

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Τομέας Γεωτεχνικής



National Technical University of Athens

School of Civil Engineering

Geotechnical Division

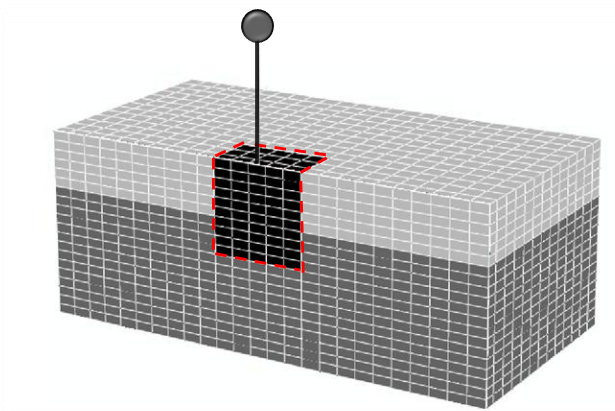
Διπλωματική εργασία

**Παρασκευούλακου Χαρίλαου**

Επιβλέπων:

Λέκτορας Ν.Γερόλυμος

**ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΕΔΑΦΟΥΣ – ΦΡΕΑΤΟΣ ΘΕΜΕΛΙΩΣΗΣ – ΒΑΘΡΟΥ  
ΓΕΦΥΡΑΣ ΣΕ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΦΟΡΤΙΣΗ**



**SOIL – CAISSON – BRIDGE PIER INTERACTION TO LATERAL LOADING**

Diploma Thesis by

**Paraskevoulakos Harilaos**

Supervised by

Lecturer N. Gerolymos

Ιούλιος 2012

## *Ευχαριστίες...*

*Φτάνοντας στο τέλος της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας και συνεπώς στο τέλος των σπουδών μου θα επιθυμούσα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που με βοήθησαν στο να ολοκληρώσω αυτήν την προσπάθεια.*

*Πρωτίστως θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ.Ν.Γερόλυμο που μου παρείχε κάθε δυνατότητα ώστε να ολοκληρώσω επιτυχώς την εργασία αυτή.*

*Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ.Γ.Γκαζέτα για τη γενικότερη βοήθεια που προσέφερε ώστε να διευρύνω τις γνώσεις μου σε θέματα της Γεωτεχνικής μηχανικής.*

*Δεν θα μπορούσα να παραλείψω βέβαια την αμέριστη συμπαράσταση των υποψήφιων διδασκόντων Σ.Γιαννακού, Π.Τασσιοπούλου, Μ.Λώλη και ιδιαιτέρως του Α.Ζαφειράκου με τους οποίους είχα μία εξαιρετική συνεργασία.*

*Κλείνοντας, θα ήθελα πάνω από όλα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και τους φίλους μου χωρίς τους οποίους όλα αυτά τα χρόνια της φοιτητικής μου πορείας θα ήταν πολύ διαφορετικά.*



# ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Αντικείμενο και σκοπός της εργασίας.....	7
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	12

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

2.1 Εισαγωγή.....	19
2.2 Τροποποίηση στατικού προσομοιώματος.....	20
2.3 Παρουσίαση εξεταζόμενου μοντέλου.....	22
2.3.1 Γεωμετρικά - εδαφικά χαρακτηριστικά .....	22
2.3.2 Μεταβαλλόμενα στοιχεία μοντέλου.....	23
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	27

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

3.1 Εισαγωγή.....	29
3.2 Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων.....	29
3.2.1 Εισαγωγή.....	29
3.2.2 Καταστατικό προσομοίωμα εδάφους.....	30
3.2.3 Μέθοδος προσομοίωσης ανωδομής.....	34

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

### **ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΤΟΥ ΣΤΡΟΦΙΚΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΣΤΗΝ ΑΝΩΔΟΜΗ**

<b>4.1</b> Εισαγωγή.....	39
<b>4.2</b> Υπολογισμός εντατικών μεγεθών.....	40
<b>4.2.1</b> Διαγράμματα τέμνουσας –μετακίνησης στη βάση του βάθρου.....	40
<b>4.2.2</b> Διαγράμματα τέμνουσας –μετακίνησης στην κεφαλή του βάθρου.....	44
<b>4.2.3</b> Διαγράμματα ροπής –στροφής στη βάση του βάθρου.....	47
<b>4.2.4</b> Διαγράμματα ροπής –στροφής στην κεφαλή του βάθρου.....	51
<b>4.2.5</b> Διαγράμματα καθίζησης –στροφής στη βάση του βάθρου.....	54
<b>4.2.6</b> Διαγράμματα ροπής –τέμνουσας στην κορυφή του βάθρου.....	61
<b>4.2.7</b> Διαγράμματα ροπής –τέμνουσας στη βάση του βάθρου.....	64
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ</b> .....	75
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ</b> .....	84
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε</b> .....	92

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### **ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΜΕ ΘΕΩΡΗΣΗ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΑΝΩΔΟΜΗΣ ΚΑΙ ΣΤΡΟΦΙΚΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ**

<b>5.1</b> Εισαγωγή.....	99
<b>5.2</b> Αναλύσεις με θεώρηση μη γραμμικής συμπεριφοράς του ελατηρίου.....	100
<b>5.3</b> Αναλύσεις με θεώρηση μη γραμμικής συμπεριφοράς του βάθρου.....	115
<b>5.4</b> Αναλύσεις με ταυτόχρονη θεώρηση μη γραμμικής συμπεριφοράς βάθρου και ελατηρίου.....	126

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΟΔΕΥΣΗΣ**

<b>6.1</b> Εισαγωγή.....	145
<b>6.2</b> Περιγραφή – ορισμός της καμπύλης.....	146
<b>6.2.1</b> Γενική εξίσωση περιγραφής της καμπύλης.....	146
<b>6.2.2</b> Μέθοδος προσδιορισμού των συντελεστών.....	147
<b>6.2.2.1</b> Προσδιορισμός των $\alpha, \beta, \gamma$ μέσω επίλυσης μαθηματικού συστήματος.....	147
<b>6.2.2.2</b> Προσδιορισμός των $\alpha, \beta, \gamma$ μέσω δοκιμών.....	168
<b>6.3</b> Αξιοπιστία της μεθόδου προσδιορισμού της εξίσωσης όδευσης.....	183
<b>6.3.1</b> Σύγκριση αναλυτικών σχέσεων – ABAQUS για τυχαία συστήματα βάθρου – ελατηρίου.....	183
<b>6.4</b> Εξαγωγή μαθηματικών σχέσεων που περιγράφουν τους συντελεστές $\alpha, \beta, \gamma$ .	188
<b>6.4.1</b> Αξιοπιστία νέας μεθόδου, συγκρίσεις ABAQUS – αναλυτικών σχέσεων.....	188

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7**

### **ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΣΧΟΛΙΑ**

<b>7.1</b> Γενικά συμπεράσματα.....	203
<b>7.2</b> Προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση.....	205

<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	207
---------------------------	-----



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### **1.1 Αντικείμενο και σκοπός της εργασίας**

Εδώ και μερικά χρόνια οι θεμελιώσεις φρεάτων σε μαλακά εδάφη χρησιμοποιούνται ευρέως για την υποστήριξη «βαριών» κατασκευών όπως οι γέφυρες έναντι άλλων μεθόδων θεμελίωσης όπως πάσσαλοι ή επιφανειακές θεμελιώσεις (**Εικόνες 1.1 – 1.4**). Βέβαια, παρά το γεγονός ότι η αρχική θεώρηση για την αντισεισμική επάρκεια των φρεάτων ήταν ότι πρόκειται για απολύτως ανθεκτικές κατασκευές σε σεισμική φόρτιση λόγω του μεγάλου μεγέθους τους, ο σεισμός του Kobe (Ιαπωνία 1996) αλλά και του Chi – Chi (Ταϊβάν 1999) όπου πολλές κατασκευές θεμελιωμένες σε φρέατα υπέστησαν μεγάλες καταστροφές, κατέρριψε αυτήν την αντίληψη (**Εικόνες 1.5 – 1.9**).

Η σεισμική απόκριση «βαθειών» θεμελιώσεων αποτελεί ζήτημα άκρως ενδιαφέρον για την επιστημονική κοινότητα τα τελευταία χρόνια. Παρόλα αυτά ελάχιστες έρευνες έχουν πραγματοποιηθεί συγκεκριμένα για φρέατα. Πιο αναλυτικά, η σεισμική απόκριση φρεάτων απασχόλησε αρχικά τους Davidson et al οι οποίοι ανέπτυξαν ένα ελατηριωτό μοντέλο Winkler, το βαθμονόμησαν και διενέργησαν αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία αλλά και δοκιμές στατικής φόρτισης. Ακόμη, ιδιαίτερου



ενδιαφέροντος είναι η έρευνα του Μυλωνάκη (2001) ο οποίος εισήγαγε ένα μοντέλο Winkler για να προσομοιώσει την εδαφική αντίσταση έναντι φρεάτων, τη δυναμική αντίσταση ενός φρέατος και τη δυναμική αλληλεπίδραση μεταξύ δύο γειτονικών φρεάτων. Τέλος οι Γερόλυμος και Γκαζέτας (2006) εισήγαγαν ένα πολυελατηριωτό μοντέλο ώστε να προσομοιώσουν την στατική, ανακυκλική και δυναμική απόκριση φρέατος θεμελιωμένου επί ανομοιογενούς, μη γραμμικού πολύστρωτου εδαφικού σχηματισμού. Στη συνέχεια, έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν με αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Σύμφωνα με τους ισχύοντες κανονισμούς ο αντισεισμικός σχεδιασμός των γεφυρών ανεξαρτήτως τρόπου θεμελίωσης (*φρέαρ, επιφανειακή θεμελίωση*) βασίζεται στην εξής θεώρηση: η πλαστικοποίηση του εδάφους γύρω από τη θεμελίωση πρέπει να αποφεύγεται ύστερα από σεισμική φόρτιση (*ελαστική απόκριση θεμελίωσης – ικανοτικός σχεδιασμός*) και έτσι η πλαστική άρθρωση να «κατευθύνεται» στην ανωδομή (**Εικόνα 1.10**). Ουσιαστικά αυτό στην περίπτωση των φρεάτων σημαίνει ότι «απαγορεύεται» η υπέρβαση της διατμητικής αντοχής του εδάφους στις διεπιφάνειες φρέατος – εδάφους καθώς και η υπέρβαση των παθητικών ωθήσεων. Η φιλοσοφία της ελαστικής συμπεριφοράς της θεμελίωσης βασίζεται στο γεγονός ότι σε περίπτωση βλάβης η αποκατάσταση της είναι κάτι εξαιρετικά δύσκολο και υψηλού χρηματικού κόστους (*το τίμημα των μεγάλων καθιζήσεων και στροφών*).

Σε αντίθεση με την ισχύουσα φιλοσοφία αντισεισμικού σχεδιασμού, τα τελευταία χρόνια μία σειρά από μελετητές έχουν διενεργήσει έρευνες για την περίπτωση της επιφανειακής θεμελίωσης που καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η πλαστικοποίηση του εδάφους υπό σεισμική φόρτιση μπορεί να αποδειχθεί όχι μόνο αναπόφευκτη αλλά και ευεργετική για την κατασκευή (*Paolucci 1997, Pecker 1998, 2003, Faccioli et al. 2001, Gazetas et al. 2003, Mergos and Kawashima 2005, Apostolou and Gazetas 2005,*

*Paolucci et al. 2007, Kawashima et al. 2007, Chatzigogos et al. 2009, Gerolymos et al. 2008, 2009*). Αυτό οφείλεται σε μια σειρά από φαινόμενα που προέχονται από την ανελαστική απόκριση της επιφανειακής θεμελίωσης όπως η αποκόλληση του εδάφους και η ολίσθηση στη διεπιφάνεια θεμελίωσης – εδάφους. Σε αντίθεση με την περίπτωση της επιφανειακής θεμελίωσης όπου έχουν πραγματοποιηθεί αρκετές έρευνες δεν έχει συμβεί το ίδιο με τις βαθιές θεμελιώσεις όπως τα φρέατα (*Hutchinson et al. 2004, Silva and Manzari 2008, Gerolymos et al., 2009*). Πάντως τα συμπεράσματα που εξάγονται και σε αυτήν την κατηγορία είναι στο ίδιο μήκος κύματος. Πιο συγκεκριμένα, η διεπιφάνεια φρέατος – εδάφους περιλαμβάνει μία σειρά από πολύπλοκες υλικές και γεωμετρικές μη γραμμικότητες όπως η ανελαστική συμπεριφορά του εδάφους, η αποκόλληση μεταξύ φρέατος και εδάφους στις διεπιφάνειες και η σχετική ολίσθηση κατά μήκος αυτών, το μερικό ανασήκωμα της βάσης και τέλος η σταδιακή απώλεια συνοχής του εδάφους λόγω ανάπτυξης υδατικών πιέσεων πόρων (**Εικόνα 1.11**).

Αγνοώντας όλα αυτά τα φαινόμενα, χάνεται η ευκαιρία για αξιοποίηση μιας σειράς μηχανισμών που διαχέουν την ενέργεια που προέρχεται από το σεισμικό κραδασμό και προστατεύουν την ανωδομή σε περίπτωση που ο σεισμός υπερβεί το σεισμό σχεδιασμού σε όρους μετακινήσεων. Ανακεφαλαιώνοντας, στην περίπτωση σεισμικής φόρτισης βαθιών θεμελιώσεων όπως τα φρέατα, η ύπαρξη φαινομένων μη γραμμικότητας αυξάνουν την υπεραντοχή του συστήματος. Έτσι, στην περίπτωση για παράδειγμα μιας γέφυρας της οποίας τα βάθρα είναι θεμελιωμένα σε φρέατα, όλοι οι παραπάνω μηχανισμοί βοηθούν στην μείωση της εντατικής καταπόνησης της ανωδομής υπό σεισμική φόρτιση.

Μεταφέροντας τώρα το κέντρο βάρους του ενδιαφέροντος στο τμήμα της ανωδομής (*βάθρο και κατάστρωμα*) μιας γέφυρας, παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον ότι στις μέχρι τώρα έρευνες σε σχέση με την απόκριση έπειτα από στατική ή δυναμική φόρτιση,

δεν έχει συμπεριληφθεί η όποια επιρροή του καταστρώματος. Πιο συγκεκριμένα, μέχρι τώρα στις εργασίες όπου επιχειρείται εμβάθυνση στην ανάλυση γεωτεχνικών προβλημάτων, το στατικό προσομοίωμα που χρησιμοποιείται για να περιγραφεί το σύστημα θεμελίωση – ανωδομή (π.χ θεμελίωση – βάθρο – κατάστρωμα γέφυρας) είναι ο μονοβάθμιος ταλαντωτής για λόγους απλοποίησης. Παρόλο που αυτή η λογική είναι ευρέως διαδεδομένη χάρις στην απλότητά της, εν τούτοις δεν είναι ιδιαίτερα ακριβής. Δηλαδή, η προσομοίωση του συστήματος δεν είναι ρεαλιστική. Πιο συγκεκριμένα, η θεώρηση μονοβάθμιου ταλαντωτή σημαίνει ότι η θεμελίωση (η οποία προσομοιώνεται στατικά ως πάκτωση) με το έδαφος συμπεριφέρονται ως κοινό σώμα. Όμως, στην πραγματικότητα και με βάση τη νέα φιλοσοφία σχεδιασμού η θεμελίωση δε συμπεριφέρεται ελαστικά λόγω των γεωμετρικών και υλικών μη γραμμικοτήτων οπότε η πάκτωση στον πόδα του βάθρου δεν αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα.

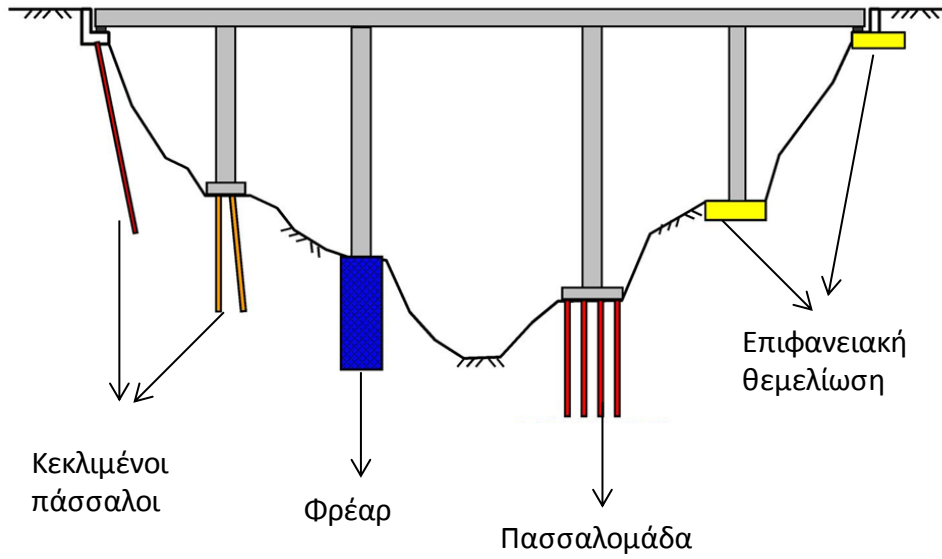
Ακόμη, η προσομοίωση του εξεταζόμενου συστήματος με μονοβάθμιο ταλαντωτή σημαίνει ότι η κορυφή του βάθρου θεωρείται ελεύθερο άκρο. Ούτε αυτή η θεώρηση όμως είναι ρεαλιστική. Αφ'ενός, η ύπαρξη μηχανισμών στον κόμβο σύνδεσης βάθρου – καταστρώματος (π.χ εφέδρανα) στην πραγματική διάσταση του έργου, παρεμποδίζει την άνευ όρων μετακίνηση του συγκεκριμένου σημείου κάτι που αντιβαίνει τη θεώρηση ελεύθερου άκρου. Αφ'ετέρου, η μετακίνηση σε ένα σημείο του καταστρώματος στο οποίο επιβάλλεται οποιουδήποτε τύπου φόρτιση παρεμποδίζεται από τα γειτονικά σημεία (υπόλοιπα τμήματα του καταστρώματος) αλλά και από τα γειτονικά βάθρα. Με άλλα λόγια, μία σειρά από παράγοντες όπως η καμπτική δυσκαμψία και η δυστρεψία του καταστρώματος λειτουργούν ανασταλτικά στην ελεύθερη μετακίνηση του υπό φόρτιση σημείου.

Ανακεφαλαιώνοντας, όλα τα παραπάνω συνηγορούν στο ότι εξετάζοντας το πρόβλημα της έυρεσης του κατάλληλου στατικού προσομοιώματος για το πρόβλημα της φόρτισης

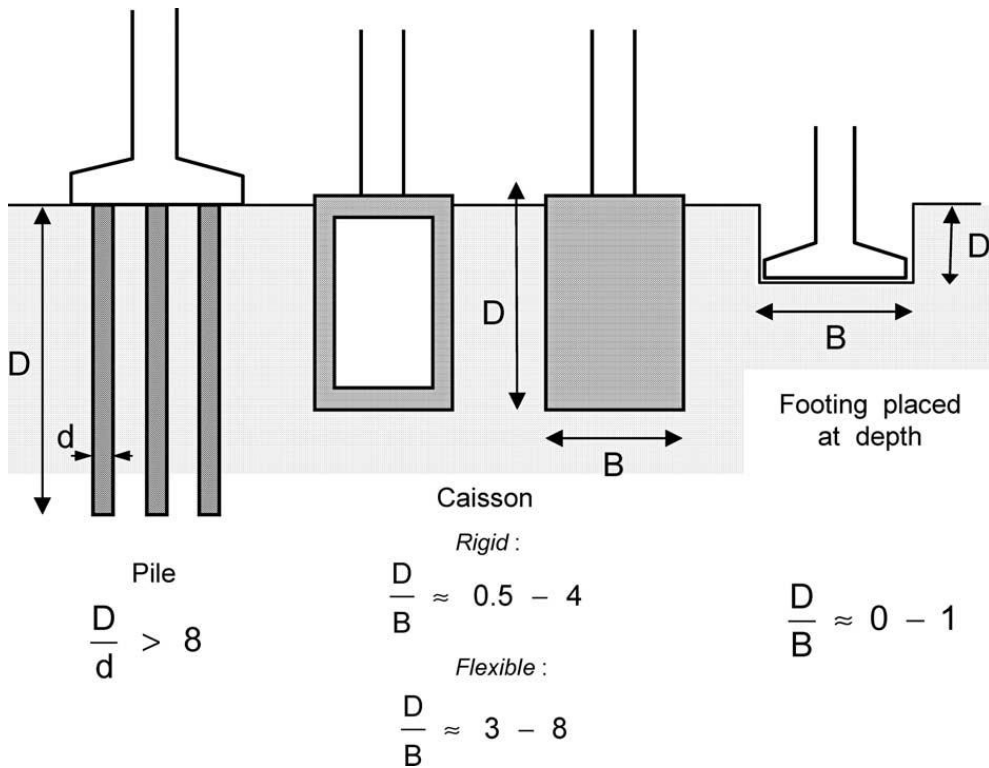
ενός συστήματος θεμελίωση – βάθρο – κατάστρωμα, η μακροσκοπική θεώρηση απορρίπτει την υιοθέτηση του μονοβάθμιου ταλαντωτή. Το ζητούμενο είναι να βρεθεί ένα διαφορετικό προσομοίωμα, το οποίο να απεικονίζει πιο ρεαλιστικά την πραγματικότητα.

Σκοπός της εργασίας είναι να βρεθεί αυτό το πιο κατάλληλο προσομοίωμα, μέσω του οποίου θα λαμβάνεται υπ' όψην αφ' ενός η επιρροή της δυσκαμψίας (όλων των ειδών) του καταστρώματος στην απόκριση και την κατανομή των εντατικών μεγεθών στο βάθρο και αφ' ετέρου η ανελαστική συμπεριφορά του εδάφους σε συνδυασμό με τα υπόλοιπα φαινόμενα μη γραμμικότητας που εμφανίζονται στις διεπιφάνειες.

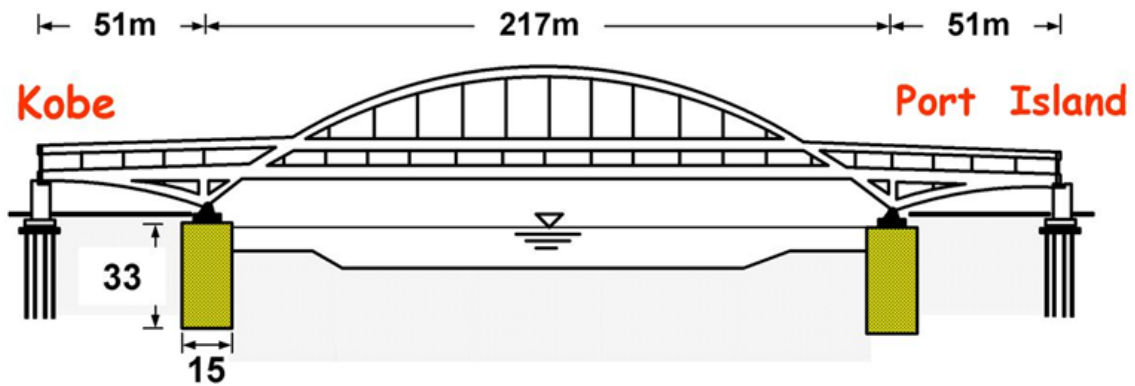
**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α : Εικόνες 1<sup>ου</sup> κεφαλαίου**



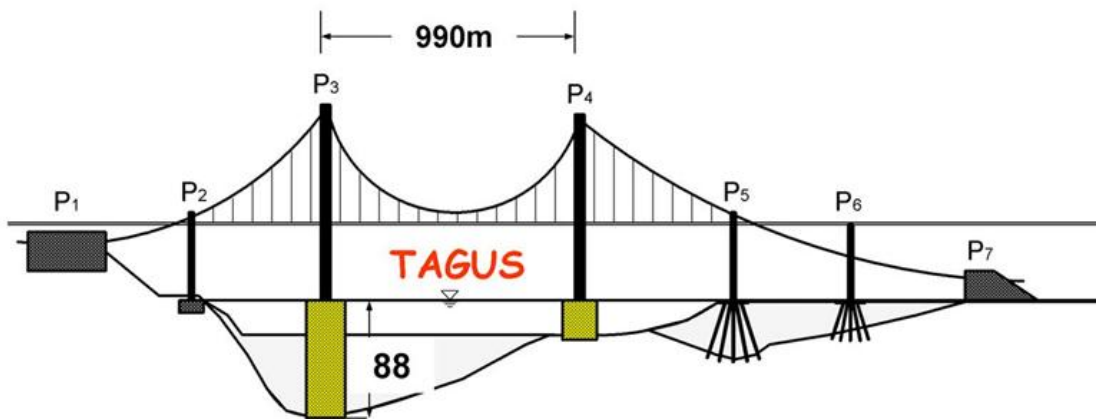
**Εικόνα 1.1:** Εναλλακτικοί τρόποι θεμελίωσης βάθρων γέφυρας



**Εικόνα 1.2:** Κατηγοριοποίηση βάσει διαστάσεων των διαφόρων τύπων θεμελίωσης



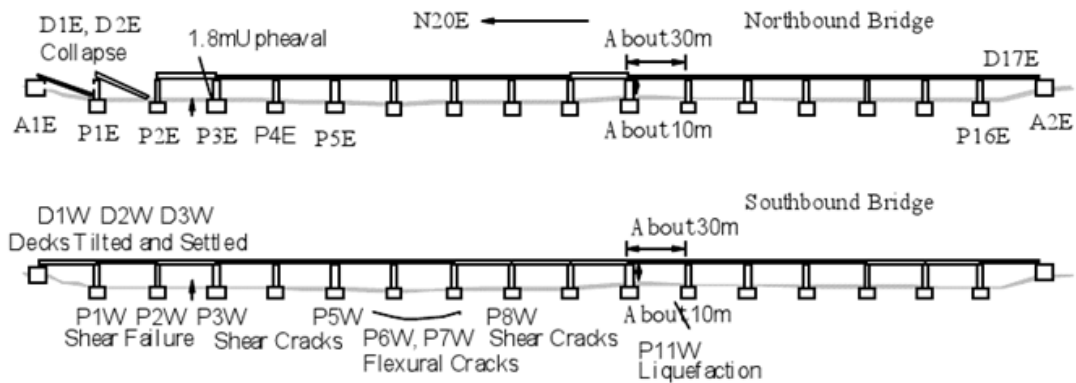
**Εικόνα 1.3:** Παράδειγμα θεμελίωσης γέφυρας πάνω σε φρέατα στην Ιαπωνία



**Εικόνα 1.4:** Παράδειγμα θεμελίωσης βάθρου γέφυρας πάνω σε φρέατα στην Πορτογαλία



**Εικόνα 1.5:** Κατάρρευση της γέφυρας Wu – Shi από το σεισμό του Chi – Chi (Taiwan 1999)



**Εικόνα 1.6:** Αστοχία της γέφυρας Wu – Shi κατά το σεισμό του Chi – Chi (Μηκοτομή ανατολικής – δυτικής πλευράς της γέφυρας)

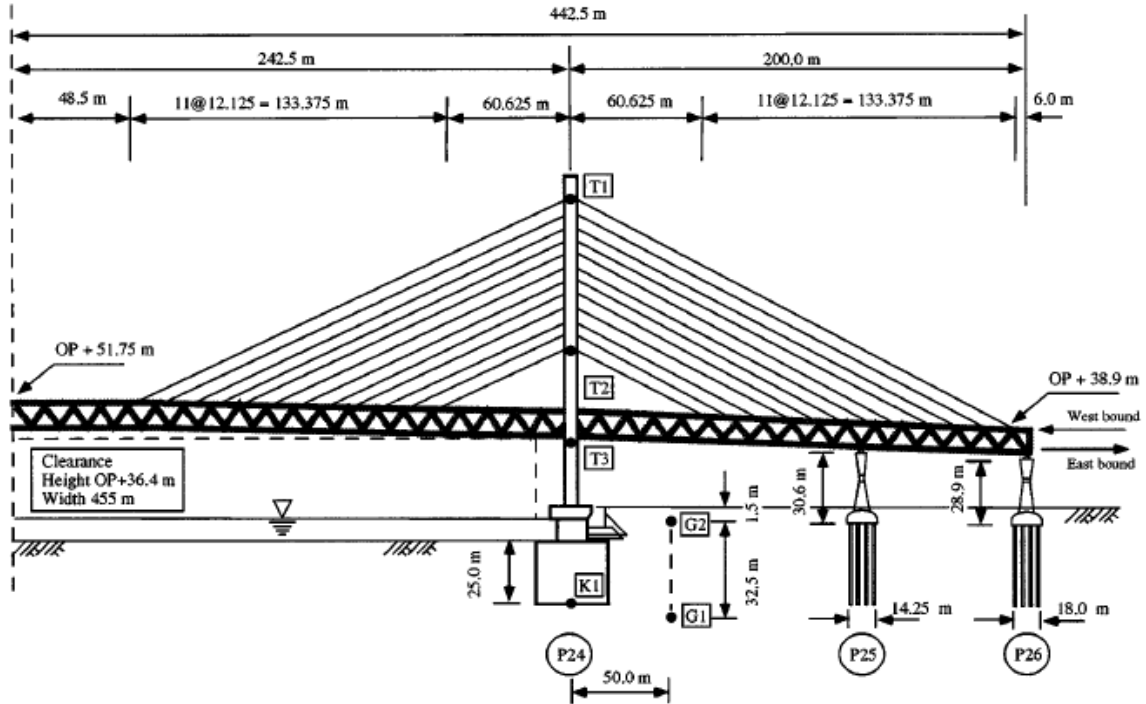


**Εικόνα 1.7** : Διατμητική αστοχία του φρέατος θεμελίωσης του βάθρου P3W της γέφυρας Wu - Shi κατά το σεισμό του Chi – Chi (Taiwan 1999).

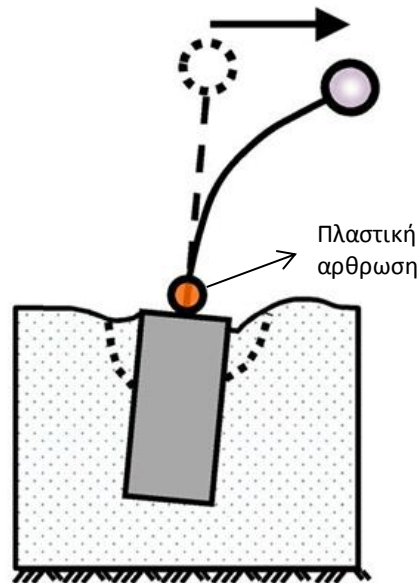


**Εικόνα 1.8** : Ανασήκωμα του καταστρώματος της γέφυρας Higashi – Kobe μετά το σεισμό του Kobe (1996)

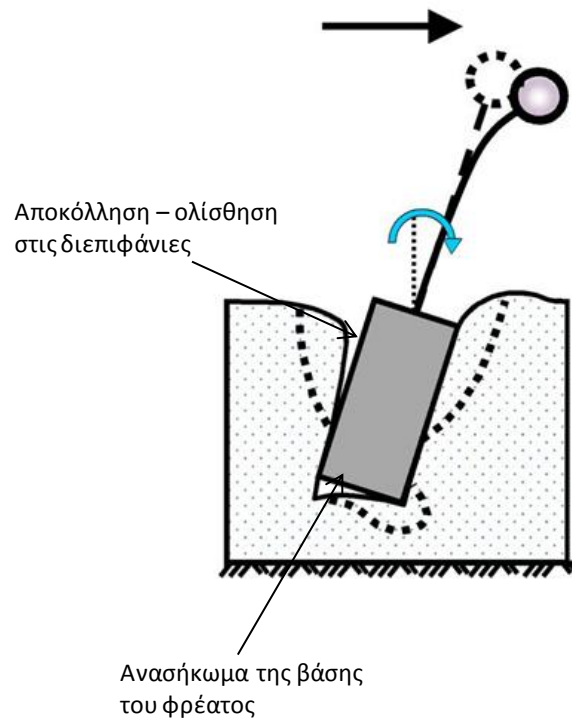




**Εικόνα 1.9:** Μηκτομή τμήματος της γέφυρας Higashi – Kobe που αστόχησε κατά το σεισμό του Kobe (1996). Μέρος της γέφυρας (πύργοι) είναι θεμελιωμένο πάνω σε φρέαρ (K1).



**Εικόνα 1.10:** Συμβατικός σχεδιασμός θεμελίωσης. Η πλαστική άρθρωση κατευθύνεται στην ανωδομή καθώς η θεμελίωση έχει σχεδιαστεί ώστε να συμπεριφέρεται ελαστικά.



**Εικόνα 1.11:** Νέα φιλοσοφία σχεδιασμού. Η πλαστική άρθρωση κατευθύνεται στο έδαφος. Μία σειρά μηχανισμών όπως φαίνεται στο σχήμα βοηθούν ώστε να ανακουφίζεται η ανωδομή κατά τη διάρκεια της φόρτισης.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

## ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

### **2.1 Εισαγωγή**

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας, όπως ήδη έχει αναφερθεί, είναι η διερεύνηση της επιρροής του καταστρώματος αλλά και των διαφόρων μη γραμμικοτήτων στην απόκριση και την εντατική καταπόνηση βάρου μιας γέφυρας θεμελιωμένης σε φρέαρ. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα παρουσιαστεί το προφίλ του εξεταζόμενου μοντέλου της εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, θα γίνει αναλυτική παράθεση των διαστάσεων και των ιδιοτήτων του εδάφους στο οποίο θεμελιώνεται το φρέαρ, του ίδιου του φρέατος αλλά και του βάρου. Ακόμη, θα αναλυθεί το σκεπτικό αλλά και ο τρόπος με τον οποίο θα προσομοιωθεί η επιρροή του καταστρώματος στο εξεταζόμενο μοντέλο. Σε πρώτη φάση σε αυτό το κεφάλαιο, θα προταθεί ένα πιο ρεαλιστικό στατικό προσομοίωμα σε σχέση με το μονοβάθμιο ταλαντωτή. Στο τέλος του κεφαλαίου θα παρουσιαστούν οι διαφορετικοί συνδυασμοί βάρου – καταστρώματος οι οποίοι θα χρησιμοποιηθούν στις αναλύσεις μέσω του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS.

## 2.2 Τροποποίηση στατικού προσομοιώματος

Στο πρώτο κεφάλαιο αποδείχθηκε ότι η προσομοίωση του συστήματος θεμελίωσης – ανωδομής σε ένα γεωτεχνικό πρόβλημα με μονοβάθμιο ταλαντωτή δεν είναι συμβατή με το τι συμβαίνει στην πραγματικότητα για μια σειρά από λόγους. Έτσι, θα επιχειρηθεί μία τροποποίηση αυτού του στατικού προσομοιώματος με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτευχθεί μια πιο ρεαλιστική απεικόνιση.

Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 1, τα προβλήματα της προσομοίωσης του συστήματος με μονοβάθμιο ταλαντωτή είναι δύο. Αρχικά, η πάκτωση στη βάση του φρέατος υποδηλώνει την ελαστική συμπεριφορά της θεμελίωσης σύμφωνα με τον ισχύοντα κανονισμό. Αυτό σημαίνει ότι έδαφος και θεμελίωση συμπεριφέρονται σαν ένα σώμα. Με αυτόν τον τρόπο δεν λαμβάνεται υπ' όψην μια σειρά από φαινόμενα (αποκόλληση – ολίσθηση στις διεπιφάνειες, ανασήκωμα της βάσης) τα οποία αφ' ενός υποδηλώνουν την ανεξάρτητη συμπεριφορά εδάφους και θεμελίωσης και αφ' ετέρου μπορούν να αποδειχθούν καθοριστικά στην ανακούφιση της ανωδομής (βάθρο – κατάστρωμα γέφυρας).

Για αυτούς τους λόγους, στη θέση της πάκτωσης τοποθετούνται ένα μετακινησιακό και ένα στροφικό ελατήριο μέσω των οποίων προσομοιώνονται οι υλικές και γεωμετρικές μη – γραμμικότητες (**Εικόνα 2.1**). Τα δύο ελατήρια βαθμονομούνται σύμφωνα με τη διαδικασία που προτείνουν οι Γερόλυμος και Γκαζέτας [2006]. Σύμφωνα με αυτά η δυσκαμψία του μετακινησιακού ελατηρίου ισούται με :

$$KHH = Kh + \int_0^{d1} kx(z) dz + \int_{d1}^{d2} kx(z) dz$$

όπου 
$$Kh = \frac{2.25 \cdot Es_2 \cdot B}{(2 - \nu_{s_2}) \cdot (1 + \nu_{s_2})}$$

$$kx = 2.18 \left( \frac{di}{B} \right)^{-0.13} \cdot Es_i$$

$$Kh = \frac{2.25 \cdot Es_2 \cdot B}{(2 - \nu_{s_2}) \cdot (1 + \nu_{s_2})}$$

ενώ η δυσκαμψία του στροφικού ελατηρίου δίνεται από τη σχέση :

$$KRR = Kr + \int_0^{d1} kx(z) \cdot z^2 dz + \int_0^{d1} k\theta(z) dz + \int_{d1}^{d2} kx(z) \cdot z^2 dz + \int_{d1}^{d2} k\theta(z) dz$$

όπου 
$$Kr = \frac{3.6 \cdot Es_2 \cdot B^3}{2 \cdot (1 - \nu_{s_2})^2}$$

$$k\theta = 2.17 \left( \frac{di}{B} \right)^{-1.71} \cdot Es_i \cdot di^2$$

Οι συμβολισμοί  $d1$ ,  $d2$ ,  $Es_1$ ,  $Es_2$ ,  $\nu_{s_1}$ ,  $\nu_{s_2}$ ,  $B$  εξηγούνται στην **εικόνα 2.3**.

Το δεύτερο πρόβλημα που προκύπτει είναι ότι το τμήμα του καταστρώματος που βρίσκεται στην περιοχή ενός βάρου, στο οποίο επιβάλλεται φόρτιση στην κορυφή του, δεν είναι ελεύθερο να μετακινηθεί και συνεπώς το άνω άκρο του βάρου στο προσομοίωμα δεν πρέπει να είναι ελεύθερο. Το συγκεκριμένο πρόβλημα αποφασίστηκε να αντιμετωπιστεί μέσω ενός στροφικού ελατηρίου στην κορυφή του βάρου, το οποίο ουσιαστικά αναπαριστά όλους τους παράγοντες που δεν επιτρέπουν στο κατάστρωμα να μετακινείται ως ελεύθερο άκρο (**Εικόνα 2.2**). Τέτοιοι παράγοντες

είναι η αξονική και καμπτική δυσκαμψία του καταστρώματος, η δυστρεψία του, οι διάφοροι μηχανισμοί που υπάρχουν στον κόμβο σύνδεσής του με το βάθρο (π.χ εφέδρανα) όπως και η σχετική μετακίνηση των υπόλοιπων βάθρων της γέφυρας.

Ουσιαστικά, η τιμή της δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου του τροποποιημένου προσομοιώματος αποτελεί το μέτρο αντίστασης στην επιβαλλόμενη μετακίνηση σε τμήμα του καταστρώματος και είναι περισσότερο ποιοτικό μέτρο. Στον όρο αντίσταση συμπεριλαμβάνονται όλοι οι παραπάνω παράγοντες. Για παράδειγμα, μεγάλη τιμή της δυσκαμψίας του ελατηρίου σε ένα εξεταζόμενο μοντέλο, σημαίνει μεγάλη καμπτική δυσκαμψία (EI) του καταστρώματος. Η δυσκαμψία του καταστρώματος μπορεί να εξαρτάται από παράγοντες όπως το σχήμα ή οι διαστάσεις του. Η σχέση που συνδέει την επιβαλλόμενη φόρτιση στην κεφαλή του βάθρου με την αναπτυσσόμενη ροπή στον πόδα είναι η εξής:

$$\frac{M_{base}}{Q_{base}} = \frac{2EI \cdot KR \cdot KHR - 2EI \cdot KHR^2 \cdot L - KR \cdot KHR^2 \cdot L^2 + KR \cdot KHH \cdot KRR \cdot L^2 + 2EI \cdot KHH \cdot KRR \cdot L}{2 \cdot (EI \cdot KR \cdot KHH - KR \cdot KHR^2 \cdot L - EI \cdot KHR^2 + EI \cdot KHH \cdot KRR + KR \cdot KHH \cdot KRR \cdot L)}$$

## **2.3 Παρουσίαση εξεταζόμενου μοντέλου**

### **2.3.1 Γεωμετρικά - εδαφικά χαρακτηριστικά**

Στα επόμενα κεφάλαια της εργασίας θα πραγματοποιηθεί η διερεύνηση του ρόλου του στροφικού ελατηρίου στην κατανομή της έντασης αλλά και της μετακίνησης κατά μήκος του βάθρου όταν στην κορυφή του επιβάλλεται εξωτερική φόρτιση. Η διερεύνηση αυτή θα γίνει μέσω αναλύσεων πεπερασμένων στοιχείων με τη βοήθεια του κώδικα ABAQUS.

Το προφίλ του μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί στις αναλύσεις παρουσιάζεται στην **εικόνα 2.3**. Αποτελείται από μεμονωμένο βάθρο γέφυρας, θεμελιωμένο σε φρέαρ το οποίο βρίσκεται εγκιβωτισμένο σε δίστρωτο εδαφικό σχηματισμό. Το βάθρο καταπονείται από αυξανόμενη μονοτονική τέμνουσα δύναμη (*pushover analysis*) η οποία ασκείται στην κορυφή του βάθρου (*στάθμη του καταστρώματος*) μέχρι να αστοχήσει. Το έδαφικο προφίλ αποτελείται από δύο στρώσεις. Η ανώτερη-επιφανειακή στρώση έχει πάχος 6 μέτρα και αποτελείται από μαλακή άργιλο αστράγγιστης διατμητικής αντοχής  $Su_1 = 65$  KPa, ειδικού βάρους  $\gamma_1 = 20$  KN/m<sup>3</sup>, μέτρου ελαστικότητας  $Es_1 = 97.5$  MPa και δείκτη poisson  $\nu = 0.33$ . Η κατώτερη στρώση εκτείνεται μέχρι τα 20 μέτρα βάθος (*πάχος 14m*) και αποτελείται από στιφρή άργιλο με  $Su_2 = 130$  KPa, ειδικό βάρος  $\gamma_2 = 20$  KN/m<sup>3</sup>, μέτρου ελαστικότητας  $Es_1 = 190$  MPa και δείκτη poisson  $\nu = 0.33$ . Υπό των 20 μέτρων υπάρχει ανένδοτος βράχος. Όσον αφορά το δομοστατικό σύστημα, το υλικό κατασκευής του φρέατος διαστάσεων 10x10x10 και του βάθρου είναι σκυρόδεμα με τις εξής ιδιότητες: α) ειδικό βάρος  $\gamma = 25$  KN/m<sup>3</sup> και β) μέτρο ελαστικότητας  $E_c = 30.000$  MPa και γ) δείκτη poisson  $\nu = 0.15$ .

### 2.3.2 Μεταβαλλόμενα στοιχεία του μοντέλου

Τα στοιχεία που αναφέρθηκαν παραπάνω, παραμένουν σταθερά σε όλες τις αναλύσεις που εκτελέστηκαν σε πρώτη φάση μέσω του κώδικα ABAQUS. Οι υπόλοιπες συνιστώσες του προβλήματος, οι οποίες μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια των αναλύσεων, είναι το ύψος και η διάμετρος του βάθρου που συμβολίζονται με *Hpier* και *Dpier* αντίστοιχα και η δυσκαμψία του στροφικού ελατηρίου που συμβολίζεται με *KR*. Η μάζα του καταστρώματος λαμβάνεται ίση με 2700 Mg και τοποθετείται ως σημειακή στο μοντέλο.



Οι δύο από αυτές τις τρεις παραμέτρους  $H_{pier}$  και  $KR$  λαμβάνουν ένα τέτοιο εύρος τιμών ώστε να διερευνηθεί σε βάθος το πρόβλημα. Πιο συγκεκριμένα, το ύψος του βάθρου στις αναλύσεις λαμβάνει τιμές από 1.5m έως 55m ενώ η δυσκαμψία του στροφικού ελατηρίου από 30.000 MNm/rad έως 300.000 MNm/rad. Δηλαδή, εξετάζεται μία γκάμα από «κοντά» μέχρι «ψηλά» βάθρα και από εύκαμπτα έως δύσκαμπτα καταστρώματα. Το σύνολο των αναλύσεων σε πρώτη φάση είναι 16. Τα ζευγάρια  $H_{pier}$  και  $KR$  που χρησιμοποιούνται ως δεδομένα σε αυτές βρίσκονται στον επόμενο πίνακα.

<b><math>H_{pier}</math> (m)</b>	<b><math>KR</math> (GNm/rad)</b>
1.5	30
1.5	75
1.5	120
1.5	300
6	30
6	75
6	120
6	300
17	30
17	75
17	120
17	300
55	30
55	75
55	120
55	300

**Πίνακας 2.1** Ζεύγη ύψους βάθρου - στρωφικής δυσκαμψίας ελατηρίου (καταστρώμα) που χρησιμοποιήθηκαν σε πρώτη φάση στις αναλύσεις.

Η τρίτη παράμετρος που μεταβάλλεται ανάλογα με την ανάλυση είναι η διάμετρος του βάθρου  $D_{pier}$ . Η εκάστοτε τιμή της διαμέτρου δεν λαμβάνεται τυχαία αλλά σε άμεση συνάρτηση με το ύψος του βάθρου έτσι ώστε η ιδιοπερίοδος κατασκευής  $T_{str}$  να παραμένει σταθερή ίση με 0.020 sec και τα συστήματα που δημιουργούνται να είναι ισοδύναμα. Ακόμα, η καμπτική δυσκαμψία του βάθρου θεωρείται σταθερή για κάθε

ανάλυση και ισούται με 300.000 MN/m. Από αυτό το σημείο και έπειτα η αναφορά στην τιμή της δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου δεν θα αναφέρεται σαν καθαρός αριθμός (π.χ 75.000 MN/m) αλλά σαν κλάσμα της καμπτικής δυσκαμψίας του βάθρου. Έτσι, εισάγεται ο νέος όρος  $kr$  που συμβολίζει το δείκτη δυσκαμψίας, δηλαδή το πηλίκο της δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου  $K_R$  προς την καμπτική δυσκαμψία του βάθρου  $K_{pier}$  η οποία ισούται εξ'ορισμού με 300.000 MN/m.

Η σχέση που συνδέει τα δύο γεωμετρικά μεγέθη του βάθρου  $H_{pier}$  και  $D_{pier}$  προκύπτει από τις παρακάτω εξισώσεις :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{pier}}} \quad (2.1)$$

$$K_{pier} = \frac{4 E I_{pier}}{H_{pier}} \quad (2.2)$$

$$I_{pier} = \frac{\pi D^4}{64} \quad (2.3)$$

Με την κατάλληλη αντικατάσταση καταλήγουμε στη γενική σχέση 2.4 που συσχετίζει άμεσα τη διάμετρο του βάθρου με το ύψος του.

$$D_{pier}^4 = \frac{16 K_{pier} H_{pier}}{E \pi} \quad (2.4)$$

Έτσι προκύπτει ο παρακάτω πίνακας συσχέτισης των δύο φυσικών μεγεθών του βάθρου :

<b>Hpier (m)</b>	<b>Dpier (m)</b>
1.5	3.0
6	4.2
17	5.4
55	7.2

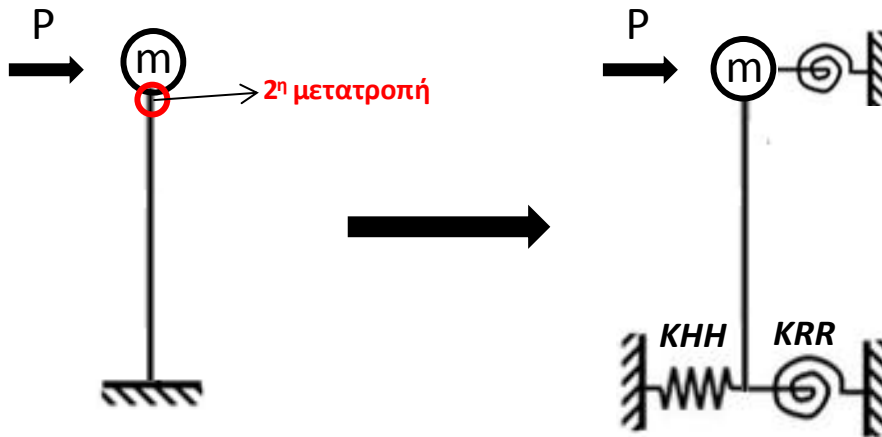
**Πίνακας 2.2** Ζεύγη ύψους βάθρου - διαμέτρου βάθρου που χρησιμοποιήθηκαν ως δεδομένα στις αναλύσεις. Η επιλογή των τιμών έγιναν έτσι ώστε η ιδιοπερίοδος κατασκευής  $T_{str}$  να παραμένει σταθερή ίση με 0.020 sec.

Είναι πλέον έτοιμα όλα τα ισοδύναμα συστήματα τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στις αναλύσεις με στόχο να διερευνηθεί η επιρροή του καταστρώματος στην απόκριση και την κατανομή της έντασης κατά μήκος του βάθρου. Στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιαστεί μία περιγραφή του ακριβούς τρόπου με τον οποίο θα γίνει η προσομοίωση ολόκληρου του μοντέλου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Ακολούθως θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις αναλύσεις των μοντέλων με τους 16 διαφορετικούς συνδυασμούς ύψους βάθρου και δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου, όπως παρουσιάζονται στον πίνακα 2.1.

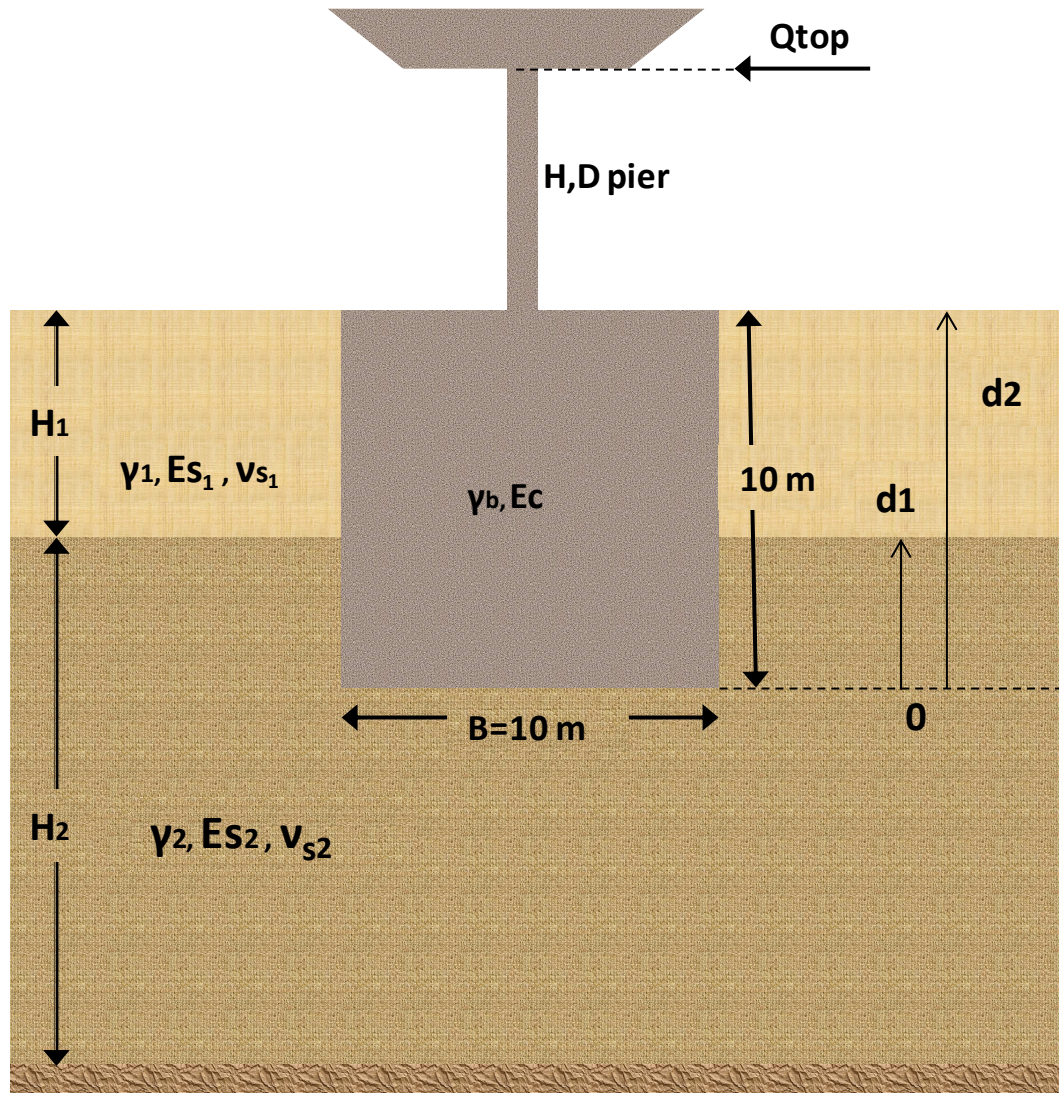
**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β : Εικόνες του 2<sup>ου</sup> κεφαλαίου**



**Εικόνα 2.1:** Τροποποίηση του στατικού προσομοιώματος του μονοβάθμιου ταλαντωτή. Μετατροπή της πάκτωσης σε στροφικό και μετακινησιακό ελατήριο ώστε να προσομοιωθούν τα φαινόμενα μη γραμμικότητας.



**Εικόνα 2.2:** Τροποποίηση του στατικού προσομοιώματος του μονοβάθμιου ταλαντωτή. Μετατροπή του ελεύθερου άνω άκρου του βάθρου σε δεσμευμένο μέσω ενός στροφικού ελατηρίου.



**Εικόνα 2.3:** Γενικό προφίλ εξεταζόμενου μοντέλου. Παρουσιάζονται οι ιδιότητες του εδάφους, του φρέατος και του βάθρου καθώς και οι ακριβείς διαστάσεις τους.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

### **3.1 Εισαγωγή**

Στο εν λόγω κεφάλαιο παρουσιάζεται η μέθοδος προσομοίωσης του προβλήματος. Ουσιαστικά θα γίνει αναφορά στον τρόπο με τον οποίο θα προσομοιωθεί μέσω μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων το έδαφος, το φρέαρ, το βάθρο αλλά και το κατάστρωμα. Πιο συγκεκριμένα, θα παρουσιαστεί η μέθοδος μέσω της οποίας θα προσομοιωθούν οι υλικές και γεωμετρικές μη γραμμικότητες στις διεπιφάνειες φρέατος – εδάφους όπως και το στρωτικό ελατήριο μέσω του οποίου θα προσομοιωθεί η συμπεριφορά του καταστρώματος.

### **3.2 Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων**

#### **3.2.1 Εισαγωγή**

Το πρόβλημα της απόκρισης βάρους γέφυρας θεμελιωμένου σε φρέαρ υπό μονοτονική φόρτιση στην κεφαλή του λαμβάνοντας υπόψη την επιρροή της σχετικής

παραμόρφωσης του καταστρώματος εξετάζεται μέσω πραγματοποίησης τρισδιάστατων αναλύσεων με τη βοήθεια του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS.

Σε πρώτη φάση το φρέαρ, το βάθρο αλλά και το στροφικό ελατήριο, το οποίο προσομοιώνει τη συμπεριφορά του καταστρώματος, θεωρούνται γραμμικώς ελαστικά. Σε αντίθεση η συμπεριφορά του εδάφους είναι ελαστοπλαστική και η μέθοδος προσομοίωσης αυτής της συμπεριφοράς στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων αναλύεται κάτωθι.

### 3.2.2 Καταστατικό προσομοίωμα εδάφους

Η ανελαστικότητα του εδάφους προσομοιώνεται μέσω ενός ελαστοπλαστικού καταστατικού μοντέλου με κριτήριο αστοχίας Von Mises, κινηματικό – ιστροπικό νόμο κράτυνσης (hardening) και συσχετισμένο πλαστικής ροής. Το συγκεκριμένο μοντέλο μπορεί να προσομοιώσει επαρκώς την συμπεριφορά του αργλικού εδάφους μετά τη διαρροή του.

Σύμφωνα με το κριτήριο αστοχίας Von Misses, η εξέλιξη των τάσεων περιγράφεται μέσω της ακόλουθης μαθηματικής σχέσης :

$$\sigma = \sigma_0 + \alpha \quad (3.1)$$

όπου,  $\sigma_0$  είναι η τιμή της τάσης σε μηδενική πλαστική παραμόρφωση. Η τιμή της  $\sigma_0$  παραμένει σταθερή. Η παράμετρος  $\alpha$  είναι η συνιστώσα της κινηματικής κράτυνσης η οποία ορίζει την κινηματική εξέλιξη της επιφάνειας διαρροής στο πεδίο των τάσεων. Ο κινηματικός νόμος κράτυνσης, ο οποίος περιγράφεται μέσω της παραμέτρου  $\alpha$  είναι

έναν συνδυασμό ενός καθαρά κινηματικού όρου και ενός όρου χαλάρωσης ο οποίος εισάγει την μη γραμμικότητα. Η ολοκλήρωση του νόμου εξέλιξης της συνιστώσας του νόμου κράτυνσης για μονοαξονική ή μισού κύκλου φόρτιση δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\alpha = \frac{C}{\gamma} [1 - \exp(-\gamma \varepsilon^{pl})] \quad (3.2)$$

όπου η παράμετροι της κράτυνσης  $C$  και  $\gamma$  είναι η μέγιστη τιμή της κινηματικής κράτυνσης της επιφάνειας διαρροής και ο ρυθμός μείωσης της κράτυνσης με την αύξηση της πλαστικής παραμόρφωσης αντίστοιχα. Ο όρος  $\varepsilon^{pl}$  συμβολίζει την πλαστική παραμόρφωση. Παραγωγίζοντας την παραπάνω σχέση ως προς  $\varepsilon^{pl}$  για την τιμή μηδέν υπολογίζω την τιμή της παραμέτρου  $C$ , η οποία για μηδενική πλαστική παραμόρφωση ισούται με το μέτρο ελαστικότητας  $E$ .

$$\left. \frac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon^{pl}} \right|_{\varepsilon^{pl} \rightarrow 0} = C = E \quad (3.3)$$

Ο νόμος εξέλιξης για τη συνιστώσα της κινηματικής κράτυνσης  $\alpha$  συνεπάγεται ότι η τιμή της εμπεριέχεται σε κύλινδρο με ακτίνα :

$$\sqrt{\frac{2}{3}} a^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{C}{\gamma} \quad (3.4)$$



όπου ο όρος  $\alpha^s$  είναι η τιμή της παραμέτρου  $\alpha$  στον κορεσμό. Εφόσον η επιφάνεια διαρροής παραμένει φραγμένη, αυτό συνεπάγεται ότι οποιοδήποτε τασικό σημείο πρέπει να βρίσκεται εντός κυλίνδρου με ακτίνα  $\sqrt{(2/3)} \cdot \sigma_y$  όπου  $\sigma_y$  η τάση διαρροής.

Σε μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις, οποιοδήποτε τασικό σημείο πρέπει να βρίσκεται εντός κυλίνδρου με ακτίνα  $\sqrt{(2/3)} \cdot (\sigma_s + \alpha_s)$  που ο όρος  $\sigma_s$  είναι η ισοδύναμη τάση που ορίζει το μέγεθος της επιφάνειας διαρροής σε μεγάλες παραμορφώσεις.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, εφόσον για κορεσμένο έδαφος η τιμή της συνιστώσας της κινηματικής κράτυνσης  $\alpha$  ισούται με  $C/\gamma$ , η μέγιστη τάση διαρροής  $\sigma_y$  δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_y = \frac{C}{\gamma} + \sigma_0 \quad (3.5)$$

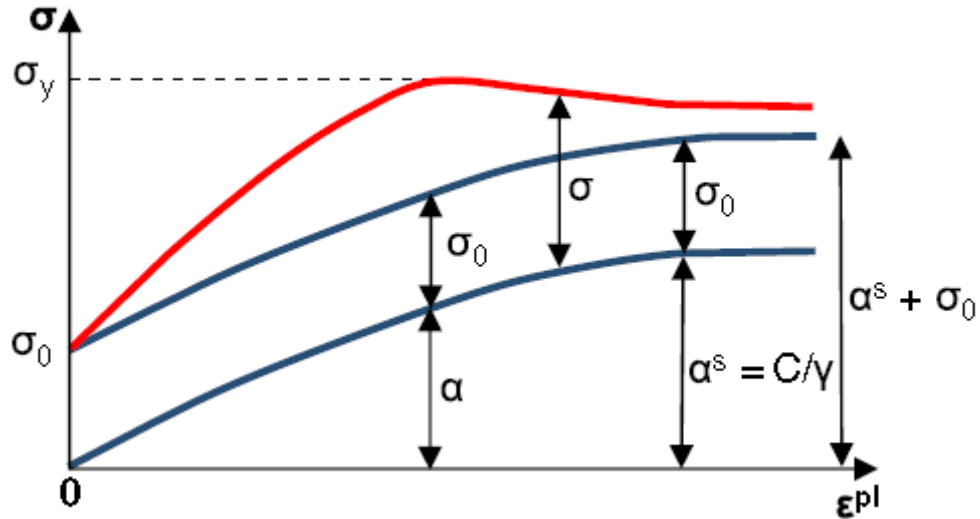
Ακόμη, σύμφωνα με το κριτήριο Von Mises η μέγιστη τάση διαρροής  $\sigma_y$  υπολογίζεται και ως εξής:

$$\sigma_y = \sqrt{3} Su \quad (3.6)$$

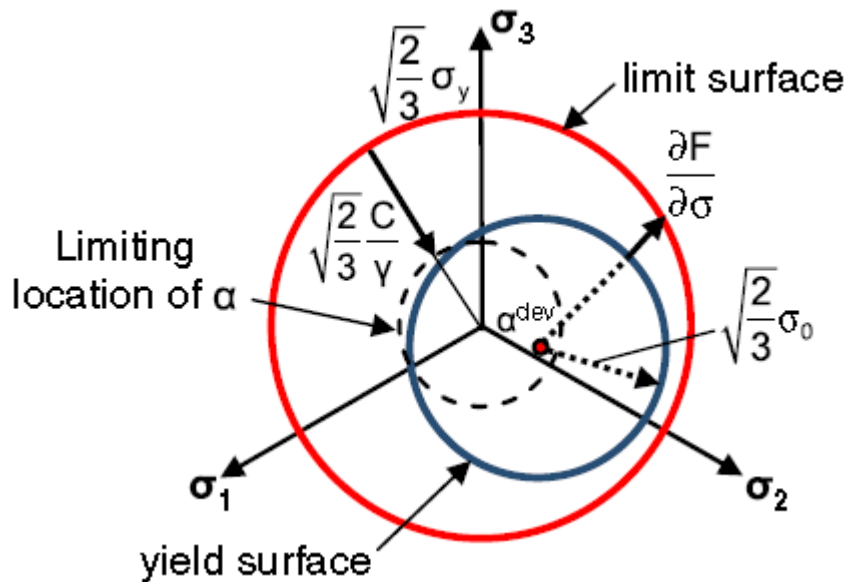
Από τις σχέσεις 3.5 και 3.6 προκύπτει ο μαθηματικός ορισμός της παραμέτρου  $\gamma$  που είναι ο κάτωθι :

$$\gamma = \frac{E}{\sqrt{3}-Su} \quad (3.7)$$

Ακολουθούν δύο διαγράμματα όπου απεικονίζεται η εξέλιξη των συνιστωσών της κινηματικής και ιστροπικής κράτυνσης α) υπό μονοαξονική και β) υπό πολυαξονική φόρτιση.



**Σχ.3.1** Εξέλιξη των συνιστωσών της κινηματικής και ιστροπικής κράτυνσης για πολυαξονική φόρτιση.



**Σχ.3.2** Εξέλιξη των συνιστωσών της κινηματικής και ιστροπικής κράτυνσης για πολυαξονική φόρτιση.

### 3.2.3 Μέθοδος προσομοίωσης ανωδομής

Για την προσομοίωση του προβλήματος στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS, δημιουργήθηκε ένα μοντέλο με 14.433 κόμβους (nodes), χωρίς να υπολογίσουμε τους κόμβους που χρειάστηκαν για το βάθρο καθώς ο αριθμός τους εξαρτάται άμεσα από το εκάστοτε ύψος που χρησιμοποιείται. Τα στοιχεία (elements) που χρησιμοποιούνται είναι : 12.250 για την αναπαράσταση του εδάφους, 250 για το φρέαρ και άλλα δύο που αναπαριστούν το στροφικό ελατήριο και τη μάζα του καταστρώματος τα οποία βρίσκονται στον κόμβο κορυφής του βάθρου.

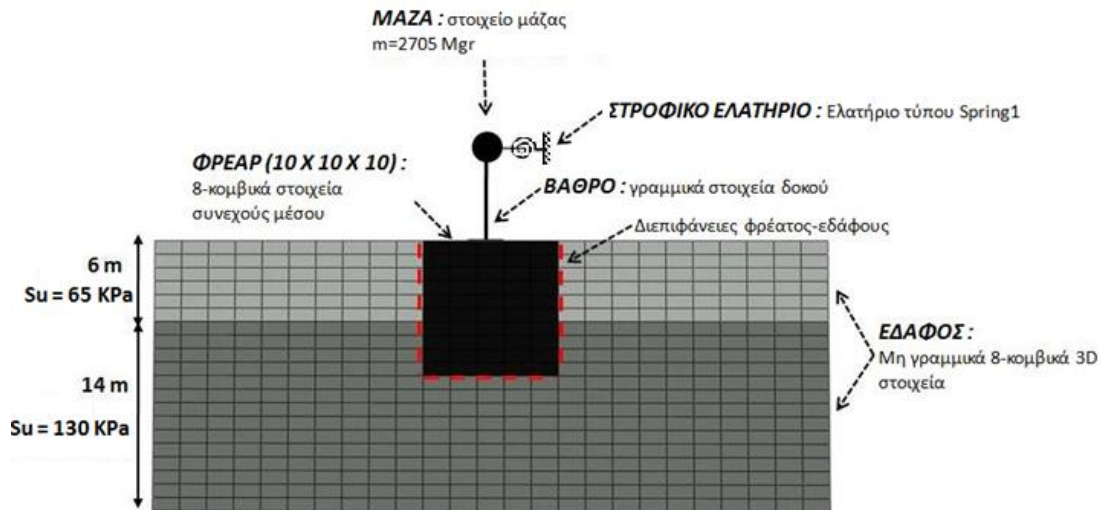
Η συνολική διάσταση του αριθμητικού μοντέλου λαμβάνεται ίση με 50 m στην οριζόντια διεύθυνση και 20 m στην κατακόρυφη διεύθυνση. Το φρέαρ τοποθετείται στο κέντρο του καννάβου. Τα σύνορα στην οριζόντια διεύθυνση απέχουν από τις αντίστοιχες άκρες του φρέατος 20 m ενώ στη κατακόρυφη διεύθυνση το εδαφικό στρώμα φτάνει έως και 10 m κάτω από τη βάση του. Αυτή η απόσταση δεν επηρεάζει καθόλου την απόκριση.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σε πρώτη φάση η συμπεριφορά του βάθρου είναι ελαστική ενώ η συμπεριφορά του εδάφους μη γραμμική-ελαστοπλαστική. Με αυτόν τον τρόπο επιτρέπονται μία σειρά από μηχανισμούς οι οποίοι επηρεάζουν την απόκριση του φρέατος όπως το ανασήκωμα της βάσης (*base uplift*) και η ολίσθηση-αποκόλληση του φρέατος από το έδαφος στις υπάρχουσες διεπιφάνειες (*gapping-slippage at shaft-soil interface*).

Για να προσομοιωθεί αυτή η συμπεριφορά στο μοντέλο, το φρέαρ συνδέεται με το έδαφος με ειδικές επιφάνειες επαφής που επιτρέπουν την ανάπτυξη των παραπάνω φαινομένων μη-γραμμικότητας. Ακόμη, η σχέση που συνδέει την εξέλιξη των τάσεων

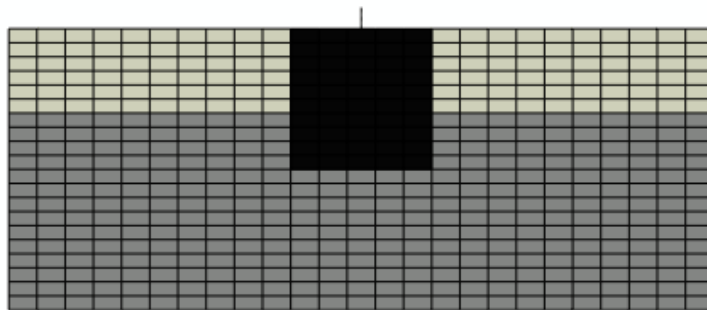
επαφής μεταξύ διεπιφανειών σε σχέση με την απόσταση τους είναι εκθετικής μορφής επιτρέποντας μία ελαφριά *softening* συμπεριφορά. Ο συντελεστής τριβής των διεπιφανειών  $\mu$  λαμβάνεται ίσος με 0.70. Για να εγγυηθεί η ομοιόμορφη κατανομή των τάσεων στο φρέαρ τίθενται ορισμένοι κινηματικοί περιορισμοί μεταξύ των κόμβων των αντίστοιχων στοιχείων του μοντέλου.

