



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ-ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΕΠΙΣΤΗΜΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ»

**ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΠΙΕΣΕΩΝ
ΕΝΤΟΣ ΥΦΑΛΗΣ ΠΟΡΩΔΟΥΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ**



«ΕΠΙΣΤΗΜΗ &
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ
ΥΔΑΤΙΚΩΝ
ΠΟΡΩΝ»

Μαρία-Ειρήνη Εμμανουηλίδου

Επιβλέπων: Κ. Μέμος, Καθηγητής

Αθήνα, Ιούνιος 2012

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όσους συνέβαλλαν και με βοήθησαν στην εκπόνηση της.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της μεταπτυχιακής εργασίας, καθηγητή ΕΜΠ, κ. Κωνσταντίνο Μέμο, ο οποίος με την καθοριστική του καθοδήγηση, την εμπιστοσύνη και το ενδιαφέρον του με βοήθησε να ολοκληρώσω την προσπάθεια αυτή. Οι συμβουλές του και οι διορθώσεις του συνέβαλλαν στη διαμόρφωση της παρούσας έρευνας.

Στη συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον υποψήφιο διδάκτορα του ΕΜΠ Αναστάσιο Μεταλληνό για τις συμβουλές και το ενδιαφέρον του καθ' όλη τη διάρκεια της προσπάθειας μου στην ολοκλήρωση της μεταπτυχιακής εργασίας, την παροχή επιστημονικού υλικού και την συνεχόμενη βοήθεια και υποστήριξη του τόσο στο στήσιμο και στην ανάλυση του μοντέλου της παρούσας εργασίας αλλά και στην διεξαγωγή των πειραματικών μετρήσεων.

Έπειτα, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου και στον επίκουρο καθηγητή του ΕΜΠ κ. Παναγιώτη Παπανικολάου για το δανεισμό της συσκευής δειγματοληψίας τύπου USB-1608FS καθώς και για την συμβολή και υποστήριξη του στην εύρεση και στο στήσιμο των επιστημονικών οργάνων και για τις επιπλέον συμβουλές που μου παρείχε στο κομμάτι των πειραματικών μετρήσεων. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφερθώ και να ευχαριστήσω και τους κ. Μάκη Ασημακόπουλο και επίκουρο καθηγητή ΕΜΠ κ. Χάρη Μουζάκη για το δανεισμό του συστήματος συλλογής δεδομένων της KYOWA από το Εργαστήριο Αντισεισμικής Τεχνολογίας του ΕΜΠ, το οποίο χρησιμοποιήθηκε για τις πειραματικές μετρήσεις.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω και τον υποψήφιο διδάκτορα και φίλο Ευστράτιο Φονιά καθώς και τον υποψήφιο διδάκτορα του ΕΜΠ Μιχάλη Χονδρό για το συνεχές ενδιαφέρον και των δύο για την εξέλιξη της εργασίας αυτής και τις επιπλέον συμβουλές που μου παρείχαν, όπου κρίθηκε αναγκαίο, για την διεξαγωγή της παρούσας μελέτης.

Αθήνα, 2012

Μαρία-Ειρήνη Εμμανουηλίδου

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	i
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	iii
ΟΡΙΣΜΟΙ ΣΥΜΒΟΛΩΝ	v
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ-ΕΙΚΟΝΩΝ-ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ-ΠΙΝΑΚΩΝ	ix
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	xiii
EXTENDED ABSTRACT	xv
1. Εισαγωγή	1
1.1 Αντικείμενο της εργασίας	1
1.2 Διάρθρωση μεταπτυχιακής εργασίας.....	3
2. Εισαγωγή στην έννοια της Πίεσης	5
3. Θεωρίες και Μοντέλα κυματισμών	9
3.1 Θεμελιώδεις Εξισώσεις και Οριακές Συνθήκες	9
3.2 Γραμμική θεωρία κυματισμών Απειροστού Εύρους (Airy ή Stokes 1 ^{ης} τάξης). 12	
3.3 Μη γραμμική θεωρία κυματισμών.....	14
3.3.1 Θεωρία Stokes 2 ^{ης} τάξης.....	15
3.3.2 Θεωρία Stokes 3 ^{ης} τάξης.....	17
3.3.3 Θεωρία Stokes 5 ^{ης} τάξης.....	19
3.3.4 Θεωρία κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal waves).....	22
3.3.5 Θεωρία Μοναχικού κύματος (Solitary wave theory)	24
3.4 Περιοχή Ισχύος των Θεωριών	27
4. Συσχετισμός πίεσης με τα κυματικά χαρακτηριστικά	31
4.1 Επίδραση του ύψους κύματος.....	31
4.2 Επίδραση της περιόδου	33
4.3 Επίδραση της καμπυλότητας.....	34
5. Μαθηματικά μοντέλα διάδοσης κυματισμών σε πορώδες μέσο	35
5.1 Μοντέλα διάδοσης κυματισμών τύπου Boussinesq.....	35
5.1.1 Εισαγωγή στα ομοιώματα τύπου Boussinesq	35
5.1.2 Μοντέλα διάδοσης κυματισμών τύπου Boussinesq σε πορώδες μέσο.....	36
5.2 Άλλα μοντέλα διάδοσης κυματισμών σε πορώδες μέσο.....	39
5.3 Το μοντέλο Boussinesq των Avgeris et al.	42

5.3.1 Παραγωγή εξισώσεων και οριακές συνθήκες της κυματικής κίνησης σε πορώδη πυθμένα	43
5.3.2 Παραγωγή εξισώσεων Boussinesq για πορώδες μέσο	46
5.4 Κατάστρωση μη γραμμικού προφίλ μέγιστων (συνολικών) πιέσεων στο εσωτερικό του κυματοθραύστη.....	51
6. Περιγραφή πειραματικών διατάξεων & μετρήσεων.....	55
6.1 Πειραματική διώρυγα.....	55
6.1.1 Διαστάσεις-Περιγραφή.....	55
6.1.2. Κυματογεννήτρια	58
6.1.3. Παραγόμενοι κυματισμοί	60
6.2 Διαδικασία Μετρήσεων και Διάταξη Κυματοθραύστη	61
6.3 Θέσεις και περιγραφή μετρήσεων	65
6.3.1 Βάθος νερού 0.5 m.....	65
6.3.2 Βάθος νερού 0.45 m.....	67
7. Εφαρμογή παραγόμενου μοντέλου και σύγκριση με πειραματικές μετρήσεις	71
7.1 Εισαγωγή	71
7.2 Εφαρμογή παραγόμενου μοντέλου	72
7.3 Διαγράμματα και Σχολιασμός των αποτελεσμάτων.....	76
7.3.1 Σύγκριση μοντέλου-πειραματικών μετρήσεων.....	76
7.3.2 Μεταβολή των συνολικών πιέσεων κατά πλάτος του κυματοθραύστη	92
7.3.3 Μεταβολή των συνολικών πιέσεων συναρτήσει της καμπυλότητας των κυμάτων ($\epsilon=H/L$).....	94
8. Συμπεράσματα-Προτάσεις	99
8.1 Συμπεράσματα.....	99
8.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	101
9. Βιβλιογραφία.....	103
Παράρτημα Α	111
Παράρτημα Β	125
Παράρτημα Γ.....	129
Παράρτημα Δ	133

ΟΡΙΣΜΟΙ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

A) Σύμβολα με Ελληνικά Γράμματα

α : εύρος κυματισμών (ισούται με το μισό του ύψους στα γραμμικά κύματα)

α_1 και α_2 : συντελεστές οι οποίοι αναφέρονται σε στρωτή και τυρβώδη ροή αντίστοιχα

α : συντελεστής αντίστασης του πορώδους μέσου ($\alpha = \alpha_1 + \alpha_2|U_s|$)

Δx : χωρικό βήμα

Δt : χρονικό βήμα

ε : παράμετρος κλίμακας που εκφράζει τη μη γραμμικότητα $\varepsilon = H/d$

ε : αδιάστατο ύψος κύματος ($=kH/2$)

ζ : ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας μετρούμενη από τη στάθμη ηρεμίας

λ : το κινητικό πορώδες στην εξίσωση του Ward (1964)

$\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3$ και Λ_4 : οι όροι διασποράς απόσβεσης στο πορώδες για τις εξισώσεις του Chen (2006)

ν : συντελεστής τυρβώδους συνεκτικότητας

ρ : πυκνότητα νερού

σ : παράμετρος κλίμακας που εκφράζει τη διασπορά συχνοτήτων $\sigma = d/L$

φ : γωνία φάσης

ω : γωνιακή συχνότητα ($=2\pi/T$)

Φ : συνάρτηση δυναμικού

Ψ : ροική συνάρτηση

φ : το πορώδες (λόγος του όγκου κενών προς το συνολικό όγκο)

B) Σύμβολα με λατινικά γράμματα

c : φασική ταχύτητα ή ταχύτητα διάδοσης κύματος, $c = L/T$

c_g : ταχύτητα ομάδας κυματισμών

c_e : η μέση ως προς το χρόνο ταχύτητα του ρευστού (Eulerian time-mean fluid velocity)

C_f : ο αδιάστατος συντελεστής τυρβώδους αντίστασης στην εξίσωση του Ward (1964)

c_s : μέση ως προς το βάθος ταχύτητα μεταφοράς μάζας (depth-averaged Stokes mass transport velocity)

c_n : ελλειπτική συνημιτονοειδής συνάρτηση

f_l, f_t : εμπειρικοί συντελεστές τριβής στρωτής και τυρβώδους ροής αντίστοιχα στην εξίσωση Nwogu και Demirbilek (2006)

$K(k)$: το ελλειπτικό ολοκλήρωμα πρώτου είδους

K_p : η εσωτερική διαπερατότητα στην εξίσωση του Ward (1964)

m : μάζα σωματιδίου

M και M^s : οι όροι της ροής της μάζας στο νερό και στο διαπερατό στρώμα για τις εξισώσεις του Chen (2006)

M και N : συναρτήσεις του H/d και απεικονίζονται στο Σχήμα 3.4

B : Η προκύπτουσα γραμμική διασπορά στο μοντέλο Boussinesq των Abbott et al. (1978)

R : θετική σταθερά στην εξίσωση Bernoulli

S : αδρανειακός όρος στην εξίσωση του Ward (1964)

V_3 και V_3^s : οι όροι που περιλαμβάνουν τους πρώτης και δεύτερης τάξης κατακόρυφους στροβιλισμούς στο νερό και στον διαπερατό πυθμένα για τις εξισώσεις του Chen (2006)

U_R : αριθμός Ursell

V_1 και V_2 : οι όροι διασποράς Boussinesq στο νερό για τις εξισώσεις του Chen (2006)

V_1^s και V_2^s : οι όροι διασποράς Boussinesq στον διαπερατό πυθμένα για τις εξισώσεις του Chen (2006)

y : η απόσταση του πυθμένα μέχρι την κοιλία του κυματισμού

d : βάθος θάλασσας μετρούμενο από τη στάθμη ηρεμίας
 $d(x,y)$: το μεταβαλλόμενο βάθος μετρούμενο από τη στάθμη ηρεμίας
 h : βάθος θάλασσας μετρούμενο από τη στάθμη ηρεμίας
 f : κυκλική συχνότητα ($=1/T$)
 g : επιτάχυνση βαρύτητας
 H : ύψος κύματος (κατακόρυφη απόσταση κοιλίας κορυφής)
 h : συνολικό βάθος $h=d+\zeta$
 k : αριθμός κύματος (μέτρο διανύσματος), $k=2\pi/L$
 L : μήκος κύματος
 L_0 : μήκος κύματος στα βαθιά νερά
 p : πίεση
 p_s : πίεση στο εσωτερικό του πορώδους μέσου
 F_r : η συρπτική αντίσταση του πορώδους μέσου
 F_i : η αδρανειακή αντίσταση του πορώδους μέσου
 T : περίοδος
 c_m : συντελεστής πρόσθετης μάζας
 c_r : αδρανειακός συντελεστής
 n : μοναδιαίο διάνυσμα
 u : συνιστώσα ταχύτητας κατά τη διεύθυνση x
 \bar{u} : το διάνυσμα της ταχύτητας $\bar{u}=(u, v, w)$
 $h_s(x,y)$: πάχος του πορώδους μέσου
 $h(x,y)$: Το βάθος του νερού πάνω από τον διαπερατό πυθμένα
 $h_b(x,y)$: Το βάθος του νερού πάνω από τον αδιαπέρατο πυθμένα
 U : μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια τροχιακή ταχύτητα ρευστών σωματιδίων εκτός του πορώδους μέσου στο υδάτινο σώμα
 U_s : μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια τροχιακή ταχύτητα ρευστών

σωματιδίων εντός του πορώδους μέσου

u_s : μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια τροχιακή ταχύτητα Darcy ρευστών

σωματιδίων εντός του πορώδους μέσου

v : συνιστώσα ταχύτητας κατά τη διεύθυνση y

w : συνιστώσα ταχύτητας κατά τη διεύθυνση z

$B(t)$: η σταθερά Bernoulli

Γ) Δείκτες

a : μεταβλητή σε βάθος z_a

b : συνιστώσα στον πυθμένα

i : στοιχείο κανάβου στη διεύθυνση x

j : στοιχείο κανάβου στη διεύθυνση y

o : βαθιά νερά

s : συνιστώσα στην ελεύθερη επιφάνεια

t : παράγωγος ως προς το χρόνο

x : χωρική παράγωγος ως προς x

y : χωρική παράγωγος ως προς y

Δ) Συντομεύσεις

Σ.Υ.Η: στάθμη ηρεμούντος ύδατος

RANS : Reynolds Averaged Navier-Stokes equations

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ-ΕΙΚΟΝΩΝ- ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ-ΠΙΝΑΚΩΝ

Σχήματα

Σχήμα 2.1 Πιέσεις που ασκούνται σε (αριστερά) τριγωνικό πρίσμα και σε (δεξιά) κύβο.....	6
Σχήμα 3.1 Επιτάχυνση της ροής λόγω διατομής μειούμενου εμβαδου	9
Σχήμα 3.2 Οριακές συνθήκες για περιοδικό κυματισμό.....	11
Σχήμα 3.3 Κατανομή υδροστατικής και υδροδυναμικής πίεσης.....	14
Σχήμα 3.4 Διάδοση κυματισμού σε σταθερό βάθος ροής	18
Σχήμα 3.5 Τιμές του συντελεστή k^2 για τις αδιάστατες παραμέτρους $T\sqrt{\frac{g}{d}}$, L^2H/d^3 και H/d (Wiegel 1960).....	24
Σχήμα 3.6 Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας και τροχιά μορίου νερού στη θεωρία μοναχικού κύματος.....	25
Σχήμα 3.7 Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας κύματος με βάσει διάφορες θεωρίες.....	27
Σχήμα 3.8 Περιοχή ισχύος διαφόρων θεωριών διάδοσης κυματισμών	29
Σχήμα 4.1 Το μοντέλο του κυματοθραύστη που χρησιμοποίησαν οι Oumareci και Partenscky (1990)	31
Σχήμα 4.2 Επίδραση του ύψους κύματος στην πίεση των πόρων	31
Σχήμα 4.3 Το μοντέλο του κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκε στην εργασία των Dieter Vanneste and Peter Troch (2010).....	32
Σχήμα 4.4 Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $\rho_{0,m}/\rho g H_m$ συναρτήσει του ύψους κύματος για μονοχρωματικούς κυματισμούς.....	32
Σχήμα 4.5 Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $\rho_{0,s}/\rho g H_{m0}$ συναρτήσει του ύψους κύματος για τυχαίους κυματισμούς.....	32
Σχήμα 4.6 Επίδραση της περιόδου στην πίεση των πόρων	33
Σχήμα 4.7 Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $\rho_{0,m}/\rho g H_m$ συναρτήσει της περιόδου για μονοχρωματικούς κυματισμούς.....	34
Σχήμα 4.8 Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $\rho_{0,s}/\rho g H_{m0}$ συναρτήσει της περιόδου για τυχαίους κυματισμούς.....	34

Σχήμα 4.9 Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $p_{0,s}/\rho g H_{m0}$ συναρτήσει της καμπυλότητας για τυχαίους κυματισμούς.....	34
Σχήμα 4.10 Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $p_{0,s}/\rho g H_{m0}$ συναρτήσει της καμπυλότητας για τυχαίους κυματισμούς.....	34
Σχήμα 5.1 Ορισμοί των μεταβλητών που χρησιμοποίησαν οι Cruz, Isobe και Watanabe (1997) στην εργασία τους	37
Σχήμα 5.2 Ορισμοί των μεταβλητών που χρησιμοποίησε ο Chen (2006) στην εργασία του.....	38
Σχήμα 5.3 Ορισμοί συμβόλων.....	43
Σχήμα 6.1 Κάτοψη και τομή της πειραματικής διώρυγας.....	56
Σχήμα 6.2 Διάταξη και σημεία λήψης μετρήσεων για βάθος νερού 0.50m.....	66
Σχήμα 6.3 Διάταξη και σημεία λήψης μετρήσεων για βάθος νερού 0.45m.....	68
Σχήμα 7.1 Σκαρίφημα του πορώδους μέσου με τα σημεία λήψης των μετρήσεων.....	75

Εικόνες

Εικόνα 6.1 Άποψη της πειραματικής διώρυγας από την πλευρά της κυματογεννήτριας.....	57
Εικόνα 6.2 Άποψη του εσωτερικού της πειραματικής διώρυγας του εργαστηρίου λιμενικών έργων.....	57
Εικόνα 6.3 Κυματογεννήτρια στο άκρο της διώρυγας τοποθετημένη στο βάθρο.....	58
Εικόνα 6.4 Πτερύγιο κυματιστήρα και διάταξη διάτρητων πλακών ομαλοποίησης του κυματισμού.....	59
Εικόνα 6.5 Το κιβώτιο ταχυτήτων της κυματογεννήτριας το οποίο καθορίζει τις περιόδους του παραγόμενου κυματισμού.....	59
Εικόνα 6.6 Το πιεσόμετρο KYOWA BE-5KC που χρησιμοποιήθηκε στις πειραματικές μετρήσεις.....	61
Εικόνα 6.7 Το σύστημα συλλογής δεδομένων της KYOWA.....	62
Εικόνα 6.8 Συσκευή δειγματοληψίας τύπου USB-1608FS για την συλλογή των μετρήσεων.....	62
Εικόνα 6.9 Συνδεσμολογία για την λήψη των μετρήσεων.....	62
Εικόνα 6.10 Οριζόντιοι υποδοχείς των ανοξείδωτων σωλήνων και βαθμονομημένος γνώμονας για τις οπτικές παρατηρήσεις.....	63

Πίνακες

Πίνακας 3.1 Αδιάστατοι συντελεστές στην 5 ^{ης} τάξης θεωρία Stokes συναρτήσει του αδιάστατου συντελεστή βάθους kd , όπου $S=\text{sech}kd$	21
Πίνακας 3.2 Μαθηματική ισχύς των διάφορων θεωριών.....	28
Πίνακας 5.1 Προτεινόμενοι συντελεστές σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του υλικού (Van Gent, 1995).....	50
Πίνακας 6.1 Όρια παραγόμενων κυματισμών.....	60
Πίνακας 6.2 Ταχύτητες κυματιστήρα-περίοδοι παραγόμενων κυματισμών.....	60
Πίνακας 6.3 Σενάρια κυματισμών και βάθους νερού.....	64
Πίνακας 7.1 Σενάρια κυματισμών και βάθους νερού.....	72
Πίνακας 7.2 Προτεινόμενοι συντελεστές σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του υλικού (Van Gent, 1995).....	74

Διαγράμματα

Διάγραμμα 7.1 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων στην ανάντη διατομή για το Σενάριο 1 και 2.....	77
Διάγραμμα 7.2 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων στην ανάντη διατομή για τα Σενάρια 3, 4 και 5.....	78
Διάγραμμα 7.3 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων στην ανάντη διατομή για τα Σενάρια 6 και 7.....	79
Διάγραμμα 7.4 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 1.....	81
Διάγραμμα 7.4 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 2.....	82
Διάγραμμα 7.5 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 3.....	83
Διάγραμμα 7.6 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 4.....	84
Διάγραμμα 7.7 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 5.....	85
Διάγραμμα 7.8 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 6.....	86

Διάγραμμα 7.9 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 7	87
Διάγραμμα 7.10 Στατιστική επεξεργασία του συνόλου των αποκλίσεων των υδροδυναμικών πιέσεων του μοντέλου και των πειραματικών μετρήσεων	89
Διάγραμμα 7.11 Στατιστική απεικόνιση των υδροδυναμικών πιέσεων του μοντέλου και των πειραματικών μετρήσεων για $d=0.50$ m καθώς και εξαγωγή μέσης τιμής (m) και τυπικής απόκλισης (s) των μετρήσεων	90
Διάγραμμα 7.12 Στατιστική απεικόνιση των υδροδυναμικών πιέσεων του μοντέλου και των πειραματικών μετρήσεων για $d=0.45$ m καθώς και εξαγωγή μέσης τιμής (m) και τυπικής απόκλισης (s) των μετρήσεων	91
Διάγραμμα 7.13 Κατανομή μέγιστων συνολικών πιέσεων κατά πλάτος του κυματοθραύστη για τα σενάρια 1, 2, 3 και 4 ($d=0.5$ m)	92
Διάγραμμα 7.14 Κατανομή μέγιστων συνολικών πιέσεων κατά πλάτος του κυματοθραύστη για τα σενάρια 5, 6 και 7 ($d=0.45$ m)	93
Διάγραμμα 7.15 Κατανομή μέγιστων πιέσεων συναρτήσει της καμπυλότητας για τις διατομές 1, 2 και 3 για $d=0.50$ m	95
Διάγραμμα 7.16 Κατανομή μέγιστων πιέσεων συναρτήσει της καμπυλότητας για τις διατομές 1, 2 και 3 για $d=0.45$ m	96

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ένα ερευνητικό πεδίο ευρέως διαδεδομένο ήταν ανέκαθεν η προστασία της παράκτιας ζώνης, λόγω των πολύπλοκων φυσικών φαινομένων που λαμβάνουν χώρα σε αυτή. Στην κατεύθυνση αυτή έχει αρχίσει ευρέως η κατασκευή κυματοθραυστών και ιδιαίτερα κυματοθραυστών χαμηλής στέψης ή ύφαλων. Μέχρι πρόσφατα ο σχεδιασμός των τεχνητών ύφαλων κατασκευών αφορούσε αποκλειστικά την προστασία της ακτής, σήμερα, λόγω της αυξημένης αναγκαιότητας και της μεγαλύτερης ευαισθητοποίησης σε περιβαλλοντικά ζητήματα, η κατασκευή του αφορά και την διατήρηση της θαλάσσιας χλωρίδας και πανίδας. Γι' αυτό τον λόγο, η κατασκευή ενός υποθαλάσσιου κυματοθραύστη εξυπηρετεί διπλό σκοπό: α) την προστασία της ακτής και β) την διατήρηση και προώθηση της θαλάσσιας χλωρίδας και πανίδας.

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό η σημασία των ύφαλων διαπερατών κατασκευών αυξάνεται σταθερά λόγω των περιβαλλοντικών πλεονεκτημάτων τους έναντι των έξαλων κατασκευών. Μια βασική παράμετρος για να αξιολογηθεί κατά πόσο μπορεί να αποτελέσουν τοπικό οικότοπο και για ποιά είδη είναι η πίεση στο πορώδες του έργου.

Στη παρούσα εργασία αναπτύσσεται ένα μοντέλο, το οποίο βασίζεται σε ένα μη γραμμικό προφίλ που προέκυψε από την εξίσωση ορμής των Darcy-Forchheimer και ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq που λαμβάνει υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004). Για τον υπολογισμό της κατανομής των πιέσεων εισάγεται στο μοντέλο η τιμή της οριζόντιας ταχύτητας εντός του πορώδους από το υπολογιστικό μοντέλο των Metallinos & Memos, (2012). Η κατανομή των μέγιστων πιέσεων (τόσο συνολικών πιέσεων όσο και υδροδυναμικών) συγκρίθηκαν με πειραματικές μετρήσεις που διεξήχθησαν στην διώρυγα «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Τα πειράματα διεξήχθησαν στη διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κοιλάκος» με 27 m μήκος, 0.90 m πλάτος και 1.53 m ύψος εφοδιασμένη με κυματογεννήτρια που παρήγαγε απλούς μονοχρωματικούς κυματισμούς. Το ύψος του κυματοθραύστη ήταν 0.4 m και το πλάτος στέψης 1.0 m. Η κατασκευή διαμορφώθηκε από φυσικούς ογκολίθους με μέση διάμετρο $d_{50}=0.08$ m και κλίση πρανών 1:2. Τα πειραματικά δεδομένα συλλέχτηκαν σε 3 διατομές κατά πλάτος του κυματοθραύστη και με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως των μετρήσεων ίση με 5 cm. Επίσης για την βαθμονόμηση του εκθετικού προφίλ των μέγιστων πιέσεων του νερού έγιναν μετρήσεις ακριβώς στα ανάντη εκτός του πορώδους μέσου, με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως των μετρήσεων ίση με 10 cm. Χρησιμοποιήθηκαν τέσσερα κυματικά σενάρια για βάθος νερού $d=0.5$ m και τρία κυματικά σενάρια για βάθος $d=0.45$ m. Το πορώδες της κατασκευής, δηλαδή ο λόγος του όγκου των κενών προς τον συνολικό όγκο, ήταν $\phi=0,52$.

Συμπερασματικά, ένα κυματικό μοντέλο Boussinesq σε συνδυασμό με ένα προφίλ πιέσεων επέτρεψε την ικανοποιητική εκτίμηση των μέγιστων πιέσεων του νερού λόγω κυματισμού, στο εσωτερικό ύφαλής κατασκευής. Τα αριθμητικά αποτελέσματα που βασίζονται σε ένα μοντέλο Boussinesq ελαφρά μη γραμμικό με βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς των Avgeris *al.* (2004), σε συνδυασμό με την εξίσωσης ορμής του Darcy-Forchheimer για μη θραυόμενους και θραυόμενους κυματισμούς, συγκρίθηκαν με τα πειραματικά δεδομένα και η σύγκριση έδειξε ότι αυτή η απλή μέθοδος είναι σε θέση να προβλέπει με ικανοποιητική ακρίβεια την μέγιστη πίεση (συνολική και υδροδυναμική) στο εσωτερικό του πορώδους μέσου. Παράλληλα εκτιμήθηκε και η μεταβολή της πίεσης συναρτήσει της καμπυλότητας των κυμάτων, δηλαδή του λόγου του ύψους κύματος και του μήκους κύματος του κυματισμού.

EXTENDED ABSTRACT

1. INTRODUCTION

In the last few decades, submerged breakwaters have been used in coastal zones for shoreline protection and to prevent beach erosion. In most of the cases these structures are rubble mound permeable breakwaters whose design is based on empirical rules. In modern times a desirable feature of submerged breakwaters (and low crested structures, in general) is that they do not interrupt the clear view of the sea from the beach. This aesthetic feature is important for maintaining the touristic value of many beaches and it is usually one of the considerations in using such structures for shoreline protection.

The protection afforded by (submerged breakwaters) S.B. on the leeward side reduces the energy of waves, and thus the movement of sediment, and eventually modifies the morphology of the coastal zone. In agreement with the purpose and the role of these structures, many investigations examining in detail the phenomena occurring around S.B. have been developed over time. By contrast, the hydrodynamic field inside a porous S.B. is of great interest only in the last few years and that is the reason that there are a limited number of relevant publications. However, nowadays, the need for environmental awareness is becoming increasingly urgent and the role of engineering in the design of such structures becomes even more complex. A challenge of recent years is to design S.B. which will serve a double purpose: a) coastal protection and b) the minimal degradation of the marine environment if not its enrichment. A key parameter to assess the shelter they provide to the local habitats is the pore pressure in the rockfill of the structure.

Several researchers have presented a number of models predicting pore pressure inside porous structures. Oumeraci & Partenscky (1990) examined the impact of pore pressure in the interior of the structure to reflection coefficient and dumping of wave energy due to the porosity of the structure. M.B. de Groot, H. Yamazaki, M.R.A. van Gent and Z. Kheyruri (1994) presented a numerical model, MBREAK/ODIFLOCS, to predict the wave flow inside the breakwater and its pressure. H.F. Burcharth and O.H. Andersen studied the impact of the structure's characteristics of a submerged breakwater (porosity, degradation, shape of stones, roughness of structure's surface) to the wave flow by using Navies-Stokes equations. Clemente Catalo, William Alsop and Scott Dunn (2010) conducted laboratory tests to investigate flow motion and pore pressure attenuation within rubble mound breakwaters and they compared those experimental data with the model OTTP-1D which uses the Non Linear Shallow Water equations in the free-water flow region and Forchheimer equations for flow in porous media.

In the present study, a weakly nonlinear Boussinesq-type model (Madsen and Sørensen, 1992) with improved linear dispersion characteristics was used to

describe wave motion in the region upstream of the breakwater. These Boussinesq equations are solved in conjunction with a depth-averaged Darcy-Forchheimer (momentum) equation, describing the flow inside the porous medium (Cruz et al., 1997). The pore pressure is calculated by introducing to the model the maximum value of the horizontal water particle velocity in the interior of the structure, as it is proposed by Metallinos & Memos, (2012). This model has been verified by experimental tests, which were conducted in the Laboratory of Harbor Works of the National Technical University of Athens. The tests have been conducted for monochromatic waves, breaking and non breaking.

2. THEORETICAL BACKGROUND

The high-order Boussinesq equations are coupled in the region of the structures with a Darcy-Forchheimer equation in order to describe wave interaction with the porous flow. The governing equations in one-dimensional form are written (Avgeris et al., 2004):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial[(h+z)U]}{\partial x} + \phi \frac{\partial(h_s U_s)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = & \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + h \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2 \partial t} + B h^2 \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + g \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) + 2B h \frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2 \partial t} + g \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) \\ & + \phi h \left(\frac{\partial h_s}{\partial x} \frac{\partial^2 U_s}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} h_s \frac{\partial^3 U_s}{\partial x^2 \partial t} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

where U = depth-averaged, horizontal velocity, η = surface elevation, g = acceleration of gravity, h = water depth, B = dispersion coefficient = $1/15$, U_s = depth-averaged, seepage (fluid) velocity inside the porous medium, h_s = porous medium thickness and ϕ = porosity.

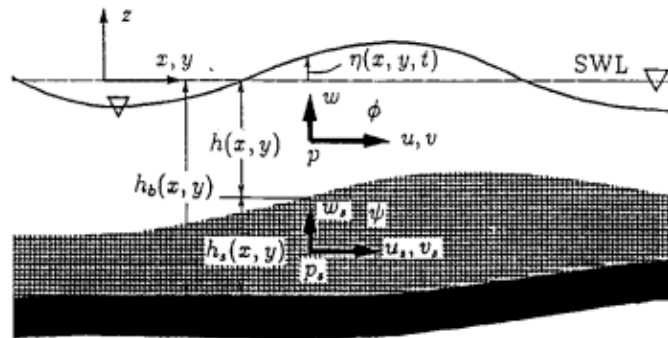


Figure 1: Definition of variables

Under the assumption that $O \left[\left(\frac{d}{L} \right)^2 \right] \ll 1$ (L = wave length), the depth averaged, Darcy-Forchheimer equation expressed in terms of the fluid velocity U_s ($U_d = \phi U_s =$ Darcy velocity) reads:

$$c_r \left(\frac{\partial U_s}{\partial t} + U_s \frac{\partial U_s}{\partial x} \right) + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varphi \alpha_1 U_s + \varphi^2 \alpha_2 U_s |U_s| = 0 \quad (3)$$

which is referred as the non-linear long wave equation for porous medium. In equation (3), c_r = inertial coefficient, given by (van Gent, 1995):

$$c_r = 1 + c_m = 1 + \gamma \frac{1-\varphi}{\varphi} \quad (4)$$

where c_m = added mass coefficient, γ = empirical coefficient that accounts for the added mass and α_1, α_2 = porous resistance coefficients which are estimated from the following relationships (Sollitt and Cross, 1972):

$$\alpha_1 = \frac{\nu}{K}, \quad \alpha_2 = \frac{C_f}{\sqrt{K}} \quad (5)$$

where ν = kinematic viscosity ($1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$), C_f = dimensionless parameter and K = intrinsic permeability (m^2). The following empirical formula proposed by van Gent (1995) is used for the calculation of C_f and K :

$$C_f = \beta \frac{1-\varphi \sqrt{K}}{\varphi d_{50}} \quad (6)$$

$$K = \frac{d_{50}^2 \varphi^3}{\alpha (1-\varphi)^2} \quad (7)$$

where α, β = empirical coefficients and d_{50} = the mean diameter of the porous material. In the simulations involving permeable structures, the values of 1000, 1.0 and 0.34 are chosen for the empirical coefficients α, β and γ respectively.

For the calculation of pore pressure equation (3) is analyzed in the z-axes:

$$c_r \left(\frac{\partial w_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial w_s}{\partial x} + w_s \frac{\partial w_s}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \nabla_3 (p_s + \rho g z) + \alpha_1 w_s + \alpha_2 \sqrt{u_s^2 + w_s^2} \cdot w_s = 0 \quad (8)$$

We set:

$$A = c_r \left(\frac{\partial w_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial w_s}{\partial x} + w_s \frac{\partial w_s}{\partial z} \right) = c_r \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) + u_s \frac{\partial}{\partial x} \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) + \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) \right] \quad (9)$$

$$B = \alpha_1 w_s = \alpha_1 \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) \quad (10)$$

$$\Gamma = \alpha_2 \sqrt{u_s^2 + w_s^2} \cdot w_s = \alpha_2 \sqrt{u_s^2 + \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right)^2} \cdot \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) \quad (11)$$

Then, substituting equations (9), (10) and (11) to equation (3), we have:

$$p_{o\lambda}(z) = p_{o\lambda}(-d) - \rho \int_{-d}^z (A+B+\Gamma) dz \quad (12)$$

where $p_{o\lambda}(z)$ is the pore pressure at the arbitrary distance z from Still Water Level (S.W.L.) and $p_{o\lambda}(-d)$ is the pore pressure at the bottom of the structure.

The horizontal orbital velocities inside the porous medium are written Metallinos & Memos, (2012):

$$u_s(z) = \frac{U_s}{\frac{1}{h_s} \left(\int_{-(h_s+d)}^{-d} u_M(z) dz \right)} \left\{ U_M \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2 (hU_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] - \left[z \frac{\partial^2 (hU_M)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \right\} \quad (13)$$

where U_M , $u_M(z)$ are the depth averaged maximum horizontal velocity and velocity distribution respectively, both accounting for the whole water column inside and outside the structure, U_s is the seepage (fluid) velocity inside the porous medium, h is the water depth, h_s is the porous medium thickness and z is the distance from still water level. U_M can be deduced from energy conservation considerations through:

$$U_M^2 = \frac{U_s^2 h_s + U^2 d}{h} \quad (14)$$

The pore pressure at the crest of the structure is given by the Stokes's 2nd order theory equation, which is:

$$p = \rho g \frac{H}{2} \frac{\cosh \left[\frac{2\pi(z+d)}{L} \right]}{\cosh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \cos \theta - \rho g z + \frac{3}{8} \rho g \frac{\pi H^2 \tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)}{L \sinh^2 \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \left(\frac{\cosh \left[\frac{4\pi(z+d)}{L} \right]}{\sinh^2 \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} - \frac{1}{3} \right) \cos 2\theta - \frac{1}{8} \rho g \frac{\pi H^2 \tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)}{L \sinh^2 \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \left(\cosh \left[\frac{4\pi(z+d)}{L} \right] - 1 \right) \quad (15)$$

After calculating the pressure at the crest of the structure, the value of the pore pressure at the bottom of the structure is given from the eq. (12).

3. EXPERIMENTAL SETUP

The experiments were conducted in the Laboratory of Harbor Works of the National Technical University of Athens in a 27 m long, 0.90 m wide and 1.53 m high glasswalled wave flume equipped with a flap-type wave-maker, generating regular waves. The height of the structure was 0.4 m and the crest width 1.0 m (Fig. 2). The structure was made of natural stones with $d_{50}=0.08$ m sloping 1:2 at both sides. The experimental data were collected on three sections at 16 points with 0.05 m intervals along the vertical and on one section outside the structure at points with 0.10 m

intervals along the vertical as shown in Fig. 2. Three wave scenarios and two water depths were used. Porosity of the structure, i.e. the ratio of voids to the total volume, was equal to 0.52.

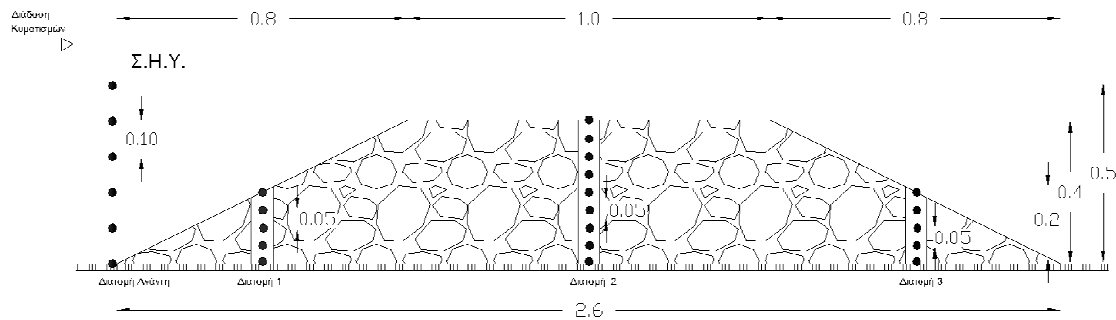


Figure 2: Model and location of measurements for water depth 0.50 m

The wave scenarios and layout of the breakwater in water depth $h=0.50$ m and the points of measurements are shown in Table 1 and Fig. 2 respectively:

Table 1: Wave scenarios

Scenario	Wave height H (m)	Period T (s)	Water depth d (m)	Wave length L (m)
Scenario 1	0.065	2.12	0.5	4.34
Scenario 2	0.08	1.85	0.5	3.69
Scenario 3	0.095	1.58	0.5	3.03
Scenario 4	0.107	1.31	0.5	2.34
Scenario 5	0.04	2.12	0.45	4.15
Scenario 6	0.057	1.85	0.45	3.54
Scenario 7	0.075	1.58	0.45	2.92

The scenarios 1, 2, 3 and 5 refer to non breaking waves and scenarios 4, 6 and 7 refer to wave-breaking conditions.

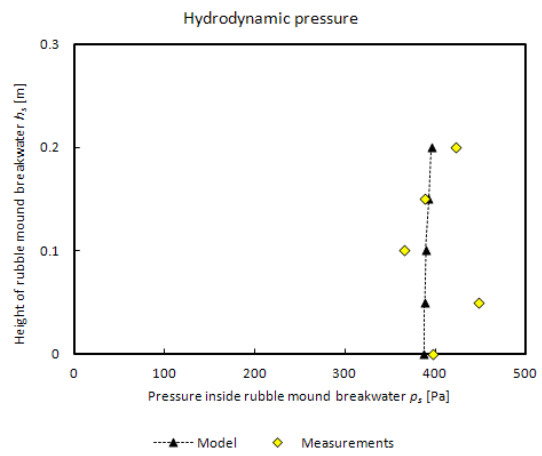
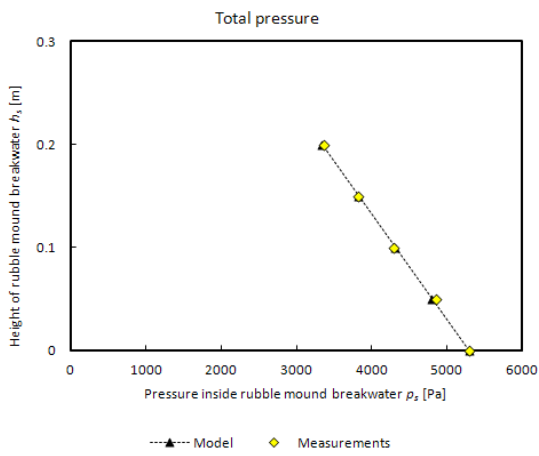
A pressure transducer KYOWA BE-5KC has used for the experimental measurements in conjunction with a data acquisition system KYOWA and a measurement computing's USB-1608FS device.

4. MODEL VERIFICATION

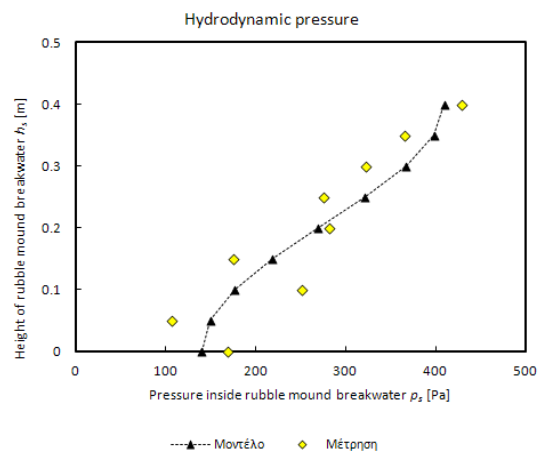
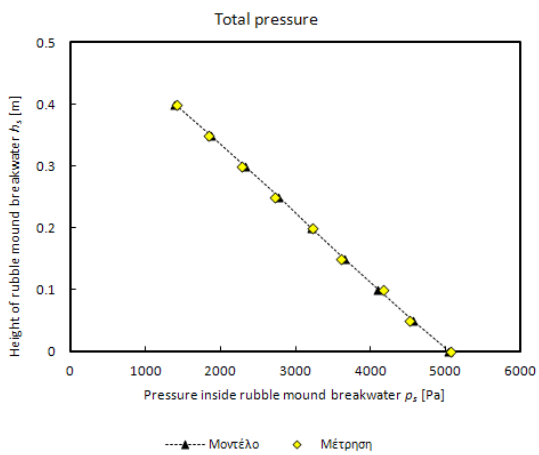
The results of the model are compared with the experimental results. Below two representative cases are shown in a comparison between the results of the proposed model and the results from the experimental measurements.

Case 2

Section 1



Section 2



Section 3

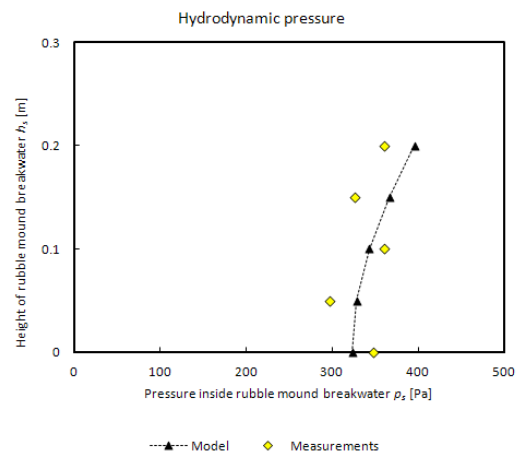
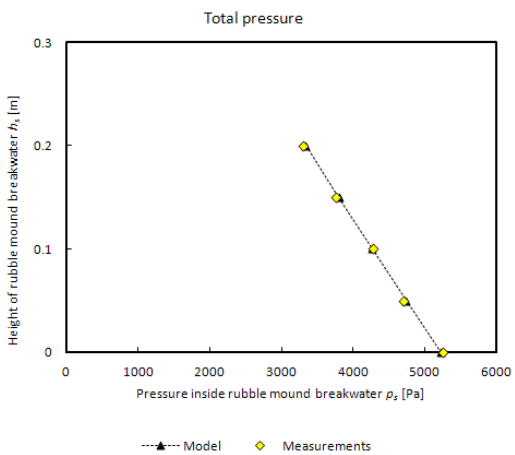
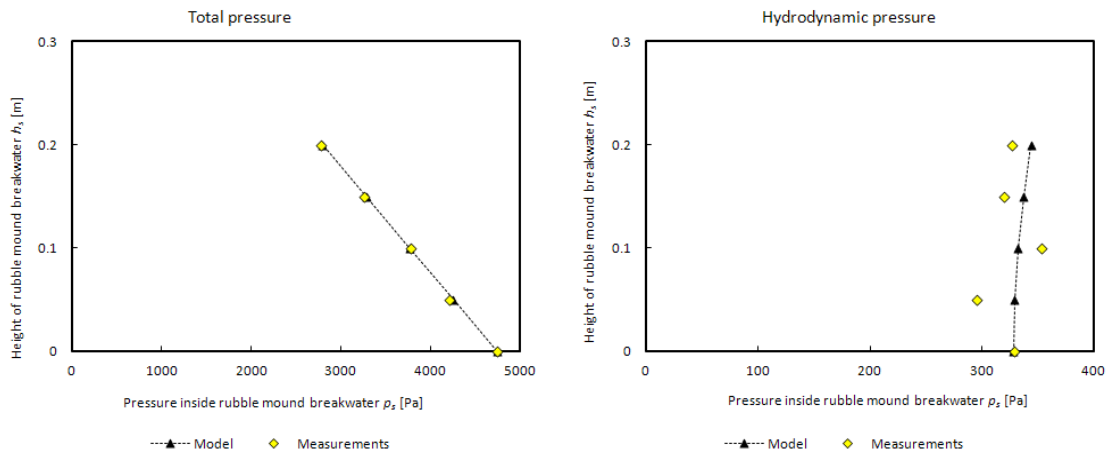


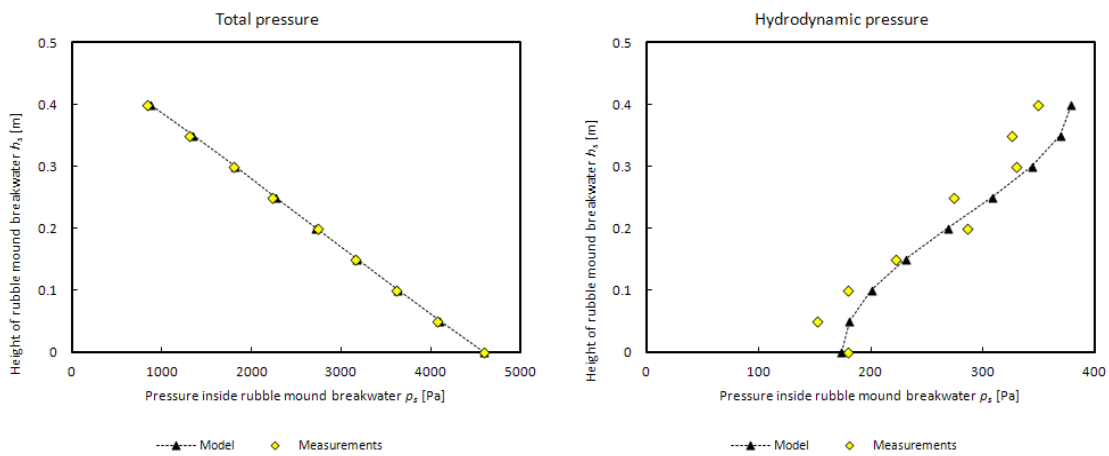
Figure 3: Comparison of the proposed pressure profile (total and hydrodynamic pressure) with measurements for case 2 (non breaking waves)

Case 7

Section 1



Section 2



Section 3

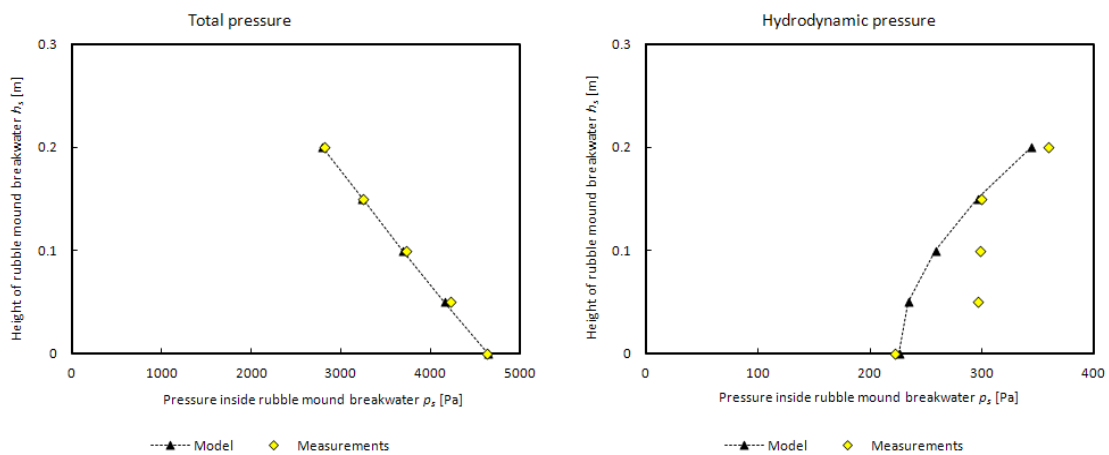


Figure 4: Comparison of the proposed pressure profile (total and hydrodynamic pressure) with measurements for case 7 (breaking waves)

Case 2 has non wave-breaking conditions and the wave characteristics are: wave height $H=0.08$ m, period $T=1.85$ s and water depth $h=0.50$ m. Case 7 has wave-breaking conditions and its wave characteristics are: wave height $H=0.075$ m, period $T=1.58$ s and water depth $h=0.45$ m.

From the above figures, it is concluded that the proposed model and the experimental results have a satisfactory agreement. The values from the model and the experiment are quite close, so it can be concluded that the proposed model can describe properly the non linear pressure profile inside the submerged structure.

5. CONCLUSIONS

A Boussinesq type model in conjunction with a depth-averaged Darcy-Forchheimer (momentum) equation (Avgeris et al., 2004) has been used in order to estimate the pore pressure inside a submerged porous breakwater. The profile of orbital horizontal velocities has been introduced from the velocity profile that Metallinos & Memos, (2012) have proposed. The comparison of experimental results and the model’s results have shown that this model is capable of predicting the pressures inside a porous submerged structure. From a statistical analysis to hydrodynamic pressures (Fig. 5), the most divergences between experimental and model’s results are between 0-15%, a very good rate that also shows the good agreement between experiments and the proposed model.

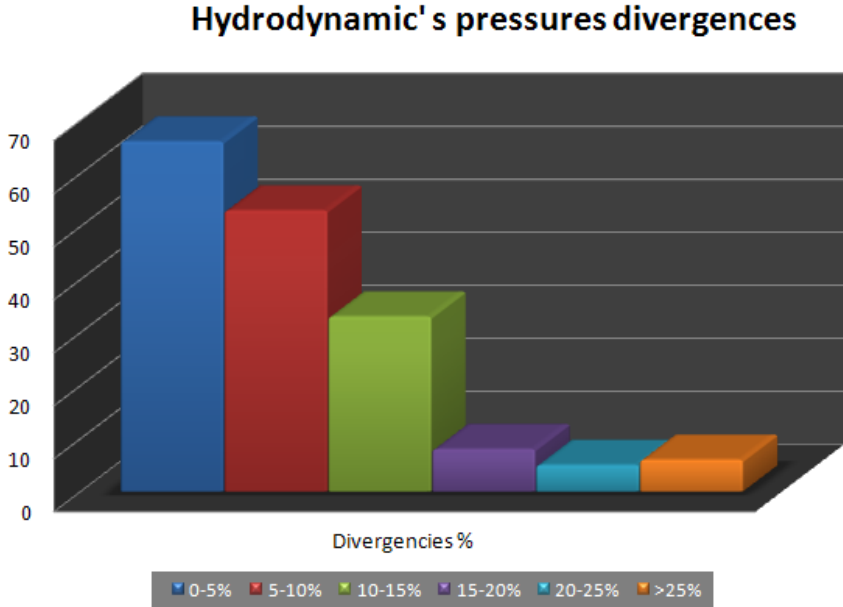


Figure 5: Hydrodynamic's pressures divergences

Also, it has been showed that there is an increase to the pressure from section 2 to section 3 that is attributed to the development of turbulence in the vicinity of the downstream slope of the rubble mound.

Moreover, the pore pressure is seemed to be increased with the increase of wave steepness. Below a representative section (section 2) for water depth $d=0.50$ m and $d=0.45$ m is shown, which indicates the above conclusion.

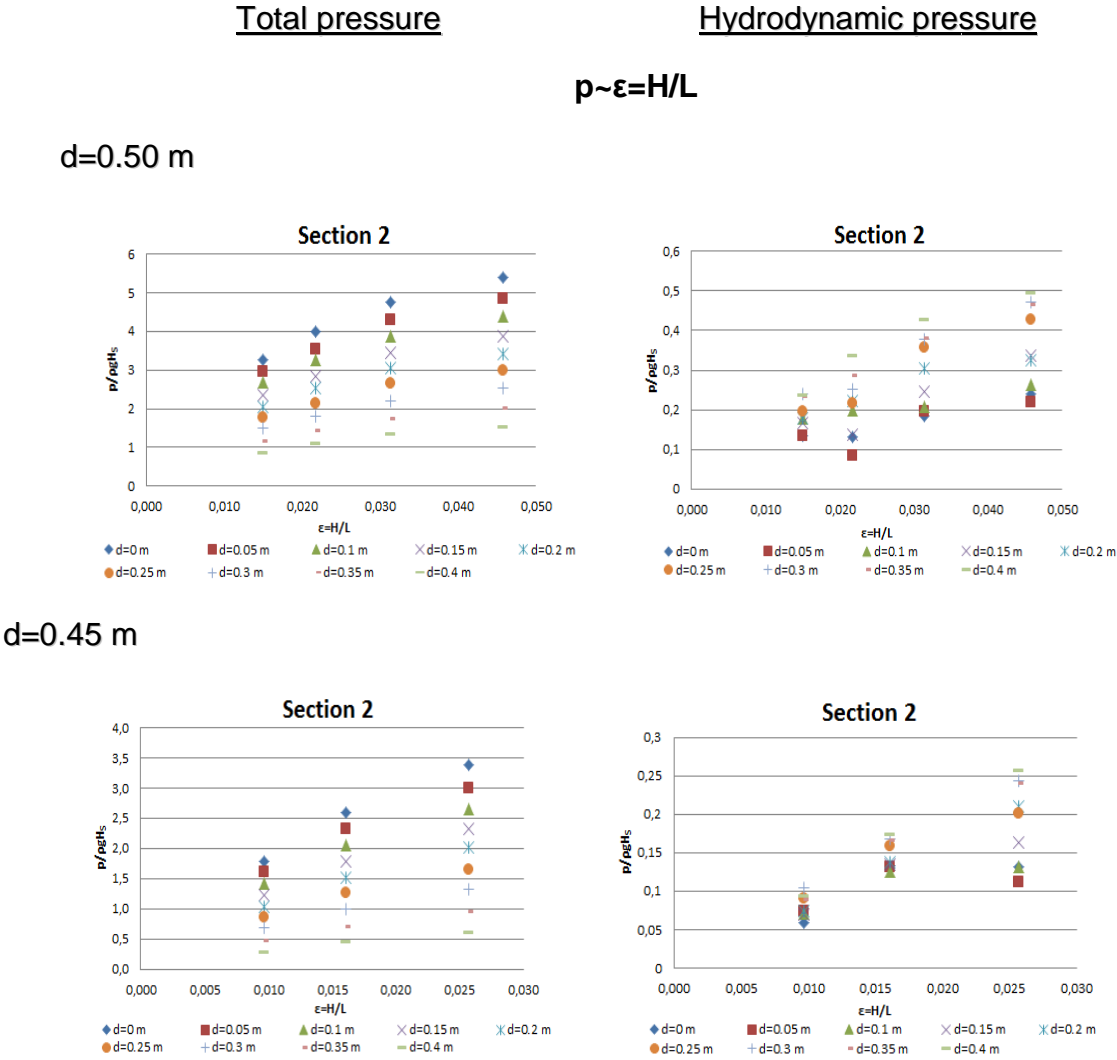


Figure 6: Total's and Hydrodynamic's pressures profile accordingly to wave steepness

This work presents an investigation on how to assess the distribution of the maximum pore pressure inside submerged porous breakwaters and can be proven quite useful for further environmental studies.

6. REFERENCES

- Avgeris I, Karambas T.V. and Prinos P., 2004. "Boussinesq modeling of wave interaction with porous submerged breakwaters". *Coastal Engineering. ICCE*, Lisbon, Portugal.
- Avgeris, I., Karambas, Th.V. and Prinos, P., 2004. "Boussinesq Modeling of Wave interaction with Porous Submerged Breakwaters", In: *Proceedings of 29th International Conference on Coastal Engineering, ASCE*, pp. 604-616.
- Avgeris, I., Karambas, Th., Prinos, P., Koutitas, Ch., Belloti, G., Briganti, R., Brocchini, M., 2004. *DELOS Internal Report*, "Flow Description (WP 2.1), Final Phase-Resolving Boussinesq- Type Models (D42)" (August 2004).
- Avgeris, I., Karambas, Th.V. and Prinos, P. (2004). "Boussinesq Modeling of Wave Interaction with Porous Submerged Breakwaters", In: *Proceedings of 29th International Conference on Coastal Engineering, ASCE*, pp. 604-616.
- Burcharth H.F. Andersen O.H., 1995. On the one-dimensional steady and unsteady porous flow equations, *Coastal Engineering* 24, pp. 233–257.
- Cantelmo, C., Allsop, W., Dunn, S., 2010. "Wave pressures in and under breakwaters". In: *CoatLab 2010*, Barcelona, Spain.
- Cruz, E.C., Isobe M., and Watanabe A., 1997. "Boussinesq equations for wave transformation on porous beds". *Coastal Engineering*, 24, 233-257.
- Groot, M.B., Yamazaki H., van Gent, M.R.A., Kheyruri, Z., 1994. "Pore pressure in rubble-mound breakwaters". In: *Proceedings of the 24th International Conference*, Kobe, Japan, ASCE, pp. 1727-1738.
- Madsen, P.A., Sørensen, O.R., 1992. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2: A slowly varying bathymetry. *Coastal Engineering*, 18, 183-204.
- Metallinos, A. and Memos, C. (2012). "Wave Induced kinematics inside submerged porous structures". *Journal of Hydraulic Research, IAHR*, iFirst, 1-7. [Available online at <http://dx.doi.org/10.1080/00221686.2012.693670>]
- Oumeraci, H., Partenscky, H.W., 1990. "Wave-induced pore pressure in rubble mound breakwaters". In: *Proceedings of the 22th International Conference*, Delft, The Netherlands, pp. 1334-1347.
- Sollitt, C.K. and Cross, R.H. (1972). "Wave Transmission through Permeable Breakwaters", In: *Proceedings of 13th International Conference on Coastal Engineering, ASCE*, pp. 1827-1846.

1. Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο της εργασίας

Ένα ερευνητικό πεδίο ευρέως διαδεδομένο ήταν ανέκαθεν η προστασία της παράκτιας ζώνης, λόγω των πολύπλοκων φυσικών φαινομένων που λαμβάνουν χώρα σε αυτή. Στη σύγχρονη εποχή, η βελτίωση του σχεδιασμού των παράκτιων έργων προστασίας έχει γίνει ένα αναγκαίο ζήτημα στην κοινότητα των πολιτικών μηχανικών, εφόσον πρόσθετες μη φυσικές παράμετροι το επηρεάζουν σημαντικά. Τέτοιες παράμετροι είναι όσες σχετίζονται με την εξασφάλιση του φυσικού τοπίου, όπως και με την διατήρηση της υποθαλάσσιας χλωρίδας και πανίδας στην περιοχή γύρω από το τεχνητό έργο. Γι' αυτό το λόγο γίνεται προσπάθεια για την χρήση νέων μορφών κατασκευών, οι οποίες να δίνουν μία ήπια μορφή στα έργα και ταυτόχρονα να προστατεύουν το φυσικό υποθαλάσσιο περιβάλλον.

