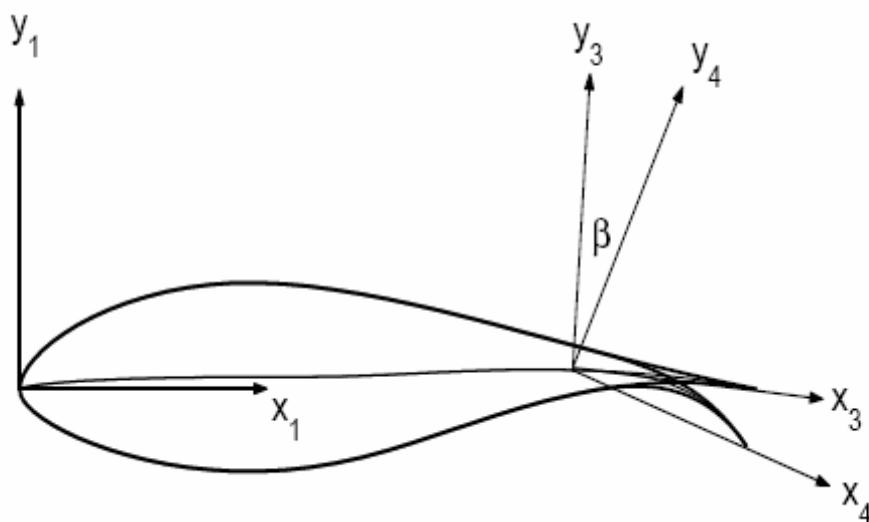




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

**ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΥΠΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ΜΕ
ΠΑΡΑΜΟΡΦΟΥΜΕΝΗ ΓΩΝΙΑ ΕΚΦΥΓΗΣ**



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΣΠΥΡΟΣ ΦΑΝΟΥΣ

Επιβλέπων
ΣΠΥΡΟΣ ΒΟΥΤΣΙΝΑΣ
Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2007

Ευχαριστίες

Τελειώνοντας την παρούσα εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα κ. Σπύρο Βουτσινά για το χρόνο του και την πολύτιμη και ουσιαστική καθοδήγηση που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια αυτής της διπλωματικής εργασίας. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους διδάκτορες Βασίλη Ριζιώτη και Πέτρο Χασαπογιάννη, του εργαστηρίου αεροδυναμικής του ΕΜΠ, για την κάθε είδους βοήθεια και στήριξη που μου προσέφεραν σπαταλώντας πολύτιμο χρόνο τους.

Περίληψη

Οι κατασκευαστικές εταιρίες ανεμογεννητριών συνεχώς προσπαθούν να μειώσουν το κόστος ανά kWh των προϊόντων τους. Οι συνθήκες λειτουργίας που τίθενται οι ανεμογεννήτριες, τις καθιστούν επιρρεπής στα κοπωτικά φορτία που ευθύνονται για την αστοχία κυρίως των πτερυγίων. Η μείωση αυτών των φορτίων μπορεί να οδηγήσει στη μείωση των υλικών κατασκευής τους, καθώς και στην αντίστοιχη μείωση του κόστους παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.

Στη παρούσα εργασία γίνεται χρήση πτερυγίου μεταβλητής γεωμετρίας στην ακμή εκφυγής, ως πιθανό μέσω περιορισμού των κοπωτικών φορτίων. Για το σκοπό αυτό διεξήχθη μια διδιάστατη ανάλυση τυπικής διάταξης αεροτομής με γεωμετρικά μεταβαλλόμενη ακμή εκφυγής η οποία οδηγείται από έναν PI – ελεγκτή, με ανάδραση με σκοπό να μειώσει τις παραμορφώσεις κατά την y κατεύθυνση.

Η αεροδυναμική επίλυση του προβλήματος έγινε μέσω του υπολογιστικού πρότυπου FOIL2W που αναπτύχθηκε από το Εργαστήριο Αεροδυναμικής του Ε.Μ.Π. Το πρότυπο αυτό αποτελεί ένα εργαλείο επίλυσης της ροής γύρω από αεροτομή που ταλαντώνεται και βασίζεται σε ένα συνδυασμό μίας στροβιλής μεθοδολογίας με την μέθοδο συνοριακών στοιχείων, συζευγμένο με μία ολοκληρωτική διατύπωση του οριακού στρώματος.

Τα συμπεράσματα δείχνουν σαφή μείωση της κάθετης παραμόρφωσης της αεροτομής (y κατεύθυνση) χρησιμοποιώντας έναν απλό ελεγκτή με σήμα εισόδου την αξονική κάμψη y, τη πρώτη και δεύτερη παράγωγο αυτής, ενώ ως σήμα εξόδου η γωνία μετατόπισης της ακμής εκφυγής. Όσον αφορά τη περιφερειακή κάμψη (x κατεύθυνση) και την αξονική στρέψη (γωνία στρέψης α της αεροτομής) τα συμπεράσματα δεν είναι σαφή για όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν.

Summary

Wind turbine manufacturers are constantly striving to minimize the cost per kWh of their products. The operating conditions of wind turbines make them subject to fluctuating loads that create fatigue damage on their components. Alleviation of these loads could lead to a reduction in the use of material and thus the cost of these components and the associated cost of the electricity produced.

The use of variable geometry airfoils is a potential way of controlling these loads and it has been investigated in the present study. A two-dimensional study of the aeroelastic behavior of an airfoil has been performed, whose geometry can be altered at its rearmost part using a flap. This device is governed by a closed loop PI – controller, whose objective is to reduce the airfoil displacements at the y (flap wise) direction.

The aerodynamic problem was solved by using the FOIL2W code which was developed by the Laboratory of Aerodynamics of NTUA. This model is a 2D computational tool based on a combination of standard boundary element approximation for the body-induced flow, with vortex particle approximation of the wake, for the modeling of the outer inviscid flow, coupled with a two-equation integral formulation of the unsteady boundary layer which represents the inner viscous model.

The results show evident reductions in the airfoil's y (flap wise) displacement by using a simple control strategy having its position and its first and second derivatives as input signal and the angle of the deformable trailing edge as an output signal. As far the x (edgewise) and α (pitch angle) displacements concerns, the results are not conclusive for all the cases that were investigated.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	
1.1	Τεχνολογικό πρόβλημα	1.1
1.2	Δομή της εργασίας	1.2
2	Υπολογιστικό πρότυπο FOIL2W	
2.1	Εισαγωγή	2.1
2.2	Εξισώσεις του προβλήματος	2.2
2.2.1	Πεδίο ταχύτητας μη συνεκτικής ροής	2.3
2.2.2	Θεώρημα διχωρισμού του Helmholtz	2.4
2.2.3	Διατύπωση πηγών στροβιλότητας	2.5
2.2.4	Ομόρρους στην αποκολλημένη ροή	2.6
2.2.5	Συνθήκη στο σημείο αποκόλλησης -ακμής εκφυγής & συνθήκη Kutta-Joukowski	2.7
2.2.6	Ολοκληρωτική διατύπωση του προβλήματος	2.10
2.2.7	Ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης	2.11
2.3	Οι εξισώσεις του οριακού στρώματος	2.12
2.4	Διακριτοποίηση του προβλήματος	2.18
2.5	Υπολογισμός των δυνάμεων	2.23
2.6	Λογικό διάγραμμα κώδικα FOIL2W	2.26
3	Μεταβλητή ακμή εκφυγής σε αεροτομή ανεμογεννήτριας	
3.1	Εισαγωγή	3.1
3.2	Γεωμετρία του προβλήματος	3.2
3.3	Ταχύτητα του σώματος U_{body}	3.5
3.4	Επαγωγική γωνία $\alpha_{effective}$	3.6
3.5	Αποτελέσματα	3.8
3.5.1	Σταθερή μετατόπιση α_f	3.9
3.5.2	Εξαναγκασμένη ταλάντωση της ακμής εκφυγής	3.18
4	Διατύπωση αεροελαστικού προβλήματος	
4.1	Εισαγωγή	4.1
4.2	Εξισώσεις του αεροελαστικού προβλήματος	4.3
4.2.1	Εξισώσεις Lagrange	4.3
4.2.2	Αεροελαστικές εξισώσεις	4.5
4.2.3	Μητρώο παραμόρφωσης E	4.6
4.3	Εξίσωση κίνησης αξονικής κάμψης (flap)	4.12
4.4	Εξίσωση κίνησης περιφερειακής κάμψης (edge)	4.14
4.5	Εξίσωση κίνησης στρέψης (pitch/torsion)	4.15
5	Το φαινόμενο του πτερυγισμού – Classical Flutter / Stall Flutter	
5.1	Εισαγωγή	5.1
5.2	Πτερυγισμός σε συνδυασμό με αξονική κάμψη – στρέψη / Classical Flutter	5.2
5.2.1	Εισαγωγή	5.2
5.2.2	Εξισώσεις του προβλήματος	5.3
5.2.3	Παραμετρική ανάλυση	5.5
5.2.4	Αεροδυναμική ανάλυση	5.22

5.3	Πτερυγισμός σε συνδυασμό με αξονική – περιφερειακή κάμψη/ Stall Flutter	5.29
5.3.1	Εισαγωγή	5.29
5.3.2	Εξισώσεις του προβλήματος	5.30
5.3.3	Παραμετρική ανάλυση	5.32
5.3.4	Αεροδυναμική ανάλυση	5.49
6	Επίδραση του ελεγκτή σε μεταβολές της ροής του ανέμου	
6.1	Εισαγωγή	6.1
6.2	Βηματική μεταβολή του ανέμου	6.2
6.2.1	Αύξηση της γωνίας πρόσπτωσης του ανέμου	6.3
6.2.2	Διπλασιασμός του μέτρου της ταχύτητας του ανέμου	6.10
6.3	Ημιτονοειδής διέγερση του ανέμου	6.17
6.3.1	Εισαγωγή	6.17
6.3.2	Συνθήκες του προβλήματος – Αποτελέσματα	6.17
7	Συμπεράσματα	
	Βιβλιογραφία	

Κεφάλαιο 1ο

Εισαγωγή

1.1 Τεχνολογικό πρόβλημα

Η σύγχρονη τάση στο τομέα της αιολικής ενέργειας είναι ο σχεδιασμός και η κατασκευή αιολικών μηχανών μεγάλης ισχύος. Ήδη όμως στις σύγχρονες μεγάλες ανεμογεννήτριες έχει παρατηρηθεί ότι τα πτερύγια υπόκεινται σε μεγάλες καταπονήσεις. Συγκεκριμένα σε ένα πρόσφατο άρθρο του ο Moeller [4] αναφέρει ότι μέσα σε οκτώ με εννέα μήνες 18 πτερύγια εγκατεστημένα σε αιολικές μηχανές με ονομαστική ισχύ 600kW αστόχησαν λόγω εμφάνισης ρηγμάτων. Σε όλες σχεδόν τις περιπτώσεις αυτές αιτία της αστοχίας των πτερυγίων ήταν οι έντονες ταλαντώσεις του πτερυγίου κατά την διεύθυνση περιστροφής (edgewise oscillation), που προκαλούσαν σοβαρά επιμήκη ρήγματα στην ακμή εκφυγής των πτερυγίων σε απόσταση λίγων μέτρων από την βάση τους. Έχει παρατηρηθεί ότι οι ταλαντώσεις αυτές γίνονται πιο έντονες όσο αυξάνεται το μέγεθος των πτερυγίων και η ταχύτητα του ανέμου.

Η αστοχία πτερυγίων λόγω πτερύγισης σε συνθήκες απώλειας στήριξης (stall flutter), συνήθως ανακύπτει σε αιολικές μηχανές που δουλεύουν με ρύθμιση απώλειας στήριξης (stall regulated). Παράλληλα η συνεχής αύξηση μεγέθους των σύγχρονων αιολικών μηχανών αλλά και η τάση κατασκευής των πτερυγίων με οικονομικότερα και ελαφρύτερα υλικά οδηγεί σε πιο εύκαμπτα πτερύγια που υπόκεινται σε μεγαλύτερες στρεπτικές παραμορφώσεις. Έτσι τα σύγχρονα πτερύγια καθίστανται ευάλωτα σε αστοχία λόγω του συνδυασμού της ταλάντωσης τους κατά κατεύθυνση κάθετη στον ρότορα (flapwise oscillation) με την στρέψη τους γύρω από τον άξονα τους (torsional oscillation). Μέχρι σήμερα δεν έχει αναφερθεί αστοχία πτερυγίων εξαιτίας του συνδυασμού αυτών των τρόπων ταλάντωσης (classical flutter) παρόλ' αυτά το πρόβλημα αναμένεται να γίνει πιο έντονο στις πιο εξελιγμένες μηχανές που αναμένεται να σχεδιαστούν στο μέλλον, αφού θα μειωθεί η στρεπτική τους ιδιοσυχνότητα. Σύμφωνα με τα παραπάνω καθίσταται κατανοητό γιατί ένα μεγάλο κομμάτι της έρευνας που διεξάγεται στον τομέα της αιολικής ενέργειας αφορά την προτυποποίηση και πρόβλεψη της αεροελαστικής συμπεριφοράς των αιολικών μηχανών.

Επίσης, πέραν της πρόβλεψης υπάρχει, σε αρχικό στάδιο, η αντίστοιχη έρευνα περιορισμού του αεροελαστικού φορτίου, παρατείνοντας, έτσι τη ζωή του πτερυγίου και κατ' επέκταση τη λειτουργία της ανεμογεννήτριας. Ο μηχανισμός που εξετάζεται είναι η εφαρμογή στην αεροτομή, μεταβλητής γεωμετρίας ακμής εκφυγής (flap). Η

πρακτική αυτή είναι δανεισμένη από την πολυετή έρευνα της αεροναυπηγικής, και χρησιμοποιείται για την υποβοήθηση αεροσκαφών και ελικοπτέρων κατά την προσγείωση και απογείωση τους. Στις ανεμογεννήτριες, που δεν τίθεται τέτοιο θέμα, η χρήση ενός τέτοιου μηχανισμού επιδιώκει τη μείωση των ελαστικών παραμορφώσεων ενός πτερυγίου. Στις μέρες μας, για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο χρησιμοποιούνται μηχανές μεταβλητού βήματος στις οποίες ολόκληρη η αεροτομή στρέφεται υπό μια γωνία, ώστε να είναι δυνατή η λειτουργία της σε εναλλαγές του αέρα. Με την εφαρμογή της μεταβλητής ακμής εκφυγής, σε ένα ενιαίο ή σε τμηματικά σημεία του πτερυγίου, δεν θα είναι αναγκαίο να στρέφεται ολόκληρη η αεροτομή, αλλά ένα μέρος αυτής.

Στη παρούσα εργασία, το πρόβλημα που τέθηκε αρχικά είναι, κατά πόσο είναι δυνατόν να προτυποποιηθεί μια αεροτομή η οποία θα έχει κινούμενη ακμή εκφυγής. Αυτή η ακμή εκφυγής (flap), θα ταλαντώνεται οδηγούμενη από έναν ελεγκτή (controller) με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι δυνατόν να μειωθούν οι αεροελαστικές παραμορφώσεις. Η μείωση αυτή θα μπορούσε να οδηγήσει σε μείωση των κοπωτικών φορτίων που καταπονούν τα πτερύγια ανεμογεννήτριας και ευθύνονται ως ένα μεγάλο βαθμό, για τις αστοχίες που παρουσιάζονται σε αυτά.

1.2 Δομή της εργασίας

Η αεροτομή που χρησιμοποιήθηκε είναι μια NACA – 63419 στην οποία τοποθετήθηκε flap με μήκος το 10% της χορδής της. Αρχικά εκτέθηκε σε μη μόνιμη - μη συνεκτική ροή με αριθμό Reynolds $2 \cdot 10^6$, για διάφορες γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου, στην οποία αργότερα προστέθηκαν οι εξισώσεις που ερμηνεύουν την αεροελαστική κίνηση της. Πάνω σε αυτές τις εξισώσεις ενέργησε ένας PI – ελεγκτής που σκοπό είχε να κινήσει το flap, με σταθερό κέντρο το 10% της χορδής από την ακμή εκφυγής, και με μια γωνία τέτοια ώστε να μειωθούν τα εύρη των παραμορφώσεων. Ο ελεγκτής αυτός δεν ενέργησε και στους τρεις βαθμούς ελευθερίας που χαρακτηρίζουν τις αεροελαστικές εξισώσεις (y , x , και α) αλλά μόνο στην y κατεύθυνση (αξονική κάμψη), που παρουσιάζει και τις μεγαλύτερες παραμορφώσεις.

Αναλυτικότερα, στο 2^ο και 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται, αντίστοιχα, η θεωρία επίλυσης της μη μόνιμης - μη συνεκτικής ροής γύρω από ένα σώμα και η εφαρμογή

αυτής με το πρότυπο FOIL2W σε αεροτομή με μεταβλητή ακμή εκφυγής. Η προσέγγιση που χρησιμοποιήθηκε είναι αυτή του μονού ομόρρου (Single Wake Approach) η οποία θεωρεί ότι η κυκλοφορία Γ έχει έναν βαθμό ελευθερίας (σε αντίθεση με το διπλό ομόρρου που έχει δύο) και διατηρείται σταθερή γύρω από την αεροτομή. Σε κάθε χρονική στιγμή, η κυκλοφορία αυτή αποβάλλεται από ένα φύλλο διανομής στροβιλότητας που ξεκινάει στην ακμή εκφυγής, με τη μορφή σημειακών δινών. Αυτού του είδους η προσέγγιση χρησιμοποιήθηκε και για τις περιπτώσεις αποκόλλησης της ροής, που παρουσιάζεται σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου.

Υπό αυτές τις συνθήκες, και με γωνίες πρόσπτωσης ανέμου α_{wind} να κυμαίνονται από -2° έως 20° , τοποθετήθηκε η αεροτομή με σταθερή γωνία flap $\pm 1^\circ, \pm 3^\circ, \pm 5^\circ$ και στην συνέχεια τέθηκε υπό εξαναγκασμένη ταλάντωση της μορφής :

$$\hat{a}_f = \hat{a}_{0f} + \hat{a}_{1f} \sin(\omega_f t - \phi_f)$$

όπου \hat{a}_f είναι η γωνία στρέψης του flap, \hat{a}_{0f} η αρχική γωνία ταλάντωσης, \hat{a}_{1f} το πλάτος της, ενώ με ω_f και ϕ_f η συχνότητα και η φάση της ταλάντωσης, αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η εισαγωγή του flap επηρεάζει θετικά τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής, γεγονός που ήταν αναμενόμενο, λόγω των αντίστοιχων εφαρμογών του ίδιου μηχανισμού σε πτερύγια ελικοπτέρων αλλά και αεροπλάνων για διαφορετικούς, όμως λόγους.

Μπαίνοντας στην ουσία της συγκεκριμένης μελέτης και έχοντας το προηγούμενο βήμα ως δεδομένο, επιχειρήθηκε να εφαρμοστεί ο ίδιος μηχανισμός και για την επίλυση των αεροελαστικών εξισώσεων. Η διαφορά εντοπίζεται στο γεγονός ότι το flap δεν διεγείρεται πλέον εξωτερικά κατά το δοκούν, αλλά από τα εσωτερικά χαρακτηριστικά των ελαστικών εξισώσεων. Αυτά δρουν ως βασικοί παράμετροι οι οποίοι μεταφράζονται από έναν PI – ελεγκτή σε αντίστοιχη γωνία ταλάντωσης του flap.

Έτσι αρχικά, στο 4^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρία που υποστηρίζει την εξαγωγή και τον υπολογισμό των ελαστικών εξισώσεων. Οι εξισώσεις αυτές, χαρακτηρίζονται από τρεις βαθμούς ελευθερίας που αντιστοιχούν στις τρεις παραμορφώσεις της αεροτομής, τη y κατεύθυνση (αξονική κάμψη – Flapwise), x

κατεύθυνση (περιφερειακή κάμψη – Edgewise) και τέλος τη γωνία στρέψης α (αξονική στρέψη – Torsion/Pitch).

Στο 5^ο κεφάλαιο εξετάστηκε το φαινόμενο του πτερυγισμού. Συγκεκριμένα σε μικρές γωνίες πρόσπτωσης $\alpha_{\text{wind}} \leq 6^\circ$ εμφανίζεται ο κλασσικός πτερυγισμός (Classical Flutter) ο οποίος είναι δυνατόν να αποτυπωθεί από δύο εκ των τριών βαθμών ελευθερίας, της y κατεύθυνσης (αξονική κάμψη – Flapwise) και της γωνίας στρέψης α (αξονική στρέψη – Torsion/Pitch). Σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης όπου εμφανίζεται αποκόλληση της ροής εμφανίζεται ο πτερυγισμός σε κατάσταση απώλειας στήριξης (Stall Flutter) που είναι δυνατόν να εξετασθεί από τη y κατεύθυνση (αξονική κάμψη – Flapwise) και την x κατεύθυνση (περιφερειακή κάμψη – Edgewise).

Στις δύο, αυτές περιπτώσεις ο βασικός βαθμός ελευθερίας που έχει σημασία είναι η αξονική κάμψη y τόσο στις μικρές, όσο και στις μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου. Αυτό συμβαίνει διότι κατά αυτήν την κατεύθυνση, παρουσιάζονται οι μεγαλύτερες παραμορφώσεις του πτερυγίου. Σε αυτό το σημείο εισάγεται ο ελεγκτής που επενεργεί σε αυτή την παραμόρφωση με σκοπό τη μείωση της. Έτσι, στις εξισώσεις που περιγράφουν τους προαναφερθέντες βαθμούς ελευθερίας, προστέθηκε μια τρίτη εξίσωση που αφορά τον ελεγκτή με μεταβλητές την ταχύτητα και την επιτάχυνση της y κατεύθυνσης. Η εξίσωση είναι της μορφής :

$$\alpha_f(t) = K_p \cdot \ddot{y}(t) + K_I \cdot \dot{y}(t)$$

όπου α_f η γωνία στέψης του flap με σταθερό σημείο το 10% της χορδής από την ακμή εκφυγής, K_p το αναλογικό κέρδος και K_I το ολοκληρωτικό, ενώ \ddot{y} και \dot{y} η επιτάχυνση και η ταχύτητα, αντιστοίχως της αξονικής κάμψης y .

Η λειτουργία του βασίζεται στη θεωρία κλειστού βρόγχου στην οποία το σήμα εισόδου, είναι η κάθετη στην αεροτομή, παραμόρφωση y και το σήμα εξόδου είναι η γωνία στέψης του flap. Έτσι μέσω της 1^{ης} και της 2^{ης} παραγώγου του σήματος πολλαπλασιαζόμενες με το αντίστοιχο κέρδος υπολογίζεται μια γωνία στρέψης του flap τη δεδομένη χρονική στιγμή. Αυτή η στρέψη διαφοροποιεί τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής. Στη συνέχεια, μέσω του προτύπου υπολογισμού των αεροελαστικών εξισώσεων προκύπτουν οι καινούργιες τιμές για τις παραμορφώσεις

από τις καινούργιες τιμές των αεροδυναμικών συντελεστών, που με τη σειρά τους, μέσω του ελεγκτή δίνουν μια καινούργια γωνία στρέψης του flap. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να ολοκληρωθούν τα χρονικά βήματα.

Ο μηχανισμός αυτός εξετάστηκε για ροή που έχει σταθερό μέτρο και κατεύθυνση. Το επόμενο βήμα είναι να αξιολογηθεί η επίδραση του ελεγκτή σε περιπτώσεις όπου υπάρχει εξωτερική διέγερση του ανέμου με αποτέλεσμα τη διαφοροποίηση των χαρακτηριστικών αυτών. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατόν να προσομοιωθούν οι απότομες εναλλαγές του ανέμου, οι οποίες υποβάλλουν το πτερύγιο σε αύξηση των παραμορφώσεων του.

Το 6^ο κεφάλαιο πραγματεύεται αυτή την επίδραση. Αρχικά, εισήχθη μια βηματική συνάρτηση που περιγράφει την αλλαγή αυτή αυξάνοντας, κατά περίπτωση, είτε το μέτρο, είτε την κατεύθυνση της γωνίας πρόσπτωσης του ανέμου. Εν συνεχεία, η γωνία του ανέμου ταλαντώνεται ημιτονοειδώς με τη μορφή :

$$a_{wind} = a_{0,wind} + a_{1,wind} \cdot \sin(\omega_{wind} \cdot t)$$

όπου a_{wind} είναι η γωνία πρόσπτωσης του ανέμου, $a_{0,wind}$ το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης, $a_{1,wind}$ το πλάτος της ταλάντωσης και ω_{wind} η συχνότητα της ταλάντωσης.

Τέλος το 7^ο κεφάλαιο συνοψίζει και παρουσιάζει τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τα προηγούμενα κεφάλαια, καθώς επίσης προτείνονται περαιτέρω κινήσεις για τη διερεύνηση του μηχανισμού.

Κεφάλαιο 2ο
Υπολογιστικό πρότυπο FOIL2W

2.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστεί η θεωρία που υποστηρίζει τη δημιουργία του προτύπου FOIL2W για την επίλυση της μη μόνιμης – μη συνεκτικής ροής γύρω από αεροτομή. Πιο συγκεκριμένα ο στόχος του προτύπου είναι ο υπολογισμός των αεροδυναμικών φορτίων που εμφανίζονται σε μια αεροτομή όταν αυτή κινείται, με όσο το δυνατόν μικρότερο υπολογιστικό κόστος. Ο λόγος αυτός σε συνδυασμό με την απλότητα που το διακρίνει επιτρέπει τη σύζευξή του με τις ελαστικές εξισώσεις οδηγώντας σε ένα γρήγορο και ικανοποιητικά, ακριβές εργαλείο επίλυσης τόσο των αεροδυναμικών όσο και των αεροελαστικών εξισώσεων που διέπουν μια αεροτομή που υπόκειται σε μη μόνιμη - μη συνεκτική ροή.

Το στοιχείο που κάνει να ξεχωρίζει η μη μόνιμη ροή από τη μόνιμη είναι η εμφάνιση του ομόρρου. Ο ομόρρος είναι η στροβιλή περιοχή που δημιουργείται κατάντι της ροής της αεροτομής όταν αυτή βρίσκεται σε μη μόνιμες συνθήκες ροής. Η εμφάνισή του αποτελεί φυσική συνέπεια του θεωρήματος του Kelvin, σύμφωνα με το οποίο κάθε χρονική στιγμή, αποβάλλεται τόση στροβιλότητα από μια αεροτομή, όση είναι η μεταβολή της κυκλοφορίας γύρω από αυτή.

Για την επίλυση της μη μόνιμης - μη συνεκτικής ροής χρησιμοποιείται μια μεθοδολογία ελεύθερου ομόρρου στην οποία το πεδίο ταχύτητας αναπαρίσταται μέσω επιφανειακών διανομών πηγών και στροβιλότητας κατά μήκος της αεροτομής και στον ομόρρο. Η στροβιλότητα του ομόρρου προσεγγίζεται από στοιχεία στροβιλότητας (δίνες) που κινούνται ελεύθερα με την ταχύτητα του πεδίου ροής. Στην περίπτωση προσκολλημένης ροής (single wake approach) [6] ο ομόρρος μορφοποιείται από ένα φύλλο στροβιλότητας, το οποίο αποβάλλεται από την ακμή εκφυγής. Σε περίπτωση αποκόλλησης (double wake approach) [7,8,9,10,11], εισάγεται ένα δεύτερο φύλλο στροβιλότητας το οποίο αποβάλλεται από το σημείο αποκόλλησης. Το φύλλο αυτό βασίστηκε από την παρατήρηση ότι, σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου, αποβάλλεται στροβιλότητα τόσο από το σημείο αποκόλλησης, όσο και από την ακμή εκφυγής στην ελεύθερη ροή δημιουργώντας δύο λεπτά στρώμα διάτμησης της ταχύτητας τα οποία σχηματίζουν την φουσαλίδα αποκόλλησης.

Σε ότι αφορά τη συνεκτική ροή, επιλύονται οι μη-μόνιμες εξισώσεις οριακού στρώματος σε ολοκληρωτική μορφή. Η σύζευξη του παραπάνω μη συνεκτικού μοντέλου

επίλυσης της ροής με τις εξισώσεις της συνεκτικής ροής επιτυγχάνεται μέσω μιας διανομής κάθετης ταχύτητας (transpiration velocity) στο σύνορο της αεροτομής και στον ομόρρου η οποία αναπαριστά το έλλειμμα μάζας της συνεκτικής ροής σε σχέση με τη μη συνεκτική, στο πάχος του οριακού στρώματος. Οι συζευγμένες μη γραμμικές εξισώσεις του προβλήματος λύνονται ταυτόχρονα γεγονός που καθιστά την διαδικασία αλληλεπίδρασης τους πιο ισχυρή και επιτρέπει τη σύγκλιση σε περιπτώσεις ροών με ισχυρή αποκόλληση.

2.2 Οι εξισώσεις του προβλήματος

Ο στόχος κάθε μεθόδου συνεκτικής - μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης είναι να καθορίσει ένα πεδίο ταχύτητας \mathbf{u} μιας μη συνεκτικής ροής, έτσι ώστε αυτή να είναι κινηματικά και δυναμικά ισοδύναμη με την πραγματική συνεκτική ροή. Αυτό το πεδίο ταχύτητας ονομάζεται «ισοδύναμο πεδίο ταχύτητας μη συνεκτικής ροής» (EIF) και γράφεται στη μορφή :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x};t) = \mathbf{U}_\infty(\mathbf{x};t) + \mathbf{u}_i(\mathbf{x};t) + \mathbf{u}^*(\mathbf{x};t) \quad 2.1$$

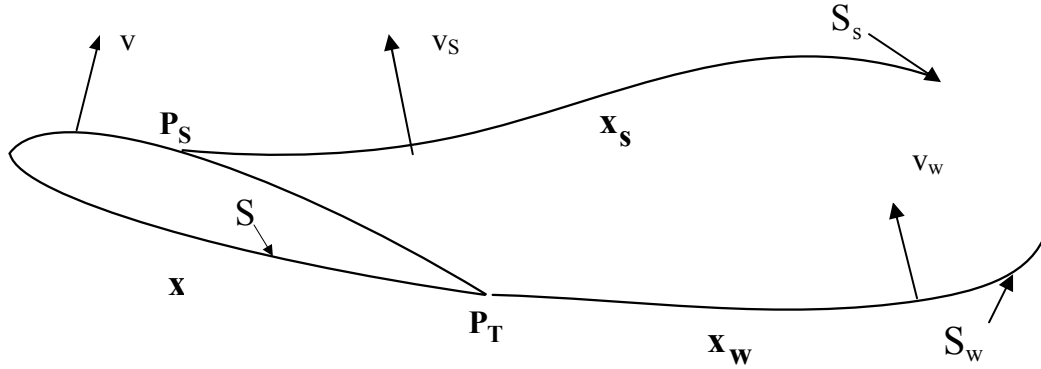
όπου \mathbf{U}_∞ είναι η επ' άπειρο ταχύτητα, \mathbf{u}_i η ταχύτητα της καθαρά μη συνεκτικής ροής και \mathbf{u}^* η ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης ούτως ώστε να ληφθεί υπόψη η επίδραση της συνεκτικότητας. Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα παρουσιαστεί η θεωρία που οδηγεί στην εξαγωγή των εξισώσεων της ταχύτητας μη συνεκτικής ροής \mathbf{u}_i και της ταχύτητας συνεκτικής διόρθωσης \mathbf{u}^* σε διακριτή μορφή. Η επίλυση του προβλήματος της μη-συνεκτικής ροής γίνεται με βάση των δύο προσεγγίσεων που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Πιο συγκεκριμένα είναι :

- *Single-wake approach*, που περιγράφει τον ομόρρου ως ένα φύλλο στροβιλότητας που ξεκινά από το σημείο εκφυγής της αεροτομής και
- *Double-wake approach*, όπου εισάγεται ένα επιπλέον φύλλο στροβιλότητας που ξεκινάει από το σημείο αποκόλλησης.