Όσον αφορά το τι είδους στοιχεία χρησιμοποιούνται συγκεκριμένα για την προσομοίωση του εδάφους, του φρέατος και των λοιπών παραμέτρων του προβλήματος ακολουθεί λεπτομερής περιγραφή. Τόσο το φρέαρ όσο και το έδαφος προσομοιώνονται στο μοντέλο με 6-εδρικά brick-type 8-κομβικά στοιχεία (*C3D8*) συνεχούς μέσου. Το βάθρο, το οποίο θεωρείται αβαρές, προσομοιώνεται μέσω τρισδιάστατων, αρχικά γραμμικών στοιχείων δοκού (*B31 beam elements*). Η μάζα του καταστρώματος τοποθετείται στο μοντέλο ως σημειακή (2705 Mgr). Το ελατήριο προσομοιώνεται με στοιχεία τύπου *SPRING1* και τοποθετείται στον στροφικό βαθμό ελευθερίας του αντίστοιχου κόμβου. Στο **σχήμα 3.3** παρουσιάζεται το συνολικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων όπως αυτό χρησιμοποιήθηκε στις ανάλυσεις του κώδικα ABAQUS.

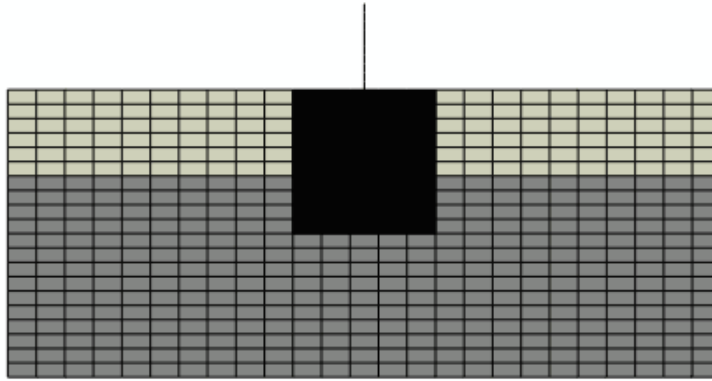


**Σχ.3.3** Γενική εικόνα του μοντέλου τρισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων όπως χρησιμοποιήθηκε στις αναλύσεις.

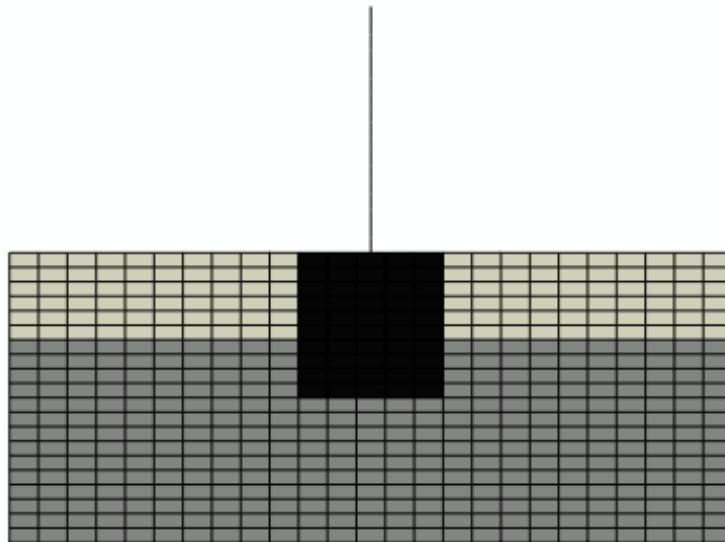
Παρακάτω παρουσιάζονται τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων των τεσσάρων διαφορετικών περιπτώσεων ύψους βάθρου που θα αναλυθούν.



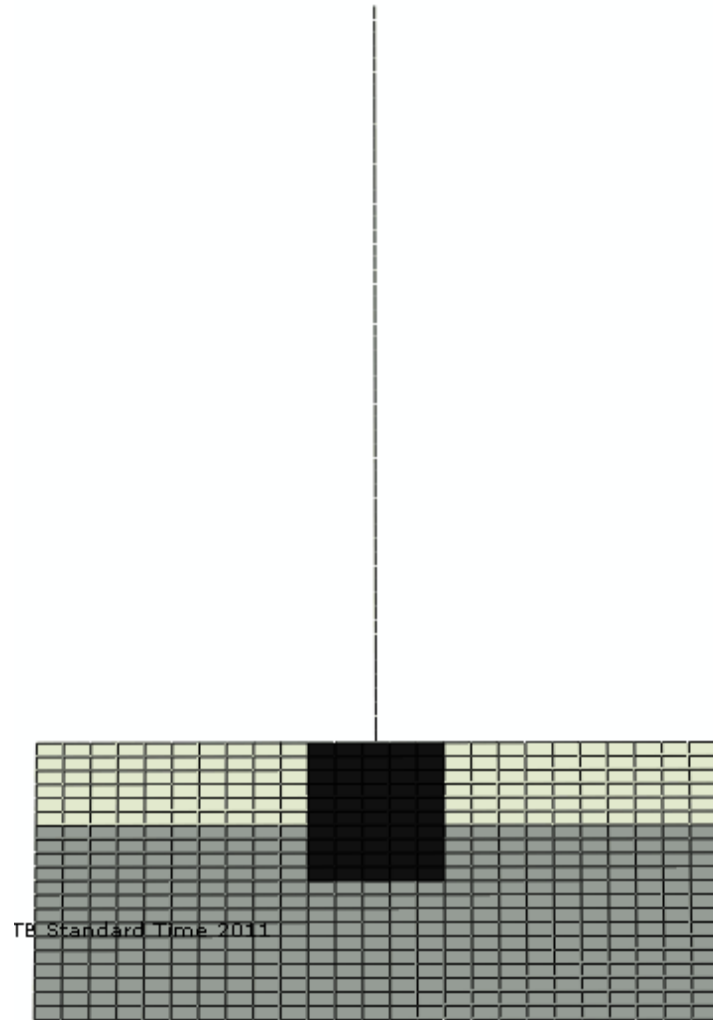
**Σχ.3.4** Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων του μοντέλου με ύψος βάθρου  $H_{pier} = 1.50m$  στο πρόγραμμα ABAQUS.



**Σχ.3.5** Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων του μοντέλου με ύψος βάθρου  $H_{rie} = 6m$  στο πρόγραμμα ABAQUS.



**Σχ.3.6** Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων του μοντέλου με ύψος βάθρου  $H_{rie} = 17m$  στο πρόγραμμα ABAQUS.



**Σχ.3.7** Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων του μοντέλου με ύψος βάθρου  $H_{pier} = 55m$  στο πρόγραμμα ABAQUS.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΤΟΥ ΣΤΡΟΦΙΚΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΣΤΗΝ ΑΝΩΔΟΜΗ

### **4.1 Εισαγωγή**

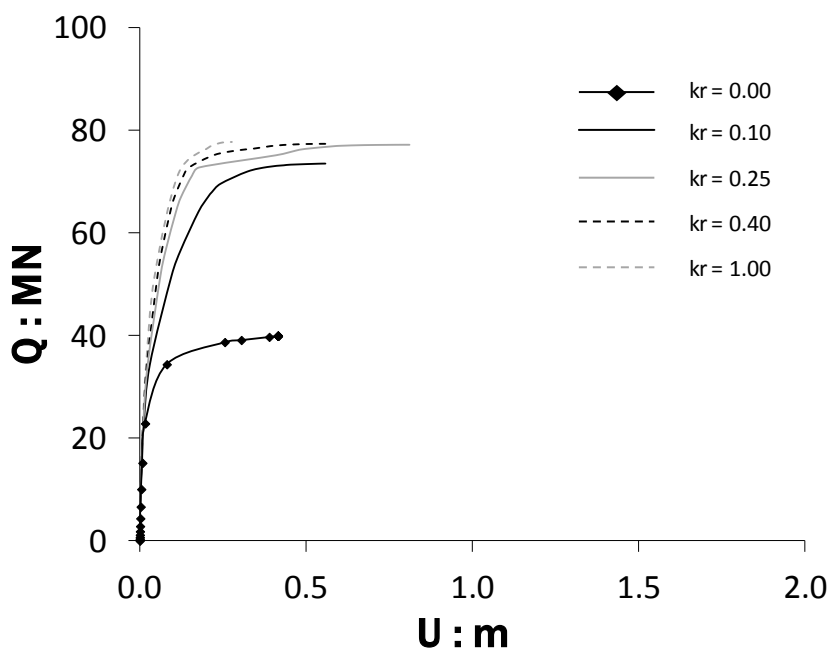
Όπως ήδη έχει αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια, το βάθρο υποβάλλεται σε μονοτονική φόρτιση στην κορυφή του τέτοια ώστε το σύστημα τελικά να αστοχήσει. Εκτελούνται 16 αναλύσεις για τέσσερα διαφορετικά ύψη βάρου ενώ για κάθε ύψος λαμβάνονται τέσσερις διαφορετικές τιμές του δείκτη δυσκαμψίας  $kr$ . Στο τέλος της κάθε ανάλυσης που εκτελείται μέσω του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS παρατηρείται η εξέλιξη των εντατικών μεγεθών και των μετακινήσεων που αναπτύσσονται στο βάθρο. Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να παρουσιαστούν μέσω διαγραμμάτων τα αποτελέσματα όλων των αναλύσεων και κυρίως να εξαχθούν πολύτιμα συμπεράσματα για το πως επηρεάζεται η εξέλιξη διαφόρων μεγεθών όπως η ροπή, η τέμνουσα, η οριζόντια και κατακόρυφη μετακίνηση, η στροφή κατά μήκος του βάρου από την ύπαρξη του στροφικού ελατηρίου και ιδιαίτερως την τιμή της δυσκαμψίας του. Υπενθυμίζεται ότι σε πρώτη φάση τόσο το βάθρο όσο και το ελατήριο έχουν ελαστική συμπεριφορά πράγμα που σημαίνει ότι η αστοχία του συστήματος προέρχεται αποκλειστικά από την εξάντληση της εδαφικής αντοχής.



## 4.2 Υπολογισμός εντατικών μεγεθών

### 4.2.1 Διαγράμματα τέμνουσας – μετακίνησης στη βάση του βάθρου

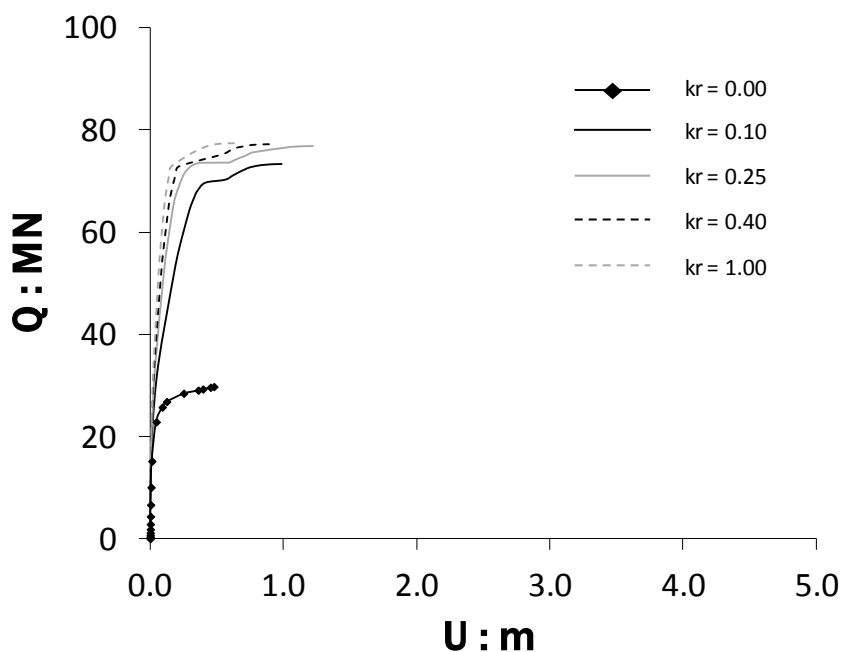
Σε πρώτη φάση εξετάζεται η μεταβολή της τέμνουσας δύναμης που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση που αναπτύσσεται στο ίδιο σημείο για όλους τους συνδυασμούς ύψους βάθρου ( $H_{pier}$ ) και δείκτη δυσκαμψίας ( $kr$ ).



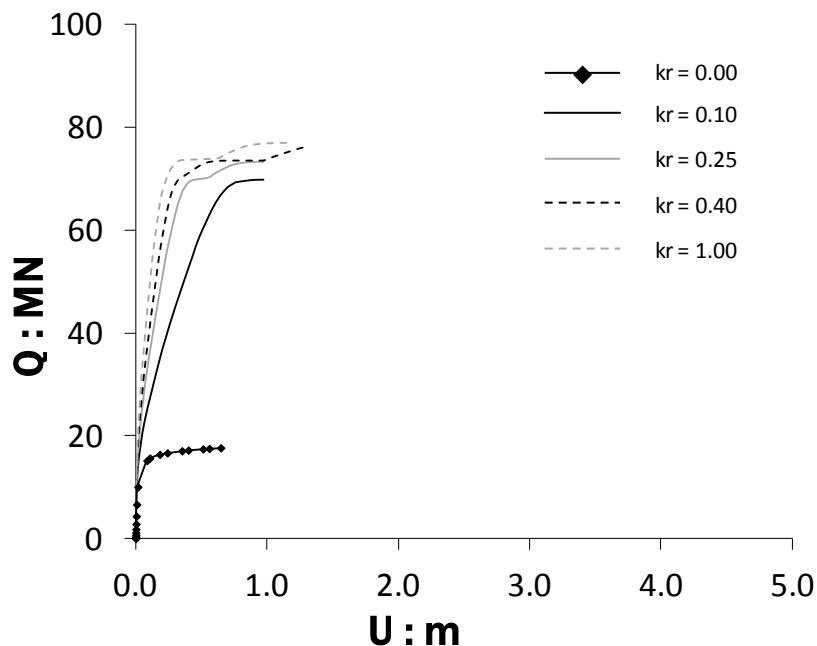
**Σχ.4.1** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 1.50m$

Το πρώτο βασικό συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι η ύπαρξη και μόνο του στροφικού ελατηρίου σχεδόν διπλασιάζει την αντοχή του βάθρου σε τέμνουσα. Ενδεικτικά, η αντοχή του βάθρου στο οποίο δεν λαμβάνεται υπ'όψην η επιρροή του καταστρώματος μέσω στροφικού ελατηρίου ( $kr = 0$ ) είναι 40 MN. Αντιθέτως, τα βάθρα

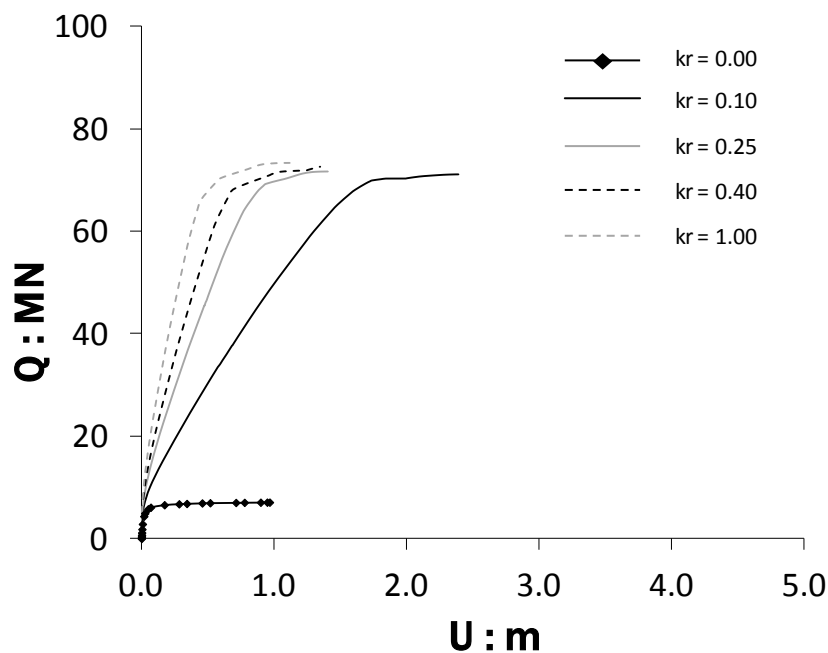
στα οποία υπάρχει στροφικό ελατήριο στην κορυφή μπορούν να αναλάβουν φορτίσεις οι οποίες ξεπερνούν τα 70 MN. Ακόμη, είναι εμφανές από το σχήμα 4.1 ότι όσο πιο μεγάλη είναι η δυσκαμψία του στροφικού ελατηρίου (μεγαλύτερο  $kr$ ) τόσο μεγαλύτερη είναι η τέμνουσα που μπορεί να «αναλάβει» το βάθρο μέχρι να αστοχήσει, χωρίς ωστόσο οι διαφορές να είναι μεγάλες. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα η μέγιστη τέμνουσα που μπορεί να ανεχθεί το βάθρο με  $kr = 0.10$  είναι περίπου 70 MN. Ελαφρώς μεγαλύτερη είναι η αντίστοιχη αντοχή για τα βάθρα με  $kr = 0.25$  και  $kr = 0.40$  (75 MN και 76 MN αντίστοιχα) ενώ για το βάθρο με  $kr = 1.00$  η αντοχή του σε τέμνουσα φτάνει στα 78 MN. Ένα τελευταίο εξαγόμενο συμπέρασμα, άμεσα συνδεδεμένο με το προηγούμενο, είναι ότι αν δύο βάθρα με διαφορετικό  $kr$  μπορούν να αναλάβουν το ίδιο φορτίο τότε αυτό με το μικρότερο  $kr$  θα υποστεί μεγαλύτερη οριζόντια μετακίνηση στη βάση του. Ακολουθούν τα αντίστοιχα διαγράμματα για ύψος βάθρου 6, 17 και 55 m.



**Σχ.4.2** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{rigid} = 6m$



**Σχ.4.3** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί τη βάση του θάβρου σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση του ίδιου σημείου για το θάβρο ύψους  $H_{pier} = 17m$



**Σχ.4.4** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί τη βάση του θάβρου σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση του ίδιου σημείου για το θάβρο ύψους  $H_{pier} = 55m$

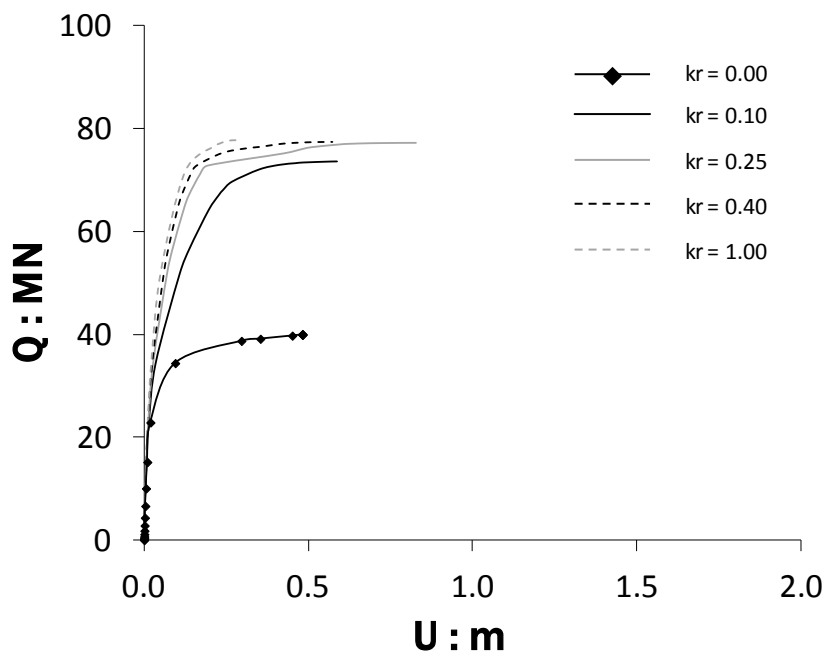
Τα συμπεράσματα που εξάγονται παρατηρώντας τα σχήματα 4.2 - 4.4 είναι ακριβώς τα ίδια με αυτά που περιγράφησαν παραπάνω για το διάγραμμα τέμνουσας – μετακίνησης στη βάση του βάθρου ύψους 1.50 μέτρου. Συνεπώς, είναι δυνατή η γενίκευσή τους.

Είναι λοιπόν φανερό ότι η επιρροή της δυσκαμψίας του καταστρώματος στην αντοχή του βάθρου σε τέμνουσα αλλά και στην απόκρισή του είναι ευεργετική. Χαρακτηριστικά, το σύστημα στο οποίο το βάθρο λειτουργεί ως πρόβολος, δηλαδή δεν υπάρχει στο προσομοίωμα στροφικό ελατήριο ( $kr = 0$ ), έχει τουλάχιστον τη μισή αντοχή σε σχέση με τα υπόλοιπα ανάλογα συστήματα (ίδιο ύψος βάθρου και  $kr \neq 0$ ). Μάλιστα, με την αύξηση του ύψους του βάθρου αυτή η διαφορά στις αντοχές μεγαλώνει με αποτέλεσμα για  $H_{pier} = 55m$  ο αντίστοιχος λόγος αντοχής μη μηδενικού δια μηδενικό δείκτη δυσκαμψίας ( $kr$ ) φτάνει στο 7. Ακόμη, όσο μεγαλύτερος είναι ο δείκτης τόσο μεγαλύτερη είναι η αντοχή του βάθρου σε τέμνουσα.

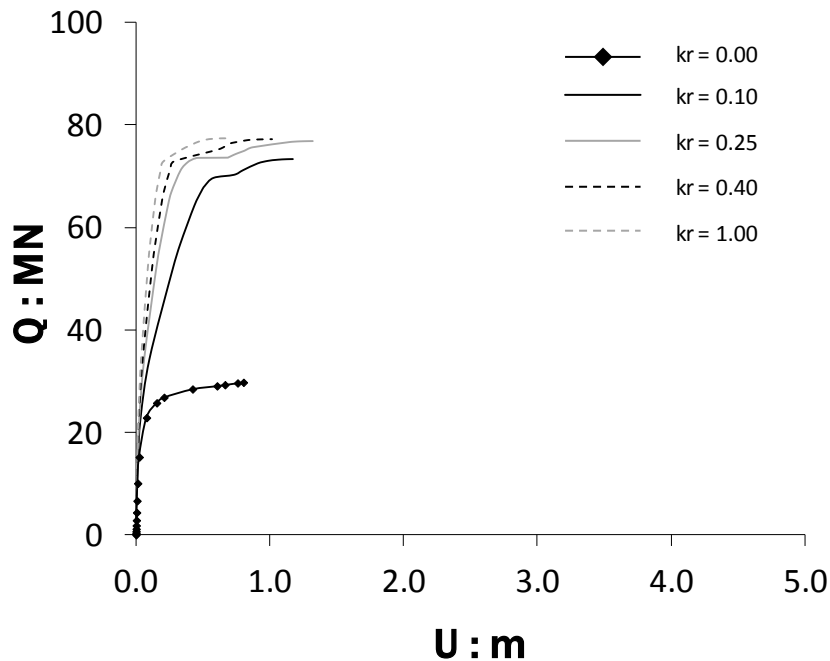
Όσον αφορά τις μετακινήσεις που επιβάλλονται στον πόδα του βάθρου λόγω της επιβαλλόμενης φόρτισης, όσο μεγαλύτερο είναι το  $kr$  τόσο μικρότερο είναι το τμήμα των μετακινήσεων. Για παράδειγμα, στο σχήμα 4.4 το μοντέλο με δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.10$  για να αναλάβει φορτίο 60 MN στη βάση του μετατοπίζεται κατά 1.3 μέτρα. Αντιθέτως το ίδιο βάθρο με  $kr = 1.00$  μετατοπίζεται στη βάση του μόλις κατά 30 εκατοστά για να αναλάβει το ίδιο φορτίο.

#### 4.2.2 Διαγράμματα τέμνουσας – μετακίνησης στην κορυφή του βάθρου

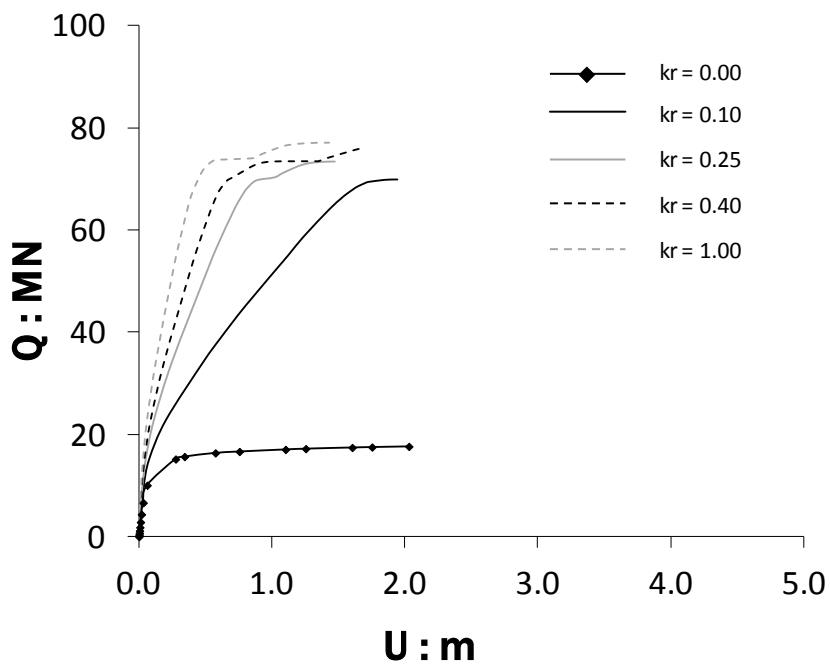
Εκτός της φόρτισης και της μετακίνησης στη βάση του βάθρου πρέπει να ελεγχθούν τα ίδια μεγέθη και στην κορυφή του, δηλαδή στη στάθμη του καταστρώματος. Το διάγραμμα μεταβολής της τέμνουσας που καταπονεί την κορυφή του βάθρου ύψους 1.50 μέτρου σε σχέση με τη μετατόπιση στο ίδιο σημείο (σχήμα 4.5) είναι σχεδόν ίδιο με το αντίστοιχο διάγραμμα για τη βάση του βάθρου. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα φρέαρ-βάθρο κινείται σαν στερεό σώμα (έμβολο) χωρίς να στρέφεται (αμελητέες στροφές) κινητοποιώντας μόνο τις παθητικές ωθήσεις κάτι που είναι λογικό λόγω του μικρού μοχλοβραχίονα και της μικρής ροπής που καταπονεί τη βάση. Ακολουθούν τα αντίστοιχα διαγράμματα για τα υπόλοιπα ύψη.



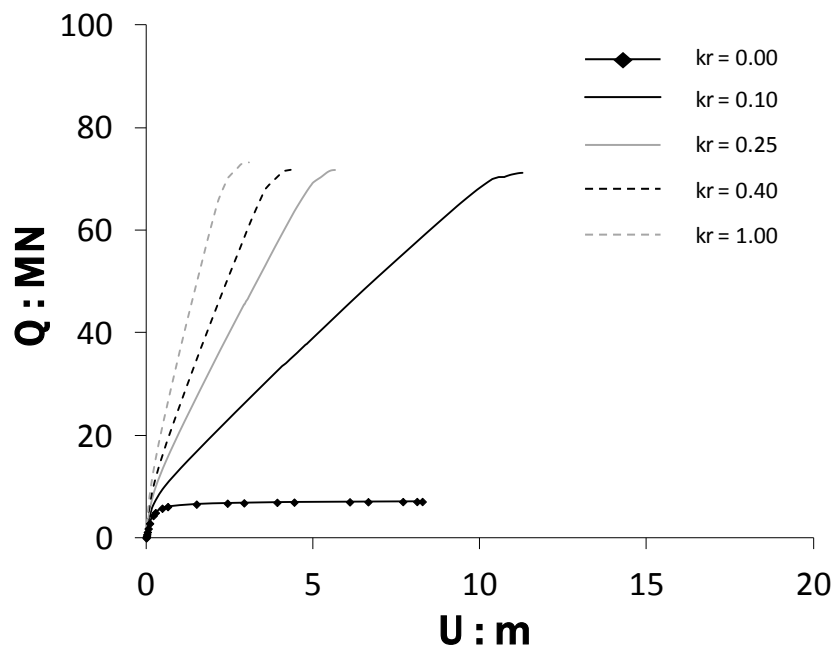
**Σχ.4.5** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί την κορυφή του βάθρου σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 1.50m$



**Σχ.4.6** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί την κορυφή του βάθρου σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 6m$



**Σχ.4.7** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί την κορυφή του βάθρου σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 17m$

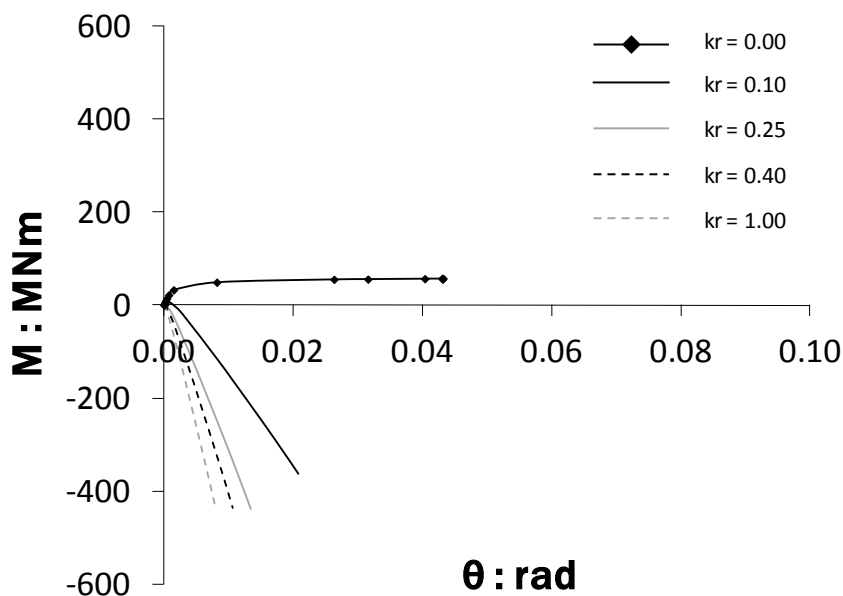


**Σχ.4.8** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί την κορυφή του βάθρου σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 55m$

Η συμπεριφορά τύπου εμβόλου, δηλαδή οριζόντια μετακίνηση του συστήματος φρέαρ – βάθρο ως στερεό σώμα, ισχύει και για το βάθρο ύψους 6 μέτρων. Αυτή η συμπεριφορά αλλάζει για μεγαλύτερα ύψη καθώς η ροπή που καταπονεί το βάθρο αυξάνεται καθώς μεγαλώνει ο μοχλοβραχίονας και έτσι το σύστημα βάθρο – φρέαρ εκτός από οριζόντια μετακίνηση υποβάλλεται και σε σημαντική στροφή. Συνεπώς, η συνολική μετατόπιση στη στάθμη του καταστρώματος αυξάνει κατά πολύ όπως φαίνεται στα σχήματα **4.7** και **4.8**. Όσον αφορά την καταπόνηση της κορυφής του βάθρου σε τέμνουσα ανάλογα με το δείκτη δυσκαμψίας ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα που αναλύθηκαν παραπάνω για τη βάση του βάθρου.

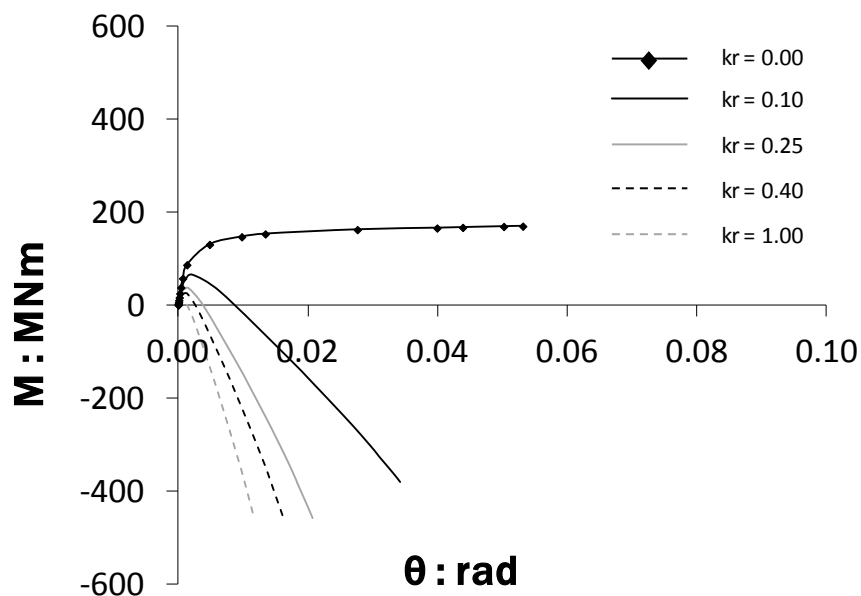
### 4.2.3 Διαγράμματα ροπής – στροφής στη βάση του βάρου

Επόμενο βήμα είναι η παρατήρηση της μεταβολής της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάρου μέσω της μονοτονικής φόρτισης που ασκείται στην κορυφή του. Φυσικό επακόλουθο αυτής της ασκούμενης ροπής στη βάση είναι η στροφή του βάρου. Αυτή η σχέση ροπής – στροφής καταγράφεται στα παρακάτω διαγράμματα για τις τέσσερις διαφορετικές τιμές του ύψους του βάρου.

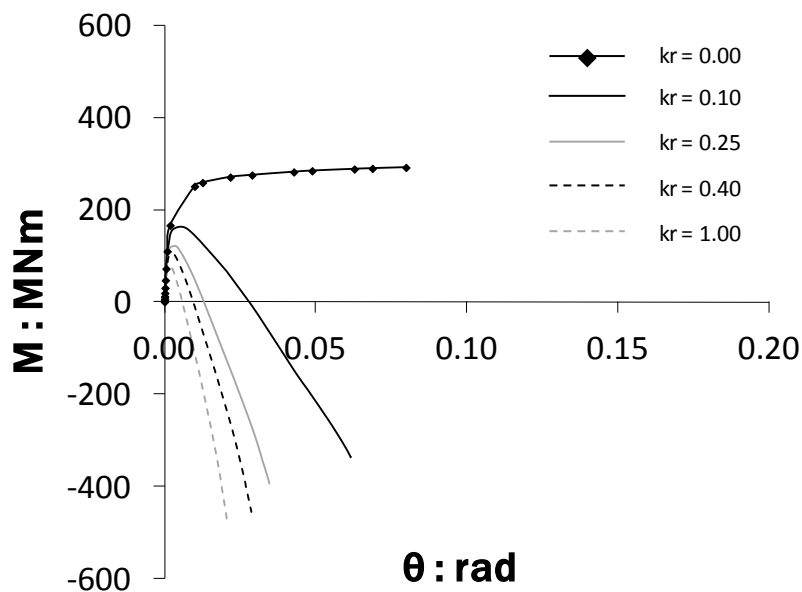


**Σχ.4.9** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάρου σε σχέση με τη στροφή του ίδιου σημείου για το βάρου ύψους  $H_{pier} = 1.50m$

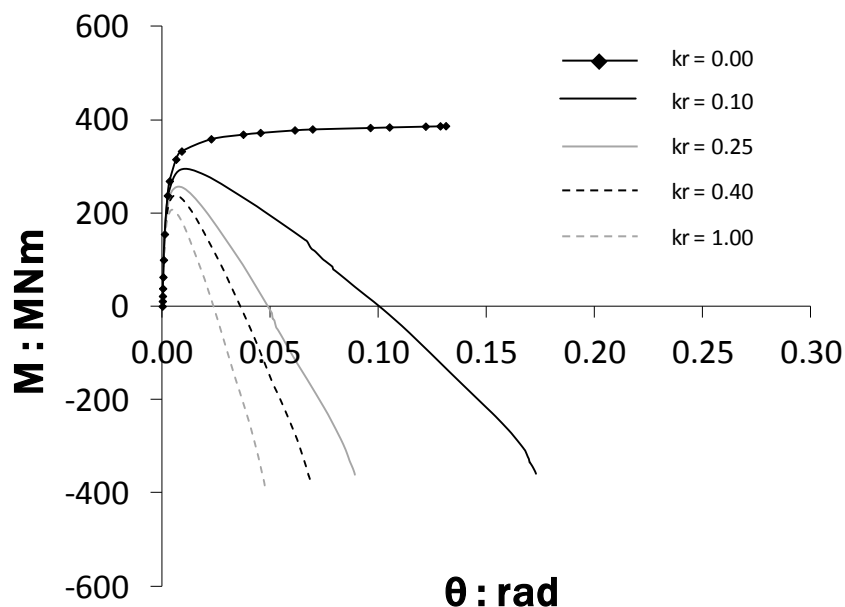




**Σχ.4.10** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με τη στροφή του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 6m$



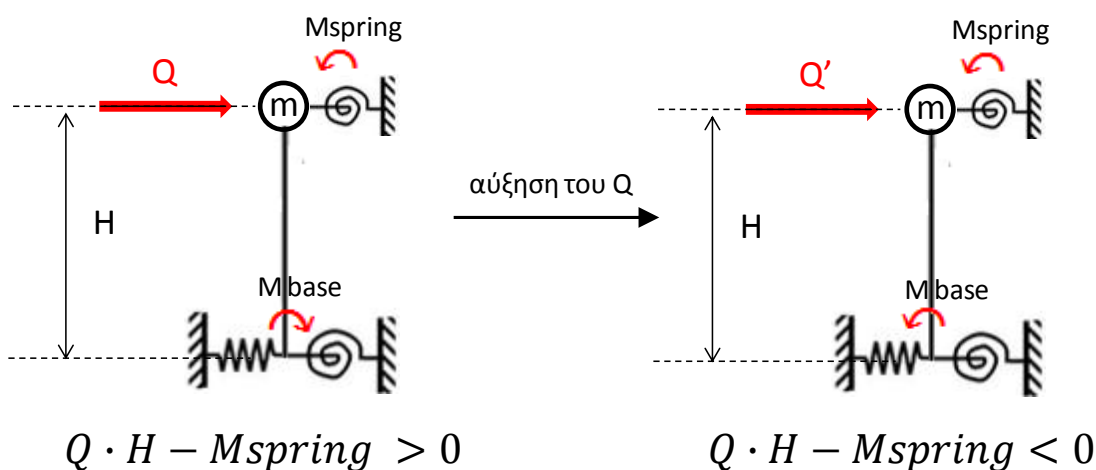
**Σχ.4.11** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με τη στροφή του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 17m$



**Σχ.4.12** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάρου σε σχέση με τη στροφή του ίδιου σημείου για το βάρου ύψους  $H_{pier} = 55m$

Όπως και στην περίπτωση της αντοχής σε τέμνουσα έτσι και στην περίπτωση της αντοχής σε κάμψη τα μοντέλα με στροφικό ελατήριο στην κορυφή λειτουργούν ευεργετικά για την «ανακούφιση» του βάρου τόσο σε όρους ροπής όσο και σε όρους στροφής. Παρατηρώντας τα σχήματα 4.9 – 4.11 είναι φανερό ότι η στροφική δυσκαμψία του ελατηρίου ανεξαρτήτως μεγέθους οδηγεί σε αύξηση της καμπτικής αντοχής της βάσης του βάρου αλλά και σε μειωμένη στροφή του ίδιου σημείου. Για παράδειγμα, το βάρου ύψους 6 μέτρων και  $kr = 0$  έχει αντοχή σε κάμψη μικρότερη των 200 MNm ενώ η μέγιστη στροφή που μπορεί να αναπτυχθεί στη βάση χωρίς να αστοχήσει είναι περίπου 0.05 rad (3.4 μοίρες). Αντιθέτως, τα υπόλοιπα ισοϋψή βάρου μη μηδενικού δείκτη δυσκαμψίας έχουν διπλάσια αντοχή σε κάμψη ενώ η μέγιστη στροφική μετακίνηση στην οποία υπόκεινται λίγο πριν την αστοχία κυμαίνεται από 0.01 rad ( $kr = 1.00$ ) έως 0.038 rad ( $kr = 0.10$ ).

Αξίζει να σημειωθεί εδώ τι σημαίνει η αλλαγή του προσήμου της ροπής. Η ροπή που δημιουργεί η τέμνουσα της κορυφής στη βάση του βάρου ( $Q \cdot H$ ) είναι αντίρροπη σε σχέση με την ροπή αντίστασης που αναλαμβάνει το ελατήριο. Στο αρχικό στάδιο φόρτισης, η ροπή που δημιουργεί η τέμνουσα κορυφής στη βάση είναι μεγαλύτερη από την ροπή αντίστασης του ελατηρίου (*θετική ροπή στη βάση*). Με την προοδευτική αύξηση του οριζώντιου φορτίου όμως, η ροπή που αναλαμβάνει το ελατήριο γίνεται μεγαλύτερη από τη ροπή που δημιουργεί η τέμνουσα κορυφής στη βάση με αποτέλεσμα η συνολική ροπή στη βάση να αλλάζει πρόσημο και να γίνεται αρνητική. Στο επόμενο σχήμα θα παρουσιαστεί γραφικά το πιο πάνω συμπέρασμα. Η «συνεισφορά» των ελατηρίων της βάσης στην συνολική ροπή που αναπτύσσεται σε αυτό το σημείο είναι σχεδόν αμελητέα όπως θα δούμε παρακάτω.

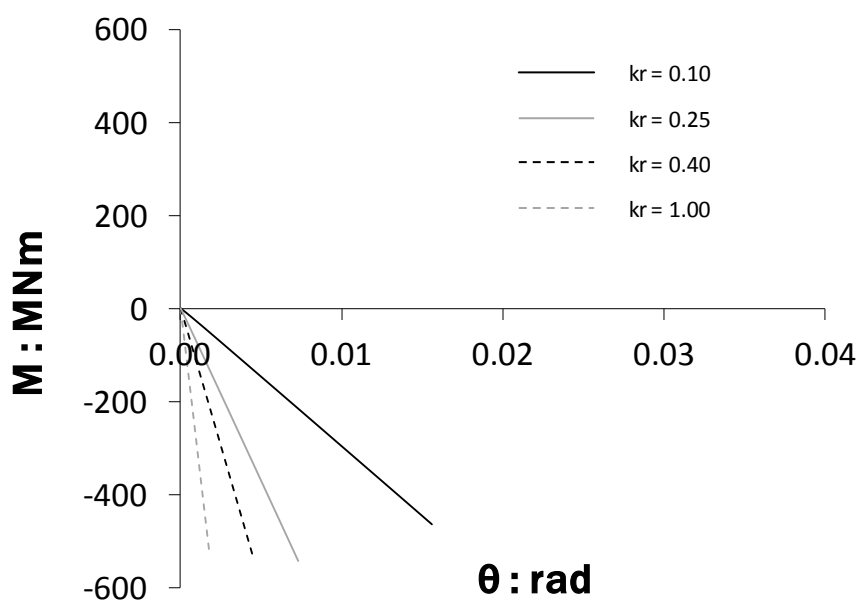


**Εικόνα 4.3:** Η αλλαγή του προσήμου της ροπής που αναπτύσσεται στη βάση με την προοδευτική αύξηση της εξωτερικά επιβαλλόμενης φόρτισης.

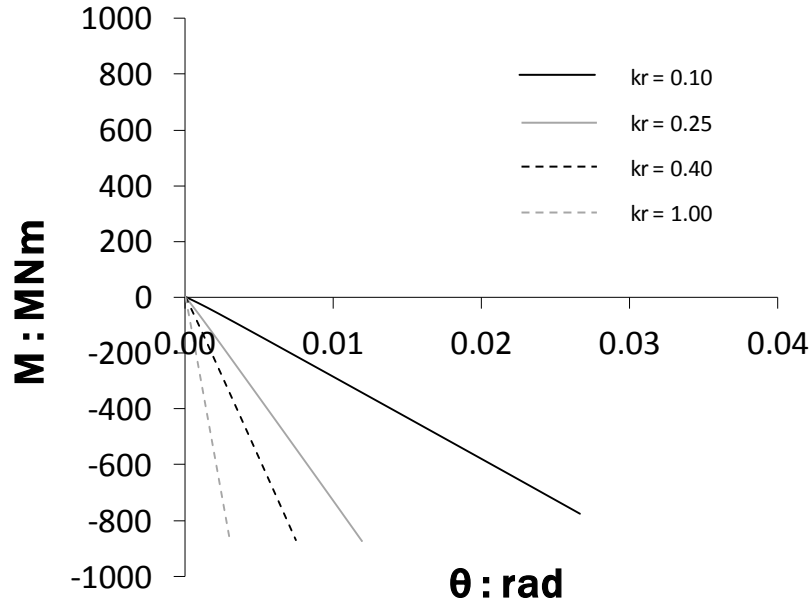
Ένα ακόμη σημαντικό συμπέρασμα που βγαίνει παρατηρώντας τα σχήματα 4.9 – 4.12 είναι ότι μεταξύ δύο ισοϋψών βάθρων στη βάση των οποίων αναπτύσσεται ίδια ροπή δίχως να αστοχούν, αυτό που έχει μεγαλύτερο δείκτη δυσκαμψίας  $k_r$  στρέφεται λιγότερο. Αυτή η επισήμανση είναι σημαντική καθώς εκτός από την αστοχία ενός έργου θα πρέπει να αποφεύγεται και η μη λειτουργικότητά του.

#### 4.2.4 Διαγράμματα ροπής – στροφής στην κορυφή του βάθρου

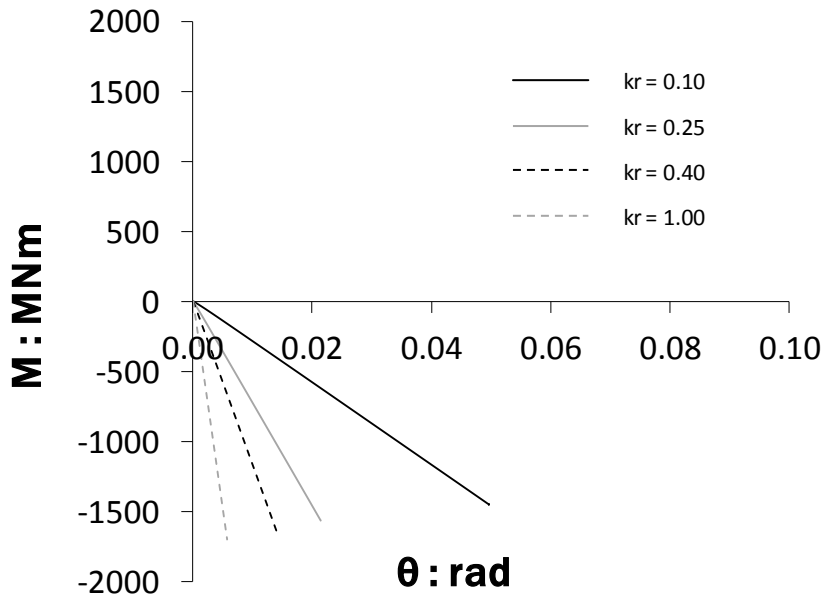
Η σχέση που συνδέει τη ροπή που αναλαμβάνει το στροφικό ελατήριο στην κορυφή του βάθρου με τη στροφή του ίδιου σημείου είναι γραμμική. Ο λόγος των δύο μεγεθών ισούται με τη δυσκαμψία του ελατηρίου  $KR$ . Ακολουθούν τα διαγράμματα συσχέτισμού των δύο μεγεθών για όλους τους συνδυασμούς ύψους βάθρου και δείκτη δυσκαμψίας.



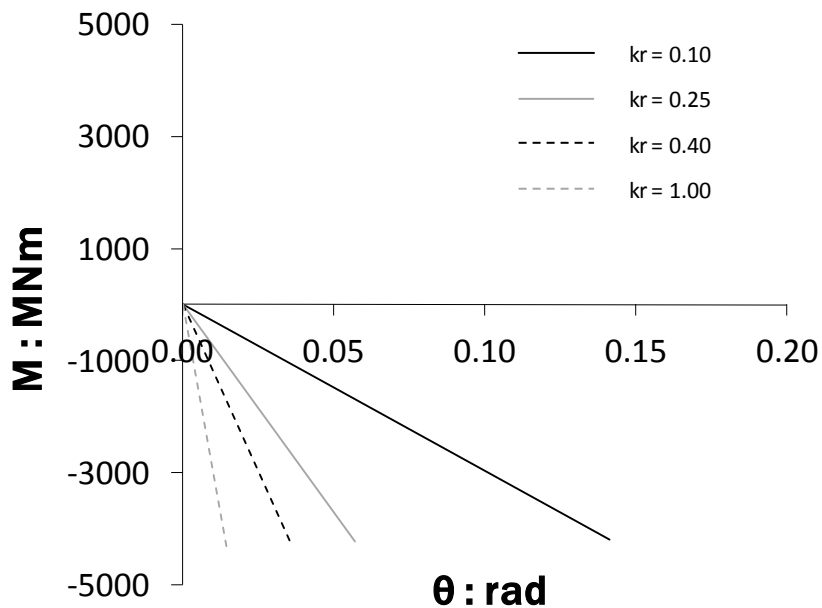
**Σχ.4.13** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κορυφή του βάθρου (ροπή ελατηρίου) σε σχέση με τη στροφή του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 1.50m$



**Σχ.4.14** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κορυφή του βάθρου (ροπή ελατηρίου) σε σχέση με τη στροφή του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 6m$



**Σχ.4.15** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κορυφή του βάθρου (ροπή ελατηρίου) σε σχέση με τη στροφή του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 17m$

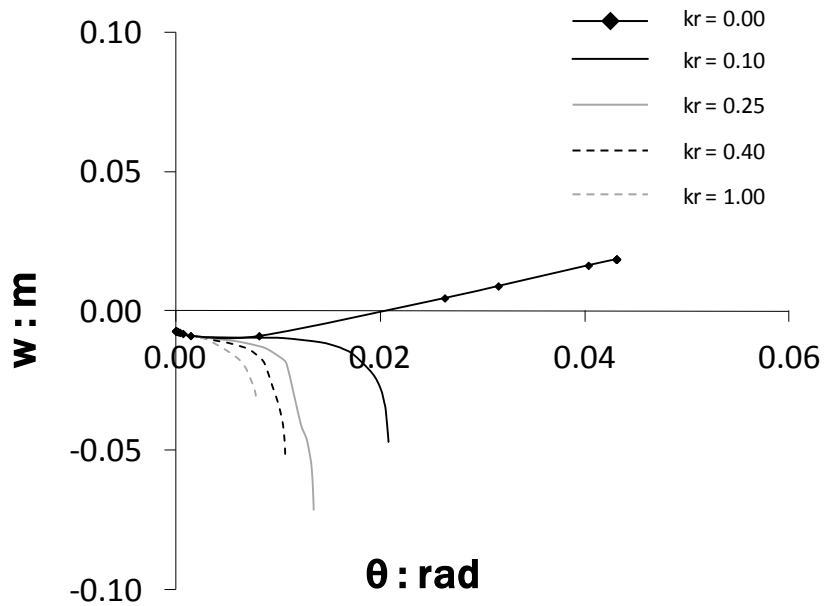


**Σχ.4.16** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κορυφή του βάθρου (ροπή ελατηρίου) σε σχέση με τη στροφή του ίδιου σημείου για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 55m$

Είναι προφανές ότι για τα συστήματα χωρίς στροφικό ελατήριο η ροπή στην κορυφή του βάθρου είναι μηδενική. Όσον αφορά τα συμπεράσματα που εξαγονται από τα παραπάνω σχήματα είναι ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο δείκτης δυσκαμψίας τόσο μικρότερη είναι η στροφή της κορυφής του βάθρου. Η στροφική δυσκαμψία του ελατηρίου ισούται με την κλίση της εκάστοτε καμπύλης.

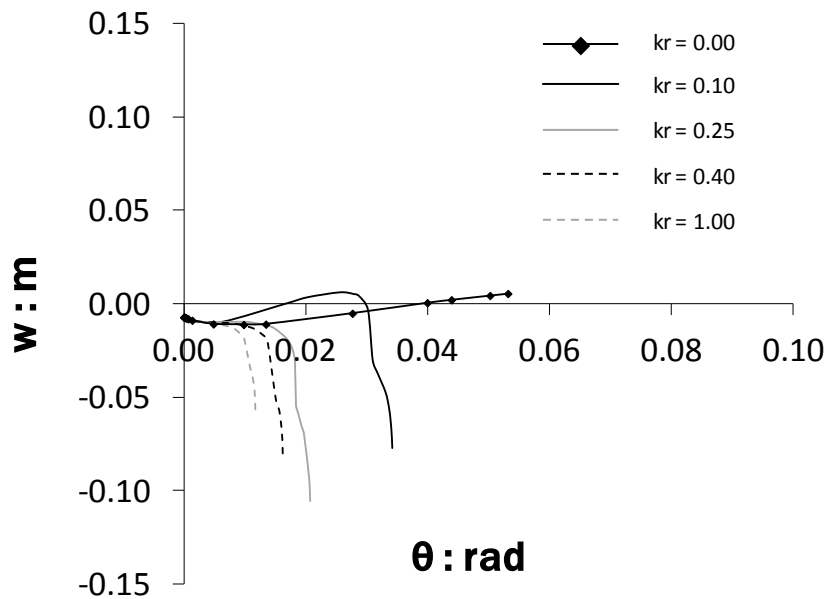
#### 4.2.5 Διαγράμματα καθίζησης – στροφής στη βάση του βάθρου

Έντονο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εξέλιξη της καθίζησης της βάσης σε σχέση με τη στροφή του ίδιου σημείου. Η επιρροή της ύπαρξης του στροφικού ελατηρίου στους μηχανισμούς που επηρεάζουν τα δύο αυτά μεγέθη φαίνεται στα παρακάτω διαγράμματα.



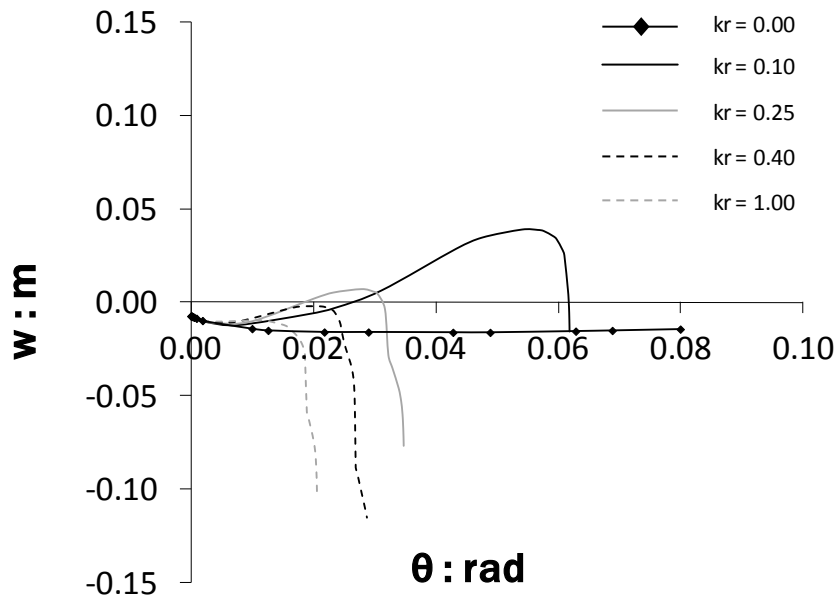
**Σχ.4.17** Εξέλιξη της καθίζησης του βάθρου σε σχέση με τη στροφή της βάσης του για  $H_{rig} = 1.50m$

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η καμπύλη για  $kr = 0$  στο σχήμα 4.17. Παρατηρείται το γεγονός ότι με την προοδευτική αύξηση της φόρτισης, η βάση του βάθρου ανυψώνεται και μάλιστα λίγο πριν την αστοχία βρίσκεται πάνω από το αρχικό της σημείο (πριν την έναρξη της φόρτισης). Αυτή η συμπεριφορά είναι εκ διαμέτρου αντίθετη σε σχέση με τα συστήματα στα οποία έχει προσομοιωθεί η επιρροή του καταστρώματος στην απόκριση ( $kr \neq 0$ ). Το ζητούμενο είναι να διαπιστωθεί εάν αυτό το φαινόμενο ισχύει γενικά για κάθε ύψος βάθρου.

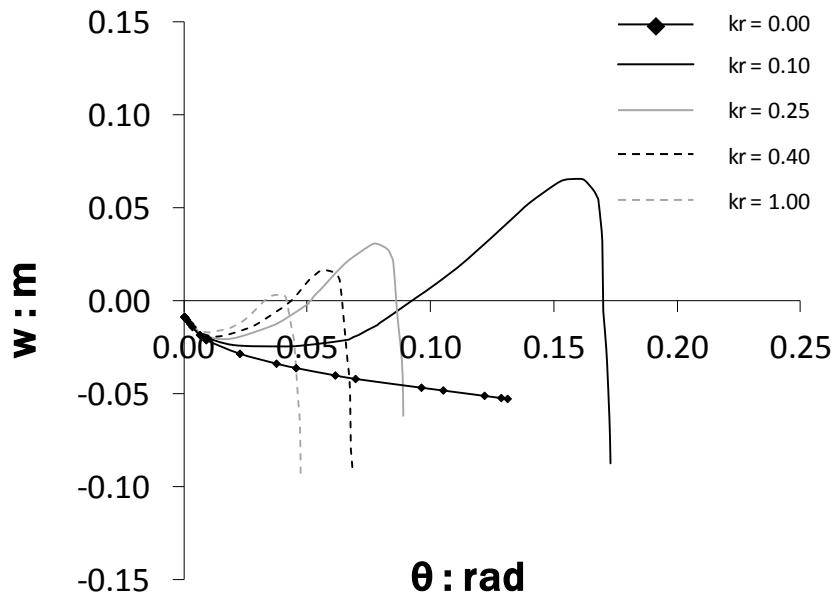


**Σχ.4.18** Εξέλιξη της καθίζησης του βάθρου σε σχέση με τη στροφή της βάσης του για  $H_{pier} = 6m$





**Σχ.4.19** Εξέλιξη της καθίζησης του βάθρου σε σχέση με τη στροφή της βάσης του για  $H_{pier} = 17m$

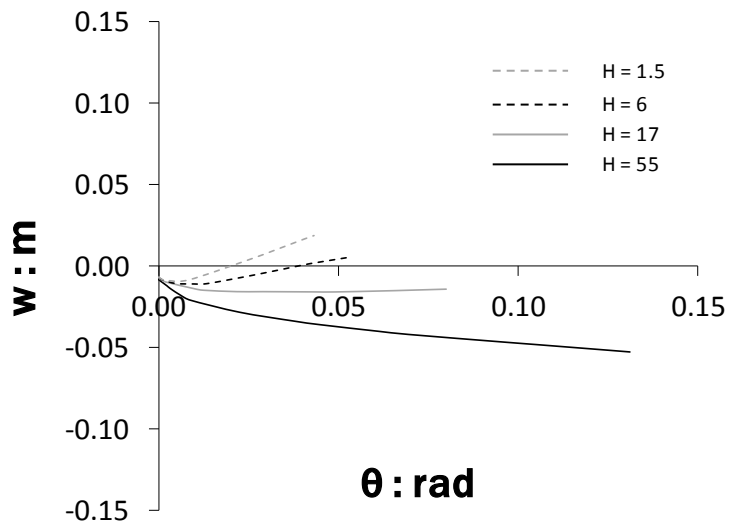


**Σχ.4.20** Εξέλιξη της καθίζησης του βάθρου σε σχέση με τη στροφή της βάσης του για  $H_{pier} = 55m$

Τα συμπεράσματα που εξάγονται παρατηρώντας τα διαγράμματα 4.18 – 4.20 είναι εκ διαμέτρου αντίθετα σε σχέση με όσα διαπιστώθηκαν στο σχήμα 4.17. Γενικά προκύπτει ότι η συμπεριφορά που παρατηρήθηκε για τις αναλύσεις όπου το ύψος του βάθρου ήταν 1.5 μέτρο αλλάζει καθώς αυτό αυξάνεται. Πιο συγκεκριμένα, όταν το ύψος του βάθρου λαμβάνεται ίσο με 55 μέτρα, το μοντέλο χωρίς στροφικό ελατήριο στην κορυφή ( $kr = 0$ ) παρουσιάζει μία αυξανόμενη καθίζηση με την αύξηση της φόρτισης μέχρι να αστοχήσει. Αντιθέτως, τα συστήματα με στροφικό ελατήριο παρουσιάζουν σταδιακό ανασήκωμα της βάση τους, με θετική υπερύψωση μάλιστα, μέχρι να αστοχήσουν και να καθιζάνουν απότομα. Είναι λοιπόν φανερό ότι η συμπεριφορά μεταξύ των μοντέλων των δύο ακραίων τιμών ύψους βάθρου (1.5m - 55m) είναι τελείως διαφορετική. Για τις μεσαίες τιμές ύψους του βάθρου (6m, 17m) η συμπεριφορά των μοντέλων είναι ενδιάμεση.

Συνοψίζοντας, το φαινόμενο της ανύψωσης της βάσης λαμβάνει χώρα είτε σε συστήματα όπου το ύψος του βάθρου είναι μικρό ( $H_{pier} < 10m$ ) και ταυτόχρονα δεν υπάρχει στροφικό ελατήριο στην κορυφή ( $kr = 0$ ) είτε σε συστήματα όπου το ύψος του βάθρου είναι μεγάλο ( $H_{pier} > 20m$ ) και υπάρχει στροφικό ελατήριο στην κορυφή. Μάλιστα, όσον αφορά τη δεύτερη κατηγορία χαρακτηριστικό είναι ότι όσο πιο μεγάλη είναι η στροφική δυσκαμψία του ελατηρίου (δηλ. του καταστρώματος) τόσο πιο μικρή είναι η ανύψωση και η στροφή της βάσης.

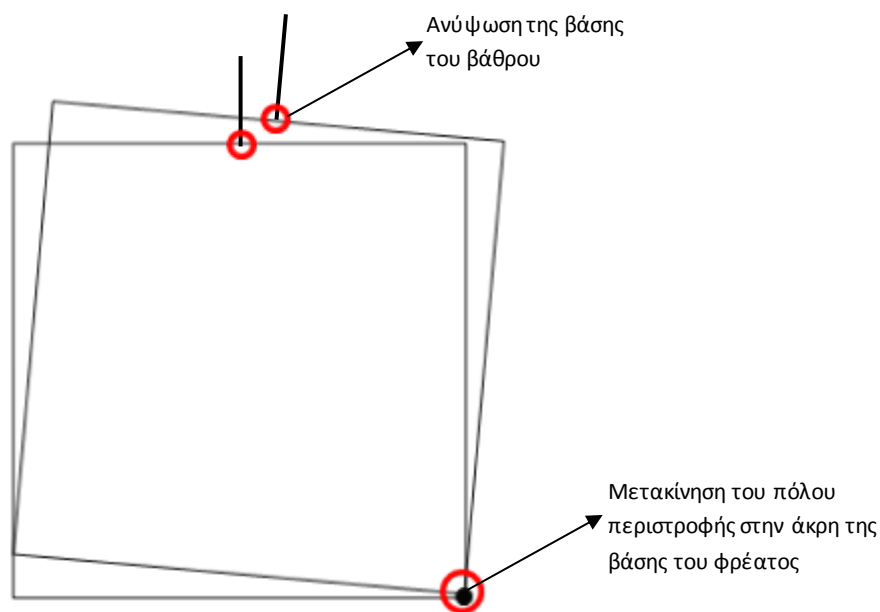
Επόμενο βήμα είναι να γίνει μία προσπάθεια ώστε να αναλυθεί αυτό το φαινόμενο της ανύψωσης της βάσης του βάθρου. Θα γίνει προσπάθεια να ερμηνευτεί η διαφοροποίηση της συμπεριφοράς μεταξύ των συστημάτων χωρίς στροφικό ελατήριο καθώς τα συστήματα με στροφικό ελατήριο είναι πιο πολύπλοκα.



**Σχ.4.21** Εξέλιξη της καθίζησης του βάθρου σε σχέση με τη στροφή της βάσης του για διάφορα ύψη. Όλα τα συστήματα δεν έχουν στροφικό ελατήριο στην κορυφή ( $kr = 0$ )

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, αυξανόμενου του ύψους του βάθρου εξασθενεί το φαινόμενο του ανασηκώματος της βάσης. Αυτό πιθανότατα ερμηνεύεται από τον τρόπο με τον οποίο επηρεάζουν την απόκριση οι μηχανισμοί της τέμνουσας και της ροπής. Για παράδειγμα, στην περίπτωση των «κοντών» βάθρων ( $H_{pier} = 1.5m, 6m$ ) η τέμνουσα είναι ο καθοριστικός παράγοντας καθώς η ροπή που αναπτύσσεται στη βάση είναι μικρή, λόγω του μικρού μοχλοβραχίονα. Γι αυτό το λόγο (όπως φαίνεται και μέσα από την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία) το σύστημα φρέαρ – βάθρο μετατοπίζεται κυρίως κατά την οριζόντια κατεύθυνση ενώ ταυτόχρονα στρέφεται σε έναν πολύ μικρό βαθμό (λειτουργία εμβόλου). Ουσιαστικά αυτό σημαίνει ότι μέσω της φόρτισης, το φρέαρ που έχει το ρόλο της θεμελίωσης ασκεί στο περιβάλλον έδαφος παθητική ώθηση μέχρις ότου να εξαντληθεί η αντοχή του. Η ανύψωση της βάσης οφείλεται πιθανότατα στην δημιουργία αναβαθμών στο έδαφος που έχει ως συνέπεια ο πόλος περιστροφής του φρέατος να μετακινηθεί αρκετά χαμηλότερα από το κέντρο βάρους και

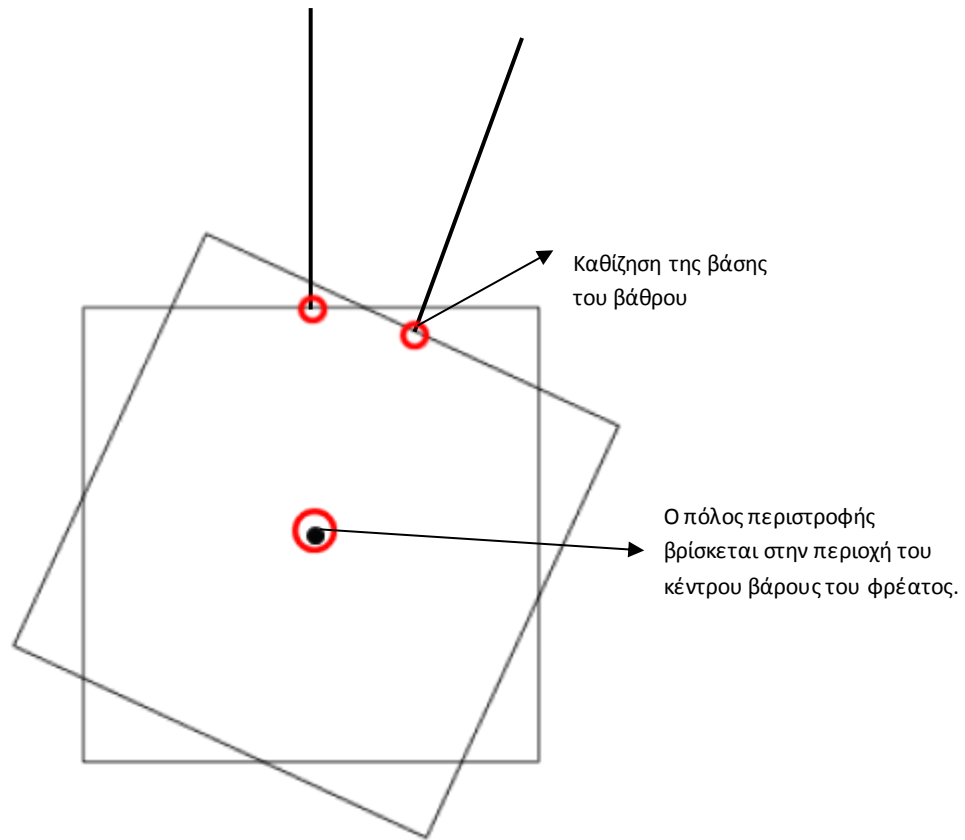
συγκεκριμένα προς τη γωνία του φρέατος. Η ερμηνεία του φαινομένου βρίσκεται στο συνδυασμό της εδαφικής συμπεριφοράς και κυρίως της γεωμετρίας του προβλήματος.



**Εικόνα 4.2:** Η υπεροχή του μηχανισμού της τέμνουσας σε σχέση με αυτόν της ροπής έχει σαν αποτέλεσμα ο πόλος περιστροφής να βρίσκεται στην περιοχή της άκρης της βάσης του φρέατος και έτσι το σημείο της βάσης του βάθρου ανυψώνεται.

Όσον αφορά τα υψηλότερα βάθρα, η ροπή που αναπτύσσεται στη βάση είναι αρκετά μεγάλη με αποτέλεσμα αυτή να είναι που καθορίζει την απόκριση του συστήματος θεμελίωσης – ανωδομής σε σχέση με την τέμνουσα. Αυτό οδηγεί σε αυξημένη στροφή της βάσης του βάθρου με αποτέλεσμα ο πόλος περιστροφής να είναι πιο κοντά στο κέντρο βάρους και το αντιστηριζόμενο έδαφος να μην παίζει τον ίδιο ρόλο. Γι αυτούς

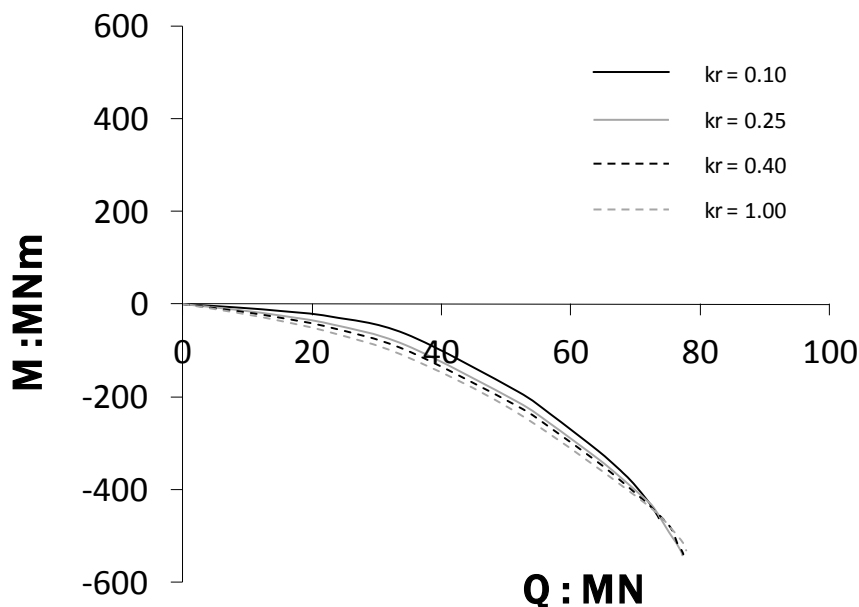
τους λόγους δεν παρατηρείται το φαινόμενο της ανύψωσης όταν το βάθρο είναι μεγάλου ύψους.