Στην κατεύθυνση αυτή έχει αρχίσει ευρέως η κατασκευή έργων χαμηλής στέψης και συγκεκριμένα ύφαλων κυματοθραυστών, οι οποίοι αποτελούν κομμάτι των παραδοσιακών αποσπασμένων κυματοθραυστών και οι οποίοι συμβάλλουν στην προστασία της ακτής από την διάβρωση. Ο σκοπός αυτού του είδους των κυματοθραυστών είναι να μειώσουν την μεταδιδόμενη κυματική ενέργεια που φθάνει στην ακτή, ανακλώντας τους κυματισμούς και διαχέοντας την εισερχόμενη κυματική ενέργεια μέσω της θραύσης των κυματισμών.

Επιπλέον, ενώ μέχρι πρόσφατα ο σχεδιασμός των τεχνητών ύφαλων κατασκευών αφορούσε αποκλειστικά την προστασία της ακτής, σήμερα, λόγω της αυξημένης αναγκαιότητας και της μεγαλύτερης ευαισθητοποίησης σε περιβαλλοντικά ζητήματα, η κατασκευή του αφορά και την διατήρηση της θαλάσσιας χλωρίδας και πανίδας. Γι' αυτό τον λόγο, η κατασκευή ενός υποθαλάσσιου κυματοθραύστη εξυπηρετεί διπλό σκοπό: α) την προστασία της ακτής και β) την διατήρηση και προώθηση της θαλάσσιας χλωρίδας και πανίδας.

Από τα προαναφερθέντα γίνεται κατανοητό ο λόγος για τον οποίο έχουν γίνει πλήθος μελετών για την επίδραση των κυματοθραυστών στα υδροδυναμικά χαρακτηριστικά των κυμάτων. Εν αντιθέσει, οι μελέτες που έχουν γίνει για να μελετηθεί το υδροδυναμικό πεδίο στο εσωτερικό του κυματοθραύστη είναι περιορισμένες και βρίσκονται σε εξέλιξη τα τελευταία κυρίως χρόνια.

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό η σημασία των ύφαλων διαπερατών κατασκευών αυξάνεται σταθερά λόγω των περιβαλλοντικών πλεονεκτημάτων τους έναντι των έξαλων κατασκευών. Μια βασική παράμετρος για να αξιολογηθεί κατά πόσο μπορεί να αποτελέσουν τοπικό οικότοπο και για ποιιά είδη είναι η ταχύτητα των ρευστών σωματιδίων του νερού στο εσωτερικό της κατασκευής και η πίεση στο πορώδες. Το μοντέλο των Metallinos & Memos (2012) μελετά το πεδίο ταχυτήτων στο εσωτερικό ύφαλης διαπερατής κατασκευής και η μεταπτυχιακή εργασία του Καψάλη (2007)

μελετά το υδροδυναμικό πεδίο στο εσωτερικό ύφαλης διαπερατής κατασκευής για ρεύματα χρησιμοποιώντας το εμπορικό πρόγραμμα FLOW-3D.

Πλήθος μελετητών έχουν παρουσιάσει εργασίες που αφορούν την μελέτη του μετασχηματισμού των κυμάτων πάνω από ύφαλες κατασκευές. Οι Sollitt και Cross (1972,1976) στην καινοτόμα εργασία τους παρουσίασαν μία αναλυτική προσέγγιση έχοντας ως σημείο έναρξης τις ασταθείς εξισώσεις ροής στο πορώδες ενός χονδρόκοκκου υλικού. Οι Cruz et al. (1997) παρήγαγαν ένα δισδιάστατο μοντέλο Boussinesq (2D) πάνω από πορώδη πυθμένα αυθαίρετου πάχους και δοκίμασαν την εφαρμογή του στην διάθλαση περίθλαση και ανάκλαση γύρω από έναν ύφαλο κυματοθραύστη με μικρό μήκος. Η μελέτη της συμπεριφοράς των κυματοθραυστών χαμηλής στέψης σε μια διάσταση (1D) έχει μελετηθεί από τους Drei και Lamberti, (1999), Yamashiro et al., (1999), Kriezi et al., (1999) και Gironella και Sanchez-Arcilla (1999). Υπάρχουν λιγότερες έρευνες για πειράματα σε τρισδιάστατη μορφή (3D) όπως αυτές των Charman et al., (1999), Ilic et al., (1999). Πρόσφατες πειραματικές μετρήσεις έγιναν στο πρόγραμμα DELOS (DELOS project) που χρησιμοποιήθηκαν για την επιβεβαίωση δύο προσεγγίσεων για την προσομοίωση των κυμάτων και των ρευμάτων στην περιοχή των βυθισμένων κυματοθραυστών. Πρόσφατα οι Hsiao et al. (2002) παρουσίασαν ένα πλήρως μη γραμμικό δισδιάστατο μοντέλο Boussinesq (2DH-Boussinesq type model) για διάδοση κυματισμών πάνω από διαπερατό πυθμένα και έγινε σύγκριση με πειραματικές μετρήσεις για γραμμικούς κυματισμούς πάνω από βυθισμένο κυματοθραύστη. Στην εργασία αυτή η κυματική διάδοση πάνω από τον ύφαλο κυματοθραύστη ερευνήθηκε με το δισδιάστατο μοντέλο Boussinesq (2DH-Boussinesq-type model), ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με τους Cruz et al. (1997).

Επίσης, οι Oumeraci και Partenscky (1990) παρουσίασαν τα αποτελέσματα τους για την συμβολή της πίεσης του πορώδους μέσου στους συντελεστές ανάκλασης και στην απόσβεση της κυματικής ενέργειας διαμέσου του πορώδους του κυματοθραύστη. Οι M.B. de Groot, H. Yamazaki, M.R.A. van Gent και Z. Kheyruri (1994) ανέπτυξαν ένα αριθμητικό μοντέλο, MBREAK/ODIFLOCS, για την πρόβλεψη της κυματικής ροής εντός του πορώδους καθώς και της πίεσης εντός αυτού. Τέλος, οι H.F. Burcharth και O.H. Andersen μελετούν την επίδραση των κατασκευαστικών χαρακτηριστικών ενός ύφαλου πορώδους κυματοθραύστη (πορώδες, διαβάθμιση του υλικού, σχήμα των λίθων, τραχύτητα της επιφάνειας) στην κυματική ροή, χρησιμοποιώντας ως βάση στην μελέτη τους τις εξισώσεις Navier-Stokes. Οι Clemente Cantelmo, William Allsop και Scott Dunn (2010) διεξήγαγαν πειραματικές μετρήσεις για να μελετήσουν την ροή και την πίεση στο πορώδες εντός πορώδους κυματοθραύστη και σύγκριναν αυτά τα πειραματικά δεδομένα με το μοντέλο OTTP-1D, το οποίο χρησιμοποιεί τις μη γραμμικές εξισώσεις για ρηγά νερά (Non Linear Shallow Water equations) για τη ροή εκτός της πορώδους κατασκευής και την εξίσωση Forchheimer για τη ροή στο πορώδες μέσο. Τέλος, οι Belibassakis (2012) και Massel et al. (2005) μελέτησαν την πίεση στο πορώδες του πυθμένα, κάτω από τον πόδα του κυματοθραύστη, και τη συμβολή της στην ευστάθεια της πορώδους κατασκευής.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις τα πειράματα και τα αριθμητικά μοντέλα που έχουν παραχθεί αφορούν σε θέσεις τόσο στην ζώνη διαβροχής για θραυόμενους κυματισμούς όσο και στα κατάντη της κατασκευής (DELOS project, 2003). Επίσης, οι παραπάνω εργασίες καλύπτουν τον υπολογισμό της πίεσης εντός πορώδους κατασκευής κατά πλάτος του κυματοθραύστη ή σε τυχαία σημεία καθ' ύψος, χρησιμοποιώντας πολύπλοκα μαθηματικά μοντέλα.

Στην παρούσα έρευνα λοιπόν, αναπτύσσεται ένα απλό αριθμητικό μοντέλο για την πρόβλεψη της κατανομής των μέγιστων πιέσεων στο εσωτερικό ύφαλης, πορώδους κατασκευής. Το προφίλ των πιέσεων που προκύπτει βασίζεται στην εξίσωση ορμής των Darcy-Forchheimer και ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004). Στην εξίσωση ορμής των Darcy-Forchheimer εισάγεται η κατανομή της οριζόντιας μέγιστης τροχιακής ταχύτητας από το μοντέλο πρόβλεψης που αναπτύχθηκε από τους Metallinos & Memos (2012). Για να επαληθευτεί το αριθμητικό μοντέλο έγιναν πειράματα στην διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

1.2 Διάρθρωση μεταπτυχιακής εργασίας

Στο κεφάλαιο 2, δίνεται μια εισαγωγή στην έννοια της πίεσης και συγκεκριμένα γίνεται ο διαχωρισμός μεταξύ της υδροστατικής και της υδροδυναμικής πίεσης. Παρατίθεται δύο τρόποι υπολογισμού, ένας για την υδροστατική και ένας για την υδροδυναμική πίεση.

Στο κεφάλαιο 3, γίνεται μια εισαγωγή σε θεωρίες και μοντέλα διασπειρόμενων κυματισμών. Παρουσιάζονται οι θεμελιώδεις εξισώσεις και οι οριακές συνθήκες καθώς και μαθηματικές θεωρίες για τους δισδιάστατους προωθούμενους κυματισμούς που αναπτύχθηκαν κατά το παρελθόν. Πιο συγκεκριμένα γίνεται αναφορά στην γραμμική θεωρία κυματισμών απειροστού εύρους (Airy ή Stokes 1^{ης} τάξης) όπως επίσης και την μη γραμμική θεωρία. Πιο συγκεκριμένα στην θεωρία Stokes 1^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, στη θεωρία Cnoidal και στην θεωρία μοναχικού κυματισμού (Solitary Wave). Φυσικά παρουσιάζεται και το διάγραμμα που δείχνει τις περιοχές εφαρμογής των διάφορων αυτών θεωριών διάδοσης κυματισμών (Le Méhauté, 1976).

Στο κεφάλαιο 4, γίνεται ένας συσχετισμός της πίεσης με τα κυματικά χαρακτηριστικά, και συγκεκριμένα με το ύψος κύματος, την περίοδο και την καμπυλότητα. Ο συσχετισμός αυτός γίνεται με την παράθεση των αποτελεσμάτων άλλων παρόμοιων, δημοσιευμένων εργασιών, στο κομμάτι που αφορά τη σύνδεση της πίεσης με τα βασικά κυματικά χαρακτηριστικά.

Στο κεφάλαιο 5, γίνεται η εισαγωγή στα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί για τη διάδοση των κυματισμών εντός πορώδους μέσου. Μέσα σε αυτά περιλαμβάνονται και μοντέλα τύπου Boussinesq, όπως φυσικά και άλλου είδους μοντέλα (Navier-

Stokes, εξισώσεις Euler, COBRAS). Στα παραπάνω πλαίσια περιγράφεται το ομοίωμα Boussinesq των Avgeris et al. (2004). Στη συνέχεια, ακολουθεί η κατάστρωση του προφίλ των πιέσεων εντός πορώδους μέσου μέσα από την εξίσωση Darcy-Forchheimer, στην οποία εισάγεται η κατανομή των μέγιστων οριζόντιων τροχιακών ταχυτήτων από το ομοίωμα των Metallinos & Memos (2012).

Στο κεφάλαιο 6, παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη που κατασκευάστηκε στην διώρυγα δοκιμών Δημήτρης Κοιλάκος του εργαστηρίου Λιμενικών Έργων του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Καθορίζονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των μοντέλων, ο υπολογισμός του πορώδους της κατασκευής και παρουσιάζονται οι θέσεις και η διαδικασία των πειραματικών μετρήσεων. Παρουσιάζονται τα 4 διαφορετικά κυματικά σενάρια για βάθος νερού $d=0.5$ m και τα υπόλοιπα 3 διαφορετικά κυματικά σενάρια για βάθος νερού $d=0.45$ m. Να σημειωθεί ότι και τα 7 συνολικά σενάρια αφορούν τόσο θραυόμενους όσο και μη θραυόμενους κυματισμούς πάνω από την στέψη της κατασκευής.

Στο κεφάλαιο 7, γίνεται η εφαρμογή του τροποποιημένου μοντέλου Boussinesq και γίνεται σύγκριση με τις πειραματικές μετρήσεις που έγιναν στην διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων.

Στο κεφάλαιο 8, συνοψίζονται τα γενικότερα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας και συμπεράσματα ως προς το παραγόμενο μοντέλο Boussinesq των Avgeris et al. Τέλος, παρατίθεται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα του παρόντος μοντέλου.

Τέλος στα κεφάλαια 9 και 10, παρατίθεται εκτενής βιβλιογραφία και παραρτήματα αντίστοιχα. Στο Παράρτημα Α συνοψίζονται αναλυτικά οι πίνακες των αποτελεσμάτων των μετρήσεων στις διάφορες θέσεις λήψεως για τα 7 σενάρια τόσο για τις συνολικές όσο και για τις υδροδυναμικές πιέσεις. Στο Παράρτημα Β δίνονται οι πίνακες που παρουσιάζουν τους αδιάστατους όρους των πιέσεων συναρτήσει της καμπυλότητας των κυματισμών των διάφορων σεναρίων. Στο Παράρτημα Γ παρατίθενται οι πίνακες των υδροδυναμικών πιέσεων για τα πειραματικά δεδομένα και το μοντέλο, με τις αντίστοιχες αποκλίσεις μεταξύ τους. Τέλος, στο Παράρτημα Δ ακολουθούν οι αλγόριθμοι σε κώδικα Fortran που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του μονοδιάστατου ομοιώματος (1D) Boussinesq για τα 7 διαφορετικά σενάρια που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 6. Ενδεικτικά δόθηκε ο κώδικας για το Σενάριο 1 και τη διατομή 1. Ουσιαστική τροποποίηση του παραπάνω υπολογιστικού κώδικα δεν έγινε παρά μόνο εισήχθησαν επιπλέον βοηθητικές μεταβλητές. Η κατανομή των μέγιστων πιέσεων έγινε σε έγγραφο του Microsoft Excel.

2. Εισαγωγή στην έννοια της Πίεσης

Η αλληλεπίδραση μεταξύ των κυμάτων και των κυματοθραυστών περιγράφεται από ένα σύνολο φυσικών διεργασιών. Καθώς τα κύματα διαδίδονται προς τον κυματοθραύστη, ένα μέρος της κυματικής ενέργειας ανακλάται, ένα δεύτερο μέρος σκεδάζεται μέσα στο πορώδες του κυματοθραύστη και ένα τρίτο διαδίδεται διαμέσου της κατασκευής. Η ροή μέσα στο πορώδες εμφανίζει χαρακτηριστικά τόσο στρωτής όσο και τυρβώδους ροής και συνδέεται με την κυματική διάδοση μέσω της διήθησης και της διαρροής στο πορώδες του κυματοθραύστη. Οι υδροδυναμικές πιέσεις των πόρων που προέρχονται από τη ροή στο πορώδες (δηλαδή οι πιέσεις που ασκούνται στα κενά του πορώδους υλικού από τη διέλευση του κύματος διαμέσου της κατασκευής) μειώνονται καθώς αυξάνεται η απόσταση από την προσήνεμη πλευρά του κυματοθραύστη.

Η ακριβής γνώση της πίεσης των πόρων είναι πολύ σημαντική, καθώς συμβάλλει στην κατασκευή ενός ασφαλούς και σταθερού κυματοθραύστη. Οι De Groot et al. (1994) παρουσίασαν την σπουδαιότητα του υπολογισμού της πίεσης στο πορώδες για τον σχεδιασμό ενός κυματοθραύστη, και συγκεκριμένα για την σταθερότητα της κλίσης των πρηνών, τον υπολογισμό των στρώσεων του υλικού και του πυρήνα, και στην επίδραση που έχει η πίεση των πόρων στην υδροδυναμική σταθερότητα της κατασκευής, στην υπερπήδηση του κύματος και στην ανάκλαση και μετάδοση του.

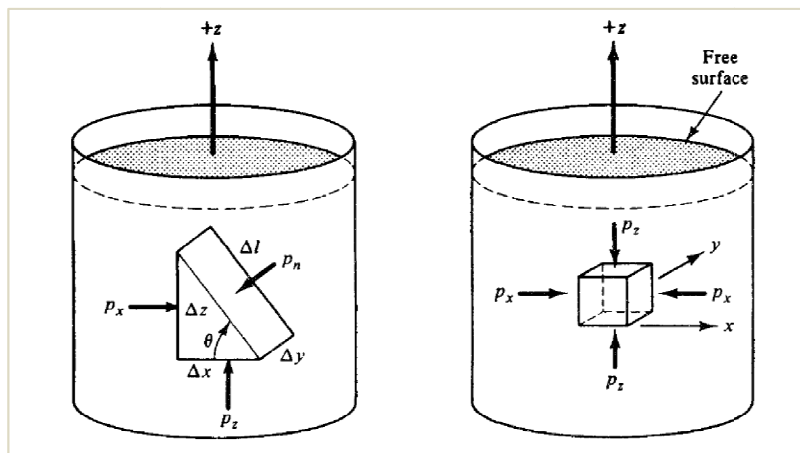
Τα τελευταία χρόνια έχει προκύψει η ανάγκη για κατασκευή παράκτιων έργων προστασίας με το ελάχιστο δυνατό περιβαλλοντικό κόστος. Γι' αυτό το λόγο αναζητούνται πλέον τρόποι ώστε να κατασκευάζονται έργα προστασίας (όπως είναι οι κυματοθραύστες), ούτως ώστε να προστατεύεται η ακτή από την διάβρωση αλλά παράλληλα να δίνεται ώθηση στην ανάπτυξη της υποθαλάσσιας ζωής γύρω και μέσα στο τεχνικό έργο. Για την εξασφάλιση της αφθονίας της υποθαλάσσιας ζωής στο εσωτερικό ενός κυματοθραύστη σημαντικό ρόλο παίζουν οι υδροδυναμικές συνθήκες στο εσωτερικό της κατασκευής, όπως η ταχύτητα των ρευστών σωματιδίων του νερού και η πίεση των πόρων. Προκύπτει, λοιπόν, ένας επιπλέον λόγος αναγκαιότητας προσδιορισμού της πίεσης των πόρων στο εσωτερικό μιας ύψαλης κατασκευής.

Βέβαια, ο ακριβής υπολογισμός της πίεσης είναι αρκετά δύσκολος εφόσον δεν υπάρχουν διαθέσιμες αναλυτικές σχέσεις, λόγω της πολυπλοκότητας τόσο των μηχανισμών συμπεριφοράς των κυμάτων, όσο και της κατασκευής της ίδιας.

Με βάση τους Dean & Dalrymple (1991), η πίεση στο εσωτερικό του κυματοθραύστη αποτελείται από δύο όρους: την υδροστατική πίεση και τη υδροδυναμική πίεση. Εξ ορισμού, ένα υγρό διαφοροποιείται από ένα στερεό από το γεγονός ότι υπόκειται διαρκώς κάτω από την δράση των τάσεων ακτινοβολίας, κάτι το οποίο οφείλεται στη ροή του υγρού.

Όταν το υγρό είναι ακίνητο, δεν υπάρχουν τάσεις ακτινοβολίας, και οι υπόλοιπες δυνάμεις πρέπει να βρίσκονται σε ισορροπία, δηλαδή το άθροισμα των συνολικών δυνάμεων να είναι μηδενικό, $F=0$. Εφόσον, όμως, στο υγρό υπάρχει η δράση του βάρους, ασκούνται σε αυτό κατακόρυφες τάσεις οι οποίες για να ισορροπούν δέχονται την αντίδραση πίεσης, η οποία εξισορροπεί το βάρος του υγρού.

Αν πάρουμε ως παράδειγμα το παρακάτω δοχείο νερού, και συγκεκριμένα αν απομονώσουμε ένα πρίσμα υγρού στοιχείου με διαστάσεις Δx , Δz , $\Delta l[\equiv\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta z)^2}]$ γίνεται εφικτό να ελεγχθεί η ισορροπία του. Θα ληφθούν υπόψη μόνο οι διευθύνσεις x , z εφόσον οι δυνάμεις στην y διεύθυνση δεν συνεισφέρουν στην x διεύθυνση.



Σχήμα 2.1: Πιέσεις που ασκούνται σε (αριστερά) τριγωνικό πρίσμα και σε (δεξιά) κύβο

Στην αριστερή πλευρά του πρίσματος υπάρχει μία δύναμη πίεσης $p_x \Delta z \Delta y$ και η οποία εξισορροπείται στην δεξιά πλευρά από την $p_n \Delta l \sin \theta \Delta y$, δηλαδή

$$p_x \Delta z \Delta y = p_n \Delta l \sin \theta \Delta y \quad (2.1)$$

Στην κατακόρυφη διεύθυνση, από την ισορροπία δυνάμεων προκύπτει:

$$p_z \Delta x \Delta y = p_n \Delta l \cos \theta \Delta y + \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.2)$$

όπου ο όρος $\frac{1}{2} \times \rho \times g \times \Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ αντιπροσωπεύει το βάρος του υγρού στοιχείου. Αντικαθιστώντας, από την γεωμετρία του πρίσματος, με $\sin \theta = \frac{\Delta z}{\Delta l}$ και $\cos \theta = \frac{\Delta x}{\Delta l}$ τελικώς προκύπτει:

$$p_x = p_n \quad (2.3)$$

$$p_z = p_n + \frac{1}{2} \rho g \Delta z \quad (2.4)$$

και αν θεωρηθεί το υγρό στοιχείο πολύ μικρό, τότε:

$$p_x = p_n = p_z \quad (2.5)$$

το οποίο υποδεικνύει ότι η πίεση στο επίπεδο x-z είναι ίδια σε όλα τα σημεία, ανεξάρτητα από τον προσανατολισμό του πρίσματος, εφόσον η τελική εξίσωση δεν περιλαμβάνει τον όρο θ . Το αποτέλεσμα θα ήταν το ίδιο αν το πρίσμα ήταν προσανατολισμένο κατά τον y άξονα, οπότε και συμπεραίνεται ότι η πίεση σ' ένα σημείο είναι ανεξάρτητη του προσανατολισμού του υγρού στοιχείου, δηλαδή:

$$p_x = p_n = p_z \quad (2.6)$$

Βέβαια πρέπει να σημειωθεί ότι η πίεση δεν είναι ένας διανυσματικός παράγοντας αλλά ένας βαθμωτός και άρα δεν περιέχει την έννοια της κατεύθυνσης. Κάθε επιφάνεια που θα βυθιστεί σ' ένα υγρό θα της ασκηθεί μία δύναμη εξαιτίας της υδροστατικής πίεσης, η οποία δρα κάθετα στην επιφάνεια, δηλαδή η κατεύθυνση της δύναμης θα εξαρτηθεί από τον προσανατολισμό της θεωρούμενης επιφάνειας.

Κάτι αντίστοιχο μπορεί να εφαρμοσθεί και στην περίπτωση ενός μικρού κύβου με τις ίδιες διαστάσεις Δx , Δy , Δz . Στην προκειμένη περίπτωση δεν συρρικνώνεται το μέγεθος του κύβου αλλά θεωρείται ότι η πίεση δρα στην αριστερή επιφάνεια του κυβικού στοιχείου (Δy , Δz) και στη θέση $x - \frac{\Delta x}{2}$. Άρα η συνολική δύναμη που ασκείται στην x κατεύθυνση είναι τελικά:

$$p \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z \right) \Delta y \Delta z = p(x, y, z) \Delta y \Delta z - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \Delta y \Delta z + \dots \quad (2.7)$$

στην οποία έγινε χρήση σειράς Taylor. Στην απέναντι πλευρά του κύβου, στην διεύθυνση κατά x, πρέπει να δρα μία ίση και αντίθετη δύναμη, αλλιώς δεν θα είναι εφικτό το κυβικό στοιχείο να ισορροπήσει. Δηλαδή μία δύναμη στην αρνητική διεύθυνση κατά x και στην θέση $x + \frac{\Delta x}{2}$, η οποία ισούται:

$$p \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z \right) \Delta y \Delta z = p(x, y, z) \Delta y \Delta z + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \Delta y \Delta z \quad (2.8)$$

Εξισώνοντας τις δύο δυνάμεις προκύπτει:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.9)$$

Για τη y διεύθυνση ισχύει αντίστοιχα:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

Στον κατακόρυφο z άξονα, η δύναμη που δρα προς τα πάνω είναι:

$$p \left(x, y, z - \frac{\Delta z}{2} \right) \Delta x \Delta y = \left(p - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\Delta z}{2} \right) \Delta x \Delta y \quad (2.11)$$

και η οποία θα πρέπει να εξισώνεται με την δύναμη της πίεσης που δρα προς τα κάτω και το βάρος, δηλαδή:

$$\left(\rho - \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\Delta z}{2}\right) \Delta x \Delta y = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\Delta z}{2}\right) \Delta x \Delta y + \rho g \Delta x \Delta y \Delta z \rightarrow$$

$$\left(-\frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\Delta z}{2}\right) \Delta x \Delta y = \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\Delta z}{2}\right) \Delta x \Delta y + \rho g \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.12)$$

και διαιρώντας με τον όγκο του κύβου:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho g \quad (2.13)$$

Ολοκληρώνοντας ως προς z δίνεται η εξίσωση της υδροστατικής πίεσης:

$$\rho = -\rho g z + C \quad (2.14)$$

Η σταθερά C υπολογίζεται στην ελεύθερη επιφάνεια για z=0, όπου ρ=0, οπότε και C=0, άρα τελικώς η υδροστατική πίεση είναι:

$$\rho = -\rho g z \quad (2.15)$$

Η πίεση αυξάνεται γραμμικά με την αύξηση του βάθους στο υγρό.

Η υδροδυναμική πίεση είναι αποτέλεσμα της κίνησης του υγρού. Ο προσδιορισμός του πεδίου των πιέσεων που προκύπτουν από την μετάδοση ενός κυματισμού καθορίζεται από την εξίσωση του **Bernoulli** για ιδεατό ρευστό και το αντίστοιχο δυναμικό ταχυτήτων:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \quad (2.16)$$

όπου Φ το δυναμικό των ταχυτήτων, u και w οι ταχύτητες των τροχιακών σωματιδίων κατά την x και z διεύθυνση αντίστοιχα και C(t) ένας όρος του Bernoulli, ο οποίος είναι σταθερός για μόνιμες ροές. Η παραπάνω εξίσωση, αν λυθεί ως προς την πίεση, προκύπτει ένας υδροστατικός όρος (ρ×g×z) και ένας υδροδυναμικός όρος, ο οποίος είναι άμεση συνάρτηση του δυναμικού των ταχυτήτων. Διαφορετικά μπορεί να γραφεί:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2\right) + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \quad (2.17)$$

3. Θεωρίες και Μοντέλα κυματισμών

3.1 Θεμελιώδεις Εξισώσεις και Οριακές Συνθήκες

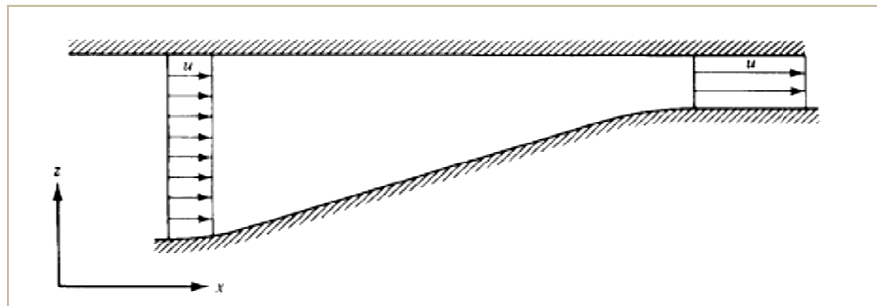
Η κίνηση ενός μορίου στο νερό υπακούει στο νόμο του Newton, ο οποίος αν εφαρμοστεί κατά τη διεύθυνση x, έχει την εξής μορφή (Dean & Dalrymple, 1991):

$$\Sigma F_x = m a_x \tag{3.1}$$

όπου a_x είναι η επιτάχυνση του μορίου στη x διεύθυνση. Εξ ορισμού $a_x = du/dt$, όπου u είναι η ταχύτητα στην x διεύθυνση.

Αν πάρουμε για παράδειγμα τη σταθερή ροή ενός ρευστού σε μία θέση αλλαγής της μορφολογίας του πυθμένα και συγκεκριμένα απομονώσουμε ένα σωματίδιο νερού, θα διαπιστώσουμε ότι το ρευστό επιταχύνεται. Η εξίσωση που περιγράφει τότε την κίνηση είναι:

$$\Sigma F_x = m \frac{du}{dt} \tag{3.2}$$



Σχήμα 3.1: Επιτάχυνση της ροής λόγω διατομής μειούμενου εμβαδού

Οι εξισώσεις κίνησης για τις 3 διευθύνσεις x, y, z είναι:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + X \tag{3.3}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + Y \tag{3.4}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + Z \tag{3.5}$$

όπου τ_{ij} είναι οι διαμητικές τάσεις στο ρευστό σωματίδιο, p η πίεση και X, Y, Z κάθε δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο ανά μονάδα μάζας του στη διεύθυνση x, y, z αντίστοιχα.

Μία υπόθεση που είναι αποδεκτή και ισχύει στην κυματομηχανική είναι ότι οι διατμητικές τάσεις σ' ένα ρευστό είναι μηδενικές. Έτσι, εφαρμόζοντας τις παραπάνω σχέσεις στην κίνηση ενός ρευστού σωματιδίου, προκύπτει η εξίσωση Euler ή εξίσωση διατήρησης της ορμής, η οποία σε διανυσματική μορφή είναι:

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - gk \quad (3.6)$$

όπου \bar{u} το διάνυσμα της ταχύτητας $\bar{u} = (u, v, w)$, με u, v τις οριζόντιες ταχύτητες κατά x και y αντίστοιχα, p η πίεση, $k=(0, 0, 1)$ το μοναδιαίο διάνυσμα κατά την κατακόρυφη διεύθυνση και $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ ο τελεστής βαθμίδας στις τρεις διευθύνσεις.

Στη συνέχεια γίνονται οι παρακάτω παραδοχές:

- ❖ Ρευστό ομοιογενές
- ❖ Ρευστό ασυμπίεστο
- ❖ Αστρόβιλη ροή
- ❖ Σταθερό βάθος και αδιαπέρατος πυθμένας

Η εξίσωση της συνέχειας για ένα ασυμπίεστο, ιδεατό ρευστό, χωρίς την επίδραση εξωτερικών δυνάμεων, εκτός της βαρύτητας, είναι:

$$\nabla_3 \bar{u} = 0 \quad (3.7)$$

Το διάνυσμα της ταχύτητας \bar{u} , για αστρόβιλη ροή, μπορεί να εκφραστεί από την κλίση του βαθμωτού μεγέθους Φ , από τη σχέση:

$$\bar{u} = -\nabla_3 \Phi \quad (3.8)$$

Αντικαθιστώντας την (3.8) στην (3.7), η εξίσωση συνέχειας γίνεται:

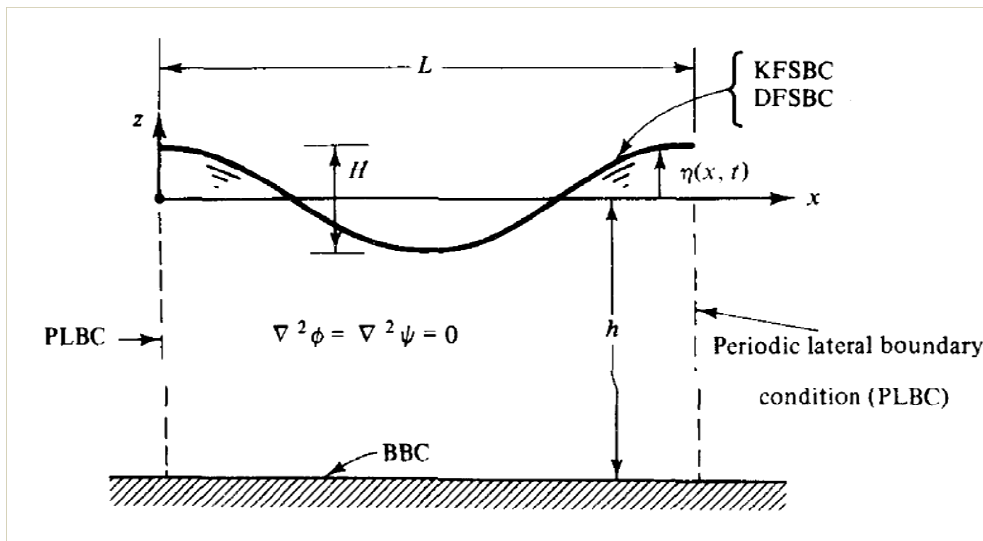
$$\nabla_3 \Phi = 0 \quad (3.9)$$

η οποία είναι η γνωστή εξίσωση Laplace.

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση διατήρησης της ορμής (3.9) προκύπτει η εξίσωση Bernoulli:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \quad (3.10)$$

◆ Οριακές συνθήκες



Σχήμα 3.2: Οριακές συνθήκες για περιοδικό κυματισμό

Οριακή συνθήκη πυθμένα (Bottom Boundary Condition-BBC)

Στον πυθμένα, ο οποίος θεωρείται οριζόντιος και αδιαπέρατος, ισχύει η κινηματική οριακή συνθήκη πυθμένα ή συνθήκη μηδενικής ροής:

$$w=0 \quad \text{ή} \quad -\frac{\partial\Phi}{\partial z}=0 \quad \text{στο } z=-d \quad (3.11)$$

Οριακές συνθήκες ελεύθερης επιφάνειας

Στην ελεύθερη επιφάνεια πρέπει να ικανοποιούνται οι εξής δύο συνθήκες:

- Η κινηματική οριακή συνθήκη (Kinematic Free Surface Boundary Condition-KFSBC): $-\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{\partial\eta}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial x} \frac{\partial\eta}{\partial x}$ στο $z=\eta(x,t)$ (3.12)
- Η δυναμική οριακή συνθήκη (Dynamic Free Surface Boundary Condition-DFSBC) με δεδομένο ότι θεωρείται η πίεση στην επιφάνεια ίση με το μηδέν (ατμοσφαιρική πίεση): $-\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + g\eta = C(t)$ στο $z=\eta(x,t)$ (3.13)

Οριακές συνθήκες περιοδικότητας (Periodic Lateral Boundary Condition-PLBC)

Εφόσον ο κυματισμός είναι περιοδικός στο χώρο και στο χρόνο, ισχύουν επιπλέον οι παρακάτω οριακές συνθήκες:

$$\Phi(x,z,t)=\Phi(x+L,z,t) \quad (3.14)$$

$$\Phi(x,z,t)=\Phi(x,z,t+T) \quad (3.15)$$

όπου L το μήκος κύματος και T η περίοδος του κύματος.

3.2 Γραμμική θεωρία κυματισμών Απειροστού Εύρους (Airy ή Stokes 1^{ης} τάξης)

Η γραμμική θεωρία ή θεωρία κυματισμών απειροστού εύρους είναι η πιο στοιχειώδης, απλή θεωρία κυματισμών που αναπτύχθηκε. Αναπτύχθηκε από τον Airy (1845), γι' αυτό και ονομάστηκε επιπλέον γραμμική θεωρία Airy, και παρουσιάζει μία προσέγγιση των κυματικών χαρακτηριστικών για ένα ευρύ πεδίο κυματικών παραμέτρων.

Γραμμικοί χαρακτηρίζονται οι κυματισμοί των οποίων το προφίλ παρουσιάζει συμμετρία ως προς τον οριζόντιο (Ox) και ως προς τον κατακόρυφο (Oz) άξονα και περιγράφεται από μία αρμονική (ημιτονοειδή) συνάρτηση.

Οι παραδοχές οι οποίες ισχύουν στην γραμμική θεωρία είναι οι εξής:

- Το υγρό είναι ομογενές και ασυμπίεστο, οπότε η πυκνότητα του υγρού ρ είναι σταθερή.
- Η επιφανειακή τάση μπορεί να αμεληθεί.
- Η επίδραση Coriolis εξαιτίας της περιστροφής της Γης μπορεί να αμεληθεί.
- Η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια είναι ομοιόμορφη και σταθερή.
- Το υγρό θεωρείται ιδεατό (αμελείται το ιξώδες).
- Ο θεωρούμενος κυματισμός δεν αλληλεπιδρά με καμιά άλλη κίνηση του νερού. Η ροή είναι αστρόβιλη έτσι ώστε τα μόρια του νερού να μην περιστρέφονται (μόνο οι ορθές δυνάμεις λαμβάνονται υπόψη ενώ οι διατμητικές δυνάμεις είναι αμελητέες).
- Ο πυθμένας είναι οριζόντιος, σταθερός και αδιαπέρατος, το οποίο σημαίνει ότι η κατακόρυφη ταχύτητα στον πυθμένα είναι μηδενική.
- Το εύρος του κύματος είναι μικρό ($a/L \ll 1$) και η κυματομορφή είναι αμετάβλητη στο χώρο και στο χρόνο.
- Οι κυματισμοί έχουν σαφή κύρια κατεύθυνση διάδοσης και είναι περισσότερο ομαλοί και λείοι (δισδιάστατοι).

Η παραδοχή ότι η ροή είναι αστρόβιλη δίνει τη δυνατότητα της χρήσης της μαθηματικής συνάρτησης η οποία ορίζεται ως συνάρτηση δυναμικού ταχυτήτων Φ [m^2/sec] και της οποίας η παράγωγος κατά x (οριζόντιο άξονα) και κατά z (κατακόρυφο άξονα) δίνει τις δύο συνιστώσες ταχυτήτων των ρευστών σωματιδίων, u και w αντίστοιχα. Δηλαδή:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad \text{και} \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (3.16)$$

Για μικρές διαταραχές της ελεύθερης επιφάνειας, δηλαδή για μικρό εύρος κύματος ($a/L \ll 1$) όπως αναφέρεται στην όγδοη παραδοχή παραπάνω, οι οριακές συνθήκες στην ελεύθερη επιφάνεια γραμμικοποιούνται, και μαζί με την εξίσωση Laplace αποτελούν ένα σύστημα γραμμικών διαφορικών εξισώσεων το οποίο επιλύεται με τη μέθοδο των χωριζόμενων μεταβλητών. Η λύση που προκύπτει είναι αρμονική ως προς τον χρόνο t και την οριζόντια απόσταση x και δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi = \frac{Hg}{2\omega} \frac{\cosh(d+z)}{\cosh kd} \sin(kx - \omega t) \quad (3.17)$$

Η εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι της μορφής:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) = \frac{H}{2} \cos \theta \quad (3.18)$$

όπου k ο κυματαριθμός $k = 2\pi/L$ και ω η συχνότητα του κυματισμού $\omega = 2\pi/T$.

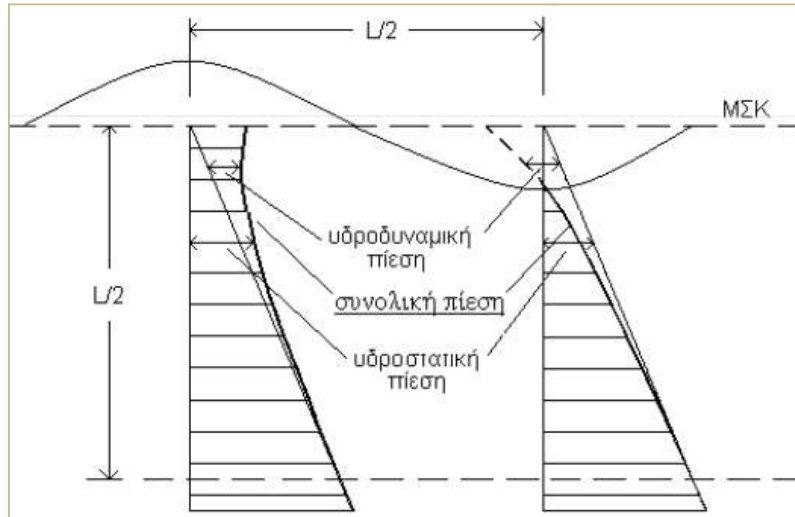
Η κατανομή της πίεσης στο βάθος κάτω από ένα κυματισμό προκύπτει από το άθροισμα της υδροδυναμικής και της υδροστατικής πίεσης, και δίνεται από την εξίσωση του Bernoulli:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \rightarrow$$

$$p = -\rho gz + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \rightarrow$$

$$p' = -\rho gz + \frac{\rho g H \cosh[k(z+d)]}{2 \cosh kd} \cos \theta \quad (3.19)$$

όπου p' είναι η συνολική πίεση και ρ είναι η πυκνότητα του θαλασσινού νερού. Ο πρώτος όρος της εξίσωσης (3.19) αποτελεί τον υδροδυναμικό όρο της πίεσης εξαιτίας της κίνησης των κυμάτων και ο δεύτερος όρος τον υδροστατικό όρο της πίεσης.



Σχήμα 3.3: Κατανομή υδροστατικής και υδροδυναμικής πίεσης

Η παραπάνω εξίσωση (3.19) μπορεί να γραφεί και ως:

$$p = \rho g \eta \frac{\cosh [k(z+d)]}{\cosh kd} - \rho g z \quad (3.20)$$

εφόσον όπως έχει οριστεί από την εξίσωση (3.18) ισχύει:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos \theta \quad (3.21)$$

Η εξίσωση (3.20) μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$p = \rho g \eta K_z - \rho g z \quad (3.22)$$

όπου ο λόγος $\frac{\cosh [k(z+d)]}{\cosh kd}$ δίνεται ως K_z , ο οποίος είναι ένας παράγοντας απόκρισης της πίεσης.

3.3 Μη γραμμική θεωρία κυματισμών

Στη γενική περίπτωση της κίνησης του νερού, οι διαταραχές μεταδίδονται προς κάθε κατεύθυνση αλληλεπιδρώντας μη γραμμικά, σε νερό με μη σταθερή πυκνότητα και με πιθανή ύπαρξη θαλάσσιου ρεύματος, πάνω από διαπερατό και παραμορφώσιμο πυθμένα. Σ' αυτή τη περίπτωση η λύση του προβλήματος είναι αρκετά πολύπλοκη. Ένας κατάλληλος τρόπος επίλυσης είναι να υποτεθεί ότι τοπικά ο πυθμένας είναι αδιαπέρατος και επίπεδος, ότι η διάδοση των διαταραχών είναι συγγραμική και απειροστού μήκους, εγκάρσια στην διεύθυνση της μετάδοσης έτσι ώστε η ροή να είναι διασδιάστατη, ότι το ρευστό είναι ομογενές και ασυμπίεστο και ότι το οριακό στρώμα είναι τόσο μικρό ώστε να μπορεί να θεωρηθεί το ρευστό ιδεατό. Με αυτές τις υποθέσεις είναι εφικτό να ληφθούν αναλυτικές λύσεις οι οποίες να

αντιστοιχούν στην διάδοση ενός περιοδικού κυματισμού, ο οποίος διαδίδεται σταθερά χωρίς να αλλάζει η κυματομορφή του.

Με τις παραπάνω παραδοχές, η γραμμική θεωρία είναι ευρέως εφαρμόσιμη ως μια απλοποιημένη εκδοχή των γενικών εξισώσεων της κίνησης. Επειδή όμως αμελεί τους μη γραμμικούς όρους που υπεισέρχονται στις εξισώσεις της κίνησης, σε πολλές περιπτώσεις αποδεικνύεται ανεπαρκής, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις όπου κάποιος θέλει να μελετήσει τις ιδιότητες των κυμάτων που προκύπτουν από την αμεληθείσα μη γραμμικότητα των κυματισμών. Σε αυτές τις περιπτώσεις οι πιο κατάλληλες θεωρίες είναι οι μη γραμμικές.

Μη γραμμικοί είναι οι κυματισμοί οι οποίοι παρουσιάζουν ασυμμετρία ως προς την οριζόντια διεύθυνση (γενικά και προς την κατακόρυφη), ενώ το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας δίνεται από μια μη γραμμική εξίσωση.

Υπάρχουν δύο βασικές θεωρίες για μη γραμμικούς κυματισμούς. Η πρώτη είναι η *θεωρία Stokes* ($2^{\text{ης}}$ έως $5^{\text{ης}}$ τάξης) η οποία χρησιμοποιείται ευρέως στις μέρες μας και αναπτύχθηκε από τον Stokes (1847), ενώ είναι περισσότερο κατάλληλη για βραχείς κυματισμούς σε σχέση με το βάθος του νερού. Η δεύτερη είναι η *θεωρία Cnoidal* η οποία χρησιμοποιείται για μακρούς κυματισμούς και περιγράφεται από την ελλειπτική συνάρτηση του Jacobi.

Η *θεωρία του μοναχικού κύματος* είναι μια οριακή περίπτωση Cnoidal, της οποίας η κυματομορφή μοιάζει σα να έχει μία και μόνο κορυφή σε μία κατά τα άλλα αδιατάραχη ελεύθερη επιφάνεια. Επίσης, παρουσιάστηκε και μια σειρά από θεωρίες, που βασίζονται στην ανάπτυξη σε πεπερασμένες σειρές Fourier της ροϊκής συνάρτησης Ψ , γνωστές σα «*Θεωρίες της ροϊκής συνάρτησης*» (Stream Function Theories). Οι παραπάνω θεωρίες μη γραμμικών κυματισμών προβλέπουν συμμετρικά ως προς την κατακόρυφο προφίλ ελεύθερης επιφάνειας, όμως γενικότερα στη φύση οι μη γραμμικοί κυματισμοί παρουσιάζουν και κατακόρυφη ασυμμετρία. Σε αυτή τη βάση αναπτύχθηκε ένα μοντέλο μη γραμμικών κυματισμών, το *μοντέλο Boussinesq*, το οποίο είναι η βάση για μερικά από τα πιο αποτελεσματικά και επιτυχημένα υπολογιστικά κυματικά μοντέλα που είναι διαθέσιμα στις μέρες μας.

3.3.1 Θεωρία Stokes $2^{\text{ης}}$ τάξης

Μετά την πρωτοποριακή εργασία του Stokes (1847), οι περισσότερες έρευνες που έγιναν για την επέκταση της θεωρίας [De (1955), Bretschneider (1960), Skjelbreia and Hendrickson (1960), Laitone (1960, 1962, 1965), Chappellear (1962), Fenton (1985)] βασίζονταν στην κλασσική θεωρία των μικρών διαταραχών και υπέθεταν ότι η κλίση του κύματος ka είναι μικρή, όπου k ο κυματαριθμός και a το εύρος του κύματος. Με τη μέθοδο των μικρών διαταραχών κάθε εξαρτημένη μεταβλητή εκφράζεται σαν μια πεπερασμένη σειρά δυνάμεων (δυναμοσειρά) μιας μικρής αδιάστατης παραμέτρου $\epsilon = ka$, όπου k ο κυματαριθμός και a το εύρος του κύματος,

και η οποία σε περίπτωση κυματισμών και για τη θεωρία Stokes έχει σχέση με το μήκος και το ύψος κύματος ($\epsilon = ka = 2\pi/L \times H/2 = \pi H/L$). Έτσι μπορούν όλες οι μεταβλητές να εκφραστούν σε δυναμοσειρά συναρτήσεων του ϵ :

$$\Phi = \epsilon\Phi_1 + \epsilon^2\Phi_2 + \dots \quad (3.23)$$

$$\eta = \epsilon\eta_1 + \epsilon^2\eta_2 + \dots \quad (3.24)$$

$$p = -\rho g z + \epsilon p_1 + \epsilon^2 p_2 + \dots \quad (3.25)$$

$$u = \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \dots \quad (3.26)$$

$$w = \epsilon w_1 + \epsilon^2 w_2 + \dots \quad (3.27)$$

όπου οι δείκτες 1,2,... υποδηλώνουν αντίστοιχα την γραμμική θεωρία, την θεωρία δεύτερης τάξης κ.ο.κ. Ο κάθε όρος της σειράς υπολογίζεται από την αντικατάσταση των παραπάνω εξισώσεων στις εξισώσεις κίνησης και στις οριακές συνθήκες στην ελεύθερη επιφάνεια, δηλαδή από την λύση του συστήματος των προαναφερθέντων εξισώσεων.

Σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης η συνάρτηση δυναμικού δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi = \frac{Hg}{2\omega} \frac{\cosh[k(z+d)]}{\cosh(kd)} \sin \theta + \frac{3\pi H^2}{16T} \frac{\cosh[2k(z+d)]}{\sinh^4(kd)} \sin 2\theta \quad (3.28)$$

Η εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας έχει τη μορφή:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos \theta + \frac{\pi H^2}{8L} \frac{\cosh(kd)}{\sinh^3(kd)} (\cos(2kd) + 2) \cos 2\theta \quad (3.29)$$

Αντίστοιχα η πίεση στην θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης δίνεται από την εξίσωση:

$$p = \rho g \frac{H}{2} \frac{\cosh \left[\frac{2\pi(z+d)}{L} \right]}{\cosh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \cos \theta - \rho g z + \frac{3}{8} \rho g \frac{\pi H^2}{L} \frac{\tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)}{\sinh^2 \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \left(\frac{\cosh \left[\frac{4\pi(z+d)}{L} \right]}{\sinh^2 \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} - \frac{1}{3} \right) \cos 2\theta$$

$$-\frac{1}{8} \rho g \frac{\pi H^2 \tanh(2\pi d/L)}{L \sinh^2(2\pi d/L)} \left(\cosh \left[4\pi(z+d)/L \right] - 1 \right) \quad (3.30)$$

Η θεωρία Stokes για μη γραμμικούς κυματισμούς μπορεί να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις όπου $H/d \ll (kd)^2$ για $kd < 1$ και $H/L \ll 1$ (Peregrine 1972). Βέβαια αυτή η συνθήκη περιορίζει τα ύψη κύματος στα ρηχά νερά ενώ η θεωρία Stokes δεν είναι σε όλες τις περιπτώσεις αποδεκτή στα ρηχά νερά. Για παράδειγμα, το μέγιστο ύψος κύματος που επιτρεπεται στα ρηχά νερά βάσει της θεωρίας Stokes 2^{ης} τάξης είναι περίπου το μισό του βάθους του νερού (Fenton 1985).

3.3.2 Θεωρία Stokes 3^{ης} τάξης

Στην θεωρία Stokes 3^{ης} τάξης με βάση τη θεώρηση των Giulio Scarsi και Sandro Stura (1973) η συνάρτηση δυναμικού δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi = \left[C/m \right] \sum_{j=1}^3 \left[1/j \right] [2\pi A_1]^j G_j \cosh(jkz) \sin(j\theta) \quad (3.31)$$

όπου το C/m είναι ένας αδιάστατος όρος του κυματαριθμού και η αδιάστατη παράμετρος A_1 εξαρτάται από το ύψος κύματος H και το μήκος κύματος L από τις εξισώσεις:

$$H/L = 2A_1 + [2\pi A_1]^3 N_1 \quad (3.32)$$

$$L = \left[gT^2 / 2\pi \right] \tanh(kd) \{ 1 + [2\pi A_1]^2 N_2 \} \quad (3.33)$$

με G_j , N_1 , N_2 , οι οποίες είναι συναρτήσεις του kd ($k = 2\pi/L$, κυματαριθμός), και δίνονται από τις εξής σχέσεις:

$$G_1 = 1 / \sinh(kd) \quad (3.34)$$

$$G_2 = \frac{3}{4} \sinh^4(kd) \quad (3.35)$$

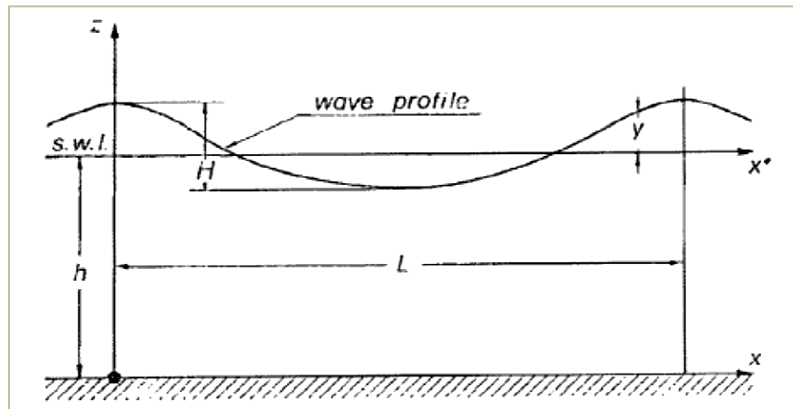
$$G_3 = \frac{[33 - 6 \cosh(2kd)]}{64 \sinh^7(kd)} \quad (3.36)$$

$$N_1 = \frac{[3 + 24 \cosh^6(kd)]}{64\pi \sinh^6(kd)} \quad (3.37)$$

$$N_1 = \frac{[8 + \cosh(4kd)]}{8 \sinh^4(kd)} \quad (3.38)$$

Η συνολική πίεση p_t σε κάθε σημείο του ρευστού, για μονοδιάστατα κύματα βαρύτητας, σε σταθερό βάθος και για ιδεατή και αστρόβιλη ροή, δίνεται από τη σχέση του Bernoulli:

$$p_t = -\frac{1}{2} \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \rho g(d-z) - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3.39)$$



Σχήμα 3.4: Διάδοση κυματισμού σε σταθερό βάθος ροής

Η αντίστοιχη δυναμική πίεση προκύπτει από τη συνολική πίεση αφαιρώντας τον υδροστατικό όρο, δηλ.:

$$p_t = -\frac{1}{2} \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3.40)$$

Αντικαθιστώντας στη παραπάνω σχέση τις μερικές παραγώγους της εξίσωσης (3.31) βρίσκεται ο παρακάτω τύπος για την πίεση:

$$p/\rho g L = [2\pi A_1] \left\{ \left[\frac{\cosh(kz)}{\cosh(kd)} \right] \cos \theta \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left[\frac{3 \cosh(2kz)}{8\pi \sinh^3(kd) \cosh(kd)} \right] \cos 2\theta - \left[\frac{\cosh^2(kz)}{4\pi \sinh(kd) \cosh(kd)} \right] \right. \\
& \left. \cos^2 \theta - \left[\frac{\sinh^2(kz)}{4\pi \sinh(kd) \cosh(kd)} \right] \sin^2 \theta \right\} \\
& + [2\pi A_1]^3 \left\{ \left[\frac{33 \cosh(3kz) - 6 \cosh(2kd) \cosh(3kz)}{128\pi \sinh^6(kd) \cosh(kd)} \right] \cos 3\theta - \right. \\
& \left. \left[\frac{3 \cosh(kz) \cosh(2kz)}{8\pi \sinh^4(kd) \cosh(kd)} \right] \cos \theta \cos 2\theta - \left[\frac{3 \sinh(kz) \sinh(2kz)}{8\pi \sinh^4(kd) \cosh(kd)} \right] \sin \theta \sin 2\theta + \right. \\
& \left. \left[\frac{(8 \cosh(kz) + \cosh(4kd) \cosh(kz))}{16\pi \sinh^4(kd) \cosh(kd)} \right] \cos \theta \right\} \quad (3.41)
\end{aligned}$$

όπου από τη σχέση (3.41) δίνεται η δυναμική πίεση $P/\rho g L$ ως αδιάστατος όρος.

3.3.3 Θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης

Η τελευταία θεωρία του Stokes ήταν η 5^{ης} τάξης, την οποία και παρουσίασε ο Fenton (1985). Ο Fenton (1985) παρουσίασε την θεωρία του χρησιμοποιώντας τα αναπτύγματα Fourier, που πρότεινε ο Stokes για τους μη γραμμικούς κυματισμούς, και εφαρμόζοντας τα στις εξισώσεις κίνησης και στις οριακές συνθήκες στην ελεύθερη επιφάνεια, αλλά κρατώντας τους όρους μέχρι και 5^{ης} τάξης. Έτσι εφόσον είναι γνωστό το βάθος νερού d , το ύψος κύματος H και η περίοδος του κύματος T (στην πιο συνηθισμένη περίπτωση ενώ πιο σπάνια το μήκος κύματος L), τότε μπορεί να υπολογιστεί η μέση οριζόντια ταχύτητα του ρευστού \bar{u} από τη σχέση:

$$\bar{u} \times \left(\frac{k}{g} \right)^{1/2} = C_0 + \epsilon^2 C_2 + \epsilon^4 C_4 + O(\epsilon^6) \quad (3.42)$$

καθώς και η σχέση του δυναμικού:

$$\Phi(x,z,t) = (c - \bar{u})x + C_0 \left(\frac{g}{k^3} \right)^{1/2} \sum_{i=1}^5 \epsilon^i \sum_{j=1}^i A_{ij} \cosh(jkz) \sin[jk(x-ct)] + O(\epsilon^6) \quad (3.43)$$

όπου c η ταχύτητα φάσης, η οποία και δίνεται από τη σχέση:

$$c = \bar{u} + \bar{u}_1 = \bar{u}_2 + Q/d \quad (3.44)$$

όπου \bar{u}_1 η μέση ως προς το χρόνο ταχύτητα του ρευστού (Eulerian time-mean fluid velocity) και \bar{u}_2 η μέση ως προς το βάθος ταχύτητα μεταφοράς μάζας (depth averaged Stokes mass transport velocity).

Αντίστοιχα ως Q ορίζεται η μέση ειδική παροχή κάτω από τον κυματισμό:

$$Q \left(\frac{k^3}{g} \right)^{1/2} = C_0 kd + \epsilon^2 x (C_2 kd + D_2) + \epsilon^4 x (C_4 kd + D_4) + O(\epsilon^6) \quad (3.45)$$

Αν θεωρηθεί ένα σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο η ταχύτητα του ρεύματος είναι μηδέν, τότε η \bar{u} είναι ίση με τη c και $\bar{u} = c = \frac{Q}{d}$ για γραμμικούς κυματισμούς. Επειδή όμως στις περισσότερες περιπτώσεις τα \bar{u}_1 και \bar{u}_2 δεν είναι γνωστά, γίνεται η παραδοχή ότι είναι μηδενικά. Στην περίπτωση, όμως, που ο υπολογισμός ενός ρεύματος είναι απαραίτητος, τότε μία τέτοια υπόθεση δεν μπορεί να δώσει ακριβή και ορθά αποτελέσματα.