Στη συνέχεια παρατίθενται οι εξισώσεις που αντιστοιχούν στην προσέγγιση του διπλού ομόρρου (double-wake), οι οποίες είναι ίδιες με αυτές του μονού ομόρρου (single-wake) αλλά με τη προσθήκη ενός επιπλέον όρου που αφορά το φύλλο στροβιλότητας του σημείου αποκόλλησης.

2.2.1 Πεδίο ταχύτητας μη συνεκτικής ροής

Θεωρείται S το σύνορο της αεροτομής και S_w η επιφάνεια του φύλλου στροβιλότητας που εκφεύγει από την ακμή εκφυγής και S_s η επιφάνεια του φύλλου στοβιλότητας που εκφεύγει από το σημείο αποκόλλησης (Σχήμα 2.1).



Σχήμα 2.1 Βασικοί συμβολισμοί

Έστω \bar{x} , \bar{x}_w , \bar{x}_s , τυχαία σημεία πάνω στις επιφάνειες της αεροτομής και των προαναφερόμενων φύλλων στροβιλότητας, ενώ $\bar{v}(\bar{x}, t)$, $\bar{v}_w(\bar{x}, t)$, $\bar{v}_s(\bar{x}, t)$ τα αντίστοιχα κάθετα διάνυσμα της ταχύτητας στην αεροτομή και στα φύλλα στροβιλότητας της ακμής εκφυγής και του σημείου αποκόλλησης, αντιστοίχως. Επίσης $\bar{U}_\infty(t)$ θεωρείται η ταχύτητα του ρευστού στο άπειρο, με $\bar{U}_b(\bar{x}, t)$ η ταχύτητα κίνησης της αεροτομής, $\bar{u}(\bar{x}, t)$ το πεδίο ταχύτητας του ρευστού. Τέλος με $\omega(\bar{x}, t)$ συμβολίζεται το πεδίο στροβιλότητας και Γ η κυκλοφορία γύρω από την αεροτομή.

Σύμφωνα με τα παραπάνω οι εξισώσεις που περιγράφουν την μη μόνιμη ασυμπίεστη μη συνεκτική ροή γύρω από μια αεροτομή είναι οι εξής :

$$\bar{u}(\bar{x}, t) = \bar{U}_\infty(t) + \nabla\Phi(\bar{x}, t) + \nabla\Lambda\Psi(\bar{x}, t)\bar{k} \quad 2.2$$

$$\nabla^2\Phi(\bar{x}, t) = \nabla\bar{u}(\bar{x}, t) = 0 \quad 2.3$$

$$\nabla^2\Psi(\bar{x}, t)\bar{k} = \nabla\Lambda\bar{u}(\bar{x}, t) = -\omega(\bar{x}, t)\bar{k} \quad 2.4$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(\bar{x}, t) \cdot \bar{v}(\bar{x}, t) &= (\bar{U}_\infty(t) + \nabla\Phi(\bar{x}, t) + \nabla\Lambda\Psi(\bar{x}, t)\bar{k}) \cdot \bar{v}(\bar{x}, t) \Rightarrow \\ \bar{u}(\bar{x}, t) \cdot \bar{v}(\bar{x}, t) &= (\bar{U}_b(\bar{x}, t) - \bar{U}_\infty(\bar{x}, t)) \cdot \bar{v}(\bar{x}, t) \end{aligned} \quad 2.5$$

$$\lim_{\vec{r} \rightarrow \infty} \nabla \Phi(\vec{x}, t) = 0, \lim_{\vec{r} \rightarrow \infty} \nabla \Lambda \Psi(\vec{x}, t) = 0 \quad 2.6$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0 \quad 2.7$$

$$\frac{d\vec{x}_w(\xi_w, t)}{dt} = \vec{u}(\vec{x}, t), \frac{d\vec{x}_s(\xi_s, t)}{dt} = \vec{u}(\vec{x}, t), \|\partial\Psi\|(\vec{x}, t) \neq 0, \|\vec{u}, \vec{v}\| = 0 \quad 2.8$$

$$\|p\|_{\substack{\xi_w=t \\ \xi_s=t}} = 0 \quad 2.9$$

Από τις εξισώσεις αυτές η 2.2 αποτελεί το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz όπου με $\Phi(\vec{x}, t)$ και $\Psi(\vec{x}, t)$ συμβολίζεται το δυναμικό διαταραχής και η ροϊκή συνάρτηση διαταραχής αντίστοιχα, τα οποία ικανοποιούν τις 2.3 και 2.4. Η εξίσωση 2.5 είναι η συνθήκη μη εισχώρησης και η 2.6 η συνθήκη που ανήκει στο άπειρο. Για τον ομόρρου ισχύει η σχέση 2.7 της δυναμικής συνθήκης (Kelvin) και 2.8 η κινηματικές συνθήκες του ομόρρου και συνθήκες που καθιστούν τα δύο φύλλα στροβιλότητας ως δύο γραμμές πηδήματος της εφαπτομενικής ταχύτητας. Τέλος η 2.9 είναι η σχέση που ισχύει τόσο στην ακμή εκφυγής, όσο και στο σημείο αποκόλλησης, η οποία επιβάλλει ότι το πηδύμα της πίεσης στα σημεία αυτά είναι ίσο με μηδέν.

2.2.2 Θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz

Το θεώρημα εξασφαλίζει ότι οποιοδήποτε πεδίο ταχύτητας γράφεται κατά μοναδικό τρόπο με τη μορφή

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \nabla \Phi(\vec{x}, t) + \nabla \Lambda \vec{\Psi}(\vec{x}, t) \text{ για } \vec{x} \in \mathfrak{R}^n, n = 2, 3$$

όπου Φ είναι ένα βαθμωτό πεδίο που ονομάζεται δυναμικό της ροής και Ψ ένα διανυσματικό πεδίο που ονομάζεται διανυσματικό δυναμικό ή ροϊκή συνάρτηση. Η ροϊκή συνάρτηση, στις δύο διαστάσεις, είναι ένα διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της ροής της μορφής $\vec{\Psi} = \Psi \vec{k}$, όπου \vec{k} το κάθετο διάνυσμα.

Στην περίπτωση που το ρευστό είναι ασυμπίεστο τότε $\text{div} \vec{u} = (\text{grad} \Phi)^2 = 0$, επίσης στην περίπτωση αστρόβιλου πεδίου ροής $\text{rot} \vec{u} = 2 \cdot \vec{\omega} = 0$. Είναι φανερό ότι υπάρχει η δυνατότητα αναπαράστασης οποιοδήποτε πεδίου ταχύτητας εάν είναι γνώστες οι συναρτήσεις $\Phi(\vec{x}, t)$ και $\vec{\Psi}(\vec{x}, t)$. Οι συναρτήσεις αυτές επιλύονται από τις εξισώσεις

$$\nabla^2 \Phi(\vec{x}, t) = \nabla \vec{u}(\vec{x}, t) = \Delta(\vec{x}) \quad 2.10$$

$$\nabla^2 \vec{\Psi}(\vec{x}, t) = \nabla \Lambda \vec{u}(\vec{x}, t) = -\vec{a}(\vec{x}, t) \quad 2.11$$

με τη βοήθεια του θεωρήματος του Green.

2.2.3 Διατύπωση πηγών στροβιλότητας

Με αυτή τη διατύπωση θεωρείται ότι το πήδημα δυναμικού στην επιφάνεια της αεροτομής και των δύο φύλλων στροβιλότητας του ομόρρου είναι μηδέν. Μηδενίζεται, έτσι η διανομή διπόλων τόσο στην επιφάνεια της αεροτομής όσο και στον ομόρρο. Έτσι το δυναμικό παίρνει τη μορφή

$$\Phi(\vec{x}_0, t) = \int_S \sigma(\vec{x}, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS(\vec{x})$$

όπου \vec{x}_0 ένα τυχαίο διάνυσμα σημείου πάνω στην αεροτομή, $\sigma(\vec{x}, t)$ διανομή πηγών έντασης σ , $G(\vec{x}_0 - \vec{x})$ η τυχαία συνάρτηση Green και S το σύνορο της αεροτομής. Η διατύπωση αυτή από μόνη της δεν δημιουργεί κυκλοφορία και κατά συνέπεια ούτε άνωση. Για αυτό το λόγω εισάγεται μια ροϊκή συνάρτηση που να ικανοποιεί την εξίσωση 2.11. Αν θεωρηθεί ότι το πήδημα της ροϊκής συνάρτησης στην επιφάνεια της αεροτομής και των δύο φύλλων του ομόρρου είναι μηδέν, τότε η επίλυση της εξίσωσης έχει την ακόλουθη μορφή :

$$\begin{aligned} \Psi(\vec{x}_0, t) = & \int_S \|\partial_v \Psi\|(\vec{x}, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS(\vec{x}) + \int_S \|\partial_v \Psi\|_w(\vec{x}_w, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS_w(\vec{x}) \\ & + \int_S \|\partial_v \Psi\|_s(\vec{x}_s, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS_s(\vec{x}) \end{aligned}$$

Στα παραπάνω ολοκληρώματα οι όροι $\|\partial_v \Psi\|$, $\|\partial_v \Psi\|_w$, $\|\partial_v \Psi\|_s$ αντιπροσωπεύουν το πήδημα της κάθετης παραγώγου της ροϊκής συνάρτησης στην αεροτομή, στον ομόρρο που ξεκινά από το σημείο εκφυγής και στον ομόρρο που ξεκινά από το σημείο αποκόλλησης αποτελώντας έτσι, τη ροϊκή συνάρτηση από τρεις διανομές στροβιλότητας $\gamma(\cdot, t)$, $\gamma_w(\cdot, t)$ και $\gamma_s(\cdot, t)$ αντίστοιχα. Έτσι η συνάρτηση γίνεται

$$\begin{aligned} \Psi(\vec{x}_0, t) = & \int_S \gamma(\vec{x}, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS(\vec{x}) + \int_S \gamma_w(\vec{x}, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS_w(\vec{x}) \\ & + \int_S \gamma_s(\vec{x}, t) \cdot G(\vec{x}_0 - \vec{x}) dS_s(\vec{x}) \end{aligned}$$

Αν θεωρηθεί ότι για τη τυχαία συνάρτηση G ισχύει $\nabla^2 G(\vec{x}_0 - \vec{x}) = \delta \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})$ τότε η λύση της ονομάζεται συνάρτηση Green και για τις δύο διαστάσεις είναι $G(\vec{x}_0 - \vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}|$. Συνεπώς οι συναρτήσεις $\Phi(\vec{x}_0, t)$ και $\Psi(\vec{x}_0, t)$ γίνονται

$$\Phi(\vec{x}_0, t) = \frac{1}{2\pi} \int_S \sigma(\vec{x}, t) \cdot \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}| dS(\vec{x}) \quad 2.12$$

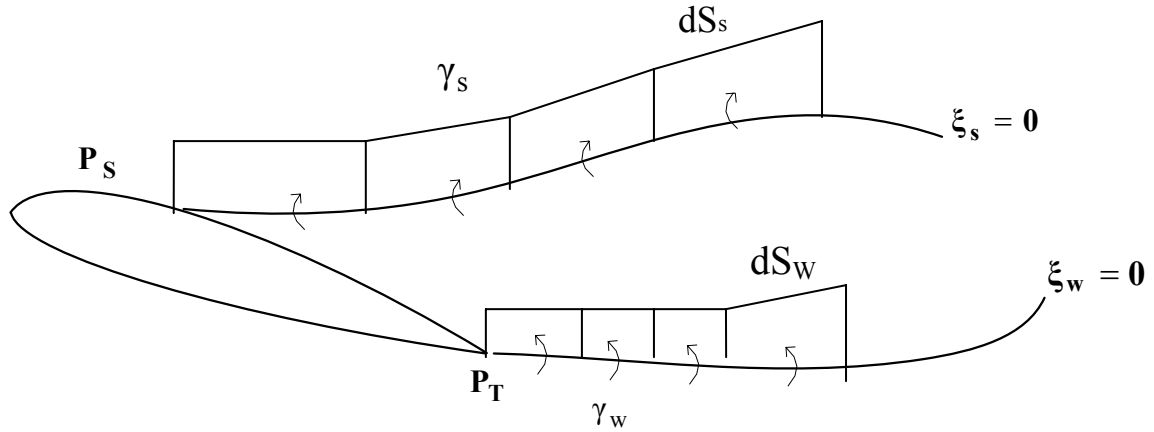
$$\begin{aligned} \Psi(\vec{x}_0, t) = & \frac{1}{2\pi} \int_S \gamma(\vec{x}, t) \cdot \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}| dS(\vec{x}) + \frac{1}{2\pi} \int_S \gamma_w(\vec{x}, t) \cdot \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}| dS_w(\vec{x}) \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_S \gamma_s(\vec{x}, t) \cdot \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}| dS_s(\vec{x}) \end{aligned} \quad 2.13$$

2.2.4 Ομόρρους στην αποκολλημένη ροή

Ο ομόρρους, όπως προαναφέρθηκε, προσεγγίζεται ως δύο γραμμές διανομής στροβιλότητας. Η διανομές αυτές γράφονται ως ένα άθροισμα συναρτήσεων Dirac της μορφής

$$\begin{aligned} \gamma_w(\vec{x}_w, t) &= \sum_{i=1}^{NT} \Gamma_{wi} \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}_{wi}) \\ \gamma_s(\vec{x}_s, t) &= \sum_{i=1}^{NT} \Gamma_{si} \cdot \delta(\vec{x} - \vec{x}_{si}) \end{aligned}$$

όπου Γ_{wi} , Γ_{si} , οι διακριτές δίνες που απαρτίζουν το φύλλο της ακμής εκφυγής και το αποκολλημένο φύλλο αντίστοιχα, NT ο συνολικός αριθμός των δινών και \vec{x}_{wi} , \vec{x}_{si} οι θέσεις των δινών αυτών πάνω στα δύο φύλλα στροβιλότητας. Κάθε δίνη προέρχεται από την ολοκλήρωση της συνεχούς διανομής στροβιλότητας ενός τμήματος του ομόρρου που παράγεται σε ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα Δt όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.2.



Σχήμα 2.2 : Μοντέλο ομόρρου της αεροτομής

Μόνο το κοντινό στην ακμή εκφυγής, τμήμα του ομόρρου έχει σταθερή διανομή στροβιλότητας γ_w^N και άγνωστης γεωμετρίας, καθώς επίσης και το κοντινό ευθύγραμμο τμήμα στο σημείο αποκόλλησης έχει σταθερή ένταση στροβιλότητας γ_s^N . Σύμφωνα με τα παραπάνω η ροϊκή συνάρτηση παίρνει τη μορφή:

$$\begin{aligned} \Psi(\bar{x}_0, t) = & \int_S \gamma(\bar{x}, t) \cdot \ln|\bar{x}_0 - \bar{x}| dS(\bar{x}) + \frac{1}{2\pi} \int_{S_w^N} \gamma_w^N \cdot \ln|\bar{x}_0 - \bar{x}| dS_w(\bar{x}) \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{S_s^N} \gamma_s^N \cdot \ln|\bar{x}_0 - \bar{x}| dS_s(\bar{x}) + \sum_{i=1}^{NT} \frac{\Gamma_{wi}}{2\pi} \cdot \ln|\bar{x}_0 - \bar{x}_{wi}| + \sum_{i=1}^{NT} \frac{\Gamma_{Si}}{2\pi} \cdot \ln|\bar{x}_0 - \bar{x}_{Si}| \end{aligned} \quad 2.14$$

όπου S_w^N και S_s^N η γεωμετρία του κοντινού, στην αεροτομή, ομόρρου.

2.2.5 Συνθήκη στο σημείο αποκόλλησης-ακμή εκφυγής & συνθήκη Kutta-Joukowski

Ο ρυθμός μεταβολής της κυκλοφορίας που η αεροτομή αποβάλλει από το σημείο αποκόλλησης P_S στον ομόρρου, βάσει και του ορισμού της κυκλοφορίας είναι ο εξής :

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint \vec{u} \cdot d\vec{l}$$

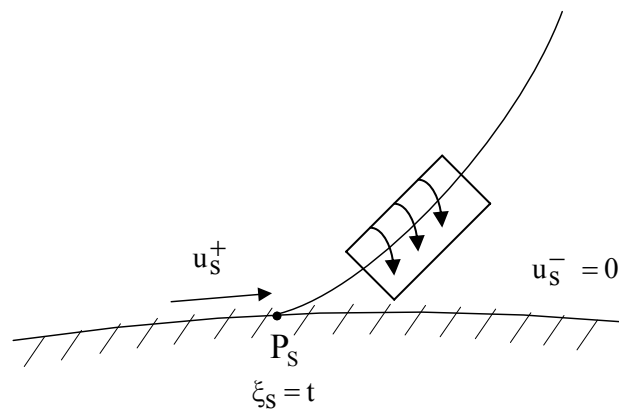
Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του δεύτερου μέλους, με καμπύλη ολοκλήρωσης ένα παραλληλόγραμμο (Σχήμα 2.3) τοποθετείται πολύ κοντά στο σημείο αποκόλλησης. Οι

πλευρές του παραλληλόγραμμου θεωρούνται απειροστού μήκους έτσι ώστε η ταχύτητα πάνω σε αυτές να είναι σταθερή. Οι κάθετες πλευρές στο φύλλο στροβιλότητας θεωρούνται μηδέν, ενώ οι παράλληλες σε αυτό είναι u_u και u_l . Από αυτές $u_u = u_s^+$ και $u_l = u_s^- = 0$, όπου u_s^+ και u_s^- οι ταχύτητες του ρευστού ανάντι και κατάντι του σημείου αποκόλλησης, αντίστοιχα. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η στροβιλότητα που αποβάλλεται στον ομόρρου από το σημείο αποκόλλησης τη χρονική στιγμή t είναι

$$\frac{d\Gamma_s}{dl_s} = \gamma_s^N = \bar{u}_s^+$$

όπου γ_s^N είναι η σταθερή ένταση της στροβιλότητας που αποβάλλεται από το σημείο αποκόλλησης και το μήκος του κοντινού ομόρρου είναι :

$$dl_s \cong \frac{u_s^+}{2} \cdot dt$$



Σχήμα 2.3 : Ταχύτητα στο σημείο αποκόλλησης

Με ίδιο τρόπο η αποβαλλόμενη στροβιλότητα στην ακμή εκφυγής δίνεται από τη σχέση :

$$\frac{d\Gamma_w}{dt} = -\frac{dl_w}{dt} \gamma_w^N$$

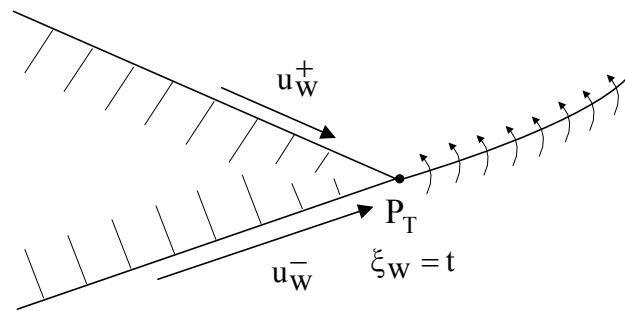
όπου $\frac{dl_w}{dt}$ η μέση ταχύτητα που αποβάλλει το φύλλο στροβιλότητας από την ακμή εκφυγής και γ_w^N η σταθερή ένταση αυτού. Με u_w^+ συμβολίζεται η ταχύτητα του ρευστού στην πάνω πλευρά της αεροτομής και πολύ κοντά στην ακμή εκφυγής, ενώ με u_w^- συμβολίζεται η

ταχύτητα του ρευστού στην κάτω πλευρά αυτής (Σχήμα 2.4). Συνεπώς η στροβιλότητα που αποβάλλεται στον ομόρρου από την ακμή εκφυγής τη χρονική στιγμή t είναι

$$\frac{d\Gamma_w}{dl_w} = \gamma_w^N = \vec{u}_w^+ - \vec{u}_w^-$$

και το μήκος του θα είναι :

$$dl_w \cong \frac{u_w^+ - u_w^-}{2} \cdot dt$$



Σχήμα 2.4 : Ταχύτητα στην ακμή εκφυγής

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τις συνθήκες του σημείου αποκόλλησης και της ακμής εκφυγής, θα διαπιστωθεί η απόλυτη συνέπεια που έχουν με το θεώρημα του Kelvin. Πιο συγκεκριμένα αν γραφτεί η εξίσωση του Bernoulli για δύο σημεία που βρίσκονται ανάντι και κατάντι του σημείου αποκόλλησης, καθώς και για δύο σημεία που βρίσκονται το ένα στην πάνω πλευρά της αεροτομής και πολύ κοντά στην ακμή εκφυγής, ενώ το άλλο στην κάτω πλευρά της αεροτομής και επίσης πολύ κοντά στην ακμή, είναι αντίστοιχα :

$$\frac{\partial \Phi_S^+}{\partial t} + \frac{p_S^+}{\rho} + \frac{u_S^{+2}}{2} = \frac{\partial \Phi_S^-}{\partial t} + \frac{p_S^-}{\rho} + \frac{u_S^{-2}}{2} + \Delta h \quad 2.15$$

$$\frac{\partial \Phi_w^+}{\partial t} + \frac{p_w^+}{\rho} + \frac{u_w^{+2}}{2} = \frac{\partial \Phi_w^-}{\partial t} + \frac{p_w^-}{\rho} + \frac{u_w^{-2}}{2} + \Delta h$$

όπου Φ είναι το συνολικό δυναμικό διαταραχής, Δh η διαφορά ύψους πίεσης μεταξύ των δύο περιοχών των σημείων αυτών, ρ η πυκνότητα του ρευστού και p_S^+ , p_S^- , p_w^+ , p_w^- οι πιέσεις πριν και μετά των σημείων αυτών.

Δεδομένου ότι η πίεση στο σημείο αποκόλλησης είναι συνεχής και η ταχύτητα μετά το σημείο αυτό είναι μηδέν, καθώς επίσης το πήδημα της πίεσης, στην ακμή εκφυγής, είναι μηδέν, και προσθέτοντας τις σχέσεις 2.15 μεταξύ τους γίνονται :

$$\frac{u_s^{+2}}{2} + \frac{u_w^{+2}}{2} - \frac{u_w^{-2}}{2} = \frac{\partial(\Phi_s^- - \Phi_s^+ - \Phi_w^+ + \Phi_w^-)}{\partial t}$$

και επειδή η κυκλοφορία της αεροτομής είναι ίση με το δυναμικό αυτής, είναι :

$$\frac{u_s^{+2}}{2} + \frac{u_w^{+2}}{2} - \frac{u_w^{-2}}{2} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t}$$

και τελικά, με βάση τα προηγούμενα παίρνει την μορφή

$$-\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \frac{dl_w}{dt} \cdot \gamma_w^N + \frac{dl_s}{dt} \cdot \gamma_s^N \quad 2.16$$

Η εξίσωση 2.16 είναι συνθήκη του Kelvin που λέει ότι η στροβιλότητα που αποβάλλεται από την αεροτομή και από τα δύο φύλλα, είναι ίση και αντίθετη προς τη χρονική μεταβολή της κυκλοφορίας της αεροτομής. Πέραν της τιμής, τόσο στροβιλότητας, όσο και της ταχύτητας, σημαντική είναι και η κατεύθυνση κατά την οποία αποβάλλονται τα δύο φύλλα. Έτσι στην περίπτωση του «μονού ομόρρου» η κατεύθυνση αυτή έχει άμεση σχέση με το πρόσημο της κυκλοφορίας γύρω από την αεροτομή. Για κυκλοφορία με θετική φορά, τη φορά ορολογιακής κατεύθυνσης το τμήμα του κοντινού ομόρρου αποβάλλεται εφαπτομενικά προς την κάτω πλευρά της αεροτομής, ενώ σε αντίθετη περίπτωση προς την πάνω πλευρά. Για αποκολλημένη ροή («διπλός ομόρρου») το μεν φύλλο της ακμής εκφυγής αποβάλλεται εφαπτομενικά προς την κάτω πλευρά της αεροτομής το δε αποκολλημένο φύλλο εκφεύγει εφαπτομενικά προς την επιφάνεια της αεροτομής και στην συνέχεια αναδιπλώνεται σύμφωνα με τη ταχύτητα της ροής.

2.2.6 Ολοκληρωτική διατύπωση του προβλήματος

Παραγωγίζοντας τις συναρτήσεις 2.12 και 2.14 προκύπτουν τα ακόλουθα :

$$\nabla_0 \Phi(\vec{x}_0, t) = \frac{1}{2\pi} \int_s \sigma(\vec{x}, t) \cdot \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS(\vec{x})$$

και

$$\nabla_0 \Lambda \Psi(\vec{x}_0, t) \cdot \vec{k} = \frac{1}{2\pi} \int_s \gamma(\vec{x}, t) \cdot \frac{\vec{k} \Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS(\vec{x}) + \frac{1}{2\pi} \int_s \gamma_w^N(\vec{x}, t) \cdot \frac{\vec{k} \Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS_w(\vec{x})$$

$$+ \sum_{i=1}^{NT} \frac{\Gamma_{wi}}{2\pi} \cdot \frac{\vec{k} \Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x}_{wi})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_{wi}|^2} + \frac{1}{2\pi} \int_s \gamma_s^N(\vec{x}, t) \cdot \frac{\vec{k} \Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS_s(\vec{x}) + \sum_{i=1}^{NT} \frac{\Gamma_{Si}}{2\pi} \cdot \frac{\vec{k} \Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x}_{Si})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_{Si}|^2}$$

Εισάγοντας τις νέες μορφές των συναρτήσεων στη συνθήκη μη εισχώρησης 2.2 δημιουργείται η ακόλουθη ολοκληρωτική εξίσωση της ταχύτητας διαταραχής \vec{u}_i μη συνεκτικής ροής για κάθε σημείο $\vec{x}_0 \in S$:

$$\begin{aligned} \vec{u}_i(\vec{x}, t) = & (\vec{U}_b(\vec{x}, t) - \vec{U}_\infty(\vec{x}, t)) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_S \sigma(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS(\vec{x}) + \\ & \frac{1}{2\pi} \int_S \gamma(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) \frac{\vec{k}\Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS(\vec{x}) + \frac{1}{2\pi} \int_S \gamma_w^N(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) \frac{\vec{k}\Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS_w(\vec{x}) \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_S \gamma_s^N(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t) \frac{\vec{k}\Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS_s(\vec{x}) + \\ & \sum_{i=1}^{NT} \frac{\Gamma_{wi}}{2\pi} \vec{v}(\vec{x}, t) \frac{\vec{k}\Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x}_{wi})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_{wi}|^2} + \sum_{i=1}^{NT} \frac{\Gamma_{Si}}{2\pi} \vec{v}(\vec{x}, t) \frac{\vec{k}\Lambda(\vec{x}_0 - \vec{x}_{Si})}{|\vec{x}_0 - \vec{x}_{Si}|^2} \end{aligned} \quad 2.17$$

όπου \vec{k} το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα στο επίπεδο της δισδιάστατης ροής.

Το πρόβλημα συμπληρώνεται με τη συνθήκη του Kelvin 2.16 καθώς και με τις ακόλουθες συνθήκες για την αποβαλλόμενη, σε κάθε χρονική στιγμή, στροβιλότητα του ομόρρου.

$$\begin{aligned} \gamma_s^N &= u_s^+(t) \\ u_s^-(t) &= 0 \\ \gamma_w^N &= u_w^+(t) - u_w^-(t) \end{aligned}$$

2.2.7 Ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης

Στην περίπτωση του «μονού» ομόρρου (single wake) υιοθετείται μια άμεση αναπαράσταση της συνεκτικής ταχύτητα διόρθωσης $\mathbf{u}^*(; t)$, συναρτήσει της κάθετης και της επιφανειακής συνιστώσας της, κατά μήκος της επιφάνειας της αεροτομής και του ομόρρου, θέτοντας για ευκολία στους συμβολισμούς

$$\frac{(\vec{x}_{cp} - \vec{x})}{|\vec{x}_{cp} - \vec{x}|^2} = \frac{\vec{r}_{cp}}{\vec{r}_{cp}^2} \quad \text{και} \quad \frac{(\vec{x}_{cp} - \vec{x}_i)}{|\vec{x}_{cp} - \vec{x}_i|^2} = \frac{\vec{r}_{cp}^i}{\vec{r}_{cp}^2{}^i}$$

είναι :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^*(\mathbf{x}_0; t) = & \int_S u_\tau^*(\mathbf{x}; t) \cdot \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{k}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}) + \int_S u_n^*(\mathbf{x}; t) \cdot \frac{\mathbf{r}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}) + \\ & + \int_{S_w} [u_n^*(\mathbf{x}_w; t)]_w \cdot \frac{\mathbf{r}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}_w) \end{aligned} \quad 2.18$$

όπου $u_n^*(;t) = \mathbf{u}^*(;t) \cdot \mathbf{n}(;t)$ είναι η κάθετη και $u_\tau^*(;t) = \mathbf{u}^*(;t) \cdot \boldsymbol{\tau}(;t)$ η εφαπτομενική συνιστώσα της $\mathbf{u}^*(;t)$ κατά μήκος της αεροτομής και του ομόρρου ($\mathbf{n}(;t)$, $\boldsymbol{\tau}(;t)$ το κάθετο και το εφαπτομενικό μοναδιαίο διάνυσμα σε κάθε ενεργή επιφάνεια ελέγχου του πεδίου ροής). Οι αγκύλες υποδηλώνουν το πήδημα του μεγέθους, που βρίσκεται μέσα σ' αυτές, κατά μήκος της γραμμής του ομόρρου. (Σημείωση: Κατά μήκος του ομόρρου το πήδημα της επιφανειακής συνιστώσας της ταχύτητας $u_\tau^*(;t)$ θεωρείται ίσο με μηδέν.)

Στην περίπτωση του «διπλού» ομόρρου, χρησιμοποιείται πάλι μια ολοκληρωτική εξίσωση αντίστοιχη της 2.18 για να περιγράψει την ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης. Επομένως, εισάγονται επιπλέον κατανομές πηγών $\sigma^*(;t)$ και στροβιλότητας $\gamma^*(;t)$, $\gamma_w^*(;t)$ και $\gamma_s^*(;t)$ κατά μήκος των ενεργών επιφανειών.

2.3 Οι εξισώσεις του οριακού στρώματος

Για τον υπολογισμό του συνεκτικού κομματιού της ροής, υιοθετούνται οι δύο προσεγγιστικές εξισώσεις που προτείνονται από τον Drela [12]. Για να καθοριστούν τα χαρακτηριστικά του οριακού στρώματος και του στρώματος διάτμησης της πραγματικής συνεκτικής ροής εισάγονται οι μη μόνιμες εξισώσεων ορμής και κινητικής ενέργειας στην ολοκληρωτική τους μορφή καθώς επίσης και μια εξίσωση για τον προσδιορισμό του σημείου μετάβασης της ροής από στρωτή σε τυρβώδη όπως και μια εξίσωση για τον προσδιορισμό των τυρβωδών τάσεων στο οριακό στρώμα.

