

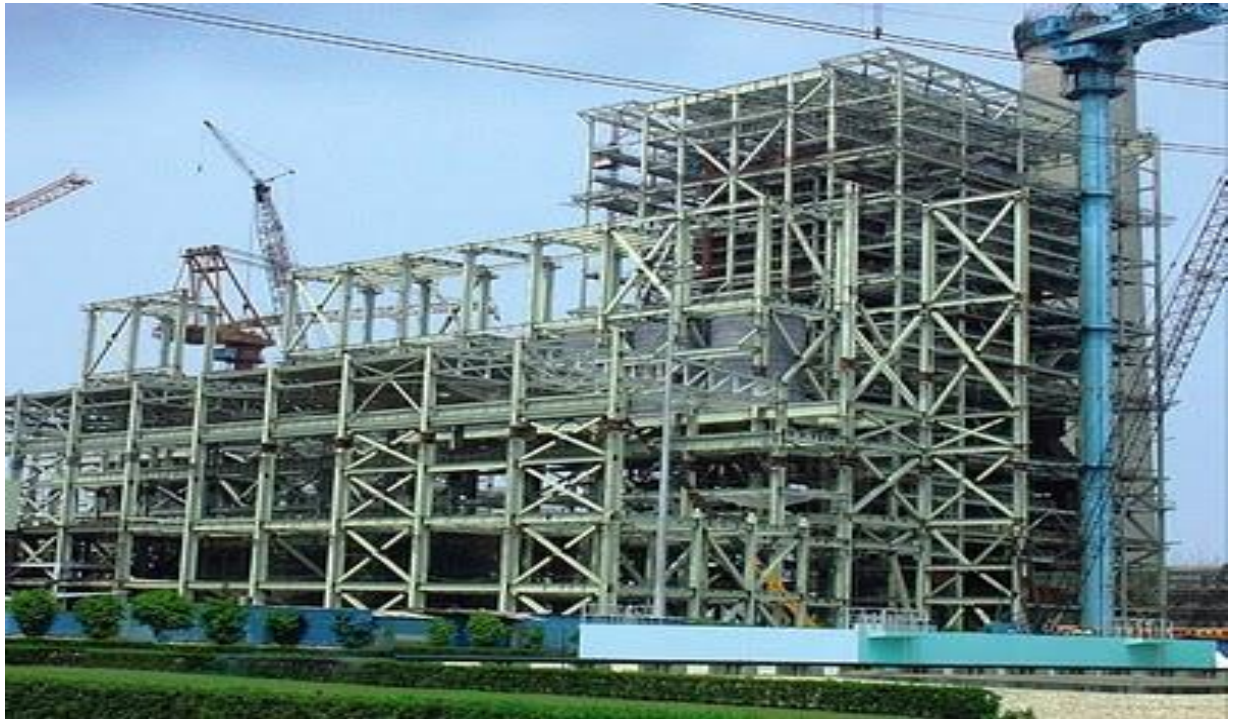


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

## Σύγκριση μεθόδων 1 και 2 κατά τον EC 3 αναφορικά με τον λυγισμό μελών



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Γιάχος Ζαχαρίας**

Επιβλέπων Καθηγητής: **Ιωάννης Βάγιας**

Αθήνα Ιούλιος 2012

**EMK ΔΕ 2012/14**



## Πίνακας περιεχομένων

<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b> .....	<b>5</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>7</b>
<b>ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ</b> .....	<b>9</b>
<b>1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	<b>11</b>
1.1 Σκοπός της εργασίας.....	11
1.2 Η δομή της εργασίας.....	11
<b>2 ΜΟΡΦΕΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ</b> .....	<b>13</b>
2.1 Το φαινόμενο του λυγισμού .....	13
2.2 Καμπτικός λυγισμός .....	13
2.3 Στρεπτικός λυγισμός .....	17
2.4 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός .....	18
2.4.1 Έλεγχος ευστάθειας .....	18
2.4.1.1 Σχέσεις αλληλεπίδρασης .....	18
2.4.1.2 Υπολογισμός $\chi_{LT}$ και κρίσιμης ροπής στρεπτοκαμπτικού λυγισμού .....	20
2.4.2 Έλεγχος αντοχής.....	23
<b>3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΜΕ ΤΙΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ 1 ΚΑΙ 2 ΤΟΥ EC3</b>	<b>26</b>
3.1 Εισαγωγή .....	26
3.2 Μέθοδος 1 .....	26
3.2.1 Υπολογισμός συντελεστή ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής $C_{mi,0}$ .....	26
3.2.2 Υπολογισμός των βοηθητικών συντελεστών.....	27
3.2.3 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης .....	30
3.3 Μέθοδος 2 .....	32
3.3.1 Υπολογισμός συντελεστή ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής $C_{mi}$ .....	32
3.3.2 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης .....	32
<b>4 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ 1 ΚΑΙ 2 ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ</b> .....	<b>35</b>
4.1 Αριθμητικό παράδειγμα ελέγχου δοκού σε λυγισμό .....	35
4.2 Κατασκευή διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης .....	46
4.2.1 1 <sup>η</sup> περίπτωση φόρτισης: θλιπτική δύναμη και συγκεντρωμένες ροπές στα άκρα κατά γ και z49	
4.2.1.1 Διατομή HEA 200.....	49
4.2.1.2 Διατομή HEA 500.....	52
4.2.1.3 Διατομή HEB 200.....	55
4.2.1.4 Διατομή HEB 500.....	58

---

4.2.1.5	Διατομή IPE 200 .....	61
4.2.1.6	Διατομή IPE 500 .....	64
4.2.2	2 <sup>η</sup> περίπτωση φόρτισης: θλιπτική δύναμη και συγκεντρωμένη ροπή στα άκρα κατά z και ομοιόμορφο φορτίο κατά γ.....	67
4.2.2.1	Διατομή HEA 200 .....	67
4.2.2.2	Διατομή HEA 500 .....	70
4.2.2.3	Διατομή HEB 200 .....	73
4.2.2.4	Διατομή IPE 200 .....	79
4.2.2.5	Διατομή IPE 500 .....	82
4.2.3	3 <sup>η</sup> περίπτωση φόρτισης: συνδυασμός των δύο παραπάνω (θλιπτική δύναμη, ομοιόμορφο φορτίο κατά z και συγκεντρωμένη ροπή στα άκρα και ομοιόμορφο φορτίο κατά γ ).....	85
4.2.3.1	Διατομή HEA 200 .....	85
4.2.3.2	Διατομή HEA 500 .....	86
4.2.3.3	Διατομή HEB 200 .....	87
4.2.3.4	Διατομή HEB 500 .....	88
4.2.3.5	Διατομή IPE 200 .....	89
4.2.3.6	Διατομή IPE 500 .....	90
<b>5</b>	<b>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>91</b>

---

## Περίληψη

Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας μελετάται το φαινόμενο του καμπτικού και του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού σε μέλη από χάλυβα S235. Σε πολλές περιπτώσεις φόρτισης που ένα μέλος καταπονείται από αξονική θλιπτική δύναμη και μονοαξονική ή διαξονική κάμψη, ενδέχεται να χάσει την ευστάθεια του, προτού εξαντληθεί η αντοχή του. Σε αυτή την περίπτωση η πραγματική αντοχή του μέλους καθορίζεται από την οριακή φόρτιση για την οποία χάνει την ευστάθεια του.

Προκειμένου να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος της ευστάθειας ενός μέλους εισάγονται οι σχέσεις αλληλεπίδρασης. Για τον υπολογισμό τους είναι απαραίτητο να υπολογιστούν οι συντελεστές αλληλεπίδρασης. Ο EC 3 εισάγει δύο μεθόδους, τις μεθόδους 1 και 2, οι οποίες υπολογίζουν αυτούς τους συντελεστές. Παρακάτω παρουσιάζονται και μελετώνται αυτές οι μέθοδοι.

Αρχικά πραγματοποιείται ένα αριθμητικό παράδειγμα μιας αμφιέριστης δοκού προκειμένου να κατανοηθεί η χρήση των μεθόδων και να γίνει σύγκριση αυτών. Στη συνέχεια κατασκευάζονται τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης στα οποία φαίνεται σε ποιον οριακό συνδυασμό φόρτισης το μέλος χάνει την ευστάθεια του και πώς αυτή επηρεάζεται από την αλληλεπίδραση της αξονικής δύναμης και της κάμψης. Η κατασκευή των διαγραμμάτων αυτών έγινε με τη βοήθεια υπολογιστικών φύλλων του προγράμματος Microsoft Office Excel και πραγματοποιήθηκε για καμπτικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό, για μήκη της αμφιέριστης δοκού 2m, 4m, 6m, για τις διατομές HEA 200, HEA 500, HEB 200, HEB 500, IPE 200, IPE 500 και για τρεις διαφορετικούς τρόπους φόρτισης της δοκού.

Τα διαγράμματα που κατασκευάστηκαν οδηγούν σε κάποια γενικά συμπεράσματα για τις δύο μεθόδους και για τα δύο είδη λυγισμού που απειλούν την ευστάθεια του μέλους. Ανάλογα με τη φόρτιση της δοκού και το είδος του λυγισμού που μελετάται αλλάζει και η μέθοδος που δίνει πιο συντηρητικά αποτελέσματα σε κάθε περίπτωση. Επίσης γίνεται ξεκάθαρο ότι ανάμεσα σε δυο ίδιες δοκούς που η μια υπόκειται σε καμπτικό και η άλλη σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό, μπορούν να αναλάβουν και οι δυο την ίδια αξονική δύναμη, ενώ η πρώτη μπορεί να αναλάβει μεγαλύτερη κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της χωρίς να χάσει την ευστάθειά της, αναδεικνύοντας την ανάγκη μελέτης του φαινομένου και απόδοση της σπουδαιότητας στον σχεδιασμό μελών από χάλυβα.



## Abstract

This diploma thesis deals with the phenomenon of torsional-flexural buckling for steel members. In many different cases of charging with axial compressive force and uniaxial or biaxial bending, the steel member may lose its stability before losing its resistance.

In order to confirm the stability control the relations of interaction are used. So it is necessary to measure the factors of this interaction. EC 3 suggests two methods, method 1 and method 2, both of which are deployed in this diploma.

At first a numeral example of a simply supported beam is calculated in order to understand the methods and comprehend their results. Afterwards, the construction of the interactive charts follows. Our goal the marginal load the steel member loses its strength is achieved by this process and so the dependency of the lateral load from the interaction of the axial force and the bending moment. The diagrams were made using the spreadsheets of the program of Microsoft Office Excel 2010. The diagrams were calculated for beam length of 2m, 4m, 6m, for different sections HEA 200, HEA 500, HEB 200, HEB 500, IPE 200, IPE 500 and for three different instances of loading of the beam.

The diagrams produced lead to some general conclusions extracted for these two methods and for the two types of buckling which are critical for the stability of the beam. Depending of the load of the beam and the type of the buckling in each diagram, different method has more conservative numbers. Finally, another conclusion is that between two identical beams, of which the one is subject to flexural and the other to torsional-flexural buckling, both of them can stand the same axial force but the first can tolerate more bending around the strong axis than the second one without losing its stability.





## Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Ε.Μ.Π. κ. Ιωάννη Κ. Βάγια για τη συνεχή βοήθεια του στην εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας.

Στη συνέχεια θέλω να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την υπομονή και την πίστη που μου έδειξαν τα τελευταία χρόνια.

Και τέλος να ευχαριστήσω τους φίλους μου για την υποστήριξη και την προθυμία να βοηθήσουν με όποιο τρόπο μπορούσε ο καθένας, και ιδιαίτερα την Ζέφη Μπαρίτα και τον Χάρη Φλίγκο για την πολύτιμη αρωγή τους ούτως ώστε να ολοκληρώσω αυτή την εργασία.



---

# 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 2.1 Σκοπός της εργασίας

Ο σκοπός της διπλωματικής αυτής είναι να μελετηθεί το φαινόμενο του λυγισμού σε μέλη από χάλυβα. Σε πολλές περιπτώσεις φόρτισης με αξονική θλιπτική δύναμη και μονοαξονική ή διαξονική κάμψη το μέλος (κυρίως δοκοί και υποστυλώματα) ενδέχεται να χάσει την ευστάθειά του προτού εξαντληθεί η αντοχή του. Για το λόγο αυτό είναι σημαντικό να ελέγχεται η επάρκεια της διατομής του μέλους και ως προς την αντοχή αλλά και ως προς την ευστάθειά της.

Για την πραγματοποίηση του ελέγχου της ευστάθειας ενός μέλους ο EC 3 εισάγει δύο μεθόδους, τις μεθόδους 1 και 2. Στην παρούσα αναπτύσσονται και μελετώνται αυτές οι μέθοδοι. Εφαρμόζονται σε πλήθος διατομών για διαφορετικά μήκη και για διαφορετικές φορτίσεις του μέλους, προκειμένου να μπορέσει να γίνει μια ασφαλής συσχέτιση μεταξύ τους ως προς την ακρίβεια τους, την αξιοπιστία τους, την ευχρηστία τους καθώς και των ορίων τους. Σε συνδυασμό με τα ανωτέρω εξετάζονται δύο περιπτώσεις λυγισμού (του καμπτικού και του στρεπτοκαμπτικού) οι οποίες θα μελετηθούν ως προς το πώς επηρεάζει ο καθένας τις δύο μεθόδους που αναφέρθηκαν.

## 2.4 Η δομή της εργασίας

Στο δεύτερο κεφάλαιο επεξηγείται το φαινόμενο του λυγισμού και η μεγάλη σημασία του για την οποία πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά το σχεδιασμό μιας κατασκευής από χάλυβα. Διακρίνονται τα τρία είδη λυγισμού από τα οποία μπορεί να κινδυνεύσει ένα μέλος και αναφέρονται οι αντίστοιχοι έλεγχοι που πρέπει να ικανοποιούνται για κάθε μια περίπτωση. Επίσης εισάγεται η έννοια των διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης τα οποία θα χρησιμοποιηθούν παρακάτω.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι μέθοδοι 1 και 2 του ευρωκώδικα για την πραγματοποίηση των ελέγχων ευστάθειας του μέλους. Αναλύεται ο τρόπος χρήσης και σε ποιές περιπτώσεις εφαρμόζεται η καθεμία από αυτές.

Στο τέταρτο κεφάλαιο επιλύεται ένα αριθμητικό παράδειγμα μιας αμφιέριστης δοκού που υπόκειται σε διαξονική κάμψη σε συνδυασμό με θλιπτική αξονική δύναμη. Η επίλυση γίνεται για τις δύο περιπτώσεις λυγισμού (καμπτικού και στρεπτοκαμπτικού) και με τις δύο μεθόδους. Επίσης κατασκευάζονται διαγράμματα αλληλεπίδρασης για τον παραπάνω συνδυασμό φόρτισης (θλιπτική δύναμη και διαξονική κάμψη) και για τις δύο περιπτώσεις λυγισμού σε αμφιέριστη δοκό για τρία διαφορετικά μήκη και για έξι διαφορετικές διατομές, καθώς επίσης και για τρεις διαφορετικούς τρόπους επιβολής της παραπάνω φόρτισης.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναφέρονται οι παρατηρήσεις που προκύπτουν από τα διαγράμματα που κατασκευάστηκαν και τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγουμε από αυτά.



## 2 ΜΟΡΦΕΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

### 2.1 Το φαινόμενο του λυγισμού

Κατά το σχεδιασμό μιας κατασκευής βασικός στόχος είναι η διασφάλιση ενός ικανοποιητικού επιπέδου ασφάλειάς της έναντι αστοχίας και η αποφυγή υπερβολικών παραμορφώσεων και ταλαντώσεων των στοιχείων της κατασκευής κατά τη λειτουργία της.

Στην οριακή κατάσταση αστοχίας μιας κατασκευής από χάλυβα είναι απαραίτητο να τηρούνται οι έλεγχοι επάρκειας της αντοχής των διατομών και ευστάθειας των μελών. Σε πολλές περιπτώσεις χαλύβδινων κατασκευών, η αντοχή της διατομής (π.χ. εφελκυσμός, κάμψη δοκών με πλευρική εξασφάλιση) μπορεί να καθορίζει την αντοχή ολόκληρου του μέλους. Σε πολλές όμως άλλες περιπτώσεις, όπου υπάρχει συνδυασμός δράσεων (π.χ. μεγάλη αξονική θλιπτική δύναμη με μονοαξονική ή διαξονική κάμψη), μπορεί το μέλος να χάσει την ευστάθεια του πριν εξαντληθεί η αντοχή του. Υπάρχει δηλαδή μια στάθμη εξωτερικής φόρτισης για την οποία το μέλος μπορεί να ισορροπήσει σε μια γειτονική θέση εκτός από την αρχική. Το φαινόμενο αυτό είναι το φαινόμενο του λυγισμού. Η στάθμη αυτής της φόρτισης εκφράζει ουσιαστικά την εξάντληση της αντοχής του μέλους.

Λόγω της πολυπλοκότητας του φαινομένου και της αβεβαιότητας που υπεισέρχεται στον υπολογισμό των κρίσιμων μεγεθών (εντατικών και παραμορφωσιακών) εισάγονται οι σχέσεις αλληλεπίδρασης για τον προσδιορισμό της αντοχής τους και τον έλεγχο της ευστάθειας του μέλους και σε τριαξονική καταπόνηση. Η επίλυσή τους γίνεται με τη βοήθεια των μεθόδων 1 και 2 του EC 3, που παρουσιάζονται διεξοδικότερα στην συνέχεια.

### 2.4 Καμπτικός λυγισμός

Ο καμπτικός λυγισμός αποτελεί τη συνηθέστερη μορφή αστάθειας θλιβόμενων μεταλλικών μελών. Οφείλεται στην ύπαρξη αξονικής θλιπτικής δύναμης. Το μέλος αρχικά είναι ευθύγραμμο και λόγω της αξονικής ισορροπεί τελικά σε μια νέα θέση στην οποία παρουσιάζει καμπυλωμένη μορφή. Πραγματοποιείται δηλαδή κάμψη περί τον ισχυρό ή τον ασθενή άξονα της διατομής του μέλους χωρίς όμως να αναπτυχθεί και σχετική στροφή των διατομών.

Αυτή η μορφή αστοχίας συμβαίνει πριν το μέλος φτάσει στην πλαστική αντοχή της διατομής του. Για το λόγο αυτό η πλαστική αντοχή της διατομής μειώνεται με ένα μειωτικό συντελεστή  $\chi$  ο οποίος θα υπολογιστεί στη συνέχεια. Συνεπώς ένα θλιβόμενο μέλος με σταθερή διατομή είναι ασφαλές έναντι καμπτικού λυγισμού όταν ικανοποιείται η εξής σχέση:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,RD}} \leq 1.0 \quad (2.1)$$

όπου

$N_{Ed}$  η τιμή σχεδιασμού της θλιπτικής δύναμης  
 $N_{b,RD}$  η αντοχή του θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό.

Η αντοχή του θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$N_{b,RD} = \chi N_{pl,RD} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3} \quad (2.2)$$

$$N_{b,RD} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4} \quad (2.3)$$

όπου

$\chi$  μειωτικός συντελεστής λόγω καμπτικού λυγισμού  
 $A_{eff}$  η ενεργός διατομή κατηγορίας 4

Ο μειωτικός συντελεστής  $\chi$  εξαρτάται από την ανηγμένη λυγηρότητα και από το συντελεστή στελειών  $\alpha$  ο οποίος εξαρτάται από την καμπύλη λυγισμού:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0 \quad (2.4)$$

όπου

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha \left( \bar{\lambda} - 0,2 \right) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (2.5)$$

και η ανηγμένη λυγηρότητα είναι:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3} \quad (2.6)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4} \quad (2.7)$$

όπου

$N_{cr}$  το ελαστικό κρίσιμο φορτίο και ισούται με:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad (2.8)$$

με  $E$  το μέτρο ελαστικότητας

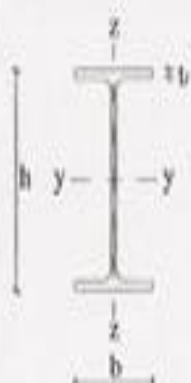
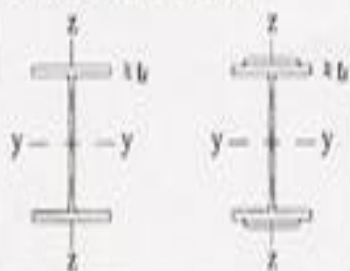

$L_{cr}$  το ισοδύναμο μήκος λυγισμού στο επίπεδο λυγισμού

$I$  η ροπή αδράνειας περί τον αντίστοιχο άξονα λυγισμού

Ο συντελεστής ατελειών  $a$  λαμβάνεται από τον παρακάτω πίνακα ανάλογα με την καμπύλη λυγισμού, η οποία εξαρτάται από τη μορφή και τις διαστάσεις της διατομής, από τη διαδικασία κατασκευής της (συγκολλητή, ελατή) και τον άξονα περί τον οποίο πραγματοποιείται ο λυγισμός, και δίνεται από τον πίνακα 2.2.

**Πίνακας 2.1 Συντελεστής ατελειών για καμπύλες λυγισμού**

Καμπύλη λυγισμού	$a_0$	$a$	$B$	$c$	$d$
Συντελεστής ατελειών $a$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Διατομή	Όρια	Λυγισμός περί άξονα	Καμπύλη λυγισμού	
			S235 S275 S355 S420	S460
Πρότυπες I – διατομές 	$h/b > 1,2$ $t_f \leq 40mm$	y – y z – z	a b	$\alpha_0$ $\alpha_0$
	$40mm < t_f \leq 100mm$	y – y z – z	b c	a a
	$h/b \leq 1,2$ $t_f \leq 100mm$	y – y z – z	b c	a a
	$t_f > 100mm$	y – y z – z	d d	c c
Συγκολλητές διατομές I 	$t_f \leq 40mm$	y – y z – z	b c	b c
	$t_f > 40mm$	y – y z – z	c d	c d
Κοίλες διατομές 	Εν θερμώ έλαση	οποιοσδήποτε	a	$\alpha_0$
	Εν ψυχρώ έλαση	οποιοσδήποτε	c	c

**Πίνακας 2.2 Επιλογή καμπύλης λυγισμού**



## 2.4 Στρεπτικός λυγισμός

Στρεπτικός λυγισμός είναι η παραμόρφωση ενός θλιβόμενου μέλους σταθερής διατομής, όταν οι διατομές του στρέφονται κατά τον ευθύγραμμο διαμήκη άξονα του μέλους, ενώ αυτός παραμένει ευθύγραμμος. Ο κίνδυνος αστοχίας από στρεπτικό λυγισμό αφορά μόνο τις ανοικτές διατομές καθώς οι κλειστές έχουν πολύ μεγάλη δυστρεψία. Συνεπώς, στις ανοικτές διατομές δεν είναι γνωστό ποια μορφή λυγισμού θα εμφανιστεί πρώτη και γι' αυτό πρέπει να εξετάζονται και οι δύο περιπτώσεις ώστε να βρεθεί ποια δίνει το μικρότερο κρίσιμο φορτίο.

Η οριακή αντοχή που συνδέεται με το στρεπτικό λυγισμό, σύμφωνα με τον ευρωκώδικα δεν μπορεί να υπολογιστεί με μεγάλη ακρίβεια και για το λόγο αυτό γίνεται αποδεκτό ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ίδια διαδικασία υπολογισμού της αντοχής σε καμπτικό λυγισμό. Επομένως η αντοχή σε στρεπτικό λυγισμό προκύπτει από τις παραπάνω σχέσεις (2.1) έως (2.5) σε συνδυασμό με τις παρακάτω:

το ελαστικό κρίσιμο φορτίο στρεπτικού λυγισμού για μια θλιβόμενη ράβδο με απλές στρεπτικές στηρίξεις στα άκρα της είναι:

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_M^2} \left( GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L_T^2} \right) \quad (2.9)$$

όπου

$i_M^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_M^2$  η πολική ροπή αδράνειας της διατομής ως προς το κέντρο διάτμησης

$y_M$  η απόσταση κέντρου βάρους και κέντρου διάτμησης της διατομής επί του άξονα y

$I_y, I_w$  οι σταθερές στρέψης και στρέβλωσης της διατομής

$L_T$  το μήκος λυγισμού έναντι στρέψης:  
 $L_T = L$  για διχαλωτές στηρίξεις  
 $L_T = 0,5L$  για πακτώσεις στα άκρα

ο μειωτικός συντελεστής είναι  $\chi_T$  και η ανηγμένη λυγηρότητα:

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,T}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3} \quad (2.10)$$

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr,T}}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4} \quad (2.11)$$

## 2.4 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός

Ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός είναι ένας συνδυασμός των δυο παραπάνω μορφών αστοχίας, του καμπτικού και του στρεπτικού λυγισμού. Οι διατομές των θλιβόμενων ή καμπτόμενων μελών, στα οποία μπορεί να εμφανιστεί ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, υπόκεινται σε στροφή περί το κέντρο διάτμησης και ταυτόχρονα μετατοπίζονται σε σχέση με τον αρχικά ευθύγραμμο διαμήκη άξονα, ο οποίος όμως παύει πλέον να είναι ευθύγραμμος και παραμορφώνεται. Και σε αυτή την περίπτωση ο κίνδυνος αστοχίας με αυτόν τον τρόπο είναι μεγαλύτερος στις ανοικτές διατομές, ενώ στις κλειστές είναι πολύ μικρός λόγω της μεγάλης τους δυστρεψιάς. Ανάλογα με την εξωτερική φόρτιση υπάρχουν οι εξής περιπτώσεις στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

- ο Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός μελών υπό θλίψη
- ο Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός (ή πλευρικός) μη προστατευμένων πλευρικά δοκών υπό κάμψη περί τον ισχυρό άξονα
- ο Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός μελών υπό θλίψη και κάμψη

Η τρίτη περίπτωση, δηλαδή μέλη υπό θλίψη και διαξονική κάμψη είναι η πιο γενική περίπτωση καταπόνησης μιας ράβδου. Από τη διατύπωση των συνθηκών ισορροπίας στην παραμορφωμένη κατάσταση μιας ράβδου με αυτή την καταπόνηση προκύπτει ένα πολύπλοκο σύστημα τριών διαφορικών εξισώσεων, η λύση του οποίου δεν είναι εφικτή για γενικές περιπτώσεις. Για το λόγο αυτό οι κανονισμοί επιτρέπουν τη χρήση απλοποιημένων εξισώσεων που λαμβάνουν υπόψη την αλληλεπίδραση της αξονικής δύναμης και της διαξονικής κάμψης στην ευστάθεια του μέλους. Οι εξισώσεις αυτές ονομάζονται σχέσεις αλληλεπίδρασης με την επιπλέον ιδιότητα, όταν δρα ένα μόνο εντατικό μέγεθος, να ταυτίζονται με τις σχέσεις ελέγχου για το συγκεκριμένο εντατικό μέγεθος (αξονική δύναμη ή κάμψη).

Εκτός από τον έλεγχο ευστάθειας πρέπει να γίνεται και ο έλεγχος της αντοχής των διατομών σε κάθε άκρο του μέλους. Ο έλεγχος αυτός πραγματοποιείται με μια διαφορετική εξίσωση που λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση των εντατικών μεγεθών.

Από τους ελέγχους ευστάθειας και αντοχής ενός μέλους μπορούν να προκύψουν και τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης για αξονική δύναμη και κάμψη, που θα παρουσιαστούν παρακάτω.

### 2.4.1 Έλεγχος ευστάθειας

#### 2.4.1.1 Σχέσεις αλληλεπίδρασης

Οι σχέσεις αυτές βασίζονται στη μεμονωμένη αμφιέριστη δοκό σταθερής διατομής διπλής συμμετρίας με διχαλωτές στηρίξεις, με ή χωρίς συνεχείς πλευρικές στηρίξεις, η οποία υπόκειται σε αξονικές θλιπτικές δυνάμεις, ακραίες ροπές και εγκάρσια φορτία. Χρησιμοποιούνται στην ανάλυση 1ης τάξης στην οποία γίνεται χρήση μόνο των καθολικών ατελειών. Γι' αυτό πρέπει να ελέγχεται η ευστάθεια των μελών μέσω αυτών των σχέσεων αλληλεπίδρασης στις οποίες έχουν ενσωματωθεί οι τοπικές απώλειες των μελών.

Οι σχέσεις αλληλεπίδρασης είναι οι εξής:

---

Σύγκριση μεθόδων 1 και 2 κατά τον EC 3 αναφορικά με τον λυγισμό μελών

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{RK}} + K_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (2.12)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{RK}} + K_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (2.13)$$

όπου

$N_{Ed}, M_{y,Ed}, M_{z,Ed}$  οι τιμές σχεδιασμού της αξονικής θλιπτικής δύναμης και των μέγιστων ροών ως προς τους άξονες y-y και z-z του μέλους αντίστοιχα

$N_{RK}, M_{y,RK}, M_{z,RK}$  οι τιμές αξονικής θλιπτικής αντοχής και πλαστικής ροπής αντοχής ως προς τους άξονες y-y και z-z του μέλους αντίστοιχα

$\Delta M_{y,ed}, \Delta M_{z,ed}$  οι ροπές λόγω της μετατόπισης του κεντροβαρικού άξονα για διατομές κατηγορίας 4  
(για τις υπόλοιπες κατηγορίες  $\Delta M_{y,ed} = \Delta M_{z,ed} = 0$ )

$\chi_y, \chi_z$  οι μειωτικοί συντελεστές λόγω καμπτικού λυγισμού

$\chi_{LT}$  ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού. Για μέλη μη ευαίσθητα σε στρεπτική παραμόρφωση:  $\chi_{LT} = 1,0$

$\gamma_{M1} = 1$  συντελεστής ασφαλείας

$k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$  συντελεστές αλληλεπίδρασης

Οι συντελεστές αλληλεπίδρασης  $k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$  που εισάγονται στις σχέσεις αλληλεπίδρασης προσδιορίζονται από τις μεθόδους 1 και 2 του ευρωκώδικα 3, οι οποίες θα αναλυθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

### 2.4.1.2 Υπολογισμός $\chi_{LT}$ και κρίσιμης ροπής στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού υπολογίζεται ως εξής:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (2.14)$$

όπου

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT} \left( \bar{\lambda}_{LT} - 0,2 \right) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (2.15)$$

Ο συντελεστής ατελειών  $\alpha_{LT}$  λαμβάνεται από τον πίνακα 2.3 για την αντίστοιχη καμπύλη πλευρικού λυγισμού που προκύπτει από τον πίνακα 2.4.

**Πίνακας 2.3: Συντελεστής ατελειών για καμπύλες πλευρικού λυγισμού**

Καμπύλη λυγισμού	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
Συντελεστής ατελειών $\alpha_{LT}$	0,21	0,34	0,49	0,76

**Πίνακας 2.4: Καμπύλες πλευρικού λυγισμού**

Διατομή	Όρια	Καμπύλη λυγισμού
Ελατές διατομές I	$h/b \leq 2$	<i>a</i>
	$h/b > 2$	<i>b</i>
Συγκολλητές διατομές I	$h/b \leq 2$	<i>c</i>
	$h/b > 2$	<i>d</i>
Άλλες διατομές	–	<i>d</i>

Η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού είναι:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad (2.16)$$

όπου

$W_y$  η ροπή αντίστασης της διατομής που είναι

$W_y = W_{pl,y}$  για διατομές κατηγορίας 1 και 2

$W_y = W_{el,y}$  για διατομές κατηγορίας 3

$W_y = W_{eff,y}$  για διατομές κατηγορίας 4

και  $M_{cr}$  η κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού, που υπολογίζεται με βάση τις ιδιότητες της πλήρους διατομής, τις συνθήκες φόρτισης, την κατανομή της ροπής και τις πλευρικές δεσμεύσεις. Ο γενικός τύπος για τον υπολογισμό της, που προβλέπεται από τον EC3, αφορά την περίπτωση δοκού σταθερής διατομής, με συνήθεις στρεπτικές συνθήκες στήριξης στα άκρα της, συμμετρική ως προς τον ασθενή άξονα αδρανείας και υποκείμενης σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα αδρανείας της είναι:

$$M_{cr,LT} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[ \left[ \frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\} \quad (2.17)$$

όπου

$C_1, C_2, C_3$  συντελεστές εξαρτώμενοι από τις συνθήκες φόρτισης και στρεπτικής στήριξης

$I_t$  η σταθερά στρέψης

$I_w$  η σταθερά στρέβλωσης

$I_z$  η ροπή αδράνειας ως προς τον ασθενή άξονα

$L$  το μήκος της δοκού μεταξύ σημείων πλευρικά εξασφαλισμένων

$k, k_w$  συντελεστές εξαρτώμενοι από το είδος των στηρίξεων ως προς την ελευθερία στροφής και στρέβλωσης των άκρων του πλευρικά μη προστατευόμενου τμήματος:

$k = 1$  για απλές στρεπτικές στηρίξεις

$k = 0,5$  για πακτωμένα άκρα

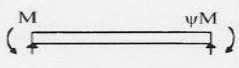
$k = 0,7$  για ένα πακτωμένο κ ένα με απλή στρεπτική στήριξη άκρο

$k_w = 1$  συνίσταται ως συντηρητική τιμή για όλες τις περιπτώσεις

$z_g = z_j = 0$  για δοκούς διπλής συμμετρίας (με τις οποίες θα ασχοληθούμε στην παρούσα διπλωματική) όπου το κέντρο βάρους συμπίπτει με το κέντρο διάτμησης

Οι συντελεστές  $C_1, C_2, C_3$  λαμβάνονται από τον παρακάτω πίνακα συναρτήσει της φόρτισης και της τιμής του  $k$ :

**Πίνακας 2.5α: Συντελεστές  $C_1, C_2, C_3$  για φόρτιση με ακραίες ροπές**

Φόρτιση και συνθήκες στήριξης	$\psi$	Διάγραμμα καμπτικών ροπών	Τιμή του k	Συντελεστές		
				$C_1$	$C_2$	$C_3$
	+1		1,0	1,000	0	1,000
			0,7	1,000	0	1,113
			0,5	1,000	0	1,114
	+1/2		1,0	1,323	0	0,992
			0,7	1,473	0	1,556
			0,5	1,514	0	2,271
	+1/4		1,0	1,563	0	0,977
			0,7	1,739	0	1,531
			0,5	1,788	0	2,235
	0		1,0	1,879	0	0,939
			0,7	2,092	0	1,473
			0,5	2,150	0	2,150
-1/4		1,0	2,281	0	0,855	
		0,7	2,538	0	1,340	
		0,5	2,609	0	1,957	
-1/2		1,0	2,704	0	0,676	
		0,7	3,009	0	1,059	
		0,5	3,093	0	1,546	
-3/4		1,0	2,927	0	0,366	
		0,7	3,258	0	0,575	
		0,5	3,348	0	0,837	
-1		1,0	2,752	0	0,000	
		0,7	3,063	0	0,000	
		0,5	3,149	0	0,000	

**Πίνακας 2.5β: Συντελεστές  $C_1, C_2, C_3$  για φόρτιση με εγκάρσια φορτία**

Φόρτιση και συνθήκες στήριξης	Διάγραμμα καμπτικών ροπών	Τιμή του k	Συντελεστές		
			$C_1$	$C_2$	$C_3$
		1,0	1,132	0,459	0,525
		0,5	0,972	0,304	0,980
		1,0	1,285	1,562	0,753
		0,5	0,712	0,652	1,070
		1,0	1,365	0,553	1,730
		0,5	1,070	0,432	3,050
		1,0	1,565	1,267	2,640
		0,5	0,938	0,715	4,800
		1,0	1,046	0,430	1,120
		0,5	1,010	0,410	1,890

### 3.2.2 Έλεγχος αντοχής

#### ➤ Ελαστική ανάλυση

Στην ελαστική ανάλυση για τον προσδιορισμό της αντοχής της διατομής ως οριακή αξονική δύναμη σχεδιασμού λαμβάνεται η δύναμη πλήρους πλαστικοποίησης της διατομής και οι ελαστικές καμπτικές ροπές ως εξής:

$$N_{pl,RD} = A f_{y,d} \quad (2.18)$$

$$M_{y,el,RD} = W_{el,y} f_{y,d} \quad (2.19)$$

$$M_{z,el,RD} = W_{el,z} f_{y,d} \quad (2.20)$$

Τα ανηγμένα εντατικά μεγέθη είναι:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,RD}} \quad (2.21)$$

$$m_y = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,el,RD}} \quad (2.22)$$

$$m_z = \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,el,RD}} \quad (2.23)$$

Για τον συνδυασμό δράσης αξονικής θλιπτικής δύναμης και διαξονικής κάμψης, για τον έλεγχο της επάρκειας της διατομής μπορεί να χρησιμοποιηθεί η παρακάτω προσεγγιστική σχέση:

$$n + m_y + m_z \leq 1 \quad (2.24)$$

Η σχέση αυτή ισχύει μόνο για διατομές διπλής συμμετρίας.

#### ➤ Πλαστική ανάλυση

Ακολουθώντας την πλαστική ανάλυση τα πλαστικά οριακά μεγέθη σχεδιασμού είναι τα εξής:

Αξονική δύναμη:

$$N_{pl,RD} = A f_{y,d} \quad (2.25)$$

Κάμψη ως προς τον ισχυρό άξονα:

$$M_{y,pl,RD} = W_{pl,y} f_{y,d} \quad (2.26)$$

Κάμψη ως προς τον ασθενή άξονα:  $M_{z,pl,RD} = W_{pl,z} f_{y,d}$  (2.27)

Τα ανηγμένα εντατικά μεγέθη είναι:  $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,RD}}$  (2.28)

$$m_y = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl,RD}} \quad (2.29)$$

$$m_z = \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl,RD}} \quad (2.30)$$

Για διατομές διπλής συμμετρίας θεωρείται ότι την αξονική δύναμη και τη ροπή  $M_y$  την αναλαμβάνει αρχικά ο κορμός μέχρι κάποιες οριακές τιμές, ο οποίος αρχίζει πρώτος να πλαστικοποιείται, ενώ την πρόσθετη αξονική και ροπή τις αναλαμβάνουν τα πέλματα. Αντίθετα, λόγω της ροπής  $M_z$  η πλαστικοποίηση αρχίζει από τα πέλματα. Για την ταυτόχρονη δράση αυτών των εντατικών μεγεθών έχει αποδειχθεί ότι πρέπει να ισχύει η παρακάτω σχέση αλληλεπίδρασης προκειμένου να ικανοποιείται ο έλεγχος αντοχής σε αδέσμευτα μέλη (δοκοί, υποστυλώματα) :

Για  $n \leq a_w$  πρέπει:  $\left[ \frac{m_y(1+a_f) - a_w + \frac{n^2}{a_w}}{2a_f} \right]^2 + m_z \leq 1$  (2.31)

Για  $n \geq a_w$  πρέπει:  $\left[ \frac{m_y(1+a_f) - 2(a_w - n)}{2a_f} \right]^2 + m_z \leq 1$  (2.32)

όπου:

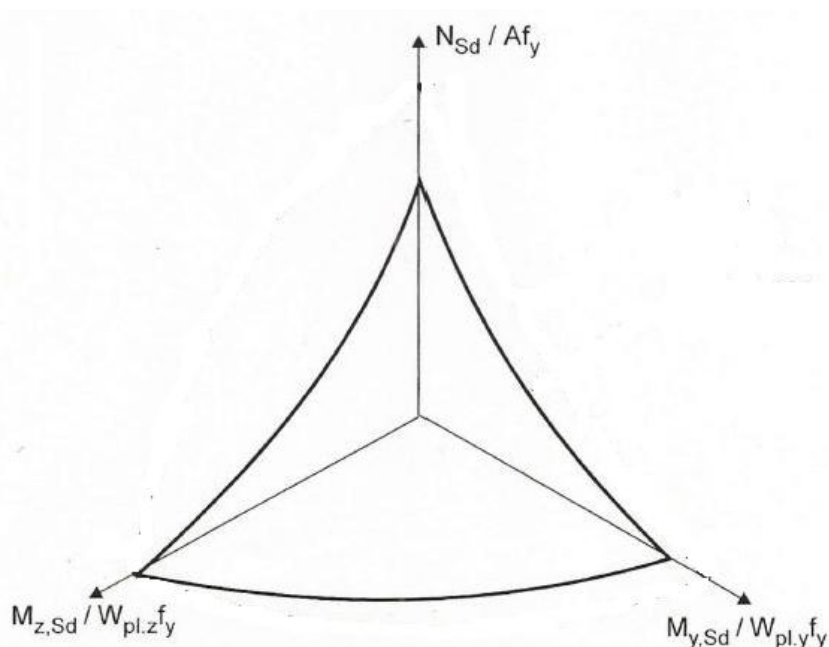
$$a_f = \frac{A_f}{A} = \frac{2bt_f}{A} \quad \text{το ανηγμένο εμβαδό πέλματος της διατομής}$$

$$a_w = \frac{A_w}{A} = 1 - a_f \quad \text{το ανηγμένο εμβαδό κορμού της διατομής}$$



### 3.3.1 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης

Οι παραπάνω σχέσεις αλληλεπίδρασης που περιγράφηκαν για τον έλεγχο της ευστάθειας και της αντοχής για ένα μέλος, είναι δυνατό να παρασταθούν γραφικά με τα λεγόμενα διαγράμματα αλληλεπίδρασης. Στους άξονες αυτών των διαγραμμάτων τοποθετούνται τα ανηγμένα εντατικά μεγέθη  $n$ ,  $m_y$ ,  $m_z$  και οι σχέσεις που τα συνδέουν εκφράζονται με τις καμπύλες αλληλεπίδρασης που προκύπτουν (στο χώρο εκφράζονται ως επιφάνειες). Κάθε συνδυασμός τιμών  $n$ ,  $m_y$ ,  $m_z$  που αποτελεί μια εντατική κατάσταση, στο διάγραμμα παρουσιάζεται ως ένα σημείο. Αν αυτό το σημείο είναι στο εσωτερικό της καμπύλης, τότε πρόκειται για ασφαλή συνδυασμό των φορτίων. Αν είναι πάνω στην καμπύλη, η εντατική κατάσταση αυτή αποτελεί οριακό συνδυασμό φόρτισης, ενώ αν είναι έξω από την καμπύλη πρόκειται για εντατική κατάσταση για την οποία δεν ικανοποιούνται οι έλεγχοι. Η μορφή των διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης φαίνεται στο σχήμα 2.1:



Σχήμα 2. 1: διάγραμμα αλληλεπίδρασης για αξονική δύναμη και διαξονική κάμψη

### 3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΜΕ ΤΙΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ 1 ΚΑΙ 2 ΤΟΥ EC3

#### 4.2 Εισαγωγή

Ο Ευρωκώδικας περιλαμβάνει δύο μεθόδους για τον υπολογισμό των συντελεστών αλληλεπίδρασης των σχέσεων αλληλεπίδρασης. Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν αναλυτικά αυτές οι δύο μέθοδοι.

Η μέθοδος 1 του EC3 είναι η μία από τις δύο αυτές μεθόδους. Η μέθοδος αυτή παρέχει τη δυνατότητα ελέγχου βάσει των πλαστικών ιδιοτήτων της διατομής για τις κατηγορίες 1 και 2, ενώ βάσει των ελαστικών ιδιοτήτων για διατομές κατηγορίας 3 και 4. Όπως όμως αναφέρουν οι Βάγιας, Ερμόπουλος, Ιωαννίδης ο κανονισμός για ευκολία επιτρέπει στη μέθοδο 1 την εκτέλεση των ελέγχων για ελαστική μόνο συμπεριφορά. Η πορεία που ακολουθείται για τον έλεγχο μιας δοκού πλευρικά προστατευμένης και μη, έναντι στρεπτικού λυγισμού είναι η ίδια με μόνη διαφορά στις τιμές κάποιων συντελεστών που θα αναφερθούν παρακάτω.