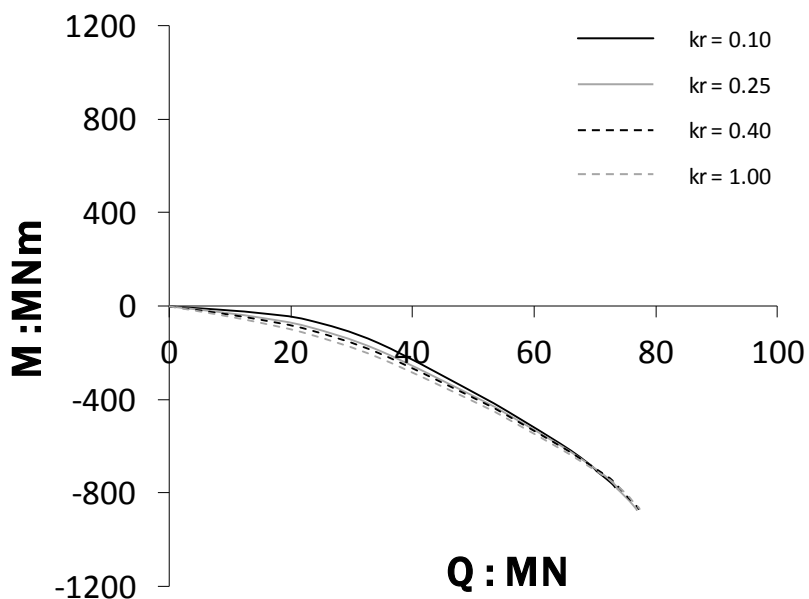
**Εικόνα 4.3:** Η υπεροχή του μηχανισμού της ροπής σε σχέση με αυτόν της τέμνουσας έχει σαν αποτέλεσμα ο πόλος περιστροφής να βρίσκεται στην περιοχή του κέντρου του φρέατος και έτσι το σημείο της βάσης του βάθρου καθιζάνει.

#### 4.2.6 Διαγράμματα ροπής – τέμνουσας στην κορυφή του βάθρου

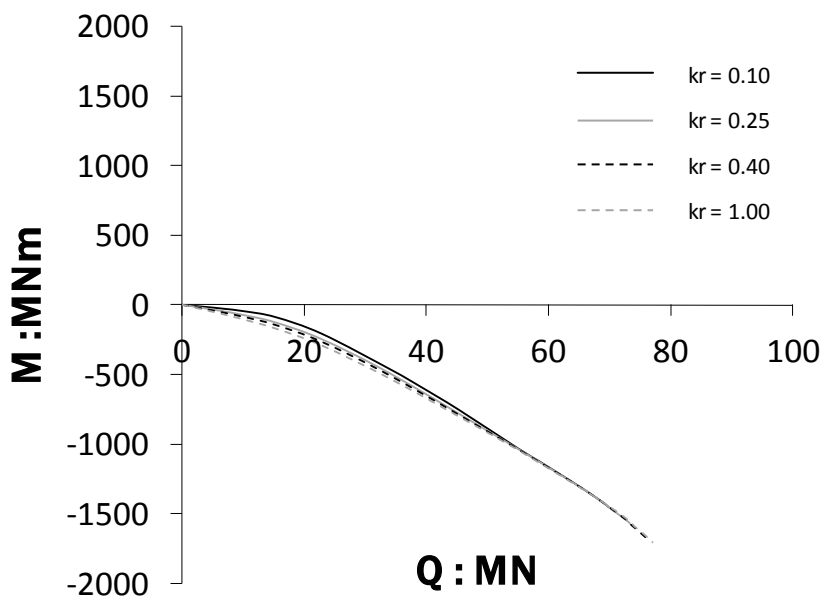
Έχοντας παρατηρήσει τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλονται διάφορα μεγέθη μεταξύ τους όπως η τέμνουσα με την οριζόντια μετακίνηση, η ροπή με τη στροφή και η καθίζηση με τη στροφή το επόμενο βήμα είναι να δημιουργηθεί ένα διάγραμμα που θα συσχετίζει τα δύο κρίσιμα εντατικά μεγέθη ροπής και τέμνουσας. Αυτή η συσχέτιση ουσιαστικά παραπέμπει στα γνωστά διαγράμματα αλληλεπίδρασης που υπάρχουν ήδη για τις επιφανειακές θεμελιώσεις και τους πασσάλους. Αρχικά, θα παρουσιαστεί η εξέλιξη των δύο μεγεθών στην κορυφή του βάθρου, δηλαδή πως μεταβάλλεται η οριζόντια δύναμη που επιβάλλεται στη στάθμη του καταστρώματος σε σχέση με την ροπή που αναλαμβάνει εξ' αιτίας αυτής της φόρτισης το στροφικό ελατήριο.



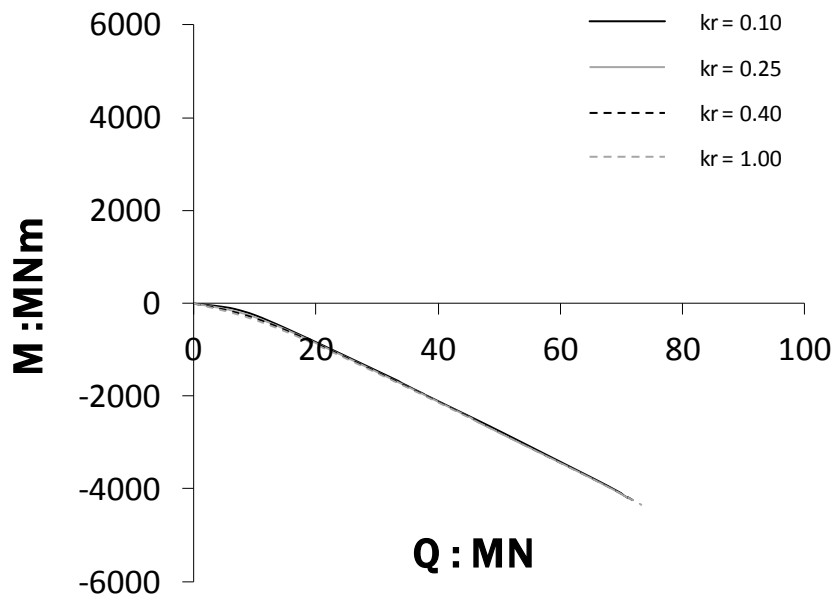
**Σχ.4.22** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κορυφή του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 1.50\text{ m}$



**Σχ.4.23** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κορυφή του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 6m$



**Σχ.4.24** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κορυφή του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 17m$



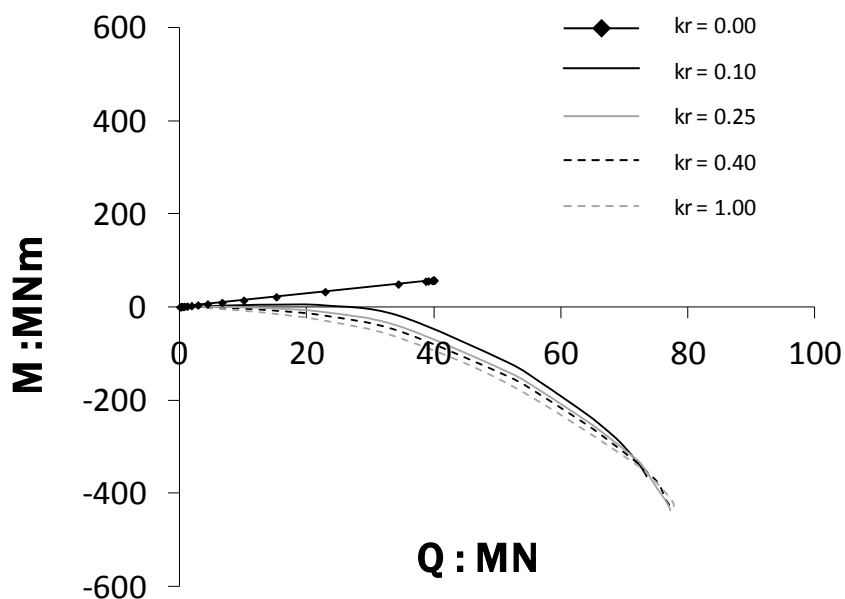
**Σχ.4.25** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κορυφή του βάρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας για το βάρου ύψους  $H_{pier} = 55m$

Παρατηρείται ότι όσο πιο μεγάλος είναι ο δείκτης στροφικής δυσκαμψίας τόσο πιο μεγάλη είναι η ροπή που αναλαμβάνει το ελατήριο για την ίδια επιβαλλόμενη φόρτιση. Βέβαια αυτή η διαφορά είναι μικρή. Επιπλέον, φαίνεται από τα διαγράμματα 4.22 – 4.25 ότι όσο πιο μεγάλο είναι το ύψος του βάρου τόσο πιο μεγάλη είναι η ροπή που μπορεί να αναλάβει το ελατήριο πριν την αστοχία, πάντα για την ίδια επιβαλλόμενη τέμνουσα. Αυτό οφείλεται στο ότι το ελατήριο έχει γραμμική – ελαστική συμπεριφορά και στην ουσία αστοχεί όταν εξαντληθεί η εδαφική αντοχή. Όπως αποδείχθηκε όμως στα προηγούμενα διαγράμματα (4.13 – 4.16), όσο πιο μεγάλο είναι το ύψος του βάρου τόσο περισσότερο στρέφεται η κορυφή του μέχρι την αστοχία του συστήματος. Συνεπώς, αφού η σχέση ροπής – στροφής του ελατηρίου είναι ευθέως ανάλογη λόγω της ελαστικής του συμπεριφοράς, επαληθεύεται το τελευταίο συμπέρασμα.

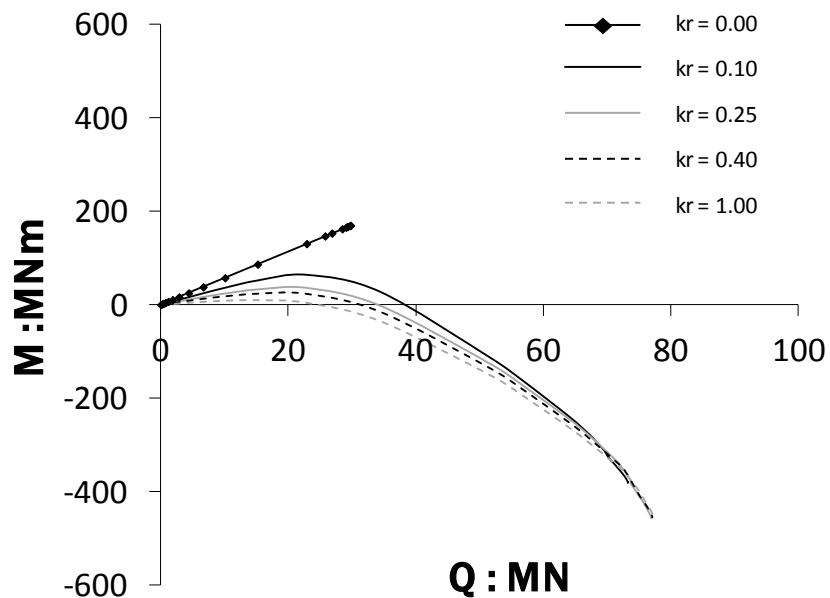


Τέλος, ακολουθεί η τελευταία σειρά διαγραμμάτων όπου περιγράφεται η εξέλιξη της ροπής της βάσης του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα. Αυτό το ζευγάρι μεγεθών είναι το πιο σημαντικό από όλα τα υπόλοιπα και θα εξεταστεί ενδελεχώς στα επόμενα.

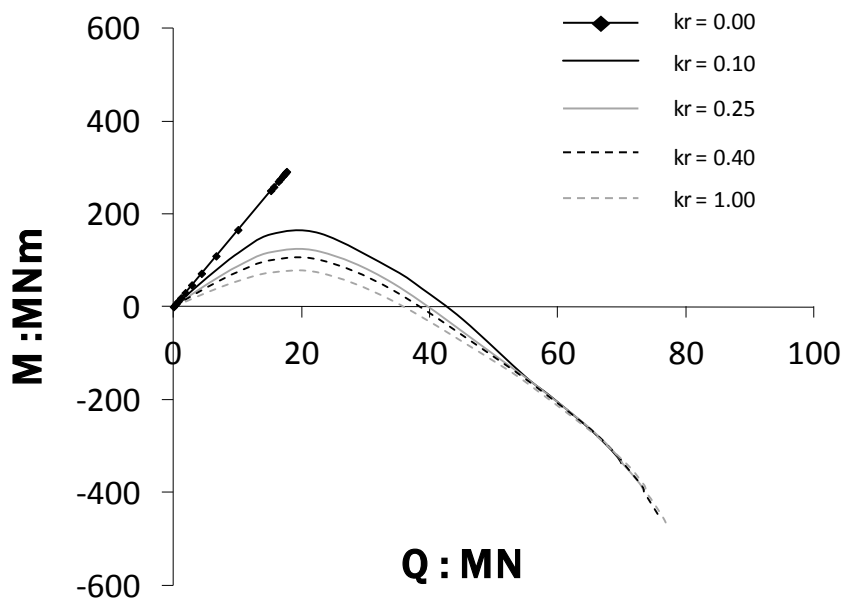
#### 4.2.7 Διαγράμματα ροπής – τέμνουσας στη βάση του βάθρου



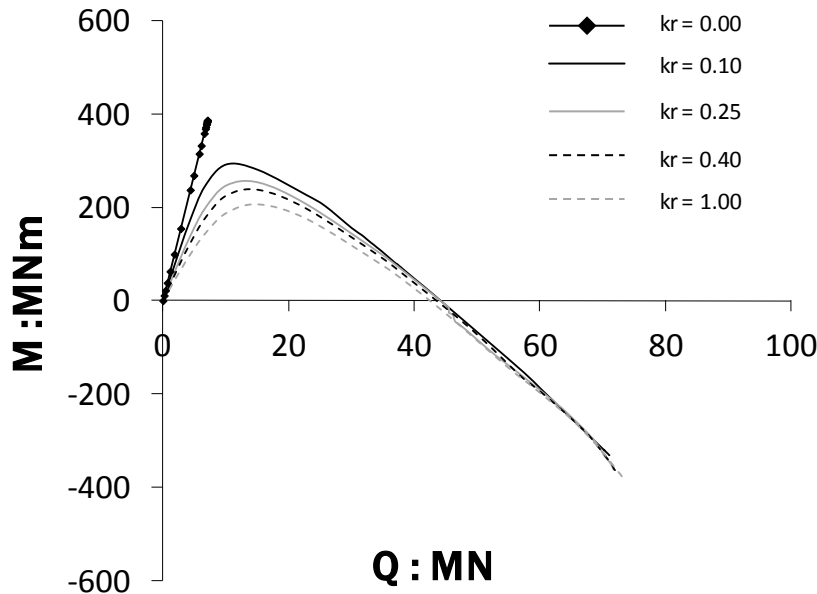
**Σχ.4.26** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας για το βάθρο ύψους  $H_{pile} = 1.50m$



**Σχ.4.27** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 6m$



**Σχ.4.28** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 17m$

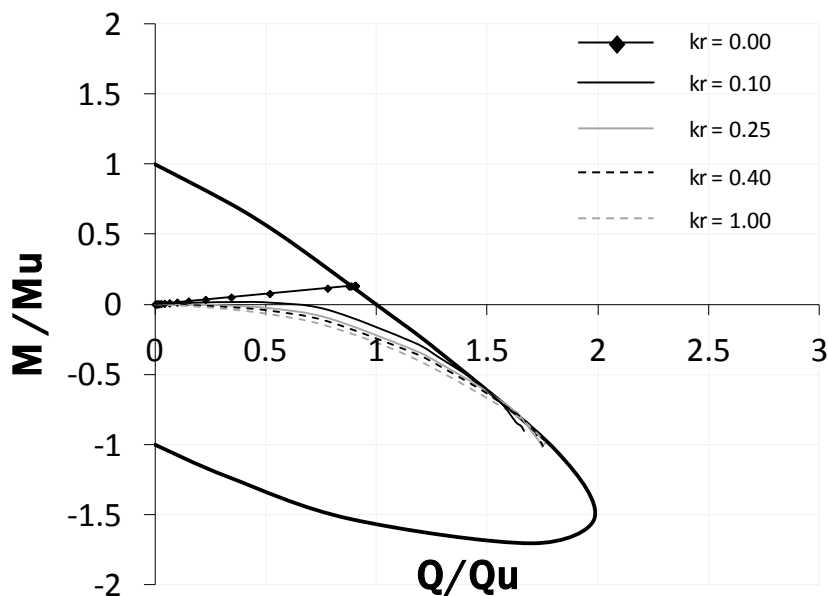


**Σχ.4.29** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 55m$

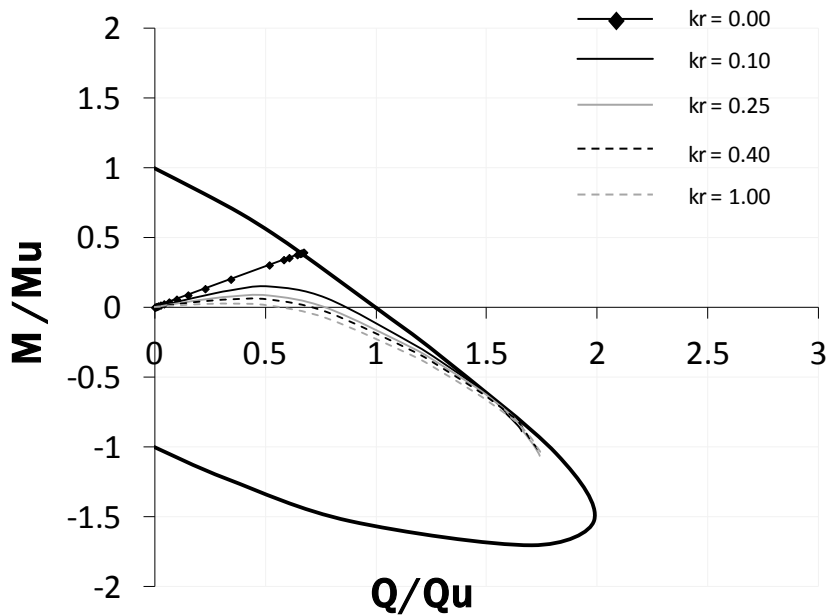
Σύμφωνα με τα παραπάνω διαγράμματα, η συμπεριφορά μεταξύ των μοντέλων με στροφικό ελατήριο στην κορυφή του βάθρου και των μοντέλων χωρίς αυτό είναι τελείως διαφορετική. Πριν αναλυθεί αυτή η διαφορετικότητα όμως θα πρέπει να διαπιστωθεί εάν αυτές οι καμπύλες ροπής βάσης – τέμνουσας βάσης, οι οποίες από εδώ και στο εξής θα ονομάζονται οδεύσεις, είναι ρεαλιστικές. Το τι σημαίνει ρεαλιστικές οδεύσεις θα ερμηνευτεί παρακάτω.

Το σημείο της βάσης του βάθρου συμπίπτει με το μέσο της άνω πλευράς του φρέατος. Συνεπώς, η αναπτυσσόμενη ροπή και τέμνουσα σε αυτό το σημείο αποτελούν φόρτιση και για φρέαρ. Όλα αυτά οδηγούν στο συμπέρασμα ότι οι οδεύσεις πρέπει να εσωκλείονται στην υπάρχουσα καμπύλη αλληλεπίδρασης και να μην την υπερβαίνουν. Στο επόμενο σχήμα θα παρουσιαστούν σε σχήματα οι παραπάνω οδεύσεις ταυτόχρονα

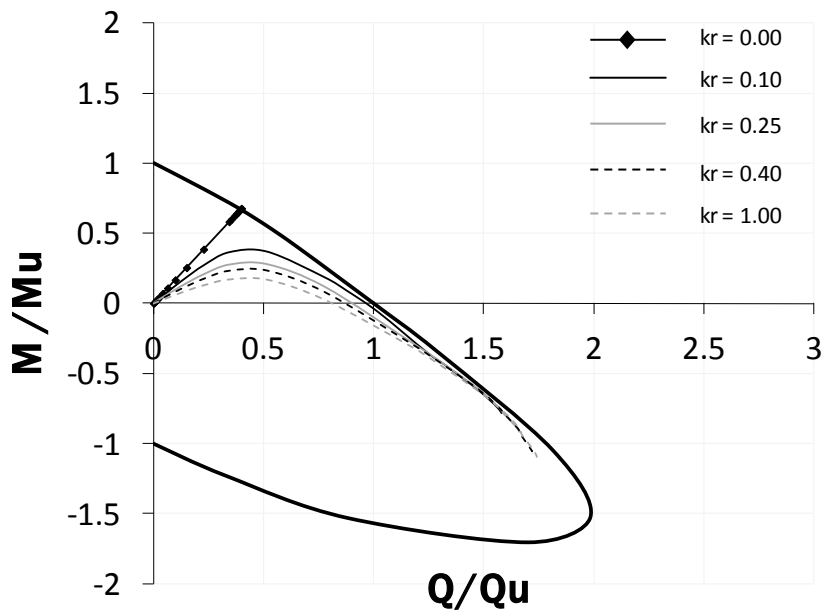
με την καμπύλη αλληλεπίδρασης του φρέατος για να διαπιστωθεί αν την υπερβαίνουν ή όχι. Οι οδεύσεις θα παρουσιαστούν κανονικοποιημένες τόσο όσον αφορά τη ροπή (ως προς την καθαρή αντοχή σε κάμψη του φρέατος  $M_u = 430\text{MNm}$ ) όσο και την τέμνουσα (ως προς την καθαρή αντοχή σε τέμνουσα του φρέατος  $Q_u = 44.2\text{MNm}$ ).



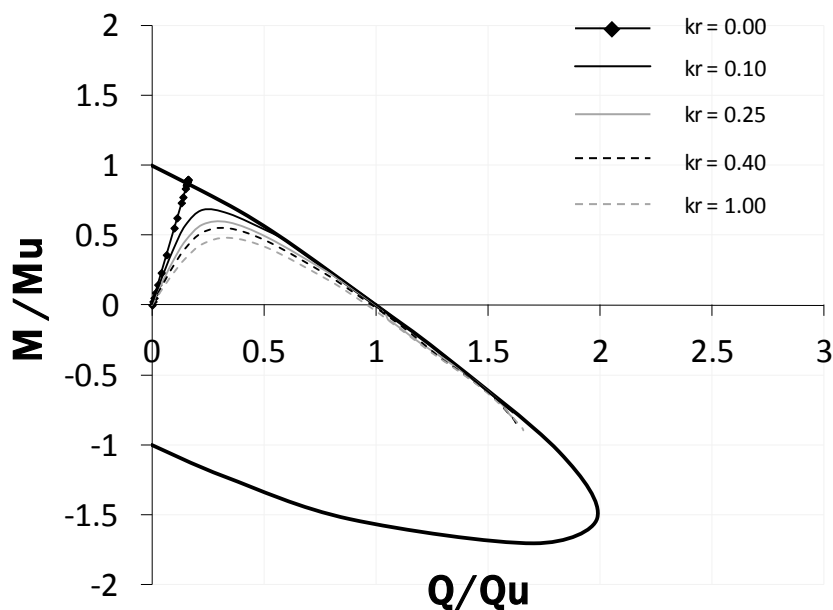
**Σχ.4.30** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας  $kr$  για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 1.50\text{m}$  συμπεριλαμβανομένης και της καμπύλης αλληλεπίδρασης.



**Σχ.4.31** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας  $kr$  για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 6m$  συμπεριλαμβανομένης και της καμπύλης αλληλεπίδρασης.



**Σχ.4.32** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας  $kr$  για το βάθρο ύψους  $H_{pier} = 17m$  συμπεριλαμβανομένης και της καμπύλης αλληλεπίδρασης.



**Σχ.4.33** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάρθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για διάφορους δείκτες στροφικής δυσκαμψίας  $kr$  για το βάρθρο ύψους  $H_{pier} = 55m$  συμπεριλαμβανομένης και της καμπύλης αλληλεπίδρασης.

Είναι εμφανές από τα διαγράμματα 4.30 – 4.33 ότι όλες οι οδεύσεις βρίσκονται εντός της καμπύλης αλληλεπίδρασης συνεπώς είναι απολύτως ρεαλιστικές. Στη συνέχεια θα ερμηνευτεί το σχήμα της όδευσης καθώς και το πως αυτή διαφοροποιείται ανάλογα με το ύψος του βάρθρου και το δείκτη στροφικής δυσκαμψίας.

Το πρώτο συμπέρασμα που προκύπτει παρατηρώντας τη μορφή των καμπύλων που αντιστοιχούν σε μοντέλα μη μηδενικού δείκτη δυσκαμψίας είναι ότι λίγο πριν την αστοχία προσεγγίζουν σχεδόν εφαπτομενικά την καμπύλη αλληλεπίδρασης χωρίς να την υπερβαίνουν. Με άλλα λόγια είναι δυνατή η ανάληψη επιπρόσθετου φορτίου από το βάρθρο ακόμα και όταν αυτό φαίνεται να βρίσκεται σχεδόν σε κατάσταση αστοχίας (η όδευση σχεδόν ακουμπάει την καμπύλη για πρώτη φορά). Αντιθέτως, οι οδεύσεις

που αντιστοιχούν σε μοντέλα τα οποία έχουν στατική λειτουργία προβόλου ( $kr = 0$ ) είναι ευθείες γραμμές με κλίση ίση με το ύψος του εκάστοτε βάρου πολλαπλασιασμένο με το λόγο  $Q_u/M_u$ . Αυτή η διαφορετικότητα δεν είναι μόνο σχηματική αλλά ουσιαστική. Το στροφικό ελατήριο αναλαμβάνει συνεχώς μεγαλύτερη ροπή καθώς αυξάνεται η φόρτιση με αποτέλεσμα η ροπή που φτάνει στη βάση αρχικά να μειώνεται και σταδιακά να αλλάζει πρόσημο μετά από ένα ορισμένο σημείο. Από τη στιγμή αυτή και μετά το βάθρο αναλαμβάνει συνεχώς μεγαλύτερο φορτίο μέχρι την αστοχία. Αυτή η αλλαγή του προσήμου της ροπής λόγω της ύπαρξης του ελατηρίου είναι «υπεύθυνη» για την υπεραντοχή που παρουσιάζουν τα αντίστοιχα συστήματα.

Για παράδειγμα παρατηρώντας το σχήμα 4.33, το βάθρο 55 μέτρων ύψους και μηδενικού δείκτη δυσκαμψίας αστοχεί μόλις η βάση του καταπονηθεί από συνδυασμό τέμνουσας που ισούται με το 15% περίπου της αντοχής του φρέατος σε καθαρή τέμνουσα  $Q_u$  και ροπής που ισούται με το 90% περίπου της αντοχής του φρέατος σε καθαρή κάμψη  $M_u$ . Αντίστοιχα τα βάθρα ίδιου ύψους και μη μηδενικού  $kr$  αστοχούν σχεδόν για τον ίδιο συνδυασμό φόρτισης, ο οποίος είναι: τέμνουσα περίπου μιάμιση φορά επί της  $Q_u$  και ροπή που ισούται περίπου με 90% της  $M_u$ . Ανάλογη εικόνα υπάρχει και για τα υπόλοιπα ύψη βάρου. Η αντοχή σε κάμψη της βάσης του βάρου ύψους 17m και  $kr = 0$  ισούται με το 70% της  $M_u$  ενώ η αντοχή σε τέμνουσα με το 40% της  $Q_u$ . Αντίθετα, τα ισοϋψή βάθρα μη μηδενικού δείκτη δυσκαμψίας αστοχούν περίπου όλα για τον ίδιο συνδυασμό φόρτισης που είναι 170% της  $M_u$  και 100% της  $Q_u$ . Η διαφορά μεταξύ των δύο περιπτώσεων είναι εντυπωσιακή καθώς οι αντοχές υπερβαίνουν το διπλασιασμό. Το βάθρο ύψους 6 μέτρων και μηδενικού δείκτη δυσκαμψίας αστοχεί μόλις αναπτυχθεί στη βάση του ροπή ίση με το 40% της  $M_u$  και τέμνουσα ίση με το 70% της  $Q_u$ . Τα αντίστοιχα μεγέθη για  $kr \neq 0$  είναι περίπου 170% της  $Q_u$  και 100% της  $M_u$ . Τέλος, η εικόνα δεν αλλάζει ούτε για το βάθρο ύψους 1.5 μέτρου. Το μοντέλο που δεν προσομοιώνει την επιρροή του καταστρώματος και έχει στατική λειτουργία προβόλου αστοχεί για συνδυασμό φόρτισης στη βάση του ροπής

ίση με το 10% της  $M_u$  και τέμνουσας ίση με το 90% της  $Q_u$ . Αντιστοίχως, για  $kr \neq 0$  η αστοχία της βάσης συμβαίνει όταν αναλάβει ροπή ίση με 170% της  $M_u$  και τέμνουσα ίση με 90% της  $Q_u$ .

Εκτός από τη σύγκριση μεταξύ ενός μοντέλου με μηδενικό και ενός με μη μηδενικό δείκτη δυσκαμψίας  $kr$  που αναλύθηκε παραπάνω, χρειάζεται και μια ανάλογη σύγκριση μεταξύ μοντέλων τα οποία έχουν αμφότερα στροφικό ελατήριο διαφορετικής όμως δυσκαμψίας. Παρατηρώντας τα διαγράμματα 4.30 – 4.33 είναι εμφανές ότι αυξανόμενου του  $kr$  μειώνεται η ένταση που μεταφέρεται στη βάση του βάρου. Πιο συγκεκριμένα, το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι εάν σε δύο βάρη, των οποίων η στροφική δυσκαμψία του καταστρώματος είναι διαφορετική, ασκηθεί το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο στην κορυφή, τότε μεγαλύτερη ροπή θα καταπονήσει τη βάση του βάρου του οποίου το κατάστρωμα έχει μικρότερη δυσκαμψία. Βέβαια μετά από κάποιο σημείο όπου η επιβαλλόμενη τέμνουσα στην κορυφή του βάρου προσεγγίζει την τέμνουσα αστοχίας, η δυσκαμψία του καταστρώματος δεν επηρεάζει την μεταβιβαζόμενη ένταση στη βάση. Αυτό φαίνεται από το γεγονός ότι οι οδεύσεις διαφορετικού  $kr$  και ίδιου ύψους λίγο πριν την αστοχία ταυτίζονται.

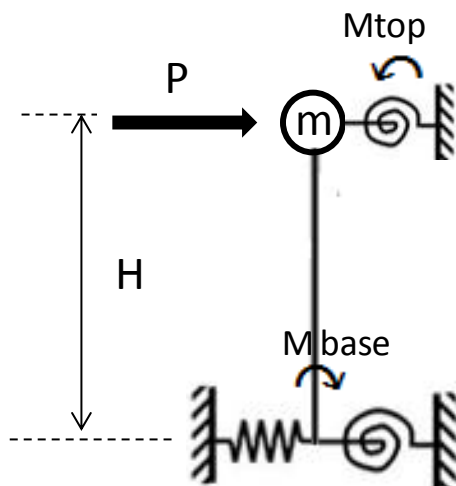
Γίνεται λοιπόν εύκολα αντιληπτό ότι η νέα θεώρηση κατά την οποία λαμβάνεται υπόψη η επιρροή της παραμόρφωσης του καταστρώματος της γέφυρας στην απόκριση του βάρου μέσω του στροφικού ελατηρίου προσδίδει εντυπωσιακή υπεραντοχή στο σύστημα. Πιο αναλυτικά, το βασικό συμπέρασμα που εξάγεται από την παραπάνω διαδικασία είναι ότι η μέχρι πρότινος παράλειψη της συνεισφοράς της δυσκαμψίας του καταστρώματος κατά τη φόρτιση του συστήματος υποεκτιμούσε την αντοχή του τόσο σε όρους τέμνουσας όσο και σε όρους ροπής. Όλα τα παραπάνω βέβαια ισχύουν, όπως έχει ήδη αναφερθεί, με βάση το γεγονός ότι το στροφικό ελατήριο και το βάρη συμπεριφέρονται ελαστικά – γραμμικά κατά την απόκριση, άρα



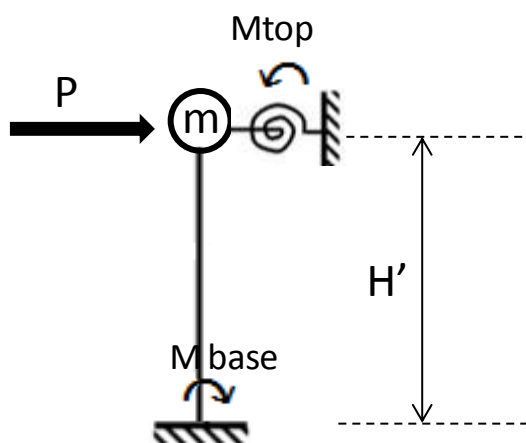
αστοχία του συστήματος συνεπάγεται εξάντληση της διατμητικής αντοχής του εδάφους.

Κλείνοντας, ενδιαφέρον έχει να βρεθεί η σχέση που συνδέει τα εντατικά μεγέθη που αναπτύσσονται στο βάθρο. Πιο συγκεκριμένα, μέσω των αναλύσεων θα εξαχθεί μια πιο απλή σχέση που θα συνδέει την επιβαλλόμενη τέμνουσα στην κορυφή του βάρου με την αναπτυσσόμενη ροπή στο ίδιο σημείο αλλά και στη βάση. Το συμπέρασμα που προκύπτει εξετάζοντας τα δεδομένα είναι ότι η συνολική ροπή που αναπτύσσεται στη βάση επηρεάζεται σε μικρό βαθμό από τα ελατήρια που προσομοιώνουν τις γεωμετρικές και υλικές μη γραμμικότητες. Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό εάν βρεθεί το ισοδύναμο ύψος ενός βάρου το οποίο στη βάση του θα έχει πάκτωση και η ροπή που θα αναπτύσσεται στο συγκεκριμένο σημείο θα είναι ίση με τη ροπή στη βάση του πραγματικού συστήματος.

Επειδή, η παραπάνω διατύπωση είναι πολύπλοκη θα δωθεί ένα παράδειγμα. Έστω ότι στο υιοθετημένο στατικό σύστημα με ύψος βάρου  $H$  επιβάλλεται εξωτερική φόρτιση  $P$  και έτσι δημιουργείται ροπή στην κεφαλή  $M_{top}$  και ροπή στη βάση  $M_{base}$  (**εικόνα 4.4**). Το ισοδύναμο ύψος βάρου  $H'$  αντιστοιχεί σε ένα σύστημα το οποίο στη βάση του βάρου υπάρχει πάκτωση και εάν ασκηθεί ένα φορτίο  $P$  στην κεφαλή, η αναπτυσσόμενη ροπή σε αυτό το σημείο ισούται με  $M_{top}$  και η αντίστοιχη στη βάση είναι  $M_{base}$  (**εικόνα 4.5**). Οι τιμές  $P$ ,  $M_{top}$ ,  $M_{base}$  είναι κοινές και για τα δύο συστήματα.



**Εικόνα 4.4:** Υιοθετημένο στατικό μοντέλο



**Εικόνα 4.5:** Νέο στατικό μοντέλο – ισοδύναμο ύψος βάθρου

Όπως γίνεται εύκολα κατανοητό, στην περίπτωση που η τιμή του ισοδύναμου ύψους  $H'$  είναι κοντά στην τιμή του φυσικού ύψους  $H$  τότε η επιρροή των μη γραμμικοτήτων στην καμπτική ροπή που αναπτύσσεται στη βάση του βάθρου είναι μικρή. Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές του  $H'$  για κάθε δεδομένη τιμή του  $H$  με βάση τις υπάρχουσες αναλύσεις.

<b>H<sub>pier</sub> (m)</b>	<b>H' (m)</b>
1.5	1.425
6	5.7
17	16.5
55	54.5

**Πίνακας 4.1** Ζεύγη ύψους βάθρου - ισοδύναμου ύψους βάθρου

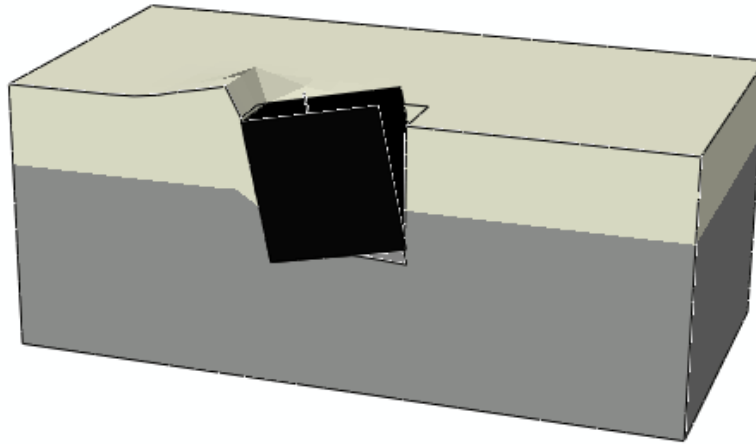
Φαίνεται λοιπόν μέσω του πίνακα 4.1 ότι η επιρροή των ελατηρίων της βάσης στην κατανομή της έντασης στο φορέα δεν είναι αρκετά μεγάλη.

Η σχέση που προκύπτει από τη σύγκριση είναι η εξής:

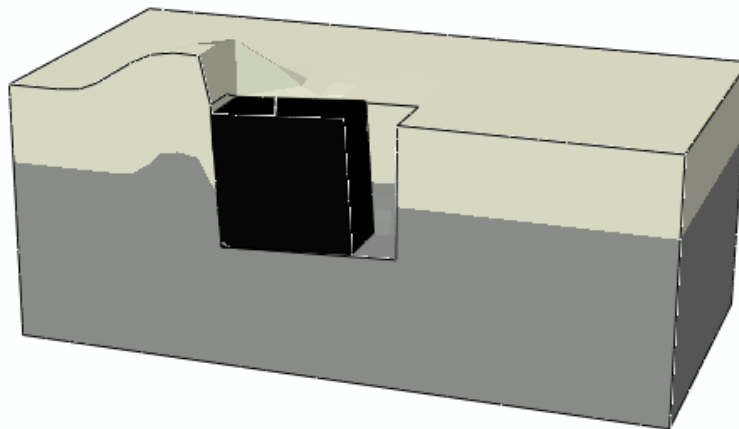
$$M_{base} = P \cdot H' - KR \cdot \theta_{top} \quad (4.1)$$

Στο επόμενο κεφάλαιο θα διερευνηθεί πως αλλάζει η κατάσταση όταν η συμπεριφορά των δύο στοιχείων μετατρέπεται από ελαστική – γραμμική σε ανελαστική – μη γραμμική. Ακολουθεί παράρτημα στο οποίο παρατίθενται ο παραμορφωμένος κάρναβος για κάθε ένα από τα 20 μοντέλα που εξετάζονται και τα αντίστοιχα προφίλ εξέλιξης των πλαστικών παραμορφώσεων. Ακόμη, θα παρουσιαστούν συνοπτικά και ομαδοποιημένα όλα τα διαγράμματα του κεφαλαίου.

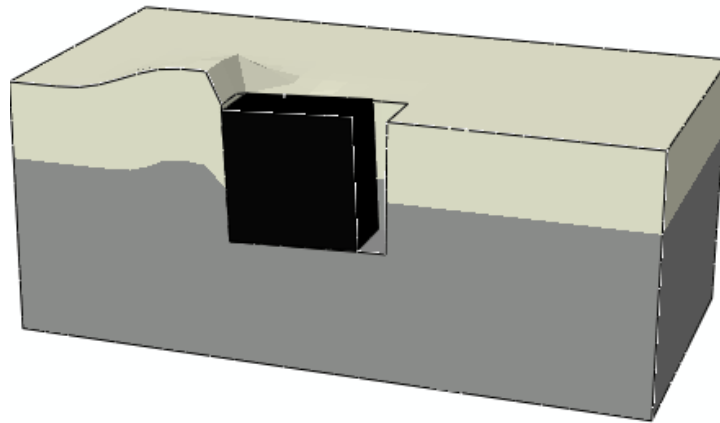
## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ : Παραμορφωμένοι κάρναβοι μοντέλων



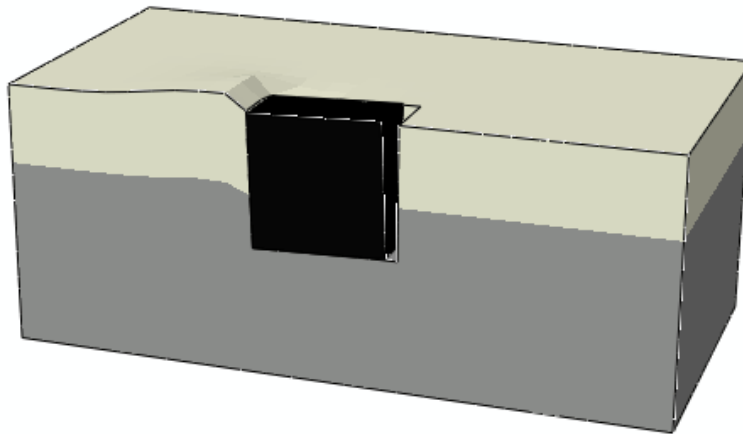
**Σχ.4.34** Παραμορφωμένος κάρναβος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 1.50m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $k_r = 0$  .



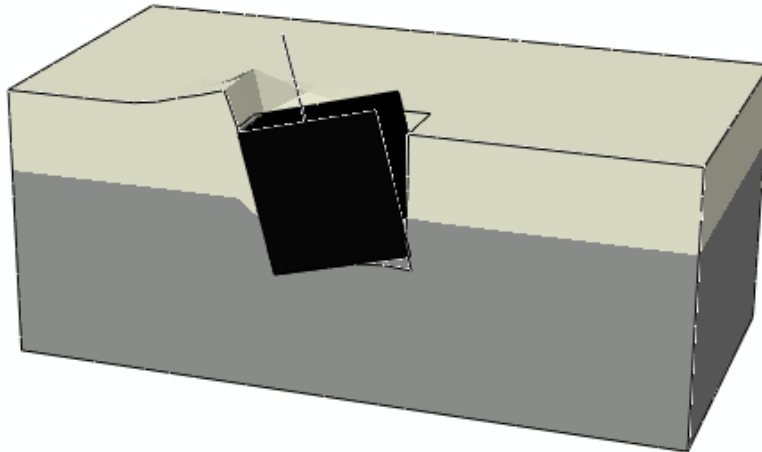
**Σχ.4.35** Παραμορφωμένος κάρναβος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 1.50m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $k_r = 0.25$  .



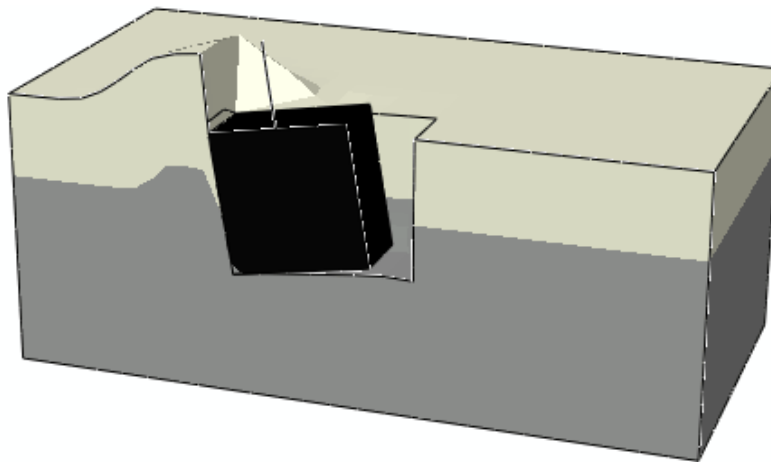
**Σχ.4.36** Παραμορφωμένος κώνναβος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 1.50m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.40$ .



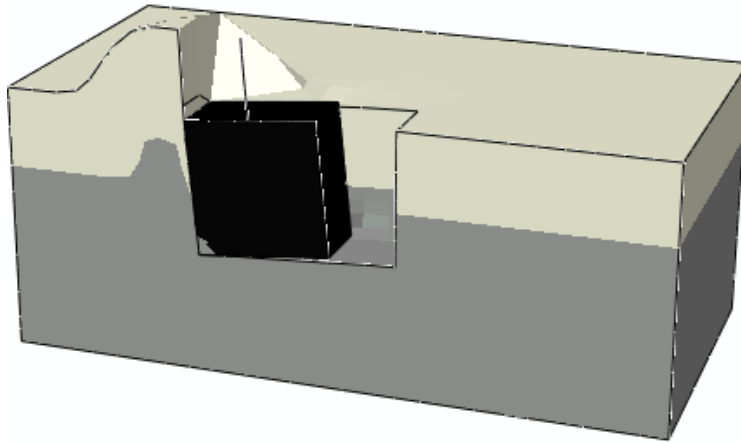
**Σχ.4.37** Παραμορφωμένος κώνναβος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 1.50m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 1$ .



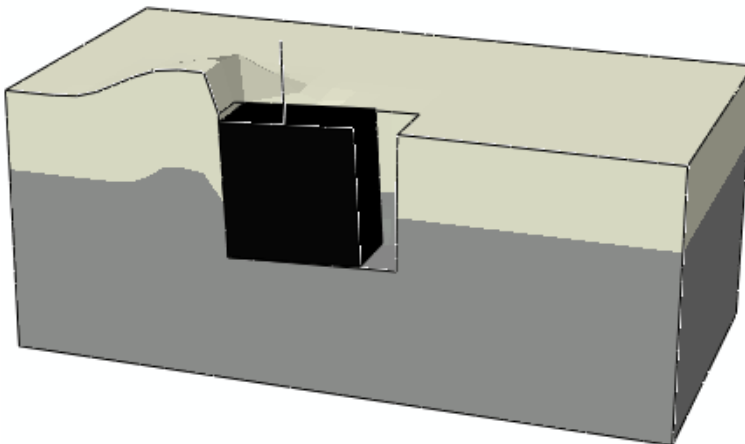
**Σχ.4.38** Παραμορφωμένος κάρναβος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{rier} = 6m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $k_r = 0$ .



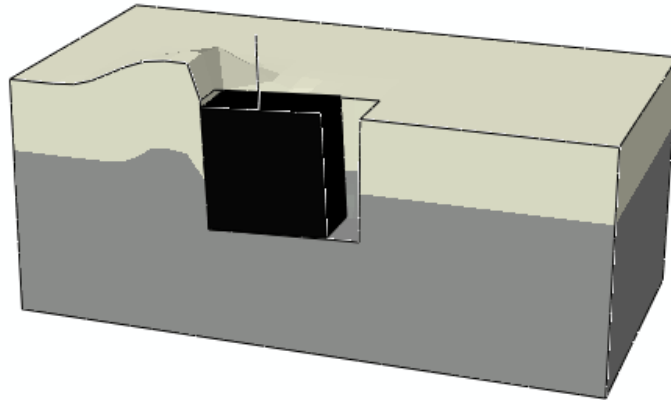
**Σχ.4.39** Παραμορφωμένος κάρναβος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{rier} = 6m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $k_r = 0.10$ .



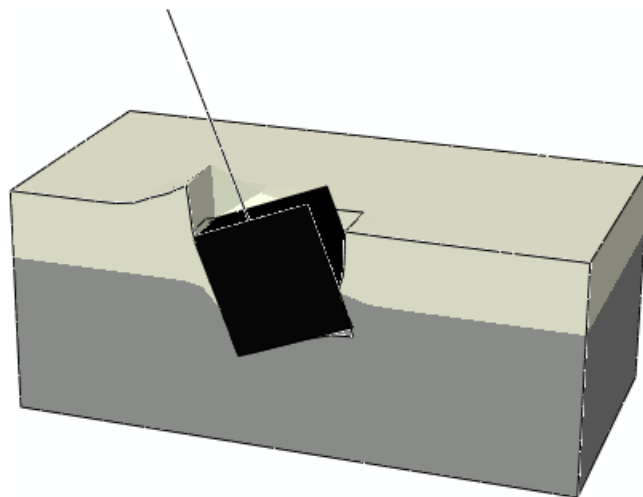
**Σχ.4.40** Παραμορφωμένος κάρναβος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{rie} = 6m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $k_r = 0.25$ .



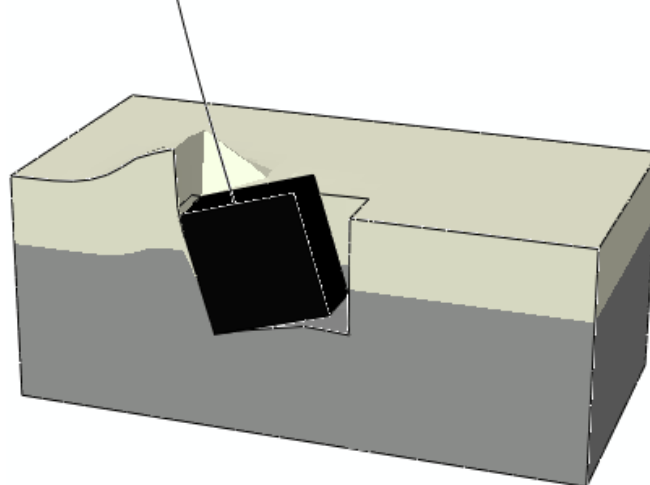
**Σχ.4.41** Παραμορφωμένος κάρναβος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{rie} = 6m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $k_r = 0.40$ .



**Σχ.4.42** Παραμορφωμένος κάρναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 6m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 1$ .

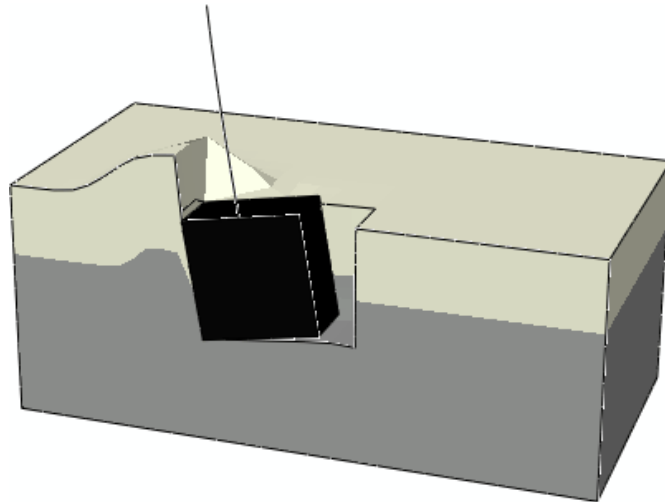


**Σχ.4.43** Παραμορφωμένος κάρναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 17m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0$ .

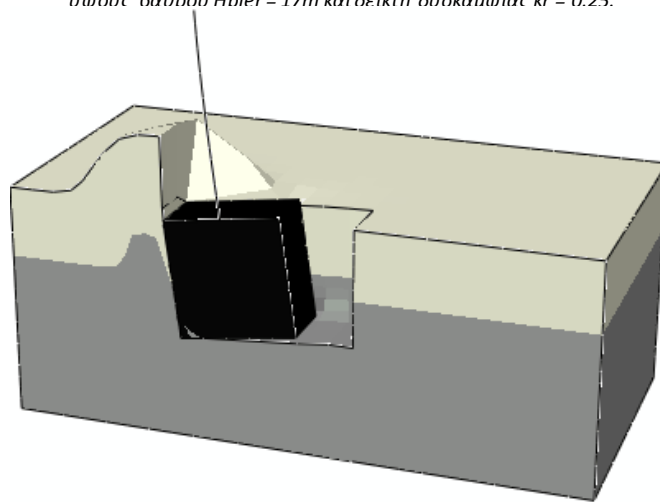


**Σχ.4.44** Παραμορφωμένος κάρναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 17m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.10$ .

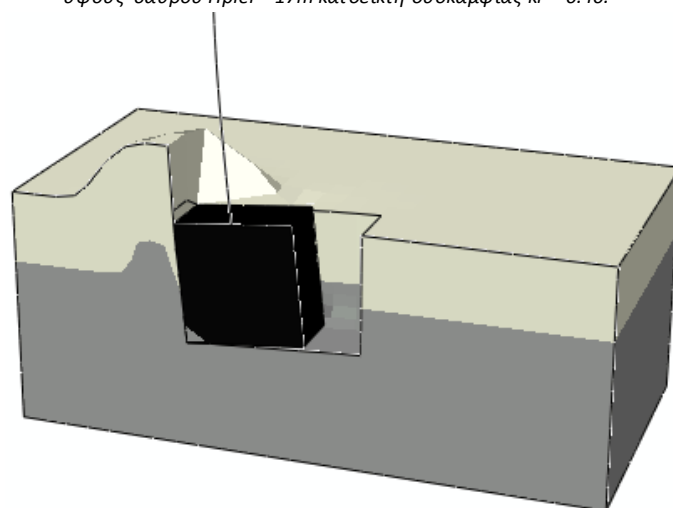




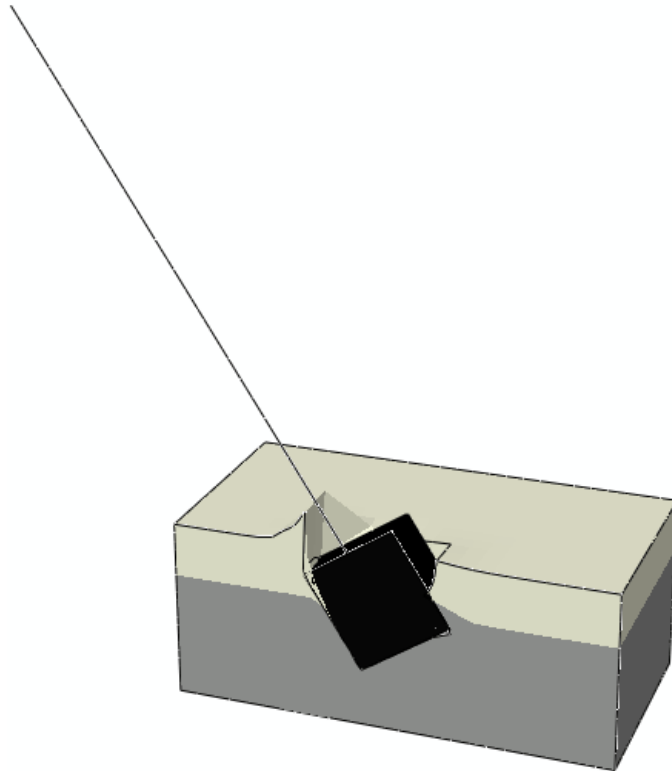
**Σχ.4.45** Παραμορφωμένος κώνναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 17m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.25$ .



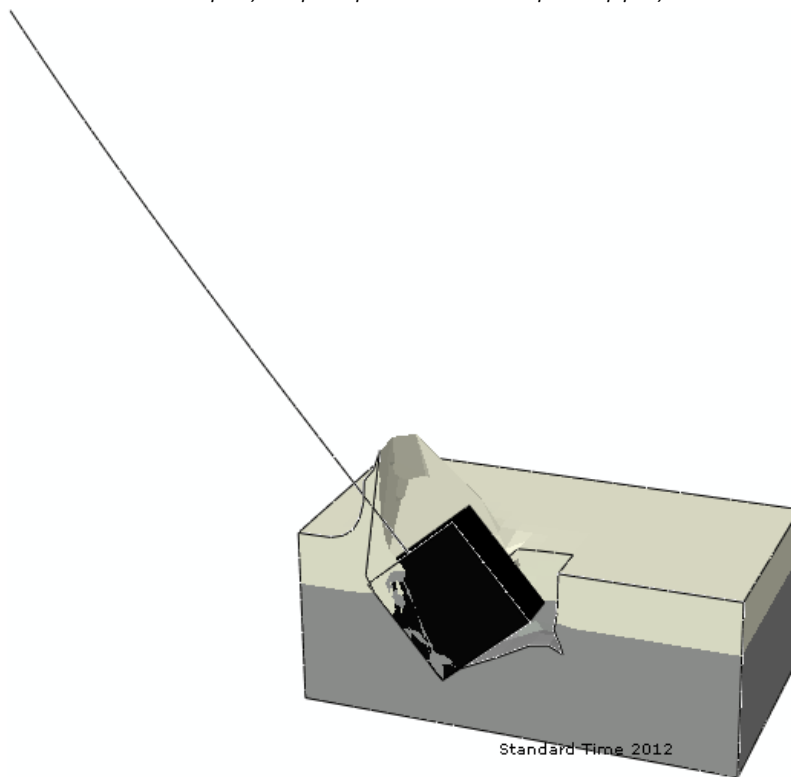
**Σχ.4.46** Παραμορφωμένος κώνναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 17m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.40$ .



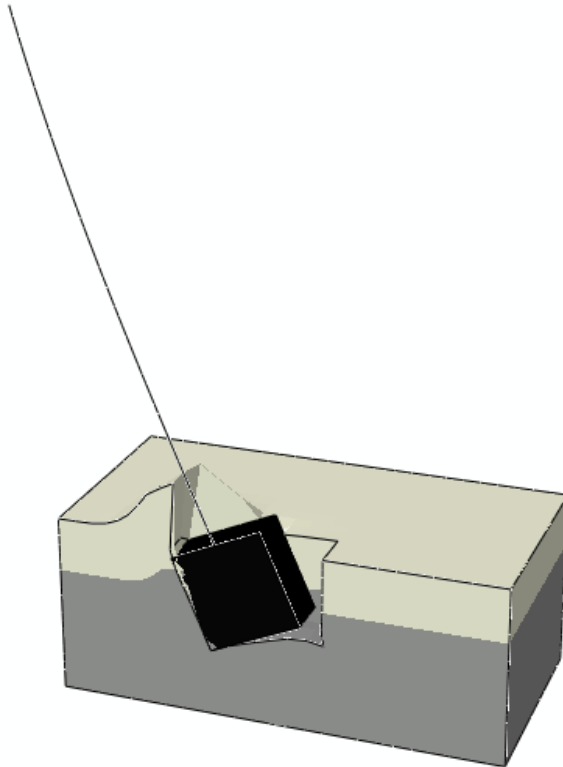
**Σχ.4.47** Παραμορφωμένος κώνναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 17m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 1$ .



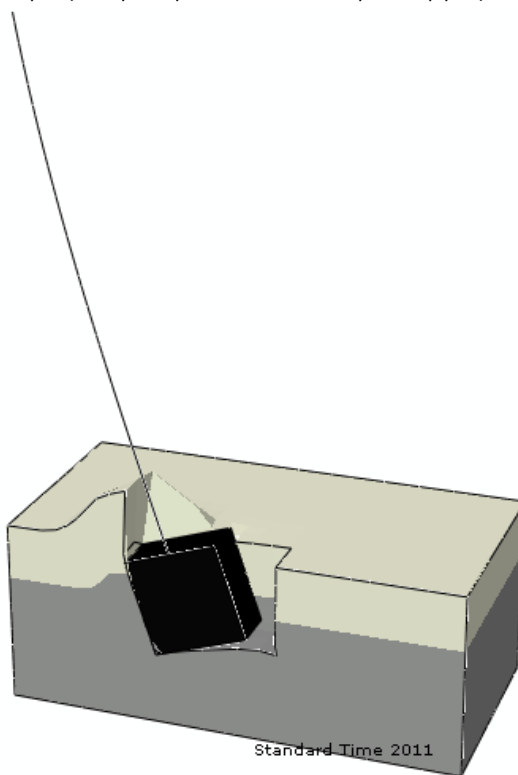
**Σχ.4.48** Παραμορφωμένος κάρναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 55m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0$ .



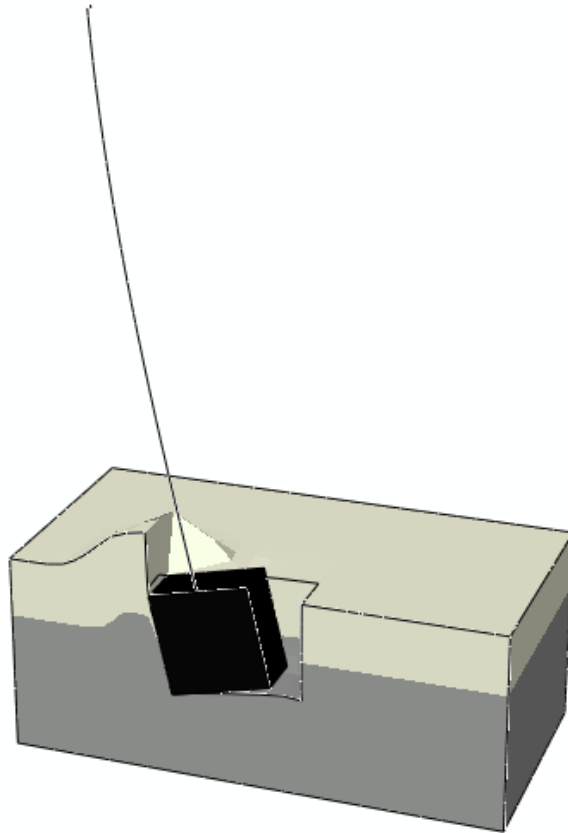
**Σχ.4.49** Παραμορφωμένος κάρναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 55m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.10$ .



**Σχ.4.50** Παραμορφωμένος κάρναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 55m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.25$ .

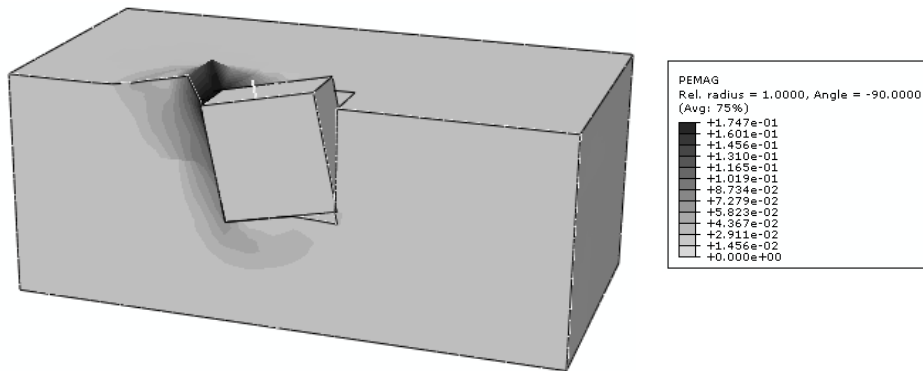


**Σχ.4.51** Παραμορφωμένος κάρναθος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 55m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.40$ .

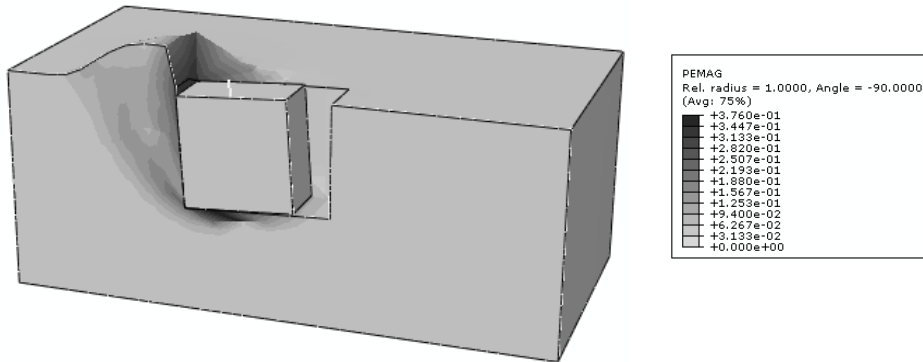


**Σχ.4.52** Παραμορφωμένος κάρναβος στο στάδιο της αστοχίας για το μοντέλο ύψους βάθρου  $H_{pier} = 55m$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 1$ .

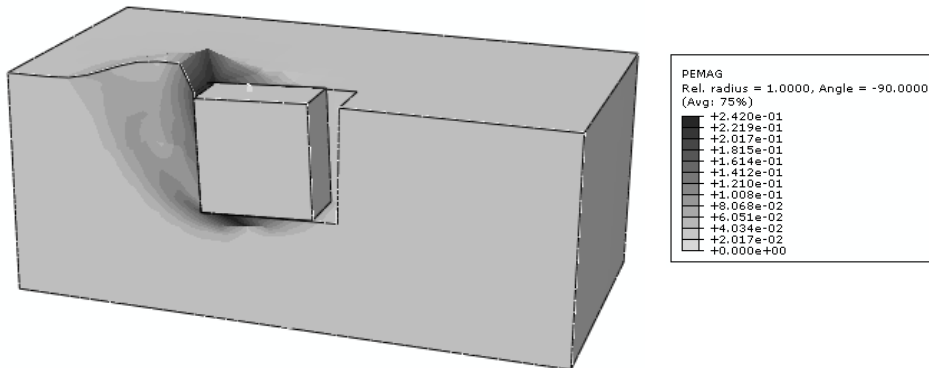
## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ : Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων



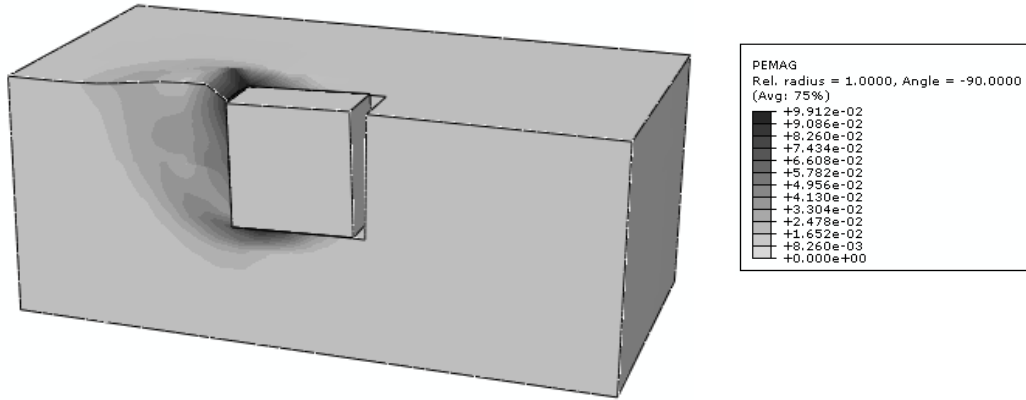
**Σχ.4.53** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 1.50m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0$ .



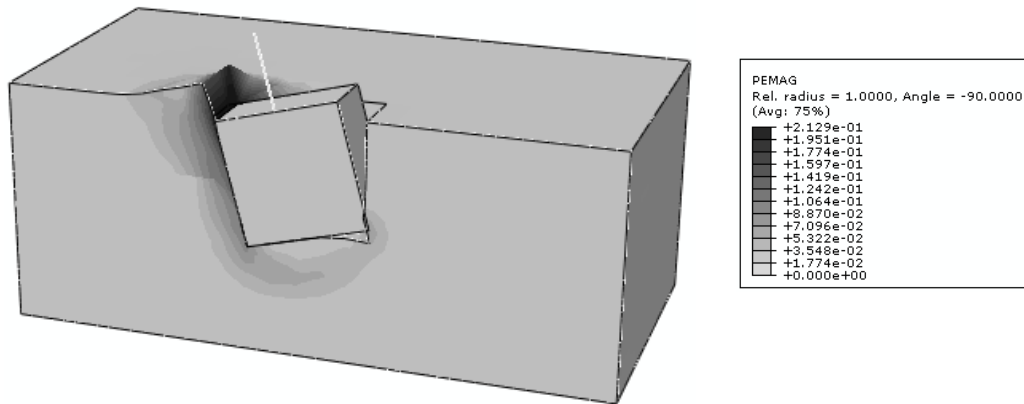
**Σχ.4.54** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 1.50m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.25$ .



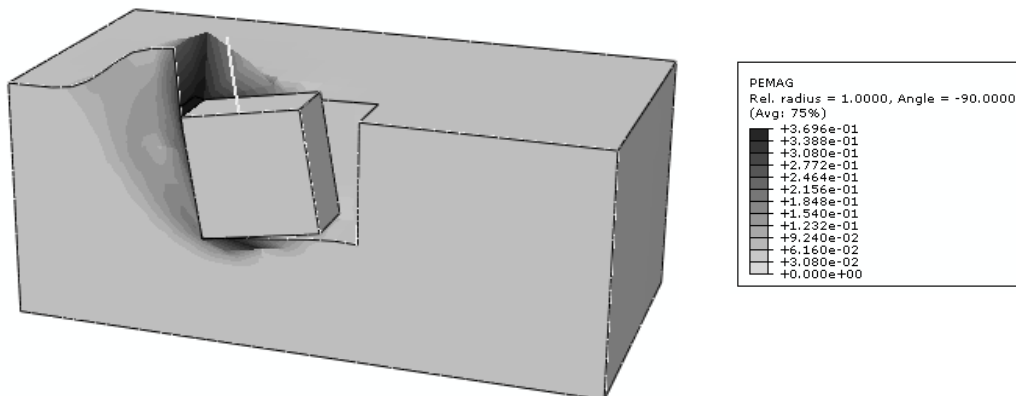
**Σχ.4.55** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 1.50m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.40$ .