Η παρούσα μεθοδολογία χρησιμοποιεί τις ακόλουθες παραμέτρους μορφής των ολοκληρωτικών εξισώσεων ορμής και κινητικής ενέργειας :

$$\frac{1}{\rho_e u_e^2} \frac{d}{dt} (\rho_e u_e \delta^*) + \frac{d\theta}{ds} + (2+H) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{ds} + \frac{\theta}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{ds} = \frac{C_f}{2} \quad 2.19$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho_e u_e^3} \frac{d}{dt} (\rho_e u_e^2 \theta) + \frac{1}{\rho_e u_e} \frac{d}{dt} (\rho_e \delta^*) + \frac{2}{u_e^2} \frac{du_e}{dt} H^{**} \theta - \frac{H^*}{\rho_e u_e^2} \frac{d}{dt} (\rho_e u_e \delta^*) \\ & + \theta \frac{dH^*}{ds} + (2H^{**} + H^*(1-H)) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{ds} - \frac{4\Omega}{u_e} \Theta_n = 2C_D + \frac{2a}{u_e^2} \delta^* - H^* \frac{C_f}{2} \end{aligned} \quad 2.20$$

όπου ,

$$\delta^* = \int_0^\delta (1 - (\rho u / \rho_e u_e)) dn \quad \text{είναι το πάχος μετατόπισης}$$

$$\theta = \int_0^\delta (\rho u / \rho_e u_e) (1 - u / u_e) dn \quad \text{το πάχος ορμής,}$$

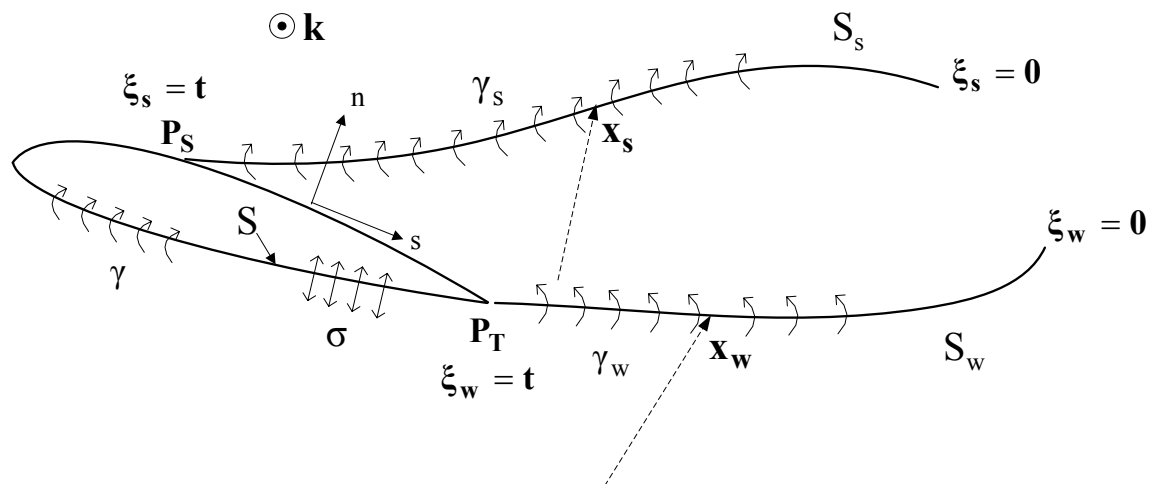
$$H = \delta^* / \theta \quad \text{Ο συντελεστής σχήματος του οριακού στρώματος,}$$

$$H^* = \theta^* / \theta \quad \text{και} \quad H^{**} = \delta^{**} / \theta$$

$$\theta^* = \int_0^\delta (\rho u / \rho_e u_e) (1 - u^2 / u_e^2) dn \quad \text{είναι ο συντελεστής σχήματος κινητικής ενέργειας και το πάχος κινητικής ενέργειας,}$$

$$\delta^{**} = \int_0^\delta (u / u_e) (1 - \rho / \rho_e) dn \quad \text{είναι ο συντελεστής σχήματος πυκνότητας και το πάχος πυκνότητας}$$

u , ρ , u_e , ρ_e είναι η ταχύτητα και η πυκνότητα της πραγματικής συνεκτικής ροής και της «ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής» και s , n είναι οι τοπικές συντεταγμένες του οριακού στρώματος (Σχήμα 2.5).



Σχήμα 2.5 : Κατανομή πηγών και στροβιλότητας στην αεροτομή και στον ομόρρου.

Στην 2.19, ο συντελεστής C_f παριστάνει τον συντελεστή τριβής ενώ στην 2.20 ο C_D τον συντελεστή διάχυσης του οριακού στρώματος. Καθώς αντιμετωπίζεται μη μόνιμη ροή, υπάρχουν όροι που περιέχουν την κίνηση του σώματος-αεροτομής. Με Ω παριστάνεται η γωνιακή ταχύτητα και με a η (κεντρομόλος + γωνιακή + μεταφορική) επιτάχυνση του σωματίδιου συστήματος συντεταγμένων σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Η παράμετρος $\Theta_n = 1/(\rho_e u_e^2) \int_0^{\delta} (\rho_e u_e v_e - \rho u v) dn$ στην 2.20, η οποία σχετίζεται με τις δυνάμεις Coriolis στο οριακό στρώμα, μπορεί να προσεγγιστεί [13]) ως εξής :

$$\Theta_n \cong (\theta + \delta^*) \frac{d\delta^*}{ds} \quad 2.21$$

κι έτσι εκφράζεται συναρτήσει των βασικών παραμέτρων δ^* και θ .

Το πρόβλημα συμπληρώνεται από την εξίσωση της συνέχειας η οποία σε διαφορική μορφή μεταξύ της πραγματικής συνεκτικής ροής και της «ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής», δίνει την ταχύτητα εκροής (transpiration velocity) της εξίσωσης 2.18, συναρτήσει των παραμέτρων του οριακού στρώματος :

$$u_n^* = (v_e)_{wall} = \frac{1}{\rho_e} \frac{d}{ds} (\rho_e u_e \delta^*) \cong \frac{dm}{ds} \quad 2.22$$

όπου $m = u_e \delta^*$.

Τέλος προστίθενται η εξίσωση για τον προσδιορισμό του σημείου μετάβασης της ροής από στρωτή σε τυρβώδη όπως και η εξίσωση για τον προσδιορισμό των τυρβωδών τάσεων στο οριακό στρώμα. Η πρώτη από τις δύο αυτές εξισώσεις επιλύεται στην περιοχή της στρωτής ροής ενώ η δεύτερη στην τυρβώδη περιοχή της ροής. Η εξίσωση για τον προσδιορισμό του σημείου μετάβασης της ροής από στρωτή σε τυρβώδη βασίζεται στη μέθοδο e^n [14]. Η μέθοδος αυτή θεωρεί ότι η μετάβαση της ροής από στρωτή σε τυρβώδη συμβαίνει όταν το πιο ασταθές Tollmien-Schlichting κύμα στο οριακό στρώμα αυξάνεται κατά ένα συντελεστή, που λαμβάνεται ίσως με $e^9 \cong 8100$ (ή ότι ο συντελεστής ενίσχυσης $n=9$).

Η εξίσωση για τον υπολογισμό του συντελεστή διατμητικών τάσεων είναι μια διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης για τον μέγιστο συντελεστή διατμητικών τάσεων $C_\tau = \tau_{\max} / \rho_e u_e^2$ που αποτελεί ένα μέτρο των διατμητικών τάσεων στο στρώμα του ομόρρου. Η εξίσωση υστέρησης, που περιγράφει τη σχετικά αργή απόκριση των διατμητικών τάσεων του εξωτερικού στρώματος αναφορικά με ένα οριακό στρώμα σε ισορροπία [15], είναι μια απλοποιημένη έκφραση της εξίσωσης μεταφοράς των διατμητικών τάσεων των Bradshaw και Ferriss [16]:

$$\frac{\delta}{C_\tau} \frac{dC_\tau}{ds} = 5.6 \cdot (C_{\tau_{\text{teq}}}^{1/2} - C_\tau^{1/2}) + 2\delta \left\{ \frac{4}{3\delta^*} \left[\frac{C_f}{2} - \left(\frac{H_k - 1}{6.7H_k} \right)^2 \right] - \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{ds} \right\} \quad 2.23$$

όπου δ είναι το πάχος του οριακού στρώματος,

$H_k = \int_0^\delta (1 - (u/u_e)) dn / \int_0^\delta (u/u_e) \cdot (1 - (u/u_e)) dn$ η κινηματική παράμετρος σχήματος και

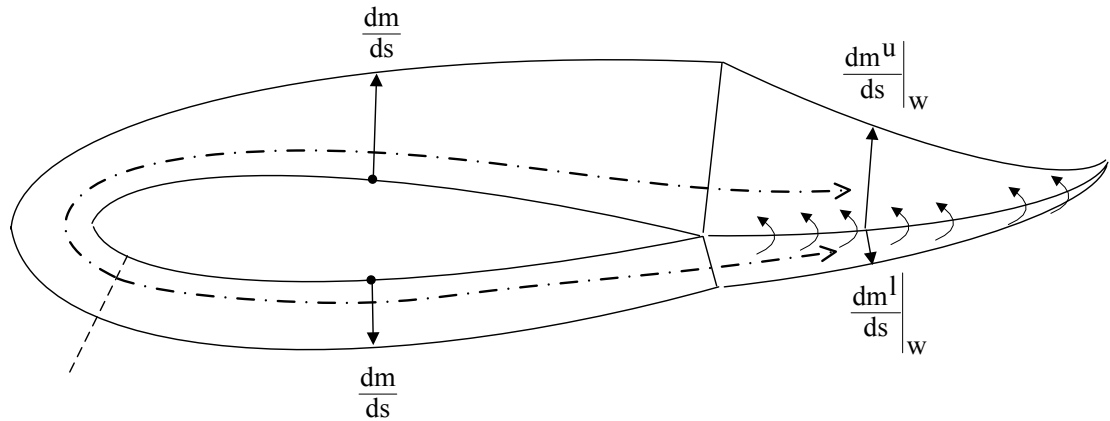
$C_{\tau_{\text{teq}}}$ ο συντελεστής διάτμησης για οριακό στρώμα σε ισορροπία.

Σύμφωνα με τον Drela [12]), ο συντελεστής διάχυσης C_D μπορεί να εκφραστεί ως το σταθμισμένο άθροισμα της συνεισφοράς, της διάτμησης λόγω της επαφής του ρευστού με το στερεό σύνορο και της διάτμησης ανάμεσα στα στρώματα του ρευστού, λόγω των τυρβωδών τάσεων Reynolds :

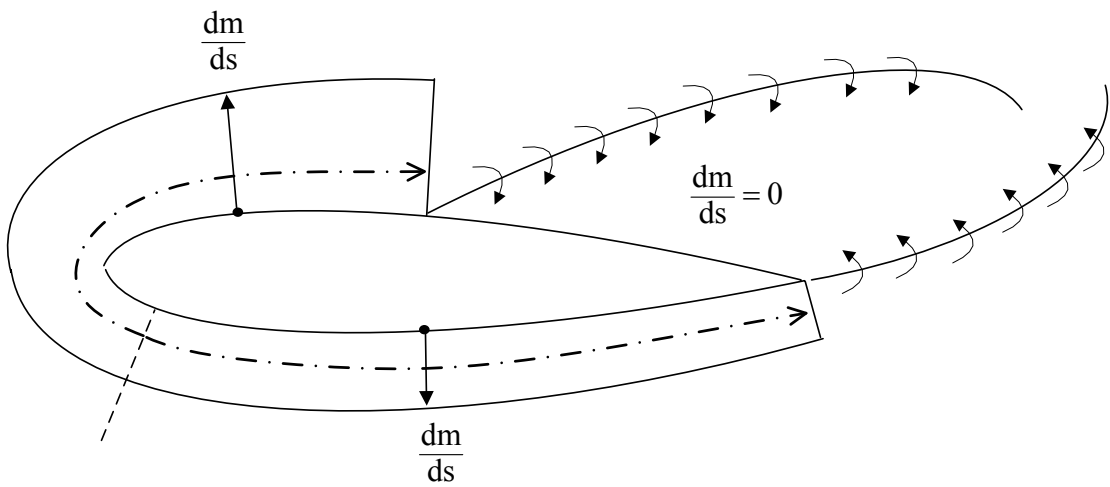
$$C_D = \frac{C_f}{2} U_s + C_\tau (1 - U_s) \quad 2.24$$

όπου U_s είναι μια ισοδύναμη κανονικοποιημένη ταχύτητα ολίσθησης στον τοίχο.

Οι δύο εξισώσεις του οριακού στρώματος, 2.19 και 2.20, μαζί με τις συμπληρωματικές εξισώσεις για τον υπολογισμό του σημείου μετάβασης της στρωτής ροής σε τυρβώδη και του συντελεστή διάχυσης των διατμητικών τάσεων C_τ επιλύονται κατά μήκος των ενεργών ορίων του σώματος, τα οποία εξαρτώνται από την μοντελοποίηση του προβλήματος της μη συνεκτικής ροής. Η επίλυση των εξισώσεων του οριακού στρώματος ξεκινά από το σημείο ανακοπής κοντά στην ακμή πρόσπτωσης και προχωρά κατά μήκος της πάνω και κάτω πλευράς της αεροτομής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.6



single wake



double wake

Σχήμα 2.6 : Περιοχή επίλυσης των εξισώσεων του οριακού στρώματος και κατανομή της κάθετης ταχύτητας συνεκτικής διόρθωσης κατά μήκος της αεροτομής και του ομόρρου στις περιπτώσεις «μονού» και «διπλού» ομόρρου.

boundary lay

Στην περίπτωση «μονού» ομόρρου οι εξισώσεις του οριακού στρώματος επιλύονται σε όλο το μήκος της επιφάνειας της αεροτομής, ακόμα και σε περιοχές που συμβαίνει αποκόλληση, και κατά μήκος του ομόρρου. Η εξίσωση συνέχειας 2.22 παρέχει τη συνθήκη για τον καθορισμό της κάθετης συνιστώσας u_n^* της ταχύτητας συνεκτικής διόρθωσης, από την οποία η εφαπτομενική συνιστώσα u_t^* μπορεί να υπολογιστεί εφαρμόζοντας απλά την ολοκληρωτική εξίσωση 2.18 κατά μήκος της επιφάνειας της αεροτομής. Στον ομόρρου, οι εξισώσεις του οριακού στρώματος ικανοποιούνται και στις δύο πλευρές του ελεύθερου στρώματος διάτμησης (πάνω και κάτω) υποθέτοντας μηδενική τριβή (C_f τίθεται ίσος με

μηδέν) κατά μήκος του φύλλου του ομόρρου. Η εξίσωση της συνέχειας δίνει το πήδημα της κάθετης, στο στρώμα του ομόρρου, ταχύτητας που βρίσκουμε στον τελευταίο όρο της εξίσωσης 2.18 :

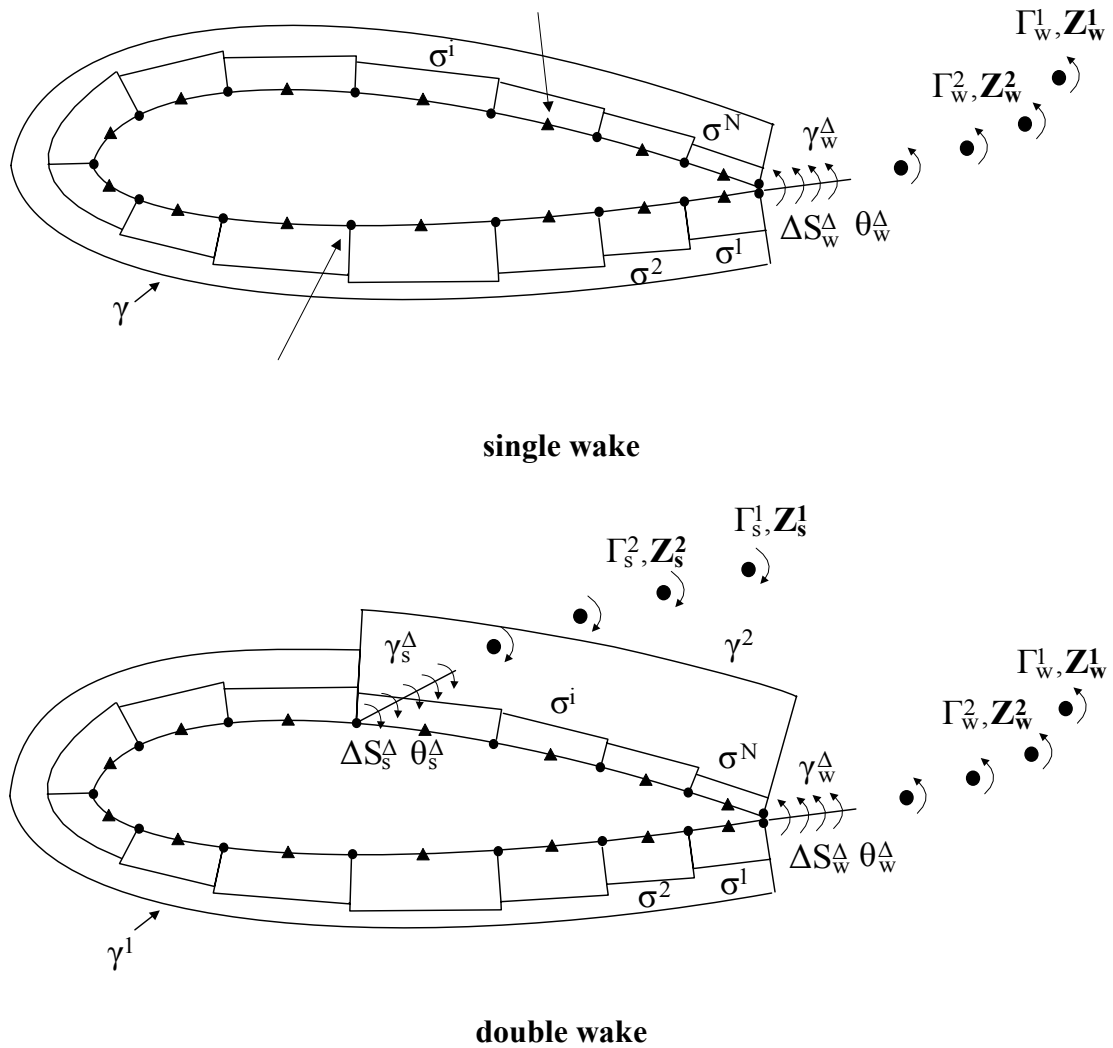
$$\left[u_n^* \right] = (v_e^u - v_e^l)_{\text{wake}} = \frac{1}{\rho_e} \frac{d}{ds} (\rho_e u_e^u \delta^{*u}) + \frac{1}{\rho_e} \frac{d}{ds} (\rho_e u_e^l \delta^{*l}) \cong \frac{dm^u}{ds} + \frac{dm^l}{ds} \quad 2.25$$

όπου οι άνω δείκτες u και l δηλώνουν τις δύο πλευρές του στρώματος του ομόρρου, πάνω και κάτω αντίστοιχα. Στην περίπτωση του «διπλού» ομόρρου, η επίλυση των εξισώσεων του οριακού στρώματος φτάνει μέχρι το σημείο αποκόλλησης (ο C_f γίνεται μηδέν στην τυρβώδη ροή) στις δύο πλευρές της αεροτομής (Σχήμα 2.6). Το έλλειμμα μάζας στην περιοχή αποκόλλησης, που οδηγεί σε συνθήκες αντεστραμμένης ροής, υπολογίζεται δια μέσου της επαγόμενης ταχύτητας από τη στροβιλότητα του ομόρρου που σχηματίζεται πάνω από την αεροτομή σε αυτή την περιοχή. Μέσα στην περιοχή αποκόλλησης η $(v_e)_{\text{wall}}$ τίθεται ίση με μηδέν. Η ίδια υπόθεση εφαρμόζεται και στον ομόρρο. Αυτό εξηγεί γιατί το μοντέλο του «διπλού» ομόρρου διαφέρει από αυτό του «μονού». Είναι γιατί στο μοντέλο του «διπλού» ομόρρου η $(v_e)_{\text{wall}}$ δεν είναι συνεχής κατά μήκος της επιφάνειας της αεροτομής, κι έτσι η ολοκληρωτική εξίσωση 2.18 δεν μπορεί πλέον να εφαρμοστεί.

Τέλος, για την επίλυση των εξισώσεων του οριακού στρώματος απαιτείται ο προσδιορισμός των σχέσεων υπολογισμού των παραμέτρων που εμφανίζονται στις εξισώσεις αυτές συναρτήσει των ανεξάρτητων μεταβλητών θ και δ^* , και των τοπικών συνθηκών ροής που εκφράζονται μέσω του τοπικού αριθμού Mach M_e και του, τοπικού πάχους ορμής, αριθμού Reynolds Re_θ . Έτσι για την περιοχή στρωτής ροής χρησιμοποιείται η οικογένεια παραμέτρων Falkner Skan ενώ για την περιοχή τυρβώδους ροής η εμπειρικές σχέσεις του Swafford [17]. Αυτές οι σχέσεις έχουν αναπτυχθεί για μόνιμες τυρβώδεις ροές και δεν έχουν διορθωθεί για την περίπτωση των μη μόνιμων ροών κι έτσι μπορούν να χρησιμοποιηθούν υπό τον περιορισμό ότι θα μελετηθούν σχετικά αργά μεταβαλλόμενες μη μόνιμες ροές.

2.4 Διακριτοποίηση του προβλήματος

Η αεροτομή χωρίζεται σε N ευθύγραμμα τμήματα (Σχήμα 2.7), πάνω στα οποία κατανέμονται πηγές και στροβιλότητα. Ο αριθμός των άγνωστων πηγών ισούται με τον αριθμό των ευθύγραμμων τμημάτων, τα οποία προσεγγίζουν το σύνορο της αεροτομής (i.e. σ^i , $i=1,N$).



Σχήμα 2.7 : Διακριτοποίηση του προβλήματος μη συνεκτικής ροής.

Όσον αφορά την επιφανειακή στροβιλότητα, στο μοντέλο «μονού» ομόρρου, παίρνει μια σταθερή τιμή γ σε όλη την επιφάνεια της αεροτομής. Στο μοντέλο «διπλού» ομόρρου εισάγονται δύο βαθμοί ελευθερίας, αντί ενός. Μια σταθερή τιμή γ^1 από την ακμή εκφυγής μέχρι το σημείο αποκόλλησης και μια δεύτερη σταθερή τιμή γ^2 για το υπόλοιπο κομμάτι της επιφάνειας της αεροτομής μέσα στην περιοχή αποκόλλησης. Ο λόγος που απαιτούνται

δύο βαθμοί ελευθερίας, για την περίπτωση του «διπλού» ομόρρου, είναι γιατί η ικανοποίηση της συνθήκης ανακοπής κατάντι του σημείου αποκόλλησης (όπως εξηγήθηκε πιο πάνω) αριθμητικά απαιτεί την εισαγωγή ενός επιπλέον βαθμού ελευθερίας στο πρόβλημα της μη συνεκτικής ροής. Αυτός ο επιπλέον βαθμός ελευθερίας σχετίζεται με τη στροβιλότητα στην επιφάνεια της αεροτομής, η οποία θεωρούμε ότι μετά το σημείο αποκόλλησης παίρνει μια διαφορετική τιμή καθώς μέρος της αποβάλλεται στον ομόρρο. Κάθε ένα από τα δύο φύλλα ομόρρου S_w και S_s , μορφοποιείται από το κοντινό κομμάτι, το οποίο αποτελείται από ευθύγραμμα τμήματα επιφανειακής στροβιλότητας γ_w^Δ και γ_s^Δ αντίστοιχα, και από το μακρινό κομμάτι που με τη σειρά του αποτελείται από στοιχεία στροβιλότητας (δίνες) (Γ_w^j , Γ_s^j όπου ο δείκτης j υποδηλώνει τη χρονική στιγμή κατά την οποία το στοιχείο στροβιλότητας αποβλήθηκε από την αεροτομή) που αναπαριστούν τη στροβιλότητα που αποβλήθηκε στα προηγούμενα χρονικά βήματα. Έτσι ο αριθμός των αγνώστων του προβλήματος της μη συνεκτικής ροής είναι $N+2$ στην περίπτωση του «μονού» ομόρρου και $N+4$ στην περίπτωση του «διπλού» ομόρρου.

Έτσι το πεδίο ταχύτητας της μη συνεκτικής ροής, όπως αυτό δίνεται από την εξίσωση 2.17, σε διακριτή μορφή γράφεται ως εξής :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}_i(\mathbf{x}_0; t) = & \sum_{i=1}^N \sigma^i \int_{\Delta S^i} \frac{\mathbf{r}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}) + \gamma^1 \sum_{i=1}^{N_{Ps}} \int_{\Delta S^i} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{k}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}) + \gamma^2 \sum_{i=N_{Ps}+1}^N \int_{\Delta S^i} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{k}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}) \\
 & + \sum_{p=w,s} \gamma_p^\Delta \int_{\Delta S_p^\Delta} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{k}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}_p) + \sum_{\substack{p=w,s \\ j=1,J}} \frac{\Gamma_p^j}{2\pi} \cdot \frac{\mathbf{r}_p^j \times \mathbf{k}}{r_p^{j^2}}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

όπου N_{Ps} είναι ο αριθμός των τμημάτων μέχρι το σημείο αποκόλλησης, $\mathbf{r}_p^j = \mathbf{x}_0 - \mathbf{Z}_p^j$, $p = w, s$ and \mathbf{Z}_p^j τα διανύσματα θέσης του j -στου στοιχείου στροβιλότητας και ΔS_w^Δ , ΔS_s^Δ τα μήκη των τμημάτων του κοντινού ομόρρου.

Για την, κάθετη στο τοίχωμα συνιστώσα της ταχύτητας συνεκτικής διόρθωσης, v_e θεωρούμε ότι κατανέμεται γραμμικά στους κόμβους του πλέγματος της αεροτομής. Αυτό σημαίνει ότι οι άγνωστοι v_e^I υπολογίζονται στα σημεία του πλέγματος. Εφαρμόζοντας ένα σχήμα ολοκλήρωσης πεπερασμένων όγκων στην 2.22, οι τιμές της v_e στα σημεία του

πλέγματος μπορούν να εκφραστούν συναρτήσεις των τιμών m οι οποίες παίρνονται στα κέντρα (σημεία ελέγχου) των ευθύγραμμων τμημάτων που συνιστούν την αεροτομή.

$$v_e^I = \sum_{k=1}^N (D^V)_{I,k} \cdot m^k \quad 2.27$$

Το ίδιο γίνεται και για την ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης $[v_e]_w$ (που δίνεται από την 2.25 στο φύλλο του ομόρρου, όταν εφαρμόζεται το μοντέλο «μονού» ομόρρου, και εκφράζεται συναρτήσει των $m^u + m^l$).

$$[v_e^I]_w = \sum_{k=1}^{N_w} (D_w^V)_{I,k} \cdot (m^u + m^l)^k \quad 2.28$$

όπου D^V και D_w^V είναι τα μητρώα που συνδέουν την κάθετη ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης με την παράμετρο m . Αντίθετα με την κάθετη ταχύτητα, η εφαπτομενική ταχύτητα κατανέμεται συνεχώς πάνω στα ευθύγραμμα τμήματα (panels).

Βάσει των πιο πάνω υποθέσεων, το πεδίο της ταχύτητας συνεκτικής διόρθωσης, που χρησιμοποιείται στο μοντέλο «μονού» ομόρρου (εξίσωση 2.18), γράφεται σε διακριτή μορφή ως :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^*(\mathbf{x}_0; t) = & \sum_{i=1}^N u_\tau^{*i} \int_{\Delta S^i} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{k}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^N \int_{\Delta S^i} v_e^i(s(\mathbf{x})) \cdot \frac{\mathbf{r}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}) + \\ & + \sum_{i=1}^{N_w} \int_{\Delta S_w^i} [v_e^i(s(\mathbf{x}_w))]_w \cdot \frac{\mathbf{r}}{2\pi \cdot r^2} ds(\mathbf{x}_w) \end{aligned} \quad 2.29$$

όπου :

$$v_e^i(s) = v_e^I \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{s}{\Delta S^i}\right)}_{1-\tilde{s}} + v_e^{I+1} \cdot \underbrace{\left(\frac{s}{\Delta S^i}\right)}_{\tilde{s}} = \sum_{k=1}^N \left((D^V)_{I,k} \cdot (1-\tilde{s}) + (D^V)_{I+1,k} \cdot \tilde{s} \right) \cdot m^k \quad 2.30$$

$$[v_e^i(s)]_w = [v_e^I]_w \cdot (1-\tilde{s}) + [v_e^{I+1}]_w \cdot \tilde{s} = \sum_{k=1}^{N_w} \left((D_w^V)_{I,k} \cdot (1-\tilde{s}) + (D_w^V)_{I+1,k} \cdot \tilde{s} \right) \cdot (m^u + m^l)^k \quad 2.31$$

Οι άγνωστοι στην εξίσωση 2.29 είναι οι N τιμές της u_τ^{*i} , που αυξάνει τον αριθμό των αγνώστων του προβλήματος της μη συνεκτικής ροής σε $2 \times N + 2$.

Στο μοντέλο του «διπλού» ομόρρου, όπου η περιγραφή του πεδίου ταχύτητας συνεκτικής διόρθωσης είναι ίδια με αυτή της μη συνεκτικής ροής, οι επιπρόσθετοι άγνωστοι είναι N σταθερές πηγές σ^{*i} , δύο σταθερές κατανομές επιφανειακής στροβιλότητας στην επιφάνεια της αεροτομής γ^{*1} και γ^{*2} και δύο κατανομές στροβιλότητας στα τμήματα του κοντινού ομόρρου $\gamma_w^{\Delta*}$ and $\gamma_s^{\Delta*}$. Οι άγνωστοι λόγω συνεκτικότητας μπορούν να προστεθούν στους αντίστοιχους του προβλήματος μη συνεκτικής ροής και τότε χρησιμοποιείται η εξίσωση 2.26 για τον υπολογισμό του πεδίου ταχύτητας της «ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής». Έτσι ο συνολικός αριθμός των αγνώστων του προβλήματος της μη συνεκτικής ροής παραμένει $N+4$ δεδομένου ότι τα ιδιόμορφα σημεία που σχετίζονται με το πεδίο συνεκτικής διόρθωσης ενσωματώνονται στους αγνώστους του προβλήματος της μη συνεκτικής ροής.

Οι άγνωστοι στις εξισώσεις του οριακού στρώματος υπολογίζονται στα σημεία ελέγχου. Στην περίπτωση του μοντέλου «μονού» ομόρρου, όπου οι εξισώσεις του οριακού στρώματος εκτείνονται κατά μήκος της άνω και κάτω πλευράς του ομόρρου, ορίζεται ένα πλέγμα στο φύλλο του ομόρρου το οποίο εκτείνεται μερικά μήκη χορδής κατάντι της ακμής εκφυγής. Υπάρχουν τρεις άγνωστοι στο κέντρο κάθε ευθύγραμμου τμήματος. Το πάχος μετατόπισης δ^{*i} (ή ισοδύναμα η παράμετρος m^i), το πάχος ορμής θ^i και ο συντελεστής ενίσχυσης n^i (στην περιοχή στρωτής ροής) ή ο συντελεστής διατμητικών τάσεων C_τ^i (στην περιοχή τυρβώδους ροής). Έτσι ο συνολικός αριθμός των αγνώστων των εξισώσεων του οριακού στρώματος είναι $3 \times (N + N_w)$, όπου N_w είναι ο αριθμός των τμημάτων που ορίζονται στον ομόρρο. Στο μοντέλο «διπλού» ομόρρου όπου οι εξισώσεις του οριακού στρώματος εφαρμόζονται μόνο μέχρι το σημείο αποκόλλησης ο συνολικός αριθμός των αγνώστων είναι $3 \times N_{ps}$.