Η μέθοδος 2 παρέχει τις ίδιες δυνατότητες με τη μέθοδο 1 σχετικά με την κατηγορία και τις ιδιότητες της διατομής (δηλαδή ελαστικές για κατηγορία 3, 4 και πλαστικές για 1, 2). Σε αντίθεση όμως με τη μέθοδο 1, εμφανίζει κάποιες διαφοροποιήσεις ανάλογα με τον τύπο της διατομής (τύπου I, ορθογωνικές, κοίλες). Στη συγκεκριμένη εργασία θα ασχοληθούμε με τις διατομές τύπου I και H. Επίσης και σε αυτή τη μέθοδο παρατηρούνται κάποιες διαφορές στην πορεία για τον έλεγχο μιας δοκού πλευρικά προστατευμένης και μη, έναντι στρεπτικού λυγισμού, οι οποίες θα διευκρινιστούν.

#### 4.2 Μέθοδος 1

##### 3.2.2 Υπολογισμός συντελεστή ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής $C_{mi,0}$

Ο συντελεστής  $C_{mi,0}$  ονομάζεται συντελεστής ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής. Καθορίζεται από το διάγραμμα ροπών της δοκού και λαμβάνει υπόψη την επίδραση της αξονικής θλιπτικής δύναμης. Στο παρών κείμενο θα ασχοληθούμε με τις 3 από τις 4 παρακάτω περιπτώσεις, αλλά λόγω πληρότητας παρατίθενται όλες:

- ο γραμμικό διάγραμμα ροπής με ροπές στα άκρα  $M$  και  $\psi M$  όπου  $-1 \leq \psi \leq 1$

$$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}} \quad (3.1)$$

- ο διάγραμμα ροπής με ροπές στα άκρα και κατανομημένο φορτίο στη δοκό με  $M(x)$  μέγιστη ροπή στη δοκό

$$C_{mi,0} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI_i |\delta_x|}{L^2 |M_{i,Ed}(x)|} - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$$

- ο τριγωνικό διάγραμμα ροπής με μηδενικές ροπές στα άκρα και συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκού

$$C_{mi,0} = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}} \quad (3.2)$$

- ο διάγραμμα ροπής με μηδενικές ροπές στα άκρα και καταμεμημένο φορτίο στη δοκό

$$C_{mi,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}} \quad (3.3)$$

### 3.2.2 Υπολογισμός των βοηθητικών συντελεστών

Απαραίτητη παράμετρος είναι η ανηγμένη λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_0$  για στρεπτοκαμπτικό λυγισμό λόγω σταθερής καμπτικής ροπής  $M_y$ .

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M'_{cr}}} \quad (3.4)$$

όπου η τιμή της κρίσιμης ελαστικής ροπής πλευρικού λυγισμού  $M'_{cr}$  για σταθερή καμπτική ροπή προκύπτει από τη σχέση (2.17) με τιμές των  $C_1, C_2, C_3$  από τον πίνακα 2.2 για  $\psi = +1$ .

Από τον προσδιορισμό της  $\bar{\lambda}_0$  διακρίνονται δυο περιπτώσεις για τον υπολογισμό των συντελεστών

$C_{mi}$  :

$$\text{Av } \bar{\lambda}_0 \leq 0,2 \sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)} : \quad C_{my} = C_{my,0}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = 1,0$$

$$\text{Av } \bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)} : \quad C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} \alpha_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} \alpha_{LT}}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{\alpha_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}} \geq 1$$

όπου

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 1, 2, 3}$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A_{eff}}{W_{eff,y}} \quad \text{για διατομές κατηγορίας 4}$$

$$\alpha_{LT} = 1 - I_T/I_y \quad \text{με } I_T \text{ σταθερά στρέψης και } I_y \text{ ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα } \gamma\text{-}\gamma$$

$C_1$  συντελεστής από πίνακα 2.2

$N_{cr,y}$  ελαστική δύναμη καμπτικού λυγισμού περί τον άξονα  $\gamma\text{-}\gamma$

$N_{cr,z}$  ελαστική δύναμη καμπτικού λυγισμού περί τον άξονα  $z\text{-}z$

$N_{cr,T}$  ελαστική δύναμη στρεπτικού λυγισμού

Στην περίπτωση δοκού πλευρικά προστατευμένης έναντι στρεπτικού λυγισμού, που υπόκειται δηλαδή μόνο σε καμπτικό, θεωρείται  $\chi_{LT} = 1$ ,  $\lambda_0 = 0$  και :  $C_{my} = C_{my,0}$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = 1,0$$

Λοιποί βοηθητικοί συντελεστές:

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (3.5)$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \quad (3.6)$$

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5 \quad (3.7)$$

$$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5 \quad (3.8)$$

$$n_{pl} = \frac{\frac{N_{Ed}}{N_{RK}}}{\gamma_{M1}} \quad (3.9)$$

$$\text{Και } \bar{\lambda}_{\max} = \max \left\{ \bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z \right\}$$

Βάσει των παραπάνω μπορούμε να υπολογίσουμε και τους εξής συντελεστές:

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} \quad (3.10)$$

$$\text{όπου } b_{LT} = 0,5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^{-2} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,RD}} \quad (3.11)$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^{-2}}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}} \quad (3.12)$$

$$\text{όπου } c_{LT} = 10a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^{-2}}{5 + \bar{\lambda}_z^{-4}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \quad (3.13)$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^{-2}}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}} \quad (3.14)$$

$$\text{όπου } d_{LT} = 2a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^{-4}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,RD}} \quad (3.15)$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^{-2} \right) - e_{LT} \right] n_{pl} \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}} \quad (3.16)$$

$$\text{όπου } e_{LT} = 1,7a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^{-4}} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \quad (3.17)$$

Σημειώνεται ότι για δοκό πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού εφόσον  $\lambda_{\sigma}=0$ , ισχύει:  
 $b_{LT} = c_{LT} = d_{LT} = e_{LT} = 0$

### 3.2.3 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης

Για κατηγορίες 3 και 4 βάσει των ελαστικών ιδιοτήτων:

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (3.18a)$$

$$k_{yz} = C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \quad (3.19a)$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (3.20a)$$

$$k_{zz} = C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \quad (3.21a)$$

Για κατηγορίες 1 και 2 βάσει των πλαστικών ιδιοτήτων:

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}} \quad (3.18\beta)$$

$$k_{yz} = C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \quad (3.19\beta)$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \quad (3.20\beta)$$

$$k_{zz} = C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}} \quad (3.21\beta)$$

## 4.2 Μέθοδος 2

### 3.3.1 Υπολογισμός συντελεστή ισοδύναμης ομοιόμορφης ροής $C_{mi}$

Διακρίνονται οι εξής περιπτώσεις:

- ο γραμμικό διάγραμμα ροής με ροές στα άκρα  $M$  και  $\psi M$  όπου  $-1 \leq \psi \leq 1$ 

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,6 + 0,4\psi_i \geq 0,4$$
 για ομοιόμορφο και  
κατανεμημένο φορτίο
- ο μη γραμμικό διάγραμμα ροής με ροές στα άκρα  $M_h$  και  $\psi M_h$  και μέγιστο  $M_{sr}$  με  $a_h = M_h/M_s$   
αν  $0 \leq a_h \leq 1$  και  $-1 \leq \psi \leq 1$  τότε
 
$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,95 + 0,05\alpha_h$$
 για ομοιόμορφο φορτίο  

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,90 + 0,10\alpha_h$$
 για συγκεντρωμένο φορτίο  
 αν  $-1 \leq a_h < 0$  και  $0 \leq \psi \leq 1$  τότε
 
$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,95 + 0,05\alpha_h$$
 για ομοιόμορφο φορτίο  

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,90 + 0,10\alpha_h$$
 για συγκεντρωμένο φορτίο  
 αν  $-1 \leq a_h < 0$  και  $-1 \leq \psi < 0$  τότε
 
$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,95 + 0,05\alpha_h(1 + 2\psi)$$
 για ομοιόμορφο φορτίο  

$$C_{my} = C_{mz} = C_{mLT} = 0,90 + 0,10\alpha_h(1 + 2\psi)$$
 για συγκεντρωμένο  
φορτίο

Για μέλη με λυγισμό από μετάθεση πρέπει να λαμβάνεται  $C_{my}=0,9$  ή  $C_{mz}=0,9$  αντίστοιχα.

Για δοκό πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού οι  $C_{my}$ ,  $C_{mz}$  υπολογίζονται όπως παραπάνω, ενώ λαμβάνεται  $C_{mLT} = 1$ .

### 3.3.2 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης

Για μέλη μη ευαίσθητα σε στρεπτικές παραμορφώσεις και διατομές I και H:

Για κατηγορίες 3 και 4 βάσει των ελαστικών ιδιοτήτων:



$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \right) \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (3.22a)$$

$$k_{zz} = C_{mz} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \right) \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \leq C_{mz} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (3.23a)$$

$$k_{yz} = k_{zz} \quad (3.24a)$$

$$k_{zy} = 0,8k_{yy} \quad (3.25a)$$

Για κατηγορίες 1 και 2 βάσει των πλαστικών ιδιοτήτων:

$$k_{yy} = C_{my} \left[ 1 + \left( \bar{\lambda}_y - 0,2 \right) \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (3.22\beta)$$

$$k_{zz} = C_{mz} \left[ 1 + \left( 2 \bar{\lambda}_z - 0,6 \right) \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \leq C_{mz} \left( 1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (3.23\beta)$$

$$k_{yz} = 0,6k_{zz} \quad (3.24\beta)$$

$$k_{zy} = 0,6k_{yy} \quad (3.25\beta)$$

Για μέλη ευαίσθητα σε στρεπτικές παραμορφώσεις αλλάζει μόνο ο  $k_{zy}$ , ενώ οι υπόλοιποι συντελεστές είναι όπως ακριβώς παραπάνω:

Για κατηγορίες 3 και 4 βάσει των ελαστικών ιδιοτήτων:

$$k_{zy} = \left[ 1 - \frac{0,05 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \geq \left[ 1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \quad (3.25\gamma)$$

Για κατηγορίες 1 και 2 βάσει των πλαστικών ιδιοτήτων:

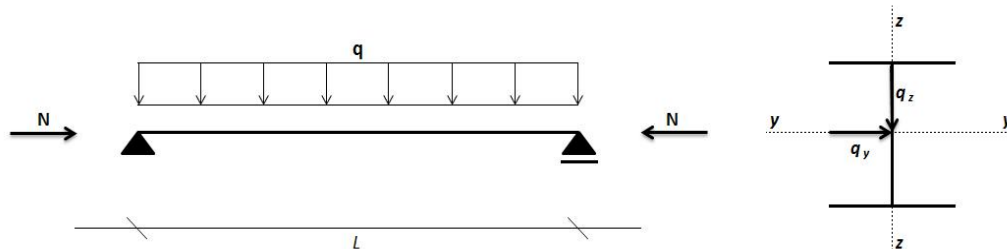
Για  $\bar{\lambda}_z \geq 0,4$ :

$$k_{zy} = \left[ 1 - \frac{0,1 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \geq \left[ 1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \quad (3.25\delta)$$

Για  $\bar{\lambda}_z < 0,4$ :

$$k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq \left[ 1 - \frac{0,1 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] \quad (3.25\epsilon)$$

## 4 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ 1 ΚΑΙ 2 ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ



### 4.2 Αριθμητικό παράδειγμα ελέγχου δοκού σε λυγισμό

Εξετάζουμε μια αμφιέρειστη δοκό διατομής HEA200 από χάλυβα S235, μήκους  $L=4\text{m}$ , που καταπονείται από τα ακόλουθα φορτία: αξονική θλιπτική δύναμη  $N=500\text{ kN}$ , ομοιόμορφο φορτίο κατά τον άξονα  $y-y$   $q_y=5\text{ kN/m}$  και κατά τον άξονα  $z-z$   $q_z=10\text{ kN/m}$ , όπως φαίνεται και στο σχήμα:

Η δοκός καταπονείται από αξονική θλιπτική δύναμη και διαξονική κάμψη. Επομένως κινδυνεύει από καμπτικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό. Θα γίνουν οι έλεγχοι ως προς την ευστάθεια της και την αντοχή της όπως αναφέρθηκαν παραπάνω και θα μελετηθούν δύο περιπτώσεις:

*Περίπτωση Α:* να είναι πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού με συνεχείς στηρίξεις σε όλο το μήκος της

*Περίπτωση Β:* να μην είναι πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού

Η επίλυση του αριθμητικού παραδείγματος έγινε και με τη βοήθεια υπολογιστικού φύλλου excel προκειμένου να ελεγχθεί η ορθότητα των αποτελεσμάτων της χειρόγραφης επίλυσης αλλά και να είναι εφικτό να γίνει επίλυση για οποιαδήποτε διατομή και φόρτιση.

Στοιχεία της διατομής:

$$h = 190 \text{ mm}$$

$$b = 200 \text{ mm}$$

$$t_f = 10 \text{ mm}$$

$$t_w = 6,5 \text{ mm}$$

$$A = 53,83 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 3692 \text{ cm}^4$$

$$I_z = 1336 \text{ cm}^4$$

$$I_w = 108000 \text{ cm}^6$$

$$I_t = 20,98 \text{ cm}^2$$

$$r = 18 \text{ mm}$$

$$W_{el,y} = 388,6 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,y} = 429,5 \text{ cm}^3$$

$$W_{el,z} = 133,6 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,z} = 203,8 \text{ cm}^3$$

$$i_y = 8,28 \text{ cm}$$

$$i_z = 4,98 \text{ cm}$$

Κατάταξη της διατομής:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 1$$

$$\text{Πέλαμα: } c = \frac{b - t_w}{2} = \frac{200 - 6.5}{2} = 96.75 \rightarrow \frac{c}{t_f} = \frac{96.75}{10} = 9.675 < 10\varepsilon$$

άρα κατηγορίας 2

$$\text{Κορμός: } c = h - 2(t_f + r) = 134 \rightarrow \frac{c}{t_w} = \frac{134}{6.5} = 20.6 < 33\varepsilon$$

άρα κατηγορίας 1

Επομένως η συνολική διατομή είναι κατηγορίας 2.

Έλεγχος ευστάθειας:

Για να μην κινδυνεύει η διατομή από καμπτικό και στρεπτικάκαμπτικό λυγισμό πρέπει να ικανοποιούνται οι σχέσεις αλληλεπίδρασης

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{RK}} + K_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1} \frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (2.12)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{RK}} + K_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + K_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1} \frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (2.13)$$

$$\text{Εντατικά μεγέθη: } N_{Ed} = 500 \text{ kN}$$

$$M_{y,Ed} = \frac{q_z L^2}{8} = \frac{10 \cdot 4^2}{8} = 20 \text{ kNm}$$

$$M_{z,Ed} = \frac{q_y L^2}{8} = \frac{5 \cdot 4^2}{8} = 10 \text{ kNm}$$

Πλαστικές τιμές αντοχής:  $N_{pl,RD} = A f_{y,d} = 53.83 \cdot 23.5 = 1265 \text{ kN}$

$$M_{y,pl,RD} = W_{pl,y} f_{y,d} = 429.5 \cdot 23.5 / 100 = 100.9325 \text{ kNm}$$

$$M_{z,pl,RD} = W_{pl,z} f_{y,d} = 203.8 \cdot 23.5 / 100 = 47.893 \text{ kNm}$$

Η διατομή είναι κατηγορίας 2 άρα  $\Delta M_{y,ed} = \Delta M_{z,ed} = 0$

Τα ισοδύναμα μήκη λυγισμού για απλές διχαλωτές στηρίξεις στα άκρα είναι:

$$L_{cr,y} = L_{cr,z} = 1 \cdot 4 \cdot 100 = 400 \text{ cm}$$

και έναντι στρέψης:  $L_{cr,T} = 4 \cdot 100 = 400 \text{ cm}$

Ελαστικά κρίσιμα φορτία καμπτικού λυγισμού από τη σχέση (2.8)

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 EI_y}{L_{cr,y}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 3692}{400^2} = 4782,5636 \text{ kN}$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 EI_z}{L_{cr,z}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 1336}{400^2} = 1730.6351 \text{ kN}$$

Το ελαστικό κρίσιμο φορτίο στρεπτικού λυγισμού από τη σχέση (2.9)

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_M^2} \left( GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L_T^2} \right) = \frac{1}{93.34} \left( \frac{2.1 \cdot 10^4}{2.6} \cdot 20.98 + \frac{\pi^2 \cdot 2.1 \cdot 10^4 \cdot 108000}{400^2} \right) = 3313,6189$$

όπου η πολική ροπή αδράνειας της διατομής είναι

$$I_M = I_y + I_z + y_M^2 = 8,28^2 + 4,98^2 = 93,34 \text{ cm}^2$$

Η κρίσιμη ελαστική ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού από τη σχέση (2.17):

$$M_{cr,LT} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[ \left[ \frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\}$$

όπου

$$k_w = 1$$

$k = 1$  για απλές στρεπτικές στηρίξεις

$z_g = z_j = 0$  για δοκούς διπλής συμμετρίας

και από το πίνακα 2.5 λαμβάνονται οι συντελεστές  $C_1=1,132$

$$C_2 = 0,459$$

$$C_3 = 0,525$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } M_{cr,LT} &= 1.132 \frac{\pi^2 \cdot 2.1 \cdot 10^4 \cdot 1336}{(1 \cdot 400^2)} \left\{ \left[ \frac{1}{1} \right]^2 \frac{108000}{1336} + \frac{(1 \cdot 400)^2 \cdot 2.1 \cdot 10^4 \cdot 20.98}{\pi^2 \cdot 2.1 \cdot 10^4 \cdot 2.6 \cdot 1336} \right\}^{0.5} \\ &= 26192,569 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

Μειωτικοί συντελεστές λόγω καμπτικού λυγισμού από την σχέση (2.4):

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} \leq 1,0 \quad \text{και} \quad \chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} \leq 1,0$$

όπου

$$\Phi_y = 0,5 \left[ 1 + \alpha_y \left( \bar{\lambda}_y - 0,2 \right) + \bar{\lambda}_y^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,34 \cdot (0,514299 - 0,2) \right] + 0,514299^2 = 0,68568$$

$$\Phi_z = 0,5 \left[ 1 + \alpha_z \left( \bar{\lambda}_z - 0,2 \right) + \bar{\lambda}_z^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 \cdot (0,854955 - 0,2) \right] + 0,854955^2 = 1,09524$$

$$\text{με } \bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{53.83 \cdot 23.5}{4782.5636}} = 0,514299$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{Af_z}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{53.83 \cdot 23.5}{1730.6351}} = 0,854955$$

και  $h/b = 190/200 = 0,95 < 1,2$ ,  $t_f = 10 \text{ mm} < 100 \text{ mm}$

άρα από τον πίνακα 2.2 για τον λυγισμό περί τον άξονα  $y-y$  η καμπύλη λυγισμού είναι η  $b$  με  $\alpha_y = 0,34$  από τον πίνακα 2.1 και για τον λυγισμό περί τον άξονα  $z-z$  η καμπύλη λυγισμού είναι η  $c$  με  $\alpha_z = 0,49$ .

Επομένως προκύπτει  $\chi_y = 0,8778$

$$\chi_z = 0,6277$$

➤ *Περίπτωση Α: δοκός πλευρικά προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού*

Η δοκός σε αυτή την περίπτωση δεν κινδυνεύει από στρεπτοκαμπτικό λυγισμό αλλά μόνο από καμπτικό. Όπως αναφέρεται στο κεφάλαιο 2 λαμβάνεται :

$$\chi_{LT} = 1.0$$

και πλέον οι σχέσεις αλληλεπίδρασης (2.12), (2.13) παίρνουν την εξής μορφή:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{RK}} + K_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,RK}} + K_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,RK}} \leq 1$$

$$\gamma_{M1} \quad \gamma_{M1} \quad \gamma_{M1}$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{RK}} + K_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,RK}} + K_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,RK}} \leq 1$$

$$\gamma_{M1} \quad \gamma_{M1} \quad \gamma_{M1}$$

*Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης  $k_{ij}$ :*

*Μέθοδος 1:*

Ο συντελεστής ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής  $C_{mi,0}$  σύμφωνα με την παράγραφο 3.2.1 προκύπτει:

$$C_{my,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} = 1 + 0.03 \frac{500}{4782.5636} = 1.00313$$

$$C_{mz,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}} = 1 + 0.03 \frac{500}{1730.6351} = 1.00867$$

$$\text{Για } \lambda_0 = 0 : \begin{aligned} C_{my} &= C_{my,0} = 1,00313 \\ C_{mz} &= C_{mz,0} = 1.00867 \\ C_{mLT} &= 1,0 \end{aligned}$$

Οι βοηθητικοί συντελεστές υπολογίζονται από τις σχέσεις (3.5) έως (3.17)

$$(3.5) : \mu_y = \frac{1 - \frac{500}{4782.5636}}{1 - 0.8778 \frac{500}{4782.5636}} = 0.9859$$

$$(3.6) : \mu_z = \frac{1 - \frac{500}{1730.6351}}{1 - 0.6277 \frac{500}{1730.6351}} = 0.86862$$

$$(3.7) : w_y = \frac{429.5}{388.6} = 1.1052 < 1,5$$

$$(3.8) : w_z = \frac{203.8}{133.6} = 1.5254 > 1,5 \quad \text{άρα} \quad w_z = 1,5$$

$$(3.9) : n_{pl} = \frac{500}{1262} = 0.395255$$

$$\bar{\lambda}_{\max} = \max\{\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z\} = 0.854955$$

εφόσον  $\lambda_0=0$ , ισχύει:  $b_{LT} = c_{LT} = d_{LT} = e_{LT} = 0$

επομένως :

(3.10):

$$C_{yy} = 1 + (1.1052 - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1.1052} 1.00313^2 \cdot 0.854955 - \frac{1,6}{1.1052} 1.00313^2 0.854955^2 \right) \cdot 0.3953 \right]$$

$$C_{yy} = 0.987 > 0.905$$

(3.12)



$$C_{yz} = 1 + (1.5 - 1) \left[ \left( 2 - 14 \frac{1.00867^2 \cdot 0.854955^2}{1.5^5} \right) \cdot 0.3953 \right] = 1.1243 > 0.4582$$

(3.14)

$$C_{zy} = 1 + (1.1052 - 1) \left[ \left( 2 - 14 \frac{1.00313^2 \cdot 0.854955^2}{1.1052^5} \right) \cdot 0.3953 \right] = 0.8235 > 0.466$$

(3.16)

$$C_{zz} = 1 + (1.5 - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1.5} 1.00867^2 \cdot 0.854955 - \frac{1,6}{1.5} 1.00867^2 \cdot 0.854955^2 \right) \right] \cdot 0.3953$$

$$C_{zz} = 1.0551 > 0.6556$$

Και οι συντελεστές αλληλεπίδρασης:

$$(3.18\beta) : k_{yy} = 1.00313 \cdot 1 \cdot \frac{0.9859}{1 - \frac{500}{4782.5636}} \frac{1}{0.987} = 1.1189$$

$$(3.19\beta) : k_{yz} = 1.00867 \frac{0.9859}{1 - \frac{500}{1730.6351}} \frac{1}{1.1243} \cdot 0,6 \sqrt{\frac{1.5}{1.1052}} = 0.8695$$

$$(3.20\beta) : k_{zy} = 1.0013 \cdot 1 \frac{0.8686}{1 - \frac{500}{4782.5636}} \frac{1}{0.8235} \cdot 0,6 \sqrt{\frac{1.1052}{1.5}} = 0.6086$$

$$(3.21\beta) : k_{zz} = 1.00867 \frac{0.8686}{1 - \frac{500}{1730.6351}} \frac{1}{1.0551} = 1.1678$$

Οι σχέσεις αλληλεπίδρασης:

$$\frac{500}{0.8778 \cdot 1265} + 1.1189 \frac{20}{100.9325} + 0.8695 \frac{10}{47.893} = 0.4503 + 0.2217 + 0.1816 = 0.8536 < 1$$

$$\frac{500}{0.6277 \cdot 1265} + 0.6086 \frac{20}{100.9325} + 1.1678 \frac{10}{47.893} = 0.63 + 0.121 + 0.244 = 0.995 < 1$$

Ο έλεγχος ευστάθειας ικανοποιείται.

*Μέθοδος 2:*

Από την παράγραφο 3.3.1 για  $a_h=0$  και  $\psi=0$  :  $C_{my}=0.95$ ,  $C_{mz}=0.95$ ,  $C_{mLT}=1$ .

Από τις σχέσεις για μέλη μη ευαίσθητα σε στρεπτικές παραμορφώσεις:

(3.22β):

$$k_{yy} = 0.95 \left[ 1 + (0.5143 - 0.2) \frac{500}{0.8778 \cdot \frac{1265}{1}} \right] = 1.084 < 0.95 \left( 1 + 0.8 \frac{500}{0.8778 \frac{1265}{1}} \right) = 1.292$$

(3.23β):

$$k_{zz} = 0.95 \left[ 1 + (2 \cdot 0.855 - 0.6) \frac{500}{0.6277 \frac{1265}{1}} \right] = 1.614 < 0.95 \left( 1 + 1.4 \frac{500}{0.6277 \frac{1265}{1}} \right) = 1.787$$

(3.24β):  $k_{yz} = 0,6k_{zz} = 0.968$

(3.25β) :  $k_{zy} = 0,6k_{yy} = 0.651$

Οι σχέσεις αλληλεπίδρασης:

$$\frac{500}{0.8778 \cdot 1265} + 1.084 \frac{20}{100.9325} + 0.968 \frac{10}{47.893} = 0.451 + 0.215 + 0.202 = 0.868 < 1$$

$$\frac{500}{0.6277 \cdot 1265} + 0.651 \frac{20}{100.9325} + 1.614 \frac{10}{47.893} = 0.63 + 0.129 + 0.337 = 1.096 > 1$$

Ο έλεγχος ευστάθειας δεν ικανοποιείται.

➤ *Περίπτωση Β: δοκός μη προστατευμένη έναντι στρεπτικού λυγισμού*

Ο μειωτικός συντελεστής λόγω πλευρικού λυγισμού είναι:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (2.14)$$

όπου

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT} \left( \bar{\lambda}_{LT} - 0,2 \right) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,21(0,62 - 0,2) + 0,62^2 \right] = 0,7369$$

$$\text{με } \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{429,5 \cdot 23,5}{26192,569}} = 0,62 \quad \text{και για } h/b = 190/200 = 0,95 < 2$$

αντιστοιχεί σε καμπύλη α με  $a_{LT} = 0,21$ . Άρα  $\chi_{LT} = 0,882$

*Μέθοδος 1:*

Όπως και στην περίπτωση Α,  $C_{my,0} = 1,00313$  και  $C_{mz,0} = 1,00867$

Η ανηγμένη λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_0$  για στρεπτοκαμπτικό λυγισμό λόγω σταθερής καμπτικής ροπής  $M_y$ :

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M'_{cr}}} = \sqrt{\frac{429,5 \cdot 23,5}{23138,311}} = 0,66$$

όπου  $M'_{cr} = M_{cr} C_1 / C_1 = 26192,57 * 1 / 1,132 = 23138,311$  kNcm

$$\bar{\lambda}_0 = 0,66 > 0,2 \sqrt{1,132} \sqrt{\left( 1 - \frac{500}{1730,6351} \right) \left( 1 - \frac{500}{3313,6189} \right)} = 0,1876$$

και  $a_{LT} = 1 - I_T / I_y = 1 - 20,98 / 3692 = 0,9943$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} = \frac{20}{500} \cdot \frac{53,83}{388,6} = 0,554$$

Άρα :

$$C_{my} = 1.00313 + (1 - 1.00313) \frac{\sqrt{0.554 \cdot 0.9943}}{1 + \sqrt{0.554 \cdot 0.9943}} = 1.0013$$

$$C_{mz} = C_{mz,0} = 1.00867$$

$$C_{mLT} = 1.00313^2 \frac{0.9943}{\sqrt{\left(1 - \frac{500}{1730.6351}\right) \left(1 - \frac{500}{3313.6189}\right)}} = 1.2829 > 1$$

Οι συντελεστές  $\mu_y$ ,  $\mu_z$ ,  $w_y$ ,  $w_z$ ,  $n_{pl}$  είναι ίδιοι με την περίπτωση Α και

$$b_{LT} = 0,5a_{LT} \frac{\lambda_0^{-2} M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,RD}} = 0,5 \cdot 0,9943 \cdot 0,66^2 \frac{20}{0,882 \cdot 100,9325} \frac{10}{47,893} = 0,0102$$

$$c_{LT} = 10a_{LT} \frac{\lambda_0^{-2} M_{y,Ed}}{5 + \lambda_z^{-4} C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} = 10 \cdot 0,9943 \frac{0,66^2}{5 + 0,855^4} \frac{20}{1,0013 \cdot 0,882 \cdot 100,9325} = 0,1758$$

$$d_{LT} = 2a_{LT} \frac{\lambda_0^{-2} M_{y,Ed}}{0,1 + \lambda_z^{-4} C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,RD}} = 2 \cdot 0,9943 \frac{0,66}{0,1 + 0,855^4} \frac{20}{1,0013 \cdot 0,882 \cdot 100,9325} \frac{10}{1,0087 \cdot 47,89} = 0,096$$

$$e_{LT} = 1,7a_{LT} \frac{\lambda_0^{-2} M_{y,Ed}}{0,1 + \lambda_z^{-4} C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,RD}} = 1,7 \cdot 0,9943 \frac{0,66}{0,1 + 0,855^4} \frac{20}{1,0013 \cdot 0,882 \cdot 100,93} = 0,3947$$

οι υπόλοιποι προκύπτουν όπως και παραπάνω:

$$C_{yy} = 0,9863 > 0,9048$$

$$C_{yz} = 1,0364 > 0,4582$$

$$C_{zy} = 0,814 > 0,466$$

$$C_{zz} = 0,9771 > 0,6556$$

$$k_{yy} = 1,4363$$

$$k_{yz} = 0,9432$$

$$k_{zy} = 0,7896$$

$$k_{zz} = 1,261$$

Οι σχέσεις αλληλεπίδρασης:

$$\frac{500}{\frac{0.8778 \cdot 1265}{1}} + 1.4363 \frac{20}{\frac{0.882 \cdot 100.9325}{1}} + 0.9432 \frac{10}{\frac{47.893}{1}} = 0.45 + 0.323 + 0.197 = 0.97 < 1$$

$$\frac{500}{\frac{0.6277 \cdot 1265}{1}} + 0.7896 \frac{20}{\frac{0.882 \cdot 100.9325}{1}} + 1.261 \frac{10}{\frac{47.893}{1}} = 0.63 + 0.177 + 0.263 = 1.07 > 1$$

O

έλεγχος ευστάθειας δεν ικανοποιείται.

*Μέθοδος 2:*

Από την παράγραφο 3.3.1 για  $a_h=0$  και  $\psi=0$  :  $C_{my}=0.95$ ,  $C_{mz}=0.95$ ,  $C_{mLT}=0.95$ .

Από τις σχέσεις για μέλη ευαίσθητα σε στρεπτικές παραμορφώσεις:

$$k_{yy} = 1.0844 < 1.2922$$

$$k_{zz} = 1.6139 < 1.787$$

$$k_{yz} = 0,6k_{zz} = 0.9683$$

(3.25γ) :

$$k_{zy} = 1.0027 > 0.9479$$

$$\frac{500}{\frac{0.8778 \cdot 1265}{1}} + 1.0844 \frac{20}{\frac{0.882 \cdot 100.9325}{1}} + 0.9683 \frac{10}{\frac{47.893}{1}} = 0.45 + 0.244 + 0.202 = 0.896 < 1$$

$$\frac{500}{\frac{0.6277 \cdot 1265}{1}} + 1.0027 \frac{20}{\frac{0.882 \cdot 100.9325}{1}} + 1.6139 \frac{10}{\frac{47.893}{1}} = 0.63 + 0.225 + 0.337 = 1.19 > 1$$

O

έλεγχος ευστάθειας δεν ικανοποιείται.

*Έλεγχος αντοχής:*

Και για τις δύο περιπτώσεις A και B με πλαστική ανάλυση βάσει της παραγράφου 2.4.2:

$$a_f = \frac{A_f}{A} = \frac{2bt_f}{A} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 1}{53.83} = 0.743$$

Σύγκριση μεθόδων 1 και 2 κατά τον EC 3 αναφορικά με τον λυγισμό μελών

$$a_w = \frac{A_w}{A} = 1 - a_f = 1 - 0.743 = 0.257$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,RD}} = 0.395$$

$$m_y = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl,RD}} = 0.198$$

$$m_z = \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl,RD}} = 0.209$$

Για  $n > a_w$ :

$$\left[ \frac{m_y(1 + a_f) - 2(a_w - n)}{2a_f} \right]^2 + m_z = \left[ \frac{0.198(1 + 0.743) - 2(0.257 - 0.395)}{2 \cdot 0.743} \right]^2 + 0.209 = 0.49 < 1.0$$

έλεγχος αντοχής ικανοποιείται.

Παρατηρούμε ότι η συγκεκριμένη δοκός για τη φόρτιση που της επιβάλλεται χάνει την ευστάθεια της προτού εξαντληθεί η αντοχή της.

## 4.2 Κατασκευή διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης

Με τη χρήση υπολογιστικών φύλλων του excel και βάσει των ελέγχων που αναφέρθηκαν παραπάνω, μπορούν να κατασκευαστούν τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης για αξονική θλιπτική δύναμη και διαξονική κάμψη. Η ακριβής πορεία που θα ακολουθηθεί περιγράφεται παρακάτω.

Ο προς μελέτην φορέας είναι μια αμφιέρειστη δοκός για τρεις περιπτώσεις φόρτισης που προκαλούν διαφορετικά διαγράμματα ροπών κατά τους άξονες  $y$  και  $z$ . Θα ασχοληθούμε μόνο με ανοικτές διατομές διπλής συμμετρίας και συγκεκριμένα με τις εξής: HEA 200, HEA 500, HEB 200, HEB 500, IPE 200 και IPE 500 για χάλυβα S235. Για κάθε περίπτωση από τις παραπάνω θα κατασκευαστούν διαγράμματα αλληλεπίδρασης για δοκό με συνεχείς πλευρικές στηρίξεις και για δοκό χωρίς πλευρικές στηρίξεις. Η διαδικασία θα επαναληφθεί για τρία διαφορετικά μήκη της δοκού τα οποία είναι:  $L=4m$ ,  $0,5L=2m$  και  $1,5L=6m$ .

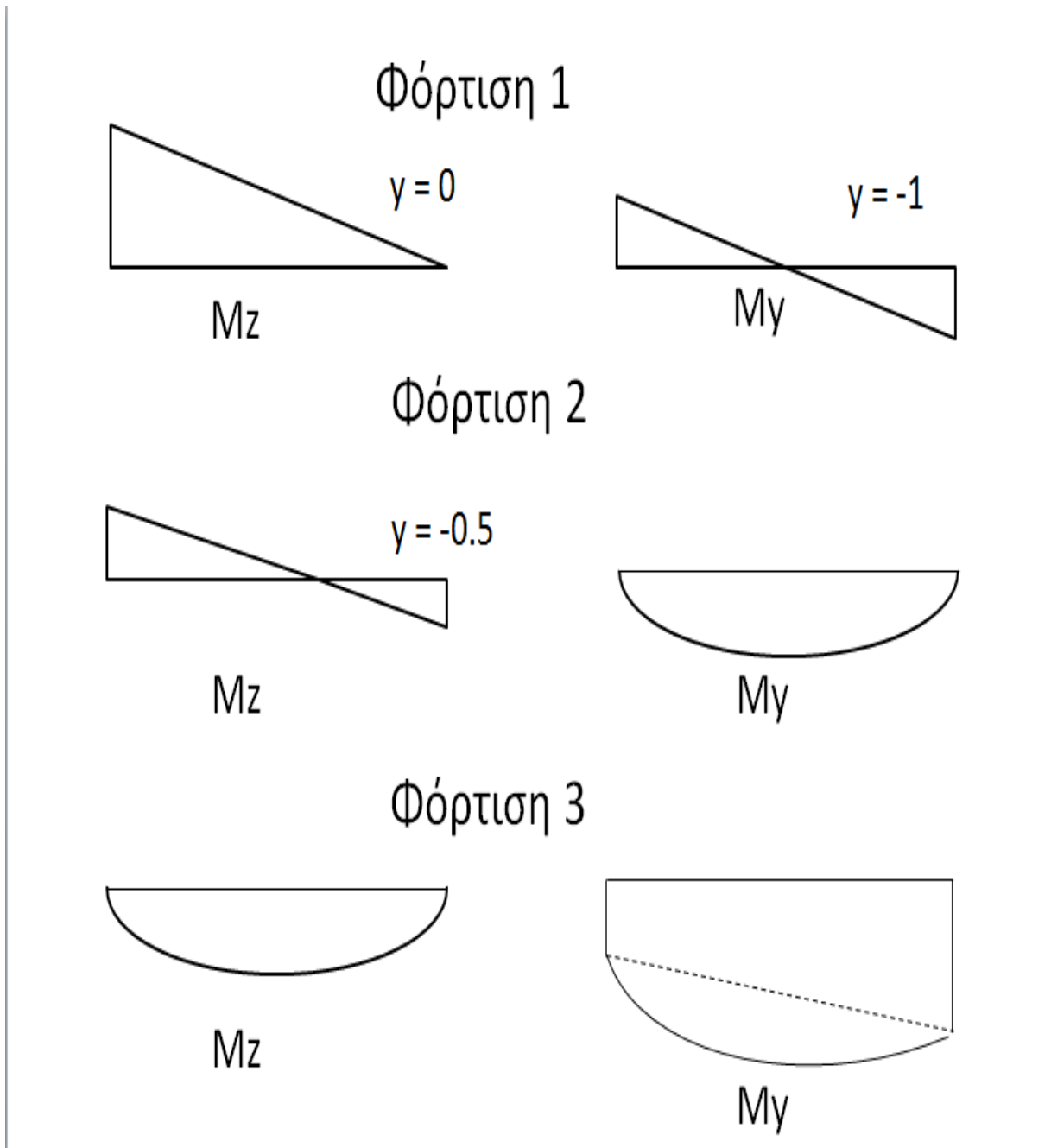
Η πορεία που ακολουθείται στο excel είναι η εξής:

Σύγκριση μεθόδων 1 και 2 κατά τον EC 3 αναφορικά με τον λυγισμό μελών

1. Υπολογίζονται οι τιμές αντοχής θλιπτικής δύναμης και ροής  $N_{pl,Rd}$ ,  $M_{y,pl,Rd}$ ,  $M_{z,pl,Rd}$  από τις σχέσεις (2.25)-(2.27).
2. Υπολογίζονται τα ελαστικά κρίσιμα φορτία καμπτικού και στρεπτικού λυγισμού  $N_{cr,y}$ ,  $N_{cr,z}$  και  $N_{cr,T}$  ( $N_{cr,T} = 0$  όταν η δοκός είναι πλευρικά προστατευμένη). Τα κρίσιμα μήκη λυγισμού σε όλες τις περιπτώσεις είναι ίσα με το μήκος της δοκού καθώς έχουμε απλές διχαλωτές στηρίξεις.
3. Στις περιπτώσεις δοκού πλευρικά μη προστατευμένης υπολογίζεται η κρίσιμη ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού  $M_{cr,LT}$  από τη σχέση (2.17) όπου για όλες τις επιλύσεις λαμβάνονται  $k=k_w=1$ . Η  $M_{cr,LT}$  μεταβάλλεται ανάλογα με τη φόρτιση της δοκού καθώς εξαρτάται από τους συντελεστές  $C_{1t}$ ,  $C_{2t}$ ,  $C_{3t}$  οι οποίοι προσδιορίζονται από τον πίνακα 2.5 για τις τρεις διαφορετικές φορτίσεις που εξετάζουμε. Οι συντελεστές που εισάγονται στη σχέση (2.17) είναι αυτοί που αφορούν το διάγραμμα ροπών κατά τον ισχυρό άξονα  $y$ .
4. Υπολογίζονται οι ανηγμένες λυγηρότητες  $\lambda_y$ ,  $\lambda_z$  από τη σχέση (2.6) καθώς και η  $\lambda_{LT}$  από τη (2.16) μόνο για την περίπτωση μη πλευρικά προστατευμένης δοκού.
5. Προσδιορίζονται οι συντελεστές ατελειών  $a_y$ ,  $a_z$  από τους αντίστοιχους πίνακες και οι συντελεστές  $\phi_y$ ,  $\phi_z$  από τη σχέση (2.5). Για την περίπτωση μη πλευρικά προστατευμένης δοκού προσδιορίζονται και οι  $a_{LT}$  και  $\phi_{LT}$  από τη (2.15).
6. Υπολογίζονται οι μειωτικοί συντελεστές  $\chi_y$ ,  $\chi_z$  από τη σχέση (2.4) και ο  $\chi_{LT}$  από τη (2.14). Για την πλευρικά προστατευμένη δοκό  $\chi_{LT}=1$
7. Στη συνέχεια δίνουμε στην ανηγμένη ροπή  $m_z$  τις τιμές: 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1 και από αυτήν προκύπτει η δρώσα ροπή κατά τον άξονα z-z  $M_{z,Ed}$  από τη σχέση (2.30)
8. Έπειτα δίνουμε τιμές στην ανηγμένη αξονική δύναμη  $n$  ώστε  $0 \leq n \leq 1$  και από τη σχέση (2.28) προκύπτει η δρώσα αξονική δύναμη  $N_{Ed}$ .
9. Έχοντας αυτά τα στοιχεία γνωστά και ανάλογα με την περίπτωση της φόρτισης κάθε φορά, υπολογίζονται για κάθε μια από τις δύο μεθόδους 1 και 2 οι βοηθητικοί συντελεστές και τέλος οι συντελεστές αλληλεπίδρασης όπως αναλύθηκε στις παραγράφους 3.2 και 3.3 αντίστοιχα.
10. Πλέον στις σχέσεις αλληλεπίδρασης για την ευστάθεια (2.12) και (2.13) απομένει ως άγνωστος η δρώσα ροπή κατά τον άξονα  $y$ - $y$   $M_{y,Ed}$  η οποία θα προκύψει για κάθε μέθοδο θέτοντας κάθε μια από τις δύο εξισώσεις ίση με 1, επιλύοντας ως προς  $M_{y,Ed}$  και κρατώντας την μικρότερη τιμή από τις δύο που προκύπτουν. Μπορεί πλέον να υπολογιστεί η ανηγμένη ροπή  $m_y$  από τη σχέση (2.22). Αυτά τα ζεύγη τιμών  $n$ ,  $m_y$  που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή  $m_z$  που τέθηκε αποτελούν οριακούς συνδυασμούς φόρτισης για την ευστάθεια του μέλους και παριστάνοντας τα σε διαγράμματα προκύπτουν τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης.
11. Τέλος για κάθε εντατική κατάσταση που προκύπτει γίνεται και έλεγχος αντοχής της διατομής βάσει των σχέσεων (2.31) ή (2.32).