Η σχέση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας προκύπτει:

$$\eta(x) = kd + \sum_{i=1}^5 \epsilon^i \sum_{j=1}^i B_{ij} \cos[jk(x-ct)] + O(\epsilon^6) \quad (3.46)$$

Εφαρμόζοντας τη σχέση του Bernoulli, δίνεται η πίεση ως:

$$\frac{p(x,z)}{\rho} = R - gz - \frac{1}{2} [(u-c)^2 + v^2] \quad (3.47)$$

Όπου ρ η πυκνότητα του υγρού στοιχείου, u και v η οριζόντια και κατακόρυφη ταχύτητα κατά x, z αντίστοιχα, οι οποίες προκύπτουν από τη συνάρτηση δυναμικού $u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$ και $v = \frac{\partial \Phi}{\partial y}$ και R η σταθερά του Bernoulli με:

$$R \frac{k}{g} = \frac{1}{2} C_0^2 + kd + \epsilon^2 E_2 + \epsilon^4 E_4 + O(\epsilon^6) \quad (3.48)$$

Οι αδιάστατες παράμετροι $C_0, C_2, C_4, A_{ij}, B_{ij}, E_2$ και E_4 είναι συναρτήσεις μόνο του αδιάστατου βάρους kd και δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 3.1: Αδιάστατοι συντελεστές στην 5^{ης} τάξης θεωρία Stokes συναρτήσεσι του αδιάστατου συντελεστή βάθους kd, όπου $S = \text{sech}kd$

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= 1/\sinh kd \\
 A_{22} &= 3S^2/(2(1-S)^2) \\
 A_{31} &= (-4-20S+10S^2-13S^3)/(8\sinh kd(1-S)^3) \\
 A_{33} &= (-2S^2+11S^3)/(8\sinh kd(1-S)^3) \\
 A_{42} &= (12S-14S^2-264S^3-45S^4-13S^5)/(24(1-S)^5) \\
 A_{44} &= (10S^3-174S^4+291S^5+278S^6)/(48(3+2S)(1-S)^5) \\
 A_{51} &= (-1184+32S+13232S^2+21712S^3+20940S^4+12554S^5-500S^6- \\
 & 3341S^7-670S^8)/(64\sinh kd(3+2S)(4+S)(1-S)^6) \\
 A_{53} &= (4S+105S^2+198S^3-1376S^4-1302S^5-117S^6+58S^7)/(32\sinh kd(3+ \\
 & 2S)(1-S)^6) \\
 A_{55} &= (-6S^3+272S^4-1552S^5+852S^6+2029S^7+430S^8)/(64\sinh kd(3+2S)(4+ \\
 & S)(1-S)^6) \\
 B_{11} &= 1 \\
 B_{22} &= \coth kd(1+2S)/(2(1-S)) \\
 B_{31} &= -3(1+3S+3S^2+2S^3)/(8(1-S)^3) \\
 B_{33} &= -B_{31} \\
 B_{42} &= \coth kd(6-26S-182S^2-204S^3-25S^4+26S^5)/(6(3+2S)(1-S)^4) \\
 B_{44} &= \coth kd(24+92S+122S^2+66S^3+67S^4+34S^5)/(24(3+2S)(1-S)^4) \\
 B_{51} &= -(B_{53}+B_{55}) \\
 B_{53} &= 9(132+17S-2216S^2-5897S^3-6292S^4-2687S^5+194S^6+467S^7+ \\
 & 82S^8)/(128(3+2S)(4+S)(1-S)^6) \\
 B_{55} &= 5(300+1579S+3176S^2+2949S^3+1188S^4+675S^5+1326S^6+827S^7+ \\
 & 130S^8) \\
 & / (384(3+2S)(4+S)(1-S)^6) \\
 C_0 &= (\tanh kd)^{1/2} \\
 C_2 &= (\tanh kd)^{1/2}(2+7S^2)/(4(1-S)^2) \\
 C_4 &= (\tanh kd)^{1/2}(4+32S-116S^2-400S^3-71S^4+146S^5)/(32(1-S)^5) \\
 E_2 &= \tanh kd(2+2S+5S^2)/(4(1-S)^2) \\
 E_4 &= \tanh kd(8+12S-152S^2-308S^3-42S^4+77S^5)/(32(1-S)^5) \\
 D_2 &= -(\coth kd)^{1/2}/2 \\
 D_4 &= (\coth kd)^{1/2}(2+4S+S^2+2S^3)/(8(1-S)^3)
 \end{aligned}$$

Το πεδίο ισχύος της θεωρίας Stokes 5^{ης} τάξης είναι η περιοχή όπου $d/L > 1/10$. Για μακρύτερους κυματισμούς θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η θεωρία Cnoidal ή Ροϊκής Συνάρτησης.

3.3.4 Θεωρία κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal waves)

Η θεωρία Cnoidal αναπτύχθηκε από τους Korteweg και De Vries (KdV) το 1895 και εφαρμόζεται σε πεπερασμένου εύρους μακρούς κυματισμούς σε ρηχά νερά ενώ περιγράφεται από όρους της Jacobian ελλειπτικής συνάρτησης, cn , απ' όπου πήρε και το όνομα της. Περιέχει στοιχεία μη-γραμμικότητας καθώς και διασποράς, και παρόλο που η παρουσία τέτοιων κυματισμών είχε παρατηρηθεί πρώτα από τον Boussinesq η θεωρία αναπτύχθηκε από τους KdV. Η θεωρία Cnoidal βασίζεται στις εξισώσεις Boussinesq αλλά περιορίζεται σε κυματισμούς οι οποίοι διαδίδονται σε μία κατεύθυνση. Τα κύματα Cnoidal είναι περιοδικά με αιχμηρές κορυφές και ευρείες επίπεδες κοιλίες.

Το εύρος εφαρμογής της παραπάνω θεωρίας είναι για $d/L < 1/8$. Καθώς αυξάνεται το μήκος κύματος, η θεωρία Cnoidal μεταπίπτει στην θεωρία του μοναχικού κύματος, ενώ καθώς ο λόγος του ύψους κύματος προς το βάθος νερού μειώνεται, το προφίλ του κυματισμού συμπίπτει με το προφίλ της γραμμικής θεωρίας.

Πολλοί ερευνητές έχουν μελετήσει την θεωρία Cnoidal και έχουν παρουσιάσει διάφορες προσεγγίσεις. Οι Keulegan και Patterson 1940, Keller 1948, Laitone 1962 και άλλοι παρουσίασαν προσεγγίσεις πρώτης έως τρίτης τάξης, ενώ ο Wiegel 1960 συνόψισε και συγκέντρωσε τα κύρια αποτελέσματα σε πίνακες και γραφήματα ώστε να διευκολυνθεί η χρήση των Cnoidal κυμάτων. Επιπλέον βελτιώσεις στην θεωρία έγιναν από τον Fenton 1979, ο οποίος χρησιμοποίησε σειρές Rayleigh-Boussinesq και ανέπτυξε προσεγγίσεις πέμπτης και έκτης τάξης.

Τα κυματικά χαρακτηριστικά, λόγω της πολυπλοκότητας του υπολογισμού τους, δίνονται από τα γραφήματα του Wiegel (1960, 1964). Περιγράφονται σε παραμετρική μορφή σε όρους του συντελεστή k του ελλειπτικού ολοκληρώματος, ο οποίος χρησιμοποιείται για να εκφράσει τη σχέση μεταξύ των κυματικών παραμέτρων. Η συντεταγμένη της ελεύθερης επιφάνειας y_s μετρούμενη από τον πυθμένα είναι:

$$y_s = y_t + Hcn^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), k \right] \quad (3.49)$$

όπου: y_s : η απόσταση του πυθμένα από την κοιλία του κύματος

H : το ύψος κύματος από την κοιλία ως την κορυφή

cn : η ελλειπτική συνημιτονοειδής συνάρτηση

$K(k)$: το ελλειπτικό ολοκλήρωμα πρώτου είδους $= \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}$

k : ο συντελεστής ελλειπτικού ολοκληρώματος

Ο συντελεστής k παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1, όπου όταν $k \rightarrow 0$ τότε ο λόγος του ύψους κύματος προς το βάθος νερού γίνεται πολύ μικρό και το κυματικό προφίλ

γίνεται ημιτονοειδές, όπως στην γραμμική θεωρία, ενώ όταν παίρνει τη τιμή $k \rightarrow 1$ τότε το μήκος κύματος τείνει στο άπειρο και το κυματικό προφίλ συμπίπτει με το προφίλ της θεωρίας του μοναχικού κύματος. Επίσης, ο Iwagaki (1968) χρησιμοποιώντας την ασυμπτωτική συμπεριφορά για όρισμα κοντά στη μονάδα (πρακτικά $k > 0.98$) και $K \geq 3$, ανέπτυξε τη θεωρία των υπερβολικών κυματισμών που συνδυάζει τα μαθηματικά προτερήματα της θεωρίας μοναχικού κύματος και κάποιες ιδιότητες των cnoidal κυματισμών.

Το μήκος κύματος δίνεται από τη σχέση:

$$L = \sqrt{\frac{16d^3}{3H}} k K(k) \quad (3.50)$$

και η περίοδος του κύματος:

$$T \sqrt{\frac{g}{d}} = \sqrt{\frac{16y_t d}{3H y_t}} \left[\frac{k K(k)}{1 + \frac{H}{y_t k^2 \left(\frac{1}{2} \frac{E(k)}{K(k)} \right)}} \right] \quad (3.51)$$

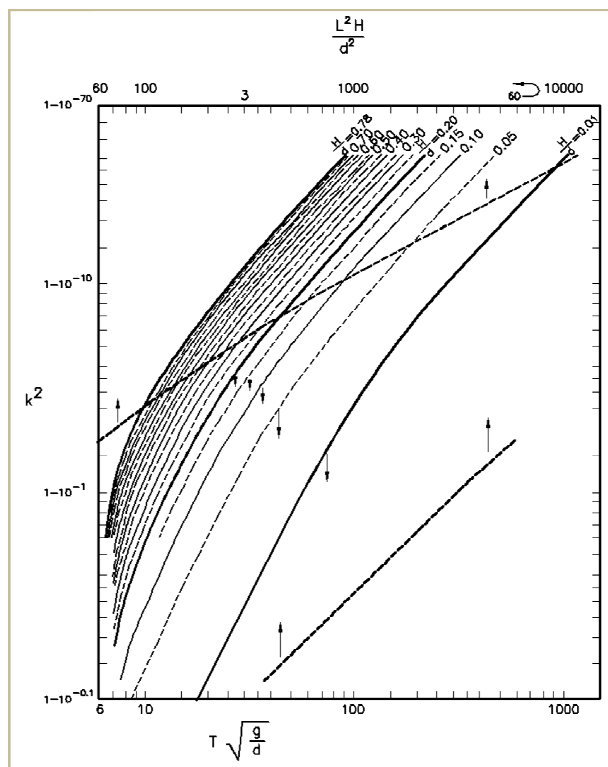
όπου $E(k)$: το ελλειπτικό ολοκλήρωμα δεύτερου είδους $= \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \, d\varphi$.

Η πίεση κάτω από ένα κύμα Cnoidal και για κάθε ανύψωση y πάνω από τον πυθμένα εξαρτάται από την τοπική ταχύτητα του ρευστού, γι' αυτό και ο υπολογισμός της είναι πολύπλοκος. Παρ' όλ' αυτά μπορεί να προσεγγιστεί από μία υδροστατική μορφή ως:

$$p = \rho g (y_s - y) \quad (3.52)$$

δηλ. η πίεση μπορεί να κατανεμηθεί γραμμικά από $\rho g y_s$ στον πυθμένα έως μηδέν στην επιφάνεια.

Στο σχήμα 3.5 παρουσιάζονται οι αδιάστατοι συντελεστές που χαρακτηρίζουν τους κυματισμούς της θεωρίας Cnoidal. Προσοχή πρέπει να δοθεί στην ανάγνωση των συντεταγμένων του διαγράμματος, καθώς οι τιμές του k^2 είναι πάρα πολύ κοντά στη μονάδα.



Σχήμα 3.5: Τιμές του συντελεστή k^2 για τις αδιάστατες παραμέτρους $T \sqrt{\frac{g}{d}}$, $L^2 H/d^3$ και H/d (Wiegel 1960)

3.3.5 Θεωρία Μοναχικού κύματος (Solitary wave theory)

Τα κύματα στις προαναφερθείσες θεωρίες ήταν ταλαντευόμενα κύματα ή σχεδόν ταλαντευόμενα. Τα μόρια νερού ταλαντώνονται κατά την διάδοση του κύματος, με αποτέλεσμα να σχηματίζονται κορυφές και κοιλίες. Ένα μοναχικό κύμα δεν ταλαντώνεται ούτε παρουσιάζει κοιλία. Η διατομή του βρίσκεται εξ' ολοκλήρου πάνω από τη μέση στάθμη της θάλασσας.

Το μοναχικό κύμα ανακαλύφθηκε από τον Russell (1844). Οι Boussinesq (1871), Rayleigh (1876), Keller (1948), και Munk (1949) παρουσίασαν πρωτοποριακές εργασίες στην θεωρία του μοναχικού κύματος. Οι πιο πρόσφατες αναλύσεις δόθηκαν από τους Fenton (1972), Longuet-Higgins και Fenton (1974), και Byatt-Smith και Longuet-Higgins (1976). Παρ' όλ' αυτά, όμως, οι πρώτες παρατηρήσεις για πειράματα αποδίδονται στον Russell (1838, 1844), ο οποίος ήταν ο πρώτος που ανακάλυψε την ύπαρξη του μοναχικού κύματος.

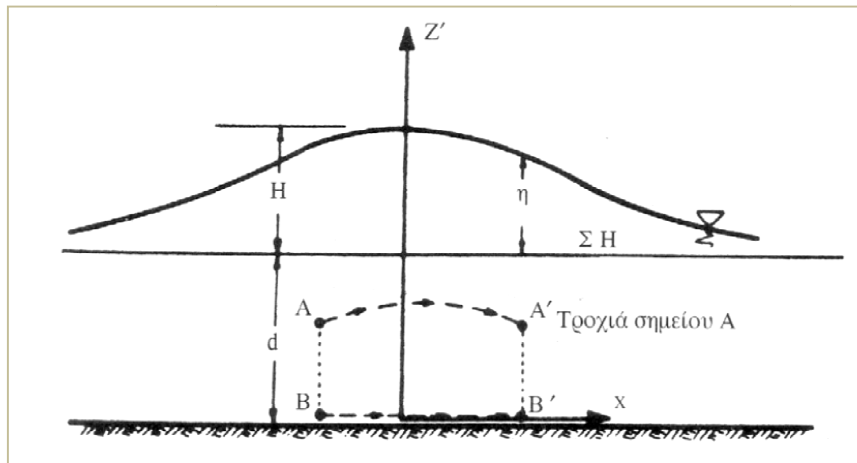
Στη φύση είναι δύσκολο να εντοπίσουμε έναν πραγματικά μοναχικό κύμα. Όμως, μακροί κυματισμοί, όπως τα tsunamis και κυματισμοί που προκαλούνται από μεγάλες μετακινήσεις υδάτινων μαζών και που οφείλονται σε φαινόμενα όπως κατολισθήσεις ή σεισμούς, συμπεριφέρονται σαν μοναχικοί. Επίσης, ένας ταλαντευόμενος κυματισμός όταν διαδίδεται σε ρηγά νερά μπορεί να προσεγγιστεί από ένα μοναχικό κύμα (Munk 1949). Καθώς ο κυματισμός διαδίδεται στα ρηγά, το εύρος του προοδευτικά μεγαλώνει, με αποτέλεσμα οι κορυφές να γίνονται πιο κοντές και αιχμηρές και οι κοιλίες πιο μακριές και επίπεδες.

Επειδή τόσο το μήκος κύματος όσο και η περίοδος των μοναχικών κυματισμών τείνουν στο άπειρο, μόνο η παράμετρος H/d είναι απαραίτητη για τον προσδιορισμό του κυματισμού. Σε πρώτη προσέγγιση από τον Wiegel 1964, η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, οι τροχιακές ταχύτητες και η πίεσης μπορούν να εκφραστούν από τις σχέσεις:

$$\frac{\eta}{H} = \frac{u}{\sqrt{gd} \frac{H}{d}} \quad (3.53)$$

$$\frac{u}{\sqrt{gd}} \frac{H}{d} = \frac{\Delta p}{\rho g H} \quad (3.54)$$

όπου Δp είναι η διαφορά πίεσης σε ένα σημείο λόγω της ύπαρξης του μοναχικού κύματος.



Σχήμα 3.6: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας και τροχιά μορίου νερού στη θεωρία μοναχικού κύματος

Σε δεύτερη προσέγγιση από τον Fenton 1972 η διαφορά πίεσης προκύπτει:

$$\frac{\Delta p}{\rho g H} = 1 - \frac{3}{4} \frac{H}{d} \left[1 - \left(\frac{y_s}{d} \right)^2 \right] \quad (3.55)$$

όπου y_s : το ύψος του προφίλ της επιφάνειας από τον πυθμένα. Το ύψος κύματος μπορεί να εκτιμηθεί από τη σχέση:

$$\frac{\Delta p}{\rho g H} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{3\Delta p}{\rho g d}} \quad (3.56)$$

Το μοναχικό κύμα είναι μια οριακή περίπτωση κύματος Cnoidal. Στην περίπτωση όπου το $k^2=1$, $K(k)=K(1)=\infty$ και έτσι το ελλειπτικό συνημίτονο μετατρέπεται στην

υπερβολική εξίσωση και η συντεταγμένη της επιφάνειας του νερού μετρούμενη από τον πυθμένα δίνεται από την εξίσωση:

$$y_s = d + H \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3}{4} \frac{H}{d^3}} (x - Ct) \right] \quad (3.57)$$

και η εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας από την εξίσωση:

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3}{4} \frac{H}{d^3}} (x - Ct) \right] \quad (3.58)$$

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας του μοναχικού κύματος προτάθηκε, από εργαστηριακά πειράματα, η απλή σχέση:

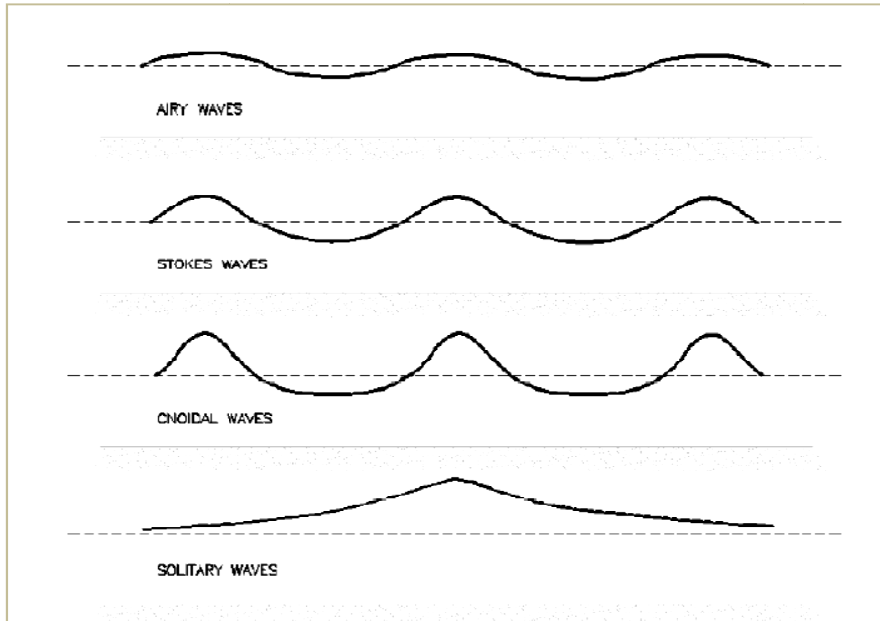
$$C = \sqrt{g(H+d)} \quad (3.59)$$

Η πίεση κάτω από ένα μοναχικό κυματισμό εξαρτάται από την τοπική ταχύτητα του ρευστού και δίνεται από τον τύπο:

$$p = \rho g (y_s - y) \quad (3.60)$$

ο οποίος είναι πανομοιότυπος με αυτόν που χρησιμοποιείται στην θεωρία Cnoidal.

Στο επόμενο σχήμα φαίνονται συγκριτικά τα προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας για τις θεωρίες που παρουσιάστηκαν παραπάνω. Η γραμμική θεωρία (Airy) εκφράζεται από ένα συμμετρικό και στις δύο διευθύνσεις, ημιτονοειδές προφίλ. Στις θεωρίες Stokes ανώτερης τάξης, λόγω της παρουσίας των όρων με συχνότητα πολλαπλάσια της συχνότητας της γραμμικής θεωρίας, οι κορυφές των κυματισμών γίνονται πιο απότομες και οι κοιλίες πιο πλατιές σε σύγκριση με το ημιτονοειδές προφίλ. Στους κυματισμούς ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal waves) το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας έχει ακόμα πιο απότομες κορυφές και ευρείς, επίπεδες κοιλίες. Τέλος, στη θεωρία μοναχικού κύματος η ελεύθερη επιφάνεια βρίσκεται όλη πάνω από τη μέση στάθμη ηρεμίας και το μήκος του τείνει στο άπειρο.



Σχήμα 3.7: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας κύματος με βάση διάφορες θεωρίες

3.4 Περιοχή Ισχύος των Θεωριών

Για να επιλυθεί ένα πρόβλημα κυματομηχανικής, στο οποίο τα κυματικά χαρακτηριστικά (ύψος κύματος, μήκος κύματος, περίοδος) και το βάθος νερού είναι γνωστά, με βάση τις προαναφερθείσες θεωρίες, θα πρέπει να ελεγχθεί η καταλληλότητα τους για τη λύση του συγκεκριμένου προβλήματος. Η ισχύς των παραπάνω θεωριών αναλύεται σε δύο συνιστώσες: τη μαθηματική ισχύ και τη φυσική ισχύ. Η πρώτη είναι η ικανότητα του κάθε μοντέλου να ικανοποιήσει μαθηματικά το πρόβλημα από το σύστημα διαφορικών εξισώσεων και οριακών συνθηκών. Για παράδειγμα όλες οι θεωρίες ικανοποιούν την οριακή συνθήκη πυθμένα, αλλά η θεωρία Cnoidal και η θεωρία μοναχικού κύματος ικανοποιούν μόνο προσεγγιστικά την εξίσωση Laplace στο εσωτερικό του ρευστού. Επίσης, όλες οι θεωρίες ικανοποιούν προσεγγιστικά την δυναμική οριακή συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια, ενώ η κινηματική οριακή συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια ικανοποιείται από την θεωρία ροϊκής συνάρτησης (Πίνακας 3.2). Η φυσική ισχύ των θεωριών αναφέρεται στο πόσο ικανοποιητικά είναι τα αποτελέσματα της κάθε θεωρίας σε σύγκριση με τις πειραματικές μετρήσεις. Το συγκεκριμένο βέβαια κομμάτι είναι δύσκολο να εκτιμηθεί λόγω των διαφορετικών πειραματικών συνθηκών που επικρατούν σε κάθε φυσικό ομοίωμα.

Πίνακας 3.2: Μαθηματική ισχύς των διάφορων θεωριών

Theory		Exactly Satisfies			
		DE	BBC	KFSBC	DFSBC
Linear wave theory		X	X	-	-
Third-order Stokes		X	X	-	-
Fifth-order Stokes		X	X	-	-
First-order cnoidal		-	X	-	-
Second-order cnoidal		-	X	-	-
Stream function theory	numerical wave	X	X	X	-

DE = Differential equation.
 BBC = Bottom boundary condition.
 KFSBC = Kinematic free surface boundary condition.
 DFSBC = Dynamic free surface boundary condition.
 X = Exactly satisfies.

Γενικά οι μη-γραμμικές θεωρίες περιγράφουν καλύτερα τη μεταφορά μάζας, τη θραύση, τη ρήχωση, την ανάκλαση και τη μετάδοση των κυματισμών, καθώς και άλλα μη γραμμικά χαρακτηριστικά. Γι' αυτό το λόγο η χρήση τους προτιμάται σε ακτομηχανικές μελέτες.

Αρχικά, η ταξινόμηση των θεωριών γίνεται βάσει δύο αδιάστατων παραμέτρων, του σχετικού βάθους $\epsilon = d/L$ και του σχετικού ύψους $\delta = H/d$. Επίσης, χρησιμοποιείται και η σχετική κλίση του κύματος H/L . Η παράμετρος ϵ καθορίζει κατά πόσο οι κυματισμοί είναι πλήρους, μερικής ή καθόλου διασποράς, διακρίνοντας παράλληλα τρεις περιοχές βαθών:

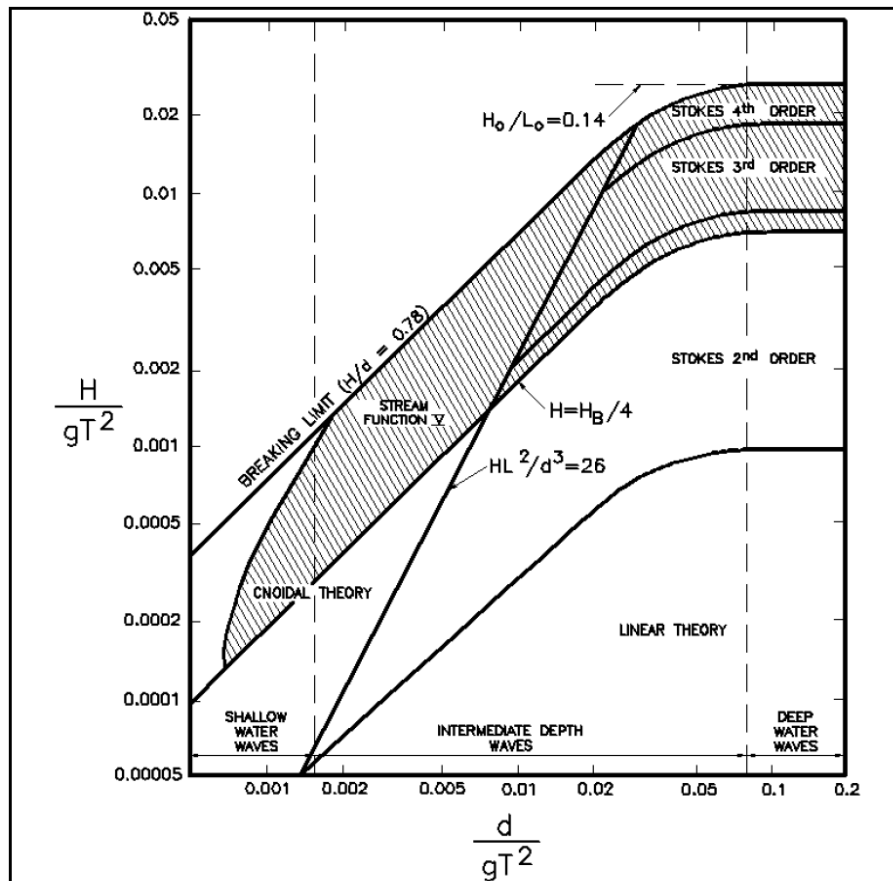
- $\epsilon < 0.05 \rightarrow$ ρηχά νερά
- $0.05 < \epsilon < 0.5 \rightarrow$ ενδιάμεσα νερά
- $\epsilon > 0.5 \rightarrow$ βαθιά νερά

Για την εφαρμογή της γραμμικής θεωρίας απαιτούνται μικρές τιμές των παραμέτρων ϵ και δ . Σε αντίθετη περίπτωση γίνεται χρήση των μη γραμμικών θεωριών (Stokes ανώτερης τάξης, θεωρία Cnoidal, μοναχικού κύματος κλπ.).

Μια άλλη αδιάστατη παράμετρος που χρησιμοποιείται συχνά για την επιλογή θεωρίας διάδοσης κυματισμού, με γνωστό μήκος και ύψος κύματος σε γνωστό βάθος d , είναι ο αριθμός Ursell, U_R . Μικρές τιμές του U_R επιτρέπουν τη χρήση όλων των θεωριών των διαφόρων τάξεων, ενώ μεγάλες τιμές, όπως στην περίπτωση μακρών κυματισμών, εφαρμόζεται η θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου. Το πεδίο εφαρμογής των θεωριών φαίνεται στο σχήμα 1.9.

Η επέκταση της θεωρίας Stokes ανώτερης τάξης ισχύει με την προϋπόθεση ότι $H/d \ll (kd)^2$ για $kd < 1$ και $H/L < 1$ (Peregrine 1972). Αυτές οι απαιτήσεις έχουν ως αποτέλεσμα αριθμό Ursell $U_R < 79$. Το γεγονός αυτό περιορίζει το ύψος κύματος στα

ρηγά νερά, όπου η θεωρία Stokes δεν είναι γενικά εφαρμόσιμη. Για παράδειγμα, όπως αναφέρει ο Fenton (1985), στα ρηγά νερά το μέγιστο ύψος κύματος που μπορεί να περιγράψει η θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης είναι περίπου ίσο με το μισό του βάθους. Επίσης, με βάση τον Hedges (1995), ένα όριο μεταξύ της εφαρμογής της θεωρίας Stokes και των Cnoidal κυμάτων είναι για τιμή του αριθμού Ursell $U_R=40$.



Σχήμα 3.8: Περιοχή ισχύος διαφόρων θεωριών διάδοσης κυματισμών

Ο Dean (1968, 1974) παρουσίασε μία ανάλυση για την περιοχή ισχύος των θεωριών χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους H/T^2 και d/T^2 , καθώς το T^2 είναι ανάλογο του μήκους κύματος. Ο Le Méhauté (1976) παρουσίασε μία διαφορετική ανάλυση για να απεικονίσει την περιοχή που ισχύουν οι διάφορες θεωρίες, συμπεριλαμβάνοντας σε αυτές και τις θεωρίες τρίτης και πέμπτης τάξης του Stokes. Τόσο ο Dean, όσο και ο Le Méhauté προτείνουν την θεωρία Cnoidal στα ρηγά νερά και για κυματισμούς μικρής κλίσης και τις θεωρίες ανώτερης τάξης του Stokes για μεγάλης κλίσης κυματισμούς σε βαθιά νερά. Η γραμμική θεωρία συστήνεται για μικρής κλίσης H/T^2 κύματα και μικρές τιμές του αριθμού Ursell, U_R . Για μικρή κλίση σε ενδιάμεσα και βαθιά νερά, η γραμμική θεωρία είναι επαρκής καθώς, επίσης, και άλλες κυματικές θεωρίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Η θεωρία της ροϊκής

συνάρτησης ή και η παρόμοια θεωρία του Fenton (1988) είναι κατάλληλες για μεγάλη περιοχή των κυματικών παραμέτρων.

Για να καθοριστεί η καταλληλότητα της κάθε θεωρίας που χρησιμοποιεί την ανάπτυξη της θεωρίας Stokes είναι απαραίτητο να είναι γνωστές οι οριακές τιμές του ύψους και της κλίσης του κύματος στα διάφορα βάθη. Αυτό γίνεται εφικτό συγκρίνοντας τους διαδοχικούς όρους της ανάπτυξης Stokes. Ο κάθε όρος πρέπει να είναι μικρότερος από αυτόν που προηγείται. Για παράδειγμα, αν ο δεύτερος όρος είναι μικρότερος από 1% του πρώτου όρου στην θεωρία Stokes δεύτερης τάξης, η οριακή τιμή της κλίσης του κύματος είναι:

$$\frac{H}{L} \leq \frac{1}{80} \frac{\sinh^3(kd)}{\cosh(kd)[3+2\sinh^2(kd)]} \quad (3.61)$$

Αν ο τρίτος όρος είναι μικρότερος από 1% του δεύτερου όρου, η οριακή τιμή της κλίσης του κύματος είναι:

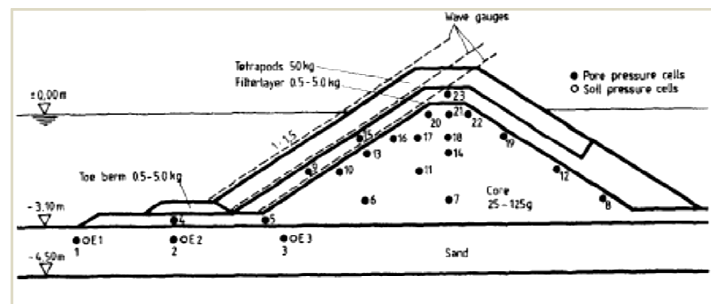
$$\frac{H}{L} \leq \frac{1}{7} \frac{\sinh^3(kd)}{\sqrt{1+8\cosh^3(kd)}} \quad (3.62)$$

Ομοίως, χρησιμοποιώντας την πέμπτης τάξης θεωρία Stokes, οι ασύμπτωτες στην θεωρία Stokes τρίτης τάξης είναι $H/L_0 < 0.1$ και $H/d < 3/4 (kd)^2$ για βαθιά και ρηχά νερά αντίστοιχα. Έτσι, επιτρέπεται στη θεωρία Stokes να επεκτείνεται προσθέτοντας διαδοχικά μικρότερες περιοχές ισχύος στο πεδίο εφαρμογής της γραμμικής θεωρίας (σχήμα 1.9) μέχρι να προσεγγιστεί το όριο θραύσης. Η θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης προσεγγίζει πολύ το όριο θραύσης και πιθανόν ανάλυση μεγαλύτερης τάξης να μη δικαιολογείται. Ο Laitone (1962) πρότεινε ένα όριο στα ρηχά νερά στη θεωρία Stokes θέτοντας αριθμό Ursell $U_R=20$. Κοντά στο όριο αυτό η θεωρία Stokes προσεγγίζει τη θεωρία των cnoidal κυματισμών.

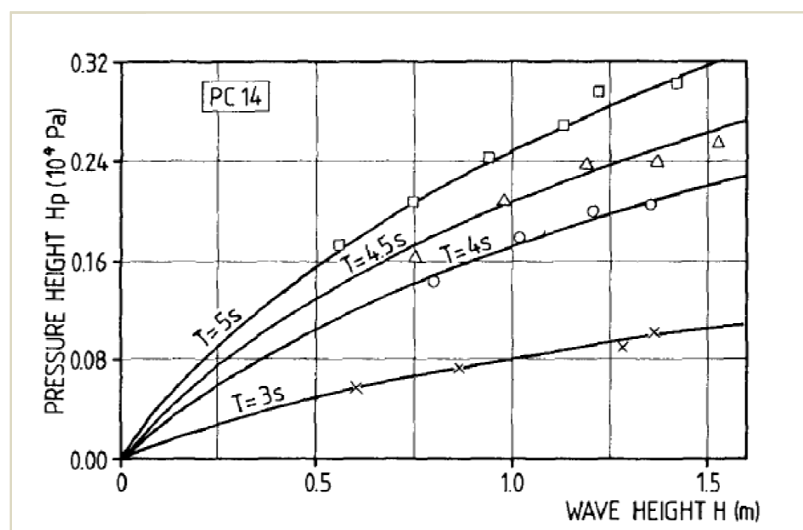
4. Συσχετισμός πίεσης με τα κυματικά χαρακτηριστικά

4.1 Επίδραση του ύψους κύματος

Σύμφωνα με την εργασία των Oumeraci και Partensky (1990) σε πορώδη κυματοθραύστη (Σχήμα 4.1), με δοσμένη τη περίοδο και για ένα δοσμένο σημείο μέσα στον κυματοθραύστη, καθώς αυξάνεται το ύψος κύματος, η πίεση των πόρων αυξάνεται στην αρχή σημαντικά ενώ στη συνέχεια σε μικρότερη κλίμακα, λόγω των μεγαλύτερων απωλειών τριβής οι οποίες συνδέονται με μεγαλύτερες υδραυλικές κλίσεις (γραμμή ενέργειας) (Σχήμα 4.2). Επίσης, εμφανίζεται η κλίση και το σχήμα των καμπυλών πίεσης πόρων-ύψους κύματος να μην διαφοροποιούνται με την αλλαγή της περιόδου.

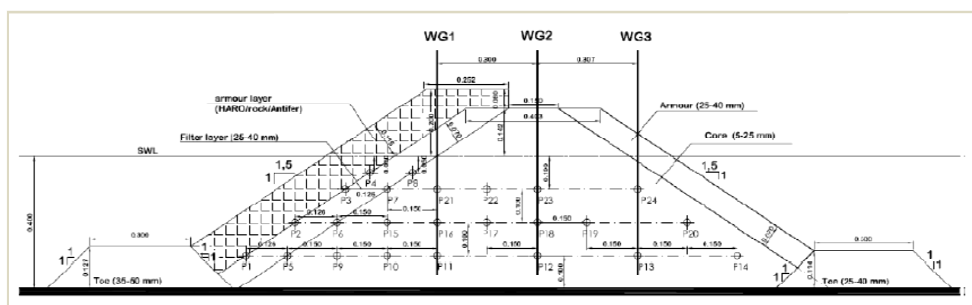


Σχήμα 4.1: Το μοντέλο του κυματοθραύστη που χρησιμοποίησαν οι Oumeraci και Partensky (1990)

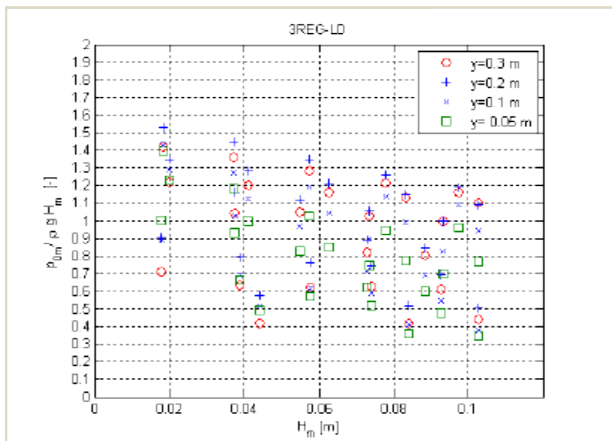


Σχήμα 4.2: Επίδραση του ύψους κύματος στην πίεση των πόρων

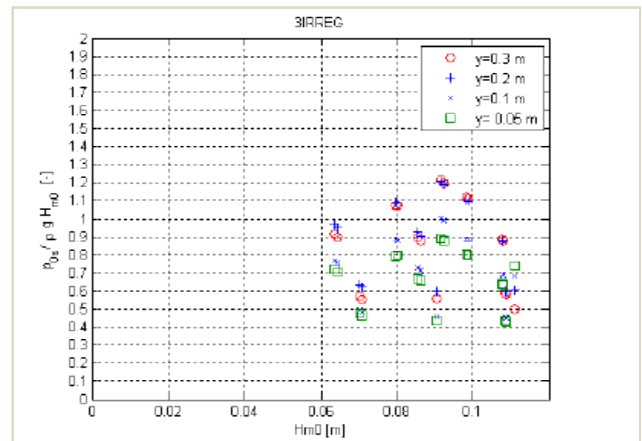
Οι Vanneste & Troch (2010) σε εργασία τους για την μέτρηση της πίεσης των πόρων στην διεπιφάνεια του πυρήνα και της θωράκισης μικρής κλίμακας κυματοθραύστη (Σχήμα 4.3) παρουσίασαν την μεταβολή της δυναμικής πίεσης των πόρων συναρτήσει του ύψους κύματος για μονοχρωματικούς και τυχαίους κυματισμούς (Σχήμα 4.4 και 4.5 αντίστοιχα). Διαπιστώνεται ότι για αύξηση του ύψους κύματος παρατηρείται μία μειωτική τάση στις τιμές της πίεσης (πιο ευκρινώς για τους μονοχρωματικούς κυματισμούς απ' ότι για τους τυχαίους), αλλά γενικά για μία δοσμένη τιμή του ύψους κύματος, οι τιμές της πίεσης παρουσιάζουν μεγάλη διασπορά.



Σχήμα 4.3: Το μοντέλο του κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκε στην εργασία των Vanneste και Troch (2010)



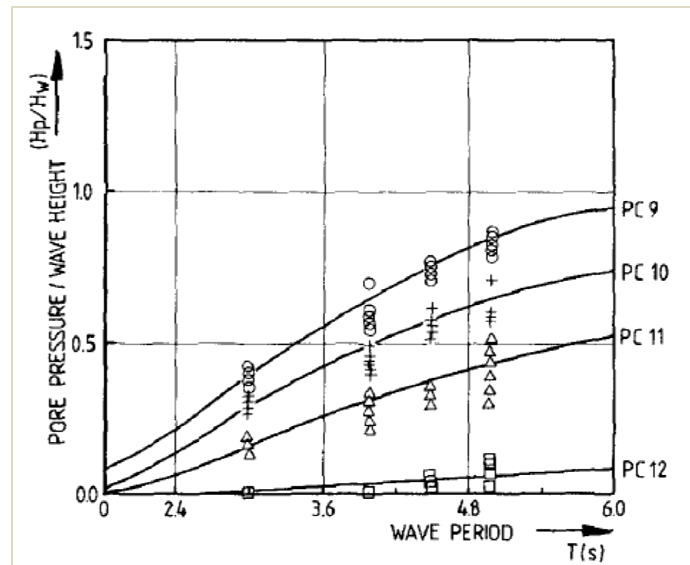
Σχήμα 4.4: Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $\rho_{0,m} / \rho g H_m$ συναρτήσει του ύψους κύματος για μονοχρωματικούς κυματισμούς



Σχήμα 4.5: Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $\rho_{0,s} / \rho g H_{m0}$ συναρτήσει του ύψους κύματος για τυχαίους κυματισμούς

4.2 Επίδραση της περιόδου

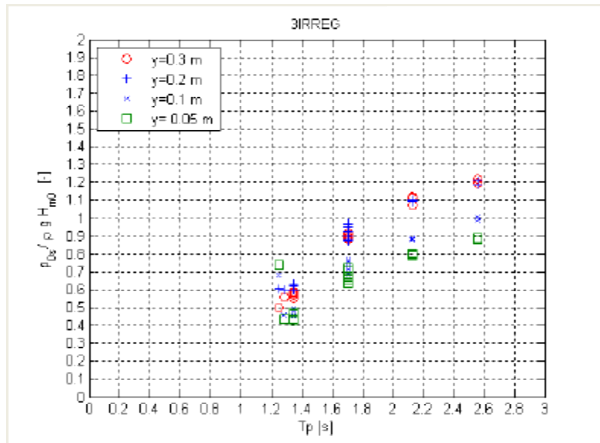
Η επίδραση της περιόδου, σύμφωνα με την εργασία των Oumeraci και Partensky (1990) σε πορώδη κυματοθραύστη, στην πίεση των πόρων φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Σχήμα 4.4).



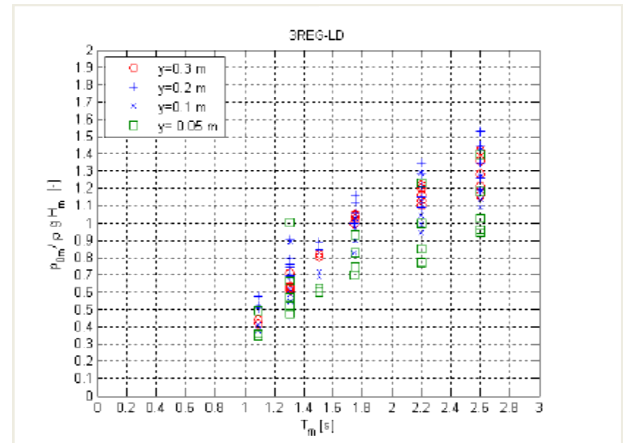
Σχήμα 4.6: Επίδραση της περιόδου στην πίεση των πόρων

Με δοσμένο το ύψος κύματος και με αυξανόμενη τιμή της περιόδου, η πίεση των πόρων αρχικά αυξάνεται ελαφρώς, στη συνέχεια σε γρήγορο ρυθμό και τέλος βραδύτερα. Επίσης, παρατηρείται ότι με την αλλαγή του σημείου δειγματοληψίας της πίεσης (PC9, PC10, κλπ.), η καμπύλη της πίεσης των πόρων και της περιόδου δεν αλλάζει μορφή και σχήμα.

Οι Vanneste & Troch (2010) μελέτησαν και την επίδραση της περιόδου του κύματος στην δυναμική πίεση. Διαπιστώθηκε ότι με αύξηση της περιόδου αυξάνεται και η πίεση των πόρων, όπως φαίνεται και στα παρακάτω σχήματα (Σχήμα 4.5 και 4.6 αντίστοιχα) για μονοχρωματικούς και τυχαίους κυματισμούς.



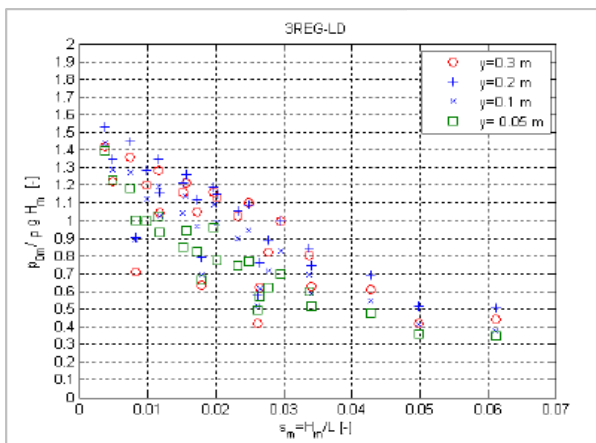
Σχήμα 4.7: Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $p_{0,m} / \rho g H_m$ συναρτήσει της περιόδου για μονοχρωματικούς κυματισμούς



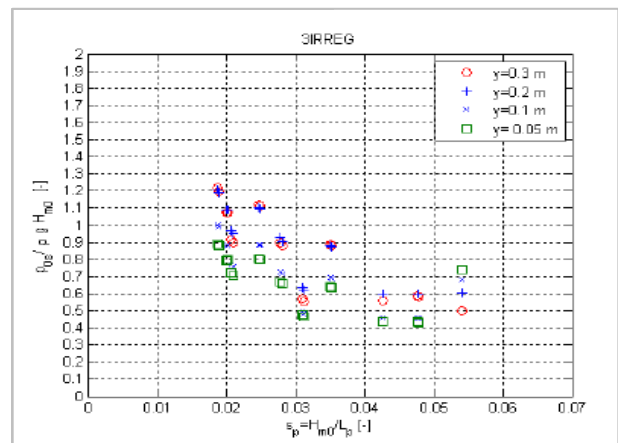
Σχήμα 4.8: Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $p_{0,s} / \rho g H_{m0}$ συναρτήσει της περιόδου για τυχαίους κυματισμούς

4.3 Επίδραση της καμπυλότητας

Σε συνέχεια της προηγούμενης εργασίας, οι Vanneste & Troch (2010) εξήγαγαν συμπεράσματα όσον αφορά την μεταβολή της πίεσης συναρτήσει της καμπυλότητας των κυματισμών. Συμπέραναν ότι υπάρχει ένας έντονος συσχετισμός της πίεσης με την καμπυλότητα των κυμάτων. Διαπίστωσαν από σειρά πειραμάτων ότι με την αύξηση της καμπυλότητας συντελείται μεγαλύτερη καταστροφή ενέργειας των κυμάτων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της πίεσης (Σχήματα 4.9 και 4.10). Μάλιστα για τιμές της αδιάστατης πίεσης μεγαλύτερης της τιμής 1 συνίσταται εξάρτηση της πίεσης από την αναρρίχηση του κύματος στον κυματοθραύστη.



Σχήμα 4.9: Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $p_{0,m} / \rho g H_m$ συναρτήσει της καμπυλότητας για μονοχρωματικούς κυματισμούς



Σχήμα 4.10: Μεταβολή της δυναμικής πίεσης $p_{0,s} / \rho g H_{m0}$ συναρτήσει της καμπυλότητας για τυχαίους κυματισμούς

5. Μαθηματικά μοντέλα διάδοσης κυματισμών σε πορώδες μέσο

5.1 Μοντέλα διάδοσης κυματισμών τύπου Boussinesq

5.1.1 Εισαγωγή στα ομοιώματα τύπου Boussinesq

Η ακριβής εκτίμηση των κυματικών συνθηκών είναι απαραίτητη για την ανθρώπινη ασφάλεια και τον αποτελεσματικό οικονομικό σχεδιασμό των παράκτιων τεχνικών έργων. Καθώς τα κύματα διαδίδονται από τα βαθιά προς τα ρηχά νερά υφίστανται παραμορφώσεις όπως διάθλαση, περίθλαση και ανάκλαση, ως αποτέλεσμα της επίδρασης του πυθμένα και των πιθανών υπάρχοντων εμποδίων (νησιά, κυματοθραύστες, κ.α.) στην διάδοση των κυματισμών. Γι' αυτό το λόγο τα μοντέλα διάδοσης των κυματισμών θα πρέπει να περιλαμβάνουν αυτόν τον μετασχηματισμό της ενέργειας κατά την διάδοση των κυμάτων προς την ακτή.

Ένας από τους πιο αποδοτικούς τρόπους προσομοίωσης των φαινομένων αυτών έχει αποδειχθεί τα τελευταία χρόνια ότι είναι τα μαθηματικά μοντέλα τύπου Boussinesq. Τα μοντέλα αυτά προκύπτουν από την ολοκλήρωση των εξισώσεων του Euler (ορμής) στο βάθος ροής με την παραδοχή αστρόβιλης ροής και σχετικά μακρών κυματισμών. Η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας και η οριζόντια ταχύτητα του ρευστού είναι οι εξαρτημένες μεταβλητές που υπεισέρχονται στις εξισώσεις Boussinesq, υπό τη μορφή μερικών παραγώγων διαφόρων τάξεων. Η αρχική προσέγγιση του Boussinesq (1872) για επίπεδο πυθμένα σταθερού βάθους συνοψίζεται στη διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gd \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - gd \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{3}{2} \frac{\eta^2}{d} + \frac{d^2}{3} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (5.1)$$

Η εξίσωση αποτελεί την πρωταρχική εξίσωση Boussinesq, η οποία στη συνέχεια επεκτάθηκε για (ελαφρώς) μη γραμμικούς κυματισμούς και για (πλήρως) διασπειρόμενους κυματισμούς.

Η μορφή των εξισώσεων Boussinesq δεν είναι συγκεκριμένη και στη σχετική βιβλιογραφία απαντώνται διαφορετικές εκδοχές των εξισώσεων, οι οποίες έχουν προκύψει από μία εξελικτική διαδικασία αρκετών ετών. Οι διαφορετικές μορφές των εξισώσεων Boussinesq οφείλονται στον ελαφρώς διαφορετικό τρόπο υπολογισμού της κατακόρυφης επιτάχυνσης. Ένας άλλος τρόπος για να διαπιστωθούν οι διαφορές των εξισώσεων είναι να θεωρηθεί ο τρόπος με τον οποίο η μεταβλητή της οριζόντιας ταχύτητας εισάγεται στις εξισώσεις. Στην προκειμένη περίπτωση, οι επιλογές είναι οι εξής: (i) η ταχύτητα στη μέση στάθμη ηρεμίας, $u(x,0,t)$ (velocity at the still-water depth), (ii) η ταχύτητα στον πυθμένα, $u(x,-h,t)$ (bottom velocity), (iii) η μέση στο

βάθος ταχύτητα (depth-averaged velocity) και (iv) η ταχύτητα σε τυχαίο βάθος (velocity at an arbitrary water depth).

Η πρώτη προσέγγιση στις εξισώσεις Boussinesq έγινε από τον Peregrine (1967), ο οποίος παρουσίασε μία ομάδα δισδιάστατων εξισώσεων που έχουν προκύψει από την ολοκλήρωση των τρισδιάστατων εξισώσεων ορμής και συνέχειας. Παρ' όλ' αυτά, αυτές οι εξισώσεις εφαρμόζονται μόνο σε ρηχά νερά λόγω ότι η ακρίβεια της γραμμικής εξίσωσης διασποράς μειώνεται με την αύξηση του βάθους.

Για να επεκταθεί το πεδίο εφαρμογής των εξισώσεων Boussinesq παρουσιάστηκαν διαφορετικές μορφές τους από διάφορους ερευνητές. Οι Madsen et al. (1991) απόδοσαν μια μορφή των εξισώσεων με βελτιωμένα χαρακτηριστικά ρήχωσης και διασποράς, ενώ οι εξισώσεις των Madsen και Sorensen (1992) εφαρμόστηκαν σε περιπτώσεις αλλαγής της βυθομετρίας του πυθμένα. Οι Beji και Nadaoka (1996) παρήγαγαν ένα σετ εξισώσεων που περιελάμβανε έναν επιπλέον όρο διασποράς στην εξίσωση ορμής και ο Nwogu (1993) παρουσίασε τις εξισώσεις Boussinesq χρησιμοποιώντας την ταχύτητα του ρευστού σε τυχαίο βάθος. Πλήρως μη γραμμικές εξισώσεις αποδόθηκαν από τους Wei et al. (1995), Madsen & Schäffer (1998), Karambas (1999) και Zou (1999). Πιο πρόσφατες έρευνες ανέπτυξαν εξισώσεις με όρους ανωτέρων τάξεων μη-γραμμικότητας και διασποράς, καταργώντας έτσι τον περιορισμό του βάθους, μέχρι το οποίο είχαν ικανοποιητική εφαρμογή τα μοντέλα Boussinesq. Ενδεικτικά αναφέρονται οι εργασίες των Madsen & Schäffer (1998), Agnon, Madsen & Schäffer (1999), Gobbi, Kirby & Wei (2000), Madsen et al. (2002), Madsen et al. (2003), Schäffer (2003), Schäffer (2004) και Bingham και Agnon (2005).

5.1.2 Μοντέλα διάδοσης κυματισμών τύπου Boussinesq σε πορώδες μέσο

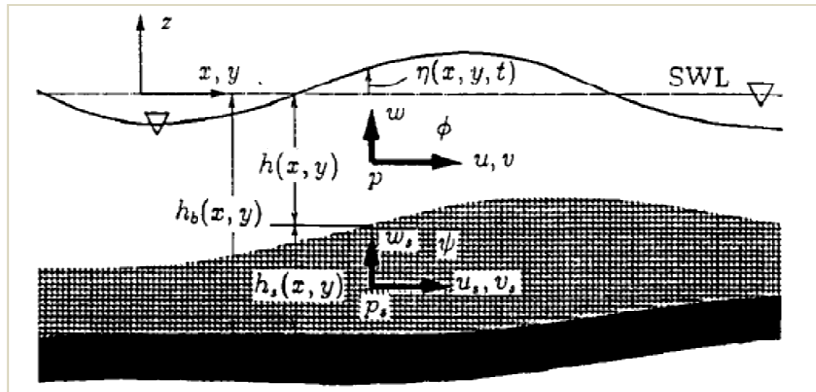
Η μη-γραμμικότητα είναι ένα χαρακτηριστικό που παίζει σημαντικό ρόλο στην αλληλεπίδραση των κυματισμών με τις παράκτιες κατασκευές, οι οποίες συνήθως κατασκευάζονται στην περιοχή των ενδιάμεσων και ρηχών υδάτων. Γι' αυτό είναι απαραίτητη η ύπαρξη κατάλληλων μαθηματικών μοντέλων, τα οποία να παράγουν τα βασικά χαρακτηριστικά του κυματικού πεδίου, ώστε να γίνουν αντιληπτές οι πολύπλοκες φυσικές διεργασίες που συμβαίνουν στο συγκεκριμένο περιβάλλον. Σε αυτό έχουν συμβάλει τα μαθηματικά μοντέλα Boussinesq.

Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με την παρουσίαση μοντέλων Boussinesq για την μελέτη του μετασχηματισμού των κυμάτων πάνω από πορώδη μέσα. Οι Cruz, Isobe και Watanabe (1997) παρήγαγαν ένα σετ εξισώσεων χρησιμοποιώντας ως μεταβλητή τις μέσες τιμές των οριζόντιων ταχυτήτων, δηλ:

$$\bar{u} = \frac{1}{h+\varepsilon\eta} \int_{-h}^{\varepsilon\eta} \nabla\phi dz \quad (5.2)$$

και
$$\bar{u}_s = \frac{1}{h_b - h} \int_{-h_b}^{-h} \nabla \psi dz \quad (5.3)$$

όπου \bar{u} και \bar{u}_s οι μέσες οριζόντιες (τροχιακές) ταχύτητες εκτός και εντός του πορώδους μέσου αντίστοιχα, h το βάθος του νερού μέχρι τον πορώδη πυθμένα, h_b το βάθος του νερού μέχρι το αδιαπέρατο υπόστρωμα, η η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας και ϕ και ψ τα δυναμικά των ταχυτήτων εκτός και εντός του πορώδους υλικού.



Σχήμα 5.1: Ορισμοί των μεταβλητών που χρησιμοποίησαν οι Cruz, Isobe και Watanabe (1997) στην εργασία τους

Οι προκύπτουσες εξισώσεις που πρότειναν είναι οι εξής:

$$\bar{u}_t + \varepsilon \bar{u} \nabla \bar{u} + \nabla \eta + \frac{\mu^2}{2} \left\{ \frac{h^2}{3} \nabla (\nabla \bar{u}_t) - h \nabla [\nabla (h \bar{u}_t)] - \lambda h \nabla [\nabla (h_s \bar{u}_{st})] \right\} = O(\varepsilon \mu^2, \mu^4) \quad (5.4)$$

$$c_r (\bar{u}_{st} + \varepsilon \bar{u}_s \nabla \bar{u}_s) + \nabla \eta + \alpha \bar{u}_s + \frac{\mu^2}{2} \left(\frac{\partial c_r}{\partial t} + \alpha \right) \left[-\frac{2}{3} h_s^2 \nabla (\nabla \bar{u}_s) - h_s \nabla (\nabla h_b \bar{u}_s) + h_s \nabla (h - h_s) \nabla \bar{u}_s + 2 \nabla h \nabla h_b \bar{u}_s \right] - \frac{\mu^2}{2} \nabla [\nabla (h^2 \bar{u}_t) + 2 \lambda h \nabla (h_s \bar{u}_s)] = O(\varepsilon \mu^2, \mu^4) \quad (5.5)$$

$$\eta_t + \nabla [(h + \varepsilon \eta) \bar{u}] + \lambda \nabla (h_s \bar{u}_s) = 0 \quad (5.6)$$

οι οποίες είναι οι εξισώσεις ορμής εντός του υδάτινου σώματος και εντός του πορώδους μέσου και η εξίσωση συνέχειας αντίστοιχα.

Οι Liu και Wen's (1997) παρουσίασαν ένα μοντέλο βασισμένο σε εξισώσεις Boussinesq στις οποίες ως ψ έχει ορισθεί το μέσο κατά το βάθος πιεζομετρικό μέτωπο, K η υδραυλική συνοχή, n_e το ενεργό πορώδες οπότε και δόθηκαν οι εξισώσεις για πορώδες μέσο:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{K}{n_e} \nabla [(\eta + h) \nabla \eta] - \frac{h^2}{3} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \eta = 0 \quad (5.7)$$

$$\psi = \eta - \frac{h^2}{3} \nabla^2 \eta \quad (5.8)$$

Η ταχύτητα στο πορώδες δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{u} = -K \nabla \psi \quad (5.9)$$

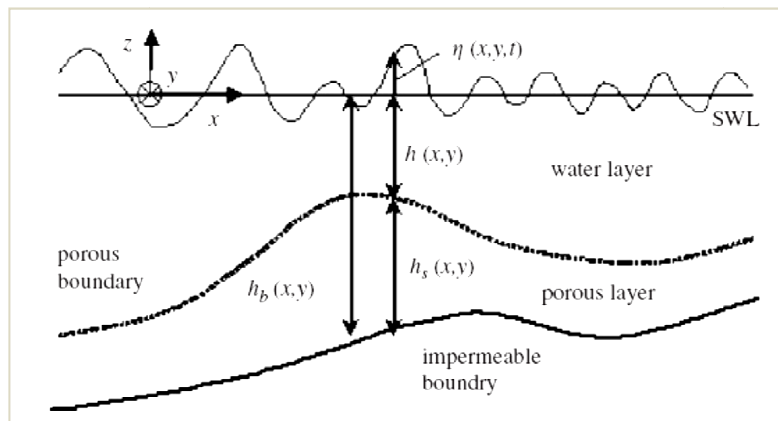
Επίσης, ο *Chen (2006)* παρήγαγε ένα σετ εξισώσεων Boussinesq για έντονα μη γραμμικούς κυματισμούς σε διαπερατό πυθμένα και το οποίο είναι:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla(M + \eta M^s) = 0 \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + (\nabla u_\alpha) u_\alpha + g \nabla \eta + V_1 + V_2 + V_3 = 0 \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial u_\beta}{\partial t} + (\nabla u_\beta) u_\beta + g \nabla \eta + R_\beta u_\beta + V_1^s + V_2^s + V_3^s + \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \Lambda_4 = 0 \quad (5.12)$$

όπου t δηλώνει τον χρόνο, u_α και u_β είναι οι οριζόντιες τροχιακές ταχύτητες των μορίων του νερού για $z=z_\alpha$ και $z=z_\beta$ αντίστοιχα, h το βάθος του νερού, h_s το πάχος του διαπερατού στρώματος, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, M και M^s οι όροι της ροής της μάζας στο νερό και στο διαπερατό στρώμα αντίστοιχα, V_1 και V_2 είναι οι όροι διασποράς Boussinesq στο νερό και οι αντίστοιχοι τους στον διαπερατό πυθμένα (V_1^s , V_2^s). Οι όροι V_3 και V_3^s είναι οι όροι που περιλαμβάνουν τους πρώτης και δεύτερης τάξης κατακόρυφους στροβιλισμούς στα αντίστοιχα στρώματα, R_β είναι η δύναμη αντίστασης στο πορώδες για $z=z_\beta$ και Λ_1 είναι ο όρος διασποράς απόσβεσης στο πορώδες της τάξεως $O(\mu^2)$, ενώ Λ_2 , Λ_3 και Λ_4 οι όροι μεγαλύτερης τάξης έως $O(\mu^2/\nu)$, με μ, ν τα μέτρα της συχνότητας διασποράς και σχετικής ταχύτητας στο πορώδες αντίστοιχα.