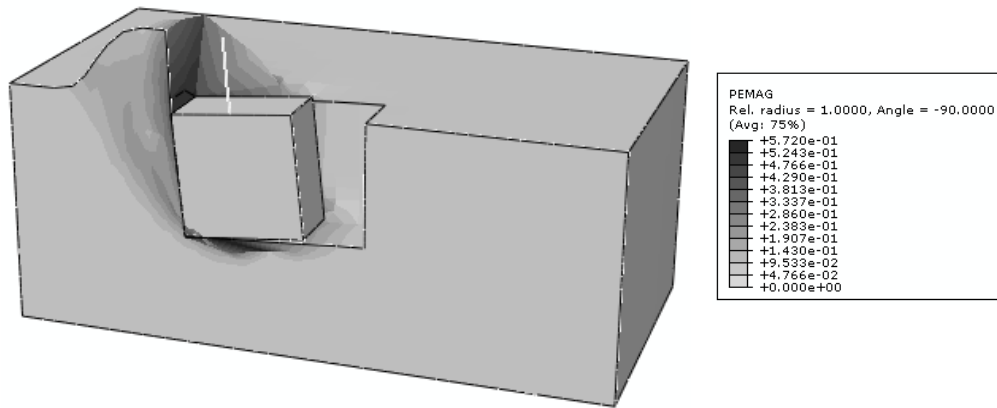
**Σχ.4.56** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 1.50m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 1$ .



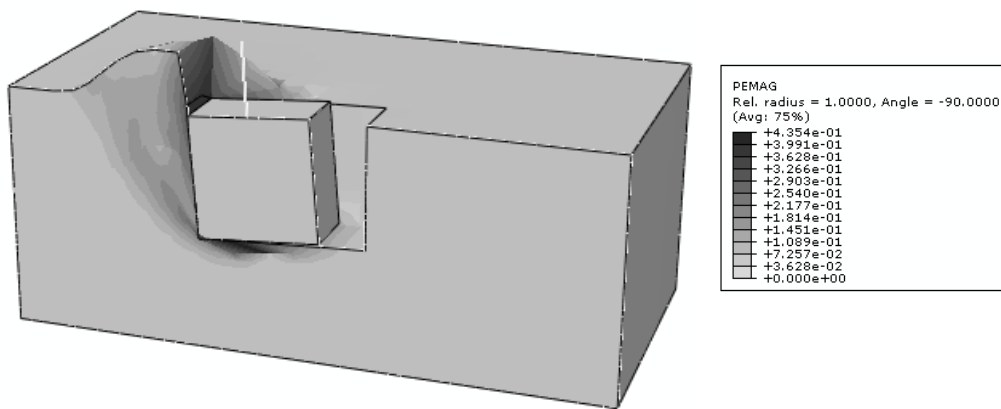
**Σχ.4.57** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 6m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0$ .



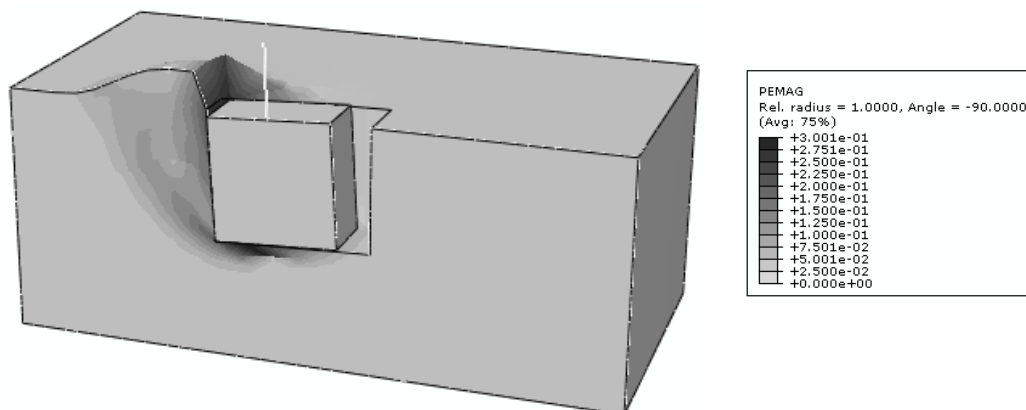
**Σχ.4.58** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 6m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.10$ .



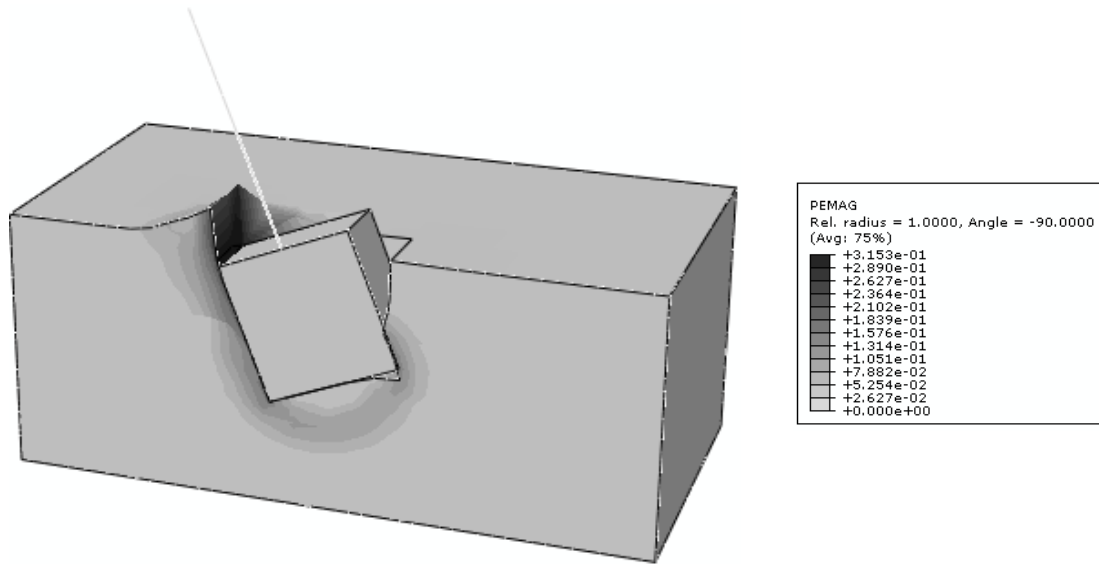
**Σχ.4.59** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 6m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.25$ .



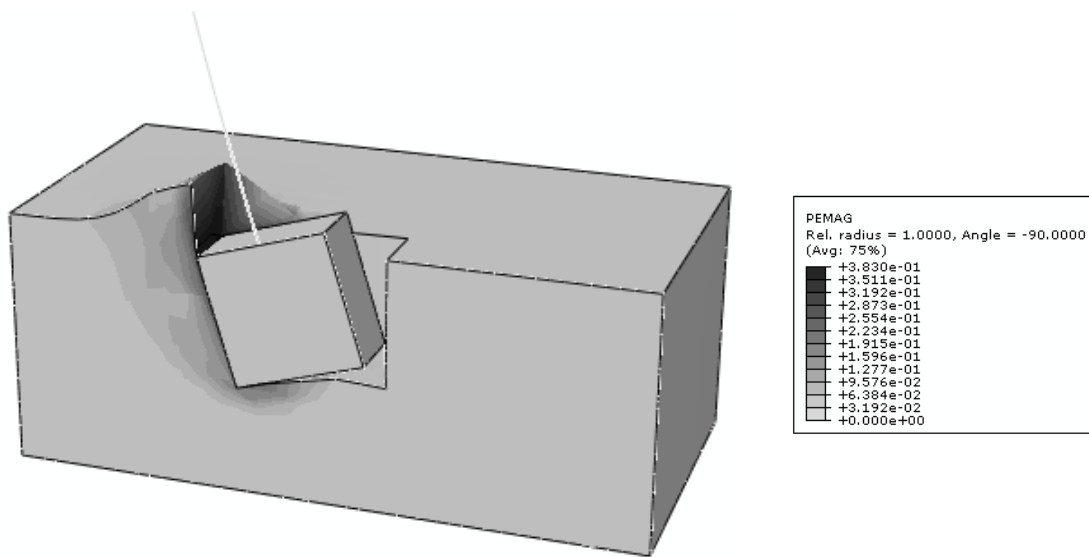
**Σχ.4.60** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 6m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.40$ .



**Σχ.4.61** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 6m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 1$ .

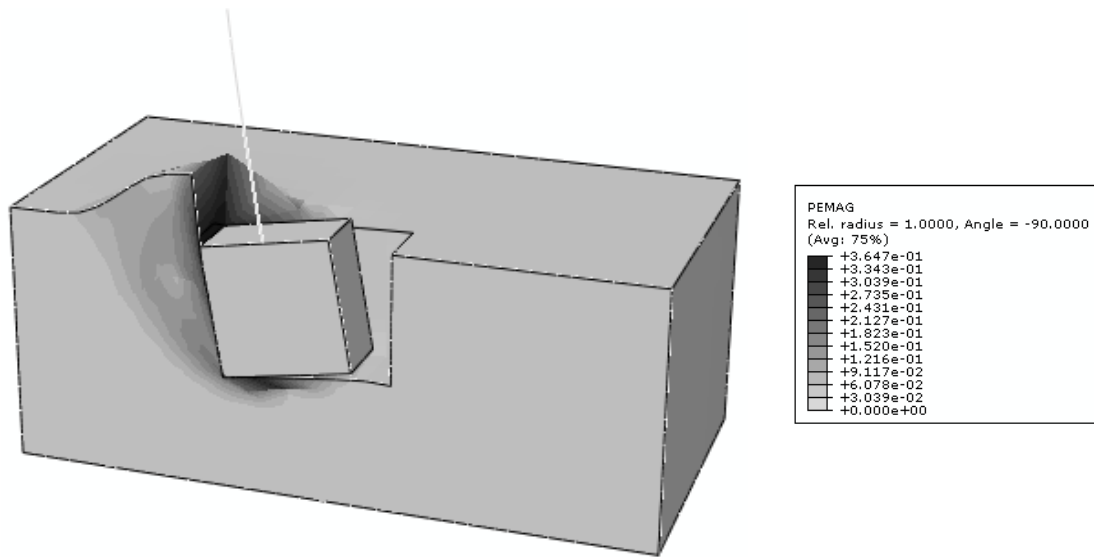


**Σχ.4.62** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 17m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0$ .

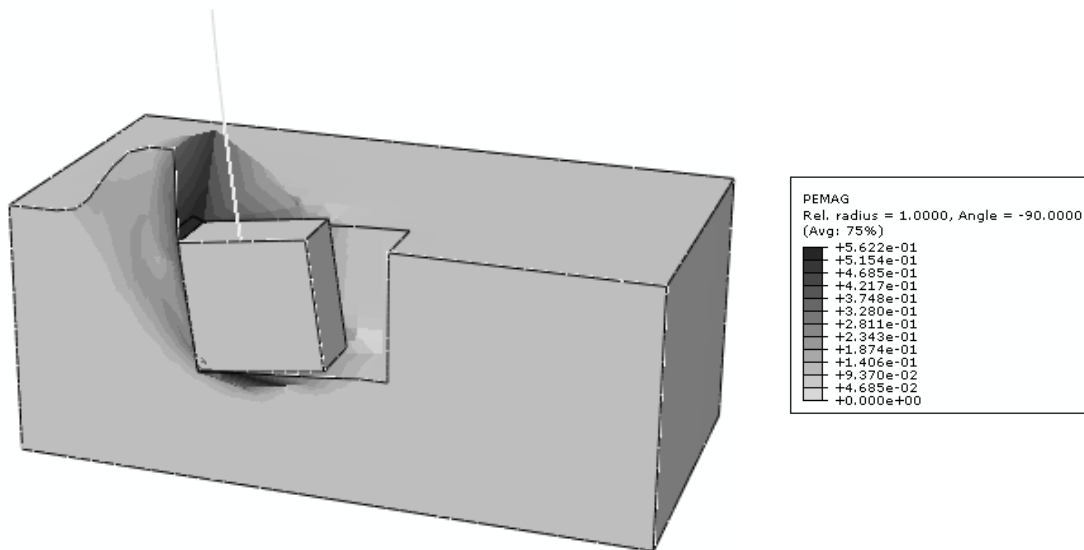


**Σχ.4.63** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 17m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.10$ .

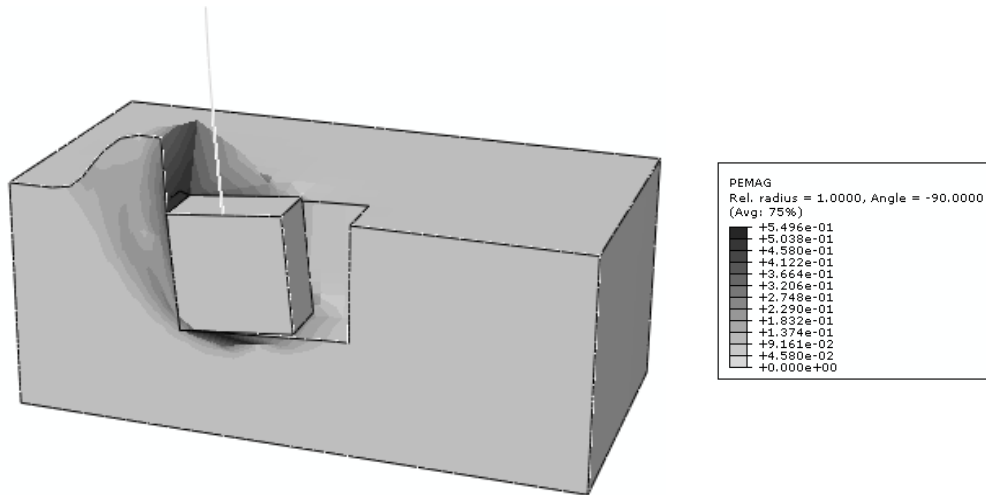




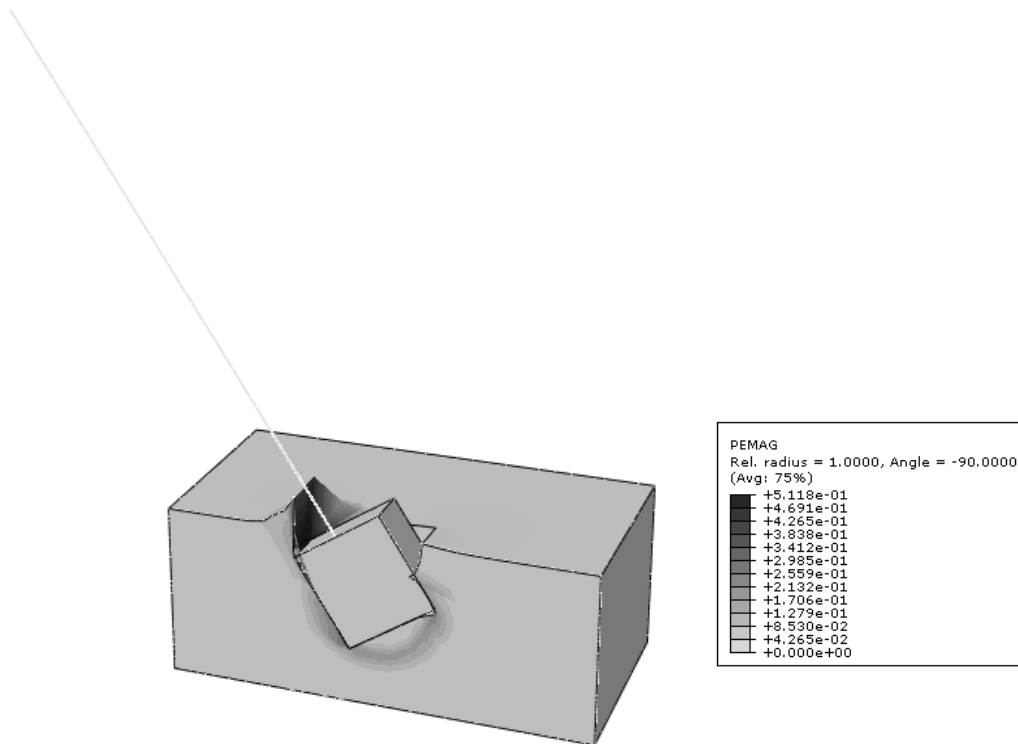
**Σχ.4.64** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 17m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.25$ .



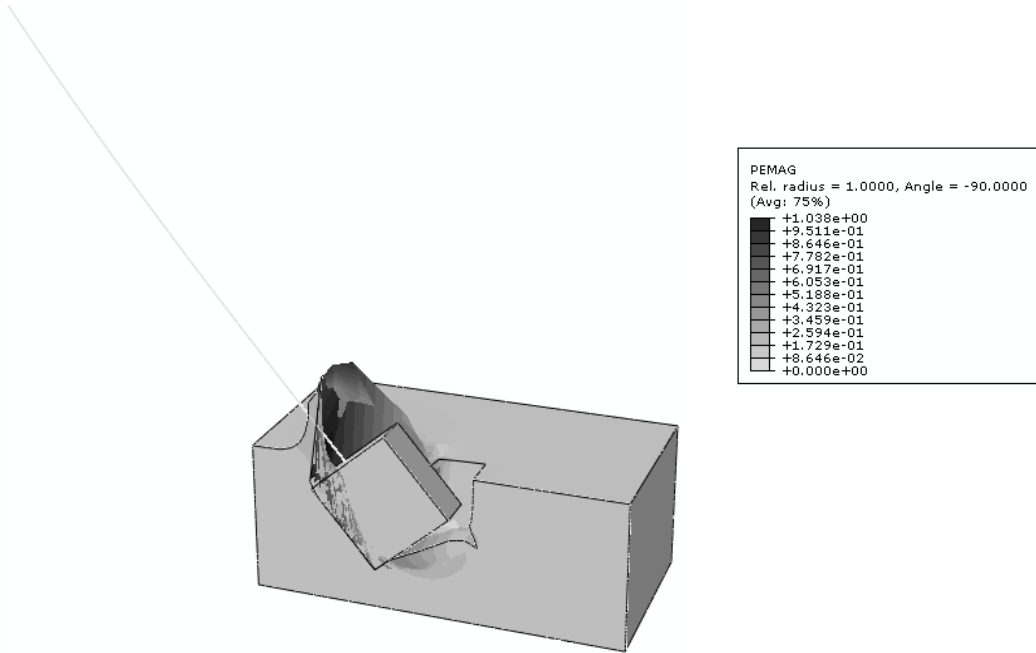
**Σχ.4.65** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 17m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.40$ .



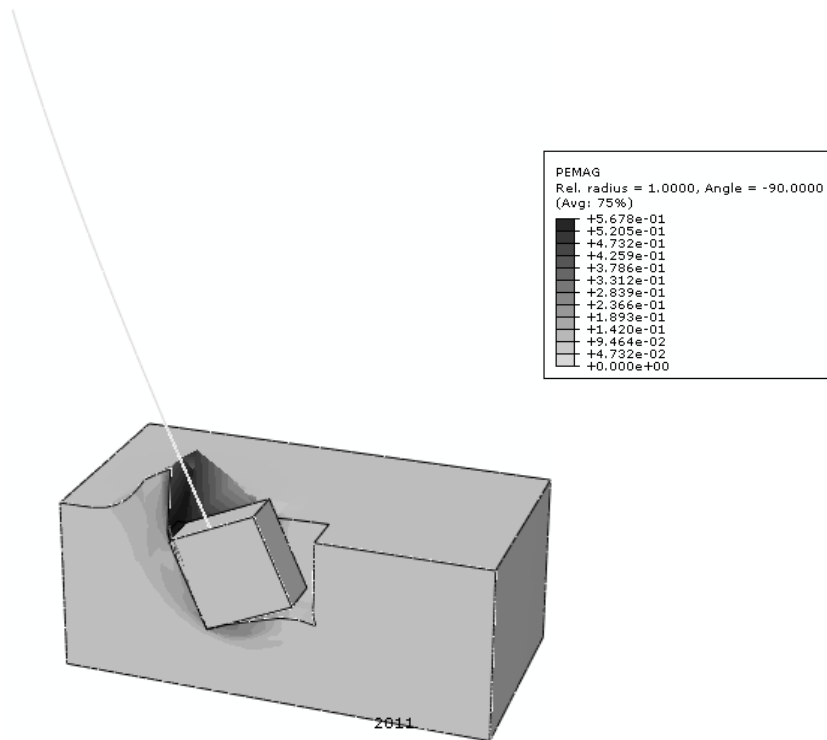
**Σχ.4.66** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 17m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 1$ .



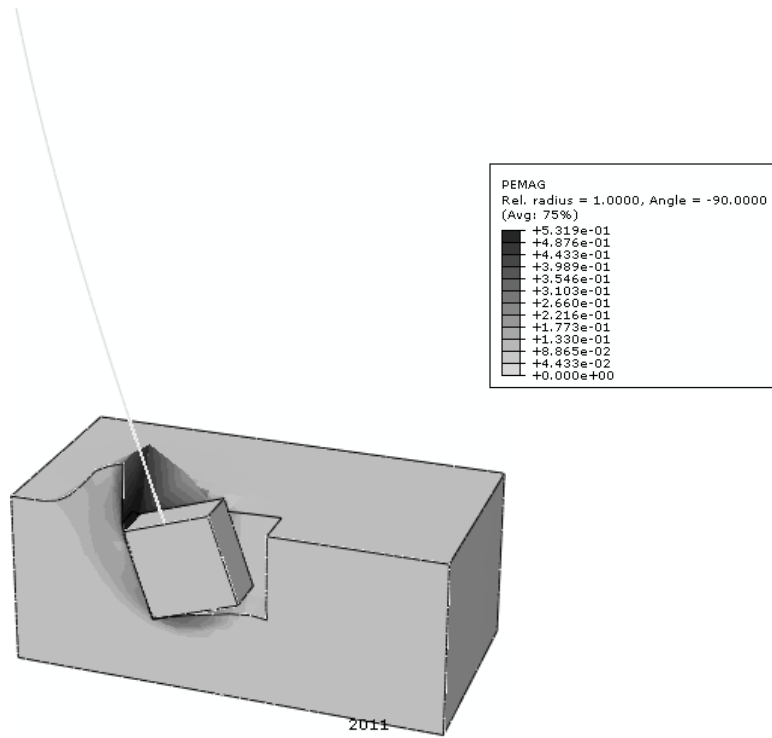
**Σχ.4.67** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 55m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0$ .



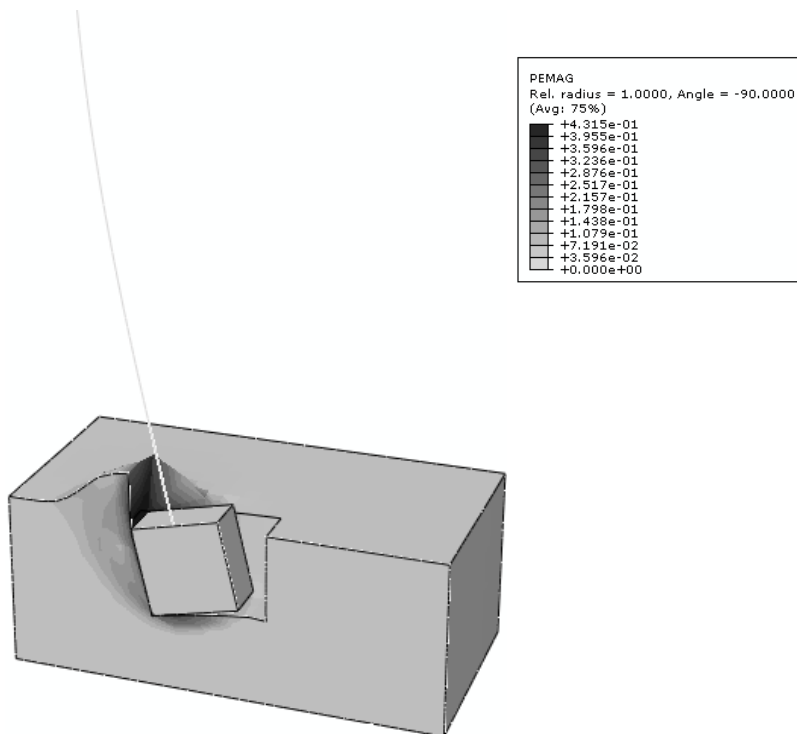
**Σχ.4.68** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 55m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.10$ .



**Σχ.4.69** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 55m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.25$ .

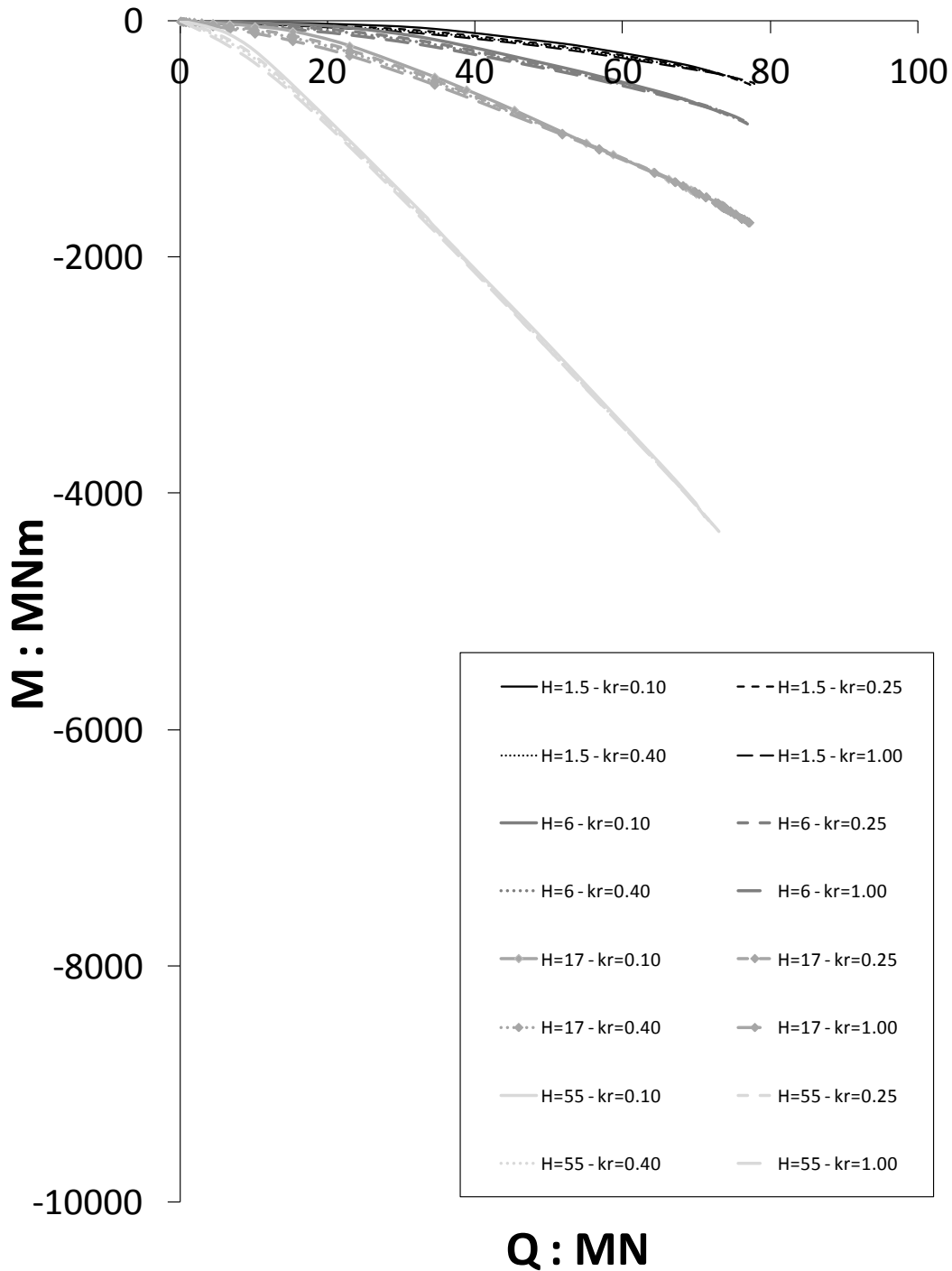


**Σχ.4.70** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 55m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.40$ .

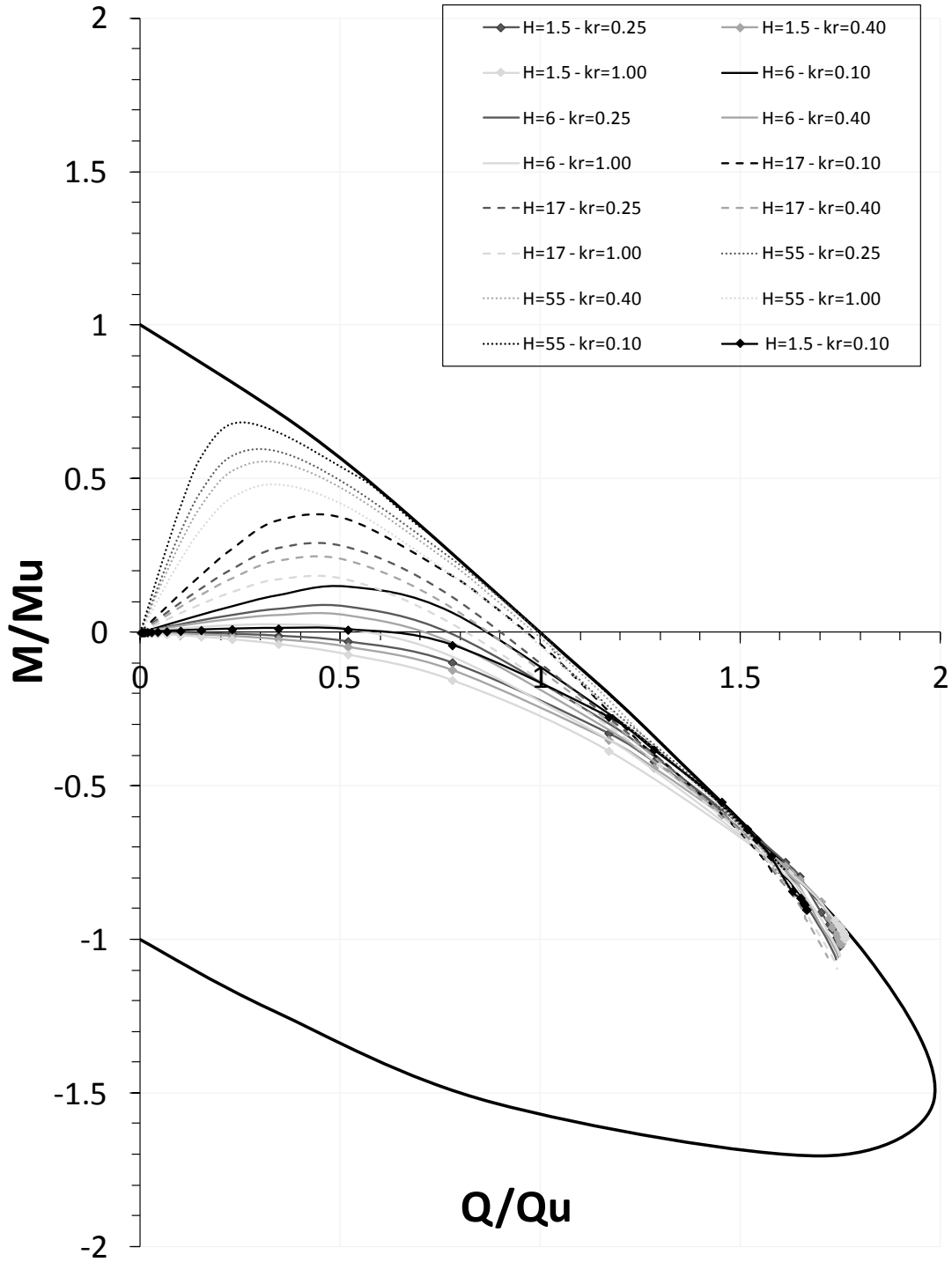


**Σχ.4.71** Προφίλ πλαστικών παραμορφώσεων του μοντέλου με ύψος βάθρου 55m και δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 1$ .

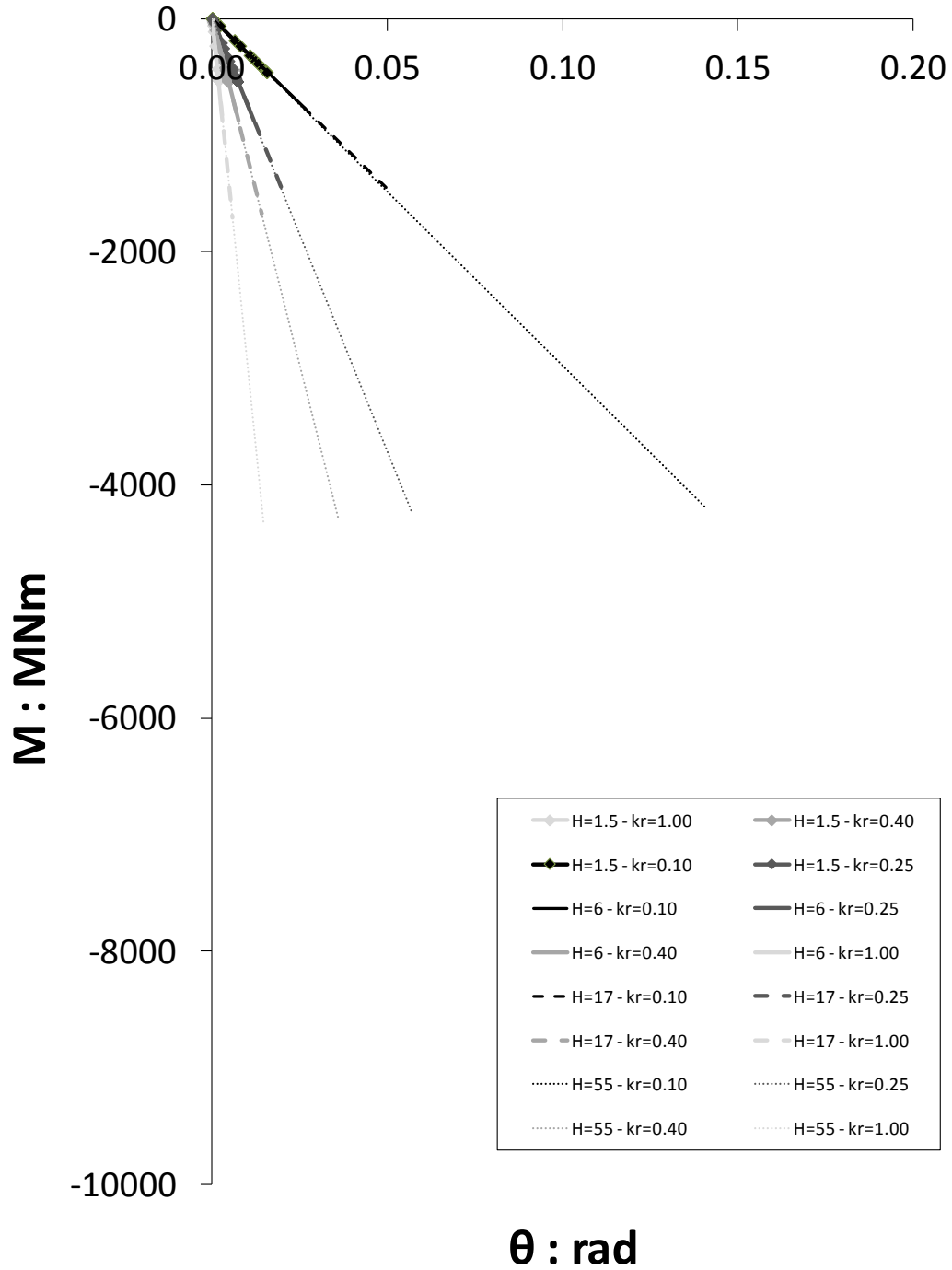
**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε : ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ**



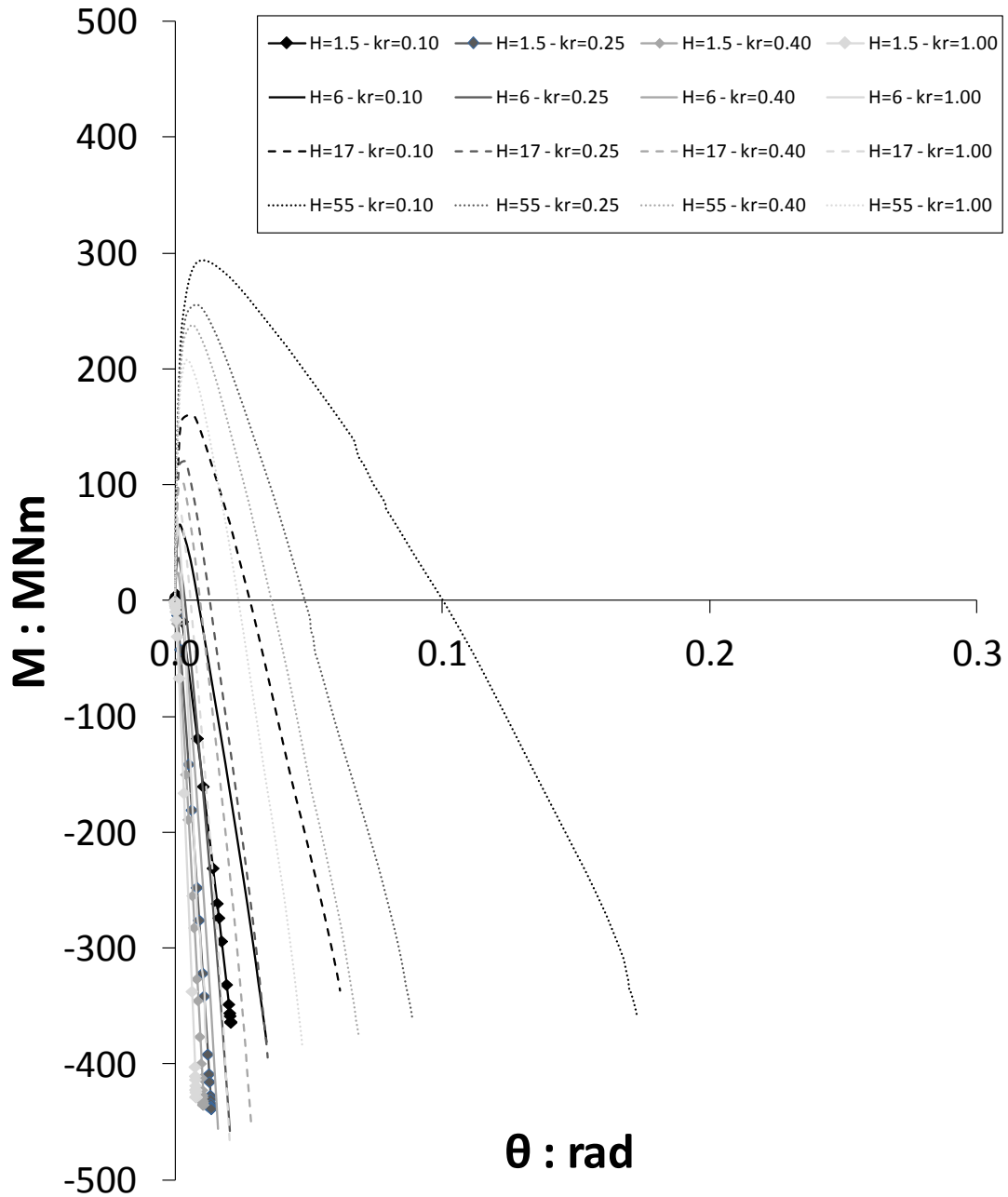
**Σχ.4.72** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κεφαλή του θάβρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για κάθε συνδυασμό ύψους θάβρου και δείκτη δυσκαμψίας.



**Σχ.4.73** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί την κεφαλή του βάρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για κάθε συνδυασμό ύψους βάρου και δείκτη δυσκαμψίας.

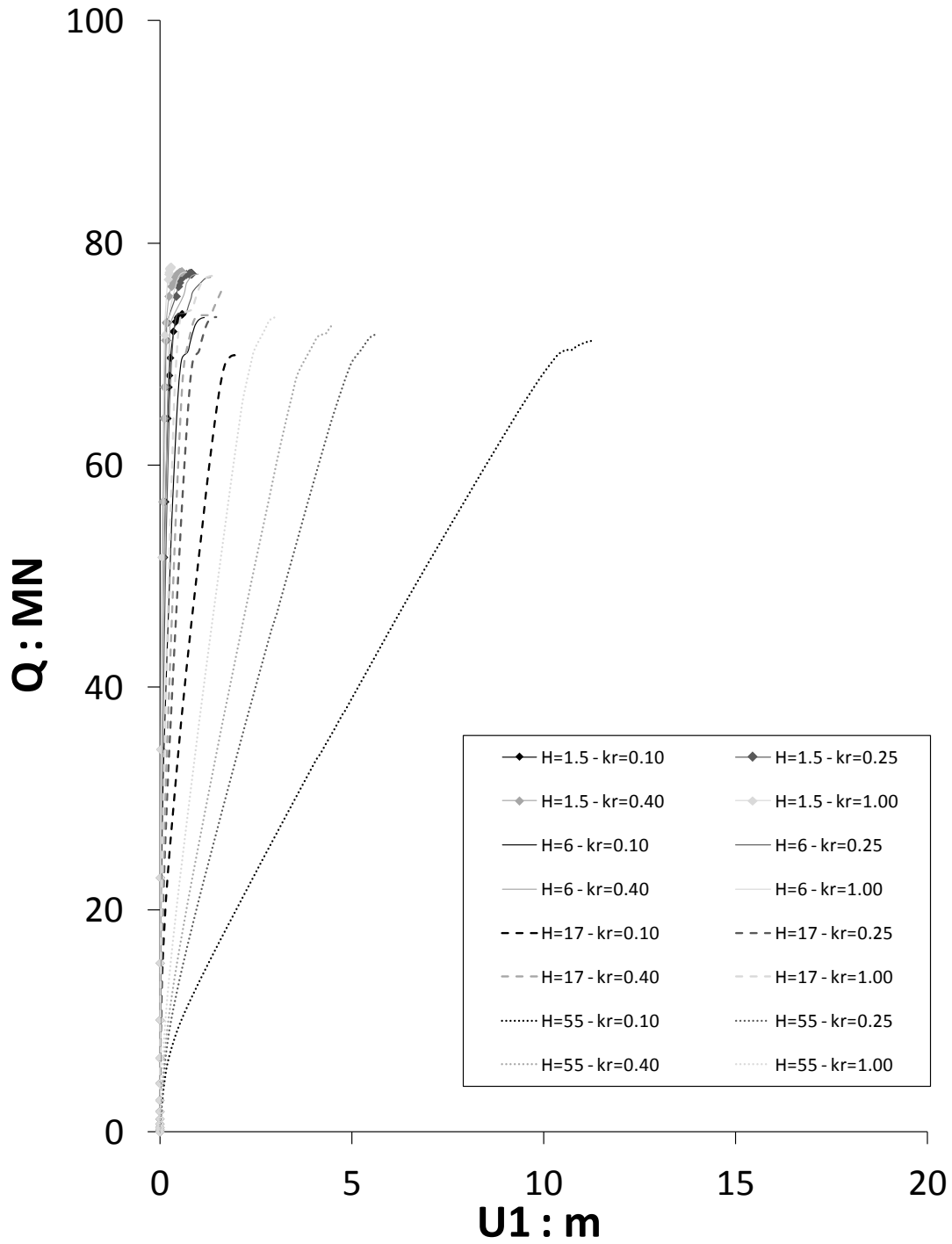


**Σχ.4.74** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί την κεφαλή του θάβρου σε σχέση με την αντίστοιχη στροφή για κάθε συνδυασμό ύψους θάβρου και δείκτη δυσκαμψίας.

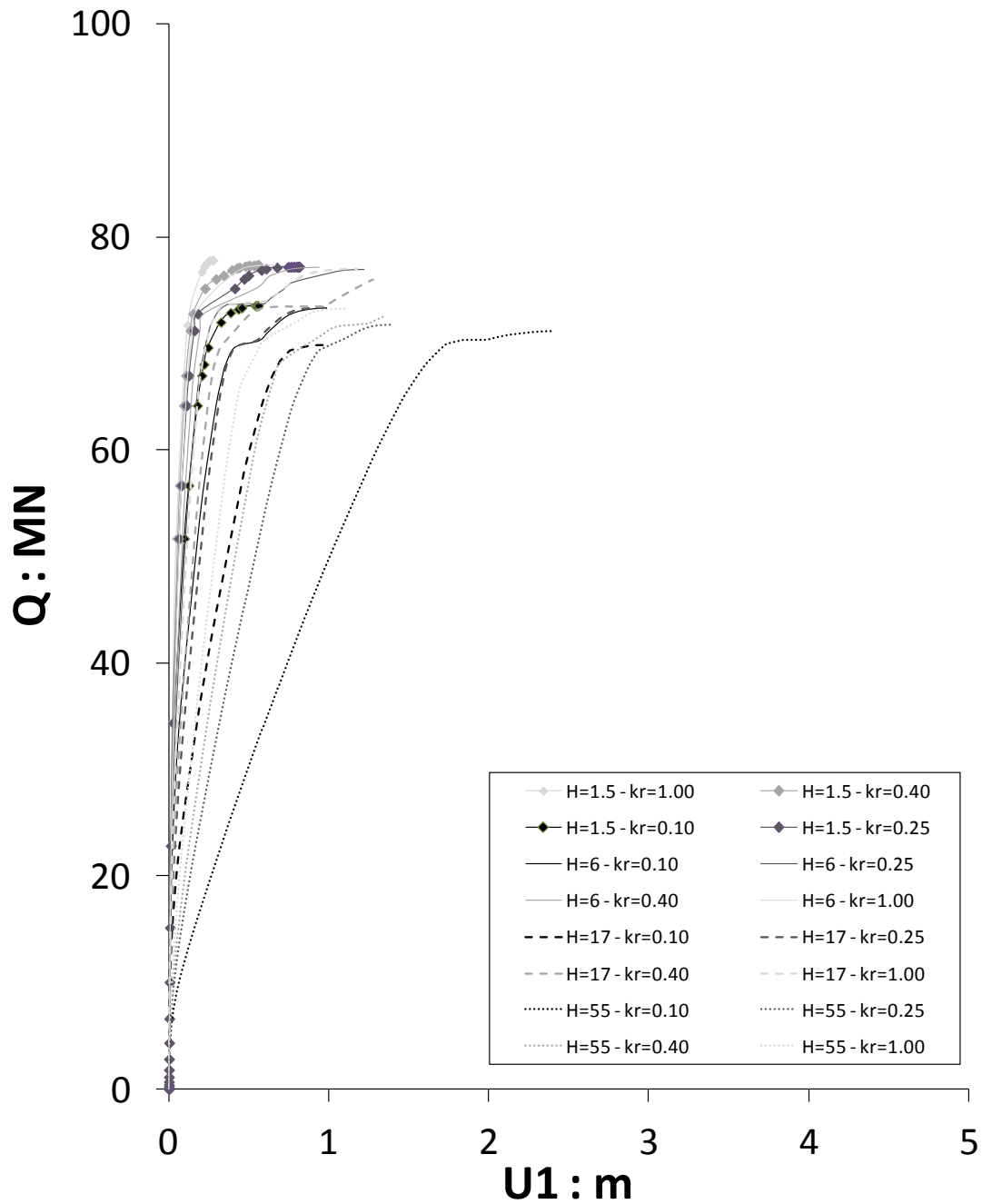


**Σχ.4.75** Εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη στροφή για κάθε συνδυασμό ύψους βάθρου και δείκτη δυσκαμψίας.

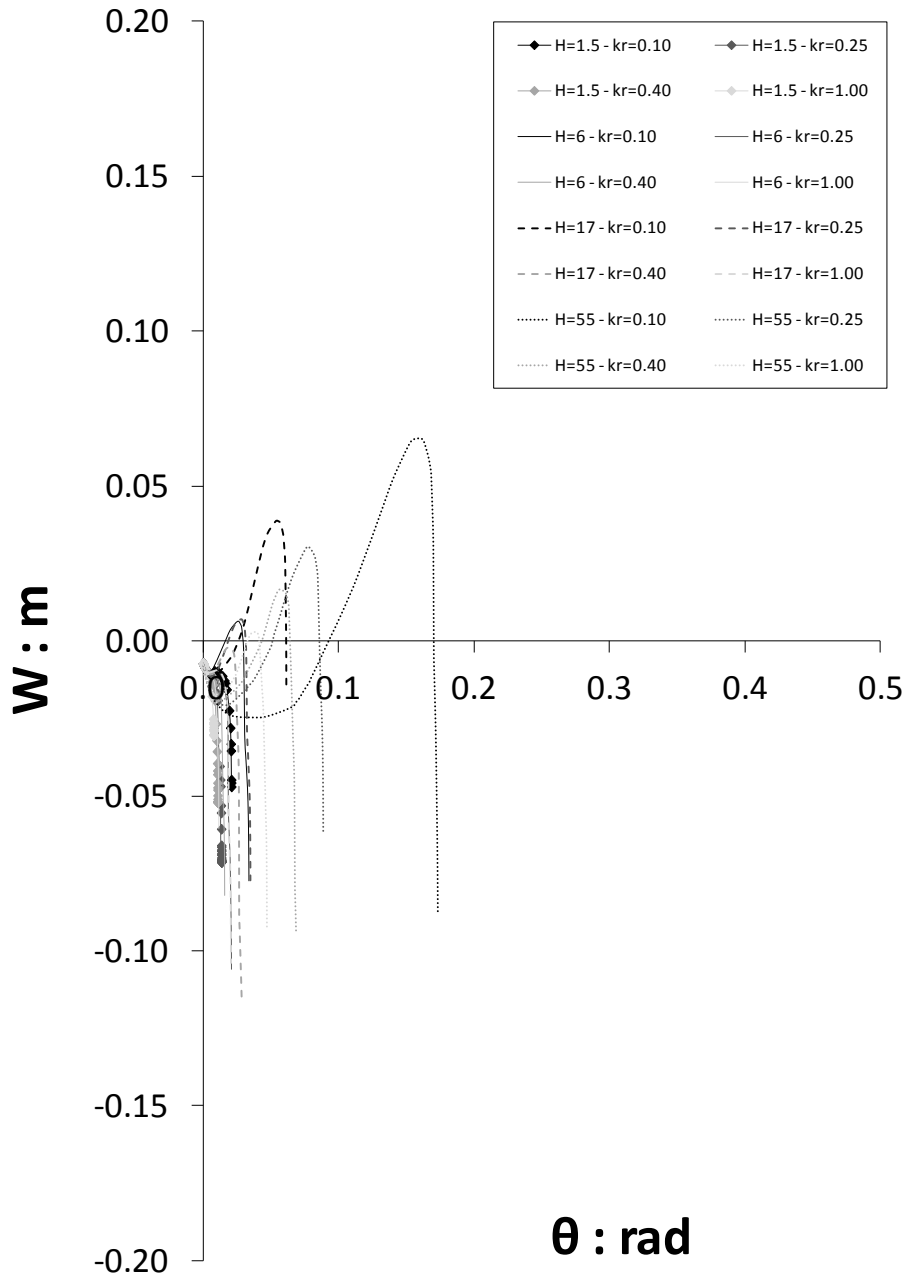




**Σχ.4.75** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί την κεφαλή του βάρου σε σχέση με την αντίστοιχη μετακίνηση για κάθε συνδυασμό ύψους βάρου και δείκτη δυσκαμψίας.



**Σχ.4.76** Εξέλιξη της τέμνουσας που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη μετακίνηση για κάθε συνδυασμό ύψους βάθρου και δείκτη δυσκαμψίας.



**Σχ.4.77** Εξέλιξη της καθίζησης της βάσης του βάρου σε σχέση με την αντίστοιχη στροφή για κάθε συνδυασμό ύψους βάρου και δείκτη δυσκαμψίας.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

## ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΜΕ ΘΕΩΡΗΣΗ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΑΝΩΔΟΜΗΣ ΚΑΙ ΣΤΡΟΦΙΚΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

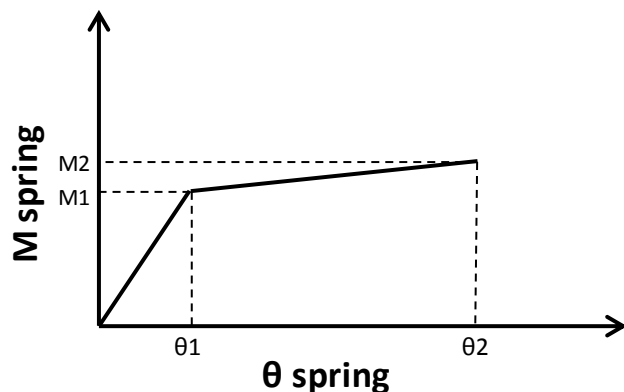
### **5.1 Εισαγωγή**

Είδαμε στα παραπάνω κεφάλαια πως επηρεάζεται η απόκριση και η κατανομή των εντατικών μεγεθών στο βάθρο γέφυρας συμπεριλαμβανομένης και της επιρροής της στροφικής δυσκαμψίας του καταστρώματος. Σε όλες τις αναλύσεις που παρουσιάστηκαν τα δεδομένα ήταν τα εξής: ελαστική – μη γραμμική συμπεριφορά του στροφικού ελατηρίου, ελαστική – μη γραμμική συμπεριφορά του βάρου και ανελαστική συμπεριφορά του εδάφους λαμβάνοντας υπ’όψην ορισμένες γεωμετρικές μη γραμμικότητες όπως το ανασήκωμα της βάσης του φρέατος και η ολίσθηση – αποκόλληση του εδάφους στις διεπιφάνειές του με το φρέαρ. Το επόμενο βήμα είναι να εξεταστούν οι περιπτώσεις κατά τις οποίες είτε μόνο το βάθρο, είτε μόνο το ελατήριο, είτε και τα δύο ταυτόχρονα δεν έχουν ελαστική συμπεριφορά. Με αυτόν τον τρόπο, το πρόβλημα οριοθετείται σε μία πιο ρεαλιστική βάση καθώς η αστοχία του συστήματος δεν προέρχεται μόνο από την εξάντληση της διατμητικής αντοχής του αργιλικού εδάφους αλλά και από δομική αστοχία του ελατηρίου και του βάρου.

## **5.2 Αναλύσεις με θεώρηση μη γραμμικής συμπεριφοράς του ελατηρίου**

Ακολουθεί μία σύντομη περιγραφή του τρόπου με τον οποίο θα προσομοιωθεί η ανελαστική συμπεριφορά του ελατηρίου στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Αρχικά, ορίζεται εκ των πρωτέρων η αντοχή του. Πιο συγκεκριμένα, η συμπεριφορά του ελατηρίου περιγράφεται από ένα διγραμμικό κλάδο εξέλιξης της ροπής που αυτό αναλαμβάνει σε σχέση με την αναπτυσσόμενη στροφή. Αυτό το μοντέλο εξέλιξης καθώς και ο τρόπος προσομοίωσής του στον κώδικα ABAQUS θα αναλυθούν εκτενώς παρακάτω.

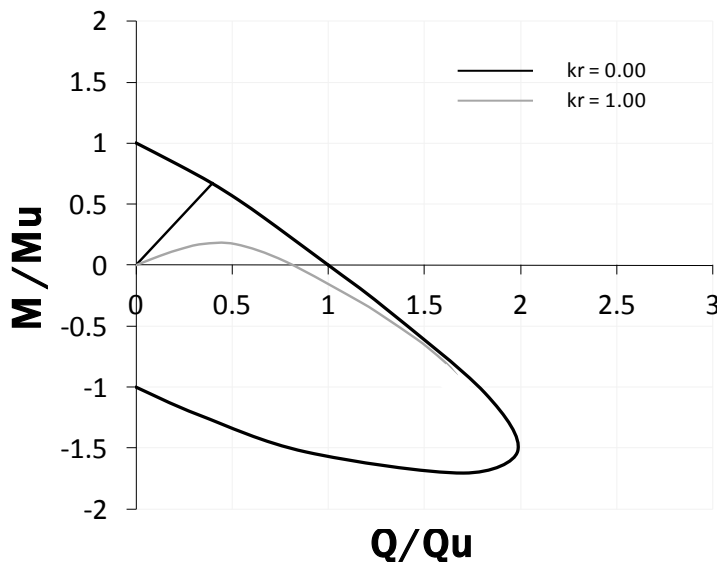
Σε πρώτη φάση και για κάποιον συγκεκριμένο συνδυασμό ύψους βάθρου  $H_{pier}$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr$ , επιλέγεται μία μέγιστη – κρίσιμη ροπή που μπορεί να καταπονήσει το ελατήριο χωρίς αυτό να αστοχεί. Αυτή η ροπή διαιρεμένη με τη στροφική δυσκαμψία του ελατηρίου αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη στροφή. Από αυτό το σημείο και έπειτα, αυξανόμενης δηλαδή της φόρτισης, το ελατήριο αστοχεί και δεν μπορεί να παραλάβει ροπή με αποτέλεσμα η κορυφή του βάθρου να στρέφεται ως ελεύθερο άκρο. Το μοντέλο που προσομοιάζει την ανελαστική συμπεριφορά του ελατηρίου παρουσιάζεται σχηματικά στο ακόλουθο σχήμα.



**Σχ.5.1** Μοντέλο περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του στροφικού ελατηρίου. Παρουσιάζεται η εξέλιξη της ροπής που αυτό αναλαμβάνει σε σχέση με την αντίστοιχη στροφή.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.1 το στροφικό ελατήριο μετά την αστοχία του παρουσιάζει μία συμπεριφορά τύπου hardening με αποτέλεσμα να μπορεί να αναλάβει μία ελαφρώς, σχεδόν αμελητέα αυξημένη ροπή καθώς παραμορφώνεται στροφικά. Αυτό είναι κυρίως ένα τέχνασμα που χρησιμοποιείται για να μη δημιουργηθεί πρόβλημα στην ανάλυση (ABAQUS).

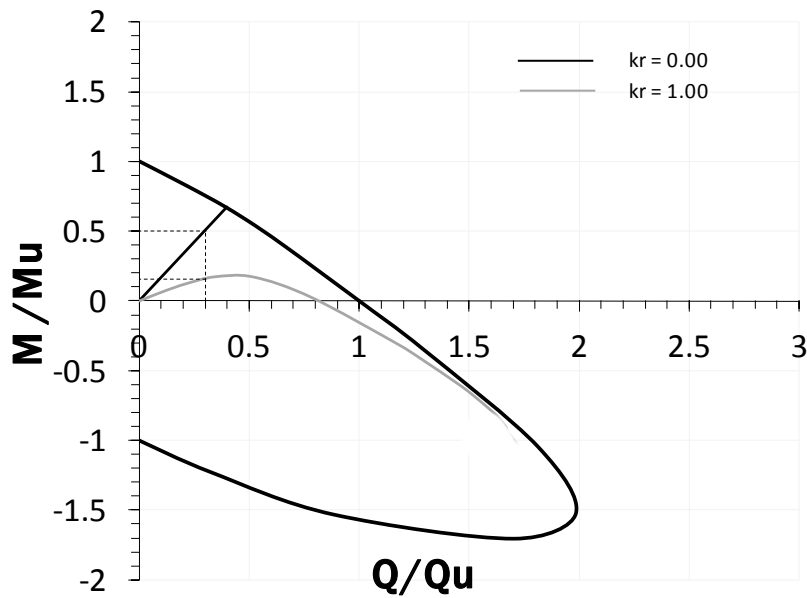
Προτού παρατεθούν παραδείγματα αναλύσεων στις οποίες η συμπεριφορά του ελατηρίου θεωρείται μη γραμμική – ανελαστική, θα αναλυθεί σε μία διαφορετική βάση το σχήμα των οδεύσεων ροπής – τέμνουσας βάσης του βάρου που παρουσιάστηκαν παραπάνω. Ας συγκρίνουμε για παράδειγμα δύο οδεύσεις, η μία μηδενικού και η άλλη μη μηδενικού kg που αντιστοιχούν στο βάθος ύψους 55 μέτρων.



**Σχ.5.2** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής στη βάση του βάθρου σε σχέση με την κανονικοποιημένη τέμνουσα για  $H_{pier} = 17m$

Από τα αποτελέσματα των αναλύσεων για τις παραπάνω οδεύσεις προκύπτει μία σημαντική πληροφορία. Η περιοχή ανάμεσα στις δύο καμπύλες χαρακτηρίζεται ως περιοχή καθαρής συνεισφοράς του στροφικού ελατηρίου στην ανάληψη της ροπής ενώ η περιοχή ανάμεσα στον οριζόντιο άξονα και την όδευση του μη μηδενικού δείκτη δυσκαμψίας χαρακτηρίζεται ως περιοχή καθαρής συνεισφοράς του βάθρου στην ανάληψη της ροπής. Η παραπάνω πληροφορία αποδεικνύεται ότι ισχύει για όλες τις οδεύσεις από τα αποτελέσματα των αναλύσεων. Για να διευκρινιστεί το παραπάνω πολύπλοκο συμπέρασμα και να φανεί η χρησιμότητά του θα δοθεί ένα απλό παράδειγμα.

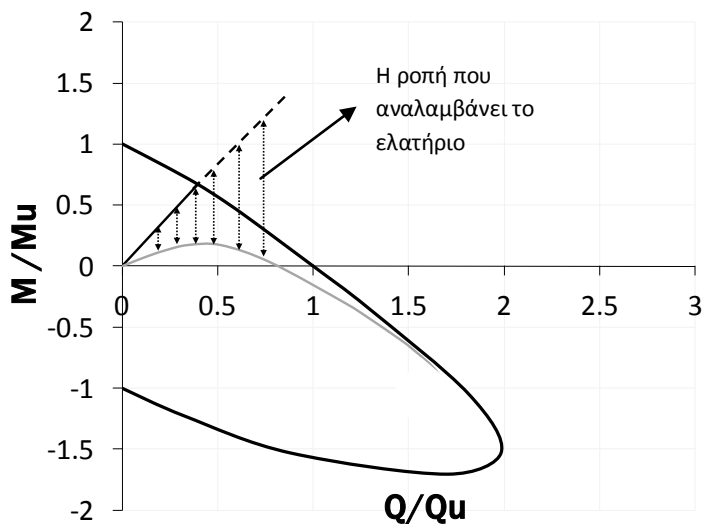
Έστω ότι ασκείται στην κορυφή του βάθρου ύψους 17m και  $kr = 0.10$  (Σχήμα 5.2) οριζόντια δύναμη ίση με το 30% της καθαρής αντοχής του φρέατος σε τέμνουσα  $Q_u$  (13.26 MN). Αυτή η φόρτιση δημιουργεί καμπτική καταπόνηση στο φορέα. Μέσω των οδεύσεων μπορεί να βρεθεί με ακρίβεια πόση είναι η ροπή που αναπτύσσεται στη βάση του βάθρου όσο και η ροπή που αναλαμβάνει το στροφικό ελατήριο για τη δεδομένη φόρτιση. Ας δούμε ξανά το σχήμα :



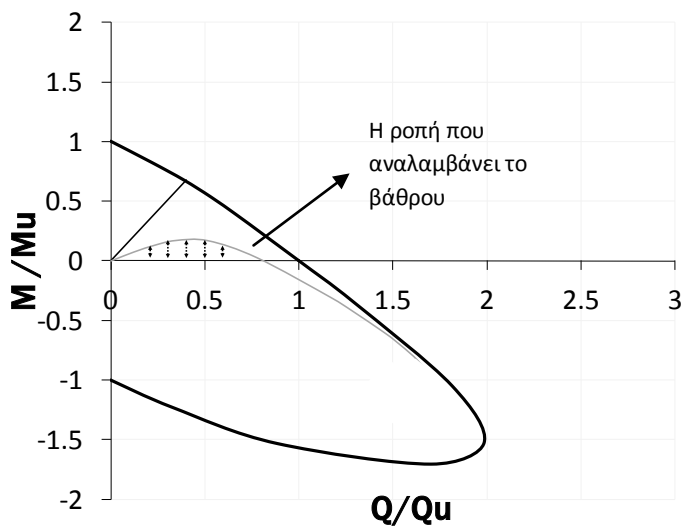
**Σχ.5.3** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής στη βάση του βάθρου σε σχέση με την κανονικοποιημένη τέμνουσα για  $H_{pier} = 17m$

Στην περίπτωση που το μοντέλο δεν είχε στροφικό ελατήριο στην κορυφή του βάθρου, η ροπή που θα μεταβιβαζόταν στη βάση θα ήταν ίση με το μισό της  $M_u$  (καθαρή αντοχή σε κάμψη του φρέατος). Αντιθέτως, στην περίπτωση όπου υπάρχει ελατήριο στροφικής δυσκαμψίας 30.000 MNm/rad η ροπή που καταπονεί τη βάση του βάθρου ισούται με το 15% της  $M_u$ . Αυτή η διαφορά (35% της  $M_u$ ) αποδεικνύεται από τα αποτελέσματα της ανάλυσης ότι είναι η ροπή που αναλαμβάνει το ελατήριο στη συγκεκριμένη φάση της φόρτισης. Μπορούμε λοιπόν να γενικεύσουμε τα ανωτέρω λέγοντας ότι για δεδομένη οριζόντια φόρτιση, η διαφορά μεταξύ μιας όδευσης μηδενικού  $kr$  και μιας όδευσης μη μηδενικού  $kr$  ίδιου ύψους βάθρου είναι η ροπή που αναλαμβάνει το ελατήριο. Αντιθέτως, η διαφορά μεταξύ του οριζόντιου άξονα και της όδευσης μη μηδενικού δείκτη δυσκαμψίας είναι η ροπή που αναλαμβάνει το βάθρο. Έχοντας λοιπόν δύο ανάλογες οδεύσεις (μία με  $kr = 0$  και μία με  $kr \neq 0$ ) είναι δυνατό να προσδιοριστεί για κάθε φόρτιση πόση είναι η ροπή που αναλαμβάνει το βάθρο και πόση η ροπή που αναλαμβάνει το ελατήριο.

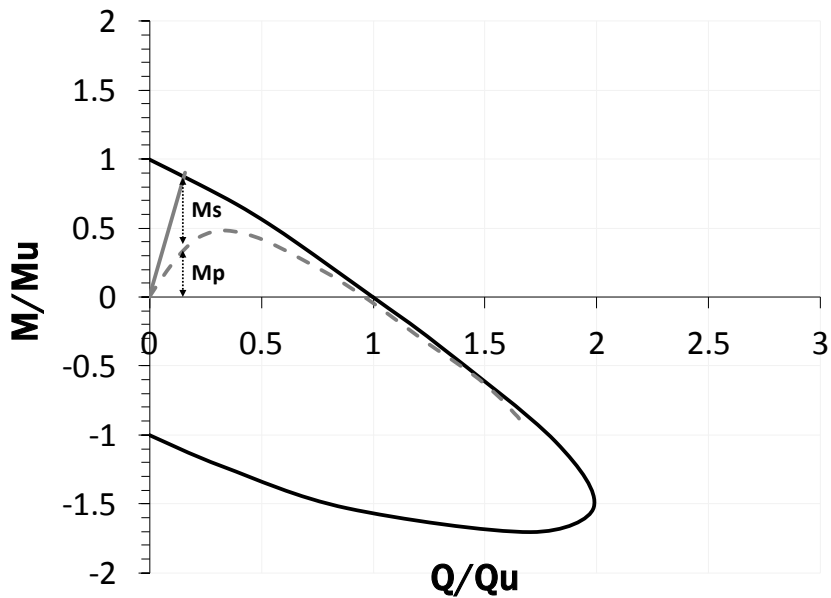




**Σχ.5.4α** Εξέλιξη της ροπής που αναλαμβάνει το στροφικό ελατήριο σε κάθε στάδιο της φόρτισης. Καθώς αυξάνεται η οριζόντια δύναμη αυξάνεται και η ροπή που καταπονεί το ελατήριο.



**Σχ.5.4β** Εξέλιξη της ροπής που αναλαμβάνει το βάθρο σε κάθε στάδιο της φόρτισης.

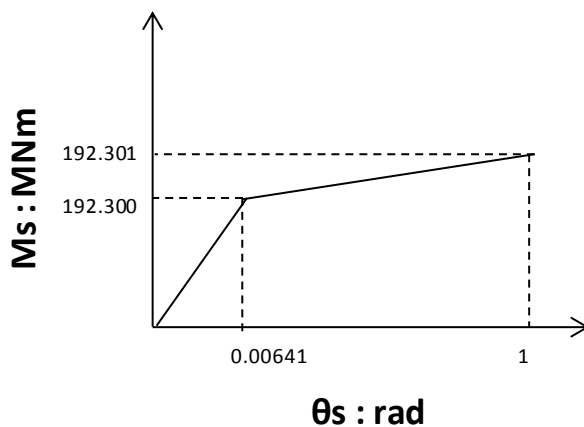


**Σχ.5.4γ** Η ροπή που αναλαμβάνει το στροφικό ελατήριο ( $M_s$ ) και η ροπή που αναλαμβάνει το βάθρο ( $M_p$ ), όταν το τελευταίο καταπονείται υπό συγκεκριμένη οριζόντια φόρτιση.

Επόμενο βήμα είναι να παρουσιαστεί με παραδείγματα πως αλλάζουν οι συνθήκες και τα αποτελέσματα των αναλύσεων με το «πέρασμα» από την ελαστική στην ανελαστική συμπεριφορά του στροφικού ελατηρίου.