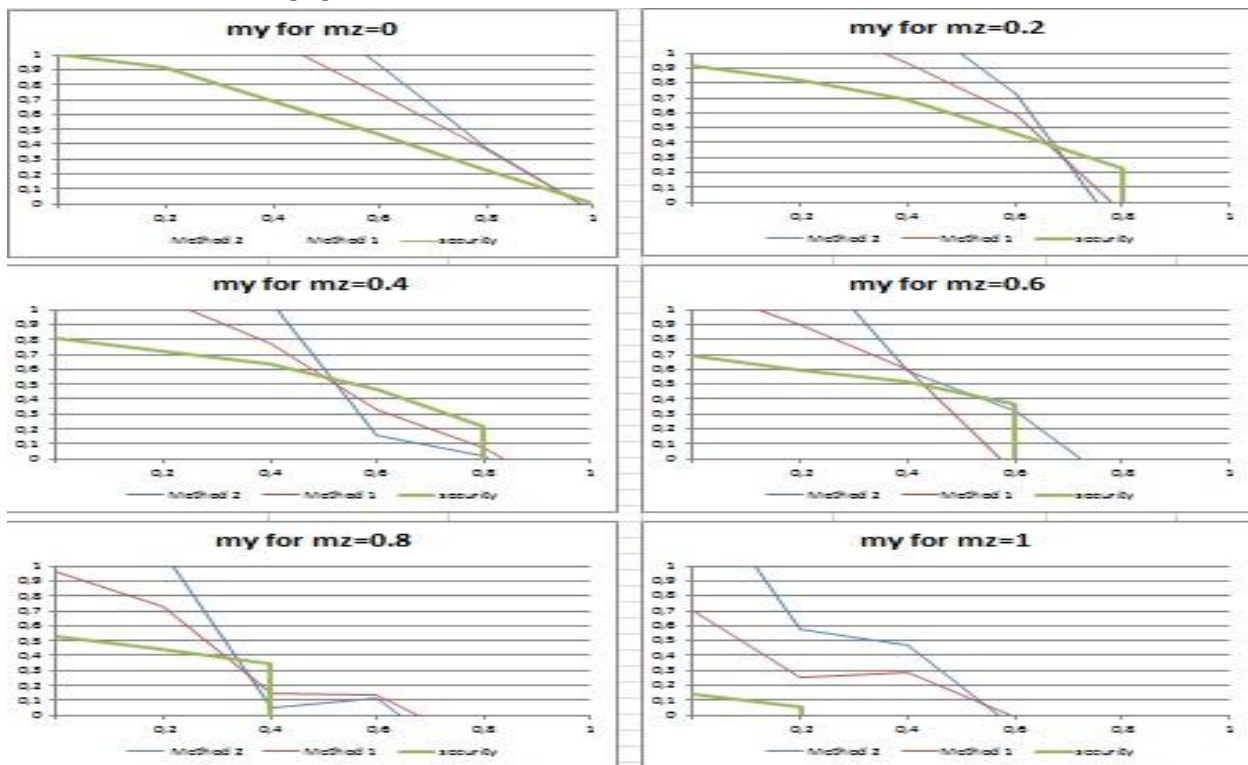
Τα στοιχεία των διατομών που μελετώνται καθώς και τα φύλλα του excel που αξιοποιήθηκαν για την κατασκευή των διαγραμμάτων συμπεριλαμβάνονται στο παράρτημα.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από την παραπάνω διαδικασία με βάση τις εξής φορτίσεις :

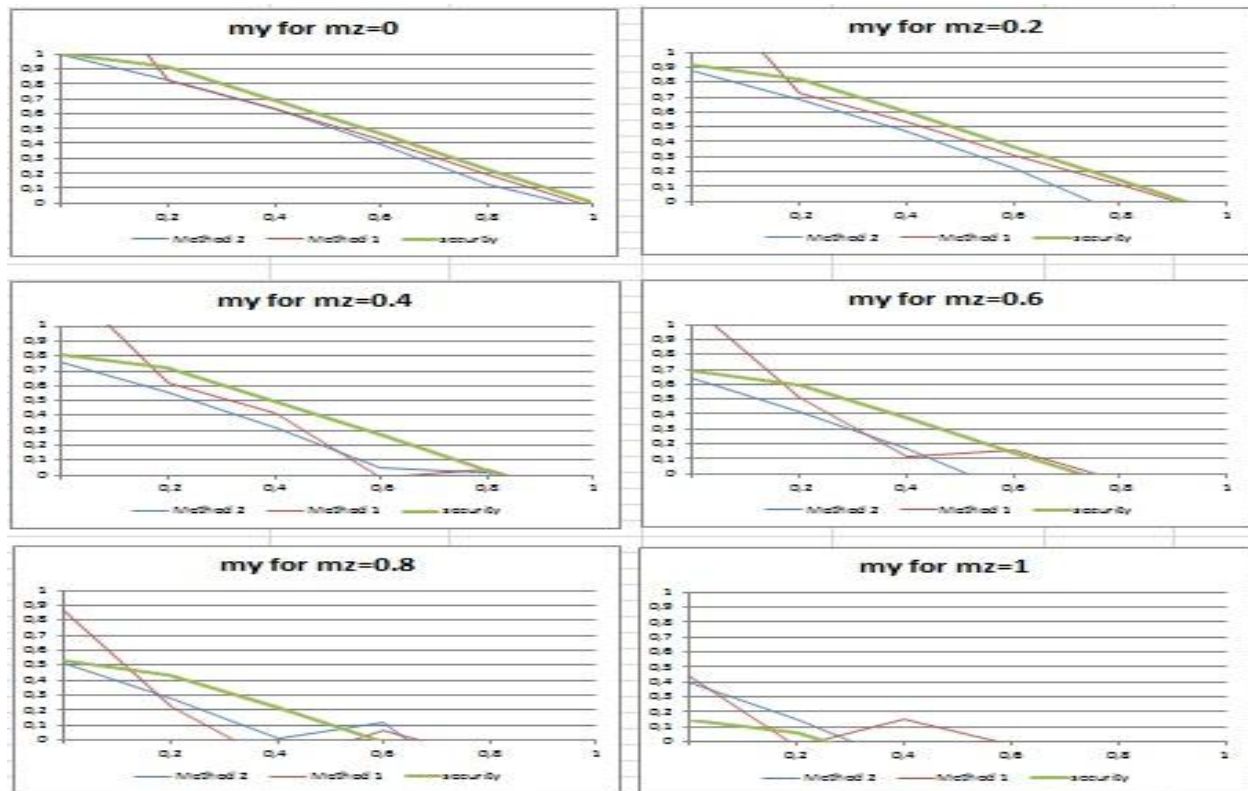




**4.2.1 1<sup>η</sup> περίπτωση φόρτισης: θλιπτική δύναμη και συγκεντρωμένες ροπές στα άκρα κατά γ και z**  
**4.2.1.1 Διατομή HEA 200**

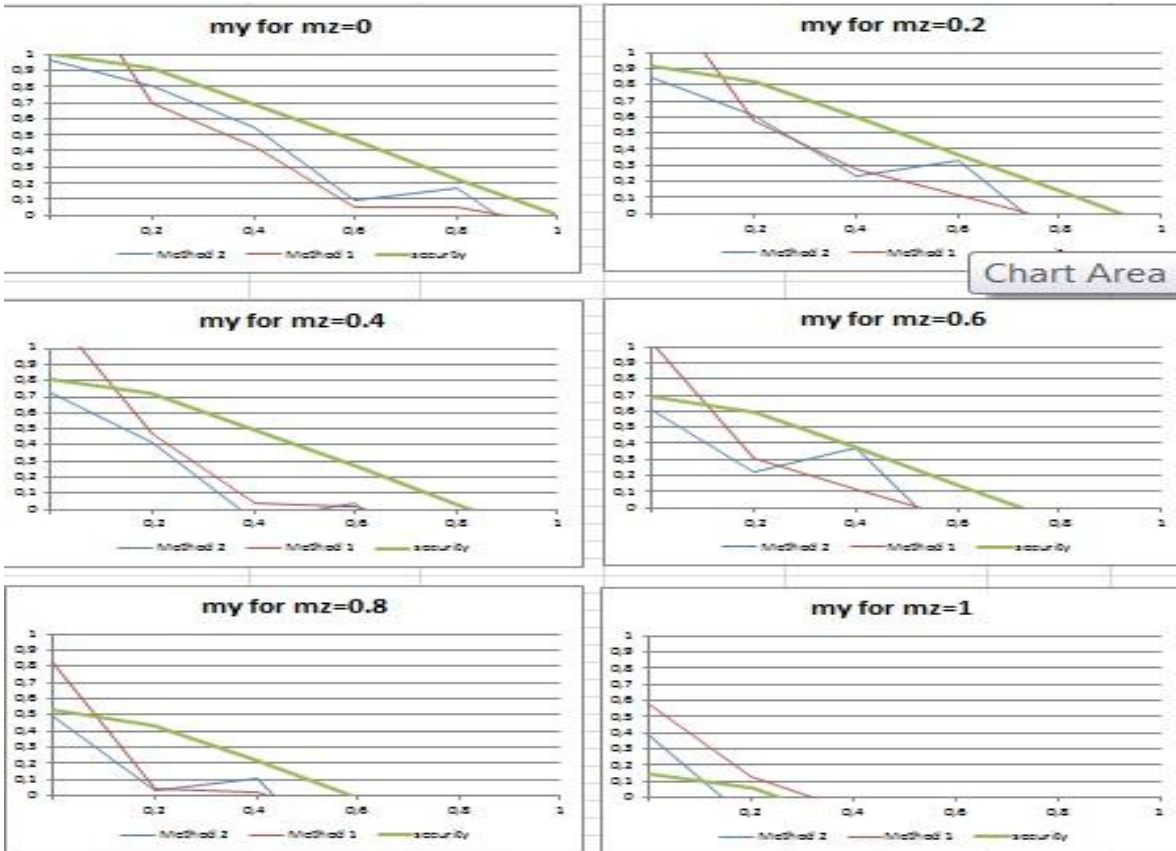


**Ομάδα διαγραμμάτων 1: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 1**

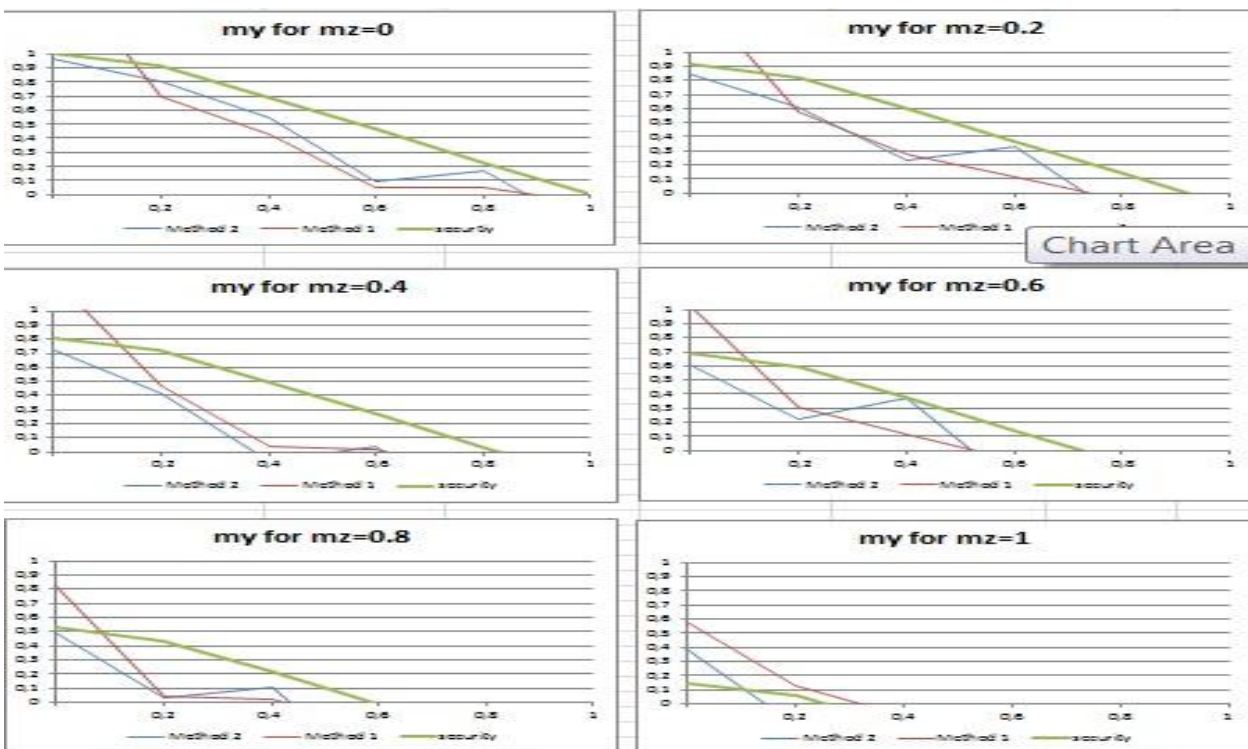


**Ομάδα διαγραμμάτων 2: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 1**

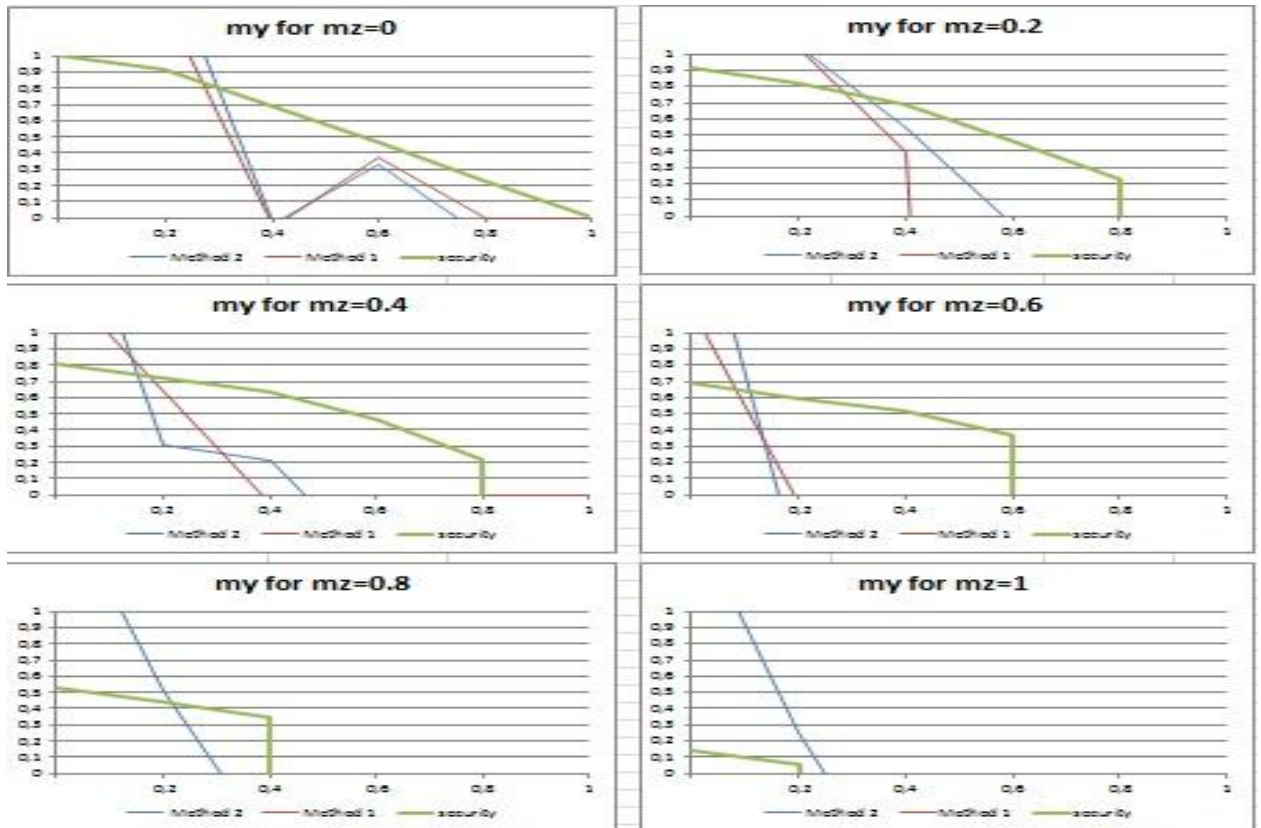
Σύγκριση μεθόδων 1 και 2 κατά τον EC 3 αναφορικά με τον λυγισμό μελών



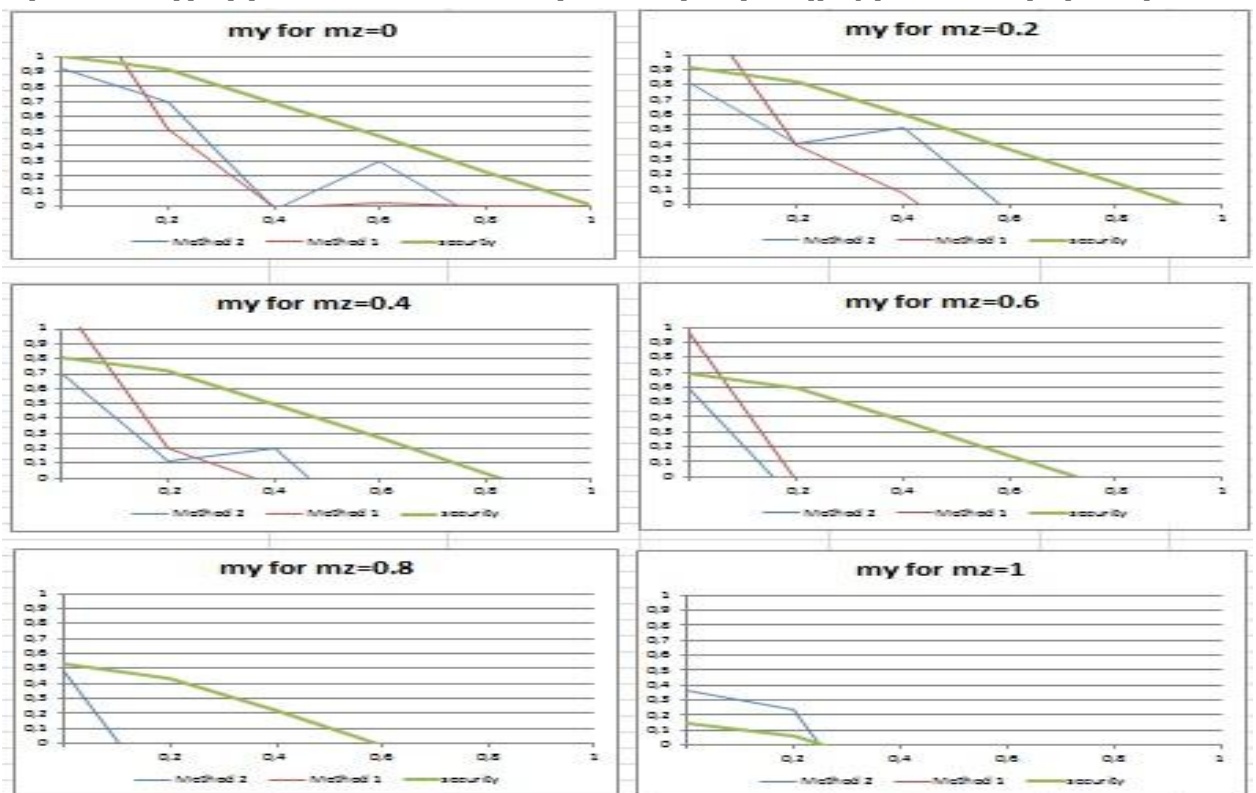
**Ομάδα διαγραμμάτων 3: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 1**



**Ομάδα διαγραμμάτων 4: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 1**



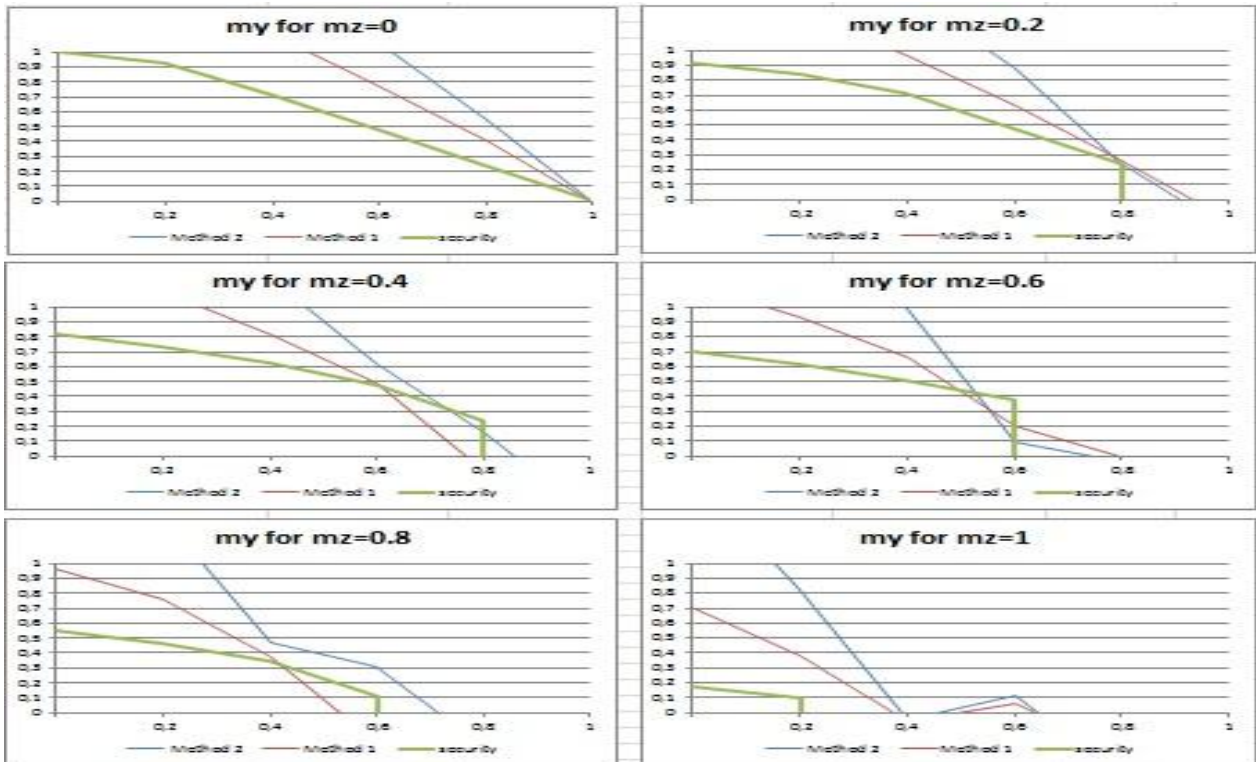
**Ομάδα διαγραμμάτων 5: HEA 200, με πλευρική στήριξη,  $L=6m$ , φόρτιση 1**



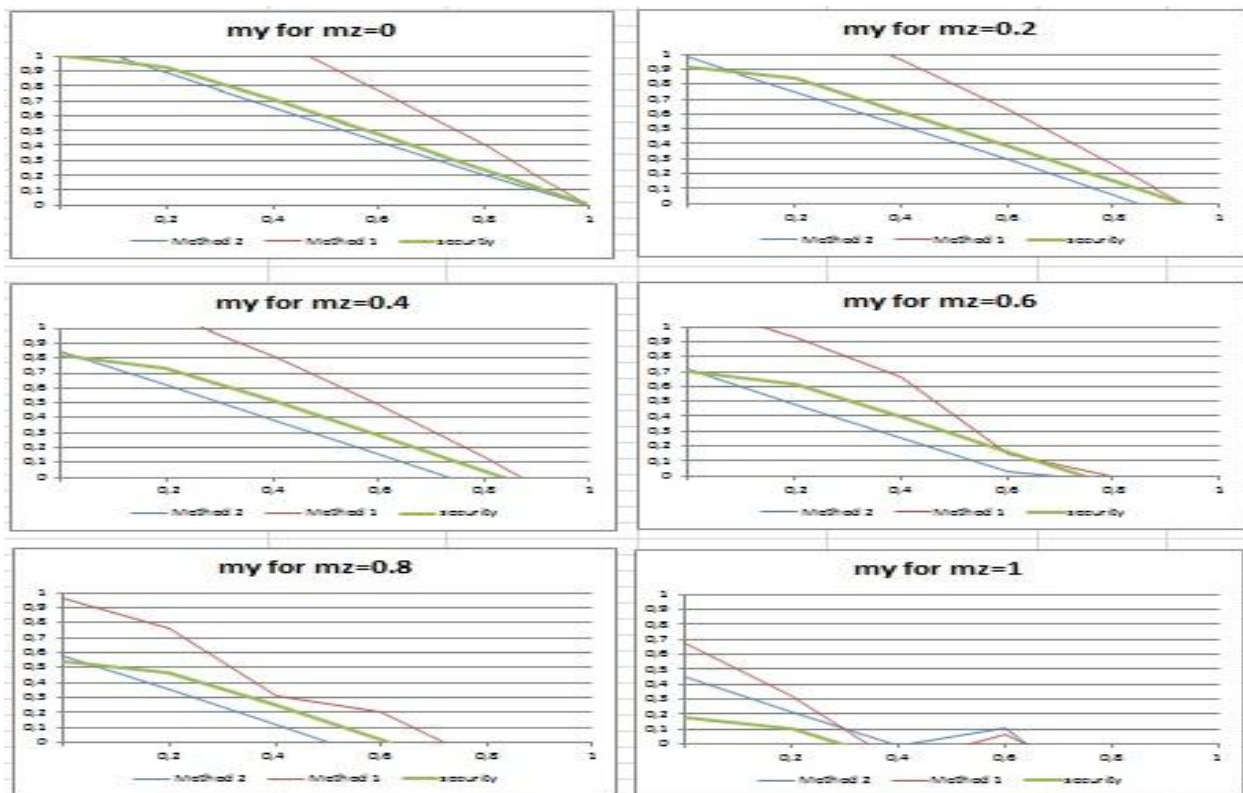
**Ομάδα διαγραμμάτων 6: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=6m$ , φόρτιση 1**



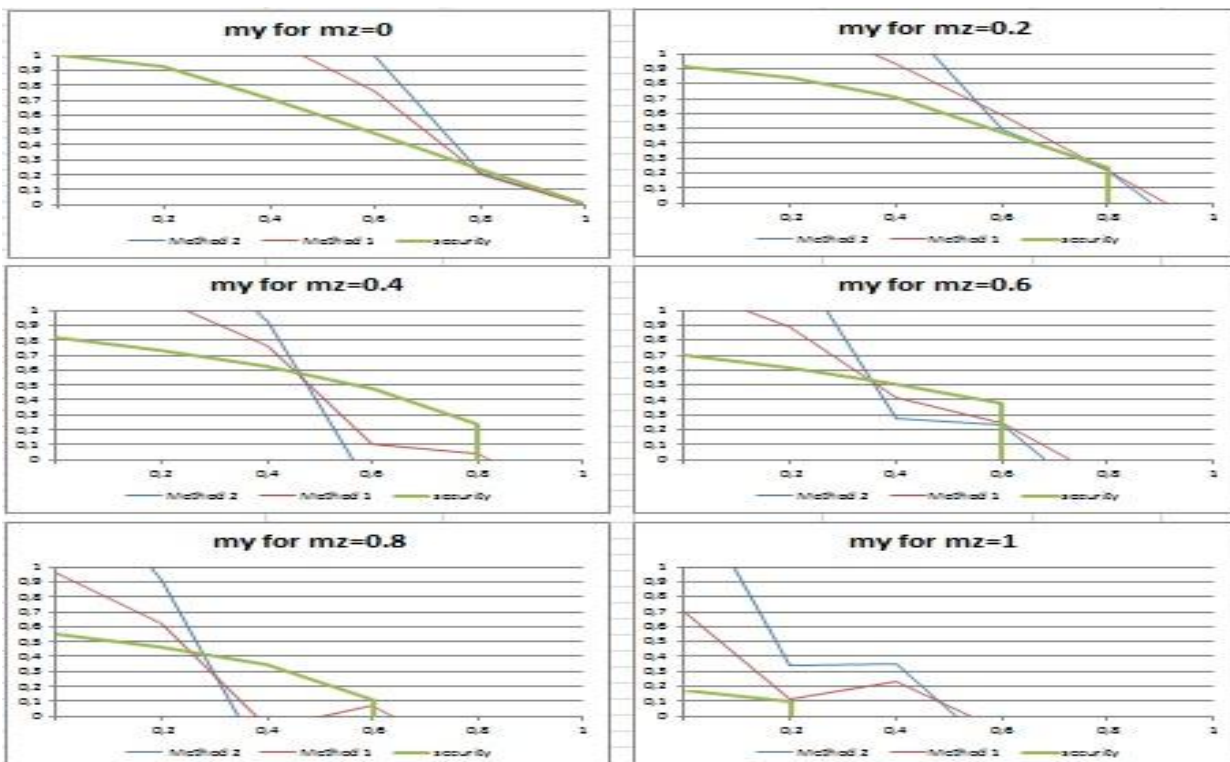
#### 4.2.1.2 Διατομή HEA 500



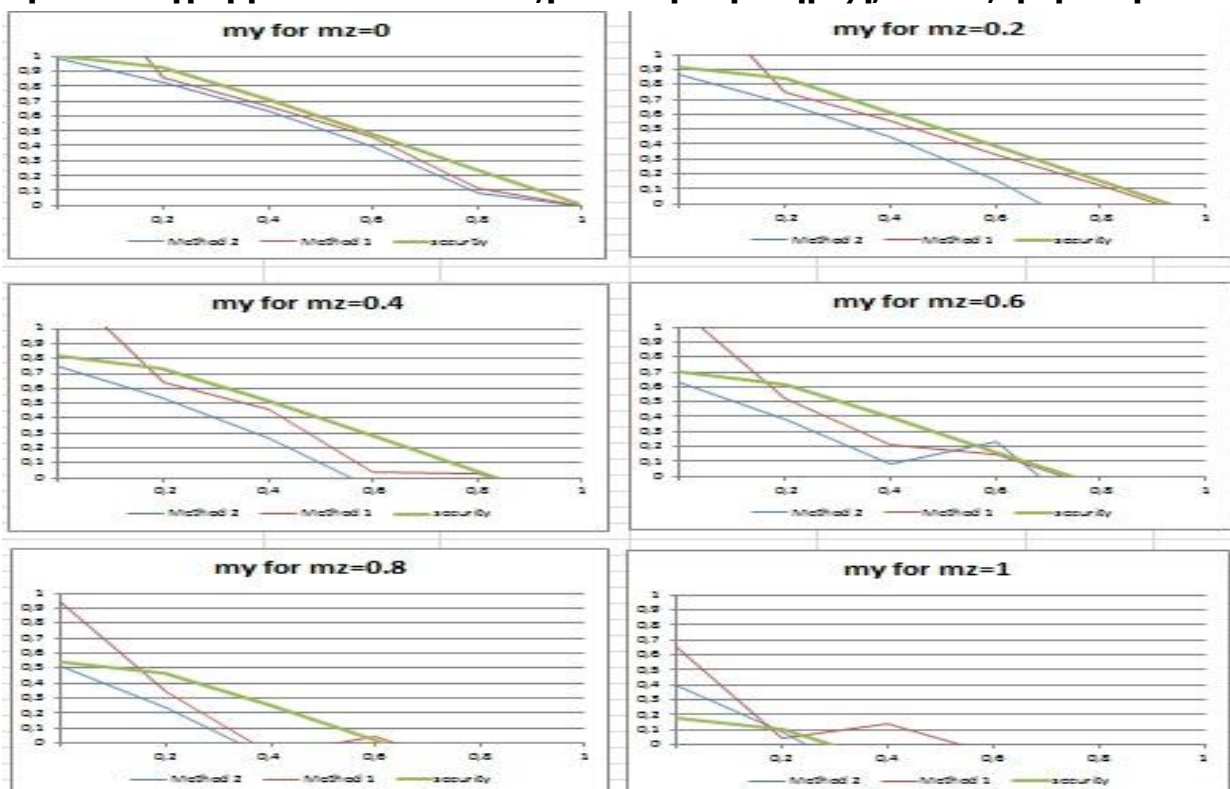
Ομάδα διαγραμμάτων 7: HEA 500, με πλευρική στήριξη,  $L=2m$ , φόρτιση 1



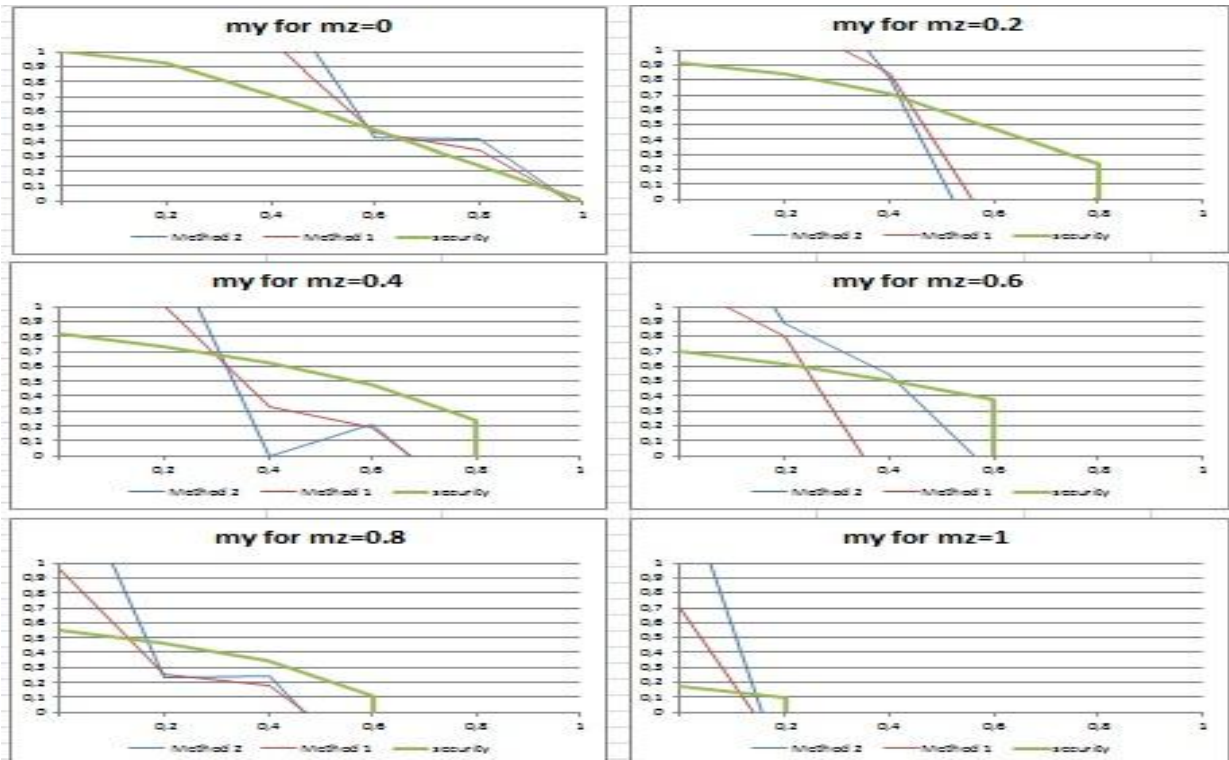
Ομάδα διαγραμμάτων 8: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=2m$ , φόρτιση 1



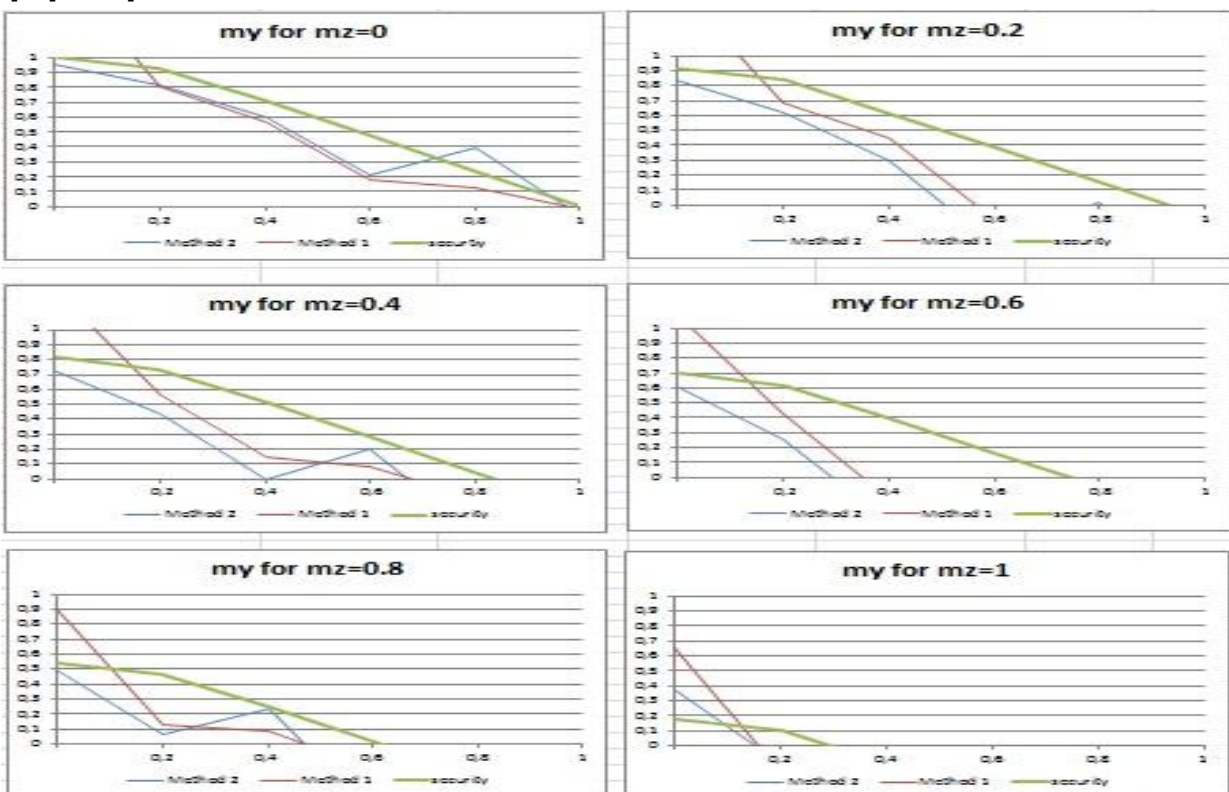
**Ομάδα διαγραμμάτων 9: HEA 500, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 1**



**Ομάδα διαγραμμάτων 10: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 1**



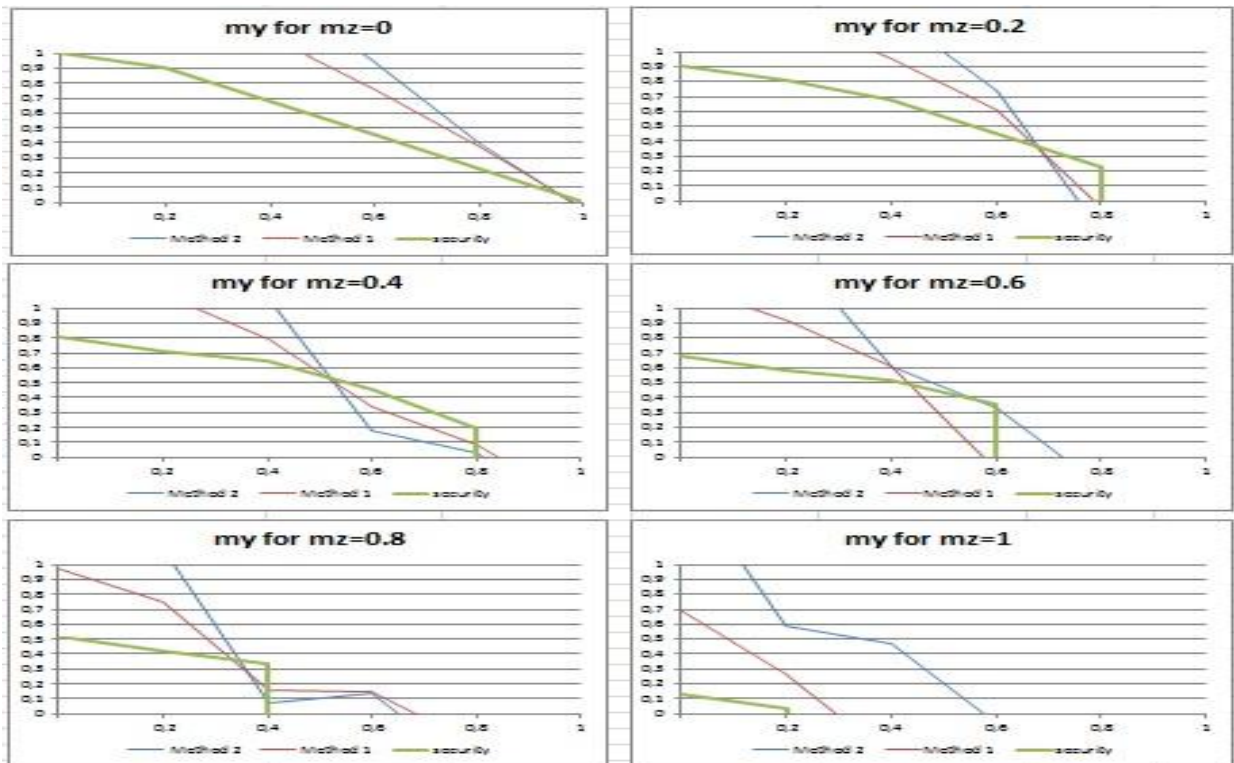
Ομάδα διαγραμμάτων 11: HEA 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 1



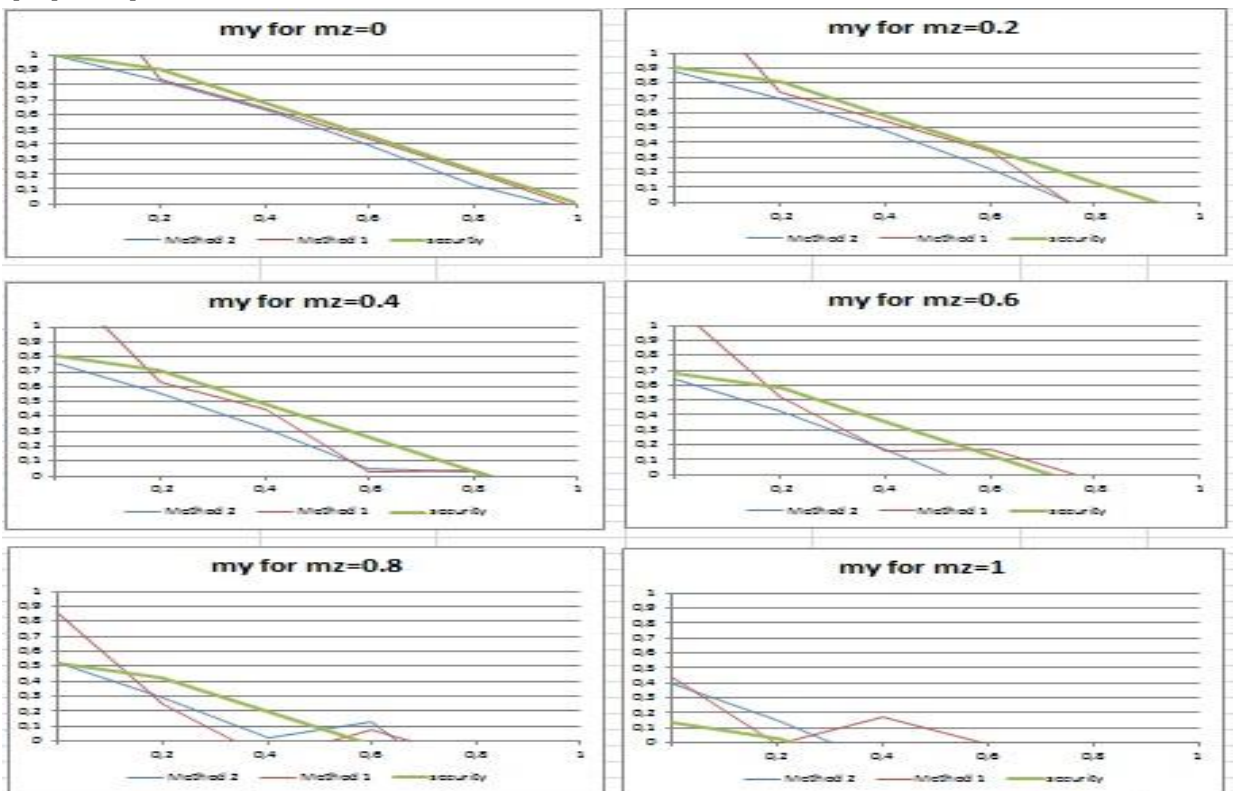
Ομάδα διαγραμμάτων 12: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=6m$ , φόρτιση 1