Σχήμα 5.2: Ορισμοί των μεταβλητών που χρησιμοποίησε ο *Chen (2006)* στην εργασία του.

Επιπλέον ερευνητικές εργασίες για διάδοση κυματισμών πάνω από διαπερατούς πυθμένες με χρήση μοντέλων Boussinesq αναφέρονται οι εργασίες των *Flaten* και

Rygg, (1991), Isobe et al. (1991), Cruz et al. (1997), Madsen et al. (1992). Οι προαναφερθείσες εργασίες όμως χαρακτηρίζονται από περιορισμούς είτε λόγω της υπόθεσης ελαφρώς μη γραμμικών κυματισμών είτε από την ύπαρξη ανώτατων ορίων στο εύρος της συχνότητας διασποράς.

Γι' αυτό το λόγο, αναπτύχθηκαν τελευταία δύο επιπλέον μοντέλα ισχυρής μη γραμμικότητας: το μοντέλο που πρότειναν οι Hsiao et al. (2002) στο οποίο επέκτειναν τις εξισώσεις Euler για το νερό και για το διαπερατό στρώμα πυθμένα, διατηρώντας τους μη γραμμικούς όρους που ήταν σύμφωνοι με την προσέγγιση του Boussinesq. Καθώς και το προαναφερθέν μοντέλο του Chen (2006), το οποίο προσέγγισε τις εξισώσεις Boussinesq μειώνοντας την επίδραση της κατακόρυφης z συνιστώσας στις τροχιακές ταχύτητες και διατηρώντας τους όρους διασποράς μέχρι δεύτερης τάξης, όπως και η αντίστοιχη επέκταση του από τους Cruz και Chen (2006).

5.2 Άλλα μοντέλα διάδοσης κυματισμών σε πορώδες μέσο

Η ροή εντός του πορώδους υλικού μπορεί να περιγραφεί από τις εξισώσεις Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} = 0 \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t} + u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_i \partial x_i} \quad (5.14)$$

όπου ν είναι το μοριακό ιξώδες, u_i^* η στιγμιαία ταχύτητα του i στοιχείου στους πόρους και p^* η αντίστοιχη πίεση.

Οι Sollitt και Cross (1972) για να αντικατασταθεί η ταχύτητα εκτός του πορώδους με την ταχύτητα εντός στις εξισώσεις Navier-Stokes, επίλυσαν την στιγμιαία ταχύτητα u_i^* σε τρεις όρους, την οποία και αντικατέστησαν στις εξισώσεις:

$$u_i^* = u_i + u_i^s + u_i^t \quad (5.15)$$

με u_i η ταχύτητα εντός των πόρων, u_i^s η χωρική διαταραχή που οφείλεται στις τοπικές ταχύτητες λόγω των μη γραμμικοτήτων στους πόρους ή των οριακών στρώσεων, και u_i^t η χρονική διαταραχή που οφείλεται στις τοπικές παροδικές μεταβολές εντός των πόρων.

Έπειτα, για να επιλύσουν τις εξισώσεις Navier-Stokes και για να προσωμοιάσουν την εξίσωση κίνησης μέσα σε πορώδες υλικό βασίστηκαν στην προτεινόμενη εξίσωση του Ward (1964) για την πτώση πίεσης σταθερής ροής μέσα από διαπερατό μέσο και προσθέτοντας έναν επιπλέον μη γραμμικό όρο, ο οποίος εκτιμά την επιπρόσθετη αντίσταση που προκαλείται από την μάζα των διακριτών κόκκων του πορώδους μέσου, παρήγαγαν την εξίσωση:

$$S \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla(\rho + \gamma z) - \frac{\nu}{K_p} \varepsilon q - \frac{C_f}{\sqrt{K_p}} \varepsilon^2 q |q| \quad (5.16)$$

$$\nabla q = 0 \quad (5.17)$$

όπου S ένας αδρανειακός όρος που ορίζεται ως $S = 1 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} C_m$, q το στιγμιαίο διάνυσμα της ταχύτητας του Euler σε κάθε σημείο, ρ η αντίστοιχη πίεση, γ το ειδικό βάρος του νερού, ρ η πυκνότητα, z η κατακόρυφη συνισταμένη, K_p η εσωτερική διαπερατότητα, ε το πορώδες, ν το κινηματικό ιξώδες και C_f ο αδιάστατος συντελεστής τυρβώδους αντίστασης.

Οι *Nwogu και Demirbilek (2006)*, ακολουθώντας τους *Sollitt και Cross (1972)*, μελέτησαν την αλληλεπίδραση των κυμάτων με πορώδη κατασκευή από πολλαπλές στρώσεις υλικού. Θεώρησαν ότι η ροή εντός του πορώδους μπορεί να δοθεί από έναν όρο αντίστασης τύπου Forchheimer και από έναν αδρανειακό όρο εξαιτίας της επιτάχυνσης του ρευστού γύρω από τα μόρια του πορώδους μέσου. Η εξίσωση συνέχειας της οριακής συνθήκης της πίεσης προκύπτει, εκτιμώντας τις τροποποιημένες εξισώσεις Euler στο πορώδες υλικό και στη διεπιφάνεια:

$$c_m q_{s,t}^{(p)} + g \nabla z_i + \frac{c_m}{\lambda} (\nabla u_i^{(p)}) u_i^{(p)} + \frac{c_m}{\lambda} w_i^{(p)} \nabla w_i^{(p)} + f_i \lambda q_s^{(p)} + f_t \lambda q_s^{(p)} \sqrt{u_i^{(p)} u_i^{(p)} + w_i^{(p)2}} = -\frac{1}{\rho} \lambda \nabla p_i^w \quad (5.18)$$

όπου c_m ένας αδρανειακός συντελεστής, που προκύπτει από τη σχέση $c_m = 1 + (1-\lambda)c_\alpha$ και τον επιπρόσθετο συντελεστή μάζας c_α , $q_s^{(p)}$ η εφαπτομενική ταχύτητα στην διεπιφάνεια, λ το κινητικό πορώδες (ο λόγος του όγκου των πόρων όπου μπορεί το νερό να κινηθεί προς τον συνολικό όγκο των πόρων), $(u_i^{(p)}, w_i^{(p)})$ οι ταχύτητες στην διεπιφάνεια του πορώδους και f_i, f_t εμπειρικοί συντελεστές τριβής στρωτής και τυρβώδους ροής αντίστοιχα.

Η κινηματική οριακή συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια δίνεται:

$$\eta_t = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \Phi^{(p)}}{\partial n} \sqrt{1 + \nabla \eta \nabla \eta} \quad (5.19)$$

όπου $\frac{\partial \Phi^{(p)}}{\partial n}$ η παράγωγος του δυναμικού των ταχυτήτων ως προς κάθετο στο επίπεδο ροής διάνυσμα εντός του πορώδους μέσου.

Οι *Liu et al. (1999, 2000)* θεώρησαν ότι οι μεταβλητές του ρευστού χωρίζονται σε δύο όρους, έναν μέσο χωρικό όρο και έναν όρο διακύμανσης χωρικών διαταραχών, υποθέτοντας ότι οι χρονικές διαταραχές είναι αμελητέες, προκύπτοντας έτσι οι χωρικές εξισώσεις Navier-Stokes μέσης τιμής:

$$\frac{1+c_A}{n_e} \frac{\partial u_i^d}{\partial t} + \frac{u_i^d}{n_e^2} \frac{\partial u_j^d}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{u}{n_e} \frac{\partial^2 u_i^d}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{1}{n_e^2} \frac{\partial u_i^s u_j^s}{\partial x_j} \quad (5.20)$$

$$\nabla u_i^d = 0 \quad (5.21)$$

όπου $c_A = \gamma \left(\frac{(1-n_e)}{n_e} \right)$ ο επιπρόσθετος συντελεστής μάζας ενώ ο τελευταίος όρος του δεξιού μέλους της εξίσωσης αναφέρεται στις χωρικές διαταραχές της ταχύτητας.

Προκειμένου, όμως, να αποφευχθούν οι περιορισμοί που επιβάλλονται στα προηγούμενα μοντέλα, έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια τρία μοντέλα που αναπαριστούν επιτυχώς την ελεύθερη επιφάνεια θραυόμενων κυματισμών σε διαπερατές κατασκευές. Αυτά είναι τα *SKYLLA* (van Gent, 1995), *VOFbreak* (Troch και de Rouck, 1998) και *COBRAS* (Liu et al., 1999, 2000), τα οποία βασίζονται στις δισδιάστατες εξισώσεις Navier-Stokes.

Το μοντέλο *COBRAS* (*Cornell BReAking wave and Structure*) αρχικά αναπτύχθηκε για να αποδώσει την ελεύθερη επιφάνεια και να περιγράψει την στροβιλότητα που προκαλείται από την θραύση των κυματισμών σε κεκλιμένα επίπεδα (Lin και Liu, 1998a, 1998b).

Το συγκεκριμένο μοντέλο βασίζεται στις εξισώσεις RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations-RANS) και στην θεώρηση ότι, για τυρβώδη ροή, η ταχύτητα και η πίεση του ρευστού αποτελούνται από δύο όρους: τις μέσες τιμές τους ($\langle u_i \rangle, \langle p \rangle$) και τους τυρβώδη όρους (u_i', p'), δηλαδή:

$$u_i = \langle u_i \rangle + u_i' \quad \text{και} \quad p = \langle p \rangle + p' \quad (5.22)$$

όπου $i=1, 2, 3$ σε τρισδιάστατο πεδίο. Για ασυμπίεστο ρευστό οι εξισώσεις RANS είναι:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \tau_{ij} \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u_i' u_j' \rangle}{\partial x_j} \quad (5.24)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα, g_i το i στοιχείο της επιτάχυνσης της βαρύτητας και $\langle \tau_{ij} \rangle$ το μέσο διάνυσμα τάσης των μορίων του νερού, με $\langle \tau_{ij} \rangle = 2\mu \langle \sigma_{ij} \rangle$ και όπου μ το μοριακό ιξώδες και $\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)$ ο τανυστής τάσεων της μέσης ροής.

Το *COBRAS* στη συνέχεια μελετήθηκε και τροποποιήθηκε και από άλλους ερευνητές, για να ανταποκρίνεται καλύτερα στις απαιτήσεις αλληλεπίδρασης των κατασκευών με τους κυματισμούς. Εργασίες παρουσιάστηκαν από τους *Hsu et al. (2002)*, οι οποίοι εισήγαγαν στο μοντέλο τους τις εξισώσεις Volume-Averaged/Reynolds Averaged Navier-Stokes (VARANS), από τους *Garcia et al. (2004)*, *Losada et al. (2005)* και *Lara et al., (2006a)*, οι οποίοι τροποποίησαν το μοντέλο ώστε να εφαρμόζεται και σε χαμηλής στέψης κατασκευές, καθώς και από τους *Lara et al., (2006b)* για θραυόμενους κυματισμούς σε διαπερατά κεκλιμένα επίπεδα.

Τέλος, πρέπει να αναφερθούν και οι εργασίες των Rojanakamthorn et al. (1989), Losada et al. (1996a) και Mendez et al. (2000) οι οποίοι προκειμένου να μελετηθεί η διάδοση κυματισμών πάνω από τραπεζοειδή διαπερατή ύφαλη κατασκευή παρουσίασαν εκτεταμένες μορφές της εξίσωσης ήπιας κλίσης.

5.3 Το μοντέλο Boussinesq των Avgeris et al.

Υπάρχουν πολυάριθμες περιπτώσεις κατά την μελέτη της κυματικής επίδρασης στο παράκτιο περιβάλλον, στις οποίες κανείς θα πρέπει να ασχοληθεί με την ύπαρξη μιας πορώδους βαθυμετρίας, όπως κατά την διάδοση ενός θραυόμενου κυματισμού σε διαπερατή ακτή ή κατά τον μετασχηματισμό των κυμάτων γύρω από ένα τεχνητό κυματοθραύστη ή από ύφαλη πορώδη κατασκευή. Προκειμένου να γίνουν κατανοητές οι πολύπλοκες φυσικές διεργασίες που λαμβάνουν χώρα σε ένα τέτοιο φυσικό περιβάλλον, είναι αναγκαία η χρήση ενός μαθηματικού μοντέλου που να αναπαράγει τις βασικές ιδιότητες του κυματικού πεδίου.

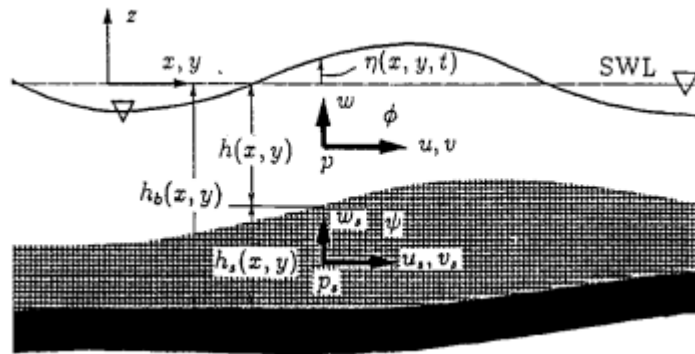
Ακριβής υπολογισμοί του κυματικού πεδίου είναι πλέον εφικτές με την χρησιμοποίηση μαθηματικών μοντέλων εισάγοντας δύο σημαντικές κυματικές παραμέτρους: την μη γραμμικότητα και την διασπορά. Η μη γραμμικότητα είναι αναγκαία για την παραγωγή υψηλότερων αρμονικών σε «στενές» περιοχές, όπως η απόσταση από την στέψη ως την στάθμη ηρεμίας ύδατος στους βυθισμένους κυματοθραύστες και η διασπορά είναι απαραίτητη για την ταχύτητα διάδοσης του κύματος που εξαρτάται από την κυματική συχνότητα. Έτσι, έχει προταθεί και επαληθευτεί μια πληθώρα από μαθηματικά μοντέλα που μελετούν τον κυματικό μετασχηματισμό πάνω από αδιαπέρατους πυθμένες.

Σε μεταγενέστερες έρευνες έχουν παραχθεί ομοιώματα που αφορούν το κυματικό πεδίο πάνω από πορώδη πυθμένα. Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι Rojanakamthorn et al. (1990), Isobe et al. (1991) και Cruz et al. (1992) καθώς και των Kioka et al. (1994).

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται το μοντέλο των Cruz et al. (1997), κατά το οποίο παράγεται ένα δισδιάστατο μοντέλο (2D) Boussinesq πάνω από πορώδη πυθμένα τυχαίου πάχους πάνω από αδιαπέρατο πυθμένα επίσης τυχαίου βάθους, αφού πρώτα έχουν καθορισθεί οι παραγόμενες εξισώσεις και οριακές συνθήκες. Οι κυρίαρχοι όροι της μη γραμμικότητας έχουν συμπεριληφθεί. Επειδή, όμως, στα μοντέλα Boussinesq τα χαρακτηριστικά διασποράς δεν αντιπροσωπεύονται επαρκώς, προστίθενται όροι διασποράς στην βασική εξίσωση ορμής και ταυτίζεται η προκύπτουσα εξίσωση διασποράς με μια κατάλληλη θεωρία. Η προσέγγιση αυτή βασίζεται στην ιδέα που χρησιμοποιήθηκε από τους Madsen et al (1991) για αδιαπέρατους πυθμένες.

5.3.1 Παραγωγή εξισώσεων και οριακές συνθήκες της κυματικής κίνησης σε πορώδη πυθμένα

Οι μεταβλητές και το πεδίο εφαρμογής φαίνονται στο σχήμα 5.3 (Cruz et al., 1997).



Σχήμα 5.3: Ορισμοί συμβόλων

Η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας συμβολίζεται με $\eta(x, y, t)$, το βάθος νερού είναι $h(x, y)$ και ο πορώδης πυθμένας έχει πάχος $h_s(x, y)$, ο οποίος βρίσκεται πάνω από αδιαπέρατο πυθμένα σε βάθος $z = -h_b(x, y)$. Η ροή θεωρείται ασυμπίεστη και αστρόβιλη και στα δύο μέσα. Η εξίσωση κίνησης μέσα στο πορώδες δίνεται από την σχέση:

$$\phi \frac{dU_s}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla_3(p_s + \rho g z) + F_r + F_i = 0 \quad (5.25)$$

όπου ϕ το πορώδες, $U_s \equiv (u_s, v_s, w_s)$ το διάνυσμα των ταχυτήτων στο εσωτερικό του πορώδους μέσου, p_s η πίεση στο εσωτερικό του πορώδους μέσου, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, $\nabla_3 \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ ο τελεστής βαθμίδας, F_r η συρτική αντίσταση του πορώδους μέσου, F_i η αδρανειακή αντίσταση του πορώδους μέσου και $\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \nabla_3(U_s)$ η συνολική παράγωγος. Σε μόνιμες ροές, το F_r εξισορροπεί την πτώση στην πιεζομετρική κορυφή κατά την διεύθυνση της ροής. Το F_r δίνεται από την σχέση:

$$F_r \equiv \frac{1}{\rho} \nabla_3(p_s + \rho g z) = \alpha_1 U_s + \alpha_2 |U_s| U_s \quad (5.26)$$

όπου α_1 και α_2 είναι συντελεστές που αναφέρονται σε στρωτή και τυρβώδη ροή αντίστοιχα. Το F_i δίνεται από τη σχέση:

$$F_i \equiv (1 - \phi)(1 + c_m) \frac{dU_s}{dt} \quad (5.27)$$

όπου c_m ο συντελεστής πρόσθετης μάζας. Από τις σχέσεις (5.26) και (5.27) και εισάγοντάς τες στη σχέση (5.25), η εξίσωση κίνησης γίνεται:

$$c_r \frac{dU_s}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla_3(p_s + \rho g z) + \alpha_1 U_s + \alpha_2 |U_s| U_s = 0 \quad (5.28)$$

όπου c_r ο αδρανειακός συντελεστής:

$$c_r \equiv \varphi + (1 - \varphi)(1 + c_m) \quad (5.29)$$

Η εξίσωση συνέχειας στο πορώδες μέσο είναι:

$$\nabla_3(\varphi U_s) = 0 \quad (5.30)$$

και εφόσον το πορώδες θεωρείται ομοιόμορφο έχουμε:

$$\nabla_3(U_s) = 0 \quad (5.31)$$

Στο υπερκείμενο στρώμα του νερού, οι εξισώσεις κίνησης και συνέχειας είναι:

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla_3(p + \rho g z) = 0 \quad (5.32)$$

$$\nabla_3(U) = 0 \quad (5.33)$$

όπου $U \equiv (u, v, w)$ είναι οι τροχιακές ταχύτητες των τροχιακών σωματιδίων του νερού στη διάσταση x, y, z αντίστοιχα, p είναι η πίεση και $\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \nabla_3(U)$ η συνολική παράγωγος.

Στην ελεύθερη επιφάνεια η δυναμική και κινητική συνθήκη είναι:

$$p = 0 \quad \text{για } z = \eta(x, y, t) \quad (5.34)$$

$$\frac{d}{dt}(z - \eta) \equiv w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \nabla \eta = 0 \quad \text{για } z = \eta(x, y, t) \quad (5.35)$$

όπου $\nabla_3 \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ ο τελεστής βαθμίδας και $u = (u, v)$ το διάνυσμα της ταχύτητας.

Στον αδιαπέρατο πυθμένα η ταχύτητα U_{sn} γράφεται:

$$U_{sn} \equiv U_s \cdot n | \nabla_3(z + h_b) | = u_s \nabla h_b + w_s = 0 \quad \text{για } z = -h_b(x, y) \quad (5.36)$$

όπου n το μοναδιαίο διάνυσμα και $u_s = (u_s, v_s)$ η οριζόντια ταχύτητα στις δύο διευθύνσεις.

Στην διεπιφάνεια των δύο σωμάτων ισχύει:

$$u \nabla h + w = \varphi (u_s \nabla h + w_s) \quad \text{για } z = -h(x, y) \quad (5.37)$$

Δεδομένου ότι πρέπει να υπάρχουν ίσες πιέσεις στην διεπιφάνεια των δύο σωμάτων έχουμε:

$$p=p_s \text{ για } z=-h(x, y) \quad (5.38)$$

Οι Sawaragi και Deguchi (1992) έχουν αποδείξει ότι ακόμα και για υψηλά μη γραμμικά κύματα η διατμητική τάση στην διεπιφάνεια του νερού με το πορώδες μέσο είναι αμελητέα συγκριτικά με τους άλλους όρους των εξισώσεων (5.25) και (5.28). Οι οριακές συνθήκες στην διεπιφάνεια (5.37) και (5.38) δεν εξασφαλίζουν την συνέχεια μεταξύ των ταχυτήτων. Θεωρούμε ότι υπάρχει λοιπόν ένα οριακό στρώμα αρκετά πυκνό ώστε να εξισώσει τις ταχύτητες που εφάπτονται σε αυτό χωρίς να επηρεάζει την ροή πάνω ή κάτω από αυτό.

Οι εξισώσεις (5.28) και (5.31)-(5.33) περιγράφουν τις συνθήκες στο εσωτερικό και στο εξωτερικό μέρος του κυματοθραύστη μαζί με τις οριακές συνθήκες (5.34)-(5.38). Για να μειωθεί ο αριθμός των αγνώστων μεταβλητών εισάγονται τα δυναμικά Φ και Ψ , όπου:

$$U_s \equiv \nabla_3 \Psi \quad \text{και} \quad U \equiv \nabla_3 \Phi \quad (5.39)$$

Με αυτά η εξίσωση συνέχειας εντός και εκτός του πορώδους μέσου δίνει τις εξισώσεις Laplace:

$$\nabla^2 \Psi + \Psi_{zz} = 0 \text{ για } -h_b < z < -h \quad (5.40)$$

$$\nabla^2 \Phi + \Phi_{zz} = 0 \text{ για } -h < z < \eta \quad (5.41)$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (5.39) στις εξισώσεις κίνησης (5.28) και (5.32), μπορούν αυτές να γραφούν:

$$c_r \left[\Psi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Psi)^2 \right] + \frac{p_s}{\rho} + gz + \alpha \Psi = 0 \quad (5.42)$$

$$\Phi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Phi)^2 + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \quad (5.43)$$

Με αυτά οι οριακές συνθήκες μπορούν να γραφούν σε όρους του Φ και Ψ :

$$\Phi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Phi)^2 + g\eta = 0 \text{ για } z = \eta \quad (5.44)$$

$$\Phi_z = \eta_t + \nabla \Phi \cdot \nabla \eta \text{ για } z = \eta \quad (5.45)$$

$$\Psi_z = -\nabla \Psi \cdot \nabla h_b \text{ για } z = -h_b \quad (5.46)$$

$$\Phi_z + \nabla \Phi \cdot \nabla h = \varphi(\Psi_z + \nabla \Psi \cdot \nabla h) \text{ για } z = -h \quad (5.47)$$

$$c_r \left[\Psi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Psi)^2 \right] + \alpha \Psi = \Phi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Phi)^2 \text{ για } z = -h \quad (5.48)$$

Ο συντελεστής αντίστασης α του πορώδους μέσου ορίζεται ως:

$$\alpha \equiv \alpha_1 + \alpha_2 |U_s| \quad (5.49)$$

5.3.2 Παραγωγή εξισώσεων Boussinesq για πορώδες μέσο

Τα μεγέθη που χαρακτηρίζουν την κυματική κίνηση είναι τρία: το βάθος νερού h , το μήκος κύματος l και το κυματικό εύρος α . Αδιαστατοποιούνται οι παραπάνω μεταβλητές χρησιμοποιώντας το σχετικό χαρακτηριστικό μήκος όπως ακολούθως:

$$x' = \frac{x}{l}, \quad y' = \frac{y}{l} \quad (5.50)$$

$$z' = \frac{z}{h_0}, \quad h' = \frac{h}{h_0}, \quad h'_b = \frac{h_b}{h_0}, \quad \eta' = \frac{\eta}{h_0} \quad (5.51)$$

$$t' = \frac{t\sqrt{gh_0}}{l}, \quad (\Psi', \Phi') = \frac{(\Psi, \Phi)}{\alpha\sqrt{gh_0}} \frac{l}{h_0} \quad (5.52)$$

Η χαρακτηριστική ταχύτητα είναι $\sqrt{gh_0}$ σε χαρακτηριστικό χρόνο $\frac{l}{\sqrt{gh_0}}$ για να διανύσει μία απόσταση l . Με την κατάλληλη κανονικοποίηση προκύπτουν δύο αδιάστατοι όροι:

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{h_0}, \quad \mu = \frac{h_0}{l} \quad (5.53)$$

οι οποίοι είναι οι όροι μη γραμμικότητας και διασποράς. Προκύπτουν έτσι οι γραμμικοποιημένες εξισώσεις ως:

$$\mu^2 \nabla^2 \Psi + \Psi_{zz} = 0 \quad \text{για } -h_b < z < -h \quad (5.54)$$

$$\mu^2 \nabla^2 \Phi + \Phi_{zz} = 0 \quad \text{για } -h < z < \eta \quad (5.55)$$

$$\mu^2 (\Phi_t + \eta) + \varepsilon \frac{1}{2} [\mu^2 (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) + \Phi_z^2] = 0 \quad \text{για } z = \eta \quad (5.56)$$

$$\mu^2 (\eta_t + \varepsilon \nabla \Phi \cdot \nabla \eta) = \Phi_z \quad \text{για } z = \eta \quad (5.57)$$

$$\Psi_z = -\mu^2 \nabla \Psi \cdot \nabla h_b \quad \text{για } z = -h_b \quad (5.58)$$

$$\Phi_z + \mu^2 \nabla \Phi \cdot \nabla h = \varphi (\Psi_z + \mu^2 \nabla \Psi \cdot \nabla h) \quad \text{για } z = -h \quad (5.59)$$

$$\mu^2 (c_r \Psi_t + \alpha \Psi) + \varepsilon \frac{1}{2} c_r [\mu^2 (\Psi_x^2 + \Psi_y^2) + \Psi_z^2] = \mu^2 \Phi_t + \varepsilon \frac{1}{2} [\mu^2 (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) + \Phi_z^2] \quad \text{για } z = -h \quad (5.60)$$

Στην συνέχεια στις εξισώσεις αυτές γίνεται διάκριση στην εμφάνιση των οριζόντιων και κάθετων παραγώγων των δυναμικών. Τα δυναμικά εισάγουν

αυθαίρετες κατανομές $\Psi(x,y,t)$, $\Phi(x,y,t)$ στην οριζόντια διάσταση και εκθετική δυναμοσειρά στην κατακόρυφη διάσταση ως:

$$\Psi(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [z+h_b(x, y)]^n \psi_n(x, y, t) \quad (5.61)$$

$$\Phi(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [x+h(x, y)]^n \varphi_n(x, y, t) \quad (5.62)$$

Στα ομοιώματα Boussinesq θεωρούμε $O(\varepsilon) = O(\mu^2) < 1$. Έτσι λαμβάνοντας υπόψη μόνο τους κυρίαρχους όρους μη γραμμικότητας και διασποράς και χρησιμοποιώντας τις οριακές συνθήκες (5.54), (5.55), (5.59) και (5.60) οδηγούμαστε αντίστοιχα για τα δυναμικά Ψ και Φ :

$$\Psi = \psi_0 - \frac{\mu^2}{2} [2(z+h_b) \nabla h_b \cdot \nabla \psi_0 + (z+h_b)^2 \nabla^2 \psi_0] + O(\mu^4) \quad (5.63)$$

$$\Phi = \varphi_0 - \frac{\mu^2}{2} \{2(z+h) [\nabla h \cdot \nabla \varphi_0 + \varphi_0 \nabla (h_s \nabla \psi_0)] + (z+h)^2 \nabla^2 \varphi_0\} + O(\mu^4) \quad (5.64)$$

Οι ταχύτητες σε κάθε μέσο μπορούν να ληφθούν λαμβάνοντας υπόψη τις εναπομείναντες τρεις οριακές συνθήκες (5.56), (5.57) και (5.58), δηλαδή τις μη γραμμικές εξισώσεις. Πρώτα η εξίσωση της ορμής λαμβάνεται εισάγοντας την δυναμική συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια. Η εξίσωση (5.56) πρώτα εκτιμάται στο ύψος $z=\eta$ και έπειτα το ∇ εισάγεται στην παραγόμενη εξίσωση για την απαλοιφή του φ_0 :

$$u_{0t} + \varepsilon u_0 \cdot \nabla u_0 + \nabla \eta - \frac{\mu^2}{2} \nabla [h^2 \cdot \nabla u_{0t} + 2h \nabla h \cdot u_{0t} + \varphi h \nabla (h_s \cdot u_{s0t})] = O(\varepsilon \mu^2, \mu^4) \quad (5.65)$$

όπου οι ταχύτητες είναι:

$$u_0 = \nabla \varphi_0 \quad \text{και} \quad u_{s0} = \nabla \psi_0 \quad (5.66)$$

Η εξίσωση της ορμής για το πορώδες μέσο λαμβάνεται εισάγοντας την συνέχεια της πίεσης. Η εξίσωση (5.60) υπολογίζεται σε ύψος $z=-h$ και έπειτα το ∇ εισάγεται στην παραγόμενη εξίσωση για την απαλοιφή του ψ_0 :

$$c_r (u_{s0t} + \varepsilon u_{s0} \cdot \nabla u_{s0}) + \nabla \eta + \alpha u_{s0} - \frac{\mu^2}{2} \nabla \left[\begin{array}{l} c_r (2h_s \nabla h_b \cdot u_{s0t} + h_s^2 \cdot \nabla u_{s0t}) + \\ \alpha (2h_s \nabla h_b \cdot u_{s0} + h_s^2 \cdot \nabla u_{s0}) + \nabla h^2 \cdot u_{0t} + 2h \nabla h \cdot u_{0t} + 2\varphi \nabla (h_s \cdot u_{s0t}) \end{array} \right] = O(\varepsilon \mu^2, \mu^4) \quad (5.67)$$

Οι ολοκληρωμένες στο βάθος ταχύτητες είναι:

$$\bar{u} = \frac{1}{h+\varepsilon\eta} \int_{-h}^{\varepsilon\eta} \nabla\Phi dz \quad (5.68)$$

$$\bar{u}_s = \frac{1}{h_b-h} \int_{-h_b}^{-h} \nabla\Psi dz \quad (5.69)$$

Εισάγοντας τις εξισώσεις (5.63) και (5.64) στις εξισώσεις (5.68) και (5.69) αντίστοιχα προκύπτει:

$$u_0 = \bar{u} + \frac{\mu^2}{2} \left[\frac{h^2}{3} \nabla(\nabla\bar{u}) + h\nabla(\nabla h \cdot \bar{u}) + h\nabla h \nabla\bar{u} + 2\nabla h \nabla h \cdot \bar{u} \right] + \frac{\mu^2}{2} \varphi \{ h\nabla[\nabla(h_s \bar{u}_s)] + 2\nabla h \nabla(h_s \bar{u}_s) \} + O(\mu^4) \quad (5.70)$$

$$u_{s0} = \bar{u}_s + \frac{\mu^2}{2} \left[\frac{h^2}{3} \nabla(\nabla\bar{u}_s) + h_s \nabla(\nabla h_b \cdot \bar{u}_s) + h_s \nabla h_b \nabla\bar{u}_s + 2\nabla h_b \nabla h_b \cdot \bar{u}_s \right] + O(\mu^4) \quad (5.71)$$

Στη συνέχεια εισάγοντας τις εξισώσεις (5.70) και (5.71) στις εξισώσεις (5.65) και (5.67) προκύπτει:

$$\bar{u}_t + \varepsilon \bar{u} \nabla\bar{u} + \nabla\eta + \frac{\mu^2}{2} \left\{ \frac{h^2}{3} \nabla(\nabla\bar{u}_t) - h\nabla[\nabla(h\bar{u}_t)] - \lambda h \nabla[\nabla(h_s \bar{u}_{st})] \right\} = O(\varepsilon\mu^2, \mu^4) \quad (5.72)$$

$$\eta_t + \nabla[(h+\varepsilon\eta)\bar{u}] + \lambda \nabla(h_s \bar{u}_s) = 0 \quad (5.73)$$

Οι εξισώσεις (5.72) (διατήρηση της ορμής) και (5.73) (εξίσωση συνέχειας) αποτελούν τις βασικές εξισώσεις Boussinesq σε δισδιάστατο μοντέλο (2D) περιλαμβάνοντας βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς και μη γραμμικότητας και λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες μέσο.

Οι αντίστοιχες εξισώσεις σε μονοδιάστατο πεδίο όπως χρησιμοποιήθηκαν και στην παρούσα εργασία γράφονται αναλυτικά:

Εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial[(h+z)U]}{\partial x} + \varphi \frac{\partial(h_s U_s)}{\partial x} = 0 \quad (5.74)$$

Εξίσωση ορμής:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial\eta}{\partial x} = & \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + h \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2 \partial t} + Bh^2 \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + g \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) + 2Bh \frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2 \partial t} + g \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) \\ & + \varphi h \left(\frac{\partial h_s}{\partial x} \frac{\partial^2 U_s}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} h_s \frac{\partial^3 U_s}{\partial x^2 \partial t} \right) \end{aligned} \quad (5.75)$$

όπου U η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα στο σώμα του υγρού, η η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, h το βάθος νερού, U_s η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα ρευστού στο πορώδες μέσο και h_s το πάχος του πορώδους μέσου.

Με την προσθήκη των όρων διασποράς της μορφής $Bf(u)$ και $Bf(\eta)$, είναι εφικτή η εφαρμογή του ομοιώματος σε μεγαλύτερο εύρος βαθών. Η παράμετρος B λαμβάνει την τιμή $1/15$, για την οποία σύμφωνα με τους Madsen & Sorensen (1992), η εξίσωση διασποράς προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την αντίστοιχη εξίσωση της γραμμικής θεωρίας.

Οι εξισώσεις (5.74) και (5.75) επιλύονται στην περίπτωση πορώδους κυματοθραύστη σε συνδυασμό με μία ολοκληρωμένη στο βάθος εξίσωση ορμής *Darcy- Forchheimer* για την ροή στο εσωτερικό του κυματοθραύστη. Υποθέτοντας ότι $O[(hs/L)^2] \ll 1$, η δισδιάστατη ολοκληρωμένη στο βάθος εξίσωση ορμής, διατυπωμένη σε όρους ταχύτητας ρευστού U_s ($U_s = \phi u_s$, u_s =ταχύτητα Darcy) γράφεται:

$$c_r \left(\frac{\partial U_s}{\partial t} + U_s \frac{\partial U_s}{\partial x} \right) + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \phi \alpha_1 U_s + \phi^2 \alpha_2 U_s |U_s| = 0 \quad (5.76)$$

η οποία καλείται μη γραμμική εξίσωση μακρών κυματισμών για πορώδη μέσα. Ο τέταρτος όρος στην εξίσωση (5.76) είναι ο όρος Darcy, ενώ ο πέμπτος όρος είναι όρος Forchheimer.

Στην παραπάνω εξίσωση ο αδρανειακός συντελεστής c_r δίνεται από την σχέση:

$$c_r = 1 + c_m = 1 + \gamma \frac{1-\phi}{\phi} \quad (5.77)$$

όπου c_m συντελεστής πρόσθετης μάζας και γ ένας εμπειρικός συντελεστής που σχετίζεται με την πρόσθετη μάζα.

Οι συντελεστές πορώδους αντίστασης α_1 και α_2 υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις (Sollitt and Cross, 1972)

$$\alpha_1 = \frac{\nu}{K}, \quad \alpha_2 = \frac{c_f}{\sqrt{K}} \quad (5.78)$$

όπου ν το κινηματικό ιξώδες ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), c_f αδιάστατη παράμετρος και K η γεωμετρική διαπερατότητα (m^2) η οποία προκύπτει από την σχέση (Van Gent, 1994, 1995, Burcharth and Andersen, 1995)

$$K = \frac{d_{50}^2 \phi^3}{\alpha(1-\phi)^2} \quad (5.79)$$

όπου α εμπειρικός συντελεστής και d_{50} η μέση διάμετρος του υλικού. Ο Van Gent στην διδακτορική του διατριβή πρότεινε την ακόλουθη έκφραση για τον υπολογισμό του C_f :

$$C_f = \beta \frac{1 - \varphi \sqrt{K}}{\varphi d_{50}} \quad (5.80)$$

όπου β ένας εμπειρικός συντελεστής.

Σε αρκετές ερευνητικές εργασίες (Madsen 1974, Vidal et al. 1988, Van Gent 1995) προτείνονται τιμές για τους αδιάστατους συντελεστές α , β και γ οι οποίες σχετίζονται με το είδος του υλικού και την κλίμακα μεγέθους των στερεών σωματιδίων. Στον παρακάτω πίνακα 4.1 παρουσιάζονται οι τιμές που προέκυψαν από τις πειραματικές μετρήσεις του Van Gent (1995):

Πίνακας 5.1: Προτεινόμενοι συντελεστές σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του υλικού (Van Gent, 1995)

Υλικό	D_{50}	φ	α	β
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0610	0.442	1791	0.55
Ημισφαιρικό λιθοσύντριμμα	0.0487	0.454	0	0.88
Σφαιρικό λιθοσύντριμμα	0.0488	0.393	1066	0.29
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0202	0.449	1662	1.07
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0310	0.388	1007	0.63
Σφαίρες	0.0460	0.476	2070	0.69

Ο Van Gent, (1995) στην διδακτορική του διατριβή προτείνει γενικότερα όταν χρησιμοποιείται η μέση διάμετρος του υλικού d_{50} να λαμβάνουν οι συντελεστές α , β και γ τις τιμές 1000, 1,1 και 0,34 αντίστοιχα.

Οι εφαρμοζόμενες εξισώσεις επιλύονται σε δύο διαδοχικά στάδια με ένα σχήμα πεπερασμένων διαφορών ανώτερης τάξης (Wei and Kirby, 1995). Κατά το πρώτο στάδιο εφαρμόζεται ένα ρητό σχήμα εκτίμησης τρίτης τάξης, Adam-Bashforth και ακολουθεί στη συνέχεια η εφαρμογή ενός πεπλεγμένου σχήματος διόρθωσης τέταρτης τάξης, Adam-Moulton μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση.

5.4 Κατάστρωση μη γραμμικού προφίλ μέγιστων (συνολικών) πιέσεων στο εσωτερικό του κυματοθραύστη

Στη συνέχεια παρουσιάζεται το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για την κατανομή των μέγιστων πιέσεων στο εσωτερικό το κυματοθραύστη.

Για τον υπολογισμό της μέγιστης πίεσης χρησιμοποιήθηκε η δισδιάστατη ολοκληρωμένη στο βάθος εξίσωση ορμής **Darcy-Forchheimer**, η οποία επιπλέον καλείται μη γραμμική εξίσωση μακρών κυματισμών για πορώδη μέσα:

$$c_r \frac{dU_s}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla_3(p_s + \rho g z) + \alpha_1 U_s + \alpha_2 |U_s| U_s = 0 \quad (5.81)$$

όπου U_s [$U_s \equiv (u_s, v_s, w_s)$] η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα ρευστού στο πορώδες μέσο, ϕ το πορώδες, p_s η πίεση στο εσωτερικό του πορώδους μέσου, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, $\nabla_3 \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ ο τελεστής βαθμίδας, α_1 και α_2 συντελεστές πορώδους αντίστασης υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις (Sollitt and Cross, 1972)

$$\alpha_1 = \frac{v}{K}, \quad \alpha_2 = \frac{c_f}{\sqrt{K}} \quad (5.82)$$

c_r αδρανειακός συντελεστής, που δίνεται από τη σχέση:

$$c_r = 1 + c_m = 1 + \gamma \frac{1-\phi}{\phi} \quad (5.83)$$

και $\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \nabla_3(U_s)$ η συνολική παράγωγος.

Για να γίνει δυνατός ο υπολογισμός της κατανομής των (μέγιστων) πιέσεων καθ' ύψος μιας διατομής, αναλύεται η εξίσωση (5.81). Έτσι για $\vec{U}_s = (u_s, w_s)$ έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{dU_s}{dt} &= \frac{\partial U_s}{\partial t} + \nabla_3(U_s) = \left(\frac{\partial u_s}{\partial t} + \frac{\partial w_s}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial w_s}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial w_s}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \right) = \frac{\partial w_s}{\partial t} + \\ &\left(\frac{\partial w_s}{\partial x} u_s + \frac{\partial w_s}{\partial y} v_s + \frac{\partial w_s}{\partial z} w_s \right) = \frac{\partial w_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial w_s}{\partial x} + w_s \frac{\partial w_s}{\partial z} \end{aligned} \quad (5.84)$$

$$|U_s| = \sqrt{u_s^2 + w_s^2} \quad (5.85)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (5.84) και (5.85) στην εξίσωση (5.81), προκύπτει:

$$c_r \frac{dU_s}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla_3(p_s + \rho g z) + \alpha_1 U_s + \alpha_2 |U_s| U_s = 0 \rightarrow$$

$$c_r \left(\frac{\partial w_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial w_s}{\partial x} + w_s \frac{\partial w_s}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \nabla_3(p_s + \rho g z) + \alpha_1 (u_s + w_s) + \alpha_2 \sqrt{u_s^2 + w_s^2} \cdot (u_s + w_s) = 0 \rightarrow$$

$$c_r \left(\frac{\partial w_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial w_s}{\partial x} + w_s \frac{\partial w_s}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \nabla_3 (p_s + \rho g z) + \alpha_1 w_s + \alpha_2 \sqrt{u_s^2 + w_s^2} \cdot w_s = 0 \quad (5.86)$$

Από την εξίσωση συνέχειας (5.31) ισχύει:

$$\nabla_3 (U_s) = 0 \rightarrow \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial z} = 0 \rightarrow \frac{\partial w_s}{\partial z} = - \frac{\partial u_s}{\partial x} \rightarrow w_s = - \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \quad (5.87)$$

Αν ονομάσουμε A τον πρώτο όρο της εξίσωσης (5.86) και αντικαταστήσουμε με την (5.87), προκύπτει:

$$A = c_r \left(\frac{\partial w_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial w_s}{\partial x} + w_s \frac{\partial w_s}{\partial z} \right) = c_r \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) + u_s \frac{\partial}{\partial x} \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) + \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) \right] \quad (5.88)$$

Αντίστοιχα ονομάζουμε B και Γ τον τρίτο και τέταρτο όρο της εξίσωσης (5.86) και αντικαθιστούμε με την (5.87), οπότε έχουμε:

$$B = \alpha_1 w_s = \alpha_1 \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) \quad (5.89)$$

$$\Gamma = \alpha_2 \sqrt{u_s^2 + w_s^2} \cdot w_s = \alpha_2 \sqrt{u_s^2 + \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right)^2} \cdot \left(- \int_{-d}^z \frac{\partial u_s}{\partial x} dz \right) \quad (5.90)$$

Συνεπώς η εξίσωση (5.86) γίνεται της μορφής:

$$A + \frac{1}{\rho} \nabla_3 (p_s + \rho g z) + B + \Gamma = 0 \rightarrow \frac{1}{\rho} \nabla_3 (p_s + \rho g z) = -(A + B + \Gamma) \quad (5.91)$$

Ολοκληρώνουμε από βάθος d ως τυχαίο βάθος z (μετρούμενο από τη Σ.Η.Υ.), οπότε δίνεται η ολική πίεση εντός του κυματοθραύστη, $p_{ολ}$, συναρτήσει της ταχύτητας των τροχιακών σωματιδίων εντός του κυματοθραύστη, u_s :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \nabla_3 (p_s + \rho g z) = -(A + B + \Gamma) &\rightarrow \frac{1}{\rho} \nabla_3 (p_{ολ}) = -(A + B + \Gamma) \rightarrow \\ \frac{1}{\rho} \int_{-d}^z p_{ολ} dz = - \int_{-d}^z (A + B + \Gamma) dz &\rightarrow \frac{1}{\rho} [p_{ολ}]_{-d}^z = - \int_{-d}^z (A + B + \Gamma) dz \rightarrow \\ \frac{1}{\rho} (p_{ολ}(z) - p_{ολ}(-d)) &= - \int_{-d}^z (A + B + \Gamma) dz \rightarrow \end{aligned}$$

$$p_{ολ}(z) = p_{ολ}(-d) - \rho \int_{-d}^z (A + B + \Gamma) dz \quad (5.92)$$

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας εντός του πορώδους χρησιμοποιήθηκε η σχέση που έχει προταθεί από τους Metallinos & Memos (2012) και δίνει την τελική κατανομή των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων για το εσωτερικό του πορώδους μέσου:

$$u_s(z) = \frac{U_s}{\frac{1}{h_s} \left(\int_{-(h_s+d)}^{-d} u_M(z) dz \right)} \left\{ U_M - \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2 (hU_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] - \left[z \frac{\partial^2 (hU_M)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \right\} \quad (5.93)$$

όπου U_s η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα ρευστού στο πορώδες μέσο, h_s το πάχος του πορώδους μέσου, h είναι το συνολικό βάθος νερού, z είναι η απόσταση από τη Σ.Η.Υ., d το ελεύθερο βάθος και U_M είναι η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα υγρών σωματιδίων που αναφέρεται σε όλο το βάθος της διατομής και υπολογίζεται:

$$U_M^2 = \frac{U_s^2 h_s + U^2 d}{h} \quad (5.94)$$

Το παραπάνω μοντέλο βασίζεται σε ένα εκθετικό προφίλ από τη μη γραμμική θεωρία κυματισμών (Dingemans, 1997) στο οποίο εισάγεται η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα που δίνεται από ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004).

Για τον υπολογισμό του $p_{o\lambda}(-d)$, δηλαδή της ολικής πίεσης στον πυθμένα του κυματοθραύστη, χρησιμοποιείται η τιμή της πίεσης στην στέψη της κατασκευής, η οποία βρίσκεται από την θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης. Συγκεκριμένα, με την παραδοχή ότι στην διεπιφάνεια του νερού με το πορώδες της ύφαλής κατασκευής, η πίεση στο νερό και η πίεση στον κυματοθραύστη είναι ίσες, προκύπτει με βάση τη σχέση του Stokes 2^{ης} τάξης, η πίεση στην διεπιφάνεια:

$$p = \rho g \frac{H}{2} \frac{\cosh \left[\frac{2\pi(z+d)}{L} \right]}{\cosh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \cos \theta - \rho g z + \frac{3}{8} \rho g \frac{\pi H^2 \tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)}{L \sinh^2 \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \left(\frac{\cosh \left[\frac{4\pi(z+d)}{L} \right]}{\sinh^2 \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} - \frac{1}{3} \right) \cos 2\theta - \frac{1}{8} \rho g \frac{\pi H^2 \tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)}{L \sinh^2 \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \left(\cosh \left[\frac{4\pi(z+d)}{L} \right] - 1 \right) \quad (5.95)$$

όπου H το ύψος κύματος, d το βάθος του νερού, L το μήκος κύματος και z η απόσταση από τη Σ.Η.Υ. Έπειτα, λύνοντας το παρόν μοντέλο, εξίσωση (5.92), για τιμή του z όσο το βάθος στη διεπιφάνεια, προκύπτει η τιμή της πίεσης στον πυθμένα.

Στη συνέχεια, οι παράγωγοι πρώτης, δεύτερης και τρίτης τάξης που προκύπτουν από το παραγόμενο μοντέλο, σχέση (5.92), υπολογίζονται προσθέτοντας τους επιπλέον όρους στον παραπάνω υπολογιστικό κώδικα της Fortran (Avgeris et al., 2004).

Τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα του παραγόμενου μοντέλου παρουσιάζονται στα επόμενα κεφάλαια.

6. Περιγραφή πειραματικών διατάξεων & μετρήσεων

6.1 Πειραματική διώρυγα

6.1.1 Διαστάσεις-Περιγραφή

Για τις πειραματικές μετρήσεις χρησιμοποιήθηκε η διώρυγα κυματισμών βαρύτητας Δημήτρης Κοιλιάκος, η οποία βρίσκεται στο Εργαστήριο Λιμενικών Έργων του ΕΜΠ στην Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου. Έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλογράμμου με διαστάσεις (Βερναρδάκης, 1990):

- ❖ Καθαρό μήκος: 27.00 m
- ❖ Καθαρό πλάτος: 0.60 m
- ❖ Καθαρό ύψος: 1.53 m
- ❖ Πάχος τοιχίου: 0.21 m

Η διώρυγα είναι κατασκευασμένη από οπλισμένο σκυρόδεμα με διατομή ανεστραμμένου Π και στηρίζεται ως συνεχής δοκός σε βάθρο από οπλισμένο σκυρόδεμα ύψους 0.80 m. Στα δύο άκρα της διώρυγας υπάρχει αποσβεστήρας κυμάτων (sponge). Αυτός αποτελείται από πρανές με κροκάλες μέσης διαμέτρου 5 cm που καλύπτεται με ψιλό συρματόπλεγμα για να εμποδίζεται η μετακίνησή τους.

Στην περιοχή όπου γίνονται οι μετρήσεις και σε απόσταση 5.75 m από το αριστερό

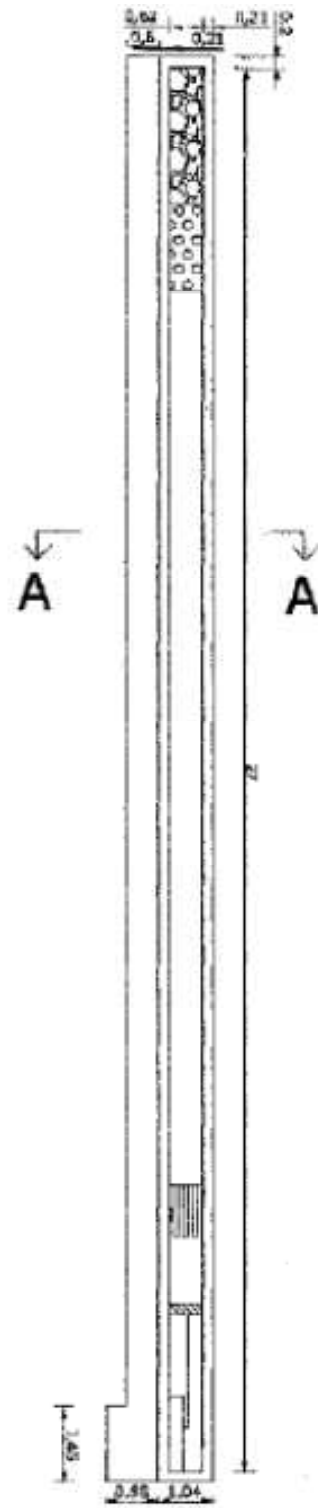
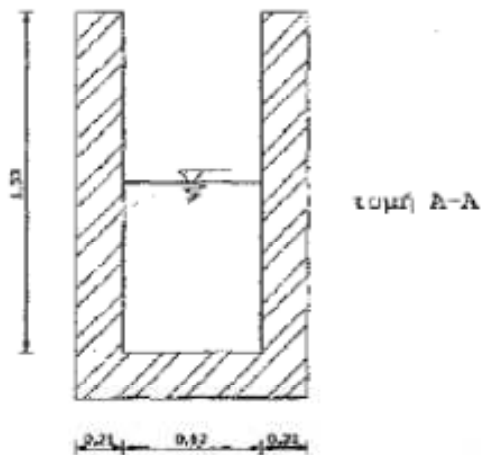
άκρο, υπάρχουν δύο διαφανή παράθυρα από fiber glass που επιτρέπουν την άμεση παρατήρηση των παραγόμενων κυμάτων και τη φωτογράφιση αυτών. Στο δεξί άκρο

της διώρυγας είναι εγκατεστημένη η κυματογεννήτρια που χρησιμοποιείται για την παραγωγή των κυματισμών. Κατά μήκος της διώρυγας, σε απόσταση ένα μέτρο περίπου από το πτερύγιο της κυματογεννήτριας υπάρχει κατασκευή από παράλληλες, διάτρητες, μεταλλικές πλάκες διαστάσεων 1.0 m x 1.0 m. Χρησιμεύει στο να αποσβένει τις πλευρικές διαταραχές, να περιορίζεται το φαινόμενο της περίθλασης και να γίνεται αποκατάσταση της δισδιάστατης ροής.

Η διώρυγα τροφοδοτείται με νερό από ένα σωλήνα που καταλήγει στο αριστερό άκρο της. Η εκκένωσή της γίνεται από δύο φρεάτια που βρίσκονται στα δύο άκρα της διώρυγας.

ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΔΙΩΡΥΓΑΣ

καθαρό μήκος : 27m
καθαρό πλάτος : 0.8m
καθαρό ύψος : 1.53m
πάχος τοιχείου : 0.21m



Σχήμα 6.1. Κάτοψη και τομή της πειραματικής διώρυγας



Εικόνα 6.1. Άποψη της πειραματικής διώρυγας από την πλευρά της κυματογεννήτριας



Εικόνα 6.2. Άποψη του εσωτερικού της πειραματικής διώρυγας του εργαστηρίου λιμενικών έργων

6.1.2. Κυματογεννήτρια

Η κυματογεννήτρια βρίσκεται στο ένα άκρο της διώρυγας και είναι τοποθετημένη σε βάθρο από σπλισμένο σκυρόδεμα διαστάσεων 1.45 m x 0.56 m και πάχους 0.18 m. Αποτελείται από τον ηλεκτρικό κινητήρα, το κιβώτιο ταχυτήτων, το μετατροπέα της κίνησης και το πτερύγιο.



Εικόνα 6.3. Κυματογεννήτρια στο άκρο της διώρυγας τοποθετημένη στο βάθρο

Ο ηλεκτρικός κινητήρας έχει ισχύ 2.2 KW και δουλεύει στις 1420 στροφές ανά λεπτό, με τάση 220 V, 8.7 A ή 380 V, 5 A.

Στο μετατροπέα της κίνησης μεταβάλλεται η εκκεντρότητα της ράβδου που μεταφέρει την κίνηση στο πτερύγιο. Ο λόγος μείωσης της κίνησης είναι 1/10. Η κυκλική ανοξειδωτή μεταλλική ράβδος για την τελική μετάδοση της κίνησης του πτερυγίου έχει διάμετρο 5 cm και μήκος 2.70 m.

Το πτερύγιο του κυματιστήρα έχει διαστάσεις 1.35 m x 0.59 m και είναι κατασκευασμένο από ελαφρύ ξύλο πάχους 6 cm. Εκτελεί ταλάντωση και παράγει τους κυματισμούς.

Οι ταχύτητες καθορίζουν τη συχνότητα κίνησης του πτερυγίου της κυματογεννήτριας, η οποία ταυτίζεται με τη συχνότητα των παραγόμενων κυματισμών. Η εκκεντρότητα της ράβδου καθορίζει το εύρος ταλάντωσης του πτερυγίου της κυματογεννήτριας και δεν επηρεάζει τη συχνότητα των παραγόμενων κυματισμών παρά μόνο το ύψος του.



Εικόνα 6.4. Πτερύγιο κυματιστήρα και διάταξη διάτρητων πλακών ομαλοποίησης του κυματισμού



Εικόνα 6.5. Το κιβώτιο ταχυτήτων της κυματογεννήτριας το οποίο καθορίζει τις περιόδους του παραγόμενου κυματισμού

6.1.3. Παραγόμενοι κυματισμοί

Η βαθμονόμηση της διώρυγας κυματισμών βαρύτητας του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων έδωσε τα εξής συμπεράσματα για τα όρια των παραγόμενων κυματισμών (Βερναρδάκης, 1990):

Πίνακας 6.1: Όρια παραγόμενων κυματισμών

D(βάθος) [m]	Hmin [cm]	Hmax [cm]
0.40	1.12	12.20
0.50	1.38	16.20
0.60	2.20	20.00
0.70	1.90	23.70

Η περίοδος T των κυματισμών εξαρτάται από την ταχύτητα V , ενώ δεν εξαρτάται από την εκκεντρότητα του κυματιστήρα και συμπίπτει με μεγάλη ακρίβεια με την περίοδο ταλάντωσης του πτερυγίου του κυματιστήρα. Το εύρος των παραγόμενων κυματισμών για κάθε βάθος νερού d , κυμαίνεται από 0.53 s έως 2.12 s. Σε εύρος περιόδων T , από 2.12 s (αντιστοιχεί σε ταχύτητα κυματιστήρα $V=0$) έως 1.04 s (αντιστοιχεί σε ταχύτητα κυματιστήρα $V=4$), παρατηρούνται σχεδόν πάντα αρμονικοί κυματισμοί.

Για την ταχύτητα $V=4$ ($T=1.04$ s) της κυματογεννήτριας, το ύψος των παραγόμενων κυματισμών αυξάνει όσο αυξάνει η εκκεντρότητα E του κυματιστήρα. Για μεγαλύτερες ταχύτητες ($V>4$) παρατηρείται πτώση του ύψους κύματος, η οποία γίνεται πιο απότομη όσο αυξάνει η εκκεντρότητα. Τα μέγιστα ύψη κυματισμών που μπορούν να παραχθούν στη διώρυγα, παρατηρούνται για εκκεντρότητα $E=3000$ της κυματογεννήτριας (Βερναρδάκης, 1990).

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο της γραμμικής παρεμβολής, εφόσον είναι γνωστό ότι για $V=0$ είναι $T=2.12$ s και για $V=4$ είναι $T=1.04$ s, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας αντιστοιχίας ταχυτήτων κυματιστήρα και περιόδων παραγόμενων κυματισμών.

Πίνακας 6.2: Ταχύτητες κυματιστήρα-περίοδοι παραγόμενων κυματισμών

V	T(s)
0	2.12
1	1.85
2	1.58
3	1.31
4	1.04

Στην παρούσα εργασία ο κυματιστήρας χρησιμοποιήθηκε μόνο για $V=0$, $V=1$, $V=2$ και $V=3$ και για περιόδους κυματισμών $T=2.12$ s, $T=1.85$ s, $T=1.58$ s και $T=1.31$ s αντίστοιχα.

6.2 Διαδικασία Μετρήσεων και Διάταξη Κυματοθραύστη

Οι πειραματικές μετρήσεις διεξήχθησαν προκειμένου να μετρηθεί η συνολική πίεση ανάντη και στο εσωτερικό του κυματοθραύστη, στη δώρυγα «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων. Η συνολική πίεση μετράται για δύο διαφορετικά βάθη της ύφαλής κατασκευής καθώς και για διαφορετικά σενάρια εισερχόμενων κυματισμών.