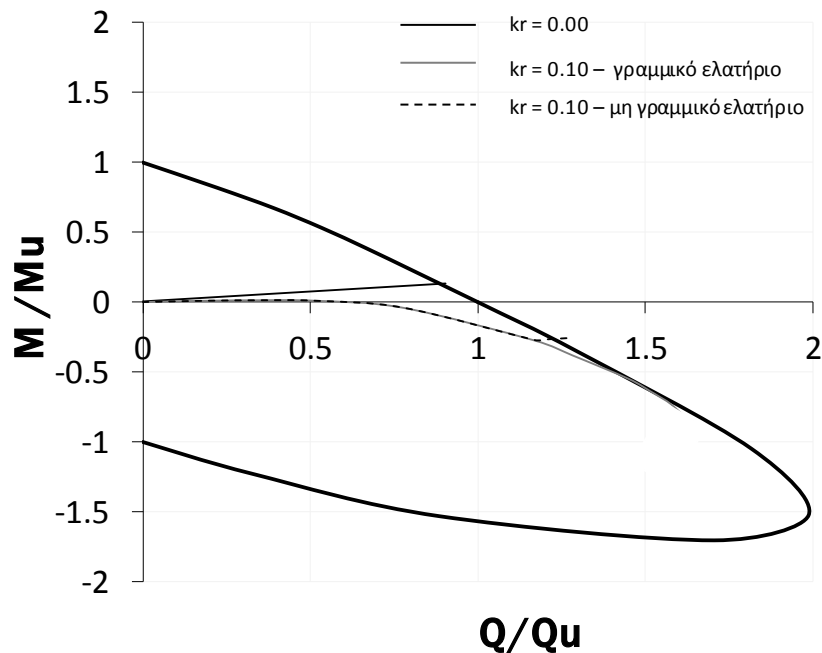
Αρχικά θα επανεξεταστεί το μοντέλο με ύψος βάθρου 1.5 μέτρο και δείκτη δυσκαμψίας στροφικού ελατηρίου 0.10, του οποίου πλέον η συμπεριφορά θεωρείται ανελαστική. Το πρώτο βήμα που πρέπει να γίνει είναι να επιλεγεί εκ των προτέρων η αντοχή του ελατηρίου ως εξής : από τα αποτελέσματα της ανάλυσης με τα ίδια στοιχεία ( $H_{pier} = 1.50m - kr = 0.40$ ) αλλά με γραμμική συμπεριφορά τόσο του βάθρου όσο και του ελατηρίου, λαμβάνεται τυχαία μία τιμή της στροφής στην κορυφή του βάθρου ως κρίσιμη. Αυτή η τιμή της στροφής πολλαπλασιάζεται με τη στροφική δυσκαμψία του ελατηρίου και έτσι προκύπτει η ροπή αντοχής του. Με τον ίδιο τρόπο επιλέγονται τα

αντίστοιχα μεγέθη και για τα υπόλοιπα συστήματα που αναλύονται παρακάτω. Στο επόμενο σχήμα παρουσιάζεται το πλήρες μοντέλο με το οποίο προσομοιάζεται η μη – γραμμική συμπεριφορά του ελατηρίου στον κώδικα ABAQUS. Ως  $M_s$  συμβολίζεται η ροπή καταπονεί την κορυφή του βάρου (ελατήριο) και ως  $\theta_s$  η αντίστοιχη στρόφη.



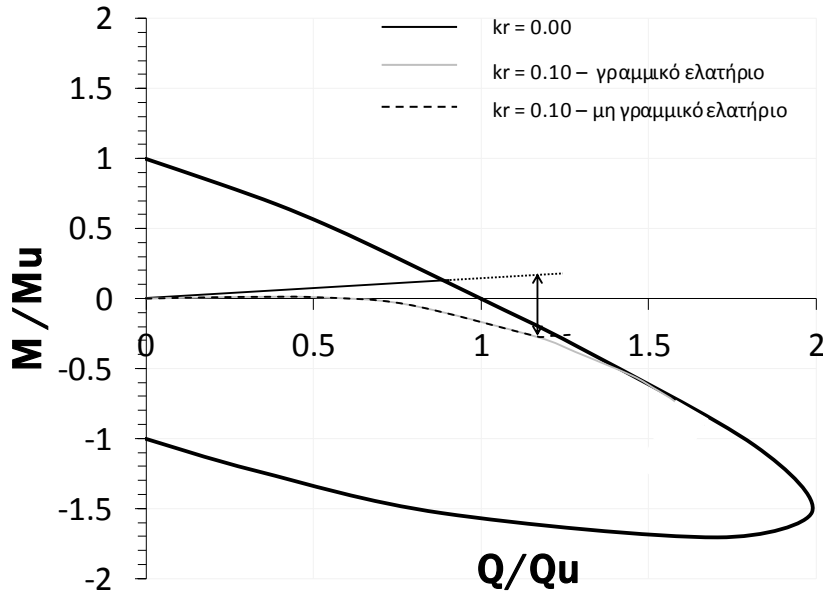
**Σχ.5.5** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του στροφικού ελατηρίου για το σύστημα  $H_{pier} = 1.50m$  και  $kr = 0.10$ .

Η ροπή αντοχής του ελατηρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5 είναι περίπου 192 MNm. Μόλις αυτή η κρίσιμη ροπή υπερβληθεί λόγω αύξησης της φόρτισης τότε το ελατήριο αστοχεί και δεν μπορεί να παραλάβει επιπρόσθετη ροπή. Ακολουθεί η όδευση του συστήματος όπου φαίνεται πως αλλάζει η κατανομή της έντασης στη βάση του βάρου λόγω της ανελαστικής συμπεριφοράς του ελατηρίου.



**Σχ.5.6** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που αναπτύσσεται στη βάση του βάρθρου σε σχέση με την αντίστοιχη κανονικοποιημένη τέμνουσα για τρία διαφορετικά μοντέλα με ύψος βάρθρου 1.50.

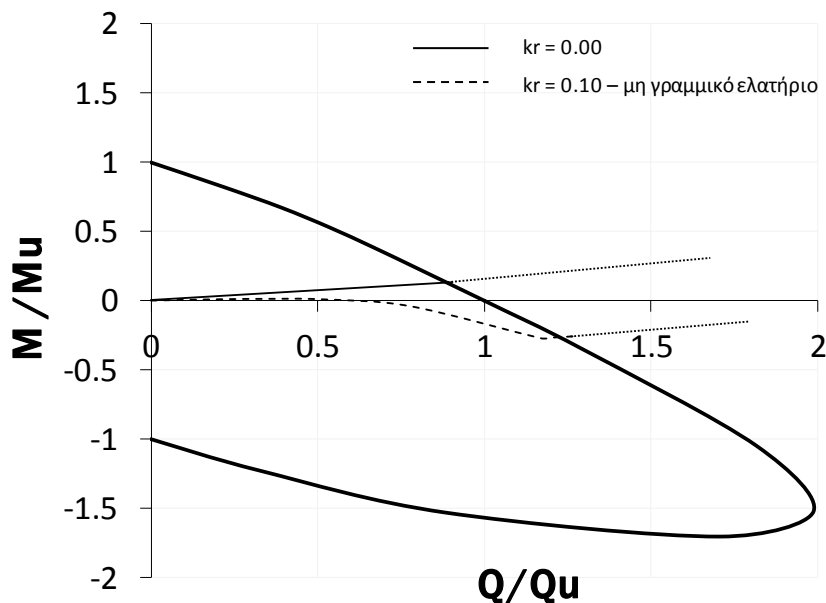
Το συμπέρασμα που προκύπτει παρατηρώντας το σχήμα 5.6 είναι ότι από ένα σημείο φόρτισης και μετά η όδευση που αντιπροσωπεύει το μοντέλο με το μη γραμμικό ελατήριο αλλάζει εντελώς κατεύθυνση σε σχέση με την αντίστοιχη όδευση με γραμμικό ελατήριο. Το παραπάνω σημείο αντιστοιχεί στο στάδιο της φόρτισης όπου το στροφικό ελατήριο «φτάνει» στην ροπή αντοχής του (192.3 MNm). Αυτό αποδεικνύεται και μέσα από τα αποτελέσματά των αναλύσεων αλλά και γραφικά όπως εξηγείται παρακάτω.



**Σχ.5.7** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που αναπτύσσεται στη βάση του θάβρου σε σχέση με την αντίστοιχη κανονικοποιημένη τέμνουσα για τρία διαφορετικά μοντέλα με ύψος θάβρου 1.50.

Το βέλος του σχήματος 5.7 δείχνει την κατακόρυφη διαφορά μεταξύ της όδευσης με  $kr = 0.10$  και της νοητής προέκτασης της όδευσης που αντιστοιχεί στο σύστημα χωρίς στροφικό ελατήριο. Αυτή η διαφορά ουσιαστικά μεταφράζεται στη ροπή που αναλαμβάνει το ελατήριο στο συγκεκριμένο στάδιο οριζόντιας φόρτισης, όπως αναλύθηκε στις σελίδες 102 – 104. Παρατηρώντας καλά το διάγραμμα φαίνεται ότι η ροπή αυτή είναι ίση με το 47% της  $M_u$  (202 MNm). Η τιμή που προκύπτει γραφικά είναι πολύ κοντά στην τιμή που έχει προεπιλεχθεί ως ροπή αντοχής του ελατηρίου (192.3 MNm).

Εκτός από το πιο πάνω συμπέρασμα, προκύπτει από την παρατήρηση του σχήματος και κάτι εξ' ίσου σημαντικό. Οι νοητές προεκτάσεις των οδεύσεων που αντιστοιχούν στα μοντέλα α)  $kr = 0$  και β)  $kr = 0.10$  με ανελαστική συμπεριφορά του ελατηρίου είναι παράλληλες.

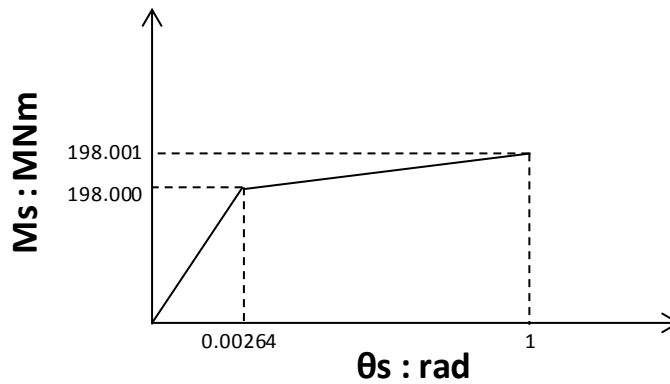


**Σχ.5.8** Οι προεκτάσεις των οδύσεων α)  $H_{pier} = 1.50m$ ,  $kr = 0$  και β)  $H_{pier} = 1.50m$ ,  $kr = 0.10$  με ανελαστική συμπεριφορά είναι παράλληλες.

Αυτή η παρατήρηση είναι εξαιρετικά σημαντική. Ουσιαστικά είναι η γραφική απεικόνιση της μετατροπής του συστήματος, από στατικής πλευράς, σε πρόβολο τη στιγμή της αστοχίας του στροφικού ελατηρίου. Ακόμη, υπέρβαση της ροπής αντοχής του ελατηρίου δε σημαίνει ταυτόχρονη αστοχία συστήματος, όπως φαίνεται και από τη μορφή της καμπύλης της όδευσης. Αντιθέτα, το βάθρο συνεχίζει να δέχεται αυξημένη οριζόντια δύναμη μέχρι την εξάντληση της εδαφικής αντοχής που σημαίνει και ταυτόχρονη αστοχία συστήματος. Επόμενο βήμα είναι να διαπιστωθεί εάν τα προαναφερθέντα συμπεράσματα έχουν ισχύ και για άλλες αναλύσεις.

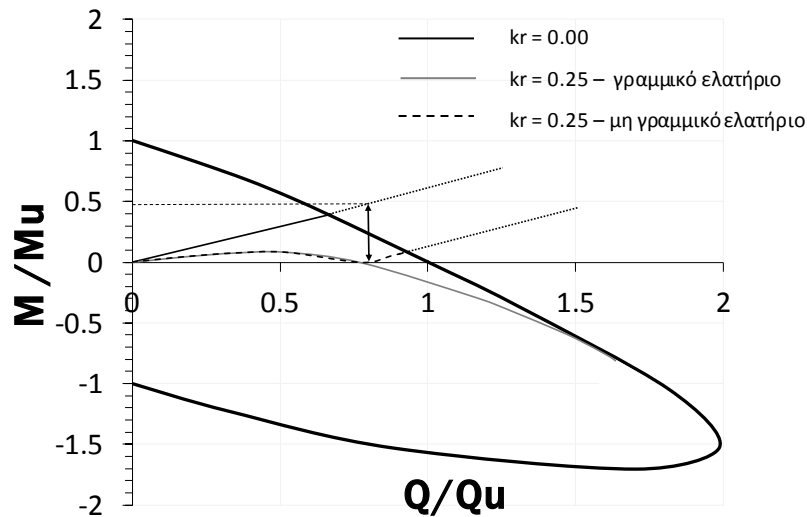
Σε πρώτη φάση θα εξεταστεί το μοντέλο με τα εξής χαρακτηριστικά : ύψος βάθρου 6 μέτρα, δείκτης στροφικής δυσκαμψίας ελατηρίου 0.25 και αντοχή του ανελαστικού

ελατηρίου 198MNm. Ακολουθεί το διγραμμικό μοντέλο εξέλιξης της ροπής – στρωφής του ελατηρίου που τίθεται ως πληροφορία εισαγωγής (*input*) στον κώδικα ABAQUS.



**Σχ.5.9** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του στρωφικού ελατηρίου για το σύστημα  $H_{pier} = 6m$  και  $k_r = 0.25$ .

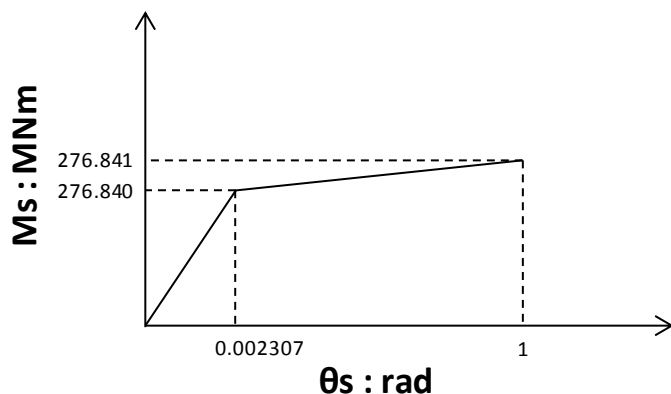
Η όδευση που προκύπτει από τα παραπάνω δεδομένα ακολουθεί στο επόμενο σχήμα όπου επισυνάπτονται και οι οδεύσεις πρώτον για  $H_{pier} = 6m$  και  $k_r = 0$  και δεύτερον για  $H_{pier} = 6m$  και  $k_r = 0.25$  με γραμμικό ελατήριο.



**Σχ.5.10** Οι προεκτάσεις των οδεύσεων α)  $H_{pier} = 6m$ ,  $k_r = 0$  και β)  $H_{pier} = 6m$ ,  $k_r = 0.25$  με ανελαστική συμπεριφορά είναι παράλληλες.

Το σχήμα 5.10 αποδεικνύει ότι ισχύει η παραλληλία των προεκτάσεων των δύο οδεύσεων (μηδενικό  $kr$  και μη μηδενικό  $kr$  με ανελαστική συμπεριφορά του ελατηρίου). Ακόμη το «σπάσιμο» της όδευσης που αντιστοιχεί στο ελατήριο με τη μη γραμμική συμπεριφορά συμβαίνει όταν αυτό φτάσει στην εξάντληση της αντοχής του. Το βέλος του παραπάνω σχήματος αντιστοιχεί σε ροπή ίση περίπου με το 50% της  $M_u$  ( $\approx 210$  MNm). Αυτή η τιμή είναι πολύ κοντά στην ροπή αντοχής που έχει επιλεγεί εξ'αρχής (198 MNm). Άρα ισχύουν και τα δύο βασικά συμπεράσματα που εξήχθησαν για το βάθρο ύψους 1.5 μέτρου.

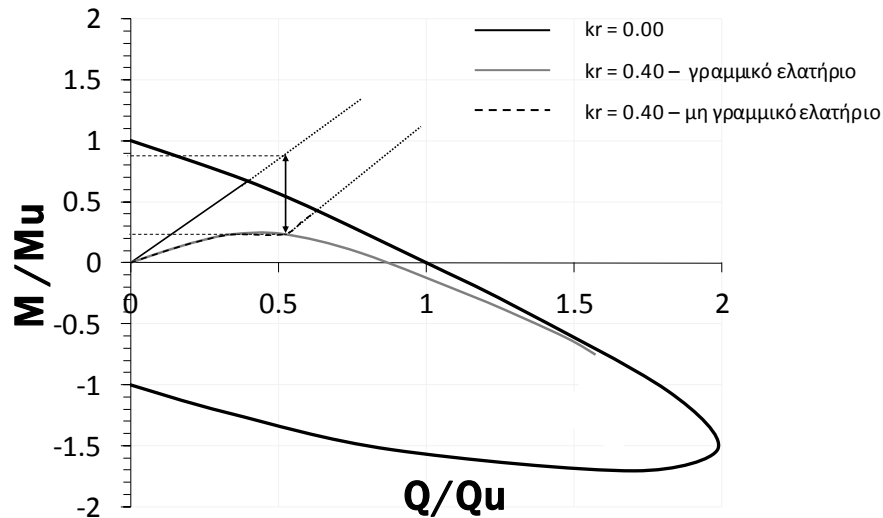
Ακολούθως, θα εξεταστεί το μοντέλο με τα εξής χαρακτηριστικά : ύψος βάθρου 17 μέτρα, δείκτης στροφικής δυσκαμψίας 0.40 και αντοχή του ανελαστικού ελατηρίου 276 MNm. Ακολουθεί το διγραμμικό μοντέλο εξέλιξης της ροπής – στροφής του ελατηρίου.



**Σχ.5.11** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του στροφικού ελατηρίου για το σύστημα  $H_{pier} = 17m$  και  $kr = 0.40$ .

Στη συνέχεια δίνεται διάγραμμα όπου φαίνεται η όδευση που προκύπτει από τα παραπάνω χαρακτηριστικά του μοντέλου. Στο διάγραμμα υπάρχουν για λόγους σύγκρισης και οι οδεύσεις με δεδομένα α)  $H_{pier} = 17m$  και  $kr = 0$  και β)  $H_{pier} = 17m$  και  $kr = 0.40$  με γραμμικό ελατήριο.

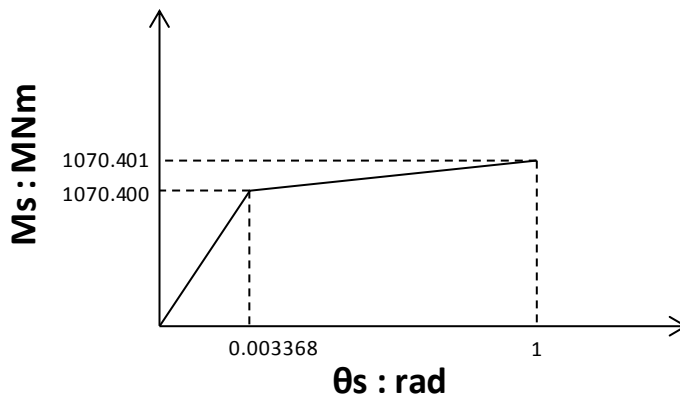




**Σχ.5.12** Οι προεκτάσεις των οδεύσεων α)  $H_{pier}=17m$  ,  $kr = 0$  και β)  $H_{pier}=17m$  ,  $kr = 0.40$  με ανελαστική συμπεριφορά είναι παράλληλες.

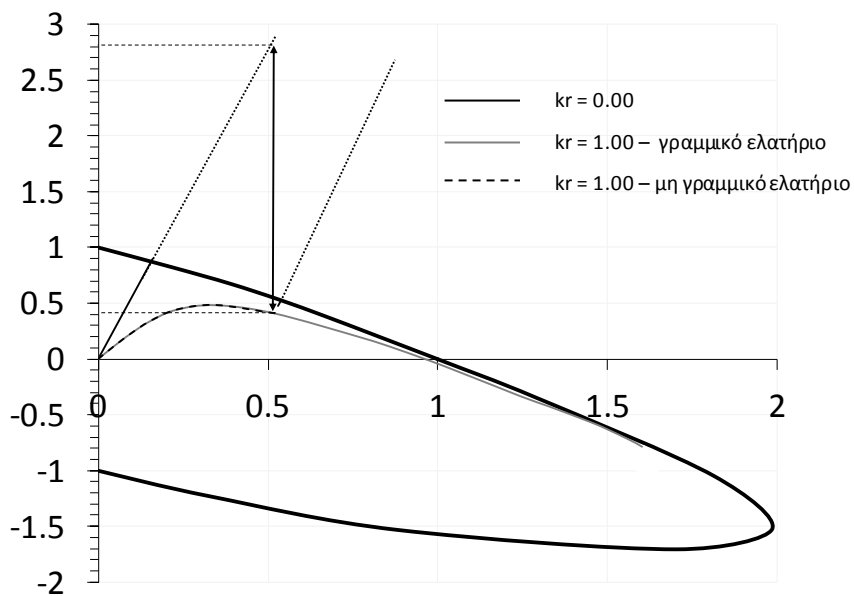
Από το σχήμα 5.12 φαίνεται ότι και σε αυτήν την περίπτωση οι νοητές προεκτάσεις των οδεύσεων που αντιστοιχούν σε μηδενικό δείκτη δυσκαμψίας και σε δείκτη 0.40 με ανελαστικό ελατήριο είναι παράλληλες. Ακόμη, το βέλος δείχνει και εδώ τη ροπή αντοχής του στροφικού ελατηρίου. Γραφικά, αυτή προσδιορίζεται περίπου στο 65% της  $M_u$ , που σημαίνει 279 MNm. Αυτή η τιμή είναι σχεδόν ίδια με τη ροπή που έχει προεπιλεχθεί στο στάδιο μόρφωσης του εξεταζόμενου μοντέλου (276 MNm).

Κλείνοντας αυτόν τον κύκλο αναλύσεων θα εξεταστεί και ένα τελευταίο μοντέλο για υψηλότερο βάθος με εξής χαρακτηριστικά : ύψος βάθρου 55 μέτρων, δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 1$  και ροπή αντοχής του στροφικού ελατηρίου 1070 MNm. Σε πρώτη φάση παρουσιάζεται το μοντέλο που περιγράφει την ανελαστική συμπεριφορά του στροφικού ελατηρίου.



**Σχ.5.13** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του στρωφικού ελατηρίου για το σύστημα  $H_{pier} = 55m$  και  $kr = 1.00$ .

Ακολουθεί διάγραμμα όπου φαίνεται πως μεταβάλλεται η όδευση με τα παραπάνω χαρακτηριστικά.



**Σχ.5.14** Οι προεκτάσεις των οδεύσεων α)  $H_{pier} = 55m$ ,  $kr = 0$  και β)  $H_{pier} = 55m$ ,  $kr = 1.00$  με ανελαστική συμπεριφορά είναι παράλληλες.

Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις έτσι και σε αυτήν επαληθεύεται η παραλληλία των οδεύσεων που αντιστοιχούν αφ'ενός στο σύστημα με μηδενικό δείκτη δυσκαμψίας και αφ'ετέρου στο μοντέλο με μη μηδενικό δείκτη και ανελαστική συμπεριφορά του εδάφους. Ακόμη, η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των καμπυλών που περιγράφουν τις ανωτέρω οδεύσεις ( $H_{pier} = 55m$ ,  $k_r = 0$  και  $H_{pier} = 55m$ ,  $k_r = 1.00$  και μη γραμμικό ελατήριο) στο σημείο όπου «σπάει» η όδευση που αντιπροσωπεύει το μη μηδενικό  $k_r$  ισούται με 2.4 φορές την  $M_u$  (1032 MNm). Αυτή η τιμή είναι παραπλήσια με την ακριβή τιμή της ροπής αντοχής του ελατηρίου που έχει δωθεί εξ'αρχής στο πρόγραμμα (1070 MNm).

Ανακεφαλαιώνοντας, από τις αναλύσεις που διεξήχθησαν με θεώρηση ανελαστικού – μη γραμμικού στροφικού ελατηρίου προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

1. Η όδευση ενός τέτοιου συστήματος με στροφικό ελατήριο ανελαστικής συμπεριφοράς στην κορυφή του βάθρου ακολουθεί την ίδια διαδρομή με την όδευση ίδιων χαρακτηριστικών αλλά με γραμμικό ελατήριο, μέχρι τη στιγμή που αυτό φτάνει στην αντοχή του. Σε αυτό το σημείο δεν επέρχεται η αστοχία του συστήματος. Αντιθέτως, αυξανόμενης της φόρτισης η όδευση από το σημείο εξάντλησης της αντοχής του ελατηρίου και έπειτα, «κινείται» σε παράλληλη διεύθυνση με την όδευση που αντιστοιχεί σε ίδιο ύψος βάθρου αλλά χωρίς στροφικό ελατήριο στην κορυφή του βάθρου. Η αστοχία του συστήματος συμβαίνει όταν η σύνθετη αυτή καμπύλη της όδευσης τμήσει την καμπύλη αλληλεπίδρασης του φρέατος.
2. Η εξάντληση της ροπής αντοχής του στροφικού ελατηρίου ισοδυναμεί με μετατροπή της στατικής συμπεριφοράς του συστήματος σε λειτουργία προβόλου.

Αυτή η μετατροπή εξηγείται και γραφικά μέσω της παραλληλίας των νοητών προεκτάσεων των δύο οδεύσεων ( $kr = 0 - kr \neq 0$  με μη γραμμικό ελατήριο).

3. Η ροπή που αναλαμβάνει το στροφικό ελατήριο, το οποίο προσομοιώνει την επιρροή της παραμόρφωσης του καταστρώματος στην απόκριση της κατασκευής, σε κάθε στάδιο της φόρτισης προσδιορίζεται γραφικά ως η διαφορά μεταξύ των οδεύσεων μηδενικού και μη μηδενικού δείκτη στροφικής δυσκαμψίας  $kr$ . Χάρης σε αυτήν τη διαπίστωση, γνωρίζοντας την αντοχή του ελατηρίου είναι εύκολο να προσδιοριστεί εξ'ολοκλήρου η μορφή της όδευσης. Ακόμη, μέσω αυτής της γραφικής συσχέτισης προσδιορίζεται και η μέγιστη ροπή που μπορεί να αναλάβει ένα ελατήριο δεδομένης δυσκαμψίας πριν αστοχήσει ολόκληρο το σύστημα θεμελίωσης – ανωδομής. Τα τελευταία δύο συμπεράσματα βοηθούν στην περίπτωση που διατίθενται μόνο οι οδεύσεις αμιγώς ελαστικών συστημάτων.

### **5.3 Αναλύσεις με θεώρηση μη γραμμικής συμπεριφοράς του βάρου**

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκαν αναλύσεις στις οποίες η συμπεριφορά του στροφικού ελατηρίου θεωρήθηκε μη γραμμική – ανελαστική, έχοντας προεπιλέξει για κάθε μία περίπτωση την αντοχή του σε ροπή. Σε αντίθεση με το ελατήριο, η συμπεριφορά του βάρου θεωρήθηκε σε όλες τις αναλύσεις ελαστική. Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιαστούν αναλύσεις για τις οποίες θα ισχύει το αντίστροφο, δηλαδή μη – γραμμική συμπεριφορά του βάρου και γραμμική συμπεριφορά του ελατηρίου.

Η μη – γραμμική συμπεριφορά του ελατηρίου προσομοιάζεται στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS μέσω ενός διγραμμικού κλάδου εξέλιξης της ροπής

που το καταπονεί σε σχέση με την αντίστοιχη στροφή. Ανάλογη είναι και η προσομοίωση της μη γραμμικής συμπεριφοράς του βάρου. Η διαφορά είναι ότι ο διγραμμικός κλάδος περιγράφει την εξέλιξη της ροπής που αναλαμβάνει το βάρου σε σχέση με την αντίστοιχη ροπή καμπυλότητας. Ακόμη, είναι απαραίτητο να δωθούν μία σειρά από δεδομένα για το βάρου όπως : το εμβαδόν της διατομής, η ροπή αδράνειας, ο λόγος του poisson  $\nu$ , η στρεπτική αδράνεια καθώς και η διατμητική, η αξονική και η στρεπτική δυσκαμψία.

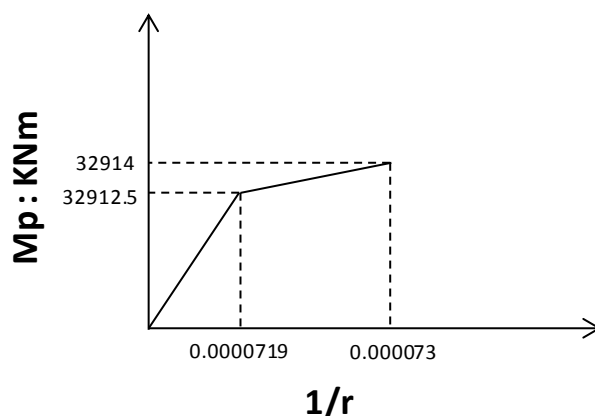
Στη συνέχεια, θα παρουσιαστούν οι αναλύσεις που διεξήχθησαν για να διαπιστωθεί πως επηρεάζεται η κατανομή της έντασης στη βάση του φορέα όταν το βάρου δεν έχει γραμμική συμπεριφορά.

Σε πρώτη φάση θα εξεταστεί το μοντέλο με τα εξής δεδομένα:

- Ύψος βάρου 6 μέτρων
- Δείκτης στροφικής δυσκαμψίας 0.25
- Μέτρο ελαστικότητας 30 GPa και δείκτης poisson 0.15
- Διάμετρος βάρου 4.2 μέτρα

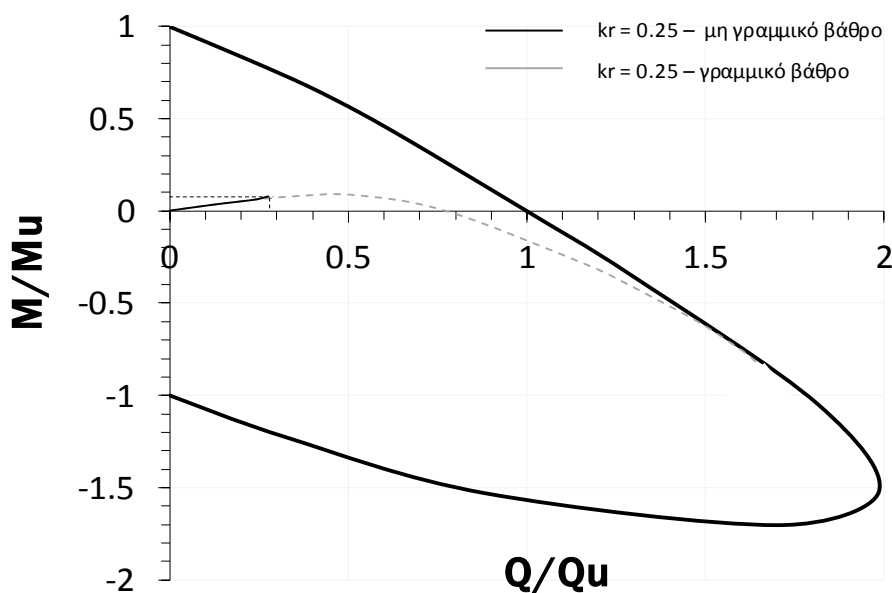
Έχοντας αυτά τα δεδομένα είναι εύκολο να υπολογιστούν όλα τα απαιτούμενα μεγέθη για τη μόρφωση του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων που αναλύθηκαν παραπάνω (δυσκαμψίες, αδράνεις κ.α). Ακόμη, προεπιλέγεται μία τιμή της ροπής η οποία αντιστοιχεί στην καμπτική αντοχή της βάσης του βάρου.

Αυτή η τιμή, για να έχει νόημα η ανάλυση, λαμβάνεται μικρότερη από την μέγιστη θετική ροπή που καταπονεί τη βάση του βάθρου ίδιων χαρακτηριστικών ( $H_{pier}$ ,  $kr$ ) με ελαστική όμως συμπεριφορά. Στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέχθηκε ροπή αντοχής της βάσης του βάθρου ίση με 33 περίπου MNm. Ακολουθεί το μοντέλο που περιγράφει την εξέλιξη της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη ροπή καμπυλότητας.



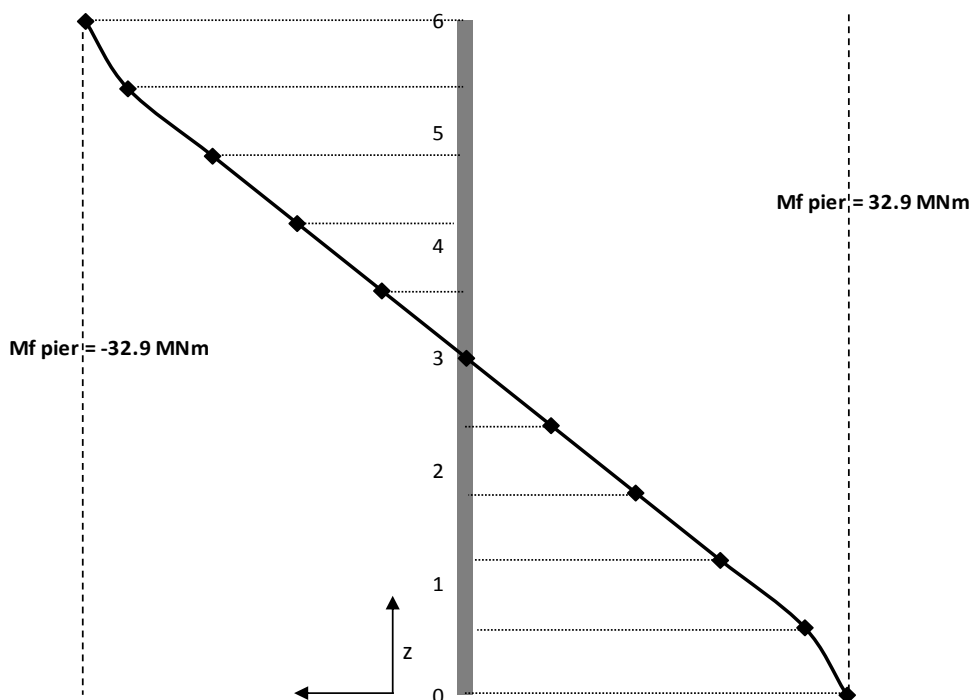
**Σχ.5.15** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του βάθρου για το σύστημα  $H_{pier} = 6m$  και  $kr = 0.25$ .

Η αντοχή της βάσης του βάθρου σε κάμψη ορίστηκε με ακρίβεια 32912.5 kNm. Αυτή η τιμή διαιρεμένη με τη δυσκαμψία  $EI$  δίνει την τιμή της ροπής καμπυλότητας στο αντίστοιχο στάδιο της φόρτισης. Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.15, στο βάθρο δίνεται μία συμπεριφορά *hardening* σύμφωνα με την οποία μπορεί μετά την εξάντληση της καμπτικής του αντοχής να αναλάβει ένα επιπλέον σχεδόν αμελητέο φορτίο. Όπως και στην περίπτωση του στροφικού ελατηρίου η συμπεριφορά *hardening* είναι ένα τέχνασμα για την επιτυχία της ανάλυσης. Το ζητούμενο, δηλαδή το πως επηρεάζεται η μορφή της καμπύλης της όδευσης όταν το συγκεκριμένο βάθρο δεν έχει γραμμική συμπεριφορά παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα.



**Σχ.5.16** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για το μοντέλο ύψους 6 μέτρων και  $kr = 0.25$  με ανελαστική, μη – γράμμική συμπεριφορά του βάρου.

Στο σχήμα 5.16 φαίνεται πως επηρεάζεται η μορφή της όδευσης από τη μη γραμμικότητα του βάρου. Μόλις αναπτυχθεί στη βάση του βάρου ροπή ίση με τη ροπή αντοχής (32.91 MNm – 7,8% της  $M_u$ ) που έχει προεπιλεχθεί, η όδευση που αντιστοιχεί στο βάθρο με τη μη γραμμική συμπεριφορά σταματά. Αυτό σημαίνει ότι η αστοχία του βάρου λόγω εξάντλησης της ροπής αντοχής της βάσης του σημαίνει και αστοχία όλου του συστήματος. Αυτή είναι η μεγάλη διαφορά μεταξύ της μη γραμμικής συμπεριφοράς του ελατηρίου και του βάρου. Ακολουθεί το προφίλ κατανομής των ροπών κατά μήκος του βάρου τη στιγμή της αστοχίας.



**Σχ.5.17** Κατανομή των ροπών κατά μήκος του βάθρου ύψους 6 μέτρων και δείκτη δυσκαμψίας 0.25 τη στιγμή της αστοχίας.

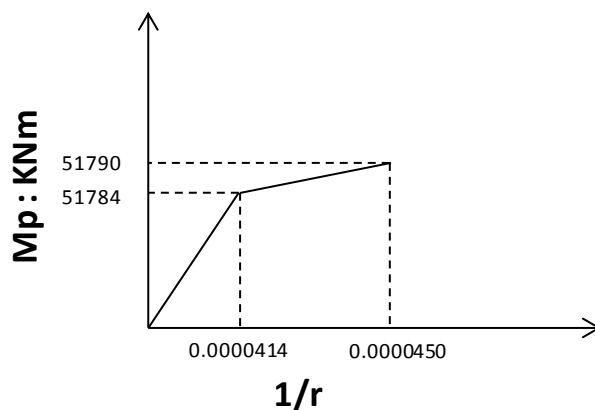
Παρατηρώντας το σχήμα 5.17 φαίνεται ότι η ροπή αντοχής του βάθρου που ισούται με 32.91 MNm αναπτύσσεται ταυτόχρονα στην κορυφή και στην βάση του βάθρου. Αυτό είναι κάτι αναμενόμενο αφού για να αστοχήσει το βάθρο πρέπει να δημιουργηθούν δύο πλαστικές αρθρώσεις, κάτι που συμβαίνει όταν μία διατομή του φορέα καταπονηθεί με ροπή ίση με τη ροπή αντοχής της. Ακόμη, η κατανομή είναι συμμετρική ως προς το μέσο του βάθρου ( $z = 3\text{m}$ ).



Στη συνέχεια παρατίθενται ακόμη δύο παραδείγματα στα οποία το βάθρο προσομοιώνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να έχει μη γραμμική – ανελαστική συμπεριφορά. Αρχικά εξετάζεται το παρακάτω σύστημα:

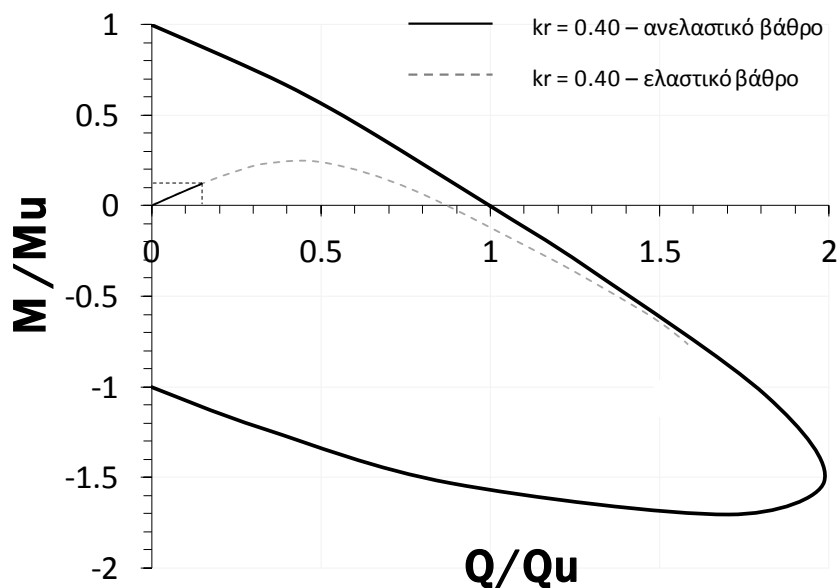
- Ύψος βάθρου 17 μέτρων
- Δείκτης στροφικής δυσκαμψίας 0.40
- Μέτρο ελαστικότητας 30 GPa και δείκτης poisson 0.15
- Διάμετρος βάθρου 5.4 μέτρα

Ακόμη, επιλέγεται ροπή αντοχής για τη βάση του βάθρου ίση με 51.784 kNm, περίπου το 12% της καθαρής αντοχής του φρέατος σε κάμψη  $M_u$ . Το διγραμμικό μοντέλο εξέλιξης της ροπής που καταπονεί τη βάση σε σχέση με την αντίστοιχη ροπή καμπυλότητας για το συγκεκριμένο μοντέλο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**Σχ.5.18** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του βάθρου για το σύστημα  $H_{pier} = 17m$  και  $kr = 0.40$ .

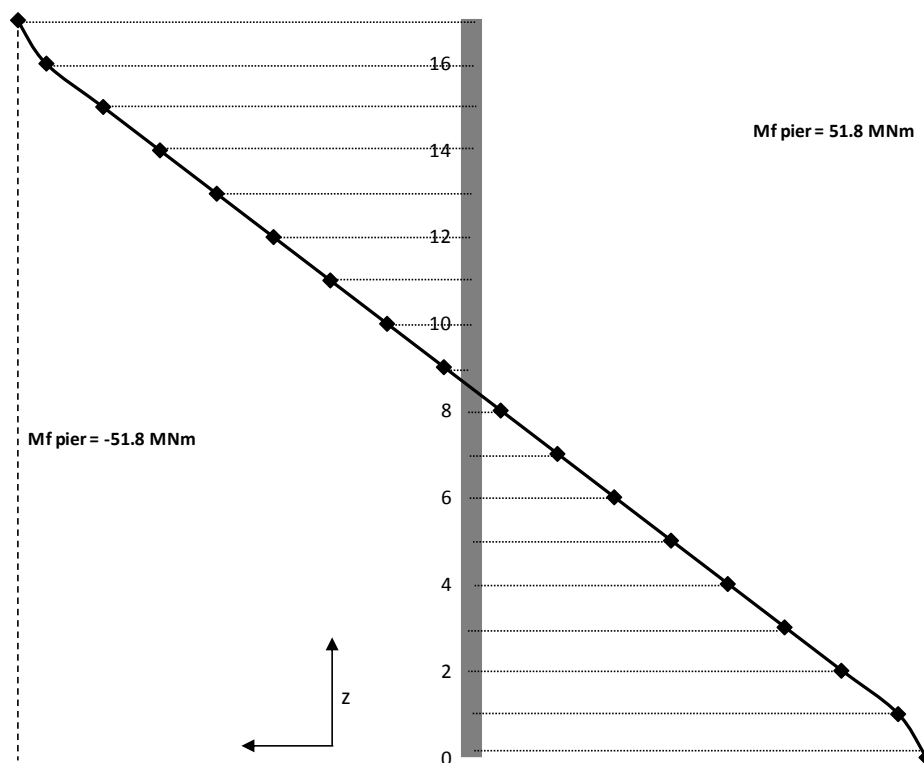
Η όδευση που προκύπτει από την ανάλυση του μοντέλου που περιγράφηκε παραπάνω φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



**Σχ.5.19** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για το μοντέλο ύψους 17 μέτρων και  $kr = 0.40$  με ανελαστική, μη – γραμμική συμπεριφορά του βάρου.

Είναι φανερό πως και σε αυτήν την περίπτωση εξάγονται τα ίδια συμπεράσματα. Μόλις αναπτυχθεί στη βάση του βάρου ροπή ίση με τη ροπή αντοχής που έχει προεπιλεχθεί (51.78 MNm) η όδευση σταματά. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα θεμελίωσης – ανωδομής αστόχησε εξ’ αιτίας της εξάντλησης της καμπτικής αντοχής του βάρου. Είναι επίσης εύκολο να προσδιοριστεί και η «φέρουσα ικανότητα» του βάρου σε όρους τέμνουσας. Με άλλα λόγια η τετμημένη του τελικού σημείου της όδευσης που αντιπροσωπεύει την εντατική καταπόνηση του ανελαστικού βάρου, είναι το οριακό εγκάρσιο φορτίο που δύναται να ασκηθεί στην κορυφή του βάρου χωρίς αυτό να αστοχήσει.

Όπως και στην περίπτωση του βάθρου των 6 μέτρων, ακολουθεί ένα διάγραμμα το οποίο δείχνει πως κατανέμεται η ροπή στο βάθρο τη στιγμή της αστοχίας. Όταν δηλαδή ασκηθεί στο βάθρο ροπή ίση με την ροπή αντοχής που έχει οριστεί πριν την ανάλυση κατά τη μόρφωση του προβλήματος.



**Σχ.5.20** Κατανομή των ροπών κατά μήκος του βάθρου ύψους 17 μέτρων και δείκτη δυσκαμψίας 0.40 τη στιγμή της αστοχίας.

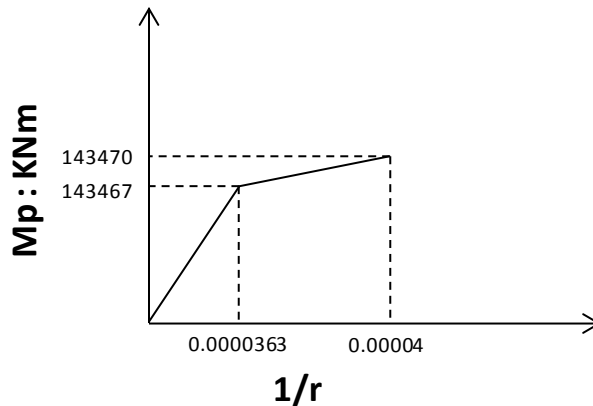
Τα συμπεράσματα που προκύπτουν παρατηρώντας το σχήμα 5.20 είναι τα ίδια με αυτά που αναλύθηκαν παραπάνω για το μοντέλο με ύψος βάθρου 6 μέτρα και δείκτη δυσκαμψίας 0.25. Τη στιγμή της αστοχίας του βάθρου η κατανομή των ροπών είναι απολύτως συμμετρική ως προς το μέσο του ( $z = 8.5\text{m}$ ). Η ροπή που αναπτύσσεται στη

βάση του βάθρου και στην κορυφή είναι ίδια σε απόλυτη τιμή και ισούται με την ροπή αντοχής (51.79 MNm).

Κλείνοντας και αυτόν τον κύκλο αναλύσεων θα εξεταστεί ακόμη ένα μοντέλο με ανελαστικό βάθρο με τα ακόλουθα στοιχεία :

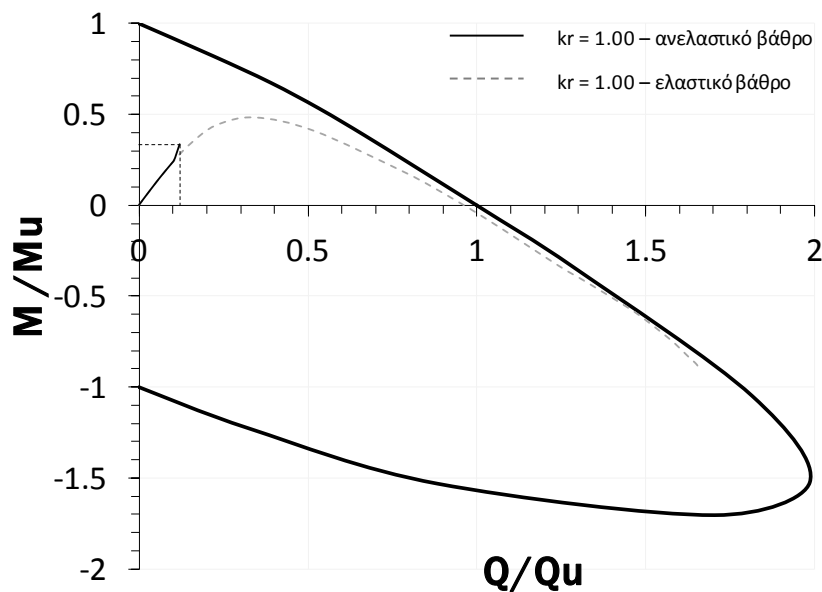
- Ύψος βάθρου 55 μέτρων
- Δείκτης στροφικής δυσκαμψίας 1.00
- Μέτρο ελαστικότητας 30 GPa και δείκτης poisson 0.15
- Διάμετρος βάθρου 7.2 μέτρα

Η ροπή η οποία προεπιλέγεται ως ροπή αντοχής της βάσης του βάθρου είναι 143.467 MNm, ίση περίπου με το 33% της  $M_u$ . Ακολουθεί το διγραμμικό μοντέλο εξέλιξης της ροπής που αναλαμβάνει το βάθρο σε σχέση με την αντίστοιχη ροπή καμπυλότητας, όπως αυτό καθορίζεται πριν την ανάλυση.



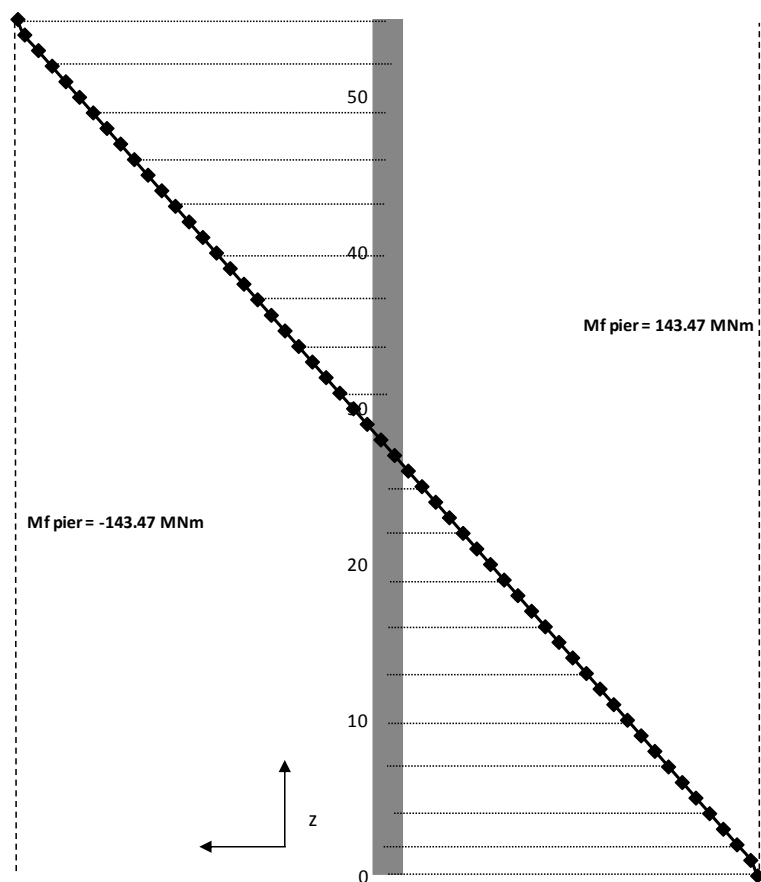
**Σχ.5.21** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του βάθρου για το σύστημα  $H_{p1er} = 55m$  και  $kr = 1.00$ .

Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα καθορίζεται η μη – γραμμική, ανελαστική συμπεριφορά του βάθρου. Ακολουθεί το αποτέλεσμα της ανάλυσης σε όρους όδευσης κανονικοποιημένης ροπής – κανονικοποιημένης τέμνουσας.



**Σχ.5.22** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα για το μοντέλο ύψους 55 μέτρων και  $kr = 1.00$  με ανελαστική, μη – γραμμική συμπεριφορά του βάθρου.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν παρατηρώντας το σχήμα 5.22 είναι τα ίδια με τις προηγούμενες αναλύσεις. Η όδευση σταματά όταν η βάση φτάνει να καταπονηθεί με τη ροπή αντοχής που έχει οριστεί ( $M/M_u = 0.33$ ). Αυτό σημαίνει αστοχία όλου του συστήματος τη συγκεκριμένη στιγμή, όπου η επιβαλλόμενη εξωτερική φόρτιση ισούται με το 12% της  $Q_u$ . Η μικρή και σχεδόν αμελητέα αλλαγή διεύθυνσης της όδευσης σε σχέση με την αντίστοιχη όπου το βάθος είναι γραμμικό οφείλεται σε αριθμητικό πρόβλημα του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Ακολουθεί το διάγραμμα που δείχνει την κατανομή των ροπών κάμψης κατά μήκος του βάθρου τη στιγμή της αστοχίας. Έτσι, θα διαπιστωθεί εάν ισχύουν τα συμπεράσματα που αναφέρθηκαν παραπάνω για τα μοντέλα ύψους 6 και 17 μέτρων.



**Σχ.5.23** Κατανομή των ροπών κατά μήκος του βάθρου ύψους 55 μέτρων και δείκτη δυσκαμψίας 1.00 τη στιγμή της αστοχίας.

Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις τα συμπεράσματα που εξάγονται είναι κοινά. Η κατανομή των ροπών είναι συμμετρική ως προς το μέσο του βάθρου ( $z = 27.5\text{m}$ ). Η ροπή αστοχίας αναπτύσσεται ταυτόχρονα στην κορυφή και στη βάση του βάθρου. Ακόμη παρατηρείται ότι η κατανομή εκτός από συμμετρική είναι απολύτως γραμμική.

## **5.4 Αναλύσεις με ταυτόχρονη θεώρηση μη γραμμικής συμπεριφοράς βάθρου και ελατηρίου**

Τα αποτελέσματα της μη γραμμικότητας τόσο μεμονωμένα για το στροφικό ελατήριο όσο και για το βάθρο φάνηκαν παραπάνω. Το επόμενο βήμα είναι να εξετασθεί η περίπτωση που και τα δύο (βάθρο και ελατήριο) έχουν ανελαστική συμπεριφορά. Θα εξεταστούν τρία διαφορετικά μοντέλα με μη – γραμμική, ανελαστική συμπεριφορά τόσο του βάθρου όσο και του στροφικού ελατηρίου τα οποία είναι τα εξής:

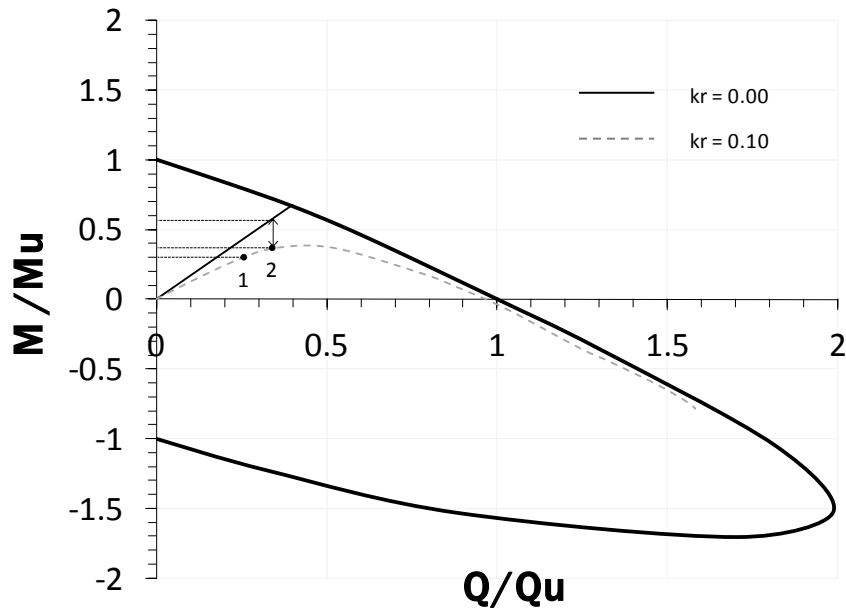
- 1) Ύψος βάθρου 17 μέτρα και δείκτη δυσκαμψίας 0.10
- 2) Ύψος βάθρου 55 μέτρα και δείκτη δυσκαμψίας 0.40
- 3) Ύψος βάθρου 55 μέτρα και δείκτη δυσκαμψίας 1.00

Σε πρώτη φάση θα εξεταστεί αναλυτικά το πρώτο μοντέλο. Τα στοιχεία που περιγράφουν την ανάλυση ορίζονται ως εξής:

- Ύψος βάρου 17 μέτρα
- Δείκτης δυσκαμψίας 0.10
- Μέτρο ελαστικότητας 30 GPa και δείκτης poisson 0.15
- Διάμετρος βάρου 5.4 μέτρα
- Ροπή αντοχής του στροφικού ελατηρίου 90 MNm (20% της  $M_u$ )
- Ροπή αντοχής του βάρου 129 MNm (30% της  $M_u$ )

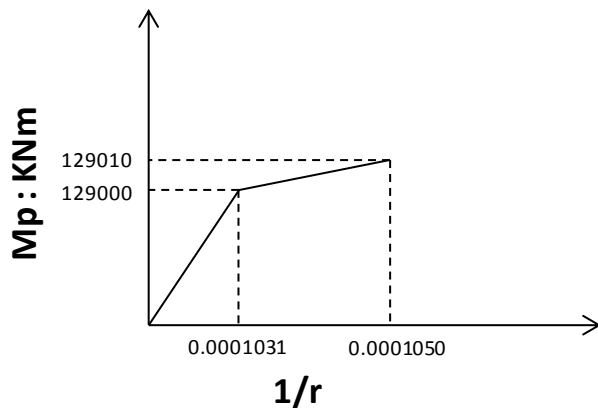
Οι τιμές της ροπής αντοχής του βάρου και του ελατηρίου επιλέγονται με τέτοιο τρόπο ώστε η αστοχία του πρώτου να προηγείται της αστοχίας του δεύτερου. Χαρακτηριστικά, στο επόμενο σχήμα φαίνεται πότε εξαντλείται η αντοχή του βάρου και πότε η αντοχή του ελατηρίου βάσει των τιμών που επιλέχθηκαν.



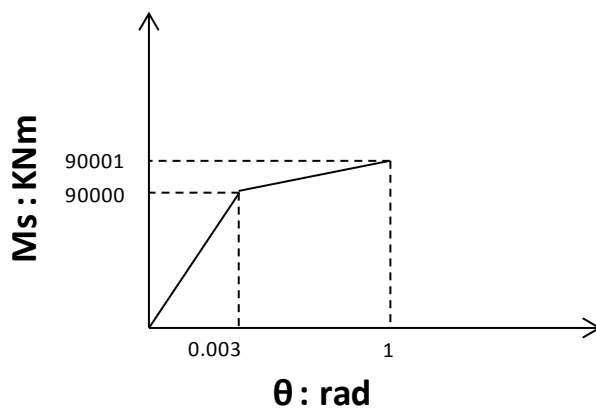


**Σχ.5.24** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου ύψους 17 μέτρων σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα .Το ελατήριο και το βάθρο έχουν ελαστική συμπεριφορά.

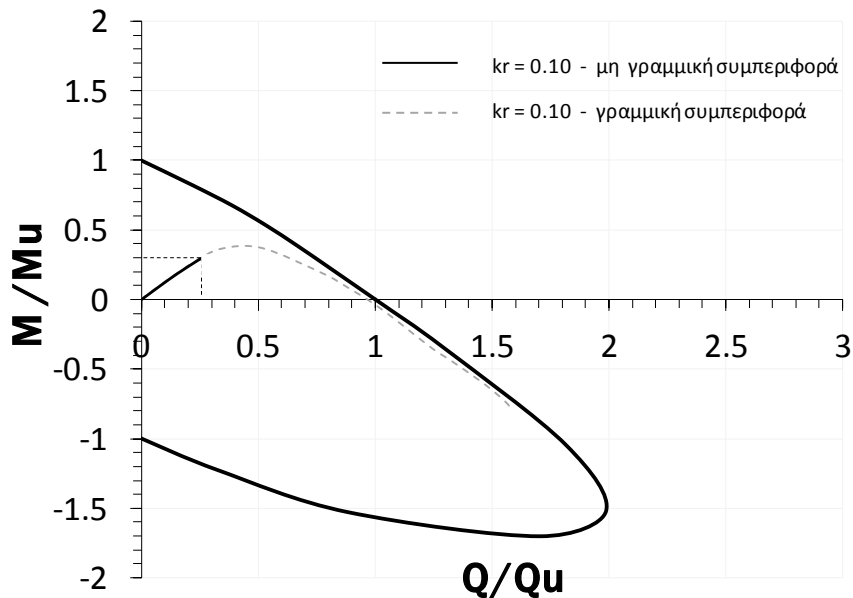
Το σημείο 1 της όδευσης στο σχήμα 5.24 παριστάνει τη στιγμή που η ροπή στη βάση του βάθρου φτάνει τα 129 MNm ( $M/M_u = 0.30$ ). Αυτό σημαίνει ότι όταν η επιβαλλόμενη τέμνουσα στην κορυφή του βάθρου (που ισούται με την τέμνουσα που αναπτύσσεται στη βάση) φτάσει περίπου το 25% της  $Q_u$  το βάθρο αστοχεί. Αντιθέτως, το σημείο 2 της όδευσης παριστάνει τη στιγμή που στο ελατήριο ασκείται ροπή 90 MNm, ίση με τη ροπή αστοχίας του ( $M/M_u = 0.20$ ). Η ροπή αυτή αναπτύσσεται στο ελατήριο όταν η φόρτιση ξεπεράσει το 30% της  $Q_u$  όπως φαίνεται και στο σχήμα. Έτσι αποδεικνύεται ότι βάσει των τιμών που ορίστηκαν πρώτα θα αστοχήσει το βάθρο. Ακολουθούν πιο αναλυτικά τα διγραμμικά μοντέλα εξέλιξης που περιγράφουν την ανελαστική – μη γραμμική συμπεριφορά τόσο του βάθρου όσο και του ελατηρίου καθώς και η όδευση του μοντέλου που προέκυψε μετά την ανάλυση.



**Σχ.5.25** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του βάρου για το σύστημα  $H_{pier} = 17m$  και  $kr = 0.10$ .



**Σχ.5.26** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του ελατηρίου για το σύστημα  $H_{pier} = 17m$  και  $kr = 0.10$ .



**Σχ.5.27** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου ύψους 17 μέτρων σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα αφ'ενός με γραμμική συμπεριφορά βάθρου και ελατηρίου και αφ'ετέρου με μη γραμμική.

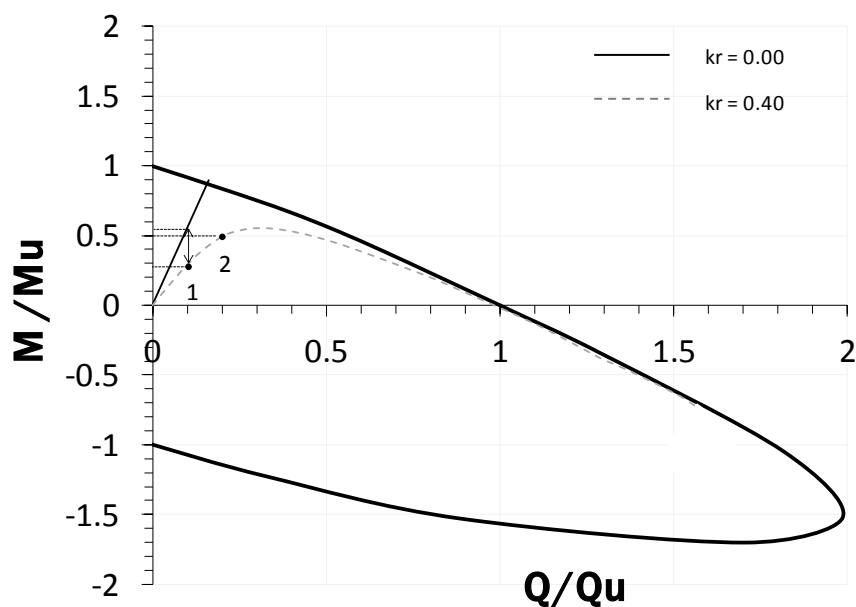
Παρατηρείται από το σχήμα 5.27 ότι η όδευση σταματά μόλις αναπτυχθεί ροπή ίση με την ροπή αντοχής στη βάση του βάθρου. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι όταν η εξάντληση της καμπτικής αντοχής του βάθρου προηγείται αυτής του ελατηρίου τότε η συμπεριφορά του ελατηρίου δεν παίζει κανένα ρόλο στην ένταση της κατασκευής. Με άλλα λόγια όσο μεγαλύτερη και να ήταν η αντοχή του ελατηρίου από αυτήν που θεωρήθηκε, το σύστημα θα αστοχούσε λόγω του βάθρου ακριβώς υπό την ίδια φόρτιση.

Ακολούθως θα εξεταστεί αναλυτικά το δεύτερο μοντέλο. Τα στοιχεία που περιγράφουν την ανάλυση ορίζονται ως εξής:

- Ύψος βάθρου 55 μέτρα
- Δείκτης δυσκαμψίας 0.40
- Μέτρο ελαστικότητας 30 GPa και δείκτης poisson 0.15

- Διάμετρος βάθρου 7.2 μέτρα
- Ροπή αντοχής του στροφικού ελατηρίου 107 MNm (25% της  $M_u$ )
- Ροπή αντοχής του βάθρου 215 MNm (50% της  $M_u$ )

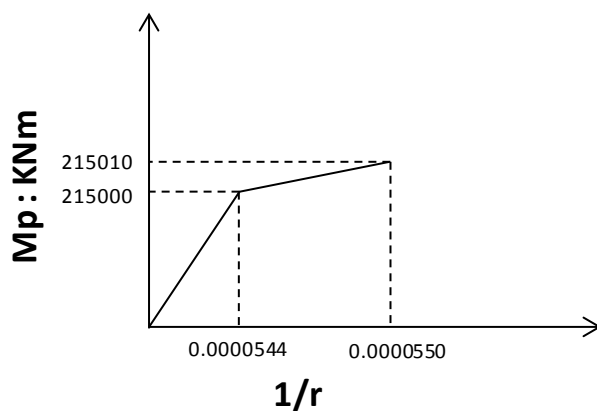
Σε αντίθεση με την προηγούμενη ανάλυση, οι τιμές των αντοχών επιλέχθηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε η αστοχία του ελατηρίου να προηγείται αυτή τη φορά. Αυτό φαίνεται στο επόμενο σχήμα όπου παρατίθεται η όδευση με ύψος βάθρου 55 μέτρα, δείκτη δυσκαμψίας 0.40 και ελαστική συμπεριφορά των δύο στοιχείων μαζί με τα σημεία πάνω στην καμπύλη που αντιστοιχούν στην εκάστοτε αστοχία.



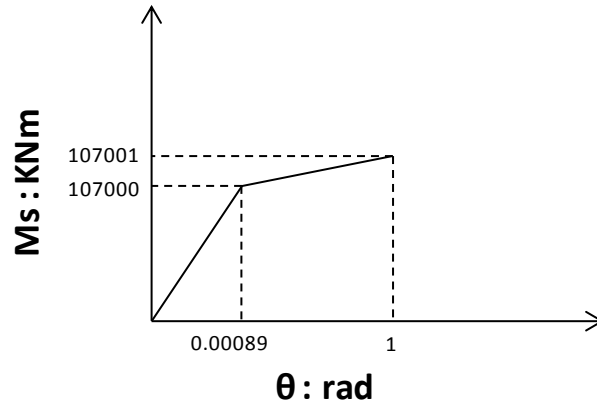
**Σχ.5.28** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου ύψους 55 μέτρων σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα .Το ελατήριο και το βάθρο έχουν ελαστική συμπεριφορά.

Το σημείο 1 στο παραπάνω σχήμα αντιπροσωπεύει αυτή τη φορά την εξάντληση της καμπτικής αντοχής του ελατηρίου που συμβαίνει μόλις η ροπή που το καταπονεί φτάσει τα 107 MNm ( $M/M_u = 0.25$ ). Η επιβαλλόμενη εξωτερική φόρτιση σε αυτό το σημείο είναι περίπου 4.4 MN ( $Q/Q_u = 0.10$ ). Καθώς το φορτίο αυξάνει η όδευση προσεγγίζει το σημείο 2 που συμβολίζει την εξάντληση της καμπτικής αντοχής του βάρου ( $M/M_u = 0.50$ ). Είναι λοιπόν φανερό ότι σε αυτήν την ανάλυση βάσει των τιμών που έχουν οριστεί αστοχεί πρώτα το ελατήριο.

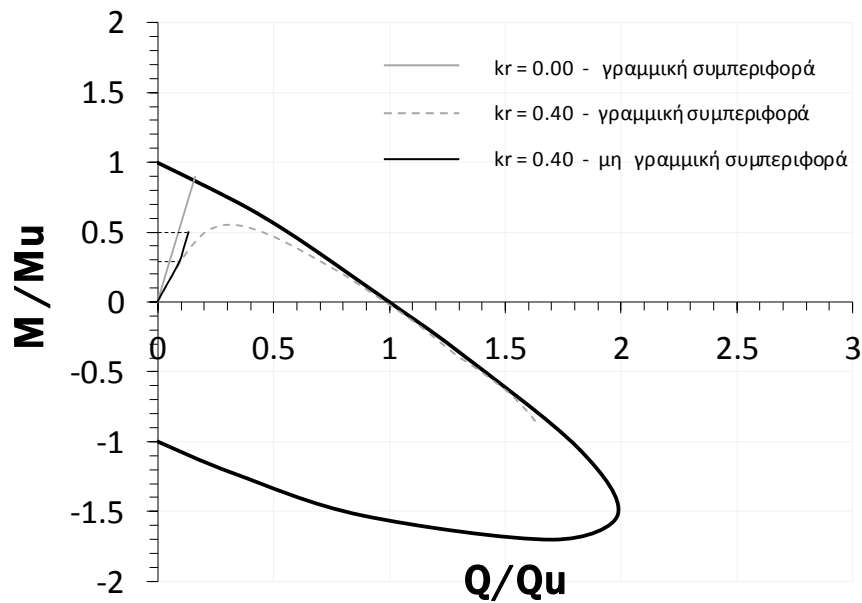
Ακολουθούν αναλυτικά τα διγραμμικά μοντέλα εξέλιξης που προσομοιάζουν την ανελαστική – μη γραμμική συμπεριφορά του βάρου και του ελατηρίου όπως καθορίστηκαν στη μόρφωση του μοντέλου πριν την διενέργεια της ανάλυσης. Επίσης παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης σε μορφή όδευσης καθώς και τα συμπεράσματα που εξαγώνται από αυτήν.



**Σχ.5.29** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του βάρου για το σύστημα  $H_{pier} = 55m$  και  $kr = 0.40$ .



**Σχ.5.30** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του ελατηρίου για το σύστημα  $H_{pier} = 55m$  και  $kr = 0.40$ .



**Σχ.5.31** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου ύψους 55 μέτρων σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα αφ'ενός με γραμμική συμπεριφορά βάθρου και ελατηρίου και αφ'ετέρου με μη γραμμική.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.31 η όδευση που αντιστοιχεί στο μοντέλο με την ανελαστική συμπεριφορά βάθρου και ελατηρίου συμπίπτει με την αντίστοιχη όδευση του μοντέλου με ελαστική συμπεριφορά των δύο στοιχείων μέχρι το σημείο όπου η οριζόντια φόρτιση φτάνει το 10% της  $Q_u$ . Στη συγκεκριμένη φάση της φόρτισης το ανελαστικό ελατήριο του μοντέλου καταπονείται με μία ροπή ίση με 107 MNm ( $M/M_u = 0.25$ ) η οποία ισούται με τη ροπή αντοχής του. Παρατηρείται ότι καθώς αυξάνεται η φόρτιση πέρα από το πιο

πάνω σημείο, η όδευση παραλληλίζεται με την ευθεία καμπύλη που αντιστοιχεί στο μοντέλο με το ίδιο ύψος βάθρου αλλά χωρίς στροφικό ελατήριο. Αυτό το φαινόμενο της «παραλληλίας» που συμβολίζει τη μετατροπή του συστήματος από στατικής σκοπιάς σε πρόβολο είναι κάτι που διαπιστώθηκε και στην ενότητα 5.2 όπου διεξήχθησαν αναλύσεις με ελαστικό βάθρο και ανελαστικό ελατήριο. Επιστρέφοντας στην ανάλυση της όδευσης του πλήρως ανελαστικού συστήματος, μόλις η επιβαλλόμενη φόρτιση φτάσει το 13% της  $Q_u$  η καμπύλη σταματά καθώς σε αυτό το σημείο η ροπή που αναπτύσσεται στη βάση του βάθρου ισούται με τη ροπή αντοχής του.