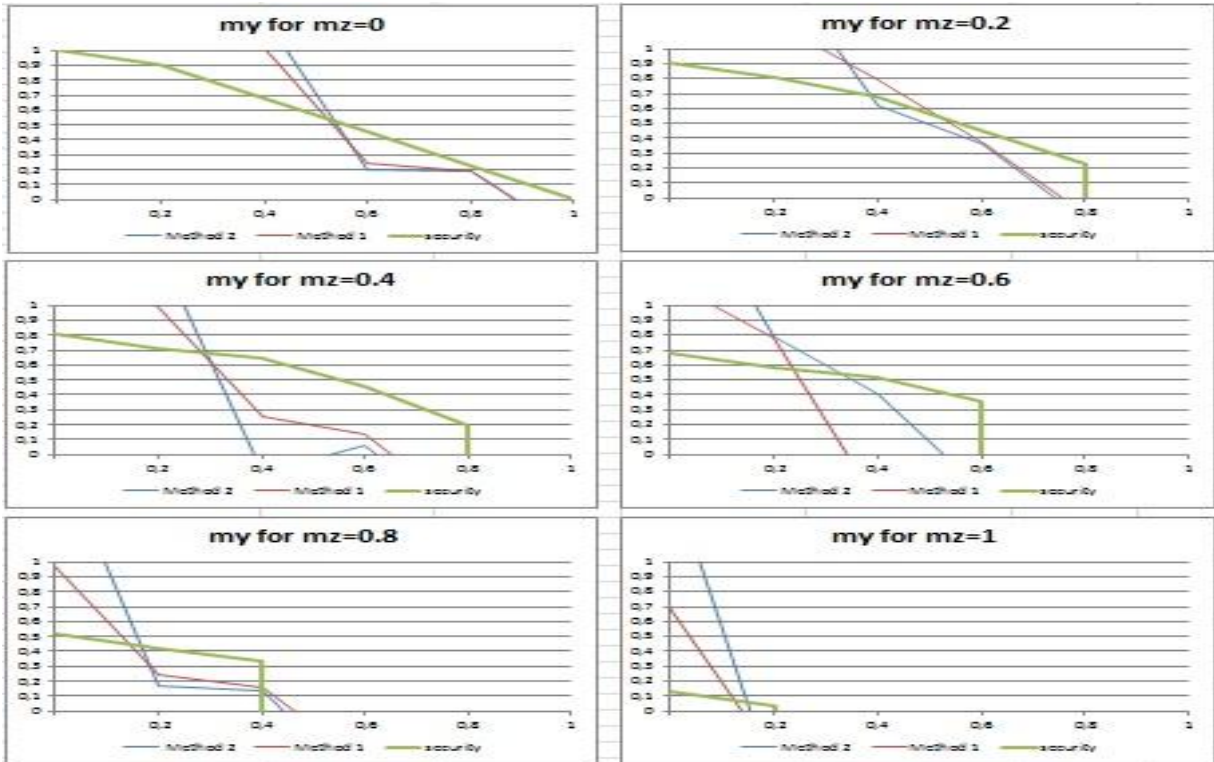
## 4.2.1.3 Διατομή HEB 200



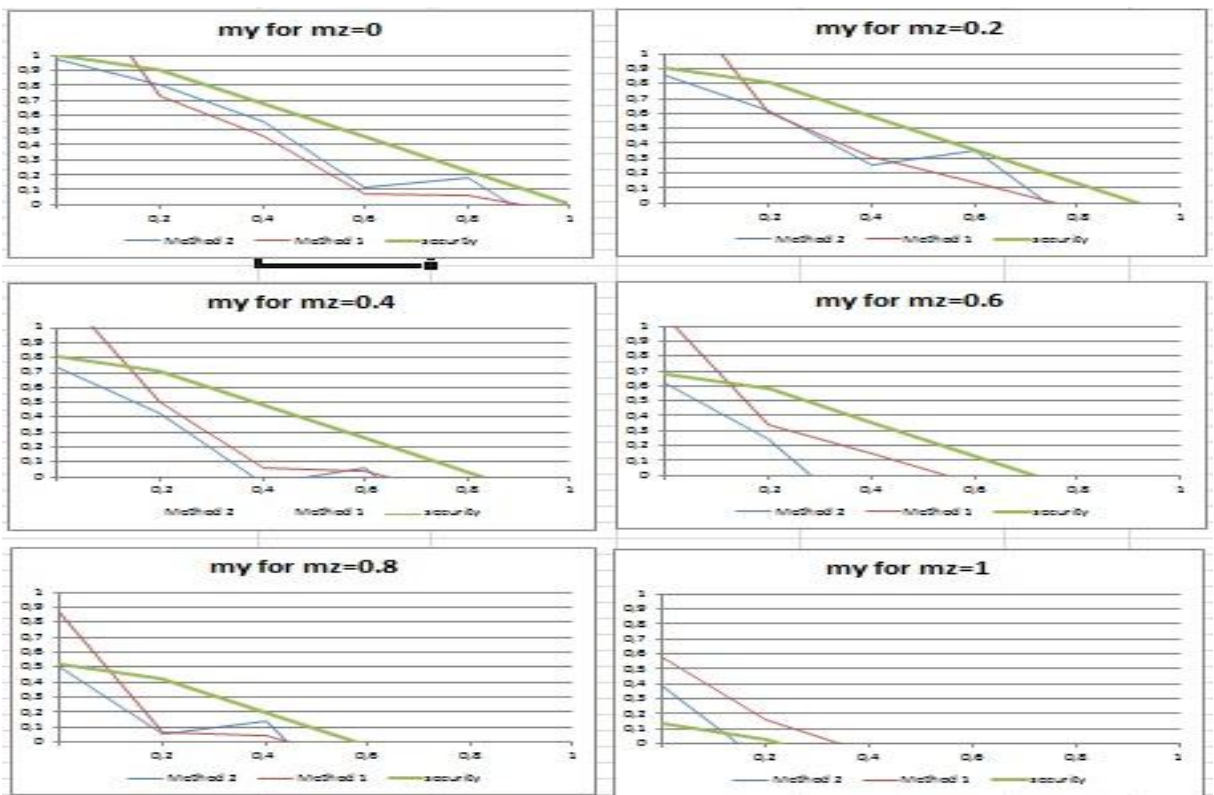
**Ομάδα διαγραμμάτων 13: HEB 200, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 1**



**Ομάδα διαγραμμάτων 14: HEB 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 1**

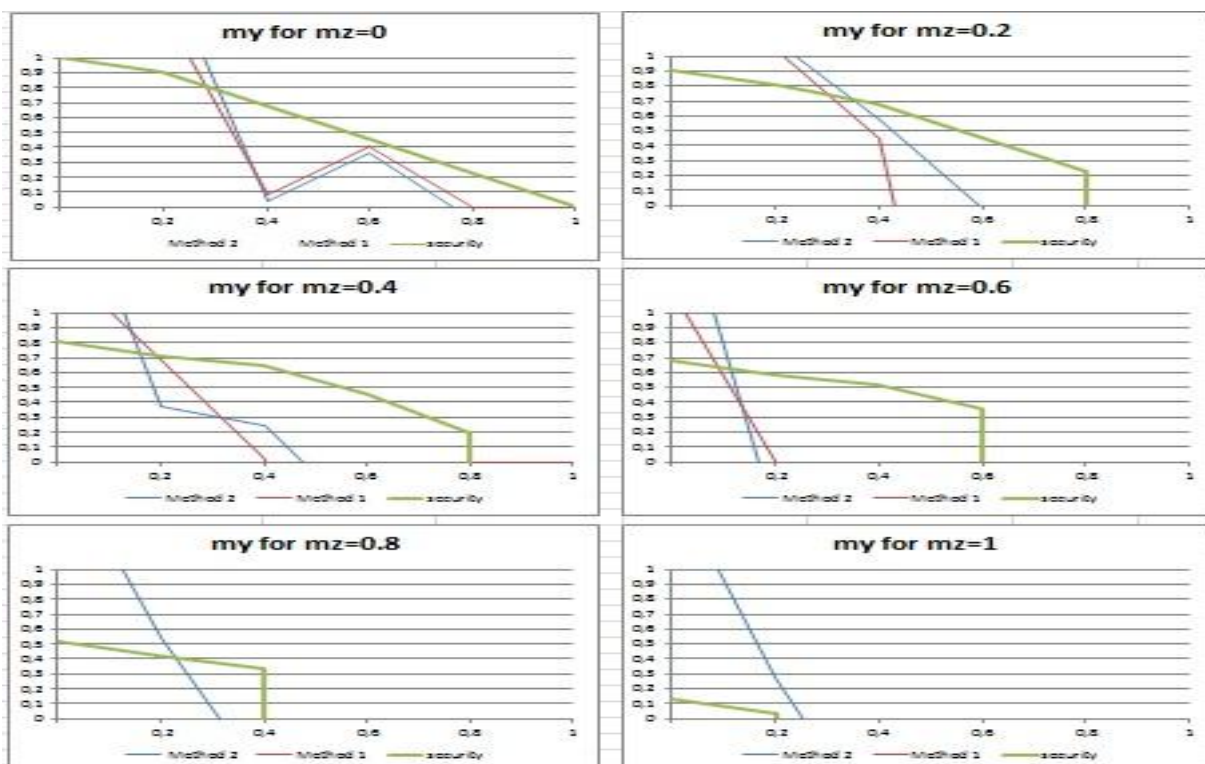


Ομάδα διαγραμμάτων 15: HEB 200, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 1

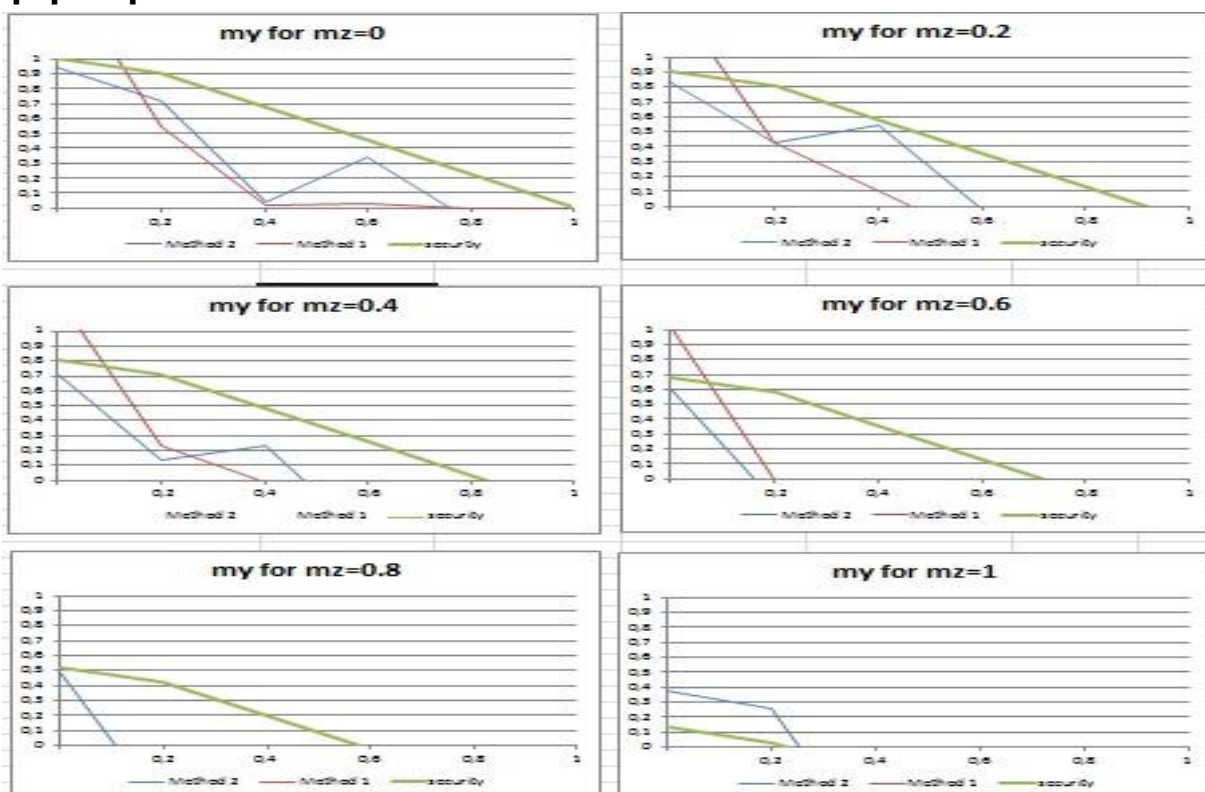


Ομάδα διαγραμμάτων 16: HEB 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 1



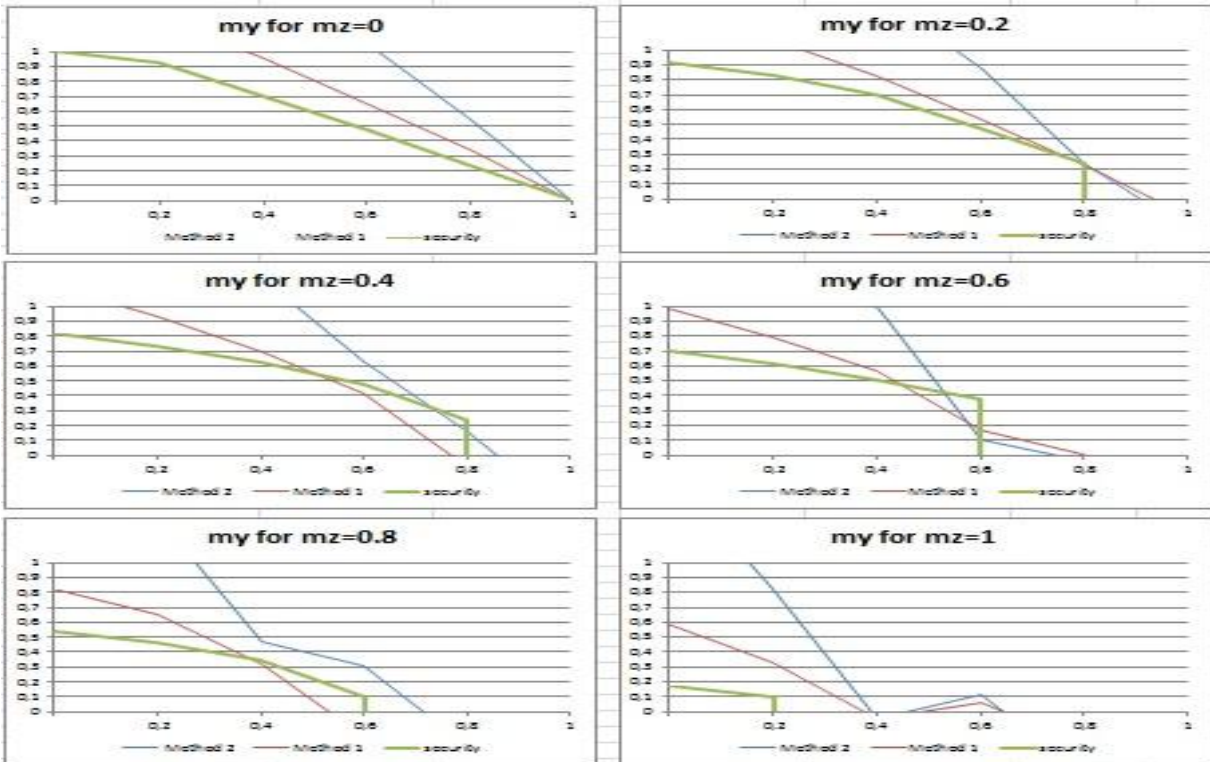


Ομάδα διαγραμμάτων 17: HEB 200, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 1

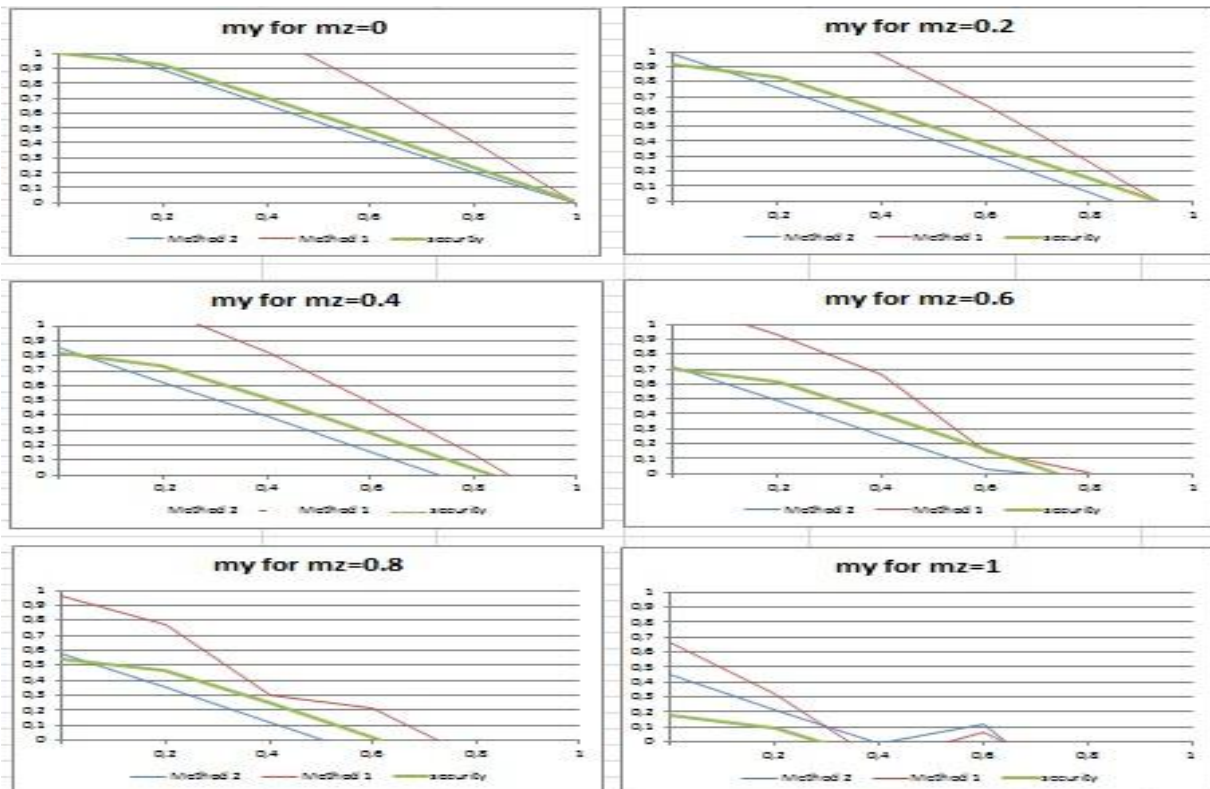


ομάδα διαγραμμάτων 18: HEB 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 1

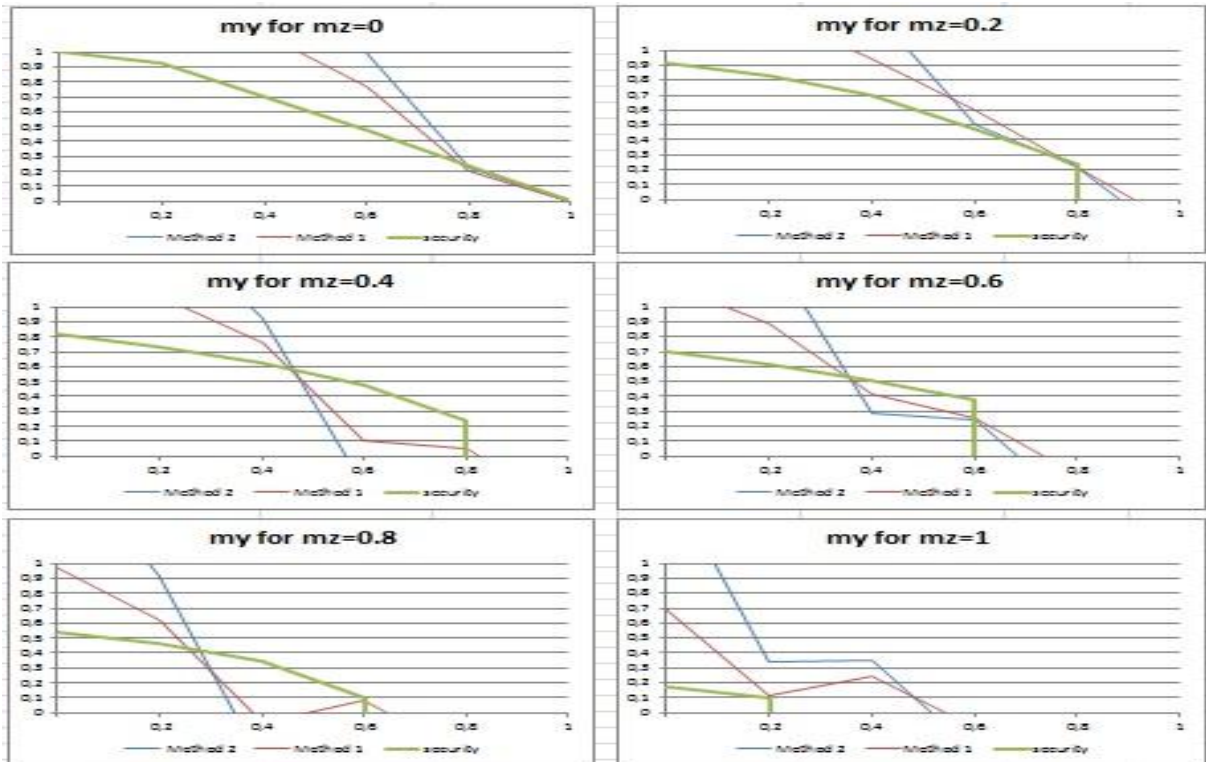
### 3.3.1 Διατομή HEB 500



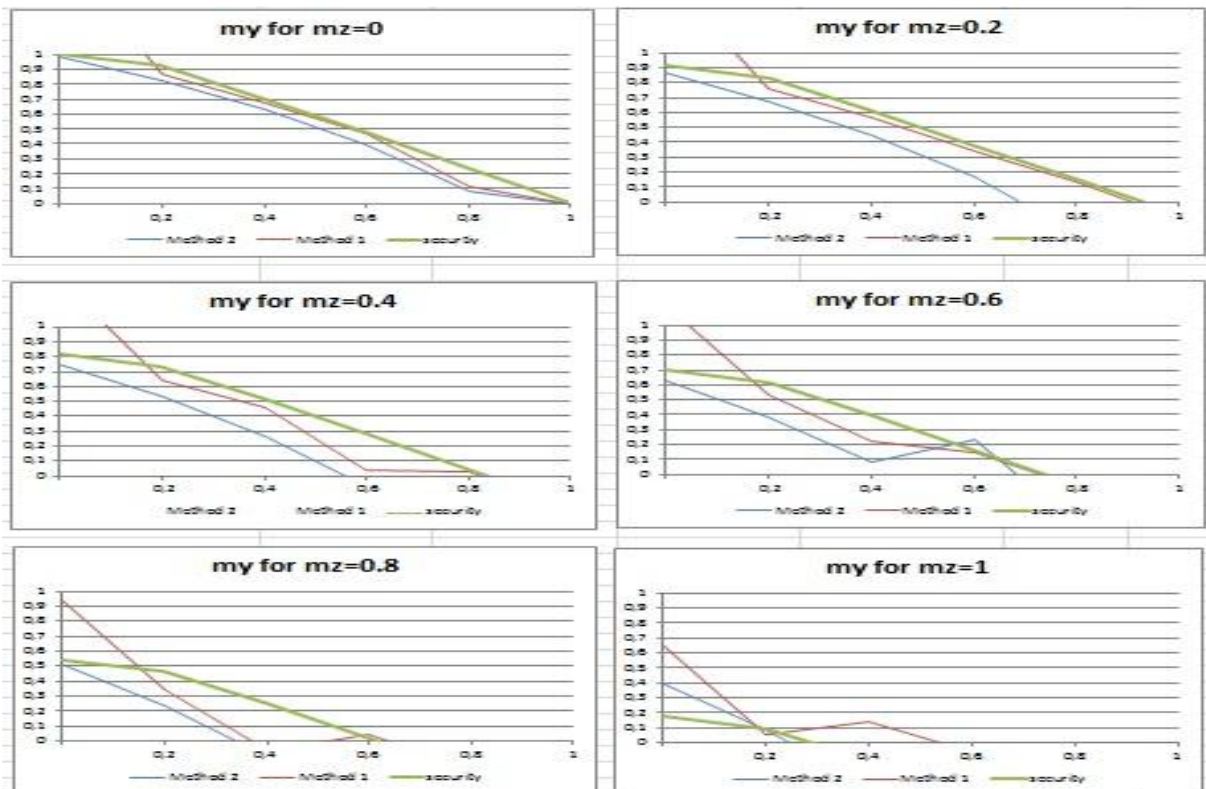
Ομάδα διαγραμμάτων 19: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 1



Ομάδα διαγραμμάτων 20: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 1

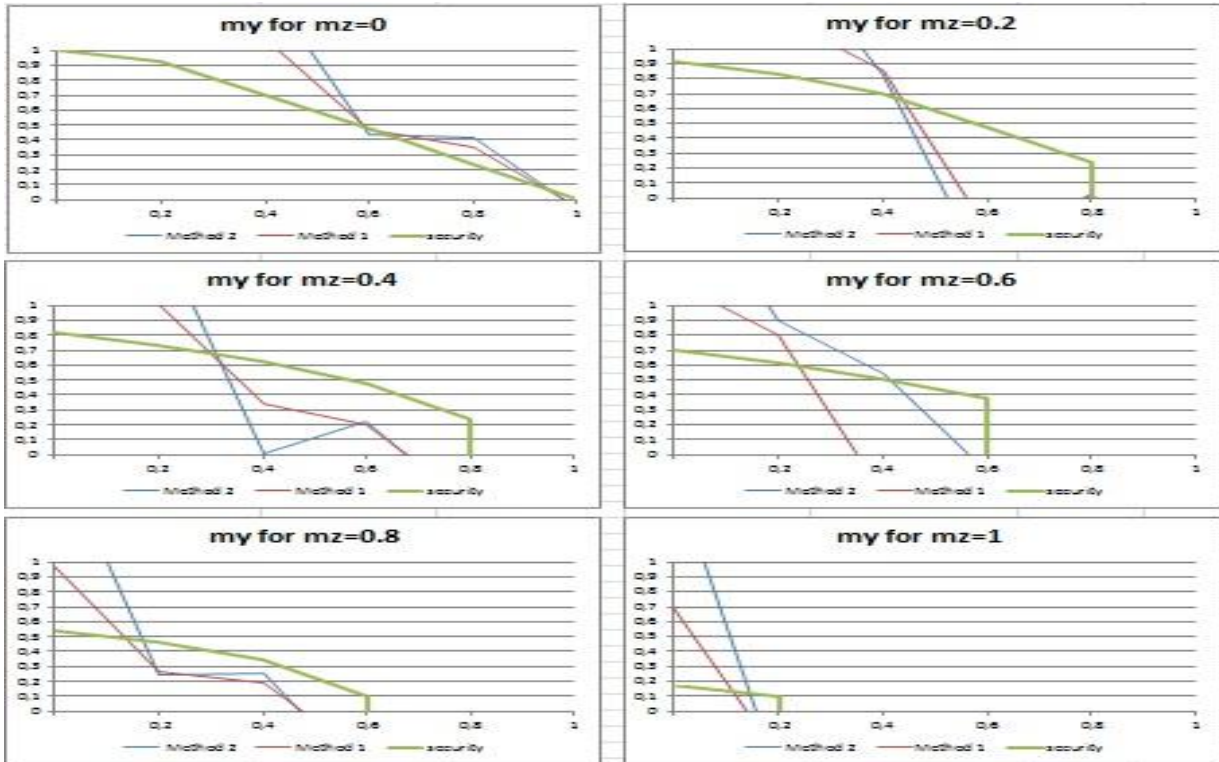


**Ομάδα διαγραμμάτων 21: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 1**

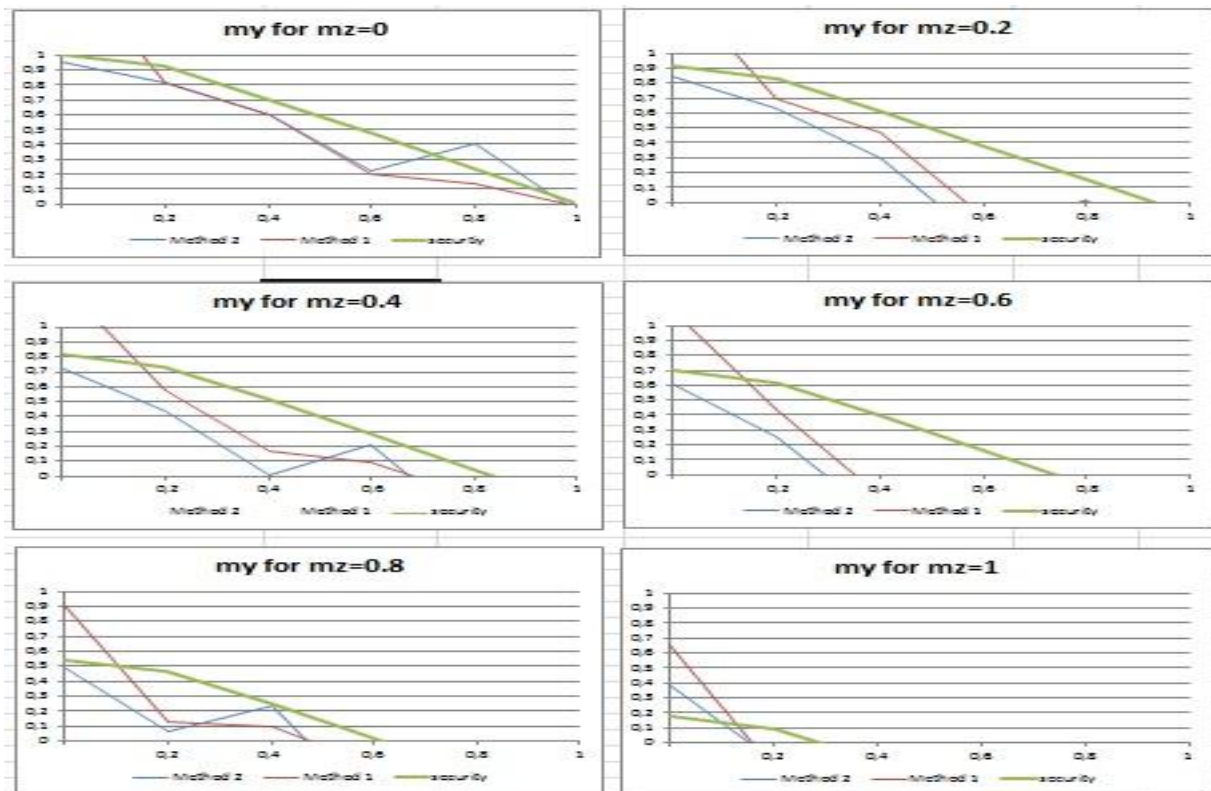


**Ομάδα διαγραμμάτων 22: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 1**



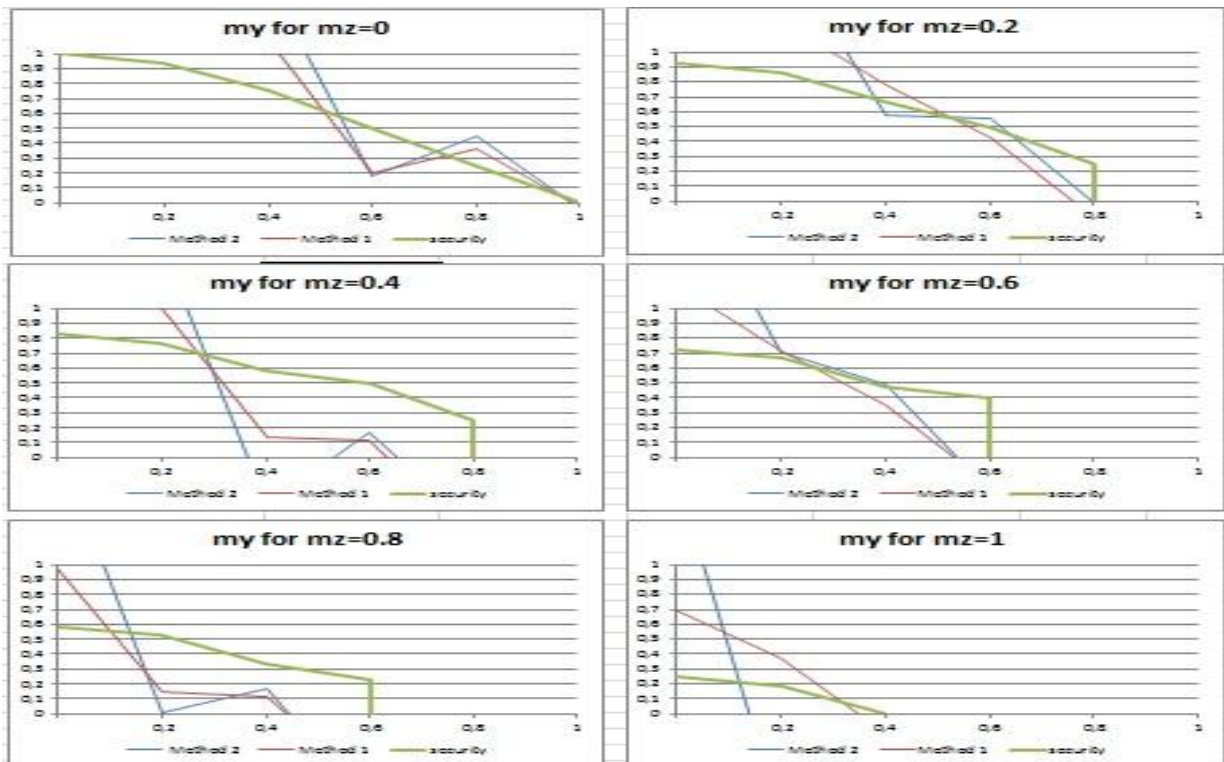


**Ομάδα διαγραμμάτων 23: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1**

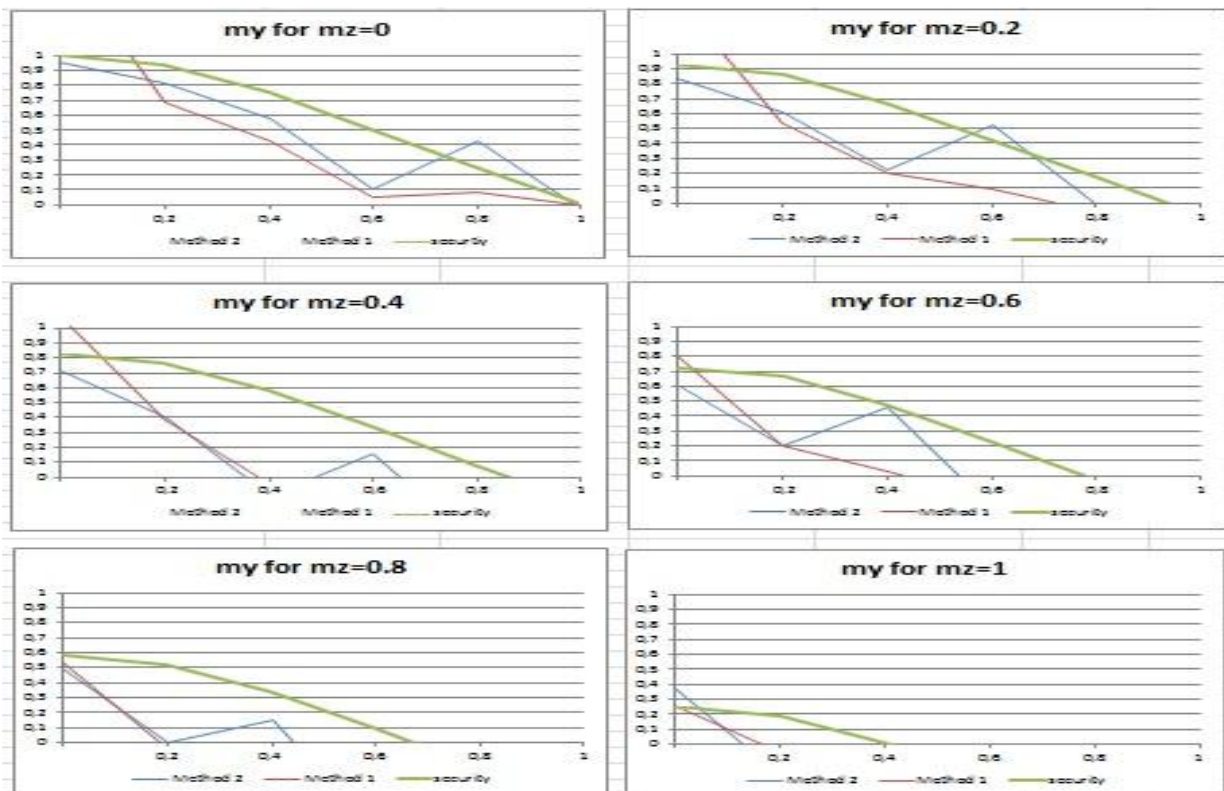


**Ομάδα διαγραμμάτων 24: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1**

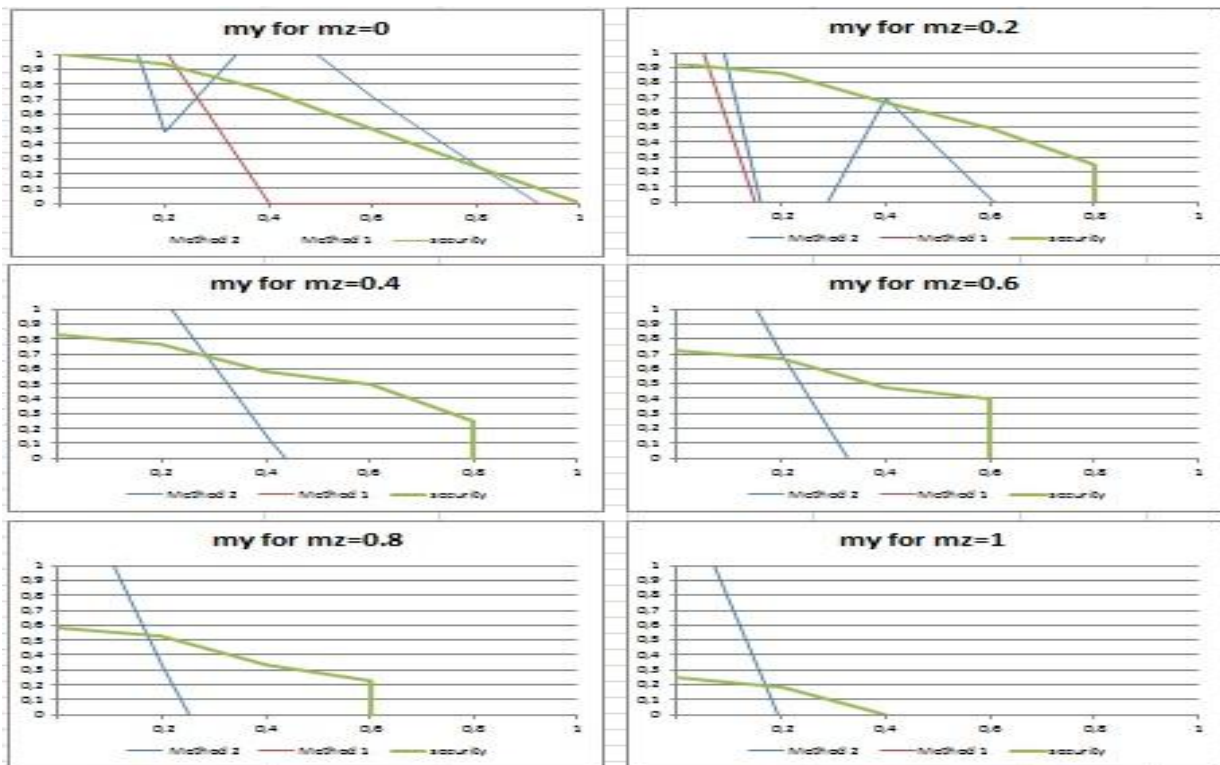
### 3.3.1 Διατομή IPE 200



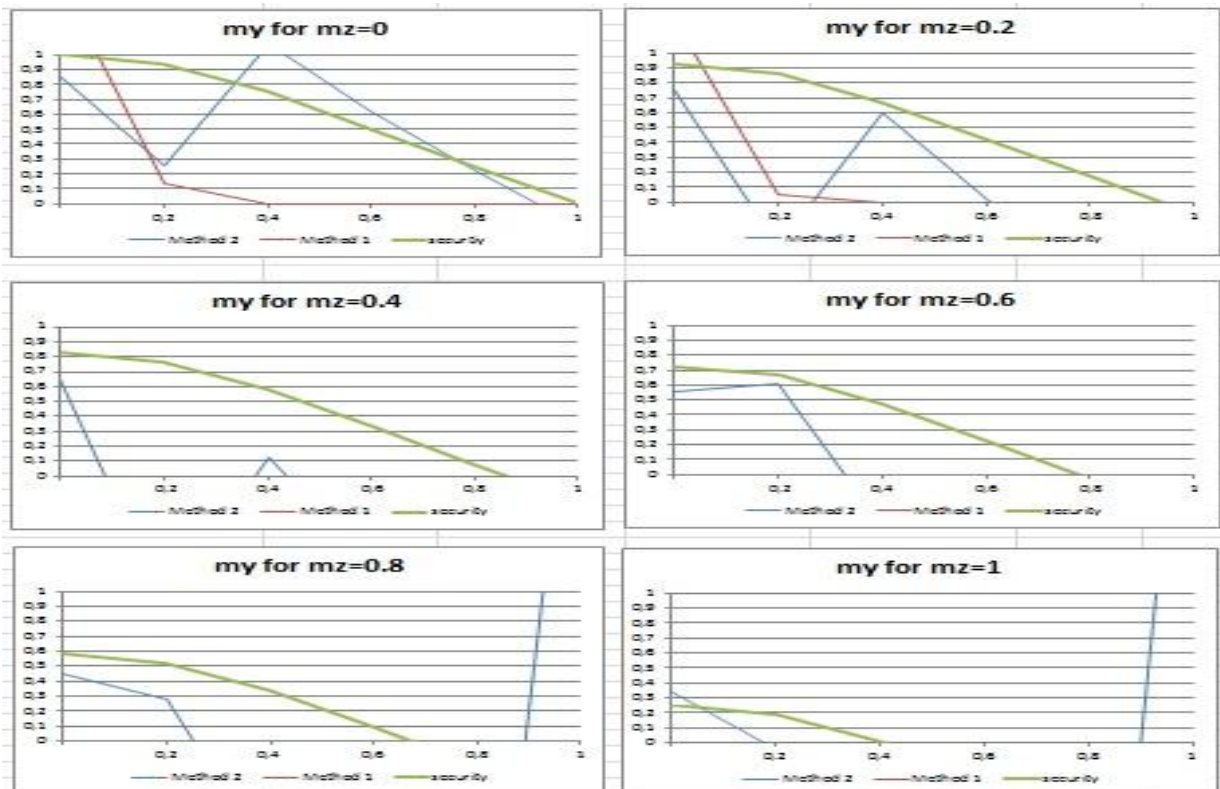
**Ομάδα διαγραμμάτων 25: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 1**



