυστήματος θα έχανε πολλά από τα πλεονεκτήματα που παρέχει. Πιο συγκεκριμένα το κάθε υποκανάλι που αναλύει ο CR δέκτης θα είχε ευρυζωνικά χαρακτηριστικά με αποτέλεσμα η αποδιαμόρφωση των δεδομένων για κάθε υποκανάλι να απαιτεί πολύπλοκες διαδικασίες εξισορρόπησης για να αντιμετωπιστούν τα φαινόμενα φασματικής διασποράς του ραδιοδιαύλου.

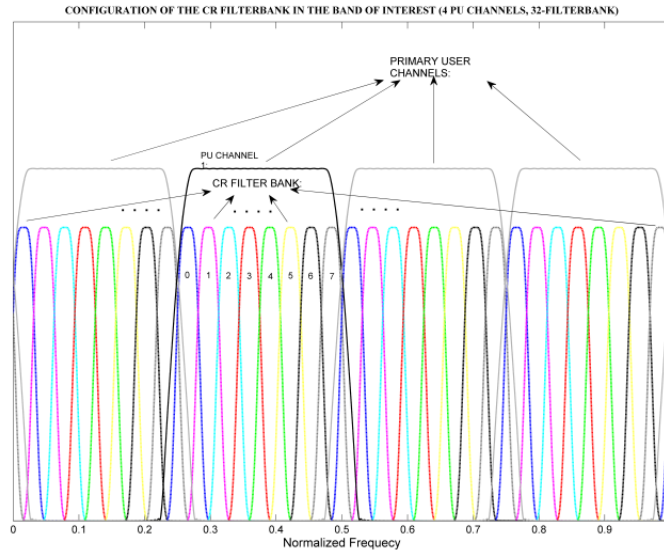
Συγκεκριμένα στη μελέτη αυτή γίνεται ορισμός των μετρικών απόφασης, προσδιορίζονται οι κατανομές του μετρικού, αναλύονται οι μέθοδοι προσδιορισμού των κατωφλίων απόφασης και παρουσιάζονται διάφορες χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας του δέκτη (ROC – Receiver Operation Characteristics). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται είτε θεωρώντας λευκή γκαουσιανή είσοδο είτε θεωρώντας ότι το σήμα εισόδου προκύπτει από τη διάδοση ενός ρεαλιστικού σήματος με διαμόρφωση απλής φέρουσας από το πρωτεύον σύστημα. Παράλληλα η διαδικασία ανίχνευσης παραμένει λειτουργική σε περίπτωση που θεωρήσουμε ότι ο θόρυβος δεν είναι λευκός σε όλη την υπό εξέταση φασματική ζώνη.

**Σημειογραφία** Με έντονα πεζά γράμματα συμβολίζονται διανύσματα, ενώ με έντονα κεφαλαία πίνακες. Οι πίνακες που συμβολίζονται με ελληνικούς (αποκλειστικά) χαρακτήρες θεωρούνται διαγώνιοι.

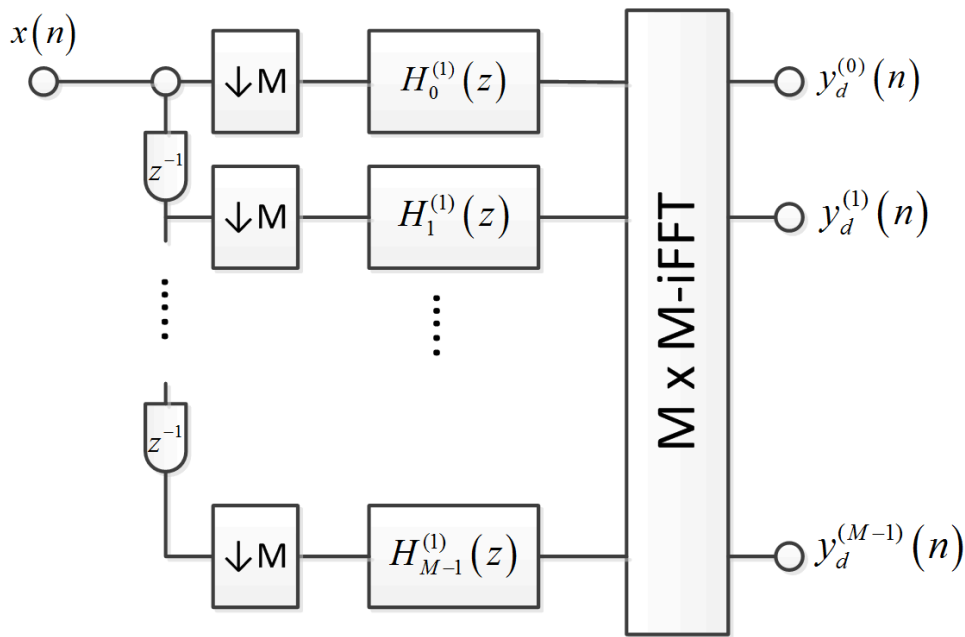
## 6.2 Μοντέλο Συστήματος

Το CR σύστημα που χρησιμοποιεί τον ανιχνευτή ακολουθεί την λογική των SDR, δηλαδή ψηφιοποιεί και αναλύει μια μεγάλη φασματική ζώνη που περιέχει  $K$  ισοδύναμα κανάλια του πρωτεύοντος συστήματος. Το ευρυζωνικό λαμβανόμενο σήμα αναλύεται από ένα συγκρότημα  $M > K$  φίλτρων που καλύπτουν τη συνολική ζώνη. Κατά συνέπεια θεωρούμε πως κάθε κανάλι του πρωτεύοντος συστήματος αναλύεται από  $L = M/K$  φίλτρα της τράπεζας. Μια γραφική αναπαράσταση ενός συγκροτήματος 32 φίλτρων που καλύπτουν μια συνολική ζώνη που περιέχει 4 κανάλια πρωτεύοντος συστήματος παρουσιάζεται στο σχήμα 6.1. Το σχ. 6.1 έχει σκοπό να παρουσιάσει τη διάταξη των φίλτρων σε σχέση με τα κανάλια του πρωτεύοντος συστήματος και δεν αναπαριστά την πραγματική απόκριση πλάτους των φίλτρων, καθώς σε όλα τα θεωρούμενα φίλτρα που χρησιμοποιούνται θεωρείται ότι το πλάτος τους είναι τέτοιο ώστε (συμπεριλαμβάνοντας την όποια διαδικασία αποδεκατισμού) η μέση ισχύς τους σήματος επί της ζώνης διέλευσης να παραμένει σταθερή στην είσοδο και στην έξοδο. Όπως είναι φανερό στο συγκεκριμένο παράδειγμα η έξοδος από 8 υποκανάλια μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ληφθεί απόφαση για το αν ένα κανάλι του πρωτεύοντος συστήματος είναι κατειλημμένο ή όχι.

Επίσης δεδομένου ότι ο CR δέκτης διαθέτει περιορισμένους υπολογιστικούς πόρους περιορίζουμε την ανάλυση μας σε συγκροτήματα φίλτρων που σχηματίζονται από διαμορφωμένες εκδοχές ενός πρωτότυπου βαθυπερατού FIR φίλτρου ενώ ακολουθεί αποδεκατισμός του αποτελέσματος μειώνοντας τον ρυθμό επεξεργασίας. Θεωρούμε δηλαδή ότι το συγκρότημα φίλτρων είναι Uniform DFT Filter Bank. Σε τέτοια συγκροτήματα φίλτρων, το αποτέλεσμα της διαδικασίας για όλα τα υποκανάλια μπορεί να προκύψει ταυτόχρονα με την χρήση της πολυφασικής δομής τους.



**Σχήμα 6.1:** Παράδειγμα διάταξης συγκροτήματος φίλτρων με  $M = 32$  σε ζώνη που περιέχει 4 κανάλια πρωτεύοντος δικτύου



**Σχήμα 6.2:** Πολυφασική αναπαράσταση FIR φίλτρου με ενσωμάτωση διαδικασίας αποδεκατισμού σε σχηματισμό ομοιόμορφου DFT συγκροτήματος.

Κατά τα γνωστά, η πολυφασική αναπαράσταση 1ου τύπου ενός FIR φίλτρου είναι η ακόλουθη (3.2.1):

$$h_i^{(1)}(n) = h(Mn + i)$$

καθώς επίσης ισχύει:

$$H(z) = \sum_{i=0}^{M-1} z^{-i} H_i^{(1)}(z^M)$$

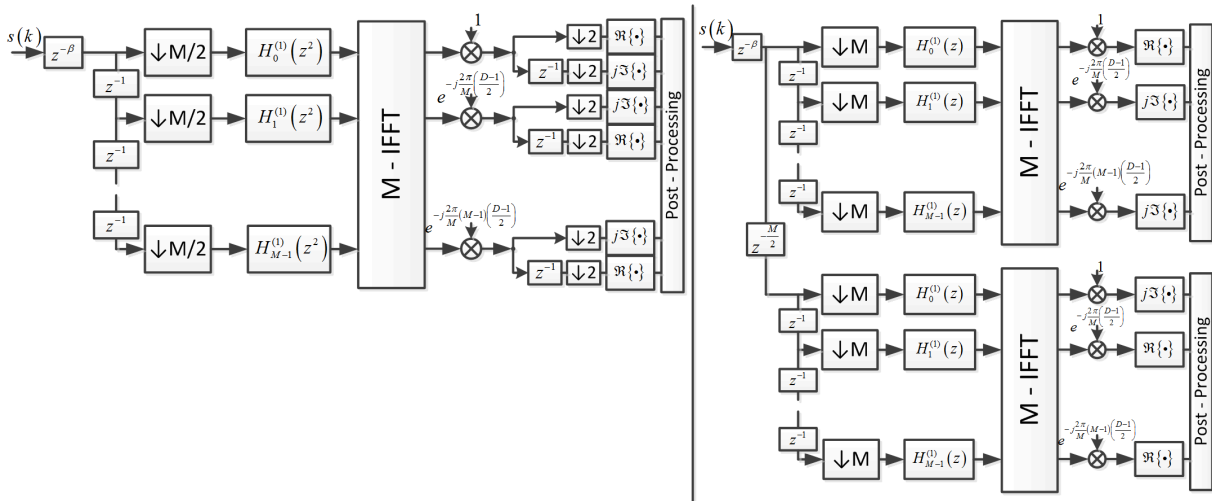
όπου ο κάτω δείκτης ορίζει την  $i$ -οστή πολυφασική συνιστώσα του φίλτρου ενώ ο δείκτης στον εκθέτη προσδιορίζει τον τύπο πολυφασικής αναπαράστασης.

Η ανάλυση όμως δεν πρέπει να περιοριστεί αποκλειστικά σε uniform DFT filter banks αλλά

επίσης σε συγκροτήματα φίλτρων που χρησιμοποιούνται από OFDM-OQAM συστήματα. Τα συγκεκριμένα συγκροτήματα φίλτρων παρουσιάζουν ομοιότητες με τις τράπεζες διαμορφωμένων συνημίτονων (cosine modulated filter banks) και μπορούν στην ισοδύναμη ψηφιακή μορφή τους να θεωρηθούν ότι είναι συγκροτήματα τροποποιημένου DFT (MDFT – Modified DFT Filter Banks) ([54]). Πράγματι τα OFDM-OQAM συστήματα ιδανικά θα χρησιμοποιούσαν MDFT τράπεζες φίλτρων με την ιδιότητα της τέλει ανακατασκευής (PR – Perfect Reconstruction property). Παρότι όμως πολλές φορές η PR ιδιότητα θυσιάζεται για την επίτευξη καλύτερα τοποθετημένων φίλτρων σε χρόνο και συχνότητα, σε κάθε περίπτωση τα φίλτρα αυτά μπορούν να αναπαρασταθούν ως MDFT συγκροτήματα και το επιθυμητό είναι να προσεγγίζουν την συμπεριφορά των MDFT-PR. Το βολικό σε αυτή την περίπτωση είναι πως ο OFDM-OQAM δέκτης ουσιαστικά αποτελείται από δυο όμοια ομοιόμορφα DFT συγκροτήματα που λειτουργούν με χρονική μετατόπιση δειγμάτων. Δύο ισοδύναμοι τρόποι παρουσίασης ενός OFDM-OQAM δέκτη απεικονίζεται στο σχήμα 6.3 (όπου οι σταθερές φάσης και κανονικοποίησης έχουν πάρει αυθαίρετες τιμές καθώς δεν επηρεάζουν την ανάλυση μας).

Οι δυο απεικονίσεις των υλοποιήσεων του σχ. 6.3 ενός OFDM-OQAM δέκτη δεν είναι απολύτως ολοκληρωμένες. Αναλυτική περιγραφή υπάρχει στην παράγραφο 5.2.4 αλλά σε αυτό το σημείο δεδομένου ότι δεν είναι αντικείμενο της ανάλυσης η αποδιαμόρφωση σήματος έχουν παραληφθεί (ή έχουν τοποθετηθεί στο γενικό πλαίσιο της μονάδας Post-Processing) ορισμένα στάδια που σημειώνονται στα διαγράμματα της παρ. 5.2.4. Μάλιστα οι συγκεκριμένες δομές είναι ισοδύναμες για φίλτρο με αριθμό συντελεστών τέτοιο ώστε να ισχύει  $\alpha = \lfloor \frac{D-1}{M/2} \rfloor = 2\alpha'$  (δηλαδή  $\alpha$  άρτιο) όπου  $D$  το μήκος του φίλτρου. Επιλογή περιττού  $\alpha$  δεν έχει απολύτως καμία επίδραση/αλλαγή στα συμπεράσματα φασματικής ανίχνευσης για MDFT συγκροτήματα φίλτρων.

Ένας άλλος περιορισμός που τέθηκε είναι ότι τα φίλτρα που χρησιμοποιούνται από το συγκρότημα βασίζονται σε ρίζας-Nyquist πρότυπο φίλτρο (root Nyquist - [79]). Τα root-Nyquist είναι φίλτρα η συνέλιξη των οποίων ικανοποιεί τις συνθήκες για μετάδοση χωρίς διασυμβολική παρεμβολή όπως εκφράστηκαν από τον Nyquist. Αυτή η παραδοχή αν και φαινομενικά κάνει την ανάλυση πολύ συγκεκριμένη, είναι γεγονός ότι για τη βέλτιστη λειτουργία όλων των διαμορφώσεων πολλαπλών φερόντων που χρησιμοποιούν φίλτρα μορφοποίησης, τα φίλτρα αυτά πρέπει να είναι root-Nyquist. Ακόμη και η ικανή και αναγκαία συνθήκη για το σχεδιασμό φίλτρων με ιδιότητα τέλει ανακατασκευής για OFDM-OQAM και CMT συστήματα οδηγεί σε root-Nyquist.



**Σχήμα 6.3:** Διπλή ισοδύναμη αναπαράσταση ενός MDFT και OFDM-OQAM συστήματος στο στάδιο της ανάλυσης.

Υπό αυτή την έννοια ο περιορισμός που τίθεται εν τέλει εκφράζει τη γενική αλήθεια. Επίσης το πρότυπο φίλτρο που χρησιμοποιείται είναι πραγματικό και συμμετρικό εξασφαλίζοντας γραμμική απόκριση φάσης.

Με  $r_n$  συμβολίζονται τα διαδοχικά δείγματα του σήματος εισόδου όπως έρχονται από τον A/D μετατροπέα και τροφοδοτούν το συγκρότημα φίλτρων. Η έξοδος του  $i$ -οστού φίλτρου συμβολίζεται με  $y_n^{(i)}$ . Κατά την πολυφασική αναπαράσταση των φίλτρων στον iFFT δεν πραγματοποιείται κανονικοποίηση με τον αριθμό των δειγμάτων  $M$  που εισέρχονται σε αυτόν ενώ επίσης οι κρουστικές αποκρίσεις των φίλτρων θεωρούμε ότι είναι κανονικοποιημένες με τέτοιο τρόπο ώστε η ισχύς του σήματος εξόδου να είναι ίση με την ισχύ του σήματος στην είσοδο, εφόσον το σήμα αυτό συμπίπτει με τη ζώνη διέλευσης του φίλτρου. Αυτό γίνεται με την επιλογή:

$$h_u = \frac{p_u}{\sqrt{\sum_{u=-\infty}^{\infty} |p_u|^2}} \quad (6.1)$$

όπου  $p_u$  το πρότυπο φίλτρο όπως προέκυψε από τη μέθοδο σχεδιασμού που χρησιμοποιήθηκε. Υπό αυτή τη μορφή, το φίλτρο στη μη-αιτιατή του μορφή ικανοποιεί τη συνθήκη Nyquist ως εξής:

$$g_n = \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{n-u} = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n = lM, l \neq 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

Κατά την ανάλυση που ακολουθεί θεωρούμε ότι το εκπεμπόμενο από το πρωτεύον σήμα  $s_n$  είναι AWGN με μέση ισχύ  $\sigma_s^2$ . Διερχόμενο από το τηλεπικοινωνιακό δίαυλο με κρουστική απόκριση  $c_n$  «χρωματίζεται» από τα φαινόμενα πολυδιαδρομικής διάδοσης και εισέρχεται στο δέκτη. Σε πρώτη φάση θεωρούμε επίσης AWGN θόρυβο  $w_n$  ισχύος  $\sigma_w^2$  για όλη τη ζώνη ενδιαφέροντος. Η γκαουσιανή υπόθεση για το σήμα εκπομπής αν και ανακριβής είναι βάσιμη καθότι το σήμα διερχόμενο από το κανάλι και από συστοιχίες φίλτρων αποτελεί γραμμικό συνδυασμό ενός μεγάλου αριθμού τυχαίων μεταβλητών επιτρέποντας την υπόθεση με βάση το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα ότι το σήμα στον δέκτη θα έχει σε μεγάλο βαθμό τα στοιχεία μιας κανονικής μεταβλητής. Κατά συνέπεια μπορεί να θεωρηθεί ότι παράγεται από γραμμικό μετασχηματισμό ενός γκαουσιανού σήματος εκπομπής (οι γραμμικοί μετασχηματισμοί κανονικών μεταβλητών είναι κανονικές μεταβλητές - [115]). Η υπόθεση αυτή είναι απόλυτα ακριβής αν το πρωτεύον σύστημα χρησιμοποιεί OFDM διαμόρφωση και όπως θα φανεί στα αποτελέσματα επαρκής στην περίπτωση που το σήμα του πρωτεύοντος συστήματος είναι αποτέλεσμα διαμόρφωσης απλής φέρουσας. Το σήμα στην είσοδο του δέκτη εφόσον υπάρχει εκπομπή θα δίνεται από:

$$r_n = \sum_{k=0}^{K-1} \zeta_k \sum_{u=0}^{\infty} c_u^{(k)} s_{n-u}^{(k)} + w_n \quad (6.3)$$

όπου οι εκθετικοί δείκτες ορίζουν το εκπεμπόμενο σήμα στο  $l$ -οστό πρωτεύον κανάλι και ο συντελεστής ορίζεται:

$$\zeta_k = \begin{cases} 0, & \text{αν το } k\text{-οστό κανάλι είναι ελεύθερο} \\ 1, & \text{αν το } k\text{-οστό κανάλι είναι κατειλημμένο} \end{cases} \quad (6.4)$$

Το πρόβλημα που τίθεται αφορά τον τρόπο που η διαθέσιμη πληροφορία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ληφθεί μια απόφαση σχετικά με το αν ή όχι ένα πρωτεύον κανάλι είναι κατειλημμένο. Δηλαδή θέλουμε να επιλύσουμε το δυϊκό πρόβλημα απόφασης για το σύνολο των  $K$  πρωτευόντων

ζωνών:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \zeta_k = 0 &\rightarrow r_n^{(k)} = w_n \\ \mathcal{H}_1 : \zeta_k = 1 &\rightarrow r_n^{(k)} = \sum_{u=0}^{\infty} c_u^{(k)} s_{n-u}^{(k)} + w_n \end{aligned} \quad (6.5)$$

Για κάθε πρωτεύον κανάλι η πληροφορία που θα μας οδηγήσει σε απόφαση είναι ένα σύνολο  $N$  δειγμάτων (το οποίο αποτελεί το διάστημα ανίχνευσης) για κάθε ένα από τα  $L$  φίλτρα που καλύπτουν το υπό εξέταση πρωτεύον κανάλι. Μπορούμε να πούμε λοιπόν ότι για τη συγκεκριμένη απόφαση έχουμε διαθέσιμα  $L$  διανύσματα  $N$  στοιχείων. Ορίζονται λοιπόν τα διανύσματα παρατήρησης:

$$\mathbf{y}_l = \left[ \begin{array}{cccc} y_n^{(l)} & y_{n-1}^{(l)} & \cdots & y_{n-N+1}^{(l)} \end{array} \right]^T \quad (6.6)$$

Τέλος στη συγκεκριμένη μελέτη θεωρήσαμε ότι η ζώνη λειτουργίας του CR αποτελείται από  $K$  πρωτεύοντα κανάλια που αναλύονται από  $L$  ακριβώς υποκανάλια δηλαδή υπάρχει κάποιου είδους «ευθυγράμμιση» των φίλτρων του CR χωρίς όμως να απαιτείται ιδιαίτερη ακρίβεια. Το  $L$  θεωρήθηκε άρτιο για ευκολία παρουσίασης χωρίς αυτό να αποτελεί περιοριστικό παράγοντα. Μπορούμε πλέον να προχωρήσουμε στον ορισμό και στην ανάλυση των ανιχνευτών.

### 6.3 Ο Ενεργειακός Ανιχνευτής

Οι τεχνικές Εντοπισμού Ενέργειας (ονομάζονται επίσης ραδιομετρία) είναι οι πιο κοινές και απλές μέθοδοι φασματικής ανίχνευσης καθώς συνδυάζουν απλή λογική, χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα και απαιτούν περιορισμένη γνώση/πληροφορία σχετικά με το είδος των χρηστών που συνυπάρχουν φασματικά. Η απόφαση για το αν μια φασματική ζώνη είναι κατειλημμένη ή όχι γίνεται με την σύγκριση της εξόδου του Ανιχνευτή με ένα κατώφλι ενέργειας που εξαρτάται από το επίπεδο θορύβου. Η απλή λογική που ισχύει για τους Ανιχνευτές Ενέργειας δεν προκύπτει χωρίς το ανάλογο κόστος. Έτσι κάποια βασικά προβλήματα, αδυναμίες και ταυτόχρονα θέματα προς διερεύνηση είναι τα εξής:

- Βελτίωση του Ενεργειακού Ανιχνευτή σε χαμηλό SNR
- Χρήση του Ενεργειακού Ανιχνευτή σε συχνοεπιλεκτικούς διαύλους.
- Ευρωστία της Ενεργειακής ανίχνευσης σε καταστάσεις συσχετισμένης εισόδου.
- Συμπεριφορά του ενεργειακού ανιχνευτή σε παρουσία χρωματισμένου θορύβου.

Στην απλούστερη περίπτωση θεωρούμε το σήμα εισόδου της (6.6) όπου  $L = 1$ , δηλαδή έχουμε μόνο μια είσοδο η οποία και θεωρείται λευκή κανονική μιγαδική μεταβλητή ισχύος  $\sigma_s$ . Αποδεικνύεται ότι σύμφωνα με το θεώρημα Neyman Pearson [81], το ακόλουθο μετρικό πραγματοποιεί βέλτιστη ανίχνευση:

$$T = \sum_{n=0}^{N-1} y^2[n] \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma \quad (6.7)$$

όπου ο λευκός θόρυβος μοντελοποιείται επίσης ως μηδενικής μέσης τιμής κανονική τυχαία μεταβλητή ισχύος  $\sigma_w^2$ . Μέσω της (6.7) προκύπτει ότι το μέτρο  $T$  ακολουθεί την  $\chi^2$  κατανομή ως άθροιση των τετραγώνων κανονικών λευκών κατανομών [116]. Οι βαθμοί ελευθερίας της κατανομής είναι  $2N$  καθώς πρόκειται για μιγαδικές κανονικές τυχαίες μεταβλητές. Οπότε προκύπτει ότι



η απόφαση  $T$  ακολουθεί τις παρακάτω κατανομές για τις δυο υποθέσεις:

$$T = \begin{cases} \frac{\sigma_w^2}{2} \chi_{2N}^2 \mathbf{A} \mathbf{v} & \mathcal{H}_0, \\ \frac{\sigma_w^2 + \sigma_s^2}{2} \chi_{2N}^2 \mathbf{A} \mathbf{v} & \mathcal{H}_1 \end{cases} \quad (6.8)$$

Στα [117] και [118] γίνεται ανάλυση της συγκεκριμένης περίπτωσης όπου αναλυτικά εκφράζονται οι PDF και CDF για τις δυο υποθέσεις και προκύπτουν σχέσεις που δίνουν την πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης  $P_{FA}$  και την πιθανότητα ορθής ανίχνευσης  $P_D$ .

Δεδομένου ότι αναφέρθηκε το Θεώρημα Neyman-Pearson που έχει ξεχωριστή σημασία για τις διαδικασίες φασματικής ανίχνευσης, αυτό συνοψίζεται στην εξής πρόταση [81]:

Για να μεγιστοποιηθεί η πιθανότητα ανίχνευσης  $P_D$  για κάποιο δεδομένο  $P_{FA} = \alpha$ , τότε αποφασίζεται υπέρ του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_1$  αν:

$$L(\mathbf{y}) = \frac{f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)} > \gamma$$

όπου το κατώφλι  $\gamma$  προσδιορίζεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$P_{FA} = \int_{\mathbf{y}: L(\mathbf{y}) > \gamma} f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0) d\mathbf{y} = \alpha$$

Η συνάρτηση  $f$  συμβολίζει την PDF για τα ενδεχόμενα/μεταβλητές των ορισμάτων. Για αυτό και κάθε μέθοδος ανίχνευσης που επιδιώκει βελτιστότητα μέσω του θεωρήματος Neyman-Pearson, ονομάζεται δοκιμή λόγου πιθανοφάνειας. Επίσης και λόγω της μονοτονίας των εκθετικών συναρτήσεων που συνηθίζεται να εμφανίζονται σε κατανομές, το μετρικό συνήθως εκφράζεται από το λογαριθμημένο λόγο πιθανοφάνειας.

## 6.4 Ανιχνευτής Neyman-Pearson για σήματα με μέγιστο βαθμό αποδεκατισμού

Όταν αναφερόμαστε σε σήματα με μέγιστο βαθμό αποδεκατισμού εννοούμε ότι ο ρυθμός των δεδομένων στα σήματα της εξόδου των φίλτρων έχει μειωθεί στο ελάχιστο όπως αυτό ορίζεται από το θεώρημα δειγματοληψίας του Nyquist. Αυτό σημαίνει ότι εξετάζουμε τα σήματα που προκύπτουν από απλά Uniform-DFT συγκροτήματα φίλτρων (σχ.6.2). Μπορούμε φυσικά να θεωρήσουμε ότι αποτελούν έξοδο από μια από τις δυο παράλληλες τράπεζες που λειτουργούν σε ένα OFDM-OQAM σύστημα πριν τον διαχωρισμό πραγματικού/φανταστικού μέρους (σχ. 6.3b). Υπό αυτή την έννοια η μέθοδος έχει γενικότερη εφαρμογή. Το πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί ως πρόβλημα ανίχνευσης διανυσματικών παρατηρήσεων ([81]), όπου θεωρούμε ότι έχουμε παρατηρήσεις από  $L$  αισθητήρες. Αν υποθέσουμε ότι εξετάζεται το  $k_0$ -οστό κανάλι του πρωτεύοντος συστήματος μας ενδιαφέρει η έξοδος που προκύπτει από τα φίλτρα:

$$k_0 L + l, \quad l = 0, \dots, L - 1 \quad (6.9)$$

Το πρώτο πράγμα που οφείλουμε να κάνουμε είναι να ορίσουμε ένα μοναδικό διάνυσμα παρατήρησης ακολουθώντας μια μέθοδο ταξινόμησης των παρατηρούμενων διανυσμάτων. Προτιμάται να ακολουθηθεί η παρακάτω ταξινόμηση:

- Τα διανύσματα παρατήρησης χωρίζονται σε δυο ομάδες:

- Η ομάδα 0 που περιλαμβάνει τα άρτια υποκανάλια
  - Η ομάδα 1 που περιλαμβάνει τα περιττά υποκανάλια
- Πραγματοποιείται χωρική ταξινόμηση (spatial reordering ή row rollout - [81]) αφού πρώτα τοποθετηθούν τα διανύσματα της πρώτης ομάδας. Δηλαδή:

$$\mathbf{y} = \left[ \mathbf{y}^{(0)} \mid \mathbf{y}^{(1)} \right] = \left[ \mathbf{y}_0 \ \mathbf{y}_2 \ \dots \ \mathbf{y}_{L-2} \mid \mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_3 \ \dots \ \mathbf{y}_{L-1} \right]^H \quad (6.10)$$

όπου πρέπει να σημειωθεί ότι στους δείκτες των υποδιανυσμάτων παραβλέφθηκε ο κοινός όρος  $k_0L$  που επαναλαμβάνεται, για λόγους απλότητας. Ο λόγος που επιλέχθηκε ο παρακάτω τρόπος ταξινόμησης θα γίνει αντιληπτός στη συνέχεια.

Η φασματική πυκνότητα ισχύος του λαμβανόμενου σήματος υπό την υπόθεση  $\mathcal{H}_1$  μετά τα φίλτράρισμα και πριν τον αποδεκατισμό του δίνεται ως εξής:

$$S_{y_i y_i}(f) = S_{rr}(f) |H(f - f_i)|^2 = \left( \sum_{k=0}^{K-1} |C^{(k)}(f)|^2 S_{ss}^{(k)}(f) + S_{ww}(f) \right) |H(f - f_i)|^2 \quad (6.11)$$

όπου  $C^{(k)}(f)$  ο μετασχηματισμός Fourier του ραδιοδιαύλου για το σύστημα που καταλαμβάνει το  $k$ -οστό κανάλι και  $S_{ss}^{(k)}(f)$ ,  $S_{rr}(f)$  αποτελούν τις αντίστοιχες φασματικές πυκνότητες ισχύος. Σε πρώτη φάση θεωρούμε ότι τα φίλτρα του δέκτη έχουν ικανοποιητική απόδοση στη ζώνη αποκοπής τους και αγνοούμε όλες τις εκπομπές που οφείλονται σε γειτονικά κανάλια κρατώντας μόνο το σήμα στον  $k$ -οστό πρωτεύοντα δίαυλο (παραλείποντας και τον εκθετικό δείκτη).

Όπως και στο [109] θεωρούμε ότι τα φίλτρα του δέκτη είναι επαρκώς στενής ζώνης. Η υπόθεση αυτή δεν είναι αυθαίρετη. Π.χ. σε ένα σύστημα OFDM-OQAM το συγκρότημα φίλτρων που χρησιμοποιείται θα πρέπει να διαχωρίζει το συνολικό φάσμα σε υποπεριοχές όπου το κανάλι μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση επίπεδο. Σε διαφορετική περίπτωση θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν επίπονες διαδικασίες εξισορρόπησης κατά την αποδιαμόρφωση καθιστώντας το σύστημα υπολογιστικά ασύμφορο. Με βάση λοιπόν αυτή την υπόθεση έχουμε την προσέγγιση:

$$S_{y_i y_i}(f) \simeq \left( |C(f_i)|^2 S_{ss}(f) + S_{ww}(f) \right) |H(f - f_i)|^2 = \left( |c_i|^2 \sigma_s^2 + \sigma_w^2 \right) |H(f - f_i)|^2 \quad (6.12)$$

όπου έγιναν και οι αντίστοιχες αντικαταστάσεις λόγω της AWGN υπόθεσης αφού ως γνωστό η φασματική πυκνότητα ισχύος ενός AWGN σήματος είναι  $S_{ww}(f) = \sigma_w^2$ . Ο συντελεστής  $c_i$  που αποτελεί το μέτρο της επίδρασης του καναλιού είναι ο μετασχηματισμός Fourier του καναλιού. Στην μελέτη μας η απαίτηση για επίπεδο κανάλι σε κάθε υποδίαυλο αν και υπαρκτή δεν είναι ιδιαίτερα αυστηρή καθώς δεν απαιτείται αποδιαμόρφωση των υπό ανάλυση σημάτων. Κατά τις εξομοιώσεις και την ανάλυση της επίδοσης των ανιχνευτών χρησιμοποιήθηκαν τηλεπικοινωνιακά κανάλια που δεν είναι αυστηρά επίπεδα ανά φίλτρο. Παρόλα αυτά σε ρεαλιστικές συνθήκες δεν παρουσιάζουν έντονες διακυμάνσεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις μια καλύτερη προσέγγιση του συντελεστή  $c_i$  μπορεί να γίνει με χρήση μιας μέσης τιμής που θα λαμβάνει υπόψη τις διακυμάνσεις και θα είναι πιο αντιπροσωπευτική. Συγκεκριμένα:

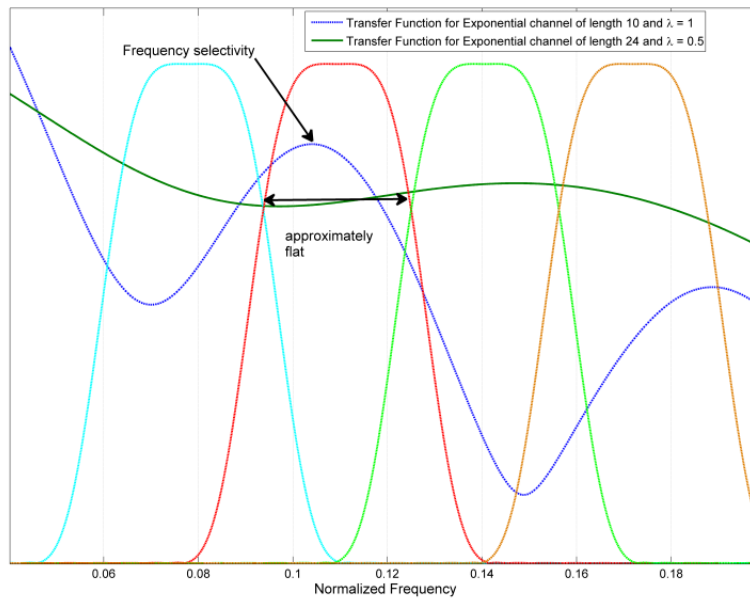
$$|c_i|^2 = \frac{1}{BW} \int_{-\infty}^{\infty} |C(f) H(f - f_i)|^2 df$$

όπου  $BW$  το εύρος ζώνης του κάθε φίλτρου ή λαμβάνοντας έναν FFT με επαρκή αριθμό  $N_{FFT}$

σημείων :

$$|c_i|^2 = \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=0}^{N_{FFT}-1} \left| C(k) H \left( k - i \frac{N_{FFT}}{M} \right) \right|^2 \quad (6.13)$$

Με την απλοποίηση που επιτύχαμε στην (6.12) είναι προφανές ότι με χρήση φίλτρου στενής ζώνης το σήμα εισόδου σε κάθε φίλτρο μπορεί να θεωρηθεί ως AWGN με διασπορά  $\mathbf{r}_i \sim \mathcal{N} \left( 0, \left( |c_i|^2 \sigma_s^2 + \sigma_w^2 \right) \mathbf{I}_N \right)$  παρά την ύπαρξη του ραδιοδιαύλου. Αντίστοιχα κατά τα γνωστά υπό την υπόθεση  $\mathcal{H}_0$  το σήμα εισόδου είναι AWGN με  $\mathbf{r}_i \sim \mathcal{N} \left( 0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_N \right)$ . Στο σχ.6.4 παρουσιάζονται δυο περιπτώσεις εκθετικών καναλιών. Στη μια (μέγιστη χρονική διασπορά 12 δειγμάτων με εκθετικό συντελεστή  $\lambda = 1$ ) η προσέγγιση επίπεδων διαλείψεων έχει εξαιρετική ισχύ. Στη δεύτερη περίπτωση (μέγιστη χρονική διασπορά 24ων δειγμάτων με εκθετικό συντελεστή 0.5) εμφανίζεται επιλεκτικότητα στο πεδίο συχνοτήτων της ζώνης διέλευσης. Παρόλα αυτά και στις δυο περιπτώσεις θεωρούμε επίπεδες διαλείψεις αποδεχόμενοι πιθανό σφάλμα. Μια άλλη υπόθεση που έχει ισχύ θεωρώντας ότι τα φίλτρα



**Σχήμα 6.4:** Παραδείγματα συμπεριφοράς των συναρτήσεων μεταφοράς των ραδιοδιαύλων ανα υποκανάλι για σύστημα με  $M = 32$  και εκθετικά κανάλια 12 και 24 δειγμάτων και συντελεστές εκθ. εξασθένισης 1 και 0.5 αντίστοιχα.

του συγκροτήματος έχουν επαρκή απόσβεση στη ζώνη αποκοπής είναι ότι ισχύει:

$$H(f - f_i) H^*(f + f_{i+l}) \simeq 0, \quad \begin{matrix} l = 0, \dots, M - 1 \\ l \neq -1, 0, 1 \end{matrix} \quad (6.14)$$

Κατά συνέπεια και όπως προκύπτει μελετώντας της συνάρτηση ετεροσυσχέτισης των εξόδων μεταξύ δυο μη άμεσα γειτονικών φίλτρων του συγκροτήματος, οι εξοδοι είναι ασυσχέτιστες και με βάση την θεώρηση κανονικών κατανομών θεωρούνται και ανεξάρτητες.

Σύμφωνα με το θεώρημα Neyman-Pearson ο ανιχνευτής που επιτυγχάνει βέλτιστη τιμή πιθανότητας επιτυχούς ανίχνευσης  $P_D$  για συγκεκριμένη πιθανότητα σφάλματος  $P_{FA}$  δίνεται από το λόγο πιθανοφάνειας:

$$\frac{f(\mathbf{y}/H_1)}{f(\mathbf{y}/H_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \theta \quad (6.15)$$

όπου με τη συνάρτηση  $f$  ορίζουμε τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την τυχαία μετα-

βλητή, ενώ ο όρος που ακολουθεί το / δηλώνει δεσμευμένη πιθανότητα.

Το κατώφλι  $\theta$  επιλέγεται τέτοιο ώστε να επιτυγχάνεται το επιθυμητό  $P_{FA}$ . Είναι σαφές λοιπόν πως θα πρέπει να οριστούν οι κατανομές για το διάνυσμα  $\mathbf{y}$  για να μπορέσουμε να ορίσουμε το κατώφλι και να εκτιμήσουμε την απόδοση του ανιχνευτή. Σύμφωνα με όλα τα παραπάνω μπορούμε πάντως με ασφάλεια να υποθέσουμε πως η μεταβλητή  $\mathbf{y}$  πρόκειται για μια πολυδιάστατη κανονική τυχαία μεταβλητή της οποίας οφείλουμε να εκτιμήσουμε τον πίνακα συμμεταβλητότητας (covariance matrix). Η λογική παραδοχή σε σχέση με την μεταβλητή  $\mathbf{y}$  επιβεβαιώθηκε με εκτενείς δοκιμές και εξομοιώσεις των δεσμευμένων και περιθωρίων κατανομών των υπό-διανυσμάτων που την αποτελούν.

Σε αυτού του είδους τις μεθόδους ανίχνευσης (όπως είναι ο ενεργειακός ανιχνευτής για την απλή περίπτωση του AWGN σήματος σε AWGN θόρυβο) η παράμετρος που πρέπει να είναι γνωστή είναι ο σηματοθορυβικός λόγος. Έτσι και σε αυτή την περίπτωση, ο ανιχνευτής οφείλει να γνωρίζει το σηματοθορυβικό λόγο για κάθε έξοδο φίλτρων του συστήματος. Συγκεκριμένα πρέπει να γνωρίζει τα:

$$\gamma_i = \frac{|c_i|^2 \sigma_s^2}{\sigma_w^2} \quad (6.16)$$

Η πληροφορία αυτή προκύπτει από διαδικασία εκτίμησης όπως θα εξηγηθεί κατά την παρουσίαση της πρακτικής υλοποίησης των μεθόδων. Η διαδικασία εκτίμησης είτε πραγματοποιείται πριν ή ταυτόχρονα με την ανίχνευση.

### 6.4.1 Προσδιορισμός της κατανομής για $\mathcal{H}_0$

Εργαζόμενοι ώστε να προσδιορίσουμε τον πίνακα συμμεταβλητότητας παρατηρούμε ότι πρόκειται για έναν μπλοκ πίνακα τα στοιχεία πίνακες του οποίου δίνονται σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}\mathbf{y}^H) = \begin{bmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{y}_0\mathbf{y}_0^H) & \mathbf{E}(\mathbf{y}_0\mathbf{y}_2^H) & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_0\mathbf{y}_{L-2}^H) & | & \mathbf{E}(\mathbf{y}_0\mathbf{y}_1^H) & \mathbf{E}(\mathbf{y}_0\mathbf{y}_3^H) & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_0\mathbf{y}_{L-1}^H) \\ \mathbf{E}(\mathbf{y}_2\mathbf{y}_0^H) & \mathbf{E}(\mathbf{y}_2\mathbf{y}_2^H) & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_2\mathbf{y}_{L-2}^H) & | & \mathbf{E}(\mathbf{y}_2\mathbf{y}_1^H) & \mathbf{E}(\mathbf{y}_2\mathbf{y}_3^H) & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_2\mathbf{y}_{L-1}^H) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{E}(\mathbf{y}_{L-2}\mathbf{y}_0^H) & \dots & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_{L-2}\mathbf{y}_{L-2}^H) & | & \mathbf{E}(\mathbf{y}_{L-2}\mathbf{y}_1^H) & \dots & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_{L-2}\mathbf{y}_{L-1}^H) \\ - & - & - & - & | & - & - & - & - \\ \mathbf{E}(\mathbf{y}_1\mathbf{y}_0^H) & \mathbf{E}(\mathbf{y}_1\mathbf{y}_2^H) & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_1\mathbf{y}_{L-2}^H) & | & \mathbf{E}(\mathbf{y}_1\mathbf{y}_1^H) & \mathbf{E}(\mathbf{y}_1\mathbf{y}_3^H) & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_1\mathbf{y}_{L-1}^H) \\ \mathbf{E}(\mathbf{y}_3\mathbf{y}_0^H) & \mathbf{E}(\mathbf{y}_3\mathbf{y}_2^H) & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_3\mathbf{y}_{L-2}^H) & | & \mathbf{E}(\mathbf{y}_3\mathbf{y}_1^H) & \mathbf{E}(\mathbf{y}_3\mathbf{y}_3^H) & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_3\mathbf{y}_{L-1}^H) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{E}(\mathbf{y}_{L-1}\mathbf{y}_0^H) & \dots & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_{L-1}\mathbf{y}_{L-2}^H) & | & \mathbf{E}(\mathbf{y}_{L-1}\mathbf{y}_1^H) & \dots & \dots & \mathbf{E}(\mathbf{y}_{L-1}\mathbf{y}_{L-1}^H) \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Διαχωρίζοντας τις περιπτώσεις υπολογίζουμε τα στοιχεία-υποπίνακες σταδιακά, θεωρώντας ότι σε όλα τα υποκανάλια η διασπορά της μεταβλητής εισόδου είναι  $\sigma^2 = 1$ :

1.  $\mathbf{E}(\mathbf{y}_i\mathbf{y}_i^H)$  : Όπως αναφέρεται και στο [109] υπολογίζοντας τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του σήματος κάθε υποκαναλιού έχουμε (παράλληλα με το μέγιστο δυνατό αποδεκατισμό):

$$\rho_{y_i y_i}(n) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u e^{2\pi j \frac{u_i}{M}} h_{Mn+u} e^{-2\pi j \frac{u_i + Mn_i}{M}} = \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{Mn+u} = g_{Mn} \quad (6.18)$$

το οποίο σύμφωνα με τη σχέση (6.2) ισούται με τη μονάδα για  $n = 0$  ενώ είναι μηδενικό διαφορετικά. Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι για συγκρότημα φίλτρων με root-Nyquist πρότυπο, τα

εξερχόμενα δείγματα δεν αποκτούν καμία συσχέτιση λόγω της ύπαρξης του συγκροτήματος. Αυτό πρακτικά σημαίνει:

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H) = \begin{bmatrix} \rho_{y_i y_i}(0) & \rho_{y_i y_i}(1) & \cdots & \rho_{y_i y_i}(N-1) \\ \rho_{y_i y_i}(-1) & \rho_{y_i y_i}(0) & & \rho_{y_i y_i}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{y_i y_i}(-N+1) & \rho_{y_i y_i}(-N+2) & & \rho_{y_i y_i}(0) \end{bmatrix} = \mathbf{I}_N \quad (6.19)$$

2. Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην (6.14) τα σήματα των εξόδων των φίλτρων όταν αυτά δεν είναι άμεσα μηδενικά είναι ασυσχέτιστα. Οπότε:

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}_i \mathbf{y}_{i+l}^H) = \mathbf{0}_N \quad (6.20)$$

$$l \neq -1, 0, 1$$

3. Απομένει ο υπολογισμός της ετεροσυσχέτισης μεταξύ των δειγμάτων άμεσα γειτονικών φίλτρων. Θέλουμε λοιπόν να υπολογίσουμε το:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \rho_{y_i y_{i+l}}(0) & \rho_{y_i y_{i+l}}(1) & \cdots & \rho_{y_i y_{i+l}}(N-1) \\ \rho_{y_i y_{i+l}}(-1) & \rho_{y_i y_{i+l}}(0) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ \rho_{y_i y_{i+l}}(-N+1) & & \cdots & \rho_{y_i y_{i+l}}(0) \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

$$l = -1, 1$$

Υπολογίζοντας τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{R}$  έχουμε:

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}]_{k,m} &= \mathbf{E}(y_n^{(i)} y_{n+m-k}^{(i+l)*}) = \mathbf{E}(y_n^{(i)} y_{n+\varepsilon}^{(i+l)*}) = \\ &= \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_u h_p e^{2\pi j \frac{iu}{M}} e^{-2\pi j \frac{(i+l)p}{M}} \mathbf{E}(r_{Mn-u}^* r_{Mn-p+M\varepsilon}^*) \end{aligned} \quad (6.22)$$

με  $m - k = \varepsilon$ . Θεωρώντας λευκό σήμα εισόδου στο συγκρότημα φίλτρων πάλι με  $\sigma^2 = 1$  έχουμε:

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}]_{k,m} &= \delta_{p+M\varepsilon-u} \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_u h_p e^{2\pi j \frac{iu}{M}} e^{-2\pi j \frac{(i+l)p}{M}} \\ &= \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{u-M\varepsilon} e^{2\pi j \frac{iu}{M}} e^{-2\pi j \frac{(i+l)(u-M\varepsilon)}{M}} = \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u e^{-2\pi j \frac{lu}{M}} h_{u-M\varepsilon} \end{aligned} \quad (6.23)$$

το οποίο και όπως αποδεικνύεται ισούται με:

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}]_{k,m} &= g_{M(m-k)}^{\cos} \triangleq \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u \cos\left(\frac{2\pi u}{M}\right) h_{u+M(k-m)} \\ \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} g_0^{\cos} & g_M^{\cos} & \cdots & g_{M(N-1)}^{\cos} \\ g_{-M}^{\cos} & g_0^{\cos} & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ g_{-M(N-1)}^{\cos} & & \cdots & g_0^{\cos} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.24)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{R}$  είναι σαφές πως είναι πραγματικός. Τονίζεται ότι τα φίλτρα θεωρούνται μη-αιτιατά.

Μια πολύ σημαντική παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι ότι στις αναλύσεις που αφορούν τις συσχετίσεις, τα φίλτρα θεωρούνται στη μη-αιτιατή μορφή τους. Αυτό γίνεται γιατί γίνεται απλούστερη η εκμετάλλευση των συμμετριών στο φίλτρο και μας επιτρέπει με απλό τρόπο να καταλήγουμε σε τελικά αποτελέσματα όπως αυτό της σχέσης (6.24) Στη συνέχεια ορίζουμε τον ακόλουθο κάτω μπλοκ τριγωνικό πίνακα διαστάσεων  $\frac{LN}{2} \times \frac{LN}{2}$ :

$$\mathbf{P} \triangleq \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{R} & \mathbf{R} & \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} & \mathbf{R} & \ddots \\ \vdots & & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R} & \mathbf{R} \end{bmatrix}}_{L/2 \ N \times N \text{ matrices}} \quad (6.25)$$

Με βάση τον ορισμό της (6.25) και τα αποτελέσματα των τριών σημείων ((6.19), (6.20), (6.24)) καταλήγουμε στο αποτέλεσμα:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{y}\mathbf{y}^H / r \sim \mathcal{N}(0, 1)) &= \\ \triangleq \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{LN/2} & | & \mathbf{P} \\ - & - & - \\ \mathbf{P}^T & | & \mathbf{I}_{LN/2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.26)$$

Ο ορισμός του  $LN \times LN$  πίνακα  $\mathbf{C}$  μας επιτρέπει τον εύκολο προσδιορισμό του πίνακα αυτο-συσχετίσης της μεταβλητής  $\mathbf{y}$  δεδομένου ότι το συγκεκριμένο πρωτεύον κανάλι είναι ελεύθερο. Συγκεκριμένα είναι πολύ απλό να παρατηρήσουμε ότι:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \mathbf{C}_y &= \mathbf{C}_w = \sigma_w^2 \mathbf{C} \Rightarrow \\ \mathbf{y} / \mathcal{H}_0 &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma_w^2 \mathbf{C}) \end{aligned} \quad (6.27)$$

Η μορφή του πίνακα  $\mathbf{C}$  όπως παρουσιάζεται στην εξίσωση (6.26) αιτιολογεί και την επιλογή του συγκεκριμένου τύπου ταξινόμησης (6.10) για τα  $L$  σήματα που λαμβάνουν μέρος στην απόφαση. Και αυτό γιατί ο πίνακας προκύπτει ένας απλός  $2 \times 2$  μπλοκ πίνακας με τα στοιχεία της διαγωνίου να είναι μοναδιαίοι υποπίνακες, ενώ στην αντιδιαγώνιο υπάρχουν μπλοκ τριγωνικοί πίνακες. Σε αυτή τη μορφή μπορούμε με απλά αλγεβρικά λήμματα να εξάγουμε αυτόματα αποτελέσματα για διάφορα μεγέθη που θα μας χρειαστούν στην ανάλυση του ανιχνευτή. Πιο συγκεκριμένα:

- Ο αντίστροφος του πίνακα  $\mathbf{C}$  δίνεται από ([119]):

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{I}_{LN/2} - \mathbf{P}\mathbf{P}^H)^{-1} & | & -\mathbf{P}(\mathbf{I}_{LN/2} - \mathbf{P}^H\mathbf{P})^{-1} \\ - & - & - \\ -\mathbf{P}^H(\mathbf{I}_{LN/2} - \mathbf{P}\mathbf{P}^H)^{-1} & | & (\mathbf{I}_{LN/2} - \mathbf{P}^H\mathbf{P})^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

- Από τη στιγμή που ισχύει αντιμετάθεση με τον μοναδιαίο για τον πίνακα  $\mathbf{P}$  μπορούμε απευθείας να πούμε ([120]):

$$|\mathbf{C}| = |\mathbf{I}_{LN/2} - \mathbf{P}\mathbf{P}^H| \quad (6.29)$$

- Μπορούμε απευθείας να υπολογίσουμε τις δεσμευμένες πιθανότητες μεταξύ των ομάδων 0

(άρτια φίλτρα) και 1 (περιττά φίλτρα) με βάση το λήμμα:

$$\mathbf{y} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{C}_w) \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{y}^{(0)}/\mathbf{y}^{(1)} \sim \mathcal{N}(\mathbf{P}\mathbf{y}^{(1)}, \sigma_w^2(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^H)) \\ \mathbf{y}^{(1)}/\mathbf{y}^{(0)} \sim \mathcal{N}(\mathbf{P}^H\mathbf{y}^{(0)}, \sigma_w^2(\mathbf{I} - \mathbf{P}^H\mathbf{P})) \end{cases} \quad (6.30)$$

Όλα τα μεγέθη που σημειώθηκαν μπορούν να υπολογιστούν εκ των προτέρων (off-line) και να είναι έτοιμα κατά τη διαδικασία της ανίχνευσης. Βασική πληροφορία επίσης είναι η γνώση των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων του ερμιτιανού-συμμετρικού πίνακα  $\mathbf{C}$ . Δηλαδή υπολογίζονται οι πίνακες  $\mathbf{U}, \mathbf{\Lambda}$  με:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H \quad (6.31)$$

Αφού ορίστηκε πλήρως η κατανομή του διανύσματος παρατήρησης υπό την υπόθεση  $\mathcal{H}_0$  όπου το υπό ανίχνευση πρωτεύον κανάλι θεωρείται ελεύθερο θα πρέπει να προσδιοριστεί στη συνέχεια και η κατανομή του διανύσματος παρατήρησης υπό την υπόθεση  $\mathcal{H}_1$ .

### 6.4.2 Προσδιορισμός της κατανομής για $\mathcal{H}_1$

Σε πρώτη φάση η επίδραση του θορύβου αγνοείται. Σύμφωνα με τις αρχικές υποθέσεις, το εκπεμπόμενο σήμα για το πρωτεύον κανάλι που εξετάζεται  $s_n$  ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση ισχύ  $\sigma_s^2$ . Λόγω της επίδρασης του ραδιοδιαύλου γίνεται η εξής προσέγγιση για το εισερχόμενο σήμα σε κάθε ένα φίλτρο του συγκροτήματος (βλ. εξ. (6.12)). Το κάθε σήμα εισόδου θεωρείται ότι προκύπτει από πολλαπλασιασμό του εισερχόμενου σήματος με ένα μιγαδικό συντελεστή βάση της υπόθεσης ότι το κανάλι τοπικά στη ζώνη διέλευσης εμφανίζει συμπεριφορά που προσεγγίζει αυτή των επίπεδων διαλείψεων. Κατά συνέπεια:

$$\mathbf{r}_i = c_i \mathbf{s} \quad (6.32)$$

Ο υπολογισμός τώρα του πίνακα συσχέτισης του διανύσματος παρατήρησης μπορεί να γίνει όμοια με προηγούμενως. Το μόνο που οφείλουμε να διευκρινίσουμε αφορά την επίδραση του συντελεστή του ραδιοδιαύλου. Συγκεκριμένα:

1. Ο υποπίνακας αυτοσυσχέτισης των εξόδων από τα ίδια φίλτρα  $\mathbf{E}(\mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H)$  παραμένει ίδιος με την προηγούμενη περίπτωση (εξ. (6.19)), μόνο που για το σήμα εισόδου η διασπορά για κάθε φίλτρο θα δίνεται από το  $|c_i|^2 \sigma_s^2$ , δηλαδή:

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H) = \begin{bmatrix} \rho_{y_i y_i}(0) & \rho_{y_i y_i}(1) & \dots & \rho_{y_i y_i}(N-1) \\ \rho_{y_i y_i}(-1) & \rho_{y_i y_i}(0) & & \rho_{y_i y_i}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{y_i y_i}(-N+1) & \rho_{y_i y_i}(-N+2) & & \rho_{y_i y_i}(0) \end{bmatrix} = |c_i|^2 \sigma_s^2 \mathbf{I}_N \quad (6.33)$$

2. Ο υποπίνακας ετεροσυσχέτισης των εξόδων μεταξύ φίλτρων μη-άμεσα γειτονικών πάλι θα είναι μηδενικός.
3. Στον πίνακα ετεροσυσχέτισης των εξόδων μεταξύ γειτονικών φίλτρων θα πρέπει να υπάρξει μια διευκρίνιση. Η διαφορά που παρουσιάζεται σε σχέση με την εξ. (6.22) είναι η ύπαρξη των μιγαδικών συντελεστών του ραδιοδιαύλου.

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}]_{k,m} &= \mathbf{E}(y_n^{(i)} y_{n+m-k}^{(i+l)*}) = \mathbf{E}(y_n^{(i)} y_{n+\varepsilon}^{(i+l)*}) = \\ &= \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_u h_p e^{2\pi j \frac{iu}{M}} e^{-2\pi j \frac{(i+l)p}{M}} \mathbf{E}(c_i s_{Mn-u} c_{i+l}^* s_{Mn-p+M\varepsilon}^*) \end{aligned} \quad (6.34)$$

Για να αποφύγουμε την παρουσία μιγαδικών συντελεστών που είναι κατά μεγάλο βαθμό άγνωστοι στον ανιχνευτή και των οποίων η φάση δεν μπορεί να εκτιμηθεί κάνουμε το ακόλουθο τέχνασμα. Ως γνωστό μια μιγαδική κανονική τυχαία μεταβλητή μπορεί να εκφραστεί ως το αποτέλεσμα δυο τυχαίων μεταβλητών α) του πλάτους που ακολουθεί κατανομή Rayleigh και β) της φάσης που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα 0 έως 2π. Κατά συνέπεια το μιγαδικό, κανονικό σήμα πληροφορίας μπορεί να γραφτεί:

$$s_n = |s_n| e^{j\varphi_{s_n}}, \quad \begin{matrix} \varphi_{s_n} \sim (0, 2\pi) \\ |s_n| \sim \text{Rayleigh}(\sigma_s^2) \end{matrix} \quad (6.35)$$

Μετά τον πολλαπλασιασμό με τον συντελεστή του καναλιού θα έχουμε:

$$r_n = c_i |s_n| e^{j\varphi_{s_n}} = |c_i| |s_n| e^{j(\varphi_{s_n} + \varphi_{c_i})} \quad (6.36)$$

Η μετατόπιση φάσης όμως που προκαλείται από το δίαυλο λόγω της ομοιόμορφης κατανομής και της περιοδικότητας της φάσης ανά 2π δεν θα προκαλέσει καμία μεταβολή στη κατανομή φάσης και οπότε:

$$\varphi_{s_n} + \varphi_{c_i} \sim \mathcal{U}(0, 2\pi) \Rightarrow s'_n = |s_n| e^{j(\varphi_{s_n} + \varphi_{c_i})} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_s^2) \quad (6.37)$$

Με βάση το αποτέλεσμα της (6.37) και συνεχίζοντας τις πράξεις στην (6.34) ανάλογα με τη λογική της (6.23) έχουμε ότι:

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}_i \mathbf{y}_{i+l}^H) = |c_i| |c_{i+l}| \mathbf{R} \quad (6.38)$$

Ολοκληρώνοντας και σε αυτή την περίπτωση την ανάλυση των τριών σημείων για την υπόθεση  $\mathcal{H}_1$  ορίζεται ο διαγώνιος πίνακας της μορφής:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma^{(0)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |c_0| \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & |c_2| \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \mathbf{0} & |c_{L-2}| \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & |c_1| \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \ddots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & |c_3| \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & |c_{L-1}| \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

όπου τα στοιχεία της διαγωνίου περιέχουν τους αντίστοιχους συντελεστές ραδιοδιαύλου με βάση την υιοθετημένη ταξινόμηση (δηλαδή προηγούνται τα φίλτρα της ομάδας 0 και ακολουθούν της ομάδας 1). Με τον ορισμό του πίνακα  $\Sigma$  και συνδυάζοντας τον με τα πορίσματα των τριών σημείων για την υπόθεση  $\mathcal{H}_1$  μπορούμε εύκολα να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι για το σήμα πληροφορίας και θεωρώντας μηδενικό θόρυβο ισχύει ότι:

$$\mathbf{C}_s = \sigma_s^2 \Sigma \mathbf{C} \Sigma \quad (6.40)$$

Ο πίνακας αυτός για δεδομένο  $\mathbf{C}$  μπορεί εύκολα να αντιστραφεί αφού οι διαγώνιοι πίνακες αντιστρέφονται με απλή αντιστροφή των στοιχείων της διαγωνίου τους:

$$\mathbf{C}_s^{-1} = \frac{1}{\sigma_s^2} \Sigma^{-1} \mathbf{C}^{-1} \Sigma^{-1} \quad (6.41)$$

Τώρα μπορούμε να θεωρήσουμε την ύπαρξη του προσθετικού θορύβου. Από τη στιγμή που θόρυβος και σήμα είναι ανεξάρτητα τότε ο πίνακας αυτοσυσχέτισης του αθροίσματος τους δίνεται από



το άθροισμα των πινάκων αυτοσυσχέτισης. Κατά συνέπεια για το διάνυσμα παρατήρησης υπό την υπόθεση ύπαρξης εκπομπής  $\mathcal{H}_1$  στο υπό εξέταση πρωτεύον κανάλι θα ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 : \mathbf{C}_y &= \mathbf{C}_s + \mathbf{C}_w = \sigma_s^2 \mathbf{\Sigma} \mathbf{C} \mathbf{\Sigma} + \sigma_w^2 \mathbf{C} \Rightarrow \\ \mathbf{y}/\mathcal{H}_1 &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma_s^2 \mathbf{\Sigma} \mathbf{C} \mathbf{\Sigma} + \sigma_w^2 \mathbf{C}) \end{aligned} \quad (6.42)$$

Η εκτίμηση του μέτρου των συντελεστών του ραδιοδιαύλου γίνεται μέσω του SNR. Δηλαδή σύμφωνα με την εξ. (6.16):  $|c_i|^2 = \gamma_i \sigma_w^2 / \sigma_s^2$ .

### 6.4.3 2η Εμπειρική Προσέγγιση της κατανομής για $\mathcal{H}_1$

Στις περιπτώσεις που το τηλεπικοινωνιακό κανάλι παρουσιάζει μεγάλη επιλεκτικότητα στο πεδίο της συχνότητας, αρχίζει σταδιακά να χάνεται η ακρίβεια της προσέγγισης της κατανομής για την υπόθεση  $\mathcal{H}_1$ . Όσο το εύρος ζώνης συνοχής του διαύλου ελαττώνεται σε μεγάλο βαθμό σε σχέση με το εύρος ζώνης των φίλτρων του συγκροτήματος η κατανομή αλλοιώνεται σχετικά. Μετά από πειραματισμούς παρατηρήθηκε ότι σε αυτές τις περιπτώσεις μπορούμε να επιτύχουμε μικρή βελτίωση της προσέγγισης χρησιμοποιώντας την ακόλουθη μέθοδο προσδιορισμού του πίνακα  $\mathbf{C}_s$ . Συγκεκριμένα αντί να χρησιμοποιηθεί το γινόμενο  $|c_l| |c_{l+1}|$  για  $l = -1, 1$  ως μέτρο του βαθμού ετεροσυσχέτισης μεταξύ άμεσα γειτονικών φίλτρων, επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί το μέγεθος:

$$\frac{|c_l|^2 + |c_{l+1}|^2}{2} \quad (6.43)$$

Η λογική χρησιμοποίησης του συγκεκριμένου μεγέθους είναι ότι από τη στιγμή που η μεταβολή του διαύλου στο εύρος ζώνης του κάθε φίλτρου είναι μεγάλη και η συσχέτιση των δυο εξόδων οφείλεται στην επικάλυψη των γειτονικών φίλτρων που μεγιστοποιείται στα άκρα των υποκαναλιών του συγκροτήματος, θα απέδιδε πιθανώς καλύτερα η χρήση ενός συντελεστή- γραμμικής παρεμβολής μεταξύ των δυο συντελεστών ραδιοδιαύλου ως μέτρο της ετεροσυσχέτισης μεταξύ τους.

Πράγματι, η πρακτική χρήση της παραπάνω προσέγγισης αποδεικνύεται μέσα από τις εξομωώσεις ότι αποδίδει ελαφρώς καλύτερα από την αρχική προσέγγιση που παρουσιάστηκε. Όσο όμως το εύρος ζώνης συνοχής μεταξύ των διαδοχικών υποκαναλιών αυξάνει η ακρίβεια της εμπειρικής προσέγγισης φθίνει.

Συγκεκριμένα σε αυτή την περίπτωση, ο πίνακας αυτοσυσχέτισης για το διάνυσμα παρατήρησης με σήμα πληροφορίας και χωρίς θόρυβο δίνεται από:

$$\mathbf{C}_s = \left[ \begin{array}{c|c} \left( \mathbf{\Sigma}^{(0)} \right)^2 & \frac{\left( \mathbf{\Sigma}^{(0)} \right)^2 + \left( \mathbf{\Sigma}^{(1)} \right)^2}{2} \mathbf{P} \\ \hline \mathbf{P}^H \frac{\left( \mathbf{\Sigma}^{(0)} \right)^2 + \left( \mathbf{\Sigma}^{(1)} \right)^2}{2} & \left( \mathbf{\Sigma}^{(1)} \right)^2 \end{array} \right] \quad (6.44)$$

Η δυσκολία σε αυτή την περίπτωση έγκειται στο γεγονός ότι σαν πίνακας δεν είναι εύκολα διαχειρίσιμος. Για παράδειγμα δεν μπορούμε εύκολα να προσδιορίσουμε τον αντίστροφο του.

### 6.4.4 Το μετρικό του ανιχνευτή

Προχωρώντας στη διαδικασία ανίχνευσης επιστρέφουμε στη σχέση 6.15 και στο λόγο πιθανοφάνειας. Ο λόγος έχει τη μορφή:

$$\frac{f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)} = \frac{\frac{1}{\pi^{LN} |\mathbf{C}_y|} e^{(-\mathbf{y}^H \mathbf{C}_y^{-1} \mathbf{y})}}{\frac{1}{\pi^{LN} |\mathbf{C}_w|} e^{(-\mathbf{y}^H \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{y})}} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \theta \quad (6.45)$$

Κατά την κοινή τακτική ακολουθεί λογαρίθμηση της παραπάνω σχέσης:

$$\begin{aligned} \ln(|\mathbf{C}_w|) - \ln(|\mathbf{C}_y|) + \mathbf{y}^H \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{y} - \mathbf{y}^H \mathbf{C}_y^{-1} \mathbf{y} &\stackrel{\mathcal{H}_1}{\underset{\mathcal{H}_0}{\geq}} \ln(\theta) \Rightarrow \\ \mathbf{y}^H (\mathbf{C}_w^{-1} - \mathbf{C}_y^{-1}) \mathbf{y} &\stackrel{\mathcal{H}_1}{\underset{\mathcal{H}_0}{\geq}} \theta' = \ln(\theta) + \ln(|\mathbf{C}_y|) - \ln(|\mathbf{C}_w|) \end{aligned} \quad (6.46)$$

Το μετρικό λοιπόν του οποίου η κατανομή θα μας επιτρέψει να προχωρήσουμε σε ανίχνευση δίνεται από:

$$\begin{aligned} T(\mathbf{y}) &= \mathbf{y}^H (\mathbf{C}_w^{-1} - \mathbf{C}_y^{-1}) \mathbf{y} \\ &= \mathbf{y}^H \mathbf{C}_w^{-1} (\mathbf{C}_w^{-1} + \mathbf{C}_s^{-1})^{-1} \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{y}^H \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{C}_s (\mathbf{C}_s + \mathbf{C}_w)^{-1} \mathbf{y} \end{aligned} \quad (6.47)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε και η ταυτότητα του Woodbury για την αντιστροφή πινάκων για τον υπολογισμό του αντιστρόφου του πίνακα. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε ισότητα από αυτές της εξ. (6.47) ανάλογα με το ποια εξυπηρετεί κατά τους υπολογισμούς. Δυστυχώς δεν υπάρχει απλός τρόπος υπολογισμού της κατανομής του μετρικού. Θα διακριθούν πάλι οι περιπτώσεις ανάλογα με την υπόθεση που εξετάζεται.

#### 6.4.5 Κατανομή μετρικού για την υπόθεση $\mathcal{H}_0$

Μετά τον υπολογισμό των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων ((6.31)) του πίνακα  $\mathbf{C}$  μπορούμε να ορίσουμε μια ενδιάμεση μεταβλητή ως εξής:

$$\mathbf{z} = \frac{1}{\sigma_w} \mathbf{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{U}^H \mathbf{y} \quad (6.48)$$

Η μεταβλητή αυτή είναι εύκολο να αποδειχθεί πως αποσυσχετίζει το δείγματα του διανύσματος  $\mathbf{y}$  και ότι  $\mathbf{z} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_{LN})$  οπότε το μετρικό μπορεί να γραφτεί:

$$\begin{aligned} T(\mathbf{y}) &= \sigma_w^2 \mathbf{z}^H \mathbf{U}^{1/2} \mathbf{C}_w^{-1} (\mathbf{C}_w^{-1} + \mathbf{C}_s^{-1})^{-1} \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{U}^{1/2} \mathbf{z} \\ &= \mathbf{z}^H \underbrace{\frac{1}{\sigma_w^2} \mathbf{U}^{1/2} (\mathbf{C}_w^{-1} + \mathbf{C}_s^{-1})^{-1} \mathbf{U}^{1/2}}_{\mathbf{D}_{\mathcal{H}_0}} \mathbf{z} \end{aligned} \quad (6.49)$$

Για τον προσδιορισμό της κατανομής θα πρέπει να υπολογιστούν οι ιδιοτιμές του  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_0}$ . Υπολογίζοντας αυτές μπορούμε να προσδιορίσουμε την κατανομή του μετρικού. Από τη στιγμή που ο πίνακας  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_0}$  μπορεί να γραφτεί με την παραπάνω μορφή είναι ερμιτιανός καθώς:

- $(\mathbf{C}_w^{-1} + \mathbf{C}_s^{-1})$  είναι ερμιτιανός ως άθροισμα αντιστρόφων ερμιτιανών πινάκων.
- Ο αντίστροφος του  $(\mathbf{C}_w^{-1} + \mathbf{C}_s^{-1})$  είναι ερμιτιανός, ως αντίστροφος ερμιτιανού.
- Υπό αυτή την έννοια ο πίνακας  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_0}$  μπορεί να γραφτεί ως αποτέλεσμα ενός γινομένου πινάκων της μορφής  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_0} = \mathbf{L}^H \mathbf{L}$  που σημαίνει αυτόματα ότι είναι ερμιτιανός.

Οπότε μπορεί να παραγοντοποιηθεί σε κανονική μορφή, με τον πίνακα ιδιοδιανυσμάτων να είναι μοναδιακός (unitary):

$$\mathbf{D}_{\mathcal{H}_0} = \sigma_w^{-2} \mathbf{U}_{\mathcal{H}_0} \mathbf{\Lambda}_{\mathcal{H}_0} \mathbf{U}_{\mathcal{H}_0}^H \quad (6.50)$$

τότε

$$\mathbf{z}^H \mathbf{D}_{\mathcal{H}_0} \mathbf{z} = (\mathbf{z}^H \mathbf{U}_{\mathcal{H}_0}) \sigma_w^{-2} \mathbf{\Lambda}_{\mathcal{H}_0} (\mathbf{U}_{\mathcal{H}_0}^H \mathbf{z}) = \widehat{\mathbf{z}}^H \sigma_w^{-2} \mathbf{\Lambda}_{\mathcal{H}_0} \widehat{\mathbf{z}} \quad (6.51)$$

Η νέα μεταβλητή  $\widehat{\mathbf{z}}$  ακολουθεί επίσης λευκή κανονική κατανομή με μοναδιαία διασπορά από τη στιγμή που ο πίνακας  $\mathbf{U}_{\mathcal{H}_0}$  είναι μοναδιακός και ισχύει  $\mathbf{U}_{\mathcal{H}_0} \mathbf{U}_{\mathcal{H}_0}^H = \mathbf{U}_{\mathcal{H}_0}^H \mathbf{U}_{\mathcal{H}_0} = \mathbf{I}_{LN}$ . Οπότε:

$$T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0) = \sum_{n=0}^{LN-1} \sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0} |\widehat{z}_n|^2 \quad (6.52)$$

όπου  $\lambda_{n,\mathcal{H}_0}$  οι ιδιοτιμές και στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα  $\mathbf{\Lambda}_{\mathcal{H}_0}$ . Από τη στιγμή που η κάθε μεταβλητή  $\widehat{z}_n$  ακολουθεί τη μιγαδική κανονική κατανομή με μοναδιαία διασπορά, το τετράγωνο του μέτρου της θα συνδέεται με την κατανομή  $\chi^2$  με δυο βαθμούς ελευθερίας. Συγκεκριμένα ισχύει ότι:

$$2|\widehat{z}_n|^2 \sim \chi_2^2 \Rightarrow \sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0} |\widehat{z}_n|^2 \sim \mathcal{G}(1, \sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0}) \quad (6.53)$$

με  $\mathcal{G}$  να συμβολίζει τη κατανομή Γάμμα που συνδέεται άμεσα με τη κατανομή  $\chi^2$ . Κατά συνέπεια η κατανομή του μετρικού προκύπτει ως ένα άθροισμα ανεξαρτήτων  $\chi^2$  (ή Γάμμα) μεταβλητών με βάρη. Για αυτό το λόγο η κατανομή δεν μπορεί να προκύψει απλά ως αυτή μιας απλής κλιμακοθετημένης  $\chi^2$  με κάποιους βαθμούς ελευθερίας. Ο υπολογισμός της κατανομής αυτής θα μας οδηγήσει τελικά και στον προσδιορισμό της πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης και αντίστοιχα στον ορισμό κατάλληλου βέλτιστου κατωφλίου ανίχνευσης. Θα περιγραφούν δυο τρόποι υπολογισμού της κατανομής. Η πρώτη είναι θεωρητική αλλά έχει μια βασική προϋπόθεση για να είναι δυνατή η εξαγωγή της. Η δεύτερη βασίζεται στον αριθμητικό υπολογισμό της κατανομής με χρήση ενός απλού αλγόριθμου που βασίζεται στον γρήγορο διακριτό μετασχηματισμό Fourier FFT. Και για τις δυο μεθόδους το σημείο εκκίνησης είναι η χαρακτηριστική συνάρτηση της κατανομής Γάμμα  $\mathcal{G}(1, \sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0})$ . Συγκεκριμένα αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$\varphi_{\sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0} |\widehat{z}_n|^2 / \mathcal{H}_0}(\omega) = \frac{1}{1 - \sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0} j\omega} \quad (6.54)$$

Αφού οι συνιστώσες του αθροίσματος είναι ανεξάρτητες μεταβλητές θα έχουμε ότι η συνολική χαρακτηριστική εξίσωση για το μετρικό θα δίνεται από:

$$\varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(\omega) = \prod_{n=0}^{LN-1} \frac{1}{1 - j\sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0} \omega} \quad (6.55)$$

Ως γνωστό, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF - Probability Distribution Function) του μετρικού θα δίνεται από τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier της χαρακτηριστικής συνάρτησης στο σημείο  $-t$ . Δηλαδή:

$$f_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(t) = \mathcal{F}_{-t}^{-1} \left\{ \prod_{n=0}^{LN-1} \frac{1}{1 - j\sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0} \omega} \right\} \quad (6.56)$$

**Αναλυτική εξαγωγή κατανομής** Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν επαναλαμβανόμενες τιμές ιδιοτιμών στον πίνακα  $\mathbf{\Lambda}_{\mathcal{H}_0}$  αλλά είναι  $LN$  μοναδικές τιμές. Σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να αναλύσουμε τη χαρακτηριστική συνάρτηση ως άθροισμα απλών κλασμάτων. Δηλαδή:

$$\prod_{n=0}^{LN-1} \frac{1}{1 - j\sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0} \omega} = \sum_{n=0}^{LN-1} \frac{A_{n,\mathcal{H}_0}}{1 - j\sigma_w^{-2} \lambda_{n,\mathcal{H}_0} \omega} \quad (6.57)$$

όπου:

$$A_{n,\mathcal{H}_0} = \prod_{l=0, l \neq n}^{LN-1} \frac{1}{1 - \frac{\lambda_{l,\mathcal{H}_0}}{\lambda_{n,\mathcal{H}_0}}} \quad (6.58)$$

Μετά από αυτό μπορούμε εύκολα να λύσουμε το ολοκλήρωμα του μετασχηματισμού Fourier οπότε προκύπτει ότι:

$$f_{T(\mathbf{y})}(t/\mathcal{H}_0) = \sum_{n=0}^{LN-1} \frac{A_{n,\mathcal{H}_0}}{\sigma_w^2 \lambda_{n,\mathcal{H}_0}} e^{\frac{-t}{\sigma_w^2 \lambda_{n,\mathcal{H}_0}}}, \quad t \geq 0 \quad (6.59)$$

Σύμφωνα με τη λογική λειτουργίας των ανιχνευτών που βασίζονται στο θεώρημα Neyman-Pearson, το κατώφλι του ανιχνευτή προσδιορίζεται έτσι ώστε η πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης να έχει μια συγκεκριμένη τιμή. Για να γίνει αυτό πρέπει να λυθεί η εξίσωση:

$$P_{FA} = \int_{\theta'}^{\infty} f_{T(\mathbf{y})}(t/\mathcal{H}_0) dt \quad (6.60)$$

Ουσιαστικά θέλουμε την τιμή της συμπληρωματικής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας (cCDF – complementary Cumulative Distribution Function) για την τιμή  $\theta'$ . Πραγματοποιώντας την απλή ολοκλήρωση καθώς αποτελείται από απλούς εκθετικούς όρους μπορούμε να καταλήξουμε στο τελικό αποτέλεσμα:

$$P_{FA} = \sum_{n=0}^{LN-1} A_{n,\mathcal{H}_0} e^{\frac{-\theta'}{\sigma_w^2 \lambda_{n,\mathcal{H}_0}}} \quad (6.61)$$

Και σε αυτή την περίπτωση που υπολογίστηκε αναλυτικά η πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης δεν αποφεύγεται η ανάγκη χρήσης αριθμητικής μεθόδου καθώς δεν μπορεί να υπολογιστεί απευθείας το απαιτούμενο κατώφλι για μια δεδομένη τιμή  $P_{FA}$ .

**Αριθμητικός αλγόριθμος εξαγωγή της κατανομής** Δυστυχώς σε αρκετές περιπτώσεις και λόγω της επαναληπτικής δομής των αραιών (sparse) κατά τα άλλα πινάκων συσχέτισης, ο πίνακας  $\Lambda_{\mathcal{H}_0}$  μπορεί να παρουσιάζει πολλαπλές όμοιες ιδιοτιμές. Ακόμη και στην περίπτωση όμως που οι ιδιοτιμές εμφανίζονται εξαιρετικά κοντά μεταξύ τους, ο αναλυτικός προσδιορισμός μπορεί να οδηγήσει σε συντελεστές  $A_{n,\mathcal{H}_0} \rightarrow \infty$  κάνοντας τα αποτελέσματα αρκετά ασταθή και την επίδραση πιθανών σφαλμάτων σε εκτιμήσεις παραμέτρων σημαντική. Σε αυτές τις περιπτώσεις είναι προτιμότερο να καταφύγουμε σε αριθμητικό προσδιορισμό των κατανομών.

Ξεκινώντας από την εξ. (6.56), αρχικά αντιστρέφουμε την ονομασία των δυο μεταβλητών. Αυτό γίνεται για λόγους παρουσίασης ώστε να δίνεται η εντύπωση ότι η μια μεταβλητή είναι ο χρόνος και η άλλη η κυκλική συχνότητα. Στη συνέχεια περιορίζουμε το διάστημα ολοκλήρωσης και το τοποθετούμε σε ένα διάστημα τέτοιο ώστε το κάτω όριο ολοκλήρωσης να είναι μηδέν. Επίσης γίνεται αντικατάσταση της μεταβλητής  $\omega = 2\pi f$  ώστε να συμβαδίζει με την ευρύτερη έννοια της συχνότητας :

$$\begin{aligned} f_{T(\mathbf{y})}(\omega/\mathcal{H}_0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(t) e^{-j\omega t} dt \simeq \frac{1}{2\pi} \int_{-\delta}^{\delta} \varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\delta} \varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(t-\delta) e^{-j\omega(t-\delta)} dt \\ f_{T(\mathbf{y})}(2\pi f/\mathcal{H}_0) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\delta} \varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(t-\delta) e^{-j2\pi f(t-\delta)} dt \end{aligned} \quad (6.62)$$

Η γενική μορφή των χαρακτηριστικών συναρτήσεων των κατανομών αυτού του τύπου είναι μια στενή καμπάνα κοντά στο μηδέν. Είναι επίσης σαφές πως η χαρακτηριστική συνάρτηση είναι άρτια. Η παράμετρος  $\delta$  είναι η πρώτη σημαντική παράμετρος της αριθμητικής προσέγγισης καθώς επιλέγεται με τέτοιο τρόπο ώστε να περιλαμβάνει σχεδόν το 100% του μη μηδενικού περιεχομένου της χαρακτηριστικής συνάρτησης.

Στη συνέχεια προχωράμε στη διακριτοποίηση των δυο μεταβλητών  $f$ ,  $t$ . Ορίζοντας μια μέγιστη τιμή  $f_{\max}$  στην οποία αναμένεται η τιμή της PDF να είναι πρακτικά μηδέν δειγματοληπτούνται  $N'$  σημεία ( $N'\Delta f = f_{\max}$ ). Για τη διακριτοποίηση της μεταβλητής  $t$  και καθώς είναι σαφές ότι υπάρχει σχέση συχνότητας-χρόνου μεταξύ τους θα πρέπει:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta t = \frac{1}{N'\Delta f} \\ N'\Delta t = 2\delta \end{array} \right\} \Delta f = \frac{1}{2\delta}, \Delta t = \frac{2\delta}{N'} \quad (6.63)$$

Η διακριτοποίηση των μεταβλητών οδηγεί στη σχέση:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{T(\mathbf{y})}(2\pi k\Delta f/\mathcal{H}_0) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\delta} \varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(t-\delta) e^{-j2\pi kt\Delta f} e^{j2\pi\delta k\Delta f} dt = \\ &\simeq \frac{e^{j\pi k}}{2\pi} \sum_{n=0}^{N'-1} \varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(n\Delta t - \delta) e^{-j2\pi \frac{kn}{N'}} \left(\frac{2\delta}{N'}\right) \end{aligned} \quad (6.64)$$

Με πιο προσεκτική παρατήρηση μπορούμε να γράψουμε:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{T(\mathbf{y})}(2\pi k\Delta f/\mathcal{H}_0) &= \frac{\delta e^{j\pi k}}{\pi N'} \text{FFT}[\varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(n\Delta t - \delta)]_{N'} \\ \hat{f}_{T(\mathbf{y})}\left(\omega_k = \frac{\pi k}{\delta}/\mathcal{H}_0\right) &= \frac{\delta e^{j\pi k}}{\pi N'} \text{FFT}[\varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(n\Delta t - \delta)]_{N'} \end{aligned} \quad (6.65)$$

Έτσι με χρήση γρήγορων μετασχηματισμών Fourier μπορούμε να επιτύχουμε με μεγάλη ακρίβεια προσέγγιση της υπό εξέταση κατανομής. Η cCDF τώρα μπορεί να προσεγγιστεί με χρήση του κανόνα του Τραπεζοειδούς ως μέθοδο αριθμητικής ολοκλήρωσης. Σημειώνεται ότι η μεταβλητή  $T(\mathbf{y})$  ως μέτρο ενέργειας είναι πάντα μεγαλύτερη του μηδενός. Έτσι για το κατώφλι  $\theta' = \frac{\pi k_0}{\delta}$  θα έχουμε:

$$P_{FA} \simeq \sum_{n=0}^{k_0} \frac{\pi}{\delta} \left( \frac{\hat{f}_{T(\mathbf{y})}\left(\frac{\pi k}{\delta}/\mathcal{H}_0\right) + \hat{f}_{T(\mathbf{y})}\left(\frac{\pi(k+1)}{\delta}/\mathcal{H}_0\right)}{2} \right) \quad (6.66)$$

Μπορεί να παρατηρηθεί ότι λόγω της διακριτής φύσης της μεθόδου και το κατώφλι  $\theta'$  παίρνει διακριτές τιμές. Για μεγαλύτερη ακρίβεια λόγω του τραπεζοειδούς κανόνα καλύτερη επιλογή του κατωφλίου που αντιστοιχεί στην τιμή του  $P_{FA}$  είναι η  $(k_0 - 1/2)\pi/\delta$ . Για να λάβουμε τιμή πιθανότητας σφάλματος για οποιοδήποτε  $\theta'$  είναι δυνατή η χρήση ενός τελευταίου βήματος γραμμικής παρεμβολής αφού υπολογιστεί η τιμή για την κοντινότερη τιμή κατωφλίου από το διαθέσιμο διακριτό σύνολο. Τις περισσότερες φορές το βήμα αυτό δεν είναι απαραίτητο καθώς αν είναι σωστά επιλεγμένες οι παράμετροι ακρίβειας του αλγορίθμου  $\delta$ ,  $N'$  η διαφορά των τιμών πιθανότητας σφάλματος της κοντινότερης διακριτής τιμής είναι κατά προσέγγιση μηδενική.

Η μέθοδος είναι αποδοτική καθώς η χρήση του FFT βοηθά στη γρήγορη εξαγωγή αποτελεσμάτων σε σχέση με οποιαδήποτε άλλη προσέγγιση που θα περιελάμβανε αριθμητικές ολοκληρώσεις μιγαδικών μεταβλητών. Φυσικά είναι πολύ κρίσιμη η σωστή επιλογή των παραμέτρων ακρίβειας. Για το λόγο αυτό στην αρχή του αλγορίθμου προτείνεται η χρήση δοκιμαστικών τιμών  $\delta$  που θα εξασφαλίσουν ότι για τα συγκεκριμένα η τιμή της χαρακτηριστικής συνάρτησης είναι σχεδόν μη-

δέν πχ  $\varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)}(\pm\delta) < 10^{-5}$ .

#### 6.4.6 Κατανομή μετρικού για την υπόθεση $\mathcal{H}_1$

Η αναλυτική επεξήγηση της διαδικασίας προσδιορισμού της κατανομής με βάση την υπόθεση ότι το υπό εξέταση κανάλι είναι ελεύθερο. Με βάση τα παραπάνω βήματα θα προσδιοριστεί η κατανομή του διανύσματος παρατήρησης με την υπόθεση ότι το κανάλι είναι κατειλημμένο. Σε πρώτη φάση θεωρούνται οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα  $\mathbf{C}_y$ . Δηλαδή:

$$\mathbf{C}_y = \mathbf{U}_y \mathbf{\Lambda}_y \mathbf{U}_y^H \quad (6.67)$$

Ορίζεται η αντίστοιχη ενδιάμεση μεταβλητή  $\mathbf{z} = \mathbf{\Lambda}_y^{-1/2} \mathbf{U}_y^H \mathbf{y}$  και υπολογίζεται ο τύπος του μετρικού:

$$\begin{aligned} T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1) &= \mathbf{z}^H \mathbf{\Lambda}_y^{1/2} \mathbf{U}_y^H \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{C}_s (\mathbf{C}_s + \mathbf{C}_w)^{-1} \mathbf{U}_y \mathbf{\Lambda}_y^{1/2} \mathbf{z} \\ &= \mathbf{z}^H \underbrace{\mathbf{\Lambda}_y^{1/2} \mathbf{U}_y^H \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{C}_s \mathbf{U}_y \mathbf{\Lambda}_y^{-1/2}}_{\mathbf{D}_{\mathcal{H}_1}} \mathbf{z} \end{aligned} \quad (6.68)$$

όπου αυτή τη φορά χρησιμοποιήθηκε η δεύτερη εκδοχή του αποτελέσματος χρήσης της ταυτότητας του Woodbury (εξ. (6.47)). Και σε αυτή τη περίπτωση για τους ίδιους λόγους όπως και προηγουμένως ο πίνακας  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_1}$  είναι συμμετρικός. Υπολογίζοντας τις ιδιοτιμές του πίνακα

$$\mathbf{D}_{\mathcal{H}_1} = \mathbf{U}_{\mathcal{H}_1} \mathbf{\Lambda}_{\mathcal{H}_1} \mathbf{U}_{\mathcal{H}_1}^H \quad (6.69)$$

και ορίζοντας μια επιπλέον βοηθητική μεταβλητή

$$\mathbf{z}^H \mathbf{D}_{\mathcal{H}_1} \mathbf{z} = (\mathbf{z}^H \mathbf{U}_{\mathcal{H}_1}) \mathbf{\Lambda}_{\mathcal{H}_1} (\mathbf{U}_{\mathcal{H}_1}^H \mathbf{z}) = \widehat{\mathbf{z}}^H \mathbf{\Lambda}_{\mathcal{H}_1} \widehat{\mathbf{z}} \quad (6.70)$$

καταλήγουμε στο ισοδύναμο και αναμενόμενο αποτέλεσμα για το μετρικό δεδομένης της ισχύος της υπόθεσης  $\mathcal{H}_1$ .

$$T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1) = \sum_{n=0}^{LN-1} \lambda_{n,\mathcal{H}_1} |\widehat{z}_n|^2 \quad (6.71)$$

Ο προσδιορισμός της πιθανότητας ανίχνευσης μπορεί να υπολογιστεί από την πιθανότητα να ξεπερνιέται ένα δεδομένο κατώφλι  $\theta'$  υπό την υπόθεση  $\mathcal{H}_1$ . Αυτό γίνεται με ολοκλήρωση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του μετρικού από το κατώφλι  $\theta'$  μέχρι το άπειρο.

$$P_D = \int_{\theta'}^{\infty} f_{T(\mathbf{y})}(t/\mathcal{H}_1) dt \quad (6.72)$$

όπου η κατανομή υπολογίζεται αν είναι δυνατό αναλυτικά ή με τον αριθμητικό αλγόριθμο. Η αναλυτική λύση είναι:

$$\begin{aligned} f_{T(\mathbf{y})}(t/\mathcal{H}_1) &= \sum_{n=0}^{LN-1} \frac{A_{n,\mathcal{H}_1}}{\lambda_{n,\mathcal{H}_1}} e^{-\frac{t}{\lambda_{n,\mathcal{H}_1}}}, \quad t \geq 0 \\ P_D &= \sum_{n=0}^{LN-1} A_{n,\mathcal{H}_1} e^{-\frac{\theta'}{\lambda_{n,\mathcal{H}_1}}} \end{aligned} \quad (6.73)$$

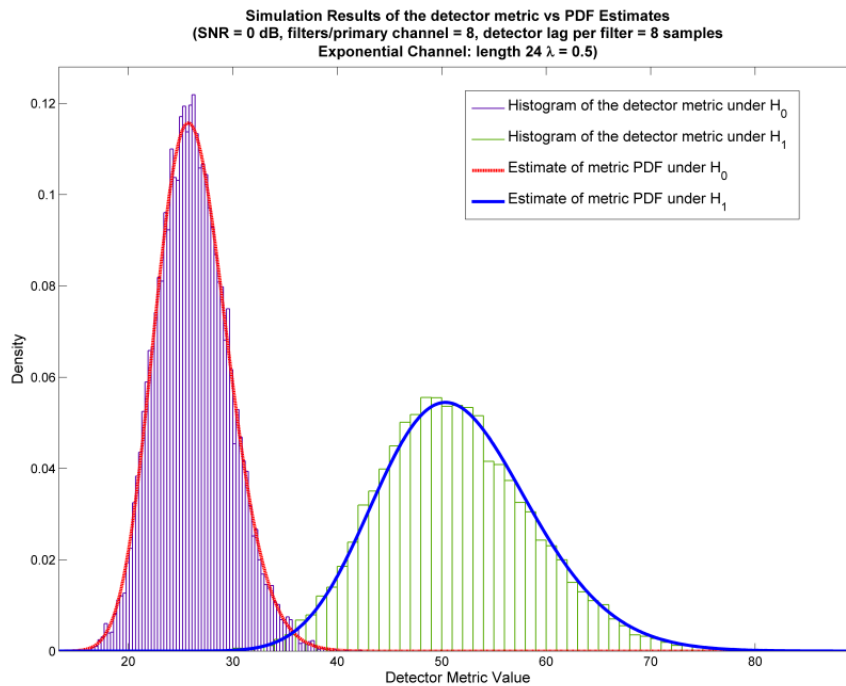
όπου

$$A_{n,\mathcal{H}_1} = \prod_{l=0, l \neq n}^{LN-1} \frac{1}{1 - \frac{\lambda_{l,\mathcal{H}_1}}{\lambda_{n,\mathcal{H}_1}}}$$

Η χρήση του αριθμητικού αλγόριθμου οδηγεί στα αποτελέσματα όπως αυτά παρουσιάστηκαν στις εξ. (6.65) και (6.66) όπου η χαρακτηριστική συνάρτηση παρέχεται από τη σχέση:

$$\varphi_{T(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1)}(\omega) = \prod_{n=0}^{LN-1} \frac{1}{1 - j\lambda_{n,\mathcal{H}_1}\omega} \quad (6.74)$$

Η ακρίβεια των κατανομών που υπολογίστηκαν δοκιμάστηκαν σε διάφορες συνθήκες με εξαιρετικά αποτελέσματα. Όσο το εύρος ζώνης συνοχής (ως ποσοστό αναφοράς για το εύρος ζώνης συνοχής είναι 75%) είναι στα επίπεδα του μεγέθους της ζώνης διέλευσης των φίλτρων, οι κατανομές είναι εξαιρετικά ακριβείς για οποιοδήποτε τιμή σηματοθορυβικού λόγου. Στην περίπτωση που αυτό δεν ισχύει υπάρχει μια μικρή απόκλιση στην εκτιμώμενη κατανομή η οποία όμως εξαφανίζεται όσο ο σηματοθορυβικός λόγος ελαττώνεται. Δεδομένου ότι η ακρίβεια των κατανομών ενδιαφέρει όσο το SNR μειώνεται, οι σκοποί και οι στόχοι του ανιχνευτή ικανοποιούνται. Στο σχήμα 6.5 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα της επίδοσης των προσεγγίσεων όσον αφορά τις κατανομές του μετρικού  $T(\mathbf{y})$  για  $SNR = 0$  (σε dB). Δεδομένου ότι το SNR διαφέρει για κάθε φίλτρο ανάλογα με τον τηλεπικοινωνιακό δίαυλο, η τιμή του συνολικού SNR που χρησιμοποιήθηκε αφορά ολόκληρο το πρωτεύον κανάλι που εξετάζεται και ρυθμίστηκε με την επιλογή κατάλληλου  $\sigma_s^2$  έτσι ώστε για το συγκεκριμένο τηλεπικοινωνιακό δίαυλο να ισχύει:



**Σχήμα 6.5:** Παράδειγμα ταυρίσματος των κατανομών του NP μετρικού ανίχνευσης για ομοιόμορφο DFT συγκρότημα με  $M = 32$ , 8 δείγματα ανίχνευσης/φίλτρο και 8 φίλτρα/πρωτεύον κανάλι ( $SNR=0dB$ , εκθετικός ραδιοδίαυλος 24 δειγμάτων με  $\lambda = 0.5$ )

$$\sigma_s^2 \int_{f_a}^{f_b} |C(f)|^2 df = \sigma_w^2$$

όπου  $f_a$ ,  $f_b$  οι συχνότητες που ορίζουν τις συχνότητες αποκοπής της ζωνοπερατής εκπομπής του πρωτεύοντος συστήματος για τη ζώνη ενδιαφέροντος. Οπότε ο συνολικός σηματοθορυβικός λόγος

**Πίνακας 6.1:** Παράμετροι του συστήματος και του ραδιοδιαύλου για την αξιολόγηση των κατανομών

Παράμετρος	Τιμή
Αριθμός δειγμάτων ανά φίλτρο για την απόφαση	8
Αριθμός φίλτρων ανά πρωτεύον κανάλι	8
Προφίλ καθυστέρησης ισχύος (PDP)	Εκθετικό $P_n = e^{-\alpha n}, n = 0 \dots G - 1$
Μήκος κρουστικής απόκρισης ραδιοδιαύλου $G$	24
Συντελεστής εκθετικής εξασθένισης του PDP	$a = 0.5$
Κατανομή περιβάλλουσας των συντελεστών του διαύλου	Rayleigh
Τύπος συγκροτήματος φίλτρου	Uniform DFT FIR
Αριθμός συντελεστών πρότυπου φίλτρου	141
Αριθμός υποκαναλιών του συγκροτήματος	32
Μέθοδος σχεδίασης φίλτρων	[52] [49]
Αριθμός Επαναλήψεων	3000

για έναν πρωτεύον δίαυλο δίνεται από τη σχέση:

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} (\gamma_{pu}) = 10 \log_{10} \left( \frac{\sigma_s^2 \int_{f_a}^{f_b} |C(f)|^2 df}{\sigma_w^2} \right)$$

$$\left( = 10 \log_{10} \left( \frac{\sigma_s^2 \frac{1}{N} \sum_{k=k_a}^{k=k_b} |C(k)|^2}{\sigma_w^2} \right), \text{ στη διακριτή μορφή μέσω του ισοδύναμου } \Theta \text{ Parseval} \right) \quad (6.75)$$

Για λόγους πληρότητας παρουσιάζονται οι επιμέρους σηματοθορυβικοί λόγοι για το παράδειγμα που δόθηκε στο σχήμα 6.5.

$$\gamma = [ 0.22 \quad 0.38 \quad 0.47 \quad 0.5 \quad 0.9 \quad 1.27 \quad 1.55 \quad 1.13 ] \quad (6.76)$$

Ο ανιχνευτής που παρουσιάστηκε αν και βέλτιστος σύμφωνα με το θεώρημα Neyman-Pearson παρουσιάζει αρκετές πρακτικές δυσκολίες. Δυστυχώς απαιτούνται πράξεις με πίνακες που μπορεί να έχουν αρκετά μεγάλο μέγεθος ανάλογα με τον αριθμό των δειγμάτων που συλλέγονται για τη λήψη της απόφασης. Παράλληλα ο υπολογισμός των κατανομών επίσης απαιτεί αλγεβρικούς υπολογισμούς και πιθανώς χρήση αριθμητικών αλγορίθμων. Όσον αφορά τον αναλυτικό υπολογισμό των κατανομών, αν και θεωρητικά η μέθοδος είναι απολύτως σωστή, θα πρέπει να τονιστεί πως όσο το μέγεθος των πινάκων αυξάνει (δηλαδή αυξάνει ο αριθμός των δειγμάτων που λαμβάνουν μέρος στην απόφαση, είτε ο αριθμός των φίλτρων που αντιστοιχούν στον πρωτεύοντα δίαυλο) τόσο η μέθοδος γίνεται ασταθής. Οι κοντινές ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{C}$  παράλληλα με την αύξηση του μεγέθους του, οδηγούν σε πολύ μεγάλες τιμές συντελεστών  $A_n$ . Η πεπερασμένη ακρίβεια των πράξεων σε αυτή την περίπτωση μπορεί να οδηγήσει σε αριθμητικά σφάλματα που αν και φαινομενικά είναι μικρά προκαλούν ολική διαστρέβλωση στη μορφή της κατανομής. Ο αριθμητικός αλγόριθμος κατά συνέπεια είναι η πιο αξιόπιστη και ενδεδειγμένη επιλογή. Οι παραπάνω παρατηρήσεις μας οδηγούν να μελετήσουμε άλλους μη βέλτιστους ανιχνευτές, οι οποίοι θα έχουν σχετική απλότητα, αρχίζοντας από τον ενεργειακό ανιχνευτή.



## 6.5 Ενεργειακή Ανίχνευση με Συγκρότητα Φίλτρων

Στο [81] αλλά και στα πρώτα στάδια της προηγούμενης ανάλυσης έγινε φανερό πως ο ενεργειακός ανιχνευτής είναι ο βέλτιστος ανιχνευτής κατά Neyman-Pearson για το σήμα κάθε μεμονωμένου φίλτρου όταν η είσοδος θεωρηθεί ότι ακολουθεί λευκή κατανομή. Αν λοιπόν δούμε κάθε φίλτρο μεμονωμένα σύμφωνα με τον ορισμό του πίνακα  $\mathbf{C}$  όπως ορίστηκε προηγούμενα ισχύει ότι για το μεμονωμένο φίλτρο  $i$  και για ένα μπλοκ  $N$  δειγμάτων:

$$\mathbf{C}_i = \mathbf{I}_N \quad (6.77)$$

Οπότε ο λόγος πιθανοφάνειας θα έχει τη μορφή:

$$\frac{f(\mathbf{y}_i/\mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{y}_i/\mathcal{H}_0)} = \frac{\frac{1}{\pi^N (\sigma_s^2 |c_i|^2 + \sigma_w^2)^N} e^{\left(-\frac{\mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i}{\sigma_s^2 |c_i|^2 + \sigma_w^2}\right)} \underset{\mathcal{H}_1}{\geq} \theta}{\frac{1}{\pi^N \sigma_w^{2N}} e^{\left(-\frac{\mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i}{\sigma_w^2}\right)} \underset{\mathcal{H}_0}{\geq} \theta} \quad (6.78)$$

Μετά τη λογαρίθμηση του λόγου πιθανοφάνειας και απομονώνοντας αποκλειστικά τα στοιχεία που εξαρτιούνται από τα δεδομένα εισόδου, ο Neyman-Pearson ανιχνευτής θα ορίζεται από το ακόλουθο μετρικό:

$$T_i(\mathbf{y}_i) = \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{\sigma_w^2 (\sigma_s^2 |c_i|^2 + \sigma_w^2)} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i \underset{\mathcal{H}_0}{\geq} \theta' \quad (6.79)$$

Η κατανομή του μετρικού εξαρτάται μόνο από το ενεργειακό περιεχόμενο του μπλοκ δειγμάτων που χρησιμοποιείται από την απόφαση. Σύμφωνα με την υπόθεση του AWGN σήματος πληροφορίας και θορύβου, το μετρικό του ανιχνευτή ακολουθεί κλιμακοθετημένη κατανομή  $\chi^2$  με  $2N$  βαθμούς ελευθερίας και για τις δυο υποθέσεις. Συγκεκριμένα ισχύει:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : T_i(\mathbf{y}_i) &\sim \mathcal{G}\left(N, \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{\sigma_s^2 |c_i|^2 + \sigma_w^2}\right) \\ \mathcal{H}_1 : T_i(\mathbf{y}_i) &\sim \mathcal{G}\left(N, \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{\sigma_w^2}\right) \end{aligned} \quad (6.80)$$

Στην περίπτωση που θεωρήσουμε ότι οι έξοδοι από όλα τα φίλτρα που συμμετέχουν σε μια απόφαση είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους, τότε οι κατανομές που εισέρχονται στο λόγο πιθανοφάνειας μπορούν να θεωρηθούν ως γινόμενο των επί μέρους κατανομών για το κάθε φίλτρο και το μετρικό του ανιχνευτή μετά τη λογαρίθμηση είναι ένα κατάλληλα ζυγισμένο άθροισμα όρων όμοιων με αυτούς της εξ. (6.79). Αυτό σημαίνει πως με την υπόθεση ανεξαρτησίας το βέλτιστο κατά Neyman-Pearson μετρικό είναι το:

$$T_{ed}(\mathbf{y}) = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2} \sum_{i=0}^{L-1} \frac{|c_i|^2}{\sigma_s^2 |c_i|^2 + \sigma_w^2} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i \quad (6.81)$$

Δυστυχώς η υπόθεση ανεξαρτησίας δεν ισχύει καθώς όπως αναφέρθηκε εκτεταμένα τα δείγματα της εξόδου  $\mathbf{y}_i$  κάθε φίλτρου είναι συσχετισμένα με τις εξόδους των γειτονικών φίλτρων  $\mathbf{y}_{i+1}$  και  $\mathbf{y}_{i-1}$ . Παρόλα αυτά σε αυτό το σημείο εξετάζεται η χρήση του μετρικού της εξ. (6.81) για τον ορισμό ενός ενεργειακού ανιχνευτή για ανίχνευση με χρήση συγκροτήματος φίλτρων. Είναι προφανές ότι η απόδοση του ανιχνευτή υστερεί σε σχέση με αυτή του βέλτιστου Neyman-Pearson. Μάλιστα ο βαθμός υστέρησης εξαρτάται άμεσα από το είδος των φίλτρων που χρησιμοποιούνται και το βαθμό εξασθένισης τους (roll-off). Σε περίπτωση έντονης επικάλυψης μεταξύ των φίλτρων, οι έξοδοι των φίλτρων ενδέχεται να παρουσιάζουν συντελεστή συσχέτισης που φθάνει το 1/4. Από την άλλη

η επιλογή απότομων φίλτρων με μεγάλη εξασθένιση έχει ως αποτέλεσμα το μετρικό  $T_{ed}(\mathbf{y})$  να προσεγγίζει το  $T(\mathbf{y})$  και οι ανιχνευτές να αποδίδουν σχεδόν ταυτόσημα.

Στις πραγματικές συνθήκες λοιπόν το μετρικό  $T_{ed}(\mathbf{y})$  είναι ουσιαστικά ένα άθροισμα κλιμακοθετημένων και συσχετισμένων κατανομών Γάμμα (ή  $\chi_{2N}^2$  αφού στη συγκεκριμένη περίπτωση οι έννοιες ταυτίζονται). Ο βαθμός/συντελεστής συσχέτισης των ενεργειών των μπλοκ δειγμάτων που προέρχονται από γειτονικά φίλτρα είναι απαραίτητο να υπολογιστεί για να μπορούμε να χωρήσουμε στην εξαγωγή των κατανομών. Σύμφωνα με το ([121] σελ.439, προσέγγιση Jensen), αναφέρεται πως αν έχουμε ένα συρμό  $N$  δειγμάτων ενός ζεύγους πρότυπων ( $\mu = 0, \sigma = 1$ ) γκαουσιανών μεταβλητών  $z_k = (z_{k1}, z_{k2})$  που είναι συσχετισμένες μεταξύ τους αλλά ανεξάρτητες στη χρονική μεταβλητή ( $k = 0 \dots N - 1$ ), τότε η συσχέτιση των ενεργειών  $u_1 = \sum_{k=0}^{N-1} |z_{k1}^2|, u_2 = \sum_{k=0}^{N-1} |z_{k2}^2|$  τους μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$p_{u_1 u_2} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{p}_n^2 \quad (6.82)$$

όπου  $\mathbf{p}_n$  είναι οι κανονικές συσχετίσεις για τις μεταβλητές  $(z_{k1}, z_{k2})$ . Παρότι η μεταβλητή εικονίζεται τονισμένη στη σχέση το  $\mathbf{p}_n$  είναι βαθμωτό και όχι διανυσματικό μέγεθος. Διευκρινίζεται ότι το παραπάνω αποτέλεσμα του Jensen ισχύει για πραγματικές πρότυπες κανονικές μεταβλητές. Μια απλή διερεύνηση όμως του ορισμού του συντελεστή συσχέτισης αρκεί για να αποδειχτεί πως η ίδια σχέση ισχύει και για  $2N$  πραγματικές τυχαίες μεταβλητές με  $\mu = 0, \sigma = 1/2$  και ισοδύναμα ισχύει για μιγαδικές κανονικές μεταβλητές. Υπενθυμίζεται ότι ο συντελεστής συσχέτισης δίνεται από τη σχέση:

$$p_{xy} = \frac{E(x^*y) - E(x)E(y)}{\sqrt{E(|x|^2) - E(x)}\sqrt{E(|y|^2) - E(y)}} \quad (6.83)$$

Οι κανονικές συσχετίσεις αποτελούν μέσο ποσοτικοποίησης της γραμμικής σχέσης μεταξύ δυο πολυδιάστατων μεταβλητών. Συγκεκριμένα για τον υπολογισμό των κανονικών συσχετίσεων απαιτείται η εύρεση δυο διανυσμάτων βάσης τέτοιων ώστε να μεγιστοποιείται η συσχέτιση των προβολών των μεταβλητών αυτών στις συγκεκριμένες βάσεις. Δηλαδή ουσιαστικά είναι οι συσχετίσεις των γραμμικών συνδυασμών των δυο τυχαίων μεταβλητών που μεγιστοποιεί το συντελεστή συσχέτισης. Οι κανονικές συσχετίσεις μπορούν να υπολογιστούν αν είναι γνωστός ο από κοινού πίνακας συμμεταβλητότητας των δυο μεταβλητών. Συγκεκριμένα για γνωστό πίνακα συμμεταβλητότητας της μορφής:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1} & \mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2} \\ \mathbf{C}_{\mathbf{x}_2 \mathbf{x}_1} & \mathbf{C}_{\mathbf{x}_2 \mathbf{x}_2} \end{bmatrix}, \text{ για τις μεταβλητές } \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \quad (6.84)$$

τα τετράγωνα των κανονικών συσχετίσεων των μεταβλητών δίνονται ως οι ιδιοτιμές του πίνακα :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}^{-1} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_2 \mathbf{x}_2}^{-1} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_2 \mathbf{x}_1} \mathbf{w}_x &= \mathbf{p}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2}^2 \mathbf{w}_x \\ \mathbf{C}_{\mathbf{x}_2 \mathbf{x}_2}^{-1} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_2 \mathbf{x}_1} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}^{-1} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2} \mathbf{w}_y &= \mathbf{p}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2}^2 \mathbf{w}_y \end{aligned} \quad (6.85)$$

όπου  $\mathbf{w}_{\mathbf{x}, \mathbf{y}}$  τα ανάλογα ιδιοδιανύσματα. Επιστρέφοντας στο πρόβλημα που εξετάζουμε σκοπός είναι ο υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης της ενέργειας  $N$  δειγμάτων των εξόδων διαδοχικών φίλτρων του συγκροτήματος. Ο πίνακας συσχέτισης των μεταβλητών  $\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_{i+1}$  προκύπτει από τις σχέσεις (6.24), (6.33) και (6.38). Κατά συνέπεια:

$$E \left( \begin{bmatrix} \mathbf{y}_i^H & \mathbf{y}_{i+1}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_i \\ \mathbf{y}_{i+1} \end{bmatrix} \right) = \sigma_s^2 \begin{bmatrix} |c_i|^2 \mathbf{I}_N & |c_i| |c_{i+1}| \mathbf{R} \\ |c_i| |c_{i+1}| \mathbf{R}^H & |c_{i+1}|^2 \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad (6.86)$$

(επειδή ο πίνακας  $\mathbf{R}$  είναι συμμετρικός και ισχύει  $\mathbf{R}^H = \mathbf{R}$  από εδώ και στο εξής δεν θα γίνεται διάκριση). Κατά συνέπεια οι κανονικές συσχετίσεις θα δίνονται ως οι ιδιοτιμές του πίνακα:

$$\mathbf{p}_{\mathbf{y}_i \mathbf{y}_{i+1}}^2 \text{ διάνυσμα ιδιοτιμών του πίνακα } \mathbf{R}^2 \quad (6.87)$$

Επειδή σκοπός είναι ο υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης, δηλαδή του αθροίσματος των τετραγώνων των κανονικών συσχετίσεων, είναι δυνατό με χρήση των ιδιοτήτων των πινάκων να υπολογίσουμε απευθείας την τιμή αυτή καθώς ισχύει:

$$\text{Tr}[\mathbf{A}] = \sum_{n=0}^{N-1} \lambda_n^{(\mathbf{A})} \quad (6.88)$$

όπου ο τελεστής  $\text{Tr}[\cdot]$  υποδηλώνει τον υπολογισμό του ίχνους του πίνακα ενώ  $\lambda_n^{(\mathbf{A})}$  η  $n$ -οστή ιδιοτιμή του πίνακα  $\mathbf{A}$ . Κατά συνέπεια αντίστοιχα έχουμε ότι:

$$\text{Tr}[\mathbf{R}^2] = \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{p}_{\mathbf{y}_i \mathbf{y}_{i+1}, n}^2 \quad (6.89)$$

Παρότι ο τύπος (6.82) δόθηκε από τον Jensen για πρότυπες, κανονικές μεταβλητές είναι απλό να καταλήξουμε μετατρέποντας τις κανονικές μεταβλητές των εξόδων σε πρότυπες με κατάλληλο πολλαπλασιασμό ότι δεν υπάρχει καμία διαφορά, εφόσον οι μεταβλητές είναι λευκές με σταθερή διασπορά η κάθε μια. Οπότε έχουμε ότι, ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των ενεργειών των εξόδων δυο διαδοχικών φίλτρων δίνεται από:

$$p_{\mathbf{y}_i \mathbf{y}_{i+1}} = \frac{\text{Tr}[\mathbf{R}^2]}{N} \quad (6.90)$$

Μια σημαντική παρατήρηση είναι ότι από τη στιγμή που ο συντελεστής συσχέτισης εξαρτάται μόνο από τον πίνακα  $\mathbf{R}$  και όχι από τους συντελεστές ραδιοδιαύλου, είναι ίδιος για οποιοδήποτε ζεύγος άμεσα γειτονικών φίλτρων συμμετέχουν στην απόφαση. Σημειώνεται επίσης ότι από τη στιγμή που οι έξοδοι μη γειτονικών φίλτρων είναι ασυσχετίστες, κατά συνέπεια ο συντελεστής συσχέτισης τους είναι μηδενικός. Προχωρώντας στον υπολογισμό των κατανομών του μετρικού της (6.81) ακολουθείται το αποτέλεσμα που παρουσιάζεται στο [122]. Σύμφωνα με αυτό αν  $\{u_i\}_{i=1}^{L-1}$  είναι ένα σύνολο  $L$  συσχετισμένων τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν κατανομή Γάμμα με ίδιο συντελεστή βαθμών ελευθερίας και εφόσον είναι γνωστοί οι συντελεστές συσχέτισης όλων των ζευγών τότε η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μπορεί να εκφραστεί αναλυτικά. Σύμφωνα λοιπόν με το πόρισμα του [122]:

- Ορίζεται ο θετικά ορισμένος πίνακας  $\mathbf{C}_{ed}$  που περιέχει τις τετραγωνικές ρίζες των συσχετίσεων. Έτσι για  $u_i = \zeta \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i$  έχουμε ( $\zeta$  ένας οποιοσδήποτε πολλαπλασιαστής):

$$\mathbf{C}_{ed} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{p} & 0 & \dots & 0 \\ \sqrt{p} & 1 & \sqrt{p} & & \vdots \\ 0 & \sqrt{p} & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \sqrt{p} \\ 0 & \dots & 0 & \sqrt{p} & 1 \end{bmatrix} \quad (6.91)$$

Ο τριδιαγώνιος πίνακας έχει διαστάσεις  $L \times L$

- Ορίζεται ο διαγώνιος πίνακας που περιέχει τις παραμέτρους  $\beta$  των Γάμμα κατανομών. Δη-

λαδή

- Για  $\mathcal{H}_0$ :

$$\mathbf{D}_{ed} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_s^2 |c_0|^2}{\sigma_s^2 |c_0|^2 + \sigma_w^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_s^2 |c_1|^2}{\sigma_s^2 |c_1|^2 + \sigma_w^2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\sigma_s^2 |c_{L-1}|^2}{\sigma_s^2 |c_{L-1}|^2 + \sigma_w^2} \end{bmatrix} \quad (6.92)$$

- Για  $\mathcal{H}_1$ :

$$\mathbf{D}_{ed} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_s^2 |c_0|^2}{\sigma_w^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_s^2 |c_1|^2}{\sigma_w^2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\sigma_s^2 |c_{L-1}|^2}{\sigma_w^2} \end{bmatrix} \quad (6.93)$$

- Υπολογίζονται οι  $L$  ιδιοτιμές του πίνακα

$$\mathbf{A}_{ed} = \mathbf{D}_{ed} \mathbf{C}_{ed}$$

και για τις δύο περιπτώσεις. Ορίζονται δηλαδή δυο σύνολα ιδιοτιμών  $\{\lambda_i^{ed/\mathcal{H}_0}\}_{i=0}^{L-1}$  και  $\{\lambda_i^{ed/\mathcal{H}_1}\}_{i=0}^{L-1}$ . Από αυτές ξεχωρίζονται οι ελάχιστες ιδιοτιμές  $\lambda_{\min}^{ed/\mathcal{H}_m} = \min \{\lambda_i^{ed/\mathcal{H}_m}\}_{i=0}^{L-1}$ ,  $m = 0, 1$ .

- Η κατανομή του αθροίσματος των  $u_i = \zeta_i \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i$  με  $\zeta_i = \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{\sigma_w^2 (\sigma_s^2 |c_i|^2 + \sigma_w^2)}$  που αποτελεί το μετρικό του ανιχνευτή μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$f_{T_{ed}(\mathbf{y})}(t/\mathcal{H}_m) = \prod_{i=1}^{L-1} \left( \frac{\lambda_{\min}^{ed/\mathcal{H}_m}}{\lambda_i^{ed/\mathcal{H}_m}} \right)^{2N} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d_k t^{2LN+k-1} e^{-\left(\frac{t}{\lambda_{\min}^{ed/\mathcal{H}_m}}\right)}}{\left( \lambda_{\min}^{ed/\mathcal{H}_m} \right)^{2LN+k} \Gamma(2LN+k)}, \quad (6.94)$$

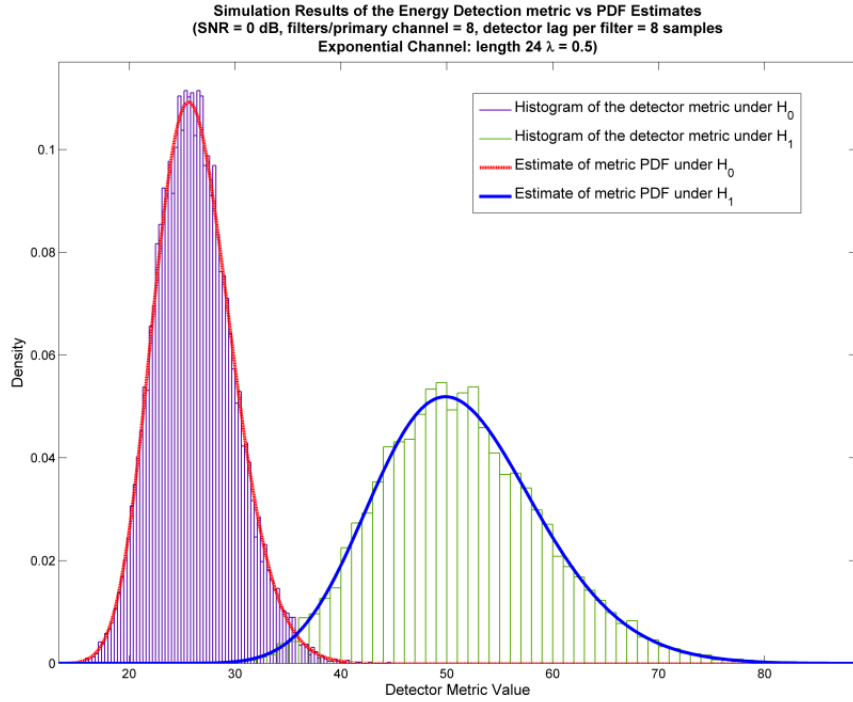
$t > 0, m = 0, 1$

όπου οι συντελεστές  $d_k$  υπολογίζονται αναδρομικά με βάση την εξίσωση:

$$\begin{cases} d_0 = 1 \\ d_{k+1} = \frac{2N}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} \left[ \sum_{l=1}^{L-1} \left( 1 - \frac{\lambda_{\min}^{ed/\mathcal{H}_m}}{\lambda_l^{ed/\mathcal{H}_m}} \right)^i \right] d_{k+1-i} \\ k = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (6.95)$$

Η ποιότητα της προσέγγισης της κατανομής του μετρικού του ενεργειακού ανιχνευτή παρουσιάζεται στο σχήμα 6.6, όπου έχουν χρησιμοποιηθεί οι ίδιες προδιαγραφές με αυτές της παραγράφου ανάλυσης του βέλτιστου Neyman-Pearson ανιχνευτή. Για τον υπολογισμό του κατωφλίου πρέπει να υπολογιστεί η πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης  $P_{FA}$  μέσω της συμπληρωματικής συνάρτησης κατανομής του μετρικού του ανιχνευτή. Η συνάρτηση κατανομής εκτιμάται με ολοκλήρωση της εξίσωσης (6.94), ([122]):

$$P_{FA,ed} = 1 - \prod_{i=1}^{L-1} \left( \frac{\lambda_{\min}^{ed/\mathcal{H}_0}}{\lambda_i^{ed/\mathcal{H}_0}} \right)^{2N} \sum_{k=0}^{\infty} d_k \left( \frac{\Gamma\left(2LN+k, \frac{\theta'}{\lambda_i^{ed/\mathcal{H}_0}}\right)}{\Gamma(2LN+k)} \right) \quad (6.96)$$



**Σχήμα 6.6:** Παράδειγμα ταιριάσματος των κατανομών του μετρικού ανίχνευσης ενεργειακής μέτρησης για ομοιόμορφο DFT συγκρότημα με  $M = 32$ , 8 δείγματα ανίχνευσης/φίλτρο και 8 φίλτρα/πρωτεύον κανάλι (SNR=0dB, εκδεικτικός ραδιοδίαυλος 24 δειγμάτων με  $\lambda = 0.5$ )

Το κατώφλι  $\theta$  υπολογίζεται για δεδομένη πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης με αριθμητική αντιστροφή της συνάρτησης. Αντίστοιχα για δεδομένο κατώφλι μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα ορθής ανίχνευσης.

$$P_{D,ed} = 1 - \prod_{i=1}^{L-1} \left( \frac{\lambda_{\min}^{ed/\mathcal{H}_1}}{\lambda_i^{ed/\mathcal{H}_1}} \right)^{2N} \sum_{k=0}^{\infty} d_k \left( \frac{\Gamma \left( 2LN + k, \frac{\theta'}{\lambda_i^{ed/\mathcal{H}_1}} \right)}{\Gamma(2LN + k)} \right) \quad (6.97)$$

Μια παρατήρηση που αφορά την πολυπλοκότητα του ορισμού του ανιχνευτή και τον υπολογισμό των κατανομών είναι το γεγονός ότι ο πίνακας  $\mathbf{A}_{ed}$  είναι τριδιαγώνιος. Εκτός του ότι ο πίνακας είναι σαφώς μικρότερων διαστάσεων σε σχέση με τους πίνακες του Neyman-Pearson ανιχνευτή (πίνακας διαστάσεων  $L \times L$  σε σχέση με τους  $LN \times LN$  πίνακες του Neyman-Pearson), οι ιδιοτιμές του μπορούν να υπολογιστούν με χρήση ενός απλού αναδρομικού αλγορίθμου. Συγκεκριμένα στο ([123]) παρουσιάζεται ένας απλός αλγόριθμος υπολογισμού των ιδιοτιμών ενός συμμετρικού πραγματικού τριδιαγώνιου πίνακα. Ο πίνακας  $\mathbf{A}_{ed}$  όμως δεν είναι συμμετρικός. Μπορούμε παρόλα αυτά με έναν απλό μετασχηματισμό ομοιότητας να κατασκευάσουμε έναν όμοιο συμμετρικό πίνακα ο οποίος λόγω ομοιότητας έχει τις ίδιες ιδιοτιμές. Ο μετασχηματισμός ομοιότητας που οδηγεί στον όμοιο συμμετρικό πίνακα, έχει τη μορφή:

$$\mathbf{\Psi} = \begin{bmatrix} \psi_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \psi_{L-1} \end{bmatrix} \quad (6.98)$$

με

$$\begin{aligned}\psi_i &= \sqrt{\frac{\zeta_i}{\zeta_{i-1}}} \psi_{i-1} \\ \psi_0 &= 1 \\ \text{όπου} & \\ \zeta_i &= \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{\sigma_s^2 |c_i|^2 + \sigma_w^2} \text{ για } \mathcal{H}_0 \\ \zeta_i &= \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{\sigma_w^2} \text{ για } \mathcal{H}_1\end{aligned}\tag{6.99}$$

Ο μετασχηματισμός ομοιότητας που σχηματίζει τον όμοιο συμμετρικό πίνακα είναι ο  $\mathbf{A}_{sym} = \mathbf{\Psi}^{-1} \mathbf{A}_{ed} \mathbf{\Psi}$ .

Η γενική επίδοση του ενεργειακού ανιχνευτή παρουσιάζεται και αξιολογείται στην παράγραφο των αποτελεσμάτων. Παρόλα αυτά σε αυτό το σημείο γίνεται αναφορά στην επίδραση της επιλογής των φίλτρων στη λειτουργία του ανιχνευτή. Όπως σημειώθηκε όσο τα φίλτρα του συγκροτήματος έχουν μεγαλύτερη επικάλυψη τόσο χειροτερεύει η επίδοση του ανιχνευτή σε σχέση με τη βέλτιστη επίδοση που θα είχε αν οι έξοδοι των φίλτρων ήταν ανεξάρτητες.

Λογικά και λόγω της αυξημένης συσχέτισης των εξόδων των γειτονικών φίλτρων υπάρχει επιδεινώση και στις επιδόσεις του Neyman-Pearson. Παρόλα αυτά η επιδεινώση του Ενεργειακού ανιχνευτή είναι μεγαλύτερη καθώς από τη μια επηρεάζεται από την μείωση των βαθμών ελευθερίας που παρέχεται από το σήμα εισόδου και από την άλλη αποκλίνει από τη βέλτιστη λειτουργία σε μεγαλύτερο βαθμό.

## 6.6 Ανιχνευτής OR

Μια λογική αντιμετώπιση του προβλήματος της φασματικής ανίχνευσης με τη χρήση συγκροτήματος φίλτρων είναι η χρήση τεχνικών κατανεμημένης απόφασης. Σύμφωνα με τη θεωρία των κατανεμημένων αποφάσεων θεωρούμε ότι το δυαδικό πρόβλημα επιλύεται ως εξής:

- Ένα σύνολο αισθητήρων συλλέγει πληροφορία και λαμβάνει απόφαση για το δυαδικό πρόβλημα ανεξάρτητα με βάση αποκλειστικά αυτή την πληροφορία και με χρήση ξεχωριστών κανόνων απόφασης.
- Οι εκβάσεις των αποφάσεων οδηγούνται σε ένα κέντρο σύντηξης της πληροφορίας (Data Fusion) που ουσιαστικά συγκεντρώνει τις αποφάσεις των ανιχνευτών και με χρήση ενός απλού κανόνα απόφασης λαμβάνεται μια συνολική ενιαία απόφαση. Η απόφαση στο κέντρο σύντηξης δεδομένων είναι συνήθως μια απλή Boolean πράξη.

Η λογική που περιγράφηκε μόλις αντιπροσωπεύει την παράλληλη τοπολογία κατανεμημένων ανιχνευτών, όπου οι αποφάσεις λαμβάνονται παράλληλα από όλους τους ανιχνευτές και οδηγούνται στο κέντρο απόφασης. Σε ένα τέτοιο πρόβλημα απαιτείται να οριστούν διάφορες παράμετροι:

- Ο κανόνας απόφασης για κάθε ανιχνευτή των αισθητήρων
- Ο κανόνας απόφασης για το κέντρο σύντηξης.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα οι αισθητήρες του συστήματος είναι οι έξοδοι των φίλτρων. Αυτό σημαίνει πως απαιτούνται  $L$  κανόνες απόφασης. Για να μπορέσουμε να απλοποιήσουμε το πρόβλημα κατά το δυνατόν, το μετατρέπουμε σε πρόβλημα δυο αισθητήρων, θεωρώντας τις δυο ομάδες

(σχέση 6.10) ανεξάρτητων εξόδων από τα φίλτρα – δηλαδή τις ομάδες άρτιων και περιπτόων υποκαναλιών. Αυτό γίνεται γιατί ο προσδιορισμός των βέλτιστων ανιχνευτών ανά ομάδα είναι απλός και εξυπηρετεί σε σύγκριση με την περίπτωση  $L$  ανιχνευτών, ανά δυο συσχετισμένων. Παρόλα αυτά το γεγονός ότι υπάρχει συσχέτιση ακόμη και μεταξύ των δυο ανιχνευτών, κάνει το πρόβλημα του ορισμού των κανόνων ανίχνευσης ιδιαίτερα δύσκολο. Για τους δυο ανιχνευτές θα πρέπει να οριστεί ένας κανόνας απόφασης. Οι λογικές εκβάσεις των αποφάσεων αυτών στο τέλος θα συνδυαστούν με μια λογική πράξη καταλήγοντας στη συνολική ενιαία απόφαση για όλη τη ζώνη. Έστω  $u_i$  η δυαδική μεταβλητή που φέρει την έκβαση της απόφασης από την έξοδο του  $i$ -οστού φίλτρου. Δηλαδή:

$$u_{i=0,1} = \begin{cases} 0, & \text{αποφασίστηκε } \mathcal{H}_0 \text{ από τη } i \text{ - οστή ομάδα φίλτρων} \\ 1, & \text{αποφασίστηκε } \mathcal{H}_1 \text{ από τη } i \text{ - οστή ομάδα φίλτρων} \end{cases} \quad (6.100)$$

Από τη στιγμή που δεν είναι γνωστή η εκ των προτέρων κατανομή της πιθανότητας του συμβάντος  $\mathcal{H}_0$  ή  $\mathcal{H}_1$  (συχνότητα των συμβάντων) δεν μπορούμε να προσεγγίσουμε το πρόβλημα μέσω της θεωρίας του Bayes. Για αυτό ουσιαστικά η λύση βρίσκεται πάλι στο θεώρημα Neyman-Pearson σε μια κατανομημένη εκδοχή. Δυστυχώς το πρόβλημα του καθορισμού των κανόνων στο σύστημα μας μπορεί να είναι εξαιρετικά σύνθετο.

Ο συνολικός κανόνας απόφασης στο κέντρο σύντηξης  $u_{all}$  είναι μια Boolean απόφαση. Για τους δυο αισθητήρες του συστήματος μας αυτό σημαίνει ότι μπορούν να οριστούν 16 πιθανοί κανόνες σύντηξης. Από αυτούς τους 16 συνδυασμούς κάποιοι προφανώς δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ή δεν είναι λογικοί. Ένας κατάλληλος κανόνας απόφασης οφείλει να έχει μονοτονία. Για ένα δυαδικό κανόνα μονοτονία σημαίνει το εξής: Αν η απόφαση δεδομένου  $u_0 = 1, u_1 = 0$  είναι  $u_{all} = 1$ , δεν είναι δυνατό για τον ίδιο κανόνα να ισχύει ότι για  $u_0 = 1, u_1 = 1, u_{all} = 0$ . Επίσης δεν έχει απολύτως κανένα νόημα ο κανόνας ανίχνευσης να δίνει  $u_{all} = 1$  ή  $u_{all} = 0$  ανεξαρτήτως των αποφάσεων των ανιχνευτών των αισθητήρων. Όλα αυτά μας περιορίζουν σε τέσσερις κανόνες. Στους κανόνες αυτούς υπάρχει το AND (το κέντρο σύντηξης αποφασίζει ότι υπάρχει πρωτεύων χρήστης όταν και οι δυο αισθητήρες αποφασίζουν ότι υπάρχει πρωτεύων χρήστης) και το OR (όπου το κέντρο σύντηξης αποφασίζει ότι υπάρχει πρωτεύων χρήστης όταν ένας από τους αισθητήρες αποφασίζει το ίδιο). Η εφαρμογή του θεωρήματος Neyman-Pearson θα είχε τη μορφή [124]:

$$u_{all} = \begin{cases} 1, & f(\mathbf{u}/\mathcal{H}_1) > \theta_u f(\mathbf{u}/\mathcal{H}_0) \\ 0, & f(\mathbf{u}/\mathcal{H}_1) < \theta_u f(\mathbf{u}/\mathcal{H}_0) \end{cases} \quad (6.101)$$

$$\left( \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 \end{bmatrix}^T \right)$$

Ουσιαστικά επιλέγεται ο ένας εκ των τεσσάρων κανόνων ώστε να ικανοποιείται η ανισότητα του εκφυλισμένου λόγου πιθανοφάνειας της (6.101). Στην περίπτωση που οι εκβάσεις των δυο ανιχνευτών ήταν ανεξάρτητες τότε ισχύει ότι [124]:

$$f(\mathbf{u}/\mathcal{H}_1) = \prod_{i \in S_0} (1 - P_D^{(i)}) \prod_{i \in S_1} P_D^{(i)} \quad (6.102)$$

$$f(\mathbf{u}/\mathcal{H}_0) = \prod_{i \in S_0} (1 - P_{FA}^{(i)}) \prod_{i \in S_1} P_{FA}^{(i)}$$

όπου  $S_0$  είναι το σύνολο των επιμέρους ανιχνευτών που αποφάσισαν  $\mathcal{H}_0$  και  $S_1$ , το σύνολο των επιμέρους ανιχνευτών που αποφάσισαν  $\mathcal{H}_1$ .  $P_D^{(i)}$ ,  $P_{FA}^{(i)}$  είναι οι πιθανότητες ορθής και εσφαλμένης ανίχνευσης για τον  $i$ -οστό ανιχνευτή. Σε αυτή την περίπτωση η συνολική εσφαλμένη ανίχνευση

από το σύστημα δίνεται από:

$$\begin{aligned} P_{FA} &= \sum_{\mathbf{u}} \left( P(u_{all} = 1/\mathbf{u}) \prod_{i \in S_0} (1 - P_{FA}^{(i)}) \prod_{i \in S_1} P_{FA}^{(i)} \right) \\ P_D &= \sum_{\mathbf{u}} \left( P(u_{all} = 1/\mathbf{u}) \prod_{i \in S_0} (1 - P_D^{(i)}) \prod_{i \in S_1} P_D^{(i)} \right) \end{aligned} \quad (6.103)$$

Αν εξετάσουμε αποκλειστικά τους κανόνες AND και OR είναι λογικό να συμπεράνουμε πώς ο κανόνας AND μειώνει τη συνολική πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης, ενώ ο κανόνας OR αυξάνει τη συνολική πιθανότητα ανίχνευσης. Το ποιος από τους τέσσερις κανόνες είναι βέλτιστος κατά Neyman-Pearson μπορεί στη συνέχεια να εξαχθεί μέσω της μεθόδου των πολλαπλασιαστών Lagrange και σύμφωνα με την απόδειξη του θεωρήματος Neyman-Pearson ([125]). Δυστυχώς όμως η διαδικασία γίνεται εξαιρετικά πολύπλοκη όταν αναφερόμαστε σε συσχετισμένους αισθητήρες ([126]), όπου ουσιαστικά θα πρέπει να εξαχθούν οι από κοινού πιθανότητες σφαλμάτων και επιτυχιών και για τους τέσσερις πιθανούς κανόνες. Το όλο εγχείρημα αποδεικνύεται εξαιρετικά περίπλοκο και για αυτό αποφασίστηκε να αποφευχθεί. Είναι γεγονός ότι σε ένα CR σύστημα το ενδεχόμενο μιας χαμένης ανίχνευσης είναι πολύ πιο σημαντικό από την εσφαλμένη ανίχνευση καθώς το κόστος της παρεμβολής σε έναν πρωτεύοντα χρήστη σε σύγκριση με μια μείωση του throughput του CR είναι θεμελιώδες ζήτημα για τη ρεαλιστική ανάπτυξη Γνωστικών Ραδιοδικτύων. Για αυτό τον λόγο επιλέχθηκε αυτόματα ο κανόνας σύντηξης OR. Εξάλλου για δεδομένο  $P_{FA}$  ο κανόνας OR επιτυγχάνει πολύ καλύτερο  $P_D$  στην περίπτωση των ανεξάρτητων αισθητήρων, οπότε η λογική επιτάσσει ότι το ίδιο θα ισχύει και στην περίπτωση συσχετισμένων (κατά 15-20%) αισθητήρων. Αυτή η διαπίστωση επιβεβαιώθηκε με δοκιμές. Σημειώνεται πάντως ότι οι δυο κανόνες που αγνοήθηκαν κατά πάσα πιθανότητα είναι αυτοί που προκύπτουν βέλτιστοι στις κρίσιμες περιπτώσεις αποφάσεων καθώς πριμοδοτούν τον αισθητήρα που βρίσκεται σε καλύτερες συνθήκες να λάβει τη σωστή απόφαση.

Αφού καθορίστηκε ο κανόνας του κέντρου σύντηξης, θα πρέπει να προσδιοριστούν οι κανόνες απόφασης στους δυο ανιχνευτές. Οι Blum et al. [127], [128], [125] έχουν ασχοληθεί ιδιαίτερα με το θέμα του ορισμού των κανόνων σε ένα καταναμημένο σύστημα απόφασης και εξήγαγαν κάποια θεωρήματα που αφορούν το βέλτιστο κατά Neyman-Pearson λόγο πιθανοφάνειας ανά ανιχνευτή για ένα συσχετισμένο σύστημα αισθητήρων. Σύμφωνα λοιπόν με τα Θεωρήματα (2.1) και (2.2) του [128] ο βέλτιστος Neyman-Pearson ανιχνευτής για κάθε αισθητήρα δίνεται από:

$$\frac{D(\mathbf{y}^{(i)}/\mathcal{H}_1)}{D(\mathbf{y}^{(i)}/\mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \theta \quad (6.104)$$

όπου  $i = 0, 1$  ο δείκτης του διανύσματος παρατήρησης για την άρτια (0) και περιττή (1) ομάδα υποκαναλιών του συγκροτήματος. Ο συγκεκριμένος λόγος έχει το ίδιο κατώφλι  $\theta$  και για τις δυο ομάδες, όπως είναι και το βέλτιστο [128]. Οι συναρτήσεις του αριθμητή και παρονομαστή του κλάσματος πιθανοφάνειας για OR κανόνα σύντηξης δίνονται από:

$$\begin{aligned} D(\mathbf{y}^{(0)}/\mathcal{H}_m) &= f(\mathbf{y}^{(0)}/\mathcal{H}_m) f(u_1 = 0/\mathbf{y}^{(0)}, \mathcal{H}_m) \\ D(\mathbf{y}^{(1)}/\mathcal{H}_m) &= f(\mathbf{y}^{(1)}/\mathcal{H}_m) f(u_0 = 0/\mathbf{y}^{(1)}, \mathcal{H}_m) \end{aligned} \quad (6.105)$$

Ουσιαστικά δηλαδή έχουμε ότι:

$$\frac{f(\mathbf{y}^{(i)}/\mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{y}^{(i)}/\mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \theta \frac{f(u_{\text{mod}(i+1,2)} = 0/\mathbf{y}^{(i)}, \mathcal{H}_0)}{f(u_{\text{mod}(i+1,2)} = 0/\mathbf{y}^{(i)}, \mathcal{H}_1)} \quad (6.106)$$



Κατά συνέπεια ο λόγος πιθανοφάνειας του αριστερού μέρους της ανισότητας παραμένει ίδιο με την περίπτωση του απλού Neyman-Pearson ανιχνευτή για κάθε ξεχωριστή ομάδα. Παρόλα αυτά το μετρικό δεν παραμένει το ίδιο λόγω της ύπαρξης των δεσμευμένων πιθανοτήτων στο δεξί τμήμα της ανισότητας.

Αν λογαριθμίσουμε τον λόγο της Εξ. (6.106) έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα:

$$T(\mathbf{y}^{(i)}) \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \ln(\theta) + \left( \ln \left( 1 - P_{FA/T(\mathbf{y}^{(i)})}^{\text{mod}(i+1,2)} \right) \right) - \left( \ln \left( 1 - P_{D/T(\mathbf{y}^{(i)})}^{\text{mod}(i+1,2)} \right) \right) \quad (6.107)$$

όπου  $P_{FA/T(\mathbf{y}^{(i)})}^{\text{mod}(i+1,2)}$  και  $P_{D/T(\mathbf{y}^{(i)})}^{\text{mod}(i+1,2)}$  οι πιθανότητες εσφαλμένης και ορθής ανίχνευσης του έτερου ανιχνευτή με δεδομένη την τιμή του μετρικού  $T(\mathbf{y}^{(i)})$ .

Το κατά Neyman-Pearson βέλτιστο μετρικό, με την ίδια λογική όπως περιγράφηκε στον ενεργειακό ανιχνευτή δεδομένου ότι τα υποκανάλια του συγκροτήματος που συμμετέχουν σε κάθε ομάδα είναι ανεξάρτητα, θα δίνεται από:

- Για την ομάδα 0:

$$T(\mathbf{y}^{(0)}) = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2} \sum_{l=0}^{L/2-1} \frac{|c_{2l}|^2}{\sigma_s^2 |c_{2l}|^2 + \sigma_w^2} \mathbf{y}_{2l}^H \mathbf{y}_{2l} \quad (6.108)$$

- Για την ομάδα 1:

$$T(\mathbf{y}^{(1)}) = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2} \sum_{l=0}^{L/2-1} \frac{|c_{2l+1}|^2}{\sigma_s^2 |c_{2l+1}|^2 + \sigma_w^2} \mathbf{y}_{2l+1}^H \mathbf{y}_{2l+1} \quad (6.109)$$

Οι κατανομές των μετρικών μπορούν να υπολογιστούν με την ίδια κατανομή που παρουσιάστηκε για το άθροισμα του αθροίσματος των συσχετισμένων Γάμμα τυχαίων μεταβλητών στην παράγραφο του ενεργειακού ανιχνευτή ([122]), όπου ο συντελεστής συσχέτισης είναι μηδενικός και ο αντίστοιχος πίνακας  $\mathbf{C}_{ed}$  μοναδιαίος. Έτσι:

- Για  $\mathcal{H}_0$  αν

$$|c_{\min}^{(i)}|^2 = \min \left\{ |c_{2l+i}|^2 \right\}, \text{ για } \begin{cases} l = 0..L/2 - 1 \\ i = 0, 1 \end{cases} \quad (6.110)$$

τότε

$$f(t^{(i)} = T(\mathbf{y}^{(i)}) / \mathcal{H}_0) = \prod_{l=0}^{L/2-1} \left( \frac{|c_{\min}^{(i)}|^2 (\sigma_s^2 |c_{2l+i}|^2 + \sigma_w^2)}{|c_{2l+i}|^2 (\sigma_s^2 |c_{\min}^{(i)}|^2 + \sigma_w^2)} \right)^{2N} \quad (6.111)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{d_k t^{NL+k-1} e^{-\frac{t(\sigma_s^2 |c_{\min}^{(i)}|^2 + \sigma_w^2)}{\sigma_s^2 |c_{\min}^{(i)}|^2}}}{\left( \frac{\sigma_s^2 |c_{\min}^{(i)}|^2}{(\sigma_s^2 |c_{\min}^{(i)}|^2 + \sigma_w^2)} \right)^{NL+k} \Gamma(NL+k)}$$

- Ενώ για  $\mathcal{H}_1$

$$f(t^{(i)} = T(\mathbf{y}^{(i)}) / \mathcal{H}_1) = \prod_{l=0}^{L/2-1} \left( \frac{|c_{\min}^{(i)}|^2}{|c_{2l+i}|^2} \right)^{2N} \quad (6.112)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{d_k t^{NL+k-1} e^{-\frac{t\sigma_w^2}{\sigma_s^2 |c_{\min}^{(i)}|^2}}}{\left( \frac{\sigma_s^2 |c_{\min}^{(i)}|^2}{\sigma_w^2} \right)^{NL+k} \Gamma(NL+k)}$$

όπου οι συντελεστές  $d_k$  δίνονται από τη σχέση (6.95) στην οποία γίνεται αντικατάσταση:

$$\lambda_l^{ed/\mathcal{H}_0} = \frac{\sigma_s^2 |c_{2l+i}|^2}{\left(\sigma_w^2 + \sigma_s^2 |c_{2l+i}|^2\right)} \quad (6.113)$$

$$\lambda_l^{ed/\mathcal{H}_1} = \frac{\sigma_s^2 |c_{2l+i}|^2}{\sigma_w^2}$$

και η δεύτερη άθροιση γίνεται μέχρι  $L/2$ . Αντίστοιχα με τις ανάλογες αντικαταστάσεις μπορούμε να υπολογίσουμε τις συμπληρωματικές συναρτήσεις κατανομής για την εξαγωγή των πιθανοτήτων εσφαλμένης και ορθής ανίχνευσης από τα αποτελέσματα των σχέσεων (5.94) και (5.95).

Η συνολική τιμή  $P_{FA}$  και  $P_D$  για τον ανιχνευτή OR παρέχεται από την από κοινού συνάρτηση κατανομής των δυο μετρικών. Αυτό σημαίνει ότι για τον κανόνα απόφασης OR προσδιορίζονται από τη σχέση:

$$P_{FA} = 1 - \Pr \{t_0 < \theta_0, t_1 < \theta_1/\mathcal{H}_0\}$$

όπου για  $i = 0, 1$

$$\theta_i = \theta \frac{f(u_{\text{mod}(i+1,2)} = 0/\mathbf{y}^{(i)}, \mathcal{H}_0)}{f(u_{\text{mod}(i+1,2)} = 0/\mathbf{y}^{(i)}, \mathcal{H}_1)} \quad (6.114)$$

Αντίστοιχα για την πιθανότητα ανίχνευσης ισχύει:

$$P_D = 1 - \Pr \{t_0 < \theta_0, t_1 < \theta_1/\mathcal{H}_1\} \quad (6.115)$$

Μια απλή παρατήρηση των σχέσεων (6.107), (6.114) και (6.115) αρκεί για να γίνει κατανοητό πως το πρόβλημα έχει γίνει εξαιρετικά πολύπλοκο. Η έλλειψη ανεξαρτησίας οδηγεί σε ένα πρόβλημα επίλυσης ως προς  $\theta$  ενός συστήματος εξισώσεων που περιλαμβάνει τις από κοινού συναρτήσεις κατανομής καθώς και υπολογισμούς σε δεσμευμένες συναρτήσεις κατανομής. Μάλιστα η αναλυτική έκφραση των συναρτήσεων κατανομής αποκλείει κάθε απόπειρα αναλυτικής επίλυσης. Ακόμη και η αναζήτηση λύσης μέσω κάποιας διαδικασίας βελτιστοποίησης φαντάζει εξαιρετικά δύσκολη.

Η λύση της κατανεμημένης ανίχνευσης μελετάται ώστε να γίνει δυνατή η αξιοποίηση των σχετικά απλών μετρικών των επιμέρους ανιχνευτών. Από τη στιγμή όμως που ο έλεγχος της επίδοσης του ανιχνευτή γίνεται απαγορευτικός, μια προσπάθεια λειτουργίας του ανιχνευτή με βάση το κατά Neyman-Pearson βέλτιστο στερείται ιδιαίτερου νοήματος. Για αυτό το λόγο, για να μπορέσει να γίνει αξιοποιήσιμη η πληροφορία που παρέχεται από τους δυο αισθητήρες πρέπει να γίνουν συμβιβασμοί και προσεγγίσεις που θα κάνουν το πρόβλημα της επίδοσης του ανιχνευτή ρεαλιστικά επιλύσιμο. Για αυτό το λόγο καταφεύγουμε στη δεδομένα εσφαλμένη υπόθεση της ανεξαρτησίας.

Στην περίπτωση δυο ανεξάρτητων αισθητήρων με λειτουργία του κανόνα OR μπορούμε να απλοποιήσουμε δραστικά τις σχέσεις (6.107), (6.114) και (6.115). Συγκεκριμένα ισχύει ότι:

$$\theta_i = \theta \frac{f(u_{\text{mod}(i+1,2)} = 0/\mathbf{y}^{(i)}, \mathcal{H}_0)}{f(u_{\text{mod}(i+1,2)} = 0/\mathbf{y}^{(i)}, \mathcal{H}_1)} = \theta \frac{1 - P_{FA}^{(\text{mod}(i+1,2))}}{1 - P_D^{(\text{mod}(i+1,2))}} \quad (6.116)$$

$$P_{FA} = P_{FA}^{(0)} + P_{FA}^{(1)} - P_{FA}^{(0)} P_{FA}^{(1)}$$

$$P_D = P_D^{(0)} + P_D^{(1)} - P_D^{(0)} P_D^{(1)} \Rightarrow P_{MD} = P_{MD}^{(0)} P_{MD}^{(1)}$$

Μια παρατήρηση που μπορούμε να εξάγουμε είναι ότι:

$$\begin{aligned} P_{FA}^{\text{real}} < P_{FA} \leq P_{FA}^{(0)} + P_{FA}^{(1)}, \quad P_{FA}, P_{FA}^{\text{real}} \geq \max [P_{FA}^{(0)}, P_{FA}^{(1)}] \\ P_D^{\text{real}} < P_D \leq P_D^{(0)} + P_D^{(1)}, \quad P_D, P_D^{\text{real}} \geq \max [P_D^{(0)}, P_D^{(1)}] \end{aligned} \quad (6.117)$$

όπου  $P_D^{\text{real}}, P_{FA}^{\text{real}}$  οι πραγματικές τιμές για το συσχετισμένο σύστημα. Και στις δυο περιπτώσεις η συσχέτιση (και η επακόλουθη μείωση των βαθμών ελευθερίας που προσφέρονται από το διαθέσιμο σύνολο δειγμάτων) οδηγεί σε μειώσεις των τιμών των πιθανοτήτων.

Από τις σχέσεις γίνεται αντιληπτό πως η συνολική επιθυμητή πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης μπορεί να επιτευχθεί από ένα άπειρο σύνολο συνδυασμών καθώς η πιθανότητα σφάλματος για τον ένα αισθητήρα μεταβάλλεται από  $P_{FA}^{(i)} = 0$  έως  $P_{FA}^{(i)} = P_{FA}$ . Σκοπός είναι να βρεθεί ο συνδυασμός εκείνος που μεγιστοποιεί την αντίστοιχη τιμή της συνολικής πιθανότητας ορθής ανίχνευσης. Ένα σημείο αφετηρίας είναι το εξής: Ένας από τους δυο αισθητήρες αναμένεται να έχει καλύτερη απόδοση καθώς ευνοείται από το τηλεπικοινωνιακό κανάλι (δηλαδή τους συντελεστές  $|c_i|^2$ ). Η απόφαση από τον συγκεκριμένο αισθητήρα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη σε μεγαλύτερο βαθμό. Δεδομένης της αντιμαχόμενης σχέσης εξάρτησης μεταξύ των πιθανοτήτων εσφαλμένης και ορθής ανίχνευσης, κάθε αισθητήρας λαμβάνει τη μέγιστη τιμή πιθανότητας ορθής ανίχνευσης για  $P_{FA}^{(i)} = P_{FA}$ . Θεωρώντας ότι επιλέγεται ο πιο αξιόπιστος αισθητήρας να λειτουργεί σε αυτή την ακραία συνθήκη, σύμφωνα με τη σχέση (6.117) ισχύει ότι η συνολική πιθανότητα ορθής ανίχνευσης είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη τιμή του πιο αξιόπιστου αισθητήρα. Στην άλλη ακραία περίπτωση που οι δυο αισθητήρες έχουν την ίδια κατανομή, η βέλτιστη λειτουργία επιτυγχάνεται με τη μεγιστοποίηση του γινομένου  $P_D^{(0)} P_D^{(1)}$  που πραγματοποιείται για  $P_D^{(0)} = P_D^{(1)}$ , οπότε  $P_{FA}^{(0)} = P_{FA}^{(1)}$ . Η μέγιστη τιμή για το σύστημα θα επιτυγχάνεται σε μια τιμή ενδιάμεσα σε αυτές τις ακραίες καταστάσεις.

Ως μέτρο αξιοπιστίας του αισθητήρα μπορούμε να λάβουμε τις μέσες τιμές μεταξύ των κατανομών του κάθε αισθητήρα για τις υποθέσεις  $\mathcal{H}_0$  και  $\mathcal{H}_1$  δηλαδή:

$$q^{(i)} = \sum_{l=0}^{L/2-1} \left( \frac{\sigma_s^2 |c_{2l+i}|^2}{\sigma_w^2} - \frac{\sigma_s^2 |c_{2l+i}|^2}{\sigma_w^2 + \sigma_s^2 |c_{2l+i}|^2} \right) \quad (6.118)$$

Ανάλογα με το ποιος αισθητήρας εμφανίσει το μεγαλύτερο μέτρο αξιοπιστίας υπολογίζεται ο λόγος:

$$\frac{q^{(i_{\max})}}{q^{(0)} + q^{(1)}}, \quad i_{\max} = \arg \max_i \{q^{(i)}, i = 0, 1\} \quad (6.119)$$

Αν  $t_0^{(i_{\max})}$  είναι το κατώφλι για το οποίο ισχύει ότι  $P_{FA}^{(i_{\max})}(t_0^{(i_{\max})}) = P_{FA}$ , τότε επιλέγουμε για κατώφλι πιο κοντινό στη τιμή που επιτυγχάνει τη βέλτιστη πιθανότητα το κατώφλι που αντιστοιχεί στην τιμή:

$$P_{FA}^{(i_{\max})}(t_1^{(i_{\max})}) = \frac{q^{(i_{\max})}}{q^{(0)} + q^{(1)}} P_{FA} \quad (6.120)$$

Το αντίστοιχο κατώφλι για τον λιγότερο αξιόπιστο αισθητήρα προκύπτει αφού προσδιοριστεί η αντίστοιχη πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης μέσω της σχέσης (6.116). Έτσι καταλήγουμε σε μια πρώτη τιμή ζεύγους για τα κατώφλια των δυο αισθητήρων  $(t_1^{(0)}, t_1^{(1)})$ . Αν και η πρώτη προσέγγιση είναι εντελώς εμπειρική καθώς κάνει γραμμική παρεμβολή μεταξύ των δυο ακραίων καταστάσεων, προκύπτει αρκετά κοντά στις τιμές κατωφλίων που πραγματικά επιτυγχάνουν τη μέγιστη τιμή πιθανότητας ορθής ανίχνευσης. Αυτές οι τιμές χρησιμοποιούνται για να αρχικοποιήσουν μια διαδικασία μεγιστοποίησης της πιθανότητας ορθής ανίχνευσης. Χρησιμοποιείται μια απλή μέθο-

δος βελτιστοποίησης κλίσης (gradient), όπως η Steepest Descent ([129]) στην εγγύς περιοχή του αρχικού ζεύγους. Η μέθοδος Steepest Descent περιγράφεται συνοπτικά με τα εξής σημεία:

- Βήμα 1: Επιλογή του αρχικού σημείου  $t_1^{(i_{\max})}$  με βάση τη παραπάνω μέθοδο. Ορισμός ενός μέγιστου αριθμού επαναλήψεων και κάποιων μεγεθών ακρίβειας και ανοχής  $e_1, e_2, e_3$  που ορίζουν το τέλος της επαναληπτικής διαδικασίας.
- Βήμα 2: Με χρήση του αριθμητικού υπολογισμού της κλίσης (παραγώγου) για το  $P_D(t_m^{(i_{\max})})$ , υπολογίζεται η τιμή:

$$t_{m+1}^{(i_{\max})} = t_m^{(i_{\max})} + \alpha_m S_m \quad (6.121)$$

όπου το  $\alpha_m$  είναι το βήμα της μεθόδου και  $S_m$  η υπολογισμένη κλίση στο σημείο αυτό.

- Βήμα 3: Υπολογίζεται για το νέο κατώφλι η τιμή  $P_{FA}^{(i_{\max})}(t_{m+1}^{(i_{\max})})$  και το αντίστοιχο κατώφλι για τον λιγότερο αξιόπιστο αισθητήρα (6.116). Εν τέλει προσδιορίζεται η πιθανότητα ορθής ανίχνευσης  $P_D(t_{m+1}^{(i_{\max})})$ . Στη συνέχεια γίνεται αριθμητικός επανυπολογισμός της κλίσης:

$$S_{m+1} = \frac{P_D(t_{m+1}^{(i_{\max})}) - P_D(t_m^{(i_{\max})})}{t_{m+1}^{(i_{\max})} - t_m^{(i_{\max})}} \quad (6.122)$$

- Βήμα 4: Ελέγχεται αν σύμφωνα με τα ορισμένα όρια ακρίβειας, τερματίζεται η επαναληπτική διαδικασία. Ελέγχεται δηλαδή αν:

$$\begin{aligned} \Delta P_D &= \left| P_D(t_{m+1}^{(i_{\max})}) - P_D(t_m^{(i_{\max})}) \right| \leq e_1 \\ \Delta t &= \left| t_{m+1}^{(i_{\max})} - t_m^{(i_{\max})} \right| \leq e_2 \\ |S_{m+1}| &\leq e_3 \end{aligned} \quad (6.123)$$

Αν δεν ικανοποιείται κάποια συνθήκη τότε συνεχίζουμε στην επαναληπτική διαδικασία

Λόγω της αρχικής επιλογής του σημείου, η μέθοδος συγκλίνει γρήγορα και συνήθως με 5 το πολύ επαναλήψεις φθάνουμε σε μια τιμή εξαιρετικά κοντά στο θεωρητικό μέγιστο. Ένα θέμα που πρέπει να απασχολήσει είναι η επιλογή του βήματος  $\alpha_m$ . Αυτή μπορεί να γίνει με επιλογή μιας σταθερής τιμής, αλλά και με χρήση μεθόδων αναζήτησης γραμμής (line search). Πρακτικά απλά επιλέγεται η μια τιμή που αυξάνει το δυνατό περισσότερο την τιμή του  $P_D$  στα γειτονικά σημεία του  $t_m^{(i_{\max})}$ .

Οπότε μπορούμε με μεγάλη αξιοπιστία να πούμε ότι για δεδομένη  $P_{FA}$ , αν η μέγιστη πιθανότητα ορθής ανίχνευσης  $P_D$  επιτυγχάνεται για το ζεύγος κατωφλίων  $(t_{opt}^{(0)}, t_{opt}^{(1)})$ , τότε το συγκεκριμένο ζεύγος αποτελεί κατάλληλη επιλογή κατωφλίων και για το ζεύγος συσχετισμένων ανιχνευτών με τις ίδιες περιόδους κατανομής ανά αισθητήρα.

Συγκεκριμένα αναφέρεται ότι το σφάλμα μεταξύ της τιμής πιθανότητας ορθής ανίχνευσης για συσχετισμένους ανιχνευτές με χρήση των κατωφλίων που μεγιστοποιούν την πιθανότητα για ανεξάρτητους αισθητήρες και της μέγιστης επιτεύξιμης πιθανότητας ορθής ανίχνευσης για δεδομένη  $P_{FA}$  είναι  $<0.01$  σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν.

Το πρόβλημα της ακολουθούμενης προσέγγισης είναι ότι δεν υπάρχει άμεσος και ακριβής υπολογισμός της πιθανότητας  $P_D^{\text{real}}$ , αφού δεν γίνεται υπολογισμός της σχέσης (6.115). Παρόλα αυτά υπάρχει γνώση του διαστήματος διακύμανσης της συγκεκριμένης πιθανότητας αφού σύμφωνα με τη σχέση (6.117) ισχύει ότι:

$$P_D^{(i_{\max})} \leq P_D^{\text{real}} \leq P_D \quad (6.124)$$

όπου όπως και στην προηγούμενη ανάλυση  $P_D$  εκφράζει την τιμή της πιθανότητας για ανεξάρτητους αισθητήρες. Οι δυο ακραίες καταστάσεις εκφράζουν από τη μια τους πλήρως συσχετισμένους και τους ανεξάρτητους αισθητήρες. Ένας απλός τρόπος εκτίμησης της αναμενόμενης πιθανότητας  $P_D^{\text{real}}$  μπορεί να γίνει με απλή γραμμική παρεμβολή μεταξύ των δυο ακραίων καταστάσεων. Ως μέτρο συσχέτισης μεταξύ των μετρήσεων των αισθητήρων χρησιμοποιείται ο συντελεστής συσχέτισης όπως υπολογίστηκε στον ενεργειακό ανιχνευτή και στη σχέση (6.90). Μπορούμε λοιπόν να υποστηρίξουμε πως μια εκτίμηση της επιτευξιμής πιθανότητας ορθής ανίχνευσης για συσχετισμένους ανιχνευτές με κανόνα σύντηξης OR για δεδομένα κατώφλια  $(t^{(0)}, t^{(1)})$  και μέγιστη πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης  $P_{FA}$  μπορεί να δοθεί από την απλή σχέση:

$$\hat{P}_D^{\text{real}} = p_{\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_{i+1}} P_D^{(i_{\max})} + (1 - p_{\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_{i+1}}) P_D \quad (6.125)$$

Το σφάλμα μεταξύ της εκτίμησης πιθανότητας ορθής ανίχνευσης και της μετρούμενης πιθανότητας ανίχνευσης (μέσω εξομοιώσεων) για διάφορες περιπτώσεις προκύπτει πολύ μικρό, αν και στην πραγματικότητα η σχέση εξάρτησης της  $\hat{P}_D^{\text{real}}$  από τις  $P_D^{(i_{\max})}$ ,  $P_D$  δεν είναι γραμμική. Παρόλα αυτά η εκτίμηση είναι κατάλληλη για χρήση σε συστήματα ανιχνευτών.

Τέλος θα πρέπει να σημειωθεί πως ο ανιχνευτής OR όπως σχεδιάστηκε, επιτυγχάνει πραγματική πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης μικρότερη από αυτή που τέθηκε ως όρος σχεδίασης. Η σχέση (6.117) ορίζει ρητά πως η πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης του συσχετισμένου ανιχνευτή είναι μικρότερη από αυτή που τέθηκε ως σχεδιαστική παράμετρος κατά την θεώρηση ανεξάρτητων αισθητήρων. Κατά συνέπεια με ανάλογη εκτίμηση με αυτή της σχέσης (6.125) μπορούμε να εκτιμήσουμε πως η πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης που επιτυγχάνεται μπορεί να προσεγγιστεί από την τιμή:

$$\hat{P}_{FA}^{\text{real}} = p_{\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_{i+1}} P_{FA}^{(i_{\max})} + (1 - p_{\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_{i+1}}) P_{FA} \quad (6.126)$$

Συνοψίζοντας ο προτεινόμενος αλγόριθμος ορισμού ενός OR ανιχνευτή για τις εξόδους των δυο ομάδων φίλτρων είναι ο εξής:

- Αρχικά θεωρείται ότι δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των μετρήσεων των δυο ομάδων φίλτρων.
- Υπολογίζονται οι περιθώριες κατανομές για τις δυο ομάδες φίλτρων (τους δυο αισθητήρες).
- Με χρήση ενός κριτηρίου αξιοπιστίας καθορίζεται ποιος από τους δυο αισθητήρες αναμένεται να παρέχει καλύτερα αποτελέσματα.
- Για τον πιο αξιόπιστο αισθητήρα υπολογίζεται το κατώφλι για το οποίο ισχύει  $P_{FA}^{(i_{\max})} (t_0^{(i_{\max})}) = P_{FA}$  όπου το  $P_{FA}$  ορίζεται από τις προδιαγραφές σχεδίασης του ανιχνευτή.
- Αρχικοποιείται μια διαδικασία ανίχνευσης του βέλτιστου ζεύγους κατωφλίων με επιλογή αρχικής τιμής που δίνεται από τη σχέση  $P_{FA}^{(i_{\max})} (t_1^{(i_{\max})}) = \frac{q^{(i_{\max})}}{q^{(0)} + q^{(1)}} P_{FA}$  και αντίστοιχα υπολογίζεται το κατώφλι και η τιμή πιθανότητας σφάλματος για τον δεύτερο αισθητήρα.
- Υπολογίζεται με μια σύντομη διαδικασία βελτιστοποίησης το ζεύγος κατωφλίων  $(t^{(0)}, t^{(1)})$  που επιτυγχάνει την θεωρητικά βέλτιστη επίδοση όσον αφορά τη πιθανότητα ορθής ανίχνευσης.
- Αν και τα κατώφλια αυτά αντιπροσωπεύουν τη βέλτιστη επιλογή για ανεξάρτητους αισθητήρες θεωρούμε ότι αποτελούν τη βέλτιστη επιλογή και για τον πρακτικό ανιχνευτή που περιλαμβάνει συσχετίσεις ανιχνευτών. Η επιλογή αυτή είναι γενικά κατάλληλη και υπόκειται σε μικρό σφάλμα.
- Για το ζεύγος προσδιορισμένων κατωφλίων εκτιμούνται με απλή γραμμική παρεμβολή οι τιμές πιθανότητας που αντιπροσωπεύουν τις επιδόσεις του ανιχνευτή.

- Τα κατώφλια που προσδιορίστηκαν χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση με τα μετρικά των σχέσεων (6.108) και (6.109)

## 6.7 Ανιχνευτής στην έξοδο ODFM-OQAM δέκτη

Ως αυτό το σημείο, το επίκεντρο ήταν η δημιουργία ανιχνευτών στην έξοδο ενός Uniform-DFT συγκροτήματος φίλτρων. Η επιλογή της OFDM-OQAM ως μια εκ των υποψηφίων διαμορφώσεων για CR συστήματα οδηγεί αναπόφευκτα στην ανάγκη για εξαγωγή ανιχνευτών και για αυτά τα συστήματα.

Όπως τονίστηκε στην εισαγωγική παράγραφο, οι OFDM-OQAM δέκτες χρησιμοποιούν MDFT συγκροτήματα φίλτρων και το μπλοκ διάγραμμα της διαδικασίας φιλτραρίσματος στον δέκτη έχει αποτυπωθεί στο σχ.6.3 με δυο διαφορετικές διατάξεις. Οι δυο διατάξεις είναι ισοδύναμες και μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αποτελούν αυτούσιες την μονάδα φιλτραρίσματος ενός OFDM-OQAM αποδιαμορφωτή, αγνοώντας κάποια στάδια που αφορούν μεταβολές στη φάση και στοιχεία καθυστέρησης που εξασφαλίζουν την ευθυγράμμιση πομπού και δέκτη. Τα συγκεκριμένα στοιχεία δεν επηρεάζουν με κανένα τρόπο τις διαδικασίες φασματικής ανίχνευσης και τα αποτελέσματά τους.

Για την ανάλυση των αποτελεσμάτων θεωρούμε ότι λαμβάνουμε τα σήματα που ακολουθούν τους τελεστές διαχωρισμού πραγματικού και φανταστικού μέρους και αφού το σήμα έχει επανέλθει στον αρχικό ρυθμό συμβόλων. Για λόγους απλότητας περιγραφής επιλέγεται η 2η διάταξη που περιλαμβάνει δυο παράλληλα όμοια συγκροτήματα στον κρίσιμο ρυθμό δειγματοληψίας που λειτουργούν με σχετική χρονική μετάθεση  $M/2$  συμβόλων. Το σήμα που οδηγείται στον ανιχνευτή μπορεί να οριστεί ως:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{2i}^{\text{oqam}} &= \Re(\mathbf{y}_{2i}^{(A)}) + j\Im(\mathbf{y}_{2i}^{(B)}) \\ \mathbf{y}_{2i+1}^{\text{oqam}} &= j\Im(\mathbf{y}_{2i+1}^{(A)}) + \Re(\mathbf{y}_{2i+1}^{(B)}) \end{aligned} \quad (6.127)$$

$$i = 0, 1..M/2$$

Ο εκθετικός δείκτης ορίζει ότι το συγκεκριμένο σήμα προέρχεται από την έξοδο του (άνω) πρώτου συγκροτήματος (A) ή του (κάτω) δεύτερου (B). Αρχικά εξετάζεται αν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ φανταστικού και πραγματικού μέρους του σήματος. Οι τελεστές διαχωρισμού πραγματικού/φανταστικού μέρους εκφράζονται με τη μορφή γραμμικών σχέσεων ως εξής:

$$\Re(\mathbf{y}_i^{(X)}) = \left[ \frac{\mathbf{y}_i^{(X)} + (\mathbf{y}_i^{(X)})^*}{2} \right], \quad \Im(\mathbf{y}_i^{(X)}) = \left[ \frac{\mathbf{y}_i^{(X)} - (\mathbf{y}_i^{(X)})^*}{2} \right] \quad (6.128)$$

$$X = [A, B], \quad i = 0, 1..M - 1$$

Σε πρώτη φάση υπολογίζεται ο πίνακας αυτοσυσχέτισης για κάθε υποκανάλι. Σημειώνεται ότι η ανάλυση που ακολουθεί αφορά τα άρτια κανάλια, αλλά τα ακριβώς ανάλογα αποτελέσματα εξάγονται και για τα περιττά κανάλια με απλή εναλλαγή των στοιχείων  $\Re(\bullet)$  και  $\Im(\bullet)$ . Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{\text{oqam}} (\mathbf{y}_i^{\text{oqam}})^H \right) \right]_{k,m} &= \mathbf{E} \left( y_n^{\text{oqam},i} (y_{n+m-k}^{\text{oqam},i})^* \right) = \mathbf{E} \left( y_n^{\text{oqam},i} (y_{n+\varepsilon}^{\text{oqam},i})^* \right) = \\ &= \mathbf{E} \left( \Re \left( y_n^{(A,i)} \right) \Re \left( y_{n+\varepsilon}^{(A,i)} \right) \right) + \mathbf{E} \left( \Im \left( y_n^{(B,i)} \right) \Im \left( y_{n+\varepsilon}^{(B,i)} \right) \right) \\ &+ j\mathbf{E} \left( \Re \left( y_{n+\varepsilon}^{(A,i)} \right) \Im \left( y_n^{(B,i)} \right) \right) - j\mathbf{E} \left( \Re \left( y_n^{(A,i)} \right) \Im \left( y_{n+\varepsilon}^{(B,i)} \right) \right) \end{aligned} \quad (6.129)$$

όπου ισχύει  $(m - k = \varepsilon)$

Θεωρώντας σαν είσοδο κυκλική λευκή ακολουθία γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών όπως σε όλες

τις προηγούμενες περιπτώσεις τα ακόλουθα αποτελέσματα μπορούν εύκολα να εξαχθούν σύμφωνα με τις σχέσεις (6.18) και (6.19):

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \left( \Re \left( y_n^{(A)} \right) \Re \left( y_{n+\varepsilon}^{(A)} \right) \right) &= \frac{1}{2} \sigma_{x,i}^2 \delta(\varepsilon) \\ \mathbf{E} \left( \Im \left( y_n^{(B)} \right) \Im \left( y_{n+\varepsilon}^{(B)} \right) \right) &= \frac{1}{2} \sigma_{x,i}^2 \delta(\varepsilon) \end{aligned} \quad (6.130)$$

όπου ισχύει:

$$\sigma_{x,i}^2 = \begin{cases} \sigma_w^2, & \text{για } \mathcal{H}_0 \\ |c_i|^2 \sigma_s^2 + \sigma_w^2, & \text{για } \mathcal{H}_1 \end{cases} \quad (6.131)$$

Εξετάζοντας τώρα τη συσχέτιση στους φανταστικούς όρους της (6.129) έχουμε:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \left( \Re \left( y_{n+\varepsilon}^{(A,i)} \right) \Im \left( y_n^{(B,i)} \right) \right) &= \mathbf{E} \left( \left( \frac{y_{n+\varepsilon}^{(A,i)} + \left( y_{n+\varepsilon}^{(A,i)} \right)^*}{2} \right) \left( \frac{y_n^{(B,i)} - \left( y_n^{(B,i)} \right)^*}{2} \right) \right) = \\ &= \frac{1}{4} \left( \mathbf{E} \left( \left( y_{n+\varepsilon}^{(A,i)} \right)^* \right) \mathbf{E} \left( y_n^{(B,i)} \right) \right) - \frac{1}{4} \left( \mathbf{E} \left( y_{n+\varepsilon}^{(A,i)} \right) \mathbf{E} \left( \left( y_n^{(B,i)} \right)^* \right) \right) = \\ &= \frac{1}{4} \left( \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_u^* h_p e^{2\pi j \frac{i(p-u)}{M}} \mathbf{E} \left( x_{Mn+M\varepsilon-u}^* x_{Mn-p-\frac{M}{2}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_p^* h_u e^{2\pi j \frac{i(u-p)}{M}} \mathbf{E} \left( x_{Mn+M\varepsilon-p}^* x_{Mn-u-\frac{M}{2}} \right) \right) = \\ &= \frac{1}{4} \left( \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{u-M\varepsilon-\frac{M}{2}} e^{-j\pi i} - \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{u-M\varepsilon-\frac{M}{2}} e^{j\pi i} \right) = 0 \end{aligned} \quad (6.132)$$

Στην σχέση (6.132) παραλήφθηκαν οι όροι που περιλαμβάνουν γινόμενα της μορφής  $\mathbf{E}(x_n x_{n+\varepsilon})$  και  $\mathbf{E}((x_n x_{n+\varepsilon})^*)$ . Αυτό έγινε γιατί για μιγαδικές κυκλικές κανονικές μεταβλητές οι όροι αυτοί μηδενίζονται αυτόματα όταν πραγματικά και φανταστικά μέρη έχουν τις ίδιες διασπορές. Το ίδιο αποτέλεσμα προκύπτει εύκολα και για τον έτερο όρο της (6.129). Κατά συνέπεια συνδυάζοντας τα παραπάνω, το συνολικό αποτέλεσμα δίνεται από:

$$\mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{\text{oqam}} \left( \mathbf{y}_i^{\text{oqam}} \right)^H \right) = \sigma_{x,i}^2 \mathbf{I}_N \quad (6.133)$$

Στη συνέχεια πρέπει να υπολογιστεί η ετεροσυσχέτιση μεταξύ των εξόδων άμεσα γειτονικών φίλτρων. Και σε αυτή την περίπτωση οι έξοδοι μη γειτονικών φίλτρων είναι πρακτικά ασυσχέτιστες. Θεωρώντας ότι το φίλτρο  $i$  είναι άρτιο τότε το  $i+1$  θα είναι περιττό. Τα ίδια αποτελέσματα προκύπτουν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο για  $i$  περιττό και για το γειτονικό φίλτρο  $i-1$ . Έτσι:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{\text{oqam}} \left( \mathbf{y}_{i+1}^{\text{oqam}} \right)^H \right) &= \\ &= \mathbf{E} \left( \left( \frac{\mathbf{y}_i^{(A)} + \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \right)^*}{2} + \frac{\mathbf{y}_i^{(B)} - \left( \mathbf{y}_i^{(B)} \right)^*}{2} \right) \left( \left( \frac{\mathbf{y}_{i+1}^{(A)} - \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(A)} \right)^*}{2} \right)^H + \left( \frac{\mathbf{y}_{i+1}^{(B)} + \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(B)} \right)^*}{2} \right)^H \right) \right) = \\ &= \frac{1}{4} \left( \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(A)} \right)^H \right) - \mathbf{E} \left( \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \right)^* \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(A)} \right)^T \right) + \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(B)} \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(B)} \right)^H \right) - \mathbf{E} \left( \left( \mathbf{y}_i^{(B)} \right)^* \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(B)} \right)^T \right) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(B)} \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(A)} \right)^H \right) + \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(B)} \right)^H \right) + \mathbf{E} \left( \left( \mathbf{y}_i^{(B)} \right)^* \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(A)} \right)^T \right) + \mathbf{E} \left( \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \right)^* \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(B)} \right)^T \right) \right) \end{aligned} \quad (6.134)$$

όπου και πάλι αγνοήθηκαν οι όροι που δεν περιελάμβαναν γινόμενο μεταξύ συζυγών (είτε απλών είτε ανάστροφων ερμιτιανών). Η πρώτη απλή διαπίστωση που μπορεί να γίνει αφορά τους τέσσερις πρώτους όρους. Είναι γεγονός πως η έξοδος από το κάθε συγκρότημα ξεχωριστά αποτελεί έξοδο από ένα απλό DFT συγκρότημα στην κρίσιμη δειγματοληψία, οπότε ο πίνακας ετεροσυσχέτισης για τις εξόδους γειτονικών φίλτρων που προέρχονται από το ίδιο συγκρότημα έχει υπολογιστεί ήδη στη σχέση (6.24) για είσοδο την πρότυπη μιγαδική κανονική τυχαία μεταβλητή  $\mathcal{N}(0,1)$ .

Δεδομένου ότι τα δυο συγκροτήματα (A) και (B) είναι όμοια με μοναδική διαφορά μια χρονική μετάθεση της εισόδου και ότι τα φίλτρα  $\mathbf{y}_i^{(A)}$ ,  $\mathbf{y}_i^{(B)}$  ελέγχουν την ίδια φασματική ζώνη (και έχουν τον ίδιο συντελεστή ραδιοδιαύλου  $c_i$ ) οι ετεροσυσχετίσεις των εξόδων των γειτονικών φίλτρων για κάθε ένα συγκρότημα θα είναι ίσες. Δηλαδή:

$$\mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(A)} \right)^H \right) = \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(B)} \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(B)} \right)^H \right) = \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+1} \mathbf{R} \quad (6.135)$$

Και επειδή ο πίνακας  $\mathbf{R}$  είναι πραγματικός και συμμετρικός ισχύει:

$$\mathbf{E} \left( \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \right)^* \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(A)} \right)^T \right) = \mathbf{E} \left( \left( \mathbf{y}_i^{(B)} \right)^* \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(B)} \right)^T \right) = \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+1} \mathbf{R}^H = \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+1} \mathbf{R} \quad (6.136)$$

Το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της (6.134) είναι συνεπώς μηδενικό. Όσον αφορά τους τέσσερις όρους που ακολουθούν έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \left( \mathbf{y}_{i+l}^{(B)} \right)^H \right) \right]_{k,m} &= \mathbf{E} \left( y_n^{(A,i)} \left( y_{n+m-k}^{(B,i+l)} \right)^* \right) = \mathbf{E} \left( y_n^{(A,i)} \left( y_{n+\varepsilon}^{(B,i+l)} \right)^* \right) = \\ &= \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_u h_p e^{2\pi j \frac{i u}{M}} e^{-2\pi j \frac{(i+l)p}{M}} \mathbf{E} \left( r_{Mn-u} r_{Mn-p+M\varepsilon-\frac{M}{2}}^* \right) = \\ &= \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+1} \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_u h_p e^{2\pi j \frac{i u}{M}} e^{-2\pi j \frac{(i+l)p}{M}} \delta \left( p - u + \frac{M}{2} - M\varepsilon \right) \end{aligned} \quad (6.137)$$

όπου  $l = \pm 1$ , και  $m - k = \varepsilon$

Σε αυτή την περίπτωση παίζει ρόλο αν το γειτονικό φίλτρο του υπό εξέταση προηγείται ή ακολουθεί και για αυτό έχουν διακριθεί περιπτώσεις  $l = -1, 1$ . Συνεχίζοντας από την (6.137):

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \left( \mathbf{y}_{i+l}^{(B)} \right)^H \right) \right]_{k,m} &= \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{u-\frac{M}{2}+M\varepsilon} e^{2\pi j \frac{i u - (i+l)u + (i+l)\frac{M}{2} - (i+l)M\varepsilon}{M}} = \\ &= \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{u-\frac{M}{2}+M\varepsilon} e^{-2\pi j \frac{i u}{M}} e^{\pi j (i+l)} = \\ &= \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} (-1)^{i+l} \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{u-\frac{M}{2}+M\varepsilon} e^{-2\pi j \frac{i u}{M}} \end{aligned} \quad (6.138)$$

Μετά από πράξεις προκύπτει ότι η παραπάνω συνέλιξη δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \left( \mathbf{y}_{i+l}^{(B)} \right)^H \right) \right]_{k,m} &= \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} (-1)^{i+l} \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{u-\frac{M}{2}+M\varepsilon} e^{-2\pi j \frac{i u}{M}} = \\ &= \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} (-1)^{i+l} (-1)^{\lfloor 1+\frac{l}{2} \rfloor} j \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{u-\frac{M}{2}+M\varepsilon} \sin \left( \frac{2\pi u}{M} \right) \\ &\triangleq \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} (-1)^{i+l} (-1)^{\lfloor 1+\frac{l}{2} \rfloor} j g_{M\varepsilon-\frac{M}{2}}^{\sin} \end{aligned} \quad (6.139)$$

Για να καταλήξουμε στο αποτέλεσμα αυτό χρησιμοποιείται η συμμετρία του πρότυπου FIR φίλτρου. Το αποτέλεσμα για  $\sigma_{x,i} = 1$ ,  $\sigma_{x,i+l} = 1$  τοποθετείται στον πίνακα  $\mathbf{T}$  και απλοποιώντας τις αλλαγές πρόσημων μπορούμε να γράψουμε το εξής:

$$[\mathbf{T}_{i,l}]_{k,m} = \begin{cases} j(-1)^{i+1} g_{M(m-k)-\frac{M}{2}}^{\sin}, & l = 1 \\ j(-1)^i g_{M(m-k)-\frac{M}{2}}^{\sin}, & l = -1 \end{cases} \quad (6.140)$$



Σύμφωνα με το αποτέλεσμα της (6.140) και με την παρατήρηση ότι ο πίνακας  $\mathbf{T}$  είναι καθαρά μιγαδικός, πραγματοποιούμε τις ακόλουθες αναγωγές:

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{E} \left( \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \right)^* \left( \mathbf{y}_{i+l}^{(B)} \right)^T \right) \right]_{k,m} &= \left( \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} [\mathbf{T}_{i,l}]_{k,m} \right)^* = -\sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} [\mathbf{T}_{i,l}]_{k,m} \\ \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_{i+l}^{(B)} \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \right)^H \right) &= \sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} \mathbf{T}_{i,l}^H, \quad \mathbf{E} \left( \left( \mathbf{y}_{i+l}^{(B)} \right)^* \left( \mathbf{y}_i^{(A)} \right)^T \right) = -\sigma_{x,i} \sigma_{x,i+l} \mathbf{T}_{i,l}^H \end{aligned} \quad (6.141)$$

Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα των σχέσεων (6.141) και (6.136) στη σχέση (6.134) καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι:

$$\mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{\text{oqam}} \left( \mathbf{y}_{i+1}^{\text{oqam}} \right)^H \right) = \mathbf{0}_N \quad (6.142)$$

Αν λοιπόν χρησιμοποιηθεί η έξοδος του MDFT συγκροτήματος, μετά τους τελεστές  $\Re(\bullet)$  και  $\Im(\bullet)$ , όλα τα σήματα που συμμετέχουν στη διαδικασία ανίχνευσης είναι μεταξύ τους αουσοχέυιστα. Κατά συνέπεια ορίζοντας ως διάνυσμα παρατήρησης που χρησιμοποιείται για ανίχνευση το εξής:

$$\mathbf{y}^{\text{oqam}} = [ \mathbf{y}_0^{\text{oqam}} \quad \mathbf{y}_1^{\text{oqam}} \quad \dots \quad \mathbf{y}_{M-1}^{\text{oqam}} ]^T \quad (6.143)$$

στο οποίο λόγω της ανεξαρτησίας δεν παίζει κανέναν ρόλο η διάταξη των υποδιανυσμάτων. Ο πίνακας αυτοσυσχέτισης του  $\mathbf{y}^{\text{oqam}}$  είναι ο  $LN \times LN$  πίνακας που δίνεται από:

$$\mathbf{E} \left( \mathbf{y}^{\text{oqam}} \left( \mathbf{y}^{\text{oqam}} \right)^H \right) = \begin{bmatrix} \sigma_{x,0}^2 \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \sigma_{x,1}^2 \mathbf{I}_N & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \sigma_{x,L-1}^2 \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad (6.144)$$

Η μορφή του πίνακα μας οδηγεί στο εξαιρετικά ευχάριστο συμπέρασμα ότι ο Ενεργειακός Ανιχνευτής (με κατάλληλη στάθμιση για κάθε φίλτρο) σε αυτή την περίπτωση αποτελεί και τον κατά Neyman-Pearson βέλτιστο ανιχνευτή. Το μετρικό του Ενεργειακού Ανιχνευτή όπως έχει αναφερθεί ήδη αρκετές φορές δίνεται από τη σχέση (6.81):

$$T_{\text{oqam}}(\mathbf{y}) = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2} \sum_{i=0}^{L-1} \frac{|c_i|^2}{\sigma_s^2 |c_i|^2 + \sigma_w^2} \left( \mathbf{y}_i^{(\text{oqam})} \right)^H \mathbf{y}_i^{(\text{oqam})} \quad (6.145)$$

Σε αυτή την περίπτωση ο υπολογισμός της κατανομής δύναται να γίνει με τους ακόλουθους τρόπους:

- Με την κατανομή του ([122]), όπου ο θετικά ορισμένος πίνακας της (6.91) είναι ο μοναδιαίος και κατά συνέπεια, όπως και στην περίπτωση των ανά ομάδα ανιχνευτών στον ανιχνευτή OR, η κατανομή του μετρικού θα δίνεται από τη σχέση (6.94), με ιδιοτιμές τα βάρη του ανιχνευτή, δηλαδή:

$$\begin{aligned} \lambda_i^{\text{oqam}/\mathcal{H}_0} &= \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{\left( \sigma_w^2 + \sigma_s^2 |c_i|^2 \right)} \\ \lambda_i^{\text{oqam}/\mathcal{H}_1} &= \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{\sigma_w^2} \end{aligned} \quad (6.146)$$

όπου οι συντελεστές  $d_k$  δίνονται από τη σχέση (6.95).

- Στην περίπτωση που θέλουμε να αποφύγουμε την άπειρη άθροιση που περιέχεται στην παραπάνω κατανομή (ουσιαστικά πραγματοποιούνται διαδοχικές αθροίσεις μέχρις ότου η μεταβολή από το ένα βήμα στο επόμενο γίνει ανεπαίσθητη), υπάρχει η μέθοδος της αριθμητικής

ολοκλήρωσης της χαρακτηριστικής συνάρτησης της κατανομής. Η εκτίμηση αυτή μπορεί να γίνει και με τον αλγόριθμο του FFT που περιγράφηκε (σχέσεις (6.62) - (6.65)). Η ενέργεια για κάθε υποδιάνυσμα  $\mathbf{y}_i^{(\text{oqam})}$  από τη στιγμή που τα δείγματα είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους και έχουν την ίδια διασπορά είναι μια κατάλληλα σταθμισμένη  $\chi^2$  κατανομή με  $2N$  βαθμούς ελευθερίας η κάθε μια. Από τη στιγμή που και τα υποδιανύσματα είναι ανεξάρτητα μεταξύ οι χαρακτηριστικές συναρτήσεις του μετρικού για κάθε ενδεχόμενο δίνονται από:

$$\varphi_{T(\mathbf{y}_{\text{oqam}}/\mathcal{H}_0)}(\omega) = \prod_{n=0}^{L-1} \frac{1}{\left(1 - j \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2 |c_i|^2)} \omega\right)^N} \quad (6.147)$$

$$\varphi_{T(\mathbf{y}_{\text{oqam}}/\mathcal{H}_1)}(\omega) = \prod_{n=0}^{L-1} \frac{1}{\left(1 - j \frac{\sigma_s^2 |c_i|^2}{\sigma_w^2} \omega\right)^N}$$

- Στην περίπτωση που οι απαιτήσεις ακρίβειας για τον προσδιορισμό των  $P_{FA}$  και  $P_D$  δεν είναι ιδιαίτερα αυστηρές καθώς επίσης η διασπορά των βαρών (ιδιοτιμών της σχέσης (6.146)) τότε σύμφωνα με το [87] μπορούμε να κάνουμε μια ακόμη πιο απλή προσέγγιση στην εκτίμηση της κατανομής. Συγκεκριμένα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι πρόκειται για μια απλή κατανομή Γάμμα οι παράμετροι της οποίας καθορίζονται από τις δυο πρώτες ροπές της. Δηλαδή:

$$k_{\text{appr}}^{\mathcal{H}_m} = \frac{\left(\sum_{i=0}^{L-1} \lambda_i^{\text{oqam}/\mathcal{H}_m}\right)^2 N}{\sum_{i=0}^{L-1} \left(\lambda_i^{\text{oqam}/\mathcal{H}_m}\right)^2}, \quad \theta_{\text{appr}}^{\mathcal{H}_m} = \frac{\sum_{i=0}^{L-1} \left(\lambda_i^{\text{oqam}/\mathcal{H}_m}\right)^2}{\sum_{i=0}^{L-1} \lambda_i^{\text{oqam}/\mathcal{H}_m}} \quad (6.148)$$

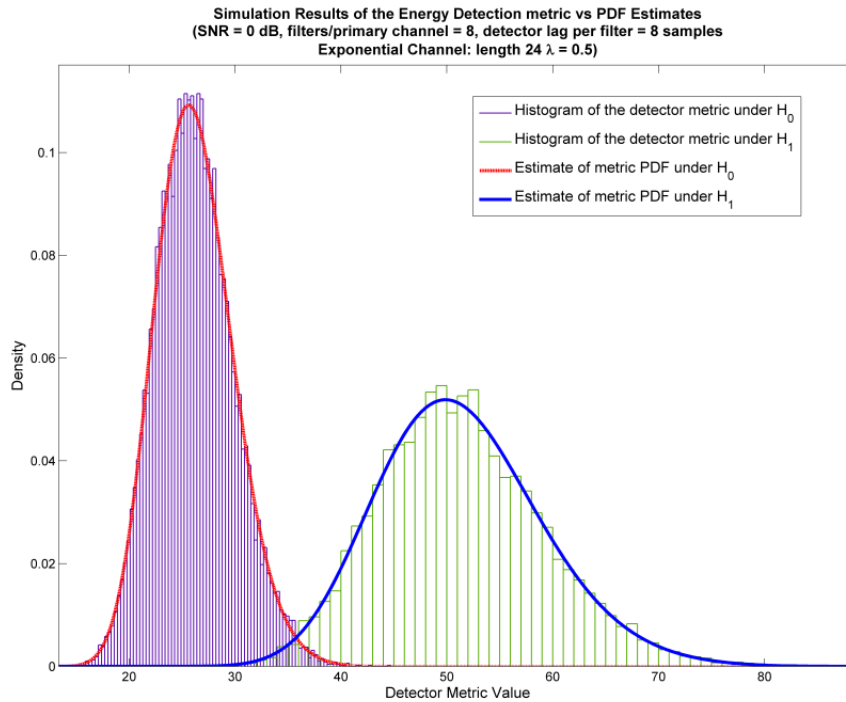
Με βάση αυτή την προσέγγιση η κατανομή δίνεται από τον τύπο:

$$\mathcal{H}_m : t = T(\mathbf{y}_{\text{oqam}}) \sim \mathcal{G}(k_{\text{appr}}^{\mathcal{H}_m}, \theta_{\text{appr}}^{\mathcal{H}_m}) = \frac{t^{k_{\text{appr}}^{\mathcal{H}_m} - 1} e^{-\frac{t}{\theta_{\text{appr}}^{\mathcal{H}_m}}}}{\Gamma(k_{\text{appr}}^{\mathcal{H}_m}) \theta_{\text{appr}}^{\mathcal{H}_m} k_{\text{appr}}^{\mathcal{H}_m}} \quad (6.149)$$

$$m = 0, 1$$

Στη συνέχεια παρουσιάζεται όπως και στους υπόλοιπους ανιχνευτές, το ιστόγραμμα της εξόδου του μετρικού του OFDM-OQAM ανιχνευτή όπως αυτό προέκυψε από εξομοιώσεις και συγκρίνεται με την κατανομή που εκτιμήθηκε με τη θεωρητική μέθοδο (υπήρξε τέλεια ταύτιση με την κατανομή που προέκυψε από την αριθμητική ολοκλήρωση οπότε δεν αντιπαραβάλλονται) και με την απλή προσέγγιση της κατανομής Γάμμα. Οι παράμετροι της εξομοίωσης παρουσιάζονται στον πίνακα 6.1. Όπως μπορεί να παρατηρηθεί αν και υπάρχει μια μικρή απόκλιση, η απόδοση της απλής προσέγγισης σε αυτή την περίπτωση (που οι συντελεστές του συγκεκριμένου ραδιοδιαύλου που εξομοιώθηκε δίνονται στην (6.76)) είναι αρκετά ικανοποιητική για συντελεστές ραδιοδιαύλου με απόκλιση μέγιστης/ελάχιστης τιμής 8.5 dB. Γενικά πάντως πρέπει να σημειωθεί πως η χρήση της προσέγγισης επιφέρει ελαφρώς πιο αισιόδοξα αποτελέσματα όσον αφορά τις τιμές των  $P_{FA}$ ,  $P_D$  σε σχέση με τις πραγματικές τιμές. Στις περισσότερες όμως των περιπτώσεων για πρακτικές εφαρμογές η προσέγγιση είναι αρκετά ακριβής και κατά συνέπεια ιδανική λόγω της απλότητας της.

Όπως φαίνεται και στην παράγραφο των αποτελεσμάτων οι δυο βέλτιστοι Neyman-Pearson ανιχνευτές, αυτός του απλού DFT συγκροτήματος και του MDFT συγκροτήματος, έχουν πανομοιότυπη απόδοση καθώς αξιοποιείται και στις δυο περιπτώσεις η μέγιστη δυνατή πληροφορία. Στην περίπτωση του MDFT συγκροτήματος χρησιμοποιούνται δυο παράλληλα απλά DFT συγκρο-



**Σχήμα 6.7:** Παράδειγμα ταιριάσματος των κατανομών του NP μετρικού ανίχνευσης για MDFT συγκρότημα (ή OFDM-OQAM σύστημα λήψης) με  $M = 32$ , 8 δείγματα ανίχνευσης/φίλτρο και 8 φίλτρα/πρωτεύον κανάλι (SNR=0dB, εκθετικός ραδιοδίαυλος 24 δειγμάτων με  $\lambda = 0.5$ )

τήματα και κατά συνέπεια διπλάσιο υπολογιστικό φορτίο. Παρόλα αυτά συνολικά ο ανιχνευτής είναι υπολογιστικά η πιο συμφέρουσα λύση καθώς αποφεύγονται όλες οι απαραίτητες μαθηματικές διαδικασίες που απαιτούνται για τον ανιχνευτή σε απλό DFT συγκρότημα, δηλαδή η εξαγωγή ιδιοτιμών, οι αντιστροφές πινάκων και ο διαρκής πολλαπλασιασμός του διανύσματος πληροφορίας με πίνακες αρκετά μεγάλων διαστάσεων. Κατά συνέπεια η OFDM-OQAM βέλτιστη ανίχνευση είναι συνολικά υπολογιστικά πιο συμφέρουσα, τουλάχιστον όταν η διαδικασία ανίχνευσης πραγματοποιείται συχνά ή διαρκώς.

## 6.8 Ανιχνευτής με 2X υπερδειγματοληψία

Ένα λογικό ερώτημα που προκύπτει είναι αν η διαδικασία ανίχνευσης μπορεί να αποκομίσει κάποιο ουσιαστικό όφελος αν αξιοποιηθεί ολόκληρη η πληροφορία που καταλήγει σε ένα MDFT συγκρότημα, δηλαδή πριν την απόρριψη των πραγματικών ή των φανταστικών μερών της εισερχόμενης πληροφορίας. Δηλαδή αν η ανίχνευση σε υψηλότερο ρυθμό επεξεργασίας (με ουσιαστικό διπλασιασμό των μεγεθών των διανυσμάτων παρατήρησης) μπορεί να προσφέρει καλύτερες επιδόσεις ανίχνευσης. Αυτό είναι και το αντικείμενο της παραγράφου που ακολουθεί, όπου έχουμε θεωρήσει ότι το συνολικό διάνυσμα παρατήρησης αποτελείται από τα σήματα  $\mathbf{y}_i^{(A)}$  και  $\mathbf{y}_i^{(B)}$  όπως ορίστηκαν στον OFDM-OQAM ανιχνευτή. Τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης παραγράφου είναι κατάλληλα και για CMT(Cosine Modulated Multitone) συγκροτήματα φίλτρων και γενικά για συστήματα με διπλάσιο ρυθμό δειγματοληψίας από τον κρίσιμο ρυθμό Nyquist, ενώ ο πίνακας αυτοσυσχέτισης για τα συγκεκριμένα παρουσιάζεται και στο ([109]). Σε αυτό το στάδιο ωφελεί η χρήση της πρώτης ισοδύναμης διάταξης του MDFT φίλτρου, όπου το διάνυσμα παρατήρησης  $\mathbf{y}_i^{(2 \times)}$  για κάθε φίλτρο συλλέγεται από την έξοδο του IFFT και μετά τον πολλαπλασιασμό με τους μίκτες διόρθωσης φάσης λόγω αιτιατότητας. Το συνολικό διάνυσμα παρατήρησης χρησιμοποιώντας τον

ίδιο κανόνα χωρικής ταξινόμησης με προηγουμένως (διακρίνοντας δυο ομάδες 0 και 1) δίνεται από:

$$\mathbf{y}_{(2\times)} = \left[ \mathbf{y}^{(2\times,0)} \mid \mathbf{y}^{(2\times,1)} \right] = \left[ \mathbf{y}_0^{(2\times)} \quad \mathbf{y}_2^{(2\times)} \quad \dots \quad \mathbf{y}_{L-2}^{(2\times)} \mid \mathbf{y}_1^{(2\times)} \quad \mathbf{y}_3^{(2\times)} \quad \dots \quad \mathbf{y}_{L-1}^{(2\times)} \right]^T \quad (6.150)$$

Στη συνέχεια ακολουθούνται τα βήματα της διαδικασίας που ακολουθήθηκαν στον Neyman-Pearson ανιχνευτή για uniform DFT στη κρίσιμη συχνότητα δειγματοληψίας:

1. Υπολογίζεται ο πίνακας αυτοσυσχέτισης για τις εξόδους κάθε φίλτρου, η οποία δίνεται θεωρώντας πρότυπη μιγαδική κανονική είσοδο  $\mathcal{N}(0, 1)$  από [109]:

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(2\times)} \left( \mathbf{y}_i^{(2\times)} \right)^H \right) = \begin{bmatrix} \rho_{\mathbf{y}_i^{(2\times)} \mathbf{y}_i^{(2\times)}}(0) & \rho_{\mathbf{y}_i^{(2\times)} \mathbf{y}_i^{(2\times)}}(1) & \dots & \rho_{\mathbf{y}_i^{(2\times)} \mathbf{y}_i^{(2\times)}}(2N-1) \\ \rho_{\mathbf{y}_i^{(2\times)} \mathbf{y}_i^{(2\times)}}(-1) & \rho_{\mathbf{y}_i^{(2\times)} \mathbf{y}_i^{(2\times)}}(0) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ \rho_{\mathbf{y}_i^{(2\times)} \mathbf{y}_i^{(2\times)}}(-2N+1) & & \dots & \rho_{\mathbf{y}_i^{(2\times)} \mathbf{y}_i^{(2\times)}}(0) \end{bmatrix} \quad (6.151)$$

όπου

$$\rho_{\mathbf{y}_i^{(2\times)} \mathbf{y}_i^{(2\times)}}(n) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{\frac{M}{2}n+u}^* e^{-\frac{2\pi j M n}{2M} i} = \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{\frac{M}{2}n+u} e^{-\pi j n i} = e^{-\pi j n i} g_{\frac{M}{2}n} \quad (6.152)$$

Για  $n$  άρτιο είναι εύκολο να διαπιστωθεί ότι (από (6.18) και (6.19)):

$$[\mathbf{A}_i]_{k,m} = \delta(k-m), \quad n = m-k = 2n', \quad n' \in \mathbb{Z} \quad (6.153)$$

Για  $n$  περιττό από την (6.152) ισχύει ότι:

$$\rho_{\mathbf{y}_i^{(2\times)} \mathbf{y}_i^{(2\times)}}(2n'+1) = (-1)^i \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{Mn'+u+\frac{M}{2}} = g_{Mn'+\frac{M}{2}} \quad (6.154)$$

$$[\mathbf{A}_i]_{k,m}^{i,2n+1} = (-1)^i g_{M(m-k)+\frac{M}{2}}$$

Έτσι ο  $2N \times 2N$  πίνακας που περιέχει τα στοιχεία σύμφωνα με τις (6.153) και (6.154) είναι:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 1 & (-1)^i g_{\frac{M}{2}} & 0 & (-1)^i g_{\frac{3M}{2}} & \dots \\ (-1)^i g_{-\frac{M}{2}} & 1 & (-1)^i g_{\frac{M}{2}} & 0 & \ddots \\ 0 & (-1)^i g_{-\frac{M}{2}} & 1 & (-1)^i g_{\frac{M}{2}} & \ddots \\ (-1)^i g_{-\frac{3M}{2}} & 0 & (-1)^i g_{-\frac{M}{2}} & 1 & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (6.155)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{A}_i$  εξαρτάται από το αν το  $i$ -οστό φίλτρο είναι άρτιο ή περιττό. Δεδομένου ότι η ταξινόμηση γίνεται ανά ομάδες 0 και 1 που ορίστηκαν με αυτόν ακριβώς τον τρόπο μπορούμε απλά να ορίσουμε ότι ο πίνακας  $\mathbf{A}_0$  αντιστοιχεί στην ομάδα 0 και ο  $\mathbf{A}_1$  στην ομάδα 1.

2. Οι εξοδοί των μη άμεσα γειτονικών φίλτρων είναι ασυσχέτιστες

3. Για τις εξόδους των γειτονικών φίλτρων πρέπει να υπολογιστεί ο πίνακας ετεροσυσχέτισης

των εξόδων. Ανάλογα με τις σχέσεις (6.21) και (6.22) υπολογίζεται ότι:

$$\begin{aligned}
 \left[ \mathbf{R}_{2 \times}^{i,i+1} \right]_{k,m} &= \mathbf{E} \left( y_i^{(2 \times)}(n+k) \left( y_{i+1}^{(2 \times)}(n+m) \right)^* \right) = \mathbf{E} \left( y_i^{(2 \times)}(n) \left( y_{i+1}^{(2 \times)}(n+\varepsilon) \right)^* \right) = \\
 &= \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_u h_p^* e^{2\pi j \frac{iu}{M}} e^{-2\pi j \frac{(i+1)p}{M}} \mathbf{E} \left( r_{\frac{M}{2}n-u} r_{\frac{M}{2}(n+\varepsilon)-p}^* \right) = \\
 &= \sum_{u=-\infty}^{\infty} h_u h_{u+\frac{M}{2}\varepsilon} e^{-2\pi j \frac{u}{M}} e^{-j(i+1)\pi\varepsilon} \\
 &\quad \text{όπου } k - m = \varepsilon
 \end{aligned} \tag{6.156}$$

Μια παρατήρηση του αποτελέσματος της σχέσης (6.156) μπορεί να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι τα μεγέθη έχουν ήδη υπολογιστεί εφόσον διακριθούν περιπτώσεις για το αν το  $\varepsilon$  είναι άρτιο ή περιττό. Συγκεκριμένα έχουμε ότι:

Για  $\varepsilon = 2\delta$  ( $\delta \in \mathbb{Z}$ ):

$$\left[ \mathbf{R}_{2 \times}^{i,i+1} \right]_{k,m,m-k=2\delta} = [\mathbf{R}]_{p,q,q-p=\delta}, \quad q = \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor, p = \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor \tag{6.157}$$

Για  $\varepsilon = 2\delta + 1$  ( $\delta \in \mathbb{Z}$ ) Παρατηρείται ότι

$$\begin{aligned}
 \left[ \mathbf{R}_{2 \times}^{i,i+1} \right]_{k,m,m-k=2\delta+1} &= \left[ \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_i^{(B)} \left( \mathbf{y}_{i+1}^{(A)} \right)^H \right) \right]_{p,q,q-p=\delta} \\
 &\stackrel{(i'=i+1)}{=} \left[ \mathbf{E} \left( \mathbf{y}_{i'-1}^{(B)} \left( \mathbf{y}_{i'}^{(A)} \right)^H \right) \right]_{p,q,q-p=\delta}
 \end{aligned} \tag{6.158}$$

όπου τα  $\mathbf{y}_i^{(B)}$  και  $\mathbf{y}_{i+1}^{(A)}$  αντιστοιχούν στα σήματα που ορίστηκαν στον ανιχνευτή OFDM-OQAM. Τα  $q$  και  $p$  επιλέγονται κατάλληλα με βάση τα  $k$ ,  $m$  και  $\delta$ . Η αντιμετάθεση μεταξύ τους στη σχέση οφείλεται στο γεγονός ότι το πρόσημο της χρονικής μετάθεσης  $M/2$  είναι πλέον θετικό. Χρησιμοποιώντας τις αναγωγές που έγιναν στην σχέση (6.141) καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι:

$$\left[ \mathbf{R}_{2 \times}^{i,i+1} \right]_{k,m,m-k=2\delta+1} = [\mathbf{T}_{i',l=-1}^H]_{p,q,q-p=\delta} = [\mathbf{T}_{i-1,l=-1}^H]_{p,q,q-p=\delta} = [\mathbf{T}_{i,l=-1}^T]_{p,q,q-p=\delta} \tag{6.159}$$

Όσον αφορά τη συσχέτιση της  $i$ -οστής εξόδου με αυτή του φίλτρου που προηγείται με ανάλογα θήματα μπορούμε να καταλήξουμε στην ισότητα:

$$\left[ \mathbf{R}_{2 \times}^{i,i-1} \right]_{k,m,m-k=2\delta+1} = [\mathbf{T}_{i+1,l=1}^H]_{p,q,q-p=\delta} = [\mathbf{T}_{i,l=1}^T]_{p,q,q-p=\delta} = -[\mathbf{T}_{i,l=-1}^T]_{p,q,q-p=\delta} \tag{6.160}$$

Ενοποιώντας τις διαπιστώσεις των εξισώσεων (6.158), (6.159) και (6.160), ο πίνακας  $\mathbf{R}_{2 \times}^{i,i+l}$  με  $l = -1, 1$  για τη συσχέτιση ενός φίλτρου με το γειτονικό φίλτρο που το ακολουθεί δίνεται



σχέσεις (6.27) και (6.40):

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_w^{2 \times} &= \sigma_w^2 \mathbf{C}_{2 \times} \\ \mathbf{C}_s^{2 \times} &= \sigma_s^2 \Sigma \mathbf{C}_{2 \times} \Sigma\end{aligned}\quad (6.165)$$

όπου οι διαγώνιοι πίνακες  $\Sigma$  ορίζονται σύμφωνα με τη σχέση (6.39) με τους μοναδιαίους πίνακες να είναι διπλάσιων διαστάσεων, δηλαδή  $\mathbf{I}_{2N}$ . Συνεπώς ο πίνακας αυτοσυσχέτισης στο ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  για ανεξάρτητο θόρυβο και σήμα πληροφορίας δίνεται από:

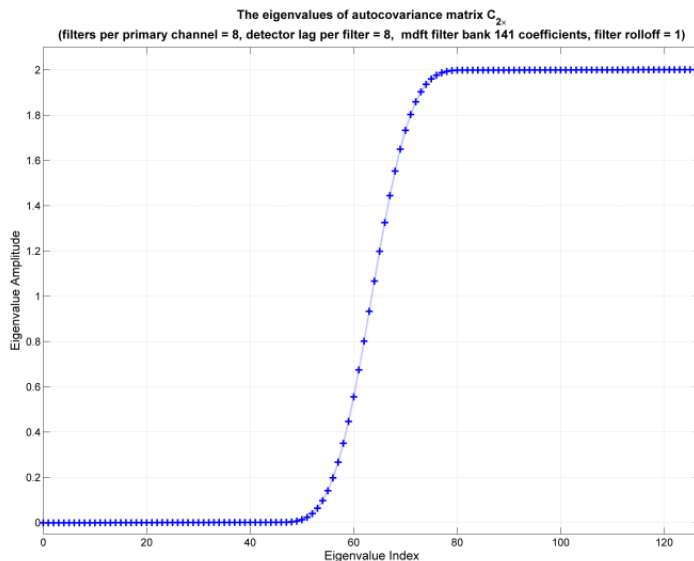
$$\mathbf{C}_y^{2 \times} = \mathbf{C}_s^{2 \times} + \mathbf{C}_w^{2 \times} \quad (6.166)$$

Συνεχίζοντας τη διαδικασία πρέπει να ληφθεί ο λόγος πιθανοφάνειας και μετά από λογαρίθμηση να γίνει επεξεργασία της τετραγωνικής μορφής που προκύπτει. Συγκεκριμένα ανάλογα με την σχέση (6.46) έχουμε:

$$T(\mathbf{y}_{(2 \times)}) = \mathbf{y}_{(2 \times)}^H \left( (\mathbf{C}_w^{2 \times})^{-1} - (\mathbf{C}_y^{2 \times})^{-1} \right) \mathbf{y}_{(2 \times)} \stackrel{\mathcal{H}_1}{\approx} \theta'_{2 \times} = \ln(\theta_{2 \times}) + \ln(|\mathbf{C}_y^{2 \times}|) - \ln(|\mathbf{C}_w^{2 \times}|) \quad (6.167)$$

Στο σημείο αυτό παρουσιάζεται πρόβλημα. Πιο συγκεκριμένα οι πίνακες  $\mathbf{C}_y^{2 \times}$  και  $\mathbf{C}_w^{2 \times}$  αν και μαθηματικά αντιστρέψιμοι είναι πίνακες ασταθούς κατάστασης (ή δυσμενών συνθηκών - ill conditioned). Πρακτικά αυτό σημαίνει πως πολλές ιδιοτιμές του πίνακα βρίσκονται πολύ κοντά στο μηδέν. Κατά συνέπεια πολλές ιδιοτιμές των αντίστροφων αντίστοιχα και που αφορούν τον πίνακα της τετραγωνικής μορφής του μετρικού, τείνουν στο άπειρο. Αυτό είναι πολύ σημαντικό πρόβλημα όσον αφορά προβλήματα μετρήσεων ή τυχαίων μεταβλητών. Ο πολλαπλασιασμός των διανυσμάτων παρατήρησης με τον πίνακα προκαλεί ανεξέλεγκτη μεταβολή του μετρικού καθώς οι αποκλίσεις και τα σφάλματα λόγω των μεγάλων ιδιοτιμών γίνονται εξίσου μεγάλα. Η συμπεριφορά του μετρικού είναι λοιπόν ασταθής και η προσέγγιση της κατανομής του μετρικού καθίσταται αδύνατη.

Το φαινόμενο της ασταθούς κατάστασης των πινάκων είναι απολύτως δικαιολογημένο. Το διάγραμμα παρατήρησης περιέχει λόγω της υπερδειγματοληψίας (αλλά και σε μικρότερο βαθμό της επικάλυψης των φίλτρων) βαρέως συσχετισμένη πληροφορία. Κοινώς τα  $2N$  δείγματα που χρησιμοποιούνται από τον ανιχνευτή δεν παρέχουν ανάλογους βαθμούς ελευθερίας διευκολύνοντας την απόφαση. Αυτό μαθηματικά εκφράζεται από τις ιδιοτιμές των πινάκων αυτοσυσχέτισης, όπου ουσιαστικά αποκλείεται ένας αριθμός ανεξάρτητων « ρυθμών » από την απόφαση με μηδενισμό τους από τις αντίστοιχες ιδιοτιμές. Αν μάλιστα παρατηρηθούν οι ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{C}_{2 \times}$  διακρίνεται ένα σχήμα που ομοιάζει με φασματική απόκριση φίλτρου για διπλάσιο ρυθμό δειγματοληψίας. Πιο συγκεκριμένα η μορφή των ιδιοτιμών του  $\mathbf{C}_{2 \times}$  για  $L = 1$ , σε συμφωνία με το φασματικό θεώρημα (spectral theorem - [130]) προσεγγίζει την φασματική απόκριση του φίλτρου που χρησιμοποιείται. Όσο το  $L$  παίρνει μεγαλύτερες τιμές τόσο οι ιδιοτιμές παίρνουν την μορφή ενός πιο απότομου φίλτρου μισής ζώνης (half band - 3.3.1). Στο σχήμα 6.8 παρουσιάζεται η μορφή των ιδιοτιμών του πίνακα  $\mathbf{C}_{2 \times}$  για ένα παράδειγμα ανιχνευτή με υπερδειγματοληψία για ένα MDFT συγκρότημα με πρότυπο φίλτρο 141 συντελεστών και roll-off 1. Ο ανιχνευτής συνδυάζει 8 εξόδους φίλτρων για να λάβει απόφαση και συλλέγει  $2 \times 8 = 16$  δείγματα ανά φίλτρο. Για να επιλυθεί αυτό το πρόβλημα πρέπει να υπάρξει ουσιαστικά αναγνώριση της τάξης του μαθηματικού μοντέλου του συστήματος. Αυτό πρέπει να γίνει μόνο για τον πίνακα  $\mathbf{C}_{2 \times}$  καθώς αυτός θα συμπερασούρει και τους υπόλοιπους, οπότε είναι ένα πρόβλημα που πρέπει να επιλυθεί μια μόνο φορά για κάθε πρότυπο φίλτρο που δύναται να χρησιμοποιηθεί για το σύστημα. Υπάρχουν πολλές μέθοδοι και αλγόριθμοι αναγνώρισης τάξης του μοντέλου με πιο δημοφιλή το κριτήριο πληροφορίας του Akaike (Akaike Information Criterion - AIC [131]). Σύμφωνα με αυτό για δεδομένη συνάρτηση πιθανοφάνειας ο αριθμός των παραμέτρων που ελαχιστοποιούν την παράμετρο AIC, αποτελεί την



**Σχήμα 6.8:** Οι ιδιοτιμές του πίνακα αυτοσυσχέτισης για ένα σύστημα στον διπλάσιο ρυθμό δειγματοληψίας με χρήση φίλτρου FIR 141  $M = 32$  και 8 φίλτρα/κανάλι πρωτεύοντος

καλύτερη επιλογή τάξης του στατιστικού μοντέλου. Η παράμετρος AIC δίνεται από:

$$AIC = 2k - 2 \ln(L(k))$$

$$AIC_C = AIC + \frac{2k(k+1)}{2N - k - 1} \quad (6.168)$$

όπου  $AIC_C$  διορθωτικός παράγοντας λόγω πεπερασμένου αριθμού διαθέσιμων δειγμάτων και  $L(k)$  η συνάρτηση πιθανοφάνειας. Χωρίς να χρειαστεί να επεκταθούμε περαιτέρω καθώς το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί και με απλή επαναληπτική διαδικασία δοκιμών (test and trial), απλά αναφέρεται ότι το μοντέλο συστήματος προκύπτει ελαφρώς μεγαλύτερο του  $LN$ .

Μόνο και μόνο το γεγονός αυτό μπορεί να αποθαρρύνει τη χρήση του υπερδειγματοληφθέντος σήματος για την διαδικασία ανίχνευσης, καθώς αποδεικνύει ότι δεν υπάρχει ουσιαστικό κέρδος λόγω της υπερδειγματοληψίας. Παρόλα αυτά συνεχίζουμε την ανάλυση για λόγους πληρότητας. Έστω ότι ο αριθμός των ιδιοτιμών του πίνακα που διατηρούνται είναι  $K$ . Αν

$$\mathbf{k} = [k_0, k_1, \dots, k_K] \quad (6.169)$$

το διάνυσμα που περιέχει τους δείκτες με τις θέσεις των  $K$  μεγαλύτερων ιδιοτιμών του πίνακα  $\mathbf{C}_{2 \times}$  στον διαγώνιο πίνακα ιδιοτιμών του  $\mathbf{\Lambda}_{2 \times} = \text{diag}[\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{2NL-1}]$  όπου δηλαδή θεωρήθηκε ότι ισχύει:

$$\mathbf{C}_{2 \times} = \mathbf{U}_{2 \times} \mathbf{\Lambda}_{2 \times} \mathbf{U}_{2 \times}^H \quad (6.170)$$

τότε ορίζεται ο μειωμένων διαστάσεων πίνακας ιδιοτιμών  $\mathbf{\Lambda}_{2 \times, K}$  που περιέχει στα στοιχεία της διαγωνίου διατεταγμένες μόνο τις  $K$  μεγαλύτερες ιδιοτιμές δηλαδή:

$$\mathbf{\Lambda}_{2 \times, K} = \text{diag}[\lambda_{k_0}, \lambda_{k_1}, \dots, \lambda_{k_{K-1}}] \quad (6.171)$$

Στη συνέχεια ορίζεται ο πίνακας  $\mathbf{F}$  διαστάσεων  $2NL \times K$  με την ακόλουθη μορφή:

$$[\mathbf{F}]_{k,m} = \begin{cases} 1, & m = i, k = k_i, i = 0, 1, \dots, K-1 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \quad (6.172)$$



Μπορούμε τώρα να ορίσουμε τον ισοδύναμο πίνακα αυτοσυσχέτισης χρησιμοποιώντας τον πίνακα ιδιοδιανυσμάτων του  $\mathbf{C}_{2 \times}$ , αλλά απορρίπτοντας τις μικρές ιδιοτιμές και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα σύμφωνα με την εξής σχέση:

$$\mathbf{C}_{2 \times, K} = \mathbf{U}_{2 \times} \mathbf{F} \mathbf{\Lambda}_{2 \times, K} \mathbf{F}^H \mathbf{U}_{2 \times}^H \quad (6.173)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{C}_{2 \times, K}$  είναι προφανές πως είναι τάξης  $K$  και δεν αντιστρέφεται. Είναι δυνατό όμως να υπολογιστεί ένας ψευδοαντίστροφος του  $\mathbf{C}_{2 \times}$  με την λογική της αντιστροφής των πινάκων ιδιοδιανυσμάτων και ιδιοτιμών μεμονωμένα, αγνοώντας τους πίνακες  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{F}^H$ . Υπενθυμίζεται ότι λόγω ερμιτιανής συμμετρίας οι πίνακες ιδιοτιμών είναι μοναδιαίοι. Ορίζεται λοιπόν ο πίνακας:

$$\mathbf{C}_{2 \times, K}^\dagger = \mathbf{U}_{2 \times} \mathbf{F} \mathbf{\Lambda}_{2 \times, K}^{-1} \mathbf{F}^H \mathbf{U}_{2 \times}^H \quad (6.174)$$

Έτσι καταλήγουμε στον υπολογισμό του ψευδοαντίστροφου για την αυτοσυσχέτιση δεδομένου του ενδεχόμενου  $\mathcal{H}_0$ ,  $(\mathbf{C}_w^{2 \times, K})^\dagger = \frac{1}{\sigma_w^2} \mathbf{C}_{2 \times, K}^\dagger$ . Με αντίστοιχα βήματα καταλήγουμε στον υπολογισμό του ψευδοαντίστροφου για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$ , δηλαδή:

$$\begin{aligned} (\mathbf{C}_y^{2 \times, K})^\dagger &= \mathbf{U}_{2 \times, y} \mathbf{F}_y (\mathbf{\Lambda}_y^{2 \times, K})^{-1} \mathbf{F}_y^H \mathbf{U}_{2 \times, y}^H, \\ \text{οπου} \\ \mathbf{C}_y^{2 \times} &= \mathbf{U}_{2 \times, y} \mathbf{\Lambda}_y^{2 \times, K} \mathbf{U}_{2 \times, y}^H, \end{aligned} \quad (6.175)$$

και αν  $k_i$  οι θέσεις με τις  $K$  μεγαλύτερες ιδιοτιμές του  $\mathbf{\Lambda}_y^{2 \times, K}$

$$[\mathbf{F}_y] = [\mathbf{F}_y]_{k, m} = \begin{cases} 1, & m = i, k = k_i, i = 0, 1, \dots, K-1, \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

Ορίζοντας τώρα τον πίνακα του λογαριθμημένου λόγου πιθανοφάνειας με βάση τους ψευδοαντίστροφους θα έχουμε ότι:

$$T(\mathbf{y}_{(2 \times)}) = \mathbf{y}_{(2 \times)}^H \left( (\mathbf{C}_w^{2 \times, K})^\dagger - (\mathbf{C}_y^{2 \times, K})^\dagger \right) \mathbf{y}_{(2 \times)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \theta'_{2 \times} \quad (6.176)$$

Για τον προσδιορισμό των κατανομών ορίζονται οι πίνακες  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_0}$  και  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_1}$  ανάλογα με τις σχέσεις (6.49) και (6.70), χρησιμοποιώντας πάλι όμως τους πίνακες μειωμένων ιδιοτιμών δηλαδή:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{\mathcal{H}_0} &= \sigma_w^2 \mathbf{\Lambda}_{2 \times, K}^{1/2} \mathbf{F}^H \mathbf{U}_{2 \times}^H \left( (\mathbf{C}_w^{2 \times, K})^\dagger - (\mathbf{C}_y^{2 \times, K})^\dagger \right) \mathbf{U}_{2 \times} \mathbf{F} \mathbf{\Lambda}_{2 \times, K}^{1/2} \\ \mathbf{D}_{\mathcal{H}_1} &= (\mathbf{\Lambda}_y^{2 \times, K})^{1/2} \mathbf{F}_y^H \mathbf{U}_{2 \times, y}^H \left( (\mathbf{C}_w^{2 \times, K})^\dagger - (\mathbf{C}_y^{2 \times, K})^\dagger \right) \mathbf{U}_{2 \times, y} \mathbf{F}_y (\mathbf{\Lambda}_y^{2 \times, K})^{1/2} \end{aligned} \quad (6.177)$$

Ακολουθώντας πιστά τα βήματα της παραγράφου 6.4, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η κατανομή του μετρικού θα προκύπτει ως ένα άθροισμα  $K$  ανεξάρτητων  $\chi^2$  (ή ισοδύναμα Γάμμα) τυχαίων μεταβλητών με βάρη. Τα βάρη βρίσκονται από τις ιδιοτιμές των πινάκων  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_0}$  και  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_1}$ . Μπορούμε να γράψουμε το αποτέλεσμα όσον αφορά τη χαρακτηριστική συνάρτηση το μετρικού, όπου ισχύει:

$$\varphi_{T(\mathbf{y}_{2 \times} / \mathcal{H}_m)}(\omega) = \prod_{n=0}^{K-1} \frac{1}{1 - j \lambda_{n, \mathcal{H}_m} \omega} \quad (6.178)$$

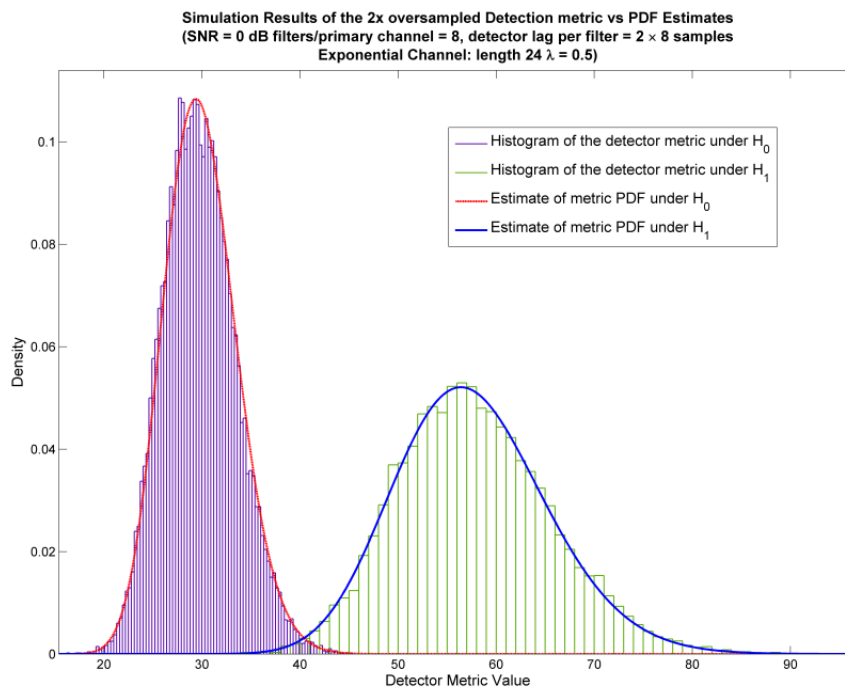
$\lambda_{n, \mathcal{H}_m} \rightarrow$  ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{D}_{\mathcal{H}_m}$

Για τον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας ή της συνάρτησης κατανομής για τον προσδιορισμό των πιθανοτήτων ορθής και εσφαλμένης ανίχνευσης  $P_{FA}$  και  $P_D$  ακολουθείται μια από τις

μεθόδους που παρουσιάστηκαν.

Η χρήση ενός υπερδειγματοληφθέντος σήματος για τη διαδικασία της ανίχνευσης δεν είναι γενικά καλή ιδέα. Όπως αποδείχθηκε το σήμα δεν παρέχει ουσιαστικά επιπλέον πληροφορία που θα βελτιώσει την επίδοση του ανιχνευτή σε σχέση με αυτούς που δουλεύουν στον κρίσιμο ρυθμό δειγματοληψίας καθώς τα επιπλέον δείγματα είναι ιδιαίτερα συσχετισμένα μεταξύ τους. Το γεγονός αυτό αποδεικνύεται και στις εξομοιώσεις που ο ανιχνευτής αποδίδει ανάλογα με τους βέλτιστους ανιχνευτές Neyman-Pearson για κρίσιμη δειγματοληψία και OFDM-OQAM. Για την ακρίβεια ο ανιχνευτής αποδίδει ελάχιστα καλύτερα καθώς εκμεταλλεύεται την ύπαρξη των ελαφρώς περισσότερων βαθμών ελευθερίας που μπορεί να προκύψουν. Όμως σε καμία περίπτωση αυτή η βελτίωση δεν μπορεί να θεωρηθεί ικανοποιητική σε σχέση με το υπολογιστικό κόστος και τα επιπλέον βήματα που απαιτούνται για τον ορισμό του ανιχνευτή. Οπότε κατά την άποψη του συγγραφέα ένα σήμα σε υπερδειγματοληψία χρησιμοποιείται ως δiάνυσμα παρατήρησης σε διαδικασία ανίχνευσης μόνο εφόσον ο σχεδιαστής δεν έχει άλλη επιλογή και οφείλει να εργαστεί στην αυξημένη συχνότητα.

Τέλος παρουσιάζεται όπως και στους υπόλοιπους ανιχνευτές που μελετήθηκαν, το ιστόγραμμα της εξόδου του μετρικού του ανιχνευτή όπως αυτό προέκυψε από εξομοιώσεις και συγκρίνεται με την κατανομή που εκτιμήθηκε.