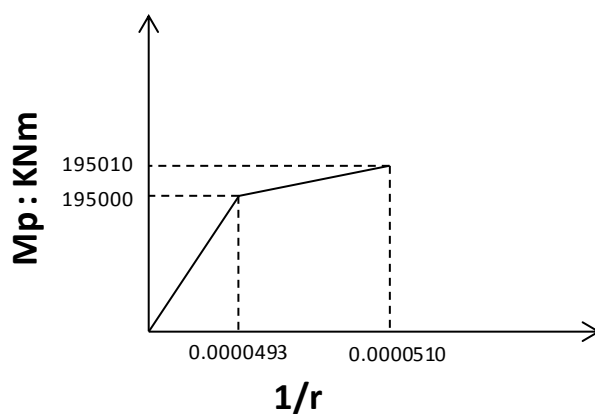
Έτσι, το γενικό συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι όταν η αντοχή του ελατηρίου εξαντλείται πριν την αντοχή του βάθρου η μορφή της όδευσης του συστήματος αλλάζει με τον τρόπο που είδαμε παραπάνω, σε πλήρη αντίθεση με ότι ισχύει όταν η αστοχία «έρχεται» με την αντίστροφη σειρά. Σε αυτήν την περίπτωση η όδευση σταματά τη στιγμή που εξαντλείται η ροπή αντοχής του βάθρου με αποτέλεσμα όποια και αν είναι η αντίστοιχη τιμή του ελατηρίου να μην παίζει απολύτως κανένα ρόλο στην εντατική κατάσταση του φορέα.

Κλείνοντας, το επόμενο βήμα είναι να προσδιοριστεί ο τρόπος που επηρεάζει η τιμή της ροπής αντοχής του ελατηρίου την όδευση ενός πλήρους ανελαστικού συστήματος όταν η αστοχία του ελατηρίου προηγείται αυτής του βάθρου. Επιλέγονται δύο διαφορετικά μοντέλα τα οποία έχουν την ίδια ροπή αντοχής βάθρου αλλά διαφορετική ροπή αντοχής του στροφικού ελατηρίου. Το πρώτο μοντέλο μορφώνεται με τα παρακάτω δεδομένα:

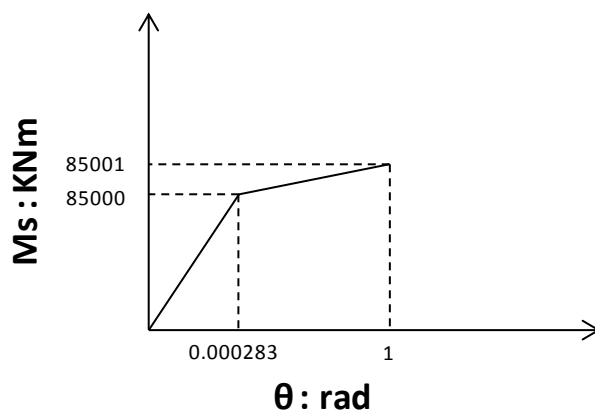
- Ύψος βάθρου 55 μέτρα
- Δείκτης δυσκαμψίας 1.00
- Μέτρο ελαστικότητας 30 GPa και δείκτης poisson 0.15

- Διάμετρος βάρου 7.2 μέτρα
- Ροπή αντοχής του στροφικού ελατηρίου **85 MNm** (20% της  $M_u$ )
- Ροπή αντοχής του βάρου 195 MNm (45% της  $M_u$ )

Ακολουθούν τα διαγράμματα στα οποία περιγράφεται επακριβώς η ανελαστική συμπεριφορά του βάρου και του ελατηρίου του πρώτου μοντέλου.



**Σχ.5.32** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του βάρου για το πρώτο σύστημα  $H_{pier} = 55m$  και  $kr = 1.00$ .

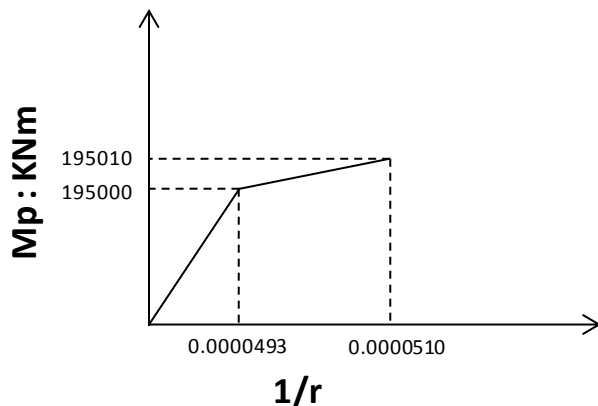


**Σχ.5.33** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του ελατηρίου για το πρώτο σύστημα  $H_{pier} = 55m$  και  $kr = 1.00$ .

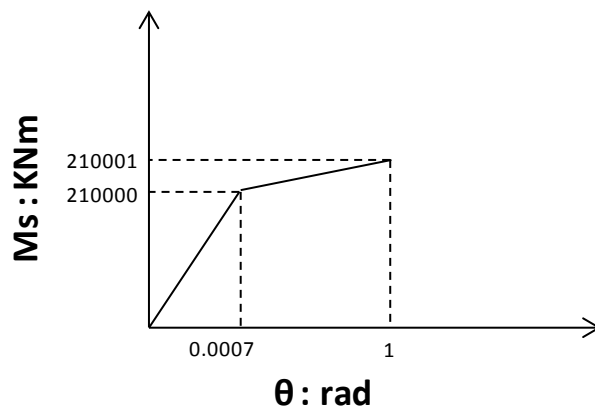


Το δεύτερο μοντέλο, όπως ήδη έχει αναφερθεί έχει ακριβώς τα ίδια χαρακτηριστικά με τη μόνη διαφορά ότι η ροπή αντοχής του είναι μεγαλύτερη από αυτήν του πρώτου μοντέλου.

- Ύψος βάρου 55 μέτρα
- Δείκτης δυσκαμψίας 1.00
- Μέτρο ελαστικότητας 30 GPa και δείκτης poisson 0.15
- Διάμετρος βάρου 7.2 μέτρα
- Ροπή αντοχής του στροφικού ελατηρίου **210** MNm (49% της  $M_u$ )
- Ροπή αντοχής του βάρου 195 MNm (45% της  $M_u$ )

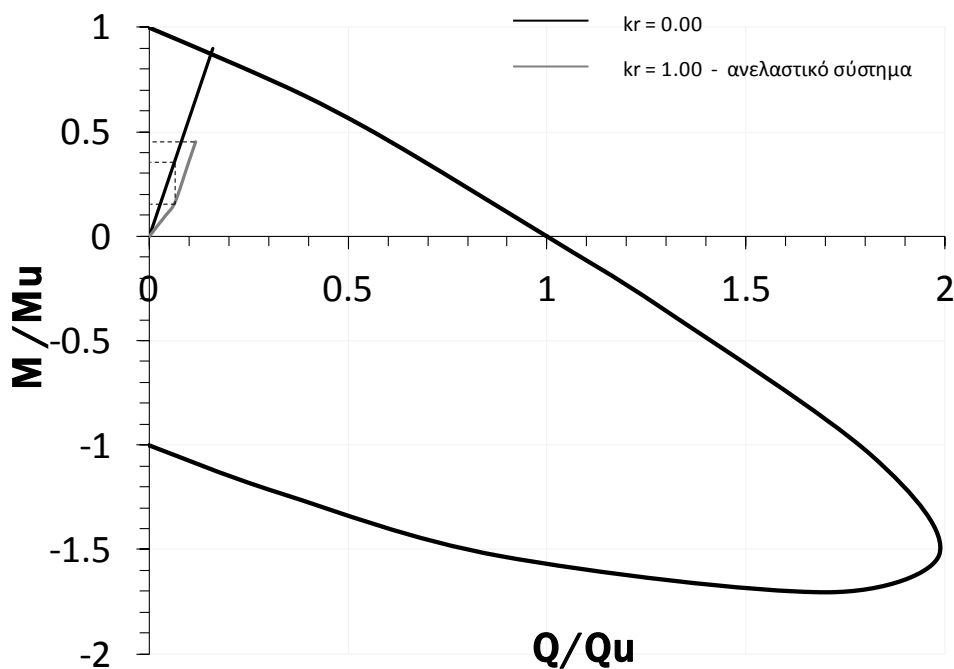


**Σχ.5.34** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του βάθρου για το δεύτερο σύστημα  $H_{pier} = 55m$  και  $kr = 1.00$ .



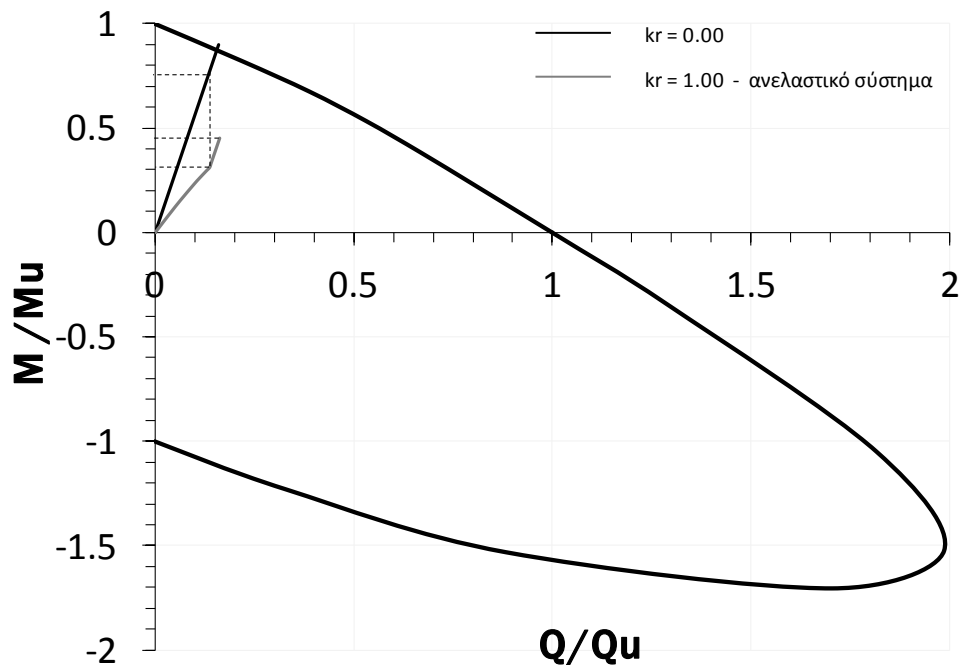
**Σχ.5.35** Διγραμμικός κλάδος περιγραφής της ανελαστικής συμπεριφοράς του ελατηρίου για το δεύτερο σύστημα  $H_{pier} = 55m$  και  $kr = 1.00$ .

Οι οδεύσεις που προκύπτουν από τα δύο παραπάνω συστήματα φαίνονται στα παρακάτω σχήματα. Στο σχήμα 5.36 παρατίθεται η όδευση που προκύπτει από την ανάλυση του πρώτου μοντέλου.



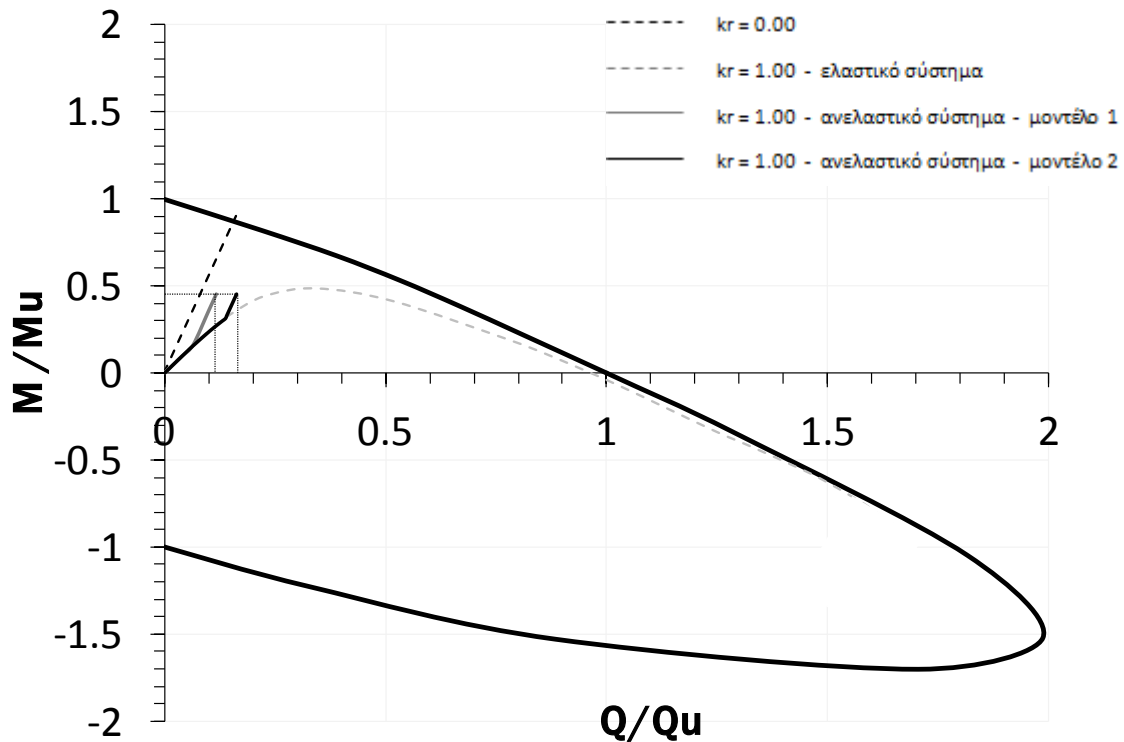
**Σχ.5.36** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου ύψους 55 μέτρων σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα . Το σύστημα με μη μηδενικό δείκτη δυσκαμψιάς έχει πλήρως ανελαστική συμπεριφορά.

Παρατηρείται ότι ισχύουν οι τιμές που προεπιλέχθηκαν για το πρώτο μοντέλο. Μόλις η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των οδεύσεων φτάσει το 0.2 ( $M/M_u = 0.20$ ), δηλαδή μόλις αναπτυχθεί στη βάση του ανελαστικού βάθρου ροπή ίση με 85 MNm αυτές παραλληλίζονται. Ακόμη, μόλις το ανελαστικό βάθρο δεχθεί ροπή 195 MNm, ( $M/M_u = 0.45$ ) που ισούται με την ροπή αντοχής του, η αντίστοιχη όδευση σταματάει. Στο επόμενο σχήμα αποδεικνύεται ότι και οι τιμές που προεπιλέχθηκαν για το δεύτερο μοντέλο «απεικονίζονται» στην αντίστοιχη όδευση.



**Σχ.5.37** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάρου ύψους 55 μέτρων σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα . Το σύστημα με μη μηδενικό δείκτη δυσκαμψίας έχει πλήρως ανελαστική συμπεριφορά.

Η όδευση του ανελαστικού βάρου αλλάζει διεύθυνση μόλις το ελατήριο καταπονηθεί με ροπή που ισούται με το 49% της  $M_u$  ( $M_{αντοχής} = 210 \text{ MNm}$ ) ενώ διακόπτεται μόλις η ροπή στη βάση του βάρου φτάσει τα 195 MNm ( $M/M_u = 0.45$ ). Ακολουθεί ένα διάγραμμα στο οποίο παρατίθενται και οι δύο οδεύσεις ώστε να γίνει η σύγκριση.



**Σχ.5.38** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου ύψους 55 μέτρων σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα .

Το μοντέλο 1 του παραπάνω σχήματος είναι το σύστημα όπου το στροφικό ελατήριο έχει ροπή αντοχής 85 MNm ενώ το μοντέλο 2 είναι το σύστημα που το ελατήριο έχει αντίστοιχη τιμή 210 MNm. Αντιθέτως ,όπως έχει ήδη αναφερθεί, και στα δύο συστήματα η ροπή αντοχής του βάθρου είναι ίδια. Η αστοχία του πρώτου μοντέλου συμβαίνει όταν η τέμνουσα στη βάση του βάθρου φτάσει περίπου το 12% της  $Q_u$ . Επειδή όμως η τέμνουσα στη βάση ισούται πάντα με την τέμνουσα στην κορυφή του βάθρου, δηλαδή με την επιβαλλόμενη φόρτιση, εξάγεται το συμπέρασμα ότι το σύστημα μπορεί να αναλάβει ένα μέγιστο φορτίο που φτάνει περίπου τα 5.3 MN (12% της  $Q_u$ ). Η αστοχία του δεύτερου μοντέλου συμβαίνει όταν η επιβαλλόμενη φόρτιση φτάσει το 16% της  $Q_u$ , δηλαδή περίπου 7.1 MN.

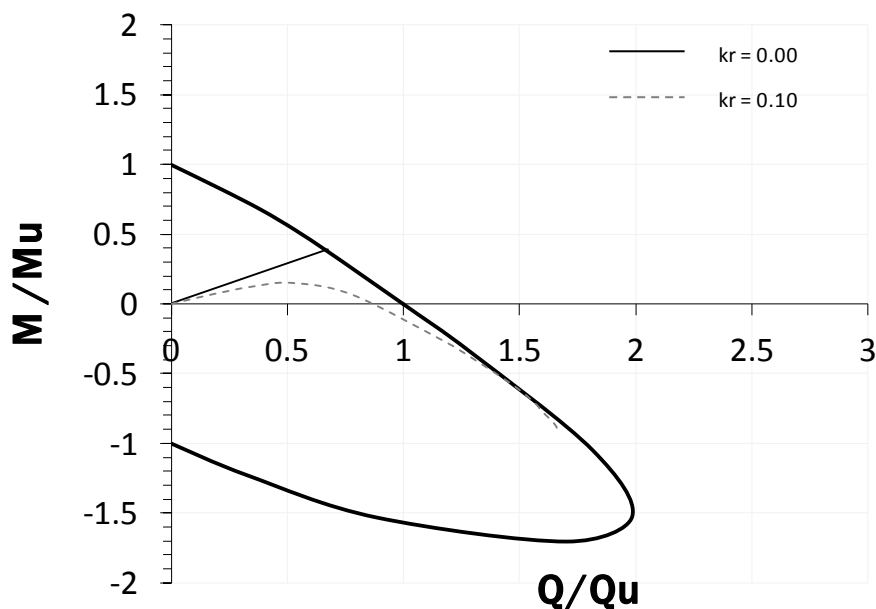
Συνοψίζοντας, παρόλο που τα βάθρα των δύο μοντέλων έχουν ακριβώς ίδια ροπή αντοχής εντούτοις δεν έχουν την ίδια υπεραντοχή ως συστήματα. Άρα, ουσιαστικά όλη αυτή η πληροφορία μεταφράζεται ως εξής :

*Είναι δυνατή η αύξηση της καμπτικής αντοχής ενός βάθρου γέφυρας αρκεί μόνο να αυξηθεί η δυσκαμψία του καταστρώματος.* Μοναδική προϋπόθεση ώστε να ισχύει το παραπάνω είναι η αστοχία του στροφικού ελατηρίου που αντιπροσωπεύει τη δυσκαμψία του καταστρώματος να προηγείται της αστοχίας του βάθρου. Στην αντίθετη περίπτωση, δηλαδή όταν το βάθρο αστοχεί πριν την εξάντληση της καμπτικής αντοχής του ελατηρίου, η τιμή της ροπή αντοχής του τελευταίου δεν επηρεάζει καθόλου τη μεταβιβαζόμενη ένταση και τη φέρουσα ικανότητα του φορέα.

Τα συμπεράσματα που αναφέρθηκαν σε όλο το κεφάλαιο είναι ιδιαίτερα σημαντικά και μπορούν να δώσουν λύση στο ακόλουθο γενικό πρόβλημα. Έστω ότι δίνεται η όδευση ενός συστήματος φρέαρ – βάθρο – ελατήριο με δεδομένα  $H_{pier}$  και  $k_r$  όπου η συμπεριφορά των δύο τελευταίων στοιχείων είναι ελαστική. Σε αυτήν την περίπτωση είναι δυνατός ο προσδιορισμός οποιασδήποτε άλλης όδευσης με τα ίδια στοιχεία αλλά με μη – γραμμική, ανελαστική συμπεριφορά είτε του βάθρου, είτε του ελατηρίου, είτε και των δύο. Με άλλα λόγια έχοντας την πλήρη «διαδρομή» της εντατικής κατάστασης της βάσης του βάθρου όταν το σύστημα είναι πλήρως ελαστικό, μπορεί να βρεθεί η αντίστοιχη πλήρης «διαδρομή» και συνεπώς η φέρουσα ικανότητα σε οριζόντια φόρτιση για οποιοδήποτε σύστημα όπου η ροπή αντοχής του στροφικού ελατηρίου και της βάσης του βάθρου είναι πεπερασμένα μεγέθη.

Τέλος, μέσω μίας τυχούσας όδευσης μπορεί να καθοριστεί η ελάχιστη δυνατή ροπή αντοχής του βάθρου και του στροφικού ελατηρίου έτσι ώστε η συμπεριφορά των δύο

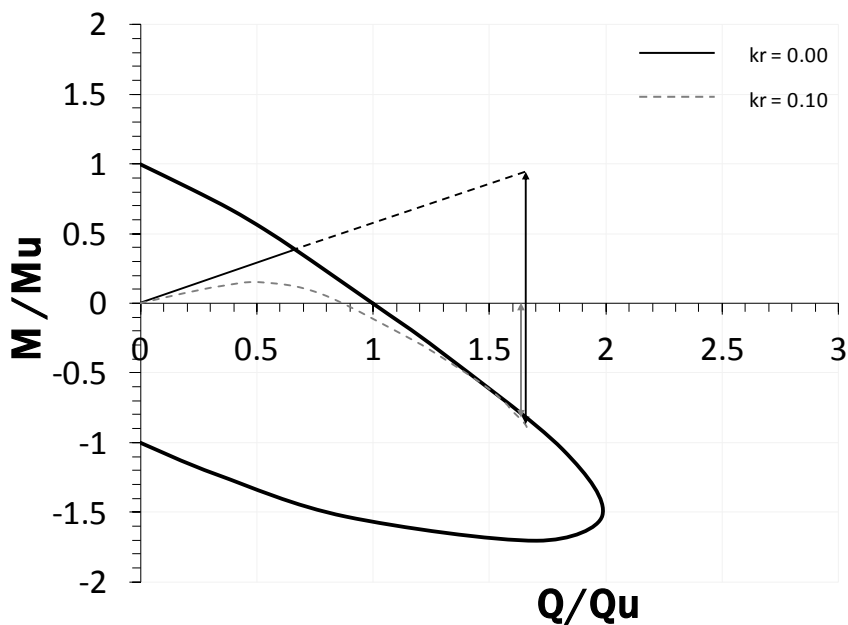
στοιχείων να είναι απολύτως ελαστική. Ακολουθεί ένα παράδειγμα που επεξηγεί γραφικά το παραπάνω συμπέρασμα.



**Σχ.5.39** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάθρου ύψους 6 μέτρων σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα .

Στο σχήμα 5.39 απεικονίζεται η όδευση που αντιστοιχεί στο μοντέλο με ύψος βάθρου 6 μέτρα και δείκτη δυσκαμψίας 0.10. Το παραπάνω σύστημα προσομοιώθηκε στον κώδικα ABAQUS με τέτοιο τρόπο ώστε τόσο το ελατήριο όσο και το βάθρο να μην αστοχούν πριν την εξάντληση της εδαφικής αντοχής (γραμμική συμπεριφορά). Με άλλα λόγια η καμπτική αντοχή της βάσης του βάθρου και του ελατηρίου είναι άπειρες. Βάσει λοιπόν της παραπάνω ανάλυσης, η αστοχία όλου του συστήματος, η οποία «οφείλεται» εξ'ολοκλήρου στην αστοχία του εδάφους, έρχεται μόλις η επιβαλλόμενη εξωτερική φόρτιση στην κεφαλή του βάθρου φτάσει περίπου τα 73 MN ( $Q/Qu = 1.65$ ), χωρίς να λαμβάνονται υπ'όψην οι προκύπτουσες μετακινήσεις.

Με βάση την καμπύλη του σχήματος 5.39 η μέγιστη καμπτική καταπόνηση που δέχεται το βάθρο είναι τη στιγμή της αστοχίας και φτάνει τα 385 MNm ( $M/M_u = 0.90$ ) ενώ στο ίδιο σημείο μεγιστοποιείται και η ροπή που καταπονεί το στροφικό ελατήριο και ισούται με 790 MNm ( $M/M_u = 1.80$ ). Οι τιμές επιβεβαιώνονται γραφικά στο επόμενο σχήμα.



**Σχ.5.40** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής που καταπονεί τη βάση του βάρου ύψους 6 μέτρων σε σχέση με την αντίστοιχη τέμνουσα .

Το μεγάλο μαύρο βέλος «δείχνει» τη μέγιστη ροπή που μπορεί να αναλάβει το ελατήριο ενώ το μικρό γκρι τη μέγιστη ροπή που μπορεί να αναλάβει το βάθρο πριν αστοχήσει το σύστημα.

Εάν λοιπόν εκτελεστεί μία ανάλυση με τα ίδια χαρακτηριστικά και με μόνη διαφορά ότι το στροφικό ελατήριο και το βάθρο δεν είναι γραμμικής συμπεριφοράς αλλά με πεπερασμένη ροπή αντοχής και μάλιστα με τις τιμές που αναφέρθηκαν παραπάνω, η όδευση η οποία θα προκύψει είναι ακριβώς ίδια. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση που η ροπή αντοχής της βάσης του βάρου είναι 385 MNm και η ροπή



αντοχής του ελατηρίου είναι 790 MNm, η συμπεριφορά και των δύο στοιχείων θα είναι απολύτως ελαστική και η αστοχία θα προκύψει μόνο όταν εξαντληθεί η εδαφική αντοχή.

Κλείνοντας, το συμπέρασμα είναι ότι έχοντας μία τυχαία όδευση, σε κάθε περίπτωση είναι δυνατό να βρεθούν η ελάχιστη ροπή αντοχής που μπορεί να έχουν το βάθρο και το ελατήριο ώστε η συμπεριφορά του συστήματος να είναι ελαστική.

Σε αυτό το κεφάλαιο διαπιστώθηκε η δυνατότητα έρευνας της όδευσης ενός πλήρως ή μερικώς ανελαστικού συστήματος όπου είτε το ελατήριο, είτε το βάθρο, είτε και τα δύο έχουν μη γραμμική συμπεριφορά έχοντας απλά και μόνο την όδευση αντίστοιχων χαρακτηριστικών του πλήρως ελαστικού μοντέλου. Το επόμενο βήμα είναι να διερευνηθεί η δυνατότητα περιγραφής από μαθηματικής σκοπιάς μίας οποιασδήποτε όδευσης τυχόντος ύψους βάθρου και δείκτη δυσκαμψίας.

Στην περίπτωση που επιτευχθεί αυτός ο στόχος, τότε θα είναι δυνατή η περιγραφή της «διαδρομής» των εντατικών μεγεθών που καταπονούν τη βάση ενός βάθρου χωρίς την διεξαγωγή αναλύσεων μέσω του κώδικα ABAQUS. Πιο απλά δε θα χρειάζεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων για να προσδιοριστεί η μορφή της οποιασδήποτε όδευσης παρά μόνο να είναι γνωστά το ύψος του βάθρου και η δυσκαμψία του στροφικού ελατηρίου. Βέβαια, η παραπάνω διαδικασία έχει ισχύ μόνο για βάθρα τα οποία θεμελιώνονται στο συγκεκριμένο σύστημα φρέαρ – έδαφος (**Σχήμα 3.1**). Η προσπάθεια μαθηματικής «αποκρυπτογράφησης» της καμπύλης τυχούσας όδευσης περιγράφεται στο κεφάλαιο 6.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΟΔΕΥΣΗΣ

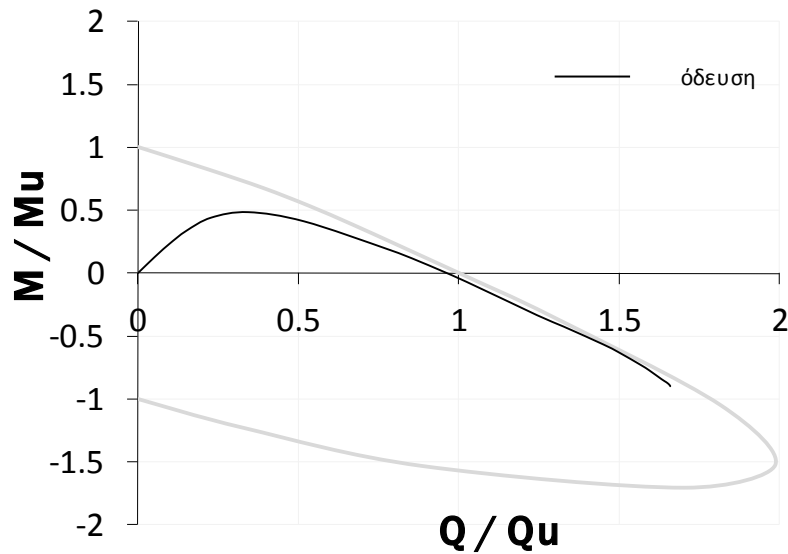
### **6.1 Εισαγωγή**

Εξετάζοντας το διάγραμμα ροπής – τέμνουσας στη βάση του βάρου φαίνεται η ομοιομορφία των οδεύσεων για όλες τις τιμές του ύψους του βάρου ( $H_{pier}$ ) αλλά και του δείκτη δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου ( $kr$ ). Πιο συγκεκριμένα, όλες οι καμπύλες αυξάνουν σχεδόν γραμμικά μέχρι το σημείο μέγιστης ροπής και μετά «κατεβαίνουν» σχεδόν εφαπτομενικά με την καμπύλη αλληλεπίδρασης. Χάρης σε αυτήν την ομοιομορφία είναι δυνατόν να περιγραφούν μέσω αριθμητικών εξισώσεων όλες οι καμπύλες. Στόχος αυτής της διαδικασίας είναι η πλήρης αποκρυπτογράφηση όλων των δυνατών οδεύσεων για οποιοδήποτε συνδυασμό ύψους βάρου και δείκτη δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου έτσι ώστε να μπορούν να υπολογιστούν χωρίς τη βοήθεια του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS.

## 6.2 Περιγραφή-ορισμός της καμπύλης

### 6.2.1 Γενική μορφή της εξίσωσης που περιγράφει την καμπύλη

Η αποκρυπτογράφηση της γενικής μορφής καμπύλης της όδευσης γίνεται με τη βοήθεια του προγράμματος *MathCAD*.



**Σχ.6.1** Τυπική μορφή όδευσης. Στόχος η αποκρυπτογράφηση της εξίσωσης που την περιγράφει.

Έτσι η γενική μορφή της εξίσωσης που περιγράφει τη «διαδρομή» των εντατικών μεγεθών που καταπονούν τη βάση του βάρου είναι η εξής :

$$\frac{M}{Mu} = \gamma \left[ (1 + a) \left( 1 - e^{-\beta \frac{Q}{Qu}} \right) - a \frac{Q}{Qu} \right] \quad (6.1)$$

Οι συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  καθορίζουν το ακριβές σχήμα της εκάστοτε όδευσης και η τιμή τους εξαρτάται από το ύψος του βάθρου και το δείκτη δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου του εξεταζόμενου μοντέλου.

## 6.2.2 Μέθοδος προσδιορισμού των συντελεστών $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$

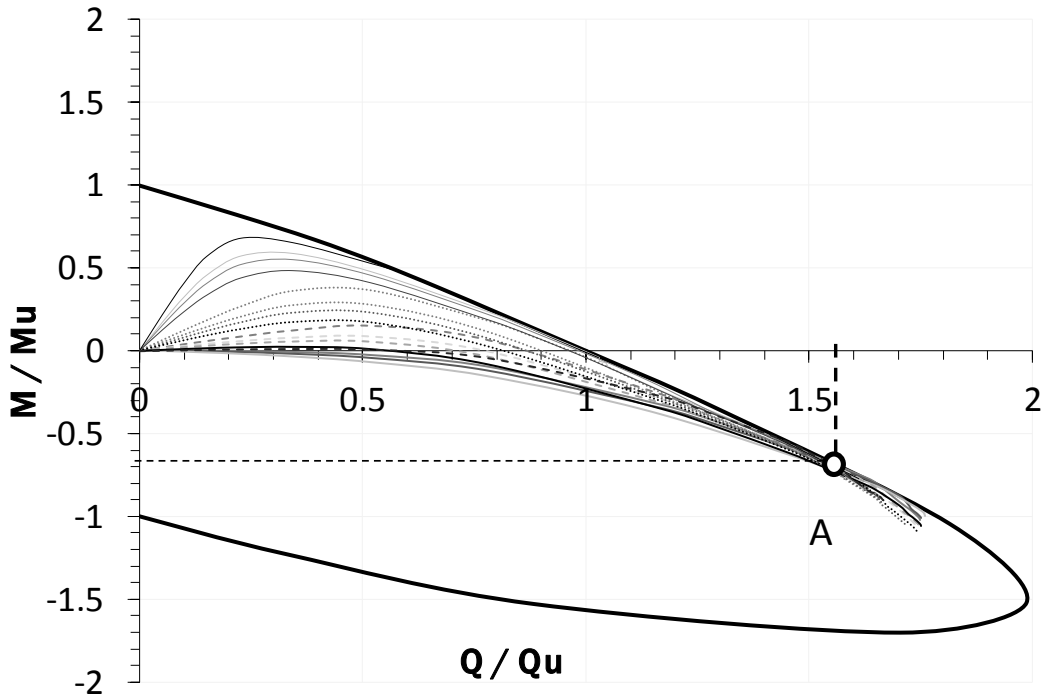
### 6.2.2.1 Προσδιορισμός $\alpha, \beta, \gamma$ μέσω επίλυσης μαθηματικού συστήματος

Έχοντας βρει τη γενική μορφή της εξίσωσης που περιγράφει μια όδευση, το επόμενο βήμα είναι να προσδιοριστεί η ακριβής εξίσωση που περιγράφει κάθε μία από τις 16 οδεύσεις που έχουν βρεθεί μέσω των αναλύσεων. Για να συμβεί αυτό πρέπει να προσδιοριστούν για κάθε περίπτωση οι συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$ . Αυτό μπορεί να γίνει αφ' ενός με δοκιμές και αφ' ετέρου βρίσκοντας ένα σύστημα εξισώσεων που περιγράφουν το πρόβλημα από μαθηματική σκοπιά κάτι που είναι αποτελεί πιο επιστημονική λύση. Πιο συγκεκριμένα, ο στόχος είναι να μορφωθεί ένα σύστημα 3 εξισώσεων με αγνώστους τα  $\alpha, \beta, \gamma$  που να ικανοποιούν και να επαληθεύουν το σύνολο των οδεύσεων.

Αρχικά, είναι εμφανές παρατηρώντας το γενικό διάγραμμα κανονικοποιημένης ροπής – κανονικοποιημένης τέμνουσας στη βάση του βάθρου ότι όλες οι οδεύσεις διέρχονται από κοινό σημείο με συντεταγμένες  $\pi/2$ ,  $-2/3$  (Σχήμα 6.2). Συνεπώς, αυτό το σημείο επαληθεύει την γενική εξίσωση όδευσης όπως αυτή διατυπώθηκε παραπάνω (σχέση 6.1). Με αυτόν τον τρόπο μορφώνεται η πρώτη εξίσωση από τις τρεις που απαιτούνται η οποία είναι η εξής :

$$-\frac{2}{3} = \gamma \left[ (1 + a) \left( 1 - e^{-\beta \frac{\pi}{2}} \right) - a \frac{\pi}{2} \right] \quad (6.2)$$

Έτσι έχουμε τη μία από τις 3 εξισώσεις με μοναδικούς αγνώστους τους συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$  που χρειαζόμαστε για να ορίσουμε μία όδευση.

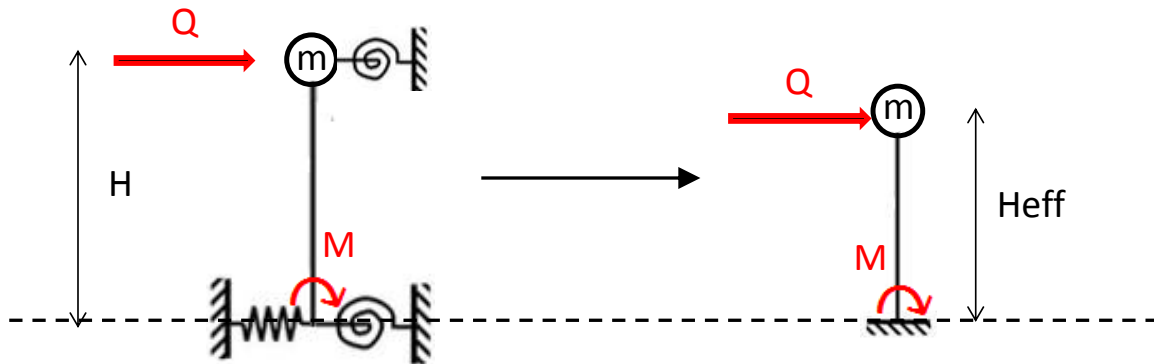


**Σχ.6.2** Εξέλιξη της κανονικοποιημένης ροπής σε σχέση με την κανονικοποιημένη τέμνουσα στη βάση του βάρθρου για κάθε συνδυασμό ύψους βάρθρου και δείκτη στροφικής δυσκαμψίας (Σύνολο 16 οδεύσεων). Το σημείο A αντιπροσωπεύει το μοναδικό κοινό σημείο από όπου διέρχονται όλες οι οδεύσεις.

Η δεύτερη εξίσωση εξάγεται μέσω του ελαστικού κλάδου της κάθε όδευσης. Πιο συγκεκριμένα ισχύει ότι η κλίση της όδευσης σε οποιοδήποτε σημείο εξαρτάται από το αντίστοιχο  $Heff$ . Αυτό αποδεικνύεται στα παρακάτω.

Στο σημείο αυτό θα διατυπωθεί τι σημαίνει ενεργό ύψος ( $Heff$ ) μέσω ενός παραδείγματος. Έστω ότι εξετάζεται ένα μοντέλο με ύψος βάρθρου  $H$  όπου η επιρροή

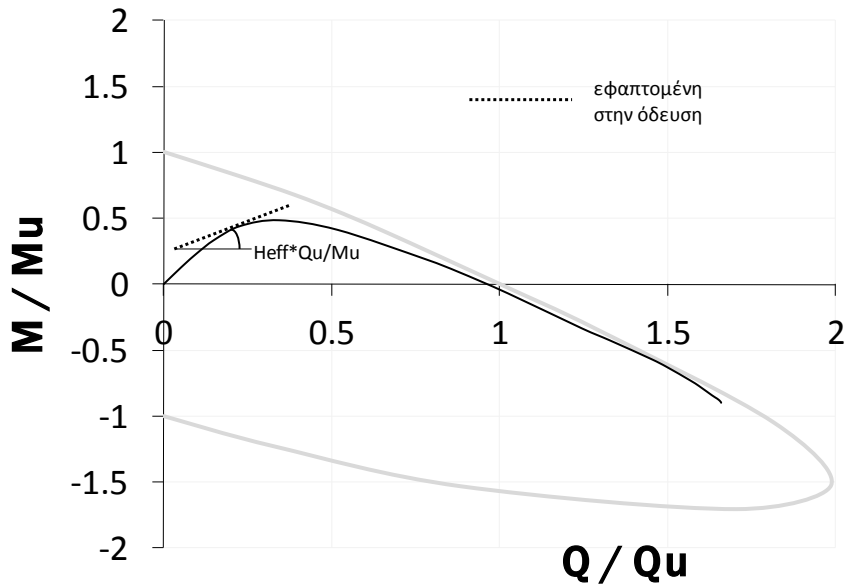
του καταστρώματος στην απόκριση του λαμβάνεται υπόψη μέσω ενός στροφικού ελατηρίου όπως έχει αναλυθεί στα προηγούμενα. Στην κορυφή του βάρου ασκείται συγκεντρωμένο φορτίο  $Q$  με αποτέλεσμα η βάση του βάρου να καταπονείται με ροπή  $M$ . Ως  $Heff$  ορίζεται το ύψος ενός άλλου βάρου το οποίο λειτουργεί ως πρόβολος (δεν υπάρχει στροφικό ελατήριο) και όταν φορτιστεί η κορυφή του με την ίδια δύναμη  $Q$  η ροπή που ασκείται στη βάση του ισούται, όπως στην προηγούμενη περίπτωση, με  $M$ .



**Εικόνα 6.1 :** Γραφική απεικόνιση της έννοιας του ενεργού ύψους  $Heff$ .

Γίνεται εύκολα κατανοητό ότι το  $Heff$  δεν είναι μία σταθερή τιμή αλλά μεταβάλλεται συνεχώς. Μάλιστα όπως προκύπτει από τον ορισμό του, ισούται με το πηλίκο της ροπής που καταπονεί τη βάση του βάρου προς την οριζόντια επιβαλλόμενη φόρτιση στην κορυφή του. Αν τώρα η παραπάνω σχέση ( $M = Q \cdot Heff$ ) τροποποιηθεί κατάλληλα ώστε να εισαχθούν σε αυτήν και οι όροι  $M_u$  και  $Q_u$  προκύπτει η εξής εξίσωση :

$$\frac{M}{M_u} = Heff \cdot \frac{Q_u}{M_u} \cdot \frac{Q}{Q_u} \quad (6.3)$$



**Σχ.6.3** Γραφικός προσδιορισμός του ενεργού ύψους  $Heff$  για κάθε στάδιο φόρτισης.

Η εισαγωγή του τεχνητού όρου «ενεργό ύψος» είναι πολύ σημαντική στην προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος της μαθηματικής περιγραφής τυχούσας όδευσης καθώς εισάγεται ως παράμετρος στη μόρφωση της δεύτερης εκ των τριών απαιτούμενων εξισώσεων για την εύρεση των συντελεστών  $\alpha, \beta, \gamma$ .

Η εξίσωση της σχέσης 6.3 είναι συνάρτηση της μορφής  $y = c_0 \cdot x$ , όπου  $x$  είναι η κανονικοποιημένη τέμνουσα βάσης,  $y$  η κανονικοποιημένη ροπή βάσης και  $c_0$  ορίζεται το γινόμενο  $Heff \cdot Qu / Mu$ . Παραγωγίζοντας λοιπόν τη συγκεκριμένη σχέση ως προς  $x$  δηλαδή ως προς την κανονικοποιημένη τέμνουσα προκύπτει :

$$\frac{\partial \left( \frac{M}{Mu} \right)}{\partial \left( \frac{Q}{Qu} \right)} = Heff \cdot \frac{Qu}{Mu} \quad (6.4)$$

Αν τώρα παραγωγίσουμε ως προς  $Q/Q_u$  τη σχέση 6.1 μορφώνεται η εξής εξίσωση:

$$\frac{\partial\left(\frac{M}{Mu}\right)}{\partial\left(\frac{Q}{Qu}\right)} = \gamma \left[ (1 + \alpha) \left( 1 + \beta e^{-\beta \frac{Q}{Qu}} \right) - a \right] \quad (6.5)$$

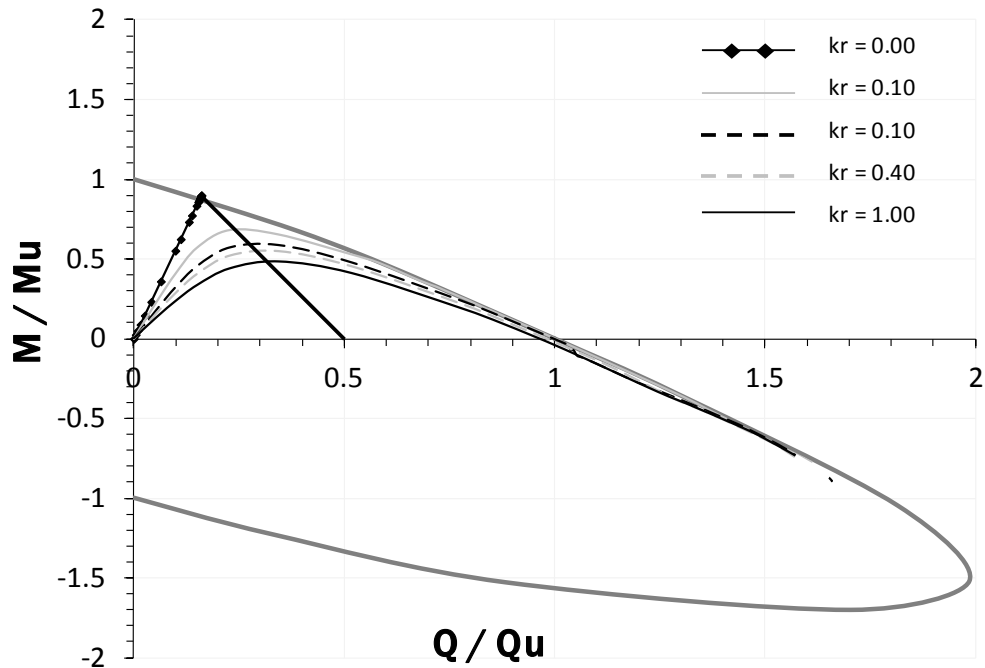
Εξισώνοντας πλέον τα δεύτερα μέλη των σχέσεων 6.4 και 6.5 και θεωρώντας σχεδόν μηδενικό το εξωτερικό φορτίο ( $Q/Q_u \rightarrow 0$ ) καταλήγουμε στην τελική εξίσωση :

$$Heff_0 \cdot \frac{Qu}{Mu} = \gamma [(1 + \alpha)\beta - a] \quad (6.6)$$

όπου το  $Heff_0$  στη σχέση 6.6 είναι το αρχικό ενεργό ύψος του εξεταζόμενου συστήματος. Αρκεί πλέον να βρεθεί μια απλή σχέση που να βοηθά στην εύρεση του αρχικού ενεργού ύψους. Αυτό παρουσιάζεται παρακάτω.

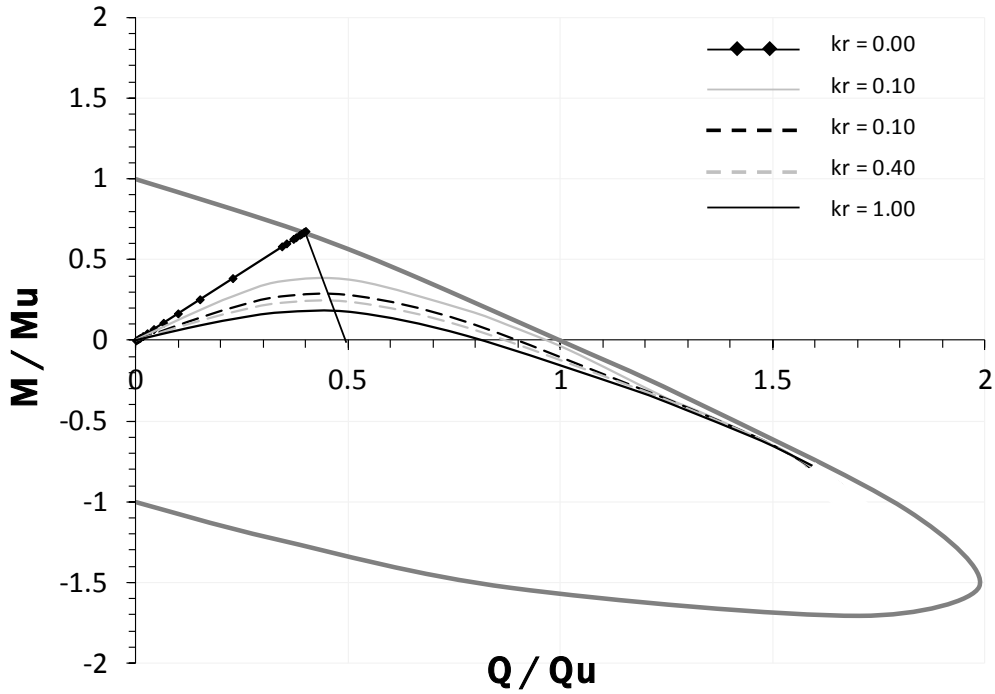
Η τρίτη εξίσωση είναι η πλέον σύνθετη και «παράγεται» μέσω της γεωμετρίας του διαγράμματος των οδεύσεων. Ας εξηγήσουμε εκτενώς τη διαδικασία.





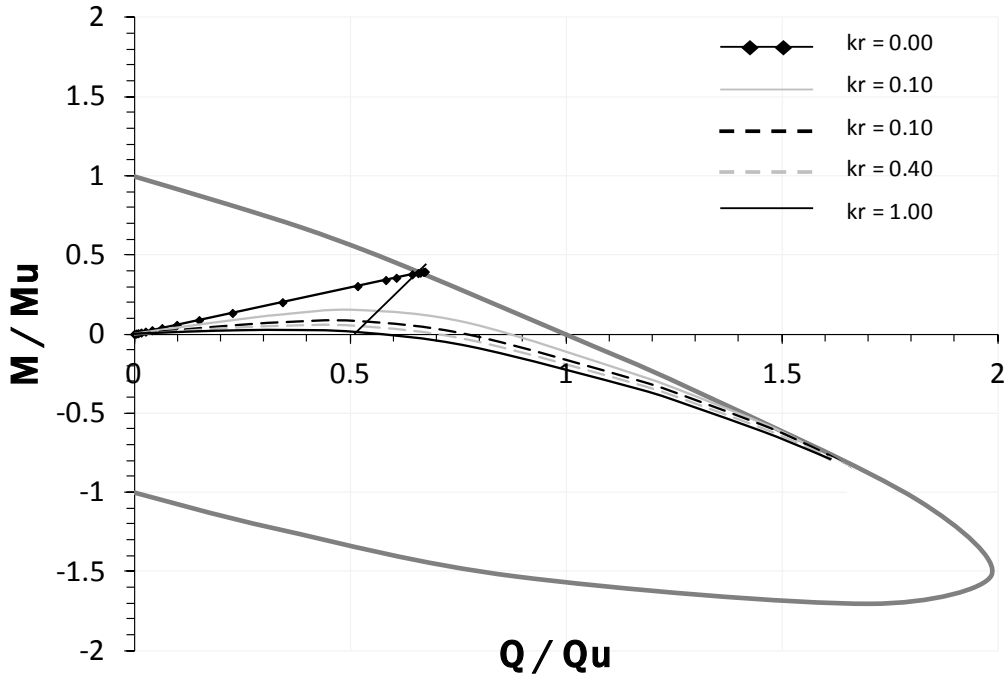
**Σχ.6.4** Εξέλιξη των κανονικοποιημένων ροπών κάμψης σε σχέση με την αντίστοιχη κανονικοποιημένη τέμνουσα που ασκείται στη βάση του θάβρου για  $H_{pier} = 55m$  και διάφορες τιμές του συντελεστή δυσκαμψίας  $kr$ .

Στο σχήμα 6.4 περιέχονται οι οδεύσεις που προκύπτουν από τις αναλύσεις για ύψος θάβρου 55 μέτρα και διάφορους δείκτες δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου. Η νοητή γραμμή που ενώνει το σημείο τομής της όδευσης που αντιστοιχεί στο μοντέλο  $H = 55m$  ,  $kr = 0$ ) με την καμπύλη αλληλεπίδρασης με το σημείο  $(0.5 , 0)$  τέμνει τις υπόλοιπες οδεύσεις ίδιου ύψους και μη μηδενικού  $kr$  στο σημείο μέγιστης θετικής ροπής της εκάστοτε καμπύλης. Ας δούμε εάν ισχύει το ίδιο και στις υπόλοιπες περιπτώσεις θάβρων διαφορετικού ύψους.

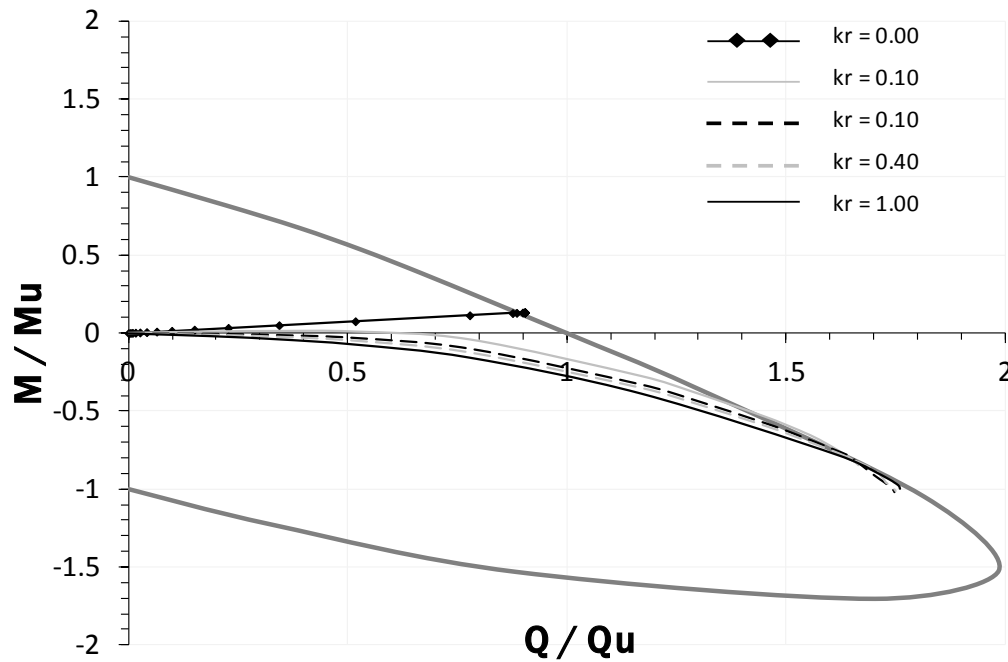


**Σχ.6.5** Εξέλιξη των κανονικοποιημένων ροπών κάμψης σε σχέση με την αντίστοιχη κανονικοποιημένη τέμνουσα που ασκείται στη βάση του βάθρου για  $H_{pier} = 17m$  και διάφορες τιμές του συντελεστή δυσκαμψίας  $kr$ .

Παρατηρούμε ότι και για την ομάδα οδεύσεων για το βάθρο ύψους 17 μέτρων η ευθεία που ενώνει το σημείο τομής της όδευσης μηδενικού  $kr$  με την καμπύλη αλληλεπίδρασης με το σημείο  $(0.5, 0)$  τέμνει όλες τις οδεύσεις αντίστοιχου ύψους και μη μηδενικού  $kr$  στο σημείο μέγιστης ροπής τους.



**Σχ.6.6** Εξέλιξη των κανονικοποιημένων ροπών κάμψης σε σχέση με την αντίστοιχη κανονικοποιημένη τέμνουσα που ασκείται στη βάση του βάθρου για  $H_{pier} = 6m$  και διάφορες τιμές του συντελεστή δυσκαμψίας  $kr$ .



**Σχ.6.7** Εξέλιξη των κανονικοποιημένων ροπών κάμψης σε σχέση με την αντίστοιχη κανονικοποιημένη τέμνουσα που ασκείται στη βάση του βάθρου για  $H_{pier} = 1.5m$  και διάφορες τιμές του συντελεστή δυσκαμψίας  $kr$ .

Τα ίδια συμπεράσματα που αναφέρθηκαν προηγουμένως επαληθεύονται και στις περιπτώσεις των βάθρων ύψους 1.5 και 6 μέτρων. Στο σχήμα 6.7 δεν παρατίθεται η ευθεία που ενώνει το σημείο τομής της όδευσης μηδενικού  $kr$  με την καμπύλη αλληλεπίδρασης με το σημείο (0.5 , 0) για λόγους ευκρίνειας. Από εδώ και στο εξής η συγκεκριμένη ευθεία θα ονομάζεται χάριν συντομίας «διάμεσος».

Όλα αυτά τα συμπεράσματα μπορούν να γενικευτούν για όλες τις περιπτώσεις οδεύσεων και έτσι μπορεί να εξαχθεί και η τρίτη απαιτούμενη σχέση για την επίλυση του συστήματος.

Αρχικά πρέπει να προσδιοριστεί η εξίσωση που περιγράφει την εκάστοτε διάμεσο. Το σημείο (0.5 , 0) είναι γνωστό άρα αρκεί να βρεθούν οι συντεταγμένες του δεύτερου σημείου, δηλαδή του σημείου τομής της εκάστοτε όδευσης που αντιστοιχεί σε βάθρο χωρίς στροφικό ελατήριο στην κορυφή του με την καμπύλη αλληλεπίδρασης. Για να συμβεί αυτό αρκεί να βρεθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν την όδευση μηδενικού  $kr$  και τυχαίου ύψους βάθρου και την καμπύλη αλληλεπίδρασης και να λυθεί το σύστημα.

Η εξίσωση που περιγράφει την τυχούσα όδευση για  $kr = 0$  είναι η παρακάτω :

$$M = Q \cdot H \quad \Rightarrow \quad \frac{M}{Mu} = H \cdot \frac{Qu}{Mu} \cdot \frac{Q}{Qu} \quad (6.7)$$

όπου  $H$  είναι το φυσικό μήκος του εκάστοτε βάθρου. Η εξίσωση της καμπύλης αλληλεπίδρασης είναι δύσκολο να προσδιοριστεί. Ωστόσο, αυτό που ενδιαφέρει για να λυθεί το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι να ορίσουμε την εξίσωση της καμπύλης μόνο

στο τεταρτημόριο θετικών ροπών και τεμνουσών. Σε αυτήν την περιοχή η καμπύλη τείνει να εκφυλιστεί στην ευθεία  $y = 1 - x$ . Με αυτήν την παραδοχή, η οποία απέχει ελάχιστα από την πραγματικότητα, μπορεί να οριστεί το σύστημα. Η λύση αυτού του συστήματος είναι οι συντεταγμένες του ζητούμενου σημείου ώστε να μπορεί να οριστεί η μαθηματική εξίσωση που ορίζει τη διάμεσο.

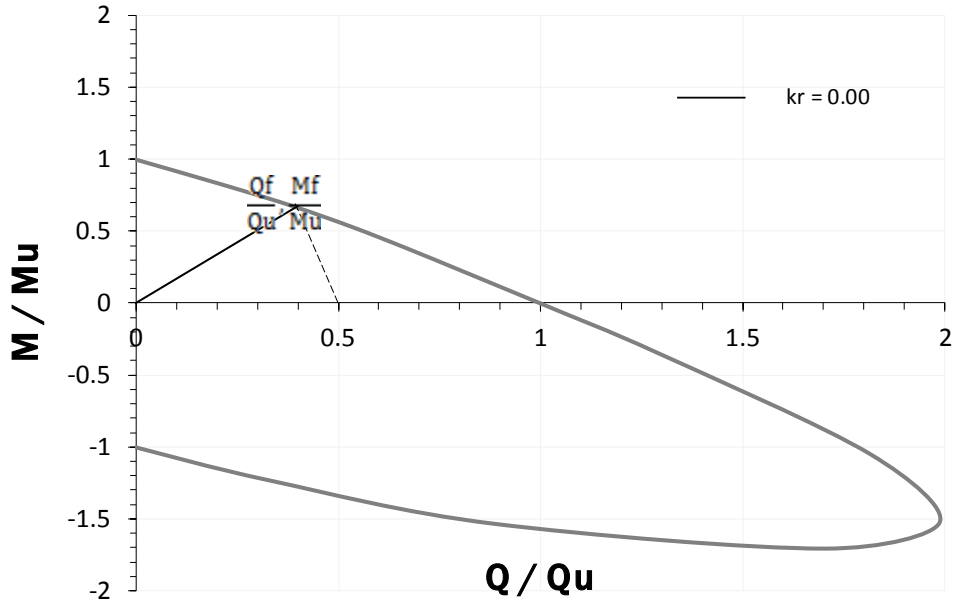
- Εξίσωση καμπύλης αλληλεπίδρασης :  $\frac{M}{Mu} = 1 - \frac{Q}{Qu}$  (6.8)

- Εξίσωση όδευσης μηδενικού  $kr$  :  $\frac{M}{Mu} = H \cdot \frac{Qu}{Mu} \cdot \frac{Q}{Qu}$  (6.9)

Οι συντεταγμένες του σημείου τομής που προκύπτουν είναι οι εξής :

- $\frac{Qf}{Qu} = \frac{Mu}{Mu + H \cdot Qu}$  (6.10)

- $\frac{Mf}{Mu} = \frac{H \cdot Qu}{Mu + H \cdot Qu}$  (6.11)



**Σχ.6.8** Παράθεση των συντεταγμένων του σημείου τομής μεταξύ της τυχούσας όδευσης που αντιστοιχεί σε μηδενικό δείκτη δυσκαμψίας και της καμπύλης αλληλεπίδρασης.

Οι συντεταγμένες του σημείου τομής, όπως φαίνεται και από τις σχέσεις 6.10 και 6.11, εξαρτώνται μόνο από την καθαρή ροπή και τέμνουσα αντοχής του φρέατος και το ύψος του βάθρου. Συνεπώς, είναι εύκολο να προσδιοριστεί το σημείο τομής οποιασδήποτε όδευσης μηδενικού  $kr$  με την καμπύλη αλληλεπίδρασης για κάθε ύψος βάθρου.

Πλέον γνωρίζοντας τις συντεταγμένες και των δύο σημείων  $(Q_f/Q_u, M_f/M_u - 0.50, 0)$  είναι εύκολο να βρεθεί η γενική εξίσωση που περιγράφει τη «διάμεσο».

$$\frac{M}{M_u} = \frac{-2HQ_u}{HQ_u - M_u} \cdot \frac{Q}{Q_u} + \frac{HQ_u}{HQ_u - M_u} \quad (6.12)$$

Είναι φανερό παρατηρώντας την σχέση 6.12 ότι μπορεί να βρεθεί η οποιαδήποτε εξίσωση αρκεί να είναι γνωστά το ύψος του εξεταζόμενου βάρους και οι καθαρές αντοχές σε ροπή και τέμνουσα του φρέατος  $M_u$  και  $Q_u$ .

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, παρατηρώντας τα σχήματα 6.4 - 6.7 προκύπτει το εξής ενδιαφέρον συμπέρασμα : η «διάμεσος» τέμνει όλες τις οδεύσεις μη μηδενικού  $k_r$  στο σημείο μέγιστης ροπής τους. Αυτή η πληροφορία μεταφράζεται μαθηματικά με τον ακόλουθο τρόπο. Η κλίση της εφαπτομένης στο σημείο μέγιστης ροπής μιας όδευσης είναι μηδενική. Έχοντας λοιπόν την γενική εξίσωση της «διαμέσου» (σχέση 6.12) αλλά και τη γενική μορφή της εξίσωσης της όδευσης (σχέση 6.1) μπορεί να προσδιοριστεί το σημείο τομής των δύο καμπυλών για οποιονδήποτε συνδυασμό ύψους βάρους  $H_{rier}$  και δείκτη δυσκαμψίας  $k_r$ . Έπειτα η παράγωγος της όδευσης στο συγκεκριμένο σημείο πρέπει να είναι μηδέν. Ακολουθεί η επίλυση του παραπάνω συστήματος και η μόρφωση της τρίτης εξίσωσης που είναι απαραίτητη για τον προσδιορισμό των συντελεστών  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

$$\frac{M}{M_u} = \frac{-2HQ_u}{HQ_u - M_u} \cdot \frac{Q}{Q_u} + \frac{HQ_u}{HQ_u - M_u}$$

$$\frac{M}{M_u} = \gamma \left[ (1 + \alpha) \left( 1 - e^{-\beta \frac{Q}{Q_u}} \right) - \alpha \frac{Q}{Q_u} \right]$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει η κανονικοποιημένη τέμνουσα τη στιγμή που μεγιστοποιείται η ροπή στη βάση του βάρους, η οποία συμβολίζεται με  $Q_r/Q_u$ .

$$\frac{Q_r}{Q_u} \cdot \left( \frac{-2HQ_u}{HQ_u - M_u} - \alpha\gamma \right) + e^{-\beta \frac{Q_r}{Q_u}} \cdot (-\gamma - \alpha\gamma) = \gamma + \alpha\gamma + \frac{HQ_u}{HQ_u - M_u} \quad (6.13)$$

Εκτός από την παραπάνω σχέση, όπως αναφέρθηκε παραπάνω η παράγωγος της όδευσης στο σημείο όπου η κανονικοποιημένη τέμνουσα είναι  $Qr/Q_u$  γίνεται μηδέν. Από αυτήν την πληροφορία εξάγεται μία ακόμη σχέση που παρουσιάζεται παρακάτω.

Η γενική μορφή της εξίσωσης της όδευσης φαίνεται στη σχέση 6.1. Παραγωγίζοντας την εξίσωση αυτή ως προς  $Q/Q_u$  προκύπτει η σχέση 6.5. Η τιμή της παραγώγου όταν η κανονικοποιημένη τέμνουσα γίνει  $Qr/Q_u$  μηδενίζεται και έτσι προκύπτει:

$$\gamma \left[ (1 + \alpha) \left( 1 + \beta e^{-\beta \frac{Qr}{Qu}} \right) - \alpha \right] = 0 \quad (6.14)$$

Αν επιλυθεί ως προς  $Qr/Q_u$  η σχέση 6.14 καταλήγουμε στα εξής:

$$\frac{Qr}{Qu} = \frac{\ln \beta + \ln(1 + \alpha) - \ln \alpha}{\beta} \quad (6.15)$$

Από τις σχέσεις 6.13 και 6.15 προκύπτει η τελική εξίσωση που συνδέει τους τρεις συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  μόνο με το ύψος του βάρους  $Hr_{ier}$  και τις αντοχές του φρέατος  $Qu$  και  $Mu$ .

$$\frac{1}{\beta} \cdot \ln \left( \frac{\beta(1 + \alpha)}{\alpha} \right) \cdot \left( \frac{-2HQ_u}{HQ_u - Mu} - \alpha\gamma \right) - (\gamma + \alpha\gamma) \cdot \left[ \frac{\alpha}{\beta(1 + \alpha)} + 1 \right] = \frac{HQ_u}{HQ_u - Mu} \quad (6.16)$$



Πλέον έχει μορφωθεί το σύστημα 3x3 με αγνώστους τους συντελεστές α,β,γ (σχέσεις 6.2, 6.6, 6.16) και παρατίθεται παρακάτω συγκεντρωμένο.

$$-\frac{2}{3} = \gamma \left[ (1 + a) \left( 1 - e^{-\beta \frac{\pi}{2}} \right) - a \frac{\pi}{2} \right] \quad (1)$$

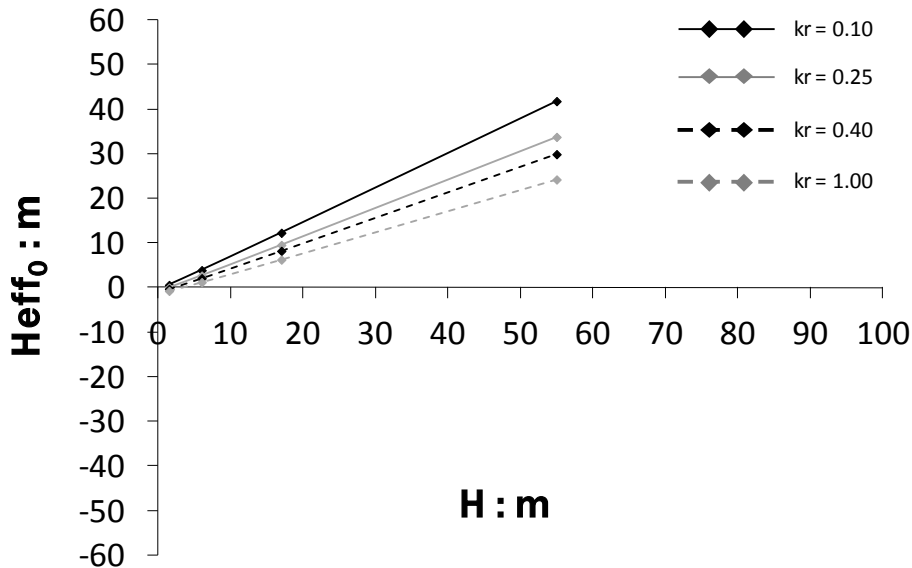
$$Heff_0 \cdot \frac{Qu}{Mu} = \gamma[(1 + \alpha)\beta - a] \quad (2)$$

$$\frac{1}{\beta} \cdot \ln \left( \frac{\beta(1+\alpha)}{\alpha} \right) \cdot \left( \frac{2HQ_u}{HQ_u - Mu} - a\gamma \right) - (\gamma + \alpha\gamma) \cdot \left[ \frac{\alpha}{\beta(1+\alpha)} - 1 \right] = \frac{HQ_u}{HQ_u - Mu} \quad (3)$$

Η μοναδική εκκρεμότητα ώστε να καταστεί δυνατός ο στόχος της παραπάνω διαδικασίας, δηλαδή η εύρεση της όδευσης για οποιοδήποτε συνδυασμό ύψους βάθρου και δείκτη δυσκαμψίας χωρίς τη χρησιμοποίηση του κώδικα ABAQUS, είναι ο προσδιορισμός της τιμής του αρχικού ενεργού ύψους  $Heff_0$ . Όπως ήδη έχει αναφερθεί παραπάνω, το ενεργό ύψος είναι μία συνεχώς μεταβαλλόμενη τιμή που ισούται με το λόγο της αναπτυσσόμενης ροπής στη βάση του βάθρου προς την αντίστοιχη τέμνουσα σε κάθε στάδιο της αυξανόμενης φόρτισης. Συνεπώς, το αρχικό ενεργό ύψος  $Heff_0$  ορίζεται ως ο λόγος της ροπής στη βάση προς την αντίστοιχη τέμνουσα στο πρώτο στάδιο της φόρτισης σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία (*increment 1*). Οι τιμή του  $Heff_0$  για κάθε ένα από τα 16 εξεταζόμενα μοντέλα δίνονται στον παρακάτω πίνακα αλλά και σε διάγραμμα.