Για τον υπολογισμό των αγνώστων του προβλήματος της μη συνεκτικής ροής εφαρμόζονται τα εξής :

Μοντέλο «μονού» ομόρρου

- Η συνθήκη μη εισχώρησης ικανοποιείται στα κέντρα των ευθύγραμμων τμημάτων δίνοντας N τον αριθμό ανεξάρτητες εξισώσεις

- Η εξίσωση 2.18 για την ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης ικανοποιείται στο κέντρο των ευθύγραμμων τμημάτων δίνοντας N τον αριθμό εξισώσεις.
- Εφαρμογή της συνθήκης Kutta στην ακμή εκφυγής. Η ταχύτητα στην ακμή εκφυγής, τόσο στην πάνω όσο και στην κάτω πλευρά, υπολογίζεται στο κέντρο των εφαπτόμενων ευθύγραμμων τμημάτων στην ακμή εκφυγής.
- Το θεώρημα Kelvin που δίνεται από την εξίσωση 2.16.

Μοντέλο «διπλού» ομόρρου

- Η συνθήκη της κάθετης στο τοίχωμα ταχύτητας 2.17 ικανοποιείται στο κέντρο των ευθύγραμμων τμημάτων δίνοντας N τον αριθμό ανεξάρτητες εξισώσεις.
- Εφαρμογή της συνθήκης Kutta στην ακμή εκφυγής και στο σημείο αποκόλλησης δίνει άλλες δύο εξισώσεις.
- Το θεώρημα Kelvin που δίνεται από την εξίσωση 2.16
- Η συνθήκη ανακοπής κατάντι του σημείου αποκόλλησης. Θεωρείται μηδενική ταχύτητα στο σημείο μόλις κατάντι του σημείου αποκόλλησης.

Οι εξισώσεις του προβλήματος μη συνεκτικής ροής γραμμικοποιούνται με την υπόθεση ότι τα μήκη του κοντινού ομόρρου και το σημείο αποκόλλησης είναι γνωστά. Τα μήκη ΔS_w^Δ , ΔS_s^Δ και οι κατευθύνσεις θ_w^Δ , θ_s^Δ του κοντινού ομόρρου συνδέονται με τους υπόλοιπους αγνώστους, επομένως ακολουθείται μια επαναληπτική διαδικασία σε κάθε χρονικό βήμα μέχρις ότου επιτευχθεί σύγκλιση της γεωμετρίας. Στο τέλος κάθε επανάληψης τα μήκη του κοντινού ομόρρου υπολογίζονται πολλαπλασιάζοντας τη μέση τοπική ταχύτητα, στην ακμή εκφυγής και στο σημείο αποκόλλησης αντίστοιχα, με το χρονικό βήμα. Σε ότι αφορά τις γωνίες αποβολής στην ακμή εκφυγής, το φύλλο στροβιλότητας ΔS_w^Δ εκφεύγει εφαπτομενικά προς την κάτω πλευρά της αεροτομής αν η κυκλοφορία γύρω από αυτή είναι θετική και εφαπτομενικά προς την πάνω αν είναι αρνητική. Αντίθετα η γωνία αποβολής θ_s^Δ του φύλλου στροβιλότητας ΔS_s^Δ που εκφεύγει από το σημείο αποκόλλησης καθορίζεται με βάση την κατεύθυνση του διανύσματος της εκεί τοπικής ταχύτητας. Τέλος η θέση στην οποία τοποθετείται το δεύτερο φύλλο στροβιλότητας είναι η θέση στην οποία ο συντελεστής C_f μηδενίζεται (συνθήκη αποκόλλησης οριακού στρώματος) και διορθώνεται

σε κάθε επανάληψη. Σημειώνεται ότι σύμφωνα με την μεθοδολογία που περιγράφηκε πιο πάνω, το σημείο αποκόλλησης πρέπει πάντα να συμπίπτει με ένα κόμβο του πλέγματος της αεροτομής. Αυτό σημαίνει ότι καθώς το σημείο P_s κινείται, απαιτείται μια νέα διακριτοποίηση του συνόρου της αεροτομής. Η νέα διακριτοποίηση αυτή, γίνεται σε όλο το πλέγμα ούτως ώστε οι αποστάσεις των σημείων του πλέγματος να παραμένουν λογικές.

Για τον αριθμό των αγνώστων του προβλήματος συνεκτικής ροής, οι διαφορικές εξισώσεις 2.19 και 2.20 του οριακού στρώματος και οι εξισώσεις προσδιορισμού των C_τ και n διακριτοποιούνται χρησιμοποιώντας ένα σχήμα πεπερασμένων διαφορών. Οι εξισώσεις του οριακού στρώματος που προκύπτουν σε διακριτή μορφή είναι μη γραμμικές κι έτσι λύνονται αριθμητικά με τη μέθοδο Newton-Raphson. Σημειώνεται ότι σε κάθε επανάληψη του βρόγχου των εξισώσεων της μη συνεκτικής ροής, χρησιμοποιείται μια λύση του οριακού στρώματος που έχει ήδη συγκλίνει, για τον προσδιορισμό του σημείου αποκόλλησης και της ταχύτητας συνεκτικής διόρθωσης.

2.5 Υπολογισμός των δυνάμεων

Έχοντας ολοκληρώσει την επαναληπτική διαδικασία για το κάθε χρονικό βήμα προχωράμε στον υπολογισμό των ταχυτήτων (εξισώσεις 2.26 & 2.29) και των πιέσεων πάνω στην αεροτομή. Ο υπολογισμός των πιέσεων θα γίνει υποθέτοντας ότι η ολική πίεση σε ένα τυχαίο σημείο της αεροτομής $p(\cdot)$, ισούται με τις πιέσεις $p_1(\cdot)$, $p_2(\cdot)$ λόγω του δυναμικού και του στροβιλικού κομματιού της ροής αντίστοιχα, και ισχύει ότι :

$$p = p_1 + p_2 \quad 2.32$$

Η εξίσωση Bernoulli γράφεται στην ακόλουθη μορφή:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot (\nabla \vec{u})^2 + \bar{\omega} \Lambda \vec{u} + \frac{\nabla p}{\rho} = 0 \quad 2.33$$

Η πιο πάνω εξίσωση, σύμφωνα με το θεώρημα αποσύνθεσης του Helmholtz, γράφεται:

$$\frac{\partial(\nabla\Phi + \nabla\Lambda\Psi)}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot (\nabla\bar{u})^2 + \bar{\omega}\Lambda\bar{u} + \frac{\nabla(p_1 + p_2)}{\rho} = 0 \quad 2.34$$

Για την ικανοποίηση της εξίσωσης 2.34 είναι αρκετό να ισχύουν οι πιο κάτω εκφράσεις :

$$\frac{\partial\nabla\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot (\nabla\bar{u})^2 + \frac{\nabla p_1}{\rho} = 0 \quad 2.35$$

$$\frac{\partial\nabla\Lambda\Psi}{\partial t} + \bar{\omega}\Lambda\bar{u} + \frac{\nabla p_2}{\rho} = 0 \quad 2.36$$

Από την εξίσωση 2.35 είναι δυνατόν να υπολογιστεί κατευθείαν το πεδίο $p_1(\cdot)$, ενώ με αναδιάταξης της 2.36 και εφαρμογή του τελεστή $\nabla \cdot (\text{div})$, δεδομένου ότι $\bar{\nabla} \cdot (\bar{\nabla} \times \vec{f}(\cdot)) = 0$, προκύπτει η ακόλουθη έκφραση :

$$\nabla^2 \frac{p_2}{\rho} = \nabla^2 p_2' = -\nabla(\bar{\omega}\Lambda\bar{u}) \quad 2.37$$

Το πεδίο πιέσεων p_2' , για ένα τυχαίο σημείο $\bar{x}_0 \in \mathbf{D}_+$, δίνεται, σύμφωνα με τη δεύτερη ταυτότητα του Green και υπό της υπόθεσης ότι η πίεση δεν αλλάζει σημαντικά κατά μήκος της κάθετης, στην αεροτομή, κατεύθυνσης, από τη σχέση :

$$\begin{aligned} p_2'(\bar{x}_0, t) - \int_S p_2'(\bar{x}_0, t) \partial_\nu G(\bar{x}_0 - \bar{x}) dS(\bar{x}) = \\ = - \int_{\mathbf{D}_+} \nabla(\bar{\omega}\Lambda\bar{u}) G(\bar{x}_0 - \bar{x}) d\mathbf{D}_+(\bar{x}) \end{aligned} \quad 2.38$$

Έτσι, σύμφωνα με το θεώρημα του Gauss, παίρνουμε :

$$\begin{aligned} \int_{\mathbf{D}_+} \nabla[(\bar{\omega}\Lambda\bar{u}) \cdot G(\bar{x}_0 - \bar{x})] d\mathbf{D}_+(\bar{x}) = \int_{\mathbf{D}_+} \nabla(\bar{\omega}\Lambda\bar{u}) G(\bar{x}_0 - \bar{x}) d\mathbf{D}_+(\bar{x}) \\ + \int_{\mathbf{D}_+} [(\bar{\omega}\Lambda\bar{u}) \nabla] G(\bar{x}_0 - \bar{x}) d\mathbf{D}_+(\bar{x}) = \int_S \bar{\nu}(\bar{\omega}\Lambda\bar{u}) G(\bar{x}_0 - \bar{x}) dS(\bar{x}) \end{aligned} \quad 2.39$$

Ο δεύτερος όρος της εξίσωσης 2.38 μπορεί να γραφτεί :

$$\int_{\mathbf{D}_+} \nabla(\bar{\omega}\Lambda\bar{u}) G(\bar{x}_0 - \bar{x}) d\mathbf{D}_+(\bar{x}) = \int_S \bar{\nu}(\bar{\omega}\Lambda\bar{u}) G(\bar{x}_0 - \bar{x}) dS(\bar{x}) - \quad 2.40$$

$$- \int_{D_+} [(\bar{\omega}\Lambda\bar{u})\nabla] G(\bar{x}_0 - \bar{x}) dD_+(\bar{x})$$

Στην πιο πάνω έκφραση ο επιφανειακός όρος του δεύτερου μέλους μπορεί να γραφτεί:

$$\int_{D_+} \nabla(\bar{\omega}\Lambda\bar{u}) dS(\bar{x}) = - \sum_{e=1}^N \gamma \int_{S_e} (\bar{v}\Lambda\bar{u})\bar{k} G(\bar{x}_0 - \bar{x}) dS(\bar{x}) \quad 2.41$$

ενώ ο χωρικός όρος, για ένα αριθμό διακριτών στοιχείων στροβιλότητας, μπορεί να γραφτεί:

$$\begin{aligned} \int_{D_+} [(\bar{\omega}\Lambda\bar{u})\nabla] G(\bar{x}_0 - \bar{x}) dD_+(\bar{x}) = \\ = \sum_{i=1}^{NI} [\Gamma_i(\bar{k}\Lambda\bar{u})\nabla] G(\bar{x}_0 - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^{NVort} [\Gamma_i(\bar{k}\Lambda\bar{u})\nabla] G(\bar{x}_0 - \bar{x}_i) \end{aligned} \quad 2.42$$

Χρησιμοποιώντας την έκφραση 2.38, προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για το πεδίο πιέσεων $p_2(\cdot)$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} p_2'(\bar{x}_s, t) - \int_S p_2'(\bar{x}_0, t) \partial_v G(\bar{x}_0 - \bar{x}) dS(\bar{x}) = \\ = - \sum_{e=1}^N \gamma \int_{S_e} (\bar{v}\Lambda\bar{u})\bar{k} G(\bar{x}_0 - \bar{x}) dS(\bar{x}) + \sum_{i=1}^{NI} [\Gamma_i(\bar{k}\Lambda\bar{u})\nabla] G(\bar{x}_0 - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^{NVort} [\Gamma_i(\bar{k}\Lambda\bar{u})\nabla] G(\bar{x}_0 - \bar{x}_i) \end{aligned} \quad 2.43$$

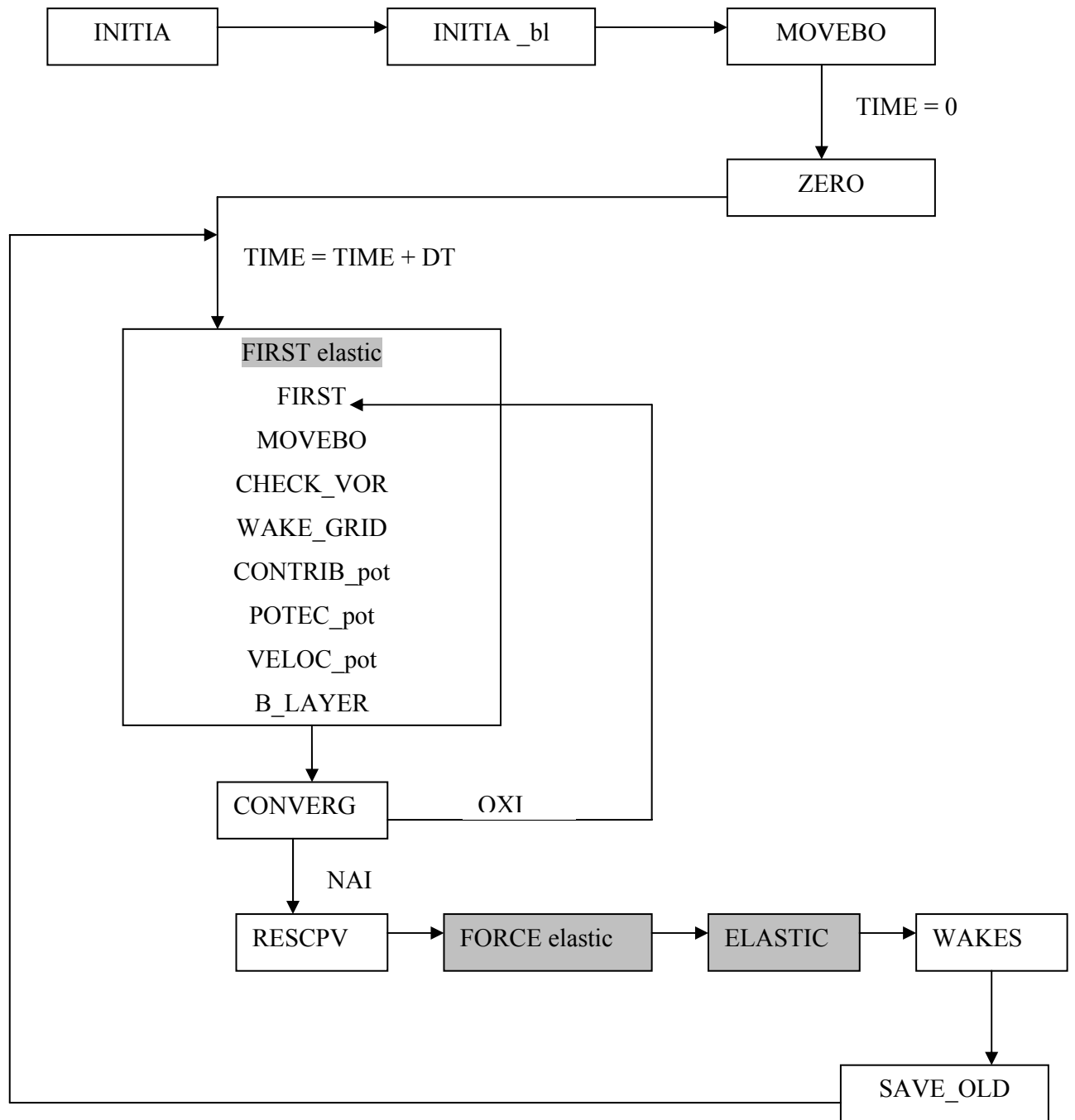
όπου ο πρώτος όρος του δεύτερου μέλους της πιο πάνω εξίσωσης αφορά την κατανεμημένη, στην αεροτομή και στον κοντινό ομόρρου, επιφανειακή στροβιλότητα, ο δεύτερος όρος στα στοιχεία στροβιλότητας του μακρινού ομόρρου και ο τρίτος όρος στα στοιχεία στροβιλότητας που τυχόν εισήχθησαν εξωτερικά στη ροή

Στη συνέχεια είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι συντελεστές φόρτισης (συντελεστής άνωσης C_L , συντελεστής αντίστασης C_D , συντελεστής ροπής C_M , κ.ά.) της αεροτομής ολοκληρώνοντας το πεδίο πιέσεων γύρω από την αεροτομή.

2.6 Λογικό διάγραμμα κώδικα FOIL2W

Στην παρούσα παράγραφο δίνεται σχηματικά (Σχήμα 2.8) ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο αεροδυναμικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, για την επίλυση του προβλήματος της μη μόνιμης – μη συνεκτικής ροής γύρω από αεροτομή. Επίσης δίνεται και μια σύντομη περιγραφή της λειτουργίας των υπορουτίνων που αποτελούν τον αλγόριθμο.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι στον βασικό αλγόριθμο επίλυσης του προβλήματος προστέθηκαν και μια σειρά από υπορουτίνες (γραμμοσκιασμένες) που αφορούν την επίλυση των ελαστικών εξισώσεων. Εκτεταμένη παρουσίαση των εξισώσεων αυτών, καθώς και η θεωρία που τις ακολουθεί θα παρουσιαστεί σε επόμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 2.8 : Λογικό Διάγραμμα κώδικα FOIL2W μαζί με τις υπορουτίνες που επιλύουν το αεροελαστικό πρόβλημα.

INITIA	Διαβάζει το αρχείο δεδομένων του προβλήματος και τη αεροτομής
INITIA_bl	Διαβάζει τις αρχικές παραμέτρους που χρησιμοποιούνται για τη επίλυση του οριακού στρώματος
MOVEBO	Μετακινεί την αεροτομή και υπολογίζει τα καινούρια γεωμετρικά χαρακτηριστικά της για κάθε χρονικό βήμα
ZERO	Υπολογίζει τη μόνιμη ροή γύρω από την αεροτομή στην αρχική θέση και υπολογίζει την αρχική κυκλοφορία. Επίσης δίνει μια πρώτη εκτίμηση για τον κοντινό ομόρρου.
FIRST_elastic	Διαβάζει τις αρχικές συνθήκες για την επίλυση των ελαστικών εξισώσεων
FIRST	Αρχικοί υπολογισμοί, απαραίτητοι για κάθε χρονικό βήμα
CHECK_VOR	Ελέγχει αν τα σωματίδια περνάνε μέσα στο οριακό στρώμα
WAKE_GRID	Καθορίζει την γεωμετρία του ομόρρου μέσα στην οποία λύνονται οι εξισώσεις του οριακού στρώματος
CONTRIB_pot	Υπολογίζει τα ιδιόμορφα σημεία που είναι διανεμημένα στην αεροτομή και στον ομόρρου
POTEC_pot	Κατασκευάζει και λύνει το μητρώο του προβλήματος καθορίζοντας τις άγνωστες διανομές
VELOC_pot	Υπολογίζει τη δυναμική επαπτομενική ταχύτητα
B_LAYER	Επιλύει το πρότυπο του οριακού στρώματος
CONVERG	Ελέγχει τη σύγκλιση των μεγεθών του μήκους του κοντινού ομόρρου και της γωνίας αποβολής του
RESCPV	Υπολογίζει τα αεροδυναμικά φορτία της αεροτομής
FORCE_elastic	Υπολογίζει, από τα αεροδυναμικά φορτία, τις δυνάμεις που χρησιμοποιούνται για την επίλυση των αεροελαστικών εξισώσεων
ELASTIC	Επιλύει τις αεροελαστικές εξισώσεις
WAKES	Μετακινεί τις δίνες του ομόρρου στις νέες θέσεις
SAVE_old	Σώζονται όλα τα απαραίτητα στοιχεία που θα χρησιμοποιηθούν στο επόμενο χρονικό βήμα

Κεφάλαιο 3ο

Μεταβλητή ακμή εκφυγής σε αεροτομή ανεμογεννήτριας

3.1 Εισαγωγή

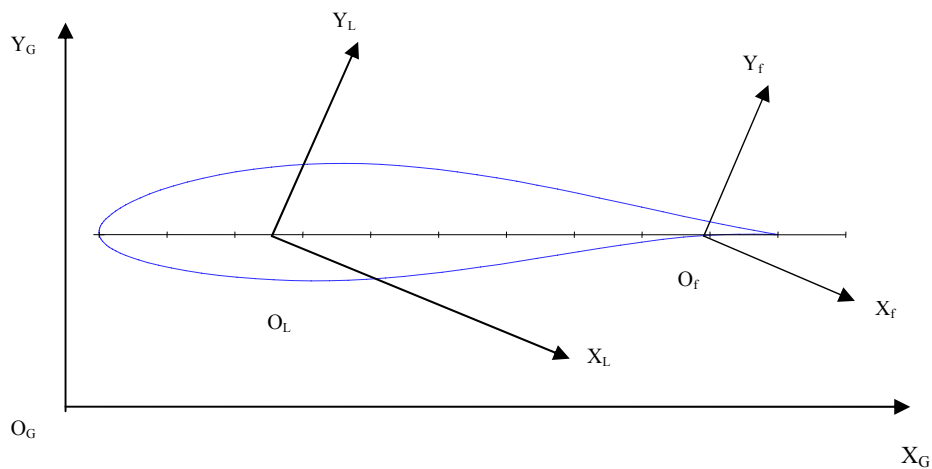
Η μέθοδος επίλυσης του μη συνεκτικού μη μόνιμου προβλήματος ροής γύρω από αεροτομή, που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, θα χρησιμοποιηθεί εδώ με σκοπό να διερευνηθεί αεροτομή μεταβλητής γεωμετρίας στην ακμή εκφυγής της. Το πρότυπο FOIL2W χρησιμοποιήθηκε από άλλες μελέτες (18,19,20,21) για τη διερεύνηση της ροής σε αεροτομές διαφόρων τύπων και χαρακτηριστικών, αλλά ποτέ σε αεροτομή με ενσωματωμένη μεταβλητή ακμή εκφυγής που να θεωρείται ως ένα ανεξάρτητα, κινούμενο μέρος της αεροτομής.

Στο παρόν κεφάλαιο θα επιχειρηθεί μια διερεύνηση προς αυτή την κατεύθυνση χρησιμοποιώντας μια τυπική αεροτομή ανεμογεννήτριας τύπου NACA-63419 στην οποία ένα μέρος της θα είναι μεταβαλλόμενο ως προς ένα σταθερό σημείο της χορδής της. Συγκεκριμένα, με κέντρο αυτό το σταθερό σημείο και ακτίνα, από το σημείο εκείνο μέχρι την ακμή εκφυγής, θα διαγράφεται μια στρέψη του κομματιού αυτού κατά μια γωνία α_{flap} . Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο θα πρέπει να γίνουν κάποιες προσθήκες στο ήδη υπάρχον πρότυπο που αφορούν την γεωμετρία της αεροτομής, αλλά και στους υπολογισμούς που αφορούν την συνεισφορά της ταχύτητας του κομματιού αυτού, αρχικά στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά, αλλά και στη συνέχεια στις αεροελαστικές εξισώσεις.

Αφού αρχικά παρουσιαστούν, λεπτομερώς οι προσθήκες αυτές, στη συνέχεια θα διερευνηθεί η δυνατότητα κίνησης του γεωμετρικά μεταβλητού μέρους της αεροτομής, υπό διάφορες παραμέτρους κίνησης και ροής. Πιο συγκεκριμένα, θέτοντας την υπόλοιπη αεροτομή σταθερή θα επιχειρηθεί μια πρώτη αξιολόγηση του κινούμενου κομματιού της αεροτομής υπό διάφορες γωνίες πρόσπτωσης του αέρα α_{wind} . Στη συνέχεια θα εξεταστεί, σύμφωνα με αυτές τις γωνίες πρόσπτωσης η αεροδυναμική συμπεριφορά της αεροτομής μετατοπίζοντας, αρχικά, και στη συνέχεια θέτοντας σε κίνηση την ακμή εκφυγής της αεροτομής.

3.2 Γεωμετρία του προβλήματος

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.2-1 για την διερεύνηση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκαν τρία συστήματα συντεταγμένων στα οποία τοποθετήθηκε η αεροτομή. Το τοπικό (local) σύστημα συντεταγμένων $O_L X_L Y_L$ το οποίο έχει ως αρχή των αξόνων το αεροδυναμικό κέντρο, που βρίσκεται στο 25% της χορδής. Το σύστημα συντεταγμένων $O_f X_f Y_f$ που αφορά την περιοχή του flap με αρχή των αξόνων το % της χορδής, σταθερό σημείο και εκτείνεται (κατά την X_f κατεύθυνση) έως το σημείο εκφυγής και τέλος, το ολικό (global) σύστημα συντεταγμένων $O_G X_G Y_G$ που περιλαμβάνει όλα τα παραπάνω.



Σχήμα 3.2-1 : Τα συστήματα συντεταγμένων

Αναλυτικότερα το σύστημα συντεταγμένων $O_f X_f Y_f$ με άξονες $O_f X_f$ το % σταθερό σημείο της χορδής και $O_f Y_f$ την κατανομή t . Έχει ως σταθερή αρχή των αξόνων το σημείο αυτό και εκτελεί ημιτονοειδής ταλάντωση με μια γωνία $\hat{\alpha}_f$ (σχήμα 3.2-2) της μορφής:

$$\hat{\alpha}_f = \hat{\alpha}_{0f} + \hat{\alpha}_{1f} \sin(\omega_f t - \phi_f)$$

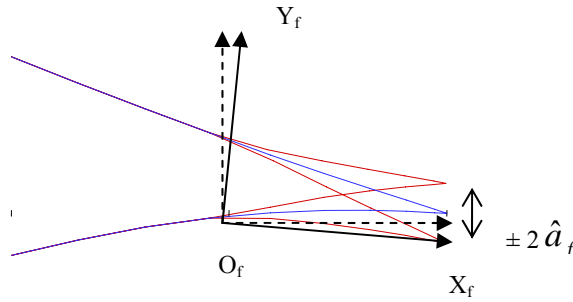
όπου $\hat{\alpha}_f$ είναι η γωνία στρέψης του $O_f X_f Y_f$

$\hat{\alpha}_{0f}$ η αρχική γωνία ταλάντωσης

$\hat{\alpha}_{1f}$ το πλάτος της ταλάντωσης

ω_f η συχνότητα

ϕ_f η φάση



Σχήμα 3.2-2 : Η μετατόπιση κατά γωνία $\hat{\alpha}_f$ της ακμής εκφυγής στο σύστημα $O_f X_f Y_f$

Τα σημεία του κινούμενου μέρους της αεροτομής προκύπτουν από την στρέψη του συστήματος $O_f X_f Y_f$ και προέρχονται από τις εξισώσεις :

$$\begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \end{bmatrix} = A_f \cdot \begin{bmatrix} X_0 - X_{flap} \\ Y_0 - Y_{flap} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{flap} \\ Y_{flap} \end{bmatrix}$$

όπου $A_f = \begin{bmatrix} \cos \alpha_f & \sin \alpha_f \\ -\sin \alpha_f & \cos \alpha_f \end{bmatrix}$, το μητρώο στρέψης της ακμής εκφυγής, X_F, Y_F τα μετατοπισμένα σημεία της αεροτομής που αφορούν το ποσοστό αυτό για γωνία $\pm \hat{\alpha}_f$, X_0, Y_0 τα αρχικά σημεία της αεροτομής για γωνία $\hat{\alpha}_f = 0$, και X_{flap}, Y_{flap} η σταθερή αρχή των αξόνων του συστήματος $O_f X_f Y_f$.

Στη συνέχεια γίνεται μεταφορά των σημείων στο τοπικό σύστημα αξόνων $O_L X_L Y_L$ (σχήμα 3.2-3), με το άξονα $O_L X_L$ να ταυτίζεται με τη χορδή της αεροτομής και τον άξονα $O_L Y_L$ που παρουσιάζει την κατανομή του πάχους t της αεροτομής. Έχει ως σταθερή αρχή των αξόνων το κέντρο βάρους της αεροτομής που βρίσκεται στο 25% της χορδής και εκτελεί ταλάντωση με μια γωνία $\hat{\alpha}$ της μορφής :

$$\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \sin(\omega t - \phi)$$

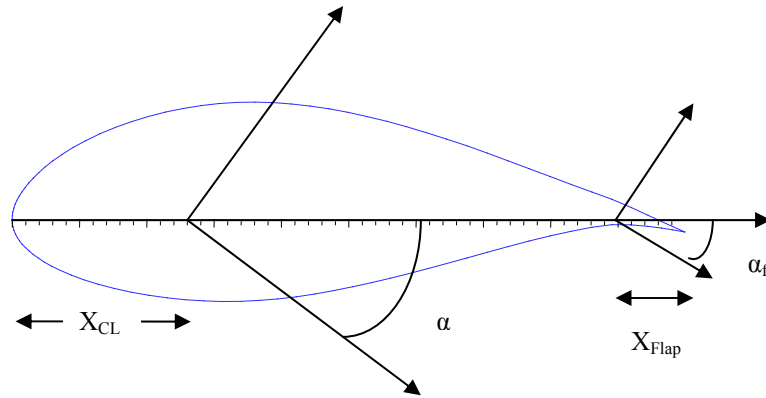
όπου $\hat{\alpha}$ είναι η γωνία στρέψης του τοπικού συστήματος $O_L X_L Y_L$

$\hat{\alpha}_0$ η αρχική γωνία ταλάντωσης

$\hat{\alpha}_1$ το πλάτος της ταλάντωσης

ω η συχνότητα

ϕ η φάση



Σχήμα 3.2-3 : Η μετατόπιση της αεροτομής κατά γωνία $\hat{\alpha}$, στο σύστημα $O_L X_L Y_L$

Τα σημεία της αεροτομής που προκύπτουν από την ταλάντωση και των δύο μερών της αεροτομής δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις :

$$\begin{bmatrix} X_L \\ Y_L \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} X_0 - X_{CL} \\ Y_0 - Y_{CL} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \end{bmatrix}$$

όπου $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, το μητρώο στρέψης της αεροτομής X_L, Y_L είναι οι τοπικές

συντεταγμένες σημείου ελέγχου της αεροτομής για γωνία $\hat{\alpha}$, X_0, Y_0 τα αρχικά σημεία της αεροτομής για γωνίες $\hat{\alpha} = 0$, $\hat{\alpha}_f = 0$ και X_{CL}, Y_{CL} οι συντεταγμένες, ως προς τοπικό σύστημα, του κέντρου βάρους το οποίο συμπίπτει με το αεροδυναμικό κέντρο και βρίσκεται στο 25% της χορδής.