**Σχήμα 6.9:** Παράδειγμα ταιριάσματος των κατανομών του NP μετρικού ανίχνευσης σε διπλάσιο ρυθμό δειγματοληψίας για ομοιόμορφο DFT/MDFT συγκρότημα με  $M = 32$ ,  $2 \times 8$  δείγματα προς ανίχνευση/φίλτρο και 8 φίλτρα/πρωτεύον κανάλι (SNR=0dB, εκθετικός ραδιοδιάυλος 24 δειγμάτων με  $\lambda = 0.5$ )

## 6.9 Έγχρωμος Θόρυβος

Μια σημαντική αδυναμία πολλών συστημάτων ανίχνευσης είναι ότι δεν λαμβάνουν υπόψη τους το ενδεχόμενο ύπαρξης έγχρωμου θορύβου. Στην παρούσα ανάλυση θεωρείται έγχρωμος προσθετικός μιγαδικός γκαουσιανός θόρυβος. Ως έγχρωμος προσθετικός θόρυβος ορίζεται η τυχαία

μεταβλητή που προστίθεται στο επιθυμητό προς λήψη σήμα πληροφορίας, της οποίας όμως τα δείγματα παρουσιάζουν συσχέτιση μεταξύ τους. Στο κλασικό AWGN μοντέλο θορύβου, τα δείγματα είναι ασυσχέτιστα (η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης των τυχαίων μεταβλητών είναι κρουστική) και κατά συνέπεια διαθέτουν επίπεδη φασματική πυκνότητα ισχύος στο εύρος ζώνης που μας απασχολεί. Ο έγχρωμος θόρυβος δεν έχει αυτή την ιδιότητα αλλά μπορεί να μοντελοποιηθεί με εφαρμογή συγκεκριμένου φίλτρου σε AWGN δείγματα θορύβου κατάλληλης ισχύος, όπου το φίλτρο έχει τέτοια συνάρτηση μεταφοράς έτσι ώστε το τετράγωνο του μέτρου του να είναι ίσο με την κανονικοποιημένη στη μονάδα φασματική πυκνότητα ισχύος.

Έστω ότι το φίλτρο που «χρωματίζει» το θόρυβο είναι γνωστό για την φασματική πυκνότητα του θορύβου στο υπό εξέταση σύστημα. Τότε ισχύει ότι:

$$S_{cc}(f) = S_{ww}(f) |V(f)|^2 = \sigma_w^2 |V(f)|^2 \quad (6.179)$$

όπου  $V(f)$  είναι η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου αυτού, ενώ  $S_{ww}(f)$  είναι η επίπεδη φασματική πυκνότητα ισχύος AWGN τυχαίας μεταβλητής ισχύος  $\sigma_w^2$ . Μετά την είσοδο του θορύβου στο συγκρότημα φίλτρων του δέκτη, ο θόρυβος χρωματίζεται περαιτέρω από τα φίλτρα. Έτσι στην έξοδο του  $i$ -οστού φίλτρου η φασματική πυκνότητα δίνεται από τη σχέση:

$$S_{cc}(f) = S_{ww}(f) |V(f)|^2 |H(f - f_i)|^2 \quad (6.180)$$

Αν όπως και στην περίπτωση του σήματος πληροφορίας θεωρηθεί ότι για το εύρος ζώνης του κάθε φίλτρου η τιμή της πυκνότητας ισχύος του θορύβου είναι κατά προσέγγιση σταθερή, τότε μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύει:

$$S_{cc}(f) \simeq \sigma_w^2 |V(f_i)|^2 |H(f - f_i)|^2 \quad (6.181)$$

Η συγκεκριμένη προσέγγιση είναι κατά κανόνα πιο ακριβής από την αντίστοιχη που θεωρήθηκε για το σήμα πληροφορίας καθώς στις περισσότερες των περιπτώσεων ο θόρυβος δεν παρουσιάζει ραγδαίες μεταβολές ακόμη και στην έγχρωμη εκδοχή του. Κατά συνέπεια μπορούμε να πούμε ότι στην έξοδο κάθε φίλτρου ο προσθετικός θόρυβος θεωρείται λευκός με ισχύ που δίνεται από:

$$\sigma_{w,i}^2 = \frac{\sigma_w^2 |V(f_i)|^2}{BW} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f - f_i)|^2 df \quad (6.182)$$

Σε κάθε περίπτωση ο θόρυβος θεωρείται ασυσχέτιστος με το σήμα πληροφορίας.

Ένα ερώτημα που μπορεί να προκύψει αφορά τον λόγο ύπαρξης έγχρωμου θορύβου. Τέτοια ενδεχόμενα είναι ιδιαίτερα πιθανά στα ευρυζωνικά CR συστήματα καθώς ο χρωματισμός του θορύβου μπορεί να οφείλεται:

- Σε ισχυρές εκπομπές σε γειτονικές φασματικές ζώνες που λόγω των εκτός ζώνης εκπομπών τους και της βαθμιαίας εξασθένισης των φίλτρων αποκοπής τους μπορεί να αυξήσουν το θόρυβο στις ζώνες συχνοτήτων πλησίον τους.
- Σε φαινόμενα αναδίπλωσης κατά τη ψηφιακή επεξεργασία του σήματος. Η αναδίπλωση (aliasing) αυξάνει το επίπεδο θορύβου κατά τον αποδεκατισμό του σήματος. Ειδικά στην περίπτωση που τα φίλτρα αποδεκατισμού δεν έχουν ισχυρή ζώνη αποκοπής και με δεδομένο ότι τα αναδιπλούμενα σήματα μπορεί να έχουν ένα μεγάλο εύρος ισχύος, το επίπεδο θορύβου κατά την έξοδο μπορεί να παρουσιάζει συχνοτική επιλεξιμότητα.
- Σε ισχυρούς παρεμβολείς από απομακρυσμένες κυψέλες ή σημεία πρόσβασης (ανάλογα με το είδος του πρωτεύοντος συστήματος). Οι παρεμβολείς αυτοί δεν πρέπει να απασχολήσουν το

CR σύστημα ως υπάρχοντες πρωτεύοντες χρήστες και οφείλει να αναγνωρίσει την ευκαιρία εκπομπής και να αξιοποιήσει τους πόρους αυτούς. Δεδομένου ότι το φαινόμενο αυτό θα παρατηρείται σε συγκεκριμένες φασματικές ζώνες, αποτελεί αίτιο χρωματισμού του θορύβου.

Με βάση όλα τα παραπάνω, ο θόρυβος μπορεί να αντιμετωπιστεί όπως ακριβώς αντιμετωπίστηκε και το σήμα πληροφορίας. Θεωρώντας αρχικά τον Neyman-Pearson ανιχνευτή για ομοιόμορφο DFT Nyquist συγκρότημα φίλτρων, μπορούμε να γράψουμε ότι για το διάνυσμα παρατήρησης  $\mathbf{y}$  (εξ. (6.10)), ο πίνακας αυτοσυσχέτισης δίνεται από:

$$\mathbf{C}_w = \Sigma_w \mathbf{C} \Sigma_w \quad (6.183)$$

όπου ο πίνακας  $\Sigma_w$  ορίζεται ανάλογα με περίπτωση του σήματος πληροφορίας, δηλαδή:

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} \Sigma_w^{(0)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_w^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{w,0} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_{w,2} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ & \ddots & \mathbf{0} & \sigma_{w,L-2} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_{w,1} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \ddots \\ & & & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_{w,2} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & & & & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_{w,L-1} \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad (6.184)$$

Εξετάζοντας τώρα το μετρικό του ανιχνευτή ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} T(\mathbf{y}) &= \mathbf{y}^H \mathbf{C}_w^{-1} (\mathbf{C}_w^{-1} + \mathbf{C}_s^{-1})^{-1} \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{y} = \\ &= \mathbf{y}^H \Sigma_w^{-1} \mathbf{C} \Sigma_w^{-1} (\Sigma_w^{-1} \mathbf{C} \Sigma_w^{-1} + \mathbf{C}_s^{-1})^{-1} \Sigma_w^{-1} \mathbf{C} \Sigma_w^{-1} \mathbf{y} = \\ &= (\mathbf{y}^H \Sigma_w^{-1}) \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{C}^{-1} + \Sigma_w \Sigma^{-1} \mathbf{C}^{-1} \Sigma^{-1} \Sigma_w)^{-1} \mathbf{C}^{-1} (\Sigma_w^{-1} \mathbf{y}) = \\ &= (\mathbf{y}')^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{C}^{-1} + (\Sigma')^{-1} \mathbf{C}^{-1} (\Sigma')^{-1})^{-1} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}' \end{aligned} \quad (6.185)$$

Το τελευταίο σκέλος της (6.185) μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το μετρικό του ανιχνευτή για έγχρωμο θόρυβο συμπεριφέρεται ακριβώς όπως το μετρικό συστήματος με AWGN θόρυβο μοναδιαίας ισχύος και σήμα πληροφορίας του οποίου ο πίνακας που περιέχει τις ανά φίλτρο λαμβανόμενες ισχύεις δίνεται από:

$$\Sigma' = \Sigma_w^{-1} \Sigma \quad (6.186)$$

ενώ το διάνυσμα παρατήρησης συνδέεται με το πραγματικό διάνυσμα παρατήρησης με βάση τη σχέση:

$$\mathbf{y}' = \Sigma_w^{-1} \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{y}'_i = \frac{1}{\sigma_{w,i}^2} \mathbf{y}_i \quad (6.187)$$

και για το οποίο ισχύει ότι:

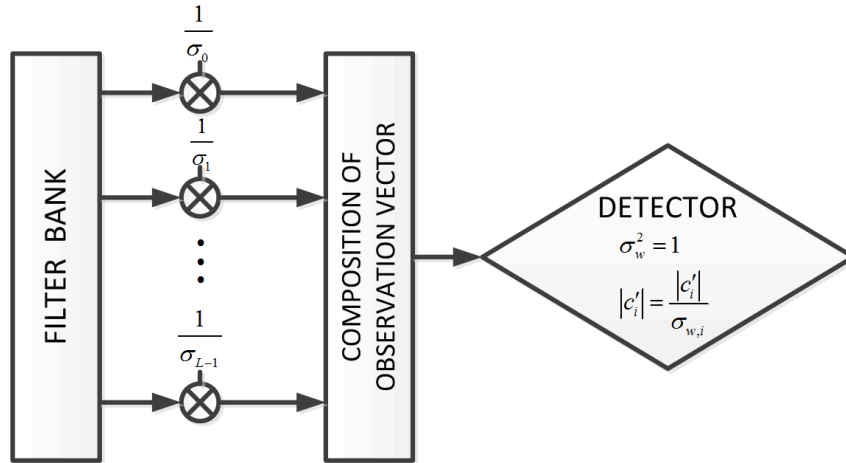
$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y}' &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{C}) \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y}' &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma' \mathbf{C} \Sigma' + \mathbf{C}) \end{aligned} \quad (6.188)$$

Ουσιαστικά με έναν απλούστατο μετασχηματισμό το πρόβλημα ανίχνευσης σε έγχρωμο θόρυβο μετατρέπεται στο ήδη αναλυμένο πρόβλημα με ύπαρξη AWGN θορύβου.

Αν παρατηρηθεί στη συνέχεια οποιοσδήποτε από τους υπόλοιπους ανιχνευτές είναι πολύ εύκολο να διαπιστωθεί πως ο συγκεκριμένος μετασχηματισμός μετατρέπει οποιονδήποτε ανιχνευτή

στον αντίστοιχο AWGN με:

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= 1 \\ |c'_i| &= \frac{|c_i|}{\sigma_{w,i}} \end{aligned} \quad (6.189)$$



**Σχήμα 6.10:** Λογικό διάγραμμα λειτουργίας ανιχνευτή συγκροτήματος φίλτρου σε περιβάλλον έγχρωμου θορύβου

Το σχ. 6.10 είναι γενικό και μας επιτρέπει την εύκολη μετατροπή οποιουδήποτε ανιχνευτή σε κατάλληλο για ανίχνευση κάτω από συνθήκες έγχρωμου θορύβου.

## 6.10 Τοπικά πιο ισχυρός Ανιχνευτής

Το μειονέκτημα για όλες τις μεθόδους που περιγράφηκαν είναι ότι θεωρείται ότι είναι γνωστή η διασπορά του σήματος για κάθε υποκανάλι του συγκροτήματος (ή ισοδύναμα ο συντελεστής διαύλου) υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$ . Σε πολλές περιπτώσεις είναι άγνωστη και η διασπορά του θορύβου (λόγω των παρεμβολών ή φαινομένων αναδίπλωσης) αν και κατά κύριο λόγο μπορεί πιο εύκολα να προσδιοριστεί μια ακριβής εκτίμηση. Κάτω από αυτή την υπόθεση γνώσης των διασπορών οι ανιχνευτές που χρησιμοποιούν το θεώρημα Neyman-Pearson είναι βέλτιστοι. Όπως παρουσιάζεται στο κεφάλαιο που περιγράφει την πρακτική υλοποίηση των ανιχνευτών, ουσιαστικά επιλύεται ένα σύνθετο (composite) πρόβλημα δοκιμής υποθέσεων με χρήση του γενικευμένου λόγου πιθανοφάνειας (Generalized Likelihood Ratio Test), το οποίο θεωρητικά δεν συνδέεται με κάποιο είδος βελτιστοποίησης (παρά μόνο ασυμπτωτικά), αλλά με σωστή σχεδίαση και αξιοποίηση της πληροφορίας ο ανιχνευτής μπορεί να προσεγγίσει ικανοποιητικότερα τις επιδόσεις του βέλτιστου ανιχνευτή. Στην περίπτωση όμως που η πληροφορία σχετικά με τη διασπορά του σήματος είναι εντελώς άγνωστη ή κυρίως όταν οι διασπορές είναι πολύ μικρές (το SNR στη γραμμική έκφραση τείνει στο μηδέν - ή ισοδύναμα στη λογαριθμική έκφραση είναι ισχυρά αρνητικό) δεν είναι δυνατός ένας σαφής διαχωρισμός των ενδεχομένων με τις διαθέσιμες εκτιμήσεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται ο τοπικά πιο ισχυρός ανιχνευτής (LMP - Locally Most Powerful test). Ένα σύνθετο πρόβλημα ανίχνευσης θεωρείται ότι διαθέτει ομοιόμορφα πιο ισχυρό ανιχνευτή όταν το μετρικό καθώς και ο ορισμός του κατωφλίου για δεδομένη πιθανότητα  $P_{FA}$  δεν εξαρτώνται από κάποια άγνωστη παράμετρο (στην περίπτωση μας τις διασπορές). Τέτοιες περιπτώσεις είναι δυστυχώς σπάνιες και μια παρατήρηση στα αποτελέσματα των προηγούμενων παραγράφων (θεωρώντας

άγνωστες τις διασπορές ανά έξοδο φίλτρου ή γνωστές κατ' εκτίμηση) φανερώνει ότι δεν ισχύει κάτι τέτοιο στην περίπτωση αυτή.

Στην παράγραφο αυτή θα εξαχθεί ο τοπικά βέλτιστος ανιχνευτής όταν το προς ανίχνευση σήμα έχει πολύ χαμηλή ισχύ (και γραμμικό SNR να τείνει στο μηδέν). Για να πραγματοποιηθεί αυτό μεταβάλλεται λίγο ο ορισμός του προβλήματος ανίχνευσης. Σε πρώτη φάση εξετάζεται ο ανιχνευτής με χρήση ομοιόμορφου DFT συγκροτήματος. Το διάνυσμα παρατήρησης θεωρούμε ότι έχει τη μορφή της (6.10) αλλά ότι τώρα τα ενδεχόμενα ανίχνευσης ορίζονται με τον εξής τρόπο:

Για:  $\mathcal{H}_0$  :

$$\mathbf{y} = \left[ \mathbf{w}_0 \quad \dots \quad \mathbf{w}_{L-2} \quad | \quad \mathbf{w}_1 \quad \dots \quad \mathbf{w}_{L-1} \right]^T$$

Για:  $\mathcal{H}_1$  :

$$\mathbf{y} = \left[ \theta_0 \mathbf{s}_0 + \mathbf{w}_0 \quad \dots \quad \theta_{L-2} \mathbf{s}_{L-2} + \mathbf{w}_{L-2} \quad | \quad \theta_1 \mathbf{s}_1 + \mathbf{w}_1 \quad \dots \quad \theta_{L-1} \mathbf{s}_{L-1} + \mathbf{w}_{L-1} \right]^T$$

$$(\boldsymbol{\theta} = \left[ \theta_0 \quad \dots \quad \theta_{L-2} \quad | \quad \theta_1 \quad \dots \quad \theta_{L-1} \right])$$
(6.190)

όπου το υποδιάνυσμα  $\mathbf{w}_i$  περιλαμβάνει δείγματα θορύβου μιγαδικής κανονικής κατανομής με διασπορά  $\sigma_w^2$  (που θεωρείται γνωστή), δηλαδή ορίζεται όπως και προηγουμένως. Από την άλλη όμως τα σήματα πληροφορίας  $\mathbf{s}_i$  θεωρούνται μιγαδικές κανονικές μεταβλητές με μοναδιαία διασπορά και μηδενική μέση τιμή. Τα σήματα πληροφορίας πολλαπλασιάζονται με την παράμετρο  $\theta_i$  που έχει άγνωστη τιμή κοντά στο μηδέν. Κατά συνέπεια μεταβάλλεται η διασπορά του σήματος πληροφορίας. Οι τυχαίες μεταβλητές για κάθε υποδιάνυσμα λόγω της ύπαρξης του φίλτρου συσχετίζονται με τις εξόδους των άμεσα γειτονικών φίλτρων όπως μπορεί να εκφραστεί κατάλληλα ως συνάρτηση του πίνακα  $\mathbf{C}$  (6.26). Ουσιαστικά το πρόβλημα της ανίχνευσης μεταβάλλεται στην εξής μορφή:

$$\mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}_{L,1}$$

$$\mathcal{H}_1 : \boldsymbol{\theta} > \mathbf{0}_{L,1}$$
(6.191)

όπου η ανισότητα για το διάνυσμα  $\boldsymbol{\theta}$  αποκτά την ακόλουθη σημασία. Σε περίπτωση που υπάρχει εκπομπή σήματος στη συγκεκριμένη ζώνη, από τη στιγμή που όλα τα φίλτρα ανιχνεύουν την ίδια εκπομπή που προέρχεται από τον ίδιο πρωτεύον χρήστη, θα πρέπει  $\theta_i > 0$  για όλα τα  $i = 0, 1, \dots, L-1$ .

Ακολουθώντας τη διαδικασία που ορίζεται στα [81], [132] για το συγκεκριμένο πρόβλημα διαπιστώνεται ότι από τη στιγμή που το διάνυσμα  $\boldsymbol{\theta}$  περιέχει ένα σύνολο  $L$  παραμέτρων η εξαγωγή του LMP γίνεται ένα εξαιρετικά δύσκολο ζήτημα. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να προσπεραστεί με την εξής θεώρηση. Από τη στιγμή που οι τιμές των  $\theta$  είναι εξαιρετικά μικρές και τείνουν στο μηδέν, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι περίπου ίσες και να τις αντικαταστήσουμε με μια βαθμωτή παράμετρο  $\theta$  ενιαία για όλες τις εξόδους των φίλτρων. Σε συγκεκριμένες δοκιμές που έγιναν με απλές δομές (πχ 2 φίλτρα 1 ή 2 δείγματα ανά φίλτρο για τη λήψη απόφασης), οι ανιχνευτές που ορίστηκαν εν τέλει ήταν όμοιοι είτε θεωρούνται  $L$  παράμετροι είτε μια. Αυτό γιατί όπως θα φανεί και στη συνέχεια, η μέθοδος εξετάζοντας μέσω διαφορικού λογισμού τη συμπεριφορά των παραμέτρων όταν  $\boldsymbol{\theta} \rightarrow \mathbf{0}_{1,L}$  και από τη στιγμή που έχουν ίδιο και ισότιμο ρόλο στον ορισμό του προβλήματος τις αντιμετωπίζει ως εν γένει ίσες.

Κατά συνέπεια ο ορισμός του προβλήματος ανίχνευσης διατυπώνεται ως εξής:

$$\mathcal{H}_0 : \theta = 0$$

$$\mathcal{H}_1 : \theta > 0$$
(6.192)

Σύμφωνα με την ανάλυση της παραγράφου 6.4 οι κατανομές του διανύσματος παρατήρησης

δίνονται από:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_0 : \mathbf{y} &\sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_w = \sigma_w^2 \mathbf{C}) \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y} &\sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_y = \Sigma \mathbf{C} \Sigma + \sigma_w^2 \mathbf{C} = (\theta^2 + \sigma_w^2) \mathbf{C})\end{aligned}\quad (6.193)$$

Το τελευταίο βήμα στην παρουσίαση του πίνακα αυτοσυσχέτισης για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  έγινε λόγω της θεώρησης ενιαίου  $\theta$  για όλα τα υποκανάλια. Εφόσον το  $\theta$  είναι άγνωστο, το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  αντιπροσωπεύεται από ένα σύνολο κατανομών. Από το γεγονός ότι  $\theta \rightarrow 0$  η συνάρτηση της κατανομής μπορεί να προσεγγιστεί μέσω του πολυώνυμου Taylor για  $\theta^{(0)} = 0$ . Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί το εξής: Στο [81] γίνεται εξαγωγή LMP με βάση το πολυώνυμο Taylor της λογαριθμημένης συνάρτησης πυκνότητας για  $\mathcal{H}_1$  ενώ στο [132] γίνεται με εύρεση του πολυωνύμου απευθείας επί της συνάρτησης. Και στις δυο περιπτώσεις το αποτέλεσμα παραμένει το ίδιο (επιβεβαιώθηκε και στην περίπτωση αυτή). Για λόγους απλότητας παρουσίασης επιλέγουμε την εξαγωγή του πολυωνύμου Taylor για την λογαριθμημένη κατανομή. Συγκεκριμένα μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$\begin{aligned}\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)) &\simeq \ln(f(\mathbf{y}; \theta = 0/\mathcal{H}_1)) + \\ &\theta \left. \frac{\partial (\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)))}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} + \frac{\theta^2}{2} \left. \frac{\partial^2 (\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)))}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=0}\end{aligned}\quad (6.194)$$

Στην επέκταση κατά Taylor κρατήθηκαν οι δυο πρώτες παράγωγοι. Ο λόγος θα φανεί στη συνέχεια καθώς κατά κανόνα στην εξαγωγή του LMP συνήθως κρατείται μόνο η πρώτη παράγωγος. Υπολογίζοντας την πρώτη παράγωγο έχουμε:

$$\frac{\partial (\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)))}{\partial \theta} = \frac{\partial \left( \ln \left( \frac{e^{-\mathbf{y}^H \mathbf{C}_y^{-1}(\theta) \mathbf{y}}}{\pi^{NL} |\mathbf{C}_y(\theta)|} \right) \right)}{\partial \theta} = - \frac{\partial (\ln(|\mathbf{C}_y(\theta)|))}{\partial \theta} - \frac{\partial (\mathbf{y}^H \mathbf{C}_y^{-1}(\theta) \mathbf{y})}{\partial \theta}\quad (6.195)$$

Ο αντίστροφος του πίνακα αυτοσυσχέτισης υπολογίζεται απλά:

$$\mathbf{C}_y^{-1} = \frac{1}{\theta^2 + \sigma_w^2} \mathbf{C}^{-1}\quad (6.196)$$

Ενώ για τον υπολογισμό της παραγωγού της οριζουσας χρησιμοποιείται το αλγεβρικό λήμμα:  $\frac{\partial (\ln|\mathbf{A}|)}{\partial \theta} = \text{Tr}(\mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta})$ . Συνεχίζοντας από την (6.195) και με τις κατάλληλες διαφορίσεις σύνθετων συναρτήσεων προκύπτει:

$$\begin{aligned}\frac{\partial (\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)))}{\partial \theta} &= -\text{Tr} \left( \frac{\mathbf{C}^{-1}}{\theta^2 + \sigma_w^2} \frac{\partial (\theta^2 + \sigma_w^2)}{\partial \theta} \mathbf{C} \right) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\theta^2 + \sigma_w^2} \right) \mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}\end{aligned}\quad (6.197)$$

$$\frac{\partial (\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)))}{\partial \theta} = -NL \frac{2\theta}{\theta^2 + \sigma_w^2} + 2\theta \frac{\mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}}{(\theta^2 + \sigma_w^2)^2}\quad (6.198)$$

Κάνοντας την αντικατάσταση για  $\theta = 0$  έχουμε ότι:

$$\left. \frac{\partial (\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)))}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} = 0\quad (6.199)$$

Αυτός είναι και ο λόγος που έγινε επέκταση κατά Taylor στη δεύτερη παράγωγο. Κατά τον ορισμό του LMP αν η πρώτη παράγωγος προκύψει μηδενική, η παραγωγή συνεχίζεται μέχρι την πρώτη μη μηδενική παράγωγο. Ουσιαστικά δηλαδή αναζητούμε ένα μέτρο της κλίσης της συνάρτησης πιθανότητας στην περιοχή του μηδέν. Για την δεύτερη παράγωγο ο υπολογισμός συνεχίζεται από

την εξίσωση (6.198).

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1))}{\partial \theta^2} &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left( -NL \frac{2\theta}{\theta^2 + \sigma_w^2} + 2\theta \frac{\mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}}{(\theta^2 + \sigma_w^2)^2} \right) = \\ &= NL \frac{4\theta^2}{(\theta^2 + \sigma_w^2)^2} - NL \frac{2}{\theta^2 + \sigma_w^2} + \left( -\frac{8\theta^2}{(\theta^2 + \sigma_w^2)^3} + \frac{2}{(\theta^2 + \sigma_w^2)^2} \right) \mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y} \end{aligned} \quad (6.200)$$

Αυτή τη φορά για  $\theta = 0$  ισχύει:

$$\left. \frac{\partial^2 (\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1))}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=0} = -\frac{2NL}{\sigma_w^2} + \frac{2}{\sigma_w^2} \mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y} \quad (6.201)$$

Λαμβάνοντας επίσης υπόψη ότι ισχύει:

$$\ln(f(\mathbf{y}; \theta = 0/\mathcal{H}_1)) = \ln(f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)) \quad (6.202)$$

μπορούμε να αντικαταστήσουμε στην (6.194) τα αποτελέσματα των (6.199), (6.201) και (6.202) οπότε:

$$\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)) \simeq \ln(f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)) - \frac{NL}{\sigma_w^2} + \frac{1}{\sigma_w^2} \mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y} \quad (6.203)$$

Αν αντικατασταθεί το τελικό αποτέλεσμα της (5.201) στον λογαριθμημένο λόγο πιθανοφάνειας τότε:

$$\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)) - \ln(f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)) = -\frac{NL}{\sigma_w^2} + \frac{1}{\sigma_w^2} \mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y} \quad (6.204)$$

Ο ανιχνευτής κατά συνέπεια αποφασίζει μέσω της ανισότητας:

$$\begin{aligned} \frac{f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} v &\Rightarrow \\ T_{lmp}(\mathbf{y}) = \mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} v' &= \sigma_w^2 \ln(v) + NL \end{aligned} \quad (6.205)$$

Από τη στιγμή που ορίστηκε η μέθοδος απόφασης, το κατώφλι προσδιορίζεται μέσω της κατανομής του μετρικού  $T_{lmp}(\mathbf{y})$ . Χρησιμοποιώντας την ενδιάμεση μεταβλητή της σχέσης (6.48), είναι εύκολο να γίνει αντιληπτό ότι για τη μεταβλητή ισχύει:

$$T_{lmp}(\mathbf{y}) = \sigma_w^2 \mathbf{z}^H \mathbf{\Lambda}^{1/2} \mathbf{U}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{U} \mathbf{\Lambda}^{1/2} \mathbf{z} = \sigma_w^2 \mathbf{z}^H \mathbf{z} \quad (6.206)$$

Οι πίνακες ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{\Lambda}$  παρουσιάζονται στη σχέση (6.31). Είναι προφανές πως η κατανομή του μετρικού σε αυτή τη διατύπωση δίνεται από την  $\chi^2$  με  $2NL$  βαθμούς ελευθερίας (σταθμισμένη με την σταθερά  $\sigma_w^2/2$  λόγω των μιγαδικών μεταβλητών). Δηλαδή μπορεί να γραφτεί ότι:

$$t = T_{lmp}(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0) \sim \mathcal{G}(NL, \sigma_w^2) \quad (6.207)$$

Η πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης λόγω της απλότητας του αποτελέσματος μπορεί εύκολα να προκύψει αναλυτικά από τη συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για την Γάμμα κατανομή. Δηλαδή:

$$P_{FA}(v') = 1 - \frac{\gamma\left(NL, \frac{v'}{\sigma_w^2}\right)}{\Gamma(NL)} \quad (6.208)$$

Στη σχέση (6.208) οι συναρτήσεις  $\gamma(\bullet)$  και  $\Gamma(\bullet)$  είναι η ατελής συνάρτηση Γάμμα και η συνάρτηση Γάμμα αντίστοιχα ([84]).

Σε αυτές τις περιπτώσεις, δεδομένου ότι η παράμετρος  $\theta$  είναι στην πραγματικότητα αδιευκρίνιστη είναι αδύνατος ο υπολογισμός της πιθανότητας ανίχνευσης. Αν τη θεωρήσουμε όμως παρόλα



αυτά γνωστή ώστε να μπορέσουμε να αξιολογήσουμε τον ανιχνευτή τότε με βάση τις υποθέσεις που έγιναν ισχύει:

$$t = T_{imp}(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1) \sim \mathcal{G}(NL, \sigma_w^2 + \theta^2) \quad (6.209)$$

Ακόμη όμως και σε αυτή τη μορφή η κατανομή δεν είναι απόλυτα ακριβής. Αυτό συμβαίνει γιατί παρότι η παράμετρος  $\theta$  θεωρήθηκε σταθερή για τις εξόδους όλων των φίλτρων, αυτό απλά αποτέλεσε μια προσέγγιση. Στην πραγματικότητα η κατανομή του μετρικού θα δίνεται από ένα σταθμισμένο άθροισμα γάμμα μεταβλητών με 2 βαθμούς ελευθερίας, όπως προέκυψε ανάλογα στον βέλτιστο Neyman-Pearson ανιχνευτή. Δεδομένου όμως ότι τα  $\theta_i$  έχουν πολύ μικρές τιμές και τον κυρίαρχο ρόλο στον καθορισμό της διασποράς ανά υποδιάνυσμα τον διαθέτει ο θόρυβος, μπορούμε με μεγάλη ακρίβεια να ανεχτούμε την προσέγγιση της σχέσης (6.209), οπότε:

$$P_D(v') = 1 - \frac{\gamma\left(NL, \frac{v'}{\theta^2 + \sigma_w^2}\right)}{\Gamma(NL)} \quad (6.210)$$

Στη συνέχεια εξετάζεται η περίπτωση του Neyman-Pearson ανιχνευτή για το OFDM-OQAM σύστημα. Και σε αυτή την περίπτωση θεωρείται ότι οι παράμετροι  $\theta_i$  καθώς τείνουν στο μηδέν, μπορούν να θεωρηθούν περίπου ίσοι. Όπως και προηγουμένως αναπτύσσουμε την συνάρτηση πυκνότητας για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  κατά Taylor σύμφωνα με την εξίσωση: (6.194). Υπενθυμίζεται ότι για το διάνυσμα παρατήρησης  $\mathbf{y}_{\text{oqam}}$  ισχύει ότι ο πίνακας αυτοσυσχέτισης δίνεται από:

$$\mathbf{C}_{\text{oqam}} = \begin{bmatrix} (\sigma_w^2 + \theta_0^2) \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & (\sigma_w^2 + \theta_1^2) \mathbf{I}_N & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & (\sigma_w^2 + \theta_{L-1}^2) \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad (6.211)$$

όπου οι παράμετροι  $\theta_i^2$  έχουν αντικαταστήσει τις διασπορές του σήματος πληροφορία ανά έξοδο φίλτρου. Ανάλογα με προηγουμένως αντικαθιστώνται όλες οι παράμετροι με μια παράμετρο  $\theta$ , οπότε:

$$\mathbf{C}_{\text{oqam}} = (\sigma_w^2 + \theta^2) \mathbf{I}_{NL} \quad (6.212)$$

Ο υπολογισμός των δυο παραγώγων για την συνάρτηση πυκνότητας των μιγαδικών κανονικών μεταβλητών που συνθέτουν το σήμα δίνεται από:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1))}{\partial\theta} &= -\text{Tr}\left(\frac{1}{\theta^2 + \sigma_w^2} \frac{\partial(\theta^2 + \sigma_w^2)}{\partial\theta} \mathbf{I}\right) - \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{1}{\theta^2 + \sigma_w^2}\right) \mathbf{y}_{\text{oqam}}^H \mathbf{y}_{\text{oqam}} = \\ &= -NL \frac{2\theta}{\theta^2 + \sigma_w^2} + 2\theta \frac{\mathbf{y}_{\text{oqam}}^H \mathbf{y}_{\text{oqam}}}{(\theta^2 + \sigma_w^2)^2} \end{aligned} \quad (6.213)$$

Και πάλι θα ισχύει  $\left. \frac{\partial(\ln(f(\mathbf{y}_{\text{oqam}}; \theta/\mathcal{H}_1))}{\partial\theta} \right|_{\theta=0} = 0$  οπότε προχωράμε στην 2η παράγωγο:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2(\ln(f(\mathbf{y}_{\text{oqam}}; \theta/\mathcal{H}_1))}{\partial\theta^2} = \\ &= NL \frac{4\theta^2}{(\theta^2 + \sigma_w^2)^2} - NL \frac{2}{\theta^2 + \sigma_w^2} + \left(-\frac{8\theta^2}{(\theta^2 + \sigma_w^2)^3} + \frac{2}{(\theta^2 + \sigma_w^2)^2}\right) \mathbf{y}_{\text{oqam}}^H \mathbf{y}_{\text{oqam}} \\ &\left. \frac{\partial^2(\ln(f(\mathbf{y}; \theta/\mathcal{H}_1))}{\partial\theta^2} \right|_{\theta=0} = -\frac{2NL}{\sigma_w^2} + \frac{2}{\sigma_w^2} \mathbf{y}_{\text{oqam}}^H \mathbf{y}_{\text{oqam}} \end{aligned} \quad (6.214)$$

Έτσι συνεχίζοντας στα απλά προηγούμενα βήματα, το μετρικό για τον ανιχνευτή που προκύπτει δίνεται από:

$$\frac{f(\mathbf{y}_{\text{oqam}}; \theta/\mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{y}_{\text{oqam}}/\mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} v \Rightarrow \quad (6.215)$$

$$T_{\text{LMP}}(\mathbf{y}_{\text{oqam}}) = \mathbf{y}_{\text{oqam}}^H \mathbf{y}_{\text{oqam}} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} v' = \sigma_w^2 \ln(v) + NL$$

Ο LMP που προκύπτει είναι ο απλός ενεργειακός ανιχνευτής. Και σε αυτή την περίπτωση οι πιθανότητες εσφαλμένης και ορθής ανίχνευσης μπορούν να εκτιμηθούν με τη χρήση των σχέσεων (6.208) και (6.210) αντίστοιχα.

## 6.11 Πρακτική Υλοποίηση του συστήματος

Στην Παράγραφο που 6.10 έγινε μια σημαντική παρατήρηση. Στις πρακτικές υλοποιήσεις και αν ο CR δέκτης δεν έχει κάποια άλλη πληροφορία, η μέση ισχύς του λαμβανόμενου σήματος πληροφορίας ανά φίλτρο αποτελεί μια άγνωστη παράμετρο. Υπό αυτή την έννοια και θεωρώντας ότι ισχύει η γκαουσιανή υπόθεση (κατά την ανάλυση των αποτελεσμάτων αποδεικνύεται πως κατά κανόνα είναι μια επαρκής υπόθεση), ο δέκτης γνωρίζει την κατανομή του θορύβου καθώς επίσης γνωρίζει την οικογένεια των κατανομών στην οποία ανήκει το διάνυσμα παρατήρησης δεδομένου του ενδεχόμενου  $\mathcal{H}_1$ .

Σε ορισμένες περιπτώσεις θεωρείται άγνωστη και η ακριβής τιμή της μέσης ισχύος (διασπορά) του θορύβου, πράγμα που αν ισχύει πρόκειται για μεγάλη αδυναμία καθώς ο ανιχνευτής αντιμετωπίζει το πρόβλημα του τοίχου SNR ([133]). Δεδομένου όμως ότι το πρόβλημα της ακριβούς εκτίμησης διασποράς του θορύβου έχει μελετηθεί εκτεταμένα ([134],[135], [136]) αν και παρουσιάζει αρκετές ιδιαιτερότητες στα Γνωστικά Ραδιοσυστήματα ειδικά όσον αφορά το τι ακριβώς ορίζεται ως θόρυβος σ' αυτά, σ' αυτό το σημείο η αβεβαιότητα αυτή θα αγνοηθεί. Εξάλλου κατά τη γνώμη του συγγραφέα είναι ανούσια και μη αποδοτική η τακτική της ανίχνευσης σημάτων υπερβολικά χαμηλής τιμής ισχύος (πολύ αρνητικό SNR), με χρήση υπερβολικά μεγάλων διανυσμάτων παρατήρησης. Αυτό γιατί ο χρόνος που απαιτείται για να εξαχθεί αξιοποιήσιμη πληροφορία είναι μεγάλος και πολύ πιθανό μέχρι το τέλος (ή και κατά τη διάρκεια) της διαδικασίας τα δεδομένα να έχουν αλλάξει (έχει εμφανιστεί πρωτεύων χρήστης, έχει αλλάξει το τηλεπικοινωνιακό κανάλι ενός ήδη υπάρχοντος χρήστη κ.ο.κ). Επίσης, ανάλογα με την τεχνική ανίχνευσης που χρησιμοποιείται είναι πιθανό να απαιτείται υπερβολικά μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Κάτι τέτοιο ισχύει και στην περίπτωση του Neyman-Pearson ανιχνευτή που εξετάστηκε. Για αυτό τον λόγο η καλύτερη κατά τη γνώμη του συγγραφέα επιλογή είναι η χρήση ανιχνευτών με μικρό διάνυσμα παρατήρησης που αποδίδουν το δυνατόν καλύτερα. Από εκεί και πέρα η τοπική πληροφορία θα πρέπει να διασταυρώνεται με πληροφορία που φθάνει στο CR τερματικό από το CR δίκτυο και αφορά συνεργατικά αποτελέσματα ανίχνευσης ([137], [138]). Με αυτό τον τρόπο είναι δυνατή η γρήγορη εξαγωγή αποτελεσμάτων για την χρησιμοποίηση των ραδιοτηλεπικοινωνιακών πόρων.

Επιστρέφοντας στο πρόβλημα ανίχνευσης που ορίστηκε, διαπιστώνεται ότι πρόκειται για πρόβλημα σύνθετης δοκιμής υποθέσεων (Composite Hypothesis Testing) καθώς η pdf για το σύστημα υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  παραμετροποιείται από  $L$  παραμέτρους - τη μέση ισχύ του σήματος ή ισοδύναμα τους συντελεστές του διαύλου όπως ορίστηκαν στην εξ. (6.13). Για την επίλυση του προβλήματος αυτού ακολουθούνται συνήθως δυο τακτικές:

- Θεωρείται το χειρότερο δυνατό σενάριο, δηλαδή ότι πρόκειται για σήματα με ισχύ πολύ κο-

νά στο μηδέν και χρησιμοποιείται LMP ανιχνευτής. Σε αυτή την περίπτωση όμως ενδέχεται να υπάρχουν έντονα σφάλματα ανίχνευσης καθώς επίσης χάνεται το πλεονέκτημα της διαφορισιμότητας στο πεδίο της συχνότητας, όπου αν σε ένα φίλτρο η ισχύς του σήματος είναι επαρκής, αυτό προμοδοτείται κατά την λήψη της απόφασης έναντι των αδύναμων σημάτων από τα υπόλοιπα φίλτρα. Επίσης ο LMP δυστυχώς δεν δίνει εικόνα σχετικά με την πιθανότητα ορθής ανίχνευσης.

- Το πρόβλημα λύνεται με βάση το Θεώρημα Neyman Pearson θεωρώντας ότι οι κατανομές είναι γνωστές. Στη συνέχεια γίνεται προσπάθεια εξαγωγής ανιχνευτή που να μην εξαρτάται από τις παραμέτρους και αν αποτύχει και αυτή η προσπάθεια χρησιμοποιείται μια εκτίμηση των παραμέτρων με βάση το ληφθέν διάνυσμα παρατήρησης ή από ήδη υπάρχουσα πληροφορία στο σύστημα από προηγούμενες περιόδους ανίχνευσης.

Κατά την πρακτική και ρεαλιστική υλοποίηση του συστήματος που έγινε, χρησιμοποιήθηκε κατά κύριο λόγο η δεύτερη προσέγγιση, ενώ όπου κρίθηκε απαραίτητο γίνεται μετάβαση στον LMP. Όταν κατά την ανάλυση του Neyman-Pearson ανιχνευτή, το αποτέλεσμα δεν εξαρτάται από τις άγνωστες παραμέτρους, τότε το πρόβλημα διαθέτει Ομοιόμορφα πιο ισχυρό ανιχνευτή (UMP) και οι παράμετροι είναι απαραίτητες μόνο για να γίνει γνωστή η πιθανότητα ορθής ανίχνευσης. Δυστυχώς τέτοιες λύσεις είναι σπάνιες και δεν αφορούν το συγκεκριμένο πρόβλημα. Έτσι πρέπει να καταφύγουμε σε υπο-βέλτιστες λύσεις όπου ο τέλειος Neyman Pearson ανιχνευτής αποτελεί άνω όριο και είναι αξιολογητής της επίδοσης των πρακτικών ανιχνευτών. Οι τέλειοι ανιχνευτές συνήθως αναφέρονται ως « μάντες » (clairvoyant detector). Επόμενο βήμα είναι η αντικατάσταση των άγνωστων παραμέτρων.

Δυο μέθοδοι είναι αυτές που κατά κανόνα χρησιμοποιούνται. Η πρώτη είναι η Μπαεσιανή μέθοδος (Bayesian). Σύμφωνα με αυτή, οι παράμετροι θεωρούνται (όπως και είναι) τυχαίες μεταβλητές των οποίων οι κατανομές είναι γνωστές. Αν λοιπόν οι παράμετροι που τοποθετούνται σε ένα διάνυσμα  $\theta$  ακολουθούν κατανομή  $f(\theta)$  τότε η κατανομή του διανύσματος παρατήρησης που εισέρχεται στο λόγο πιθανοφάνειας θα δίνεται από:

$$f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1) = \int f(\mathbf{y}/\theta, \mathcal{H}_1) f(\theta) d\theta \quad (6.216)$$

Ακόμη και αν οι κατανομές είναι γνωστές, απαιτείται υπολογισμός ολοκληρώματος  $L$  διαστάσεων. Γενικά όμως οι κατανομές των  $\theta$  δεν είναι γνωστές. Οι μεταβλητές αυτές εξαρτώνται από το τηλεπικοινωνιακό κανάλι. Αν χρησιμοποιήσουμε κάποια ευρέως χρησιμοποιούμενη προσέγγιση (πχ μεταβλητή Rayleigh, Rice, Nakagami κλπ) κατά πάσα πιθανότητα δεν θα αξιοποιηθεί με τον καλύτερο τρόπο η διαθέσιμη πληροφορία γιατί παρότι η στιγμιαία τιμή των  $\theta$  είναι σταθερή, οι κατανομές που προκύπτουν έχουν πολύ μεγάλο εύρος τιμών. Επίσης οι παράμετροι των κατανομών αυτών παραμένουν κατά κανόνα άγνωστες. Κατά συνέπεια η Bayesian προσέγγιση δεν είναι κατάλληλη και λόγω έλλειψης πληροφορίας και λόγω υπολογιστικής πολυπλοκότητας.

Η μέθοδος που επικρατεί και χρησιμοποιείται και σε αυτή την περίπτωση είναι η δοκιμή του Γενικευμένου Λόγου Πιθανοφάνειας (Generalized Likelihood Ratio Test - GLRT). Παρότι άμεσα δεν μπορούν να του αποδοθούν ιδιότητες βελτιστότητας, το GLRT αποτελεί εξαιρετική προσέγγιση του βέλτιστου ανιχνευτή. Στη συγκεκριμένη περίπτωση που εξετάζεται ο GLRT αποφασίζει με βάση το λόγο πιθανοφάνειας που ορίζεται ως εξής:

$$L_G(\mathbf{y}) = \frac{f(\mathbf{y}/\hat{\theta}, \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_0)} \quad (6.217)$$

όπου το  $\hat{\theta}$  είναι το διάνυσμα εκτίμησης των παραμέτρων θεωρώντας ότι το  $\mathcal{H}_1$  είναι αληθές και το οποίο υπολογίζεται με τη μέθοδο Μεγιστοποίησης της Πιθανοφάνειας (MLE - Maximum Likelihood Estimate - [139]). Η εκτίμηση MLE προκύπτει ως η τιμή της παραμέτρου εκείνη που για το υπάρχον διάνυσμα παρατήρησης μεγιστοποιεί την συνάρτηση πυκνότητας του. Δηλαδή:

$$f(\mathbf{y}/\hat{\theta}, \mathcal{H}_1) = \max_{\hat{\theta}} (f(\mathbf{y}; \hat{\theta}/\mathcal{H}_1)) \quad (6.218)$$

Ο MLE εκτιμητής είναι αμερόληπτος, ασυμπτωτικά βέλτιστος και ασυμπτωτικά αποδοτικός (με τη μαθηματική έννοια του όρου efficient), δηλαδή για μεγάλα διανύσματα παρατήρησης τείνει στο Cramer - Rao όριο [139]. Το Cramer - Rao όριο είναι το μέγιστο που μπορεί να επιτύχει ένας αμερόληπτος εκτιμητής με βάση τη διαθέσιμη πληροφορία. Επιπλέον αν ορίζεται αποδοτικός ανιχνευτής για το συγκεκριμένο πρόβλημα, ο MLE εκτιμητής το επιτυγχάνει. Παρότι η μέθοδος στη διατύπωση της αναφέρει ότι η εκτίμηση γίνεται με το υπάρχον διάνυσμα παρατήρησης, το αποτέλεσμα της θα είναι βελτιωμένο αν χρησιμοποιηθούν εκτιμήσεις των προηγούμενων περιόδων ανίχνευσης, αφού όμως θεωρηθεί ότι δεν έχουν αλλάξει οι συνθήκες που ορίζουν το πρόβλημα (δηλαδή το τηλεπικοινωνιακό κανάλι είναι στατικό υπό την ευρεία έννοια για ένα χρονικό διάστημα μεγαλύτερο του χρόνου που ορίζει το διάστημα παρατήρησης). Το θέμα αυτό θα μας απασχολήσει σε μεταγενέστερα στάδια ανάλυσης.

Θεωρείται ότι το στάδιο εκτίμησης είναι διαδικασία που ανατίθεται σε κάθε υποκανάλι του συγκροτήματος ξεχωριστά. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί το εξής. Στη γενική περίπτωση οι μέσες ισχύεις των εξόδων του συγκροτήματος θα είναι συσχετισμένες μεταξύ τους λόγω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης του διαύλου στο πεδίο της συχνότητας. Δυστυχώς και με αυτή τη λογική απαιτείται κάποιου είδους πληροφορία από το ραδιοδιαύλο. Αν πχ είναι γνωστό το Προφίλ Ισχύος Καθυστέρησης (Power Delay Profile - PDP 9.1), τότε με μετασχηματισμό Fourier μπορούμε να υπολογίσουμε τη συσχέτιση των συντελεστών ραδιοδιαύλου για κάθε φίλτρο ξεχωριστά. Στη γενική περίπτωση των ευρυζωνικών διαύλων που μελετώνται και χρησιμοποιούνται από το CR σύστημα, είναι φυσιολογικό να θεωρηθεί περιορισμένος βαθμός συσχέτισης και ο κάθε συντελεστής να εξετάζεται και να εκτιμάται μεμονωμένα. Επίσης αποφεύγεται η χρήση της από κοινού συνάρτησης κατανομής του  $\mathbf{y}$  καθώς το προσδοκώμενο όφελος λόγω της συσχέτισης που κατά βάση εισάγει το φίλτρο (0.1-0.2) είναι μικρό για την εισαγόμενη πολυπλοκότητα και μπορεί να υπερκαλυφθεί με άλλες μεθόδους (διεύρυνση του διαστήματος εκτίμησης). Ο αναγνώστης πιθανώς να αναρωτηθεί γιατί κατά τη διαδικασία ανίχνευσης δεν θεωρήθηκε κάτι ανάλογο με τη διαδικασία εκτίμησης. Η απάντηση είναι απλή καθώς κατά την ανίχνευση σύνολο  $L$  διανυσμάτων χρησιμοποιείται για μια και μόνο απόφαση, ενώ κατά την εκτίμηση  $L$  διανύσματα μετρήσεων χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση  $L$  παραμέτρων των μεμονωμένων κατανομών τους.

Ανά υποκανάλι του δέκτη, το σήμα πληροφορίας θεωρείται λευκή κανονική μιγαδική μεταβλητή με pdf που δίνεται από τη σχέση

$$f(\mathbf{y}_i; \theta_i/\mathcal{H}_1) = \frac{1}{\pi^N (\theta_i^2 + \sigma_w^2)^N} e^{-\frac{\mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i}{\theta_i^2 + \sigma_w^2}} \quad (6.219)$$

όπου συντελεστής διαύλου και ισχύς σήματος αντικαταστάθηκαν από την παράμετρο  $\theta_i$ . Για να βρούμε το μέγιστο της συνάρτησης γίνεται παραγώγιση και απαιτείται μηδενισμός της. Η παραγώγιση γίνεται ως προς το  $\theta_i^2$  απευθείας.

$$\frac{\partial (\ln (f(\mathbf{y}_i; \theta_i/\mathcal{H}_1)))}{\partial \theta_i^2} = -\frac{N}{\theta_i^2 + \sigma_w^2} + \frac{\mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i}{(\theta_i^2 + \sigma_w^2)^2} \quad (6.220)$$

Και τελικά με μηδενισμό της:

$$\hat{\theta}_i^2 = \frac{\mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i}{N} - \sigma_w^2 \quad (6.221)$$

Η MLE εκτίμηση  $\hat{\theta}_i^2$  είναι μια τυχαία μεταβλητή της οποίας μπορούμε να υπολογίσουμε τη διασπορά δεδομένου ότι είναι γνωστή η κατανομή της ενέργειας του  $\mathbf{y}_i$ . Συγκεκριμένα για  $\mathcal{H}_1$ , ισχύει  $\mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i \sim \mathcal{G}(N, \sigma_w^2 + \tilde{\theta}_i^2)$ , με  $\tilde{\theta}_i^2$  η πραγματική τιμή της παραμέτρου. Κατά συνέπεια:

$$\text{var}[\hat{\theta}_i^2] = \frac{(\sigma_w^2 + \tilde{\theta}_i^2)^2}{N} \quad (6.222)$$

Υπολογίζεται το κάτω όριο Cramer-Rao για το συγκεκριμένο διάνυσμα παρατήρησης. Σύμφωνα με το Cramer-Rao όριο για τον αμερόληπτο εκτιμητή ορίζεται ως:

$$CRLB = \frac{1}{I(\theta_i^2)} = \frac{1}{-\mathbf{E}\left(\frac{\partial^2 \ln(f(\mathbf{y}_i; \theta_i/\mathcal{H}_1))}{\partial^2(\theta_i^2)}\right)} \quad (6.223)$$

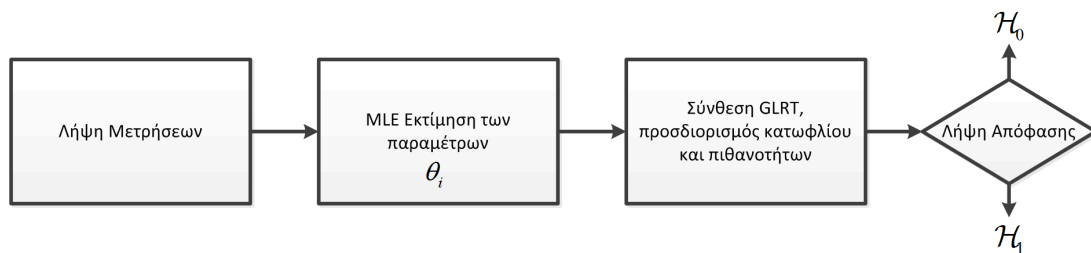
όπου  $I(\cdot)$  η συνάρτηση πληροφορίας Fisher της τυχαίας μεταβλητής. Εύκολα προκύπτει με παραγωγή της (6.220) ότι:

$$CRLB = \frac{(\sigma_w^2 + \tilde{\theta}_i^2)^2}{N} \quad (6.224)$$

οπότε η MLE εκτίμηση είναι η εκτίμηση εκείνη που για το συγκεκριμένο σύνολο πληροφορίας επιτυγχάνει τη βέλτιστη δυνατή εκτίμηση, αφού η διασπορά ισούται με το όριο Cramer-Rao. Διευκρινίζεται ότι ως παράμετρος χρησιμοποιήθηκε η τετραγωνισμένη τιμή του  $\theta_i$ .

Παρόλα αυτά ο εκτιμητής έχει μια βασική αδυναμία. Η τιμή της (6.220) μπορεί για δεδομένη μέτρηση να λάβει αρνητική τιμή, όταν το  $\tilde{\theta}_i^2$  έχει χαμηλή τιμή, πράγμα που φυσικά είναι αδύνατο δεδομένου ότι πρόκειται για μέτρο ισχύος. Σε αυτή την περίπτωση η εκτίμηση θεωρείται απαράδεκτη και απορρίπτεται. Ο τρόπος αντιμετώπισης παρουσιάζεται σε στάδιο που ακολουθεί, αλλά με αυτή τη λογική η διασπορά της (6.220) μειώνεται περισσότερο αφού αγνοούνται όσες τιμές προκύπτουν αρνητικές μετατρέποντας την αδυναμία σε πλεονέκτημα.

Με βάση την περιγραφή που προηγήθηκε, η διαδικασία ανίχνευσης GLRT μπορεί να περιγραφεί με το λογικό διάγραμμα του σχ. 6.11 Κατά την υλοποίηση του σχήματος προκύπτουν διάφορα



**Σχήμα 6.11:** Λογικό διάγραμμα λειτουργίας GLRT Ανιχνευτή

ερωτήματα που πρέπει να απαντηθούν. Τα κυριότερα συνοψίζονται στα εξής:

- Τι συμβαίνει όταν η εκτίμηση των παραμέτρων δεν είναι αξιόπιστη (προκύπτουν αρνητικές τιμές, η διασπορά του εκτιμητή είναι μεγάλη κλπ);
- Μπορούν να χρησιμοποιηθούν παλιότερες εκτιμήσεις για τη βελτίωση της τρέχουσας εκτίμησης και αν ναι υπό ποιες προϋποθέσεις;

- Το σύστημα πώς αντιδρά στη λήψη της απόφασης; Τίθεται θέμα ανάδρασης της απόφασης για επαναπροσδιορισμό και ορισμό των παραμέτρων του ανιχνευτή;
- Πόσο γρήγορα αντιδρά ο ανιχνευτής στις αλλαγές των συνθηκών στη διάδοση του λαμβανόμενου σήματος και πώς αυτό μπορεί να ελεγχθεί;

Σε όλα αυτά τα ερωτήματα έγινε προσπάθεια απάντησης τους με τον αλγόριθμο της διαδικασίας ανίχνευσης που χρησιμοποιήθηκε. Το διάγραμμα ροής του ανιχνευτή γίνεται πιο πολύπλοκο σε σχέση με αυτό του σχήματος 6.11 αλλά αντιμετωπίζονται σε μεγάλο βαθμό τα προβλήματα που προκύπτουν.

Δυστυχώς τα ερωτήματα δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και για αυτό κατά την περιγραφή του αλγορίθμου οι απαντήσεις αναμειγνύονται. Αρχικά ορίζεται η μεταβλητή απόφασης  $\delta_n$  που παίρνει τιμές 0 και 1 ανάλογα με το αν η απόφαση κατά την  $n$ -οστή περίοδο ανίχνευσης είναι  $\mathcal{H}_0$  ή  $\mathcal{H}_1$  αντίστοιχα. Διευκρινίζεται πως η μεταβλητή  $\delta$  δεν έχει καμία σχέση με προγενέστερες μεταβλητές ή συναρτήσεις με την ίδια ονομασία που χρησιμοποιήθηκαν στο κεφάλαιο. Επίσης ο χρονικός δείκτης  $n$  αντιπροσωπεύει την χρονική αλληλουχία λήψης αποφάσεων με όποιο ρυθμό γίνονται αυτές και όχι την χρονική εισροή δειγμάτων σήματος στο δέκτη. Το πρώτο ζήτημα που θα τεθεί προς διερεύνηση είναι αν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε προγενέστερες εκτιμήσεις για τη βελτίωση του εκτιμητή.

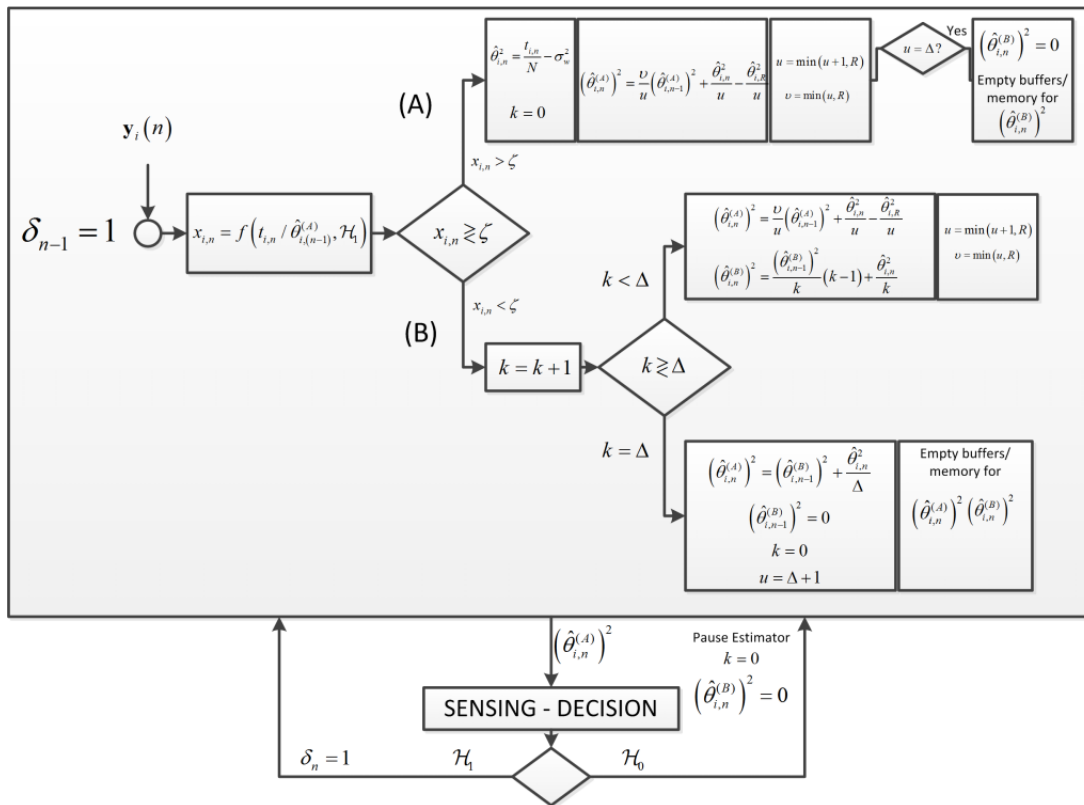
Θεωρούμε ότι η απόφαση  $\delta_{n-1} = 1$ . Επίσης θεωρείται πως όσο το CR τερματικό ανιχνεύει πρωτεύον σήμα και δεν χρησιμοποιεί τη ζώνη για δική του εκπομπή, παρακολουθεί συνέχεια την κατάσταση. Εφόσον οι ανιχνεύσεις είναι διαδοχικές ή συχνές είναι σχετικά ασφαλές, το CR τερματικό να υποθέσει πως στην περίπτωση που προκύψει  $\delta_n = 1$ , το λαμβανόμενο σήμα θα προέρχεται από τον ίδιο πρωτεύοντα χρήστη. Παρόλα αυτά θα πρέπει να ελέγξει την πιθανότητα κάποιας μεταβολής που δεν έγινε αντιληπτή. Η ανάλυση που ακολουθεί αφορά το κάθε υποκανάλι του δέκτη ξεχωριστά.

Ορίζονται δυο μεταβλητές-καταχωρητές του συστήματος  $\hat{\theta}_{i,n}^{(A)}$ ,  $\hat{\theta}_{i,n}^{(B)}$ . Ο καταχωρητής  $\hat{\theta}_{i,n}^{(A)}$  περιλαμβάνει την εκτίμηση που θα χρησιμοποιηθεί για το GLRT τη χρονική στιγμή  $n$ , ενώ ο  $\hat{\theta}_{i,n}^{(B)}$  είναι βοηθητικός καταχωρητής που αρχικοποιείται στο μηδέν. Έστω ότι φθάνει η μέτρηση  $\mathbf{y}_i(n)$ . Για τη συγκεκριμένη μέτρηση πραγματοποιείται ο υπολογισμός του μεγέθους:

$$f\left(t_{i,n} = \mathbf{y}_i^H(n) \mathbf{y}_i(n) / \hat{\theta}_{i,(n-1)}^{(A)}, \mathcal{H}_1\right) = \frac{t_{i,n}^{N-1} e^{-\frac{t_{i,n}}{(\hat{\theta}_{i,(n-1)}^{(A)})^2 + \sigma_w^2}}}{\Gamma(N) \left( (\hat{\theta}_{i,(n-1)}^{(A)})^2 + \sigma_w^2 \right)^N} \quad (6.225)$$

δηλαδή της πιθανότητας εμφάνισης της συγκεκριμένης μέτρησης δεδομένου του  $\mathcal{H}_1$ , χρησιμοποιώντας ως παράμετρο της κατανομής την MLE εκτίμηση της προηγούμενης περιόδου. Η τιμή που προσδιορίζεται συγκρίνεται με βάση κάποιο κατώφλι που συσχετίζει ουσιαστικά την παρούσα εκτίμηση (συνάρτηση του  $t_{i,n}$ ) με τις προηγούμενες. Κατά μια έννοια πραγματοποιείται μια μικρότερης κλίμακας διαδικασία απόφασης που αφορά όμως το κατά πόσο οι διαδοχικές εκτιμήσεις μοιάζουν μεταξύ τους. Έτσι κατ' αναλογία με αυτό το στάδιο λαμβάνεται η απόφαση για το αν θα χρησιμοποιηθεί ή όχι η προηγούμενη εκτίμηση. Η διαδικασία που χρησιμοποιήθηκε είναι αρκετά πολύπλοκη και για να εξηγηθεί παρουσιάζεται το λογικό διάγραμμα του σχήματος 6.12. Σε αυτό το διάγραμμα μπορεί να παρατηρηθεί ότι χρησιμοποιούνται βοηθητικές μεταβλητές ως μετρητές  $k$ ,  $u$ , το κατώφλι που ξετάζει την συσχέτιση προηγούμενων εκτιμήσεων με την τρέχουσα  $\zeta$  και δυο σταθερές  $\Delta$ ,  $R$ . Σημειώνεται πως η διαδικασία εκτίμησης πραγματοποιείται μόνο εφόσον η προηγούμενη απόφαση ήταν θετική στην παρουσία σήματος από πρωτεύοντα χρήστη. Σε διαφορετική περίπτωση το σύστημα μπαίνει σε κατάσταση παύσης. Τέλος με  $\hat{\theta}_{i,n}^2$  αναπαριστάται

η στιγμιαία εκτίμηση κατά την  $n$ -οστή διαδικασία απόφασης που δίνεται από τη σχέση (6.221).



**Σχήμα 6.12:** Λογικό διάγραμμα λειτουργίας του βελτιωμένου GLRT Ανιχνευτή με διαδοχική χρήση εκτιμήσεων από παρελθούσες διαδικασίες

Η πρώτη παράμετρος που εξηγείται είναι η σταθερά  $R$ . Αποτελεί ουσιαστικά τη μέγιστη τιμή μνήμης του συστήματος δηλαδή τον μέγιστο αριθμό προγενέστερων στιγμιαίων εκτιμήσεων  $\hat{\theta}_{i,n-l}^2$  που δύναται να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό της τιμής  $(\hat{\theta}_i^{(A)})^2$ . Ως γνωστό ακόμη και αν το λαμβανόμενο σήμα που ορίζει την κατάσταση  $\mathcal{H}_1$  προέρχεται από τον ίδιο χρήστη το τηλεπικοινωνιακό κανάλι αλλάζει συνεχώς, ως αποτέλεσμα της κίνησης είτε του πρωτεύοντος, είτε του CR τερματικού, είτε λόγω μεταβολής του περιβάλλοντος διάδοσης. Η σταθερά  $R$  επιλέγεται από το σχεδιαστή με βάση τον αναμενόμενο χρόνο συνοχής του ραδιοδιαύλου. Για γρήγορα μεταβαλλόμενες συνθήκες το  $R$  πρέπει να έχει μικρή τιμή ενώ για αργές μεταβολές το  $R$  μπορεί να έχει αρκετά μεγάλες τιμές. Η βέλτιστη τιμή του  $R$  προκύπτει μέσω του χρόνου συνοχής αλλά μπορεί απλά να επιλεγεί με βάση ένα χείριστο σενάριο ή από άλλες γνωστικές διεργασίες που χρησιμοποιούν την υπάρχουσα εμπειρία (μέθοδοι εκμάθησης μηχανής - machine learning, τεχνητή νοημοσύνη κλπ).

Στην περίπτωση που η τρέχουσα μέτρηση βρεθεί με μεγάλη πιθανότητα ότι συνδέεται με την προηγούμενη εκπομπή τότε η εκτίμηση του  $(\hat{\theta}_i^{(A)})^2$  γίνεται με βάση τη σχέση:

$$(\hat{\theta}_{i,n}^{(A)})^2 = \frac{v}{u} (\hat{\theta}_{i,n-1}^{(A)})^2 + \frac{\hat{\theta}_{i,n}^2}{u} - \frac{\hat{\theta}_{i,R}^2}{u} \quad (6.226)$$

δηλαδή ως μέση τιμή της τρέχουσας και των προγενέστερων εκτιμήσεων. Ο μετρητής  $u$  δεν είναι τίποτα άλλο παρά ο αριθμός των διαθέσιμων μετρήσεων συμπεριλαμβανομένης της τρέχουσας και ο μετρητής  $v$  ο αριθμός των διαθέσιμων μετρήσεων την προηγούμενη χρονική στιγμή. Όσο το σύστημα βρίσκεται σε μια σταθερή κατάσταση όπου ο ίδιος πρωτεύων χρήστης καταλαμβάνει το κανάλι και ο ραδιοδιάυλος παραμένει σχετικά στατικός, τότε θα ισχύει ότι  $u, v = R$  ώστε να

συμμετέχει στην εκτίμηση ο μέγιστος αριθμός προγενέστερων στιγμιαίων εκτιμήσεων. Στη σχέση (6.226) θα μπορούσε να είχε χρησιμοποιηθεί ένα άθροισμα με βάρη που θα έδιναν μεγαλύτερη προτεραιότητα στις καινούριες μετρήσεις. Αυτό θα εξασφάλιζε περισσότερη ευρυθμία στο σύστημα συνολικά, αλλά αποφεύχθηκε γιατί θα περιελάμβανε ακόμη περισσότερες παραμέτρους προς ορισμό και πιθανώς μια προσαρμοστική διαδικασία (πχ LS, MMSE, Kalman κλπ) για τον προσδιορισμό τους. Όσο οι τρέχουσες μετρήσεις δίνουν τιμές κοντά στις προηγούμενες εκτιμήσεις τότε η τιμή στον βοηθητικό καταχωρητή  $\hat{\theta}_{i,n}^{(B)}$  παραμένει μηδενική και οι τιμές στις μνήμες του άδειες.

Η διαδικασία γίνεται πιο πολύπλοκη όταν η σύγκριση με το κατώφλι  $\zeta$  δεν είναι ευνοϊκή. Σε αυτή την περίπτωση έχει πρώτα οριστεί μια σταθερά ανοχής  $\Delta$ . Η σταθερά αυτή έχει μικρή τιμή (πχ  $\Delta = 2$ ) και ουσιαστικά δίνει επιπλέον ευκαιρίες στις προγενέστερες εκτιμήσεις πριν απορριφθούν. Έστω ότι μετά από μια σειρά μετρήσεων που ολοένα βελτιώναν την εκτίμηση του  $(\hat{\theta}_i^{(A)})^2$  και επιβεβαίωναν ότι ο ίδιος χρήστης καταλαμβάνει το κανάλι, η τρέχουσα μέτρηση προκαλεί  $x_{i,n} < \zeta$ . Ο μετρητής  $k$  που ως αυτό το σημείο ήταν μηδενικός, αυξάνει κατά 1. Εφόσον η τιμή του  $k$  είναι μικρότερη του  $\Delta$  υπολογίζεται το  $(\hat{\theta}_i^{(A)})^2$  όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, θεωρώντας ουσιαστικά πως η αρκετά διαφορετική τιμή του  $\hat{\theta}_{i,n}^2$  δικαιολογείται από απόκλιση του ως τώρα εκτιμώμενου  $(\hat{\theta}_i^{(A)})^2$  από το πραγματικό  $\tilde{\theta}_i^2$  και από τη σχετικά μικρή υπάρχουσα πιθανότητα εμφάνισης τιμής  $\hat{\theta}_{i,n}^2$  μακριά από την αναμενόμενη. Εκτός αυτού όμως η τιμή  $\tilde{\theta}_i^2$  αρχικοποιεί την τιμή του  $\hat{\theta}_{i,n}^{(B)}$ . Η εκτίμηση του  $(\hat{\theta}_{i,n}^{(A)})^2$  χρησιμοποιείται και πάλι για την ανίχνευση. Τα ενδεχόμενα που είναι πιθανά στη συνέχεια είναι τα ακόλουθα.

- Η απόκλιση οφείλεται στη απουσία πρωτεύοντος χρήστη οπότε θεωρώντας ότι ο ανιχνευτής θα κρίνει σωστά, η απόφαση θα είναι  $\mathcal{H}_0$  και ο εκτιμητής θα μπει σε κατάσταση αναμονής, ενώ ο μετρητής  $k$  και το περιεχόμενο του  $\hat{\theta}_{i,n}^{(B)}$  θα μηδενιστεί.
- Η απόκλιση οφείλεται είτε σε ραγδαία αλλαγή του ραδιοδιαύλου από τον οποίο διέρχεται το σήμα του πρωτεύοντος χρήστη, είτε από κατάληψη του διαύλου από άλλον χρήστη. Αυτή η μεταβατική περίπτωση είναι ιδιαίτερα κρίσιμη καθώς η πιθανότητα χαμένης ανίχνευσης γίνεται μεγάλη, από τη στιγμή που έχει προκληθεί μεγάλη μεταβολή στις παραμέτρους της κατανομής υπό  $\mathcal{H}_1$ . Θεωρώντας ότι ο ανιχνευτής θα επιστρέψει απόφαση  $\mathcal{H}_1$ , ο εκτιμητής συνεχίζει να λειτουργεί.
  - Στην περίπτωση που όντως έχουν μεταβληθεί τα δεδομένα της κατανομής υπό  $\mathcal{H}_1$  είναι πολύ πιθανό και η μέτρηση που ακολουθεί να αποκλίνει από την θεωρούμενη κατανομή και να ισχύει πάλι ότι  $x_{i,n+1} < \zeta$ . Αν  $\Delta = 2$  τότε ο εκτιμητής αποδέχεται ότι έχει πραγματοποιηθεί μεταβολή, απορρίπτει τις τιμές που έχουν αποθηκευτεί στο  $(\hat{\theta}_{i,n}^{(A)})^2$  και χρησιμοποιεί την εκτίμηση που προέρχεται από το  $(\hat{\theta}_{i,n}^{(B)})^2$ . Η τιμή  $k$  επιστρέφει στο μηδέν, ο μετρητής  $u$  παίρνει την τιμή  $\Delta + 1$  που αντιστοιχεί στον αριθμό των μετρήσεων που θα συμμετάσχουν στην επόμενη εκτίμηση. Στην περίπτωση που  $\Delta > 2$ , τότε επαναλαμβάνεται ο προηγούμενος κύκλος δείχνοντας επιπλέον ανοχή στην νέα απόκλιση.
  - Στην περίπτωση όμως που προκύψει  $x_{i,n+1} > \zeta$  τότε θεωρείται πως η προηγούμενη μέτρηση οφειλόταν στην τυχαιότητα της μεταβλητής και γίνεται επιστροφή στον άνω κλάδο του διαγράμματος. Παρόλα αυτά πριν μηδενιστεί το  $(\hat{\theta}_{i,n}^{(B)})^2$  και ο μετρητής  $k$ , παρέχεται το ίδιο διάστημα ανοχής, ώστε αν όντως έχουν μεταβληθεί οι συνθήκες και η επιστροφή στον άνω κλάδο του διαγράμματος οφείλεται σε επίσης τυχαίο γεγονός να διατηρηθούν οι μετρήσεις που έχουν προηγηθεί.

Κατά συνέπεια ο σχεδιαστής του συστήματος οφείλει να ορίσει τρεις παραμέτρους, τις σταθε-



ρές  $R$ ,  $\Delta$  και το κατώφλι  $\zeta$ . Οι σταθερές μπορούν να οριστούν εμπειρικά ή από δοκιμές μέσω εξομοιώσεων. Η τιμή του  $\Delta$  πρέπει να είναι μικρή διαφορετικά πιθανές αλλαγές δεν θα γίνονται αντιληπτές γρήγορα από το σύστημα. Από την άλλη αν θεωρηθεί  $\Delta = 1$ , τότε ο εκτιμητής ενδέχεται να παλινδρομεί μεταξύ των κλάδων και κατά συνέπεια να μη διαφέρει ουσιαστικά από τον απλό GLRT αφού συχνά μηδενίζει τη μνήμη του. Αν η διάσταση του διανύσματος παρατήρησης  $N$  είναι επαρκώς μεγάλη (π.χ.  $N = 8$ ) τότε η επιλογή του  $\Delta$  πρέπει να είναι της τάξης του 2 ή 3. Για μικρότερες τιμές θα πρέπει να δίνεται μεγαλύτερη ανοχή στις αποκλίσεις των τυχαίων μεταβλητών.

Ο προσδιορισμός του κατωφλίου  $\zeta$  έχει περισσότερο ενδιαφέρον. Ο σχεδιαστής πρέπει να ορίσει ένα διάστημα στο οποίο θεωρείται πιθανότερο οι συνθήκες διάδοσης να μην έχουν μεταβληθεί. Ο ορισμός αυτού του διαστήματος γίνεται μέσα από την κατανομή της τυχαίας μεταβλητής  $t_{i,n} = \mathbf{y}_{i,n}^H \mathbf{y}_{i,n}$ . Θεωρώντας ως δεδομένη την παράμετρο της κατανομής και ίση με την προηγούμενη έξοδο του ανιχνευτή, τότε η κατανομή της μεταβλητής δίνεται από την (6.225). Μέσω της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας μπορεί να προσδιοριστεί ένα πεδίο τιμών μέσα στο οποίο θα βρίσκεται το  $t_{i,n}$  με μεγάλη πιθανότητα  $1 - P_{\text{out}}$  (πχ. 0.8). Αυτό σημαίνει πως όταν το  $t_{i,n}$  προκύπτει εκτός του πεδίου αυτού θεωρείται ότι υπάρχει σοβαρό ενδεχόμενο μεταβολής των συνθηκών. Φυσικά παράλληλα σημαίνει ότι με πιθανότητα  $P_{\text{out}}$  οι συνθήκες δεν μεταβλήθηκαν αλλά απλά η μέτρηση - τυχαία μεταβλητή έδωσε αυτή την τιμή. Η πιθανότητα αυτή είναι στην πραγματικότητα μεγαλύτερη καθώς στον συλλογισμό αυτό θεωρήθηκε δεδομένη και ορθή η χρήση της παραμέτρου  $(\hat{\theta}_{i,n}^{(A)})^2$  για την κατανομή. Εδώ φαίνεται και ο ρόλος της παραμέτρου ανοχής. Αν το επόμενο δείγμα έρθει εκτός του προηγούμενου πεδίου τιμών και θεωρώντας τις δυο μετρήσεις ασυσχέτιστες η πιθανότητα γίνεται  $P_{\text{out}}^2$  και ακολουθιακά ενισχύεται η άποψη πως είτε οι συνθήκες μεταβλήθηκαν, είτε το σφάλμα της χρησιμοποιούμενης εκτίμησης της παραμέτρου είναι μεγάλο.

Η πιθανότητα  $P_{\text{out}}$  διαχωρίζεται σε  $P_{\text{out}}^-$  και  $P_{\text{out}}^+$  με  $P_{\text{out}} = P_{\text{out}}^- + P_{\text{out}}^+$  που είναι οι πιθανότητες το  $t_{i,n}$  να έχει μικρότερη ή μεγαλύτερη τιμή από το πεδίο που ορίστηκε. Οι τιμές των  $P_{\text{out}}^-$  και  $P_{\text{out}}^+$  μπορούν να ληφθούν ίσες ή να δοθεί μεγαλύτερη τιμή στο  $P_{\text{out}}^-$  που είναι και πιο κρίσιμο χαρακτηριστικό, καθώς μεταβολή προς ισχυρότερο σήμα ευνοεί την ανίχνευση και το αποτέλεσμα επηρεάζεται αισθητά λιγότερο από πιθανά μεγάλο σφάλμα στην τιμή της παραμέτρου. Με βάση των ορισμούς μπορούν να υπολογιστούν δυο τιμές  $\nu_{\text{low}}$  και  $\nu_{\text{high}}$  όπου:

$$P_{\text{out}}^- = \frac{\gamma\left(N, \frac{\nu_{\text{low}}}{(\hat{\theta}_{i,(n-1)}^{(A)})^2 + \sigma_w^2}\right)}{\Gamma(N)} \quad (6.227)$$

$$P_{\text{out}}^+ = 1 - \frac{\gamma\left(N, \frac{\nu_{\text{high}}}{(\hat{\theta}_{i,(n-1)}^{(A)})^2 + \sigma_w^2}\right)}{\Gamma(N)} \quad (6.228)$$

Κατά συνέπεια η διαδικασία της πρώτης απόφασης στον αλγόριθμο εκτίμησης ουσιαστικά ισοδυναμεί με:

$$\begin{aligned} \nu_{\text{low}} < t_{i,n} < \nu_{\text{high}} &\rightarrow \text{Κλάδος (A)} \\ t_{i,n} < \nu_{\text{low}} \text{ ή } t_{i,n} > \nu_{\text{high}} &\rightarrow \text{Κλάδος (B)} \end{aligned} \quad (6.229)$$

Η παραπάνω απόφαση ισοδυναμεί με αυτή που λαμβάνεται μέσω του κατωφλίου  $\zeta$  και μάλιστα είναι πιο γενική καθώς επιτρέπει να δοθεί βάρος σε αποκλίσεις προς τις χαμηλές τιμές ισχύος.

Στην περίπτωση που κατά την εκτίμηση προκύψει αρνητική τιμή για το  $\hat{\theta}_{i,n}^2$  η εκτίμηση απορρίπτεται ως απαράδεκτη. Αυτόματα επιλέγεται να ακολουθηθεί ο κλάδος B και κατά τον υπολογισμό των τιμών  $(\hat{\theta}_{i,n}^{(A)})^2$  και  $(\hat{\theta}_{i,n}^{(B)})^2$  η τιμή για την τρέχουσα στιγμιαία ισχύ τίθεται μηδενική.

Ο αλγόριθμος επιδιώκει τη χρησιμοποίηση των περισσότερων δυνατών προγενέστερων στιγμιαίων εκτιμήσεων για τη βελτίωση των επιδόσεων του ανιχνευτή. Αν όμως διέθετε απλά μια μνήμη, οι αντιδράσεις του σε πιθανές αλλαγές που οφείλονται σε διαφορετικό πρωτεύοντα χρήστη ή σε μεταβολή των συνθηκών διάδοσης θα ήταν ιδιαίτερα αργές. Αυτό γιατί λόγω της μνήμης η άθροιση των προγενέστερων στιγμιαίων εκτιμήσεων θα είχε ως αποτέλεσμα να συνεχίζεται να λαμβάνονται υπόψη εκτιμήσεις λαμβανόμενης ισχύος που αντιστοιχούν σε συνθήκες που μεταβλήθηκαν. Αυτός είναι ο ρόλος του κανόνα απόφασης. Η σταθερά ανοχής από την άλλη προστατεύει το σύστημα από το να αναγνωρίζει ορισμένες μετρήσεις με μεγάλη απόκλιση ως μεταβολή των συνθηκών. Σε περίπτωση που το τυχαίο γεγονός συνεχίζει να συμβαίνει, αναγνωρίζεται η μεταβολή και η εκτίμηση της παραμέτρου επαναπροσδιορίζεται. Ο συντελεστής ανοχής πρέπει να είναι σε μικρά επίπεδα. Όσο αυξάνει και πλησιάζει το μέγεθος της μνήμης, καταργείται όλη η λογική της γρήγορης ανίχνευσης της μεταβολής. Η μη ανίχνευση μεταβολής συνθηκών θα αυξήσει την πιθανότητα χαμένων ανιχνεύσεων.

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος από την κατασκευή του δίνει μεγαλύτερη βάση στη βελτίωση της ποιότητας της παρούσας ανίχνευσης παρά στην γρήγορη παρακολούθηση των αλλαγών. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται προσπάθεια να εξασφαλιστεί η πιθανότητα ορθής ανίχνευσης πιθανώς σε βάρος της πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης. Σε ένα CR σύστημα η πιθανότητα ορθής ανίχνευσης είναι πολύ πιο σημαντική από την πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης. Ναι μεν αυξημένο  $P_{FA}$  ισοδυναμεί με λιγότερες αναγνωρισμένες ευκαιρίες εκπομπής - και κατά συνέπεια μείωση στο επιτεύξιμο throughput, αλλά αυξημένο  $P_D$  σημαίνει παρεμβολή στο πρωτεύον δίκτυο κάτι που είναι μέγιστης σημασίας για την ορθή λειτουργία ενός Γνωστικού Ραδιοδικτύου. Μη εξασφάλιση της απρόσκοπτης λειτουργίας του πρωτεύοντος συστήματος ισοδυναμεί με αυτοκατάργηση του Cognitive Radio. Πιο συγκεκριμένα μπορούμε να συνοψίσουμε ότι ο αλγόριθμος:

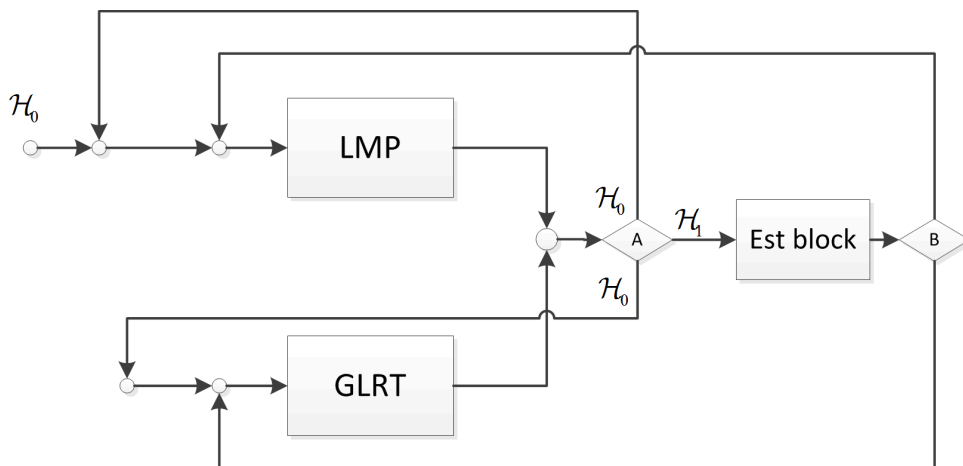
- Χρησιμοποιεί προγενέστερες εκτιμήσεις θεωρώντας ότι προέρχονται από τον ίδιο πρωτεύοντα χρήστη. Με αυτόν τον τρόπο βελτιώνει την εκτίμηση της παραμέτρου της κατανομής και κατά συνέπεια τις επιδόσεις του ανιχνευτή.
- Στην περίπτωση αλλαγής των συνθηκών μετάδοσης ή στην περίπτωση που η εκπομπή πλέον προέρχεται από άλλον πρωτεύοντα χρήστη, διαθέτει μηχανισμό εντοπισμού της πιθανής αλλαγής. Αυτό κάνει το σύστημα πιο γρήγορο στις αντιδράσεις. Διαφορετικά ο χρόνος αντίδρασης θα εξαρτιόταν από το μέγεθος της μνήμης. Ταυτόχρονα μειώνει την πιθανότητα χαμμένης ανίχνευσης.
- Για να αποφευχθούν συνεχείς ταλαντώσεις του συστήματος διατηρείται μια σταθερά ανοχής με την λογική της διαδοχικής ανίχνευσης (sequential detection). Ρόλος της είναι να μην αφήνει το σύστημα να αναγνωρίζει τυχαία περιστατικά ως μεταβολή συνθηκών.

Ένα ερώτημα που μπορεί να προκύψει είναι αν είναι πιθανό να αλλάξει ο πρωτεύων χρήστης χωρίς να μεσολαβήσει διάστημα όπου δεν πραγματοποιείται εκπομπή. Στα TDMA και OFDMA συστήματα αλλά και σε οποιοδήποτε σύστημα χρησιμοποιεί μέθοδο αμφίδρομης μετάδοσης TDD, μια φέρουσα χρησιμοποιείται από διαφορετικούς χρήστες ανά χρονικές περιόδους. Ανάμεσα στις εκπομπές τους το πιθανότερο είναι να υπάρχουν διαστήματα φύλαξης στις οποίες το κανάλι ουσιαστικά δεν χρησιμοποιείται. Τα διαστήματα αυτά όμως είναι μικρά και ανάλογα και με την συχνότητα που πραγματοποιούνται αποφάσεις ανίχνευσης αλλά και το μέγεθος του διανύσματος παρατήρησης, πολύ πιθανό να μην γίνουν ποτέ αντιληπτά.

Ακόμη δυο ζητήματα που αφορούν τη σχεδίαση ενός υλοποιήσιμου αλγορίθμου ανίχνευσης πρέπει να εξετασθούν. Το πρώτο αφορά την αρχικοποίηση του συστήματος. Το CR τερματικό ενεργοποιεί διαδικασία ανίχνευσης σε μια ζώνη χωρίς να έχει καμία πληροφορία σχετικά με αυτή και

καμία προγενέστερη εκτίμηση. Σε αυτή τη φάση προτιμάται να χρησιμοποιηθεί ανιχνευτής LMP. Σε περίπτωση παρουσίας επαρκώς ισχυρού πρωτεύοντα χρήστη, παρότι ο LMP είναι βέλτιστος για χαμηλές τιμές  $\theta_i^2$ , η ανίχνευση θα πραγματοποιηθεί και το σύστημα θα περιέλθει στην κατάσταση  $\mathcal{H}_1$ . Ταυτόχρονα θα ενεργοποιηθεί ο αλγόριθμος εκτίμησης και η ανίχνευση μπορεί να συνεχιστεί με τη μέθοδο GLRT. Αν δεν ανιχνευθεί σήμα πρωτεύοντος τότε συνεχίζει να λειτουργεί ο LMP. Στην περίπτωση που το σήμα είναι ασθενές και ανιχνευθεί τότε υπάρχουν δυο δυνατότητες. Είτε θα συνεχίσει να λειτουργεί LMP που έχει βέλτιστες ιδιότητες όταν  $\theta_i^2 \rightarrow 0$  είτε θα προτιμηθεί ο GLRT που μπορεί να αξιοποιήσει τη συχνοτική διαφορισμότητα αλλά ενδέχεται να έχει μεγάλο σφάλμα στην εκτίμηση της παραμέτρου. Ποια από τις δυο επιλογές θα προτιμηθεί αναλύεται σε παράγραφο που ακολουθεί.

Το ζήτημα που απομένει να αντιμετωπιστεί είναι η αντίδραση του ανιχνευτή όταν μεταβαίνει από την κατάσταση  $\mathcal{H}_1$  στην  $\mathcal{H}_0$ . Το βασικό ερώτημα αφορά αν πρέπει να διατηρήσει την εκτίμηση της παραμέτρου  $\mathcal{H}_1$  που ήδη έχει ή να την απορρίψει. Γενικά στα σύγχρονα τηλεπικοινωνιακά συστήματα και όσο επικρατεί η μετάδοση πληροφορίας με μεταγωγή πακέτου ή χρησιμοποιούνται τεχνικές τυχαίας προσπέλασης (πχ CSMA), η πληροφορία εκπέμπεται κατά ριπές. Κατά συνέπεια ο πρωτεύων χρήστης μπορεί να χρησιμοποιεί στο κανάλι του ένα ON/OFF σχήμα εκπομπής με μη συνεχή ροή πληροφορίας η οποία διακόπτεται μέχρι να ληφθεί κάποια απάντηση ή νέα δεδομένα ([140]). Κατά συνέπεια με την ανίχνευση του ελεύθερου διαύλου είναι πολύ πιθανό να υπάρξει νέα εκπομπή από τον ίδιο πρωτεύοντα χρήστη μετά από κάποιο χρονικό διάστημα και υπό αυτή την έννοια η εκτίμηση της παραμέτρου παραμένει αξιοποιήσιμη. Από την άλλη μεριά υπάρχει περίπτωση ο δίαυλος να χρησιμοποιηθεί από έναν νέο χρήστη οπότε σε αυτή την περίπτωση η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί σφάλμα ανίχνευσης με χρήση λάθος παραμέτρου είναι μεγάλη. Για αυτό το λόγο προτείνεται η χρήση του αλγορίθμου του σχήματος 6.13. Το Σχήμα 6.13 πα-



**Σχήμα 6.13:** Λογικό διάγραμμα διττικού ανιχνευτή GLRT, LMP μετά την παύση μετάδοσης πρωτεύοντος. Το CR βρίσκεται σε αναμονή ώστε να προσδιορίσει αν ο PU που μόλις ελευθέρωσε το κανάλι σκοπεύει να το χρησιμοποιήσει ξανά (π.χ. TDMA)

ρουσιάζει ένα λογικό διάγραμμα του ρεαλιστικού ανιχνευτή όπως υλοποιήθηκε. Όπως φαίνεται ουσιαστικά πραγματοποιείται παράλληλη λειτουργία δυο ανιχνευτών, ενός LMP και ενός GLRT.

Σύμφωνα με το σχ. 6.13 κατά την αρχικοποίηση του συστήματος πραγματοποιείται χρήση του LMP ανιχνευτή. Η βαθμίδα απόφασης A αντιπροσωπεύει ουσιαστικά την απόφαση της ανίχνευσης. Σε περίπτωση που αποφασιστεί ότι το κανάλι δεν είναι κατειλημμένο, τότε χρησιμοποιείται ξανά ο LMP. Τη στιγμή που η απόφαση αλλάξει και ανιχνευτεί παρουσία πρωτεύοντος χρήστη, η μέτρηση οδηγείται στο Est block που δεν είναι άλλο από τη βαθμίδα που περιέχει τον αλγόριθμο εκτίμησης του σχ. 6.12. Η βαθμίδα απόφασης B παίζει έναν ιδιαίτερο ρόλο. Όταν η ισχύς

του σήματος είναι χαμηλή και η διασπορά του εκτιμητή μεγάλη, η απόδοση του LMP υπερτερεί του GLRT, όχι τόσο όσον αφορά την πιθανότητα ορθής ανίχνευσης αλλά ως προς την πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης. Υπάρχουν λοιπόν συγκεκριμένες συνθήκες όπου ακόμη και να είναι διαθέσιμη κάποια εκτίμηση, η προτίμηση του συστήματος να είναι ο LMP. Όταν συμβαίνει αυτό λοιπόν η βαθμίδα απόφασης οδηγεί και την νέα μέτρηση στον LMP. Σε διαφορετική περίπτωση ενεργοποιείται ο GLRT. Επανερχόμενοι στο ζήτημα που τέθηκε, εξετάζεται η περίπτωση όπου η απόφαση μεταβάλλεται από  $\mathcal{H}_1$  σε  $\mathcal{H}_0$ . Σε αυτή την περίπτωση η νέα μέτρηση οδηγείται και στους δυο ανιχνευτές. Ο GLRT διατηρεί την εκτίμηση που προϋπάρχει δίνοντας έτσι έμφαση στο φαινόμενο επανόδου του πρωτεύοντος χρήστη που μόλις άφησε ελεύθερο τον δίαυλο. Από την άλλη ο LMP θεωρεί το σύστημα αρχικοποιημένο και αναμένει πρωτεύοντα χρήστη οποιασδήποτε κατάστασης για να τον ανιχνεύσει. Οι δυο ανιχνευτές λειτουργούν με κανόνα OR. Η απόφαση OR όπως εξετάστηκε και στο αντίστοιχο κεφάλαιο, έχει την ιδιότητα να αυξάνει τη πιθανότητα ανίχνευσης αλλά ταυτόχρονα και την πιθανότητα σφάλματος  $P_{FA}$ . Δεδομένου όμως ότι και οι δυο ανιχνευτές βασίζονται στην ίδια ακριβώς μέτρηση δεν αναμένεται μεγάλη αύξηση της τιμής. Το ουσιαστικό πλεονέκτημα που παρέχεται είναι γρήγορη αντίδραση στην περίπτωση επανόδου του ίδιου χρήστη. Μετά από κάποιο λογικό χρονικό διάστημα μπορεί να θεωρηθεί ως απίθανη η επάνοδος του ίδιου πρωτεύοντος χρήστη και να σταματήσει ο GLRT να παραμένει ενεργοποιημένος.

## 6.12 Αποτελέσματα Εξομοιώσεων

Η αξιολόγηση των αλγορίθμων ανίχνευσης πραγματοποιείται κατά κύριο λόγο με τη χρήση των καμπυλών Χαρακτηριστικών Λειτουργίας Δέκτη (ROC - Receiver Operation Characteristics) [81]. Τα διαγράμματα αυτά αποτυπώνουν την εξάρτηση και το ισοζύγιο της πιθανότητας ορθής ανίχνευσης με την πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης και τον σηματοθορυβικό λόγο και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αξιολόγηση των διαφορετικών σχημάτων. Ως σύστημα αναφοράς χρησιμοποιήθηκε η δομή του δέκτη που παρουσιάζεται στον πίνακα 6.2

Για να υπάρχουν σημεία αναφοράς και συγκρίσεως, παράλληλα με την αξιολόγηση των αλγορίθμων ανίχνευσης που προτάθηκαν, παρουσιάζεται και η επίδοση των εξής τριών μεθόδων ανίχνευσης:

- Ο ενεργειακός ανιχνευτής, στην περίπτωση που το CR χρησιμοποιούσε το φίλτρο μορφοποίησης του σήματος των PUs. Σε αυτή την περίπτωση πραγματοποιείται αποδεκατισμός του εισερχόμενου σήματος ανά τέσσερα (όσος ο αριθμός των PU φίλτρων) και το διάνυσμα παρατήρησης έχει διπλάσιο μέγεθος από τα αντίστοιχα των φίλτρων του συγκροτήματος για να υπάρχει συγκριτική ισοδυναμία. Ο ενεργειακός ανιχνευτής θέτει ως διασπορά του PU σήματος την μέση λαμβανόμενη ισχύ στον συγκεκριμένο δίαυλο.
- Ο ανιχνευτής προσαρμοσμένου φίλτρου, ο οποίος είναι βέλτιστος για δειγματοληψία στον κρίσιμο ρυθμό της PU μετάδοσης. Θεωρείται η ίδια διαμόρφωση όπως και στο παραπάνω σύστημα, μόνο που επιπλέον του φίλτρου μορφοποίησης ο ανιχνευτής γνωρίζει την κρουστική απόκριση του ραδιοδιαύλου και προσαρμόζεται πάνω της. Κατά συνέπεια αποτελεί ουσιαστικά ένα άνω όριο της επίδοσης του συστήματος.
- Με χρήση του θεωρούμενου FFT 1024 σημείων του ισοδύναμου OFDM συστήματος της συνολικής ζώνης, σχηματίζεται ανιχνευτής περιοδογράμματος, που χρησιμοποιεί την έξοδο του FFT ως μέτρο ανίχνευσης. Σχεδιάστηκε έτσι ώστε να επιτυγχάνει την επιθυμητή πιθανότητα σφάλματος, αλλά οι επιδόσεις του είναι κατά πολύ φτωχότερες των υπολοίπων ανιχνευτών και. Απλά παρουσιάζεται για να διαφανεί η διαφορά που υπάρχει.

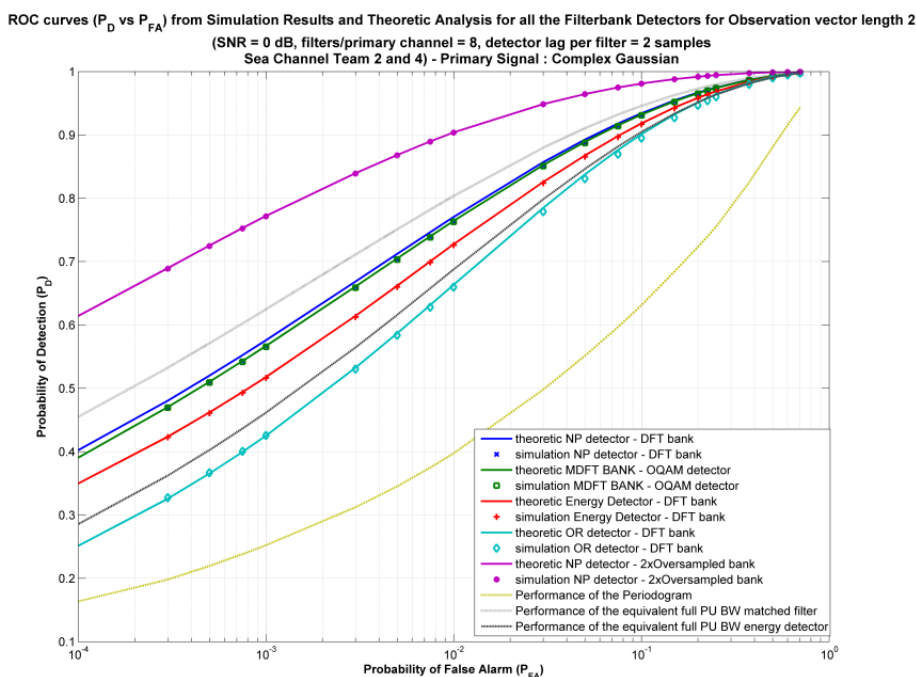
**Πίνακας 6.2:** Παράμετροι εξομοίωσης για τα αποτελέσματα του κεφαλαίου 6

Αριθμός φίλτρων δέκτη που καλύπτουν τη ζώνη:	32
Αριθμός Πρωτεύοντων καναλιών στη ζώνη:	4
Αριθμός φίλτρων ανά πρωτεύον κανάλι:	8
Αριθμός συντελεστών πρότυπου Φίλτρου :	141
Παράγοντας roll-off φίλτρου :	0.25
Θόρυβος:	AWGN
Σήμα Πρωτεύοντος Δικτύου:	α) Λευκή κανονική τ.μ. β) Απλού φέροντος PU μετάδοση
SNR:	2 dB
Μεγέθη διανύσματος παρατήρησης:	2, 4, 8, 16
Τύπος φίλτρων σε ομοιόμορφο DFT συγκρότημα κρίσιμου ρυθμού δειγματοληψίας:	Ρίζας Nyquist
Αλγόριθμος σχεδίασης DFT συγκροτήματος:	[52]
Τύπος φίλτρων σε OFDM-OQAM δέκτη και $2 \times$ DFT συγκροτήματος	MDFT με PR
Αλγόριθμος σχεδίασης MDFT συγκροτήματος:	[141]
Κανάλια:	Δίαυλοι ομάδας 1 και 2 της παρ. 9.4 και Rayleigh με Εκθετικό PDP
Ισοδύναμο OFDM στη συνολική ζώνη:	1024 υποφέροντα

Σε πρώτη φάση παρουσιάζονται τα διαγράμματα ROC, πιθανότητας ανίχνευσης προς πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης για τα διάφορα μήκη διανυσμάτων παρατήρησης των ανιχνευτών. Το SNR επιλέγεται έτσι ώστε να επικεντρωνόμαστε στη ζώνη μετάβασης της λειτουργίας του ανιχνευτή από την ιδανική κατάσταση σε κατάσταση μη αποτελεσματικότητας. Για τις εξομοιώσεις έγιναν περισσότερες από 10000 δοκιμές ανά περίπτωση, ενώ τα κανάλια υλοποιούνται με κανονικοποιημένη ισχύ κρουστικής απόκρισης για τον έλεγχο της ισχύος του σήματος εισόδου 9.2. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα σχήματα 6.14, 6.15, 6.16, 6.18.

Παρατηρώντας τα διαγράμματα έχουμε να κάνουμε τις ακόλουθες παρατηρήσεις.

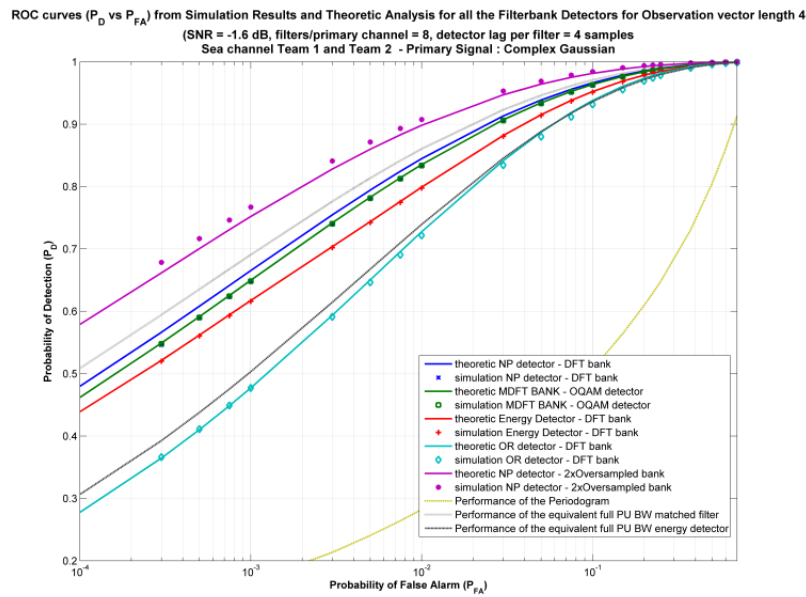
- Ο ανιχνευτής με  $2 \times$  δειγματοληψία φαίνεται να προσφέρει εξαιρετικό κέρδος στην περίπτωση των 2 δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης. Αυτή η συμπεριφορά όμως φθίνει με την αύξηση του μεγέθους του διανύσματος παρατήρησης για να φθάσει στην περίπτωση του ανιχνευτή 16 δειγμάτων να έχει οριακά καλύτερη συμπεριφορά από τον ανιχνευτή του κρίσιμου ρυθμού δειγματοληψίας. Ο λόγος ύπαρξης του φαινομένου οφείλεται στον πίνακα ιδιοτιμών του σχ. (6.8). Όσο μεγαλώνει ο πίνακας, τόσο αυξάνουν οι ιδιοτιμές και αντίστοιχα οι ιδιοτιμές με μικρές, μη αξιοποιήσιμες τιμές που απορρίπτονται. Εν τέλει η χρήση της υπερδειγματοληψίας καταλήγει να μην προσφέρει ουσιαστικό όφελος παρά μόνο αυτό που οφείλεται στην ολοκλήρωση μεγαλύτερης ποσότητας θορύβου.
- Οι δυο βέλτιστοι ανιχνευτές κατά Neyman-Pearson, για ομοιόμορφη και MDFT δομή συγκροτήματος παρουσιάζουν πανομοιότυπη συμπεριφορά. Παρόλα αυτά η προσέγγιση της συμπεριφοράς επιτυγχάνεται καλύτερα από τη θεωρητική περιγραφή του MDFT ανιχνευτή, καθώς στην άλλη περίπτωση παρατηρείται μικρό σφάλμα. Το σφάλμα αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα διανύσματα παρατήρησης παρουσιάζουν εξάρτηση από τα γειτονικά τους κα-



**Σχήμα 6.14:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση δυο δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (16 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR 0 dB

θιστώντας την παραδοχή του "επίπεδου καναλιού ανά φίλτρο" πιο δύσκολη προς επίτευξη. Αυτή η απόκλιση από την υπόθεση δημιουργεί το εν λόγω σφάλμα. Το αντίστοιχο δεν ισχύει για τον MDFT ανιχνευτή ο οποίος εξαρτάται αποκλειστικά από το περιεχόμενο του διανύσματος παρατήρησης του και της ζώνης διέλευσης που ορίζει κάθε φίλτρο.

- Οι δυο Neyman-Pearson ανιχνευτές πλησιάζουν κατά πολύ τη βέλτιστη επίδοση του προσαρμοσμένου με το κανάλι φίλτρου. Στην περίπτωση που η θεώρηση "επίπεδο κανάλι ανά φίλτρο" είναι ακριβής, οι ανιχνευτές έχουν την ίδια επίδοση με αυτή που επιτυγχάνεται με αποσυνέλιξη του σήματος από τον ραδιοδιάυλο. Όσο απομακρυνόμαστε από αυτή την υπόθεση παρατηρείται χειροτέρευση των επιδόσεων. Παρόλα αυτά συνολικά, η συμπεριφορά τους μπορούμε να πούμε ότι είναι σχεδόν βέλτιστη.
- Ο ανιχνευτής OR, που όπως σχεδιάστηκε δεν έχει κάποια βέλτιστη ιδιότητα, αποδίδει ελαφρώς χειρότερα από τον ισοδύναμο ενεργειακό ανιχνευτή του PU καναλιού. Σε ορισμένες περιπτώσεις και όσο πλησιάζεται η ζώνη ιδανικής λειτουργίας ο ανιχνευτής ξεπερνάει σε επιδόσεις τις αντίστοιχες του PU ενεργειακού ανιχνευτή, αλλά φαίνεται να τείνει με πιο μεγάλο ρυθμό στην ζώνη μη-αποτελεσματικότητας.
- Ο ανιχνευτής άθροισης των ενεργειακών περιεχομένων των συμμετεχόντων υποκαναλιών ουσιαστικά διχοτομεί το διάστημα μεταξύ ενεργειακού ανιχνευτή PU και Neyman-Pearson ανιχνευτών. Για κανάλια με μη ιδιαίτερα απότομη συχνοεπιλεκτική συμπεριφορά, ο ανιχνευτής αυτός τείνει στην συμπεριφορά των ανιχνευτών αυτών και αποτελεί μια αξιόπιστη λύση.
- Η αύξηση του αριθμού των δειγμάτων ανά φίλτρο, ευνοεί φυσικά την πιθανότητα λήψης ορθής απόφασης. Αυτό παρατηρείται και με την διαδοχική παρατήρηση των σχημάτων 6.14, 6.15, 6.16, 6.18. Όμως είναι σαφές ότι ο διπλασιασμός του διανύσματος παρατήρησης από 2 σε 4 έχει διαφορετική επίδραση από τον ανάλογο διπλασιασμό από 8 σε 16. Συνεπώς, όσο μεγαλύτερο είναι το διάνυσμα παρατήρησης, τόσο μικρότερο το όφελος που υπάρχει από



**Σχήμα 6.15:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση τεσσάρων δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -1.6 dB

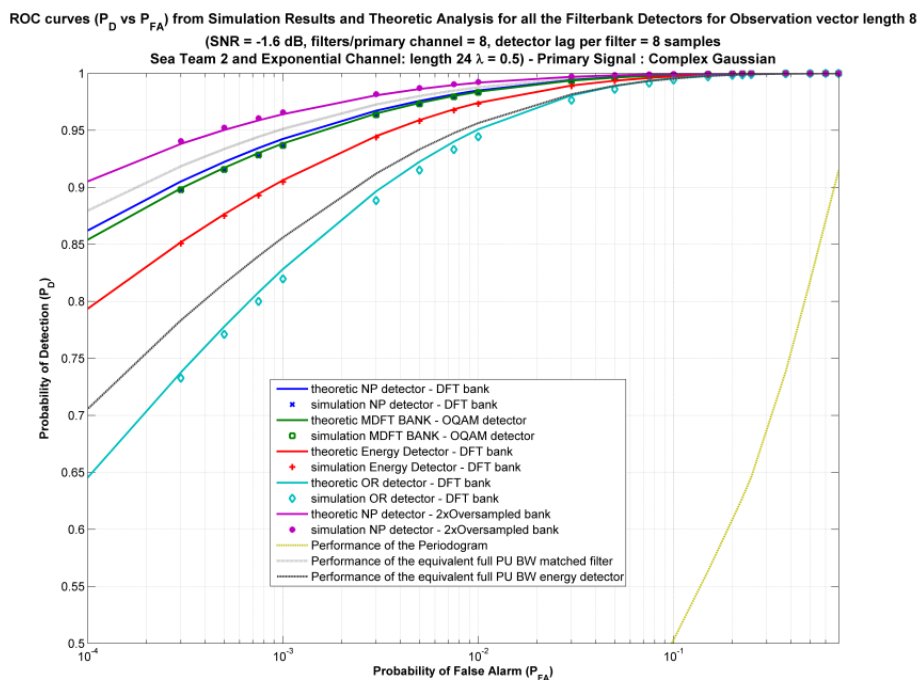
για αύξηση του μεγέθους του. Κάτι που αντίστοιχα παρατηρείται γενικά στους ανιχνευτές, π.χ. στον κλασσικό ενεργειακό ανιχνευτή.

Στα σχήματα 6.19, 6.20 και 6.21 παρουσιάζεται η πιθανότητα επιτυχημένης ανίχνευσης ως συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγο για σταθερό  $P_{FA}$  στο 5%. Τα διαγράμματα αυτά μας επιτρέπουν να παρατηρήσουμε την μεταβολή του δυναμικού εύρους λειτουργίας των ανιχνευτή σαν συνάρτηση του μήκους του διανύσματος παρατήρησης.

Στο σχήμα 6.22 εικονίζεται η Πιθανότητα Εσφαλμένης Ανίχνευση όπως επιτυγχάνεται στις εξομοιώσεις για το παράδειγμα του σχήματος 6.19. Όπως παρατηρείται ο ορισμός των κατωφλίων απόφασης έγινε επιτυχημένα καθώς η επιτεύξιμη τιμή  $P_{FA}$  είναι πολύ κοντά στην επιθυμητή (5%). Τα σφάλματα που προκύπτουν είναι αποτέλεσμα της σχεδίασης των ανιχνευτών και του υπολογισμού των κατωφλίων από αριθμητικές διαδικασίες. Σημειώνεται ότι το σχετικά αυξημένο σφάλμα στον ανιχνευτή OR δικαιολογείται απόλυτα, καθώς ο σχεδιασμός γίνεται με την κατά προσέγγιση εκτίμηση της περιοχής όπου ο ανιχνευτής επιτυγχάνει τη συγκεκριμένη επίδοση. Η διαδικασία δείχνει ότι προσεγγίζει ικανοποιητικότερα την επιθυμητή τιμή  $P_{FA}$  και σε μεγάλο βαθμό το μικρό αυτό σφάλμα είναι λογικό να υφίσταται.

Όσον αφορά τη λειτουργία του ανιχνευτή υπό καθεστώς έγχρωμου θορύβου παρουσιάζονται τα σχήματα 6.24, 6.24 θεωρώντας μέγεθος διανύσματος παρατήρησης 4 και  $SNR = -1.6dB$ . Ο θόρυβος γίνεται συχνοεπιλεκτικός με την ίδια διαδικασία που ακολουθείται για το θεωρούμενο λευκό, κανονικό PU σήμα. Για αυτό το λόγο πριν την εισαγωγή στον εξομοιωτή του ανιχνευτή, τα δείγματα θορύβου φιλτράρονται από κάποια ορισμένη κρουστική απόκριση. Στη συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκαν Rayleigh κανάλια με εκθετικό προφίλ καθυστέρησης. Ουσιαστικά για αυτό το σενάριο το έγχρωμο προφίλ του θορύβου αντιπροσωπεύει π.χ. έναν παρεμβολέα εκτός κυψέλης, ένα άλλο CR κλπ. Στο σχήμα απεικονίζεται μόνο ο MDFT Neyman-Pearson ανιχνευτής, αλλά γενικά παρατηρήθηκε ότι όλοι οι ανιχνευτές παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά. Έχουν επίσης απεικονιστεί και οι αντίστοιχες συμπεριφορές του ανιχνευτή σε λευκό θόρυβο. Όπως παρατηρείται ο ανιχνευτής με χρήση συγκροτήματος φίλτρων δεν παρουσιάζει ουσιαστική μεταβολή επιδόσεων. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι ο έγχρωμος θόρυβος μπορεί να ενσωματωθεί επιτυχώς στη λειτουργία του χωρίς κανένα πρόβλημα. Μια εξαιρετικά μικρή επιδείνωση που πα-





**Σχήμα 6.16:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση οκτώ δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (64 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -1.6 dB

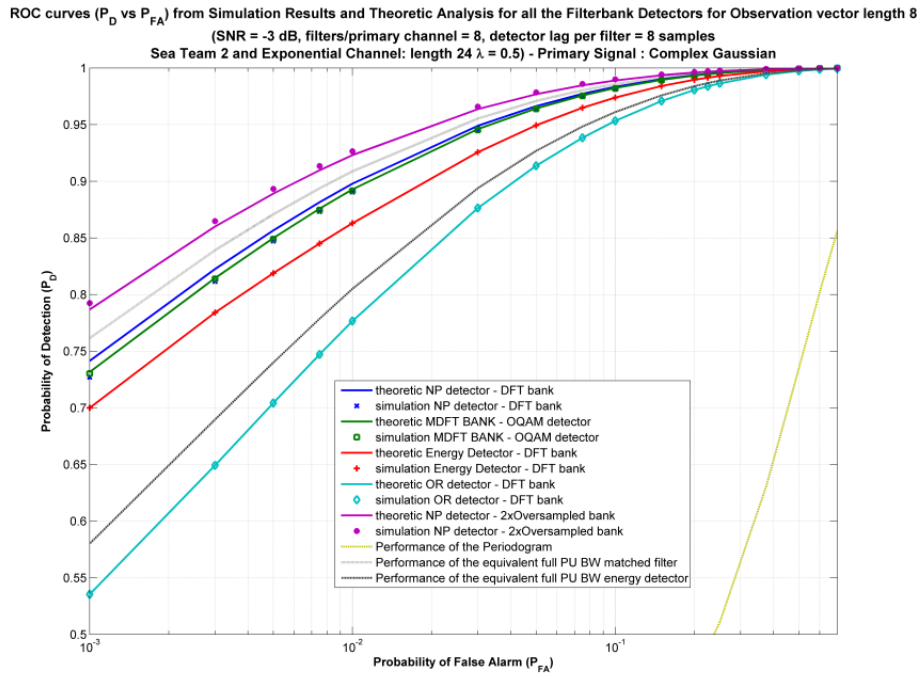
ρατηρείται οφείλεται στην αύξηση της συνολικής ασάφειας λόγω της συχνοεπιλεκτικότητας του θορύβου.

Από την άλλη, η επιδείνωση για τον ενεργειακό ανιχνευτή του ισοδύναμου PU καναλιού είναι μεγάλη. Αυτό φανερώνει μια κύρια αδυναμία των δημοφιλών συστημάτων ανίχνευσης, τα οποία παρουσιάζουν εξαιρετική ευαισθησία στην συμπεριφορά του θορύβου. Παράλληλα ανάλογη αστοχία επίτευξης του επιθυμητού επιπέδου  $P_{FA}$  παρατηρείται στο σχήμα 6.24. Το γεγονός ότι η κατανομή του θορύβου που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του κατωφλίου είναι εσφαλμένη, λόγω της υπαρκτής συσχέτισης των δειγμάτων θορύβου, οδηγεί σε απόκλιση από τον επιθυμητό στόχο πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης. Κάτι τέτοιο από την άλλη δεν παρατηρείται στον ανιχνευτή με χρήση συγκροτήματος φίλτρων, ο οποίος συμπεριφέρεται σχεδόν πανομοιότυπα με την περίπτωση του λευκού θορύβου.

Στη συνέχεια θεωρούμε ότι είσοδος του συστήματος πλέον είναι ένα πραγματικό PU σήμα απλού φέροντος που μοντελοποιείται με βάση της διαδικασία που περιγράφεται στην παράγραφο 8.1.1. Στο σχήμα 6.25, παρουσιάζεται η προκύπτουσα διαφοροποίηση της λειτουργίας. Προς έκπληξη μας παρατηρείται βελτίωση των επιδόσεων σε σχέση με την λευκή κανονική είσοδο. Η εξήγηση οφείλεται στο γεγονός ότι η απλή φέροντος διαμόρφωση σχηματίζει φασματικά μια καμπάνα, στο κέντρο της οποίας συγκεντρώνεται η ενέργεια. Ως αποτέλεσμα, τα φίλτρα που βρίσκονται κοντά στο κέντρο του PU διαύλου λειτουργούν σε πολύ καλύτερες συνθήκες και επωμίζονται τον καθορισμό της απόφασης. Αυτό οδηγεί σε μια μικρή βελτίωση των αποτελεσμάτων. Πάντως σε κάθε περίπτωση η γκαουσιανή προσέγγιση αποδεικνύεται επιτυχημένη καθώς το σφάλμα μεταξύ θεωρητικής τιμής και αποτελέσματος εξομοίωσης παραμένει μικρό.

Τέλος παρουσιάζονται διαγράμματα επίδοσης της λειτουργίας του GLRT ανιχνευτή (στηριζόμενα στην ανάλογη εκδοχή του ανιχνευτή MDFT συγκροτήματος φίλτρων). Γίνεται σύγκριση με την επίδοση του όταν χρησιμοποιείται το τρέχον διάνυσμα παρατήρησης τόσο για εκτίμηση της ισχύος σήματος, όσο και για την απόφαση με άλλες περιπτώσεις όπου χρησιμοποιούνται προγενέστερες εκτιμήσεις (από 4 έως 200). Οι επιδόσεις των GLRT ανιχνευτών συγκρίνονται με τις επιδόσεις του



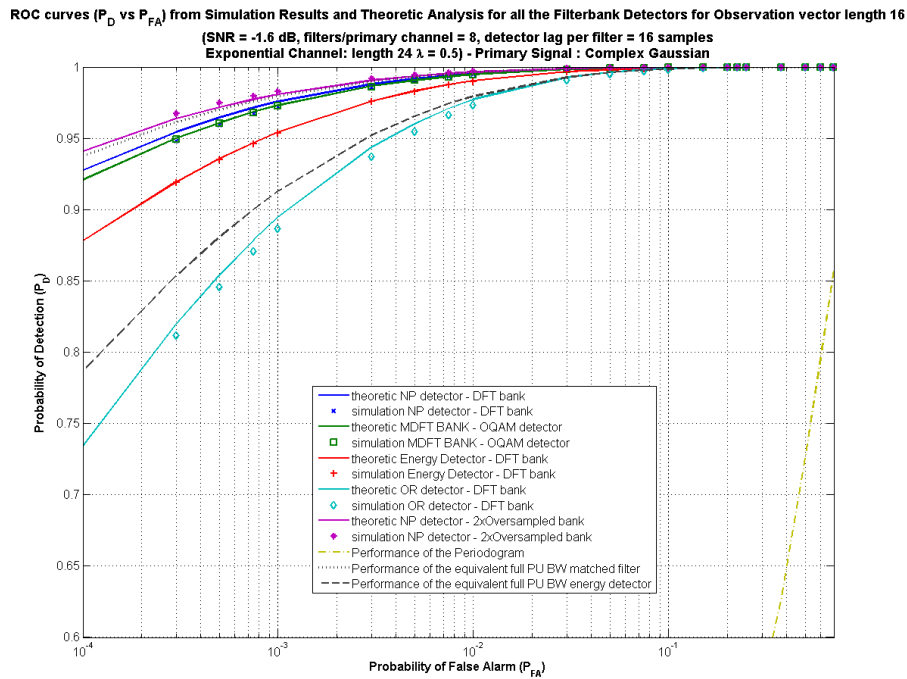


**Σχήμα 6.17:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση οκτώ δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (64 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -3 dB

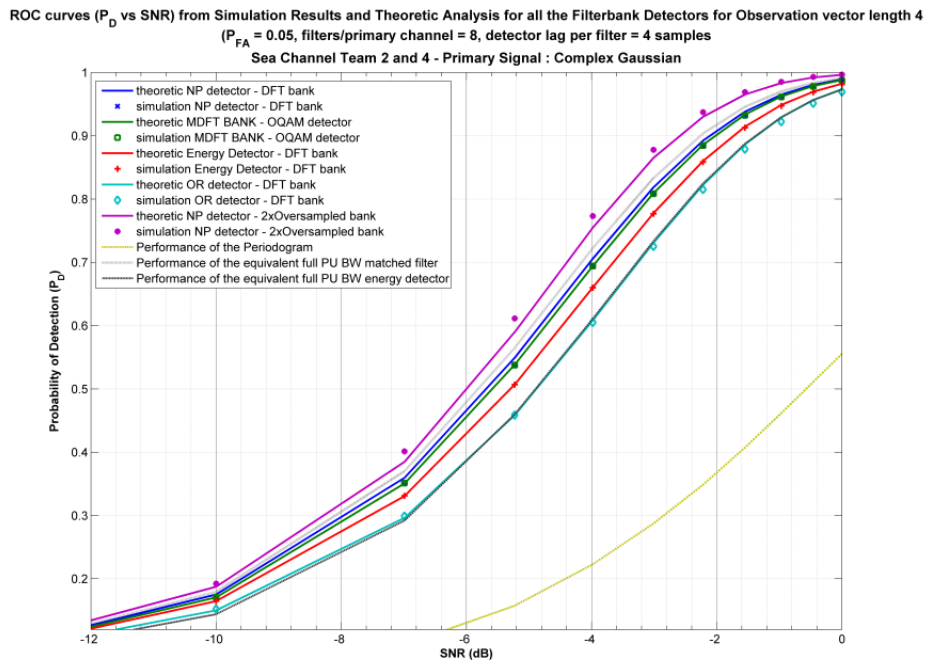
LMP ανιχνευτή. Ο ανιχνευτής θεωρείται ότι χρησιμοποιεί τέσσερα δείγματα στο διάνυσμα παρατήρησης. Στο σχήμα 6.29 διαπιστώνεται κάτι που φαίνεται αρχικά παράλογο. Ο GLRT ανιχνευτής επιτυγχάνει μεγαλύτερη τιμή πιθανότητας ορθής ανίχνευσης για συγκεκριμένη τιμή  $P_{FA}$  που η επίτευξή της τίθεται ως στόχος. Η απάντηση για τους λόγους που συμβαίνει αυτό, δίνεται από τη φύση του GLRT ανιχνευτή που ωθεί πάντα την απόφαση προς τη θετική έκβαση. Το κόστος παρουσιάζεται στο σχήμα 6.30 και 6.31. 6.30.

Είναι σαφές ότι η τιμή  $P_{FA}$  που επιτυγχάνει ο GLRT μιας μέτρησης δεν έχει καμία απολύτως σχέση με την επιθυμητή τιμή που όρισε το κατώφλι απόφασης και μόνο για μεγάλες τιμές SNR αρχίζει να παρατηρείται μια τάση προσέγγισης. Ο LMP από την άλλη, εξορισμού μένει πιστός στην εξασφάλιση του ορισμένου  $P_{FA}$  με κόστος στην πιθανότητα ανίχνευσης. Οι υλοποιήσεις GLRT με χρήση προγενέστερων εκτιμήσεων φαίνεται να συγκλίνουν αρκετά γρήγορα σε μια τιμή που προσεγγίζει αρκετά καλά το επιθυμητό  $P_{FA}$  διατηρώντας παράλληλα αυξημένη τιμή  $P_D$ . Η αύξηση του αριθμού των εκτιμήσεων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση, μετά από κάποιο σημείο δεν προσφέρει ιδιαίτερο όφελος, κάτι που αποδεικνύεται από την εγγύτητα των καμπυλών για εκτίμηση με χρήση 22 και 200 προγενέστερων τιμών.

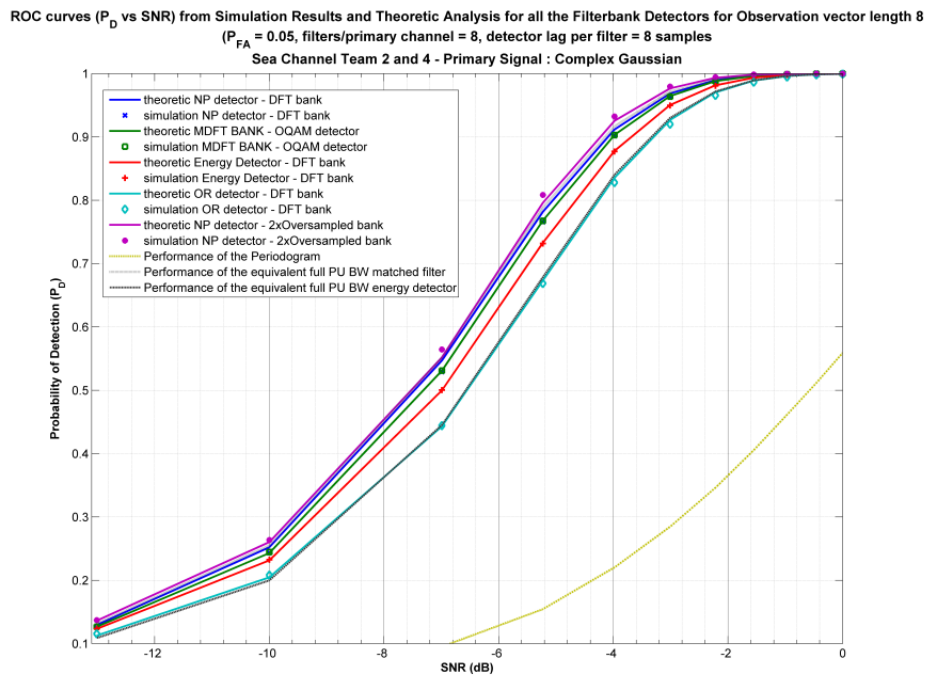
□



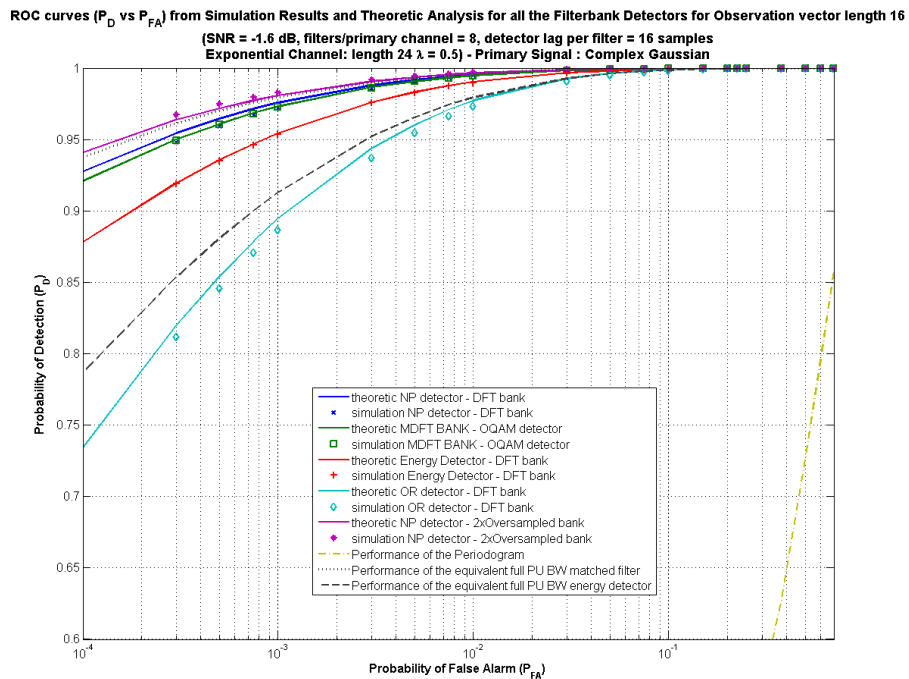
**Σχήμα 6.18:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση 16 δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (128 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -3 dB



**Σχήμα 6.19:** Καμπύλη Πιθανότητας ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR για ανίχνευση με χρήση τεσσάρων δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και  $P_{FA} = 0.05$

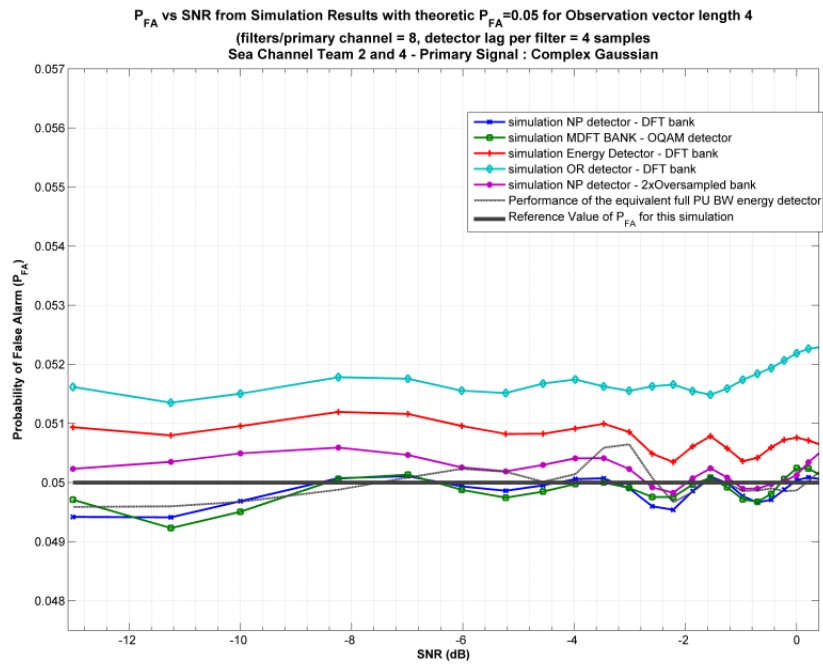


**Σχήμα 6.20:** Καμπύλη Πιθανότητας ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR με χρήση οκτώ δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (64 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και  $P_{FA} = 0.05$

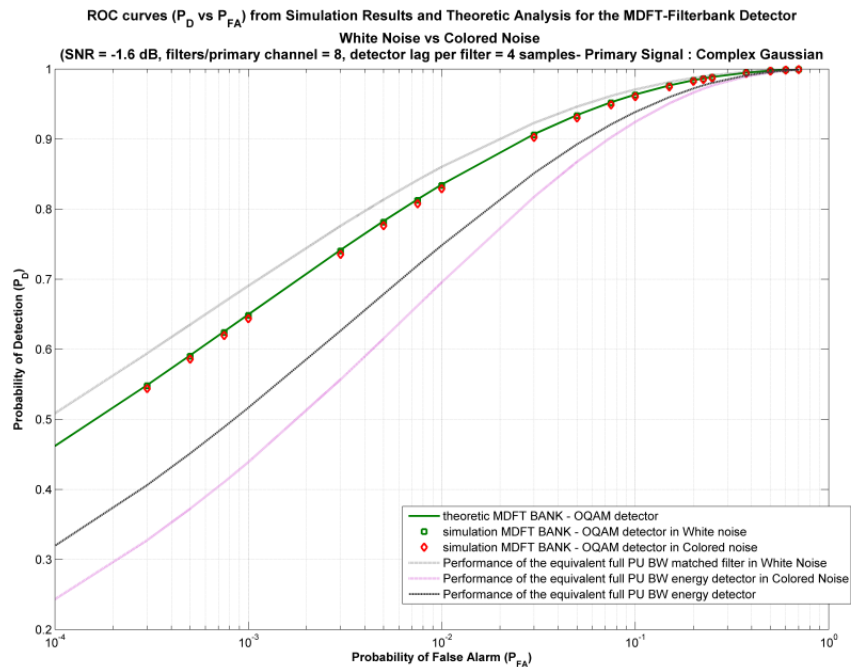


**Σχήμα 6.21:** Καμπύλη Πιθανότητας ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR με χρήση 16 δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (128 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και  $P_{FA} = 0.05$

## Κεφάλαιο 6. Φασματική Ανίχνευση με Χρήση Συγκροτήματος Φίλτρων

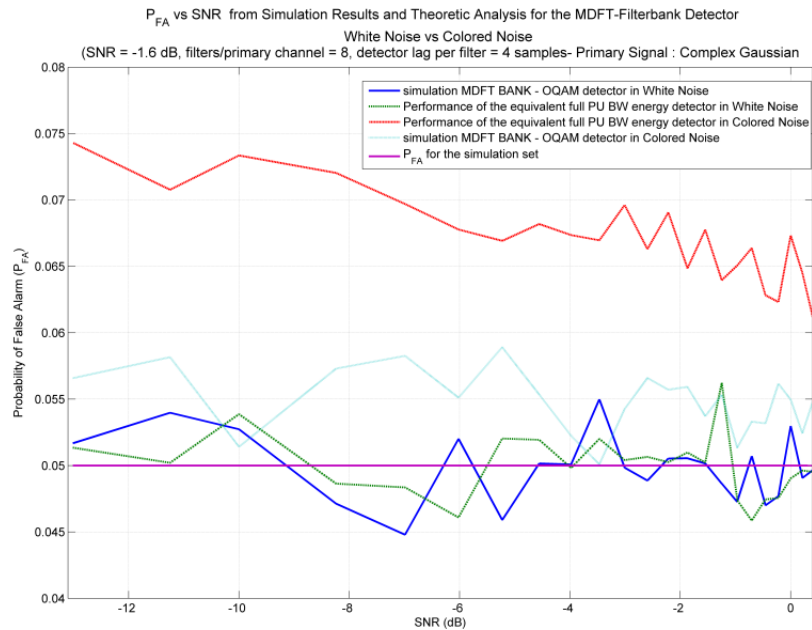


**Σχήμα 6.22:** Καμπύλη Πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR με χρήση 4 δειγμάτων ανά δάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και θεωρητικό  $P_{FA} = 0.05$

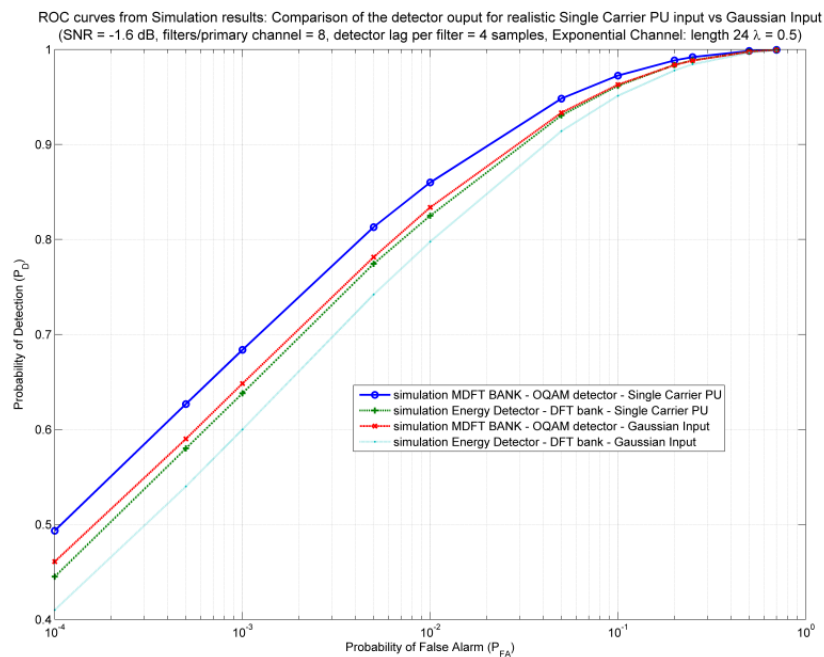


**Σχήμα 6.23:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση τεσσάρων δειγμάτων ανά δάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, άλλα ΕΓΧΡΩΜΟ θόρυβο και SNR -1.6 dB

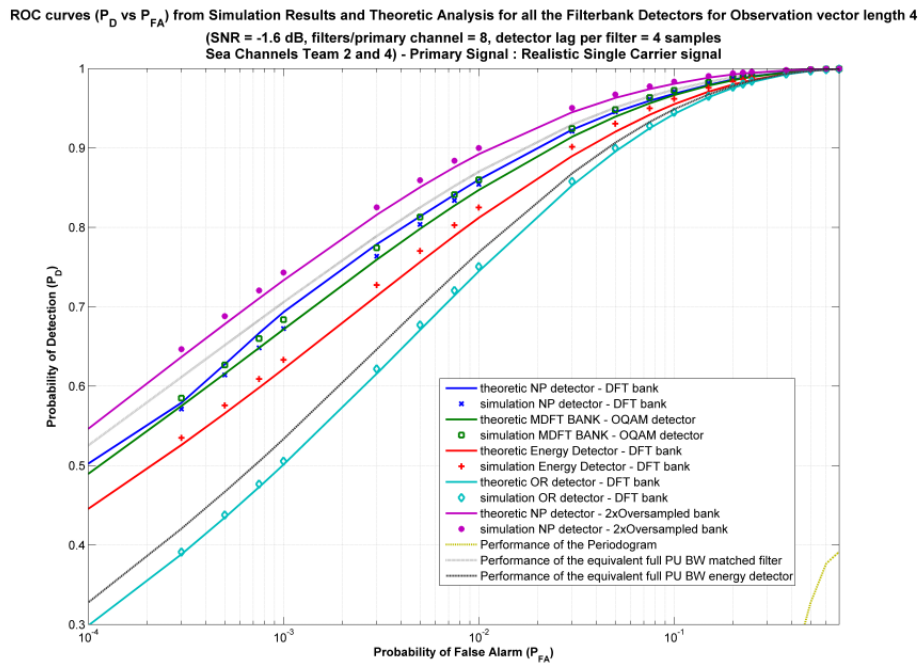
## Κεφάλαιο 6. Φασματική Ανίχνευση με Χρήση Συγκροτήματος Φίλτρων



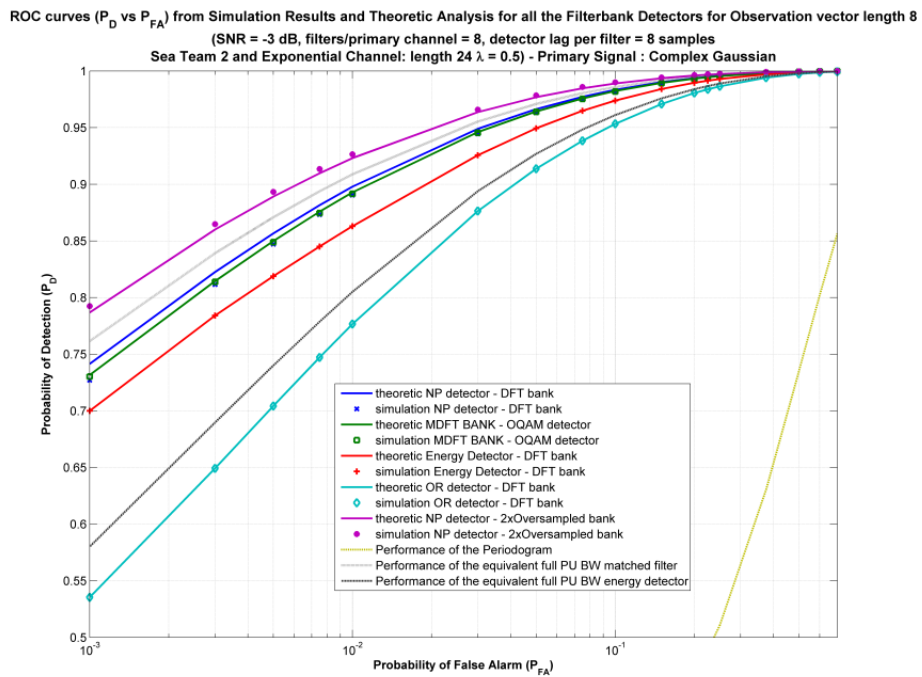
**Σχήμα 6.24:** Καμπύλη Πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης σε συνάρτηση με το SNR με χρήση 4 δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, άλλα ΕΓΧΡΩΜΟ δόρυθο και θεωρητικό  $P_{FA} = 0.05$



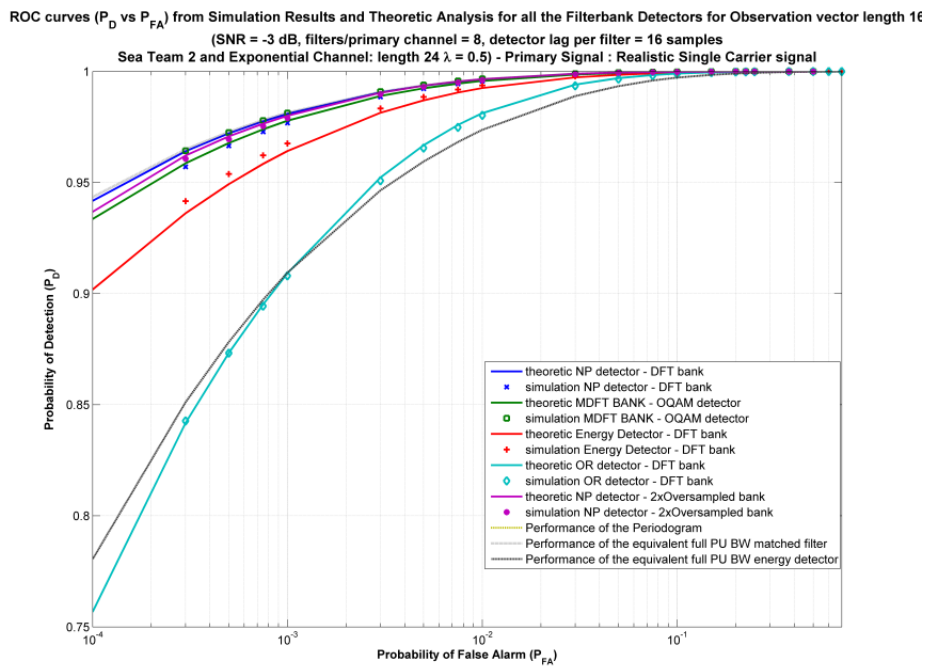
**Σχήμα 6.25:** Αντιπαράθεση της λειτουργίας του ανιχνευτή με είσοδο μια ρεαλιστική κυματομορφή απλού φέροντος και είσοδο λευκής κανονικής τυχαίας μεταβλητής.  $SNR = -1.6$  dB, χρησιμοποιούνται 4 δείγματα ανά διάνυσμα παρατήρησης



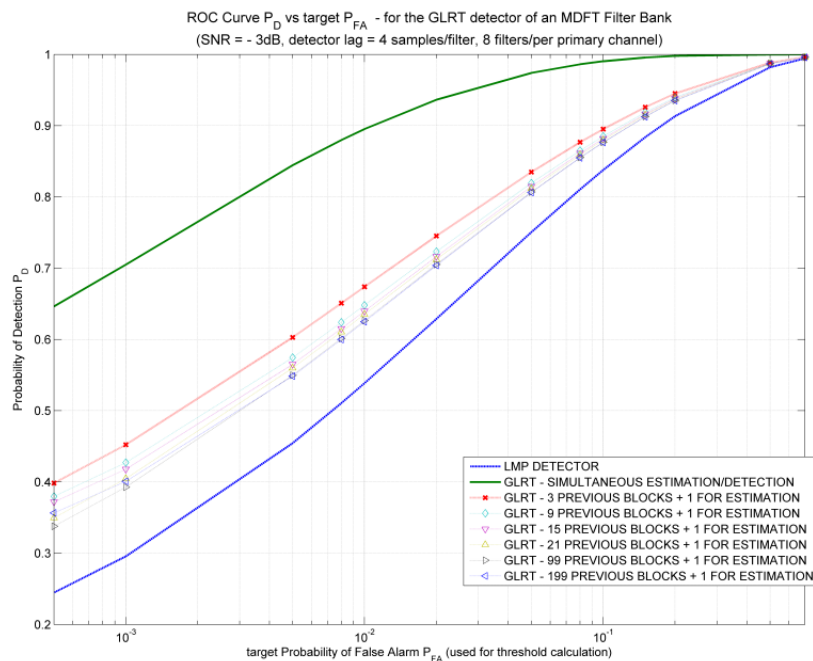
**Σχήμα 6.26:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση τεσσάρων δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, SNR -1.6 dB και ρεαλιστική είσοδο PU σήματος απλού φέροντος



**Σχήμα 6.27:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση οκτώ δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (64 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, SNR -1.6 dB και ρεαλιστική είσοδο PU σήματος απλού φέροντος

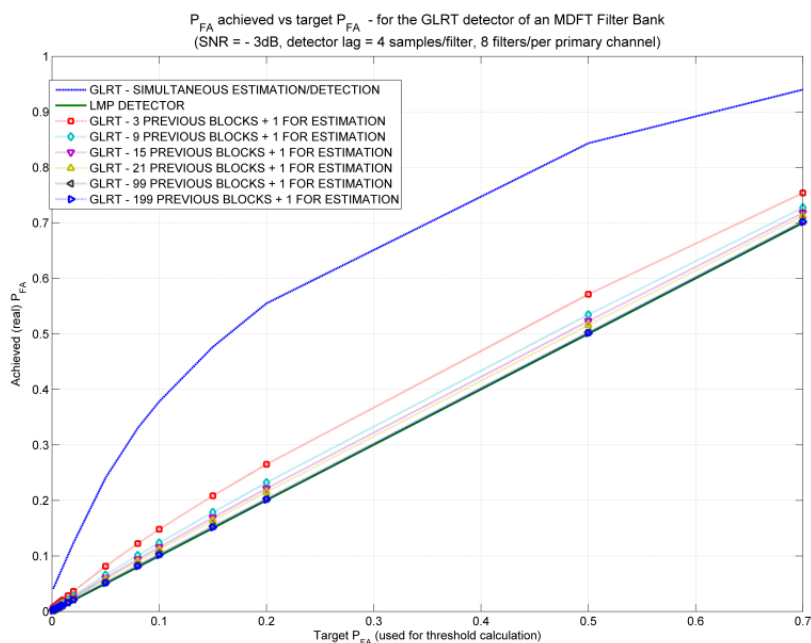


**Σχήμα 6.28:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση με χρήση 16 δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (128 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2, SNR -3 dB και ρεαλιστική είσοδο PU σήματος απλού φέροντος

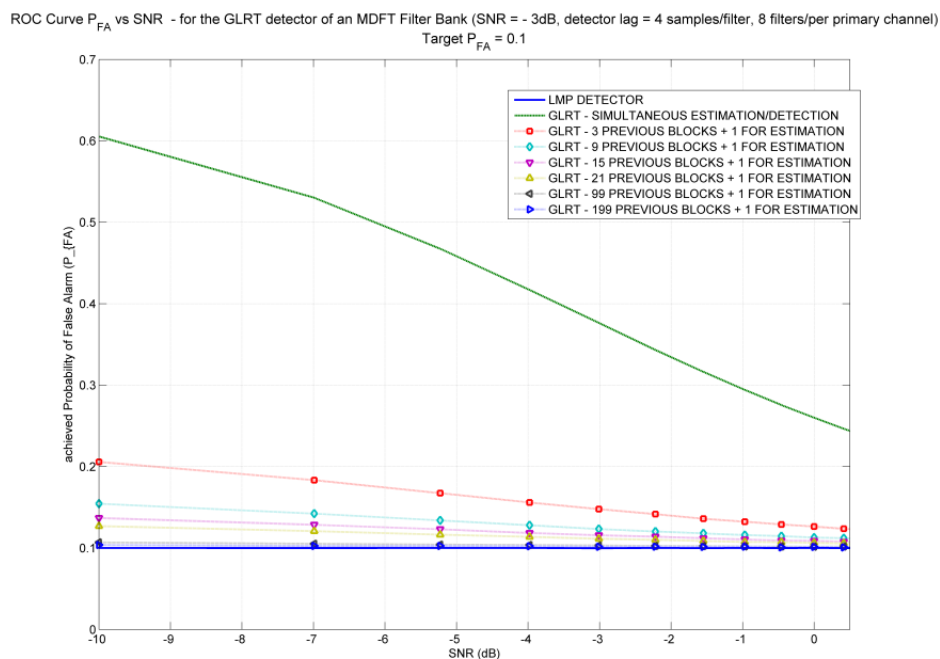


**Σχήμα 6.29:** Καμπύλη ROC για διάφορες υλοποιήσεις GLRT ανιχνευτή και του LMP ανιχνευτή με χρήση 4 δειγμάτων ανά διάνυσμα παρατήρησης ανά φίλτρο (32 στον ισοδύναμο PU ανιχνευτή) για το σύστημα με τις προδιαγραφές του πίνακα 6.2 και SNR -3 dB





**Σχήμα 6.30:** Καμπύλη πραγματικής τιμής  $P_{FA}$  σε συνάρτηση με την τιμή στόχου της  $P_{FA}$  για τις υλοποιήσεις των ανιχνευτών GLRT και LMP



**Σχήμα 6.31:** Καμπύλη πραγματικής τιμής  $P_{FA}$  σε συνάρτηση με το SNR για τιμή στόχου  $P_{FA} = 0.1$  για τις υλοποιήσεις των ανιχνευτών GLRT και LMP



## Κεφάλαιο 7

# Ανίχνευση Τριών Καταστάσεων σε OFDM CR σύστημα

### 7.1 Εισαγωγή

Η φασματική ανίχνευση, όπως αναφέρθηκε, αποτελεί βασική και απαραίτητη διαδικασία της λειτουργίας του φυσικού στρώματος ενός CR συστήματος. Το αποτέλεσμα αυτής συνδυαζόμενο με την πληροφορία που ενδεχομένως παρέχεται από το γνωστικό ραδιοδίκτυο (συνεργατική ανίχνευση) παρέχει την απαραίτητη γνώση για τους διαθέσιμους προς εκμετάλλευση πόρους. Παρόλα αυτά η διαδικασία της φασματικής ανίχνευσης από μόνη της δεν παρέχει πληροφορία για την ταυτότητα ή την προέλευση της εκπομπής που καταλαμβάνει μια συγκεκριμένη ζώνη του ραδιοδιαύλου.

Σε αυτό το σημείο εισάγεται η έννοια της φασματικής ανίχνευσης τριών καταστάσεων (Three State Sensing 3SS). Ως διαδικασία φασματικής ανίχνευσης τριών καταστάσεων ορίζεται η μέθοδος η οποία αναλύοντας το εισερχόμενο σήμα, λαμβάνει απόφαση για το αν:

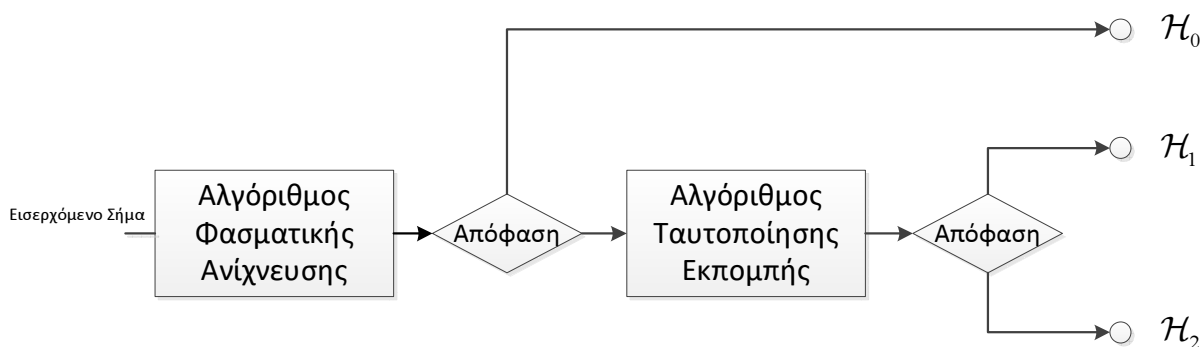
- Οι συγκεκριμένοι φασματικοί πόροι είναι ελεύθεροι προς χρήση.
- Οι συγκεκριμένοι φασματικοί πόροι καταλαμβάνονται από πρωτεύον ραδιοσύστημα.
- Οι συγκεκριμένοι φασματικοί πόροι καταλαμβάνονται από ένα άλλο CR τερματικό του γνωστικού ραδιοδικτύου.

Με βάση αυτόν τον ορισμό μπορούμε να πούμε πως το διάνυσμα ανάθεσης (allocation vector) που ορίζει ποιες ζώνες είναι ελεύθερες ή κατειλημμένες δεν έχει απλά δυαδικές τιμές, αλλά λαμβάνει και μια τρίτη τιμή η οποία ορίζει ότι οι συγκεκριμένοι πόροι (υποκανάλι, σύνολο φερόντων, χρονικές σχισμές κλπ) καταλαμβάνονται από άλλο μέλος του Γνωστικού ραδιοδικτύου.

Η πληροφορία αυτή μπορεί να είναι εξαιρετικά χρήσιμη σε ένα CR δίκτυο ειδικά σε δίκτυα Δυναμικής Χρήσης Φάσματος με κατανεμημένη αρχιτεκτονική. Όπως φαίνεται στην παράγραφο 10.6 η πληροφορία αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί με μια μορφή διαστρωματικής σχεδίασης (cross layer design) για βελτίωση των επιδόσεων διαδικασιών του υποστρώματος MAC. Επίσης στην περίπτωση ενός OFDM CR δικτύου η πληροφορία αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον συνολικό κατά προσέγγιση (coarse) συγχρονισμό του δικτύου τόσο σε επίπεδο φυσικού στρώματος όσο και για τα ανώτερα στρώματα. Η γνώση αυτή είναι πολύτιμη για την υλοποίηση τεχνικών πολλαπλής πρόσβασης από το CR δίκτυο, είναι απαραίτητη στο σύνολο των διεργασιών του MAC όπου ο ορισμός και η εκμετάλλευση των ευκαιριών εκπομπής για το CR σύστημα θεωρεί δεδομένη

την ύπαρξη ενός κοινού χρονικού άξονα για τα τερματικά και είναι ασφαλώς απαραίτητη για τον ορισμό μεθόδων σηματοδοσίας στο πρωτόκολλο του φυσικού στρώματος. Η γνώση της ταυτότητας του χρήστη του ραδιοδιαύλου (PU ή CR) ενδέχεται να μεταδίδεται από κάποια οντότητα του CR δικτύου (πχ από το σταθμό βάσης/σημείο πρόσβασης του CR δικτύου) αλλά στην περίπτωση που η γνώση αυτή αποκτάται κατανεμημένα και υποστηρίζεται συνεργατικά από τα CR τερματικά, ελαττώνεται κατά πολύ η απαιτούμενη πληροφορία που πρέπει να κυκλοφορήσει στο CR δίκτυο μέσω διαύλων σηματοδοσίας ακόμη και σε CR δίκτυα με κεντρικό έλεγχο.

Το πρόβλημα όπως τοποθετήθηκε είναι εύκολα αντιληπτό ότι μπορεί να διαχωριστεί σε δυο στάδια. Στο πρώτο στάδιο πραγματοποιείται κλασική φασματική ανίχνευση, όπου το CR τερματικό χρησιμοποιεί το λαμβανόμενο σήμα ώστε να αποφασίσει αν μια φασματική περιοχή χρησιμοποιείται ή όχι. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με οποιοδήποτε αλγόριθμο φασματικής ανίχνευσης επιλεγθεί. Το βήμα που θα μετατρέψει το συνολικό σύστημα ανίχνευσης σε 3SS είναι αυτό που ακολουθεί. Εφόσον στο πρώτο στάδιο αποφασιστεί ότι η υπό μελέτη φασματική περιοχή είναι κατειλημμένη, ενεργοποιείται η διαδικασία απόφασης όπου το τερματικό κρίνει αν η ζώνη καταλαμβάνεται από πρωτεύοντα χρήστη ή κάποιο άλλο CR τερματικό. Το δεύτερο στάδιο ονομάστηκε *Αλγόριθμος Ταυτοποίησης Εκπομπής*. Στο σχ.7.1 παρουσιάζεται ένα λογικό, σχηματικό διάγραμμα της διαδικασίας που περιγράφηκε.



**Σχήμα 7.1:** Λογικό διάγραμμα διαδικασίας Ανίχνευσης Τριών Καταστάσεων

Παρότι στην πράξη πρόκειται για διαδοχική λήψη δυο δυαδικών αποφάσεων για να υπάρχει συνοχή με τη σημειογραφία που χρησιμοποιήθηκε στο κεφ. 6 χρησιμοποιείται η σημειογραφική περιγραφή του πίνακα 7.1.

Απόφαση $H_0$	Φασματική περιοχή ελεύθερη προς χρήση
Απόφαση $H_1$	Φασματική περιοχή κατειλημμένη από πρωτεύοντα χρήστη
Απόφαση $H_2$	Φασματική περιοχή κατειλημμένη από γνωστικό ραδιοσύστημα

**Πίνακας 7.1:** Ορισμός Ενδεχομένων απόφασης για την 3SS διαδικασία

Επικεντρωνόμαστε στον Αλγόριθμο Ταυτοποίησης Εκπομπής. Ο αλγόριθμος που θα παρουσιαστεί αφορά CR συστήματα με OFDM διαμόρφωση. Χρησιμοποιείται πληροφορία που είναι διαθέσιμη στο CR τερματικό του δικτύου σχετικά με τον τύπο κυματομορφής που χρησιμοποιείται κατά τις CR εκπομπές καθώς το ίδιο το τερματικό χρησιμοποιεί τους ίδιους κανόνες μετάδοσης. Παρόλα αυτά θεωρείται ότι δε διαθέτει γνώση συγκεκριμένων σημάτων που εκπέμπονται και δεν προχωρά σε αποδιαμόρφωση. Βασικός στόχος του αλγορίθμου είναι να διατηρηθεί το απαιτούμενο υπολογιστικό κόστος σε χαμηλά επίπεδα, οπότε η απλότητα του αλγορίθμου είναι βασική προϋπόθεση καθώς επίσης είναι γενικά επιθυμητό, η λήψη της απόφασης να γίνεται όσο το δυνατό πιο γρήγορα. Η δυαδική απόφαση που λαμβάνεται στηρίζεται στις κλασικές μεθόδους της θεωρίας ανίχνευσης. Ορίζεται ένα μετρικό και ένα αντίστοιχο κατώφλι. Με βάση την τιμή του

μετρικού αποφασίζεται αν η κυματομορφή προέρχεται από OFDM-CR σύστημα ή από εκπομπή πρωτεύοντος χρήστη. Στις ακόλουθες παραγράφους αν και ο συνολικός ανιχνευτής τριών καταστάσεων περιλαμβάνει και τον απλό αλγόριθμο φασματικής ανίχνευσης, ο αλγόριθμος ταυτοποίησης αναφέρεται αποκλειστικά για λόγους συντομίας ως αλγόριθμος 3SS.

### 7.1.1 Χαρακτηριστικά OFDM κυματομορφών προς ανίχνευση

Όπως αναφέρθηκε εκτεταμένα στο κεφ.4, μια OFDM κυματομορφή παρουσιάζει ιδιαίτερη ευαισθησία στα σφάλματα συγχρονισμού τόσο στο χρόνο όσο και στη συχνότητα. Υπενθυμίζεται πως η έννοια του συγχρονισμού στο πεδίο της συχνότητας ουσιαστικά αφορά την ευθυγράμμιση των φερόντων του OFDM συστήματος και την αντιμετώπιση των ολισθήσεων που μπορεί να προκύψουν από αποκλίσεις στους ταλαντωτές πομπού-δέκτη ή σε φαινόμενα Doppler. Κατά συνέπεια στην βιβλιογραφία μπορεί να βρεθεί ένας μεγάλος αριθμός αλγορίθμων συγχρονισμού ([80], [142], [143], [144] κ.α.). Σε πολλές περιπτώσεις χρησιμοποιούνται μηδενικά φέροντα ([145]), σε άλλες γίνεται τυφλή εκτίμηση με μεγιστοποίηση κάποιου λόγου πιθανοφάνειας αλλά κατά κανόνα η αντιστάθμιση των φαινομένων αυτών πραγματοποιείται με τη χρήση προοιμίων συμβόλων (preambles) και την ανάλυση των ιδιοτήτων των συγκεκριμένων συμβόλων είτε στο πεδίο του χρόνου είτε στο πεδίο της συχνότητας.

Στις περισσότερες περιπτώσεις οι αλγόριθμοι συγχρονισμού χρησιμοποιούν την λογική πίσω από τη δημοφιλή εργασία των Schmidl and Cox [80]. Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί δυο σύμβολα εκ των οποίων το πρώτο αποτελείται από δυο ίδια τμήματα στο πεδίο του χρόνου. Ο χρονικός και συχνοτικός συγχρονισμός πραγματοποιείται στο μεγαλύτερο βαθμό μέσω της εκτίμησης της συσχέτισης μεταξύ των δυο όμοιων τμημάτων του πρώτου συμβόλου. Ως επεκτάσεις του αλγορίθμου των Schmidl και Cox προέκυψε μια σειρά αλγορίθμων που σταδιακά βελτίωναν τις επιδόσεις του και το εύρος των συχνοτικών ολισθήσεων που μπορούσε επιτυχημένα να αντιμετωπίσει ([142], [143] κ.α.). Οι αλγόριθμοι αυτοί περιελάμβαναν ένα ή περισσότερα σύμβολα εκπαίδευσης που αποτελούνται από 2 ή περισσότερα (4, 8 κ.ο.κ) όμοια τμήματα. Κάθε τέτοιος αλγόριθμος βασίζεται στην μέτρηση, εκτίμηση και αξιοποίηση της πληροφορίας των συσχετίσεων μεταξύ των όμοιων τμημάτων. Η φύση των συγκεκριμένων συμβόλων εκπαίδευσης με τα επαναλαμβανόμενα τμήματα στο πεδίο του χρόνου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την υλοποίηση του αλγορίθμου 3SS.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό των OFDM κυματομορφών είναι η ύπαρξη του κυκλικού προθέματος. Η πλεονάζουσα πληροφορία του κυκλικού προθέματος χρησιμοποιείται επίσης από πολλούς αλγορίθμους συγχρονισμού [146], [77] κυρίως για παρακολούθηση της αντιστάθμισης συγχρονισμού στον χρονομεταβλητό ραδιοδίαυλο. Υπό μια έννοια χρησιμοποιείται ως ένα περιορισμένου μεγέθους, διαρκώς επαναλαμβανόμενο σύμβολο εκπαίδευσης. Το CR τερματικό μπορεί να χρησιμοποιήσει αυτή την κυκλική περιοδικότητα για τον αλγόριθμο ταυτοποίησης.

Στις ακόλουθες παραγράφους περιγράφονται αλγόριθμοι 3SS για OFDM-CR συστήματα που χρησιμοποιούν αλγορίθμους συγχρονισμού που περιλαμβάνουν σύμβολα εκπαίδευσης με επαναλαμβανόμενα τμήματα, καθώς και ένας ανάλογος αλγόριθμος αξιοποίησης της πλεονάζουσας πληροφορίας του κυκλικού προθέματος. Για να είναι αποδοτική η επίδοση του αλγορίθμου, η απαραίτητη πληροφορία που πρέπει να διαθέτει το CR τερματικό είναι η ακόλουθη:

- Το CR γνωρίζει τον αριθμό και τη θέση των υποφερόντων του OFDM συστήματος.
- Το CR γνωρίζει τον αλγόριθμο συγχρονισμού που χρησιμοποιείται από το γνωστικό ραδιοσύστημα. Παρόλα αυτά δεν είναι απαραίτητο να γνωρίζει συγκεκριμένες ακολουθίες εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται ανά ζεύξη. Ουσιαστικά απλά απαιτείται να γνωρίζει τον αριθμό των επαναλαμβανόμενων τμημάτων στις ακολουθίες εκπαίδευσης.

- Το CR γνωρίζει το μέγεθος του κυκλικού προθέματος.

Είναι προφανές πως η πληροφορία αυτή πρέπει να είναι διαθέσιμη στο τερματικό καθώς και το ίδιο αποτελεί μέρος του γνωστικού ραδιοδικτύου. Ενδεχομένως να μην έχει απόλυτη γνώση του μεγέθους του κυκλικού προθέματος στην περίπτωση που χρησιμοποιείται κάποιος αλγόριθμος δυναμικής προσαρμογής του μεγέθους, αλλά παρόλα αυτά και πάλι μπορεί να υλοποιηθεί αλγόριθμος 3SS με αντίστοιχη όμως μείωση των επιδόσεων.

Ο αλγόριθμος 3SS είναι γενικά ανεξάρτητος από τη φύση της κυματομορφής του πρωτεύοντα χρήστη, όσον αφορά τη μεγιστοποίηση του μετρικού όταν η κυματομορφή προέρχεται από CR τερματικό. Φυσικά επηρεάζεται η πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης από τη φύση της πρωτεύουσας κυματομορφής αλλά όσο υπάρχει σχετική προσέγγιση της με την κανονική κατανομή (υπόθεση που χρησιμοποιείται κατά την σχεδίαση του ανιχνευτή), ο αλγόριθμος αποδίδει. Η μοναδική περίπτωση που ο αλγόριθμος θα τεθεί εκτός λειτουργίας για λογικές τιμές SNR είναι αν το πρωτεύον σύστημα έχει ακριβώς όμοια χαρακτηριστικά με το OFDM-CR, δηλαδή πρόκειται για OFDM σύστημα με την ίδια ανάθεση και τον ίδιο αριθμό υποφερόντων, την ίδια χρονική διάρκεια συμβόλου και χρησιμοποιεί αντίστοιχους αλγόριθμους συγχρονισμού. Από την άλλη η συγκεκριμένη ειδική περίπτωση δεν έχει ιδιαίτερο νόημα καθώς σε αυτή την περίπτωση το γνωστικό ραδιοσύστημα θα μπορούσε απλά να ήταν ένα σύνολο χρηστών σε ένα OFDMA σχήμα που περιγράφεται από το πρωτεύον δίκτυο. Από τη στιγμή που το CR δίκτυο είναι απολύτως όμοιο και χρησιμοποιεί τους ίδιους κανόνες με το πρωτεύον δίκτυο, χάνει τη σημασία του η έννοια της 3SS ανίχνευσης εφόσον απλά μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι κανόνες και τα κανάλια ελέγχου του προτυποποιημένου και αδειοδοτημένου συστήματος.

### 7.1.2 Μοντέλο συστήματος

Με βάση τις παρατηρήσεις αυτές ορίζεται το μοντέλο συστήματος για το οποίο θα αναπτυχθεί σε πρώτη φάση ο αλγόριθμος ταυτοποίησης. Για λόγους ευκολίας αναφέρεται ξανά η μαθηματική περιγραφή του OFDM σήματος (με τη διακριτή βαθυπερατή ισοδύναμη έκφραση). Αν  $N$  ο αριθμός των subcarriers του OFDM σήματος που καλύπτουν την υπό μελέτη φασματική περιοχή, θα ισχύει ότι η εκπεμπόμενη CR κυματομορφή θα δίνεται από:

$$s_{\text{cr}}(n) = \sum_{m=0}^{K-1} s_{\text{cr}}^{(m)}(n - m(N + N_g)), \quad (7.1)$$

$$s_{\text{cr}}^{(m)}(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} S_k e^{2\pi j \frac{kn}{N}}, \quad -N_g \leq n \leq N-1$$

όπου  $s_{\text{cr}}(n)$  είναι το συνολικό OFDM σήμα ως διαδοχή των  $K$  OFDM συμβόλων  $s_{\text{cr}}^{(m)}(n)$  τα οποία χρονικά περιορίζονται σε διάστημα  $N + N_g$  δειγμάτων, συμπεριλαμβάνοντας τα  $N_g$  δείγματα του κυκλικού προθέματος. Όπως είναι γενικά παραδεκτό, το OFDM σήμα με χρήση του κεντρικού οριακού θεωρήματος περιγράφεται με γενική ακρίβεια από την κανονική κατανομή (παρ. 4.5). Μάλιστα αποδεικνύεται ότι εφόσον χρησιμοποιούνται όλα τα subcarriers από το σύστημα, τα δείγματα του OFDM σήματος είναι ασυσχέτιστα, οπότε η κατάλληλη περιγραφή τους μπορεί να γίνει με χρήση AWGN κατανομής με μηδενική μέση τιμή και διασπορά  $\sigma_s^2$  που αντιπροσωπεύει τη μέση ισχύ του σήματος. Σε περίπτωση που δεν χρησιμοποιούνται όλα τα subcarriers, σταδιακά αρχίζει να υφίσταται συσχέτιση μεταξύ των δειγμάτων. Παρόλα αυτά η AWGN προσέγγιση συνεχίζει να είναι ικανοποιητική αν το μεγαλύτερο ποσοστό (π.χ. 75%) των subcarriers χρησιμοποιείται.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να σημειωθούν ορισμένες παραδοχές που έχουν γίνει. Πρώτα από όλα θεωρούμε ότι στο συγκεκριμένο στάδιο το CR τερματικό έχει απομονώσει μια φασματική

περιοχή που ισοδυναμεί με το εύρος ζώνης ενός πρωτεύοντος συστήματος. Υπό αυτή την έννοια στην περίπτωση που η ζώνη χρησιμοποιείται από ένα CR σύστημα, όλα τα subcarriers μπορούν να αξιοποιηθούν, συνθέτοντας μια κυματομορφή που προέρχεται από μια συγκεκριμένη ομάδα συνεχόμενων subcarriers. Ουσιαστικά μελετάται η προέλευση ενός τμήματος του σήματος της συνολικής OFDM-CR εκπομπής που όπως έχει αναφερθεί προέρχεται από τη σύνθεση μη συνεχόμενων ζωνών OFDM φερόντων (Non-contiguous OFDM). Επίσης θεωρείται AWGN δίαυλος, δηλαδή το κανάλι μπορεί να θεωρηθεί επίπεδο με μοναδική παραμόρφωση την εισαγωγή λευκού, μιγαδικού, κυκλικού γκαουσιανού θορύβου με μέση ισχύ  $\sigma_w^2$ .

Οι παραπάνω παραδοχές φαινομενικά περιορίζουν αρκετά τη λειτουργικότητα του αλγορίθμου σε ένα ρεαλιστικά ανεπτυγμένο CR ραδιοδίκτυο. Παρόλα αυτά σημειώνεται ότι: Πρώτα η ύπαρξη του ραδιοδιαύλου και της συσχέτισης λόγω μη χρησιμοποίησης του συνόλου των φερόντων αν και επιδεινώνουν τις επιδόσεις του αλγορίθμου, η επιδείνωση αυτή δεν τον καθιστά μη λειτουργικό καθώς φαίνεται να προσαρμόζεται εύρωστα σε συχνοεπιλεκτικούς διαύλους και να μην επηρεάζεται από μικρές συσχετίσεις. Από την άλλη τόσο το φαινόμενο του ραδιοδιαύλου όσο και η επέκταση του αλγορίθμου στη συνολική διακοπτόμενων ζωνών OFDM κυματομορφή μπορεί να αντιμετωπιστεί με τη χρήση συγκροτήματος φίλτρων στην είσοδο του δέκτη σε μια δομή όπως αυτή που παρουσιάζεται αναλυτικά στο κεφ.8.

Η κυματομορφή του πρωτεύοντος συστήματος μοντελοποιείται επίσης με θεώρηση λευκής μιγαδικής κανονικής ακολουθίας τυχαίων μεταβλητών, όπως θεωρήθηκε και στο κεφ.6 για τον αλγόριθμο φασματικής ανίχνευσης. Η υπόθεση αυτή γίνεται με τη χρήση του υπό την ευρεία έννοια κεντρικού οριακού θεωρήματος. Στην περίπτωση που το πρωτεύον σύστημα είναι OFDM η υπόθεση είναι απολύτως ορθή, με μοναδικό περιορισμό τη μη ταύτιση των χαρακτηριστικών των PU και CR εκπομπών. Στην περίπτωση που πρόκειται για εκπομπή απλού φέροντος με μορφοποιημένους παλμούς, η AWGN υπόθεση είναι αρκετά χαλαρή. Παρόλα αυτά όπως και στην περίπτωση του κεφ.6 αποδεικνύεται πως η επιδείνωση των επιδόσεων λόγω της απόκλισης από την AWGN υπόθεση δεν είναι αποτρεπτική. Οι εξομοιώσεις για τα PU σήματα έγιναν με βάση το μοντέλο εξομοίωσης των παρεμβολών για τα CR συστήματα που περιγράφεται στην παρ. 8.1.

## 7.2 Ανιχνευτής 3SS Neyman-Pearson βασισμένος στα σύμβολα εκπαίδευσης

Όσον αφορά τη μορφή των preambles θεωρείται μια γενική περίπτωση όπου ένα OFDM σύμβολο εκπαίδευσης αποτελείται από  $L$  επαναλαμβανόμενα τμήματα  $M$  δειγμάτων. Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται περισσότερα από ένα OFDM σύμβολα με αυτή τη δομή, θεωρείται (για να μπορεί να είναι αξιοποιήσιμη αυτή η πληροφορία) ότι τα συγκεκριμένα σύμβολα δεν προστατεύονται από κυκλικό πρόθεμα, πράγμα μη απαραίτητο λόγω της συνεχούς επανάληψης. Ισχύει κατά συνέπεια ότι:

$$(\mathbf{ap. preambles}) \times N = LM \quad (7.2)$$

Στην ακόλουθη ανάλυση θεωρούμε ότι χρησιμοποιείται ένα preamble σύμβολο. Η γενίκευση για διαφορετικό αριθμό preambles γίνεται απευθείας με αντικατάσταση του  $N$  με  $(\mathbf{ap. preambles}) \times N$ , ενώ για λόγους συμβατότητας με παρεμφερείς αλγορίθμους αγνοείται το κυκλικό πρόθεμα. Ο σχηματισμός συμβόλων με  $L$  επαναλαμβανόμενα τμήματα μπορεί να πραγματοποιηθεί με την OFDM διαμόρφωση συμβόλου  $M = N/L$  δειγμάτων και υπερδειγματοληψία του κατά  $L$  στο πεδίο

της συχνότητας. Δηλαδή:

$$s_{\text{cr}}^{\text{pre}}(n) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{k=0}^{M-1} S_k e^{2\pi j \frac{kn}{M}}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (7.3)$$

Η κανονικοποίηση στον iDFT της OFDM διαμόρφωσης γίνεται με βάση το  $M$  ώστε να διατηρείται σταθερή και ίση με  $\sigma_s^2$  η μέση ισχύς. Εκτός αυτού, σε πολλές περιπτώσεις ([142]) το κάθε τμήμα του preamble ενδέχεται να έχει διαφορετικό πρόσημο, καθώς έχει δειχθεί ότι με αυτόν τον τρόπο το μετρικό συγχρονισμού εμφανίζει μεγαλύτερη συγκέντρωση ενέργειας στο βέλτιστο σημείο συγχρονισμού και κατά συνέπεια καλύτερες επιδόσεις. Συμπεριλαμβάνοντας αυτό το ενδεχόμενο στην ανάλυση λοιπόν μπορούμε να πούμε ότι ισχύει:

$$\begin{aligned} s_{\text{cr}}^{\text{pre}}(n) &= \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \tilde{s}_{\text{cr}}^{\text{pre}}(n - lM) \\ \tilde{s}_{\text{cr}}^{\text{pre}}(n) &= \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{k=0}^{N/L-1} S_k e^{2\pi j \frac{kn}{M}}, \quad 0 \leq n \leq M-1 \\ \alpha_l &= 1 \text{ or } -1 \end{aligned} \quad (7.4)$$

Το  $\alpha_l$  παίρνει τιμή ανάλογα με το πρότυπο προσήμων που αντιστοιχεί στον αλγόριθμο που υλοποιείται. Και σε αυτή την περίπτωση είναι μαθηματικά πολύ πιο βολικό να χρησιμοποιηθεί διανυσματική περιγραφή. Για τον ανιχνευτή που αναπτύσσεται και καθώς η πληροφορία που επιτρέπει την λήψη απόφασης έχει μέγεθος  $N$  δειγμάτων, το διάνυσμα παρατήρησης του ανιχνευτή έχει διαστάσεις  $N \times 1$ . Το διάνυσμα παρατήρησης αντίστοιχα μπορεί να γραφεί ως διαδοχή  $L$  υποδιανυσμάτων μεγέθους  $M \times 1$ . Συγκεκριμένα και αφού ο αλγόριθμος φασματικής ανίχνευσης έχει αποφανθεί ότι υπάρχει σήμα στην υπό μελέτη ζώνη, το διάνυσμα παρατήρησης για τη χρονική στιγμή  $n_0$  μπορεί να γραφεί ως:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} y(n_0 - N + 1) \\ \vdots \\ y(n_0 - 1) \\ y(n_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(n_0 - N + 1) \\ \vdots \\ s(n_0 - 1) \\ s(n_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w(n_0 - N + 1) \\ \vdots \\ w(n_0 - 1) \\ w(n_0) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{L-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_0 \\ \mathbf{s}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{s}_{L-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_0 \\ \mathbf{w}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{w}_{L-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7.5)$$

Σημειώνεται ότι με βάση τον συγκεκριμένο ορισμό των διανυσμάτων, το πιο πρόσφατο δείγμα στο διάνυσμα παρατήρησης τοποθετείται ως τελευταίο δείγμα του διανύσματος. Σε περίπτωση που είναι για οποιοδήποτε λόγο επιθυμητή η αντιστροφή των διανυσμάτων πρέπει να ακολουθηθεί ανάλογα κατάλληλη αντιστροφή σειρών ή/και στηλών στις αλγεβρικές πράξεις και στους ορισμούς των πινάκων που ακολουθούν, εφόσον δεν υπάρχει συμμετρία.

Το διάνυσμα  $\mathbf{s}$  που αποτελεί το σήμα πληροφορίας μπορεί να προέρχεται είτε από PU χρήστη είτε από CR. Σύμφωνα με το θεώρημα Neyman-Pearson ο ανιχνευτής που μεγιστοποιεί την πιθανότητα ορθής ανίχνευσης  $P_D$  για δεδομένη πιθανότητα λανθασμένης ανίχνευσης  $P_{FA}$  προκύπτει από τη σύγκριση του λόγου πιθανοφάνειας του διανύσματος παρατήρησης  $\mathbf{y}$  με κατάλληλα επιλεγμένο κατώφλι που επιτυγχάνει το επιθυμητό  $P_{FA}$ . Χρησιμοποιώντας τη σημειογραφία του

πίνακα 7.1 έχουμε:

$$\frac{f_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}/\mathcal{H}_2)}{f_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1)} \underset{\mathcal{H}_1}{\underset{\mathcal{H}_2}{\geq}} \gamma \quad (7.6)$$

Στην περίπτωση που ισχύει το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  τότε με βάση τις θεωρήσεις που έχουν γίνει, η συνάρτηση πυκνότητας  $f_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1)$  μπορεί να προκύψει πολύ απλά καθώς ισχύει ότι το διάνυσμα θορύβου ακολουθεί την κατανομή  $\mathbf{w} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_N)$  ενώ το διάνυσμα του σήματος δεχόμαστε ότι ακολουθεί ανάλογα την κατανομή  $\mathbf{s} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_s^2 \mathbf{I}_N)$ . Κατά συνέπεια από την άθροιση ανεξάρτητων κανονικών μεταβλητών ισχύει:

$$\mathbf{y}/\mathcal{H}_1 \sim \mathcal{N}(0, (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_N) \quad (7.7)$$

Η κατανομή της (7.7) ισχύει για οποιοδήποτε χρονικό σημείο  $n_0$ . Την αντίστοιχη θεώρηση βέβαια μπορούμε να κάνουμε ανάλογα για την κατανομή του σήματος όταν αυτό προέρχεται από CR τερματικό αλλά το χρονικό σημείο  $n_0$  δεν συμπίπτει με το preamble συγχρονισμού του σήματος. Είναι λογικό σε αυτή την περίπτωση ο ανιχνευτής να αποφασίσει λανθασμένα ότι ισχύει το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$ . Η πιθανότητα αυτή αντιμετωπίζεται από την μέθοδο υλοποίησης διαδοχικής ανίχνευσης ταυτοποίησης όπως θα φανεί σε επόμενο στάδιο.

Η εναλλαγή προσήμων στα διάφορα επαναλαμβανόμενα τμήματα του preamble ανάλογα με τον τύπο του αλγόριθμου συγχρονισμού μπορεί να προκαλέσει διάφορες δυσκολίες στον ορισμό του ανιχνευτή. Έστω ότι το πρότυπο προσήμων που χρησιμοποιείται από τον αλγόριθμο δίνεται από το διάνυσμα

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{L-1} \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

με  $a_l = 1$  ή  $-1$ . Σε αυτή την περίπτωση το διάνυσμα πληροφορίας όταν το  $n_0$  είναι το χρονικό σημείο βέλτιστης ευθυγράμμισης μπορεί να γραφτεί με τη σχέση:

$$\mathbf{s}_{\text{pre}} = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{I}_M) \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}} \\ \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

όπου  $\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{a})$  και το σύμβολο  $\otimes$  περιγράφει το γινόμενο Kronecker μεταξύ των πινάκων διαστάσεων  $L \times L$  και  $M \times M$  ενώ το  $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}$  διαστάσεων  $M \times 1$  είναι η διανυσματική περιγραφή των δειγμάτων σήματος του preamble όπως ορίστηκαν στη σχέση (7.4). Για να αποφευχθεί ο πίνακας  $\mathbf{A}$ , ο ανιχνευτής χρησιμοποιεί ως διάνυσμα παρατήρησης το διάνυσμα:

$$\mathbf{y}^+ = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{y} \quad (7.10)$$

Είναι πολύ απλό να αποδειχθεί πως το  $\mathbf{y}^+$  είναι ένα επαρκές στατιστικό (sufficient-[139]) και κατά συνέπεια η χρησιμοποίηση του δεν θα στερήσει κάποια πληροφορία κατά το σχεδιασμό του Neyman-Pearson ανιχνευτή. Αυτό που πραγματοποιεί ο απλός μετασχηματισμός της (7.10) είναι η αναίρεση των εναλλαγών προσήμων που ενδεχομένως να απαιτούνται από τον αλγόριθμο συγχρονισμού. Παράλληλα ο μετασχηματισμός δεν αλλοιώνει σε καμία περίπτωση την κατανομή του διανύσματος παρατήρησης στο ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$ . Από τη στιγμή που τα εισερχόμενα δείγματα θεωρούνται ασυσχέτιστες κανονικές τυχαίες μεταβλητές, η εναλλαγή προσήμου δεν έχει καμία απολύτως συνέπεια. Συνεπώς  $\mathbf{y}^+/\mathcal{H}_1 \sim \mathcal{N}(0, (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_N)$ . Μάλιστα ο μετασχηματισμός του πί-

νακα  $\mathbf{A}$  βοηθά ώστε να γίνει πιο ακριβής η γκαουσιανή προσέγγιση.

Εξετάζεται σε αυτό το σημείο η περίπτωση όπου το  $n_0$  είναι το χρονικό σημείο όπου στο διάστημα παρατήρησης περιλαμβάνεται ολόκληρο το preamble συγχρονισμού. Πριν προχωρήσουμε περαιτέρω στην ανάλυση πρέπει να γίνουν ορισμένες παρατηρήσεις.

- Αν και το OFDM σήμα μοντελοποιείται επιτυχώς από την λευκή μιγαδική κανονική κατανομή και τα OFDM δείγματα είναι ανά δύο ανεξάρτητα, δεν είναι ανεξάρτητα ως σύνολο όσον αφορά την ενέργεια τους. Συγκεκριμένα όπως παρουσιάζεται και στο κεφ. 4.5 στην περίπτωση που η διαμόρφωση που χρησιμοποιείται ανά φέρον είναι σταθερής περιβάλλουσας, πχ QPSK, τότε παρότι ισχύει το κανονικό μοντέλο, η συνολική ισχύς του OFDM συμβόλου είναι σταθερή. Ισχύει δηλαδή ότι:

$$\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}^H \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}} = M\sigma_s^2 \quad (7.11)$$

Είναι λογικό να υποθέσουμε πως το preamble συγχρονισμού θα χρησιμοποιεί έναν απλό και βασικό τύπο διαμόρφωσης (πχ QPSK, BPSK) και μάλιστα με αυτή την επιλογή η κυματομορφή του στο πεδίο του χρόνου αποδίδει καλύτερα όσον αφορά τις παρουσιαζόμενες τιμές PAPR. Κατά συνέπεια στη συνέχεια θα θεωρήσουμε ότι χρησιμοποιείται διαμόρφωση σταθερής περιβάλλουσας ανά subcarrier.

- Παρά την εξάρτηση στην ισχύ των δειγμάτων του OFDM συμβόλου, είναι ασφαλές και ορθό να θεωρηθεί ότι το διάνυσμα παρατήρησης  $\mathbf{y}$  όταν αυτό περιλαμβάνει ένα ολόκληρο OFDM σύμβολο ακολουθεί πολυδιάστατη κανονική μιγαδική κατανομή.

Με βάση τις παραπάνω παρατηρήσεις το επόμενο βήμα είναι να προσδιοριστεί ο πίνακας συμμεταβλητότητας της κανονικής τυχαίας μεταβλητής  $\mathbf{s}$  όταν  $\mathbf{s} = \mathbf{s}_{\text{pre}}$ . Όπως αναφέρθηκε για το διάνυσμα θορύβου ισχύει  $\mathbf{w} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_N)$ . Αντίστοιχα και με βάση τις παρατηρήσεις μπορούμε να θεωρήσουμε ότι:

$$\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_s^2 \mathbf{I}_M) \quad (7.12)$$

Με δεδομένη την  $L$  φορές διαδοχική επανάληψη του OFDM συμβόλου  $M$  δειγμάτων για το σχηματισμό του συνολικού preamble μπορεί εύκολα να δειχθεί ότι:

$$(\mathbf{A} \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{s}_{\text{pre}} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_s^{\text{pre}}) \quad (7.13)$$

$$\mathbf{C}_s^{\text{pre}} = \underbrace{\sigma_s^2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M & \mathbf{I}_M & \cdots & \mathbf{I}_M \\ \mathbf{I}_M & \mathbf{I}_M & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I}_M & \mathbf{I}_M & \cdots & \mathbf{I}_M \end{bmatrix}}_{L \text{ times}}$$

όπου έχουμε αναφέρει κάθε πιθανή μεταβολή προσήμου. Συνδυάζοντας τα παραπάνω αποτελέσματα με αυτά του θορύβου καταλήγουμε:

$$\mathbf{y}^+ / \mathcal{H}_2 \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_y^{\text{pre}} = \mathbf{C}_s^{\text{pre}} + \sigma_w^2 \mathbf{I}) \quad (7.14)$$

$$\mathbf{C}_y^{\text{pre}} = \begin{bmatrix} (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_M & \sigma_s^2 \mathbf{I}_M & \cdots & \sigma_s^2 \mathbf{I}_M \\ \sigma_s^2 \mathbf{I}_M & (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_M & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \sigma_s^2 \mathbf{I}_M & \sigma_s^2 \mathbf{I}_M & \cdots & (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_M \end{bmatrix}$$



Εδώ πρέπει να τονιστεί ξανά ότι με βάση τον μαθηματικό ορισμό των ενδεχομένων, το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  δεν αντιπροσωπεύει συνολικά την παρουσία σήματος προερχόμενο από CR τερματικό, αλλά την παρουσία του preamble συγχρονισμού στο διάνυσμα παρατήρησης. Η επιλογή του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_2$  κατά συνέπεια αποφασίζει μεν ότι CR κυματομορφή έχει καταλάβει το δίαυλο, αλλά η επιλογή του  $\mathcal{H}_1$  δεν εξασφαλίζει από μόνη της ότι ο δίαυλος έχει καταληφθεί από PU. Μπορεί κάλλιστα να πρόκειται για CR σήμα, όταν το  $n_0$  είναι χρονική στιγμή τέτοια ώστε να μην περιλαμβάνεται το preamble συγχρονισμού στο διάνυσμα παρατήρησης. Σε αυτή τη φάση της ανάλυσης πάντως χρησιμοποιούνται τα ενδεχόμενα  $\mathcal{H}_1$  και  $\mathcal{H}_2$  θεωρώντας ότι μπορεί με βάση αυτή την απόφαση να πραγματοποιηθούν το διαχωρισμό. Για να γίνει αυτό πραγματικότητα προστίθεται ένας επιπλέον μηχανισμός στον αλγόριθμο ταυτοποίησης τον οποίο αρχικά αγνοούμε.

Σχηματίζεται ο λογαριθμημένος λόγος πιθανότητας για τα ενδεχόμενα  $\mathcal{H}_1$  και  $\mathcal{H}_2$

$$\ln \left( \frac{f_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}^+/\mathcal{H}_2)}{f_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}^+/\mathcal{H}_1)} \right) = -(\mathbf{y}^+)^H (\mathbf{C}_y^{\text{pre}})^{-1} \mathbf{y}^+ + \frac{1}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} (\mathbf{y}^+)^H \mathbf{y}^+ - N \ln(\sigma_s^2 + \sigma_w^2) + \ln(|\mathbf{C}_y^{\text{pre}}|) \stackrel{\mathcal{H}_2}{\underset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma$$

$$: (\mathbf{y}^+)^H \left( \frac{\mathbf{I}_N}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} - (\mathbf{C}_y^{\text{pre}})^{-1} \right) \mathbf{y}^+ \stackrel{\mathcal{H}_2}{\underset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma'$$
(7.15)

Υπολογίζεται ο αντίστροφος του πίνακα συμμεταβλητότητας για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$ . Για να γίνει αυτό ο πίνακας γράφεται ως γινόμενο Kronecker με τη μορφή:

$$\mathbf{C}_y^{\text{pre}} = \sigma_s^2 \begin{bmatrix} \frac{\sigma_w^2 + \sigma_s^2}{\sigma_s^2} & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \frac{\sigma_w^2 + \sigma_s^2}{\sigma_s^2} & & 1 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & \frac{\sigma_w^2 + \sigma_s^2}{\sigma_s^2} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_M$$
(7.16)

Ο αντίστροφος του διαστάσεων  $L \times L$  πίνακα μπορεί να υπολογιστεί εύκολα καθώς αποδεικνύεται ότι ο αντίστροφος ενός πίνακα αυτής της μορφής ( $c \neq 0$ ) δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{bmatrix} c+1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & c+1 & & 1 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & c+1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{c(c+L)} \begin{bmatrix} c+L-1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & c+L-1 & & -1 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & \dots & c+L-1 \end{bmatrix}$$

Κατά συνέπεια χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες του γινομένου Kronecker  $((A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1})$  ο αντίστροφος του πίνακα συμμεταβλητότητας θα δίνεται από:

$$(\mathbf{C}_y^{\text{pre}})^{-1} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2 (\sigma_w^2 + L\sigma_s^2)} \begin{bmatrix} \left( \frac{\sigma_w^2}{\sigma_s^2} + L - 1 \right) \mathbf{I}_M & -\mathbf{I}_M & \dots & -\mathbf{I}_M \\ -\mathbf{I}_M & \left( \frac{\sigma_w^2}{\sigma_s^2} + L - 1 \right) \mathbf{I}_M & & -\mathbf{I}_M \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -\mathbf{I}_M & -\mathbf{I}_M & \dots & \left( \frac{\sigma_w^2}{\sigma_s^2} + L - 1 \right) \mathbf{I}_M \end{bmatrix}$$
(7.17)

Ενσωματώνοντας το αποτέλεσμα στον πίνακα του λογαριθμημένου λόγου πιθανότητας προκύπτει ότι αν  $\mathbf{D} = \left( \frac{1}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \mathbf{I}_N - (\mathbf{C}_y^{\text{pre}})^{-1} \right)$  τα στοιχεία του πίνακα δίνονται από τις σχέσεις:

$$[\mathbf{D}]_{k,l}^{k \neq l} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2 (L\sigma_s^2 + \sigma_w^2)}$$

$$[\mathbf{D}]_{k,k} = -\frac{(L-1)\sigma_s^4}{\sigma_w^2 (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) (L\sigma_s^2 + \sigma_w^2)}$$
(7.18)

Ο πίνακας  $\mathbf{D}$  μπορεί να εκφραστεί επίσης ως αποτέλεσμα γινομένου Kronecker υπό την εξής μορφή:

$$\mathbf{D} = q \begin{bmatrix} -c & 1 & \dots & 1 \\ 1 & -c & & 1 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & -c \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_M = q \mathbf{D}_L \otimes \mathbf{I}_M \quad (7.19)$$

$$q = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2 (\sigma_w^2 + L\sigma_s^2)}, \quad c = \frac{(L-1)\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}$$

Ενώ το μετρικό του Neyman-Pearson ανιχνευτή που σχηματίστηκε προκύπτει από την τετραγωνική μορφή:

$$T(\mathbf{y}^+) = (\mathbf{y}^+)^H \mathbf{D} \mathbf{y}^+ \quad (7.20)$$

Όπως και σε κάθε άλλη περίπτωση ανιχνευτή για να γίνει δυνατός ο προσδιορισμός του κατωφλίου απόφασης αλλά και η εκτίμηση των επιδόσεων του πρέπει να προσδιοριστούν αντίστοιχα οι κατανομές του μετρικού. Για να γίνει αυτό πρέπει να προσδιοριστούν οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα  $\mathbf{D}$ . Σε αυτό βοηθά η χρήση των ιδιοτήτων του γινομένου Kronecker καθώς ισχύει ότι οι ιδιοτιμές ενός γινομένου δίνονται από τα  $LM$  δυνατά γινόμενα ιδιοτιμών των δυο πινάκων. Από τη στιγμή που ο ένας πίνακας του γινομένου είναι μοναδιαίος, οι ιδιοτιμές του γινομένου προκύπτουν αποκλειστικά από τον πίνακα  $\mathbf{D}_L$  (με βαθμό πολλαπλότητας  $M$  η κάθε μια). Μετά από μαθηματική επεξεργασία του πίνακα  $\mathbf{D}_L$  προκύπτει ότι ο πίνακας ιδιοτιμών δίνεται από τον πίνακα:

$$\mathbf{\Lambda}_L = \begin{bmatrix} & 0 & & \\ (-1-c)\mathbf{I}_{L-1} & \vdots & & \\ & 0 & & \\ 0 \dots 0 & L-1-c & & \end{bmatrix} \quad (7.21)$$

Δηλαδή υπάρχει μια μοναδική ιδιοτιμή  $L-1-c$ , ενώ η ιδιοτιμή  $-1-c$  έχει βαθμό πολλαπλότητας  $L-1$ . Ένας πίνακας ιδιοδιανυσμάτων του πίνακα  $\mathbf{D}_L$  μπορεί εύκολα να δειχθεί ότι είναι ο ακόλουθος:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \dots & \mathbf{u}_{L-1} & \mathbf{u}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & \dots & -1 & 1 \\ 1 & 0 & & 0 & 1 \\ 0 & 1 & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

όπου οι  $L-1$  στήλες αντιστοιχούν στην επαναλαμβανόμενη ιδιοτιμή και η τελευταία στήλη στην ιδιοτιμή  $L-1-c$ . Η ύπαρξη της επαναλαμβανόμενης ιδιοτιμής έχει ως αποτέλεσμα ο πίνακας  $\mathbf{U}$  να μην είναι ο μοναδικός πίνακας ιδιοδιανυσμάτων του πίνακα  $\mathbf{D}_L$  για τη συγκεκριμένη διάταξη των ιδιοτιμών (καθώς επίσης δεν είναι κανονικοποιημένος). Έτσι παρότι ο πίνακας  $\mathbf{D}_L$  είναι συμμετρικός, τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα  $\mathbf{U}$  δεν αποτελούν ορθοκανονική βάση. Η κατά  $L-1$  φορές επαναλαμβανόμενη ιδιοτιμή επιτρέπει την επιλογή ως ιδιοδιάνυσμα οποιουδήποτε γραμμικού συνδυασμού του πίνακα  $\mathbf{U}$ . Για να βρεθεί ο συνδυασμός διανυσμάτων που αποτελούν ορθοκανονική βάση χρησιμοποιείται η διαδικασία ορθογωνοποίησης Gram-Schmidt ([147]) για τα  $L-1$

ιδιοδιανύσματα. Τα ορθογώνια ιδιοδιανύσματα προκύπτουν ως εξής:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{u}}_1 &= \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{\mathbf{u}}_2 &= \mathbf{u}_2 - \frac{\mathbf{u}_2^T \hat{\mathbf{u}}_1}{\hat{\mathbf{u}}_1^T \hat{\mathbf{u}}_1} \hat{\mathbf{u}}_1 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.5 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{\mathbf{u}}_3 &= \mathbf{u}_3 - \frac{\mathbf{u}_3^T \hat{\mathbf{u}}_2}{\hat{\mathbf{u}}_2^T \hat{\mathbf{u}}_2} \hat{\mathbf{u}}_2 - \frac{\mathbf{u}_3^T \hat{\mathbf{u}}_1}{\hat{\mathbf{u}}_1^T \hat{\mathbf{u}}_1} \hat{\mathbf{u}}_1, \text{ κ.ο.κ.}\end{aligned}\tag{7.23}$$

Παρατηρείται ότι τα ορθογώνια ιδιοδιανύσματα ακολουθούν ένα συγκεκριμένο μοτίβο και μπορούν να προσδιοριστούν με βάση τον κανόνα:

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} -\frac{1}{i} \\ \vdots \\ -\frac{1}{i} \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i\text{-φορές}, \quad i = 1 \dots L - 1\tag{7.24}$$

Μετά την ορθογωνοποίηση των στηλών για να προκύψει ορθοκανονική βάση πρέπει να γίνει κανονικοποίηση ώστε η ευκλείδεια νόρμα του κάθε ιδιοδιανύσματος να προκύψει μονάδα. Κατά συνέπεια επανορίζεται ο πίνακας ιδιοδιανυσμάτων με τη μορφή:

$$\mathbf{U} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\mathbf{u}}_1 \quad \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}}} \hat{\mathbf{u}}_2 \quad \dots \quad \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{i}}} \hat{\mathbf{u}}_i \quad \dots \quad \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{L-1}}} \hat{\mathbf{u}}_{L-1} \quad \frac{1}{\sqrt{L}} \mathbf{u}_L \right]\tag{7.25}$$

ο οποίος σε αυτή τη μορφή έχει την επιθυμητή ιδιότητα  $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}_L$ . Από τα παραπάνω προκύπτουν οι ομάδες ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων του πίνακα  $\mathbf{D}$  με βάση τις ιδιότητες του γινομένου Kronecker.

Επιστρέφοντας στη σχέση (7.20) με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα το μετρικό του ανιχνευτή μπορεί να γραφτεί:

$$T = q\lambda_1 \sum_{i=1}^{L-1} (\mathbf{y}^+)^H \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{y}^+ + q\lambda_L (\mathbf{y}^+)^H \mathbf{v}_L \mathbf{v}_L^H \mathbf{y}^+\tag{7.26}$$

με  $\lambda_1$  την επαναλαμβανόμενη ιδιοτιμή,  $\lambda_L$  την μοναδική ιδιοτιμή και  $\mathbf{v}_i$  τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα  $\mathbf{D}$  που προκύπτουν απευθείας από τον πίνακα της σχέσης (7.25) με το γινόμενο Kronecker  $\mathbf{V} = \left[ \mathbf{v}_1 \quad \dots \quad \mathbf{v}_L \right] = \mathbf{U} \otimes \mathbf{I}_M$ . Ουσιαστικά έχει πραγματοποιηθεί μετασχηματισμός του διανύσματος παρατήρησης σε ένα σύνολο ενδιάμεσων μεταβλητών:

$$\mathbf{z}_{i-1} = \mathbf{v}_i^H \mathbf{y}^+\tag{7.27}$$

όπου όμως τα  $v_i$  παρότι συμβολίζονται με πεζό γράμμα αποτελούν πίνακες διαστάσεων  $N \times M$  και

όχι διανύσματα, ίσοι με  $\hat{\mathbf{u}}_i \otimes \mathbf{I}_M$ . Κατά συνέπεια μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$\begin{aligned} T &= q\lambda_1 \sum_{i=0}^{L-2} \mathbf{z}_i^H \mathbf{z}_i + q\lambda_L \mathbf{z}_{L-1}^H \mathbf{z}_{L-1} = \\ &= q\lambda_1 \begin{bmatrix} \mathbf{z}_0^H & \dots & \mathbf{z}_{L-2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{z}_{L-2} \end{bmatrix} + q\lambda_L \mathbf{z}_{L-1}^H \mathbf{z}_{L-1} \end{aligned} \quad (7.28)$$

Αν εξεταστούν τα  $\mathbf{z}_i$  μεμονωμένα τότε φαίνεται ουσιαστικά ότι ισχύει:

$$\mathbf{z}_i = -\frac{1}{(i+1)\sqrt{1+1/(i+1)}} \sum_{l=0}^i \mathbf{y}_l^+ + \frac{1}{\sqrt{1+1/(i+1)}} \mathbf{y}_{i+1}^+, \quad i = 0, 1, \dots, L-2 \quad (7.29)$$

Ενώ για το  $\mathbf{z}_L$  ισχύει:

$$\mathbf{z}_{L-1} = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{y}_l^+ \quad (7.30)$$

όπου  $\mathbf{y}_l^+$  είναι τα υποδιανύσματα του  $\mathbf{y}^+$  ανάλογα με τον ορισμό της εξ. 7.5. Αρχικά εξετάζεται η περίπτωση όπου θεωρείται δεδομένο το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$ . Οι τυχαίες μεταβλητές  $\mathbf{z}_i$  είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους λόγω της ορθοκανονικότητας του πίνακα  $\mathbf{V}$ . Με βάση τη σχέση (7.29), τα διανύσματα  $\mathbf{z}_i$  ως αθροίσματα λευκών ανεξάρτητων μιγαδικών κανονικών διανυσμάτων, είναι λευκές μιγαδικές κανονικές τυχαίες μεταβλητές με μηδενική μέση τιμή. Με υπολογισμό της διασποράς τους σύμφωνα με τον κανόνα  $\text{var}[aX + bY] = a^2 \text{var}[X] + b^2 \text{var}[Y]$  προκύπτει ότι:

$$\mathbf{z}_i \sim \mathcal{N}\left(0, \left(\frac{1}{(i+1)(1+1/(i+1))} + \frac{1}{1+1/(i+1)}\right) (\sigma_w^2 + \sigma_s^2) \mathbf{I}_M\right) = \mathcal{N}(0, (\sigma_w^2 + \sigma_s^2) \mathbf{I}_M) \quad (7.31)$$

για  $i = 0 \dots L-2$ . Κατά συνέπεια επιστρέφοντας στο αποτέλεσμα της (7.28), το μετρικό με δεδομένο το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  είναι ένα άθροισμα δυο τυχαίων μεταβλητών Γάμμα, όπου οι προσθετέοι ακολουθούν τις κατανομές:

$$\begin{aligned} t_1 &= -q\lambda_1 \sum_{i=0}^{L-2} \mathbf{z}_i^H \mathbf{z}_i \sim \mathcal{G}(M(L-1), q\lambda_1 (\sigma_w^2 + \sigma_s^2)) \\ t_2 &= q\lambda_L \mathbf{z}_{L-1}^H \mathbf{z}_{L-1} \sim \mathcal{G}(M, q\lambda_L (\sigma_w^2 + \sigma_s^2)) \end{aligned} \quad (7.32)$$

όπου στον πρώτο προσθετέο λόγω της αρνητικής τιμής της ιδιοτιμής  $-1 - c$  θέτουμε  $\lambda_1 = 1 + c$  δηλαδή γίνεται πολλαπλασιασμός με  $-1$ . Η μέση τιμή και η διασπορά του μετρικού για  $\mathcal{H}_1$  δίνεται ακολουθώς από:

$$\begin{aligned} E(T/\mathcal{H}_1) &= -q(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) M((L-1)\lambda_1 - \lambda_L) \\ \text{var}(T/\mathcal{H}_1) &= q^2(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)^2 M((L-1)\lambda_1^2 + \lambda_L^2) \end{aligned} \quad (7.33)$$

όπου υπενθυμίζεται ότι ισχύει επίσης  $\lambda_L = L - 1 - c$  και τα  $c$  και  $q$  δίνονται από τη σχέση (7.19). Για τον προσδιορισμό της τελικής κατανομής του μετρικού δεν βρέθηκε μέθοδος αναλυτικής έκφρασης της καθώς η ύπαρξη του αρνητικού προσήμου στον ένα προσθετέο περιπλέκει ιδιαίτερα τα πράγματα. Ωστόσο ο υπολογισμός της κατανομής μπορεί να γίνει με αριθμητικές μεθόδους. Συγκεκριμένα:

1. Γίνεται υπολογισμός μέσω της χαρακτηριστικής συνάρτησης του μετρικού η οποία μπορεί να εξαχθεί σχετικά απλά καθώς οι δυο προσθετέοι είναι μεταξύ τους ανεξάρτητοι. Συγκεκριμένα μπορεί απλά να προκύψει ότι με βάση τη χαρακτηριστική συνάρτηση της Γάμμα μεταβλητής

ισχύει:

$$\varphi_{T/\mathcal{H}_1}(\omega) = \frac{1}{(1 + jq\lambda_1(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)\omega)^{M(L-1)}} \frac{1}{(1 - jq\lambda_L(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)\omega)^M} \quad (7.34)$$

όπου  $\varphi_T(\omega)$  η χαρακτηριστική συνάρτηση του μετρικού. Προσοχή πρέπει να δοθεί στο διαφορετικό πρόσημο των παρονομαστών λόγω του αρνητικού προσήμου της  $t_1$ . Στη συνέχεια η pdf του μετρικού μπορεί να προκύψει με αριθμητική ολοκλήρωση, ή με τη βοήθεια του FFT όπως περιγράφηκε στον αλγόριθμο της παρ.6.4.

2. Όπως είναι γνωστό ([115]), η κατανομή της διαφοράς (μέσω της κατανομής του αθροίσματος) δυο τυχαίων ανεξάρτητων μεταβλητών μπορεί να προκύψει μέσω της ακόλουθης ανεστραμμένης συνέλιξης:

$$f_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{t_1}(t_1) f_{t_2}(t + t_1) dt_1 \quad (7.35)$$

όπου  $f_{t_1}(\cdot)$ ,  $f_{t_2}(\cdot)$  οι συναρτήσεις πυκνότητας για τις μεταβλητές  $t_1$ ,  $t_2$  (7.32). Η συνέλιξη δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί αναλυτικά. Αυτό όμως μπορεί να πραγματοποιηθεί αριθμητικά ακολουθώντας τα απλά παρακάτω βήματα:

- Δειγματοληπτείται η συνάρτηση  $f_{t_2}(\cdot)$  από 0 έως μια μέγιστη τιμή  $t_{\max}$  με ένα βήμα  $\Delta t$ .
- Αντίστοιχα δειγματοληπτείται η συνάρτηση  $f_{t_1}(\cdot)$  και στη συνέχεια, λόγω της διαφοράς, λαμβάνεται η συμμετρική της ως προς το μηδέν. Κατά συνέπεια η νέα διακριτή συνάρτηση κυμαίνεται από  $-t_{\max}$  έως το 0.
- Υπολογίζεται η διακριτή συσχέτιση μεταξύ των δυο διακριτών συναρτήσεων, η οποία λαμβάνει τιμές από  $-t_{\max}$  έως  $t_{\max}$  με βήμα  $\Delta t$ .
- Λόγω της διακριτής συνέλιξης για να υπάρξει αναγωγή στη συνάρτηση κατανομής του μετρικού θα πρέπει να γίνει κανονικοποίηση με το μέγεθος του βήματος  $\Delta t$ .
- Κατά συνέπεια αν  $\ddot{f}_{t_1}$  και  $\ddot{f}_{t_2}$  οι δειγματοληφθείσες συναρτήσεις, η προσέγγιση της κατανομής γίνεται ως εξής:

$$\ddot{f}(t = -t_{\max} + k\Delta t/\mathcal{H}_1) = \Delta t \sum_{u=0}^{t_{\max}/\Delta t} \ddot{f}_{t_1}(u\Delta t/\mathcal{H}_1) \ddot{f}_{t_2}(t_{\max} - (k - u)\Delta t/\mathcal{H}_1) \quad (7.36)$$

- Σε περίπτωση που ενδιαφέρει μια γρήγορη προσέγγιση των κατανομών μπορεί να επιλεγεί η κανονική προσέγγιση κάνοντας χρήση του κεντρικού οριακού θεωρήματος. Η μέση τιμή και η διασπορά σε αυτή την περίπτωση δίνονται από την (7.33). Η προσέγγιση αυτή δεν είναι ιδιαίτερα ακριβής καθώς η κατανομή του μετρικού είθισται να παρουσιάζει ασύμμετρες καταλήξεις.

Στην περίπτωση που θεωρηθεί δεδομένο το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  αντικαθιστώντας όπου  $\mathbf{y}_i = \mathbf{s}_i + \mathbf{w}_i = \mathbf{s}_{\text{pre}} + \mathbf{w}_i$  για  $i = 0 \dots L - 2$  έχουμε ότι ισχύει:

$$\mathbf{z}_i = -\frac{1}{(i+1)\sqrt{1 + 1/(i+1)}} \sum_{l=0}^i \mathbf{w}_l + \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(i+1)}} \mathbf{w}_{i+1} \quad (7.37)$$

$i = 0 \dots L - 2$

καθώς τα όμοια επαναλαμβανόμενα τμήματα σήματος αλληλοαναιρούνται και μηδενίζονται. Κατά

συνέπεια προκύπτει ότι σε αυτή την περίπτωση:

$$\mathbf{z}_i \sim \mathcal{N} \left( 0, \left( \frac{1}{(i+1)(1+1/(i+1))} + \frac{1}{1+1/(i+1)} \right) \sigma_w^2 \mathbf{I}_M \right) \quad (7.38)$$

και αντίστοιχα

$$\sum_{i=1}^{L-1} (\mathbf{y}^+)^H \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{y}^+ \sim \mathcal{G} (M(L-1), \sigma_w^2) \quad (7.39)$$

Το αποτέλεσμα της (7.39) προκύπτει απευθείας από τη στιγμή που πρόκειται για άθροισμα ισχύος  $M(L-1)$  ανεξάρτητων μιγαδικών κανονικών μεταβλητών με διασπορά  $\sigma_w^2$ .

Η τελευταία συνιστώσα του αθροίσματος έχει διαφορετική μορφή καθώς πρόκειται για συμφασική άθροιση όλων των υποδιανυσμάτων. Με αντικατάσταση του  $\mathbf{y}_i = \mathbf{s}_{\text{pre}} + \mathbf{w}_i$  προκύπτει ότι:

$$\mathbf{z}_{L-1} = \frac{1}{\sqrt{L}} L \mathbf{s}_{\text{pre}} + \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{w}_i \quad (7.40)$$

Σε αυτό το σημείο και παρότι το σήμα  $\mathbf{s}_{\text{pre}}$  είναι άγνωστο και μοντελοποιείται ως τυχαία μεταβλητή θεωρούμε ότι είναι γνωστό. Αυτό γίνεται σε μια προσπάθεια να αξιοποιηθεί η ιδιότητα του preamble, σύμφωνα με την οποία η συνολική ισχύς του είναι σταθερή και ίση με  $M\sigma_s^2$  (εξ. 7.11). Όπως φαίνεται αρκεί αυτό για τον προσδιορισμό της κατανομής του  $\mathbf{z}_{L-1}$ . Θεωρώντας το  $\mathbf{s}_{\text{pre}}$  γνωστό ισχύει ότι:

$$\mathbf{z}_{L-1} \sim \mathcal{N} \left( \sqrt{L} \mathbf{s}_{\text{pre}}, \sigma_w^2 \right) \quad (7.41)$$

Κατόπιν τούτου μπορούμε να πούμε ότι ισχύει:

$$2 \frac{\mathbf{z}_{L-1}^H \mathbf{z}_{L-1}}{\sigma_w^2} \sim \text{non central } \chi_{2M}^2 \left( 2 \frac{L \mathbf{s}_{\text{pre}}^H \mathbf{s}_{\text{pre}}}{\sigma_w^2} \right) \quad (7.42)$$

καθώς ισχύει ότι για μια σειρά κανονικών πραγματικών τυχαίων μεταβλητών με μη μηδενικές μέσες τιμές η μεταβλητή  $\sum_{i=1}^k \left( \frac{X_i}{\sigma_i} \right)^2$  ακολουθεί μη κεντρική κατανομή  $\chi^2$  με  $k$  βαθμούς ελευθερίας και παράμετρο εκκενρότητας  $\sum_{i=1}^k \left( \frac{\mu_i}{\sigma_i} \right)^2$ . Για κανονικές μιγαδικές μεταβλητές η αντίστοιχη κατανομή  $\chi^2$  θα έχει  $2k$  βαθμούς ελευθερίας και οι επιμέρους διασπορές θεωρούνται υποδιπλασιασμένες  $\frac{\sigma_i^2}{2}$ . Από τη σχέση (7.42) και χρησιμοποιώντας την ιδιότητα σταθερής ισχύος του preamble ισχύει:

$$\chi_{2M}^2 \left( \sum_{i=0}^{M-1} 2 \frac{L \mathbf{s}_{\text{pre}}^H \mathbf{s}_{\text{pre}}}{\sigma_w^2} \right) = \chi_{2M}^2 \left( \frac{2LM\sigma_s^2}{\sigma_w^2} \right) \quad (7.43)$$

Παρά το γεγονός ότι αυθαίρετα θεωρήθηκε γνωστό το preamble, η κατανομή προκύπτει ανεξάρτητη από το διάνυσμα  $\mathbf{s}_{\text{pre}}$ . Με την κατάλληλη αντικατάσταση των εξαρτημένων μεταβλητών στη συνάρτηση πυκνότητας της  $\chi^2$  προκύπτει ότι:

$$f_{\mathbf{z}_{L-1}^H \mathbf{z}_{L-1}} (t_2 / \mathcal{H}_2) = \frac{e^{-\left(\frac{2t_2}{\sigma_w^2} + \lambda\right)/2}}{\sigma_w^2} \left( \frac{2t_2}{\sigma_w^2 \lambda} \right)^{\frac{M}{2} - \frac{1}{2}} I_{M-1} \left( \frac{1}{\sigma_w} \sqrt{\lambda 2t_2} \right) \quad (7.44)$$

Από τη στιγμή που είναι προσδιορισμένες οι κατανομές των μεταβλητών  $t_1$  και  $t_2$  μπορούν να υπολογιστούν οι δυο πρώτες ροπές του μετρικού για  $\mathcal{H}_2$  λαμβάνοντας υπόψη και τους πολλαπλα-

σιαστές που οφείλονται στις ιδιοτιμές.

$$E(t/\mathcal{H}_2) = -q(1+c)M(L-1)\sigma_w^2 + q(L-1-c)(M\sigma_w^2 + LM\sigma_s^2) \quad (7.45)$$

Με αντικατάσταση του  $c$  στην παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$E(t/\mathcal{H}_2) = 0 \quad (7.46)$$

Αντίστοιχα μπορεί να υπολογιστεί η διασπορά του μετρικού:

$$\begin{aligned} \text{var}(t/\mathcal{H}_2) &= q^2(1+c)^2 M(L-1)\sigma_w^4 + q^2(L-1-c)^2 \left( M + 2LM \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2} \right) \sigma_w^4 = \\ &= \frac{\sigma_s^4 M L (L-1)}{(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2 (L\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2} (\sigma_w^4 + L\sigma_s^4 + 2L\sigma_w^2 \sigma_s^2) \end{aligned} \quad (7.47)$$

Για να υπολογιστεί η συνολική κατανομή χρησιμοποιούνται οι ίδιες αριθμητικές μέθοδοι όπως και στην περίπτωση του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_1$ . Μέσω της χαρακτηριστικής συνάρτησης η οποία προσδιορίζεται ως το γινόμενο των επιμέρους χαρακτηριστικών καταλήγουμε στην περιγραφή:

$$\varphi_{T/\mathcal{H}_2}(\omega) = \frac{1}{(1 + jq\lambda_1 \sigma_w^2 \omega)^{M(L-1)}} \frac{e^{j \frac{LM\sigma_s^2 q \lambda_L \omega}{(1 - jq\lambda_L \sigma_w^2 \omega)}}}{(1 - jq\lambda_L \sigma_w^2 \omega)^M} \quad (7.48)$$

Αντίστοιχα μπορεί να πραγματοποιηθεί αριθμητικός υπολογισμός μέσω της διακριτής συνέλιξης:

$$\ddot{f}(t = -t_{\max} + k\Delta t/\mathcal{H}_2) = \Delta t \sum_{u=0}^{t_{\max}/\Delta t} \ddot{f}_{t_1}(u\Delta t/\mathcal{H}_2) \ddot{f}_{t_2}(t_{\max} - (k-u)\Delta t/\mathcal{H}_2) \quad (7.49)$$

Στο σχήμα 7.2 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα που αποδεικνύει την καταλληλότητα των προτεινόμενων προσεγγίσεων για τις κατανομές του μετρικού. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιήθηκε ο αριθμητικός υπολογισμός της συνέλιξης αλλά γενικά οι δυο αριθμητικές επιλύσεις δίνουν ταυτόσημες λύσεις οπότε δεν παρουσιάζονται ξεχωριστά.

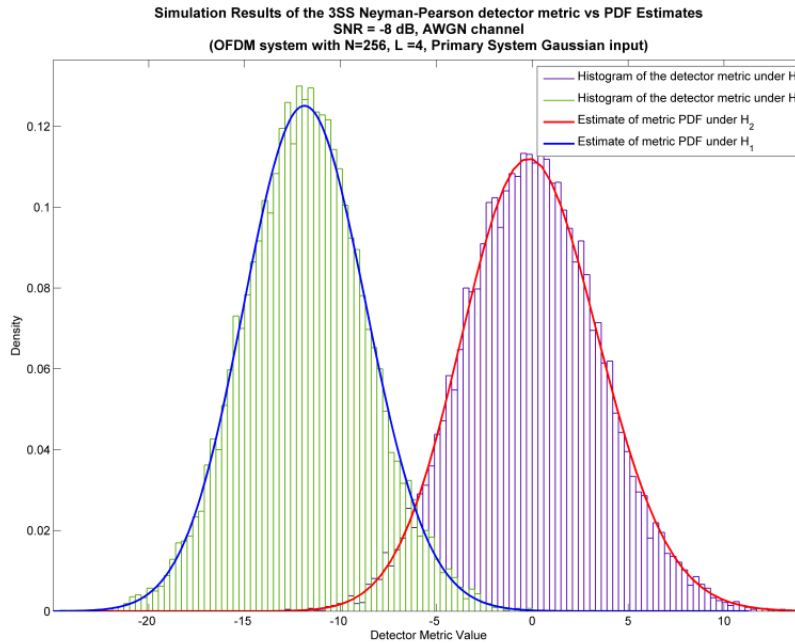
**Πίνακας 7.2:** Παράμετροι των συστημάτων για το Παράδειγμα του Σχ. 7.2:

Αριθμός subcarriers για το OFDM σύστημα:	256
Αλγόριθμος Συγχρονισμού ::	Shi - Serpedin ([142])
Αριθμός Επαναλαμβανόμενων τμημάτων Preamble (L):	4
Κανάλι:	AWGN
Σήμα Πρωτεύοντος Δικτύου:	Κανονικό μοντέλο
SNR:	-8 dB

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν και με βάση τους ορισμούς των μεγεθών στις σχέσεις (7.10), (7.26) και (7.37) είναι δυνατή η παρουσίαση ενός διαγράμματος της λειτουργίας του ανιχνευτή για το παράδειγμα του πίνακα 7.2. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θεωρήθηκε η χρήση αλγόριθμου συγχρονισμού των Shi - Serpedin ([142]). Στον αλγόριθμο αυτόν επαναλαμβάνεται  $L = 4$  φορές το  $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}$  κατά το σύμβολο συγχρονισμού, ενώ υπάρχει και μια εναλλαγή προσήμου. Συγκεκριμένα το σύμβολο συγχρονισμού έχει τη μορφή:

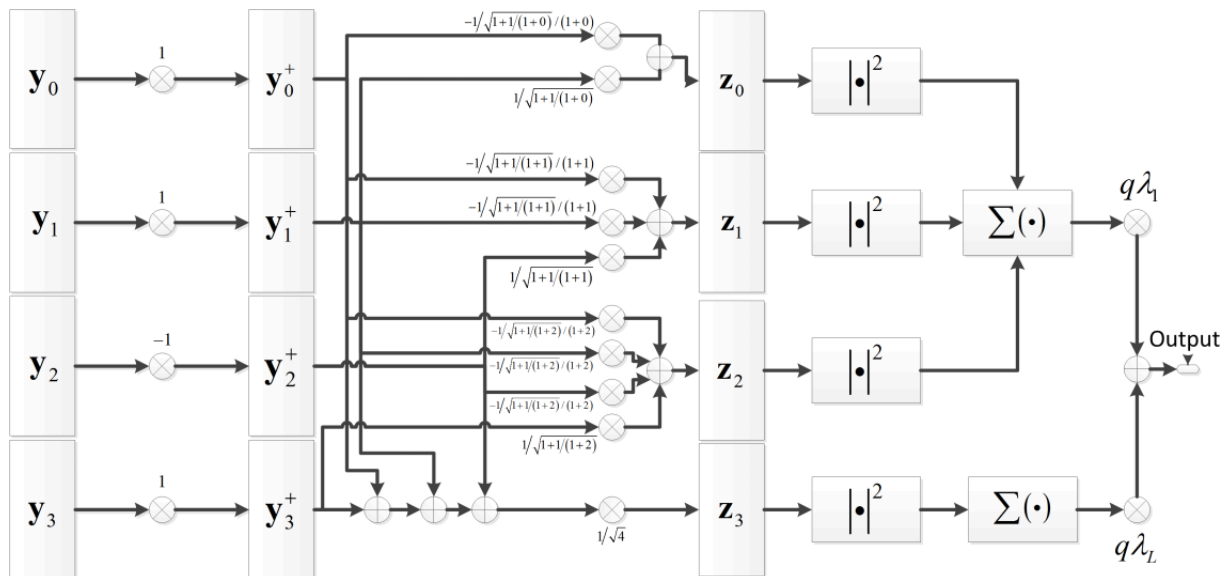
$$\mathbf{s}_{\text{pre}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}^H & \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}^H & -\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}^H & \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}^H \end{bmatrix} \quad (7.50)$$

Συνοψίζοντας όλα τα παραπάνω, το μετρικό υπολογίζεται σύμφωνα με το σχ. 7.3. Θα πρέπει να ση-



**Σχήμα 7.2:** Ιστογράμματα τιμών μετρικού για τα ενδεχόμενα  $H_1$  και  $H_2$  για AWGN κανάλι με  $SNR = 8dB$ , για OFDM σύστημα με 256 subcarriers,  $L = 4$  (Shi-Serpedin) και λευκή γκαουσιανή είσοδο υπό το  $H_1$

μειωθεί πως τα βέλη αντιπροσωπεύουν την παράλληλη μετάδοση του περιεχομένου ενός υποδιανύσματος (όπου υπάρχουν τέτοια), οι πολλαπλασιαστές τον πολλαπλασιασμό όλων των στοιχείων του υποδιανύσματος, οι αθροιστές την στοιχείο προς στοιχείο πρόσθεση των υποδιανυσμάτων, ενώ με  $\sum(\cdot)$  συμβολίζονται συσσωρευτές που ουσιαστικά αθροίζουν την ενέργεια του περιεχομένου των υποδιανυσμάτων.



**Σχήμα 7.3:** Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του Neyman-Pearson αλγόριθμου 3SS, με χρήση αλγορίθμου συγχρονισμού Shi-Serpedin ( $L = 4$ )

Παρά το γεγονός ότι η υλοποίηση του Neyman-Pearson ανιχνευτή δεν περιλαμβάνει ιδιαίτερα μεγάλο υπολογιστικό κόστος, μπορούν να σχηματιστούν ορισμένες πιο απλές δομές ανιχνευτών, οι οποίες πρακτικά δεν εισάγουν καμία επιπλέον πολυπλοκότητα στη λειτουργία του δέκτη (από τη στιγμή που οι απαραίτητες μαθηματικές διαδικασίες συντελούνται στον συγχρονιστή ούτως



ή άλλως). Οι ανιχνευτές αυτοί παρουσιάζονται στις επόμενες παραγράφους. Φυσικά δεδομένου ότι ο Neyman-Pearson βελτιστοποιεί την πιθανότητα ανίχνευσης, οι επιδόσεις των ανιχνευτών αναμένεται να είναι χειρότερες. Υπενθυμίζεται για άλλη μια φορά ότι ο πρακτικός σχεδιασμός του ανιχνευτή δεν έχει απολύτως ολοκληρωθεί καθώς υπό αυτή τη μορφή το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  απλά επισημαίνει την ύπαρξη preamble και το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  δεν εξασφαλίζει από μόνο του την ύπαρξη πρωτεύοντος συστήματος. Ο επιπλέον μηχανισμός που ολοκληρώνει το διαχωρισμό θα περιγραφεί συνολικά για όλους τους ανιχνευτές.