**Ομάδα διαγραμμάτων 26: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 1**

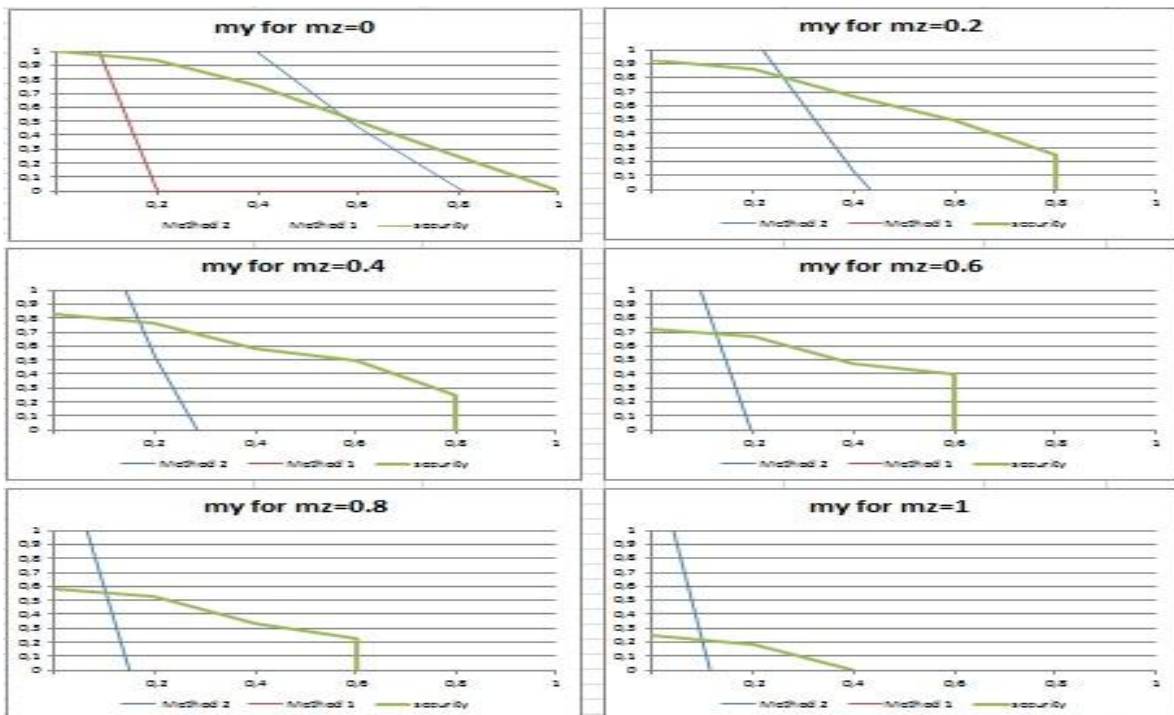


**Ομάδα διαγραμμάτων 27: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 1**

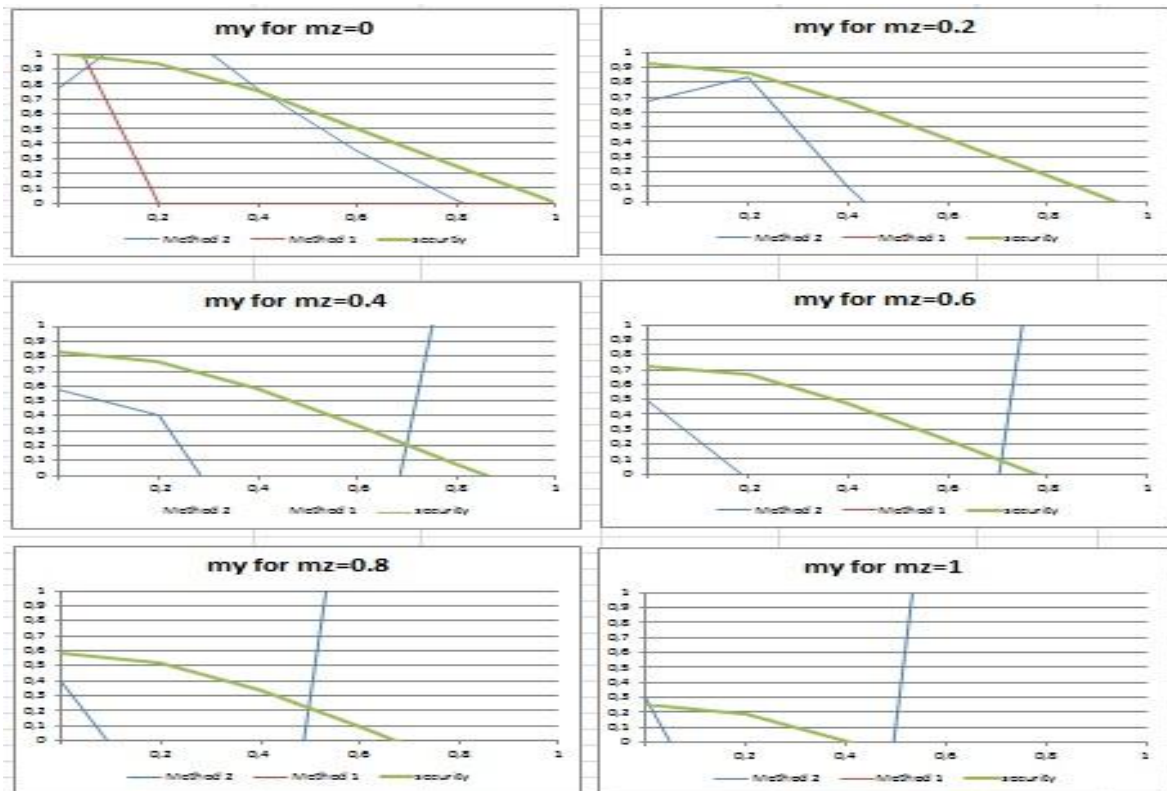


**Ομάδα διαγραμμάτων 28: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 1**



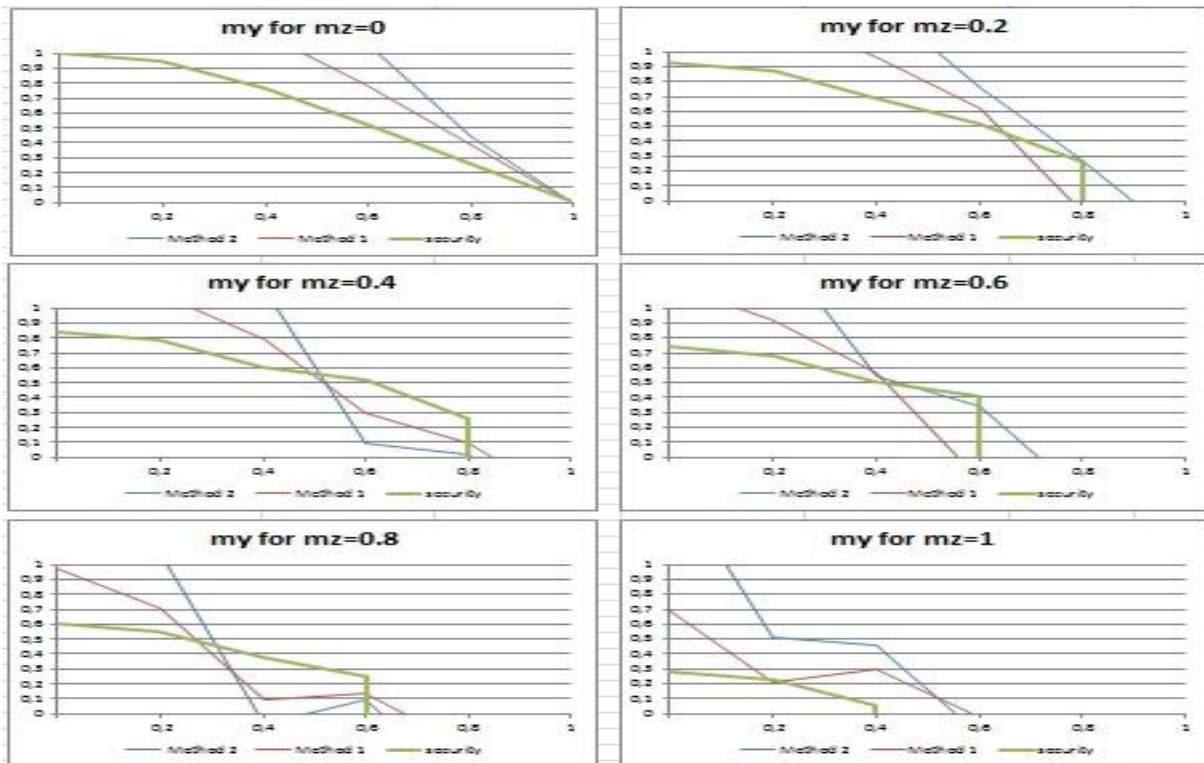


**Ομάδα διαγραμμάτων 29: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1**

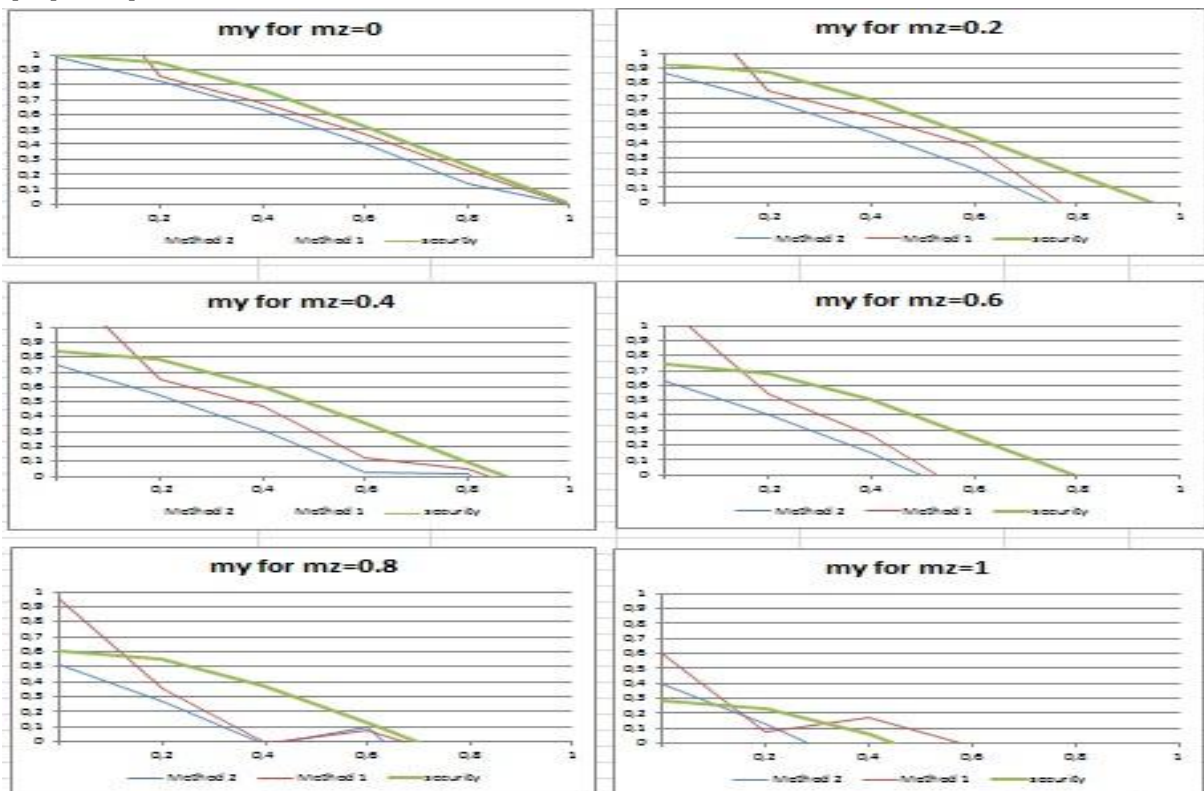


**Ομάδα διαγραμμάτων 30: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=6m, φόρτιση 1**

### 3.3.1 Διατομή IPE 500

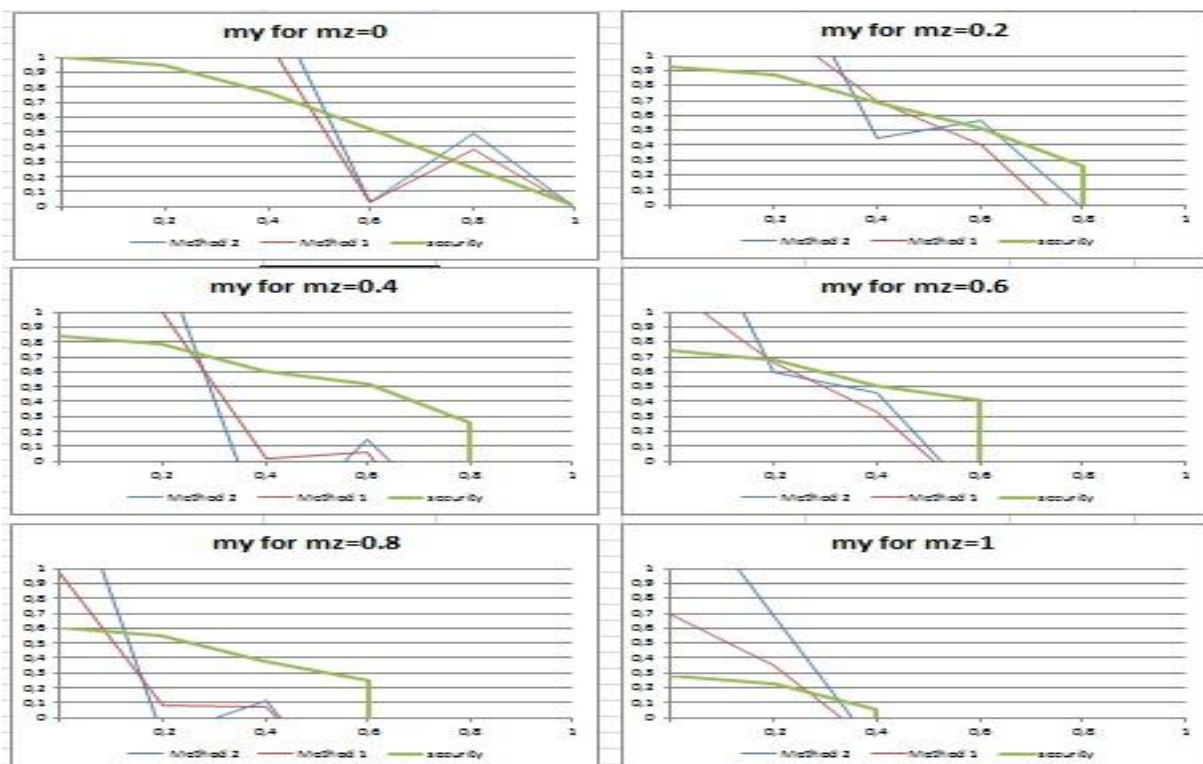


Ομάδα διαγραμμάτων 31: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 1

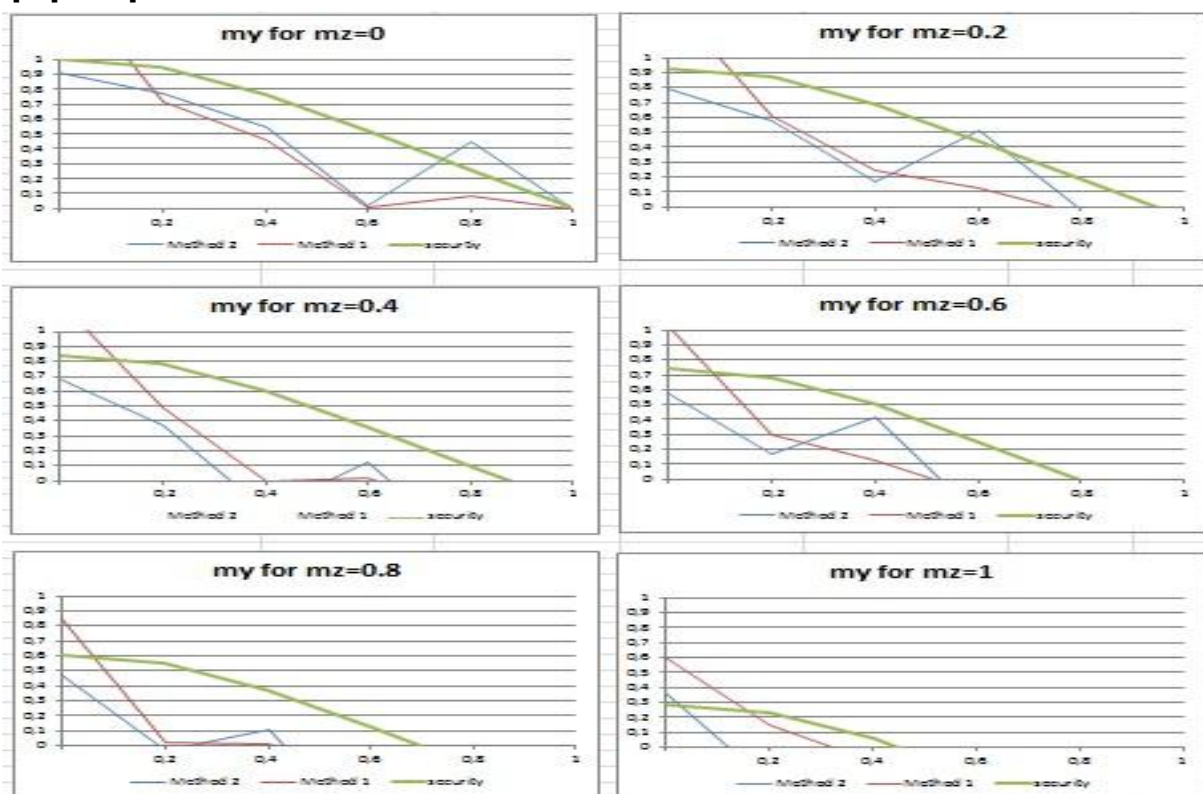


Ομάδα διαγραμμάτων 32: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 1

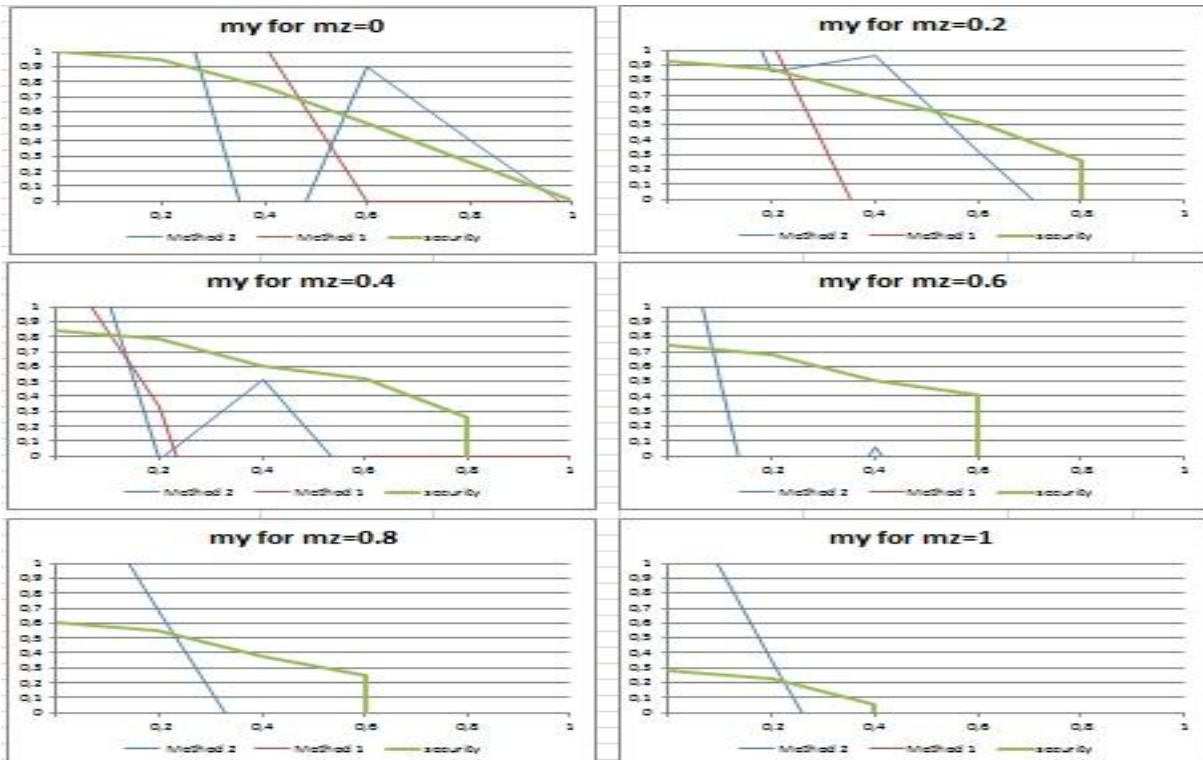




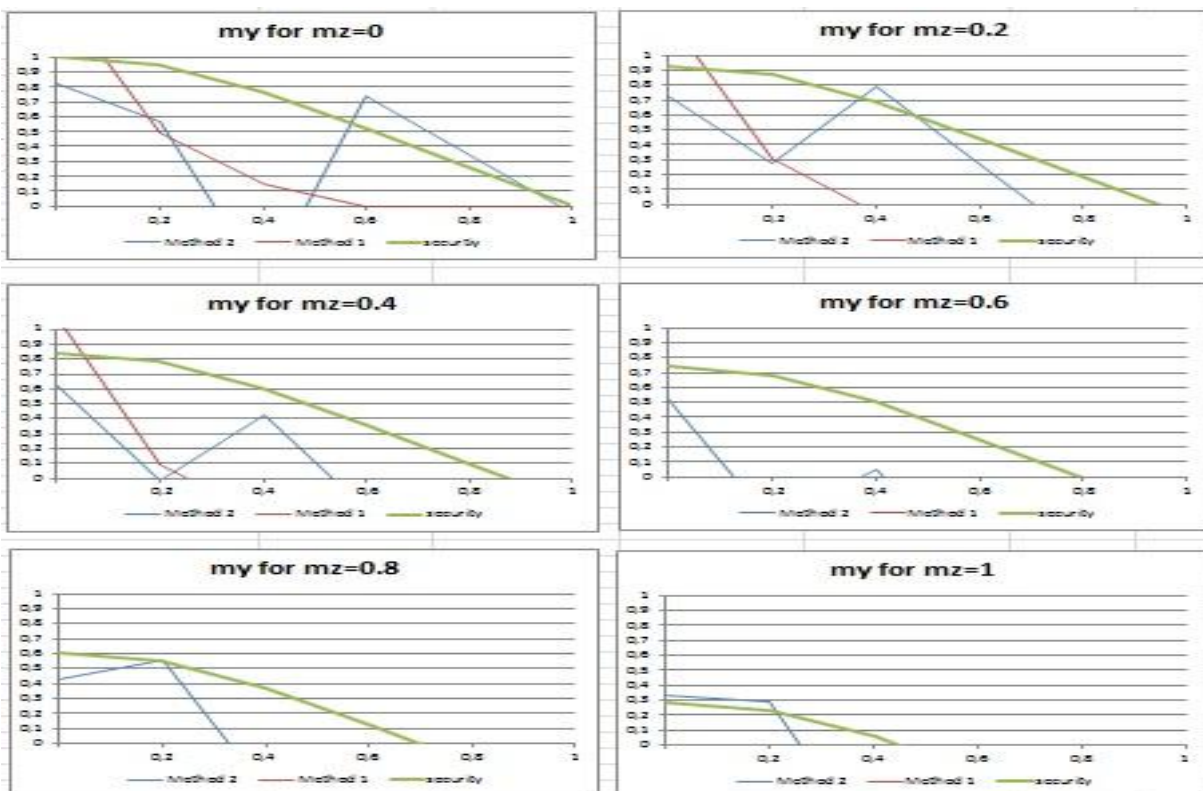
Ομάδα διαγραμμάτων 33: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 1



Ομάδα διαγραμμάτων 34: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 1



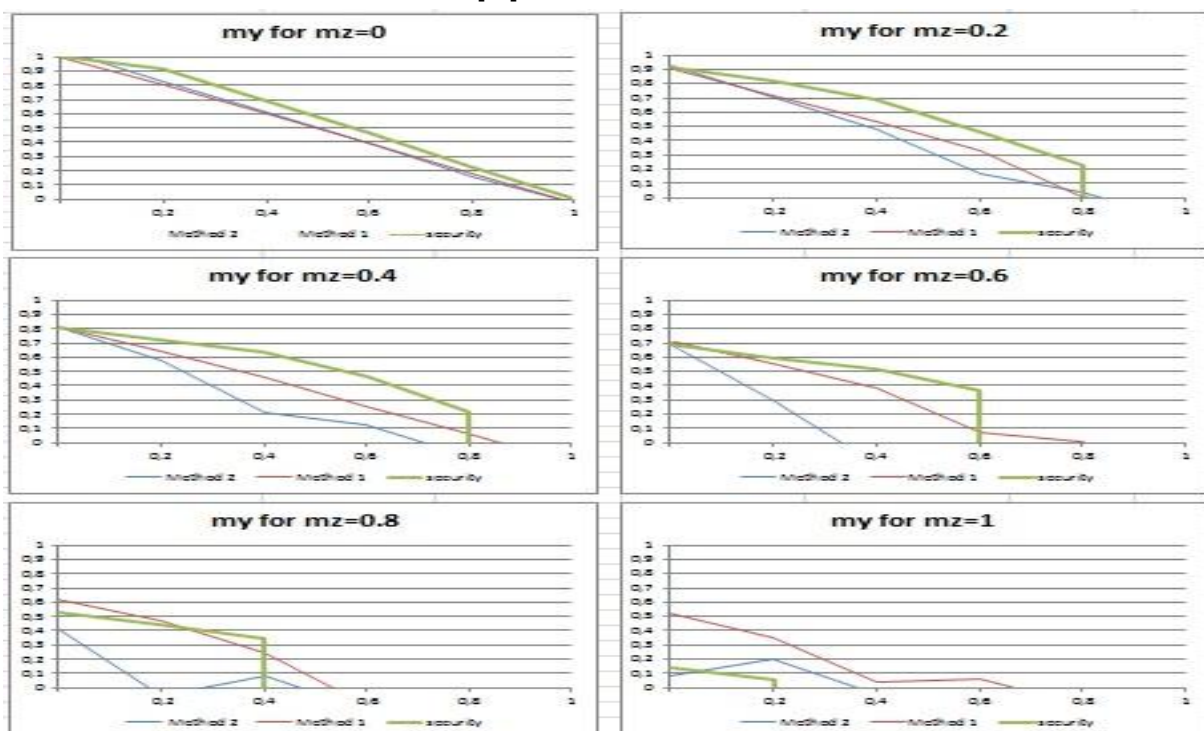
**Ομάδα διαγραμμάτων 35: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 1**



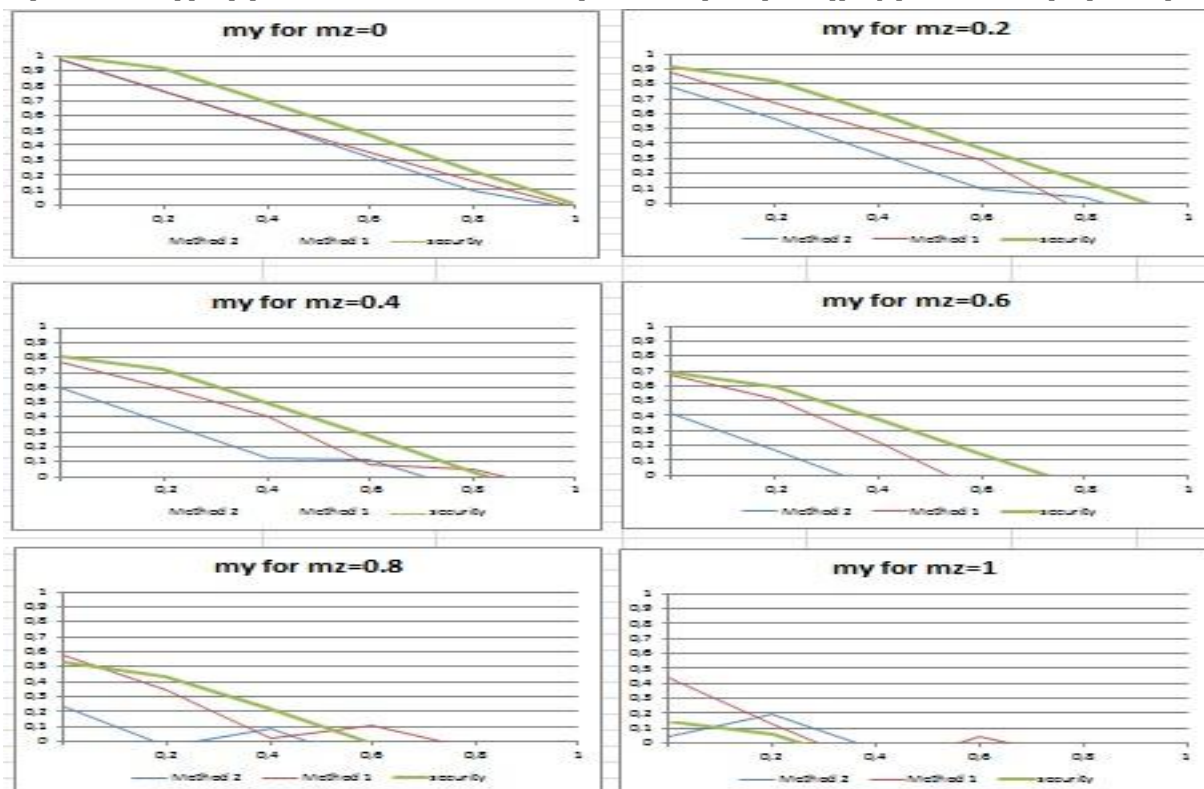
**Ομάδα διαγραμμάτων 35: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 1**

### 3.3.1 2<sup>η</sup> περίπτωση φόρτισης: θλιπτική δύναμη και συγκεντρωμένη ροπή στα άκρα κατά z και ομοιόμορφο φορτίο κατά γ.

#### 3.3.1 Διατομή HEA 200



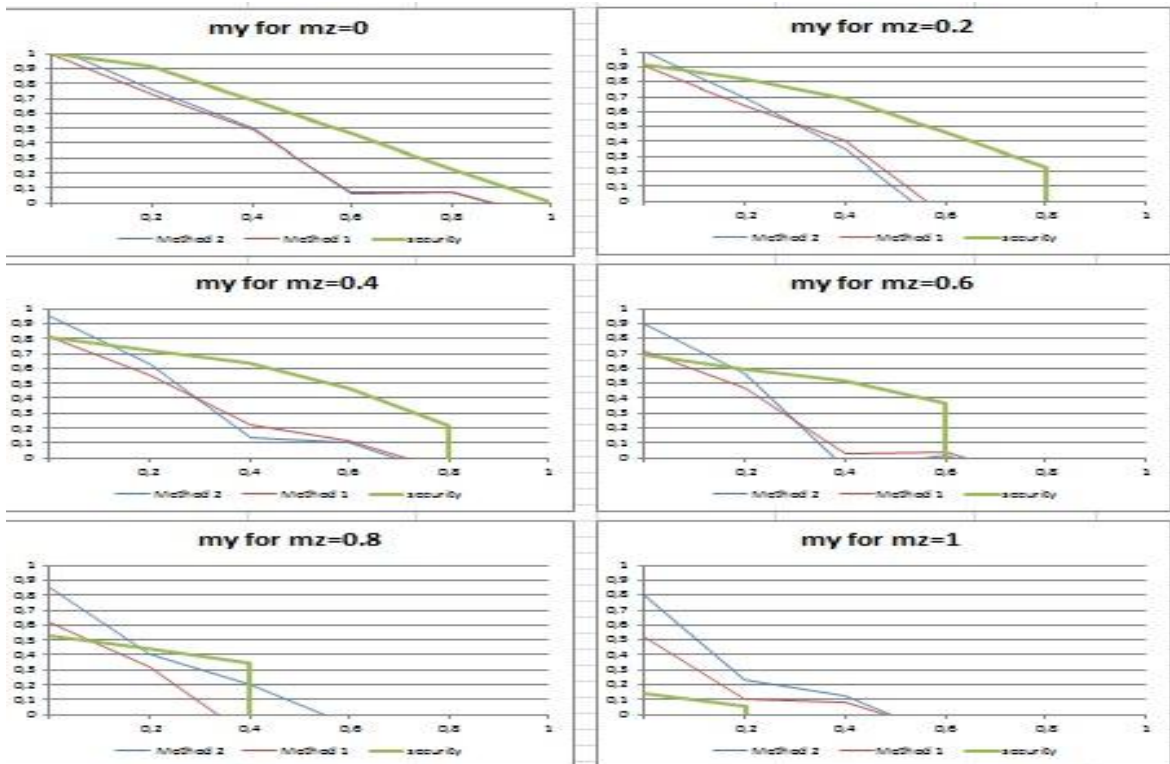
#### Ομάδα διαγραμμάτων 36: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 2



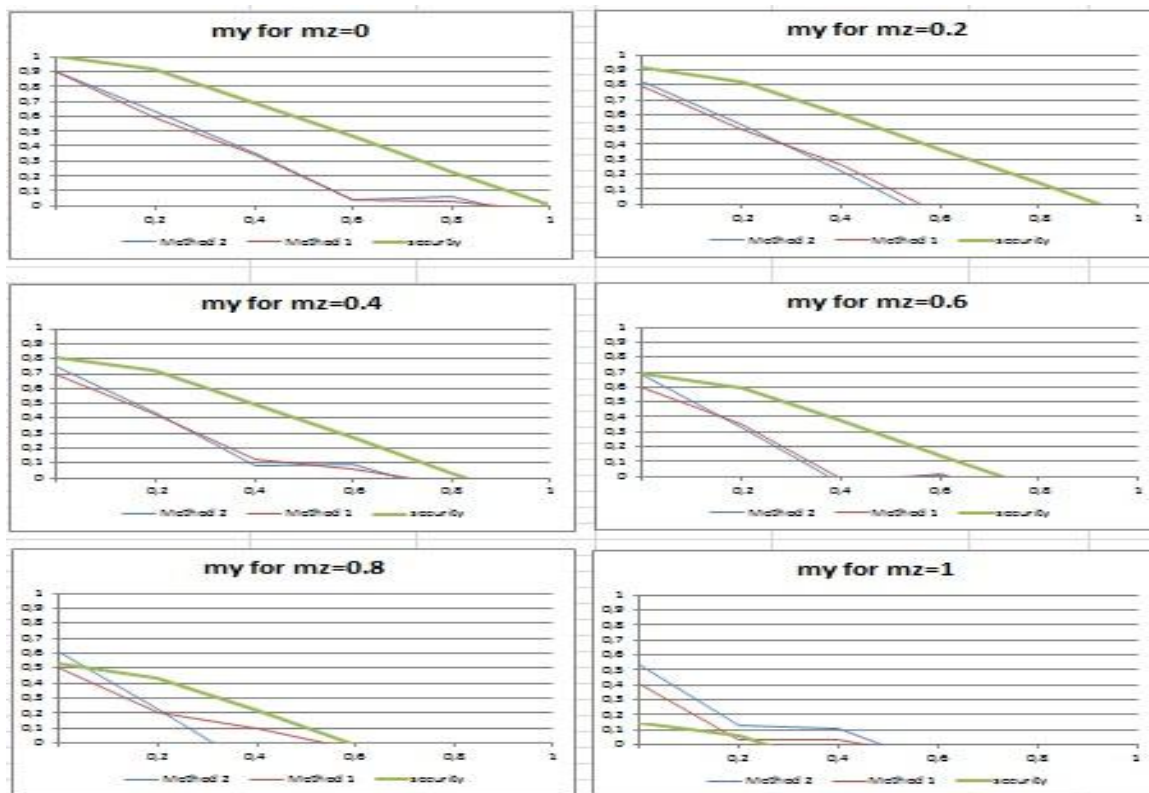
#### Ομάδα διαγραμμάτων 37: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=2m, φόρτιση 2

Σύγκριση μεθόδων 1 και 2 κατά τον EC 3 αναφορικά με τον λυγισμό μελών

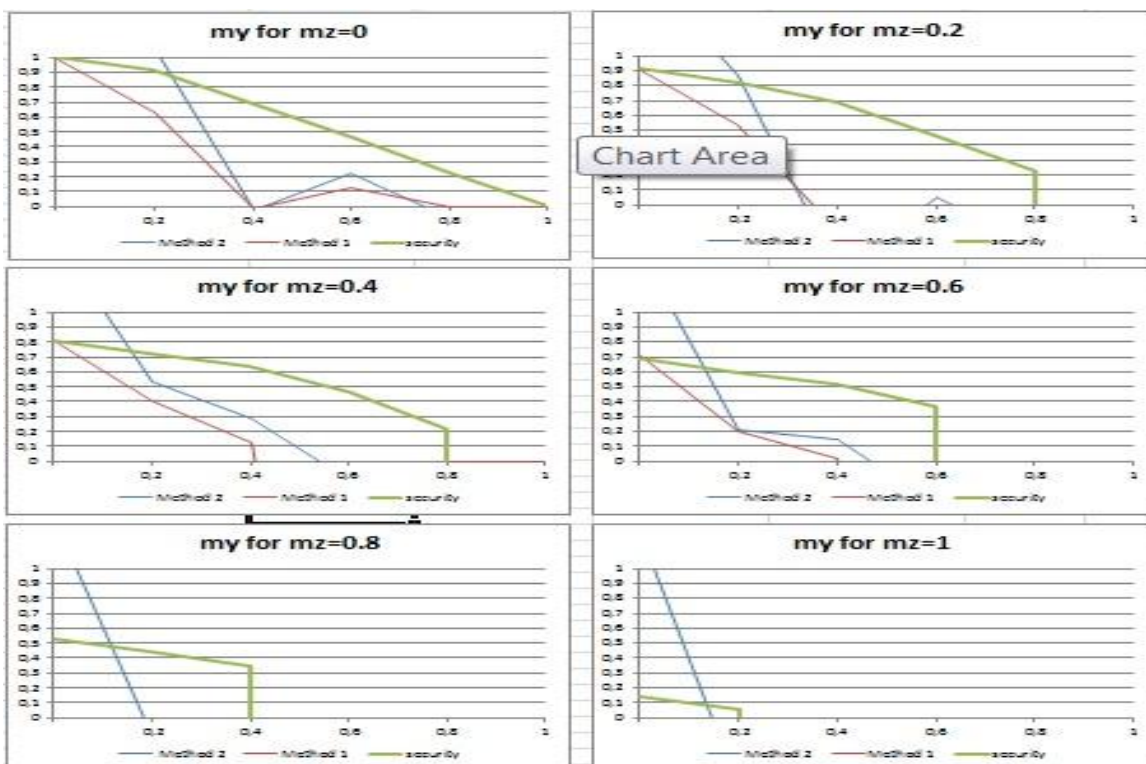




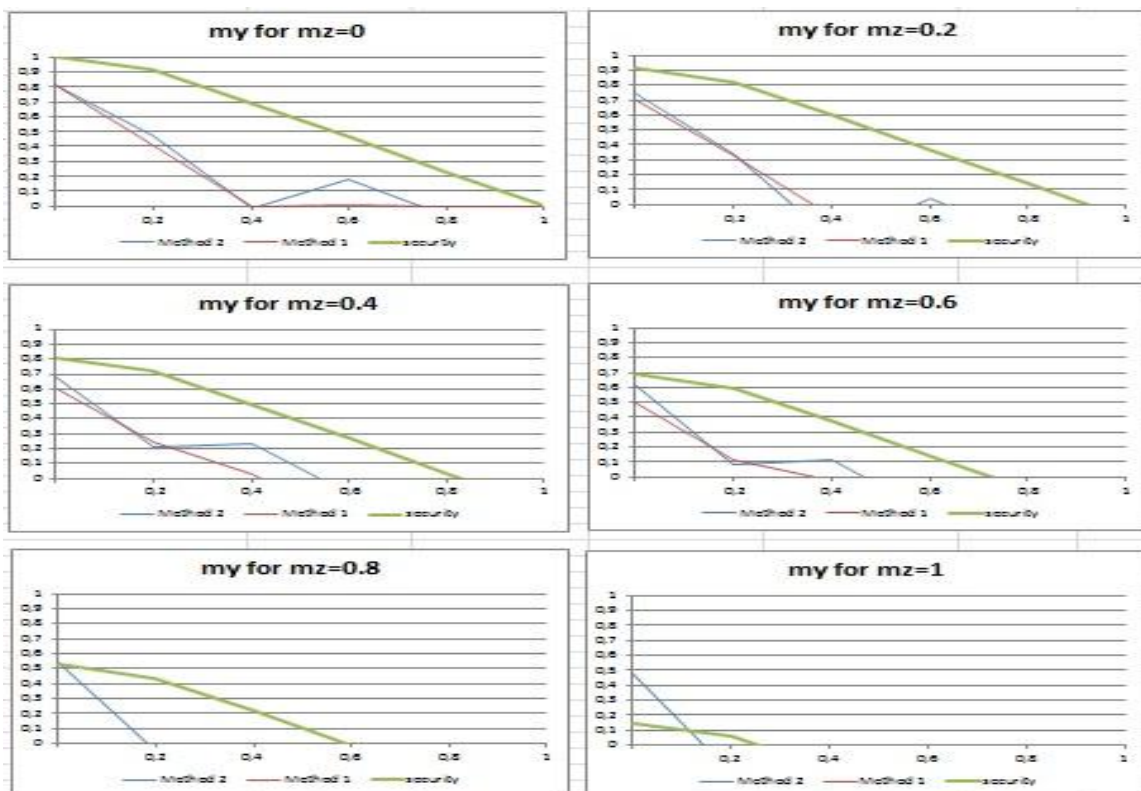
**Ομάδα διαγραμμάτων 38: HEA 200, με πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 2**