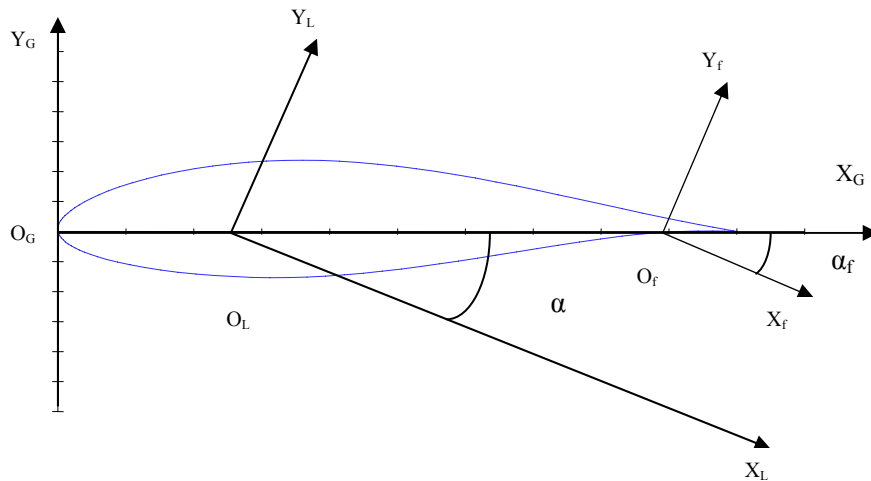
Τέλος για τη μεταφορά στο σταθερό ολικό σύστημα συντεταγμένων $O_G X_G Y_G$ (σχήμα 3.2-4) με αρχή των αξόνων το (0,0) που τοποθετείται στο σημείο προσβολής της αεροτομής και τους άξονες $O_G X_G, O_G Y_G$ να εκτείνονται κατά μήκος της χορδής c και του πάχους t , αντίστοιχα. Τα σημεία της αεροτομής, πλέον προκύπτουν από τις εξισώσεις :

$$\begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \end{bmatrix} = A_G \cdot \begin{bmatrix} X_L \\ Y_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{MOVE} \\ Y_{MOVE} \end{bmatrix}$$

όπου $A_G = A \cdot A_f$

X_G, Y_G είναι οι ολικές συντεταγμένες,

X_{MOVE}, Y_{MOVE} οι αρχικές μετατοπίσεις της αεροτομής κατά τον $O_G X_G$ και $O_G Y_G$



Σχήμα 3.2-4 : Η μετατόπιση της αεροτομής στο σύστημα $O_G X_G Y_G$

3.3 Ταχύτητα του σώματος U_{body}

Ένας σημαντικός παράγοντας που πρέπει να ληφθεί υπόψη, για την σωστή επίλυση του προβλήματος είναι η συνεισφορά της ταχύτητας, που αναπτύσσεται στην περιοχή του κινούμενου κομματιού της αεροτομής, και επηρεάζει τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής. Με αναφορά το ολικό σύστημα αξόνων το διάνυσμα των ταχυτήτων του σώματος διαφοροποιείται όσον αφορά τα σημεία ελέγχου που βρίσκονται σε αυτήν την περιοχή τα οποία, εν συνεχεία, επιδρούν στα υπόλοιπα με αποτέλεσμα την αλλαγή της αεροδυναμικής της αεροτομής και κατ' επέκταση του πτερυγίου.

Πιο συγκεκριμένα η ταχύτητα του σώματος προέρχεται από το συνδυασμό των δύο ταλαντωτικών κινήσεων που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Το ένα είναι η ταλάντωση της ακμής εκφυγής και το δεύτερο είναι η ταλάντωση ολόκληρης της αεροτομής, που στην παρούσα διερεύνηση δεν εξετάζεται. Το διάνυσμα ταχύτητας προέρχεται συνυπολογίζοντας και τις δύο αυτές κινήσεις και είναι :

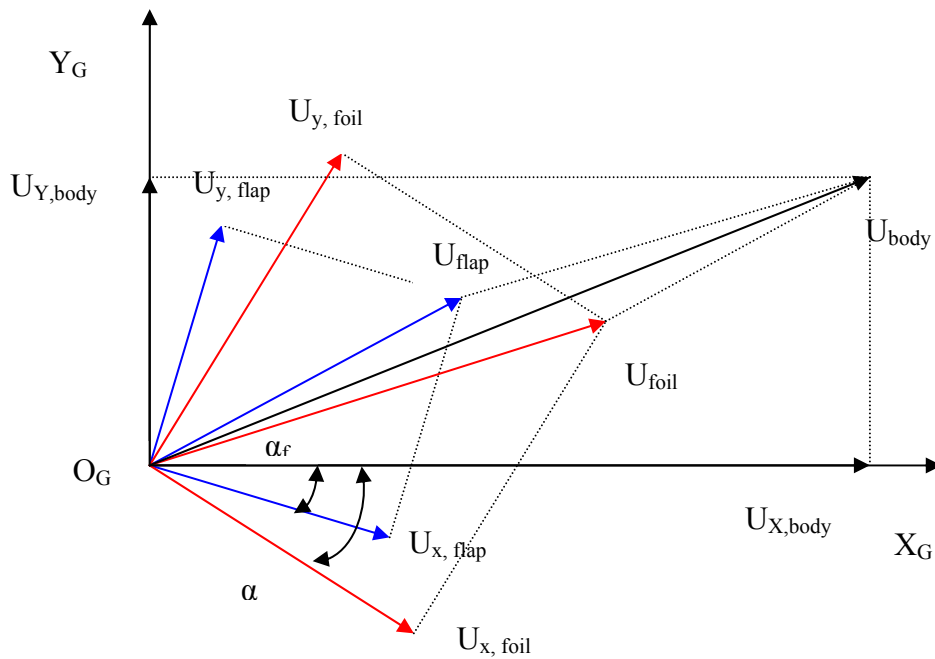
$$\begin{aligned} \vec{r}_{body} &= A^\alpha \cdot \left[\begin{pmatrix} \vec{r}_2 \\ 0 \end{pmatrix} + A^{a_f} \begin{pmatrix} \vec{r}_1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= A^\alpha \cdot \begin{pmatrix} r_2 \\ 0 \end{pmatrix} + A^\alpha A^{a_f} \begin{pmatrix} r_1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

όπου $A^\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ μητρώο στρέψης της αεροτομής, $A^{\alpha_f} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_f & \sin \alpha_f \\ -\sin \alpha_f & \cos \alpha_f \end{bmatrix}$ το

μητρώο στρέψης της ακμής εκφυγής, $\vec{r}_2 = \vec{r} - \vec{r}_1$ το διάνυσμα του τυχαίου σημείου της αεροτομής που βρίσκεται στη περιοχή του flap από το αεροδυναμικό κέντρο, \vec{r} το διάνυσμα των σημείων ελέγχου στο τοπικό σύστημα αξόνων $O_L X_L Y_L$ με αρχή των αξόνων το αεροδυναμικό κέντρο (25% της χορδής) και τέλος \vec{r}_1 το διάνυσμα των σημείων της κινούμενης περιοχής του flap από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων $O_f X_f Y_f$. Επομένως οι συνιστώσες των ταχυτήτων (σχήμα 3.3-1) των σημείων της αεροτομής συμπεριλαμβανομένης και της περιοχής του flap είναι :

$$U_{X_{body}} = -\dot{\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot r_2 - (\dot{\alpha} + \dot{\alpha}_f) \cdot \sin(\alpha + \alpha_f) \cdot r_1$$

$$U_{Y_{body}} = -\dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot r_2 - (\dot{\alpha} + \dot{\alpha}_f) \cdot \cos(\alpha + \alpha_f) \cdot r_1$$



Σχήμα 3.3-1 : Το διάνυσμα της ταχύτητας του σώματος

3.4 Επαγωγική γωνία $\alpha_{\text{effective}}$

Η γωνία πρόσπτωσης του ανέμου, και συνεπώς τόσο το διάνυσμα της όσο και το μέτρο της επηρεάζει τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά γύρω από την αεροτομή αλλά και τον ομόρρου. Σε αυτή θα πρέπει να συνυπολογιστεί και η γωνία μετατόπισης \hat{a}_f της ακμής εκφυγής.

Πιο συγκεκριμένα εάν η γωνία πρόσπτωσης του ανέμου $\hat{\alpha}_{wind}$ ή η γωνία ταλάντωσης \hat{a} της αεροτομής είναι μηδέν αλλά υπάρχει γωνία μετατόπισης \hat{a}_f της ακμής εκφυγής, τότε η αεροδυναμική γύρω από την αεροτομή, αλλά και οι εξισώσεις του ομόρρου επηρεάζονται από την επαγωγική γωνία $\alpha_{\text{effective}}$, που είναι το άθροισμα των $\hat{\alpha}_{wind} + \hat{a}_f$ και επηρεάζει το μέτρο και το διάνυσμα της ταχύτητας του ανέμου U_{wind} . Είναι προφανές ότι κάθε μία από τις παραπάνω γωνίες είναι ικανή να διαφοροποιήσει τις λύσεις των εξισώσεων, αλλά στην προκειμένη περίπτωση θα πρέπει να εισαχθεί στον υπολογισμό μια εξίσωση που αφορά το διάνυσμα της U_{wind} το οποίο μπορεί να αντιπαρατεθεί με τα αεροδυναμικά και αεροελαστικά χαρακτηριστικά της αεροτομής.

Η εξίσωση που χρησιμοποιήθηκε είναι το εξωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων.

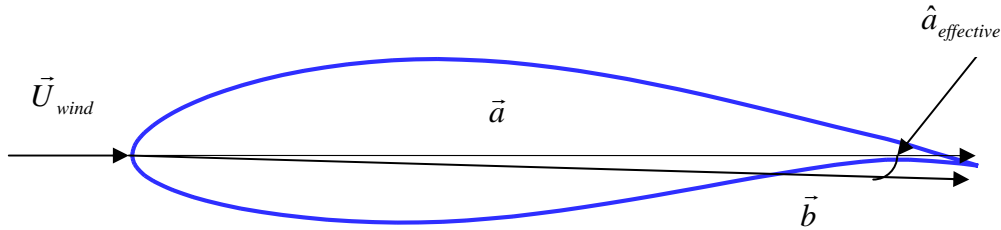
$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \sin \hat{\alpha}_{wind,new}$$

Το διάνυσμα \vec{a} (σχήμα 3.3-2) είναι η χορδή της αεροτομής με αρχή το $(x_0, y_0) = (0, 0)$ (leading edge) και πέρας το $(x_1, y_1) = (x_{TE}, y_{TE})$ (trailing edge) για $\hat{a}_f = 0$ και το \vec{b} , με ίδιο αρχικό σημείο και πέρας η μετατοπισμένη υπό γωνία \hat{a}_f ακμή εκφυγής της αεροτομής με $(x'_1, y'_1) = (x_{TE}', y_{TE}')$. Όπως είναι προφανές το μέτρο των \vec{a} και \vec{b} για $\hat{a}_f = 0$ είναι ίδιο, ενώ για γωνία \hat{a}_f το μέτρο του \vec{b} είναι μικρότερο. Η διαφορά αυτή έχει άμεση σχέση με την γωνία της ακμής εκφυγής καθώς και με την γωνία πρόσπτωσης του ανέμου $\hat{\alpha}_{wind,new}$ που επιδρά στα σημεία της αεροτομής που βρίσκονται σε αυτήν την περιοχή.

Στις περιπτώσεις που εξετάστηκαν και θα παρουσιαστούν στην συνέχεια η γωνία \hat{a}_f έχει ως μέγιστη τιμή τις $\pm 5^\circ$ επομένως η διαφορά των δύο διανυσμάτων είναι

της τάξεως του 0.01%. Δεν θα ήταν λάθος να θεωρηθεί $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ οπότε η παραπάνω εξίσωση διαμορφώνεται ως εξής :

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sin \hat{\alpha}_{wind,new}$$



Σχήμα 3.3-2 : Η επαγωγική γωνία $\alpha_{effective}$

3.5 Αποτελέσματα

Για να αξιολογηθεί η επίδραση της μεταβλητής ακμής εκφυγής σε αεροτομή στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της διενεργήθηκε αρχικά μια σταθερή μετατόπιση της ακμής εκφυγής α_{of} για μια σειρά από διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου και στη συνέχεια για τις ίδιες γωνίες, τέθηκε σε ημιτονοειδής κίνηση η ακμή εκφυγής της μορφής :

$$\hat{\alpha}_f = \hat{\alpha}_{0f} + \hat{\alpha}_{1f} \sin(\omega_f t - \phi_f)$$

όπου $\hat{\alpha}_f$ είναι η γωνία στρέψης της ακμής εκφυγής,

$\hat{\alpha}_{0f}$ η αρχική γωνία ταλάντωσης,

$\hat{\alpha}_{1f}$ το πλάτος της ταλάντωσης,

ω_f η συχνότητα, και

ϕ_f η φάση

Η αεροτομή που χρησιμοποιήθηκε είναι μια NACA-63419 της οποίας το αεροδυναμικό κέντρο συμπίπτει με το κέντρο βάρους της στο 25% της χορδής και ο αριθμός Reynolds είναι ίσος με $2 \cdot 10^6$, ενώ το σταθερό κέντρο μετατόπισης και ταλάντωσης είναι το 10% της χορδής.

Αρχικά η αεροτομή εξετάστηκε για σταθερά μετατοπισμένη ακμή εκφυγής υπό γωνίες $\hat{a}_f = \pm 1^\circ$, $\hat{a}_f = \pm 3^\circ$, $\hat{a}_f = \pm 5^\circ$ και για γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου από -2° έως 20° . Στη συνέχεια για τις ίδιες γωνίες ανέμου τέθηκε, το υπό εξέταση κομμάτι της αεροτομής, σε ταλάντωση της παραπάνω μορφής. Οι παράμετροι της ταλάντωσης που εξετάστηκαν είναι για αρχικό πλάτος $\hat{a}_{0f} = 0^\circ$ αρχική φάση $\phi_f = 0.$, το πλάτος της ταλάντωσης \hat{a}_{1f} παίρνει τις τιμές 1° , 3° και 5° , η συχνότητά της παίρνει τις τιμές 0.1, 0.25, 0.5.

3.5.1 Σταθερή μετατόπιση \hat{a}_f

Στα σχήματα 3.5.1-1 έως 3.5.1-3 παρουσιάζονται οι καμπύλες των αεροδυναμικών συντελεστών, της άνωσης C_L , οπισθέλκουσας C_D και ροπής C_M συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης του ανέμου και για γωνίες της ακμής εκφυγής $\hat{a}_f = \pm 1^\circ$, $\hat{a}_f = \pm 3^\circ$, $\hat{a}_f = \pm 5^\circ$.

Από το σχήμα 3.5.1-1 παρατηρείται ότι για μετατόπιση της ακμής εκφυγής υπό θετικές γωνίες η καμπύλη του συντελεστή άνωσης μετατοπίζεται προς μεγαλύτερες τιμές, μειώνοντας έτσι τη γωνία α_{wind} όπου $C_{L0} = 0$. Αντιθέτως για αρνητικές γωνίες μετατοπίζεται προς μικρότερες τιμές αυξάνοντας την αντίστοιχη γωνία. Επίσης για γωνία πρόσπτωσης 20° και για όλες οι μετατοπίσεις της \hat{a}_f η τιμή του C_L συγκλίνει με τη τιμή ανάλογη τιμή που αντιστοιχεί στη μηδενική μετατόπιση.

Στο σχήμα 3.5.1-2, για $\alpha_{wind} \leq 12^\circ$ και αρνητικές γωνίες του \hat{a}_f παρατηρείται αύξηση του συντελεστή οπισθέλκουσας C_D , ενώ για θετικές μετατοπίσεις του \hat{a}_f μειώνεται. Ο πίνακας 3.1 παρουσιάζει ενδεικτικές τιμές για τον συντελεστή C_{Dp} , που υπολογίζεται από τις πιέσεις που ασκούνται στην αεροτομή, τον συντελεστή C_D , στον οποίο συνυπολογίζεται η επίδραση του οριακού στρώματος και τέλος από τη διαφορά τους η οποία δίνει το συντελεστή τριβής C_f . Οι τιμές αυτές δίνονται για γωνίες μετατόπισης της ακμής εκφυγής 0° , $\pm 5^\circ$ και για γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου 4° , 6° , 8° . Αυτό που παρατηρείται είναι ότι ο συντελεστής C_{Dp} μειώνεται για θετικές τιμές του \hat{a}_f , ενώ αυξάνεται για αρνητικές τιμές του \hat{a}_f . Αυτή η διαφοροποίηση στο C_{Dp} είναι

και η αιτία της συμπεριφοράς του C_D αφού ο συντελεστής τριβής C_f παραμένει σταθερός.

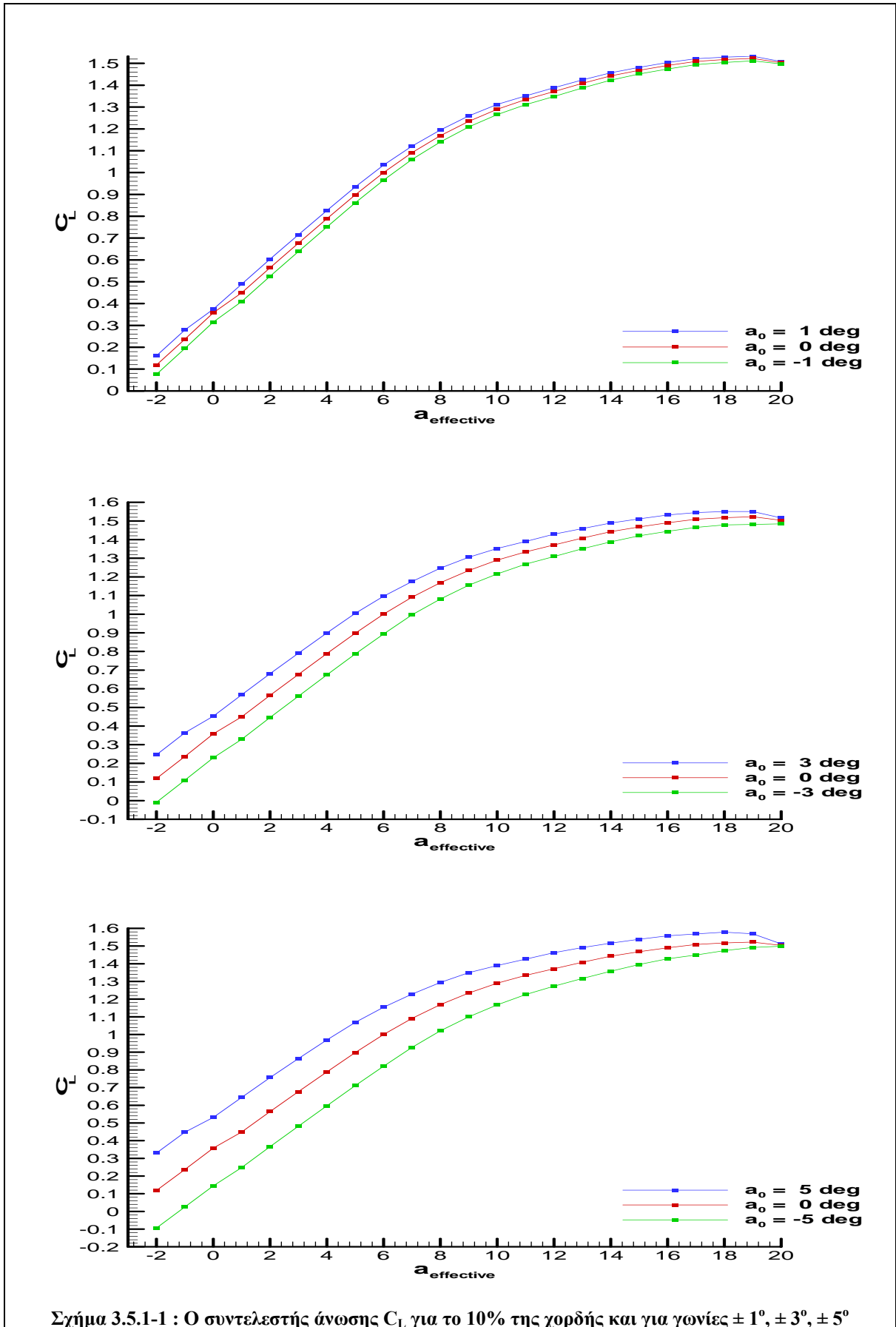
\hat{a}_f (°)	α_{wind} (°)	C_{Dp}	C_D	$C_D - C_{Dp} = C_f$
5	4	-0.0016	0.0052	0.0068
0		0.0002	0.0070	0.0068
-5		0.0011	0.0078	0.0067
5	6	-0.0033	0.0036	0.0069
0		-0.001	0.0058	0.0068
-5		0.0001	0.0068	0.0067
5	8	-0.0048	0.0018	0.0066
0		-0.0024	0.0043	0.0067
-5		-0.0007	0.0057	0.0064

Πίνακας 3.1 : Ενδεικτικές τιμές για τα C_{Dp} , C_D και C_f

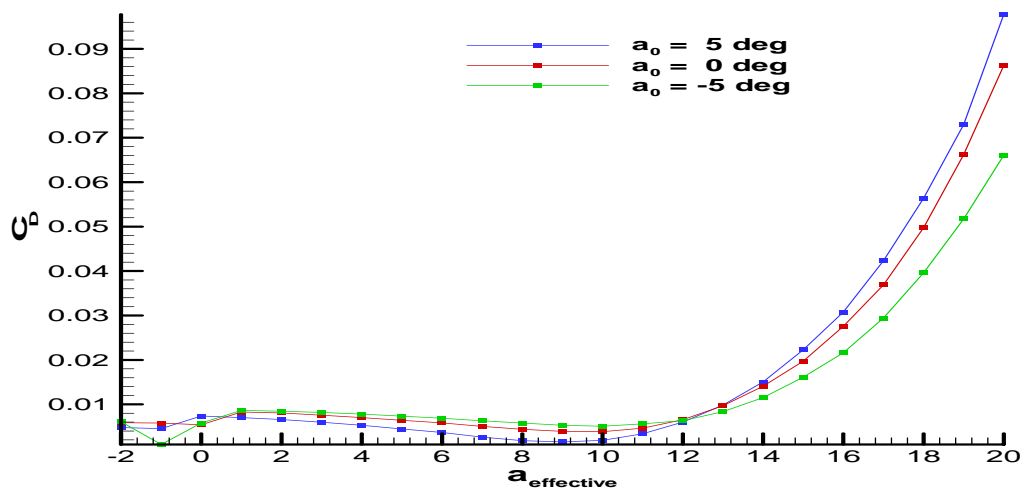
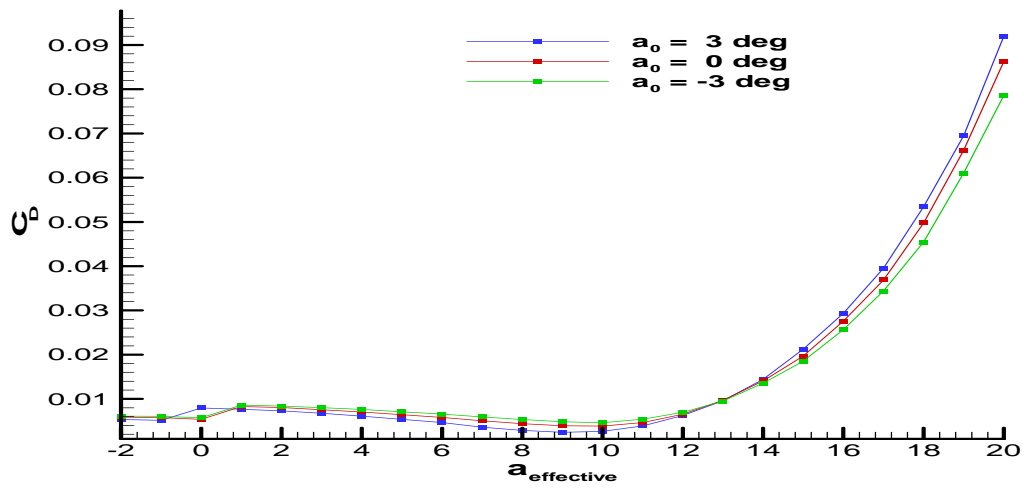
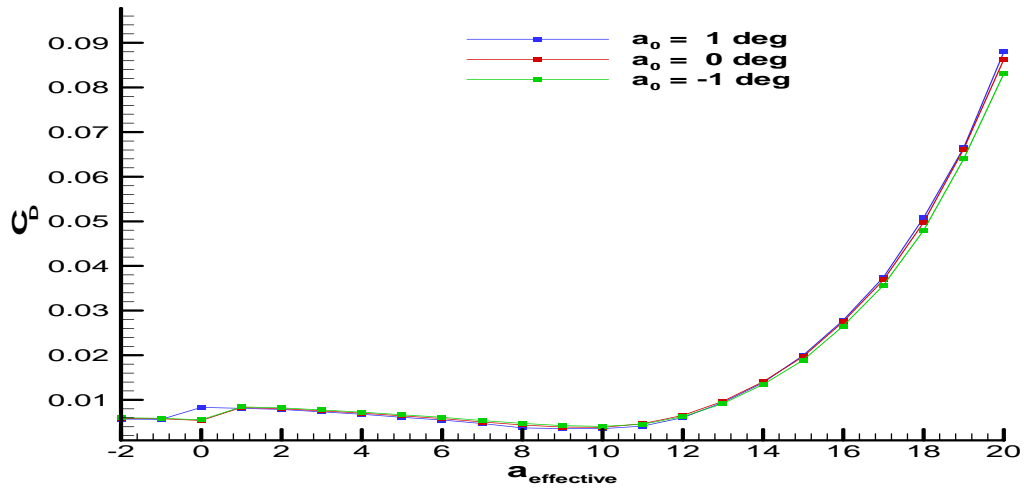
Στο σχήμα 3.5.1-4 παρατηρείται ότι για τις θετικές τιμές των μετατοπίσεων η αποκόλληση ξεκινά από τις $\alpha_{wind} = 7^\circ$ γωνία πρόσπτωσης του ανέμου εκτός από τις τιμές $\hat{a}_f = 3^\circ$ και $\hat{a}_f = 5^\circ$ που ξεκινά από τις $\alpha_{wind} = 6^\circ$, και για τις αρνητικές τιμές η αποκόλληση ξεκινάει από τις $\alpha_{wind} = 8^\circ$ εκτός της μηδενικής μετατόπισης και της τιμής $\hat{a}_f = 1^\circ$, που ξεκινάει από τις $\alpha_{wind} = 7^\circ$.

Στα σχήματα 3.5.1-5 έως 3.5.1-7 παρουσιάζεται ο συντελεστής πίεσης C_p της αεροτομής συναρτήσει της χορδής της, για γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου 0° , 4° , 8° , 12° , 16° , 20° και για τις προαναφερόμενες τιμές μετατόπισης. Αυτό που παρατηρείται για όλες τις τιμές είναι ότι στις χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης παρουσιάζεται μια διαφοροποίηση στο συντελεστή πίεσης, ο οποίος σε κάποιο σημείο στην κάτω πλευρά της αεροτομής μειώνεται για αρνητικές μετατοπίσεις και αυξάνεται για θετικές. Το σημείο αυξομείωσης, όσο αυξάνεται η γωνία πρόσπτωσης τόσο αυτό μετακινείται προς την ακμή εκφυγής. Αυτή η διαφοροποίηση στο συντελεστή πίεσης οφείλεται στο σημείο μετάβασης του οριακού στρώματος από στρωτή σε τυρβώδη ροή και το οποίο μετακινείται όσο μεγαλώνει η γωνία πρόσπτωσης προς την ακμή εκφυγής. Το αντίστοιχο σημείο μετάβασης της πάνω πλευράς είναι ευδιάκριτο στις μικρές γωνίες πρόσπτωσης του ανέμου, και το οποίο μετακινείται προς την ακμή προσβολής της αεροτομής όσο αυτές μεγαλώνουν.

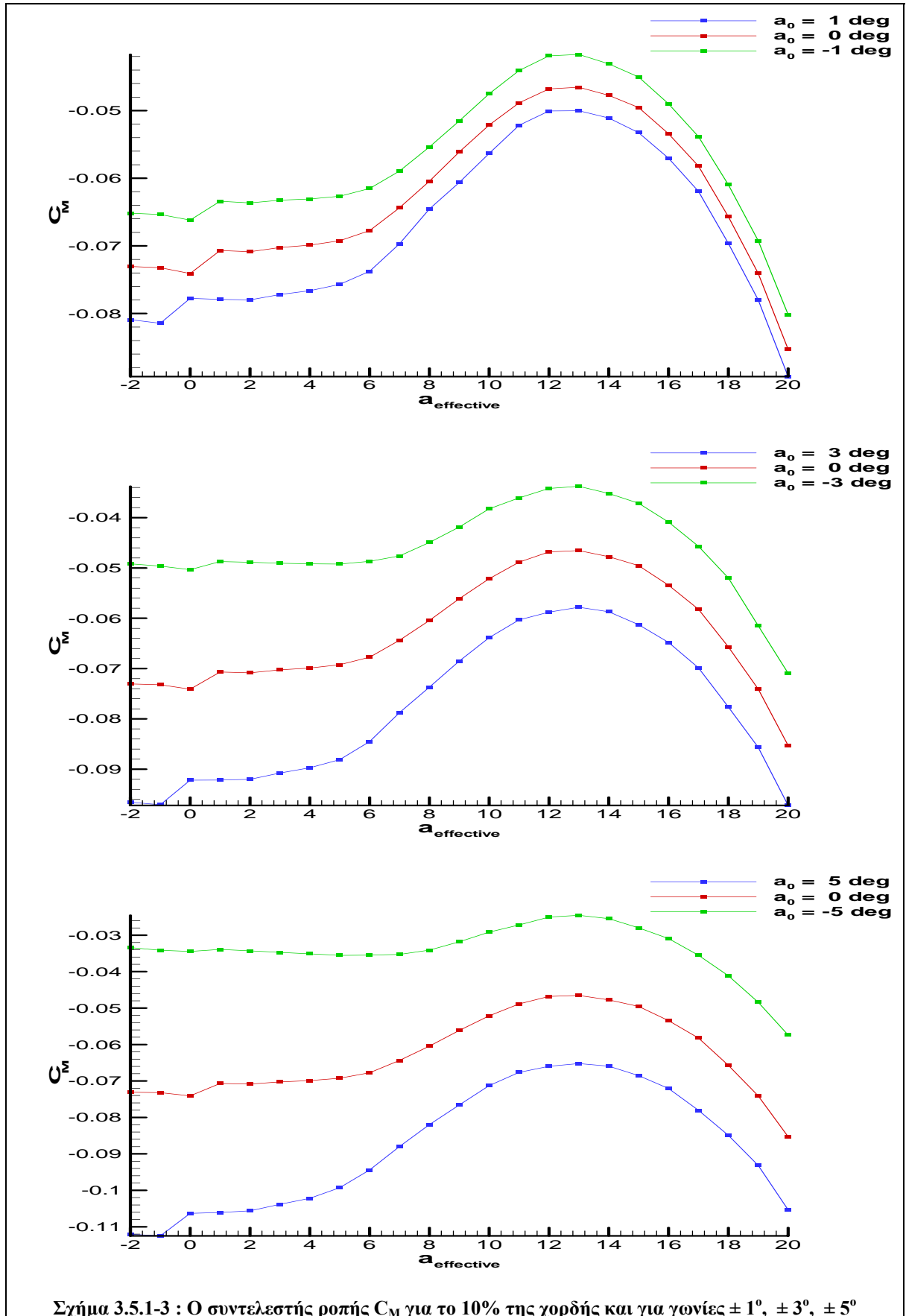
Μια άλλη σημαντική παρατήρηση είναι ότι σε όλες τις μετατοπίσεις της ακμής εκφυγής στο σημείο που έχει θεωρηθεί ως κέντρο της μετατόπισης, διακρίνεται μια αύξηση του συντελεστή πίεσης για θετικές τιμές μετατόπισης, ενώ μειώνεται για τις αντίστοιχες αρνητικές. Η αυξομείωση αυτή είναι σε άμεση εξάρτηση με το μέγεθος της μετατόπισης.