$Heff_0$	H = 1.50	H = 6	H = 17	H = 55
kr = 0.10	0.530	3.84	12.23	41.77
kr = 0.25	-0.061	2.63	9.51	33.75
kr = 0.40	-0.356	2.04	8.18	29.87
kr = 1.00	-0.796	1.16	6.22	24.20

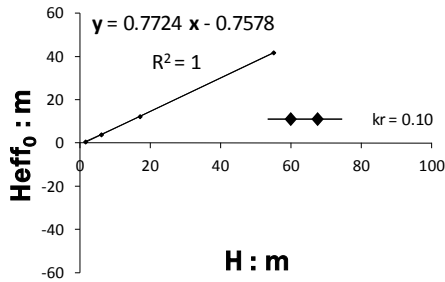
**Πίνακας 6.1** Η μεταβολή της τιμής του αρχικού ενεργού ύψους  $Heff_0$  ανάλογα με το φυσικό ύψος του βάρου  $H_{rier}$  και το δείκτη δυσκαμψίας  $kr$ .



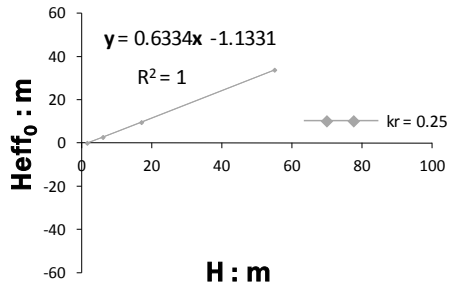
**Σχ.6.9** Η μεταβολή της τιμής του αρχικού ενεργού ύψους  $Heff_0$  ανάλογα με το φυσικό ύψος του βάρου  $H_{rier}$  και το δείκτη δυσκαμψίας  $kr$ .

Το συμπέρασμα που προκύπτει παρατηρώντας το σχήμα 6.9 είναι ότι η σχέση που συνδέει το αρχικό ενεργό ύψος με το φυσικό ύψος του βάρου για κάθε ξεχωριστή τιμή του δείκτη δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου είναι απολύτως γραμμική. Αυτό σημαίνει ότι είναι δυνατός ο προσδιορισμός του  $Heff_0$  χωρίς τη βοήθεια του ABAQUS, αρκεί να αποκρυπτογραφηθούν οι μαθηματικές εξισώσεις που περιγράφουν τις παραπάνω καμπύλες. Εάν συμβεί αυτό τότε για οποιαδήποτε τιμή ύψους βάρου και

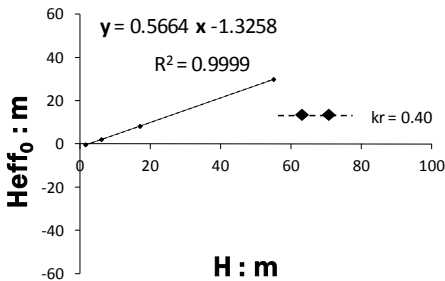
$kr$  θα βρίσκεται αυτόματα το αρχικό ενεργό ύψος με μία απλή αντικατάσταση. Το πρώτο βήμα είναι να βρεθούν ποιες είναι οι εξισώσεις των ευθειών του σχήματος 6.9.



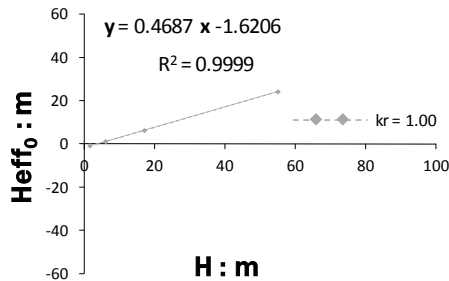
**Σχ.6.10** Η μαθηματική εξίσωση που περιγράφει την εξέλιξη του αρχικού ενεργού ύψους με το φυσικό ύψος του θάδρου για  $kr=0.10$ .



**Σχ.6.11** Η μαθηματική εξίσωση που περιγράφει την εξέλιξη του αρχικού ενεργού ύψους με το φυσικό ύψος του θάδρου για  $kr=0.25$ .



**Σχ.6.12** Η μαθηματική εξίσωση που περιγράφει την εξέλιξη του αρχικού ενεργού ύψους με το φυσικό ύψος του θάδρου για  $kr=0.40$ .

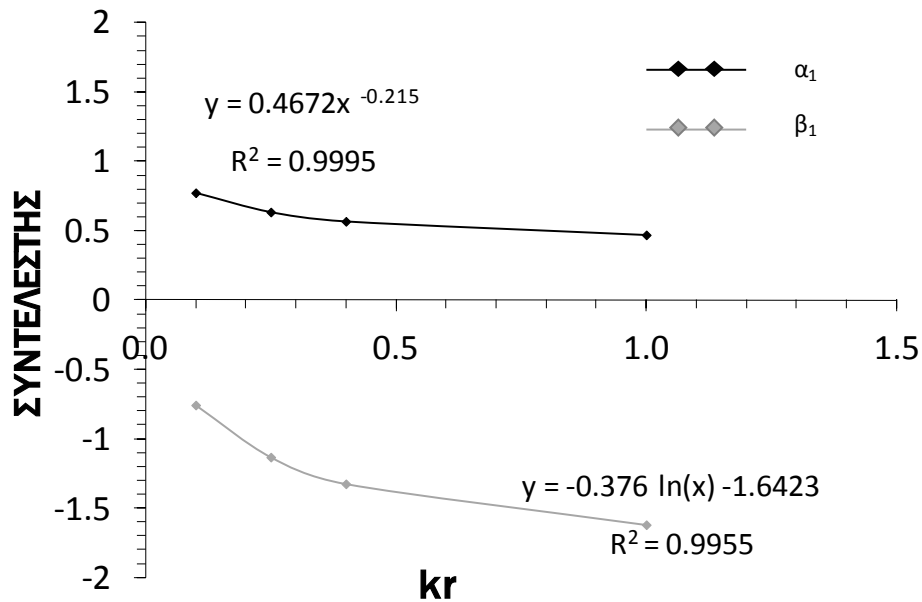


**Σχ.6.13** Η μαθηματική εξίσωση που περιγράφει την εξέλιξη του αρχικού ενεργού ύψους με το φυσικό ύψος του θάδρου για  $kr=1.00$ .

Οι καμπύλες που περιγράφουν τη μεταβολή του αρχικού ενεργού ύψους σε σχέση με το φυσικό ύψος ενός θάδρου είναι ευθείες με εξαιρετική συσχέτιση της μορφής  $y = a_1 \cdot x + \beta_1$ . Οι συντελεστές  $a_1$  και  $\beta_1$  μεταβάλλονται ανάλογα με το  $kr$  και οι τιμές που παίρνουν φάνηκαν στα παραπάνω σχήματα. Στον επόμενο πίνακα απεικονίζονται πιο συγκεντρωμένα ενώ ακολουθεί και απεικόνιση της εξέλιξης τους μέσα από το επόμενο διάγραμμα.

	$\alpha_1$	$\beta_1$
<b>kr = 0.10</b>	0.7774	-0.7578
<b>kr = 0.25</b>	0.6334	-1.1331
<b>kr = 0.40</b>	0.5664	-1.3258
<b>kr = 1.00</b>	0.4687	-1.6206

**Πίνακας 6.2** Εξέλιξη των συντελεστών  $\alpha_2$  και  $\beta_2$  σε σχέση με το δείκτη στροφικής δυσκαμψίας  $kr$ .



**Σχ.6.14** Γραφική αναπαράσταση της εξέλιξης των συντελεστών  $\alpha_1$  και  $\beta_1$  σε σχέση με τον δείκτη δυσκαμψίας  $kr$ .

Όπως φαίνεται στο σχήμα 6.14 οι καμπύλες μεταβολής των συντελεστών  $\alpha_1$  και  $\beta_1$  περιγράφονται με εξαιρετική ακρίβεια από τις παραπάνω εξισώσεις. Όλη η προηγούμενη διαδικασία οδηγεί στη μόρφωση μίας και μοναδικής εξίσωσης που

συνδέει το αρχικό ενεργό ύψος που είναι απαραίτητο για την επίλυση του συστήματος 3x3 με το ύψος του βάθρου  $H_{rier}$  και το  $kr$ . Έτσι από το σχήμα 6.14 προκύπτουν οι εξής σχέσεις :

$$\alpha_1 = 0.4672 \cdot kr^{-0.215} \quad (6.17)$$

$$\beta_1 = -0.376 \cdot \ln(kr) - 1.6423 \quad (6.18)$$

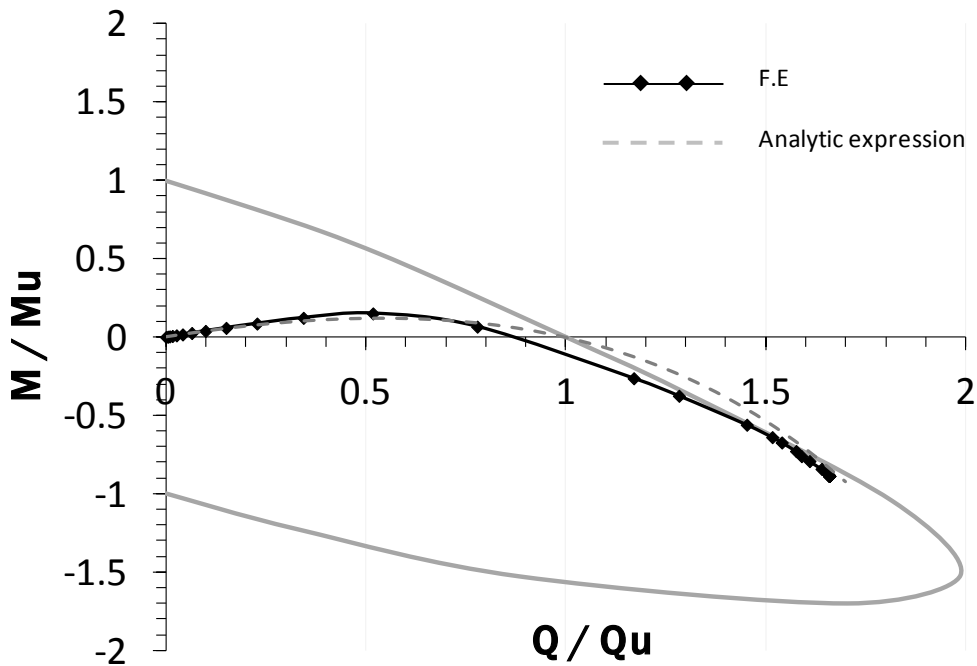
Η γενική μορφή της εξίσωσης  $y = a_1 \cdot x + \beta_1$  μετατρέπεται πλέον στην ειδική σχέση :

$$Heff_0 = 0.4672 \cdot kr^{-0.215} \cdot H - 0.376 \cdot \ln(kr) - 1.6423 \quad (6.19)$$

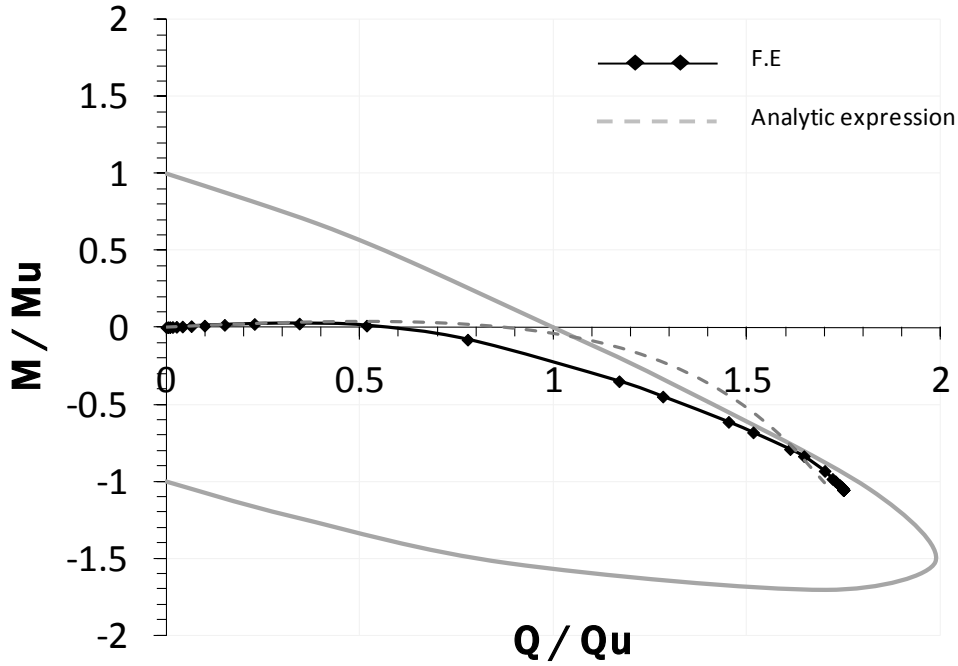
Με αυτόν τον τρόπο η πληροφορία του σχήματος 6.9 ενσωματώθηκε στη γενική σχέση 6.19 μέσω της οποίας με μία απλή αντικατάσταση είναι δυνατός ο προσδιορισμός του  $Heff_0$  για οποιονδήποτε συνδυασμό ύψους βάθρου και δείκτη δυσκαμψίας αφ' ενός με μεγάλη ακρίβεια και αφ'ετέρου χωρίς τον κώδικα ABAQUS.

Το σύστημα 3x3 με αγνώστους τους συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  είναι πλέον έτοιμο. Έχοντας λοιπόν μόνο την αντοχή σε καθαρή κάμψη του φρέατος  $M_u$  και την αντίστοιχη σε καθαρή τέμνουσα  $Q_u$  μπορεί να βρεθεί η όδευση ενός βάθρου οποιουδήποτε ύψους  $H$  και δείκτη δυσκαμψίας  $kr$ . Ο μοναδικός περιορισμός είναι το εξεταζόμενο βάθρο να έχει ιδιοπερίοδο κατασκευής  $T_{str} = 0.018 \text{ sec}$  και το εδαφικό προφίλ να είναι δεδομένο. Η όδευση μπορεί να παρέχει μία σειρά από πολύ σημαντικές πληροφορίες και για το ελαστικό και για το ανελαστικό σύστημα όπως περιγράφησαν στο προηγούμενο κεφάλαιο.

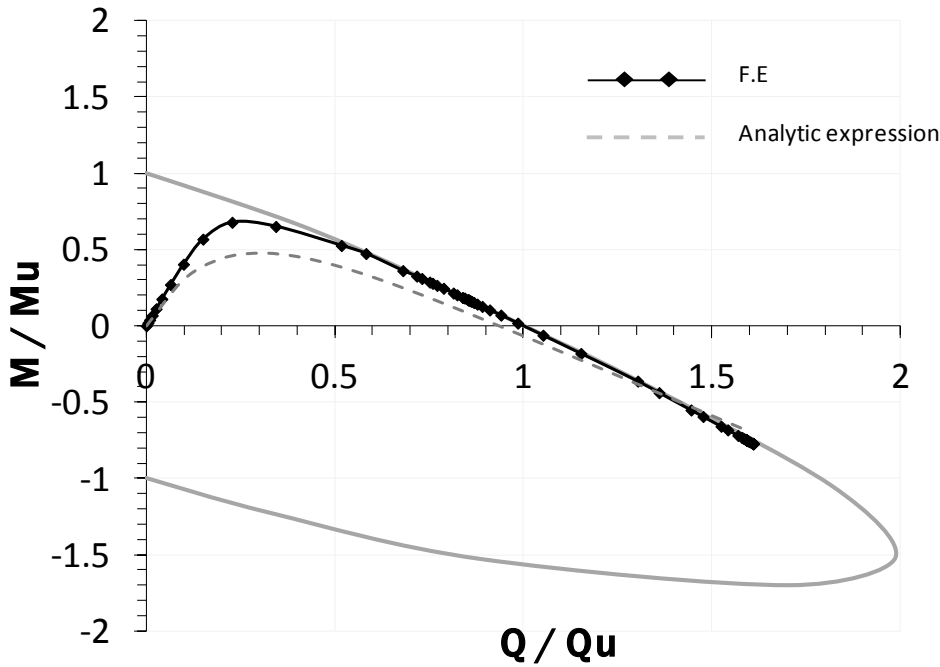
Το επόμενο βήμα είναι ο έλεγχος όλης της παραπάνω διαδικασίας μέσω δοκιμών και σύγκρισης των αποτελεσμάτων που προκύπτουν αφ'ενός μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και αφ'ετέρου μέσω προσέγγισης των συντελεστών  $\alpha, \beta, \gamma$  από την επίλυση του συστήματος  $3 \times 3$ . Η επίλυση του συγκεκριμένου συστήματος γίνεται μέσω του μαθηματικού κώδικα *MathCAD* καθώς οι εξισώσεις που το απαρτίζουν είναι έντονα μη γραμμικές. Ακολουθούν ορισμένα διαγράμματα που δείχνουν τα αποτελέσματα αυτής της σύγκρισης.



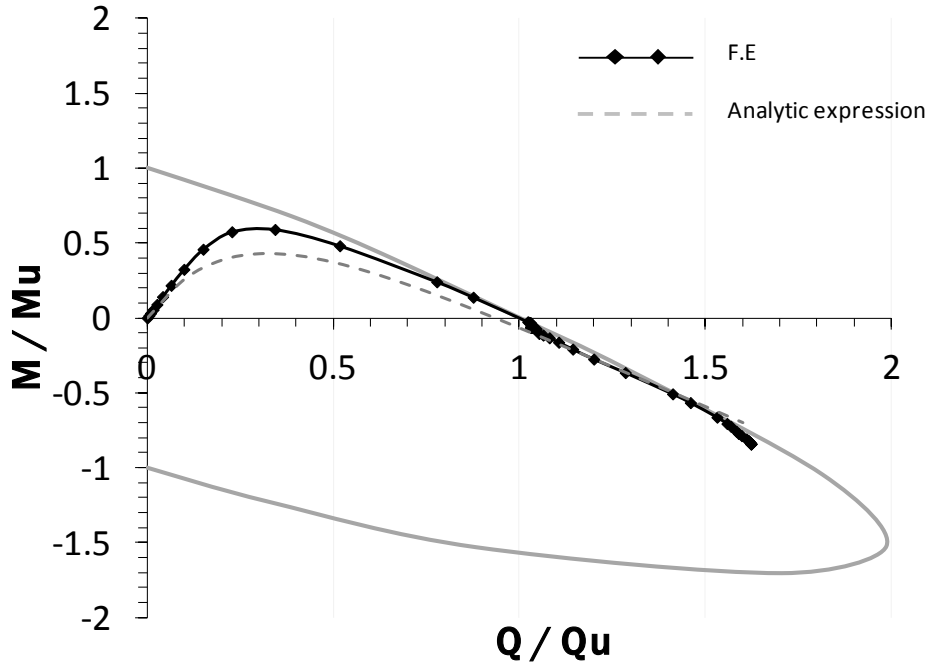
**Σχ.6.14α** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής – τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) επίλυση του συστήματος  $3 \times 3$  μέσω *MathCAD* για το βάθρο ύψους  $H = 6m$  και  $kr = 0.10$ .



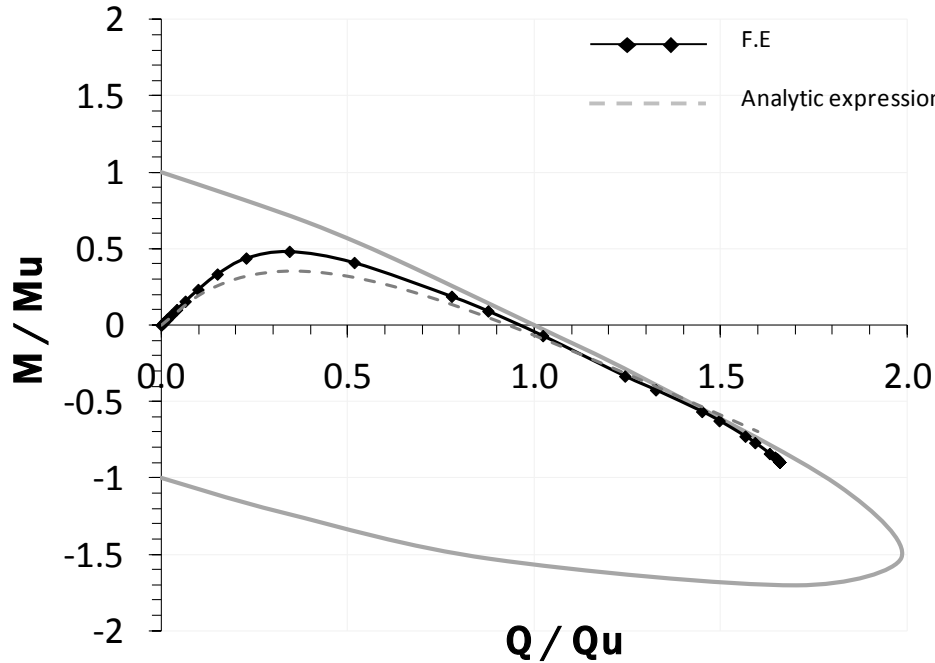
**Σχ.6.14β** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής – τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) επίλυση του συστήματος 3x3 μέσω MathCAD για το βάθρο ύψους  $H = 6m$  και  $kr = 1.00$



**Σχ.6.14γ** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής – τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) επίλυση του συστήματος 3x3 μέσω MathCAD για το βάθρο ύψους  $H = 55m$  και  $kr = 0.10$ .



**Σχ.6.14δ** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής – τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) επίλυση του συστήματος 3x3 μέσω MathCAD για το βάθρο ύψους  $H = 55m$  και  $kr = 0.25$ .



**Σχ.6.14ε** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής – τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) επίλυση του συστήματος 3x3 μέσω MathCAD για το βάθρο ύψους  $H = 55m$  και  $kr = 1.00$ .

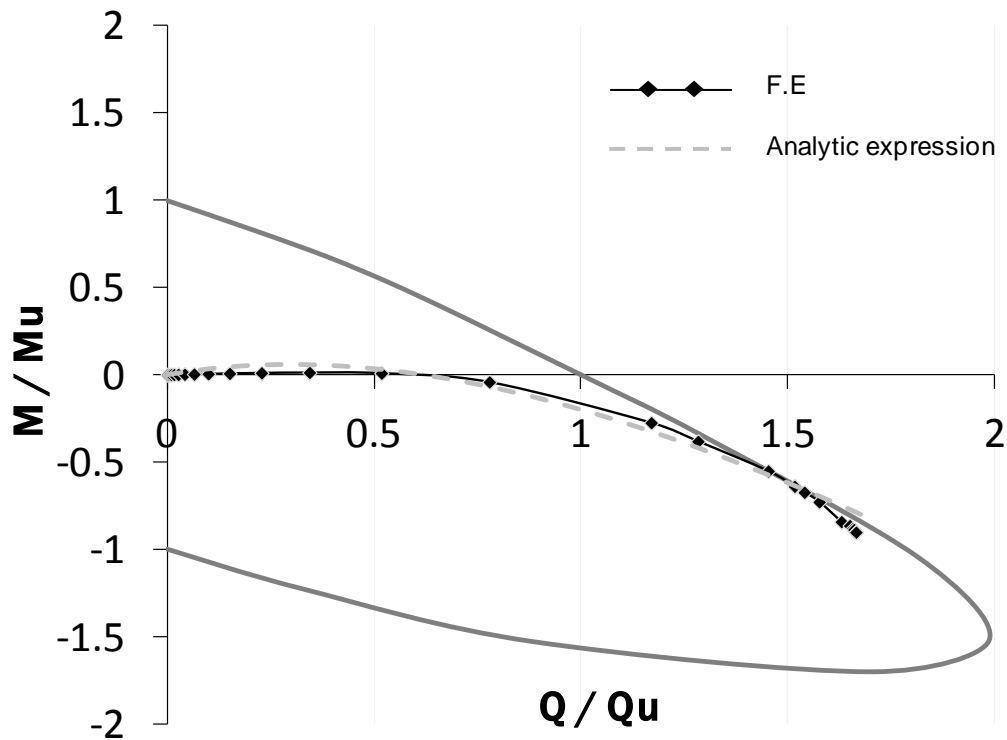


Παρατηρώντας τα σχήματα 6.14α – 6.14ε βγαίνει το συμπέρασμα ότι οι εξισώσεις που οριοθέτησαν το πρόβλημα εύρεσης της όδευσης οποιουδήποτε συστήματος (σχέσεις 6.2, 6.6, 6.16) δεν περιγράφουν απόλυτα την πραγματική κατάσταση. Πιο συγκεκριμένα είναι φανερό ότι οι οδεύσεις που προκύπτουν μέσω των αναλυτικών σχέσεων προσεγγίζουν σε μικρό βαθμό τις αντίστοιχες οδεύσεις που προέρχονται από αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων. Ένα επιπρόσθετο πρόβλημα που προκύπτει από την επίλυση του μαθηματικού συστήματος  $3 \times 3$  είναι ότι για ορισμένες τιμές ύψους βάθρου (π.χ  $H_{pier} = 1.50m$ ) οι λύσεις του MathCAD (συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$ ) είναι μιγαδικοί αριθμοί. Μία πιθανή εξήγηση της αιτίας που η παραπάνω μεθοδολογία προσεγγίζει σε μέτριο βαθμό την πραγματική κατάσταση είναι η πολυπλοκότητα της όδευσης όπως αυτή προκύπτει μέσω του ABAQUS. Συνεπώς, μία λύση θα μπορούσε να είναι η μετατροπή της γενικής εξίσωσης που περιγράφει την όδευση σε μία νέα μορφή ίσως με περισσότερους συντελεστές. Σε αυτήν την περίπτωση βέβαια χρειάζεται και μία επιπλέον εξίσωση για να δημιουργηθεί το μαθηματικό σύστημα. Σε κάθε περίπτωση πάντως, ήταν αναμενόμενο ο μαθηματικός ορισμός ενός τόσο πολύπλοκου προβλήματος να μην είναι απλή διαδικασία. Γι αυτόν το λόγο η παραπάνω μέθοδος είναι εν μέρει αποδεκτή καθώς δίνει έστω μία αδρή προσέγγιση της πραγματικής μορφής της τυχούσας όδευσης.

### 6.2.2.2 Προσδιορισμός των $\alpha, \beta, \gamma$ μέσω δοκιμών

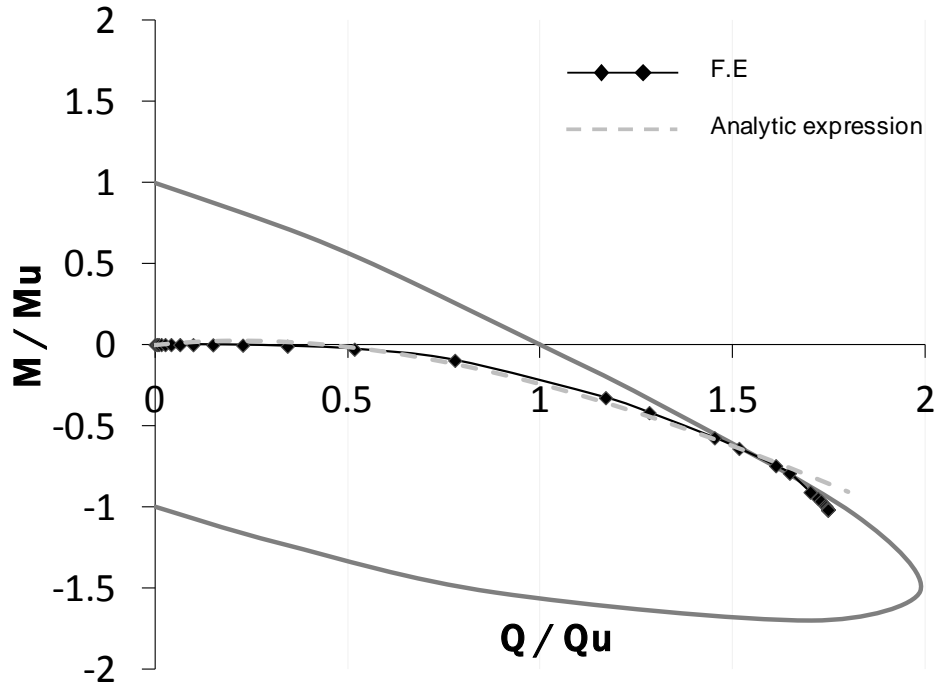
Ο δεύτερος τρόπος προσέγγισης ώστε να βρεθούν οι συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$  και να επιτευχθεί ο στόχος «μαθηματικοποίησης» της εκάστοτε όδευσης είναι οι δοκιμές. Το ζητούμενο βέβαια είναι εάν αυτός τρόπος μπορεί να οδηγήσει σε μία τέτοια διασπορά τιμών ώστε αυτές κάπως να συσχετίζονται μεταξύ τους και όχι να είναι εντελώς

ακανόνιστες. Αρχικά, η όδευση που αντιστοιχεί στο μοντέλο με ύψος βάρου 1.5 μέτρο και δείκτη δυσκαμψίας 0.10 περιγράφεται με αρκετή ακρίβεια (σχήμα 6.15) εάν οι συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$  της γενικής εξίσωσης της όδευσης (σχέση 6.1) λάβουν τις τιμές 1.5, 0.75 και 1.1 αντίστοιχα.

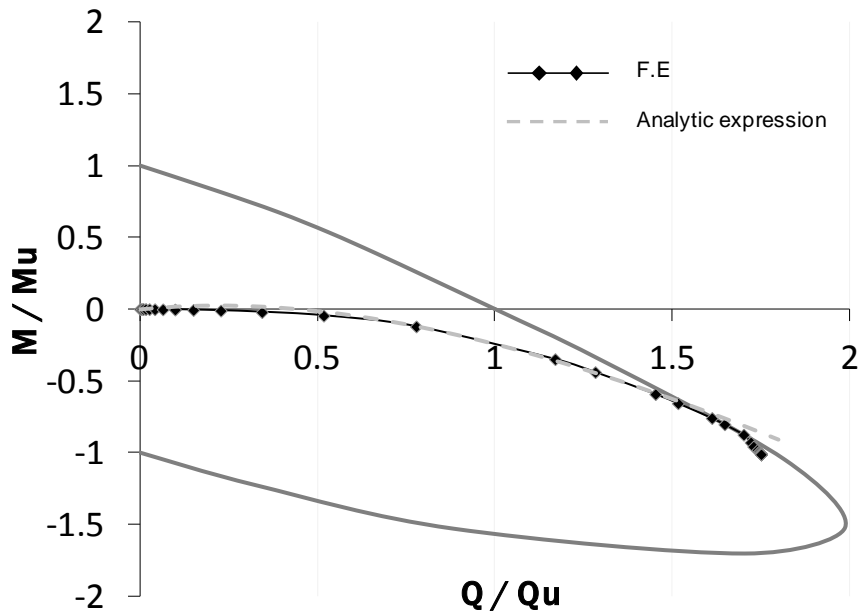


**Σχ.6.15** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάρου ύψους  $H = 1.5m$  και  $kr = 0.10$

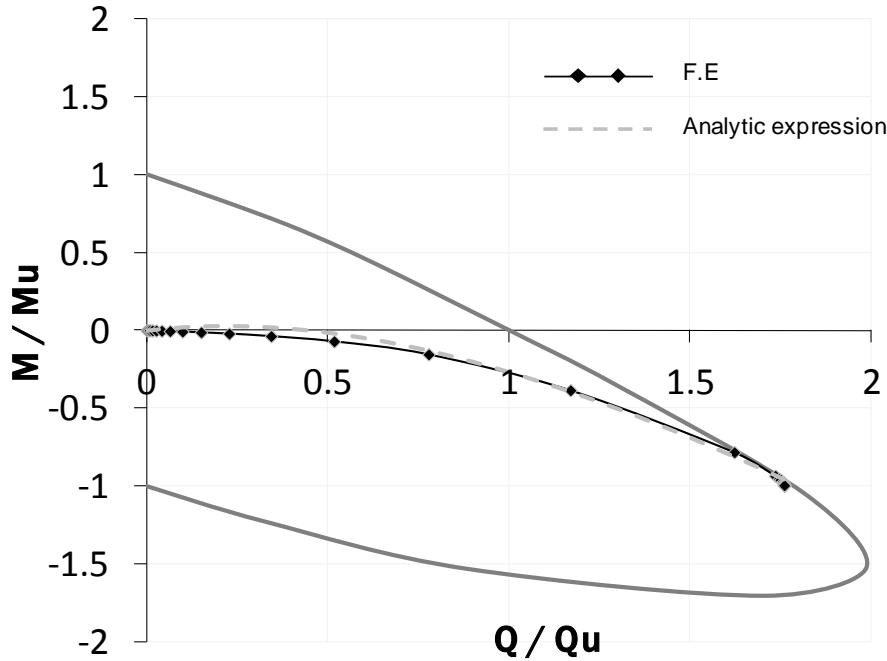
Στη συνέχεια παρατίθενται τα αντίστοιχα συγκριτικά διαγράμματα και για τις υπόλοιπες 15 οδεύσεις συνδυασμού τιμών  $H_{pier}$  και  $kr$  καθώς και ο συγκεντρωτικός πίνακας των συντελεστών για κάθε περίπτωση.



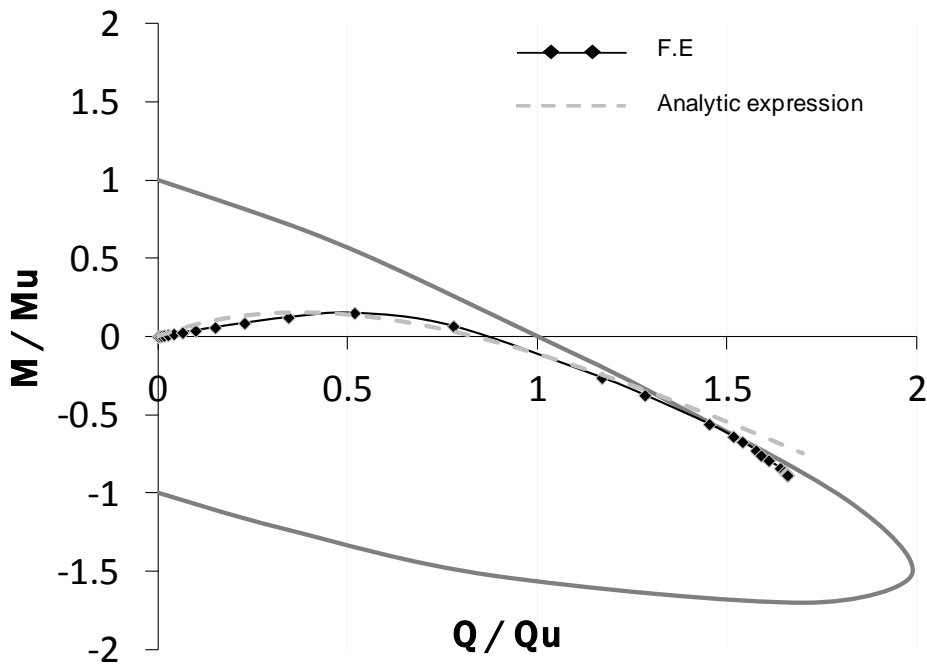
**Σχ.6.16** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 1.5m$  και  $kr = 0.25$



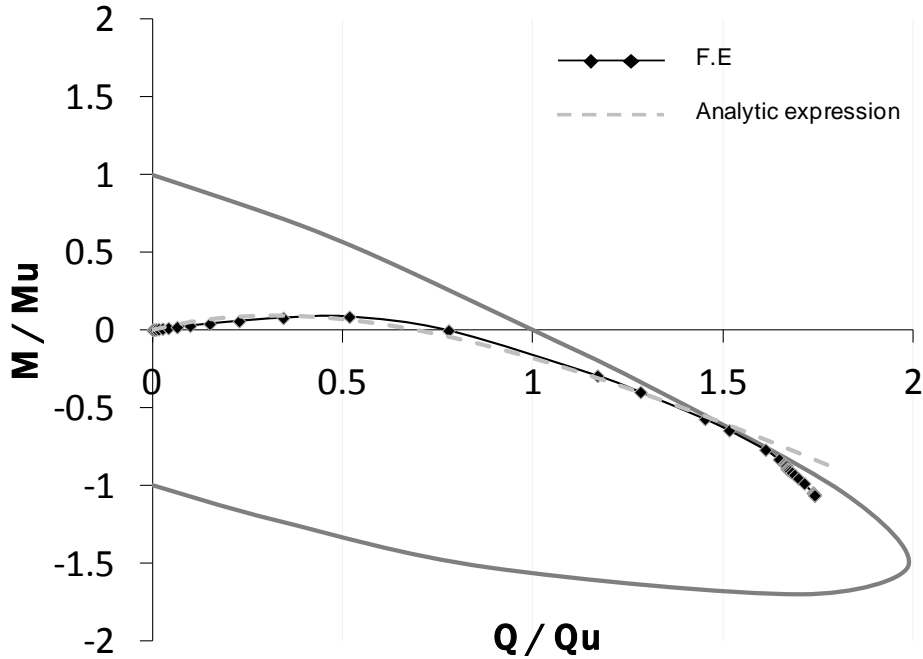
**Σχ.6.17** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 1.5m$  και  $kr = 0.40$



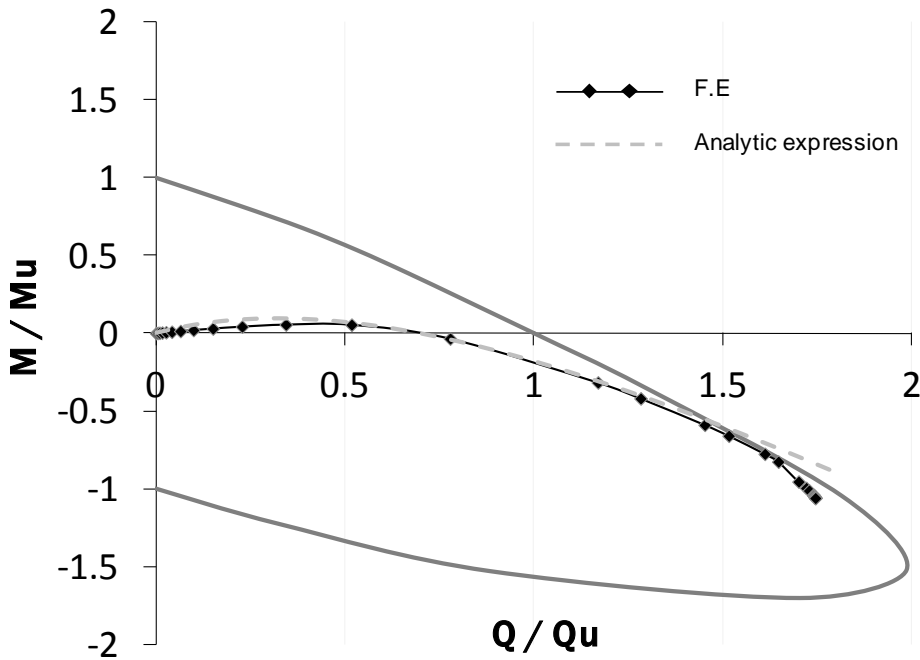
**Σχ.6.18** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 1.5m$  και  $kr = 1.00$



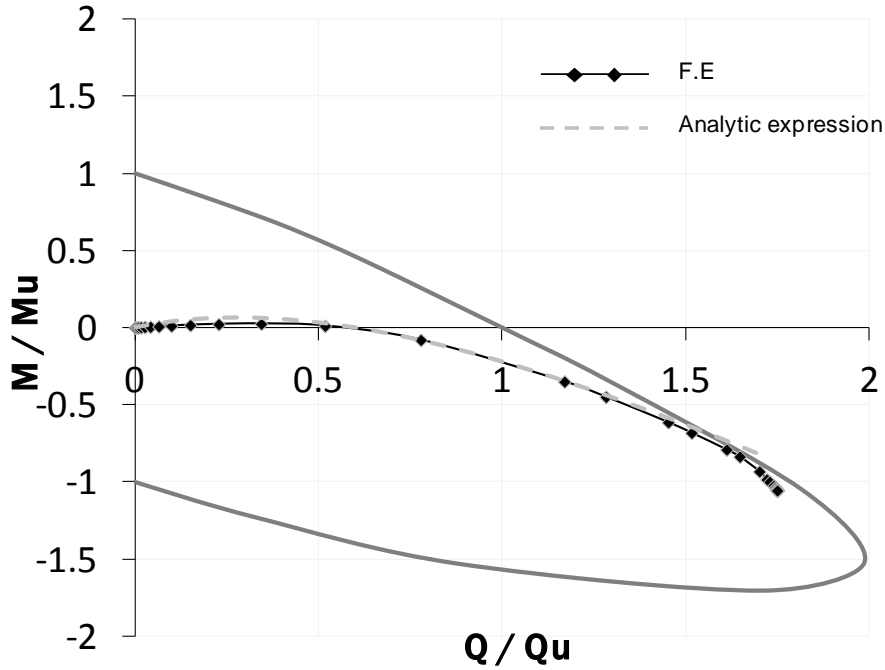
**Σχ.6.19** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 6m$  και  $kr = 0.10$



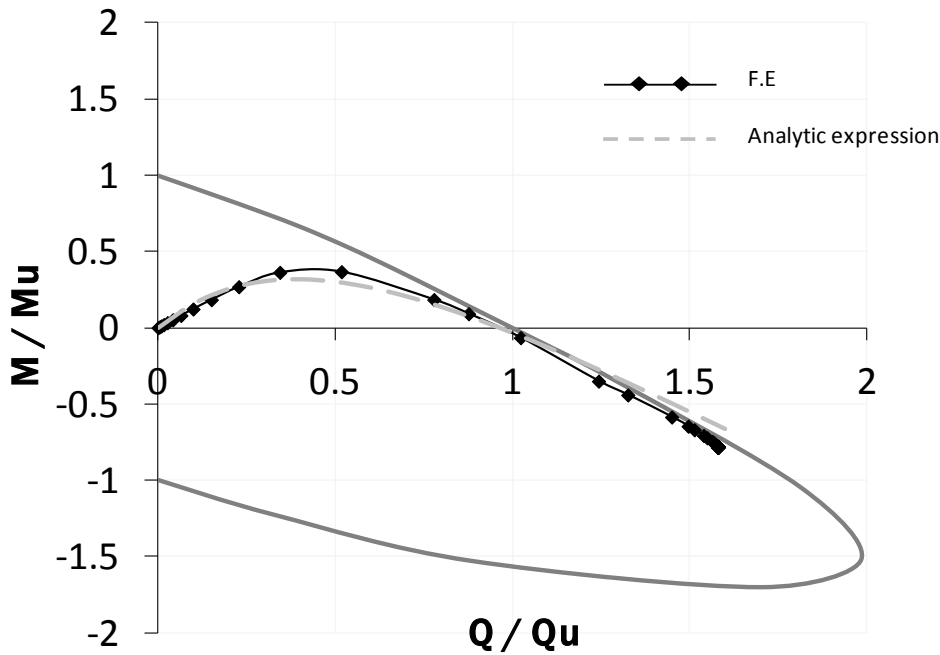
**Σχ.6.20** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 6m$  και  $kr = 0.25$



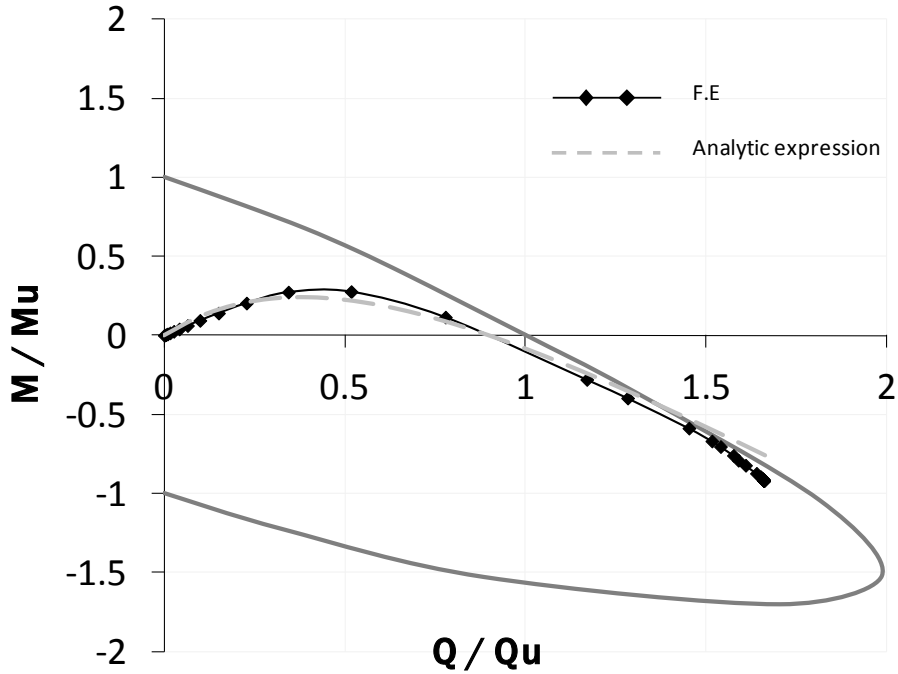
**Σχ.6.21** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 6m$  και  $kr = 0.40$



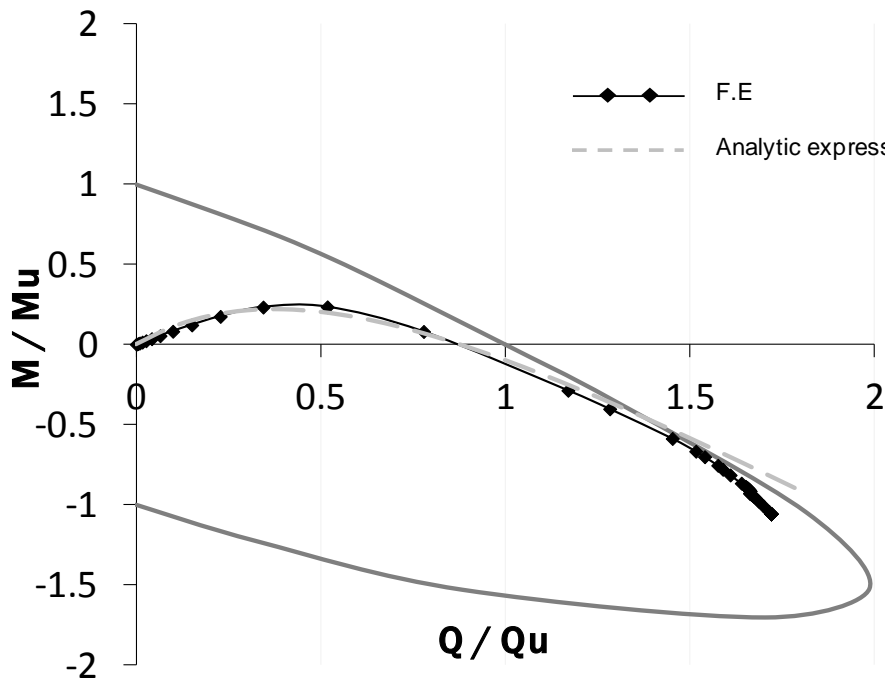
**Σχ.6.22** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 6m$  και  $kr = 1.00$



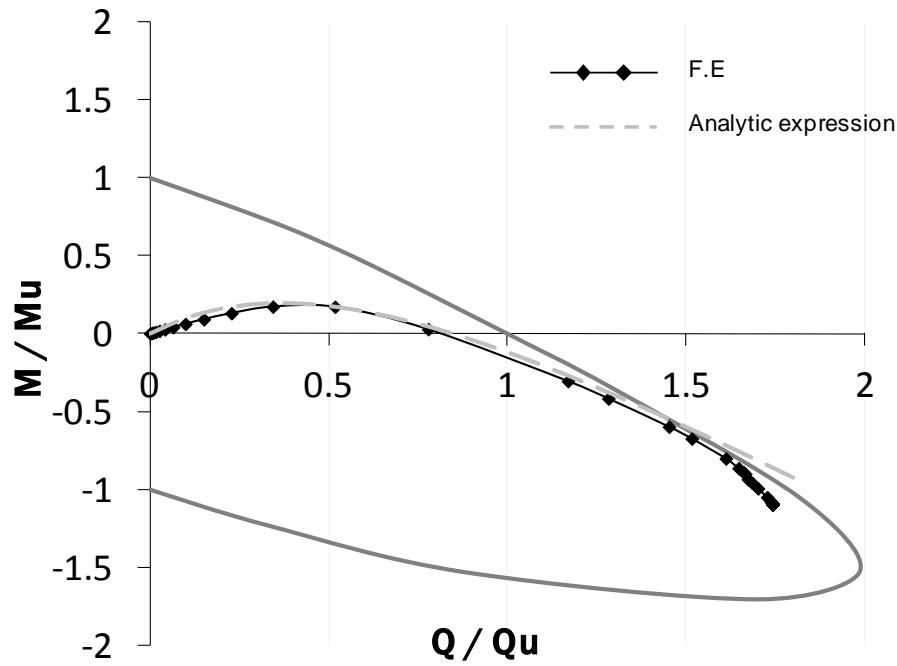
**Σχ.6.23** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 17m$  και  $kr = 0.10$



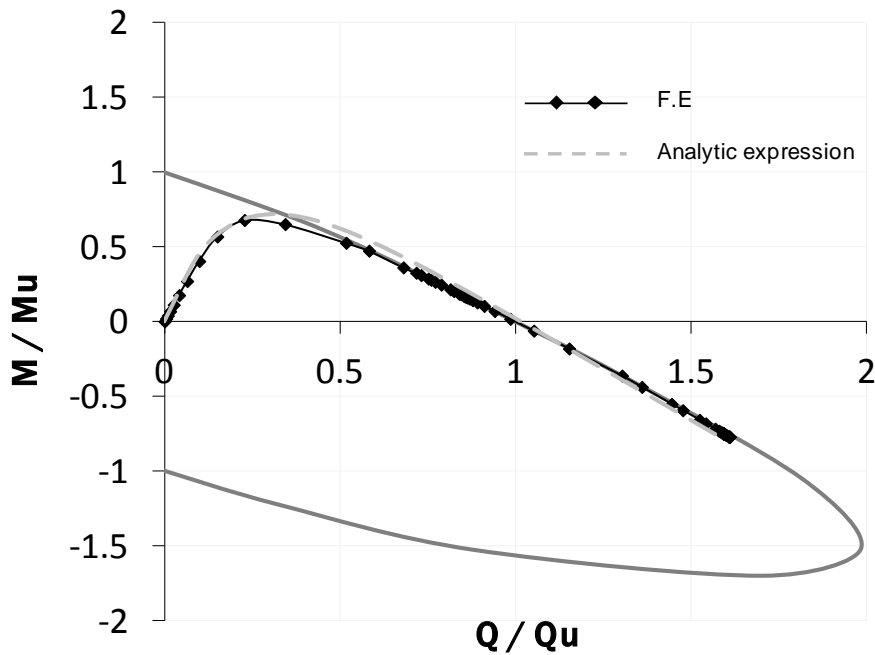
**Σχ.6.24** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 17m$  και  $kr = 0.25$



**Σχ.6.25** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 17m$  και  $kr = 0.40$

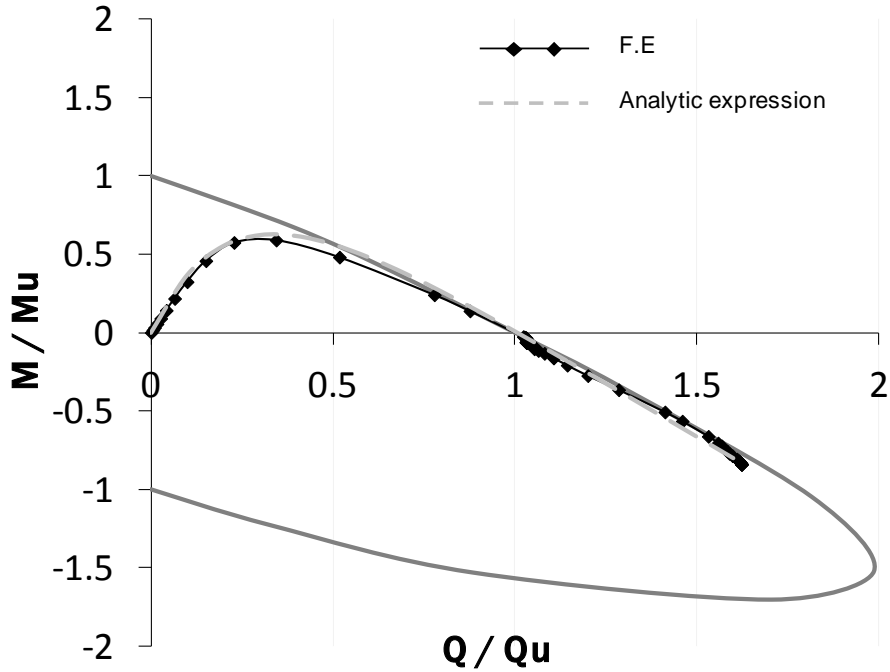


**Σχ.6.26** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 17m$  και  $kr = 1.00$

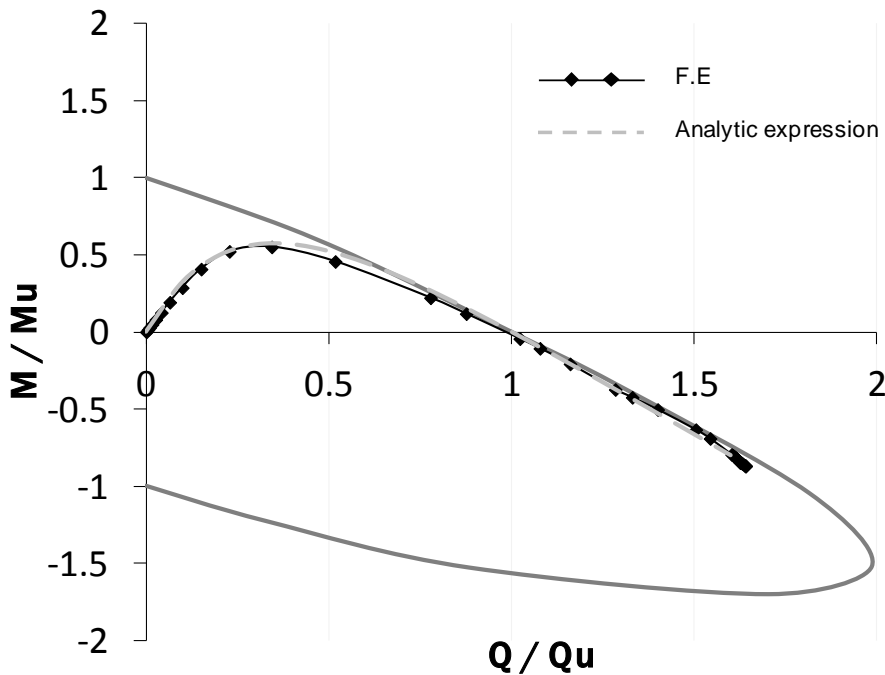


**Σχ.6.27** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 55m$  και  $kr = 0.10$

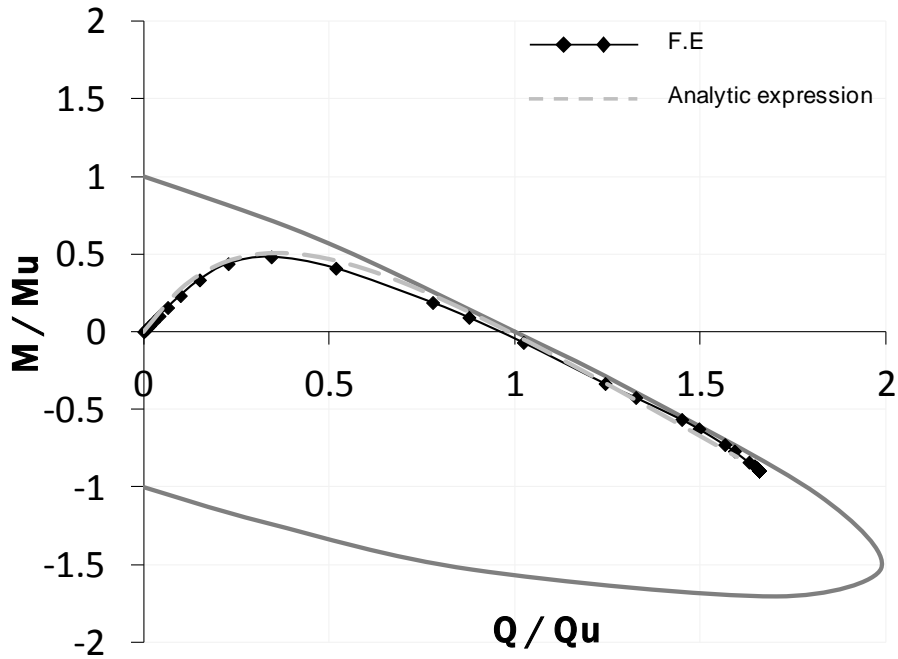




**Σχ.6.28** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας θάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το θάδρο ύψους  $H = 55m$  και  $kr = 0.25$



**Σχ.6.29** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας θάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το θάδρο ύψους  $H = 55m$  και  $kr = 0.40$



**Σχ.6.30** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 55m$  και  $kr = 1.00$

<b>H</b>	<b>kr</b>	<b>Heff</b>	<b>α</b>	<b>β</b>	<b>γ</b>
1.5	0.1	0.530	1.5	0.75	1.1
1.5	0.25	-0.061	1.5	0.7	1
1.5	0.4	-0.356	1.5	0.7	1
1.5	1	-0.796	1.5	0.7	1.1
6	0.1	3.84	6	1.5	0.2
6	0.25	2.63	6	1.3	0.2
6	0.4	2.04	6	1.3	0.2
6	1	1.16	6	1.2	0.2
17	0.1	12.23	17	2.5	0.07
17	0.25	9.51	17	2.1	0.07
17	0.4	8.18	17	2	0.07
17	1	6.22	17	1.9	0.07
55	0.1	41.77	55	5.5	0.025
55	0.25	33.75	55	4.5	0.025
55	0.4	29.87	55	4	0.025
55	1	24.20	55	3.5	0.025

**Πίνακας 6.3** Συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  που αντιστοιχούν στην μαθηματική περιγραφή κάθε μίας όδευσης M-Q που προέκυψε από τις αναλύσεις μέσω ABAQUS.

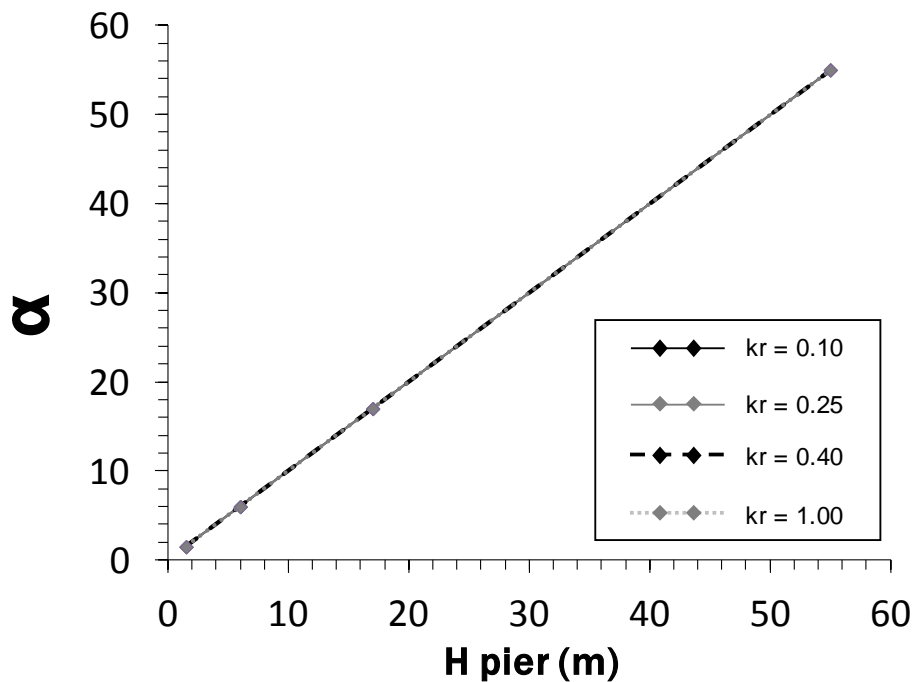
Παρατηρείται μία σχετική ομοιομορφία των συντελεστών  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  σε σχέση με κάθε μεταβολή του ύψους του βάθρου και της στροφικής δυσκαμψίας του ελατηρίου. Πιο συγκεκριμένα, βάσει των υπάρχουσών αναλύσεων προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

1. Ο συντελεστής  $\alpha$  κάθε μίας όδευσης ισούται με το αντίστοιχο ύψος βάθρου για το οποίο η συγκεκριμένη έχει προκύψει. Για παράδειγμα, ο συντελεστής  $\alpha$  της μαθηματικής εξίσωσης που περιγράφει την όδευση για ένα βάθρο ύψους 55 μέτρων ανεξαρτήτως  $kr$  ισούται με 55.
2. Ο συντελεστής  $\gamma$  είναι κοινός για οδεύσεις ισοϋψών βάθρων. Δηλαδή, δύο εξισώσεις που περιγράφουν την όδευση ροπής – τέμνουσας δύο βάθρων ίδιου

ύψους αλλά διαφορετικού  $kr$ , έχουν ίδιο συντελεστή  $\gamma$ . Ακόμη, η σχέση που συνδέει το συντελεστή  $\gamma$  με το ύψος του βάρους είναι αντιστρόφως ανάλογη.

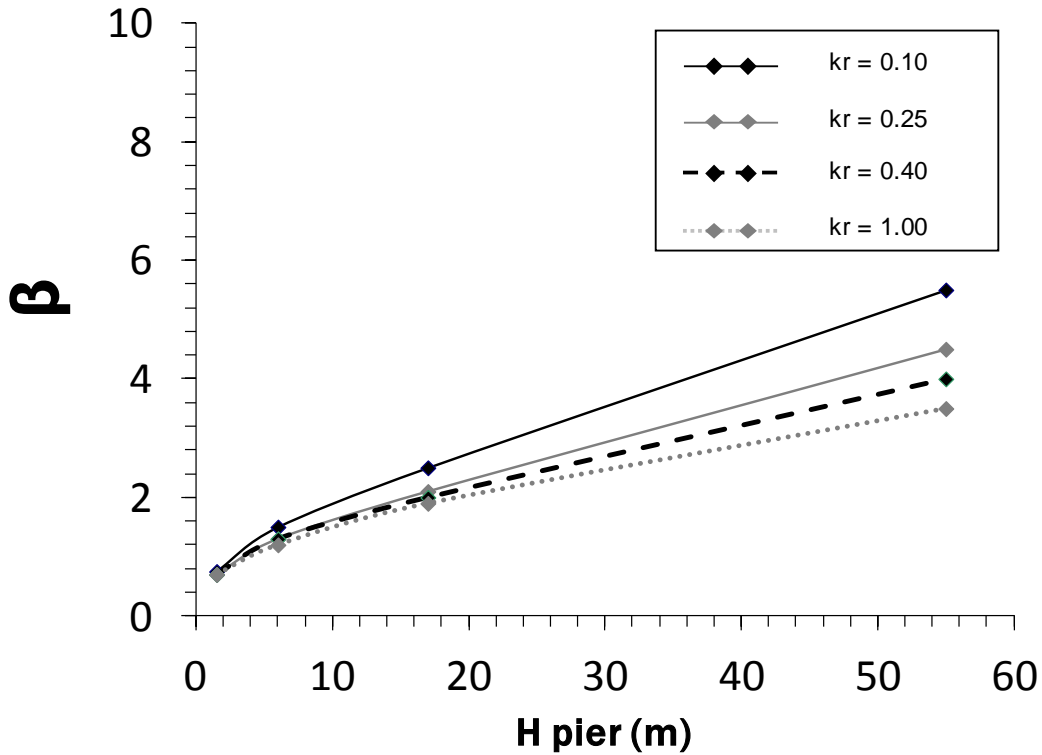
3. Ο συντελεστής  $\beta$  είναι διαφορετικός για κάθε συνδυασμό ύψους βάρους και συντελεστή  $kr$ . Από τα υπάρχοντα στοιχεία φαίνεται να υπάρχει μία αναλογική σχέση μεταξύ των δύο. Αντίθετα, η σχέση  $kr - \beta$  για το ίδιο ύψος βάρους είναι αντιστρόφως ανάλογη.

Όλα τα παραπάνω οδηγούν στο συμπέρασμα ότι εκμεταλλευόμενοι αυτήν τη σχετική ομοιομορφία ίσως να καταστεί δυνατή η εξαγωγή αναλυτικών σχέσεων όπου οι συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$  θα εξαρτώνται μόνο από το ύψος του βάρους  $H_{pier}$  και το δείκτη δυσκαμψίας  $kr$  του στροφικού ελατηρίου. Με αυτόν τον τρόπο θα προσεγγίζεται αμέσως και η όδευση για οποιοδήποτε εξεταζόμενο μοντέλο. Σε πρώτη φάση πρέπει να ελεγχθεί πως μεταβάλλεται σε σχέση με το ύψος του βάρους και τον δείκτη στροφικής δυσκαμψίας ο κάθε ένας συντελεστής με βάση τα δεδομένα του πίνακα 6.3. Αυτή η πληροφορία φαίνεται στα επόμενα διαγράμματα. Αρχικά, όπως ήδη έχει αναφερθεί, ο συντελεστής  $\alpha$  ισούται με την τιμή του αντίστοιχου ύψους βάρους και είναι ανεξαρτήτος του  $kr$  για τις τιμές  $H_{pier} = 1.5m, 6m, 17m, 55m$ . Συνεπώς, είναι δυνατόν να θεωρηθεί ρεαλιστικά ότι αυτή η ευθεία σχέση ισχύει σε γενική βάση (σχήμα 6.31). Η εγκυρότητα αυτής της θεώρησης θα εξεταστεί σε επόμενο στάδιο.



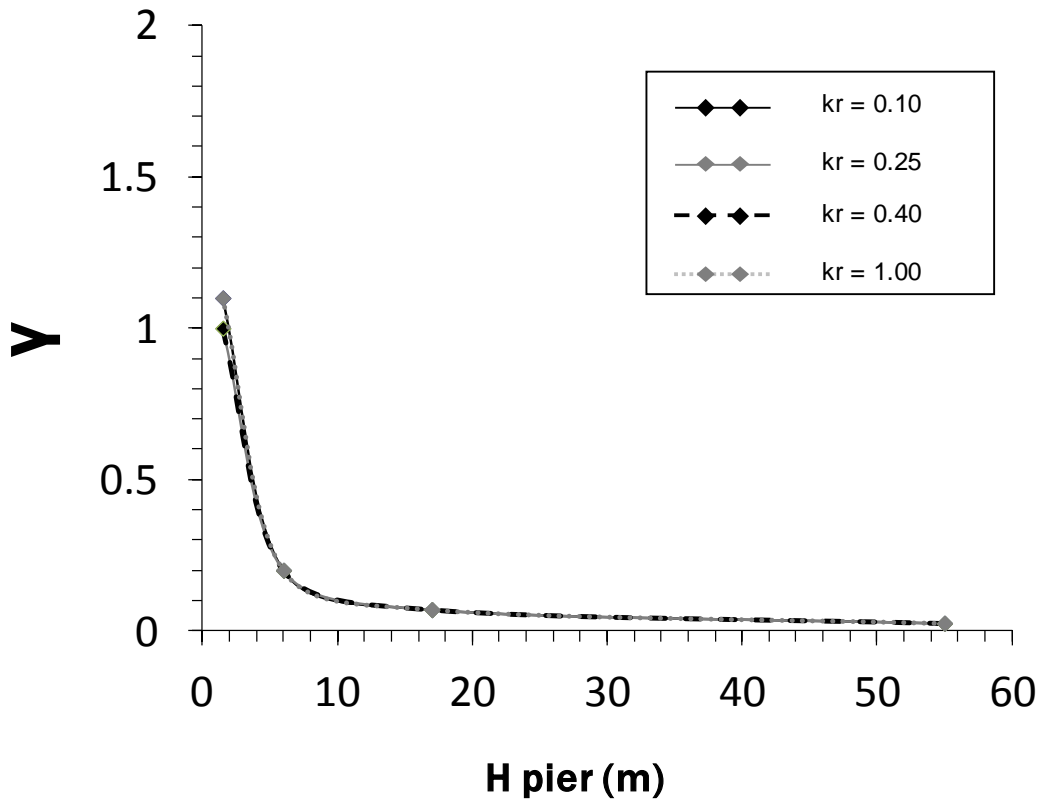
**Σχ.6.31** Εξέλιξη του συντελεστή της όδευσης  $\alpha$  σε σχέση με το ύψος του βάθρου  $H_{pier}$  και το δείκτη στροφικής δυσκαμψίας  $kr$ .

Ακολουθεί η ίδια διαδικασία και για τους συντελεστές  $\beta$  και  $\gamma$ .



**Σχ.6.32** Εξέλιξη του συντελεστή της όδευσης  $\beta$  σε σχέση με το ύψος του βάθρου  $H_{pier}$  και το δείκτη στροφικής δυσκαμψίας  $kr$ .