**Ομάδα διαγραμμάτων 39: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 2**

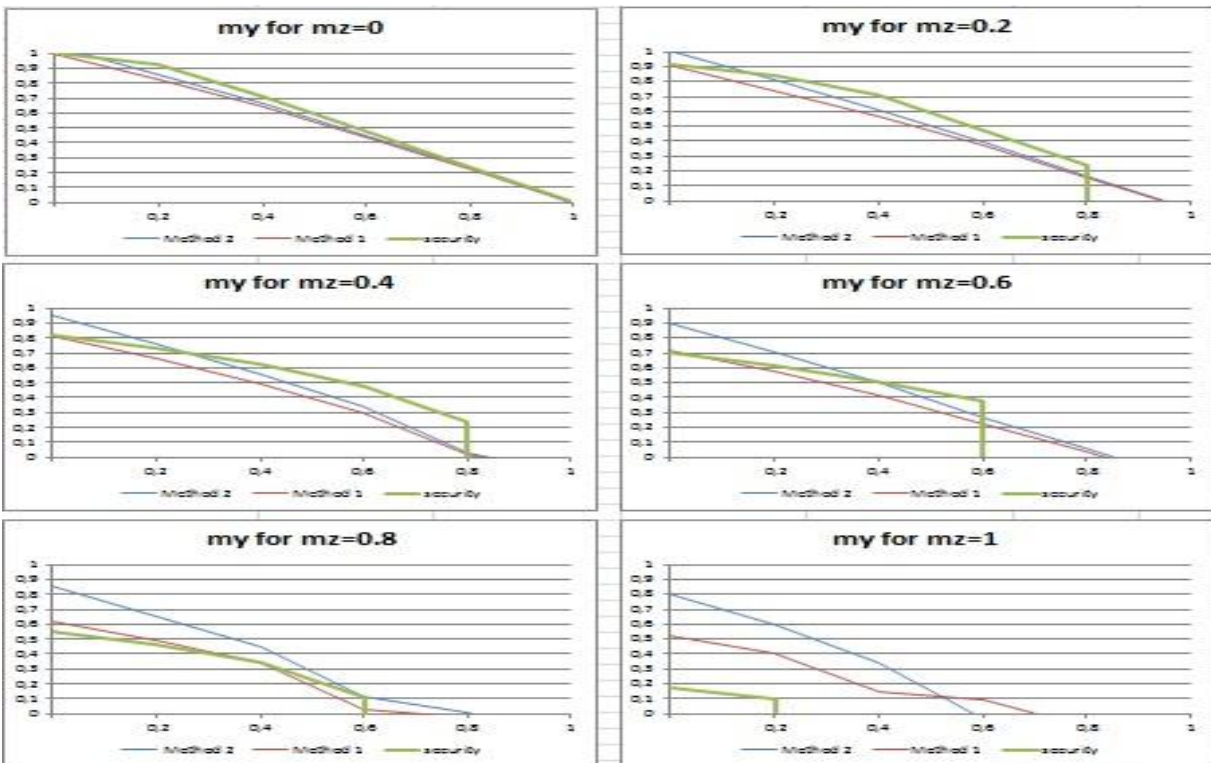


**Ομάδα διαγραμμάτων 40: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2**

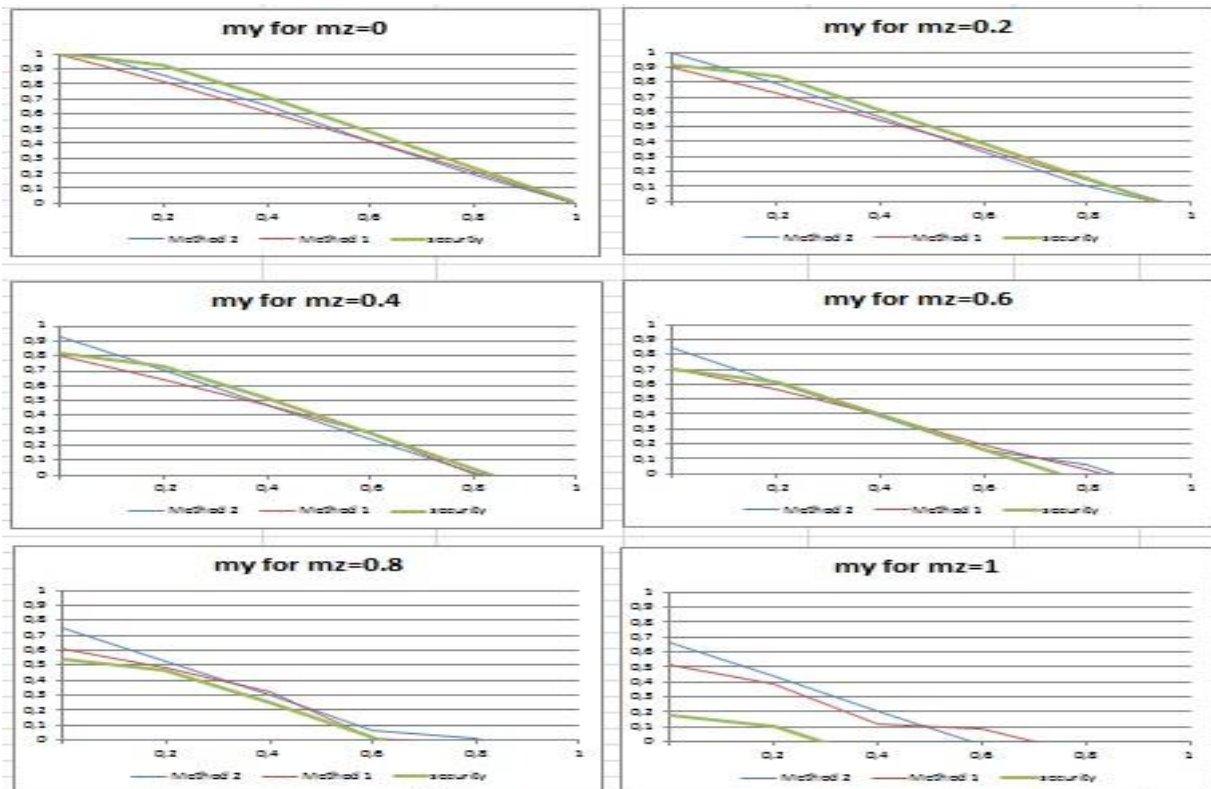


**Ομάδα διαγραμμάτων 41: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2**

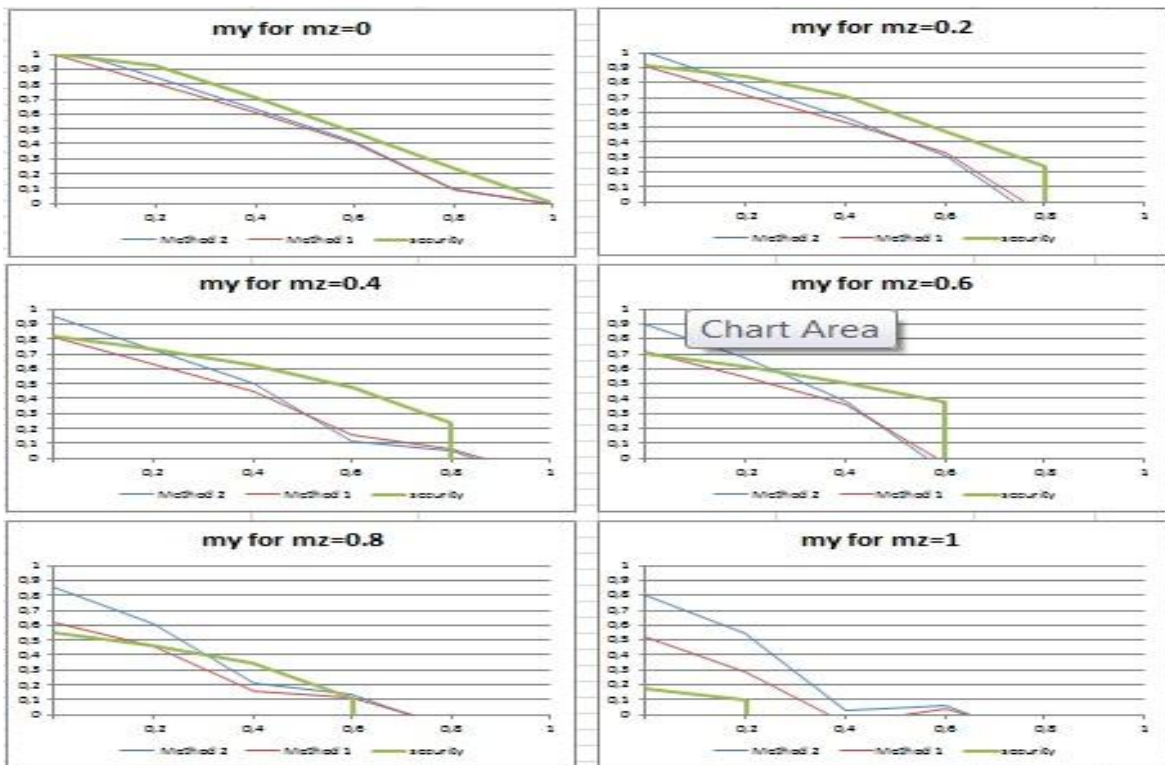
### 3.3.1 Διατομή HEA 500



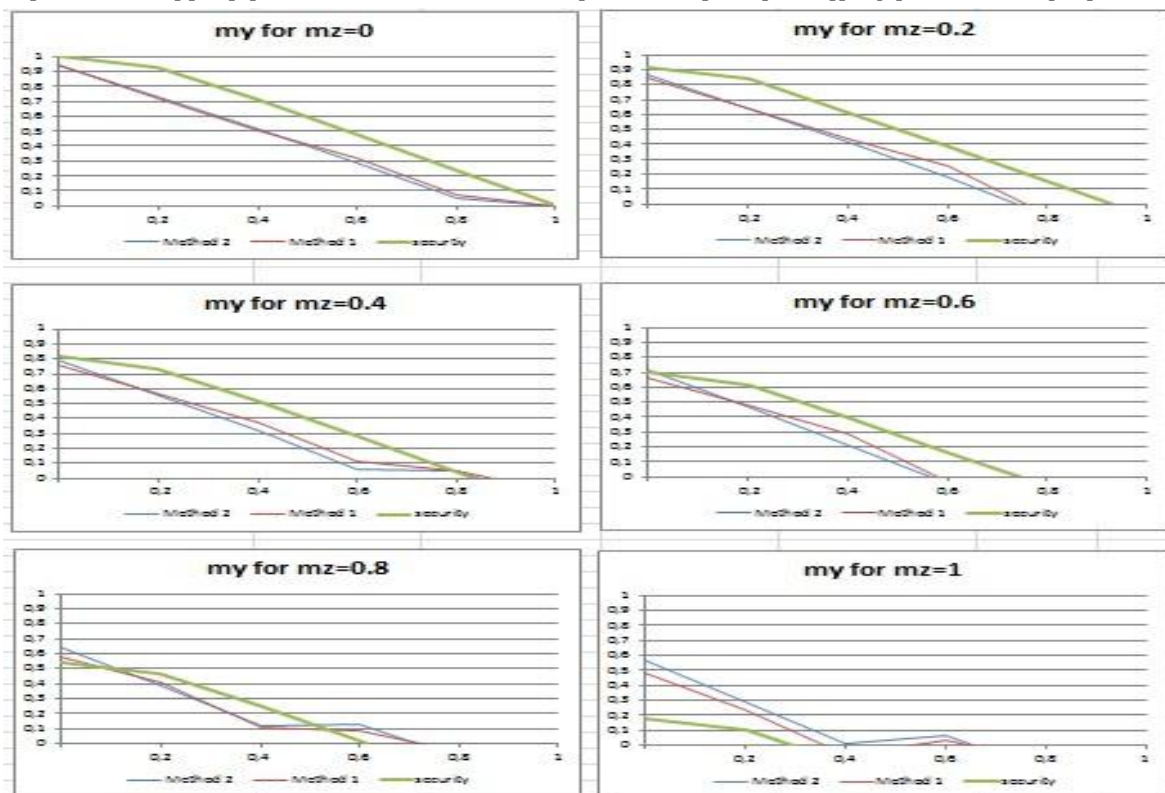
Ομάδα διαγραμμάτων 42: HEA 500, με πλευρική στήριξη,  $L=2m$ , φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 43: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=2m$ , φόρτιση 2

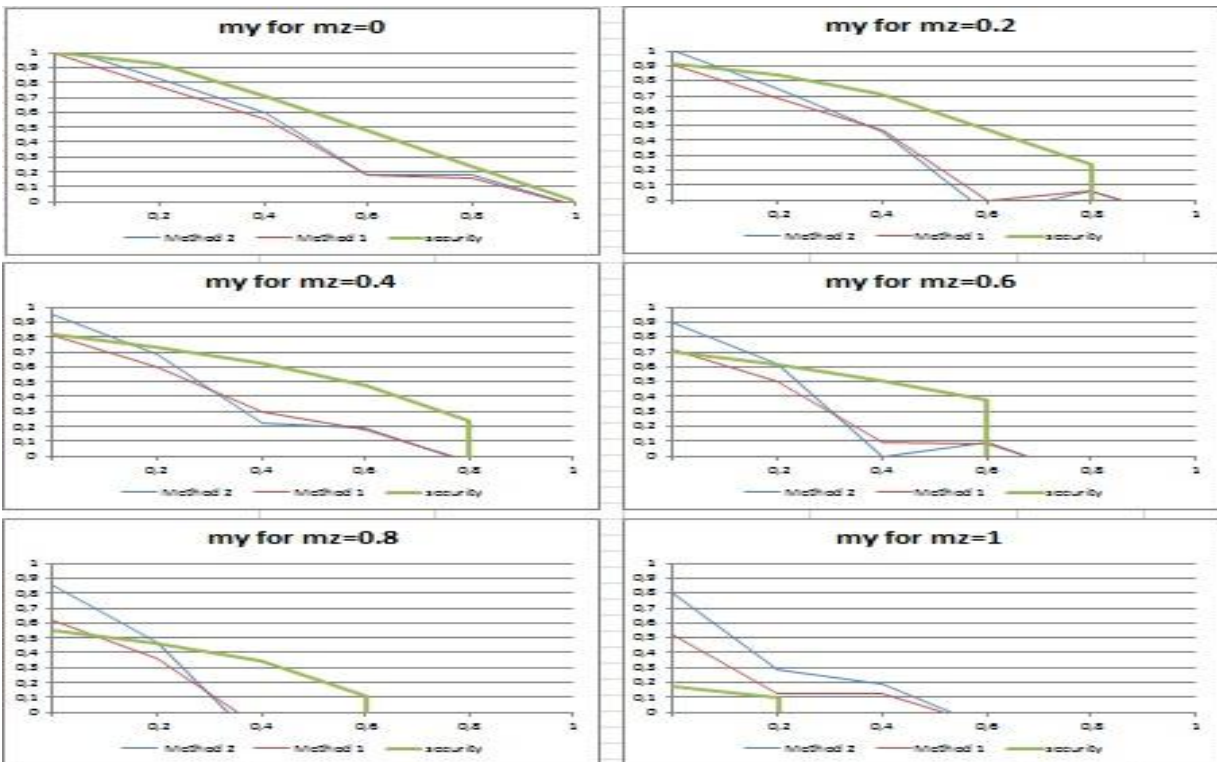


**Ομάδα διαγραμμάτων 44: HEA 500, με πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 2**

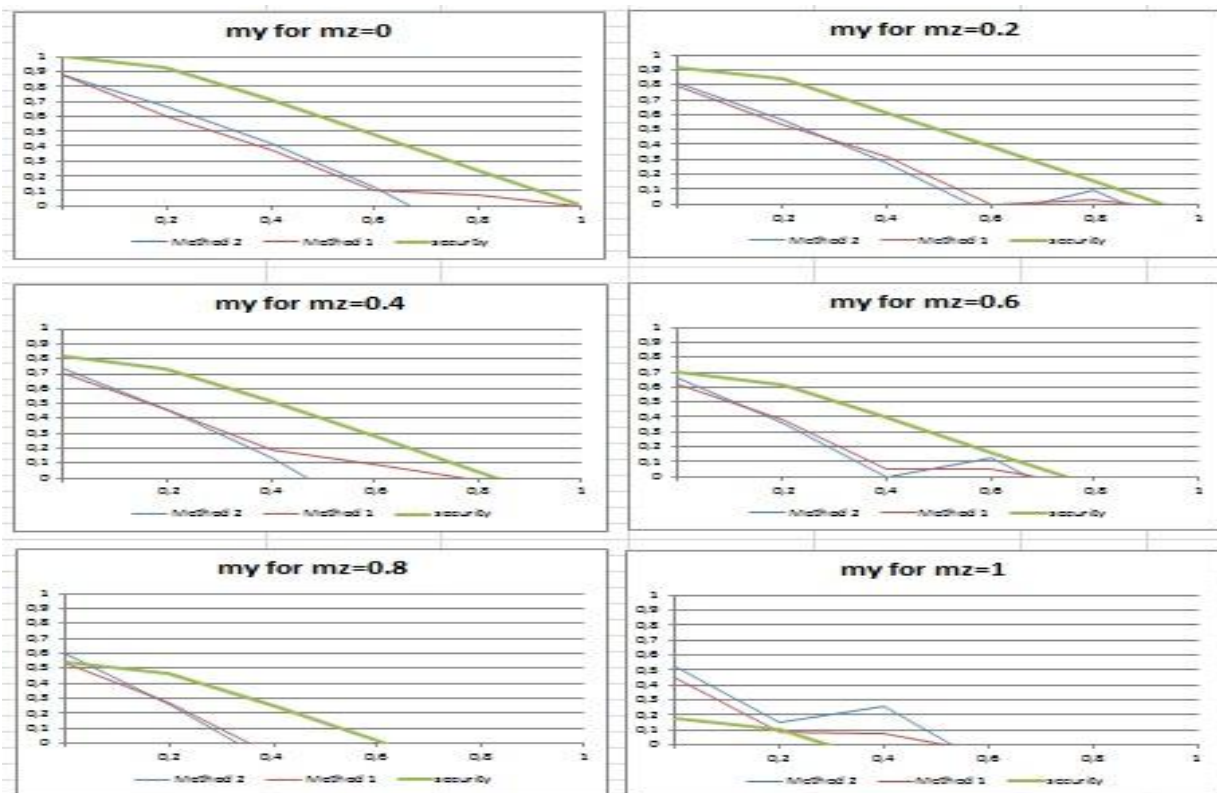


**Ομάδα διαγραμμάτων 45: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 2**





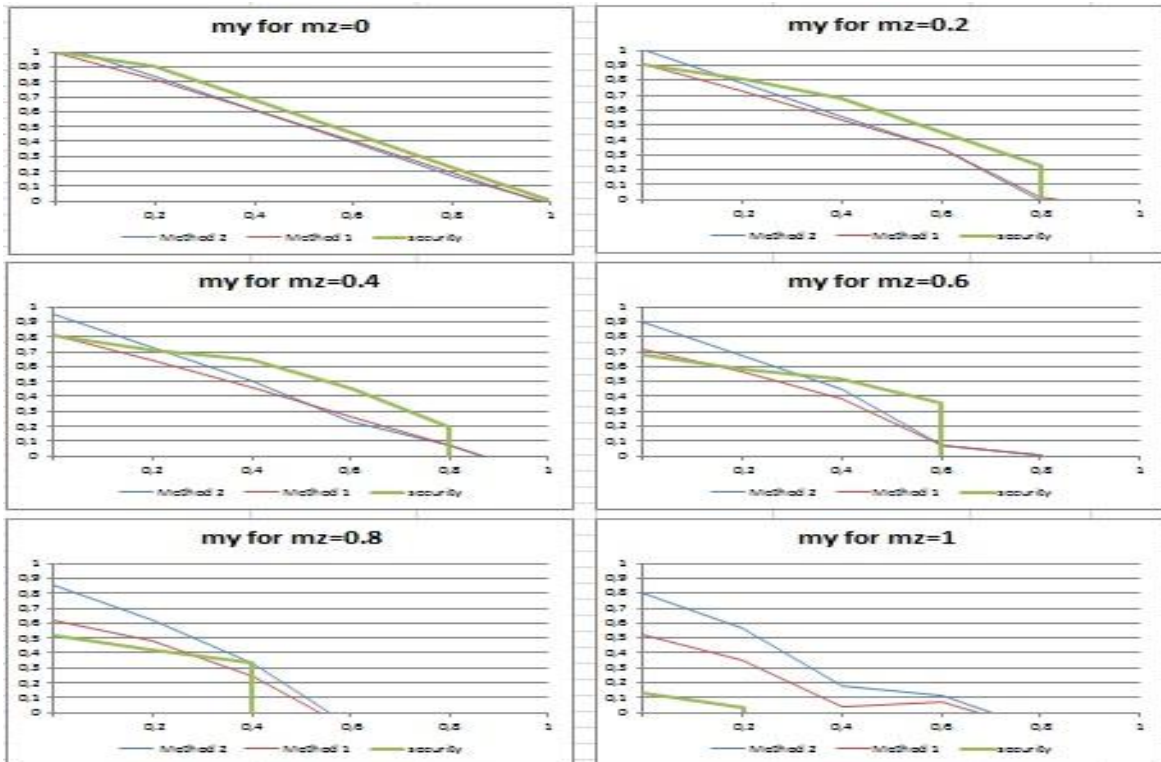
**Ομάδα διαγραμμάτων 46: HEA 500, με πλευρική στήριξη,  $L=6m$ , φόρτιση 2**



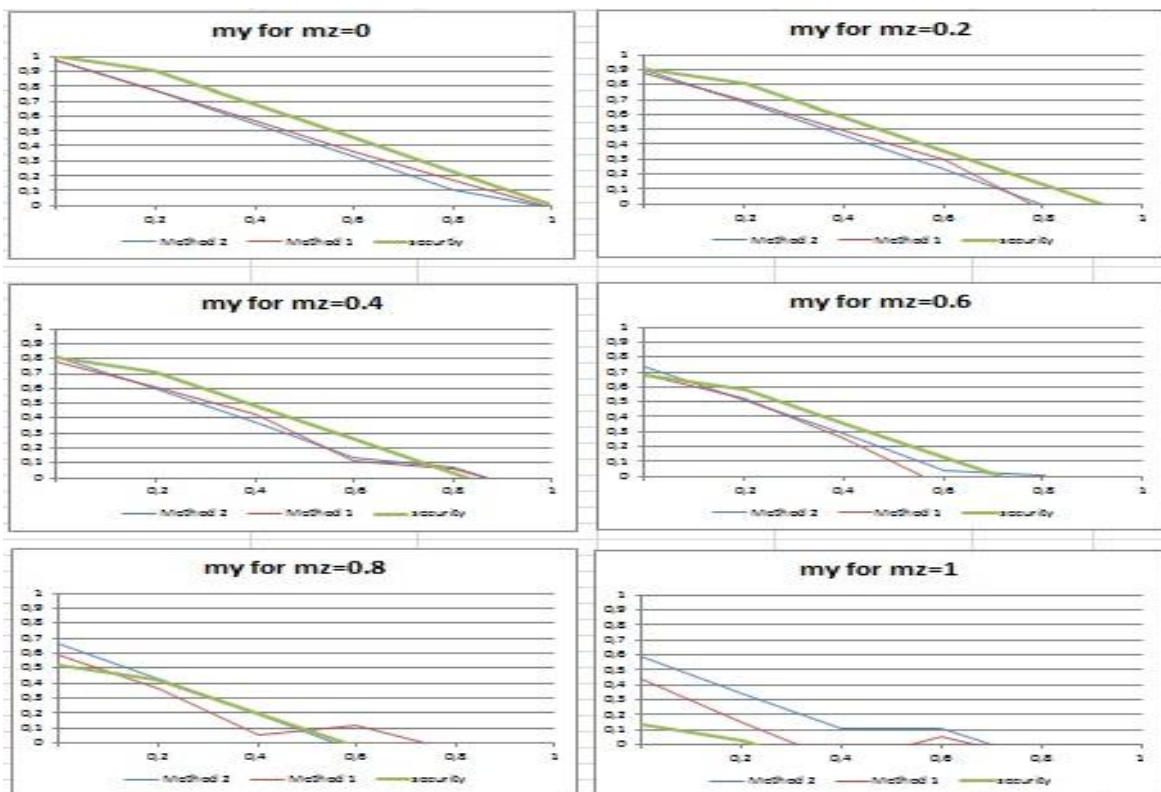
**Ομάδα διαγραμμάτων 47: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=6m$ , φόρτιση 2**



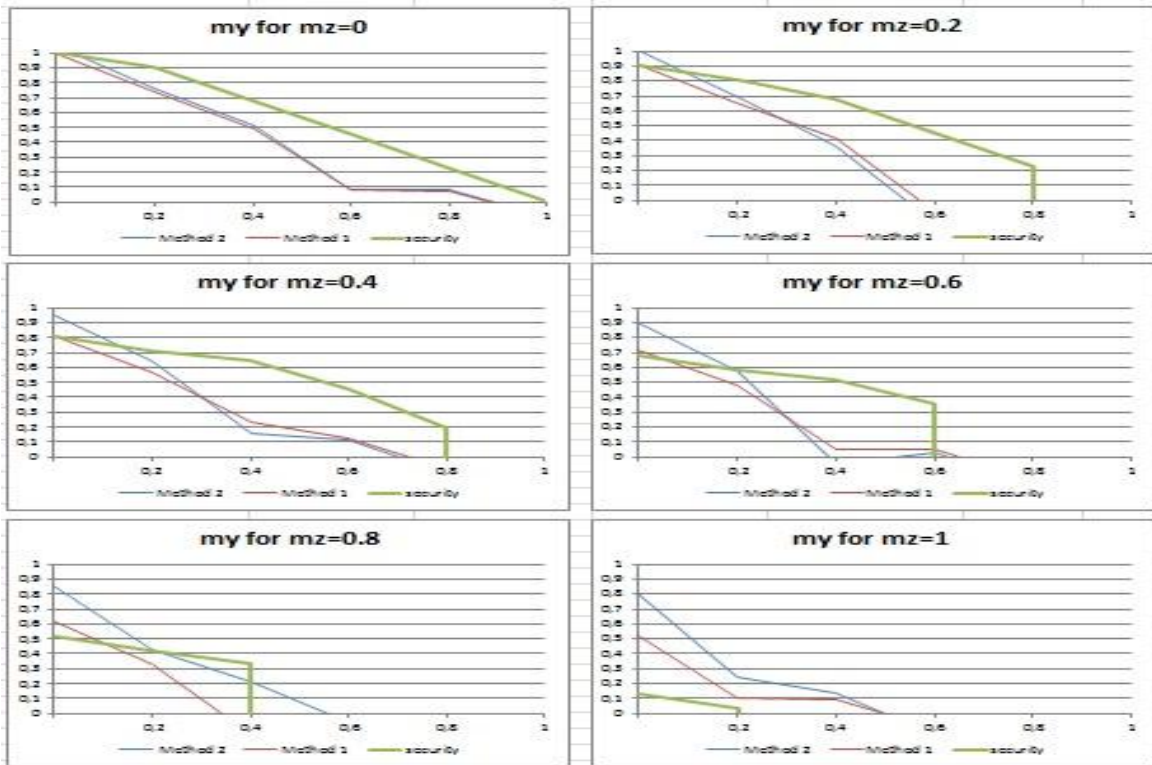
### 3.3.1 Διατομή ΗΕΒ 200



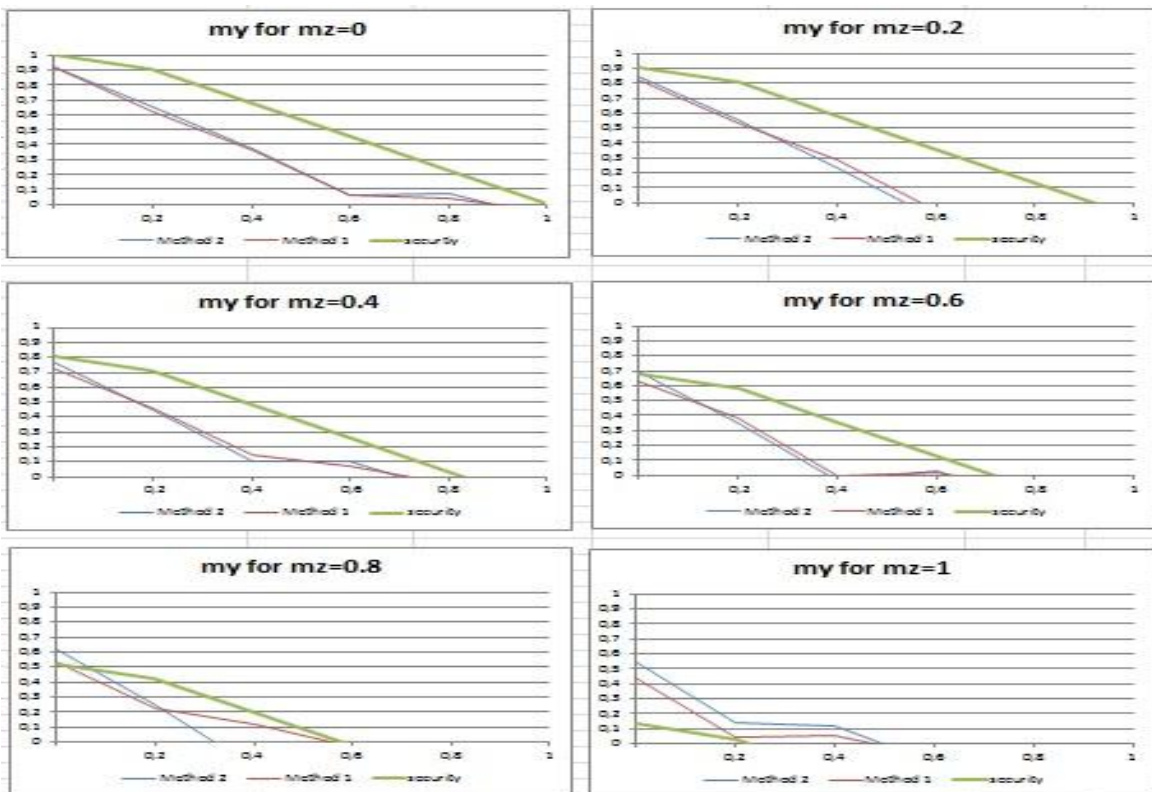
Ομάδα διαγραμμάτων 48: ΗΕΒ 200, με πλευρική στήριξη,  $L=2m$ , φόρτιση 2



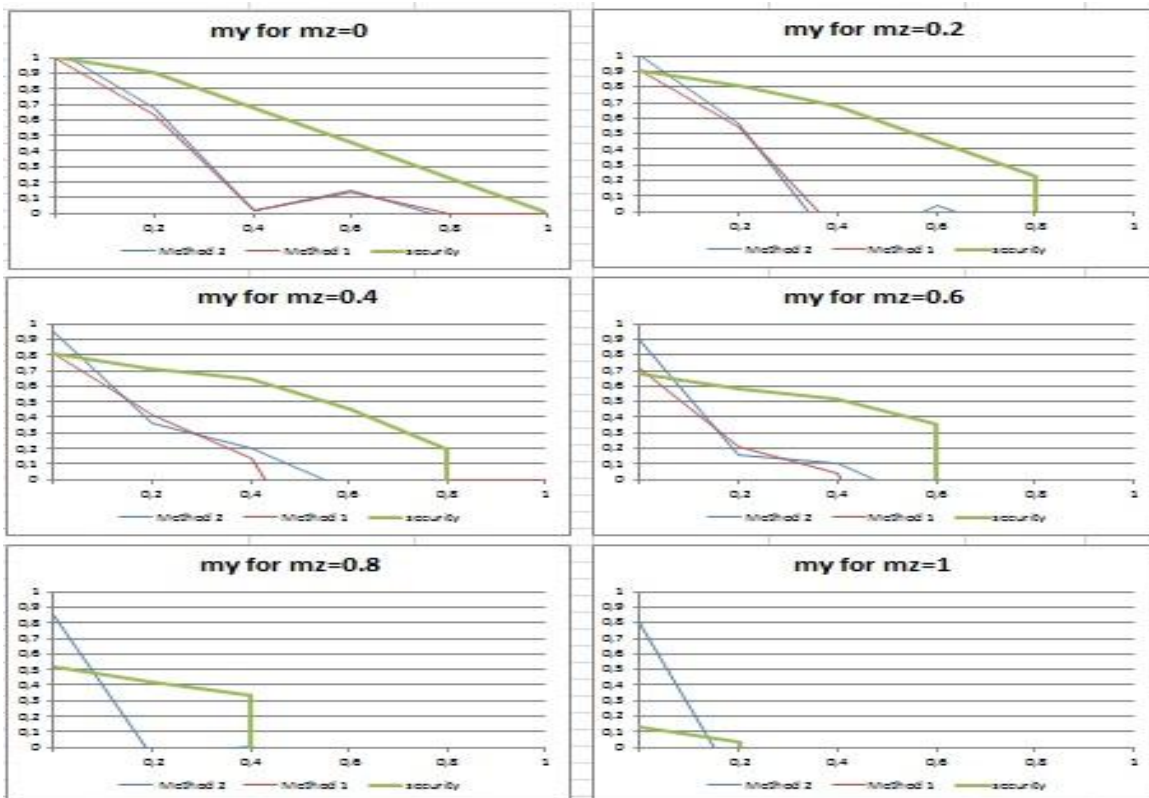
Ομάδα διαγραμμάτων 49: ΗΕΒ 200, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=2m$ , φόρτιση 2



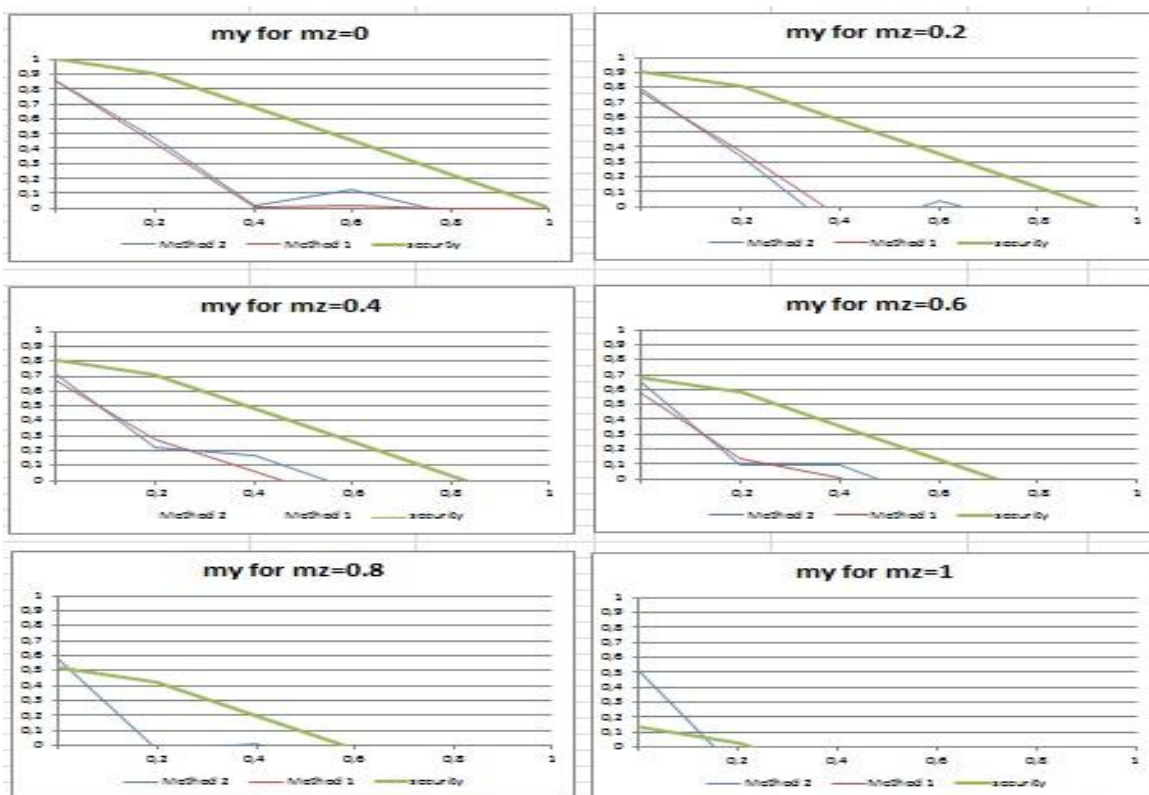
**Ομάδα διαγραμμάτων 50: HEB 200, με πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 2**