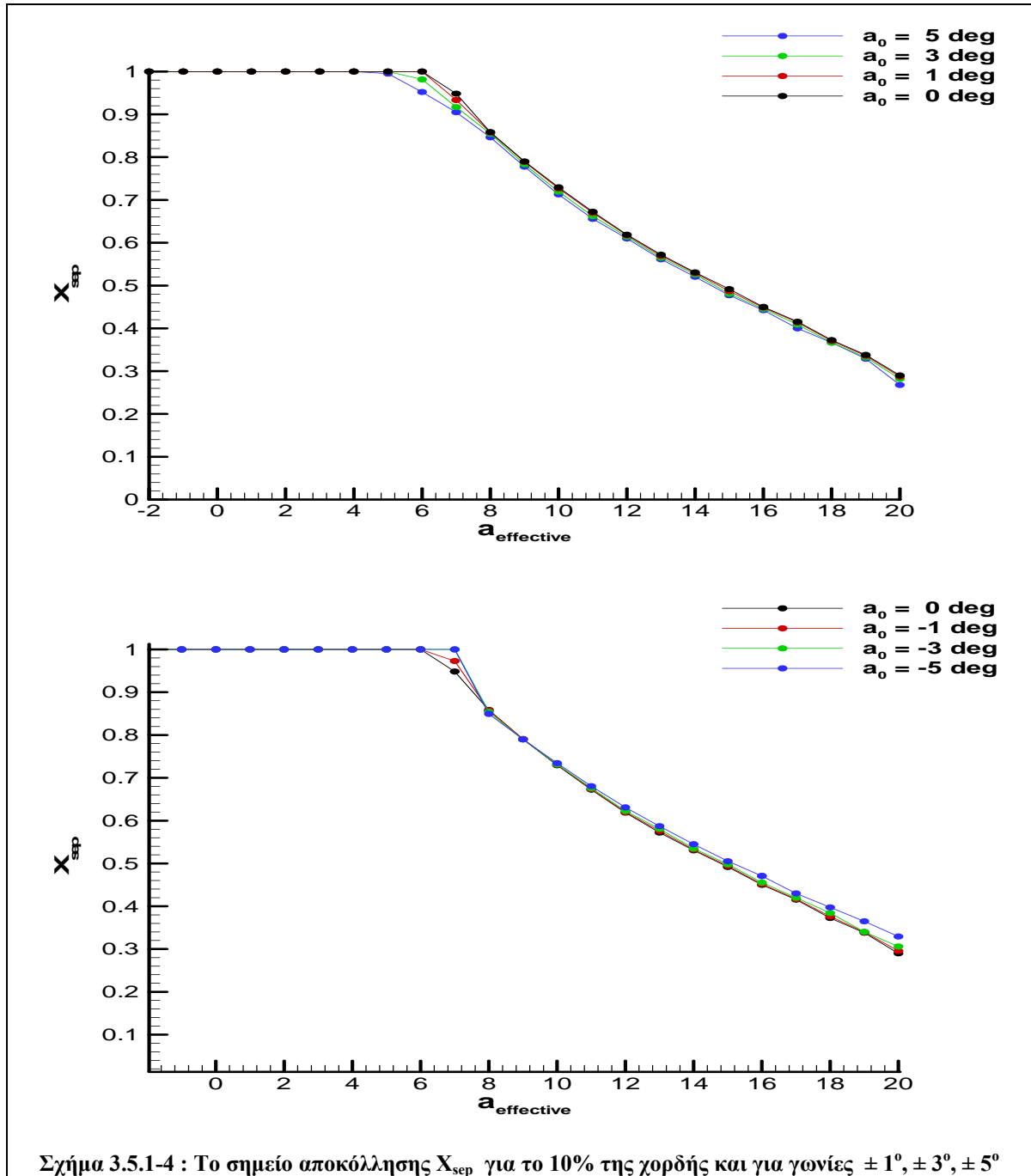


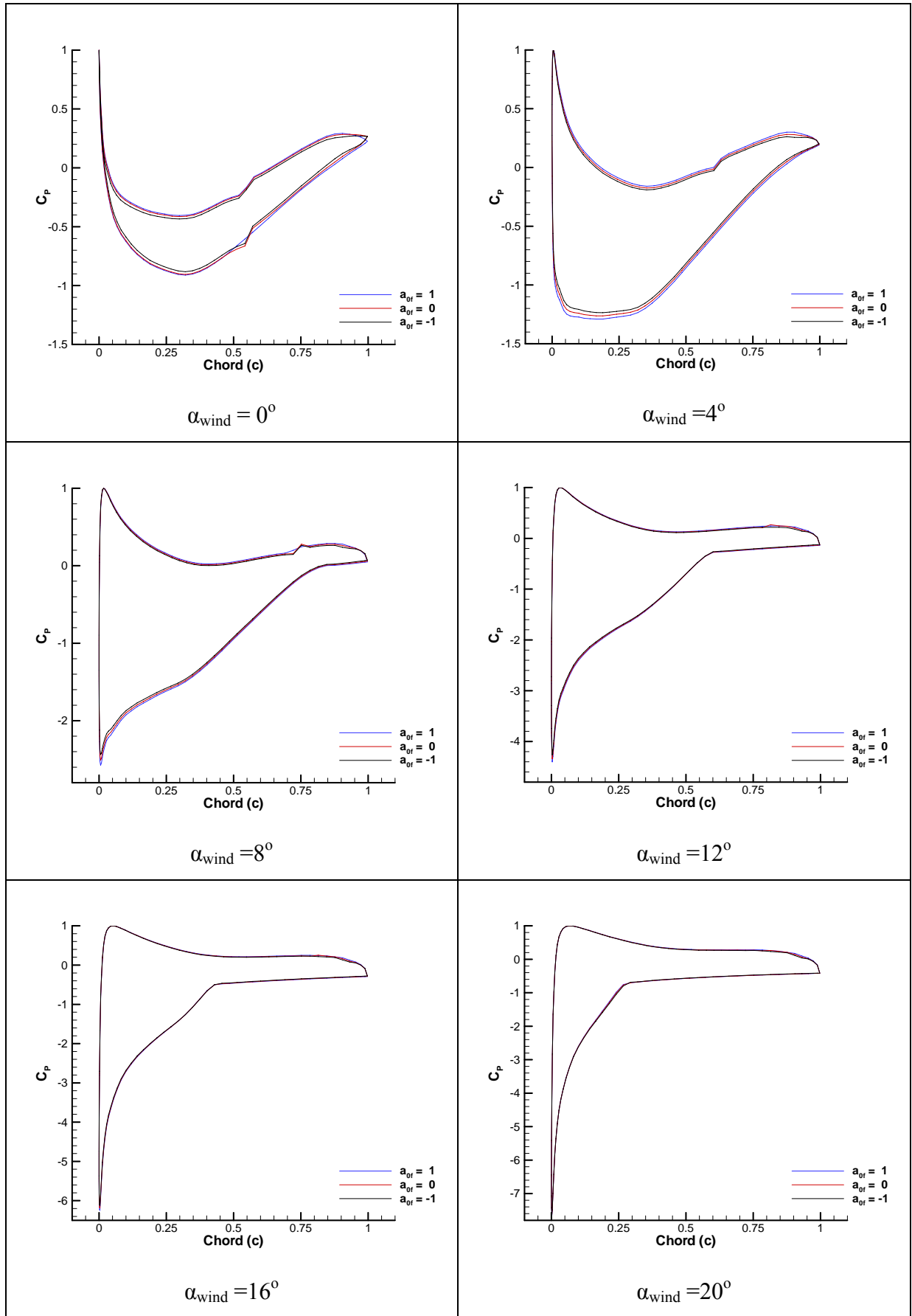
Σχήμα 3.5.1-1 : Ο συντελεστής άνοσης C_L για το 10% της χορδής και για γωνίες $\pm 1^\circ, \pm 3^\circ, \pm 5^\circ$



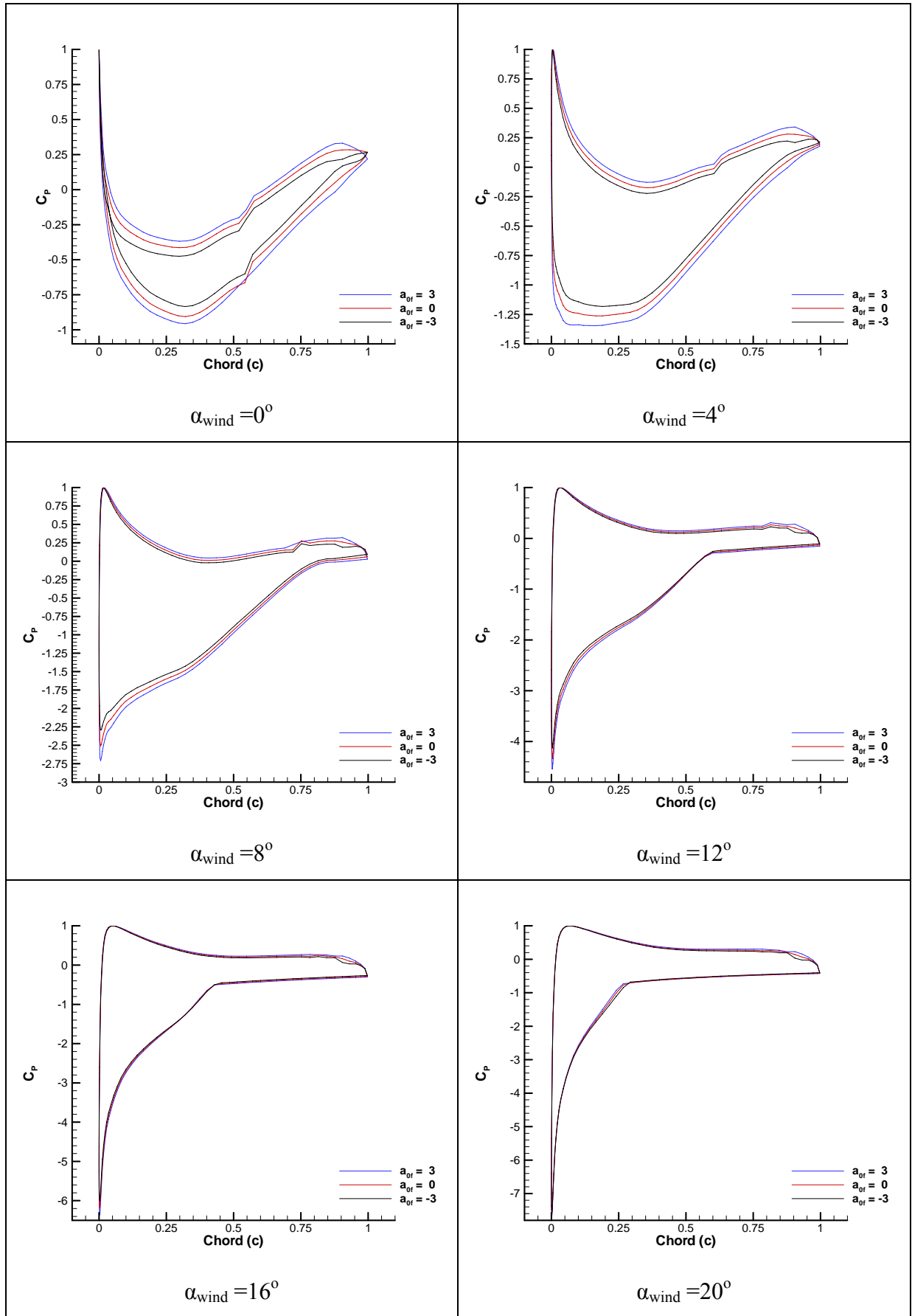
Σχήμα 3.5.1-2 : Ο συντελεστής οπισθέλκουσας C_D για το 10% της χορδής και για γωνίες $\pm 1^\circ, \pm 3^\circ, \pm 5^\circ$



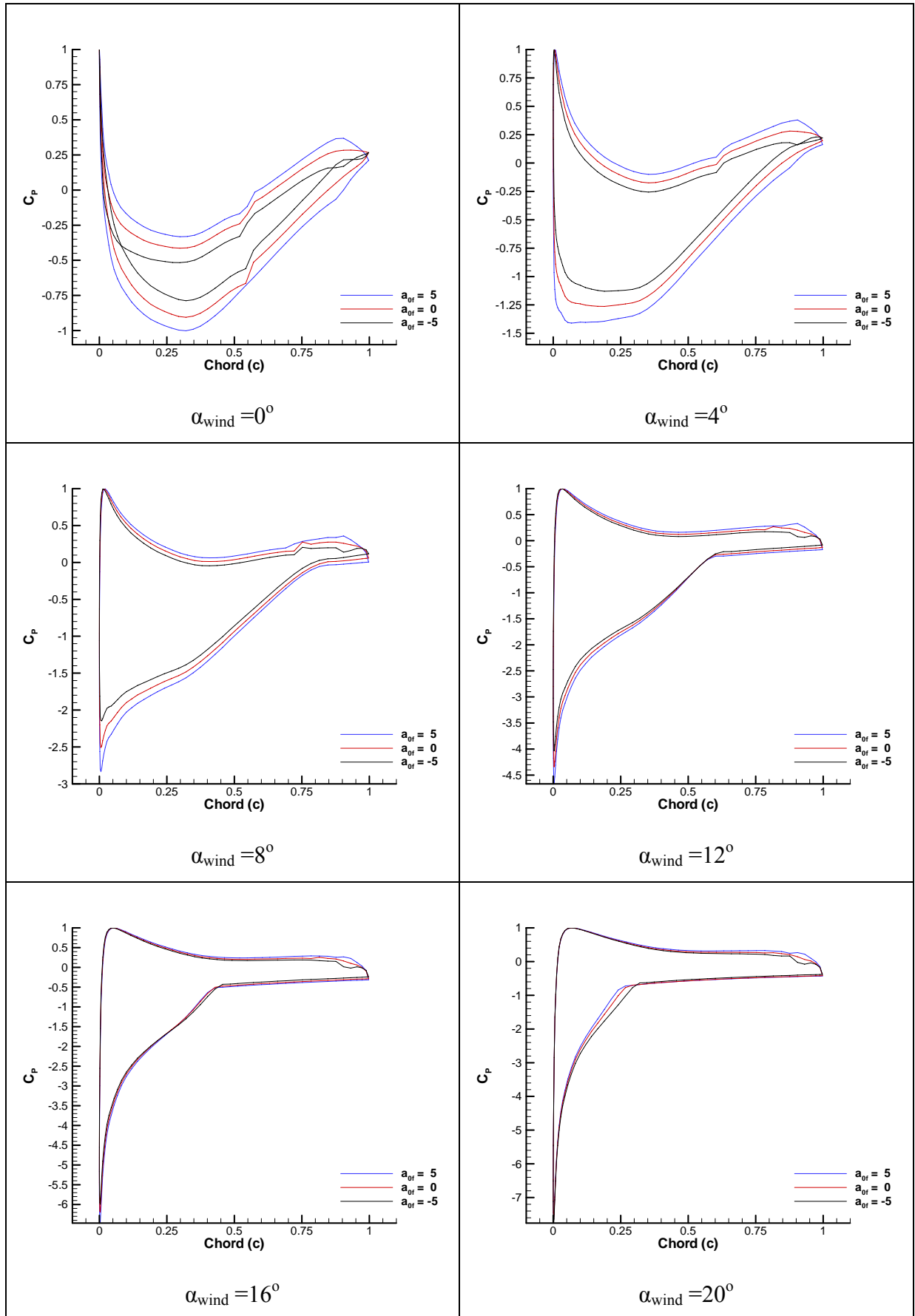




Σχήμα 3.5.1-5 : Ο συντελεστής πίεσης C_p για γωνία flap $\pm 1^\circ$



Σχήμα 3.5.1-6 : Ο συντελεστής πίεσης C_p για γωνία flap $\pm 3^\circ$



Σχήμα 3.5.1-7 : Ο συντελεστής πίεσης C_p για γωνία flap $\pm 5^\circ$

3.5.2 Εξαναγκασμένη ταλάντωση της ακμής εκφυγής

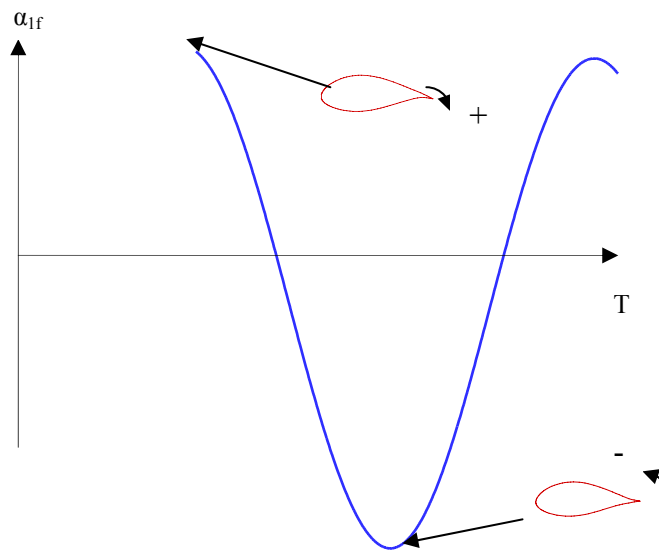
Τα αποτελέσματα αυτής της ενότητας προέρχονται από την επιβολή της ακμής εκφυγής σε εξαναγκασμένη ημιτονοειδής ταλάντωση της μορφής :

$$\hat{a}_f = \hat{a}_{0f} + \hat{a}_{1f} \sin(\omega_f t - \phi_f)$$

με η αρχικό πλάτος ταλάντωσης $\hat{a}_{0f} = 0$ και φάση $\phi_f = 0$. Το πλάτος της ταλάντωσης \hat{a}_{1f} κυμαίνεται μεταξύ των τιμών $\pm 1^\circ, \pm 3^\circ, \pm 5^\circ$ και με συχνότητες ω_f που παίρνουν τιμές 0.1, 0.25, 0.5, ενώ ως σταθερό σημείο της κίνησης λαμβάνεται το 10% της χορδής. Η διερεύνηση αυτή γίνεται για γωνία πρόσπτωσης του ανέμου ίση με $\alpha_{\text{wind}} = 4^\circ$.

Στα σχήματα 3.4.2-2 έως 3.5.2-4 παρουσιάζονται οι αεροδυναμικοί συντελεστές άνωσης C_L , οπισθέλκουσας C_D και ροπής C_M συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου (αριστερά) και συναρτήσει της επαγωγικής γωνίας $\alpha_{\text{effective}}$. Όπως είναι αναμενόμενο, παρατηρείται αύξηση του πλάτους ταλάντωσης των χαρακτηριστικών αυτών που ακολουθεί την αύξηση του πλάτους της ταλάντωσης της ακμής εκφυγής.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι η γωνία με την οποία κινείται η ακμή εκφυγής έχει θετικό πρόσημο για ορολογιακή φορά της ακμής εκφυγής και αρνητικό για την αντίθετη φορά (σχήμα 3.5.2-1).

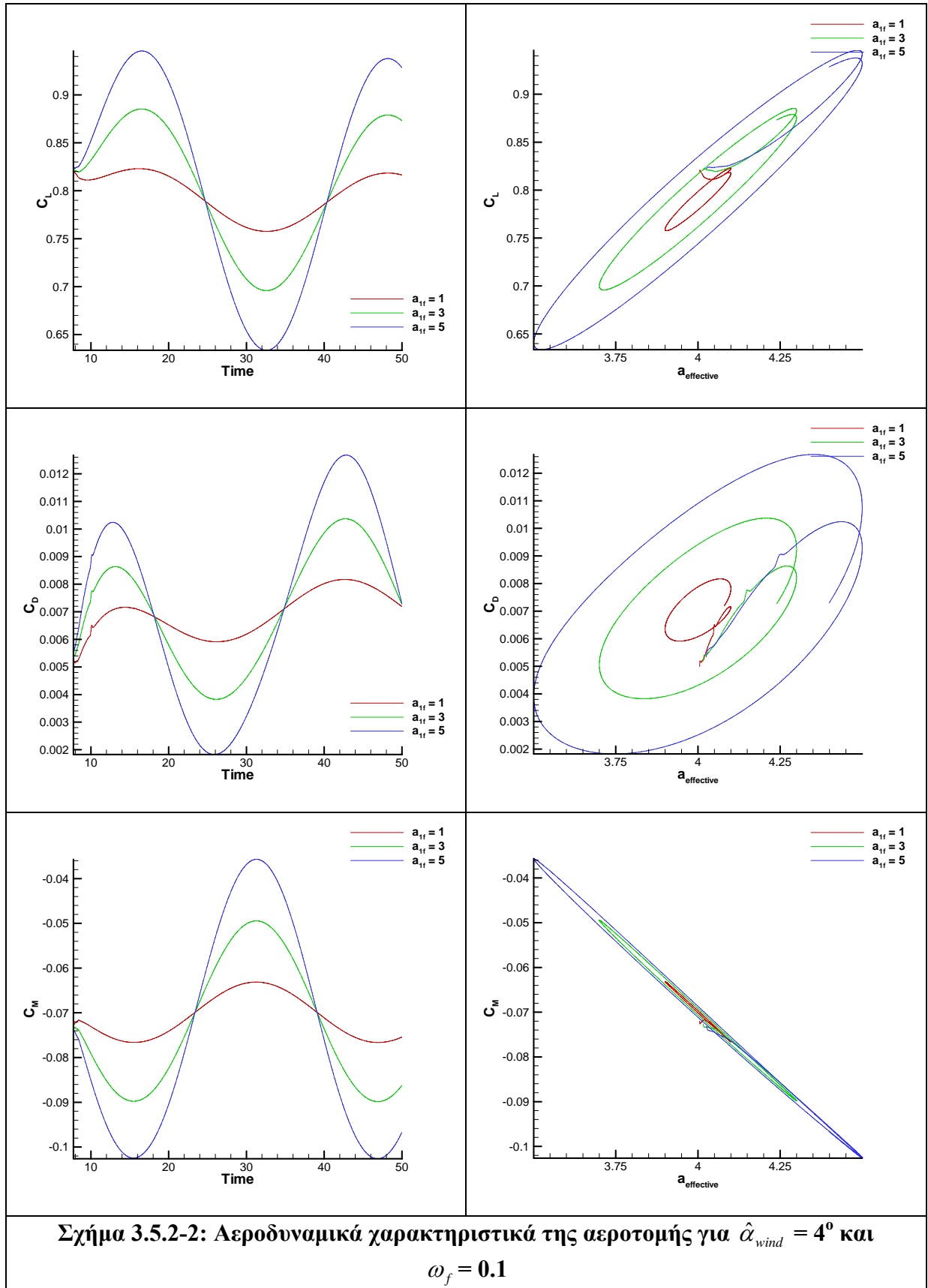


Σχήμα 3.5.2-1: Επιρροή της μετατόπισης της ακμής εκφυγής στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής

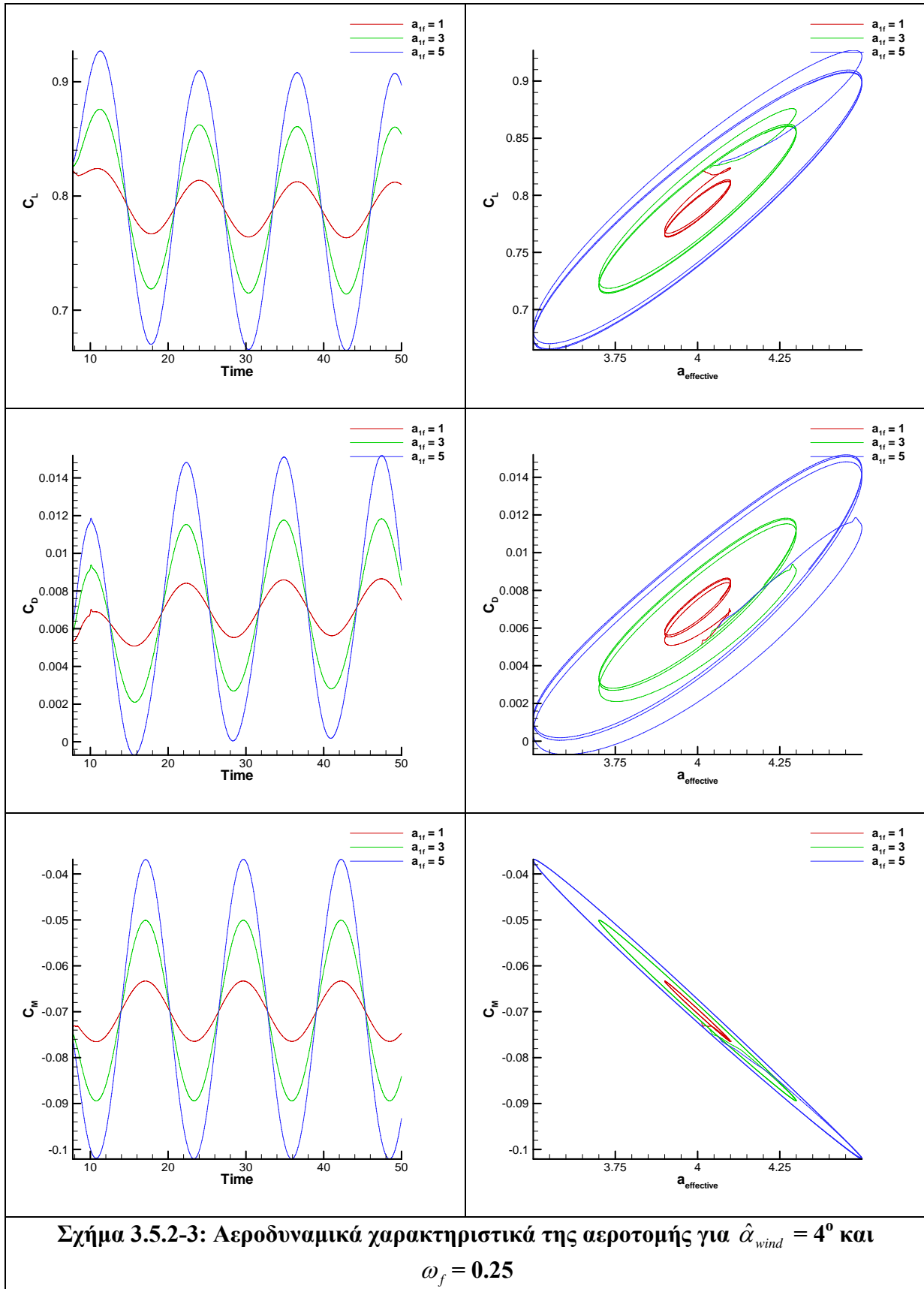
Αυτό συμβαίνει γιατί στην περίπτωση που ολόκληρη η αεροτομή κινείται προς μία κατεύθυνση, η μεταβαλλόμενη ακμή εκφυγής πρέπει να δίνει μια δύναμη αντίθετη έτσι ώστε να αντισταθεί στην κίνηση. Η αντίθεση αυτή, βέβαια αποτυπώνεται στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής. Αυτό είναι που παρατηρείται στα σχήματα αυτά, με τη διαφορά ότι η αεροτομή παραμένει σταθερή και το μόνο κομμάτι που κινείται είναι η ακμή εκφυγής. Έτσι φτάνοντας, η ακμή, στην μέγιστη τιμή της ταλάντωσης, κατά την ορολογιακή φορά, το C_L και C_D αυξάνονται ενώ το C_M μειώνεται.

Στα αντίστοιχα διαγράμματα των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών συναρτήσει της επαγωγικής γωνίας παρουσιάζονται οι βρόγχοι υστέρησης που δημιουργούνται λόγω της ταλάντωσης της ακμής εκφυγής. Σε αυτά τα διαγράμματα παρατηρείται η διατήρηση της κλίσης τους με την αύξηση του πλάτους που σημαίνει ότι δεν αναμένεται μεταβολή στη αεροδυναμική απόσβεση της αεροτομής.

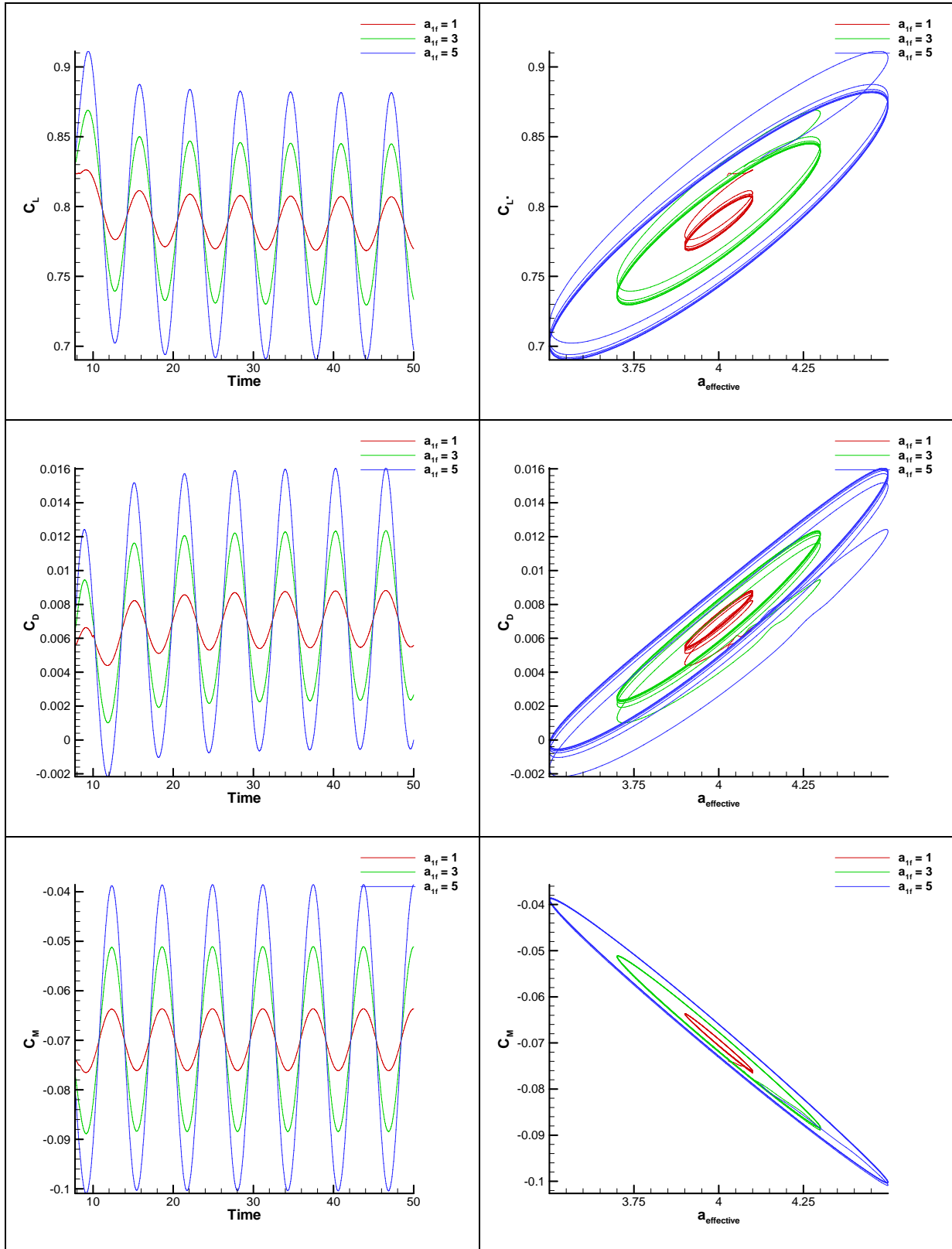
Στο σχήμα 3.5.2-5 παρουσιάζονται τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής για γωνία πρόσπτωσης του ανέμου $\alpha_{wind} = 4^\circ$, πλάτος ταλάντωσης της ακμής εκφυγής $\alpha_{if} = 5^\circ$ και συχνότητα ταλάντωσης ω_f με τιμές 0.1, 0.25, 0.5. Σε αυτά τα διαγράμματα όπου τα C_L , C_D και C_M δίνονται συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου (αριστερά) και της επαγωγικής γωνίας $\alpha_{effective}$ (δεξιά) παρατηρείται μείωση του C_L του εύρους της ταλάντωσης, με την αύξηση της συχνότητας και ταυτόχρονα αύξηση του C_D . Το ίδιο γεγονός αποτυπώνεται στα αντίστοιχα διαγράμματα των αεροδυναμικών βρόγχων υστέρησης, ενώ όσον αφορά την ροπή C_M δεν φαίνεται να επηρεάζεται, ιδιαίτερα το πλάτος της ταλάντωσης από την διαφοροποίηση της συχνότητας. Αυτή η αυξομείωση στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά οφείλεται κυρίως, στην συνεισφορά της ταχύτητας της ακμής εκφυγής, στην ταχύτητα του σώματος, οδηγώντας σε αυτά τα αποτελέσματα.