### 7.3 Ανιχνευτής βασισμένος στην Ενέργεια του Αθροίσματος των $L$ Τμημάτων

Στον ανιχνευτή Ενέργειας του Αθροίσματος των  $L$  τμημάτων, το μετρικό που λαμβάνει απόφαση προσδιορίζεται με την εξής διαδικασία. Έστω  $\mathbf{y}$  το διάνυσμα παρατήρησης που αντίστοιχα αποτελείται από  $L$  υποδιανύσματα. Το μετρικό που θεωρείται στον συγκεκριμένο ανιχνευτή δίνεται από:

$$T_{\text{sum}}(\mathbf{y}) = (\mathbf{y}^+)^H \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M \\ \mathbf{I}_M \\ \vdots \\ \mathbf{I}_M \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_M & \mathbf{I}_M & \dots & \mathbf{I}_M \end{bmatrix}}_{L \text{ φορές}} \mathbf{y}^+ = (\mathbf{y}_0^+ + \mathbf{y}_1^+ + \dots + \mathbf{y}_{L-1}^+)^H (\mathbf{y}_0^+ + \mathbf{y}_1^+ + \dots + \mathbf{y}_{L-1}^+) \quad (7.51)$$

Με βάση τις υποθέσεις που έχουν γίνει είναι απλό να προσδιοριστούν οι κατανομές. Συγκεκριμένα για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  έχουμε:

$$\mathcal{H}_1 \Rightarrow (\mathbf{y}_0^+ + \mathbf{y}_1^+ + \dots + \mathbf{y}_{L-1}^+) \sim \mathcal{N}(0, L(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) \mathbf{I}_M) \quad (7.52)$$

Αντίστοιχα ως άθροισμα της ισχύος τυχαίας, μιγαδικής, κανονικής μεταβλητής προκύπτει απλά:

$$T_{\text{sum}} \sim \mathcal{G}(M, L(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)) \quad (7.53)$$

Για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  και σε αυτή την περίπτωση θεωρείται αρχικά ότι το  $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}$  είναι γνωστό. Με αυτή την υπόθεση η κατανομή του αθροίσματος δίνεται από:

$$\mathcal{H}_2 \Rightarrow (\mathbf{y}_0^+ + \mathbf{y}_1^+ + \dots + \mathbf{y}_{L-1}^+) \sim \mathcal{N}(L\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}, L\sigma_w^2 \mathbf{I}_M) \quad (7.54)$$

Χρησιμοποιείται πάλι η μη-κεντρική  $\chi^2$  κατανομή.

$$\frac{2T_{\text{sum}}}{L\sigma_w^2} \sim \text{non central } \chi_{2M}^2 \left( 2 \frac{L^2 \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}^H \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}}{L\sigma_w^2} \right) \quad (7.55)$$

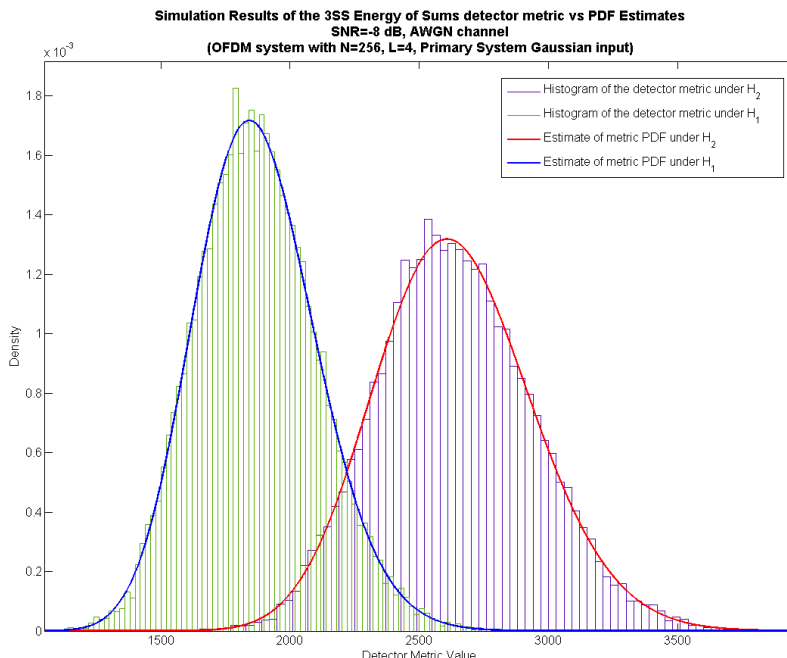
Και σε αυτή την περίπτωση η τυχασιότητα του  $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}$  δεν επηρεάζει τον προσδιορισμό των παραμέτρων της κατανομής καθώς λόγω της σταθερής ισχύος προκύπτει:

$$\frac{2T_{\text{sum}}}{L\sigma_w^2} \sim \text{non central } \chi_{2M}^2 \left( 2ML \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2} \right) \quad (7.56)$$

Μετά από αντικαταστάσεις προκύπτει:

$$f_{T_{\text{sum}}}(t/\mathcal{H}_2) = \frac{1}{L\sigma_w^2} e^{-\left(\frac{t}{L\sigma_w^2} + \frac{ML\sigma_s^2}{\sigma_w^2}\right)} \left(\frac{t}{ML^2\sigma_s^2}\right)^{\frac{M}{2}-\frac{1}{2}} I_{M-1}\left(\frac{2}{\sigma_w^2}\sqrt{M\sigma_s^2 t}\right) \quad (7.57)$$

Αφού έχουν προσδιοριστεί οι κατανομές μπορούν να εξαχθούν οι μέσες τιμές και οι διασπορές



**Σχήμα 7.4:** Ιστογράμματα τιμών μετρικού ενέργειας του αθροίσματος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων για τα ενδεχόμενα  $\mathcal{H}_1$  και  $\mathcal{H}_2$  για AWGN κανάλι με  $SNR = 8dB$ , για OFDM σύστημα με 256 subcarriers,  $L = 4$  (Shi-Serpedin) και λευκή γκαουσιανή είσοδο υπό το  $\mathcal{H}_1$

για τα δυο ενδεχόμενα.

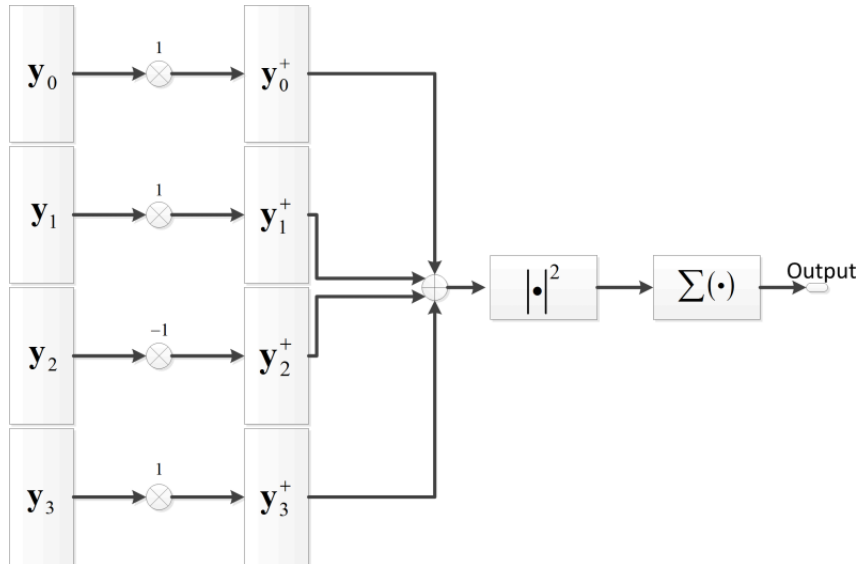
$$\begin{aligned} E(T_{\text{sum}}/\mathcal{H}_1) &= ML(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) \\ \text{var}(T_{\text{sum}}/\mathcal{H}_1) &= ML^2(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)^2 \\ E(T_{\text{sum}}/\mathcal{H}_2) &= ML(\sigma_w^2 + L\sigma_s^2) \\ \text{var}(T_{\text{sum}}/\mathcal{H}_2) &= ML^2\sigma_w^2(\sigma_w^2 + 2L\sigma_s^2) \end{aligned} \quad (7.58)$$

Στο σχ. 7.4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εξομοιώσεων του αποτελέσματος του μετρικού και οι προσδιορισμένες κατανομές με βάση τις σχέσεις (7.53) και (7.57) για το παράδειγμα όπως περιγράφεται στον πίνακα 7.2.

Τέλος στο σχ. 7.5 παρουσιάζεται αντίστοιχα το διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του 3SS ανιχνευτή μέσω της ενέργειας του αθροίσματος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων.

## 7.4 Ανιχνευτής βασισμένος στη Συσχέτιση των $L$ Τμημάτων

Ο ανιχνευτής που βασίζεται στην ενέργεια του αθροίσματος των  $L$  διαδοχικών τμημάτων μεγέθους  $M$  δειγμάτων έχει το μειονέκτημα ότι περιλαμβάνει την ενέργεια του συνολικού διανύσματος παρατήρησης. Η ενέργεια του διανύσματος παρατήρησης δεν παρέχει ουσιαστικό πλεονέκτημα στην διαδικασία ανίχνευσης και αυξάνει τη διασπορά του μετρικού ιδιαίτερα κατά το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$ . Μια λογική επιλογή μετρικού είναι κατά συνέπεια η χρήση όλων των πιθανών εκτιμήσεων των συσχετίσεων με απόσταση δειγμάτων  $M, 2M, \dots, (L-1)M$  για το διάνυσμα παρατήρησης. Έτσι



**Σχήμα 7.5:** Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του 3SS ανιχνευτή ενέργειας της άδροισης των επαναλαμβανόμενων τμημάτων όπου χρησιμοποιείται αλγόριθμος συγχρονισμού Shi-Serpedin ( $L = 4$ )

στην περίπτωση που το διάνυσμα παρατήρησης περιλαμβάνει το σύμβολο του συγχρονισμού, το μετρικό θα αποκτήσει λόγω της επαναληψιμότητας του  $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pre}}$  μια μέση τιμή που για λογικές τιμές SNR επιτρέπει τον διαχωρισμό από το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  που λόγω των ασυσχετίστων δειγμάτων αναμένεται μηδενική. Το μετρικό μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά ως εξής:

$$T_{\text{cor}}(\mathbf{y}) = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^{L-1} (\mathbf{y}_i^+)^H \mathbf{y}_l^+ = 2 \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{l>i}^{L-1} \text{Re} \left[ (\mathbf{y}_i^+)^H \mathbf{y}_l^+ \right] \quad (7.59)$$

Μπορεί επίσης να εκφραστεί χρησιμοποιώντας το μετρικό  $T_{\text{sum}}$  και αφαιρώντας την ενέργεια του διανύσματος παρατήρησης:

$$T_{\text{cor}} = T_{\text{sum}} - \sum_{i=0}^{L-1} (\mathbf{y}_i^+)^H \mathbf{y}_i^+ \quad (7.60)$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (7.60) μπορεί εύκολα να εξαχθεί η μέση τιμή του μετρικού για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$ :

$$E(T_{\text{cor}}) = E(T_{\text{sum}}) - E \left( \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i \right) = ML(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) - ML(\sigma_w^2 + \sigma_s^2) = 0 \quad (7.61)$$

Η διασπορά δεν είναι απλό να υπολογιστεί καθώς οι δυο όροι της διαφοράς της (7.60) είναι συσχετισμένοι. Για την εξαγωγή αυτής της πληροφορίας καθώς και των κατανομών του μετρικού εργαζόμαστε ως εξής:

Το  $T_{\text{cor}}$  μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του διανύσματος παρατήρησης με την ακόλουθη αλγεβρική σχέση:

$$T_{\text{cor}} = (\mathbf{y}_i^+)^H \mathbf{B} \mathbf{y}_l^+ \quad (7.62)$$

όπου ο πίνακας  $\mathbf{B}$  γράφεται με τη μορφή γινομένου Kronecker ως εξής (οι διαστάσεις του πρώτου

πίνακα είναι  $L \times L$ ).

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \ddots & & 1 \\ 1 & 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_M = \mathbf{B}_L \otimes \mathbf{I}_M \quad (7.63)$$

Εξετάζοντας τη δομή του πίνακα μπορεί να παρατηρηθεί ότι είναι ίδιας δομής με τον πίνακα του Neyman-Pearson ανιχνευτή (εξ. 7.19) με  $c = 0$ . Κατά συνέπεια ο πίνακας αντιστρέφεται και οι ιδιοτιμές του και ο ορθοκανονικός πίνακας ιδιοδιανυσμάτων δίνονται από:

$$\mathbf{\Lambda}_B = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & & & \vdots \\ & -\mathbf{I}_{L-1} & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & L-1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_M = \mathbf{\Lambda}_{B,L} \otimes \mathbf{I}_M \quad (7.64)$$

$$\mathbf{U}_B = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\mathbf{u}}_1 \quad \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}}} \hat{\mathbf{u}}_2 \quad \dots \quad \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{i}}} \hat{\mathbf{u}}_i \quad \dots \quad \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{L-1}}} \hat{\mathbf{u}}_{L-1} \quad \frac{1}{\sqrt{L}} \mathbf{u}_L \right] \quad (7.65)$$

$$\mathbf{V}_B = \mathbf{U}_B \otimes \mathbf{I}_M$$

όπου τα  $\hat{\mathbf{u}}_i$  είναι όμοια με αυτά που προκύπτουν στην (7.24).

Αν οριστεί η τυχαία μεταβλητή  $\mathbf{z}_{\text{cor}}$  ως ο ακόλουθος γραμμικός μετασχηματισμός της  $\mathbf{y}^+$ :

$$\mathbf{z}_{\text{cor}} = \mathbf{\Lambda}_B^{1/2} \mathbf{V}_B \mathbf{y}^+ \quad (7.66)$$

τότε από τις ιδιότητες των κανονικών τυχαίων μεταβλητών και των μετασχηματισμών τους προκύπτει ότι για:

$$\mathbf{y}^+ / \mathcal{H}_1 \sim \mathcal{N}(0, (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_M) \Rightarrow \quad (7.67)$$

$$\mathbf{z}_{\text{cor}} / \mathcal{H}_1 \sim \mathcal{N}\left(0, (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{\Lambda}_B^{1/2} \mathbf{V}_B \mathbf{V}_B^H \mathbf{\Lambda}_B^{1/2} = (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{\Lambda}_B\right)$$

Εδώ πρέπει να σημειωθεί για λόγους πληρότητας ότι κατά τον ορισμό της βοηθητικής μεταβλητής μέσω του μετασχηματισμού της εξ. (7.66), χρησιμοποιήθηκε ρίζα παρότι ο πίνακας ιδιοτιμών είναι γνωστό ότι περιέχει αρνητικές τιμές. Αυτό σημαίνει ότι ο πίνακας  $\mathbf{\Lambda}_B^{1/2}$  περιέχει φανταστικές τιμές στη διαγώνιο, πράγμα που όμως δεν επηρεάζει την ορθότητα του τελικού αποτελέσματος.

Η κατανομή του μετρικού προκύπτει ουσιαστικά ως η ενέργεια της μεταβλητής  $\mathbf{z}_{\text{cor}}$  καθώς ισχύει  $T_{\text{cor}} = \mathbf{z}_{\text{cor}}^H \mathbf{z}_{\text{cor}}$  και μπορεί να υπολογιστεί με τις δυο αριθμητικές μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν και προηγουμένως. Συγκεκριμένα η χαρακτηριστική συνάρτηση δίνεται από:

$$\varphi_{T_{\text{cor}}}(\omega / \mathcal{H}_1) = \frac{1}{(1 + j(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)\omega)^{L(M-1)}} \frac{1}{(1 - j(L-1)(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)\omega)^M} \quad (7.68)$$

Ενώ επίσης η κατανομή μπορεί να προκύψει με αριθμητική επίλυση της συσχέτισης ως αποτέλεσμα της διαφοράς δυο Γάμμα μεταβλητών ( $T_{\text{cor}} = t_{2,\text{cor}} - t_{1,\text{cor}}$  όπως και στην (7.32) με:

$$\begin{aligned} \ddot{f}_{T,\text{cor}}(t = -t_{\max} + k\Delta t/\mathcal{H}_1) &= \Delta t \sum_{u=0}^{t_{\max}/\Delta t} \ddot{f}_{t_{1,\text{cor}}}(u\Delta t/\mathcal{H}_2) \ddot{f}_{t_{2,\text{cor}}}(t_{\max} - (k-u)\Delta t/\mathcal{H}_2) \\ t_{1,\text{cor}} &\sim \mathcal{G}(M(L-1), (\sigma_s^2 + \sigma_w^2)) \\ t_{2,\text{cor}} &\sim \mathcal{G}(M, (L-1)(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)) \end{aligned} \quad (7.69)$$

Ο προσδιορισμός της κατανομής για  $\mathcal{H}_2$  γίνεται ακολουθώντας την ίδια ακριβώς διαδικασία που ακολουθήθηκε και στο μετρικό του Neyman-Pearson ανιχνευτή ταυτοποίησης καθώς η μοναδική αλλαγή είναι ότι  $c = 0$ . Το μετρικό μπορεί να γραφτεί ως:

$$T = - \sum_{i=0}^{L-2} \mathbf{z}_{i,\text{cor}}^H \mathbf{z}_{\text{cor}} + (L-1) \mathbf{z}_{L-1,\text{cor}}^H \mathbf{z}_{L-1,\text{cor}} = -t_{1,\text{cor}} + t_{2,\text{cor}} \quad (7.70)$$

όπου όπως και προηγουμένως οι κατανομές για τους δυο προσθετούς είναι οι ακόλουθες:

$$\begin{aligned} t_{1,\text{cor}} &= \sum_{i=0}^{L-2} \mathbf{z}_{i,\text{cor}}^H \mathbf{z}_{i,\text{cor}} \sim \mathcal{G}(M(L-1), \sigma_w^2) \\ 2 \frac{\mathbf{z}_{L-1,\text{cor}}^H \mathbf{z}_{L-1,\text{cor}}}{\sigma_w^2} &\sim \text{non central } \chi_{2M}^2 \left( \frac{2LM\sigma_s^2}{\sigma_w^2} \right) \end{aligned} \quad (7.71)$$

και με βάση αυτά τα αποτελέσματα και τις κατάλληλες αντικαταστάσεις η κατανομή για τον προσθετό  $t_{2,\text{cor}}$  προκύπτει:

$$f_{t_{2,\text{cor}}}(t_2/\mathcal{H}_2) = \frac{e^{-\left(\frac{t_2}{\sigma_w^2(L-1)} + \frac{LM\sigma_s^2}{\sigma_w^2}\right)}}{\sigma_w^2(L-1)} \left( \frac{t_2}{(L-1)LM\sigma_s^2} \right)^{\frac{M}{2}-\frac{1}{2}} I_{M-1} \left( \frac{2\sigma_s}{\sigma_w} \sqrt{\frac{LMt_2}{(L-1)}} \right) \quad (7.72)$$

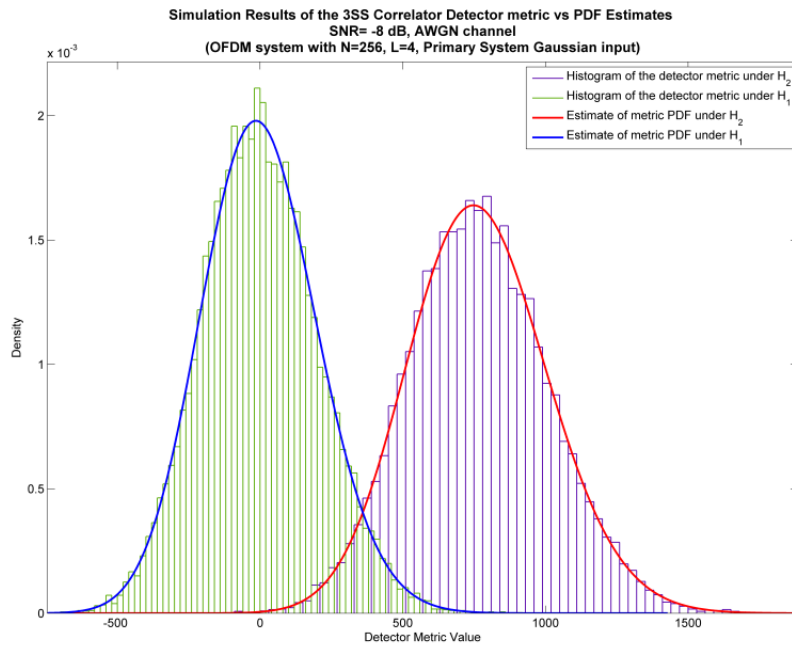
Γνωρίζοντας τις κατανομές των  $t_{1,\text{cor}}$  και  $t_{2,\text{cor}}$  μπορούμε να προχωρήσουμε στον αριθμητικό υπολογισμό της συνολικής κατανομής του μετρικού. Αυτό μπορεί να γίνει πάλι είτε μέσω της χαρακτηριστικής συνάρτησης που σε αυτή την περίπτωση δίνεται από:

$$\varphi_{T/\mathcal{H}_2}(\omega) = \frac{1}{(1 + j\sigma_w^2\omega)^{M(L-1)}} \frac{e^{j \frac{LM\sigma_s^2(L-1)\omega}{(1-j(L-1)\sigma_w^2\omega)}}}{(1 - j(L-1)\sigma_w^2\omega)^M} \quad (7.73)$$

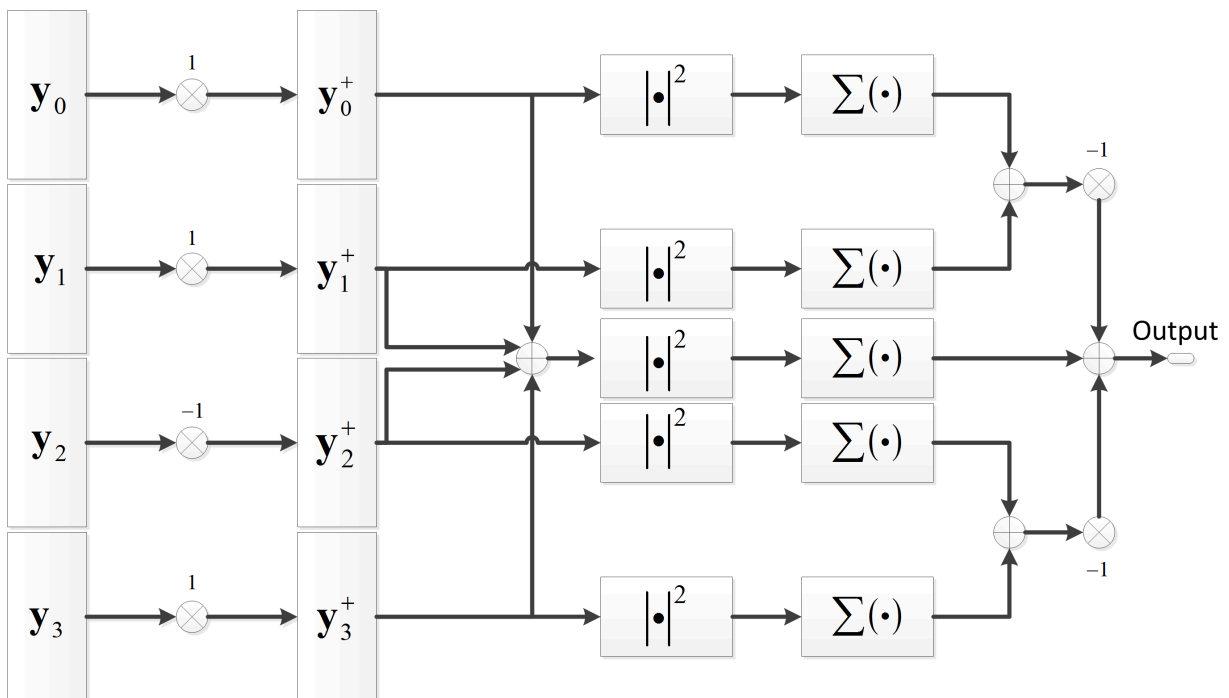
Μπορεί επίσης να υπολογιστεί με τον αριθμητικό υπολογισμό της συνέλιξης για  $f_{t_{2,\text{cor}}}(t_2/\mathcal{H}_2)$  όπως δίνεται από τη σχέση (7.72) και για  $f_{t_{1,\text{cor}}}(t_1/\mathcal{H}_2)$  όπως προέκυψε στη σχέση (7.71). Στο σχ. 7.6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εξομοιώσεων του αποτελέσματος του μετρικού και οι προσδιορισμένες κατανομές σύμφωνα με τις προδιαγραφές του παραδείγματος που περιγράφεται στον πίνακα 7.2. Το αντίστοιχο διάγραμμα λειτουργίας του ανιχνευτή με χρήση του αλγόριθμου συγχρονισμού των Shi - Serpedin, παρουσιάζεται στο σχ. 7.7.

## 7.5 Χρήση κυλιόμενου παραθύρου για τη λειτουργία του 3SS Ανιχνευτή

Στην προηγούμενη ανάλυση τονίστηκε το γεγονός ότι οι παρουσιαζόμενοι ανιχνευτές δεν λύνουν ολοκληρωτικά το πρόβλημα της ανίχνευσης μιας CR εκπομπής ή μιας PU εκπομπής. Η σποραδική ή κατά διαστήματα χρήση ενός 3SS ανιχνευτή δεν εξασφαλίζει σε καμία περίπτωση ότι μπορεί να πραγματοποιηθεί ταυτοποίηση των σημάτων. Αυτό γιατί για την περίπτωση του ενδε-



**Σχήμα 7.6:** Ιστογράμματα τιμών μετρικού συσχέτισης των επαναλαμβανόμενων τμημάτων για τα ενδεχόμενα  $\mathcal{H}_1$  και  $\mathcal{H}_2$  για AWGN κανάλι με  $SNR = 8dB$ , OFDM σύστημα με 256 subcarriers,  $L = 4$  (Shi-Serpedin) και λευκή γκαουσιανή είσοδο υπό το  $\mathcal{H}_1$



**Σχήμα 7.7:** Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του 3SS ανιχνευτή συσχέτισης των επαναλαμβανόμενων τμημάτων όπου χρησιμοποιείται αλγόριθμος συγχρονισμού Shi-Serpedin ( $L = 4$ )

χομένου  $\mathcal{H}_2$  θεωρείται ότι το διάνυσμα παρατήρησης περιλαμβάνει το σύμβολο συγχρονισμού και λόγω των όμοιων τμημάτων ενεργοποιούνται οι ανιχνευτές και λαμβάνεται απόφαση. Για να πραγματοποιηθεί αυτό όμως πρέπει να υποθεθεί ότι το CR τερματικό που πραγματοποιεί την απόφαση έχει απόλυτη γνώση της χρονικής περιόδου και των συγκεκριμένων  $N$  δειγμάτων που πρέπει να απομονωθούν. Οποιαδήποτε άλλη επιλογή διανύσματος παρατήρησης δεν παρέχει καμία πληροφορία που να δύναται να χρησιμοποιηθεί για τον διαχωρισμό και οι ανιχνευτές αποφασίζουν  $\mathcal{H}_1$  ανεξαρτήτως της προέλευσης του σήματος.

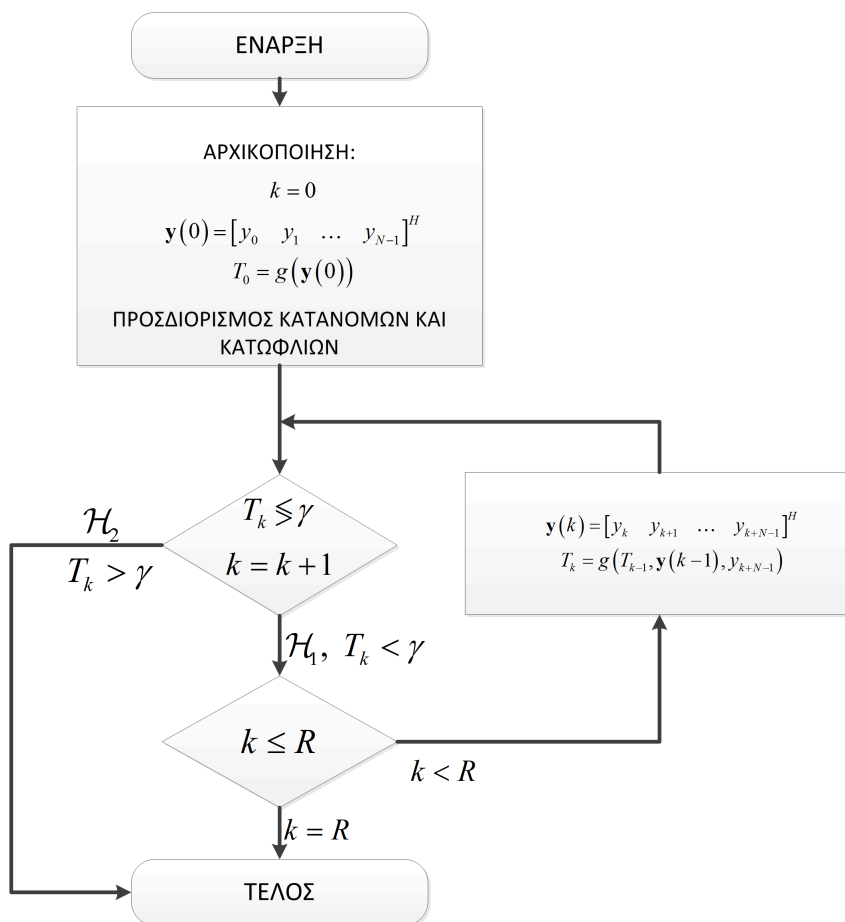
Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας μηχανισμός ο οποίος από τη στιγμή που ληφθεί απόφαση ότι η υπό παρακολούθηση φασματική ζώνη καταλαμβάνεται από κάποιο σήμα, θα ακολουθεί τα εισερχόμενα δείγματα πραγματοποιώντας διαδοχικές ανιχνεύσεις ώστε να εξασφαλίσει ότι σε κάποια χρονική στιγμή το διάνυσμα παρατήρησης περιλαμβάνει το σύμβολο συγχρονισμού. Δεδομένου ότι τα σύμβολα συγχρονισμού προηγούνται του σήματος πληροφορίας (εκεί οφείλεται και ο όρος σύμβολο προοιμίου - preamble), η διαδικασία ανίχνευσης επαναλαμβάνεται για ένα σχετικά μικρό χρονικό διάστημα.

Ουσιαστικά λοιπόν προτείνεται η χρήση ενός κυλιόμενου παραθύρου ως μηχανισμός διαδοχικών ανιχνεύσεων. Περιγραφικά η προτεινόμενη λογική συνοψίζεται στα εξής σημεία:

- Η διαδικασία φασματικής ανίχνευσης αποφασίζει ότι η υπό μελέτη φασματική περιοχή είναι κατειλημμένη. Είναι καλό, αν όχι απαραίτητο, ο ανιχνευτής ή ο δέκτης γενικότερα να διαθέτει μνήμη εισερχόμενων δειγμάτων. Αυτό γιατί ανάλογα με την συχνότητα που πραγματοποιείται η βασική διαδικασία ανίχνευσης, είναι πιθανό να "χαθεί" η αρχή της εκπομπής και κατά συνέπεια να προσπεραστεί το σύμβολο συγχρονισμού. Σε κάθε περίπτωση πάντως θεωρείται ότι η διαδικασία φασματικής ανίχνευσης πραγματοποιείται συχνά (τουλάχιστον ένας μη εξεζητημένος αλγόριθμος που ενδεχομένως υποστηρίζεται από έναν πιο πολύπλοκο ή/και διαδικασίες συνεργατικής απόφασης με πιο μεγάλη περίοδο επανάληψης).
- Από τη στιγμή που αποφασιστεί ύπαρξη του σήματος, ο ανιχνευτής 3SS τροφοδοτείται με τα πρώτα  $N$  δείγματα που περιέχονται στον καταχωρητή του δέκτη και πραγματοποιείται λήψη απόφασης με έναν από τους κανόνες που περιγράφηκαν στις προηγούμενες παραγράφους. Στην περίπτωση που δεν ξεπεραστεί το κατώφλι απόφασης, ο 3SS ανιχνευτής συνεχίζει να λειτουργεί.
- Ο 3SS τροφοδοτείται διαδοχικά με ένα νέο δείγμα εισερχόμενου σήματος και επαναπροσδιορίζει την απόφαση του. Στην περίπτωση που η απόφαση εξακολουθεί να παραμένει  $\mathcal{H}_1$  ο ανιχνευτής περιμένει το επόμενο δείγμα. Εδώ πρέπει να τονιστεί πως για κάθε νέο δείγμα ο ανιχνευτής δεν προχωρά σε νέο εξολοκλήρου υπολογισμό της τιμής του μετρικού, αλλά χρησιμοποιεί κάποιον αναδρομικό τύπο (ανάλογα με τον επιλεγμένο ανιχνευτή) περιορίζοντας έτσι το απαιτούμενο υπολογιστικό κόστος.
- Η διαδικασία σταματά όταν ο ανιχνευτής αποφασίσει  $\mathcal{H}_2$  ή ολοκληρωθεί ο έλεγχος ενός προεπιλεγμένου αριθμού εισερχόμενων δειγμάτων και η απόφαση παραμένει  $\mathcal{H}_1$ . Στην πρώτη περίπτωση αποφασίζεται οριστικά ότι η ζώνη καταλαμβάνεται από CR τερματικό ενώ διαφορετικά αποφασίζεται ότι η ζώνη καταλαμβάνεται από πρωτεύοντα χρήστη.

Ο αριθμός των διαδοχικών επαναλήψεων που πραγματοποιείται η ανίχνευση εξαρτάται από:

- a. Την θέση του συμβόλου συγχρονισμού. Στις περισσότερες των περιπτώσεων πρόκειται για το πρώτο λαμβανόμενο σύμβολο.
- b. Το μέγεθος του κυκλικού προθέματος (αν υπάρχει στο σύμβολο συγχρονισμού). Αυτό συμβαίνει γιατί στην περίπτωση που υπάρχει κάποια εναλλαγή προσήμου η μεγιστοποίηση του



Σχήμα 7.8: Διάγραμμα ροής του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης

μετρικού πραγματοποιείται στο τέλος του κυκλικού προθέματος. Στην περίπτωση που δεν υπάρχει αλλαγή (πχ. στον απλό Schmidl-Cox) η μεγιστοποίηση του μετρικού εξαρτάται από το μέγεθος της κρουστικής απόκρισης του ραδιοδιαύλου. Επίσης το μετρικό σε αυτή την περίπτωση παραμένει σε ένα υψηλό επίπεδο τιμών (plateau) λόγω του κυκλικού προθέματος.

- c. Από τη συχνότητα λειτουργίας του απλού αλγορίθμου φασματικής ανίχνευσης και το ανάλογο μέγεθος του καταχωρητή/της μνήμης. Τα δείγματα που περιέχονται στη μνήμη τροφοδοτούν σειριακά τον 3SS ανιχνευτή.

Ένα διάγραμμα ροής του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης παρουσιάζεται στο σχ. 7.8. Στο σχήμα αυτό  $R$  είναι ο αριθμός των επαναλήψεων που πραγματοποιούνται πριν την ολοκλήρωση της διαδικασίας αν η τελική απόφαση είναι  $\mathcal{H}_1$ , ενώ στο διάνυσμα παρατήρησης και στο μετρικό έχει εισαχθεί χρονικός δείκτης  $k$  που μεταβάλλεται από 0 έως  $R$ . Σημειώνεται επίσης ότι ο χρονικός δείκτης 0 στην περίπτωση των εισερχόμενων δειγμάτων ανατίθεται στο πιο παλιό δείγμα που περιέχεται στον καταχωρητή εισόδου του δέκτη.

### 7.5.1 Αναδρομικές Σχέσεις Υπολογισμού των μετρικών

Όπως αναφέρθηκε μπορούν να προσδιοριστούν κάποιες σχέσεις που επιτρέπουν τον αναδρομικό υπολογισμό των τιμών του μετρικού για τις διαδοχικές επαναλήψεις της διαδικασίας. Πιο συγκεκριμένα είναι εύκολο να δειχθεί ότι:

- Για τον ανιχνευτή Neyman-Pearson ισχύει:



$$T_{k+1} = T_k + q \left( -\eta_k^H \mathbf{D}_L \eta_k + \mathbf{v}_{k+1}^H \mathbf{D}_L \mathbf{v}_{k+1} \right) \quad (7.74)$$

όπου  $\mathbf{D}_L$  ορίζεται στην (7.19), ενώ τα διανύσματα  $\mathbf{v}_k$  και  $\eta_k$  μεγέθους  $L \times 1$ , ορίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_k &= \mathbf{A} \begin{bmatrix} y_{k+M-1} & y_{k+2M-1} & \dots & y_{k-M+N-1} & y_{k+N-1} \end{bmatrix}^T \\ \eta_k &= \mathbf{A} \begin{bmatrix} y_k & y_{k+M} & \dots & y_{k+N-2M} & y_{k+N-M} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (7.75)$$

Στο διάνυσμα  $\mathbf{v}_{k+1}$  περιλαμβάνεται το νέο δείγμα του διανύσματος παρατήρησης ενώ στο διάνυσμα  $\eta_k$  περιλαμβάνεται το δείγμα που απορρίπτεται από το διάνυσμα παρατήρησης. Στη γενική περίπτωση η (7.74) απλοποιείται περαιτέρω καθώς πολλοί από τους όρους των δυο τετραγωνικών μορφών του αθροίσματος αλληλοαναιρούνται λόγω της δομής του πίνακα. Παρόλα αυτά λόγω της ύπαρξης του πίνακα προσήμων στην γενικότερη εκδοχή δεν μπορεί να θεωρηθεί κάποια επιπλέον απλοποίηση.

- Για τον ανιχνευτή ενέργειας του αθροίσματος των υποδιανυσμάτων η αναδρομική σχέση υπολογισμού του μετρικού είναι η εξής:

$$T_{k+1} = T_k - \eta_k^H \mathbf{1}_L \mathbf{1}_L^H \eta_k + \mathbf{v}_{k+1}^H \mathbf{1}_L \mathbf{1}_L^H \mathbf{v}_{k+1} \quad (7.76)$$

όπου  $\mathbf{1}_L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T$  και ουσιαστικά το  $\mathbf{1}_L^H \eta_k$  αποτελεί άθροιση των στοιχείων του διανύσματος. Για τους τυπικούς πίνακες προσήμων η αναδρομική σχέση απλοποιείται κατά πολύ.

- Για τον ανιχνευτή βασισμένο στη συσχέτιση των  $L$  υποδιανυσμάτων ισχύει:

$$T_{k+1} = T_k - \eta_k^H \mathbf{B}_L \eta_k + \mathbf{v}_{k+1}^H \mathbf{B}_L \mathbf{v}_{k+1} \quad (7.77)$$

όπου ο πίνακας  $\mathbf{B}_L$  ορίζεται στη σχέση (7.63).

## 7.6 Κατανομές του μετρικού στον Μηχανισμό διαδοχικής Ανίχνευσης

Ο παραπάνω μηχανισμός έχει ως αποτέλεσμα την δραστική μεταβολή στις επιδόσεις του ανιχνευτή σε σχέση με τις επιδόσεις του στην ιδανική περίπτωση με γνωστό το κατάλληλο σημείο ελέγχου όπως περιγράφηκε στις προηγούμενες παραγράφους. Αυτό συμβαίνει γιατί ναι μεν σε κάθε σημείο ο έλεγχος πραγματοποιείται με βάση τους κανόνες και τις κατανομές που περιγράφηκαν, αλλά η συνεχής επανάληψη της διαδικασίας έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης. Αυτό γίνεται σαφές αν θεωρηθεί ότι  $R \rightarrow \infty$ . Σε αυτή την περίπτωση η απόφαση του ανιχνευτή θα ήταν  $\mathcal{H}_2$  ανεξαρτήτως της πραγματικότητας καθώς με τη συνεχή ανανέωση του περιεχομένου του κάποια στιγμή η τιμή του μετρικού θα ξεπεράσει το ορισμένο κατώφλι. Ουσιαστικά ο μηχανισμός διαδοχικής ανίχνευσης επιβάλλει την χρήση ενός κανόνα OR, όπου όταν μια τουλάχιστον απόφαση υποδεικνύει  $\mathcal{H}_2$  τότε αποφασίζεται  $\mathcal{H}_2$ . Στην πραγματικότητα ο ανιχνευτής σταματά στην πρώτη περίπτωση απόφασης  $\mathcal{H}_2$  αλλά ουσιαστικά οι δυο ορισμοί είναι ισοδύναμοι.

Ένας άλλος τρόπος να εξεταστεί ο μηχανισμός διαδοχικής ανίχνευσης που παρουσιάστηκε είναι η χρήση του μέγιστου του μετρικού και συγκεκριμένα:

$$\max \left( \mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_0 & \dots & T_{R-1} \end{bmatrix} \right) \underset{\mathcal{H}_1}{\overset{\mathcal{H}_2}{\geq}} \gamma \quad (7.78)$$

Αν και τυπικά η διαδικασία που περιγράφηκε δεν εκφράζεται μαθηματικά με την σχέση (7.78), τα αποτελέσματα ανίχνευσης και στις δυο περιπτώσεις είναι όμοια και κατά συνέπεια είναι απόλυτα σωστό να θεωρηθεί ότι χρησιμοποιείται η παραπάνω μαθηματική περιγραφή.

Η μετατροπή αυτή στον κανόνα απόφασης έχει ως συνέπεια την μεταβολή των κατανομών του μετρικού λόγω της επιλογής του μεγίστου. Στην περίπτωση αλήθειας του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_2$  η μέγιστη τιμή για το μετρικό αναμένεται να προκύψει τη χρονική στιγμή που ολόκληρο το σύμβολο συγχρονισμού περιέχεται στο δiάνυσμα παρατήρησης. Δεδομένης όμως της ύπαρξης του θορύβου από τη μία και από την άλλη το γεγονός ότι με τον διαδοχικό υπολογισμό του μετρικού υπάρχει ένα χρονικό διάστημα μετάβασης ή/και ένα επίπεδο στο οποίο η τιμή του μετρικού παραμένει υψηλή (πχ ο αλγόριθμος Schmidl-Cox) είναι πιθανό η μέγιστη τιμή να προκύψει σε κάποιο γειτονικό δείγμα. Αυξάνοντας τον θόρυβο αυξάνει και η πιθανότητα της μετατόπισης του μεγίστου. Παρόλα αυτά, το γεγονός αυτό, όπως έδειξαν και οι εξομοιώσεις δεν έχει καμία συνέπεια στην κατανομή του μετρικού, καθώς σε κάθε περίπτωση η συμπεριφορά του οποιουδήποτε μεγίστου στο συγκεκριμένο διάστημα ομοιάζει με την αναμενόμενη συμπεριφορά του μετρικού κατά την πλήρη ευθυγράμμιση του συμβόλου συγχρονισμού με το δiάνυσμα παρατήρησης. Το αναμενόμενο είναι μια ελαφριά μετατόπιση της κατανομής προς τα δεξιά, δεδομένου ότι το μέγιστο ευνοεί τη θετική έκβαση του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_2$ , η οποία όμως μετατόπιση είναι ανεπαίσθητη και κατά συνέπεια οι κατανομές που εκτιμώνται μέσω των εξισώσεων (7.48), (7.57), (7.73) είναι κατάλληλες για τον προσδιορισμό της πιθανότητας ορθής απόφασης και με τον μηχανισμό διαδοχικών αποφάσεων.

Το πραγματικό πρόβλημα από την άλλη δυστυχώς προκύπτει όσον αφορά την κατανομή του μετρικού σε περίπτωση αλήθειας του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_1$ . Όπως ήδη αναφέρθηκε αν ο διαδοχικός υπολογισμός συνεχιστεί για αρκετά μεγάλο αριθμό δειγμάτων  $R$ , τότε ουσιαστικά εξαναγκάζουμε την απόφαση  $\mathcal{H}_2$ . Κάποια στιγμή ένα σύνολο δειγμάτων στο δiάνυσμα παρατήρησης θα υπερβεί το κατώφλι απόφασης. Αυτό το ενδεχόμενο γίνεται ολοένα και πιο πιθανό αν το κατώφλι απόφασης έχει οριστεί με αρκετά υψηλή αποδεκτή πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης πχ αν θεωρηθεί  $P_{FA} = 0.1$  όπως θεωρήθηκε στις κατανομές που εκτιμήθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους (7.34, 7.53, 7.68). Η χρήση του κατωφλίου αυτού για ένα OFDM σήμα με  $N = 64$  φέροντα, σηματοθορυβικό λόγο  $SNR = 0\text{dB}$  και διάστημα διαδοχικής ανίχνευσης  $R = 32$ , έχει ως αποτέλεσμα πρακτικά πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης  $P_{FA} = 0.46$  ενώ για  $R = 64$  η τιμή αυξάνει σε  $P_{FA} = 0.66$ . Είναι σαφές λοιπόν ότι σε καμία περίπτωση δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατώφλια που προσδιορίζονται από τις κατανομές των σχέσεων (7.34, 7.53, 7.68) αλλά πρέπει να εκτιμηθεί η κατανομή της μέγιστης τιμής του μετρικού για  $R$  διαδοχικές επαναλήψεις της διαδικασίας.

Η εκτίμηση της κατανομής της μέγιστης τιμής ενός συνόλου τιμών μιας τυχαίας μεταβλητής είναι μια εξαιρετικά δύσκολη διαδικασία. Η θεωρία ακραίων τιμών ([148]) περιλαμβάνει εξαιρετικά πολύπλοκες μαθηματικές διεργασίες οι οποίες μάλιστα μόνο υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις φθάνουν σε κλειστές, αναλυτικές λύσεις. Αυτό για παράδειγμα μπορεί να συμβεί με χρήση του θεωρήματος ακραίων τιμών και ανάλυση της ασυμπτωτικής συμπεριφοράς ενός συνόλου ανεξάρτητων και πανομοιότυπα κατανομημένων τυχαίων μεταβλητών (Independent and Identically Distributed - IID). Σε μια τέτοια περίπτωση ο υπολογισμός μπορεί να γίνει μέσω της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής των  $n$  ανεξάρτητων επιμέρους μεταβλητών και δίνεται από  $F_{\max}(z) = (F(z))^n$ , όπου  $F$ ,  $F_{\max}$  οι CDF των επιμέρους τυχαίων μεταβλητών και του μεγίστου

αντίστοιχα.

Κάτι αντίστοιχο δεν μπορεί να γίνει σε καμία περίπτωση στη συγκεκριμένη περίπτωση καθώς οι τιμές από το σύνολο των οποίων λαμβάνεται η μέγιστη τιμή είναι εξαιρετικά εξαρτημένες μεταξύ τους. Οι αναδρομικές σχέσεις φανερώνουν με απλό τρόπο πως η τιμή του μετρικού μια χρονική στιγμή εξαρτάται από την προηγούμενη τιμή και η ουσιαστική διαφοροποίηση τους προκύπτει από το ένα μόνο νέο δείγμα στο διάλυσμα παρατήρησης που αντικατέστησε ένα παλιότερο. Μετά από εξαντλητική ανάλυση και εκτεταμένες δοκιμές δεν υπήρξε η δυνατότητα υπολογισμού μιας αναλυτικής έκφρασης της κατανομής της μέγιστης τιμής. Ο βαθμός εξάρτησης των τιμών καθιστά αδύνατη την εύρεση ενός μετασχηματισμού που να μπορεί να οδηγήσει σε αναλυτική σχέση των κατανομών της μέγιστης τιμής. Από την άλλη οποιαδήποτε θεώρηση που μπορεί να απλοποιεί το πρόβλημα προκαλεί μεγάλο πρόβλημα ακρίβειας στις εκτιμώμενες κατανομές καθιστώντας τις εκτιμήσεις ανεπαρκείς.

Η μοναδική ικανοποιητική λύση προκύπτει με χρήση εξομοιώσεων και εμπειρικών μεθόδων. Εξομοιώνοντας την έξοδο του μετρικού για τους τρεις ανιχνευτές που θεωρήθηκαν και λαμβάνοντας τις μέγιστες τιμές για δεδομένο διάστημα επαναληπτικού υπολογισμού  $R$  είναι δυνατή η εκτίμηση των ροπών της νέας τυχαιάς μεταβλητής καθώς επίσης και η εμπειρική προσαρμογή μιας γνωστής κατανομής στο ιστόγραμμα των αποτελεσμάτων. Για μεγάλο αριθμό επαναλήψεων η ακρίβεια της προσέγγισης που επιτυγχάνεται κρίνεται εξαιρετικά ικανοποιητική και κατάλληλη για τον προσδιορισμό των κατωφλίων. Παρόλα αυτά δεν κατέστη δυνατή η αναλυτική, μαθηματική υποστήριξη των εμπειρικών αποτελεσμάτων.

Οι κατανομές των μετρικών που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους εξαρτώνται ουσιαστικά από τα ακόλουθα μεγέθη:

- Το σηματοθορυβικό λόγο SNR ο οποίος θα συμβολίζεται ως  $\rho$  όταν γίνεται αναφορά στην γραμμική τιμή του και όχι στη συνήθη λογαριθμική του έκφραση.
- Το μέγεθος  $N$  του DFT του συγκεκριμένου OFDM συστήματος στη συγκεκριμένη ζώνη.
- Τον αριθμό  $L$  των επαναλαμβανόμενων τμημάτων του συμβόλου συγχρονισμού.

Τα παραπάνω δεν προκύπτουν με απλή παρατήρηση των σχέσεων που παρουσιάστηκαν αλλά γίνονται σαφή με αντικατάσταση στις σχέσεις του σηματοθορυβικού λόγου. Δηλαδή  $\rho = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2}$ . Συγκεκριμένα για την κατανομή του μετρικού Neyman-Pearson ισχύει ότι οι δυο πρώτες ροπές δίνονται από (εξ. 7.33):

$$\begin{aligned} E(T/\mathcal{H}_1) &= \frac{-N(L-1)\rho^2}{1+L\rho} \\ \text{var}(T/\mathcal{H}_1) &= \frac{N(L-1)\rho^2}{(1+L\rho)^2} (1+2\rho+L\rho^2) \end{aligned} \quad (7.79)$$

ενώ η κατανομές των τυχαιών μεταβλητών από τη διαφορά των οποίων προκύπτει το μετρικό δίνονται με αντικατάσταση του  $\rho$  στην (7.32):

$$\begin{aligned} t_1 &\sim \mathcal{G}(M(L-1), \rho) \\ t_2 &\sim \mathcal{G}\left(M(L-1), \frac{L-1}{1+L\rho}\rho\right) \end{aligned} \quad (7.80)$$

Συνεπώς για δεδομένο σύστημα OFDM και αλγόριθμο συγχρονισμού (δηλ.  $N, L$  σταθερά) η κατανομή του μετρικού εξαρτάται αποκλειστικά από το σηματοθορυβικό λόγο. Εισάγοντας το μηχανισμό επαναληπτικής ανίχνευσης το μετρικό λαμβάνει τη μορφή της (7.78) και κατά συνέπεια η κατανομή του μεγίστου εξαρτάται ουσιαστικά από δυο μεγέθη, τον σηματοθορυβικό λόγο και

τον αριθμό επαναλήψεων  $R$ . Οπότε οποιαδήποτε προσέγγιση της κατανομής της μέγιστη τιμής εξαρτάται από το  $\rho$  και το  $R$ .

Η κατανομή της μέγιστης τιμής για το  $\mathcal{H}_1$  αναμένεται όπως είναι λογικό να είναι μετατοπισμένη προς τα δεξιά, καθώς η μέση τιμή της θεωρούμενης πλέον τυχαίας μεταβλητής αυξάνει, ενώ αντίστοιχα αναμένεται μειωμένη τιμή διασποράς, καθώς η μέγιστη τιμή του συνόλου τιμών του μετρικού αναμένεται να λαμβάνεται σχεδόν αποκλειστικά από το σύνολο τιμών δεξιά της μέσης τιμής της αρχικής κατανομής (ανά μέτρηση) μειώνοντας έτσι την προσδοκώμενη απόκλιση. Όλα αυτά τα λογικά συμπεράσματα επιβεβαιώνονται από την μορφή και τοποθέτηση του ιστογράμματος που προκύπτει από τις εξομοιώσεις, απεικόνιση των οποίων βρίσκεται στα σχ. 7.9, 7.15, 7.16.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθούμε στους προτεινόμενους τύπους κατανομής που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προσεγγίσουν την κατανομή της μέγιστης τιμής.

### 7.6.1 Γενικευμένη Κατανομή Ακραίων τιμών

Η πρώτη προσέγγιση που εξετάστηκε είναι η Γενικευμένη Κατανομή Ακραίων τιμών (Generalized Extreme Value distribution), η οποία είναι μια κατανομή που προέκυψε από την θεωρία ακραίων τιμών ([149]) και συνδυάζει τις οικογένειες κατανομών των Gumbel, Frechet και Weibull που χρησιμοποιούνταν για την μοντελοποίηση τυχαίων μεταβλητών που προκύπτουν ως ακρότατα. Η κατανομή GEV προκύπτει ως γενική ασυμπτωτική προσέγγιση του  $F_{\max}(z) = (F(z))^n$  για οποιοδήποτε είδος IID τυχαίων μεταβλητών. Το γεγονός ότι η κατανομή στηρίζεται μαθηματικά από την IID υπόθεση δεν είναι απαγορευτικό, καθώς με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων της κατανομής, η κατανομή GEV χρησιμοποιείται γενικά για τη μοντελοποίηση της τυχαίας συμπεριφοράς των ακροτάτων.

Η κατανομή GEV έχει τις ακόλουθες εκφράσεις υπό τη μορφή των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας και αθροιστικής κατανομής (περιοριζόμαστε στις εκφράσεις που βασίζονται στην γενικευμένη οικογένεια Weibull και για την οποία ισχύει  $\kappa < 0$  και ταιριάζει με την περίπτωση που μελετάται):

$$\begin{aligned} \text{pdf: } f(t/\xi, \alpha, \kappa) &= \frac{1}{\alpha} \left( 1 + \kappa \left( \frac{t - \xi}{\alpha} \right) \right)^{-\frac{\kappa+1}{\kappa}} e^{-(1+\kappa(\frac{t-\xi}{\alpha}))^{-\frac{1}{\kappa}}} \\ \text{cdf: } F(t/\xi, \alpha, \kappa) &= e^{-(1+\kappa(\frac{t-\xi}{\alpha}))^{-\frac{1}{\kappa}}} \end{aligned} \quad (7.81)$$

και όσον αφορά τις δυο πρώτες ροπές ισχύει:

$$\begin{aligned} \mu &= \xi + \alpha \frac{\Gamma(1 - \kappa) - 1}{\kappa} \\ \sigma^2 &= \alpha^2 \frac{(\Gamma(1 - 2\kappa) + \Gamma(1 - \kappa)^2)}{\kappa^2} \end{aligned} \quad (7.82)$$

Το γεγονός ότι η κατανομή αυτή προσδιορίζεται από τρεις παραμέτρους, οι οποίες μάλιστα δεν έχουν απλή εξάρτηση από τη μέση τιμή και τη διασπορά (η ύπαρξη της συνάρτησης Γάμμα περιπλέκει τις διαδικασίες εκτίμησης των παραμέτρων) αποτελεί βασικό μειονέκτημα για την επιλογή της. Συγκεκριμένα απαιτείται η εκτίμηση τριών παραμέτρων η κάθε μια από τις οποίες εξαρτάται εξ αρχής από τα  $\rho$  και  $R$ . Η διαδικασία περιπλέκεται αρκετά λοιπόν, αν θελήσουμε να ορίσουμε απλές συναρτήσεις  $\varphi(\rho, R)$  που να επιτρέπουν τον προσδιορισμό των παραμέτρων στον δέκτη αυτόματα. Αντίθετα πιο εύκολη λύση στην περίπτωση της επιλογής της δεδομένης κατανομής είναι η διατήρηση ενός πίνακα παραπομπής (Look Up Table - LUT) ώστε η επιλογή των κατάλληλων παραμέτρων στο δέκτη να γίνεται με βάση ένα σύνολο προαποφασισμένων τιμών παραμέτρων.

Στο ([149]) παρουσιάζονται διάφορες μέθοδοι εκτίμησης των παραμέτρων από μετρήσεις ή αποτελέσματα εξομοίωσης. Η μέθοδος εκείνη που δίνει καλύτερα αποτελέσματα διατυπώθηκε από τον Hosking ([150]) και βασίζεται στη μέθοδο των πιθανοτικά σταθμισμένων ροπών (Probability Weighted Moments - PWM). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή εκτιμώνται οι τρεις πρώτες PWM ροπές με βάση το διαθέσιμο δείγμα μετρήσεων και στη συνέχεια οι εκτιμήσεις αυτές χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των τριών παραμέτρων της κατανομής. Συγκεκριμένα η διαδικασία που χρησιμοποιείται συνοψίζεται στα ακόλουθα βήματα:

- Παράγεται ένα δείγμα μετρήσεων μέσω εξομοίωσης της λειτουργίας του ανιχνευτή με μηχανισμό επαναληπτικής ανίχνευσης δεδομένου του ενδεχόμενου  $\mathcal{H}_1$  και συλλέγονται οι μέγιστες τιμές που μετρήθηκαν.
- Οι τιμές αφού συλλεχθούν διατάσσονται από την μικρότερη στην μεγαλύτερη ορίζοντας ένα διατεταγμένο σύνολο  $\tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_U$  όπου  $U$  ο αριθμός των εξομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν.
- Εκτιμώνται οι τρεις πρώτες PWM ροπές με βάση τους τύπους:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{U} \sum_{l=1}^U \tau_l \\ b_1 &= \frac{1}{U} \sum_{l=1}^j \frac{l-1}{U-1} \tau_l \\ b_2 &= \frac{1}{U} \sum_{l=1}^j \frac{(l-1)(l-2)}{(U-1)(U-2)} \tau_l \end{aligned} \quad (7.83)$$

- Στη συνέχεια υπολογίζονται οι εκτιμήσεις των παραμέτρων με χρήση των ακόλουθων τύπων:

$$\begin{aligned} \hat{\kappa} &= - (7.859z + 2.9556z^2), \quad z = \frac{2b_1 - b_0}{3b_2 - b_0} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)} \\ \hat{a} &= \frac{(b_0 - 2b_1)\hat{\kappa}}{\Gamma(1 - \hat{\kappa})(1 - 2^{\hat{\kappa}})}, \quad \hat{\xi} = b_0 - \hat{a} \{ \Gamma(1 - \hat{\kappa}) - 1 \} / \hat{\kappa} \end{aligned} \quad (7.84)$$

Η διαδικασία αυτή έχει ως αποτέλεσμα πρακτικά την κατανομή GEV που ταιριάζει βέλτιστα στο διαθέσιμο δείγμα αποτελεσμάτων εξομοίωσης.

Η κατανομή GEV παρέχει ένα ικανοποιητικό μοντέλο περιγραφής της στατιστικής συμπεριφοράς του μετρικού για τον μηχανισμό επαναληπτικής ανίχνευσης, αν και όπως φαίνεται π.χ. στο σχ. 7.9 παρατηρείται μια μικρή απόκλιση από το πραγματικό σχήμα του παραγόμενου ιστογράμματος στο δεξιό του άκρο. Το μεγάλο όμως μειονέκτημα της οφείλεται στο γεγονός ότι δεν είναι εύκολος ο προσδιορισμός των παραμέτρων καθώς επίσης δεν υπάρχει εύκολος ορισμός εμπειρικής εξαγωγής των παραμέτρων για δεδομένα  $\rho$  και  $R$ .

### 7.6.2 Κατανομή Διαφοράς Γάμμα μεταβλητών

Στις παραγράφους που προηγήθηκαν, οι κατανομές των μετρικών του Neyman-Pearson ανιχνευτή και του ανιχνευτή που βασίζεται στη συσχέτιση των  $L$  τμημάτων υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  προσδιορίζονται από τη διαφορά δυο μεταβλητών Γάμμα, ενώ η κατανομή του μετρικού για το μετρικό της ενέργειας του αθροίσματος προσδιορίζεται από μια απλή Γάμμα κατανομή. Από την άλλη, η παρατήρηση της μορφής του ιστογράμματος της κατανομής της μέγιστης τιμής η οποία

και ομοιάζει ιδιαίτερα με την μορφή της αρχικής κατανομής, οδηγεί στο συμπέρασμα πως ενδέχεται η κατανομή της διαφοράς δυο Γάμμα τυχαίων μεταβλητών να αποτελεί κατάλληλη προσέγγιση της κατανομής του μεγίστου και σε αυτή την περίπτωση. Η διαδικασία που ακολουθείται για τον προσδιορισμό της είναι η ακόλουθη:

- Παράγεται ένα δείγμα μετρήσεων μέσω εξομοιώσεων των μέγιστων τιμών που παράγονται από τον μηχανισμό της επαναληπτικής διαδικασίας ανίχνευσης.
- Προσδιορίζονται εκτιμήσεις της μέσης τιμής και της διασποράς των μεγίστων  $\hat{\mu}$  και  $\hat{\sigma}^2$ .
- Από τις σχέσεις που προσδιορίζουν τις δυο πρώτες ροπές για τις αρχικές κατανομές και αντικαθιστώντας τις εκτιμήσεις που προσδιορίστηκαν, επιλύεται το μη-γραμμικό σύστημα που υπολογίζει ένα νέο "σηματοθορυβικό λόγο"  $\tilde{\rho}$  και ένα νέο διάστημα δειγμάτων  $\tilde{M}$ . Οι δυο αυτές τιμές όταν χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό των κατανομών έχουν ως αποτέλεσμα την προσέγγιση της κατανομής των μεγίστων τιμών.

Περισσότερες λεπτομέρειες για τη διαδικασία προσδιορισμού της προσέγγισης των κατανομών με τη συγκεκριμένη λογική δίνονται στις ακόλουθες παραγράφους.

Το βασικό πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου δεν είναι μόνο το ότι απαιτείται απλά η εκτίμηση της μέσης τιμής και της διασποράς της κατανομής του μεγίστου για συγκεκριμένο  $\rho$  και  $R$ . Το πλεονέκτημα της μεθόδου έγκειται στο γεγονός ότι μπορούν να προσδιοριστούν απλές εμπειρικές συναρτήσεις  $\varphi(\rho)$  ή/και  $\varphi(R)$  έτσι ώστε ο δέκτης να είναι σε θέση να κάνει με απλό τρόπο την αναγωγή από τις κατανομές του μετρικού ανά δείγμα στην κατανομή της μέγιστης τιμής του μετρικού κατά την επαναληπτική διαδικασία ανίχνευσης. Επίσης από τα σχ. 7.9, 7.15, 7.16 γίνεται αντιληπτό ότι η προσέγγιση αυτή είναι πιο ακριβής σε σύγκριση με την αντίστοιχη των κατανομών GEV, ειδικά στο κρίσιμο σημείο της δεξιάς απόκλισης της κατανομής που καθορίζει στο μεγαλύτερο βαθμό το κατώφλι απόφασης.

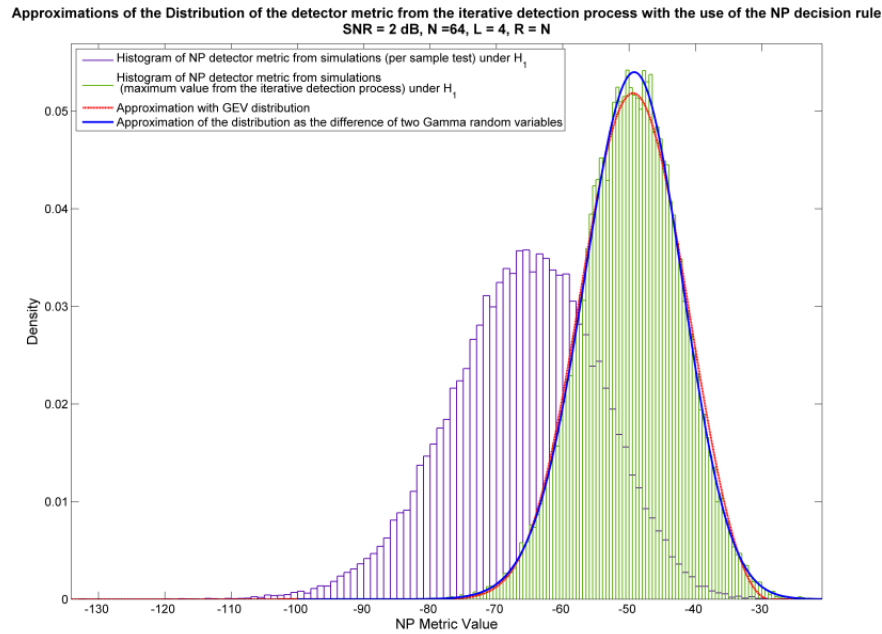
Στις ακόλουθες παραγράφους περιγράφεται η διαδικασία προσδιορισμού των κατανομών του μεγίστου με χρήση της συγκεκριμένης μεθόδου.

### 7.6.3 Κατανομή για τον ανιχνευτή Neyman-Pearson

Όπως αναφέρθηκε πραγματοποιείται εξομοίωση της λειτουργίας του ανιχνευτή με χρήση του μηχανισμού επαναληπτικής ανίχνευσης, όταν η είσοδος είναι μιγαδικό κανονικό σήμα ισχύος  $\sigma_s^2$  με αθροιστικό κανονικό θόρυβο  $\sigma_w^2$ . Δεδομένου ότι η επιλογή του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_2$  γίνεται με βάση το αν το μετρικό ξεπεράσει ένα κατώφλι κατά τις  $R$  επαναλήψεις, η επίδοση του ανιχνευτή μπορεί να καθοριστεί με βάση τη μέγιστη τιμή του μετρικού για τις επαναλήψεις αυτές. Κατά συνέπεια κατά τις εξομοιώσεις απομονώνεται η μέγιστη τιμή για κάθε δοκιμή συγκροτώντας έτσι ένα νέο στατιστικό δείγμα του οποίου επιθυμούμε να προσεγγίσουμε την κατανομή. Για να είναι δυνατή η εκτίμηση των παραμέτρων των κατανομών με ακρίβεια, πραγματοποιήθηκαν περισσότερες από 100.000 δοκιμές για δεδομένο  $\rho$  και  $R$ . Η προσέγγιση γίνεται με τις μεθόδους που αναφέρθηκαν και για το παράδειγμα με τα χαρακτηριστικά που αναφέρονται στον πίνακα 7.3. Τα αποτελέσματα της εξομοίωσης και των προσεγγίσεων φαίνεται στο σχήμα 7.9.

Από το σχήμα 7.9 είναι σαφής η υπεροχή της προσέγγισης με χρήση της διαφοράς δυο Γάμμα μεταβλητών. Σε αυτό το σημείο επικεντρωθήκαμε στην ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης διαδικασίας για την ανάπτυξη της προσέγγισης αυτής.

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι διαδικασίες που περιγράφονται αφορούν την ζώνη των σηματοθορυβικών λόγων που κυρίως ενδιαφέρει κατά την λειτουργία του ανιχνευτή. Κατά συνέπεια δεν



**Σχήμα 7.9:** Ιστογράμματα τιμών μετρικού Neyman-Pearson με και χωρίς χρήση του επαναληπτικού μηχανισμού για τα ενδεχόμενα  $H_1$  για σύστημα που περιγράφεται στον πίνακα 7.3 και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής

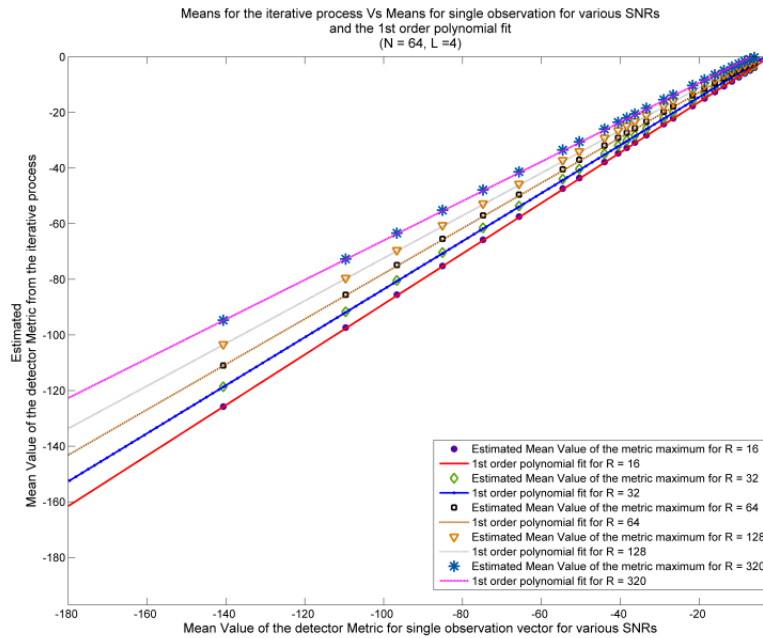
**Πίνακας 7.3:** Παράμετροι εξομοίωσης για το παράδειγμα του Σχήματος 7.9:

Είδος αρχικού Ανιχνευτή:	Neyman - Pearson
Αριθμός OFDM φερόντων του CR:	64
Αλγόριθμος Συγχρονισμού:	Shi - Serpedin
Αριθμός Επαναλαμβανόμενων τμημάτων Preamble (L):	4
Κανάλι:	AWGN
Σήμα Πρωτεύοντος Δικτύου:	Κανονικό μοντέλο
SNR:	2 dB
Αριθμός Επανάληψεων διαδικασίας ανίχνευσης:	R = 64

δίνεται έμφαση σε υψηλές τιμές SNR καθώς ο ανιχνευτής αναμένεται ούτως ή άλλως να λειτουργήσει ικανοποιητικά, καθώς επίσης σε πολύ χαμηλές τιμές SNR όπου ο ανιχνευτής δεν πρόκειται να λειτουργήσει επαρκώς ανεξαρτήτως της επιλογής του κατωφλίου. Τονίζεται πως από τη φύση του ο 3SS ανιχνευτής που στηρίζεται στην απόφαση μέσω του συμβόλου συγχρονισμού έχει περιορισμένες δυνατότητες και δεν είναι δυνατό ακόμη και σε ιδανικές συνθήκες λειτουργίας να βελτιώσει το δυναμικό εύρος σηματοθορυβικών λόγων στο οποίο αποδίδει, όπως π.χ. ο ενεργειακός ανιχνευτής θεωρητικά μπορεί να ανιχνεύσει οποιοδήποτε σήμα σε οποιοδήποτε SNR με κατάλληλη αύξηση του μεγέθους του διανύσματος παρατήρησης. Για να πραγματοποιηθεί κάτι τέτοιο στον συγκεκριμένο 3SS πρέπει να υπάρξει μια κεντρική απόφαση, επανάληψης του συμβόλου συγχρονισμού (συγκροτώντας έτσι ένα διευρυμένο σύμβολο συγχρονισμού) με αντίστοιχη αύξηση των επαναλαμβανόμενων τμημάτων. Κατά συνέπεια οι εμπειρικές σχέσεις που προκύπτουν αφορούν μια ζώνη SNR μεταξύ -15 έως 20 dB όπου για συμβατικές τιμές  $N$  και  $L$  ο ανιχνευτής μπορεί να είναι λειτουργικός.

Αρχικά θεωρείται ο αριθμός επαναλήψεων  $R$  σταθερός. Οι εξομοιώσεις για διάφορα SNR στη ζώνη ενδιαφέροντος έδειξαν ένα πολύ ενδιαφέρον αποτέλεσμα. Όπως είναι προφανές από το σχ. 7.10 η επαναληπτική διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της προσδοκώμενης τιμής του μετρικού και ανάλογα τη μείωση της διασποράς της. Η σύγκριση των εκτιμώμενων τιμών  $\hat{\mu}$  και  $\hat{\sigma}^2$

με τις τιμές  $\mu$  και  $\sigma^2$  της κατανομής του μετρικού του ανιχνευτή ανά επανάληψη (σημειώνεται ότι τα  $\hat{\mu}$  και  $\hat{\sigma}^2$  αναφέρονται στην κατανομή της μέγιστης τιμής) φανερώνουν την ακόλουθη χρήσιμη συμπεριφορά: Υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των  $\mu(\rho)$  και  $\hat{\mu}(\rho/R)$  καθώς επίσης και μεταξύ  $\sigma^2(\rho)$  και  $\hat{\sigma}^2(\rho/R)$  η οποία μπορεί να αποτυπωθεί με εξαιρετικά απλές γραμμικές σχέσεις. Το γεγονός αυτό αποτυπώνεται και στα σχήματα 7.10, 7.11 για διάφορες περιπτώσεις.



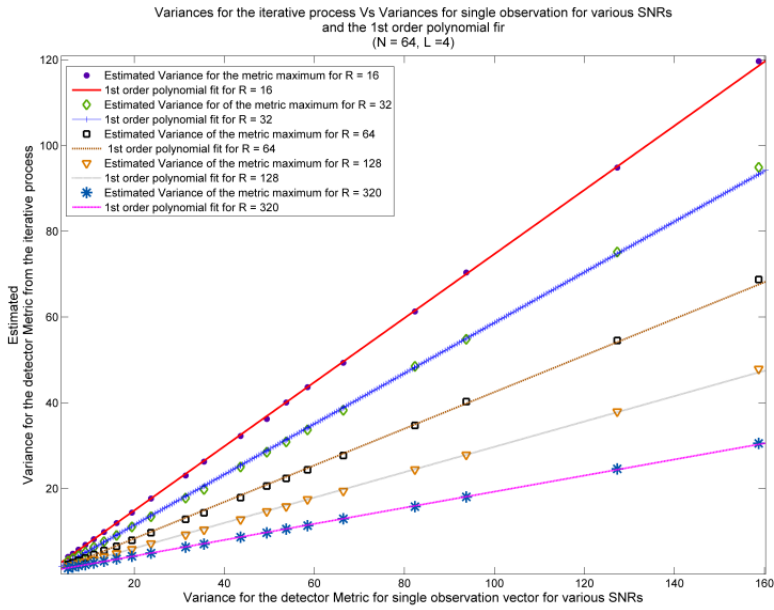
**Σχήμα 7.10:** Διάγραμμα μέσης τιμής μετρικού NP με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τη μέση τιμή του μετρικού ανά επανάληψη για διάφορες τιμών επαναλήψεων  $R$

**Πίνακας 7.4:** Παραδείγματα πολωνύμων 1<sup>ου</sup> βαθμού όπως εκτιμήθηκαν για  $N=64, L=4$  και συνδέουν τα μεγέθη  $\mu$  με  $\hat{\mu}$  και  $\sigma^2$  με  $\hat{\sigma}^2$

$R$	$a_\mu$	$\beta_\mu$	$a_\sigma$	$\beta_\sigma$
16	0.8972	1.6744	0.7476	-0.0598
32	0.8497	2.4650	0.5899	-0.3237
64	0.7985	3.1928	0.4272	-0.2212
128	0.7488	3.7763	0.258	0.1530
320	0.692	4.4264	0.1878	0.4981

Η σχέση (7.79) συνδέει το  $\rho$  με την αντίστοιχη μέση τιμή και διασπορά για δεδομένο σενάριο λήψης (δηλαδή συγκεκριμένα  $N$  και  $L$ ) οπότε ο δέκτης έχει τη δυνατότητα με τη χρήση των απλών γραμμικών σχέσεων να υπολογίσει την εκτιμώμενη μέση τιμή για σταθερό  $R$ . Τα διαγράμματα φανερώνουν επίσης την αναμενόμενη σχέση μεταξύ των ροπών της κατανομής του μεγίστου με τον αριθμό επαναλήψεων που εκφράζεται με αύξηση της μέσης τιμής και μείωση της διασποράς όσο το  $R$  αυξάνει. Στον πίνακα 7.4 παρουσιάζονται ορισμένες εμπειρικές γραμμικές σχέσεις που προέκυψαν κατά την εξομοίωση. Ο προσδιορισμός των γραμμικών σχέσεων γίνεται με εφαρμογή της μεθόδου ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Κατά την εφαρμογή της μεθόδου είναι σε πολλές περιπτώσεις ωφέλιμο να χρησιμοποιηθούν βάρη ώστε να δοθεί έμφαση στις περιπτώσεις που οι τιμές τείνουν στο μηδέν (και αντίστοιχα το  $\rho \rightarrow 0$ ). Στις συγκεκριμένες περιπτώσεις που παρουσιάζονται κατά την ελαχιστοποίηση χρησιμοποιήθηκε ως βάρος το  $1/\rho$  για κάθε τιμή. Συνοψίζοντας για σταθερό  $R$  η μέση τιμή και η διασπορά της κατανομής του μετρικού όταν γίνεται





**Σχήμα 7.11:** Διάγραμμα διασποράς μετρικού NP με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τη διασπορά του μετρικού ανά επανάληψη για διάφορες τιμών επαναλήψεων R

χρήση της επαναληπτικής διαδικασίας δίνονται συναρτήσεις του  $\rho$  με βάση τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(\rho) &= -a_{\mu} \frac{N(L-1)\rho^2}{1+L\rho} + \beta_{\mu} \\ \hat{\sigma}^2(\rho) &= a_{\sigma} \frac{N(L-1)\rho^2}{(1+L\rho)^2} (1+2\rho+L\rho^2) + \beta_{\sigma} \end{aligned} \quad (7.85)$$

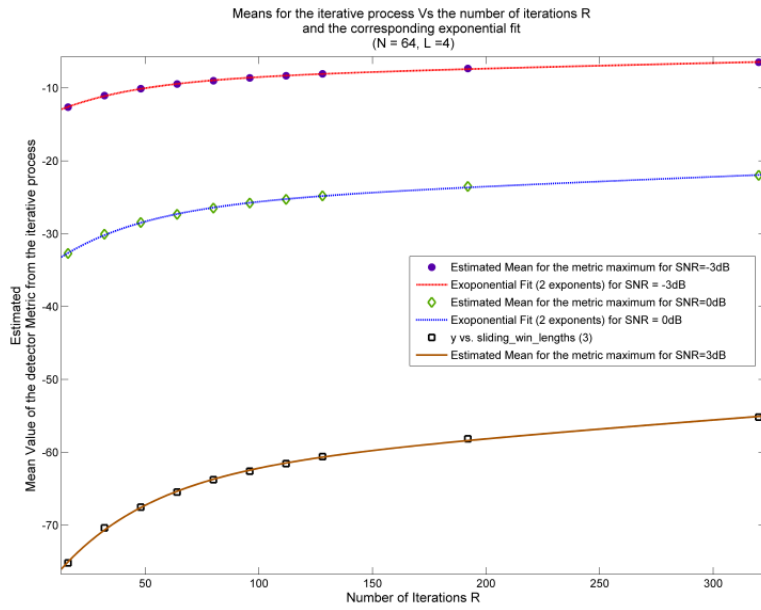
όπου τα  $a_{\mu}$ ,  $\beta_{\mu}$ ,  $a_{\sigma}$ ,  $\beta_{\sigma}$  είναι προϋπολογισμένες σταθερές στο στάδιο της εξομοίωσης. Σημειώνεται για λόγους πληρότητας ότι στην περίπτωση που για εξαιρετικά χαμηλό SNR η τιμή της διασποράς με τους εμπειρικούς τύπους προκύψει αρνητική, αυτό σημαίνει ότι το συγκεκριμένο SNR είναι πολύ χαμηλό και μη λειτουργικό για τον 3SS ανιχνευτή.

Στο επόμενο στάδιο εξετάζεται η επίδραση του R στην μέση τιμή του μετρικού του επαναληπτικού αλγορίθμου θεωρώντας αυτή τη φορά σταθερό τον σηματοθορυβικό λόγο. Σε αυτήν την περίπτωση η εξάρτηση των ροιών  $\hat{\mu}$  και  $\hat{\sigma}^2$  με το R παρουσιάζεται στα σχήματα 7.12 και 7.13 για διάφορες περιπτώσεις.

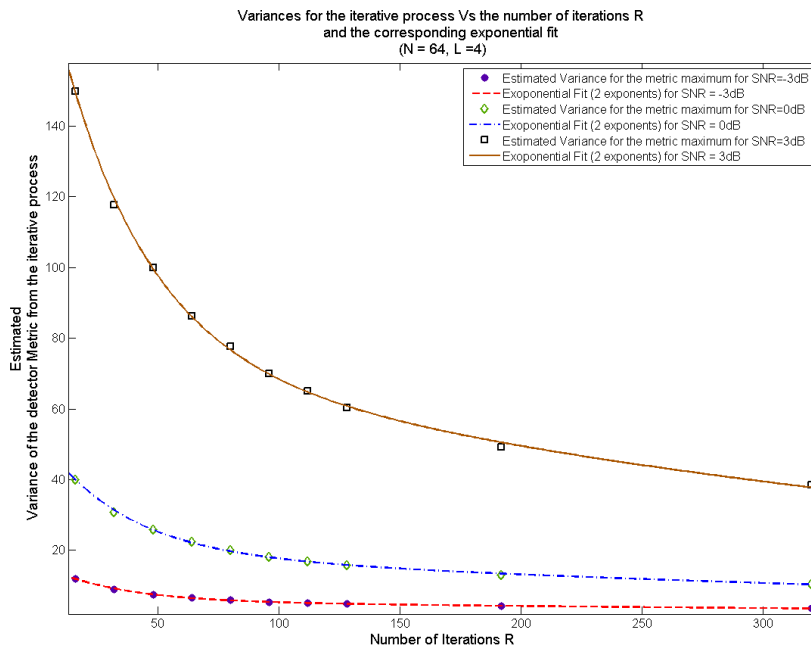
Στην περίπτωση αυτή μετά από αναζήτηση κατάλληλης συνάρτησης που να εκφράζει με ακρίβεια τη συγκεκριμένη σχέση εξάρτησης διαπιστώθηκε πως ένα άθροισμα δυο εκθετικών όρων δίνει σχεδόν τέλειο ταίριασμα. Κατά συνέπεια μπορεί να γραφτεί ότι:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(R) &= \delta_{\mu} e^{\epsilon_{\mu} R} + \zeta_{\mu} e^{\eta_{\mu} R} \\ \hat{\sigma}^2(R) &= \delta_{\sigma} e^{\epsilon_{\sigma} R} + \zeta_{\sigma} e^{\eta_{\sigma} R} \end{aligned} \quad (7.86)$$

Υπάρχουν δυο τρόποι συνδυασμού των δυο εμπειρικών συμπερασμάτων, το γεγονός δηλαδή ότι η μέση τιμή του μεγίστου του μετρικού έχει γραμμική σχέση με τη μέση τιμή της κατανομής του απλού ανιχνευτή και εκθετική σχέση σε συνάρτηση με τον αριθμό επαναλήψεων. Στην πρώτη περίπτωση ο δέκτης επιλέγει από συγκεκριμένες στάθμες τον αριθμό επαναλήψεων της διαδικασίας ανίχνευσης και κατά συνέπεια σε αυτή την περίπτωση πρέπει να διαθέτει τις τιμές των  $a_{\mu}(R_i)$ ,  $a_{\sigma}(R_i)$  και  $\beta_{\mu}(R_i)$ ,  $\beta_{\sigma}(R_i)$  όπου τα  $R_i$  συνιστούν το σύνολο των αριθμών που μπορούν να επιλεγθούν για την επαναληπτική διαδικασία. Στη συνέχεια ανάλογα με το υπάρχον SNR



Σχήμα 7.12: Διάγραμμα μέσης τιμής μετρικού NP με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τον αριθμό επαναλήψεων R για διάφορες τιμές SNR



Σχήμα 7.13: Διάγραμμα διασποράς μετρικού NP με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τον αριθμό επαναλήψεων R για διάφορες τιμές SNR

προσεγγίζονται μέσω των γραμμικών σχέσεων οι δύο πρώτες ροπές και η κατανομή της μέγιστης τιμής του μετρικού για τις  $R_i$  επαναλήψεις. Η δεύτερη περίπτωση είναι πιο γενική και δεν απαιτείται η χρήση συγκεκριμένων τιμών όσον αφορά τις επαναλήψεις. Δεδομένου ότι οποιαδήποτε ευθεία μπορεί να οριστεί από δυο μόνο σημεία, το μόνο που απαιτείται για την προσέγγιση των δυο πρώτων ροπών των κατανομών είναι η γνώση δυο ζευγών εκθετικών σχέσεων της μορφής της (εξ. 7.86) για δυο τιμές σηματοθορυβικού λόγου. Έτσι αν για παράδειγμα είναι γνωστές οι τιμές των παραμέτρων των σχέσεων για σηματοθορυβικό λόγο -3 dB (πρώτη γραμμή του πίνακα 7.5) και οι αντίστοιχες τιμές για 0 dB (δεύτερη γραμμή του πίνακα 7.5), τότε από τις δυο τιμές που διαθέτουμε για οποιαδήποτε τιμή  $R$  μπορούμε να προσδιορίσουμε την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία αυτά και συνδέει τις δυο ροπές με τη μέση τιμή και τη διασπορά της κατανομής της απλής δοκιμής. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να επιτύχουμε προσέγγιση για οποιαδήποτε τιμή σηματοθορυβικού λόγου.

Είναι σαφές πως η δεύτερη μέθοδος ως πιο γενική παρουσιάζει μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Δεν πρέπει όμως να παραγνωρίζεται το γεγονός ότι οι σχέσεις είναι προσεγγιστικές και εμπειρικές. Με τη δεύτερη μέθοδο ουσιαστικά η γραμμική προσέγγιση στηρίζεται στην καταλληλότητα της εκθετικής προσέγγισης και κατά συνέπεια εισάγεται μεγαλύτερο σφάλμα σε σχέση με την πρώτη μέθοδο όπου ουσιαστικά μόνο η μια εμπειρική σχέση έχει ρόλο στη συνολική διαδικασία. Για βελτίωση των αποτελεσμάτων της δεύτερης μεθόδου μπορούν να χρησιμοποιηθούν περισσότερα ζεύγη εκθετικών σχέσεων. Αν π.χ. είναι διαθέσιμες οι παράμετροι των σχέσεων για -3dB, 0dB και 3 dB, η προσέγγιση για SNR=-2dB θα στηριχτεί στις σχέσεις για -3dB και 0 dB ενώ για SNR=2dB στις σχέσεις για 0dB και 3 dB πραγματοποιώντας κατά μια ευρύτερη έννοια γραμμική παρεμβολή.

Αφού προσδιοριστούν οι προσεγγίσεις για τη μέση τιμή και τη διασπορά της κατανομής, το επόμενο βήμα είναι ο προσδιορισμός των δυο κατανομών Γάμμα η διαφορά των οποίων προσεγγίζει με βέλτιστο τρόπο την κατανομή της μέγιστης τιμής. Έστω οι δυο θεωρούμενες τυχαίες μεταβλητές  $t_1^{(\max)}$  και  $t_2^{(\max)}$ . Θεωρείται ότι η τυχαία μεταβλητή που ορίζεται από τη διαφορά τους, προκύπτει από έναν ισοδύναμο Neyman-Pearson ανιχνευτή απλής δοκιμής όπου ο σηματοθορυβικός λόγος  $\rho$  αλλά και ο αριθμός των δειγμάτων  $M$  που σχηματίζουν κάθε επαναλαμβανόμενο τμήμα του συμβόλου συγχρονισμού, διαφέρει του αρχικού ανιχνευτή. Οι τιμές αυτές,  $\hat{\rho}$  και  $\hat{M}$  επιλέγονται έτσι ώστε ο υποθετικός αυτός ανιχνευτής απλής δοκιμής να προσομοιώνει τη συμπεριφορά της κατανομής της μέγιστης τιμής κατά την επαναληπτική διαδικασία. Ο προσδιορισμός των τιμών γίνεται με την επίλυση του συστήματος της (7.87):

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= -\frac{\hat{M}L(L-1)\hat{\rho}^2}{1+L\hat{\rho}} \\ \hat{\sigma}^2 &= \frac{\hat{M}L(L-1)\hat{\rho}^2}{(1+L\hat{\rho})^2} (1+2\hat{\rho}+L\hat{\rho}^2) \end{aligned} \quad (7.87)$$

**Πίνακας 7.5:** Παραδείγματα εκθετικών προσεγγίσεων της μορφής  $\delta e^{\varepsilon R} + \zeta e^{\eta R}$  όπως εκτιμήθηκαν για  $L=64$ ,  $L=4$  και συνδέουν τα μεγέθη  $\hat{\mu}$  και  $\hat{\sigma}^2$  με τον αριθμό επαναλήψεων  $R$

SNR	$\delta_\mu$	$\varepsilon_\mu$	$\zeta_\mu$	$\eta_\mu$
-3 dB	-5.721	-0.028	-9.09	-0.0011
0 dB	-9.92	-0.0254	-26.28	-0.0006
3 dB	-17.97	-0.0242	-63.28	-0.0004
SNR	$\delta_\sigma$	$\varepsilon_\sigma$	$\zeta_\sigma$	$\eta_\sigma$
-3 dB	10.78	-0.03307	5.694	-0.0015
0 dB	33.88	-0.0298	19.43	-0.002
3 dB	118.2	-0.0278	75.92	-0.0022

όπου τα  $\hat{\mu}$  και  $\hat{\sigma}^2$  έχουν προσδιοριστεί προσεγγιστικά από την προηγούμενη διαδικασία. Η επίλυση του συστήματος οδηγεί σε πραγματικές τιμές για τις πρακτικές περιπτώσεις που εξετάζονται. Συγκεκριμένα προκύπτει ότι:

$$\hat{\rho} = \frac{\mp \sqrt{L^2 \hat{\sigma}^4 - 4L\hat{\mu}^2 + 4\hat{\mu}^2} - 2\hat{\mu} - L\hat{\sigma}^2}{2L\hat{\mu}} \quad (7.88)$$

$$\hat{M} = -\frac{\hat{\mu}(1 + L\hat{\rho})}{L(L-1)\hat{\rho}^2}$$

όπου επιλέγεται η θετική λύση του  $\hat{\rho}$  (κατά κανόνα αυτή είναι η τιμή με το αρνητικό πρόσημο). Σημειώνεται ότι οι μη ακέραιες λύσεις για το  $\hat{M}$  είναι αποδεκτές καθώς δεν πρόκειται για πραγματικό, λειτουργικό ανιχνευτή. Οι κατανομές των δυο τυχαίων μεταβλητών  $t_1^{(\max)}$  και  $t_2^{(\max)}$  δίνονται από:

$$t_1^{(\max)} \sim \mathcal{G}(\hat{M}(L-1), \hat{\rho})$$

$$t_2^{(\max)} \sim \mathcal{G}\left(\hat{M}, \frac{(L-1)\hat{\rho}}{1+L\hat{\rho}}\right) \quad (7.89)$$

Η τελική προσέγγιση της κατανομής προκύπτει είτε με τη μέθοδο της αριθμητικής συνέλιξης των pdf, είτε από την χαρακτηριστική συνάρτηση (γινόμενο των χαρακτηριστικών των δυο μεταβλητών), όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις κατανομών που εξετάστηκαν στους 3SS ανιχνευτές.

#### 7.6.4 Κατανομή για τον ανιχνευτή συσχέτισης των $L$ επαναλαμβανόμενων τμημάτων

Σε αντίθεση με τον ανιχνευτή Neyman-Pearson ο ανιχνευτής με συσχέτιση των  $L$  επαναλαμβανόμενων τμημάτων δεν έχει εξάρτηση από τον σηματοθορυβικό λόγο και για αυτό το λόγο δεν συμβαδίζει με κάποια έννοια βελτιστότητας. Δεδομένου του  $\mathcal{H}_1$ , η κατανομή του μετρικού για μια απλή δοκιμή δίνεται από τη σχέση (7.69) ως διαφορά των τυχαίων μεταβλητών  $t_{2,\text{cor}}$  και  $t_{1,\text{cor}}$ . Οι δυο πρώτες ροπές της συνολικής κατανομής δίνονται:

$$E(t_{\text{cor}}) = 0$$

$$\text{var}(t_{\text{cor}}) = M(L-1)Lp^2 \quad (7.90)$$

όπου  $p = \sigma_s^2 + \sigma_w^2$  η συνολική ισχύς του σήματος. Κατά συνέπεια η κατανομή του μετρικού είναι ανεξάρτητη του SNR. Μπορούμε να θεωρήσουμε για λόγους απλότητας ότι  $p = 1$ . Η υπόθεση αυτή δεν θέτει κανέναν περιορισμό καθώς μπορούμε με πολύ απλό τρόπο να γενικεύσουμε την προσέγγιση της κατανομής που θα προκύψει για οποιαδήποτε τιμή του  $p$ .

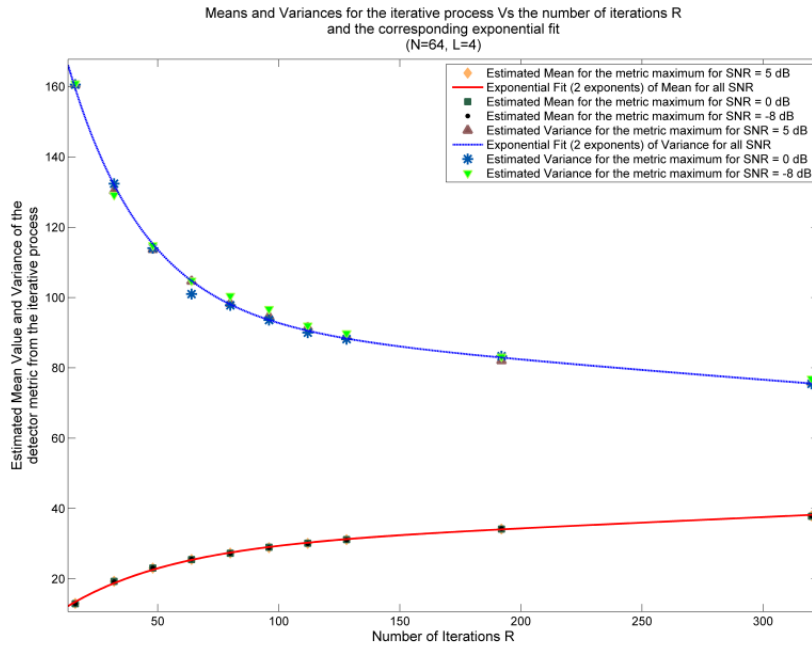
Στην αντίστοιχη παράγραφο καταστήθηκε σαφές ότι η κατανομή του μετρικού του απλού ανιχνευτή αποτελεί μια ειδική περίπτωση της οικογένειας των κατανομών που προκύπτουν στον Neyman-Pearson ανιχνευτή με  $q = 1$  και  $c = 0$  (7.70). Είναι λογικό λοιπόν να υποτεθεί ότι και σε αυτή την περίπτωση η κατανομή της μέγιστης τιμής σε μια επαναληπτική διαδικασία με χρήση του συγκεκριμένου ανιχνευτή μπορεί να προσεγγιστεί με επιτυχία ως η διαφορά δυο Γάμμα τυχαίων μεταβλητών. Κατά συνέπεια πρέπει να προσεγγιστούν η μέση τιμή και η διασπορά, ώστε να χρησιμοποιηθούν οι εκτιμήσεις για τον προσδιορισμό της τελικής κατανομής. Και σε αυτή την περίπτωση καταφεύγουμε σε εξομοιώσεις monte-carlo της λειτουργίας του συγκεκριμένου ανιχνευτή με εφαρμογή του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης. Η μέγιστη τιμή για κάθε δοκιμή απομονώνεται και σχηματίζεται το στατιστικό δείγμα του οποίου θέλουμε να προσεγγίσουμε τις δυο πρώτες ροπές και τελικά την κατανομή. Σημειώνεται ότι και σε αυτή την περίπτωση μπορεί

να χρησιμοποιηθεί προσέγγιση μέσω της κατανομής GEV.

Δεδομένου ότι εξαρχής η κατανομή απλής δοκιμής είναι ανεξάρτητη του σηματοθορυβικού λόγου, η μέση τιμή και η διασπορά του μετρικού διαδοχικής ανίχνευσης εξαρτώνται μόνο από τον αριθμό επαναλήψεων  $R$ . Με την πραγματοποίηση μεγάλου αριθμού δοκιμών μπορεί να υποτεθεί ότι η εκτιμώμενη μέση τιμή  $\hat{\mu}_{cor}$  και διασπορά  $\hat{\sigma}_{cor}^2$  της τυχαίας μεταβλητής συμπίπτει με κάποια μικρή ανοχή σφάλματος με τις πραγματικές τιμές. Σε αυτή την περίπτωση η διαδικασία εύρεσης μιας εμπειρικής σχέσης που να δίνει ως αποτέλεσμα προσεγγίσεις των τιμών αυτών για δεδομένα  $N$  και  $L$  πραγματοποιείται μόνο ως προς το  $R$ . Η δεδομένη σχέση μεταξύ των κατανομών του Neyman-Pearson και του ανιχνευτή συσχέτισης οδηγεί στο συμπέρασμα ότι μια κατάλληλη συνάρτηση που παρέχει ικανοποιητικό ταίριασμα είναι το άθροισμα δυο εκθετικών όρων:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{cor}(R) &= \delta_{\mu,cor} e^{\varepsilon_{\mu,cor} R} + \zeta_{\mu,cor} e^{\eta_{\mu,cor} R} \\ \hat{\sigma}_{cor}^2(R) &= \delta_{\sigma,cor} e^{\varepsilon_{\sigma,cor} R} + \zeta_{\sigma,cor} e^{\eta_{\sigma,cor} R} \end{aligned} \quad (7.91)$$

Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται στο Σχήμα 7.14, ενώ στον Πίνακα 7.6 παρουσιάζεται η εμπειρική σχέση που προκύπτει από τη διαδικασία. Όπως είναι σαφές και από το σχήμα 7.14 οι τιμές των ροπών δεν έχουν καμία εξάρτηση με το SNR.



**Σχήμα 7.14:** Διάγραμμα μέσης τιμής και διασποράς μετρικού συσχέτισης επαναλαμβανόμενων τμημάτων με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τον αριθμό επαναλήψεων  $R$  για διάφορες τιμές SNR

**Πίνακας 7.6:** Παράδειγμα εκδεικνών προσεγγίσεων της μορφής  $\delta e^{\varepsilon R} + \zeta e^{\eta R}$  όπως εκτιμήθηκαν για  $N=64$ ,  $L=4$  και συνδέουν τα μεγέθη  $\hat{\mu}_{cor}$  και  $\hat{\sigma}_{cor}^2$  με τον αριθμό επαναλήψεων  $R$ . Ισχύει για ΟΛΑ τα SNR

$\delta_{\mu,cor}$	$\varepsilon_{\mu,cor}$	$\zeta_{\mu,cor}$	$\eta_{\mu,cor}$
29.36	0.00083	-23.28	-0.0224
$\delta_{\sigma,cor}$	$\varepsilon_{\sigma,cor}$	$\zeta_{\sigma,cor}$	$\eta_{\sigma,cor}$
109.4	-0.0318	94.66	-0.0007

Τα πράγματα γίνονται πιο απλά σε αυτή την περίπτωση καθώς ο δέκτης μπορεί με τη χρήση της εμπειρικής σχέσης να προσεγγίσει τη μέση τιμή και τη διασπορά της τελικής κατανομής. Το τελευταίο βήμα εμπεριέχει επίλυση ενός συστήματος. Θεωρείται ότι οι κατανομές των δυο

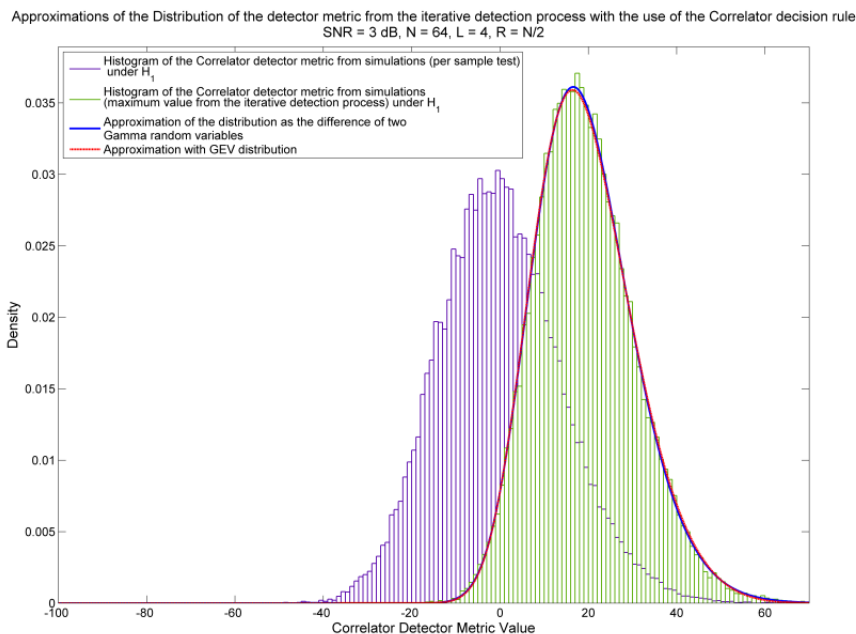
μεταβλητών  $t_{1,\text{cor}}^{(\text{max})}$  και  $t_{2,\text{cor}}^{(\text{max})}$  των οποίων η διαφορά οδηγεί στο επιθυμητό αποτέλεσμα ακολουθούν τις κατανομές:

$$\begin{aligned} t_{1,\text{cor}}^{(\text{max})} &\sim \mathcal{G}(\hat{M}_{\text{cor}}(L-1), u) \\ t_{2,\text{cor}}^{(\text{max})} &\sim \mathcal{G}(\hat{M}_{\text{cor}}, (L-1)) \end{aligned} \quad (7.92)$$

όπου οι παράμετροι  $\hat{M}_{\text{cor}}$  και  $u$  απομένει να εκτιμηθούν. Μια σύγκριση των σχέσεων της (7.92) με τις αρχικές κατανομές απλής δοκιμής (7.69) δείχνει ότι σε αντίθεση με τις αρχικές κατανομές για τις δυο τυχαίες μεταβλητές δεν ισχύει ο λόγος με αποτέλεσμα  $L-1$  όσον αφορά τις δεύτερες παραμέτρους των κατανομών (που αντιστοιχούν στην ισχύ), κάτι το οποίο είναι απαραίτητο καθώς διαφορετικά η μέση τιμή θα παρέμενε μηδενική. Από την άλλη διατηρείται η αναλογία όσον αφορά τις πρώτες παραμέτρους της κατανομής (που εκφράζουν τους βαθμούς ελευθερίας) και οι οποίες σε μεγάλο βαθμό ρυθμίζουν το σχήμα της κατανομής και τις πιθανές ασυμμετρίες. Οι παράμετροι  $\hat{M}_{\text{cor}}$  και  $u$  εξισώνοντας τις σχέσεις θεωρητικής εξαγωγής των δυο πρώτων κεντρικών ροπών της κατανομής με τις προσεγγίσεις  $\hat{\mu}_{\text{cor}}$  και  $\hat{\sigma}_{\text{cor}}^2$  προκύπτουν ίσες με:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\sqrt{\hat{\sigma}_{\text{cor}}^4 - 4\hat{\mu}_{\text{cor}}(\hat{\mu}_{\text{cor}}(L-1) - \hat{\sigma}_{\text{cor}}^2)} - \hat{\sigma}_{\text{cor}}^2}{2\hat{\mu}_{\text{cor}}} \\ \hat{M}_{\text{cor}} &= \frac{\hat{\mu}_{\text{cor}}}{(L-1)(1-u)} \end{aligned} \quad (7.93)$$

Η ποιότητα της προσέγγισης καθώς και η αντίστοιχη με χρήση της κατανομής GEV παρουσιάζεται στο σχήμα 7.15. Επιτυγχάνεται σχεδόν τέλεια προσαρμογή στη μορφή της κατανομής ενώ βελτιωμένη είναι και η επίδοση της προσέγγισης GEV που σχεδόν ταυτίζεται με αυτή της διαφοράς δυο Γάμμα μεταβλητών.



**Σχήμα 7.15:** Ιστογράμματα τιμών μετρικού συσχέτισης επαναλαμβανόμενων τμημάτων με και χωρίς χρήση του επαναληπτικού μηχανισμού για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  για σύστημα που περιγράφεται στον πίνακα 7.3 (για SNR 3 dB και αριθμό επαναλήψεων  $R = N/2$ ) και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής

### 7.6.5 Κατανομή για τον ανιχνευτή που βασίζεται στην Ενέργεια του Αθροίσματος των $L$ Τμημάτων

Δεν θα δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στην παρουσίαση του συγκεκριμένου ανιχνευτή καθώς σε μεγάλο βαθμό πρόκειται για επανάληψη της ίδιας διαδικασίας που περιγράφηκε στον ανιχνευτή συσχέτισης των επαναλαμβανόμενων τμημάτων. Οι παρατηρήσεις που έχουν να γίνουν είναι οι ακόλουθες:

- Δεν υπάρχει καμία εξάρτηση από το σηματοθορυβικό λόγο.
- Η κατανομή του ανιχνευτή απλής δοκιμής δίνεται από μια απλή Γάμμα τυχαία μεταβλητή όπως φαίνεται στη σχέση (7.53).
- Η διαδικασία εξομοίωσης παρέχει εκθετική εμπειρική συνάρτηση εξάρτησης των δυο πρώτων κεντρικών ροπών της νέας τυχαίας μεταβλητής με τον αριθμό επαναλήψεων του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης  $R$ .
- Η τελική κατανομή μπορεί να προσεγγιστεί από μια απλή Γάμμα τυχαία μεταβλητή ακολουθώντας την δομή της αρχικής κατανομής απλής δοκιμής. Αυτό γίνεται θέτοντας ως αγνώστους και τις δυο παραμέτρους της κατανομής Γάμμα και χρησιμοποιώντας τις προσεγγίσεις μέσης τιμής και διασποράς για τον υπολογισμό τους.
- Μπορεί παρόλα αυτά να χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση της κατανομής η διαφορά δυο Γάμμα μεταβλητών δομημένων ακριβώς όπως στην περίπτωση του ανιχνευτή συσχέτισης. Η προκύπτουσα κατανομή ουσιαστικά συμπίπτει με την προσέγγιση απλής Γάμμα και σε πολλές περιπτώσεις προκύπτει αρνητική παράμετρος για μια εκ των κατανομών πράγμα που ουσιαστικά μεταβάλλει τη διαφορά σε άθροισμα δυο τυχαίων μεταβλητών.
- Η προσέγγιση με χρήση κατανομής GEV αποδίδει εξίσου καλά με τις υπόλοιπες προσεγγίσεις.

Στον πίνακα 7.7 για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται η έκφραση της εμπειρικής σχέσης για το ίδιο παράδειγμα με προηγούμενως στον ανιχνευτή ενέργειας του αθροίσματος.

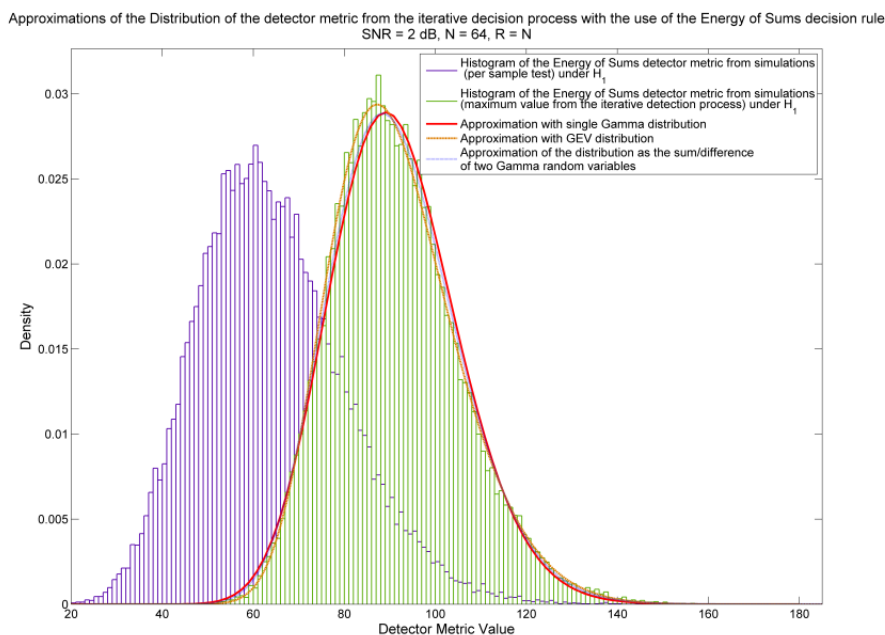
**Πίνακας 7.7:** Παράδειγμα εκθετικών προσεγγίσεων της μορφής  $\delta e^{\varepsilon R} + \zeta e^{\eta R}$  όπως εκτιμήθηκαν για  $N=64$ ,  $L=4$  και συνδέουν τα μεγέθη  $\hat{\mu}_{ed}$  και  $\hat{\sigma}_{ed}^2$  με τον αριθμό επαναλήψεων  $R$ . Ισχύει για ΟΛΑ τα SNR

$\delta_{\mu,ed}$	$\varepsilon_{\mu,ed}$	$\zeta_{\mu,ed}$	$\eta_{\mu,ed}$
95.18	0.00039	-25.69	-0.02211
$\delta_{\sigma,ed}$	$\varepsilon_{\sigma,ed}$	$\zeta_{\sigma,ed}$	$\eta_{\sigma,ed}$
93.5	-0.0227	185.9	-0.00086

## 7.7 Ολοκλήρωση της διαδικασίας για τον 3SS αλγόριθμο με βάση το σύμβολο συγχρονισμού

Σε αυτό το σημείο συνοψίζονται υπό τη μορφή πινάκων όλα τα αποτελέσματα της προηγούμενης ανάλυσης ώστε να σχηματιστεί ο 3SS ανιχνευτής.

- Επιλέγεται ο τύπος του ανιχνευτή 3SS, αφού πρώτα έχει ήδη επιλεχθεί και ενεργοποιηθεί αλγόριθμος βασικής φασματικής ανίχνευσης ο οποίος κάνει τον πρώτο διαχωρισμό μεταξύ των ενδεχομένων  $\mathcal{H}_0$  και  $\mathcal{H}_1/\mathcal{H}_2$ .



**Σχήμα 7.16:** Ιστογράμματα τιμών μετρικού ενέργειας αθροίσματος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων με και χωρίς χρήση του επαναληπτικού μηχανισμού για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  για σύστημα που περιγράφεται στον πίνακα 7.3 και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής

- Η επιλογή του τύπου του ανιχνευτή οδηγεί στην επιλογή του μετρικού που υλοποιεί την διαδικασία απόφασης.
- Για το δεδομένο SNR και για δεδομένο OFDM σύστημα και αλγόριθμο συγχρονισμού υπολογίζονται οι δυο πρώτες ροπές της κατανομής απλής δοκιμής για  $\mathcal{H}_1$ .
- Υπολογίζονται τόσο οι ροπές όσο και οι κατανομές υπό την υπόθεση  $\mathcal{H}_2$ . Όπως τονίστηκε και αποδεικνύεται πειραματικά η κατανομή του μετρικού για απλή ανίχνευση μπορεί να θεωρηθεί ότι συμπίπτει με την αντίστοιχη με χρήση του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης για το εύρος σηματοθορυβικών λόγων όπου ο ανιχνευτής είναι λειτουργικός.
- Επιλέγεται η τιμή  $R$  που αντιστοιχεί στον αριθμό διαδοχικών ανιχνύσεων που πραγματοποιούνται από τον επαναληπτικό μηχανισμό. Η τιμή αυτή εξαρτάται τόσο από τον αλγόριθμο συγχρονισμού και το πρωτόκολλο φυσικού στρώματος που χρησιμοποιείται, όσο και από τον ρυθμό πραγματοποίησης φασματικής ανίχνευσης που υλοποιείται κατά το πρώτο στάδιο απόφασης μεταξύ  $\mathcal{H}_0$  και  $\mathcal{H}_1/\mathcal{H}_2$ .
- Προσεγγίζονται οι κατανομές για  $\mathcal{H}_1$  με χρήση ήδη προσδιορισμένων (μέσω εξομοιώσεων) εμπειρικών σχέσεων που τις συνδέουν με τις κατανομές του ανιχνευτή απλής δοκιμής και το  $R$ .
- Από τις κατανομές και για μια επιθυμητή τιμή πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης  $P_{FA}$  επιλέγεται το κατώφλι του ανιχνευτή που διαχωρίζει τα δυο ενδεχόμενα. Παράλληλα για το συγκεκριμένο κατώφλι και SNR προσδιορίζεται η πιθανότητα ορθής ανίχνευσης  $P_D$  που χαρακτηρίζει τις επιδόσεις του ανιχνευτή.
- Ο ανιχνευτής τίθεται σε λειτουργία.

Δεδομένου ότι η όλη διαδικασία στηρίζεται στο σύμβολο συγχρονισμού καθώς επίσης σύμφωνα με όλη την αντίστοιχη βιβλιογραφία ([80], [142], [143]) η μεγιστοποίηση των προσδιορισμένων λό-



γων πιθανοφάνειας υπό το ενδεχόμενο  $H_2$  προσδιορίζει και την εκτίμηση του δείγματος έναρξης του OFDM συμβόλου που λαμβάνεται. Παρότι το CR τερματικό δεν οφείλει να αποδιαμορφώσει ένα σήμα που δεν προορίζεται για αυτό, είναι πολύ χρήσιμη η γνώση ενός χρονικού σημείου 0 για το CR δίκτυο. Ο συγχρονισμός των διαδικασιών τόσο σε επίπεδο ζεύξης όσο και σε επίπεδο συστήματος είναι σε πολλές περιπτώσεις αλγορίθμων προαπαιτούμενος πχ σε πολλούς αλγορίθμους MAC ή σε πολλές μεθόδους πολλαπλής πρόσβασης στο μέσο (με τον ορισμό των κατάλληλων χρονοσχισμών). Επίσης η διατήρηση αυτής της πληροφορίας μπορεί γενικά να βοηθήσει το τερματικό να μειώσει την τιμή του  $R$  αλλά και τον ρυθμό ανιχνεύσεων που πραγματοποιούνται κατά το πρώτο στάδιο απόφασης. Κατά συνέπεια με την εφαρμογή του 3SS αλγορίθμου το τερματικό επανακαθορίζει το "ρολόι δικτύου" που διαθέτει. Είναι σαφές πως μεταξύ διαφορετικών CR τερματικών θα υπάρχουν αποκλίσεις που οφείλονται σε διαφορετικές καθυστερήσεις διάδοσης, αλλά παρόλα αυτά και δεδομένης της προστασίας που παρέχει η OFDM διαμόρφωση μέσω του κυκλικού προθέματος, αποτελεί μια πολύτιμη και εξαιρετικά χρήσιμη πληροφορία και γνώση που μπορεί άμεσα να ενσωματωθεί σε μεγάλο αριθμό άλλων γνωστικών διεργασιών.

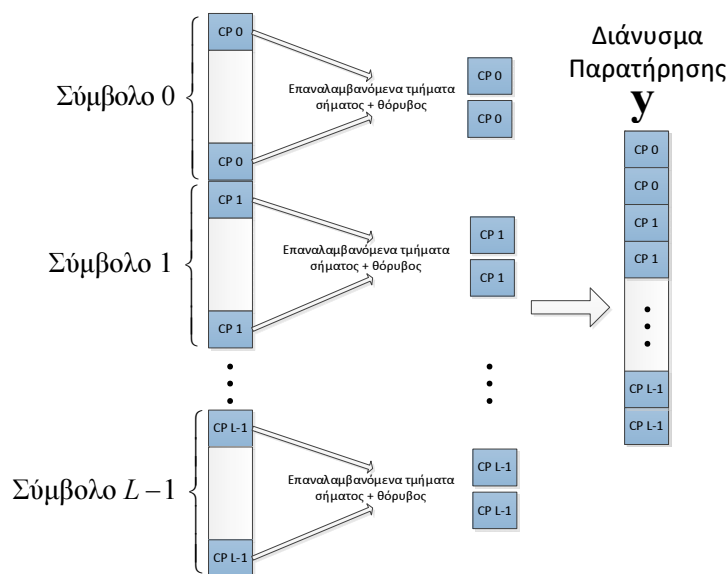
## 7.8 Ανιχνευτής 3SS βασισμένος στο κυκλικό πρόθεμα

Δυο είναι οι βασικοί λόγοι που οδηγούν στην αναζήτηση εναλλακτικής μεθόδου διάκρισης μεταξύ της κυματομορφής του πρωτεύοντος συστήματος και του CR δικτύου. Πρώτον αν και ευρέως διαδεδομένες οι μέθοδοι συγχρονισμού που βασίζονται σε όμοια επαναλαμβανόμενα τμήματα δεν μπορεί να θεωρηθεί δεδομένο ότι θα χρησιμοποιηθούν και κατά δεύτερον ο ανιχνευτής που περιγράφηκε έχει συγκεκριμένα όρια λειτουργικότητας, καθώς το προσίμιο συγχρονισμού έχει συγκεκριμένο μέγεθος και αριθμό επαναλαμβανόμενων τμημάτων πράγμα που σημαίνει ότι δεν μπορεί να επέλθει με κάποιο τρόπο βελτίωση των επιδόσεων του ανιχνευτή, αν π.χ. συλληχθούν περισσότερα δείγματα σήματος.

Για τον προσδιορισμό ενός εναλλακτικού αλγορίθμου καταφεύγουμε πάλι στην ήδη υπάρχουσα δουλειά που αφορά τον χρονικό και συχνотικό συγχρονισμό των OFDM συστημάτων. Στο ([146]) χρησιμοποιείται για συγχρονισμό η πλεονάζουσα πληροφορία που περιέχεται στο κυκλικό πρόθεμα. Εξάλλου το κυκλικό πρόθεμα είναι επανάληψη ενός κλάσματος του μεταδιδόμενου OFDM συμβόλου και υπό αυτή την έννοια, η συσχέτιση των δειγμάτων που επαναλαμβάνονται μπορούν να αξιοποιηθούν με τρόπο ανάλογο αυτού των  $L$  επαναλαμβανόμενων τμημάτων του συμβόλου συγχρονισμού. Από την άλλη το μέγεθος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων είναι μικρό και πραγματοποιείται μόνο μια επανάληψη. Παρόλα αυτά, το κυκλικό πρόθεμα είναι συνεχώς επαναλαμβανόμενη διαδικασία. Υπό αυτή την έννοια με τη συγκέντρωση περισσότερων του ενός συμβόλου, συγκεντρώνονται περισσότερα επαναλαμβανόμενα τμήματα πράγμα που αναμένεται να βελτιώσει τις επιδόσεις του ανιχνευτή. Αυτό βέβαια συνεπάγεται αυξημένο χρόνο επεξεργασίας (αφού απαιτείται συλλογή περισσότερων δειγμάτων - το μεγαλύτερο ποσοστό των οποίων  $\frac{N-N_g}{N+N_g}$  δεν παρέχουν συγκεκριμένο όφελος καθώς δεν συμμετέχουν σε κάποιο επαναλαμβανόμενο τμήμα) και καθυστέρηση στην απόφαση. Όμως θεωρητικά και εφόσον δεν υπάρχουν σφάλματα στις εκτιμήσεις του SNR ή της ισχύος σήματος/θορύβου (φαινόμενο τοίχου SNR), οι επιδόσεις του ανιχνευτή μπορούν να βελτιώνονται συνεχώς ώστε να λαμβάνονται αποφάσεις για τη φύση του εισερχόμενου σήματος για οποιοδήποτε SNR με συνεχή συγκέντρωση νέων δειγμάτων. Μετά από τις παρατηρήσεις αυτές μπορούμε να προχωρήσουμε στο σχεδιασμό του ανιχνευτή.

Στη σχέση (7.1) ορίστηκε ένα OFDM σήμα και ένα μεμονωμένο OFDM σύμβολο. Κατά τον ορισμό του διανύσματος παρατήρησης που χρησιμοποιείται από τον ανιχνευτή γίνεται η λογική σκέψη ότι δεν υπάρχει κανένας λόγος να περιλαμβάνονται σε αυτό τα δείγματα ενός OFDM συμ-

βόλου που δεν επαναλαμβάνονται, αφού δεν παρέχουν καμία απολύτως πληροφορία στο αρχικό αυτό στάδιο σχετικά με τη φύση του εισερχόμενου σήματος. Κατά συνέπεια και θεωρώντας πως η ανίχνευση πραγματοποιείται με χρήση  $L$  OFDM συμβόλων, η σύνθεση του διανύσματος παρατήρησης πραγματοποιείται με τη λογική που παρουσιάζεται στο σχ. 7.17. Στο συγκεκριμένο σχήμα παρουσιάζεται η περίπτωση σύνθεσης του διανύσματος παρατήρησης όταν υπάρχει CR εκπομπή και το τρέχον δείγμα  $n_0$  συμπίπτει με το τελευταίο δείγμα (συμπεριλαμβανομένου του κυκλικού προθέματος) του  $(L - 1)$  - οστού συμβόλου. Υπενθυμίζεται ότι  $N$  είναι ο αριθμός των φερόντων του OFDM συστήματος στη ζώνη ενδιαφέροντος, ενώ  $N_g$  είναι ο αριθμός των δειγμάτων του κυκλικού προθέματος.



**Σχήμα 7.17:** Διαδικασία σχηματισμού διανύσματος παρατήρησης για τον 3SS ανιχνευτή με χρήση του κυκλικού προθέματος με τη συμμετοχή  $L$  OFDM συμβόλων

Σύμφωνα με το Σχήμα 7.17, αν το τρέχον εισερχόμενο στο δέκτη δείγμα είναι το  $n_0$  και ο ανιχνευτής χρησιμοποιεί πληροφορία από ένα μόνο σύμβολο, τότε το διάνυσμα παρατήρησης ισούται με:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_{n_0 - N - N_g + 1} \\ \vdots \\ y_{n_0 - N - 1} \\ y_{n_0 - N} \\ y_{n_0 - N_g + 1} \\ \vdots \\ y_{n_0 - 1} \\ y_{n_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_A \\ - \\ \mathbf{y}_B \end{bmatrix}, \quad L = 1 \quad (7.94)$$

όπου το συνολικό διάνυσμα έχει διαστάσεις  $2N_g \times 1$ , ενώ μπορεί να θεωρηθεί ως σύμπτυξη δυο υποδιανυσμάτων με δείγματα που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $N$  δειγμάτων. Γενικεύοντας ώστε να συμπεριληφθούν περισσότερα του ενός σύμβολα, το συνολικό διάνυσμα παρατήρησης αποτελείται από  $L$  υποδιανύσματα της μορφής της (7.94) που με τη σειρά τους μπορούμε να

πούμε ότι αποτελούνται από δυο υποδιανύσματα:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(0)} \\ \mathbf{y}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(L-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_A^{(0)} \\ \text{---} \\ \mathbf{y}_B^{(0)} \\ \text{---} \\ \mathbf{y}_A^{(1)} \\ \text{---} \\ \mathbf{y}_B^{(1)} \\ \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} \\ \mathbf{y}_A^{(L-1)} \\ \text{---} \\ \mathbf{y}_B^{(L-1)} \end{bmatrix}, \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y}_A^{(i-1)} = \begin{bmatrix} y_{n_0+(i-L)(N+N_g)+1} \\ \vdots \\ y_{n_0+(i-L+1)(N+N_g)-N} \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_B^{(i-1)} = \begin{bmatrix} y_{n_0+(i-L+1)(N+N_g)-N_g+1} \\ \vdots \\ y_{n_0+(i-L+1)(N+N_g)} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (7.95)$$

όπου το διάνυσμα παρατήρησης έχει διαστάσεις  $2LN_g \times 1$ .

### 7.8.1 Ανιχνευτής κυκλικού προθέματος βασισμένος στο θεώρημα Neyman-Pearson

Για την κυματομορφή του πρωτεύοντος συστήματος γίνονται οι ίδιες υποθέσεις με την προηγούμενη περίπτωση, δηλαδή ότι μοντελοποιείται ως λευκή μιγαδική κανονική μεταβλητή με μέση ισχύ  $\sigma_s^2$  ενώ προστίθεται λευκός θόρυβος ισχύος  $\sigma_w^2$ . Με αυτές τις υποθέσεις μπορούμε να θεωρήσουμε ότι δεδομένου του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_1$ , το διάνυσμα παρατήρησης είναι μια πολυδιάστατη κανονική μιγαδική τυχαία μεταβλητή με:

$$\mathbf{y}/\mathcal{H}_1 \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_{2LN_g}) \quad (7.96)$$

Όσον αφορά τώρα το ενδεχόμενο ύπαρξης CR εκπομπής  $\mathcal{H}_2$  θεωρούμε ότι και σε αυτή την περίπτωση τα δείγματα που περιλαμβάνονται στο διάνυσμα παρατήρησης περιλαμβάνουν  $L - 1$  ολόκληρα σύμβολα, δηλαδή υπό αυτή την έννοια ο ανιχνευτής δουλεύει στο σημείο συγχρονισμού. Τότε, τα υποδιανύσματα  $\mathbf{y}_A^{(i)}$  και  $\mathbf{y}_B^{(i)}$  που περιλαμβάνουν το επαναλαμβανόμενο κομμάτι του σήματος πληροφορίας είναι συσχετισμένα μεταξύ τους καθώς περιέχουν ίσες συνιστώσες σήματος, ενώ οι συνιστώσες θορύβου παραμένουν ανεξάρτητες. Και σε αυτή την περίπτωση θεωρείται ότι το διάνυσμα παρατήρησης συνιστά μια πολυδιάστατη κανονική τυχαία μεταβλητή. Εξετάζοντας πρώτα την περίπτωση όπου  $L = 1$  ο πίνακας συμμεταβλητότητας για το διάνυσμα  $\mathbf{y}$  μπορεί να γραφτεί υπό τη μορφή:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} (\sigma_w^2 + \sigma_s^2) \mathbf{I}_{N_g} & \sigma_s^2 \mathbf{I}_{N_g} \\ \sigma_s^2 \mathbf{I}_{N_g} & (\sigma_w^2 + \sigma_s^2) \mathbf{I}_{N_g} \end{bmatrix} = \sigma_s^2 \begin{bmatrix} \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_{N_g} & \mathbf{I}_{N_g} \\ \mathbf{I}_{N_g} & \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_{N_g} \end{bmatrix} \quad (7.97)$$

όπου οι μοναδιαίοι πίνακες της αντιδιαγωνίου φανερώσουν ακριβώς την πλήρη συσχέτιση του σήματος πληροφορίας. Ο αντίστροφος του πίνακα  $\mathbf{C}$  (απαραίτητος για τον υπολογισμό του λόγου πιθανοφάνειας) δίνεται από:

$$\mathbf{C}^{-1} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2 (\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)} \begin{bmatrix} \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_{N_g} & -\mathbf{I}_{N_g} \\ -\mathbf{I}_{N_g} & \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_{N_g} \end{bmatrix} \quad (7.98)$$

του οποίου ο υπολογισμός έχει πρακτικά προηγηθεί στη σχέση (7.17) ( $M = N_g, L = 2$ ). Στην περίπτωση που  $L > 1$ , θεωρώντας ότι τα διαδοχικά σύμβολα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και όμοια με προηγουμένως έχουμε επίπεδες διαλείψεις, ο συνολικός πίνακας συμμεταβλητότητας δίνεται από τον μπλοκ διαγώνιο πίνακα, που στην διαγώνιο του περιλαμβάνει  $L$  επαναλήψεις του πίνακα  $\mathbf{C}$ , δηλαδή:

$$\mathbf{c}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{c} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} & 0 & 0 & & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} & 1 & 0 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 1 & \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_{N_g} \quad (7.99)$$

ενώ ο αντίστροφος (χρησιμοποιώντας το λήμμα ότι ο αντίστροφος ενός μπλοκ διαγώνιου πίνακα δίνεται από τον μπλοκ διαγώνιο με τους αντίστροφους της διαγώνιου) και ορίζοντας την σταθερά  $c = \frac{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}{\sigma_s^2}$ , δίνεται από:

$$\mathbf{C}_L^{-1} = \frac{1}{\sigma_s^2 (c^2 - 1)} \begin{bmatrix} c & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & c & & & \vdots \\ 0 & & \ddots & & 0 \\ \vdots & & & c & -1 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & c \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_{N_g} \quad (7.100)$$

Συνεπώς ισχύει ότι  $\mathbf{y}/\mathcal{H}_2 \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{C}_L)$ .

Στη συνέχεια σχηματίζεται ο λόγος πιθανοφάνειας ώστε να οδηγηθούμε στην κατά Neyman-Pearson βέλτιστη λύση. Σημειώνεται ότι σε αυτή τη φάση του προβλήματος το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  αντιστοιχεί στην ύπαρξη κατάλληλα ευθυγραμμισμένων και συγχρονισμένων συμβόλων στο διάλυμα παρατήρησης ώστε να ισχύει η (7.99), ενώ με  $\mathcal{H}_1$  οποιαδήποτε εκπομπή δεν περιλαμβάνει επαναλαμβανόμενα τμήματα. Εδώ πρέπει να παρατηρηθεί ότι, δεδομένης CR εκπομπής, κατά την ροή των εισερχόμενων δειγμάτων το διάνυσμα παρατήρησης αποτελεί μια τυχαία κανονική μεταβλητή όπου ο πίνακας συμμεταβλητότητας μεταβάλλεται από αυτόν της σχέσης (7.96) όπου δεν περιλαμβάνονται καθόλου επαναλήψεις σήματος, σε αυτόν της σχέσης (7.99) όπου το διάνυσμα παρατήρησης αποτελείται αποκλειστικά από ζεύγη επαναλαμβανόμενων τμημάτων όσον αφορά το σήμα πληροφορίας. Τα μεταβατικά στάδια, όπου περιλαμβάνεται τμήμα του κυκλικού προθέματος, δεν μας απασχολούν καθώς όπως και στην περίπτωση του 3SS αλγόριθμου με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού στο τελικό στάδιο ολοκλήρωσης του αλγορίθμου δεν είναι απαραίτητη η γνώση της συμπεριφοράς του διανύσματος παρατήρησης σε αυτά τα σημεία.

Με βάση όλα αυτά σχηματίζεται ο λόγος πιθανοφάνειας, γίνεται λογαρίθμηση και διατηρούνται οι όροι που εξαρτώνται από το διάνυσμα παρατήρησης ενώ οι υπόλοιποι ενσωματώνονται στο

κατώφλι. Τελικά προκύπτει ότι ο κανόνας απόφασης δίνεται από:

$$\mathbf{y}^H \left( \frac{\mathbf{I}_N}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} - \mathbf{C}_L^{-1} \right) \mathbf{y} = \mathbf{y}^H \mathbf{D} \mathbf{y} \underset{\mathcal{H}_1}{\overset{\mathcal{H}_2}{\geq}} \gamma' \quad (7.101)$$

Κάνοντας τις πράξεις καταλήγουμε ότι τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{D}$  δίνονται από:

$$\mathbf{D} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2 (\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)} \begin{bmatrix} -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} & & \ddots & \vdots \\ 0 & & \ddots & & 0 \\ \vdots & \ddots & & -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_{N_g} \quad (7.102)$$

$$= \mathbf{D}_{(2L \times 2L)} \otimes \mathbf{I}_{N_g}$$

Υπολογίζοντας τον πίνακα ιδιοτιμών και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα  $\mathbf{D}$  έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$\mathbf{\Lambda}_D = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2 (2\sigma_s^2 + \sigma_w^2)} \begin{bmatrix} \frac{\sigma_w^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} & 0 & \dots & & & \\ 0 & \ddots & & & \mathbf{0}_{L \times L} & \\ \vdots & & \underbrace{\frac{\sigma_w^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}}_{L \times L} & & & \\ & & & \underbrace{\frac{2\sigma_s^2 + \sigma_w^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}}_{L \times L} & \vdots & \\ \mathbf{0}_{L \times L} & & & & \ddots & 0 \\ & & & \dots & 0 & -\frac{2\sigma_s^2 + \sigma_w^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_{N_g} \quad (7.103)$$

που σημαίνει ότι υπάρχουν δυο ιδιοτιμές, η κάθε μια με βαθμό πολλαπλότητας  $LN_g$ , ενώ όσον αφορά τον πίνακα ιδιοδιανυσμάτων, αν  $\mathbf{u}_i$  είναι η  $i$ -οστή στήλη του πίνακα ( $i = 1 \dots 2L$ ) πριν από το γινόμενο Kronecker που αυξάνει τις διαστάσεις τότε αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{u}_i = \begin{cases} \left[ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{2(i-1)} \quad 1 \quad 1 \quad \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{2(L-i)} \right]^T, & \text{αν } i = 1 \dots L \\ \left[ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{2(i-1)} \quad -1 \quad 1 \quad \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{2(L-i)} \right]^T, & \text{αν } i = L + 1 \dots 2L \end{cases} \quad (7.104)$$

δηλαδή υπάρχουν δυο μοναδιαία στοιχεία ανά γραμμή ή στήλη και τα στοιχεία αυτά ανά δεύτερη γραμμή έχουν διαφορετικό πρόσημο με πρώτο το θετικό. Τελικά και μετά την απαραίτητη κανονικοποίηση για εξασφάλιση της ορθοκανονικότητας ισχύει:

$$\mathbf{U}_D = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_{2L} \right] \otimes \mathbf{I}_{N_g} \quad (7.105)$$

Για τον υπολογισμό των κατανομών για τα δυο ενδεχόμενα υπολογίζεται κατά τη συνήθη τακτική η βοηθητική ενδιάμεση μεταβλητή  $\mathbf{z} = \mathbf{U}_D^H \mathbf{y}$ , όπου υπενθυμίζεται ότι ο πίνακας  $\mathbf{D}$  είναι ερμιτιανός και ισχύει  $\mathbf{D} = \mathbf{U}_D \mathbf{\Lambda}_D \mathbf{U}_D^H$ .

Για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  δεδομένου ότι η είσοδος σε αυτή την περίπτωση αποτελείται από ασυ-

σχετίστα δείγματα και ο πίνακας  $\mathbf{U}_D$  διατηρεί αυτή την ανεξαρτησία καθώς επίσης δεν μεταβάλλει την ισχύ, προκύπτει απευθείας ότι:

$$\mathbf{z} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_{2LN_g}) \quad (7.106)$$

Το μετρικό του ανιχνευτή ως συνάρτηση της μεταβλητής  $\mathbf{z}$  δίνεται από:

$$T = \mathbf{z}^H \Lambda_D \mathbf{z} \quad (7.107)$$

Κατά συνέπεια το μετρικό του ανιχνευτή αποτελείται από το άθροισμα των ισχύων των στοιχείων του διανύσματος  $\mathbf{z}$  όπου όμως τα μισά που αντιστοιχούν στην πρώτη ιδιοτιμή έχουν πολλαπλασιαστεί με τον όρο:

$$\lambda_1 = \frac{\sigma_s^2}{(2\sigma_s^2 + \sigma_w^2)(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)} \quad (7.108)$$

ενώ τα υπόλοιπα μισά που αντιστοιχούν στη δεύτερη ιδιοτιμή έχουν πολλαπλασιαστεί με τον όρο:

$$\lambda_2 = -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)} \quad (7.109)$$

Το μετρικό κατά συνέπεια μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα των ισχύων  $LN_g$  ανεξαρτήτων μιγαδικών κανονικών μεταβλητών διασποράς  $\sigma_s^2 + \sigma_w^2$  πολλαπλασιασμένες με  $\lambda_1$  που στη συνέχεια προστίθεται με μια άλλη τυχαία μεταβλητή που αποτελεί το άθροισμα των ισχύων  $LN_g$  ανεξαρτήτων μιγαδικών κανονικών μεταβλητών διασποράς  $\sigma_s^2 + \sigma_w^2$  πολλαπλασιασμένες με  $\lambda_2$ . Σύμφωνα με τις ιδιότητες των κανονικών μεταβλητών ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_0 \\ \mathbf{z}_1 \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_{N_g}) \\ T = \lambda_1 \mathbf{z}_0^H \mathbf{z}_0 + \lambda_2 \mathbf{z}_1^H \mathbf{z}_1 = t_0 + t_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} t_0 &\sim \mathcal{G}\left(LN_g, \frac{\sigma_s^2}{2\sigma_s^2 + \sigma_w^2}\right) \\ -t_1 &\sim \mathcal{G}\left(LN_g, \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2}\right) \end{aligned} \quad (7.110)$$

όπου έχει ληφθεί υπόψη ότι η μεταβλητή  $t_1$  λόγω του πολλαπλασιασμού της με αρνητική σταθερά έχει αρνητικές τιμές.

Προκύπτει λοιπόν για μια ακόμη φορά ότι η κατανομή του μετρικού υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  δίνεται ως η διαφορά δυο Γάμμα μεταβλητών. Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 7.2 μπορεί να υπολογιστεί με τρεις μεθόδους, δυο εκ των οποίων είναι αριθμητικές, ο υπολογισμός της αριθμητικής συνέλιξης και η αριθμητική ολοκλήρωση (μέσω FFT) της χαρακτηριστικής συνάρτησης η οποία εκφράζεται από τη σχέση:

$$\varphi_{T/\mathcal{H}_1}(\omega) = \frac{1}{\left(1 - j \frac{\sigma_s^2}{2\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \omega\right)^{LN_g}} \frac{1}{\left(1 + j \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2} \omega\right)^{LN_g}} \quad (7.111)$$

Το πρόβλημα περιπλέκεται ιδιαίτερα όσον αφορά την κατανομή του μετρικού για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  και αυτό λόγω του ότι σε αυτή την περίπτωση δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι το άθροισμα της ισχύος της συνιστώσας του σήματος έχει κάποια σταθερή τιμή, όπως έγινε στην περίπτωση του ανιχνευτή με το σύμβολο συγχρονισμού (παράγραφος 7.2). Δυστυχώς κανείς δεν εξασφαλίζει ότι χρησιμοποιείται διαμόρφωση ανά φέρον σταθερής περιβάλλουσας και ακόμη και σε αυτή την περίπτωση το κυκλικό πρόθεμα περιλαμβάνει μόνο ένα υποσύνολο των δειγμάτων ενός OFDM συμβόλου πράγμα που σημαίνει ότι η περικλειόμενη ενέργεια πρέπει να θεωρείται τυχαία μεταβλητή. Για να βρεθεί μια μέθοδος εκτίμησης της κατανομής αρχικά εξετάζεται η περίπτωση για

$L = 1$ . Σε αυτήν την περίπτωση υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_D &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_{N_g} \\ \mathbf{y}_A &= \mathbf{s} + \mathbf{w}_A \\ \mathbf{y}_B &= \mathbf{s} + \mathbf{w}_B \end{aligned} \Rightarrow \mathbf{z} = \mathbf{U}_D^H \begin{bmatrix} \mathbf{y}_A \\ \mathbf{y}_B \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 2\mathbf{s} + \mathbf{w}_A + \mathbf{w}_B \\ \mathbf{w}_B - \mathbf{w}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_0 \\ \mathbf{z}_1 \end{bmatrix} \quad (7.112)$$

όπου  $\mathbf{s}$  το κλάσμα του OFDM συμβόλου που περιέχεται στο κυκλικό πρόθεμα και  $\mathbf{w}_A$ ,  $\mathbf{w}_B$  συμβολίζονται οι τυχαίες μεταβλητές που αντιπροσωπεύουν τον προσθετικό θόρυβο. Όμοια με προηγουμένως ορίζονται οι δυο μεταβλητές  $t_0$  και  $t_1$  το άθροισμα των οποίων έχει ως αποτέλεσμα το μετρικό σύμφωνα με τη σχέση  $T = \lambda_1 \mathbf{z}_0^H \mathbf{z}_0 + \lambda_2 \mathbf{z}_1^H \mathbf{z}_1 = t_0 + t_1$ . Απευθείας και λόγω της ανεξαρτησίας των  $\mathbf{w}_A$  και  $\mathbf{w}_B$  ισχύει ότι η κατανομή της μεταβλητής  $-t_1$  θα είναι η  $\mathcal{G}\left(N_g, \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}\right)$ . Για την μεταβλητή αυτή μπορεί να γίνει απευθείας και η αναγωγή στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται  $L$  σύμβολα στον ορισμό του ανιχνευτή. Δηλαδή:

$$-t_1 \sim \mathcal{G}\left(LN_g, \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}\right) \quad (7.113)$$

Όσον αφορά τη μεταβλητή  $t_0$  υπάρχουν αρκετά ζητήματα που πρέπει να σημειωθούν. Πρώτα από όλα η ισχύς της συνιστώσας του σήματος πληροφορίας στη μεταβλητή  $\mathbf{z}_0$  είναι διπλασιασμένη ενώ η συνιστώσα θορύβου διατηρεί την αρχική ισχύ. Η ανάλυση σχετικά με το άθροισμα της ισχύος ενός υποσυνόλου δειγμάτων ενός OFDM συμβόλου παρουσιάζεται εκτεταμένα στην παράγραφο 4.5. Όπως φαίνεται στη σχέση (4.87) επιτεύχθηκε εξαγωγή κλειστού τύπου όταν η διαμόρφωση ανά φέρον είναι QPSK, ενώ στην περίπτωση της QAM η κατανομή δίνεται ως σταθμισμένο άθροισμα (σχέση 4.99).

Σε αυτό το σημείο πρέπει να γίνει μια διευκρινιστική παρένθεση. Στην παράγραφο 4.5 γίνεται αναλυτική θεωρητική εξαγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών ενός OFDM σήματος. Σύμφωνα με την ανάλυση που πραγματοποιείται η πολυδιάστατη κατανομή ενός συνόλου δειγμάτων σήματος OFDM που προέρχονται από το ίδιο σύμβολο διαφέρει από την κανονική πολυδιάστατη κατανομή. Αυτό το γεγονός έρχεται σε αντίθεση με ότι θεωρήθηκε σε ολόκληρη την ανάλυση των 3SS ανιχνευτών όπου κατά τον σχεδιασμό τους στον λόγο πιθανοφάνειας θεωρήθηκε σαφώς ότι τα δείγματα του OFDM σήματος ακολουθούν την πολυδιάστατη κανονική κατανομή. Παρόλα αυτά οι δυο κατανομές δεν παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές και η χρήση της πολυδιάστατης κανονικής κατανομής αποτελεί ουσιαστικά μια πολύ καλή προσέγγιση της κατανομής της σχέσης (4.79). Μάλιστα κατά την ανάλυση των 3SS ανιχνευτών με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού, λόγω του γεγονότος ότι λήφθηκε υπόψη σε μετέπειτα στάδιο η σταθερή ενέργεια του σήματος πληροφορίας, το τελικό αποτέλεσμα που προέκυψε όσον αφορά την κατανομή της ισχύος στη σχέση (7.72) ταυτίζεται απόλυτα με το αποτέλεσμα της σχέσης (4.79). Ουσιαστικά λοιπόν ξεκινώντας από διαφορετικές αρχικές συνθήκες αποδεικνύεται με δυο διαφορετικούς τρόπους η ορθότητα της σχέσης.

Ενώ η προσέγγιση της κανονικής πολυδιάστατης κατανομής είναι αποδεκτή και διευκολύνει ιδιαίτερα, η προσέγγιση της ισχύος όταν λαμβάνεται ένα υποσύνολο δειγμάτων ενός OFDM συμβόλου, όπως στην περίπτωση του κυκλικού προθέματος, με την κατανομή Γάμμα (η οποία εκφράζει το άθροισμα των ισχύων ενός συνόλου ανεξάρτητων δειγμάτων) δεν είναι ιδιαίτερα ακριβής ειδικά όταν το σήμα αρχίζει ενεργειακά να υπερτερεί του θορύβου (θετικά SNR). Αντίστοιχα η ακριβής κατανομή δίνεται από τις σχέσεις (4.87) και (4.99) ανάλογα με τον τύπο διαμορφώσεων. Αυτές οι αποκλίσεις ήταν και ο λόγος που εξετάστηκε ξεχωριστά στην παράγραφο 4.5 η στοχαστική συμπεριφορά του OFDM σήματος. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι αν και η προσέγγιση με

πολυδιάστατη κανονική κατανομή είναι απολύτως ικανοποιητική όσον αφορά το λόγο πιθανοφάνειας, η χρήση απλουστευμένων κατανομών κατά τον υπολογισμό της στοχαστικής συμπεριφοράς του μετρικού, το οποίο περιλαμβάνει όρους ισχύος, δεν είναι ιδιαίτερα ακριβής. Φυσικά υπάρχει η δυνατότητα να επιλεχθεί και αυτή η λύση (ειδικά για χαμηλά SNR) για απλούστευση της διαδικασίας. Με βάση αυτές τις παρατηρήσεις μπορούμε να προχωρήσουμε στην περαιτέρω ανάλυση. Σύμφωνα λοιπόν με τη σχέση (4.87), η ισχύς του  $t_0$  δίνεται (QPSK διαμόρφωση) από:

$$f(t_0) = \frac{\Gamma(N) t_0^{\frac{\nu}{2}-1}}{\Gamma(K) \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \sigma_w^\nu \rho^{\nu/2}} e^{-\frac{t_0}{\sigma_w^2 \rho}} U\left(N - N_g, \frac{\nu}{2} - K + 1, \frac{t_0}{\sigma_w^2 \rho}\right) \quad (7.114)$$

όπου στην παράγραφο 4.5 δίνονται οι εξηγήσεις για τις σταθερές και της συνάρτηση  $U$ . Πρέπει να τονιστεί ότι κατά τους υπολογισμούς η συνολική ισχύς του OFDM συμβόλου που αντικαθίσταται είναι διπλάσια και δίνεται από την σχέση  $p_x = 2N\sigma_s^2$ . Στις περιπτώσεις QAM διαμορφώσεων γίνεται αναγωγή της (7.114) στην (4.99). Μια πολύ αποτελεσματική λύση που προτείνεται ως προσέγγιση της κατανομής της (7.114), αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί απευθείας και για QAM διαμορφώσεις είναι η προσέγγιση του [87] όπου χρησιμοποιείται η κατανομή Γάμμα αφού πρώτα υπολογιστούν κατάλληλα οι ροπές από τις σχέσεις (4.112) και (4.114). Σημειώνεται ότι κατά την εφαρμογή της σχέσης (4.114) για τον υπολογισμό της διασποράς και δεδομένου ότι δεν πρόκειται για στατικό σήμα, το  $m$  αντικαθίσταται με μηδέν καθώς θεωρείται ότι ο ανιχνευτής λειτουργεί ακριβώς στην αρχή ενός OFDM συμβόλου κατά το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$ . Παρατηρείται ότι όσο το SNR μικραίνει και κυριαρχεί η συνιστώσα του θορύβου, όπως είναι αναμενόμενο οι παράμετροι της προσέγγισης [87] τείνουν στις τιμές  $N_g$  και  $\sigma_s^2 + \sigma_w^2$  έτσι ώστε η κατανομή να εκφράζει το αποτέλεσμα της ισχύος ανεξάρτητων κανονικών τυχαίων μεταβλητών.

Στην περίπτωση που περισσότερα από ένα σύμβολα συμμετέχουν στην εξαγωγή του μετρικού 3SS ανίχνευσης η πολυπλοκότητα του προβλήματος μεγαλώνει καθώς έχουμε ουσιαστικά άθροιση πολλών τυχαίων μεταβλητών με την συμπεριφορά της  $t_0$  που μόλις περιγράφηκε. Η προφανής λύση είναι ο υπολογισμός διαδοχικών συνελίξεων ώστε να υπολογιστεί η κατανομή του αθροίσματος τους. Δυστυχώς ο υπολογισμός της συνελίξης λόγω της ύπαρξης της υπεργεωμετρικής συνάρτησης δεν καταστάθηκε δυνατό να πραγματοποιηθεί αναλυτικά. Παρόλα αυτά είναι δυνατή η παράκαμψη του συγκεκριμένου προβλήματος.

Πιο συγκεκριμένα ο μοναδικός ουσιαστικός περιορισμός που αλλοιώνει την κατανομή ισχύος είναι ότι το συνολικό OFDM σύμβολο (το σήμα πληροφορίας) έχει συγκεκριμένη τιμή ενέργειας ή στην περίπτωση της QAM λαμβάνει τιμές από συγκεκριμένες στάθμες ισχύος. Αν χρησιμοποιηθούν λοιπόν δείγματα από περισσότερα σύμβολα, το κάθε ένα από τα οποία έχει συγκεκριμένες στάθμες ισχύος, είναι σαν να λαμβάνεται ένα μεγαλύτερο ενιαίο OFDM σύμβολο μήκους  $LN$  με κυκλικό πρόθεμα μήκους  $LN_g$  το οποίο στην περίπτωση QPSK διαμορφώσεων έχει συνολική ισχύ  $Lp_x$ . Κατά συνέπεια ο υπολογισμός της κατανομής μπορεί να γίνει μέσω της (7.114) με τις αντίστοιχες αντικαταστάσεις. Αντίστοιχα υπολογίζεται και η προσέγγιση [87] μέσω των σχέσεων:

$$f(t_0/\mathcal{H}_2) = \frac{t_0^{\frac{\mu_{P_x}}{\sigma_{P_x}^2}-1} e^{-\frac{t_0 \mu_{P_x}}{\sigma_{P_x}^2}}}{\Gamma\left(\frac{\mu_{P_x}}{\sigma_{P_x}^2}\right) \frac{\sigma_{P_x}^2}{\mu_{P_x}} \frac{\mu_{P_x}^2}{\sigma_{P_x}^2}} \quad (7.115)$$

$$\mu_{P_x} = LN_g \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}$$

$$\sigma_{P_x}^2 = 4LN_g \lambda_1^2 \sigma_s^4 + \left(\frac{\mu_{(4)}}{N} - 8 \frac{\lambda_1^2 \sigma_s^4}{N}\right) LN_g^2 + LN_g \lambda_1^2 \sigma_w^4 + 4LN_g \lambda_1^2 \sigma_s^2 \sigma_w^2$$

όπου η διασπορά έχει εκτιμηθεί με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις στη σχέση (4.114) και αφού



θεωρήθηκε επίπεδο κανάλι. Σημειώνεται ότι ο υπολογισμός της τέταρτης ροπής για τη διαμόρφωση υπολογίζεται για συνολική ισχύ συμβόλου OFDM  $p_x = 2LN\lambda_1\sigma_s^2$ .

Η προσέγγιση μέσω της κατανομής Γάμμα για την στοχαστική έκφραση της μεταβλητής  $t_0$  οδηγεί για μια ακόμη φορά στην περίπτωση, όπου η συνολική κατανομή του μετρικού (για  $\mathcal{H}_2$  αυτή τη φορά) δίνεται ως διαφορά δυο Γάμμα τυχαίων μεταβλητών. Υπολογίζεται δε με την ίδια μεθοδολογία που έχει παρουσιαστεί. Παρατίθεται η χαρακτηριστική της συνάρτησης:

$$\varphi_{T/\mathcal{H}_1}(\omega) = \frac{1}{\left(1 - j\frac{\sigma_{P_x}^2}{\mu_{P_x}}\omega\right)^{\frac{\mu_{P_x}^2}{\sigma_{P_x}^2}}} \frac{1}{\left(1 + j\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}\omega\right)^{LN_g}} \quad (7.116)$$

Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν εξαιρετικά μεγάλες απαιτήσεις ακρίβειας όσον αφορά τον υπολογισμό της πιθανότητας ανίχνευσης υπάρχει η δυνατότητα να αγνοηθούν οι περιορισμοί όσον αφορά την ισχύ του OFDM συμβόλου και να θεωρηθεί ότι το διάνυσμα παρατήρησης είναι μια άνευ εξαρτήσεων πολυδιάστατη κανονική τυχαία μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή. Σε αυτή την περίπτωση από τη σχέση (7.112) (και με αναγωγή στην περίπτωση περισσοτέρων του ενός συμβόλων), η κατανομή του μετρικού προσεγγίζεται από την διαφορά των τυχαίων μεταβλητών με την ίδια κατανομή που δίνεται από:

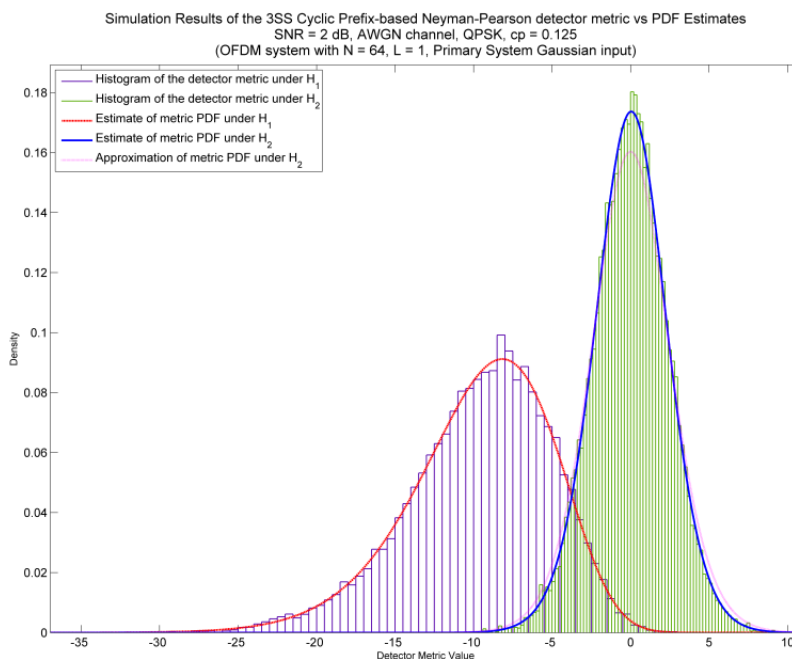
$$t_0 - t_1, \text{ όπου } t_0, t_1 \sim \mathcal{G}\left(LN_g, \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}\right) \quad (7.117)$$

Με βάση το γεγονός ότι πραγματοποιείται συνέλιξη και ότι η κατανομή του  $t_1$  είναι σωστή, η προσέγγιση βελτιώνεται σε σχέση με την χρήση της παραπάνω κατανομής για την στοχαστική περιγραφή της ισχύος ενός συνόλου δειγμάτων OFDM σήματος. Στο σχήμα 7.18 παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις των κατανομών. Για το συγκεκριμένο παράδειγμα υπήρξε απόλυτη ταύτιση της κατανομής της σχέσης (7.114) και της προσέγγισης [87] ενώ είναι σαφής η διαφοροποίηση σε σχέση με την κατανομή που υπολογίζεται μέσω της σχέσης (7.117) που παρόλα αυτά αποτελεί μια αξιοπρεπώς αποδεκτή προσέγγιση. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θεωρήθηκε ότι  $N = 64$ , χρησιμοποιήθηκε ένα σύμβολο για την ανίχνευση ενώ το cyclic prefix ήταν το 1/8ο του συνολικού συμβόλου.

**Πίνακας 7.8:** Παράμετροι των συστημάτων για το Παράδειγμα του Σχ. 7.18:

Αριθμός subcarriers για το OFDM σύστημα:	64
Μέγεθος Cyclic Prefix:	8 (1/8)
Συμμετέχοντα OFDM σύμβολα (L):	1
Κανάλι:	AWGN
Σήμα Πρωτεύοντος Δικτύου:	Κανονικό μοντέλο
SNR:	2 dB ( $\rho=1.585$ )
Ισχύς $\sigma_s^2$ :	$\rho/(1 + \rho)$

Συγκρίνοντας το σχήμα 7.18 με το αντίστοιχο σχήμα 7.2 για τον ανιχνευτή που βασίζεται στο σύμβολο συγχρονισμού είναι προφανές (όπως και αναμενόμενο) ότι οι επιδόσεις του ανιχνευτή με το σύμβολο συγχρονισμού υπερτερούν κατά πολύ, καθώς στην περίπτωση αυτή το SNR ήταν μόλις -8dB ενώ στις επιδόσεις του παρόντος ανιχνευτή το SNR είναι στα 2 dB. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι χρησιμοποιείται μόλις το 1/8ο του OFDM συμβόλου. Από την άλλη με την προ-σθήκη περισσοτέρων συμβόλων μπορούμε θεωρητικά να βελτιώσουμε τις επιδόσεις ώστε να είναι κατάλληλος ο ανιχνευτής για οποιοδήποτε SNR.



**Σχήμα 7.18:** Ιστογράμματα τιμών μετρικού Neyman-Pearson του αλγορίθμου 3SS ανίχνευσης με χρήση του κυκλικού προθέματος για τα ενδεχόμενα  $H_1$  και  $H_2$  για το σύστημα του πίνακα 7.8 και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής

### 7.8.2 Λοιποί ανιχνευτές κυκλικού προθέματος

Όπως και στην περίπτωση ανίχνευσης μέσω του συμβόλου συγχρονισμού, έτσι και τώρα μπορούν να οριστούν ανιχνευτές που χωρίς να βασίζονται σε κάποια συνθήκη βελτιστότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την διάκριση της προέλευσης των σημάτων. Και στην περίπτωση του κυκλικού προθέματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ίδιοι ανιχνευτές:

- Ανιχνευτής που βασίζεται στη συσχέτιση των επαναλαμβανόμενων τμημάτων (κυκλικό πρόθεμα και επαναλαμβανόμενο τμήμα συμβόλου για κάθε OFDM σύμβολο.
- Ενέργεια του αθροίσματος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων.

Δεδομένου ότι η διαδικασία εξαγωγής των κατανομών έχει επαναληφθεί ήδη αρκετές φορές στις προηγούμενες παραγράφους τα χαρακτηριστικά των συγκεκριμένων ανιχνευτών παρατίθενται συνοπτικά.

#### 7.8.2.1 Ανιχνευτής συσχέτισης επαναλαμβανόμενων τμημάτων.

Στον ανιχνευτή αυτό υπολογίζονται για κάθε σύμβολο οι συσχετίσεις των  $N_g$  πρώτων δειγμάτων του διανύσματος παρατήρησης με τα  $N_g$  δείγματα που ακολουθούν. Στην περίπτωση που περιέχονται περισσότερα του ενός συμβόλου υπολογίζεται η συσχέτιση των στοιχείων που περιέχονται στις θέσεις  $2iN_g, \dots, (2i+1)N_g-1$  με τα αντίστοιχα των θέσεων  $(2i+1)N_g, \dots, (i+1)N_g-1$  με  $i = 0 \dots L-1$ . Στην περίπτωση που περιέχονται τα δείγματα από ακριβώς  $L$  σύμβολα και κατά συνέπεια υπάρχει ευθυγράμμιση του κυκλικού προθέματος με το επαναλαμβανόμενο τμήμα, η συσχέτιση εμφανίζει

κορυφή. Το μετρικό του ανιχνευτή εκφράζεται με την ακόλουθη έκφραση:

$$T_{\text{cor}} = \mathbf{y}^H \mathbf{C}_{\text{cor},L} \mathbf{y}, \text{ που} \quad (7.118)$$

$$\mathbf{C}_{\text{cor},L} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\text{cor}} & \mathbf{0} & \dots \\ \mathbf{0} & \ddots & \\ \vdots & & \mathbf{C}_{\text{cor}} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_{N_g}, \quad \mathbf{C}_{\text{cor}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ο παραπάνω πίνακας προκύπτει ίδιος με τον πίνακα της σχέσης (7.102) για  $\sigma_s^2 = 0$  απορρίπτοντας πρώτα τον εξωτερικό πολλαπλασιαστή, οπότε έχουν ήδη υπολογιστεί οι ιδιοτιμές και ο πίνακας ιδιοδιανυσμάτων. Έτσι με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις η κατανομή του μετρικού προκύπτει ως η διαφορά των τυχαίων μεταβλητών  $t_0$  και  $t_1$ :

$$\mathcal{H}_1 \Rightarrow \begin{cases} t_0 \sim \mathcal{G}(LN_g, \sigma_s^2 + \sigma_w^2) \\ -t_1 \sim \mathcal{G}(LN_g, \sigma_s^2 + \sigma_w^2) \end{cases}$$

$$\mathcal{H}_2 \Rightarrow \begin{cases} t_0 \sim \mathcal{G}\left(\frac{\mu_{P_{\mathbf{r}}}^2}{\sigma_{P_{\mathbf{r}}}^2}, \frac{\sigma_{P_{\mathbf{r}}}^2}{\mu_{P_{\mathbf{r}}}}\right) \\ -t_1 \sim \mathcal{G}(LN_g, \sigma_w^2) \end{cases} \quad (7.119)$$

όπου

$$\mu_{P_{\mathbf{r}}} = LN_g (2\sigma_s^2 + \sigma_w^2)$$

$$\sigma_{P_{\mathbf{r}}}^2 = 4LN_g \sigma_s^4 + \left(\frac{\mu^{(4)}}{N} - 8\frac{\sigma_s^4}{N}\right) LN_g^2 + LN_g \sigma_w^4 + 4LN_g \sigma_s^2 \sigma_w^2$$

όπου χρησιμοποιήθηκε απευθείας η προσέγγιση [87] ενώ ο υπολογισμός της τέταρτης ροπής για τη διαμόρφωση υπολογίζεται για συνολική ισχύ συμβόλου OFDM  $p_x = 2LN\sigma_s^2$ .

### 7.8.2.2 Ανιχνευτής βασισμένος στην ενέργεια του αθροίσματος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων.

Στην περίπτωση αυτή πραγματοποιείται άθροιση των στοιχείων του διανύσματος παρατήρησης που περιέχονται στις θέσεις  $2iN_g \dots (2i+1)N_g - 1$  με τα αντίστοιχα στοιχεία που περιέχονται στις θέσεις  $(2i+1)N_g \dots (i+1)N_g - 1$  με  $i = 0 \dots L-1$  και στη συνέχεια υπολογίζεται η ενέργεια τους. Στην περίπτωση που περιέχονται τα δείγματα από ακριβώς  $L$  σύμβολα και κατά συνέπεια υπάρχει ευθυγράμμιση του κυκλικού προθέματος με το επαναλαμβανόμενο τμήμα, η ενέργεια που μειρείται μεγιστοποιείται λόγω της άθροισης των όμοιων συνιστωσών του σήματος πληροφορίας. Η εξαγωγή των κατανομών μπορεί να γίνει πολύ απλά καθώς για  $\mathcal{H}_1$  θεωρείται απευθείας ότι το αποτέλεσμα της άθροισης είναι  $\mathcal{N}(\mathbf{0}, 2(\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_{LN_g})$  και άρα:

$$\mathcal{H}_1 \Rightarrow T_{\text{ed}} \sim \mathcal{G}(LN_g, 2(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)) \quad (7.120)$$

Για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  το αποτέλεσμα της άθροισης δίνεται από τον τύπο  $2\mathbf{s} + \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$ , όπου  $\mathbf{w}_1$  και  $\mathbf{w}_2$  ανεξάρτητα διανύσματα θορύβου ισχύος  $\sigma_w^2$  και διαστάσεων  $LN_g \times 1$  ενώ  $\mathbf{s}$  το διάνυσμα που περιέχει τα δείγματα του σήματος πληροφορίας που επαναλαμβάνεται για κάθε ένα από τα  $L$  σύμβολα που συμβάλλουν στην ανίχνευση. Με την ίδια λογική που ακολουθήθηκε και προηγουμένως η συνολική κατανομή του μετρικού θα δίνεται από την προσέγγιση [87] ως εξής:

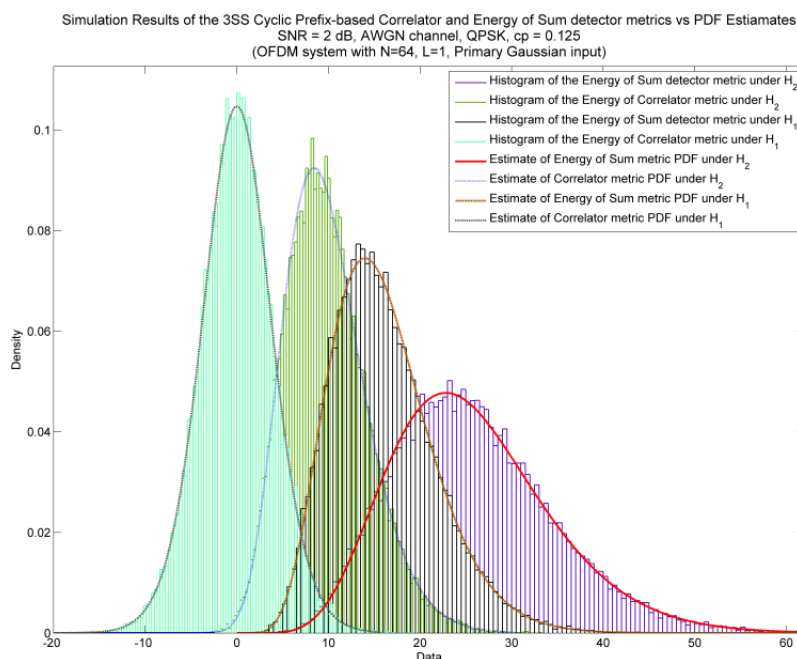
$$T_{\text{ed}} \sim \mathcal{G}\left(\frac{\mu_{P_{\mathbf{r}}}^2}{\sigma_{P_{\mathbf{r}}}^2}, \frac{\sigma_{P_{\mathbf{r}}}^2}{\mu_{P_{\mathbf{r}}}}\right)$$

$$\mu_{P_{\mathbf{r}}} = LN_g (4\sigma_s^2 + 2\sigma_w^2) \quad (7.121)$$

$$\sigma_{P_{\mathbf{r}}}^2 = 16LN_g \sigma_s^4 + \left(\frac{\mu^{(4)}}{N} - 32\frac{\sigma_s^4}{N}\right) LN_g^2 + 4LN_g \sigma_w^4 + 16LN_g \sigma_s^2 \sigma_w^2$$

Το πλεονέκτημα του συγκεκριμένου ανιχνευτή είναι η απλότητα των κατανομών. Από την άλλη οι κατανομές παρουσιάζουν μεγάλη διασπορά λόγω του ενισχυμένου θορύβου που προκαλείται λόγω της άθροισης.

Στο σχήμα 7.19 παρουσιάζονται ιστογράμματα των τιμών των μετρικών για τους δυο ανιχνευτές καθώς και οι εκτιμώμενες κατανομές τους για το παράδειγμα του οποίου οι προδιαγραφές παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.8. Σε σύγκριση με το σχήμα 7.18 είναι σαφές ότι οι ανιχνευτές όπως αναμενόταν αποδίδουν χειρότερα σε σύγκριση με τον βέλτιστο Neyman-Pearson καθώς επίσης ο ανιχνευτής ενέργειας του αθροίσματος υστερεί λόγω της ενίσχυσης του θορύβου.



**Σχήμα 7.19:** Ιστογράμματα τιμών μετρικών ενέργειας αθροίσματος και συσχέτισης του αλγορίθμου 3SS ανίχνευσης με χρήση του κυκλικού προθέματος για τα ενδεχόμενα  $H_1$  και  $H_2$  για το σύστημα του πίνακα 7.8 και οι προκύπτουσες εκτιμήσεις της κατανομής

## 7.9 Μηχανισμός Επαναληπτικής ανίχνευσης με χρήση του κυκλικού προθέματος

Είναι σαφές ότι το ίδιο ζήτημα που προέκυψε στην περίπτωση της ανίχνευσης με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού, προκύπτει και όταν χρησιμοποιείται το κυκλικό πρόθεμα. Μια μεμονωμένη χρήση του ανιχνευτή δεν επαρκεί για να μπορέσει ο δέκτης να καταλήξει σε συμπέρασμα για την προέλευση του σήματος που καταλαμβάνει την υπό μελέτη ζώνη καθώς στην γενική περίπτωση που στο διάστημα παρατήρησης δεν περιέχονται ευθυγραμμισμένα τα επαναλαμβανόμενα τμήματα των OFDM-CR συμβόλων, ο ανιχνευτής επιλέγει λανθασμένα το ενδεχόμενο  $H_1$ . Η λύση και σε αυτήν την περίπτωση είναι η εισαγωγή του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης. Από τη στιγμή που το σύστημα κρίνει ότι η φασματική περιοχή ενδιαφέροντος είναι κατειλημμένη, αρχικοποιείται ο 3SS ανιχνευτής που προσπαθεί να ανιχνεύσει την ύπαρξη του κυκλικού προθέματος. Όταν ξεπεραστεί ένα προαποφασισμένο κατώφλι, η διαδικασία σταματά επιλέγοντας το ενδεχόμενο  $H_2$  διαφορετικά μετά από έναν αριθμό επαναλήψεων η διαδικασία ολοκληρώνεται με την επιλογή του ενδεχομένου  $H_1$ .

Μια βασική διαφορά σε σχέση με τον μηχανισμό ανίχνευσης συμβόλου συγχρονισμού, που διευκολύνει αρκετά την διαδικασία παραμετροποίησης του ανιχνευτή, είναι το γεγονός ότι ο αριθμός των απαιτούμενων επαναλήψεων είναι εξαρχής γνωστός. Από τη δομή του OFDM συμβόλου είναι γνωστό ότι το κυκλικό πρόθεμα και το τμήμα σήματος πληροφορίας του οποίου αποτελεί κλώνο έχουν απόσταση μεταξύ του  $N - N_g$  δείγματα. Αν λοιπόν η διαδικασία ανίχνευσης θεωρηθεί ότι ξεκινά στην χειρότερη δυνατή περίπτωση δηλαδή όταν ληφθεί το πρώτο δείγμα σήματος που ακολουθεί το κυκλικό πρόθεμα, η ευθυγράμμιση των επαναλαμβανόμενων τμημάτων σήματος θα πραγματοποιηθεί μετά από  $N - N_g$  επαναλήψεις. Το γεγονός αυτό φαίνεται αρχικά να διευκολύνει ιδιαίτερα το σχεδιασμό καθώς ο αριθμός επαναλήψεων δεν υπεισέρχεται ως παράμετρος στην εξαγωγή των τελικών κατανομών που χρησιμοποιούνται από τον ανιχνευτή. Με μια δεύτερη ματιά όμως παρατηρείται ότι τόσο το μέγεθος του κυκλικού προθέματος, όσο και ο αριθμός των συμβόλων που συμμετέχουν στην ανίχνευση αποτελούν παραμέτρους που επηρεάζουν την κατανομή του μετρικού. Ο αριθμός των συμμετεχόντων συμβόλων μπορεί να επιλέγεται δυναμικά από τον ανιχνευτή στην περίπτωση που οι υπάρχουσες συνθήκες δεν του επιτρέπουν αξιόπιστες αποφάσεις, ενώ και το κυκλικό πρόθεμα σε ένα δυναμικά προσαρμοζόμενο OFDM σύστημα ενδέχεται να είναι επίσης μεταβλητό. Κατά συνέπεια η προσέγγιση της κατανομής του μεγίστου εξαρτάται από τρεις παραμέτρους.

Το βασικό πρόβλημα βέβαια που εισάγεται από τον μηχανισμό διαδοχικής ανίχνευσης είναι η προσέγγιση των κατανομών του μετρικού το οποίο ουσιαστικά μετασχηματίζεται στην μορφή  $\max(\mathbf{T} = [T_0 \dots T_{N-N_g-1}]) \underset{\mathcal{H}_1}{\overset{\mathcal{H}_2}{\geq}} \gamma$ , δηλαδή η μέγιστη τιμή του μετρικού στη σειρά των επαναλήψεων καθορίζει και την λήψη της απόφασης. Είναι σαφές ότι οι διαδοχικές τιμές του μετρικού είναι σημαντικότερα συσχετισμένες και δεν μπορεί να εξαχθεί κάποια αναλυτική έκφραση για τον καθορισμό της δεδομένου του ενδεχόμενου  $\mathcal{H}_1$ . Μια άλλη λεπτομέρεια σε αυτήν την περίπτωση είναι ότι ακόμη και υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  μπορεί να υπάρξει ελαφριά απόκλιση από την κατανομή που προσδιορίστηκε για τον ανιχνευτή απλής δοκιμής και αυτό γιατί για μικρό  $L$  (πχ 1) το μικρό μέγεθος του κυκλικού προθέματος για χαμηλά SNR δεν εξασφαλίζει ότι στην συντριπτική πλειοψηφία των περιπτώσεων η μεγιστοποίηση πραγματοποιείται στο σημείο ευθυγράμμισης. Το γεγονός αυτό ενδέχεται να προκαλεί μια ελαφριά απόκλιση της κατανομής προς τα δεξιά. Παρόλα αυτά η εισαγωγή μιας επιπλέον διαδικασίας εμπειρικής προσέγγισης κρίνεται μη απαραίτητη καθώς η απόκλιση είναι γενικά μικρή και προς όφελος της ορθής απόφασης. Απλά θεωρείται εξαρχής ότι η πραγματική πιθανότητα ανίχνευσης θα προκύψει λίγο καλύτερη της εκτιμώμενης.

Η προσέγγιση των κατανομών μπορεί να γίνει είτε με την επιλογή της κατανομής GEV, είτε με κατανομές διαφοράς Γάμμα μεταβλητών όπου μπορούν επίσης να εκτιμηθούν και απλές εμπειρικές σχέσεις που διευκολύνουν την διαμόρφωση του αλγορίθμου στο CR τερματικό. Πριν όμως από την μελέτη των κατανομών της μέγιστης τιμής του μετρικού παρουσιάζονται οι αναδρομικές σχέσεις υπολογισμού του.

### 7.9.1 Αναδρομικές σχέσεις υπολογισμού μετρικών

Δεδομένης της σημαντικής συσχέτισης των τιμών του μετρικού όταν αυτό υπολογίζεται διαδοχικά καθώς το περιεχόμενο του διανύσματος παρατήρησης μεταβάλλεται μόνο κατά δυο στοιχεία, η εύρεση των αναδρομικών σχέσεων υπολογισμού του ελαχιστοποιεί την υπολογιστική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου ανίχνευσης. Ορίζονται λοιπόν ανάλογα με τις σχέσεις της (7.75) τα δια-

νύσματα ενημέρωσης του μετρικού αυτή τη φορά ως εξής:

$$\boldsymbol{\eta}_k = \left[ \begin{array}{cc|cc} y_k & y_{k+N} & y_{k+N+N_g} & y_{k+2N+N_g} & \cdots & y_{k+(L-1)(N+N_g)} & y_{k+L(N+N_g)-N_g} \end{array} \right]^T$$

$$\mathbf{v}_k = \left[ \begin{array}{cc|cc} y_{k+N_g-1} & y_{k+(N+N_g)-1} & y_{k+(N+N_g)+N_g-1} & y_{k+2(N+N_g)-1} & \cdots & y_{k-N+L(N+N_g)-1} & y_{k+L(N+N_g)-1} \end{array} \right]^T \quad (7.122)$$

Το διάνυσμα  $\mathbf{v}_k$  περιέχει διατεταγμένα τα πρώτα στοιχεία των διανυσμάτων  $\mathbf{y}_A^{(i-1)}$  και  $\mathbf{y}_B^{(i-1)}$  των ορισμών της (7.95) όπου έχει τεθεί για λόγους αιτιατότητας  $n_0 = k+L(N+N_g)-1$ , ενώ το διάνυσμα  $\boldsymbol{\eta}_k$  αντιστοίχως τα τελευταία. Συνεπώς τα δυο διανύσματα έχουν διαστάσεις  $2L \times 1$ .

Αν συμβολίσουμε με  $\mathbf{D}'$  τον πίνακα διαστάσεων  $2L \times 2L$  της σχέσης (7.102) πριν την πραγματοποίηση του γινομένου Kronecker και με  $\mathbf{C}'_{\text{cor},L}$  τον αντίστοιχο πίνακα διαστάσεων  $2L \times 2L$  της σχέσης (7.118) πριν το γινόμενο Kronecker, οι αναδρομικές σχέσεις που παρέχουν το μετρικό για τους τρεις ανιχνευτές είναι οι ακόλουθες:

- Neyman-Pearson ανιχνευτής:

$$T_{k+1} = T_k + (-\boldsymbol{\eta}_k^H \mathbf{D}' \boldsymbol{\eta}_k + \mathbf{v}_{k+1}^H \mathbf{D}' \mathbf{v}_{k+1}) \quad (7.123)$$

- Ανιχνευτής συσχέτισης επαναλαμβανόμενων τμημάτων:

$$T_{\text{cor},k+1} = T_k + (-\boldsymbol{\eta}_k^H \mathbf{C}'_{\text{cor},L} \boldsymbol{\eta}_k + \mathbf{v}_{k+1}^H \mathbf{C}'_{\text{cor},L} \mathbf{v}_{k+1}) \quad (7.124)$$

- Ανιχνευτής ενέργειας αθροίσματος:

$$T_{\text{sum},k+1} = T_{\text{sum},k} - \boldsymbol{\eta}_k^H \mathbf{S} \mathbf{S}^H \boldsymbol{\eta}_k + \mathbf{v}_{k+1}^H \mathbf{S} \mathbf{S}^H \mathbf{v}_{k+1} \quad (7.125)$$

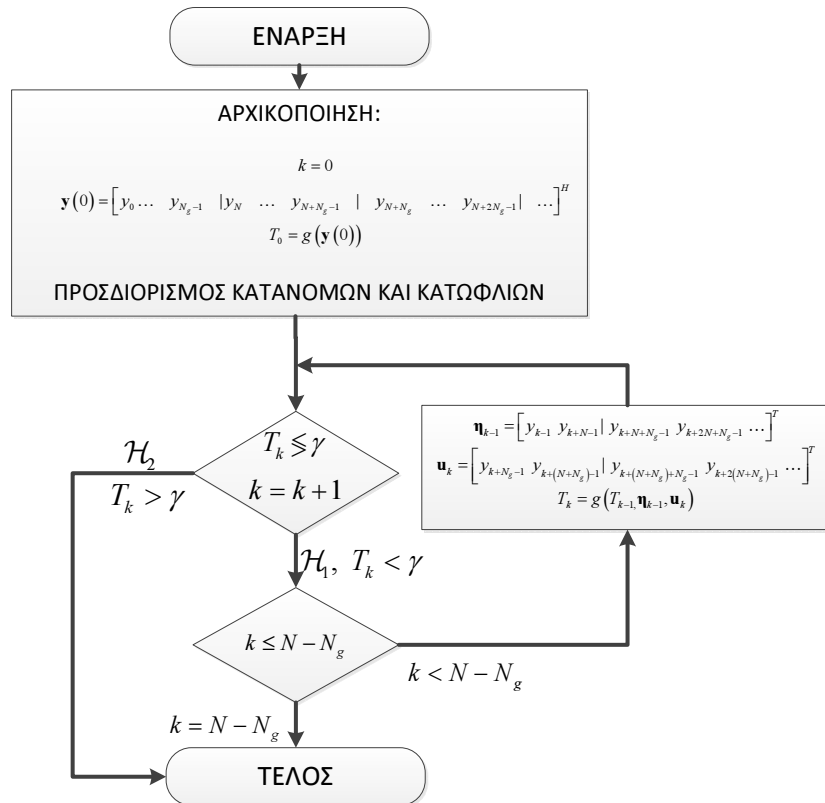
όπου ο πίνακας  $\mathbf{S}$  έχει διαστάσεις  $L \times 2L$  και την μορφή:

$$\mathbf{S}^H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \vdots & & & & & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (7.126)$$

Κατά συνέπεια ο πίνακας  $\mathbf{S}$  απλά προσθέτει ανά ζεύγη τα στοιχεία των διανυσμάτων.

## 7.9.2 Προσεγγίσεις κατανομών μετρικού μετά την εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας

Αφού δεν κατέστη δυνατή η αναλυτική εξαγωγή της κατανομής του μεγίστου για το σύνολο τιμών μετρικού που προκύπτει από τον  $N - N_g$  φορές διαδοχικό υπολογισμό του καταφεύγουμε στη λύση των εξομοιώσεων. Οι εξομοιώσεις επιτρέπουν τον καθορισμό εμπειρικών σχέσεων που δίνουν τη δυνατότητα στο CR τερματικό να ορίζει ορθά κατώφλια απόφασης κατά το σχεδιασμό του ανιχνευτή για το συγκεκριμένο SNR. Ένα πλεονέκτημα σε σχέση με την ανίχνευση μέσω του συμβόλου συγχρονισμού είναι ότι δεν απαιτείται μελέτη της συμπεριφοράς του μεγίστου για διάφορους αριθμούς επαναλήψεων. Το μειονέκτημα από την άλλη είναι ότι υπάρχει σαφής εξάρτηση από το μέγεθος του κυκλικού προθέματος και τον αριθμό των συμμετεχόντων συμβόλων, καθώς σε ένα δυναμικά προσαρμοζόμενο CR σύστημα το μέγεθος του cyclic prefix είναι πιθανό να μεταβάλλεται ανάλογα με την κατάσταση του ραδιοδιαύλου καθώς επίσης ο ανιχνευτής πρέπει να



**Σχήμα 7.20:** Διάγραμμα ροής του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης για τον αλγόριθμο με χρήση κυκλικού προθέματος

έχει τη δυνατότητα επιλογής του αριθμού των OFDM συμβόλων που χρησιμοποιεί για να επιτύχει τις επιθυμητές επιδόσεις. Κατά συνέπεια πρέπει να γίνει εμπειρική ανάλυση της μέσης τιμής και της διασποράς των τελικών κατανομών με βάσει τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές.

**Neyman-Pearson**

Η εξαγωγή μιας ενιαίας συνάρτησης που παρέχει την απαραίτητη πληροφορία για τις κατανομές συναρτήσε του SNR, του κυκλικού προθέματος και του αριθμού των συμβόλων δεν ήταν δυνατή από τη στιγμή που είναι εξαιρετικά δύσκολη η θεωρητική προσέγγιση της κατανομής της μέγιστης τιμής του μετρικού κατά τη διάρκεια των επαναληπτικών ανιχνεύσεων. Συνεπώς εξετάστηκε η επίδραση κάθε παραμέτρου ξεχωριστά και εξήχθησαν εμπειρικές σχέσεις που επιτρέπουν μεμονωμένα ή συνδυαστικά την προσέγγιση των δυο πρώτων ροπών της κατανομής.

Σε πρώτη φάση μέσω του αποτελέσματος της σχέσης (7.110) εκφράζονται οι δυο πρώτες ροπές του ανιχνευτή απλής δοκιμής σαν συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγου  $\rho$  (εκφρασμένος γραμμικά).

$$E(T) = -LN_g \frac{2\rho^2}{2\rho + 1}$$

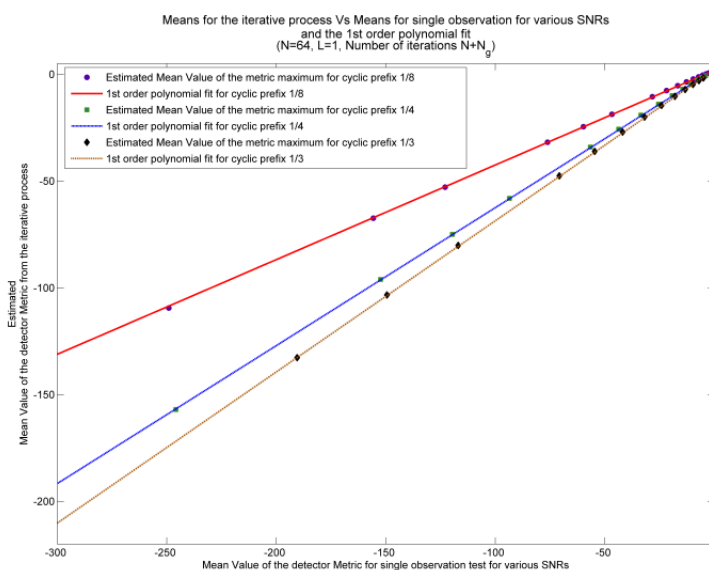
$$\text{var}(T) = LN_g \frac{2\rho^2(2\rho^2 + 2\rho + 1)}{(2\rho + 1)^2} \tag{7.127}$$

Η σύνδεση της μέσης τιμής και της διασποράς της τυχαίας μεταβλητής που μοντελοποιεί τη συμπεριφορά του μεγίστου του μετρικού κατά την εφαρμογή του μηχανισμού ανίχνευσης, γίνεται εξετάζοντας τη σχέση τους με τις αντίστοιχες τιμές μέσης τιμής και διασποράς που υπολογίζονται μέσω της σχέσης (7.127) και αφορούν τον ανιχνευτή απλής δοκιμής. Μετά από μεγάλο αριθμό εξομοιώσεων για το σύστημα που ενδιαφέρει μπορεί να επιτευχθεί ικανοποιητική προσέγγιση

των τιμών αυτών. Για το παράδειγμα συστήματος που προδιαγράφεται στον πίνακα 7.9, η σχέση μεταξύ των ροπών των ανιχνευτών διαδοχικών δοκιμών και απλής δοκιμής παρουσιάζονται στο σχήμα 7.21.

**Πίνακας 7.9:** Παράμετροι των συστημάτων για τα παραδείγματα των Σχ. 7.21 και 7.22:

Αριθμός subcarriers για το OFDM σύστημα:	64
Μέγεθος Cyclic Prefix:	8(1/8), 16(1/4) 20(1/3)
Συμμετέχοντα OFDM σύμβολα (L):	1
Κανάλι:	AWGN
Σήμα Πρωτεύοντος Δικτύου:	Κανονικό μοντέλο
SNR:	2 dB ( $\rho=1.585$ )
Ισχύς $\sigma_s^2$ :	$\rho/(1 + \rho)$



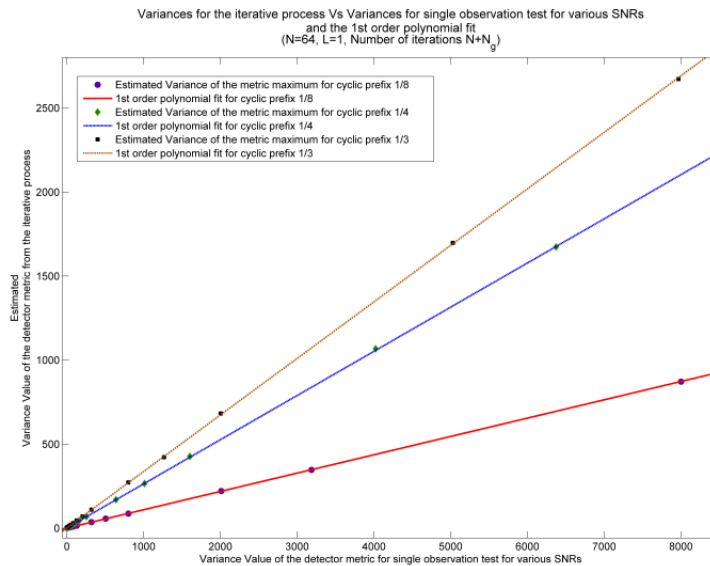
**Σχήμα 7.21:** Διάγραμμα μέσης τιμής του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τη μέση τιμή του αντίστοιχου μετρικού απλής δοκιμής για τις προδιαγραφές του πίνακα 7.9 και διάφορα SNR

**Πίνακας 7.10:** Παραδείγματα πολωνύμων 1<sup>ου</sup> βαθμού όπως εκτιμήθηκαν για  $N = 64$ ,  $L=1$  και συνδέουν τα μεγέθη  $\mu$  με  $\hat{\mu}$  και  $\sigma^2$  με  $\hat{\sigma}^2$

$R$	$a_\mu$	$\beta_\mu$	$a_\sigma$	$\beta_\sigma$
0.125	0.4441	1.975	0.1089	0.6288
0.25	0.6461	2.236	0.2634	0.8898
0.31	0.7078	2.368	0.3361	1.194

Επαναλαμβάνεται σε αυτό το σημείο ότι η προκύπτουσα γραμμική προσέγγιση μεταξύ των ροπών δεν ισχύει σε όλο το πεδίο τιμών σηματοθορυβικού λόγου αλλά στη ζώνη που κυρίως ο ανιχνευτής είναι λειτουργικός. Συγκεκριμένα όπως είναι κατανοητό σε απλές περιπτώσεις ο ανιχνευτής με χρήση του κυκλικού προθέματος δεν είναι ιδιαίτερα αποδοτικός καθώς η πληροφορία που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την λήψη της απόφασης είναι μικρή. Π.χ. στο σχήμα 7.21 για το παράδειγμα που παρουσιάστηκε η ζώνη στην οποία ο ανιχνευτής έχει νόημα να λειτουργεί περιορίζεται στις θετικές τιμές SNR για κυκλικό πρόθεμα 1/8 και έως -3 dB για κυκλικό πρόθεμα 1/3. Για μεγαλύτερες τιμές πρακτικά η πιθανότητα ανίχνευσης γίνεται πολύ μικρή. Αν παρόλα αυτά είναι επιθυμητό να υπάρχει εμπειρική γνώση της συμπεριφοράς του ανιχνευτή και σε αυτό το πεδίο τιμών τότε δεν ενδείκνυται η χρήση της εμπειρικής γραμμικής σχέσης καθώς η απόκλιση





**Σχήμα 7.22:** Διάγραμμα διασποράς του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τη διασπορά του αντίστοιχου μετρικού απλής δοκιμής για τις προδιαγραφές του πίνακα 7.9 και διάφορα SNR

της σχέσης με την μετρούμενη και εκτιμώμενη τιμή γίνεται μεγάλη. Σε αυτή την περίπτωση είναι προτιμότερο να διατηρείται ένα δείγμα των τιμών που προκύπτουν από την εξομοίωση και η προσέγγιση να επιτυγχάνεται με παρεμβολή μεταξύ των διαθέσιμων τιμών.

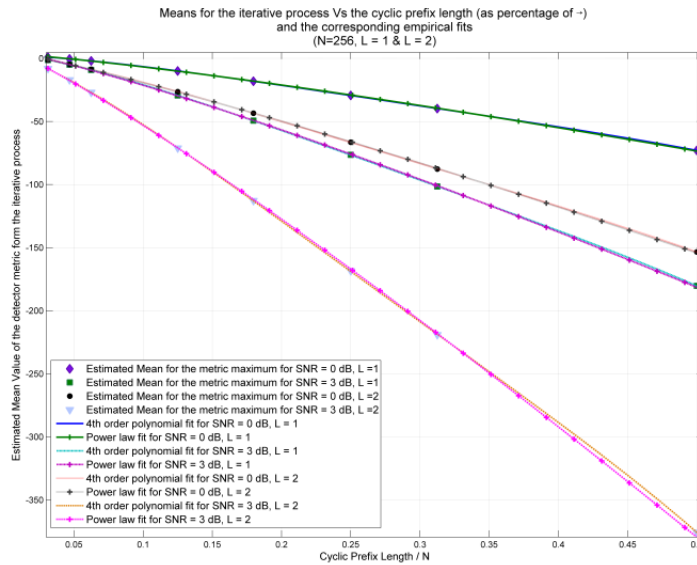
Στη συνέχεια εξετάζεται η επίδραση του μεγέθους του κυκλικού προθέματος. Η σχέση (7.127) δείχνει ότι υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ ροπών και κυκλικού προθέματος όσον αφορά την απλή δοκιμή. Δυστυχώς κάτι τέτοιο δεν παρατηρείται και στην κατανομή της μέγιστης τιμής του μετρικού. Αυτό οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στο γεγονός ότι το κυκλικό πρόθεμα αυξάνει/μειώνει αντίστοιχα τον αριθμό των επαναλήψεων. Στις εξομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν για να είναι διαθέσιμο μεγαλύτερο πεδίο δυνατών επιλογών όσον αφορά το κυκλικό πρόθεμα επιλέχθηκε μεγαλύτερος αριθμός υποφερόντων  $N = 256$ . Εδώ τονίζεται ότι όσες εμπειρικές σχέσεις παρουσιάζονται δεν περιορίζονται σε συγκεκριμένη τιμή  $N$  αλλά μπορούν να εξαχθούν επιτυχημένα ανάλογες σχέσεις σε οποιαδήποτε περίπτωση. Ο μοναδικός περιορισμός είναι η περιοχή λειτουργικότητας του ανιχνευτή. Στο σχήμα 7.23 παρουσιάζεται η μεταβολή των μέσων τιμών συναρτήσεων του κυκλικού προθέματος (από 3% έως 50% του μεγέθους του OFDM συμβόλου) για δεδομένο SNR = 0 και 3 dB. Μελετήθηκε η περίπτωση που χρησιμοποιείται πληροφορία από διάστημα σήματος που περιέχει ένα και δυο OFDM σύμβολα. Σημειώνεται ότι από τη στιγμή που εξετάζονται οι κατανομές με δεδομένο το  $\mathcal{H}_1$  δεν υφίστανται στην πραγματικότητα δυο OFDM σύμβολα καθώς η ζώνη καταλαμβάνεται από πρωτεύοντα χρήστη, αλλά χρησιμοποιείται ο όρος για να περιγράψει το χρονικό διάστημα για το οποίο συλλέγεται πληροφορία στο διάνυσμα παρατήρησης. Για την περίπτωση της σχέσης των ροπών με το κυκλικό πρόθεμα επιλέχθηκαν δυο συναρτήσεις προσέγγισης. Η μια πρόκειται για πολυωνυμική προσέγγιση με πολυώνυμο 4ης τάξης ενώ η δεύτερη πρόκειται για σχέση δύναμης. Πιο συγκεκριμένα: Στον Πίνακα 7.11, η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι ο

**Πίνακας 7.11:** Τύπος προσέγγισης της εξάρτησης των δυο πρώτων ροπών του μετρικού του Neyman-Pearson 3SS ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό συναρτήσεων του κυκλικού προθέματος

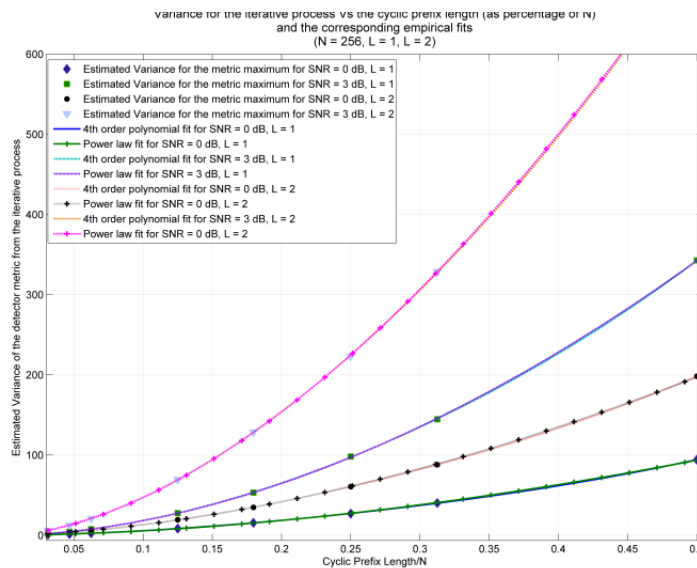
<b>Πολυώνυμο 4 τάξης:</b>	$y = \alpha_4 x^4 + \alpha_3 x^3 + \alpha_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha_0$
<b>Συνάρτηση Δύναμης:</b>	$y = \delta_1 x^\epsilon + \delta_0$

λόγος του μήκους του κυκλικού προθέματος με το  $N$  (ουσιαστικά το ποσοστό επί του συνολικού

συμβόλου), ενώ η εξαρτημένη είναι η προς προσέγγιση μέση τιμή  $\hat{\mu}$  ή η διασπορά  $\hat{\sigma}^2$  καθώς τα ταιριάσματα είναι κατάλληλα και για τις δυο ροπές.



**Σχήμα 7.23:** Διάγραμμα μέσης τιμής του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με το μέγεθος του κυκλικού προθέματος για  $N = 256$ , διάφορα SNR και  $L = 1, 2$



**Σχήμα 7.24:** Διάγραμμα διασποράς του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με το μέγεθος του κυκλικού προθέματος για  $N = 256$ , διάφορα SNR και  $L = 1, 2$

Ο λόγος που προτείνονται δυο προσεγγίσεις οφείλεται στην ακρίβεια που είναι επιθυμητό να επιτύχουμε. Αν και δεν είναι σαφές από το σχήμα 7.23 καθώς οι δυο προσεγγίσεις φαίνεται να ταυτίζονται, η πολυωνυμική προσέγγιση επιτυγχάνει πολύ καλύτερη ακρίβεια στις χαμηλές τιμές κυκλικού προθέματος όπου υπάρχει και η μεγαλύτερη απαίτηση για ταύτιση της προσέγγισης με την πραγματικότητα. Από την άλλη, η πολυωνυμική προσέγγιση απαιτεί τον υπολογισμό πέντε παραμέτρων σε αντίθεση με την απλούστερη σχέση δύναμης που απαιτεί τρεις. Πάντως σε γενικές γραμμές και η προσέγγιση αυτή είναι ικανοποιητική. Πρέπει να σημειωθεί ότι η προσέγγιση με συνάρτηση δύναμης δεν μπορεί να υπολογιστεί για μήκη κυκλικού προθέματος και SNR όπου

η μέση τιμή της κατανομής προκύπτει θετική. Βέβαια σε αυτή την περίπτωση ο ανιχνευτής είναι πρακτικά μη λειτουργικός αφού υπάρχει σχεδόν απόλυτη επικάλυψη των κατανομών υπό συνθήκη  $\mathcal{H}_1$  και  $\mathcal{H}_2$ . Στον πίνακα 7.13, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσεγγίσεων για το συγκεκριμένο παράδειγμα.

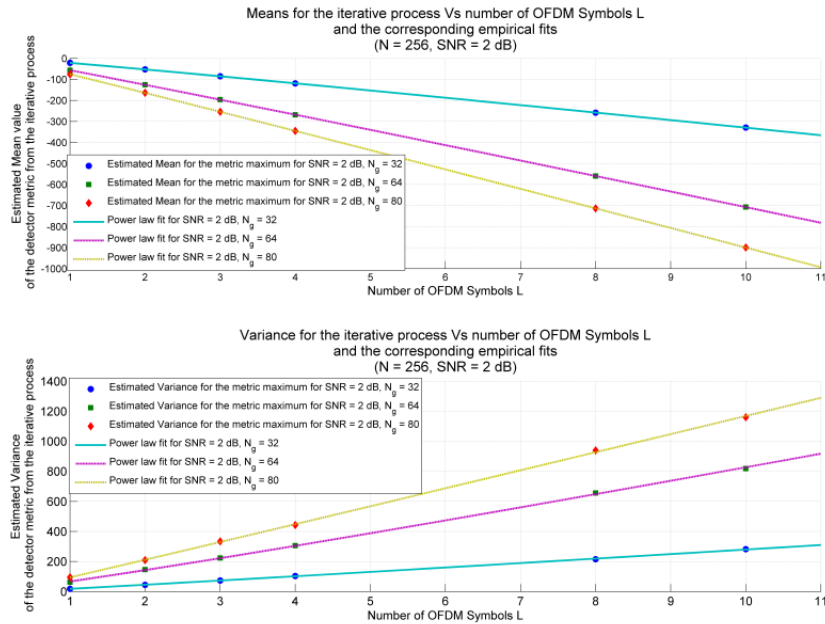
**Πίνακας 7.12:** Αποτελέσματα προσεγγίσεων της σχέσης μέσης τιμής και διασποράς του μετρικού του Neyman-Pearson 3SS ανιχνευτή με επανληπτικό μηχανισμό συναρτήσεως του κυκλικού προθέματος για σύστημα με  $N = 256$  για διάφορα SNR και  $L = 1, 2$

<b>L = 1, SNR = 0</b>		<b>Παράμετροι Πολυωνύμου:</b>					<b>Παράμετροι Συνάρτησης Δύναμης:</b>		
		$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\delta_0$	$\delta_1$	$\varepsilon$
$\hat{\mu}$		-973.4	1143	-518	-57.86	3.36	3.846	-182	1.234
$\hat{\sigma}^2$		772.1	-744.3	538.9	8.583	0.08351	0.1967	320.5	1.777
<b>L = 2, SNR = 0</b>		<b>Παράμετροι Πολυωνύμου:</b>					<b>Παράμετροι Συνάρτησης Δύναμης:</b>		
		$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\delta_0$	$\delta_1$	$\varepsilon$
$\hat{\mu}$		-1290	1533	-703.1	-188.2	5.464	5.733	-355.8	1.154
$\hat{\sigma}^2$		1137	-1229	1037	43.8	-0.3446	0.2674	638.5	1.697
<b>L = 1, SNR = 3</b>		<b>Παράμετροι Πολυωνύμου:</b>					<b>Παράμετροι Συνάρτησης Δύναμης:</b>		
		$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\delta_0$	$\delta_1$	$\varepsilon$
$\hat{\mu}$		-2030	2382	-1070	-178.5	5.52	6.352	-428.9	1.191
$\hat{\sigma}^2$		1652	-1870	862	15.62	-0.2223	-0.2342	1204	1.814
<b>L = 2, SNR = 3</b>		<b>Παράμετροι Πολυωνύμου:</b>					<b>Παράμετροι Συνάρτησης Δύναμης:</b>		
		$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\alpha_4$	$\delta_0$	$\delta_1$	$\varepsilon$
$\hat{\mu}$		-4135	4626	-1900	-456.6	7.876	8.267	-858.1	1.146
$\hat{\sigma}^2$		3351	-4150	3890	142.6	-2.239	-0.6714	2372	1.697

Από τη μορφή της σχέσης (7.127) κάποιος μπορεί να υποθέσει πως η εξάρτηση κυκλικού προθέματος και αριθμού συμμετεχόντων συμβόλων μπορεί να ενοποιηθεί σε μια μεταβλητή. Όμως παρά το γεγονός ότι για παράδειγμα η κατανομή του ανιχνευτή απλής δοκιμής για  $L = 1$ ,  $N_g/N = 0.25$  ταυτίζεται με την αντίστοιχη για  $L = 2$ ,  $N_g/N = 0.125$  κάτι τέτοιο δυστυχώς δε συμβαίνει στην περίπτωση της μέγιστης τιμής του μετρικού για διαδοχικές ανιχνεύσεις. Αυτό οφείλεται στους εξής δυο λόγους. Πρώτον η αύξηση του  $L$  δεν προκαλεί αντίστοιχη αύξηση στον αριθμό των επαναλήψεων, σε αντίθεση με την αύξηση του  $N_g$  που προκαλεί μείωση των απαιτούμενων επαναλήψεων. Ο δεύτερος λόγος είναι το γεγονός ότι η ανανέωση των στοιχείων στο δiάνυσμα παρατήρησης γίνεται με διαφορετικό τρόπο. Π.χ. για  $L = 1$  σε κάθε επανάληψη δυο νέα δείγματα εισέρχονται στο δiάνυσμα παρατήρησης ενώ για  $L = 2$  εισέρχονται τέσσερα δείγματα. Έτσι παρότι το μέγεθος  $N_g L$  μπορεί να είναι σταθερό, τα διαδοχικά αποτελέσματα του μετρικού στη δεύτερη περίπτωση είναι λιγότερο συσχετισμένα με τις προηγούμενα υπολογισμένες τιμές και η πιθανότητα για μεγαλύτερο μέγιστο στο τέλος της διαδικασίας αυξάνει. Και τα δυο αίτια λοιπόν δίνουν πλεονέκτημα στις επιδόσεις του  $L = 1$ ,  $N_g/N = 0.25$  ανιχνευτή σε σχέση με τον ανιχνευτή  $L = 2$ ,  $N_g/N = 0.125$ . Παρόλα αυτά οι επιδόσεις και η συμπεριφορά των δυο ανιχνευτών παρουσιάζουν αρκετά μεγάλες ομοιότητες. Δυστυχώς όμως δεν είναι αρκετά όμοιες ώστε να γίνει δυνατή η ενοποίηση της διαδικασίας. Στη συνέχεια γίνεται εξαγωγή της εμπειρικής σχέσης των δυο ροπών της κατανομής του μεγίστου σε συνάρτηση του  $L$ .

Στο σχήμα 7.25 εικονίζεται η μεταβολή της μέσης τιμής και της διασποράς της κατανομής συναρτήσεως του  $L$  όπως προσδιορίστηκε από τις εξομοιώσεις, καθώς και η προσέγγιση της σχέσης τους με μια συνάρτηση δύναμης. Η σχέση είναι σχεδόν γραμμική αλλά για να μειωθεί το σφάλμα προσέγγισης επιλέχθηκε η συνάρτηση δύναμης.

Είναι προφανές πως η συγκεκριμένη συνάρτηση προσέγγισης έχει νόημα για τις διακριτές



**Σχήμα 7.25:** Διάγραμμα α) μέσης τιμής και β) διασποράς του μετρικού του Neyman-Pearson ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό σε σχέση με τον αριθμό συμμετεχόντων OFDM συμβόλων για  $N = 256$  και  $SNR = 2dB$  και μήκη κυκλικού προθέματος

τιμές του  $L$  από τη φύση του ανιχνευτή. Οι σχέσεις αυτές επιβεβαιώθηκαν για ανιχνευτή που χρησιμοποιεί μέχρι και 12 OFDM σύμβολα.

Το γεγονός ότι αναπτύχθηκαν τρεις εμπειρικές σχέσεις για κάθε μεταβλητή από την οποία εξαρτάται η μέση τιμή και η διασπορά της κατανομής της μέγιστης τιμής του μετρικού για τον μηχανισμό διαδοχικής ανίχνευσης, δεν είναι ιδιαίτερα πρακτική λύση ώστε να χρησιμοποιούνται ως έχει από το CR τερματικό. Αυτό γιατί η διαδοχική χρήση εμπειρικών σχέσεων για την προσέγγιση των δυο ροπών προκαλεί αύξηση του σφάλματος εκτίμησης. Από την άλλη δεδομένης της διακριτής φύσης της μεταβλητής  $L$  είναι δυνατό να αποφευχθεί η χρήση των συγκεκριμένων συναρτήσεων προσέγγισης και απλά να διατηρούνται στην μνήμη του τερματικού οι συναρτήσεις εξάρτησης των ροπών σε σχέση με το μέγεθος του κυκλικού προθέματος για τις διάφορες τιμές του  $L$ . Γνωρίζοντας αυτές τις σχέσεις εξάρτησης για δυο τουλάχιστον τιμές SNR μπορούμε στη συνέχεια να υπολογίσουμε τη γραμμική σχέση. Έτσι τελικά μπορούν να προσεγγιστούν οι δυο πρώτες ροπές της κατανομής του μηχανισμού διαδοχικής ανίχνευσης για κάθε SNR και μέγεθος κυκλικού προθέματος. Αν επίσης υπάρχουν διακριτές στάθμες επιλογής/λειτουργίας για το μήκος του κυκλικού προθέματος μπορούμε να παρακάμψουμε και τις προσεγγιστικές σχέσεις του

**Πίνακας 7.13:** Συναρτήσεις προσέγγισης των ροπών του μετρικού του Neyman-Pearson 3SS ανιχνευτή με επαναληπτικό μηχανισμό συναρτήσει του αριθμού  $L$  και αποτελέσματα ταιριάσματος για τα σενάρια του σχήματος 7.25

Συναρτήσεις προσέγγισης:		$\hat{\mu} = \zeta_{0,\hat{\mu}} + \zeta_{1,\hat{\mu}}L^{u_{\hat{\mu}}}$				
		$\hat{\sigma}^2 = \zeta_{0,\hat{\sigma}} + \zeta_{1,\hat{\sigma}}L^{u_{\hat{\sigma}}}$				
SNR = 2 dB	$\zeta_{0,\hat{\mu}}$	$\zeta_{1,\hat{\mu}}$	$u_{\hat{\mu}}$	$\zeta_{0,\hat{\sigma}}$	$\zeta_{1,\hat{\sigma}}$	$u_{\hat{\sigma}}$
$N = 256$						
$N_g = 32$	7.247	-28.39	1.074	-6.744	25.03	1.058
$N_g = 64$	9.421	-65.82	1.037	-13.07	75.95	1.042
$N_g = 80$	9.909	-85.28	1.028	-20.39	114.8	1.015

κυκλικού προθέματος με παρόμοιο τρόπο.

Αφού προσδιοριστούν οι δυο κεντρικές ροπές, η προσέγγιση της τελικής κατανομής γίνεται μέσω της διαφοράς δυο συναρτήσεων Γάμμα τυχαίων μεταβλητών όπως και στην αντίστοιχη περίπτωση του ανιχνευτή με χρήση συμβόλου συγχρονισμού (παρ. 7.6.3). Στην περίπτωση αυτή και για να υπάρχει σύνδεση με τις κατανομές του ανιχνευτή απλής δοκιμής (σχέση 7.110) θεωρείται ότι οι δυο κατανομές Γάμμα έχουν ίση την πρώτη παράμετρο, ενώ και η δεύτερη διατηρεί την ίδια σχέση μεταξύ των κατανομών σε εξάρτηση με την νέα εκτίμηση σηματοθορυβικού λόγου που προκύπτει.

$$\left. \begin{aligned} \hat{\rho} &= \frac{\mp\sqrt{\hat{\sigma}^4 - \hat{\mu}^2 - \hat{\mu} - \hat{\sigma}^2}}{2\hat{\mu}} \\ \hat{M} &= -\frac{\hat{\mu}(1+2\hat{\rho})}{2\hat{\rho}^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} t_1^{(\max)} &\sim \mathcal{G}(\hat{M}, \hat{\rho}) \\ t_2^{(\max)} &\sim \mathcal{G}(\hat{M}, \frac{\hat{\rho}}{1+2\hat{\rho}}) \end{aligned} \quad (7.128)$$

Στην περίπτωση που δεν είναι δυνατή η εύρεση πραγματικών τιμών με τη συγκεκριμένη προσέγγιση (λόγω της ρίζας) μπορούμε να προσεγγίσουμε ικανοποιητικά την κατανομή αφήνοντας ως πρώτη παράμετρο για τις δυο κατανομές το  $N_g L$  και στην συνέχεια να χρησιμοποιήσουμε τη μέση τιμή και τη διασπορά για την προσέγγιση των δεύτερων παραμέτρων των δυο κατανομών. Τέλος η προσέγγιση μπορεί να γίνει επιτυχημένα απλά με μια κανονική κατανομή για τα προσεγγισθέντα  $\hat{\mu}$  και  $\hat{\sigma}^2$  στην περίπτωση που ο αριθμός φερόντων  $N$  είναι αρκετά μεγάλος (πχ 256). Σε αυτή την περίπτωση η αύξηση του αριθμού των φερόντων που ισοδυναμεί με αύξηση των βαθμών ελευθερίας των κατανομών αποκαθιστά την συμμετρία στην μορφή της κατανομής σε σχέση με την μέση της τιμή κάνοντας την κανονική κατανομή αξιοπρεπέστατη επιλογή.

Σε αντίθεση με την περίπτωση του ανιχνευτή που βασίζεται στο Neyman-Pearson θεώρημα, οι κατανομές του ανιχνευτή συσχετίσεων και ενέργειας του αθροίσματος για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  δεν εξαρτώνται από τον σηματοθορυβικό λόγο αλλά από την λαμβανόμενη ισχύ σήματος. Δεδομένου όμως ότι οι επιδόσεις του ανιχνευτή δεν επηρεάζονται στην πραγματικότητα από την λαμβανόμενη ισχύ μπορούμε να θεωρήσουμε την ισχύ κανονικοποιημένη στην μονάδα χωρίς καμία επίπτωση. Το συμπέρασμα κατά συνέπεια είναι ότι σε αυτή την περίπτωση εξάρτηση των κατανομών υπάρχει μόνο με το μέγεθος του κυκλικού προθέματος και τον αριθμό των συμμετεχόντων συμβόλων.

Σε αυτό το σημείο και για λόγους συντομίας δεν θα επαναληφθεί η διαδικασία προσέγγισης των κατανομών καθώς έχει περιγραφεί αναλυτικά για την περίπτωση του ανιχνευτή Neyman-Pearson. Απλά αναφέρονται τα βήματα που ακολουθούνται και συνοψίζουν συνολικά τη διαδικασία σχεδιασμού οποιουδήποτε ανιχνευτή 3SS με χρήση του κυκλικού προθέματος:

1. Πραγματοποιείται εκτεταμένη εξομοίωση της λειτουργίας των ανιχνευτών για την εξαγωγή των κατά το δυνατό ακριβέστερων προσεγγίσεων της μέσης τιμής και της διασποράς της κατανομής του μετρικού στο μηχανισμό διαδοχικής ανίχνευσης για διάφορα σενάρια, συναρτήσει του SNR, του μεγέθους του κυκλικού προθέματος και του αριθμού των συμμετεχόντων συμβόλων.
2. Προσεγγίζεται η συνάρτηση των δυο ροπών σε σχέση με το μέγεθος του κυκλικού προθέματος είτε με χρήση πολυωνύμου 4<sup>ης</sup> τάξης είτε με συνάρτηση δύναμης.
3. Προσεγγίζεται (αν κρίνεται απαραίτητο) η συνάρτηση προσέγγισης σε σχέση με τον αριθμό των συμμετεχόντων συμβόλων. Διαφορετικά απλά επαναλαμβάνεται το 2<sup>ο</sup> βήμα για διάφορες τιμές  $L$ .
4. Οι τελικές κατανομές του μετρικού προκύπτουν στη συνέχεια με βάση τις εκτιμημένες τιμές των δυο πρώτων ροπών.
  - a. Στην περίπτωση του ανιχνευτή με συνέλιξη των όμοιων τμημάτων, επιλέγεται για μια ακόμη φορά η διαφορά δυο Γάμμα τυχαίων μεταβλητών. Σύμφωνα με την σχέση (7.119),

για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  η κατανομή του ανιχνευτή απλής δοκιμής προκύπτει ως διαφορά δυο όμοιων γάμμα μεταβλητών. Αυτό δεν υφίσταται στη συγκεκριμένη περίπτωση καθώς η μέση τιμή κατά τη χρήση της επαναληπτικής διαδικασίας προκύπτει μεγαλύτερη του μηδενός. Η προσέγγιση που προτιμάται είναι αυτή κατά την οποία οι δυο κατανομές έχουν ίση την πρώτη παράμετρο της κατανομής ( $= LN_g$ ) ενώ οι εκτιμήσεις των ροπών χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των δεύτερων παραμέτρων των μεταβλητών  $t_1$  και  $t_2$ . Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε κατανομές με μοναδιαίες τις δεύτερες παραμέτρους των κατανομών και να προσδιοριστούν οι πρώτες μέσω των εκτιμήσεων. Και σε αυτή την περίπτωση οι κατανομές που προσδιορίζονται προσεγγίζουν ικανοποιητικότερα τη στοχαστική συμπεριφορά του μετρικού. Αν όμως θεωρηθούν μικρές τιμές κυκλικού προθέματος η δεύτερη μέθοδος παρουσιάζει αποκλίσεις και αστοχίες.

- b. Στην περίπτωση του ανιχνευτή ενέργειας του αθροίσματος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων, η κατανομή που χρησιμοποιείται για την προσέγγιση είναι μια απλή Γάμμα κατανομή, οι δυο παράμετροι τις οποίας προσδιορίζονται μέσω των εκτιμήσεων της μέσης τιμής και της διασποράς. Και σε αυτή την περίπτωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί η διαφορά/άθροισμα δυο Γάμμα μεταβλητών (με ίση πρώτη παράμετρο) χωρίς όμως η βελτίωση της προσέγγισης να δικαιολογεί την επιπλέον πολυπλοκότητα που εισάγεται σε αυτή την περίπτωση.
5. Όπως θα φανεί και κατά την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, ο ανιχνευτής ενέργειας του αθροίσματος αποδίδει πολύ χειρότερα από τους άλλους ανιχνευτές και παρότι απλός δεν συνιστάται για χρήση.
  6. Όσο μικρότερο είναι το κυκλικό πρόθεμα, το  $N$  και ο σηματοθορυβικός λόγος, τόσο πιο έντονα εμφανίζεται κατά τη χρήση του μηχανισμού επαναληπτικής ανίχνευσης το φαινόμενο της απόκλισης από την κατανομή της απλής δοκιμής και στον υπολογισμό του μετρικού για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$ . Παρόλα αυτά η θεωρητική τιμή πιθανότητας ορθής ανίχνευσης που προκύπτει από τη χρήση των κατανομών απλής δοκιμής μπορεί να λογίζεται ως ένα κάτω όριο απόδοσης του ανιχνευτή, καθώς η οποιαδήποτε απόκλιση του μετρικού από την κατανομή απλής δοκιμής ευνοεί την ορθή έκβαση της απόφασης.
  7. Αφού προσδιοριστούν οι κατανομές του μετρικού, υπολογίζονται από τις συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας (CDF), οι οποίες και γενικά προσδιορίζονται με αριθμητική ολοκλήρωση, πρώτα από όλα το κατώφλι απόφασης εκείνο που επιτυγχάνει το επιθυμητό επίπεδο πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης  $P_{FA}$  δεδομένου του  $\mathcal{H}_1$  και στη συνέχεια υπολογίζεται η αναμενόμενη πιθανότητα ορθής ανίχνευσης  $P_D$  για το συγκεκριμένο κατώφλι με δεδομένο το  $\mathcal{H}_2$ . Σε αυτό το σημείο έχει ολοκληρωθεί ο σχεδιασμός του ανιχνευτή.

## 7.10 Η επίδραση της ολίσθησης συχνότητας

Σε όλη την διαδικασία περιγραφής του ανιχνευτή τριών καταστάσεων επιλέχθηκε συνειδητά να αγνοηθεί η επίδραση που μπορεί να έχουν στη λειτουργία και στις επιδόσεις του πιθανά φαινόμενα ολίσθησης συχνότητας στο λαμβανόμενο σήμα, όταν αυτό προέρχεται από CR σύστημα (ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$ ). Αυτό έγινε γιατί η απουσία ολίσθησης συχνότητας (είτε λόγω σφαλμάτων των ταλαντωτών είτε λόγω μιας κυρίαρχης συνιστώσας ολίσθησης Doppler) βοηθά στην περιγραφή του ανιχνευτή, στην κατανόηση των αρχών λειτουργίας του και στην εξαγωγή αναλυτικών σχέσεων περιγραφής της στοχαστικής συμπεριφοράς του μετρικού. Σε καμία περίπτωση όμως δεν μπορεί να αγνοηθεί η επίδραση της ολίσθησης συχνότητας ή να θεωρηθεί απίθανη η εμφάνιση

της. Είναι σαφές ότι σε ένα OFDM σύστημα, όπως το CR που μελετάται, η ολίσθηση συχνότητας μπορεί να προκαλέσει μεγάλη επιδείνωση της λειτουργίας του και κατά συνέπεια να αλλοιώσει καταστρεπτικά τη συμπεριφορά του 3SS ανιχνευτή. Είναι επίσης σαφές ότι ολισθήσεις συχνότητας αναμένονται να εμφανιστούν. Εξάλλου η παρουσία του συμβόλου συγχρονισμού οφείλεται στην ανάγκη εύρεσης μεθόδων αντιμετώπισης αυτών των φαινομένων. Στο σημείο αυτό μελετάται η επίδραση της ολίσθησης συχνότητας στη λειτουργία του και προτείνεται μέθοδος αντιμετώπισης της για την λειτουργία του 3SS ανιχνευτή.

Σε πρώτη φάση επικεντρωνόμαστε στον ανιχνευτή με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού. Η ολίσθηση συχνότητας μπορεί να έχει ένα αρκετά μεγάλο εύρος τιμών. Μάλιστα μια βασική προδιαγραφή των αλγορίθμων συγχρονισμού που αναφέρεται είναι το εύρος τιμών ολίσθησης συχνότητας που μπορούν να ανιχνευθούν από τον εκάστοτε αλγόριθμο. Για παράδειγμα ο αλγόριθμος Shi-Serpedin [142] μπορεί να ανιχνεύσει και εκτιμήσει ολισθήσεις συχνότητας  $|\varepsilon| < 2$  (δυσφορές η απόσταση μεταξύ φερόντων), ενώ ο κλασικός αλγόριθμος Schmidl-Cox [80] λειτουργεί για  $|\varepsilon| < 1$  μέσω του πρώτου συμβόλου συγχρονισμού, ενώ στο [143] προτείνονται περαιτέρω μέθοδοι αύξησης του εύρους. Η κάλυψη εκτεταμένου εύρους τιμών είναι κρίσιμη προδιαγραφή για την αποδιαμόρφωση του σήματος. Στην περίπτωση του αλγορίθμου 3SS δεν ενδιαφέρει ιδιαίτερα η ολίσθηση συχνότητας κατά ακέραιες τιμές σε σχέση με τη διαφοροντική φασματική απόσταση για αποστάσεις μεγαλύτερες του εύρους τιμών λειτουργίας του συγχρονιστή.

Το OFDM σήμα περιγράφεται με τη σχέση (7.1). Ενσωματώνεται η ολίσθηση συχνότητας και ο θόρυβος (θεωρείται ότι η επίδραση του επίπεδου καναλιού έχει συμπεριληφθεί στην ισχύ του σήματος πληροφορίας):

$$y(n) = e^{2\pi j \frac{n\varepsilon}{N} + \varphi} s_{cr}(n) + w(n) \quad (7.129)$$

Η ολίσθηση συχνότητας  $\varepsilon$  από τον τρόπο που εισάγεται εκφράζει την ολίσθηση συχνότητας ως προς τη φασματική απόσταση μεταξύ των φερόντων του OFDM συμβόλου. Αν ο αλγόριθμος συγχρονισμού αποτελείται από  $L$  όμοια τμήματα τότε ο αλγόριθμος καλύπτει εύρος ολισθήσεων  $|\varepsilon| < L/2$ . Η περαιτέρω ολίσθηση μπορεί να διορθωθεί με 2ο σύμβολο συγχρονισμού. Εκφράζεται η ολίσθηση με την εξής σχέση:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= z + \varepsilon' \\ |\varepsilon'| &< L/2, \quad z \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (7.130)$$

δηλαδή ως άθροισμα ενός ακέραιου όρου και ενός κλασματικού που μπορεί να αντιμετωπιστεί από το σύμβολο συγχρονισμού. Για τον 3SS ανιχνευτή η ακέραια επιπλέον ολίσθηση δεν έχει κάποια ιδιαίτερη επίπτωση. Ο 3SS ανιχνευτής την αντιλαμβάνεται ως απώλεια ισχύος (και κατά συνέπεια μείωση του SNR) καθώς ένας αριθμός  $z$  υποφερόντων που ανήκουν στη ζώνη ενδιαφέροντος αγνοούνται από τον δέκτη. Παράλληλα εισάγεται και μικρή συσχέτιση μεταξύ των δειγμάτων του OFDM σήματος ως συνέπεια της έλλειψης ολοκληρωμένου συνόλου  $N$  φερόντων. Για ρεαλιστικές τιμές  $z$  όμως η συσχέτιση και η μείωση του σηματοθορυβικού λόγου δεν επηρεάζουν δραστικά τις συνθήκες ανίχνευσης και κατά συνέπεια δεν μεταβάλλουν τις αρχές λειτουργίας του ανιχνευτή. Μπορούμε λοιπόν να τις αγνοήσουμε και από εδώ και στο εξής να θεωρηθεί ότι  $|\varepsilon| < L/2$ .

Οι τιμές ολίσθησης σε αυτό το πεδίο τιμών μπορούν να αλλοιώσουν σημαντικότερα τις επιδόσεις και τη λειτουργικότητα του ανιχνευτή.