**Ομάδα διαγραμμάτων 51: HEB 200, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 2**

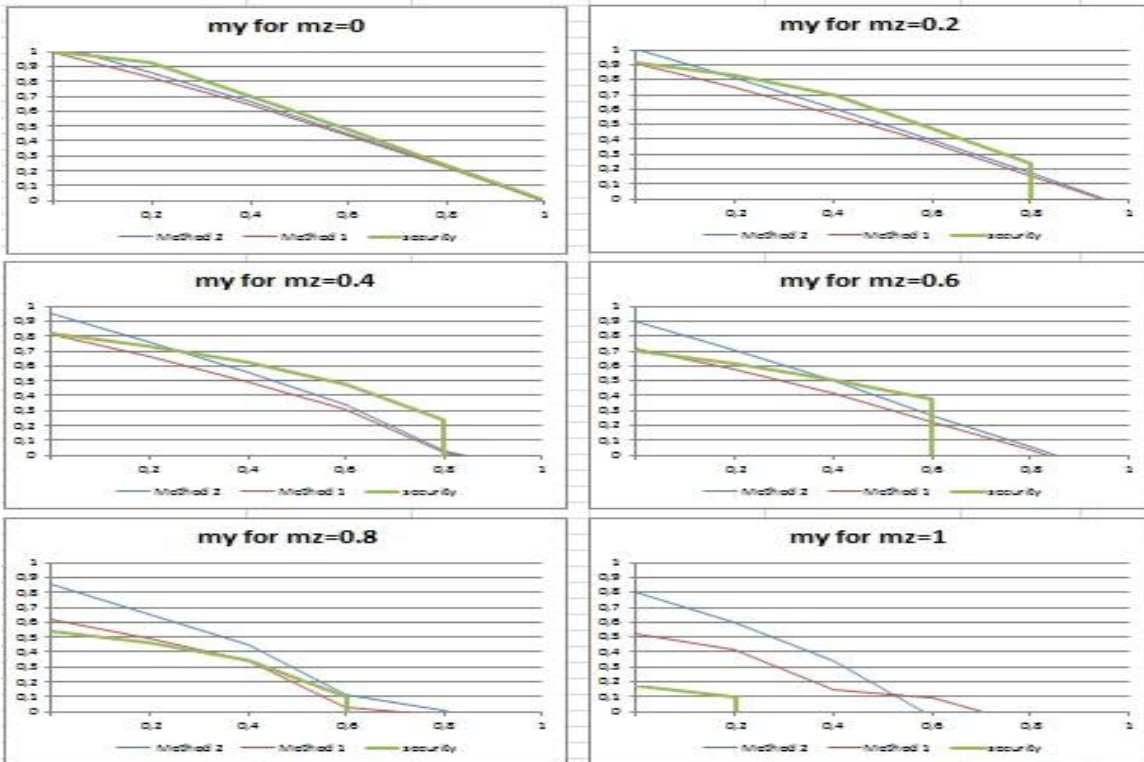


**Ομάδα διαγραμμάτων 52: HEB 200, με πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2**

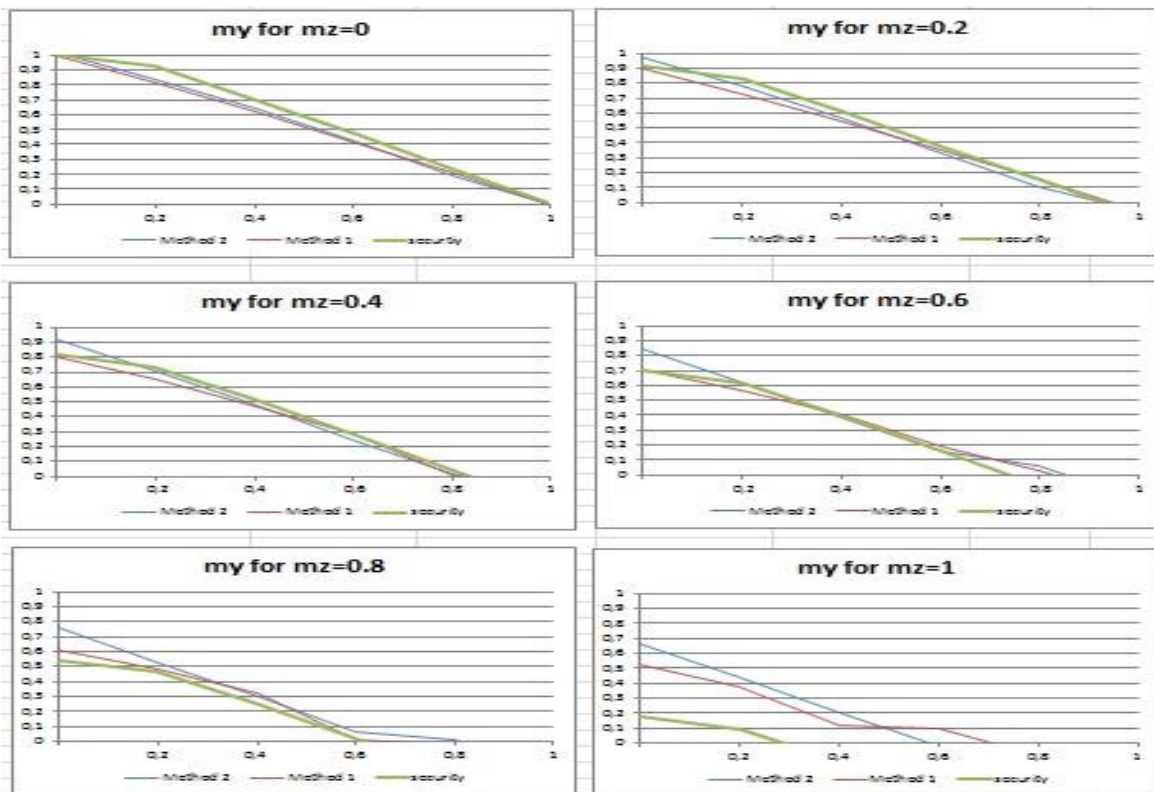


**Ομάδα διαγραμμάτων 53: HEB 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=6m, φόρτιση 2**

4.2.2.4 Διατομή HEB 500

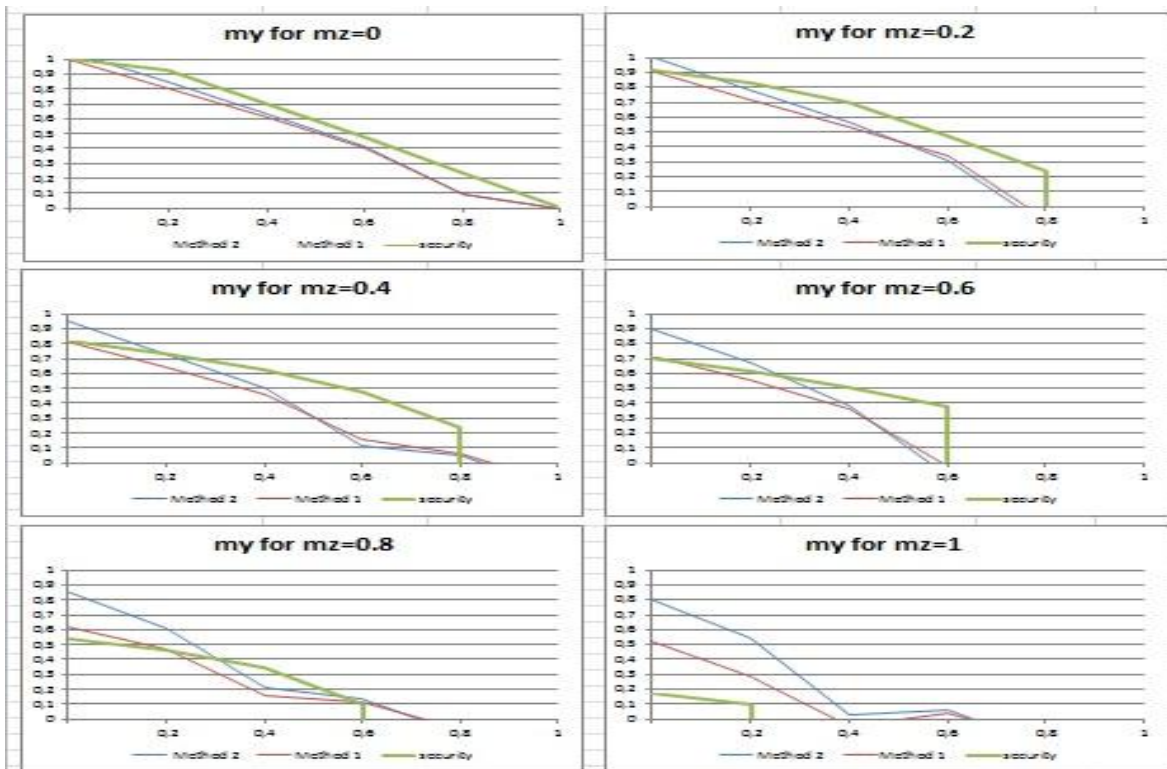


Ομάδα διαγραμμάτων 54: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 2

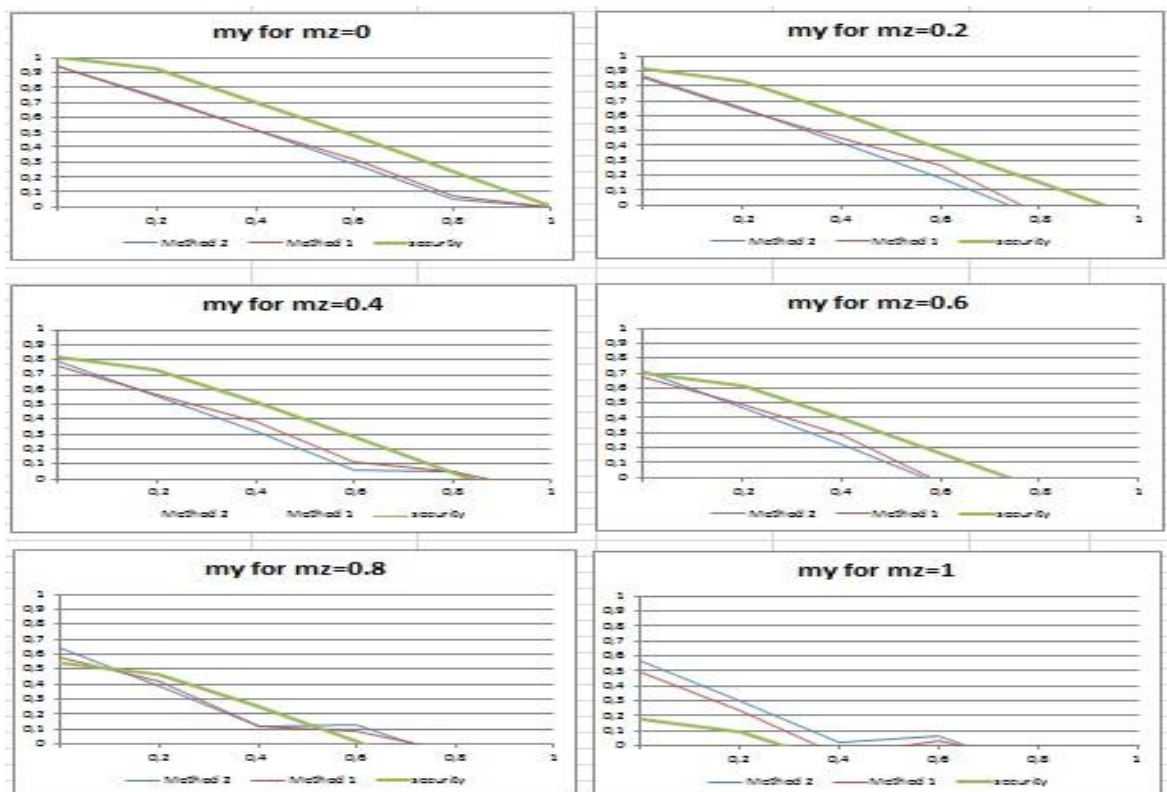


Ομάδα διαγραμμάτων 55: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 2

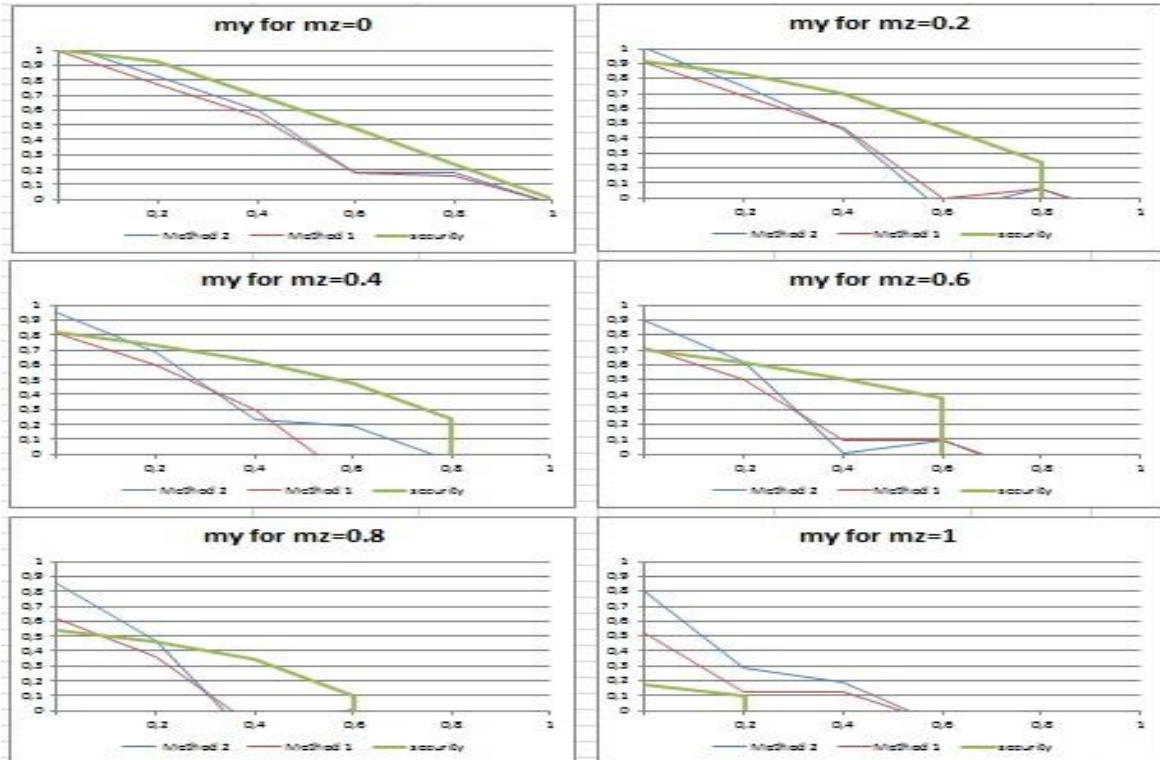




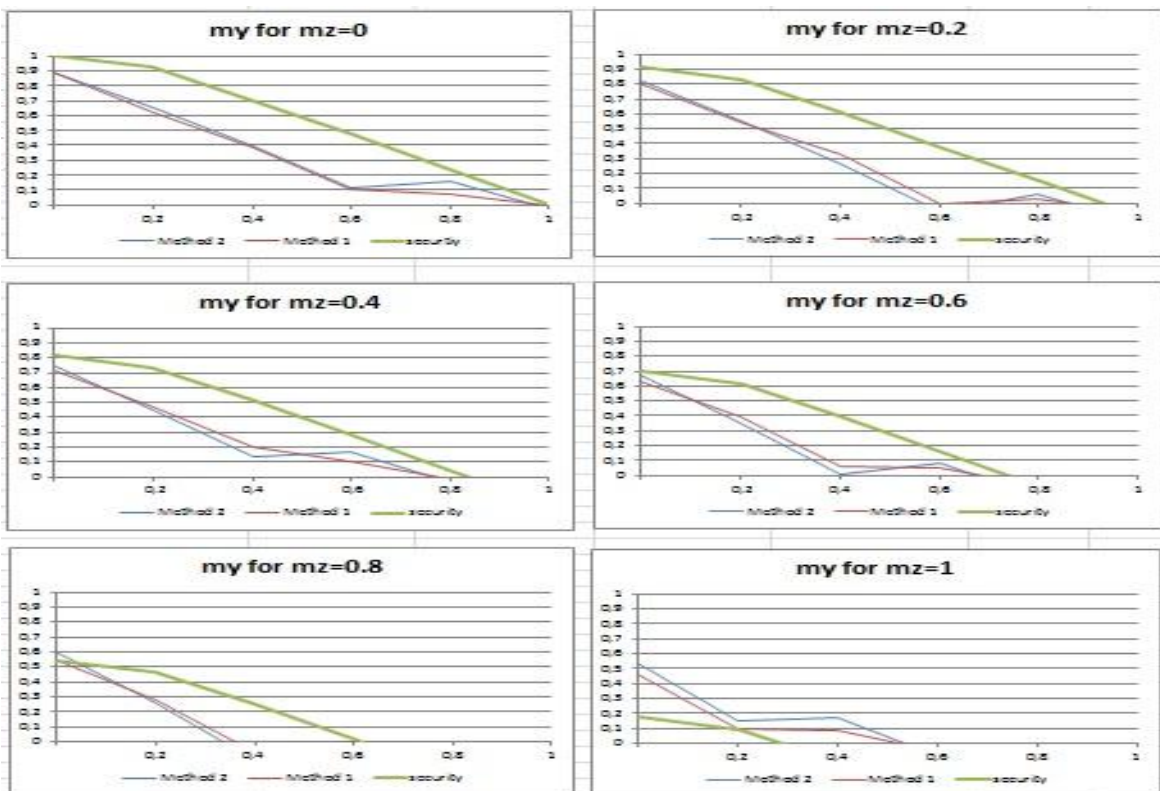
Ομάδα διαγραμμάτων 56: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 57: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 2

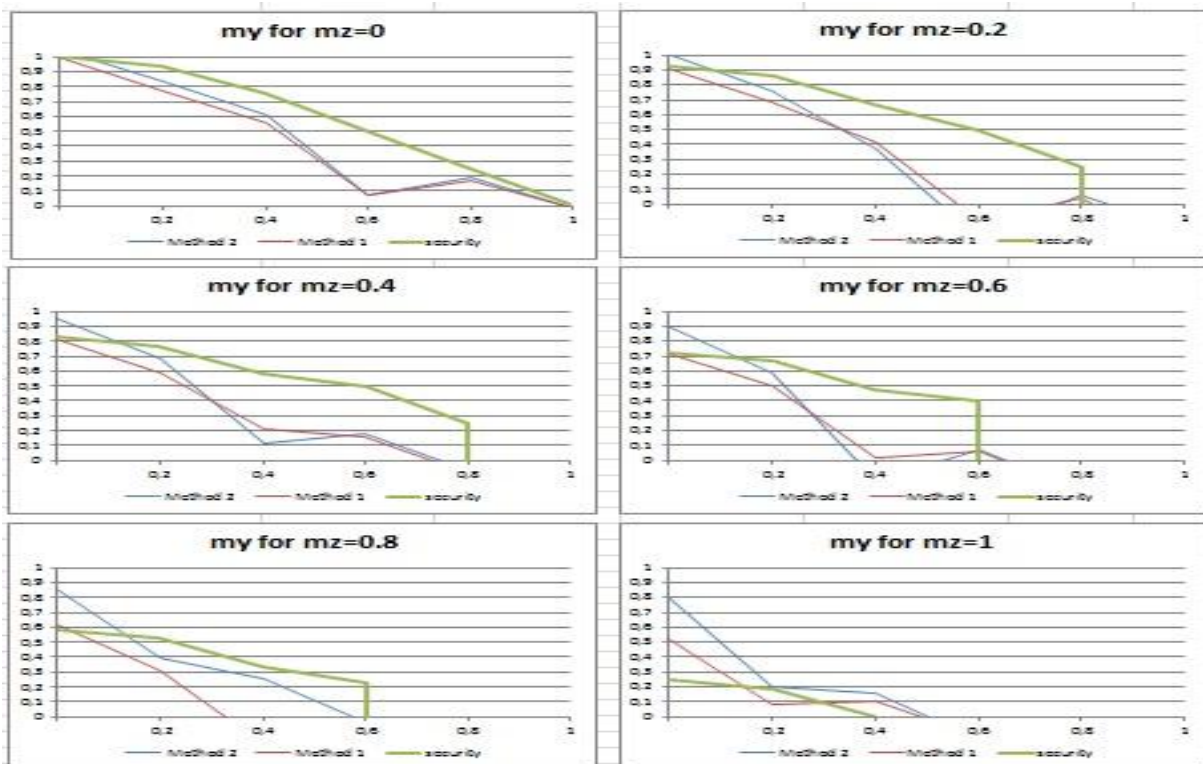


**Ομάδα διαγραμμάτων 58: HEB 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 2**

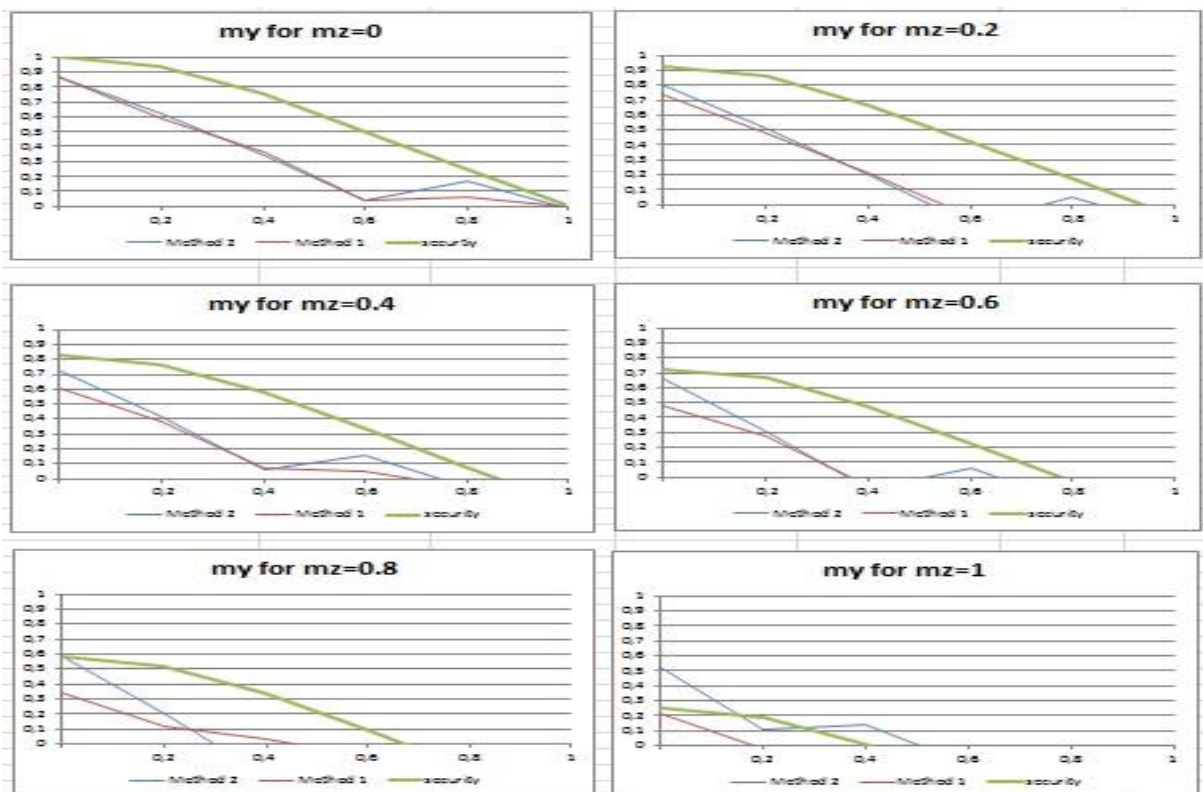


**Ομάδα διαγραμμάτων 59: HEB 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 2**

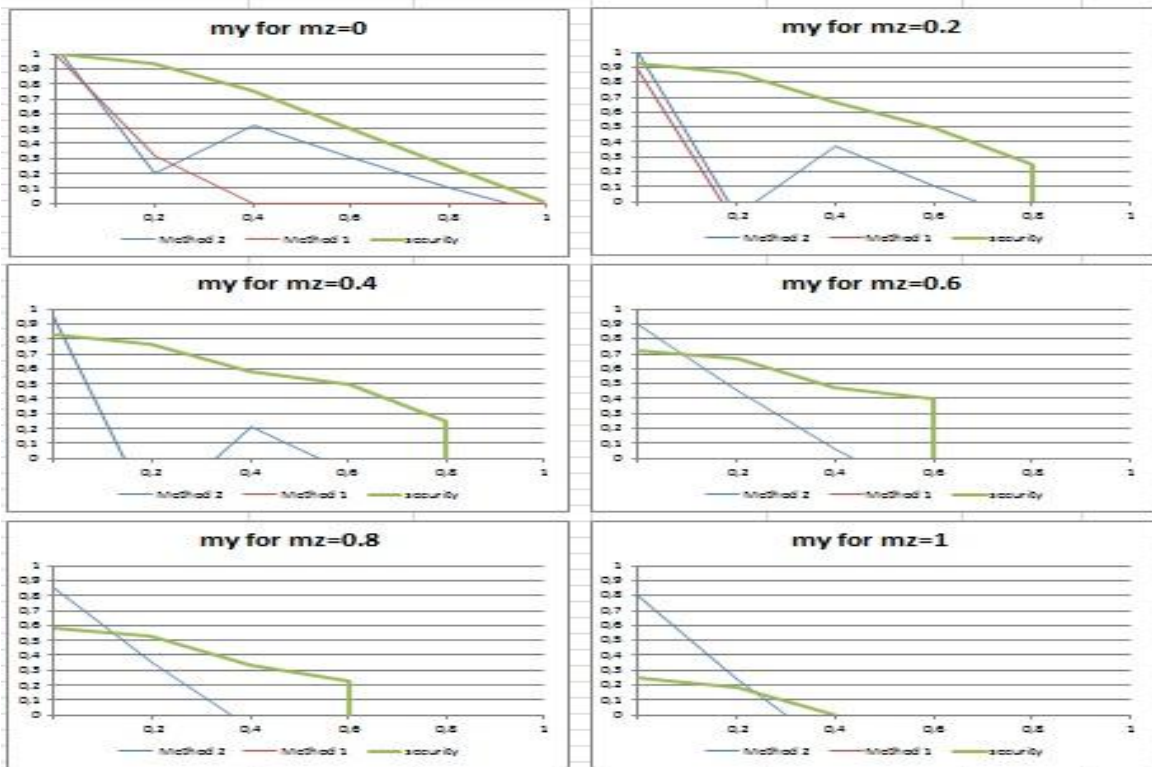
### 3.3.1 Διατομή IPE 200



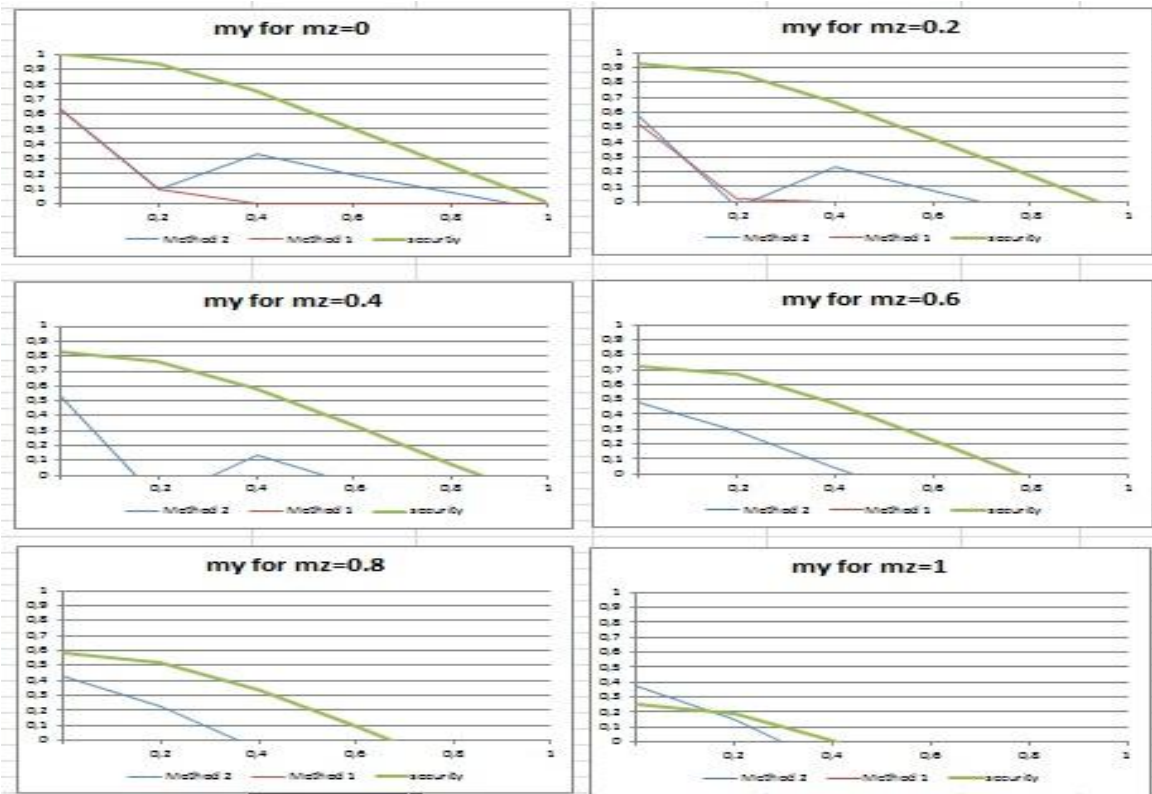
Ομάδα διαγραμμάτων 60: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 61: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 2

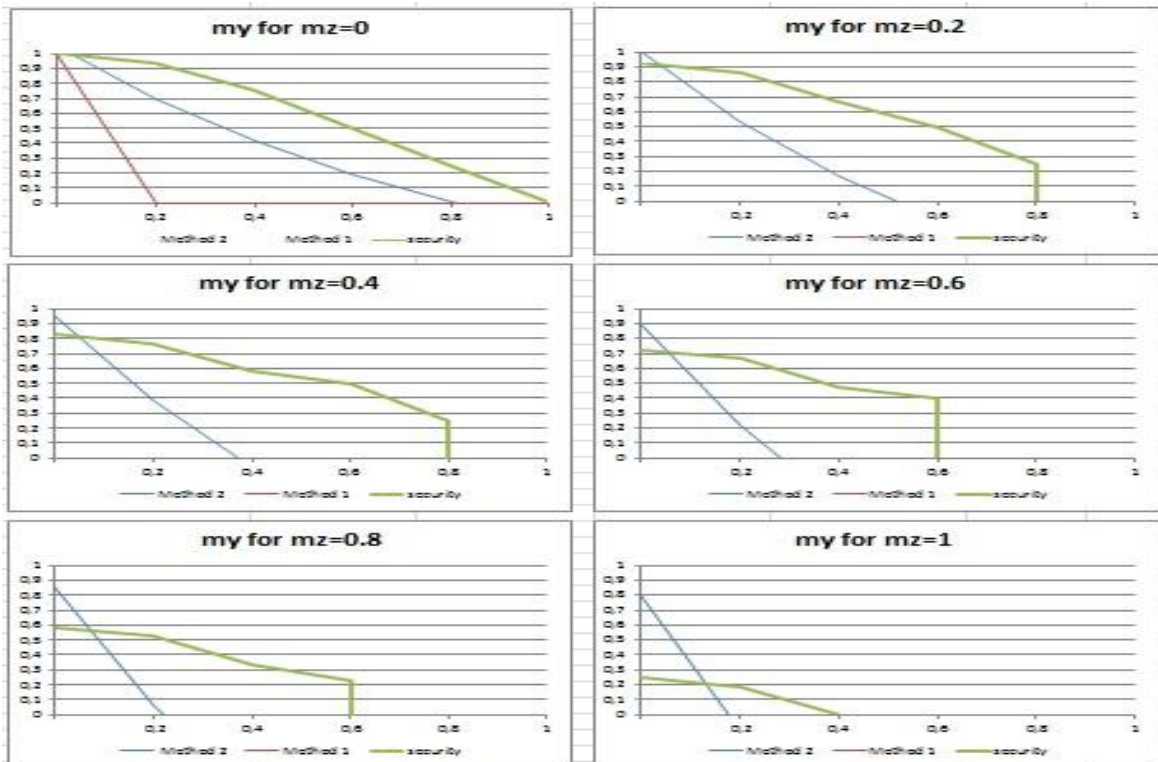


**Ομάδα διαγραμμάτων 62: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 2**

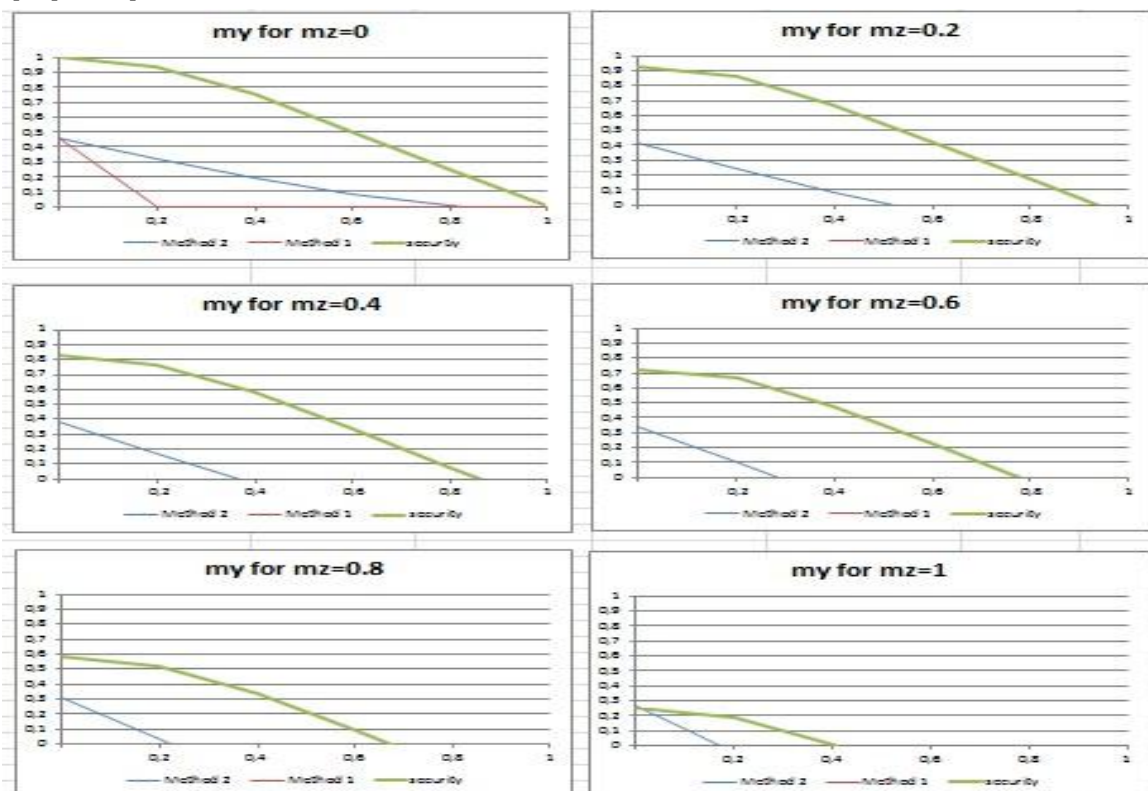


**Ομάδα διαγραμμάτων 63: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση, L=4m, φόρτιση 2**



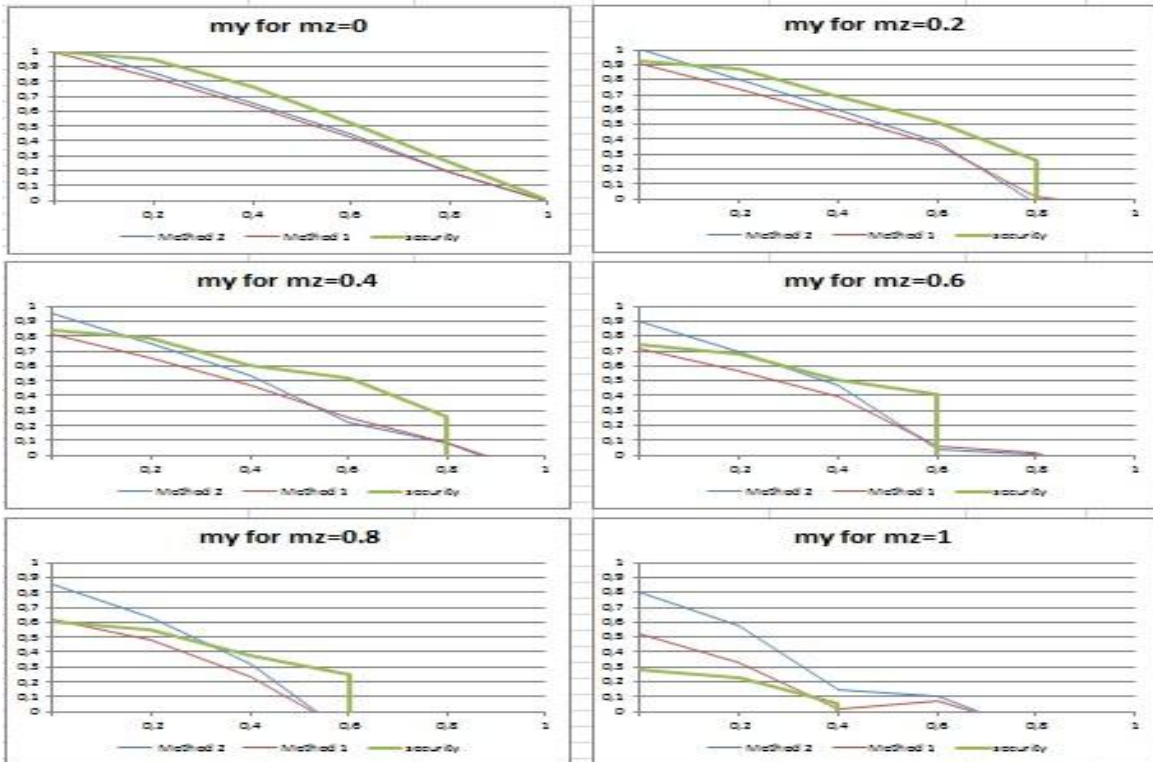


Ομάδα διαγραμμάτων 64: IPE 200, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 2

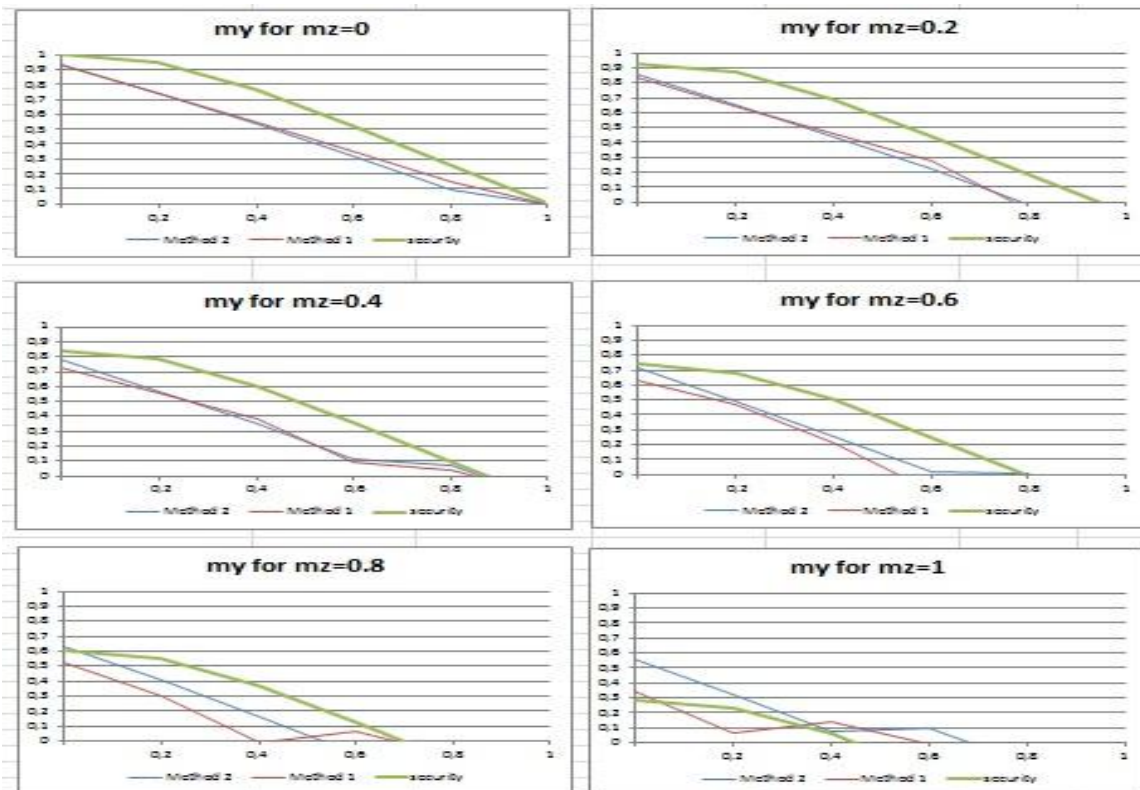


Ομάδα διαγραμμάτων 65: IPE 200, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 2

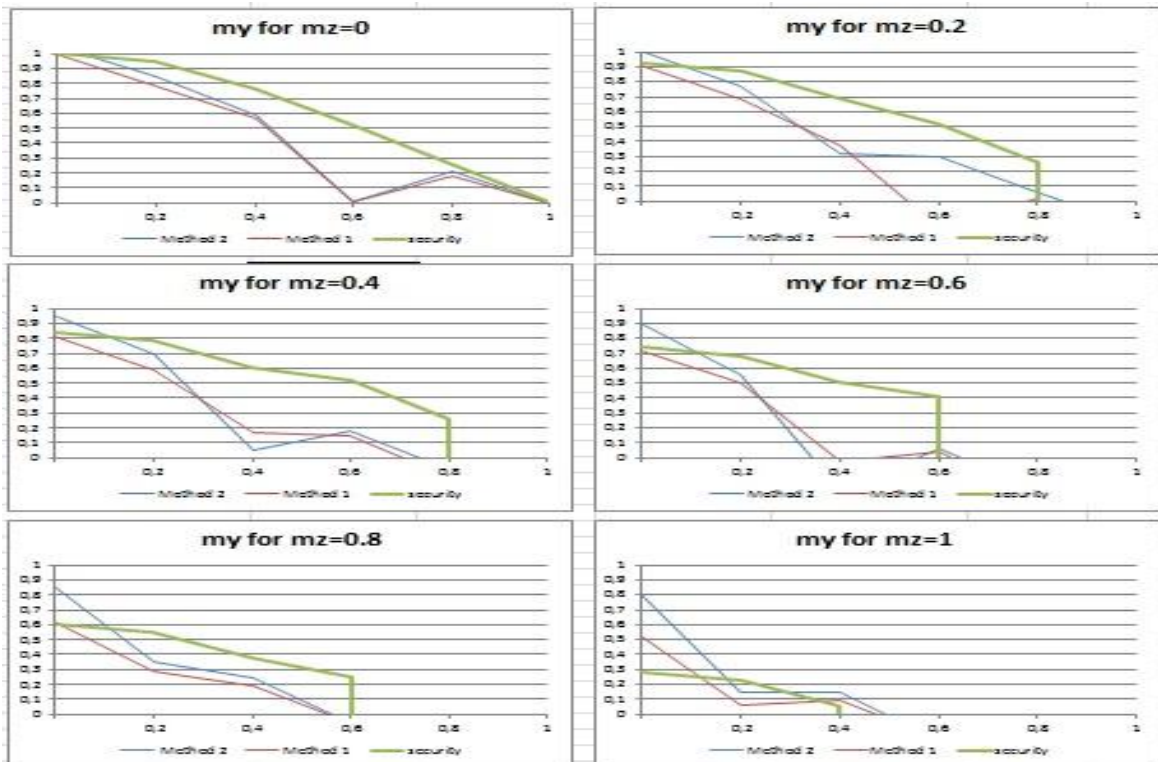
### 3.3.1 Διατομή IPE 500



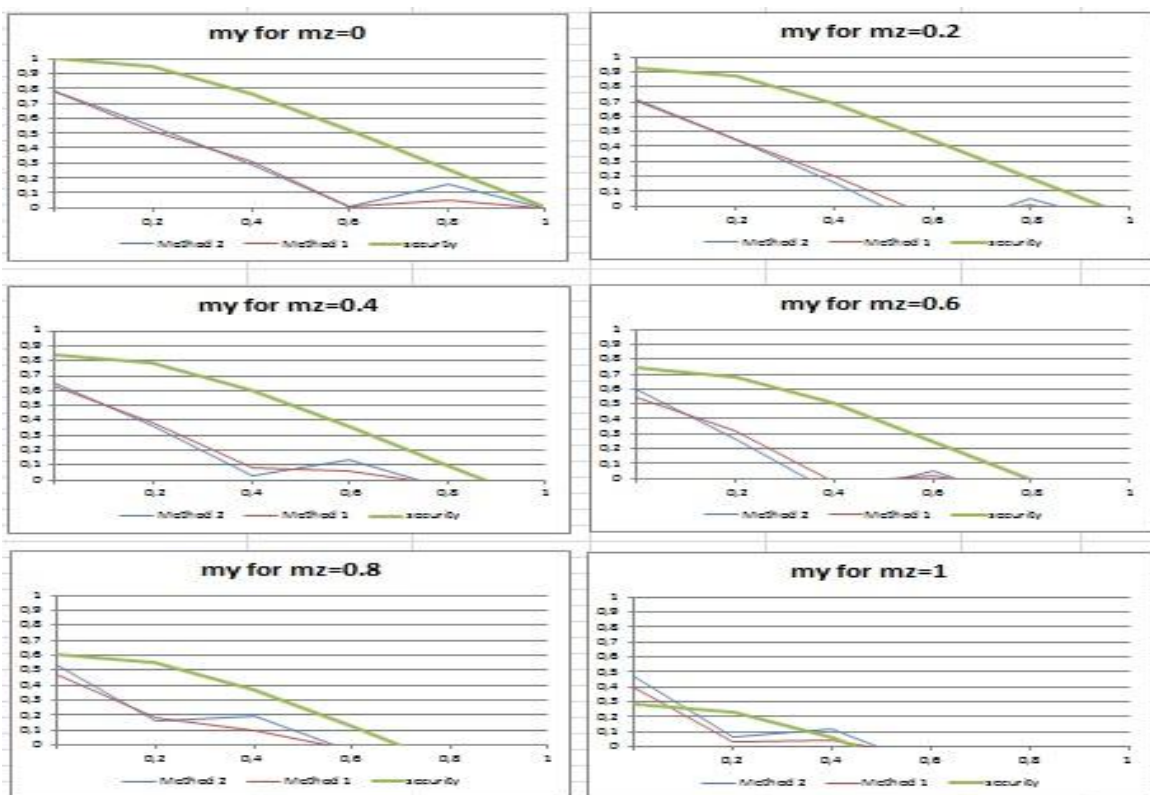
Ομάδα διαγραμμάτων 66: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 2



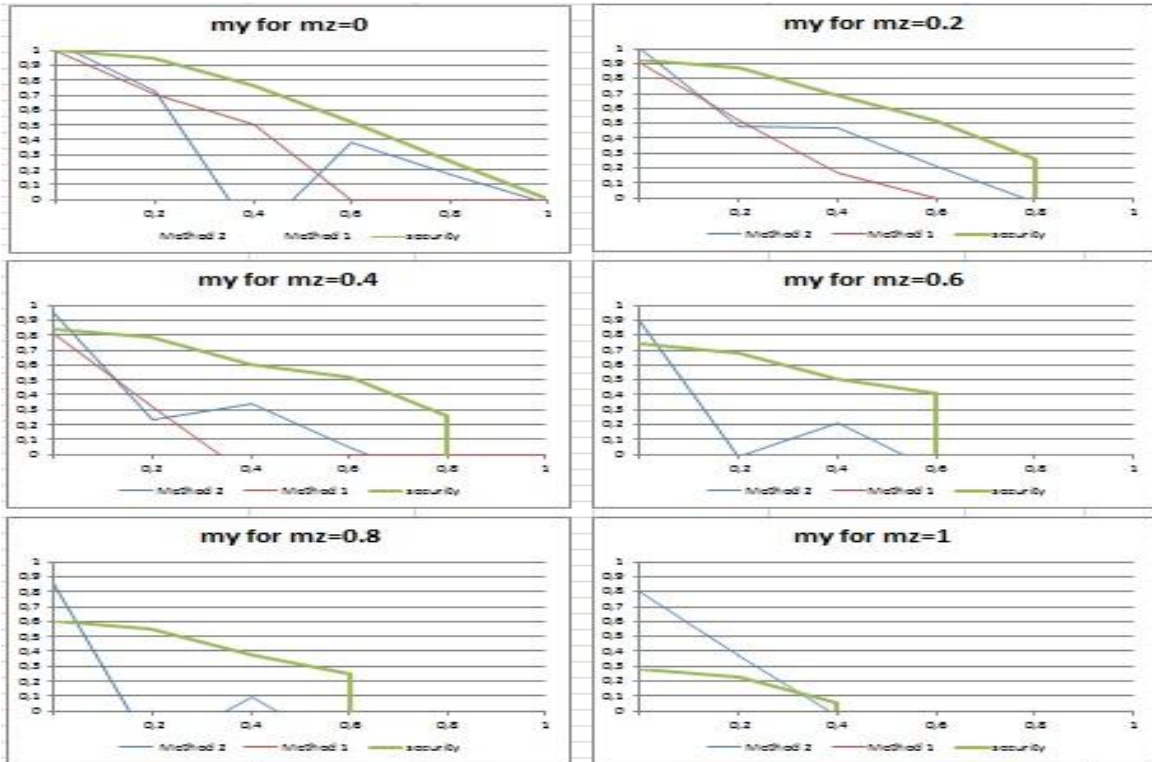
Ομάδα διαγραμμάτων 67: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=2m$ , φόρτιση 2



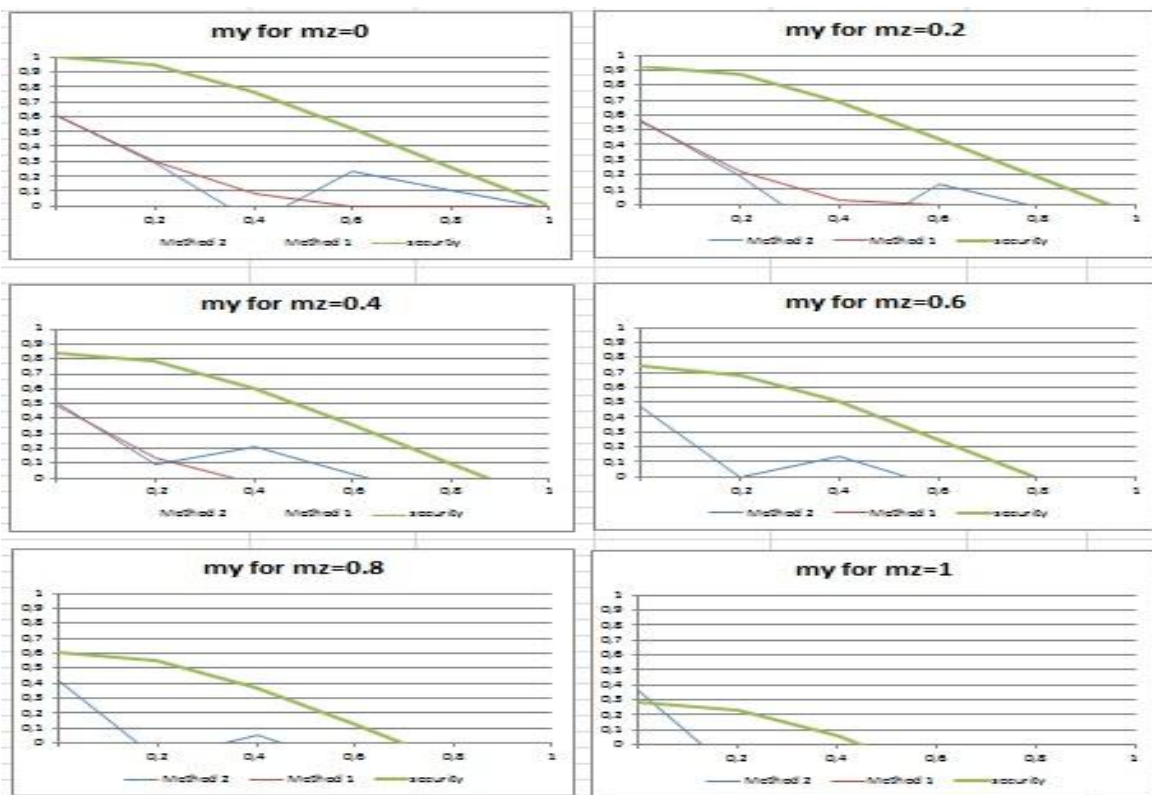
Ομάδα διαγραμμάτων 68: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 2



Ομάδα διαγραμμάτων 69: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=4m$ , φόρτιση 2