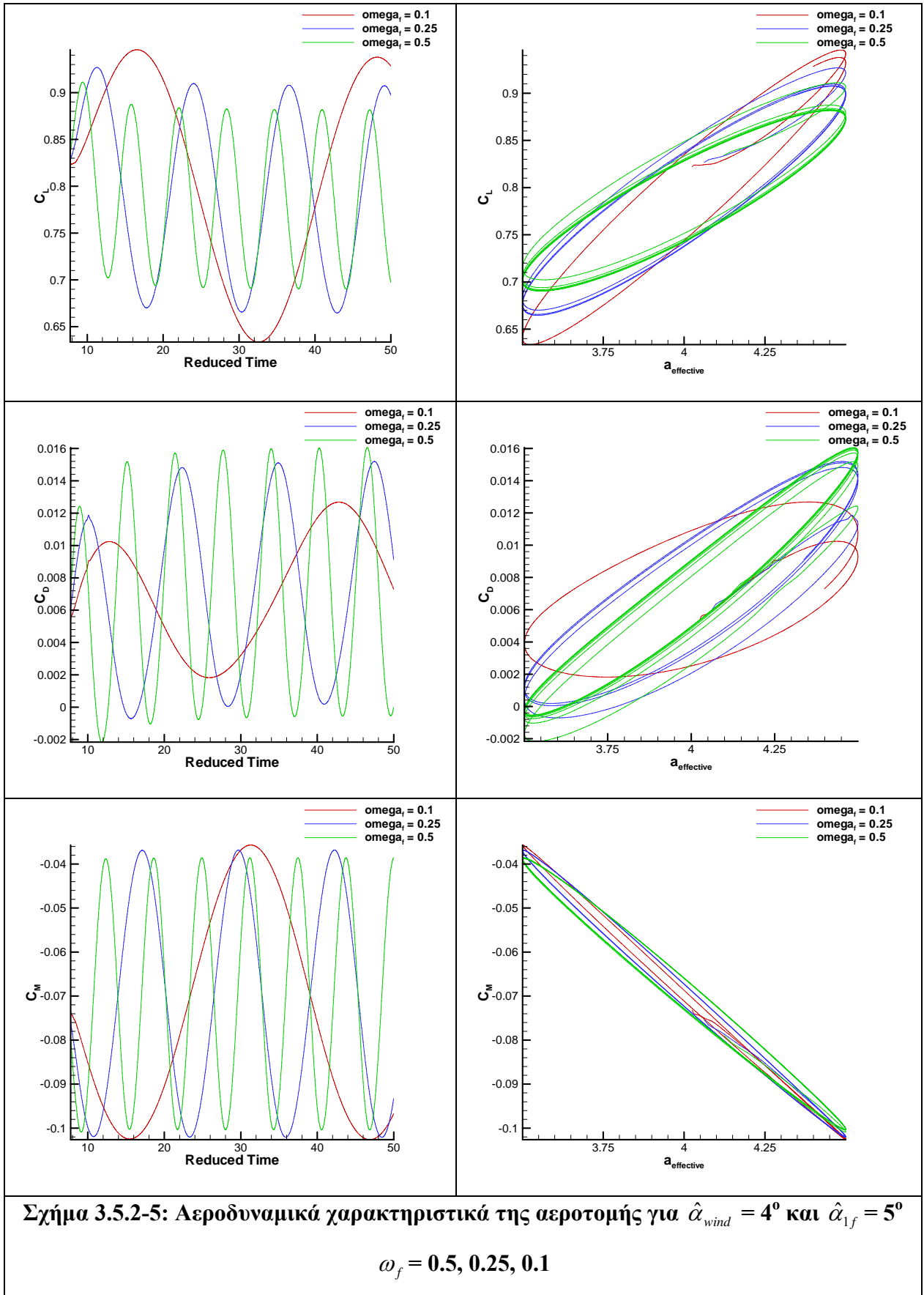
Σχήμα 3.5.2-2: Αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής για $\hat{\alpha}_{wind} = 4^\circ$ και $\omega_f = 0.1$



Σχήμα 3.5.2-3: Αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής για $\hat{\alpha}_{\text{wind}} = 4^\circ$ και $\omega_f = 0.25$



Σχήμα 3.5.2-4: Αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής για $\hat{\alpha}_{wind} = 4^\circ$ και $\omega_f = 0.5$



Κεφάλαιο 4ο

Διατύπωση αεροελαστικού προβλήματος

4.1 Εισαγωγή

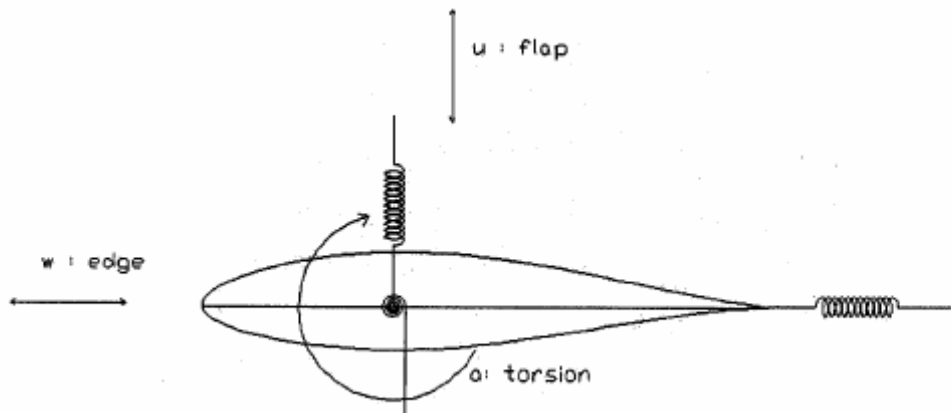
Αεροελαστικότητα ορίζεται η μελέτη αμοιβαίων αλληλεπιδράσεων μεταξύ των ελαστικών και αεροδυναμικών φορτίων καθώς και των δυνάμεων αδράνειας σε δομικά στοιχεία εκτεθειμένα σε ρεύμα αέρα.

Ως πτερυγισμός (Flutter) ή Δυναμική αστάθεια ορίζεται η ασταθής και αυτοδιεγερόμενη ταλάντωση ενός σώματος σε ρεύμα αέρα η οποία προκύπτει από την συνεχή αλληλεπίδραση ανάμεσα στο ρευστό και στο δομικό στοιχείο (σώμα), με ένα εκ των οποίων ή και τα δύο μαζί να έχουν μη-γραμμική μορφή. Η αστάθεια της ταλάντωσης έγκειται στο γεγονός της συνεχούς αύξησης της ενέργειας που δέχεται το σώμα από το ρευστό.

Ο πτερυγισμός, ως μη-στατικό φαινόμενο, εκτός του ότι χαρακτηρίζεται από αυτοδιεγερόμενη ταλάντωση, έχει καμπτικές και στρεπτικές συνιστώσες. Σε αυτή τη περίπτωση πριν η ταχύτητα του αέρα πάρει τέτοια τιμή ώστε να προκαλέσει θραύση του πτερυγίου, περνάει πρώτα από μια κρίσιμη τιμή η οποία αντιστοιχεί στη έναρξη του φαινομένου.

Πέραν της τιμής της ταχύτητας του αέρα σημαντικό ρόλο παίζει και η γωνία πρόσπτωσης στην αεροτομή η οποία οδηγεί στη διάκριση του πτερυγισμού σε κλασσικό (*Classical Flutter*) και στον πτερυγισμό σε απώλεια στήριξης (*Stall Flutter*). Ο πρώτος ορισμός εμφανίζεται σε μικρές γωνίες πρόσπτωσης που η ροή είναι πλήρως προσκολλημένη σε όλη την επιφάνεια της αεροτομής, ενώ ο δεύτερος σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης που βρίσκονται κοντά στη γωνία απώλεια στήριξης.

Η μελέτη του πτερυγισμού καθώς και η διατύπωση των αεροελαστικών εξισώσεων θα γίνει στο διδιάστατο πεδίο, με τους αντίστοιχους βαθμούς ελευθερίας που ερμηνεύουν τη μετατόπιση της αεροτομής.



Σχήμα 4.1.1 : Βασικοί βαθμοί ελευθερίας (y , w , α) της αεροτομής

Πιο συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1.1 οι κινήσεις που αντιστοιχούν στη παραμόρφωση του δομικού στοιχείου που εκτίθεται σε ρεύμα αέρος είναι οι εξής :

- *Flap*: Η μεταφορική κίνηση του ελαστικού κέντρου σε κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο περιστροφής του πτερυγίου. Αντιστοιχεί στη καμπτική παραμόρφωση του πτερυγίου έξω από το επίπεδο της περιστροφής.
- *Edge ή Lead-Lag*: Η μεταφορική κίνηση του ελαστικού κέντρου με κατεύθυνση παράλληλη με το επίπεδο περιστροφής. Αντιστοιχεί στη καμπτική παραμόρφωση του πτερυγίου επί του επιπέδου περιστροφής.
- *Pitch ή Torsion*: Η περιστροφική κίνηση της αεροτομής με κέντρο το ελαστικό κέντρο που βρίσκεται πάνω στο επίπεδο αυτής. Αντιστοιχεί στη στρεπτική παραμόρφωση του πτερυγίου.

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι στους παραπάνω βαθμούς ελευθερίας της αεροτομής θα προστεθεί και ένας ακόμα που αφορά την τη μεταβλητή γεωμετρία του σημείου εκφυγής (Flap) της αεροτομής. Τα χαρακτηριστικά του είναι τα ίδια με εκείνα της *torsion* κίνησης, μόνο που ως κέντρο ορίζεται το 90% της χορδής και σκοπό έχει να περιορίσει το μέγεθος των υπόλοιπων τριών.

4.2 Εξισώσεις του αεροελαστικού προβλήματος

Αρχικά θα παρουσιαστεί η προέλευση και η χρησιμότητα των εξισώσεων Lagrange στη γενική μορφή τους και στη συνέχεια με βάση τις υποθέσεις της θεωρίας δοκού θα διατυπωθούν οι αεροελαστικές εξισώσεις που διέπουν τις κινήσεις της αεροτομής.

4.2.1 Εξισώσεις Lagrange

Η αρχή του Hamilton [22] για μη μόνιμο σύστημα μπορεί να γραφτεί ως

$$\int_{t_2}^{t_1} [\delta(T - U) + \delta W] \cdot dt$$

Αν οι μετατοπίσεις των μερών του συστήματος εκφραστούν μέσω μιας ομάδας γενικευμένων συντεταγμένων $\vec{r} = \vec{r}(q_1, q_2, q_3, \dots, t)$ τότε οι ποσότητες T και U είναι δυνατόν να εκφραστούν ως συναρτήσεις των μετατοπίσεων q_i , της ταχύτητας των μετατοπίσεων \dot{q}_i και του χρόνου :

$$T = T(\dot{q}_i, q_i, t)$$

$$U = U(\dot{q}_i, q_i, t)$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εκφράσεις η αρχή του Hamilton παίρνει τη μορφή :

$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial(T - U)}{\partial \dot{q}_i} \cdot \delta \dot{q}_i + \frac{\partial(T - U)}{\partial q_i} \cdot \delta q_i + Q_i \cdot \delta q_i \right] \cdot dt = 0$$

όπου Q_i οι γενικευμένες δυνάμεις για τις οποίες ισχύει $\delta W \equiv \sum_i Q_i \delta q_i$. Ολοκληρώνοντας προκύπτει η σχέση :

$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} \left[-dt \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} + Q_i \right] \cdot \delta \dot{q}_i \cdot dt = 0$$

Εφόσον τα δq_i είναι τυχαία και ανεξάρτητα μεταξύ τους, θα πρέπει ο κάθε όρος του παραπάνω αθροίσματος να είναι μηδέν. Έτσι η σχέση παίρνει τη μορφή :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2, \dots$$

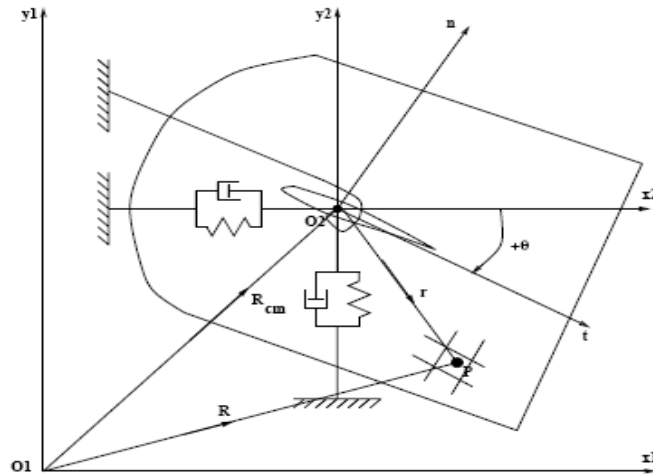
γνωστή και ως εξίσωση Lagrange.

Τα πλεονεκτήματα των εξισώσεων αυτών [23] είναι τα εξής :

- Τα διανύσματα θέσης των μερών του συστήματος δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους αλλά συνδέονται με κάποιους περιορισμούς και συνεπώς οι περιορισμοί πρέπει να ενταχθούν στον αλγόριθμο επίλυσης του προβλήματος. Αυτό πετυχαίνεται με τη χρήση γενικευμένων συντεταγμένων οι οποίες είναι εξ ορισμού ανεξάρτητες μεταξύ τους, μειώνοντας τον αριθμό τους στον ελάχιστο δυνατό.
- Η χρήση της αρχής του Hamilton είναι μια ενεργειακή θεώρηση, ευκολότερη σε αντίθεση με τις εξισώσεις κίνησης που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν σε ένα πιο πολύπλοκο σύστημα. Επιπλέον αποφεύγεται ο υπολογισμός των εσωτερικών δυνάμεων αλληλεπίδρασης μεταξύ των μελών του συστήματος.

4.2.2 Αεροελαστικές εξισώσεις

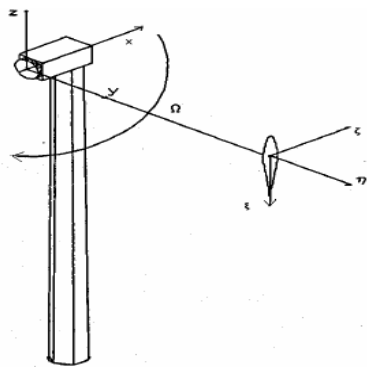
Η ελαστική συμπεριφορά της αεροτομής θα προσομοιωθεί με τη χρήση ελατηρίων σε κάθε έναν από τους τρεις βαθμούς ελευθερίας όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2.2-1.



Σχήμα 4.2.2-1 : Βαθμοί ελευθερίας για το δισδιάστατο αεροελαστικό πρόβλημα

Ως γενικευμένες συντεταγμένες θα χρησιμοποιηθούν οι βαθμοί ελευθερίας u (flap), w (edge) και a (torsion), θα υπολογιστεί η κινητική ενέργεια T , η εσωτερική δυναμική ενέργεια U και οι γενικευμένες εξωτερικές δυνάμεις. Για το λόγο αυτό, πρωτίστως προσδιορίζεται το διάνυσμα θέσης ενός σημείου της αεροτομής στο σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων (ξ, η, ζ) (σχήμα 4.2.2-2) από τον παρακάτω τύπο.

$$\mathbf{r} = \xi_0 + \xi = \xi_0 + \mathbf{E} \cdot \mathbf{f}$$



Σχήμα 4.2.2-2 : Σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων (ξ, η, ζ) και γενικό σύστημα συντεταγμένων (x, y, z) ως προς την αεροτομή

με $\xi_0 = \begin{bmatrix} \Xi \\ 0 \\ Z \end{bmatrix}$ το διάνυσμα θέσης, ενώ το διάνυσμα των βαθμών ελευθερίας είναι $\vec{f} = \begin{bmatrix} u \\ w \\ a \end{bmatrix}$

και E το μητρώο παραμόρφωσης.

4.2.3 Μητρώο παραμόρφωσης E

Το διάνυσμα που δίνει την ελαστική παραμόρφωση, στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων δίνεται από :

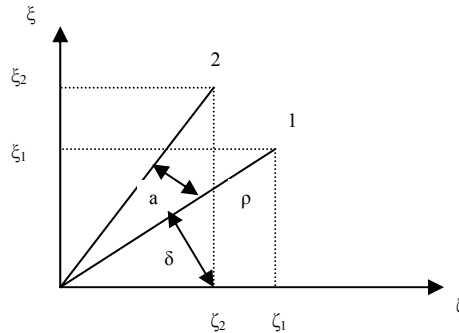
$$\delta\vec{r} = E\vec{f}$$

όπου E είναι το μητρώο παραμόρφωσης το οποίο για καθένα από τους βαθμούς ελευθερίας του προβλήματος οι συνιστώσες του διανύσματος είναι:

$$\delta\vec{r} = \begin{bmatrix} u + \Delta\xi \\ 0 \\ w + \Delta\zeta \end{bmatrix}, \text{ όπου } \Delta\xi \text{ κα } \Delta\zeta \text{ οι παραμορφώσεις στους άξονες } \xi \text{ και } \zeta \text{ αντίστοιχα}$$

λόγω της στρέψης κατά γωνία \hat{a}

Τα $\Delta\xi$ και $\Delta\zeta$ υπολογίζονται βάση του σχήματος 4.2.3-1 όταν ένα τυχαίο σημείο της αεροτομής μετακινείται από το σημείο 1 με αρχική γωνία θέσης $\hat{\delta}$ (στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων) στο σημείο 2 με γωνία \hat{a} γύρω από τον ελαστικό άξονα και έχει απόσταση ρ από την αρχή των αξόνων.



Σχήμα 4.2.3-1: Μητρώο παραμόρφωσης

Οπότε :

$$\Delta\xi = \xi_2 - \xi_1 \text{ με } \xi_1 = \rho \sin\delta \text{ και } \xi_2 = \rho \sin(\delta + \alpha)$$

$$\Delta\zeta = \zeta_2 - \zeta_1 \text{ με } \zeta_1 = \rho \cos\delta \text{ και } \zeta_2 = \rho \cos(\delta + \alpha)$$

Άρα

$$\Delta\xi = \rho \sin(\delta + \alpha) - \rho \sin\delta \Leftrightarrow$$

$$\Delta\xi = \rho \sin\delta \cos\alpha + \rho \cos\delta \sin\alpha - \rho \sin\delta \Leftrightarrow$$

$$\Delta\xi = \zeta_1 (\cos\alpha - 1) + \zeta_1 \sin\alpha, \text{ για } \hat{\alpha} \approx 0^\circ \Rightarrow \Delta\xi = \zeta_1 \alpha$$

Ομοίως είναι

$$\Delta\zeta = \rho \cos(\delta + \alpha) - \rho \cos\delta \Leftrightarrow$$

$$\Delta\zeta = \rho \cos\delta \cos\alpha + \rho \sin\delta \sin\alpha - \rho \cos\delta \Leftrightarrow$$

$$\Delta\zeta = \zeta_1 (\cos\alpha - 1) + \zeta_1 \sin\alpha, \text{ για } \hat{\alpha} \approx 0^\circ \Rightarrow \Delta\zeta = \zeta_1 \alpha$$

Και τελικά, είναι :

$$\delta\vec{r} = \begin{bmatrix} u + \Delta\xi \\ 0 \\ w + \Delta\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u + \zeta_1 \\ 0 \\ w + \xi_1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\delta\vec{r} = \begin{bmatrix} \delta\xi \\ \delta\eta \\ \delta\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \zeta_i \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \xi_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ w \\ \alpha \end{bmatrix}$$

Το μητρώο περιστροφής για γωνία $\hat{\theta}$ ως προς τον άξονα x του δρομέα είναι :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Το μητρώο περιστροφής κατά γωνία \hat{p} ως προς τον τοπικό άξονα y (pitch) της αεροτομής που αντιστοιχεί σε σταθερές ή ελεγχόμενα μεταβαλλόμενες γωνίες pitch είναι

$$H_{pitch} = \begin{bmatrix} \cos p & 0 & -\sin p \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin p & 0 & \cos p \end{bmatrix}$$

Το μητρώο στέψης του τοπικού συστήματος αξόνων κατά 90° έτσι ώστε να ταυτιστεί με το γενικό σύστημα αξόνων είναι :

$$H_{90} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Τέλος η ακτινική θέση της αεροτομής ως προς το γενικό σύστημα αξόνων είναι $r = \begin{bmatrix} 0 \\ R \\ 0 \end{bmatrix}$

Από τα παραπάνω είναι, πλέον εφικτό να υπολογιστεί το διάνυσμα θέσης ενός σημείου της παραμορφωμένης αεροτομής ως προς το απόλυτο σύστημα συντεταγμένων εκφρασμένο με τους βαθμούς ελευθερίας που επιλέχτηκαν.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \mathbf{A} \cdot \mathbf{H}_{90} \cdot \mathbf{H}_{pitch} \cdot [(\vec{r} + \xi_0) \cdot \delta \vec{r}] \Rightarrow$$

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos p & 0 & -\sin p \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin p & 0 & \cos p \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \Xi \\ R \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \zeta \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \xi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ w \\ \alpha \end{bmatrix} \right)$$

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} \sin p[\xi + \zeta \alpha(t) + u(t)] + \cos p[\zeta - \xi \alpha(t) + w(t)] \\ R \cos \theta(t) + \sin \theta(t) \{ \cos p[\xi + \zeta \alpha(t) + u(t)] - \sin p[\zeta - \xi \alpha(t) + w(t)] \} \\ R \sin \theta(t) + \cos \theta(t) \{ \cos p[\xi + \zeta \alpha(t) + u(t)] - \sin p[\zeta - \xi \alpha(t) + w(t)] \} \end{bmatrix}$$

Για να περιγραφεί η συμπεριφορά του συστήματος θα χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial \dot{q}_i} + F_{c,i} = F_{t,i} \quad i = 1, 2, \dots$$

όπου $F_{c,i}$ είναι οι δυνάμεις απόσβεσης και $F_{t,i}$ οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στην αεροτομή. Επίσης είναι γνωστό ότι

$$T = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 \quad \text{και} \quad U = \frac{1}{2} k r^2$$

που οδηγεί στον υπολογισμό της πρώτης παραγώγου του διανύσματος θέσης \vec{r} του κάθε σημείου του σώματος.

$$\vec{r}' = \begin{bmatrix} \sin p [\xi + \zeta \alpha'(t) + u'(t)] + \cos p [\zeta - \xi \alpha'(t) + w'(t)] \\ -R \sin \theta(t) \Omega + \cos \theta(t) \{ \cos p [\xi + \zeta \alpha(t) + u(t)] - \sin p [\zeta - \xi \alpha(t) + w(t)] \} \Omega + \sin \theta(t) \{ \cos p [\zeta \alpha'(t) + u'(t)] - \sin p [\xi \alpha'(t) + w'(t)] \} \\ -R \cos \theta(t) \Omega + \sin \theta(t) \{ \cos p [\xi + \zeta \alpha(t) + u(t)] - \sin p [\zeta - \xi \alpha(t) + w(t)] \} \Omega - \cos \theta(t) \{ \cos p [\zeta \alpha'(t) + u'(t)] - \sin p [\xi \alpha'(t) + w'(t)] \} \end{bmatrix}$$

Το μέτρο του διανύσματος είναι

$$\begin{aligned} \vec{r}'^2 = & (\sin p [\xi + \zeta \alpha'(t) + u'(t)] + \cos p [\zeta - \xi \alpha'(t) + w'(t)])^2 + \\ & \left(-R \sin \theta(t) \Omega + \cos \theta(t) \{ \cos p [\xi + \zeta \alpha(t) + u(t)] - \sin p [\zeta - \xi \alpha(t) + w(t)] \} \Omega + \right. \\ & \left. \sin \theta(t) \{ \cos p [\zeta \alpha'(t) + u'(t)] - \sin p [\xi \alpha'(t) + w'(t)] \} \right)^2 + \\ & \left(-R \cos \theta(t) \Omega + \sin \theta(t) \{ \cos p [\xi + \zeta \alpha(t) + u(t)] - \sin p [\zeta - \xi \alpha(t) + w(t)] \} \Omega - \right. \\ & \left. \cos \theta(t) \{ \cos p [\zeta \alpha'(t) + u'(t)] - \sin p [\xi \alpha'(t) + w'(t)] \} \right)^2 \end{aligned}$$

Μετά την ανάπτυξη των τετραγώνων το μέτρο είναι :

$$\begin{aligned} \vec{r}'^2 = & \zeta^2 \alpha'(t)^2 + u'(t)^2 + \xi^2 \alpha'(t)^2 + w'(t)^2 - 2 \xi \alpha'(t) w'(t) + \\ & 2 \zeta \alpha'(t) u'(t) \Omega^2 \cos^2 p [\zeta^2 \alpha(t)^2 + u(t)^2 + 2 \zeta \alpha(t) u(t) + 2 u(t) \xi + \xi^2 + 2 \xi \zeta \alpha(t)] + \\ & \Omega^2 \sin^2 p [\xi^2 \alpha(t)^2 + w(t)^2 - 2 \xi \alpha(t) w(t) + 2 w(t) \zeta + \zeta^2 - 2 \xi \zeta \alpha(t)] + \\ & 2 \cos p \sin p \Omega^2 [u(t) w(t) + u(t) \zeta - \xi u(t) \alpha(t) + \xi w(t) + \xi \zeta - \xi^2 \alpha(t) + \zeta \alpha(t) w(t) + \zeta^2 \\ & \alpha(t) - \xi \zeta \alpha(t)^2] - 2 R \Omega \cos p [\zeta \alpha'(t) + u'(t)] - 2 R \Omega \sin p [-\xi \alpha'(t) + w'(t)] \end{aligned}$$

Η κινητική ενέργεια ενός σώματος δίνεται από την σχέση $T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \cdot \dot{r}^2 dV$ και

στην περίπτωση της αεροτομής παίρνει την μορφή $T = \frac{1}{2} \iint_A \rho \cdot \dot{r}^2 dA$. Αντικαθιστώντας το

$$\dot{r}^2 = \dot{\bar{r}}'^2 \text{ προκύπτει :}$$

$$2 T = m \dot{\bar{r}}'^2 \Leftrightarrow$$

$$2 T = m w'(t)^2 + I_{\xi\xi} \alpha'(t)^2 + m u'(t)^2 + I_{\zeta\zeta} \alpha'(t)^2 - 2 S_\zeta \alpha'(t) w'(t) +$$

$$2 S_\xi \alpha'(t) u'(t) \Omega^2 \cos^2 p [I_{\xi\xi} \alpha(t)^2 + m u(t)^2 + 2 S_\xi \alpha(t) u(t) + 2 S_\zeta u(t) + I_{\zeta\zeta} + 2 I_{\xi\xi} \alpha(t)] +$$

$$\Omega^2 \sin^2 p [I_{\zeta\zeta} \alpha(t)^2 + m w(t)^2 - 2 S_\zeta \alpha(t) w(t) + 2 S_\xi w(t) + I_{\xi\xi} - 2 I_{\xi\zeta} \alpha(t)] +$$

$$2 \cos p \sin p \Omega^2 [m u(t) w(t) + u(t) S_\xi - S_\zeta u(t) \alpha(t) + S_\zeta w(t) + I_{\xi\xi} - I_{\zeta\zeta} \alpha(t) + S_\xi \alpha(t)$$

$$w(t) + I_{\xi\xi} \alpha(t) - I_{\xi\zeta} \alpha(t)^2] - 2 R \Omega \cos p [S_\xi \alpha'(t) + m u'(t)] - 2 R \Omega \sin p [- S_\zeta$$

$$\alpha'(t) + m w'(t)] + m R^2 \Omega^2$$

όπου,

$$m = \iint \rho \cdot dA \quad \text{Μάζα αεροτομής ανά μονάδα μήκους (kg/m)}$$

$$I_{\xi\xi} = \iint \xi^2 \cdot \rho \cdot dA \quad \text{Αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ξ}$$

$$S_\zeta = \iint \xi \cdot \rho \cdot dA \quad \text{Στατική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ζ}$$

$$S_\xi = \iint \zeta \cdot \rho \cdot dA \quad \text{Στατική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ξ}$$

$$I_{\zeta\zeta} = \iint \zeta^2 \cdot \rho \cdot dA \quad \text{Αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ζ}$$

$$I_{\xi\zeta} = \iint \zeta \cdot \xi \cdot \rho \cdot dA \quad \text{Φυγοκεντρική ροπή αδράνειας ως προς τους άξονες ζ, ξ}$$

Για την ειδική περίπτωση που $p = 0^\circ$, δηλαδή το πτερύγιο δεν έχει pitch και twist τότε η εξίσωση της κινητικής ενέργειας γράφεται με την απλοποιημένη μορφή

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} m w'(t)^2 + \frac{1}{2} I_{\xi\xi} \alpha'(t)^2 + \frac{1}{2} m u'(t)^2 + \frac{1}{2} I_{\zeta\zeta} \alpha'(t)^2 - S_{\zeta} \alpha'(t) w'(t) + \\
 & S_{\xi} \alpha'(t) u'(t) \Omega^2 [I_{\xi\xi} \alpha(t)^2 + m u(t)^2 + 2 S_{\xi} \alpha(t) u(t) + 2 S_{\zeta} u(t) + I_{\zeta\zeta} + 2 I_{\xi\zeta} \alpha(t)] \\
 & - R \Omega [S_{\xi} \alpha'(t) + m u'(t)] + \frac{1}{2} m R^2 \Omega^2
 \end{aligned}$$

Όπως προαναφέρθηκε η ελαστικότητα προσομοιώθηκε με ελατήρια σε όλους τους βαθμούς ελευθερίας. Συνεπώς η εσωτερική κινητική ενέργεια των ελατηρίων θα δίνεται από τη σχέση

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} q_{ij}$$

και εφόσον q_{ij} είναι οι γενικευμένες και ανεξάρτητες, μεταξύ τους, συντεταγμένες τότε ισχύει $k_{ij} = 0$ για $i \neq j$. Οπότε η εσωτερική δυναμική ενέργεια δίνεται από τη σχέση

$$2U = k_u u(t)^2 + k_w w(t)^2 + k_{\alpha} \alpha(t)^2$$

όπου,

q_{11} u (flap)

q_{22} w (edge)

q_{33} α (torsion / pitch)

k_u Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου στην αξονική κάμψη (flap)

k_w Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου στην περιφερειακή κάμψη (edge)

k_{α} Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου στρέψης (torsion / pitch)

Η απόσβεση του συστήματος δίνεται από τη σχέση $F_{c,i} = \frac{\partial V}{\partial \dot{q}_i}$ όπου V είναι η

συνάρτηση απόσβεσης Rayleigh που προέρχεται από

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot \dot{q}_i \cdot \dot{q}_j$$

και για τους ίδιους λόγους όπως και στην εξίσωση της εσωτερικής ενέργειας η σχέση γίνεται

$$2C = C_u \dot{u}(t) + C_w \dot{w}(t) + C_\alpha \dot{\alpha}(t)$$

C_u Σταθερά απόσβεσης ελατηρίου στην αξονική κάμψη (flap)

C_w Σταθερά απόσβεσης ελατηρίου στην περιφερειακή κάμψη (edge)

C_α Σταθερά απόσβεσης ελατηρίου στρέψης (torsion / pitch)

Αφού πλέον είναι γνωστές οι συναρτήσεις που δίνουν την κινητική ενέργεια T , την εσωτερική ενέργεια U και τις δυνάμεις απόσβεσης V , μπορεί να εφαρμοστεί η εξίσωση Lagrange για καθένα ξεχωριστά από τους βαθμούς ελευθερίας $u(t)$, $w(t)$, $\alpha(t)$.