Οι μετρήσεις των υψών κύματος έγιναν με ανάγνωση σε κατακόρυφους κατάλληλα βαθμονομημένους χάρακες (Εικόνα 6.10), ενώ για την μέτρηση των πιέσεων στο εσωτερικό του πορώδους χρησιμοποιήθηκε πιεσόμετρο KYOWA BE-5KC (Εικόνα 6.6). Οι οπτικές μετρήσεις στους γνώμονες θεωρήθηκαν αρκετά ακριβείς καθώς έγινε μεγάλο πλήθος μετρήσεων με την πρέπουσα προσοχή και αρκετές επαναλήψεις.

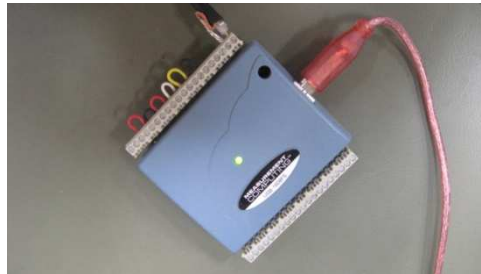


Εικόνα 6.6. Το πιεσόμετρο KYOWA BE-5KC που χρησιμοποιήθηκε στις πειραματικές μετρήσεις

Για τη λήψη των μετρήσεων από το πιεσόμετρο χρησιμοποιήθηκε σύστημα συλλογής δεδομένων της KYOWA (Εικόνα 6.7), η οποία συνδεδεμένη με κατάλληλη συσκευή δειγματοληψίας τύπου USB-1608FS (Εικόνα 6,8) μετέφερε τα δεδομένα στον υπολογιστή. Η συνδεσμολογία των προαναφερθέντων οργάνων φαίνεται στην επόμενη εικόνα (Εικόνα 6.9).



Εικόνα 6.7. Το σύστημα συλλογής δεδομένων της KYOWA



Εικόνα 6.8. Συσσκευή δειγματοληψίας τύπου USB-1608FS για την συλλογή των μετρήσεων



Εικόνα 6.9. Συνδεσμολογία για την λήψη των μετρήσεων



Εικόνα 6.10. Οριζόντιοι υποδοχείς των ανοξείδωτων σωλήνων και βαθμονομημένος γνώμονας για τις οπτικές παρατηρήσεις

Το πιεσόμετρο KYOWA BE-5KC που χρησιμοποιήθηκε έχει εύρος πεδίου τιμών από $0-5 \text{ kgf/cm}^2$, δηλαδή $0-490332.5 \text{ Pa}$ και το σύστημα συλλογής δεδομένων λειτουργεί για μέγιστη τάση 5V.

Το πιεσόμετρο, για να διατηρείται σταθερό και για να μπορέσει να έχει κατακόρυφη θέση για την λήψη των μετρήσεων, αναρτήθηκε σε ανοξείδωτο σωλήνα. Ο σωλήνας με τη σειρά του τοποθετήθηκε σε κατάλληλα οριζόντιους υποδοχείς, η οποίοι βρίσκονται πάνω από καθεμιά από τις 4 διατομές λήψης των μετρήσεων (Εικόνα 6.10).

Η ηλεκτρονική συσκευή της KYOWA μηδενίζεται και ρυθμίζεται με τον ενδεδειγμένο τρόπο και ακολουθούν οι μετρήσεις. Η κυματογεννήτρια τίθεται σε λειτουργία και παράγεται ο κυματισμός. Τα πιεσόμετρα λαμβάνουν τα δεδομένα, τα οποία συλλέγονται στην ηλεκτρονική συσκευή KYOWA, εκφραζόμενα σε τάση ρεύματος, και με την συσκευή δειγματοληψίας μεταφέρονται στην οθόνη του υπολογιστή, σε κατάλληλα διαμορφωμένους πίνακες στο excel. Η μέτρηση διαρκεί αποδεκτή διάρκεια και λαμβάνεται η μέγιστη τιμή της πίεσης που κατέγραψε το όργανο.

Για την παραγωγή των κυματισμών χρησιμοποιήθηκε η κυματογεννήτρια του εργαστηρίου στη διώρυγα. Ο κυματιστήρας χρησιμοποιήθηκε για ταχύτητες $V=0$, $V=1$, $V=2$ και $V=3$ που αντιστοιχούν σε περιόδους κυματισμών $T=2.12 \text{ s}$, $T=1.85 \text{ s}$, $T=1.58 \text{ s}$ και $T=1.31 \text{ s}$ αντίστοιχα. Τα βάθη νερού που χρησιμοποιήθηκαν ήταν 45 cm και 50 cm αντίστοιχα. Το πλάτος στέψης του ύφαλου κυματοθραύστη ήταν σταθερό στα 100 cm και το πλάτος στον πυθμένα ήταν 260 cm . Το ύψος του κυματοθραύστη ήταν 40 cm και η κλίση των πρανών $1:2$. Οι φυσικοί ογκόλιθοι που

χρησιμοποιήθηκαν ήταν μέσης διαμέτρου $d_{50}=8$ cm και το πορώδες (όγκος των κενών προς τον συνολικό όγκο) ήταν $\phi=0.52$. Αναλυτικά ο τρόπος υπολογισμού του πορώδες αναλύεται παρακάτω. Οι μεταβολές αυτές στους κυματισμούς και στα βάθη του νερού, σε συνδυασμό με τις 4 διατομές μετρήσεων στα ανάντη και στο εσωτερικό του κυματοθραύστη μας οδηγούν στο σύνολο των 172 μετρήσεων.

Πριν από κάθε μέτρηση γινόταν ανάγνωση του βάθους νερού από τους βαθμονομημένους γνώμονες, ανάγνωση από τους ίδιους γνώμονες της κατακόρυφης απόστασης της κορυφής και της κοιλίας του κύματος από τον πυθμένα της διώρυγας (ύψος κύματος) και μηδενισμός της ηλεκτρονικής συσκευής κατά τον ενδεδειγμένο τρόπο. Έπειτα λαμβάνονταν μετρήσεις για διαφορετικές αποστάσεις από τον πυθμένα, διάρκειας 2 s, και έτσι προέκυπτε η μέγιστη συνολική πίεση στα ανάντη και στο εσωτερικό του κυματοθραύστη.

Το μοντέλο του ύφαλου κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκε κατασκευάστηκε από τον ίδιο τον μελετητή στη διώρυγα. Έγινε με τη χρήση κροκάλων μέσου μεγέθους-διαμέτρου περί των 8 cm από τον χώρο του εργαστηρίου. Η τοποθέτησή τους έγινε χειρονακτικά στο ενδεδειγμένο σημείο για το σχηματισμό του κυματοθραύστη. Το σημείο αυτό επελέγη από τον μελετητή αυθαίρετα έτσι ώστε να είναι δυνατή η καταγραφή των μετρήσεων και κυρίως των οπτικών. Επίσης σημαντικό βήμα αποτέλεσε ο υπολογισμός της κατάλληλης απόστασης από τον κυματιστήρα έτσι ώστε ο προσπίπτων κυματισμός να μην αλλοιώνεται αλλά και στα κατάντη του μοντέλου να μην παρατηρείται το φαινόμενο της ανάκλασης. Φαινόμενο το οποίο ελαχιστοποιείται βέβαια από το απορροφητικό στρώμα που υπάρχει στο αριστερό άκρο της διώρυγας, αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις είναι αρκετά έντονο έτσι ώστε να ακυρωθούν και να επαναληφθούν κάποιες μετρήσεις.

Στα σημεία όπου οι μυλίσκοι για τις μετρήσεις έπρεπε να εισέλθουν στο εσωτερικό του κυματοθραύστη τοποθετήθηκε κατάλληλα συρματόπλεγμα με αραιό και ταυτόχρονα ισχυρό πλέγμα σε σχήμα κυλίνδρου, το οποίο προστάτευε το ευαίσθητο άκρο του μετρητή από τυχούσα πτώση κροκάλας ή πιθανή αστοχία του μοντέλου, χωρίς παρόλα αυτά όμως να επηρεάζει την κυματική μετάδοση στο εσωτερικό του κυματοθραύστη.

Τα σενάρια που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα εξής:

Πίνακας 6.3: Σενάρια κυματισμών και βάθους νερού

Σενάριο	Ύψος κύματος H (m)	Περίοδος T (s)	Βάθος νερού d (m)	Μήκος κύματος L (m)
Σενάριο 1	0.065	2.12	0.5	4.34
Σενάριο 2	0.08	1.85	0.5	3.69
Σενάριο 3	0.095	1.58	0.5	3.03
Σενάριο 4	0.107	1.31	0.5	2.34
Σενάριο 5	0.04	2.12	0.45	4.15
Σενάριο 6	0.057	1.85	0.45	3.54
Σενάριο 7	0.075	1.58	0.45	2.92

Αναφορικά με τον υπολογισμό του πορώδους και των πυκνοτήτων του υλικού του μοντέλου, έγινε πλήρωση δοχείου αμελητέου βάρους με νερό και ζυγίστηκε. Υπολογίστηκε ο όγκος του δοχείου από τη μάζα του νερού:

$$V_{\delta\sigma\chi}=V_w=M_w \cdot \rho_w \quad (6.1)$$

Το δοχείο (άδειο) πληρώθηκε με δείγμα από το υλικό άρα ο ολικός όγκος του πορώδους υλικού $V_{ολ}$ είναι $V_{\delta\sigma\chi}$. Ο ολικός όγκος ισούται με τον όγκο των κενών συν τον όγκο των στερεών:

$$V_{ολ}=V_{κεν}+V_s \quad (6.2)$$

Ζυγίστηκε έτσι η μάζα του υλικού που είναι ίση και με τη μάζα των στερεών:

$$M_{ολ}=M_s+M_a=M_s \quad (6.3)$$

Στο δοχείο μπαίνει νερό που καταλαμβάνει όλο τον όγκο των κενών κι αυτό ζυγίστηκε πάλι $M_{ολw}$. Αφαιρώντας τους λίθους και ζυγίζοντας το νερό που μένει M'_w υπολογίστηκε ο όγκος του δηλαδή ο όγκος των κενών.

$$V_{κεν}=V'_w=M'_w \cdot \rho_w \quad (6.4)$$

Το πορώδες ϕ δηλαδή ο λόγος του όγκου των κενών προς τον ολικό όγκο του υπολογίζεται ως:

$$\phi = \frac{V_{κεν}}{V_{ολ}} \quad (6.5)$$

Η πυκνότητα του συμπαγούς πετρώματος υπολογίζεται ως:

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad (6.6)$$

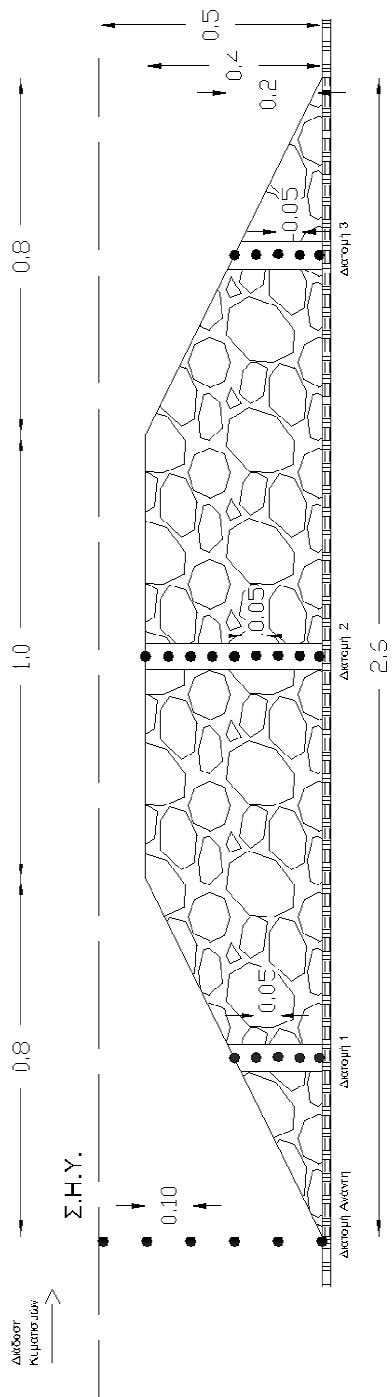
Για το υλικό του κυματοθραύστη μετρήθηκε: $M_w=11,95\text{kg}$, $M_{ολ}=16\text{kg}$, $M_{ολw}=22\text{kg}$ και $M'_w=6\text{kg}$. Με βάση τα παραπάνω η τιμή του πορώδους υπολογίστηκε $\phi=0.52$.

6.3 Θέσεις και περιγραφή μετρήσεων

6.3.1 Βάθος νερού 0.5 m

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η διάταξη του ύφαλου κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκε για πλάτος στέψης $b=1$ m και για βάθος νερού $h=0.5$ m.

Στο σχήμα 6.2 παρουσιάζονται οι διατομές και τα σημεία στα οποία ελήφθησαν οι μετρήσεις.



Σχήμα 6.2 Διάταξη και σημεία λήψης μετρήσεων για βάθος νερού 0.50m

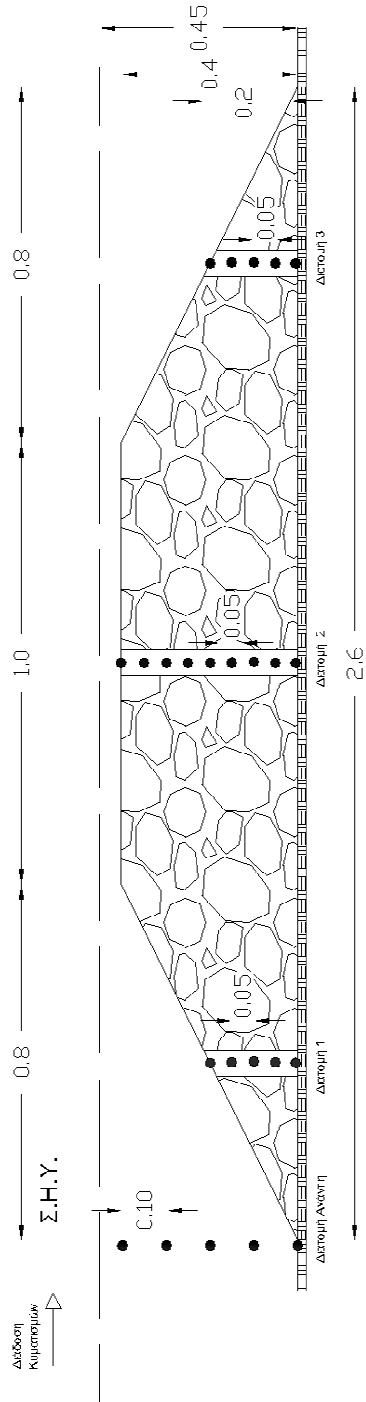
- ◆ Στο σχήμα 6.2 η διάταξη που απεικονίζεται αφορά τα σενάρια 1, 2, 3, 4.
- ◆ Το μαύρο χρώμα απεικονίζει το κάθε σημείο λήψης της μέτρησης.
- ◆ Στην ανάντη διατομή ελήφθησαν συνολικά 6 μετρήσεις για καθένα από τα σενάρια 1, 2, 3, 4 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 0.1 m.
- ◆ Στις διατομές 1, 3 ελήφθησαν συνολικά 5 μετρήσεις για κάθε διατομή και για καθένα από τα σενάρια 1, 2, 3, 4 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 0.05 m.
- ◆ Στη διατομή 2 ελήφθησαν συνολικά 9 μετρήσεις για καθένα από τα σενάρια 1, 2, 3 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 0.05 m.
- ◆ Το πιεσόμετρο με το οποίο έγιναν οι μετρήσεις έδινε τις πιέσεις σε V, οι οποίες σύμφωνα με βαθμονόμηση μετατρέπονταν σε Pa.
- ◆ Η βαθμονόμηση έγινε μέσω της μέτρησης της υδροστατικής πίεσης από το όργανο KYOWA BE-5KC που αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη διαφορά δυναμικού. Η σχέση που προέκυψε μεταξύ της πίεσης και της μετρούμενης τάσης είναι: $p = -96466 \cdot V - 214.21$, όπου V είναι η τάση ρεύματος σε Volt και p η υδροστατική πίεση σε Pa.
- ◆ Για καθένα από τα 4 σενάρια ελήφθησαν συνολικά 25 μετρήσεις ενώ συνολικά προέκυψαν 100 μετρήσεις από όλα τα σενάρια.
- ◆ Στα σενάρια 1, 2, 3 δεν παρατηρήθηκε κάποιο φαινόμενο θραύσης, ενώ στο σενάριο 4 παρατηρήθηκε φαινόμενο θραύσης κυματισμού.

6.3.2 Βάθος νερού 0.45 m

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η διάταξη του ύφαλου κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκε για πλάτος στέψης $b=1$ m και για βάθος νερού $h=0.45$ m.

Στο σχήμα 6.3 ομοίως με τα προηγούμενα παρουσιάζονται οι διατομές και τα σημεία στα οποία ελήφθησαν οι μετρήσεις.

Να επισημανθεί ότι εφόσον μειώνεται το βάθος νερού κατά 0.05 m προκύπτει μία λιγότερη μέτρηση στην ανάντη διατομή του ύφαλου κυματοθραύστη για καθένα από τα σενάρια 5, 6 και 7 αντίστοιχα.



Σχήμα 6.3 Διάταξη και σημεία λήψης μετρήσεων για βάθος νερού 0.45m

- ◆ Στο σχήμα 6.3 η διάταξη που απεικονίζεται αφορά τα σενάρια 5, 6, 7.
- ◆ Το μαύρο χρώμα απεικονίζει το κάθε σημείο λήψης της μέτρησης.
- ◆ Στην ανάντη διατομή ελήφθησαν συνολικά 5 μετρήσεις για καθένα από τα σενάρια 5, 6, 7 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 0.1 m.
- ◆ Στις διατομές 1, 3 ελήφθησαν συνολικά 5 μετρήσεις για κάθε διατομή και για καθένα από τα σενάρια 5, 6, 7 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 0.05 m.
- ◆ Στη διατομή 2 ελήφθησαν συνολικά 9 μετρήσεις για καθένα από τα σενάρια 5, 6, 7 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 0.05 m.
- ◆ Το πιεσόμετρο με το οποίο έγιναν οι μετρήσεις έδινε τις πιέσεις σε V, οι οποίες σύμφωνα με βαθμονόμηση μετατρέπονταν σε Pa.
- ◆ Η βαθμονόμηση έγινε μέσω της μέτρησης της υδροστατικής πίεσης από το όργανο KYOWA BE-5KC που αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη διαφορά δυναμικού. Η σχέση που προέκυψε μεταξύ της πίεσης και της μετρούμενης τάσης είναι: $p = -96466 \cdot V - 214.21$, όπου V είναι η τάση ρεύματος σε Volt και p η υδροστατική πίεση σε Pa.
- ◆ Για καθένα από τα 3 σενάρια ελήφθησαν συνολικά 24 μετρήσεις ενώ συνολικά προέκυψαν 72 μετρήσεις από όλα τα σενάρια.
- ◆ Στο σενάριο 5 δεν παρατηρήθηκε κάποιο φαινόμενο θραύσης, ενώ στα σενάρια 6, 7 παρατηρήθηκε φαινόμενο θραύσης κυματισμού.

Τα αποτελέσματα των πειραματικών μετρήσεων παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα Α.

7. Εφαρμογή παραγόμενου μοντέλου και σύγκριση με πειραματικές μετρήσεις

7.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί εξετάζεται η δυνατότητα του παραγόμενου μοντέλου, το οποίο βασίζεται σε ένα μη γραμμικό προφίλ που προέκυψε από την εξίσωση ορμής των Darcy-Forchheimer και ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq που λαμβάνει υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004). Για τον υπολογισμό της κατανομής των πιέσεων εισάγεται στο μοντέλο η τιμή της μέγιστης οριζόντιας ταχύτητας εντός του πορώδους από το υπολογιστικό μοντέλο των Metallinos & Memos, (2012). Ο υπολογιστικός κώδικας Fortran που χρησιμοποιήθηκε ήταν αυτός του μοντέλου των Avgeris et al., (2004), με τις επιπλέον βοηθητικές μεταβλητές που εισήχθησαν για το ομοίωμα των Metallinos & Memos (2012) και όσες επιπλέον μεταβλητές κρίθηκε απαραίτητο να προστεθούν για το παρόν ομοίωμα. Η κατανομή των μέγιστων πιέσεων (τόσο συνολικών πιέσεων όσο και υδροδυναμικών) έγινε σε έγγραφο του Microsoft Excel και παρουσιάστηκε σε κατάλληλα γραφήματα. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή τους, συγκρίνονται με πειραματικές μετρήσεις που διεξήχθησαν στην διώρυγα «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων όπως αυτά περιγράφονται στο Κεφάλαιο 6.

Πιο συγκεκριμένα στην επόμενη ενότητα §7.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του παραγόμενου μοντέλου για τα σενάρια 1-7 και στην ενότητα §7.3 γίνεται η σύγκριση τους με πειραματικές μετρήσεις για απλούς μη θραυόμενους και θραυόμενους μονοχρωματικούς κυματισμούς που πραγματοποιήθηκαν επίσης στην παρούσα εργασία στην διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Όπως προαναφέρθηκε στόχος της παρούσας εργασίας είναι να παραχθεί ένα απλό μοντέλο για την πρόβλεψη της κατακόρυφης κατανομής των μέγιστων πιέσεων στο εσωτερικό ύψαλης πορώδους κατασκευής για θραυόμενους και μη θραυόμενους κυματισμούς.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται αναλυτικά τα κυματικά σενάρια που χρησιμοποιήθηκαν για βάθη νερού $d=0.5$ m και $d=0.45$ m, η εφαρμογή και η επίλυση του αριθμητικού σχήματος του μοντέλου Boussinesq και της εξίσωσης Darcy-Forchheimer και παρουσιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα για τη σύγκριση τους με τις πειραματικές μετρήσεις.

7.2 Εφαρμογή παραγόμενου μοντέλου

Στη συνέχεια, ο πίνακας 6.3. του Κεφαλαίου 6 με τα ακριβή ύψη κύματος, περίοδο, βάθος νερού και μήκος κύματος για καθένα από τα σενάρια 1-7 παρατίθεται εκ νέου για λόγους διευκόλυνσης.

Πίνακας 7.1: Σενάρια κυματισμών και βάθους νερού

Σενάριο	Ύψος κύματος H (m)	Περίοδος T (s)	Βάθος νερού d (m)	Μήκος κύματος L (m)
Σενάριο 1	0.065	2.12	0.5	4.34
Σενάριο 2	0.08	1.85	0.5	3.69
Σενάριο 3	0.095	1.58	0.5	3.03
Σενάριο 4	0.107	1.31	0.5	2.34
Σενάριο 5	0.04	2.12	0.45	4.15
Σενάριο 6	0.057	1.85	0.45	3.54
Σενάριο 7	0.075	1.58	0.45	2.92

Οι εξισώσεις Boussinesq, που χρησιμοποιεί το παρόν μοντέλο και που λαμβάνει υπόψη και το πορώδες της κατασκευής είναι αυτές του μοντέλου των Avgeris et al., (2004), οι οποίες οδηγούν στον υπολογισμό της κατακόρυφης κατανομής των οριζοντίων μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων μέσα από το υπολογιστικό ομοίωμα των Metallinos & Memos, (2012). Αυτές είναι οι εξισώσεις που παρουσιάζονται παρακάτω:

Avgeris et al., (2004)

Εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial [(h+z)U]}{\partial x} + \varphi \frac{\partial (h_s U_s)}{\partial x} = 0 \quad (7.1)$$

Εξίσωση ορμής:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = & \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + h \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2 \partial t} + B h^2 \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + g \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) + 2 B h \frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2 \partial t} g \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) \\ & + \varphi h \left(\frac{\partial h_s}{\partial x} \frac{\partial^2 U_s}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} h_s \frac{\partial^3 U_s}{\partial x^2 \partial t} \right) \end{aligned} \quad (7.2)$$

όπου U η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα στο σώμα του υγρού, η η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, h το βάθος νερού, U_s η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα ρευστού στο πορώδες μέσο και h_s το πάχος του πορώδους μέσου.

Κατανομή των οριζοντίων μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων:

$$u_s(z) = \frac{U_s}{\frac{1}{h_s} \int_{-(h_s+d)}^{-d} u_M(z) dz} \left\{ U_M \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2 (hU_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] - \left[z \frac{\partial^2 (hU_M)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \right\} \quad (7.3)$$

όπου U_s η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα ρευστού στο πορώδες μέσο, h_s το πάχος του πορώδους μέσου, h είναι το συνολικό βάθος νερού, z είναι η απόσταση από τη Σ.Η.Υ., d το ελεύθερο βάθος και U_M είναι η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα υγρών σωματιδίων που αναφέρεται σε όλο το βάθος της διατομής και υπολογίζεται:

$$U_M^2 = \frac{U_s^2 h_s + U^2 d}{h} \quad (7.4)$$

Με την προσθήκη των όρων διασποράς της μορφής $Bf(u)$ και $Bf(\eta)$ στις εξισώσεις (7.1) και (7.2), είναι εφικτή η εφαρμογή του ομοιώματος σε μεγαλύτερο εύρος βαθών. Η παράμετρος B λαμβάνει την τιμή $1/15$, για την οποία σύμφωνα με τους Madsen & Sorensen (1992), η εξίσωση διασποράς προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την αντίστοιχη εξίσωση της γραμμικής θεωρίας.

Οι εξισώσεις (5.74) και (5.75) επιλύονται στην περίπτωση πορώδους κυματοθραύστη σε συνδυασμό με μία ολοκληρωμένη στο βάθος εξίσωση ορμής *Darcy- Forchheimer* για την ροή στο εσωτερικό του κυματοθραύστη. Υποθέτοντας ότι $O[(h_s/L)^2] \ll 1$, η δισδιάστατη ολοκληρωμένη στο βάθος εξίσωση ορμής, διατυπωμένη σε όρους ταχύτητας ρευστού U_s ($U_s = \phi u_s$, u_s = ταχύτητα Darcy) γράφεται:

$$c_r \left(\frac{\partial U_s}{\partial t} + U_s \frac{\partial U_s}{\partial x} \right) + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \phi \alpha_1 U_s + \phi^2 \alpha_2 U_s |U_s| = 0 \quad (7.5)$$

η οποία καλείται μη γραμμική εξίσωση μακρών κυματισμών για πορώδη μέσα. Ο τέταρτος όρος στην εξίσωση (5.76) είναι ο όρος Darcy, ενώ ο πέμπτος όρος είναι όρος Forchheimer.

Στην παραπάνω εξίσωση ο αδρανειακός συντελεστής c_r δίνεται από την σχέση:

$$c_r = 1 + c_m = 1 + \gamma \frac{1-\phi}{\phi} \quad (7.6)$$

όπου c_m συντελεστής πρόσθετης μάζας και γ ένας εμπειρικός συντελεστής που σχετίζεται με την πρόσθετη μάζα.

Οι συντελεστές πορώδους αντίστασης α_1 και α_2 υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις (Sollitt and Cross, 1972)

$$\alpha_1 = \frac{v}{K}, \quad \alpha_2 = \frac{c_f}{\sqrt{K}} \quad (7.7)$$

όπου v το κινηματικό ιξώδες ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), c_f αδιάστατη παράμετρος και K η γεωμετρική διαπερατότητα (m^2) η οποία προκύπτει από την σχέση (Van Gent, 1994, 1995, Burcharth and Andersen, 1995)

$$K = \frac{d_{50}^2 \varphi^3}{\alpha(1-\varphi)^2} \quad (7.7)$$

όπου α εμπειρικός συντελεστής και d_{50} η μέση διάμετρος του υλικού. Ο Van Gent στην διδακτορική του διατριβή πρότεινε την ακόλουθη έκφραση για τον υπολογισμό του c_f :

$$c_f = \beta \frac{1-\varphi}{\varphi} \frac{\sqrt{K}}{d_{50}} \quad (7.8)$$

όπου β ένας εμπειρικός συντελεστής.

Σε αρκετές ερευνητικές εργασίες (Madsen 1974, Vidal et al. 1988, Van Gent 1995) προτείνονται τιμές για τους αδιάστατους συντελεστές α , β και γ οι οποίες σχετίζονται με το είδος του υλικού και την κλίμακα μεγέθους των στερεών σωματιδίων. Στον παρακάτω πίνακα 4.1 παρουσιάζονται οι τιμές που προέκυψαν από τις πειραματικές μετρήσεις του Van Gent (1995):

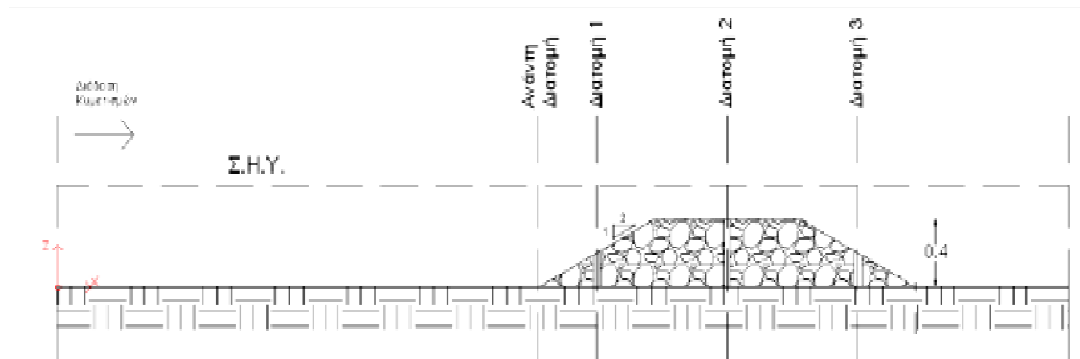
Πίνακας 7.2: Προτεινόμενοι συντελεστές σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του υλικού (Van Gent, 1995)

Υλικό	D_{50}	φ	α	β
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0610	0.442	1791	0.55
Ημισφαιρικό λιθοσύντριμμα	0.0487	0.454	0	0.88
Σφαιρικό λιθοσύντριμμα	0.0488	0.393	1066	0.29
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0202	0.449	1662	1.07
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0310	0.388	1007	0.63
Σφαίρες	0.0460	0.476	2070	0.69

Ο Van Gent, (1995) στην διδακτορική του διατριβή προτείνει γενικότερα όταν χρησιμοποιείται η μέση διάμετρος του υλικού d_{50} να λαμβάνουν οι συντελεστές α , β και γ τις τιμές 1000, 1,1 και 0,34 αντίστοιχα.

Το παρακάτω σκαρίφημα δίνει τις διατομές στις οποίες ελήφθησαν οι μετρήσεις και στις οποίες έγινε ο υπολογισμός των καθ' ύψους πιέσεων. Οι διατομές 1, 2, 3

αναφέρονται σε σημεία εντός του πορώδους μέσου ενώ η ανάντη διατομή σε σημεία εξ' ολοκλήρου εκτός του κυματοθραύστη.



Σχήμα 7.1. Σκαρίφημα του πορώδους μέσου με τα σημεία λήψης των μετρήσεων

Για την προσομοίωση της διάδοσης χρησιμοποιείται ένας κάρναβος χωρικού και χρονικού βήματος $\Delta x=0,05$ m και $\Delta t=0,025$ s αντίστοιχα. Μετά την επιλογή των χωρικών και χρονικών βημάτων θα πρέπει να ικανοποιείται ένα σημαντικό κριτήριο για την αριθμητική σταθερότητα του ρητού σχήματος, το κριτήριο του αριθμού Courant το οποίο είναι (Beji and Battjes 1994):

$$c < \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad c \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (7.9)$$

όπου c είναι η ταχύτητα του εισερχόμενου κυματισμού και Δx και Δt το χωρικό και χρονικό βήμα διακριτοποίησης αντίστοιχα. Το κριτήριο Courant ουσιαστικά διασφαλίζει ότι η ταχύτητα του κυματισμού είναι μικρότερη από την ταχύτητα διακριτοποίησης του μοντέλου, αποτρέποντας έτσι αριθμητικές αστάθειες.

Να σημειωθεί ότι οι μέσες, ολοκληρωμένες στο βάθος μέγιστες μέσες τροχιακές ταχύτητες προκύπτουν από τον κώδικα Boussinesq ο οποίος παράχθηκε από τους Angeles & Karambas (2002). Στον κώδικα αυτό, η παραγωγή της κυματικής διαταραχής στο υπολογιστικό πεδίο πραγματοποιείται στο εσωτερικό του, εφαρμόζοντας τη μέθοδο της συνάρτησης πηγής των Wei et al. (1999), όπως αυτή τροποποιήθηκε από τους Memos et al. (2005) ώστε να είναι συμβατή με τις εξισώσεις που εφαρμόζονται στο παρόν μοντέλο. Η μέθοδος αυτή συνδυάζεται με την τοποθέτηση στιβάδας απορρόφησης στο ανάντη όριο του πεδίου.

Η συνάρτηση πηγής γράφεται:

$$f_s(x, t) = F(t) \exp[-\beta_s(x-x_s)]^2 \quad (7.10)$$

όπου x_s είναι η θέση του κέντρου της πηγής στο άξονα x και β_s ο συντελεστής σχήματος της πηγής.

Η τιμή του β_s υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\beta_s = 80 / (\delta L)^2 \quad (7.11)$$

όπου $\delta=0,3$ και L =μήκος κύματος.

Έκφραση της συνάρτησης πηγής είναι της μορφής:

$$F(t) = \sum_{i=1}^N D_{s_i} [\cos(\omega_i t) + \sin(\omega_i t)] \quad (7.12)$$

όπου N το πλήθος των διαμερισμάτων του φάσματος στην περιοχή συχνοτήτων, D_s το εύρος της συνάρτησης πηγής και ω η γωνιακή συχνότητα.

Το εύρος της συνάρτησης πηγής D_s δίνεται από την σχέση:

$$D_s = \frac{2\zeta_0 (1+B(k_i d)^2) (\omega^2 + Bgk_i^4 d^3)}{\omega k l_1 [1+(B+1/3)(k_i d)^2]} \quad (7.13)$$

όπου $\zeta_0=H/2$ το εύρος κύματος και k ο αριθμός κύματος. Το l_1 προκύπτει από τη σχέση:

$$l_1 = \sqrt{\frac{\pi}{\beta_s}} \exp \left[\frac{-k_i^2}{4\beta_s} \right] \quad (7.14)$$

Ειδικά για την περίπτωση μονοχρωματικών κυματισμών (solitary waves) η εισαγωγή της διαταραχής γίνεται εφαρμόζοντας τις αναλυτικές σχέσεις που προτείνονται στην εργασία των Wei and Kirby (1995).

7.3 Διαγράμματα και Σχολιασμός των αποτελεσμάτων

7.3.1 Σύγκριση μοντέλου-πειραματικών μετρήσεων

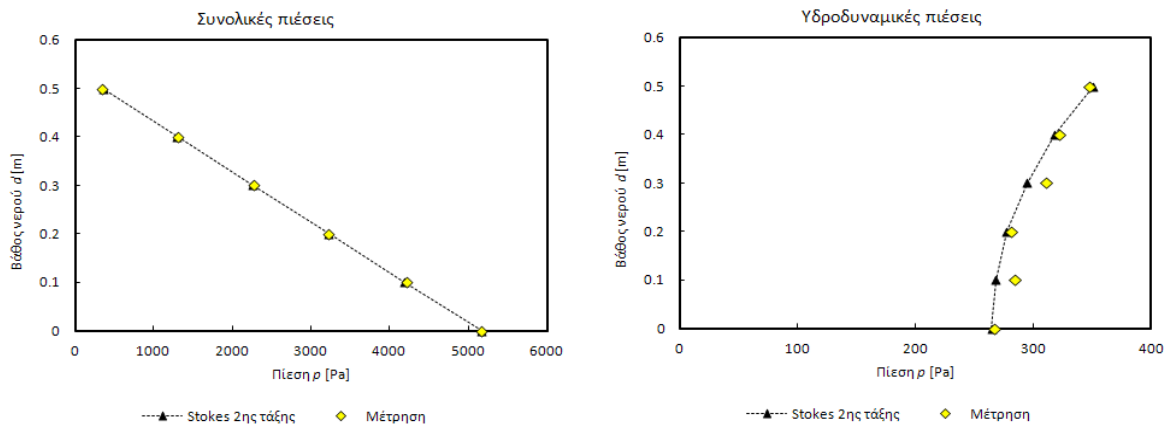
Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται οι κατανομές των πιέσεων, τόσο των συνολικών πιέσεων που μετρήθηκαν, όσο και των υδροδυναμικών πιέσεων που προέκυψαν από την αφαίρεση της υδροστατικής πίεσης $\rho g z$, όπου z το βάθος του μετρούμενου σημείου από την Σ.Η.Υ..

Αρχικά, για να βεβαιωθεί ότι το όργανο λειτουργεί σωστά και δίνει ορθά αποτελέσματα έγιναν μετρήσεις πιέσεων στην ανάντη διατομή. Οι μετρήσεις αυτές συγκρίθηκαν με τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης, για να επιβεβαιωθεί η ορθότητα τους. Η θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης επιλέχθηκε ως η πιο κατάλληλη για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων στην προκειμένη περίπτωση, λόγω ότι η περιοχή του κυματοθραύστη που εξετάζουμε βρίσκεται σε ενδιάμεσα νερά ($0.05 < d/L < 0.5$). Αυτό

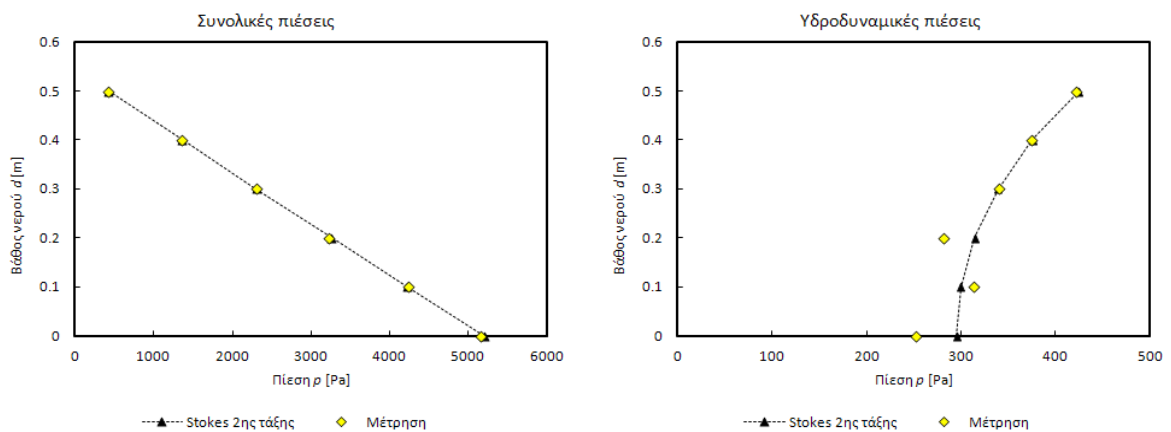
φυσικά επιβεβαιώθηκε και από το σχήμα 3.8, με βάση το οποίο ελέγχθηκαν τα διάφορα σενάρια και στο οποίο απεικονίζεται η περιοχή ισχύος των διαφόρων μη γραμμικών θεωριών. Στα επόμενα διαγράμματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τις μετρήσεις στην ανάντη διατομή.

Ανάντη διατομή

Σενάριο 1

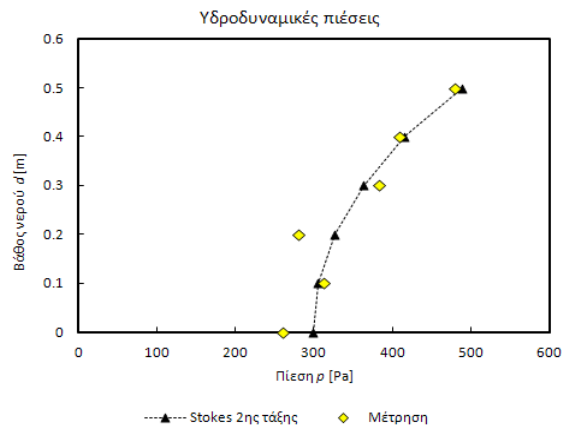
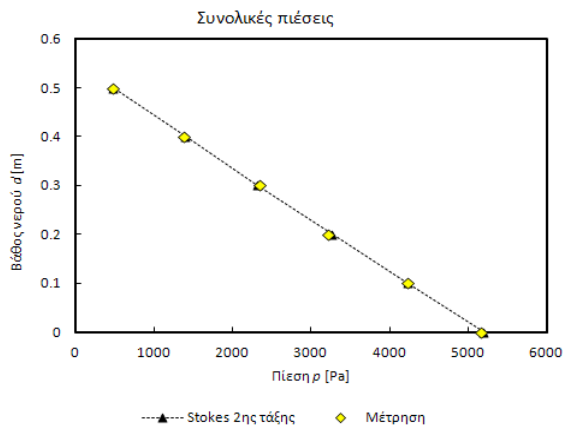


Σενάριο 2

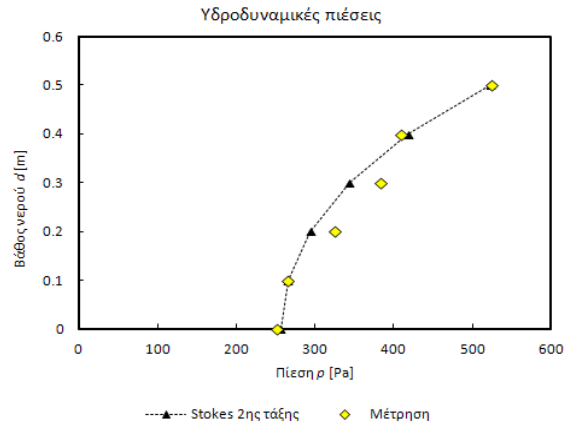
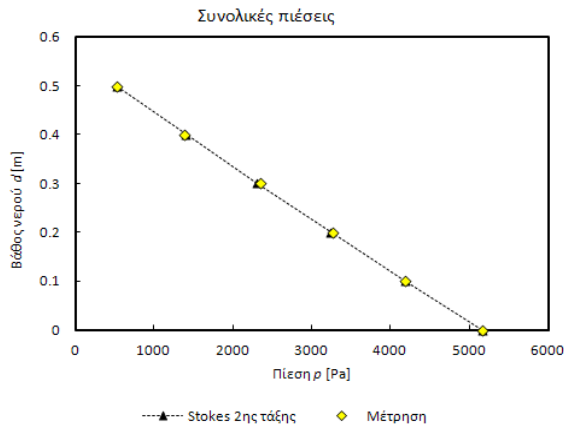


Διάγραμμα 7.1 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων στην ανάντη διατομή για το Σενάριο 1 και 2

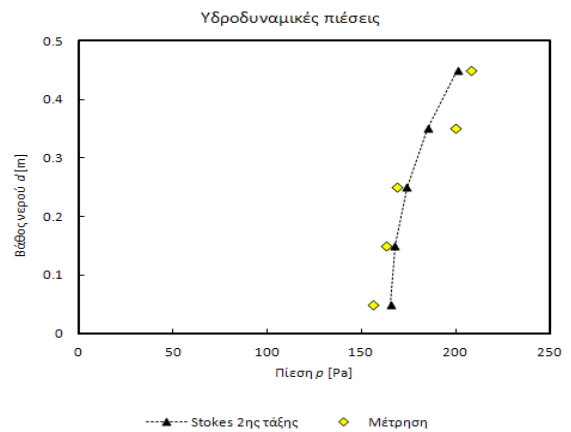
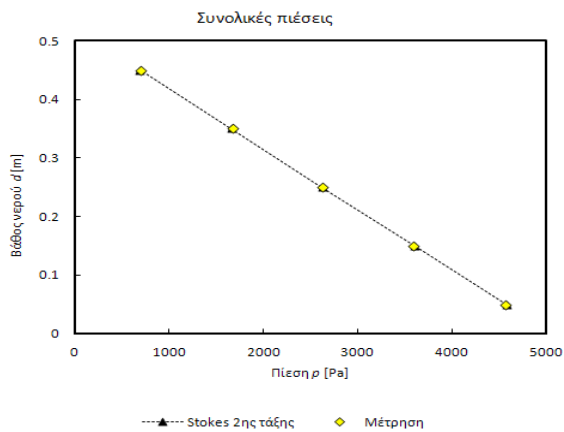
Σενάριο 3



Σενάριο 4

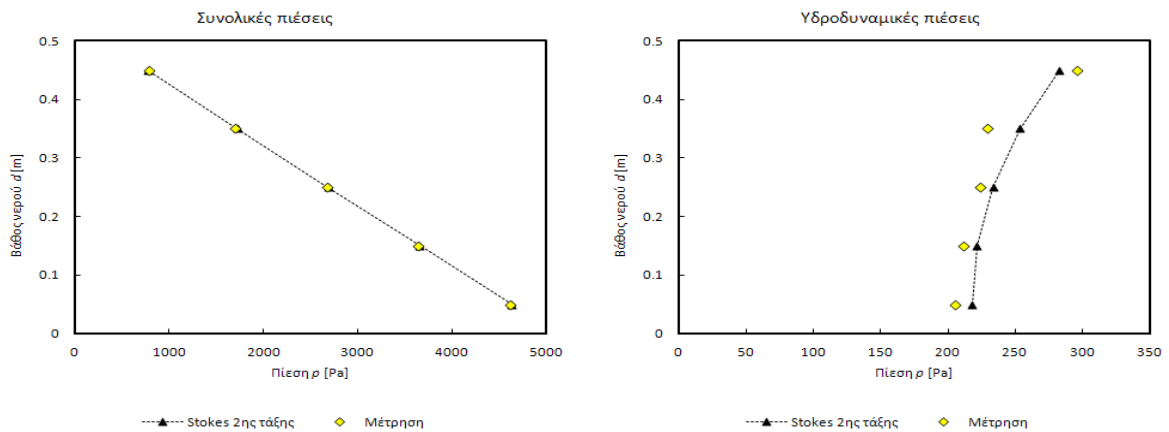


Σενάριο 5

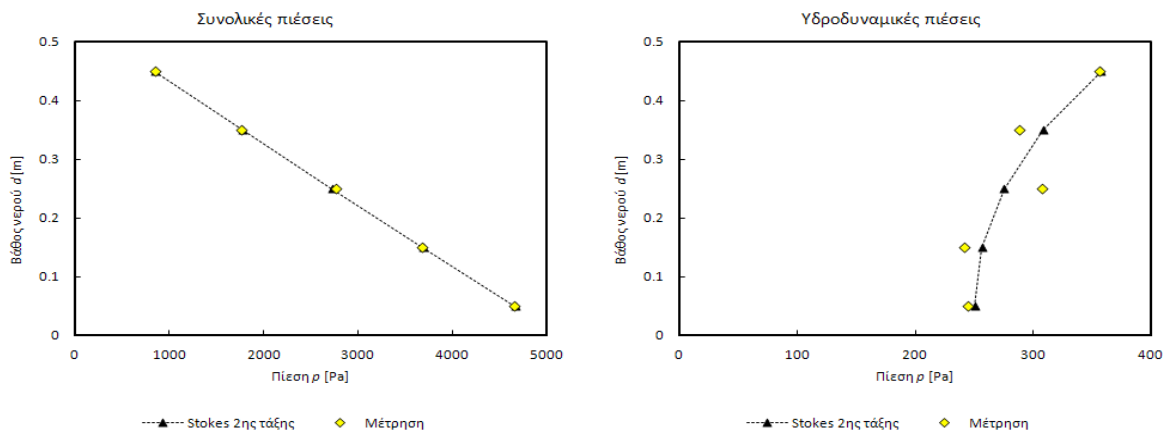


Διάγραμμα 7.2 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων στην ανάντη διατομή για τα Σενάρια 3, 4 και 5

Σενάριο 6



Σενάριο 7



Διάγραμμα 7.3 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων στην ανάντη διατομή για τα Σενάρια 6 και 7

Παρατηρείται από τα παραπάνω διαγράμματα ότι υπάρχει γενικά καλή συμφωνία στις πιέσεις που προκύπτουν από την μη γραμμική θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης και στις πειραματικές μετρήσεις. Προκύπτει, δηλαδή, ότι οι κατανομές των προσομοιωμάτων, ακολουθούν τον ίδιο ρυθμό αλλαγής της κλίσης κάτι το οποίο μας επιτρέπει να θεωρήσουμε αποδεκτά τα πειραματικά αποτελέσματα σε συνδυασμό φυσικά με την ικανοποιητική σύγκλισή τους με τα αποτελέσματα από τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης, στις περισσότερες των περιπτώσεων.

Ορισμένες περιπτώσεις με μικρές αποκλίσεις, όπως στα σενάρια 2, 3, 4, 5 οφείλονται στην βαθμονόμηση του συστήματος συλλογής δεδομένων της KYOWA που χρησιμοποιήθηκε για τις πειραματικές μετρήσεις, το οποίο έδινε αποτελέσματα σε τάση ρεύματος (Volt) και η οποία στην συνέχεια μετατρέπονταν σε πίεση (§6).

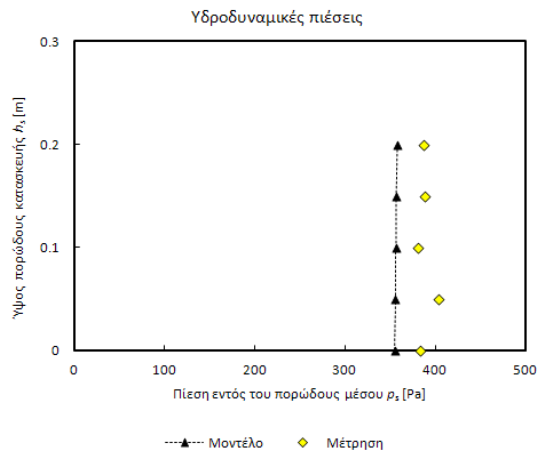
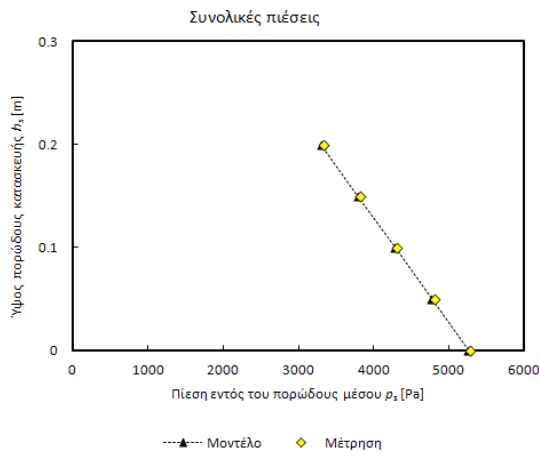
Με την παραπάνω διαδικασία επιδιώκεται και συνάμα πιστοποιείται η εγκυρότητα των πειραματικών μετρήσεων που λαμβάνονται από τα επιστημονικά όργανα και συμβάλλουν στην περιγραφή του πεδίου των πιέσεων γύρω από την κατασκευή. Με αυτό τον τρόπο προσδίδεται η απαραίτητη ασφάλεια για την ικανοποιητική πρόβλεψη των φαινομένων και στο εσωτερικό της κατασκευής.

Στη συνέχεια, παρατίθενται τα διαγράμματα από τα αποτελέσματα του μοντέλου και η σύγκρισή τους με τις μετρήσεις στο εσωτερικό του κυματοθραύστη.

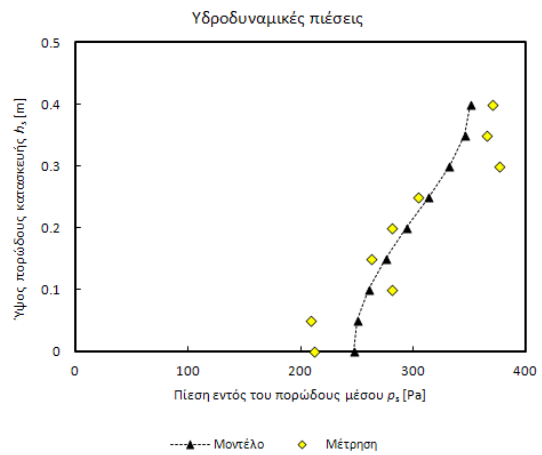
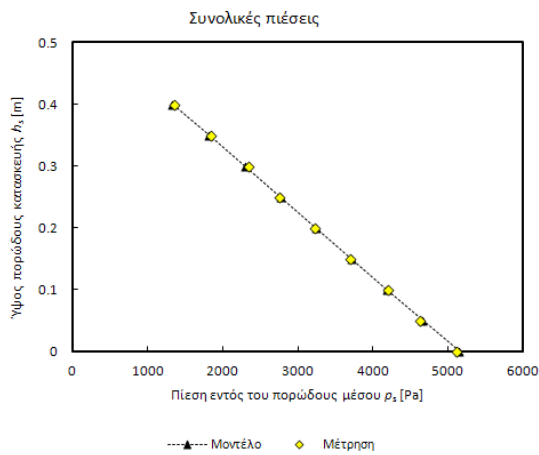
Να σημειωθεί ότι από τα επόμενα σενάρια που ακολουθούν τα σενάρια 1, 2, 3 και 5 αναφέρονται σε μη θραυόμενους κυματισμούς και τα σενάρια 4, 6 και 7 σε θραυόμενους κυματισμούς.