Είναι φανερό ότι η εξέλιξη του συντελεστή  $\beta$  επηρεάζεται τόσο από το ύψος του βάθρου όσο και από το δείκτη δυσκαμψίας. Μέσω των στοιχείων του πίνακα 6.3 προκύπτει η καμπύλη συσχέτισης του  $\beta$  με το  $H_{pier}$  και το  $kr$  που φαίνεται στο σχήμα 6.32. Βέβαια, όπως και στην περίπτωση του συντελεστή  $\alpha$  οι εξαγόμενες καμπύλες πρέπει να ελεγχθούν ως προς την αξιοπιστία τους. Δηλαδή να διαπιστωθεί εάν όντως υπακούν σε κάποιο μαθηματικό νόμο, όπως φαίνεται, ή έχουν τελείως τυχαμιακό χαρακτήρα οπότε δεν ισχύουν.



**Σχ.6.33** Εξέλιξη του συντελεστή της όδευσης  $\gamma$  σε σχέση με το ύψος του βάθρου  $H_{pier}$  και το δείκτη στροφικής δυσκαμψίας  $kr$ .

Όπως και στην περίπτωση του συντελεστή  $\alpha$  έτσι και στην περίπτωση του συντελεστή  $\gamma$ , η τιμή του δεν επηρεάζεται από τον δείκτη στροφικής δυσκαμψίας του ελατηρίου παρά μόνο από το ύψος του βάθρου.

## 6.3 Αξιοπιστία της μεθόδου προσδιορισμού της εξίσωσης της όδευσης

### 6.3.1 Σύγκριση αναλυτικών σχέσεων – ABAQUS για τυχαία συστήματα βάθρου – ελατηρίου

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το επόμενο βήμα είναι να ελεγχθεί η αξιοπιστία των διαγραμμάτων που συσχετίζουν τους συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  με το ύψος του βάθρου και το  $kr$ . Ο έλεγχος θα πραγματοποιηθεί με τον εξής τρόπο :

Αρχικά, θα προσδιοριστεί η καμπύλη της όδευσης μέσω της διαδικασίας που αναφέρθηκε παραπάνω, προσδιορίζοντας δηλαδή τους συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$  μέσω των διαγραμμάτων (σχήματα 6.31, 6.32, 6.33) και διαστρώνοντας την καμπύλη μέσω της σχέσης 6.1. Θα εξεταστούν τρία νέα ζεύγη ύψους βάθρου και δείκτη στροφικής δυσκαμψίας του ελατηρίου **α)**  $H = 10m$ ,  $kr = 1.00$ , **β)**  $H = 20m$ ,  $kr = 0.40$  και **γ)**  $H = 30m$ ,  $kr = 0.25$ .

Στην συνέχεια θα εκτελεστούν οι αντίστοιχες αναλύσεις για τα τρία παραπάνω ζεύγη τιμών μέσω του κώδικα ABAQUS. Στο τέλος θα συγκριθούν οι οδεύσεις που προκύπτουν μέσω αναλυτικής έκφρασης με τις οδεύσεις που προκύπτουν μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.



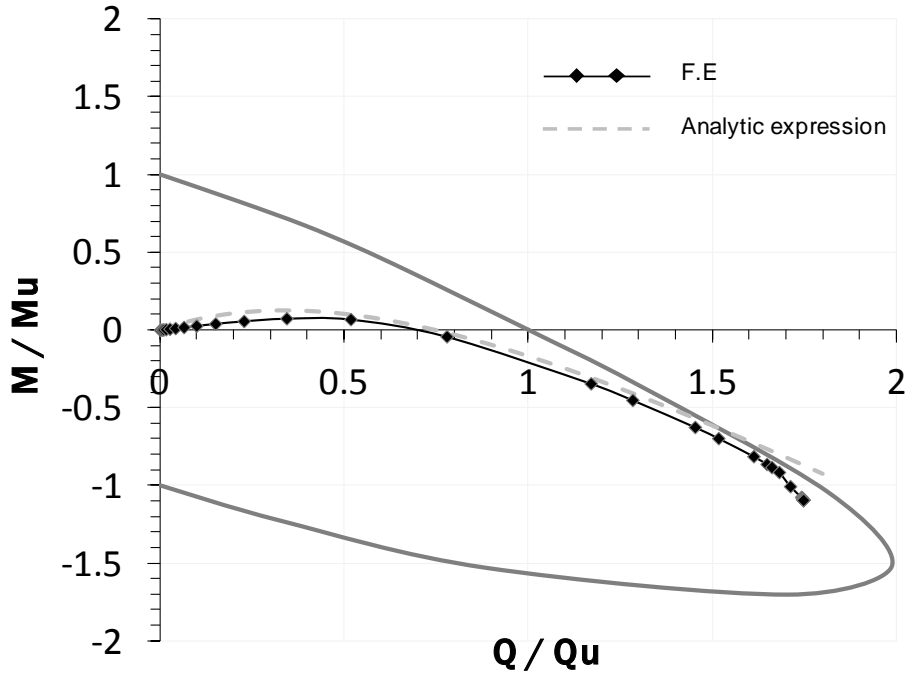
**A)  $H = 10m$  ,  $kr = 1.00$**

Από τα παραπάνω διαγράμματα και για τις συγκεκριμένες τιμές  $H_{pier}$  και  $kr$  προκύπτουν οι εξής συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ :

<b><math>\alpha</math></b>	10
<b><math>\beta</math></b>	1.52
<b><math>\gamma</math></b>	0.12

**Πίνακας 6.4** Συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  της εξίσωσης που περιγράφει την όδευση για βάθρο ύψους 10 m και  $kr = 1.00$ .

Στη συνέχεια παρατίθεται ένα διάγραμμα στο οποίο συγκρίνονται η όδευση που προκύπτει μέσω της αναλυτικής σχέσης (Σχ.6.2) για τις παραπάνω τιμές των  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  και η όδευση που προκύπτει μέσω επίλυσης με ABAQUS.



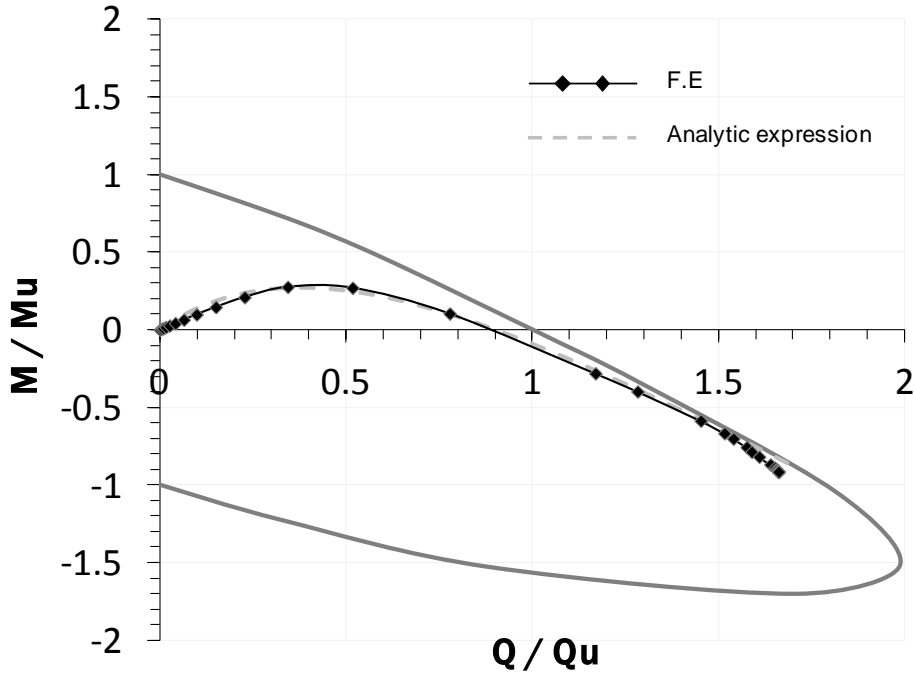
**Σχ.6.34** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 10m$  και  $kr = 1.00$

**B)  $H = 20m$ ,  $kr = 0.40$**

Από τα παραπάνω διαγράμματα και για τις συγκεκριμένες τιμές  $H_{pier}$  και  $kr$  προκύπτουν οι εξής συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ :

<b><math>\alpha</math></b>	<b>20</b>
<b><math>\beta</math></b>	<b>2.15</b>
<b><math>\gamma</math></b>	<b>0.065</b>

**Πίνακας 6.5** Συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  της εξίσωσης που περιγράφει την όδευση για βάθρο ύψους  $20 m$  και  $kr = 0.40$ .



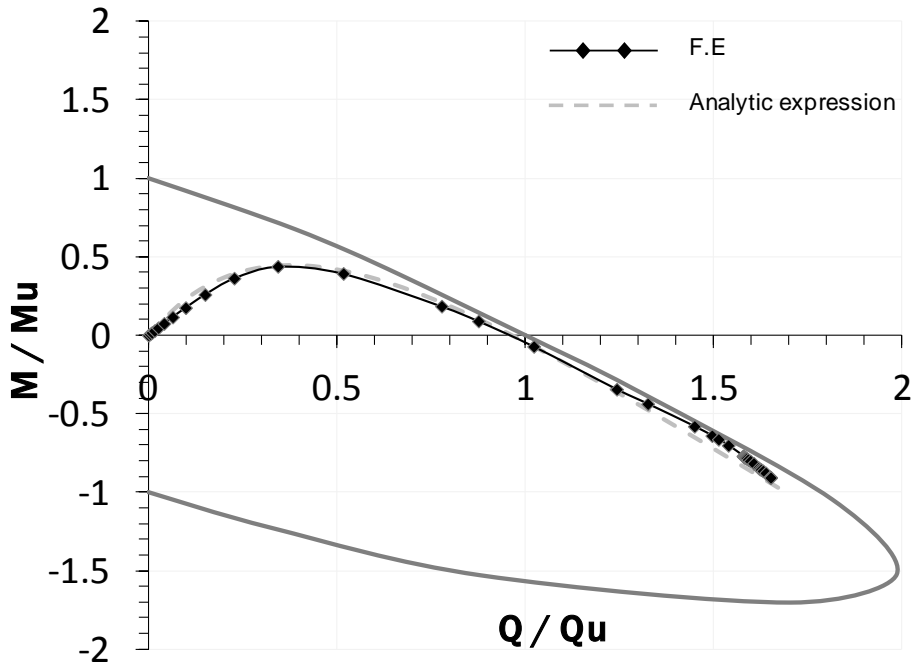
**Σχ.6.35** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 20m$  και  $kr = 0.40$

**Γ)  $H = 30m$  ,  $kr = 0.25$**

Από τα παραπάνω διαγράμματα και για τις συγκεκριμένες τιμές  $H_{pier}$  και  $kr$  προκύπτουν οι εξής συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ :

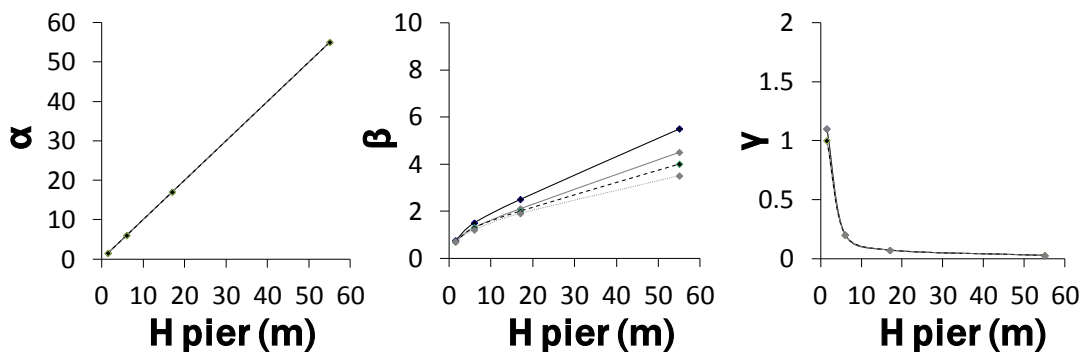
<b><math>\alpha</math></b>	<b>30</b>
<b><math>\beta</math></b>	<b>2.92</b>
<b><math>\gamma</math></b>	<b>0.045</b>

**Πίνακας 6.6** Συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  της εξίσωσης που περιγράφει την όδευση για βάθρο ύψους  $30 m$  και  $kr = 0.25$ .



**Σχ.6.36** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάρθο ύψους  $H = 30m$  και  $kr = 0.25$

Είναι προφανές ότι η αναλυτική μέθοδος προσδιορισμού μιας τυχούσας όδευσης όπως περιγράφηκε παραπάνω προσεγγίζει σχεδόν με απόλυτη ακρίβεια την πραγματική κατάσταση που προκύπτει μέσω της ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία. Άρα, τα διαγράμματα που συσχετίζουν τους τρεις συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  με το  $H_{pier}$  και το  $kr$  είναι μια έγκυρη διαδικασία προσδιορισμού μιας όδευσης.



**Σχ.6.37** Συγκεντρωτικά διαγράμματα για την εύρεση των συντελεστών  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

## **6.4 Εξαγωγή μαθηματικών σχέσεων που περιγράφουν τους συντελεστές $\alpha, \beta, \gamma$**

### **6.4.1 Αξιολογία νέας μεθόδου – Συγκρίσεις αναλυτικών σχέσεων – ABAQUS**

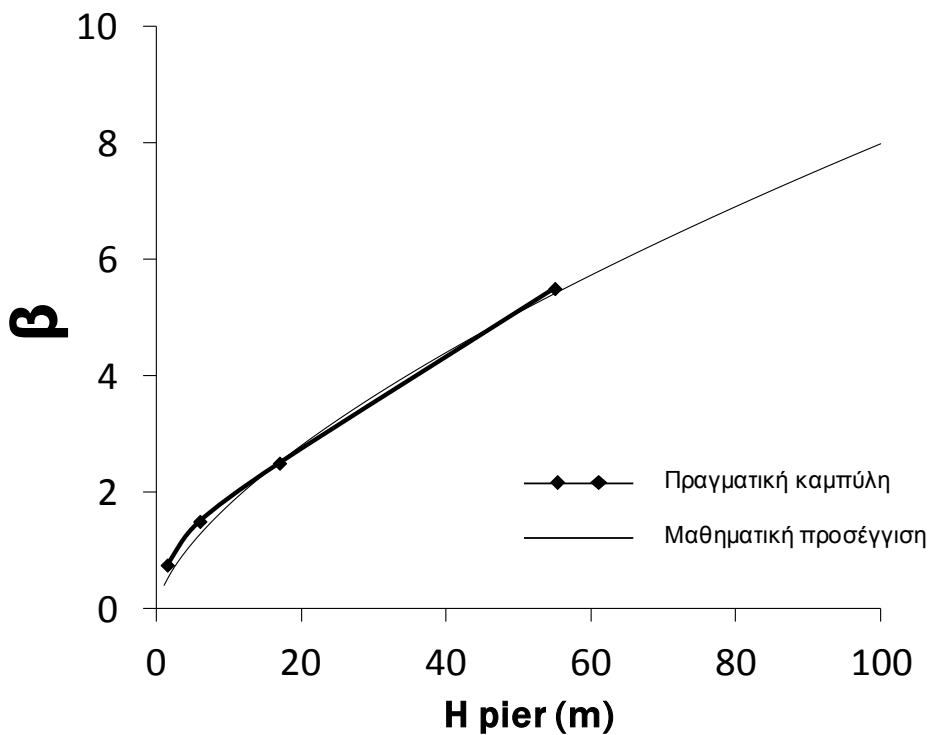
Η διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω για τον προσδιορισμό μίας όδευσης μέσω αναλυτικής έκφρασης μπορεί να αποδίδει εξαιρετικά αλλά έχει κάποια κενά τα οποία θα διαφωτιστούν παρακάτω.

Αρχικά, παρατηρώντας τα διαγράμματα που συνδέουν τους συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  με το  $Hr_{ier}$  και το  $kr$  προκύπτει ένα πρόβλημα όσον αφορά το  $\beta$ . Ο ακριβής προσδιορισμός του συγκεκριμένου συντελεστή για τιμές του δείκτη δυσκαμψίας  $kr$  εκτός του πεδίου των αναλύσεων, δηλαδή για τιμές διαφορετικές του 0.10, 0.25, 0.40, 1.00, είναι αρκετά δύσκολο εγχείρημα.

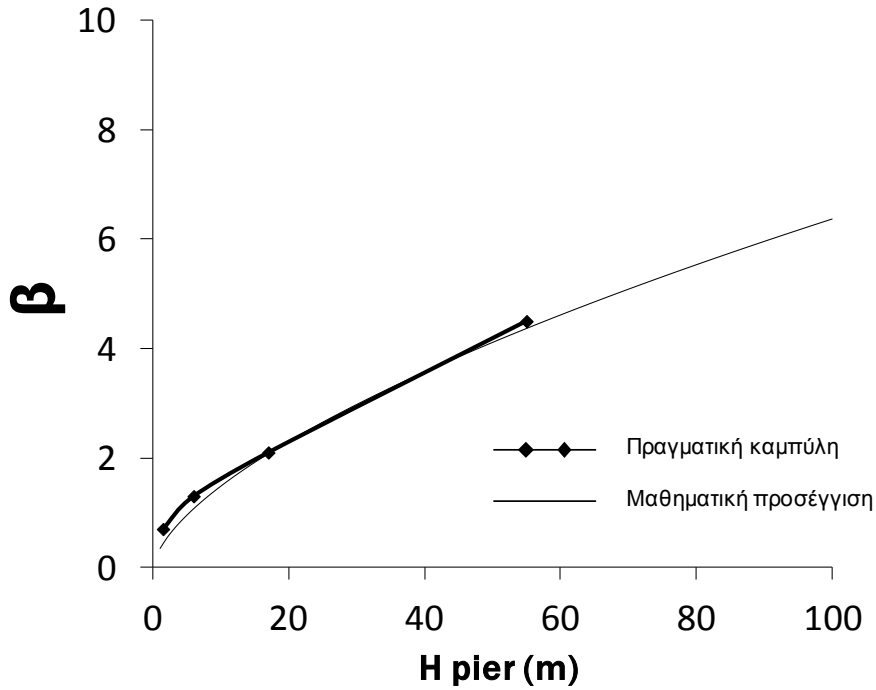
Ακόμη, ένα γενικότερο πρόβλημα που προκύπτει από τα διαγράμματα είναι ότι για βάθρα τα οποία ενδέχεται να είναι μεγαλύτερου ύψους από 55 μέτρα δε γίνεται να προσδιοριστούν οι συντελεστές. Γι αυτούς τους λόγους, το επόμενο βήμα είναι να «μαθηματικοποιηθούν» τα διαγράμματα. Πιο συγκεκριμένα, αρχικά πρέπει να βρεθούν οι εξισώσεις των καμπυλών που συσχετίζουν τους συντελεστές με τα φυσικά μεγέθη ενός βάρου με βάση τα μέχρι τώρα δεδομένα (σχήμα 6.37). Στο τέλος της διαδικασίας, στόχος είναι να εξαχθούν μαθηματικές σχέσεις μέσω των οποίων, γνωρίζοντας μόνο το

ύψος του βάρου και το δείκτη δυσκαμψίας θα προσδιορίζονται απ'ευθείας οι συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  και συνεπώς η εκάστοτε ζητούμενη όδευση.

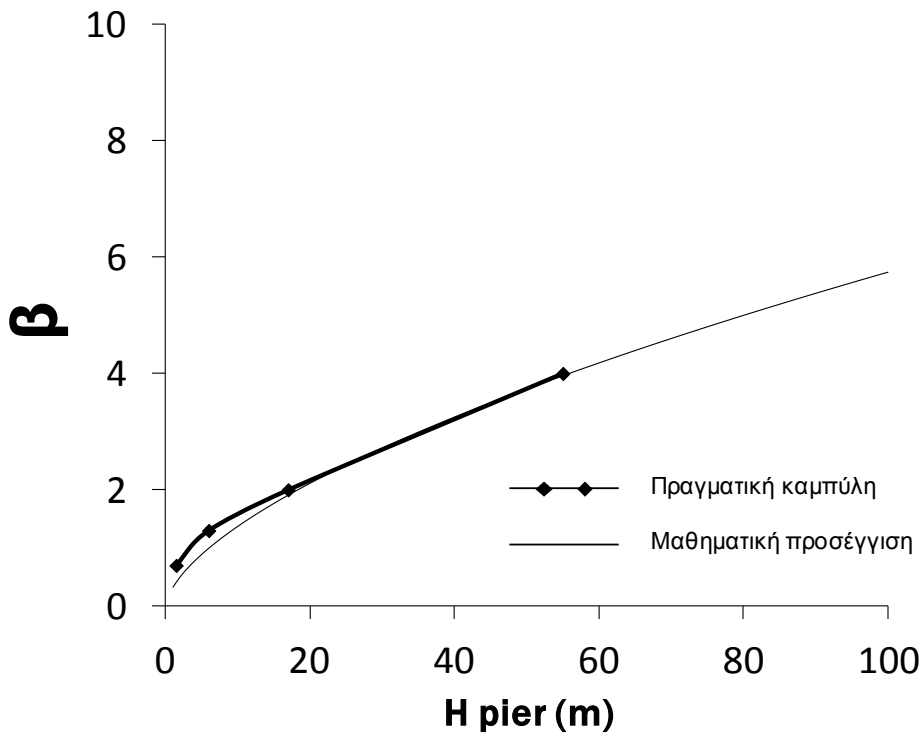
Ξεκινώντας από τα πιο απλά, η εξίσωση που περιγράφει την μεταβολή του συντελεστή  $\alpha$  με το  $H_{pier}$  είναι φυσικά η  $y = x$  (όπου  $y$  είναι ο συντελεστής  $\alpha$  και  $x$  το ύψος του βάρου). Όσον αφορά το συντελεστή  $\beta$ , αρχικά θα προσδιοριστούν οι εξισώσεις των τεσσάρων γνωστών καμπυλών (Σχ.6.32).



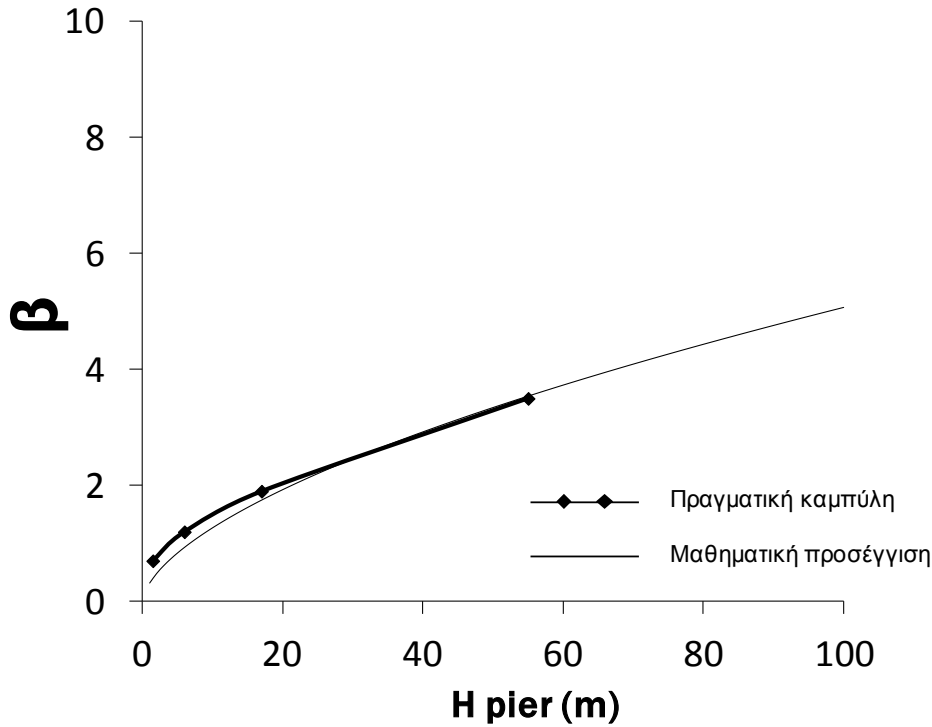
**Σχ.6.38** Εξέλιξη του συντελεστή της όδευσης  $\beta$  σε σχέση με το ύψος του βάρου  $H_{pier}$  για  $kr = 0.10$ . Σύγκριση της πραγματικής καμπύλης με την μαθηματική εξίσωση  $y = 0.40 x^{0.65}$



**Σχ.6.39** Εξέλιξη του συντελεστή της όδευσης  $\beta$  σε σχέση με το ύψος του βάθρου  $H_{pier}$  για  $kr = 0.25$ . Σύγκριση της πραγματικής καμπύλης με την μαθηματική εξίσωση  $y = 0.35 x^{0.63}$



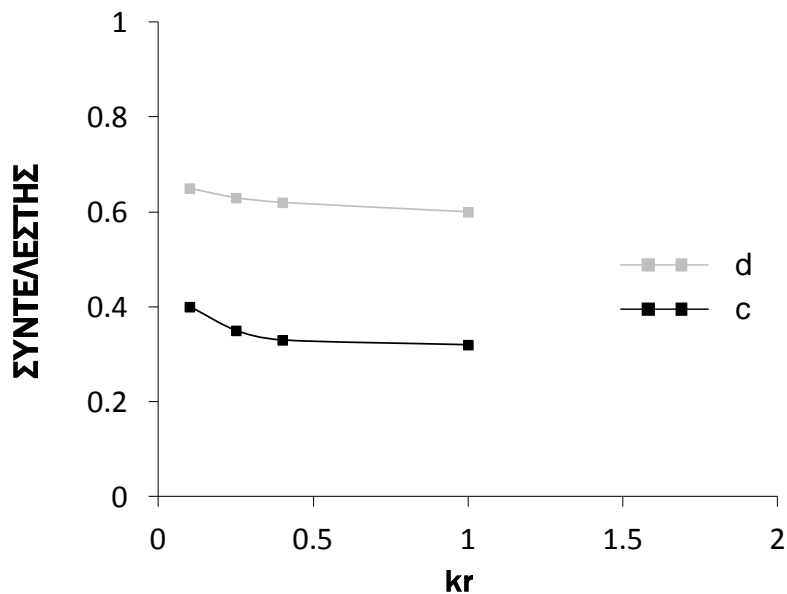
**Σχ.6.40** Εξέλιξη του συντελεστή της όδευσης  $\beta$  σε σχέση με το ύψος του βάθρου  $H_{pier}$  για  $kr = 0.40$ . Σύγκριση της πραγματικής καμπύλης με την μαθηματική εξίσωση  $y = 0.33 x^{0.62}$



**Σχ.6.41** Εξέλιξη του συντελεστή της όδευσης  $\beta$  σε σχέση με το ύψος του βάθρου  $H_{pier}$  για  $kr = 1.00$ . Σύγκριση της πραγματικής καμπύλης με την μαθηματική εξίσωση  $y = 0.32 x^{0.60}$

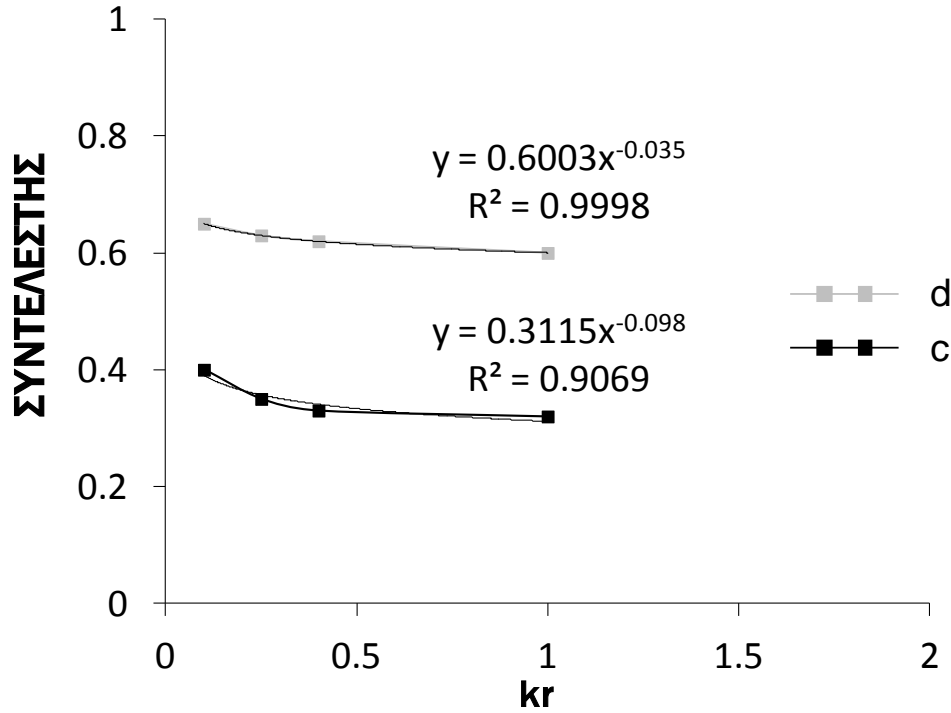
Οι καμπύλες εξέλιξης του συντελεστή  $\beta$  είναι της γενικής μορφής  $y = c \cdot x^d$  όπως φαίνεται και στα παραπάνω σχήματα. Παρόλο που χρησιμοποιήθηκαν μόλις δύο συντελεστές ( $c$ ,  $d$ ), οι εξαγόμενες εξισώσεις προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια την πραγματική κατάσταση. Ας δούμε όμως πως μεταβάλλονται σχηματικά οι δύο συγκεκριμένοι συντελεστές  $c$  και  $d$  σε σχέση με το  $kr$ .





**Σχ.6.42** Εξέλιξη των συντελεστών  $c$ ,  $d$  σε σχέση με το  $kr$ .

Για τιμές του  $kr$  μεγαλύτερες του 0.40 παρατηρείται σταθεροποίηση των συντελεστών  $c$  και  $d$ . Μάλιστα η μορφή των δύο καμπυλών είναι τέτοια ώστε να μπορούν να προσδιοριστούν οι εξισώσεις που περιγράφουν τη μεταβολή των  $c$ ,  $d$  σε σχέση με το  $kr$ . Η μαθηματική «αποκρυπτογράφηση» του τρόπου μεταβολής των συντελεστών  $c$  και  $d$  δίνεται στο παρακάτω σχήμα.

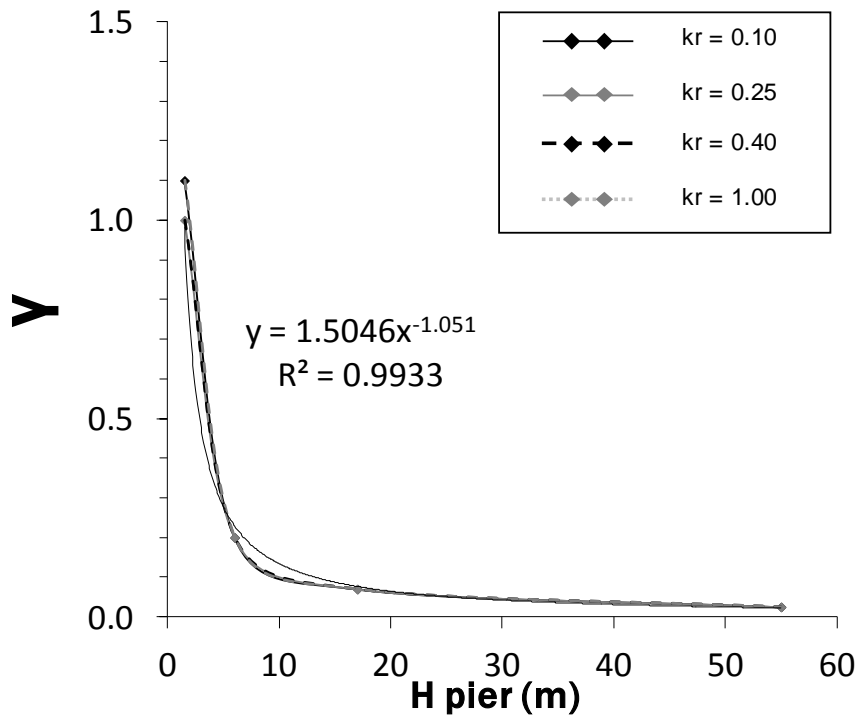


**Σχ.6.43** Εξέλιξη των συντελεστών  $c$ ,  $d$  σε σχέση με το  $kr$ . Συμπεριλαμβάνονται οι μαθηματικές εξισώσεις που περιγράφουν τις καμπύλες εξέλιξης.

Ανακεφαλαιώνοντας, είναι πλέον δυνατό να εκφραστεί ο συντελεστής  $\beta$  ως συνάρτηση μόνο δύο παραγόντων, του  $H_{rier}$  και του  $kr$ . Σύμφωνα με τα προηγούμενα ισχύει η γενική εξίσωση  $\beta = c \cdot H^d$ . Αντικαθιστώντας σε αυτήν την εξίσωση τις σχέσεις μεταβολής των συντελεστών όπως αυτές φαίνονται στο σχήμα 6.43 ( $c = 0.3115 \cdot kr^{-0.098}$  και  $d = 0.60 \cdot kr^{-0.035}$ ) προκύπτει μία τελική εξίσωση που συσχετίζει το συντελεστή  $\beta$  μόνο με το ύψος του βάρους και το δείκτη δυσκαμψίας του ελατηρίου.

$$\beta = 0.3115 \cdot kr^{-0.098} \cdot H^{0.60 \cdot kr^{-0.035}} \quad (6.20)$$

Αυτό που απομένει είναι να οριστεί η μαθηματική εξίσωση που περιγράφει και τη μεταβολή του συντελεστή  $\gamma$  σε σχέση με το  $H_{pier}$  και το  $kr$ .



**Σχ.6.44** Εξέλιξη του συντελεστή της όδευσης  $\gamma$  σε σχέση με το ύψος του βάθρου  $H_{pier}$  και το δείκτη στροφικής δυσκαμψίας  $kr$ . Συμπεριλαμβάνεται και η εξίσωση που περιγράφει τις καμπύλες.

Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα η εξίσωση  $\gamma = 1.5046 \cdot x^{-1.051}$  περιγράφει με αρκετά ικανοποιητική ακρίβεια τη μεταβολή του συντελεστή  $\gamma$  σε σχέση με το ύψος του βάθρου. Συνοψίζοντας, και οι τρεις συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  είναι πλέον συναρτήσεις μόνο του  $H_{pier}$  και του  $kr$  και περιγράφονται από τις παρακάτω σχέσεις :

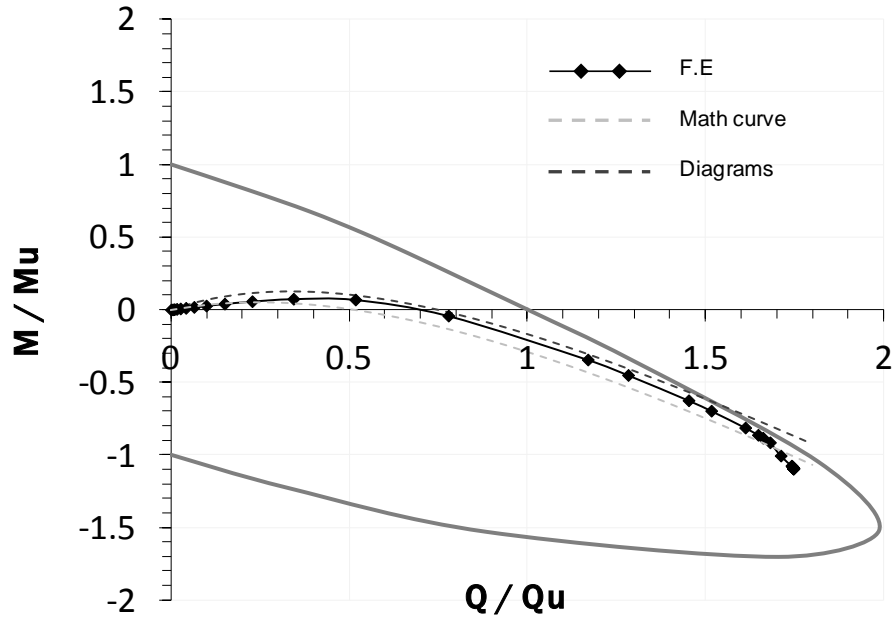
$$\alpha = H \quad (6.21)$$

$$\beta = 0.3115 \cdot kr^{-0.098} \cdot H^{0.60 \cdot kr^{-0.035}} \quad (6.22)$$

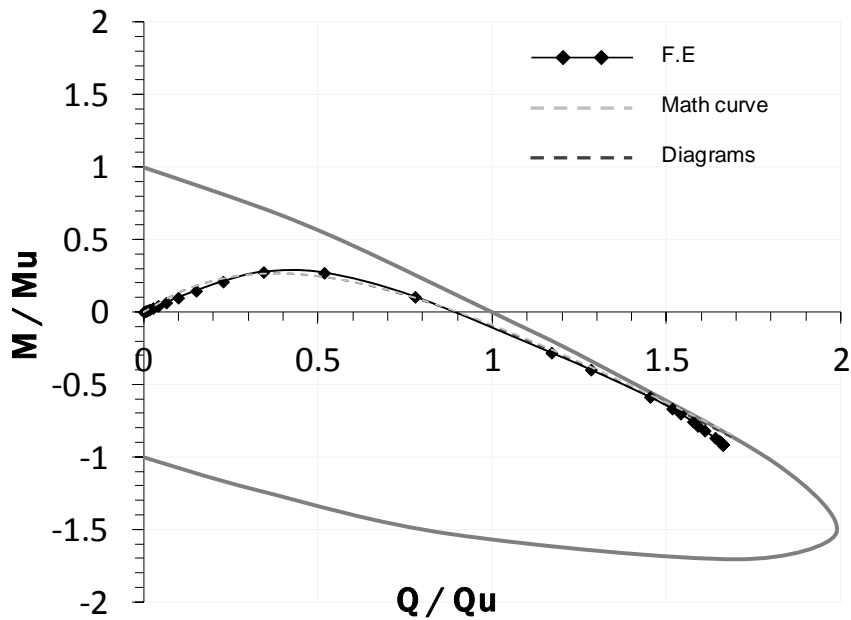
$$\gamma = 1.5046 \cdot H^{-1.051} \quad (6.23)$$

Η ύπαρξη των τριών παραπάνω σχέσεων ουσιαστικά σημαίνει λύση του προβλήματος «μαθηματικοποίησης» της καμπύλης όδευσης. Για παράδειγμα, μπορεί κάποιος απλά να επιλέξει ένα οποιοδήποτε σύστημα με ύψος βάρου  $H$  και δείκτη δυσκαμψίας του στροφικού ελατηρίου  $kr$ , να βρει τους συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$  μέσω των σχέσεων 6.21 – 6.23 και να τους αντικαταστήσει στη γενική μορφή εξίσωσης της όδευσης (σχέση 6.1). Στη συνέχεια το μόνο που χρειάζεται να κάνει είναι δίνοντας διαδοχικά αυξανόμενες τιμές για την κανονικοποιημένη τέμνουσα να βρίσκει την αντίστοιχη ροπή και στο τέλος το διάγραμμα αυτών των τιμών θα είναι η ζητούμενη όδευση. Βέβαια, όπως έχει ήδη επισημανθεί αυτή η μέθοδος έχει ισχύ μόνο για το συγκεκριμένο σύστημα έδαφος – φρέαρ.

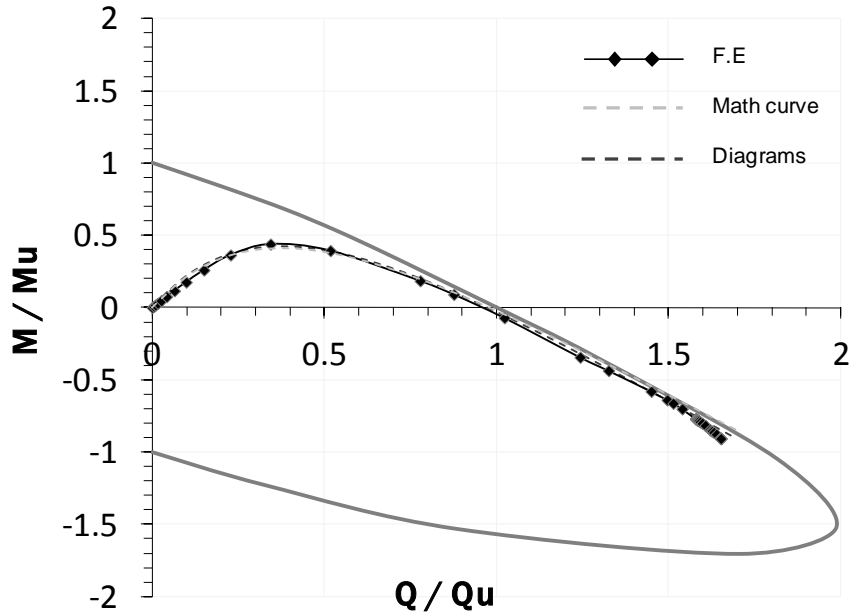
Όπως και στην περίπτωση των διαγραμμάτων έτσι και σε αυτήν την περίπτωση των αναλυτικών σχέσεων πρέπει να ελεγχθεί η αξιοπιστία της μεθόδου. Αρχικά, θα ελεγχθούν οι οδεύσεις που αντιστοιχούν στους τρεις συνδυασμούς ύψους βάρου και δείκτη στροφικής δυσκαμψίας που εξετάστηκαν και παραπάνω μέσω της μεθόδου των διαγραμμάτων (Σχ.6.37). Προφανώς, θα συγκριθούν τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων (διαγράμματα – αναλυτικές σχέσεις) με την πραγματική κατάσταση (ABAQUS). Αυτή η διαδικασία γίνεται κυρίως για να διαπιστωθεί σε τι βαθμό περιγράφουν οι μαθηματικές εξισώσεις τους συντελεστές  $\beta$  και  $\gamma$ .



**Σχ.6.45** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) προσδιορισμό των  $\alpha, \beta, \gamma$  μέσω μαθητικών εξισώσεων και γ) προσδιορισμό των  $\alpha, \beta, \gamma$  μέσω διαγραμμάτων για θάβρο ύψους  $H = 10m$  και  $kr = 1.00$



**Σχ.6.46** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) προσδιορισμό των  $\alpha, \beta, \gamma$  μέσω μαθητικών εξισώσεων και γ) προσδιορισμό των  $\alpha, \beta, \gamma$  μέσω διαγραμμάτων για θάβρο ύψους  $H = 20m$  και  $kr = 0.40$

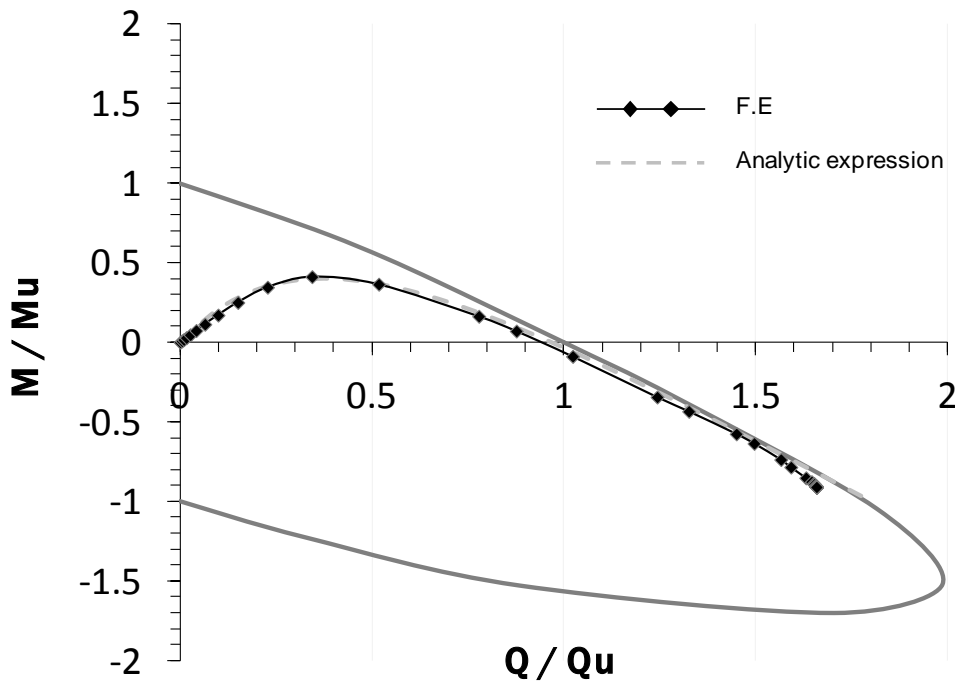


**Σχ.6.47** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας θάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) προσδιορισμό των  $\alpha, \beta, \gamma$  μέσω μαθητικών εξισώσεων και γ) προσδιορισμό των  $\alpha, \beta, \gamma$  μέσω διαγραμμάτων για θάθρο ύψους  $H = 30\text{m}$  και  $kr = 0.25$

Συμπερασματικά, οι μαθηματικές σχέσεις που συνδέουν τους συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$  με το  $H_{pier}$  και το  $kr$  περιγράφουν με απόλυτη ακρίβεια το πρόβλημα εύρεσης όδευσης χωρίς τη βοήθεια της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, όπως φαίνεται στα σχήματα 6.45 – 6.47 . Εντούτοις, για τιμές ύψους βάρθρου μικρότερες από 10m υπάρχει μία μικρή απόκλιση, όπως φαίνεται και στο σχήμα 6.45. Αυτό είναι κάτι που οφείλεται στην όχι και τόσο ακριβή προσαρμογή της εξίσωσης της μορφής  $\gamma = c \cdot x^d$  για τιμές του  $H_{pier}$  μικρότερες των 10 m (Σχ. 6.38 – 6.41). Η απόλυτη ακρίβεια μπορεί να επιτευχθεί εάν χρησιμοποιηθεί και τρίτος συντελεστής (π.χ  $\gamma = c \cdot x^d + f$  ), ωστόσο σε αυτήν την περίπτωση η γενική εξίσωση  $\beta = f(H_{pier}, kr)$  είναι πιο δύσκολο έως αδύνατο να προσδιοριστεί μέσω των υπάρχουσών αναλύσεων με τον κώδικα ABAQUS.

Επόμενο βήμα είναι να εξεταστεί η όδευση ενός βάρθρου με τέτοιο ύψος και κυρίως τέτοιο  $kr$  ώστε ο συντελεστής  $\beta$  (ο οποίος είναι ο μοναδικός συντελεστής που εξαρτάται έντονα τόσο από το  $H_{pier}$  όσο και από  $kr$ ) της εξίσωσης να μην προσδιορίζεται με

ακρίβεια μέσω διαγράμματος (Σχήμα 6.37) αλλά μόνο μέσω της γενικής αναλυτικής σχέσης (σχέση 6.22). Έτσι, επιλέγουμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν α) μέσω των εξισώσεων (Σχ.6.21 – 6.23) και β) μέσω πεπερασμένων στοιχείων, για ένα βάθρο ύψους 35 μέτρων με δείκτη δυσκαμψίας  $kr = 0.50$  (τιμή για την οποία δεν υπάρχουν αναλύσεις και συνεπώς ούτε καμπύλη στο διάγραμμα του συντελεστή  $\beta$ ).



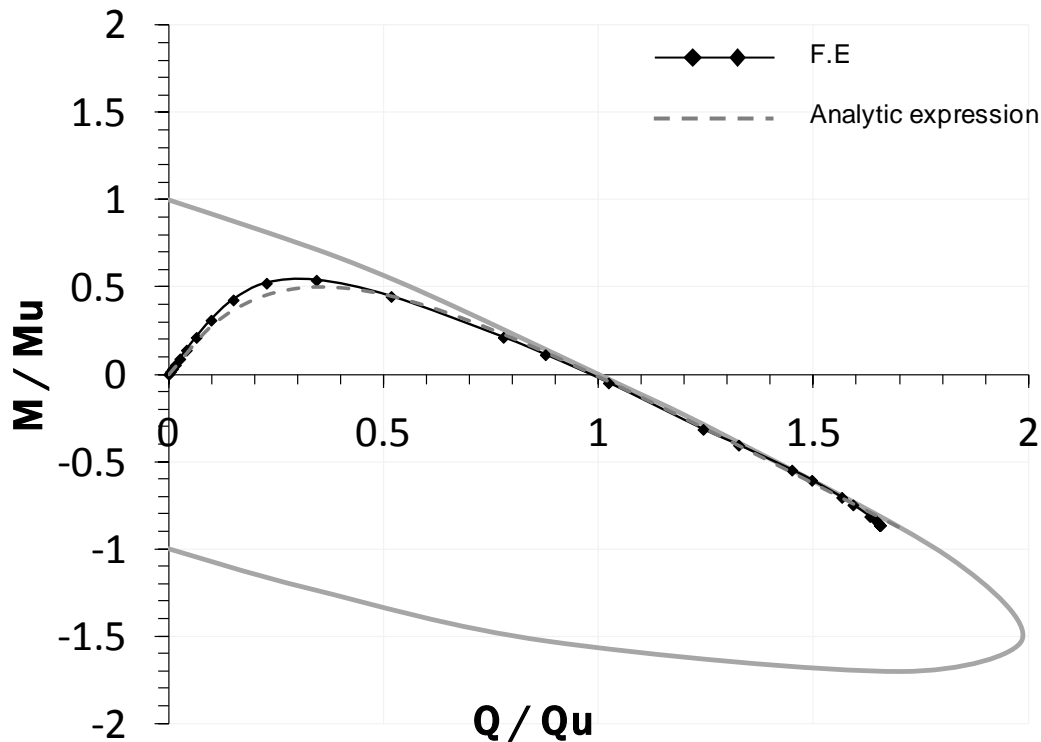
**Σχ.6.48** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής –τέμνουσας θάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) μέσω αναλυτικής έκφρασης για το βάθρο ύψους  $H = 35m$  και  $kr = 0.50$

Είναι φανερό ότι η μέθοδος προσδιορισμού της καμπύλης μιας όδευσης μέσω αναλυτικών σχέσεων περιγράφουν με θαυμαστή ακρίβεια την πραγματική κατάσταση. Κλείνοντας θα δοκιμαστεί κάτι ακόμη πιο διαφορετικό. Θα εξεταστεί η απόδοση αυτών των αναλυτικών σχέσεων σε ένα πεδίο τιμών τελείως διαφορετικό από αυτό που διεξήχθησαν οι αναλύσεις με τον κώδικα ABAQUS. Πιο συγκεκριμένα, όλες οι οδεύσεις

που εξετάστηκαν μέχρι στιγμής αντιστοιχούν σε μοντέλα των οποίων το ύψος του βάρου βρίσκεται μεταξύ 1.5 και 55 μέτρων και ο δείκτης δυσκαμψίας μεταξύ 0.10 και του 1. Το μοντέλο που θα εξεταστεί παρακάτω έχει τα εξής χαρακτηριστικά :

- Ύψος βάρου  $H_{pier} = 85$  μέτρα και
- Δείκτης δυσκαμψίας στροφικού ελατηρίου  $kr = 2.5$

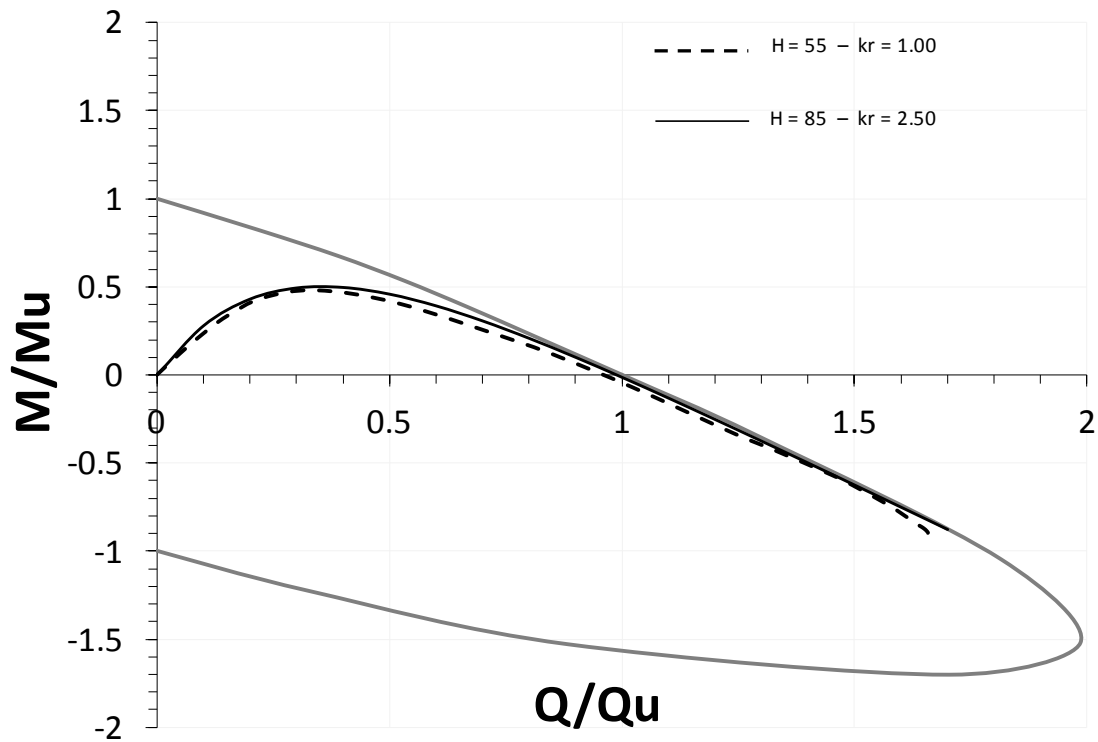
Οι συγκεκριμένες τιμές, όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, είναι εκτός του πεδίου των παραπάνω αναλύσεων. Η σύγκριση των οδεύσεων που προκύπτουν αφ' ενός από τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (ABAQUS) και αφ' ετέρου από τις υπάρχουσες αναλυτικές σχέσεις παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα.



**Σχ.6.49** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής – τέμνουσας βάσης που προκύπτουν ύστερα από α) ανάλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων και β) προσδιορισμό των  $\alpha, \beta, \gamma$  μέσω των αναλυτικών σχέσεων για βάρου ύψους  $H = 85m$  και  $kr = 2.5$ .



Η όδευση που προέρχεται από τη χρησιμοποίηση των συντελεστών  $\alpha, \beta, \gamma$  και των αναλυτικών σχέσεων είναι σχεδόν ταυτόσημη με την αντίστοιχη που προκύπτει από την αριθμητική μέθοδο (ABAQUS). Η μοναδική διαφορά που υπάρχει είναι στην περιοχή όπου μεγιστοποιείται η θετική ροπή που ασκείται στη βάση. Η αναλυτική μέθοδος υποεκτιμά την ασκούμενη ροπή αλλά η διαφορά είναι αρκετά μικρή.



**Σχ.6.50** Σύγκριση των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής – τέμνουσας βάσης που αντιστοιχούν στα συστήματα α)  $H = 85\text{m}$  και  $kr = 2.5$  και β)  $H = 55\text{m}$  και  $kr = 1.00$

Στο σχήμα 6.50 φαίνεται μια σύγκριση μεταξύ δύο οδεύσεων που αντιστοιχούν σε βάθρα με α)  $H = 85\text{ m}$  και  $kr = 2.5$  και β)  $H = 55$  και  $kr = 1.0$ . Οι οδεύσεις σχεδόν ταυτίζονται παρόλο που ανήκουν σε τελείως διαφορετικά συστήματα. Είναι εντυπωσιακό το γεγονός ότι ένα βάθρο 30m υψηλότερο από ένα άλλο μπορεί να δεχθεί σχεδόν την ίδια ροπή στη βάση του (υπό ίση εξωτερική οριζόντια φόρτιση στην

κεφαλή) αρκεί να τριπλασιαστεί η δυσκαμψία μόνο του καταστρώματος (αλλάζοντας δηλαδή διαστάσεις ή σχήμα στο κατάστρωμα της γέφυρας).

Λαμβάνοντας υπόψην όλα τα παραπάνω, το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι μέσω της χρησιμοποίησης των αναλυτικών σχέσεων είναι δυνατός ο προσδιορισμός της όδευσης οποιουδήποτε συστήματος ανεξαρτήτως της τιμής του ύψους του βάθρου και της στροφικής δυσκαμψίας του ελατηρίου είτε αυτό είναι ελαστικό είτε ανελαστικό.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

## ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΣΧΟΛΙΑ

### **7.1 Γενικά συμπεράσματα**

Σε αυτό το τελευταίο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν συγκεντρωμένα τα συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας και θα τεθούν στόχοι για την περαιτέρω εξέλιξη της έρευνας πάνω στην αλληλεπίδραση εδάφους – φρέατος θεμελίωσης – βάρου γέφυρας. Η εύρεση της όδευσης οποιουδήποτε συστήματος ανωδομής (βάθρο και κατάστρωμα) ανεξαρτήτως τιμής του ύψους του βάρου και της δυσκαμψίας του καταστρώματος χωρίς τη χρήση του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS αποτελεί το κύριο επίτευγμα της εργασίας. Βέβαια, όλα τα συμπεράσματα που προκύπτουν αφορούν πάντα το συγκεκριμένο προφίλ εδάφους – φρέατος όπως αυτό παρουσιάζεται στην εικόνα 2.3.

Χάρis στις αναλυτικές σχέσεις 6.21 – 6.23 είναι δυνατόν να βρεθεί η «διαδρομή» της εντατικής καταπόνησης τυχόντος συστήματος ανωδομής με την προϋπόθεση ότι τόσο το βάθρο όσο και το κατάστρωμα έχουν γραμμική – ελαστική συμπεριφορά. Με αυτόν τον τρόπο μπορούν να εξαχθούν σημαντικές πληροφορίες όπως ποια είναι η μέγιστη καμπτική καταπόνηση της βάσης του βάρου (θετική και αρνητική) και σε τι επιβαλλόμενη φόρτιση αντιστοιχεί, καθώς και ποια είναι η φέρουσα ικανότητά του σε

εγκάρσια φόρτιση στην κεφαλή του. Όλα αυτά, γνωρίζοντας μόνο το ύψος του βάθρου και τη δυσκαμψία του καταστρώματος.

Εξίσου σημαντικό είναι το γεγονός ότι εκτός της όδευσης ενός πλήρως ελαστικού συστήματος, είναι δυνατή η εύρεση της όδευσης και οποιουδήποτε ανελαστικού χάρις στις γεωμετρικές ιδιαιτερότητες που ισχύουν και παρουσιάστηκαν εκτενώς στο κεφάλαιο 5. Για παράδειγμα, εάν είναι γνωστή η τιμή της ροπής αντοχής του στροφικού ελατηρίου που προσομοιάζει τη συμπεριφορά του καταστρώματος, αλλά και της ροπής αντοχής της διατομής της βάσης του βάθρου, είναι δυνατή η εύρεση της όδευσης του συστήματος και κατ' επέκταση όλων των συνεπαγόμενων πληροφοριών (π.χ φέρουσα ικανότητα συστήματος σε εγκάρσια φόρτιση).

Όσον αφορά την «απόδοση» των συστημάτων στα οποία έχει ληφθεί υπ' όψη η επιρροή του καταστρώματος στην κατανομή της έντασης σε σχέση με τα συστήματα στα οποία η ανωδομή προσομοιώνεται ως μονοβάθμιος ταλαντωτής, οι διαφορές είναι εντυπωσιακές. Στα διαγράμματα του κεφαλαίου 4 φαίνεται ξεκάθαρα ότι η παράλειψη των φαινομένων μη γραμμικότητας αλλά κυρίως της δυσκαμψίας του καταστρώματος υποεκτιμά σε μεγάλο βαθμό τη φέρουσα ικανότητα του βάθρου σε εγκάρσια φόρτιση.

Ένα πρόσθετο συμπέρασμα που προέκυψε παρατηρώντας τα αποτελέσματα των αναλύσεων που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 4, είναι ότι η αύξηση και μόνο της δυσκαμψίας του καταστρώματος χωρίς την παραμικρή αλλαγή των χαρακτηριστικών του βάθρου οδηγεί σε σημαντική απομείωση της καμπτική καταπόνησης του τελευταίου με ταυτόχρονη μείωση των προκυπτουσών μετακινήσεων και στροφών.

## 7.2 Προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση

Είδαμε λοιπόν πως αλληλεπιδρούν έδαφος, φρέαρ θεμελίωσης και βάθρο γέφυρας υπό εγκάρσια φόρτιση. Δυστυχώς, οι χρονικοί περιορισμοί εκπόνησης μιας διπλωματικής εργασίας δεν επιτρέπουν την πλήρη μελέτη και ενασχόληση με όλα τα επί μέρους θέματα που προκύπτουν ώστε να φωτιστούν όλες οι λεπτομέρειες του εξεταζόμενου προβλήματος. Γι αυτό το λόγο παρατίθενται παρακάτω μερικές προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση του προβλήματος.

1. Το εξεταζόμενο σύστημα χρειάζεται να μελετηθεί και υπό διαφορετικού τύπου φόρτιση. Εκτός από σταθερή εξωτερικά επιβαλλόμενη φόρτιση στην κεφαλή του βάθρου (*pushover analysis*) θα πρέπει να υποβληθεί τόσο σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση όσο και σε δυναμική. Μάλιστα, και στις δύο περιπτώσεις αναμένεται η περαιτέρω βελτίωση της συμπεριφοράς του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, η συνεισφορά των υλικών και γεωμετρικών μη γραμμικοτήτων στην ανακούφιση της ανωδομής εικάζεται ότι θα είναι πολύ μεγαλύτερη από ότι στην περίπτωση της σταθερής εγκάρσιας φόρτισης.
2. Στο κεφάλαιο 6 περιγράφηκε η διαδικασία της μαθηματικής περιγραφής των οδεύσεων κανονικοποιημένης ροπής και τέμνουσας. Η προσπάθεια αυτή έγινε με δύο τρόπους, αφ'ενός μέσω δοκιμών και αφ'ετέρου μέσω της εξαγωγής μαθηματικών εξισώσεων που ισχύουν σε γενικό πλαίσιο για όλες τις οδεύσεις. Η δεύτερη μέθοδος επετεύχθει χάρις στην κατάστρωση ενός έντονα μη γραμμικού μαθηματικού συστήματος  $3 \times 3$ . Οι λύσεις όμως του συστήματος δεν οδήγησαν στην ακριβή μαθηματική αποκρυπτογράφηση των οδεύσεων. Η αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος μπορεί να γίνει με αναπροσαρμογή της

- γενικής εξίσωσης που περιγράφει το σχήμα της όδευσης (σχήμα 6.1) ώστε να αυξηθεί ο αριθμός των συντελεστών ( $\alpha, \beta, \gamma$ ). Σε συνδυασμό με αυτό θα πρέπει να εξαχθούν περισσότερες γενικές σχέσεις (6.2 – 6.6 – 6.16) που περιγράφουν όλες τις οδεύσεις. Το τελευταίο βέβαια δεν είναι ιδιαίτερα εύκολο.
3. Ένας πολύ σημαντικός στόχος πρέπει να είναι η γενίκευση του εξεταζόμενου μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, όλα τα εξαχθέντα συμπεράσματα αφορούν το συγκεκριμένο προφίλ εδάφους και φρέατος. Θα πρέπει να εξεταστούν και διαφορετικά μοντέλα στα οποία για παράδειγμα το βάθος εγκιβωτισμού του φρέατος θα είναι μεγαλύτερο ( $D/B = 1.5$  ή  $D/B = 2.0$ ) ή το έδαφος θα έχει διαφορετικά χαρακτηριστικά (π.χ μονόστρωτος σχηματισμός, άμμος). Έτσι, θα είναι πλέον δυνατή η γενίκευση των συμπερασμάτων όσον αφορά αυτήν την νέα φιλοσοφία στην αλληλεπίδραση εδάφους – φρέατος θεμελίωσης – βάρους γέφυρας).
  4. Τέλος, θα μπορούσε να προταθεί ένα ακόμη πιο ρεαλιστικό μοντέλο προσομοίωσης από αυτό που παρουσιάστηκε στο δεύτερο κεφάλαιο (εικόνα 2.2). Για παράδειγμα, η επιρροή της δυσκαμψίας του καταστρώματος στην κατανομή της έντασης και την απόκριση του φρέατος θα μπορούσε να προσομοιωθεί με έναν συνδυασμό στροφικού και μετακινησιακού ελατηρίου αντί ενός μεμονομένου στροφικού ελατηρίου.

---

## **BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1. ABAQUS, Inc. (2009), ABAQUS user's manual, Providence, R.I.
2. Gerolymos N., Gazetas G. [2006] "*Winkler model for lateral response of rigid caisson foundations in linear soil.*" Soil Dynamics and Earthquake Engineering 26 (2006) 347–361
3. Gerolymos N., Gazetas G. [2006] "*Development of Winkler model for static and dynamic response of caisson foundations with soil and interface nonlinearities.*" Soil Dynamics and Earthquake Engineering 26 (2006) 363–376
4. Gerolymos N., Gazetas G. [2006] "*Static and dynamic response of massive caisson foundations with soil and interface nonlinearities—validation and results*" Soil Dynamics and Earthquake Engineering 26 (2006) 377–394
5. Anastasopoulos I., Gazetas G., Loli M., Apostolou M., Gerolymos N. "*Soil failure can be used for seismic protection of structures*" Bulletin of Earthquake Engineering 8, 309-326
6. Zafeirakos A., Gerolymos N., Gazetas G., "*Bridge piers on caisson foundations: seismic response with soil and interface nonlinearities*" Bulletin of Earthquake Engineering
7. Mergos PE., Kawashima K (2005) "*Rocking isolation of a typical bridge pier on spread foundation.*" JEarthq Eng 9(2): 395–414.
8. Silva, P. F., and Manzari, M. T. (2008)"*Nonlinear Pushover Analysis of Bridge Columns Supported on Full-Moment Connection CISS Piles on Clays.*" EERI Earthquake Spectra, Vol. 24, No. 3, August 2008, pp. 751-774.



- 
9. Kawashima K., Nagai T., Sakellarakis D., [2007] *“Rocking seismic isolation of bridges supported by spread foundations.”* In: Proc. 2nd Greece - Japan workshop: Seismic Design, Observation, and Retrofit of Foundations, Tokyo, 3-4 April, pp 254-265
  10. Paolucci R. [1997] *“Simplified evaluation of earthquake induced permanent displacements of shallow foundations.”* Journal of Earthquake Engineering 1, 563-579,
  11. Paolucci R. [2007] *“Numerical simulations of shaking table experiments on a shallow foundation test model at PWRI, Japan.”* In. Proc. 2nd Greece - Japan workshop: Seismic Design, Observation, and Retrofit of Foundations, Tokyo, 3-4 April, pp 158-163
  12. Gazetas G., Apostolou M., Anastasopoulos I (2003) *“Seismic uplifting of foundations on soft soil, with examples from Adapazari (Izmit 1999, Earthquake).”* In: BGA int. conf. on found. innov, observations, design & practice, Univ. of Dundee, Scotland, September 25, pp 37–50
  13. Saitoh M. *“Effective seismic motion of caisson and pile foundation.”* RTRI Rep 2001; 46.
  14. Makris N., Roussos YS. *“Rocking response of rigid blocks under near-source ground motions.”* Geotechnique 2000; 50(3):243–62.
  15. Gazetas G., Anastasopoulos I., Gerolymos N., Mylonakis G., Syngros C (2005) *“The collapse of the Hanshin expressway (Fukae) bridge, Kobe 1995: soil-foundation-structure interaction, reconstruction, seismic isolation.”*

- 
16. Pecker A (2003) *“Aseismic foundation design process, lessons learned from two major projects: the Vasco de Gama and the Rion Antirion bridges.”*
  17. Kawashima K., (1997), *“The 1996 Japanese seismic design specifications of highway bridges and the performance based design”* Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes, Fajfar & Krawinkler (Eds), Balkema, Rotterdam.
  18. Saeki S., Kurihara T., Toriumi R. and Nishitani M., (1997), *“Effect of the Hyogo-ken nanbu earthquake on the Akashi kaikyo bridge”* Proc. 2nd Italy-Japan Workshop on Seismic Design and Retrofit of Bridges, Rome, Italy
  19. Kawashima K., and Shoji G., (2000), *“Damage of transportation facilities in the 1999 Kocaeli and Duzce, Turkey Earthquakes and the 1999 Chi Chi, Taiwan Earthquake”* 32 Joint Meeting, Panel on Wind and Seismic Effects, UJNR, NIST, Gaithersburg, MD, USA.
  20. Kawashima K., and Hasegawa, K (1994), *“New seismic design specifications of highway bridges in Japan”* Earthquake Spectra, 10-2, 333-356.
  21. Ganey T., Yamazaki F. Ishizaki H., *“Response analysis of the Higashi – Kobe bridge and surrounding soil in the 1995 Hyogoken – Nanbu Earthquake”*
  22. Y. Yamada, N. Shiraishi, K. Toki, M. Matsumoto, K. Matsunashi, M. Kitazawa and H. Ishizaki, Earthquake-resistant and wind-resistant design of the Higashi - Kobe Bridge, in M. Ito et al. (eds),
  23. Gazetas G, Dobry R, Tassoulas JL, *“Vertical response of arbitrarily shaped embedded foundations.”* J Geotech Eng ASCE 1985; 111(6):750–71.

- 
24. Beredugo YO, Novak M. Coupled horizontal and rocking vibration of embedded footings. *Can Geotech J* 1972; 9(4):477–97.
  25. Tajirian FF, Tabatabaie M. Vibration analysis of foundations on layered media. In: Gazetas G, Selig ET, editors. *Vibration problems in geotechnical engineering*. New York: ASCE; 1985.
  26. Giannakou A, Gerolymos N, Gazetas G, Tazoh T, Anastasopoulos I (2010) Seismic Behavior of Batter Piles: Elastic Response. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 136, No.9, 1187-1199.
  27. Paolucci R, Shirato M, Yilmaz MT (2007) Seismic behavior of shallow foundations: shaking table experiments vs numerical modeling. *Earthq Eng Struct Dyn* 37(4):577–595.
  28. Priestley MJN, Seible F, Calvi GM (1996) *Seismic design and retrofit of bridges*. Wiley, New York
  29. Martin GR, Lam IP (2000) Earthquake resistant design of foundations: retrofit of existing foundations. In: *Proc. geoen 2000 conference*, Melbourne.
  30. Priestley MJN (2000) Performance based seismic design. In: *Proc. 12th world conference on earthquake engineering (12WCEE)*, Auckland, New Zealand, Paper No. 2831

---

---