### 7.10.1 Ανιχνευτής GLRT με χρήση συμβόλου συγχρονισμού

Εξετάζεται το ενδεχόμενο ύπαρξης CR κυματομορφής  $\mathcal{H}_2$  ενώ θεωρείται ότι στο διάλυμα παρατήρησης του ανιχνευτή είναι τοποθετημένο ολόκληρο το σύμβολο συγχρονισμού. Σε αυτό το ση-

μείο αγνοούνται πιθανές εναλλαγές προσήμων όπως ορίζονται από τον αλγόριθμο συγχρονισμού ως αδιάφορες για τον αλγόριθμο 3SS. Κατά συνέπεια η διανυσματική έκφραση του διανύσματος παρατήρησης με μετασχηματισμό της σχέσης (7.5) μέσω της (7.129) γίνεται:

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{s} + \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{L-1} \end{bmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_0 \\ \mathbf{s}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{s}_{L-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_0 \\ \mathbf{w}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{w}_{L-1} \end{bmatrix} \quad (7.131)$$

όπου τα διανύσματα ορίζονται στη σχέση (7.5) και ο πίνακας  $\mathbf{B}$  εκφράζει την ολίσθηση συχνότητας και ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{B} = e^{j\varphi} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{2\pi j \frac{\varepsilon}{N}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{2\pi j \frac{\varepsilon(N-1)}{N}} \end{bmatrix} \quad (7.132)$$

$$[\mathbf{B}]_{n,n} = e^{j\left(\frac{2\pi n\varepsilon}{N} + \varphi\right)}$$

Ο πίνακας  $\mathbf{B}$  γράφεται ως διαγώνιος μπλοκ πίνακας, ενώ το διάνυσμα του σήματος πληροφορίας (σχ. 7.9) στην περίπτωση που περιλαμβάνεται ολόκληρο το σύμβολο συγχρονισμού γράφεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{L-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{\text{pre}} \\ \mathbf{s}_{\text{pre}} \\ \vdots \\ \mathbf{s}_{\text{pre}} \end{bmatrix} + \mathbf{w} \quad (7.133)$$

όπου

$$\mathbf{B}_i = e^{j\varphi} e^{2\pi j \frac{i\varepsilon}{L}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{2\pi j \frac{\varepsilon}{N}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{2\pi j \frac{(M-1)\varepsilon}{N}} \end{bmatrix} \quad (7.134)$$

Για να διαφανεί η επίδραση της ολίσθησης συχνότητας στην λειτουργία του 3SS εξετάζεται ποια είναι η συμπεριφορά του μετρικού του ανιχνευτή με την παρουσία συχνοτικής ολίσθησης. Συγκεκριμένα για τον Neyman-Pearson ανιχνευτή:

$$T = \mathbf{y}^H \mathbf{D} \mathbf{y} = q \left( \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0^H & \mathbf{y}_1^H & \dots & \mathbf{y}_{L-1}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c\mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_1 + \dots + \mathbf{y}_{L-1} \\ \mathbf{y}_0 - c\mathbf{y}_1 + \dots + \mathbf{y}_{L-1} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_1 + \dots - c\mathbf{y}_{L-1} \end{bmatrix} \right) = \quad (7.135)$$

$$= q \left( -c \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_l + \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\substack{i=0 \\ l \neq i}}^{L-1} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_i \right)$$

όπου γίνεται χρήση των σχέσεων της (7.19) και πραγματοποιούνται οι αλγεβρικές πράξεις. Η ολίσθηση συχνότητας δεν έχει καμία απολύτως επίδραση στον θόρυβο καθώς δεν αλλοιώνει τα στοχαστικά χαρακτηριστικά του. Η κυκλική συμμετρία της κανονικής μιγαδικής μεταβλητής έχει ως συνέπεια ομοιόμορφη κατανομή φάσης. Κατά συνέπεια ο πολλαπλασιασμός με την ολίσθηση



φάσης και με δεδομένη την περιοδικότητα του μιγαδικού εκθετικού όρου Euler, η ομοιομορφία φάσης παραμένει και η κατανομή του θορύβου παραμένει αμετάβλητη.

Για να εξεταστεί η επίδραση της ολίσθησης στο σήμα πληροφορίας στη σχέση (7.135) θεωρείται άπειρο SNR δηλαδή το διάνυσμα του θορύβου θεωρείται μηδενικό. Για να γίνει βέβαια αυτό αγνοείται ο πολλαπλασιαστής  $q$  (ο οποίος απειρίζεται για άπειρο SNR). Έτσι:

$$T = -c \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{s}_{\text{pre}}^H \mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_l \mathbf{s}_{\text{pre}} + \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\substack{i=0 \\ l \neq i}}^{L-1} \mathbf{s}_{\text{pre}}^H \mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_i \mathbf{s}_{\text{pre}} \quad (7.136)$$

Από τον ορισμό της (7.134) έχουμε:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_l &= \mathbf{I}_M \\ \mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_i &= e^{2\pi j \frac{i-l}{L} \varepsilon} \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (7.137)$$

Ο πρώτος προσθετέος της σχέσης (7.136) είναι κατά συνέπεια και σύμφωνα με την (7.11) ίσος με:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= -c \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{s}_{\text{pre}}^H \mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_l \mathbf{s}_{\text{pre}} = -cLM\sigma_s^2 \\ & (= -(L-1)LM\sigma_s^2, \text{ για } \sigma_w^2 = 0) \end{aligned} \quad (7.138)$$

Ο δεύτερος προσθετέος δίνεται από:

$$\tau_2 = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\substack{i=0 \\ l \neq i}}^{L-1} \mathbf{s}_{\text{pre}}^H \mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_i \mathbf{s}_{\text{pre}} = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\substack{i=0 \\ l \neq i}}^{L-1} e^{2\pi j \frac{i-l}{L} \varepsilon} M\sigma_s^2 \quad (7.139)$$

Ως τώρα στην ανάλυση που προηγήθηκε θεωρήθηκε ότι τα επιμέρους επαναλαμβανόμενα τμήματα  $L$  και η ενέργεια τους αθροίζονται συμφασικά στον ανιχνευτή μεγιστοποιώντας το μετρικό. Οντως για  $\varepsilon = 0$  προκύπτει ότι  $\tau_2 = (L-1)LM\sigma_s^2$  και τελικά  $T = 0$  (που συμπίπτει με τη μέση τιμή του μετρικού για  $\mathcal{H}_2$ ). Σε κάθε όμως άλλη περίπτωση όπου  $\varepsilon \neq 0$  η άθροιση δεν πραγματοποιείται συμφασικά με αποτέλεσμα το  $T$  να λαμβάνει αρνητικές τιμές ωθώντας ουσιαστικά την μέση τιμή και συνολικά την κατανομή του μετρικού  $\mathcal{H}_2$  (σχέσεις 7.48,7.49) πλησιέστερα στην κατανομή του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_1$  επιδεινώνοντας τις επιδόσεις του ανιχνευτή και υπό ακραίες συνθήκες καθιστά τη διαδικασία αξιόπιστης απόφασης αδύνατη. Για παράδειγμα αν θεωρηθεί χρήση του αλγόριθμου Shi-Serpedin ( $L = 4$ ), στις περιπτώσεις που υποθεθεί ότι  $\varepsilon = \pm 1, \pm 2$ , τότε το άθροισμα  $\tau_2$  φθάνει στην ελάχιστη τιμή του δηλαδή:

$$\tau_2 = M\sigma_s^2 \sum_{l=0}^{L-1} e^{2\pi j \frac{-l}{L} \varepsilon} \sum_{\substack{i=0 \\ l \neq i}}^{L-1} e^{2\pi j \frac{i}{L} \varepsilon} = -M\sigma_s^2 \sum_{l=0}^{L-1} e^{2\pi j \frac{-l}{L} \varepsilon} e^{2\pi j \frac{l}{L} \varepsilon} = -LM\sigma_s^2 \quad (7.140)$$

Είναι σαφές ότι σε αυτή την περίπτωση ο ανιχνευτής είναι απόλυτα μη λειτουργικός καθώς ο όρος εκείνος που οφείλει με μεγιστοποίηση του μετρικού να διαχωρίσει τις δυο περιπτώσεις, προκαλεί ακριβώς την αντίστροφη επίδραση.

Στη συνέχεια γίνεται προσπάθεια ενσωμάτωσης της συχνοτικής ολίσθησης στο λόγο πιθανοφάνειας που ορίζει το μετρικό ανίχνευσης. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με παρέμβαση στον πίνακα συμμεταβλητότητας του σήματος πληροφορίας όπως ορίστηκε στη σχέση (7.13). Συγκεκριμένα αν  $\beta = e^{-2\pi j \frac{\varepsilon}{L}}$  είναι εύκολο να αποδειχθεί πως ο πίνακας συμμεταβλητότητας του σήματος

πληροφορίας με ύπαρξη ολίσθησης συχνότητας εκφράζεται από τον πίνακα ([142]):

$$\mathbf{C}_{s,\varepsilon}^{\text{pre}} = \sigma_s^2 \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \beta & \dots & \beta^{L-1} \\ \beta^{-1} & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \beta^{-L+1} & \beta^{-L+2} & \dots & 1 \end{bmatrix}}_{L \text{ times}} \otimes \mathbf{I}_M \quad (7.141)$$

$$\mathbf{C}_{y,\varepsilon}^{\text{pre}} = \sigma_s^2 \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\sigma_w^2 + \sigma_s^2}{\sigma_s^2} & \beta & \dots & \beta^{L-1} \\ \beta^{-1} & \frac{\sigma_w^2 + \sigma_s^2}{\sigma_s^2} & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \beta^{-L+1} & \beta^{-L+2} & \dots & \frac{\sigma_w^2 + \sigma_s^2}{\sigma_s^2} \end{bmatrix}}_{L \text{ times}} \otimes \mathbf{I}_M$$

Η αντιστροφή μπορεί να υπολογιστεί αλγεβρικά και τότε ο πίνακας του λόγου πιθανοφάνειας που ορίζει την τετραγωνική μορφή που οδηγεί στο μετρικό δίνεται από:

$$\mathbf{D}_\varepsilon = q \underbrace{\begin{bmatrix} -c & \beta & \dots & \beta^{L-1} \\ \beta^{-1} & -c & & 1 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \beta^{-L+1} & \beta^{-L+2} & \dots & -c \end{bmatrix}}_{L \text{ times}} \otimes \mathbf{I}_M \quad (7.142)$$

Είναι σαφές ότι από τη στιγμή που η ολίσθηση συχνότητας είναι άγνωστη στο CR τερματικό δεν έχει νόημα η συνέχεια στην ανάπτυξη του λόγου πιθανοφάνειας ώστε να οδηγηθούμε στην αναλυτική εξαγωγή μιας κατανομής παρότι κάτι τέτοιο μπορεί να πραγματοποιηθεί. Παρατηρείται ότι ο πίνακας  $\mathbf{D}_\varepsilon$  μπορεί να γραφτεί και υπό τη μορφή:

$$\mathbf{D}_\varepsilon = \left( \mathbf{\Phi}^H \mathbf{D}_L \mathbf{\Phi} \right) \otimes \mathbf{I}_M = \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta^{-1} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \beta^{-L+1} \end{bmatrix} \mathbf{D}_L \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \beta^{L-1} \end{bmatrix} \right) \otimes \mathbf{I}_M \quad (7.143)$$

Αν θεωρηθεί γνωστή η ολίσθηση συχνότητας λοιπόν, σύμφωνα με τη σχέση (7.143), ο ανιχνευτής μπορεί να λειτουργήσει όπως ακριβώς περιγράφεται στην παράγραφο 7.2 με χρήση του μετασχηματισμού:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{\Phi} \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{y} \quad (7.144)$$

Δεδομένου ότι κατά την παραπάνω ανάλυση αγνοήθηκε η περίπτωση αλλαγής προσήμων κατά τις επαναλήψεις των  $M$  δειγμάτων του συμβόλου συγχρονισμού, είναι δυνατό σε αυτή την φάση να ενσωματωθεί και αυτό το ενδεχόμενο ορίζοντας έναν συνολικό μετασχηματισμό.

$$\mathbf{x} = (\mathbf{\Phi} \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{y}^+ = (\mathbf{\Phi} \otimes \mathbf{I}_M) (\mathbf{A} \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{y} = (\mathbf{\Phi} \mathbf{A} \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{y} \quad (7.145)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η ιδιότητα μεικτού γινομένου ([147]) που συνδέει το γινόμενο Kronecker με τα αλγεβρικά γινόμενα. Εισάγοντας λοιπόν έναν τέτοιο μετασχηματισμό στο πρώτο στάδιο του ανιχνευτή είναι δυνατή η κανονική λειτουργία του. Σημειώνεται ότι με βάση την υπόθεση ότι κατά το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  το πρωτεύον σήμα θεωρείται κανονική, πολυδιάστατη, τυχαία μεταβλητή, η στροφή φάσης που πραγματοποιείται κατά τον μετασχηματισμό δεν αλλοιώνει τα στοχαστικά χαρακτηριστικά του. Μάλιστα δεδομένου ότι η προσέγγιση του πρωτεύοντος σήματος ως κανονική

μεταβλητή αποτελεί απλά μια υπόθεση, ο μετασχηματισμός με την πρόκληση στροφής φάσης σε συνδυασμό με τις αλλαγές πρόσημων βοηθά ώστε αν η αρχική συμπεριφορά του πρωτεύοντος σήματος αποκλίνει σημαντικά από την κανονική κατανομή, το διάνυσμα  $\mathbf{x}/\mathcal{H}_1$  να δικαιολογεί επαρκώς την γκαουσιανή προσέγγιση. Οι τυχαίες για το πρωτεύον σήμα αλλαγές πρόσημων και στροφές φάσης προκαλούν σε μεγάλο βαθμό αποσυσχέτιση των δειγμάτων του με αποτέλεσμα να χάνει ιδιαίτερα στατιστικά στοιχεία του και να αποκτά συμπεριφορά κανονικής μεταβλητής. Οπότε ο μετασχηματισμός αυτός όχι απλά αντιμετωπίζει την ολίσθηση συχνότητας αλλά εξασφαλίζει σε μεγάλο βαθμό την ορθότητα της γκαουσιανής προσέγγισης για τον χαρακτηρισμό του πρωτεύοντος σήματος.

Φυσικά το πρόβλημα παραμένει καθώς παρά την εύρεση τρόπου αντιμετώπισης του προβλήματος, η τιμή της συχνοτικής ολίσθησης παραμένει άγνωστη. Όπως και στην περίπτωση της κλασσικής φασματικής ανίχνευσης ερχόμαστε αντιμέτωποι με το πρόβλημα σχεδιασμού ενός ανιχνευτή ενώ μια βασική παράμετρος που καθορίζει τη λειτουργία του είναι άγνωστη. Συνθέεται έτσι ένα σύνθετο πρόβλημα δοκιμών υπόθεσης (Composite Hypothesis Testing-[81]), το οποίο έχουμε δυνατότητα να αντιμετωπίσουμε με δυο τρόπους.

Ο πρώτος τρόπος είναι η Μπαγιεσιανή προσέγγιση ([132]) η οποία θεωρεί την ολίσθηση συχνότητας τυχαία μεταβλητή αλλά προϋποθέτει ότι είναι γνωστή η κατανομή της. Έτσι ο λόγος πιθανοφάνειας μετασχηματίζεται στην εξής μορφή:

$$\frac{f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_2)}{f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1)} = \frac{\int f(\mathbf{y}/\varepsilon, \mathcal{H}_2) f(\varepsilon) d\varepsilon}{f(\mathbf{y}/\mathcal{H}_1)} \quad (7.146)$$

Στην σχέση (7.146) έχει αγνοηθεί η επίδραση της ολίσθησης στον παρονομαστή κατά το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  ως αδιάφορη για τον ανιχνευτή αφού δεν αλλοιώνει τα στοχαστικά χαρακτηριστικά του πρωτεύοντος σήματος. Το πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση είναι διδιάστατο. Πρώτα από όλα στο πιθανότερο σενάριο δεν έχουμε εικόνα σχετικά με την κατανομή που ακολουθεί η παράμετρος ολίσθησης, αλλά ακόμη και αν τελικά γίνει κάποια υπόθεση, ακόμη και σε απλές περιπτώσεις το ολοκλήρωμα είναι πιθανό να μην είναι δυνατό να λυθεί. Για παράδειγμα θεωρείται η απλή περίπτωση όπου  $L = 2$  και η κατανομή της συχνότητας ολίσθησης είναι ομοιόμορφη στο διάστημα  $[-1, 1]$ . Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (7.141), (7.140) και (7.136) μπορούμε να καταλήξουμε στο ότι ισχύει:

$$f(\mathbf{y}/\varepsilon, \mathcal{H}_2) = \frac{e^{\left(-\frac{(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)}{\sigma_w^2(\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)}(\mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_1) + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2(\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)}\left(e^{-\frac{2j\pi\varepsilon}{L}} \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1 + e^{\frac{2j\pi\varepsilon}{L}} \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_0\right)\right)}}{\pi^{2M} \left((\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2 - \sigma_s^2\right)^M} = \frac{e^{\left(-\frac{(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)}{\sigma_w^2(\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)}(\mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_1) + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2(\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)}\left(2 \cos\left(\frac{2\pi\varepsilon}{L}\right) \text{Re}[\mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1] + 2 \sin\left(\frac{2\pi\varepsilon}{L}\right) \text{Im}[\mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1]\right)\right)}}{\pi^{2M} \left((\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2 - \sigma_s^2\right)^M} \quad (7.147)$$

Το ολοκλήρωμα για τον αριθμητή του λόγου πιθανοφάνειας για ομοιόμορφη κατανομή ολίσθησης δίνεται από:

$$\frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} f(\mathbf{y}/\varepsilon, \mathcal{H}_2) d\varepsilon \quad (7.148)$$

Η προσπάθεια αναλυτικής επίλυσης του ολοκληρώματος δεν οδηγεί σε κάποιο αποτέλεσμα και τουλάχιστον με τις προσπάθειες και την αναζήτηση στη βιβλιογραφία δεν καταφέραμε να παρουσιάσουμε αναλυτική λύση. Το ίδιο συμβαίνει αν θεωρηθεί κανονική κατανομή για την περιγραφή της ολίσθησης φάσης. Αυτό ουσιαστικά σημαίνει πως ο λόγος πιθανοφάνειας αποκτά μια μορφή

που δεν είναι καθόλου πρακτική όσον αφορά το σχεδιασμό του ανιχνευτή. Ενδεχομένως να είναι δυνατή η ανάπτυξη μιας προσέγγισης. Παρόλα αυτά η Μπαγιασιανή μέθοδος αν και μαθηματικά άρτια έχει συγκεκριμένες αδυναμίες. Κατά την ανάλυση του συστήματος θεωρείται πως η ολίσθηση συχνότητας παραμένει σταθερή για ένα διάστημα δοκιμών, πράγμα το οποίο δεν λαμβάνεται υπόψη. Επίσης αν πχ θεωρηθεί ομοιόμορφη κατανομή γίνεται αποδεκτό ότι ουσιαστικά δεν υπάρχει καμία πληροφορία για την ολίσθηση φάσης και λαμβάνεται το χειρότερο δυνατό σενάριο. Αν και με αυτό τον τρόπο ο ανιχνευτής είναι ανεξάρτητος της ολίσθησης, η απόδοση του είναι συνεχώς μέτρια ακόμη και σε ιδανικές συνθήκες καθώς οι επιδόσεις του ρυθμίζονται με βάση τις χειρότερες δυνατές θεωρήσεις.

Η δεύτερη, απλούστερη και υπό προϋποθέσεις αποδοτικότερη μέθοδος αντιμετώπισης της άγνωστης παραμέτρου της συχνοτικής ολίσθησης είναι και σε αυτή την περίπτωση η τεχνική του Γενικευμένου λόγου πιθανοφάνειας (GLRT-[81]). Όπως έχει ήδη αναφερθεί σε αυτή την περίπτωση, η άγνωστη παράμετρος αντικαθίσταται στο λόγο πιθανοφάνειας από την τιμή που αποτελεί την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας (ML - maximum likelihood) για τη συγκεκριμένη παράμετρο. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, πραγματοποιείται ο αρχικός μετασχηματισμός που προτάθηκε στην σχέση (7.145), όπου τη θέση του πίνακα  $\Phi$  έχει πάρει ο πίνακας  $\hat{\Phi}$  που περιέχει την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας  $\hat{\varepsilon}$  της ολίσθησης (ορίζοντας αντίστοιχα τη μιγαδική τιμή  $\hat{\beta}$ ), δηλαδή:

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\beta} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \hat{\beta}^{L-1} \end{bmatrix} \quad (7.149)$$

Προκύπτει κατά συνέπεια το ερώτημα, πώς προσδιορίζεται η εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας για την παράμετρο  $\varepsilon$  από το διαθέσιμο διάνυσμα παρατήρησης. Αναζητείται δηλαδή η τιμή εκείνη για την οποία:

$$\hat{\varepsilon} = \arg \max_{\varepsilon} (f(\mathbf{y}/\varepsilon, \mathcal{H}_2)) \quad (7.150)$$

Η αναζήτηση της τιμής του μεγίστου δεν είναι ιδιαίτερα εύκολη στις περισσότερες περιπτώσεις και εξαρτάται από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο συγχρονισμού. Όμως εδώ προκύπτει και το βασικό πλεονέκτημα. Από τη στιγμή που ο αλγόριθμος 3SS στηρίζεται σε έναν αλγόριθμο συγχρονισμού που έχει αντικειμενικό σκοπό την εκτίμηση και της παραμέτρου  $\varepsilon$  μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους εκτιμητές που ορίζονται από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο συγχρονισμού. Οι εκτιμητές αυτοί κατά κανόνα αποτελούν προσπάθεια (μέσω απλοποιήσεων κυρίως) προσέγγισης της ML εκτίμησης και σε κάθε περίπτωση είναι κατάλληλες για τη χρήση τους στον γενικευμένο λόγο πιθανοφάνειας.

Για παράδειγμα σε αυτό το σημείο θεωρούμε τον αλγόριθμο Shi-Serpedin. Με βάση το συγκεκριμένο παράδειγμα μπορούν να σχηματιστούν οι GLRT 3SS ανιχνευτές για οποιονδήποτε αλγόριθμο συγχρονισμού της δομής που περιγράφηκε με τα επαναλαμβανόμενα τμήματα. Για τον

συγκεκριμένο αλγόριθμο ισχύει  $L = 4$ , ενώ το διάνυσμα προσήμων έχει τη μορφή  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

Σύμφωνα με το ([142]) η εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας γίνεται μέσω του τύπου:

$$\hat{\varepsilon}_{n_0} = \frac{2}{\pi} \arg(P_1(n_0)) \quad (7.151)$$

όπου  $n_0$  είναι το δείγμα αναφοράς για το διάνυσμα παρατήρησης τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή

(7.5) ενώ το μέγεθος  $P_1(n_0)$  ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} P_1(n_0) &= \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3 = \\ &= (\mathbf{y}_0^+)^H \mathbf{y}_1^+ + (\mathbf{y}_1^+)^H \mathbf{y}_2^+ + (\mathbf{y}_2^+)^H \mathbf{y}_3^+ \end{aligned} \quad (7.152)$$

με τα υποδιανύσματα ορισμένα όπως στις σχέσεις (7.5) και (7.10). Το θετικό στη συγκεκριμένη περίπτωση (πράγμα που συμβαίνει και στις περισσότερες αν όχι σε όλες τις περιπτώσεις παρόμοιων αλγορίθμων συγχρονισμού) είναι ότι το μέγεθος  $P_1(n_0)$  υπολογίζεται ούτως ή άλλως κατά τη διαδικασία υλοποίησης του αλγορίθμου 3SS. Η εξέταση της μορφής του πίνακα  $\mathbf{D}$  όπως παρουσιάστηκε στη σχέση (7.135) κάνει άμεσα φανερό πως τα συγκεκριμένα εσωτερικά γινόμενα έπρεπε ούτως ή άλλως να υπολογιστούν. Η μόνη επιπλέον υπολογιστική διαδικασία που πρέπει να συμπεριληφθεί είναι η εξαγωγή της φάσης του μεγέθους.

Στο σχήμα 7.3, παρουσιάστηκε σχηματική υλοποίηση του 3SS Neyman-Pearson αλγόριθμου που βασίζεται στη χρήση των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων ώστε να είναι δυνατός ο έλεγχος των επιμέρους κατανομών. Στο σχήμα 7.26 παρουσιάζεται ο αλγόριθμος βασισμένος αποκλειστικά στη μορφή του πίνακα  $\mathbf{D}$ , στον οποίο έχει ενσωματωθεί η διαδικασία προσδιορισμού του  $\hat{\varepsilon}$  καθώς και ο μετασχηματισμός ισοστάθμισης του μέσω του πίνακα  $\hat{\Phi}$ .

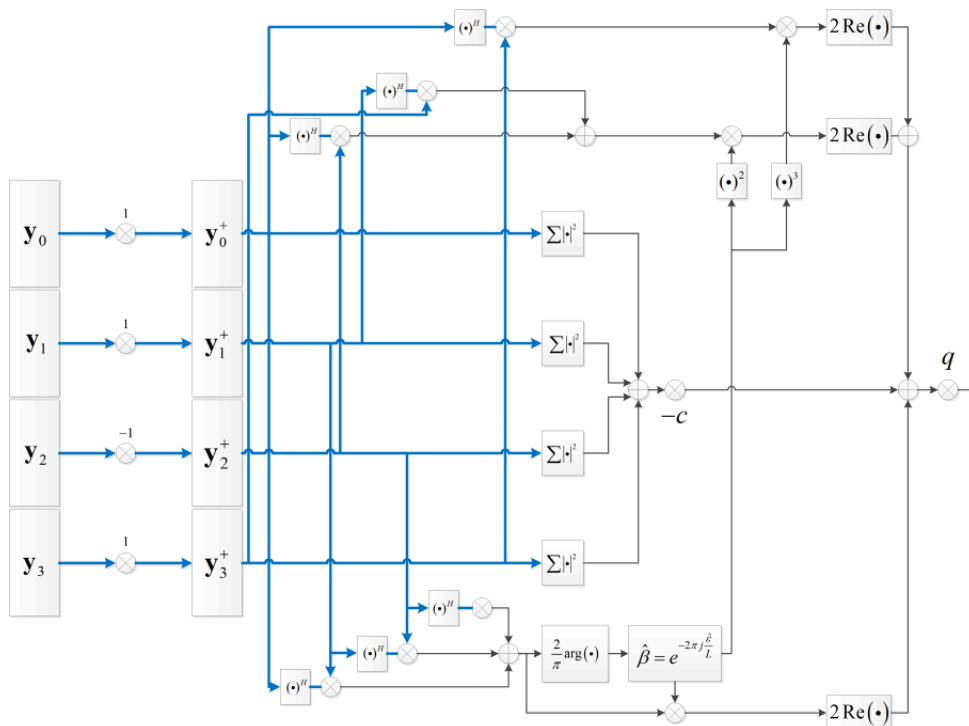
Στο λογικό διάγραμμα λειτουργίας του GLRT - Neyman Pearson ανιχνευτή (ο όρος Neyman-Pearson χρησιμοποιείται για την λογική σύνδεση με τον αρχικό ανιχνευτή, αλλά διευκρινίζεται πως ο ανιχνευτής δεν είναι πλέον βέλτιστος λόγω της GLRT διαδικασίας) που παρουσιάζεται στο σχήμα 7.26 έχουν αναπαρασταθεί με μπλε, εντονότερα βέλη οι συνδέσεις/πράξεις που αφορούν διανυσματικά μεγέθη, ενώ με λεπτά μαύρα βέλη οι αντίστοιχες διαδικασίες για βαθμωτά μεγέθη. Επίσης το σύμβολο του γινομένου μεταξύ διανυσματικών μεγεθών αντιπροσωπεύει το εσωτερικό γινόμενο. Στη διαδικασία αρχικά πραγματοποιείται η αντιστροφή του προτύπου προσήμων που χρησιμοποιείται από τον αλγόριθμο συγχρονισμού, αλλά παρότι αλγεβρικά πιο εύκολο δεν πραγματοποιείται ταυτόχρονα ο μετασχηματισμός με τον πίνακα  $\hat{\Phi}$  έτσι ώστε να μην επαναληφθούν πράξεις που απαιτούνται και για την εκτίμηση του  $\hat{\varepsilon}$  και για τον υπολογισμό του μετρικού.

Στη συνέχεια πραγματοποιούνται οι συσχετίσεις μεταξύ των υποδιανυσμάτων. Παρατηρείται στο σχήμα ότι απομονώνονται τα εσωτερικά γινόμενα της μορφής  $\mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1}$ , αφού αυτά όπως ορίζεται στη σχέση (7.152) χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας. Αφού πραγματοποιηθεί η εκτίμηση και υπολογιστεί ο συντελεστής  $\hat{\beta}$ , υψώνεται στην κατάλληλη δύναμη και πολλαπλασιάζεται με τις εξόδους των εσωτερικών γινομένων όπως προβλέπεται. Σημειώνεται εδώ ότι υπολογίστηκαν οι συσχετίσεις των υποδιανυσμάτων της μορφής  $\mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+u}$  για  $u > i$ . Αυτό έγινε γιατί εφόσον οι συσχετίσεις εμφανίζονται σε συζυγή μιγαδικά ζεύγη χρησιμοποιήθηκε η σχέση  $\beta^u \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+u} + \beta^{-u} \mathbf{y}_{i+u}^H \mathbf{y}_i = 2 \operatorname{Re}(\beta^u \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+u})$ . Ξεχωριστά αντιμετωπίστηκαν οι όροι ενέργειας που αντιστοιχούν στη διαγώνιο του πίνακα  $\mathbf{D}$  και απλά πολλαπλασιάζεται με την προϋπολογισμένη σταθερά  $c$ . Στην έξοδο του σχήματος έχει υπολογιστεί το μετρικό για τη συγκεκριμένη μέθοδο.

Η ίδια ακριβώς διαδικασία ακολουθείται και για τους υπόλοιπους ανιχνευτές με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού. Σε όλες τις περιπτώσεις πραγματοποιείται αρχικά εκτίμηση του συντελεστή  $\hat{\beta}$  και πραγματοποιείται ο μετασχηματισμός που ορίζεται μαθηματικά από τον πίνακα  $\hat{\Phi}$  υλοποιημένος με τον τρόπο που εξασφαλίζει το μικρότερο υπολογιστικό κόστος.

### 7.10.2 Ανιχνευτής GLRT με χρήση κυκλικού προθέματος

Στην περίπτωση του ανιχνευτή με χρήση κυκλικού προθέματος η διαδικασία που ακολουθείται για την σύνθεση του GLRT ανιχνευτή παραμένει η ίδια. Δηλαδή πραγματοποιείται μια διαδικασία εκτίμησης της συχνοτικής ολίσθησης, γίνεται μετασχηματισμός που την ακυρώνει και στη συνέ-



**Σχήμα 7.26:** Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του GLRT Neyman-Pearson αλγόριθμου 3SS, με χρήση αλγορίθμου συγχρονισμού Shi-Serpedin ( $L = 4$ )

χαια ο ανιχνευτής λειτουργεί με την υπόθεση ότι δεν υπάρχει ολίσθηση συχνότητας, ακριβώς όπως σχεδιάστηκε αρχικά.

Η πρώτη αλλαγή που παρατηρείται είναι η μεταβολή του ορισμού του πίνακα  $\mathbf{B}$  που εκφράζει την ολίσθηση συχνότητας επί του εισερχόμενου σήματος. Αυτό οφείλεται στη διακοπτόμενη φύση του διανύσματος παρατήρησης για τον συγκεκριμένο ανιχνευτή καθώς δεν περιλαμβάνονται όλα τα δείγματα των συμβόλων που συμμετέχουν στην ανίχνευση αλλά αυτά μόνο που κατά την ευθυγράμμιση των λαμβανόμενων OFDM συμβόλων στο ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  περιλαμβάνουν τα επαναλαμβανόμενα στο κυκλικό πρόθεμα δείγματα. Σύμφωνα λοιπόν με τον ορισμό του διανύσματος παρατήρησης ο πίνακας  $\mathbf{B}$  σε αυτή την περίπτωση θα έχει τη μορφή:

$$\mathbf{B}^{(\text{cp})} = e^{j\varphi} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0^{(\text{cp})} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_1^{(\text{cp})} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{2L-1}^{(\text{cp})} \end{bmatrix} \quad (7.153)$$

$$\mathbf{B}_{2i}^{(\text{cp})} = \text{diag}\{e^{2\pi j \frac{\varepsilon(n+iN_s)}{N}}\}$$

$$\mathbf{B}_{2i+1}^{(\text{cp})} = \text{diag}\{e^{2\pi j \frac{\varepsilon(n+N+iN_s)}{N}}\}$$

$$i = 0 \dots L - 1$$

όπου  $L$  είναι ο αριθμός των συμβόλων που συμμετέχουν στη λήψη της απόφασης. Αν εκφραστεί το μετρικό για το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  όταν υπάρχει ευθυγράμμιση των συμβόλων στο διάνυσμα παρατήρησης σε αναλογία με τη σχέση (7.135) και με χρήση του πίνακα πιθανοφάνειας που ορίζεται στη σχέση (7.102) προκύπτει ότι:

$$T_{(\text{cp})} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2 (\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)} \left( -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \sum_{i=0}^{2L-1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i + \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i}^H \mathbf{y}_{2i+1} + \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i+1}^H \mathbf{y}_{2i} \right) \quad (7.154)$$

Παρατηρείται ότι κατά τον υπολογισμό του μετρικού υπολογίζονται συσχετίσεις μόνο μεταξύ ζευγών υποδιανυσμάτων σε αντίθεση με τον ανιχνευτή με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού. Αντικαθιστώντας τους πίνακες  $\mathbf{B}_{2i}^{(cp)}$  και  $\mathbf{B}_{2i+1}^{(cp)}$  στη σχέση, μηδενίζοντας τον θόρυβο (και αγνοώντας τον πολλαπλασιαστή που απειρίζεται για άπειρο SNR) αυτή προκύπτει:

$$-\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \sum_{i=0}^{2L-1} \mathbf{s}_i^H \mathbf{s}_i + e^{2\pi j \varepsilon} \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{s}_{2i}^H \mathbf{s}_{2i+1} + e^{-2\pi j \varepsilon} \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{s}_{2i+1}^H \mathbf{s}_{2i} \quad (7.155)$$

Με βάση το αποτέλεσμα της (7.155) και ορίζοντας τον συντελεστή  $\beta$  αυτή τη φορά ως  $\beta = -2\pi j \varepsilon$  μπορεί να ξαναγραφεί ο πίνακας συμμεταβλητότητας για τον ανιχνευτή που βασίζεται στο κυκλικό πρόθεμα (7.99):

$$\mathbf{C}_y = \sigma_s^2 \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} & \beta \\ \beta^{-1} & \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} \end{bmatrix} & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \\ & & & \begin{bmatrix} \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} & \beta \\ \beta^{-1} & \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_s^2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_{Ng} \quad (7.156)$$

Λαμβάνοντας τον λόγο πιθανοφάνειας υπολογίζεται ο πίνακας πιθανοφάνειας που σε αυτή την περίπτωση συμπεριλαμβάνει την ολίσηση συχνότητας.

$$\mathbf{D}_\varepsilon = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2 (\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} & \beta \\ \beta^{-1} & -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \end{bmatrix} & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \\ & & & \begin{bmatrix} -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} & \beta \\ \beta^{-1} & -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_{Ng} \quad (7.157)$$

Με βάση τον νέο ορισμό του πίνακα  $\mathbf{D}_\varepsilon$  μπορεί να οριστεί ξανά ο πίνακας  $\Phi$ , ο οποίος έχει σε αυτή την περίπτωση την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{D}_\varepsilon = \left( \Phi^H \mathbf{D}_{(2L \times 2L)} \right) \otimes \mathbf{I}_{Ng},$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta^2 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 0 & \vdots \\ \vdots & & 0 & \beta^2 & \ddots \\ 0 & 0 & \dots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (7.158)$$

Ο ανιχνευτής GLRT υλοποιείται με την εκτίμηση της συχνότητας ολίσησης  $\hat{\varepsilon}$  και το σχηματισμό του πίνακα  $\hat{\Phi}$ , όπου οι συντελεστές  $\beta$  αντικαθίστανται με  $\hat{\beta} = e^{-2\pi j \hat{\varepsilon}}$ . Η μέθοδος με την οποία μπορεί να γίνει εκτίμηση της συχνότητας βασιζόμενοι στο κυκλικό πρόθεμα περιγράφεται στο [146], σύμφωνα με το οποίο η ML εκτίμηση δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \arg \left( \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i}^H \mathbf{y}_{2i+1} \right) \quad (7.159)$$

Στο [146] παρουσιάζεται η μέθοδος χρησιμοποιώντας ένα OFDM σύμβολο για τον προσδιορισμό της εκτίμησης. Η μέθοδος αυτή επεκτάθηκε συμπεριλαμβάνοντας πληροφορία από  $L - 1$

σύμβολα. Από τη στιγμή που η πληροφορία που περιέχεται σε διαφορετικά σύμβολα είναι ανεξάρτητη, τα δείγματα του σήματος για κάθε σύμβολο είναι επίσης ανεξάρτητα. Έτσι η λογαριθμημένη συνάρτηση πιθανοφάνειας η μεγιστοποίηση της οποίας παρέχει την εκτίμηση ολίσθησης μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\ln f(\mathbf{y}/\hat{\epsilon}, \mathcal{H}_2) = \ln f(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2/\hat{\epsilon}, \mathcal{H}_2) + \ln f(\mathbf{y}_3, \mathbf{y}_4/\hat{\epsilon}, \mathcal{H}_2) \dots \quad (7.160)$$

$$\dots + \ln f(\mathbf{y}_{2L-2}, \mathbf{y}_{2L-1}/\hat{\epsilon}, \mathcal{H}_2)$$

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι ισοδύναμο με τη θεώρηση ενός εκτεταμένου κατά  $L$  φορές εκτεταμένου κυκλικού προθέματος, δικαιολογώντας τη χρήση του εκτιμητή της σχέσης (7.159). Επιστρέφοντας στη σχέση (7.154) και κάνοντας τις αντικαταστάσεις που απαιτούνται από τη χρήση του μετασχηματισμού  $\hat{\Phi}$  προκύπτει ότι:

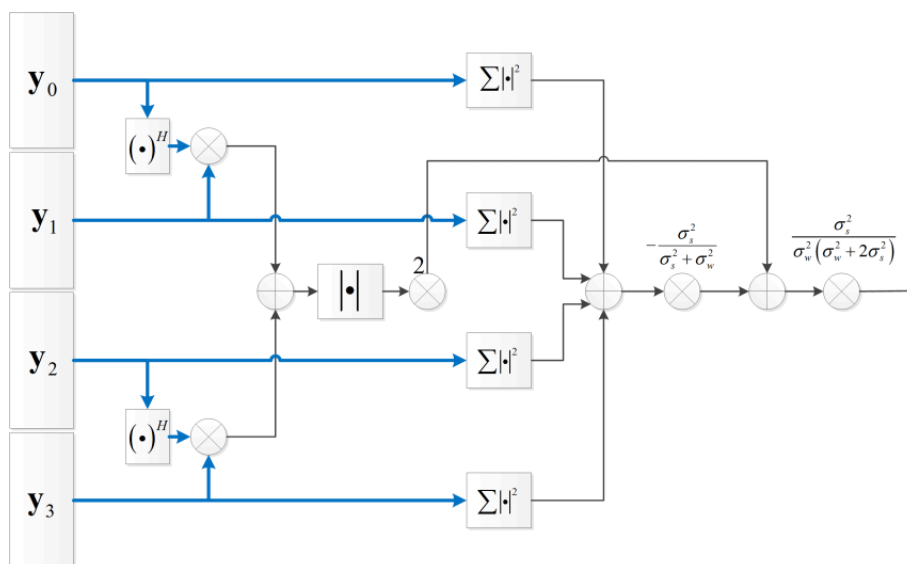
$$T_{(cp)} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2(\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)} \left( -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \sum_{i=0}^{2L-1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i + \hat{\beta} \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i}^H \mathbf{y}_{2i+1} + \hat{\beta}^{-1} \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i+1}^H \mathbf{y}_{2i} \right) \quad (7.161)$$

Δεδομένου όμως του εκτιμητή της (7.159), ισχύει ότι:

$$\sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i}^H \mathbf{y}_{2i+1} = \left| \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i}^H \mathbf{y}_{2i+1} \right| e^{2\pi j \hat{\epsilon}} = \left| \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i}^H \mathbf{y}_{2i+1} \right| \hat{\beta}^{-1} \quad (7.162)$$

Κατά συνέπεια η σχέση (7.161) παίρνει την τελική της μορφή:

$$T_{(cp)} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2(\sigma_w^2 + 2\sigma_s^2)} \left( -\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} \sum_{i=0}^{2L-1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i + 2 \left| \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i}^H \mathbf{y}_{2i+1} \right| \right) \quad (7.163)$$



**Σχήμα 7.27:** Διάγραμμα υπολογισμού του μετρικού του GLRT Neyman-Pearson αλγόριθμου 3SS, με χρήση του κυκλικού προθέματος ( $L = 2$ )

Στην τελική του μορφή για τον GLRT ανιχνευτή δεν απαιτείται καν ο υπολογισμός της ML εκτίμησης της ολίσθησης συχνότητας καθώς αντικαθίσταται από τον υπολογισμό του μέτρου των συσχετίσεων των υποδιανυσμάτων του διανύσματος παρατήρησης.

Μια σημαντική σημείωση που πρέπει να γίνει αφορά το εύρος τιμών ολίσθησης που μπορούν να προσδιοριστούν από τον ανιχνευτή με χρήση του κυκλικού προθέματος. Σύμφωνα με το [146],



ο εκτιμητής προσδιορίζει επιτυχώς την ολίσθηση συχνότητας όταν αυτή θεωρηθεί ότι είναι περιορισμένη στο εύρος  $|\varepsilon| < 0.5$ , δηλαδή αρκετά πιο περιορισμένο πεδίο τιμών σε σχέση με τους αντίστοιχους αλγορίθμους που βασίζονται στο σύμβολο συγχρονισμού. Από τη στιγμή που όμως πρακτικά δεν χρησιμοποιείται η εκτίμηση αυτή στην υλοποίηση του ανιχνευτή το πεδίο τιμών δεν επηρεάζει την λειτουργία του ανιχνευτή.

Με τις ανάλογες ενέργειες μπορούν να σχεδιαστούν οι GLRT εκδοχές και για τους υπόλοιπους ανιχνευτές που αναλύθηκαν στην παράγραφο προηγούμενα.

## 7.11 Χειρισμός των GLRT ανιχνευτών

Το βασικό πρόβλημα που προκύπτει με την χρήση της GLRT τεχνικής για το σχεδιασμό του ανιχνευτή είναι ο έλεγχος του, από τη στιγμή που η χρήση του εκτιμητή προκαλεί μεταβολές στη στοχαστική συμπεριφορά του μετρικού. Το πρόβλημα σε αυτό το σημείο είναι ο προσδιορισμός τεχνικών έτσι ώστε να είναι δυνατό το CR τερματικό να γνωρίζει τις προσδοκώμενες επιδόσεις του ανιχνευτή μετά από την επιλογή ενός κατωφλίου απόφασης.

Δυο είναι οι κύριοι λόγοι που αλλοιώνονται οι κατανομές του μετρικού κατά την GLRT ανίχνευση:

1. Ο εκτιμητής ολίσθησης συχνότητας σε καμία περίπτωση δεν είναι αλάνθαστος. Το σφάλμα εκτίμησης έχει ως αποτέλεσμα την παρουσία διαφορετικής παρεμβολής ICI η οποία μπορεί να εκφραστεί διαφορετικά ως σχετική επιδείνωση του σηματοθορυβικού λόγου. Κατά συνέπεια, ουσιαστικά ενώ ο ανιχνευτής έχει ρυθμιστεί και επιλεχθεί για συγκεκριμένο SNR, στην πράξη λειτουργεί σε ενισχυμένο επίπεδο θορύβου, με αποτέλεσμα τη διαφοροποίηση της συμπεριφοράς του μετρικού σε σχέση με το αναμενόμενο.
2. Το δεύτερο αίτιο που προκαλεί αλλοίωση της αναμενόμενης συμπεριφοράς του μετρικού, αφορά το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  και τη χρησιμοποίηση του εκτιμητή ενώ δεν υπάρχει αξιοποιήσιμο σήμα για την εξαγωγή της ζητούμενης πληροφορίας. Το δημιουργούμενο πρόβλημα μπορεί να παρουσιαστεί με ένα παράδειγμα. Στην παράγραφο 7.10.2, παρουσιάστηκε ο GLRT ανιχνευτής με ενσωμάτωση του εκτιμητή με χρήση κυκλικού προθέματος και είδαμε ότι το μετρικό δίνεται από τη σχέση (7.163). Στην περίπτωση που δεν χρησιμοποιηθεί ο GLRT εκτιμητής αλλά θεωρηθεί μηδενική ολίσθηση συχνότητας, το μετρικό έχει τιμή που δίνεται από την σχέση (7.161) για  $\hat{\beta} = 1$ . Η διαφορά που προκύπτει στην τιμή του μετρικού δίνεται από:

$$\Delta = 2 \left| \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i}^H \mathbf{y}_{2i+1} \right| - 2 \operatorname{Re} \left( \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{y}_{2i+1}^H \mathbf{y}_{2i} \right) \quad (7.164)$$

Παρόμοιες μορφές διαφορών προκύπτουν και για τους υπόλοιπους ανιχνευτές. Είναι σαφές ότι από τη στιγμή που το σφάλμα αυτό παίρνει πάντα θετικές τιμές, θα έχει ως αποτέλεσμα την μετατόπιση του μετρικού προς τα δεξιά (οι καμπύλες των κατανομών του μετρικού για τα δυο ενδεχόμενα πλησιάζουν). Το καθορισμένα κατώφλια με τις προηγούμενες μεθόδους δεν είναι σε αυτή την περίπτωση κατάλληλα για χρήση καθώς διαφέρει η επιτευχτήμη τιμή πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης. Η  $P_{FA}$  με χρήση των κατωφλίων αυτών προκύπτει αυξημένη και για αυτό κρίνεται απαραίτητη η εύρεση μιας μεθόδου ελέγχου των επιδόσεων του ανιχνευτή και επαναπροσδιορισμού των κατωφλίων.

Οι ακόλουθες παράγραφοι είναι αφιερωμένες στον προσδιορισμό μεθόδων ελέγχου της συμπεριφοράς και των επιδόσεων του GLRT ανιχνευτή, τόσο στην περίπτωση του 3SS ανιχνευτή με χρήση

συμβόλου συγχρονισμού, όσο και στην περίπτωση του ανιχνευτή με χρήση κυκλικού προθέματος. Μελετήθηκαν διάφοροι τρόποι αντιμετώπισης της εισαγόμενης αβεβαιότητας από την διαδικασία εκτίμησης. Όσον αφορά τον ανιχνευτή με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού, η ανάλυση που πραγματοποιείται βασίζεται στη χρήση του αλγορίθμου συγχρονισμού των Shi-Serpedin όπου  $L = 4$  και  $\mathbf{a} = [1 \ 1 \ -1 \ 1]^T$  αλλά η λογική πίσω από την εξαγωγή των αποτελεσμάτων είναι εφαρμόσιμη σε οποιαδήποτε εκδοχή αλγορίθμου συγχρονισμού που βασίζεται σε σύμβολο προοιμίου με επαναλαμβανόμενα τμήματα.

### 7.11.1 GLRT Ανιχνευτής με ένα preamble συγχρονισμού και ταυτόχρονη εκτίμηση

Γενικά οι μέθοδοι που μελετήθηκαν διακρίνουν δυο περιπτώσεις. Στη μια η εκτίμηση και η ανίχνευση πραγματοποιούνται ταυτόχρονα, χωρίς να υπάρχει περαιτέρω γνώση σε σχέση με την ολίσθηση συχνότητας, ενώ στη δεύτερη περίπτωση οι δυο διαδικασίες είναι αποσυσχετισμένες. Η κάθε περίπτωση πρέπει να μελετηθεί ξεχωριστά καθώς η εφαρμογή της κάθε μιας έχει διαφορετικές επιπτώσεις στη στοχαστική συμπεριφορά του μετρικού.

Σε πρώτη φάση θεωρείται ότι χρησιμοποιείται ένα σύμβολο συγχρονισμού, η μετάδοση του οποίου επαναλαμβάνεται σε μεγάλα χρονικά διαστήματα. Σε αυτό το σενάριο η μόνη επιλογή είναι η χρήση του ίδιου συμβόλου συγχρονισμού και για εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας και για ανίχνευση. Αυτή η περίπτωση είναι που μελετήθηκε ουσιαστικά στην παράγραφο 7.10 και παρουσιάστηκε στο σχήμα 7.26 και δεν υπάρχει δυνατότητα αποσυσχέτισης των δυο διαδικασιών.

#### 7.11.1.1 Neyman-Pearson Ανιχνευτής υπό το ενδεχόμενο $\mathcal{H}_1$

Επικεντρωνόμαστε αρχικά στο ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  όπου το πρόβλημα προκύπτει από την εφαρμογή του εκτιμητή ολίσθησης συχνότητας χωρίς την ύπαρξη συμβόλου συγχρονισμού ή CR-OFDM σήματος γενικά. Υπενθυμίζεται ότι η μέση τιμή του μετρικού για τον Neyman-Pearson ανιχνευτή υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  δίνεται από τη σχέση:

$$\mu = -\frac{N(L-1)\rho^2}{1+L\rho} \quad (7.165)$$

όπου  $\rho$  είναι η γραμμική τιμή SNR. Η εφαρμογή της GLRT τεχνικής στο διαθέσιμο διάνυσμα παρατήρησης έχει ως αποτέλεσμα, ξεκινώντας από τη σχέση (7.135), το μετρικό (για τον αλγόριθμο Shi-Serpedin) να δίνεται από:

$$T = q \left( \begin{array}{l} -c \sum_{l=0}^3 \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_l + 2 \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta} \sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} \right\} + \\ 2 \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^2 \sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2} \right\} + 2 \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right\} \end{array} \right) \quad (7.166)$$

όπου με  $a_l$  αναπαρίσταται το  $l$ -οστό στοιχείο του διανύσματος προσήμων  $\mathbf{a}$  του αλγορίθμου και  $\hat{\beta}$  είναι η εκτίμηση του πολλαπλασιαστή ολίσθησης όπως προέκυψε από την εφαρμογή του αλγορίθμου εκτίμησης. Μια παρατήρηση της σχέσης (7.166) και της σχέσης (7.152) που παρέχει το μέτρο του εκτιμητή ολίσθησης συχνότητας για το διάνυσμα παρατήρησης την στιγμή  $n_0$  οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

$$P_1(n_0) = \sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} \quad (7.167)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (7.151) και δεδομένου ότι ισχύει  $\hat{\beta} = e^{-2\pi j \frac{\epsilon}{L}}$  προκύπτει ότι:

$$\sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} = \hat{\beta}^{-1} \left| \sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} \right| \quad (7.168)$$

Συνεπώς το μετρικό του ανιχνευτή μετασχηματίζεται στην ακόλουθη μορφή:

$$T = q \left( \begin{array}{c} -c \sum_{l=0}^3 \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_l + 2 \left| \sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} \right| + \\ 2 \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^2 \sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2} \right\} + 2 \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right\} \end{array} \right) \quad (7.169)$$

Θεωρώντας μηδενική ολίσθηση συχνότητας ο όρος που αντικαθίσταται στο μετρικό μπορεί να προσεγγιστεί με την ακόλουθη κατανομή.

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} &\sim \mathcal{N} \left( 0, 3M (\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2 \right) \\ \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} \right\} &\sim \mathcal{N} \left( 0, \frac{3M (\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (7.170)$$

Η προσέγγιση αυτή γίνεται με εφαρμογή του κεντρικού οριακού θεωρήματος και είναι εξαιρετικά ακριβής εφόσον ο αριθμός των προστιθέμενων όρων  $3M$  είναι αρκετά μεγάλος. Οι όροι  $y_i^*(n) y_{i+1}(n)$  που προκύπτουν από την εφαρμογή των εσωτερικών γινομένων είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους λόγω της θεωρούμενης λευκής διαδικασίας υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  και έχουν μηδενική μέση τιμή και διασπορά ίση με  $(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2$  ως αποτέλεσμα της ανεξαρτησίας των  $y_i(n)$  και  $y_{i+1}(n)$ . Με δεδομένο ότι δεν υπάρχει κανένας λόγος διαφοροποίησης πραγματικού και φανταστικού μέρους προκύπτει το αποτέλεσμα της σχέσης (7.170) για το πραγματικό μέρος του  $P_1(n_0)$ .

Ουσιαστικά η εφαρμογή της εκτίμησης συχνότητας στο μετρικό σε σχέση με την αντίστοιχη τιμή του για μηδενική ολίσθηση συχνότητας έχει ως συνέπεια την αντικατάσταση μιας τυχαίας μεταβλητής με μηδενική μέση τιμή με μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Rayleigh ως πλάτος μιας κανονικής μιγαδικής τυχαίας μεταβλητής ([151]). Συνεπώς:

$$E \left( \left| \sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} \right| \right) = \frac{(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)}{2} \sqrt{3M\pi} \quad (7.171)$$

Αν συμβολιστεί με  $T_0$  η τιμή του μετρικού με μηδενική ολίσθηση συχνότητας (ή ισοδύναμα και καθώς μελετάται το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$ , η ιδανική τιμή του μετρικού χωρίς την εφαρμογή GLRT ανίχνευσης) και  $T_\epsilon$  η τιμή του μετρικού με εφαρμογή της διαδικασίας εκτίμησης, προκύπτει ότι ισχύει αν θεωρηθεί σε αυτή τη φάση ότι οι μέσες τιμές των δυο τελευταίων όρων παραμένουν μηδενικές:

$$\begin{aligned} E(T_\epsilon) &= E(T_0) + q (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \sqrt{3M\pi} = \\ &= E(T_0) + \frac{\rho(\rho+1)}{(1+L\rho)} \sqrt{3M\pi} = -\frac{N(L-1)\rho^2}{1+L\rho} + \frac{\rho(\rho+1)}{1+L\rho} \sqrt{3M\pi} \\ &= \frac{\sqrt{3M\pi}(\rho^2 + \rho) - N(L-1)\rho^2}{1+L\rho} \end{aligned} \quad (7.172)$$

όπου έγινε αντικατάσταση της τιμής  $q$  σύμφωνα με τη σχέση (7.19). Η σχέση (7.172) ποσοτικοποιεί την μετατόπιση προς τα δεξιά της κατανομής του μετρικού υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  όταν εφαρμοστεί ο GLRT αλγόριθμος ανίχνευσης. Το ερώτημα που προκύπτει τώρα αφορά τους δυο τελευταίους

όρους του αθροίσματος της σχέσης (7.169) και κατά πόσο αυτοί επηρεάζονται από τον πολλαπλασιαστή  $\hat{\beta}$ . Η απάντηση είναι αρνητική. Ο πολλαπλασιασμός των δυο αυτών όρων με κάποια δύναμη του  $\hat{\beta}$  δεν αλλοιώνει τα στοχαστικά χαρακτηριστικά τους. Παρότι στα επιμέρους γινόμενα που εμφανίζονται παρουσιάζονται συνεχώς οι ίδιοι όροι, το γεγονός ότι τα  $y_i(n)$ ,  $y_{i+1}(n)$ ,  $y_{i+2}(n)$  και  $y_{i+3}(n)$  είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, έχει ως αποτέλεσμα οι φάσεις των όρων  $\sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2}$  και  $\mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3$  να είναι ανεξάρτητες της φάσης του  $\sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1}$  και κατά συνέπεια ανεξάρτητες του πολλαπλασιαστή  $\hat{\beta}$ . Με ανάλογο συλλογισμό με προηγουμένως μπορούμε να προσεγγίσουμε τις επιμέρους κατανομές τους ως εξής (για επαρκώς μεγάλο  $M$ ):

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2} &\sim \mathcal{N}\left(0, 2M(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2\right) \\ \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 &\sim \mathcal{N}\left(0, M(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2\right) \end{aligned} \quad (7.173)$$

Ο πολλαπλασιασμός των παραπάνω κυκλικά συμμετρικών κανονικών μιγαδικών τυχαίων μεταβλητών με μια ανεξάρτητη φάση δεν θα έχει καμία απολύτως επίπτωση στα στοχαστικά χαρακτηριστικά τους.

Παρόλα αυτά οι δυο τυχαίες μεταβλητές της σχέσης (7.173) δεν είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστες όταν πολλαπλασιαστούν με το στοιχείο  $\hat{\beta}$ . Κατά συνέπεια ο υπολογισμός της κατανομής του αθροίσματος  $2q \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^2 \sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2} \right\} + 2q \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right\}$  που εμφανίζεται στη σχέση (7.169) δεν είναι ιδιαίτερα απλή διαδικασία. Για να γίνει κατανοητή η παρατήρηση αυτή εξετάζεται η ετεροσυσχέτιση των δυο προσθετέων. Συγκεκριμένα:

$$\begin{aligned} &\operatorname{cov} \left( 2q \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^2 \sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2} \right\}, 2q \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right\} \right) = \\ &qE \left( \left( -\hat{\beta}^2 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_2 - \hat{\beta}^{-2} \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_0 + \hat{\beta}^2 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_3 + \hat{\beta}^{-2} \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_1 \right)^H \left( \hat{\beta}^3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 + \hat{\beta}^{-3} \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_0 \right) \right) = \\ &= q \left( \begin{aligned} &E \left( -\hat{\beta} \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_0 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 + \hat{\beta} \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right) + E \left( -\hat{\beta}^{-1} \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_0 + \hat{\beta}^{-1} \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_3 \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_0 \right) + \\ &E \left( -\hat{\beta}^5 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 + \hat{\beta}^5 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right) + E \left( -\hat{\beta}^{-5} \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_0 \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_0 + \hat{\beta}^{-5} \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_0 \right) \end{aligned} \right) = \\ &= q\kappa + q\kappa^* + q\lambda + q\lambda^* \end{aligned} \quad (7.174)$$

όπου  $\kappa = E \left( -\hat{\beta} \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_0 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 + \hat{\beta} \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right)$   
και  $\lambda = E \left( -\hat{\beta}^5 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 + \hat{\beta}^5 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right)$

Συνεχίζοντας στον υπολογισμό του  $\kappa$  προκύπτει:

$$\begin{aligned} \kappa &= \sum_{n=0}^{M-1} \sum_{u=0}^{M-1} -E \left( [\mathbf{y}_0]_n [\mathbf{y}_0]_u^* \right) E \left( \beta [\mathbf{y}_2]_n^* [\mathbf{y}_3]_u \right) + E \left( [\mathbf{y}_3]_n [\mathbf{y}_3]_u^* \right) E \left( \beta [\mathbf{y}_0]_n^* [\mathbf{y}_1]_u \right) = \\ &= \sum_{n=0}^{M-1} -E \left( [\mathbf{y}_0]_n [\mathbf{y}_0]_n^* \right) E \left( \beta [\mathbf{y}_2]_n^* [\mathbf{y}_3]_n \right) + E \left( [\mathbf{y}_3]_n [\mathbf{y}_3]_n^* \right) E \left( \beta [\mathbf{y}_0]_n^* [\mathbf{y}_1]_n \right) \\ &= (\sigma_w^2 + \sigma_s^2) \sum_{n=0}^{M-1} -E \left( \beta [\mathbf{y}_2]_n^* [\mathbf{y}_3]_n \right) + E \left( \beta [\mathbf{y}_0]_n^* [\mathbf{y}_1]_n \right) \end{aligned} \quad (7.175)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η ανεξαρτησία των στοιχείων του  $\mathbf{y}_0$  σε σχέση με τα στοιχεία των υπολοίπων υποδιανυσμάτων στον πρώτο όρο του αθροίσματος και αντίστοιχα των στοιχείων του  $\mathbf{y}_3$  στον δεύτερο, ενώ τελικά έγινε αντικατάσταση της μέσης ισχύος τους. Η ανεξαρτησία αυτή θεωρήθηκε καθώς τα δείγματα του  $\mathbf{y}_0$  δε συμμετέχουν με τα  $\mathbf{y}_2$  και  $\mathbf{y}_3$  στην εκτίμηση του  $\beta$  στην πρώτη π.χ.

περίπτωση. Ο λόγος που δεν χρησιμοποιήθηκε η ανεξαρτησία των υπόλοιπων υποδιανυσμάτων οφείλεται στην ύπαρξη του πολλαπλασιαστή  $\hat{\beta}$ , ο οποίος καθιστά τα γινόμενα αυτά συσχετισμένα, καθώς τα εσωτερικά γινόμενα των υποδιανυσμάτων  $\mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3$  και  $\mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1$  συμμετέχουν στον προσδιορισμό του. Συγκεκριμένα ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3 &= \beta^{-1} |\mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3| \Rightarrow \\ E(\beta \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1) + E(-\beta \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_2) + E(-\beta \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3) &= \frac{(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)}{2} \sqrt{3M\pi} \end{aligned} \quad (7.176)$$

Δεδομένου ότι δεν υπάρχει λόγος εύνοιας για κάποια από τις τρεις αναμενόμενες τιμές της σχέσης (7.176) και καθώς τα υποδιανύσματα είναι στατιστικά όμοια και ισοδύναμα, προκύπτει ότι:

$$\left. \begin{aligned} E(\beta \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1) \\ E(-\beta \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3) \end{aligned} \right\} = \frac{(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)}{6} \sqrt{3M\pi} \quad (7.177)$$

Κατά συνέπεια προκύπτει ότι  $\kappa = \frac{(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2}{3} \sqrt{3M\pi}$ , ενώ αντίστοιχα και καθώς ισχύει  $E(\mathbf{y}_0^T \mathbf{y}_0) = 0$  μπορεί κατευθείαν να αποδειχθεί ότι:

$$\lambda = 0 \quad (7.178)$$

Τελικά η ετεροσυσχέτιση μεταξύ των δυο όρων δίνεται από:

$$\begin{aligned} \text{cov} \left( 2q \text{Re} \left\{ \hat{\beta}^2 \sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2} \right\}, 2q \text{Re} \left\{ \hat{\beta}^3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right\} \right) &= \\ &= q \frac{2(\sigma_s^2 + \sigma_w^2)^2}{3} \sqrt{3M\pi} \end{aligned} \quad (7.179)$$

Η συγκεκριμένη ανάλυση δίνει τον συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των δυο κανονικών τυχαίων μεταβλητών του αθροίσματος χωρίς να αποδεικνύεται ότι είναι από κοινού κανονικές μεταβλητές. Παρόλα αυτά θεωρήθηκε ότι η συγκεκριμένη υπόθεση είναι αληθής κάτι που αποδείχθηκε και μέσω εξομοιώσεων. Σε αυτή την περίπτωση λοιπόν ισχύει:

$$2q \text{Re} \left\{ \hat{\beta}^2 \sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2} \right\} + 2q \text{Re} \left\{ \hat{\beta}^3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right\} \sim \mathcal{N} \left( 0, \frac{\rho^2 (\rho + 1)^2}{(1 + L\rho)^2} \left( 6M + \frac{4\sqrt{3M\pi}}{3} \right) \right) \quad (7.180)$$

Επανερχόμενοι στην συνολική κατανομή του μετρικού με εφαρμογή του GLRT ανιχνευτή θα πρέπει να σημειωθεί ότι δεν είναι μόνο μια απλή μετατόπιση που πραγματοποιείται. Ταυτόχρονα πραγματοποιείται σχετική μείωση της διασποράς της κατανομής ως αποτέλεσμα της αντικατάστασης με την απόλυτη τιμή που αναφέρθηκε. Παρόλα αυτά η εμπειρική παρατήρηση της μορφής και του σχήματος της τελικής κατανομής του μετρικού όπως αυτή παρουσιάστηκε δείχνει να μη διαφέρει ιδιαίτερα από τη μορφή της αρχικής κατανομής όπως αυτή υπολογίζεται μέσω της διαφοράς δυο Γάμμα τυχαίων μεταβλητών. Εν τέλει εξετάστηκαν και παρουσιάζονται δυο μέθοδοι προσέγγισης των κατανομών.

- a. Η πρώτη προσέγγιση δεν βασίζεται σε κάποια εμπειρική παρατήρηση της συμπεριφοράς της κατανομής αλλά στην προσπάθεια αναλυτικού προσδιορισμού της. Παρατηρώντας το αποτέλεσμα της σχέσης (7.169) και θεωρώντας ανεξαρτησία των όρων του αθροίσματος, πράγμα που είναι αληθές μπορεί να διαπιστωθεί πως το μετρικό είναι άθροισμα των ακόλουθων τυχαίων μεταβλητών:

- Το αρνητικό μιας Γάμμα μεταβλητής με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

$$qc \sum_{l=0}^3 \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_l \sim \mathcal{G} \left( 4M, \frac{(L-1)\rho^2}{1+L\rho} \right) \quad (7.181)$$

- Μια τυχαία μεταβλητή Rayleigh με την ακόλουθη παράμετρο κατανομής:

$$2q \left| \sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} \right| \sim \text{Rayleigh} \left( 2 \frac{\rho(\rho+1)}{(1+L\rho)} \sqrt{\frac{3M}{2}} \right) \quad (7.182)$$

- Και μια κανονική πραγματική μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή και διασπορά:

$$2q \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^2 \sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2} \right\} + 2q \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right\} \sim \mathcal{N} \left( 0, \frac{\rho^2(\rho+1)^2}{(1+L\rho)^2} \left( 6M + \frac{4\sqrt{3M\pi}}{3} \right) \right) \quad (7.183)$$

Το αποτέλεσμα της συνολικής κατανομής από τη στιγμή που δεν κατέστη δυνατός ο αναλυτικός υπολογισμός μέσω των ολοκληρωμάτων συνέλιξης, μπορεί να προσδιοριστεί με αριθμητικές μεθόδους. Αυτό μπορεί να γίνει είτε με διπλή εφαρμογή της μεθόδου αριθμητικής συνέλιξης είτε μέσω της συνολικής χαρακτηριστικής συνάρτησης και αριθμητικής ολοκλήρωσης (ή με τη μέθοδο του FFT που περιγράφεται στην παράγραφο 6.4.5). Η συνολική χαρακτηριστική συνάρτηση δίνεται από τη σχέση:

$$\varphi(\omega) = \frac{e^{-\frac{\rho^2(\rho+1)^2}{(1+L\rho)^2} (3M + \frac{2\sqrt{3M\pi}}{3}) \omega^2}}{\left( 1 + \frac{(L-1)\rho^2}{1+L\rho} j\omega \right)^{4M}} \times \left( 1 - \omega \frac{\rho(\rho+1)}{(1+L\rho)} \sqrt{3M\pi} e^{-\frac{3M\rho^2(\rho+1)^2}{(1+L\rho)^2} \omega^2} \left( \operatorname{erfi} \left( \frac{\rho(\rho+1)\sqrt{3M}}{(1+L\rho)} \omega \right) - i \right) \right) \quad (7.184)$$

Το πρόβλημα αυτής της προσέγγισης είναι η παρουσία της φανταστικής συνάρτησης σφάλματος  $\operatorname{erfi}$  (*centerdot*). Λόγω αυτής αυξάνεται η πολυπλοκότητα καθώς πρέπει να υπολογιστεί η τιμή της συνάρτησης για πολλά σημεία και σε πολλές περιπτώσεις ακόμη και ο κατά προσέγγιση προσδιορισμός των τιμών της μπορεί να είναι πολύπλοκος.

- Η δεύτερη προσέγγιση της κατανομής βασίζεται στην εμπειρική παρατήρηση. Η μορφή της κατανομής είναι ιδιαίτερα όμοια με την κατανομή του μετρικού στην βέλτιστη περίπτωση μηδενικής ολίσθησης συχνότητας. Το γεγονός μάλιστα ότι η μετατόπιση είναι σχετικά μικρή βοηθά στην υπόθεση ότι η κατανομή μπορεί να προσεγγιστεί ως διαφορά δυο Γάμμα μεταβλητών. Μάλιστα λόγω της ομοιότητας θεωρείται ότι η δυο κατανομές διατηρούν τη σχέση που είχαν στην ιδανική περίπτωση. Αυτό σημαίνει ότι οι μεταβλητές που προσεγγίζουν την κατανομή δίνονται από την περίπτωση:

$$t_1 \sim \mathcal{G} \left( M, \frac{(L-1)\rho'}{1+L\rho'} \right) \quad (7.185)$$

$$t_2 \sim \mathcal{G} (M(L-1), \rho')$$

σε αναλογία με τη σχέση (7.132) του ιδανικού ανιχνευτή. Για την προσέγγιση της κατανομής πρέπει να υπολογιστεί η τιμή της παραμέτρου  $\rho'$  η οποία είναι υπό μια έννοια μια ενεργός τιμή του σηματοθορυβικού λόγου. Η παράμετρος  $\rho'$  υπολογίζεται μέσω της μέσης τιμής της συνολικής κατανομής και λαμβάνει τη τιμή που επιτυγχάνει το αποτέλεσμα που

παρουσιάστηκε στη σχέση (7.172) . Η τιμή αυτή δίνεται από:

$$\rho' = \frac{-L\mu_{\varepsilon} + \sqrt{L^2\mu_{\varepsilon}^2 - 4N(L-1)\mu_{\varepsilon}}}{2N(L-1)} \quad (7.186)$$

Η προσέγγιση που επιτυγχάνεται μέσω αυτής της εμπειρικής μεθόδου είναι εξαιρετική και συμπίπτει πρακτικά με την υπολογιζόμενη κατανομή μέσω του αθροίσματος που περιγράφηκε προηγουμένως.

### 7.11.1.2 Neyman-Pearson Ανιχνευτής υπό το ενδεχόμενο $\mathcal{H}_2$

Στην περίπτωση που η ανίχνευση και η εκτίμηση γίνεται πάνω στο ίδιο διάνυσμα παρατήρησης δεν υπάρχει πρακτική διαφοροποίηση της κατανομής του GLRT ανιχνευτή σε σχέση με την κατανομή του μετρικού στο ιδανικό σενάριο του ανιχνευτή με μηδενική ολίσθηση συχνότητας. Κατά συνέπεια η προσέγγιση που ακολουθήθηκε στη σχέση (7.48) συνεχίζει να είναι κατάλληλη και σε αυτή την περίπτωση.

Στην πραγματικότητα η τυχαία μεταβλητή έχει αλλοιωθεί, αν εξεταστεί μαθηματικά, σε σχέση με την τυχαία μεταβλητή που μελετήθηκε στην ιδανική περίπτωση, χωρίς όμως καμία ορατή συνέπεια. Η εξήγηση μπορεί να δοθεί σχετικά εύκολα με απλούς συλλογισμούς. Στην περίπτωση υψηλών τιμών σηματοθορυβικού λόγου το σφάλμα εκτίμησης δεν επηρεάζει ουσιαστικά την συμπεριφορά του μετρικού. Από την άλλη σε χαμηλές τιμές σηματοθορυβικού λόγου, όπου η τιμή της εκτίμησης παρουσιάζει σχετικά υψηλές αποκλίσεις από την πραγματική τιμή, θα έπρεπε να παρατηρείται μια ολίσθηση προς τα αριστερά της θέσης της κατανομής, ως συνέπεια της ισοδύναμης αύξησης του επιπέδου του θορύβου λόγω του σφάλματος. Όμως σε αυτή την περίπτωση, όπου ο θόρυβος είναι κυρίαρχο συστατικό του διανύσματος παρατήρησης, η εκτίμηση συχνότητας που πραγματοποιείται με τον GLRT αλγόριθμο είναι τέτοια ώστε να ευνοείται η μετατόπιση της κατανομής προς τα δεξιά. Αυτό το φαινόμενο παρατηρήθηκε και μελετήθηκε και στην περίπτωση του ενδεχομένου  $\mathcal{H}_1$  και έχει την τάση μετατόπισης της κατανομής προς τα δεξιά. Το ίδιο συμβαίνει και με τις συνιστώσες θορύβου που συμπεριλαμβάνονται στο διάνυσμα παρατήρησης που περιέχει και το σύμβολο συγχρονισμού. Οι δυο αυτοί μηχανισμοί αλλοίωσης της μορφής και της θέσης της κατανομής λειτουργούν ανταγωνιστικά και στην πράξη αλληλοαναιρούνται αφήνοντας το τελικό αποτέλεσμα πρακτικά αναλλοίωτο. Η αλληλοεξουδετέρωση των δυο φαινομένων, αν και δεν γίνεται φανερά μαθηματικά, γίνεται αντιληπτή στην πράξη καθώς η ταύτιση της κατανομής του GLRT με το μετρικό της ιδανικής περίπτωσης είναι τέλεια για το εύρος σηματοθορυβικών λόγων που ο ανιχνευτής είναι λειτουργικός. Όσο το σήμα βυθίζεται στον θόρυβο αναμένεται να κυριαρχήσει η μετατόπιση προς τα δεξιά της κατανομής, ευνοώντας την ορθή απόφαση, αλλά δεν έχει ουσιαστική αξία η μελέτη του φαινομένου καθώς ο ανιχνευτής είναι σε αυτά τα εύρη τιμών SNR μη λειτουργικός.

### 7.11.2 GLRT Ανιχνευτής με αποσυσχέτιση των διαδικασιών ανίχνευσης και εκτίμησης: Neyman-Pearson Ανιχνευτής υπό το ενδεχόμενο $\mathcal{H}_1$

Σε αυτή την περίπτωση θεωρείται ότι η εκτίμηση και η ανίχνευση είναι αποσυσχετισμένες διαδικασίες. Αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι χρησιμοποιούνται διαφορετικά διανύσματα παρατήρησης για κάθε μια από τις διαδικασίες. Για να είναι δυνατή η πραγματοποίηση αυτής της εκδοχής πρέπει να τηρούνται κάποιες προϋποθέσεις.

- Πρέπει το σύστημα να χρησιμοποιεί δυο σύμβολα συγχρονισμού, ή

- Ο αλγόριθμος συγχρονισμού να θεωρεί σύμβολο με  $L$  επαναλαμβανόμενα σύμβολα όπου  $L > 2$ .

Για να αποσυσχετιστούν οι δυο διαδικασίες στην πρώτη περίπτωση, το πρώτο σύμβολο συγχρονισμού χρησιμοποιείται για να πραγματοποιηθεί η εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας, ενώ το δεύτερο σύμβολο συγχρονισμού χρησιμοποιείται για την ανίχνευση όπου στον λόγο GLRT εισάγεται η εκτίμηση της ολίσθησης που πραγματοποιήθηκε προηγουμένως. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται η εμφάνιση της απόλυτης τιμής στο συνολικό άθροισμα που οδηγεί στον υπολογισμό του μετρικού, καθώς υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$ , η εκτίμηση της συχνότητας που πραγματοποιείται κατά το πρώτο σύμβολο μεταβάλλει τη φάση των δειγμάτων του δεύτερου συμβόλου εντελώς τυχαία, λόγω της θεωρούμενης ανεξαρτησίας των δυο διανυσμάτων παρατήρησης και δεν προκαλείται συμμασική άθροιση καμίας συνιστώσας του αθροίσματος του μετρικού ανίχνευσης.

Στην περίπτωση που θέλουμε να εφαρμόσουμε αυτή την μέθοδο σε σύστημα με ένα σύμβολο συγχρονισμού, όπως αναφέρθηκε πρέπει να ισχύει  $L > 2$ . Αυτό γιατί ουσιαστικά σε αυτή την περίπτωση ο ανιχνευτής βλέπει το ένα σύμβολο συγχρονισμού ως δυο διαφορετικά σύμβολα με  $N/2$  δείγματα και  $L/2$  υποδιανύσματα το καθένα. Χρησιμοποιείται με αυτή τη μέθοδο το πρώτο "υποσύμβολο" για την εκτίμηση της ολίσθησης και το δεύτερο "υποσύμβολο" εισάγεται στον GLRT ανιχνευτή με βάση την πρώτη εκτίμηση, με την ίδια λογική που έγινε στην περίπτωση των δυο ανεξάρτητων συμβόλων.

Στις περιπτώσεις αυτές μπορούν να πραγματοποιηθούν και κάποια υβριδικά σχήματα που για παράδειγμα χρησιμοποιούν το πρώτο σύμβολο για την εκτίμηση της συχνότητας, ενώ χρησιμοποιούνται και τα δυο σύμβολα για την ανίχνευση είτε χρησιμοποιούνται και τα δυο σύμβολα για την βελτίωση της εκτίμησης και το δεύτερο εισάγεται μόνο του στον ανιχνευτή. Σε αυτές τις περιπτώσεις δεν μπορεί να γίνει όμως με σχετικά απλό τρόπο ο προσδιορισμός των στοχαστικών ιδιοτήτων τους. Αυτό συμβαίνει γιατί διατηρείται αν και μειωμένη κάποια συσχέτιση μεταξύ της μεταβολής φάσης που υπολογίζει ο εκτιμητής και των δειγμάτων σήματος που συμμετέχουν στην ανίχνευση. Κατά συνέπεια η στοχαστική συμπεριφορά του μετρικού σε αυτή την περίπτωση αναμένεται να δίνεται με κάποιου είδους συνδυασμό της συμπεριφοράς του μετρικού με χρήση αποσυσχετισμένης εκτίμησης-ανίχνευσης και του μετρικού ταυτόχρονης εκτίμησης-ανίχνευσης που παρουσιάστηκε προηγουμένως.

Θεωρώντας δυο σύμβολα συγχρονισμού με αποσυσχέτιση εκτίμησης και ανίχνευσης, το μετρικό ανίχνευσης δίνεται από τη σχέση:

$$T = q \left( \begin{array}{l} -c \sum_{l=0}^3 \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_l + 2 \operatorname{Re} \left( \hat{\beta} \sum_{i=0}^2 a_i a_{i+1} \mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_{i+1} \right) + \\ 2 \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^2 \sum_{l=0}^1 a_l a_{l+2} \mathbf{y}_l^H \mathbf{y}_{l+2} \right\} + 2 \operatorname{Re} \left\{ \hat{\beta}^3 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_3 \right\} \end{array} \right) \quad (7.187)$$

Με δεδομένο ότι η εκτίμηση του μιγαδικού πολλαπλασιαστή  $\hat{\beta}$  έγινε από εντελώς διαφορετικό διάνυσμα παρατήρησης, η μεταβολή φάσης που προκαλείται δεν έχει καμία εξάρτηση με τα παρόντα δείγματα, οπότε μπορεί να θεωρηθεί μια τυχαία στροφή φάσης των τριών όρων του αθροίσματος. Γενικά ο μετασχηματισμός μιας πολυδιάστατης τυχαίας κανονικής μεταβλητής της μορφής της εξίσωσης (7.144)  $\mathbf{x} = (\Phi \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{y}$ , όπου η μεταβολή φάσης είναι ανεξάρτητη του διανύσματος παρατήρησης  $\mathbf{y}$ , λόγω της κυκλικής συμμετρίας της κατανομής δεν προκαλεί καμία μεταβολή των στοχαστικών χαρακτηριστικών της. Κατά συνέπεια το νέο διάνυσμα παρατήρησης  $\mathbf{x}$  ακολουθεί την ίδια πολυδιάστατη κανονική κατανομή.

Με βάση την παρατήρηση αυτή μπορεί να διαπιστωθεί ότι το μετρικό του ανιχνευτή υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_1$  δεν έχει καμία μεταβολή στη στοχαστική του συμπεριφορά σε σχέση με τις κατανομές



που προέκυψαν από την ανάλυση του ανιχνευτή υπό ιδανικές συνθήκες, χωρίς την παρουσία ολίσθησης συχνότητας. Κατά συνέπεια μπορούν να χρησιμοποιηθούν αυτούσιες οι κατανομές που έχουν ήδη υπολογιστεί. Το ίδιο ισχύει και για τους ανιχνευτές συσχέτισης ομοίων τμημάτων και ενέργειας του αθροίσματος. Δεν παρατηρείται κατά συνέπεια μετατόπιση των κατανομών προς τα δεξιά με αυτή τη μέθοδο. Σημειώνεται απλά ότι στην περίπτωση υβριδικής υλοποίησης θα παρατηρηθεί μια σχετικά μικρή μετατόπιση προς τα δεξιά λόγω της έλλειψης πλήρους ανεξαρτησίας.

### 7.11.2.1 Neyman-Pearson Ανιχνευτής υπό το ενδεχόμενο $\mathcal{H}_2$

Μελετώντας τη συμπεριφορά του μετρικού υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_2$  παρατηρείται ότι με τη χρησιμοποίηση αποσυσχετισμένης εκτίμησης παρατηρείται μια μικρή μετατόπιση της κατανομής του μετρικού προς τα αριστερά, όσο το SNR μειώνεται. Έτσι η κατανομή του μετρικού για τον Neyman-Pearson ανιχνευτή παύει να έχει μηδενική μέση τιμή, όπως συμβαίνει στην ιδανική περίπτωση καθώς επίσης στον ανιχνευτή ταυτόχρονης εκτίμησης-ανίχνευσης.

Η μετατόπιση αυτή οφείλεται στα σφάλματα που προκύπτουν κατά την εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας και την απόκλιση της από την πραγματική τιμή. Για να μπορέσουμε να εισάγουμε το σφάλμα ολίσθησης στη διαδικασία, αυτό συνδέεται με μια επιδείνωση στην τιμή του σηματοθορυβικού λόγου. Συγκεκριμένα στα ([152], [146]) εξάγεται το ακόλουθο αποτέλεσμα: Αν στο OFDM σήμα υπάρχει ολίσθηση συχνότητας που δεν ισοσταθμίζεται τότε παρατηρείται μια επιδείνωση στο SNR, ορίζοντας την ενεργό τιμή SNR (effective SNR) η οποία αποδεικνύεται ότι έχει κάτω όριο που δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_{eff} \geq \frac{\rho}{1 + 0.5947\rho\sin^2(\pi\Delta\varepsilon)} \left( \frac{\sin(\pi\Delta\varepsilon)}{\pi\Delta\varepsilon} \right)^2 \quad (7.188)$$

όπου το  $\Delta\varepsilon$  είναι η συγκεκριμένη μη αντισταθμισμένη ολίσθηση. Διαφορετικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι αναλυτικές σχέσεις που παρουσιάστηκαν στη παράγραφο 4.4.3, για έναν απλό OFDM χρήστη, έτσι ώστε με εξομοιώσεις και προσεγγίσεις να βρεθεί μια τιμή για το ενεργό SNR που δεν είναι απλά ένα κάτω όριο. Στο συγκεκριμένο στάδιο θεωρούμε ότι η επιδείνωση του SNR είναι η χειρότερη δυνατή και δίνεται από το κάτω όριο της σχέσης (7.188).

Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται αντισταθμιστής της ολίσθησης συχνότητας, ο όρος  $\Delta\varepsilon$  της σχέσης είναι το σφάλμα εκτίμησης, δηλαδή  $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \hat{\varepsilon}$ . Κατά τη λειτουργία του εκτιμητή όμως, το σφάλμα αποτελεί και αυτό μια τυχαία μεταβλητή. Στον αλγόριθμο Shi-Serpedin αποδεικνύεται (για σχετικά υψηλές τιμές SNR) πως ο εκτιμητής ολίσθησης που χρησιμοποιείται είναι αμερόληπτος και κατά συνέπεια η μέση τιμή σφάλματος είναι μηδενική. Κατά τη λειτουργία του όμως είναι προφανές πως θα υπάρχει επιδείνωση του σηματοθορυβικού λόγου η οποία εξαρτάται από τη διασπορά του σφάλματος εκτίμησης. Όσο μεγαλύτερη είναι διασπορά, τόσο πιο ευρύ το πεδίο τιμών σφάλματος και κατά συνέπεια, τόσο μεγαλύτερη η μέση τιμή επιδείνωσης του σηματοθορυβικού λόγου. Σε αυτό το σημείο είναι σωστό να ανατρέξουμε στην πληροφορία που διατίθεται από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο συγχρονισμού. Συγκεκριμένα για τον Shi-Serpedin αλγόριθμο δίνεται ότι ισχύει:

$$\text{MSE}[\hat{\varepsilon}] \approx \frac{16}{9\pi N\rho} \quad (7.189)$$

Γενικά το σφάλμα των εκτιμητών που στηρίζονται στη μεγιστοποίηση του λόγου πιθανοφάνειας και εφόσον είναι αμερόληπτοι προσεγγίζονται με την κανονική κατανομή μηδενικής μέσης τιμής. Η συγκεκριμένη μέθοδος αν και χρησιμοποιεί προσέγγιση της MLE εκτίμησης αποδεικνύεται πειραματικά ότι όντως προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή. Και εφόσον η μέση τιμή τετραγωνικού σφάλματος δίνεται από τη σχέση (7.189) μπορούμε να ισχυριστούμε ότι το σφάλμα εκτίμησης ακολουθεί την κατανομή:

$$\Delta\varepsilon \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{16}{9\pi N\rho}\right) \quad (7.190)$$

Αποδεικνύεται πειραματικά ότι η σχέση παρέχει μια κατάλληλη προσέγγιση για επαρκώς υψηλά SNR. Σε χαμηλότερες τιμές SNR η διασπορά της κατανομής είναι ελαφρώς μεγαλύτερη αυτής που δίνεται από τη προσέγγιση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος εκτίμησης της σχέσης (7.189). Αν παρόλα αυτά χρησιμοποιηθεί γενικά αυτή η προσέγγιση μπορεί να υπολογιστεί μια μέση τιμή επιδείνωσης του SNR από τη χρήση του εκτιμητή μέσω της ακόλουθης ολοκλήρωσης:

$$E(\rho_{eff}(\Delta\varepsilon)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{16}{9\pi N\rho}}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho}{1 + 0.5947\rho \sin^2(\pi\Delta\varepsilon)} \left(\frac{\sin(\pi\Delta\varepsilon)}{\pi\Delta\varepsilon}\right)^2 e^{-\frac{9\pi N\rho(\Delta\varepsilon)^2}{32}} d(\Delta\varepsilon) \quad (7.191)$$

Το ολοκλήρωμα επιλύεται αριθμητικά. Αν θέλουμε να αποφύγουμε την όλη διαδικασία και να χρησιμοποιήσουμε απλά μια προσέγγιση μετά από εξομοιώσεις διαπιστώθηκε πώς αποδεκτά αποτελέσματα δίνονται και με χρήση της ακόλουθης σχέσης για τον προσδιορισμό μιας αντιπροσωπευτικής τιμής ενεργού SNR για τον αλγόριθμο εκτίμησης:

$$\rho_{eff} \approx \frac{\rho}{1 + 0.5947\rho \sin^2(\pi \text{MSE}[\hat{\varepsilon}])} \left(\frac{\sin(\pi \text{MSE}[\hat{\varepsilon}])}{\pi \text{MSE}[\hat{\varepsilon}]}\right)^2 \quad (7.192)$$

Είτε με τη μέθοδο ολοκλήρωσης της (7.191), είτε με την προσέγγιση της (7.192) προσδιορίζεται μια αντιπροσωπευτική τιμή ενεργού SNR για τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο εκτίμησης. Το επόμενο βήμα είναι η ενσωμάτωση αυτής της τιμής στον ανιχνευτή και ο προσδιορισμός των κατανομών του μετρικού.

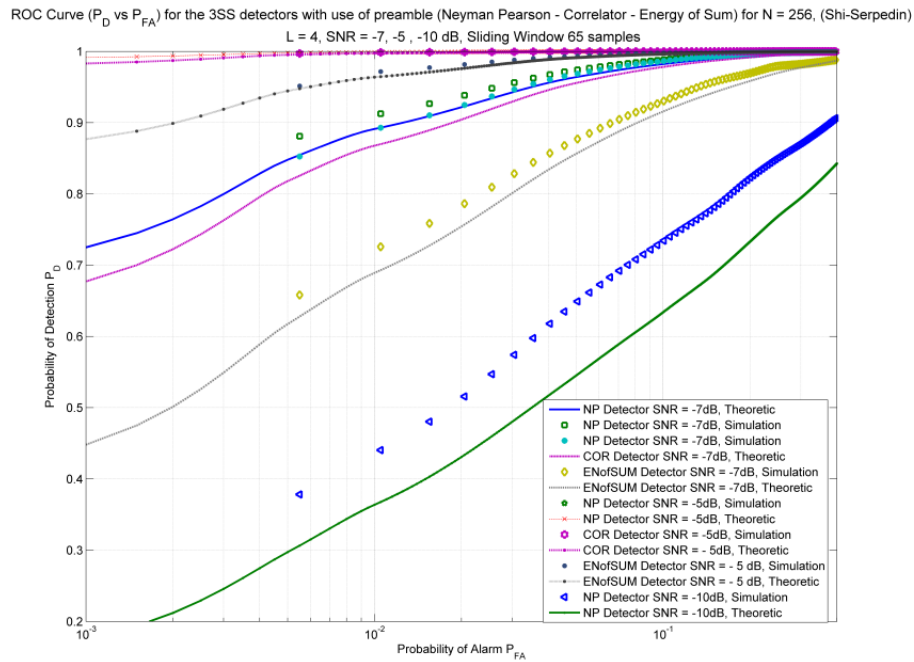
Η διαδικασία εύρεσης των κατανομών στην περίπτωση του ανιχνευτή με χρήση του κυκλικού προθέματος είναι ανάλογη με αυτή που περιγράφηκε στην παράγραφο 7.11.1 και μάλιστα είναι σχετικά πιο εύκολη καθώς παρατηρώντας το σχ. 7.27 βλέπουμε ότι δεν πραγματοποιούνται στροφές φάσης παρα μόνο λήψη του πλάτους των συσχετίσεων. Για αυτό το λόγο η εξαγωγή των κατανομών αυτών δεν αναλύεται περαιτέρω.

## 7.12 Αποτελέσματα Εξομοιώσεων

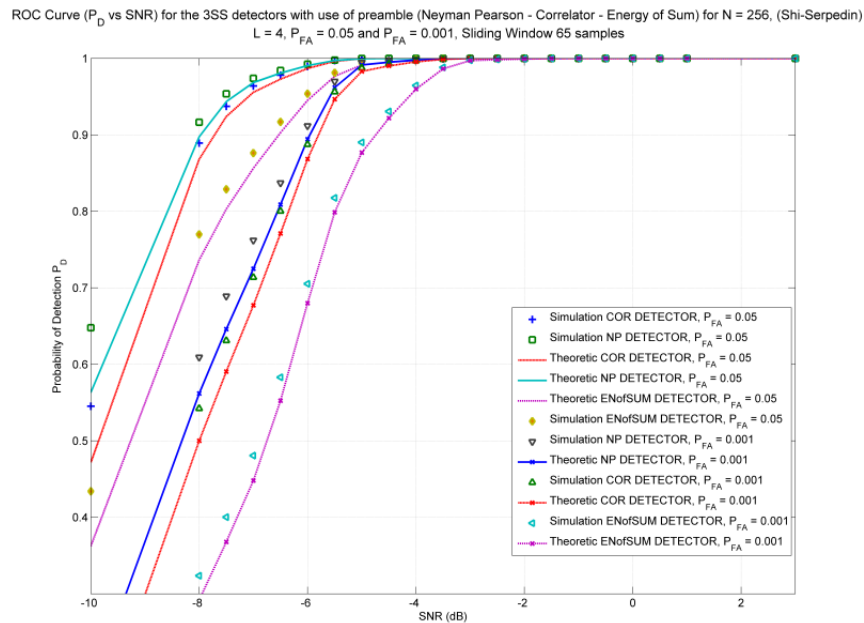
**Ανιχνευτής με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού** Στο σημείο αυτό παραθέτουμε τα αποτελέσματα εξομοίωσης για τους τρεις ανιχνευτές που ορίστηκαν στις παραγράφους 7.2, 7.3, 7.4. Για την ανάλυση των επιδόσεων τους θεωρήθηκε ένα OFDM σύστημα με  $N = 256$  φέροντα που χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο συγχρονισμού Shi-Serpedin ο οποίος περιλαμβάνει  $L = 4$  επαναλαμβανόμενα τμήματα στο σύμβολο συγχρονισμού. Τα συμπεράσματα που εξάγεται από τα σχήματα 7.28 και 7.29 είναι τα ακόλουθα:

- Ο ανιχνευτής μπορεί και διακρίνει με επιτυχία το CR σήμα ακόμη και σε αρνητικές τιμές SNR για συνήθεις τιμές  $N$ .
- Ο ανιχνευτής συσχέτισης των επαναλαμβανόμενων τμημάτων προσεγγίζει σε επιδόσεις τον βέλτιστο ανιχνευτή Neyman-Pearson.
- Αντίθετα από την άλλη, ο ανιχνευτής ενέργειας του αθροίσματος των επαναλαμβανόμενων τμημάτων φαίνεται να υστερεί αρκετά έναντι των δυο.
- Παρατηρείται απόκλιση θεωρητικών τιμών και τιμών όπως αυτές προέκυψαν από την εξομοίωση όσο το SNR μειώνεται. Η απόκλιση αυτή οφείλεται στην χρήση του επαναληπτικού

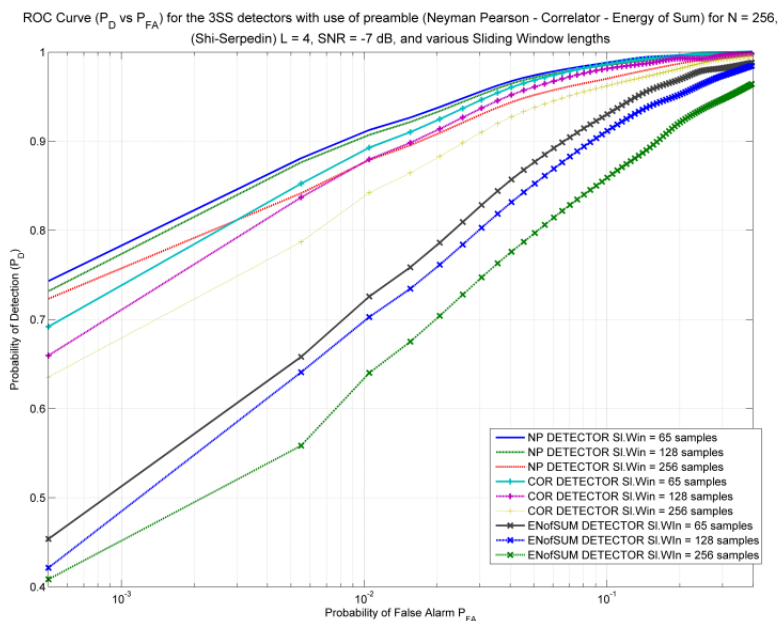
## Κεφάλαιο 7. Ανίχνευση Τριών Καταστάσεων σε OFDM CR σύστημα



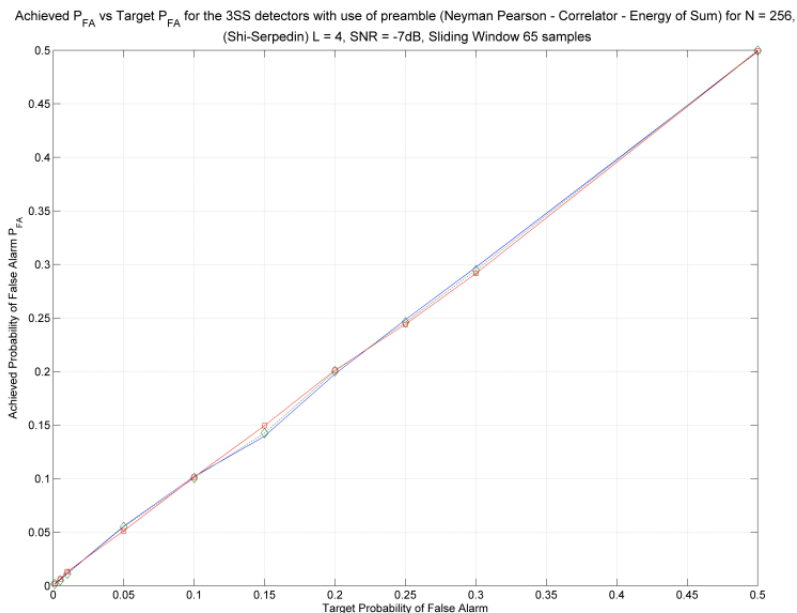
**Σχήμα 7.28:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση των 3SS αλγορίθμων με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού για  $N = 256$ ,  $L = 4$ , μήκος παραθύρου 65 δείγματα και  $SNR = -5, -7, -10dB$ .



**Σχήμα 7.29:** Καμπύλη μεταβολής της πιθανότητας ανίχνευσης  $P_D$  των 3SS αλγορίθμων με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού ως συνάρτηση του SNR, για  $N = 256$  και  $L = 4$  και μήκος παραθύρου επαναληπτικού μηχανισμού ανίχνευσης 65 δειγμάτων. Παρουσιάζονται αποτελέσματα για δυο τιμές  $P_{FA} = 0.001$  και 0.05



**Σχήμα 7.30:** Καμπύλη ROC για ανίχνευση των 3SS αλγορίθμων με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού για  $N = 256$ ,  $L = 4$ , και διάφορες τιμές παραθύρου του επαναληπτικού μηχανισμού ανίχνευσης για  $SNR = -7dB$



**Σχήμα 7.31:** Επιτεύξιμη τιμή  $P_{FA}$  σε σχέση με την επιθυμητή τιμή για τους 3SS αλγόριθμους με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού και  $N = 256$ ,  $L = 4$ ,  $SNR = -7dB$

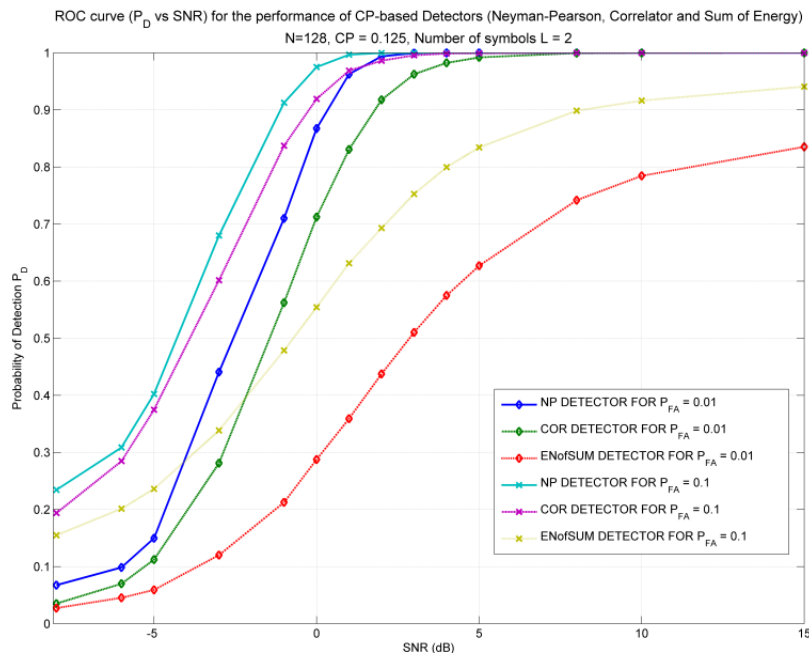
μηχανισμού. Όταν το SNR μειώνεται αρκετά, τότε σε πολλές περιπτώσεις άλλα σημεία πλην αυτού που ευθυγραμμίζει το σύμβολο μεγιστοποιούν το μετρικό. Αποτέλεσμα αυτού είναι μικρή ολίσθηση της κατανομής δεξιά.

- Μια διαπίστωση που μπορεί να γίνει είναι ότι το μετρικό παρουσιάζει εξαιρετικά απότομη μετάβαση από τη ζώνη ιδανικής λειτουργίας στην ζώνη που δεν μπορεί πλέον να θεωρείται αξιόπιστος ανιχνευτής. Για παράδειγμα Ο Neyman-Pearson ανιχνευτής για  $P_{FA} = 0.001$  του σχήματος 7.28 σε 2 μόλις dB μεταπίπει από τη μια κατάσταση στην άλλη.

Στο σχήμα 7.30 παρουσιάζεται η επίδραση του μήκους του παραθύρου του επαναληπτικού μηχανισμού στην τιμή του  $P_D$ . Όπως είναι λογικό και από τα συμπεράσματα της αντίστοιχης παραγράφου, η αύξηση του παραθύρου έχει ως αποτέλεσμα την μετατόπιση της κατανομής υπό το ενδεχόμενο  $\mathcal{H}_\infty$  προς τα δεξιά. Κατά συνέπεια, αύξηση του παραθύρου επιφέρει σχετική μείωση του  $P_D$ .

Τέλος το σχήμα 7.31, επιβεβαιώνει την ορθή λειτουργία της προτεινόμενης επαναληπτικής διαδικασίας και των προσεγγίσεων που πραγματοποιήθηκαν. Όπως φαίνεται στο σχήμα υπάρχει ταύτιση της επιτεύξιμης τιμής  $P_{FA}$  και της επιθυμητής. Αυτό σημαίνει ότι τόσο η επαναληπτική διαδικασία, όσο και οι κατανομές που οδηγούν στον προσδιορισμό των κατωφλίων απόφασης έχουν οριστεί καλά.

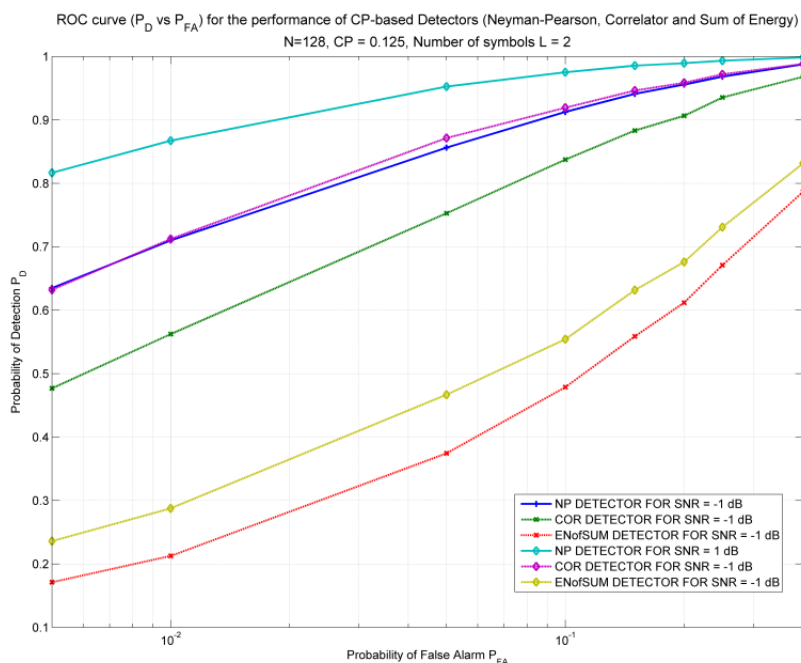
**Ανιχνευτής με χρήση του κυκλικού προθέματος** Στο σχήμα 7.32 παρουσιάζεται η πιθανότητα ορθής ανίχνευσης συναρτήσει το SNR για OFDM σύστημα με  $N = 128$  και μήκος κυκλικού προθέματος  $cp = 1/8$ , δηλαδή 16 δείγματα. Είναι σαφές από το σχήμα ότι ο ανιχνευτής κυκλικού



**Σχήμα 7.32:** Καμπύλη μεταβολής της πιθανότητας ανίχνευσης  $P_D$  των 3SS αλγορίθμων με χρήση του κυκλικού προθέματος ως συνάρτηση του SNR, για  $N = 128$ ,  $cp = 0.125$ , που συμπεριλαμβάνει 2 OFDM σύμβολα στη διαδικασία. Το μήκος παραθύρου είναι σταθερό και ίσο με  $N - Ncp$ . Παρουσιάζονται αποτελέσματα για δυο τιμές  $P_{FA} = 0.01$  και 0.1

προθέματος δεν μπορεί να ακολουθήσει σε επιδόσεις τους αντίστοιχους ανιχνευτές με preamble συγχρονισμού, τουλάχιστον για μικρό αριθμό συμμετεχόντων συμβόλων.

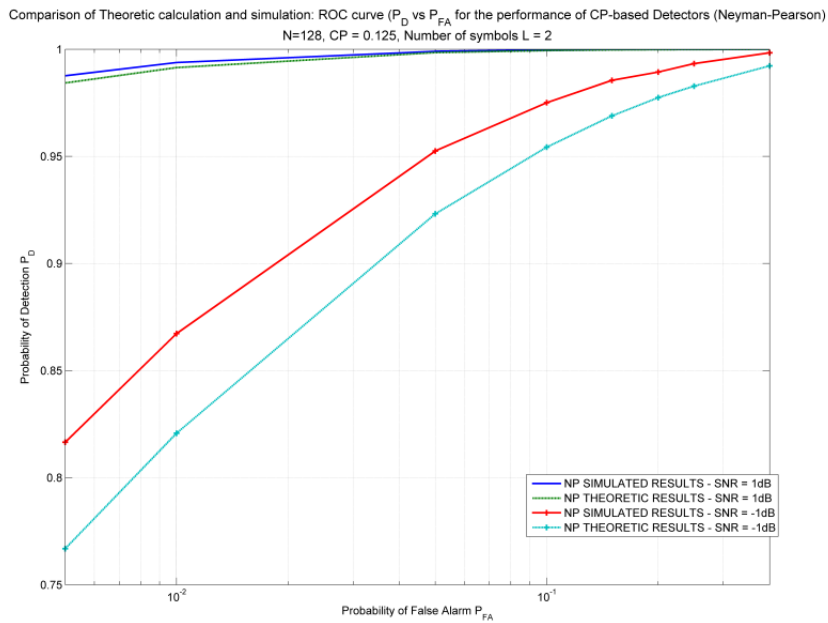
Μια άλλη παρατήρηση είναι ότι ουσιαστικά καταρρέει ο ανιχνευτής ενέργειας του αθροίσματος. Αυτό επιβεβαιώνεται και από την ROC καμπύλη του σχήματος 7.33. Αυτό είναι απολύτως λογικό καθώς το κυκλικό πρόθεμα δεν αρκεί ώστε να μεγιστοποιήσει ένα μετρικό που περιλαμβάνει μεγάλες ποσότητες θορύβου.



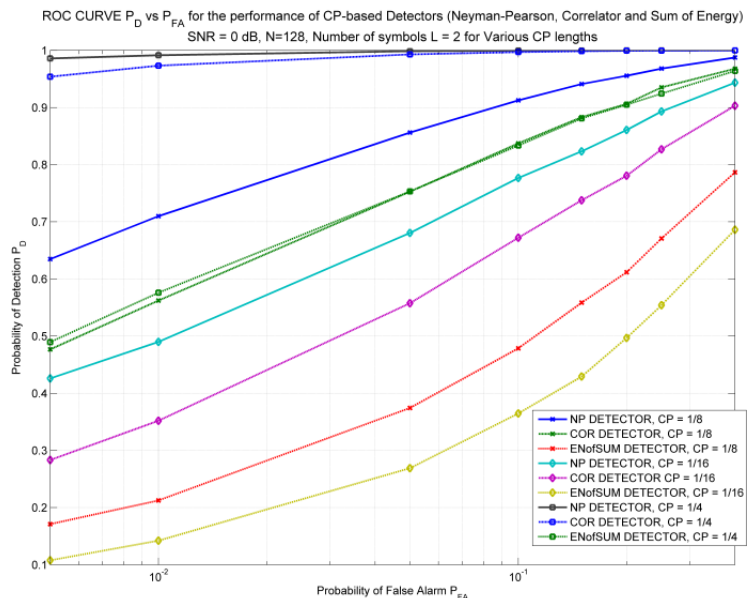
**Σχήμα 7.33:** Καμπύλη ROC για τους 3SS αλγόριθμους με χρήση του κυκλικού προθέματος για  $N = 128$ ,  $c_p = 0.125$  και που συμπεριλαμβάνει 2 OFDM σύμβολα στη διαδικασία. Παρουσιάζονται αποτελέσματα για δυο τιμές  $SNR = -1$  και  $1$  dB

Από το σχήμα 7.34 παρατηρείται ότι η απόκλιση θεωρητικών προσεγγίσεων και τιμών εξομοίωσης μεγαλώνει σε σχέση με τα αποτελέσματα του αλγορίθμου μέσω συμβόλου συγχρονισμού. Κάτι τέτοιο είναι απολύτως λογικό επίσης καθώς το κυκλικό πρόθεμα περιλαμβάνει μικρότερο αριθμό επαναλαμβανόμενων δειγμάτων. Αποτέλεσμα αυτού είναι το μετρικό να μπορεί να μεγιστοποιείται σε περισσότερα σημεία λόγω του θορύβου και η κατανομή υπό το  $\mathcal{H}_c$  ολισθαίνει δεξιά. Τέλος στα σχήματα 7.35 και 7.36 παρουσιάζεται η επίδραση στις επιδόσεις που προκαλείται με αύξηση του μεγέθους του διανύσματος παρατήρησης, είτε αυτό γίνει με αύξηση του κυκλικού προθέματος, είτε με την συμμετοχή περισσότερων συμβόλων, είτε με την αύξηση του  $N$ . Παρατηρείται επίσης ότι η επίδραση της αύξησης είναι σχεδόν πανομοιότυπη ανεξαρτήτως αν αυτή προκαλείται από τον αριθμό των συμβόλων ή π.χ. το  $N$  (π.χ. ROC καμπύλες για  $N=256$ ,  $c_p=1/8$ , 2 σύμβολα και  $N=128$ ,  $c_p=1/8$ , 4 σύμβολα ταυτίζονται απόλυτα).

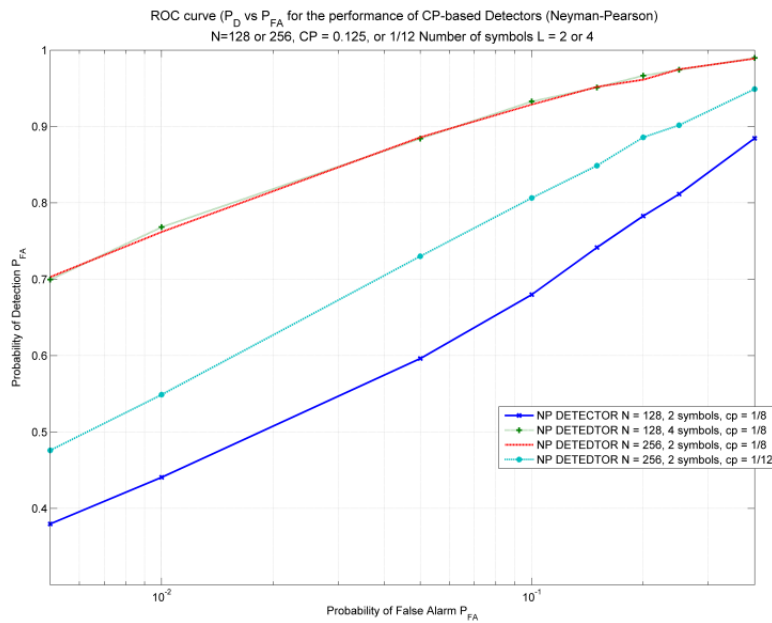
**GLRT Ανιχνευτής με χρήση του συμβόλου συγχρονισμού** Στο σχήμα 7.37 παρουσιάζονται οι επιδόσεις των ανιχνευτών GLRT σε σύγκριση με τις επιδόσεις του ανιχνευτή χωρίς την παρουσία συχνοτικής ολίσθησης. Παρατηρείται ότι για τον Neyman-Perason ανιχνευτή οι επιδόσεις πλησιάζουν πολύ την ιδανική συμπεριφορά. Ο ανιχνευτής που χρησιμοποιεί δυο σύμβολα συγχρονισμού, διαχωρίζοντας την διαδικασία εκτίμησης από την ανίχνευση, υπερέχει σχετικά. Όμως η παρεχόμενη βελτίωση δεν είναι αρκετή ώστε να δικαιολογήσει αυτήν την πρακτική. Η χρήση και των δυο preamble συγχρονισμού για παράλληλη εκτίμηση-ανίχνευση παρέχει ασφαλώς μεγαλύτερο κέρδος και προτιμάται.



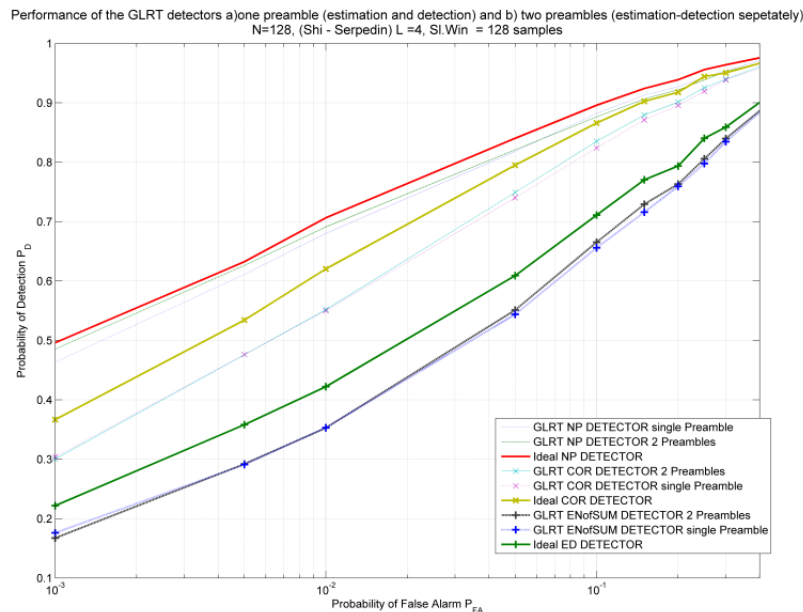
**Σχήμα 7.34:** Καμπύλη ROC για τον Neyman-Pearson 3SS αλγόριθμο ώστε να γίνει σύγκριση της θεωρητικής προσέγγισης με αυτή που προέκυψε από εξομοιώσεις ( $N = 128$ ,  $cp = 0.125$ , 2 OFDM σύμβολα,  $SNR = -1dB$  και  $SNR = 1dB$ )



**Σχήμα 7.35:** Καμπύλη ROC για τους 3SS αλγόριθμους με χρήση του κυκλικού προθέματος για  $N = 128$ , 2 OFDM σύμβολα και  $SNR = 0dB$ . Εξετάζεται η επίδραση του μήκους του κυκλικού προθέματος για τιμές 1/4, 1/8 και 1/16.



**Σχήμα 7.36:** Καμπύλη ROC για τον Neyman-Pearson 3SS αλγόριθμο για  $SNR = 0dB$ ,  $N = 128$  και  $cp = 1/8$  με συμμετοχή δύο και τεσσάρων OFDM συμβόλων. Παράθεση αποτελεσμάτων για  $N = 256$ , 2 OFDM σύμβολα και  $cp = 1/8$  και  $1/12$ .



**Σχήμα 7.37:** Καμπύλη ROC για τους GLRT 3SS αλγορίθμους για  $SNR = -5dB$ , με  $N = 128$  και  $L = 4$ . Υλοποίηση δυο GLRT εκδοχών α) με ένα preamble και ταυτόχρονη εκτίμηση/ανίχνευση και β) με δυο preambles και ανεξάρτητη εκτίμηση και ανίχνευση. Τα αποτελέσματα αντιπαρατίθενται με τις ιδανικές επιδόσεις χωρίς ολιόθηση συχνότητας



## 7.13 Αναγνώριση Τύπου Διαμόρφωσης

Η αντίληψη του Software Defined Radio (SDR) ([153], [154]) υποδεικνύει ότι τα μελλοντικά ραδιοσυστήματα θα υποστηρίζουν ασύρματα συστήματα επικοινωνιών πολλαπλών προτύπων, φασματικών ζωνών και τύπων μετάδοσης. Μια συνάρτηση/διαδικασία που θα μπορούσε να αποδειχθεί πολύ χρήσιμη για ένα πλήρως προσαρμοζόμενο και επαναπρογραμματίσιμο SDR πομποδέκτη είναι η Αυτόματη Ταξινόμηση Σημάτων και η Αυτόματη Αναγνώριση Τύπου Διαμόρφωσης. Αυτές οι διαδικασίες μπορούν να απλοποιήσουν το σχεδιασμό ενός πολυδιάστατου, πολυμορφικού συστήματος. Αποτελεί μια ανώτερη συνάρτηση του γνωστικού ραδιοσυστήματος και ουσιαστικά μια προχωρημένη διαδικασία Ανίχνευσης (sensing) για την αναπροσαρμογή των πομποδεκτών.

Τα προηγούμενα χρόνια πραγματοποιήθηκαν αρκετές μελέτες πάνω σε αυτό το ζήτημα, που κυρίως υποκινούνταν από στρατιωτικές ανάγκες. Η εξέλιξη των επεξεργαστών σήματος και των Αναλογικό σε Ψηφιακό μετατροπέων επιτρέπουν την υλοποίηση και βελτίωση των αλγορίθμων αυτών ώστε να υποστηρίζονται σε συστήματα πραγματικού χρόνου με αναγνώριση χωρίς να υπάρχει διαθέσιμη πληροφορία εκ των προτέρων για το λαμβανόμενο σήμα. Μπορούν να διακριθούν δυο κατηγορίες αλγορίθμων. Η πρώτη κατηγορία αλγορίθμων είναι αυτοί που βασίζονται στην μέγιστη πιθανοφάνεια ([155], [156], [157]) και λαμβάνουν απόφαση βασισμένοι στη σύγκριση του λόγου πιθανοφάνειας με ένα προκαθορισμένο κατώφλι, ελαχιστοποιώντας την πιθανότητα λανθασμένης απόφασης. Αυτοί οι ταξινομητές επιφέρουν σημαντικό υπολογιστικό κόστος, και απαιτούν εκ των προτέρων γνώση των συναρτήσεων πιθανότητας. Η δεύτερη προσέγγιση είναι οι αλγόριθμοι αναγνώρισης χαρακτηριστικών, όπου η απόφαση γίνεται με βάση κάποια ειδικά χαρακτηριστικά που διαθέτουν τα λαμβανόμενα σήματα ([158], [159]). Αυτές οι μέθοδοι δεν είναι βέλτιστοι αλλά μπορούν να σχεδιαστούν ώστε να λειτουργούν γρήγορα και αποδοτικά. Στα [160], [161] και [162], ο ανιχνευτής που αναπτύχθηκε βασίζεται στον μεταχηματισμό wavelet του λαμβανόμενου σήματος.

Ο μετασχηματισμός wavelet αποσυνθέτει το σήμα με βάση μια απλή, θεμελιώδη κυματομορφή που καλείται μητρικό wavelet. Αυτή η ανάλυση αποκαλύπτει πληροφορία τόσο για το πεδίο του χρόνου, όσο και για το πεδίο της συχνότητας με μεταβλητή ανάλυση σε κάθε πεδίο. Το κύριο πλεονέκτημα είναι η ικανότητά του να αναλύει μια τοπική περιοχή ενός μεγάλου σήματος, αποκαλύπτοντας ορισμένες πτυχές του (τάσεις, ασυνέχειες κλπ) που είναι πολύ πιθανό να μην είχαν παρατηρηθεί διαφορετικά (π.χ. από έναν απλό μετασχηματισμό Fourier). Η παρούσα μελέτη που έχει διεξαχθεί περιγράφει ένα ταξινομητή/ανιχνευτή για AWGN κανάλια βασισμένο στα [160] και [161], εισάγοντας αρκετές μετατροπές και βελτιώσεις, που επιτρέπουν την αναγνώριση περισσότερων τύπων διαμόρφωσης με μεγαλύτερη ακρίβεια και μικρότερο υπολογιστικό κόστος. Οι ανεπτυγμένοι αλγόριθμοι χρησιμοποιήθηκαν για την ταξινόμηση των  $M$ -τάξης FSK, PSK, ASK ( $M = 2, 4, 8$ ) και QAM ( $M = 8, 16, 32, 64$ ) σημάτων ( $M = 2^m$ , όπου  $m$  ο αριθμός των bits/σύμβολο). Εκτός από το SNR καμία άλλη πληροφορία δεν είναι απαραίτητη για το λαμβανόμενο σήμα, όπως το εύρος ζώνης σήματος, η συχνότητα του φέροντος κλπ.

### 7.13.1 Υπόβαθρο και Μοντέλο συστήματος

Το wavelet είναι μια κατάλληλα επιλεγμένη, μηδενικής μέσης τιμής και πεπερασμένης διάρκειας κυματομορφή. Ο μετασχηματισμός wavelet αναλύει το σήμα σε κατάλληλα διαβαθμισμένες και χρονικά μετατοπισμένες εκδοχές του αρχικού wavelet, που ονομάζεται και μητρικό. Το παραπάνω περιγράφεται στη σχέση:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt, \quad a \neq 0 \quad (7.193)$$

Η εξίσωση (7.193) είναι η έκφραση του συνεχούς μετασχηματισμού wavelet. Ο παράγοντας  $a$  συμπιέζει ή επεκτείνει το μητρικό wavelet δίνοντας πληροφορία υψηλών ή χαμηλών συχνοτήτων αντίστοιχα. Το Haar wavelet είναι μια απλή, τετραγωνική κυματομορφή που επιλέχθηκε ως το μητρικό wavelet για τον προτεινόμενο ταξινομητή, καθώς κρίθηκε κατάλληλο για την αποσύνθεση των ιδιοτητών των λαμβανόμενων παλμών του σήματος. Το Haar Wavelet δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{k}{a}\right) = \begin{cases} 1/\sqrt{a}, & -a/2 < k < 0 \\ -1/\sqrt{a}, & 0 < k < a/2 \\ 0, & \end{cases} \quad (7.194)$$

Η λαμβανόμενη AWGN κυματομορφή εκφράστηκε ως το απλό άθροισμα:  $r(t) = s(t) + n(t)$ , όπου  $n(t)$  είναι ο προσθετικός λευκός θόρυβος και  $s(t)$  το σήμα πληροφορίας, το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$s(k) = \sqrt{S} \sum_{i=1}^N (A_i + jB_i) e^{j(\omega_i t + \theta_i)} u_T(kT_s - iT_b) \quad (7.195)$$

- Για τη διαμόρφωση M-FSK  $\omega_i \in \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M\}$ ,  $A_i = 1$ ,  $B_i = 0$  και  $\theta_i$  η αρχική φάση.
- Για τη διαμόρφωση M-PSK,  $\omega_i$  είναι η φέρουσα συχνότητα  $A_i = 1$ ,  $B_i = 0$  και  $\theta_i \in \text{initial phase} + 2\pi(m-1)/M$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$
- Για τη διαμόρφωση M-ASK  $\omega_i$  είναι η φέρουσα,  $A_i \in 0, 1, \dots, M-1$ ,  $B_i = 0$  και  $\theta_i$  η αρχική φάση.
- Για τη διαμόρφωση M-QAM  $\omega_i$  είναι η φέρουσα,  $A_i \in 2m-1-m_1$ ,  $m = 1, 2, \dots, m_1$ ,  $B_i \in 2m-1-m_2$ ,  $m = 1, 2, \dots, m_2$ ,  $M = 2^{m_1+m_2}$  και  $\theta_i$  η αρχική φάση.

Το  $S$  είναι ένας θετικός σταθερός συντελεστής που χρησιμοποιείται για την προσαρμογή της ισχύος του σήματος,  $T_s$  είναι η περίοδος δειγματοληψίας, ενώ  $T_b$  είναι η περίοδος συμβόλου.

Η έκφραση (7.195) περιγράφει το σήμα μετά τη μετατροπή από τον αναλογικό στον ψηφιακό κόσμο, παρότι υπάρχει ακόμη η έννοια της φέρουσας συχνότητας. Αυτό συμβαδίζει με τις αρχές του SDR που προτείνει τη διακριτοποίηση του σήματος στην RF βαθμίδα ή σε αρχικές IF βαθμίδες.

Παρότι όμως το σήμα είναι διακριτό, ο προτεινόμενος αλγόριθμος χρησιμοποιεί τον συνεχή μετασχηματισμό wavelet. Αυτό επιλέχθηκε διότι ο διακριτός μετασχηματισμός αυξάνει το επίπεδο θορύβου και παραμόρφωσης (λόγω του aliasing) σε κάθε στάδιο της ανάλυσης [163]. Πρέπει εδώ να σημειωθεί πως ο προτεινόμενος αλγόριθμος χρησιμοποιεί τον μετασχηματισμό wavelet για την εξαγωγή χαρακτηριστικών του σήματος και έτσι δεν υπάρχει στάδιο ανακατασκευής του που θα μπορούσε να εξαφανίσει την επίδραση του aliasing. Ο συνεχής μετασχηματισμός ενός διακριτού σήματος μπορεί να οριστεί ως εξής:

$$C_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_k s(k) \left( \int_{-\infty}^{(k+1)T_s} \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt - \int_{-\infty}^{kT_s} \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \right) \quad (7.196)$$

θεωρώντας ότι  $s(t) = s(k)$  για  $t \in [k, k+1]$

Μερικά τεχνικά θέματα που αφορούν τον αλγόριθμο είναι τα ακόλουθα: Στο σήμα έχει γίνει υπερδειγματοληψία σε σχέση με τον βασικό ρυθμό Nyquist (τυπικά  $F_s > 10F_b$ ). Τέλος λόγω του γεγονότος ότι ο αλγόριθμος βασίζεται στην σύνθεση ενός ιστογράμματος, η βαθυπερατή εξομάλυνση του ιστογράμματος μπορεί να βοηθήσει στις διαδικασίες αυτόματης αναγνώρισης.

### 7.13.2 Αναγνώριση τύπου διαμόρφωσης

Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα του συνεχούς μετασχηματισμού wavelet ( Continuous Wavelet Transform - CWT) για να κατατάξει τα σήματα με βάση τον τύπο της διαμόρφωσης. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (7.196), (7.194), (7.193) επιχειρείται ο υπολογισμός του CWT για ένα PSK σήμα. Κατά τη διάρκεια ενός PSK παλμού, η φάση του σήματος παραμένει σταθερή. Σε αυτή την περίπτωση ο μετασχηματισμός δίνεται από:

$$\begin{aligned}
 CWT_{PSK}(a, nT_s) &= \sqrt{\frac{S \cdot T_s}{\alpha'}} \left( \begin{array}{c} \sum_{\kappa=-\alpha'/2}^{-1} \exp(j(\omega_c(\kappa+n)T_s + \theta_c + \varphi_i)) - \\ - \sum_{\kappa=0}^{\alpha'/2-1} \exp(j(\omega_c(\kappa+n)T_s + \theta_c + \varphi_i)) \end{array} \right) = \\
 &= \sqrt{\frac{S \cdot T_s}{\alpha'}} \exp(j(\omega_c n T_s + \theta_c + \varphi_i)) \left( \begin{array}{c} \sum_{\kappa=0}^{\alpha'/2-1} \exp(j(\omega_c(\kappa - \alpha'/2)T_s)) - \\ - \sum_{\kappa=0}^{\alpha'/2-1} \exp(j(\omega_c \kappa T_s)) \end{array} \right) \quad (7.197) \\
 &= \sqrt{\frac{S \cdot T_s}{\alpha'}} \exp(j(\omega_c n T_s + \theta_c + \varphi_i)) \cdot \\
 &\cdot \left( \frac{1}{\exp(j(\omega_c \alpha'/2)T_s)} - 1 \right) \sum_{\kappa=0}^{\alpha'/2-1} \exp(j(\omega_c \kappa T_s))
 \end{aligned}$$

όπου  $\theta_c$  είναι μια τυχαία αρχική φάση και  $a' = a/T_s$ , ο αριθμός των δειγμάτων που περιέχονται στη χρονική διαβάθμιση  $a$ . Όπως φαίνεται, η απόλυτη τιμή του αποτελέσματος δεν εξαρτάται από το  $n$ . Επίσης η κανονικοποίηση του αποτελέσματος με τον παράγοντα  $\sqrt{T_s}$ , παρέχει την απαιτούμενη ανεξαρτησία του αποτελέσματος από τον ρυθμό δειγματοληψίας. Επιπλέον το άθροισμα των εκθετικών όρων θυμίζει τον DFT ενός ιδανικού παλμού διάρκειας  $a'/2$ . Τελικά και με ενσωμάτωση της κανονικοποίησης:

$$|CWT_{PSK}(a, n)| = 2\sqrt{\frac{S}{a'}} \left| \frac{\sin^2(\omega_c a'/4)}{\sin(\omega_c/2)} \right| \quad (7.198)$$

για τη διάρκεια του παλμού.

Παρόμοια ανάλυση για τις υπόλοιπες διαμορφώσεις έχει αποτέλεσμα τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$|CWT_{FSK}(a, n)| = 2\sqrt{\frac{S}{a'}} \left| \frac{\sin^2((\omega_c + \omega_i)a'/4)}{\sin((\omega_c + \omega_i)/2)} \right| \quad (7.199)$$

$$|CWT_{QAM}(a, n)| = 2\sqrt{\frac{S_i}{a'}} \left| \frac{\sin^2(\omega_c a'/4)}{\sin(\omega_c/2)} \right| \quad (7.200)$$

$$|CWT_{ASK}(a, n)| = 2\sqrt{\frac{S_i}{a'}} \left| \frac{\sin^2(\omega_c a'/4)}{\sin(\omega_c/2)} \right| \quad (7.201)$$

(όπου  $S_i = S\sqrt{A_i^2 + B_i^2}$ )

Για τα PSK και QAM σήματα, όταν το λαμβανόμενο σύμβολο αλλάζει, παρατηρείται μια μεταβολή φάσης  $\delta = \phi_{i+1} - \phi_i$ . Όταν πραγματοποιείται μια μεταβολή φάσης οι εξισώσεις που παρουσιάστηκαν δεν ισχύουν. Αντί αυτών παρατηρείται μια αρκετά ευδιάκριτη κορυφή που ομοιάζει με κρουστική. Αν θεωρήσουμε ότι η αλλαγή του συμβόλου πραγματοποιείται στο δείγμα  $n + u$ , τότε για τα PSK σήματα ισχύει η σχέση:

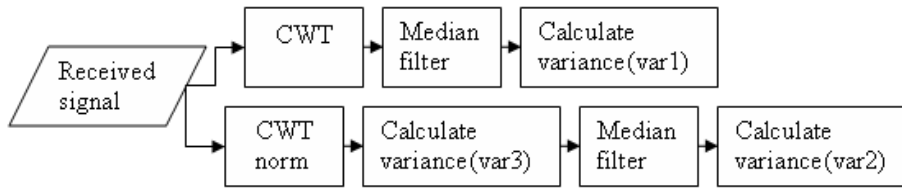
$$C_{a,b} = \sqrt{\frac{S}{a}} \exp(j(\omega_c n T_s + \theta_c + \varphi_i)) \left( \begin{array}{c} \sum_{\kappa=-a'/2}^{u-1} \exp(j(\omega_c \kappa T_s)(c_\kappa T_s) + \\ \exp(j\delta) \sum_{\kappa=u}^{a'/2} \exp(j(\omega_c \kappa T_s)(c_\kappa T_s) \end{array} \right) \quad (7.202)$$

όπου  $c_\kappa$  είναι -1 για  $-a/2 \leq \kappa \leq 0$  και 1 για  $0 \leq \kappa \leq a/2$  ως αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης του Haar wavelet (7.194,7.196). Μια προσεκτική ανάγνωση της εξίσωσης (7.202) μπορεί να οδηγήσει στις εξής παρατηρήσεις: Πρώτα από όλα ο όρος  $\exp(j\delta)$  είναι σίγουρο ότι θα προκαλέσει αλλαγή του αποτελέσματος σε σχέση με την 7.197. Κατά δεύτερον θεωρώντας ότι το  $u$  είναι ακέραιος στο πεδίο  $-a'/2 : a/2 - 1$ , το αποτέλεσμα διαφοροποιείται από την απόλυτη τιμή της σχέσης (7.198) για  $a - 1$  δείγματα. Για το  $u = 0$  η τιμή του μετασχηματισμού θα αναφέρεται εφεξής ως κύρια κορυφή. Οι απόλυτες τιμές του μετασχηματισμού για  $u \neq 0$  είναι συμμετρικές λόγω της συμμετρίας του Haar Wavelet. Στην ακόλουθη μελέτη μετά από εκτεταμένες δοκιμές αποφασίστηκε πως για τιμή  $a' = 4$  δείγματα, επιτυγχάνεται η καλύτερη απόδοση. Σε αυτή την περίπτωση το αποτέλεσμα για  $u = 0$  καλείται κύρια κορυφή, ενώ το αποτέλεσμα για  $u = \pm 1$  καλείται δευτερεύουσα κορυφή. Παρόμοια συμπεράσματα εξάγονται και για τη διαμόρφωση QAM. Οι άλλες διαμορφώσεις στις οποίες δεν πραγματοποιείται αλλαγή φάσης κατά τη μετάβαση από σύμβολο σε σύμβολο, δεν εμφανίζουν κανένα είδος κορύφωσης στο αποτέλεσμα.

Αυτά τα αποτελέσματα δεν είναι αρκετά για την παροχή των απαραίτητων κριτηρίων για την πραγματοποίηση της αναγνώρισης του τύπου της διαμόρφωσης, οπότε απαιτείται η εξαγωγή επιπλέον σχέσεων ταξινόμησης. Όπως περιγράφεται στο [160] το πρώτο μέτρο είναι ο υπολογισμός του μεγέθους  $CWT_{norm}$  δηλαδή τον υπολογισμό του μετασχηματισμού wavelet του κανονικοποιημένου με το πλάτος του σήματος, που είναι το ακόλουθο μέγεθος:  $\bar{s}(t) = s(t)/|s(t)|$ . Το δεύτερο βήμα είναι ο υπολογισμός του μεγέθους  $|HWT|$ , που αποτελεί το αποτέλεσμα της εφαρμογής ενός median φίλτρου στο πλάτος του  $CWT$ . Αυτό το φίλτρο ουσιαστικά κόβει τις κορυφές που όπως αναφέρθηκε παρατηρούνται κατά την αλλαγή φάσης στην μετάβαση από σύμβολο σε σύμβολο. Αφού γίνουν αυτά η αναγνώριση του τύπου της διαμόρφωση μπορεί να πραγματοποιηθεί με βάση τους παρακάτω κανόνες:

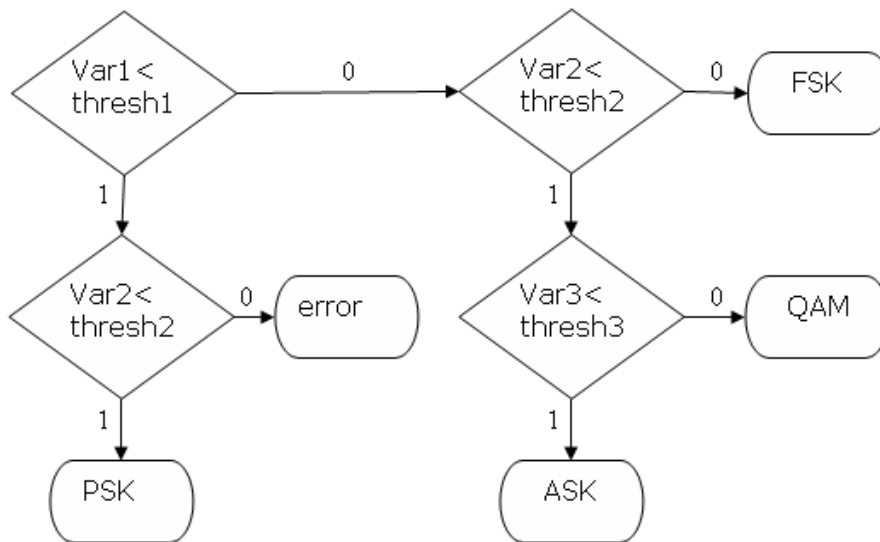
- Το  $CWT$  των PSK σημάτων περιγράφεται από ένα από dc επίπεδο και μερικές κορυφές στην αλλαγή φάσης. Τα  $CWT$  των FSK, QAM και ASK σημάτων δίνουν στην έξοδο τους συναρτήσεις πολλαπλών επιπέδων (multistep). Οι κορυφές εμφανίζονται επίσης στην περίπτωση της QAM.
- Το  $CWT_{norm}$  με την κανονικοποίηση, δε θα επηρεάσει τις διαμορφώσεις σταθερής περιβάλλουσας (PSK, FSK). Όμως θα προκαλέσει αλλαγή στις διαμορφώσεις QAM, ASK όπου η multistep έξοδος θα αντικατασταθεί από ένα dc επίπεδο (και κάποιες κορυφές για την QAM)

Πρώτα από όλα το  $CWT$  διέρχεται μέσα από το median φίλτρο ώστε να αποκοπούν οι κορυφές (σχήμα 7.38). Η τυπική απόκλιση  $\sigma$  της εξόδου  $|HWT|$  είναι ιδανικά μηδενική για τα PSK σήματα. Αντίθετα είναι αρκετά μεγαλύτερη του μηδενός για άλλες διαμορφώσεις λόγω της multistep φύσης του  $CWT$ . Στη συνέχεια υπολογίζεται το  $|CWT|_{norm}$  και διέρχεται μέσα από το φίλτρο. Αντίστοιχα η τυπική απόκλιση για τα ASK και QAM σήματα θα είναι ιδανικά μηδέν. Το  $|HWT|$  για τα FSK σήματα διατηρεί το πλάτος πολλαπλών επιπέδων. Για να διακριθούν τα ASK από τα QAM σήματα χρησιμοποιείται το  $|CWT|_{norm}$ . Η τυπική απόκλιση του  $|CWT|_{norm}$  είναι ιδανικά μηδενική για τα ASK σήματα, καθώς δεν μεταδίδεται πληροφορία μέσω της αλλαγής φάσης. Από την άλλη μεριά το  $|CWT|_{norm}$  για τα QAM σήματα θα παρουσιάσει ορισμένες κορυφές όταν παρουσιάζεται αλλαγή φάσης. Για αυτό τον λόγο η τυπική απόκλιση αναμένεται μεγαλύτερη.



Σχήμα 7.38: Μπλοκ Διάγραμμα επεξεργασίας

Φυσικά κατά τη διάρκεια της μετάδοσης η παραμόρφωση λόγω θορύβου είναι πάντα παρούσα. Για αυτό το λόγο στα AWGN κανάλια, σε κάθε περίπτωση η τυπική απόκλιση των εκτιμώμενων μετασχηματισμών είναι μη μηδενική. Κατά συνέπεια πρέπει να οριστούν τιμές κατωφλίου ώστε να διαχωρίζονται οι ιδανικά μηδενικές μεταβολές από τις ιδανικά μη μηδενικές. Μπορεί εύκολα να φανεί από τη σχέση (7.196), ότι η τυπική απόκλιση του CWT για ένα σύνολο μηδενικής μέσης τιμής μιγαδικών Gaussian τυχαίων μεταβλητών είναι ίσο με την τυπική απόκλιση  $\sigma_n$  του θορύβου. Δεδομένου ότι το  $\sigma_n^2$  είναι επίσης η μέση ισχύς του θορύβου, είναι προφανές ότι οι τιμές κατωφλίου εξαρτώνται από το SNR.

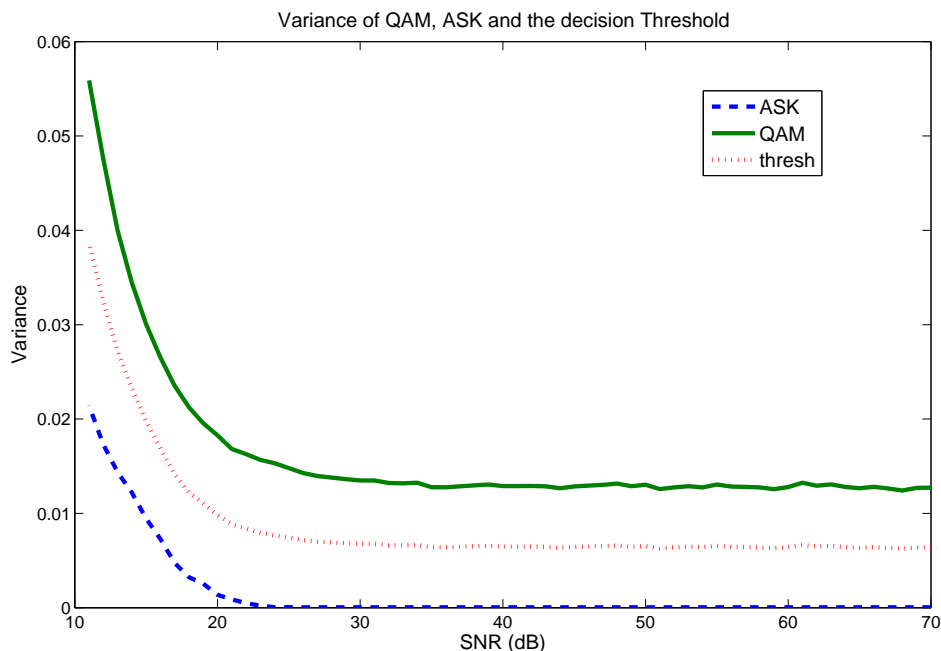


Σχήμα 7.39: Διαδικασία Λήψης Απόφασης

Μετά από εκτενείς εξομοιώσεις προσδιορίστηκαν δυο βέλτιστες τιμές κατωφλίου. Το πρώτο κατώφλι διαχωρίζει το σήμα ανάλογα με το πλάτος του  $|HWT|$  και το δεύτερο κατώφλι το διαχωρίζει με βάση το πλάτος  $|HWT|_{norm}$ . Αν η διασπορά του σήματος είναι μικρότερη από τις τιμές των κατωφλίων τότε το σήμα αναγνωρίζεται ως PSK. Αντίθετα αν η διασπορά είναι συνεχώς μεγαλύτερη των κατωφλίων τότε το σήμα αναγνωρίζεται ως FSK. Τέλος αν η διασπορά του  $|HWT|$  είναι μεγαλύτερη από το πρώτο κατώφλι ενώ η διασπορά του  $|HWT|_{norm}$  μικρότερη από το δεύτερο, τότε το σήμα είναι δυνατό να είναι είτε QAM είτε ASK.

Μια παρόμοια διαδικασία που περιλαμβάνει τον ορισμό ενός τρίτου κατωφλίου, ακολουθείται για την ταξινόμηση QAM και ASK, με βάση τη διασπορά του μεγέθους  $|CWT|_{norm}$ . Το κατώφλι αυτό παρουσιάζεται στο σχήμα 7.40 και όπως είναι προφανές διαχωρίζει σχεδόν με απόλυτο τρόπο τις δυο περιπτώσεις.

Τα τρία κατώφλια που χρησιμοποιούνται στη διαδικασία απόφασης (σχήμα 7.39) μπορούν να προσεγγιστούν εύκολα από πολυώνυμα 8ης τάξης. Αυτή η διαδικασία παρουσιάζεται στον πίνακα



Σχήμα 7.40: Κατώφλι για την ταξινόμηση της QAM και της ASK διαμόρφωσης

7.14:

SNR in (dB)	Threshold 1	Threshold 2	Threshold 3
$snr^8$	0	$1.9e - 10$	0
$snr^7$	$-6.2e - 11$	$1.29e - 8$	$1.3e - 10$
$snr^6$	$7.58e - 9$	$4.94e - 7$	$-2.07e - 8$
$snr^5$	$-3.9e - 7$	$-1.18e - 5$	$1.34e - 6$
$snr^4$	$1.1e - 5$	$1.84e - 4$	$-4.57e - 5$
$snr^3$	$-1.88e - 4$	$-1.86e - 3$	$8.64e - 4$
$snr^2$	$1.99e - 3$	$1.175e - 2$	$-8.51e - 3$
$snr^1$	$-1.3e - 2$	$-4.29e - 2$	$3.13e - 2$
1	$4.493e - 2$	$7.204e - 2$	$5.132e - 2$

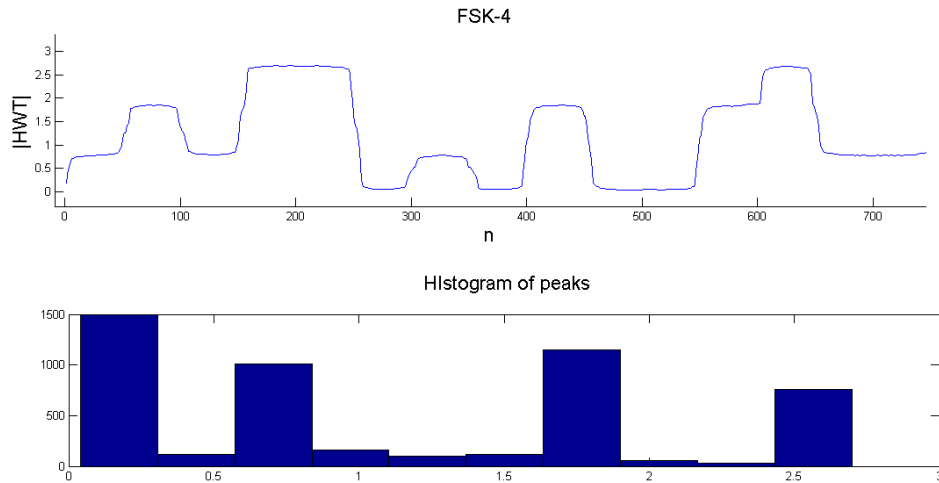
Πίνακας 7.14: Πολυωνυμικές προσεγγίσεις κατωφλίων

### 7.13.3 Αναγνώριση Τάξης Διαμόρφωσης

Το δεύτερο στάδιο, αφού αναγνωρίστηκε ο τύπος της διαμόρφωσης είναι η αναγνώριση του βαθμού (ή της τάξης) της διαμόρφωσης, δηλαδή του αριθμού των bits που μεταδίδονται ανά σύμβολο. Η περιγραφή της διαδικασίας χωρίζεται ανά περίπτωση.

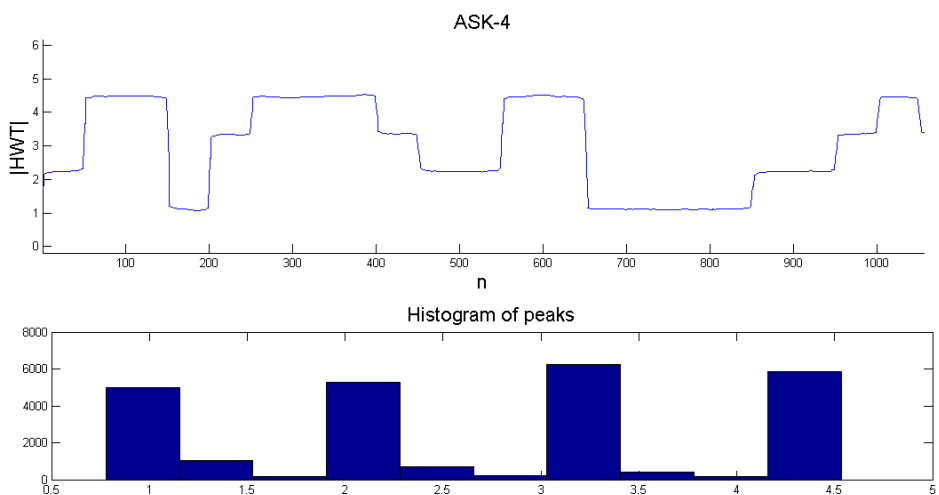
**M-FSK** Είναι προφανές από τη σχέση (7.199), ότι στην ιδανική περίπτωση το  $|CWT|$  ενός M-FSK σήματος είναι μια multistep συνάρτηση με  $M$  διαφορετικά dc επίπεδα που προκαλούνται από την μεταβολή της συχνότητας. Κατά συνέπεια η τάξη της διαμόρφωσης μπορεί να προσδιοριστεί από τον αριθμό των κορυφών που προκύπτουν στο ιστόγραμμα πλάτους του  $|CWT|$ . Αν εμφανιστούν/αναγνωριστούν  $M/2 + 1$  έως  $M$  κορυφές, τότε η διαμόρφωση αναγνωρίζεται ως M-FSK.

**M-ASK** Από τη σχέση (7.201) παρατηρείται πως το  $|CWT|$  του M-ASK σήματος είναι επίσης μια multistep συνάρτηση λόγω της μεταβλητότητας του πλάτους του σήματος. Οπότε ακο-



**Σχήμα 7.41:** Το  $|HWT|$  για ένα 4-FSK σήμα ( $SNR=20\text{ dB}$ ) και το ιστόγραμμα των κορυφών

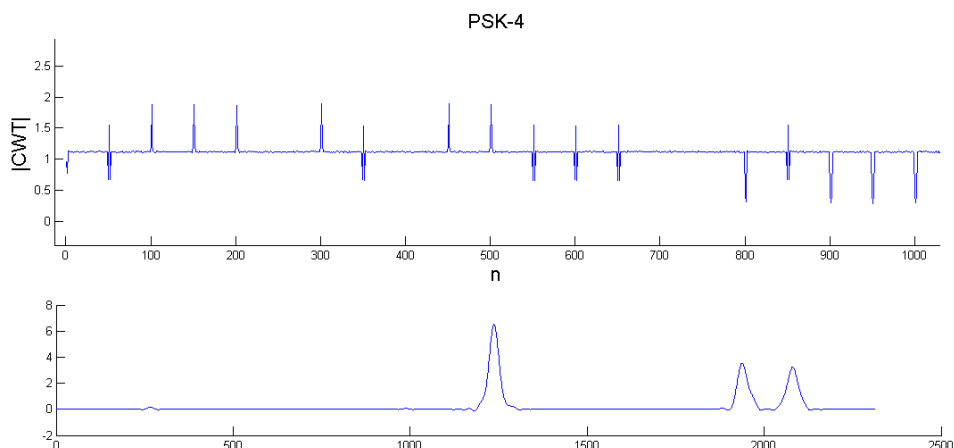
λουθείται η ίδια διαδικασία με την περίπτωση της FSK διαμόρφωσης. Αν εμφανιστούν/ αναγνωριστούν  $M/2 + 1$  έως  $M$  κορυφές, τότε η διαμόρφωση αναγνωρίζεται ως M-ASK.



**Σχήμα 7.42:** Το  $|HWT|$  για ένα 4-ASK σήμα ( $SNR=20\text{ dB}$ ) και το ιστόγραμμα των κορυφών

**M-PSK** Η αναγνώριση της τάξης για μια PSK διαμόρφωση είναι αρκετά πιο σύνθετη διαδικασία. Όπως φαίνεται στο σχήμα 7.43, το  $|CWT|$  παραμένει σταθερό. Παρόλα αυτά εμφανίζονται οι κορυφές που προαναφέρθηκαν κάθε φορά που πραγματοποιείται στροφή φάσης. Δυο διαφορετικές προσεγγίσεις ακολουθούνται για την αναγνώριση της τάξης των PSK σημάτων. Το ποια διαδικασία θα ακολουθηθεί εξαρτάται από το SNR.

- **M-PSK αναγνώριση για  $SNR > 22\text{ dB}$**  Σε αυτή την περίπτωση οι κορυφές που εμφανίζονται στο  $|CWT|$  είναι αρκετά μεγάλες και ο λόγος πλάτους κορυφών προς θόρυβο υψηλός. Αποδεικνύεται στο [161] ότι οι κορυφές αυτές ακολουθούν την κατανομή Rice. Για χαμηλό SNR, η κατανομή Rice μπορεί να προσεγγιστεί από Gaussian. Θεωρώντας ίση πιθανότητα στις μεταβολές φάσεως που μπορεί να γίνουν, η συνολική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (PDF) είναι το άθροισμα  $M - 1$  Gaussian μεταβλητών:



**Σχήμα 7.43:** Το  $|CWT|$  για ένα QPSK - (4-PSK) σήμα και η κατανομή των κορυφών ως άθροισμα Gaussian καμπυλών

$$f_p(p|M - PSK) \approx \frac{1}{M-1} \sum_{m=2}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_n^2} (p - p_m)^2 \right\} \quad (7.203)$$

Η τυχαία μεταβλητή  $p$  αποτελεί το πλάτος της κορυφής ενώ  $p_m$  είναι οι άγνωστες μέσες τιμές τους. Αν στο ιστόγραμμα των κορυφών παρουσιαστούν  $M/2$  με  $M - 1$  Gaussian τότε η είσοδος μπορεί να αναγνωριστεί ως M-PSK.

- **M-PSK αναγνώριση για  $SNR < 22dB$ :** Όταν ισχύει ότι  $SNR < 22dB$  τότε οι κορυφές από τις μεταβολές της φάσης δεν διακρίνονται εύκολα από το θόρυβο. Για να μπορέσουμε να απομακρύνουμε την επίδραση του θορύβου, πρέπει να γίνει μια εκτίμηση της περιόδου του συμβόλου. Σχηματίζουμε την αυτοσυσχέτιση του πλάτους του  $|CWT|$

$$R(a', l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|l|-1} \left\{ |CWT_P(a', n)| - |C\bar{W}T_P(a')| \right\} \quad (7.204)$$

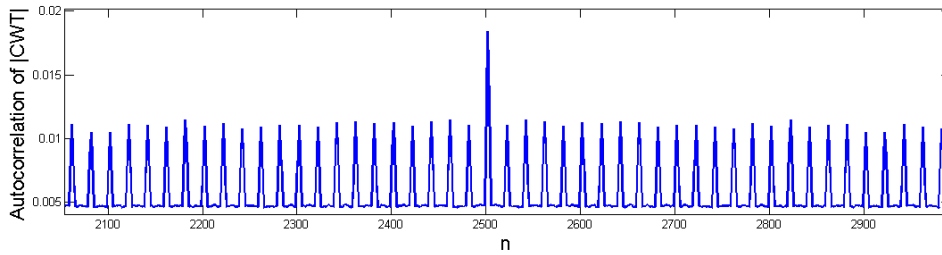
όπου  $N$  είναι ο συνολικός αριθμός δειγμάτων και  $|C\bar{W}T_P(a')|$  είναι ο μέσος των δειγμάτων του πλάτους  $|CWT|$ .

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για τον λευκό Gaussian θόρυβο δίνεται από τη σχέση  $R_w(\tau) = (n_0/2)\delta(\tau)$ . Η αυτοσυσχέτιση του  $|CWT|$  (σχήμα 7.44) περιγράφεται από την κρουστική που αντιστοιχεί στον θόρυβο, καθώς και από άλλες περιοδικές κορυφές που αντιστοιχούν στις περιοδικές μεταβολές των συμβόλων. Η απόσταση μεταξύ των κορυφών αυτών είναι ίση με την απόσταση των συμβόλων. Έτσι μπορεί να γίνει εκτίμηση της περιόδου από το ιστόγραμμα των αποστάσεων μεταξύ των κορυφών. Αυτό πραγματοποιείται για να αποκλειστούν τα θορυβώδη δείγματα και να κρατηθούν μόνο τα δείγματα του CWT που θεωρείται ότι αντιστοιχούν σε μεταβολές φάσης.

Το επόμενο βήμα ήταν η κατασκευή δυο διαγραμμάτων για τα PSK σήματα με τη χρήση της εξίσωσης (7.202). Το πρώτο παρουσιάζει την τιμή της κύριας κορυφής σε σχέση με τη κανονικοποιημένη φέρουσα συχνότητα για κάθε τάξη της διαμόρφωσης. Το δεύτερο διάγραμμα παρουσιάζει τις δευτερεύουσες κορυφές σε σχέση με τη φέρουσα.

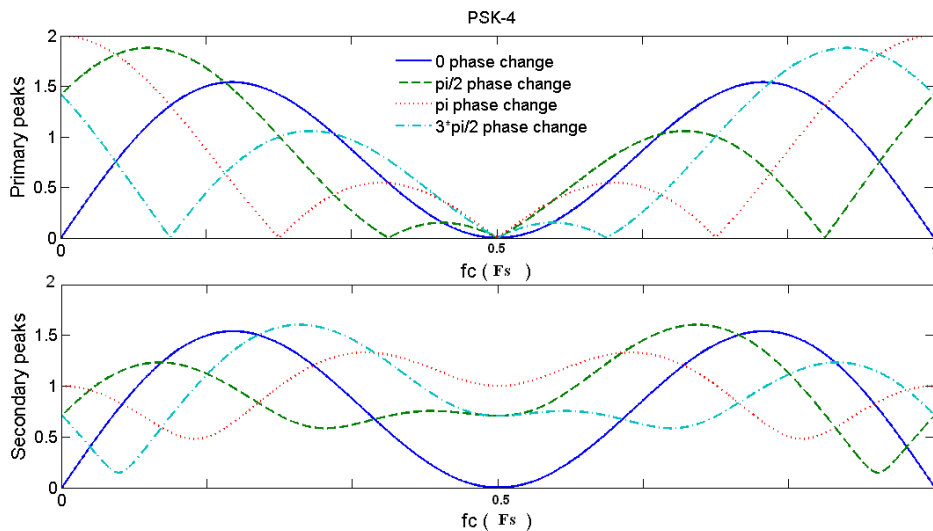
Χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα της εκτίμησης του ρυθμού συμβόλων, υπολογίστηκε η μέση τιμή του  $|CWT|$  στις περιοχές μεταξύ των κορυφών. Λαμβάνοντας υπόψη ότι αυτή η τιμή αντιστοιχεί σε μηδενική μεταβολή φάσης, μπορεί να βρεθεί μια προσέγγιση





**Σχήμα 7.44:** Η αυτοσυσχέτιση του πλάτους της απόλυτης τιμής του  $|CWT|$

της φέρουσας συχνότητας από τα διαγράμματα (σχήμα 7.45) καθώς επίσης οι τιμές των πιθανών κορυφών για κάθε άλλο βαθμό διαμόρφωσης.



**Σχήμα 7.45:** Κύριες και δευτερεύουσες κορυφές σε σχέση με τη φέρουσα συχνότητα

Από το [161] αναφέρθηκε πως το  $|CWT|$  στις μεταβολές φάσης ακολουθεί την κατανομή Rice. Παρόλα αυτά αν η φέρουσα συχνότητα είναι ίση με το μισό της συχνότητας δειγματοληψίας, τότε οι κύριες κορυφές που προκύπτουν λόγω των αλλαγών φάσης μπορεί να ταυτίζονται όπως φαίνεται στο σχήμα 7.45. Αποτέλεσμα αυτού είναι να μην είναι δυνατή η αναγνώριση της τάξης της διαμόρφωσης από τον υπολογισμό των pdf των κύριων κορυφών. Αυτός είναι ο λόγος που χρησιμοποιούνται οι δευτερεύουσες κορυφές καθώς δεν παρατηρείται σε αυτές παρόμοιο πρόβλημα. Ορίζεται λοιπόν μια καινούρια από κοινού pdf για τις κύριες και δευτερεύουσες κορυφές για κάθε υπό εξέταση βαθμό διαμόρφωσης ( $M = 2, M = 4, M = 8$ ):

$$f_p(p(i), p'(i) | M - PSK) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{p(i)}{\sigma_n^2} \exp \left\{ -\frac{p^2(i) + p_m^2}{2\sigma_n^2} \right\} I_0 \left( \frac{p_m p(i)}{\sigma_n^2} \right) \frac{p'(i)}{\sigma_n^2} \exp \left\{ -\frac{p'^2(i) + p_m'^2}{2\sigma_n^2} \right\} I_0 \left( \frac{p_m' p'(i)}{\sigma_n^2} \right) \quad (7.205)$$

Τελικά η διαδικασία αναγνώρισης ολοκληρώνεται με τον υπολογισμό μιας τιμής πιθανοφάνειας για όλα τα πιθανά  $M$ :

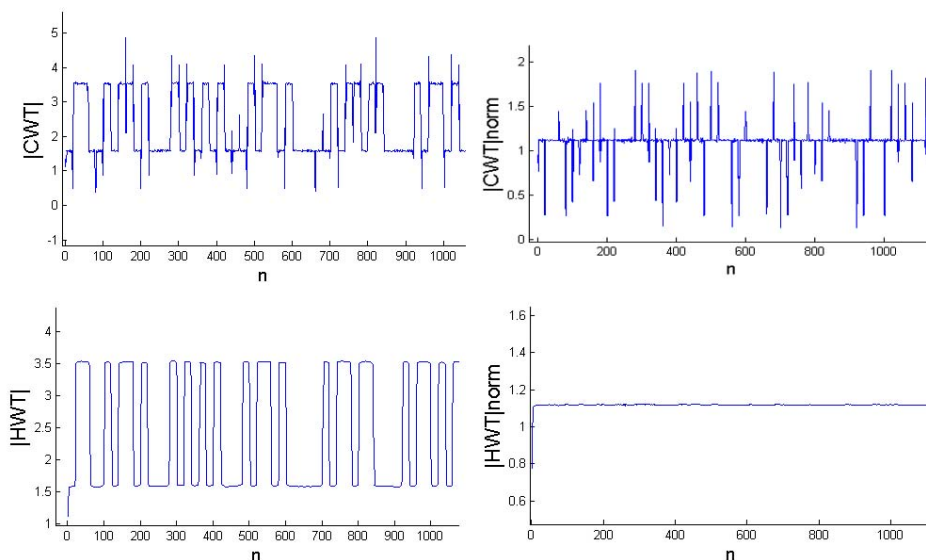
$$\Lambda_M = \prod_{i=0}^{N-1} f_p(p(i), p'(i) | M - PSK) \quad (7.206)$$

όπου  $N$  είναι ο αριθμός των δειγμάτων. Το  $M$  που δίνει τη μεγαλύτερη τιμή  $\Lambda_M$  καθο-

ρίζει την απόφαση για την τάξη της διαμόρφωσης. Για να απλοποιηθεί η υπολογιστική πολυπλοκότητα της παραπάνω συνάρτησης χρησιμοποιείται προσέγγιση της τροποποιημένης συνάρτησης Bessel πρώτου είδους και μηδενικής τάξης:

$$I_n(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp(x) \quad (7.207)$$

**M-QAM** Όπως έχει δειχθεί η συμπεριφορά του  $|CWT|_{norm}$  για τη διαμόρφωση QAM είναι όμοια με τη συμπεριφορά του  $|CWT|$  ενός PSK σήματος μοναδιαίου πλάτους. Για αυτό το λόγο η τιμή του  $|HWT|$  μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της φέρουσας συχνότητας για κορυφές μηδενικής μεταβολής φάσης όπως στο σχήμα 7.45. Είναι εύκολο να δειχθεί ότι κάθε QAM σήμα διαφορετικής τάξης έχει διαφορετική τιμή μέγιστου πλάτους του  $|HWT|$ . Κατασκευάστηκε ένας πίνακας ώστε να αντιστοιχίζεται η φέρουσα συχνότητα με τη μέγιστη τιμή πλάτους της  $mutister$  συνάρτησης του  $|HWT|$  των M-QAM σημάτων. Η σύγκριση του μέγιστου πλάτους του  $|HWT|$  του λαμβανόμενου σήματος με τις τιμές πλάτων που βρίσκονται στον πίνακα επιτρέπουν την ανίχνευση της τάξης της διαμόρφωσης και την εξαγωγή απόφασης.



Σχήμα 7.46: Το  $|CWT|$ , το  $|CWT|_{norm}$  το  $|HWT|$  και το  $|HWT|_{norm}$  για ένα 8-QAM σήμα

### 7.13.4 Αποτελέσματα

Ο αλγόριθμος που παρουσιάστηκε έδωσε εξαιρετικά αποτελέσματα για  $SNR > 11dB$ . Μετά από εκτενείς εξομοιώσεις (περισσότερες από 2 εκατομμύρια επαναλήψεις) δεν πραγματοποιήθηκε κανένα σφάλμα ταξινόμησης. Το γεγονός αυτό υποδεικνύει ότι το σφάλμα ταξινόμησης είναι μικρότερο του  $10^{-6}$ . Ο αριθμός των συμβόλων που χρησιμοποιήθηκαν για κάθε απόφαση (για τη σύνθεση των ιστογραμμάτων, εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης κλπ) ήταν 100. Όσο μειώνονται οι τιμές του SNR, ο ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων γίνεται σημαντικός. Στους πίνακες 7.15 και 7.16 παρουσιάζονται οι πιθανότητες ορθών και λανθασμένων ταξινομήσεων για  $SNR = 10dB$ .

Ο πίνακας 7.15 παρουσιάζει τις πιθανότητες για αναγνώριση του τύπου της διαμόρφωσης. Ως είσοδο θεωρήθηκαν οι τύποι διαμόρφωσης με την πιο ασταθή συμπεριφορά ώστε να υπάρχει μια ένδειξη στις συμπεριφορές στη χειρότερη περίπτωση. Όπως φαίνεται για  $SNR = 10dB$  υπάρχει

μόνο μικρή πιθανότητα λανθασμένης ταξινόμησης της PSK διαμόρφωσης ως QAM.

Είσοδος	PSK	FSK	QAM	ASK
8 – PSK	98.6%	0%	1.4%	0%
2 – FSK	0%	100%	0%	0%
8 – QAM	0%	0%	100%	0%
2 – ASK	0%	0%	0%	100%

**Πίνακας 7.15:** Αποτελέσματα για Αναγνώριση τύπου διαμόρφωσης

Στον πίνακα 7.16 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των εξομοιώσεων για την αναγνώριση της τάξης της διαμόρφωσης ( $SNR = 10dB$ ). Γενικά ο βαθμός επιτυχίας είναι μεγαλύτερος του 98%. Εδώ υπογραμμίζεται ότι τα αποτελέσματα είναι κατά πολύ καλύτερα αυτών που παρουσιάζονται στο [160].

M-PSK (in/out)	PSK-2	PSK-4	PSK-8	
PSK – 2	100%	0%	0%	
PSK – 4	0.1%	99.9%	0%	
PSK – 8	0%	0.2%	99.8%	
M-FSK (in/out)	FSK-2	FSK-4	FSK-8	
FSK – 2	100%	0%	0%	
FSK – 4	0.2%	98.3%	0%	
FSK – 8	0%	0.5%	99.5%	
M-ASK (in/out)	ASK-2	ASK-4	ASK-8	
ASK – 2	100%	0%	0%	
ASK – 4	0%	98.5%	1.5%	
ASK – 8	0%	1%	99%	
M-QAM (in/out)	QAM-8	QAM-16	QAM-32	QAM-64
QAM – 8	100%	0%	0%	0%
QAM – 16	0%	99.4%	0.6%	0%
QAM – 32	0%	0.3%	99.7%	0%
QAM – 64	0%	0%	0%	100%

**Πίνακας 7.16:** Αποτελέσματα για Αναγνώριση τάξης διαμόρφωσης

Ο αλγόριθμος που μελετήθηκε παρουσιάζει πολλές μετατροπές και βελτιώσεις σε σύγκριση με άλλους ταξινομητές/ανιχνευτές που βασίζονται σε wavelets. Τα συμπεράσματα που εξάγονται από τη μελέτη αυτή συνοψίζονται στα εξής:

- Είναι ικανός αλγόριθμος για την αναγνώριση QAM και ASK διαμορφώσεων.
- Ο αλγόριθμος μπορεί να εκτιμήσει τη φέρουσα συχνότητα για PSK, QAM και ASK διαμορφώσεις.
- Η χρήση του συνεχούς μετασχηματισμού wavelet έδωσε καλύτερα αποτελέσματα, καθώς δεν πραγματοποιείται παραμόρφωση λόγω aliasing.
- Ορίστηκαν κατάλληλα κατώφλια για τη διάκριση των διαμορφώσεων.
- Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για PSK διαμόρφωση με μικρό SNR βελτίωσε κατά πολύ τα αποτελέσματα.
- Η συνολική απόδοση του αλγορίθμου σε όλα τα επίπεδα είναι καλύτερη.

□



## Κεφάλαιο 8

# Δέκτης CR-OFDM βασισμένος σε Συγκρότημα Φίλτρων - Παρεμβολές, Συγχρονισμός

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται προσπάθεια ενοποίησης όλων των διαδικασιών που προτάθηκαν στα προηγούμενα τμήματα της διατριβής ώστε να σχηματιστεί μια ολοκληρωμένη πρόταση για το στάδιο ψηφιακής επεξεργασίας της εισερχόμενης κυματομορφής από το φυσικό στρώμα του Γνωστικού ραδιοσυστήματος. Η μελέτη γίνεται στους άξονες που έχουν οριστεί εξαρχής:

- Το CR σύστημα βασίζεται στην αρχιτεκτονική του Software Defined Radio, δηλαδή ψηφιοποιεί και επεξεργάζεται ταυτόχρονα ένα μεγάλο εύρος ζώνης που περιέχει πολλά κανάλια πρωτεύοντος συστήματος. Κατά συνέπεια το σήμα εισόδου είναι μια συνισταμένη πολλών ετερογενών σημάτων προερχόμενα από πολλούς και διαφορετικούς χρήστες. Λόγω της ευρυζωνικότητας του αναλυόμενου σήματος η χρησιμοποίηση υπολογιστικά αποδοτικών αλγορίθμων ανάλυσης των κυματομορφών αποτελεί βασική προϋπόθεση για τη λειτουργικότητα του CR δέκτη.
- Το CR δίκτυο χρησιμοποιεί αρχές επικαλυπτόμενης (overlay) μετάδοσης και κατά συνέπεια θεωρείται δεδομένο πως μια φασματική περιοχή καταλαμβάνεται είτε από σήμα πρωτεύοντος δικτύου είτε από CR κυματομορφή και η μόνη περίπτωση συνύπαρξης των δυο παρατηρείται στις απευκταίες περιπτώσεις "φασματικής σύγκρουσης" και παρεμβολής του CR σήματος σε μια πρωτεύουσα εκπομπή. Συγκεκριμένα τα CR συστήματα είτε συναγωνίζονται είτε συνυπάρχουν καταλαμβάνοντας φασματικές (και χρονικές) ζώνες που παραμένουν ακρησιμοποίητες από τα αδειοδοτημένα πρωτεύοντα συστήματα. Δημιουργείται έτσι η δεξαμενή φάσματος (spectrum pooling) από την οποία τα CR συστήματα επιλέγουν τους διαθέσιμους ραδιοπόρους και τους χρησιμοποιούν για την μετάδοση.
- Οι διαμορφώσεις πολλαπλών φερόντων αποτελούν ιδανική επιλογή διαμόρφωσης για κυματομορφές CR συστημάτων επικαλυπτόμενης μετάδοσης καθώς μπορούν να συνθέσουν φασματικά διακοπτόμενες κυματομορφές ώστε να μην παρεμβάλλουν σε πρωτεύουσες εκπομπές. Η απλούστερη και αποδοτικότερη υπολογιστικά διαμόρφωση είναι η OFDM, η οποία έχει θεωρηθεί ως η κεντρική επιλογή καθ' όλη τη διατριβή ως τώρα. Φυσικά χρειάζεται σε πολλές περιπτώσεις να υπάρξει προεπεξεργασία του εκπεμπόμενου σήματος για τον περιορισμό των πλευρικών λοβών. Υπάρχει επίσης η επιλογή διαφόρων εξελιγμένων και πιο ιδιαίτερων

παραλλαγών της OFDM διαμόρφωσης όπως η OFDM-OQAM με το ανάλογο υπολογιστικό κόστος. Σε πρώτη φάση θεωρείται ότι χρησιμοποιείται OFDM μετάδοση, χωρίς να απασχολεί τον CR δέκτη πιθανή ύπαρξη σταδίου προεπεξεργασίας για την μείωση των παρεμβολών. Σημειώνεται ότι η CR-OFDM μετάδοση έχει πολλά κοινά με την κυματομορφή των OFDMA σημάτων με χρήση υποκαναλιών.

- Στο στάδιο μελέτης των διαδικασιών φασματικής ανίχνευσης, όπως και αντίστοιχα κατά τη μελέτη των φαινομένων συγχρονισμού σε OFDMA συστήματα με χρήση υποζωνών διαφαίνονται τα πλεονεκτήματα χρήσης συγκροτημάτων φίλτρων καθώς απλοποιούνται ιδιαίτερα οι διαδικασίες επειδή γίνεται απομόνωση της φασματικής περιοχής ενδιαφέροντος. Κατά συνέπεια στο κεφάλαιο αυτό εξετάζεται η δυνατότητα χρήσης των φίλτρων σε ένα ευρύτερο πλαίσιο με παράλληλη προσπάθεια συμβιβασμού της ασυμβατότητας της OFDM διαμόρφωσης με τη χρήση φίλτρων.

Η συνολική λύση που προτείνεται παρουσιάζει ένα σύστημα δέκτη που συνδυάζει τις εξής προδιαγραφές. Προστατεύει το CR σύστημα από τις παρεμβολές, εκτιμά αποδοτικά τα σημεία συγχρονισμού της λαμβανόμενης CR κυματομορφής, αντισταθμίζει συχνοτικές ολισθήσεις, ενσωματώνει διαδικασίες φασματικής ανίχνευσης τριών καταστάσεων και αποδιαμορφώνει τελικά το σήμα. Παράλληλα παρέχεται ένα υβριδικό σύστημα λήψης για OFDM καθώς και OFDM-OQAM γνωστικά ραδιοσήματα.

## **8.1 Ανάλυση και μοντελοποίηση της παρεμβολής στον CR δέκτη**

Σχεδόν στο σύνολο των αναφορών διαχείρισης των παρεμβολών που υπάρχει στη βιβλιογραφία γίνεται ανάλυση των παρεμβολών που τα CR συστήματα προκαλούν στις εκπομπές των πρωτεύοντων δικτύων. Αντίθετα δεν έχει δοθεί έμφαση στην διαχείριση και αντιμετώπιση της παρεμβολής που δέχονται τα CR συστήματα κατά τη λειτουργία τους. Ναι μεν η παρεμβολή προς τα πρωτεύοντα συστήματα είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την ύπαρξη των γνωστικών ραδιοσυστημάτων, αλλά από την άλλη το γεγονός ότι ο CR-OFDM δέκτης λαμβάνει παράλληλα τα πρωτεύοντα σήματα μπορεί να προκαλέσει παρεμβολές στο λαμβανόμενο σήμα ενδιαφέροντος σε σημείο που η λειτουργία του γνωστικού ραδιοσυστήματος υποβαθμίζεται ραγδαία.

Σε αυτό το σημείο, αναπτύσσεται ένα μοντέλο που επιτρέπει την ακριβή ανάλυση των παρεμβολών που λαμβάνονται από το CR-OFDM σύστημα. Ακόμη και αν τα πρωτεύοντα σήματα είναι πλήρως διαχωρισμένα από τις CR κυματομορφές κατά τη μετάδοση, η φύση της OFDM λήψης έχει ως αποτέλεσμα την πρόκληση παρεμβολής στο επιθυμητό σήμα, δυσχεραίνοντας την αποδιαμόρφωση του. Η φασματική πυκνότητα ισχύος της παρεμβολής που προκαλείται από το PU σύστημα στη φασματική ζώνη της CR λήψης έχει μια συγκεκριμένη μορφή. Πιο συγκεκριμένα για την αντίληψη του δέκτη το γεγονός ότι οδηγούνται παράλληλα με τα επιθυμητά, τα PU σήματα στον FFT αποδιαμόρφωσης χωρίς αυτά να πληρούν τις απαιτούμενες προδιαγραφές ορθογωνιότητας παράλληλα με την έλλειψη οποιασδήποτε έννοιας συγχρονισμού (σε χρόνο και συχνότητα), προκαλεί αυξημένα επίπεδα παρεμβολής στα CR σήματα που καταλαμβάνουν γειτονικές ζώνες. Για να αξιολογηθεί και αναλυθεί η επίδραση των PU σημάτων απαιτείται η ανάπτυξη ενός μοντέλου για την PU εκπομπή καθώς και για τον συμβατικό CR-OFDM δέκτη.

*Σημειογραφική Σημείωση:* Μια συνάρτηση που χρησιμοποιείται συνεχώς στην ακόλουθη

ανάλυση είναι ο FFT του τετραγωνικού παλμού. Η συνάρτηση αυτή δίνεται από:

$$R(k; N, \theta, d_0) = \frac{\sin\left(\pi \frac{k\theta}{N}\right)}{\sin\left(\pi \frac{k}{N}\right)} e^{-j\pi \frac{\theta-1}{N} k} e^{-2j\pi \frac{d_0 k}{N}} \quad (8.1)$$

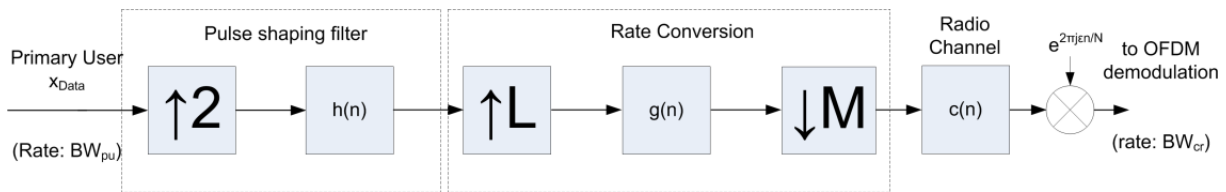
όπου  $N$  είναι το μέγεθος του FFT που χρησιμοποιείται για τον τετραγωνικό παλμό,  $\theta$  είναι το μέγεθος του τετραγωνικού παραθύρου ως αριθμός δειγμάτων και  $d_0$  είναι η χρονική μετατόπιση του παραθύρου με αναφορά στο δείγμα με δείκτη μηδέν για τον πραγματοποιούμενο FFT. Σημειώνεται επίσης ότι κατά κανόνα στο συγκεκριμένο κεφάλαιο ο δείκτης  $k$  χρησιμοποιείται για τον συμβολισμό της διακριτής συχνότητας ενώ ο δείκτης  $n$  αποτελεί χρονική διακριτή μεταβλητή.

### 8.1.1 Παρεμβολή προκαλούμενη από PU εκπομπή απλού φέροντος

Το ευρύ πεδίο συχνοτήτων που ψηφιοποιείται από τον CR-OFDM δέκτη, σύμφωνα με τη λογική του Software Radio και τις αρχές των γνωστικών ραδιοσυστημάτων συμβολίζεται με  $BW_{cr}$ . Στην ανάλυση χρησιμοποιείται το ισοδύναμο ψηφιακό μοντέλο βασικής ζώνης. Επίσης θεωρείται ότι στο ψηφιοποιημένο εύρος ζώνης περιέχονται ακριβώς  $M$  κανάλια του συνυπάρχοντος πρωτεύοντος συστήματος. Αυτή είναι επίσης μια λογική υπόθεση που γίνεται καθώς δεν υπάρχει λόγος να επιδεινωθούν οι επιδόσεις του δέκτη με το να περιληφθεί κλασματικός αριθμός PU διαύλων (πράγμα που θα αποτελούσε σχεδόν ανεπανόρθωτη πηγή παρεμβολής). Κατά συνέπεια η διαφερωνική απόσταση μεταξύ των PU ραδιοδιαύλων δίνεται από:  $\Delta f_{pu} = \frac{BW_{cr}}{M}$ . Από τη στιγμή που το πρωτεύον σύστημα είναι απλού φέροντος δεν υπάρχει φασματική επικάλυψη μεταξύ των γειτονικών PU καναλιών. Αν το PU σύστημα χρησιμοποιεί φίλτρο μορφοποίησης παλμών (Pulse Shaping Filter - PSF) με συντελεστή απόσβεσης roll-off  $\alpha$ , τότε το εύρος ζώνης ημίσειας ισχύος 3-dB  $BW_{pu}$  σχετίζεται με το συνολικό εύρος ζώνης λήψης σύμφωνα με την εξίσωση:

$$BW_{cr} = M(1 + \alpha) BW_{pu} \quad (8.2)$$

Επίσης σημειώνεται πως η ισοδύναμη βασικής ζώνης ψηφιακή αναπαράσταση γίνεται στο βασικό ρυθμό λήψης του CR δέκτη. Για  $\alpha \in \mathbb{Q}$  μπορούν να βρεθούν δυο ακέραιοι  $L'$  και  $M'$  έτσι ώστε  $\frac{L'}{M'} = \frac{(1+\alpha)M}{2}$  έτσι ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή μετατροπή ρυθμού δειγματοληψίας στο εύρος  $BW_{cr}$ . Κατά συνέπεια ο PU πομπός μπορεί να εξομοιωθεί από ένα PSF φίλτρο και από έναν κλασματικό μετατροπέα ρυθμού επεξεργασίας/μετάδοσης όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 8.1



**Σχήμα 8.1:** Μοντελοποίηση αλυσίδας PU εκπομπής με διαμόρφωση απλού φέροντος

Η επιλογή της κρουστικής απόκρισης του φίλτρου μορφοποίησης  $h(n)$  γίνεται έτσι ώστε να προσεγγίζει τη συμπεριφορά του PSF φίλτρου του πρωτεύοντος συστήματος, ενώ η επιλογή του φίλτρου  $g(n)$  που πραγματοποιεί μετατροπή του ρυθμού επεξεργασίας και διαυλοποίηση του σήματος γίνεται έτσι ώστε να προσομοιώνεται η λειτουργία των φίλτρων τελικής και εμπρόσθιας βαθμίδας του PU συστήματος και του CR αντίστοιχα.

Ο ραδιοδιάυλος θεωρείται ότι έχει κρουστική απόκριση  $c(n)$ . Το πιο ορθό είναι η κρουστική απόκριση του διαύλου να τοποθετηθεί στο σημείο με τον υψηλότερο ρυθμό, αλλά θεωρήθηκε

προτιμότερο να τοποθετηθεί στον τελικό ρυθμό έτσι ώστε να αποτυπωθεί η ακριβής αντίληψη του ραδιοδιαύλου για το CR σύστημα στον βασικό ρυθμό  $BW_{cr}$ . Τέλος  $\varepsilon$  είναι η ολίσθηση συχνότητας του λαμβανόμενου σήματος. Το λαμβανόμενο σήμα εξομοιώνεται με βάση τη σχέση:

$$y(n) = e^{\frac{2\pi j \varepsilon n}{N}} \times \sum_{l=n-L_0+1}^n \sum_{q=\lceil \frac{M'l-Q_0+1}{L'} \rceil}^{\lfloor M'l/L' \rfloor} \sum_{p=\lceil \frac{q-P_0+1}{2} \rceil}^{\lfloor q/2 \rfloor} x(p) h(q-2p) g(M'l-L'q) c(n-l) \quad (8.3)$$

όπου  $x(n)$  είναι η ακολουθία των PU συμβόλων και  $P_0$ ,  $Q_0$  και  $L_0$  είναι το μήκος των κρουστικών αποκρίσεων των  $h$ ,  $g$  και  $c$  αντίστοιχα σε αριθμό δειγμάτων. Επίσης θεωρείται ότι οι μετατοπίσεις κάτω και άνω μετατροπής κατά τον αποδεδειγμένο /παρεμβολή είναι μηδενικές. Η αποτύπωση των διαδικασιών φιλτραρίσματος γίνεται έτσι ώστε η ανεξάρτητη μεταβλητή εισόδου  $p$  να απομονώνεται στο σήμα εκπομπής  $x(n)$ .

Ο CR δέκτης συλλέγει  $N$  δείγματα του λαμβανόμενου σήματος στον FFT ανάλυσης και αποδιαμόρφωσης της OFDM κυματομορφής. Αν θεωρηθεί ότι ο χρονικός δείκτης του πρώτου λαμβανόμενου δείγματος κατά την λήψη του τρέχοντος OFDM συμβόλου είναι  $n_0$  με δείγμα αναφοράς μηδέν το πρώτο εκπεμπόμενο δείγμα σήματος από το PU, τότε το λαμβανόμενο σήμα κατά τα γνωστά δίνεται από:

$$y_{Rx}(n) = y(n_0 + n), \quad n = 0 \dots N-1$$

$$Y_{Rx}(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} y_{Rx}(n) \quad (8.4)$$

Το επόμενο βήμα είναι ο προσδιορισμός μιας κλειστής έκφρασης για το λαμβανόμενο σήμα στο διακριτό πεδίο συχνοτήτων  $N$ -δειγμάτων και ακολούθως να καθοριστεί και ποσοτικοποιηθεί το μέγεθος της παρεμβολής όπως γίνεται αντιληπτό από τον CR δέκτη.

Από τη σχέση (8.3) μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι το υποσύνολο των εκπεμπόμενων συμβόλων του PU σήματος που συνεισφέρουν στην παρεμβολή που δέχεται το συγκεκριμένο OFDM σύμβολο, είναι τα σύμβολα με χρονικούς δείκτες:

$$U = \left\lfloor \frac{M'n_0 - M'(L_0-1) - L'(P_0-1) - Q_0 + 1}{2L'} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{M'(n_0 + N - 1)}{2L'} \right\rfloor + 1 \quad (8.5)$$

όπου  $U$  είναι το μέγεθος του υποσυνόλου συμβόλων του PU σήματος. Το σύνολο των συμβόλων επεκτείνεται έτσι ώστε να συμπεριληφθεί το προηγούμενο και το ακόλουθο PU σύμβολο του συγκεκριμένου συνόλου. Ένα εκτεταμένο σύνολο συμβόλων  $\hat{\mathbf{X}}$  μήκους  $S$  ορίζεται με βάση τις ακόλουθες συνθήκες:

$$S > U,$$

$$\frac{2L'S}{M'N} \in \mathbb{N}, \quad (8.6)$$

$$S \geq \frac{M'}{2L'} \left( \left\lfloor \frac{Q_0 + L'P_0 - L'}{M'} \right\rfloor + L_0 + N - 1 \right)$$

Το τελευταίο τμήμα του υπό-σήματος  $\hat{\mathbf{X}}$  περιλαμβάνει τα  $U$  σύμβολα που συμμετέχουν στην παρεμβολή που δέχεται το υπό εξέταση OFDM σύμβολο. Κατά συνέπεια:

$$\hat{\mathbf{X}} = [x(p_L - S + 1) \dots x(p_L)]^T, \quad \text{όπου} \quad (8.7)$$

$$p_L = \lfloor M'(n_0 + N - 1) / 2L' \rfloor$$

Επιπλέον το  $S$  έχει επιλεγθεί ώστε ο αριθμός  $\frac{2L'S}{M'N}$  να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του  $N$ . Η



αναγκαιότητα της τρίτης συνθήκης γίνεται αντιληπτή μετέπειτα στην ανάλυση. Μετά τον ορισμό του  $S$  υπολογίζονται οι ακόλουθοι διακριτοί μετασχηματισμοί Fourier:

$$\begin{aligned}\hat{X}(k) &= \text{FFT}[\hat{x}(n)]_S, n = 0 \dots S - 1 \\ H(k) &= \text{FFT}[h(n)]_{2S}, n = 0 \dots 2S - 1 \\ G(k) &= \text{FFT}[g(n)]_{2L'S}, n = 0 \dots 2L'S - 1 \\ C(k) &= \text{FFT}[c(n)]_{2L'S/M'}, n = 0 \dots 2L'S/M' - 1\end{aligned}\quad (8.8)$$

Ο δείκτης/όρισμα στον FFT είναι το μέγεθος του FFT που θεωρήθηκε για το κάθε σήμα ή για την κρουστική απόκριση του αντίστοιχου φίλτρου. Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός της εξόδου της αλυσίδας που παρουσιάστηκε στο σχήμα 8.1. Αυτό όμως θα πραγματοποιηθεί με την εσφαλμένη (σε αυτό το σημείο υπόθεση) ότι κατά τη διέλευση του σήματος από την αλυσίδα και τα διαδοχικά φίλτρα πραγματοποιείται κυκλική συνέλιξη αντί της γραμμικής. Με δεδομένη αυτή την υπόθεση, το σήμα στο διακριτό πεδίο συχνοτήτων του δέκτη δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{Y}(k) = C(k) \sum_{m=0}^{M'-1} G\left(k + \frac{2mL'S}{M'}\right) H\left(\left(k + \frac{2mL'S}{M'}\right)_{2S}\right) \hat{X}\left(\left(k + \frac{2mL'S}{M'}\right)_S\right) \quad (8.9)$$

$$k = 0 \dots \frac{2L'S}{M'} - 1$$

Παρά τη χρήση της εσφαλμένης υπόθεσης σχετικά με την κυκλική συνέλιξη, η οποία μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε τη δυική σχέση πολλαπλασιασμού/κυκλικής συνέλιξης στα διακριτά πεδία συχνότητας και χρόνου, μπορεί πολύ εύκολα να αποδειχθεί ότι η πραγματική έξοδος της αλυσίδας φίλτρων και της άνω/κάτω μετατροπής είναι ίση με αυτή που περιέχεται στην "κυκλική εκδοχή" της εξόδου που περιέχεται στο  $\hat{Y}(k)$  για τα δείγματα με χρονικό δείκτη:

$$n \geq \left\lfloor \frac{Q_0 + L'(P_0 - 1)}{M'} \right\rfloor + L_0 - 1 + N \quad (8.10)$$

Αυτό το γεγονός εξηγεί την τρίτη συνθήκη που διατυπώθηκε για την επιλογή του  $S$ . Η συνθήκη αυτή με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζει ότι η έξοδος που παράγεται μέσω της σχέσης (8.9) παράγει τα σωστά τελευταία  $R$  δείγματα που είναι αυτά που μας ενδιαφέρουν κάνοντας αδιάφορο το αν τελικά προέκυψαν από κυκλική ή γραμμική συνέλιξη. Στο τελευταίο βήμα ορίζεται ένα ορθογώνιο παράθυρο μήκους  $N$  δειγμάτων ώστε να απομονωθούν τα  $N$  δείγματα που συλλέγονται και απομονώνονται από τον CR-OFDM δέκτη. Ο FFT του παραθύρου ενδιαφέροντος δίνεται από την συνάρτηση  $R\left(k; \frac{2L'S}{M'}, N, n'_0\right)$ , όπου το  $n'_0$  αρχικό σημείο του παραθύρου δίνεται από:

$$n'_0 = n_0 - \left\lfloor \frac{L'(2(p_L - S + 1))}{M'} \right\rfloor \quad (8.11)$$

Το συγκεκριμένο δείγμα εξασφαλίζει ότι το τμήμα του σήματος που απομονώνεται από το παράθυρο είναι ακριβώς ίδιο με αυτό που προσδιορίζεται στη σχέση (8.4).

Για τον ακριβή μαθηματικό προσδιορισμό του σήματος παρεμβολής στο συγκεκριμένο OFDM σύμβολο που εξετάζεται χρησιμοποιείται η δυσικότητα κυκλικής συνέλιξης και πολλαπλασιασμού για την έκφραση της εφαρμογής του παραθύρου στο εισερχόμενο σήμα, παράλληλα με μια διαδικασία αποδεκατισμού του σήματος στο πεδίο της συχνότητας κατά  $b = \frac{2L'S}{M'N}$  ώστε η έκφραση στο πεδίο συχνότητας να μειωθεί σε ακριβώς  $N$  δείγματα, ώστε να αντιπροσωπεύουν ακριβώς την παρεμβολή που προκαλείται σε κάθε υποφέρων του CR-OFDM συστήματος.

$$Y_{Rx}(k) = \frac{e^{2\pi j \frac{n'_0 k + (n_0 - n'_0)\varepsilon}{N}}}{bNM'\sqrt{N}} \times \sum_{u=0}^{\frac{2L'S}{M'}-1} \sum_{m=0}^{M'-1} \left( \begin{array}{c} R((bk - u + b\varepsilon)_{2L'S/M'}; bN, N, n'_0) G(u + mbN) \times \\ C(u) H((u + mbN)_{2S}) e^{-2\pi j \frac{(u+mbN)(2L'(p_L - S + 1))_{M'}}{M'bN}} \hat{X}((u + mbN)_S) \end{array} \right) \quad (8.12)$$

Με  $(\cdot)_K$  συμβολίζεται η κυκλική ολίσθηση του σήματος  $K$  δειγμάτων, ώστε το αποτέλεσμα της συνέλιξης να ισούται με την κυκλική συνέλιξη. Κοινώς  $(\cdot)_K = \text{mod}(\cdot, K)$ . Στη σχέση (8.12) η ολίσθηση συχνότητας του σήματος έχει ενσωματωθεί στον FFT του ορθογωνικού παραθύρου ως κυκλική ολίσθηση των δειγμάτων του. Επίσης στο τελικό αποτέλεσμα έχει συμπεριληφθεί όρος κανονικοποίησης του πλάτους και διόρθωσης φάσης. Ο όρος κανονικοποίησης εμφανίζεται λόγω του αποδεκατισμού, των ιδιοτητών του FFT [164] και την λειτουργία του OFDM δέκτη [60]. Ο όρος αντιστάθμισης φάσης είναι απαραίτητος για την ευθυγράμμιση της ολίσθησης συχνότητας με το πρώτο δείγμα  $n_0$  που απομονώνεται στο δέκτη καθώς και για τη διόρθωση μεταβολών φάσεως που προκαλούνται κατά τον αποδεκατισμό. Η διόρθωση φάσης δεν είναι απαραίτητη αν μας ενδιαφέρει μια τιμή ισχύος.

Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός της μέσης λαμβανόμενης ισχύος για κάθε CR-OFDM subcarrier. Αυτή η σχέση αποτελεί ουσιαστικά την ισοδύναμη έκφραση της φασματικής πυκνότητας ισχύος (Power Spectral Density - PSD) στο διακριτό πεδίο συχνότητας. Από τη σχέση (8.12) με τις απαραίτητες πράξεις προκύπτει απευθείας ότι:

$$E[Y_{Rx}(k)Y_{Rx}^*(k)] = \frac{1}{(bM')^2 N^3} \times \sum_{u=0}^{bN-1} \sum_{p=0}^{bN-1} \left( \begin{array}{c} C(u)C^*(p)R(b(k-\varepsilon)-u; bN, N, n'_0)R^*(b(k-\varepsilon)-p; bN, N, n'_0) \times \\ \sum_{m_1=0}^{M'-1} F(u+m_1bN) e^{-\frac{2\pi j \varphi_0(u+m_1bN)}{M'bN}} \sum_{m_2=0}^{M'-1} F^*(p+m_2bN) e^{\frac{2\pi j \varphi_0(p+m_2bN)}{M'bN}} \times \\ E[\hat{X}((u+m_1bN)_S)\hat{X}^*((p+m_2bN)_S)] \end{array} \right) \quad (8.13)$$

όπου έχει γίνει η αντικατάσταση  $F(k) = H((k)_{2S})G(k)$  και  $\varphi_0 = (2L'(p_L - S + 1))_{M'}$ . Σημειώνεται εδώ ότι ο συμβολισμός  $(\cdot)_K$  που μαθηματικά συμβολίζει το υπόλοιπο, επιτρέπει με αυτόν τον τρόπο τη μαθηματική περιγραφή των ειδώλων (aliases) του σήματος λόγω των αλλαγών ρυθμού κατά την παραγωγή του και την σταδιακή υπερδειγματοληψία του.

Υποθέτοντας ότι τα εκπεμπόμενα σήματα είναι ασυσχέτιστα (λογική υπόθεση κατά την κανονική λειτουργία του PU συστήματος) αποδεικνύεται εύκολα ότι ισχύει  $E[\hat{X}(k)\hat{X}^*(l)] = S\mathcal{E}_x\delta(k-l)$ , όπου  $\mathcal{E}_x$  το μέτρο ενέργειας ανά σύμβολο εκπομπής (ενσωματώνοντας πιθανές ενισχύσεις, αποσβέσεις κλπ). Παρόλα αυτά η εφαρμογή του κατά τα άλλα απλού συγκεκριμένου συμπεράσματος στην (8.13) γίνεται περίπλοκη λόγω της πράξης modulo. Αποδεικνύεται ότι οι αναμενόμενες τιμές είναι μη μηδενικές για:

$$u = p + (m_2 - m_1)bN + iS, \quad i = \left\lceil \frac{(m_1 - m_2)bN - p}{S} \right\rceil \dots \left\lceil \frac{(1 + m_1 - m_2)bN - p}{S} \right\rceil - 1, i \in \mathbb{Z} \quad (8.14)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε το γεγονός ότι  $0 \leq u, p < bN$ . Με αυτόν τον τρόπο ενσωματώνονται στον υπολογισμό συνιστώσες ισχύος που οφείλονται στα aliases.

Τελικά:

$$\begin{aligned}
 E [I(k) = Y_{Rx}(k) Y_{Rx}^*(k)] &= \frac{SE_x}{(bM')^2 N^3} \\
 &\sum_{p=0}^{bN-1} \sum_{m_1=0}^{M'-1} \sum_{m_2=0}^{M'-1} \sum_{i=\lceil \frac{(m_1-m_2)bN-p}{S} \rceil}^{\lceil \frac{(1+m_1-m_2)bN-p}{S} \rceil-1} C^*(p) C((p+iS)_{bN}) F^*(p+m_2bN) F((p+iS)_{bN} + m_1bN) \\
 &R^*(b(k-\varepsilon) - p; bN, N, n'_0) R(b(k-\varepsilon) - p - iS; bN, N, n'_0) e^{-\frac{\pi j \varepsilon_0 i}{L'}}
 \end{aligned} \tag{8.15}$$

Η έκφραση της (8.15) είναι μια εξαιρετικά ακριβής προσέγγιση της μέσης τιμής ισχύος της παρεμβολής που προκαλείται από μια πρωτεύουσα εκπομπή στο  $k$ -οστό subcarrier. Φυσικά στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότεροι PU χρήστες που λειτουργούν στο διαθέσιμο εύρος  $BW_{cr}$  η παρεμβολή υπολογίζεται από την ίδια σχέση και αυξάνεται αθροιστικά λόγω της ανεξαρτησίας των διαφορετικών PU εκπομπών.

Στις περισσότερες πρακτικές περιπτώσεις, η κρουστική απόκριση του τηλεπικοινωνιακού διαύλου αντιμετωπίζεται επίσης σαν τυχαία μεταβλητή, ειδικά λόγω του γεγονότος ότι είναι επιθυμητό το CR τερματικό να μην διαθέτει μη χρήσιμη (και υπολογιστικά επιβαρυντική) πληροφορία για το πρωτεύον σύστημα. Σε αυτή την περίπτωση η εκτίμηση της μέσης ισχύος παρεμβολής μπορεί να επιτευχθεί υπό την έννοια της μέγιστης πιθανοφάνειας και τη χρησιμοποίηση της διακριτής συνάρτησης αυτοσυσχέτισης του καναλιού στο πεδίο της συχνότητας. Για γνωστό ή θεωρημένο προφίλ ισχύος καθυστέρησης (Power Delay Profile - PDP) που δίνεται από την έκφραση  $\mathcal{P}_c(n) = E[|c(n)|^2]$ , η διακριτή συνάρτηση αυτοσυσχέτισης συχνότητας δίνεται από:

$$R_c(k) = \text{FFT}[\mathcal{P}_c(n)]_{bN} \tag{8.16}$$

Θεωρώντας ότι ο ραδιοδιάυλος είναι στατικός υπό την ευρεία έννοια (Wide Sense Stationary - WSS) μπορεί στη σχέση (8.15) να γίνει η ακόλουθη αντικατάσταση:

$$C^*(p) C((p+iS)_{bN}) \rightarrow R_c((iS)_{bN}) \tag{8.17}$$

Μια ακόμη παράμετρος που αποτελεί ειδική περίπτωση και αφορά συγκεκριμένες στιγμές της εκπομπής και στη γενική έκφραση είναι επιθυμητό να παραλείπεται είναι η ολίσθηση συχνότητας. Και σε αυτή την περίπτωση μπορεί να αντιμετωπιστεί, ως μια τυχαία μεταβλητή. Ο απλός τρόπος είναι η λύση μέγιστης πιθανοφάνειας και με υπόθεση μηδενικής μέσης τιμής (αληθής στις περισσότερες πρακτικές περιπτώσεις) μπορούμε να θέσουμε  $\varepsilon = 0$ . Παρόλα αυτά αν το  $\varepsilon$  λαμβάνει σημαντικά μεγάλες τιμές είναι αρκετά πιο ακριβής αντιμετώπιση η εξάλειψη των επιδράσεων της παραμέτρου μέσω ολοκλήρωσης. Σύμφωνα με τη Θεωρία πιθανοτήτων αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με χρήση του ακόλουθου ολοκληρώματος:

$$Z_i(k) = \int_{-\infty}^{\infty} R^*(k - b\varepsilon; bN, N, n'_0) R(k - b\varepsilon - iS; bN, N, n'_0) f_\varepsilon(\varepsilon) d\varepsilon \tag{8.18}$$

όπου  $f_\varepsilon$  είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) της ολίσθησης συχνότητας. Ανάλογα με την επιλογή της pdf της τυχαίας μεταβλητής, το ολοκλήρωμα της σχέσης (8.18) δύναται ή όχι να προσδιοριστεί αναλυτικά. Παρόλα αυτά, ακόμη και αν υπάρχει αναλυτική επίλυση του ολοκληρώματος ίσως περιέχονται πολύπλοκες και δύσχρηστες συναρτήσεις. Για παράδειγμα, η επίλυση για την απλούστατη ομοιόμορφη κατανομή είναι αναλυτική αλλά περιέχει υπεργεωμετρικές συναρτήσεις. Στην περίπτωση αυτή είναι ευκολότερη η χρήση μιας μεθόδου αριθμητικής ολοκλήρωσης. Το θετικό είναι ότι από τη στιγμή που θεωρηθεί συγκεκριμένη κατανομή, ο υπολογισμός πρέπει να γίνει μια φορά καθώς οι συναρτήσεις  $R(\cdot)$  δεν μεταβάλλονται. Το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης

αντικαθίσταται στην εξίσωση (8.15) όπου:

$$R^*(bk - b\epsilon - p; bN, N, n'_0) R(bk - b\epsilon - p - iS; bN, N, n'_0) \rightarrow Z_i(bk - p) \quad (8.19)$$

Μια προσεκτική παρατήρηση της σχέσης (8.15) μπορεί να οδηγήσει στο εσφαλμένο συμπέρασμα ότι ακόμη και για WSS ραδιοδιάλυτο το αποτέλεσμα δεν είναι στατικό καθώς εξαρτάται από τα  $n'_0$  και  $\varphi'_0$ . Κάτι τέτοιο όμως δεν ισχύει γιατί πρέπει να τονιστεί πως η επίδραση του  $n'_0$  εξαλείφεται στο τελικό αποτέλεσμα λόγω του συζυγούς γινομένου των τετραγωνικών παλμών. Κατά συνέπεια μπορεί να επιλεγθεί τυχαία οποιαδήποτε τιμή για το  $n'_0$ , εκτός και αν για κάποιο λόγο θέλουμε να είναι διαθέσιμη ακριβής έκφραση το σήματος της παρεμβολής με χρήση της σχέσης (8.12). Από την άλλη μεριά η επίδραση του  $\varphi_0$  έρχεται ως συνέπεια της διαδικασίας του αποδεκατισμού και του offset με το οποίο πραγματοποιείται σε σχέση με το μέγιστο της κρουστικής απόκρισης του φίλτρου αποδεκατισμού. Για  $M' > 2$  υπάρχουν σχετικές διαφοροποιήσεις στο αποτέλεσμα και μικρές μεταβολές στη σχηματική απεικόνιση της μέσης ισχύος παρεμβολής που προκαλείται από τις σχετικές μεταβολές φάσης λόγω του υποδιπλασμού του ρυθμού επεξεργασίας. Η μαθηματικά ολοκληρωμένη και απόλυτα ορθή λύση είναι να απαλλαγούμε από την ύπαρξη της παραμέτρου λαμβάνοντας μια μέση τιμή, υπολογίζοντας τις τιμές του  $I(k)$  για όλα τα πιθανά offset αποδεκατισμού  $\varphi = 0..M' - 1$ , καθώς είναι άγνωστο ποιο είναι αυτό που πραγματοποιείται ανά περίπτωση. Κατά την γνώμη του συγγραφέα και μετά από γενική παρατήρηση η καλύτερη τακτική είναι να αγνοηθεί η συγκεκριμένη επίδραση καθώς είναι συνολικά ελάχιστη και μη αξία προβληματισμού.

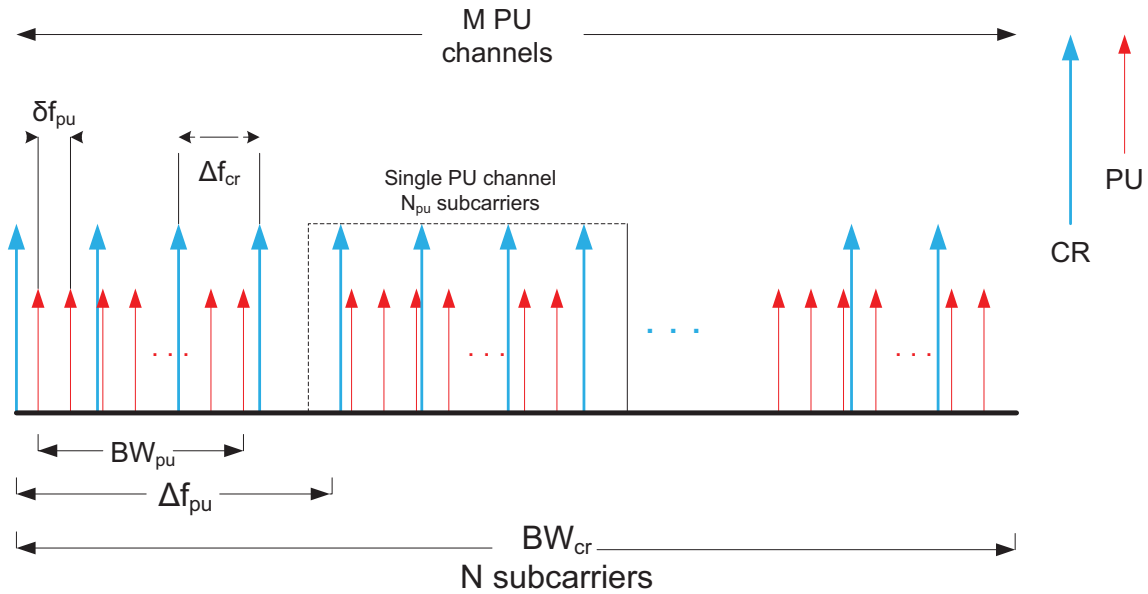
### 8.1.2 Παρεμβολή προκαλούμενη από PU OFDM εκπομπή

Σε αυτό το σενάριο θεωρείται ότι το CR σύστημα συνυπάρχει με ένα πρωτεύον δίκτυο που βασίζεται στην OFDM διαμόρφωση (απλή OFDM τοποθετημένη σε κανάλια ή OFDMA). Το μοντέλο που παρουσιάζεται είναι εντελώς γενικό και κατά συνέπεια οι παράμετροι του PU συστήματος μπορεί να διαφέρουν εξολοκλήρου σε σχέση με το CR σύστημα. Εξάλλου αν οι παράμετροι είναι όμοιοι, δεν υπάρχει λόγος να μελετηθεί η παρεμβολή, καθώς λόγω της ορθογωνιότητας αποκλείεται. Σε αυτή την περίπτωση τα ενδεχόμενα παρεμβολής οφείλονται σε έλλειψη οποιασδήποτε μορφής συγχρονισμού και έχει ήδη ουσιαστικά μελετηθεί στην παράγραφο 4.4.

Και σε αυτή την περίπτωση θεωρείται πως  $M$  PU κανάλια περιλαμβάνονται στο ψηφιοποιημένο εύρος ζώνης λειτουργίας του CR-SDR και που συμβολίζεται με  $BW_{cr}$ . Επίσης η διαφοροντική φασματική απόσταση δίνεται επίσης από τη σχέση  $\Delta f_{pu} = \frac{BW_{cr}}{M}$ . Ένα διάστημα φύλαξης διατηρείται μεταξύ των γειτονικών καναλιών και ένας συντελεστής απόσβεσης  $\alpha$  ορίζεται ανάλογα έτσι ώστε να ισχύει  $BW_{cr} = M(1 + \alpha)BW_{pu}$ . Σε αυτή την περίπτωση δεν θεωρείται εξαρχής ότι χρησιμοποιείται κάποιο φίλτρο μορφοποίησης ώστε να συμπιέξει τους πλευρικούς λοβούς της PU-OFDM μετάδοσης ή η μετάδοση είναι πρακτικά αφιλτράριστη και η προστασία των γειτονικών διαύλων εξασφαλίζεται μέσω του διαστήματος φύλαξης, κατά συνέπεια ο συντελεστής  $\alpha$  είναι γενικός και δεν αναφέρεται απαραίτητα στην κρουστική απόκριση κάποιου φίλτρου.

Κάθε OFDM κανάλι του πρωτεύοντος περιέχει  $N_{pu}$  υποφέροντα με φασματική απόσταση μεταξύ τους  $\delta f_{pu}$ . Σημειώνεται ότι η φασματική απόσταση των subcarriers  $\delta f_{pu}$  και η φασματική απόσταση των συνολικών καναλιών  $\Delta f_{pu}$  είναι εντελώς διαφορετικά μεγέθη. Ανάλογα με την περίπτωση του PU απλού φέροντος ορίζονται οι ακέραιοι  $L'$  και  $M'$  αλλά σε αυτή την περίπτωση και καθώς δεν υπάρχει αναδιπλασμός ρυθμού μετάδοσης κατά 2 όπως κατά την εφαρμογή του PSF φίλτρου, η σχέση που ισχύει δίνεται από:  $\frac{L'}{M'} = (1 + \alpha)$ .

Ως αυτό το σημείο έχει θεωρηθεί πρακτικά αφιλτράριστη μετάδοση. Στα πρακτικά OFDM συστήματα, το OFDM σήμα διέρχεται από φίλτρα πριν τη μετάδοση του. Παρόλα αυτά το φιλτράρισμα μπορεί εύκολα να ενσωματωθεί στο μοντέλο με τη συνέλιξη του επιθυμητού φίλτρου με την



Σχήμα 8.2: Παράδειγμα διάταξης υποφερόντων για CR-OFDM και PU-OFDM συστήματα

θεωρούμενη κρουστική απόκριση του ραδιοδιαύλου.

Το εκπεμπόμενο OFDM-PU σήμα στο βασικό ρυθμό του Nyquist περιγράφεται από τη σχέση:

$$x_{BW_{pu}}(n) = \sum_i^{N_{pu}-1} \sum_{l=0}^{N_{pu}-1} \frac{X^{(i)}(l)}{\sqrt{N_{pu}}} e^{\frac{2\pi j l (n-i(1+cp_{pu})N_{pu})}{N_{pu}}} r(n-i(1+cp_{pu})N_{pu}, (1+cp_{pu})N_{pu}) \quad (8.20)$$

όπου  $r(n, (1+cp_{pu})N_{pu}) = \begin{cases} 1, 0 \dots (1+cp_{pu})N_{pu} - 1 \\ 0, \text{ αλλού} \end{cases}$

όπου με  $i$  παριστάνεται ο αύξων αριθμός του OFDM συμβόλου ως προς κάποιο αρχικό σύμβολο αναφοράς, ενώ η διακριτού χρόνου συνάρτηση  $r$  είναι το ορθογωνικό παράθυρο. Η έκφραση της σχέσης (8.20) συνεπάγεται τη χρησιμοποίηση κυκλικού επιθέματος. Ωστόσο τα αποτελέσματα παραμένουν αδιάβλητα και ορθά ανεξαρτήτως της χρήσης επιθέματος ή προθέματος, αφού και σε αυτή την περίπτωση οι δυο επιλογές αποδεικνύονται ισοδύναμες, με μοναδική διαφορά μια απλή στροφή φάσης (που δεν επηρεάζει την υπό προσδιορισμό φασματική πυκνότητα ισχύος). Για να υπολογιστεί η προκαλούμενη παρεμβολή στο CR σύστημα, πρέπει να εξασφαλιστεί μαθηματική έκφραση για μια υπερδειγματοληφθείσα εκδοχή του εκπεμπόμενου σήματος στο πεδίο του χρόνου. Ο αναδιπλασιασμός του ρυθμού επεξεργασίας του σήματος επιτυγχάνεται θεωρώντας ότι τα συγκεκριμένα υποφέροντα του OFDM σήματος του πρωτεύοντος συστήματος είναι απλά ένα φασματικά συνεχές υποκάνάλι ενός μεγαλύτερου συνόλου subcarriers  $\tilde{N}$  ή διαφορετικά ότι το εύρος ζώνης του καναλιού επεκτείνεται θεωρητικά έτσι ώστε να περιλαμβάνει  $\tilde{N}$  υποφέροντα. Επιλέγεται συντελεστής αναδιπλασιασμού ίσος με  $\beta \frac{L'M}{M'}$  όπου ο  $\beta$  είναι ένας ακέραιος που εξασφαλίζει ότι και το  $\tilde{N}$  είναι επίσης ακέραιος αριθμός. Για παράδειγμα:

$$\beta = \frac{M'}{\text{gcd}(L'M, M')} \quad (8.21)$$

όπου με  $\text{gcd}()$  αναπαριστάται ο μέγιστος κοινός διαιρητής των δυο περιεχόμενων ορισμάτων. Η αναδιπλασμένη εκδοχή του εκπεμπόμενου σήματος καταλήγει να αναπαριστάται από:

$$x_{cBW_{pu}}(n) = \sum_i \sum_{l=0}^{N_{pu}-1} \frac{X^{(i)}(l)}{\sqrt{N_{pu}}} e^{\frac{2\pi j l (n - ic(1+cp_{pu})N_{pu})}{cN_{pu}}} r(n - ic(1+cp_{pu})N_{pu}, c(1+cp_{pu})N_{pu}) \quad (8.22)$$

$$\text{όπου } c = \beta L' M / M'$$

Το εκπεμπόμενο σήμα σε αυτή τη μορφή εκφράζεται με ρυθμό  $cBW_{pu} = \beta BW_{cr}$ . Στη συνέχεια υποβιβασμός του ρυθμού κατά  $\beta$  μειώνει το εύρος ζώνης στην επιθυμητή τιμή. Παρόλα αυτά από το σχήμα 8.2, μπορεί να παρατηρηθεί ότι δεν υπάρχει ευθυγράμμιση ή σύμπτωση των πρώτων υποφερόντων του PU και του CR συστήματος. Για να ενσωματωθεί αυτό το γεγονός στη σχέση, εισάγεται μια επιπλέον ολίσθηση συχνότητας που να προκαλεί την σημειούμενη ασυμμετρία και η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon_0 = \frac{(f_{0,pu} - f_{0,cr})}{(\Delta f_{cr})} \quad (8.23)$$

Επιπλέον συχνοτική ολίσθηση  $\varepsilon$  που κατά τα γνωστά οφείλεται σε σφάλματα των ταλαντωτών ή σε σταθερές ολισθήσεις Doppler μπορεί να ενσωματωθεί σε αυτόν τον όρο. Τελικά το σήμα διέρχεται από τον ραδιοδιάυλο και θεωρείται ότι φθάνει στον CR δέκτη με τη μορφή:

$$y(n) = \sum_{u=n-L_0+1}^n c(n-u) x_{cBW_{pu}}(\beta u) e^{2\pi j \frac{(\varepsilon_0 + \varepsilon)u}{N}} \quad (8.24)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (8.3), ο CR δέκτης συλλέγει  $N$  δείγματα και προχωράει σε αποδιαμόρφωση. Θεωρείται δεδομένο ότι δεν υπάρχει κανένα είδος συγχρονισμού μεταξύ πρωτεύοντος και γνωστικού δικτύου. Για να πραγματοποιηθεί η εκτίμηση του λαμβανόμενου σήματος στο διακριτό πεδίο συχνοτήτων του CR δέκτη, απομονώνεται ένα διάνυσμα  $2N$  δειγμάτων σήματος.

$$\tilde{x}(n) = x_{cBW_{pu}} \left( \beta \left( n + n_0 - \frac{N}{2} \right) \right) r(n, 2N) \quad (8.25)$$

Τα δείγματα του  $\tilde{x}$  θεωρείται με τυχαία επιλογή ότι προέρχονται από τα PU-OFDM σύμβολα με αύξοντες αριθμούς:

$$i_0 = \left\lfloor \frac{\beta(n_0 - N/2)}{cN_{pu}(1+cp_{pu})} \right\rfloor \quad \text{έως} \quad i_L = \left\lfloor \frac{\beta(n_0 + 1.5N - 1)}{cN_{pu}(1+cp_{pu})} \right\rfloor \quad (8.26)$$

Από τις σχέσεις (8.22), (8.25) και με συνδυασμό των υπαρχόντων τετραγωνικών παραθύρων (δύο επικαλυπτόμενα ορθογωνικά παράθυρα έχουν ως αποτέλεσμα ένα συνολικό ορθογωνικό παράθυρο μεγέθους ίσο με αυτό το επικαλυπτόμενο διάστημα) προκύπτει:

$$\tilde{x}(n) = \frac{e^{2\pi j \frac{(\varepsilon_0 + \varepsilon)(n + n_0 - N/2)}{N}}}{\sqrt{N_{pu}}} \sum_{i=i_0}^{i_L} \sum_{l=0}^{N_{pu}-1} \left( X^{(i)}(l) e^{\frac{2\pi j l (\beta n - ic(1+cp_{pu})N_{pu} + \beta n_0 - \beta N/2)}{cN_{pu}}} \times r \left( \beta n - \sum_{p=0}^{i-i_0-1} d_p, d_{i-i_0} \right) \right) \quad (8.27)$$

όπου

$$d_{i-i_0} = \beta(n_{i-i_0+1} - n_{i-i_0}), \quad d_0 = \beta \left( n_0 - \frac{N}{2} \right) \quad (8.28)$$

$$n_{i-i_0} = \min(icN_{pu}(1+cp_{pu})/\beta, n_0 + 1.5N)$$

Στο αποτέλεσμα έχει ενσωματωθεί και η ολίσθηση συχνότητας.

Το επόμενο βήμα είναι η έκφραση του διαθέσιμου συνόλου δειγμάτων στο διακριτό πεδίο

συχνότητας  $2N$  σημείων. Για να πραγματοποιηθεί αυτό χρησιμοποιείται ο μεγαλύτερος FFT  $2\beta N$  σημείων σε συνδυασμό με την μαθηματική αναπαράσταση της διαδικασίας αποδεκατισμού του σήματος κατά  $\beta$  στο πεδίο της διακριτής συχνότητας [79]. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας οδηγεί στο:

$$\tilde{X}(k) = \frac{1}{\beta N_{pu}} \sum_{i=i_0}^{i_L} \sum_{l=0}^{N_{pu}-1} \left( \begin{array}{c} X^{(i)}(l) e^{2\pi j l \frac{\beta(n_0-N/2)-ic(1+cp_{pu})N_{pu}}{cN_{pu}}} e^{2\pi j \frac{(\varepsilon_0+\varepsilon)(n_0-N/2)}{N}} \\ \sum_{a=0}^{\beta-1} R \left( k - \frac{2\beta N}{cN_{pu}} l - 2(\varepsilon_0 + \varepsilon) + 2aN, 2\beta N, d_{i-i_0}, \sum_{p=0}^{i-i_0-1} d_p \right) \end{array} \right) \quad (8.29)$$

Αν θεωρήσουμε ότι το μέγεθος της κρουστικής απόκρισης του διαύλου (που συμπεριλαμβάνει και πιθανά φίλτρα της αλυσίδας πομπού-δέκτη) σε χρονικά δείγματα τηρεί την προϋπόθεση  $L_0 < N/2$ , τότε η παρεμβολή που δέχεται το CR σύστημα μπορεί να εξαχθεί μετά τα ακόλουθα βήματα:

1. Πολλαπλασιασμός με τη διακριτή συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού στο διακριτό πεδίο συχνοτήτων  $2N$  σημείων.
2. Πραγματοποίηση κυκλικής συνέλιξης του αποτελέσματος με τον FFT  $2N$  σημείων ενός ορθογωνικού παραθύρου  $N$  σημείων και
3. Πραγματοποίηση υποβίβασιμου ρυθμού επεξεργασίας στο πεδίο της συχνότητας ώστε να προκύψουν οι τιμές για τα συγκεκριμένα  $N$  φέροντα του CR συστήματος που μας ενδιαφέρουν.

Μετά τα τρία βήματα το σήμα για το  $k$ -οστό subcarrier θα δίνεται από:

$$Y_{Rx}(k) = \frac{e^{\pi j k}}{2N} \sum_{u=0}^{2N-1} C(u) \tilde{X}(u) R \left( (2k-u)_{2N}, 2N, N, \frac{N}{2} \right) \quad (8.30)$$

όπου ο κατάλληλος όρος διόρθωσης φάσης λόγω της υποβίβασης του ρυθμού στο πεδίο της συχνότητας συμπεριλαμβάνεται.

Με όμοιο τρόπο με την σχέση (8.13) υπολογίζεται η μέση τιμή λαμβανόμενης ισχύος παρεμβολής. Παρόλα αυτά και καθότι είναι γνωστό ότι το OFDM σήμα δεν είναι στατικό (4.5 και [86]) η προκύπτουσα μέση παρεμβολή εξαρτάται από το δείγμα  $n_0$ .

$$E_{n_0}(Y_{Rx}(k)Y_{Rx}^*(k)) = \frac{1}{\beta^2 N_{pu}^2} \sum_{l \in \mathcal{I}} \mathcal{E}_x(l) \times \sum_{i=i_0}^{i_L} \left( \left| \sum_{a=0}^{b-1} \frac{1}{2N} \sum_{u=0}^{2N-1} \left( \begin{array}{c} C(u) R((2k-u)_{2N}, 2N, N, N/2) \\ R \left( u - \frac{2\beta N}{cN_{pu}} l - 2(\varepsilon_0 + \varepsilon) + 2aN, 2\beta N, d_{i-i_0}, \sum_{p=0}^{i-i_0-1} d_p \right) \end{array} \right) \right|^2 \right) \quad (8.31)$$

όπου  $\mathcal{I}$  είναι το σύνολο των υποφερόντων που χρησιμοποιούνται από την PU μετάδοση όπως αυτό ορίζεται από το πρότυπο που ακολουθεί το PU σύστημα, καθώς σύμφωνα με το εκάστοτε πρότυπο, ένα σύνολο υποφερόντων παραμένει ανενεργό (πχ για WiMax [165]). Στη γενική αυτή έκφραση ο όρος ενέργειας συμβόλου  $\mathcal{E}_x$  εξαρτάται από το αντίστοιχο subcarrier εκπομπής του PU πομπού. Αυτό γίνεται έτσι ώστε να συμπεριληφθούν συστήματα που χρησιμοποιούν μετάδοση με βάρη ή προσαρμοστικές μεθόδους διαμόρφωσης ανά subcarrier. Στην περίπτωση που το κανάλι θεωρηθεί επίσης τυχαία μεταβλητή μπορεί να χρησιμοποιηθούν ανάλογες σχέσεις με την περίπτωση απλού φέροντος όπως ορίστηκε στην (8.16), αλλά για να γίνει αυτό θα πρέπει να γίνει ανάπτυξη του αθροίσματος που περιλαμβάνεται στην απόλυτη τιμή της σχέσης (8.31), με αντικατάσταση του

$$|\cdot|^2 = (\cdot)(\cdot)^*.$$

$$E_{n_0} (Y_{Rx}(k) Y_{Rx}^*(k)) = \frac{1}{\beta^2 N_{pu}^2} \sum_{l \in \mathcal{I}} \mathcal{E}_x(l) \sum_{i=i_0}^{i_L} \frac{1}{4N^2} \times$$

$$\times \left( \left( \left( \sum_{a_1=0}^{b-1} \sum_{a_2=0}^{b-1} \sum_{u=0}^{2N-1} \sum_{p=0}^{2N-1} \left( R_c(u-p) R \left( u - \frac{2\beta N}{cN_{pu}} l - 2(\varepsilon_0 + \varepsilon) + 2a_1 N, 2\beta N, d_{i-i_0}, \sum_{p=0}^{i-i_0-1 > 0} d_p \right) \times \right. \right. \right. \right. \right. \right. \left. \left. \left. \left. R^* \left( p - \frac{2\beta N}{cN_{pu}} l - 2(\varepsilon_0 + \varepsilon) + 2a_2 N, 2\beta N, d_{i-i_0}, \sum_{p=0}^{i-i_0-1 > 0} d_p \right) \times \right. \right. \right. \right. \right. \left. \left. \left. R((2k-u)_{2N}, 2N, N, N/2) R^*((2k-p)_{2N}, 2N, N, N/2) \right) \right) \right) \right) \quad (8.32)$$

Στην περίπτωση που θεωρηθεί τυχαία συχνοτική ολίσθηση, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια ML εκτίμηση (συνήθως 0) ή να γίνει απόπειρα ολοκλήρωσης (αναλυτική η αριθμητική) σύμφωνα με τη σχέση (8.18). Σημειώνεται πως η τυχαία ολίσθηση δεν αφορά τη ολίσθηση λόγω ευθυγράμμισης των συστημάτων,  $\varepsilon_0$  η οποία υφίσταται και είναι σταθερή.

Μολαταύτα το αποτέλεσμα ενδέχεται να είναι αρκετά διαφορετικό ανάλογα με το δείγμα  $n_0$  που θεωρείται λόγω της μη στατικής συμπεριφοράς της OFDM κυματομορφής. Κατά συνέπεια μια γενικότερη έκφραση για την μέση λαμβανόμενη παρεμβολή μπορεί να εξαχθεί, θεωρώντας ομοιόμορφη πιθανότητα σχετικά με την θέση του δείγματος  $n_0$  στην πρωτεύουσα κυματομορφή, από την ακόλουθη αναμενόμενη τιμή:

$$E(Y_{Rx}(k) Y_{Rx}^*(k)) = \sum_{n=n_0}^{n_0 + \lceil \frac{\varepsilon}{b}(1 + c p_{pu}) N_{pu} \rceil - 1} \frac{E_n(Y_{Rx}(k) Y_{Rx}^*(k))}{\lceil \frac{\varepsilon}{b}(1 + c p_{pu}) N_{pu} \rceil} \quad (8.33)$$

Μια ειδική περίπτωση ενός OFDM παρεμβολέα στον CR δέκτη, είναι το ενδεχόμενο ένα ή περισσότερα κανάλια του πρωτεύοντος συστήματος καθότι παρέμεναν αχρησιμοποίητα να χρησιμοποιούνται τελικά από άλλα OFDM-CR τερματικά του γνωστικού ραδιοδικτύου. Αυτή η περίπτωση είναι ακριβώς όμοια με την περίπτωση subband OFDMA συστήματος και η παρεμβολή οφείλεται σε έλλειψη συγχρονισμού όπως παρουσιάστηκε αναλυτικά στην παράγραφο 4.4.3. Η γενικότητα όμως με την οποία αναπτύχθηκε το μοντέλο παρεμβολής προηγούμενως μας επιτρέπει να το χρησιμοποιήσουμε με παραμέτρους:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0 \\ \beta &= 1 \\ N_{pu} &= N/M \\ \varepsilon_0 &= mN/M \end{aligned} \quad (8.34)$$

όπου θεωρείται ότι το  $m$ -οστό κανάλι καταλαμβάνεται από CR κυματομορφή.