Σενάριο 1

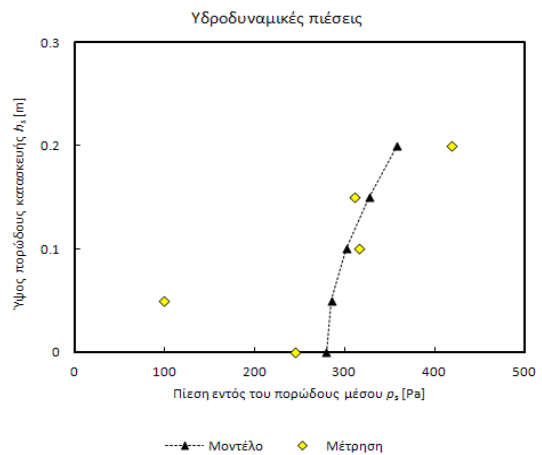
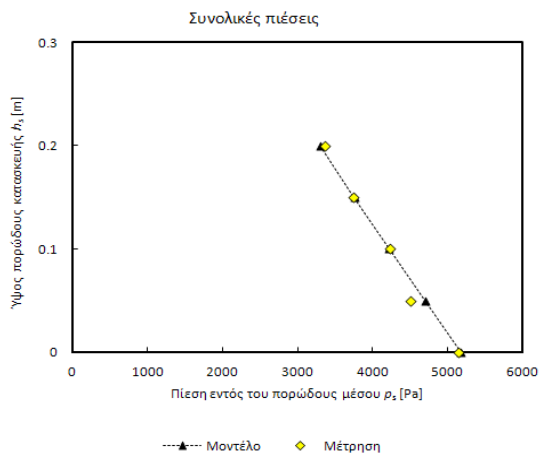
Διατομή 1



Διατομή 2



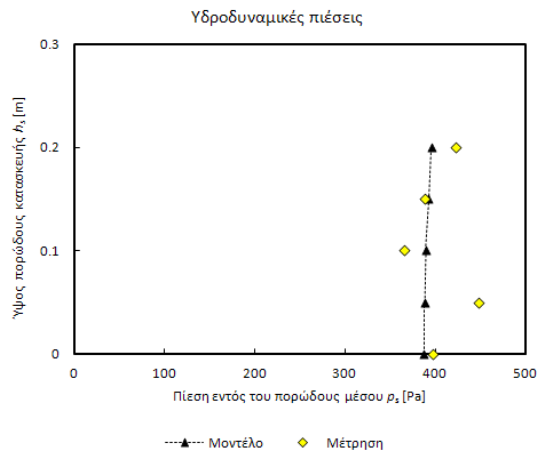
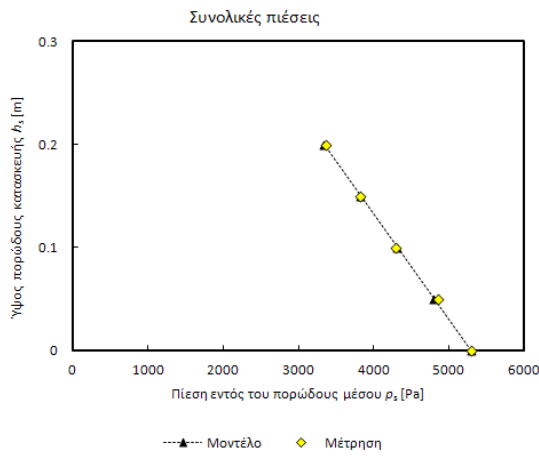
Διατομή 3



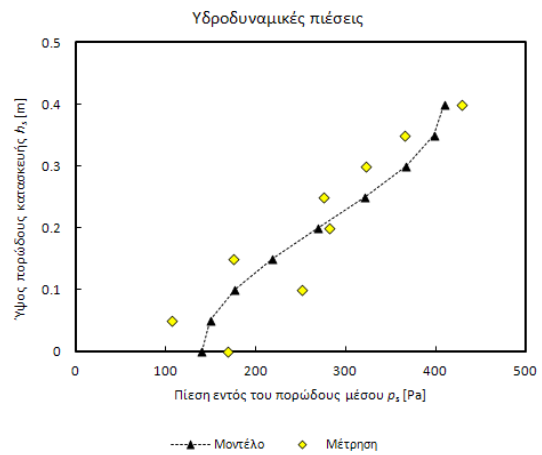
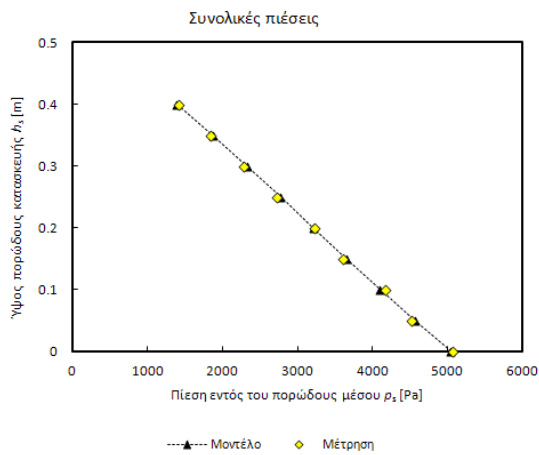
Διάγραμμα 7.4 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 1 (μη θραυόμενοι κυματισμοί)

Σενάριο 2

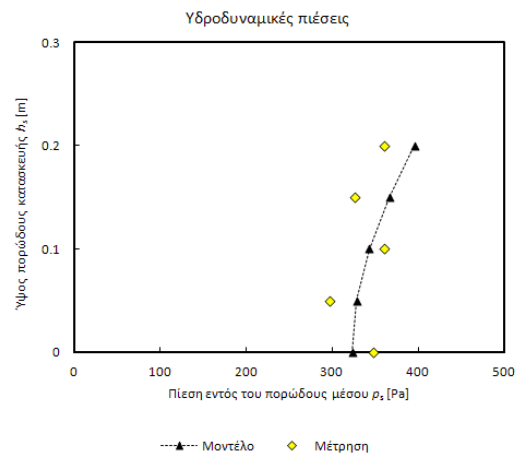
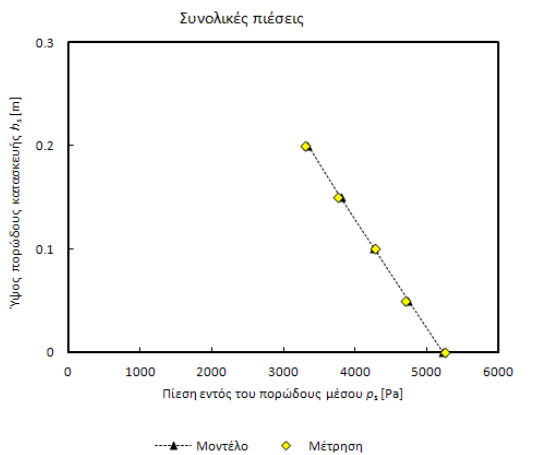
Διατομή 1



Διατομή 2



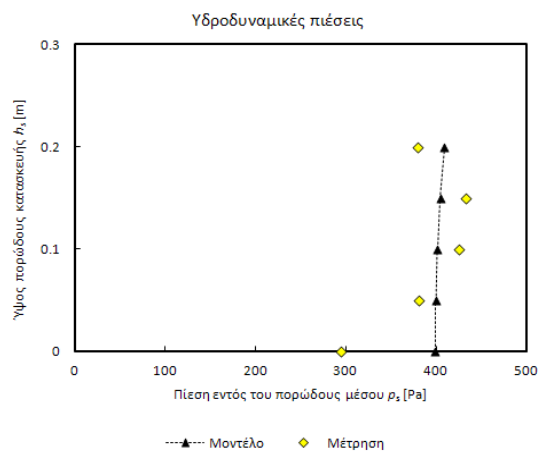
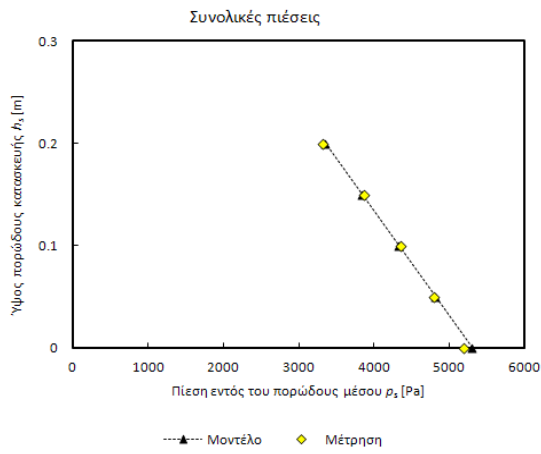
Διατομή 3



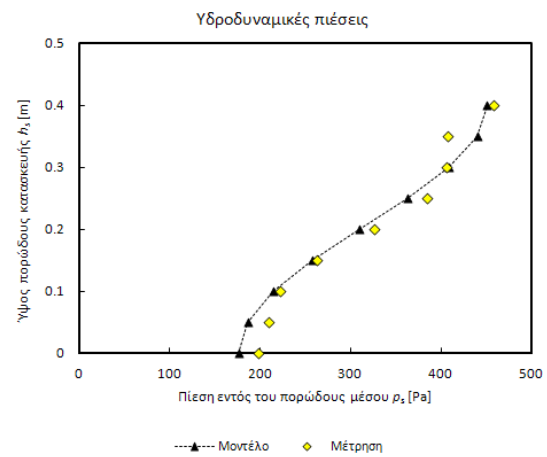
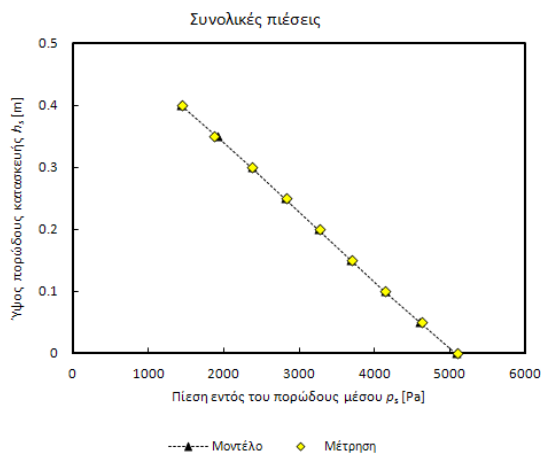
Διάγραμμα 7.4 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 2 (μη θραυόμενοι κυματισμοί)

Σενάριο 3

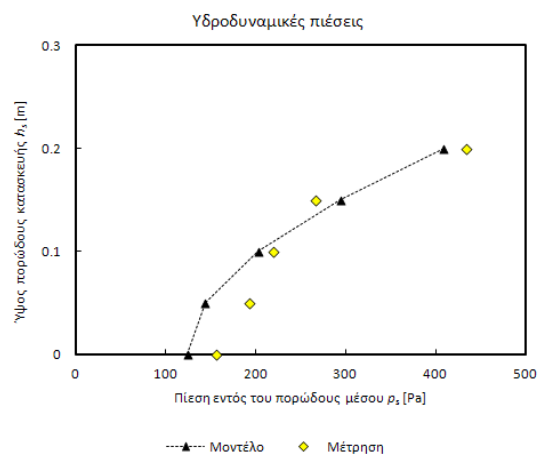
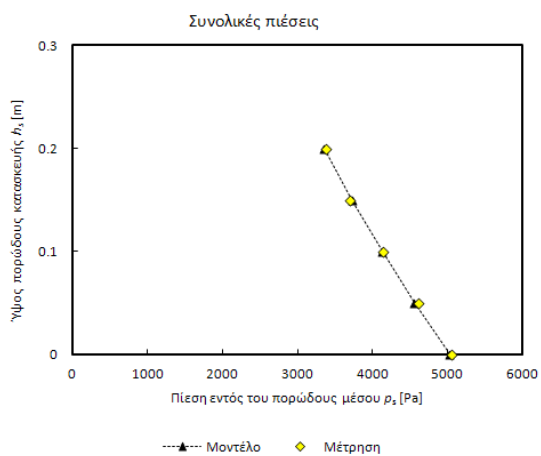
Διατομή 1



Διατομή 2



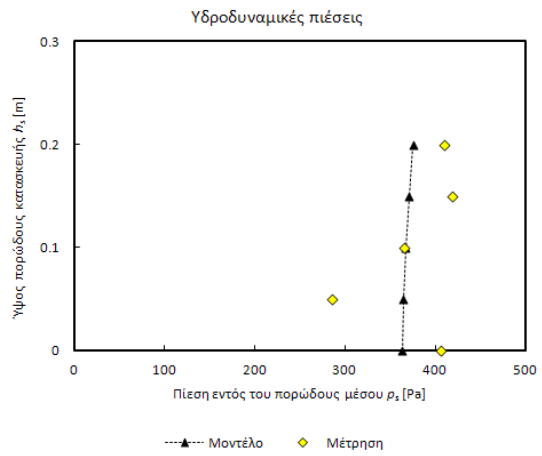
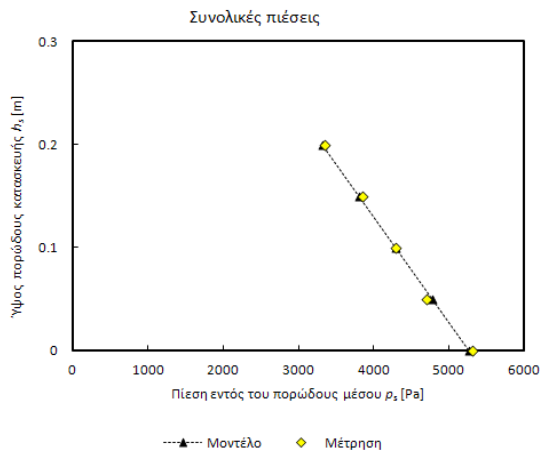
Διατομή 3



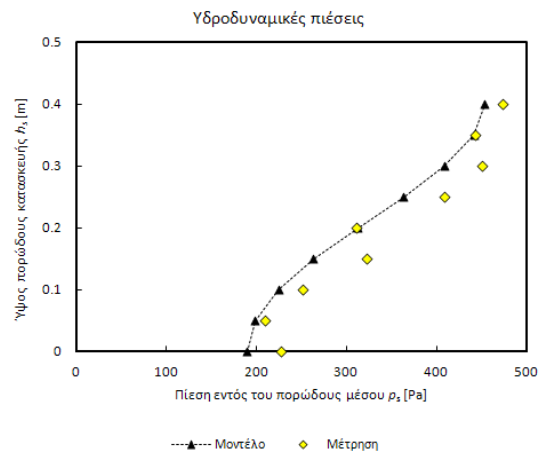
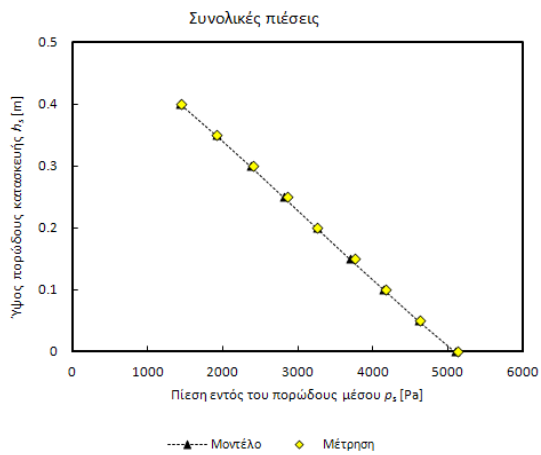
Διάγραμμα 7.5 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 3 (μη θραυόμενοι κυματισμοί)

Σενάριο 4

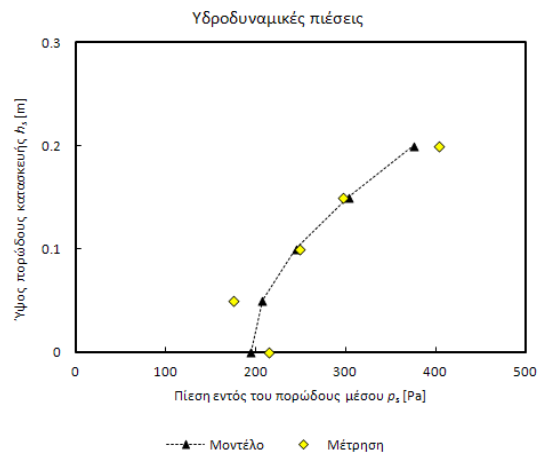
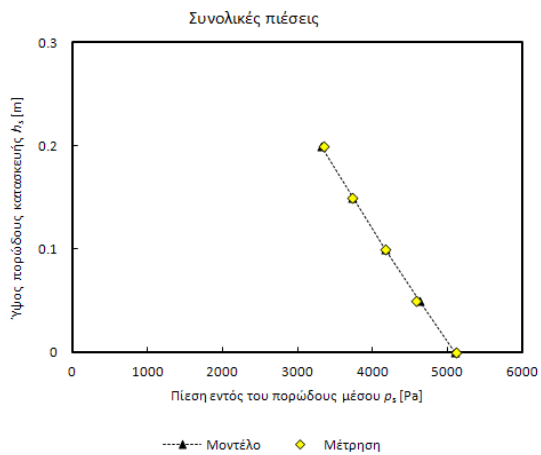
Διατομή 1



Διατομή 2



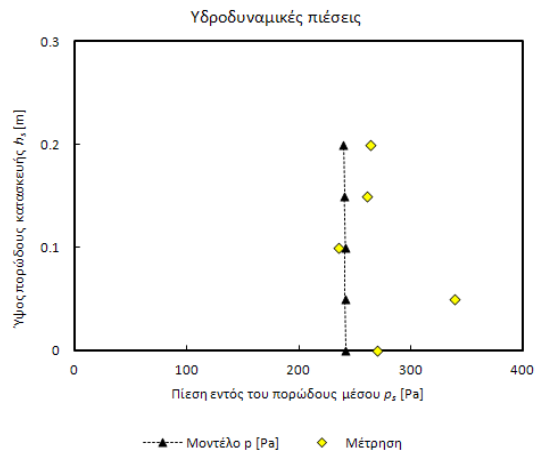
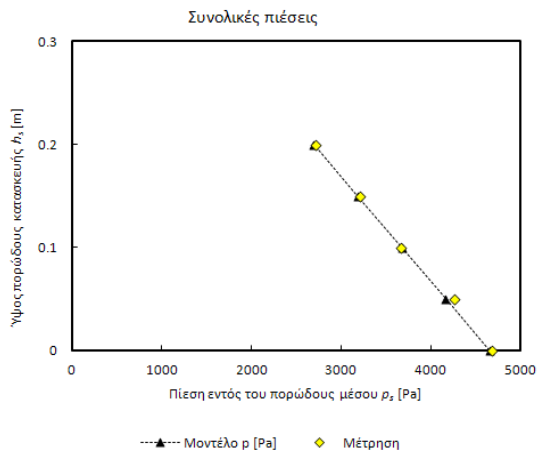
Διατομή 3



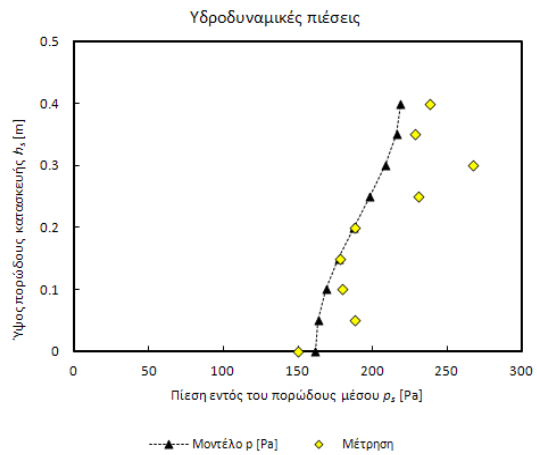
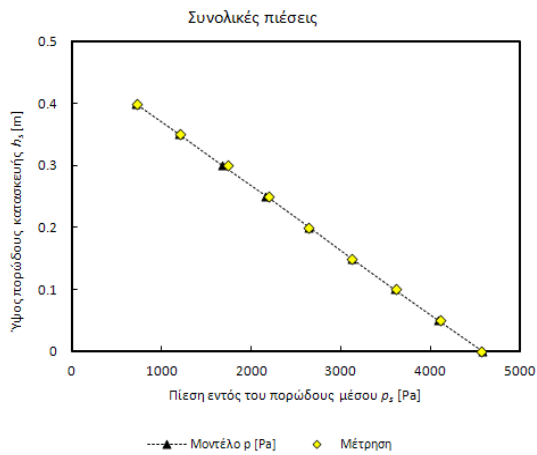
Διάγραμμα 7.6 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 4 (θραυόμενοι κυματισμοί)

Σενάριο 5

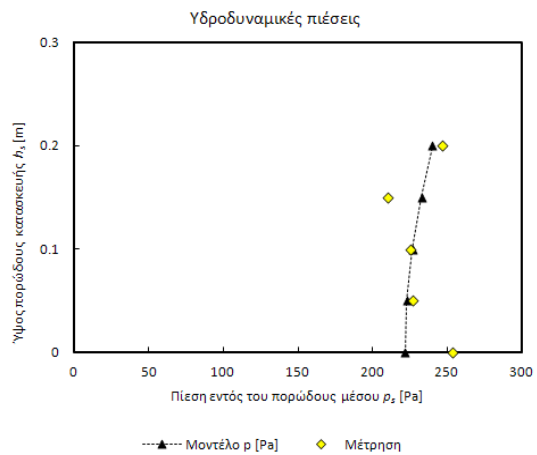
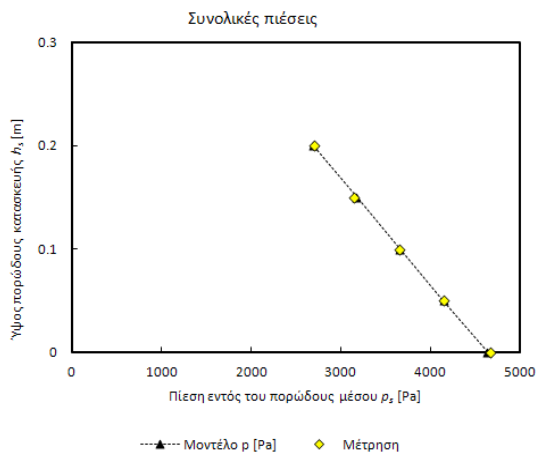
Διατομή 1



Διατομή 2



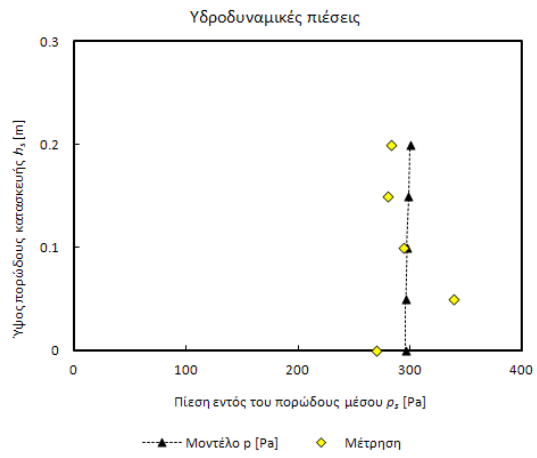
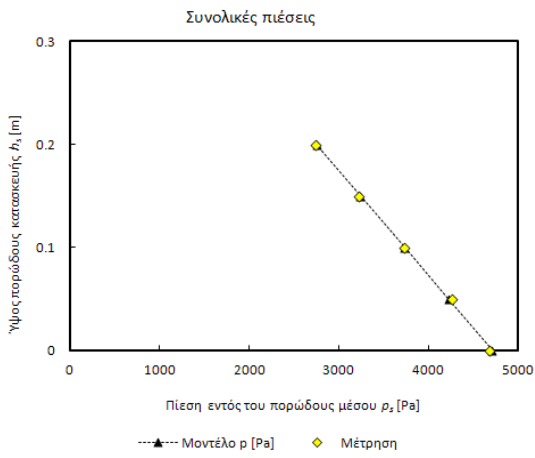
Διατομή 3



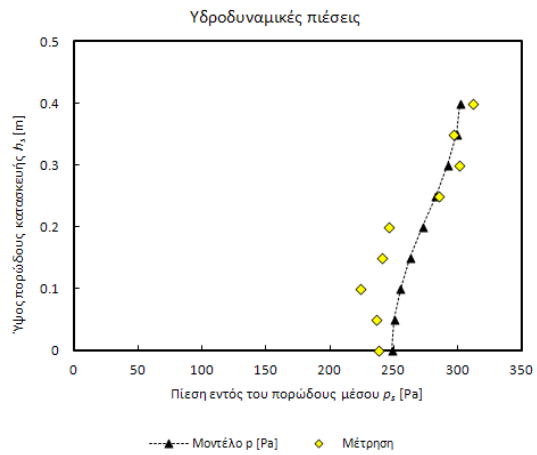
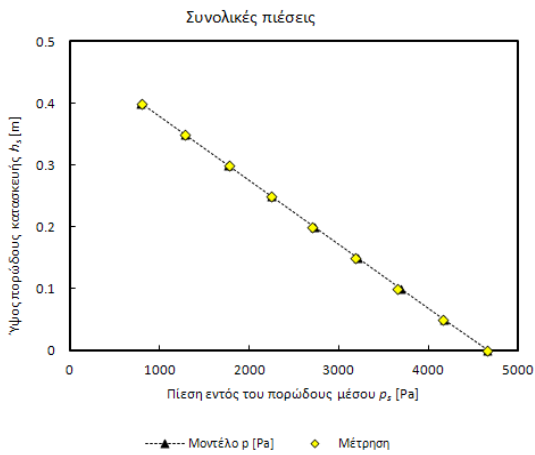
Διάγραμμα 7.7 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 5 (μη θραυόμενοι κυματισμοί)

Σενάριο 6

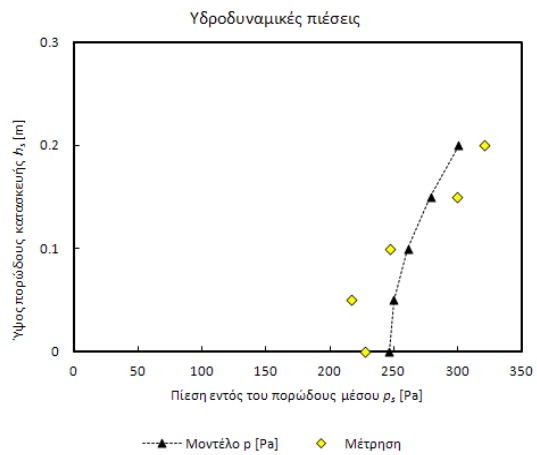
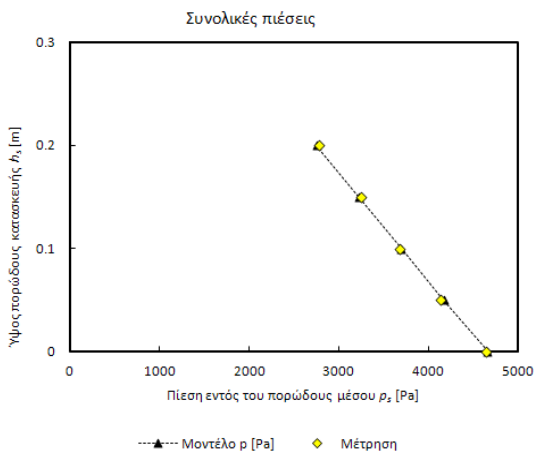
Διατομή 1



Διατομή 2



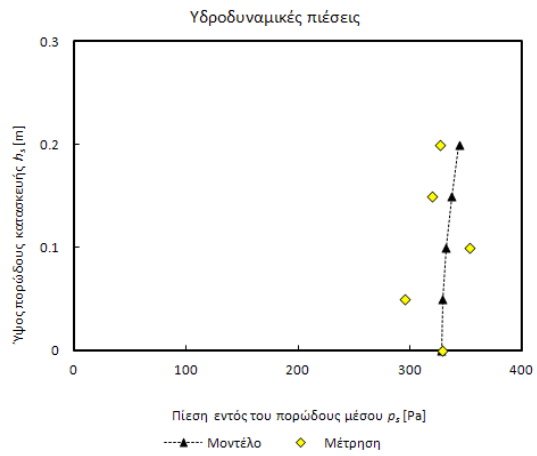
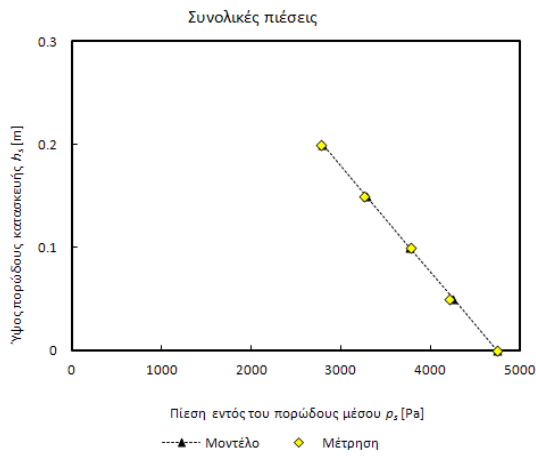
Διατομή 3



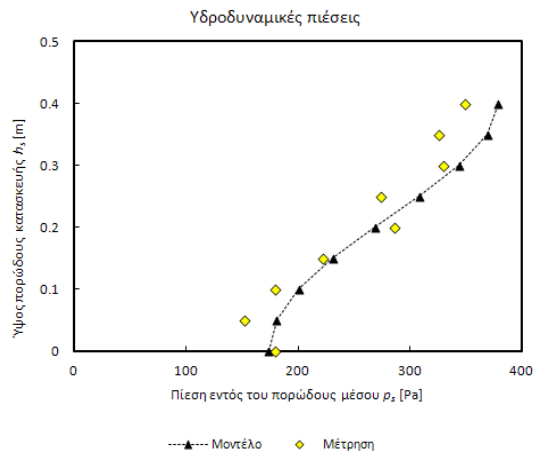
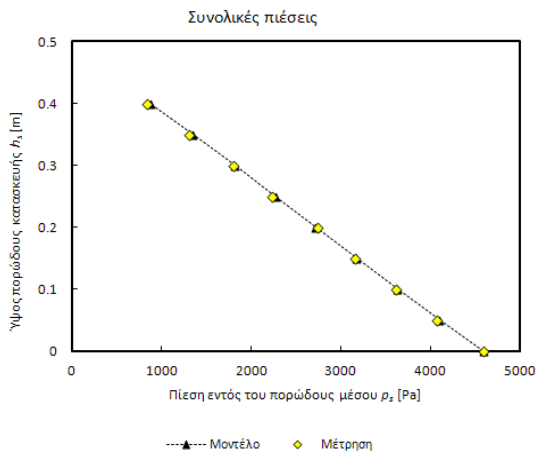
Διάγραμμα 7.8 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 6 (θραυόμενοι κυματισμοί)

Σενάριο 7

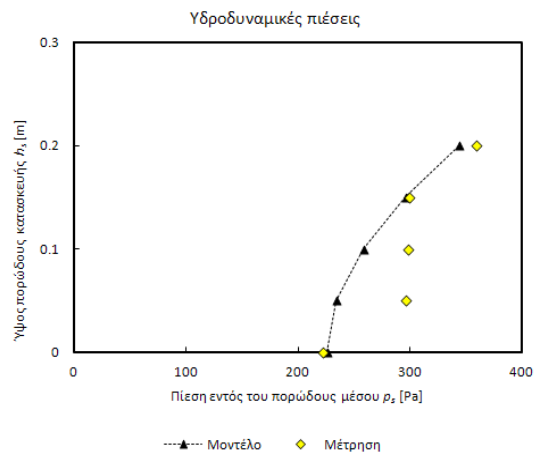
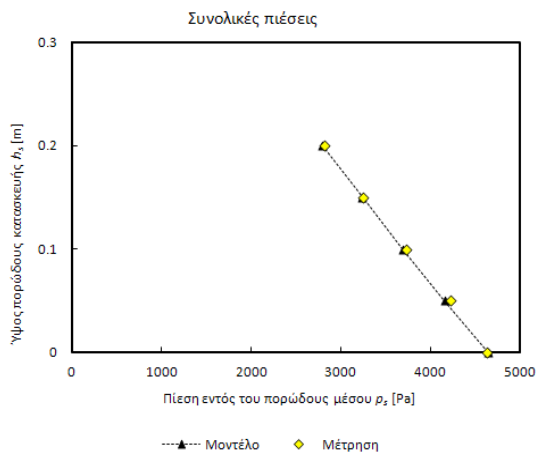
Διατομή 1



Διατομή 2



Διατομή 3



Διάγραμμα 7.9 Κατανομή μέγιστων συνολικών και υδροδυναμικών πιέσεων για το Σενάριο 7 (θραυόμενοι κυματισμοί)

Στα παραπάνω διαγράμματα, η προσοχή εστιάζεται στην σύγκριση των αποτελεσμάτων των κατανομών των μέγιστων (συνολικών και υδροδυναμικών) πιέσεων εντός του κυματοθραύστη. Γενικότερα προκύπτει ότι υπάρχει γενικά καλή συμφωνία ανάμεσα στο εν λόγω μοντέλο και τις πειραματικές μετρήσεις.

Πιο συγκεκριμένα, στο πεδίο εντός του πορώδους μέσου, υπάρχει αποδεκτή σύγκλιση της κατανομής των πιέσεων, οι οποίες ακολουθούν τον ίδιο ρυθμό αλλαγής της κλίσης κάτι το οποίο μας επιτρέπει να θεωρήσουμε αποδεκτά τα αποτελέσματα του ομοιώματος σε συνδυασμό φυσικά με την ικανοποιητική σύγκλισή τους με τις πειραματικές μετρήσεις, στις περισσότερες των περιπτώσεων.

Βέβαια, παρατηρούνται ορισμένες περιπτώσεις, στις οποίες υπάρχει μικρή έως και μεγαλύτερη απόκλιση των κατανομών του ομοιώματος και των πειραματικών μετρήσεων. Αυτές αρχικά μπορεί να οφείλονται σε πιθανώς λάθος μέτρηση, η οποία να προκύπτει από την βαθμονόμηση του συστήματος συλλογής δεδομένων της KYOWA. Το συγκεκριμένο επιστημονικό όργανο λαμβάνει τις μετρήσεις σε Volt και αυτές στη συνέχεια, με κατάλληλη βαθμονόμηση, μετατρέπονται σε πιέσεις (Pascal). Σ'αυτή τη περίπτωση, λοιπόν, υπάρχει η δυνατότητα κάποιας λάθος καταγραφής, όπως στην περίπτωση της μέτρησης για $h_s=0$ στη διατομή 1 και στο σενάριο 3 ή για $h_s=0.3$ m στη διατομή 2 στο σενάριο 5.

Ένα άλλο αίτιο είναι πιθανώς η διάταξη των λιθορριπών όπου για να βγουν ακριβέστερα συμπεράσματα ενδεχομένως θα πρέπει να μελετηθεί η μικροκλίμακα της κατασκευής. Έτσι υπάρχει το ενδεχόμενο, το σημείο λήψης της μέτρησης να βρισκόταν πολύ κοντά σε κάποιο λίθο με αποτέλεσμα να υποεκτιμηθεί ή να υπερεκτιμηθεί μία μέτρηση.

Τέλος, και η πολυπλοκότητα των υδροδυναμικών φαινομένων εντός του ύφαλου κυματοθραύστη είναι ένας παράγοντας που μπορεί να συμβάλλει δυσμενώς στην λήψη εξ ολοκλήρου ορθών μετρήσεων.

Γενικότερα, οι κατανομές παρουσιάζουν ιδιαίτερα ικανοποιητική προσέγγιση με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα. Η σύγκλιση των διαγραμμάτων, τόσο για τις εκτός όσο και για τις εντός του πορώδους μέσου διατομές, δεν αφορά μόνον την μορφή τους αλλά και τις ποσότητες που περιγράφονται σε αυτά.

Επίσης, παρατηρείται αύξηση των πιέσεων εντός του πορώδους μέσου στην διατομή 3 σε σχέση με την διατομή 2 κάτι το οποίο φαίνεται και από τα πειραματικά αποτελέσματα που το αποδεικνύουν για όλα τα σενάρια, καθώς και από το μοντέλο που παράχθηκε. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην επανακυκλοφορία του ρευστού εντός του πορώδους μέσου δηλαδή την αντιστροφή της κατεύθυνσης της ροής.

Τέλος, παρατηρώντας τα διαγράμματα 7.4-7.9 διαπιστώνεται η μορφή της κατανομής του παραγόμενου μοντέλου, η οποία, όπως προκύπτει και από την εξίσωση (5.92), είναι μη γραμμική. Βέβαια η μορφή των συνολικών πιέσεων μπορεί να θεωρηθεί και ως γραμμική, όπως φαίνεται και από την μορφή τους, λόγω της

υδροστατικής πίεσης, η οποία εξαιτίας της κατά πολύ μεγαλύτερης τιμής της από την υδροδυναμική, διαμορφώνει τελικά και την μορφή της κατανομής των συνολικών πιέσεων. Όμως δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι όντως είναι γραμμική, εφόσον είναι επαλληλία των μη γραμμικών υδροδυναμικών πιέσεων με τις γραμμικές υδροστατικές πιέσεις.

Στη συνέχεια της συγκεκριμένης παραγράφου, συγκεντρώθηκαν οι αποκλίσεις των αποτελεσμάτων των υδροδυναμικών πιέσεων από το μοντέλο και τα πειραματικά δεδομένα, επεξεργάστηκαν στατιστικά και παρακάτω παρουσιάζεται μια απλή στατιστική ανάλυσή τους.

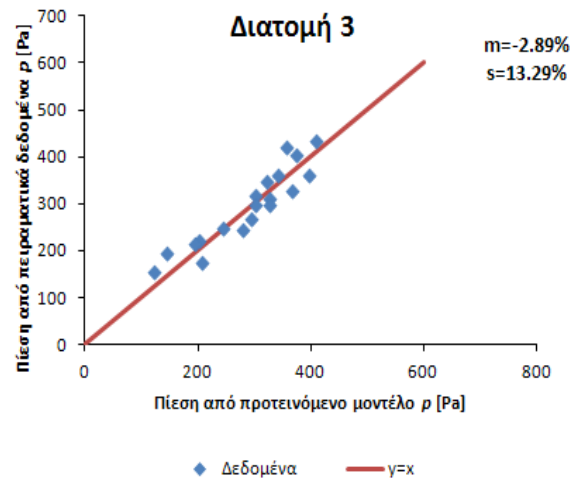
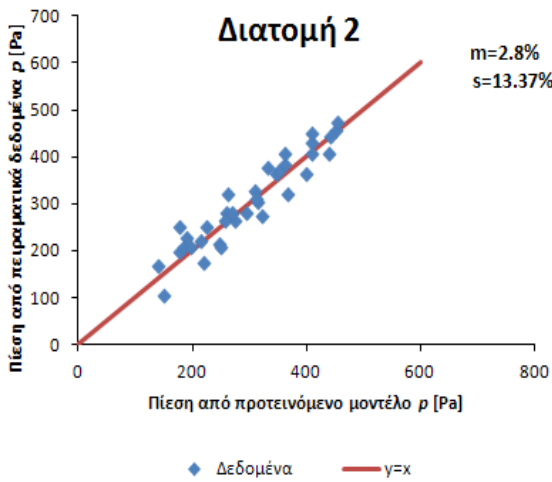
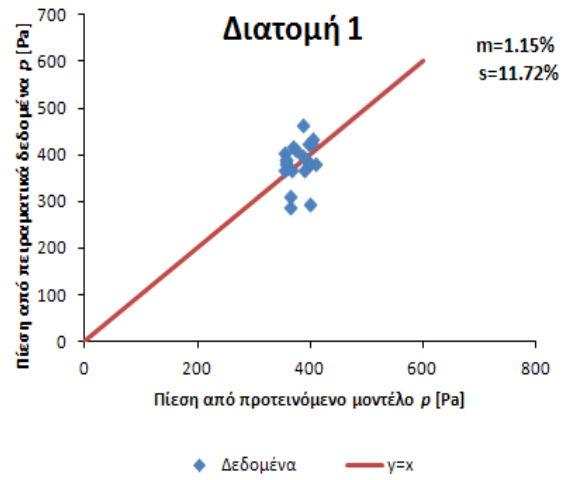
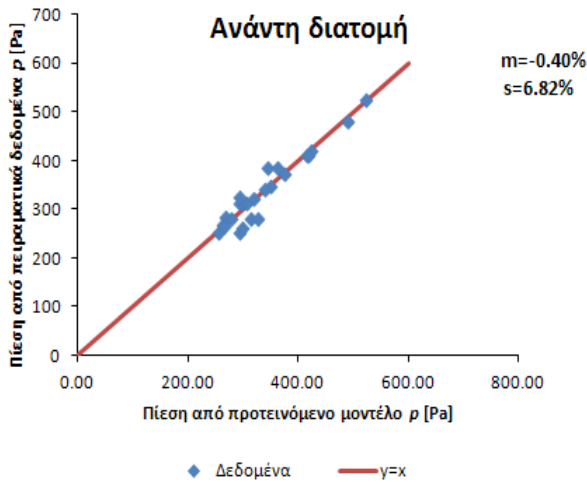
Παρατηρείται από το διάγραμμα 7.10 ότι το σύνολο των αποκλίσεων (88% των μετρήσεων) κυμαίνεται μεταξύ 0-15%, ενώ ένα μικρό ποσοστό αυτών αποτελούν το κομμάτι άνω του 15%. Μέσω αυτού φαίνεται η καλή προσέγγιση μοντέλου και πειραματικών μετρήσεων και έτσι δηλώνεται η καλή λειτουργία του προτεινόμενου μοντέλου στην πρόβλεψη της κατανομής των πιέσεων εντός του πορώδους μέσου.



Διάγραμμα 7.10 Στατιστική επεξεργασία του συνόλου των αποκλίσεων των υδροδυναμικών πιέσεων του μοντέλου και των πειραματικών μετρήσεων

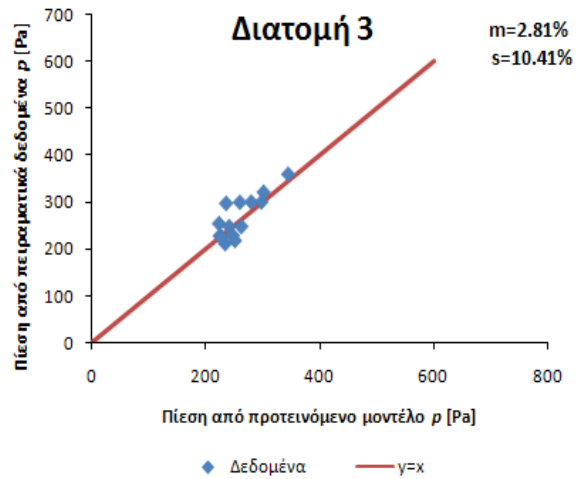
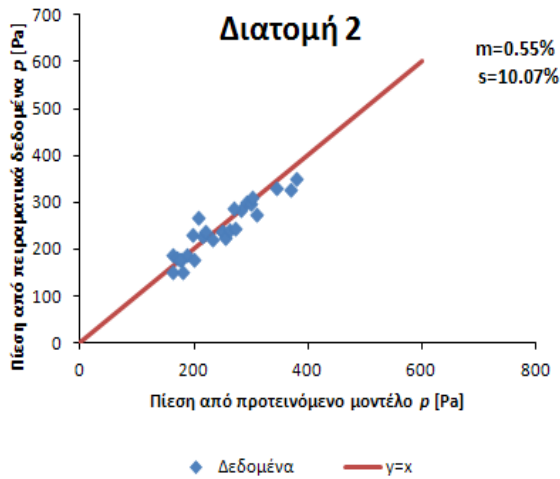
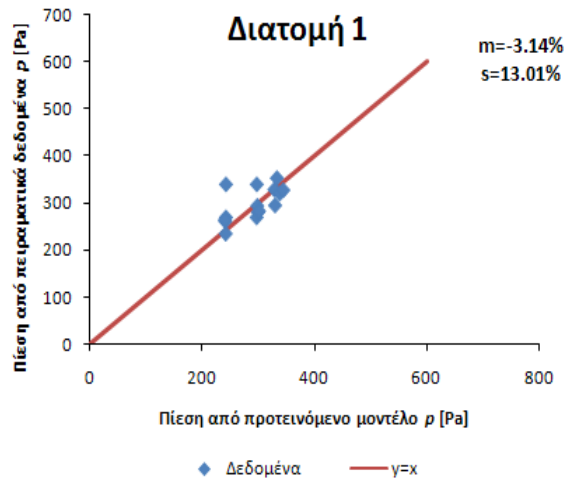
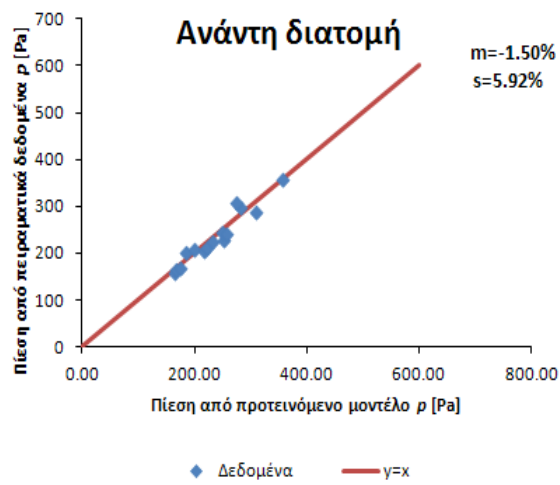
Στη συνέχεια, παρουσιάζεται μία στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων των υδροδυναμικών πιέσεων για κάθε διατομή χωριστά.

Βάθος νερού d=0.50 m:



Διάγραμμα 7.11 Στατιστική απεικόνιση των υδροδυναμικών πιέσεων του μοντέλου και των πειραματικών μετρήσεων για $d=0.50$ m καθώς και εξαγωγή μέσης τιμής (m) και τυπικής απόκλισης (s) των αποκλίσεων των υδροδυναμικών πιέσεων

Βάθος νερού d=0.45 m:

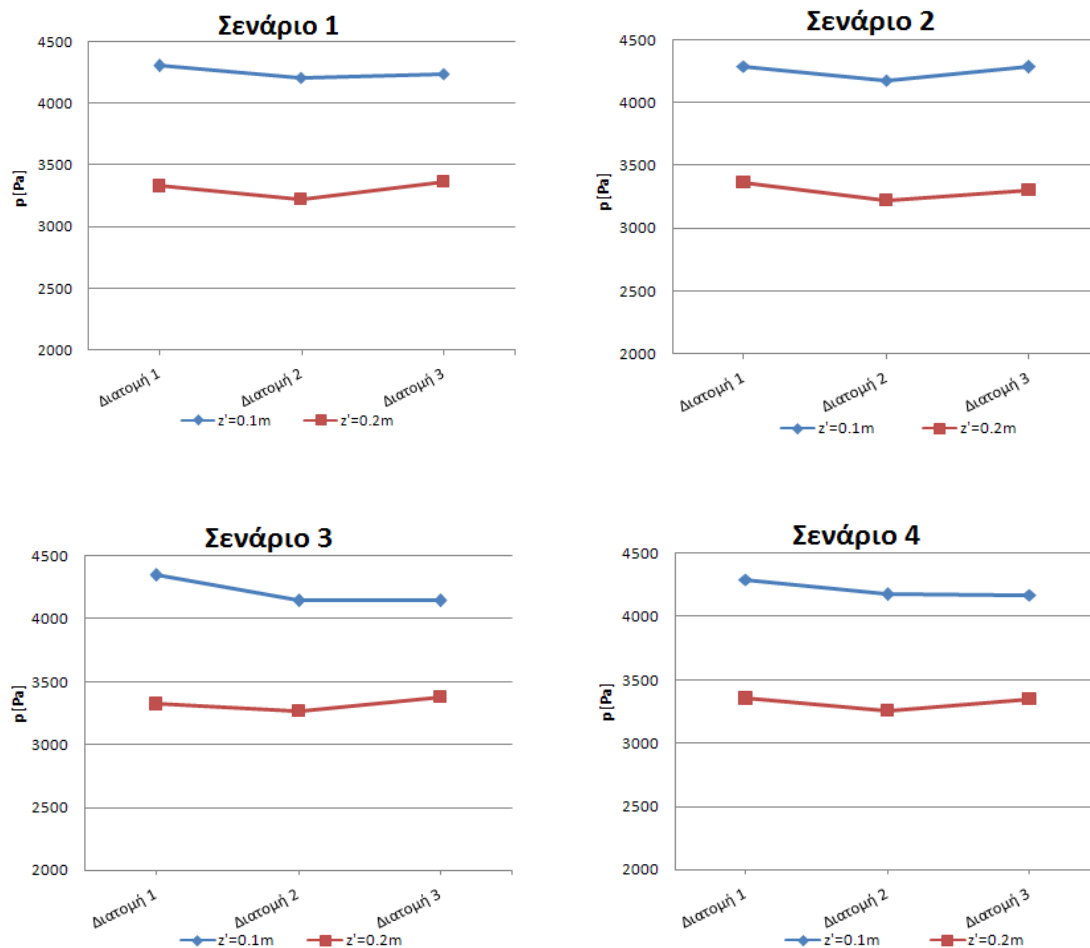


Διάγραμμα 7.12 Στατιστική απεικόνιση των υδροδυναμικών πιέσεων του μοντέλου και των πειραματικών μετρήσεων για $d=0.45$ m καθώς και εξαγωγή μέσης τιμής (m) και τυπικής απόκλισης (s) των αποκλίσεων των υδροδυναμικών πιέσεων

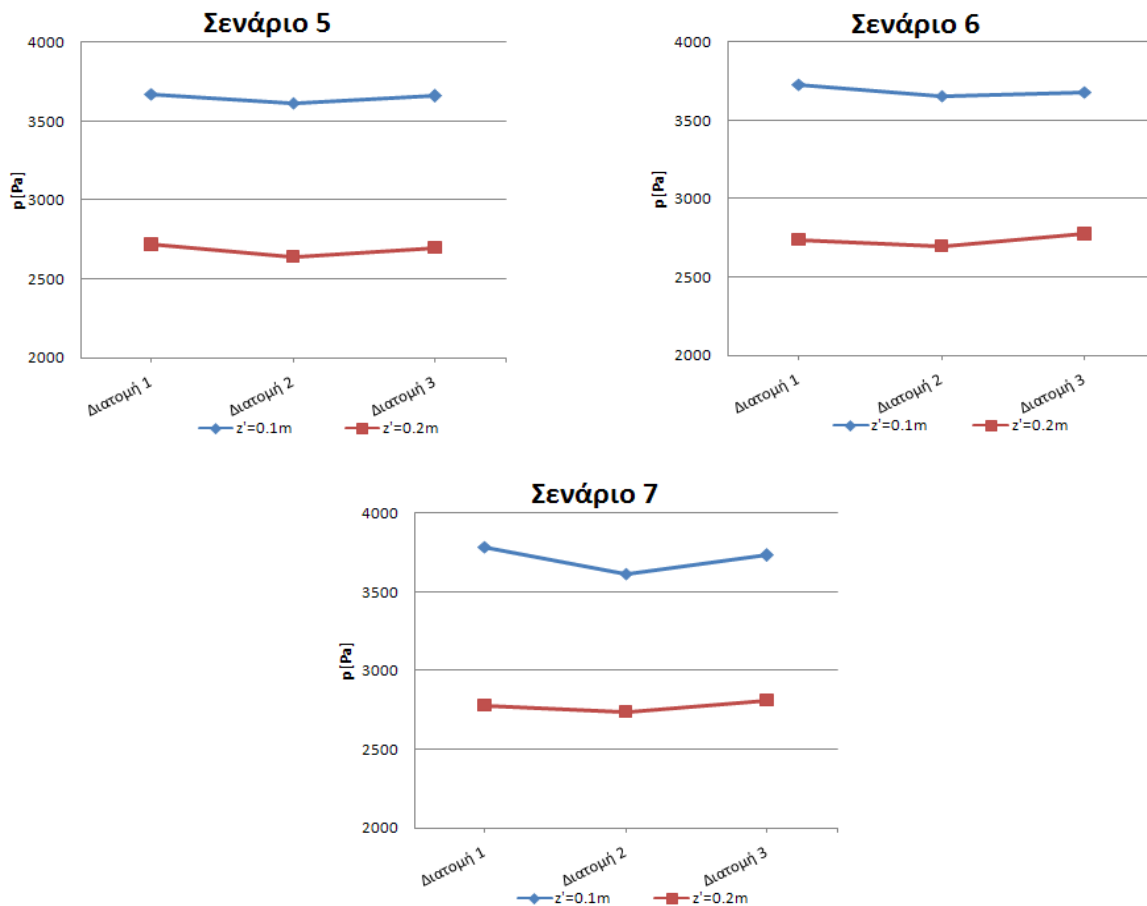
Από τα διαγράμματα 7.11 και 7.12 διαπιστώνεται ότι η μέση τιμή των αποκλίσεων μεταξύ υδροδυναμικών πιέσεων που προέκυψαν από το μοντέλο και αυτών που προέκυψαν από τις πειραματικές μετρήσεις, σε όλα τα σενάρια, δεν υπερβαίνει το ~3% ενώ η τυπική απόκλιση των αποκλίσεων έχει ένα εύρος τιμών από 5%-13%. Διαπιστώνεται και εδώ δηλαδή η αρκετά καλή σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Οι αντίστοιχοι πίνακες δίνονται στο Παράρτημα Γ.

7.3.2 Μεταβολή των συνολικών πιέσεων κατά πλάτος του κυματοθραύστη

Παρακάτω παρουσιάζεται η κατα πλάτος μεταβολή της πίεσης εντός του πορώδους μέσου για τα 7 σενάρια μελέτης και ενδεικτικά για απόσταση από τον πυθμένα $z'=0.10$ m και $z'=0.20$ m.



Διάγραμμα 7.13 Κατανομή μέγιστων συνολικών πιέσεων κατά πλάτος του κυματοθραύστη για τα σενάρια 1, 2, 3 και 4 ($d=0.50$ m)



Διάγραμμα 7.14 Κατανομή μέγιστων συνολικών πιέσεων κατά πλάτος του κυματοθραύστη για τα σενάρια 5, 6 και 7 ($d=0.45$ m)

Τα παραπάνω διαγράμματα 7.13 και 7.14 βασίζονται αποκλειστικά στα πειράματα που εκτελέστηκαν στην διώρυγα δοκιμών του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων.

Σε όλες τις περιπτώσεις οι πιέσεις που αντιστοιχούν σε απόσταση από τον πυθμένα ίση με $d=0.1$ m είναι μεγαλύτερες από αυτές που αντιστοιχούν σε απόσταση ίση με $d=0.2$ m.

Παρατηρούμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις η μεσαία διατομή του κυματοθραύστη (διατομή 2) έχει την μικρότερη πίεση απ' όλες τις διατομές εντός του πορώδους μέσου. Αναμενόμενο εφόσον το κύμα έχει υποστεί σημαντική μείωση της ενέργειας του λόγω του κυματοθραύστη.

Αντιθέτως, στη διατομή 3 παρατηρείται αύξηση της πίεσης στα περισσότερα σενάρια σε σχέση με τη διατομή 2, όπως προαναφέρθηκε στην § 7.3.1. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στους στροβιλισμούς που αναπτύσσονται στα κατάντη του κυματοθραύστη λόγω της επανακυκλοφορίας του νερού στο εσωτερικό του, με

αποτέλεσμα να αυξάνεται η πίεση εντός των πόρων του κυματοθραύστη και να γίνεται μεγαλύτερη από την πίεση στη διατομή 2.

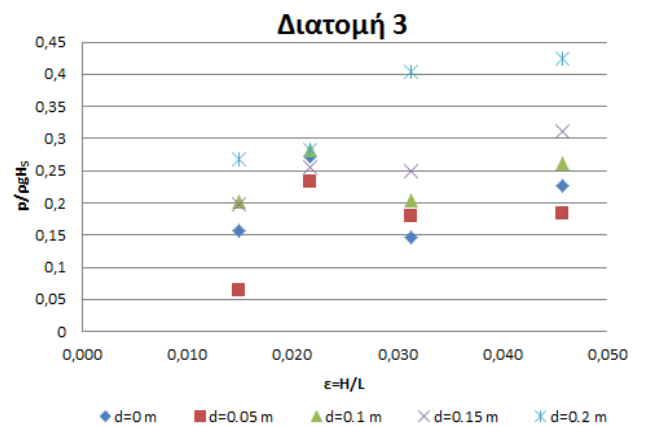
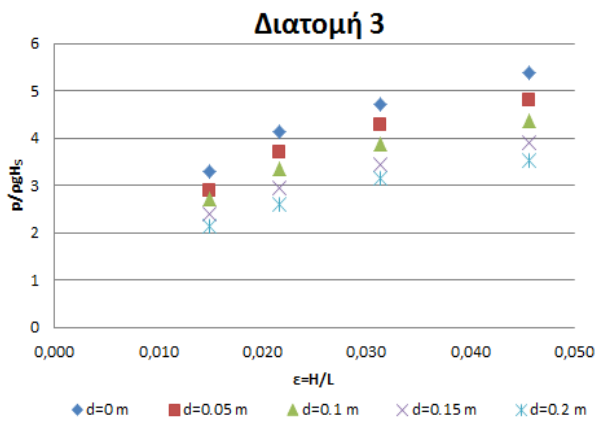
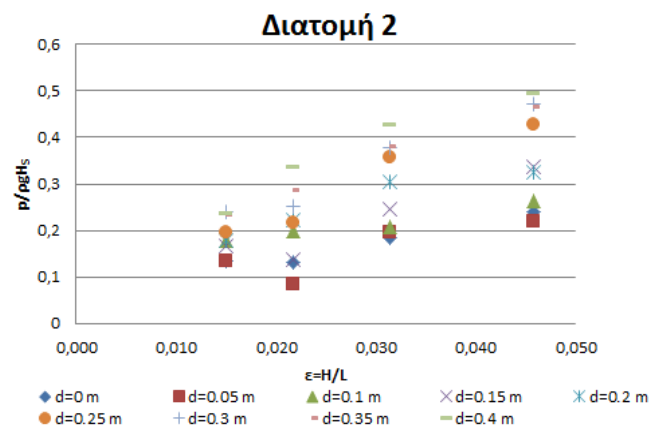
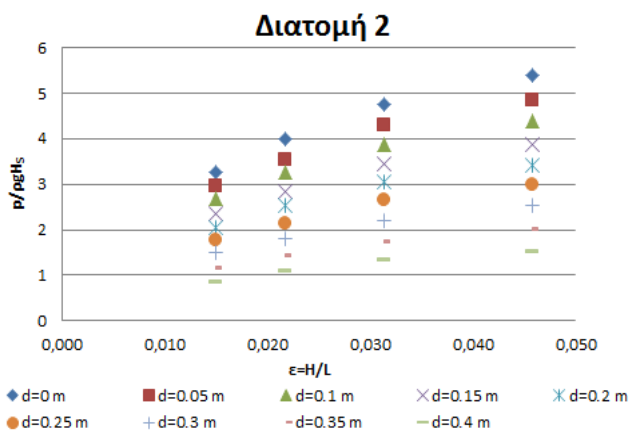
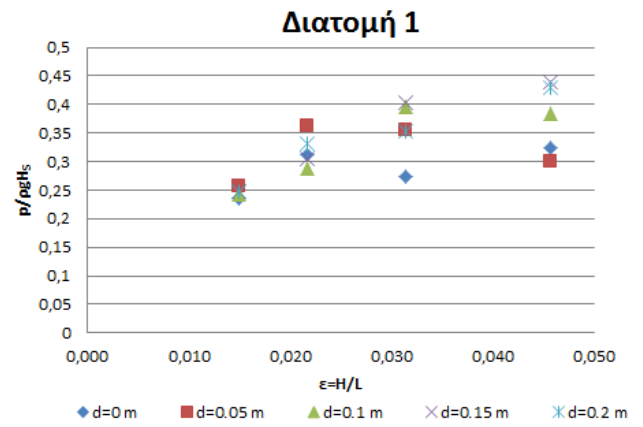
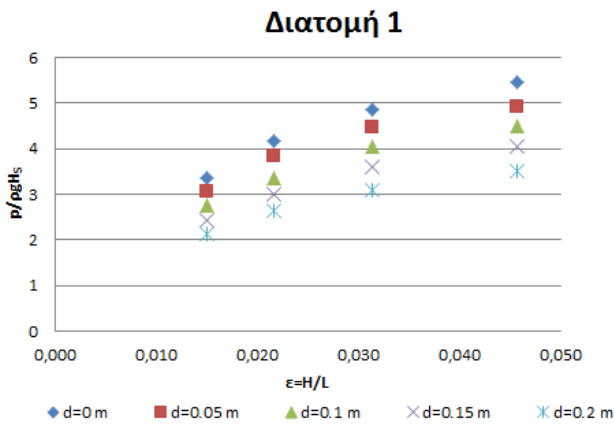
7.3.3 Μεταβολή των συνολικών πιέσεων συναρτήσει της καμπυλότητας των κυμάτων ($\epsilon=H/L$)

Ενδιαφέρον παρουσιάζει, επίσης, η μεταβολή της πίεσης συναρτήσει της καμπυλότητας των κυμάτων, δηλαδή του λόγου του ύψους κύματος με την περίοδο των κυματισμών. Γι' αυτό το λόγο, συγκεντρώθηκαν τα αποτελέσματα των πειραματικών μετρήσεων σε κατάλληλο διάγραμμα προκειμένου να εξαχθούν τα απαραίτητα συμπεράσματα. Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα της πίεσης συναρτήσει της καμπυλότητας, τόσο για τις συνολικές πιέσεις, όσο και για τις υδροδυναμικές, καθώς και για τα διάφορα σημεία λήψης των μετρήσεων για βάθη νερού $d=0.50$ m και $d=0.45$ m. Οι αντίστοιχοι πίνακες παρατίθενται στο Παράρτημα Β.