**Ομάδα διαγραμμάτων 70: IPE 500, με πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 2**

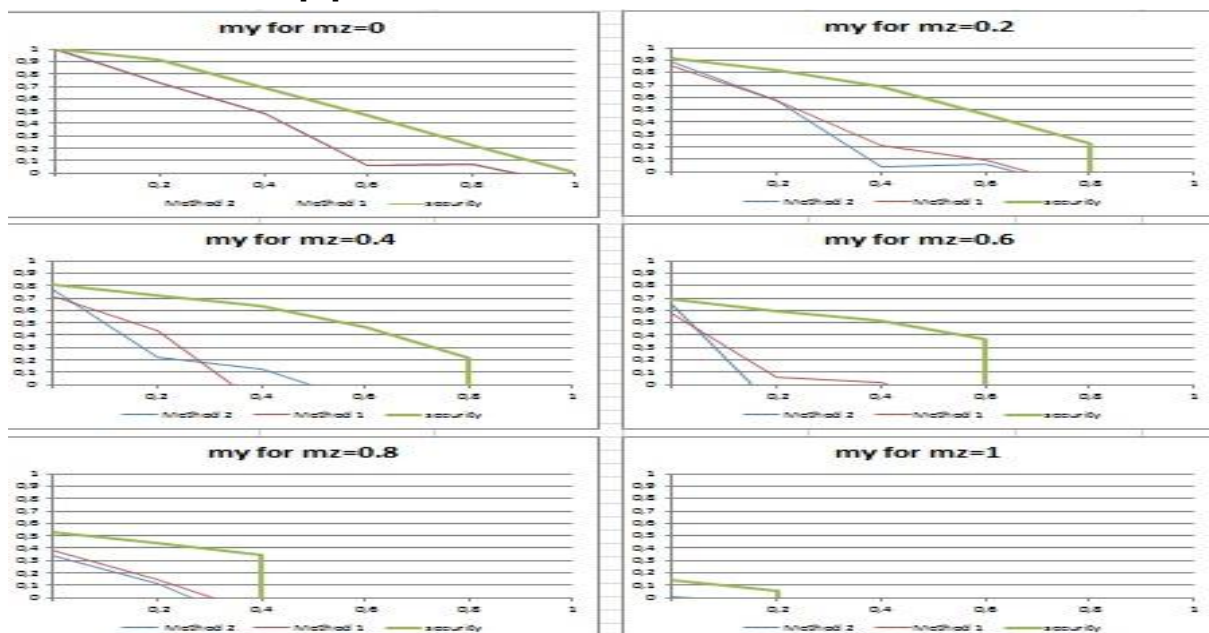


**Ομάδα διαγραμμάτων 71: IPE 500, χωρίς πλευρική εξασφάλιση,  $L=6m$ , φόρτιση 2**

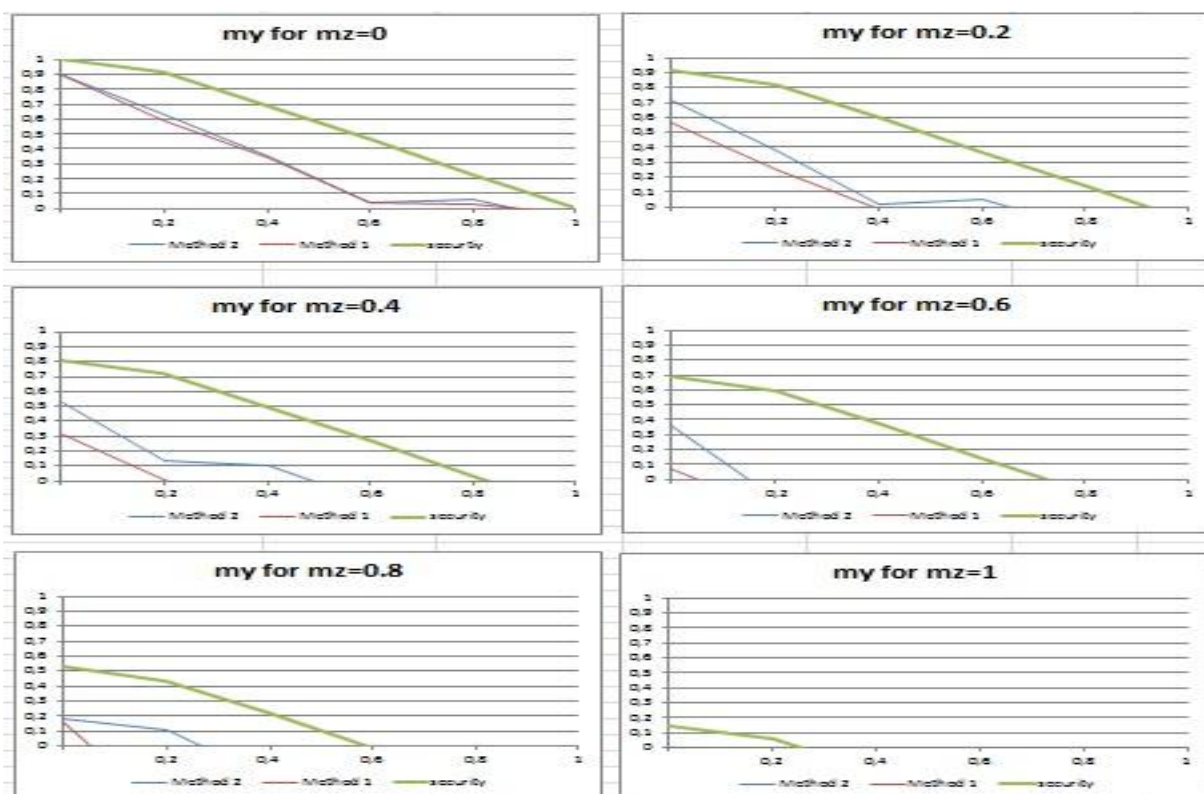


### 3.3.1 3<sup>η</sup> περί πτώση φόρτισης: συνδυασμός των δύο παραπάνω (θλιπτική δύναμη, ομοιόμορφο φορτίο κατά z και συγκεντρωμένη ροπή στα άκρα καιομοιόμορφο κατα γ )

#### 3.3.1 Διατομή HEA 200



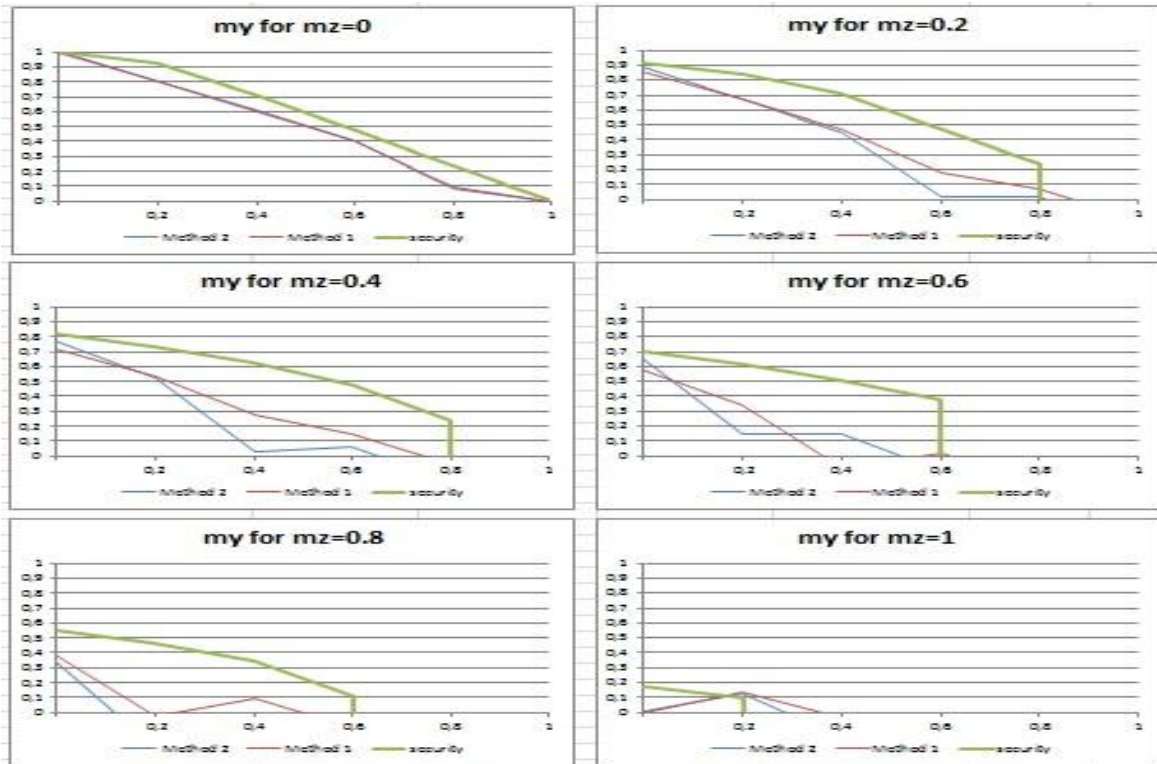
#### Ομάδα διαγραμμάτων 72: HEA 200, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3



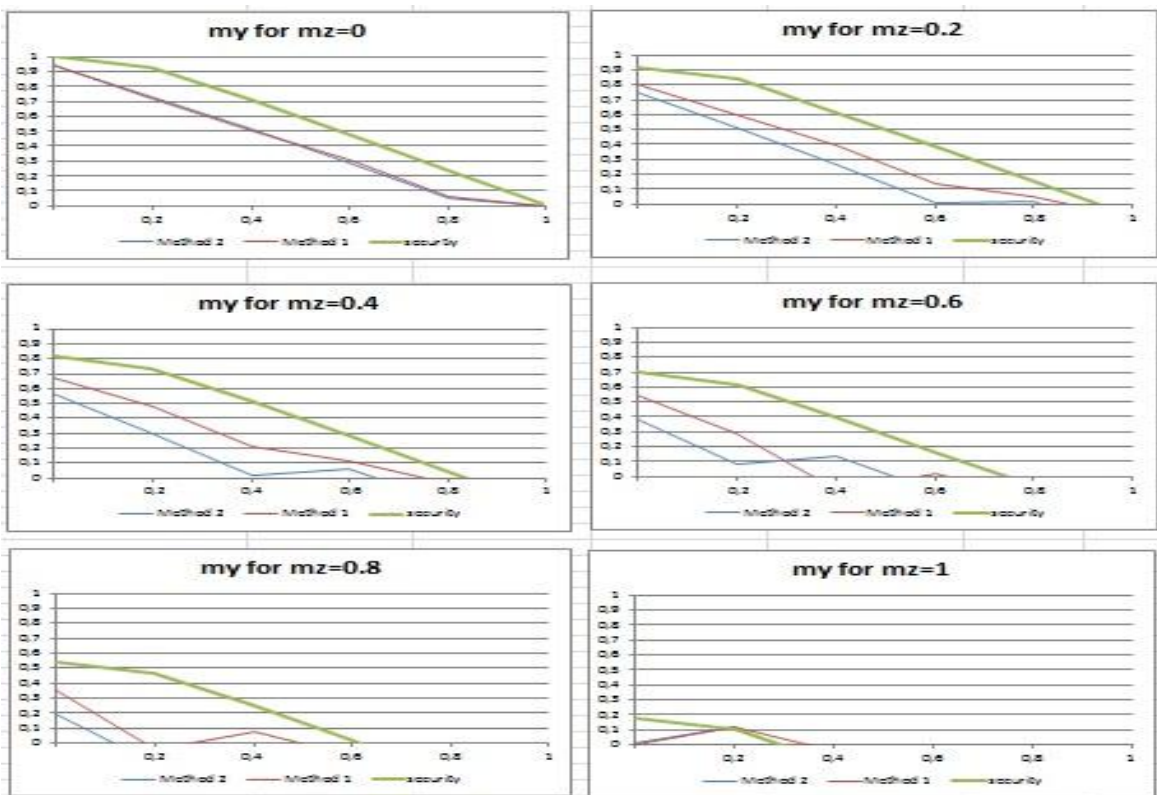
#### Ομάδα διαγραμμάτων 73: HEA 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

Σύγκριση μεθόδων 1 και 2 κατά τον EC 3 αναφορικά με τον λυγισμό μελών

### 3.3.1 Διατομή HEA 500

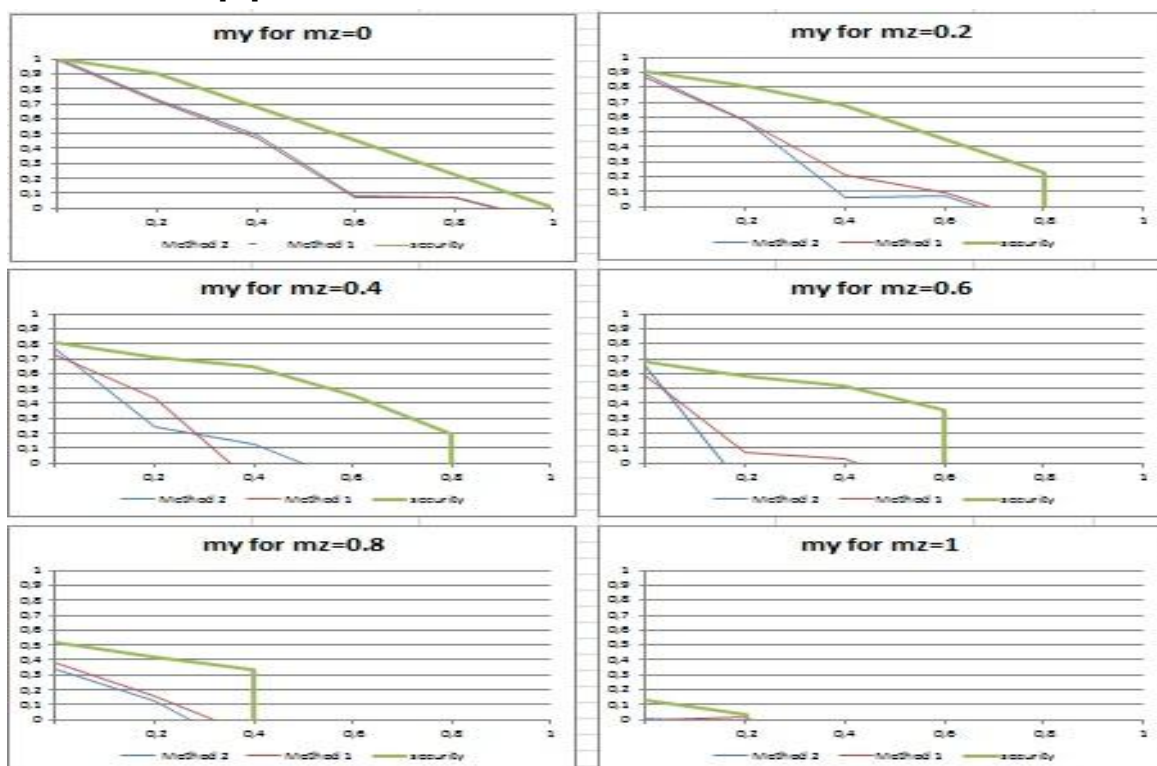


Ομάδα διαγραμμάτων 74: HEA 500, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

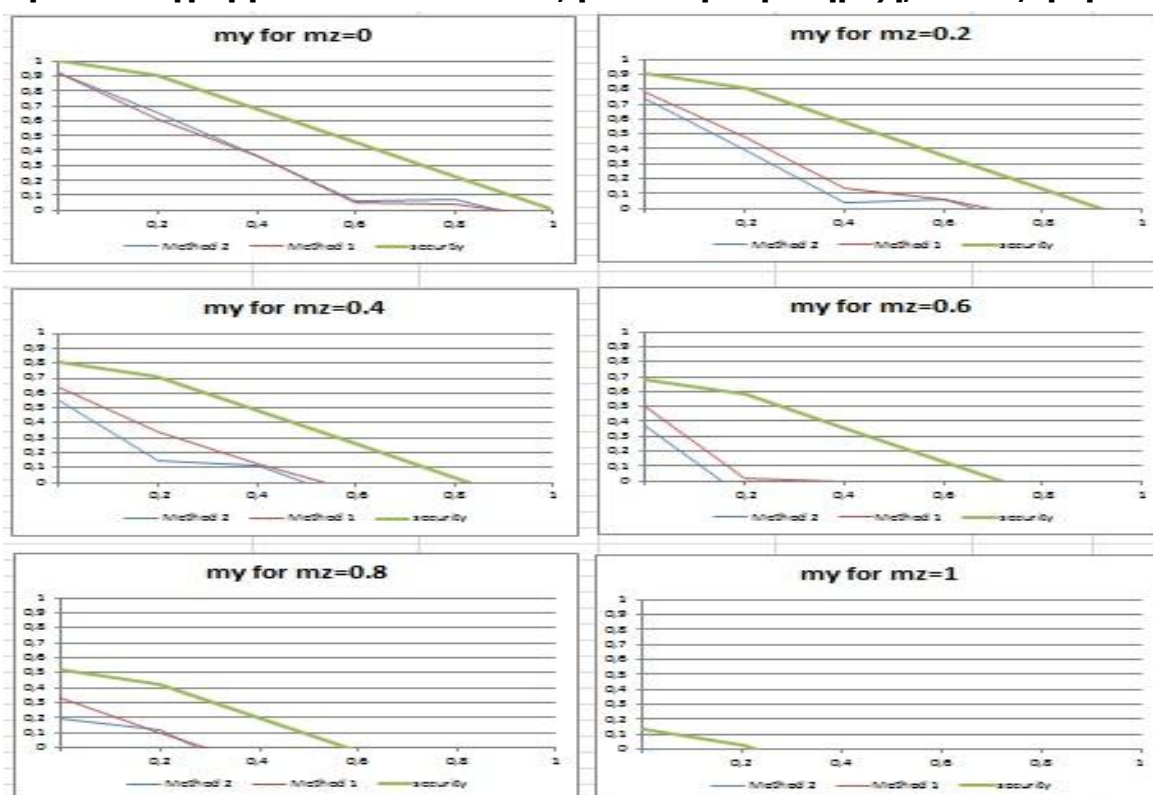


Ομάδα διαγραμμάτων 75: HEA 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

### 4.2.3.3 Διατομή HEB 200



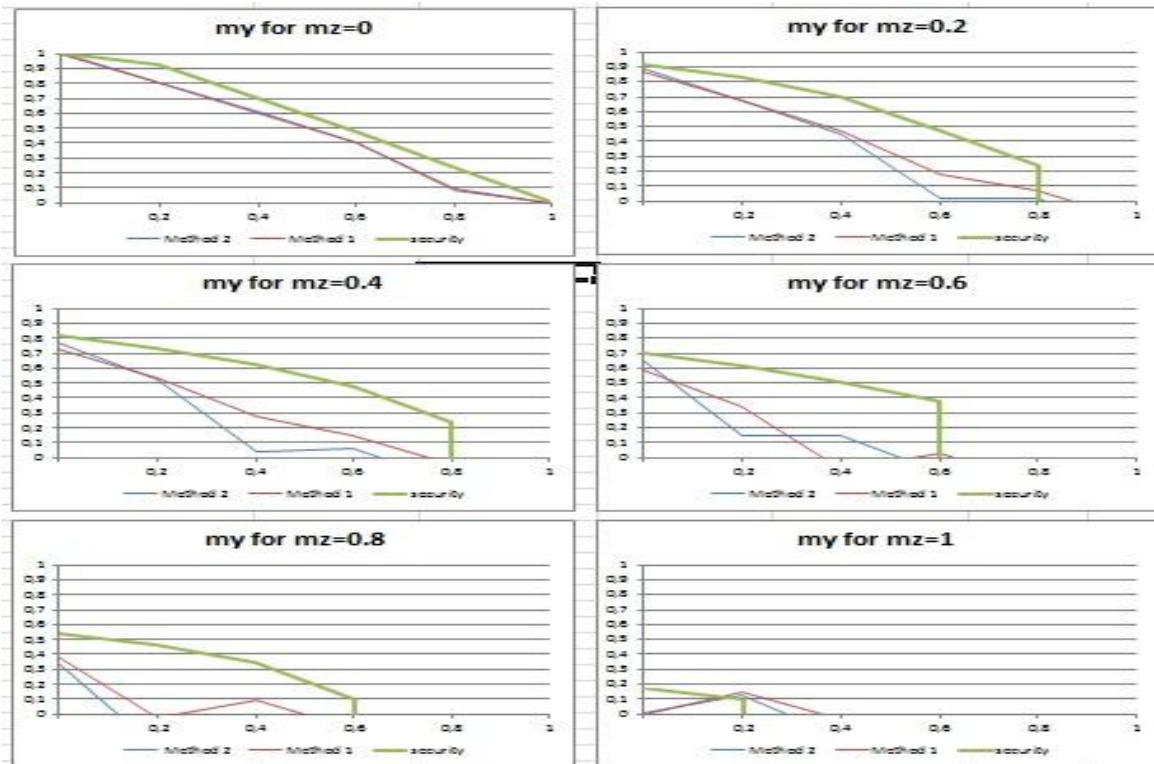
Ομάδα διαγραμμάτων 76: HEB 200, με πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 3



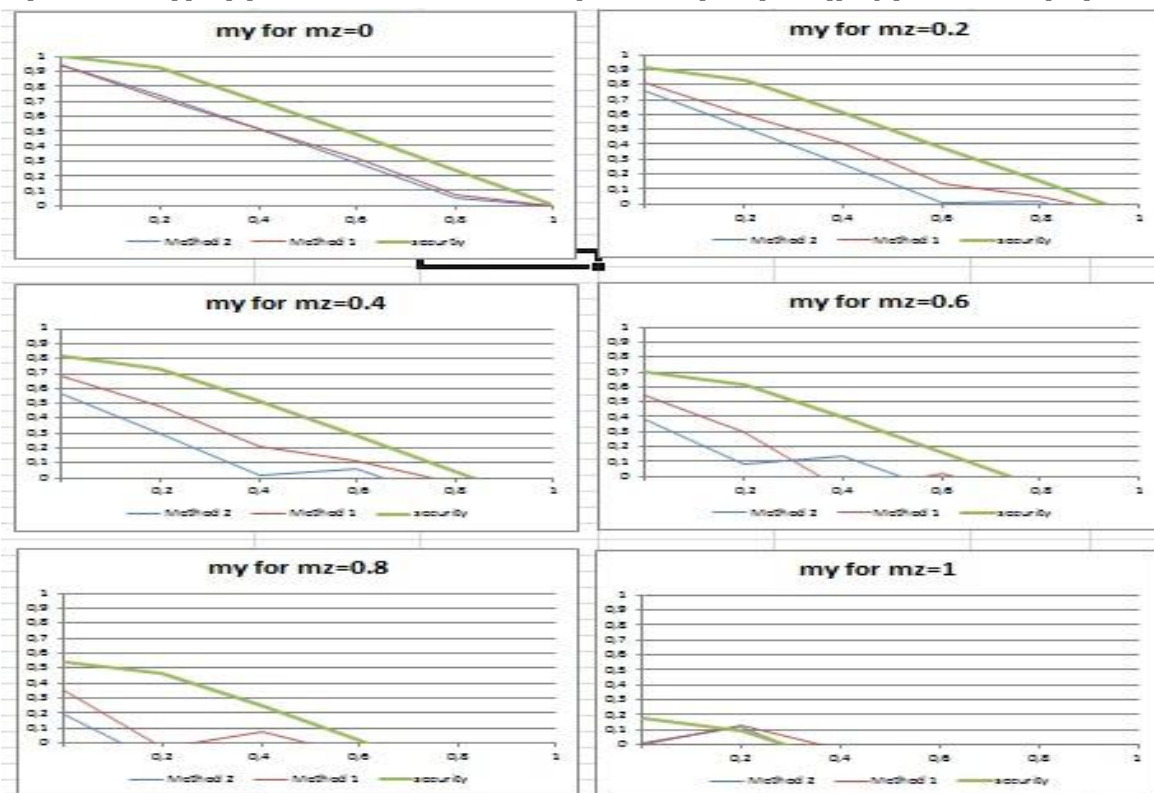
Ομάδα διαγραμμάτων 77: HEB 200, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 3



### 4.2.3.6 Διατομή HEB 500

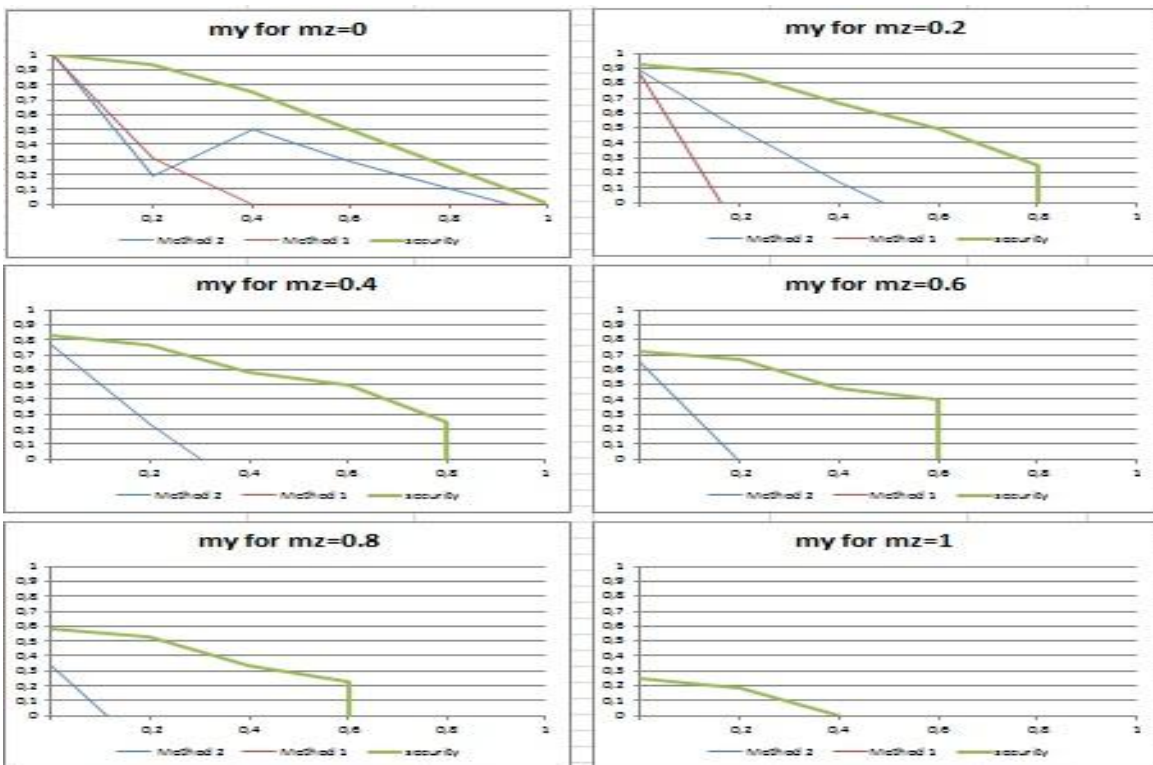


Ομάδα διαγραμμάτων 78: HEB 500, με πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 3

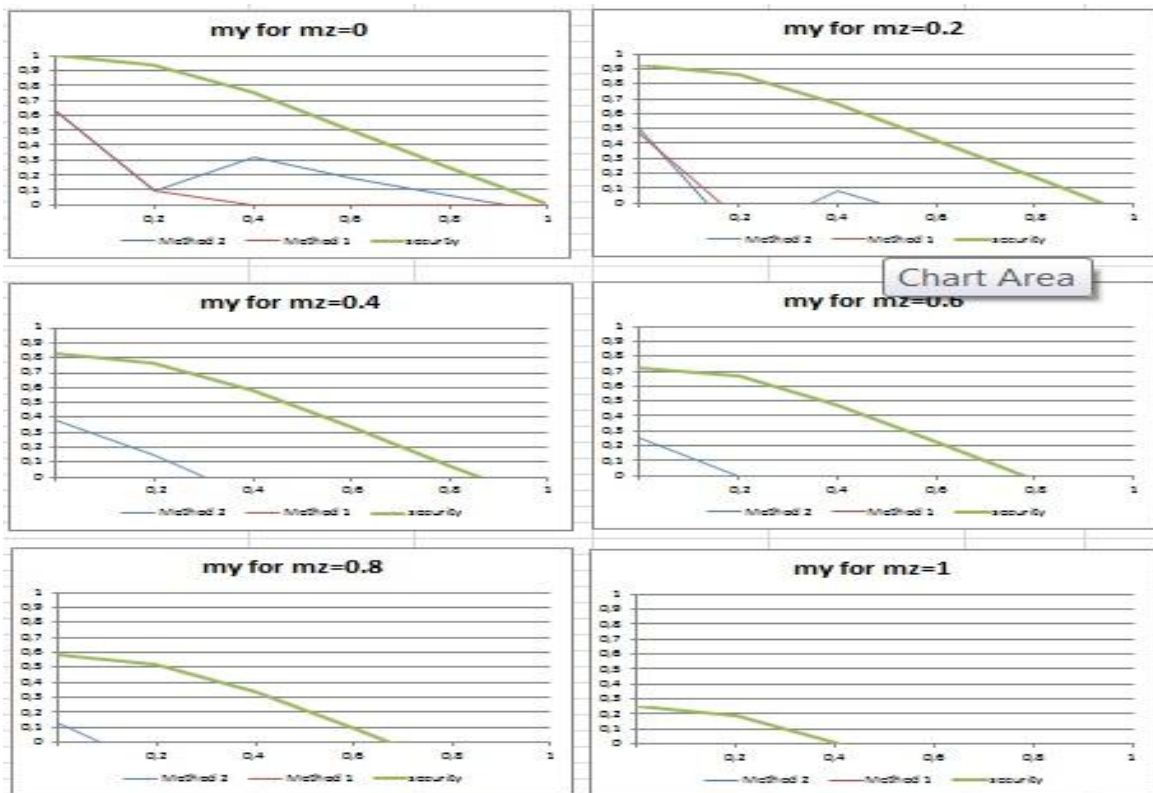


Ομάδα διαγραμμάτων 79: HEB 500, χωρίς πλευρική στήριξη,  $L=4m$ , φόρτιση 3

4.2.3.6 Διατομή IPE 200

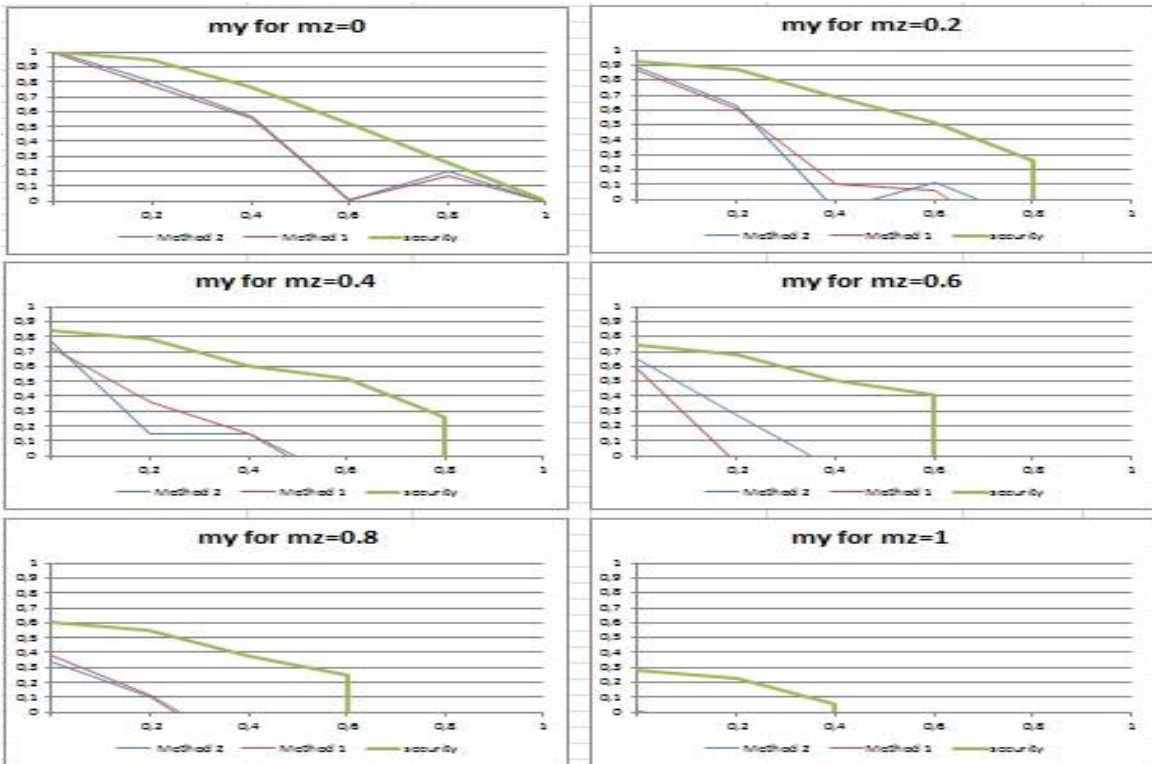


Ομάδα διαγραμμάτων 80: IPE 200, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

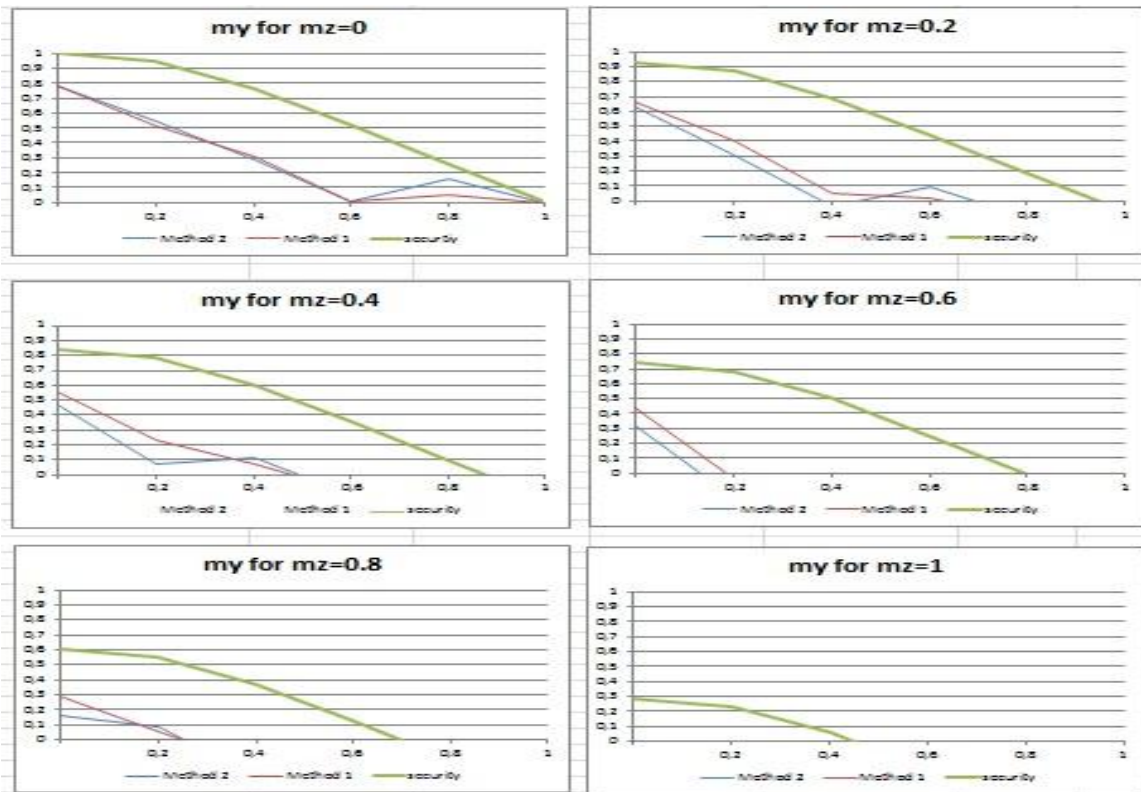


Ομάδα διαγραμμάτων 81: IPE 200, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3

### 4.2.3.6 Διατομή IPE 500



**Ομάδα διαγραμμάτων 82: IPE 500, με πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3**



**Ομάδα διαγραμμάτων 83: IPE 500, χωρίς πλευρική στήριξη, L=4m, φόρτιση 3**

## 5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα παραπάνω διαγράμματα αλληλεπίδρασης ως προς την ευστάθεια ενός μέλους περιλαμβάνουν πολλές παραμέτρους. Αυτές είναι το μήκος και η διατομή της δοκού, η φόρτιση στην οποία υπόκειται η δοκός, η ύπαρξη ή μη πλευρικών στηρίξεων και οι δυο διαφορετικές λύσεις που προκύπτουν από τις δυο μεθόδους του EC 3. Παρατηρώντας τα διαγράμματα και συνοψίζοντας τα στοιχεία που προκύπτουν από αυτά μπορούμε να καταλήξουμε σε μία σύγκριση των μεθόδων 1 και 2 αλλά και σε συμπεράσματα που αφορούν την ευστάθεια της δοκού έναντι καμπτικού και στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

Αρχικά μελετώντας τα διαγράμματα όλων των τύπων φόρτισης προκύπτουν τα εξής κοινά που αφορούν και τις δύο μεθόδους και τα δυο είδη λυγισμού:

1. για αύξηση της τιμής της ανηγμένης ροπής  $m_z$  ως προς τον άξονα z-z από το 0 προς το 1, μειώνονται οι τιμές της ανηγμένης αξονικής δύναμης  $n$  και της ανηγμένης ροπής  $m_y$  ως προς τον άξονα y-y που μπορεί να αναλάβει η δοκός χωρίς να χάσει την ευστάθειά της. Άρα οι μέγιστες τιμές των  $m_y$  και  $n$  που μπορεί να αναλάβει η δοκός σημειώνονται στα διαγράμματα με  $m_z=0$ , δηλαδή για κάμψη μόνο περί τον ισχυρό άξονα και οι ελάχιστες στα διαγράμματα που αντιστοιχούν σε  $m_z=1$ , δηλαδή όταν η δρώσα ροπή περί τον ασθενή άξονα εξισωθεί με την αντίστοιχη αντοχή.
2. Η μέγιστη ανηγμένη αξονική δύναμη  $n$  που μπορεί να αναλάβει η δοκός αντιστοιχεί σε μηδενικές ροπές και ως προς τους δύο άξονες και ισούται με το μειωτικό συντελεστή  $\chi_z$  όπως προκύπτει από τη δεύτερη σχέση αλληλεπίδρασης (2.13)
3. Για κάθε τιμή του  $m_z$  η ανηγμένη αξονική δύναμη  $n$  φτάνει στην ίδια σχεδόν μέγιστη τιμή και στα δύο είδη λυγισμού. Αντίθετα, η μέγιστη ανηγμένη ροπή  $m_y$  που αντιστοιχεί σε κάθε τιμή του  $m_z$  είναι μεγαλύτερη στις δοκούς με πλευρική στήριξη, που υπόκεινται δηλαδή σε καμπτικό λυγισμό. Επομένως συμπεραίνουμε ότι όταν η δοκός κινδυνεύει από στρεπτοκαμπτικό λυγισμό μπορεί να αναλάβει μικρότερη ροπή ως προς τον ισχυρό άξονα y-y, ενώ η θλιπτική δύναμη είναι η ίδια όπως και όταν κινδυνεύει από καμπτικό λυγισμό.
4. Για διατομή HEA και HEB και  $m_y < 0,4$  έχω καλή σύγκλιση των δύο μεθόδων ενώ όσο το μήκος της δοκού αυξάνεται δημιουργείται έντονη απόκλιση και αδυναμία εύρεσης αποτελεσμάτων με την μέθοδο 1.
5. Η φόρτιση 3 στην πλειοψηφία των περιπτώσεων δίνει αποτελέσματα κάτω από την καμπύλη ασφαλείας ενώ η φόρτιση 2 δίνει συγκλιση των μεθόδων.
6. Όσο ανεβαίνουμε διατομή (π.χ HEA 200-HEA 500) η σύγκλιση εξασφαλίζεται για  $m_y < 0,2$  και κινείται ελεγχόμενα στην ασφαλή περιοχή.
7. Παρατηρείται βελτίωση ως προς την σύγκλιση όταν έχουμε μέλος χωρίς πλευρική παρά με όταν ενισχύεται πλευρικά.
8. Για την φόρτιση 1 η μέθοδος 2 δίνει πιο συντηρητικά αποτελέσματα.
9. Για διατομές IPE και μεγαλύτερα μήκη IPE200( $l=4$ ), IPE500( $l=6$ ) έχω αδυναμία της μεθόδου 1 να παράγει αποτελέσματα, ενώ η μέθοδος 2 δίνει εν γένει ( $m_z < 0,6$  και  $n < 0,6$ ) συντηρητικές τιμές.
10. Στις δύο περιπτώσεις λυγισμού όταν  $m_z = 0$  οι δύο καμπύλες σχεδόν ταυτίζονται, δηλαδή οι δύο μέθοδοι δίνουν σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα. Μια αύξηση των αποκλίσεων των δύο μεθόδων εντοπίζεται στα διαγράμματα που αντιστοιχούν σε δοκό μικρού μήκους ( $L=2m$ ).
11. Στα διαγράμματα που αντιστοιχούν στον πρώτο τρόπο φόρτισης (φόρτιση 1), δηλαδή συγκεντρωμένες ροπές στα άκρα, παρατηρούμε αρκετά μεγάλες αποκλίσεις των δύο μεθόδων.
12. Αντίθετα με τον καμπτικό λυγισμό, στον στρεπτοκαμπτικό (δοκός χωρίς πλευρική στήριξη) για μικρές τιμές της  $n$  η μέθοδος 1 δίνει πολύ μεγαλύτερες τιμές της  $m_y$  από τη μέθοδο 2. Αυτό συμβαίνει πιο έντονα για μικρές τιμές της  $m_z$  (από 0 έως 0,4), ενώ για τις διατομές τύπου HEA και HEB για δοκό μικρού μήκους ( $L=2m$ ) η μέθοδος 1 αντιστοιχεί γενικά σε μεγαλύτερες τιμές  $n$  και  $m_y$  για κάθε τιμή της  $m_z$  με έντονη απόκλιση από τη μέθοδο 2. Στις περιοχές των διαγραμμάτων που αντιστοιχούν σε μικρές τιμές της  $m_y$  η μέθοδος 1 δίνει και πάλι μεγαλύτερες τιμές αξονικής  $n$ .

13. Στα διαγράμματα που αντιστοιχούν στον τρίτο τρόπο φόρτισης (φόρτιση 3) που αποτελεί συνδυασμό των παραπάνω φορτίσεων, οι αποκλίσεις των δύο μεθόδων είναι μικρότερες απ' ό,τι στη φόρτιση 1 και μεγαλύτερες απ' ό,τι στη φόρτιση 2. Και εδώ παρατηρείται ότι η απόκλιση μεγαλώνει με την αύξηση του  $m_z$ .

Ως γενικό συμπέρασμα γι' αυτό το είδος φόρτισης της δοκού προκύπτει ότι για δοκό με συνεχείς πλευρικές στηρίξεις, που υπόκειται δηλαδή δε καμπτικό λυγισμό, η μέθοδος 1 είναι πιο συντηρητική από τη μέθοδο 2. Στη δοκό χωρίς πλευρική στήριξη, που υπόκειται σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό, συμβαίνει το αντίθετο. Η μέθοδος 2 φαίνεται να είναι περισσότερο υπέρ της ασφαλείας.

---

#### Βιβλιογραφία

1. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ. (2005α). «Σχεδιασμός δομικών έργων από χάλυβα, με βάση τα τελικά κείμενα των Ευρωκωδίκων 2η έκδοση», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
2. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ., (2005β). «Σιδηρές κατασκευές, παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3, Τόμος Ι». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
3. Βάγιας Ι., (2003). «Σιδηρές κατασκευές, ανάλυση και διαστασιολόγηση ». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
4. Ευρωκώδικας 3 ,σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα
5. Χρυσικάκος Σ., «Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός μελών από χάλυβα. Σύγκριση των μεθόδων Α και Β του Ευρωκώδικα 3 μέσω παραμετρικής διερεύνησης» (2011).
6. [www.adina.com](http://www.adina.com)