### 8.1.3 Ανάλυση των παρεμβολών

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους είναι σαφές πώς ακόμη και όταν τα πρωτεύοντα συστήματα δεν καταλαμβάνουν την ίδια φασματική ζώνη, ένα συμβατικό CR-τερματικό δέχεται παρεμβολή. Το μοντέλο που παρουσιάστηκε είναι ακριβές και αντιπροσωπεύει τα αποτελέσματα εξομοιώσεων με χρήση κάποιου κατάλληλου εργαλείου (πχ. Matlab). Είναι δε αντιπροσωπευτικό και της πραγματικότητας καθώς η μοναδική υποχώρηση που έγινε σε σχέση με την πραγματική μετάδοση είναι η θεώρηση ισοδύναμων ψηφιακών φίλτρων για τον πομπό του πρωτεύοντος. Είμαστε λοιπόν σε θέση να συστήσουμε συγκεκριμένα



σενάρια τα οποία μπορούν να παρέχουν μια ρεαλιστική εικόνα για το επίπεδο της παρεμβολής που καταλήγει στα subcarriers του OFDM CR τερματικού. Στο συγκεκριμένο σενάριο θεωρείται ότι για τη συνολική ζώνη λειτουργίας του CR συστήματος ισχύουν οι παράμετροι του πίνακα 8.1.

**Πίνακας 8.1:** Χαρακτηριστικά OFDM - CR συστήματος

Αριθμός περιεχόμενων PU καναλιών $M$ :	8
Αριθμός υποφερόντων του CR που διαιρούν το εύρος ζώνης $N$ :	1024
Συντελεστής roll-off του PU συστήματος:	0.25

Στην περίπτωση θεωρούμενου πρωτεύοντος σήματος με διαμόρφωση απλού φέροντος χρησιμοποιήθηκαν οι προδιαγραφές που περιέχονται στον πίνακα 8.2.

Όσον αφορά τα χαρακτηριστικά ενός OFDM-PU σήματος, θεωρείται ότι ο αριθμός καναλιών του πρωτεύοντος είναι ίδιος ενώ θεωρείται φιλτραρισμένη OFDM μετάδοση. Το φίλτρο καταπίεσης των πλευρικών λοβών που χρησιμοποιείται είναι επιλεγμένο ώστε να διατηρείται χαμηλός ο αριθμός των συντελεστών του. Αυτό γίνεται ώστε μην προκαλείται ιδιαίτερη βλάβη λόγω της συνολικής επέκτασης του ισοδύναμου ραδιοδιαύλου που ενδέχεται να μην είναι δυνατό να αντιμετωπιστεί από το κυκλικό πρόθεμα. Τα χαρακτηριστικά της θεωρούμενης PU εκπομπής περιέχονται στον πίνακα 8.3.

Τα φίλτρα που χρησιμοποιήθηκαν σχεδιάστηκαν με χρήση της κλασικότερης μεθόδου σχεδίασης FIR φίλτρων, την μέθοδο Parks-McLellan [52]. Ως φίλτρο μορφοποίησης και καθώς απαιτείται να είναι φίλτρο sqrt-Nyquist χρησιμοποιήθηκε φίλτρο ρίζας ανορθωμένου ημίτονου (root raised-cosine).

Κατά τη μελέτη έγινε προσπάθεια χρησιμοποίησης ρεαλιστικών ραδιοδιαύλων που βασίζονται σε μετρήσεις. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιήθηκαν κανάλια που παράχθηκαν από το Winner-2 μοντέλο ([166] – 9.3) . Στα κανάλια που χρησιμοποιήθηκαν προηγήθηκε υποβιβασμός της συχνότητας δειγματοληψίας των κρουστικών αποκρίσεων θεωρώντας ένα τυπικό εύρος ζώνης 10MHz για το CR σύστημα. Το συγκεκριμένο εύρος ζώνης δεν είναι ιδιαίτερα υψηλό (ώστε να αποτελεί ιδιαιτερότητα του CR-SDR δέκτη) αλλά επιλέξαμε να διατηρηθεί το εύρος ζώνης σε χαμηλά επίπεδα ώστε να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα με υπάρχοντα συμβατικά πρότυπα. Ο υποβιβασμός συχνότητας ήταν απαραίτητος καθώς το μοντέλο Winner παρέχει αποτελέσματα για 100MHz εύρος ζώνης. Παράλληλα χρησιμοποιήθηκαν κανάλια που παρήχθησαν από το μοντέλο διαύλου πάνω από Θαλάσσια περιβάλλοντα που αναπτύχθηκε κατά τη διατριβή και παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 9.4. Τα κανάλια αυτά μετρήθηκαν και υλοποιήθηκαν για εύρος ζώνης 10 MHz οπότε είναι κατάλληλα για το συγκεκριμένο σενάριο.

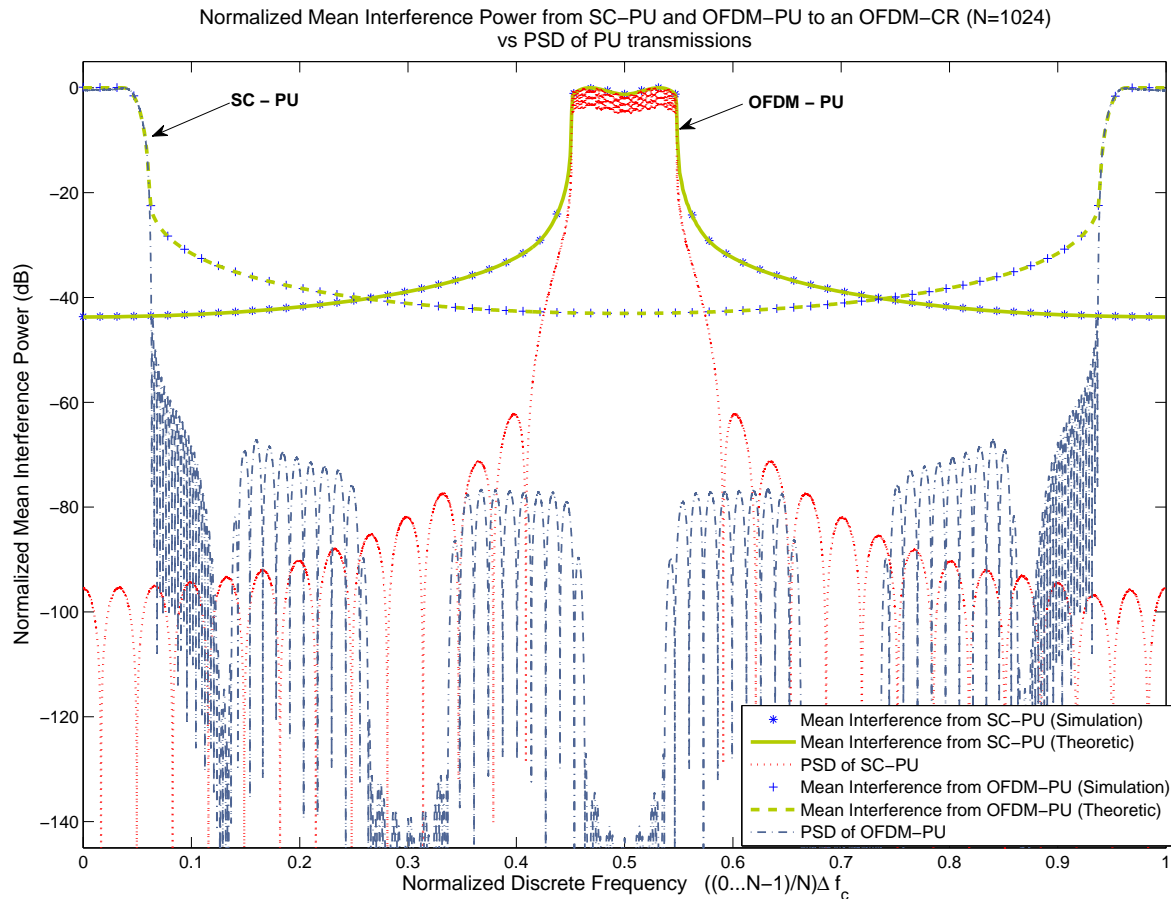
Αρχικά χρησιμοποιώντας κανάλια Winner-2 B1 (μικροκυψέλη υψηλά συχνοεπιλεκτική) αλλά με κανονικοποίηση της ισχύος της κρουστικής απόκρισης στην μονάδα προσδιορίζεται η προκαλούμενη παρεμβολή στο θεωρούμενο CR και συγκρίνεται με την εκτίμηση μέσης ισχύος παρεμβολής που πραγματοποιήθηκε από το αναπτυχθέν μοντέλο παρεμβολών. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης στο διακριτό πεδίο συχνοτήτων προσεγγίστηκε μέσω των CDL (Cluster Delay Line) που παρέχονται στο [167] . Το CDL είναι μια παρεμφερής του PDP αποτύπωση του προφίλ ισχύος καθυστέρησης με βασική διαφορά από το κλασικό PDP, ότι παρέχεται η ισχύς ανά συστάδα (cluster) πολυδιαδρομικών συνιστωσών που προέρχονται από συγκεκριμένο σκεδαστή (ή ομάδα κοντινών σκεδαστών). Κατά συνέπεια και καθώς το παρεχόμενο προφίλ ισχύος καθορίζεται από τους σκεδαστές, multipath από διαφορετικούς σκεδαστές ενδέχεται να καταφθάνουν με την ίδια

**Πίνακας 8.2:** Χαρακτηριστικά PU single carrier συστήματος

	Αριθμός συντελεστών φίλτρου:	Απόσβεση ζώνης αποκοπής:
Φίλτρο μορφοποίησης:	71	50 dB
Φίλτρο μετατροπής του ρυθμού:	75	60 dB

**Πίνακας 8.3:** Χαρακτηριστικά OFDM - PU συστήματος

Αριθμός υποφερόντων PU συστήματος $N_{pu}$	64
Μέγεθος κυκλικού προθέματος ως προς τη συνολική διάρκεια συμβόλου:	0.25
Φίλτρο τελικής βαθμίδας:	31 συντελεστές, 35 dB απόσβεση αποκοπής



**Σχήμα 8.3:** Μέση ισχύς της παρεμβολής από τους πρωτεύοντες χρήστες σε OFDM-CR σε αντιπαράθεση με τις πραγματικές φασματικές πυκνότητες ισχύος. Τα χαρακτηριστικά των συστημάτων παρουσιάζονται στους Πίνακες 8.1, 8.2, 8.3

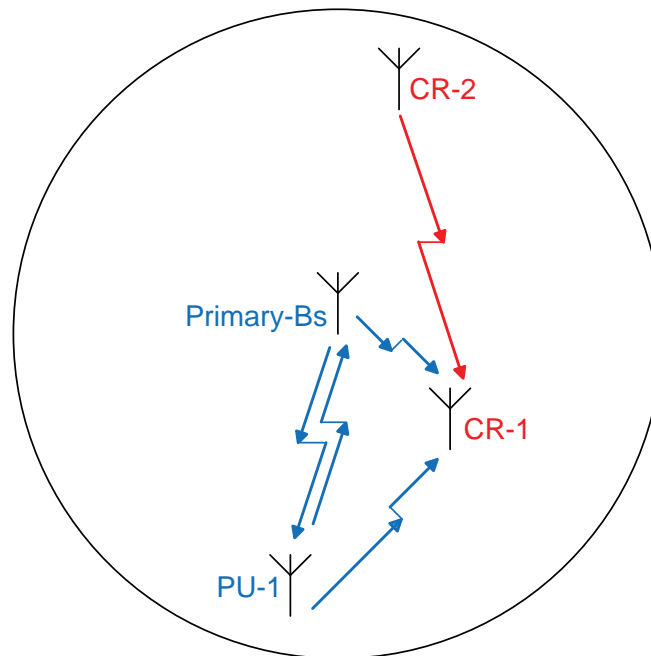
καθυστέρηση στο δέκτη. Κατά συνέπεια προηγήθηκε μετατροπή του CDL σε PDP. Τα αποτελέσματα της διαδικασίας παρουσιάζονται στο σχήμα 8.3. Παράλληλα παρουσιάζεται και η εκτίμηση της πραγματικής ("στον αέρα") φασματικής πυκνότητας της εκπεμπόμενης PU κυματομορφής χωρίς να έχει θεωρηθεί ότι εισήλθε στον FFT του CR-OFDM τερματικού.

Από την εικόνα που αποτυπώνεται στο σχήμα 8.3, γίνεται σαφές πώς η παρεμβολή που αντιλαμβάνεται το CR τερματικό είναι ιδιαίτερα αυξημένη σε σχέση με την πραγματική πράγμα που οφείλεται στην έλλειψη ορθογωνιότητας του FFT αποδιαμόρφωσης με την PU κυματομορφή καθώς επίσης στην περπερασμένη και διακριτή φύση της OFDM λήψης. Άλλοι παράμετροι που αυξάνουν την παρεμβολή είναι οι ολισθήσεις συχνότητας καθώς επίσης η λογική επιδείνωση που αναμένεται από τη χρήση κακής ποιότητας φίλτρων.

Παρόλα αυτά μια πρόχειρη ανάγνωση του σχήματος 8.3 μπορεί να οδηγήσει στο γρήγορο και λανθασμένο συμπέρασμα ότι παρότι αυξημένη η παρεμβολή που προκαλείται στα κενά κανάλια από το πρωτεύον σύστημα έχει αποσβεστεί επαρκώς και δεν αποτελεί πρόβλημα. Το λάθος αυτού το συμπεράσματος έγκειται στο γεγονός ότι το συγκεκριμένο παράδειγμα αγνόησε διαλείψεις λόγω απωλειών διάδοσης και σκίασης. Αν παράλληλα με τις διαλείψεις μεγάλης κλίμακας συμπε-

ριληφθούν φαινόμενα μικρής κλίμακας που μπορούν να προκαλέσουν μεγάλη διακύμανση της λαμβανόμενης ισχύος χρονικά και συχνοτικά γίνεται αντιληπτό ότι η ισχύς του μη επιθυμητού σήματος για το CR σύστημα μπορεί να λάβει τιμές από ένα εξαιρετικά ευρύ δυναμικό εύρος. Πχ για ένα Rayleigh,  $L_0$  συντελεστών κανάλι, μοναδιαίας μέσης ισχύος η διασπορά της στη συχνότητα μπορεί να ξεπερνά τα 30 dB. Τα ίδια ισχύουν από την άλλη μεριά και για το επιθυμητό CR σήμα που το τερματικό επιθυμεί να αποδιαμορφώσει.

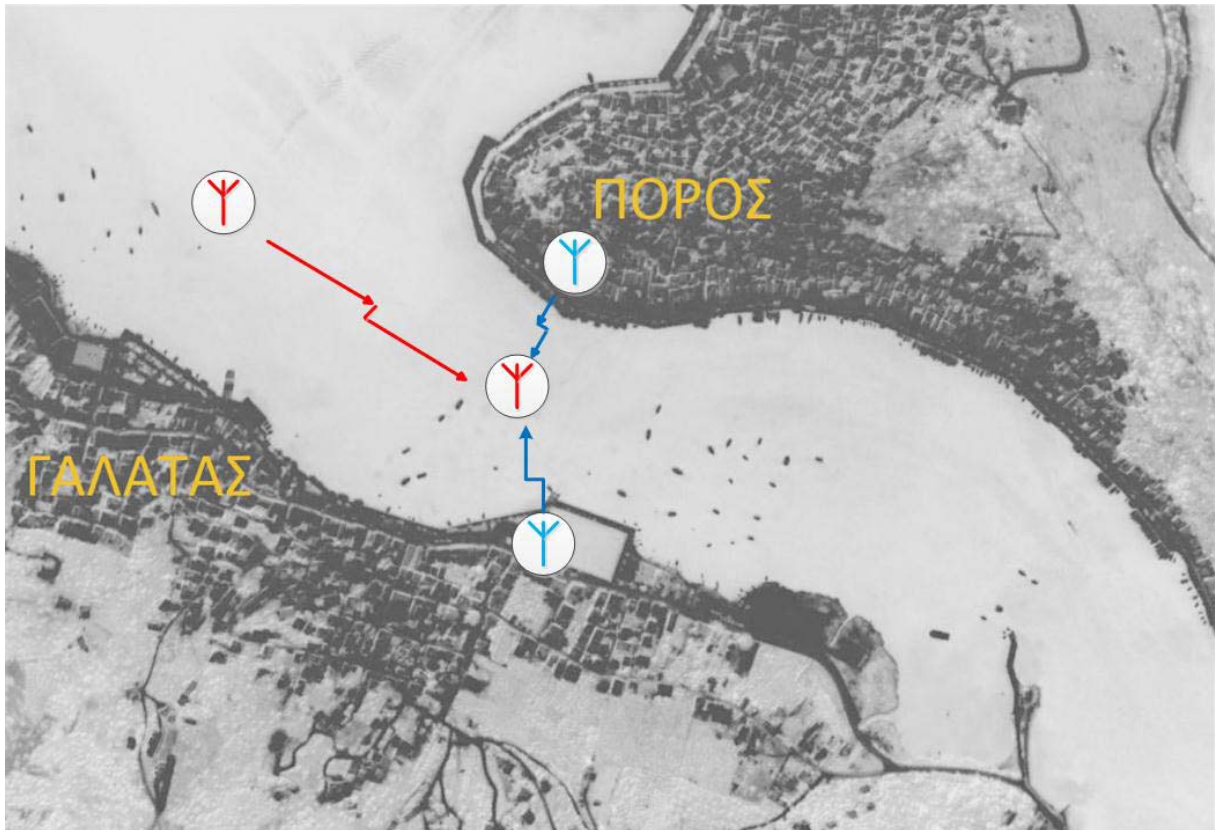
Στο σχήμα 8.3 παρουσιάζεται ένα ρεαλιστικό και ιδιαίτερα πιθανό σενάριο. Το τερματικό CR-1 επιχειρεί να επικοινωνήσει με το τερματικό CR-2 ενώ ταυτόχρονα λαμβάνει σήμα από μια ζεύξη του πρωτεύοντος συστήματος που λειτουργεί στη ζώνη που παρακολουθεί το CR δίκτυο. Από τη στιγμή που το CR-1 βρίσκεται σε πιο κοντινή απόσταση με PU πομποδέκτες αναμένεται ότι το σήμα που προέρχεται από τις συγκεκριμένες πηγές υφίσταται μικρότερες απώλειες διάδοσης από το επιθυμητό σήμα. Επιπλέον ο CR-2 πομπός δεν έχει τη δυνατότητα να αυξήσει την εκπεμπόμενη ισχύ του ώστε να αντιμετωπίσει με αυτόν τον τρόπο την πιθανότητα υψηλού επιπέδου παρεμβολών, καθώς υπόκειται σε αυστηρούς περιορισμούς που του επιβάλλουν να τηρεί συγκεκριμένες προδιαγραφές ώστε να διασφαλιστεί η λειτουργία της PU ζεύξης χωρίς παρεμβολές.



Σχήμα 8.4: Το φαινόμενο κοντινών PU's μακρινού CR

Στην περίπτωση λοιπόν που υπάρχει διαθέσιμο μοντέλο στατιστικής περιγραφής του ραδιοδιαύλου και μπορούμε για συγκεκριμένο περιβάλλον να εκτιμήσουμε την επίδραση των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας, είναι δυνατός ο προσδιορισμός της μέσης λαμβανόμενης παρεμβολής χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (8.15) και (8.33). Ακόμη όμως και αν οι μέσες εκτιμήσεις ισχύος της παρεμβολής φαίνεται ότι δεν θα προκαλέσουν επιδείνωση των επιδόσεων της CR ζεύξης, οι διαλείψεις μικρής κλίμακας ενδέχεται να οδηγήσουν σε απογοητευτικά αποτελέσματα. Χαρακτηριστικό είναι το ακόλουθο παράδειγμα. Θεωρείται ότι η επικοινωνία μεταξύ πλοίων γίνεται με χρήση CR συστήματος. Τα πλοία πλησιάζουν σε κατοικημένη περιοχή με αποτέλεσμα να ανιχνευθεί λειτουργία πρωτεύοντος δικτύου σε γειτονικές ζώνες. Το παράδειγμα βασίζεται σε μεγάλο βαθμό σε πραγματικές συνθήκες καθώς χρησιμοποιείται κανάλι για το CR σύστημα όπως αυτό μετρήθηκε κατά τη διάρκεια μιας σειράς μετρήσεων στην περιοχή του Πόρου, ενώ τα κανάλια των PU χρη-

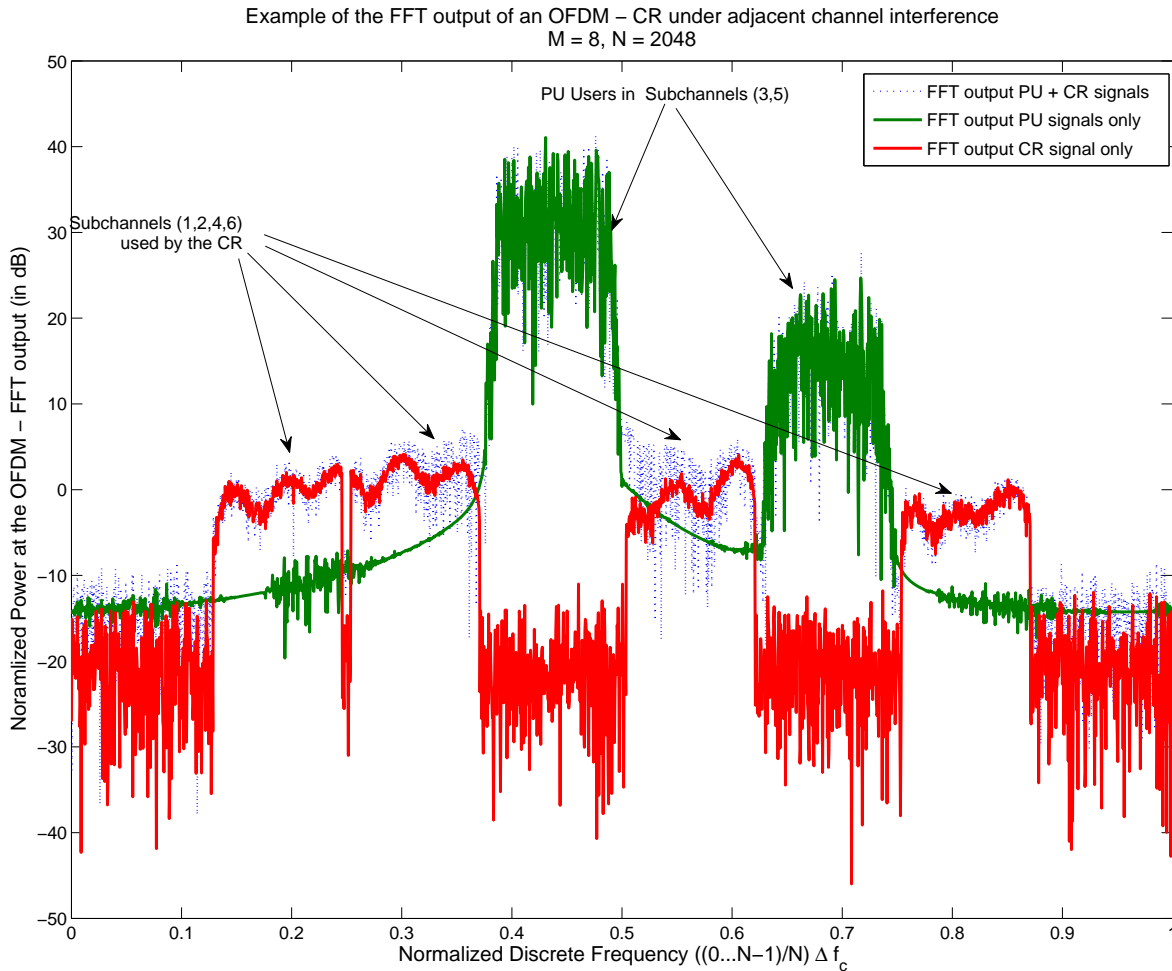
στών μοντελοποιούνται με χρήση του μοντέλου ραδιοδιαύλου πάνω από θάλασσα (Ομάδα 2) που αναπτύχθηκε με βάση αυτές τις μετρήσεις. Θεωρείται ότι το OFDM-CR σύστημα έχει διαφέρει



Σχήμα 8.5: Σενάριο παρεμβολής προς το CR σύστημα από γειτονικούς πρωτεύοντες χρήστες

τη ζώνη που παρακολουθεί σε  $N = 2048$  subcarriers, ενώ η συγκεκριμένη ζώνη περιλαμβάνει  $M = 8$  αδειοδοτημένα κανάλια ενός πρωτεύοντος συστήματος απλού φέροντος. Η μοντελοποίηση του σήματος των PUs γίνεται με βάση το σχήμα 8.1, όπου  $L' = 5$ ,  $M' = 1$  για 3-dB εύρος ζώνης σήματος  $1/10$  και απόσταση κεντρικών συχνοτήτων  $1/8$  στην κανονικοποιημένη συχνότητα. Τα φίλτρα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν κατάλληλα σχεδιασμένα ώστε να προσφέρουν 80 dB απόσβεση στη ζώνη αποκοπής. Θεωρείται ότι το CR σύστημα καταλαμβάνει τα ελεύθερα κανάλια με αύξοντα αριθμό 1, 2, 4, 6 ενώ τα κανάλια με αριθμό 3 και 5 καταλαμβάνονται από ισχυρότερους (λόγω μικρότερων απωλειών διάδοσης) PU χρήστες. Στο σχήμα 8.6 παρουσιάζεται η ισχύς της εξόδου του FFT αποδιαμόρφωσης του CR συστήματος το οποίο λαμβάνει και επεξεργάζεται το σύνολο των σημάτων που καταλαμβάνουν τη ζώνη λειτουργίας του ανεξαρτήτως προέλευσης. Στο διάγραμμα η ισχύς είναι κανονικοποιημένη ως προς τη λαμβανόμενη ισχύ στη ζεύξη των CR συστημάτων. Δηλαδή θεωρείται ότι ο AGC μπορεί και γνωρίζει την αναμενόμενη τιμή ισχύος του CR σήματος και ρυθμίζει με βάση αυτό το δυναμικό εύρος λειτουργίας του δέκτη. Παρατηρώντας την έξοδο του FFT αποδιαμόρφωσης του δέκτη, πριν από οποιαδήποτε διαδικασία ισοστάθμισης μπορούν να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα:

- Η ύπαρξη ισχυρών σημάτων PU της τάξης των 30 dB ή/και 10 dB όπως στο συγκεκριμένο παράδειγμα επηρεάζουν άμεσα τη ζώνη λειτουργίας του CR, παρεμβάλλοντας λόγω της έλλειψης ορθογωνιότητας και καθιστώντας μη εκμεταλλεύσιμο ένα πιθανώς μεγάλο τμήμα της ζώνης λειτουργίας του. Στο παράδειγμα του σχήματος 8.6 ουσιαστικά καταστράφηκαν 2 υποκανάλια που βρίσκονται σε άμεση γειτνίαση με το PU σύστημα.
- Παράλληλα αυξάνουν το επίπεδο του θορύβου συνολικά στο εύρος ζώνης. Σύγκριση π.χ. του



**Σχήμα 8.6:** Η κανονικοποιημένη ισχύς της εξόδου του FFT αποδιαμόρφωσης του CR συστήματος ανά subcarrier για το σενάριο του σχήματος 8.5 ( $M = 8, N = 2048$ )

επιπέδου θορύβου στα απομακρυσμένα υποκανάλια 0 και 7 φανερώνουν μια μείωση του επιτεύξιμου σηματοθορυβικού λόγου για τα CR της τάξης των 5 dB.

- Στα κανάλια CR που είτε είναι γειτονικά, είτε απέχουν κατά ένα υποκανάλι του PU συστήματος, όχι απλά προκαλείται αύξηση του επιπέδου θορύβου, αλλά ο θόρυβος αυτός είναι έντονα χρωματισμένος. Το γεγονός ότι οι περισσότεροι αλγόριθμοι επεξεργασίας θεωρούν λευκό θόρυβο, έχει ως αποτέλεσμα τη συνολική πτώση των επιδόσεων των αλγορίθμων πέραν της θεώρησης μιας απλής επιδείνωσης του SNR.
- Η προκαλούμενη παρεμβολή είναι αθροιστική. Περισσότεροι πρωτεύοντες χρήστες προκαλούν μεγαλύτερη βλάβη και αστάθεια στη λειτουργία των CR συστημάτων.

Το κόστος της έλλειψης ενός μηχανισμού προστασίας για το σενάριο του σχήματος 8.6, είναι ουσιαστικά η άμεση αχρήστευση του 30% της ζώνης που θα μπορούσε να εκμεταλλευτεί ένα CR σύστημα και τη συνολική επιδείνωση του συστήματος αν θεωρηθεί ότι η παρεμβολή ισοδυναμεί με εισαγωγή χρωματισμένου θορύβου. Τέτοιες περιπτώσεις, όπως αυτές του σχήματος 8.5 είναι εξαιρετικά πιθανές. Αν για παράδειγμα η πυκνότητα πρωτεύοντων και CR συστημάτων σε μια γεωγραφική περιοχή θεωρηθεί ίση, τότε είναι ισοπίθανο το ενδεχόμενο να έχει ένας PU χρήστης πλεονέκτημα ισχύος σε σχέση με τον προϋπολογισμό ζεύξης (link budget) των CR.

Το πρόβλημα του "κοντινού PU" βρίσκεται ουσιαστικά στον αντίποδα του προβλήματος του

"κρυμμένου τερματικού" με της συνέπειες αυτή τη φορά να έχουν επίπτωση στο CR σύστημα. Ουσιαστικά είναι ένα άλλο μειονέκτημα της χρήσης των OFDM κυματομορφών σε CR συστήματα καθώς για την εύρυθμη λειτουργία τους "απαιτείται" ορθογωνιότητα για τα σήματα που εισέρχονται στον FFT αποδιαμόρφωσης. Πρέπει να σημειωθεί ότι το ίδιο πρόβλημα απασχολεί και το αναλογικό υποσύστημα του CR-SDR καθώς πρέπει να οδηγηθεί σε έναν ADC για ψηφιοποίηση ένα σήμα μεγάλου δυναμικού εύρους. Ιδανικά θεωρούμε ότι αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί σε έναν ADC με δυναμικό εύρος 70dB. Πρακτικά υπάρχουν επιπλέον προβλήματα μη γραμμικής φύσεως που θα επιδεινώσουν την κατάσταση. Γίνεται όμως η υπόθεση, στηριζόμενοι στην εξέλιξη της τεχνολογίας στους ADC με τη διαρκή βελτίωση σε ακρίβεια και δυναμικό εύρος, ότι το αναλογικό τμήμα μπορεί να εκτελέσει τον ρόλο του ώστε να μην παρουσιάζονται προβλήματα τέτοιας φύσεως και επικεντρωνόμαστε στα προκαλούμενα προβλήματα ψηφιακής επεξεργασίας.

Κάτω από αυτές τις συνθήκες ένα γνωστικό ραδιοσύστημα επικαλυπτόμενης μετάδοσης ενδέχεται να υπολειπεται. Οι πιθανότητες ανεπαρκών επιδόσεων αυξάνονται αν θεωρηθεί ότι περισσότερα από ένα PU σήματα λαμβάνονται ταυτόχρονα. Καθίσταται σαφές ότι για την λειτουργικότητα του συστήματος πρέπει να αναπτυχθεί ένας μηχανισμός προστασίας από τις προκαλούμενες παρεμβολές.

## 8.2 Χρήση MDFFT συγκροτήματος φίλτρων στον OFDM δέκτη

Στην αναζήτηση μιας μεθόδου προστασίας των λαμβανόμενων CR συστημάτων θέτονται ορισμένες προδιαγραφές:

**Αποκλειστικά εποικοδομητική λειτουργία:** Το σύστημα προστασίας δεν πρέπει να δημιουργεί προβλήματα ή να επιδεινώνει την κατάσταση με κανέναν τρόπο όταν το σύστημα λειτουργεί χωρίς προβλήματα παρεμβολών. Κοινώς, το σύστημα προστασίας πρέπει να είναι αόρατο στον OFDM αποδιαμορφωτή και από την ύπαρξη του μπορεί να προκύψει μόνο όφελος.

**Αποφυγή έντονων δυναμικών χαρακτηριστικών:** Το σύστημα είναι λειτουργικό χωρίς να απαιτείται δυναμικός επαναπροσδιορισμός σε πραγματικό χρόνο. Αυτή η απαίτηση ενδεχομένως να μοιάζει ασύμβατη με τη λογική του CR-SDR αλλά είναι απολύτως δικαιολογημένη σε επίπεδο υπολογιστικού κόστους. Το σύστημα προστασίας πρέπει να μεταβάλλεται με επιλογή απλών παραμέτρων και όχι με σύνθετες διαδικασίες π.χ. ακύρωσης παρεμβολών μέσω εκτίμησής τους. Μια επιλογή ριζικής επαναπροσαρμογής σε πραγματικό χρόνο θα είχε δυσβάσταχτο υπολογιστικό φορτίο καθώς το σύστημα λειτουργεί στον υψηλότερο ρυθμό επεξεργασίας του ψηφιακού υποσυστήματος. Αυτό δεν απαγορεύει έναν γενικό επανασχεδιασμό του off-line, δηλαδή σε περιόδους που οι διαδικασίες εκπομπής/λήψης βρίσκονται σε αδράνεια για ενσωμάτωση π.χ. επιπλέον γνώσης μέσω διαδικασιών μάθησης.

**Διευκόλυνση άλλων διεργασιών** Το επιπλέον εισαγόμενο υπολογιστικό κόστος πρέπει να δικαιολογείται με άμεση εκμετάλλευση των δυνατοτήτων που παρέχονται από το σύστημα προστασίας από άλλες διεργασίες, απλοποιώντας τις. Κοινώς από τη στιγμή που επιλέγεται η χρήση ενός τέτοιου μηχανισμού είναι επιθυμητό οι έξοδοι ή τα αποτελέσματα σε ενδιάμεσες βαθμίδες του να αξιοποιούνται για άλλους σκοπούς.

**Συμβατότητα με άλλες κυματομορφές** Η χρήση του συστήματος δεν πρέπει να αποκλείει τη δυνατότητα από το CR σύστημα, αν το επιλέξει να χρησιμοποιήσει κάποιο άλλο είδος κυματομορφής. Ιδανικά το σύστημα θα διευκολύνει το CR να χρησιμοποιεί εφόσον το επιλέξει άλλα συστήματα διαμόρφωσης.



**Υποστήριξη περιβάλλοντος πολλαπλών PU συστημάτων** Είναι σαφές ότι όταν κάποια διεργασία σχεδιαστεί για ειδικό σκοπό, τότε αναμένεται να έχει και τις καλύτερες επιδόσεις. Στόχος του συστήματος είναι κατά το δυνατό να μπορεί να παρέχει υποστήριξη ακόμη και στην περίπτωση που περιέχονται περισσότερα από ένα πρωτεύοντα ετερογενή συστήματα στη ζώνη λειτουργίας του.

Με βάση αυτά τα στοιχεία προτείνεται η προσαρμογή της δομής της παραγράφου 8.2.1 στην είσοδο του συστήματος.

### 8.2.1 Τα MDFT συγκροτήματα τέλει ανακατασκευής

Η πρώτη δομή που έρχεται στο μυαλό για την αντιμετώπιση των παρεμβολών, είναι η χρήση κατάλληλων φίλτρων. Γενικά όμως OFDM διαμόρφωση και φιλτράρισμα έχουν υπάρξει έννοιες ασύμβατες. Αυτό συμβαίνει λόγω της ενδεχόμενα προκαλούμενης διασυμβολικής παρεμβολής μεταξύ των διαδοχικών συμβόλων ως αποτέλεσμα της διαδικασίας του φιλτραρίσματος. Στην OFDM διαμόρφωση η διασυμβολική παρεμβολή αντιμετωπίζεται μέσω του κυκλικού προθέματος, που ουσιαστικά προστατεύει τουλάχιστον  $N$  δείγματα του OFDM συμβόλου από την επίδραση του προηγούμενου έτσι ώστε σε συνδυασμό με την εισαγόμενη από το πρόθεμα κυκλική περιοδικότητα να επιτραπεί η άνευ παρεμβολής αποδιαμόρφωση του συμβόλου. Δεδομένου όμως ότι το φιλτράρισμα αποτελεί μια απλούστατη διαδικασία σε πρώτη φάση ποσοτικοποιείται η επίδραση του φίλτρου στην επίδοση της OFDM διαμόρφωσης.

#### 8.2.1.1 Ποσοτικοποίηση της επίδρασης του Φίλτρου στην OFDM διαμόρφωση

Στο [168] παρουσιάζεται αναλυτικά η επίδραση του φιλτραρίσματος μιας OFDM κυματομορφής, με τη διαφορά όμως ότι δεν εξετάζεται η συγκεκριμένη περίπτωση της μη-συνεχόμενης NC-OFDM που χρησιμοποιείται από τα CR συστήματα και ότι το φιλτράρισμα δεν αποτελεί διαδικασία εισερχόμενη κατά την πραγματοποίηση αύξησης του ρυθμού δειγματοληψίας και τη συνολική μορφοποίηση της κυματομορφής. Στην περίπτωση που εξετάζουμε, το φιλτράρισμα γίνεται στο βασικό ρυθμό Nyquist της ζώνης του CR όπου προσπαθούμε αξιοποιώντας την διακοπτόμενη φασματική κατανομή των CR συστημάτων, να αποβάλουμε την παρεμβολή που προέρχεται από τα PUs. Παρόλα αυτά στη συγκεκριμένη μελέτη παρέχεται ένα πλαίσιο στο οποίο πρέπει να κινηθούμε.

Σημειώνεται ότι για την ακόλουθη ανάλυση ισχύουν οι εξής προϋποθέσεις:

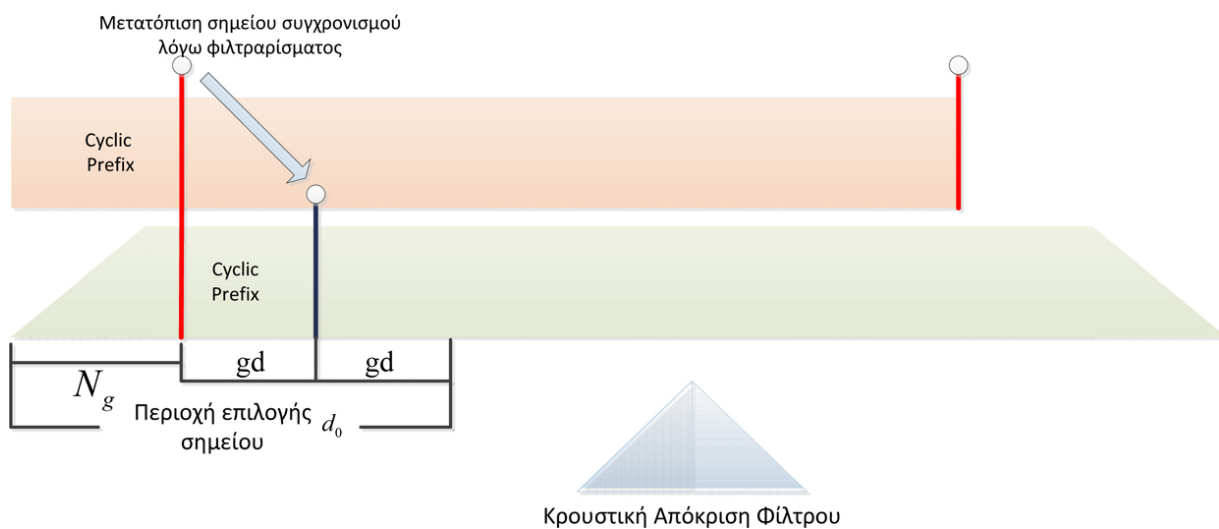
- Το μήκος του φίλτρου θεωρείται περιττό. Αυτό γίνεται έτσι ώστε η καθυστέρηση ομάδας (σε δείγματα)  $gd$  του ψηφιακού φίλτρου να είναι ακέραιος αριθμός. Αυτό δεν περιορίζει όμως την εφαρμογή των αποτελεσμάτων τα οποία ισχύουν και στην περίπτωση φίλτρων αργίου μήκους, απλά δυσχεραίνεται η απόδειξη της αλήθειας των πορισμάτων κυρίως λόγω της μεταφοράς μεταβολών φάσης από το ένα στάδιο στο άλλο.
- Τα φίλτρα θεωρούνται αποκλειστικά FIR. Τα ευσταθή χαρακτηριστικά τους, ο εύκολος τρόπος σχεδίασης και το γεγονός ότι και το τηλεπικοινωνιακό κανάλι μοντελοποιείται επιτυχώς ως FIR φίλτρο, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι πρόκειται για την ασφαλέστερη και αποδοτικότερη επιλογή.
- Το μήκος του θεωρούμενου φίλτρου είναι μικρότερο του  $N/2 + 1$ . Η επιλογή αυτή είναι σχετικά ασφαλής καθώς ο αριθμός των subcarrier που χρησιμοποιούνται από το CR για να καλύψουν το μεγάλο διαθέσιμο εύρος ζώνης, είναι εξαιρετικά μεγάλος. Γενικά στο σημείο αυτό της διατριβής θεωρήθηκε ότι το συνολικό εξεταζόμενο εύρος ζώνης περιέχει αριθμό

subcarriers μεγαλύτερο των 1024. Εξάλλου η λειτουργικότητα της OFDM διαμόρφωσης εξαρτάται από τη διαφοροντική απόσταση του συστήματος και από τη στιγμή που το εύρος ζώνης λειτουργίας θεωρείται μεγάλο (τουλάχιστον 10-20 MHz) ο μεγάλος αριθμός φερόντων είναι λογικό συμπέρασμα. Κατά συνέπεια και δεδομένου ότι δύσκολα μπορεί να χρησιμοποιηθεί φίλτρο πχ 512 συντελεστών, η υπόθεση αυτή είναι σε γενικές γραμμές κατάλληλη. Αυτό γίνεται έτσι ώστε κατά την ανάλυση, για σήματα μήκους ίσο με  $2gd + 1$  μετά το φιλτράρισμα τους να ισχύει ότι η γραμμική συνέλιξη είναι ίση με την κυκλική modulo  $N$ . Ανάλογες παραστάσεις μπορούν να εξαχθούν με ανάλογη ανάλυση για τις περιπτώσεις που δεν ισχύουν οι θεωρήσεις, χωρίς όμως να προσφέρουν όπως θα δειχθεί ουσιαστικά στον προσδιορισμό της εισαγόμενης παραμόρφωσης.

- Υπάρχει σχετικός χρονικός συγχρονισμός στο OFDM σύστημα. Δεδομένου ότι η έλλειψη συγχρονισμού προκαλεί ISI παρεμβολές για τις οποίες δεν είναι σωστό να αποδοθούν ευθύνες στο φίλτρο, θεωρούμε ότι ο συγχρονισμός στην περίπτωση ενός φιλτραρισμένου OFDM συμβόλου γίνεται ανάλογα με την περίπτωση της αφιλτράριστης λήψης. Συγκεκριμένα αν χρονικό δείγμα 0 θεωρηθεί το πρώτο δείγμα του τρέχοντος OFDM συμβόλου (συμπεριλαμβανομένου του προθέματος), τότε ο ιδανικός συγχρονισμός γίνεται στο σημείο  $N_g = cp \cdot N$  δηλαδή με το πέρας του προθέματος. Στην ανάλυση μας οι υπολογισμοί είναι σωστοί αν ο συγχρονισμός γίνει στο δείγμα  $N_g + d_0$ , για το οποίο ισχύει :

$$-N_g \leq d_0 \leq 2gd \quad (8.35)$$

Μια παρατήρηση που μπορεί να γίνει είναι ότι με τον παραπάνω τρόπο ουσιαστικά περιλαμβάνονται  $2gd$  δείγματα στην ανάλυση για τα οποία και το αφιλτράριστο σύστημα θα ήταν ασυγχρόνιστο. Πέραν όμως αυτών των ορίων θεωρείται ότι δεν υπάρχει ουδεμία πληροφορία συγχρονισμού και το σύστημα επιλέγει δείγματα ουσιαστικά μεταξύ δυο διαδοχικών OFDM συμβόλων.



**Σχήμα 8.7:** Αναπαράσταση της διαδικασίας φιλτραρίσματος για ένα OFDM σύμβολο και ορισμός περιοχής διακύμανσης του  $d_0$

Στο σχήμα 8.7 αναπαριστάται η επίπτωση του αιτιατού φιλτραρίσματος σε ένα OFDM σύμβολο. Στη γενική περίπτωση το FIR φίλτρο είναι συμμετρικό με αποτέλεσμα την "μετατόπιση" του σημείου συγχρονισμού του αφιλτράριστου σήματος χρονικά κατά την καθυστέρηση ομάδας  $gd$ . Το ορθό λοιπόν είναι να υποθέσουμε πως η χρήση αλγόριθμου συγχρονισμού θα υποδείξει το συ-



γκεκριμένο σημείο. Στην πράξη όμως το εφαρμοζόμενο φίλτρο αποτελεί συνέλιξη της κρουστικής απόκρισης του ραδιοδιαύλου με το θεωρηθέν φίλτρο εισόδου, καθώς θεωρήθηκε ιδανική λήψη του OFDM συμβόλου. Υπό αυτή την έννοια η χρήση του όρου καθυστέρηση ομάδας γίνεται καταχρηστικά. Σε αυτή την περίπτωση εργαζόμαστε ως εξής: Στο αποτέλεσμα της συνέλιξης φίλτρου και διαύλου, εισάγονται στην αρχή της τόσα μηδενικά όσο το μήκος της απόκρισης του διαύλου πλην 1. Το θεωρούμενο τώρα συνολικό φίλτρο  $h$  περιλαμβάνει τα μηδενικά δείγματα και η ισοδύναμη καθυστέρηση ομάδας υπολογίζεται κατά τα γνωστά ως:

$$gd = \frac{\text{length}(h) - 1}{2} = \frac{P_0 + 2L_0 - 3}{2}$$

Πρέπει όμως σε αυτή την περίπτωση να επιδειχθεί η απαιτούμενη προσοχή, έτσι ώστε να συμπεριληφθεί η εισαγωγή των μηδενικών στην προσδιορισταία διακριτή συνάρτηση μεταφοράς του ισοδύναμου φίλτρου ώστε να μην υπάρξει σφάλμα. Με αυτόν τον τρόπο το ισοδύναμο group delay χρησιμοποιείται με όμοιο τρόπο με αυτόν που ισχύει στα συμμετρικά γραμμικής απόκρισης FIR φίλτρα.

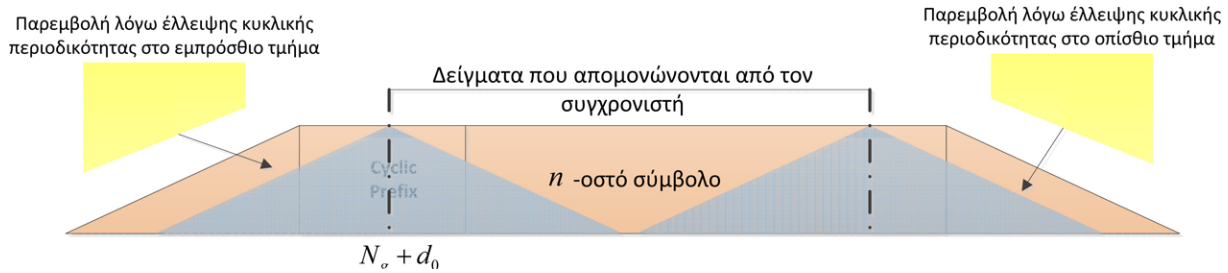
Τέλος σημειώνεται ότι με τον όρο παραμόρφωση σήματος λόγω παρεμβολής προερχόμενη από το φιλτράρισμα εννοείται η εισαγωγή πληροφορίας από δείγματα προερχόμενα από διαφορετικά από το τρέχον OFDM σύμβολα. Αυτό σημαίνει ότι παραμόρφωση που εισάγεται και μπορεί να αντισταθμιστεί απλά με εξισορρόπηση στο πεδίο συχνότητας (FEQ - Frequency Equalization) δεν θεωρείται παραμόρφωση λόγω φιλτραρίσματος. Με αυτή τη λογική και δεδομένου ότι το μήκος φίλτρου είναι μικρότερο (ή ίσο) από  $N/2$ , μπορούμε να διαχωρίσουμε τις αιτίες που οδηγούν στην εισαγωγή παραμόρφωσης και να αναλυθεί η κάθε μια ξεχωριστά.

**Παρεμβολή λόγω αλλοίωσης της κυκλικής συμμετρίας στο εμπρόσθιο τμήμα του OFDM συμβόλου** Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν, το φίλτρο θεωρείται ότι δεν εισάγει παρεμβολή, αν για το  $n$ -οστό OFDM λαμβανόμενο σύμβολο ισχύει στην έξοδο του FFT αποδιαμόρφωσης ότι:

$$Y_n(k) = H(k) X_n(k) + F(k) W(k) \quad (8.36)$$

όπου  $X_n(k)$  είναι η εκπεμπόμενη πληροφορία στο πεδίο της διακριτής συχνότητας και  $H(k)$  η διακριτή συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου για το σήμα πληροφορίας. Το  $W(k)$  είναι η είσοδος που οφείλεται στο θόρυβο. Δεδομένου ότι ο θόρυβος δεν έχει διέλθει από πχ το τηλεπικοινωνιακό κανάλι, θεωρούμε ότι συνελίσσεται με ένα ελαφρώς διαφορετικό φίλτρο με συνάρτηση μεταφοράς  $F(k)$ . Όμως καθώς σήμα και θόρυβος είναι διαδικασίες στατιστικά ανεξάρτητες μπορούμε να τις μελετήσουμε ξεχωριστά ή απλά να αγνοήσουμε το θόρυβο θεωρώντας τον λευκό στο τέλος της διαδικασίας (ουσιαστικά αγνοώντας το φίλτρο  $F(k)$ ). Αυτό δεν είναι γενικά αληθές, αλλά είναι επαρκής υπόθεση για τα υποφέροντα της ζώνης διέλευσης του φίλτρου. Παρόλα αυτά επειδή η ίδια διαδικασία ακολουθείται για τον προσδιορισμό της παραμόρφωσης και λόγω του σήματος και λόγω της παρεμβολής (λόγω της θεωρούμενης στατιστικής ανεξαρτησίας των OFDM bauds που συμβαδίζει με το θόρυβο ως λευκή διαδικασία) θα θεωρηθεί ότι το σήμα δεν περιέχει θόρυβο. Αφού ολοκληρωθεί η ανάλυση για το σήμα πληροφορίας μπορεί να επαναληφθεί ακριβώς όμοια για το θόρυβο και τον προσδιορισμό της οποίας διαφορετικής επίδρασης του θορύβου (χρησιμοποιείται η έκφραση επίδραση καθώς είτε χρωματισμένος είτε λευκός ο θόρυβος αποτελεί ήδη παραμόρφωση).

Στο σχήμα 8.8 παρουσιάζεται μια αναπαράσταση της αιτίας εισαγωγής παραμόρφωσης λόγω έλλειψης κυκλικής περιοδικότητας. Το OFDM σύμβολο θεωρείται μεμονωμένο (δεν ακολουθούν ή προηγούνται άλλα σύμβολα). Όπως φαίνεται στο σχήμα, το πρώτο δείγμα που εισέρχεται στον FFT είναι γραμμικός συνδυασμός των δειγμάτων στη γαλάζια σκιά. Όμως τα πρώτα δείγματα



**Σχήμα 8.8:** Αναπαράσταση της εισαγωγής παραμόρφωσης από το φιλτράρισμα λόγω έλλειψης κυκλικής περιοδικότητας

της εισόδου του φίλτρου είναι μηδενικά, τη στιγμή που για να υπάρξει δυϊκότητα συνέλιξης στο χρόνο με πολλαπλασιασμό στη συχνότητα που οδηγεί στη σχέση (8.36) θα έπρεπε στα σημεία αυτά να βρίσκονται δείγματα από το χρονικό τέλος του OFDM συμβόλου. Ένα μεγάλο μέρος της απαιτούμενης κυκλικής περιοδικότητας καλύπτεται από το κυκλικό πρόθεμα και το φίλτρο δεν θα είχε καμία επίπτωση αν  $gd \leq N_g$  και ο συγχρονιστής αναγνώριζε ως πρώτο σημείο του συμβόλου το  $N_g + gd$ . Στη γενική περίπτωση που μελετάται θεωρείται ότι τίποτα από τα δυο δεν ισχύει. Για τον προσδιορισμό της παραμόρφωσης εργαζόμαστε ως εξής:

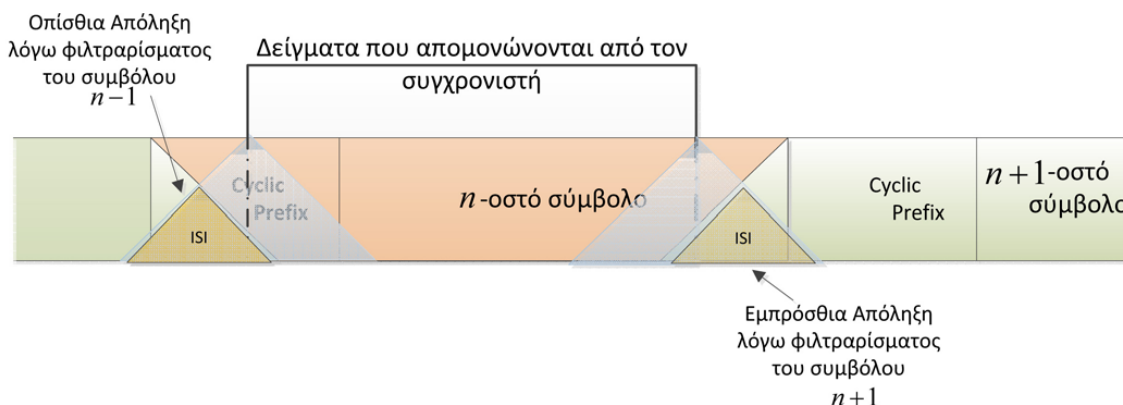
1. Με ορθογωνικό παράθυρο μήκους  $2gd$  απομονώνονται τα δείγματα του αφιλτράριστου OFDM συμβόλου με δείκτη  $N - N_g - 2gd \dots N - 1 - N_g$ , όπου από το θεωρούμενο σύμβολο έχει αφαιρεθεί το κυκλικό πρόθεμα (δηλαδή το σημείο με δείκτη 0 ορίζει το δείγμα τέλειου συγχρονισμού σε ιδανική μετάδοση).
2. Πραγματοποιείται κυκλική συνέλιξη (modulo  $N$ ) του απομονωμένου τμήματος με το φίλτρο  $h(m)$ . Λόγω των υποθέσεων σχετικά με το μέγεθος του φίλτρου η κυκλική συνέλιξη ισούται με την γραμμική. Ο λόγος που αναφέρεται ως κυκλική συνέλιξη η συγκεκριμένη πράξη οφείλεται στο γεγονός ότι θεωρείται αναδίπλωση δειγμάτων στην αρχή κατά τον υπολογισμό του  $N$ -οστού δείγματος της εξόδου.
3. Πραγματοποιείται κυκλική ολίσθηση κατά  $-d_0$  (αριστερόστροφα).
4. Εφαρμόζεται ορθογωνικό παράθυρο μήκους  $gd + d_0$ , με πρώτο σημείο του παραθύρου το δείγμα 0.

Αυτή η διαδικασία ουσιαστικά υπολογίζει το κομμάτι των αποτελεσμάτων που λείπει ώστε να συμπληρωθεί η κυκλική περιοδικότητα στα πρώτα δείγματα του συμβόλου που θεωρείται αρχικά ότι δέχονται μηδενικές εισόδους. Απομονώνεται ένα κομμάτι πριν το επαναλαμβανόμενο στο κυκλικό πρόθεμα τμήμα του συμβόλου, μεγέθους  $2gd$  ώστε τα σημεία που μας ενδιαφέρουν μετά το φιλτράρισμα να υπολογίζονται σωστά. Το κομμάτι αυτό ολισθαίνει και τοποθετείται στην αρχή του συμβόλου από το οποίο λείπει και απομονώνεται ώστε να ολοκληρωθεί ο υπολογισμός.

Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες του διακριτού μετασχηματισμού Fourier σχετικά με τις ισοδύναμες πράξεις της κυκλικής συνέλιξης, του πολλαπλασιασμού και της ολίσθησης στο διακριτό πεδίο συχνότητας υπολογίζεται ότι η παραμόρφωση δίνεται από:

$$I_A(k) = \left( (R(k, N, 2gd, -N_g - 2gd) \otimes X_n(k)) \cdot H(k) e^{2\pi j \frac{k d_0}{N}} \right) \otimes R(k, N, gd - d_0, 0) \quad (8.37)$$

όπου με  $\otimes$  συμβολίζεται ο τελεστής της κυκλικής συνέλιξης (modulo  $N$  στην οποία έχει ενταχθεί και παράγοντας κανονικοποίησης  $1/N$ ).



**Σχήμα 8.9:** Αναπαράσταση της εισαγωγής παραμόρφωσης λόγω παρεμβολής ISI προκαλούμενης από το φιλτράρισμα στο OFDM σύμβολο από τα δυο γειτονικά του σύμβολα

### Παρεμβολή λόγω αλλοίωσης της κυκλικής συμμετρίας στο οπίσθιο τμήμα του OFDM συμβόλου

Με ανάλογα βήματα υπολογίζεται η παραμόρφωση λόγω της έλλειψης κυκλικής περιοδικότητας στο πίσω τμήμα του OFDM συμβόλου. Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι αν ο συγχρονιστής υποδείξει ως πρώτο δείγμα του FFT το  $N_g$  σημείο από την διάρκειας  $N_g + N + 2gd$  αιτιατή έξοδο του φίλτρου, δηλαδή  $d_0 = 0$  τότε δεν υπάρχει παραμόρφωση από το οπίσθιο τμήμα του συμβόλου. Οπότε ο συγκεκριμένος υπολογισμός της παραμόρφωσης πρέπει να γίνεται μόνο αν  $d_0 > 0$ . Σε αυτή την περίπτωση προσδιορίζεται η έξοδος που λείπει από δείγματα της αρχής του συμβόλου για την αποκατάσταση της κυκλοστατικότητας. Τα ακολουθούμενα βήματα εδώ είναι τα εξής:

- Απομόνωση με χρήση τετραγωνικού παραθύρου μήκους  $2gd$  των δειγμάτων που ξεκινούν από τον δείκτη 0 του συμβόλου.
- Το τμήμα σήματος συνελίσσεται κυκλικά με του φίλτρο  $h(m)$
- Πραγματοποιείται κυκλική ολίσθηση κατά  $-d_0$  ώστε να τοποθετηθούν τα δείγματα στα κατάλληλα σημεία.
- Εφαρμόζεται ορθογωνικό παράθυρο μεγέθους  $d_0$  στα δείγματα ξεκινώντας από το δείγμα με δείκτη  $-d_0$

Το αποτέλεσμα της διαδικασίας στο πεδίο της διακριτής συχνότητας δίνεται από τη σχέση:

$$I_B(k) = \left( (R(k, N, 2gd, 0) \otimes X_n(k)) \cdot H(k) e^{2\pi j \frac{k d_0}{N}} \right) \otimes R(k, N, d_0, -d_0) \quad (8.38)$$

### Παραμόρφωση λόγω διασυμβολικής παρεμβολής από το προηγούμενο OFDM σύμβολο

Αυτό το είδος της παραμόρφωσης είναι η διασυμβολική παρεμβολή λόγω του προηγούμενου συμβόλου. Όπως δείχθηκε το φιλτράρισμα μπορεί να προκαλέσει παραμόρφωση ακόμη και αν δεν προηγούνται ή έπονται άλλα τμήματα πληροφορίας. Στον γραμμικό συνδυασμό δειγμάτων εισόδου που πραγματοποιεί το φίλτρο εμπλέκονται και δείγματα προερχόμενα από το προηγούμενο OFDM σύμβολο (σχήμα 8.9). Η παρεμβολή αυτή είναι προσθετική, σε αντίθεση με τις δυο προηγούμενες περιπτώσεις που οι εκτιμήσεις που έγιναν αφορούν σήμα πληροφορίας που αφαιρείται από την ιδανική έξοδο. Και σε αυτή την περίπτωση το κυκλικό πρόθεμα προστατεύει μερικώς το σήμα. Ο υπολογισμός γίνεται με τα ακόλουθα βήματα:

- Απομόνωση με χρήση τετραγωνικού παραθύρου μήκους  $2gd$  των δειγμάτων του προηγούμενου συμβόλου  $X_{n-1}$  που ξεκινούν από τον δείκτη  $N - 2gd$  του συγκεκριμένου συμβόλου.

- Το τμήμα σήματος συνελίσσεται κυκλικά με του φίλτρο  $h(m)$
- Πραγματοποιείται εκ νέου απομόνωση με χρήση παραθύρου μήκους  $gd - d_0$  των δειγμάτων με δείκτες που ξεκινούν από το  $N_g + d_0$ , ώστε να "προσπεραστεί" το τμήμα που προστατεύεται από το κυκλικό πρόθεμα
- Πραγματοποιείται κυκλική ολίσθηση κατά  $N_g + d_0$  έτσι ώστε να ευθυγραμμιστεί η υπολογισθείσα συνάρτηση με τα κατάλληλα δείγματα του  $X_n$  που υφίστανται την παρεμβολή

Με βάση τα βήματα αυτά ο ακριβής υπολογισμός της παρεμβολής που προέρχεται από το προηγούμενο σύμβολο δίνεται από:

$$I_C(k) = \left( \begin{array}{c} (R(k, N, 2gd, -2gd) \otimes X_{n-1}(k)) \cdot H(k) \\ \otimes R(k, N, gd - d_0, N_g + d_0) \end{array} \right) e^{2\pi j \frac{k(N_g + d_0)}{N}} \quad (8.39)$$

Σημειώνεται η παραμόρφωση  $I_C$  όπως και η  $I_D$  ακυρώνονται μέσω αφαίρεσης τους από το λαμβανόμενο σήμα σε αντίθεση με την π.χ.  $I_A$  που πρέπει να προστεθεί.

**Παραμόρφωση λόγω διασυμβολικής παρεμβολής από το επόμενο OFDM σύμβολο** Πρέπει να διευκρινιστεί ότι δεν πρόκειται για παραβίαση της αιτιατότητας του συστήματος. Το φίλτρο εισάγει μια καθυστέρηση επεξεργασίας κατά την οποία δείγματα προερχόμενα από το επόμενο σύμβολο έχουν αρχίσει να καταφθάνουν και εισέρχονται στη διαδικασία φιλτραρίσματος. Όπως και στην ανάλογη περίπτωση της παραμόρφωσης λόγω έλλειψης κυκλικής περιοδικότητας, ο συγκεκριμένος υπολογισμός γίνεται μόνο για  $d_0 > 0$  καθώς σε διαφορετικές περιπτώσεις δεν παρατηρείται τέτοιο φαινόμενο. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι πάλι η ίδια με μοναδική διαφορά το γεγονός ότι τα πρώτα δείγματα του συμβόλου που έπεται είναι τα δείγματα του κυκλικού προθέματος και για αυτό η πρώτη κίνηση που πρέπει να γίνει είναι μια κυκλική ολίσθηση ώστε να έρθουν τα δείγματα αυτά στο εμπρόσθιο τμήμα του συμβόλου  $X_{n+1}$  στον θεωρητικό υπολογισμό. Έτσι:

- Πραγματοποιείται κυκλική ολίσθηση κατά  $N_g$  των δειγμάτων του  $X_{n+1}$  (δεξιόστροφα)
- Απομονώνεται με χρήση τετραγωνικού παραθύρου μήκους  $2gd$  τα δείγματα του ολισθημένου συμβόλου  $X_{n+1}$  που ξεκινούν από τον δείκτη 0.
- Το τμήμα σήματος συνελίσσεται κυκλικά με του φίλτρο  $h(m)$
- Πραγματοποιείται κυκλική ολίσθηση κατά  $-d_0$  έτσι ώστε να ευθυγραμμιστεί η υπολογισθείσα συνάρτηση με τα κατάλληλα δείγματα του  $X_n$  που υφίστανται την παρεμβολή
- Πραγματοποιείται εκ νέου απομόνωση με χρήση παραθύρου μήκους  $d_0$  των δειγμάτων με δείκτες που ξεκινούν από το  $N - d_0$ .

Το τελικό αποτέλεσμα δίνεται από:

$$I_D(k) = \left( \left( R(k, N, 2gd, 0) \otimes \left( X_{n+1}(k) e^{-2\pi j \frac{kN_g}{N}} \right) \right) \cdot H(k) e^{2\pi j \frac{kd_0}{N}} \right) \otimes R(k, N, d_0, -d_0) \quad (8.40)$$

Η συνολική παραμόρφωση λόγω φιλτραρίσματος προκύπτει τελικά με κατάλληλη άθροιση ή αφαίρεση των αποτελεσμάτων των (8.37), (8.38), (8.39) και (8.40)

$$I_{\text{Filt}}(k) = -I_A(k) - I_B(k) + I_C(k) + I_D(k) \quad (8.41)$$

Υπενθυμίζεται ότι ο τύπος της κυκλικής συνέλιξης που θεωρείται είναι ο ακόλουθος:

$$x(k) \otimes y(k) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} x(u) y(k-u)_N$$

Τα παραπάνω αποτελέσματα αν και μπορεί να αποδειχθούν χρήσιμα στην εφαρμογή τους π.χ. σε έναν ΤΕQ (Time EQualization) δεν προσφέρουν ιδιαίτερη πληροφορία για το σκοπό που επιθυμούμε. Για να μπορέσουμε να έχουμε ένα μέτρο της προκαλούμενης συνολικής παραμόρφωσης από το φίλτρο, το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός της μέσης ισχύος παραμόρφωσης  $E(I(k)I^*(k))$ . Το θετικό είναι ότι οι παραμορφώσεις που προέρχονται από διαφορετικά σύμβολα είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες και κατά συνέπεια η μέση ισχύς παραμόρφωσης δίνεται από:

$$E(I(k)I^*(k)) = E(I_A(k)I_A^*(k)) + E(I_B(k)I_B^*(k)) + E(I_C(k)I_C^*(k)) + E(I_D(k)I_D^*(k)) + 2\text{Re}[I_A(k)I_B^*(k)] \quad (8.42)$$

Στον υπολογισμό θεωρείται ότι τα ανά φέρον σύμβολα (π.χ. QAM) είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα ενώ η ανά φέρον ισχύς τους δίνεται από την παράμετρο  $\sigma_s^2(l)$  που ενσωματώνει απώλειες διάδοσης, ενισχύσεις κ.ο.κ. Η τιμή μπορεί να είναι διαφορετική ανά φέρον καθώς ορισμένα subcarriers μπορεί να μην χρησιμοποιούνται ή να πραγματοποιείται διαφορετική κατανομή ισχύος. Μετά από πράξεις προκύπτει ότι:

$$E(I_A(k)I_A^*(k)) = \frac{1}{N^4} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \left( \begin{array}{c} R(k-u, N, \text{gd} - d_0, 0) R^*(k-p, N, \text{gd} - d_0, 0) \\ \cdot H(u) H^*(p) e^{2\pi j \frac{u-p}{N} d_0} \\ \cdot \sum_{q=0}^{N-1} \sigma_s^2(q) R(u-q, N, 2\text{gd}, -N_g - 2\text{gd}) R^*(p-q, N, 2\text{gd}, -N_g - 2\text{gd}) \end{array} \right) \quad (8.43)$$

Αν θεωρηθεί ότι όλη η ζώνη διέλευσης του εφαρμοζόμενου φίλτρου καταλαμβάνεται πλήρως από subcarriers ίσης ισχύος  $\sigma_s^2$  τότε η αναπαράσταση μπορεί να απλοποιηθεί μετά τη διαπίστωση ότι:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} R(u-q, N, 2\text{gd}, -N_g - 2\text{gd}) R^*(p-q, N, 2\text{gd}, -N_g - 2\text{gd}) = \\ & = R^*(p-u, N, 2\text{gd}, -N_g - 2\text{gd}) \end{aligned}$$

Οι ανάλογες εκφράσεις για τις υπόλοιπες παραμορφώσεις μετασχηματίζονται όπως παρουσιάζεται ακολούθως:

$$E(I_B(k)I_B^*(k)) = \sigma_s^2 \frac{1}{N^3} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \left( \begin{array}{c} R(k-u, N, d_0, -d_0) R^*(k-p, N, d_0, -d_0) e^{2\pi j \frac{u-p}{N} d_0} \\ \cdot H(u) H^*(p) R^*(p-u, N, 2\text{gd}, 0) \end{array} \right) \quad (8.44)$$

$$E(I_C(k)I_C^*(k)) = \sigma_s^2 \frac{1}{N^3} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \left( \begin{array}{c} R(k-u, N, \text{gd} - d_0, N_g + d_0) R^*(k-p, N, \text{gd} - d_0, N_g + d_0) \\ \cdot H(u) H^*(p) R^*(p-u, N, 2\text{gd}, -2\text{gd}) \end{array} \right) \quad (8.45)$$

$$E(I_D(k)I_D^*(k)) = \sigma_s^2 \frac{1}{N^3} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \left( \begin{array}{c} R(k-u, N, d_0, -d_0) R^*(k-p, N, d_0, -d_0) \\ e^{2\pi j \frac{u-p}{N} d_0} H(u) H^*(p) \\ R^*(p-u, N, 2\text{gd}, 0) \end{array} \right) \quad (8.46)$$

Ενώ για την ετεροσυσχέτιση μεταξύ παραμόρφωσης A και B προκύπτει ότι ισχύει:

$$E(I_A(k)I_B^*(k)) = \sigma_s^2 \frac{1}{N^3} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \begin{pmatrix} R(k-u, N, \mathbf{gd} - d_0, 0) R^*(k-p, N, d_0, -d_0) \\ e^{2\pi j \frac{u-p}{N} d_0} H(u) H^*(p) \\ R^*(p-u, N, 4\mathbf{gd} + N_g - N, -N_g - 2\mathbf{gd}) \end{pmatrix} \quad (8.47)$$

όπου στις περιπτώσεις που κάποιο μήκος παραθύρου προκύψει αρνητικό τότε ο όρος μηδενίζεται.

Τελικά με το συνδυασμό των παραπάνω αποτελεσμάτων στην 8.42 κατέστη δυνατό να ποσοτικοποιηθεί η επίδραση του φιλτραρίσματος στην αποδιαμόρφωση του OFDM συμβόλου. Μια πρώτη παρατήρηση των αποτελεσμάτων δημιουργεί την εντύπωση ότι το φιλτράρισμα έχει καταστροφικές συνέπειες για την OFDM διαμόρφωση. Αυτό γενικά δεν είναι αλήθεια. Για παράδειγμα μέσω του συγχρονισμού μπορούμε να εξαλείψουμε τις παραμορφώσεις  $I_B$  και  $I_D$  ενώ μέσω του κυκλικού προθέματος απορροφάται μεγάλο μέρος της επίδρασης που ασκείται από το προηγούμενο σύμβολο. Γενικά, σε εξάρτηση βέβαια με την επιλογή του χρησιμοποιούμενου φίλτρου μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι η προκαλούμενη παραμόρφωση από το φιλτράρισμα είναι πολύ πιθανό να προκύπτει ανεκτή.

### 8.2.2 Τα MDFT συγκροτήματα φίλτρων

Παρά τη φαινομενική ασυμβατότητα της OFDM διαμόρφωσης με το φιλτράρισμα αποφασίστηκε η χρήση ενός MDFT-συγκροτήματος φίλτρων στην είσοδο του δέκτη για την προστασία του CR σήματος από παρεμβολές προερχόμενες από υπόλοιπες εκπομπές. Χρησιμοποιείται τόσο το στάδιο της ανάλυσης του σήματος, μεσολαβούν κάποιες διεργασίες επεξεργασίας στο χαμηλό ρυθμό και τελικά πραγματοποιείται ανακατασκευή του σήματος στο στάδιο σύνθεσης. Τα MDFT φίλτρα έχουν ήδη αναφερθεί σε διάφορες περιπτώσεις (παράγραφοι 3.4, 5.2, 6.7) προετοιμάζοντας ουσιαστικά το έδαφος για τη χρήση τους στον CR δέκτη. Οι λόγοι που οδήγησαν σε αυτήν την επιλογή καθίστανται σαφείς σε αυτή την παράγραφο αφού πρώτα γίνει μια σύνοψη των βασικών χαρακτηριστικών και ιδιοτήτων των MDFT συγκροτημάτων.

Τα πιο δημοφιλή φίλτρα στις διαδικασίες διαυλοποίησης είναι τα ομοιόμορφα DFT πολυφασικά φίλτρα λόγω των ανώτατων υπολογιστικών επιδόσεών τους, πράγμα που είναι ιδιαίτερα σημαντική παράμετρος σε ένα SDR πομποδέκτη. Τα πολυφασικά συγκροτήματα από την άλλη έχουν ένα μεγάλο μειονέκτημα καθώς δεν μπορούν να ακυρώσουν ούτε κατά το στάδιο ανάλυσης ούτε στο στάδιο της σύνθεσης τις παραμορφώσεις από τις ψευδωνυμικές συνιστώσες (aliases) που προκαλούνται κατά τη μείωση του ρυθμού επεξεργασίας του σήματος και την απομόνωση των σημάτων ανά δίαυλο. Η αδυναμία αυτή θα είχε σημαντικές επιπτώσεις στη συγκεκριμένη CR εφαρμογή, καθώς πέραν των ομοδιαυλικών αναμενόμενων ISI παραμορφώσεων λόγω φίλτρου, τα επιπλέον φαινόμενα aliasing θα επιδείνωναν την κατάσταση. Τα MDFT συγκροτήματα αποτελούν ουσιαστικά μια τροποποίηση των DFT που ξεπερνούν το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Τα MDFT συγκροτήματα μπορούν να παρέχουν γραμμική απόκριση φάσης τόσο κατά τη σύνθεση όσο και κατά την ανάλυση ανεξάρτητα. Αυτό σημαίνει ότι διατηρείται η γραμμική φάση στον χαμηλό ρυθμό επεξεργασίας και τα σήματα μπορούν να υποστούν επιπρόσθετη επεξεργασία για την εξαγωγή της χρήσιμης πληροφορίας. Επίσης, το βασικότερο ίσως πλεονέκτημα τους σε επίπεδο επεξεργασίας σήματος, είναι ότι η δομή τους παρέχει έμφυτη ακύρωση των παραμορφώσεων λόγω aliasing που προκαλούνται σε κάθε υποζώνη από τα άμεσα γειτονικά της φίλτρα καθώς και από όλα όσα απέχουν περιττό αριθμό υποκαναλιών από την υπό μελέτη ζώνη. Εκτός αυτού είναι δυνατός ο σχεδιασμός MDFT συγκροτημάτων Τέλειας Ανακατασκευής (PR) ώστε να ακυρώνεται συνολικά η παραμόρφωση λόγω aliasing με την επιλογή κατάλληλου προτύπου φίλτρου. Τέλος η

υλοποίηση τους μπορεί να πραγματοποιηθεί με χρήση πολυφασικών φίλτρων κάνοντας τα μια εξαιρετικά ελκυστική επιλογή σε επίπεδο υπολογιστικού κόστους. Ουσιαστικά πρόκειται για μια δομή που πραγματοποιεί τη μέγιστη δυνατή υποδειγματοληψία στο επίπεδο της σύνθεσης, διατηρώντας όμως τα πλεονεκτήματα που παρέχονται από τη χρήση ενός συγκροτήματος που δεν χρησιμοποιεί την κρίσιμη δειγματοληψία.

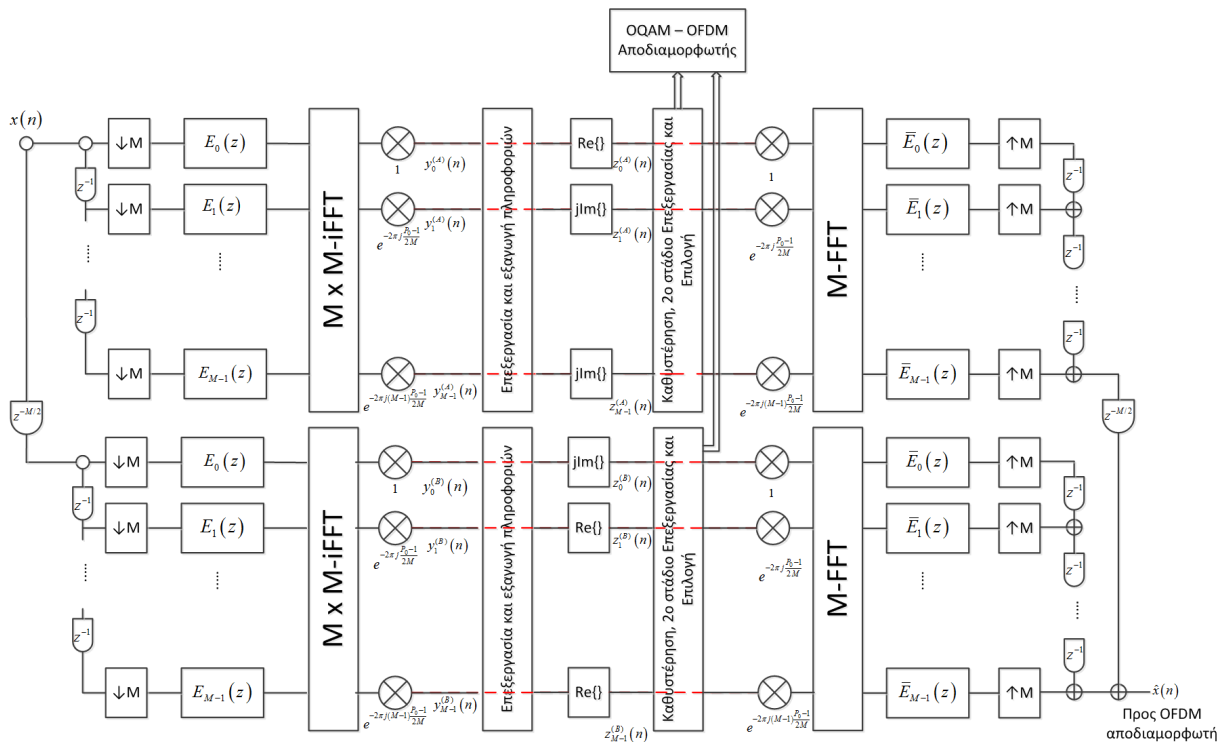
Τα MDFT φίλτρα προκύπτουν από ένα πρότυπο μη-αιτιατό, FIR, πραγματικό, συμμετρικό, βαθυπερατό φίλτρο  $p(n)$  που αναλύει την περιοχή  $-\pi/M$  έως  $\pi/M$  σε όρους κυκλικής συχνότητας, όπου  $M$  είναι ο αριθμός των υποκαναλιών στον οποίο θέλουμε να αναλυθεί η συνολική ζώνη. Το πρότυπο φίλτρο με διαδοχικές διαμορφώσεις του δημιουργεί τόσο τα φίλτρα ανάλυσης  $h_m(n)$  όσο και αυτά της σύνθεσης  $f_m(n)$  για κάθε υποκανάλι, με βάση τη σχέση:

$$h_m(n) = p\left(n - \frac{P_0 - 1}{2}\right) e^{2\pi j \frac{m(n - \frac{P_0 - 1}{2})}{M}}, \quad n = 0, \dots, P_0 - 1$$

$$m = 0, \dots, M - 1 \tag{8.48}$$

$$f_m(n) = h_m(n)$$

όπου  $P_0$  είναι το μήκος της κρουστικής απόκρισης του πρότυπου φίλτρου. Τα φίλτρα που παράχθηκαν είναι αιτιατά, ενώ πρέπει να τονιστεί ότι η διαμόρφωση γίνεται στη μη-αιτιατή έκδοση του προτύπου και για αυτό προκύπτει και η αντίστοιχη μετατόπιση φάσης κατά την καθυστέρηση ομάδας του φίλτρου. Αυτό είναι απαραίτητο για την εξασφάλιση PR δυνατοτήτων στο συγκρότημα. Το συγκρότημα που υλοποιείται έχει QMF χαρακτηριστικά  $M$  υποκαναλιών καθώς τα φίλτρα είναι συμπληρωματικά ως προς την ισχύ τους και πραγματοποιείται έμφυτη ακύρωση των alias των γειτονικών (και όχι μόνο) υποκαναλιών. Στο σχήμα παρουσιάζεται η συγκεκριμένη βαθμίδα CR λήψης όπου έχουν προστεθεί βαθμίδες επεξεργασίας, οι οποίες και θα αναλυθούν σταδιακά στις επόμενες παραγράφους. Στην περίπτωση που παρακαμφθούν οι βαθμίδες επεξεργασίας (αν ακολουθηθεί η πορεία των κόκκινων διακεκομμένων γραμμών) τότε προκύπτει το διάγραμμα των MDFT φίλτρων στην πολυφασική μορφή του.



**Σχήμα 8.10:** Απλοποιημένο Διάγραμμα της λειτουργίας του CR-OFDM δέκτη κατά την είσοδο του σήματος, με χρήση MDFT συγκροτήματος φίλτρων.

Στο σχήμα 8.10, με  $E_m(Z)$  αναπαριστάθηκε ο μετασχηματισμός  $Z$  των πολυφασικών συνιστωσών 1ου τύπου του πρωτότυπου φίλτρου, ενώ με  $\tilde{E}_m(Z)$  η αντίστοιχη έκφραση για τις πολυφασικές συνιστώσες του φίλτρου 3ου τύπου (παρ. 3.2.1). Ένας βασικός λόγος επιλογής των MDFT συγκροτημάτων είναι η δυνατότητα σχεδιασμού φίλτρου με ιδιότητες τέλει ανακατασκευής. Στην παρ. 3.4 παρουσιάζεται ότι ένα φίλτρο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε MDFT συγκρότημα παρέχοντας την ιδιότητα PR όταν ισχύει ότι:

$$E_m(Z) \tilde{E}_m(Z) + E_{m+M/2}(Z) \tilde{E}_{m+M/2}(Z) = \frac{2}{M} \quad (8.49)$$

όπου με  $\tilde{E}_m(Z)$  εκφράζονται οι γενικευμένες πολυφασικές συνιστώσες [54]. Αν το φίλτρο θεωρηθεί ότι έχει μήκος  $P_0 = rM + s$ , όπου  $r, s$  ακέραιοι με  $0 \leq s < M$  τότε οι γενικευμένες πολυφασικές συνιστώσες για το συγκεκριμένο φίλτρο προκύπτουν σε συνάρτηση με τις συνιστώσες 1ου τύπου σύμφωνα με τη σχέση:

$$\tilde{E}_m(z) = Z^r \begin{cases} E_{s-1-m}(Z), m < s \\ Z^{-1} E_{M+s-1-m}(Z), m \geq s \end{cases} \quad (8.50)$$

Η σχέση αυτή φανερώνει μια ισοδυναμία στην απόκριση των MDFT συγκροτημάτων με τα αντίστοιχα συγκροτήματα συνημιτονικής διαμόρφωσης, καθώς ακριβώς όμοια συνθήκη ισχύει και για αυτά. Τα MDFT έχουν βασικότερα πλεονεκτήματα σε σχέση με τις συνημιτονικές τράπεζες καθώς:

- Δεν έχουν την ίδια φασματική τοποθέτηση αφού τα συνημιτονικά φίλτρα έχουν δυο συμμετρικές ζώνες διέλευσης μισού εύρους ζώνης, κάτι που δεν εξυπηρετεί στις διαδικασίες διαυλοποίησης που πραγματοποιεί το CR.
- Τα συνημιτονικής διαμόρφωσης φίλτρα αν και συνολικά έχουν γραμμική απόκριση φάσης, οι μεμονωμένες βαθμίδες ανάλυσης και σύνθεσης δεν χαρακτηρίζονται με αυτή την ιδιότητα, πράγμα που σημαίνει ότι δυσχεραίνεται η επεξεργασία στο χαμηλό ρυθμό μετά το στάδιο ανάλυσης από το οποίο ευελπιστούμε να αντλήσουμε χρήσιμη πληροφορία για το σήμα.
- Από το σχήμα 8.10 συμπεραίνεται ότι τα MDFT συγκροτήματα μπορούν να αναπαρασταθούν ως δυο παράλληλα DFT συγκροτήματα με χρονική μετατόπιση λειτουργίας  $M/2$  δειγμάτων, κάτι που μας επιτρέπει την μερική επεξεργασία του σήματος πριν τον διαχωρισμό πραγματικών/φανταστικών και την αξιολόγηση της συμπεριφοράς του κάθε υποκαναλιού όσον αφορά τη πληροφορία φάσης που φέρει.

Δεδομένου ότι τα PR MDFT φίλτρα κατασκευάζονται όμοια με τα αντίστοιχα συνημιτονικής διαμόρφωσης σημαίνει ότι υπάρχει πληθώρα μεθόδων στη βιβλιογραφία για το σχεδιασμό τους [169], [107], [141]. Η σχέση (8.49) υποδηλώνει ότι υπάρχει σχέση μεταξύ του μήκους του φίλτρου (και συγκεκριμένα του υπολοίπου σε σχέση με το  $M$ ) και της μεθόδου σχεδιασμού τους. Πράγματι στο [169] παρουσιάζεται μέθοδος σχεδίασης για μήκη της μορφής  $rM$ , ενώ στο [107] γενικεύεται το αποτέλεσμα για οποιοδήποτε μήκος. Κάτι σημαντικό που παρατηρείται σε αυτό τον αλγόριθμο όμως είναι ότι παρουσιάζονται μεγάλες διαφορές στις επιδόσεις ανάλογα με το υπόλοιπο της διαίρεσης με το  $M$ . Αν π.χ.  $M = 16$  παρατηρείται ότι ενώ το φίλτρο μήκους 256 δειγμάτων έχει απόσβεση ζώνης αποκοπής μέχρι και 80dB, το αντίστοιχο φίλτρο μήκους 257 δειγμάτων έχει απόσβεση ζώνης αποκοπής -45 dB. Αυτό φανερώνει μια βασική αδυναμία των PR φίλτρων όπως σχεδιάζονται. Η PR ιδιότητα εξασφαλίζει τέλεια ανακατασκευή, παρά το γεγονός ότι μπορεί να επιτρέπει έντονα φαινόμενα aliasing και παρεμβολές κατά το στάδιο της ανάλυσης, καταργώντας τις συνέπειες αυτές κατά το στάδιο ανάλυσης. Το γεγονός αυτό, δεδομένου ότι είναι επιθυμητό τα φίλτρα αυτά να χρησιμοποιηθούν για καταπολέμηση της παρεμβολής δεν είναι κατάλληλο στην περίπτωση που μελετάται. Αυτό γιατί όπως θα φανεί για την καταπολέμηση της παρεμβολής θα



υπάρξει απόκλιση από την PR ιδιότητα. Συνεπώς ο σχεδιασμός καλά τοποθετημένων στη συχνότητα (αλλά και στο χρόνο) φίλτρων είναι κάτι το απαραίτητο.

Κάτω από αυτές τις συνθήκες λοιπόν αποφασίστηκε ο σχεδιασμός των φίλτρων με τη μέθοδο που περιγράφεται στο [141]. Στη συγκεκριμένη μελέτη ο συγγραφέας τονίζει ότι πραγματοποιείται σχεδιασμός φίλτρων που προσεγγίζουν την PR ιδιότητα. Στην πράξη αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένα σφάλμα μεταξύ σήματος εισόδου/εξόδου της τάξης των 70dB. Δηλαδή μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η διαδικασία εισάγει επιπλέον θόρυβο -60dB σε σχέση με την ισχύ του εισερχόμενου σήματος. Δεδομένου όμως ότι σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα ο υπάρχων θόρυβος στην καλύτερη των περιπτώσεων είναι της τάξης των -25 dB, η συγκεκριμένη παραμόρφωση είναι απολύτως αμελητέα και συνεπώς αδιάφορη. Για αυτό το λόγο εφεξής η αναφορά στα σχεδιασμένα φίλτρα γίνεται με τη θεώρηση ότι έχουν την PR ιδιότητα. Τα βήματα που ακολουθούνται για το σχεδιασμό ενός φίλτρου, ανεξαρτήτως μεγέθους είναι τα ακόλουθα:

1. Κατασκευάζεται ένα FIR φίλτρο μήκους  $P_0$  με μια συμβατική μέθοδο σχεδίασης όπως π.χ. Parks-McClellan [52] ή τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων [79]. Στη διατριβή χρησιμοποιήθηκε η δεύτερη μέθοδος καθώς δεν ήταν επιθυμητή ιδιότητα ο εξισωμένος κυματισμός στη ζώνη αποκοπής. Το φίλτρο που υπολογίζεται αρχικοποιεί το διάνυσμα  $p$ .
2. Πραγματοποιείται υπολογισμός του πίνακα συνημιτονικής διαμόρφωση  $\mathbf{U}_s$ , τα στοιχεία του οποίου για  $P_0$  άρτιο δίνονται από τη σχέση (για τα αντίστοιχα στοιχεία για  $P_0$  περιττό στο [141]):

$$[\mathbf{U}_s]_{i,l} = 4 \begin{cases} \frac{\pi - \omega_s}{2} - \frac{\sin((2i - P_0 - 1)\omega_s)}{2(2i - P_0 - 1)}, & \text{για } i = l \\ \frac{\sin((i-l)\omega_s)}{2(l-i)} - \frac{\sin((i+l-P_0-1)\omega_s)}{2(i+l-P_0-1)}, & \text{για } i \neq l \end{cases} \quad (8.51)$$

όπου  $\omega_s$  είναι η επιθυμητή κυκλική συχνότητα αποκοπής του φίλτρου.

3. Σχηματίζεται ο πίνακας  $\mathbf{U}$  και το διάνυσμα  $\mathbf{q}$  με βάση τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{H}(\boldsymbol{\Omega}_p) \mathbf{U}_t(\boldsymbol{\Omega}_p) + \mathbf{H}\left(\boldsymbol{\Omega}_p - \frac{2\pi}{M}\right) \mathbf{U}_t\left(\boldsymbol{\Omega}_p - \frac{2\pi}{M}\right) \\ \mathbf{q} &= (\mathbf{U}^T \mathbf{U} + a \mathbf{U}_s)^{-1} (\mathbf{U}^T \mathbf{1}) \end{aligned} \quad (8.52)$$

όπου πρώτα έχει οριστεί ένα σύνολο  $K$  σημείων για το διάστημα κυκλικής συχνότητας της ζώνης διέλευσης  $\boldsymbol{\Omega}_p = [\omega_{p1} = 0, \omega_{p2}, \dots, \omega_{pK} = 2\pi/M]$  και έχουν υπολογιστεί οι ποσότητες:

$$\mathbf{U}_t = 2 \begin{bmatrix} \cos((P_0 - 1)\omega_{p1}/2) & \dots & \cos(\omega_{p1}/2) \\ \cos((P_0 - 1)\omega_{p2}/2) & \dots & \cos(\omega_{p2}/2) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \cos((P_0 - 1)\omega_{pK}/2) & \dots & \cos(\omega_{pK}/2) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \text{diag} \left[ M_p(\omega_{p1}) \quad M_p(\omega_{p2}) \quad \dots \quad M_p(\omega_{pK}) \right],$$

$$M_p(\omega_{pk}) = 2\mathbf{p}^T \mathbf{c}(\omega_{pk}) =$$

$$= \begin{bmatrix} p_0 & p_1 & \dots & p_{N/2-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos((P_0 - 1)\omega_{pk}/2) & \dots & \cos(\omega_{pk}/2) \end{bmatrix}^T$$

με  $\mathbf{1}$  συμβολίζεται το διάνυσμα με όλα τα στοιχεία μονάδα. Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου το  $\mathbf{p}$  ανανεώνεται με βάση το μέγεθος:

$$\mathbf{p} = (1 - \tau) \mathbf{p} + \tau \mathbf{q}$$

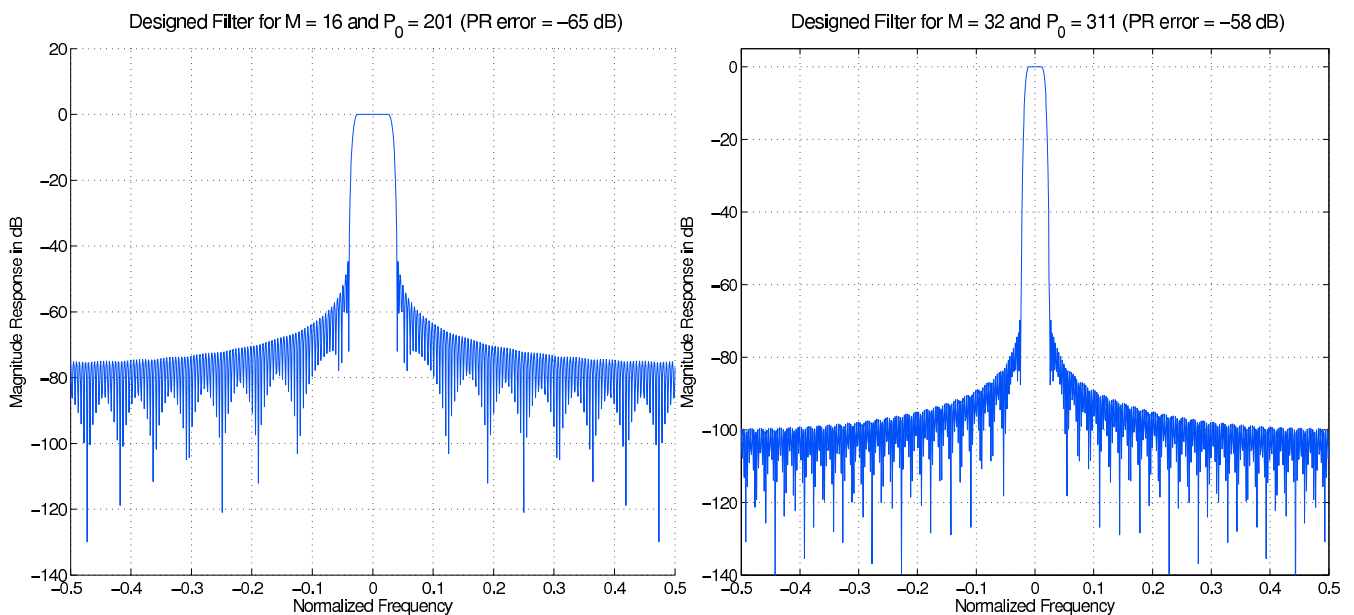
όπου τα  $a$  και  $\tau$  είναι σχεδιαστικές παράμετροι ο ρόλος των οποίων μένει να εξηγηθεί.

- Υπολογίζεται η ευκλείδεια νόρμα και συγκρίνεται με μια παράμετρο ακρίβειας που δείχνει την απόκλιση του υπό σχεδίαση φίλτρου από το φίλτρο με απόλυτη μαθηματικά PR ιδιότητα  $\|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|_2 \leq \varepsilon$ . Στην περίπτωση που ικανοποιείται, ο αλγόριθμος ολοκληρώνεται, διαφορετικά μεταβαίνουμε στο Βήμα 2 επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία.

Με τον υπολογισμό του πίνακα  $\mathbf{U}$  ο αλγόριθμος υπολογίζει μια συνάρτηση κόστους την οποία προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει. Το  $\mathbf{U}$  λοιπόν εκφράζει μια διακριτή προσέγγιση του μετρικού  $\mathbf{E}$  το οποίο είναι ίσο με:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + a\mathbf{E}_2$$

όπου το  $\mathbf{E}_1$  εκφράζει το κλασικό μέτρο βελτιστοποίησης για το σχεδιασμό των PR συστημάτων και είναι ο μηδενισμός του πίνακα των aliases [51] ενώ το  $\mathbf{E}_2$  εισάγει στη διαδικασία βελτιστοποίησης τον παράγοντα της απόσβεσης στη ζώνη αποκοπής. Το  $a$  ορίζει το ισοζύγιο μεταξύ των δυο παραμέτρων και έχει θετική τιμή. Δεδομένου ότι συνήθως το  $\mathbf{E}_1$  έχει πολύ μεγαλύτερη τιμή το  $a$  τέθηκε στην τιμή 200 δίνοντας ουσιαστικά ένα βάρος 20% στον παράγοντα απόσβεσης. Η παράμετρος  $\tau$  απλά καθορίζει το βήμα μεταβολής του  $\mathbf{p}$  σε κάθε επανάληψη και ουσιαστικά ρυθμίζει την ταχύτητα σύγκλισης. Έχει θετική τιμή μικρότερη/ίση της μονάδας. Χρησιμοποιήθηκε τιμή  $\tau = 0.1$ . Με τη μέθοδο αυτή σχεδιάστηκαν φίλτρα όπως αυτά που εικονίζονται στο σχήμα 8.11.



**Σχήμα 8.11:** Παραδείγματα φίλτρων που σχεδιάστηκαν με προσεγγιστικά PR ιδιότητες α)  $M = 16$ ,  $P_0 = 201$  και το σφάλμα από την PR κατάσταση μετρήθηκε  $-65\text{dB}$  και β)  $M = 32$ ,  $P_0 = 311$  και το σφάλμα από την PR κατάσταση μετρήθηκε  $-58\text{dB}$

Όπως προκύπτει από τα σχήματα, τα φίλτρα παρουσιάζουν εξαιρετικά επίπεδα απόσβεσης, ειδικά όσο απομακρυνόμαστε από τη ζώνη διέλευσης, ενώ διατηρούν σε εξαιρετικά επίπεδα την απόκλιση από τα μαθηματικώς PR φίλτρα. Κρίνονται λοιπόν κατάλληλα για χρήση στο MDFT συγκρότημα του δέκτη.

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν και αν προστεθούν και ορισμένα άλλα συγκεκριμένης φύσης πλεονεκτήματα, τα MDFT συγκροτήματα φίλτρων φαίνονται ως η καταλληλότερη επιλογή για να παίξουν τον ρόλο του επιλογέα διαύλων για ένα σύστημα OFDM. Τα πλεονεκτήματα συνοψίζονται στα εξής σημεία:

**Τέλεια Ανακατασκευή:** Το σήμα εξόδου από την αλυσίδα φιλτραρίσματος είναι ίσο με το σήμα

εισόδου με μοναδικό κόστος τον χρόνο επεξεργασίας/διέλευσης των δειγμάτων από την αλυσίδα, εφόσον δεν έχει προηγηθεί κάποια βαθμίδα επεξεργασίας που να αλλοιώνει την PR ιδιότητα. Το γεγονός αυτό βεβαιώνει ότι τηρείται η προδιαγραφή όπως αυτή ορίστηκε, ότι δηλαδή το φιλτράρισμα πρέπει να έχει αποκλειστικά εποικοδομητική επίδραση στο σήμα. Κατά συνέπεια αν το λαμβανόμενο σήμα εισέρχεται στο δέκτη χωρίς σοβαρά προβλήματα παρεμβολών, το συγκρότημα φίλτρων δεν προκαλεί καμία παραμόρφωση λόγω φιλτραρίσματος, όπως αυτές που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 8.2.1. Ενέργειες μεταβολών στο σήμα πραγματοποιούνται μόνο αν υπάρχει ισχυρό παρεμβάλλον σήμα από PU ή άλλο CR σύστημα.

**Διαχωρισμός σημάτων σε δομικές μονάδες φάσματος:** Τα MDFT φίλτρα διαχωρίζουν το σήμα σε υποκανάλια όπου όλη η πληροφορία που απομένει περιέχεται στη συγκεκριμένη ζώνη και μάλιστα παρέχοντας υψηλές τιμές απόσβεσης από γειτονικά υποκανάλια, σε αντίθεση με π.χ. τα συγκροτήματα διαμόρφωσης συνημιτόνου που ανά φίλτρο εξάγουν πληροφορία από διαφορετικές, συμμετρικές φασματικές ζώνες.

**Εύνοια χρήσης της πληροφορίας στον χαμηλό ρυθμό δειγματοληψίας:** Όπως παρουσιάστηκε στο σχήμα 8.10, το στάδιο ανάλυσης συνοδεύεται με μείωση κατά  $M$  του ρυθμού επεξεργασίας. Η απομονωμένη ανά υποδιάυλο πληροφορία του συνολικού σήματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή συγκεκριμένων χαρακτηριστικών και πληροφορίας σχετικά με την λαμβανόμενη κυματομορφή. Π.χ. μπορεί να πραγματοποιηθεί Φασματική Ανίχνευση με χρήση Συγκροτήματος Φίλτρων ή όπως παρουσιάζεται σε επόμενη παράγραφο να πραγματοποιηθεί συγχρονισμός σε συχνότητα και χρόνο, διαδικασίες κρίσιμες και απαραίτητες για ένα OFDM σύστημα. Το βασικό πλεονέκτημα της MDFT δομής είναι η διατήρηση της γραμμικής απόκρισης μεμονωμένα για το στάδιο ανάλυσης. Έτσι π.χ. η πληροφορία φάσης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για εκτίμηση της φασματικής ολίσθησης ή για ανίχνευση 3SS, διατηρείται πρακτικά απαραμόρφωτη στο χαμηλό ρυθμό επεξεργασίας.

**Έμφυτη Υποστήριξη Κυματομορφών OFDM-OQAM:** Στην παράγραφο 5.2.4 παρουσιάστηκε ο τρόπος που μπορούν να χρησιμοποιηθούν MDFT συγκροτήματα φίλτρων για τη λήψη σημάτων OFDM-OQAM. Έτσι και η συγκεκριμένη δομή μπορεί με το στάδιο ανάλυσης της, να χρησιμοποιηθεί ως αποδιαμορφωτής σήματος OFDM-OQAM. Στο σχήμα 8.10 απεικονίστηκε αυτή η δυνατότητα με τη βαθμίδα αποδιαμόρφωσης OFDM-OQAM που μπορεί να παρεμβληθεί μετά το διαχωρισμό πραγματικών/φανταστικών μερών του εισερχόμενου σήματος. Μάλιστα η δομή MDFT προσφέρει μια επιπλέον δυνατότητα. Τα CR μπορούν να επικοινωνούν με υβριδικές μορφές σημάτων, όπου περιλαμβάνονται και σήματα  $M$ -OFDM-OQAM και σήματα  $N$ -OFDM, ανάλογα με τις συνθήκες του ραδιοδιαύλου σε συγκεκριμένα σημεία της ζώνης λειτουργίας του CR συστήματος.

**Χαμηλή Υπολογιστική Πολυπλοκότητα:** Τα MDFT συγκροτήματα φίλτρων, όπως παρουσιάστηκε στο σχήμα μπορούν να συσταθούν ως ένα ζεύγος πολυφασικών συγκροτημάτων με χρονική μεταξύ τους ολίσθηση  $M/2$ . Αυτό σημαίνει ότι οι απαιτούμενοι υπολογισμοί απαιτούν το διπλάσιο υπολογιστικό φορτίο σε σχέση με τα απλά πολυφασικά δίκτυα φίλτρων. Παρά τον διπλασιασμό αυτό η εκμετάλλευση της πολυφασικής έκφρασης καθιστά τα MDFT συγκροτήματα κατά πολύ ανώτερα οποιασδήποτε άλλης PR δομής φίλτρων που δεν μπορούν να λάβουν την πολυφασική έκφραση. Έτσι για το στάδιο ανάλυσης οι πολλαπλασιασμοί που απαιτούνται είναι (θεωρείται ότι  $P_0/M$  είναι ακέραιος, διαφορετικά οι απαιτούμενοι πολλαπλασιασμοί ανά δείγμα εξαρτώνται από τον τρέχοντα ενεργοποιημένο πολυφασικό κλάδο

και μπορεί η τιμή αυτή να είναι είτε  $\lfloor \frac{P_0}{M} \rfloor$  είτε  $\lceil \frac{P_0}{M} \rceil$ ):

$$2 \frac{P_0}{M} + 2 \log_2 M \quad (8.53)$$

Με αυτό το υπολογιστικό κόστος, κατά τη λογική των πολυφασικών φίλτρων υπολογίζονται οι έξοδοι και για τα  $M$  φίλτρα. Μάλιστα το κόστος αυτό μπορεί να μειωθεί και άλλο κατά τη σχεδίαση αφού α) το φίλτρο είναι πραγματικό β) το φίλτρο είναι συμμετρικό γ) με την απομόνωση πραγματικών/φανταστικών μερών μπορούν να παραληφθούν ορισμένες πράξεις στο στάδιο της σύνθεσης δ) μπορεί να χρησιμοποιηθεί διαφορετικός αλγόριθμος για την υλοποίηση του FFT (θεωρήθηκε Radix-2 υλοποίηση [164]). Π.χ. ο Radix-4 αλγόριθμος θα μείωνε τους πολλαπλασιασμούς λόγω του iFFT σε  $\log_2 M$ .

**Στατικότητα:** Το MDFT συγκρότημα από τη στιγμή που οριστεί δεν απαιτείται δυναμικός επαναπρογραμματισμός των δομικών του στοιχείων. Με αυτόν τον τρόπο το σύνολο του ενδιαφέροντος δίνεται στην ανάλυση του σήματος. Αυτό δεν σημαίνει βέβαια ότι δεν μπορεί να αλλαχθεί ανάλογα σε μια νέα περίοδο λειτουργίας του δέκτη, ή απλά να παρακαμφθεί σε πραγματικό χρόνο. Όμως το πλεονέκτημα της στατικής επιλογής του έγκειται ότι μπορεί να υλοποιηθεί σε εξαιρετικά γρήγορους FPGA επεξεργαστές που αν και είναι προγραμματίσιμες μονάδες, δεν μπορούν να μεταβληθούν σημαντικά σε πραγματικό χρόνο και η δυναμική τους λειτουργία έγκειται μόνο σε απλή παραμετροποίηση ορισμένων απλών προδιαγραφών. Με αυτό τον τρόπο οι ευέλικτες μονάδες επεξεργασίας του συστήματος (π.χ. DSP, GPU) μπορούν να αφιερωθούν αποκλειστικά σε πιο σύνθετες, έξυπνες και δυναμικά μεταβαλλόμενες διεργασίες.

Όλοι αυτοί οι λόγοι οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η χρήση του MDFT συγκροτήματος μπορεί να παίζει τον ρόλο του προστάτη της λαμβανόμενης OFDM-CR κυματομορφής. Μάλιστα πέραν από τον πρώτο αντικειμενικό του σκοπό, παρέχει σημαντικές δυνατότητες και διευκολύνσεις στο σύστημα, έτσι ώστε να υλοποιηθούν ή να απλοποιηθούν αλγόριθμοι κρίσιμοι τόσο για τον OFDM αποδιαμορφωτή, όσο και για την Γνωστική Μηχανή του CR τερματικού.

### 8.3 Αντιμετώπιση της Παρεμβολής

Πρώτιστος σκοπός του συγκροτήματος φίλτρων είναι η προστασία του CR σήματος από την παρεμβολή. Αυτό είναι το θέμα της συγκεκριμένης παραγράφου. Πριν όμως την ανάλυση της εξαιρετικά απλής διαδικασίας πρέπει να οριστεί ένα συγκεκριμένο πλαίσιο λειτουργίας του CR συστήματος έτσι ώστε να ξεκαθαριστούν οι έννοιες και κατά δεύτερον πρέπει να γίνει αναφορά σε μια σημαντική υπόθεση σχετικά με την λαμβανόμενη CR κυματομορφή.

#### 8.3.1 Ορισμός Πλαισίου Λειτουργίας του CR

Αρχικά ξεκαθαρίζονται οι έννοιες για τον θεωρούμενο τρόπο λειτουργίας του CR συστήματος. Ουσιαστικά δομείται ένα πλαίσιο λειτουργίας του θεωρούμενου φυσικού στρώματος του CR, ενώ ταυτόχρονα δίνονται γραμμές και προτάσεις σχετικά με τον ορισμό ενός πρωτοκόλλου PHY που βασίζεται στη λογική του MDFT-SDR δέκτη και μπορεί να υποστηρίξει υβριδική λειτουργία OFDM και OFDM-OQAM.

### Συνολική Ζώνη Λειτουργίας του CR:

Στο κεφ. 2 αναφέρθηκε ότι ιδανικά ένα CR-SDR λειτουργεί σε ένα εξαιρετικά ευρύ πεδίο συχνοτήτων, τα σήματα από το οποίο επεξεργάζεται ψηφιακά. Κάτι τέτοιο όμως τεχνολογικά αυτή τη στιγμή καθίσταται ανέφικτο. Για αυτόν το λόγο οι υλοποιήσιμες δομές SDR ψηφιοποιούν ένα μεγάλο μεν σε σχέση με τα συμβατικά συστήματα εύρος ζώνης, αλλά η φασματική ζώνη παραμένει περιορισμένη σε ένα εύρος π.χ. 50 ή 100 MHz. Αυτό που μπορεί να γίνει όπως αναφέρθηκε στην παρ. 5.4 είναι σε σχετική ομοιότητα με τα MB-OFDM συστήματα, το CR να μπορεί να λειτουργεί σε ένα μεγάλο συνολικό εύρος π.χ. 1GHz από το οποίο με βάση κάποιον χρονικό ή λογικό κανόνα ψηφιοποιείται μια συγκεκριμένη ζώνη κάποιων δεκάδων MHz στην οποία εφαρμόζονται οι γνωστικές διεργασίες και πραγματοποιούνται οι εκπομπές.

Υπάρχει φυσικά και μια άλλη δυνατότητα. Το CR-SDR, με το ανάλογο κόστος κατασκευής, μπορεί να περιλαμβάνει περισσότερες της μιας SDR αλυσίδες με ανεξάρτητα επί το πλείστον αναλογικά και ψηφιακά υποσυστήματα. Με αυτόν τον τρόπο ψηφιοποιείται και επεξεργάζεται ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Κάθε ψηφιακή βαθμίδα έχει τα δικά της χαρακτηριστικά, χρησιμοποιεί αποκλειστικές αποφάσεις και ουσιαστικά διαθέτει αυτόνομη Γνωστική Μηχανή που βελτιστοποιεί τις συνθήκες λειτουργίας στη συγκεκριμένη ζώνη. Ουσιαστικά πρόκειται για ενοποίηση δυο CR πομποδεκτών για τη μέγιστη και τεχνολογικά εφικτή κάλυψη του διαθέσιμου εύρους ζώνης. Πίσω από τα δυο ψηφιακά υποσυστήματα τοποθετείται ένας *Γνωστικός Ελεγκτής* ο οποίος επικοινωνεί με τις γνωστικές μηχανές του κάθε ψηφιακού υποσυστήματος λαμβάνοντας αξιολογήσεις των επιδόσεων και μετρικά της φασματικής διαθεσιμότητας. Με αυτόν τον τρόπο ο Γνωστικός Ελεγκτής αποφασίζει το πώς θα καταναείμει το τηλεπικοινωνιακό φορτίο σε κάθε υποσύστημα. Έτσι, το υποσύστημα που εξετάζει τη ζώνη με το μεγαλύτερο ελεύθερο εύρος ζώνης, εφόσον εξασφαλίζει την απαιτούμενη αξιοπιστία αναλαμβάνει την ευθύνη μετάδοσης του μεγαλύτερου φορτίου πληροφορίας.

### Ψηφιοποιημένη ζώνη λειτουργίας του συστήματος

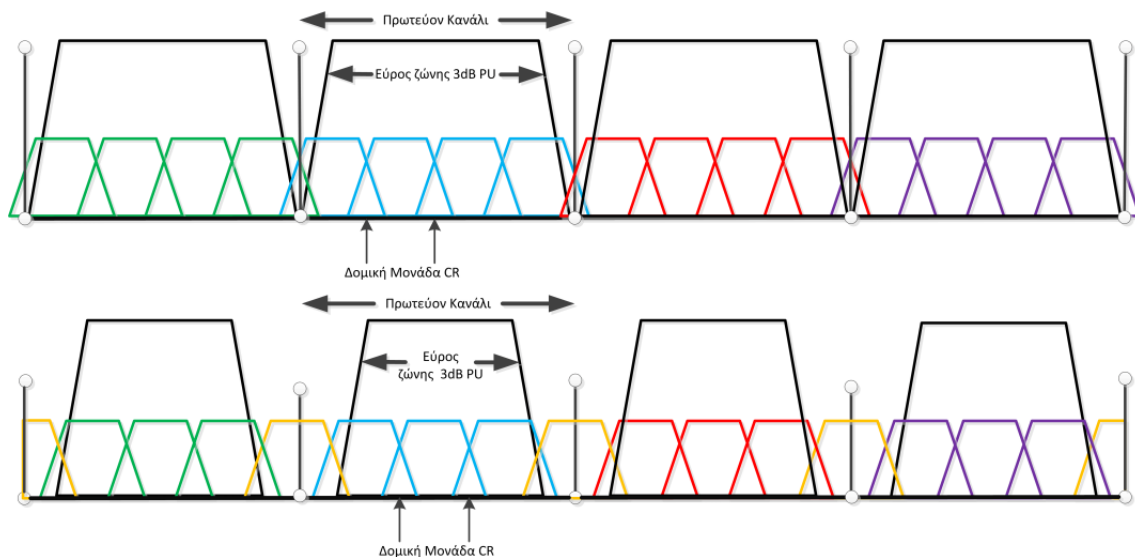
Μετά την επιλογή μιας κύριας ζώνης λειτουργίας, το σήμα ψηφιοποιείται σε ένα εύρος ζώνης της τάξεως των δεκάδων MHz. Αντικείμενο συνολικά της διατριβής είναι η διαχείριση και ψηφιακή επεξεργασία της πληροφορίας που περιέχεται σε αυτή τη ζώνη. Στην περίπτωση που κάτι τέτοιο είναι εφικτό η κάθε διακριτή ψηφιοποιημένη ζώνη λειτουργίας περιλαμβάνει ένα υποκείμενο πρωτεύον σύστημα. Το συνολικό εύρος ζώνης του υποκείμενου συστήματος διαμοιράζεται στους πρωτεύοντες χρήστες. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει συγκεκριμένη διαυλοποίηση και οι PU χρήστες ακολουθούν συγκεκριμένους κανόνες πρόσβασης στον δίαυλο, πολυπλεξία και duplexing. Αυτοί οι κανόνες ενδέχεται να είναι γνωστοί στη Γνωστική μηχανή είτε μέσω εξωτερικής πληροφόρησης με βάση τη γεωγραφική περιοχή λειτουργίας ή με πραγματοποίηση μετρήσεων παρακολούθησης κατά την αρχικοποίηση του συστήματος. Στην ακόλουθη ανάλυση τα μεγέθη συχνότητας κανονικοποιούνται με βάση το εύρος ζώνης του συνολικού ψηφιακού συστήματος. Οπότε η Ψηφιοποιημένη ζώνη θεωρείται ως αναφορά και ορίζεται ότι έχει εύρος ζώνης 1.

### Εφαρμογή του MDFΤ συγκροτήματος

Το MDFΤ συγκρότημα εφαρμόζεται στο ψηφιοποιημένο σήμα. Μέσω του MDFΤ συστήματος το εύρος ζώνης διαχωρίζεται σε  $M$  δομικές μονάδες εύρους ζώνης συχνοτήτων. Το εύρος της δομικής μονάδας είναι  $1/M$  καθώς καλύπτει το σύνολο της ζώνης. Σε κάθε δομική μονάδα επιτρέπεται να λειτουργεί ένα CR σύστημα, οπότε το Διάλυμα Φασματικής Διαθεσιμότητας μπορεί να αναφέρεται με βάση τη δομική μονάδα και όχι το σύνολο των υποφερόντων της OFDM κυματομορφής

όπως ορίζεται στη συνέχεια. Με αυτόν τον τρόπο το CR σύστημα μπορεί να απομονώσει τα υπο-κανάλια που το αφορούν και μπορεί να περιέχει σήμα προερχόμενο από ένα ή περισσότερα CR συστήματα. Παράλληλα μπορεί με αυτόν τον τρόπο ευκολότερα να αναλύσει τα υπόλοιπα σήματα (που προέρχονται από PU συστήματα ή CR που δεν ενδιαφέρουν).

Πρέπει να τονιστεί πως η δομική μονάδα δεν βρίσκεται σε αντιστοιχία ένα προς ένα με τον αριθμό των καναλιών του υποκειμένου πρωτεύοντος συστήματος. Αυτό συμβαίνει ώστε να αυξάνεται η ευελιξία του συστήματος, όσον αφορά την κατανομή των δομικών μονάδων στα CR τερματικά ανάλογα με την μέθοδο προσπέλασης ή πολυπλεξίας που χρησιμοποιείται ενώ παράλληλα βελτιώνονται οι επιδόσεις των αλγορίθμων επεξεργασίας σήματος, όπως π.χ. συμβαίνει με την ανίχνευση σήματος, αντιμετωπίζονται φαινόμενα ύπαρξης χρωματισμένου θορύβου, παρέχεται η δυνατότητα χρήσης OFDM-OQAM διαμόρφωσης κ.α. Παρόλα αυτά ο ορισμός του  $M$  καθώς και η τοποθέτηση των φίλτρων σε σχέση με το πρωτεύον σύστημα εξαρτάται από τη διαυλοποίηση του πρωτεύοντος. Για παράδειγμα αν το σύνολο της ψηφιοποιημένης ζώνης περιλαμβάνει ένα μόνο υποκείμενο πρωτεύον σύστημα, τότε το  $M$  επιλέγεται κατάλληλα ώστε να υπάρχει ευθυγράμμιση των δομικών μονάδων με τα κανάλια PU. Ένα παράδειγμα αυτής της διαδικασίας δίνεται στο σχήμα 8.12.



**Σχήμα 8.12:** Απεικόνιση της σχέσης μεταξύ των υποκαναλιών του CR με τη διαυλοποίηση του PU για ένα υποκείμενο πρωτεύον σύστημα. α) Ευθυγράμμιση με ακέραια τοποθέτηση CR υποκαναλιών ανά PU διάυλο β) Ευθυγράμμιση με χρήση υποκαναλιού CR στα όρια μεταξύ δυο PU διαύλων

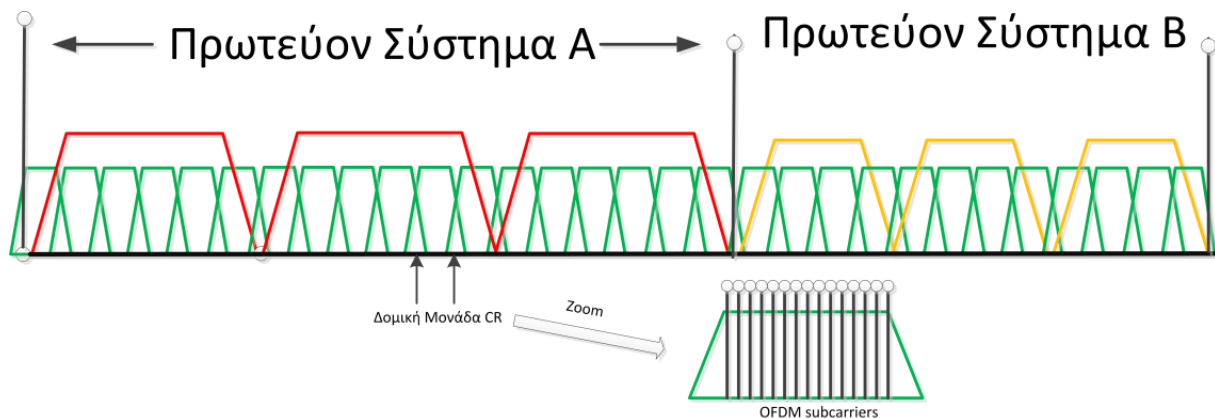
Βασική προϋπόθεση έτσι ώστε να γίνεται με απλό τρόπο η διαχείριση του διαθέσιμου φάσματος από το CR σύστημα είναι η κατάλληλη ευθυγράμμιση έτσι ώστε να υπάρχει ακέραια σχέση μεταξύ των υποκαναλιών που ορίζει το MDFT συγκρότημα και της διαυλοποίησης του πρωτεύοντος συστήματος. Δυο παραδείγματα δίνονται στο σχήμα 8.12. Στο πρώτο παράδειγμα η ευθυγράμμιση έχει γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε υποκάνάλι του CR συστήματος να αντιστοιχεί σε ένα πρωτεύον σύστημα (φυσικά δεν ισχύει το αντίστροφο). Έτσι για το συγκεκριμένο παράδειγμα αντιστοιχούν 4 υποκάνάλια CR σε ένα ακριβώς πρωτεύον σύστημα. Τα κανάλια που αντιστοιχούν στα όρια κάθε πρωτεύοντος διαύλου εισέρχονται σε μικρό βαθμό και στο γειτονικό PU κανάλι. Το ποσό της ενέργειας που συλλέγουν από το γειτονικό δίαυλο εξαρτάται από τη συνάρτηση μεταφοράς του MDFT φίλτρου και την συχνότητα αποκοπής που έχει επιλεγεί. Σε κάποιο βαθμό εξαρτάται και από τα χαρακτηριστικά των PU εκπομπών. Π.χ. στο σχήμα 8.12α φαίνεται ένα πρωτεύον σύστημα που δε διατηρεί μεγάλα διαστήματα φύλαξης μεταξύ των γειτονικών διαύλων.

Στην περίπτωση που είναι επιτρεπτό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ευθυγράμμιση του σχήματος 8.12β η οποία γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε ένα υποκάνάλι του CR να αφιερώνεται καλύπτοντας

το διάστημα φύλαξης μεταξύ των PU διαύλων. Αυτή η ευθυγράμμιση αποκτά λειτουργικότητα όταν διαφοροντική απόσταση και 3dB εύρος ζώνης για το πρωτεύον σύστημα έχουν αρκετά μεγάλη διαφορά. Το υποκανάλι CR σε αυτή την περίπτωση παίζει το ρόλο του διαστήματος φύλαξης πρωτεύουσας και CR εκπομπής και σε μεγάλο βαθμό ρυθμίζει την διαδικασία ελέγχου των παρεμβολών. Σε περίπτωση όμως που η διαφοροντική απόσταση των PU δεν είναι αρκετά μεγάλη, μια τέτοια ευθυγράμμιση καταστρέφει ουσιαστικά ένα υποκανάλι (ίσως και κάποια γειτονικά του) του CR το οποίο θεωρείται κατεληγμένο όταν οποιοδήποτε από τα δυο κανάλια χρησιμοποιείται.

Στην ανάλυση που ακολουθεί θεωρήθηκε ευθυγράμμιση της μορφής του σχήματος 8.12α. Πιο συγκεκριμένα στις περισσότερες εξομοιώσεις θεωρήθηκε εύρος ζώνης 3dB για το πρωτεύον σύστημα 1/10, διαφοροντική απόσταση 1/8 που ουσιαστικά σημαίνει ότι αν στη ζώνη περιλαμβάνονται 8 κανάλια πρωτεύοντος, μπορεί να χρησιμοποιηθεί MDFT συγκρότημα 32 υποκαναλιών αντιστοιχίζοντας 4 ακριβώς υποκανάλια ανά PU δίαυλο ή 64 αντιστοιχίζοντας 8 υποκανάλια ανά PU. Η συγκεκριμένη διαφοροντική απόσταση δεν ευνοεί τη χρήση της ευθυγράμμισης του σχήματος 8.12β.

Στην περίπτωση που υπάρχουν δυο ή περισσότερα υποκείμενα πρωτεύοντα συστήματα, η απόλυτη ευθυγράμμιση PU και CR υποκαναλιών κατά πάσα πιθανότητα δεν θα είναι εφικτή. Ένα τέτοιο παράδειγμα απεικονίζεται στο σχήμα 8.13. Λόγω του διαφορετικού εύρους ζώνης, της δια-



**Σχήμα 8.13:** Απεικόνιση ενός παραδείγματος ευθυγράμμισης μεταξύ των υποκαναλιών του CR με τη διαλοποίηση των PU για δύο υποκείμενα πρωτεύοντα συστήματα.

φορετικής διαφοροντικής απόστασης των δυο πρωτεύοντων συστημάτων καθώς και του συχνοτικού διαστήματος που μεσολαβεί μεταξύ τους, ο προσδιορισμός ενός κατάλληλου  $M$  που να παρέχει αντιστοιχηση κάθε CR υποκαναλιού σε έναν μόνο PU δίαυλο εξαρτάται από τις συνθήκες και γενικά είναι δύσκολο να επιτευχθεί. Σε αυτή την περίπτωση ο σχεδιαστής του CR πρέπει να πραγματοποιήσει την επιλογή και την ευθυγράμμιση προσπαθώντας να μειώσει στο ελάχιστο τον αριθμό των υποκαναλιών που μοιράζονται μεταξύ δυο PU διαύλων. Μια τέτοια προσπάθεια απεικονίζεται στο σχήμα 8.13. Αν και δεν υπάρχει πλήρης ευθυγράμμιση και παρατηρείται μια σταδιακή απόκλιση, έχει καταστεί δυνατό να αντιστοιχηθούν 6 υποκανάλια CR για κάθε δίαυλο PU του Συστήματος A και 4 υποκανάλια σε κάθε δίαυλο του Συστήματος B. Είναι σαφές ότι μια μεγαλύτερη επιλογή  $M$  δίνει περισσότερες δυνατότητες. Παρόλα αυτά πρέπει να σημειωθεί πως δεν μπορεί να επιλεγεί απεριόριστως μεγάλη τιμή για το  $M$  καθώς μια τέτοια επιλογή θα είχε ως αποτέλεσμα αύξηση του υπολογιστικού κόστους, επιδείνωση των χαρακτηριστικών των σχεδιαζόμενων φίλτρων, αύξηση της καθυστέρησης επεξεργασίας και αύξηση των φαινομένων ISI που εμφανίζονται όταν λόγω εισαγωγής βαθμίδων επεξεργασίας αλλοιωθεί η PR ιδιότητα. Κατά συνέπεια η επιλογή του  $M$  πρέπει να γίνεται ώστε να διατηρείται σε λογικά όρια (π.χ. 32, 64, 128) ακόμη και αν δεν είναι δυνατή η επίτευξη απόλυτης ευθυγράμμισης των υποκαναλιών με το πρωτεύον σύστημα.

## OFDM Σύστημα

Βασική αιτία επιλογής των MDFT φίλτρων στην είσοδο του CR-δέκτη ήταν το γεγονός ότι μπορούν να αποτελέσουν μια διαφανή διεργασία σε σχέση με το OFDM σύστημα που χρησιμοποιεί ως βάση το CR. Κατά συνέπεια η OFDM κατανομή των υποφερόντων συνεχίζει να υφίσταται κανονικά. Αυτό σημαίνει ότι το σύνολο της ψηφιοποιημένης ζώνης καλύπτεται από  $N$  OFDM subcarriers με το  $N$  να έχει μεγάλη τιμή λόγω του μεγάλου εύρους ζώνης που καλύπτεται. Δεν είναι απίθανο να χρειάζονται για παράδειγμα  $2^{13}$  υποφέροντα ώστε να εξασφαλίζεται η ορθή λειτουργία του OFDM συστήματος. Με βάση τη λογική που έχει ακολουθηθεί ως αυτό το σημείο, ανάλογα με την αντιστοίχιση των CR υποκαναλιών με τα PU κανάλια, υπάρχει αντιστοίχιση των OFDM subcarriers με τα CR υποκανάλια. Σε αυτή την περίπτωση η αντιστοίχιση είναι γενικά εύκολη διαδικασία ακόμη και αν το μέγεθος  $N/M$  δεν είναι ακέραιος αριθμός, λόγω του μεγάλου αριθμού υποφερόντων. Τα υποφέροντα που βρίσκονται στα όρια των υποκαναλιών δεν επηρεάζονται καθόλου στην περίπτωση που και τα δυο υποκανάλια χρησιμοποιούνται από το CR. Αυτό γίνεται λόγω της PR ιδιότητας και του γεγονότος ότι τα φίλτρα είναι συμπληρωματικά ως προς την ισχύ τους. Κατά συνέπεια μετά το πέρας της διαδικασίας φιλτραρίσματος τα συγκεκριμένα subcarriers δεν έχουν υποστεί καμία μεταβολή. Αν πάλι τα subcarriers βρίσκονται στο όριο ενός CR υποκαναλιού που γειτονεύει με ενεργή PU μετάδοση τότε τα συγκεκριμένα subcarriers παραμένουν ανενεργά, ορίζοντας ένα διάστημα φύλαξης σε αναλογία με οποιοδήποτε OFDM σύστημα που πάντα διατηρεί μηδενικά subcarriers στο άκρο του. Ο αριθμός των subcarriers φύλαξης αποτελεί επιλογή του σχεδιαστή. Σε γενικές γραμμές απλά πρέπει να αποφευχθούν τα υποφέροντα του υποκαναλιού που είναι στη ζώνη μετάβασης της συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και υπόκεινται σε εξασθένιση λόγω του φίλτρου και παράλληλα παρεμβολή λόγω της PU εκπομπής.

Για απλοποίηση της διαδικασίας στις παραγράφους που ακολουθούν θεωρείται ένα μοναδικό υποκείμενο πρωτεύον σύστημα, ευθυγράμμιση των υποκαναλιών του CR με τα PU κανάλια και ότι  $N/M$  ακέραιος. Παράλληλα ακολουθείται η σημειογραφία που αναφέρεται στον πίνακα 8.4.

**Πίνακας 8.4:** Σημειογραφική περιγραφή των μεγεθών του Συστήματος

Αριθμός PU καναλιών στη ζώνη:	$K$	Διαφοροντική απόσταση PU συστήματος:	$1/K$
Παράγοντας roll-off PU συστήματος	$\alpha$	Εύρος ζώνης 3 dB PU συστήματος:	$\frac{1}{M(1+\alpha)}$
Αριθμός CR υποκαναλιών ( μέγεθος MDFT) :	$M$	Εύρος ζώνης φίλτρων MDFT:	$1/M$
Αριθμός υποφερόντων του CR που διαιρούν το εύρος ζώνης:	$N$	Subcarrier Distance	$1/N$
Αριθμός CR υποκαναλιών/PU διάυλο:	$\bar{M} = \frac{M}{K}$	Αριθμός subcarriers/CR υποκάνάλι	$\bar{N} = \frac{N}{M}$

### 8.3.2 Προϋπόθεση καλής λειτουργίας του Συστήματος αντιμετώπισης παρεμβολών

Το υπό πρόταση σύστημα ακύρωσης παρεμβολών είναι επιθυμητό να είναι διαφανές από το OFDM σύστημα. Παρόλα αυτά κάτι τέτοιο δεν μπορεί να επιτευχθεί και λόγω της φασματικής μορφής της αμορφοποίητης OFDM κυματομορφής. Στην παράγραφο 5.1 παρουσιάστηκε ένα βασικότατο μειονέκτημα της χρήσης OFDM σε CR συστήματα που είναι οι υψηλοί πλευρικοί λοβοί της που έχει ως συνέπεια μεγάλο μέρος της ενέργειας της εκπομπής να διαχέεται σε γειτονικά κανάλια στα οποία μπορεί να λειτουργεί PU σύστημα. Πρόκειται ουσιαστικά για το αντίστροφο πρόβλημα από αυτό που θέλουμε να αντιμετωπίσουμε.

Αυτή η φύση της OFDM κυματομορφής εκτός από τα γειτονικά PU συστήματα επηρεάζει άμεσα και το σύστημα λήψης. Αυτό συμβαίνει γιατί η αντιμετώπιση της παρεμβολής μπορεί να γίνει αλλά ταυτόχρονα θα εξαφανίσει/καταστρέψει συνιστώσα ωφέλιμου σήματος που βρίσκεται στην ίδια ζώνη με την παρεμβολή λόγω των υψηλών πλευρικών λοβών. Αυτό θα έχει ως συνέπεια να επηρεαστεί ευθέως το λαμβανόμενο σήμα από τη διαδικασία αντιμετώπισης παρεμβολών. Για αυτό



το λόγω θεωρείται ότι η OFDM κυματομορφή που τελικά καταφθάνει στον δέκτη έχει υποστεί ένα στάδιο προεπεξεργασίας (είτε με χρήση PSF, είτε με εφαρμογή subcarrier ακύρωσης, είτε με χρήση παραθύρου κ.λ.π.) έτσι ώστε το σήμα που λαμβάνεται από τον CR δέκτη να θεωρείται κατά κύριο λόγο ζωνοπεριορισμένο στην αναμενόμενη φασματική περιοχή λήψης. Η προϋπόθεση είναι σημαντική για να λειτουργεί αποδοτικά ο μηχανισμός αντιμετώπισης της παρεμβολής καθώς αποφεύγεται το φαινόμενο της κατάρτησης μιας παραμόρφωσης με την εισαγωγή μιας άλλης. Παράλληλα η προϋπόθεση αυτή οφείλει να είναι κανόνας για κάθε CR εκπομπή. Από τη στιγμή που πρώτη σημασία διεργασία του CR είναι η εξασφάλιση του PR συστήματος από παρεμβολές πρέπει να θεωρείται δεδομένο ότι ένας τέτοιος μηχανισμός βρίσκεται σε ισχύ.

### 8.3.3 Αντιμετώπιση παρεμβολής με μηδενισμό υποκαναλιών

Για ένα συγκρότημα που διαθέτει την PU ιδιότητα, από τη στιγμή που δεν παρεμβαίνει κάποια άλλη μονάδα επεξεργασίας ισχύει ότι:

$$\hat{x}(n) = x(n - d_{\text{filt}}) \quad (8.54)$$

Για ένα MDFT συγκρότημα η καθυστέρηση επεξεργασίας δίνεται από:

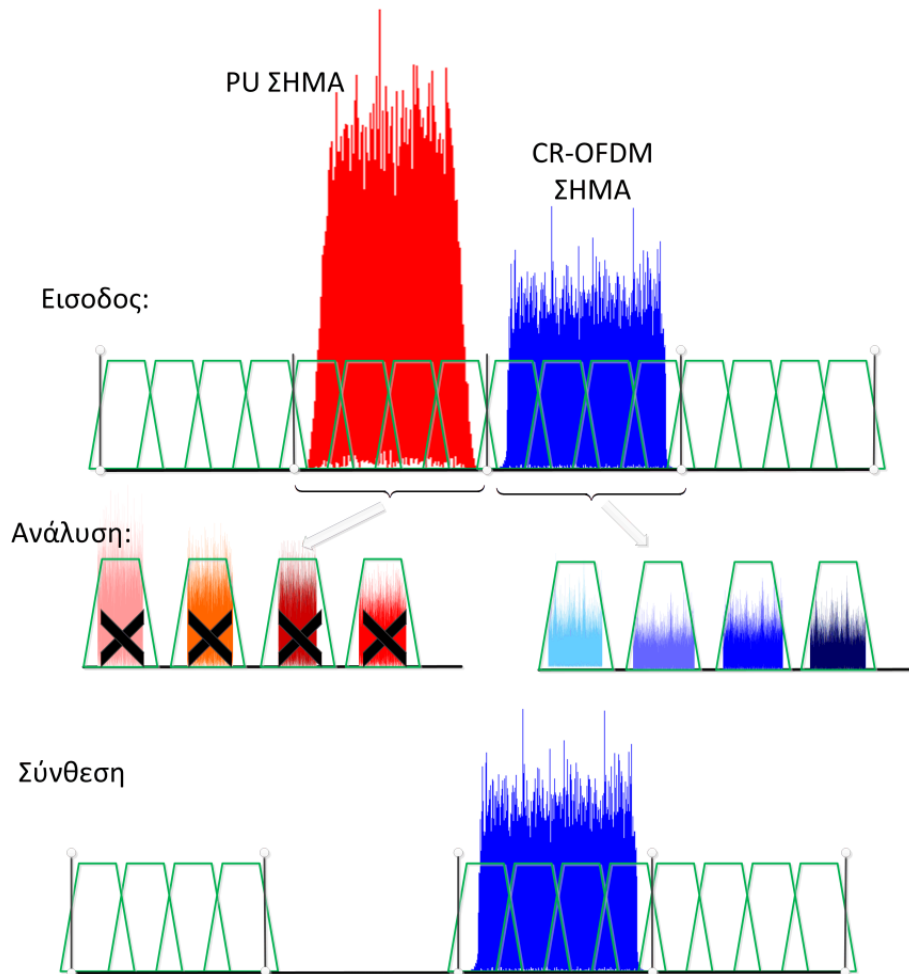
$$d_{\text{filt}} = 2gd + \frac{M}{2} \quad (8.55)$$

όπου  $gd$  είναι η καθυστέρηση ομάδας του φίλτρου, η οποία διπλασιάζεται λόγω των δυο σταδίων (σύνθεση και ανάλυση) ενώ η καθυστέρηση  $M/2$  οφείλεται στη χρονική μετατόπιση που εισάγεται κατά την είσοδο του σήματος στο δεύτερο πολυφασικό συγκρότημα και την έξοδο του σήματος από το πρώτο πολυφασικό συγκρότημα (σχήμα 8.10).

Η διαδικασία αντιμετώπισης της παρεμβολής απεικονίζεται περιγραφικά στο σχήμα 8.14 και βασίζεται στην εξής απλή λογική:

1. Το εισερχόμενο σήμα, αποτελούμενο από CR και PU εκπομπές εισέρχεται στο σύστημα και διέρχεται από τα πολυφασικά φίλτρα ανάλυσης ώστε να διαχωριστεί το ενεργειακό περιεχόμενο του σήματος στα  $M$  υποκανάλια του CR δέκτη.
2. Ο δέκτης πραγματοποιώντας μετρήσεις, είτε χρησιμοποιώντας ήδη υπάρχουσα γνώση αναγνωρίζει ποια υποκανάλια είναι ελεύθερα, ποια καταλαμβάνονται από CR σύστημα, ποια από αυτά περιέχουν σήμα που τον αφορά και ποια σήματα από PU συστήματα. Παράλληλα μπορεί και αξιολογεί ενεργειακά το περιεχόμενο των επιμέρους συνιστωσών του σήματος, αναγνωρίζοντας π.χ. ποια υποκανάλια φέρουν ισχυρά PU ή CR σήματα.
3. Μετά την αναγνώριση με κάποιο κανόνα απόφασης ή με βάση μια προκαθορισμένη πολιτική αποφασίζει την απόσυρση συνιστωσών σήματος από το στάδιο σύνθεσης του συγκροτήματος. Αυτό σημαίνει ότι αν κριθεί πως το περιεχόμενο σήματος προερχόμενο από PU ή ασυγχρόνιστα, αδιάφορα CRs είναι πιθανό να προκαλέσει βλάβη λόγω παρεμβολής, τότε το συγκεκριμένο υποκάνάλι μηδενίζεται και δεν εισάγει πληροφορία στο συγκρότημα.
4. Το σήμα μετά το στάδιο της σύνθεσης περιέχει τις συνιστώσες χρήσιμων σημάτων, ανευλαβείς εκπομπές και ορισμένα εναπομείναντα στοιχεία από τις PU παρεμβολές που απορρίφθηκαν, οι οποίες και δεν μπορούν να προκαλέσουν σοβαρή πλέον επιδείνωση της λειτουργίας του δέκτη.

Το σχήμα 8.14 εικονίζει τη διαδικασία υπό ιδανικές συνθήκες. Το στοιχείο του ιδανικού προκύπτει από το γεγονός ότι τα σήματα PU και CR θεωρούνται απολύτως ζωνοπεριορισμένα στα



**Σχήμα 8.14:** Απεικόνιση ενός παραδείγματος ευθυγράμμισης μεταξύ των υποκαναλιών του CR με τη διαυλοποίηση των PU για δύο υποκείμενα προτεύοντα συστήματα.

κανάλια που τους ανατέθηκαν, όπως το ίδιο συμβαίνει και με τα φίλτρα του συγκροτήματος. Με βάση αυτή την υπόθεση η λειτουργία του MDFT συγκροτήματος είναι άψογη καθώς:

Από τη στιγμή που το ενεργειακό περιεχόμενο του CR σήματος δεν επηρεάζεται από την απόρριψη των υποκαναλιών που φέρουν παρεμβολή, η παρέμβαση μέσω της απόρριψης στη λειτουργία του PR συγκροτήματος φίλτρων αλλοιώνει μεν συνολικά το σήμα, δεν αλλοιώνει όμως καθόλου το CR σήμα το ενεργειακό περιεχόμενου του οποίου περιορίζεται στη συγκεκριμένη περιοχή

Στην πραγματικότητα όμως παρατηρείται σχετική αλλοίωση της PR ιδιότητας λόγω των ακόλουθων δεδομένων:

- Το PU σήμα δεν είναι απόλυτα ζωνοπεριορισμένο, οπότε ένα μικρό μέρος του σήματος γίνεται αντιληπτό από τα φίλτρα που αντιστοιχούν στη ζώνη διέλευσης του CR σήματος, κυρίως σε αυτά που γειτονεύουν με την PU εκπομπή.
- Κατά την μείωση του ρυθμού επεξεργασίας στο στάδιο ανάλυσης, aliases του σήματος (ειδικά αν πρόκειται για πολύ ισχυρό σήμα) καταλήγουν στα υποκάναλια που μας ενδιαφέρουν. Τα aliases αυτά καταργούνται απόλυτα κατά το στάδιο σύνθεσης λόγω της PR ιδιότητας. Όμως από τη στιγμή που το μεγαλύτερο μέρος του ενεργειακού περιεχομένου του PU μηδενίζεται, οι αρνητικές συμβολές που πραγματοποιούνται κατά τη σύνθεση και εξασφαλίζουν την PR

ιδιότητα δεν πραγματοποιούνται με αποτέλεσμα την μη-κατάργηση των aliases. Αυτός είναι ο λόγος που είναι επιθυμητό το MDFT φίλτρο να έχει μεγάλη απόσβεση στη ζώνη αποκοπής καθώς με αυτόν τον τρόπο τα εμφανιζόμενα aliases έχουν πρακτικά μηδενική ισχύ.

- Το CR σήμα δεν είναι απόλυτα ζωνοπεριορισμένο με αποτέλεσμα ένα μέρος του ενεργειακού του περιεχομένου να διαχέεται σε γειτονικά υποκανάλια. Αν σε αυτά τα υποκανάλια περιέχεται PU σήμα το οποίο καταργείται μετά τη διαδικασία αντιμετώπισης παρεμβολών, ταυτόχρονα μηδενίζονται και όλες οι ωφέλιμες συνιστώσες σήματος. Αυτός είναι ο λόγος που όπως αναφέρθηκε προϋπόθεση για την καλή λειτουργία του συστήματος είναι η χρήση μη-χανισμού περιορισμού των πλευρικών λοβών κατά την εκπομπή του OFDM σήματος. Με αυτόν τον τρόπο περιορίζεται η εμφάνιση του φαινομένου ή υπό συνθήκες εξαφανίζεται.
- Κατά το στάδιο της ανάλυσης τα aliases που προέρχονται από το CR και καταλήγουν στα υποκανάλια που πρόκειται να μηδενιστούν, δεν συμμετέχουν στη διαδικασία σύνθεσης προκαλώντας παρέκκλιση από την PR λειτουργία. Με χρήση φίλτρων με μεγάλη τιμή απόσβεσης στη ζώνη αποκοπής, το φαινόμενο αυτό αντιμετωπίζεται επιτυχώς.

Τα παραπάνω σημεία δείχνουν ότι η παρέμβαση στο σήμα πριν το στάδιο σύνθεσης έχει ως αποτέλεσμα την κατάργηση της PR ιδιότητας. Αυτό φυσικά ήταν γνωστό καθώς η διατήρηση της PR ιδιότητας σημαίνει ότι δεν πραγματοποιείται καμία παρέμβαση στις αλυσίδες φίλτρων. Η PR ιδιότητα είναι επιθυμητή έτσι ώστε να μην προκαλείται αλλοίωση όταν δεν απαιτείται παρέμβαση και επειδή τα χαρακτηριστικά της μας επιτρέπουν παρεμβάσεις που από τη στιγμή που γίνουν σωστά η συμπεριφορά του MDFT δικτύου προσεγγίζει την τέλεια ανακατασκευή.

Στη συνέχεια γίνεται μαθηματική ανάλυση των παραπάνω παρατηρήσεων. Σύμφωνα με τις παρατηρήσεις της παραγράφου 3.4, η σχέση εισόδου-εξόδου για ένα οποιοδήποτε MDFT συγκρότημα φίλτρων δίνεται από τη σχέση (έκφραση στο μετασχηματισμό  $Z$ ):

$$\hat{X}(Z) = \frac{Z^{-\frac{M}{2}}}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{M/2-1} F_i(Z) H_i \left( Z e^{-2\pi j \frac{2l}{M}} \right) X \left( Z e^{-2\pi j \frac{2l}{M}} \right) \quad (8.56)$$

όπου  $F_i(Z)$  και  $H_i(Z)$  είναι οι μετασχηματισμοί των φίλτρων σύνθεσης και ανάλυσης αντίστοιχα, όπως αυτά ορίζονται μέσω της σχέσης (8.48). Σύμφωνα με τη σχέση (8.54), το διπλό άθροισμα πρέπει να ισούται με  $MX(Z)Z^{-2gd-M/2}$  έτσι ώστε να τηρείται η PR συνθήκη. Κατά συνέπεια κατά την αφαίρεση ενός υποκαναλιού, έστω του  $i_0$ , από τη διαδικασία σύνθεσης αυτό που συντελείται περιγράφεται μαθηματικά με τη σχέση:

$$\hat{X}_{-i_0}(Z) = Z^{-2gd-M/2} X(Z) - \sum_{l=0}^{M/2-1} F_{i_0}(Z) H_{i_0} \left( Z e^{-2\pi j \frac{2l}{M}} \right) X \left( Z e^{-2\pi j \frac{2l}{M}} \right) \quad (8.57)$$

Το σήμα υπό αυτή τη μορφή έχει διαχωριστεί ως άθροισμα του CR, του PU σήματος και θορύβου. Ο θόρυβος είναι αδιάφορος στη διαδικασία αυτή και μπορεί να παραληφθεί, καθώς μας ενδιαφέρει η ποσοτικοποίηση της παραμόρφωσης που προκαλεί η ακύρωση του συγκεκριμένου υποκαναλιού. Φυσικά η απόρριψη του υποκαναλιού προκαλεί χρωματισμό του θορύβου, αλλά όσον αφορά τη φασματική συμπεριφορά του θορύβου μετά τον OFDM αποδιαμορφωτή μπορεί να θεωρηθεί με μεγάλη ακρίβεια ότι για τα subcarriers που χρησιμοποιεί το CR ο θόρυβος διατηρεί την λευκή συμπεριφορά του και την επίπεδη πυκνότητα ισχύος. Κατά συνέπεια στη συνέχεια ο θόρυβος δεν θα μας απασχολήσει. Αν ακυρωθεί ένα σύνολο υποκαναλιών οι δείκτες των οποίων προσδιορίζονται

από το διάνυσμα  $\mathbf{I}$  τότε διαχωρίζοντας το σήμα σε CR και PU έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{-i_0}(Z) &= Z^{-2gd-M/2} X_{\text{CR}}(Z) + Z^{-2gd-M/2} X_{\text{PU}}(Z) \\ &- \frac{Z^{-2gd-M/2}}{M} \sum_{i \in \mathbf{I}} \sum_{l=0}^{M/2-1} P\left(Ze^{-\frac{2\pi j i}{M}}\right) P\left(Ze^{2\pi j \frac{-(i+2l)}{M}}\right) X_{\text{CR}}\left(Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}}\right) \\ &- \frac{Z^{-2gd-M/2}}{M} \sum_{i \in \mathbf{I}} \sum_{l=0}^{M/2-1} P\left(Ze^{-\frac{2\pi j i}{M}}\right) P\left(Ze^{2\pi j \frac{-(i+2l)}{M}}\right) X_{\text{PU}}\left(Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}}\right) \end{aligned} \quad (8.58)$$

όπου  $P(Z)$  ο μετασχηματισμός  $Z$  του πρότυπου φίλτρου.

Για την ικανοποιητική λειτουργία του μηχανισμού ακύρωσης προκύπτει ότι το επιθυμητό είναι να ισχύει:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in \mathbf{I}} \sum_{l=0}^{M/2-1} P\left(Ze^{-\frac{2\pi j i}{M}}\right) P\left(Ze^{2\pi j \frac{-(i+2l)}{M}}\right) X_{\text{CR}}\left(Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}}\right) &\approx 0 \\ \sum_{i \in \mathbf{I}} \sum_{l=0}^{M/2-1} P\left(Ze^{-\frac{2\pi j i}{M}}\right) P\left(Ze^{2\pi j \frac{-(i+2l)}{M}}\right) X_{\text{PU}}\left(Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}}\right) &\approx M X_{\text{PU}}(Z) \end{aligned} \quad (8.59)$$

Είναι σαφές ότι η ικανοποίηση των συνθηκών εξαρτάται κατά μεγάλο βαθμό από την ποιότητα των φίλτρων. Η δεύτερη συνθήκη αφορά τα δυο πρώτα σημεία που αναφέρονται στη σελίδα 380, ενώ τα δυο τελευταία σημεία εκφράζονται μαθηματικά από την πρώτη συνθήκη.

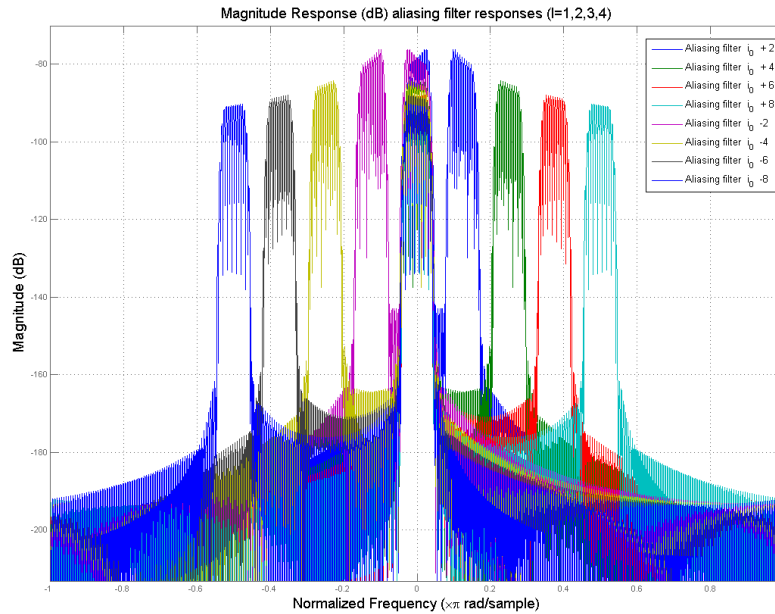
Δεδομένου ότι το πρωτεύον σήμα είναι από την κατασκευή του ζωνοπεριορισμένο από φίλτρα μορφοποίησης παλμών με βάση τις οδηγίες των προτύπων που το περιγράφουν, μπορεί να θεωρηθεί ότι σε πρώτη φάση η συνθήκη που αφορά τα PU σήματα ισχύει. Τα aliases που δημιουργούνται μετά την μείωση του ρυθμού δειγματοληψίας έτσι και αλλιώς δεν μπορούν να ελεγχθούν με κάποιον τρόπο παραμόνο με επιλογή φίλτρου με μεγάλη απόσβεση στη ζώνη διέλευσης. Κατά συνέπεια θεωρείται ότι η απόκλιση από την ιδανική ανακατασκευή του CR σήματος οφείλεται κατά κύριο λόγο στην παραμόρφωση που προκαλεί η διαδικασία ακύρωσης στο ίδιο. Επικεντρωνόμαστε στην επίδραση που προκαλείται από την κατάργηση ενός μόνο υποκαναλιού.

$$\begin{aligned} I_{-i_0}(Z) &= \frac{Z^{-2gd-M/2}}{M} \sum_{l=0}^{M/2-1} P\left(Ze^{-\frac{2\pi j i_0}{M}}\right) P\left(Ze^{2\pi j \frac{-(i_0+2l)}{M}}\right) X_{\text{CR}}\left(Ze^{-2\pi j \frac{2l}{M}}\right) \Rightarrow \\ i_{-i_0}\left(n + 2gd + \frac{M}{2}\right) &= \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M/2-1} \sum_{u=-\infty}^{\infty} q_l(u) x_{\text{CR}}(n-u) e^{2\pi j \frac{2l(n-u)}{M}} e^{2\pi j \frac{i_0 u}{M}} \\ &= \frac{e^{2\pi j \frac{2nl}{M}}}{M} \sum_{l=0}^{M/2-1} \sum_{u=-\infty}^{\infty} q_l(u) x_{\text{CR}}(n-u) e^{2\pi j \frac{(i_0-2l)u}{M}} \end{aligned} \quad (8.60)$$

Το φίλτρο  $q_{i_0,l}(n)$  είναι το μη αιτιατό φίλτρο που προκύπτει κατά τη συνέλιξη του  $p(n)$  με μια διαμορφωμένη εκδοχή του εαυτού του σε φασματική απόσταση  $\frac{2l}{M}$ . Όπως φαίνεται από τη σχέση οι αποκρίσεις των φίλτρων που σχηματίζουν την παραμόρφωση είναι ανεξάρτητες του υποκαναλιού  $i_0$  κάτι αναμενόμενο καθώς ο σχηματισμός του MDFT συγκροτήματος γίνεται από διαμορφώσεις ενός προτύπου φίλτρου και για αυτό το λόγο το αποτέλεσμα εξαρτάται από τη σχετική τοποθέτηση των φίλτρων σχετικά με το φασματικό περιεχόμενο του σήματος.

Μια σημαντική παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι ότι με βάση τις ιδιότητες των MDFT συγκροτημάτων τα aliases που συμμετέχουν στο σχηματισμό των συνιστωσών σήματος ανά κανάλι είναι αυτά που προέρχονται από μόνο άρτια ή μόνο περιττά υποκανάλια αν το  $i_0$  είναι άρτιο ή περιττό αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπολογίζονται οι συσχετίσεις του πρότυπου φίλτρου με τα άμεσα γειτονικά του τα οποία αν υπολογίζονταν αναμένεται να δίνουν σημαντική τιμή παραμόρ-

φωσης. Αυτό αποτελεί ένα σημαντικό πλεονέκτημα της επιλογής των MDFT για την πραγματοποίηση της ακύρωσης της παρεμβολής. Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται φίλτρα της ποιότητας αυτών που εικονίζονται στο σχήμα 8.11, τότε το φίλτρο που προκύπτει από τη συνέλιξη του προτύπου με τη διαμορφωμένη εκδοχή του που απέχει φασματική απόσταση  $2l/M$ ,  $l = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$  έχει τη μορφή που εικονίζεται στο σχήμα 8.15. Είναι σαφές ότι για το παράδειγμα ακόμη και αν



**Σχήμα 8.15:** Απεικόνιση των συναρτήσεων μεταφοράς των συνέλιξεων του πρότυπου φίλτρου που δημιουργούν τα alias για  $l = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$  για το φίλτρο που παρουσιάζεται στο σχήμα 8.11β

θεωρηθεί απόλυτα θετική συμβολή προερχόμενη και από τα 15 φίλτρα που συμμετέχουν εκτός της περίπτωσης  $l = 0$ , τότε η συνολική προκαλούμενη παραμόρφωση δεν θα ξεπεράσει τα -70dB σε σχέση με την ισχύ του σήματος  $x_{CR}$  και υπό αυτή την έννοια η παρεμβολή που προκαλείται μπορεί με ευκολία να θεωρηθεί μηδενική. Με αυτόν τον τρόπο περιορίστηκε το πρόβλημα του υπολογισμού στην περίπτωση με  $l = 0$ .

$$I_{-i_0}(Z) \simeq \frac{1}{M} \sum_{u=-\infty}^{\infty} q_0(u) x_{CR}(n-u) e^{2\pi j \frac{i_0 u}{M}} \quad (8.61)$$

Για  $l = 0$  το φίλτρο συνελίσσεται με τον εαυτό του οπότε ορίζεται σαφώς η ζώνη διέλευσης του με κέντρο τη διακριτή κανονικοποιημένη συχνότητα  $i_0/M$ . Το φίλτρο  $q_0(n)$  είναι Nyquist φίλτρο, καθώς τα πρότυπα φίλτρα για MDFT PR αλυσίδες είναι Nyquist φίλτρα ως μια άμεση συνέπεια της σχέσης (8.49), αν και αυτή η παρατήρηση δεν βοηθά με κάποιον συγκεκριμένο τρόπο στους τρέχοντες υπολογισμούς.

Με τη σειρά του, αν  $r_{CR}$  είναι το εκπεμπόμενο από το CR τερματικό/πομπό σήμα και  $c(n)$  η κρουστική απόκριση του διαύλου, τότε η παραμόρφωση δίνεται από:

$$I_{-i_0}(Z) \simeq \frac{\sigma_s}{M} \sum_{u=-\infty}^{\infty} \bar{q}_0(u) r_{CR}(n-u) e^{2\pi j \frac{i_0 u}{M}}, \quad (8.62)$$

$$\text{όπου, } \bar{q}_0(n) = \sum_{p=0}^{L_0-1} c(p) q_0(n-p)$$

με  $L_0$  τη διάρκεια της κρουστικής απόκρισης του διαύλου, ο οποίος σε αντίθεση με το πρότυπο φίλτρο είναι αιτιατός. Με  $\sigma_s^2$  συμβολίζεται η ενέργεια του λαμβανόμενου σήματος, δηλαδή ενσωματώνονται όλες οι παράμετροι εκείνες που επηρεάζουν την ισχύ του όπως η ισχύς εκπομπής, οι απώλειες διάδοσης, η σκίαση κ.λ.π. και κατά συνέπεια το  $r_{CR}$  θεωρείται ως λευκή τυχαία μεταβλητή μοναδιαίας ισχύος. Καταλήξαμε κατά συνέπεια σε μια έκφραση που εκφράζει την προκαλούμενη παραμόρφωση ως ένα φιλτράρισμα. Είναι δυνατή λοιπόν η χρήση των σχέσεων 8.42, 8.43, 8.44, 8.45, 8.46 και 8.47. Μέσω αυτών προσδιορίζεται η μέση προκαλούμενη παραμόρφωση από την ακύρωση του υποκαναλιού  $i_0$ . Ο όρος που υπολογίζεται για  $l = 0$  ουσιαστικά υπολογίζει τις εκτός ζώνης εκπομπές της OFDM διαμόρφωσης που περιλαμβάνονται στη ζώνη συχνοτήτων που ελέγχει το συγκεκριμένο φίλτρο. Από αυτό γίνεται κατανοητή η σημασία της χρήσης κάποιας μορφής μορφοποίησης στην OFDM-CR εκπομπή για την καλύτερη δυνατή λειτουργία του συστήματος προστασίας. Ακόμη όμως και να χρησιμοποιείται μορφοποίηση, το συγκεκριμένο μέγεθος παρέχει ένα μέτρο για το αν η εξάλειψη του συγκεκριμένου υποκαναλιού παρέχει ή όχι οφέλη. Η εφαρμογή των σχέσεων δείχνει ότι για φίλτρα της μορφής που παρουσιάστηκαν, τα υποκανάλια που ενδεχομένως να συγκεντρώνουν ενέργεια ικανή για να αυξήσει την μέση προκαλούμενη παραμόρφωση είναι τα τέσσερα της άμεσης γειτονιάς του  $i_0$  υποδιαύλου (δηλαδή τα  $i_0 - 2, i_0 - 1, i_0 + 1, i_0 + 2$  modulo  $M$ ).

Αν αντί του  $q_0(n)$  θεωρηθεί το φίλτρο  $q_{\mathbf{I}}(n)$  που δίνεται από τη σχέση:

$$q_{\mathbf{I}}(n) = q_0(n) \sum_{i \in \mathbf{I}} e^{\frac{2\pi j i n}{M}} \quad (8.63)$$

τότε υπολογίζεται η συνολική παραμόρφωση  $E \left( I_{-\mathbf{I}}^{(CR)}(k) I_{-\mathbf{I}}^{(CR)*}(k) \right)$  που προκαλείται από την αφαίρεση των υποκαναλιών που περιέχονται στο σύνολο  $\mathbf{I}$

Ένα πρόβλημα που παραμένει είναι η ύπαρξη στους υπολογισμούς της κρουστικής συνάρτησης του καναλιού. Στην περίπτωση που το CR από την προηγούμενη λειτουργία του έχει εκτιμήσεις του διαύλου σε αυτή τη ζώνη χρησιμοποιεί αυτές για την κρουστική συνάρτηση  $c(n)$ . Διαφορετικά η απλή λύση είναι να αγνοηθεί εξολοκλήρου η κρουστική απόκριση του διαύλου συμπεριλαμβάνοντας μόνο το  $\sigma_s$  που αφορά τις απώλειες διάδοσης του σήματος. Η τρίτη λύση είναι να χρησιμοποιηθεί ένα χειρίστο σενάριο διαύλου. Ένα τέτοιο μπορεί να πραγματοποιηθεί θεωρώντας διάυλο που έχει ομοιόμορφο PDP (όλα τα μονοπάτια του προφίλ καθυστέρησης έχουν ίδια ισχύ). Στην πράξη οποιαδήποτε επιλογή και να ακολουθηθεί, σπάνια (σχεδόν ποτέ) μεταβάλλεται η απόφαση για το αν το περιεχόμενο του υποκαναλιού πρέπει ή όχι να εξαλειφθεί.

Μια σημείωση που πρέπει να γίνει είναι ότι λόγω του μεγάλου μήκους του φίλτρου  $p(n)$  και τον ουσιαστικά διπλασιασμό αυτού στο  $q_0(n)$  υπάρχει πιθανότητα το φίλτρο που θα προκύψει να έχει τιμή συντελεστών που ξεπερνά το  $N/2$  και η διαδικασία υπολογισμού της παραμόρφωσης λόγω φιλτραρίσματος να είναι θεωρητικά ακατάλληλη. Αυτό που μπορεί να γίνει είναι ουσιαστικά διατήρηση μόνο των  $N/2$  συντελεστών σημαντικής ισχύος του φίλτρου. Οι υπόλοιποι και λόγω της καλής σχετικά χρονικής τοποθέτησης του φίλτρου έχουν εξαιρετικά χαμηλές τιμές και η συνεισφορά τους στη συνολική προκαλούμενη παραμόρφωση είναι πρακτικά αμελητέα. Για αυτό το λόγο οι τύποι μπορούν να χρησιμοποιηθούν κανονικά ακόμη και για μεγαλύτερα φίλτρα.

Στην περίπτωση που δεν θέλουμε να θεωρηθεί αμελητέα η εισαγόμενη παραμόρφωση μετά τον

αποκλεισμό των  $\mathbf{I}$  υποκαναλιών που προέρχεται από τα PU σήματα, τότε εργαζόμαστε ως εξής:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in \mathbf{I}} \sum_{l=0}^{M/2-1} P\left(Ze^{-\frac{2\pi j i}{M}}\right) P\left(Ze^{2\pi j \frac{-(i+2l)}{M}}\right) X_{\text{PU}}\left(Ze^{2\pi j \frac{2l}{M}}\right) &\approx M X_{\text{PU}}(Z) \Rightarrow \\ \sum_{i \notin \mathbf{I}} \sum_{l=0}^{M/2-1} P\left(Ze^{-\frac{2\pi j i}{M}}\right) P\left(Ze^{2\pi j \frac{-(i+2l)}{M}}\right) X_{\text{PU}}\left(Ze^{2\pi j \frac{2l}{M}}\right) &\approx 0 \Rightarrow \\ \sum_{i_0 \notin \mathbf{I}} i_{-i_0}^{(\text{PU})} \left(n + 2\text{gd} + \frac{M}{2}\right) &= \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M/2-1} \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{i_0 \notin \mathbf{I}} e^{2\pi j \frac{i_0 u}{M}} q_l(u) x_{\text{PU}}(n-u) e^{2\pi j \frac{2l(n-u)}{M}} \end{aligned} \quad (8.64)$$

Το σήμα του PU μοντελοποιείται σύμφωνα με τις σχέσεις (8.3) ή (8.27) ανάλογα αν είναι απλής φέρουσας ή OFDM κυματομορφή. Στη συνέχεια πραγματοποιείται αντικατάσταση της θεωρούμενης κρουστικής απόκρισης ή της συνάρτησης μεταφοράς του διαύλου με το ισοδύναμο κανάλι με κρουστική απόκριση:

$$\begin{aligned} \bar{q}_{\sim \mathbf{I}}(n) &= \sum_{p=0}^{L_0-1} c(p) q_{\sim \mathbf{I}}(n-p) \\ q_{\sim \mathbf{I}}(n) &= q_0(n) \sum_{i \notin \mathbf{I}} e^{\frac{2\pi j i n}{M}} \end{aligned} \quad (8.65)$$

όπου το  $q_{\sim \mathbf{I}}(n)$  είναι το συμπληρωματικό φίλτρο του  $q_{\mathbf{I}}(n)$ . Η μέση ισχύς της προκαλούμενης παρεμβολής από το PU σήμα  $E\left(I_{-\mathbf{I}}^{(\text{PU})}(k) I_{-\mathbf{I}}^{(\text{PU})*}(k)\right)$  υπολογίζεται με χρήση των σχέσεων (8.15) ή (8.33). Το συγκεκριμένο μέγεθος λαμβάνει τιμές που ξεφύγουν από το μηδέν πρακτικά μόνο όταν το PU σύστημα βρίσκεται στο πρώτο γειτονικό υποκανάλι του CR. Παρόλα αυτά η θεωρούμενη παραμόρφωση είναι σε κάθε περίπτωση κατά πολύ μικρότερη της παρεμβολής που αποφεύγεται συνολικά από την εξάλειψη του περιεχομένου του συγκεκριμένου υποκαναλιού.

Κατάληξη της περιγραφόμενης διαδικασίας είναι ο μέσος υπολογισμός της κατά προσέγγιση προκαλούμενης παραμόρφωσης από την αφαίρεση των υποκαναλιών του συνόλου  $\mathbf{I}$ :

$$E\left(I_{-\mathbf{I}}(k) I_{-\mathbf{I}}^*(k)\right) = E\left(I_{-\mathbf{I}}^{(\text{CR})}(k) I_{-\mathbf{I}}^{(\text{CR})*}(k)\right) + E\left(I_{-\mathbf{I}}^{(\text{PU})}(k) I_{-\mathbf{I}}^{(\text{PU})*}(k)\right) \quad (8.66)$$

Η απόφαση για το αν η εξάλειψη του περιεχομένου των υποκαναλιών του συνόλου  $\mathbf{I}$  παρέχει ή όχι πλεονέκτημα που ωφελεί τον OFDM δέκτη γίνεται με βάση τον κανόνα:

$$\begin{aligned} E\left(I_{-\mathbf{I}}(k) I_{-\mathbf{I}}^*(k)\right) < E\left(I(k) I^*(k)\right) &\Rightarrow \text{Απόφαση κατάργησης των υποκαναλιών} \\ E\left(I_{-\mathbf{I}}(k) I_{-\mathbf{I}}^*(k)\right) > E\left(I(k) I^*(k)\right) &\Rightarrow \text{Απόφαση μη κατάργησης των υποκαναλιών} \end{aligned} \quad (8.67)$$

Το μέγεθος  $E\left(I(k) I^*(k)\right)$  είναι η μέση προκαλούμενη παρεμβολή από την PU μετάδοση αν δεν ληφθεί κανένα μέτρο προστασίας και εκτιμάται με απευθείας χρήση των σχέσεων (8.15) ή (8.33), ανάλογα με τη φύση της PU εκπομπής.

Ο παραπάνω κανόνας εξασφαλίζει ότι η απόρριψη ενός συνόλου υποκαναλιών που περιέχει παρεμβολέα, οδηγεί σε βελτίωση της επίδοσης του δέκτη. Η πρακτική εφαρμογή του παραπάνω κανόνα οδηγεί στα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Σε όλες τις περιπτώσεις που περιέχεται παρεμβολέα ισχυρότερη έστω και λίγο από το CR σύστημα, τότε η απομάκρυνση των υποκαναλιών που περιλαμβάνουν το φασματικό του περιεχόμενο οδηγεί σε βελτίωση έστω και μικρή.
2. Στην περίπτωση που τα άμεσα γειτονικά υποκανάλια του CR είναι αχρησιμοποίητα τότε αυτά δεν πρέπει να απορριφθούν καθώς φέρουν το συντριπτικά μεγαλύτερο μέρος της διαχεόμενης από τους πλευρικούς λοβούς ενέργειας.

3. Στην περίπτωση απόρριψης υποκαναλιών που δεν φέρουν PU εκπομπή και δεν είναι άμεσα γειτονικά στη CR εκπομπή δεν προκαλείται καμία συνέπεια στο τελικό αποτέλεσμα για  $SNR < 12\text{dB}$ . Ουσιαστική επιδείνωση παρατηρείται μόνο για σηματοθορυβικούς λόγους μεγαλύτερους των 20dB (κατά 0.5 με 1 dB).

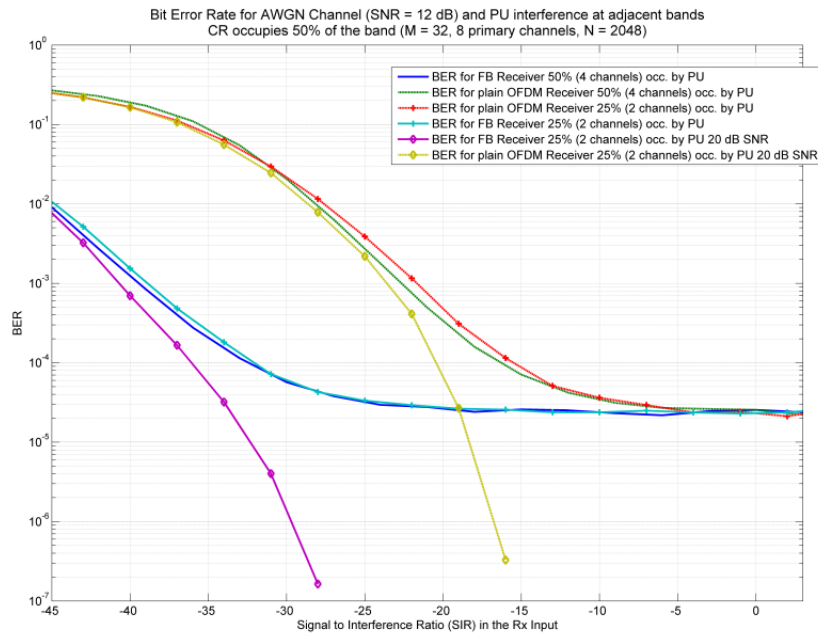
### 8.3.4 Αποτελέσματα λειτουργίας του MDFT δέκτη με ακύρωση των Παρεμβολών

Η πρακτική αξία της χρήσης του MDFT δέκτη στη λειτουργία και στις επιδόσεις του CR συστήματος σε περιβάλλον παρεμβολών μπορεί να αποδειχθεί απλά και ξεκάθαρα μέσω εξομοιώσεων. Συγκεκριμένα ορίζεται το ακόλουθο σενάριο:

- Η συνολική ζώνη διαιρείται από  $N = 2048$  υποφέροντα του CR συστήματος.
- Μέσα στη ζώνη περιλαμβάνονται  $K = 8$  δίαυλοι του πρωτεύοντος συστήματος.
- Θεωρούνται δυο τύποι δεκτών που λαμβάνουν την OFDM-CR κυματομορφή. Ο ένας είναι ένας συμβατικός OFDM δέκτης και ο δεύτερος είναι ο δέκτης με χρήση του MDFT συγκροτήματος στην είσοδο που πραγματοποιεί ακύρωση των εκτός ζώνης παρεμβολών και τέλος ανακατασκευάζει και αποδιαμορφώνει το σήμα.
- Όλα τα υποφέροντα του συστήματος διαμορφώνονται με QPSK διαμόρφωση για λόγους απλότητας.
- Η CR εκπομπή καταλαμβάνει το 50% της διαθέσιμης φασματικής περιοχής. Στην υπόλοιπη ζώνη διακρίνονται δυο σενάρια:
  1. Όλο το φάσμα καταλαμβάνεται από PU εκπομπές. Και τα τέσσερα υπολειπόμενα κανάλια χρησιμοποιούνται.
  2. Το 25% του υπολειπόμενου φάσματος χρησιμοποιείται. Δηλαδή δυο από τα κανάλια είναι κατειλημμένα από πρωτεύουσες εκπομπές.
- Κατά την εξομοίωση ανατίθενται τυχαία στο CR σύστημα τα τέσσερα PU κανάλια που του αναλογούν, χωρίς να καθορίζεται αν θα είναι συνεχόμενα, διάσπαρτα κλπ.
- Στην περίπτωση του σεναρίου όπου 2 PU κανάλια χρησιμοποιούνται, το ποια από τα διαθέσιμα τέσσερα θα επιλεχθούν και ποια θα μείνουν κενά, καθορίζεται επίσης τυχαία.
- Η ισχύς που ανατίθεται στους PU χρήστες καθορίζεται από τον επιθυμητό σηματοθορυβικό λόγο κατά την εξομοίωση. Αρχίζοντας από υψηλές τιμές SIR, μετράται η επίδοση του συστήματος μέσω του Bit Error Rate (χωρίς κωδικοποίηση) και της επιδείνωσης του SNR στα υποφέροντα του CR συστήματος λόγω της παρεμβολής.
- Η τιμή SIR αυξάνεται, φθάνοντας τις αρνητικές τιμές και συνεχίζει, θεωρώντας ότι η λήψη των PU σημάτων είναι ισχυρότερη της CR κυματομορφής. Σημειώνεται ότι το SIR μετράται στην είσοδο του δέκτη. Δηλαδή για ίσης ισχύος σήματα PU και CR σε διαφορετικά κανάλια ισχύει ότι  $SIR = 0\text{dB}$ . Η παρεμβολή απευθείας στα υποφέροντα δεν είναι δυνατό να ποσοτικοποιηθεί εξαρχής.

Το αποτέλεσμα της διαδικασίας συνοψίζεται στα σχήματα 8.16 και 8.17 και είναι εντυπωσιακό. Όπως παρατηρείται στα σχήματα για  $SNR = 12\text{ dB}$ , όταν ξεπεραστεί η τιμή  $SIR = -5\text{dB}$ , η λειτουργία του OFDM δέκτη επιδεινώνεται συνεχώς. Αντίθετα ο MDFT δέκτης διατηρεί την ποιότητα





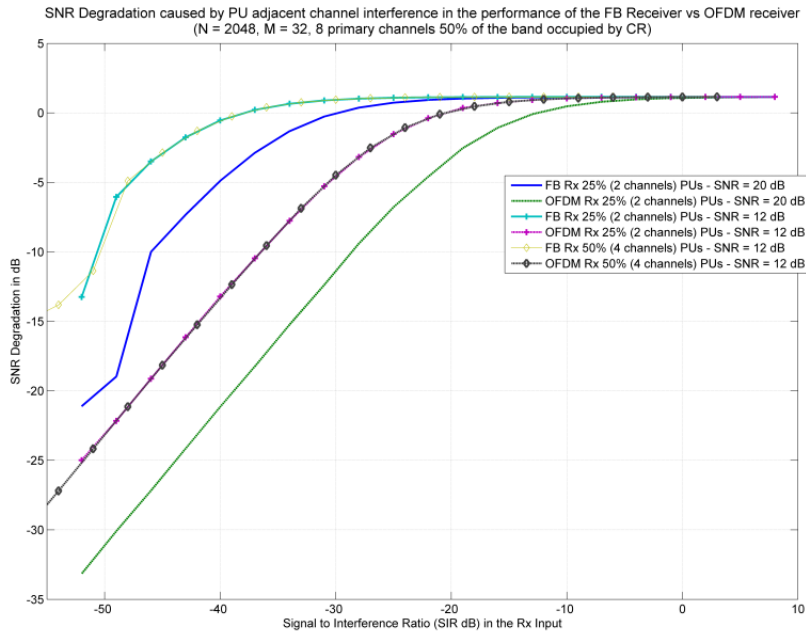
**Σχήμα 8.16:** Επίδοση BER σε συνάρτηση με το λόγο σήματος προς παρεμβολή SIR για τον συμβατικό OFDM και τον MDFT ισοδύναμο δέκτη για το σενάριο που περιγράφεται στην παρ. 8.3.4. Το SNR δίνεται ανά υποφέρου και είναι 12 ή 20 dB

της λειτουργίας του με σχεδόν αμελητέα υποβάθμιση μέχρι η τιμή του SIR να φτάσει τα -30dB. Συνεχίζοντας να αυξάνουμε την ισχύ της παρεμβολής, ο δέκτης MDFT σταδιακά αρχίζει να υπολειτουργεί. Παρόλα αυτά, το επίπεδο του BER παραμένει της τάξης του 0.01 ακόμη και για SIR = -45 dB. Χαρακτηριστικό επίσης είναι ότι για SNR = 20 dB, το πρώτο σφάλμα για τον συμβατικό δέκτη πραγματοποιείται στα -15 dB SIR με ραγδαία επιδείνωση από εκείνο το σημείο, ενώ αντίστοιχα για τον MDFT δέκτη το πρώτο σφάλμα πραγματοποιείται στα -27 dB SIR, παρέχοντας έτσι ένα περιθώριο 13 dB αλάνθαστης μετάδοσης. Σημειώνεται ότι η μέση επιδείνωση του SNR έχει αρνητικό πρόσημο για να υποδείξει ότι αντιστοιχεί σε ισοδύναμη μείωση ισχύος του CR σήματος.

## 8.4 Συγχρονισμός σε χρόνο και συχνότητα

Μια από τις προϋποθέσεις που τέθηκαν ως πλεονέκτημα της χρήσης του συγκροτήματος φίλτρων στον OFDM δέκτη είναι η δυνατότητα εξαγωγής πληροφορίας σχετικά με το λαμβανόμενο σήμα στο στάδιο της ανάλυσης του σήματος από τα υποκανάλια εκείνα που φέρουν σήμα CR. Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 4.4 μια διαδικασία που μπορεί να απλοποιηθεί ιδιαίτερα με χρήση των φίλτρων για την OFDMA μέθοδο πολυπλεξίας με ανάθεση υποζωνών είναι ο συγχρονισμός. Η υπάρχουσα ομοιότητα της OFDMA με τα CR συστήματα οδηγεί στο απλό συμπέρασμα ότι η ανάλογη διαδικασία μπορεί να πραγματοποιηθεί και σε αυτή την περίπτωση. Βασικοί άξονες της μελέτης που έγινε ήταν οι ακόλουθοι:

- Ο αλγόριθμος πρέπει να είναι υπολογιστικά απλός χωρίς να αυξάνει ιδιαίτερα την πολυπλοκότητα του συστήματος και αν είναι δυνατόν να "μοιράζεται" αποτελέσματα και μετρικά με άλλες γνωστικές διεργασίες.
- Ο αλγόριθμος βασίζεται σε ήδη υπάρχουσες τεχνικές για OFDM συστήματα χωρίς να εισάγει επιπλέον απαιτήσεις στον CR πομπό, σε σχέση με την σύνθεση της κυματομορφής συγχρονισμού. Συγκεκριμένα η μελέτη βασίζεται στους αλγορίθμους συγχρονισμού με χρήση



**Σχήμα 8.17:** Μέση επιδείνωση SNR στα υποφέροντα του CR συστήματος σε συνάρτηση με το λόγο σήματος προς παρεμβολή SIR για τον συμβατικό OFDM και τον MDFT ισοδύναμο δέκτη για το σενάριο που περιγράφεται στην παρ. 8.3.4. Το SNR δίνεται ανά υποφέρον και είναι 12 ή 20 dB

προοιμίου συμβόλου με επαναλαμβανόμενα τμήματα, δηλαδή στον αλγόριθμο Schmidl και Cox καθώς και σε βελτιωμένες εξελίξεις του, όπως βρίσκονται στα [142] και [143].

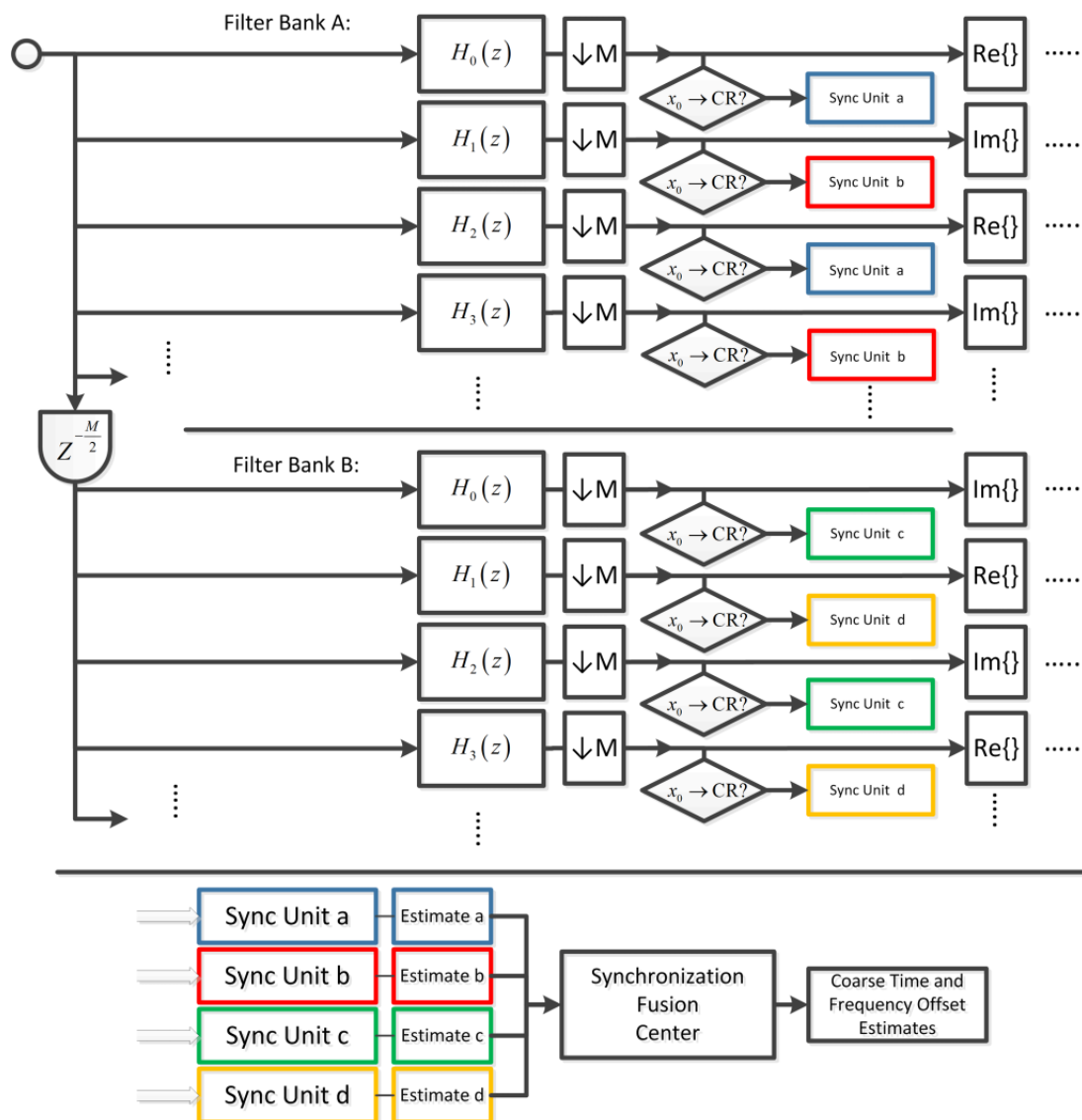
### 8.4.1 Η διπλή έννοια των SNR και SIR στα CR συστήματα

Το πρώτο ερώτημα που πρέπει να απαντηθεί είναι ο λόγος γιατί η διαδικασία πρέπει να πραγματοποιείται στο στάδιο της ανάλυσης και δεν προηγείται της διαδικασίας του φιλτραρίσματος ή ακολουθεί μετά το στάδιο της σύνθεσης και την ανακατασκευή του σήματος. Η πρώτη απάντηση που είναι και η απλούστερη είναι ότι λόγω του ότι στο στάδιο της ανάλυσης η επεξεργασία πραγματοποιείται στον χαμηλότερο δυνατό ρυθμό και μόνο για όσα κανάλια χρησιμοποιούνται από το CR σύστημα, περιορίζεται σημαντικά η χρήση υπολογιστικών πόρων από τη συγκεκριμένη διαδικασία.

Η σημαντικότερη αιτία όμως βρίσκεται σε ένα πιο πρακτικό ζήτημα που αφορά τις κυματομορφές NC-OFDM. Η εξήγηση δίνεται μέσα από ένα παράδειγμα. Έστω ότι λειτουργεί ένα CR σύστημα καταλαμβάνοντας ένα ποσοστό  $\gamma$  του συνολικού εύρους ζώνης. Η διάδοση πραγματοποιείται σε επίπεδο κανάλι και φθάνει στο δέκτη με ισχύ  $\sigma_s^2$ . Η ισχύς του θορύβου στην είσοδο του δέκτη μετά την ψηφιοποίηση μετράται ίση με  $\sigma_w^2$ , ενώ παράλληλα με το CR σήμα λαμβάνεται PU σήμα σε μια μακρινή ζώνη από αυτή στην οποία λειτουργεί το CR με ισχύ  $\sigma_{PU}^2$ . Με βάση αυτά τα μεγέθη ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} snr &= \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2}, \quad sir = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{PU}^2} \\ sinr &= \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2 + \sigma_{PU}^2} \end{aligned} \quad (8.68)$$

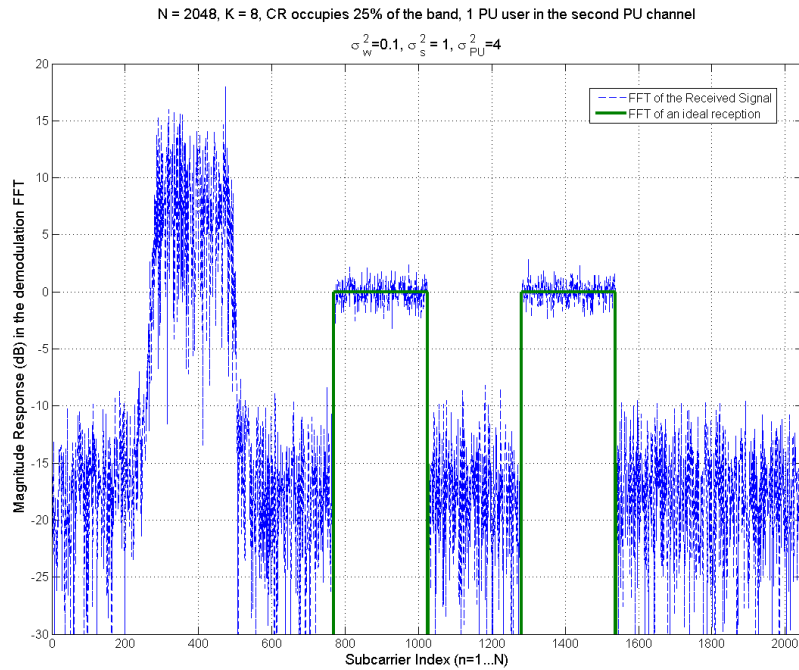
Για συγκεκριμένο παράδειγμα, έστω ότι σε σύστημα με  $N = 2048$ ,  $K = 8$ ,  $\gamma = 0.25$  τα μεγέθη ισχύος έχουν τις εξής τιμές:  $\sigma_s^2 = 1$ ,  $\sigma_w^2 = 0.1$  και  $\sigma_{PU}^2 = 4$ . Τότε σύμφωνα με τις παραπάνω σχέσεις ο λόγος σήματος προς παρεμβολή και θόρυβο δίνεται από  $sinr = 0.244$  ή σε dB  $SINR = -6.12$ dB



**Σχήμα 8.18:** Απλοποιημένο μπλοκ διάγραμμα της διαδικασίας συγχρονισμού σε χρόνο και συχνότητα για το CR σύστημα μετά το στάδιο ανάλυσης στο χαμηλό ρυθμό επεξεργασίας

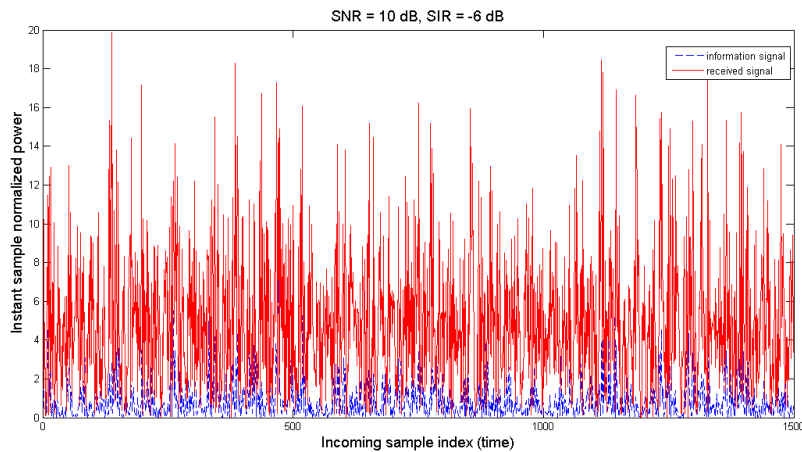
(με πεζά αναφέρονται οι λόγοι ως γραμμικά και με κεφαλαία ως λογαριθμικά μεγέθη).

Στο συγκεκριμένο λοιπόν παράδειγμα, ο συγχρονιστής ο οποίος λειτουργεί στο πεδίο του χρόνου πρέπει να ανακαλύψει το σήμα πληροφορίας και να εντοπίσει την αρχή του κάτω από εξαιρετικά δύσκολες συνθήκες. Αν τώρα θεωρήσουμε ότι κάπως γίνεται εφικτός ο συγχρονισμός και παρατηρήσουμε την έξοδο μετά τον FFT της OFDM αποδιαμόρφωσης, τότε η εικόνα που βλέπουμε είναι αυτή του σχήματος 8.19. Είναι σαφές ότι η εικόνα στην έξοδο δεν συνάδει με την τιμή του SIR στην είσοδο. Αυτό συμβαίνει γιατί ενώ η ισχύς του θορύβου κατανέμεται ομοιόμορφα και στα  $N$  subcarriers, η ισχύς του σήματος κατανέμεται μόνο στα  $\gamma N$  subcarrier που καταλαμβάνει το CR. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου κατά  $\gamma$ , οπότε  $snr_{FFT} = 16dB$ . Από την άλλη η ισχύς της παρεμβολής κατανέμεται στο συντριπτικά μεγαλύτερο ποσοστό της στα  $N/K$  υποφέροντα της ζώνης που καταλαμβάνουν. Όπως αναφέρθηκε εκτεταμένα η ισχύς διαχέεται και στα υπόλοιπα υποφέροντα, αλλά από τη μια η ισχύς του PU δεν είναι ιδιαίτερα υψηλότερη σε σχέση με το CR και από την άλλη βρίσκεται σε αρκετά μεγάλη φασματική απόσταση από το CR ώστε να μην του δημιουργεί ουσιαστικά προβλήματα. Συγκεκριμένα το SIR για τη συγκεκριμένη φασματική "εικόνα" του σχήματος 8.19 είναι εξαιρετικά υψηλό, περίπου στα  $25dB$  για τα



**Σχήμα 8.19:** Η έξοδος του FFT αποδιαμόρφωσης για ένα στιγμιότυπο λήψης. Παράμετροι συστήματος  $N = 2048$ ,  $K = 8$ , το CR καταλαμβάνει το 25% της ζώνης και υπάρχει PU σε μη-άμεσα γειτονικό κανάλι

subcarriers που καταλαμβάνει το CR. Συνεπώς το SINR στα υποφέροντα αυτά μπορεί να θεωρηθεί περίπου ίσο με  $16dB$ , μια τιμή εξαιρετική για την ορθή λειτουργία του συστήματος. Ενώ λοιπόν οι

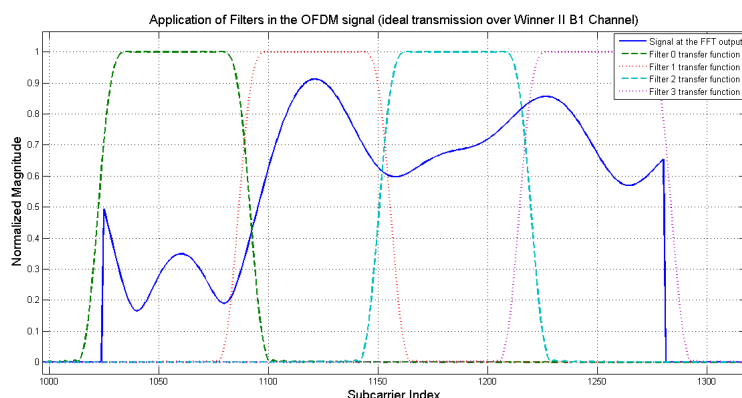


**Σχήμα 8.20:** Η είσοδος του σήματος στον δέκτη, στο πεδίο του χρόνου. Με μπλε χρώμα εικονίζεται το σήμα CR πληροφορίας, ενώ με κόκκινο το συνολικό σήμα

συνθήκες λήψης φαίνονται ιδανικές, η διαδικασία του συγχρονισμού μοιάζει εξαιρετικά δύσκολη καθώς ο δέκτης προσπαθεί να ανιχνεύσει το σήμα που εικονίζεται με μπλε χρώμα στο σχήμα 8.20 μέσα σε ένα πολύ ισχυρότερο σήμα (με κόκκινο χρώμα). Η διαδικασία του χρονικού συγχρονισμού πρέπει να πραγματοποιηθεί στο πεδίο του χρόνου, καθώς με αυτό το σημείο ως αναφορά πραγματοποιείται ο FFT. Επιλογή χρονικού συγχρονισμού εξ αρχής (διορθώσεις μπορούν και γίνονται) στο πεδίο της συχνότητας σημαίνει ότι για κάθε καινούριο εισερχόμενο δείγμα πρέπει να πραγματοποιείται FFT που θα συμπεριλαμβάνει το συγκεκριμένο δείγμα και  $N - 1$  προηγούμενα δείγματα. Το υπολογιστικό κόστος αφού δεν μπορεί να υπάρξει αναδρομικός υπολογισμός του FFT προκύπτει τεράστιο.

Η χρήση των φίλτρων μας επιτρέπει την εκμετάλλευση του  $SINR_{FFT}$ . Απομονώνοντας τα υποκανάλια του συγκροτήματος που περιέχουν CR σήμα ουσιαστικά εξασφαλίζουμε τοπικά για τις ζώνες συχνοτήτων της διέλευσης του φίλτρου την εικόνα του σχήματος 8.19. Μπορεί κάποιος να αναρωτηθεί ποια είναι η επίδραση των aliases στην περίπτωση αυτή που ενδεχομένως να αυξάνουν το επίπεδο ισχύος ανωφελών σημάτων. Όμως για  $M = 32$  στο παράδειγμα του σχήματος 8.19 με χρήση του φίλτρου του σχήματος 8.116, αν εξαιρεθεί η παρατήρηση των άμεσα γειτονικών υποκαναλιών τότε η συσσώρευση θορύβου λόγω aliasing ουσιαστικά καθορίζεται από το επίπεδο του ισχυρότερου σήματος στη ζώνη, αποσβαινόμενο με την τιμή της ζώνης απόσβεσης του φίλτρου και πολλαπλασιασμένο με τον αριθμό υποκαναλιών που περιλαμβάνουν το σήμα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η αύξηση του θορύβου προκύπτει στα  $-64$  dB της ισχύος του σήματος του CR δηλαδή αμελητέα σε σχέση με τα  $16$  dB SNR που θεωρήθηκε. Αν πρωτεύον σήμα βρίσκεται στην άμεση γειτονιά του υποκαναλιού, τότε σαφώς υπάρχει επίδραση από την ενέργεια που συλλέγεται από τη γειτονική ζώνη. Και σε αυτή την περίπτωση όμως το αποτέλεσμα είναι τάξεις μεγέθους μικρότερο από τα  $-6$ dB SIR της εισόδου του δέκτη.

Ένα άλλο πλεονέκτημα της χρήσης των φίλτρων είναι ότι ουσιαστικά πραγματοποιείται ένα είδος συχνοτικής διαφορισμότητας, όταν η μετάδοση θεωρηθεί ότι γίνεται σε συχνοεπιλεκτικό δίαυλο. Οι αλγόριθμοι συγχρονισμού αναπτύσσονται κατά κύριο λόγο για επίπεδα κανάλια και στη συνέχεια εκτιμάται η ευρωστία και η προσαρμοστικότητα του αλγορίθμου με εφαρμογή του σε συχνοεπιλεκτικούς διαύλους. Στο παράδειγμα του σχήματος 8.21 θεωρήθηκε ότι το CR σήμα μεταδόθηκε κάτω από ιδανικές συνθήκες σε ένα Winner II B1 ραδιοδίαυλο και διήλθε από τον FFT αποδιαμόρφωσης. Παράλληλα εικονίζονται και τα  $\tilde{M} = 4$  υποκανάλια που αναλύουν το CR σήμα. Στο σχήμα 8.21 αυτό που συμπεραίνεται είναι ότι το σήμα που αναλύει το πρώτο φίλτρο



**Σχήμα 8.21:** Η έξοδος του CR σήματος από τον FFT αποδιαμόρφωσης υπό ιδανικές συνθήκες μετάδοσης σε συχνοεπιλεκτικό δίαυλο Winner II B1. Παράλληλη απεικόνιση των συναρτήσεων μεταφοράς των 4 υποκαναλιών που αναλύουν το CR σήμα

λόγω της υφιστάμενης διάλειψης έχει χαμηλότερο SNR σε σχέση με το υποκανάλι που ακολουθεί. Η εκτίμηση του σημείου συγχρονισμού και της ολίσθησης συχνότητας σε επίπεδο υποκαναλιών επιτρέπει την χρήση της ποιότητας του υποκαναλιού στην διαδικασία. Έτσι π.χ. άλλο βάρος δίνεται στην πληροφορία που παρέχεται από το σήμα του πρώτου υποκαναλιού και άλλο βάρος από το σήμα του δεύτερου.

## 8.4.2 Πλαίσιο λειτουργίας του Συγχρονιστή

Το ιδανικό σημείο τοποθέτησης του συγχρονιστή είναι αμέσως μετά το διαχωρισμό πραγματικών και φανταστικών μερών. Αυτό γιατί σύμφωνα με την ανάλυση της παραγράφου 6.7 οι έξοδοι

των υποκαναλιών στο σημείο εκείνο είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και στους  $2M$  κλάδους του πολυφασικού δικτύου. Η ανεξαρτησία αυτή ευνοεί την εφαρμογή εκτιμητών μέγιστης πιθανοφάνειας ελαχιστοποιώντας το υπολογιστικό φορτίο. Παρόλα αυτά αν και έγιναν προσπάθειες δεν κατέστη δυνατή η σύνθεση ενός τέτοιου εκτιμητή. Αυτό οφείλεται σε δυο παράγοντες:

- Τα σήματα του άνω συγκροτήματος φίλτρων δεν έχουν το ίδιο χρονικό σημείο αναφοράς με τα αντίστοιχα του κάτω συγκροτήματος που είναι μετατοπισμένα κατά  $M/2$ .
- Τα σήματα έχουν χάσει την πληροφορία φάσης ανά υποκάνάλι καθώς ο διαχωρισμός σε πραγματικά και φανταστικά μέρη, αλλοιώνει αυτή την πληροφορία. Η διαφορά φάσης μεταξύ της άνω και κάτω πολυφασικής δομής έχει ως αποτέλεσμα να μην είναι δυνατή η επίλυση για την εύρεση μιας συγκεκριμένης τιμής εκτίμησης για τη συχνότητα ολίσθησης. Παράλληλα αλλοιώνονται τα βέλτιστα χαρακτηριστικά των υπολογιζόμενων μετρικών.

Η ανάπτυξη ενός αποδοτικού εκτιμητή σε αυτό το σημείο του συγκροτήματος αποτελεί θέμα μελλοντικής έρευνας.

Παρόλα αυτά είναι δεδομένο ότι πριν τον διαχωρισμό του σήματος σε πραγματικό και φανταστικό μέρος, οι έξοδοι των φίλτρων περιέχουν την πληροφορία φάσης, οπότε είναι δυνατή η απόπειρα εκτίμησης σε αυτό το σημείο. Το μειονέκτημα της ύπαρξης του εκτιμητή σε εκείνο το σημείο έγκειται στο γεγονός ότι τα σήματα που εξέρχονται από τα φίλτρα δεν είναι ασυσχέτιστα. Συγκεκριμένα η έξοδος του  $i$ -οστού υποκαναλιού του άνω συγκροτήματος φίλτρων είναι εξαρτημένη από τις εξόδους των γειτονικών του υποκαναλιών  $i+1$  και  $i-1$ , ενώ είναι πρακτικά ανεξάρτητη από τις εξόδους των υπολοίπων. Σε σχέση τώρα με τα φίλτρα του κάτω συγκροτήματος η έξοδος του  $i$ -οστού υποκαναλιού της άνω δομής είναι εξαρτημένη από το αντίστοιχο της κάτω δομής καθώς η διαφορά τους έγκειται ουσιαστικά μόνο σε ένα offset  $M/2$  δειγμάτων. Επίσης προκύπτει ότι υφίσταται εξάρτηση από τις εξόδους των φίλτρων  $i+1$  και  $i-1$  του κάτω συγκροτήματος. Η εξάρτηση αυτή είναι η μικρότερη που συναντάται στην άμεση γειτονιά καθώς υπάρχει μετατόπιση τόσο στη συχνότητα όσο και στον χρόνο.

Η δημιουργία εκτιμητών που περιλαμβάνει συσχετισμένες ομάδες σημάτων έχει ως συνέπεια την μεγάλη αύξηση της πολυπλοκότητας των εκτιμητών, αφού απαιτείται επιπλέον διαδικασία φιλτραρίσματος για να αποσυσχετιστεί το σύνολο των δειγμάτων. Από την άλλη μεριά βασικός άξονας της μελέτης ήταν η διατήρηση των διαδικασιών σε πολύ χαμηλά επίπεδα όσον αφορά την υπολογιστική πολυπλοκότητα. Για αυτό το λόγο υιοθετήθηκε η λογική που περιγράφεται στο σχήμα 8.18 (στο σχήμα δεν έχει υιοθετηθεί η πολυφασική περιγραφή του σταδίου ανάλυσης). Σύμφωνα με αυτή τη λογική η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής:

- Τα δείγματα που συλλέγονται από τα φίλτρα ανάλυσης εφόσον αφορούν υποκάνάλια που περιλαμβάνουν σήματα που αφορούν το CR τερματικό χωρίζονται σε τέσσερις υπό ομάδες α) τα άρτια υποκάνάλια του άνω συγκροτήματος β) τα περιττά υποκάνάλια του άνω συγκροτήματος γ) τα άρτια υποκάνάλια του κάτω συγκροτήματος δ) τα περιττά υποκάνάλια του κάτω συγκροτήματος.
- Τα δείγματα κάθε ομάδες είναι συνολικά ανεξάρτητα, δεδομένου ότι τα MDFT φίλτρα με PU ιδιότητα είναι φίλτρα ρίζας Nyquist. Υπάρχει κατά συνέπεια σχετικά απλός τρόπος υπολογισμού της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας για κάθε ομάδα για το χρονικό σημείο συγχρονισμού καθώς και για την ολίσθηση συχνότητας.
- Οι τέσσερις εκτιμήσεις οδηγούνται σε ένα κέντρο σύντηξης όπου λαμβάνεται μια απόφαση για τις τιμές των ζητούμενων παραμέτρων με βάση κάποιον ορισμένο κανόνα.

Μια άλλη λογική που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι ότι εκμεταλλευόμενοι την σχετικά μικρή συσχέτιση των εξόδων των υποκαναλιών των ομάδων  $a$  και  $c$  και αντίστοιχα των  $b$  και  $d$ , το σύνολο ενοποιούνται θεωρώντας τα ασυσχέτιστα και οι διαδικασίες ακολουθούνται με βάση αυτή την συνειδητά λανθασμένη υπόθεση. Σύγκριση των δυο μεθόδων έδειξε ότι δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά στις επιδόσεις και για αυτό επιλέχθηκε και παρουσιάζεται η μαθηματικά και φυσικά ορθή.

Ο αλγόριθμος συγχρονισμού που ακολουθείται βασίζεται στην ύπαρξη OFDM συμβόλου με επαναλαμβανόμενα τμήματα όπως πραγματοποιείται σε πολλές περιπτώσεις π.χ. [170], [143], [142], [171]. Στην περίπτωση μας επιλέγεται η μελέτη υπολογισμού ενός γενικευμένου εκτιμητή ώστε να μπορούν να γίνουν οι κατάλληλοι υπολογισμοί για διάφορες τιμές  $L$ , όπου  $L$  είναι ο αριθμός επαναλαμβανόμενων τμημάτων στο σύμβολο συγχρονισμού. Οι παρουσιαζόμενοι αλγόριθμοι στη βιβλιογραφία εκτός από το μεταβλητό  $L$  διαφέρουν και στο πρότυπο πρόσημου που χρησιμοποιείται κατά το σύμβολο συγχρονισμού. Πιο συγκεκριμένα το κάθε επαναλαμβανόμενο τμήμα πολλαπλασιάζεται με 1 ή -1 ώστε να επιτευχθεί καλύτερη τοποθέτηση των μετρικών του συγχρονιστή. Κατά την πρακτική εφαρμογή, τις εξομοιώσεις και οπουδήποτε χρειαστεί παράδειγμα, η μελέτη χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο συγχρονισμού των Shi και Serpradin [142] που ορίζει  $L = 4$  ενώ αν  $B$  είναι η ακολουθία των  $N/4$  δειγμάτων που επαναλαμβάνεται, το σύμβολο συγχρονισμού έχει τη μορφή:

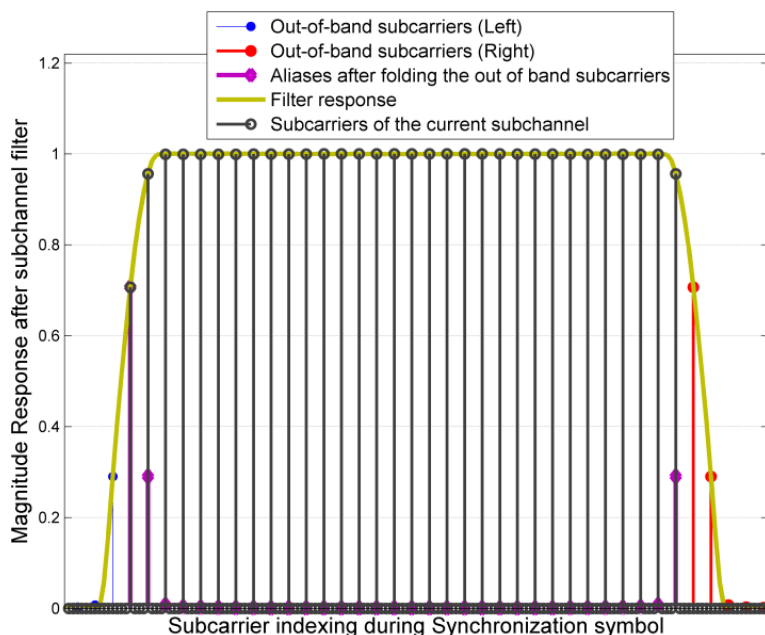
$$\left[ \begin{array}{cccc} B & B & -B & B \end{array} \right]$$

Η υλοποίηση του συμβόλου συγχρονισμού γίνεται με την ακόλουθη μέθοδο:

- Παράγεται ένα OFDM σύμβολο με χρήση iFFT μήκους  $N/L$  σημείων.
- Τα υποφέροντα του συμβόλου διαμορφώνονται με διαμόρφωση σταθερής περιβάλλουσας (π.χ QPSK), έτσι ώστε η συνολική ενέργεια του συμβόλου αν αθροιστεί να είναι σταθερή.
- Τα  $N/L$  σημεία που παρήχθησαν επαναλαμβάνονται  $L$  φορές έτσι ώστε να σχηματιστεί το συνολικό σύμβολο συγχρονισμού. Αυτή η ενέργεια ισοδυναμεί με υπερδειγματοληψία στο πεδίο της συχνότητας, δηλαδή το ίδιο σύμβολο μπορεί να προκύψει από έναν  $N$  σημείων FFT όπου τα υποφέροντα με δείκτη  $0, L, 2L, \dots$  και μόνο αυτά έχουν μη μηδενική τιμή.
- Αν κάτι τέτοιο ορίζεται από τον αλγόριθμο συγχρονισμού πραγματοποιείται αντιστροφή κάποιου ή κάποιων από τα επαναλαμβανόμενα τμήματα.

Θεωρώντας τέλεια μετάδοση είναι λογικό να αναρωτηθεί κανείς ποια είναι η μορφή του OFDM σήματος κατά τη διέλευση του από το φίλτρο. Στη ζώνη διέλευσης κάθε υποκαναλιού αντιστοιχεί ένα σύνολο  $\tilde{N}$  υποφερόντων, τα οποία μπορούν αν απομονωθούν από το συνολικό σήμα να θεωρηθούν ως ένα ανεξάρτητο OFDM σύμβολο λιγότερων δειγμάτων που έχει υπερδειγματοληφθεί και προστεθεί με άλλα  $M$  OFDM σύμβολα (που αντιστοιχούν στα υπόλοιπα υποκανάλια) ώστε να μεταδοθεί. Από τη στιγμή που και στη συγκεκριμένη συχνοτική περιοχή η ανάθεση των υποφερόντων κατά το σχηματισμό του συμβόλου συγχρονισμού γίνεται με υπερδειγματοληψία στη συχνότητα, το OFDM σύμβολο συγχρονισμού του OFDM υποσυμβόλου  $\tilde{N}$  δειγμάτων αποτελείται επίσης από  $L$  όμοια τμήματα και επίσης μπορεί να θεωρηθεί ανεξάρτητο από τα αντίστοιχα σύμβολα συγχρονισμού των OFDM συμβόλων συγχρονισμού των υπόλοιπων υποκαναλιών. Από εδώ και στο εξής η αναφορά στο υποθετικό σύμβολο  $\tilde{N}$  δειγμάτων γίνεται με τον όρο *υποσύμβολο OFDM*. Η επίδραση δυο παραμέτρων πρέπει να αναλυθεί σχετικά με τη διέλευση του σήματος από το υποκάναλι: α) Η επίδραση του aliasing που προκαλείται από τα γειτονικά εκτός ζώνης subcarriers και β) η επίδραση του φίλτρου στις συσχετίσεις των δειγμάτων στην έξοδο. Το δεύτερο σημείο αναλύεται κατά το σχεδιασμό του εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας. Όσον αφορά την επίδραση του aliasing





**Σχήμα 8.22:** Η κατανομή των subcarrier της OFDM εκπομπής κατά τη διέλευση του συμβόλου συγχρονισμού από ένα υποκανάλι του δέκτη

παρατηρείται το σχήμα 8.22 που απεικονίζει τα subcarriers του υποσυμβόλου OFDM που μελετάται καθώς και τα γειτονικά εκτός ζώνης subcarriers που πολλαπλασιάζονται με τη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου έτσι ώστε να ποσοτικοποιηθεί η ενέργεια που θα αναδιπλωθεί από αυτά στη ζώνη διέλευσης. Θεωρούμε πως μόνο τα aliases από τη ζώνη μετάβασης του φίλτρου επηρεάζουν την έξοδο του φίλτρου καθώς τα υπόλοιπα προκαλούν λόγω της συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου αμελητέα εισαγωγή θορύβου.

Με μωβ χρώμα εικονίζεται το πλάτος των εν λόγω subcarriers που εμφανίζονται από τα φαινόμενα aliasing στη ζώνη διέλευσης. Δεδομένου όμως ότι τα φέροντα αυτά επίσης έχουν προκύψει με υπερδειγματοληψία κατά  $L$  στο πεδίο της συχνότητας συμπιπτουν με τα ακριανά subcarriers του υποσυμβόλου. Έτσι το τελικό σήμα μετά την αναδίπλωση συνεχίζει να εμφανίζει υπερδειγματοληψία κατά  $L$  στη συχνότητα και συνεπώς συνεχίζει να αποτελείται από  $L$  επαναλαμβανόμενα χρονικά τμήματα. Ουσιαστική αλλοίωση πραγματοποιείται στην πληροφορία που φέρουν τα υποφέροντα που δέχονται την παρεμβολή των aliases αν δοκιμαστεί αποδιαμόρφωση του υποσυμβόλου στο χαμηλό ρυθμό επεξεργασίας. Δεν είναι όμως αυτός ο σκοπός του συστήματος καθώς η αποδιαμόρφωση γίνεται μετά την ανακατασκευή οπότε εξαφανίζονται τα aliases. Έτσι μετά το φιλτράρισμα και την κατά  $M$  υποδειγματοληψία του σήματος, το σύμβολο συγχρονισμού συνεχίζει να έχει τα επιθυμητά επαναληπτικά χαρακτηριστικά που επιτρέπουν την εφαρμογή του αλγορίθμου συγχρονισμού. Αυτό φυσικά ισχύει στη θεωρούμενη περίπτωση που όλα τα υποκανάλια έχουν ίσο αριθμό υποφερόντων.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας για κάθε ομάδα υποκαναλιών.

### 8.4.3 Ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας - MLE

Ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Estimator - MLE) με βάση ένα δείγμα μετρήσεων εκτιμά την τιμή μιας άγνωστης παραμέτρου αναζητώντας από τα στοχαστικά χαρακτηριστικά του σήματος, ποια τιμή της παραμέτρου μεγιστοποιεί την πιθανότητα εμφάνισης



του συγκεκριμένου δείγματος μετρήσεων.

Κατά τη συνήθη τακτική στους αλγορίθμους συγχρονισμού θεωρείται επίπεδο τηλεπικοινωνιακό κανάλι που εισάγει κάποιες απώλειες διάδοσης, την οποία για λόγους απλότητας ενσωματώνουμε στην ισχύ του OFDM σήματος. Κατά την ανάλυση του MLE θεωρείται ότι δεν περιλαμβάνεται κυκλικό πρόθεμα στο σύμβολο συγχρονισμού. Ο εκτιμητής που προκύπτει χωρίς το κυκλικό πρόθεμα αντιπροσωπεύει την χειρότερη περίπτωση αφού το κυκλικό πρόθεμα δρα ευεργετικά στον συγχρονισμό επιτρέποντας την πιθανότητα σφάλματος.

Εστω ότι εισέρχεται στο δέκτη OFDM σήμα μέσης ισχύος  $\sigma_s^2$ . Σύμφωνα με τα στατιστικά χαρακτηριστικά της OFDM εκπομπής τα δείγματα  $r_n$  του εισερχόμενου OFDM συμβόλου περιγράφονται από μια λευκή μιγαδική κανονική κατανομή, εφόσον χρησιμοποιούνται όλα τα υποφέροντα του ορισμένου OFDM συστήματος. Παρότι κάτι τέτοιο δεν ισχύει σε μια NC-OFDM μετάδοση θεωρούμε ότι είναι αληθής η υπόθεση καθώς όπως αποδεικνύεται τελικά δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα. Το σήμα φιλτράρεται, υποδειγματίζεται κατά  $M$  και στην έξοδο του  $k$ -οστού καναλιού συλλέγεται ένα διάνυσμα παρατήρησης  $\mathbf{y}^{(k)}$   $U$  δειγμάτων με  $U > \tilde{N}$ . Αντίστοιχα ορίζεται το διάνυσμα εισόδου στο δέκτη  $\mathbf{y}$  πριν την εφαρμογή του φίλτρου το οποίο θεωρούμε ότι περιέχει  $MU + 2gd$  δείγματα και ορίζεται ως:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^T &= \left[ y_n \quad y_{n+1} \quad \dots \quad y_{n+MU+2gd-1} \right]^T = \\ &= \left[ r_n + w_n \quad r_{n+1} + w_{n+1} \quad \dots \quad r_{n+MU+2gd-1} + w_{n+MU+2gd-1} \right] \end{aligned} \quad (8.69)$$

όπου έχει επίσης θεωρηθεί προσθετικός AWGN θόρυβος ισχύος  $\sigma_w^2$ . Η εφαρμογή του φίλτρου  $h_k(n)$  μπορεί να εκφραστεί αλγεβρικά με την ακόλουθη σχέση πινάκων:

$$\mathbf{y}' = \mathbf{H}_k \mathbf{y},$$

$$\mathbf{H}_k = \underbrace{\left[ \begin{array}{cccccccc} h_{-gd}^{(k)} & h_{-gd+1}^{(k)} & \dots & h_{gd}^{(k)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{-gd}^{(k)} & h_{-gd+1}^{(k)} & \dots & h_{gd}^{(k)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & h_{-gd}^{(k)} & h_{-gd+1}^{(k)} & \dots & h_{gd}^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & h_{-gd}^{(k)} & h_{-gd+1}^{(k)} & \dots & h_{gd}^{(k)} \end{array} \right]}_{MU+2gd} \quad \left. \vphantom{\left[ \begin{array}{cccccccc} \end{array} \right]} \right\} MU \quad (8.70)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{H}_k$  είναι ο πίνακας συνέλιξης για τη μη-αιτιατή αναπαράσταση του  $h_k(n)$ , διαστάσεων  $MU \times (MU + 2gd)$ . Το φίλτρο άνευ βλάβης της γενικότητας θεωρείται ότι έχει περιττό αριθμό συντελεστών για διευκόλυνση της αναπαράστασης του. Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού δίνει τα φιλτραρισμένα δείγματα για το συγκεκριμένο διάνυσμα εισόδου. Η πραγματοποίηση της υποδειγματοληψίας πραγματοποιείται με την εφαρμογή του πίνακα υποδειγματοληψίας  $D$  διαστάσεων  $U \times MU$  που έχει τη μορφή:

$$[\mathbf{D}]_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{αν } i = Mj \\ 0, & \text{αλλού} \\ i = 0 \dots U - 1 \end{cases}$$

Το διάνυσμα παρατήρησης στην είσοδο του συγχρονιστή δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{D}\mathbf{H}_k \mathbf{y} \quad (8.71)$$

Θεωρώντας ότι το διάνυσμα εισόδου είναι μιγαδική, κανονική, πολυδιάστατη τυχαία μεταβλητή ως

OFDM σήμα, τότε και το διάνυσμα παρατήρησης είναι επίσης κανονική μεταβλητή καθώς προκύπτει από γραμμικούς μετασχηματισμούς μιας κανονικής μεταβλητής. Ο πίνακας αυτοσυσχέτισης για την  $\mathbf{y}^{(k)}$  υπολογίζεται ως:

$$E\left(\mathbf{y}^{(k)}\left(\mathbf{y}^{(k)}\right)^H\right)=\mathbf{D}\mathbf{H}_k E\left(\mathbf{y}\mathbf{y}^H\right)\mathbf{H}_k^H\mathbf{D}^T=\left(\sigma_s^2+\sigma_w^2\right)\mathbf{D}\mathbf{H}_k\mathbf{H}_k^H\mathbf{D}^T=\left(\sigma_s^2+\sigma_w^2\right)\mathbf{D}\mathbf{G}_k\mathbf{D}^T \quad (8.72)$$

όπου ο πίνακας  $\mathbf{G}$  έχει τη μορφή:

$$\mathbf{G}_k=\begin{bmatrix} g_0^{(k)} & g_1^{(k)} & \cdots & g_{2gd}^{(k)} & 0 & \cdots & 0 \\ g_{-1}^{(k)} & g_0^{(k)} & g_1^{(k)} & & g_{2gd}^{(k)} & & \vdots \\ \vdots & g_{-1}^{(k)} & g_0^{(k)} & \ddots & & g_{2gd}^{(k)} & \\ & & & \ddots & \ddots & & 0 \\ g_{-2gd}^{(k)} & & & & & & g_{2gd}^{(k)} \\ 0 & g_{-2gd}^{(k)} & & & & g_0^{(k)} & g_1^{(k)} & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & g_{-1}^{(k)} & g_0^{(k)} & g_1^{(k)} \\ 0 & \cdots & 0 & g_{-2gd}^{(k)} & \cdots & g_{-1}^{(k)} & g_0^{(k)} \end{bmatrix} \quad (8.73)$$

όπου  $g^{(k)}(n)$  είναι το φίλτρο που προκύπτει από τη συσχέτιση του φίλτρου  $h^{(k)}(n)$  με τον εαυτό του με μέγεθος  $4gd+1$  συντελεστών. Η εφαρμογή του πίνακα υποδειγματοληψίας από αριστερά και δεξιά έχει το εξής αποτέλεσμα:

$$\mathbf{G}_k^D=\begin{bmatrix} g_0^{(k)} & g_M^{(k)} & \cdots & g_{M\lfloor\frac{2gd}{M}\rfloor}^{(k)} & 0 & \cdots & 0 \\ g_{-M}^{(k)} & g_0^{(k)} & g_M^{(k)} & & g_{M\lfloor\frac{2gd}{M}\rfloor}^{(k)} & & \vdots \\ \vdots & g_{-M}^{(k)} & g_0^{(k)} & \ddots & & g_{M\lfloor\frac{2gd}{M}\rfloor}^{(k)} & \\ & & & \ddots & \ddots & & 0 \\ g_{-M\lfloor\frac{2gd}{M}\rfloor}^{(k)} & & & & & & g_{M\lfloor\frac{2gd}{M}\rfloor}^{(k)} \\ 0 & g_{-M\lfloor\frac{2gd}{M}\rfloor}^{(k)} & & & & g_0^{(k)} & g_M^{(k)} & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & g_{-M}^{(k)} & g_0^{(k)} & g_M^{(k)} \\ 0 & \cdots & 0 & g_{-M\lfloor\frac{2gd}{M}\rfloor}^{(k)} & \cdots & g_{-M}^{(k)} & g_0^{(k)} & g_M^{(k)} \end{bmatrix} \quad (8.74)$$

Όπως έχει ήδη αναφερθεί σε αρκετές περιπτώσεις, τα φίλτρα των MDFT συγκροτημάτων όταν διαθέτουν την ιδιότητα τέλει ανακατασκευής είναι φίλτρα ρίζας Nyquist. Κατά συνέπεια το φίλτρο  $g^{(k)}(n)$  είναι φίλτρο Nyquist και σύμφωνα με την ιδιότητα των φίλτρων αυτών ισχύει (στη μη-αιτιατή έκφραση):

$$g^{(k)}(n)=\begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n=mN, m\neq 0 \end{cases}$$

και τελικά:

$$\mathbf{G}_k^D=\mathbf{I}_U \quad (8.75)$$

όπου θεωρείται ότι έχει γίνει ανάλογη κανονικοποίηση στους συντελεστές του φίλτρου, διαφορετικά εισάγεται ένας βαθμωτός πολλαπλασιαστής. Αυτό σημαίνει ότι το φίλτρο δεν έχει ουδεμία επίδραση στο σήμα καθώς δεν εισάγει κάποιου είδους συσχέτιση στη στοχαστική συμπεριφορά του. Φυσικά έχει αλλοιωθεί σε σχέση με την είσοδο καθώς διήλθε από το φίλτρο και πραγματο-

ποιήθηκε αποδεκατισμός του, αλλά διατηρεί την αρχική στοχαστική του φύση.

Εδώ πρέπει να διευκρινιστεί η υπόθεση που έγινε σχετικά με το σήμα εισόδου. Ενώ πρόκειται για NC-OFDM σήμα και κατά συνέπεια μεγάλες περιοχές υποφερόντων μπορεί να μην χρησιμοποιούνται, το σήμα εισόδου θεωρήθηκε παρόλα αυτά λευκό. Αυτό έγινε γιατί με αυτόν τον τρόπο αποδεικνύεται εύκολα η διατήρηση της λευκής συσχέτισης στο διάνυσμα παρατήρησης. Για το διάνυσμα παρατήρησης και δεδομένου ότι το φίλτρο του υποκαναλιού περιορίζει την οπτική του συστήματος στα στενά όρια της ζώνης διέλευσης δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά αν το OFDM σήμα χρησιμοποιεί όλα ή μερικά από το σύνολο των υποφερόντων, από τη στιγμή που χρησιμοποιούνται τα φέροντα στη στενή γειτονιά και στη ζώνη διέλευσης του υποκαναλιού. Από τη στιγμή που ισχύει αυτό, οποιαδήποτε κατανομή υποφερόντων έχει στο διάνυσμα παρατήρησης τις ίδιες επιπτώσεις με αυτές της λευκής εισόδου. Επίσης πρέπει να διευκρινιστεί κάτι σημαντικό. Το σήμα εισόδου θεωρήθηκε λευκό ισχύος  $\sigma_s^2$  το οποίο όμως δεν αντιστοιχεί στην πραγματικότητα με την ισχύ του λαμβανόμενου σήματος. Από τη στιγμή που το υποκανάλι αντιλαμβάνεται μόνο την περιοχή της ζώνης διέλευσης του, η ισχύς του εισερχόμενου σήματος εφόσον αυτό θεωρηθεί ότι προσεγγίζει τη συμπεριφορά της λευκής στοχαστικής διαδικασίας θα δίνεται από τη μέση ισχύ του σήματος στη συγκεκριμένη φασματική περιοχή. Κατά συνέπεια υπάρχει εξάρτηση της ισχύος του σήματος από το υποκανάλι στο οποίο "απευθύνεται" και για αυτό το λόγο στην λαμβανόμενη ισχύ σήματος προστίθεται ο δείκτης του υποκαναλιού  $\sigma_{s,k}^2$  για το  $k$ -οστό υποκανάλι.