Βάθος νερού $d=0.50$ m:

Συνολικές πιέσεις

Υδροδυναμικές πιέσεις

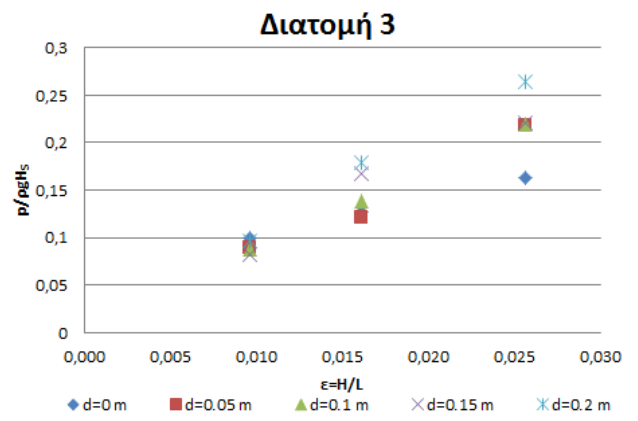
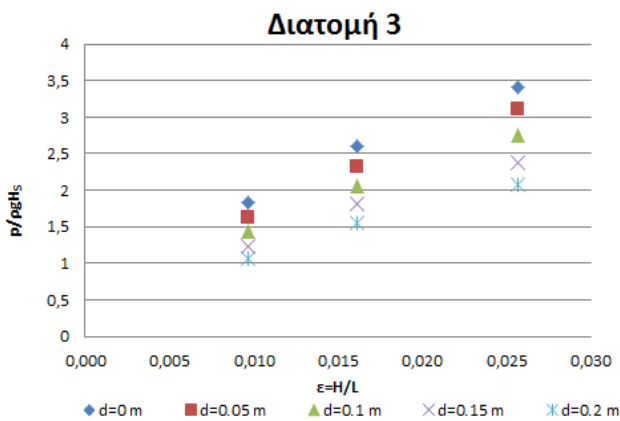
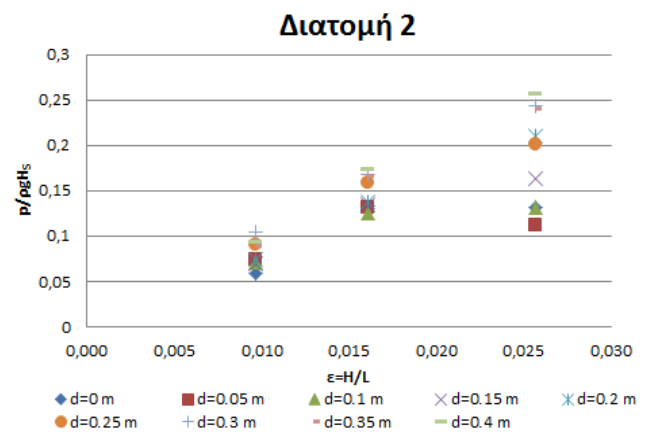
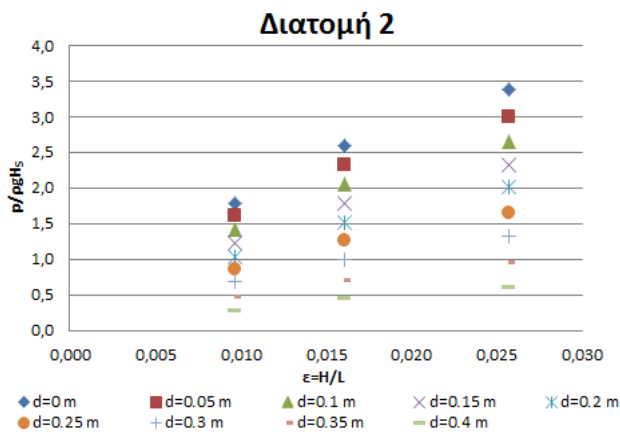
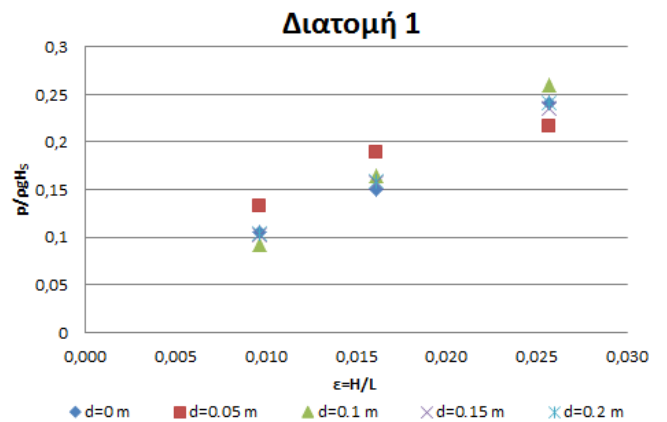
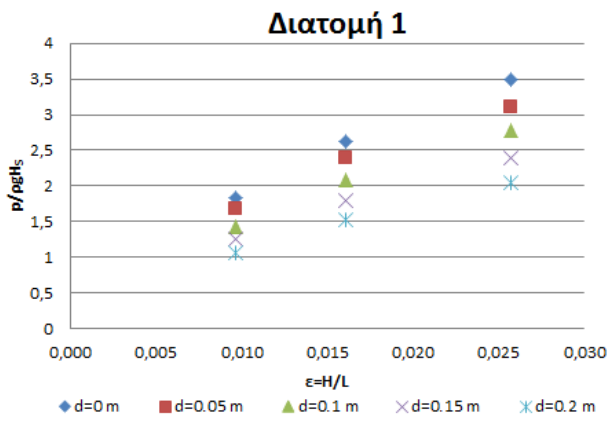


Διάγραμμα 7.15 Κατανομή μέγιστων (συνολικών και υδροδυναμικών) πιέσεων συναρτήσει της καμπυλότητας για τις διατομές 1, 2 και 3 για $d=0.50$ m

Βάθος νερού $d=0.45$ m:

Συνολικές πιέσεις

Υδροδυναμικές πιέσεις



Διάγραμμα 7.16 Κατανομή μέγιστων πιέσεων (συνολικών και υδροδυναμικών) συναρτήσει της καμπυλότητας για τις διατομές 1, 2 και 3 για $d=0.45$ m

Παρατηρείται από τα παραπάνω διαγράμματα ότι με την αύξηση της καμπυλότητας, αυξάνεται η πίεση στο πορώδες του κυματοθραύστη, τόσο για τις συνολικές πιέσεις, όσο και για τις υδροδυναμικές. Μάλιστα στις συνολικές πιέσεις είναι ξεκάθαρη η αύξηση της πίεσης με την αύξηση του ύψους κύματος. Στις υδροδυναμικές πιέσεις, τα αποτελέσματα εμφανίζουν μια μικρή διασπορά, έχοντας όμως και πάλι αυξητική τάση. Η διασπορά οφείλεται στην διακύμανση των πιέσεων που μετρήθηκαν, οι οποίες εμφάνισαν αποκλίσεις από το μοντέλο που προτάθηκε στην παρούσα εργασία, λόγω των προαναφερθεισών αιτιών (σελίδα 88). Βέβαια σημαντικό ρόλο στη διατομή 3 παίζει και το γεγονός της επανακυκλοφορίας του νερού στο κατάντη μέρος του κυματοθραύστη, το οποίο πιθανώς να οδηγεί σε μεγαλύτερες αστάθειες.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προτάθηκαν από τους Vanneste & Troch (2010) (§ 4.3, σελ. 34) για την μεταβολή της αδιάστατης πίεσης συναρτήσει της καμπυλότητας παρατηρείται μια διαφοροποίηση. Στην εργασία των Vanneste & Troch (2010) η αδιάστατη πίεση μειώνεται με την αύξηση της καμπυλότητας, ενώ στην παρούσα εργασία αυξάνεται. Αυτή η διαφορά οφείλεται στα διαφορετικά ομοιώματα κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκαν για τα πειράματα. Η εργασία των Vanneste & Troch (2010) έγινε σε έξαλο κυματοθραύστη και οι μετρήσεις ελήφθησαν στον πυρήνα του. Εν αντιθέση, τα πειράματα της παρούσας εργασίας έγιναν σε ύφαλο κυματοθραύστη και το πορώδες του κυματοθραύστη ήταν ενιαίο σε όλο το πλάτος και μήκος του, χωρίς την ύπαρξη πυρήνα.

8. Συμπεράσματα-Προτάσεις

8.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε το πεδίο των πιέσεων στο εσωτερικό ύψαλης διαπερατής κατασκευής. Αναπτύχθηκε ένα μη γραμμικό μοντέλο κατανομής των κατακόρυφων πιέσεων στο εσωτερικό ύψαλης διαπερατής κατασκευής για θραυόμενους και μη θραυόμενους κυματισμούς, το οποίο βασίζεται σε μία μη γραμμική κατανομή που προέκυψε από την εξίσωση ορμής των Darcy-Forchheimer και ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq που λαμβάνει υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004). Για τον υπολογισμό της κατανομής των πιέσεων εισάγεται στο μοντέλο η τιμή της μέγιστης οριζόντιας ταχύτητας εντός του πορώδους από το υπολογιστικό μοντέλο των Metallinos & Memos, (2012). Για να επαληθευτεί το αριθμητικό μοντέλο έγιναν πειράματα στην διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. Τα γενικότερα συμπεράσματα που προέκυψαν είναι τα εξής:

Γενικά συμπεράσματα:

- ✓ Η πρόβλεψη της κατανομής εντός της πορώδους κατασκευής από το υπολογιστικό μοντέλο κρίνεται αρκετά ικανοποιητική δεδομένου του ιδιαίτερα σύνθετου υδροδυναμικού καθεστώτος στο εσωτερικό του.
- ✓ Οι κατανομές των πιέσεων του παρόντος μοντέλου και των πειραμάτων ακολουθούν τον ίδιο ρυθμό αλλαγής της κλίσης κάτι το οποίο μας επιτρέπει να θεωρήσουμε αποδεκτά τα αποτελέσματα του μοντέλου σε συνδυασμό φυσικά με την ικανοποιητική σύγκλιση των αντίστοιχων τιμών στις περισσότερες των περιπτώσεων.
- ✓ Παρατηρούνται κάποιες αποκλίσεις των πειραματικών δεδομένων από το μοντέλο πρόβλεψης και οφείλονται στην ύπαρξη λιθοσυντρίμματος στην περιοχή της μέτρησης, οπότε και θα πρέπει να μελετηθεί η μικροκλίμακα της κατασκευής.
- ✓ Παρατηρείται αύξηση των μέγιστων (συνολικών και υδροδυναμικών) πιέσεων καθώς αυξάνεται η καμπυλότητα των κυματισμών για βάθος νερού $d=0.5$ m. Ανάλογη διακύμανση των πιέσεων παρατηρείται και με την μείωση του βάθους του νερού στα $d=0.45$ m. Το γεγονός αυτό έρχεται σε αντίθεση με τα αποτελέσματα της εργασίας των Vanneste & Troch (2010), το οποίο οφείλεται στα διαφορετικά ομοιώματα κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκαν για τα πειράματα.

- ✓ Παρατηρείται αύξηση της πίεσης στην διατομή 3 σε σχέση με τη διατομή 2 στις περισσότερες των περιπτώσεων, γεγονός που οφείλεται στην επανακυκλοφορία του νερού στα κατάντη του κυματοθραύστη, δηλ την αντιστροφή της κατεύθυνσης της ροής. Το παραπάνω φαινόμενο διαπιστώνεται τόσο από το μοντέλο όσο και από τα πειραματικά δεδομένα, κάτι το οποίο επαληθεύει και την καλή συμφωνία μεταξύ μοντέλου και πειραμάτων. Στη διατομή 2 παρατηρούνται γενικά οι μικρότερες πιέσεις εντός του πορώδους λόγω ότι το κύμα έχει χάσει σημαντικό μέρος της ενέργειας του μέχρι να φθάσει στην συγκεκριμένη διατομή.
- ✓ Η στατιστική επεξεργασία των αποκλίσεων των υδροδυναμικών πιέσεων μεταξύ του μοντέλου και των πειραματικών μετρήσεων δίνει μία μέση τιμή των αποκλίσεων σε κάθε διατομή μεταξύ 0-5% και στα δύο εξεταζόμενα βάθη νερού και μία τυπική απόκλιση των αποκλίσεων 10-16%, δηλαδή ποσοστά πολύ ικανοποιητικά όσον αφορά τη σύγκλιση μοντέλου και πειραμάτων.

Συμπεράσματα ως προς το προτεινόμενο μοντέλο

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του μοντέλου και τη σύγκριση με τις πειραματικές μετρήσεις προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- ✓ Το μοντέλο μπορεί να προσομοιώσει επιτυχώς τη διάδοση μονοχρωματικών μη θραυόμενων και θραυόμενων κυματισμών διαμέσου πορώδους μέσου.
- ✓ Το μοντέλο αυτό αν και σχετικά σύνθετο ως προς τον υπολογισμό του αποτελεί ουσιαστικά την μοναδική προσπάθεια που έχει γίνει για την πρόβλεψη του κατακόρυφου προφίλ των μέγιστων πιέσεων εντός του ύφλου πορώδους μέσου με αποδεκτή μάλιστα ακρίβεια.
- ✓ Είναι ικανό να αντιλαμβάνεται την μεταβολή των πιέσεων κατά μήκος του υφάλου και να δίνει μεγαλύτερες τιμές πιέσεων στο εσωτερικό της υπήνεμης πλευράς του κυματοθραύστη σε πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα.
- ✓ Είναι ικανό σε όλες τις περιπτώσεις να ακολουθεί τον ρυθμό αλλαγής της κλίσης της καθ' ύψος μεταβολής των πιέσεων όπως αυτά προκύπτουν από τα πειράματα.

8.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Τα τελευταία χρόνια, η μελέτη των υδροδυναμικών συνθηκών εντός ύφαλου πορώδους κυματοθραύστη έχει αποκτήσει αυξημένο ενδιαφέρον, εξ αιτίας της ευρείας πλέον χρήσης των ύφαλων κατασκευών λόγω των περιβαλλοντικών πλεονεκτημάτων τους έναντι των έξαλων κατασκευών. Αυτό το γεγονός σε συνδυασμό με την όλο και ευρεία χρήση των μοντέλων τύπου Boussinesq, καθώς και εξαιτίας των αποτελεσμάτων του παραγόμενου μοντέλου της παρούσας εργασίας, κρίνεται σκόπιμο να προταθούν κάποιες επιπλέον κατευθύνσεις, στις οποίες μπορεί να κινηθεί η περαιτέρω έρευνα του υδροδυναμικού πεδίου εντός ύφαλου πορώδους κυματοθραύστη.

- ✓ Επιβεβαίωση του προτεινόμενου μοντέλου της παρούσας εργασίας για σύνθετους κυματισμούς και αντίστοιχα πειράματα σε μονοδιάστατη δεξαμενή για ροή εντός πορώδους μέσου.
- ✓ Παραμετρική ανάλυση με πειράματα για περισσότερες διατάξεις του κυματοθραύστη (διαφορετικά πλάτη στέψης και κλίσεις πρηνών), ώστε να επαληθευτεί το υπάρχον μοντέλο.
- ✓ Κατάστρωση δισδιάστατου μοντέλου ώστε να υπολογιστεί η κατανομή των πιέσεων σε δισδιάστατο πεδίο και πειραματικές μετρήσεις σε δισδιάστατη δεξαμενή, για θραυόμενους και μη θραυόμενους κυματισμούς, μονοχρωματικούς και σύνθετους.
- ✓ Εισαγωγή της εξίσωσης Darcy-Forchheimer σε μοντέλο Boussinesq με πιο βελτιωμένα χαρακτηριστικά μη γραμμικότητας και διασποράς, σε σύγκριση με τις εξισώσεις Boussinesq των Madsen & Sørensen (1992) που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία.
- ✓ Αξιοποίηση της υπάρχουσας γνώσης του παρόντος μοντέλου και του αντίστοιχου προτεινόμενου μοντέλου για τη κατανομή των ταχυτήτων από τους Metallinos & Memos (2012) για περιβαλλοντικούς λόγους. (π.χ. κατά πόσο μπορεί να αναπτυχθεί ζωή εντός του υφάλου βασιζόμενη στο υδροδυναμικό πεδίο που αναπτύσσεται εντός αυτού).

9. Βιβλιογραφία

Παρακάτω δίνεται μια καταγραφή των δημοσιεύσεων, συγγραμμάτων, εργασιών και βιβλίων, στα οποία βασίστηκε η ανάπτυξη της παρούσας εργασίας, κυρίως της διεθνούς βιβλιογραφίας. Οι αναφορές ταξινομούνται αλφαβητικά.

- Agnon, Y., Madsen, P.A., Schäffer, H.A., 1999. “A new approach to high order Boussinesq models”. In: *J. Fluid Mech.* 399, 319.
- Airy, G.B., 1845. Tides and waves. *Encyc. Metrop.* 192, 241–396 (Article).
- Avgeris, I., Prinos, P. and Karambas, Th., 2002. “Effects of porous submerged breakwaters on wave evolution in shallow waters”, *Proc. of 5th Int. Conf. on Hydroscience and Engineering*, Poland.
- Avgeris I, Karambas T.V. and Prinos P., 2004. “Boussinesq modeling of wave interaction with porous submerged breakwaters”. *Coastal Engineering. ICCE*, Lisbon, Portugal.
- Avgeris, I., Karambas, Th.V. and Prinos, P., 2004. “Boussinesq Modeling of Wave interaction with Porous Submerged Breakwaters”, In: *Proceedings of 29th International Conference on Coastal Engineering, ASCE*, pp. 604-616.
- Avgeris, I., Karambas, Th., Prinos, P., Koutitas, Ch., Belloti, G., Briganti, R., Brocchini, M., 2004. *DELOS Internal Report*, “Flow Description (WP 2.1), Final Phase-Resolving Boussinesq- Type Models (D42)”.
- Avgeris, I., Karambas, Th.V. and Prinos, P. (2004). “Boussinesq Modeling of Wave Interaction with Porous Submerged Breakwaters”, In: *Proceedings of 29th International Conference on Coastal Engineering, ASCE*, pp. 604-616.
- Beji, S. and K. Nadaoka, 1996. “A formal derivation and numerical modeling of the improved Boussinesq equations for varying depth”. *Ocean Engng.*, 23-8, 691-704.
- Belibassakis, K., 2012. “Water-wave induced groundwater pressure and flow in variable bathymetry regions and sandy beaches by an enhanced coupled-mode model”. *Coastal Engineering*, 47, 104-118.
- Bingham, H. B., Agnon, Y., 2005. “A Fourier–Boussinesq method for nonlinear water waves”. In: *European Journal of Mechanics B/Fluids* 24, pp. 255–274.
- Boussinesq, J., 1871, “Theorie de l'intumescence liquide appelee onde solitaire ou de translation se propageant dans un canal retangulaire”. *C. R. Acad Sci. Paris*, 72, 755-759.
- Boussinesq, J., 1872. “Theory des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communicant au liquid contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond”. In: *Journal de Mathematiques Pures et Appliques Serie.* 17, 55-108.
- Bretschneider, C. L., 1960. “A theory for waves of finite height”. *Proceedings of 7th the International Conference on Coastal Engineering*, The Hague, The Netherlands, pp. 146-183.

- Burcharth H.F. Andersen O.H., 1995. "On the one-dimensional steady and unsteady porous flow equations". *Coastal Engineering*, 24, pp. 233–257.
- Byatt-Smith, J. G. B., Longuet-Higgins, M.S. 1976. "On the speed and profile of steep solitary waves". *Proc. R. Soc. London Ser. A* 350:175-89.
- Cantelmo, C., Allsop, W., Dunn, S., 2010. "Wave pressures in and under breakwaters". In: *CoatLab 2010*, Barcelona, Spain.
- Chappellear, J. E., 1961. "Direct Numerical Calculation of Wave Properties". In: *Journal of Geophysical Research*, Vol 66, pp 501-508
- Chapman, B., Ilic, S., Simmonds, D., Chadwick, A., 1999. "Physical model evaluation of the hydrodynamics produced around a permeable breakwater scheme". *Proceedings of the International Conference on Coastal Structures*, pp. 803–812.
- Chen, Q., 2006. "Fully nonlinear Boussinesq-type equations for waves and currents over porous beds". *Journal of Engineering Mechanics*, 132 (2), 220–230.
- Cruz, E.C., M. Isobe and A. Watanabe, 1992. "Nonlinear wave transformation over a submerged permeable breakwater". *Proc, Int. Conf. Coastal Eng.*, pp.1101-1114.
- Cruz, E.C., Isobe M., and Watanabe A., 1997. "Boussinesq equations for wave transformation on porous beds". *Coastal Engineering*, 24, 233-257.
- Cruz, E. C. and Chen, Q., 2006a. "Fundamental properties of Boussinesq-type equations for wave motion over a permeable bed", *Coastal Eng. Journal*, 48 (3), 225-256.
- Cruz, E. and Chen, Q., 2006b. "Numerical modeling of nonlinear waves over heterogeneous porous beds", *Ocean Eng.* In press.
- De, S.C., 1955. "Contributions to the theory of Stokes's waves". *Proc. Camb. Phil. Soc.* 51, 713-36.
- Dean, R.G., 1968. "Relative Validity of Water Wave Theories". In: *Proc. Civil Eng. in Ocean, ASCE*, Vol 1, pp1-30.
- Dean, R.G., 1974. "Evaluation and Development of Water Wave Theories for Engineering Applications". In: *Coastal Engineering Research Center, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station*, Special Report No.1.
- Dean, R.G., Dalrymple, R.A., 1991. "Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists". In: *World Scientific Pub. Co.*, Teaneck, NJ.
- De Groot, R.S., 1994. "Environmental functions and the economic value of natural ecosystems". In: *Jansson, A.M. (Ed.), Investing in Natural Capital: The Ecological Economics Approach to Sustainability*. Island Press, International Society for Ecological Economics, pp. 151–168.
- Drei and Lamberti, 1999. "Wave pumping effect of a submerged barrier", *Proc., International Conference on Coastal Structures (1999)*, pp. 667–674.
- Fenton, J.D., 1972. "A Ninth-Order Solution for Solitary Waves". In: *Jour. Fluid Mech.*, Vol 53, pp 257-271.
- Fenton, J. D., 1979. "A high-order cnoidal wave theory". *J. Fluid Mech.* 94, 129–161.

- Fenton, J.D., 1985. "A fifth-order Stokes theory for steady waves", *J. Waterway Port Coastal and Ocean Engineering* 111, 216-234.
- Fenton, J.D., 1988. "The Numerical solution of Steady Water Wave Problem". In: *Jour. Comp. and Geo.*, Vol 14, pp 357-368.
- Flaten, G., and Rygg, O.B., 1991. "Dispersive shallow water waves over a porous sea bed". *Coastal Eng.*, 15, 347-369.
- Gironella, X., Sanchez-Arcilla, A., 1999. "Hydrodynamic behavior of submerged breakwater. Some remarks based on experimental results". *Proc., International Conference on Coastal*, pp. 891–896.
- Gobbi, M. F., Kirby, J. T. & Wei, G., 2000. "A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves, Part 2, Extension to $O(kh)$ ". *J. Fluid Mech.* 405, 181-210.
- Groot, M.B., Yamazaki H., van Gent, M.R.A., Kheyruri, Z., 1994. "Pore pressure in rubble-mound breakwaters". In: *Proceedings of the 24th International Conference*, Kobe, Japan, ASCE, pp. 1727-1738.
- Hedges, T. S., 1995. "Regions of validity of analytical wave theories", *Proc. Inst. Civ. Engrs, Water, Maritime and Energy*, 112, pp. 111-114.
- Hsiao, S.-C., Liu, P.L.-F., Chen, Y., 2002. "Nonlinear water waves over a permeable bed". *Proceedings of the Royal Society of London. Series A* 458, 1291– 1322.
- Hsu, T-J, Sakakiyama, T. and Liu, P. L.-F., 2002. "A numerical model for wave motions and turbulence flows in front of a composite breakwater". *Coastal Eng.*, 46(1), 25-50.
- Ilic, S., Pan, S., Chapman, B., Chadwick, A.J., O'Connor, B.A., MacDonald, N.J., 1999. "Laboratory measurements of flow around a detached breakwater scheme". *Proc. International Conference on Coastal Structures*, pp. 813–822.
- Isobe, M., K. Shiba, E.C. Cruz and A. Watanabe, 1991. "On the nonlinear deformation of waves over submerged permeable breakwaters". *Proa, Coastal Eng. Conference in Japan* (in Japanese), pp.551-555.
- Iwagaki, Y., 1968. "Hyperbolic Waves and Their Shoaling". *Proc. 11th Conf. on Coastal Engg.*, pp. 124 - 144.
- Karambas, T.V., 1999. "A unified model for periodic non linear dispersive wave in intermediate and shallow water". In: *Journal of Coastal Research*, Vol 15, No 1, pp. 128-139.
- Keller, J.B., 1948. "The solitary wave and periodic waves in shallow water". *Commun. Appl. Math.*, 1, 323-339.
- Keulegan, G.H., Patterson, G.W., 1940. "Mathematical theory of irrotational translation waves". *J. Res. Nat. Bur. Stand.*, U.S. Dep. Commerce, 24, 47-101.
- Kioka, W., Kai, H. and Hiraoka, S., 1994. "Nonlinear shallow water waves over a porous structure (in Japanese)". *Proc. Coastal Eng. JSCE*, 41(I): 71 I- 715.
- Korteweg, D.J. and de Vries, H. 1895. "On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves". *Philosophical Magazine*, 39, 422-443.

- Kriezis E.E, Th.V. Karambas, P. Prinos, A. Tilegrafos, X. Gironella and C. Möso, 1999. "Reflection and transmission for submerged and rubble-mound breakwater". *Proceedings of the International Conference on Coastal Structures*, pp. 689–696.
- Laitone, E.V., 1960. "The second approximation to cnoidal and solitary waves". *J. Fluid Mech.*, Vol. 9, pp. 430-444.
- Laitone, E.V., 1965. "Series solution for shallow water waves". *J. Geophys. Res.*, Vol. 70, No. 4, pp. 995-998.
- Lara J.L., Garcia N., Losada I.J., 2006a. "RANS modeling applied to random wave interaction with submerged permeable structures". *Coastal Engineering*, 53, 395–417.
- Lara J.L., Losada I.J., Liu P. L.-F., 2006b. "Breaking waves over a mild gravel slope: experimental and numerical analysis". *Journal of Geophysical Research*, AGU, 111, C11019, doi: 10-1029/2005 JC003374.
- Le Méhauté, B., 1976. "Introduction to Hydrodynamics and Water Waves". In: *Springer-Verlag*, New York.
- Lin, P., Liu P. L.-F., 1998a. "A numerical study of breaking waves in the surf zone". *J. Fluid Mech.*, 359, 239-264.
- Lin, P., Liu P. L.-F., 1998b. "Turbulence transport, vortices dynamics, and solute mixing under plunging breaking waves in surf zone". *J. Geophys. Res.*, 103, 15677-15694.
- Liu, P. L.-F., and Wen, J. (1997). "Nonlinear diffusive surface waves in porous media." *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., 347, 119–139.
- Liu, P. L.-F., Lin, P., Chang, K.-A., and Sakakiyama, T., 1999, "Wave interaction with porous structures". *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, ASCE, 125 (6), 322-330.
- Liu P.L.-F, Lin, P., Hsu, T., Chang, K., Losada, I.J., Vidal, C. and Sakakiyama, T., 2000. "A Reynolds averaged Navier-Stokes equation model for nonlinear water wave and structure interactions". *Proceedings Coastal Structures 99*, A.A. Balkema. Rotterdam, pp. 169-174.
- Longuet-Higgins, M.S., J.D. Fenton, 1974. "On the mass, momentum, energy and circulation of a solitary wave. II". *Proceedings of the Royal Society of London*, Series A, Mathematical and Physical Sciences 340, 471-493.
- Losada, I. J., Silva, R., and Losada, M. A., 1996a. "3-D non-breaking regular wave interaction with submerged breakwaters." *Coast. Engrg.*, 28, 229–248.
- Losada, I.J., Lara, J.L., Damgaard, E., Garcia, N., 2005. "Modelling of velocity and turbulence fields around and within low-crested rubble-mound breakwaters". *Coastal Engineering*, 52, 887–913.
- Madsen, O.S., 1974. "Wave transmission through porous structures", *Harbors Coastal Eng. Div.*, ASCE, J.W, 100, pp. 169-188.
- Madsen P.A., Bingham, H.B., Liu, H., 2002. "A new Boussinesq method for fully nonlinear waves from shallow to deep water". In: *J. Fluid Mech.*, vol. 462, pp. 1-30.

- Madsen, P.A., Bingham, H.B., Schäffer, H.A., 2003. "Boussinesq type formulations for fully nonlinear and extremely dispersive water waves: derivation and analysis". In: *Proc. R. Soc. Lond.*, A. 459, 1075–1104.
- Madsen, P.A., Murray, R., Sorensen, O.R., 1991. "A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics". In: *Coastal Engineering*, 15, 371-388.
- Madsen, P.A., Schäffer, H.A., 1998. "Higher-order Boussinesq-type equations for surface gravity waves: derivation and analysis". In: *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* 356, 3123-3184.
- Madsen, P.A., Sørensen, O.R., 1992. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2: A slowly varying bathymetry. *Coastal Engineering*, 18, 183-204.
- Massel, S.R., Przyborska, A., Przyborski, M., 2005. "Attenuation of wave-induced groundwater pressure in shallow water, Part 2. Theory". In: *Oceanologia*, 47(3), 291-323.
- Memos, C.D., Karambas, Th.V. and Avgeris, I., 2005. "Irregular Wave Transformation in the Nearshore Zone: Experimental Investigations and Comparison with a Higher Order Boussinesq Model", *Ocean Engineering*, 32, pp. 1465-148.
- Mendez Lorenzo, A.B., Van der Meer, J.W., Hawkes, P.J., 2000. "Effects of bi-modal waves on overtopping: application of UK and Dutch prediction methods". *Proc. 27th ICCE*, Sydney, Australia, ASCE, 2114-2127.
- Metallinos, A. and Memos, C. (2012). "Wave Induced kinematics inside submerged porous structures". *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, iFirst, 1-7. [Available online at <http://dx.doi.org/10.1080/00221686.2012.693670>]
- Munk, W.H., 1949. "The Solitary Wave Theory and Its Application to Surf Problems". In: *Annals New York Acad. Sci.*, Vol 51, pp 376-423.
- Nwogu, O., 1993. "Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation". In: *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, vol 119, no. 6. pp. 618-638.
- Nwogu, O. G., and Z. Demirebilek., 2006. "Nonlinear wave interaction with submerged and surface-piercing porous structures". *Proceedings of the ICCE '06*, Vol. 1. San Diego, CA, 287-299.
- Oumeraci, H., Partenscky, H.W., 1990. "Wave-induced pore pressure in rubble mound breakwaters". In: *Proceedings of the 22th International Conference*, Delft, The Netherlands, pp. 1334-1347.
- Peregrine, D.H., 1967. "Long waves on a beach". In: *Journal of Fluid Mechanics* 27, pp. 815-827.
- Peregrine, D. H., 1972. "Equations for water waves and the approximations behind them". In: *Waves on Beaches*, edited by R. E. Meyer, pp. 95-122, Academic, San Diego, Calif.
- Rayleigh, L., 1876. On Waves. In: *Phil. Mag.*, Vol 1, pp 257-279.

- Rojanakamthorn, S., Isobe M., Watanabe A., 1989. "A mathematical model of wave transformation over a submerged breakwater". *Coastal Engineering*, 32 (2), 209-234.
- Rojanakamthorn, S., Isobe, M. and Watanabe, A., 1990. "Modeling of wave transformation on submerged breakwater". In: *Proc. 22nd Int. Conf. Coastal Eng.*, Delft, 1990. ASCE, pp. 1060-1073.
- Russell, J.S. 1838. "Report to committee on waves". In: *Report of the 7th Meeting of the British Association of the Advancement of Science*, British Association of the Advancement of Science, Liverpool, UK. pp. 417–496.
- Russell, J.S., 1844. "Report on Waves". In: *14th Meeting Brit. Assoc. Adv. Sci.*, pp 311-390.
- Sawaragi, T. and Deguchi, Y., 1992. "Waves on permeable breakwaters". *Proc. 23th. Coast. Eng. Conf.*, ASCE, pp. 1531-1544.
- Scarsi, G., Stura, S., 1973. . "Dynamic pressure and response factors for progressive gravity waves to third order approximation". In : *Meccanica*. 8 (1), 44-51.
- Schäffer, H.A., 2003. "Accurate determination of internal kinematics from numerical wave model results". In: *Coastal Engineering* 50, pp. 199-211.
- Schäffer, H.A., 2004. "Another step towards a post-Boussinesq wave model". In: *29th Int. Conf. on Coastal Engineering*, ASCE.
- Skjelbreia, L., Hendrickson, J., 1960, "Fifth order gravity wave theory", *Proc. Coastal Engineering 7th Conf.*, pp. 184-196
- Sollitt, C.K. and Cross, R.H. (1972). "Wave Transmission through Permeable Breakwaters", In: *Proceedings of 13th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, pp. 1827-1846.
- Sollitt, C.K., Cross, R.H., (1976). "Wave reflection and transmission at permeable breakwaters". *U.S. Army Corps of Engineers, Coastal Engineering Research Center*, Tech. Paper 76-8, pp. 172.
- Stokes, G.G., 1847. "On the Theory of Oscillatory Waves". In: *Trans. Camb. Phil. Soc.*, Vol 8, pp 441-455.
- Van Gent, M. R. A., 1994. "The modelling of wave action on and in coastal structures". *Coastal Engineering*, 22, 311-339.
- Van Gent, M.R.A., 1995. "Wave Interaction with Permeable Coastal Structures". PhD Thesis, *Delft University*, Delft, The Netherlands.
- Vanneste, D., Troch, P., 2010. "Experimental research on pore pressure attenuation in rubble-mound breakwaters". In: *Proceedings of the 32th International Conference*, Shanghai, China, ICCE.
- Vidal, C., Losada, M. A., Medina, R., and Rubio, J., 1988. "Solitary wave transmission through porous breakwaters". *Proc., 21st Int. Conf. Coast. Engrg.*, ASCE, New York, pp. 1073–1083.
- Ward, J.C. 1964. "Turbulent Flow in Porous Media". *Proc. ASCE, J. Hyd. Div.*, Vol. 90, No. HY 5, pp. 1-12.

- Wei, G. and Kirby, J.T., 1995. "Time-Dependent Numerical Code for Extended Boussinesq Equations", *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 121, No. 5, pp. 251-261.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T, Subramanya, R., 1995. "A fully non-linear Boussinesq model for surface waves: Part I. Highly non-linear unsteady waves". In: *J. Fluid Mechanics*, vol. 294, pp. 71-92.
- Wei, G., Kirby, J.T. Sinha, A., 1999. Generation of Waves in Boussinesq Models Using a Source Function Method, *Coastal Engineering*, 36, pp. 271-299.
- Wiegel, R.L., 1960. "A Presentation of Cnoidal Wave Theory for Practical Application". In: *Jour. Fluid Mech.*, Vol 7, pp 273-286.
- Wiegel, R.L., 1964. "Oceanographical Engineering". In: *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ*.
- Yamashiro et al., 1999. "Experimental study on wave field behind a submerged breakwater". *Proc. International Conference on Coastal Structures*, pp. 675–682.
- Zou, Z.L., 1999. "Higher order Boussinesq equations". In: *Ocean Engineering*, 26, pp. 767-792.

Παράρτημα Α

Πίνακες μετρήσεων

Σενάριο	1
Ύψος κύματος H (m)	0.065
Περίοδος T (s)	2.12
Βάθος d (m)	0.5
Μήκος κύματος L (m)	4.34

Ανάτη διατομή			
d [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5169.68	5171.54	0.04
0.1	4191.91	4208.20	0.39
0.2	3220.70	3224.49	0.12
0.3	2256.38	2272.71	0.72
0.4	1299.50	1302.80	0.25
0.5	350.88	348.10	-0.79
Μοντέλο			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5169.68	4905	264.68
0.1	4191.91	3924	267.91
0.2	3220.70	2943	277.70
0.3	2256.38	1962	294.38
0.4	1299.50	981	318.50
0.5	350.88	0	350.88
Μέτρηση			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5171.54	4905	266.54
0.1	4208.20	3924	284.20
0.2	3224.49	2943	281.49
0.3	2272.71	1962	310.71
0.4	1302.80	981	321.80
0.5	348.10	0	348.10

Διατομή 1			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5260.24	5273.00	0.24
0.05	4769.95	4818.27	1.01
0.1	4280.05	4304.67	0.58
0.15	3790.5	3822.34	0.84
0.2	3301.22	3330.02	0.87
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5260.24	4905	355.24
0.05	4769.95	4414.5	355.45
0.1	4280.05	3924	356.05
0.15	3790.5	3433.5	357
0.2	3301.22	2943	358.22
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5273.00	4905	368.00
0.05	4818.27	4414.5	403.77
0.1	4304.67	3924	380.67
0.15	3822.34	3433.5	388.84
0.2	3330.02	2943	387.02

Διατομή 2			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5152.33	5117.65	-0.67
0.05	4665.23	4623.76	-0.89
0.1	4184.55	4205.04	0.49
0.15	3709.16	3696.43	-0.34
0.2	3237.31	3224.49	-0.40
0.25	2766.65	2757.54	-0.33
0.3	2294.37	2338.82	1.94
0.35	1817.27	1836.77	1.07
0.4	1331.99	1351.03	1.43
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5152.33	4905	247.33
0.05	4665.23	4414.5	250.73
0.1	4184.55	3924	260.55
0.15	3709.16	3433.5	275.66
0.2	3237.31	2943	294.31
0.25	2766.65	2452.5	314.15
0.3	2294.37	1962	332.37
0.35	1817.27	1471.5	345.77
0.4	1331.99	981	350.99
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5117.65	4905	212.65
0.05	4623.76	4414.5	209.26
0.1	4205.04	3924	281.04
0.15	3696.43	3433.5	262.93
0.2	3224.49	2943	281.49
0.25	2757.54	2452.5	305.04
0.3	2338.82	1962	376.82
0.35	1836.77	1471.5	365.27
0.4	1351.03	981	370.03

Διατομή 3			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5184.5	5149.45	-0.68
0.05	4699.64	4372.47	-6.96
0.1	4225.5	4239.99	0.34
0.15	3760.34	3744.52	-0.42
0.2	3301.22	3361.81	1.84
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5184.5	4905	279.5
0.05	4699.64	4414.5	285.14
0.1	4225.5	3924	301.5
0.15	3760.34	3433.5	326.84
0.2	3301.22	2943	358.22
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5149.45	4905	244.45
0.05	4514.00	4414.5	99.50
0.1	4239.99	3924	315.99
0.15	3744.52	3433.5	311.02
0.2	3361.81	2943	418.81

Σενάριο	2
Ύψος κύματος H (m)	0.08
Περίοδος T (s)	1.85
Βάθος d (m)	0.5
Μήκος κύματος L (m)	3.69

Ανάτη διατομή			
d [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5199.89	5156.82	-0.83
0.1	4223.67	4237.64	0.33
0.2	3257.22	3224.49	-1.01
0.3	2301.15	2302.15	0.04
0.4	1356.50	1355.10	-0.10
0.5	424.84	421.70	-0.74
Μοντέλο			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5199.89	4905	294.89
0.1	4223.67	3924	299.67
0.2	3257.22	2943	314.22
0.3	2301.15	1962	339.15
0.4	1356.50	981	375.50
0.5	424.84	0	424.84
Μέτρηση			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5156.82	4905	251.82
0.1	4237.64	3924	313.64
0.2	3224.49	2943	281.49
0.3	2302.15	1962	340.15
0.4	1355.10	981	374.10
0.5	421.70	0	421.70

Διατομή 1			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5292.2	5302.44	0.19
0.05	4802.29	4877.15	1.56
0.1	4313.51	4289.95	-0.55
0.15	3825.72	3822.34	-0.09
0.2	3338.65	3366.03	0.82
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5292.2	4905	387.2
0.05	4802.29	4414.5	387.79
0.1	4313.51	3924	389.51
0.15	3825.72	3433.5	392.22
0.2	3338.65	2943	395.65
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5302.44	4905	397.44
0.05	4877.15	4414.5	462.65
0.1	4289.95	3924	365.95
0.15	3822.34	3433.5	388.84
0.2	3366.03	2943	423.03

Διατομή 2			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5044.75	5073.50	0.57
0.05	4563.85	4520.72	-0.94
0.1	4100.91	4175.60	1.82
0.15	3652.3	3608.11	-1.21
0.2	3212.39	3224.49	0.38
0.25	2773.99	2728.10	-1.65
0.3	2329.05	2284.01	-1.93
0.35	1869.81	1836.77	-1.77
0.4	1390.41	1409.91	1.40
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5044.75	4905	139.75
0.05	4563.85	4414.5	149.35
0.1	4100.91	3924	176.91
0.15	3652.3	3433.5	218.8
0.2	3212.39	2943	269.39
0.25	2773.99	2452.5	321.49
0.3	2329.05	1962	367.05
0.35	1869.81	1471.5	398.31
0.4	1390.41	981	409.41
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5073.50	4905	168.50
0.05	4520.72	4414.5	106.22
0.1	4175.60	3924	251.60
0.15	3608.11	3433.5	174.61
0.2	3224.49	2943	281.49
0.25	2728.10	2452.5	275.60
0.3	2284.01	1962	322.01
0.35	1836.77	1471.5	365.27
0.4	1409.91	981	428.91

Διατομή 3			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5228.04	5252.49	0.47
0.05	4742.71	4711.02	-0.67
0.1	4267.24	4284.15	0.40
0.15	3800.09	3759.24	-1.07
0.2	3338.65	3302.94	-1.07
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5228.04	4905	323.04
0.05	4742.71	4414.5	328.21
0.1	4267.24	3924	343.24
0.15	3800.09	3433.5	366.59
0.2	3338.65	2943	395.65
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5252.49	4905	347.49
0.05	4711.02	4414.5	296.52
0.1	4284.15	3924	360.15
0.15	3759.24	3433.5	325.74
0.2	3302.94	2943	359.94

Σενάριο	3
Ύψος κύματος H (m)	0.095
Περίοδος T (s)	1.58
Βάθος d (m)	0.5
Μήκος κύματος L (m)	3.03

Ανάτη διατομή			
d [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5204.39	5166.55	-0.73
0.1	4230.22	4237.64	0.18
0.2	3270.07	3224.49	-1.39
0.3	2325.04	2346.31	0.91
0.4	1397.08	1391.11	-0.43
0.5	489.09	480.58	-1.74
Μοντέλο			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5204.39	4905	299.39
0.1	4230.22	3924	306.22
0.2	3270.07	2943	327.07
0.3	2325.04	1962	363.04
0.4	1397.08	981	416.08
0.5	489.09	0	489.09
Μέτρηση			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5166.55	4905	261.55
0.1	4237.64	3924	313.64
0.2	3224.49	2943	281.49
0.3	2346.31	1962	384.31
0.4	1391.11	981	410.11
0.5	480.58	0	480.58

Διατομή 1			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5303.78	5199.40	-1.97
0.05	4813.98	4795.40	-0.39
0.1	4325.53	4348.82	0.54
0.15	3838.24	3866.49	0.74
0.2	3351.82	3321.87	-0.89
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5303.78	4905	398.78
0.05	4813.98	4414.5	399.48
0.1	4325.53	3924	401.53
0.15	3838.24	3433.5	404.74
0.2	3351.82	2943	408.82
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5199.40	4905	294.40
0.05	4795.40	4414.5	380.90
0.1	4348.82	3924	424.82
0.15	3866.49	3433.5	432.99
0.2	3321.87	2943	378.87

Διατομή 2			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5081.28	5102.94	0.43
0.05	4600.6	4623.76	0.50
0.1	4138.32	4146.17	0.19
0.15	3690.79	3696.43	0.15
0.2	3252.12	3268.64	0.51
0.25	2814.79	2836.72	0.78
0.3	2370.49	2368.26	-0.09
0.35	1911.43	1878.94	-1.70
0.4	1432	1439.35	0.51
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5081.28	4905	176.28
0.05	4600.6	4414.5	186.1
0.1	4138.32	3924	214.32
0.15	3690.79	3433.5	257.29
0.2	3252.12	2943	309.12
0.25	2814.79	2452.5	362.29
0.3	2370.49	1962	408.49
0.35	1911.43	1471.5	439.93
0.4	1432	981	451
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5102.94	4905	197.94
0.05	4623.76	4414.5	209.26
0.1	4146.17	3924	222.17
0.15	3696.43	3433.5	262.93
0.2	3268.64	2943	325.64
0.25	2836.72	2452.5	384.22
0.3	2368.26	1962	406.26
0.35	1878.94	1471.5	407.44

Διατομή 3			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5028.78	5061.13	0.64
0.05	4558.49	4607.98	1.09
0.1	4126.76	4143.53	0.41
0.15	3727.83	3700.36	-0.74
0.2	3351.82	3376.53	0.74
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5028.78	4905	123.78
0.05	4558.49	4414.5	143.99
0.1	4126.76	3924	202.76
0.15	3727.83	3433.5	294.33
0.2	3351.82	2943	408.82
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5061.13	4905	156.13
0.05	4607.98	4414.5	193.48
0.1	4143.53	3924	219.53
0.15	3700.36	3433.5	266.86
0.2	3376.53	2943	433.53

Σενάριο	4
Ύψος κύματος H (m)	0.107
Περίοδος T (s)	1.31
Βάθος d (m)	0.5
Μήκος κύματος L (m)	2.34

Ανάτη διατομή			
d [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5161.51	5156.82	-0.09
0.1	4189.77	4189.41	-0.01
0.2	3237.21	3268.64	0.97
0.3	2305.87	2346.31	1.75
0.4	1399.28	1391.11	-0.58
0.5	522.72	524.74	0.39
Μοντέλο			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5161.51	4905	256.51
0.1	4189.77	3924	265.77
0.2	3237.21	2943	294.21
0.3	2305.87	1962	343.87
0.4	1399.28	981	418.28
0.5	522.72	0	522.72
Μέτρηση			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5156.82	4905	251.82
0.1	4189.41	3924	265.41
0.2	3268.64	2943	325.64
0.3	2346.31	1962	384.31
0.4	1391.11	981	410.11
0.5	524.74	0	524.74

Διατομή 1			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5268.5	5214.12	-1.03
0.05	4778.88	4700.51	-1.64
0.1	4290.89	4289.95	-0.02
0.15	3804.15	3851.77	1.25
0.2	3318.14	3352.89	1.05
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5268.5	4905	363.5
0.05	4778.88	4414.5	364.38
0.1	4290.89	3924	366.89
0.15	3804.15	3433.5	370.65
0.2	3318.14	2943	375.14
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	5214.12	4905	309.12
0.05	4700.51	4414.5	286.01
0.1	4289.95	3924	365.95
0.15	3851.77	3433.5	418.27
0.2	3352.89	2943	409.89

Διατομή 2			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5094.67	5132.37	0.74
0.05	4613.05	4623.76	0.23
0.1	4148.24	4175.60	0.66
0.15	3697.27	3696.43	-0.02
0.2	3255.17	3253.93	-0.04
0.25	2815.44	2860.57	1.60
0.3	2370.51	2412.41	1.77
0.35	1912.55	1914.45	0.10
0.4	1434.26	1454.07	1.38
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5094.67	4905	189.67
0.05	4613.05	4414.5	198.55
0.1	4148.24	3924	224.24
0.15	3696.43	3433.5	262.93
0.2	3255.17	2943	312.17
0.25	2815.44	2452.5	362.94
0.3	2370.51	1962	408.51
0.35	1912.55	1471.5	441.05
0.4	1434.26	981	453.26
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5132.37	4905	227.37
0.05	4623.76	4414.5	209.26
0.1	4175.60	3924	251.60
0.15	3755.31	3433.5	321.81
0.2	3253.93	2943	310.93
0.25	2860.57	2452.5	408.07
0.3	2412.41	1962	450.41
0.35	1914.45	1471.5	442.95

Διατομή 3			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	5099.63	5120.01	0.40
0.05	4621.97	4563.82	-1.26
0.1	4168.78	4172.97	0.10
0.15	3736.35	3729.80	-0.18
0.2	3318.14	3347.09	0.87
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5099.63	4905	194.63
0.05	4621.97	4414.5	207.47
0.1	4168.78	3924	244.78
0.15	3736.35	3433.5	302.85
0.2	3318.14	2943	375.14
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	5120.01	4905	215.01
0.05	4590.11	4414.5	175.61
0.1	4172.97	3924	248.97
0.15	3729.80	3433.5	296.30
0.2	3347.09	2943	404.09

Σενάριο	5
Ύψος κύματος H (m)	0.04
Περίοδος T (s)	2.12
Βάθος d (m)	0.45
Μήκος κύματος L (m)	4.15

Ανάτη διατομή			
d [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0.05	4580.00	4570.70	-0.20
0.15	3601.08	3596.55	-0.13
0.25	2626.54	2620.99	-0.21
0.35	1656.58	1671.28	0.89
0.45	691.60	698.38	0.98
Μοντέλο			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0.05	4580.00	4414.5	165.50
0.15	3601.08	3433.5	167.58
0.25	2626.54	2452.5	174.04
0.35	1656.58	1471.5	185.08
0.45	691.60	490.5	201.10
Μέτρηση			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0.05	4570.70	4414.5	156.20
0.15	3596.55	3433.5	163.05
0.25	2620.99	2452.5	168.49
0.35	1671.28	1471.5	199.78
0.45	698.38	490.5	207.88

Διατομή 1			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	4656.17	4684.22	0.60
0.05	4165.55	4263.50	2.35
0.1	3674.7	3668.57	-0.17
0.15	3183.64	3204.11	0.64
0.2	2692.39	2716.79	0.91
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	4656.17	4414.5	241.67
0.05	4165.55	3924	241.55
0.1	3674.7	3433.5	241.2
0.15	3183.64	2943	240.64
0.2	2692.39	2452.5	239.89
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	4684.22	4414.5	269.72
0.05	4263.50	3924	339.50
0.1	3668.57	3433.5	235.07
0.15	3204.11	2943	261.11
0.2	2716.79	2452.5	264.29

Διατομή 2			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	4576.12	4564.46	-0.25
0.05	4087.48	4111.73	0.59
0.1	3602.33	3613.35	0.31
0.15	3120.11	3121.03	0.03
0.2	2639.87	2640.36	0.02
0.25	2160.33	2193.04	1.51
0.3	1679.92	1738.81	3.51
0.35	1196.89	1209.41	1.05
0.4	709.31	728.73	2.74
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4576.12	4414.5	161.62
0.05	4087.48	3924	163.48
0.1	3602.33	3433.5	168.83
0.15	3120.11	2943	177.11
0.2	2639.87	2452.5	187.37
0.25	2160.33	1962	198.33
0.3	1679.92	1471.5	208.42
0.35	1196.89	981	215.89
0.4	709.31	490.5	218.81
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4564.464	4414.5	149.96
0.05	4111.733	3924	187.73
0.1	3613.346	3433.5	179.85
0.15	3121.03	2943	178.03
0.2	2640.358	2452.5	187.86
0.25	2193.039	1962	231.04
0.3	1738.811	1471.5	267.31
0.35	1209.407	981	228.41

Διατομή 3			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	4636.16	4667.66	0.68
0.05	4146.97	4150.90	0.09
0.1	3660.25	3658.58	-0.05
0.15	3175.61	3153.05	-0.71
0.2	2692.39	2699.32	0.26
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4636.16	4414.5	221.66
0.05	4146.97	3924	222.97
0.1	3660.25	3433.5	226.75
0.15	3175.61	2943	232.61
0.2	2692.39	2452.5	239.89
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4667.66	4414.5	253.16
0.05	4150.90	3924	226.90
0.1	3658.58	3433.5	225.08
0.15	3153.05	2943	210.05
0.2	2699.32	2452.5	246.82

Σενάριο	6
Ύψος κύματος H (m)	0.057
Περίοδος T (s)	1.85
Βάθος d (m)	0.45
Μήκος κύματος L (m)	3.54

Ανάπτυξη διατομή			
d [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0.05	4632.21	4619.93	-0.27
0.15	3655.05	3645.28	-0.27
0.25	2685.74	2676.29	-0.35
0.35	1724.80	1700.72	-1.40
0.45	773.16	786.69	1.75
Μοντέλο			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0.05	4632.21	4414.5	217.71
0.15	3655.05	3433.5	221.55
0.25	2685.74	2452.5	233.24
0.35	1724.80	1471.5	253.30
0.45	773.16	490.5	282.66
Μέτρηση			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0.05	4619.93	4414.5	205.43
0.15	3645.28	3433.5	211.78
0.25	2676.29	2452.5	223.79
0.35	1700.72	1471.5	229.22
0.45	786.69	490.5	296.19

Διατομή 1			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	4710.63	4684.22	-0.56
0.05	4220.42	4263.50	1.02
0.1	3730.79	3727.45	-0.09
0.15	3241.64	3223.41	-0.56
0.2	2752.88	2735.59	-0.63
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	4710.63	4414.5	296.13
0.05	4220.42	3924	296.42
0.1	3730.79	3433.5	297.29
0.15	3241.64	2943	298.64
0.2	2752.88	2452.5	300.38
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	4684.22	4414.5	269.72
0.05	4263.50	3924	339.50
0.1	3727.45	3433.5	293.95
0.15	3223.41	2943	280.41
0.2	2735.59	2452.5	283.09

Διατομή 2			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	4663.14	4652.78	-0.22
0.05	4174.34	4160.47	-0.33
0.1	3688.77	3657.01	-0.86
0.15	3205.9	3183.98	-0.68
0.2	2724.9	2698.24	-0.98
0.25	2244.61	2246.84	0.10
0.3	1763.6	1772.82	0.52
0.35	1280.18	1277.43	-0.21
0.4	792.49	802.33	1.24
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4663.14	4414.5	248.64
0.05	4174.34	3924	250.34
0.1	3688.77	3433.5	255.27
0.15	3205.9	2943	262.90
0.2	2724.9	2452.5	272.40
0.25	2244.61	1962	282.61
0.3	1763.6	1471.5	292.1
0.35	1280.18	981	299.18
0.4	792.49	490.5	301.99
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4652.781	4414.5	238.28
0.05	4160.465	3924	236.47
0.1	3657.005	3433.5	223.51
0.15	3183.983	2943	240.98
0.2	2698.238	2452.5	245.74
0.25	2246.845	1962	284.84
0.3	1772.824	1471.5	301.32
0.35	1277.432	981	296.43

Διατομή 3			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	4660.58	4642.30	-0.39
0.05	4173.93	4140.75	-0.79
0.1	3694.63	3680.45	-0.38
0.15	3221.58	3242.36	0.65
0.2	2752.88	2772.91	0.73
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4660.58	4414.5	246.08
0.05	4173.93	3924	249.93
0.1	3694.63	3433.5	261.13
0.15	3221.58	2943	278.58
0.2	2752.88	2452.5	300.38
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4642.30	4414.5	227.80
0.05	4140.75	3924	216.75
0.1	3680.45	3433.5	246.95
0.15	3242.36	2943	299.36
0.2	2772.91	2452.5	320.41

Σενάριο	7
Ύψος κύματος H (m)	0.075
Περίοδος T (s)	1.58
Βάθος d (m)	0.45
Μήκος κύματος L (m)	2.92

Ανάτη διατομή			
d [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0.05	4664.74	4659.01	-0.12
0.15	3689.97	3674.72	-0.41
0.25	2728.04	2760.03	1.17
0.35	1780.07	1759.60	-1.15
0.45	848.09	847.15	-0.11
Μοντέλο			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0.05	4664.74	4414.5	250.24
0.15	3689.97	3433.5	256.47
0.25	2728.04	2452.5	275.54
0.35	1780.07	1471.5	308.57
0.45	848.09	490.5	357.59
Μέτρηση			
d [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0.05	4659.01	4414.5	244.51
0.15	3674.72	3433.5	241.22
0.25	2760.03	2452.5	307.53
0.35	1759.60	1471.5	288.10
0.45	847.15	490.5	356.65

Διατομή 1			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	4742.4	4743.10	0.01
0.05	4253.03	4219.09	-0.80
0.1	3765.81	3786.33	0.54
0.15	3280.39	3262.99	-0.53
0.2	2796.24	2779.74	-0.59
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	4742.4	4414.5	327.9
0.05	4253.03	3924	329.03
0.1	3765.81	3433.5	332.31
0.15	3280.39	2943	337.39
0.2	2796.24	2452.5	343.74
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστατικός όρος	Υδροδυναμικός όρος
0	4743.10	4414.5	328.60
0.05	4219.09	3924	295.09
0.1	3786.33	3433.5	352.83
0.15	3262.99	2943	319.99
0.2	2779.74	2452.5	327.24

Διατομή 2			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	4588.37	4593.90	0.12
0.05	4104.79	4076.72	-0.68
0.1	3634.26	3612.85	-0.59
0.15	3174.42	3165.19	-0.29
0.2	2721.47	2738.32	0.62
0.25	2270.39	2236.20	-1.51
0.3	1815.35	1801.76	-0.75
0.35	1350.23	1306.87	-3.21
0.4	869.29	839.92	-3.38
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4588.37	4414.5	173.87
0.05	4104.79	3924	180.79
0.1	3634.26	3433.5	200.76
0.15	3174.42	2943	231.42
0.2	2721.47	2452.5	268.97
0.25	2270.39	1962	308.39
0.3	1815.35	1471.5	343.85
0.35	1350.23	981	369.23
0.4	869.29	490.5	378.79
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4593.903	4414.5	179.40
0.05	4076.722	3924	152.72
0.1	3612.847	3433.5	179.35
0.15	3165.189	2943	222.19
0.2	2738.322	2452.5	285.82
0.25	2236.2	1962	274.20
0.3	1801.763	1471.5	330.26
0.35	1306.871	981	325.87

Διατομή 3			
h_s [m]	Μοντέλο p [Pa]	Μέτρηση p [Pa]	Απόκλιση %
0	4640.44	4636.64	-0.08
0.05	4158.28	4220.42	1.49
0.1	3692.05	3732.18	1.09
0.15	3239.38	3242.36	0.09
0.2	2796.24	2811.42	0.54
Μοντέλο			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4640.44	4414.5	225.94
0.05	4158.28	3924	234.28
0.1	3692.05	3433.5	258.55
0.15	3239.38	2943	296.38
0.2	2796.24	2452.5	343.74
Μέτρηση			
h_s [m]	Συνολική πίεση p [Pa]	Υδροστα- τικός όρος	Υδροδυνα- μικός όρος
0	4636.64	4414.5	222.14
0.05	4220.42	3924	296.42
0.1	3732.18	3433.5	298.68
0.15	3242.36	2943	299.36
0.2	2811.42	2452.5	358.92

Παράρτημα Β

Πίνακες $\rho \sim \varepsilon = H/L$

ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΠΙΕΣΕΙΣ:

d=0.50m

Section 1		Μέτρηση Αδιάστατη ($\rho/\rho g H_s$)				
ε	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>	
0.015	3.36233	3.07237	2.74487	2.43731	2.12339	
0.022	4.16135	3.82759	3.36675	2.99977	2.64166	
0.031	4.84558	4.46908	4.05289	3.60338	3.09582	
0.046	5.47311	4.93399	4.50303	4.04309	3.51943	

Section 2		Μέτρηση Αδιάστατη ($\rho/\rho g H_s$)							
ε	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>	<i>d=0.25 m</i>	<i>d=0.3 m</i>	<i>d=0.35 m</i>	<i>d=0.4 m</i>
0.015	3.26327	2.94834	2.68135	2.35703	2.0561	1.7583423	1.49135	1.17122	0.86148
0.022	3.98168	3.54786	3.27701	2.83164	2.53058	2.1410098	1.79249	1.4415	1.1065
0.031	4.75568	4.30911	3.86402	3.44489	3.04621	2.6436771	2.2071	1.75107	1.3414
0.046	5.3873	4.85342	4.38301	3.88003	3.41555	3.0026566	2.53224	2.00954	1.52629

Section 3		Μέτρηση Αδιάστατη ($\rho/\rho g H_s$)				
ε	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>	
0.015	3.28355	2.878352	2.70363	2.38769	2.14366	
0.022	4.12215	3.697208	3.3622	2.95025	2.59214	
0.031	4.71672	4.294409	3.86156	3.44855	3.14676	
0.046	5.37432	4.790508	4.38024	3.91506	3.51334	

d=0.45m

Section 1	Μέτρηση Αδιάστατη (ρ/ρ_{gH_s})				
ϵ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>
0.010	1.83809	1.673	1.43955	1.25729	1.06607
0.016	2.61927	2.38402	2.08428	1.80243	1.52966
0.026	3.48973	3.1042	2.78579	2.40075	2.0452

Section 2	Μέτρηση Αδιάστατη (ρ/ρ_{gH_s})								
ϵ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>
0.010	1.79110	1.61344	1.41788	1.22469	1.03608	0.86055	0.68231	0.47457	0.28596
0.016	2.60170	2.32641	2.04489	1.78039	1.50877	1.25637	0.99131	0.71430	0.44864
0.026	3.37996	2.99945	2.65815	2.32879	2.01472	1.64528	1.32565	0.96153	0.61797

Section 3	Μέτρηση Αδιάστατη (ρ/ρ_{gH_s})				
ϵ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>
0.010	1.83159	1.62881	1.43563	1.23726	1.05921
0.016	2.59583	2.31538	2.058	1.81303	1.55053
0.026	3.41141	3.10518	2.74595	2.38557	2.0685

Υδροδυναμικές πιέσεις:

d=0.50m

Section 1	Υδροδυναμική πίεση Αδιάστατη (p/ρgH_s)				
ε	p	p	p	p	p
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>
0.015	0.23465	0.25746	0.24273	0.24794	0.246783
0.022	0.31191	0.36309	0.28719	0.30516	0.331993
0.031	0.27437	0.35498	0.39591	0.40353	0.353089
0.046	0.32448	0.30022	0.38412	0.43905	0.430247

Section 2	Υδροδυναμική πίεση Αδιάστατη (p/ρgH_s)								
ε	p	p	p	p	p	p	p	p	p
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>
0.015	0.1356	0.13343	0.17921	0.16766	0.17949	0.19451	0.24028	0.23291	0.23595
0.022	0.13224	0.08336	0.19746	0.13703	0.22091	0.21629	0.25272	0.28667	0.33661
0.031	0.18447	0.19502	0.20705	0.24504	0.30348	0.35807	0.37861	0.37971	0.42716
0.046	0.23867	0.21966	0.2641	0.33779	0.32637	0.42834	0.47279	0.46495	0.49656

Section 3	Υδροδυναμική πίεση Αδιάστατη (p/ρgH_s)				
ε	p	p	p	p	p
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>
0.015	0.15587	0.06345	0.20149	0.19832	0.267057
0.022	0.27271	0.23271	0.28265	0.25564	0.282477
0.031	0.14551	0.18032	0.20459	0.2487	0.404031
0.046	0.22569	0.18433	0.26133	0.31102	0.424165

d=0.45m

Section 1	Υδροδυναμική πίεση Αδιάστατη ($\rho/\rho g H_s$)				
ϵ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>
0.010	0.10584	0.13322	0.09224	0.10246	0.103708
0.016	0.15082	0.18984	0.16437	0.1568	0.1582928
0.026	0.24176	0.21712	0.25959	0.23543	0.2407698