Εστω τώρα ότι στο διάνυσμα παρατήρησης  $\mathbf{y}^{(k)}$  το οποίο έχει θεωρηθεί αυθαίρετα μεγάλο περιέχεται ολόκληρο το σύμβολο συγχρονισμού για το υποσύστημα OFDM  $\tilde{N}$  υποφερόντων που ορίζεται στο  $k$ -οστό υποκανάλι. Λόγω της επαναληπτικής φύσης του διανύσματος μεταλλάσσεται η μορφή του πίνακα αυτοσυσχέτισης του διανύσματος παρατήρησης, ο οποίος μπορεί να γραφεί με την μορφή:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} (\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_p & & & \mathbf{0}_{p \times (\tilde{N}+q)} \\ \text{-----} & & \text{-----} & \text{-----} \\ \mathbf{0}_{\tilde{N} \times p} & & \mathbf{C}_{\tilde{N}} & \mathbf{0}_{\tilde{N} \times q} \\ \text{-----} & & \text{-----} & \text{-----} \\ & \mathbf{0}_{q \times (\tilde{N}+p)} & & (\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2) \mathbf{I}_q \end{bmatrix} \quad (8.76)$$

όπου  $p$  είναι ο αριθμός δειγμάτων σήματος που προηγούνται του συμβόλου συγχρονισμού,  $q$  ο αριθμός δειγμάτων σήματος που έπονται του συμβόλου συγχρονισμού και με  $\mathbf{C}_{\tilde{N}}$  συμβολίζεται ο πίνακας αυτοσυσχέτισης που περιέχει το σύμβολο την αρχή του οποίου θέλουμε να εκτιμήσουμε. Ο πίνακας  $\mathbf{C}_{\tilde{N}}$  έχει την ίδια δομή με αυτή που εκτιμήθηκε στην παράγραφο 7.2. Αν το σήμα έχει υποστεί ολίσθηση συχνότητας  $\varepsilon$  και οριστεί ο μιγαδικός πολλαπλασιαστής  $\beta = e^{-\frac{2\pi j \varepsilon}{L}}$  που εκφράζει τη μεταβολή φάσης που πραγματοποιείται μεταξύ αντιστοίχων δειγμάτων διαδοχικών επαναλαμβανόμενων τμημάτων, τότε ο πίνακας  $\mathbf{C}_{\tilde{N}}$  μπορεί να γραφτεί ως:

$$\mathbf{C}_{\tilde{N}} = \left( \mathbf{A} \begin{bmatrix} \sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2 & \beta \sigma_{s,k}^2 & \beta^2 \sigma_{s,k}^2 & \dots & \beta^{L-1} \sigma_{s,k}^2 \\ \beta^{-1} \sigma_{s,k}^2 & \sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2 & \beta \sigma_{s,k}^2 & \ddots & \vdots \\ \beta^{-2} \sigma_{s,k}^2 & \beta^{-1} \sigma_{s,k}^2 & \ddots & \ddots & \beta^2 \sigma_{s,k}^2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2 & \beta \sigma_{s,k}^2 \\ \beta^{-L+1} \sigma_{s,k}^2 & \dots & \beta^{-2} \sigma_{s,k}^2 & \beta^{-1} \sigma_{s,k}^2 & \sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2 \end{bmatrix} \mathbf{A} \right) \otimes \mathbf{I}_{\tilde{N}/L} \quad (8.77)$$

όπου  $\mathbf{A}$  είναι ο  $L \times L$  διαγώνιος πίνακας που περιέχει το πρότυπο προσήμων για τον αλγόριθμο συγχρονισμού που χρησιμοποιείται. Δηλαδή για τον αλγόριθμο Shi-Serpadin ισχύει ότι:  $\mathbf{A} =$

$\text{diag}([1, 1, -1, 1])$ . Ο τελεστής  $\otimes$  υποδηλώνει το γινόμενο Kronecker. Ο συγκεκριμένος πίνακας αποδεικνύεται ότι έχει συγκεκριμένη μορφή κατά την αντιστροφή του. Συγκεκριμένα ισχύει ότι:

$$\mathbf{C}_{\tilde{N}}^{-1} = \frac{c}{(\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2)(c+L-1)(c-1)} \mathbf{A} \begin{bmatrix} c+L-2 & -\beta & -\beta^2 & \dots & -\beta^{L-1} \\ -\beta^{-1} & c+L-2 & -\beta & \ddots & \vdots \\ -\beta^{-2} & -\beta^{-1} & \ddots & \ddots & -\beta^2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & c+L-2 & -\beta \\ -\beta^{-L+1} & \dots & -\beta^{-2} & -\beta^{-1} & c+L-2 \end{bmatrix} \mathbf{A} \otimes \mathbf{I}_{\tilde{N}/L} \quad (8.78)$$

Ο συνολικός αντίστροφος του πίνακα συσχέτισης για το διάνυσμα παρατήρησης προκύπτει μέσω αντιστροφής του μπλοκ διαγωνίου πίνακα της (8.76). Από τις ιδιότητες των μπλοκ διαγωνίων πινάκων ισχύει:

$$\mathbf{C}^{-1} = \text{diag} \left( \left[ \frac{1}{\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2} \mathbf{I}_p, \mathbf{C}_{\tilde{N}}^{-1}, \frac{1}{\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2} \mathbf{I}_q \right] \right) \quad (8.79)$$

όπου ορίστηκε η σταθερά  $c$  ως  $c = \frac{snr_k + 1}{snr_k}$  με το  $snr_k$  να εκφράζει το σηματοθορυβικό λόγο για το συγκεκριμένο υποκανάλι (γραμμική έκφραση).

Μετά τον υπολογισμό του αντίστροφου του πίνακα αυτοσυσχέτισης μπορούμε να προχωρήσουμε στην ανάλυση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του διανύσματος παρατήρησης με παραμέτρους το σημείο συγχρονισμού που προσδιορίζει την αρχή του συμβόλου συγχρονισμού και την ολίσθηση συχνότητας

$$f(\mathbf{y}^{(k)}/\varepsilon, n_0) = \frac{e^{-(\mathbf{y}^{(k)})^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}^{(k)}}}{(\pi)^U |\mathbf{C}|} \quad (8.80)$$

Αν θελήσουμε να υπολογίσουμε την ML εκτίμηση με χρήση μόνο του συγκεκριμένου υποκαναλιού, αυτή προσδιορίζεται με την ακόλουθη τυπική διαδικασία. Πρώτα καθορίζεται ότι οι ML εκτιμήσεις των παραμέτρων  $n_0$  και  $\varepsilon$  δίνονται από τον κανόνα:

$$(\hat{\varepsilon}, n_0) = \arg \max_{\varepsilon, n_0} f(\mathbf{y}^{(k)}/\varepsilon, n_0) \quad (8.81)$$

και λόγω της μονοτονίας της εκθετικής συνάρτησης στη διαδικασία εύρεσης των τιμών των παραμέτρων που ικανοποιούν τον κανόνα της ML εκτίμησης, λαμβάνεται η συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας με λογαρίθμηση της pdf. Πρώτα όμως εκφράζεται το διάνυσμα παρατήρησης στην εξής μπλοκ μορφή:

$$(\mathbf{y}^{(k)})^T = \left[ (\mathbf{y}_p^{(k)})^T \quad (\mathbf{y}_{\tilde{N}}^{(k)})^T \quad (\mathbf{y}_q^{(k)})^T \right]^T \quad (8.82)$$

Στο πρώτο μπλοκ διάνυσμα περιέχονται τα  $p$  δείγματα που προηγούνται του προοιμίου συγχρονισμού, στο τρίτο μπλοκ διάνυσμα τα δείγματα  $q$  που έπονται, ενώ το δεύτερο διάνυσμα περιέχει το επαναλαμβανόμενο σήμα ενδιαφέροντος και μπορεί με τη σειρά του να γραφεί ως το ακόλουθο μπλοκ διάνυσμα:

$$(\mathbf{y}_{\tilde{N}}^{(k)})^T = \left[ (\mathbf{y}_{L,0}^{(k)})^T \quad (\mathbf{y}_{L,1}^{(k)})^T \quad \dots \quad (\mathbf{y}_{L,L-1}^{(k)})^T \right]^T \quad (8.83)$$

Η συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας μετά από πράξεις προκύπτει ίση με:

$$\begin{aligned} \Lambda(\varepsilon, n_0) = & -U \ln(\pi) - \ln |\mathbf{C}| - \\ & - \frac{1}{\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2} \left[ \left( \mathbf{y}_p^{(k)} \right)^H \mathbf{y}_p^{(k)} + \left( \mathbf{y}_q^{(k)} \right)^H \mathbf{y}_q^{(k)} + \left( \mathbf{y}_{\tilde{N}}^{(k)} \right)^H \mathbf{y}_{\tilde{N}}^{(k)} + \frac{(L-1) \text{snr}_k^2}{L \text{snr}_k + 1} \sum_{i=0}^{L-1} \left( \mathbf{y}_{L,i}^{(k)} \right)^H \mathbf{y}_{L,i}^{(k)} \right] + \\ & + \frac{2}{\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2} \sum_{i=0}^{L-2} \sum_{l=i+1}^{L-1} \alpha_i \alpha_l \frac{(\text{snr}_k + 1) \text{snr}_k}{L \text{snr}_k + 1} \text{Re} \left[ \left( \mathbf{y}_{L,i}^{(k)} \right)^H \mathbf{y}_{L,l}^{(k)} e^{-2\pi j \frac{l-i}{L} \varepsilon} \right] \end{aligned} \quad (8.84)$$

Στο επόμενο βήμα απορρίπτουμε από τη συνάρτηση όλους τους όρους εκείνους που δεν εξαρτώνται από τη θέση του σημείου συγχρονισμού και την ολίσθηση συχνότητας καθώς δεν επηρεάζουν την μονοτονία της. Έτσι αποσύρονται οι σταθεροί όροι, η ορίζουσα, αλλά και το συνολικό άθροισμα  $\left( \mathbf{y}_p^{(k)} \right)^H \mathbf{y}_p^{(k)} + \left( \mathbf{y}_q^{(k)} \right)^H \mathbf{y}_q^{(k)} + \left( \mathbf{y}_{\tilde{N}}^{(k)} \right)^H \mathbf{y}_{\tilde{N}}^{(k)}$  καθώς αποτελεί το συνολικό άθροισμα της ισχύος των δειγμάτων του διανύσματος παρατήρησης που ως μέγεθος δεν εξαρτάται από το σημείο συγχρονισμού και κατά συνέπεια δεν προσφέρει ωφέλιμη πληροφορία προς τον προσδιορισμό των παραμέτρων.

Άλλο ένα μέτρο που μπορεί να ληφθεί για την απλοποίηση της σχέσης είναι το ακόλουθο. Τα υποδιανύσματα παρατήρησης που υπάρχουν στη σχέση ως γνωστό μοντελοποιούνται με την κατανομή  $\mathcal{N}\left(0, \left(\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2\right) \mathbf{I}\right)$ . Κατά συνέπεια με πολλαπλασιασμό κάθε υποδιανύσματος με τον όρο  $\frac{1}{\sqrt{\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2}}$  η κατανομή των κανονικών μεταβλητών κανονικοποιείται και λαμβάνει τη μορφή  $\mathcal{N}(0, \mathbf{I})$ . Έτσι η συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας καταλήγει στη μορφή:

$$\begin{aligned} \Lambda(\varepsilon, n_0) = & - \frac{(L-1) \text{snr}_k^2}{L \text{snr}_k + 1} \sum_{n=n_0}^{\tilde{N}+n_0-1} \left| y_n^{(k)} \right|^2 + \\ & + 2 \frac{(\text{snr}_k + 1) \text{snr}_k}{L \text{snr}_k + 1} \sum_{i=0}^{L-2} \sum_{l=i+1}^{L-1} \sum_{n=n_0}^{\frac{\tilde{N}}{L} + n_0 - 1} \alpha_i \alpha_l \text{Re} \left( e^{-\frac{2\pi j \varepsilon (l-i)}{L}} y_{n+i\frac{\tilde{N}}{L}}^{(k)*} y_{n+l\frac{\tilde{N}}{L}}^{(k)} \right) \end{aligned} \quad (8.85)$$

Τα  $\alpha_i$  συμβολίζουν το  $i$ -οστό στοιχείο της διαγωνίου του πίνακα  $\mathbf{A}$ , δηλαδή το πρόσημο σύμφωνα με το ακολουθούμενο πρότυπο για το ανάλογο τμήμα του συμβόλου συγχρονισμού.

Στο σημείο αυτό της ανάλυσης η διαδικασία διακόπτεται. Ο λόγος είναι ότι το επιθυμητό είναι η εξαγωγή της από κοινού εκτίμησης για όλα τα υποκανάλια της ίδιας ομάδας που περιέχουν σήμα προερχόμενο από το CR. Έστω ότι τα υποκανάλια της ίδιας ομάδας με CR σήμα έχουν δείκτες που περιέχονται στο διάνυσμα  $J_X$ . Το  $X$  μπορεί να λάβει τις τιμές  $A$  και  $B$ , αντιπροσωπεύοντας το άνω ή κάτω συγκρότημα φίλτρων της MDFT δομής, ενώ οι δείκτες που περιέχονται στο  $J_X$  είναι είτε μόνο άρτιοι είτε περιττοί. Αν πχ  $X = A$  και τα δείγματα που περιέχονται είναι άρτια, τότε η υπό εξέταση ομάδα είναι η ομάδα  $a$  του σχήματος 8.18.

Δεδομένου ότι οι έξοδοι των φίλτρων για τα υποκανάλια της ίδιας ομάδας είναι ανεξάρτητες, η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για τα διανύσματα παρατήρησης των υποκαναλιών του συνόλου  $J_X$  δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} f\left(\mathbf{y}^{(J_X(1))}, \mathbf{y}^{(J_X(2))}, \dots\right) &= f\left(\mathbf{y}^{(J_X(1))}\right) f\left(\mathbf{y}^{(J_X(2))}\right) \dots = \\ &= \frac{1}{(\pi)^{U \text{length}(J_X)} \prod_{m=1}^{\text{length}(J_X)} |\mathbf{C}_{J_X(m)}|} e^{-\sum_{m=1}^{\text{length}(J_X)} \left(\mathbf{y}^{(J_X(m))}\right)^H \mathbf{C}_{J_X(m)}^{-1} \mathbf{y}^{(J_X(m))}} \end{aligned} \quad (8.86)$$

όπου η συνάρτηση  $\text{length}$  επιστρέφει τον αριθμό των στοιχείων ενός διανύσματος. Η παρατήρηση της (8.86) οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η συνολική συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας προ-

κύπτει από το άθροισμα των επιμέρους συναρτήσεων των υποκαναλιών που αποτελούν το σύνολο  $J_X$ . Άρα:

$$\begin{aligned} \Lambda(\varepsilon, n_0) &= \sum_{m=1}^{\text{length}(J_X)} \Lambda_{J_X(m)}(\varepsilon, n_0) = \\ &= \sum_{m=1}^{\text{length}(J_X)} \left( -\frac{(L-1) \text{snr}_{J_X(m)}^2}{L \text{snr}_{J_X(m)} + 1} R_{J_X(m)} + 2 \frac{(\text{snr}_{J_X(m)} + 1) \text{snr}_{J_X(m)}}{L \text{snr}_{J_X(m)} + 1} P_{J_X(m)} \right) \end{aligned} \quad (8.87)$$

όπου

$$R_{J_X(m)} = \sum_{n=n_0}^{\tilde{N}+n_0-1} \left| y_n^{(J_X(m))} \right|^2 \quad (8.88)$$

και

$$P_{J_X(m)} = \sum_{i=0}^{L-2} \sum_{l=i+1}^{L-1} \sum_{n=n_0}^{\frac{\tilde{N}}{L}+n_0-1} \alpha_i \alpha_l \text{Re} \left( e^{-\frac{2\pi j \varepsilon (l-i)}{L}} y_{n+i\frac{\tilde{N}}{L}}^{(J_X(m))} y_{n+l\frac{\tilde{N}}{L}}^{(J_X(m))} \right) \quad (8.89)$$

Στη συνολική συνάρτηση πιθανοφάνειας ενοποιούνται όλοι οι όροι των  $P_{J_X(m)}$  που έχουν τον ίδιο εκθετικό όρο, ορίζοντας επί μέρους μετρικά. Δηλαδή:

$$e^{-\frac{2\pi j \varepsilon u}{L}} P_u = e^{-\frac{2\pi j \varepsilon u}{L}} \sum_{m=1}^{\text{length}(J_X)} 2 \frac{(\text{snr}_{J_X(m)} + 1) \text{snr}_{J_X(m)}}{L \text{snr}_{J_X(m)} + 1} \sum_{i=0, i+u < L}^{L-2} \sum_{n=n_0}^{\frac{\tilde{N}}{L}+n_0-1} \alpha_i \alpha_{i+u} y_{n+i\frac{\tilde{N}}{L}}^{(J_X(m))} y_{n+(i+u)\frac{\tilde{N}}{L}}^{(J_X(m))} \quad (8.90)$$

ενώ επίσης ορίζεται το:

$$R = \sum_{m=1}^{\text{length}(J_X)} \frac{(L-1) \text{snr}_{J_X(m)}^2}{L \text{snr}_{J_X(m)} + 1} R_{J_X(m)} \quad (8.91)$$

Με χρήση των νέων ορισμών, η συνάρτηση πιθανοφάνειας μπορεί να γραφτεί με τη μορφή:

$$\Lambda(\varepsilon, n_0) = -R + \sum_{u=1}^{L-1} \text{Re} \left( e^{-\frac{2\pi j \varepsilon u}{L}} P_u \right) \quad (8.92)$$

Αυτή η μορφή μας επιτρέπει να φράξουμε τη συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας, ενώ παράλληλα εξαλείφεται ο παράγοντας της συχνοτικής ολίσθησης ώστε να βρεθεί η τιμή του  $n_0$  εκείνη που μεγιστοποιεί την πιθανοφάνεια και η οποία ορίζει την εκτίμηση του σημείου συγχρονισμού.

Έτσι:

$$\Lambda(\varepsilon, n_0) \leq \Lambda(n_0) = -R + \sum_{u=1}^{L-1} |P_u| \quad (8.93)$$

Το τελευταίο βήμα ορίζει το μετρικό του χρονικού συγχρονιστή. Το δείγμα που ορίζει διανύσματα παρατήρησης τέτοια ώστε να μεγιστοποιηθεί η τιμή του μετρικού, δίνει και την ML εκτίμηση του  $n_0$ :

$$\hat{n}_0 = \arg \max_{n_0} \left( -R + \sum_{u=1}^{L-1} |P_u| \right) \quad (8.94)$$

Μαθηματικά η εκτίμηση της παραμέτρου που μεγιστοποιεί τη συνάρτηση πιθανοφάνειας για την ολίσθηση συχνότητας δεν είναι εύκολο να εξαχθεί λόγω της ύπαρξης της ολίσθησης  $\varepsilon$  σε πολλούς εκθετικούς παράγοντες για διάφορα  $u$ . Μια απλή προσέγγιση που με επιτυχία δίνει τιμή εκτίμησης πολύ κοντά στην πραγματική ML εκτίμηση προκύπτει με παρατήρηση της (8.90). Για  $u = 1$  ο αριθμός των προσθετών που ορίζει το  $P_u$  μεγιστοποιείται ( $L-1$  συνιστώσες για κάθε υποκανάλι). Όταν  $u = 1$  υπολογίζεται η συσχέτιση ενός τμήματος με το αμέσως επόμενο του, οπότε η αποσυσ-

σχέτιση μεταξύ δυο διαδοχικών επαναλαμβανόμενων τμημάτων είναι η μικρότερη δυνατή. Λόγω αυτού αναμένεται οι επιμέρους προσθετοί που συνιστούν το  $P_1$  να είναι κατά πλάτος μεγαλύτεροι από τους υπολοίπους. Συνεπώς θεωρείται πως η μεγιστοποίηση της συνάρτησης πιθανοφάνειας συναρτήσει της ολίσθησης συχνότητας ταυτίζεται με τη μεγιστοποίηση του όρου  $P_1$ . Τελικά η εκτίμηση της συχνότητας ολίσθησης προκύπτει με βάση της σχέση:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{L}{2\pi} \arg(P_1(\hat{n}_0)) \quad (8.95)$$

Για το μετρικό  $P_1(\hat{n}_0)$  χρησιμοποιείται ως όρισμα το εκτιμώμενο σημείο συγχρονισμού καθώς η εκτίμηση ολίσθησης είναι βέλτιστη όταν υπολογίζεται στο σημείο συγχρονισμού και η εκτίμηση που δίνει το  $\hat{n}_0$  είναι όπως δείχθηκε η καλύτερη δυνατή.

#### 8.4.4 Εξάρτηση από τους Σηματοθορυβικούς Λόγους

Είναι προφανές στην όλη διαδικασία ότι στην ML εκτίμηση των παραμέτρων συγχρονισμού κρίσιμο ρόλο παίζουν οι σηματοθορυβικοί λόγοι στο κάθε υποκανάλι. Κάτι τέτοιο ήταν αναμενόμενο καθώς η εκτίμηση που παρέχεται από υποκανάλι υψηλού SNR έχει μεγαλύτερο βαθμό αξιοπιστίας και για αυτό πρέπει να αυξηθεί η επιρροή της στο τελικό, συνολικό αποτέλεσμα. Με αυτόν τον τρόπο λοιπόν επιτυγχάνεται διαφορισιμότητα στο πεδίο της συχνότητας όσον αφορά την εκτίμηση του σημείου συγχρονισμού και της ολίσθησης συχνότητας, κάτι που δεν θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί αν ο συγχρονισμός γινόταν στο πλήρες σήμα πριν ή μετά το στάδιο ανάλυσης του δέκτη.

Προκύπτει από την άλλη ένα θέμα που αφορά την εκτίμηση του σηματοθορυβικού λόγου έτσι ώστε να είναι δυνατή η χρήση των μετρικών όπως ορίστηκαν και να γίνει εκμεταλλεύσιμη η πληροφορία που προέρχεται από ευνοημένα υποκανάλια. Γενικά πρέπει να θεωρείται δεδομένο ότι ο δέκτης διαθέτει πληροφορία σχετικά με το SNR του σήματος που λαμβάνει, ειδικά από τη στιγμή που ως CR σύστημα σκοπεύει να χρησιμοποιήσει προσαρμοστικούς αλγόριθμους λήψης. Για παράδειγμα τέτοιες διαδικασίες και εκτιμήσεις πραγματοποιούνται από τη μονάδα φασματικής ανίχνευσης του CR. Αν παρόλα αυτά θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχει τέτοια πληροφορία τότε για δεδομένη ισχύ θορύβου το SNR για το  $k$ -οστό υποκανάλι μπορεί να προσδιοριστεί με βάση τη σχέση:

$$snr_k = \frac{R_k}{\tilde{N}\sigma_w^2} - 1 \quad (8.96)$$

Το μετρικό  $R_k$  είναι ουσιαστικά ο υπολογισμός του ενεργειακού ανιχνευτή με  $\tilde{N}$  δείγματα της εξόδου του συγκεκριμένου υποκαναλιού. Από τη στιγμή που μπορούμε να θεωρήσουμε τοπικά και κατά προσέγγιση το κανάλι επίπεδο, ο ενεργειακός ανιχνευτής είναι ο ML εκτιμητής της ισχύος του εισερχόμενου σήματος και έχει μέση τιμή  $N(\sigma_{s,k}^2 + \sigma_w^2)$ . Κατά συνέπεια η παραπάνω σχέση παρέχει έναν αμερόληπτο εκτιμητή του σηματοθορυβικού λόγου.

Από την άλλη αν θεωρηθεί άγνωστη και η διασπορά του προσθετικού θορύβου, στο [80] δίνεται ένας άλλος εκτιμητής στην περίπτωση που ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί  $L = 2$ . Παρόλα αυτά η χρήση της συγκεκριμένης εκτίμησης δεν είναι κατάλληλη για την περίπτωση καθώς προϋποθέτει ότι ο υπολογισμός γίνεται σε σημείο συγχρονισμού.

Γενικά όμως είναι λογικό να υπάρχει απαίτηση από το CR σύστημα γνώσης των βασικών αυτών μεγεθών. Αν υπάρχει τουλάχιστον επαρκής εκτίμηση της ισχύος θορύβου, τότε ο αλγόριθμος μπορεί με χρήση του ενεργειακού ανιχνευτή  $\tilde{N}$  σημείων να προσδιορίσει με αρκετά καλά αποτελέσματα το SNR για το συγκεκριμένο υποκανάλι.

### 8.4.5 Στατιστικές Ιδιότητες της εκτίμησης ολίσθησης συχνότητας

Με βάση τη σχέση (8.90) η τιμή του μεγέθους  $P_1$  είναι:

$$\begin{aligned} P_1 &= \sum_{m=1}^J 2 \frac{(snr_m + 1) snr_m}{Lsnr_m + 1} \sum_{i=0}^{L-2} \alpha_i \alpha_{i+1} \left( \mathbf{y}_{L,i}^{(m)} \right)^H \mathbf{y}_{L,i+1}^{(m)} = \\ &= \sum_{m=1}^J 2 \frac{(snr_m + 1) snr_m}{Lsnr_m + 1} P_{1,m} \end{aligned} \quad (8.97)$$

όπου για λόγους σημειογραφικής απλοποίησης αποδόθηκαν δείκτες στο σύνολο των υποκαναλιών  $J_X$  της υπό μελέτη ομάδας με διαδοχικό αύξοντα αριθμό και συνολικό αριθμό  $J$ . Πρέπει όμως να υπάρχει προσοχή καθώς πλέον π.χ. το  $snr_m$  δεν αναφέρεται στο  $m$ -οστό υποκανάλι του MDFT συγκροτήματος, αλλά στο  $m$ - υποκανάλι της υπό μελέτη ομάδας φίλτρων και μπορεί να είναι οποιαδήποτε έξοδος στο άνω ή κάτω πολυφασικό συγκρότημα της MDFT δομής.

Στο [152] περιγράφεται μια διαδικασία την οποία αν ακολουθήσουμε πιστά εξάγουμε το αποτέλεσμα ότι για το σφάλμα εκτίμησης της ολίσθησης συχνότητας ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\tan \left( \frac{2\pi}{L} (\hat{\varepsilon} - \varepsilon) \right) = \frac{\text{Im} (P_1 (n_0) \beta)}{\text{Re} (P_1 (n_0) \beta)} \quad (8.98)$$

Εξετάζοντας ξεχωριστά τα  $P_{1,m}$  για κάθε υποκανάλι που συμμετέχει προκύπτει ότι για το σημείο συγχρονισμού  $n_0$  ισχύει:

$$P_{1,m} = \sum_{i=0}^{L-2} \alpha_i \alpha_{i+1} (\mathbf{B}_i \alpha_i \mathbf{s}_m + \mathbf{w}_{m,i})^H (\mathbf{B}_{i+1} \alpha_{i+1} \mathbf{s}_m + \mathbf{w}_{m,i+1}) \quad (8.99)$$

όπου  $\mathbf{s}_m$  είναι το επαναλαμβανόμενο τμήμα του συμβόλου συγχρονισμού για το υποκανάλι  $m$ ,  $\mathbf{w}_{m,i}$  είναι το διάνυσμα του προσθετικού θορύβου για το  $i$ -οστό τμήμα του συμβόλου συγχρονισμού του υποκαναλιού, ενώ ο πίνακας  $\mathbf{B}_i$  περιέχει τις ολισθήσεις συχνότητας για το συγκεκριμένο τμήμα σήματος, δηλαδή:

$$\mathbf{B}_i = e^{\frac{2\pi j i \varepsilon}{L}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\frac{2\pi j \varepsilon}{\tilde{N}}} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & e^{\frac{2\pi j (\tilde{N}/L-1)\varepsilon}{\tilde{N}}} \end{bmatrix} \quad (8.100)$$

Κάνοντας τις πράξεις και θεωρώντας ότι λόγω της διαμόρφωσης σταθερής περιβάλλουσας στο σήμα του προοιμίου συγχρονισμού η συνολική ενέργεια που φέρει είναι σταθερή και ίση με  $\frac{\tilde{N}}{L} \sigma_{s,m}^2$ , προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} P_{1,m} (n_0) &= (L-1) \frac{\tilde{N}}{L} \sigma_{s,m}^2 \beta^{-1} + \underbrace{\mathbf{s}_m^H \left( \sum_{i=0}^{L-2} \alpha_i \mathbf{B}_i^H \mathbf{w}_{m,i+1} \right)}_{W_{m,1}} + \underbrace{\left( \sum_{i=0}^{L-2} \alpha_{i+1} \mathbf{w}_{m,i}^H \mathbf{B}_{i+1} \right) \mathbf{s}_m}_{W_{m,2}} + \\ &\quad + \underbrace{\sum_{i=0}^{L-2} \mathbf{w}_{m,i}^H \mathbf{w}_{m,i+1}}_{W_{m,3}} \end{aligned} \quad (8.101)$$

Στη σχέση προέκυψε ένας σταθερός όρος ολισθημένος συχνοτικά και τρεις τυχαίες μεταβλητές. Για να είναι εφικτή η συνέχεια της ανάλυσης πρέπει να γίνουν αρκετές προσεγγίσεις. Θεωρείται ότι και οι τρεις τετραγωνικές μορφές συσχέτισης είναι κανονικές τυχαίες μεταβλητές μέσω του



Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος δηλαδή δεχόμαστε ότι τα επιμέρους αθροίσματα είναι αρκετά μεγάλα ώστε να δικαιολογήσουν την εφαρμογή του. Ταυτόχρονα αγνοήθηκε το φίλτρο καθώς ισχύει ότι πρόκειται για φίλτρο sqrt-Nyquist. Επίσης είναι απολύτως σωστό να υποθέσουμε ότι η στροφή που εισάγει ο πίνακας  $\mathbf{B}_i$  στα διανύσματα θορύβου δεν έχει καμία επίπτωση στα στατιστικά χαρακτηριστικά τους. Σύμφωνα με τις παρατηρήσεις αυτές προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} W_{m,1} &\sim \mathcal{N}\left(0, \frac{L-1}{L} \tilde{N} \sigma_{s,m}^2 \sigma_w^2\right) \\ W_{m,2} &\sim \mathcal{N}\left(0, \frac{L-1}{L} \tilde{N} \sigma_{s,m}^2 \sigma_w^2\right) \\ W_{m,3} &\sim \mathcal{N}\left(0, \frac{L-1}{L} \tilde{N} \sigma_w^4\right) \end{aligned} \quad (8.102)$$

Εδώ πρέπει να γίνει μια διόρθωση. Κατά τη σύνθεση του εκτιμητή πραγματοποιήθηκε κανονικοποίηση των διανυσμάτων παρατήρησης ως προς την μέση ισχύ του σήματος. Το γεγονός αυτό παραλήφθηκε στην προσπάθεια εύρεσης των κατανομών. Για να γίνουν σωστά τα αποτελέσματα πρέπει να υπάρξει αντικατάσταση κάθε όρου διασποράς με τη μορφή:  $\sigma^2 \rightarrow \frac{\sigma^2}{\sigma_{s,m}^2 + \sigma_w^2}$ . Με την προσαρμογή της διόρθωσης αυτής και λόγω της ανεξαρτησίας μεταξύ των τριών όρων το άθροισμα τους θεωρείται ότι ακολουθεί κατανομή:

$$W_m \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{L-1}{L} \tilde{N} \frac{\sigma_w^2 (2\sigma_{s,m}^2 + \sigma_w^2)}{(\sigma_{s,m}^2 + \sigma_w^2)^2} = \frac{L-1}{L} \tilde{N} \left(\frac{2snr_m + 1}{(snr_m + 1)^2}\right)\right) \quad (8.103)$$

Σύμφωνα λοιπόν με τα αποτελέσματα αυτά η κατανομή του  $P_{1,m}$  προκύπτει ότι είναι κανονική με τις ακόλουθες παραμέτρους:

$$P_{1,m}(n_0) \sim \mathcal{N}\left((L-1) \frac{\tilde{N}}{L} \frac{snr_m}{snr_m + 1} \beta^{-1}, \frac{L-1}{L} \tilde{N} \left(\frac{2snr_m + 1}{(snr_m + 1)^2}\right)\right) \quad (8.104)$$

Στο επόμενο βήμα οδηγούμαστε πίσω στη σχέση (8.98) και γίνεται προσπάθεια προσέγγισης των κατανομών του αριθμητή και του παρονομαστή του δευτέρου σκέλους της εξίσωσης. Στην αρχή προσδιορίζεται η κατανομή του συνολικού όρου  $\beta P_1(n_0)$ . Δεδομένου ότι εκφράζεται ως άθροισμα κανονικών ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών με βάρη, η κατανομή θεωρείται επίσης κανονική με μέση τιμή το άθροισμα των μέσων τιμών και διασπορά το άθροισμα των διασπορών, αφού πρώτα εφαρμοστούν τα βάρη. Κατά συνέπεια:

$$P_1(n_0) \beta \sim \mathcal{N}\left(\sum_{m=1}^J \frac{2snr_m^2}{Lsnr_m + 1} \frac{(L-1) \tilde{N}}{L}, \sigma_{P_1}^2 = \sum_{m=1}^J 4 \frac{L-1}{L} \tilde{N} \left(\frac{snr_m^2 (2snr_m + 1)}{(Lsnr_m + 1)^2}\right)\right) \quad (8.105)$$

Από τη στιγμή που δεν υπάρχει λόγος να δοθεί εύνοια στο πραγματικό ή στο φανταστικό μέρος της τυχαίας μεταβλητής, θεωρείται ότι η διασπορά διαμοιράζεται εξίσου και στα δυο τμήματα. Όσον αφορά όμως τη μέση τιμή, αυτή παρατηρείται ότι είναι πραγματική και κατά συνέπεια ο λόγος της σχέσης (8.98) προκύπτει ως λόγος των τυχαίων μεταβλητών με χαρακτηριστικά:

$$\begin{aligned} \zeta &\sim \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma_{P_1}^2}{2}\right) \\ \eta &\sim \mathcal{N}\left(\sum_{m=1}^J \frac{2snr_m^2}{Lsnr_m + 1} \frac{(L-1) \tilde{N}}{L}, \frac{\sigma_{P_1}^2}{2}\right) \end{aligned} \quad (8.106)$$

Στην περίπτωση που το σφάλμα συχνότητας αναμένεται μικρό (δηλαδή ο εκτιμητής δουλεύει στο

δυναμικό εύρος τιμών σήματος που αποδίδει καλά), τότε η σχέση σφάλματος εκτίμησης (8.98) μπορεί να απλοποιηθεί ως  $\tan(x) \simeq x$  για  $x \rightarrow 0$ ):

$$\hat{\varepsilon} - \varepsilon \approx \frac{L}{2\pi} \frac{\zeta}{\eta} \quad (8.107)$$

Σύμφωνα με το [172] αν θεωρηθεί πως η τιμή του παρονομαστή δεν μπορεί να λάβει μηδενική τιμή τότε λόγω της μηδενικής μέσης τιμής του αριθμητή προκύπτει:

$$E(\hat{\varepsilon} - \varepsilon) \approx 0 \quad (8.108)$$

γεγονός που αποδεικνύει ότι για μικρά προσδοκώμενα σφάλματα στην εκτίμηση, ο εκτιμητής είναι αμερόληπτος. Όσον αφορά το μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκτίμησης πρέπει να γίνουν περαιτέρω προσεγγίσεις ώστε να υπολογιστεί. Αν θεωρηθεί ότι η διασπορά των τυχαίων μεταβλητών είναι πολύ μικρότερη από τη μέση τιμή του παρονομαστή, τότε ο λόγος μπορεί να θεωρηθεί ότι ισούται περίπου με:

$$\hat{\varepsilon} - \varepsilon \approx \frac{L}{2\pi} \frac{\zeta}{\sum_{m=1}^J \frac{2snr_m^2}{Lsnr_m+1} \frac{(L-1)\tilde{N}}{L}} \quad (8.109)$$

Κατά συνέπεια η μέση τιμή του τετραγώνου του που ισούται κατά προσέγγιση με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκτίμησης δίνεται από:

$$E((\hat{\varepsilon} - \varepsilon)^2) \approx \frac{L^2 \sigma_{P_1}^2}{8\pi^2 \left( \sum_{m=1}^J \frac{2snr_m^2}{Lsnr_m+1} \frac{(L-1)\tilde{N}}{L} \right)^2} \quad (8.110)$$

Με μια άλλη πιο γενική προσέγγιση, το τετράγωνο του σφάλματος θεωρείται λόγος μιας Γάμμα τυχαίας μεταβλητής και μιας σταθμισμένης, μη κεντρικής  $\chi^2$  μεταβλητής. Η μη κεντρική  $\chi^2$  μπορεί να προσεγγιστεί ως Γάμμα μέσω της προσέγγισης του Patnaik ([83]) με αποτέλεσμα ο συνολικός λόγος να προκύπτει ότι ακολουθεί την κατανομή F. Σε αυτή την περίπτωση η προσδοκώμενη τιμή προκύπτει από τη μέση τιμή της κατανομής.

#### 8.4.6 Πιθανότητα σφάλματος στην ανίχνευση του Preamble

Παρόμοια αποτελέσματα έχουν εξεταστεί αναλυτικά και με μεγάλη ακρίβεια στο κεφάλαιο που ασχολείται με την Ανίχνευση τριών καταστάσεων. Σκοπός της συγκεκριμένης παραγράφου είναι η εξαγωγή μιας προσέγγισης της πιθανότητας εσφαλμένης ανίχνευσης του προοιμίου συμβόλου για το συγκεκριμένο μετρικό εκτίμησης, χρησιμοποιώντας απλές προσεγγίσεις ώστε να μπορεί να υπολογιστεί εύκολα και άμεσα. Δεδομένου ότι η διαδικασία συγχρονισμού πραγματοποιείται σε υψηλότερα SNR σε σχέση με την Ανίχνευση Τριών Καταστάσεων, σχετικό σφάλμα στη τιμή του κατωφλίου είναι ανεκτό καθώς δε μεταβάλλει ουσιαστικά την επίδοση του ανιχνευτή.

Σύμφωνα με την (8.94), το μετρικό εκτίμησης του χρονικού σημείου συγχρονισμού, δηλαδή της ύπαρξης του προοιμίου δίνεται από:

$$T(n) = -R(n) + \sum_{u=1}^{L-1} |P_u(n)| \quad (8.111)$$

Αν θεωρηθεί ότι το σημείο  $n$  είναι τέτοιο ώστε να μην περιλαμβάνεται στο συγκεκριμένο σύνολο δειγμάτων που υπολογίζουν το μετρικό, το σύμβολο συγχρονισμού, τότε η τιμή του  $T(n)$  πρέπει να παραμένει χαμηλή έτσι ώστε να είναι δυνατή η διάκριση του preamble όταν αυτό φθάσει. Το

μετρικό αναλύεται ανά φίλτρο σύμφωνα με τις σχέσεις (8.88) και (8.89):

$$T(n) = - \sum_{m=1}^J w_m^{(R)} R_m(n) + \left| \sum_{m=1}^J w_m^{(P)} P_{1,m}(n) \right| + \left| \sum_{m=1}^J w_m^{(P)} P_{2,m}(n) \right| + \dots \quad (8.112)$$

όπου με  $w_m^{(P)}$  και  $w_m^{(R)}$  συμβολίστηκαν οι συντελεστές που πολλαπλασιάζουν τα μετρικά ανά υπο-κανάλι.

Η κατανομή των  $R_m(n)$  είναι γνωστή καθώς είναι ενέργεια τυχαίων OFDM δειγμάτων. Παρόλα αυτά δεν χρησιμοποιείται η ανάλυση της παραγράφου 4.5 καθώς αναζητούνται απλοποιημένες εκφράσεις. Σύμφωνα με μια απλή εκδοχή το  $R_m(n)$  είναι μεταβλητή Γάμμα και συγκεκριμένα ακολουθεί την  $\mathcal{G}(\tilde{N}, 1)$  αφού γίνει ακόμη μια φορά υπενθύμιση ότι στον υπολογισμό του μετρικού πραγματοποιείται κανονικοποίηση ισχύος των διανυσμάτων παρατήρησης. Όσο ο αριθμός των προσθετέων που διαμορφώνουν τα επιμέρους  $R_m(n)$  και εν τέλει το συνολικό  $R(n)$  πληθαίνει, τόσο λαμβάνει ισχύ και μια ακόμη απλούστερη προσέγγιση με χρήση του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος.

Από την ανάλυση της παραγράφου 8.4.5 προέκυψε η προσέγγιση του  $P_1$  με κανονική κατανομή. Με ανάλογη ανάλυση μιας και σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει σύμβολο συγχρονισμού προκύπτει ότι η μεταβλητή  $P_{1,m}$  ακολουθεί την κατανομή:

$$P_{1,m} \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{(L-1)\tilde{N}}{L}\right) \quad (8.113)$$

και συνεπώς η συνολική κατανομή του  $P_1$  λόγω ανεξαρτησίας των επιμέρους προσθετέων προκύπτει:

$$P_1 \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{(L-1)\tilde{N}}{L} \sum_{m=1}^J \left(w_m^{(P)}\right)^2\right) \quad (8.114)$$

Η κατανομή του πλάτους της  $P_1$  από τη στιγμή που πρόκειται για κανονική, μιγαδική, τυχαία μεταβλητή προκύπτει Rayleigh και συγκεκριμένα:

$$|P_1| \sim \text{Rayleigh}\left(\sqrt{\frac{(L-1)\tilde{N}}{2L} \sum_{m=1}^J \left(w_m^{(P)}\right)^2}\right) \quad (8.115)$$

Ανάλογα μπορούν να προσεγγιστούν οι κατανομές για κάθε  $P_l$  οδηγώντας στον γενικό κανόνα περιγραφής τους:

$$\begin{aligned} P_l &\sim \mathcal{N}\left(0, \frac{(L-l)\tilde{N}}{L} \sum_{m=1}^J w_m^{(P)2}\right) \\ |P_l| &\sim \text{Rayleigh}\left(\sqrt{\frac{(L-l)\tilde{N}}{2L} \sum_{m=1}^J \left(w_m^{(P)}\right)^2}\right) \end{aligned} \quad (8.116)$$

Με την εφαρμογή των αποτελεσμάτων αυτών στη σχέση (8.112) προκύπτει ότι η μέση τιμή του μετρικού δίνεται από:

$$E(T(n)) = -\tilde{N} \sum_{m=1}^J w_m^{(R)} + \sum_{l=1}^{L-1} \sqrt{\frac{\pi(L-l)\tilde{N}}{4L} \sum_{m=1}^J \left(w_m^{(P)}\right)^2} \quad (8.117)$$

Ο υπολογισμός της διασποράς είναι αρκετά πιο σύνθετη διαδικασία καθώς υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών  $R_m(n)$  και  $P_{1,m}(n)$  που εμφανίζονται στο άθροισμα. Καθότι είναι δύσκολος

ο υπολογισμός της συμμεταβλητότητας λόγω της ύπαρξης της απόλυτης τιμής, πραγματοποιείται υπολογισμός των μεγεθών συμμεταβλητότητας με την ισχύ του  $P_1$ :

$$\text{cov}\left(R, |P_1|^2\right) = \sum_{m=1}^J w_m^{(R)} \left(w_m^{(P)}\right)^2 \text{cov}\left(R_m, |P_{1,m}|^2\right) \quad (8.118)$$

όπου η διάσπαση στο άθροισμα του δεύτερου μέλους της σχέσης πραγματοποιήθηκε λόγω της ανεξαρτησίας των σημάτων των υποκαναλιών της ίδιας ομάδας. Ο υπολογισμός της συσχέτισης  $\text{cov}\left(R_m, |P_{1,m}|^2\right)$  ακολουθεί αφού σημειωθεί ότι αγνοήθηκαν οι παράγοντες μεταβολής προσήμων ως μη έχοντες καμία επίδραση από τη στιγμή που το διάνυσμα παρατήρησης δεν περιέχει το σύμβολο συγχρονισμού. Ο υπολογισμός της συμμεταβλητότητας γίνεται θεωρώντας τον αλγόριθμο Shi-Sepradin ( $L = 4$ ) για να είναι πιο κατανοητή η απόδειξη. Στο τέλος της διαδικασίας παρέχεται και γενικός τύπος. Ισχύει:

$$\text{cov}\left(R_m, |P_{1,m}|^2\right) = \text{cov}\left(\begin{array}{l} \left(\mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_2 + \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_3\right) \times \\ \left(\mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_2 + \right. \\ \left. \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_2 + \right. \\ \left. \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3 \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3 \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_2 + \right) \end{array}\right)^{(m)} \quad (8.119)$$

όπου το διάνυσμα παρατήρησης έχει χωριστεί σε  $L = 4$  μπλοκ διανύσματα, δηλαδή:  $\left(\mathbf{y}^{(m)}\right)^T = \left[ \left(\mathbf{y}_0^{(m)}\right)^T \left(\mathbf{y}_1^{(m)}\right)^T \left(\mathbf{y}_2^{(m)}\right)^T \left(\mathbf{y}_3^{(m)}\right)^T \right]^T$  αλλά για λόγους απλοποίησης της παράστασης οι δείκτες του υποκαναλιού στον υπολογισμό της συμμεταβλητότητας έχουν παραληφθεί. Τα υποδιαμύσματα είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα και κατά συνέπεια μηδενίζεται ένας μεγάλος αριθμός όρων κατά την ανάπτυξη του ορίσματος και μετά τις πράξεις:

$$\text{cov}\left(R_m, |P_{1,m}|^2\right) = \text{cov}\left(\begin{array}{l} \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_0 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_0^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_1 + \\ \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_1^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3 \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_2 + \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_3 \mathbf{y}_2^H \mathbf{y}_3 \mathbf{y}_3^H \mathbf{y}_2 \end{array}\right)^{(m)} \quad (8.120)$$

Τελικά και με βάση το γεγονός ότι  $\mathbf{y}_i^H \mathbf{y}_i \sim \mathcal{G}(\tilde{N}/L, 1)$  προκύπτει ότι:

$$\text{cov}\left(R_m, |P_{1,m}|^2\right) = 2 \cdot 3 \frac{\tilde{N}}{4} \rightarrow \frac{2(L-1)\tilde{N}}{L}$$

όπου συμπεριλαμβάνεται και η γενικότερη έκφραση για οποιοδήποτε  $L$ . Με ανάλογο τρόπο αποδεικνύεται ο γενικός τύπος για  $l = 1, \dots, L-1$ :

$$\text{cov}\left(R_m, |P_{l,m}|^2\right) = \frac{2(L-l)\tilde{N}}{L} \quad (8.121)$$

Με εφαρμογή της (8.121) στην (8.118) προκύπτει ότι:

$$\text{cov}\left(R, |P_l|^2\right) = \frac{2(L-l)\tilde{N}}{L} \sum_{m=1}^J w_m^{(R)} \left(w_m^{(P)}\right)^2 \quad (8.122)$$

Για να περάσουμε από τη συμμεταβλητότητα με την ισχύ των  $P_l$  στη συμμεταβλητότητα πλάτους, χρησιμοποιείται ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient). Από τη στιγμή που πλάτος και ισχύς έχουν 1-1 σχέση, τότε ο συντελεστής συσχέτισης τους με την τυχαία μεταβλητή  $R$  πρέπει να

παραμένει σταθερός. Με αυτή την παρατήρηση αποδεικνύεται ότι:

$$\rho = \frac{\text{cov}(R, |P_l|^2)}{\sigma_R \sigma_{|P_l|^2}} = \frac{2 \sum_{m=1}^J w_m^{(R)} (w_m^{(P)})^2}{\sqrt{\tilde{N} \sum_{m=1}^J (w_m^{(R)})^2 \sum_{m=1}^J (w_m^{(P)})^2}} = \frac{\text{cov}(R, |P_l|)}{\sigma_R \sigma_{|P_l|}} \Rightarrow$$

$$\text{cov}(R, |P_l|) = \sqrt{\frac{(4 - \pi)(L - l) \tilde{N}}{L} \frac{\sum_{m=1}^J w_m^{(R)} (w_m^{(P)})^2}{\sum_{m=1}^J (w_m^{(P)})^2}} \quad (8.123)$$

Η συνολική διασπορά για το μετρικό, όταν αυτό δεν περιέχει το σήμα συγχρονισμού προκύπτει ότι δίνεται από:

$$\text{var}(T(n)) = \tilde{N} \sum_{m=1}^J (w_m^{(R)})^2 + \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{m=1}^J (w_m^{(P)})^2 \frac{\tilde{N}(4 - \pi)(L - l)}{4L} + 2 \sum_{l=1}^{L-1} \text{cov}(R, |P_l|) \quad (8.124)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε ο τύπος της διασποράς της Rayleigh μεταβλητής και της διασποράς του αθροίσματος συσχετισμένων μεταβλητών.

Η προσέγγιση της κατανομής μπορεί να γίνει με δυο τρόπους:

- Με απευθείας προσέγγιση του αποτελέσματος με κανονική μεταβλητή μέσης τιμής που δίνεται από τη σχέση (8.117) και τη διασπορά της σχέσης (8.124). Ευνοεί το γεγονός ότι η μεταβλητή προκύπτει ως συνολικό άθροισμα πολλών τυχαίων μεταβλητών, χρησιμοποιώντας έτσι μια γενίκευση του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος.
- Υπολογίζεται το άθροισμα των  $L - 1$  Rayleigh μέσω αριθμητικής επίλυσης του συνελκτικού ολοκληρώματος τους. Η κατανομή του  $R$  ως άθροισμα Γάμμα μεταβλητών προσεγγίζεται επίσης ως Γάμμα μεταβλητή σύμφωνα με το [87]. Η διαφορά τους υπολογίζεται με αριθμητική επίλυση του συνελκτικού ολοκληρώματος, αφού πρώτα έχει αυξηθεί η διασπορά του  $R$  για να συμπεριλάβει την αύξηση της συνολικής διασποράς λόγω της ύπαρξης της συμμεταβλητότητας.

Γενικά για τις λειτουργικές τιμές SNR το σύστημα μπορεί με μεγάλη επιτυχία να διαχωρίζει το σύμβολο συγχρονισμού από τα υπόλοιπα σύμβολα. Για αυτό το λόγο η επιλογή μιας πολύ χαμηλής τιμής  $P_{FA}$  ενδείκνυται κατά τον ορισμό του εκτιμητή. Στις εξομοιώσεις που έγιναν η τιμή τέθηκε ίση με  $P_{FA} = 0.0001$  και δεν υπήρξε κανένα απολύτως πρόβλημα αναγνώρισης του συμβόλου συγχρονισμού έγκαιρα και άμεσα για τιμές  $\text{SNR} > 5\text{dB}$  ανά φέρον.

### 8.4.7 Κανόνας σύντηξης για την εκτίμηση της συχνότητας

Με τον ML εκτιμητή, η κάθε ομάδα υποκαναλιών πραγματοποιεί εκτιμήσεις ανεξάρτητα και με την ολοκλήρωση της διαδικασίας ο δέκτης έχει στη διάθεση του τέσσερις τιμές για το σημείο χρονικού συγχρονισμού και τέσσερις για την ολίσθηση συχνότητας. Ο ρόλος της βαθμίδας που ονομάστηκε Κέντρο Σύντηξης είναι η αξιοποίηση της διαθέσιμης πληροφορίας ώστε να λάβει μια απόφαση για τις τιμές που θα χρησιμοποιηθούν τελικά από τον δέκτη για την αποδιαμόρφωση και την αντιστάθμιση των φαινομένων. Λόγω της ιδιαιτερότητας που υπάρχει όσον αφορά τον χρονικό συγχρονισμό και αναλύεται στην παράγραφο 8.4.8, σε αυτό το σημείο επικεντρωνόμαστε στην εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας.

Γενικά η διαδικασία της κατανεμημένης εκτίμησης μπορεί να προκύψει ιδιαίτερα πολύπλοκη στην περίπτωση που είναι επιθυμητή η λήψη μιας βέλτιστης υπό κάποια έννοια απόφασης. Απαιτείται υπολογισμός πιθανοτικών μεγεθών, κατανομών, ακόμη και χρήση της πληροφορίας συσχέτισης που προσπαθήσαμε να αποφύγουμε με το διαχωρισμό του προβλήματος συγχρονισμού σε ομάδες. Καθώς λοιπόν κεντρικός άξονας της διαδικασίας είναι η διατήρηση των αλγορίθμων σε πολύ χαμηλά επίπεδα πολυπλοκότητας, επιλέχθηκε να μη χρησιμοποιηθεί κάποιος θεωρητικός κανόνας για την τελική τιμή εκτίμησης. Εξάλλου πρακτικά και λόγω της υπάρχουσας συσχέτισης μεταξύ των τεσσάρων εκτιμήσεων δεν προκύπτουν μεγάλες αποκλίσεις, με αποτέλεσμα η διαδικασία απόφασης να πραγματοποιεί απλά έναν μικροσυντονισμό με σκοπό την περαιτέρω μείωση της τιμής του τετραγωνικού σφάλματος εκτίμησης. Έτσι χρησιμοποιήθηκαν και δοκιμάστηκαν κάποιοι απλοί εμπειρικοί και λογικοί κανόνες.

Θεωρούμε ότι η είσοδος στο κέντρο σύντηξης δίνεται από το διάνυσμα:

$$\hat{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_a & \hat{\varepsilon}_b & \hat{\varepsilon}_c & \hat{\varepsilon}_d \end{bmatrix}^T$$

Η πρώτη σκέψη που γίνεται είναι ότι με βάση τις διαθέσιμες εκτιμήσεις μπορεί να επιλεγεί η τιμή εκείνη που ελαχιστοποιεί το σφάλμα, βρίσκοντας ουσιαστικά το σημείο ελάχιστης απόστασης από όλες τις εκτιμήσεις. Η τιμή αυτή λόγω της απλότητας της έκφρασης είναι ο μέσος όρος των τιμών αυτών, δηλαδή:

$$\hat{\varepsilon}_{\text{mean}} = \frac{\hat{\varepsilon}_a + \hat{\varepsilon}_b + \hat{\varepsilon}_c + \hat{\varepsilon}_d}{4}$$

Η χρήση του συγκεκριμένου κανόνα σύντηξης έδειξε ότι δεν υπάρχει ουσιαστικό όφελος αφού το μέσο τετραγωνικό σφάλμα που προκύπτει είναι κατά πολύ λίγο μικρότερο από το τετραγωνικό σφάλμα που προκύπτει από την τυχαία επιλογή μιας εκ των τεσσάρων εκτιμήσεων.

Αυτό συμβαίνει γιατί με αυτόν τον τρόπο δεν λαμβάνονται υπόψη συγκεκριμένα πλεονεκτήματα που μπορεί να έχει μια ομάδα έναντι μιας άλλης. Πιο συγκεκριμένα, οι ομάδες a και c καλύπτουν τις ίδιες ζώνες συχνοτήτων καθώς φασματικά ελέγχουν τα ίδια υποκανάλια. Το αντίστοιχο συμβαίνει για τις ομάδες b, d. Οπότε υπό μια έννοια οι εκτιμήσεις των ομάδων κάθε ζεύγους μπορούν να θεωρηθούν ισοδύναμες. Κάτι τέτοιο όμως δεν ισχύει όσον αφορά τις ομάδες διαφορετικών ζευγών. Αυτό γιατί:

- Τα δυο ζεύγη ομάδων ελέγχουν διαφορετικές ζώνες συχνοτήτων με αποτέλεσμα η συχνοεπιλεκτικότητα του διαύλου να επηρεάζει διαφορετικά τις εκτιμήσεις που πραγματοποιούν. Για αυτό το λόγο εξάλλου ειπώθηκε πως ο συγχρονισμός μέσω υποκαναλιών προσφέρει συχνοτική διαφορισιμότητα.
- Τα δυο ζεύγη ομάδων μπορεί να ελέγχουν διαφορετικό αριθμό υποκαναλιών. Από τη στιγμή που στον εκτιμητή οδηγούνται οι έξοδοι μόνο από υποκανάλια που περιέχουν CR σήμα επιθυμητής προέλευσης, είναι λογικό και πιθανό να μην περιέχεται ο ίδιος αριθμός υποκαναλιών στις ομάδες a,c έναντι των b,d. Σε αυτή την περίπτωση οι ομάδες που κάνουν εκτίμηση με το μεγαλύτερο ποσοστό διαθέσιμης πληροφορίας πρέπει να ληφθούν ισχυρότερα υπόψη κατά την τελική απόφαση.

Για αυτό το λόγο αποφασίστηκε ο ορισμός της εξής συνάρτησης κόστους:

$$F = \frac{(\varepsilon - \hat{\varepsilon}_a)^2}{\text{MSE}_a} + \frac{(\varepsilon - \hat{\varepsilon}_b)^2}{\text{MSE}_b} + \frac{(\varepsilon - \hat{\varepsilon}_c)^2}{\text{MSE}_c} + \frac{(\varepsilon - \hat{\varepsilon}_d)^2}{\text{MSE}_d} \quad (8.125)$$

όπου  $\text{MSE}_x$  είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκτίμησης για την ομάδα x όπως αυτό προσεγγίζεται από την εξίσωση (8.110). Το συγκεκριμένο μέτρο σφάλματος λαμβάνει υπόψη του και την

συχνοεπιλεκτικότητα των περιλαμβανόμενων διαύλων με τους όρους  $snr_m$ , αλλά και τον αριθμό των συμμετεχόντων υποκαναλιών με το άθροισμα στο περιεχόμενο του διανύσματος  $J$ . Η ελαχιστοποίηση της τιμής της συνάρτησης κόστους υπολογίζεται απλά με μηδενισμό της παραγώγου της και προκύπτει, ότι η τιμή της συνολικής εκτίμησης δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{\epsilon}_F = \frac{MSE_b MSE_c MSE_d \hat{\epsilon}_a + MSE_a MSE_c MSE_d \hat{\epsilon}_b + MSE_a MSE_b MSE_d \hat{\epsilon}_c + MSE_a MSE_b MSE_c \hat{\epsilon}_d}{MSE_b MSE_c MSE_d + MSE_a MSE_c MSE_d + MSE_a MSE_b MSE_d + MSE_a MSE_b MSE_c} \quad (8.126)$$

Η συγκεκριμένη τιμή εκτίμησης κρίθηκε ότι αποδίδει εξαιρετικά. Βελτιώνει τις ήδη αρκετά ακριβείς μεμονωμένες εκτιμήσεις των ομάδων και αποφεύγει τη χρήση πληροφορίας από ομάδες που είτε δεν περιέχουν καλό επίπεδο λήψης λόγω ραδιοδιαύλου, είτε δεν περιέχουν επαρκή αριθμό υποκαναλιών για αξιόπιστη εκτίμηση. Κατά τις εξομοιώσεις χρησιμοποιήθηκε ο συγκεκριμένος κανόνας σύντηξης.

Στην περίπτωση που είναι επιθυμητή απλά μια τιμή από τις ήδη εκτιμημένες χωρίς την εξαγωγή καινούριας εκτίμησης η επιλογή που αποδίδει εξαιρετικά (προσεγγίζει τη λειτουργία του εκτιμητή της (8.126)) είναι αυτή που γίνεται με βάση τον κανόνα:

1. Για κάθε μια ομάδα  $x$  υπολογίζεται η τιμή  $f_x = \frac{(\hat{\epsilon} - \hat{\epsilon}_x)^H (\hat{\epsilon} - \hat{\epsilon}_x)}{MSE_x}$
2. Επιλέγεται η τιμή της εκτίμησης με το μικρότερο  $f_x$ .

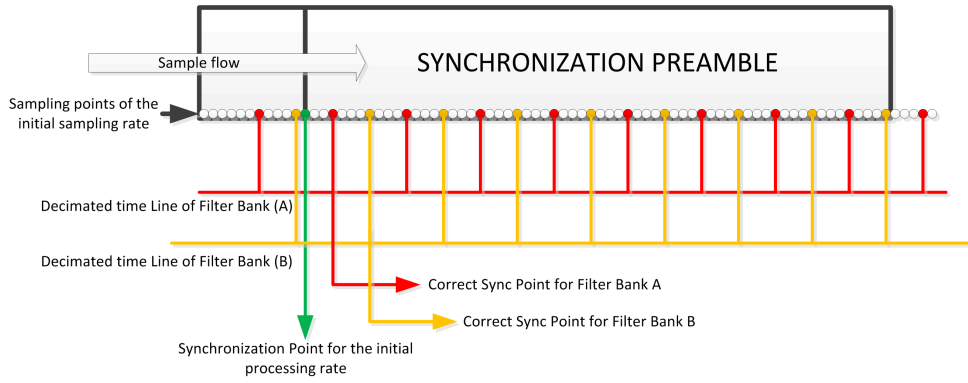
Με βάση αυτούς τους κανόνες σύντηξης καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι: Για τον υπολογισμό της εκτίμησης συχνότητας, από τη στιγμή που ο υπολογισμός των μετρικών  $R$  και  $P$  πραγματοποιείται ούτως ή άλλως για την επίτευξη χρονικού συγχρονισμού, αν  $K'$  ο αριθμός υποκαναλιών των ομάδων  $a$  και  $c$  και  $K''$  ο αριθμός υποκαναλιών των ομάδων  $b$  και  $d$  τότε για να πραγματοποιηθεί ο υπολογισμός απαιτούνται:

- Για κάθε ομάδα 3 πολλαπλασιασμοί και 2 προσθέσεις (σύνολο 12 και 8) για τον υπολογισμό της συνάρτησης  $\arg$ , δηλαδή την αντιστροφή της εφαπτομένης. Αυτό γίνεται με χρήση του αλγορίθμου (9) του [173] που επιτυγχάνει το μικρότερο σφάλμα.
- Απαιτούνται 5 πολλαπλασιασμοί και 8 προσθέσεις για την εφαρμογή του τύπου (8.126).
- Επιπλέον υπολογιστικό κόστος υπάρχει για την εκτίμηση των  $MSE$  αν και δεν είναι απαιτούμενος ο διαρκής υπολογισμός τους. Ουσιαστικά με σωστή πραγματοποίηση των πράξεων απαιτούνται  $4K'' + 4K'$  προσθέσεις και αντίστοιχοι πολλαπλασιασμοί

Ουσιαστικά συμπεραίνεται πως το υπολογιστικό κόστος εκτίμησης είναι πρακτικά μηδενικό. Ακόμη και αν  $K'$  και  $K''$  έχουν αρκετά μεγάλες τιμές, οι τιμές που εμφανίζονται στο  $MSE$  έχουν ήδη υπολογιστεί κατά το μετρικό χρονικού συγχρονισμού, παρότι τις συμπεριλάβαμε στο υπολογιστικό κόστος.

### 8.4.8 Δεύτερο στάδιο χρονικού συγχρονισμού

Οι εξομοιώσεις έδειξαν πως η διαδικασία χρονικού συγχρονισμού συμπεριφέρεται εξαιρετικά για την εξαγωγή του σημείου αφετηρίας του συμβόλου συγχρονισμού των υποσυμβόλων  $\tilde{N}$  δειγμάτων όπως ορίστηκαν για τα υποκανάλια. Προκύπτει όμως ένα σημαντικό πρόβλημα όταν γίνει η αναγωγή στο αρχικό OFDM σύμβολο  $N$  δειγμάτων. Το πρόβλημα οφείλεται στον αποδεκατισμό που υφίσταται το αρχικό σήμα και στην αντίληψη του χρόνου που υπάρχει στον χαμηλό ρυθμό επεξεργασίας. Για να γίνει κατανοητό το πρόβλημα παρουσιάζεται ένα απλοποιημένο διάγραμμα όπου εικονίζεται ιδανικά η είσοδος του OFDM συμβόλου συγχρονισμού (64 σημείων), το ιδανικό σημείο συγχρονισμού στον αρχικό ρυθμό δειγματοληψίας καθώς και οι χρονικές στιγμές που μεγιστοποιείται το μετρικό στον χαμηλό ρυθμό δειγματοληψίας για  $M = 8$ . Υπενθυμίζεται ότι μεταξύ



**Σχήμα 8.23:** Το πρόβλημα του ακριβούς συγχρονισμού στο χαμηλό ρυθμό δειγματοληψίας για ένα απλοϊκό, ιδανικό παράδειγμα ( $N = 64$ ,  $M = 8$ )

άνω και κάτω πολυφασικού συγκροτήματος υπάρχει μετατόπιση  $M/2$  σημείων. Σύμφωνα λοιπόν με το σχήμα δεν υπάρχει τρόπος να προσδιοριστεί στο χαμηλό ρυθμό με ακρίβεια το σημείο συγχρονισμού. Αν η εικόνα εκφραστεί μαθηματικά με το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στον ML εκτιμητή, συμπεριλαμβάνοντας και τη καθυστέρηση ομάδας του φίλτρου (σχέσεις 8.70 έως 8.75 τότε προκύπτει η ακόλουθη διαπίστωση (θεωρείται ότι η υποδειγματοληψία γίνεται χωρίς offset για το συγκρότημα A):

Αν το απόλυτο σημείο συγχρονισμού στον αρχικό ρυθμό δειγματοληψίας βρίσκεται στο δείγμα  $d_0$ , τότε το άνω συγκρότημα θα το αντιληφθεί στο δείγμα  $d_0^{(A)}$  όπου ισχύει ότι:

$$d_0^{(A)} = \left\lceil \frac{d_0 + \mathbf{gd}}{M} \right\rceil \quad (8.127)$$

ενώ αντίστοιχα το κάτω συγκρότημα λόγω της επιπλέον καθυστέρησης το αντιλαμβάνεται στο σημείο:

$$d_0^{(B)} = \left\lceil \frac{d_0 + \mathbf{gd} + M/2}{M} \right\rceil \quad (8.128)$$

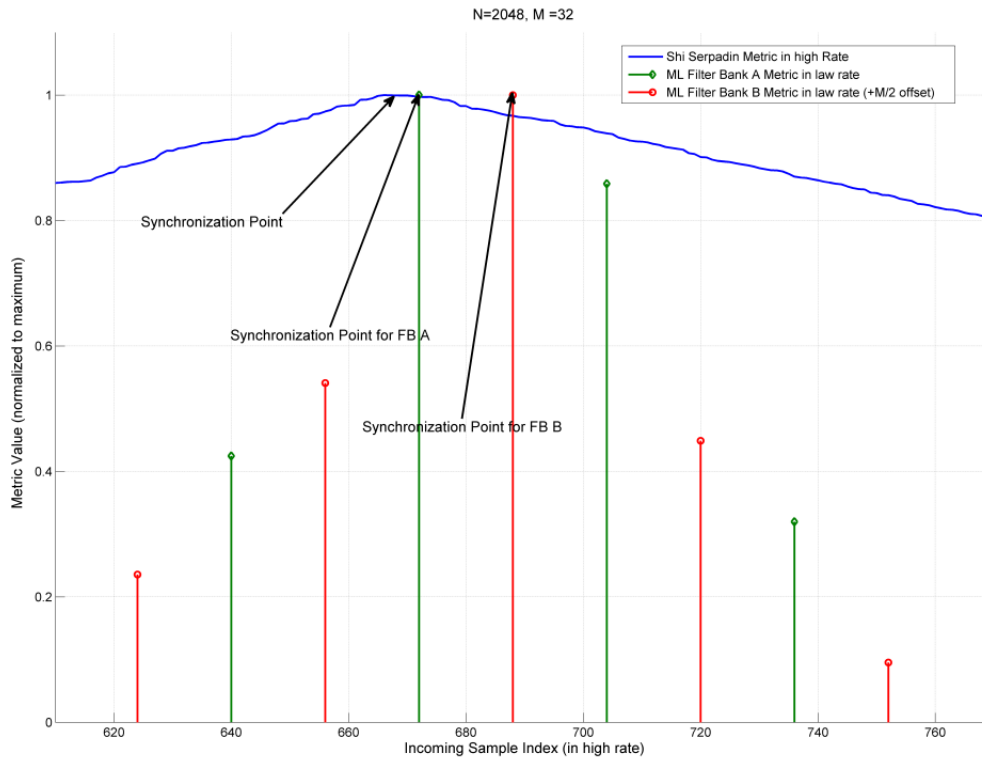
Και τελικά τα σημεία συγχρονισμού που παρέχονται από τα δυο συγκροτήματα (με την υπόθεση ότι κάνουν ορθή ανίχνευση) είναι τα:

$$\begin{aligned} \hat{d}_{0,A} &= M d_0^{(A)} - \mathbf{gd} \\ \hat{d}_{0,B} &= M d_0^{(B)} - \mathbf{gd} - \frac{M}{2} \end{aligned}$$

Το ίδιο συμπέρασμα εξάγεται και από την παρατήρηση των μετρικών με χρονικό άξονα στον αρχικό ρυθμό δειγματοληψίας όπως στο σχήμα 8.24. Το σύστημα που εξομοιώθηκε στην περίπτωση αυτή είναι για  $N = 2048$ ,  $M = 32$  ενώ το μετρικό που χρησιμοποιήθηκε για την αντίστοιχη διαδικασία στον υψηλό ρυθμό είναι αυτό του αλγορίθμου Shi-Serpadin. Ο σηματοθορυβικός λόγος ήταν 20dB, δεν υπήρχαν παρεμβολές και το CR σύστημα καταλαμβάνει το 75% του φάσματος, οπότε λόγω ιδανικών συνθηκών μπορεί να αποδώσει ο αλγόριθμος στον υψηλό ρυθμό. Τα μετρικά λόγω διαφορετικής φύσεως παρουσιάζονται κανονικοποιημένα στην μονάδα ώστε να μπορούν να γίνουν συγκρίσεις. Σύμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω, θεωρώντας ορθή ανίχνευση η πληροφορία που παρέχεται στην τελική βαθμίδα που λειτουργεί στον υψηλό ρυθμό επεξεργασίας είναι ότι:

$$d_0 \in \left\{ \begin{array}{l} \left( \hat{d}_{0,A} - M + 1, \hat{d}_{0,A} \right] \\ \& \\ \left( \hat{d}_{0,B} - M + 1, \hat{d}_{0,B} \right] \end{array} \right.$$





**Σχήμα 8.24:** Η απόκλιση των μετρικών χαμηλού ρυθμού από το πραγματικό σημείο συγχρονισμού λόγω του αποδεκατισμού. Το μετρικό υψηλού ρυθμού είναι των Shi-Serpadin ( $N = 2048$ ,  $M = 32$ ,  $SNR = 20dB$ , χωρίς PUs)

Η τομή των δυο διαστημάτων είναι από  $M/2$  έως  $M$  σημεία. Είναι σαφές λοιπόν ότι δεν είναι δυνατή η παροχή ενός ακριβούς σημείου (τουλάχιστον στον πρώτο συγχρονισμό) ακόμη και υπό ιδανικές συνθήκες λόγω του αποδεκατισμού.

Για αυτό το λόγο λοιπόν εξαναγκάζομαστε να εισάγουμε μια δεύτερη βαθμίδα συγχρονισμού στο τελικό στάδιο πριν την αποδιαμόρφωση. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ακόλουθη.

1. Η πληροφορία συγχρονισμού του χαμηλού σταδίου μεταφέρεται υπό τη μορφή διαστήματος πιθανών τιμών μεγίστου στην έξοδο του MDFT συγκροτήματος. Αν ο σχεδιαστής θέλει να διασφαλίσει την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος επιλέγει ένα μεγαλύτερο, συντηρητικότερο πεδίο τιμών της μορφής

$$d_0 \in \left( \min \left( \hat{d}_{0,A} - M + 1, \hat{d}_{0,B} - M + 1 \right), \max \left( \hat{d}_{0,A}, \hat{d}_{0,B} \right) \right] \quad (8.129)$$

2. Στην περίπτωση που λόγω σφάλματος (πολύ σπάνιο ενδεχόμενο λόγω συσχέτισης) δεν υπάρχει κοινό πεδίο τιμών για το σημείο συγχρονισμού από τις εκτιμήσεις άνω και κάτω συγκροτήματος, επιλέγεται το πεδίο που ορίζεται από την σχ. (8.129).
3. Το σήμα διέρχεται από τη βαθμίδα σύνθεσης και επανέρχεται στον υψηλό ρυθμό. Κατά τη διαδικασία απαραίτητα πρέπει να γίνει ακύρωση της παρεμβολής και ενδεχομένως μείωση του θορύβου με απόρριψη άδειων υποκαναλιών, ώστε να είναι δυνατή η αξιόπιστη λειτουργία του συγχρονιστή.
4. Στην περίπτωση που δεν γίνει απόρριψη της παρεμβολής και ο σηματοθορυβικός λόγος στην είσοδο του δέκτη μετράται μικρότερος των 5dB, τότε αποφασίζεται η χρήση ως σημείο

συγχρονισμού το μεσαίο (median) δείγμα του διαστήματος τιμών που παρέχεται από τον χαμηλό ρυθμό. Η μέτρηση αυτή κρίνεται πιο αξιόπιστη από την τελική.

5. Πριν το δεύτερο στάδιο συγχρονισμού πραγματοποιείται διόρθωση συχνότητας με βάση τις τιμές που εκτιμήθηκαν στον χαμηλό ρυθμό. Η αντιστάθμιση της στροφής φάσης προκαλεί τη μεγιστοποίηση του μετρικού οποιουδήποτε αλγορίθμου χρονικού συγχρονισμού.
6. Χρησιμοποιώντας έναν κλασσικό OFDM αλγόριθμο (όπως ο Shi-Serpadin) πραγματοποιείται εύρεση της τιμής μεγίστου του μετρικού για το πεδίο τιμών που δόθηκε. Ο Shi-Serpadin αλγόριθμος περιγράφεται από τους απλούς υπολογισμούς:

$$\hat{d}_0 = \arg \max_d (Q(d)),$$

$$Q(d) = \frac{P(d)}{\frac{2}{3}R(d)} = \frac{\left| \sum_{l=0}^2 \mathbf{y}_{i,L}^H \mathbf{y}_{i+1,L} \right| + \left| \sum_{l=0}^1 \mathbf{y}_{i,L}^H \mathbf{y}_{i+2,L} \right| + \left| \mathbf{y}_{0,L}^H \mathbf{y}_{3,L} \right|}{\frac{2}{3} \mathbf{y}^H \mathbf{y}}$$

όπου  $\mathbf{y}^T = \left[ \mathbf{y}_{0,L}^T \quad \mathbf{y}_{1,L}^T \quad \mathbf{y}_{2,L}^T \quad \mathbf{y}_{3,L}^T \right]^T$  το ανακατασκευασμένο σήμα. Υπενθυμίζεται ότι  $L = 4$ .

7. Στην περίπτωση που η μεγιστοποίηση γίνεται πολύ κοντά στα όρια του πεδίου τιμών ο αλγόριθμος διευρύνει για ασφάλεια το πεδίο τιμών κατά  $M/2$ .

Η διαδικασία εφόσον τηρούνται τα βήματα, λειτουργεί εξαιρετικά. Ουσιαστικά πραγματοποιείται ένας λεπτομερέστερος συντονισμός υπό πολύ καλύτερες από τις αρχικές συνθήκες. Μάλιστα το δεύτερο στάδιο ξέρει ακριβώς και ότι έχει ανιχνευθεί preamble και ότι η αρχή του βρίσκεται σε ένα περιορισμένο πεδίο τιμών και δεν απαιτείται μεγάλη προσπάθεια από μέρος του.

Στα ακολουθούμενα βήματα γίνονται σαφή και τα πλεονεκτήματα που έχει το πρώτο στάδιο συγχρονισμού, αφού παρέχει ένα δίχτυ ασφαλείας στο σύστημα και του εξασφαλίζει χονδρικό συγχρονισμό ακόμη και σε συνθήκες εξαιρετικά υψηλών παρεμβολών ή/και θορύβου.

Στο ερώτημα που προκύπτει ενδεχομένως αν είναι θεμιτό να δοκιμαστεί και ένα δεύτερο στάδιο συχνοτικού συγχρονισμού, οι εξομοιώσεις έδειξαν ότι η απάντηση είναι αρνητική. Η εκτίμηση συχνότητας ολίσθησης αποδίδει πολύ καλά στον χαμηλό ρυθμό και η απόπειρα βελτίωσης στο δεύτερο στάδιο πρακτικά χαλάει ό,τι έχει επιτευχθεί. Ο λόγος οφείλεται στο γεγονός ότι στον υψηλό ρυθμό δεν αντιμετωπίζεται η συχνοεπιλεκτικότητα του διαύλου, καθώς επίσης ο συσσωρευμένος θόρυβος αλλοιώνει τα μετρικά υπολογισμού της γωνίας.

#### 8.4.9 Αλγόριθμος Morelli - Moretti

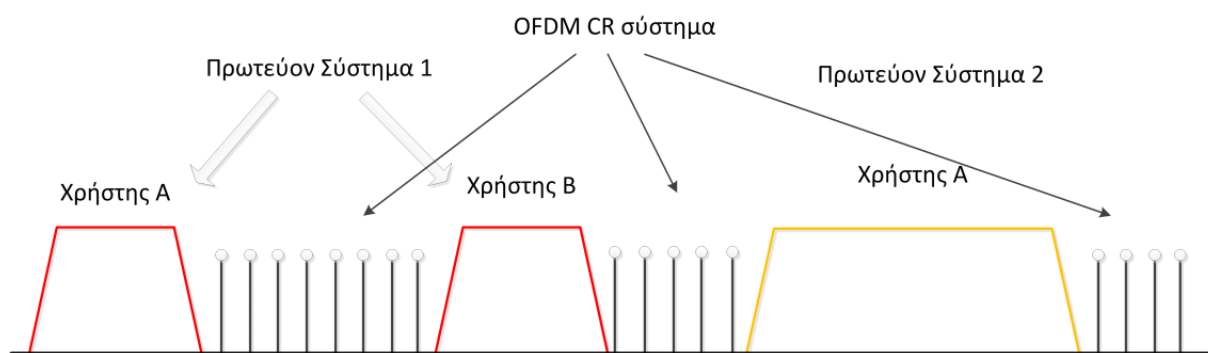
Ο συγχρονισμός στο Φυσικό επίπεδο για CR κυματομορφές δεν έχει λάβει την απαιτούμενη προσοχή στη διαθέσιμη βιβλιογραφία. Ενώ στις περισσότερες μελέτες του επιπέδου MAC τονίζεται η σημασία του συγχρονισμού (πχ παρ. 10.3.1.6) και έχουν αναπτυχθεί αλγόριθμοι συγχρονισμού στο επίπεδο MAC ([174]) έχει αγνοηθεί στον μεγαλύτερο βαθμό η απαίτηση συγχρονισμού σε επίπεδο κυματομορφής, η οποία διαδικασία όχι μόνο μπορεί να βοηθήσει διαστρωματικά το επίπεδο MAC, αλλά είναι εξαιρετικά απαραίτητη για την αποδιαμόρφωση του σήματος και ανάκτηση της πληροφορίας. Οι δυο βασικές μελέτες που έχουν ασχοληθεί με το θέμα του συγχρονισμού συγκεκριμένα για CR συστήματα με OFDM σήμα μετάδοσης είναι οι ([175]) και ([176]) και συγκεκριμένα με επίκεντρο το συχνοτικό συγχρονισμό. Στο [175] γίνεται μια περισσότερο φιλολογική ανάπτυξη των απαιτήσεων και των λειτουργιών που είναι απαραίτητες ώστε να υπάρξει "τυφλός" συγχρονισμός μεταξύ των CR συστημάτων και όλο αυτό συνδέεται με τον τρόπο λειτουργίας του MAC υποστρώματος. Αντίθετα στο [176] παρέχεται και παρουσιάζεται συγκεκριμένος αλγόριθμος

που μπορεί να επιτύχει συγχρονισμό. Αυτός ο αλγόριθμος θα αποτελέσει και την βάση αναφοράς για την παρούσα μελέτη. Σε άλλες περιπτώσεις [177] απλά γίνεται απευθείας μεταφορά υπάρχοντων αλγορίθμων OFDM συγχρονισμού (χρονικού και συχνοτικού) και μελετάται η επιδείνωση της λειτουργίας τους στις συνθήκες μετάδοσης του γνωστικού ραδιοδικτύου.

Δυστυχώς και ενώ ήταν επιθυμητό για λόγους σύγκρισης, δεν βρέθηκε αλγόριθμος που να πραγματοποιεί συγκεκριμένα χρονικό συγχρονισμό σε OFDM-CR σύστημα υπό παρεμβολές. Στις μοναδικές αναφορές που υπάρχουν προτείνονται μέθοδοι για συγχρονισμό σε επίπεδο MAC [178], ενώ σε οποιοδήποτε σημείο γίνεται οποιαδήποτε πρόταση αναφέρεται η διαδοχική εκπομπή πολλών επαναλαμβανόμενων OFDM συμβόλων. Οι εξομοιώσεις που έγιναν έδειξαν ότι η μέθοδος είναι απογοητευτική και δεν μπορεί να τεθεί καν σε σύγκριση με την προτεινόμενη μέθοδο μέσω υποκαναλιών. Σε περίπτωση που ο συγχρονισμός πρέπει να επιτευχθεί σε τέτοιο επίπεδο απαιτείται η αποστολή ενδεχομένως και 10 συμβόλων συγχρονισμού πράγμα που οδηγεί σε τεράστια σπατάλη των πόρων.

Όσον αφορά την εκτίμηση συχνότητας, οι Morelli και Moretti έχουν αναπτύξει αποδοτικότερους και σημαντικότερους αλγορίθμους σε OFDMA συστήματα και παρατήρησαν και αυτοί την ίδια χρονική περίοδο με τα συμπεράσματα του κεφ. 4.4 ότι οι διαδικασίες συγχρονισμού για γνωστικά ραδιοσυστήματα που χρησιμοποιούν OFDM διαμόρφωση παρουσιάζουν σημαντικές αναλογίες με τις διαδικασίες για τα OFDMA συστήματα. Για αυτό το λόγο προχώρησαν ουσιαστικά σε μια προσαρμογή των αλγορίθμων τους στις ιδιαιτερότητες των CR-OFDM κυματομορφών.

Επαναλαμβάνοντας συνοπτικά το θεωρούμενο μοντέλο συστήματος, υποτίθεται ότι ο CR δέκτης στηριγμένος στην τεχνολογία SDR, ψηφιοποιεί ένα ευρύ πεδίο συχνοτήτων που περιέχει πολλαπλά κανάλια του πρωτεύοντος δικτύου που συνυπάρχει. Στη γενικότερη εκδοχή ενδέχεται να περιλαμβάνονται κανάλια από περισσότερα του ενός πρωτεύοντα δίκτυα με διαφορετικά χαρακτηριστικά εκπομπής. Το γνωστικό ραδιοσύστημα αξιοποιεί τις φασματικές περιοχές που δεν πραγματοποιείται μετάδοση με κατάλληλη OFDM εκπομπή. Συγκεκριμένα, έχει διαιρεθεί το σύνολο του φάσματος που ψηφιοποιείται σε  $N$  υποφέροντα που συνθέτουν το φασματικό περιεχόμενο των OFDM συμβόλων. Τα subcarriers που ενεργοποιούνται σε κάθε περίπτωση είναι αυτά που δεν παρεμβάλλουν άμεσα στις πρωτεύουσες εκπομπές και κατά κανόνα έχουν υποστεί κάποια προεπεξεργασία μείωσης των πλευρικών λοβών τους. Θεωρείται λοιπόν, ότι στον δέκτη φθάνει



Σχήμα 8.25: Απλή περιγραφή του μοντέλου συστήματος των OFDM-CR

ένα μη συνεχόμενο OFDM σήμα (NC-OFDM) το οποίο συνυπάρχει με ένα ή περισσότερα σήματα πρωτεύοντων χρηστών που δυσχεραίνουν μεταξύ άλλων τη διαδικασία συγχρονισμού.

Σε συμφωνία με όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 7 και αφορούσαν τη διαδικασία 3SS ανίχνευσης, ο αλγόριθμος Morelli - Moretti (MM) χρησιμοποιεί για το κύριο έργο του συγχρονισμού ένα σύμβολο συγχρονισμού που αποτελείται από  $L$  όμοια τμήματα,  $\bar{N}$  δειγμάτων (ισχύει δηλαδή  $\bar{N} = N/L$ ). Όπως είναι γνωστό ένα τέτοιο preamble μπορεί να διορθώσει ολισθήσεις συχνότητας

που φθάνουν μέχρι την τιμή  $L/2$  της διαφοροντικής φασματικής απόστασης του συστήματος. Για να συμπεριληφθούν και μεταβολές μεγαλύτερης τιμής χρησιμοποιείται και ένα δεύτερο σύμβολο συγχρονισμού μη επαναλαμβανόμενης φύσης που περιλαμβάνει  $N_u$  γνωστά σύμβολα (όπου  $N_u$  είναι ο αριθμός των subcarriers που χρησιμοποιούνται από το CR σύστημα). Στη συνέχεια θα αγνοηθεί το 2ο σύμβολο συγχρονισμού καθώς μπορεί να θεωρηθεί ότι μπορεί όμοια να χρησιμοποιηθεί σε οποιοδήποτε αλγόριθμο για την ολοκλήρωση της διαδικασίας συγχρονισμού και υπό αυτή την έννοια δεν έχει κάποια ιδιαίτερη χρησιμότητα η συμπερίληψη του στην ανάλυση. Ο αλγόριθμος MM έχει ορισμένα βασικά μειονεκτήματα:

- Δίνει τον κυρίαρχο λόγο στην κατάληψη του φάσματος στο CR σύστημα, δηλαδή θεωρεί πως μια δεδομένη χρονική στιγμή η CR κυματομορφή καταλαμβάνει σχεδόν το σύνολο του φάσματος, ενώ ο πρωτεύων χρήστης παρουσιάζεται υπό τη μορφή ενός στενής ζώνης παρεμβολέα. Αυτή η θεώρηση είναι κατάλληλη για την απλούστερη και πλέον προτυποποιημένη εκδοχή γνωστικού ραδιοσυστήματος (802.22 - [179]) που λειτουργεί στην τηλεοπτική ζώνη και οι φασματικές μεταβολές είναι εξαιρετικά σπάνιες. Σε αυτή την περίπτωση ο παρεμβολέας μπορεί να είναι ένα ασύρματο μικρόφωνο που επίσης λειτουργεί στις τηλεοπτικές φασματικές ζώνες. Δεν είναι όμως κατάλληλη θεώρηση σε μια γενικευμένη οπτική της Cognitive λογικής, όπου το σύστημα μπορεί να λειτουργεί σε μικρά φασματικά κενά, ανάμεσα σε πληθώρα πρωτεύοντων χρηστών οι οποίοι και εξαναγκάζουν το CR σύστημα να βρίσκεται συνεχώς σε μια δυναμική, γρήγορα μεταβαλλόμενη και προσαρμοζόμενη κατάσταση.
- Δεν παρουσιάζει αλγόριθμο χρονικού συγχρονισμού παρά μόνο συγχρονισμό στο πεδίο συχνότητας, δηλαδή εκτίμηση και ανάκτηση ολισθήσεων συχνότητας. Όσον αφορά το χρονικό συγχρονισμό θεωρεί ότι πραγματοποιείται με τη λήψη διαδοχικών (10 σε αναλογία με το 802.11 πρότυπο) επαναλαμβανόμενων ακολουθιών χωρίς να διευκρινίζονται οι επιδόσεις ενός τέτοιου συστήματος. Μια πρόχειρη αξιολόγηση αυτής της λογικής μέσω εξομοιώσεων επιβεβαιώνει ότι ο αλγόριθμος MM θεωρεί το CR σύστημα κυρίαρχο καθώς ο αλγόριθμος συχνά αποτυγχάνει υπό συνθήκες που φασματικά κυριαρχούν οι πρωτεύοντες χρήστες.
- Δεν λαμβάνει υπόψη του την φύση των πρωτεύουσών παρεμβολών στο CR-OFDM σύστημα, όπως αυτή αναλύθηκε και παρουσιάστηκε στην παράγραφο 8.1. Αναγνωρίζει το φαινόμενο μεν (σημειώνοντας την μελέτη [177]), αλλά το προσπερνά θεωρώντας πως η παρεμβολή – παρά την έλλειψη ορθογωνιότητας με την OFDM κυματομορφή – υφίσταται φασματικά μόνο στα subcarriers που επικαλύπτονται με την πρωτεύουσα μετάδοση.

Παρόλα αυτά η συγκεκριμένη μελέτη αποτελεί μοναδική αναλυτική εξαγωγή αλγορίθμου ανάκτησης συχνοτικής ολίσθησης και μάλιστα μπορεί υπό συνθήκες να αποδώσει εξαιρετικά. Για αυτό το λόγο και περιγράφεται συνοπτικά ως εξής:

Είναι επιθυμητή η ανάκτηση της ολίσθησης συχνότητας  $\varepsilon$  για την οποία ισχύει ότι  $\varepsilon \in (-L/2, L/2)$ . Ο θόρυβος θεωρείται κανονική μιγαδική τυχαία μεταβλητή μέσης ισχύος  $\sigma_w^2$  ενώ η παρεμβολή επίσης θεωρείται κανονική μιγαδική τυχαία μεταβλητή μέσης ισχύος  $\sigma_I^2(k)$  όπου  $k$  είναι οι δείκτες των υποφερόντων που καταλαμβάνουν οι πρωτεύοντες χρήστες. Με βάση τη θεώρηση του αλγορίθμου η παρεμβολή είναι μηδενική σε όλα τα υπόλοιπα υποφέροντα. Δεδομένου ότι υπάρχει χρονικός συγχρονισμός και από τη φύση του συμβόλου συγχρονισμού, ο δέκτης θεωρείται ότι αρχικά πραγματοποιεί  $L$  DFT μεγέθους  $\bar{N}$  δειγμάτων, αντί των  $N$  δειγμάτων που πραγματοποιεί κατά την φυσιολογική ροή της λειτουργίας του. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με το γεγονός ότι η επανάληψη των τμημάτων του OFDM συμβόλου συγχρονισμού ισοδυναμεί με ένα υπερδειγματοληφθέν στο πεδίο της συχνότητας σήμα  $\bar{N}$  υποφερόντων, όπου τα μη μηδενικά subcarriers έχουν δείκτες  $kL$ , ( $k = 0 \dots \bar{N} - 1$ ). Για κάθε ένα από αυτά τα υποφέροντα μπορεί να συντεθεί ένα διάνυ-

σμα που να περιέχει τις εξόδους των  $L$  DFT. Θεωρώντας επίσης επίπεδο AWGN τηλεπικοινωνιακό δίαυλο μπορεί να γραφτεί:

$$\mathbf{X}(k) = \begin{bmatrix} X_0(k) & X_1(k) & \dots & X_{L-1}(k) \end{bmatrix}^T = S(k) \mathbf{b}(\varepsilon) + \mathbf{W}(k) \quad (8.130)$$

όπου  $\mathbf{W}(k)$  η έξοδος του DFT στο σήμα του θορύβου (η οποία μοντελοποιείται επίσης ως κανονική μιγαδική λευκή μεταβλητή). Για τα διανύσματα που περιέχεται παρεμβολή η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης δίνεται από  $\sigma^2(k) \mathbf{I}_L = (\sigma_I^2(k) + \sigma_w^2) \mathbf{I}_L$ , ενώ για τα υπόλοιπα δεν περιλαμβάνεται ο όρος ισχύος της παρεμβολής. Το  $S(k)$  είναι η έξοδος του DFT για το επαναλαμβανόμενο τμήμα του preamble ( $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S(0) & S(1) & \dots & S(\bar{N}-1) \end{bmatrix}^T$ ), ενώ το διάνυσμα  $\mathbf{b}$  περιέχει τους όρους ολίσθησης συχνότητας, δηλαδή:  $\mathbf{b}(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 1 & e^{2\pi j \frac{\varepsilon}{L}} & \dots & e^{2\pi j \frac{(L-1)\varepsilon}{L}} \end{bmatrix}^T$ . Ο αλγόριθμος εκμεταλλεύεται τα διανύσματα  $\mathbf{X}(k)$  ώστε να εκτιμηθεί από κοινού η ολίσθηση συχνότητας, οι τιμές του preamble συγχρονισμού και οι τιμές ισχύος θορύβου/παρεμβολής για τα  $\bar{N}$  υποφέροντα. Η λύση αναζητήθηκε στη μέθοδο μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας (ML). Λόγω της στατιστικής ανεξαρτησίας των διανυσμάτων της σχέσης (8.130), ο λογαριθμημένος λόγος πιθανοφάνειας για κάποιες δοκιμαστικές τιμές των  $(\tilde{\mathbf{S}}, \tilde{\sigma}^2, \tilde{\varepsilon})$  δίνεται από:

$$\Lambda(\tilde{\mathbf{S}}, \tilde{\sigma}^2, \tilde{\varepsilon}) = -N \ln(\pi) - L \sum_{k=0}^{\bar{N}-1} \ln(\tilde{\sigma}^2(k)) - \sum_{k=0}^{\bar{N}-1} \frac{1}{\tilde{\sigma}^2(k)} \left\| \mathbf{X}(k) - \tilde{S}(k) \mathbf{b}(\tilde{\varepsilon}) \right\|^2 \quad (8.131)$$

όπου  $\|\cdot\|$  είναι η ευκλείδεια νόρμα. Η από κοινού ML εκτίμηση για τις τρεις παραμέτρους (εκ των οποίων οι δυο είναι διανυσματικές) είναι το σημείο που επιτυγχάνεται το από κοινού μέγιστο. Αυτό πραγματοποιείται με μια διαδικασία τριών βημάτων. Στο πρώτο βήμα διατηρούνται σταθερά τα  $\tilde{\varepsilon}, \tilde{\mathbf{S}}$  ενώ μεταβάλλεται η ισχύς θορύβου/παρεμβολής. Σε αυτή την περίπτωση το μέγιστο επιτυγχάνεται για:

$$\tilde{\sigma}^2(k, \tilde{\mathbf{S}}, \tilde{\varepsilon}) = \frac{1}{L} \left\| \mathbf{X}(k) - \tilde{S}(k) \mathbf{b}(\tilde{\varepsilon}) \right\|^2 \quad (8.132)$$

Αντικαθιστώντας το αποτέλεσμα αυτό στη σχέση (8.131) και παραλείποντας τους ανεξάρτητους όρους προκύπτει:

$$\Lambda(\tilde{\mathbf{S}}, \tilde{\varepsilon}) = - \sum_{k=0}^{\bar{N}-1} \ln \left( \left\| \mathbf{X}(k) - \tilde{S}(k) \mathbf{b}(\tilde{\varepsilon}) \right\|^2 \right) \quad (8.133)$$

Στο δεύτερο βήμα θεωρείται ότι το  $\tilde{\varepsilon}$  παραμένει σταθερό και μεγιστοποιείται η σχέση (8.133). Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι:

$$\tilde{S}(k, \tilde{\varepsilon}) = \frac{1}{L} \mathbf{b}^H(\tilde{\varepsilon}) \mathbf{X}(k) \quad (8.134)$$

Έτσι προκύπτει η τελική συγκεντρωμένη συνάρτηση πιθανοφάνειας για την ολίσθηση συχνότητας ως εξής:

$$\Lambda(\tilde{\varepsilon}) = - \sum_{k=0}^{\bar{N}-1} \ln \left( \left\| \mathbf{X}(k) \right\|^2 - \Phi(k, \tilde{\varepsilon}) \right) \quad (8.135)$$

όπου  $\Phi(k, \tilde{\varepsilon})$  είναι το περιοδόγραμμα του διανύσματος  $\mathbf{X}(k)$  δηλαδή:

$$\Phi(k, \tilde{\varepsilon}) = \frac{1}{L} \left| \sum_{l=0}^{L-1} X_l(k) e^{-2\pi j \frac{l\tilde{\varepsilon}}{L}} \right|^2 \quad (8.136)$$

Το τελευταίο βήμα παρέχει την εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας ως το όρισμα εκείνο που

μεγιστοποιεί την προσέγγιση του λόγου πιθανοφάνειας.

$$\hat{\varepsilon} = \arg \max_{\varepsilon} (\Lambda(\tilde{\varepsilon})) \quad (8.137)$$

Σε αυτό το σημείο οδηγούμαστε στη σημαντικότερη ίσως αδυναμία του αλγορίθμου, δηλαδή την υπολογιστική του πολυπλοκότητα. Η σχέση (8.135) φανερώνει ότι για την εύρεση της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας θα πρέπει να γίνει αναζήτηση του μεγίστου σε ένα πλέγμα τιμών. Για να γίνει αυτό σύμφωνα με τους Morelli-Moretti, εργαζόμαστε σε δυο βήματα:

1. Στο πρώτο βήμα γίνεται μια αρχική εκτίμηση του μεγίστου πραγματοποιώντας έναν διακριτό FFT για ένα ομοίμορφο σύνολο διακριτών τιμών ολισθήσεων  $\varepsilon$  υπολογίζοντας έτσι το περιόδωγραμμα της σχέσης (8.136) για τις συγκεκριμένες τιμές. Ο DFT πρέπει να καλύπτει (σε ισοδύναμη έκφραση με τον ανάλογο συνεχή μετασχηματισμό Fourier) όλο το πεδίο τιμών στο οποίο λειτουργεί ο εκτιμητής (δηλαδή το πεδίο  $(-L/2, L/2)$ ).
2. Στο δεύτερο βήμα γίνεται μια καλύτερη προσέγγιση του μεγίστου χρησιμοποιώντας κάποιου είδους παρεμβολή ώστε να προβλεφθεί η κατάλληλη θέση.

Η διαδικασία λειτουργεί εξαιρετικά, όμως πρέπει να σημειωθεί ότι παρά το γεγονός ότι ο αλγόριθμος δεν πραγματοποιεί από κοινού συγχρονισμό χρόνου συχνότητας απαιτεί:

- $L$  DFT  $M$  σημείων για την μεταφορά στη συχνότητα του preamble συγχρονισμού.
- Έναν DFT μη συγκεκριμένου αριθμού σημείων από τον οποίο όμως εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό η ακρίβεια της εκτίμησης. Στις περισσότερες περιπτώσεις απαιτείται αριθμός μεγαλύτερος των 64 σημείων.
- Μια διαδικασία παρεμβολής μεταξύ των σημείων που βρίσκονται κοντά στην κατά την πρώτη φάση εκτίμηση του μεγίστου. Π.χ. μπορεί να χρησιμοποιηθεί το πολυώνυμο Lagrange και να δοκιμαστούν διαδοχικά κάποιες τιμές μέχρι να καταλήξουμε σε απόφαση.
- Παράλληλα πρέπει να πραγματοποιηθούν  $\bar{N}$  υπολογισμοί της ευκλείδειας νόρμας  $L$  στοιχείων καθώς επίσης να πραγματοποιηθούν  $\bar{N} \times \bar{N}'$  προσθέσεις (όπου  $\bar{N}'$  το μέγεθος του DFT κατά τον υπολογισμό του περιόδωγραμματος).
- Όλη η διαδικασία πραγματοποιείται στον υψηλό ρυθμό επεξεργασίας, δηλαδή στον ρυθμό εισόδου δειγμάτων στον δέκτη.

Για την ολοκλήρωση της παρουσίασης του αλγορίθμου πρέπει να σημειωθεί, ότι λόγω του ότι η κορυφή που παρουσιάζεται στον λογαριθμημένο λόγο πιθανοφάνειας μπορεί να είναι ιδιαίτερα υψηλή όταν οι τιμές ισχύος θορύβου και παρεμβολής είναι χαμηλές, δημιουργώντας έτσι προβλήματα στην μαθηματική επεξεργασία της συνάρτησης, οι συγγραφείς προτείνουν τη χρήση της τροποποιημένης συνάρτησης πιθανοφάνειας που δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{\Lambda}(\tilde{\varepsilon}) = - \sum_{k=0}^{\bar{N}-1} \ln \left( \delta_{\varepsilon} + \|\mathbf{X}(k)\|^2 - \Phi(k, \tilde{\varepsilon}) \right) \quad (8.138)$$

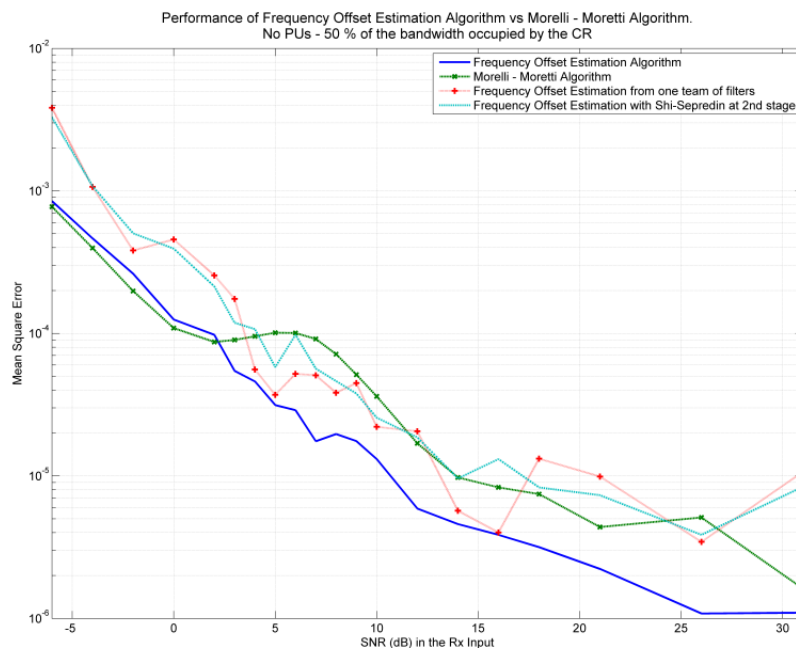
όπου  $\delta_{\varepsilon}$  είναι κατάλληλα επιλεγμένη θετική σταθερά σχεδίασης που περιορίζει το δυναμικό εύρος μεταβολών της τιμής της συνάρτησης. Μια κατάλληλη τιμή σύμφωνα με τα παρουσιασμένα αποτελέσματα και τις εξομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν είναι  $\delta_{\varepsilon} = 0.1$ . Αυτή η τιμή χρησιμοποιήθηκε κατά την συγκριτική μελέτη που ακολουθεί.

Στο δεύτερο preamble συγχρονισμού επιτυγχάνεται ανίχνευση ολισθήσεων μεγαλύτερων από το πεδίο τιμών. Παράλληλα πραγματοποιείται με αρκετά καλή επίδοση μια εκτίμηση του ραδιοδιαύλου. Δεδομένου όμως ότι η ίδια τεχνική μπορεί να χρησιμοποιηθεί από οποιοδήποτε σύστημα καθώς είναι ουσιαστικά ανεξάρτητη της τεχνικής που χρησιμοποιείται στο πρώτο σύμβολο συγχρονισμού, δεν λαμβάνεται υπόψη η επίδοση της και κατά τις εξομοιώσεις θεωρήθηκε ότι η τιμή ολίσθησης περιορίζεται στο πεδίο  $(-L/2, L/2)$ .

Παρά όμως τις αδυναμίες που παρουσιάστηκαν πρέπει να σημειωθεί ότι αν αγνοηθεί το υπολογιστικό κόστος ο αλγόριθμος μπορεί να επιτύχει συνολικά καλά αποτελέσματα και δείχνει αξιοσημείωτη ανοχή σε υψηλές τιμές θορύβου.

### 8.4.10 Επιδόσεις αλγορίθμου συγχρονισμού και εκτίμησης της ολίσθησης συχνότητας

Σε πρώτη φάση για το σύστημα που περιγράφεται στην παρ.8.3.4 εφαρμόζεται ο αλγόριθμος εκτίμησης συχνότητας ολίσθησης σε αντιπαράθεση με τον αλγόριθμο Morelli-Moretti. Αρχικά δεν θεωρείται ότι υπάρχει παρεμβολή και το σύστημα περιορίζεται μόνο από τον θόρυβο. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο σχήμα 8.26.

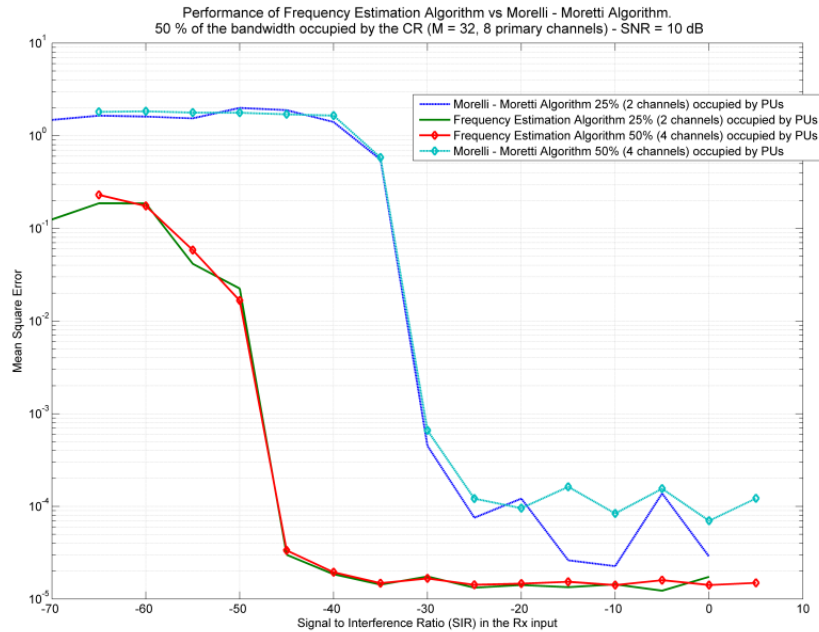


**Σχήμα 8.26:** Μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης ολίσθησης για τον νέο αλγόριθμο, τον αλγόριθμο Morelli-Moretti, καθώς και την μεμονωμένη εκτίμηση από μια ομάδα φίλτρων και με 2η διαδικασία συγχρονισμού μετά την ανακατασκευή του σήματος (50% κατάληψη από το CR σύστημα)

Το σχήμα δείχνει ότι ο αλγόριθμος υπερτερεί όλων των υπολοίπων για θετικό SNR (στην είσοδο του δέκτη - αυτό σημαίνει για το παράδειγμά μας 3 dB επιπλέον ανά subcarrier), ενώ ο αλγόριθμος Morelli-Moretti παίρνει προβάδισμα σε αρνητικές τιμές. Η υλοποίηση Morelli-Moretti περιέχει γραμμική παρεμβολή 32 σημείων για το συγκεκριμένο σύνολο αποτελεσμάτων. Αύξηση των σημείων, βελτιώνει την συμπεριφορά του αλγορίθμου σε μεγάλο SNR, αλλά αυξάνει κατά πολύ την υπολογιστική πολυπλοκότητα. Παρατηρείται επίσης, ότι η εισαγωγή 2ου σταδίου εκτίμησης μετά την ανακατασκευή (με τον αλγόριθμο Shi-Sepredin) δεν παρέχει κανένα πλεονέκτημα και η εκτίμηση βγαίνει σταθερά χειρότερη. Η συμπεριφορά του εκτιμητή αυτού ομοιάζει με την εκτίμηση

όπως αυτή γίνεται από μια μόνο ομάδα φίλτρων.

Όταν στη διαδικασία μπει και η παρεμβολή, φαίνεται ξεκάθαρα ότι ο αλγόριθμος που προτάθηκε μπορεί να λειτουργήσει με ακρίβεια σε πολύ δύσκολες συνθήκες. Στο σχήμα 8.27 γίνεται σαφές ότι ο αλγόριθμος πλεονεκτεί συνολικά του Morelli-Moretti. Μάλιστα σε τιμή SIR -27dB, ο αλγόριθμος Morelli-Moretti καταρρέει ολοκληρωτικά και οι εκτιμήσεις του γίνονται αναξιόπιστες. Αντίθετα, ο νέος αλγόριθμος εκτίμησης αντέχει επιπλέον 17 dB σταθερά καλής και αξιόπιστης λειτουργίας.



**Σχήμα 8.27:** Μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης ολίσθησης για τον νέο αλγόριθμο σε σύγκριση με τον αλγόριθμο Morelli-Moretti υπό την παρουσία παρεμβολής σύμφωνα με το σενάριο της παρ.8.26 για διάφορες τιμές SIR

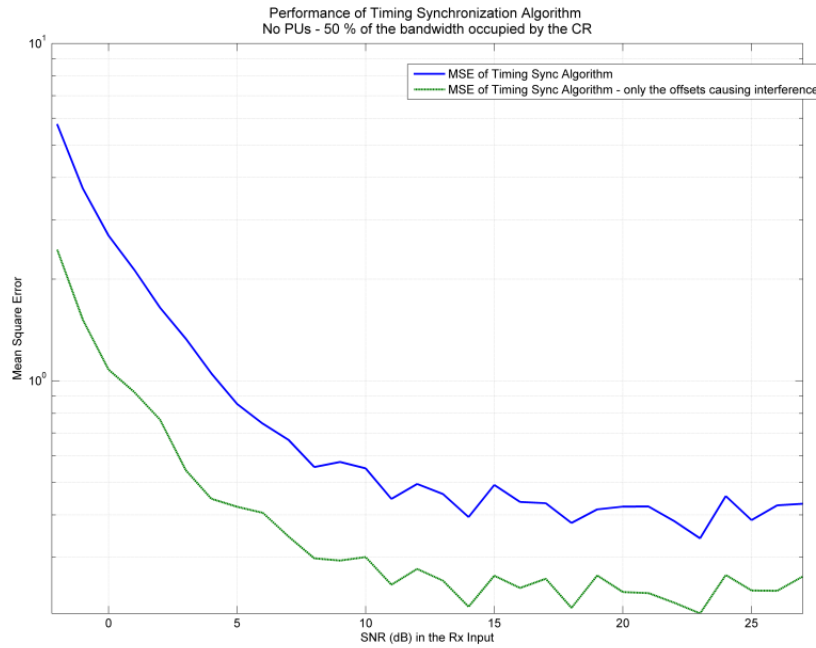
Επίσης στα σχήματα 8.28 και 8.29 παρουσιάζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για την εκτίμηση του χρονικού συγχρονισμού. Στο σχήμα 8.28 απεικονίζεται ξεχωριστά το μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκτίμησης, μόνο όταν αυτό οδηγεί σε εμφάνιση (έστω και πολύ μικρής) παρεμβολής. Δηλαδή δεν συμπεριλαμβάνονται μικρά σφάλματα που προστατεύονται από το κυκλικό πρόθεμα. Δυστυχώς στην περίπτωση του μετρικού χρονικού συγχρονισμού δεν βρέθηκε ολοκληρωμένος αλγόριθμος με τον οποίο να μπορεί να πραγματοποιηθεί σύγκριση. Στην περίπτωση χρήσης αλγορίθμων απλής OFDM μετάδοσης, ο αλγόριθμος καταρρέει στις πρώτες τιμές αρνητικού SIR. Αντίθετα είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος αντέχει για πολύ υψηλές τιμές παρεμβολής. Σε κάποια συγκεκριμένη τιμή SIR ( $\approx 45$ dB) ο αλγόριθμος καταρρέει.

## 8.5 Λοιπές λειτουργίες στον MDFT δέκτη

### 8.5.1 Διόρθωση Συχνότητας

Η διαδικασία διόρθωσης συχνότητας όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.4 μπορεί να αποτελέσει υπολογιστικά επίπονη διαδικασία αν πραγματοποιηθεί στο πεδίο της συχνότητας, μετά την OFDM αποδιαμόρφωση. Στο πεδίο του χρόνου απαιτείται απλά μια στροφή φάσης αντίθετη της εισαγόμενης από την υπάρχουσα φασματική ολίσθηση ώστε να αντισταθμιστεί η επίδραση της.





**Σχήμα 8.28:** Μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης χρονικού συγχρονισμού για τον νέο αλγόριθμο χωρίς την παρουσία παρεμβολής για διάφορα SNR

Στην περίπτωση που ο CR-OFDM δέκτης λαμβάνει σήμα από αποκλειστικά ένα CR, τότε αντιμετωπίζει τα υπόλοιπα CR ανάλογα με τα PU σήματα και τα αποφεύγει μέσω της διαδικασίας ακύρωσης της παρεμβολής. Σε αυτήν την περίπτωση η διόρθωση συχνότητας μπορεί να γίνει αμέσως μετά την ανακατασκευή του σήματος και το πέρας της διαδικασίας σύνθεσης με τη χρήση ενός απλού μίκτη που προκαλεί στροφή φάσης ίση με:

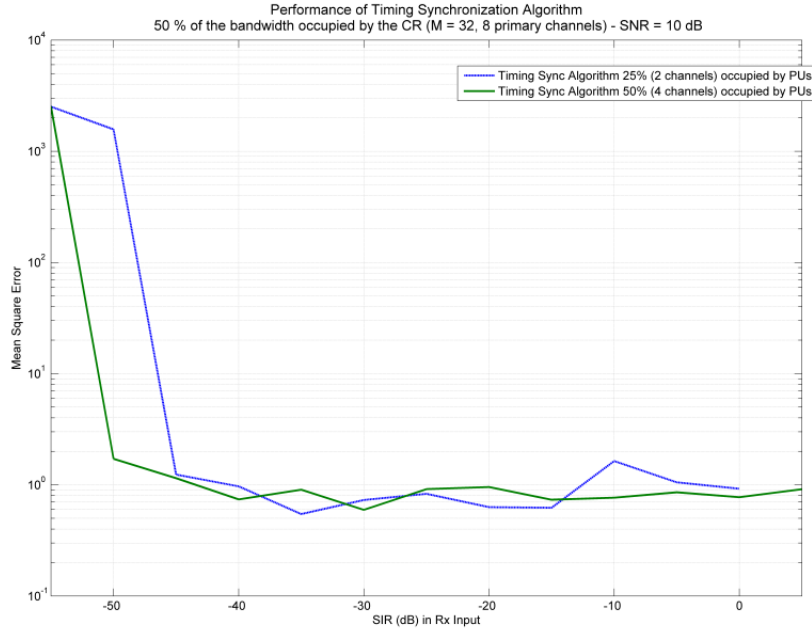
$$e^{-2\pi j \frac{\hat{\epsilon}n}{N}}$$

όπου  $\hat{\epsilon}$  είναι η εκτίμηση της ολίσθησης συχνότητας όπως προέκυψε από τη διαδικασία συγχρονισμού. Σημειώνεται ότι η διαδικασία διόρθωσης συχνότητας προηγείται του δεύτερου σταδίου χρονικού συγχρονισμού.

Παρόλα αυτά υπάρχει τρόπος περαιτέρω μείωσης του απαιτούμενου υπολογιστικού φορτίου (1 πολλαπλασιασμός ανά δείγμα εισόδου) με τη μεταφορά της διαδικασίας διόρθωσης πριν το στάδιο του συγχρονισμού. Παρατηρώντας το σχήμα 8.30 και κάνοντας πολύ απλά μαθηματικά βήματα μπορεί να αποδειχθεί ότι η διόρθωση φάσης στην έξοδο είναι ίση με την πραγματοποίηση επιμέρους στροφών φάσης για κάθε χρησιμοποιούμενο υποκανάλι στην είσοδο του σταδίου σύνθεσης, στον χαμηλό ρυθμό επεξεργασίας, όπου οι συγκεκριμένοι μίκτες πραγματοποιούν τις ακόλουθες διορθώσεις συχνότητας:

$$\begin{aligned} \text{filter bank A : } & e^{-2\pi j \frac{\hat{\epsilon}}{N} (Mn+M-1-m)} \\ \text{filter bank B : } & e^{-2\pi j \frac{\hat{\epsilon}}{N} (Mn-\frac{M}{2}+M-1-m)} \end{aligned} \quad (8.139)$$

Η ύπαρξη του όρου  $M/2$  για το κάτω συγκρότημα οφείλεται στη χρονική μετατόπιση των  $M/2$  δειγμάτων. Σημειώνεται ότι δεν είναι ευθύνη της διαδικασίας διόρθωσης συχνότητας η εξάλειψη σταθερών στροφών φάσης όπως π.χ. αυτή που εισάγεται από την καθυστέρηση επεξεργασίας του φίλτρου και η οποία ανιχνεύεται και διορθώνεται κατά το στάδιο της εξισορρόπησης (FEQ). Με τη μεταφορά του σταδίου διόρθωσης ουσιαστικά μπορεί να μειωθεί το φορτίο σε  $M - M'$  όπου  $M'$  είναι ο αριθμός των υποκαναλιών που συμμετέχουν στη διαδικασία της σύνθεσης του σήματος.



**Σχήμα 8.29:** Μέσο τετραγωνικό σφάλμα του χρονικού συγχρονισμού για τον νέο αλγόριθμο υπό την παρουσία παρεμβολής σύμφωνα με το σενάριο της παρ.8.26 για διάφορες τιμές SIR

Αυτό συμβαίνει καθώς για τα υποκανάλια που δεν περνούν από το στάδιο σύνθεσης, είναι περιττή οποιαδήποτε διαδικασία διόρθωσης.

Η μεταφορά της διόρθωσης πριν το στάδιο της σύνθεσης παρέχει και ένα επιπλέον πλεονέκτημα. Στην περίπτωση που το CR λαμβάνει σήματα προερχόμενα από διαφορετικούς πομπούς, μπορεί να πραγματοποιήσει διόρθωση ξεχωριστά ανάλογα με τα υποκανάλια που χρησιμοποιεί ο κάθε χρήστης. Η διαδικασία περιγράφεται επίσης στο σχήμα 8.30 όπου θεωρείται ότι λαμβάνονται δυο CR σήματα, το ένα τοποθετημένο στα υποκανάλια 0 και 1 ενώ το δεύτερο στα  $p, p + 1$ . Όπως φαίνεται στο σχήμα, οι μίκτες διόρθωσης για τα υποκανάλια χρησιμοποιούν διαφορετικές εκτιμήσεις συχνότητας  $\hat{\epsilon}_{userA}$  και  $\hat{\epsilon}_{userB}$  καθώς έχουν πραγματοποιηθεί δυο ML εκτιμήσεις για τους δυο χρήστες.

Με τη μέθοδο αυτή πρέπει βέβαια να σημειωθεί ότι αλλοιώνεται η PR ιδιότητα του δέκτη. Για την αποδιαμόρφωση του σήματος του χρήστη A αναμένεται το στάδιο σύνθεσης να ανακατασκευάσει το σήμα στην έξοδο με τη μορφή:

$$\hat{y}_n = e^{-2\pi j \frac{\hat{\epsilon}_{userA}}{N} n} \sum_{i=0}^{M_A+M_B} f_i(u) x_i(Mn - u)$$

όπου με  $M_A$  και  $M_B$  αναπαριστούνται τα υποκανάλια που κρίθηκαν απαραίτητα για την ανακατασκευή του σήματος και περιέχουν το σήμα τόσο από τον πομπό A όσο και από τον B. Με  $x_i$  αναπαριστούνται τα σήματα στο στάδιο ανάλυσης. Η διαφορετική στροφή φάσης έχει ως αποτέλεσμα την εισαγωγή της ακόλουθης παραμόρφωσης σε σχέση με το προσδοκώμενο αποτέλεσμα:

$$\Delta \hat{y}_n = \left(1 - e^{-2\pi j \frac{\hat{\epsilon}_{userB} - \hat{\epsilon}_{userA}}{N} n}\right) e^{-2\pi j \frac{\hat{\epsilon}_{userA}}{N} n} \sum_{i=0}^{M_B} f_i(u) x_i(Mn - u) \quad (8.140)$$

Η επιπλέον παραμόρφωση διατηρείται κατά κανόνα σε χαμηλά επίπεδα και προκαλεί ελάχιστη επιδείνωση του SNR για τις συνήθεις τιμές συχνοτικής ολίσθησης.

Τα πλεονεκτήματα αυτής της διαδικασίας από την άλλη μεριά είναι σαφή. Στο κεφάλαιο 4.4 έγινε ανάλυση της επιδείνωσης του SNR λόγω σφάλματος στη φασματική ολίσθηση. Από τη στιγμή που διαφορετικοί χρήστες έχουν διαφορετικές ολισθήσεις, ο δέκτης πρέπει να ανεχτεί ένα μεγάλο ποσό σφάλματος λόγω έλλειψης συγχρονισμού που οφείλεται στο γεγονός ότι δεν μπορεί να αντισταθμίσει ταυτόχρονα τις δυο διαφορετικές ολισθήσεις. Αυτό ισοδυναμεί με παραμόρφωση πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με την εισαγόμενη λόγω αλλοίωσης της PR ιδιότητας. Από την άλλη υπάρχει η δυνατότητα αντιστάθμισης της ολίσθησης στο πεδίο της συχνότητας μετά τον FFT αποδιαμόρφωσης, πράγμα όμως που επιφέρει μεγάλο υπολογιστικό φορτίο, φιλτράρισμα στο πεδίο της συχνότητας και γενικά λόγω του υψηλού ρυθμού επεξεργασίας και της μεγάλης τιμής του  $N$  αποτελεί μια δύσκολη διαδικασία που πρέπει να αποφεύγεται.

Τέλος πρέπει να σημειωθεί πως στην περίπτωση που στη διαδικασία ανακατασκευής του σήματος συμπεριλαμβάνονται και κενά υποκανάλια που διατηρούνται για την καλύτερη προσέγγιση της PR ιδιότητας, τότε η διόρθωση συχνότητας πρέπει να πραγματοποιηθεί και για το περιεχόμενο αυτών ώστε να υπάρξει ευθυγράμμιση των περιλαμβανόμενων aliases του σήματος που μας ενδιαφέρει και περιέχονται στις ζώνες αυτές. Στην περίπτωση που περιέχονται περισσότεροι χρήστες, τα κενά υποκανάλια ανατίθενται στον χρήστη που βρίσκεται πλησιέστερα σε κάθε μια, με αποτέλεσμα να παρουσιάζει ισχυρότερα aliases στη συγκεκριμένη φασματική περιοχή.

### 8.5.2 Μετατροπή σε Συνεχόμενη OFDM - Αποδεκατισμός

Στο σημείο αυτό προτείνεται μια μέθοδος σύμφωνα με την οποία από τη στιγμή που το σήμα δεν καταλαμβάνει το σύνολο του εύρους, ο ρυθμός επεξεργασίας στο τελικό στάδιο μειώνεται ώστε να διευκολυνθεί ο CR δέκτης μέσω της μείωσης του υπολογιστικού φορτίου στην αποδιαμόρφωση.

Παράλληλα το σήμα μετατρέπεται υπό μια έννοια από NC-OFDM σε κατά το δυνατό συνεχόμενη OFDM. Η χρήση της έκφρασης κατά το δυνατό γίνεται γιατί η συγκεκριμένη μέθοδος λειτουργεί έτσι ώστε ο FFT αποδιαμόρφωσης στην έξοδο να συνεχίζει να είναι δύναμη του 2. Αυτό γίνεται έτσι ώστε να αξιοποιηθούν τα υπολογιστικά οφέλη της χρησιμοποίησης ενός Radix-2 ή Radix-4 αλγορίθμου, σε αντίθεση με μια μέθοδο Split Radix [164] που ναι μεν μπορεί να υλοποιεί FFT διαφόρων μεγεθών αλλά κατά κύριο λόγο απαιτεί υπολογιστικό φορτίο πολύ μεγαλύτερο. Καθίσταται έτσι ασύμφορη η χρήση ενός π.χ. FFT 384 σημείων, σε σχέση με τον μεγαλύτερο αλλά αποδοτικότερο FFT 512 σημείων. Κατά συνέπεια αν το CR σήμα καταλαμβάνει τα 3/8 του διαθέσιμου φάσματος, ο αποδεκατισμός στην έξοδο γίνεται κατά δυο, και το CR σήμα δεν μετατρέπεται απολύτως σε συνεχόμενη OFDM, αλλά παρόλα αυτά καταλαμβάνει τα 3/4 του φάσματος της εξόδου.

Έστω ότι από τα  $M$  υποκανάλια του MDFT συγκροτήματος, το CR αποφασίζει την χρήση των  $M/L$  για την ανακατασκευή του σήματος, όπου το  $L$  είναι δύναμη του 2 ώστε ο FFT αποδιαμόρφωσης να μετατραπεί σε  $N/L$  σημείων. Η διαδικασία που ακολουθείται περιγράφεται από τα ακόλουθα βήματα:

**Ορισμός νέου διάνυσματος φασματικής διαθεσιμότητας :** Η ζώνη διαιρείται σε  $L$  τμήματα με  $M/L$  υποκανάλια ανά τμήμα. Το τελικό διάνυσμα φασματικής διαθεσιμότητας επίσης περιέχει  $M/L$  στοιχεία και στο συγκεκριμένο βήμα σκοπός είναι η ανάθεση των υποκαναλιών της αρχικής MDFT δομής στα υποκανάλια της αποδεκατισμένης εξόδου. Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή:

- Το πρώτο φασματικό τμήμα με υποκανάλια με δείκτες  $0 \dots M/L - 1$  αντιπαραβάλλεται με το νέο διάνυσμα φασματικής διαθεσιμότητας και τα υποκανάλια τα οποία διατηρούνται στο στάδιο σύνθεσης και περιέχονται σε αυτό, ανατίθενται στα αντίστοιχα υποκανάλια

του νέου διανύσματος φασματικής διαθεσιμότητας.

- Στη συνέχεια το δεύτερο φασματικό τμήμα με υποκανάλια με δείκτες  $M/L \dots 2M/L - 1$  αντιπαραβάλλεται με το νέο διάνυσμα φασματικής διαθεσιμότητας. Αν τα κανάλια του δεύτερου τμήματος που διατηρούνται στη σύνθεση μπορούν να καταλάβουν τα αντίστοιχα κανάλια του διανύσματος αυτό πραγματοποιείται. Αν κάποιο από τα υποκανάλια δεν μπορεί να τοποθετηθεί, το συγκεκριμένο τμήμα μένει σε αναμονή.
- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να ολοκληρωθεί έλεγχος και πιθανή τοποθέτηση και για τα  $L$  τμήματα.
- Για τα τμήματα που δεν πραγματοποιήθηκε ανάθεση ακολουθεί η ακόλουθη διαδικασία. Πραγματοποιείται ολίσθηση ανά ένα και αντιπάρθεση με το διάνυσμα ανάθεσης. Αν δεν υπάρχει σύγκρουση, τότε γίνεται η συγκεκριμένη αντιστοίχιση. Αλλιώς προχωράμε σε νέα ολίσθηση και νέο έλεγχο. Αν πραγματοποιηθούν  $L - 1$  έλεγχοι χωρίς αποτέλεσμα το τμήμα παραμένει σε αναμονή
- Η διαδικασία ολισθήσεων πραγματοποιείται και για τα υπόλοιπα εναπομείναντα τμήματα.
- Στην περίπτωση που δεν έχει ολοκληρωθεί η ανάθεση, επιλέγεται το πρώτο τμήμα που βρίσκεται σε αναμονή και διαιρείται σε δυο ίσα τμήματα. Για κάθε ένα τμήμα επαναλαμβάνεται ανεξάρτητα η διαδικασία τοποθέτησης.
- Συνεχίζονται οι ολισθήσεις και διαιρέσεις τμημάτων μέχρι να ολοκληρωθεί η ανάθεση όλων των υποκαναλιών.
- Στην περίπτωση που δεν είναι δυνατή η ανάθεση όλων των υποκαναλιών τότε η επιλογή αποδεκατισμού κατά  $L$  είναι λανθασμένη, καθώς το CR επιθυμεί να χρησιμοποιήσει για ανακατασκευή περισσότερα από  $M/L$  υποκανάλια.

Η διαδικασία ανάθεσης στο νέο διάνυσμα φασματικής διαθεσιμότητας περιγράφεται στο σχήμα 8.31 για μια περίπτωση  $M = 8$  υποκαναλιών και  $L = 2$ , ενώ το CR σήμα καταλαμβάνει τα υποκανάλια 0, 1, 5, 6. Όπως φαίνεται μετά την τοποθέτηση της πρώτης φασματικής ζώνης, ακολουθεί η είσοδος του 6ου υποκαναλιού στην 3η θέση του διανύσματος, αλλά το 5ο υποκάνάλι παραμένει χωρίς ανάθεση. Με διαδοχικές ολισθήσεις γίνεται εύρεση της κενής θέσης και ανατίθεται εκεί.

**Σμίκρυνση FFT και επαναδρομολόγηση των υποκαναλιών :** Ο FFT που πραγματοποιεί την πολυφασική υλοποίηση για τα δυο συγκροτήματα μειώνεται κατά  $L$  φορές, δηλαδή γίνεται FFT  $M/L$  σημείων. Σε αυτό το σημείο γίνεται προφανές ότι πρέπει να πραγματοποιείται ακέραια διαίρεση του  $M$  με το  $L$ . Τα υποκανάλια με βάση την αντιστοίχιση που έγινε στο προηγούμενο βήμα μεταξύ παλιού και νέου διανύσματος διαθεσιμότητας μεταφέρονται στις αντίστοιχες εισόδους του FFT όπως εικονίζεται στο σχήμα 8.32 για το προηγούμενο παράδειγμα.

**Διόρθωση φάσης πριν τον FFT :** Όπως και στην περίπτωση του συμβατικού MDFT συγκροτήματος πραγματοποιείται μια διόρθωση φάσης που εισάγεται λόγω της αιτιατότητας των φίλτρων. Το ίδιο πραγματοποιείται και σε αυτή την περίπτωση, μόνο που τώρα ο πολλαπλασιαστής στροφής δίνεται από τον όρο:

$$e^{-2\pi j k \left( \frac{P_0 - 1}{2M} + L - 1 - \delta \right)}$$

οπού  $k$  είναι ο δείκτης του υποκαναλιού με βάση το νέο διάνυσμα ανάθεσης. Όπως παρατηρείται υπάρχει μια μεταβολή η οποία οφείλεται στον κατά  $L$  αποδεκατισμό. Αν σκεφτούμε

ότι ο αποδεκατισμός γίνεται απευθείας στην έξοδο, τότε αυτός μπορεί να πραγματοποιηθεί με κάποια μετατόπιση (offset)  $\delta = 0 \dots L-1$ . Π.χ. για  $\delta = 0$  τα δείγματα που διατηρούνται είναι αυτά με δείκτες  $0, L, 2L, \dots$ . Αντίστοιχα συμβαίνει και για τα υπόλοιπα offset. Στην περίπτωση που το offset είναι μη μηδενικό τότε εισάγεται μια ολίσθηση φάσης. Τον ρόλο αυτού του αντισταθμιστή παίζει η συγκεκριμένη στροφή.

Το γεγονός ότι στη συγκεκριμένη υλοποίηση για  $\delta = 0$  εισάγεται η μεγαλύτερη στροφή, οφείλεται στην δομή του MDFT συγκροτήματος. Αυτό συμβαίνει γιατί η υλοποίηση 3ης τάξης πολυφασικών συνιστωσών για να μετατραπεί σε αιτιατή, εισάγει μια πρόσθετη καθυστέρηση κατά  $M - 1$  δείγματα, αντιστρέφοντας πρακτικά την έννοια του offset.

**Το πολυφασικό φίλτράρισμα :** Μετά τη στροφή φάσης το σήμα οδηγείται στον FFT και στη συνέχεια ακολουθούν τα πολυφασικά φίλτρα. Στην περίπτωση αυτή, οι πολυφασικές συνιστώσες υπολογίζονται ξανά με βάση το  $M$  δηλαδή χρησιμοποιούνται τα ήδη υπολογισθέντα πολυφασικά φίλτρα. Όμως τώρα πρέπει να γίνει: α) αναδιάταξη τους με βάση τον παράγοντα και το offset αποδεκατισμού και β) διατήρηση μόνο των  $M/L$  φίλτρων, καθώς η χρησιμοποίηση των υπολοίπων παράγει δείγματα τα οποία δεν χρησιμοποιούνται αλλά απορρίπτονται. Πιο συγκεκριμένα εξάγεται ο κανόνας:

$$\text{subchannel } k \rightarrow \bar{E}_{Lk+L-1}(Z) \quad (8.141)$$

Η αναδιάταξη των πολυφασικών συνιστωσών γίνεται έτσι ώστε να απορριφθούν αυτά που δεν βγάζουν ωφέλιμη έξοδο (υποδειγματοληψία πολυφασικών φίλτρων κατά  $L$ ) και ανάλογα η επιλογή των κατάλληλων για την επίτευξη του επιθυμητού offset. Αυτό επιτυγχάνεται με την επιλογή του συγκεκριμένου κανόνα.

Αν ακολουθηθούν τα συγκεκριμένα βήματα, το σήμα στην έξοδο προκύπτει αποδεκατισμένο κατά  $L$  και με την μικρότερη δυνατή παραμόρφωση. Είναι σαφές ότι από τη στιγμή που επιλέχθηκε η πραγματοποίηση αποδεκατισμού δεν μπορεί να διατηρηθεί η PR ιδιότητα του συγκροτήματος καθώς η ύπαρξη aliases είναι δεδομένη και αναπόφευκτη. Η ποιότητα του ανακατασκευασμένου σήματος εξαρτάται από την απόσβεση των φίλτρων σύνθεσης και το πόσο καλά προστατεύουν το σήμα από τα aliases. Επίσης όσο λιγότερες είναι οι ολισθήσεις που πραγματοποιούνται τόσο μικρότερη η συνολική παραμόρφωση, αφού κάθε διάσπαση των ζωνών σε μικρότερες αυξάνει περισσότερο τις εισαγόμενες παραμορφώσεις λόγω aliasing. Ένα παράδειγμα της λειτουργίας του αποδεκατισμού που προκύπτει μέσω εξομοιώσεων για shaped-OFDM και παραμέτρους  $N = 2048$ ,  $M = 32$ ,  $K = 8$  και όπου το CR καταλαμβάνει τρία κανάλια πρωτεύοντος (12 υποκανάλια του MDFT) με δείκτες 1, 2 και 7 παρουσιάζεται στο σχήμα 8.33. Θεωρήθηκε πολύ μεγάλο SNR (50dB).

### 8.5.3 Υβριδική λειτουργία με OFDM-OQAM

Στην παράγραφο 5.2 παρουσιάστηκαν οι προσθήκες που πρέπει να γίνουν για να λειτουργήσει ένα MDFT συγκρότημα ανάλυσης ως OFDM-OQAM δέκτης. Κατά συνέπεια η δομή του δέκτη που προτάθηκε είναι απολύτως συμβατή με την λήψη μιας OFDM-OQAM κυματομορφής με τις απλές προσθήκες της παραγράφου 5.2. Ο προτεινόμενος δέκτης συνεπώς μπορεί να λειτουργήσει ταυτόχρονα σε δυο καταστάσεις OFDM και OFDM-OQAM.

Για την αποδιαμόρφωση της OFDM-OQAM κυματομορφής απαιτείται μόνο το στάδιο ανάλυσης και η εξαγωγή της πληροφορίας ακολουθεί. Προκύπτει το ερώτημα γιατί να μην χρησιμοποιηθεί εξολοκλήρου η OFDM-OQAM αφού και καλύτερα φασματικά χαρακτηριστικά διαθέτει και δεν

απαιτείται στάδιο σύνθεσης κατά τη λήψη. Η απάντηση είναι απλή. Η OFDM-OQAM παρουσιάζει υπολογιστικά πλεονεκτήματα, όσο ο ραδιοδιάυλος για τη ζώνη διέλευσης κάθε υποκαναλιού μπορεί να θεωρηθεί τοπικά επίπεδος. Αυτή η υπόθεση γίνεται εύκολα όταν στόχος είναι η ανίχνευση του σήματος ή η εκτίμηση μιας παραμέτρου, αλλά δεν μπορεί να γίνει απλά στην περίπτωση που στόχος είναι η αποδιαμόρφωση ενός σήματος.

Αν για παράδειγμα θεωρήσουμε ότι το CR ψηφιοποιεί μια ζώνη 40 MHz και χρησιμοποιεί MDFT συγκρότημα με 32 υποκανάλια, τότε το εύρος ζώνης κάθε υποκαναλιού προκύπτει 1.25 MHz. Για μια τόσο μεγάλη ζώνη διέλευσης, η θεώρηση ότι το κανάλι παραμένει επίπεδο είναι για τους τυπικούς ραδιοδιαύλους είναι απίθανη. Στην περίπτωση αυτή η αποδιαμόρφωση OFDM-OQAM [103] δεν μπορεί να γίνει με απλή χρήση εξισορρόπησης στο πεδίο της συχνότητας, έτσι ώστε να διατηρηθεί το υπολογιστικό φορτίο σε χαμηλά επίπεδα. Πρέπει λοιπόν να χρησιμοποιηθεί Time Equalizer (TEQ), δηλαδή σε κάθε έξοδο του συγκροτήματος ανάλυσης, πρέπει να προσαρμοστεί ένα νέο φίλτρο το οποίο και αντιστρέφει την επίδραση του ραδιοδιαύλου. Μάλιστα λόγω των επιτρεπτών επικαλύψεων μεταξύ των υποκαναλιών καθώς και της καταστροφής της ορθογωνιότητας των σημάτων λόγω του ραδιοδιαύλου, πρέπει να δημιουργηθούν σύνθετες δομές εξισορρόπησης οι οποίες θα λαμβάνουν υπόψη εκτός από την επίδραση του διαύλου και την παρεμβολή που προκαλείται από τα γειτονικά υποκανάλια. Αλγόριθμοι εξισορρόπησης μπορούν να βρεθούν στα [104], [103], [102]. Σε κάποιες περιπτώσεις μάλιστα η εξισορρόπηση πρέπει να εισέλθει μέσα στο MDFT συγκρότημα καθώς πρέπει να γίνει σε υψηλότερο ρυθμό από αυτόν με τον οποίο γίνεται η ανάκτηση των δεδομένων ανά κανάλι. Ο equalizer που δοκιμάστηκε σε εξομοιώσεις και αποδίδει καλά χρησιμοποιεί ανάδραση απόφασης με ακύρωση των παρεμβολών, αλλά στην περίπτωση που είναι επιθυμητή μεγάλη ακρίβεια απαιτείται μεγάλος αριθμός συντελεστών και άρα κατανάλωση μεγάλου υπολογιστικού φορτίου.

Από την άλλη μεριά, η απόφαση αύξησης του αριθμού των υποκαναλιών σε αριθμό τέτοιο ώστε να εξασφαλίζεται κατά κάποιο τρόπο η υπόθεση τοπικής σταθερότητας του διαύλου δεν είναι ρεαλιστική. Η κατασκευή φίλτρων μεγάλης απόσβεσης στη ζώνη αποκοπής με διατήρηση της PR ιδιότητας για αυθαίρετα μικρές ζώνες διέλευσης, έχει ως αποτέλεσμα τον σχεδιασμό φίλτρων εξαιρετικά μεγάλου μεγέθους και πολύ μικρών συντελεστών. Δημιουργούνται έτσι προβλήματα που οφείλονται σε σφάλματα ακρίβειας στους επεξεργαστές, με αποτέλεσμα αλλοιώσεις των φίλτρων και εισαγωγή ανεξέλεγκτων παραμορφώσεων σε πολλά επίπεδα.

Παρόλα αυτά η χρήση της OFDM-OQAM προτείνεται ανεπιφύλακτα όποτε αυτό καθίσταται δυνατό, δηλαδή για ζώνες συχνοτήτων που η συχνοεπιλεκτικότητα του διαύλου είναι εύκολα ελέγξιμη. Η δημιουργία ενός κανόνα ελέγχου επιδόσεων και υπολογιστικού κόστους σε έναν MDFT δέκτη, έτσι ώστε να ελέγχεται και να καθορίζεται η υβριδική λειτουργία μεταξύ OFDM και OFDM-OQAM κυματομορφών αποτελεί μελλοντικό αντικείμενο έρευνας.

#### 8.5.4 Φασματική Ανίχνευση

Εκτεταμένη ανάλυση των διαδικασιών φασματικής ανίχνευσης με χρήση συγκροτημάτων φίλτρων αλλά και της διαδικασίας ανίχνευσης 3SS (τριών καταστάσεων) μπορούν να βρεθούν στα κεφάλαια 6 και 7. Για αυτό το λόγο δεν γίνεται εκτενής ανάλυση σε αυτό το σημείο.

Η ενσωμάτωση της διαδικασίας φασματικής ανίχνευσης του κεφαλαίου 6 γίνεται χωρίς καμία περαιτέρω προσθήκη. Μάλιστα για τη διατήρηση της πολυπλοκότητας σε χαμηλά επίπεδα μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ανίχνευση μετά τον διαχωρισμό του σήματος σε πραγματικό και φανταστικό, έτσι ώστε να υπάρχει ανεξαρτησία μεταξύ των εξόδων των υποκαναλιών (αναφέρεται και ως ανίχνευση OFDM-OQAM). Με αυτόν τον τρόπο το CR σύστημα μπορεί και ανιχνεύει εκπομπές σε οποιοδήποτε δίαυλο του πρωτεύοντος, αξιοποιώντας την συνολική πληροφορία που παρέχεται

από τα  $M$  φίλτρα.

Όσον αφορά τη φασματική ανίχνευση τριών καταστάσεων αυτή μπορεί να υλοποιηθεί με ανάλογο τρόπο με τον συγχρονισμό, όπου όμως αυτή τη φορά αναλύονται τα υποκάναλια που δεν χρησιμοποιούνται από το συγκεκριμένο CR τερματικό για λήψη. Δυστυχώς σε αυτή την περίπτωση δεν μπορεί να εξασφαλιστεί ανεξαρτησία μεταξύ διαδοχικών υποκαναλιών, παρά μόνο αν αγνοηθεί η συχνοτική ολίσθηση και η αναγνώριση πραγματοποιηθεί μετά το διαχωρισμό σε φανταστικό και πραγματικό. Ο πιο απλός παρόλα αυτά τρόπος εισαγωγής των 3SS αλγορίθμων είναι η τοποθέτηση τους μαζί με τις βαθμίδες συγχρονισμού και η χρήση ενός απλού κανόνα σύντηξης (AND ή OR) για την λήψη μοναδικής απόφασης ανά δίαυλο πρωτεύοντος.

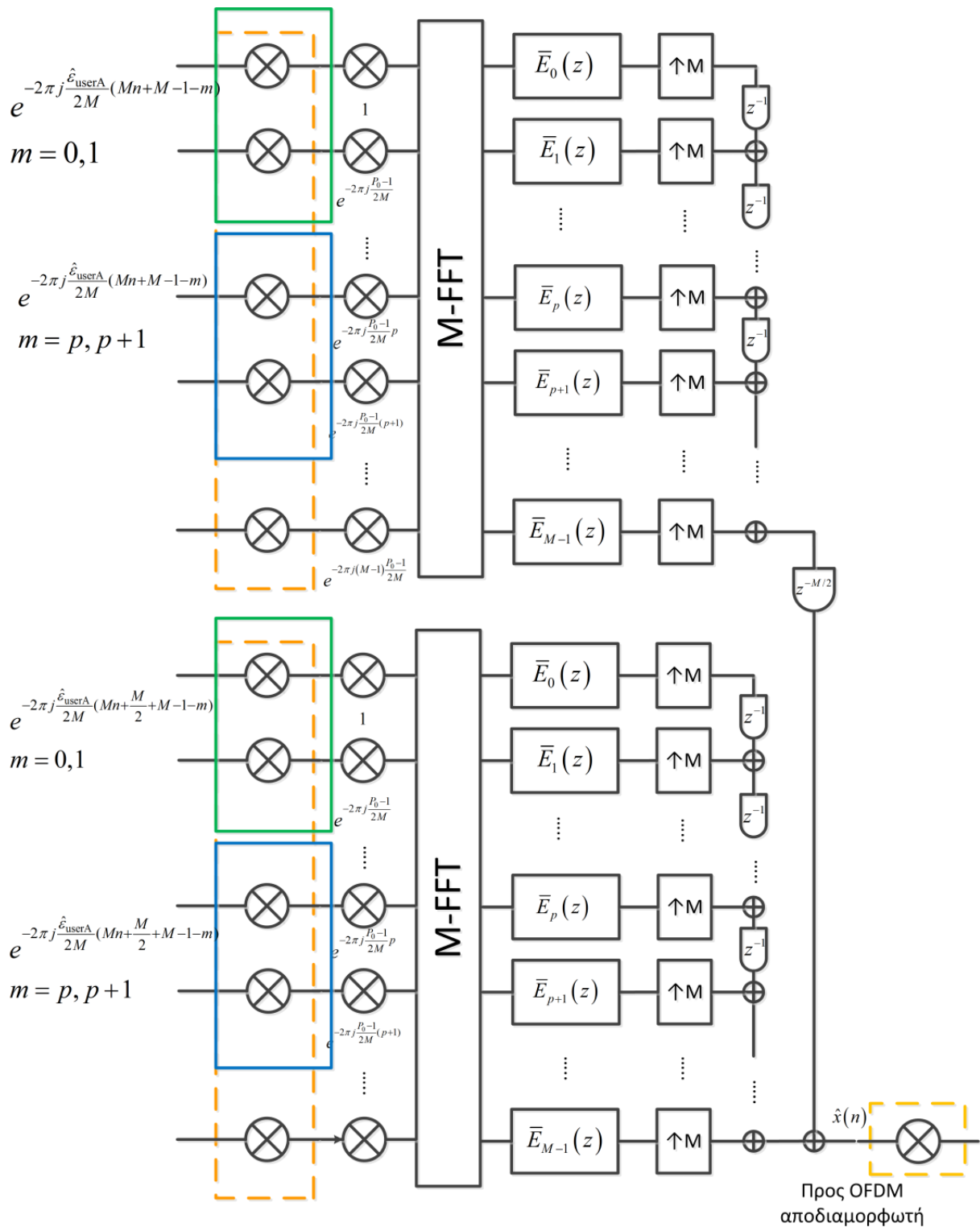
### 8.5.5 Πρακτικό Παράδειγμα Λειτουργίας

Για να γίνει αντιληπτή η σημασία της ύπαρξης του συστήματος προστασίας του CR συστήματος έγινε μέσω εξομοίωσης η ακόλουθη δοκιμή.

Θεωρείται το σύστημα και οι δυο δέκτες της παρ. 8.3.4. Σε αυτή την περίπτωση τα συστήματα τοποθετούνται σε περιβάλλον εξομοίωσης όπου τα χαρακτηριστικά των διαύλων, τόσο για τα CR συστήματα, όσο και για τους PU χρήστες καθορίζονται από τηλεπικοινωνιακό μοντέλο. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο Winner για κανάλια B1 (μικροκυψέλη παρ. 9.3) και το μοντέλο θαλάσσιων μεταδόσεων (παρ. 9.4) με την ομάδα 2 (περιβάλλον λιμένα). Η μόνη παρέμβαση που έγινε στην παραγωγή των σεναρίων από τα μοντέλα ήταν η κανονικοποίηση της ισχύος του CR συστήματος με βάση τη διαδικασία της παρ. 9.2 έτσι ώστε να είναι απολύτως ελεγχόμενος ο σηματοθορυβικός λόγος.

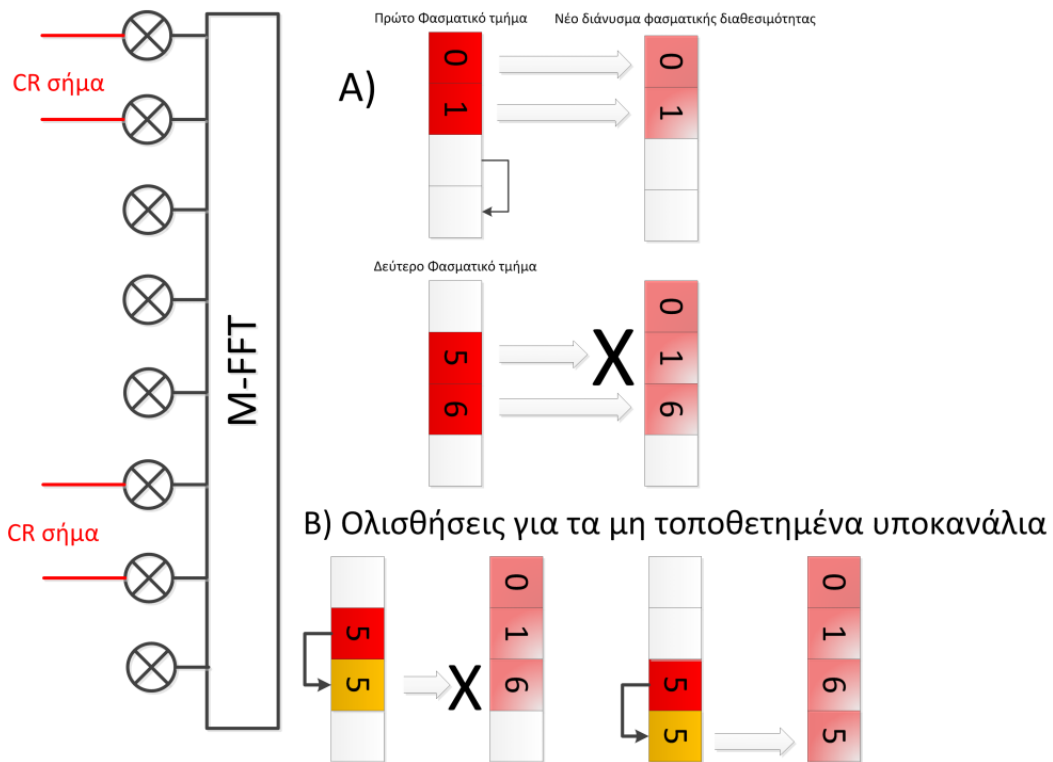
Θεωρήθηκε ότι οι δυο δέκτες λαμβάνουν υπό τις ίδιες συνθήκες διαλείψεων ραδιοδιαύλου, θορύβου και παρεμβολής από πρωτεύοντες χρήστες που καταλαμβάνουν είτε το 25%, είτε το 50% της ζώνης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα σχήματα 8.34 και 8.35 όσον αφορά το ρυθμό σφαλμάτων bit (BER) και αποδεικνύουν την αναγκαιότητα ύπαρξης του συστήματος προστασίας σε ένα CR για ένα σύνολο ρεαλιστικών σεναρίων λειτουργίας.

□

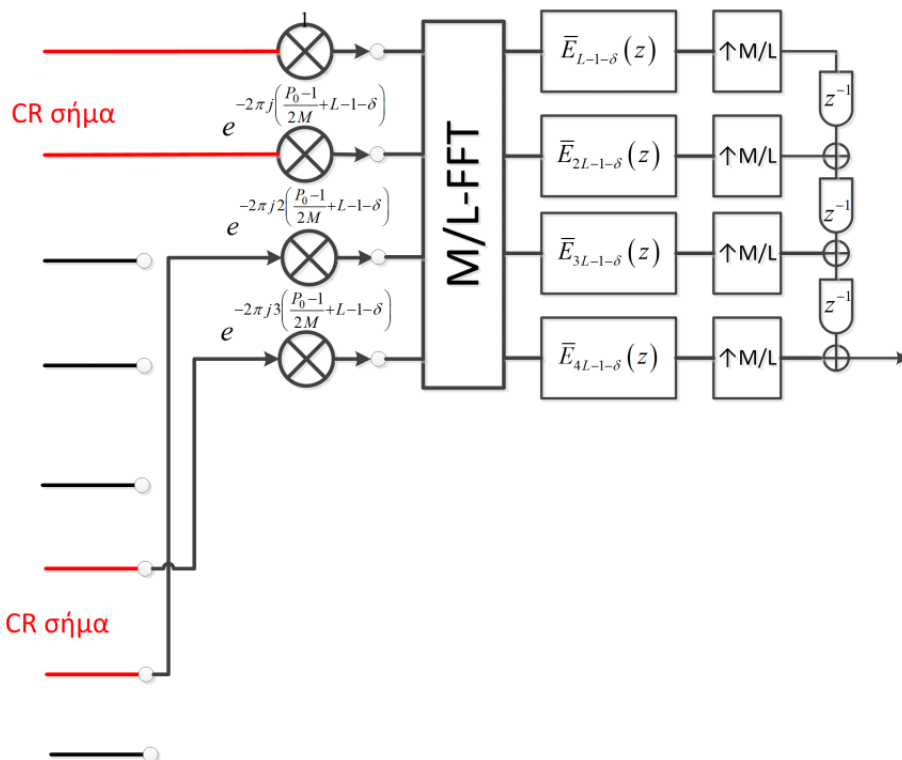


Σχήμα 8.30: Διάταξη διόρθωσης συχνότητας στην βαθμίδα σύνδεσης του MDFT συγκροτήματος

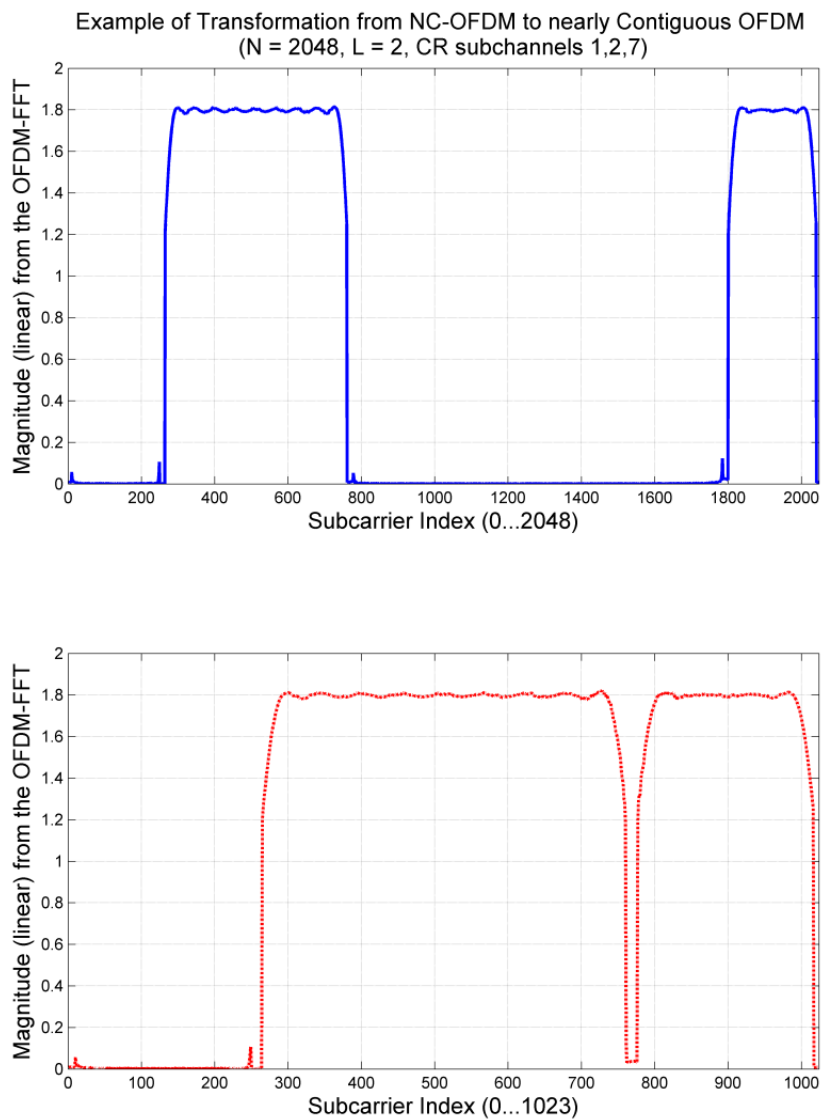




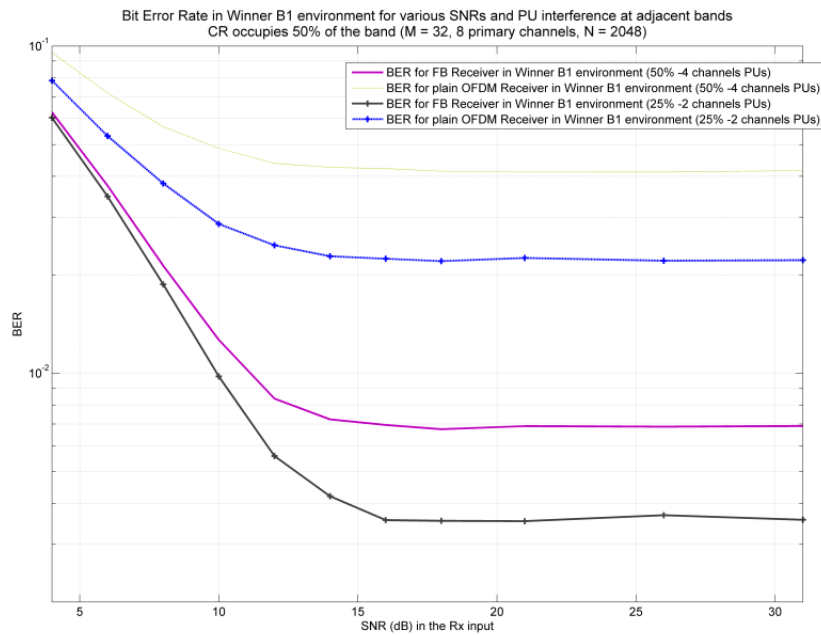
**Σχήμα 8.31:** Διαδικασία ανάθεσης υποκαναλιών στο νέο διάνυσμα φασματικής διαθεσιμότητας για  $M = 8, L = 2$



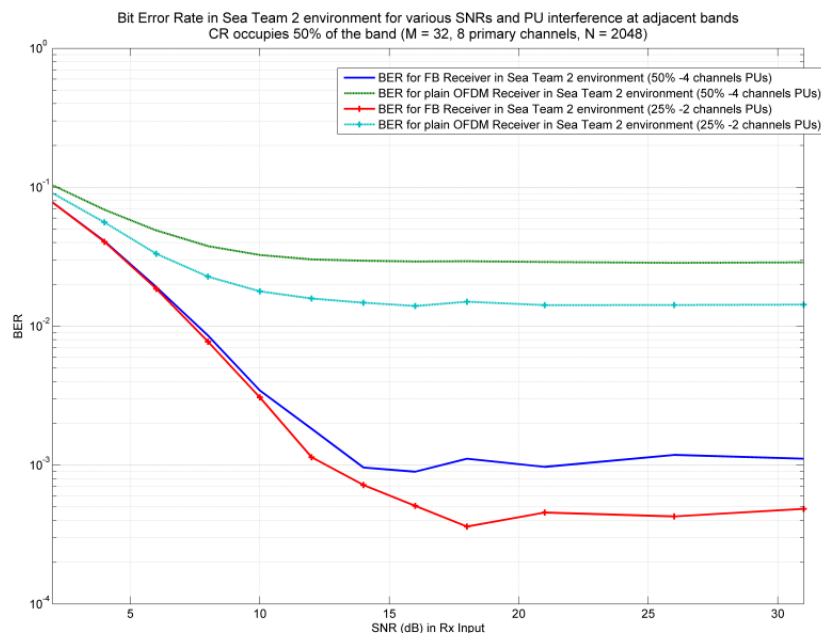
**Σχήμα 8.32:** Η πολυφασική δομή του MDFT με αποδεκατισμό για  $M = 8, L = 2$ . Παρουσιάζεται μόνο το ένα πολυφασικό συγκρότημα. Για το δεύτερο ισχύουν ακριβώς οι ίδιες διαδικασίες



**Σχήμα 8.33:** Παράδειγμα αποδεκατισμού για  $N=2048$ ,  $K=8$ ,  $M=32$ ,  $L=2$ . Το CR καταλαμβάνει τα κανάλια 1,2,7 του πρωτεύοντος



**Σχήμα 8.34:** Επίδοση BER σε συνάρτηση με το σηματοδορυβικό λόγο για ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας του CR συστήματος για τον συμβατικό OFDM και τον MDFT ισοδύναμο δέκτη για το σενάριο που περιγράφεται στην παρ. 8.3.4 και περιβάλλον μικροκυψέλης Winner 2. Οι υπάρχουσες παρεμβολές παράγονται τυχαία από το μοντέλο



**Σχήμα 8.35:** Επίδοση BER σε συνάρτηση με το σηματοδορυβικό λόγο για ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας του CR συστήματος για τον συμβατικό OFDM και τον MDFT ισοδύναμο δέκτη για το σενάριο που περιγράφεται στην παρ. 8.3.4 και περιβάλλον θαλάσσιας μετάδοσης σε λιμάνι παρ. 9.4. Οι υπάρχουσες παρεμβολές παράγονται τυχαία από το μοντέλο



## Κεφάλαιο 9

# Το τηλεπικοινωνιακό κανάλι

Η γνώση της συμπεριφοράς και της επίδρασης του τηλεπικοινωνιακού διαύλου είναι απαραίτητη για την σχεδίαση οποιουδήποτε συστήματος. Ειδικότερα σε έξυπνα SDR-CR συστήματα, η ανάγνωση και πρόβλεψη της συμπεριφοράς των πιθανών επιπτώσεων της επίδρασης του ραδιοδιαύλου αποτελεί βασικό και αναπόσπαστο τμήμα της γνωστικής του λειτουργίας.

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής τα χαρακτηριστικά και η συμπεριφορά του ραδιοδιαύλου μελετήθηκαν με την πραγματοποίηση μετρήσεων, στατιστικού χαρακτηρισμού και μοντελοποίησης ειδικού τύπου ραδιοδιαύλων. Συγκεκριμένα πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις για ευρυζωνικά συστήματα κινητών επικοινωνιών σε ραδιοδιαύλους σε περιβάλλον θάλασσας στην ζώνη συχνοτήτων των 1.9 GHz. Οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν σε χαρακτηριστικά περιβάλλοντα του Αιγαίου πελάγους. Σκοπός ήταν η μοντελοποίηση του διαύλου που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη συστήματος κινητών επικοινωνιών από πλοίο σε πλοίο. Ο όρος θαλάσσιο περιβάλλον που χρησιμοποιείται στην παρούσα μελέτη αφορά ραδιοδιαύλους σε θαλάσσια στενά όπου η στεριά (χερσόνησοι, ακρωτήρια, ορεινοί όγκοι κλπ) εισχωρεί ή συνυπάρχει με την θάλασσα. Οι θέσεις μέτρησης επιλέχθηκαν προσεκτικά ώστε να καλύπτουν σε μεγάλο βαθμό τον τύπο των καναλιών που είναι πιθανό να συναντηθούν καθώς ένας στόλος σκαφών ή πλοίων κινείται στο Αιγαίο πέλαγος.

Κατά τη μελέτη των εν λόγω διαύλων εκτιμήθηκε η μεγάλης κλίμακας συμπεριφορά τους και στην συνέχεια η μικρής κλίμακας συμπεριφορά τους με επίκεντρο στο φάσμα ισχύος καθυστέρησης (Power Delay Profile - PDP). Το PDP αποτελεί ουσιαστικά την κανονικοποιημένη συνάρτηση της μέσης λαμβανόμενης ισχύος σε σχέση με την σχετική καθυστέρηση, αν θεωρηθεί πως εκπέμπονται κρουστικοί παλμοί. Με τον όρο σχετική καθυστέρηση εννοούμε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ του πρώτου αφικνούμενου σήματος στο δέκτη και των ειδώλων του που καταφθάνουν καθυστερημένα λόγω της πολυδιαδρομικής διάδοσης στο ασύρματο κανάλι. Τα αποτελέσματα διαχωρίζονται σε περιπτώσεις όπου στο διάυλο υπάρχει οπτική επαφή μεταξύ πομπού και δέκτη (Line of Sight - LOS) και σε περιπτώσεις που πομπός και δέκτης δεν έχουν οπτική επαφή (Non Line Of Sight - NLOS). Αυτός ο διαχωρισμός είναι απαραίτητος καθώς δεν είναι δυνατή η εξαγωγή ενιαίων αποτελεσμάτων αφού η μορφή του PDP καθώς επίσης και τα στατιστικά χαρακτηριστικά του σήματος παρουσιάζουν ριζικές διαφορές στις δυο περιπτώσεις.

Η ανάλυση έδειξε πως για ομοιοκατευθυντικές στο αζιμούθιο επίπεδο εκπομπές το προφίλ της λαμβανόμενης ισχύος στο πεδίο της καθυστέρησης αποτελείται από ομαδοποιημένες κορυφές που εξαρτώνται από τη θέση των σκεδαστών που προκαλούν την πολυδιαδρομική διάδοση στο χώρο. Η ισχύς της κάθε κορυφής εξαρτάται από τη φύση του σκεδαστή (μέγεθος, τραχύτητα κλπ) και δεν είναι εύκολο να μοντελοποιηθεί με απλές μαθηματικές εκφράσεις όπως για παράδειγμα το εκθετικό PDP. Το PDP μπορεί να χαρακτηριστεί από τα ακόλουθα μεγέθη: α) τη μέση σχετική

καθυστέρηση (mean excess delay), β) την rms (ενεργό) εξάπλωση της σχετικής καθυστέρησης (rms delay spread) καθώς και γ) το εύρος ζώνης συνοχής. Τυπικά αποτελέσματα των μεγεθών αυτών παρουσιάζονται στην παρούσα μελέτη. Τέλος ακολουθεί ο στατιστικός χαρακτηρισμός για κάθε διακριτή συνιστώσα διάδοσης (path), οι οποίες χαρακτηρίζονται με βάση τις γνωστές και ευρέως διαδεδομένες κατανομές Rayleigh και Rice. Για την ολοκλήρωση της μελέτης χαρακτηρισμού του διαύλου γίνεται ανάλυση και προσδιορισμός του φάσματος Doppler για τα μεμονωμένα paths.

Επίσης πριν την παρουσίαση του μοντέλου που αναπτύχθηκε γίνεται παρουσίαση ενός αλγορίθμου για την παραγωγή κρουστικών αποκρίσεων βασισμένων σε ένα τηλεπικοινωνιακό μοντέλο με συγκεκριμένη τιμή συνολικής ισχύος. Η ανάπτυξη του αλγορίθμου έγινε λόγω της ανάγκης χρήσης πολλών στιγμιότυπων από κανάλια ενός τύπου περιβάλλοντος με συγκεκριμένο στιγμιαίο SNR ώστε να αξιολογηθούν οι επιδόσεις των αλγορίθμων. Παράλληλα διαπιστώθηκε ότι χρησιμοποιείται ευρύτατα η τεχνική της απλής κανονικοποίησης των κρουστικών αποκρίσεων του καναλιού για την επίτευξη του σκοπού αυτού, πράγμα που είναι μαθηματικά εσφαλμένο με αποτέλεσμα την ύπαρξη σημαντικών αποκλίσεων στη στατιστική συμπεριφορά των στιγμιότυπων του καναλιού από αυτή που προβλέπεται από το μοντέλο που χρησιμοποιείται. Γίνεται επίσης σύνομη αναφορά στο μοντέλο Winner που χρησιμοποιήθηκε επίσης για τον έλεγχο των επιδόσεων των αλγορίθμων που επίσης μελετήθηκαν στη διατριβή.

## 9.1 Θεωρητικά Στοιχεία για το Τηλεπικοινωνιακό Κανάλι

**Χαρακτηρισμός διαύλου Μεγάλης κλίμακας:** Ο μεγάλης κλίμακας (large scale) χαρακτηρισμός του ραδιοδιαύλου αφορά τη μοντελοποίηση και εκτίμηση των μέσων απωλειών διάδοσης που εισάγει μακροσκοπικά ο δίαυλος ([180], [181]). Ο μακροσκοπικός χαρακτηρισμός αφορά τις απώλειες λόγω της απόστασης και της φύσης των μακροσκοπικών χαρακτηριστικών του περιβάλλοντος. Ο μεγάλης κλίμακας χαρακτηρισμός ενός μετρούμενου περιβάλλοντος μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη χρήση του λογαριθμικού (ως προς την απόσταση) μοντέλου. Σύμφωνα με αυτό, οι απώλειες διάδοσης είναι εκθετική συνάρτηση της απόστασης και μπορούν να εκτιμηθούν σε dB με βάση την παρακάτω εξίσωση:

$$PL(d) = PL(d_0) + 10n \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + \chi \quad (9.1)$$

Η παράμετρος  $n$  (που ονομάζεται και συντελεστής εξασθένισης) αποτελεί τον εκθέτη του ισοδύναμου γραμμικού μοντέλου και υποδεικνύει τον ρυθμό αύξησης της εξασθένισης με την αύξηση της απόστασης. Το  $\chi$  αποτελεί μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή (δεδομένου ότι η μέση τιμή απωλειών δίνεται από το λογαριθμικό μοντέλο). Η τυπική απόκλιση της μεταβλητής  $\chi$  ονομάζεται συντελεστής σκίασης  $\sigma$ , εκφράζεται σε dB και αντιπροσωπεύει τη μεταβλητότητα και την πολυπλοκότητα του περιβάλλοντος που μελετάται. Αν δηλαδή το περιβάλλον διάδοσης περιλαμβάνει ποικιλία εμποδίων αναμένεται αυξημένος συντελεστής σκίασης (η ονομασία προκύπτει από τη "σκιά" που προκαλεί το εμπόδιο στη ζεύξη) δηλαδή αυξημένη διασπορά της λαμβανόμενης ισχύος γύρω από την μέση εκτιμώμενη τιμή. Και οι δύο παράγοντες μπορούν να υπολογιστούν με βάση μετρήσεις σε διάφορες αποστάσεις. Ο συντελεστής εξασθένισης μπορεί να υπολογιστεί με χρήση της μη γραμμικής μεθόδου ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος και ο συντελεστής σκίασης ως η ρίζα του εκτιμημένου μέσου τετραγωνικού σφάλματος.

**Χαρακτηρισμός διαύλου Μικρής κλίμακας:** Ο μικρής κλίμακας χαρακτηρισμός του διαύλου περιέχει τόσο τη μελέτη και μοντελοποίηση της χρονικής διασποράς του διαδιδόμενου σή-

ματος (πεδίο καθυστέρησης) όσο και ανάλυση της χρονικής μεταβλητότητας (πεδίο χρόνου) και χωρικής μεταβλητότητας (χωρικό πεδίο).

Το πρώτο βήμα που πρέπει να ακολουθηθεί για την μικροσκοπική ανάλυση της συμπεριφοράς του σήματος είναι ο διαχωρισμός του συνόλου των μετρημένων δεδομένων σε υποσύνολα μικρών χρονικών περιόδων όπου το κανάλι μπορεί να θεωρηθεί Στατικό υπό την Ευρεία Έννοια με Ασυσχετίστη Σκέδαση (Wide Sense Stationary and Uncorrelated Scattering - WSSUS). Αυτό είναι απαραίτητη προϋπόθεση για τη συνέχιση της μελέτης. Η έννοια της Στατικότητας υποδηλώνει ότι τα στατιστικά χαρακτηριστικά που ορίζουν τις κατανομές του σήματος και κατά συνέπεια του διαύλου, παραμένουν αμετάβλητα σε σχέση με το χρόνο. Αυτό σημαίνει ότι οι μέσες τιμές και οι συναρτήσεις αυτοσυσχετίσης παραμένουν αμετάβλητες με τον χρόνο. Στον τηλεπικοινωνιακό δίαυλο αυτό φυσικά δεν τηρείται παραμόνο για μικρά χρονικά διαστήματα (ή αντίστοιχα μικρές περιοχές κίνησης). Για αυτόν τον λόγο υιοθετείται η λογική της υπό την ευρεία έννοια Στατικότητας. Από την άλλη η Ασυσχετίστη Σκέδαση ορίζει πως οι διακριτές συνιστώσες του PDP δεν συσχετίζονται μεταξύ τους. Επακόλουθο αυτής της υπόθεσης είναι πως ισχύει η αρχή της Στατικότητας στο πεδίο της Συχνότητας (και κατά συνέπεια οι συναρτήσεις συσχέτισης στο πεδίο της συχνότητας παραμένουν σταθερές και εξαρτώνται από το  $\delta f$  και όχι από τις εκάστοτε απόλυτες συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$ ). Ο διαχωρισμός των δεδομένων σε WSS υποσύνολα μπορεί να πραγματοποιηθεί με βάση μια διαδικασία που περιγράφεται στη συνέχεια, ενώ η συνθήκη US θεωρήθηκε αληθής ως υπόθεση της μελέτης [181].

Όπως αναφέρθηκε ήδη ένα κρίσιμο μέγεθος στη μελέτη της διασκορπιστικής φύσης του WSSUS καναλιού είναι το PDP που συνδέεται με την συνάρτηση αυτοσυσχετίσης στο πεδίο της συχνότητας μέσω μετασχηματισμού Fourier. Η κρουστική απόκριση ενός WSSUS ραδιοδιαύλου συνήθως μοντελοποιείται ως ένα χρονομεταβλητό FIR φίλτρο ή αλλιώς ως ένα άθροισμα χρονικά μετατοπισμένων κρουστικών. Δηλαδή αποτελεί ένα σύνολο διακριτών ηχών του σήματος με την κάθε συνιστώσα να διαθέτει την δικιά της καθυστέρηση και μιγαδικό πλάτος.

$$h(t, \tau) = \sum_{\kappa} \alpha_{\kappa}(t) \delta(\tau - \tau_{\kappa}) \quad (9.2)$$

Αν θεωρηθεί εκπομπή κρουστικών παλμών το στιγμιαίο PDP θα δίνεται από την εξίσωση [182]:

$$P(t, \tau) = |h(t, \tau)|^2 = \sum_{\kappa} |\alpha_{\kappa}(t)|^2 \delta(\tau - \tau_{\kappa}) \quad (9.3)$$

Οι δυο πρώτες στατιστικές ροπές του  $P(t, \tau)$  αποτελούν παραμέτρους που χαρακτηρίζουν την διασκορπιστική φύση των διαύλων. Αυτές οι παράμετροι είναι το Mean excess Delay - (MED) και το RMS delay spread - (DS) και δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\text{MED } m = \frac{\int_0^{\infty} \tau P(t, \tau) d\tau}{\int_0^{\infty} P(t, \tau) d\tau} \quad (9.4)$$

$$\text{DS } \sigma = \frac{\int_0^{\infty} (\tau - m)^2 P(t, \tau) d\tau}{\int_0^{\infty} P(t, \tau) d\tau} \quad (9.5)$$

όπου θεωρείται ότι το μηδέν στον άξονα της καθυστέρησης συμπίπτει με την άφιξη της πρώτης συνιστώσας (έτσι ώστε να έχει έννοια και ο όρος σχετική καθυστέρηση).

## 9.2 Αλγόριθμος προσδιορισμού κρουστικής απόκρισης καναλιού για δεδομένο SNR

Από τη στιγμή που ο ραδιοδιαύλος είναι τυχαία μεταβλητή και κάθε πολυδιαδρομική συνιστώσα ακολουθεί μια κατανομή, είναι επίσης προφανές ότι η συνολική ισχύς του ραδιοδιαύλου μεταβάλλεται συνεχώς. Ο ραδιοδιαύλος συνήθως αντιμετωπίζεται ως στατικός υπό την ευρεία έννοια (WSS) με ασυσχέτιστη σκέδαση (US). Θεωρώντας αληθή την WSSUS υπόθεση, στην περίπτωση που μέσω μετρήσεων ή μοντέλου χαρακτηρισμού του ραδιοδιαύλου υπάρχει διαθέσιμο ένα PDP καθώς και η πληροφορία ότι οι συνιστώσες που το αποτελούν είναι μεταβλητές π.χ. Rayleigh (ή Rice για την συνιστώσα με οπτική επαφή) τότε η συνολική ισχύς του ραδιοδιαύλου που ισούται με το άθροισμα ισχύος των πολυδιαδρομικών συνιστωσών που το αποτελούν, είναι και αυτό μια τυχαία μεταβλητή με γνωστή μέση τιμή, ίση με το άθροισμα ισχύος των συνιστωσών του PDP.

Η κατανομή της συνολικής ισχύος του ραδιοδιαύλου μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά στην περίπτωση που οι συνιστώσες είναι μεταβλητές Rayleigh. Θεωρούμε ότι το κανάλι μοντελοποιείται με χρήση απομαστευμένης γραμμής καθυστέρησης (Tapped Delay Line - TDL), η οποία είναι ουσιαστικά ένα FIR φίλτρο. Ο άξονας της χρονικής καθυστέρησης θεωρούμε ότι είναι διακριτοποιημένος με βάση τον επιθυμητό ρυθμό δειγματοληψίας/επεξεργασίας και για αυτό οι μονάδες καθυστέρησης συμβολίζονται με ακέραιους αριθμούς και ουσιαστικά αντιπροσωπεύουν τον αριθμό δειγμάτων που έχουν διέλθει από το σημείο αναφοράς 0 που κατά κανόνα ορίζεται ως η χρονική στιγμή άφιξης της πρώτης συνιστώσας από τον πομπό στο δέκτη. Αν με  $h_u$  συμβολιστεί η συνιστώσα του ραδιοδιαύλου για την  $u$ -οστή τιμή καθυστέρησης (με  $u = 0 \dots L - 1$ ), για αιτιατό ραδιοδιαύλο όπου  $L$  είναι η μέγιστη τιμή επιπλέον καθυστέρησης (Maximum Excess Delay) σε αριθμό δειγμάτων, τότε για Rayleigh κατανομή πλάτους ισχύει ότι

$$|h_u|^2 \sim \mathcal{G}(1, p_u) \quad (9.6)$$

όπου  $p_u$  είναι η τιμή του PDP για τη συγκεκριμένη τιμή καθυστέρησης  $u$ . Το αποτέλεσμα προκύπτει απευθείας από το γεγονός ότι μια Rayleigh συνιστώσα πλάτους προκύπτει ως το πλάτος μιας μιγαδικής, κανονικής, τυχαίας μεταβλητής, της οποίας η ισχύς ως γνωστό δίνεται με την κατανομή Γάμμα. Κατά συνέπεια η συνολική ισχύς του ραδιοδιαύλου δίνεται ως άθροισμα Γάμμα μεταβλητών με πρώτη παράμετρο την μονάδα και δεύτερη παράμετρο την τιμή του PDP. Για τον υπολογισμό της κατανομής συνολικής ισχύος εργαζόμαστε με τη μέθοδο της Χαρακτηριστικής συνάρτησης. Είναι γνωστό ότι το άθροισμα ασυσχέτιστων τυχαίων μεταβλητών έχει χαρακτηριστική συνάρτηση που δίνεται από το γινόμενο των επιμέρους χαρακτηριστικών συναρτήσεων των τυχαίων μεταβλητών. Έτσι και με δεδομένη την μορφή της χαρακτηριστικής συνάρτησης μιας Γάμμα κατανομής ισχύει:

$$\varphi_{\sum |h|^2}(\omega) = \prod_{u=0}^{L-1} \frac{1}{1 - jp_u\omega} \quad (9.7)$$

Στην περίπτωση που δεν υπάρχει κοινή τιμή ισχύος στο PDP για δυο διαφορετικές συνιστώσες (πράγμα που είναι το απολύτως αναμενόμενο) τότε το γινόμενο μπορεί να αναλυθεί σε μερικά κλάσματα ως εξής:

$$\prod_{u=0}^{L-1} \frac{1}{1 - jp_u\omega} = \sum_{u=0}^{L-1} \frac{A_u}{1 - jp_u\omega}$$

όπου

$$A_u = \prod_{i=0, i \neq u}^{L-1} \frac{1}{1 - \frac{p_i}{p_u}} \quad (9.8)$$



Από τη στιγμή που το γινόμενο μετατράπηκε σε άθροισμα, είναι δυνατή η λύση του ολοκληρώματος που θα μας οδηγήσει στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ισχύος του ραδιοδιαύλου και στη συνέχεια στην συνάρτηση κατανομής. Έτσι μετά από πράξεις έχουμε ότι:

$$f_{\sum |h|^2}(p) = \mathcal{F}_{-p}^{-1} \left( \sum_{u=0}^{L-1} \frac{A_u}{1 - jp_u\omega} \right) = \sum_{u=0}^{L-1} \frac{A_u}{p_u} e^{-\frac{p}{p_u}} \quad (9.9)$$

$$F_{\sum |h|^2}(p) = 1 - \sum_{u=0}^{L-1} A_u e^{-\frac{p}{p_u}}$$

όπου  $\mathcal{F}_{-p}^{-1}$  είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier υπολογισμένος στο σημείο  $-p$ . Για τα ευρυζωνικά συστήματα το κανάλι θεωρείται σταθερό για κάποιο μικρό χρονικό διάστημα που εξαρτάται από τον χρόνο συνοχής και την ταχύτητα μεταβολής του περιβάλλοντος μετάδοσης. Συνεπώς αν ο αλγόριθμος που θέλουμε να αναλυθεί αναφέρεται στην ευρυζωνική λειτουργία του συστήματος, αφού παραχθεί η κρουστική απόκριση μέσω του μοντέλου, το κανάλι διατηρείται σταθερό (ή εξαιρετικά αργά μεταβαλλόμενο) έτσι ώστε να εκτιμηθεί η επίδοση του αλγορίθμου. Το ίδιο φυσικά ισχύει και για τη συνολική ισχύ του.

Οι επιδόσεις αλγορίθμων, τεχνικών, επιτυχιών μετάδοσης κλπ ορίζονται συνήθως ως συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγου. Ο στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος για ένα στιγμιότυπο της ευρυζωνικής λειτουργίας του συστήματος καθορίζεται από την τιμή ισχύος του διαύλου. Το κανάλι, ως φίλτρο, ουσιαστικά μεταβάλλει την μέση ισχύ του εκπεμπόμενου σήματος ανάλογα με τη στιγμιαία συνολική ισχύ του και καθορίζει έτσι τη μέση ισχύ λήψης. Η συνολική ισχύς του καναλιού καθορίζεται από τις απώλειες διάδοσης, τη σκέδαση και άλλες μακροσκοπικές γεωγραφικές κυρίως παραμέτρους με τη μορφή ενός πολλαπλασιαστή, δηλαδή

$$\mathbf{p} = \theta \tilde{\mathbf{p}}$$

όπου  $\mathbf{p}$  το διάνυσμα που περιέχει τις τιμές των συνιστωσών του PDP ανά καθυστέρηση,  $\theta$  ο πολλαπλασιαστικός όρος που αφορά τις μακροσκοπικές παραμέτρους και  $\tilde{\mathbf{p}}$  το κανονικοποιημένο PDP. Δεδομένου ότι η μέση τιμή συνολικής ισχύος για το κανονικοποιημένο PDP είναι μοναδιαία, το μέσο SNR καθορίζεται από την τιμή του  $\theta$ . Αν λοιπόν  $P_{tx}$  η εκπεμπόμενη ισχύς και  $\sigma_w^2$  η ισχύς του θορύβου, τότε ισχύει ότι:

$$E(snr) = \frac{\theta P_{tx}}{\sigma_w^2} \quad (9.10)$$

Συνεπώς η επίδοση του αλγορίθμου μπορεί να γίνει συναρτήσει του συγκεκριμένου μέσου μεγέθους.

Σε πολλές περιπτώσεις όμως δεν χρησιμοποιείται η τιμή του μέσου SNR. Αυτό συμβαίνει γιατί συνήθως οι επιδόσεις των αλγορίθμων ρυθμίζονται από τις χειρότερες συνθήκες. Έτσι όταν π.χ. σε μια περιοχή μέσου SNR 20dB, ο αλγόριθμος εκτελεστεί για στιγμιαία τιμή π.χ. 5 dB, όπως προέκυψε ως τυχαία μεταβλητή τότε τα αρνητικά αποτελέσματα αυτά έχουν πολύ σημαντικό και άσχημο αντίκτυπο. Από τη στιγμή επίσης που ο ευρυζωνικός αλγόριθμος εκτελείται και ολοκληρώνεται σε μια συγκεκριμένη τιμή SNR, στις περισσότερες περιπτώσεις οι επιδόσεις εκτιμούνται για συγκεκριμένο, στιγμιαίο SNR.

Η συντριπτική πλειοψηφία μελετητών, για την επίδοση των συστημάτων για συγκεκριμένο τηλεπικοινωνιακό μοντέλο και με βάση το στιγμιαίο SNR εργάζεται ως εξής:

- Παράγει τυχαία κανάλια με βάση ένα υπολογισμένο PDP που αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο σενάριο. Τα κανάλια αυτά ως τυχαίες μεταβλητές έχουν μεταβλητή τιμή συνολικής ισχύος.

- Κανονικοποιούν την κρουστική απόκριση του καναλιού για κάθε στιγμιότυπο με βάση τη στιγμιαία συνολική ισχύ της και χρησιμοποιούν την σταθερή για μια συγκεκριμένη περιοχή παράμετρο  $\theta$  για τον υπολογισμό του SNR.

Παρότι η μέθοδος κανονικοποίησης της κρουστικής απόκρισης είναι ευρέως χρησιμοποιούμενη είναι λανθασμένη. Αυτό συμβαίνει γιατί με την κανονικοποίηση ουσιαστικά δεσμεύεται το σύνολο των τυχαίων μεταβλητών που αποτελούν το κανάλι. Από τη στιγμή που υπάρχει πλέον δεσμευμένη πιθανότητα με δεδομένη τη συνολική ισχύ, δεν γίνεται να χρησιμοποιούνται ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές Rayleigh ανά συνιστώσα. Οι συνιστώσες είναι πλέον εξαρτημένες μεταξύ τους και υποχρεωμένες να έχουν συνολικά μοναδιαία στιγμιαία ισχύ.

Αντικείμενο αυτής της παραγράφου είναι ο ορισμός μιας ορθής διαδικασίας παραγωγής κρουστικών αποκρίσεων με βάση ένα δοθέν PDP και συνιστώσες που ακολουθούν την κατανομή Rayleigh. Σκοπός λοιπόν είναι ο υπολογισμός των pdf για κάθε συνιστώσα του ραδιοδιαύλου όπως ορίζονται στην ακόλουθη σχέση:

$$f_{|h_u|^2 / \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} \left( x = |h_u|^2 / \theta = \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2 \right) = \frac{f_{|h_u|^2, \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} (x, \theta)}{f_{\sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} (\theta)} \quad (9.11)$$

Η κατανομή της συνολικής ισχύος έχει ήδη υπολογιστεί στη σχέση (9.9). Όσον αφορά τον αριθμητή της παράστασης εργαζόμαστε ως εξής. Χωρίς της εφαρμογή της δέσμευσης η συνιστώσα  $u$  είναι ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες και κατά συνέπεια ισχύει:

$$f_{|h_u|^2, \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} \left( x = |h_u|^2, \theta = \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2 \right) = f_{|h_u|^2} (x) f_{\sum_{i=0, i \neq u}^{L-1} |h_i|^2} (\theta - x) \quad (9.12)$$

Ο προσδιορισμός της συνολικής pdf για την ισχύ των συνιστωσών δεδομένης της συνολικής ισχύος με βάση τον ορισμό μιας πολυδιάστατης τυχαίας μεταβλητής δίνεται από τη σχέση:

$$f \left( \mathbf{p} / \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2 \right) = f_{|h_0|^2 / \sum_{i=1}^{L-1} |h_i|^2} \left( |h_0|^2 / \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2 \right) f_{|h_1|^2 / \sum_{i=2}^{L-1} |h_i|^2} \left( |h_1|^2 / \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2 - |h_0|^2 \right) \times \quad (9.13)$$

$$f_{|h_2|^2 / \sum_{i=3}^{L-1} |h_i|^2} \left( |h_2|^2 / \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2 - |h_0|^2 - |h_1|^2 \right) \dots$$

όπου  $[\mathbf{p}]_i = |h_i|^2$ . Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η τιμή της συνιστώσας  $L-1$  προκύπτει ντετερμινιστικά ως η διαφορά της συνολικής ισχύος από το άθροισμα ισχύος των υπολοίπων συνιστωσών. Φυσικά είναι δυνατή η αναδιάταξη των συνιστωσών.

Ο αλγόριθμος που προτείνεται ακολουθεί τα εξής βήματα:

1. Υπολογίζεται η κατανομή της συνολικής ισχύος με βάση την (9.9) και προσδιορίζεται η πιθανότητα να έχει μια συγκεκριμένη τιμή. Συνήθως επιλέγεται η μέση τιμή ισχύος που προέρχεται από την άθροιση των όρων του PDP. Έστω ότι αυτή η τιμή είναι  $\theta$  και η πιθανότητα αυτής  $\rho_\theta$ .
2. Επικεντρωνόμαστε στην ισχυρότερη συνιστώσα του PDP  $i_0$  της οποίας η κατανομή είναι γνωστή από την  $|h_{i_0}|^2 \sim \mathcal{G}(1, p_{i_0})$  και της οποίας τη δεσμευμένη κατανομή θέλουμε να υπολογίσουμε μέσω της (9.12).

- Η κατανομή  $f \left( \sum_{i=0, i \neq u}^{L-1} |h_i|^2 \right)$  προσδιορίζεται με ανάλογο τρόπο με την (9.9) με την οποία

έχει την ίδια μορφή. Συγκεκριμένα:

$$\left. \begin{aligned} f_{\sum_{u \neq i_0} |h|^2} (p) &= \sum_{u=0, u \neq i_0}^{L-1} \frac{A_{u, -i_0}}{p_u} e^{-\frac{p}{p_u}} \\ F_{\sum_{u \neq i_0} |h|^2} (p) &= 1 - \sum_{u=0, u \neq i_0}^{L-1} A_{u, -i_0} e^{-\frac{p}{p_u}} \end{aligned} \right\} A_{u, -i_0} = \prod_{i=0, i \neq u, i_0}^{L-1} \frac{1}{1 - \frac{p_i}{p_u}} \quad (9.14)$$

- Σχηματίζεται η (9.9) με τις συγκεκριμένες τιμές:

$$f_{|h_{i_0}|^2 / \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} (x = |h_{i_0}|^2 / \theta) = \frac{f_{|h_{i_0}|^2} (x) f_{\sum_{i=0, i \neq i_0}^{L-1} |h_i|^2} (\theta - x)}{f_{\sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} (\theta)} \quad (9.15)$$

Μετά από πράξεις προκύπτει ότι δίνεται από την έκφραση:

$$f_{|h_{i_0}|^2 / \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} (x/\theta) = \sum_{u=0, u \neq i_0}^{L-1} \frac{A_{u, -i_0} e^{-\frac{\theta}{p_u}} e^{\frac{x(p_{i_0} - p_u)}{p_{i_0} p_u}}}{\rho \theta p_u p_{i_0}} \quad (9.16)$$

- Με ολοκλήρωση της (9.16) για πεδίο τιμών τυχαίας μεταβλητής από 0 έως  $\theta$  προκύπτει η cdf της δεσμευμένης πιθανότητας:

$$F_{|h_{i_0}|^2 / \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} (x) = \sum_{u=0, u \neq i_0}^{L-1} \frac{A_{u, -i_0} e^{-\frac{\theta}{p_u}}}{\rho \theta (p_{i_0} - p_u)} \left( e^{\frac{x(p_{i_0} - p_u)}{p_{i_0} p_u}} - 1 \right) \quad (9.17)$$

3. Παράγεται τιμή για την ισχύ της συνιστώσας  $i_0$  με την μέθοδο του αντίστροφου μετασχηματισμού [183], σύμφωνα με την οποία:

- Γεννάται μια τιμή από 0 έως 1 με ομοιόμορφη κατανομή.
- Η τιμή που προέκυψε εισάγεται στην cdf ως η τιμή  $F_{|h_{i_0}|^2 / \sum_{i=0}^{L-1} |h_i|^2} (x)$ .
- Επιλύουμε ως προς  $x$ . Η τιμή που προκύπτει αποδίδεται στην τυχαία μεταβλητή ισχύος της  $i_0$ -οστής συνιστώσας.

4. Μετά τον προσδιορισμό της τιμής για την ισχυρότερη συνιστώσα περνάμε στην επόμενη πιο ισχυρή. Επαναλαμβάνεται η διαδικασία από το βήμα 1 έως το 3 αφού πλέον όμως:

- Οι συνιστώσες γίνουν  $L - 1$ . Ουσιαστικά από το PDP αφαιρείται η συνιστώσα που μόλις υπολογίστηκε.
- Συνολική ισχύς θεωρείται η  $\theta_1 = \theta - |h_{i_0}|^2$  με κατανομή που δίνεται από την (9.14). Φυσικά από όλους τους υπολογισμούς που ακολουθούν η συνιστώσα  $i_0$  έχει απαλειφθεί.

5. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για τον προσδιορισμό της τρίτης, τέταρτης κ.ο.κ συνιστώσας με διαδοχική απαλοιφή των συνιστωσών που έχουν ήδη προσδιοριστεί.

6. Μετά το τέλος της διαδικασίας υπάρχει διαθέσιμο το διάνυσμα  $\mathbf{p}$ . Για να υπολογιστεί η τελική κρουστική απόκριση, οι μιγαδικές τιμές των συνιστωσών προσδιορίζονται με βάση τον κανόνα:

$$h_u = \sqrt{|h_u|^2} e^{j\varphi}, \text{ όπου } \varphi \sim \mathcal{U}(0, 2\pi)$$

όπου με  $\mathcal{U}$  συμβολίζεται η ομοιόμορφη κατανομή. Αυτό συμβαίνει καθώς η δέσμευση της συνολικής ισχύος δεν υπάρχει κανένας λόγος να δημιουργεί κάποια αλλοίωση ή μεροληψία

στις φάσεις των συνιστωσών, οι οποίες θεωρείται ότι παραμένουν ομοιόμορφα κατανομημένες.

Η κρουστική απόκριση του καναλιού που παράχθηκε αποτελεί μια μαθηματικά ορθή έκφραση της πολυδιάστατης τυχαίας μεταβλητής  $L$  στοιχείων με διασπορές που ορίζονται από το PDP για δεδομένη συνολική ισχύ.

Ως επόμενο βήμα υπολογίζεται η μέση τιμή ισχύος για κάθε συνιστώσα για τις συγκεκριμένες συνθήκες. Μετά την επίλυση του ολοκληρώματος υπολογισμού της μέσης τιμής προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} E \left( |h_i|^2 / \sum_{u=0}^{L-1} |h_u|^2 \right) &= \frac{1}{\rho\theta} \int_0^\theta x f_{|h_i|^2}(x) f_{\sum_{u=0, u \neq i}^{L-1} |h_u|^2}(\theta - x) dx \\ &= \frac{1}{\rho\theta} \sum_{u=0, u \neq i}^{L-1} \frac{p_u p_i A_{u,-i}}{(p_u - p_i)^2} \left( e^{-\frac{\theta}{p_u}} - e^{-\frac{\theta}{p_i}} \left( 1 + \frac{p_u - p_i}{p_u p_i} \theta \right) \right) \end{aligned} \quad (9.18)$$

Αντίστοιχα μπορεί να υπολογιστεί η δεύτερη ροπή για την δεσμευμένη πολυφασική συνιστώσα  $i$ .

$$\begin{aligned} E \left( |h_i|^4 / \sum_{u=0}^{L-1} |h_u|^2 \right) &= \frac{1}{\rho\theta} \int_0^\theta x^2 f_{|h_i|^2}(x) f_{\sum_{u=0, u \neq i}^{L-1} |h_u|^2}(\theta - x) dx = \\ &= \frac{1}{\rho\theta} \sum_{u=0, u \neq i}^{L-1} \frac{p_u p_i A_{u,-i}}{(p_u - p_i)^2} \left( -2 \frac{p_i p_u}{p_i - p_u} e^{-\frac{\theta}{p_u}} + \left( 2 \frac{p_i p_u}{p_i - p_u} - 2\theta + \frac{(p_i - p_u)}{p_i p_u} \theta^2 \right) e^{-\frac{\theta}{p_i}} \right) \end{aligned} \quad (9.19)$$

Με αφαίρεση του τετραγώνου της μέσης τιμής προκύπτει η διασπορά για την  $i$ -οστή συνιστώσα. Τέλος όπως αναφέρθηκε, οι πολυδιαδρομικές συνιστώσες του διαύλου έχουν πλέον συσχετισμένη ισχύ λόγω της θεώρησης σταθερής συνολικής ισχύος. Η συσχέτιση μεταξύ δυο συνιστωσών  $i$  και  $k$  του ραδιοδιαύλου μπορεί να υπολογιστεί με κατάλληλη ολοκλήρωση. Έτσι αν υπολογιστεί η κατανομή ισχύος για την συνολική ισχύ των υπόλοιπων συνιστωσών με τρόπο ανάλογο της σχέσης (9.14) και προσδιοριστούν οι κατάλληλοι συντελεστές

$$A_{u,-i,-k} = \prod_{l=0, l \neq u, i, k}^{L-1} \frac{1}{1 - \frac{p_l}{p_u}}$$

τότε η συσχέτιση προκύπτει με την ακόλουθη ολοκλήρωση:

$$\begin{aligned} E \left( |h_i|^2 |h_k|^2 / \sum_{u=0}^{L-1} |h_u|^2 \right) &= \frac{1}{\rho\theta} \int_0^\theta \int_0^{\theta-x} xy f_{|h_i|^2}(x) f_{|h_k|^2}(y) f_{\sum_{u=0, u \neq i, k}^{L-1} |h_u|^2}(\theta - x - y) dx dy = \\ &= \frac{1}{\rho\theta} \int_0^\theta x f_{|h_i|^2} \left( \sum_{u=0, u \neq i, u \neq k}^{L-1} \frac{p_u p_k A_{u,-i,-k}}{(p_u - p_k)^2} \left( e^{-\frac{\theta-x}{p_u}} - e^{-\frac{\theta-x}{p_k}} \left( 1 + \frac{p_u - p_k}{p_u p_k} (\theta - x) \right) \right) \right) dx = \\ &= \frac{1}{\rho\theta} \sum_{u=0, u \neq i, u \neq k}^{L-1} \frac{p_u p_k A_{u,-i,-k}}{(p_u - p_k)^2} e^{-\frac{\theta}{p_u}} \times \\ &\times \int_0^\theta \frac{x}{p_i} e^{-\frac{x}{p_i} + \frac{x}{p_u}} - \frac{x}{p_i} e^{-\frac{x}{p_i} + \frac{x}{p_k}} \left( 1 + \frac{p_u - p_k}{p_u p_k} \theta \right) + \frac{p_u - p_k}{p_i p_u p_k} x^2 e^{-\frac{x}{p_i} + \frac{x}{p_k}} dx \end{aligned}$$

και το τελικό αποτέλεσμα δίνεται τελικά από την ακόλουθη έκφραση:

$$E \left( |h_i|^2 |h_k|^2 / \sum_{u=0}^{L-1} |h_u|^2 \right) = \frac{p_i p_k}{\rho_\theta} \times \left( \frac{e^{-\frac{\theta}{p_u}} p_u^3}{(p_i - p_u)^2 (p_k - p_u)^2} - \frac{e^{-\frac{\theta}{p_k}} p_k (p_k^2 (2p_i + p_u - \theta) - p_i p_u \theta + p_k (p_u \theta + p_i (\theta - 3p_u)))}{(p_k - p_i)^3 (p_k - p_u)^2} - \frac{e^{-\frac{\theta}{p_i}} p_i (p_i^2 (2p_k + p_u - \theta) - p_k p_u \theta + p_i (p_u \theta + p_k (\theta - 3p_u)))}{(p_i - p_k)^3 (p_i - p_u)^2} \right) \quad (9.20)$$

$$\times \sum_{u=0, u \neq i, u \neq k}^{L-1} A_{u, -i, -k}$$

Σε αυτό το σημείο ολοκληρώνεται η περιγραφή της διαδικασίας δημιουργίας κρουστικών αποκρίσεων με βάση ένα τηλεπικοινωνιακό μοντέλο με δεδομένη συνολική ισχύ, όταν οι συνιστώσες του χαρακτηρίζονται από την κατανομή Rayleigh. Έτσι είναι δυνατή η κανονικοποίηση της κρουστικής απόκρισης μέσα από μια ορθή μαθηματική διαδικασία. Ανάλογα μπορούν να προκύψουν αποτελέσματα, αν η πρώτη συνιστώσα είναι μεταβλητή Rice, δηλαδή υπάρχει οπτική επαφή πομπού και δέκτη. Στην περίπτωση αυτή, η ισχύς της πρώτης συνιστώσας θεωρείται ότι κυμαίνεται γύρω από μια σταθερή τιμή η οποία μπορεί να αφαιρεθεί από την συνολική επιθυμητή τιμή ισχύος του διαύλου. Στη συνέχεια για την υπόλοιπη ισχύ ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφηκε.

### 9.3 Κανάλια Winner

Κατά την ανάπτυξη των αλγορίθμων της διατριβής, για την αξιολόγηση των επιδόσεων τους σε συχνοεπιλεκτικούς διαύλους πραγματοποιήθηκαν εξομοιώσεις, στις οποίες το κανάλι μοντελοποιήθηκε είτε με το μοντέλο ραδιοδιαύλων και περιβάλλοντα πάνω από θάλασσα (9.4) είτε με το μοντέλο που αναπτύχθηκε κατά της διάρκεια του IST προγράμματος της Ευρωπαϊκής Ένωσης WINNER-II (Wireless world INitiative NEw Radio). Πρόκειται για το πιο ολοκληρωμένο, πρόσφατο ραδιοηλεκτρονικό μοντέλο που αναπτύχθηκε καθώς κατά τη διάρκεια του προγράμματος πραγματοποιήθηκε μέσω μετρήσεων πλήρους χαρακτηρισμός διαφόρων περιβαλλόντων, καλύπτοντας σενάρια διάδοσης που ξεκινούν από μικρούς εσωτερικούς χώρους και φθάνουν μέχρι μακροκυψέλες σε αγροτικές περιοχές και κινούμενα δίκτυα. Μάλιστα η έκταση των μετρήσεων επέτρεψε τη δημιουργία ενός μοντέλου για ζώνες συχνοτήτων από 2 έως 6 GHz, ενώ το εύρος ζώνης των μετρήσεων υπήρξε ιδιαίτερος μεγάλο. Αποτέλεσμα αυτού είναι τα κανάλια που παράγονται να υποστηρίζουν συστήματα ως και 100 MHz εύρους.

Το μοντέλο έχει ενσωματώσει MIMO συστήματα δίνοντας τη δυνατότητα εισαγωγής διαφόρων διατάξεων κεραιών και διαφορετικό αριθμό στοιχείων και διαγραμμάτων. Το σύνολο των παραμέτρων του μοντέλου κατά την εφαρμογή του για την παραγωγή κρουστικών αποκρίσεων του διαύλου εξάγεται στοχαστικά από κατανομές που έχουν προκύψει μέσω μετρήσεων. Έτσι για κάθε στιγμιότυπο καναλιού, οι μεγάλης και μικρής κλίμακας παράμετροι υπολογίζονται στοχαστικά από κατανομές π.χ. για τη διασπορά καθυστέρησης, τη διασπορά γωνίας, τη σκίαση και πολλά άλλα μεγέθη. Το μοντέλο είναι γεωμετρικό, που σημαίνει ότι για κάθε υλοποίηση και ανάλογα με το σενάριο που έχει επιλεχθεί "παράγεται" ένα σύνολο σκεδαστών. Τα τελικά χαρακτηριστικά του στιγμιότυπου ενός καναλιού προκύπτουν από την άθροιση των συνεισφορών που γίνονται από τις ακτίνες (τα επίπεδα κύματα) που προέρχονται από κάθε σκεδαστή και προκύπτουν έτσι μεγέθη όπως π.χ. το προφίλ καθυστέρησης, η γωνία άφιξης και αναχώρησης κ.α.

Ένα σύνολο ακτινών, που ουσιαστικά προέρχεται από κοινό σκεδαστή, ορίζει μια συστάδα (cluster). Κάθε συστάδα έχει τα δικά της μικρής κλίμακας χαρακτηριστικά και η τελική κρουστική απόκριση προκύπτει από την άθροιση τους. Αυτή είναι και η βασική διαφορά του μοντέλου από

τα κλασσικά μοντέλα Απομαστευμένης Γραμμής Καθυστερήσης (Tapped Delay Line) όπως αυτό που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 9.4. Η κρουστική απόκριση που παράγεται με το μοντέλο ονομάζεται Cluster Delay Line (CDL), δίνει το προφίλ ισχύος στο πεδίο της καθυστέρησης ανά συστάδα. Για παράδειγμα, διαφορετικές συστάδες αναγνωρίζονται ως διαφορετικές συνιστώσες στο CDL παρά το γεγονός ότι μπορεί να καταφθάνουν στον δέκτη με την ίδια καθυστέρηση. Με δεδομένο ότι οι συστάδες θεωρείται ότι έχουν χωρική ανεξαρτησία, η μετατροπή του TDL σε CDL είναι σχετικά απλή διαδικασία. Άλλο ένα σημαντικό πλεονέκτημα του μοντέλου είναι ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για εξομοιώσεις σε επίπεδο ζεύξης, όσο και σε συστήματος καθώς μπορεί να "δημιουργήσει" πολλαπλούς χωρικά συσχετισμένους χρήστες και να ορίσει τα κατάλληλα κανάλια σε κάθε ζεύξη.

Το πρόγραμμα έδωσε στο κοινό κώδικα υλοποίησης ([166]) για τα κανάλια. Ο κώδικας που δημοσιοποιήθηκε περιέχει πολλά προγραμματιστικά προβλήματα και απαιτήθηκε ιδιαίτερη εργασία για την μετατροπή του σε ένα χρηστικό σύνολο. Παράλληλα για τη χρήση τους σε συστήματα μικρότερου εύρους ζώνης αναπτύχθηκε μέθοδος υποδειγματοληψίας του ραδιοδιαύλου που λαμβάνει υπόψη και τα φυσικά χαρακτηριστικά του (π.χ. δεν θεωρείται δυνατή η άφιξη συνιστωσών σε αρνητικές τιμές καθυστέρησης).

Στις εξομοιώσεις που έγιναν με χρήση των καναλιών Winner II, θεωρήθηκε σύστημα SISO (Single Input Single Output) και κεραία ομοιοκατευθυντική. Τα κανάλια δεν παράγονται ανεξάρτητα σε κάθε σενάριο. Αυτό σημαίνει ότι σε περίπτωση που π.χ. σε μια εξομοίωση περιλαμβάνονται 2 CR συστήματα και 4 πρωτεύοντες χρήστες, όλα τα κανάλια μεταξύ των συμμετεχόντων προκύπτουν ταυτόχρονα με αποτέλεσμα την πιθανή εμφάνιση χωρικών συσχετίσεων. Όσον αφορά τώρα τα περιβάλλοντα που υποστηρίζονται από το σύστημα είναι αυτά που περιέχονται στον πίνακα 9.1. Κατά τη διάρκεια των μελετών χρησιμοποιήθηκαν κυρίως κανάλια B1, B2, C1, C2, C3 ως χαρακτηριστικά περιβάλλοντα των πιο δημοφιλών ραδιοδικτύων κινητών επικοινωνιών με τα οποία θεωρείται ότι μοιράζεται το κοινό μέσο ένα CR δίκτυο. Λεπτομέρειες για το κανάλι Winner μπορούν να βρεθούν στα παραδοτέα του προγράμματος [167] καθώς και στον κώδικα που έχει δημοσιοποιηθεί [166].

## 9.4 Ανάπτυξη μοντέλου ραδιοδιαύλου για θαλάσσια περιβάλλοντα

Στις ακόλουθες παραγράφους περιγράφεται η διαδικασία και τα αποτελέσματα του χαρακτηρισμού των ραδιοδιαύλων για τηλεπικοινωνιακές ζεύξεις πάνω από τη θάλασσα. Τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν χρησιμοποιήθηκαν κατά την ανάλυση των αλγορίθμων και την εξαγωγή συμπερασμάτων στους αλγορίθμους που αναπτύχθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια.

Παράλληλα με αυτό πρέπει να γίνει η παρατήρηση ότι οι θαλάσσιες επικοινωνίες αποτελούν ιδανική περίπτωση για την πρώιμη ανάπτυξη ενός CR δικτύου. Η επικοινωνία μεταξύ των μελών ενός στόλου ή του στόλου με ένα κεντρικό επίγειο σύστημα γίνεται σε ένα τηλεπικοινωνιακό περιβάλλον που παρουσιάζει μεγάλα, ανεκμετάλλευτα φασματικά κενά. Συνεπώς, ένα CR σύστημα μπορεί υπό τέτοιες συνθήκες να μεταδώσει επιτυχάνοντας εξαιρετικά μεγάλες τιμές throughput. Οι διαδικασίες και διακοπές ανίχνευσης δεν είναι απαραίτητο να γίνονται συχνά καθώς το περιβάλλον δεν παρουσιάζει μεγάλες και γρήγορες αλλαγές. Οι συνθήκες φυσικά αλλάζουν, με αποτέλεσμα το CR τερματικό να πρέπει να αναπροσαρμοστεί, όταν το CR τερματικό πλησιάζει στη στεριά και αρχίζει να λαμβάνει εκπομπές σε φασματικές ζώνες που χρησιμοποιούνται από επίγειους σταθμούς και χρήστες. Σε αυτή την περίπτωση οι ανιχνεύσεις πρέπει να γίνουν πιο έντονες, το διαθέσιμο εύρος ζώνης μειώνεται και οι Γνωστικές διεργασίες πρέπει να πραγματοποιούνται πιο

Όνομασία	Περιγραφή	Κινητικότητα	LOS-NLOS
<b>A1</b>	Εσωτερικός χώρος, μικρό γραφείο ή οικειακό περιβάλλον	0-5 km/h	LOS-NLOS
<b>A2</b>	Ζεύξη εσωτερικού χώρου προς εξωτερικό χρήστη	0-5 km/h	NLOS
<b>B1</b>	Τυπική, αστική μικροκυψέλη	0-70 km/h	LOS-NLOS
<b>B2</b>	Κακή περίπτωση αστικής μικροκυψέλης	0-70 km/h	LOS-NLOS
<b>B3</b>	Ευρύς εσωτερικός χώρος	0-5 km/h	LOS
<b>B4</b>	Από εξωτερικό εκπομπό σε εσωτερικού χώρου χρήστη	0-5 km/h	NLOS
<b>B5a</b>	Ζεύξη από ταράτσα σε ταράτσα	0	LOS
<b>B5b</b>	Σταθερή Ζεύξη στο επίπεδο του δρόμου	0	LOS
<b>B5c</b>	Σταθερή Ζεύξη από υψηλό σημείο στο επίπεδο του δρόμου	0	LOS
<b>B5f</b>	Σταθερή Ζεύξη feeder Σταθμού βάσης σε σταθερό σταθμό αναμετάδοσης	0	LOS-OLOS-NLOS
<b>C1</b>	Ημιαστικό περιβάλλον	0-120	LOS-NLOS
<b>C2</b>	Τυπική αστική μακροκυψέλη	0-120	LOS-LOS
<b>C3</b>	Κακή περίπτωση αστικής μακροκυψέλης	0-70	LOS-NLOS
<b>D1</b>	Αγροτική μακροκυψέλη	0-200	LOS-LOS
<b>D2</b>	Κινούμενα δίκτυα σε αγροτικές περιοχές	0-350	LOS

**Πίνακας 9.1:** Περιβάλλοντα που υποστηρίζονται από το κανάλι Winner.

άμεσα. Παράλληλα οι χρήστες του CR αναμένεται να κινούνται σε μεγάλες γεωγραφικές περιοχές, διαφορετικές χώρες και ηπείρους. Πάντως το δεδομένο ότι κατά κύριο λόγο το διαθέσιμο εύρος ζώνης είναι μεγάλο, συνήθως διαθέσιμο για ευρεία χρονικά διαστήματα και ότι το γεωγραφικό περιβάλλον μεταβάλλεται αργά, αλλά μπορεί να παρουσιάζει μεγάλη ποικιλία και ιδιομορφίες καθιστούν τις θαλάσσιες επικοινωνίες ιδανικό πεδίο εφαρμογής των αρχών των Γνωστικών Ραδιοσυστημάτων.

Η ανάλυση της διαδικασίας μοντελοποίησης ξεκινά με την περιγραφή της πειραματικής διάταξης και των μετρήσεων που πραγματοποιήθηκαν.

#### 9.4.1 Καθορισμός και Προεργασία της Πειραματικής Διαδικασίας

Το μετρούμενο μέγεθος σε αυτές τις μετρήσεις ήταν το PDP. Επτά διαφορετικές τοποθεσίες του Αιγαίου πελάγους επιλέχθηκαν, αντιπροσωπεύοντας τέσσερις διαφορετικούς τύπους περιβάλλοντος. Το συμπέρασμα από τα τέσσερα διαφορετικά είδη περιβάλλοντος που επιλέχθηκαν είναι ότι παρέχεται μια γενική και ολοκληρωμένη εικόνα των συμπεριφορών του ραδιοδίαυλου καθώς ένα πλοίο κινείται στο Αιγαίο πέλαγος. Επιπλέον η ποικιλομορφία που παρουσιάζει η Ελληνική ακτογραμμή επιτρέπει τη χρήση των εξαγόμενων αποτελεσμάτων και μοντέλων και σε άλλα παραθαλάσσια περιβάλλοντα που μπορούν να θεωρηθούν παρόμοιες περιπτώσεις με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση.

Σε όλα τα σενάρια που μελετήθηκαν είτε ο πομπός, είτε ο δέκτης, είτε και οι δυο ταυτόχρονα κινούνται. Οι κεραιές που χρησιμοποιήθηκαν σε όλες τις περιπτώσεις ήταν ομοιοκατευθυντικές στο αζιμούθιο επίπεδο ενώ παρουσίαζαν άνοιγμα  $17^\circ$  στο κατακόρυφο επίπεδο. Το κέρδος των κεραιών ήταν  $9\text{ dBi}$  στα 1900 MHz η οποία ήταν και η συχνότητα λειτουργίας και μέτρησης.

Στις πέντε από τις επτά μετρήσεις καλύφθηκαν επισταμένως πολλοί διαφορετικοί τύποι περιβάλλοντος, όπως ανοικτή θάλασσα, στενά και ευρεία θαλάσσια περάσματα με ή χωρίς παράκτια

βλάστηση, με βραχώδεις όγκους ή κατοικημένες περιοχές. Οι περιοχές στις οποίες πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις ήταν οι εξής:

- θαλάσσιο στενό Μακρονήσου - Λαυρίου
- θαλάσσιο στενό Σπετσών - Πόρτο Χέλι
- θαλάσσιο στενό Ύδρας - Δοκού
- στενό Πόρου
- θαλάσσιο στενό Αίγινας - Μεθάνων

Ο πομπός και ο δέκτης με τις κεραιές τους εγκαταστάθηκαν σε δυο μηχανοκίνητα σκάφη σε ύψος 8 μέτρων από την επιφάνεια της θάλασσας. Οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν καλοκαίρι με αίθριο καιρό και μέση ταχύτητα ανέμου στα 4 Beaufort. Πρέπει να σημειωθεί πως η μελέτη της επίδρασης της κυμάτωσης στην λήψη του σήματος δεν ήταν αντικειμενικός σκοπός της εργασίας. Η απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη μεταβαλλόταν από 40 μέτρα μέχρι 14 χιλιόμετρα. Η απόλυτη ταχύτητα των σκαφών ήταν επίσης μεταβλητή από 0 έως 22 κόμβους. Το αποτέλεσμα αυτού ήταν μια μέγιστη σχετική ταχύτητα μεταξύ πομπού και δέκτη ίση με 44 κόμβους. Οι πορείες που ακολουθήθηκαν σχεδιάστηκαν ώστε να περιλαμβάνουν όλες τις πιθανές σχετικές κινήσεις μεταξύ των κινούμενων άκρων της ζεύξης. Έτσι οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν ενώ τα σκάφη πραγματοποιούσαν παράλληλη κίνηση κατά μήκος του στενού, κατακόρυφη κίνηση, διαγώνια κίνηση (και προς τις δυο κατευθύνσεις) καθώς και τυχαία κίνηση στην περιοχή ενδιαφέροντος. Η θέση και η ταχύτητα του πομπού και του δέκτη καταγράφονταν από GPS δέκτη. Το έκτο σύνολο μετρήσεων πραγματοποιήθηκε στο λιμάνι του Περάματος (με αστικό παράκτιο περιβάλλον) ώστε να μετρηθεί και μελετηθεί ο ραδιοδιάυλος όταν τα πλοία προσεγγίζουν ή απομακρύνονται από ένα λιμάνι. Κατά τις μετρήσεις αυτές ο πομπός τοποθετήθηκε σε σταθερό σημείο με την κεραιά εκπομπής να βρίσκεται σε ύψος 21.5 μέτρων από την επιφάνεια της θάλασσας. Από την άλλη ο δέκτης τοποθετήθηκε σε σκάφος κινούμενο ελεύθερα σε διάφορες διαδρομές κατά μήκος και κατά πλάτος του λιμανιού. Το ύψος της κεραιάς λήψης ήταν στα 9 μέτρα. Στο έβδομο σύνολο μετρήσεων ο πομπός τοποθετήθηκε επίσης σε σταθερή τοποθεσία σε παράκτιο λόφο του νησιού Σαλαμίνα, 20 μέτρα από την επιφάνεια της θάλασσας. Ο δέκτης εγκαταστάθηκε σε ημιφορητό κινούμενο στην Παραλιακή οδό (παλιά Εθνική Οδός) στην απέναντι όχθη του νομού Αττικής. Το θαλάσσιο στενό ήταν ευρύ και ο σκοπός των μετρήσεων ήταν ο χαρακτηρισμός του ραδιοδιαύλου στην περίπτωση που τα δυο άκρα της ζεύξης (είτε πλοία, είτε επίγεια μέσα) βρίσκονται πολύ κοντά στις ακτές. Η ακτογραμμή αποτελείται από απότομους και μεγάλους χερσαίους όγκους (τυπική Ελληνική ακτογραμμή). Οι αποστάσεις πομπού-δέκτη μεταβάλλονταν από 5 έως 30 χιλιόμετρα και η ταχύτητα κίνησης του δέκτη μεταβαλλόταν από 0 έως 50 km/h.

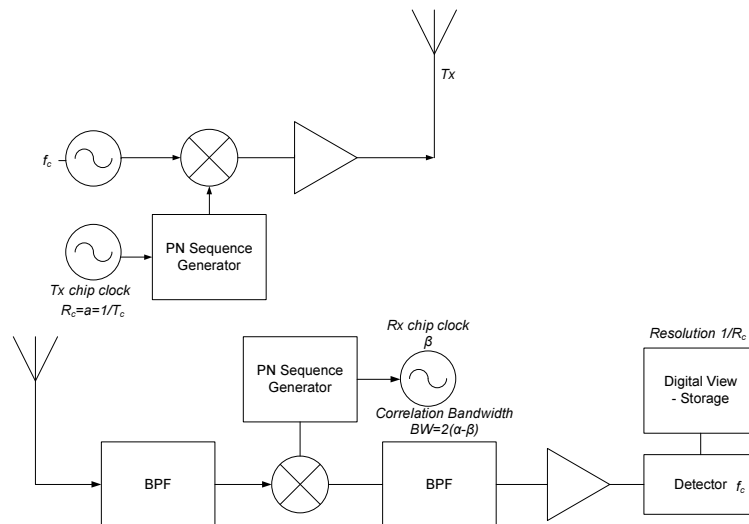
Οι μετρήσεις σε κάθε τοποθεσία αποτελούνται από μια ακολουθία από καταγεγραμμένα στιγμιότυπα του Power Delay Profile ή καλύτερα της ισχύος της απόκρισης του διαύλου σε βραχύς παλμούς που μπορούν να θεωρηθούν προσέγγιση κρουστικής. Κάθε μέτρηση διήρκεσε περισσότερο από τρεις ώρες και δεδομένου ότι λαμβάνονταν περίπου 3 στιγμιότυπα/δευτερόλεπτο, γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι το σύνολο των μετρήσεων συντίθεται από ένα εξαιρετικά μεγάλο δείγμα στιγμιότυπων για ένα μεγάλο πεδίο αποστάσεων, ταχυτήτων και τύπων περιβάλλοντος.

Τέλος πρέπει να τονιστεί πως στην περίπτωση απώλειας της οπτικής επαφής πομπού-δέκτη κατά τις μετρήσεις, σημειωνόταν η χρονική στιγμή και διάρκεια της διατήρησης των συνθηκών NLOS και ιδιαίτερη και ξεχωριστή προσοχή δόθηκε στα συγκεκριμένα υποσύνολα μετρήσεων κατά την περαιτέρω επεξεργασία.



### 9.4.2 Ο Μετρητικός Εξοπλισμός

Οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν με τη χρήση ενός channel sounder του εμπορίου, (τον Duet Channel Sounder της Berkeley Varitronics) [184]. Ο όρος Sounder χρησιμοποιείται για να περιγράψει ένα ζεύγος πομπού και δέκτη, η διάταξη και οι αρχές λειτουργίας του οποίου είναι κατάλληλα επιλεγμένες για την εξαγωγή της κρουστικής απόκρισης (ή ισοδύναμα της συνάρτησης μεταφοράς) του ραδιοδιαύλου. Ο συγκεκριμένος sounder βασίζεται στην τεχνική του ολισθαίνοντος συσχετιστή (sliding correlator [180], [184]). Η βασική αρχή λειτουργίας του sliding correlator που παρουσιάζεται στο σχήμα 9.1 σε μια απλοποιημένη μορφή, είναι η ακόλουθη :



Σχήμα 9.1: Μετρητική διάταξη Sliding Correlator

- Το φέρον σήμα στη συχνότητα  $f_c$  απλώνεται (spectrum spread) σε ένα μεγάλο εύρος ζώνης μέσω μίξης του με μια ακολουθία bits (chips) με χαρακτηριστικά θορύβου (PseudoNoise Sequence - PN sequence). Η διάρκεια του βραχέως παλμού της ακολουθίας (chip rate) είναι  $T_c$  και κατά συνέπεια το εύρος ζώνης εκπομπής  $R_c$ .
- Το σήμα αποστέλλεται στο κανάλι και στη συνέχεια λαμβάνεται, φιλτράρεται και αντιστρέφεται η φασματική εξάπλωση (despread) ώστε να επιστρέψουμε στο στενής ζώνης αρχικό σήμα. Ως τώρα η περιγραφή της διάταξης δεν διαφέρει από ένα τυπικό spread spectrum σύστημα.
- Η ουσιώδης όμως διαφορά που επιτρέπει τη χρήση της διάταξης ως μετρητική είναι ότι παρότι οι δυο ακολουθίες εξάπλωσης και συμπίεσης είναι οι ίδιες, το ρολόι του πομπού λειτουργεί με ελαφρώς (της τάξης των λίγων Herz) γρηγορότερο ρυθμό, δημιουργώντας έναν συσχετιστή (correlator). Όταν η εισερχόμενη PN ακολουθία, που δημιουργήθηκε σε υψηλότερο ρυθμό ευθυγραμμιστεί με την πιο αργή ακολουθία του δέκτη, παρουσιάζεται μεγιστοποίηση της συσχέτισης τους.
- Όταν δεν υπάρχει ευθυγράμμιση των ακολουθιών, η μίξη του εισερχόμενου σήματος με τον ασυγχρόνιστο δέκτη δίνει μικρές τιμές. Το στενής ζώνης φίλτρο που ακολουθεί θα μικρύνει ακόμη περισσότερο αυτή την τιμή περιορίζοντας την ενέργεια που προκύπτει κατά τη διαδικασία συσχέτισης. Εδώ σημειώνεται πως ειδικό χαρακτηριστικό των PN ακολουθιών είναι ότι, όπως και ο ασυσχέτιστος θόρυβος, έχουν κρουστική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (δηλαδή μέγιστη τιμή για τέλεια ευθυγράμμιση και μηδενική αλλού).

- Από τη στιγμή που πολλαπλά είδωλα του εκπεμπόμενου σήματος καταφθάνουν στον δέκτη, με διαφορετική καθυστέρηση διάδοσης/χρόνο άφιξης, η έξοδος του συσχετιστή θα μεγιστοποιείται σε διάφορες χρονικές στιγμές, ανιχνεύοντας έτσι το χρόνο άφιξης αλλά και την ενέργεια του κάθε εισερχόμενου path.
- Ο ανιχνευτής περιβάλλουσας εξομαλύνει την κυματομορφή και η έξοδος στην οθόνη ή στο αποθηκευτικό μέσο είναι η κρουστική απόκριση του σήματος φιλτραρισμένο από τον μορφοποιητή παλμών του δέκτη (φαινόμενο που με κατάλληλη δειγματοληψία και αποσυνέλιξη μπορεί να αφαιρεθεί).

Περισσότερες αναλυτικές λεπτομέρειες για τον sliding correlator μπορούν να βρεθούν στη βιβλιογραφία. Στη συνέχεια δίνονται κάποιες βασικές σχέσεις που καθορίζουν ορισμένα βασικά τεχνικά χαρακτηριστικά της λειτουργίας του συστήματος.

1. Η ακρίβεια του οργάνου στον άξονα της καθυστέρησης που καθορίζει και τη διαφορά χρόνου άφιξης που απαιτείται ώστε να διακριθούν δυο πολυδιαδρομικές συνιστώσες δίνεται για πραγματικούς παλμούς από τη σχέση:

$$\Delta\tau = 2T_c = \frac{2}{R_c} \quad (9.21)$$

όπου  $T_c$  η χρονική διάρκεια του chip και αντίστοιχα το  $R_c$  το chip rate. Αυτό σημαίνει πως δύο multipath μπορούν να διακριθούν αν αφικνούνται με χρονική διαφορά  $2T_c$

2. Ο sliding correlator παρέχει μια μέτρηση της κρουστικής απόκρισης του διαύλου που ανανεώνεται κάθε φορά που επιτυγχάνεται ευθυγράμμιση της ακολουθίας του δέκτη με την πρώτη αφικνούμενη ακολουθία από το κανάλι. Ο χρόνος ανανέωσης αυτός μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση:

$$\Delta T = T_c \frac{\alpha}{\alpha - \beta} l \quad (9.22)$$

όπου  $\alpha$  το chiprate του πομπού,  $\beta$  το chiprate του δέκτη και  $l$  το μήκος της PN ακολουθίας σε chips.

3. Η πολυδιαδρομική συνιστώσα που μπορεί να ανιχνευθεί από το σύστημα πρέπει να έχει καθυστέρηση άφιξης σε σχέση με το πρώτο αφικνούμενο path μικρότερη από την καθυστέρηση που δίνεται από τη σχέση:

$$\tau_{PN_{seq}} = T_c l \quad (9.23)$$

Στην περίπτωση των συγκεκριμένων μετρήσεων η φέρουσα συχνότητα μετάδοσης ήταν στα 1900 MHz. Το μέγεθος της PN ακολουθίας που χρησιμοποιήθηκε επιλέχθηκε κατάλληλα μετά από δοκιμές καθώς σύμφωνα με τη σχέση (9.23) συνδέεται με τη μέγιστη επιπρόσθετη καθυστέρηση για το δίαυλο. Συγκεκριμένα αποφασίστηκε πως για μέγεθος ακολουθίας 127 chips επιτρέπεται 13μsec μέγιστη επιπρόσθετη καθυστέρηση που ήταν υπεραρκετή για τις συγκεκριμένες μετρήσεις. Το ζωνοπερατό εύρος ζώνης του συστήματος ήταν 10 MHz που σημαίνει ότι η διακριτικότητα/ακρίβεια στο πεδίο της καθυστέρησης είναι 100 nsec και η εκπεμπόμενη ισχύς 10 Watt. Δύο καταστάσεις λειτουργίας μπορούσαν να υποστηριχθούν. Στη μια ο ρυθμός δειγμάτισης στον χρόνο (δηλαδή ο αριθμός των καταγεγραμμένων PDP) ήταν 5 Hz ενώ στην άλλη ο ρυθμός έφτανε τα 100 Hz ώστε να είναι δυνατή η μελέτη της χρονικής μεταβλητότητας του διαύλου.

Πριν από τη χρήση του εξοπλισμού σε εξωτερικά περιβάλλοντα, ήταν απαραίτητος ο εργαστηριακός έλεγχος του και η καταγραφή αρχείων διακρίβωσης (calibration). Τα αρχεία αυτά χρησιμοποιήθηκαν επίσης στα πρώτα στάδια επεξεργασίας των μετρήσεων καθώς τα λαμβανόμενα

σήματα πέρασαν από στάδιο απόσυνέλιξης με βάση τα αρχεία αυτά ώστε να αφαιρεθεί κάθε επίδραση του εξοπλισμού στο αποτέλεσμα. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας ήταν η καλύτερη δυνατή υπό τις συνθήκες εκτίμηση του PDP του διαύλου. Τέλος πρέπει να αναφερθεί πως ο συγκεκριμένος sounder καταγράφει σε αρχείο τις 13 μεγαλύτερες κορυφές της κυματομορφής δηλαδή τις 13 μεγαλύτερες πολυδιαδρομικές συνιστώσες που παράγει το κανάλι. Το κάθε σύνολο δεκατριών τιμών ισχύος και καθυστέρησης σχηματίζει ένα στιγμιαίο (όπως θα λέγεται εφεξής) του διαύλου (αποτελεί δηλαδή το στιγμιαίο μετρούμενο PDP).

### 9.4.3 Επεξεργασία των μετρήσεων

#### 9.4.3.1 Ο θόρυβος

Το πρώτο βήμα κατά την επεξεργασία των δεδομένων των μετρήσεων ήταν ο ορισμός μιας στάθμης θορύβου. Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, ο channel sounder καταγράφει τις 13 πιο ισχυρές κορυφές της κυματομορφής που αντιστοιχούν στις 13 πιο ισχυρές και σημαντικές συνιστώσες πολυδιαδρομικής διάδοσης. Παρόλα αυτά στη ρεαλιστική περίπτωση όπου δεν υφίστανται τόσα διακριτά paths (ή για να είμαστε πιο ακριβείς η ενέργεια που μεταφέρουν είναι μικρότερη από την ευαισθησία του δέκτη και για αυτό δεν παρουσιάζουν ενδιαφέρον) τότε ο δέκτης του sounder καταγράφει τυχαίες κορυφές θορύβου και τις αποθηκεύσει ως είδωλα του εκπεμπόμενου σήματος. Αυτές οι κορυφές πρέπει να απομονωθούν και να αφαιρεθούν από το εκτιμώμενο PDP. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με τον ορισμό ενός κατωφλίου αναφοράς και απόφασης, το οποίο αποτελεί το επίπεδο θορύβου αναφοράς. Κάθε καταγεγραμμένο path με τιμή ισχύος μικρότερη από αυτή του κατωφλίου αφαιρείται και δεν λαμβάνεται υπόψη στην συνέχεια.

Το κατώφλι θορύβου ορίστηκε με βάση την παρακάτω διαδικασία. Σε κάθε περιοχή μέτρησης πραγματοποιήθηκε μια εκτεταμένη, πλασματική μέτρηση. Κατά τη διάρκεια αυτής, ο πομπός παρέμενε κλειστός ενώ ο δέκτης λειτουργούσε με αποτέλεσμα να καταγράφει θόρυβο. Αυτό πραγματοποιήθηκε για κάθε συνδυασμό ρυθμίσεων που μπορεί να χρησιμοποιήθηκε στις μετρήσεις. Η μέση τιμή της κάθε μέτρησης όρισε τελικά και το κατώφλι θορύβου για κάθε περιοχή. Για μεγαλύτερη ασφάλεια μάλιστα, δόθηκε ένα περιθώριο 6 dB επιπλέον, μειώνοντας την πιθανότητα ένα δείγμα θορύβου να καταγραφεί ως πολυδιαδρομική συνιστώσα στο 1.5% [182]. Κάτω από αυτές τις συνθήκες το κατώφλι θορύβου προέκυψε γενικά για όλες τις περιοχές μέτρησης σε μια τιμή κοντά στα -97 dBm. Εκτός από αυτό το μέτρο μείωσης της επίδρασης του θορύβου κρίθηκε ως σημαντικό να μην λαμβάνονται υπόψη κορυφές που αν και ξεπερνούσαν το κατώφλι θορύβου, ήταν -30 dB μικρότερες του μεγαλύτερου path. Αυτό έγινε γιατί από τη μια δεν έχουν σοβαρή επίδραση στο αποτέλεσμα και από την άλλη υπάρχει η πιθανότητα να οφείλονται σε φαινόμενα ενδοδιαμόρφωσης λόγω της υψηλής λαμβανόμενης ισχύος.

#### 9.4.3.2 Ορισμός της διακριτικότητας στο πεδίο της καθυστέρησης

Σύμφωνα με το [79], όταν ένα σήμα μεταδίδεται σε γνωστό ρυθμό  $R_c$ , οι συνιστώσες που διαχωρίζονται με χρονική καθυστέρηση ίση ή μεγαλύτερη από  $1/R_c$  δεν είναι συσχετισμένες μεταξύ τους (και οπότε δεν αποτελούν δείγματα του ίδιου path). Έτσι μπορούν να θεωρηθούν ως διαφορετικά paths που προέρχονται από διαφορετικούς σκεδαστές. Στην περίπτωσή μας το chip rate είναι 10 MHz. Για αυτό το λόγο ο άξονας της καθυστέρησης μπορεί να διακριθεί σε σημεία ανά 100 nsec τα οποία και ονομάζονται delay bins ή taps. Ως σημείο αναφοράς στον άξονα της καθυστέρησης λαμβάνεται η χρονική στιγμή λήψης του πρώτου path, το οποίο και ορίζεται ως καθυστέρηση 0 ( $\tau_{1st} = 0$ ). Τώρα το κάθε μετρούμενο path μπορεί να ανατεθεί στο κατάλληλο delay bin, δηλαδή

σε αυτό που αποτελεί το κοντινότερο πολλαπλάσιο των 100 nsec στην καθυστέρηση του συγκεκριμένου path.

#### 9.4.4 Ομαδοποίηση των μετρήσεων

Ο χαρακτηρισμός ενός πολύ συγκεκριμένου περιβάλλοντος δεν παρέχει σημαντική πληροφορία ή όφελος παρά μόνο σε ειδικές περιπτώσεις. Για αυτό τον λόγο πραγματοποιήθηκε προσπάθεια ομαδοποίησης των μετρήσεων σύμφωνα με τον τύπο του περιβάλλοντος που μετρήθηκε, έτσι ώστε τα αποτελέσματα της διαδικασίας να είναι αντιπροσωπευτικά και να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την μελέτη ζεύξεων σε παρόμοια περιβάλλοντα. Η ομαδοποίηση των μετρήσεων ελέγχθηκε διεξοδικά με μια διαδικασία ταξινόμησης, ελέγχου αποτελεσμάτων και ανάλογα επαλήθευση ή επανεξέταση της ταξινόμησης που έχει πραγματοποιηθεί. Πιο συγκεκριμένα σαν πρώτο βήμα, πραγματοποιήθηκε ταξινόμηση και ομαδοποίηση των μετρήσεων ανάλογα με το περιβάλλον διαισθητικά. Τα δεδομένα από κάθε περιοχή χωρίστηκαν σε υποσύνολα ανάλογα με το αν πραγματοποιήθηκε καμία αλλαγή των συνθηκών διάδοσης ή αλλαγή της φύσης και μορφής του περιβάλλοντος διάδοσης (κατά τη διάρκεια των μετρήσεων γινόταν συνεχής καταγραφή των αλλαγών). Στη συνέχεια κάθε υποσύνολο εξεταζόταν ξεχωριστά και γινόταν εξαγωγή κάποιων προκαταρκτικών αποτελεσμάτων. Κατά το συγκεκριμένο στάδιο παρατηρήθηκε και επαληθεύθηκε το γεγονός ότι τα αποτελέσματα μετρήσεων σε παρόμοια περιβάλλοντα, δίνουν παρόμοια αποτελέσματα. Το τελικό στάδιο ήταν η ομαδοποίηση των μετρήσεων ανάλογα με το περιβάλλον και τις συνθήκες σε πέντε ομάδες και η εξαγωγή νέων κοινών αποτελεσμάτων που χαρακτηρίζουν την κάθε ομάδα. Πιο συγκεκριμένα διακρίθηκαν 4 διαφορετικοί τύποι περιβάλλοντος και 5 συνολικά ομάδες (συμπεριλαμβάνοντας μια διακριτή ομάδα NLOS μετρήσεων).

**Ομάδα 1:** Θαλάσσια στενά μέσου εύρους με λοφώδη ακτογραμμή και σχετικά αραιή βλάστηση. Αποτελεί πολύ συνηθισμένο παράκτιο περιβάλλον της Μεσογείου

**Ομάδα 2:** Λιμάνια, μαρίνες και θαλάσσια στενά μικρού εύρους στις ακτές των οποίων συναντιέται αστικό ή ημιαστικό περιβάλλον με αρκετά έντονη κινητικότητα.

**Ομάδα 3:** Θαλάσσια στενά μεγάλου εύρους και διάδοση σε ανοικτή θάλασσα.

**Ομάδα 4:** Θαλάσσια στενά, η ακτογραμμή των οποίων αποτελείται από μεγάλους, απότομους βράχους χωρίς ιδιαίτερη βλάστηση. Τα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου περιβάλλοντος είναι αρκετά απλά καθώς δεν υπάρχει μεγάλη ποικιλία σκεδαστών / ανακλαστών. Κατά τη διάρκεια των μετρήσεων, ο πομπός και/ή ο δέκτης κινούνταν πολύ κοντά στην ακτή. Οι συγκεκριμένες συνθήκες διάδοσης θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως οριακές συνθήκες LOS.

**Ομάδα 5:** Στη 5η ομάδα ταξινομήθηκαν όλες οι περιπτώσεις στις οποίες είχε χαθεί η οπτική επαφή. Σε ένα τύπο περιβάλλοντος όπως αυτός που μελετήθηκε, η οπτική επαφή μπορεί να χαθεί όταν ένα ακρωτήριο, μια χερσόνησος ή ένα νησί παρεμβάλλεται στην απευθείας οδό μεταξύ πομπού και δέκτη ή όταν ένα άλλο πλωτό σκάφος μπει ανάμεσα στα δυο άκρα της ζεύξης. Δυστυχώς κατά τις μετρήσεις δεν ήταν δυνατή η δημιουργία και μέτρηση σεναρίων με πλωτό εμπόδιο (παράλληλα αυτό σημαίνει πως είναι σχεδόν απίθανη η παρατεταμένη διακοπή των LOS συνθηκών από άλλο πλοίο). Μόνο ορισμένες στιγμιαίες διακοπές της οπτικής επαφής από άλλα πλοία διαπιστώθηκαν, από τις οποίες δεν ήταν δυνατή η εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων. Από την άλλη όταν ένα κομμάτι στεριάς εμποδίζει το μονοπάτι διάδοσης, οι συνθήκες διάδοσης μπορούν να χαρακτηριστούν ως βαρέες NLOS συνθήκες και υπό αυτό το πρίσμα μπορούν να μελετηθούν ως μια ξεχωριστή και ενιαία ομάδα.

#### 9.4.4.1 Προσδιορισμός θέσης και ταχύτητας

Για να προχωρήσει η ανάλυση είναι απαραίτητο να είναι γνωστή η θέση και η ταχύτητα του πομπού και του δέκτη για κάθε μετρημένο στιγμιότυπο. Αυτό έγινε με βάση δυο GPS, ένα στο πομπό και ένα στον δέκτη που κατέγραφαν θέση και χρονική στιγμή μέτρησης. Με βάση τις καταγεγραμμένες θέσεις των GPS υπολογίζεται τόσο η απόλυτη ταχύτητα του πομπού και του δέκτη, όσο και η σχετική ταχύτητα μεταξύ τους που είναι εν τέλει και αυτή που έχει ουσιαστική επίδραση στα αποτελέσματα.

Συνοψίζοντας, το σύνολο των δεδομένων μέτρησης για κάθε ομάδα αποτελείται από μια σειρά από καταγεγραμμένα PDPs (Ισχύς προς καθυστέρηση), την χρονική στιγμή καταγραφής, τη θέση και τη σχετική ταχύτητα πομπού και δέκτη.

#### 9.4.4.2 Βήματα επεξεργασίας για Χαρακτηρισμό Μεγάλης Κλίμακας

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τον προσδιορισμό του παράγοντα εξασθένησης  $n$  και του παράγοντα σκίασης  $\sigma$  μπορεί να περιγραφεί συνοπτικά από την παρακάτω διαδικασία:

- Υπολογισμός της ευρείας ζώνης λαμβανόμενης ισχύος από τα καταγεγραμμένα στιγμιότυπα του Power Delay Profile. Η ευρείας ζώνης λαμβανόμενη ισχύς είναι ίση με το άθροισμα της ισχύος της κάθε συνιστώσας του PDP. Η διαδικασία αφαίρεσης του θορύβου έχει ήδη πραγματοποιηθεί όπως περιγράφηκε.
- Για να εξαλειφθεί η επίδραση των διαλείψεων μικρής κλίμακας στις μετρήσεις ισχύος, ακολουθείται μια διαδικασία εξομάλυνσης των μετρήσεων. Αυτό πραγματοποιείται με την αντικατάσταση της μετρούμενης τιμής σε κάθε σημείο με τον τοπικό μέσο όρο ισχύος των μετρήσεων που περιέχονται σε ένα συγκεκριμένο παράθυρο. Με άλλα λόγια πραγματοποιείται φιλτράρισμα ολισθαίνοντος παραθύρου (sliding window filtering). Μια τυπική τιμή για το μέγεθος αυτού του παραθύρου στις κινητές τηλεπικοινωνίες είναι να λαμβάνεται η μέση τιμή σε μετρήσεις που περιέχονται σε  $40\lambda$  (όπου  $\lambda$  το μήκος κύματος) της σχετικής κίνησης πομπού και δέκτη. Στην περίπτωση του συγκεκριμένου περιβάλλοντος το μέγεθος του παραθύρου μπορεί να ληφθεί αρκετά μεγαλύτερο (της τάξης των 50 με 80λ ανάλογα με το περιβάλλον) πράγμα αναμενόμενο καθώς ο διάυλος στα κανάλια ζεύξεων πάνω από θάλασσα δεν μπορεί να αλλάξει τόσο ραγδαία όσο σε χερσαία, αστικά συστήματα επικοινωνιών.
- Γνωρίζοντας τα κέρδη των κεραιών, την εκπεμπόμενη ισχύ και μετρώντας την λαμβανόμενη ισχύ μπορούν να προσδιοριστούν οι απώλειες διάδοσης για κάθε στιγμιότυπο με βάση την απλή (λογαριθμική) σχέση:

$$PL = P_{T_x} - P_{R_x} + G_{T_x} + G_{R_x} - L_{cables} \quad (dB) \quad (9.24)$$

όπου  $L_{cables}$  οι απώλειες καλωδίων. Χρησιμοποιώντας μια μη γραμμική εκτίμηση ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος μπορεί να υπολογιστεί ο παράγοντας εξασθένησης  $n$  σύμφωνα με την εξίσωση (9.1). Ως αποστάσεις αναφοράς στην εξίσωση χρησιμοποιήθηκαν κυρίως αποστάσεις μεγαλύτερες του ενός χιλιομέτρου (1000m) πράγμα που όμως εξαρτώταν από τις διαθέσιμες μετρήσεις. Στο  $PL(d_0)$  δόθηκε η μέση τιμή ισχύος που μετρήθηκε για την απόσταση αναφοράς.

- Η τυπική απόκλιση των δειγμάτων ισχύος όπως αυτά μετρήθηκαν και αφού εξομαλύνθηκαν με βάση την εξίσωση (9.1) με το εκτιμημένο  $n$ , μας δίνει και ένα μέτρο καταλληλότητας του ταιριάσματος του λογαριθμικού μοντέλου με τις μετρήσεις μας. Επίσης η τυπική απόκλιση από το μοντέλο αποτελεί και τον παράγοντα σκίασης σε dB.

- Η καταλληλότητα της μοντελοποίησης των απωλειών διάδοσης με το λογαριθμικό μοντέλο, εκτιμήθηκε με διάφορες εμπειρικές μεθόδους, όπως για παράδειγμα ελέγχθηκε αν η τάση που ακολουθεί η εκτιμημένη καμπύλη για αποστάσεις μεγαλύτερες από αυτές που μετρήθηκαν ακολουθεί την αναμενόμενη αύξηση. Επίσης έγινε έλεγχος των residuals, δηλαδή του σκεδαστικού διαγράμματος του σφάλματος. Τα residuals οφείλουν να έχουν τυχαία συμπεριφορά σε περίπτωση κατάλληλης μοντελοποίησης, καθώς η εμφάνιση μιας συγκεκριμένης τάσης στις τιμές του σφάλματος υποδεικνύει την ύπαρξη μιας καταλληλότερης προσέγγισης. Σε περιπτώσεις όπου διαπιστώθηκε κακό ταίριασμα με το λογαριθμικό μοντέλο, επιλέχθηκε μια νέα απόσταση αναφοράς  $d_0$  ή ένα διαφορετικό μέγεθος παραθύρου εξομάλυνσης και η παραπάνω διαδικασία επαναλήφθηκε.

#### 9.4.4.3 Βήματα επεξεργασίας για τον Χαρακτηρισμό Μικρής Κλίμακας στο πεδίο της Καθυστερήσης

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο χαρακτηρισμός μικρής κλίμακας για τον ασύρματο δίαυλο μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο αφού πρώτα οριστούν οι περιοχές στατικότητας, δηλαδή οι μικρές εκείνες περιοχές (ή αντίστοιχα το μικρό υποσύνολο στιγμιοτύπων) για τις οποίες το κανάλι μπορεί να θεωρηθεί Στατικό υπό την Ευρεία Έννοια (Wide Sense Stationary - WSS). Στη συνέχεια για κάθε WSS περιοχή, είναι δυνατός ο προσδιορισμός των συναρτήσεων συσχέτισης, το μέσο Power Delay Profile και άλλες σημαντικές παράμετροι. Ο προσδιορισμός των WSS περιοχών είναι απαραίτητος, όχι μόνο για τον διαχωρισμό των μετρήσεων σε υποσύνολα που ορίζονται από κοινά στατιστικά μεγέθη και συναρτήσεις, αλλά είναι απαραίτητη και για την ακύρωση της επίδρασης των μεγάλης κλίμακας φαινομένων. Ως ένα τελικό συμπέρασμα μπορούμε να πούμε ότι οι διαλείψεις μικρής κλίμακας μπορούν να μελετηθούν αποκλειστικά σε μικρά υποσύνολα των καταγεγραμμένων μετρήσεων, που παρουσιάζουν όμοια στατιστική συμπεριφορά και όμοιες διαλείψεις μεγάλης κλίμακας.

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για τον καθορισμό των WSS περιοχών βασίστηκε στα [185] και [186] και περιγράφεται από τα ακόλουθα βήματα:

Έστω  $S$  διαθέσιμα δείγματα/στιγμιότυπα των καταγεγραμμένων PDP,  $P(s, \tau)$  ( $s = 1 \dots S$ ):

1. Επιλέγεται ένα μικρό παράθυρο δειγμάτων (για παράδειγμα έστω μήκος παράθυρο  $w_1 = 10$ ) και προσδιορίζεται το μέσο PDP  $\overline{P(\tau)}_{1, w_1} = \langle P(s, \tau) \rangle_{s \in [1..w_1]}$ .
2. Το παράθυρο ολισθαίνει κατά ένα δείγμα και η τιμή  $\overline{P(\tau)}_{2, w_1}$  του μέσου PDP υπολογίζεται εκ νέου.
3. Υπολογίζεται το μέγεθος που περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση:

$$c(1, 2) = \frac{\int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \overline{P(\tau)}_{1, w_1} \overline{P(\tau)}_{2, w_1} d\tau}{\max \left\{ \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} (\overline{P(\tau)}_{1, w_1})^2 d\tau, \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} (\overline{P(\tau)}_{2, w_1})^2 d\tau \right\}} \quad (9.25)$$

4. Στην περίπτωση που το μέγεθος  $c(1, 2)$  (που αποτελεί συντελεστή συσχέτισης των δυο μέσων PDP) είναι μεγαλύτερο από μια τιμή κατωφλίου συσχέτισης (στην δικιά μας περίπτωση αυτή η τιμή ορίστηκε ως 0.75), τότε το παράθυρο ολισθαίνει κατά ακόμη ένα δείγμα για να υπολογιστεί το  $c(1, 3)$  και ούτω κάθε εξής.
5. Όταν προκύψει το δείγμα για το οποίο ο παράγοντας γίνεται  $c(1, j) < 0.75$  τότε η επαναληπτική διαδικασία σταματά και αποφασίζεται ότι τα δείγματα από 1 ως  $j - 1$  ορίζουν μια

περιοχή στατικότητας.

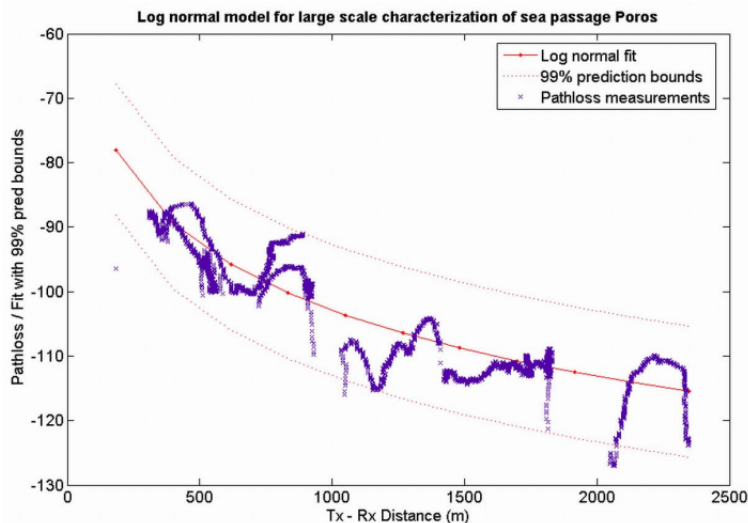
6. Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται ξεκινώντας από το δείγμα  $j$  για τον προσδιορισμό της επόμενης WSS περιοχής.

Το επόμενο απαραίτητο βήμα είναι η κανονικοποίηση της ισχύος των λαμβανόμενων PDP. Πρώτα υπολογίζεται η μέση λαμβανόμενη ισχύς σε κάθε δοσμένη περιοχή στατικότητας. Υπολογίζεται η συνολική λαμβανόμενη ισχύς σε κάθε στιγμιότυπο ως το άθροισμα της ισχύος των πολυδιαδρομικών συνιστωσών και βρίσκουμε τη μέση τιμή στην περιοχή. Η κανονικοποίηση γίνεται με βάση αυτή τη μέση τιμή ισχύος.

Στις ακόλουθες παραγράφους παρουσιάζονται αποτελέσματα από τον μεγάλης και μικρής κλίμακας χαρακτηρισμό με βάση την παραπάνω διαδικασία για ορισμένα ενδεικτικά σύνολα μετρήσεων. Μέσω αυτών των αποτελεσμάτων, διαφαίνονται οι σαφείς διαφορές μεταξύ NLOS και LOS διάδοσης. Τέλος θα παρατηρηθεί η σχετικά μεγάλη απόκλιση των αποτελεσμάτων μεταξύ ομάδων που αντιπροσωπεύουν απλά (ομάδα 4) και σύνθετα (ομάδα 2) τηλεπικοινωνιακά κανάλια.

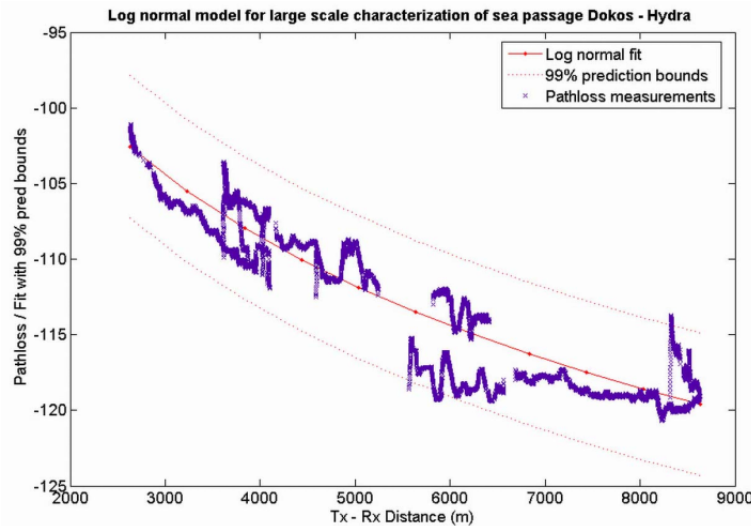
## 9.5 Αποτελέσματα Χαρακτηρισμού Μεγάλης Κλίμακας

Στα ακόλουθα διαγράμματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του χαρακτηρισμού μεγάλης κλίμακας με τη διαδικασία ταιριάσματος της καμπύλης (curve fitting) του λογαριθμικού μοντέλου, για τις Ομάδες μετρήσεων 2,4 και 5. Οι μετρήσεις αφού εξομαλύνθηκαν με το ολισθαίνον παράθυρο συγκρίνονται με την καμπύλη της εξίσωσης (9.1) που προέκυψε από την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Επίσης στα ίδια διαγράμματα παρουσιάζεται το διάστημα εμπιστοσύνης με όρια εμπιστοσύνης 99%. Σε κάθε περίπτωση αναφέρεται η τοποθεσία της μέτρησης, οι υπολογισμένοι συντελεστές εξασθένησης και σκίασης, καθώς και η Ομάδα στην οποία έχει ταξινομηθεί η συγκεκριμένη μέτρηση.

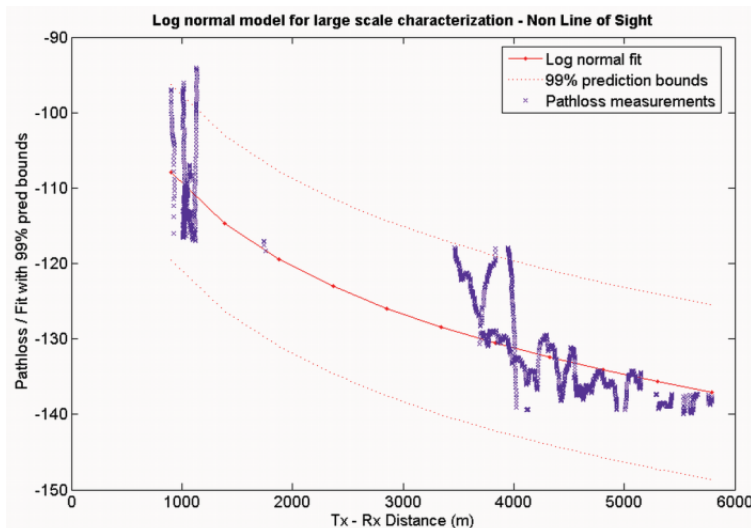


**Σχήμα 9.2:** Απώλειες Διάδοσης για την περιοχή του Πόρου - Ομάδα 2 μετρήσεων. Συντελεστές:  $n = 3.4$ ,  $d_0 = 405m$   $PL(d_0) = 89.5dB$   $\sigma = 3.95dB$

Πρέπει να σημειωθεί δυστυχώς ότι πολλές από τις μετρήσεις σε συνθήκες NLOS δεν μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για τον χαρακτηρισμό μεγάλης κλίμακας και αυτό γιατί σε πολλές περιπτώσεις η λαμβανόμενη ισχύς δεν ήταν αρκετή ώστε να ξεπεράσει την ευαισθησία του δέκτη. Κατά συνέπεια ο χαρακτηρισμός περιορίστηκε σε μικρές αποστάσεις. Γενικά η απώλεια της οπτικής επαφής σε τέτοιου είδους περιβάλλοντα μπορεί να προκαλέσει πολύ μεγάλη εξασθένηση στο



**Σχήμα 9.3:** Απώλειες Διάδοσης για την περιοχή της Υδρας - Ομάδα 4 μετρήσεων. Συντελεστές:  $n = 3.31$ ,  $d_0 = 2700m$   $PL(d_0) = 102.9dB$   $\sigma = 1.84dB$



**Σχήμα 9.4:** Απώλειες Διάδοσης για μετρήσεις σε συνθήκες NLOS - Ομάδα 5 μετρήσεων. Συντελεστές:  $n = 3.61$ ,  $d_0 = 1025m$   $PL(d_0) = 109.9dB$   $\sigma = 4.5dB$

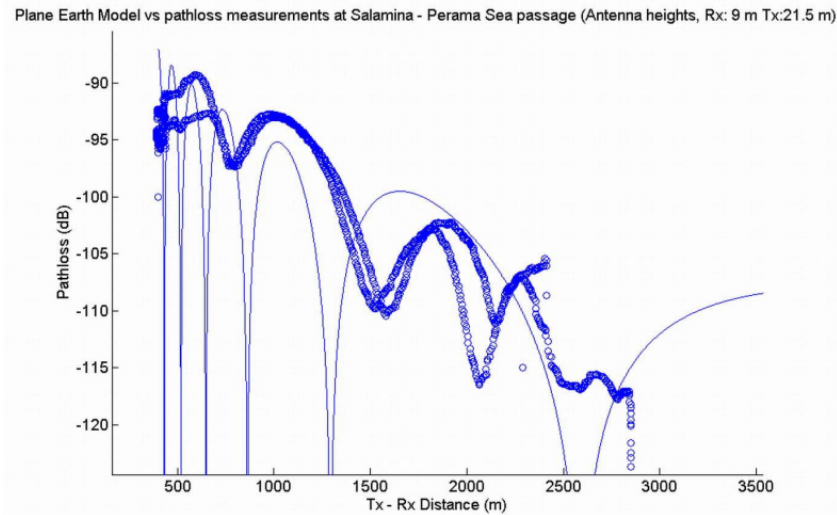
επίπεδο ισχύος του λαμβανόμενου σήματος. Αυτό όπως ήδη αναφέρθηκε οφείλεται στο γεγονός ότι συνεχής απώλεια οπτικής επαφής στα περιβάλλοντα αυτά, σημαίνει παρεμβολή ενός χερσαίου τμήματος στο οπτικό μονοπάτι πομπού-δέκτη. Μόνο στην περίπτωση που πομπός και δέκτης βρίσκονται κοντά στο άκρο του εμποδίου που παρεμβάλλεται, η τιμή της λαμβανόμενης ισχύος διατηρείται πάνω από την τιμή ευαισθησίας του εξοπλισμού. Σε αυτές τις περιπτώσεις η διάδοση πραγματοποιείται μέσω διάθλασης και τα σήματα παραμένουν αρκετά ισχυρά.

Μερικά συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν είναι ότι το NLOS μοντέλο δίνει αρκετά υψηλότερο συντελεστή σκίασης και εξασθένησης συγκρινόμενο με τις LOS μετρήσεις. Επιπλέον, η Ομάδα 4 παρουσιάζει εξαιρετικά χαμηλό συντελεστή σκίασης (κάτω από 2 dB), πράγμα που οφείλεται στην απλότητα του συγκεκριμένου περιβάλλοντος. Από την άλλη στις μετρήσεις της Ομάδας 2 που πραγματοποιήθηκαν σε στενά θαλάσσια περάσματα με κατοικημένες ακτές, η τιμή του συντελεστή σκίασης υπήρξε σχετικά αυξημένη λόγω της πολυπλοκότητας του περιβάλλοντος.

Τα παραπάνω αποτελέσματα αναδεικνύουν την καταλληλότητα της χρήσης του λογαριθμοκανονικού μοντέλου για τη μοντελοποίηση των απωλειών διάδοσης σε τιμές αποστάσεων μεγαλύτερες



από μια απόσταση αναφοράς. Τα δυο ερωτήματα που προκύπτουν αφορούν την συμπεριφορά του διαύλου για τιμές απόστασης μικρότερες από την απόσταση αναφοράς και το πως τελικά καθορίζεται μια έγκυρη απόσταση αναφοράς για το λογαριθμοκανονικό μοντέλο. Οι απαντήσεις μπορούν να βρεθούν με ανάλυση των μετρήσεων για μικρότερες τιμές απόστασης πομπού και δέκτη. Στο διάγραμμα 9.5 παρουσιάζονται οι απώλειες διάδοσης για μετρήσεις στο λιμάνι του Περάματος (Ομάδα 2) για τιμές απόστασής από 300 έως 2000 m



**Σχήμα 9.5:** Απώλειες Διάδοσης για μετρήσεις με μικρές αποστάσεις πομπού και δέκτη και το Μοντέλο Επίπεδης Επιφάνειας

Όπως φαίνεται στο σχήμα 9.5 ορισμένες φαινομενικά απροσδόκητες και βαθιές διαλείψεις παρατηρούνται σε αποστάσεις μικρότερες των 2.5 χιλιομέτρων. Μια πιο προσεκτική παρατήρηση οδηγεί στο συμπέρασμα ότι τα μεγάλα θυθίσματα που παρατηρούνται μοιάζουν με τις έντονες μεταπτώσεις στις απώλειες διάδοσης όταν χρησιμοποιείται το Μοντέλο Επίπεδης Επιφάνειας. Αυτό το μοντέλο υποθέτει ότι υπάρχει τέλεια ανάκλαση από την επίπεδη επιφάνεια που αποτελεί το έδαφος μεταξύ πομπού και δέκτη. Θεωρεί επίσης πως δεν υπάρχουν άλλοι σκεδαστές. Κατά συνέπεια το ανακλώμενο κύμα είναι αρκετά ισχυρό και ανάλογο με την απόσταση πομπού και δέκτη μπορεί να ακυρώσει συμβάλλοντας αρνητικά την ισχύ του απευθείας σήματος. Το Μοντέλο Επίπεδης Επιφάνειας περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$P_R = \frac{\lambda^2}{(4\pi d)^2} 4 \sin^2 \left[ \frac{2\pi h_T h_R}{\lambda d} \right] P_T G_T G_R \quad (9.26)$$

Στο Σχήμα 9.5 παρουσιάζεται με τη λεπτή, συμπαγή γραμμή το αποτέλεσμα του Μοντέλου Επίπεδης Επιφάνειας για τη διάταξη του συστήματος στη συγκεκριμένη περιοχή. Τα ύψη των κεραιών ήταν 21.5m για τον πομπό και 9m για το δέκτη. Αυτό που μπορεί να εξαχθεί ως συμπέρασμα είναι ότι παρότι το Μοντέλο Επίπεδης Επιφάνειας δεν παρέχει κατάλληλα αποδεκτό ταίριασμα στις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν, παρουσιάζει σε κάθε περίπτωση αρκετές ομοιότητες στη συμπεριφορά του, που οφείλουν να έχουν φυσική εξήγηση. Μια εξήγηση είναι ότι η θάλασσα που παίζει τον ρόλο της επίπεδης επιφάνειας αποτελεί έναν ισχυρό ανακλαστήρα αλλά φυσικά όχι τέλειο. Επίσης στα περιβάλλοντα που μελετήθηκαν παρουσιάζονται και άλλοι σκεδαστές. Με αυτή τη λογική οι ομοιότητες πρέπει να είναι αναμενόμενες ενώ από την άλλη η απόκλιση από το μοντέλο είναι λογική λόγω των διαφορών στις υποθέσεις που λαμβάνει το μοντέλο ως δεδομένες.

Όσο η απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη μεγαλώνει, το λογαριθμοκανονικό μοντέλο γίνεται έγκυρο. Για αυτό το λόγο και η απόσταση αναφοράς για το μοντέλο πρέπει να είναι μεγαλύτερη

Ομάδα	Περιοχή	Συντελεστής Εξασθένησης $n$	Σκίαση $\sigma$	Απόσταση ανα- φοράς $d_0$ (m)	Απώλειες διά- δοσης στο $d_0$ (dB)
1	Λαύριο	2.464	1.77	2200	101.58
1	Σπέτσες	2.744	0.92	1140	93.46
2	Πόρος – Σαλαμίνα	3.4	3.95	405	89.5
3	Αίγινα	3.45	1.91	1570	107.2
4	Υδρα	3.311	1.84	2700	102.9
5	NLOS 1	3.606	4.5	1025	109.9
5	NLOS 2	5.593	1.4	3900	113.5

**Πίνακας 9.2:** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα χαρακτηρισμού μεγάλης κλίμακας για τις μετρήσεις

από τα 2500m όταν τα ύψη των κεραιών για πομπό, δέκτη είναι 21.5 και 9m αντίστοιχα (για την ακρίβεια δεν παίζει ρόλο ποιο ύψος αντιστοιχεί στον πομπό και ποιο στον δέκτη). Κατά συνέπεια αν τα ύψη των κεραιών μειωθούν/αυξηθούν θα πρέπει αντίστοιχα να μειωθεί/αυξηθεί και η απόσταση αναφοράς. Αυτό σημαίνει πως για τις μετρήσεις που έγιναν με τα ύψη των κεραιών στα 8m, η απόσταση αναφοράς πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τα 1000m. Αυτή η απόσταση είναι ισοδύναμα μεγαλύτερη από την απόσταση στην οποία εμφανίζεται η τελευταία ισχυρή διάλεια για το Μοντέλο Επίπεδης Επιφάνειας. Επίσης μια χονδρική προσέγγιση για τις κοντινές αποστάσεις στις οποίες θα προκύψουν οι ισχυρές διαλείψεις μπορεί να πραγματοποιηθεί με το Μοντέλο Επίπεδης Επιφάνειας. Τέλος πρέπει να σημειωθεί πως στις μετρήσεις που έγιναν στο στενό πέρασμα του Πόρου, δεν παρατηρήθηκε η ύπαρξη ισχυρών διαλείψεων στις κοντινές αποστάσεις στις οποίες γινόταν η κίνηση. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι κατά την κίνηση στο συγκεκριμένο πέρασμα η κύρια επιφάνεια ανάκλασης δεν ήταν μόνο η θάλασσα, αλλά σε πολλές περιπτώσεις επιφάνεια γης, αποβάθρες ακόμη και μικρά σκάφη και πλοία.

## 9.6 Αποτελέσματα στο Πεδίο της Καθυστέρησης

### 9.6.1 Power Delay Profiles

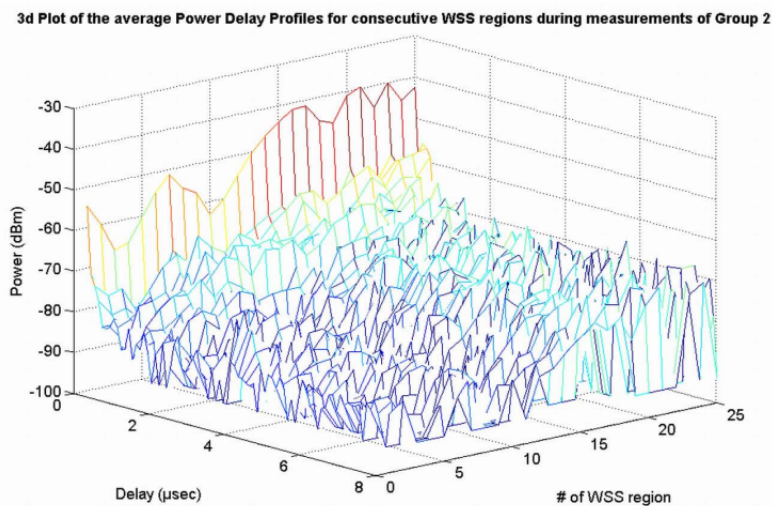
Το επόμενο βήμα της μελέτης ήταν ο χαρακτηρισμός των διαύλων σε μικρή κλίμακα στο πεδίο της καθυστέρησης. Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη παράγραφο, τα δεδομένα ταξινομήθηκαν και χωρίστηκαν σε υποσύνολα όπου η υπόθεση της υπό την Ευρεία Έννοια Στατικότητας (WSS) είναι έγκυρη. Έτσι για κάθε WSS περιοχή, το σύνολο μετρήσεων αποτελείται από ένα σύνολο στιγμιαίων Power delay profiles  $P(t, \tau)$ . Υποθέτοντας εργοδικότητα, υπολογίζουμε το μέσο PDP της συγκεκριμένης WSS περιοχής με τον απλό τύπο:

$$P_{av}(\tau) = E\{P(t, \tau)\} \quad (9.27)$$

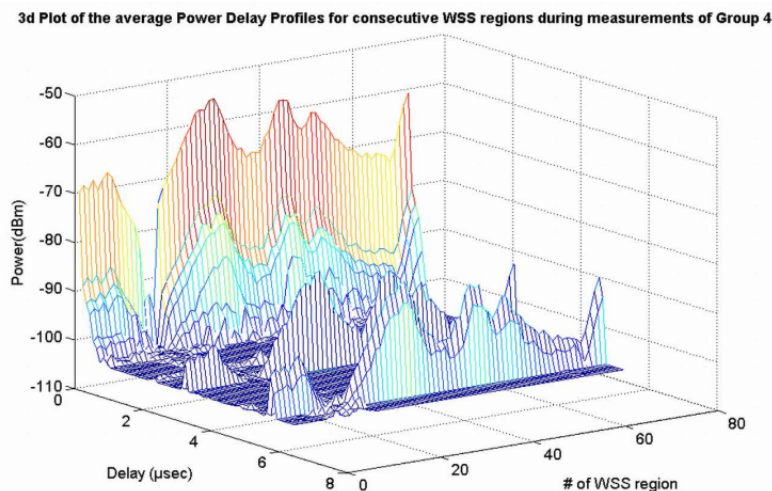
Οι μέσες τιμές, αντί των στιγμιαίων τιμών των μετρημένων στιγμιοτύπων απαιτούνται για πολλούς λόγους. Πρώτα από όλα είναι ένα απαραίτητο βήμα καθώς εξαλείφεται λόγω της άθροισης μεγάλο μέρος της επίδρασης του θορύβου και το κυριότερο, ότι η ανάλυση μπορεί να επικεντρωθεί στο πεδίο της καθυστέρησης εξαλείφοντας την χρονική μεταβλητότητα του διαύλου. Όπως είναι γνωστό ο χαρακτηρισμός μικρής κλίμακας του διαύλου συμπεριλαμβάνει τόσο την μελέτη της χρονικής εξάπλωσης του σήματος (time dispersive nature) δηλαδή το χαρακτηρισμό στο πεδίο της καθυστέρησης καθώς και τη χρονική μεταβλητότητα (time variation), που εκφράζει τη χρονική μεταβλητότητα-εξέλιξη του λαμβανόμενου σήματος στο χρόνο. Με τη διαδικασία λήψης της μέσης τιμής του PDP ουσιαστικά προσπερνάται η στοχαστική μεταβλητότητα της κάθε συνιστώσας

στο χρόνο. Επιπλέον η λήψη του μέσου PDP οδηγεί στην ακύρωση και αφαίρεση ειδώλων που εμφανίζονται στιγμιαία και οφείλονται σε ένα τυχαίο γεγονός και κατά κύριο λόγο δεν χαρακτηρίζουν το κανάλι.

Στα διαγράμματα 9.6, 9.7, 9.8 παρουσιάζονται ορισμένα τυπικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τις μετρήσεις για τις Ομάδες μετρήσεων 2,4 και 5 αντίστοιχα. Στον κατακόρυφο άξονα  $z$  παρουσιάζεται η ισχύς των paths, στον άξονα  $x$  το πεδίο της καθυστέρησης και στον άξονα  $y$  η διαδοχική σειρά των WSS περιοχών, των οποίων τα μέσα PDP παρουσιάζονται. Μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητό ότι δεν μπορεί να υπάρξει μια απλή μαθηματική έκφραση για τη μοντελοποίηση του φάσματος καθυστέρησης για τα συγκεκριμένα περιβάλλοντα (πχ. εκθετικό προφίλ καθυστέρησης).

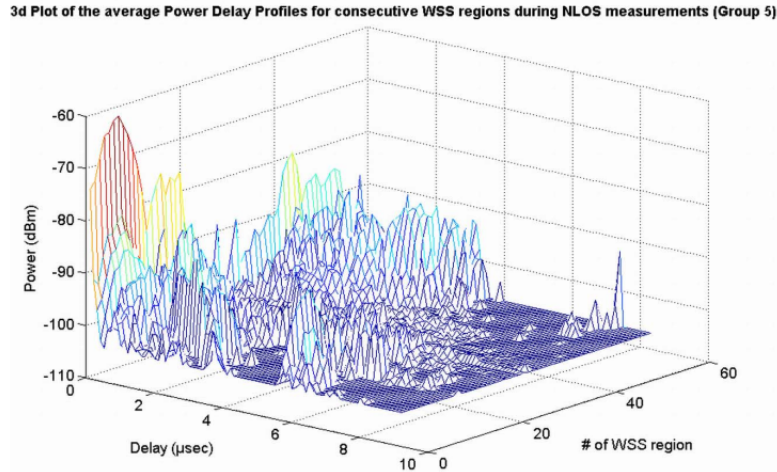


Σχήμα 9.6: Παραδείγματα διαδοχικών μέσων PDP για μετρήσεις της Ομάδας 2



Σχήμα 9.7: Παραδείγματα διαδοχικών μέσων PDP για μετρήσεις της Ομάδας 4

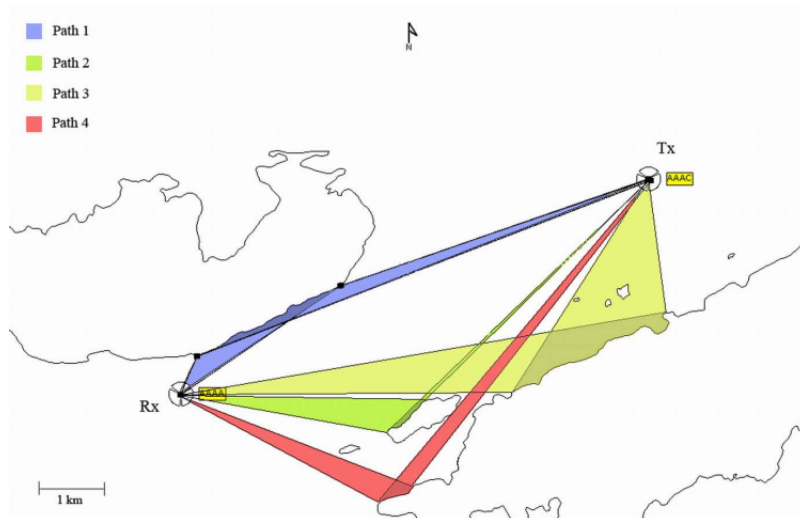
Για να δοθεί μια εμπειρική περιγραφή του φάσματος ισχύος καθυστέρησης, μπορούν να γίνουν κάποιες απλές επισημάνσεις. Πρώτα από όλα, στις LOS μετρήσεις η απευθείας συνιστώσα είναι προφανώς η κυρίαρχη. Κατά το πρώτο microsecond της επιπλέον καθυστέρησης (ή και λίγο περισσότερο ανάλογα με τις αποστάσεις πομπού και δέκτη από τις ακτές) η ισχύς των λαμβανόμενων συνιστωσών μειώνεται ραγδαία. Στη συνέχεια ακολουθεί μια σειρά από χαμηλής ισχύος



**Σχήμα 9.8:** Παραδείγματα διαδοχικών μέσων PDP για μετρήσεις της Ομάδας 5

κορυφές σε διάφορες τιμές καθυστέρησης.

Στην περίπτωση των πιο περίπλοκων περιβαλλόντων (Ομάδα 2), παρατηρείται ένας μεγάλος αριθμός paths που καλύπτουν συνολικά τον άξονα της καθυστέρησης μέχρι τα 8  $\mu\text{sec}$ . Στην περίπτωση του απλού περιβάλλοντος διάδοσης (Ομάδα 4) παρουσιάζεται ένας μικρός αριθμός κορυφών σε συγκεκριμένες, διακριτές τιμές καθυστέρησης. Η συγκεκριμένη μορφή του PDP μπορεί να εξηγηθεί εμπειρικά από τη φύση του μετρημένου διαύλου. Το συγκεκριμένο περιβάλλον περιέχει μεγάλους, διακριτούς σκεδαστές (τα κομμάτια στεριάς που σχηματίζουν το θαλάσσιο πέρασμα) τα οποία κατανέμονται στο χώρο με ένα μη-ομοιόμορφο σχηματισμό. Αυτό απλά σημαίνει πως δεν υπάρχουν σε ένα τέτοιο περιβάλλον οι σκεδαστές εκείνοι που θα μπορούσαν να δημιουργήσουν συνιστώσες σε όλες τις τιμές καθυστέρησης, αλλά λίγοι, συγκεκριμένοι σκεδαστές που παράγουν paths σε συγκεκριμένα σημεία. Για να γίνει κατανοητό το γεγονός αυτό, παρουσιάζεται ένας χάρτης του μετρημένου περιβάλλοντος για την Ομάδα 4 (σχ.9.9).



**Σχήμα 9.9:** Χάρτης του μετρημένου περιβάλλοντος για μετρήσεις της Ομάδας 4

Σε πρώτη φάση γίνεται μια απλοποίηση του προβλήματος, θεωρώντας ορισμένες υποθέσεις (οι οποίες επιβεβαιώνονται στη συνέχεια μέσω των αποτελεσμάτων). Οι υποθέσεις είναι οι εξής:

1. Ισχυρές συνιστώσες (ανιχνεύσιμες κατά τη μέτρηση) μπορούν να προκύψουν μόνο από απλή

PATH	1	2	3	4
Excess Delay ( $\mu\text{sec}$ )	0.1-0.82	2.2-2.8	3.5-5.5	6.1-6.7

**Πίνακας 9.3:** Προβλεπόμενη επιπλέον καθυστέρηση για συνιστώσες από μη απευθείας διαδρομές

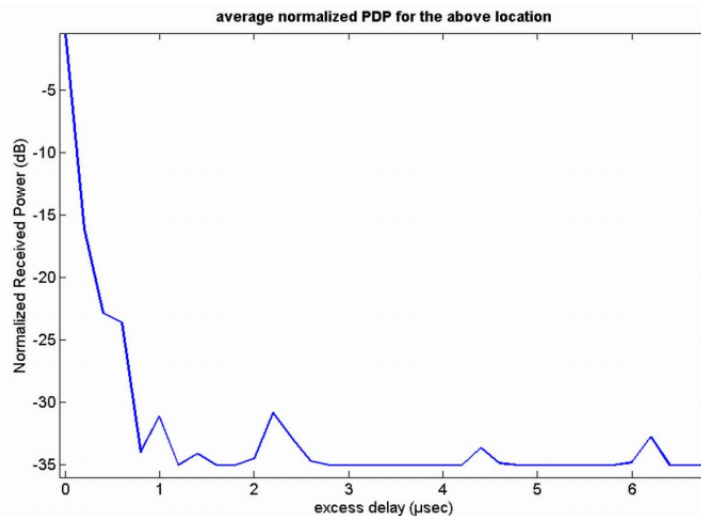
ανάκλαση ή σκέδαση. Αυτό σημαίνει πως η θεώρηση διάδοσης μέσω πολλαπλών ανακλάσεων/σκεδάσεων απορρίπτεται με την υπόθεση ότι οι συγκεκριμένες συνιστώσες δεν είναι ανιχνεύσιμες.

2. Οι χερσαίοι όγκοι που συνθέτουν την ακτογραμμή αποτελούν τους μοναδικούς σκεδαστές του διαύλου. Η παρουσία πλοίων και σκάφών θεωρείται σχεδόν απίθανη.
3. Θα ληφθούν υπόψη ανακλάσεις, η προσπίπτουσα γωνία των οποίων είναι μεγαλύτερη από τις  $90^\circ$ . Για μικρότερες γωνίες θεωρούμε ότι οι συνιστώσες δεν φθάνουν στον δέκτη.

Βασισμένοι στις παραπάνω υποθέσεις και με βάση τον χάρτη μπορούμε να εκτιμήσουμε τις τιμές καθυστέρησης όπου είναι πιθανή η εμφάνιση κορυφής στο PDP. Στο σχ. 9.9 αναδεικνύονται όλες οι πιθανές μη απευθείας διαδρομές μεταξύ πομπού-δέκτη σύμφωνα με τις παραπάνω υποθέσεις. Αυτές οι διαδρομές ομαδοποιήθηκαν σε 4 σύνολα συνιστωσών που μπορούν να προκύψουν και παρουσιάζονται στον πίνακα 9.3:

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα το μήκος της απευθείας διαδρομής ήταν  $8196m$ . Οι τιμές του πίνακα 9.3 προέκυψαν από τη διαφορά απόστασης της απευθείας με τις υπόλοιπες διαδρομές.

Στο σχήμα 9.10 παρουσιάζεται το μετρημένο μέσο PDP για τη συγκεκριμένη περιοχή στατιστικότητας μετά από τα απαραίτητα βήματα προεπεξεργασίας.



**Σχήμα 9.10:** Μέσο Power Delay Profile με βάση τις μετρήσεις για το παράδειγμα της Ομάδας 4 του σχήματος 9.9

Μπορεί εύκολα να γίνει αντιληπτό πως οι καθυστερήσεις των πραγματικών συνιστωσών διασποράς του σήματος συμφωνούν με τις τιμές εκείνες που προβλέφθηκαν με την παραπάνω διαδικασία και περιλαμβάνονται στον πίνακα 9.3. Επίσης το PDP συμφωνεί σε μορφή με τις περιγραφές που έγιναν, δηλαδή στο  $1\mu\text{sec}$  υπάρχει έντονα φθίνουσα τάση και στη συνέχεια ασυνεχείς κορυφές μικρής ισχύος. Η ασυνεχής μορφή του PDP οφείλεται στην προφανή ανυπαρξία σκεδαστών ώστε να υπάρχει διασπορά ισχύος στο πεδίο  $1-2\mu\text{sec}$ ,  $2.8-3.5\mu\text{sec}$ ,  $5.5-6.1\mu\text{sec}$ . Από την άλλη δεν είναι απόλυτο πως θα εμφανιστούν συνιστώσες σε όλα τα πεδία καθυστερήσεων που προβλέφθηκαν με την παραπάνω μέθοδο. Αυτό γιατί δεδομένων των μεγάλων αποστάσεων, ανιχνεύσιμες συνιστώσες σήματος προκύπτουν κυρίως κατά την πρόσπτωση σε λείες και απότομες επιφάνειες. Έτσι

στην περίπτωση που οι σκεδαστές περιέχουν έντονη βλάστηση ή τραχιά υφή, τότε οι σκεδαζόμενες συνιστώσες αναμένονται χαμηλής ισχύος. Πρέπει να σημειωθεί ότι μια παρόμοια ανάλυση με τεχνικές ray-tracing δεν μπορεί να γίνει με τόσο απλή λογική όταν το περιβάλλον διάδοσης γίνεται πιο σύνθετο και πολύπλοκο (μετρήσεις Ομάδας 2). Τέλος όσον αφορά το Power Delay Profile για τις μετρήσεις σε συνθήκες NLOS, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι δεν υπάρχει γενικά μια κυρίαρχη συνιστώσα σήματος. Η μόνη γενική παρατήρηση που μπορεί να γίνει είναι η λογική διαπίστωση πως γενικά τα paths στις μικρότερες τιμές καθυστέρησης είναι ισχυρότερα.

### 9.6.2 Παράμετροι Καθυστέρησης - Μέση Επιπρόσθετη Καθυστέρηση - RMS Διασπορά Καθυστέρησης

Το επόμενο βήμα μετά την προεπεξεργασία, την ομαδοποίηση των μετρήσεων και την εξαγωγή του μέσου κανονικοποιημένου Power Delay Profile για κάθε περιοχή στατικότητας, είναι ο υπολογισμός των παραμέτρων καθυστέρησης δηλαδή της Μέσης Επιπρόσθετης Καθυστέρησης (mean excess delay) και της RMS Διασποράς Καθυστέρησης (RMS Delay Spread). Η διαδικασία αφαίρεσης του θορύβου που περιγράφηκε προηγουμένως είναι πολύ ουσιαστική στο στάδιο αυτό, γιατί οι παράμετροι αυτές (και κυρίως το delay spread) είναι ιδιαίτερα ευαίσθητες στον θόρυβο. Δεδομένου ότι ο άξονας της καθυστέρησης είναι χωρισμένος σε διακριτά σημεία και ότι το αρχικό σημείο αναφοράς είναι η στιγμή άφιξης της πρώτου σήματος, οι εξισώσεις που υπολογίζουν τις παράμετρους αυτές είναι:

α) Για το Mean Excess Delay:

$$m_{\tau}(s) = \frac{\sum_{i=0}^{\max} P_{av,norm}(s, \tau_i) \cdot \tau_i}{\sum_{i=0}^{\max} P_{av,norm}(s, \tau_i)} \quad (9.28)$$

β) Για το Delay Spread:

$$\sigma_{\tau}(s) = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{\max} P_{av,norm}(s, \tau_i) \cdot \tau_i^2}{\sum_{i=0}^{\max} P_{av,norm}(s, \tau_i)} - m_{\tau}(s)^2} \quad (9.29)$$

Το  $P_{av,norm}$  είναι το κανονικοποιημένο μέσο PDP για την περιοχή στατικότητας  $s$  (δηλαδή το  $s$  είναι ένας αριθμός που χρησιμοποιείται για δείκτη των διαδοχικών περιοχών στατικότητας).

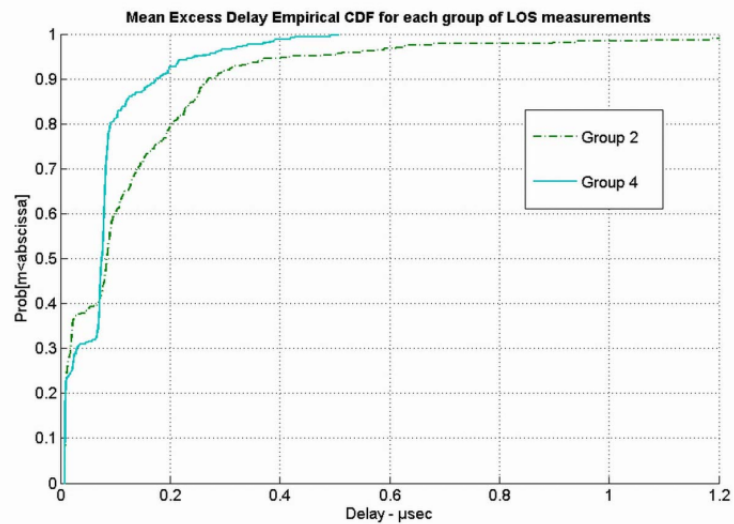
Από τη στιγμή που έχουν υπολογιστεί οι παράμετροι καθυστέρησης για κάθε περιοχή στατικότητας και για κάθε ομάδα μετρήσεων, μπορούμε να κατασκευάσουμε εμπειρικές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (Cumulative Density Function - CDF), που μας δίνουν την αναλογία περιπτώσεων (και ισοδύναμα εκτίμηση της πιθανότητας) σε τιμές καθυστέρησης (μέσης και διασποράς) μικρότερες από μια δεδομένη τιμή. Στα σχήματα 9.11 και 9.12 παρουσιάζονται οι εμπειρικές CDF για τη μέση επιπρόσθετη καθυστέρηση και τη διασπορά καθυστέρησης αντίστοιχα για τις LOS ομάδες μετρήσεως 2 και 4.

Στα σχήματα 9.13 και 9.14 απεικονίζονται αντίστοιχα οι εμπειρικές CDF για τις NLOS περιπτώσεις συγκρινόμενες με τις αντίστοιχες των LOS περιπτώσεων για όλες τις ομάδες μετρήσεως.

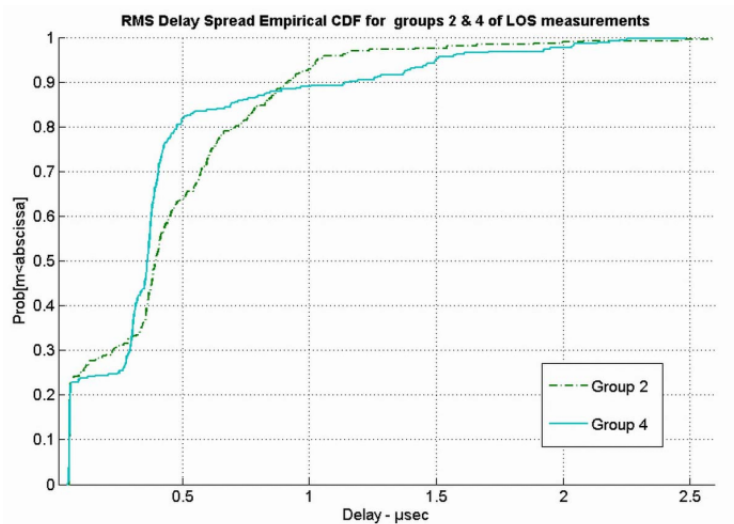
Τα συμπεράσματα που εξάγονται από αυτά τα διαγράμματα είναι τα εξής:

1. Η μέση επιπρόσθετη καθυστέρηση παραμένει κάτω από 0.5 μsec για περισσότερο από το 90% των μετρήσεων σε LOS συνθήκες.



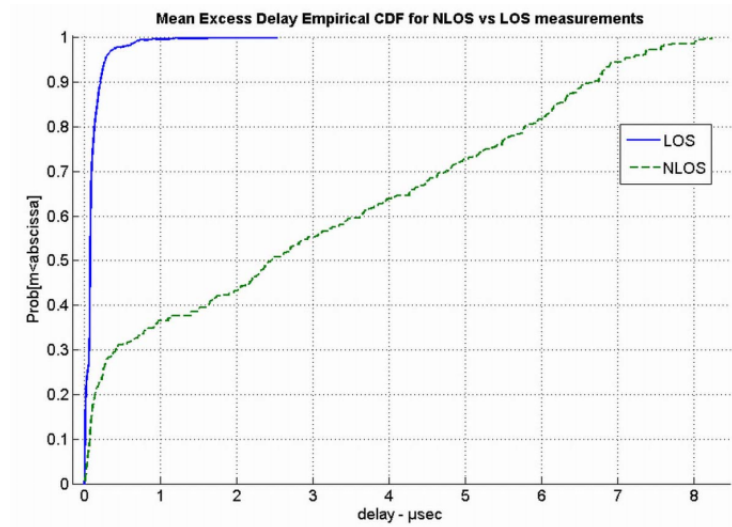


Σχήμα 9.11: Εμπειρική CDF για τη Μέση Επιπρόσθετη Καθυστέρηση σε LOS μετρήσεις

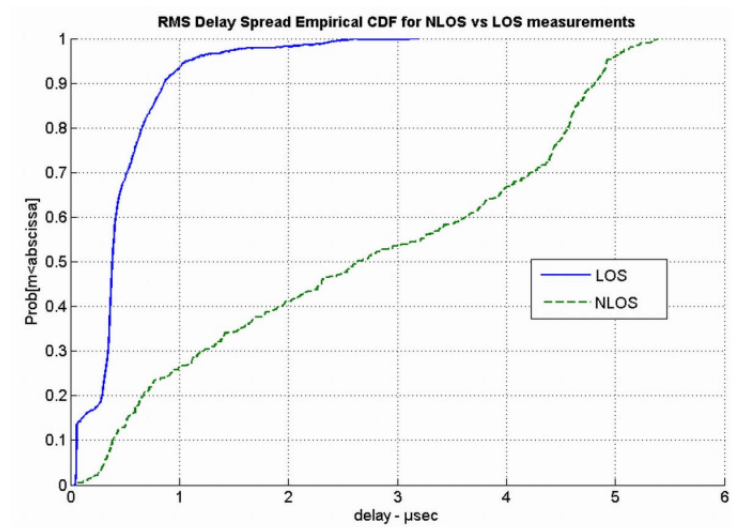


Σχήμα 9.12: Εμπειρική CDF για τη Διασπορά Καθυστέρησης σε LOS μετρήσεις

2. Η μέση επιπρόσθετη καθυστέρηση για την Ομάδα 2 παραμένει στις περισσότερες περιπτώσεις μεγαλύτερη από άλλες LOS ομάδες λόγω της πολυπλοκότητας του περιβάλλοντος που παράγει περισσότερες πολυδιαδρομικές συνιστώσες
3. Η rms διασπορά καθυστέρησης κυμαίνεται στα ίδια επίπεδα για όλες τις LOS ομάδες ανεξαρτήτως πολυπλοκότητας του περιβάλλοντος. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι όσο το πλάτος του θαλάσσιου στενού αυξάνει, οι καθυστερήσεις των συνιστωσών αυξάνουν αλλά παράλληλα μειώνεται ο αριθμός και ισχύς τους (αφου ελαττώνεται η πολυπλοκότητα του περιβάλλοντος). Το συγκεκριμένο ισοζύγιο διατηρεί τη διασπορά στα ίδια επίπεδα.
4. Σε κάθε περίπτωση στις NLOS συνθήκες η αύξηση των τιμών των παραμέτρων είναι ραγδαία, πράγμα που δικαιολογεί τον χαρακτηρισμό βαρέες NLOS συνθήκες.



**Σχήμα 9.13:** Σύγκριση Εμπειρικών CDF για τη Μέση Επιπρόσθετη Καθυστέρηση μεταξύ LOS και NLOS μετρήσεων



**Σχήμα 9.14:** Σύγκριση Εμπειρικών CDF για τη Διασπορά Καθυστέρησης μεταξύ LOS και NLOS μετρήσεων

## 9.7 Χρονική μεταβλητότητα - Ανάλυση στο πεδίο του χρόνου

Σχετικά με τη χρονική μεταβλητότητα του διαύλου, η μελέτη οδήγησε στην εξαγωγή αποτελεσμάτων της στοχαστικής συμπεριφοράς για κάθε ανιχνευμένη συνιστώσα (απευθείας ή όχι) του Power Delay Profile σαν να πρόκειται για διακριτό στενής ζώνης σήμα. Η προσέγγιση που ακολουθήθηκε για τον χαρακτηρισμό της χρονικής διακύμανσης της περιβάλλουσας του σήματος για κάθε path βασίζεται στις κοινά χρησιμοποιούμενες Rayleigh και Rice κατανομές.

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του στενής ζώνης, μικρής κλίμακας χαρακτηρισμού για κάθε ανιχνευμένη συνιστώσα της προηγούμενης παραγράφου. Η γνώση της κατανομής της περιβάλλουσας για κάθε λαμβανόμενο σήμα είναι απαραίτητη, καθώς χαρακτηρίζει την χρονική μεταβολή του διαύλου μαζί με τον Χρόνο συνοχής και το Φάσμα Doppler.

Η κατανομή που χρησιμοποιείται ευρέως για την περιγραφή της στοχαστικής φύσης ενός στενής ζώνης σήματος ή μιας μεμονωμένης συνιστώσας καθυστέρησης ενός συχνοεπιλεκτικού διαύλου είναι η κατανομή Rayleigh. Η παρατήρηση έχει δείξει ότι σε περίπτωση μη οπτικής επαφής, η κατανομή Rayleigh ταιριάζει επαρκώς με την κατανομή της περιβάλλουσας. Είναι γνωστό πως



Παράγοντες $K$ ανά Ομάδα	
<b>Ομάδα 1</b>	18.1
<b>Ομάδα 2</b>	16.7
<b>Ομάδα 3</b>	17
<b>Ομάδα 4</b>	18.6

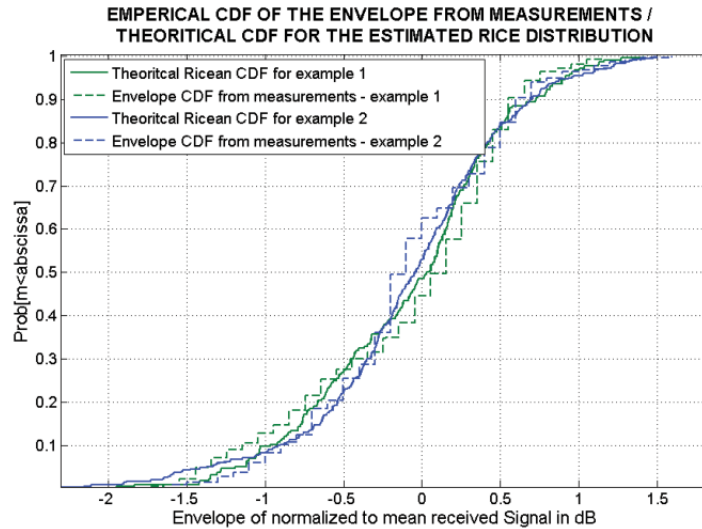
**Πίνακας 9.4:** Μέσες τιμές του παράγοντα  $K$  ανά Ομάδα LOS μετρήσεων

η περιβάλλουσα του αθροίσματος δυο ορθογώνιων μηδενικής μέσης τιμής Gaussian σημάτων. ακολουθεί την κατανομή Rayleigh. Έτσι αν υποθεθεί ότι πολλές πολυδιαδρομικές συνιστώσες παρόμοιας μέσης ισχύος φτάνουν με περίπου την ίδια χρονική καθυστέρηση (στο ίδιο delay bin) από πολλές κατευθύνσεις (δηλαδή με ομοιομορφία φάσης), τότε οι παραπάνω συνθήκες ικανοποιούνται και το σήμα που ανιχνεύεται είναι μια μεταβλητή Rayleigh.

Από την άλλη πλευρά όταν υπάρχει ένα κυρίαρχο, στατικό σήμα, όπως είναι το απευθείας αφικνούμενο σήμα σε μια ζεύξη με συνθήκες οπτικής επαφής, τότε οι μικρής κλίμακας μεταβολές της περιβάλλουσας του σήματος περιγράφονται καλύτερα από την κατανομή Rice. Σε αυτή την περίπτωση θεωρείται πως μαζί με τη στατική κυρίαρχη συνιστώσα καταφτάνουν (κατά την αντίληψη του δέκτη) ταυτόχρονα και μηδενικής μέσης τιμής τυχαίες συνιστώσες, που προστίθενται στο στατικό σήμα. Το αποτέλεσμα στην έξοδο του ανιχνευτή της περιβάλλουσας είναι η εμφάνιση μιας DC συνιστώσας προστιθέμενη στην τυχειότητα που εισάγεται από τις υπόλοιπες πολυδιαδρομικές συνιστώσες. Όσο το στατικό μέρος του σήματος εξασθενεί, η κατανομή της περιβάλλουσας εκφυλίζεται προς την κατανομή Rayleigh, όπου η στατική συνιστώσα είναι μηδενική.

Η κατανομή Rice περιγράφεται από τον παράγοντα  $K$  που ορίζεται ως ο λόγος ισχύος της κυρίαρχης στατικής LOS συνιστώσας με το μεταβαλλόμενο, μηδενικής μέσης τιμής σήμα. Μια διαδικασία για την εκτίμηση του παράγοντα  $K$  μέσω της διεξαγωγής μετρήσεων ισχύος περιγράφεται στο [187]. Αυτή η μέθοδος υποθέτει πως η κατανομή του σήματος είναι γνωστό ότι είναι Rice. Υπό αυτή την έννοια αρχικά ο αλγόριθμος χρησιμοποιείται αυθαίρετα. Παρόλα αυτά η εφαρμογή του απέδειξε και την αλήθεια της υπόθεσης. Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε στις διαθέσιμες από το PDP μετρήσεις ισχύος για κάθε μεμονωμένο tap και για κάθε αναγνωρισμένη WSS περιοχή. Το πρώτο εξαγόμενο αποτέλεσμα που επιβεβαιώθηκε σε όλες τις περιπτώσεις είναι ότι για τις μετρήσεις με οπτική επαφή το σήμα που αφικνύεται στο πρώτο tap ακολουθεί την κατανομή Rice. Στο σχήμα 9.15 παρουσιάζεται η θεωρητική CDF της κατανομής Rice με παράγοντα  $K$  που προκύπτει από τον αλγόριθμο σε αντιπαραβολή με την CDF της μετρημένης και κανονικοποιημένης περιβάλλουσας, για ορισμένες τυπικές περιπτώσεις μετρήσεων. Όπως φαίνεται από το διάγραμμα, το ταίριασμα θεωρίας και μετρήσεων είναι εξαιρετικό. Παρατηρήθηκε ότι ακόμη και στις χειρότερες περιπτώσεις το ταίριασμα με την θεωρητική Rice καμπύλη είναι παραπάνω από ανεκτό. Αν γίνει αντιληπτός ο αριθμός των διαφορετικών WSS περιοχών που ανιχνεύθηκαν και εξετάστηκαν κατά την σειρά των μετρήσεων, μπορεί εύκολα να γίνει κατανοητό πως εκτιμήθηκε ένας πολύ μεγάλος αριθμός  $K$ -παραγόντων για κάθε ομάδα LOS μετρήσεων. Στον πίνακα 9.4 παρουσιάζονται οι μέσες τιμές των παραγόντων  $K$  που εκτιμήθηκαν για κάθε ομάδα LOS μετρήσεων.

Όπως αναμενόταν οι μετρήσεις της Ομάδας 2 ανέδειξαν σχετικά χαμηλότερες τιμές στον παράγοντα  $K$ . Αυτό εξηγείται εν μέρει από το γεγονός ότι η πολυπλοκότητα του περιβάλλοντος παράγει περισσότερες πολυδιαδρομικές συνιστώσες μεγαλύτερης ισχύος. Κάτι τέτοιο όμως δεν μπορεί να εξηγήσει τον λόγο για τον οποίο ο παράγοντας  $K$  διατηρείται στα ίδια επίπεδα για την Ομάδα 3 που θεωρείται "ανοικτή" θάλασσα. Μια παρατήρηση που μπορεί να δικαιολογήσει το γεγονός αυτό είναι ότι κατά την πραγματοποίηση των μετρήσεων για τις ομάδες 2 και 3, οι αποστάσεις μεταξύ πομπού και δέκτη παρέμειναν σε μικρές τιμές (μικρότερες των 5 km). Οι πολυδιαδρομικές συνιστώσες που προστίθενται στο απευθείας σήμα, είναι εκδοχές του σήματος που έχουν κατά



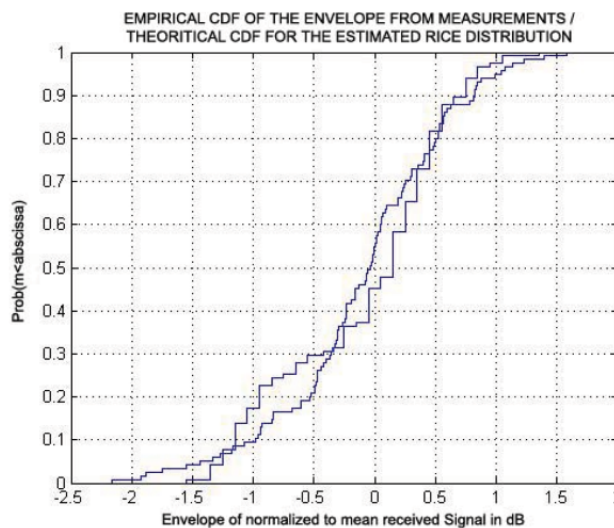
**Σχήμα 9.15:** Σύγκριση Εμπειρικών CDF από LOS μετρήσεις με θεωρητικά εκτιμώμενες CDF Rice κατανομής

μέγιστο διανύσει σε σχέση με την LOS συνιστώσα διαφορά δρόμου που δίνεται από τη σχέση:

$$d_{\text{pathDifference}} = c \cdot \tau_{\text{resolution}} = 30m$$

όπου  $\tau_{\text{resolution}}$  η διακριτικότητα στο πεδίο της καθυστέρησης του μετρητικού εξοπλισμού (δηλαδή 100nsec). Για αυτό το λόγο μπορούμε να υποθέσουμε πως και οι πολυδιαδρομικές συνιστώσες εξασθενούν κατά τον ίδιο βαθμό λόγω της απόστασης με το απευθείας σήμα. Όσο η απόσταση πομπού-δέκτη μεγαλώνει, η ισχύς της κάθε συνιστώσας μειώνεται και μερικά από τα ασθενή multipath δεν είναι πλέον ανιχνεύσιμα από το δέκτη. Αυτό συνεπάγεται μια σχετικά μικρή αύξηση του παράγοντα  $K$ .

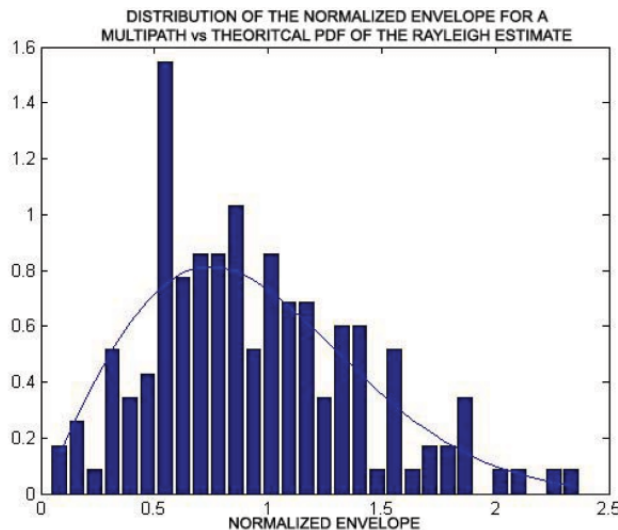
Ένα αναπάντεχο αποτέλεσμα που προέκυψε από τις μετρήσεις ήταν ότι η περιβάλλουσα του πρώτου delay bin στις περισσότερες NLOS μετρήσεις ακολουθεί επίσης την κατανομή Rice παρότι το πρώτο αφικνούμενο είδωλο σήματος ενδέχεται να μην είναι και το πιο ισχυρό. Ένα παράδειγμα του ταιριάσματος της κατανομής της περιβάλλουσας του πρώτου tap παρουσιάζεται στο σχήμα 9.16



**Σχήμα 9.16:** Σύγκριση Εμπειρικών CDF από NLOS μετρήσεις με θεωρητικά εκτιμώμενες CDF Rice κατανομής

Στις μετρήσεις που διεξήχθησαν, όπως έχει ήδη αναφερθεί πολλές φορές, η απώλεια του LOS προκλήθηκε όταν ένα κομμάτι γης (π.χ. ένα νησί) παρεμβαλλόταν στην οπτική επαφή. Σε αυτή την περίπτωση το πρώτο αφικνούμενο σήμα μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι μια διαθλασμένη εκδοχή του απευθείας σήματος στην άκρη του εμποδίου. Αυτό σημαίνει ότι παρά την απώλεια οπτικής επαφής το πρώτο αφικνούμενο σήμα μπορεί να διατηρεί εν μέρη μια στατική συνιστώσα με συγκεκριμένη διεύθυνση άφιξης. Η μέση τιμή του παράγοντα  $K$  για τις μετρημένες NLOS περιοχές στατικότητας που ανιχνεύθηκε καταλληλότητα της κατανομής Rice βρέθηκε να είναι 1 dB δηλαδή αρκετά χαμηλότερος από τις περιπτώσεις LOS.

Το ερώτημα που παραμένει αφορά τα taps καθυστέρησης που ακολουθούν την πρώτη συνιστώσα είτε αφορά LOS ή NLOS μετρήσεις. Όταν υπολογίστηκε με βάση τον αλγόριθμο ο παράγοντας  $K$  για τις περιπτώσεις αυτές, παρατηρήθηκε ότι στην συντριπτική πλειοψηφία των μετρημένων περιοχών (95%) η εκτιμημένη τιμή είτε ήταν πολύ κοντά στο μηδέν είτε ο προτεινόμενος αλγόριθμος ([187]) έδωσε μιγαδική τιμή του  $K$ , πράγμα που φυσικά δεν είναι αποδεκτό και δίνει μια σαφή ένδειξη ότι δεν υπάρχει στατική συνιστώσα που να δικαιολογεί την θεώρηση Rice κατανομής. Σε αυτή την περίπτωση καταφύγαμε σε διαδικασία ταιριάσματος καμπυλών, βασισμένοι στην υπόθεση ότι η απώλεια κυρίαρχου, στατικού σήματος ενισχύει τη χρήση της κατανομής Rayleigh. Ένα τυπικό παράδειγμα παρουσιάζεται στο σχήμα 9.17



**Σχήμα 9.17:** Σύγκριση του ιστογράμματος της μετρημένης κανονικοποιημένης περιβάλλουσας με την κατανομή Rayleigh για τα taps που ακολουθούν την πρώτη συνιστώσα

Η διαδικασία περιελάμβανε ταιρίασμα της Συνάρτησης Κατανομής Πιθανότητας (PDF) της κατανομής Rayleigh με το ιστόγραμμα της μετρημένης περιβάλλουσας, το οποίο κατασκευάστηκε με βάση τον κανόνα του Scott για το πλάτος των ράβδων του ιστογράμματος [188]. Το ταιρίασμα που επιτεύχθηκε είναι αρκετά ικανοποιητικό ιδιαίτερα αν αναλογιστούμε ότι το ταιρίασμα PDF καμπυλών είναι πολύ πιο απόλυτο και αυστηρό σε σχέση με τις CDF. Επιπλέον η παράμετρος  $b$  για την κατανομή Rayleigh [180] συγκρίθηκε με την εκτίμηση από την μετρημένη περιβάλλουσα του tap. Η σχέση που συνδέει θεωρητικά την μέση τιμή της περιβάλλουσας με τον παράγοντα  $b$  είναι:

$$E(r_{env}) = b\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Η απόκλιση που διαπιστώθηκε με βάση αυτόν τον τύπο ήταν μικρότερη του 8% και αποδίδεται είτε σε μια μικρή απόκλιση στο ταιρίασμα ή σε ένα μικρό σφάλμα στην εκτίμηση της μέσης τιμής της περιβάλλουσας. Πρέπει επίσης να αναφερθεί ότι για το 5% των μετρήσεων ήταν δυνατή η

εκτίμηση ενός παράγοντα  $K$  και σε αυτή την περίπτωση η καταλληλότερη κατανομή ήταν η Rice. Αυτό απλά σημαίνει ότι σε αυτές τις περιπτώσεις μια πολυδιαδρομική συνιστώσα ήταν αρκετά μεγαλύτερη από τις υπόλοιπες που καταφθάνουν ταυτόχρονα (ως προς την αντίληψη του δέκτη) και για αυτό το λόγο παίζει τον ρόλο της στατικής κυρίαρχης συνιστώσας.

### 9.7.1 Ανάλυση Doppler

Γενικά υπάρχουν δύο βασικές εκδοχές για τις χρονικές μεταβολές των ασύρματων καναλιών από τις οποίες προκύπτουν δύο διαφορετικοί τύποι φασμάτων Doppler. Στον πρώτο τύπο (που έχει μελετηθεί ευρέως) ο χρήστης κινείται σε σχέση με την βάση ή αντιστρόφως. Σε αυτή την περίπτωση οι χρονικές μεταβλητές του σήματος που λαμβάνεται συνδέονται με τις χωρικές μεταβλητές με μία σταθερά (π.χ. τη σχετική ταχύτητα). Υποθέτοντας ότι οι γωνίες άφιξης των λαμβανόμενων ανακλάσεων είναι ομοιόμορφες, η μορφή του Doppler φάσματος θα έχει το γνωστό U-σχήμα του Clarke. Στο δεύτερο τύπο η βάση και ο χρήστης είναι και οι δύο σταθεροί αλλά οι ανακλάσεις που προέρχονται από το περιβάλλον οφείλονται σε ανακλάσεις από κινούμενους σκεδαστές με αποτέλεσμα να προκαλούν χρονικές μεταβολές στην απόκριση του καναλιού. Στην περίπτωση που αφορά το συγκεκριμένο έργο, μας αφορά τόσο η σχετική κίνηση πομπού και δέκτη, όσο και οι κινήσεις που λαμβάνουν χώρα στο περιβάλλον της μέτρησης.

Η εκτίμηση του μιγαδικού φάσματος ισχύος του σήματος από ένα ορισμένο αριθμό δειγμάτων υπάρχει σε κάθε βιβλίο που αναφέρεται σε ψηφιακή επεξεργασία σήματος. Ωστόσο οι μέθοδοι αυτές ασχολούνται με την εκτίμηση του φάσματος ισχύος από δείγματα σήματος με μιγαδικό πλάτος. Σε αυτήν την παράγραφο παρουσιάζεται μια μέθοδος εκτίμησης του φάσματος ισχύος από δείγματα ισχύος, δηλαδή από μετρήσεις ισχύος στο διακριτό χρόνο όπου το λαμβανόμενο μέγεθος δεν περιέχει πληροφορία φάσης. Αυτή η μέθοδος αναφέρεται σε μετρήσεις ισχύος που μπορούν εύκολα να γίνουν χωρίς τον διαχωρισμό του σήματος σε συμφασικής και ορθογωνικής φάσης συνιστώσες. Όταν το μέγεθος της μέτρησης είναι το κέρδος ισχύος, εμπειρικά, η προτεινόμενη μέθοδος προσφέρει επιπλέον πληροφορία (Doppler spectra) χωρίς να χρειάζεται επιπλέον εξοπλισμός. Επίσης τα δείγματα ισχύος πλεονεκτούν σε σχέση με τα μιγαδικά δείγματα ισχύος αφού δεν επηρεάζονται από τον θόρυβο φάσης του ταλαντωτή

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μέθοδος εκτίμησης μη παραμετρικού φάσματος ισχύος από δείγματα ισχύος που έγινε κατά την επεξεργασία των μετρήσεων και βασίζεται στο [189]. Υποθέτουμε ότι μεταδίδεται ένα ημιτονοειδές σήμα μέσα από ένα καθορισμένο ασύρματο κανάλι. Η λαμβανόμενη μιγαδική περιβάλλουσα μπορεί να γραφεί ως:

$$g(t) = V + u(t)$$

όπου  $V$  είναι η σταθερή, επικρατούσα (μιγαδική) συνιστώσα και  $u(t)$  είναι η μηδενικής μέσης τιμής, χρονικά μεταβαλλόμενη, μιγαδική κανονική τυχαία μεταβλητή. Η περιβάλλουσα της  $g(t)$  είναι γνωστή ως κατανομή Rice (κατανομή Rayleigh αν  $V = 0$ ). Για ευκολία υποθέτουμε ότι η  $g(t)$  είναι σε κατάλληλη κλίμακα ώστε  $E[|u(t)|^2] = 1$  με αποτέλεσμα η  $V$  να σχετίζεται με τον παράγοντα  $K$  της Rice σύμφωνα με τη σχέση  $K = |V|^2$ . Η στιγμιαία λαμβανόμενη ισχύς δίνεται από:

$$P(t) = |g(t)|^2 = |V|^2 + |u(t)|^2 + Vu^*(t) + V^*u(t)$$

όπου  $|\cdot|$  το μέτρο της συνάρτησης και το  $*$  δηλώνει τον συζυγή μιγαδικό. Χρησιμοποιώντας τη σχέση  $K = |V|^2$  η μέση λαμβανόμενη κανονικοποιημένη ισχύς είναι:

$$\bar{P}(t) = E[P(t)] = K + E[|u(t)|^2] = K + 1$$

## Κεφάλαιο 9. Το τηλεπικοινωνιακό κανάλι

Αν ορίσουμε την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του  $u(t)$  ως  $r(t) = E[u^*(\tau)u(t+\tau)]$  τότε η αυτοσυσχέτιση της ισχύος γράφεται ως:

$$E[P(t)P(t+\tau)] = K^2 + 2K + 1 + |r(\tau)|^2 + K[r(\tau) + r^*(\tau)] \quad (9.30)$$

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για την  $[P(t) - \bar{P}(t)]$  δίνεται από:

$$A(\tau) = E[P(t)P(t+\tau)] - E^2[P(t)]$$

και από την σχέση (9.30) προκύπτει ότι

$$A(\tau) = |r(\tau)|^2 + K[r(\tau) + r^*(\tau)]$$

Το φάσμα ισχύος,  $S(f)$ , του τυχαίου μέρους της  $g(t)$  είναι ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης  $r(\tau)$ . Παρόλα αυτά δεν είναι διαθέσιμη η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του σήματος  $r(\tau)$ , αλλά την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της  $A(\tau)$  της λαμβανόμενης ισχύος. Για την εύρεση της  $r(\tau)$ , κάνουμε την υπόθεση ότι το φάσμα  $S(f)$  είναι άρτια συνάρτηση ως προς το  $f = 0$ , καθώς δεν υπάρχει κανένας λόγος να αναμένεται διαφορετική εύνοια της φύσης στις θετικές διακυμάνσεις συχνότητας έναντι των αρνητικών και αντιστρόφως. Σε αυτή την περίπτωση για την  $r(\tau)$  ισχύει ότι  $r(\tau) = r^*(\tau)$  και τελικά έχουμε:

$$r(\tau) = \sqrt{K^2 + A(\tau)} - K \quad (9.31)$$

Για την μοντελοποίηση του φάσματος Doppler εργαστήκαμε ως εξής:

- Ακολουθείται και σε αυτήν την περίπτωση ο διαχωρισμός των μετρήσεων σε 5 ομάδες όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις.
- Στη συνέχεια γίνεται ομαδοποίηση των περιοχών στατικότητας που μετρήθηκαν για κάθε περιοχή με βάση την απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη αλλά και τη σχετική μεταξύ τους ταχύτητα. Π.χ. δημιουργούνται ομάδες περιοχών στατικότητας ανά 500m απόστασης πομπού - δέκτη και 5 κόμβους σχετική ταχύτητα.
- Υπολογίζεται μια μέση τιμή για τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για κάθε ομάδα περιοχής και για κάθε ομάδα αποστάσεων και ταχυτήτων. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι για κάθε πεδίο αποστάσεων π.χ. 0-500m απόσταση πομπού δέκτη και για κάθε πεδίο ταχυτήτων π.χ. 0-5 κόμβους υπολογίζεται μια συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για κάθε bin ως μέση τιμή των εκτιμώμενων από τις μετρήσεις. Παράλληλα εξάγεται και η τυπική απόκλιση για κάθε περίπτωση.

Για το βήμα από τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης στην εκτίμηση του φάσματος ισχύος ακολουθήθηκε η μέθοδος Blackman-Tukey. Δηλώνουμε το σύνολο των μετρούμενων δειγμάτων με  $x(n), n = 0, 1, \dots, N'$ . Ο ρυθμός δειγματοληψίας ήταν 100 Hz. Αυτό σημαίνει ότι παρέχεται από το μετρητικό εξοπλισμό κλίμακα συχνότητας [-50 : 50] Hz. Τώρα μπορούμε να εκτιμήσουμε την μέση τιμή  $\bar{P}$  σαν τον αριθμητικό μέσο των δειγμάτων. Μετά αφαιρούμε το  $\bar{P}$  από τα δείγματα,  $x(n)$ , για να πάρουμε ένα σύνολο μηδενικής μέσης τιμής δειγμάτων ισχύος ορίζοντας το σύνολο δειγμάτων  $y(n), n = 0, 1, \dots, N'$ . Η εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης της μηδενικής μέσης τιμής ισχύος

είναι:

$$\hat{A}(m) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-m} y(i)y(i+m) & \text{for } 0 \leq m \leq M \\ \frac{1}{N} \sum_{i=|m|}^N y(i)y(i+m) & \text{for } -M \leq m \leq -1 \end{cases}$$

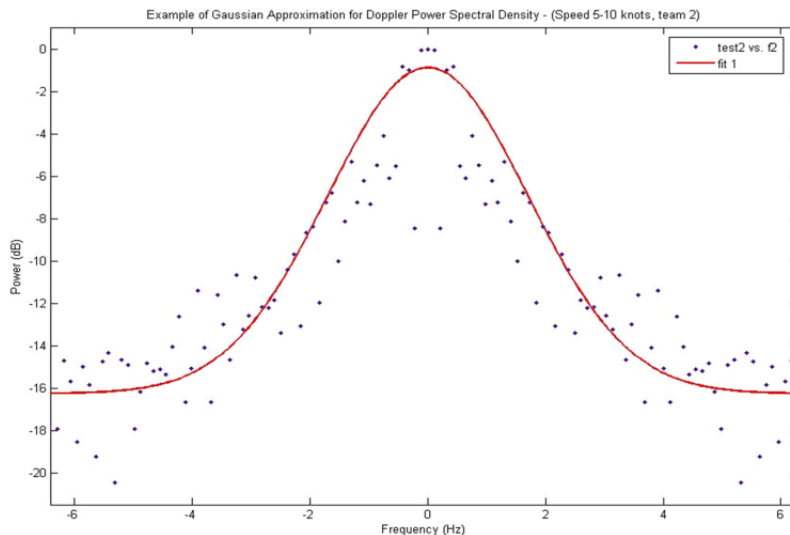
όπου  $M$  είναι η μέγιστη καθυστέρηση ( $M \leq N$ ). Σε αυτή τη φάση χρησιμοποιούμε την εξίσωση (9.31) για να μετατρέψουμε την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της ισχύος,  $\hat{A}(m)$ , στη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του λαμβανόμενου σήματος  $\hat{r}(m)$ . Μετά συνεχίζουμε όπως προτείνει η μέθοδος Blackman-Tuckey εφαρμόζοντας παράθυρο στην συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Επιλέγουμε το Blackman παράθυρο  $w_B(m)$  γιατί οδηγεί στην μεγαλύτερη καταστολή των πλευρικών φαινομένων κατά την εφαρμογή FFT (Fast Fourier Transform) συγκρινόμενο με τα τυπικά παράθυρα. Τελικά, εκτελείται ο παρακάτω μετασχηματισμός Fourier:

$$\hat{S}(f) = \sum_{m=-(M)}^M w_B(m)\hat{r}(m)e^{-j2\pi fm}$$

Προτείνεται γενικά, ένα παράθυρο Blackman μήκους ίσο με το 20% του μήκους της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης. Τα αποτελέσματα έδειξαν φάσμα Doppler που είναι κεντρικό στη συχνότητα μηδέν. Κάτι τέτοιο είναι φυσιολογικό αποτέλεσμα της μεθόδου εκτίμησης που χρησιμοποιήθηκε, η οποία θεωρώντας φασματική συμμετρία καταργεί κάθε σταθερή συνιστώσα Doppler και δίνει το αποτέλεσμα που οφείλεται αποκλειστικά στην κινητικότητα του περιβάλλοντος. Στην πραγματικότητα το εκτιμώμενο φάσμα είναι μετατοπισμένο ανάλογα με τη σχετική ταχύτητα πομπού και δέκτη και η σταθερή συνιστώσα μετατόπισης παρέχεται από την κλασική σχέση του Doppler  $f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{v}{\lambda} \cos\theta$ . Όσον αφορά το συμμετρικό φάσμα που προσδιορίζεται μέσω μετρήσεων, η μέση τιμή του φάσματος ισχύος Doppler για τα δεδομένα προσεγγίστηκε με την ακόλουθη σχέση

$$S(f) = 10^{(ae^{-b|f|^2} + c)/10}$$

Στο σχήμα 9.18 φαίνεται ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα της επιτυχούς προσέγγισης οι παρά-



**Σχήμα 9.18:** Παράδειγμα προσέγγισης του Φάσματος Doppler για την Ομάδα 2

μετροι  $a, b, c$  έχουν ένα πολύ συγκεκριμένο ρόλο στη διαμόρφωση της παραπάνω μορφής. Η παράμετρος  $c$  εκφράζει το επίπεδο του "θορύβου", δηλαδή ουσιαστικά την στάθμη μηδενισμού της φασματικής πυκνότητας ισχύος. Σε όλες τις περιπτώσεις η τιμή του  $c$  κυμάνθηκε σε τιμές από

-12 έως -18 με μια μέση τιμή περίπου ίση με -16. Η παράμετρος  $a$  εκφράζει το δυναμικό εύρος, δηλαδή την διαφορά μεταξύ της μέγιστης θεωρητικής τιμής της συνάρτησης (οπωσδήποτε μικρότερη από τη μέγιστη καταγεγραμμένη από μετρήσεις τιμή, που είναι 1 λόγω κανονικοποίησης, 0 σε dB) και του επιπέδου θορύβου. Η τιμή της παραμέτρου  $a$  κυμάνθηκε μεταξύ 12 και 15, με μέση τιμή περίπου ίση με 14. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι η κορυφή της Gaussian καμπύλης είναι περίπου στο -1 dB. Η παράμετρος  $b$  είναι παράμετρος που εξαρτάται από την σχετική ταχύτητα πομπού και δέκτη. Είναι αυτή που καθορίζει το πόσο ευρεία ή στενή είναι η μορφή της συνάρτησης, καθορίζοντας έτσι παράλληλα τη μέγιστη συχνότητα Doppler. Σύμφωνα λοιπόν με τις παραπάνω παρατηρήσεις είναι προφανές πως οι παράμετροι  $a, c$  μπορούν να ληφθούν σταθερές και ίσες με τις μέσες τιμές τους για κάθε ταχύτητα κίνησης πομπού ή δέκτη. Από την άλλη η παράμετρος  $b$  είναι αυτή που μεταβάλλεται και μαζί της η μορφή του φάσματος Doppler με τη σχετική ταχύτητα κίνησης πομπού και δέκτη. Η διακριτή μελέτη του φάσματος Doppler ανάλογα με την ταχύτητα κίνησης πομπού και δέκτη κατά τη διάρκεια των μετρήσεων είχε ως αποτέλεσμα την εξαγωγή της ακόλουθης σχέσης η οποία και συνδέει την ταχύτητα και την μέγιστη συχνότητα Doppler με την παράμετρο  $b$ :

$$b = a_1 e^{-a_2 v}$$

όπου  $v$  η ταχύτητα σε κόμβους. Οι παράμετροι  $a_1$  και  $a_2$  προκύπτουν ίσοι με:  $a_1 = 0.3147$   
 $a_2 = 0.08919$ .

Με αυτόν τον τρόπο και με την υπέρθεση του μοντελοποιημένου φάσματος στη σταθερή συνιστώσα λόγω κίνησης, προκύπτει το τελικό φάσμα Doppler κατά τις εξομοιώσεις.

## 9.8 Συμπεράσματα

Τα δεδομένα των μετρήσεων έδειξαν ότι:

1. Ο χαρακτηρισμός μεγάλης κλίμακας των περιβάλλοντων που μελετήθηκαν, έχει απόλυτη εξάρτηση από τη μορφή και την πολυπλοκότητα του περιβάλλοντος και από τα ύψη των κεραιών. Ορισμένα αποτελέσματα μπορούν να συσχετιστούν με κάποια θεωρητικά μοντέλα, όπως για παράδειγμα το γεγονός ότι οι απώλειες διάδοσης σε μικρές αποστάσεις πομπού και δέκτη παρουσιάζουν συμπεριφορά παρόμοια με τα αποτελέσματα του Μοντέλου Επίπεδης Επιφάνειας.
2. Το φάσμα ισχύος καθυστέρησης δεν έχει συνεχή φύση αλλά αποτελείται από μια σειρά από διακριτές κορυφές.
3. Οι παράμετροι καθυστέρησης για LOS διάδοση παραμένουν κατά βάση σε χαμηλά επίπεδα. Σε πολλές περιπτώσεις οι διαλείψεις μπορούν να θεωρηθούν εντελώς επίπεδες (ανυπαρξία πολυδιαδρομικών συνιστωσών)
4. Από τη στιγμή που χάνεται η οπτική επαφή παρατηρείται μια ραγδαία, συνολική αύξηση των παραμέτρων καθυστέρησης
5. Η απευθείας συνιστώσα σε LOS μετρήσεις ακολουθεί την κατανομή Rice. Επιπλέον, η πρώτη αφικνούμενη συνιστώσα στις NLOS συνθήκες (πιθανώς μια διεθλασμένη εκδοχή της απευθείας διαδρομής) ακολουθεί επίσης την κατανομή Rice με σημαντικά μειωμένο παράγοντα  $K$ .
6. Οι μη απευθείας συνιστώσες στα taps που ακολουθούν τηρούν την κατανομή Rayleigh

7. Είναι δυνατή η εκτίμηση του φάσματος ισχύος Doppler για τις ομάδες μετρήσεως με χρήση των δειγμάτων ισχύος.

□



## Κεφάλαιο 10

# Διακοπτόμενο Πρωτόκολλο MAC για κατανεμημένα δίκτυα CR

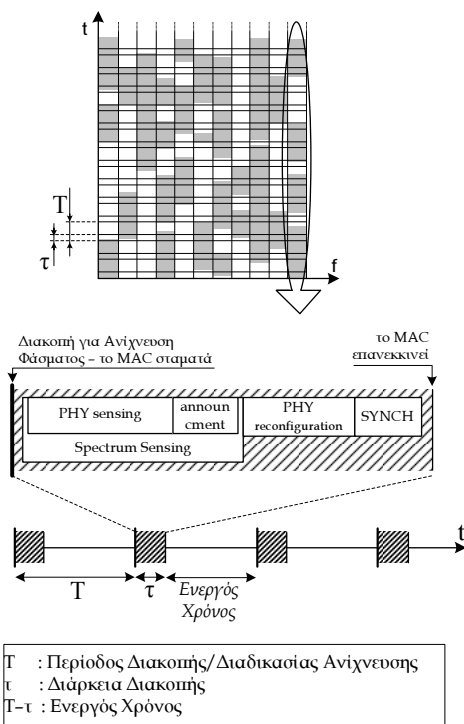
Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο παρουσιάζεται ένα διακοπτόμενο πρωτόκολλο ελέγχου πρόσβασης στο μέσο για CR δίκτυα με Ιεραρχική χρήση φάσματος, επικαλυπτική πρόσβαση και κατανεμημένη αρχιτεκτονική. Οι ιδιαιτερότητες στο σχεδιασμό του MAC πρωτοκόλλου για ένα CR δίκτυο οφείλεται στο γεγονός ότι σύμφωνα με τον Γνωστικό Κύκλο λειτουργίας του σχ. 2.7 το υπόστρωμα MAC πρέπει περιοδικά να διακόπτει τη λειτουργία του ώστε να πραγματοποιείται η φασματική ανίχνευση κατά την οποία δεν γίνονται μεταδόσεις.

### 10.1 Ιδιαιτερότητες υποστρώματος MAC

Η χρονική διάρκεια κατά την οποία το MAC λειτουργεί κανονικά ονομάζεται *Ενεργός Χρόνος* ( $T - \tau$ ). Με  $\tau$  συμβολίζεται η χρονική διάρκεια φασματικής ανίχνευσης, ενώ με  $T$  συμβολίζεται η περίοδος των φασματικών ανιχνεύσεων κατά την οποία το CR δύναται να εκπέμψει. Ένα πολύ σημαντικό ζήτημα για τη λειτουργικότητα της διαδικασίας εναλλαγών μεταξύ περιόδων μετάδοσης και ανίχνευσης είναι ο συγχρονισμός των τερματικών του δικτύου. Αυτό γιατί η διαδικασία ανίχνευσης πρέπει να πραγματοποιείται ταυτόχρονα σε όλο το δίκτυο. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή όλα τα CR συστήματα βρίσκονται σε παύση μετάδοσης και είναι εύκολη η διάκριση των PU εκπομπών. Παράλληλα ο συγχρονισμός επιτρέπει τον συνολικό συντονισμό του δικτύου στον αλγόριθμο, ώστε να εξασφαλίζεται η ευσταθής λειτουργία του.

#### 10.1.1 Περίοδος ανίχνευσης

Το μέγεθος αυτό εμφανίζεται αποκλειστικά στα Γνωστικά Ραδιοσυστήματα και έχει ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο στην επίδοση του συστήματος. Η περίοδος ανιχνεύσεων  $T$  είναι κεντρικός άξονας σε ένα σημαντικό ισοζύγιο. Η τιμή της παραμέτρου εξαρτάται ουσιαστικά από τα στατιστικά χαρακτηριστικά των εκπομπών του πρωτεύοντος συστήματος. Για παράδειγμα αν οι πρωτεύουσες εκπομπές έχουν μικρή χρονική διάρκεια και συχνό ρυθμό εμφάνισης νέων ζεύξεων, τότε η τιμή του  $T$  πρέπει να είναι μικρή. Διαφορετικά θα προκαλούνται συχνές παρεμβολές σε PUs και παράλληλα θα χάνονται ευκαιρίες μετάδοσης αφού θα αγνοείται η ύπαρξη ορισμένων φασματικών οπών. Από την άλλη συχνές ανιχνεύσεις όταν το πρωτεύον σύστημα κάνει μεγάλης διάρκειας καταλήψεις διαύλων και είναι σπάνιες νέες εμφανίσεις έχει ως συνέπεια τη δραστική μείωση του επι-



**Σχήμα 10.1:** Η Διακοπτόμενη λειτουργία στο περιβάλλον Δεξαμενής Φάσματος

τεύξιμου throughput καθώς κατά την περίοδο διακοπής η λειτουργία σταματά. Συμπερασματικά η διαδικασία ανίχνευσης πρέπει να γίνεται τόσο συχνά όσο επιβάλλεται από το εκάστοτε Πρωτεύον σύστημα έτσι ώστε το CR δίκτυο να καλύπτει τους σχεδιαστικούς στόχους και να προστατεύει από παρεμβολές τους αδειοδοτημένους χρήστες [190].

Η απλούστερη επιλογή είναι η περίοδος ανίχνευσης για κάθε φασματική ζώνη και σε εξάρτηση με την πρωτεύουσα υπηρεσία που φιλοξενεί να ορίζεται από την ρυθμιστική αρχή [191]. Από την άλλη η δυναμική επιλογή τιμής για το  $T$  εκτός του ότι ταιριάζει στη φιλοσοφία της πλήρους προσαρμογής των CR παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα [192], καθώς ανάλογα με την περίοδο της ημέρας και την υπηρεσία μεταβάλλονται διαρκώς τα στατιστικά χαρακτηριστικά διάρκειας κατάληψης και νέων αφίξεων του πρωτεύοντος συστήματος. Η μεταβλητότητα των χαρακτηριστικών κάνουν την δυναμική προσαρμογή ελκυστική επιλογή. Η δυναμική επιλογή της παραμέτρου μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη χρήση αλγορίθμων μάθησης που παρακολουθούν, καταγράφουν και εξάγουν συμπεράσματα για την συμπεριφορά των PUs, αυξάνοντας κατά το δυνατό την παράμετρο βελτιώνοντας τις επιδόσεις τους. Σε περίπτωση βέβαια αλλαγής φασματικής ζώνης ή ξαφνικής αλλαγής στη συμπεριφορά του πρωτεύοντος, το σύστημα θα πρέπει να επανεκκινήσει τη διαδικασία.

### 10.1.2 Διάρκεια ανίχνευσης

Ουσιαστικά δεν πρόκειται απλά για τη χρονική διάρκεια που πραγματοποιείται ανίχνευση αλλά για ένα χρονικό διάστημα διακοπής λειτουργίας στο οποίο πραγματοποιούνται οι ακόλουθες ενέργειες:

- Πραγματοποιείται η εφαρμογή του αλγορίθμου φασματικής ανίχνευσης μετά τη συλλογή δειγμάτων σήματος, υπολογίζονται τα κατάλληλα μετρικά και λαμβάνονται τοπικές αποφάσεις για τη διαθεσιμότητα. Παράλληλα πραγματοποιούνται ενέργειες συνεργατικής ανίχνευσης ώστε να εκτιμηθεί ένα διάλυμα φασματικής διαθεσιμότητας.

- Το διάνυσμα διαθεσιμότητας ανακοινώνεται προς όλα τα μέλη του CR δικτύου ώστε όλα να χρησιμοποιούν το ίδιο σημείο αναφοράς. Η συνδιαλλαγή αυτή (όπως και της πληροφορίας συνεργατικής ανίχνευσης) πραγματοποιείται μέσα από συγκεκριμένα κανάλια ελέγχου ή με κατάλληλο πρωτόκολλο σηματοδότησης.
- Το φυσικό στρώμα - δηλαδή οι χρησιμοποιούμενοι αλγόριθμοι ανάλυσης-σύνθεσης κυματομορφών επαναπροσαρμόζεται είτε με την επιλογή παραμέτρων είτε ακόμη και με τον συνολικό επαναπροσδιορισμό του SDR υποβάθρου.
- (προαιρετικά) Εκτελείται αλγόριθμος συγχρονισμού επιπέδου MAC μετά τη συμφωνία κοινού διαύλου. Στην ακόλουθη μελέτη θεωρείται ότι ο συγχρονισμός συμπεριλαμβάνεται στο διάστημα διακοπής  $\tau$ .

Η τιμή  $\tau$  εξαρτάται ουσιαστικά από τους χρόνους επεξεργασίας των παραπάνω βημάτων. Αν για παράδειγμα υπάρχει μικρή ανοχή σε παρεμβολές, ο αλγόριθμος φασματικής ανίχνευσης πρέπει να συλλέξει μεγάλο αριθμό δειγμάτων για να εξάγει ασφαλέστερα συμπεράσματα. Επίσης ενδεχομένως να απαιτείται μεγαλύτερη διακίνηση πληροφορίας της συνεργατικής ανίχνευσης. Κατά συνέπεια διαφορετικοί αλγόριθμοι έχουν ως αποτέλεσμα διαφορετικές διάρκειες διακοπής. Αν μάλιστα πραγματοποιείται σειριακά ανίχνευση σε πολλαπλές ζώνες φάσματος η τιμή του  $\tau$  μεγαλώνει. Από την άλλη η αύξηση της ζώνης λειτουργίας με την συμμετοχή μεγαλύτερων ζωνών θα έχει συνέπεια την αύξηση ρυθμού μετάδοσης μέσω της αύξησης του εύρους ζώνης

Παράλληλα οι δυο ακόλουθες διαδικασίες, δηλαδή η εφαρμογή του πρωτοκόλλου ανακοίνωσης της διαθεσιμότητας καθώς και ο επαναπροσδιορισμός του φυσικού στρώματος μπορεί να έχουν χρονικές διάρκειες που ποικίλουν.

### 10.1.3 Ρυθμός Μετάδοσης

Δεδομένου ότι μετά από κάθε ολοκλήρωση της διαδικασίας ανίχνευσης η διαθεσιμότητα ραδιοπόρων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν μεταβάλλεται, το πρωτόκολλο MAC μπορεί να εξασφαλίσει έναν κυμαινόμενο ρυθμό μετάδοσης. Για παράδειγμα θεωρώντας CR-OFDM, η μείωση των διαθέσιμων subcarriers για μετάδοση έχει ως συνέπεια την μείωση του εφικτού throughput.

Οι αλλαγές αυτές ουσιαστικά οφείλονται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του πρωτεύοντος συστήματος και κατά συνέπεια στην περίοδο ανίχνευσης  $T$ . Όσο πιο συχνά αλλάζει το διάνυσμα διαθεσιμότητας, τόσο πιο έντονη είναι η διακύμανση των διαθέσιμων ραδιοπόρων και του εφικτού throughput. Το πρωτόκολλο MAC πρέπει να διαχειρίζεται αυτή την κατάσταση με τέτοιο τρόπο ώστε η διακύμανση αυτή να μένει αόρατη στα ανώτερα στρώματα. Επίσης όπως αναφέρθηκε, η χρήση αλγορίθμων ανίχνευσης μεγάλης ακρίβειας σε μεγάλες φασματικές ζώνες, ενδέχεται να προκαλεί αύξηση του χρόνου  $\tau$  αλλά να έχει παράλληλα ως συνέπεια τη συνολική αύξηση του ρυθμού μετάδοσης. Από την άλλη η καθυστέρηση αυτή όταν δεν συνοδεύεται από ευνοϊκά αποτελέσματα προκαλεί επιδείνωση των επιδόσεων. Κατά συνέπεια γίνεται αντιληπτό ότι ορίζεται ένα ισοζύγιο μεταξύ ρυθμού μετάδοσης, ποιότητας αλγορίθμου (και χρόνου  $\tau$ ) και υπολογιστικού φορτίου που είναι διαχειρίσιμο από το σύστημα.

## 10.2 Η Λειτουργία Κατανεμημένου Ελέγχου στο IEEE 802.11

Το πρωτόκολλο MAC που αναπτύχθηκε υλοποιείται με ενσωμάτωση της διαδικασίας διακοπής στη Λειτουργία Κατανεμημένου Ελέγχου (DCF - Distributed Coordination Function) του προτύπου ασύρματων τοπικών δικτύων 802.11. Η DCF πραγματοποιεί τον αυτόματο διαμοιρασμό

του διαθέσιμου διαύλου μέσω σχήματος τυχαίας προσπέλασης CSMA/CA με ανίχνευση φέροντος, αποφυγή συγκρούσεων και υποχώρηση τυχαίου χρόνου σε περίπτωση μη διαθέσιμου μέσου. Για να γίνουν κατανοητές οι τροποποιήσεις που πραγματοποιούνται αναλύονται συνοπτικά τα χαρακτηριστικά της DCF του 802.11

### 10.2.1 Ακολουθία Ανταλλαγής Πλαισίων

Η μετάδοση δεδομένων στη DCF πραγματοποιείται με βάση την ακολουθία που περιγράφεται στην παράσταση:

$$\text{FES: } \{ \text{rts} - \text{cts} - \} [ \text{DFrag} - \text{ack} - ] \text{DLast} - \text{ack} \quad (10.1)$$

Με τον όρο FES (Frame Exchange Sequence) συμβολίζεται η ακολουθία ανταλλαγής πλαισίων. Τα πλαίσια δεδομένων συνήθως ακολουθούν (δεν είναι υποχρεωτικό) την μετάδοση πλαισίων rts (ready to send) και cts (clear to send) που αποστέλλονται από πηγή (τερματικό που επιδιώξε την ζεύξη) και προορισμό αντίστοιχα. Με '-' αναπαριστάται ένα διάστημα σιγής SIFS (10.2.5). Τα άγκιστρα υποδηλώνουν την προαιρετική ανταλλαγή των συγκεκριμένων πακέτων. Το πλαίσιο DFrag συμβολίζει ένα τμήμα της τρέχουσας μεταδιδόμενης μονάδας πληροφορίας, που δεν είναι όμως η τελευταία. Κάθε μετάδοση πληροφορίας συνοδεύεται από επιβεβαίωση ορθής λήψης προερχόμενη από το τερματικό προορισμού. Η ύπαρξη των αγκυλών υποδηλώνει ότι η διαδικασία επαναλαμβάνεται όσο χρειαστεί από τη διαθέσιμη πληροφορία. Η διαδικασία ολοκληρώνεται με το τελευταίο τμήμα πληροφορίας DLast και την αντίστοιχη επιβεβαίωση.

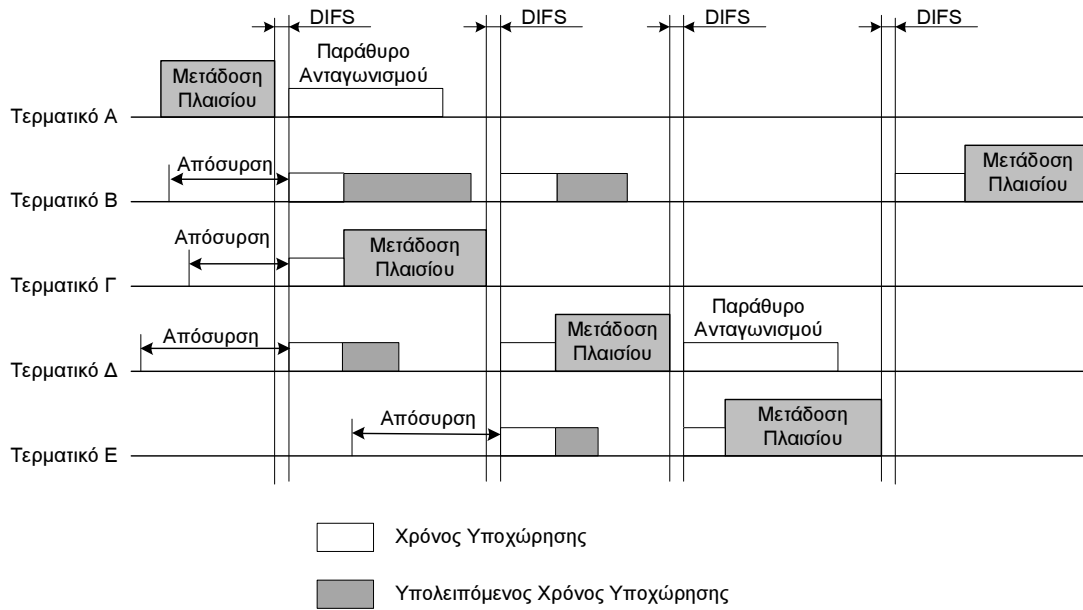
### 10.2.2 Διαδικασία Ανταγωνισμού και υποχώρησης

Τα τερματικά του δικτύου αποκτούν πρόσβαση στο διαθέσιμο μέσο με βάση μια διαδικασία ανταγωνισμού που καθορίζεται από την DCF. Η διαδικασία ξεκινά με το διάστημα DIFS (10.2.5) κατά το οποίο πραγματοποιείται ανίχνευση του μέσου ως ανενεργό. Στη συνέχεια ακολουθεί η διαδικασία υποχώρησης. Σύμφωνα με αυτή κάθε διεκδικητής του μέσου διατηρεί μετρητή με μια τιμή που αρχικοποιείται τυχαία από 0 μέχρι την ισχύουσα μέγιστη τιμή  $W$  του παραθύρου ανταγωνισμού. Η τιμή αυτή μειώνεται κατά ένα με τη διέλευση μιας χρονοσχισμής του πρωτοκόλλου με διάρκεια  $\sigma$ , για όσα διαστήματα το μέσο παραμένει ελεύθερο. Όταν ο μετρητής κάποιου τερματικού μηδενιστεί αυτό αποκτά πρόσβαση στο δίκτυο ξεκινώντας την FES. Τα υπόλοιπα τερματικά, εφόσον αντιληφθούν ότι ο δίαυλος δεν είναι πλέον προσβάσιμος, σταματούν τη μείωση του μετρητή. Ο μετρητής μειώνεται ξανά όταν το μέσο διαπιστωθεί ότι είναι ξανά διεκδικήσιμο μετά από ανίχνευση στο διάστημα DIFS.

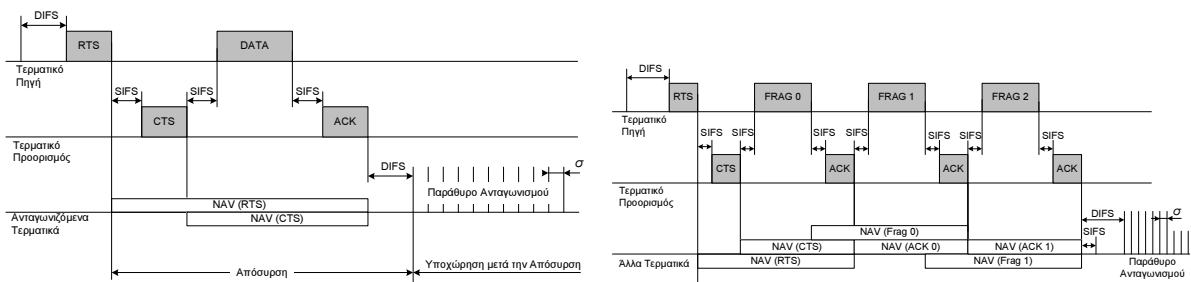
Η αρχικοποίηση του μετρητή ανταγωνισμού στην τυχαία τιμή πραγματοποιείται όταν αυτός έχει μηδενική τιμή. Το μέγεθος του παράθυρου ανταγωνισμού ουσιαστικά ορίζεται με βάση το ιστορικό μεταδόσεων του τερματικού. Οι αποτυχημένες μεταδόσεις διπλασιάζουν το παράθυρο ανταγωνισμού, ενώ οι επιτυχείς μεταδόσεις το επαναφέρουν στην αρχική τιμή του.

### 10.2.3 Επαναμεταδόσεις και χρόνοι αναμονής

Το τερματικό πηγής αναμένει να λάβει πλαίσιο επιβεβαίωσης (ack, cts) για κάποια ορισμένα χρονικά διαστήματα. Αν δεν ληφθεί το αναμενόμενο πλαίσιο επιβεβαίωσης, η μετάδοση χαρακτηρίζεται αποτυχημένη. Συνέπεια αυτού είναι ο διπλασιασμός του παράθυρου ανταγωνισμού και επιχειρείται επαναμετάδοση εφόσον συμμετάσχει ξανά στη διαδικασία ανταγωνισμού. Ο μέγιστος αριθμός επιχειρούμενων επαναμεταδόσεων που πραγματοποιείται καθορίζεται από παράμετρο του πρωτοκόλλου.



Σχήμα 10.2: Η Διαδικασία Υποχώρησης στην DCF



(i) Η Θέση του NAV στην DCF για μοναδική MPDU

(ii) Η Θέση του NAV στην DCF για πολλαπλές MPDU

Σχήμα 10.3: Ο Μηχανισμός Εικονικής Ανίχνευσης Φέροντος στην DCF

### 10.2.4 Ανίχνευση Φέροντος

Το πρωτόκολλο ανίχνευσης του πρωτοκόλλου εφαρμόζεται τόσο από το φυσικό στρώμα όσο και το πρωτόκολλο MAC. Η ανίχνευση στο φυσικό στρώμα πραγματοποιείται με ενεργειακό ανιχνευτή ή με την ανίχνευση αποδιαμορφώσιμου σήματος. Στην περίπτωση που λόγω διαλείψεων η ανίχνευση από το φυσικό στρώμα αποτύχει, εφαρμόζεται ο μηχανισμός της εικονικής ανίχνευσης από το υπόστρωμα MAC. Η εικονική ανίχνευση επιτυγχάνεται με τη διανομή πληροφορίας κράτησης του μέσου με ανακοίνωση μέσω των μεταδιδόμενων πλαισίων (riggy backing) ώστε να ενημερωθούν τα υπόλοιπα τερματικά για την κατάληψη του μέσου και τη διάρκεια της κράτησης. Τα πλαίσια rts/cts περιέχουν πεδίο που ποσοτικοποιεί τη διάρκεια κατάληψης του μέσου (DurationID) σε  $\mu s$ . Η πληροφορία αυτή αρχικοποιεί τους μετρητές NAV των τερματικών και οι οποίοι διατηρούν την πληροφορία κατάληψης του μέσου. Όσο ο συγκεκριμένος μετρητής είναι μη μηδενικός, το μέσο θεωρείται κατειλημμένο από την τρέχουσα FES και τα ανταγωνιστικά τερματικά δεν επιχειρούν μετάδοση. Στο σχήμα 10.3(i) παρουσιάζεται η διαδικασία ορισμού του NAV για την αποστολή μιας μοναδικής MPDU ενώ στο 10.3(ii) για πολλαπλές MPDU.

### 10.2.5 Διαστήματα σιγής

Τα διαστήματα αυτά τοποθετούνται ανάμεσα στις μεταδόσεις πλαισίων και ονομάζονται Inter Frame Space - IFS. Κατά τη διάρκεια των περιόδων αυτών το μέσο μένει αχρησιμοποίητο. Τα διαστήματα σιγής που καθορίζονται στη DCF είναι το μικρής διάρκειας SIFS (Short IFS), το μέσης διάρκειας DIFS (DCF IFS) και το εκτεταμένο EIFS (Extended IFS). Πριν την πραγματοποίηση μετάδοσης ο δίαυλος πρέπει να ανιχνεύεται ανενεργός για το διάστημα που αναλογεί στην τρέχουσα IFS.

**SIFS** Τα μικρότερα διαστήματα σιγής "κρατώνται" από τα τερματικά πηγή και προορισμό της τρέχουσας FES που έχουν κερδίσει το δικαίωμα πρόσβασης στο μέσο, δηλαδή διατηρούνται πριν από οποιαδήποτε αποστολή cts, DFrag, ack και DLast πλαισίου. Ο λόγος που επιλέγεται το μικρότερο διάστημα είναι έτσι ώστε οι υπόλοιποι ανταγωνιστικοί κόμβοι να μην αποπειραθούν να μεταδώσουν με τη λανθασμένη εντύπωση ότι το μέσο είναι ελεύθερο. Έτσι την ξεκάθαρη προτεραιότητα πρόσβασης στο μέσο έχουν τα τερματικά που κέρδισαν την προηγούμενη διαδικασία ανταγωνισμού.

**DIFS** Το διάστημα σιγής αυτό τηρείται κατά την πραγματοποίηση της διαδικασίας ανταγωνισμού. Σύμφωνα με το σχήμα 10.2 το κάθε τερματικό αναμένει ανιχνεύοντας το μέσο ελεύθερο κατά DIFS πριν επιχειρήσει πρόσβαση εφόσον ο μετρητής υποχώρησης είναι μηδενικός. Σε διαφορετική περίπτωση ξεκινά η διαδικασία υποχώρησης για το συγκεκριμένο τερματικό.

**EIFS** Το εκτεταμένο διάστημα σιγής εφαρμόζεται όταν το φυσικό στρώμα υποδεικνύει ότι ένα πλαίσιο που ξεκίνησε να λαμβάνεται δεν έχει ληφθεί τελικά ορθά. Ο έλεγχος αυτός γίνεται με την επιβεβαίωση από την ακολουθία ελέγχου πλαισίου FCS που περιλαμβάνεται σε όλα τα πλαίσια. Το EIFS είναι αρκετά μεγάλο για τη μετάδοση πλαισίου επιβεβαίωσης έτσι ώστε ο κόμβος να έχει τη δυνατότητα να λάβει ορθά ένα πλαίσιο και να επανασυγχρονίσει τον μετρητή NAV (10.2.4). Μετά την ορθή λήψη ενός πακέτου ακολουθεί διαδικασία ανταγωνισμού δηλαδή διατηρείται διάστημα σιγής DIFS.

Στην περίπτωση που ορίζονται διαφοροποιημένα τα διαστήματα σιγής στους χρήστες ενός δικτύου, ουσιαστικά ορίζονται προτεραιότητες μεταξύ των διαφόρων κόμβων [193] (με προτεραιότητα σε αυτούς με τις μικρότερες τιμές).

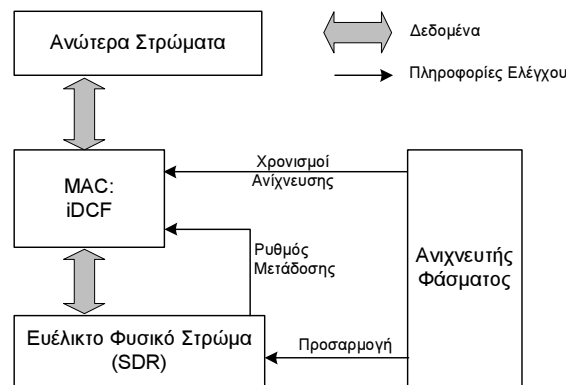
## 10.3 Η διακοπτόμενη DCF - iDCF

Η χρήση της DCF στα δίκτυα Δυναμικής Χρήσης Φάσματος έχει προταθεί πολλές φορές αλλά συνήθως αφορά συγκεκριμένη περιορισμένη εφαρμογή της χωρίς ιδιαίτερη προσαρμογή και χωρίς να παρουσιάζεται μια ολοκληρωμένη πρόταση ώστε να είναι δυνατή η χρήση της DCF για την συνολική πρόσβαση στο δίκτυο.

Πιο συγκεκριμένα, στις εργασίες [194], [195], [196], [197], [198] προτείνεται η χρήση της DCF για την πρόσβαση των CR τερματικών στο κοινό κανάλι ελέγχου του Δευτερεύοντος δικτύου. Το κανάλι αυτό θεωρείται αποκλειστικό και διαθέσιμο συγκεκριμένα για το Γνωστικό ραδιοδίκτυο. Η πρόσβαση στο κοινό κανάλι διαύλου γίνεται με p-persistent CSMA/CA τυχαία προσπέλαση, ενώ σύμφωνα με ορισμένες προτάσεις τα πλαίσια rts/cts μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την διαπραγμάτευση των καναλιών που θα χρησιμοποιηθούν για τη μετάδοση της πληροφορίας. Δεδομένου ότι η πρόσβαση στο κοινό κανάλι είναι αποκλειστική, δεν απαιτείται μετατροπή στη DCF. Ορισμένες μελέτες θεωρούν επίσης ότι τα τερματικά πρέπει να διαθέτουν δυο πομποδέκτες όπου

ο ένας είναι αποκλειστικά συγκεντρωμένος στην αποστολή και λήψη σημάτων πληροφορίας στο κανάλι ελέγχου μέσω της DCF. Σε αυτή την περίπτωση πραγματοποιείται μεγάλη σπατάλη πόρων υλικού καθώς αυξάνει το κόστος μιας τέτοιας ενέργειας και γενικά αλλοιώνει την ισορροπία σε ένα προσαρμοστικό σύστημα πομποδέκτη.

Η μοναδική εργασία στην οποία η DCF προτείνεται ως πρωτόκολλο πρόσβασης στο μέσο για τη μετάδοση της πληροφορίας βρίσκεται στο [35], όπου προτείνονται μάλιστα τροποποιήσεις για την αντιμετώπιση των διακοπών αλλά για μια συγκεκριμένη περίπτωση όπου το πρωτεύον σύστημα είναι GSM.



**Σχήμα 10.4:** Η διασύνδεση της iDCF με τις μονάδες φυσικού στρώματος και τον ανιχνευτή φάσματος

Οι τροποποιήσεις που πραγματοποιούνται και παρουσιάζονται, ορίζουν τη διακοπόμενη DCF (intermittent DCF - iDCF) η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε ένα μεγάλο εύρος Κατανεμημένων Δικτύων Δυναμικής Χρήσης Φάσματος. Στο σχήμα 10.4 παρουσιάζονται οι διασυνδέσεις της iDCF με το φυσικό στρώμα και τον ανιχνευτή φάσματος (ουσιαστικά αποτελεί διαδικασία του φυσικού στρώματος αλλά τοποθετήθηκε ξεχωριστά για να διαφανεί η αλληλεπίδραση). Η επικοινωνία με τον φασματικό ανιχνευτή δίνει τη δυνατότητα στην iDCF να γνωρίζει την χρονική στιγμή που θα πραγματοποιηθεί η επόμενη ανίχνευση. Έτσι είναι σε θέση να γνωρίζει τον *υπολειπόμενο ενεργό χρόνο*. Παράλληλα με δεδομένες τις διακυμάνσεις των διαθέσιμων πόρων που μένουν στη Δεξαμενή Φάσματος μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας ανίχνευσης, η iDCF ενημερώνεται για τον νέο (αναμενόμενο) ρυθμό μετάδοσης που θα ισχύει κατά τη διάρκεια του νέου ενεργού χρόνου.

Όσο διαρκεί ο ενεργός χρόνος, η iDCF βρίσκεται στην κατάσταση της κανονικής λειτουργίας, διευθετώντας την πρόσβαση των τερματικών στο δίαυλο. Κατά τη διάρκεια των διακοπών η iDCF παγώνει την κατάσταση της, απαγορεύοντας παράλληλα οποιαδήποτε μετάδοση κατά τη διάρκεια που πραγματοποιείται η ανίχνευση. Σημειώνεται ότι όπως ορίστηκε στην αρχή του κεφαλαίου, θεωρείται ότι ο συγχρονισμός των ρολογιών των τερματικών του δικτύου πραγματοποιείται κατά τη διάρκεια της διακοπής ανίχνευσης, στο τελικό της στάδιο (σχήμα 10.1). Ο συγχρονισμός είναι απαραίτητος τόσο για την κανονική λειτουργία της iDCF όσο και για το συντονισμό των διακοπών.

### 10.3.1 Αναλυτική Περιγραφή των Τροποποιήσεων

#### 10.3.1.1 Υποχρέωση τριπλής χειραψίας

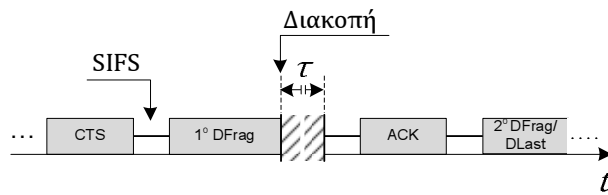
Όσο το σύστημα βρίσκεται στο διάστημα μεταξύ των διαδοχικών διακοπών ανίχνευσης το iDCF δουλεύει ακριβώς όπως ορίζεται στο πρότυπο πρωτόκολλο. Τα τερματικά ακολουθούν την προδιαγεγραμμένη διαδικασία ανταγωνισμού και υποχωρήσεων και όταν τελικά κάποιος χρήστης αποκτήσει πρόσβαση στο μέσο, ξεκινά η ανταλλαγή των πλαισίων FES. Η μοναδική τροποποίηση που εισάγεται είναι η υποχρέωση μετάδοσης πλαισίων rts/cts καθώς στο [199] υποδεικνύεται ότι

με τη χρήση τους εξασφαλίζεται μικρότερος χρόνος παρεμβολής προς το πρωτεύον καθώς η όποια παρεμβολή ανιχνεύεται νωρίτερα ματαιώνοντας τη μετάδοση του πλαισίου δεδομένων που είναι σημαντικά μεγαλύτερης διάρκειας. Περιγραφικά:

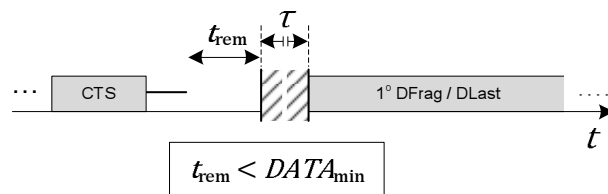
$$\text{FES: rts - cts - [ DFrag - ack - ] DLast - ack} \quad (10.2)$$

### 10.3.1.2 Δυναμικός Τεμαχισμός Πλαισίων Δεδομένων

Κατά την αρχική περιγραφή του κύκλου λειτουργίας του MAC τονίστηκε ότι κατά το διάστημα διακοπής δεν πρέπει να πραγματοποιείται καμία εκπομπή. Εγγυητής σε αυτό γίνεται η iDCF μέσω της γνώσης του υπολειπόμενου ενεργού χρόνου, με συνέπεια να μην ξεκινά καμία μετάδοση εφόσον αυτή ξεπερνά τον χρόνο αυτό. Στην περίπτωση που το προς αποστολή πλαίσιο είναι πλαίσιο δεδομένων πραγματοποιείται δυναμικός τεμαχισμός του ώστε το πρώτο τμήμα να καταλαμβάνει τον συνολικά υπολειπόμενο ενεργό χρόνο. Με αυτόν τον τρόπο αξιοποιείται κατά το μέγιστο δυνατό ο διαθέσιμος προς αποστολή χρόνος. Αυτό όμως συμβαίνει μόνο αν το τμήμα που θα μεταδοθεί την περίοδο αυτή περιέχει αριθμό bits μεγαλύτερο από ένα κατώφλι  $L_{min}$ . Σε περίπτωση που δεν ικανοποιείται το κατώφλι ωφέλιμου φορτίου, ο δυναμικός τεμαχισμός δεν πραγματοποιείται και το πλαίσιο μεταδίδεται μετά την ολοκλήρωση της διακοπής. Η λειτουργία αυτή εικονίζεται στο σχ. 10.5



(i) Επαρκής ενεργός χρόνος για την πραγματοποίηση Δυναμικού Τεμαχισμού



(ii) Ο ενεργός χρόνος δεν είναι αρκετός για τη μετάδοση του ελάχιστου τεμαχίου δεδομένων  $DATA_{min}$  το οποίο περιέχει  $L_{min}$  b

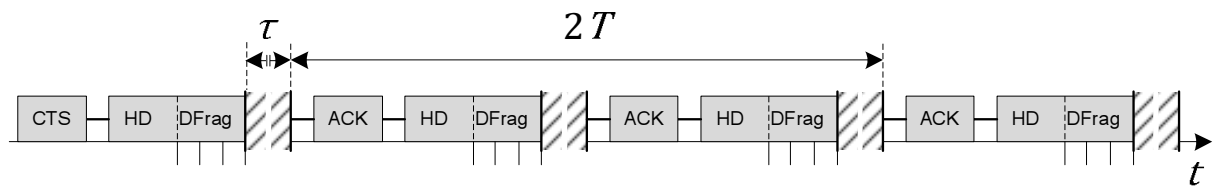
**Σχήμα 10.5:** Παραδείγματα μετάδοσης δεδομένων και Δυναμικού Τεμαχισμού (1)

Από την άλλη τα πλαίσια ελέγχου δεν είναι δυνατόν να τεμαχιστούν. Για αυτό το λόγο αν στον υπολειπόμενο χρόνο δεν είναι δυνατή η ολοκλήρωση μετάδοσης πλαισίου cts ή ack τότε η μετάδοση αναβάλλεται για την χρονική στιγμή αμέσως μετά την ολοκλήρωση της ανίχνευσης, αφήνοντας τον υπολειπόμενο ενεργό χρόνο ανεκμετάλλετο. Τα πλαίσια rts δεν αναφέρονται καθώς με την μετατροπή της παραγράφου 10.3.1.4 εξασφαλίζεται ότι τα rts πακέτα έχουν διαθέσιμο σε κάθε περίπτωση τον απαιτούμενο χρόνο ολοκλήρωσης της μετάδοσης.

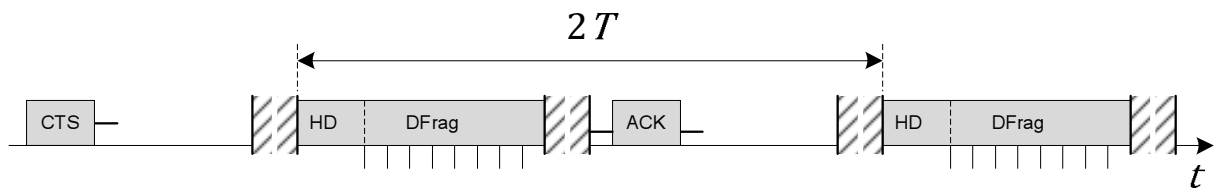
Το κατώφλι  $L_{min}$  είναι μια νεοεισηγμένη παράμετρος που με κατάλληλη επιλογή μπορεί να βελτιστοποιήσει την απόδοση της iDCF. Αυτό γίνεται γιατί κατά την αποστολή πλαισίων δεδομένων παράλληλα εισάγεται επιπλέον φορτίο ελέγχου, όπως είναι η επικεφαλίδα του πλαισίου (συμβολί-



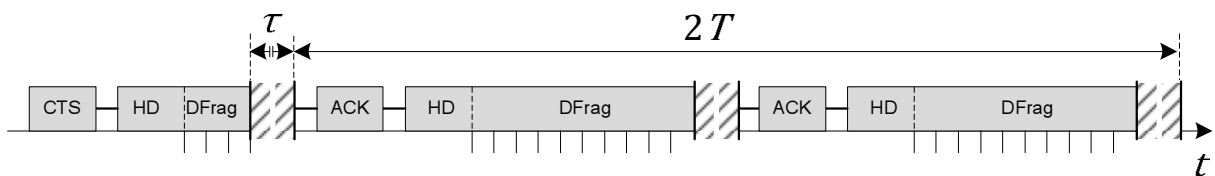
ζεται με  $HD$ ) και το πλαίσιο επιβεβαίωσης. Αυτό σημαίνει ότι παρά το γεγονός ότι επιλογή μικρού  $L_{min}$  οδηγεί σε πλήρη αξιοποίηση του διαθέσιμου χρόνου, αυτό δεν συνοδεύεται από αντίστοιχη αύξηση του ρυθμού μετάδοσης ωφέλιμων δεδομένων. Για να γίνει κατανοητή αυτή η δήλωση παρατίθενται δυο παραδείγματα στο σχήμα 10.6. Στα σχήματα αυτά για την καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας έχει θεωρηθεί (και απεικονιστεί με τη διακριτοποίηση των DFrag) μονάδα μέτρησης μεταδιδόμενων δεδομένων. Στην πρώτη περίπτωση (10.6(i), 10.6(ii)) παρουσιάζεται ένα παράδειγμα στο οποίο για το συγκεκριμένο στιγμιότυπο δυο περιόδων διακοπής, η επιλογή μεγάλου  $L_{min}$  συνοδεύεται με αύξηση του ρυθμού μετάδοσης ωφέλιμων δεδομένων. Στο παράδειγμα των σχημάτων 10.6(iii) και 10.6(iv) παρουσιάζεται ένα διαφορετικό παράδειγμα που ευνοεί την επιλογή μικρότερου  $L_{min}$ . Εν κατακλείδι είναι προφανές ότι η επιλογή της καλύτερης δυνατής τιμής παραμέτρου αποτελεί μια σχεδιαστική πρόκληση της iDCF.



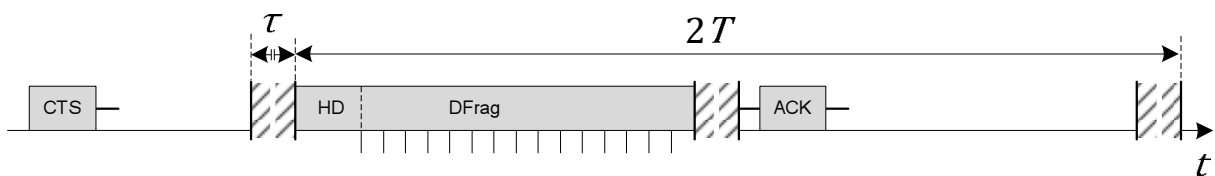
(i) Μικρό  $L_{min}$ . Σε 2 περιόδους έχουν αποσταλεί 6 μονάδες δεδομένων



(ii) Μεγάλο  $L_{min}$ . Σε 2 περιόδους έχουν αποσταλεί 8 μονάδες δεδομένων



(iii) Μικρό  $L_{min}$ . Σε 2 περιόδους έχουν αποσταλεί 20 μονάδες δεδομένων



(iv) Μεγάλο  $L_{min}$ . Σε 2 περιόδους έχουν αποσταλεί 15 μονάδες δεδομένων

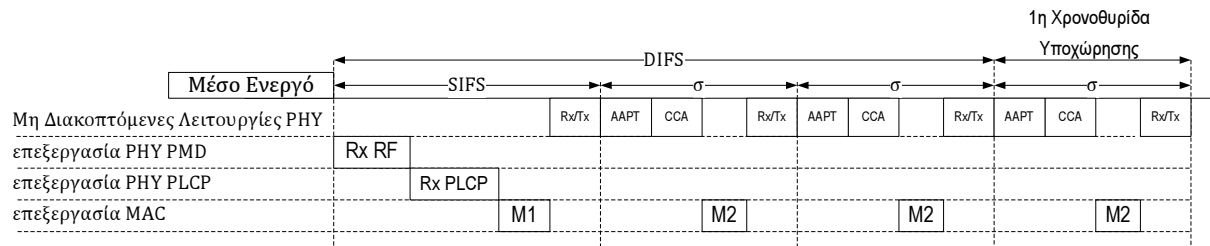
**Σχήμα 10.6:** Παραδείγματα μετάδοσης δεδομένων και Δυναμικού Τεμαχισμού (2)

### 10.3.1.3 Επίδραση των Διακοπών στα Διαστήματα Σιγής

Η χρήση των διαστημάτων σιγής από το πρότυπο πρωτόκολλο πραγματοποιείται για τρεις κύριους λόγους. Πρώτα από όλα για να δοθεί ο απαιτούμενος χρόνος μεταξύ των μεταδόσεων στο

PHY και στο MAC να επεξεργαστούν τα δεδομένα που μόλις ελήφθησαν. Έπειτα η καθυστέρηση αυτή χρησιμοποιείται για την αντιστάθμιση των διαφορετικών καθυστερήσεων διάδοσης για τους διάφορους κόμβους του δικτύου και τέλος όπως αναφέρθηκε για τον ορισμό προτεραιοτήτων.

Είναι λοιπόν πιθανό ένα IFS να διακοπεί (όσο παράδοση και αν φαίνεται η διακοπή ενός διαστήματος σιγής έχει σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση του νέου πρωτοκόλλου) έτσι ώστε να ξεκινήσει η διαδικασία ανίχνευσης. Για όλους τους παραπάνω λόγους - αλλά κυρίως για την τήρηση των προτεραιοτήτων, η υπολειπόμενη χρονική διάρκεια της IFS που απομένει πρέπει να συνεχιστεί διατηρώντας το συνολικό χρονικό διάστημα σιγής. Για κάθε είδος διακοπής ξεχωριστά έχουμε:



**Σχήμα 10.7:** Οι επιτελούμενες λειτουργίες εντός των διαστημάτων σιγής και των χρονοσχημάτων πρωτοκόλλου και χρονοισμοί τους

**SIFS:** Στο σχήμα 10.7 παρουσιάζονται οι επιτελούμενες λειτουργίες που πραγματοποιούνται στα διαστήματα σιγής σύμφωνα με το πρότυπο πρωτόκολλο. Όσον αφορά τη βραχύτερη διακοπή SIFS οι ενέργειες που επιτελεί το τερματικό κατά τη διακοπή είναι οι ακόλουθες. Απαιτείται χρόνος  $RxRF$  για την ολοκλήρωση της λήψης από το PHY και το πρώτο στάδιο επεξεργασίας. Στη συνέχεια η εφαρμογή του πρωτοκόλλου σύγκλισης στο φυσικό στρώμα PHY PLCP απαιτεί χρόνο  $RxPLCP$ . Τα δεδομένα προωθούνται στο MAC όπου συνεχίζεται η επεξεργασία για διάστημα  $M1$  μέχρι την προώθηση των δεδομένων στα ανώτερα στρώματα. Στο τέλος το MAC ενημερώνει το PHY να κάνει μεταγωγή στη λειτουργία πομπού ώστε να στείλει επιβεβαίωση αν πρόκειται για το τερματικό προορισμού. Έτσι σύμφωνα με τους ορισμούς ισχύει:

$$\begin{aligned}
 SIFS &= D1 + M1 + Rx/Tx, \\
 D1 &= aRxRFDelay + aRxPLCPDelay, \\
 M1 &= aMACProcessingDelay, \\
 Rx/Tx &= aRxTxTurnaroundTime,
 \end{aligned}
 \tag{10.3}$$

όπου οι ακριβείς χρόνοι των διαδικασιών ορίζονται στην εκάστοτε υλοποίηση του MAC πρωτοκόλλου. Στην περίπτωση που η SIFS διακοπεί για την πραγματοποίηση ανίχνευσης, διακόπτεται και οποιαδήποτε ενέργεια επεξεργασίας του PHY το οποίο είναι επιφορτισμένο πλέον με την εφαρμογή του αλγορίθμου ανίχνευσης. Παράλληλα αναστέλλονται και όλες οι λειτουργίες επεξεργασίας του MAC. Συνεπώς αν η διακοπή πραγματοποιηθεί σε χρόνο  $D1$  ή  $M1$  τότε ουσιαστικά το SIFS συνεχίζει κατά τον υπολειπόμενο χρόνο μετά την ολοκλήρωση της ανίχνευσης και η συνολική του διάρκεια γίνεται:

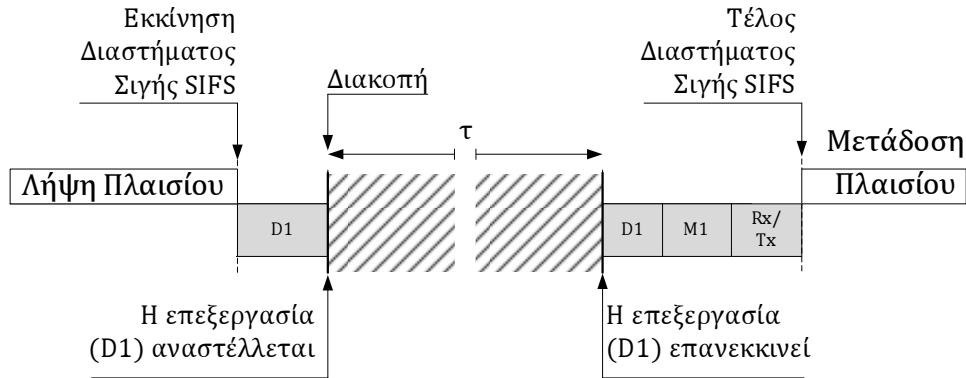
$$SIFS' = SIFS + \tau
 \tag{10.4}$$

Στην περίπτωση που η διακοπή πραγματοποιηθεί στο χρόνο μεταγωγής  $Rx/Tx$  τότε η συνολική διαδικασία μεταγωγής πρέπει να ολοκληρωθεί ξανά κατά την έναρξη του νέου ενεργού χρόνου. Αυτό συμβαίνει γιατί η μεταγωγή είναι ενέργεια που πραγματοποιείται στο υλικό (και μάλιστα ακόμη και στο SDR υπόβαθρο - είναι διαδικασία που αφορά το περιορισμένο αναλογικό τμήμα). Υπό αυτή την έννοια δεν μπορεί απλά να διακοπεί και να συνεχιστεί η υπολειπόμενη διαδικασία

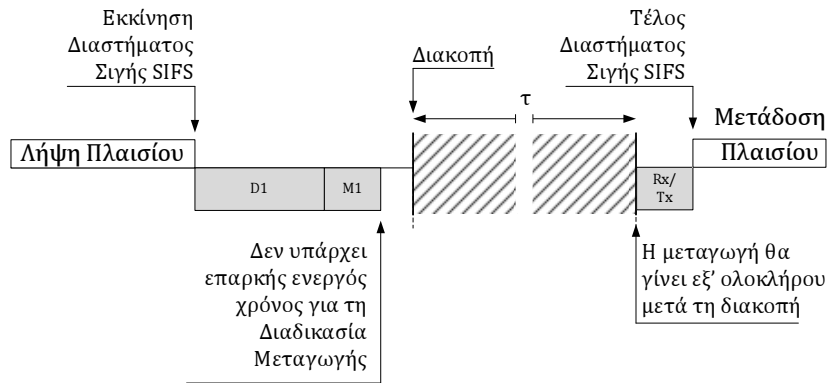
μετά. Συνεπώς ο χρόνος διάρκειας του SIFS προκύπτει:

$$SIFS' = SIFS + t_{rem} + \tau, \quad t_{rem} \in [0, R_x/T_x] \quad (10.5)$$

Παραδείγματα των διακοπών στο διάστημα SIFS παρουσιάζονται στα σχήματα 10.8 και 10.9



**Σχήμα 10.8:** Διακοπή διαστήματος SIFS σε χρόνο επεξεργασίας M1



**Σχήμα 10.9:** Διακοπή διαστήματος SIFS στο χρόνο μεταγωγής του πομποδέκτη

**DIFS:** Για την επεξήγηση της μεταβολής λόγω διακοπών ανίχνευσης στην καθυστέρηση DIFS πρέπει πρώτα να παρουσιαστούν οι ενέργειες που σύμφωνα με το πρότυπο πρωτόκολλο πρέπει να πραγματοποιούνται κατά τη διάρκεια της χρονοσχισμής πρωτοκόλλου  $\sigma$  καθώς η DIFS ορίζεται με βάση αυτό. Συγκεκριμένα η χρονοσχισμή ορίζεται τέτοια ώστε να περιλαμβάνει:

- Αντιστάθμιση Καθυστέρησης Διάδοσης AAPT, που ουσιαστικά είναι η μέγιστη καθυστέρηση διάδοσης έτσι ώστε μια εκπομπή που ξεκίνησε στο τέλος της προηγούμενης σχισμής να φτάσει σε όλα τα τερματικά του δικτύου.
- Αποτίμηση Κατάστασης μέσου CCA, που είναι ο παραχωρούμενος χρόνος στο PHY ώστε να καθοριστεί η αν το μέσο είναι ενεργό ή ανενεργό και να ενημερώσει το MAC
- Καθυστέρηση επεξεργασίας και προετοιμασίας του πακέτου προς αποστολή από το MAC.
- Rx/Tx καθυστέρηση καθώς αν ο μετρητής υποχώρησης έχει μηδενιστεί προβλέπεται χρονικό διάστημα για τη μεταγωγή από την κατάσταση λήψης στην κατάσταση εκπομπής.

Κατά συνέπεια η διάρκεια της χρονοσχισμής του πρωτοκόλλου δίνεται από:

$$\sigma = AAPT + CCA + M2 + R_x/T_x, \quad (10.6)$$

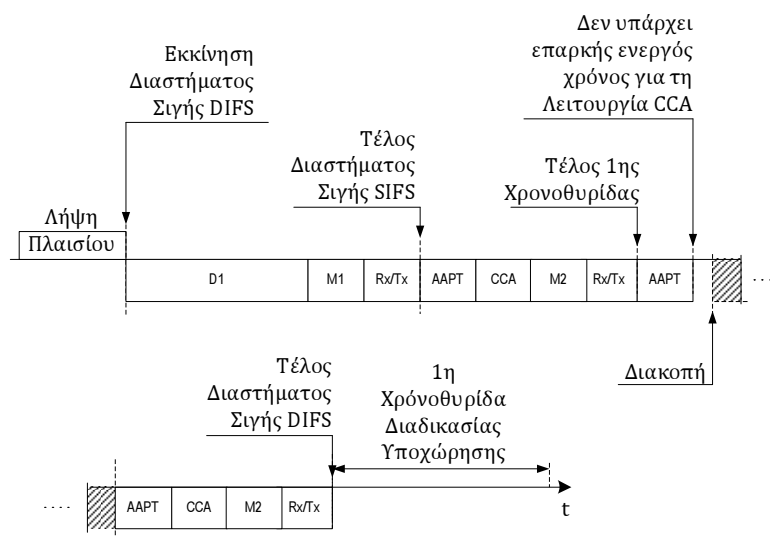
όπου οι χρόνοι AAPT και CCA καθορίζονται από τις εκάστοτε παραμέτρους του φυσικού στρώματος.

Σύμφωνα με τον ορισμό του στο πρότυπο πρωτόκολλο το διάστημα σιγής DIFS προκύπτει ως το άθροισμα της SIFS με δυο επιπλέον χρονοσχιμές, δηλαδή:

$$\begin{aligned}
 DIFS &= SIFS + 2 \cdot \sigma = \\
 &= D1 + M1 + Rx/Tx + AAPT + CCA + M2 \\
 &\quad + Rx/Tx + AAPT + CCA + M2 + Rx/Tx
 \end{aligned}
 \tag{10.7}$$

Όπως και για το SIFS η συνολική επέκταση του διαστήματος σιγής όταν αυτό συναντήσει διακοπή ανίχνευσης εξαρτάται από το υποδιάστημα στο οποίο πραγματοποιήθηκε η διακοπή. Αν αυτή γίνει στα διαστήματα  $D1$ ,  $M1$ ,  $M2$  τότε η επέκταση ισούται με τη διάρκεια  $\tau$ . Στην περίπτωση που πραγματοποιηθεί στο διάστημα  $Rx/Tx$  τότε η συνολική επέκταση είναι  $\tau$  συν τον υπολειπόμενο χρόνο στο διάστημα  $[0, Rx/Tx)$  για τον οποίο δεν ολοκληρώθηκε η διαδικασία μεταγωγής στον προηγούμενο ενεργό χρόνο. Όσον αφορά τις καθυστερήσεις  $AAPT + CCA$  επειδή αφορούν μια συγκεκριμένη μετάδοση θα πρέπει να ολοκληρωθούν στον ίδιο ενεργό χρόνο. Κατά συνέπεια μια διακοπή σε αυτό το διάστημα έχει ως συνέπεια:

$$DIFS' = DIFS + t_{rem} + \tau, \quad t_{rem} \in [0, AAPT + CCA)
 \tag{10.8}$$

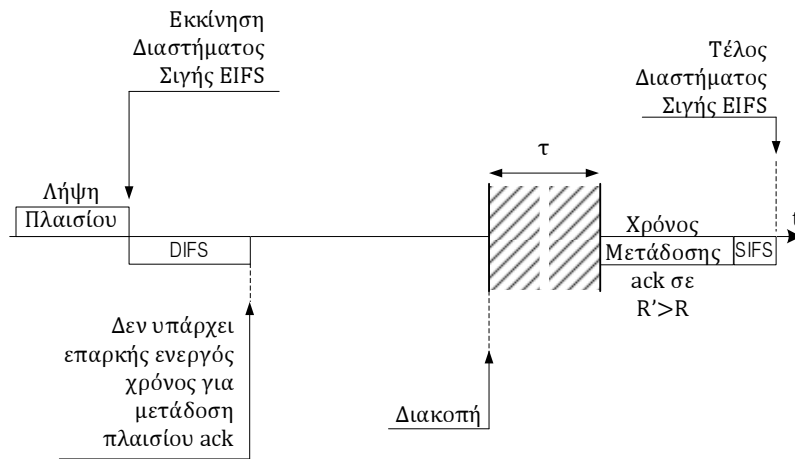


**Σχήμα 10.10:** Διακοπή διαστήματος DIFS στο χρόνο αποτίμησης κατάστασης του μέσου της δεύτερης εν σειρά χρονοσχιμής πρωτοκόλλου

**EIFS:** Το εκτεταμένο διάστημα EIFS πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο ώστε να περιλαμβάνει τη μετάδοση ενός πακέτου ack και το πρότυπο το ορίζει ως:

$$EIFS = SIFS + ACK + DIFS
 \tag{10.9}$$

Ο υπολογισμός του χρόνου ack υπολογίζεται στο πρότυπο από τον απαιτούμενο χρόνο μετάδοσης του πακέτου στο 1Mbps. Στο CR σύστημα ο ρυθμός διάδοσης μεταβάλλεται δυναμικά και κατά συνέπεια τον χρόνο αυτό τον καθορίζει ο τρέχον ρυθμός μετάδοσης. Αν η διακοπή πραγματοποιηθεί κατά το διάστημα SIFS ή DIFS η αναμενόμενη επέκταση προκύπτει με βάση τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν για τα συγκεκριμένα διαστήματα σιγής. Αν η διακοπή πραγματοποιηθεί στο



**Σχήμα 10.11:** Διακοπή διαστήματος EIFS στο χρόνο αναμονής μετάδοσης του πλαισίου ack και αυξημένος ρυθμό μετάδοσης  $R'$  μετά το πέρας της ανίχνευσης φασματικών οπών

διάστημα που το τερματικό αναμένει πλαίσιο ack τότε το EIFS επεκτείνεται με βάση τη σχέση:

$$EIFS' = SIFS + t_{rem} + \tau + ACK' + DIFS, \quad (10.10)$$

$$t_{rem} \in [0, ACK + \delta),$$

Το  $ACK'$  είναι ο χρόνος μετάδοσης για το ack στον ρυθμό που προέκυψε μετά τη διακοπή ανίχνευσης, ενώ το  $ACK$  είναι ο αντίστοιχος χρόνος που ίσχυε κατά τη διακοπή.

#### 10.3.1.4 Μηχανισμός Υποχώρησης στο iDCF

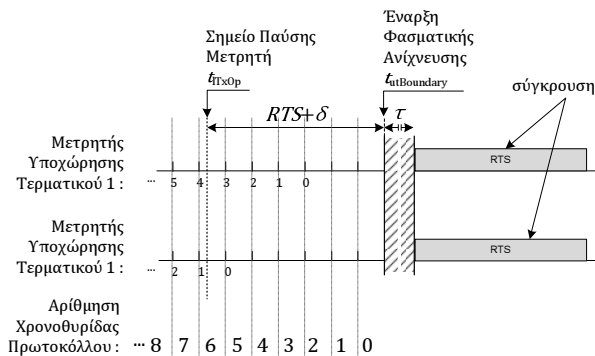
Όπως αναφέρθηκε όταν η iDCF διαπιστώσει ότι δεν επαρκεί ο υπολειπόμενος ενεργός χρόνος για την πραγματοποίηση αποστολής πλαισίου ελέγχου, αναβάλλει τη μετάδοση για τον ενεργό χρόνο που έπεται. Έστω ότι τυχαίνει το σενάριο που απεικονίζεται στο σχήμα 10.12(i) όπου δυο τερματικά ανταγωνίζονται για την πρόσβαση στο μέσο. Ο μετρητής υποχώρησης και για τα δυο τερματικά τυχαίνει να μηδενιστεί σε χρονικές στιγμές στις οποίες ο υπολειπόμενος χρόνος δεν επαρκεί για να πραγματοποιηθεί μετάδοση του πλαισίου rts. Η αποστολή αναβάλλεται και για τους δυο, οπότε δοκιμάζουν ταυτόχρονη αποστολή με την έναρξη του νέου ενεργού χρόνου. Το αποτέλεσμα είναι σύγκρουση και απώλεια των πλαισίων.

Για την αποφυγή αυτού του φαινομένου πραγματοποιείται η εξής τροποποίηση στο μηχανισμό υποχώρησης. Η μείωση του μετρητή παγώνει όταν ξεπεραστεί ο χρόνος  $t_{TxOp}$  που είναι η τελευταία χρονική στιγμή στην οποία επιτρέπεται μετάδοση πλαισίου ελέγχου rts χωρίς να ξεπεραστεί το σημείο διακοπής. Αν ο τρέχων ενεργός χρόνος ολοκληρώνεται τη χρονική στιγμή  $t_{utBoundary}$  τότε το σημείο παγώματος του μετρητή υπολογίζεται ως:

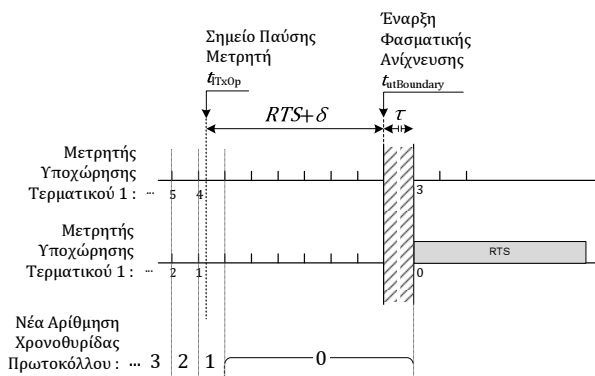
$$t_{TxOp} = t_{utBoundary} - (RTS + \delta), \quad (10.11)$$

όπου στον υπολογισμό έχει συμπεριληφθεί η μέγιστη καθυστέρηση διάδοσης στο δίκτυο  $\delta$  (κατά πάσα πιθανότητα ίση με το διάστημα AAPT). Με αυτόν τον τρόπο διασφαλίζεται επίσης αυτό που αναφέρθηκε, ότι δηλαδή πλαίσιο rts δεν πρόκειται να διακόψει την μετάδοση του λόγω ανίχνευσης. Το πρόβλημα της διακοπής rts έχει αναφερθεί επίσης στο [200]. Συνοψίζοντας η διαδικασία υποχώρησης παγώνει όταν:

1. Σύμφωνα με το πρότυπο πρωτόκολλο όσο το μέσο διαπιστώνεται ενεργό. Για να επανέλθει σε διαδικασία μειώσεων πρέπει το μέσο να κριθεί ελεύθερο για διάστημα DIFS.



(i) Διαμάχη για το μέσο που οδηγεί σε σύγκρουση πακέτων



(ii) Διόρθωση προβλήματος με παύση του μετρητή υποχώρησης στο σημείο  $t_{txOp}$

**Σχήμα 10.12:** Παραδείγματα διαδικασίας υποχώρησης κοντά το σημείο διακοπής

2. Σύμφωνα με την τροποποίηση με τη διέλευση της χρονικής στιγμής  $t_{txOp}$

Προκύπτει το ερώτημα κατά πόσο πιθανό είναι το ενδεχόμενο σύγκρουσης όπως αυτή περιγράφεται στο σχήμα 10.12(i). Είναι σαφές πως η πιθανότητα σύγκρουσης στην περίπτωση μη παγώματος του μετρητή είναι ευθέως ανάλογη του ρυθμού πραγματοποίησης ανιχνεύσεων. Όσο πιο συχνές είναι οι διακοπές τόσο πιο πιθανό είναι να παρατηρηθεί το φαινόμενο. Παράλληλα επηρεάζει το μέγεθος  $RTS + \delta$  καθώς όταν λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές, περισσότερες χρονοσχισμές συμπεριλαμβάνονται στη διάρκεια του και γίνεται πιο πιθανός ο ταυτόχρονος μηδενισμός για δυο τερματικά. Σημειώνεται πως σε ένα CR σύστημα ο χρόνος  $RTS$  είναι μεταβλητός καθώς μεταβάλλεται ο επιτεύξιμος ρυθμός μετάδοσης, ενώ το μέγεθος του πλαισίου παραμένει σταθερό. Συνεπώς αν  $\hat{t}_{bexp}$  είναι η τυχαία μεταβλητή της στιγμής μηδενισμού του μετρητή υποχώρησης τότε:

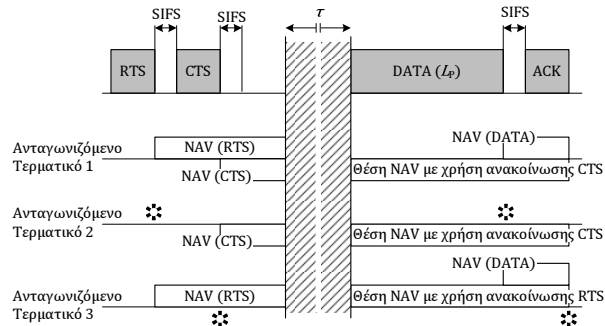
$$P[t_{txOp} < \hat{t}_{bexp} \leq t_{utBoundary}] \sim \frac{1}{T}, \frac{1}{R} \tag{10.12}$$

Συμπερασματικά σε απαιτητικά περιβάλλοντα (με μεγάλο  $RTS$  και απαίτηση συχνών ανιχνεύσεων) η πιθανότητα συγκρούσεων αναμένεται να επηρεάζει την επίδοση του συστήματος.

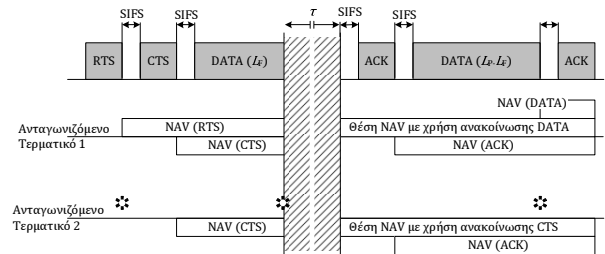
**10.3.1.5 Μηχανισμός Εικονικής ανίχνευσης στο iDCF**

Παρουσιάζεται ένα ανυπερόβλητο πρόβλημα στην περίπτωση εφαρμογής της εικονικής ανίχνευσης όπως ορίζεται στο πρότυπο πρωτόκολλο στα κατακεντρωμένα δίκτυα CR. Αυτό οφείλεται στο γε-

γονός ότι δεδομένου ότι μια μετάδοση μπορεί να διαρκέσει για περισσότερους του ενός ενεργούς χρόνους, δεν είναι δυνατή η εκ των προτέρων γνώση της χρονικής διάρκειας της συγκεκριμένης μετάδοσης. Κατά συνέπεια δεν μπορεί να αποθηκευθεί η αντίστοιχη τιμή στο DurationID των μεταδιδόμενων πλαισίων και να ενημερώνεται ο μετρητής NAV των υπολοίπων τερματικών.



(i) Ανεπαρκής ενεργός χρόνος για τη μετάδοση του πλαισίου δεδομένων



(ii) Επαρκής ενεργός χρόνος για την πραγματοποίηση Δυναμικού Τεμαχισμού του πλαισίου δεδομένων

**Σχήμα 10.13:** Παραδείγματα θέσης του μετρητή NAV στο διακοπτόμενο πρωτόκολλο

Το διακοπτόμενο πρωτόκολλο πρέπει κατά συνέπεια να υλοποιηθεί έτσι ώστε να χρησιμοποιείται ένα άλλο μέτρο διάρκειας της μετάδοσης που να είναι δυνατό να ανακοινώνεται εκ των προτέρων. Ο συνολικός μηχανισμός πρέπει να εξασφαλίζει τα ακόλουθα σημεία:

- Με κάθε πλαίσιο που λαμβάνεται από τα ανταγωνιζόμενα τερματικά θα λαμβάνεται ενημέρωση σχετικά με τη διάρκεια της μετάδοσης
- Στην περίπτωση που για κάποιο λόγο ένα πλαίσιο χαθεί (πχ. λόγω του καναλιού), το τερματικό πρέπει να έχει τη δυνατότητα να γνωρίζει παρόλα αυτά τη υπολειπόμενη διάρκεια μετάδοσης.
- Η διαδικασία δεν θα επηρεάζεται από τις διακοπές ανίχνευσης και θα μπορεί να ενημερώνεται για τη χρονική διάρκεια με βάση το νέο ρυθμό μετά την ολοκλήρωση κάθε διακοπής και την ανακοίνωση του νέου ρυθμού μετάδοσης.

Η προτεινόμενη τροποποίηση εξακολουθεί να χρησιμοποιεί τις ήδη υπάρχουσες βασικές δομές, δηλαδή το μετρητή NAV που διαθέτουν τα τερματικά και το πεδίο DurationID που εμπεριέχεται στην μεταδιδόμενη πληροφορία.

Η τροποποίηση που προτείνεται είναι η ακόλουθη. Αντί της χρονικής διάρκειας, στο πεδίο DurationID των πλαισίων που λαμβάνονται δεν ανακοινώνεται η χρονική διάρκεια μετάδοσης,

Τύπος Πακέτου	Περίπτωση Πολλαπλών MPDU		Περίπτωση Απλής MPDU	
	More Fragment	DurationID	More Fragment	DurationID
rts	-	$L_P$	-	$L_P$
cts	-	$L_P$	-	$L_P$
data	1	$L_{PN}$	0	0
ack	-	$L_{PN}$	-	0

**Πίνακας 10.1:** Περιεχόμενα πεδίου DurationID ανάλογα με τον τύπου του πακέτου και το πεδίο More Fragment.

Πλαίσιο rts. $t_{RSRV} = SIFS + CTS + SIFS + DATA(L_P) + SIFS + ACK$				
Συνθήκη Διάρκειας $t_{rem}$			NAV	$t'_{RSRV}$
0	$\leq t_{rem} <$	$SIFS + CTS$	$t_{rem}$	$\max(0, SIFS - t_{rem}) + CTS + SIFS + DATA(L_P) + SIFS + ACK$
$SIFS + CTS$	$\leq t_{rem} <$	$SIFS + CTS + SIFS + DATA(L_{min})$	$t_{rem}$	$\max(0, 2SIFS + CTS - t_{rem}) + DATA(L_P) + SIFS + ACK$
$SIFS + CTS + SIFS + DATA(L_{min})$	$\leq t_{rem} <$	$SIFS + CTS + SIFS + DATA(L_F)$	$t_{rem}$	$ACK + SIFS + DATA(L_P - L_F) + SIFS + ACK$
$SIFS + CTS + SIFS + DATA(L_P)$	$\leq t_{rem} <$	$SIFS + CTS + SIFS + DATA(L_P) + SIFS + ACK$	$t_{rem}$	$\max(0, 3SIFS + CTS + DATA(L_P) - t_{rem}) + ACK$
$SIFS + CTS + SIFS + DATA(L_P) + SIFS + ACK$	$\leq t_{rem}$		$t_{RSRV}$	0

**Πίνακας 10.2:** Ο υπολογισμός και η δέση του μετρητή NAV στο Δυναμικό Μηχανισμό Εικονικής Ανίχνευσης Φέροντος της iDCF κατά τη λήψη του πλαισίου rts.

αλλά το φορτίο σε bits της προς μετάδοσης πληροφορίας που απομένει, καθώς και μια επισήμανση που ενημερώνει αν ακολουθούν και περισσότερα τμήματα πληροφορίας. Η μορφή της προτεινόμενης συμπλήρωσης για το DurationID παρουσιάζεται στον πίνακα 10.1

Με αυτή τη δομή ο υπολογισμός της συνολικής διάρκειας της τρέχουσας μετάδοσης πραγματοποιείται στα ανταγωνιστικά τερματικά μέσω κατάλληλων υπολογισμών. Το κάθε τερματικό ελέγχει τον υπολειπόμενο ενεργό χρόνο  $t_{rem}$  και την απαιτούμενη διάρκεια κράτησης του μέσου για τον τρέχοντα ρυθμό  $t_{RSRV}$  και με τους εξής κανόνες θέτει το NAV:

- Όταν  $t_{rem} \geq t_{RSRV}$  τότε ο μετρητής NAV τίθεται όπως στο πρότυπο πρωτόκολλο
- Όταν  $t_{rem} < t_{RSRV}$  τότε ο μετρητής NAV τίθεται ως την έναρξη της διαδικασίας ανίχνευσης. Με την έναρξη του επερχόμενου ενεργού χρόνου, ο μετρητής NAV ενημερώνεται με βάση τον νέο ρυθμό μετάδοσης που προκύπτει εφόσον δεν μεσολαβήσει άφιξη νέου πλαισίου
- Σε περίπτωση εφαρμογής δυναμικού τεμαχισμού των δεδομένων, τότε η ενημέρωση του NAV κατά την έναρξη του ενεργού χρόνου λαμβάνει υπόψη το επόμενο τεμάχιο δεδομένων στον υπολογισμό της υπολειπόμενης διάρκειας κράτησης.

Η εφαρμογή των κανόνων αυτών για διάφορες περιπτώσεις παρουσιάζεται στους ακόλουθους πίνακες. Συγκεκριμένα ο πίνακας 10.2 παρουσιάζει τις ενέργειες ορισμού του NAV με τη λήψη πλαισίου rts, καθώς και τους πραγματοποιούμενους ελέγχους και την προετοιμασία για την ενημέρωση του NAV στο τέλος της ανίχνευσης. Η διαδικασία προετοιμασίας εξασφαλίζει ότι ακόμη και αν δεν ληφθεί για κάποιο λόγο επόμενο πλαίσιο ελέγχου, το τερματικό είναι σε θέση να διατηρήσει σωστή πληροφόρηση για τη διάρκεια κράτησης της δεδομένης FES. Αυτό εξασφαλίζεται και στην περίπτωση δυναμικού τεμαχισμού, δηλαδή όταν ο υπολειπόμενος χρόνος είναι μεγέθους  $L_F \in [L_{min}, L_P]$ . Στον πίνακα 10.3 παρουσιάζονται οι ανάλογοι έλεγχοι για τη λήψη πλαισίου cts ενώ στον πίνακα 10.4 όταν γίνει λήψη του τελευταίου (ή μοναδικού) πλαισίου δεδομένων της FES. Σε περίπτωση λήψης ενδιάμεσου πλαισίου δεδομένων οι ενέργειες είναι όμοιες με αυτές της λήψης rts ενώ οι ενέργειες κατά τη λήψη πλαισίου ack είναι όμοιες με τις αντίστοιχες πλαισίου cts. Η μοναδική διαφορά είναι ότι η μεταβλητή  $L_P$  αντικαθίσταται με την  $L_{PN}$ , δηλαδή περιλαμβάνεται το φορτίο του επόμενου πακέτου δεδομένων που ακολουθεί.



Πλαίσιο cts. $t_{RSRV} = SIFS + DATA(L_P) + SIFS + ACK$				
Συνθήκη Διάρκειας $t_{rem}$			NAV	$t'_{RSRV}$
0	$\leq t_{rem} <$	$+SIFS + DATA(L_{min})$	$t_{rem}$	$\max(0, SIFS - t_{rem}) + DATA(L_P) + SIFS + ACK$
$SIFS + DATA(L_{min})$	$\leq t_{rem} <$	$SIFS + DATA(L_F)$	$t_{rem}$	$ACK + SIFS + DATA(L_P - L_F) + SIFS + ACK$
$SIFS + DATA(L_P)$	$\leq t_{rem} <$	$SIFS + DATA(L_P) + SIFS + ACK$	$t_{rem}$	$\max(0, 2SIFS + DATA(L_P) - t_{rem}) + ACK$
$SIFS + DATA(L_P) + SIFS + ACK$	$\leq t_{rem}$		$t_{RSRV}$	0

**Πίνακας 10.3:** Ο υπολογισμός και η δέση του μετρητή NAV στο Δυναμικό Μηχανισμό Εικονικής Ανίχνευσης Φέροντος της iDCF κατά τη λήψη του πλαισίου cts.

Πλαίσιο data με $moreFrag=1$ . $t_{RSRV} = SIFS + ACK$				
Συνθήκη Διάρκειας $t_{rem}$			NAV	$t'_{RSRV}$
0	$\leq t_{rem} <$	$SIFS + ACK$	$t_{rem}$	$\max(0, SIFS - t_{rem}) + ACK$
$SIFS + ACK$	$\leq t_{rem}$		$t_{RSRV}$	0

**Πίνακας 10.4:** Ο υπολογισμός και η δέση του μετρητή NAV στο Δυναμικό Μηχανισμό Εικονικής Ανίχνευσης Φέροντος της iDCF κατά τη λήψη του πλαισίου data με  $moreFrag=1$ .

Στο σχήμα 10.13 παρουσιάζονται παραδείγματα της λειτουργίας της Εικονικής ανίχνευσης φέροντος με την iDCF. Στο παράδειγμα του 10.13(i) το τερματικό 1 λαμβάνει όλα τα μεταδιδόμενα πλαίσια και από το τερματικό πηγή και από τον προορισμό, ενώ το τερματικό 2 τα αντίστοιχα μόνο της πηγής και το τερματικό 3 λαμβάνει σωστά μόνο τα πλαίσια από το τερματικό προορισμού. Παρόλα αυτά, όλα τα τερματικά είναι σε θέση να υπολογίζουν και να ενημερώνουν σωστά τον NAV για τον υπολειπόμενο χρόνο της τρέχουσας FES. Π.χ. το τερματικό 2 με την λήψη μόνο της πληροφορίας που ανακοινώνεται στο cts μπορεί να ενημερώσει τον μετρητή NAV μετά την ολοκλήρωση της ανίχνευσης με τον σωστό χρόνο γνωρίζοντας το μέγεθος του πλαισίου δεδομένων που θα μεταδοθεί.

Στο σχήμα 10.13(ii) εικονίζεται ένα παράδειγμα όπου πραγματοποιείται δυναμικός τεμαχισμός δεδομένων. Και σε αυτή την περίπτωση το τερματικό 2 αντιμετωπίζει το πρόβλημα του "κρυμμένου τερματικού" αλλά μπορεί μόνο και μόνο από την πληροφορία του cts και τη γνώση της πραγματοποίησης του δυναμικού τεμαχισμού να υπολογίσει σωστά τον υπολειπόμενο χρόνο μετάδοσης.

### 10.3.1.6 Λειτουργία Καταναμημένου Συγχρονισμού στο iDCF

Ο συγχρονισμός στα επίπεδα PHY και MAC όταν υλοποιούνται οι θυριδωτοί αλγόριθμοι πρόσβασης, όπως η τυχαία πρόσβαση στο θυριδωτό Aloha αλλά και σε τεχνικές πολυπλεξίας όπως είναι το TDMA είναι απαραίτητος, διαφορετικά η υλοποίηση τους είναι αδύνατη. Στα CR συστήματα η διατήρηση του συγχρονισμού, πέραν των γενικών δυσκολιών που οφείλονται στη μεταβλητή καθυστέρηση διάδοσης και στα σφάλματα και στις ολισθήσεις των τοπικών ταλαντωτών είναι όπως παρουσιάστηκε εξαιρετικά δύσκολη διαδικασία να επιτευχθεί σε φυσικό επίπεδο. Εφόσον επιτευχθεί ο συγχρονισμός σε πρώτο επίπεδο, οι δυσκολίες στα καταναμημένα συστήματα για τον συγχρονισμό του MAC και τον γενικό συντονισμό των κόμβων παρουσιάζει επιπλέον δυσκολίες.

Αυτό συμβαίνει γιατί στα συστήματα με κεντρικό έλεγχο, ο κεντρικός σταθμός με περιοδική αποστολή σημάτων συγχρονισμού ορίζει σημεία αναφοράς με τα οποία οι υπόλοιποι κόμβοι μπορούν να κάνουν τις κατάλληλες αντισταθμίσεις και διορθώσεις, ώστε να ευθυγραμμιστεί η λειτουργία όλων των τερματικών σε έναν κοινό χρονικό άξονα. Κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό σε καταναμημένες αρχιτεκτονικές, οπότε και έχουν παρουσιαστεί διάφοροι πιο πολύπλοκοι αλγόριθμοι ([201], [202], [203], [204], [205], [206], [207]). Στην τροποποιημένη iDCF ο συγχρονισμός είναι απαραίτητος για τους ακόλουθους λόγους:

- Ρυθμίζεται η διαδικασία υποχώρησης ανά παρερχόμενη χρονοσχισμή συντονισμένα για όλους

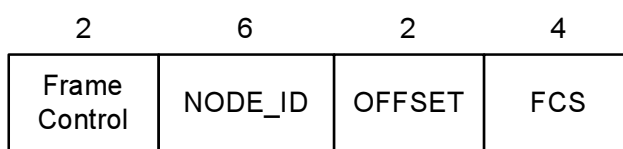
τους σταθμούς του δικτύου.

- Ξεκινάει η διακοπή ανίχνευσης ταυτόχρονα και συντονισμένα για όλους τους κόμβους. Η ταυτόχρονη παύση των εκπομπών για όλα τα τερματικά είναι απαραίτητη προϋπόθεση ώστε να πραγματοποιηθεί επιτυχημένα η διαδικασία ανίχνευσης από τα CR τερματικά.
- Εκτελούνται μετρήσεις ποιότητας υπηρεσίας. Διαφορετικά η καταγραφή μεγεθών όπως η καθυστέρηση από άκρο σε άκρο δεν έχει λειτουργική αξία όταν οι κόμβοι δεν έχουν κοινό χρονικό άξονα.

Στο προτεινόμενο τροποποιημένο πρωτόκολλο, όπως αναφέρθηκε προγενέστερα η διαδικασία συγχρονισμού τοποθετείται στο τελευταίο χρονικό διάστημα της διακοπής ανίχνευσης (χρονοσχισμή SYNC, σχήμα 10.1). Κατά το χρονικό αυτό διάστημα, πραγματοποιούνται μεταδόσεις αποκλειστικά μηνυμάτων συγχρονισμού, κάνοντας χρήση της ήδη υπάρχουσας παύσης μεταδόσεων που έχει επιβληθεί λόγω της διακοπής ανίχνευσης. Με αυτόν τον τρόπο δεν υπάρχει ανάγκη για την πραγματοποίηση επιπλέον διακοπών για την επίτευξη συγχρονισμού. Η επιβάρυνση που υφίσταται το δίκτυο είναι το φορτίο λόγω της ανταλλαγής μηνυμάτων συγχρονισμού και η αύξηση κατά  $\tau_{SYNC}$  της διάρκειας της διακοπής ανίχνευσης. Αναμένεται η διαδικασία συγχρονισμού να επιτυγχάνει καλύτερες επιδόσεις σε σχέση με την αντίστοιχη του πρότυπου πρωτοκόλλου καθώς:

1. Τα μηνύματα του συγχρονισμού δεν εμπλέκονται στη διαδικασία ανταγωνισμού αλλά τους αφιερώνεται ειδική χρονική περίοδος μετάδοσης, καθιστώντας τις συνθήκες ορθής ανταλλαγής καλύτερες.
2. Μπορεί να σχεδιαστεί το πρωτόκολλο με δυναμικά μεταβαλλόμενη  $\tau_{SYNC}$  διάρκεια χρονοσχισμής λόγω του μεταβαλλόμενου επιτεύξιμου ρυθμού μετάδοσης, ενώ διευκολύνεται η ρύθμιση του χρονικού διαστήματος με βάση τις απαιτήσεις ακρίβειας που απαιτούνται από το σχεδιαστή του συστήματος.
3. Στην γενικότερη περίπτωση η περίοδος ανταλλαγής μηνυμάτων συγχρονισμού που ισούται με την περίοδο των διακοπών, είναι αρκετά μικρότερη από αυτή με την οποία προβλέπεται να επαναλαμβάνεται από το πρότυπο πρωτόκολλο (παράμετρος  $aBeaconPeriod$  που τυπικά έχει τιμή  $100ms$  και θεωρείται αρκετή ώστε να επιτυγχάνεται ακρίβεια εντός των  $4\mu s$  συν την καθυστέρηση διάδοσης).

Σύμφωνα με την πρόταση του τροποποιημένου πρωτοκόλλου οι κόμβοι του δικτύου με την έναρξη της χρονοσχισμής SYNC προβαίνουν στις ακόλουθες ενέργειες:



**Σχήμα 10.14:** Η μορφή του πλαισίου SYNC

- Κάθε κόμβος αποπειράται να στείλει μήνυμα συγχρονισμού εντός της θυρίδας ανεξάρτητα αν έχει λάβει ένα ή περισσότερα αντίστοιχα μηνύματα εντός της δεδομένης χρονοθυρίδας.
- Με την εκκίνηση της SYNC επιλέγεται τυχαία μια χρονική στιγμή  $t_{offset}$  σε σχέση με την αρχή της θυρίδας, κατά την οποία θα επιχειρηθεί η μετάδοση του μηνύματος συγχρονισμού από το κάθε τερματικό ξεχωριστά, με την προϋπόθεση αυτή η χρονική στιγμή να επιλεγεί

ώστε να μην ξεπεραστούν τα όρια της SYNC συμπεριλαμβάνοντας και τη μέγιστη καθυστέρηση διάδοσης του μηνύματος. Το  $t_{offset}$  προκύπτει από την επιλογή μιας ακέραιας τιμής  $n_{\sigma_{SYNC}}$  ώστε η στιγμή να προκύπτει ως ακέραιο πολλαπλάσιο της χρονοθυρίδας  $\sigma_{SYNC}$ .

$$t_{offset} = n_{\sigma_{SYNC}} \times \sigma_{SYNC}, \quad n_{\sigma_{SYNC}} \in (0, n_{\sigma_{SYNC},max}], \quad (10.13)$$

$$n_{\sigma_{SYNC},max} = \lfloor \frac{\tau_{SYNC} - TX_{SYNC} - \delta}{\sigma_{SYNC}} \rfloor, \quad (10.14)$$

όπου  $TX_{SYNC}$  ο απαιτούμενος χρόνος μετάδοσης του μηνύματος συγχρονισμού. Η διάρκεια της χρονοθυρίδας  $\sigma_{SYNC}$  επιλέγεται ώστε να είναι δυνατό να φτάσει μια μετάδοση σε όλους τους κόμβους του δικτύου και να είναι επαρκής για τη διαδικασία αποτίμησης του μέσου ως ενεργό/ανενεργό.

- Την αποφασισμένη χρονική στιγμή το τερματικό επιχειρεί τη μετάδοση του μηνύματος SYNC εφόσον διαπιστώσει το μέσο ανενεργό. Αν το μέσο καταλαμβάνεται, η μετάδοση ακυρώνεται και δεν επιχειρείται ξανά στη διάρκεια της τρέχουσας θυρίδας.
- Το μήνυμα συγχρονισμού περιέχει την ταυτότητα του τερματικού καθώς και την απόκλιση (η ακέραια τιμή  $n_{\sigma_{SYNC}}$ ) από τη θεωρούμενη στιγμή έναρξης της χρονοσχισμής SYNC. Η δομή του μηνύματος συγχρονισμού δίνεται στο σχήμα 10.14.
- Κατά τη λήψη του πρώτου μηνύματος συγχρονισμού και εφόσον δεν έχει ήδη ο εκάστοτε σταθμός μεταδώσει, το κάθε τερματικό πραγματοποιεί συγχρονισμό του ρολογιού του εξάγοντας την πληροφορία  $t_{offset}$  από το περιεχόμενο του πεδίου OFFSET και παράλληλα εκτιμά το σημείο λήξης της τρέχουσας SYNC σύμφωνα με τη σχέση:

$$t_{SYNC,end} = t_{now} - t_{offset,rx} - TX_{SYNC} + \tau_{SYNC}, \quad (10.15)$$

Τα μηνύματα που ακολουθούν δεν χρησιμοποιούνται για συγχρονισμό αλλά μόνο για την ανίχνευση των γειτονικών κόμβων.

- Παρά τη λήψη ενός πακέτου συγχρονισμού, το κάθε τερματικό συνεχίζει να επιχειρεί την αποστολή μηνύματος τη στιγμή που έχει προαποφασίσει να επιχειρήσει.

Όπως αναφέρθηκε η διάρκεια της χρονοσχισμής  $\tau_{SYNC}$  ρυθμίζεται δυναμικά και λαμβάνει τέτοια τιμή ώστε να περιέχονται αρκετές χρονοθυρίδες συγχρονισμού ώστε να είναι δυνατή η μετάδοση πολλών μηνυμάτων συγχρονισμού. Παράλληλα η τυχαία επιλογή της ακέραιας τιμής βοηθά στην αποφυγή συγκρούσεων κατά την αποστολή των μηνυμάτων. Κατά τη δυναμική προσαρμογή του χρόνου  $\tau_{SYNC}$  εξασφαλίζεται ότι η διάρκεια θα είναι μεγαλύτερη από έναν ελάχιστο αριθμό χρονοθυρίδων  $\sigma_{SYNC}$ . Για τον λόγο αυτό ορίζεται μια νέα παράμετρος για το πρωτόκολλο η `idcfMinSyncOffsetSlots`. Μέσω της εξίσωσης (10.13) προκύπτει ότι η ελάχιστη διάρκεια της χρονοσχισμής συγχρονισμού δίνεται από:

$$\tau_{SYNC} \geq \text{idcfMinSyncOffsetSlots} \times \sigma_{SYNC} + TX_{SYNC}(R) \quad (10.16)$$

όπου  $R$  είναι ο ρυθμός μετάδοσης. Η προσαρμογή του μεγέθους της χρονοσχισμής γίνεται πριν την έναρξη της κάθε μιας και αφού έχει προσδιοριστεί από τη διαδικασία αξιολόγησης των διαθέσιμων πόρων ο επιτεύξιμος ρυθμός.

Η αποστολή μηνυμάτων συγχρονισμού συνεχίζεται και πέραν της πρώτης λήψης έτσι ώστε α) να φτάσουν μηνύματα σε όλους τους κόμβους και β) να δημιουργηθεί σε κάθε τερματικό ένας "χάρτης" των γειτονικών κόμβων. Η πληροφορία αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί με διάφορους

τρόπους για την βελτίωση των επιδόσεων του δικτύου. Τέλος παρουσιάζεται η διαδικασία αρχικοποίησης ενός νέου κόμβου στο δίκτυο όσον αφορά το συγχρονισμό του με αυτό.

- Ο νέος κόμβος αρχικά μπαίνει στην κατάσταση παθητικού συγχρονισμού, δηλαδή απλά "ακούει" το κανάλι ανιχνεύοντας την ύπαρξη μηνυμάτων συγχρονισμού. Όταν λάβει ένα τέτοιο μήνυμα, συγχρονίζεται και από την επόμενη SYNC συμμετέχει κανονικά με αποστολή μηνύματος.
- Η κατάσταση παθητικού συγχρονισμού διατηρείται είτε μέχρι να ληφθεί ένα επιθυμητό μήνυμα, είτε μέχρι την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος που ορίζεται ως κατώφλι. Το διάστημα αυτό πρέπει να περιλαμβάνει πολλές περιόδους ανίχνευσης  $T$  ώστε να δοθούν πολλαπλές ευκαιρίες συγχρονισμού στον νεοεισερχόμενο κόμβο. Μετά την πάροδο του διαστήματος, το τερματικό εισέρχεται στην κατάσταση ενεργητικού συγχρονισμού.
- Κατά την κατάσταση του ενεργητικού συγχρονισμού, το τερματικό έχει καταλήξει στο συμπέρασμα ότι δεν γειτονεύει με άλλα CR και ξεκινά ο ίδιος την περιοδική διαδικασία μετάδοσης μηνυμάτων SYNC ακολουθώντας τους ίδιους κανόνες με αυτούς του που ισχύουν σε ένα ανεπτυγμένο δίκτυο.

## 10.4 Μοντέλο Επίδοσης της iDCF

Για την μοντελοποίηση της λειτουργίας της iDCF χρησιμοποιείται Μαρκοβιανή αλυσίδα. Μια Μαρκοβιανή αλυσίδα είναι μια στοχαστική διαδικασία χωρίς μνήμη, δηλαδή δεδομένης της παρούσας κατάστασης οι μελλοντικές καταστάσεις είναι ανεξάρτητες των καταστάσεων που έχουν προηγηθεί. Στο [208] ο Bianchi το χρησιμοποίησε για την μοντελοποίηση της DCF του IEEE 802.11 για τη μελέτη των επιδόσεων της και έκτοτε ακολούθησε μια σειρά διαφορετικών μοντέλων, η διαφοροποίηση των οποίων έγκειται σε διαφορές σε προσεγγίσεις και παραδοχές, οι οποίες συνοψίζονται στα ακόλουθα σημεία:

1. **Το Μοντέλο Τηλεπικοινωνιακής κίνησης** και κυρίως αν η επίδοση εξετάζεται σε συνθήκες κορεσμού ([208], [209], [210]) ή μη-κορεσμού ([211], [212]). Στην δεύτερη περίπτωση προκύπτουν και άλλες διαφορές ανάλογα με το εκάστοτε μοντέλο τηλεπικοινωνιακής κίνησης. Έτσι διαφορετική αλυσίδα προκύπτει με την κίνηση να θεωρείται απλά μια πιθανότητα  $q$  άφιξης τουλάχιστον ενός πακέτου σε κάθε κατάσταση για ένα σταθμό με μέγεθος ουράς 1 [211] και διαφορετική αν η κίνηση μοντελοποιηθεί σαν αφίξεις ροών πακέτων με γεωμετρικό πλήθος πακέτων ανά ροή και εκθετικές ανενεργές περιόδους μεταξύ ροών [212].
2. **Παράμετροι Λειτουργίας DCF** όπως για παράδειγμα η κατασκευή της αλυσίδας εξαρτάται από το αν ο αριθμός επαναμεταδόσεων είναι πεπερασμένος ([213], [212]) ή άπειρος ([208], [211]). Μάλιστα στο [212] θεωρήθηκε άμεση μετάδοση πλαισίου που αφίκνεται σε κενή ουρά αναμονής με ανενεργό μέσο, χωρίς τη διαδικασία υποχώρησης με αποτέλεσμα την σημαντική βελτίωση επιδόσεων για χαμηλό φορτίο.
3. **Παραδοχές Διαύλου** καθώς ανάλογα με το αν θεωρηθεί κανάλι χωρίς απώλειες [208], [212] ή κανάλι με διαλείψεις (με επακόλουθη απώλεια πακέτων) [214], [213] μεταβάλλεται η αλυσίδα. Στο [210] ενσωματώνεται και το φαινόμενο του κρυμμένου τερματικού.
4. **Παράμετροι διαδικασίας Υποχώρησης.** Διαφορετικοί αλγόριθμοι επιλογής χρόνου υποχώρησης και παραθύρου ανταγωνισμού έχει σαν συνέπεια διαφορετικές Μαρκοβιανές αλυσίδες. Π.χ. στις περισσότερες μελέτες χρησιμοποιείται ο προτυποποιημένος αλγόριθμος εκ-

θετικής υποχώρησης, ενώ διαφορετικά αποτελέσματα προέκυψαν από π.χ. τον προσθετικό αλγόριθμο [215].

Η Μαρκοβιανή αλυσίδα περιγραφής της DCF διαθέτει καταστάσεις που περιγράφονται α) από την τρέχουσα τιμή του μετρητή υποχώρησης και β) τον αριθμό τρέχουσας επαναμετάδοσης στον οποίο βρίσκεται το τερματικό. Η τροποποιημένη iDCF στην παρούσα εργασία εφαρμόζεται σε δυο μοντέλα το πρώτο σε τηλεπικοινωνιακό μοντέλο κορεσμού και σε ένα μη-κορεσμού.

### 10.4.1 Μοντέλο Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης Κορεσμού

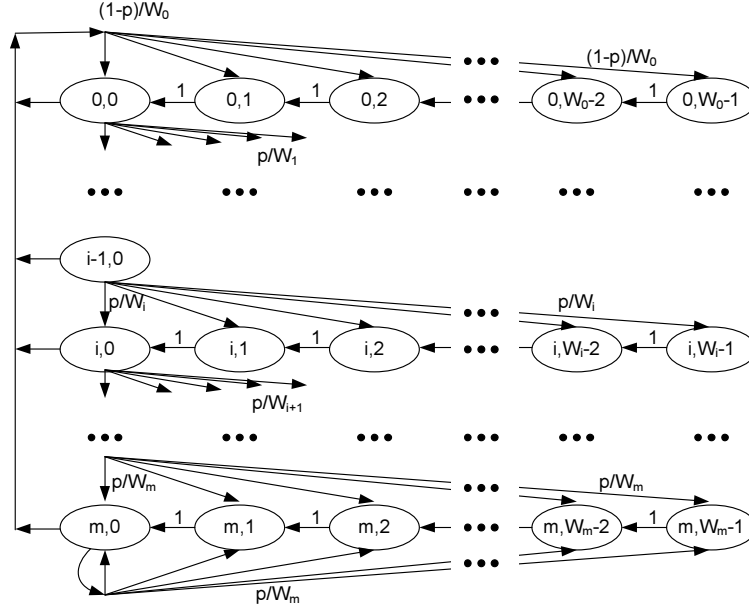
Η προσέγγιση βασίζεται στο μοντέλο του Bianchi [208] το οποίο επεκτείνεται στις ιδιαιτερότητες της iDCF. Ως  $b(t)$  συμβολίζεται η στοχαστική διαδικασία του μετρητή υποχώρησης ενός τερματικού. Καθότι η διαδικασία είναι διακριτού χρόνου οι μεταβλητές  $t$  και  $t + 1$  εκφράζουν τις χρονικές στιγμές έναρξης δυο διαδοχικών χρονοθυρίδων της διαδικασίας κατά την έναρξη των οποίων ο μετρητής υποχώρησης μειώνεται κατά ένα. Ο ορισμός αυτός σημαίνει ότι δεν υπάρχει ομοιόμορφη σχέση της μεταβλητής  $t$  με τον χρονικό άξονα του συστήματος, καθώς μεταξύ δυο διαδοχικών μειώσεων του μετρητή υποχώρησης ενδέχεται να έχει μεσολαθήσει α) διέλευση μιας ανενεργούς χρονοσχισμής πρωτοκόλλου  $\sigma$ , β) επιτυχημένη αποστολή μιας FES διάρκειας  $s$ , γ) μια αποτυχημένη μετάδοση λόγω σύγκρουσης διάρκειας  $T_C$ . Έτσι η διάρκεια μιας χρονοθυρίδας, ο χρόνος δηλαδή παραμονής σε κάθε κατάσταση μπορεί να λάβει τρεις διαφορετικές τιμές.

Η στοχαστική διαδικασία  $b(t)$  δεν είναι Μαρκοβιανή καθώς η τιμή του μετρητή εξαρτάται από τις επαναμεταδόσεις που έχουν προηγηθεί. Διαχωρίζοντας τη στοχαστική διαδικασία  $s(t)$  που εκφράζει την τρέχουσα προσπάθεια επαναμετάδοσης, η διδιάστατη στοχαστική διαδικασία  $\{s(t), b(t)\}$  αποτελεί Μαρκοβιανή αλυσίδα. Οι ακέραιες τιμές της  $b(t)$  κυμαίνονται στο διάστημα  $k \in [0, W_i - 1]$  ενώ για την  $s(t)$  ισχύει  $i \in [0, M]$ , με  $M$  ο μέγιστος αριθμός επιτρεπτών από το πρωτόκολλο επαναμεταδόσεων. Αν το παράθυρο ανταγωνισμού έχει αρχικό μέγεθος  $W$  τότε με βάση τον κανόνα διπλασιασμού σε κάθε επαναμετάδοση ισχύει:

$$W_i = \begin{cases} 2^i W, & 0 \leq i \leq m \\ 2^m W, & m < i \leq M \end{cases}, \quad (10.17)$$

όπου το  $m$  καθορίζει το μέγιστο παράθυρο ανταγωνισμού, που παραμένει σταθερό μετά την  $m$ -οστή επαναμετάδοση. Με  $M$  συμβολίζεται ο μέγιστος αριθμός επιτρεπτών επαναμεταδόσεων, τον οποίον ο Bianchi θεωρεί άπειρο. Σύμφωνα με αυτό προκύπτει η αλυσίδα του σχήματος 10.15. Η επεξήγηση του 10.15 γίνεται ως εξής: Με  $p$  εκφράζεται η πιθανότητα το μεταδιδόμενο πλαίσιο να συγκρουστεί. Σημειώνεται ότι η πιθανότητα  $p$  είναι σταθερή και ανεξάρτητη του αριθμού επαναμεταδόσεων που έχουν προηγηθεί. Βέβαιο ενδεχόμενο '1' θεωρείται η μείωση κατά μια μονάδα του μετρητή υποχώρησης  $k$  για την ίδια μετάδοση  $i$ . Όταν ο μετρητής μηδενιστεί (καταστάσεις  $(i, 0)$ ) ο σταθμός μεταδίδει. Η επιτυχημένη μετάδοση με πιθανότητα  $(1 - p)$  οδηγεί την κατάσταση στην κορυφή της αλυσίδας, δηλαδή στην πρώτη γραμμή, ενώ σύγκρουση οδηγεί στην γραμμή  $i + 1$ . Η ακριβής επόμενη κατάσταση προκύπτει με πιθανότητα  $p/W_0$  ή  $p/W_{i+1}$  ανάλογα με την έκβαση της μετάδοσης και σύμφωνα με τον κανόνα ότι η αρχικοποίηση του μηδενισμένου μετρητή υποχώρησης επιλέγεται τυχαία. Αν  $i < m$  τότε  $W_{i+1} = 2W_i$ , ενώ για κάθε αποτυχημένη απόπειρα πέραν του  $m$  δεν υπάρχει μεταβολή της γραμμής ή του μεγέθους του παραθύρου. Η συγκεκριμένη Μαρκοβιανή αλυσίδα είναι εργοδική και αμείωτη και επομένως οι οριακές πιθανότητες  $b_{i,k}$  ορίζονται από τη σχέση:

$$b_{i,k} = \lim_{t \rightarrow \infty} P \{s(t) = i, b(t) = k\}, \quad i \in (0, m), k \in (0, W_i - 1), \quad (10.18)$$



Σχήμα 10.15: Η Μαρκοβιανή αλυσίδα του Bianchi

και δεν εξαρτώνται από την αρχική κατάσταση της αλυσίδας [115]. Οι τιμές των πιθανοτήτων  $b_{i,k}$  στη μόνιμη κατάσταση μπορούν να υπολογιστούν από τις μεταβάσεις της αλυσίδας και με κανονικοποίηση του αθροίσματός τους. Έτσι οι οριακές πιθανότητες δίνονται από τις σχέσεις:

$$b_{i,k} = \frac{W_i - k}{W_i} p^i b_{0,0}, \quad (10.19)$$

$$b_{0,0} = \frac{2(1-2p)(1-p)}{(1-2p)(W+1) + pW[1-(2p)^m]} \quad (10.20)$$

Η πιθανότητα  $\tau_B$  να πραγματοποιείται μετάδοση στην τρέχουσα χρονοθυρίδα δίνεται από την πιθανότητα το σύστημα να βρίσκεται σε κατάσταση  $(i, 0)$ , δηλαδή ο μετρητής έχει μηδενιστεί και υπολογίζεται από το άθροισμα:

$$\tau_B = \sum_{i=0}^m b_{i,0} = \frac{b_{0,0}}{1-p} = \frac{2(1-2p)}{(1-2p)(W+1) + pW[1-(2p)^m]} \quad (10.21)$$

Η πιθανότητα μετάδοσης είναι σαφές ότι εξαρτάται τόσο από το  $p$  αλλά και από τον αριθμό των ανταγωνιζομένων κόμβων. Σύγκρουση πραγματοποιείται όταν τουλάχιστον ένα από τους υπόλοιπους  $n - 1$  σταθμούς επιχειρεί επίσης μετάδοση.

$$p = 1 - (1 - \tau_B)^{n-1} \quad (10.22)$$

Σχηματίζεται έτσι ένα σύστημα δυο εξισώσεων, το οποίο μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά και να προσδιοριστούν οι δυο άγνωστοι  $p$  και  $\tau_B$ . Είναι προφανές ότι στο συγκεκριμένο μοντέλο οι άγνωστες μεταβλητές εξαρτώνται από τις τιμές των παραμέτρων  $W$ ,  $m$  του αλγορίθμου υποχώρησης και από το πλήθος  $n$  των ανταγωνιζομένων μεταβλητών.

#### 10.4.1.1 Αναμενόμενες τιμές χρονοθυρίδων Μαρκοβιανής Αλυσίδας

Στην ανάλυση της DCF του προτύπου IEEE 802.11 [208] οι χρονικές διάρκειες των χρονοθυρίδων της Μαρκοβιανής αλυσίδας έχουν σταθερές τιμές. Έτσι αν  $T_s$ ,  $T_c$  και  $T_{idle}$  οι χρονικές διάρκειες των χρονοθυρίδων σε επιτυχημένη μετάδοση, σύγκρουση και αδράνεια αντίστοιχα τότε

οι τιμές προκύπτουν:

$$T_s = RTS + \delta + SIFS + CTS + \delta + SIFS + DATA + \delta + SIFS + ACK + \delta + DIFS \quad (10.23)$$

$$T_c = RTS + \delta + DIFS \quad (10.24)$$

$$T_{idle} = \sigma, \quad (10.25)$$

Εφεξής με κεφαλαία πλάγια γράμματα συμβολίζονται οι μεταβλητές που εκφράζουν τους χρόνους μετάδοσης των αντίστοιχων πλαισίων/διαστημάτων σιγής. Στην περίπτωση του διακοπτόμενου πρωτοκόλλου δεν είναι δυνατός ο νετερμινιστικός ορισμός των χρονικών διαρκειών της χρονοθυρίδας. Αυτό συμβαίνει γιατί η τιμή της διάρκειας εξαρτάται από το σημείο εκκίνησης του εκάστοτε διαστήματος καθώς αυτό καθορίζει το αν και πόσες φορές θα διακοπεί για την εκτέλεση ανίχνευσης. Οι χρονικές διάρκειες κατά συνέπεια θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές  $t_s$ ,  $t_c$  και  $t_{idle}$ . Ο υπολογισμός των αναμενόμενων τιμών τους είναι το θέμα της συγκεκριμένης παραγράφου. Ο αναλυτικός προσδιορισμός βασίζεται στην βασική ακόλουθη παραδοχή:

Η πιθανότητα κάποιο συμβάν με μη-μηδενική χρονική διάρκεια να διακοπεί από τις διαδικασίες φασματικής ανίχνευσης είναι ανάλογη της χρονικής διάρκειας του συμβάντος.

Μαθηματικά το παραπάνω εκφράζεται ως εξής:

$$P [\text{το συμβάν διακόπεται}] = \frac{T_{event}}{T - \tau}, \quad (10.26)$$

όπου υπενθυμίζεται ότι  $T$  και  $\tau$  είναι η περίοδος και η διάρκεια της διακοπής ανίχνευσης αντίστοιχα. Οι ακόλουθοι υπολογισμοί δεν περιορίζονται στη συγκεκριμένη Μαρκοβιανή αλυσίδα αλλά μπορούν να εφαρμοστούν και σε οποιαδήποτε άλλη αλυσίδα της DCF για την αξιολόγηση της μετατροπής σε iDCF.

**Αναμενόμενη διάρκεια επιτυχούς χρονοθυρίδας** Από την εξίσωση (10.23) η  $E[t_s]$  μπορεί να υπολογιστεί μέσω των αναμενόμενων τιμών διάρκειας των διαστημάτων που την αποτελούν:

$$E[t_s] = RTS + \delta + 3 \cdot E[t_{SIFS}] + 2 \cdot E[t_{rsp}] + E[t_{data}] + E[t_{DIFS}], \quad (10.27)$$

όπου  $t_{SIFS}$ ,  $t_{DIFS}$ ,  $t_{rsp}$  και  $t_{data}$  είναι οι τυχαίες μεταβλητές διάρκειας των διαστήματος σιγής SIFS, του DIFS και της μετάδοσης των πλαισίων-απόκρισης cts, ack και data.

**Διάρκεια πλαισίου rts** Η τιμή διάρκειας του πλαισίου rts θεωρείται νετερμινιστική (όπως και η μέγιστη καθυστέρηση διάδοσης στο δίκτυο  $\delta$ ) καθώς σύμφωνα με τον ορισμό της iDCF δεν μπορεί να διακοπεί μετάδοση του πλαισίου μιας και κάθε μετάδοση ξεκινά μόνο αν επαρκεί ο υπολειπόμενος χρόνος για το rts.

**Διάρκεια SIFS και DIFS** Η διάρκεια των διαστημάτων σιγής λόγω των διακοπών ανίχνευσης επεκτείνεται κατά χρόνο που εξαρτάται από το τμήμα του διαστήματος στο οποίο πραγματοποιείται διακοπή. Επειδή όμως το μεγαλύτερο τμήμα των διαστημάτων σιγής αποτελείται από τα διαστήματα επεξεργασίας PHY και MAC που μπορούν να διακοπούν και να συνεχίσουν μετά το πέρας της διακοπής κατά τον χρόνο που υπολειπόταν για την ολοκλήρωσή τους, οι αναμενόμενες τιμές

των SIFS και DIFS προσεγγίζονται ως εξής:

$$E[t_{SIFS}] = \frac{SIFS}{T - \tau} \cdot (SIFS + \tau) + \left(1 - \frac{SIFS}{T - \tau}\right) \cdot SIFS \quad (10.28)$$

$$E[t_{DIFS}] = \frac{DIFS}{T - \tau} \cdot (DIFS + \tau) + \left(1 - \frac{DIFS}{T - \tau}\right) \cdot DIFS \quad (10.29)$$

**Διάρκεια cts και ack** Τα δυο είδη πλαισίων απόκρισης έχουν το ίδιο μέγεθος και για αυτούς οι αναμενόμενες τιμές υπολογίζονται από κοινού ως  $E[t_{rsp}]$ . Στην περίπτωση που προκύπτει διακοπή κατά την διάρκεια της μετάδοσης, η μετάδοση αναβάλλεται για τον επόμενο ενεργό χρόνο. Θεωρώντας ότι ο υπολειπόμενος χρόνος  $t_{utRem}$  κατανέμεται ομοιόμορφα στο διάστημα  $(0, RSP + \delta)$ , οι αναμενόμενες τιμές προκύπτουν:

$$E[t_{rsp}] = \frac{RSP + \delta}{T - \tau} \cdot (E[t_{utRem}] + \tau + RSP + \delta) + \left(1 - \frac{RSP + \delta}{T - \tau}\right) \cdot (RSP + \delta) \quad (10.30)$$

$$E[t_{utRem}] = \frac{RSP + \delta}{2} \quad (10.31)$$

**Διάρκεια πλαισίου δεδομένων** Κατά την ανάλυση θεωρείται ότι το ωφέλιμο φορτίο  $L_P$  είναι σταθερό. Όταν μεταδίδεται ένα πλαίσιο δεδομένων σε μια FES, τρία πιθανά ενδεχόμενα υπάρχουν. Στην περίπτωση που ο υπολειπόμενος χρόνος επαρκεί, μεταδίδεται ολόκληρο το πλαίσιο δεδομένων. Στην περίπτωση που ο χρόνος δεν επαρκεί, αλλά ο υπολειπόμενος ενεργός χρόνος μπορεί να μεταδώσει περισσότερα από  $L_{min}$  bits τότε πραγματοποιείται τεμαχισμός του πλαισίου και το πρώτο τεμάχιο μεταδίδεται. Τέλος αν ο υπολειπόμενος χρόνος δεν επαρκεί για την μετάδοση των  $L_{min}$  bits, τότε η μετάδοση αναβάλλεται συνολικά κατά τον επόμενο ενεργό χρόνο. Οι αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισης των παραπάνω είναι:

$$P_{DNI} = \frac{\max(T - \tau, DATA + \delta) - (DATA + \delta)}{T - \tau}, \quad (10.32)$$

$$P_{DIDr} = \frac{\min(T - \tau, DATA + \delta) - (DATA_{min} + \delta)}{T - \tau}, \quad (10.33)$$

$$P_{DIDm} = \frac{(DATA_{min} + \delta)}{T - \tau}, \quad (10.34)$$

όπου  $DATA_{min}$  είναι ο χρόνος μετάδοσης τεμαχίου δεδομένων με ακριβώς  $L_{min}$  bits δεδομένων. Όταν  $DATA + \delta > T - \tau$ , δηλαδή δεν επαρκεί ένας ενεργός χρόνος τότε η πιθανότητα  $P_{DNI}$  μηδενίζεται.

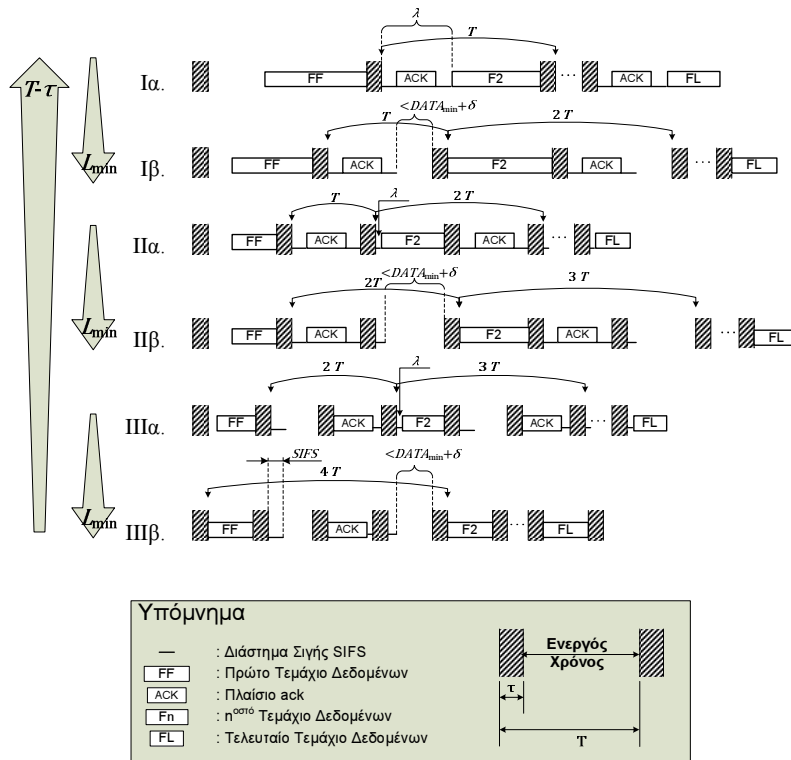
Το πλαίσιο δεδομένων μιας FES μεταδίδεται σε ένα ή περισσότερα τεμάχια. Κάθε μεταδιδόμενο τμήμα ακολουθείται από ack. Η συνολική ακολουθία εναλλαγής των τεμαχίων δεδομένων και επιβεβαιώσεων μέχρι την ολοκλήρωση της αποστολής των δεδομένων της FES, ονομάζεται Ακολουθία Τεμαχίων Δεδομένων (DFS - Data Fragment Sequence). Σημειολογικά:

$$\text{DFS: [ DFrag - ack - ] DLast} \quad (10.35)$$

Ο αριθμός των τεμαχίων που απαιτούνται για την μετάδοση του συνόλου του ωφέλιμου φορτίου  $L_P$  εξαρτάται εκτός από το  $L_P$ , από τον ρυθμό δεδομένων και από τον ενεργό χρόνο  $T - \tau$ . Ο υπολογισμός του  $E[t_{data}]$  εξαρτάται από τη μορφή της DFS. Για να γίνει λοιπόν ο υπολογισμός πρέπει να οριστούν τα ενδεχόμενα μορφής της DFS. Διακρίνονται τρεις περιπτώσεις και δυο υποπεριπτώσεις για την κάθε μία. Για διευκόλυνση γίνεται η ακόλουθη παραδοχή: Όλα τα τεμάχια δεδομένων,



εκτός του τελευταίου, καταλαμβάνουν το σύνολο του υπολειπόμενου χρόνου μέχρι την διακοπή ανίχνευσης που ακολουθεί. Αυτό σημαίνει ότι το διάστημα SIFS πριν την μετάδοση του πλαισίου επιβεβαίωσης αρχίζει ακριβώς στην έναρξη του επόμενου ενεργού χρόνου.



Σχήμα 10.16: Μορφές της DFS στην κλίμακα του χρόνου

Η επιλογή της περίπτωσης I, II ή III εξαρτάται από τις διάρκειες των πλαισίων/διαστημάτων σιγής ack, RSP και SIFS, οι οποίες είναι σταθερές για δεδομένο ρυθμό μετάδοσης. Η υποπερίπτωση καθορίζεται από τη διάρκεια μετάδοσης του μικρότερου δυνατού τεμαχίου  $DATA_{min}$  που ελέγχεται από την παράμετρο  $L_{min}$ . Συνεπώς:

I.  $T - \tau \geq RSP + \delta + 2 \cdot SIFS$

**Ia**  $T - \tau \geq RSP + DATA_{min} + 2 \cdot \delta + 2 \cdot SIFS$ . Το ack και το επόμενο τεμάχιο δεδομένων μεταδίδονται στον ίδιο ενεργό χρόνο.

**Ib**  $T - \tau < RSP + DATA_{min} + 2 \cdot \delta + 2 \cdot SIFS$ . Ο υπολειπόμενος ενεργός χρόνος δεν επαρκεί για μετάδοση του επόμενου τεμαχίου δεδομένων μετά το ack και την τήρηση του διαστήματος σιγής SIFS. Η μετάδοση αναβάλλεται για τον επόμενο ενεργό χρόνο.

II.  $RSP + \delta + SIFS \leq T - \tau < RSP + \delta + 2 \cdot SIFS$

**IIa**  $T - \tau \geq \frac{RSP}{2} + \frac{DATA_{min}}{2} + \delta + SIFS$ . Το διάστημα σιγής μετά από ack διακόπτεται και ολοκληρώνεται σε επόμενο ενεργό χρόνο. Στη συνέχεια ο υπολειπόμενος χρόνος φτάνει για τη μετάδοση ενός τεμαχίου δεδομένων.

**IIb**  $T - \tau < \frac{RSP}{2} + \frac{DATA_{min}}{2} + \delta + SIFS$ . Το διάστημα σιγής που τηρείται μετά τη μετάδοση του ack επίσης ολοκληρώνεται στον επόμενο ενεργό χρόνο. Ο υπολειπόμενος χρόνος δεν επαρκεί όμως για τη μετάδοση του επόμενου τεμαχίου δεδομένων.

III.  $RSP + \delta \leq T - \tau < RSP + \delta + SIFS$

**IIIa**  $T - \tau \geq \frac{RSP}{2} + \frac{DATA_{\min}}{2} + \delta + \frac{SIFS}{2}$ . Μετά το διάστημα σιγής που ακολουθεί τη μετάδοση τεμαχίου δεδομένων, ο υπολειπόμενος χρόνος δεν φτάνει για μετάδοση ack, πράγμα που αναβάλλεται για τον επόμενο ενεργό χρόνο. Το τεμάχιο δεδομένων που ακολουθεί μπορεί να μεταδοθεί στον επόμενο ενεργό χρόνο αφού προηγηθεί το προβλεπόμενο SIFS.

**IIIb**  $T - \tau < \frac{RSP}{2} + \frac{DATA_{\min}}{2} + \delta + \frac{SIFS}{2}$ . Το ack που ακολουθεί το τεμάχιο δεδομένων επίσης αναβάλλεται για τον επόμενο ενεργό χρόνο. Το επόμενο τεμάχιο δεδομένων, όμως δεν μεταδίδεται στον ενεργό χρόνο αυτό, καθώς το SIFS δεν αφήνει αρκετό υπολειπόμενο διάστημα. Κατά συνέπεια μεταξύ των ενεργών χρόνων μετάδοσης ack και του πλαισίου δεδομένων DFrag μεσολαβεί ένας ενεργός χρόνος.

Για κάθε  $T$  και  $\tau$  και για δεδομένο ρυθμό μετάδοσης επιλέγεται μια συγκεκριμένη περίπτωση. Επίσης πρέπει να τηρούνται οι ακόλουθες συνθήκες, διαφορετικά δεν μπορεί να ολοκληρωθεί οποιαδήποτε μετάδοση και το throughput είναι μηδέν:

$$\begin{aligned} T - \tau &\geq RTS + \delta, \\ T - \tau &\geq DATA_{\min} + \delta, \\ T - \tau &\geq RSP + \delta \end{aligned} \quad (10.36)$$

Αν ο αριθμός των bits που αποστέλλονται με το πρώτο τεμάχιο δεδομένων συμβολιστεί με  $x$  τότε είναι σαφές πως οι τιμές του λαμβάνονται από το πεδίο ακέραιων τιμών  $x \in [L_{\min}, L_{\text{ut}}]$ , με  $L_{\text{ut}}$  να είναι ο αριθμός των bit δεδομένων που καταλαμβάνουν ένα ολόκληρο ενεργό χρόνο, αν αυτός ήταν διαθέσιμος.

Για να γίνει το βήμα από τα bits στον προσδιορισμό χρονικών διαρκειών πρέπει να θεωρηθεί κάποιο φυσικό στρώμα για το CR σύστημα που διασυνδέει bits με χρονικό διάστημα. Θεωρώντας μετάδοση από CR-OFDM και αν  $t_{\text{SYM}}$  η διάρκεια ενός OFDM συμβόλου (με το κυκλικό πρόθεμα) και  $n_{\text{DBPS}}$  τα bits δεδομένων που αποστέλλονται ανά OFDM σύμβολο τότε ισχύει:

$$\begin{aligned} f(x) &= t_{\text{tx}} = t_{\text{oh}} + x^{(\text{sym})} \times t_{\text{SYM}} \\ x^{(\text{sym})} &= \left\lfloor \frac{x + L_{\text{oh}}}{n_{\text{DBPS}}} \right\rfloor \end{aligned} \quad (10.37)$$

$$f^{-1}(t_{\text{tx}}) = x = \left\lfloor \frac{t_{\text{tx}} - t_{\text{oh}}}{t_{\text{SYM}}} \right\rfloor \times n_{\text{DBPS}} - L_{\text{oh}}, \quad (10.38)$$

όπου  $L_{\text{oh}}$  το επιπλέον φορτίο λόγω επικεφαλίδων του φυσικού στρώματος και  $t_{\text{oh}}$  επιπλέον χρόνος λόγω  $p_{\text{ch}}$  του προοιμίου του πλαισίου. Αν με  $L_{\text{H}} = L_{\text{oh}} + L_{\text{MACHD}}$  συμβολιστεί το συνολικό επιπλέον φορτίο λόγω επικεφαλίδων PHY και MAC αντίστοιχα και θεωρηθεί ότι χρησιμοποιείται μικρό κυκλικό πρόθεμα σε ένα OFDM σύμβολο που φέρει μεγάλο αριθμό bits τότε οι σχέσεις (10.37), (10.38) μπορούν να απλοποιηθούν ως εξής:

$$f(x) = t_{\text{tx}} = t_{\text{oh}} + \frac{x + L_{\text{H}}}{R}, \quad (10.39)$$

$$f^{-1}(t_{\text{tx}}) = x = \lfloor (t_{\text{tx}} - t_{\text{oh}}) \cdot R \rfloor - L_{\text{H}}, \quad (10.40)$$

Η τιμή του  $L_{\text{ut}}$  που μπορεί να υπολογιστεί με βάση τις σχέσεις είναι:

$$L_{\text{ut}} = \min(L_{\text{P}}, \lfloor (T - \tau - \delta - t_{\text{oh}}) \cdot R \rfloor - L_{\text{H}}) \quad (10.41)$$

Η συνάρτηση minimum εισάγεται έτσι ώστε να δειχθεί πως η μέγιστη τιμή για το  $L_{\text{ut}}$  είναι το

Περίπτωση	$n_T$	$\lambda$
I α'	1	$RSP + \delta + 2 \cdot SIFS$
I β'	2	0
II α'	2	$SIFS - (T - \tau - RSP - \delta - SIFS)$
II β'	3	0
III α'	3	$SIFS - (T - \tau - RSP - \delta)$
III β'	4	0

**Πίνακας 10.5:** Τιμές των παραμέτρων  $n_T$  και  $\lambda$  των περιπτώσεων μορφής της DFS

σύνολο του ωφέλιμου φορτίου, ενώ λαμβάνεται υπόψη και η καθυστέρηση διάδοσης  $\delta$ .