Section 2	Υδροδυναμική πίεση Αδιάστατη ($\rho/\rho g H_s$)								
ϵ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>
0.010	0.05885	0.07367	0.07057	0.06986	0.07372	0.09066	0.10489	0.08963	0.09348
0.016	0.13324	0.13222	0.12498	0.13475	0.13741	0.15928	0.16849	0.16576	0.17437
0.026	0.132	0.11237	0.13195	0.16348	0.21029	0.20174	0.24299	0.23976	0.25709

Section 3	Υδροδυναμική πίεση Αδιάστατη ($\rho/\rho g H_s$)				
ϵ	ρ	ρ	ρ	ρ	ρ
	<i>d=0 m</i>	<i>d=0.05 m</i>	<i>d=0.1 m</i>	<i>d=0.15 m</i>	<i>d=0.2 m</i>
0.010	0.09934	0.08904	0.088323	0.08242	0.096851
0.016	0.12738	0.1212	0.138089	0.16739	0.179166
0.026	0.16344	0.21809	0.219754	0.22026	0.264076

Παράρτημα Γ

Πίνακες υδροδυναμικών πιέσεων με αποκλίσεις

Ανάπτυξη διατομή

Διατομή 1

	Ανάπτυξη διατομή					Διατομή 1			
	z	Μοντέλο	Μέτρηση	%		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
Σενάριο 1	0	264.68	310.70	17.39	Σενάριο 1	0	355.24	368.00	3.59
	0.1	267.91	284.20	6.08		0.05	355.45	403.77	13.59
	0.2	277.70	281.49	1.36		0.1	356.05	380.67	6.91
	0.3	294.38	310.71	5.55		0.15	357	388.84	8.92
	0.4	318.50	321.80	1.04		0.2	358.22	387.02	8.04
	0.5	350.88	348.10	-0.79					
Σενάριο 2	0	294.89	251.82	-14.60	Σενάριο 2	0	387.2	397.44	2.64
	0.1	299.67	313.64	4.66		0.05	387.79	462.65	19.30
	0.2	314.22	281.49	-10.42		0.1	389.51	365.95	-6.05
	0.3	339.15	340.15	0.30		0.15	392.22	388.84	-0.86
	0.4	375.50	325.87	-13.22		0.2	395.65	423.03	6.92
	0.5	424.84	421.70	-0.74					
Σενάριο 3	0	299.39	120.35	-59.80	Σενάριο 3	0	398.78	294.40	-26.17
	0.1	306.22	313.64	2.42		0.05	399.48	380.90	-4.65
	0.2	327.07	281.49	-13.94		0.1	401.53	424.82	5.80
	0.3	363.04	384.31	5.86		0.15	404.74	432.99	6.98
	0.4	416.08	410.11	-1.43		0.2	408.82	378.87	-7.33
	0.5	489.09	480.58	-1.74					
Σενάριο 4	0	256.51	251.82	-1.83	Σενάριο 4	0	363.5	309.12	-14.96
	0.1	265.77	313.64	18.01		0.05	364.38	286.01	-21.51
	0.2	294.21	325.64	10.68		0.1	366.89	365.95	-0.26
	0.3	343.87	428.47	24.60		0.15	370.65	418.27	12.85
	0.4	418.28	410.11	-1.95		0.2	375.14	409.89	9.26
	0.5	522.72	524.74	0.39					

Διατομή 2

Διατομή 3

		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%			z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
Σενάριο 1		0	247.33	212.65	-14.02	Σενάριο 1		0	279.5	244.45	-12.54
		0.05	250.73	209.26	-16.54			0.05	285.14	-42.03	-114.74
		0.1	260.55	281.04	7.87			0.1	301.5	315.99	4.81
		0.15	275.66	262.93	-4.62			0.15	326.84	311.02	-4.84
		0.2	294.31	281.49	-4.36			0.2	358.22	418.81	16.92
		0.25	314.15	305.04	-2.90						
		0.3	332.37	376.82	13.37						
Σενάριο 2		0.35	345.77	365.27	5.64	Σενάριο 2		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
		0.4	350.99	370.03	5.42			0	323.04	347.49	7.57
								0.05	328.21	296.52	-9.66
		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%			0.1	343.24	360.15	4.93
		0	139.75	168.50	20.57			0.15	366.59	325.74	-11.14
		0.05	149.35	106.22	-28.88			0.2	395.65	359.94	-9.03
		0.1	176.91	251.60	42.22						
Σενάριο 3		0.15	218.8	174.61	-20.20	Σενάριο 3		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
		0.2	269.39	281.49	4.49			0	123.78	156.13	26.14
		0.25	321.49	275.60	-14.28			0.05	143.99	193.48	34.37
		0.3	367.05	322.01	-12.27			0.1	202.76	219.53	8.27
		0.35	398.31	365.27	-8.29			0.15	294.33	266.86	-9.33
		0.4	409.41	428.91	4.76			0.2	408.82	433.53	6.04
Σενάριο 4		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%	Σενάριο 4		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
		0	176.28	197.94	12.28			0	194.63	215.01	10.47
		0.05	186.1	209.26	12.45			0.05	207.47	175.61	-15.36
		0.1	214.32	222.17	3.66			0.1	244.78	248.97	1.71
		0.15	257.29	262.93	2.19			0.15	302.85	296.30	-2.16
		0.2	309.12	325.64	5.35			0.2	375.14	404.09	7.72
		0.25	362.29	384.22	6.05						
		0.3	408.49	406.26	-0.55						
		0.35	439.93	407.44	-7.39						
		0.4	451	458.35	1.63						
	z	Μοντέλο	Μέτρηση	%							
	0	189.67	227.37	19.88							
	0.05	198.55	209.26	5.39							
	0.1	224.24	251.60	12.20							
	0.15	262.93	321.81	22.39							
	0.2	312.17	310.93	-0.40							
	0.25	362.94	408.07	12.44							
	0.3	408.51	450.41	10.26							
	0.35	441.05	442.95	0.43							
	0.4	453.26	473.07	4.37							

Ανάπτυξη διατομή					Διατομή 1				
Σενάριο	z	Μοντέλο	Μέτρηση	%	Σενάριο	z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
Σενάριο 5	0.00	165.50	156.20	-5.62	Σενάριο 5	0	241.67	269.72	11.61
	0.05	167.58	163.05	-2.70		0.05	241.55	339.50	40.55
	0.10	174.04	130.90	-24.79		0.1	241.2	235.07	-2.54
	0.15	185.08	199.78	7.94		0.15	240.64	261.11	8.51
	0.20	201.10	207.88	3.37		0.2	239.89	264.29	10.17
Σενάριο	z	Μοντέλο	Μέτρηση	%	Σενάριο	z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
Σενάριο 6	0.00	217.71	244.51	12.31	Σενάριο 6	0	296.13	269.72	-8.92
	0.05	221.55	192.49	-13.12		0.05	296.42	339.50	14.53
	0.10	233.24	204.49	-12.32		0.1	297.29	293.95	-1.12
	0.15	253.30	229.22	-9.50		0.15	298.64	280.41	-6.11
	0.20	282.66	296.19	4.79		0.2	300.38	283.09	-5.76
Σενάριο	z	Μοντέλο	Μέτρηση	%	Σενάριο	z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
Σενάριο 7	0.00	250.24	244.51	-2.29	Σενάριο 7	0	327.9	328.60	0.21
	0.05	256.47	221.93	-13.47		0.05	329.03	295.09	-10.31
	0.10	275.54	307.53	11.61		0.1	332.31	352.83	6.17
	0.15	308.57	288.10	-6.63		0.15	337.39	319.99	-5.16
	0.20	357.59	356.65	-0.26		0.2	343.74	327.24	-4.80

Διατομή 2

Διατομή 3

		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%			z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
Σενάριο 5		0	161.62	149.96	-7.21	Σενάριο 5		0	221.66	253.16	14.21
		0.05	163.48	187.73	14.84			0.05	222.97	226.90	1.76
		0.1	168.83	179.85	6.52			0.1	226.75	225.08	-0.74
		0.15	177.11	178.03	0.52			0.15	232.61	210.05	-9.70
		0.2	187.37	187.86	0.26			0.2	239.89	246.82	2.89
		0.25	198.33	231.04	16.49						
		0.3	208.42	267.31	28.26						
		0.35	215.89	228.41	5.80						
Σενάριο 6		0.4	218.81	238.23	8.88	Σενάριο 6		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
							0	246.08	227.80	-7.43	
							0.05	249.93	216.75	-13.27	
							0.1	261.13	246.95	-5.43	
							0.15	278.58	299.36	7.46	
							0.2	300.38	320.41	6.67	
Σενάριο 7		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%	Σενάριο 7		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%
		0	248.64	238.28	-4.17			0	225.94	222.14	-1.68
		0.05	250.34	236.47	-5.54			0.05	234.28	296.42	26.52
		0.1	255.27	223.51	-12.44			0.1	258.55	298.68	15.52
		0.15	262.9	240.98	-8.34			0.15	296.38	299.36	1.01
		0.2	272.4	245.74	-9.79			0.2	343.74	358.92	4.42
		0.25	282.61	284.84	0.79						
		0.3	292.1	301.32	3.16						
	0.35	299.18	296.43	-0.92							
	0.4	301.99	311.83	3.26							
Σενάριο 7		z	Μοντέλο	Μέτρηση	%						
		0	173.87	179.40	3.18						
		0.05	180.79	152.72	-15.53						
		0.1	200.76	179.35	-10.67						
		0.15	231.42	222.19	-3.99						
		0.2	268.97	285.82	6.27						
		0.25	308.39	274.20	-11.09						
		0.3	343.85	330.26	-3.95						
		0.35	369.23	325.87	-11.74						
	0.4	378.79	349.42	-7.75							

Παράρτημα Δ

! 1D_BOUSSINESQ MODELING OF WAVE INTERACTION WITH A POROUS
SUBMERGED STRUCTURE

! Code written by Giannis AVGERIS & Theofanis KARAMBAS, AUTH

! December, 2002

! *****

IMPLICIT REAL*8 (a-h,o-z)

IMPLICIT INTEGER*4 (i-n)

PARAMETER (iim=4550)

PARAMETER (iit=50000)

DIMENSION H(iim),d(iim),Z(iim),U(iim),dn(iim),TH2UUM8X8T(iim)

DIMENSION ZB(iim),UNP(iim),UN(iim),ZN(iim),DK(iim),ZNP(IIM),

! UB(IIM),ZZ(IIM),UU(IIM),dks(iim),usnp(iim), He(iim),itb(iim),

! zt(iim),us1(iim),x1(iim),x2(iim),x3(iim),UUSB(iim),UM(iim),

!UUM(iim),th2US8X2(iim),th2UUM8X2(iim),thUUM8X(iim),UUM1(iim)

DIMENSION hpr(iim),usb(iim),usn(iim),us(iim),uso(iim),ctb(iim),

!uuu(iim),thUM8X(iim),THUUM8T(iim),TH2US8X8T(iim),TH2UM8X2(iim)

DIMENSION A(iim),B(iim),C(iim),G(iim),H11(iim),DD(iim),UUM2(iim)

DIMENSION DDPT(IIM),zs(iim),THUS8T(iim),THUM8T(iim),THU8T(iim),

! TH2U8X8T(iim)

DIMENSION sf(iit),TH2UM8X8T(iim),THUS8X(iim),UM1(iim),UM2(iim)

```

! *****
!   Data definitions
! *****
!   HO is the wave height (m), PER is the period (sec)
!   entm is total computational time (sec)
!   DT is the time step (m), DX is the spatial step (m)
!   IM is the total lenth/dx, d0 is the initial depth (m)
!   IMS1 is the constant depth length/dx
!   IMS2 & IMS3 are the limits of structure's slopes
!   isbr1 & isbr2 are the limits of structure's crest
!   slope1=bottom slope, slop2=structure's slope

```

```
DATA H0,PER/0.065,2.12/
```

```
DATA DT,DX,entm/.0025,.05,60./
```

```
DATA IM,IMS2/600,335/
```

```
DATA IMS3/387/
```

```
DATA d0,slop2/0.5,2/
```

```
DATA isbr1,isbr2/351,371/
```

```
! DATA nm/24000/
```

```
DATA ga,pi/9.81,3.141592654/
```

```
sourf=1.05
```

```
nm=INT(entm/dt) !+1
```

```
WRITE(*,*) nm
```



```

! *****
! Porous medium parameters
! *****

DATA por,cm/0.52,0./
DATA agamma/0.34/
DATA diam/0.0710/
DATA ani,ao,bo/0.000001,1000,1.1/
DATA cf/0.55/
C   adr1=a1, adr2=a2
   aka=diam**2*por**3/(ao*(1-por)**2)
c   cf=bo*(1-por)*sqrt(aka)/(por*diam)
   adr1=ani/aka
c   adr2=bo*(1-por)/(por**3*diam)
   adr2=cf/SQRT(aka)
!   cr=por+(1-por)*(1+cm)
   cr=(1+agamma*(1-por)/por)/por
C   WRITE(*,*) adr1,adr2,cr,aka
!   por=.0

! *****
! Breaking parameters
! *****

et1=0.35
et2=0.15
coeft=5.0
cbrk=1.2
ddx=dx*0.001

```

```
DO i=1,im
itb(i)=FLOAT(nm)
ctb(i)=et1
END DO
```

```
C    OPEN (unit=30,file='us1.dat')
C    OPEN (unit=31,file='u1.dat')
C    OPEN (unit=32,file='um1.dat')
C    OPEN (unit=33,file='uum1.dat')
```

```
OPEN (unit=40,file='USB.dat')
    OPEN (unit=41,file='UB.dat')
    OPEN (unit=42,file='UM.dat')
    OPEN (unit=43,file='UUM.dat')
    OPEN (unit=44,file='THUS8X.dat')
    OPEN (unit=65,file='THUS8T.dat')
    OPEN (unit=46,file='TH2US8X2.dat')
    OPEN (unit=47,file='THUM8X.dat')
    OPEN (unit=48,file='THUM8T.dat')
    OPEN (unit=49,file='THUUM8X.dat')
OPEN (unit=50,file='THUUM8T.dat')
    OPEN (unit=51,file='TH2US8X8T.dat')
    OPEN (unit=52,file='TH2UM8X8T.dat')
    OPEN (unit=53,file='TH2UUM8X8T.dat')
    OPEN (unit=54,file='TH2UUM8X2.dat')
    OPEN (unit=55,file='TH2UM8X2.dat')
    OPEN (unit=56,file='z1.dat')
OPEN (unit=57,file='TH2U8X8T.dat')
```

```

OPEN (unit=59,file='depth.dat')
C      OPEN (unit=67,file='u3.dat')
C      OPEN (unit=70,file='um3.dat')
C      OPEN (unit=71,file='uum3.dat')
C      OPEN (unit=72,file='uuA.dat')
C      OPEN (unit=73,file='uuB.dat')
C      OPEN (unit=74,file='uA.dat')
C      OPEN (unit=75,file='uB.dat')
C      OPEN (unit=45,file='213-el.dat')
C      OPEN (unit=95,file='depth.dat')

```

```

! *****
! Source Function computation for regular waves (Wei & Kirby, 1999, Memos et
al., 2005)
! *****

```

```

      pi2=2.*pi
      aleno=ga*per**2/pi2
      alen=aleno
81    alenp=alen
      akap=pi2/alenp
      akd=akap*d0
      alen=aleno*TANH(akd)
      dl=ABS(alen-alenp)
      IF (DL .GT. 0.0001) GOTO 81
      WRITE(*,*) alen
          WRITE(*,*) aleno

```

```

ak=pi2/alen
delta=0.3
ist=200
bta=80./(delta**2*alen**2)
AB=1./15.
c   zah=-0.53
c   a0=zah*(0.5*zah+1)
c   a1=a0+1./3.
amp=h0/2.
w=pi2/per

AI1=SQRT(pi/bta)*EXP(-ak**2/(4*bta))
c   adk=2*amp*(w**2-a1*ga*ak**4*d0**3)/(w*AI1*ak*(1-a0*(ak*d0)**2))
adk=2*amp*(1+AB*(ak*d0)**2)*(W**2+AB*ga*ak**4*d0**3)/
!(W*AI1*ak*(1+(AB+1./3.)*(ak*d0)**2))

abt=dt
DO ni=1, nm
  sf(ni)=adk*SIN(w*abt)*sourf
  abt=abt+dt
END DO

c   *****
c   Depth computation
c   *****

DO i=1,im
  d(i)=d0
  hpr(i)=.0

```

END DO

```
DO i=ims2+1,isbr1
d(i)=d(i-1)-dx/slop2
END DO
```

```
DO i=isbr1+1,isbr2
  d(i)= d(i-1)
END DO
```

```
DO i=isbr2+1,ims3
d(i)=d(i-1)+dx/slop2
END DO
```

```
DO i=ims3+1,im
  d(i)=d(i-1)
END DO
```

```
DO i=1,im
  dn(i)=d(i)
  write(59,*) i*dx,dn(i)
END DO
```

```
! *****
! Depth smoothing in the area of the structure (steep slopes)
! *****

sm1=0.8

sm2=(1.-sm1)/2.
```

```
DO i=ims2, ims3
d(i)=sm1*d(i)+sm2*d(i-1)+sm2*d(i+1)
END DO
```

```
DO i=ims2,ims3
d(i)=sm1*d(i)+sm2*d(i-1)+sm2*d(i+1)
END DO
```

```
DO i=ims2,ims3
d(i)=sm1*d(i)+sm2*d(i-1)+sm2*d(i+1)
END DO
```

```
DO i=ims2,ims3
hpr(i)=d0-d(i)
END DO
```

```
DO i=1,im
C   WRITE(95,49) i*dx, d0-dn(i), d(i), hpr(i)
END DO
49  FORMAT(4F7.4)
CLOSE(95)
```

```
! *****
! Boussinesq equations coefficients - Madsen & Sorensen (1992)
! *****
alfa=-1./3.
bita=0.
```

gamma=1./15.

DO I=1,IM

ZS(I)=0.

UU(I)=0

ZZ(I)=0.

DDPT(I)=0.

END DO

C *****

C ARXI XRONIKOY LOOP

C *****

ian=0

100 ian=ian+1

ITER=0

ITER1=0

T=ian*DT

ZNP(1)=0.

UNP(1)=0.

ZN(1)=ZNP(1)

ZN(IM)=ZNP(IM)

UN(1)=UNP(1)

UN(IM)=UNP(IM)

```
! *****
! FIRST APPROXIMATION
! *****
```

```
DO I=2,IM-1
```

```
IF (I.EQ.2) THEN
```

```
Uxxx=(-3*UB(5)+14.*UB(4)-24.*UB(3)+18.*UB(2)-5*UB(1))/2./DX**3
```

```
GOTO 167
```

```
ELSE
```

```
END IF
```

```
IF (I.EQ.(IM-1)) THEN
```

```
Uxxx=(5.*UB(IM)-18.*UB(IM-1)+24.*UB(IM-2)-14.*UB(IM-3)
```

```
! +3.*UB(IM-4))/2./DX**3
```

```
GOTO 167
```

```
ELSE
```

```
END IF
```

```
Ubxxx=(UB(I+2)-2.*UB(I+1)+2.*UB(I-1)-UB(I-2))/2./DX**3
```

```
U1xxx=(U(I+2)-2.*U(I+1)+2.*U(I-1)-U(I-2))/2./DX**3
```

```
Uuxxx=(UU(I+2)-2.*UU(I+1)+2.*UU(I-1)-UU(I-2))/2./DX**3
```

```
Uxxx=(23*Ubxxx-16*U1xxx+5*Uuxxx)/12.
```

```
167 CONTINUE
```

```
IF (I.GE.3.AND. I.LE.IM-2) THEN
```

```
UNX=(-UN(I+2)+8*UN(I+1)-8*UNP(I-1)+UNP(I-2))/12./DX
```

```
UBX=(-UB(I+2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))/12./DX
```


$$UX=(-U(I+2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))/12./DX$$

$$UUX=(-UU(I+2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))/12./DX$$

$$ZNX=(-ZN(I+2)+8*ZN(I+1)-8*ZNP(I-1)+ZNP(I-2))/12./DX$$

$$ZBX=(-ZB(I+2)+8*ZB(I+1)-8*ZB(I-1)+ZB(I-2))/12./DX$$

$$ZX=(-Z(I+2)+8*Z(I+1)-8*Z(I-1)+Z(I-2))/12./DX$$

$$ZZX=(-ZZ(I+2)+8*ZZ(I+1)-8*ZZ(I-1)+ZZ(I-2))/12./DX$$

$$DEX=(-D(I+2)+8*D(I+1)-8*D(I-1)+D(I-2))/12./DX$$

$$UU0=(23*UB(I)-16*U(I)+5*UU(I))/12.$$

$$ZZ0=(23*ZB(I)-16*Z(I)+5*ZZ(I))/12.$$

$$UU1X=(23*UBX-16*UX+5*UUX)/12.$$

$$ZZ1X=(23*ZBX-16*ZX+5*ZZX)/12.$$

$$ANLU=-DT*(DEX*UU0+D(I)*UU1X+ZZ1X*UU0+UU1X*ZZ0)$$

ELSE

$$UBX=(UB(I+1)-UB(I-1))/(2.*DX)$$

$$UX=(U(I+1)-U(I-1))/(2.*DX)$$

$$UUX=(UU(I+1)-UU(I-1))/(2.*DX)$$

$$ZBX=(ZB(I+1)-ZB(I-1))/(2.*DX)$$

$$ZX=(Z(I+1)-Z(I-1))/(2.*DX)$$

$$ZZX=(ZZ(I+1)-ZZ(I-1))/(2.*DX)$$

$$DDX=(D(I+1)-D(I-1))/(2.*DX)$$

$$UU0=(23*UB(I)-16*U(I)+5*UU(I))/12.$$

$$ZZ0=(23*ZB(I)-16*Z(I)+5*ZZ(I))/12.$$

$$UU1X=(23*UBX-16*UX+5*UUX)/12.$$

$$ZZ1X=(23*ZBX-16*ZX+5*ZZX)/12.$$

ANLU=-DT*(DDX*UU0+D(I)*UU1X+ZZ1X*UU0+UU1X*ZZ0)

END IF

! *****

! Porous flow equation - Non-linear long wave equation for porous media

! *****

us1(i)=(23*usb(i)-16*us(i)+5*uso(i))/12.

usbx=(-usb(i+2)+8*usb(i+1)-8*usb(i-1)+usb(i-2))/(12.*DX)

usx=(-us(i+2)+8*us(i+1)-8*us(i-1)+us(i-2))/(12.*DX)

usox=(-uso(i+2)+8*uso(i+1)-8*uso(i-1)+uso(i-2))/(12.*DX)

hprx=(-hpr(i+2)+8*hpr(i+1)-8*hpr(i-1)+hpr(i-2))/(12.*DX)

alph=adr1*por+adr2*por**2*ABS(us1(i))

us1x=(23*usbx-16*usx+5*usox)/12.

IF (i .gt. ims2 .AND. i .lt. ims3) THEN

usn(i)=usb(i)-dt*us1(i)*us1x-dt/cr*(ga*ZZ1X+alph*us1(i))

ELSE

usn(i)=0

END IF

husx=hprx*us1(i)+hpr(i)*us1x

chi=i*dx

chis=ist*dx

fsource=EXP(-bta*(chi-chis)**2)

zin=sf(ian)*fsource

AET=ANLU+dt*zin-dt*por*husx

ZN(I)=ZB(I)+AET

END DO

DO I=2,IM-1

H(I)=D(I)+ZNP(I)

HH=H(I)

CTM=(alfa-gamma)*D(I)**2

DD3X=CTM/dx**2.

A(I)=DD3X

B(I)=1.-2.*DD3X

C(I)=DD3X

IF (I.EQ.2) THEN

Zxxx=(-3*ZB(5)+14.*ZB(4)-24.*ZB(3)+18.*ZB(2)-5*ZB(1))/2./DX**3

GOTO 266

ELSE

END IF

IF (I.EQ.(IM-1)) THEN

Zxxx=(5.*ZB(IM)-18.*ZB(IM-1)+24.*ZB(IM-2)-14.*ZB(IM-3)

! +3.*ZB(IM-4))/2./DX**3

GOTO 266

ELSE

END IF

$$Zbxxx=(ZB(I+2)-2.*ZB(I+1)+2.*ZB(I-1)-ZB(I-2))/2./DX**3$$

$$Z1xxx=(Z(I+2)-2.*Z(I+1)+2.*Z(I-1)-Z(I-2))/2./DX**3$$

$$Zzxxx=(ZZ(I+2)-2.*ZZ(I+1)+2.*ZZ(I-1)-ZZ(I-2))/2./DX**3$$

$$Zxxx=(23*Zbxxx-16*Z1xxx+5.*Zzxxx)/12.$$

266 CONTINUE

IF (I.GE.3.AND.I.LE.IM-2) THEN

$$UBXP=UB(I)*(-UB(I+2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))$$

$$UXP=U(I)*(-U(I+2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))$$

$$UUXP=UU(I)*(-UU(I+2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))$$

$$UUX=(DT/(12*DX))*(23*UBXP-16*UXP+5*UUXP)/12.$$

$$ZBXP=(-ZB(I+2)+8*ZB(I+1)-8*ZB(I-1)+ZB(I-2))$$

$$ZXP=(-Z(I+2)+8*Z(I+1)-8*Z(I-1)+Z(I-2))$$

$$ZZXP=(-ZZ(I+2)+8*ZZ(I+1)-8*ZZ(I-1)+ZZ(I-2))$$

$$VAR2=ga*DT/(12*DX)*ZBXP$$

$$VAR3=ga*DT/(12*DX)*ZXP$$

$$VAR4=ga*DT/(12*DX)*ZZXP$$

$$VAR=(23*VAR2-16*VAR3+5*VAR4)/12.$$

ELSE

$$UBXP=UB(I)*(UB(I+1)-UB(I-1))$$

$$UXP=U(I)*(U(I+1)-U(I-1))$$

$$UUXP=UU(I)*(UU(I+1)-UU(I-1))$$

$$UUX=(DT/(2*DX))*(23*UBXP-16*UXP+5*UUXP)/12.$$

$$ZBXP=ZB(I+1)-ZB(I-1)$$

$$ZXP=Z(I+1)-Z(I-1)$$

$ZZXP=ZZ(I+1)-ZZ(I-1)$
 $VAR2=ga*DT/(2*DX)*ZBXP$
 $VAR3=ga*DT/(2*DX)*ZXP$
 $VAR4=ga*DT/(2*DX)*ZZXP$
 $VAR=(23*VAR2-16*VAR3+5*VAR4)/12.$
 END IF

IF (I.GE.3.AND.I.LE.IM-2) THEN
 $UBX=(-UB(I-2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))/(12.*DX)$
 $UPX=(-U(I-2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))/(12.*DX)$
 $UUUX=(-UU(I-2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))/(12.*DX)$
 $DNX=(-DK(I+2)+8*DK(I+1)-8*DK(I-1)+DK(I-2))/(12.*DX)$
 $DEX=(-D(I+2)+8*D(I+1)-8*D(I-1)+D(I-2))/(12.*DX)$
 ELSE
 $UBX=(UB(I+1)-UB(I-1))/(2.*DX)$
 $UPX=(U(I+1)-U(I-1))/(2.*DX)$
 $UUUX=(UU(I+1)-UU(I-1))/(2.*DX)$
 $DNX=(DK(I+1)-DK(I-1))/(2.*DX)$
 $DEX=(D(I+1)-D(I-1))/(2.*DX)$
 END IF

$UX=(23*UBX-16*UPX+5*UUUX)/12.$
 $U1=(23*UB(I)-16*U(I)+5*UU(I))/12.$
 $HX=(23*ZBXP-16*ZXP+5*ZZXP)/12.$

$DKX=DNX*HX*U1/HH+2*DK(I)*HX*UX/HH+DNX*UX$

$DUX=DT*(U(I+1)-2*U(I)+U(I-1))/(DX**2)$

$$DUBX=DT*(UB(I+1)-2*UB(I)+UB(I-1))/(DX**2)$$

$$DUUX=DT*(UU(I+1)-2*UU(I)+UU(I-1))/(DX**2)$$

$$DISP1=DK(I)*(23*DUBX-16*DUX+5*DUUX)/12.$$

$$DISP2=DT*DKX$$

$$DISPX=DISP1+DISP2$$

! DISPX=0.

$$ZKBX=(ZB(I+1)-2*ZB(I)+ZB(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKPX=(Z(I+1)-2*Z(I)+Z(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKPXX=(ZZ(I+1)-2*ZZ(I)+ZZ(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKXX=(23*ZKBX-16*ZKPX+5*ZKPXX)/12.$$

$$DPO=UB(I+1)-2*UB(I)+UB(I-1)$$

$$UXXT=CTM*DPO/(DX*DX)$$

$$Z3x=DT*gamma*ga*D(I)**2*(Zxxx)$$

$$UXT=(UBX-UPX)$$

$$SLP=DEX*D(I)*UXT+2*gamma*D(I)*DEX*UXT$$

$$FTR=DT*2*gamma*ga*D(I)*DEX*ZKXX$$

$$USBX=(-USB(I+2)+8*USB(I+1)-8*USB(I-1)+USB(I-2))/(12.*DX)$$

$$USPX=(-US(I+2)+8*US(I+1)-8*US(I-1)+US(I-2))/(12.*DX)$$

$$USXT=USBX-USPX$$

$$HPRX=(-HPR(I+2)+8*HPR(I+1)-8*HPR(I-1)+HPR(I-2))/(12.*DX)$$

$$HPRXX=(HPR(I+1)-2*HPR(I)+HPR(I-1))/(DX**2)$$

USBXX=(USB(I+1)-2*USB(I)+USB(I-1))/(DX**2)

USPXX=(US(I+1)-2*US(I)+US(I-1))/(DX**2)

USXXT=USBXX-USPXX

IF (I .GT. IMS2 .AND. I .LT. IMS3) THEN

port1=por*D(I)*hprx*USXT

port2=0.5*por*D(I)*hpr(i)*USXXT

ELSE

port1=0.

port2=0.

END IF

DD(I)=UB(I)-UUX-VAR+UXXT+DISPX+Z3x+SLP+FTR+port1+port2

END DO

B(1)=1.

C(1)=0.

DD(1)=UN(1)

A(IM)=0.

B(IM)=1.0

DD(IM)=0.

G(1)=C(1)/B(1)

DO I=2,IM-1

G(I)=C(I)/(B(I)-A(I)*G(I-1))

```

END DO
H11(1)=DD(1)/B(1)

DO I=2,im
  H11(I)=(DD(I)-A(I)*H11(I-1))/(B(I)-A(I)*G(I-1))
END DO

```

```

UN(IM)=H11(IM)
DO I=IM-1,1,-1
  UN(I)=H11(I)-G(I)*UN(I+1)
END DO

```

```

! *****

```

```

!   FINAL APPROXIMATION

```

```

! *****

```

```

430 CONTINUE

```

```

DO I=2,IM-1
  H(I)=D(I)+ZB(I)
  HH=H(I)

```

```

IF (I.EQ.2) THEN

```

```

  Uxxx=(-3*UB(5)+14.*UB(4)-24.*UB(3)+18.*UB(2)-5*UB(1))/2./DX**3

```

```

  GOTO 466

```

```

ELSE

```

```

END IF

```

```

IF (I.EQ.(IM-1)) THEN

```

```

  Uxxx=(5.*UB(im)-18.*UB(im-1)+24.*UB(im-2)-14.*UB(im-3))

```


! +3.*UB(im-4))/2./DX**3

GOTO 466

ELSE

END IF

Ubxxx=(UB(I+2)-2.*UB(I+1)+2.*UB(I-1)-UB(I-2))/2./DX**3

Unxxx=(UN(I+2)-2.*UN(I+1)+2.*UN(I-1)-UN(I-2))/2./DX**3

U1xxx=(U(I+2)-2.*U(I+1)+2.*U(I-1)-U(I-2))/2./DX**3

Uuxxx=(UU(I+2)-2.*UU(I+1)+2.*UU(I-1)-UU(I-2))/2./DX**3

Uxxx=(19*Ubxxx+9*Unxxx-5*U1xxx+Uuxxx)/24.

466 CONTINUE

IF (I.GE.3.AND.I.LE.IM-2) THEN

UNX=(-UN(I+2)+8*UN(I+1)-8*UNP(I-1)+UNP(I-2))/12./DX

UBX=(-UB(I+2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))/12./DX

UX=(-U(I+2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))/12./DX

UUX=(-UU(I+2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))/12./DX

ZNX=(-ZN(I+2)+8*ZN(I+1)-8*ZNP(I-1)+ZNP(I-2))/12./DX

ZBX=(-ZB(I+2)+8*ZB(I+1)-8*ZB(I-1)+ZB(I-2))/12./DX

ZX=(-Z(I+2)+8*Z(I+1)-8*Z(I-1)+Z(I-2))/12./DX

ZZX=(-ZZ(I+2)+8*ZZ(I+1)-8*ZZ(I-1)+ZZ(I-2))/12./DX

DEX=(-D(I+2)+8*D(I+1)-8*D(I-1)+D(I-2))/12./DX

UU0=(19*UB(I)+9*UNP(I)-5*U(I)+UU(I))/24.

ZZ0=(19*ZB(I)+9*ZNP(I)-5*Z(I)+ZZ(I))/24.

UU1X=(19*UBX+9*UNX-5*UX+UUX)/24.

ZZ1X=(19*ZBX+9*ZNX-5*ZX+ZZX)/24.

$$ANLU=-DT*(DEX*UU0+D(I)*UU1X+ZZ1X*UU0+UU1X*ZZ0)$$

ELSE

$$UNX=(UN(I+1)-UNP(I-1))/2./DX$$

$$UBX=(UB(I+1)-UB(I-1))/2./DX$$

$$UX=(U(I+1)-U(I-1))/2./DX$$

$$UUX=(UU(I+1)-UU(I-1))/2./DX$$

$$ZNX=(ZN(I+1)-ZNP(I-1))/2./DX$$

$$ZBX=(ZB(I+1)-ZB(I-1))/2./DX$$

$$ZX=(Z(I+1)-Z(I-1))/2./DX$$

$$ZZX=(ZZ(I+1)-ZZ(I-1))/2./DX$$

$$DDX=(D(I+1)-D(I-1))/2./DX$$

$$UU0=(19*UB(I)+9*UNP(I)-5*U(I)+UU(I))/24.$$

$$ZZ0=(19*ZB(I)+9*ZNP(I)-5*Z(I)+ZZ(I))/24.$$

$$UU1X=(19*UBX+9*UNX-5*UX+UUX)/24.$$

$$ZZ1X=(19*ZBX+9*ZNX-5*ZX+ZZX)/24.$$

$$ANLU=-DT*(DDX*UU0+D(I)*UU1X+ZZ1X*UU0+UU1X*ZZ0)$$

END IF

! *****

! Porous flow equation - Non-linear long wave equation for porous media

! *****

$$us1(i)=(19*usb(i)+9*usn(i)-5*us(i)+uso(i))/24.$$

$$usnx=(-usn(i+2)+8*usn(i+1)-8*usnp(i-1)+usnp(i-2))/(12.*DX)$$

```

usbx=(-usb(i+2)+8*usb(i+1)-8*usb(i-1)+usb(i-2))/(12.*DX)
usx=(-us(i+2)+8*us(i+1)-8*us(i-1)+us(i-2))/(12.*DX)
usox=(-uso(i+2)+8*uso(i+1)-8*uso(i-1)+uso(i-2))/(12.*DX)
hprx=(-hpr(i+2)+8*hpr(i+1)-8*hpr(i-1)+hpr(i-2))/(12.*DX)
alph=adr1*por+adr2*por**2*ABS(us1(i))
us1x=(19*usbx+9*usnx-5*usx+usox)/24.

```

```

IF (i .gt. ims2 .AND. i .lt. ims3) THEN
usnp(i)=usb(i)-dt*us1(i)*us1x-dt/cr*(ga*ZZ1X+alph*us1(i))
ELSE
usnp(i)=0
END IF

```

```

husx=hprx*us1(i)+hpr(i)*us1x

```

```

chi=i*dx
chis=ist*dx
fsource=EXP(-bta*(chi-chis)**2)
zin=sf(ian)*fsource

```

```

AET=ANLU+dt*zin-dt*por*husx
ZNP(I)=ZB(I)+AET

```

```

END DO

```

```

DO I=2,IM-1
H(I)=D(I)+ZNP(I)
HH=H(I)

```

IF (I.EQ.2) THEN

$$Z_{xxx} = (-3 * ZB(5) + 14 * ZB(4) - 24 * ZB(3) + 18 * ZB(2) - 5 * ZB(1)) / 2 / DX^{**3}$$

GOTO 766

ELSE

END IF

IF (I.EQ.(IM-1)) THEN

$$Z_{xxx} = (5 * ZB(im) - 18 * ZB(im-1) + 24 * ZB(im-2) - 14 * ZB(im-3)$$

$$! + 3 * ZB(im-4)) / 2 / DX^{**3}$$

GOTO 766

ELSE

END IF

$$Z_{bxxx} = (ZB(I+2) - 2 * ZB(I+1) + 2 * ZB(I-1) - ZB(I-2)) / 2 / DX^{**3}$$

$$Z_{nxxx} = (ZN(I+2) - 2 * ZN(I+1) + 2 * ZN(I-1) - ZN(I-2)) / 2 / DX^{**3}$$

$$Z_{1xxx} = (Z(I+2) - 2 * Z(I+1) + 2 * Z(I-1) - Z(I-2)) / 2 / DX^{**3}$$

$$Z_{zxxx} = (ZZ(I+2) - 2 * ZZ(I+1) + 2 * ZZ(I-1) - ZZ(I-2)) / 2 / DX^{**3}$$

$$Z_{xxx} = (19 * Z_{bxxx} + 9 * Z_{nxxx} - 5 * Z_{1xxx} + Z_{zxxx}) / 24.$$

766 CONTINUE

$$CTM = (\text{alfa-gamma}) * D(I)^{**2}$$

$$ORMX = 1. - 2 * CTM / (DX^{**2})$$

IF (i.ge.3.and.i.le.im-2) THEN

$$UNXP = UNP(I) * (-UN(I+2) + 8 * UN(I+1) - 8 * UNP(I-1) + UNP(I-2))$$

$$UBXP = UB(I) * (-UB(I+2) + 8 * UB(I+1) - 8 * UB(I-1) + UB(I-2))$$

$$UXP = U(I) * (-U(I+2) + 8 * U(I+1) - 8 * U(I-1) + U(I-2))$$

$$UUXP = UU(I) * (-UU(I+2) + 8 * UU(I+1) - 8 * UU(I-1) + UU(I-2))$$

$$UUX=(DT/(12*DX))*(9*UNXP+19*UBXP-5*UXP+UUXP)/24.$$

$$ZBXP=(-ZB(I+2)+8*ZB(I+1)-8*ZB(I-1)+ZB(I-2))$$

$$ZXP=(-Z(I+2)+8*Z(I+1)-8*Z(I-1)+Z(I-2))$$

$$ZZXP=(-ZZ(I+2)+8*ZZ(I+1)-8*ZZ(I-1)+ZZ(I-2))$$

$$ZNX P=(-ZNP(I+2)+8*ZNP(I+1)-8*ZNP(I-1)+ZNP(I-2))$$

$$VAR2=ga*DT/(12*DX)*ZBXP$$

$$VAR3=ga*DT/(12*DX)*ZXP$$

$$VAR4=ga*DT/(12*DX)*ZZXP$$

$$VAR1=ga*DT/(12*DX)*ZNX P$$

$$VAR=(9*VAR1+19*VAR2-5*VAR3+VAR4)/24.$$

ELSE

$$UNXP=UN(I)*(UN(I+1)-UNP(I-1))$$

$$UBXP=UB(I)*(UB(I+1)-UB(I-1))$$

$$UXP=U(I)*(U(I+1)-U(I-1))$$

$$UUXP=UU(I)*(UU(I+1)-UU(I-1))$$

$$UUX=(DT/(2*DX))*(9*UNXP+19*UBXP-5*UXP+UUXP)/24.$$

$$ZBXP=ZB(I+1)-ZB(I-1)$$

$$ZXP=Z(I+1)-Z(I-1)$$

$$ZZXP=ZZ(I+1)-ZZ(I-1)$$

$$ZNX P=ZN(I+1)-ZNP(I-1)$$

$$VAR2=ga*DT/(2*DX)*ZBXP$$

$$VAR3=ga*DT/(2*DX)*ZXP$$

$$VAR4=ga*DT/(2*DX)*ZZXP$$

$$VAR1=ga*DT/(2*DX)*ZNX P$$

$$VAR=(9*VAR1+19*VAR2-5*VAR3+VAR4)/24.$$

END IF

IF (I.GE.3.AND.I.LE.IM-2) THEN

$$UNX=(-UN(I-2)+8*UN(I+1)-8*UNP(I-1)+UNP(I-2))/(12.*DX)$$

$$UBX=(-UB(I-2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))/(12.*DX)$$

$$UPX=(-U(I-2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))/(12.*DX)$$

$$UUUX=(-UU(I-2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))/(12.*DX)$$

$$DNX=(-DK(I+2)+8*DK(I+1)-8*DK(I-1)+DK(I-2))/(12.*DX)$$

$$DEX=(-D(I+2)+8*D(I+1)-8*D(I-1)+D(I-2))/(12.*DX)$$

ELSE

$$UNX=(UN(I+1)-UNP(I-1))/(2.*DX)$$

$$UBX=(UB(I+1)-UB(I-1))/(2.*DX)$$

$$UPX=(U(I+1)-U(I-1))/(2.*DX)$$

$$UUUX=(UU(I+1)-UU(I-1))/(2.*DX)$$

$$DNX=(DK(I+1)-DK(I-1))/(2.*DX)$$

$$DEX=(D(I+1)-D(I-1))/(2.*DX)$$

END IF

$$U1=(9*UN(I)+19*UB(I)-5*U(I)+UU(I))/24.$$

$$UX=(9*UNX+19*UBX-5*UPX+UUUX)/24.$$

$$HX=(9*ZNX+19*ZBX-5*ZXP+ZZXP)/24.$$

$$DKX=DNX*HX*U1/HH+2*DK(I)*HX*UX/HH+DNX*UX$$

$$DUNX=DT*(UN(I+1)-2*UN(I)+UNP(I-1))/(DX**2)$$

$$DUX=DT*(U(I+1)-2*U(I)+U(I-1))/(DX**2)$$

$$DUBX=DT*(UB(I+1)-2*UB(I)+UB(I-1))/(DX**2)$$

$$DUUX=DT*(UU(I+1)-2*UU(I)+UU(I-1))/(DX**2)$$

$$DISP1=DK(I)*(9*DUNX+19*DUBX-5*DUX+DUUX)/24.$$

$$\text{DISP2}=\text{DT}*\text{DKX}$$

$$\text{DISPX}=\text{DISP1}+\text{DISP2}$$

! $\text{DISPX}=0.$

$$\text{DPO}=\text{UN}(I+1)+\text{UNP}(I-1)-\text{UB}(I+1)+2*\text{UB}(I)-\text{UB}(I-1)$$

$$\text{UXXT}=\text{CTM}*\text{DPO}/(\text{DX}^{**2})$$

$$\text{ZKNX}=(\text{ZNP}(I+1)-2*\text{ZN}(I)+\text{ZNP}(I-1))/(\text{DX}^{**2})$$

$$\text{ZKBX}=(\text{ZB}(I+1)-2*\text{ZB}(I)+\text{ZB}(I-1))/(\text{DX}^{**2})$$

$$\text{ZKPX}=(\text{Z}(I+1)-2*\text{Z}(I)+\text{Z}(I-1))/(\text{DX}^{**2})$$

$$\text{ZKPXX}=(\text{ZZ}(I+1)-2*\text{ZZ}(I)+\text{ZZ}(I-1))/(\text{DX}^{**2})$$

$$\text{ZKXX}=(9*\text{ZKNX}+19*\text{ZKBX}-5*\text{ZKPX}+\text{ZKPXX})/24.$$

$$\text{Z3x}=\text{DT}*\text{gamma}*\text{ga}*\text{D}(I)^{**2}*(\text{Zxxx})$$

$$\text{UXT}=(\text{UNX}-\text{UBX})$$

$$\text{SLP}=\text{DEX}*\text{D}(I)*\text{UXT}+2*\text{gamma}*\text{D}(I)*\text{DEX}*\text{UXT}$$

$$\text{FTR}=\text{DT}^{*2}*\text{gamma}*\text{ga}*\text{D}(I)*\text{DEX}*\text{ZKXX}$$

$$\text{frs}=\text{dt}*(2.*3.14/\text{per})*\text{dks}(i)*\text{ub}(i)$$

$$\text{USBX}=(\text{-USB}(I+2)+8*\text{USB}(I+1)-8*\text{USB}(I-1)+\text{USB}(I-2))/(\text{12.}*\text{DX})$$

$$\text{USNX}=(\text{-USN}(I+2)+8*\text{USN}(I+1)-8*\text{USNP}(I-1)+\text{USNP}(I-2))/(\text{12.}*\text{DX})$$

$$\text{USXT}=\text{USNX}-\text{USBX}$$

$$\text{HPRX}=(\text{-HPR}(i+2)+8*\text{HPR}(i+1)-8*\text{HPR}(i-1)+\text{HPR}(i-2))/(\text{12.}*\text{DX})$$

$$\text{HPRXX}=(\text{HPR}(I+1)-2*\text{HPR}(I)+\text{HPR}(I-1))/(\text{DX}^{**2})$$

```

USBXX=(USB(I+1)-2*USB(I)+USB(I-1))/(DX**2)
USNXX=(USN(I+1)-2*USN(I)+USNP(I-1))/(DX**2)
USXXT=USNXX-USBXX
IF (I .GT. IMS2 .AND. I .LT. IMS3) THEN
  port1=por*d(i)*hprx*USXT
  port2=0.5*por*d(i)*hpr(i)*USXXT
ELSE
  port1=0.
  port2=0.
END IF

UNP(I)=(UB(I)-UUX-VAR-UXXT+DISPX+Z3x+SLP-frs+FTR+port1+port2)/
!ORMX
END DO
un(im)=0.
unp(im)=0
zn(im)=zn(im-1)
znp(im)=znp(im-1)

DU=0.
DZ=0.
DZZ=0.
DUU=0.
  DUS=0.
  DUSS=0.

DO I=2,IM-1
DU=DU+ABS(UN(I)-UNP(I))

```



```

DZ=DZ+ABS(ZN(I)-ZNP(I))
  DUS=DUS+ABS(USN(I)-USNP(I))
DUU=DUU+ABS(UNP(I))
DZZ=DZZ+ABS(ZNP(I))
  DUSS=DUSS+ABS(USNP(I))
END DO

```

```

DUL=DU/DUU
DZL=DZ/DZZ

```

```

IF (i .gt. ims2 .AND. i .lt. ims3) THEN
DUSL=DUS/DUSS
ELSE
  DUSL=0.
END IF

```

```

IF (DUL.GE.0.001.OR.DZL.GE.0.001.OR.DUSL.GE.0.001) THEN
  ITER=ITER+1

```

```

! *****
! Wave breaking - Eddy viscosity formulation (Kennedy et al., 2000)
! *****

IF (iter .eq. 1 .or. ian .eq. 1) THEN
DO i=2, im-1
!   HH=d(i)+znp(i)
   iage=MIN(itb(i+1), itb(i-1))
   iage=MIN(iage, itb(i))
   IF (itb(i) .lt. nm) THEN

```

```

dp=max(ddx,d(i))
trnt=coeft*sqrt(dp/ga)
et_tc=et1-(et1-et2)*float(ian-iage)*dt/trnt
ctb(i)=max(et_tc,et2)
ELSE
ctb(i)=et1
END IF
END DO
END IF

```

! Eddy viscosity coefficient calculation

```

DO i=2, im-1
! HH=d(i)+znp(i)
zt(i)=(znp(i)-z(i))/2./dt
dp=MAX(ddx,d(i))
et_tc=ctb(i)*SQRT(ga*dp)
tmp=zt(i)
IF (tmp .le. et_tc) THEN
cbr=0.0
itb(i)=nm
ELSE
cbr=MIN(1.0,(tmp/et_tc-1.0))
itb(i)=MIN(itb(i), ian)
END IF
dk(i)=cbr*cbrk**2*dp*abs(zt(i))
END DO
GOTO 300

```

```
ELSE
GOTO 350
ENDIF
```

```
300 CONTINUE
```

```
DO I=1,IM
UN(I)=UNP(I)
ZN(I)=ZNP(I)
USN(I)=USNP(I)
END DO
GOTO 430
```

```
350 CONTINUE
```

```
c IF ((ian/200.).eq.INT(ian/200)) THEN
WRITE (*,*) t,iter
132 FORMAT(F7.5,I2)
c ELSE
c END IF
```

```
! Eddy viscosity coefficient calculation
```

```
DO i=2, im-1
HH=d(i)+znp(i)
zt(i)=(znp(i)-z(i))/2./dt
dp=MAX(ddx,HH)
et_tc=ctb(i)*SQRT(ga*dp)
```

```

tmp=zt(i)
IF (tmp .le. et_tc) THEN
  cbr=0.
  itb(i)=nm
ELSE
  cbr=min(1.0,(tmp/et_tc-1.0))
  itb(i)=min(itb(i), ian)
END IF
  dk(i)=cbr*cbrk**2*dp*abs(zt(i))
END DO

```

```
! *****
```

```
! Sponge layers
```

```
! *****
```

```
idump1=30
```

```
idump2=im-30
```

```
DO i=1,idump1-1
```

```
  xmxs=i*dx-idump1*dx
```

```
  xlmxs=idump1*dx
```

```
  parx=(xmxs/xlmxs)**2
```

```
  fdxp=EXP(parx)-1
```

```
  ena=1.
```

```
  fdx=fdxp/(exp(ena)-1)
```

```
  dks(i)=.2*fdx
```

```
  rm=dks(i)+1.
```

```
  dks(i)=0.
```

```
  znp(i)=znp(i)/rm
```

```
  unp(i)=unp(i)/rm
```

END DO

```
DO i=idump2,im
  xmxs=i*dx-idump2*dx
  xlmxs=im*dx-idump2*dx
  parx=(xmxs/xlmxs)**2
  fdxp=EXP(parx)-1
  ena=1.
  fdx=fdxp/(EXP(ena)-1)
  dks(i)=.2*fdx
  rm=dks(i)+1.
  dks(i)=0.
  znp(i)=znp(i)/rm
  unnp(i)=unnp(i)/rm
END DO
```

```
! *****
! Z,U & Us smoothing in the area of the structure (steep slopes)
! *****
! DO i=ims2-30,ims3+30
!   znp(i)=.988*znp(i)+.006*znp(i+1)+.006*znp(i-1)
!   unnp(i)=.988*unnp(i)+.006*unnp(i+1)+.006*unnp(i-1)
!   usnp(i)=.99*usnp(i)+.005*usnp(i+1)+.005*usnp(i-1)
! END DO
```

```
m1=im-1
m2=im-2
m3=im-3
```

m4=im-4

DATA cf11,cf12,cf13,cf14/2.,1.,0.,0./

DATA cf21,cf22,cf23,cf24/10.,4.,-1.,0./

DATA cf31,cf32,cf33,cf34/44.,15.,-6.,1./

DATA cf41,cf42,cf43,cf44,cf45/186.,56.,-28.,8.,-1./

DO i=5,m4

x1(i)=(cf41*znp(i)+cf42*(znp(i+1)+znp(i-1))+cf43*(znp(i+2)
!+znp(i-2))+cf44*(znp(i+3)+znp(i-3))+cf45*(znp(i+4)+znp(i-4)))/256.

END DO

DO i=2,m1,m1-2

x1(i)=(cf11*znp(i)+cf12*(znp(i+1)+znp(i-1)))/4.

END DO

do i=3,m2,m2-3

x2(i)=(cf21*znp(i)+cf22*(znp(i+1)+znp(i-1))+cf23*(znp(i+2)
!+znp(i-2)))/16.

END DO

DO i=4,m3,m3-4

x1(i)=(cf31*znp(i)+cf32*(znp(i+1)+znp(i-1))+cf33*(znp(i+2)
!+znp(i-2))+cf34*(znp(i+3)+znp(i-3)))/64.

END DO

DO i=2,m1

znp(i)=x1(i)

END DO

DO i=5,m4

```
x2(i)=(cf41*unp(i)+cf42*(unp(i+1)+unp(i-1))+cf43*(unp(i+2)
&+unp(i-2))+cf44*(unp(i+3)+unp(i-3))+cf45*(unp(i+4)+unp(i-4)))/256.
```

```
END DO
```

```
do i=2,m1,m1-2
```

```
x2(i)=(cf11*unp(i)+cf12*(unp(i+1)+unp(i-1)))/4.
```

```
END DO
```

```
DO i=3,m2,m2-3
```

```
x2(i)=(cf21*unp(i)+cf22*(unp(i+1)+unp(i-1))+cf23*(unp(i+2)
&+unp(i-2)))/16.
```

```
END DO
```

```
DO i=4,m3,m3-4
```

```
x2(i)=(cf31*unp(i)+cf32*(unp(i+1)+unp(i-1))+cf33*(unp(i+2)
&+unp(i-2))+cf34*(unp(i+3)+unp(i-3)))/64.
```

```
END DO
```

```
DO i=2,m1
```

```
unp(i)=x2(i)
```

```
END DO
```

```
DO i=5,m4
```

```
x3(i)=(cf41*usnp(i)+cf42*(usnp(i+1)+usnp(i-1))+cf43*(usnp(i+2)
!+usnp(i-2))+cf44*(usnp(i+3)+usnp(i-3))+cf45*(usnp(i+4)
!+usnp(i-4)))/256.
```

```
END DO
```

```
DO i=2,m1,m1-2
```

```
x3(i)=(cf11*usnp(i)+cf12*(usnp(i+1)+usnp(i-1)))/4.
```

```
END DO
```

```
DO i=3,m2,m2-3
```

```
x3(i)=(cf21*usnp(i)+cf22*(usnp(i+1)+usnp(i-1))+cf23*(usnp(i+2)
!+usnp(i-2)))/16.
```

```
END DO
```

```
DO i=4,m3,m3-4
```

```
x3(i)=(cf31*usnp(i)+cf32*(usnp(i+1)+usnp(i-1))+cf33*(usnp(i+2)
!+usnp(i-2))+cf34*(usnp(i+3)+usnp(i-3)))/64.
```

```
END DO
```

```
DO i=2,m1
```

```
usnp(i)=x3(i)
```

```
END DO
```

```
C *****
C EPIPLEON XRONIKES METABLHTES
C *****
```

```
DO I=1,IM
```

```
UM1(I)=SQRT((UNP(I)**2*D(I)+USNP(I)**2*HPR(I))/D0)
```

```
UUM1(I)=(UM1(I+1)-2*UM1(I)+UM1(I-1))/DX**2
```

```
UM2(I)=SQRT((UB(I)**2*D(I)+USB(I)**2*HPR(I))/D0)
```

```
UUM2(I)=(UM2(I+1)-2*UM2(I)+UM2(I-1))/DX**2
```

```
THUUM8T(I)=(UUM1(I)-UUM2(I))/DT
```

```
THUM8T(I)=(UM1(I)-UM2(I))/DT
```

```
TH2US8X8T(I)=(THUS8T(I+1)-THUS8T(I-1))/2./DX
```

```
TH2UM8X8T(I)=(THUM8T(I+1)-THUM8T(I-1))/2./DX
```

```
TH2UUM8X8T(I)=(THUUM8T(I+1)-THUUM8T(I-1))/2./DX
```

```
THUS8T(I)=(USNP(I)-USB(I))/DT
```


TH2U8X8T(I)=(THU8T(I+1)-THU8T(I-1))/2./DX

THU8T(I)=(UNP(I)-UB(I))/DT

END DO

C *****

C PALAIOSI

C *****

DO 410 I=1,IM

ZZ(I)=Z(I)

Z(I)=ZB(I)

ZB(I)=ZNP(I)

UU(I)=U(I)

U(I)=UB(I)

UB(I)=UNP(I)

USO(I)=US(I)

US(I)=USB(I)

USB(I)=USNP(I)

C *****

C EIPLEON METABLHTES

C *****

UM(I)=SQRT((UNP(I)**2*D(I)+USNP(I)**2*HPR(I))/D0)

UUM(I)=(UM(I+1)-2*UM(I)+UM(I-1))/DX**2

THUS8X(I)=(USNP(I+1)-USNP(I-1))/2./DX

TH2US8X2(I)=(USNP(I+1)-2*USNP(I)+USNP(I-1))/DX**2

TH2UUM8X2(I)=(UUM(I+1)-2*UUM(I)+UUM(I-1))/DX**2

THUUM8X(I)=(UUM(I+1)-UUM(I-1))/2./DX

THUM8X(I)=(UM(I+1)-UM(I-1))/2./DX

TH2UM8X2(I)=(UM(I+1)-2*UM(I)+UM(I-1))/DX**2 .

410 CONTINUE

IF ((ian/8000.).eq.INT(ian/8000)) THEN

WRITE (*,*) ian

WRITE(45,74) ian*dt

74 FORMAT(F6.3)

DO i = 1, im

WRITE(45,345) i*dx, zb(i)

END DO

345 FORMAT(2F12.6)

ELSE

END IF

C *****

C ARXEIA APOTELESMATWN

C *****

WRITE(40,555) t,usnp(343)

WRITE(41,555) t,unp(343)

WRITE(42,555) t,um(343)

WRITE(43,555) t,uum(343)

WRITE(44,555) t,THUS8X(343)

```
WRITE(65,555) t,THUS8T(343)
WRITE(46,555) t,TH2US8X2(343)
WRITE(47,555) t,THUM8X(343)
WRITE(48,555) t,THUM8T(343)
WRITE(49,555) t,THUUM8X(343)
WRITE(50,555) t,THUUM8T(343)
WRITE(51,555) t,TH2US8X8T(343)
WRITE(52,555) t,TH2UM8X8T(343)
WRITE(53,555) t,TH2UUM8X8T(343)
WRITE(54,*) t,TH2UUM8X2(343)
WRITE(55,555) t,TH2UM8X2(343)
WRITE(56,555) t,znp(343)
WRITE(57,555) t,TH2U8X8T(343)
```

```
555 FORMAT (F12.6,1X,F12.6)
```

```
DO I=1,IM
DDPT(I)=0.
END DO
```

```
nint=2
```

```
anerc=(entm-nint*PER)/dt
```

```
IF (ian.GE.anerc) THEN
```

```
DO I=2,IM
```

```
zzz=zb(i)
```

```
IF (d(i).lt.0) zzz=zb(i)+d(i)
```

```
zs(i)=zs(i)+zzz**2
```

```
END DO
```

```
ELSE
END IF
IF (ian*dt.lt.entm) GOTO 100
```

```
C *****
C      TELOS XRONIKOU LOOP
C *****
```

```
      NPER=INT(PER/DT)
      DO I=2,IM
        zs(i)=SQRT(zs(i)/(nint*NPER))
      END DO
```

```
      DO i=1,im
        He(i)=2.*SQRT(2.)*zs(i)
      END DO
      zn(im)=zn(im-1)
```

```
          IF (IAN*DT.EQ.T) THEN
            WRITE(*,*) adr1,adr2,cr
          ELSE
            ENDIF
        STOP
    END
```