Ο συνολικός αριθμός  $n_F(x)$  των τεμαχίων δεδομένων που θα μεταδοθούν στην υπό μελέτη DFS εκτός του πρώτου, κάθε ένα εκ των οποίων περιέχει  $L_{PF}$  bit δεδομένων καθορίζεται από την εκάστοτε περίπτωση όπως αυτές διακρίθηκαν και εικονίζονται στο σχήμα 10.16. Εξαιρώντας το πρώτο τεμάχιο, ο διαθέσιμος χρόνος που διατίθεται για κάθε μεταδιδόμενο τεμάχιο είναι:

$$t_{av} = T - \tau - \delta - \lambda, \quad (10.42)$$

όπου με  $\lambda$  συμβολίζεται το τμήμα του ενεργού χρόνου εκείνο που μεταδίδονται πλαίσια επιβεβαίωσης ή κρατιούνται διαστήματα σιγής και για κάθε περίπτωση η τιμή δίνεται στον πίνακα 10.5. Μέσω της σχέσης (10.40) προκύπτουν τα αποτελέσματα:

$$L_{PF} = \lfloor (t_{av} - t_{oh}) \cdot R \rfloor - L_H \quad (10.43)$$

$$n_F(x) = \left\lfloor \frac{L_P - x}{L_{PF}} \right\rfloor \quad (10.44)$$

Γνωρίζοντας τώρα τον συνολικό αριθμό των τεμαχίων δεδομένων εκτός του πρώτου, μπορεί να εξαχθεί μέσω των περιπτώσεων του σχήματος 10.16 η συνολική σχέση για τον υπολογισμό της διάρκειας της DFS:

$$t_{DFS}(x) = \begin{cases} DATA_{FF}(x) + \delta + (n_T - 1)T + \\ n_T \cdot T \cdot [n_F(x) - 1] + \\ \tau + \lambda + DATA_{FL}(x) + \delta & x < L_P, \\ DATA + \delta & x = L_P \end{cases} \quad (10.45)$$

Η τιμή του  $n_T$  όπως και η αντίστοιχη του  $\lambda$  παρουσιάζονται στον πίνακα 10.5. Το  $n_T$  εκφράζει την τιμή των περιόδων που απαιτούνται για τη μετάδοση ενός τεμαχίου δεδομένων μαζί με ένα πλαίσιο ack. Από τον χρόνο που υπολογίζεται στην (10.45) απουσιάζει η θετική επιβεβαίωση για το τελευταίο τεμάχιο δεδομένων. Αυτό συμβαίνει γιατί το συγκεκριμένο λαμβάνεται υπόψη στην προσδοκώμενη τιμή  $E[t_{rsp}]$ . Με  $DATA_{FF}$  και  $DATA_{FL}$ , εκφράζονται οι χρονικές διάρκειες του πρώτου και τελευταίου τεμαχίου και τα οποία περιέχουν  $L_{FF}$  και  $L_{FL}$  bits. Τα bits που περιέχονται συνολικά σε καθένα είναι:

$$L_{FF}(x) = L_H + x \quad (10.46)$$

$$L_{FL}(x) = L_H + L_P - x - (n_F(x) - 1) \times L_{PF} \quad (10.47)$$

Σύμφωνα τώρα με τις σχέσεις (10.34), (10.33) και (10.32) η αναμενόμενη τιμή της χρονικής

διάρκειας του συνολικού πλαισίου δεδομένων εκφράζεται από:

$$\begin{aligned} E[t_{\text{data}}] = & P_{\text{DNI}} \cdot (DATA + \delta) + \\ & P_{\text{DIDr}} \cdot E[t_{\text{DFS}}(x)] + \\ & P_{\text{DIDm}} \cdot \left( \frac{DATA_{\text{min}} + \delta}{2} + \tau + t_{\text{DFS}}(x = L_{\text{ut}}) \right) \end{aligned} \quad (10.48)$$

Ο πρώτος προσθετός είναι η περίπτωση στην οποία το πλαίσιο δεδομένων δεν διακόπτεται, ο δεύτερος προσθετός την περίπτωση που υπάρχει διακοπή και γίνεται Δυναμικός Τεμαχισμός, ενώ στον τρίτο προσθετό γίνεται διακοπή αλλά ο υπολειπόμενος χρόνος δεν επαρκεί για τεμαχισμό. Η αναμενόμενη τιμή του αριθμού τεμαχίων  $n_F$  προκύπτει από τη σχέση:

$$E[n_F(x)] = \frac{1}{L_{\text{ut}} - L_{\text{min}} + 1} \sum_{x=L_{\text{min}}}^{L_{\text{ut}}} \left\lfloor \frac{L_P - x}{L_{\text{PF}}} \right\rfloor \quad (10.49)$$

Η εξαγωγή ενός κλειστού αποτελέσματος δεν είναι δυνατή λόγω της συνάρτησης ceiling αλλά μπορεί να προσδιοριστεί μια εκτίμηση της μέσης τιμής του αριθμού των τεμαχίων που περιέχονται στην DFS αφού εύκολα αποδεικνύεται ότι:

$$E[n_F(x)] \in [\gamma, \gamma + 1], \gamma = \frac{2L_P - L_{\text{ut}} - L_{\text{min}}}{2L_{\text{PF}}} \quad (10.50)$$

Σε κάθε περίπτωση η ακριβής τιμή προσδιορίζεται από το άθροισμα. Συνδυάζοντας τις σχέσεις (10.49) με την (10.48) και την (10.45) μπορεί να υπολογιστεί η τιμή  $E[t_{\text{data}}]$ . Αυτή σε συνδυασμό με τις αναμενόμενες τιμές των  $E[t_{\text{SIFS}}]$ ,  $E[t_{\text{rsp}}]$ ,  $E[t_{\text{DIFS}}]$  και  $E[t_{\text{data}}]$  οδηγούν μέσω της (10.27) στον υπολογισμό της αναμενόμενης διάρκειας της Επιτυχούς Χρονοθυρίδας της Αλυσίδας  $E[t_s]$ .

**Αναμενόμενη διάρκεια ανεπιτυχούς χρονοθυρίδας** Λόγω του ότι θεωρείται υποχρεωτική η τριπλή χειραψία (rts/cts), η σύγκρουση πλαισίων πραγματοποιείται πάντα κατά τη μετάδοση πλαισίου rts. Κατά συνέπεια και λαμβάνοντας υπόψη ότι πριν την εκκίνηση της διαδικασίας υποχώρησης κρατιέται διάστημα σιγής DIFS έχουμε ότι η διάρκεια χρονοθυρίδας ανεπιτυχούς μετάδοσης  $t_c$  δίνεται από τη σχέση:

$$E[t_c] = RTS + \delta + E[t_{\text{DIFS}}] \quad (10.51)$$

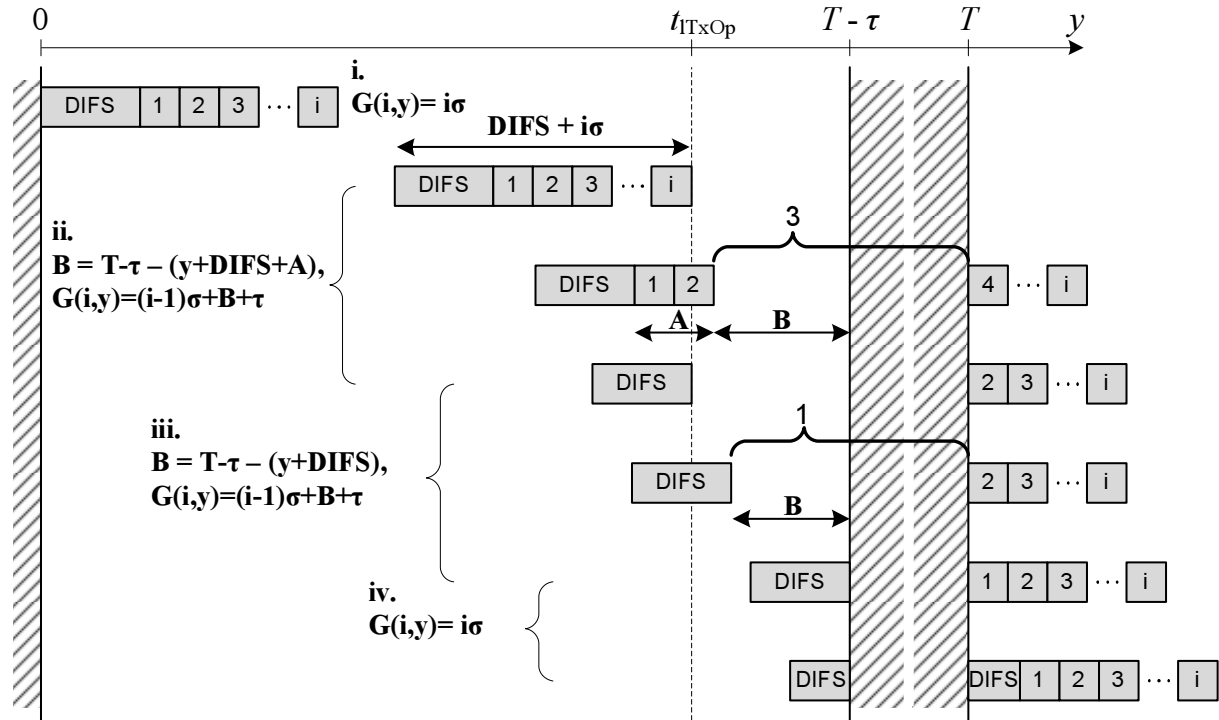
**Αναμενόμενη διάρκεια αδρανούς χρονοθυρίδας** Ο υπολογισμός της συγκεκριμένης αναμενόμενης τιμής παρουσιάζει δυσκολίες και για αυτό καταφεύγουμε στο σχήμα 10.12(ii). Η διάρκεια αυτή εξαρτάται από τη σχετική θέση της χρονοσχισμής πρωτοκόλλου σε σχέση με τις χρονικές στιγμές των διακοπών ανίχνευσης. Αν παρατηρηθεί το σχήμα 10.12(ii) οι χρονοσχισμές με δείκτες 1,2,3,...κ.ο.κ έχουν διάρκεια  $\sigma$  ενώ η χρονοσχισμή με δείκτη 0 έχει διάρκεια  $\lfloor \frac{RTS+\delta}{\sigma} \rfloor \cdot \sigma + \tau$ . Με  $\nu_\sigma = \lfloor \frac{RTS+\delta}{\sigma} \rfloor$  εκφράζεται ο αριθμός των χρονοσχισμών πρωτοκόλλου οι οποίες εκκινούν χρονικά μετά το σημείο  $t_{\text{TxOp}}$  και σύμφωνα με την παράγραφο 10.3.1.4 ο μετρητής υποχώρησης μετά την διέλευση της χρονικής στιγμής αυτής παγώνει.

Η διάρκεια των χρονοσχισμών πρωτοκόλλου και άρα των ανενεργών χρονοθυρίδων εξαρτάται από τη σχετική θέση των διαστημάτων σιγής DIFS τα οποία ακολουθούν και τη σειρά εμφάνισης τους μετά την DIFS. Αν  $y$  με  $y \in [0, T - \tau]$  είναι το σημείο εκκίνησης μετά την έναρξη του ενεργού χρόνου και  $I$  με  $I \in N^*$ ,  $1 \leq I \leq W_{\text{max}} - 1$  ο αριθμός των χρονοσχισμών πρωτοκόλλου που τηρούνται μέχρι να επιχειρηθεί μετάδοση, τότε η αναμενόμενη διάρκεια  $t_{\text{idle}}$  της ανενεργής χρονοθυρίδας

υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα:

$$E[t_{\text{idle}}|I = i] = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T - \tau} \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i (T_{k^{\text{th}}\text{slot}}) dy, \quad (10.52)$$

όπου  $T_{k^{\text{th}}\text{slot}}$  η διάρκεια της  $k^{\text{οοστ}}\text{ης}$  χρονοσχισμής μετά το διάστημα σιγής. Η συνολική διάρκεια των  $i$  χρονοσχισμών μετά το διάστημα σιγής, που εκφράζεται από το άθροισμα που περιέχεται στο ολοκλήρωμα είναι συνάρτηση τόσο του χρονικού σημείου  $y$  όσο και της διακριτής μεταβλητής  $i$ . Για την απλή DCF θα δινόταν απλά από το γινόμενο  $i\sigma$ . Στην περίπτωση τώρα της iDCF πρέπει να διακριθούν όλα τα πιθανά σενάρια, κάτι που παρουσιάζεται στο σχήμα 10.17.



**Σχήμα 10.17:** Υπολογισμός συνολικής διάρκειας ανενεργού χρόνου μετά το διάστημα σιγής DIFS

Με βάση το σχ. 10.17 υπολογίζονται οι συναρτήσεις  $G(i, y)$  που εκφράζουν την χρονική διάρκεια ανά περίπτωση ισχύει:

$$G(i, y) = \begin{cases} i \cdot \sigma, & 0 < y \leq T - \tau - (RTS + \delta) - (DIFS + i \cdot \sigma) \\ (i-1) \cdot \sigma + T - (y + DIFS) - A, & y > T - \tau - (RTS + \delta) - (DIFS + i \cdot \sigma) \\ & \text{and } y \leq T - \tau - (RTS + \delta) - DIFS \\ (i-1) \cdot \sigma + T - (y + DIFS), & y > T - \tau - (RTS + \delta) - DIFS \\ & y \leq T - \tau - DIFS \\ i \cdot \sigma, & T - \tau - DIFS < y \leq T - \tau \end{cases} \quad (10.53)$$

όπου ο συντελεστής  $A$  δίνεται από τη σχέση:

$$A = \left\lceil \frac{T - \tau - (RTS + \delta) - (y + DIFS)}{\sigma} \right\rceil \cdot \sigma \quad (10.54)$$

Η ολοκλήρωση της σχέσης (10.53) μπορεί να γίνει απλά με διάσπαση του ολοκληρώματος ανά διάστημα. Η ολοκλήρωση που περιλαμβάνει τον όρο  $A$  είναι επίσης απλό να προσδιοριστεί ως αναδρομική σχέση του  $i$ . Με εφαρμογή του τελεστή της αναμενόμενης τιμής και μετά από πράξεις

προκύπτει:

$$E[t_{\text{idle}}|I = i] = \sigma + \sigma \cdot \frac{\tau - 3/2\sigma + (RTS + \delta)}{T - \tau} + \frac{RTS + \delta}{i \cdot (T - \tau)} \cdot [\tau - \sigma + 1/2(RTS + \delta)] \quad (10.55)$$

Σύμφωνα με το αποτέλεσμα επιβεβαιώνεται και η λογική υπόθεση ότι για μεγάλες τιμές ενεργού χρόνου  $T - \tau$  η αναμενόμενη διάρκεια της αδρανούς χρονοθυρίδας τείνει στην τιμή της χρονοσχισμής πρωτοκόλλου  $\sigma$ .

Για τον συνολικό υπολογισμό της αναμενόμενης τιμής για οποιοδήποτε  $I$  πρέπει να υπολογιστεί η PDF για την τυχαία μεταβλητή. Αν  $P_{\text{idle}}$  η πιθανότητα μια τυχαία επιλεγμένη χρονοθυρίδα της Μαρκοβιανής αλυσίδας να είναι ανενεργή τότε ισχύει:

$$P[I = i] = P_{\text{idle}}^i(1 - P_{\text{idle}}), \quad P_{\text{idle}} = (1 - \tau_B)^n \quad (10.56)$$

και τελικά με χρήση του θεωρήματος της Ολικής Αναμενόμενης τιμής ισχύει:

$$E[t_{\text{idle}}] = \sum_{i=1}^{W_{\text{max}}-1} P[I = i] \cdot E[t_{\text{idle}}|I = i], \quad (10.57)$$

Η τιμή αυτή είναι σαφές ότι εξαρτάται από το μέγιστο διάστημα υποχώρησης.

#### 10.4.1.2 Υπολογισμός του Throughput Κορεσμού

Με βάση όλους τους προηγούμενους υπολογισμούς μπορεί να υπολογιστεί η αναμενόμενη διάρκεια της χρονοθυρίδας, χρησιμοποιώντας ξανά το Θεώρημα Ολικής Αναμενόμενης τιμής. Έτσι αν  $P_{\text{idle}}$  η πιθανότητα ανενεργούς χρονοθυρίδας,  $P_S$  η πιθανότητα χρονοθυρίδας επιτυχούς μετάδοσης και  $P_C$  η πιθανότητα χρονοθυρίδας σύγκρουσης τότε:

$$E[\text{Διάρκεια Χρονοθυρίδας}] = P_{\text{idle}} \cdot E[t_{\text{idle}}] + P_S \cdot E[t_s] + P_C \cdot E[t_c], \quad (10.58)$$

$$P_S = n \cdot \tau_B (1 - \tau_B)^{n-1} \quad (10.59)$$

$$P_{\text{tx}} = 1 - P_{\text{idle}} = 1 - (1 - \tau_B)^n, \quad (10.60)$$

$$P_C = P_{\text{tx}} - P_S = 1 - (1 - \tau_B)^n - n \cdot \tau_B (1 - \tau_B)^{n-1} \quad (10.61)$$

όπου  $P_{\text{tx}}$  είναι η πιθανότητα σε μια τυχαία επιλεγμένη χρονοθυρίδα να πραγματοποιείται μετάδοση και έχει συμπληρωματική σχέση με το  $P_{\text{idle}}$  καθώς το αποτέλεσμα της εκπομπής θα είναι ή σύγκρουση ή επιτυχία θα ισχύει  $P_{\text{tx}} = P_C + P_S$ .

Ως μέτρο επίδοσης λαμβάνεται το κανονικοποιημένο throughput κορεσμού, δηλαδή ο λόγος του χρόνου που αφιερώνεται για τη μετάδοση ωφέλιμου φορτίου, προς τη μέση διάρκεια της χρονοθυρίδας αλυσίδας.

$$S_{\text{sat}} = \frac{E[\text{Χρόνος Για τη Μετάδοση Ωφέλιμου Φόρτου}]}{E[\text{Διάρκεια Χρονοθυρίδας Αλυσίδας}]} \quad (10.62)$$

Θεωρώντας ότι η μετάδοση του ωφέλιμου φορτίου  $L_P$  μιας FES απαιτεί χρονική διάρκεια  $L_P/R$  προκύπτει:

$$S_{\text{sat}} = \frac{P_S \cdot L_P/R}{P_{\text{idle}} \cdot E[t_{\text{idle}}] + P_S \cdot E[t_s] + P_C \cdot E[t_c]} \quad (10.63)$$

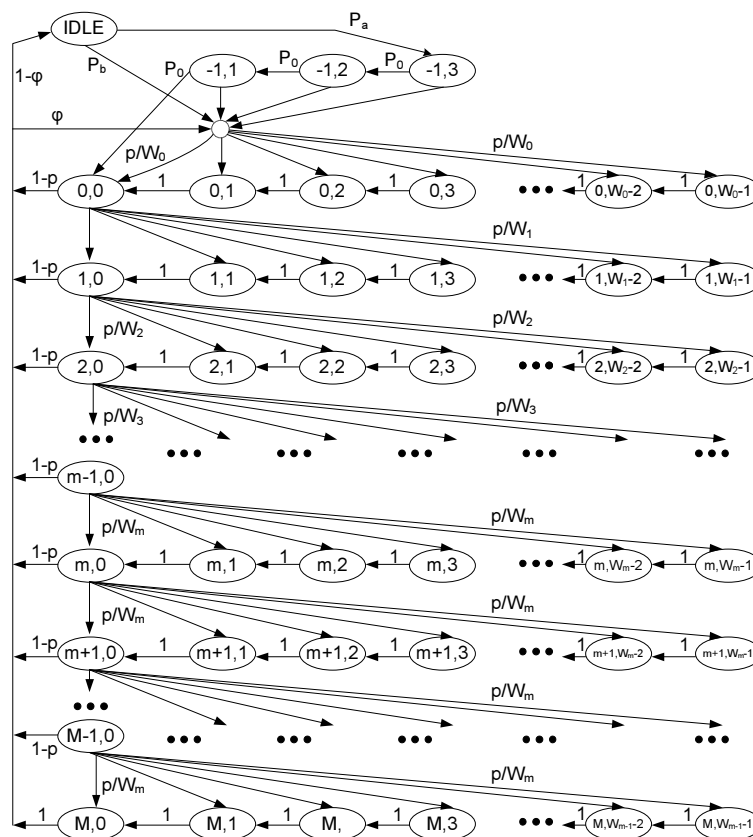
### 10.4.2 Μοντέλο Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης μη - Κορεσμού

Το μοντέλο τηλεπικοινωνιακής κίνησης που χρησιμοποιείται είναι το ακόλουθο: Παράγονται ροές πακέτων, μια κάθε φορά, καθώς όταν το τερματικό μεταδίδει θεωρείται ότι δεν καταφθάνει νέα ροή πληροφορίας. Μετά την ολοκλήρωση της μετάδοσης της τρέχουσας ροής, η επόμενη ροή παράγεται εκθετικά με ρυθμό  $\alpha$ . Όσον αφορά τον αριθμό πακέτων ανά ροή, η τιμή προκύπτει τυχαία με την γεωμετρική κατανομή, δηλαδή η πιθανότητα  $\Lambda$  πακέτων δίνεται από:

$$P(\Lambda = k) = \phi^{k-1}(1 - \phi) \tag{10.64}$$

η οποία σχέση ουσιαστικά ορίζει ότι μετά την μετάδοση ενός πακέτου, ακολουθεί επόμενο με πιθανότητα  $\phi$  ενώ το τερματικό μπαίνει σε ανενεργή περίοδο με πιθανότητα  $1 - \phi$ . Αυτή η παρατήρηση είναι ιδιαίτερος χρήσιμη για την ενσωμάτωση του μοντέλου κίνησης στην Μαρκοβιανή αλυσίδα.

Η Μαρκοβιανή αλυσίδα που χρησιμοποιήθηκε είναι αυτή του [212] η οποία τροποποιήθηκε για να εξυπηρετήσει την μοντελοποίηση της iDCF. Πολλά στοιχεία της αλυσίδας, όπως η διάκριση των



Σχήμα 10.18: Η Μαρκοβιανή αλυσίδα του [212]

καταστάσεων από τον μετρητή υποχώρησης, ο ορισμός της  $p$  πιθανότητας σύγκρουσης, το διπλασιαζόμενο παράθυρο ανταγωνισμού για κάθε σύγκρουση μέχρι τη  $m$ -οστή αποτυχία παραμένουν όμοια. Όμως σε αυτή την περίπτωση έχουν προστεθεί ακόμη κάποιες ιδιότητες/παράμετροι:

1. Χρησιμοποιείται μέγιστος αριθμός προσπαθειών μετάδοσης  $M$ . Αυτό σημαίνει ότι κατά την  $M$ -οστή μετάδοση (κατάσταση  $(M, 0)$ ) ο σταθμός επιστρέφει στην αρχική κατάσταση είτε μετά από επιτυχία, είτε μετά από νέα σύγκρουση και απόρριψη του πακέτου.
2. Σύμφωνα με το μοντέλο τηλεπικοινωνιακής κίνησης μετά από επιτυχημένη μετάδοση, με

πιθανότητα  $\phi$  ακολουθεί νέα ή με πιθανότητα  $1 - \phi$  το τερματικό μπαίνει στην κατάσταση IDLE και περιμένει την νέα ροή πακέτων.

3. Εισάγονται τρεις επιπλέον καταστάσεις  $(-1, 1)$ ,  $(-1, 2)$ ,  $(-1, 3)$  οι οποίες περιγράφουν τις ενέργειες όταν με την νέα άφιξη πακέτου το μέσο ανιχνευθεί (μετά από DIFS) ανενεργό και δεν υπάρχουν άλλα πακέτα στην ουρά. Σε αυτή την περίπτωση το τερματικό προχωρά σε μετάδοση χωρίς υποχωρήσεις. Αν οποιαδήποτε στιγμή στο διάστημα DIFS πριν την μετάδοση ανιχνευθεί ενεργό μέσο τότε γίνεται μετάβαση στη συνήθη διαδικασία ανταγωνισμού. Έτσι και καθώς  $DIFS = SIFS + 2\sigma$ , ορίζονται οι τρεις νέες καταστάσεις για τον έλεγχο του μέσο κατά την DIFS.

Με  $\tau_K$  εκφράζεται η πιθανότητα εκπομπής σε μια χρονοθυρίδα (αντίστοιχα με το  $\tau_B$  προηγούμενα). Επιπλέον με δεδομένο ότι το τερματικό δεν έχει πακέτα προς αποστολή, τότε οι πιθανότητες μια τυχαία επιλεγμένη χρονοθυρίδα της αλυσίδας να είναι ανενεργή, επιτυχής και ανεπιτυχής, δίνεται από τα  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P^*$  αντίστοιχα. Έτσι αν τα υπόλοιπα τερματικά είναι  $(n - 1)$  έχουμε:

$$P_0 = (1 - \tau_K)^{n-1} \quad (10.65)$$

$$P_1 = (n - 1) \cdot \tau_K \cdot (1 - \tau_K)^{n-2} \quad (10.66)$$

$$P^* = 1 - P_0 - P_1 \quad (10.67)$$

Χρησιμοποιώντας τις αναμενόμενες τιμές των χρονοθυρίδων που υπολογίστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, μπορεί να υπολογιστεί η πιθανότητα μετάβασης  $P_a$  να πραγματοποιηθεί άφιξη ενώ το μέσο είναι ανενεργό και η  $P_b$  η άφιξη να γίνει σε ενεργή χρονοθυρίδα (επιτυχής ή όχι). Από την εκθετική κατανομή ισχύει:

$$P_a = P_0 \cdot \left(1 - e^{-a \cdot E[t_{idle}]}\right) \quad (10.68)$$

$$P_b = P_1 \cdot \left(1 - e^{-a \cdot E[t_s]}\right) + P^* \cdot \left(1 - e^{-a \cdot E[t_c]}\right) \quad (10.69)$$

Στη συνέχεια υπολογίζονται οι οριακές πιθανότητες  $b_{i,k}$  καθώς η αλυσίδα είναι εργοδική και αμείωτη. Οι Υπολογισμοί μπορούν να βρεθούν στο Παράρτημα A :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{IDLE} = \frac{(1-\phi)}{P_a+P_b} \cdot b_{0,0} \\ b_{-1,d} = P_a P_0^{3-d} \cdot b_{IDLE} \quad , d \in [1, 3] \\ b_{i,0} = p^i \cdot b_{0,0} \quad , i \in [1, M] \\ b_{0,k} = b_{0,0} - P_a P_0^3 \cdot b_{IDLE} \\ \quad - \frac{k}{W} [\phi \cdot b_{0,0} + P_b \cdot b_{IDLE} \\ \quad + (1 - P_0) \sum_{d=1}^3 b_{-1,d}] \quad , k \in [1, W_0 - 1] \\ b_{i,k} = \left(1 - \frac{k}{2^i W}\right) \cdot b_{i,0} \quad , i \in [1, m] \\ b_{i,k} = \left(1 - \frac{k}{2^m W}\right) \cdot b_{i,0} \quad , i \in [m + 1, M] \end{array} \right. \quad (10.70)$$

Η πιθανότητα  $\tau_K$  υπολογίζεται από τις οριακές πιθανότητες των καταστάσεων  $(i, 0)$  και έτσι:

$$\tau_K = \sum_{i=0}^M b_{i,0} = \frac{1 - p^{M+1}}{1 - p} \cdot b_{0,0} \quad (10.71)$$

$$\implies b_{0,0} = \tau_K \frac{1 - p}{1 - p^{M+1}} \quad (10.72)$$



ενώ η πιθανότητα σύγκρουσης δεδομένης της μετάδοσης  $p$  δίνεται:

$$p = 1 - (1 - \tau_K)^{n-1} \quad (10.73)$$

Επίσης ισχύει η συνθήκη κανονικοποίησης για τις οριακές πιθανότητες:

$$\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} b_{i,k} + \sum_{i=m+1}^M \sum_{k=0}^{W_m-1} b_{i,k} + \sum_{d=1}^3 b_{-1,d} + b_{IDLE} = 1 \quad (10.74)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις της (10.70) καθώς και της (10.74) προκύπτει εξίσωση στην οποία αντικαθιστώντας την τιμή του  $b_{0,0}$  από την (εξ. 10.72), τα  $E[t_s]$ ,  $E[t_c]$  και  $E[t_{idle}]$  από τις (10.59), (10.61) και (10.56) και το  $p$  από την (10.73), προκύπτει μια μη-γραμμική εξίσωση με άγνωστο το  $\tau_K$  η οποία και μπορεί να λυθεί αριθμητικά. Με την τιμή αυτή και καθώς εξακολουθούν να ισχύουν οι σχέσεις (10.59), (10.61) και (10.56) υπολογίζονται οι πιθανότητες  $P_S$ ,  $P_C$  και  $P_{idle}$  οι οποίες και είναι απαραίτητες στον υπολογισμό του κανονικοποιημένου Throughput για την αξιολόγηση της iDCF. Σημειώνεται ότι το τελικό αποτέλεσμα επηρεάζεται εκτός από τις τιμές  $T$  και  $\tau$  και από τις παραμέτρους  $\alpha$  και  $\phi$  του υιοθετούμενου τηλεπικοινωνιακού μοντέλου. Τελικά ο υπολογισμός του Throughput ολοκληρώνεται όμοια με το μοντέλο του Bianchi.

$$S_{nsat}(\alpha, \phi) = \frac{P_S \cdot L_p / R}{P_{idle} \cdot E[t_{idle}] + P_S \cdot E[t_s] + P_C \cdot E[t_c]} \quad (10.75)$$

**Μέση Καθυστέρηση μετάδοση πλαισίου** Παρουσιάζει ενδιαφέρον ο υπολογισμός της μέσης καθυστέρησης μετάδοσης πακέτου λόγω της ιδιομορφίας της αποστολής του πρώτου πακέτου και της απευθείας μετάδοσης στην περίπτωση που ο δίαυλος παραμένει ανενεργός για διάστημα DIFS. Η μέση καθυστέρηση παραμονής στην  $j$ -οστή γραμμή της Μαρκοβιανής Αλυσίδας προσδιορίζεται με βάση τη σχέση:

$$E[Y_j] = \frac{W_j - 1}{2} \cdot (P_{idle} \cdot E[t_{idle}] + P_S \cdot E[t_s] + P_C \cdot E[t_c]) \quad (10.76)$$

Η μέση καθυστέρηση μετάδοσης για ένα κοινό πακέτο που συμμετέχει κανονικά στη διαδικασία του ανταγωνισμού δίνεται από τη σχέση (όπου έχει ληφθεί υπόψη το κατώφλι  $m$  των διπλασιασμών του παραθύρου ανταγωνισμού και ο μέγιστος αριθμός επαναμεταδόσεων  $M$ ):

$$\begin{aligned} E[Y] = & \sum_{i=0}^m [p^i(1-p)] \left( \sum_{j=0}^i E[Y_j] + iE[t_c] + E[t_s] - E[t_{DIFS}] \right) \\ & + \sum_{i=m+1}^M [p^i(1-p)] \left( \sum_{j=0}^m E[Y_j] + (i-N) E[Y_m] + iE[t_c] + E[t_s] - E[t_{DIFS}] \right) \\ & + \left( 1 - \sum_{i=0}^M [p^i(1-p)] \right) \left( \sum_{j=0}^m E[Y_j] + (M-m) E[Y_m] + (M+1) E[t_c] \right) \end{aligned} \quad (10.77)$$

Για τον υπολογισμό της μέσης καθυστέρησης του πρώτου πακέτου  $E[Y_f]$  μιας ροής πρέπει να ληφθούν υπόψη οι περιπτώσεις που βρίσκει το μέσο ανενεργό ( $P_a$ ) ή κατειλημμένο ( $P_b$ ). Το

αποτέλεσμα δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}[Y_f] = & \sum_{d=0}^2 \left\{ \left( d \frac{\mathbf{E}[t_{\text{DIFS}}] - \mathbf{E}[t_{\text{SIFS}}]}{2} + \mathbf{E}[t_s] + \mathbf{E}[Y] \right) \cdot \frac{P_a P_0^d P_1}{P_a + P_b} \right\} \\
 & + \sum_{d=0}^2 \left\{ \left( d \frac{\mathbf{E}[t_{\text{DIFS}}] - \mathbf{E}[t_{\text{SIFS}}]}{2} + \mathbf{E}[t_c] + \mathbf{E}[Y] \right) \cdot \frac{P_a P_0^d P^*}{P_a + P_b} \right\} \\
 & + (\mathbf{E}[t_{\text{DIFS}}] + \mathbf{E}[t_s]) \cdot \frac{P_a P_0^3 P_0}{P_a + P_b} \\
 & + (\mathbf{E}[t_{\text{DIFS}}] + \mathbf{E}[Y^*]) \cdot \frac{P_a P_0^3 (1 - P_0)}{P_a + P_b} \\
 & + \left( \frac{\mathbf{E}[t_s]}{2} + \mathbf{E}[Y] \right) \cdot \frac{P_1 (1 - e^{-\alpha \mathbf{E}[t_s]})}{P_a + P_b} \\
 & + \left( \frac{\mathbf{E}[t_c]}{2} + \mathbf{E}[Y] \right) \cdot \frac{P^* (1 - e^{-\alpha \mathbf{E}[t_c]})}{P_a + P_b}
 \end{aligned} \tag{10.78}$$

Η επεξήγηση της σχέσης είναι η ακόλουθη: Η πρώτη γραμμή εκφράζει την πιθανότητα άφιξης σε ανενεργό μέσο αλλά πριν την ολοκλήρωση της DIFS το μέσο καταλαμβάνεται από επιτυχή μετάδοση. Ο όρος  $(\mathbf{E}[t_{\text{DIFS}}] - \mathbf{E}[t_{\text{SIFS}}])/2$  εκφράζει το  $\sigma$  λόγω της σχέσης του με τα DIFS και SIFS. Οι χρονοσχιμές πρωτοκόλλου δεν λαμβάνονται από το  $E[t_{\text{idle}}]$  καθώς αποτελούν μια DIFS και δεν συμμετέχουν σε μια οποιαδήποτε διαδικασία υποχώρησης. Η δεύτερη γραμμή εκφράζει την περίπτωση άφιξης σε ανενεργό μέσο και κατά την DIFS κατάληψη του μέσου με ανεπιτυχή μετάδοση. Η τρίτη γραμμή εκφράζει την άφιξη σε ανενεργό μέσο και ολοκλήρωση της μετάδοσης μετά την DIFS. Η πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση  $(-1, 3)$  στην  $(0, 0)$  είναι ίση με  $P_0^3$ , και η μετάδοση ολοκληρώνεται με πιθανότητα  $P_0$ . Η τέταρτη γραμμή είναι η αντίστοιχη περίπτωση όπου όμως πραγματοποιείται σύγκρουση. Το  $E[Y^*]$  υπολογίζεται όπως και το  $E[Y]$  στη σχέση (10.77), αλλά η αρχική τιμή για το  $i$  είναι το 1 και όχι το 0 καθώς ήδη έχει προηγηθεί μια σύγκρουση. Τέλος οι δυο τελευταίες γραμμές αναπαριστούν την περίπτωση άφιξης κατά τη διάρκεια επιτυχούς και ανεπιτυχούς μετάδοσης από τα άλλα τερματικά αντίστοιχα. Λόγω του ότι η άφιξη μπορεί να γίνει οποιαδήποτε στιγμή κατά τη χρονική διάρκεια της απόπειρας μετάδοσης, η τιμή υπολειπόμενου χρόνου πριν την διαδικασία ανταγωνισμού τίθεται στο  $E[t_{c \text{ or } s}]/2$  ως μέση τιμή.

Έτσι μπορεί να υπολογιστεί η αναμενόμενη καθυστέρηση μετάδοσης ολοκλήρωσης της ροής από τις μέσες καθυστερήσεις των μεμονωμένων πακέτων:

$$\mathbf{E}[Y_{\text{Flow}}] = \mathbf{E}[Y_f] + \left( \frac{1}{1 - \phi} - 1 \right) \cdot \mathbf{E}[Y] \tag{10.79}$$

Τέλος η πιθανότητα απώλειας πακέτου ( $M$  συγκρούσεις) δίνεται από:

$$P_L = p^{M+1} \tag{10.80}$$

### 10.4.3 Απόδειξη οφέλους χρήσης της iDCF

Ένας σημαντικός δείκτης επίδοσης του MAC είναι η πιθανότητα  $P_s$  που εκφράζει την πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης δεδομένου ότι γίνεται μετάδοση. Ο δείκτης αυτός εκφράζει ουσιαστικά το ποσοστό της ισχύος του συστήματος που χρησιμοποιείται για μεταφορά δεδομένων σε σχέση με την ισχύ που σπαταλάται μάταια λόγω συγκρούσεων. Θεωρείται η Αλυσίδα κορεσμού. Η  $P_s$  θα δίνεται από τον λόγο της πιθανότητας μια τυχαία μετάδοση να είναι επιτυχής ( $P_s$ ) προς την

πιθανότητα να πραγματοποιείται μετάδοση σύμφωνα με την σχέση των υπό συνθήκη πιθανοτήτων.

$$P_s = g(\tau_B) = \frac{P_S}{P_{Tx}} = \frac{n\tau_B(1 - \tau_B)^{n-1}}{1 - (1 - \tau_B)^n} \quad (10.81)$$

Για να γίνει σύγκριση των επιδόσεων θεωρείται ένα υποθετικό, συμβατικό σύστημα το οποίο δεν παγώνει τη διαδικασία υποχώρησης όταν το χρονικό διάστημα μέχρι την επόμενη διακοπή μειωθεί πέρα από μια θεωρημένη τιμή  $t_{ITxOp}$ . Το υποθετικό αυτό σύστημα μπορεί να μοντελοποιηθεί με Μαρκοβιανή Αλυσίδα, όμως οι τιμές των πιθανοτήτων της μετάδοσης που καταλήγει σε σύγκρουση, της πραγματοποίησης μετάδοσης από ένα τερματικό και των οριακών πιθανοτήτων μεταβάλλονται σε  $p'$ ,  $\tau'_B$  και  $b'_{i,k}$  αντίστοιχα. Για να υπολογιστούν αυτές οι τιμές εργαζόμαστε ως εξής:

Οι σχέσεις που συνδέουν τις οριακές πιθανότητες και το  $p'$  παραμένουν όμοιες καθώς δεν αλλάζει η Μαρκοβιανή αλυσίδα και δίνονται από τις σχέσεις (10.19) και (10.20). Αλλάζει όμως η σχέση που συνδέει την πιθανότητα  $\tau'_B$  με τις οριακές πιθανότητες. Θα πρέπει λοιπόν να εξεταστεί τι γίνεται για τις χρονοσχισμές πέρα από το κατώφλι  $t_{ITxOp}$  της iDCF. Αν ο μετρητής υποχώρησης μηδενιστεί σε μια από αυτές τις χρονοσχισμές και δεν υπάρχει επαρκής χρόνος για το rts πλαίσιο το τερματικό αυτό θα πραγματοποιήσει μετάδοση μετά την ολοκλήρωση της διακοπής. Έτσι για όλες αυτές τις χρονοσχισμές όλες οι οριακές πιθανότητες καταστάσεων που θα οδηγήσουν στη λήξη του μετρητή πριν την επερχόμενη διακοπή, θα πρέπει να συνυπολογιστούν στην πιθανότητα  $\tau'_B$ . Για τις υπόλοιπες χρονοσχισμές ο υπολογισμός του  $\tau'_B$  γίνεται με τον ίδιο τρόπο με την εξίσωση (10.21). Το πλήθος των χρονοσχισμών πρωτοκόλλου που βρίσκονται ολόκληρες στον ενεργό χρόνο μετά το χρονικό σημείο  $t_{ITxOp}$  δίνεται από το μέγεθος  $\nu_\sigma$ . Έτσι, για το  $\tau'_B$ , προκύπτει:

$$\begin{aligned} \tau'_B = (1 - \Xi) \sum_{i=0}^m b'_{i,0} + P_0^{(\sigma)} \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^0 b'_{i,k} + P_1^{(\sigma)} \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^1 b'_{i,k} \\ + \dots + P_{\nu_\sigma-1}^{(\sigma)} \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{\nu_\sigma-1} b'_{i,k}, \end{aligned} \quad (10.82)$$

όπου  $\Xi$  είναι η πιθανότητα μια χρονοσχισμή να βρίσκεται μετά το κατώφλι  $t_{ITxOp}$  και  $P_0^{(\sigma)}, P_1^{(\sigma)}, \dots, P_{\nu_\sigma-1}^{(\sigma)}$  η πιθανότητα μιας χρονοσχισμής πρωτοκόλλου να έχει αρίθμηση  $0, 1, \dots, \nu_\sigma - 1$  αντίστοιχα. Οι ανενεργές χρονοσχισμές μπορούν να βρίσκονται σε οποιοδήποτε σημείο μέσα στον ενεργό χρόνο με ομοιόμορφη πιθανότητα. Έτσι δεδομένου ότι  $P_0^{(\sigma)} = P_1^{(\sigma)} = \dots = P_{\nu_\sigma-1}^{(\sigma)}$  ισχύει:

$$\Xi = P_0^{(\sigma)} + P_1^{(\sigma)} + \dots + P_{\nu_\sigma-1}^{(\sigma)} = \frac{\nu_\sigma \sigma}{T - \tau} \quad (10.83)$$

Περιορίζοντας το διάστημα άθροισης επειδή κάθε στάδιο υποχώρησης  $i$  περιέχει  $W_i - 1$  καταστάσεις προκύπτει:

$$\tau'_B = (1 - \Xi) \sum_{i=0}^m b'_{i,0} + \frac{\Xi}{\nu_\sigma} \sum_{j=0}^{\nu_\sigma-1} \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{\min(j, W_i-1)} b'_{i,k} \quad (10.84)$$

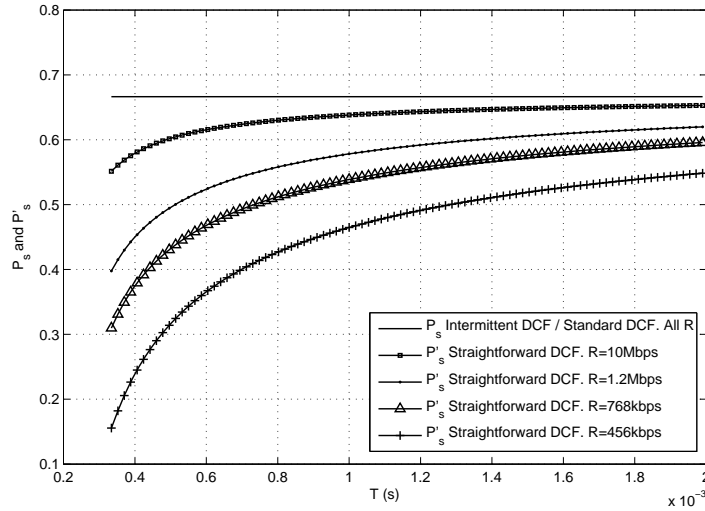
Μετά από πράξεις και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (10.19), η πιθανότητα  $\tau'_B$  προκύπτει:

$$\tau'_B = \frac{b'_{0,0}}{1 - p'} \left\{ 1 + \frac{\nu_\sigma(\nu_\sigma - 1)\sigma}{2(T - \tau)} \left[ 1 - \frac{\nu_\sigma + 1}{3W} \cdot \frac{1 - p' + (p'/2)^{m+1}}{1 - (p'/2)} \right] \right\}, \quad (10.85)$$

$$\nu_\sigma \leq W$$

όπου το  $b'_{0,0}$  προκύπτει από την (10.20) θέτοντας  $p'$  όπου  $p$ . Όπως και στην παράγραφο 10.4.1 η σχέση πιθανότητας  $p'$  και  $\tau'_B$  παραμένει:  $p' = 1 - (1 - \tau'_B)^{n-1}$ . Αν λυθεί το σύστημα αυτής της εξίσω-

σης με την (10.85) προκύπτει η τιμή του  $\tau'_B$ . Με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις των αντίστοιχων μεταβλητών υπολογίζεται η τιμή της  $P'_s$  μέσω της  $P'_s = g(\tau'_B)$  που ορίζεται στην (10.81).



**Σχήμα 10.19:**  $P_s$  για την DCF και  $P'_s$  για την ευθεία υλοποίηση της DCF σαν συνάρτηση της περιόδου, σταθερό  $\tau = 200 \mu s$  και διαφορετικούς ρυθμούς μετάδοσης.

Το σχήμα 10.19 παρουσιάζει την χειρότερη πιθανότητα του  $P'_s$  για τέσσερις ρυθμούς μετάδοσης σαν συνάρτηση της περιόδου  $T$ , ενώ το  $\tau$  διατηρείται σταθερό. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι καθώς η τιμή του  $\Xi$  ελαττώνεται δηλαδή όσο αυξάνεται ο ενεργός χρόνος  $T - \tau$  η πιθανότητα  $\tau'_B$  τείνει προς την  $\tau_B$  κάτι που επιβεβαιώνεται από την παρατήρηση των σχέσεων (10.85), (10.21). Εξίσωση των  $\tau'_B$  και  $\tau_B$  γίνεται και στις περιπτώσεις στις οποίες  $\nu_\sigma = 0$  ή  $\nu_\sigma = 1$ . Όταν  $\nu_\sigma = 1$  ο μετρητής υποχώρησης μπορεί να μηδενιστεί μόνο σε μια χρονοσχιμή μετά το χρονικό σημείο  $t_{TXOP}$ , αυτή με αρίθμηση 0. Αυτό δεν προκαλεί αριθμό συγκρούσεων μεγαλύτερο από τον αναμενόμενο. Όταν  $\nu_\sigma = 0$  (σχήμα 10.12), ο μετρητής υποχώρησης δε μηδενίζεται ποτέ μετά το χρονικό σημείο  $t_{TXOP}$  και το φαινόμενο που περιγράφεται στο σχήμα 10.12(i) δε συμβαίνει ποτέ.

## 10.5 Αποτελέσματα Εξομοιώσεων:

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται αποτελέσματα εξομοιώσεων και συγκρίσεις με εξόδους όπως αυτές βγαίνουν από το αναλυτικό μοντέλο. Με αυτόν τον τρόπο επαληθεύεται η καταλληλότητα των προτεινόμενων Μαρκοβιανών αλυσίδων, η βελτίωση των επιδόσεων από τη χρήση της iDCF, καθώς και ο τρόπος που επηρεάζεται η επίδοση του συστήματος με την μεταβολή διάφορων παραμέτρων. Οι παράμετροι που επιλέγονται για την εξομοίωση παρουσιάζονται στον πίνακα 10.6. Σύμφωνα λοιπόν με όσα αναφέρονται στις εξομοιώσεις μελετάται η συμπεριφορά της iCDF με μεταβαλλόμενα τα μεγέθη  $L_{min}$ , ρυθμό δεδομένων,  $T$  και  $\tau$  καθώς και οι παράμετροι του μοντέλου τηλεπικοινωνιακής κίνησης. Το φυσικό στρώμα που χρησιμοποιήθηκε στον εξομοιωτή είναι το IEEE 802.11a [216] και με βάση το πρότυπο δόθηκαν οι αντίστοιχες τιμές στα μεγέθη PHY και MAC.

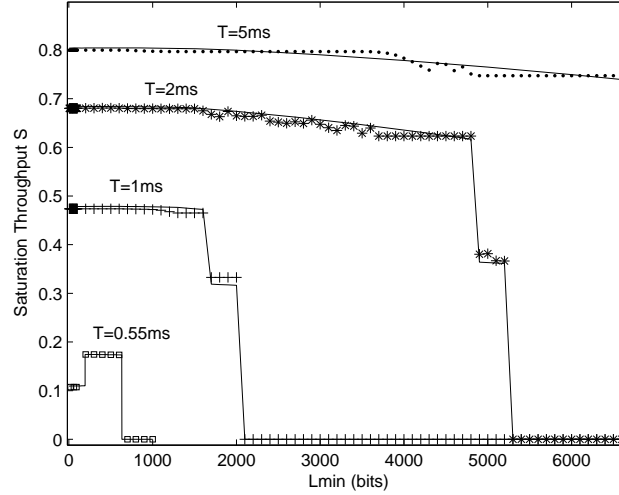
### 10.5.1 Η παράμετρος $L_{min}$

Η παράμετρος αυτή υπενθυμίζεται ότι είναι το ελάχιστο επιτρεπτό μέγεθος τεμαχίου για το οποίο πραγματοποιείται δυναμικός τεμαχισμός. Από τις εξισώσεις (10.48) και (10.34) του ανα-

Περιγραφή	Σύμβολο	Τιμή
<b>ΦΥΣΙΚΟ ΣΤΡΩΜΑ</b>		
Επιπρόσθετο Χρονικό Φορτίο	$t_{oh}$	62.5 $\mu$ s
Φορτίο Μεταδιδόμενων bits	$L_{oh}$	22 bits
Ρυθμός Μετάδοσης	$R$	bps - μεταβλητός
<b>ΥΠΟΣΤΡΩΜΑ MAC</b>		
Διάστημα Σιγής SIFS	$SIFS$	16 $\mu$ s
Χρονοσχισημή Πρωτοκόλλου	$\sigma$	9 $\mu$ s
Διάστημα Σιγής DIFS	$DIFS$	34 $\mu$ s
Μήκος Επικεφαλίδας MAC	$L_{MAC,HD}$	272b
Μήκος Πλαισίου rts	$L_{rts}$	160b
Μήκος Πλαισίων ack, cts	$L_{rsp}$	112b
Ελάχιστο Επιτρεπτό Ωφέλιμο Φορτίο	$L_{min}$	bits - μεταβλητό
Αρχικό Παράθυρο Ανταγωνισμού	$W, W_0$	16
Στάδια Υποχώρησης	$m$	6
Αριθμός Επαναμεταδόσεων	$M$	8
<b>ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ</b>		
Μήκος SDU / Ωφέλιμο Φορτίο	$L_p$	bits - μεταβλητό
Κατανομή Διάρκειας Ανενεργών Περιόδων	$\alpha$	$s^{-1}$ - μεταβλητό
Κατανομή Πλήθους Πακέτων ανά Ροή	$\phi$	μεταβλητό
<b>ΔΙΚΤΥΟ</b>		
Τοπολογία		Τυχαία - σταθερή
Πλήθος Τερματικών	$n$	μεταβλητό
Μέγιστη Καθυστέρηση Διάδοσης	$\delta$	$1/3\mu$ s
<b>ΕΠΙΚΑΛΥΠΤΙΚΗ - ΔΙΑΚΟΠΤΟΜΕΝΗ ΠΡΟΣΒΑΣΗ ΣΤΟ ΦΑΣΜΑ</b>		
Περίοδος εκτέλεσης Διαδικασιών		
Ανίχνευσης Φασματικών Οπών	$T$	s - μεταβλητή
Διάρκεια / Καθυστέρηση Διαδικασιών		
Ανίχνευσης Φασματικών Οπών	$\tau$	s - μεταβλητή

**Πίνακας 10.6:** Παράμετροι εισόδου αναλυτικού μοντέλου και προσομοιωτή

λυτικού μοντέλου φαίνεται πως η μικρή τιμή της παραμέτρου προκαλεί μείωση της συνολικής διάρκειας της μετάδοσης δεδομένων καθώς οι ανεκμετάλλετοι χώροι ελαττώνονται συχνά. Παρόλα αυτά παρατηρείται ένα ισοζύγιο καθώς μεγάλες τιμές παραμέτρου έχουν ως αποτέλεσμα μικρότερο αριθμό τεμαχίων  $n_F$  καθώς το πρώτο μεταδιδόμενο τεμάχιο εξαναγκάζεται να λαμβάνει μεγαλύτερη τιμή όπως φαίνεται από την σχέση (10.50). Αυτό έχει σαν συνέπεια λιγότερες επικεφαλίδες και acks δηλαδή λιγότερο σύνολο δεδομένων και συνολικά μικρότερη διάρκεια. Το γεγονός ύπαρξης δυο αντιμαχόμενων σεναρίων δείχνει ότι λογικά μπορεί να βρεθεί μια τιμή  $L_{min}$  που ελαχιστοποιεί το  $E[t_{data}]$ . Στο σχήμα 10.20 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα throughput κορεσμού (εξομοιώσεων και μοντέλου) με τις υπόλοιπες παραμέτρους εξομοίωσης να δίνονται στον τίτλο του σχήματος για τέσσερις διαφορετικές τιμές  $T$ . Παρατηρούνται συγκεκριμένες ασυνέχειες στις οποίες το throughput μειώνεται κατά περίπου 40% για  $T = 1ms$ ,  $T = 2ms$ . Οι ασυνέχειες αυτές οφείλονται στην μετάβαση από την περίπτωση Ia στην περίπτωση Ib του σχήματος 10.16. Από την άλλη για την μικρότερη τιμή του  $T$  παρατηρείται η αντίστροφη διαδικασία καθώς σε αυτή την περίπτωση μεγαλύτερα τεμάχια έχουν ως αποτέλεσμα μεγαλύτερη κατάληψη ενεργού χρόνου χωρίς συνεχείς διακοπές. Στην περίπτωση μεγάλου  $T = 5ms$  η μετάβαση στο Ib πραγματοποιείται για  $L_{min} \simeq 14400$  bits και για αυτό δεν παρατηρείται ανάλογη συμπεριφορά. Είναι λοιπόν πολύ κρίσιμη παράμετρος η επιλογή του  $L_{min}$  κάτι που μπορεί να επιβεβαιωθεί και με σενάρια που παρουσιάζουν τις περιπτώσεις II και III του σχήματος. Η παραπάνω παρατήρηση οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η επιλογή του  $L_{min}$  μπορεί να οδηγήσει σε επιλογή συγκεκριμένης υποπερίπτωσης με την οποία βελτιώνεται σημαντικά η επίδοση του iDCF.



**Σχήμα 10.20:** Throughput κορεσμού σε συνάρτηση της παραμέτρου  $L_{min}$  για τέσσερις τιμές περιόδου  $T$ .  $L_P = 16kb$ ,  $R = 3.2Mbps$ ,  $n = 30$ ,  $\tau = 0.2ms$ .

**Επιλογή υποπερίπτωσης με το  $L_{min}$**  Ο εκθετικός δείκτης υποδεικνύει την εκάστοτε περίπτωση και υποπερίπτωση. Όταν ο αριθμός  $L_{PF}^{(ia)}$ ,  $i = I, II, III$  των bits δεδομένων ανά τεμάχιο δεδομένων, που μπορεί να χωρέσει μετά το διάστημα  $\lambda$  των υποπεριπτώσεων  $\alpha$  είναι μεγαλύτερος του  $L_{ut}$  τότε η μόνη δυνατή υποπερίπτωση είναι η  $\alpha$ , καθώς δεν μπορεί να επιλεγθεί  $L_{min} > L_{PF}^{(ia)}$  γιατί η μετάδοση θα αναβάλλεται συνεχώς για τον επόμενο ενεργό χρόνο. Από την άλλη αν ο υπολειπόμενος χρόνος μετά την παρέλευση της διάρκειας  $\lambda$  δεν είναι αρκετός για να καλύψει την ελάχιστη ποσότητα πληροφορίας τότε η DFS εξαναγκάζεται στην περίπτωση  $\beta$  και σε αυτή την περίπτωση ισχύει  $L_{PF}^{(ia)} \leq 0$ . Κατά συνέπεια επιλογή υποπερίπτωσης μπορεί να πραγματοποιηθεί με βάση τον κανόνα:

$$L_{min}^{(a)} \in (0, \max(0, \min(L_{PF}^{(ia)}, L_{ut}))), L_{PF}^{(ia)} > 0 \quad (10.86a)$$

$$L_{min}^{(b)} \in (\max(0, \min(L_{PF}^{(ia)}, L_{ut})), L_{ut}], L_{PF}^{(ia)} < L_{ut} \quad (10.86b)$$

Για να μπορεί να γίνει επιλογή υποπερίπτωσης συμπερασματικά πρέπει να ισχύει η συνθήκη  $0 < L_{PF}^{(ia)} < L_{ut}$ . Με δεδομένη αυτή τη συνθήκη η επιλογή της υποπερίπτωσης γίνεται με βάση την ανισότητα:

$$E[t_{DFS}^{(ib)}(x)] < E[t_{DFS}^{(ia)}(x)] \quad (10.87)$$

Με χρήση των εξισώσεων (10.46), (10.47), (10.45) και (10.87) προκύπτει ότι:

$$(n_T^{(ib)}TR - L_{PF}^{(ib)})E[n_F^{(ib)}(x)] + L_{PF}^{(ib)} < (n_T^{(ia)}TR - L_{PF}^{(ia)})E[n_F^{(ia)}(x)] + L_{PF}^{(ia)} + \lambda^{(ia)}R \quad (10.88)$$

Με βάση τη σχέση 10.88 καταλήγουμε στον κανόνα:

Αν ο υπολογισμός της ανισότητας δείξει ότι είναι αληθής, τότε η ευνοϊκή περίπτωση είναι η  $\beta$ , ενώ αν αποτιμηθεί ψευδής η ευνοϊκή περίπτωση είναι η  $\alpha$ .

Κατά συνέπεια η βέλτιστη τιμή πρέπει να αναζητηθεί στη συνέχεια στο ανάλογο διάστημα τιμών. Ο υπολογισμός της  $E[n_F(x)]$  γίνεται αριθμητικά μέσω της (10.49) στο μεγαλύτερο δυνατό κοινό εύρος του  $x$  για τις δυο υποπεριπτώσεις. Μεγιστοποίηση του εύρους πετυχαίνεται για  $L_{min}^{(a)} = L_{PF}^{(ia)}$  και  $L_{min}^{(b)} = L_{PF}^{(ia)} + 1$ .

**Βέλτιστη τιμή του  $L_{min}$**  Στο σχήμα 10.20 γίνεται ορατό, ότι από τη στιγμή που επιλεγεί η ευνοϊκή υποπερίπτωση δεν παρουσιάζονται ιδιαίτερες μεταβολές στον επιτεύξιμο ρυθμό μετάδοσης.

Παρόλα αυτά η βελτιστοποίηση αυτή θα εξασφαλίσει ότι το επιπρόσθετο φορτίο που συνοδεύει το μεταδιδόμενο τεμάχιο δεν έχει ως αποτέλεσμα την χειροτέρευση της. Η διαδικασία για την τιμή εκείνη που βελτιστοποιεί την επίδοση της iDCF αποτελεί ένα μονοδιάστατο διακριτό οριοθετημένο πρόβλημα βελτιστοποίησης, με συνάρτηση κόστους την ποσότητα  $E[t_{DFS}(x)]$  και αντίστοιχα τη μεγιστοποίηση του Throughput. Το πρόβλημα αυτό λύνεται με την μέθοδο EEM (εξοντωτική μέθοδος απαρίθμησης) η οποία όμως όπως φανερώνει και το όνομα της έχει ιδιαίτερα υψηλό υπολογιστικό κόστος. Παρόλα αυτά κατέστη δυνατό να βρεθεί μια απλούστερη μέθοδος με χρήση ενός απλού αλγορίθμου.

Εστω  $z$ ,  $z \in N^*$  ο αριθμός των bits δεδομένων που μεταδίδονται σε ένα τεμάχιο στον υπολειπόμενο χρόνο. Τότε ισχύει:

$$t_{oh} + \frac{L_H + z}{R} + \delta = t_{utBoundary} - t_{current}, \quad (10.89)$$

με  $t_{utBoundary}$  να είναι η χρονική στιγμή έναρξης της διακοπής ανίχνευσης και  $t_{current}$  η στιγμή εκκίνησης μετάδοσης του τεμαχίου. Κατά τα γνωστά αν  $z \geq L_{min}$  η μετάδοση πραγματοποιείται άμεσα, διαφορετικά αναβάλλεται για τον επόμενο ενεργό χρόνο. Για να είναι ευνοϊκή η απόφαση να μην αποσταλεί τεμάχιο δεδομένων τη δεδομένη στιγμή, πρέπει ο συνολικός χρόνος που θα δαπανηθεί για την αποστολή ολόκληρου του ωφέλιμου φόρτου να είναι μικρότερος από αυτόν που θα προέκυπτε, αν πραγματοποιιούταν δυναμικός τεμαχισμός, δηλαδή:

$$\begin{aligned} t_{utBoundary} - t_{current} + \tau + t_{DFS}(L_{ut}) &< t_{DFS}(z) \\ \Rightarrow t_{oh} + \frac{L_H + z}{R} + \tau + t_{DFS}(L_{ut}) &< t_{DFS}(z) \end{aligned} \quad (10.90)$$

Για  $L_{ut} < L_P$  ισχύει

$$\left\lceil \frac{L_P - z}{L_{PF}} \right\rceil - \frac{z/R}{n_T T - L_{PF}/R} > \frac{\tau + t_{oh} + L_H/R + \delta}{n_T T - L_{PF}/R} + n_F(L_{ut}) \quad (10.91)$$

και για  $L_{ut} = L_P$  η:

$$\left\lceil \frac{L_P - z}{L_{PF}} \right\rceil - \frac{z/R}{n_T T - L_{PF}/R} > \frac{T - \lambda - L_{PF}/R}{n_T T - L_{PF}/R} \quad (10.92)$$

Η επίλυση των ανισοτήτων μπορεί να γίνει αριθμητικά. Το αρνητικό πρόσημο εμπρός από το  $z$ , οδηγεί στο συμπέρασμα ότι μπορεί να βρεθεί ένα  $K$ ,  $K \in N^*$  τέτοιο ώστε για  $z \leq K$ , οι ανισότητες να ικανοποιούνται

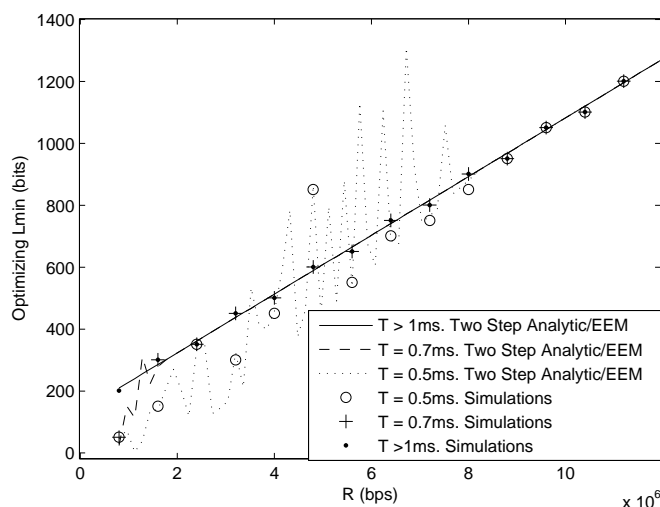
Η τιμή του  $L_{min}$  που αναζητείται μπορεί να είναι σε σχέση με το  $K$  είτε μικρότερη είτε μεγαλύτερη είτε ίση. Συγκεκριμένα:

- Για  $L_{min} > K$  υπάρχουν  $z$  στο διάστημα  $K < z < L_{min}$  τα οποία, ενώ θα αποφασιστεί ο τεμαχισμός δεδομένων δεν οδηγεί σε μείωση της διάρκειας της DFS, από τη στιγμή που οι (10.91) και (10.92) δεν ικανοποιούνται.
- Για  $L_{min} < K$  υπάρχουν  $z$  στο διάστημα  $L_{min} < z < K$  για τα οποία, ενώ αποφασίζεται ο τεμαχισμός πριν τη διακοπή, μια απόφαση για αναβολή θα οδηγούσε σε μικρότερη DFS καθώς  $z < K$  και οι ανισότητες ικανοποιούνται.

Με τη λογική αυτή, η επιλογή  $L_{min} = K$  φαίνεται ως μια κατάλληλη επιλογή που εξασφαλίζει ότι η απόφαση για δυναμικό τεμαχισμό πριν τη διακοπή θα είναι πάντα ευνοϊκή. Σε όλες τις δοκιμές που έγιναν για όλα τα σενάρια, η επιλογή αυτή δίνει όμοια αποτελέσματα με αυτά που προκύπτουν μέσω της EEM. Η παραπάνω μέθοδος περιλαμβάνει δυο βήματα υλοποίησης:

1. Προσδιορίζεται το διάστημα μέσα στο οποίο αναζητείται η τιμή  $L_{min}^{opt}$

2. Προσδιορίζεται η τιμή της παραμέτρου σε αυτό το διάστημα.



**Σχήμα 10.21:** Τιμή της παραμέτρου  $L_{\min}$  που βελτιστοποιεί το Throughput της iDCF, συναρτήσει του ρυθμού μετάδοσης για διαφορετικές περιόδους  $T$

Στο σχήμα 10.21 παρουσιάζονται οι βέλτιστες τιμές της  $L_{\min}$  συναρτήσει του ρυθμού μετάδοσης για διάφορες τιμές περιόδου ανίχνευσης, τόσο με θεωρητικό υπολογισμό όσο και με πραγματοποίηση εξομοιώσεων. Ο θεωρητικός υπολογισμός έγινε με χρήση της EEM και σύγκριση του αποτελέσματος με τη μέθοδο των δυο βημάτων και υπήρξε ταύτιση. Η προσομοιούμενη τιμή βρέθηκε με σταδιακή αύξηση κατά 50bits της τιμής της παραμέτρου και επιλογή της τιμής εκείνης που αντιστοιχεί στην καλύτερη επίδοση του συστήματος όσον αφορά το Throughput. Παρατηρήθηκε ότι για τιμές  $T > 1\text{ms}$  καθώς και για μεγάλους ρυθμούς μετάδοσης, η επιλογή του  $L_{\min}^{\text{opt}}$  είναι ανεξάρτητη του  $T$  και έχει γραμμική εξάρτηση με το  $R$ . Για χαμηλότερους ρυθμούς η βέλτιστη τιμή παρουσιάζει ταλαντώσεις και αποκτά εξάρτηση από το  $T$ . Οι ταλαντώσεις που παρουσιάζονται οφείλονται κατά κύριο λόγο στη συνεχή αλλαγή της υποπερίπτωσης ( $\alpha$  ή  $\beta$ ) που είναι ευνοϊκότερη και κατά συνέπεια αλλάζει το διάστημα αναζήτησης του  $L_{\min}^{\text{opt}}$ .

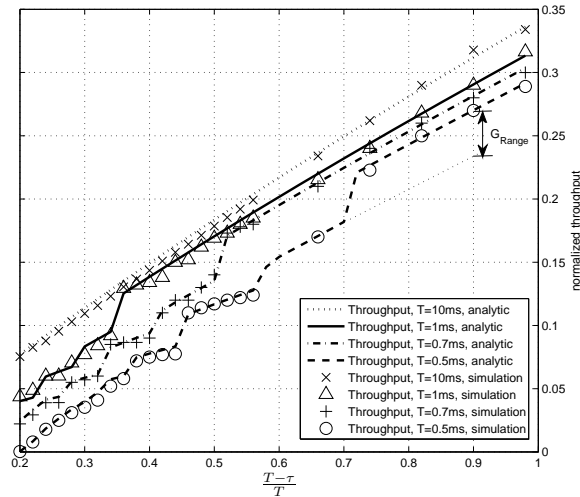
### 10.5.2 Η διάρκεια διακοπής $\tau$

Οι παράμετροι της επικαλυπτικής / διακοπτόμενης λειτουργίας διάρκεια της διακοπής  $\tau$  και περίοδος της διακοπής  $T$  επηρεάζουν ευθέως τη διάρκεια του ενεργού χρόνου.

Η λογική υπόθεση είναι ότι αν κρατάμε σταθερή την τιμή της περιόδου  $T$  και μεταβάλλουμε τη διάρκεια της διακοπής  $\tau$ , το Throughput θα επηρεάζεται γραμμικά ως προς τη μεταβολή του  $\tau$ . Αυτό αποδείχθηκε με το μοντέλο και εξομοιώσεις στο σχήμα 10.22 το οποίο παρουσιάζει τη μεταβολή του Throughput συναρτήσει του ποσοστού του ενεργού χρόνου επί της διάρκειας της περιόδου  $\frac{T-\tau}{T}$ , για διάφορες τιμές της περιόδου  $T$ . Το συγκεκριμένο παράδειγμα αφορά μη κορεσμένη τηλεπικοινωνιακή κίνηση με χαρακτηριστικά  $\lambda = 5/\text{s}$ ,  $\phi = 0.95$ ,  $L_P = 2048\text{bits}$ , για ρυθμό μετάδοσης  $R = 8\text{Mbps}$  και αριθμό ανταγωνιζόμενων τερματικών  $n = 30$ . Το  $L_{\min}$  παίρνει την βέλτιστη τιμή όπως αυτή προκύπτει. Παρατηρείται λοιπόν μια σχεδόν γραμμική μείωση του Throughput σε σχέση με τη μείωση του διαθέσιμου ενεργού χρόνου.

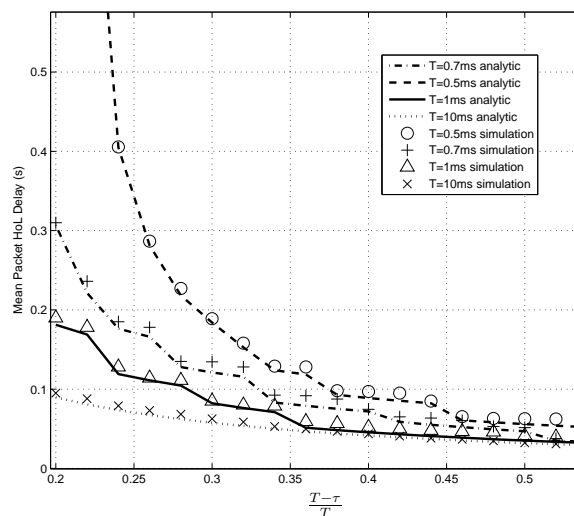
Κάποιες απότομες μεταβολές στις τιμές του Throughput παρουσιάζονται σε κάθε σενάριο όταν γίνεται μετάβαση από περίπτωση σε περίπτωση (βλ. σχήμα 10.16). Κατά τη μετακίνηση στο διάγραμμα προς μικρότερους ενεργούς χρόνους, οι μεταβάσεις αυτές γίνονται νωρίτερα για μικρότερες τιμές της περιόδου διακοπής  $T$ . Στο ίδιο σχήμα διακρίνεται και η χρησιμότητα της ορθής





**Σχήμα 10.22:** Throughput συναρτήσει του ποσοστού ενεργού χρόνου επί της διάρκειας της περιόδου, για διαφορετικές τιμές διάρκειας περιόδου

επιλογής εύρους τιμών (1ο βήμα αλγορίθμου) της παραμέτρου  $L_{min}$ . Μία τιμή που θα εξαναγκάζε το σχηματισμό της DFS στη μη ευνοϊκή υποπερίπτωση λειτουργίας θα είχε σαν αποτέλεσμα την τοποθέτηση του Throughput στην ιδανική προέκταση της ευθείας τιμών του Throughput της μη ευνοϊκής υποπερίπτωσης. Αυτό έχει απεικονιστεί στο σχήμα 10.22 για το σενάριο  $T = 0.5ms$ , στο οποίο παρουσιάζεται σχηματικά το κέρδος  $G_{Range}$  από την επιλογή ευνοϊκής υποπερίπτωσης.

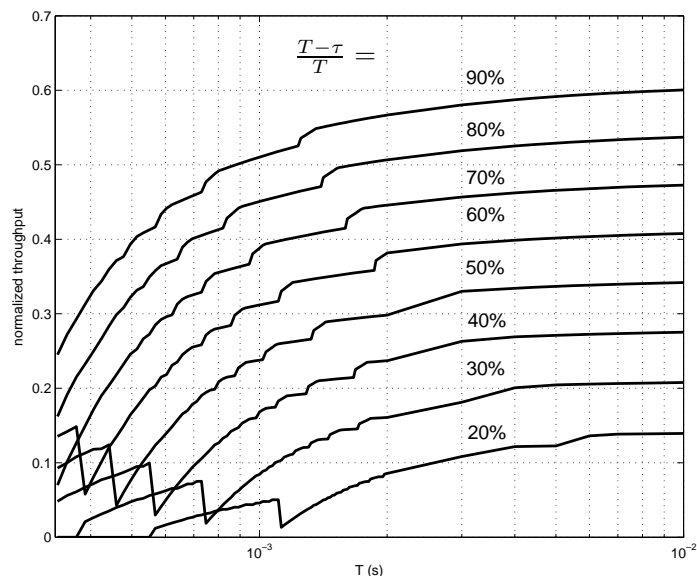


**Σχήμα 10.23:** Μέση καθυστέρηση πλαισίου HoL συναρτήσει του ποσοστού ενεργού χρόνου επί της διάρκειας της περιόδου, για διαφορετικές τιμές διάρκειας περιόδου

Η μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου HoL σε συνάρτηση με το μέγεθος  $\frac{T-\tau}{T}$  εμφανίζεται στο σχήμα 10.23, για τις ίδιες παραμέτρους όπως προηγουμένως. Σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει γραμμική σχέση αλλά καθώς ο ενεργός χρόνος μειώνεται η μέση καθυστέρηση πλαισίου HoL μεγαλώνει με αυξανόμενο ρυθμό. Όσο μικρότερες είναι οι περιόδους των διακοπών τόσο η επίδραση της αύξησης της διάρκειας του είναι ισχυρότερη, αφού η αύξηση της HoL είναι πιο γρήγορη. Κάποιες απότομες μεταβολές με αποτέλεσμα απότομες μειώσεις στη μέση καθυστέρηση μετάδοσης του πλαισίου παρατηρούνται και σε αυτή την περίπτωση, οι οποίες οφείλονται πάλι στις μεταβάσεις του σχηματισμού DFS από τη μια, υποπερίπτωση στην άλλη. Με προέκταση των καμπυλών στις παρουσιαζόμενες ασυνέχειες μπορεί αντίστοιχα να απεικονιστεί το κέρδος της

ορθής επιλογής εύρους τιμών της παραμέτρου  $L_{\min}$ .

### 10.5.3 Η περίοδος διακοπής $T$



**Σχήμα 10.24:** Επίδραση στο Throughput κορεσμού της μεταβολής της περιόδου διακοπής και της διάρκειας διακοπής κατά το ίδιο ποσοστό, ώστε το ποσοστό ενεργού χρόνου επί της περιόδου να παραμένει σταθερό

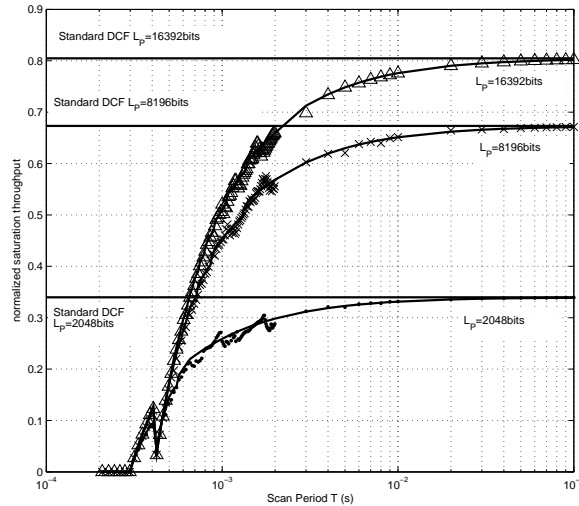
Είναι σαφές ότι η περίοδος διακοπών  $T$ , όπως και η διάρκεια διακοπών  $\tau$  επηρεάζουν άμεσα το Throughput καθώς ελέγχουν τη διάρκεια του ενεργού χρόνου καθώς και τον λόγο του ενεργού χρόνου σε σχέση με την περίοδο των διακοπών, αλλά η εξάρτηση αυτή δεν είναι γραμμική καθώς το  $T$  με μικρότερες τιμές προκαλεί συχνές διακοπές και έχει ως συνέπεια εντονότερα φαινόμενα της διακοπόμενης λειτουργίας όπως πχ ο τεμαχισμός πλαισίων δεδομένων που εισάγει επιπλέον φορτίο ή στον αντίποδα η εμφάνιση ανεκμετάλλευτων υπολειπόμενων ενεργών χρόνων.

Η διαφορά στην εξάρτηση των επιδόσεων της iDCF με την περίοδο  $T$  σε σχέση με αυτήν της διάρκειας διακοπής  $\tau$ , παρουσιάζεται και σχήμα 10.24 (στο συγκεκριμένο παράδειγμα το σενάριο που έχει θεωρηθεί έχει παραμέτρους  $R = 8\text{Mbps}$ ,  $L_p = 8196\text{b}$ ,  $L_{\min} = 100\text{bits}$  και  $n = 30$ ). Σε αυτό μέσω του αναλυτικού μοντέλου υπολογίζεται το throughput κορεσμού.

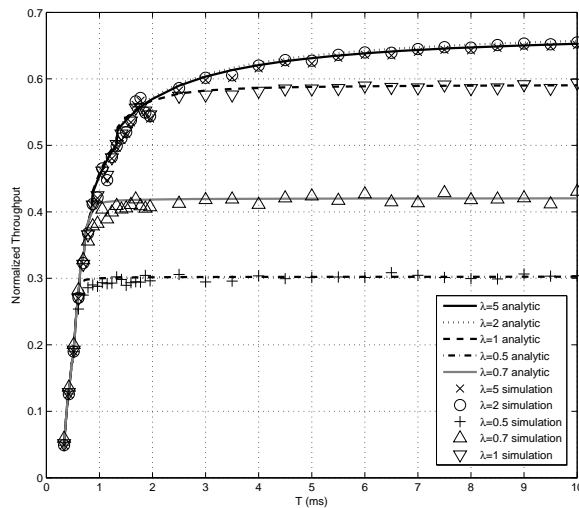
Η εξαρτημένη μεταβλητή στο σενάριο του σχήματος είναι το Throughput, ενώ σε κάθε καμπύλη, διατηρείται σταθερό το ποσοστό ενεργού χρόνου επί της περιόδου διακοπής, δηλαδή η ποσότητα  $\frac{T-\tau}{T}$ , ενώ μεταβάλλεται τόσο η περίοδος διακοπής όσο και η διάρκεια διακοπής. Το αποτέλεσμα είναι ότι με μείωση της περιόδου  $T$  παρατηρείται μείωση της επίδοσης παρόλο που η ποσότητα  $\frac{T-\tau}{T}$  διατηρείται σταθερή κι επομένως μειώνεται και η διάρκεια  $\tau$ . Από την άλλη μεριά η μείωση της επίδοσης στο σχήμα 10.22 με την αύξηση της διάρκειας διακοπής  $\tau$  οφείλεται στην άμεση επίπτωση που αυτή έχει στο ποσοστό ενεργού χρόνου επί της περιόδου, γι' αυτό και η μεταβολή είναι γραμμική.

Για τα επόμενα αποτελέσματα θεωρείται ότι η διάρκεια διακοπής είναι  $\tau = 200\mu\text{s}$ , τιμή κατάλληλη σύμφωνα με τους περιορισμούς που θέτουν οι εξισώσεις (10.36) για όλο το εξεταζόμενο εύρος τιμών της περιόδου  $T$  με  $R = 8\text{Mbps}$ .

Το σχήμα 10.25 δείχνει τη μεταβολή του throughput κορεσμού σε σχέση με το  $T$  για διάφορες τιμές του ωφέλιμου φορτίου  $L_p$ , επιβεβαιώνοντας ξανά την έντονη επίδραση της παραμέτρου  $T$  στην επίδοση της iDCF. Η επίδοση χειροτερεύει πολύ για μικρές τιμές της περιόδου, οπότε και



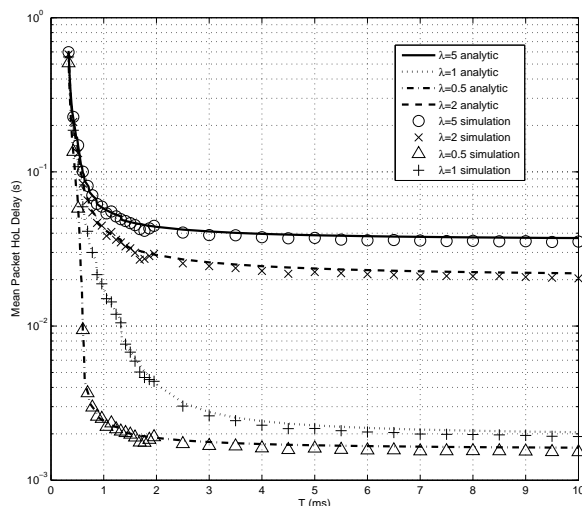
**Σχήμα 10.25:** Throughput κορεσμού συναρτήσει της περιόδου διακοπών  $T$  για σταθερή διάρκεια  $\tau$  και διαφορετικές τιμές του ωφέλιμου φόρτου  $L_p$ .



**Σχήμα 10.26:** Throughput συναρτήσει της περιόδου διακοπών για διάφορες τιμές προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης.

αυξάνει είτε το φορτίο ελέγχου είτε ο ανεκμετάλλετος ενεργός χρόνος. Στον αντίποδα σε μεγαλύτερες τιμές της περιόδου, όπου τα φαινόμενα της διακοπής εμφανίζονται με μικρότερο ρυθμό η επίδοση της iDCF πλησιάζει ασυμπτωτικά το άνω της όριο, το οποίο καθορίζεται από την επίδοση της λειτουργίας DCF του προτύπου IEEE 802.11. Έτσι ενώ για μεγάλες τιμές οι διακοπές δεν έχουν μεγάλη επίδραση στην επίδοση του συστήματος, υπάρχει μια τιμή περιόδου διακοπών κάτω από την οποία μηδενίζεται το throughput, λόγω μη ικανοποίησης των συνθηκών της (10.36) με αποτέλεσμα να μην πραγματοποιούνται μεταδόσεις. Παράλληλα στο σχήμα παρουσιάζεται η επίδραση της αύξησης του ωφέλιμου φορτίου στο throughput κορεσμού. Τέλος πρέπει να παρατηρηθεί η εμφάνιση ταλαντώσεων των καμπυλών σε μια συγκεκριμένη τιμή της περιόδου. Περίπου στην τιμή  $T \simeq 500\mu\text{s}$  για το συγκεκριμένο παράδειγμα, και καθώς αυξάνει το  $T$ , το throughput κορεσμού μειώνεται απότομα πριν αρχίσει την τελική του ανοδική πορεία. Αυτό οφείλεται στην επιλογή σταθερής τιμής για την παράμετρο  $L_{\min}$ . Η επιλογή της βέλτιστης τιμής θα εξαφάνιζε την ταλάντωση εξασφαλίζοντας τη μέγιστη δυνατή επίδοση για κάθε σενάριο.

Στα δύο σχήματα που ακολουθούν χρησιμοποιείται η βέλτιστη τιμή της για το  $L_{\min}$  σε κάθε σε-



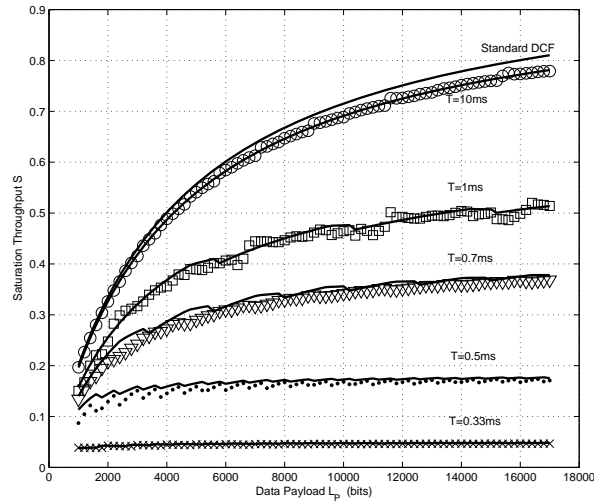
**Σχήμα 10.27:** Μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου HoL συναρτήσει της περιόδου διακοπών για διάφορες τιμές προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης.

νάριο. Στο σχήμα 10.26 απεικονίζεται το throughput και στο σχήμα 10.27 η μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου σαν συνάρτηση της περιόδου διακοπών, για διάφορες τιμές της προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης (μεταβλητό  $\lambda$ ,  $\phi = 0.95$ ,  $L_P = 8196b$ ). Για μεγάλα  $\lambda$ , και όσο αυξάνεται η περίοδος διακοπών, το throughput προσεγγίζει το άνω όριο. Για  $\lambda = 5/\text{sec}$ , οι αφίξεις είναι τόσο συχνές που τα πακέτα στοιβάζονται στην ουρά αναμονής του MAC με αποτέλεσμα να αντιπροσωπεύει το throughput κορεσμού. Για μικρότερα  $\lambda$  παρατηρείται ότι μετά από μια τιμή της περιόδου  $T$  δεν παρατηρείται καμία διαφοροποίηση τόσο στο throughput, όσο και στη μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου. Αυτή είναι μια εξαιρετικά σημαντική παρατήρηση για ένα CR σύστημα καθώς υποδεικνύει ότι στην διακοπτόμενη / επικαλυπτόμενη μετάδοση με χαμηλά φορτία κίνησης, η περίοδος της ανίχνευση μπορεί να μειωθεί αρκετά (δηλαδή να αυξηθεί η συχνότητα των ανιχνεύσεων) χωρίς επίπτωση στην επίδοση του συστήματος ενώ παρέχεται καλύτερη προστασία από παρεμβολές στο πρωτεύον σύστημα.

#### 10.5.4 Το μέγεθος ωφέλιμου φορτίου $L_P$

Γενικά και λογικά ισχύει ότι αυξάνοντας το μέγεθος  $L_P$  αυξάνεται τόσο το Throughput (σχήμα 10.25), όσο και η μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου HoL. Το σχήμα εικονίζει το Throughput κορεσμού σε σχέση με το  $L_P$  για διάφορες τιμές της περιόδου  $T$ . Στο ίδιο σχήμα απεικονίζεται η ανάλογη βελτίωση του throughput και στην συμβατική DCF. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα για τις διάφορες τιμές  $T$  διαπιστώνεται ότι η βελτίωση στο throughput είναι αισθητή και σημαντική σε μεγάλες τιμές  $T$  ενώ φαίνεται να εξαφανίζεται όσο η περίοδος ανίχνευσης μικραίνει. Αυτό το συμπέρασμα εξάγεται και με παρατήρηση του σχήματος 10.25.

Σε ένα κατά το δυνατό ρεαλιστικό σενάριο εκτός από τις συγκρούσεις των μεταδόσεων των CR πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι συγκρούσεις με μεταδόσεις του πρωτεύοντος συστήματος. Όπως είναι λογικό και μπορεί να αποδειχθεί, μικρότερα  $L_P$  έχουν σαν αποτέλεσμα μικρότερους χρόνους παρεμβολής προς το Πρωτεύον δίκτυο. Μάλιστα ο χρόνος παρεμβολής στην περίπτωση σύγκρουσης με πρωτεύον είναι ευθέως ανάλογος της διάρκειας μετάδοσης του πλαισίου δεδομένων. Αυτό γιατί αν γίνει σύγκρουση τότε είτε το CR θα την αντιληφθεί, θα σταματήσει τις εκπομπές, αυξάνοντας το παράθυρο ανταγωνισμού επί 2 και κατά συνέπεια θα μειώσει την παρεμβολή με μείωση των αποπειρών μετάδοσης, είτε δεν θα αντιληφθεί τη σύγκρουση και θα συνεχίσει να μεταδίδει πλαίσιο μικρής όμως διάρκειας με βραχύτερο χρόνο παρεμβολής. Και στις δυο περιπτώσεις



**Σχήμα 10.28:** Throughput κορεσμού συναρτήσεως του μεγέθους του μεταδιδόμενου πλαισίου δεδομένων, για διάφορες τιμές της περιόδου  $T$ .

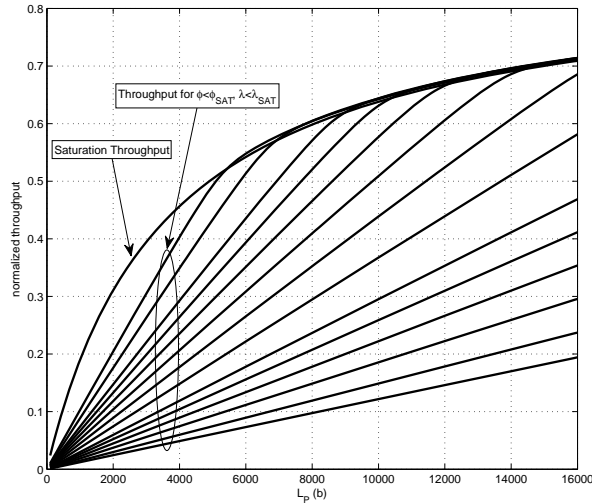
προκαλείται μείωση της προκαλούμενης παρεμβολής. Κατά συνέπεια προκειμένου να μειωθεί η παρεμβολή προς το Πρωτεύον σε ένα σύστημα που απαιτείται σχετικά υψηλός ρυθμός ανιχνεύσεων, είναι καλύτερο να επιλέγεται μικρή τιμή για την παράμετρο  $L_P$ , ειδικά από τη στιγμή που σε αυτές τις περιπτώσεις οι μεγαλύτερες τιμές δεν προσφέρουν αξιόλογη αύξηση του throughput.

Στο ίδιο σχήμα 10.28 και ιδιαίτερα για  $T \leq 1\text{ms}$ , παρατηρούνται ορισμένες ασυνέχειες στα γραφήματα του throughput. Κατά την κίνηση προς μεγαλύτερες τιμές  $L_P$ , σε αυτά τα σημεία, το throughput μειώνεται απότομα και κατόπιν συνεχίζει την αύξουσα συμπεριφορά του. Το πρώτο σημείο στο οποίο παρατηρείται η απότομη μεταβολή, για κάθε τιμή της περιόδου  $T$ , είναι το σημείο όπου ισχύει  $L_P = L_{ut}$ . Για αυτή την τιμή μηδενίζεται το ενδεχόμενο η μετάδοση του πλαισίου να γίνει χωρίς διακοπή. Δηλαδή στην εξίσωση (10.48) ο πρώτος όρος της πιθανότητας  $P_{DNI}$  εξαφανίζεται. Ο όρος αυτός αντιστοιχούσε στη μετάδοση πλαισίου χωρίς διακοπή και εξασφάλιζε μικρότερους χρόνους μετάδοσης. Οι επόμενες ασυνέχειες στα γραφήματα συμβαίνουν περιοδικά στα σημεία:

$$L_P = L_{ut} + \nu \cdot L_{PF}, \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (10.93)$$

Ο λόγος εμφάνισης αυτών των απότομων μεταβολών στο throughput είναι διαφορετικός. Όταν το  $L_P$  δίνεται από την (10.93), η αύξησή του κατά 1 μόλις bit προκαλεί αύξηση κατά ένα στα τεμάχια δεδομένων στην εξίσωση (10.48) μετά την τελευταία διακοπή και πριν ολοκληρωθεί η μετάδοση ολόκληρου του πλαισίου. Έτσι, η ποσότητα  $t_{DFS}(x = L_{ut})$  αυξάνεται ώστε να συμπεριληφθεί το επιπλέον φορτίο που απαιτείται για τη μετάδοση ενός τεμαχίου ακόμη, με παράλληλη μείωση του επιτεύξιμου throughput. Το ποσό αύξησης του  $t_{DFS}(x = L_{ut})$  δίνεται από τη σχέση " $\tau + 2 \cdot SIFS + RSP + DATA_{FL}$ ". Με την κατάλληλη προσοχή επομένως ο σχεδιαστής μπορεί να αποφύγει το επιπρόσθετο φορτίο. Για αυτό τον λόγο όταν επιλέγεται η παράμετρος  $L_P$ , καλό είναι να δίνεται μια ελαφρώς μικρότερη τιμή από αυτή που ορίζεται στη σχέση (10.93).

Αν οριστεί ότι  $\phi_{SAT}$  και  $\lambda_{SAT}$  είναι όλα τα ζεύγη παραμέτρων τηλεπικοινωνιακής κίνησης που οδηγούν το σύστημα στον κόρο, τότε όσον αφορά το throughput μη-κορεσμού μπορεί να παρατηρηθεί από τις καμπύλες που παρουσιάζονται στο σχήμα 10.29 ότι υπάρχει γραμμική εξάρτηση με το  $L_P$  μέχρι το σύστημα να οδηγηθεί στον κόρο, οπότε και για τιμές μεγαλύτερες παύει η γραμμική σχέση και ακολουθείται η κλίση που ορίζει η καμπύλη του throughput κορεσμού. Παρατηρείται επίσης ότι για διαφορετικές τιμές παραμέτρων κίνησης οι καμπύλες αποκτούν διαφορετική κλίση και αυτή η κλίση ορίζει τις διαφορετικές τιμές  $L_P$  πέρα από τις οποίες προκύπτει κορεσμός. Στο



**Σχήμα 10.29:** Οικογένεια καμπυλών throughput για διάφορες τιμές προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης, και για  $T = 3ms$

σχήμα 10.29 παρουσιάζεται η οικογένεια αυτών των καμπυλών για  $T = 3ms$ .

Ακολουθώς εξετάζεται η επίδραση της μεταβολής του  $L_P$  στη μέση καθυστέρηση μετάδοσης του πλαισίου για μη-κορεσμένη τηλεπικοινωνιακή κίνηση. Με  $L_F$  συμβολίζεται η ποσότητα πληροφορίας που μεταδίδεται συνολικά από μια ροή πακέτων που παρήγαγε το μοντέλο τηλεπικοινωνιακής κίνησης. Ισχύει ότι:

$$E[L_F] = \frac{1}{1 - \phi} \times L_P \quad (10.94)$$

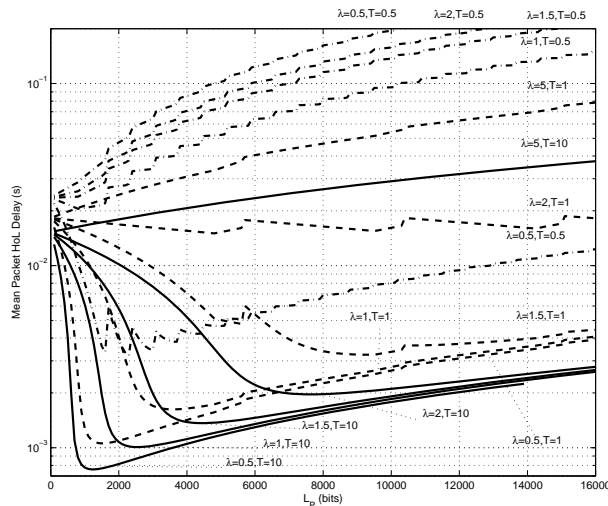
Για να διατηρείται σταθερή η συνολική μέση ποσότητα πληροφορίας που μεταδίδεται, για κάθε τιμή του  $L_P$  που εξετάζεται, η παράμετρος του μοντέλου κίνησης  $\phi$  τίθεται ίση με:

$$\phi = 1 - \frac{L_P}{E[L_F]}, \quad (10.95)$$

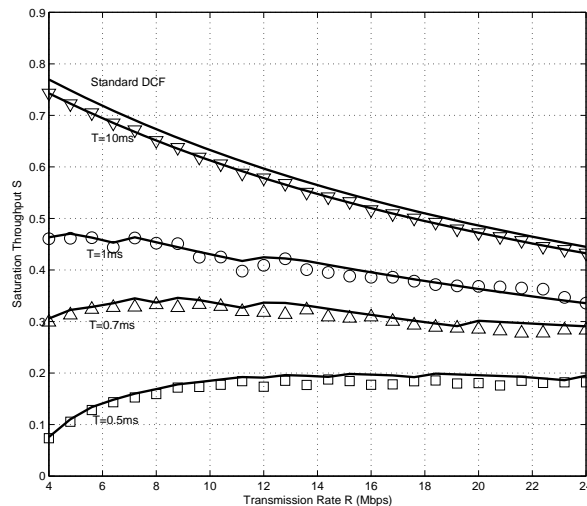
$$L_P \leq E[L_F],$$

όπου το  $E[L_F]$  θεωρείται ότι είναι μια σταθερή τιμή. Με αυτήν τη ρύθμιση επιτυγχάνεται η ίδια μέση τιμή για το ωφέλιμο φορτίο μιας ροής πακέτων και εξετάζεται το κατά πόσο ο τεμαχισμός της συνολικής πληροφορίας κάθε ροής επηρεάζει την επίδοση της iDCF. Με τον περιορισμό της τιμής της παραμέτρου  $L_P$  στην (10.95) εξασφαλίζεται ότι η πιθανότητα  $\phi$  βρίσκεται πάντα εντός του εύρους  $[0, 1]$ .

Με βάση τα παραπάνω και με επιλογή  $L_F = 10kB$  παρουσιάζεται στο σχήμα 10.30 η μέση καθυστέρηση πλαισίου HoL σε σχέση με το  $L_P$  για διάφορες τιμές προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης  $\lambda$ ,  $\phi = 0.95$  και περιόδου  $T$ . Από το σχήμα παρατηρείται ότι για χαμηλά προσφερόμενα φορτία ( $\lambda = 0.5, 1, 1.5, 2/s$ ) και μικρές περιόδους ανίχνευσης, οι καμπύλες παρουσιάζουν ελάχιστο, οπότε μπορεί να τεθεί το  $L_P$  σε αυτές τις τιμές για την ελαχιστοποίηση της μέσης καθυστέρησης μετάδοσης. Μια εξήγηση για την εμφάνιση του ελαχίστου είναι το ότι όταν μεταβάλλεται η τιμή του  $L_P$ , ενώ διατηρείται σταθερό το μέσο μήκος της πληροφορίας ροής, η μείωση της μέσης καθυστέρησης μετάδοσης με μείωση του  $L_P$  αντισταθμίζεται με την αύξηση του ανταγωνισμού λόγω των περισσότερων πλαισίων μετάδοσης. Ο ανταγωνισμός αυτός προκαλεί αύξηση της καθυστέρησης όταν το  $L_P$  μειωθεί κάτω από μια συγκεκριμένη τιμή. Η τιμή αυτή εξαρτάται από το προσφερόμενο φορτίο αλλά και την περίοδο  $T$ .



**Σχήμα 10.30:** Μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου HoL συναρτήσε του μεγέθους του μεταδιδόμενου πλαισίου δεδομένων  $L_P$  για διάφορες τιμές προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης και περιόδου.

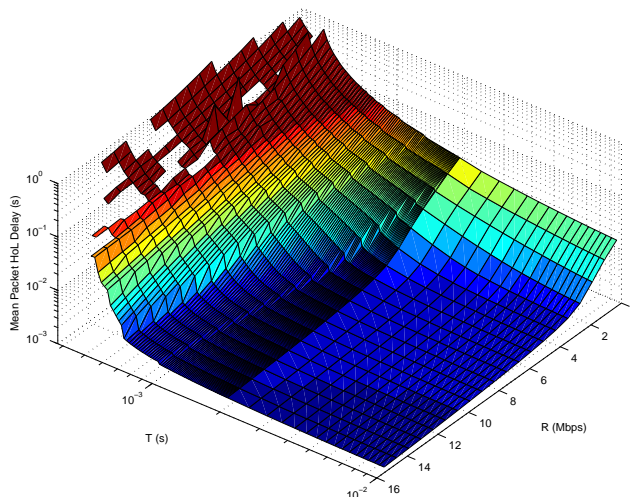


**Σχήμα 10.31:** Throughput κορεσμού της iDCF συναρτήσε του υποκειμένου ρυθμού μετάδοσης  $R$  για διαφορετικές τιμές της περιόδου  $T$ .

### 10.5.5 Ο ρυθμός μετάδοσης $R$

Στο σχήμα 10.31 παρουσιάζεται το throughput κορεσμού της iDCF σαν συνάρτηση του ρυθμού μετάδοσης  $R$ , για διάφορες τιμές της περιόδου ανίχνευσης φασματικών οπών  $T$ . Η Διακοπτόμενη Λειτουργία Καταναμημένου Ελέγχου, όπως και η πρότυπη DCF, έχει μικρότερη απόδοση σε υψηλότερους ρυθμούς μετάδοσης. Αυτό συμβαίνει επειδή συγκεκριμένο χρονικό πρόσθετο φορτίο του πρωτοκόλλου όπως είναι τα διαστήματα σιγής και ο χρόνος μετάδοσης προοιμίων των πλαισίων, παραμένουν αμετάβλητα, ενώ μειώνεται ο ωφέλιμος χρόνος μετάδοσης της πληροφορίας. Η επιλεχθείσα τιμή της παραμέτρου  $T$  έχει επίδραση και σε αυτή την παρατήρηση. Μικρές τιμές της περιόδου εξαναγκάζουν την iDCF να διατηρεί ίδια επίδοση ανεξαρτήτως του υποκειμένου ρυθμού μετάδοσης.

Όσον αφορά τη μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου HoL δεν παρουσιάζεται κάποια αξιοπρόσεκτη συμπεριφορά σε σχέση με το ρυθμό μετάδοσης. Υψηλότεροι ρυθμοί μετάδοσης μειώνουν τη μέση καθυστέρηση μετάδοσης, μικρότερα προσφερόμενα φορτία τηλεπικοινωνιακής κίνησης μετακινούν την καμπύλη καθυστέρησης προς μικρότερες τιμές και μικρότερες τιμές της παραμέ-



**Σχήμα 10.32:** Μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου HoL συναρτήσει του υποκειμένου ρυθμού μετάδοσης  $R$  και της περιόδου  $T$ .

του  $T$  οδηγούν την καμπύλη καθυστέρησης προς υψηλότερες τιμές, όπως και είναι αναμενόμενο.

Στο σχήμα 10.32 δίνεται η μέση καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου HoL συναρτήσει του ρυθμού μετάδοσης και της περιόδου  $T$ , για προσφερόμενη τηλεπικοινωνιακή κίνηση  $\lambda = 0.8s^{-1}$  και  $\phi = 0.95$ . Το σχήμα αυτό είναι αντιπροσωπευτικό για το γεγονός ότι η περίοδος διακοπών επηρεάζει περισσότερο την καθυστέρηση μετάδοσης από το ρυθμό μετάδοσης. Ο τελευταίος επιβάλλει απλά μια ανεπαίσθητη αύξηση στη μέση καθυστέρηση.

## 10.6 Χρήση της Ανίχνευσης τριών καταστάσεων 3SS στο MAC

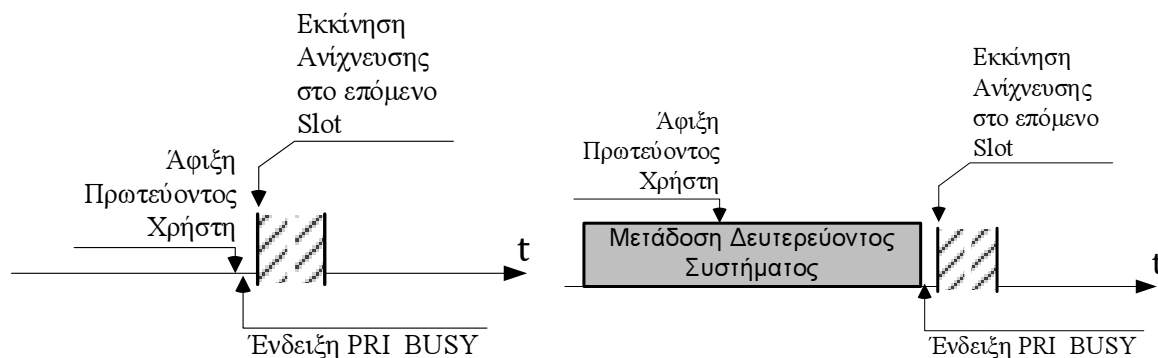
Έως αυτό το σημείο δεν έχει γίνει ιδιαίτερη αναφορά στην προκαλούμενη στο πρωτεύον σύστημα παρεμβολή. Αναφέρθηκε ότι η μείωση του  $L_p$  και η μείωση της περιόδου  $T$  μπορεί να περιορίσει σημαντικά τον χρόνο παρεμβολής στο πρωτεύον σύστημα. Επίσης στο [216] αποδεικνύεται ότι η χρήση του μηχανισμού rts/cts είναι ιδιαίτερα επωφελής για την εκπλήρωση αυτού του σκοπού.

Στο κεφάλαιο 7 έγινε εκτενής παρουσίαση της διαδικασίας Ανίχνευσης Τριών Καταστάσεων 3SS που πραγματοποιείται στο Φυσικό στρώμα με κατάλληλες διαδικασίες επεξεργασίας σήματος για OFDM-CR συστήματα. Σε αυτό το σημείο γίνεται αναφορά του τρόπου που η συγκεκριμένη πληροφορία μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το MAC για τη μείωση των προκαλούμενων παρεμβολών. Έτσι στις αναγνωριζόμενες καταστάσεις από το MAC, ενεργό μέσο/ανεργό μέσο (BUSY, IDLE), προστίθεται νέα κατάσταση που αποτελεί ένδειξη δραστηριότητας του Πρωτεύοντος Συστήματος, την οποία κατάσταση ονομάζουμε PRI\_BUSY. Όταν λοιπόν ανιχνευθεί πιθανή δραστηριότητα του Πρωτεύοντος συστήματος εντός του εύρους ζώνης των υποφερόντων λειτουργίας του συστήματος το μέσο αποτιμάται ως PRI\_BUSY.

Ο εμπλουτισμός της λειτουργίας της Διακοπτόμενης Λειτουργίας Καταναμημένου Ελέγχου (iDCF), έτσι ώστε να αντιδρά στην νέα κατάσταση PRI\_BUSY γίνεται στους ακόλουθους άξονες. Πραγματοποιείται σύγκριση της επίδοσης της εμπλουτισμένης iDCF σε σχέση με την απλή iDCF όσον αφορά το throughput καθώς και το ποσοστό χρόνου παρεμβολής ITR (Interference Time Ratio) στο πρωτεύον σύστημα. Ο εμπλουτισμός γίνεται ως εξής:

**A. Παύση και Αναμονή (SW - Stop & Wait).** Η πρώτη μέθοδος απόκρισης είναι η πιο απλή να υλοποιηθεί στην iDCF. Με την ύπαρξη ένδειξης PRI\_BUSY, το τερματικό σταματά τη λει-





(i) Κατά την άφιξη Πρωτεύοντος χρήστη δε λαμβάνει χώρα μετάδοση του Δευτερεύοντος συστήματος

(ii) Η ένδειξη PRI\_BUSY γίνεται αμέσως μετά το πέρας της τρέχουσας μετάδοσης του Δευτερεύοντος συστήματος

**Σχήμα 10.33:** Περιπτώσεις άμεσης εκκίνησης της διαδικασίας ανίχνευσης φασματικών οπών μετά την ένδειξη PRI\_BUSY.

τουργία του, αλλά διατηρεί στη μνήμη την κατάσταση του και τα μεγέθη που χαρακτηρίζουν την κατάσταση του (μετρητής υποχώρησης, λειτουργία που εκκρεμεί ως τερματικό πηγή/προορισμός κλπ..) και τίθεται σε κατάσταση αναμονής της έναρξης της επερχόμενης διαδικασίας ανίχνευσης φασματικών οπών. Με την ολοκλήρωση της νέας διαδικασίας αποκτάται ένα νέο Διάνυσμα Φασματικής Διαθεσιμότητας και το τερματικό επανεκκινεί τη λειτουργία του. Η μέθοδος αυτή διατηρεί τους χρονισμούς των διακοπών και δεν επηρεάζει το μετρητή που υποδεικνύει την επόμενη διακοπή. Με αυτόν τον τρόπο διατηρείται ο συγχρονισμός της διαδικασίας διαδοχικής εκτέλεσης ανιχνεύσεων μεταξύ των τερματικών του δικτύου.

**B. Ιδανική Άμεση Εκκίνηση Διαδικασίας Ανίχνευσης (I – Ideal).** Η μέθοδος αυτή χαρακτηρίζεται ιδανική και αποσκοπεί στην άμεση έναρξη διαδικασίας ανίχνευσης του διαθέσιμου φάσματος τη στιγμή που το μέσο αποτιμηθεί ως PRI\_BUSY. Αυτό συμβαίνει έτσι ώστε να μειωθεί η σπατάλη του ανενεργού χρόνου από τη στιγμή που αποτιμήθηκε το μέσο ως PRI\_BUSY, μέχρι την έναρξη της καινούριας διαδικασία ανίχνευσης, όπως περιγράφηκε στη μέθοδο Παύσης και Αναμονής. Ο χαρακτηρισμός ιδανική αποδίδεται στη μέθοδο γιατί είναι δύσκολη η υλοποίηση της καθώς με αυτόν τον τρόπο δε διατηρείται ο σωστός συγχρονισμός των διαδικασιών ανίχνευσης. Αυτό συμβαίνει γιατί κάθε τερματικό μπορεί να αντιληφθεί τη μεταβολή της κατάστασης ως PRI\_BUSY σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Επιπλέον ορισμένα τερματικά λόγω του φαινομένου του κρυμμένου τερματικού δεν θα χαρακτηρίσουν καν το μέσο ως PRI\_BUSY, γιατί δε θα αντιληφθούν άμεσα την εκπομπή, ενώ άλλα τερματικά που δεν συμμετέχουν στη διαδικασία ανταγωνισμού ενδέχεται να μην παρακολουθούν καν την κατάσταση του μέσου. Τέλος λόγω της εμφάνισης του PU συστήματος σε κάποια subcarriers, προκαλείται αλλοίωση της εγκυρότητας του Διανύσματος Φασματικής Διαθεσιμότητας και έτσι δεν παρέχεται στο δίκτυο των CRs ένα κοινό κανάλι επικοινωνίας από το οποίο τα τερματικά θα συγχρονίσουν την νέα διαδικασία ανίχνευσης με κάποιο μηχανισμό ανταλλαγής πλαισίων ελέγχου.

Αυτό που πραγματοποιήθηκε στην iDCF είναι μια ιδανική υλοποίηση στον προσομοιωτή. Με την λογική αυτή λοιπόν η διαδικασία φασματικής ανίχνευσης ξεκινά αμέσως μόλις εμφανιστεί η ένδειξη PRI\_BUSY., δηλαδή μόλις πραγματοποιηθεί άφιξη πρωτεύοντος χρήστη, στην περίπτωση που δεν λαμβάνει χώρα κάποια μετάδοση του Δευτερεύοντος συστήματος εκείνη τη στιγμή (όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 10.33(i)). Διαφορετικά η διαδικασία ανίχνευσης εκκινεί αμέσως μετά το τέλος της τρέχουσας Δευτερεύουσας μετάδοσης όπως φαίνεται στο

σχήμα 10.33(ii). Για λόγους συγχρονισμού των τερματικών του προσομοιωτή, η εκκίνηση της διαδικασίας γίνεται στην αρχή της χρονοσχισμής πρωτοκόλλου που ακολουθεί οποιοδήποτε από τα δυο παραπάνω γεγονότα.

Η μέθοδος αυτή μπορεί να παρουσιάζει δυσκολίες υλοποίησης σε ένα ρεαλιστικό περιβάλλον, αλλά είναι χρήσιμη σαν σημείο αναφοράς των μετρητικών επιδόσεων παρέχοντας ουσιαστικά ένα άνω όριο της επίδοσης των ρεαλιστικών μεθόδων, όπως η μέθοδος Παύσης-Αναμονής ή άλλων μεθόδων που θα έχουν πιο γρήγορη εκκίνηση της διαδικασίας ανίχνευσης.

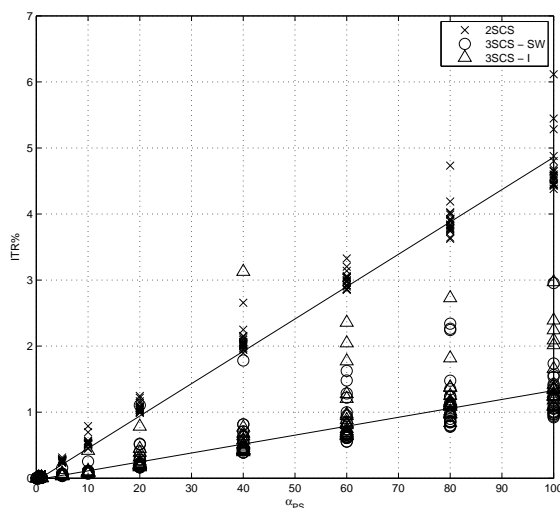
Ως μετρικό που ποσοτικοποιεί την προκαλούμενη παρεμβολή στο πρωτεύον σύστημα ορίζεται το αδιάστατο μέγεθος Ποσοστό Χρόνου Παρεμβολής ITR, δηλαδή το ποσοστό του χρόνου στο οποίο πραγματοποιούνται συγκρούσεις μεταδόσεων μεταξύ του Πρωτεύοντος και του Δευτερεύοντος συστήματος. Έτσι, το μετρήσιμο  $ITR_i$  για τον  $i^{\text{στο}}$  ενεργό χρόνο δίνεται από τη σχέση:

$$ITR_i = \frac{\sum_j TX\_TIME_j}{T}, \quad (10.96)$$

όπου  $TX\_TIME_j$  είναι η διάρκεια μετάδοσης του  $j^{\text{στου}}$  πλαισίου του Δευτερεύοντος συστήματος που πραγματοποιείται μετά τη χρονική στιγμή  $t_{a,i}$ , όπου  $t_{a,i}$  η στιγμή άφιξης πρωτεύοντος χρήστη στον  $i$ -στό ενεργό χρόνο. Το ITR είναι ένα μέγεθος ποσοτικοποίησης της παρεμβολής που δέχεται το Πρωτεύον δίκτυο. Δεν έχει καμία συσχέτιση με τις λαμβανόμενες ισχύεις των σημάτων στους Πρωτεύοντες δέκτες και επομένως ούτε με το λόγο σήματος προς παρεμβολή SIR, ο οποίος είναι αυτός που τελικά καθορίζει αν τα επίπεδα παρεμβολής οδηγούν ή όχι σε υποβάθμιση της υπηρεσίας του Πρωτεύοντος συστήματος.

### 10.6.1 Αποτελέσματα Προσομοιώσεων

Στα επόμενα σχήματα παρουσιάζεται η επίδοση της iDCF με ενσωματωμένες καθεμία από τις παραπάνω μεθόδους, οι οποίες αξιοποιούν το μηχανισμό ανίχνευσης φέροντος 3 καταστάσεων (3SCS-SW, 3SCS-I), καθώς και η επίδοση της iDCF με το μηχανισμό 2 καταστάσεων (2SCS).

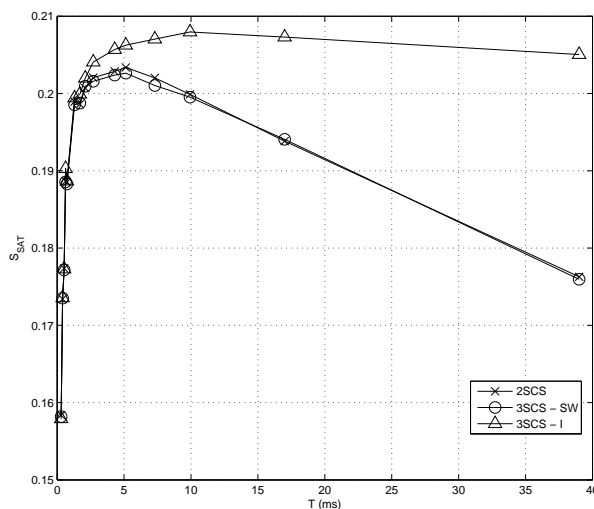


**Σχήμα 10.34:** Ποσοστό Χρόνου Παρεμβολής συναρτήσει του ρυθμού αφίξεων Πρωτεύοντων χρηστών για τις τρεις εκδοχές της iDCF

Το μοντέλο που χρησιμοποιεί ο προσομοιωτής για τη διαδικασία κατάληψης φάσματος από το Πρωτεύον Δίκτυο είναι η Μαρκοβιανή ουρά  $M/M/m/m$ , όπου  $m = 100$  είναι το πλήθος των

καναλιών του Πρωτεύοντος συστήματος, εύρους 100 kHz. Στην τιμή αυτή τίθεται και η απόσταση μεταξύ των υποφερόντων του OFDM επικαλυπτικού συστήματος μετάδοσης του Δευτερεύοντος δικτύου. Έτσι, ένα κανάλι του Πρωτεύοντος συστήματος καταλαμβάνεται από ένα subcarrier OFDM στην περίπτωση που ανιχνευθεί ως ανενεργό κατά τη διάρκεια της ανίχνευσης. Αφίξεις πραγματοποιούνται στο Πρωτεύον σύστημα με ρυθμό  $\alpha$  και εκθετικά κατανεμημένους χρόνους και καταλαμβάνουν τυχαία ένα κενό κανάλι. Το Throughput του Πρωτεύοντος δικτύου  $\rho_{PS}$  καθορίζει πόσα κανάλια του δικτύου είναι κατειλημμένα κατά μέσο όρο. Τα μεταδιδόμενα σύμβολα OFDM περιέχουν κυκλικό πρόθεμα  $T_{FFT}/4$  και το preamble των μεταδόσεων αποτελείται από πέντε σύμβολα ένα εκ των οποίων περιέχει την πληροφορία SIGNAL της επικεφαλίδας PHY PLCP όπως καθορίζεται στο πρότυπο 802.11a. Το κανάλι διάδοσης θεωρείται ιδανικό ώστε οι μετρήσιμες ποσότητες να επηρεάζονται μόνο από τις επιλογές παραμέτρων του υποστρώματος MAC των οποίων την επίδραση θέλουμε να εκτιμήσουμε.

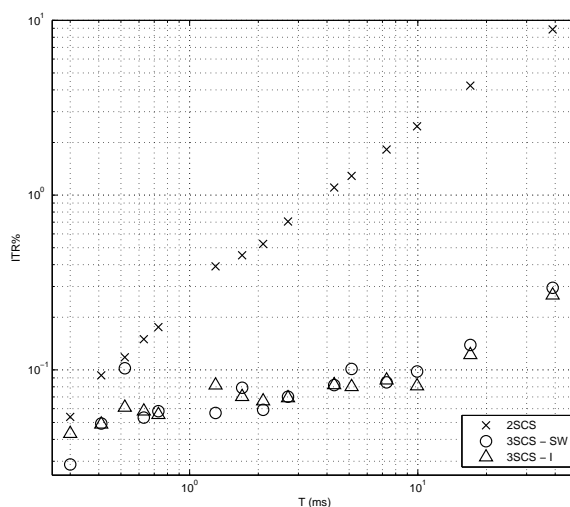
Στο σχήμα 10.34 παρουσιάζεται το Ποσοστό Χρόνου Παρεμβολής που προκαλείται στο Πρωτεύον Σύστημα συναρτήσει του ρυθμού άφιξης Πρωτευόντων Χρηστών για  $\rho_{PS} = 50$ ,  $n = 20$ ,  $T = 1\text{ms}$ ,  $\tau = 200\mu\text{s}$  και  $L_P = 2048\text{b}$ . Υψηλότερες τιμές του ρυθμού άφιξης  $\alpha$  σημαίνουν μεγαλύτερη πιθανότητα άφιξης Πρωτευόντων χρηστών μέσα στον ενεργό χρόνο και πραγματοποίηση αφίξεων νωρίτερα, το οποίο έχει σαν συνέπεια το Δευτερεύον δίκτυο να αρχίζει να παρεμβάλλει νωρίτερα στο Πρωτεύον δίκτυο. Η συμπεριφορά της iDCF με το μηχανισμό 2 καταστάσεων 2SCS, να συνεχίζει να κάνει απόπειρες μεταδόσεων πλαισίων και μετά την άφιξη Πρωτευόντων χρηστών, παρόλο που οι μεταδόσεις αυτές είναι αποτυχημένες λόγω της σύγκρουσης με τις μεταδόσεις του Πρωτεύοντος δικτύου, είναι αυτή στην οποία οφείλεται η μεγάλη αύξηση του *ITR* καθώς αυξάνεται και το  $\alpha$ . Αντίθετα, η iDCF με τις δύο μεθόδους 3SCS-SW και 3SCS-I παρουσιάζει σημαντικά μικρότερες τιμές προκληθείσας παρεμβολής. Με την πρώτη μέθοδο σταματάει τις μεταδόσεις μέχρι να ανανεωθεί το Διάνυσμα Φασματικής Διαθεσιμότητας κι έτσι δεν προκαλεί άλλες συγκρούσεις. Με τη δεύτερη μέθοδο ανανεώνει αμέσως το Διάνυσμα Φασματικής Διαθεσιμότητας και συνεχίζει τις μεταδόσεις χωρίς να προκαλεί συγκρούσεις. Οι δύο μέθοδοι, που αξιοποιούν το μηχανισμό ανίχνευσης φέροντος τριών καταστάσεων, έχουν την ίδια συμπεριφορά ως προς την παρεμβολή (οι ευθείες γραμμές τάσεων των μετρήσεων συμπίπτουν).



**Σχήμα 10.35:** Throughput συναρτήσει της περιόδου διαδικασιών ανίχνευσης για τις τρεις εκδοχές της iDCF

Παρόλο που οι μέθοδοι 3SCS-SW και 3SCS-I έχουν την ίδια συμπεριφορά ως προς την παρεμβολή, η μέθοδος 3SCS-I υπερέχει της πρώτης ως προς το throughput του Δευτερεύοντος δικτύου που επιτυγχάνει. Ενώ η μέθοδος 3SCS-SW σταματάει και αναμένει την επόμενη διαδικασία ανί-

χνευσης, όταν το μέσο αποτιμηθεί ως PRI\_BUSY, η μέθοδος 3SCS-I επιτυγχάνει ταχύτερα επιτυχείς μεταδόσεις με το ανανεωμένο Διάγραμμα Φασματικής Διαθεσιμότητας, το οποίο αποκτά μετά τη διαδικασία ανίχνευσης που εκκινεί αμέσως. Το σχήμα 10.35 απεικονίζει το μετρηθέν throughput των 3 εκδοχών της iDCF συναρτήσει της περιόδου  $T$ . Στο σενάριο του σχήματος αυτού τέθηκε  $\alpha = 10\text{s}^{-1}$ ,  $\rho_{PS} = 20$ ,  $n = 20$ ,  $\tau = 0.1T$  και  $L_P = 2048\text{b}$ . Το throughput χειροτερεύει συνεχώς για τις εκδοχές 3SCS-SW και 2SCS όσο μεγαλώνει η τιμή της περιόδου. Αντίθετα, με τη χρήση της μεθόδου 3SCS-I, η iDCF διατηρεί με επιτυχία το λαμβανόμενο Throughput σε υψηλή τιμή. Στις μεθόδους 3SCS-SW και 2SCS επέρχεται χειρότερηση της επίδοσης επειδή μετά την άφιξη Πρωτεύοντος χρήστη, και στις δύο περιπτώσεις, δεν πραγματοποιούνται επιτυχείς μεταδόσεις αλλά για διαφορετικό λόγο. Στη μεν 2SCS επειδή όλες οι μεταδόσεις μετά τη χρονική στιγμή  $t_{a,i}$  συγκρούονται με Πρωτεύουσες μεταδόσεις, στη δε 3SCS-SW επειδή μετά τη χρονική στιγμή  $t_{a,i}$  δεν πραγματοποιούνται καθόλου μεταδόσεις.



**Σχήμα 10.36:** Ποσοστό Χρόνου Παρεμβολής συναρτήσει της περιόδου διαδικασιών ανίχνευσης για τις τρεις εκδοχές της iDCF

Τέλος, όσον αφορά τη σύγκριση των τριών εκδοχών της iDCF, το σχήμα 10.36 παρουσιάζει την παρεμβολή που προκαλείται στο Πρωτεύον δίκτυο συναρτήσει της περιόδου  $T$ . Ενώ με το μηχανισμό 2 καταστάσεων η παρεμβολή αυξάνεται σημαντικά καθώς οι διαδικασίες ανίχνευσης πραγματοποιούνται αραιότερα, οι δύο μέθοδοι που αξιοποιούν το μηχανισμό 3 καταστάσεων διατηρούν σε χαμηλά επίπεδα την παρεμβολή ακόμα και σε μεγάλες τιμές της περιόδου  $T$ . Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι, όταν χρησιμοποιηθεί κάποια μέθοδος που αξιοποιεί το μηχανισμό ανίχνευσης φέροντος τριών καταστάσεων, ο λειτουργικός περιορισμός συχνής εκτέλεσης διαδικασιών ανίχνευσης φασματικών οπών, που επιβαρύνει την επίδοση της iDCF, μπορεί να γίνει πιο ήπιος χωρίς να ανησυχεί ο σχεδιαστής για τα προκληθέντα επίπεδα παρεμβολών προς το Πρωτεύον δίκτυο.

□

## Παράρτημα Α

# Εύρεση Οριακών Πιθανοτήτων Μαρκοβιανής Αλυσίδας Kim

Από τη Μαρκοβιανή Αλυσίδα του σχήματος 10.18, σελίδα 497 προκύπτουν τα παρακάτω:

$$\begin{aligned} b_{1,0} &= b_{0,0} \cdot p, \\ b_{2,0} &= b_{1,0} \cdot p = b_{0,0} \cdot p^2, \\ b_{3,0} &= b_{2,0} \cdot p = b_{0,0} \cdot p^3, \\ &\vdots \\ \implies b_{i,0} &= p^i \cdot b_{0,0}, i \in [0, M] \end{aligned} \tag{A .1}$$

Από τις εξισώσεις ισορροπίας στην κατάσταση IDLE προκύπτει:

$$\begin{aligned} b_{\text{IDLE}} \cdot P_a + b_{\text{IDLE}} \cdot P_b &= \\ (1-p)(1-\phi)(b_{0,0} + b_{1,0} + b_{2,0} + \dots + b_{M-1,0}) + (1-\phi)b_{M,0} &= \\ (1-p)(1-\phi) \sum_{i=0}^{M-1} (p^i \cdot b_{0,0}) + (1-\phi)p^M \cdot b_{0,0} &= \\ (1-p)(1-\phi)b_{0,0} \frac{1-p^M}{1-p} + (1-\phi)p^M \cdot b_{0,0} &= (1-\phi)b_{0,0} \\ \implies b_{\text{IDLE}} &= \frac{1-\phi}{P_a + P_b} \cdot b_{0,0} \end{aligned} \tag{A .2}$$

Για τις καταστάσεις  $b_{-1,d}$  προκύπτει:

$$\left. \begin{aligned} b_{\text{IDLE}} \cdot P_a &= b_{-1,3} \cdot (1-P_0) + b_{-1,3} \cdot P_0 = b_{-1,3} \\ b_{-1,2} &= P_0 \cdot b_{-1,3} = b_{\text{IDLE}} \cdot P_a \cdot P_0 \\ b_{-1,1} &= P_0 \cdot b_{-1,2} = b_{\text{IDLE}} \cdot P_a \cdot P_0^2 \end{aligned} \right\} \tag{A .3}$$
$$\implies b_{-1,d} = b_{\text{IDLE}} \cdot P_a \cdot P_0^{3-d}, d = 1, 2, 3$$

Για τις καταστάσεις  $b_{0,k}$ , προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 b_{0,0} &= b_{0,1} + (1-p)\phi \frac{1}{W_0} \sum_{i=1}^{M-1} b_{i,0} + \phi \frac{1}{W_0} \cdot b_{M,0} + P_b \frac{1}{W_0} \cdot b_{IDLE} \\
 &\quad + (1-P_0) \frac{1}{W_0} \sum_{d=1}^3 b_{-1,d} + P_0 \cdot b_{-1,1} \\
 &= b_{0,1} + (1-p)\phi \frac{1}{W_0} \sum_{i=1}^{M-1} p^i \cdot b_{0,0} + \phi \frac{1}{W_0} p^M \cdot b_{0,0} + P_b \frac{1}{W_0} \cdot b_{IDLE} \\
 &\quad + (1-P_0) \frac{1}{W_0} \sum_{d=1}^3 b_{-1,d} + P_0 \cdot b_{IDLE} P_a P_0^2 \\
 &= b_{0,1} + \frac{\phi}{W_0} \cdot b_{0,0} + \frac{P_b}{W_0} \cdot b_{IDLE} + \frac{1-P_0}{W_0} \sum_{d=1}^3 b_{-1,d} + P_a P_0^3 \cdot b_{IDLE} \\
 \implies b_{0,1} &= b_{0,0} - P_a P_0^3 \cdot b_{IDLE} \\
 &\quad - \frac{1}{W_0} \left[ \phi \cdot b_{0,0} + P_b \cdot b_{IDLE} + (1-P_0) \cdot \sum_{d=1}^3 b_{-1,d} \right] \tag{A .4} \\
 b_{0,1} &= b_{0,2} + (1-p)\phi \frac{1}{W_0} \sum_{i=1}^{M-1} b_{i,0} + P_b \frac{1}{W_0} \cdot b_{IDLE} \\
 &\quad + (1-P_0) \frac{1}{W_0} \sum_{d=1}^3 b_{-1,d} + \phi \frac{1}{W_0} p^M b_{0,0} \\
 \implies b_{0,2} &= b_{0,0} - P_a P_0^3 \cdot b_{IDLE} \\
 &\quad - \frac{2}{W_0} \left[ \phi \cdot b_{0,0} + P_b \cdot b_{IDLE} + (1-P_0) \cdot \sum_{d=1}^3 b_{-1,d} \right] \\
 &\quad \vdots \\
 \implies b_{0,k} &= b_{0,0} - P_a P_0^3 \cdot b_{IDLE} \\
 &\quad - \frac{k}{W_0} \left[ \phi \cdot b_{0,0} + P_b \cdot b_{IDLE} + (1-P_0) \cdot \sum_{d=1}^3 b_{-1,d} \right]
 \end{aligned}$$

Τέλος, για τις υπόλοιπες καταστάσεις έχουμε:

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 b_{2,0} &= b_{2,1} + \frac{p}{W_2} \cdot b_{1,0} \\
 \frac{b_{2,0}}{b_{1,0}} &= \frac{p}{p} \Rightarrow b_{1,0} = \frac{1}{p} \cdot b_{2,0}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b_{2,1} = \left(1 - \frac{1}{W_2}\right) \cdot b_{2,0} \\
 &\quad \vdots \tag{A .5} \\
 b_{i,k} &= \begin{cases} \left(1 - \frac{k}{W_i}\right) \cdot b_{i,0}, & i \in [1, m] \\ \left(1 - \frac{k}{W_m}\right) \cdot b_{i,0}, & i \in [m+1, M] \end{cases}
 \end{aligned}$$

# Βιβλιογραφία

- [1] J. Mitola, "Software radios, survey, critical evaluation and future directions," *IEEE Aerospace and Electronic System Magazine*, vol. 8, no. 4, pp. 25--36, Apr. 1993.
- [2] J. Mitola III, "The software radio architecture," *IEEE Communications Magazine*, vol. 33, no. 5, pp. 26--38, May 1995.
- [3] A. Feickert, "The joint tactical radio system (jtrs) and army's future combat system," American Department of Defense, Nov. 2005.
- [4] F. Jondral, "Software-defined radio - basics and evolution to cognitive radio," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, pp. 275--283, Apr. 2005.
- [5] J. Mitola III, "Software radio architecture: A mathematical perspective," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, no. 4, pp. 514--538, Apr. 1999.
- [6] T. T. O. S. Yoshida H., Kato T. and T. H., "Multimode software defined radio receiver using direct conversion and low-if principle: Implementation and evaluation," *Electronics and Communications in Japan, Wiley*, vol. 86, pp. 1216--1225, Nov. 2003.
- [7] M. Mohajer, A. Mohammadi, and A. Abdipour, "A software defined radio direct conversion receiver," *The European Conference on Wireless Technology, 2005.*, pp. 423--426, Oct. 2005.
- [8] W. Namgoong, "A Channelized Digital Ultrawideband Receiver," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 2, no. 3, pp. 502--510, May 2003.
- [9] J. Qiang and P. Zhang, "Filter Bank Based Multiuser Receiver for Wireless OFDMA Systems," in *Proceedings of IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications*, vol. 2, 2005, pp. 1123--1126.
- [10] Y. S. Poberezhskiy and G. Y. Poberezhskiy, "Flexible analog front ends of reconfigurable radios based on sampling and reconstruction with internal filtering," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 33, pp. 364--381, 2005.
- [11] A. K. Salkintzis, H. Nie, and T. P. Mathipoulos, "Adc and dsp challenges in the development of software radio base stations," *IEEE Transactions on Personal Communications*, vol. 6, no. 4, pp. 47--55, Aug 1999.
- [12] W. Tuttlebee, *Software Defined Radio - Enabling Technologies*. Wiley and Sons, 2002.
- [13] P. Demestichas, G. Vivier, K. El-Khazen, and M. Theologou, "Evolution in wireless systems management concepts: from composite radio environments to

- reconfigurability," *Communications Magazine, IEEE*, vol. 42, no. 5, pp. 90 -- 98, may 2004.
- [14] M. Mehta, N. Drew, G. Vardoulas, N. Greco, and C. Niedermeier, "Reconfigurable terminals: an overview of architectural solutions," *Communications Magazine, IEEE*, vol. 39, no. 8, pp. 82 --89, aug 2001.
- [15] F. K. Jondral, *Parametrization: A technique for SDR implementation*, wiley ed. London, UK: Wiley, 2002, pp. 232--256.
- [16] P. Mackenzie, L. Doyle, D. O'Mahony, and K. Nolan, "Software radio on general-purpose processors," in *First Joint IEI/IEE Symposium on Telecommunications Systems*, 2001.
- [17] J. Mitola III, "Cognitive radio an integral agent architecture for software defined radio," Ph.D. dissertation, Royal Institute of Technology (KTH), June 2000.
- [18] ET Docket No 03-322, "Notice of proposed rule making and order," FCC, Tech. Rep., Dec. 2003.
- [19] S. Haykin, "Cognitive Radio: Brain-Empowered Wireless Communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 23, no. 2, pp. 201--220, Feb. 2005.
- [20] "Software defined radio forum, accelerating the proliferation of software defined radio technologies." [Online]. Available: <http://www.sdrforum.org>
- [21] M. A. L. Thathachar and P. S. Sastry, *Networks of Learning Automata*. Kluwer, 2004.
- [22] R. W. Thomas, D. H. Friend, L. A. DaSilva, and A. B. MacKenzie, "Cognitive networks: adaptation and learning to achieve end-to-end performance objectives," *IEEE Communications Magazine*, vol. 44, pp. 51--57, Dec. 2006.
- [23] J. Mitola III and G. Q. Maguire, "Cognitive radio: making software radios more personal," *IEEE Personal Communications*, vol. 6, pp. 13--18, Aug. 1999.
- [24] I.-R. R. Bureau, "Rr5-1 frequency allocations," ITU-R, Tech. Rep., 2000.
- [25] E. D. N. 03-222, "Notice of proposed rule making and order," FCC, Tech. Rep., Oct. 2003.
- [26] S. S. S. Company, "Spectrum occupancy measurements." [Online]. Available: [Available:\url{http://www.sharedspectrum.com/measurements/}](http://www.sharedspectrum.com/measurements/),
- [27] P. Leaves, K. Moessner, and R. Tafazolli, "Dynamic spectrum allocation in composite reconfigurable wireless networks," *IEEE Communications Magazine*, vol. 42, no. 5, pp. 72--81, May 2004.
- [28] R. Etkin, A. Parekh, and D. Tse, "Spectrum sharing for unlicensed bands," *IEEE Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, pp. 251--258, Nov. 2005.
- [29] R. Etkin, A. Parekh, and T. D., "Spectrum sharing for unlicensed bands," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 25, pp. 517--528, Apr. 2007.
- [30] C. Raman, R. Yates, and N. Mandayam, "Scheduling variable rate links via a spectrum server," *IEEE Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, pp. 110--118, Nov. 2005.



- [31] J. Mitola III, "Cognitive radio for flexible mobile multimedia communications," *IEEE International Workshop Mobile Multimedia Communications*, pp. 3--10, Nov. 1999.
- [32] V. Brik, E. Rozner, S. Banarjee, and B. P., "Dsap: a protocol for coordinated spectrum access," in *IEEE DySPAN 2005.*, Nov. 2005.
- [33] J. Huang, R. Berry, and M. Honig, "User-central wireless system: ultimate dynamic channel allocation," in *IEEE DySPAN 2005.*, Nov. 2005.
- [34] L. Ma, X. Han, and C.-C. Shen, "Dynamic open spectrum sharing mac protocol for wireless ad hoc network," in *IEEE DySPAN 2005.*, Nov. 2005, pp. 203--213.
- [35] P. Papadimitratos, S. Sankaranarayanan, and A. Mishra, "A bandwidth sharing approach to improve licensed spectrum utilization," *IEEE Communications Magazine*, vol. 43, pp. 1--10, Dec. 2005.
- [36] J. Zhao, H. Zheng, and G.-H. Yang, "Distributed coordination in dynamic spectrum allocation networks," in *IEEE DySPAN 2005.*, Nov. 2005, pp. 259--268.
- [37] Q. Zhao, L. Tong, and A. Swami, "Decentralized cognitive mac for dynamic spectrum access," in *IEEE DySPAN 2005.*, Nov. 2005, pp. 224--232.
- [38] H. Zheng and L. Cao, "Device-centric spectrum management," in *IEEE DySPAN 2005.*, Nov. 2005, pp. 56--65.
- [39] R. Menon, R. Buehrer, and J. Reed, "Outage probability based comparison of underlay and overlay spectrum sharing techniques," *IEEE DySPAN 2005*, pp. 101-- 109, Nov. 2005.
- [40] A. Sahai, N. Hoven, S. Mishra, and R. Tandra, "Fundamental tradeoffs in robust spectrum sensing for opportunistic frequency reuse," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2006.
- [41] A. Ghasemi and E. Sousa, "Collaborative spectrum sensing for opportunistic access in fading environments," *IEEE Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, Nov 2005.
- [42] S. Shankar, C. Cordeiro, and K. Challapali, "Spectrum agile radios: utilization and sensing architectures," *IEEE Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, Nov 2005.
- [43] T. Weiss, A. Krohn, J. Hillenbrand, and F. Jondral, "Efficient signaling of spectral resources in spectrum pooling systems," *Proc. of the 10th Symposium on Communications and Vehicular Technology SCVT 2003*, Nov 2003.
- [44] Z. S. and X. Li, "User-central wireless system: ultimate dynamic channel allocation," in *IEEE DySPAN 2005.*, Nov. 2005.
- [45] L. Cao and H. Zheng, "Distributed spectrum allocation via local bargaining," *IEEE Sensor and Ad Hoc Communications and Networks (SECON)*, 2005, Sept. 2005.
- [46] D. Chester, "Digital if filter technology for 3g systems: An introduction," *IEEE Communications Magazine*, vol. 37, no. 2, pp. 102--107, February 1999.

- [47] R. Walden, "Analog-to-digital converter survey and analysis," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 17, no. 4, pp. 539--550, April 1999.
- [48] R. Baines, "The dsp bottleneck," *IEEE Communications Magazine*, vol. 33, no. 5, pp. 46--54, May 1995.
- [49] F. Harris, *Multirate Signal Processing for Communication Systems*. Prentice Hall, 2004.
- [50] C. Harris, F.J.; Dick and T. . Rice, M.;
- [51] P. Vaidyanathan, *Multirate Systems And Filter Banks*. Prentice Hall, 1993.
- [52] T. Parks and J. McClellan, "A program for the design of linear phase finite impulse response digital filters," *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, vol. 20, no. 3, pp. 195--199, Aug 1972.
- [53] Y. Nuevo, D. Cheng-Yu, and S. Mitra, "Interpolated finite impulse response filters," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 32, no. 3, pp. 563--570, 1984.
- [54] T. Karp and N. Fliege, "Modified dft filter banks with perfect reconstruction," *Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 46, no. 11, pp. 1404 --1414, nov 1999.
- [55] G. Pantos, "Wideband Data Transmission with Orthogonal Frequency Division Multiplexing," Ph.D. dissertation, National Technical University of Athens, Greece, June 2003, (available in Greek).
- [56] T. A. Weiss and F. Jondral, "Spectrum pooling: An innovative strategy for the enhancement of spectrum efficiency," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no. 3, pp. 8--14, Jan 2004.
- [57] J. Poston and W. Horne, "Discontiguous ofdm considerations for dynamic spectrum access in idle tv channels," *First IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, 2005. DySPAN 2005.*, pp. 8--11, 2005.
- [58] M. Sahin and H. Arslan, "System design for cognitive radio communications," *1st International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications, 2006.*, pp. 1--5, 2006.
- [59] T. H., "Some physical layer issues of wide-band cognitive radio systems," *First IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, 2005. DySPAN 2005.*, pp. 151--159, 2005.
- [60] Y. Li and L. G. Stuber, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing for Wireless Communications*. Springer, 2006.
- [61] J. Proakis, *Digital Communications (4th edition)*. McGraw-Hill, 2000.
- [62] P. Robertson and S. Kaiser, "The effects of doppler spread in ofdm(a) mobile radio systems," *IEEE Vehicular Technology Conference, 1999. VTC 1999-Fall*, pp. 329--333, Sep 1999.
- [63] Y. Li and L. Cimini Jr, "Bound on the interchannel interference of ofdm in time-varying impairments," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, 2001.

- [64] A. Huseyin, *Cognitive Radio, Software Defined Radio, and Adaptive Wireless Systems*. Springer, 2007.
- [65] S. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451--1458, Oct 1998.
- [66] R. Rajbanshi, "Ofdm-based cognitive radio for dsa networks," Ph.D. dissertation, The University of Kansas, Sept. 2007.
- [67] H. Yaghoobi, "Scalable ofdma physical layer in ieee 802.16 wirelessman," *IEEE Communications Letters*, vol. 8, no. 3.
- [68] A. Tonello, N. Laurenti, and S. Pupolin, "On the effect of time and frequency offsets in the uplink of an asynchronous multi-user dmt ofdma system," *International Conference on Telecommunications 2000, (ICT 2000)*.
- [69] H. Steendam and M. Moeneclaey, "The effect of carrier phase jitter on the performance of orthogonal frequency division multiple access systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, no. 4.
- [70] M. Park, K. Ko, H. Yoo, and D. Hong, "Performance analysis of ofdma uplink systems with symbol timing misalignment," *IEEE Communication Letters*, vol. 7, no. 8.
- [71] M. Morelli, C.-C. Jay Kuo, and M.-o. Pun, "Synchronization techniques for orthogonal frequency division multiple access (ofdma): A tutorial review," *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 7.
- [72] M. Speth, S. Fechtel, G. Fock, and H. Meyr, "Optimum receiver design for wireless broadband systems using ofdm, part i," *IEEE Transactions on Communicatins*, vol. 47, no. 11, pp. 1668--1677, Nov 1999.
- [73] T. Pollet, M. Van Bladel, and M. Moeneclaey, "Ber sensitivity of ofdm systems to carrier frequency offset and wiener phase noise," *IEEE Transactions on Communicatins*, vol. 43, no. 234, pp. 191--193, Feb 1995.
- [74] M.-O. Pun, M. Morelli, and C.-C. Kuo, "Maximum-likelihood synchronization and channel estimation for ofdma uplink transmissions," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 54, no. 4, pp. 726--736, Apr 2006.
- [75] -----, "Iterative detection and frequency synchronization for ofdma uplink transmissions," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 6, no. 2, pp. 629--639, Feb 2007.
- [76] J. Choi, C. Lee, H. W. Jung, and Y. H. Lee, "Carrier frequency offset compensation for uplink of ofdm-fdma systems," *IEEE Communication Letters*, vol. 4, no. 12, pp. 414--416, Dec 2000.
- [77] J.-J. Van de Beek, P. Borjesson, M.-L. Boucheret, D. Landstrom, J. Arenas, and P. Odling, "A time and frequency synchronization scheme for multiuser ofdm," *IEEE Journal on Selected Areas of Communications*, vol. 17, no. 11, pp. 1900--1914, Nov 1999.
- [78] J. Van de Beek, M. Sandell, and P. Borjesson, "ML estimation of time and frequency offset in ofdm systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 7, pp. 1800--1805, Jul 1997.

- [79] J. Proakis and M. Dimitris, *Digital Singal Processing - Principles, Algorithms and Applications (4th Edition)*. Prentice Hall, 2007.
- [80] T. Schmidl and D. Cox, "Robust frequency and timing synchronization for ofdm," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 12, pp. 1613 --1621, dec 1997.
- [81] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Detection Theory*. Prentice Hall, 1998.
- [82] H. Flanders, *Differential Forms with Applications to the Physical Sciences*. Dover Series, 1989.
- [83] P. Patnaik, "The non-central  $\chi^2$ -and f-distribution and their applications," *Biometrika*, vol. 36, no. 1/2, pp. 202--232, 1949.
- [84] M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover Books on Mathematics, 1965.
- [85] "Wolfram research mathworld." [Online]. Available: <http://mathworld.wolfram.com/TricomiFunction>
- [86] M. Ivrlač and J. Nossek, "Influence of a cyclic prefix on the spectral power density of cyclo-stationary random sequences," *Multi-Carrier Spread Spectrum 2007*, pp. 37--46, 2007.
- [87] Feiveson, A.H. and Delaney, F.C., "The distribution and properties of a weighted sum of chi squares," National Aeronautics and Space Administration (NASA), Tech. Rep., May 1968.
- [88] T. Weiss, J. Hillenbrand, A. Krohn, and F. Jondral, "Mutual interference in ofdm-based spectrum pooling systems," *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'04) Spring 2004*, May 2004.
- [89] T. Weiss, A. Krohn, and F. Jondral, "Mutual interference in ofdm-based spectrum pooling systems," *IEEE 59th Vehicular Technology Conference, 2004. VTC 2004-Spring*, vol. 4, 2004.
- [90] C. Muschallik, "Improving an ofdm reception using an adaptive nyquist windowing," *Consumer Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 42, no. 3, pp. 259 --269, aug 1996.
- [91] S. Muller-Weinfurtner, "Optimum nyquist windowing in ofdm receivers," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 3, pp. 417 --420, mar 2001.
- [92] K. Maliatsos, A. Adamis, and P. Constantinou, "Frequency synchronization, receiver architectures and polyphase filters for ofdma systems with subband carrier allocation," *Technical Documents for COST 2100*, 2007.
- [93] H. Yamaguchi, "Active interference cancellation technique for mb-ofdm cognitive radio," *34th European Microwave Conference*, vol. 2, 2004.
- [94] S. Brandes, I. Cosovic, and M. Schnell, "Sidelobe suppression in ofdm systems by insertion of cancelation carriers," *IEEE 62nd Vehicular Technology Conference, 2005. VTC-2005-Fall*, vol. 1, 2005.

- [95] I. Cosovic, S. Brandes, and M. Schnell, "Subcarrier weighting: A method for sidelobe suppression in ofdm systems," *IEEE Communications Letters*, vol. 10, no. 6, pp. 1089--1091, Jun 2006.
- [96] B. Saltzberg, "Performance of an efficient parallel data transmission system," *Communication Technology, IEEE Transactions on*, vol. 15, no. 6, pp. 805--811, december 1967.
- [97] B. Hirosaki, "An orthogonally multiplexed qam system using the discrete fourier transform," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 29, no. 7, pp. 982 -- 989, jul 1981.
- [98] D. Jinfeng and S. Signell, "Classic ofdm systems and pulse shaping ofdm/oqam systems," KTH, Electronic, Computer and Software Systems, ECS, Tech. Rep. 07:01, 2007.
- [99] S. Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Dover Series, 1989.
- [100] P. Siohan, C. Siclet, and N. Lacaille, "Analysis and design of ofdm/oqam systems based on filterbank theory," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 50, no. 5, pp. 1170 --1183, may 2002.
- [101] T. Karp and N. J. Fliege, "Computationally efficient realization of mdft filter banks."
- [102] S. Nedic and N. Popovic, "Per-bin dfe for advanced oqam-based multi-carrier wireless data transmission systems," in *Broadband Communications, 2002. Access, Transmission, Networking. 2002 International Zurich Seminar on*, 2002, pp. 38--1 --38--6.
- [103] H. Lin, P. Siohan, P. Tanguy, and J.-P. Javardin, "An analysis of the eic method for ofdm/oqam systems," *Journal of Communications*, vol. 4, no. 1, 2009.
- [104] B. Farhang-Boroujeny and L. Lin, "Analysis of post-combiner equalizers in cosine-modulated filterbank-based transmultiplexer systems," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 12, pp. 3249 -- 3262, dec. 2003.
- [105] "Phydyas project." [Online]. Available: <http://www.ict-phydyas.org/>
- [106] R. Haas and J.-C. Belfiore, "A time-frequency well-localized pulse for multiple carrier transmission," *Wireless Personal Communications*, vol. 5, pp. 1--18, 1997.
- [107] T. Nguyen and R. Koilpillai, "The theory and design of arbitrary-length cosine-modulated filter banks and wavelets, satisfying perfect reconstruction," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 3, pp. 473 --483, mar 1996.
- [108] K. Maliatsos, A. Adamis, and P. Constantinou, "Receiver architectures for ofdma systems with subband carrier allocation," *The 2008 IEEE Signal Processing for Communications SPAWC*, 2008.
- [109] B. Farhang-Boroujeny, "Filter bank spectrum sensing for cognitive radios," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 5, pp. 1801 --1811, may 2008.
- [110] K.-H. Chen and T.-D. Chiueh, "A cognitive radio system using discrete wavelet multitone modulation," *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on*, vol. 55, no. 10, pp. 3246 --3258, nov. 2008.

- [111] G. Cherubini, E. Eleftheriou, and S. Olcer, "Filtered multitone modulation for very high-speed digital subscriber lines," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 20, no. 5, pp. 1016 --1028, jun 2002.
- [112] D. Thomson, "Spectrum estimation and harmonic analysis," *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, no. 9, pp. 1055--1096, 1982.
- [113] R. Mahesh, A. Vinod, C. Moy, and J. Palicot, "A low complexity reconfigurable filter bank architecture for spectrum sensing in cognitive radios," in *Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications, 2008. CrownCom 2008. 3rd International Conference on*, may 2008, pp. 1 --6.
- [114] M. Lin, A. Vinod, and C. See, "Very low complexity variable resolution filter banks for spectrum sensing in cognitive radios using multi-stage coefficient decimation," in *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2009. WiCom '09. 5th International Conference on*, sept. 2009, pp. 1 --4.
- [115] A. Papoulis and S. Pillai, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes 4th ed.* McGraw Hill Higher Education, 2002.
- [116] J. S. Bendat and A. G. Piersol, *Random Data, Analysis and Measurement procedures.* Wiley Interscience, 1985.
- [117] D. F.F., A. M.S., and S. M.K., "On the energy detection of unknown signals over fading channels," *Proc. IEEE Int. Conference in Communications - ICC*, vol. 5, pp. 3575--3579, May 2003.
- [118] R. Tandra, "Fundamental limits on detection in low snr," Ph.D. dissertation, Indian Institute of Technology, Bombay, 2003.
- [119] S. G.A.F, *A Matrix Handbook for Statisticians.* Wiley and Sons, 2007.
- [120] J. R. Silvester, "Determinants of block matrices," *The Mathematical Gazette*, vol. 84, no. 501, pp. pp. 460--467, 2000. [Online]. Available: <http://www.jstor.org/stable/3620776>
- [121] N. Balakrishnan, "Continuous multivariate distributions," *Encyclopedia of Statistical Sciences*, 2001.
- [122] M.-S. Alouini, A. Abdi, and M. Kaveh, "Sum of gamma variates and performance of wireless communication systems over nakagami-fading channels," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 50, no. 6, pp. 1471 --1480, nov 2001.
- [123] G. Golub and V. Loan, *Matrix Computations 2nd ed.* Johns Hopkins University Press, 1989.
- [124] P. K. Varshney, *Distributed Detection and Data Fusion.* Springer, 1989.
- [125] R. Blum, S. Kassam, and H. Poor, "Distributed detection with multiple sensors i. advanced topics," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 1, pp. 64 --79, jan 1997.
- [126] M. Xiang, "Optimization of distributed detection systems under neyman-pearson criterion," in *Information Fusion, 2006 9th International Conference on.* IEEE, 2006, pp. 1--6.

- [127] R. Blum and S. Kassam, "Optimum distributed detection of weak signals in dependent sensors," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 38, no. 3, pp. 1066 --1079, may 1992.
- [128] R. Blum, "A theory for distributed signal detection and data fusion," DTIC Document, Tech. Rep., 2000.
- [129] P. Venkataraman, *Applied Optimization with MATLAB Programming*, 2nd ed. Wiley Publishing, 2009.
- [130] P. Stoica, *Spectral Analysis of Signals*. Prentice Hall, 2005.
- [131] H. Akaike, "A new look at the statistical model identification," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 19, no. 6, p. 716-723., 1974.
- [132] V. Poor, *An Introduction to Signal Detection and Estimation*. Springer, 1994.
- [133] R. Tandra and A. Sahai, "Snr walls for signal detection," *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of*, vol. 2, no. 1, pp. 4 --17, feb. 2008.
- [134] T. Yucek and H. Arslan, "Mmse noise plus interference power estimation in adaptive ofdm systems," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 6, pp. 3857 --3863, nov. 2007.
- [135] R. S. Manzoor, V. Jeoti, N. Kamel, and M. Asif, "A novel noise power and snr estimation in wimax systems," in *Information Technology, 2008. ITSIM 2008. International Symposium on*, vol. 4, aug. 2008, pp. 1 --6.
- [136] A. Mariani, A. Giorgetti, and M. Chiani, "Snr wall for energy detection with noise power estimation," in *Communications (ICC), 2011 IEEE International Conference on*, june 2011, pp. 1 --6.
- [137] I. F. Akyildiz, B. F. Lo, and R. Balakrishnan, "Cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks: A survey," *Physical Communication*, vol. 4, no. 1, pp. 40 -- 62, 2011. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187449071000039X>
- [138] J. Unnikrishnan and V. Veeravalli, "Cooperative spectrum sensing and detection for cognitive radio," in *Global Telecommunications Conference, 2007. GLOBECOM '07. IEEE*, nov. 2007, pp. 2972 --2976.
- [139] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Estimation Theory*. Prentice Hall, 1993.
- [140] X. Shi and R. de Francisco, "Adaptive spectrum sensing for cognitive radios: An experimental approach," in *Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), 2011 IEEE*, march 2011, pp. 1408 --1413.
- [141] H. Xu, W.-S. Lu, and A. Antoniou, "Efficient iterative design method for cosine-modulated qmf banks," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 7, pp. 1657 --1668, jul 1996.
- [142] K. Shi and E. Serpedin, "Coarse frame and carrier synchronization of ofdm systems: a new metric and comparison," *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, vol. 3, no. 4, pp. 1271 -- 1284, july 2004.

- [143] H. Minn, V. Bhargava, and K. Letaief, "A robust timing and frequency synchronization for ofdm systems," *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, vol. 2, no. 4, pp. 822 -- 839, July 2003.
- [144] A. Coulson, "Maximum likelihood synchronization for ofdm using a pilot symbol: algorithms," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 19, no. 12, pp. 2486 --2494, Dec 2001.
- [145] . Nogami and . Nagashima, "Frequency and timing period acquisition technique for ofdm systems," in *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications - PIMRC 95. IEEE*, vol. 3, Sep. 1995, p. 1010-1015.
- [146] J.-J. van de Beek, M. Sandell, and P. O. Börjesson, "ML estimation of timing and frequency offset in multicarrier systems," 1996.
- [147] S. Lipschutz and M. Lipson, *Schaum's Outline of Linear Algebra Fourth Edition*. Schaum's Outline Series, 2008.
- [148] S. Coles, *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Springer Verlag, 2001.
- [149] S. Kotz and S. Nadarajah, *Extreme value distributions: theory and applications*. World Scientific Publishing Company, 2000.
- [150] J. Hosking, J. Wallis, and E. Wood, "Estimation of the generalized extreme-value distribution by the method of probability-weighted moments," *Technometrics*, pp. 251--261, 1985.
- [151] T. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*. Prentice Hall, 1996, ch. 4.
- [152] P. Moose, "A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 42, no. 10, pp. 2908 --2914, Oct 1994.
- [153] J. I. Mitola, "Software radio technology challenges and opportunities," *SoftWare Radio Workshop, Brussels, Belgium*.
- [154] E. Buracchini, "The software radio concept," *IEEE Communications Magazine*.
- [155] W. Wei and J. Mendel, "Maximum-likelihood classification for digital amplitude-phase modulations," *IEEE Trans. on Communications*, vol. 48.
- [156] C. Long, K. Chugg, and A. Polydoros, "Further results in likelihood classification of qam signals," *Proceedings in MILCOM*, vol. 48.
- [157] P. Panagiotou, A. Anastasopoulos, and A. Polydoros, "Likelihood ratio tests for modulation classification," *Proceedings in MILCOM*.
- [158] E. E. Azzouz and A. K. Nandi, *Automatic Modulation Recognition of Communication Signals*. Kluwer Academic, 1996.
- [159] S. Z. Hsue and S. Soliman, "Automatic modulation recognition of digitally modulated signals," *Proceedings in MILCOM*, pp. 645--649, 1989.
- [160] K. C. Ho, W. Prokopiw, and Y. Chan, "Modulation identification by the wavelet transform," *Proceedings in MILCOM*, pp. 886--890, 1995.



- [161] -----, "Modulation identification of digital signals by the wavelet transform," *Proceedings in Radar, Sonar and Navigation*, vol. 47, pp. 169--176, 2000.
- [162] L. Hong and K. Ho, "Identification of digital modulation types using the wavelet transform," *Proceedings in MILCOM*, vol. 47, pp. 427--431, 1999.
- [163] M. K. Lakshmanan and H. Nikookar, "A review of wavelets for digital wireless communication," *International Journal on Wireless Personal Communications (Springer)*, vol. 37, pp. 387--420, 2006.
- [164] E. Brigham, *Fast Fourier Transform and Its Applications*. Prentice Hall, 1988.
- [165] J. Andrews, *Fundamentals of WiMax*. Prentice Hall, 2007.
- [166] L. Hentila, P. Kyösti, M. Käske, M. Narandzic, and M. Alatossava, "Matlab implementation of the winner phase ii channel model ver1.1," Dec. 2007.
- [167] "Winner and winner ii project." [Online]. Available: <http://www.ist-winner.org/>
- [168] M. Faulkner, "The effect of filtering on the performance of ofdm systems," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 5, pp. 1877 --1884, sep 2000.
- [169] R. Koilpillai and P. Vaidyanathan, "Cosine-modulated fir filter banks satisfying perfect reconstruction," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 40, no. 4, pp. 770 --783, apr 1992.
- [170] A. Coulson, "Maximum likelihood synchronization for ofdm using a pilot symbol: analysis," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 19, no. 12, pp. 2495 --2503, dec 2001.
- [171] M. Morelli and U. Mengali, "An improved frequency offset estimator for ofdm applications," *Communications Letters, IEEE*, vol. 3, no. 3, pp. 75 --77, mar 1999.
- [172] Rice, Sean H., "The expected value of the ratio of correlated random variables," Texas Tech University, Tech. Rep., Nov. 2009.
- [173] S. Rajan, S. Wang, R. Inkol, and A. Joyal, "Efficient approximations for the arctangent function," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 23, no. 3, pp. 108--111, Sept. 2006.
- [174] J. Nieminen, R. Jantti, and L. Qian, "Time synchronization of cognitive radio networks," in *Global Telecommunications Conference, 2009. GLOBECOM 2009. IEEE*, 30 2009-dec. 4 2009, pp. 1 --6.
- [175] D. Saha, A. Dutta, D. Grunwald, and D. Sicker, "Blind synchronization for nc-ofdm when channels are conventions, not mandates," in *New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN), 2011 IEEE Symposium on*, may 2011, pp. 552 --563.
- [176] M. Morelli and M. Moretti, "Robust frequency synchronization for ofdm-based cognitive radio systems," *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, vol. 7, no. 12, pp. 5346 --5355, december 2008.
- [177] M. Zivkovic and R. Mathar, "Performance evaluation of timing synchronization in OFDM-based cognitive radio systems," in *IEEE Vehicular Technology Conference Fall (VTC-Fall) 2011*, San Francisco, USA, Sept. 2011, pp. 1--5.

- [178] J. Nieminen, R. Jantti, and Q. Lijun, "Time synchronization of cognitive radio networks," *IEEE Global Telecommunications Conference, 2009. GLOBECOM 2009*, pp. 1--6, 2009.
- [179] "Ieee 802.22 working group on wireless regional area networks." [Online]. Available: <http://www.ieee802.org/>
- [180] T. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice, 2nd Edition*. Prentice Hall, 2001.
- [181] J. Parsons and J. Gardiner, *Mobile Communication Systems*. Prentice Hall, 1989.
- [182] V. Erceg, D. Michelson, S. Ghassemzadeh, L. Greenstein, J. Rustako, A.J., P. Guerlain, M. Dennison, R. Roman, and S. M. R. Barnickel, D.J. Wang, "A model for the multipath delay profile of fixed wireless channels," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 17, no. 3, pp. 399--409, March 1999.
- [183] W. Tranter, K. Sam-Shanmugan, T. Rappaport, and K. Kosbar, *Principles of Communication Systems Simulation with Wireless Applications*. Prentice Hall, 2004.
- [184] *DUET 2.5 Channel Sounder Instruction Manual*, Berkeley Varitronics Inc.
- [185] *Data Processing Algorithms*, Deliverable of the Project "Measurements Testing and Calibration of Advanced Mobile Radio Channel Equipment" (METAMORP).
- [186] *Processing of Measured data: Noise Reduction*, Deliverable of the Project "Measurements Testing and Calibration of Advanced Mobile Radio Channel Equipment" (METAMORP).
- [187] L. Greenstein, D. Michelson, and V. Erceg, "Moment method estimation of the rician k-factor," *IEEE Communications Letters*, vol. 3, no. 6, pp. 175--177, Jun 2002.
- [188] M. Wand, "Data-based choice of histogram bin width," *The American Statistician*, vol. 6.
- [189] A. Domazetovic, L. Greenstein, N. Mandayam, and I. Seskar, "Estimating the doppler spectrum of a short-range fixed wireless channel," *Communications Letters, IEEE*, vol. 7, no. 5, pp. 227 -- 229, may 2003.
- [190] U. Berthold and F. Jondral, "Guidelines for designing ofdm overlay systems," *Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, pp. 626--629, Nov. 2005.
- [191] A. Ghasemi and E. Sousa, "Spectrum sensing in cognitive radio networks: Requirements, challenges and design trade-offs," *IEEE Communications Magazine*, vol. 46, no. 4, pp. 32--39, Apr 2008.
- [192] D. Willkomm, S. Machiraju, J. Bolot, and A. Wolisz, "Primary users in cellular networks: A large-scale measurement study," *IEEE New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, pp. 32--39, Oct 2008.
- [193] M. Oner and F. Jondral, "An analysis for differentiated services in IEEE 802.11 and IEEE 802.11e wireless LANs," *24th International Conference on Distributed Computing Systems, 2004*, pp. 32--39, Apr 2004.
- [194] N. Choi, M. Patel, and S. Venkatesan, "A full duplex multi-channel mac protocol for multi-hop cognitive radio networks," *the 1st International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications*, Jun 2006.

- [195] -----, "A cognitive mac protocol using statistical channel allocation for wireless ad-hoc networks," *IEEE WCNC '07*, Mar 2007.
- [196] A. Motamedi and A. Bahai, "Mac protocol design for spectrum-agile wireless networks: Stochastic control approach," *IEEE Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, Apr 2007.
- [197] H. Nan, T.-I. Hyon, and S.-J. Yoo, "Distributed coordinated spectrum sharing mac protocol for cognitive radio," *IEEE Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, Apr 2007.
- [198] -----, "Cross-layer based opportunistic mac protocols for qos provisioning over cognitive radio wireless networks," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 26, pp. 118--129, Jan 2008.
- [199] J. Jia, Q. Zhang, and X. Shen, "A hardware-constrained cognitive mac networks for efficient spectrum management," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 26, pp. 106--117, Jan 2008.
- [200] J. Shu, X. Yang, and X. Guo, "Disruptive csma with credit payback (cp) protocols for multi-radio network," *International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications*, Aug 2007.
- [201] J. Welch and N. Lynch, "A new fault-tolerant algorithm for clock synchronization," *Information and Computation*, vol. 77, pp. 1--36, 1988.
- [202] A. Duda, G. Harrus, Y. Haddad, and G. Bernard, "Estimating global time in distributed systems," *Proc. 7th Int. Conf. on Distributed Computing Systems, Berlin*, vol. 18, 1987.
- [203] D. Mills, "Improved algorithms for synchronizing computer network clocks," *IEEE/ACM Transactions on Networking TON*, vol. 3, pp. 245--254, 1995.
- [204] M. Lemmon, J. Ganguly, and L. Xia, "Model-based clock synchronization in networks with drifting clocks," *Pacific Rim International Symposium on Dependable Computing, 2000*, pp. 177--184, 2000.
- [205] R. Ostrovsky and B. Patt-Shamir, "Optimal and efficient clock synchronization under drifting clocks," *Proceedings of the eighteenth annual ACM symposium on Principles of distributed computing, NY*, pp. 3--12, 1999.
- [206] T. Srikanth and S. Toueg, "Optimal clock synchronization," *Journal of the ACM (JACM)*, vol. 34, pp. 626--645, 1987.
- [207] L. Lamport and P. Melliar-Smith, "Journal of the acm (jacm)," *Distributed Computing*, vol. 32, pp. 52--78, 1985.
- [208] G. Bianchi, "Performance analysis of the ieee 802.11 distributed coordination function," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 8, pp. 535--547, 2000.
- [209] Z. E. and T. Antonakopoulos, "Csma/ca performance under high traffic conditions: throughput and delay analysis," *Elsevier: Computer Communications.*, vol. 25, pp. 313--321, 2002.
- [210] H. Wu, F. Zhu, Q. Zhang, and Z. Niu, "Analysis of ieee 802.11 dcf with hidden terminals," *IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM*, pp. 1--5, 2006.

- [211] D. Duffy, K. Malone and D. Leith, "Modeling the 802.11 distributed coordination function in non-saturated conditions," *IEEE Communications Letters*, pp. 715--717, 2005.
- [212] T. KIM, K. KIM, and B. CHOI, "Performance analysis of ieee 802.11 dcf and ieee 802.11e edca in non-saturation condition," *IEICE TRANS.COMMUN.*, pp. 1122--1131, Apr 2008.
- [213] Z. Hadzi-Velkov and B. Spasenovski, "Saturation throughput - delay analysis of ieee 802.11 dcf in fading channel," *International Conference on Communications, 2003. ICC '03*, May 2003.
- [214] P. Latkoski, Z. Hadzi-Velkov, and B. Popovski, "Extended model for performance analysis of Non-Saturated IEEE 802.11 DCF in erroneous channel," *IEEE International Conference on Mobile Adhoc and Sensor Systems MASS*, pp. 783--788, 2006.
- [215] J. Galtier, "Optimizing the ieee 802.11b performance using slow congestion window decrease," *Proceedings of 14th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Proceeding*, 2003.
- [216] G. Pantos, "Distributed Control Function for the MAC Layer Cognitive Radio Systems with Dynamic Spectrum Access," Ph.D. dissertation, National Technical University of Athens, Greece, Oct. 2009, (available in Greek).
- [217] S. Pietrzyk, *OFDMA for Broadband Wireless Access*. Artech House, 2006.
- [218] F. Jondral, *Parametrization: A technique for SDR implementation*. Wiley, 2002, ch. 8, in *Software Defined Radio: Enabling Technologies*.
- [219] A. Margulies and J. Mitola III, "Software defined radios: A technical challenge and migration strategy," *IEEE 5th Int. Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, vol. 2, pp. 551--556, Sept. 1998.
- [220] P. Mackenzie, L. Doyle, D. O'Mahony, and K. Nolan, "Software radio on general-purpose processors," *First Joint IEI/IEE Symposium on Telecommunications Systems*, p. 3, Nov. 2001.
- [221] Q. Zhao and B. Sadler, "A survey of dynamic spectrum access," *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 24, pp. 79--89, May 2007.
- [222] C. Peng, H. Zheng, and B. Zhao, "Utilization and fairness in spectrum assignment for opportunistic spectrum access," *ACM Mobile Networks and Applications (MONET)*, vol. 11, pp. 555--576, Aug. 2006.
- [223] H. Zheng and C. Peng, "Collaboration and fairness in opportunistic spectrum access," *IEEE International Conference on Communications, 2005*, vol. 5, pp. 3132--3136, May 2005.
- [224] D. Hatfield, "Property rights in spectrum: Taking the next step," *IEEE Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, pp. 43--55, Nov. 2005.
- [225] F. K. Jondral, "Software-defined radio - basics and evolution to cognitive radio," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, pp. 275--283, 2005.
- [226] J. Mitola III, "Software Radio Architecture: A Mathematical Perspective," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, no. 4, pp. 514--538, Apr. 1999.

- [227] V. Srivastava and M. Montani, "Cross-layer design: A survey and road ahead," *IEEE Communications Magazine*, vol. 43, pp. 112--119, Dec. 2005.
- [228] V. Kawadia and P. Kumar, "A cautionary perspective on cross-layer design," *IEEE Wireless Communications*, vol. 12, pp. 3--11, Feb. 2005.
- [229] A. K. Salkintzis, H. Nie, and T. P. Mathipoulos, "Adc and dsp challenges in the development of software radio base stations," *IEEE Transactions on Personal Communications*, vol. 6, no. 4, pp. 47--55, Aug 1999.
- [230] Q. Zhao and B. Sadler, "A survey of dynamic spectrum access," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 24, pp. 79--89, May 2007.
- [231] A. Stirling, "White space coalition: The story so far," *The IET seminar on Cognitive Radio And Software Defined Radio: Technologies and Techniques*, Sept. 2008.
- [232] T. Weiss, A. Krohn, F. Capar, I. Martoyo, and F. Jondral, "Synchronization algorithms and preamble concepts for spectrum pooling systems," *IST Mobile and Wireless Telecommunications Summit*, vol. 16, no. 8, pp. 1451--1458, Oct 2003.
- [233] C. Cordeiro, K. Challapali, D. Birru, and S. Shankar, "Ieee 802.22: the first worldwide wireless standard based on cognitive radios," *Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, Nov. 2005.
- [234] Y. Yuan, P. Bahl, R. Chandra, P. Chou, J. I. Ferrell, T. Moscibroda, S. Narlanka, and Y. Wu, "Knows: Cognitive radio networks over white spaces," *Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, Apr. 2007.
- [235] M. Yang and D. Grace, "Cognitive radio with reinforcement learning applied to heterogeneous multicast terrestrial communication systems," *The 4th International Conference On Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications, Hannover*, Jun 2009.
- [236] B. Wild and K. Ramchandran, "Detecting primary receivers for cognitive radio applications," *IEEE Proceedings of New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, Nov 2005.
- [237] M. Oner and F. Jondral, "On the extraction of the channel allocation information in spectrum pooling systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 25, pp. 558--565, Apr 2007.
- [238] A. Sahai, R. Tandra, S. Mishra, and N. Hoven, "Fundamental design tradeoffs in cognitive radio systems," *International workshop on Technology and policy for accessing spectrum*, 2006.
- [239] A. Sahai, N. Hoven, and R. Tandra, "Some fundamental limits on cognitive radio," *Allerton Conference on Communication, Control and Computing*, 2003.
- [240] D. Mills, "Internet time synchronization: The network time protocol," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 39, pp. 1482--1493, 1991.
- [241] F. Cristian, "Probabilistic clock synchronization," *Distributed Computing*, vol. 3, pp. 146--158, 1989.

- [242] L. Lamport, "Time, clocks, and the ordering of events in a distributed system," *Communications of the ACM*, vol. 21, pp. 558--565, 1978.
- [243] P. Ashton, "Algorithms for off-line clock synchronization," Ph.D. dissertation, Dept. of Computer Science, University of Canterbury, 1995.
- [244] Q. Ni, I. Aad, C. Barakat, and T. Turletti, "Modeling and analysis of slow cw decrease for ieee 802.11 wlan," *Proceedings of 14th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Proceeding*, 2003.
- [245] I. Aad, Q. Ni, C. Barakat, and T. Turletti, "Enhancing ieee 802.11 mac in congested environments," *Proceedings of 4th Workshop on Applications and Services in Wireless Networks ASWN*, 2004.
- [246] I. 802.22, "IEEE 802.22 working group on wireless regional area networks." [Online]. Available: Available: \url{http://www.ieee802.org/22/},
- [247] K. Pensel and J. Nossek, "Uplink and downlink calibration of an antenna array in a mobile communication system." Lisbon, Portugal: COST 259, Sep 1997, tD-58.
- [248] Y. Zhang and K. Letaief, "Multiuser Adaptive Subcarrier-and-bit Allocation with Adaptive Cell Selection for OFDM Systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 5, pp. 1566--1575, Sept. 2004.
- [249] E. D. N. 03-289, "Establishment of interference temperature metric to quantify and manage interference and to expand available unlicensed operation in certain fixed mobile and satellite frequency bands,," FCC, Tech. Rep., Nov. 2003.
- [250] G. Stuber, *Principles of Mobile Communications, 2nd Edition*. Kluwer Academic, 2000.
- [251] J. Mitolla, *Software Radio Architecture: Object-Oriented Approaches to Wireless Systems Engineering*. Wiley and Sons, 2002.
- [252] H. E. Rose, *A Course in Number Theory*. New York, NY: Oxford Univ. Press, 1988, ch. 3.
- [253] A. Haghghat, "A review on essentials and technical challenges of software defined radio," *MILCOM 2002*, vol. 1, pp. 377--382, Oct 2002.
- [254] A. Wyglinski, "Effects of bit allocation on non-contiguous multicarrier-based cognitive radio transceivers," *IEEE 64th Vehicular Technology Conference, 2006. VTC-2006 Fall. 2006*.
- [255] I. Akyildiz, W.-Y. Lee, M. Vuran, and S. M., "Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: a survey," *Computer Networks: The International Journal of Computer and Telecommunications Networking archive, Elsevier North-Holland*, vol. 50, no. 13, pp. 2127--2159, Sep 2006.
- [256] S. Muller-Weinfurter, "Optimum nyquist windowing in ofdm receivers," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 3, pp. 417--420, Mar 2001.
- [257] C. Muuschaik, "Improving an ofdm reception using an adaptive nyquist windowing," *IEEE Transaction in Consumer Electronics*, vol. 42, no. 3, pp. 259--269, Mar 1996.
- [258] K. V.I., "Energy detection of a signal with random amplitude," *Proc. IEEE Int. Conference in Communications - ICC*, vol. 3, pp. 1606--1610, May 2002.

- [259] Y. Xin, H. Zhang, S. Rangarajan, and K. Kim, "B-ssct: A block sequential spectrum sensing scheme for cognitive radio," in *Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM), 2011 Sixth International ICST Conference on*, June 2011, pp. 16--20.
- [260] Y.-D. Kim, J. K. Lim, C.-H. Suh, E.-R. Jeong, and Y. Lee, "Carrier frequency estimation for transmissions with antenna diversity," in *Vehicular Technology Conference, 2002. VTC Spring 2002. IEEE 55th*, vol. 3, 2002, pp. 1569--1573 vol.3.
- [261] B. Chen, R. Jiang, T. Kasetkasem, and P. Varshney, "Channel aware decision fusion in wireless sensor networks," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 12, pp. 3454--3458, Dec. 2004.
- [262] M.-K. Oh, X. Ma, G. Giannakis, and D.-J. Park, "Cooperative synchronization and channel estimation in wireless sensor networks," in *Signals, Systems and Computers, 2003. Conference Record of the Thirty-Seventh Asilomar Conference on*, vol. 1, Nov. 2003, pp. 238--242 Vol.1.
- [263] N. H. Gordon and P. F. Ramig, "Cumulative distribution function of the sum of correlated chi-squared random variables," *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 17, no. 1, pp. 1--9, 1983. [Online]. Available: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00949658308810633>
- [264] S. Barbarossa and G. Scutari, "Decentralized maximum-likelihood estimation for sensor networks composed of nonlinearly coupled dynamical systems," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 55, no. 7, pp. 3456--3470, July 2007.
- [265] A. Speranzon, C. Fischione, and K. Johansson, "Distributed and collaborative estimation over wireless sensor networks," in *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, Dec. 2006, pp. 1025--1030.
- [266] A. Benavoli, "Distributed estimation in sensor networks," February 2007.
- [267] O. Jahromi and P. Aarabi, "Distributed signal processing in sensor networks," *Embedded Systems Handbook*, 2006.
- [268] L. De Haan and A. Ferreira, *Extreme value theory: an introduction*. Springer Verlag, 2006.
- [269] G. Tee, "Eigenvectors of block circulant and alternating circulant matrices," *New Zealand Journal of Mathematics*, vol. 36, pp. 195--211, 2007.
- [270] B. Farhang-Boroujeny and R. Kempter, "Multicarrier communication techniques for spectrum sensing and communication in cognitive radios," *Communications Magazine, IEEE*, vol. 46, no. 4, pp. 80--85, 2008.
- [271] M. Ghogho, M. Cardenas-Juarez, A. Swami, and T. Whitworth, "Locally optimum detection for spectrum sensing in cognitive radio," in *Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications, 2009. CROWNCOM'09. 4th International Conference on*. IEEE, 2009, pp. 1--6.
- [272] M. Parker, K. Paterson, and C. Tellambura, "Golay complementary sequences," *Encyclopedia of Telecommunications*, 2003.

- [273] A. Joarder, "Moments of the product and ratio of two correlated chi-square variables," *Statistical Papers*, vol. 50, no. 3, pp. 581--592, 2009.
- [274] A. Laub, *Matrix analysis for scientists and engineers*. Society for Industrial Mathematics, 2005.
- [275] W. Li and H. Dai, "Distributed detection of a deterministic signal in correlated gaussian noise over mac," in *Information Theory, 2006 IEEE International Symposium on*. IEEE, 2006, pp. 2134--2138.
- [276] S. Lauritzen, "Locally most powerful and other large sample tests," *Most*, 2004.
- [277] K. Maeda, A. Benjebbour, T. Asai, T. Furuno, and T. Ohya, "Recognition among ofdm-based systems utilizing cyclostationarity-inducing transmission," in *New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, 2007. DySPAN 2007. 2nd IEEE International Symposium on*. IEEE, 2007, pp. 516--523.
- [278] S. Mallat, *A wavelet tour of signal processing*. Academic Pr, 1999.
- [279] M. Nazarpour, "Multicarrier communication and cognitive radio."
- [280] L. Tang, M. Li, M. Abu-Rgheff, and H. Wang, "Novel snr analysis for adaptive modulation and coding in generalized ofdm and single carrier systems," in *Wireless Communications and Networking Conference, 2007. WCNC 2007. IEEE*. IEEE, 2007, pp. 1384--1388.
- [281] T. Ihalainen, A. Viholainen, and M. Renfors, "On spectrally efficient multiplexing in cognitive radio systems," in *Wireless Pervasive Computing, 2008. ISWPC 2008. 3rd International Symposium on*. IEEE, 2008, pp. 675--679.
- [282] M. Kam, Q. Zhu, and W. Gray, "Optimal data fusion of correlated local decisions in multiple sensor detection systems," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 28, no. 3, pp. 916--920, 1992.
- [283] T. Cui and C. Tellambura, "Power delay profile and noise variance estimation for ofdm," *Communications Letters, IEEE*, vol. 10, no. 1, pp. 25--27, 2006.
- [284] D. Qu, J. Ding, T. Jiang, and X. Sun, "Detection of non-contiguous ofdm symbols for cognitive radio systems without out-of-band spectrum synchronization," *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, vol. 10, no. 2, pp. 693--701, 2011.
- [285] G. Shurbet, T. Lewis, and T. Boullion, "Quadratic matrix equations," *The Ohio Journal of Science*, vol. 74, no. 5, pp. 273--277, 1974.
- [286] S. Rice, "The expected value of the ratio of correlated random variables," 2009.
- [287] V. Petrov and A. Brown, *Sums of independent random variables*. Springer-Verlag Berlin, 1975, vol. 197, no. 5.
- [288] A. Saemi, "Synchronisation des systèmes de transmission MIMO-OFDM." Sep 2007, thèse université de Limoges. [Online]. Available: <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00173780/en/>
- [289] E. Zhou, X. Zhang, H. Zhao, and W. Wang, "Synchronization algorithms for mimo ofdm systems," in *Wireless Communications and Networking Conference, 2005 IEEE*, vol. 1. IEEE, 2005, pp. 18--22.



- [290] Y. Kim, Y. Kim, Y. Lee, W. Oh, and W. Kim, "Synchronization and channel equalization for upstream cable modem," in *Consumer Electronics, 2008. ISCE 2008. IEEE International Symposium on*. IEEE, 2008, pp. 1--4.
- [291] E. Serpedin and Q. M. Chaudhari, *Synchronization in Wireless Sensor Networks: Parameter Estimation, Performance Benchmarks, and Protocols*, 1st ed. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2009.
- [292] Q. Huang, M. Ghogho, J. Wei, and P. Ciblat, "Timing and frequency synchronization for ofdm based cooperative systems," in *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009. ICASSP 2009. IEEE International Conference on*. IEEE, 2009, pp. 2649--2652.
- [293] K. Veeramachaneni and L. Osadciw, "Design of distributed detection systems with correlated heterogeneous sensors," in *45th Annual Allerton Conference, Allerton Park, Illinois, 2007*.
- [294] R. Viswanathan and P. Varshney, "Distributed detection with multiple sensors i. fundamentals," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 1, pp. 54--63, 1997.
- [295] M. Xiang, "Some new results on distributed neyman-pearson detection with correlated sensor observations," in *Information Fusion, 2007 10th International Conference on*. IEEE, 2007, pp. 1--6.
- [296] L. Varshney, "On the use of discrete prolate spheroidal windows for frequency selective filter design," *Applications of Signal Processing*, 2004.
- [297] A. Sahai and D. Cabric, "Cyclostationary feature detection," *Tutorial presented at the IEEE DySPAN 2005 (Part II)*, 2005.
- [298] A. Nuttall and G. Carter, "Spectral estimation using combined time and lag weighting," *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, no. 9, pp. 1115--1125, 1982.
- [299] D. J. Thomson, "Response: Testing for bias in the climate record," *Science*, vol. 271, no. 5257, pp. 1881--1883, 1996. [Online]. Available: <http://www.sciencemag.org/content/271/5257/1881.short>
- [300] J. Shen, Y. Liu, S. Liu, J. Gao, G. Xie, and C. Chi, "Robust energy detection based on bayesian estimation for cognitive radio," in *Global Telecommunications Conference, 2008. IEEE GLOBECOM 2008. IEEE*. IEEE, 2008, pp. 1--5.
- [301] M. Braun, J. Elsner, and F. Jondral, "Signal detection for cognitive radios with smashed filtering," in *Vehicular Technology Conference, 2009. VTC Spring 2009. IEEE 69th*. IEEE, 2009, pp. 1--5.
- [302] B. Farhang-Boroujeny, "Signal processing techniques for spectrum sensing and communications in cognitive radios," in *International ICST Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks, CrownCom 2007, 2007*.
- [303] A. Sahai and D. Cabric, "Spectrum sensing: fundamental limits and practical challenges," in *Proc. IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN)*, 2005.
- [304] E. Lehmann and J. Romano, *Testing statistical hypotheses*. Springer Verlag, 2005.

- [305] P. Welch, "The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms," *Audio and Electroacoustics, IEEE Transactions on*, vol. 15, no. 2, pp. 70--73, 1967.
- [306] G. A. Prieto, *Multitaper Spectrum Estimation*, June 2004.
- [307] M. Marey and H. Steendam, "The effect of narrowband interference on frequency ambiguity resolution for ofdm," in *Vehicular Technology Conference, 2006. VTC-2006 Fall. 2006 IEEE 64th*, sept. 2006, pp. 1 --5.
- [308] T. Li, W. H. Mow, V. Lau, M. Siu, R. Cheng, and R. Murch, "Robust joint interference detection and decoding for ofdm-based cognitive radio systems with unknown interference," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 25, no. 3, pp. 566 --575, april 2007.
- [309] A. Dutta, D. Saha, D. Grunwald, and D. Sicker, "Practical implementation of blind synchronization in nc-ofdm based cognitive radio networks," in *Proceedings of the 2010 ACM workshop on Cognitive radio networks*, ser. CoRoNet '10, 2010, pp. 1--6.
- [310] Z. Kollar and P. Horvath, "Physical layer considerations for cognitive radio: Synchronization point of view," in *Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2011 IEEE 73rd*, may 2011, pp. 1 --5.
- [311] J. N. Laneman, "Practical implementation of a cognitive radio system for dynamic spectrum access," 2008.
- [312] M. Krondorf, T.-J. Liang, and G. Fettweis, "On synchronization of opportunistic radio ofdm systems," in *Vehicular Technology Conference, 2008. VTC Spring 2008. IEEE*, may 2008, pp. 1686 --1690.
- [313] B. Yang, K. Letaief, R. Cheng, and Z. Cao, "Timing recovery for ofdm transmission," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 18, no. 11, pp. 2278 --2291, nov 2000.
- [314] P. Siohan and C. Roche, "Derivation of extended gaussian functions based on the zak transform," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 11, no. 3, pp. 401 -- 403, march 2004.
- [315] B. Sahu, S. Chakrabarti, and S. L. Maskara, "A new timing synchronization metric for ofdm based wlan systems," *Wirel. Pers. Commun.*, vol. 52, pp. 829--840, March 2010.
- [316] T. Nguyen, "A quadratic-constrained least-squares approach to the design of digital filter banks," in *Circuits and Systems, 1992. ISCAS '92. Proceedings., 1992 IEEE International Symposium on*, vol. 3, may 1992, pp. 1344 --1347 vol.3.
- [317] H. Bölcskei, *Orthogonal frequency division multiplexing based on offset QAM*, 2003, pp. 321--352.
- [318] H. Bolcskei, P. Duhamel, and R. Hleiss, "Design of pulse shaping OFDM/OQAM systems for high data-rate transmission over wireless channels," in *Proc. of IEEE International Conference on Communications (ICC)*, vol. 1, June 1999, pp. 559--564.
- [319] J. Du and S. Signell, "Comparison of cp-ofdm and ofdm/oqam in doubly dispersive channels," in *Future Generation Communication and Networking (FGCN 2007)*, vol. 2, dec. 2007, pp. 207 --211.

- [320] T. Nguyen, "Digital filter bank design quadratic-constrained formulation," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 9, pp. 2103 --2108, sep 1995.
- [321] J. Du and S. Signell, "Time frequency localization of pulse shaping filters in ofdm/oqam systems," in *2007 6th International Conference on Information, Communications and Signal Processing, Vols 1-4, 2007*, pp. 1406--1410.
- [322] P. Vaidyanathan and T. Nguyen, "Eigenfilters: A new approach to least-squares fir filter design and applications including nyquist filters," *Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 1, pp. 11 -- 23, jan 1987.
- [323] B. Le Floch, M. Alard, and C. Berrou, "Coded orthogonal frequency division multiplex [tv broadcasting]," *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, no. 6, pp. 982 --996, jun 1995.
- [324] C. S. Lee and K. Y. Yoo, "Polyphase filter-based ofdm transmission system," in *Vehicular Technology Conference, 2004. VTC2004-Fall. 2004 IEEE 60th*, vol. 1, sept. 2004, pp. 525 -- 528 Vol. 1.
- [325] C. L  l  , J.-P. Javaudin, R. Legouable, A. Skrzypczak, and P. Siohan, "Channel estimation methods for preamble-based ofdm/oqam modulations," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 19, no. 7, pp. 741--750, 2008.
- [326] Y.-P. Lin and P. Vaidyanathan, "Linear phase cosine modulated maximally decimated filter banks with perfect reconstruction," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 11, pp. 2525 --2539, nov 1995.
- [327] T. Matteo, "Windowed/shaped ofdm and ofdm-oqam: Alternative multicarrier modulations for wireless applications," Ph.D. dissertation, Dipartimento Di Ingegneria Dell Informazione, Universita Di Padova, 2005.
- [328] C. Siclet, P. Siohan, and D. Pinchon, "Perfect reconstruction conditions and design of oversampled dft-modulated transmultiplexers," *EURASIP J. Appl. Signal Process.*, vol. 2006, pp. 94--94, January 2006.
- [329] A. Assalini, M. Trivellato, and S. Pupolin, "Performance analysis of ofdm-oqam systems."
- [330] P. Siohan and N. LaCaille, "Analysis of ofdm/oqam systems based on the filterbank theory," in *Global Telecommunications Conference, 1999. GLOBECOM '99*, vol. 4, 1999, pp. 2279 --2284 vol.4.
- [331] H. Zhang, D. Le Ruyet, and M. Terre, "Spectral efficiency analysis in ofdm and ofdm/oqam based cognitive radio networks," in *Vehicular Technology Conference, 2009. VTC Spring 2009. IEEE 69th*, april 2009, pp. 1 --5.
- [332] M. Muck and J. P. Javaudin, *Advanced OFDM Modulators Considered in the IST-WINNER Framework for Future Wireless Systems*, 2005.
- [333] X. Wang, Y. Wu, and H.-C. Wu, "A new adaptive ofdm system with precoded cyclic prefix for cognitive radio," in *Communications, 2008. ICC '08. IEEE International Conference on*, may 2008, pp. 3642 --3646.
- [334] Q. Zhang, A. Kokkeler, and G. Smit, "Adaptive ofdm system design for cognitive radio," in *11th International OFDM-Workshop*. Hamburg, Germany: IEEE Communications Society, Germany Chapter, August 2006, pp. 91--95.

- [335] P. Tu, X. Huang, and E. Dutkiewicz, *Adaptive Subband Selection in OFDM-Based Cognitive Radios*. InTech, 2009.
- [336] "The eigenvalues of tridiagonal matrices."
- [337] T. van Waterschoot, V. Le Nir, J. Duplicy, and M. Moonen, "Analytical expressions for the power spectral density of cp-ofdm and zp-ofdm signals," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 17, no. 4, pp. 371 --374, april 2010.
- [338] A. Speranzon, C. Fischione, K. Johansson, and A. Sangiovanni-Vincentelli, "A distributed minimum variance estimator for sensor networks," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 26, no. 4, pp. 609 --621, may 2008.
- [339] G. Yang, C.-L. Wang, H.-C. Wang, and S.-Q. Li, "A new synchronization scheme for ofdm-based cooperative relay systems," in *GLOBECOM 2010, 2010 IEEE Global Telecommunications Conference*, dec. 2010, pp. 1 --5.
- [340] R. Viswanathan, "A note on distributed estimation and sufficiency," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 5, pp. 1765 --1767, sep 1993.
- [341] F. Harris and R. Mc Gwier, "A receiver structure that performs simultaneous spectral analysis and time series channelization," in *SDR 09, Washington, USA, December 2009*, dec. 2009.
- [342] H. Vincent Poor and C. I. Chang, "A reduced complexity quadratic structure for the detection of stochastic signals," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 78, no. 5, pp. 1652 --1657, 1985.
- [343] D. Joshi, D. Popescu, and O. Dobre, "Adaptive spectrum sensing with noise variance estimation for dynamic cognitive radio systems," in *Information Sciences and Systems (CISS), 2010 44th Annual Conference on*, march 2010, pp. 1 --5.
- [344] J. S. Lim and A. V. Oppenheim, Eds., *Advanced topics in signal processing*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1987.
- [345] J. Acharya, H. Viswanathan, and S. Venkatesan, "Timing acquisition for non contiguous ofdm based dynamic spectrum access," in *New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, 2008. DySPAN 2008. 3rd IEEE Symposium on*, oct. 2008, pp. 1 --10.
- [346] D. Qu, J. Ding, T. Jiang, and X. Sun, "Detection of non-contiguous ofdm symbols for cognitive radio systems without out-of-band spectrum synchronization," *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, vol. 10, no. 2, pp. 693 --701, february 2011.
- [347] G. Ganesan and Y. Li, "Cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks," in *New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, 2005. DySPAN 2005. 2005 First IEEE International Symposium on*, nov. 2005, pp. 137 --143.
- [348] L. Hong and K. Ho, "Identification of digital modulation types using the wavelet transform," *Proceedings in MILCOM*, vol. 47.

# Κατάλογος δημοσιεύσεων του συγγραφέα

## Δημοσιεύσεις του συγγραφέα σε επιστημονικά περιοδικά

1. A. Adamis, K. Maliatsos, P. Constantinou, "Throughput Analysis of the Intermittent DCF for Opportunistic Spectrum Access", *Springer International Journal on Wireless Personal Communications*, April 2009
2. A. Adamis, K. Maliatsos, P. Constantinou, "Throughput and Packet Delay Analysis of the Intermittent DCF for Overlay Access Networks", *IEICE Transactions on Communications*, June 2009

## Υποβληθείσες δημοσιεύσεις σε επιστημονικά περιοδικά (υπό κρίση)

1. K. Maliatsos, A. Adamis, G. Cambouraklis, P. Constantinou, "A new windowed-OFDM transmission scheme for Cognitive Radios with increased bandwidth efficiency and controlled interference mitigation",
2. K. Maliatsos, A. Adamis, P. Constantinou, "Efficient use of filters in OFDM-based Cognitive radio receivers with integrated synchronization and sensing functions"

## Δημοσιεύσεις του συγγραφέα σε επιστημονικά συνέδρια

1. A. Adamis, K. Maliatsos, P. Constantinou, "Throughput Analysis of Overlay CSMA/CA for Secondary Networks" *IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications, WiMob*, October 2008, Avignon, France
2. A. Adamis, K. Maliatsos, P. Constantinou, "A New Medium Access Control Protocol with Control Channel Auto-Discovery for Self-Deployed Cognitive Radio Networks ", *European Wireless '07*, April 2007, Paris, France
3. A. Adamis, K. Maliatsos, P. Constantinou, "Methods for Reducing Interference caused to Licensed Systems by Overlay-CSMA/CA Cognitive Radios", *CorwnCom 2008*, Singapore
4. Maliatsos, K., Loulis, P., Chronopoulos, M. Constantinou, P.; Dallas, P.; Ikonomidou, M., "Experimental Small Scale Fading Results for Mobile Channels Over the Sea", *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2006 IEEE 17th International Symposium on* 11-14 Sept. 2006
5. Maliatsos, K., Loulis, P., Chronopoulos, M. Constantinou, P.; Dallas, P.; Ikonomidou, M., "Measurements and Wideband Channel Characterization for Over-the-sea Propagation", *Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications, 2006. (WiMob'2006). IEEE International Conference on* 19-21 June 2006

6. Maliatsos, K.N., Loulis, P., Chronopoulos, M., Constantinou, P., Dallas, P., Ikonomidou, M., `` The Power Delay Profile of the Mobile Channel for Above the Sea Propagation " Vehicular Technology Conference, 2006. VTC-2006 Fall
7. Maliatsos, K., Constantinou, P., Dallas, P., Ikonomidou, M., `` Measuring and modeling the wideband mobile channel for above the sea propagation paths" First European Conference on Antennas and Propagation, 2006. EuCAP 2006
8. Maliatsos, K., Vassaki, S., Constantinou, P., `` Interclass and Intra-class Modulation Recognition using the Wavelet Transform" IEEE 18th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2007
9. Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis, Philip Constantinou, `` SNR degradation due to Timing and Frequency Synchronization Errors for OFDMA Systems with Subband Carrier Allocation" European Wireless, 2008 Prague
10. Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis, Philip Constantinou, `` Receiver Architectures for OFDMA Systems with Subband Carrier Allocation" European Wireless, 2008 Prague
11. Maliatsos, Konstantinos, Adamis Athanassios, Constantinou, Philip, `` Efficient receiver design for OFDMA Systems with subband carrier allocation strategy" Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2008. SPAWC 2008. IEEE 9th Workshop on, July 2008
12. K. Maliatsos, A. Adamis, P. Constantinou, `` Frequency Synchronization, Receiver Architectures and Polyphase Filters for OFDMA Systems with Subband Carrier Allocation" COST 2100, September 2007, Duisburg, Germany
13. K. Maliatsos, A. Adamis, P. Constantinou, `` A new windowed-OFDM transmission scheme for Cognitive Radios with increased bandwidth efficiency" WUN Cognitive Communications Consortium, June 2009, Hannover

□

## Βιογραφικό σημείωμα του Κωνσταντίνου Μαλιάτσου



Όνοματεπώνυμο : **Κωνσταντίνος Μαλιάτσος**  
Πατρώνυμο : Νικόλαος  
Ημ. Γέννησης : 6 Μαΐου 1979  
Τόπος Γέννησης : Αθήνα  
Εθνικότητα : Έλληνας  
Οικογ. Κατάσταση : Άγαμος  
Τόπος Κατοικίας : Καλλιθέα  
Στρατιωτικές Υποχρεώσεις : Εκπληρωμένες  
E-mail : [maliatsos@mobile.ntua.gr](mailto:maliatsos@mobile.ntua.gr)

### **ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ:**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΕΣ ΣΠΟΥΔΕΣ: Διδάκτορας του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (ΕΜΠ)  
Κάτοχος Master στη Διοίκηση Επιχειρήσεων (MBA)

#### *Λεπτομέρειες:*

2004 - 2011 Διδακτορικό στο Εργαστήριο Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών (ΕΚΡ) της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Τομέας Συστημάτων Μετάδοσης Πληροφορίας και Τεχνολογίας Υλικών του ΕΜΠ.

Επιβλέπων: **καθ. Φίλιππος Κωνσταντίνου**

Διατριβή: **“Τεχνικές Μετάδοσης, Ανάλυση και Σχεδίαση Προσαρμοστικών Γνωστικών Συστημάτων Ραδιοεπικοινωνιών (Cognitive Radio)”**

2004-2006 Απόφοιτος του Διαπανεπιστημιακού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών Διοίκησης Επιχειρήσεων “Τεχνοοικονομικά συστήματα” που διεξάγεται από το ΕΜΠ και το

	Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο. Ειδίκευση: Κατεύθυνση Διοίκησης Τεχνολογικών Συστημάτων Βαθμός: 8.17 /10 Διπλωματική Εργασία: Τεχνική μελέτη του Φυσικού στρώματος του UMTS – Τεχνο-οικονομική ανάλυση της πορείας του UMTS στην Ευρώπη. Επιβλέπων: καθ. Μιχαήλ Θεολόγου
ΣΠΟΥΔΕΣ: 1997 - 2002	ΕΜΠ – ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  Ειδίκευση: Τηλεπικοινωνίες Βαθμός: 7.88 / 10 Διπλωματική Εργασία: Αρχές λειτουργίας του συστήματος ραδιοεπικοινωνιών TETRA –Μελέτη Ραδιοκάλυψης της Εθνικής Οδού Αθηνών-Θεσσαλονίκης για το σύστημα TETRA – Μελέτη διάδοσης σε τούνελ. Επιβλέπων: καθ. Φίλιππος Κωνσταντίνου
ΜΕΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ: 1991-1997	7 <sup>ο</sup> Λύκειο Καλλιθέας / 11 <sup>ο</sup> Γυμνάσιο Καλλιθέας Βαθμός Απολυτηρίου: 19.4/20

#### **ΓΛΩΣΣΕΣ:**

Αγγλικά	Cambridge Certificate of Advanced in English Cambridge Certificate of Lower English
Γερμανικά	Goethe Institut Zertifikat Deutsch (Grundstufe)
Γαλλικά	Βασική Γνώση – χωρίς πιστοποίηση

#### **ΤΡΕΧΟΥΣΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΣΕ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ**

2012	Συμμετοχή στο Ερευνητικό Πρόγραμμα Θαλής με τίτλο INTENTION με θέμα την έρευνα, τον σχεδιασμό αλλά και υλοποιήσεις συστημάτων ασύρματων επικοινωνιών νέας γενιάς με επίκεντρο την MIMO/OFDMA τεχνική μετάδοσης-πρόσβασης στο δίαυλο Αντικείμενο: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Εκτίμηση ραδιοδιαύλων και τεχνικές ανάδρασης για MIMO-OFDMA και δίκτυα με relays.</li> <li>• Συστήματα BS-MIMO και ευρυζωνική χρήση τους.Design of new applications for Beam Space MIMO systems.</li> </ul> Σε συνεργασία με: καθ. Αθ. Κανάτα (Πα.Πει.)
2012	Ερευνητικός συνεργάτης του ΕΚΡ-ΕΜΠ για το έργο “ΠΕΔΙΟΝ 24” σε συνεργασία με την εταιρία COSMOTE A.E. σχετικά με την εγκατάσταση και διαχείριση ενός δικτύου μετρήσεων της μη ιονίζουσας Η/Μ ακτινοβολίας Σταθμών Βάσης Κινητής Τηλεφωνίας. Αντικείμενο: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετρήσεις, εγκαταστάσεις και διαχείρισης σταθμών βάσης.</li> <li>• Διαχείριση site επεξεργασίας και δημοσιοποίησης των μετρήσεων.</li> </ul>



## ΕΜΠΕΙΡΙΑ ΣΕ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ:

2010-2011	<p>Εκπλήρωση στρατιωτικής Θητείας στο Σώμα Έρευνας και Πληροφορικής του Ελληνικού Στρατού ως Αναλυτής-Προγραμματιστής. Υπηρεσία στη Σχολή Έρευνας και Πληροφορικής (ΣΑΕΠ)</p> <p>Αρμοδιότητες:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Ανάπτυξη εφαρμογής διαχείρισης 1<sup>ου</sup> Γραφείου.</li><li>• Ανάπτυξη web-based ηλεκτρονικής βιβλιοθήκης για τη ΣΑΕΠ</li></ul>
2006-2009	<p>Ερευνητής – Ηλεκτρολόγος Μηχανικός στο πρόγραμμα “Cognitive Radio – Software Defined Radio: Βέλτιστη χρήση ραδιοπόρων και τερματικά πολλαπλών διεπαφών”-ΠΕΝΕΔ 03με χρηματοδότηση της ΓΓΕΤ και τη συγχρηματοδότηση της INTRACOM</p> <p><i>Τα αποτελέσματα της εργασίας παρουσιάζονται στην Διδ. Διατριβή.</i></p> <p>Αντικείμενο:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Φυσικό στρώμα στο Cognitive Radio:<ul style="list-style-type: none"><li>ο Ανάλυση και σχεδιασμός κυματομορφών (πολλαπλών φερόντων)</li><li>ο Χρονικός και συχνοτικός συγχρονισμός</li><li>ο Ακύρωση και αποφυγή παρεμβολών.</li><li>ο Σχεδιασμός νέας παραθυρικής OFDM κυματομορφής</li><li>ο Σχεδιασμός SDR δέκτη με χρήση πολυφασικών συγκροτημάτων φίλτρων.</li><li>ο Εξισορρόπηση και εκτίμηση σε OFDM βασισμένα συστήματα.</li></ul></li><li>• Ανίχνευση (sensing) ραδιοφάσματος με υπολογιστικά πλεονεκτήματα.<ul style="list-style-type: none"><li>ο Ανίχνευση με συγκροτήματα φίλτρων.</li><li>ο Σχεδίαση πρακτικών και ρεαλιστικών αλγορίθμων sensing.</li><li>ο Ανίχνευση τριών καταστάσεων.</li><li>ο Αυτόματη αναγνώριση τύπου και τάξης διαμόρφωσης με wavelet.</li></ul></li><li>• Σχεδιασμός Πρωτοκόλλου MAC για Cognitive Radios<ul style="list-style-type: none"><li>ο Τροποποίηση της Λειτουργίας Καταμεμημένου Ελέγχου (DCF) του 802.11 για το διακοπτόμενο σύστημα καταμεμημένης δυναμικής χρήσης φάσματος.</li><li>ο Μοντελοποίηση με Μαρκοβιανές αλυσίδες</li><li>ο Μείωση παρεμβολών με ανίχνευση τριών καταστάσεων.</li></ul></li></ul>
03/2007 – 05/2007	<p>Ερευνητής – Ηλεκτρολόγος Μηχανικός στο πρόγραμμα του ΕΚΡ και του ΕΠΙΣΕΥ με τίτλο “Μελέτη Η/Μ εναρμόνισης και εκχώρηση συχνοτήτων ραδιομικροφώνων για τον τελικό Champions League και Υποστήριξη κατά τη διάρκεια του αγώνα”, για λογαριασμό του Υπουργείου Μεταφορών και Επικοινωνιών σε συνεργασία με την ΕΕΤΤ.</p> <p>Αντικείμενο: Δείτε στο αντίστοιχο πρόγραμμα των Ολυμπιακών αγώνων.</p>
08/2006 – 10/2006	<p>Επιστημονικός συνεργάτης του Επιστημονικού Ινστιτούτου Συστημάτων Επικοινωνιών και Υπολογιστών (ΕΠΙΣΕΥ) του Ε.Μ.Π. στο δίκτυο αριστείας SatNex-II (<b>S</b>atellite <b>C</b>ommunication <b>N</b>etwork of <b>E</b>xcellence - II) χρηματοδοτούμενο από την Ευρωπαϊκή Ένωση σε συνεργασία με το Εθνικό Αστεροσκοπείο.</p> <p>Αντικείμενο:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Cognitive Radio σε δορυφορικά συστήματα.</li></ul>
04/2006 – 07/2006	<p>Ερευνητής Ηλεκτρολόγος Μηχανικός εκπροσωπώντας το ΕΚΡ-ΕΜΠ ως ειδικός επιστήμονας και σύμβουλος της Ελληνικής αντιπροσωπίας του ΓΕΕΘΑ στο SDR-UG του NATO για θέματα Software Defined Radio (SDE) και τις δυνατότητες χρήσης του Software Radio σε στρατιωτικές εφαρμογές. Συμμετοχή σε workgroup στις Κεντρικές Εγκαταστάσεις του NATO στις Βρυξέλλες SDR-UG ως Έλληνας αντιπρόσωπος.</p>
2004 – 2005	<p>Ερευνητής Ηλεκτρολόγος Μηχανικός (βασικός υπεύθυνος) στο έργο</p>

του Εργαστηρίου Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών “Μετρήσεις, Χαρακτηρισμός και μοντελοποίηση ευρυζωνικής ψηφιακής ζεύξης σε μικτό περιβάλλον στεριάς – θάλασσας.” για το Ερευνητικό Πανεπιστημιακό Ινστιτούτο Συστημάτων Επικοινωνιών και Υπολογιστών (ΕΠΙΣΕΥ) του Ε.Μ.Π. υπεργολάβου της INTRACOM DEFENCE ELECTRONICS A.E, σε πρόγραμμα ανάπτυξης τηλεπικοινωνιακού συστήματος για στρατιωτικές εφαρμογές.

Αντικείμενο:

- Ανάπτυξη μετρητικού συστήματος, προγραμματισμός των μετρήσεων
  - Εργαστηριακός έλεγχος (calibration, configuration) ενός channel sounder.
  - Προσδιορισμός αναγκών, επιλογή θέσεων μέτρησης στο Αιγαίο.
- Πραγματοποίηση μετρήσεων εν πλω.
- Στατιστικός Χαρακτηρισμός διαλείψεων μεγάλης κλίμακας
  - Απώλειες διάδοσης, συντελεστής εξασθένησης και σκίαση.
  - Περιοχές στατικότητας, θάλασσα ως ανακλαστική επιφάνεια.
- Στατιστικός Χαρακτηρισμός διαλείψεων μικρής κλίμακας
  - Εύρος ζώνης συνοχής, χρόνος συνοχής, διασπορά καθυστέρησης κ.α.
  - Κατανομές περιβάλλουσας για LoS και NLoS
  - Εκτίμηση φάσματος Doppler.
  - Ανάπτυξη cluster based και στοχαστικής μεθόδου για τα multipath.
- Ανάπτυξη εξομοιωτή σε MATLAB

2003 – 2004

Ερευνητής Ηλεκτρολόγος Μηχανικός για το ΕΜΠ-ΕΠΙΣΕΥ για το έργο του Εργαστηρίου Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών “Μελέτη Η/Μ εναρμόνισης και εκχώρηση συχνοτήτων ραδιομικροφώνων κατά τη διάρκεια των Ολυμπιακών Αγώνων και Υποστήριξη κατά τη διάρκεια των Ολυμπιακών και Παραολυμπιακών Αγώνων.” για λογαριασμό του Υπουργείου Μεταφορών και Επικοινωνιών (ΥΜΕ), σε συνεργασία με την Οργανωτική επιτροπή “Αθήνα 2004” και την ΕΕΤΤ

Αντικείμενο:

- Μελέτες Η/Μ συμβατότητας ραδιο-μικροφώνων και Ενδοδιαμορφώση
- Μοντελοποίηση λειτουργίας πομποδέκτη (φίλτρα, μάσκες, SNIR κλπ)
- Ανάπτυξη μεθοδολογίας ανάθεσης μικροφώνων πάνω σε TV σήματα.
- Ανάπτυξη εφαρμογής εξυπηρέτησης αιτημάτων.
- Συμβολές και Τεχνική εξυπηρέτηση χρηστών (boradcasters)

11/2003 – 10/2004

Ερευνητής Ηλεκτρολόγος Μηχανικός για το ΕΜΠ-ΕΠΙΣΕΥ για το έργο του Εργαστηρίου Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών “Καταγραφή ραδιοφάσματος και μετρήσεις εναρμόνισης ραδιομικροφώνων πριν και κατά τη διάρκεια των Ολυμπιακών και Παραολυμπιακών Αγώνων 2004 – Τεχνική Υποστήριξη κατά τη διάρκεια των Αγώνων” για λογαριασμό του ΥΜΕ, σε συνεργασία με την Οργανωτική επιτροπή “Αθήνα 2004” και την ΕΕΤΤ.

Αντικείμενο:

- Ανάπτυξη μετρητικού συστήματος.
- Πραγματοποίηση εκτεταμένων μετρήσεων και επεξεργασία.
- Στατιστική ανάλυση TV σημάτων και ραδιομικροφώνων.
- Ορισμός ζωνών συνύπαρξης TV –μικροφώνων και μάσκες εκπομπών.

2003 – 2004

Ερευνητής Ηλεκτρολόγος Μηχανικός για το ΕΜΠ-ΕΠΙΣΕΥ για το έργο του ΕΚΡ, “Μελέτη Ηλεκτρομαγνητικής Ακτινοβολίας για 2000 Μικροκυματικούς Σταθμούς του Ο.Τ.Ε.”, για τον τομέα Ρ/Η του ΟΤΕ.

Αντικείμενο:

- Συλλογή πληροφορίας και ανάπτυξη εργαλείου ανάλυσης και αποθήκευσης

- Εκπόνηση περιβαλλοντολογικών μελετών για μικροκυματικούς σταθμούς ΟΤΕ
- 2002 – 2003 Ερευνητής Ηλεκτρολόγος Μηχανικός για το ΕΜΠ-ΕΠΙΣΕΥ για το έργο του Εργαστηρίου Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών “Μελέτη Ραδιοκάλυψης για το σύστημα TETRA – ΟΤΕ”.
- Αντικείμενο:
- Μελέτες ραδιοκάλυψης για το σύστημα TETRA-ΟΤΕ.
  - Εξαγωγή αποτελεσμάτων για παραμέτρους ποιότητας (throughput, BER κ.α.)
- 2002 – 2003 Εκπόνηση τεχνικής μελέτης και εργασίες εγκατάστασης δικτύου υπολογιστών (ενσύρματο και ασύρματο) για τα γραφεία της εταιρίας ΤΕΚΑΛ Α.Ε.

#### **ΑΛΛΕΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ**

- 2012 Ιδρυτής, εταίρος και υπεύθυνος οικονομικών σε Εταιρία Περιορισμένης Ευθύνης με αντικείμενο την ανάπτυξη λύσεων και εφαρμογών σε δίκτυα αισθητήρων.

#### **ΕΠΙΚΟΥΡΙΚΟ ΕΡΓΟ:**

- 2004 – 2011 Συμμετοχή στην οργάνωση, διδασκαλία και εξέταση του εισαγωγικού εργαστηρίου Τηλεπικοινωνιών, του 4<sup>ου</sup> εξαμήνου, της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ.
- 2004 – 2011 Συμμετοχή στην οργάνωση, διδασκαλία και εξέταση του μαθήματος κατεύθυνσης Κινητές Τηλεπικοινωνίες, του 9<sup>ου</sup> εξαμήνου, της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ.
- 2006 – 2009 Συμμετοχή στην οργάνωση, διδασκαλία και εξέταση του μαθήματος της Εργαστηριακής Ηλεκτρονικής του 5ου εξαμήνου, της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ
- 2004 – 2012 Βοηθός διπλωματικών εργασιών στο ΕΚΡ στις περιοχές: Συστήματα πομποδεκτών Software Radio, Γνωστικά συστήματα επικοινωνιών (Cognitive Radio), Ασύρματα συστήματα κινητών τηλεπικοινωνιών Β3G, Μετρήσεις ραδιοσυστημάτων, κ.α. Μερικά παραδείγματα:
- Σχεδιασμός πομποδέκτη OFDM σε FPGA
  - Εξομίωση Software radio συστημάτων σε MATLAB.
  - Υλοποίηση αναλυτή φάσματος σε SDR πλατφόρμα
  - Αυτόματη αναγνώριση διαμόρφωσης.
- 2012 Σύμβουλος και βοηθός στη συγγραφή βιβλίου Ναυπηγών μηχανικών (καθ. Θ. Λουκάκης ΕΜΠ) και ανάπτυξη συνοδευτικών προγραμμάτων.

#### **ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΣΕ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΦΟΡΑ, ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΥΣ**

- Μέλος ΤΕΕ από το 2003
- Μέλος Πανελληνίου Συλλόγου Ηλεκτρολόγων Μηχανικών από το 2003
- Μέλος του the Institute of Electrical and Electronics Engineer (IEEE) από το 2003
- Μέλος του IEEE Signal Processing Society από το 2007
- Συμμετοχή στο Ευρωπαϊκό Φόρουμ Συνεργασίας στην Επιστημονική Έρευνα, COST 273 “Towards Mobile Broadband Multimedia Networks” (2005-2006)
- Συμμετοχή στο Ευρωπαϊκό Φόρουμ Συνεργασίας στην Επιστημονική Έρευνα, COST 2100 “Pervasive Mobile and Ambient Wireless Communications” (2007-2010)

- Συμμετοχή στο WUN Cognitive Communications Consortium COGCOM (2009 – 2012)
- Συμμετοχή στο Ευρωπαϊκό Φόρουμ Συνεργασίας στην Επιστημονική Έρευνα, COST IC1004 “Cognitive Radio for Coexistence of Heterogeneous Wireless Networks” (2011-12)
- Συμμετοχή στο Ευρωπαϊκό Φόρουμ Συνεργασίας στην Επιστημονική Έρευνα, COST IC0902 “Cooperative Radio Communications for Green Smart Environments” (2009-today)
- Κριτής σε Επιστημονικά περιοδικά και συνέδρια π.χ.: Springer Wireless Communications, IEEE Transactions on Wireless Communications, IEEE Signal Processing Letters, IEEE Vehicular Technology Conference, IEEE International Symposium on Personal Indoor Mobile Radio Communications (PIMRC), κ.α.

#### **ΣΕΜΙΝΑΡΙΑ**

- |         |   |
|---------|---|
| 07/2005 | Σεμινάριο για επίγεια και δορυφορικά συστήματα επικοινωνιών. Το σεμινάριο κάλυψε τις ακόλουθες ερευνητικές περιοχές: Μοντελοποίηση ραδιοδιαύλων, αρχιτεκτονικές πομποδεκτών, πολυπλεξία, τεχνικές κωδικοποίησης, εξομίωση / προσομίωση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, software radio κ.α. Υπό την αιγίδα του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών |
| 09/2006 | A tutorial in OFDM-Flexible and adaptive air interface for a 4G communication system”. OFDM Modulation, OFDMA multiplexing, Adaptive modulation and coding, synchronization, MIMO-OFDM and SFN Networks». 17th annual IEEE international symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC 2006).                      |
| 10/2008 | Networking Cognitive Radios for Dynamic Spectrum Access. IEEE Dynamic Spectrum Access Networks Conference (DYSPAN 2008).  |
| 10/2008 | Working with Programmable Platforms Including the GNU/USRP – Hands on tutorial on USRPs IEEE Dynamic Spectrum Access Networks Conference (DYSPAN 2008).   |
| 06/2009 | Cognitive and Software Defined Radio Testing. International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications   |

#### **ΠΟΙΣΤΟΠΟΙΗΣΕΙΣ –ΘΕΜΑΤΑ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ:**

Ειδικευση σε θέματα ποιότητας σύμφωνα με το Πρότυπο ΕΛΟΤ EN ISO 9001 και ISO 17025 . Τεχνικός Υπεύθυνος στο Εργαστήριο Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών.

#### **ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝΤΑ:**

- Cognitive Radios και Δυναμική χρήση φάσματος
- Software Radios (DSPs, etc), προσαρμοστική πομποδέκτες
- Επεξεργασία σήματος σε ραδιοεπικοινωνίες / Multirate Signal Processing
- MIMO, Relays, Adaptive, Dynamic Modulation and Coding
- Sensor Networks
- Μοντελοποίηση ραδιοδιαύλων
- Αλγόριθμοι εκτίμησης και απόφασης (συγχρονισμός, εξισορρόπιση, ανίχνευση)

#### **ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ**

- MATLAB programming (expert)
- Visual Basic .NET, Visual Basic 6 (expert)
- C/C++ για standalone εφαρμογές είτε σε Integrated Environments π.χ.
  - OPNET
  - Texas Instruments Code Composers Studio
  - Arduino IDE

- Diamond 3L
- Pascal, Fortran
- Database Management, SQL (MySQL, MS SQL Server)
- Java, Web development languages (HTML, PHP)
- Python για USRP 2.0 Programming
- Wolfram Mathematica
- Λειτουργικά συστήματα: Windows 9x, NT, 2000, XP, Vista, Windows 7, 8 and Ubuntu Linux / Unix
- Κοινές εμπορικές εφαρμογές: Microsoft Word, Excel, PowerPoint, Access, Visio etc. Adobe Photoshop, InDesign, Dreamweaver, Premier
- LaTeX text editing
- Άλλα εξειδικευμένα πακέτα λογισμικού:
  - EDX
  - ICS ATDI
  - Cellular Expert
  - Microsim Pspice
- Εμπειρία χρήσης τεχνικού εξοπλισμού:
  - Spectrum Analyzers (HP, Rhode-Schwartz)
  - Wideband Receivers (ICOM, Rhode-Schwartz)
  - Channel Sounders (Berkeley Varitronics, MEDAV)
  - Field Measurement equipment (Narda SRM Far Field Wideband Measurement System, AMB-8057)
  - Agilent Vector Signal Analyzer, Agilent Network Analyzer
  - TI DSP DSKs and development boards.
  - A/D, D/A converters, RF modulators, Digital Oscilloscopes κ.α.
- Ειδικός στο ΡΗΥ στρώμα για LTE Advanced, WiMax, WLAN και HSDPA. Ειδικός στο υπόστρωμα MAC για WLAN.

#### **ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ**

- A. Adamis, K. Maliatsos, P. Constantinou, *"Throughput Analysis of the Intermittent DCF for Opportunistic Spectrum Access"*, Springer International Journal on Wireless Personal Communications Sept. 2009
- Athanassios V. Adamis, Konstantinos Maliatsos and Philip Constantinou: *"Throughput and Packet Delay Analysis of the Intermittent DCF for Overlay Access Networks"*, IEICE Transactions On Communications, Vol.E92-B, No.11, pp.-, Nov.2009

#### **Υποβληθείσες Δημοσιεύσεις (υπό κρίση – συγγραφή)**

(Copyrighted material © Konstantinos Maliatsos PhD Thesis)

- Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis, George Cambourakis and Philip Constantinou *"A new windowed-OFDM transmission scheme for Cognitive Radios with increased bandwidth efficiency and controlled interference mitigation"*
- Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis and Philip Constantinou *"Efficient use of filters in OFDM-based Cognitive radio receivers with integrated synchronization and sensing functions"*
- Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis and Philip Constantinou *"Design and Implementation of Filter Bank based Sensing for wideband Cognitive Radios"*
- Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis and Philip Constantinou *"Three state sensor algorithms and detection functions for OFDM based Cognitive Radios"*
- Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis and Philip Constantinou *"Interference vs*

## *Filtering Tradeoffs for OFDM based Cognitive Radios*

### **ΣΥΝΕΔΡΙΑ:**

- A. Adamis, K. Maliatsos, P. Constantinou, *“Throughput Analysis of Overlay CSMA/CA for Secondary Networks”*, IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications, WiMob’2008, October 2008, Avignon, France
- A. Adamis, K. Maliatsos, P. Constantinou, *“A New Medium Access Control Protocol with Control Channel Auto-Discovery for Self-Deployed Cognitive Radio Networks”*, European Wireless ’07, April 2007, Paris, France
- A. Adamis, K. Maliatsos, P. Constantinou, *“Methods for Reducing Interference caused to Licensed Systems by Overlay-CSMA/CA Cognitive Radios”*, The 3rd International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications, CorwnCom 2008, May 15-17, Singapore
- Maliatsos, K., Loulis, P., Chronopoulos, M. Constantinou, P.; Dallas, P.; Ikonomidou, M. *“Experimental Small Scale Fading Results for Mobile Channels Over the Sea”* Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2006 IEEE 17th International Symposium on 11-14 Sept. 2006 Page(s):1 - 5
- Maliatsos, K.N., Loulis, P., Chronopoulos, M., Constantinou, P., Dallas, P., Ikonomidou, M., *“Measurements and Wideband Channel Characterization for Over-the-sea Propagation”* Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications, 2006. (WiMob’2006). IEEE International Conference on 19-21 June 2006 Page(s):237 – 244
- Maliatsos, K.N., Loulis, P., Chronopoulos, M., Constantinou, P., Dallas, P., Ikonomidou, M., *“The Power Delay Profile of the Mobile Channel for Above the Sea Propagation”* Vehicular Technology Conference, 2006. VTC-2006 Fall. 2006 IEEE 64th 25-28 Sept. 2006 Page(s):1 – 5
- Maliatsos, K., Constantinou, P., Dallas, P., Ikonomidou, M., *“Measuring and modeling the wideband mobile channel for above the sea propagation paths”*, First European Conference on Antennas and Propagation, 2006. EuCAP 2006. 6-10 Nov. 2006 Page(s):1 – 6
- Maliatsos, K., Vassaki, S., Constantinou, P., *“Interclass and Intra-class Modulation Recognition using the Wavelet Transform”* IEEE 18th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2007. PIMRC 2007. 3-7 Sept. 2007 Page(s):1 – 5
- Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis, Philip Constantinou, *“SNR degradation due to Timing and Frequency Synchronization Errors for OFDMA Systems with Subband Carrier Allocation”*, European Wireless, 2008 Prague
- Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis, Philip Constantinou, *“Receiver Architectures for OFDMA Systems with Subband Carrier Allocation”*, European Wireless 2008 Prague
- Maliatsos, Konstantinos, Adamis Athanassios, Constantinou, Philip, *“Efficient receiver design for OFDMA Systems with subband carrier allocation strategy”* Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2008. SPAWC 2008. IEEE 9th Workshop on, July 2008
- K. Maliatsos, A. Adamis, P. Constantinou, *“Frequency Synchronization, Receiver Architectures and Polyphase Filters for OFDMA Systems with Subband Carrier Allocation”*, COST 2100, September 2007, Duisburg, Germany
- K. Maliatsos, A. Adamis, P. Constantinou, *“A new windowed-OFDM transmission scheme for Cognitive Radios with increased bandwidth efficiency”*, WUN Cognitive

Communications Consortium, June 2009, Hannover, Germany

- Konstantinos Maliatsos, Athanassios Adamis, Petros Vouddas, Elias Katimertzoglou, Nicolaos Rittas, Philip Constantinou "*A new methodology for frequency coordination of wireless microphone systems over occupied TV-Spectrum*", 2005 IEEE Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications WiMob 2005 Montreal Canada