4.3 Εξίσωση κίνησης αξονικής κάμψης (flap)

Κατά τη κατεύθυνση της αξονικής κάμψης, που αντιστοιχεί στον βαθμό ελευθερίας $w(t)$, χρησιμοποιώντας την εξίσωση Lagrange προκύπτει η εξίσωση της κίνησης

$$F_y = mu'' - S_\zeta \alpha'' + k_u u(t) + C_u u'(t)$$

διαιρώντας με την μάζα m γίνεται

$$\frac{F_y}{m} = u'' - \frac{S_\zeta}{m} \alpha'' + \frac{k_u}{m} u(t) + \frac{C_u}{m} u'(t)$$

Ως αδιάστατη στατική ροπή ως προς τον άξονα u (flap) ορίζεται $\bar{r}_i = \frac{S_i}{m}$.

Τίθεται ως $\frac{C_u}{m} = 2 \cdot \xi_u \cdot \omega_u$ όπου ω_u είναι η ιδιοσυχνότητα της αεροτομής ως προς την κίνηση της αξονικής κάμψης (uncoupled harmonic oscillation frequency) και ξ_u , ο αδιάστατος συντελεστής δομικής απόσβεσης ως προς την ίδια κίνηση. Είναι σημαντικό να

αναφερθεί, ότι εκ παραδοχής τόσο ο συγκεκριμένος συντελεστής όσο και εκείνοι της περιφερειακής κάμψης και στρέψης θεωρούνται ίσοι με το μηδέν.

Επίσης θέτετε $\frac{k_u}{m} = \omega_u^2$, οπότε η εξίσωση διαμορφώνεται ως εξής

$$\frac{F_y}{m} = u'' - \bar{r}_\xi \alpha'' + \omega_u^2 u(t) + 2 \cdot \xi_u \cdot \omega_u u'(t)$$

Σε αυτό το σημείο εισάγεται ο αδιαστατοποιημένος χρόνος $t = \frac{c}{U_{ref}} \cdot \tau$, όπου

t Πραγματικός χρόνος

U_{ref} Ταχύτητα αναφοράς, που στην προκειμένη περίπτωση η ταχύτητα της αδιατάρακτης ροής U_∞

c Το μήκος αναφοράς, το οποίο είναι το μήκος της χορδής της αεροτομής

τ Ο αδιαστατοποιημένος χρόνος

Αν μια ποσότητα παραγωγίζεται ως προς πραγματικό χρόνο t, τότε η παραγωγήση ως προς τον αδιάστατο χρόνο θα είναι

$$\dot{f} = \frac{df}{d\tau} = \frac{df}{dt} \cdot \frac{dt}{d\tau} \Leftrightarrow$$

$$\dot{f} = f' \cdot \frac{c}{U_{ref}} \Leftrightarrow f' = \dot{f} \frac{U_{ref}}{c}$$

οπότε η δεύτερη παράγωγος θα είναι $f'' = \ddot{f} \left(\frac{U_{ref}}{c} \right)^2$.

Θέτοντας $\bar{u}(t) = \frac{u(t)}{c}$ τη αδιαστατοποιημένη ως προς το μήκος της χορδής

μετατόπιση και $\bar{r}_i^* = \frac{\bar{r}_i}{c}$ της αδιαστατοποιημένες αποστάσεις στο σύστημα (ξ , η , ζ) του

κέντρου βάρους από τον ελαστικό άξονα, η εξίσωση γίνεται

$$\frac{F_y}{m} = \ddot{u}(t) \left(\frac{U_{ref}}{c} \right)^2 - \bar{r}_\xi \ddot{\alpha}(t) \left(\frac{U_{ref}}{c} \right)^2 + \omega_u^2 \bar{u}(t) + 2 \cdot \xi_u \cdot \omega_u \cdot \dot{u}(t) \left(\frac{U_{ref}}{c} \right)$$

Διαιρώντας με το $\left(\frac{U_{ref}}{c}\right)^2$, θέτοντας την αδιάστατη ιδιοσυχνότητα $\bar{\omega}_u = \frac{\omega_u}{\Omega}$,

όπου Ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του ρότορα της Α/Γ με $\kappa = \frac{\Omega \cdot c}{U_{ref}}$ ως αδιάστατη

γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, προκύπτει

$$\frac{F_y}{m} \cdot \frac{c}{U_{ref}^2} = \ddot{u}(t) - \bar{r}_\zeta^* \ddot{\alpha}(t) + \kappa^2 \cdot \bar{\omega}_u^2 \cdot \bar{u}(t) + 2 \cdot \xi_u \cdot \bar{\omega}_u \cdot \dot{u}(t) \cdot \kappa \left(\frac{c}{U_{ref}} \right)$$

Αν το αεροδυναμικό φορτίο στη κατεύθυνση της αξονικής κάμψης εκφραστεί μέσω ενός συντελεστή, τότε αυτό γράφεται

$$F_y = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot c \cdot U_{ref}^2 \cdot C_y$$

όπου,

ρ_{air} Η πυκνότητα του αέρα

C_y Ο αεροδυναμικός συντελεστής στην αξονική κάμψη

$R_f = \frac{\rho_{air} \cdot c^2}{m}$ Συντελεστής μάζας (το κλάσμα της μάζας του αέρα ως προς τη μάζα της αεροτομής)

Οπότε η εξίσωση παίρνει τελική μορφή

$$\frac{1}{2} R_f C_y = \ddot{u}(t) - \bar{r}_\zeta^* \ddot{\alpha}(t) + \kappa^2 \cdot \bar{\omega}_u^2 \cdot \bar{u}(t) + 2 \cdot \xi_u \cdot \bar{\omega}_u \cdot \dot{u}(t) \cdot \kappa$$

4.4 Εξίσωση κίνησης περιφερειακής κάμψης (edge)

Η ίδια μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε για την αξονική κάμψη θα χρησιμοποιηθεί και για την περιφερειακή κάμψη (edge). Η εξίσωση της κίνησης μέσω της εξίσωσης Lagrange καταλήγει στη μορφή :

$$F_x = m\ddot{w} + S_\xi \alpha'' - m\Omega^2 w(t) - \Omega^2 S_\zeta - \Omega^2 S_\xi \alpha(t) + k_w w(t) + C_w \dot{w}(t)$$

Οι αδιάστατοι παράγοντες που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής :

$$\bar{r}_i = \frac{S_i}{m}$$

$$\bar{r}_i^* = \frac{\bar{r}_i}{c}$$

$$\frac{C_w}{m} = 2 \cdot \xi_w \cdot \omega_w$$

$$\bar{\omega}_w = \frac{\omega_w}{\Omega}$$

$$\frac{k_w}{m} = \omega_w^2$$

$$\kappa = \frac{\Omega \cdot c}{U_{ref}}$$

$$\bar{w}(t) = \frac{w(t)}{c}$$

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot c \cdot U_{ref}^2 \cdot C_x$$

Και η τελική μορφή της εξίσωσης είναι

$$\frac{1}{2} R_f C_x + \kappa^2 \bar{r}_\zeta^* = \ddot{\bar{w}}(t) - \bar{r}_\xi^* \ddot{\bar{\alpha}}(t) + \kappa^2 \cdot (\bar{\omega}_w^2 - 1) \cdot \bar{w}(t) - \kappa^2 \bar{r}_\xi^* \bar{\alpha}(t) + 2 \cdot \xi_w \cdot \bar{\omega}_w \cdot \kappa \cdot \dot{\bar{w}}(t)$$

4.5 Εξίσωση κίνησης στρέψης (pitch/torsion)

Ομοίως κατά την στρεπτική κατεύθυνση που αντιστοιχεί ο βαθμός ελευθερίας $\alpha(t)$, εφαρμόζονται οι εξισώσεις Lagrange και οι εξίσωση παίρνει την μορφή

$$M = S_\xi u'' - S_\zeta w'' + I_p \alpha'' + S_\xi \Omega^2 u(t) - \Omega^2 I_{\xi\xi} \alpha(t) - \Omega^2 I_{\xi\zeta} + k_a a(t) + C_a \dot{a}(t)$$

όπου $I_p = I_{\xi\xi} + I_{\zeta\zeta}$

Οι αδιάστατοι παράγοντες που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής :

$$\bar{I}_{ij} = \frac{I_{ij}}{m \cdot c}$$

$$\bar{I}_p = \frac{I_p}{m \cdot c}$$

$$\frac{C_a}{m} = 2 \cdot \xi_a \cdot \omega_a \cdot c \cdot I_p$$

$$\bar{\omega}_a = \frac{\omega_a}{\Omega}$$

$$\frac{k_a}{I_p} = \omega_w^2$$

$$\kappa = \frac{\Omega \cdot c}{U_{ref}}$$

$$\bar{a}(t) = \frac{a(t)}{c}$$

$$M = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot c \cdot U_{ref}^2 \cdot C_M$$

Και η τελική μορφή της εξίσωσης είναι :

$$\frac{1}{2} R_f C_M + \kappa^2 \bar{I}_{\xi\xi} = \bar{I}_p \ddot{a}(t) + \bar{r}_\xi^* \ddot{u}(t) - \bar{r}_\zeta^* \ddot{w}(t) + 2\xi_a \bar{\omega}_a \kappa \cdot \bar{I}_p \dot{a}(t) + (\bar{I}_p \bar{\omega}_a - \bar{I}_{\xi\xi}) \kappa^2 \bar{a}(t) - \kappa^2 \bar{r}_\xi^* \bar{u}(t)$$

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν συγκεντρωμένες, στην γενική τους μορφή οι εξισώσεις των τριών βαθμών ελευθερίας που περιγράφουν του αεροελαστικό πρόβλημα.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \bar{r}_\xi^* \\ 0 & 1 & \bar{r}_\zeta^* \\ \bar{r}_\xi^* & \bar{r}_\zeta^* & \bar{I}_P \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{a} \end{bmatrix} +$$

$$k \cdot \begin{bmatrix} 2\xi_{Du} \bar{\omega}_u & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_{Dw} \bar{\omega}_w & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi_{Da} \bar{\omega}_a \bar{I}_P \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{a} \end{bmatrix} + \kappa^2 \cdot \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{w} \\ \bar{a} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} (\bar{\omega}_u^2 - \cos^2 p) & -\cos p \sin p & (\cos p \sin p \bar{r}_\zeta^* - \cos^2 \bar{r}_\xi^*) \\ -\cos p \sin p & (\bar{\omega}_w^2 - \sin^2 p) & (\cos p \sin p \bar{r}_\xi^* - \cos^2 \bar{r}_\zeta^*) \\ (\cos p \sin p \bar{r}_\zeta^* - \cos^2 \bar{r}_\xi^*) & -(\cos p \sin p \bar{r}_\xi^* + \sin^2 \bar{r}_\zeta^*) & \bar{\omega}_a^2 \bar{I}_P - (\cos^2 p \bar{I}_{\xi\xi} + \sin^2 p \bar{I}_{\zeta\zeta} - 2 \cos p \sin p \bar{I}_{\xi\zeta}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} R_f C_x + \kappa^2 \cos^2 p \bar{r}_\zeta^* + \cos p \sin p \bar{r}_\xi^* \kappa^2 \\ \frac{1}{2} R_f C_y + \kappa^2 \sin^2 p \bar{r}_\xi^* + \cos p \sin p \bar{r}_\zeta^* \kappa^2 \\ \frac{1}{2} R_f C_M + \kappa^2 (\cos^2 p \bar{I}_{\xi\xi} + \sin^2 p \bar{I}_{\zeta\zeta} - 2 \cos p \sin p \bar{I}_{\xi\zeta}) + \kappa^2 \bar{I}_{\zeta\xi} (\cos^2 p - \sin^2 p) + \kappa^2 \cos p \sin p (\bar{I}_{\xi\xi} - \bar{I}_{\zeta\zeta}) \end{bmatrix}$$

Πίνακας 4.1 : Το σύστημα τριών αεροελαστικών εξισώσεων της αεροτομής

Στην ειδική περίπτωση που $p = 0$, δηλαδή, το περύγιο δεν έχει ούτε twist, ούτε pitch, άρα η αεροτομή είναι κάθετη στο διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας Ω , τότε οι αεροελαστικές εξισώσεις του πίνακα 4.1 παίρνουν τη μορφή :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \bar{r}_\xi^* \\ 0 & 1 & \bar{r}_\zeta^* \\ \bar{r}_\xi^* & \bar{r}_\zeta^* & \bar{I}_P \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\bar{u}} \\ \ddot{\bar{w}} \\ \ddot{\bar{a}} \end{bmatrix} + k \cdot \begin{bmatrix} 2\xi_{Du} \bar{\omega}_u & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_{Dw} \bar{\omega}_w & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi_{Da} \bar{\omega}_a \bar{I}_P \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\bar{u}} \\ \dot{\bar{w}} \\ \dot{\bar{a}} \end{bmatrix} +$$

$$\kappa^2 \cdot \begin{bmatrix} (\bar{\omega}_u^2 - 1) & 0 & -\bar{r}_\xi^* \\ 0 & \bar{\omega}_w^2 & 0 \\ -\bar{r}_\xi^* & 0 & \bar{\omega}_a^2 \bar{I}_P - \bar{I}_{\xi\xi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{w} \\ \bar{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} R_f C_x + \kappa^2 \bar{r}_\xi^* \\ \frac{1}{2} R_f C_y \\ \frac{1}{2} R_f C_M + \kappa^2 \bar{I}_P \end{bmatrix}$$

Πίνακας 4.2 : Το σύστημα τριών, απλοποιημένων, αεροελαστικών εξισώσεων της αεροτομής

Όπου

- $\bar{\omega}_i$ Η αδιάστατη ιδιοσυχνότητα των βαθμών ελευθερίας
- \bar{r}_i^* Η αδιαστατοποιημένη απόσταση, στο σύστημα (ξ, η, ζ), του κέντρου βάρους της αεροτομής από τον ελαστικό άξονα
- k_i Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου σε κάθε βαθμό ελευθερίας
- κ Η αδιάστατη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής
- ξ_i Ο αδιάστατος συντελεστής δομικής απόσβεσης σε κάθε βαθμό ελευθερίας
- C_i Ο συντελεστής των αεροελαστικών δυνάμεων
- \bar{I}_P $I_{\xi\xi} + I_{\zeta\zeta}$
- $I_{\xi\xi}$ Αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ξ
- $I_{\zeta\zeta}$ Αξονική ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα ζ

Κεφάλαιο 5ο

Το φαινόμενο του πτερυγισμού – Classical Flutter / Stall Flutter

5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα επιχειρηθεί μια πρώτη εκτίμηση για την εισαγωγή αυτόματου ελέγχου σε αεροτομή μεταβλητής ακμής εκφυγής. Η διερεύνηση αυτή θα γίνει στις περιπτώσεις εμφάνισης πτερυγισμού τόσο σε χαμηλές όσο και υψηλές γωνίες πρόσπτωσης, που αναφέρεται στη βιβλιογραφία, ως Κλασσικός πτερυγισμός (Classical Flutter) και πτερυγισμός σε κατάσταση απώλειας στήριξης (Stall Flutter) αντίστοιχα.

Ο πτερυγισμός, όπως αναφέρθηκε και στην αρχή του προηγούμενου κεφαλαίου, πρόκειται για μια δυναμική αστάθεια η οποία ευθύνεται για τις δομικές αστοχίες που εμφανίζονται στα πτερύγια των ανεμογεννητριών. Η αστάθεια αυτή προέρχεται από το γεγονός ότι το σώμα καθώς ταλαντώνεται κερδίζει ενέργεια από το ρευστό σε ένα πλήρη κύκλο. Έτσι στη περίπτωση που ένα σώμα δεν έχει εξωτερική διέγερση, αλλά ούτε εσωτερική τριβή τότε η αεροδυναμική αστάθεια ονομάζεται «πτερυγισμός».

Ο σκοπός του εγχειρήματος είναι να περιοριστούν, όσο το δυνατόν, τα κοπωτικά φορτία που καταπονούν το πτερύγιο μιας ανεμογεννήτριας στη πάροδο του χρόνου. Για το λόγο αυτό προστέθηκε και στις δύο περιπτώσεις πτερυγισμού, μια εξίσωση ελέγχου με σήμα εξόδου την γωνία μετατόπισης a_f της ακμής εκφυγής και σήμα εισόδου την κάθετη, στο επίπεδο περιστροφής, παραμόρφωση (αξονική κάμψη - flap) y . Το αποτέλεσμα είναι, για κάθε καινούργιο y να υπολογίζεται και μια καινούργια γωνία a_f τέτοια ώστε να αντιτίθεται στην ήδη παραμορφωτική συμπεριφορά με τελικό σκοπό την μείωση των εύρων της ταλάντωσης και κατ' επέκταση τη μείωση των κοπτικών φορτίων.

Ο ελεγκτής που χρησιμοποιήθηκε είναι ένας PI – κατευθυντής, με ανάδραση, για τον οποίο θα εκτιμηθεί η ικανότητα του, να ανταποκριθεί, μέσα σε εφικτά όρια, τόσο στη αεροελαστική συμπεριφορά της αεροτομής, όσο σε απότομες αλλαγές της δύναμης και της κατεύθυνσης του ανέμου.

5.2 Πτερυγισμός σε συνδυασμό με αξονική κάμψη – στρέψη / Classical Flutter

5.2.1 Εισαγωγή

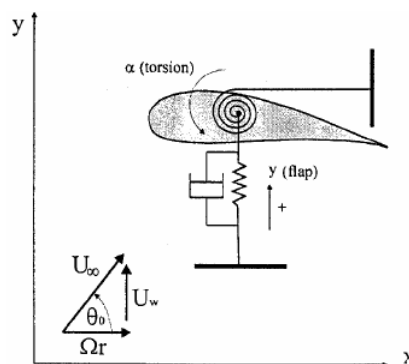
Στη περίπτωση του κλασσικού πτερυγισμού (Classical Flutter), η ταλαντωτική αστάθεια παρουσιάζεται όταν δεν υπάρχει αποκόλληση ούτε ισχυρά κρουστικά κύματα. Εμφανίζεται επειδή η ταχύτητα ροής επηρεάζει τα εύρη της ταλάντωσης, αλλά και τις διαφορές φάσης ανάμεσα στις κινήσεις, ως προς τους διαφορετικούς βαθμούς ελευθερίας. Η επιρροή είναι τέτοια ώστε η αεροτομή να απορροφά, συνεχώς ενέργεια από το ρεύμα αέρα.

Έτσι, από τους βαθμούς ελευθερίας που περιγράφηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, δύο είναι οι ισχυρότεροι :

- Η συστροφή γύρω από τον ελαστικό άξονα (pitch ή torsion), και
- Η κάμψη του πτερυγίου (flap).

Οι βαθμοί αυτοί προσομοιώνονται (σχήμα 5.2.1-1) με ένα ελατήριο για κάθε έναν από αυτούς. Ένα γραμμικό για την κάμψη (flap) και ένα περιστροφικό για την στρέψη (torsion).

Λόγω του περιστροφικού βαθμού ελευθερίας, σημαντικό ρόλο στο πρόβλημα παίζει η θέση του κέντρου μάζας και του αεροδυναμικού κέντρου ως προς τη θέση του ελαστικού άξονα. Ο ελαστικός άξονας του πτερυγίου είναι ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων διάτμησης μιας δοκού. Το κέντρο αυτής είναι το σημείο στο οποίο αν δράσει διατμητική δύναμη δε θα προκληθεί συστροφή. Το σημείο αυτό, για όλες τις περιπτώσεις, είναι το 25% της χορδής.



Σχήμα 5.2.1-1 : Οι δύο βαθμοί ελευθερίας (flap – torsion) της αεροτομής

5.2.2 Οι εξισώσεις του προβλήματος

Για λόγους ευκολίας με y και a ορίζονται οι παραμορφώσεις κατά την flap και torsion μετατόπιση αντίστοιχα. Οι εξισώσεις ισορροπίας των δυνάμεων και των ροπών, που περιγράφουν το πρόβλημα μπορούν να γραφτούν στη μορφή :

$$\bar{\rho} \cdot \ddot{y} + S \cdot \ddot{a} + C_y \cdot \dot{y} + K_y \cdot y = F_y \quad 5.1$$

$$S \cdot \ddot{y} + I_\alpha \cdot \ddot{a} + C_a \cdot \dot{y} + K_a \cdot a = M_a \quad 5.2$$

όπου K_a , K_y οι συντελεστές δυσκαμψίας, C_a , C_y οι συντελεστές απόσβεσης, $\bar{\rho}$ η γραμμική μάζα της αεροτομής και με S η στατική ροπή, I_α η ροπή αδράνειας γύρω από τον ελαστικό άξονα.

Στις εξισώσεις 5.1 και 5.2 είναι εύκολο να αναγνωριστούν οι όροι αδράνειας, απόσβεσης και δυσκαμψίας. Οι επιπλέον όροι που εμφανίζονται είναι εκείνοι που συσχετίζονται με την εκκεντρότητα της μάζας της αεροτομής. Επίσης η ροπή μπορεί να εκφραστεί ως προς τον συντελεστή C_M , ενώ η δύναμη που ασκείται κατά τον άξονα y μέσω ενός συντελεστεί φορτίου C_{F_y} . Έτσι διαιρώντας τις σχέσεις με το $\bar{\rho}$ και παραγωγίζοντας ως προς τον αδιάστατο χρόνο $\tau = \frac{U_\infty}{c \cdot t}$ (όπου c η χορδή της αεροτομής) προκύπτει :

$$\begin{bmatrix} 1 & \bar{r} \\ \bar{r} & \bar{r}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y'' \\ a'' \end{bmatrix} + k \cdot \begin{bmatrix} 2\xi_y \varpi_y & 0 \\ 0 & 2\xi_a \varpi_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y' \\ a' \end{bmatrix} + k^2 \cdot \begin{bmatrix} \varpi_y^2 & 0 \\ 0 & \bar{r}^2 \varpi_a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ a \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot R_f \cdot \begin{bmatrix} C_{F_y} \\ C_M \end{bmatrix}$$

Οι αδιάστατες παράμετροι που εμφανίζονται στις παραπάνω εξισώσεις είναι :

$$\bar{r}^2 = \frac{I_a}{\rho} \quad \bar{r} = \frac{S}{\rho} \quad k = \frac{\Omega \cdot c}{U_\infty} \quad \varpi_y = \frac{\omega_y}{\Omega}$$

$$\varpi_a = \frac{\omega_a}{\Omega} \quad 2\xi_y \varpi_y = \frac{C_y}{\bar{\rho}} \quad 2\xi_a \varpi_a = \frac{C_a}{\bar{\rho}} \quad R_f = \frac{\rho_{air}}{\bar{\rho} / c^2}$$

Όπου ω_y , ω_a οι ιδιοσυχνότητες στην αξονική κάμψη και στρέψη αντίστοιχα, $\bar{\omega}_y$ και $\bar{\omega}_a$ αποτελούν τις αντίστοιχες αδιαστατοποιημένες συχνότητες ως προς τη γωνιακή συχνότητα περιστροφής Ω . Με R_f συμβολίζεται η αδράνεια της αεροτομής, ενώ με ξ_y και ξ_a συμβολίζονται οι λόγοι απόσβεσης στις flap και torsion κατευθύνσεις που μαζί με τις ιδιοσυχνότητες προκύπτουν από την ελαστοδυναμική ανάλυση ολόκληρου του πτερυγίου. Τέλος η παράμετρος k είναι μια αδιάστατη συχνότητα (reduced frequency) που σχετίζεται με τις συνθήκες λειτουργίας του πτερυγίου.

Σε αυτές τις εξισώσεις έρχεται να προστεθεί και μία ακόμα που αφορά τον αυτόματο έλεγχο (Controller) και είναι αυτή η οποία θα επιδράσει έτσι ώστε να περιοριστεί η ασταθής (κατά περίπτωση) συμπεριφορά της αεροτομής. Η εξίσωση είναι της μορφής :

$$\alpha_f(t) = K_p \cdot \ddot{y}(t) + K_I \cdot \dot{y}(t) \quad 5.3$$

όπου α_f η γωνία στέψης της ακμής εκφυγής με σταθερό σημείο το 90% της χορδής, K_p το αναλογικό κέρδος και K_I το ολοκληρωτικό, ενώ \ddot{y} και \dot{y} η επιτάχυνση και η ταχύτητα, αντιστοίχως της αξονικής κάμψης y .

Ο λόγος που εφαρμόστηκε η διαδικασία του ελέγχου μόνο στην αξονική κάμψη y είναι γιατί, τόσο σε χαμηλές, όσο και σε υψηλές γωνίες πρόσπτωσης, έχουν παρατηρηθεί έντονες παραμορφώσεις κατά αυτήν την κατεύθυνση, που είναι και η ισχυρότερη από ότι η περιφερειακή κάμψη x και η αξονική στρέψη a . Επίσης, όπως φαίνεται στην εξίσωση 5.3, οι σταθερές του αναλογικού και του ολοκληρωτικού ελέγχου K_p , K_I εφαρμόζονται στην επιτάχυνση και ταχύτητα της παραμόρφωσης, αντίστοιχα και αυτό λόγω της ευκολίας μέτρησης που παρέχουν αυτά μεγέθη σε μια πειραματική διάταξη.

5.2.3 Παραμετρική ανάλυση

Για την διερεύνηση της αποτελεσματικότητας του controller χρησιμοποιήθηκε μια αεροτομή τύπου NACA - 63419. Το σημείο που περιστρέφεται (pitching center) είναι το 25% της χορδής, το οποίο συμπίπτει με το κέντρο βάρους της αεροτομής. Ο αριθμός Re της επερχόμενης ροής είναι ίσος με $2 \cdot 10^6$. Η αεροτομή είναι τοποθετημένη κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μην υπάρχει καμία αρχική μετατόπιση ούτε με το γραμμικό, αλλά ούτε και με το περιστροφικό ελατήριο. Επίσης σε πρώτη φάση, δεν εφαρμόζεται καμία αρχική δύναμη. Οι ιδιοσυχνότητες για τις δύο μετατοπίσεις τέθηκαν ως $\omega_y = 4$ για την αξονική κάμψη και $\omega_a = 7$ για την αξονική στρέψη. Τέλος το μέτρο της επερχόμενης ταχύτητας του ανέμου είναι σταθερό, ενώ υπάρχει μια γωνία πρόσπτωσης του $\hat{a}_{wind} = 6^\circ$.

Οι παράμετροι που εξετάστηκαν είναι η αδράνεια της αεροτομής R_f , η αδιάστατη συχνότητα k_C , που έχει να κάνει με τη θέση της αεροτομής στο πτερύγιο (σε σταθερές συνθήκες λειτουργίας της ανεμογεννήτριας) και φυσικά οι σταθερές του controller K_p και K_I . Ο πίνακας 5.1 παρουσιάζει αναλυτικά τις παραμέτρους αυτές για πυκνότητα αέρα $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg/m}^3$, γωνιακή ταχύτητα του ρότορα $\Omega = 1.806 \text{ rad/sec}$ και μήκος πτερυγίου $R = 40\text{m}$.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να σημειωθεί ότι το αναλογικό κέρδος K_p είναι ίσο με μηδέν και έτσι θα μείνει σε ολόκληρη την παραμετρική ανάλυση. Αυτό συμβαίνει, διότι μετά από εκτεταμένη διερεύνηση βρέθηκε ότι η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει το K_p είναι 0.012. Πράγμα που σημαίνει ότι χρησιμοποιώντας έναν PI - κατευθυντή με τιμές K_I από 1 έως 3 και $K_p = 0.012$ τότε το σήμα εξόδου οδηγείται ουσιαστικά από το ολοκληρωτικό κέρδος. Συνεπώς θέτοντας $K_p = 0$ δεν υπάρχει και ιδιαίτερη απόκλιση στα αποτελέσματα με το να χρησιμοποιούνταν η τιμή 0.012. Άρα ο PI - κατευθυντής θα μπορούσε να είναι και ένας απλός I – κατευθυντής με τα **ίδια περίπου**, αποτελέσματα .

NACA-63419 : $\Omega = 1.806 \text{ rad/sec}$, $\rho_{\text{air}} = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $R = 40\text{m}$, $\omega_y = 4$, $\omega_a = 7$, $\hat{a}_{\text{wind}} = 6^\circ$				
Περιπτώσεις	R_f	k_C	K_I	K_p
1	0.02	0.04 (0.37R)	0	0
			1	
			2	
			3	
2	0.04	0.04	0	0
			1	
			2	
			3	
3	0.02	0.06 (0.58R)	0	0
			1	
			2	
			3	
4	0.04	0.06	0	0
			1	
			2	
			3	
5	0.04	0.1 (0.75R)	0	0
			1	
			2	
			3	

Πίνακας 5.1: Περιπτώσεις που εξετάστηκαν στον κλασσικό πτερυγισμό (*Classical Flutter*) για ενεργό K_I , μεταβλητό k_C και R_f

Περίπτωση 1^η

Στη 1^η περίπτωση, όπως και στις υπόλοιπες, ο κατευθυντής δεν ενεργοποιείται μαζί με την έναρξη των αεροελαστικών εξισώσεων αλλά την επόμενη χρονική στιγμή όπου η ταχύτητα της μετατόπισης y είναι $\dot{y} \approx 0$. Με τον τρόπο αυτό προσομοιώνεται, κατά το δυνατόν, η χρονική υστέρηση ενός πραγματικού ελεγκτή σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας.

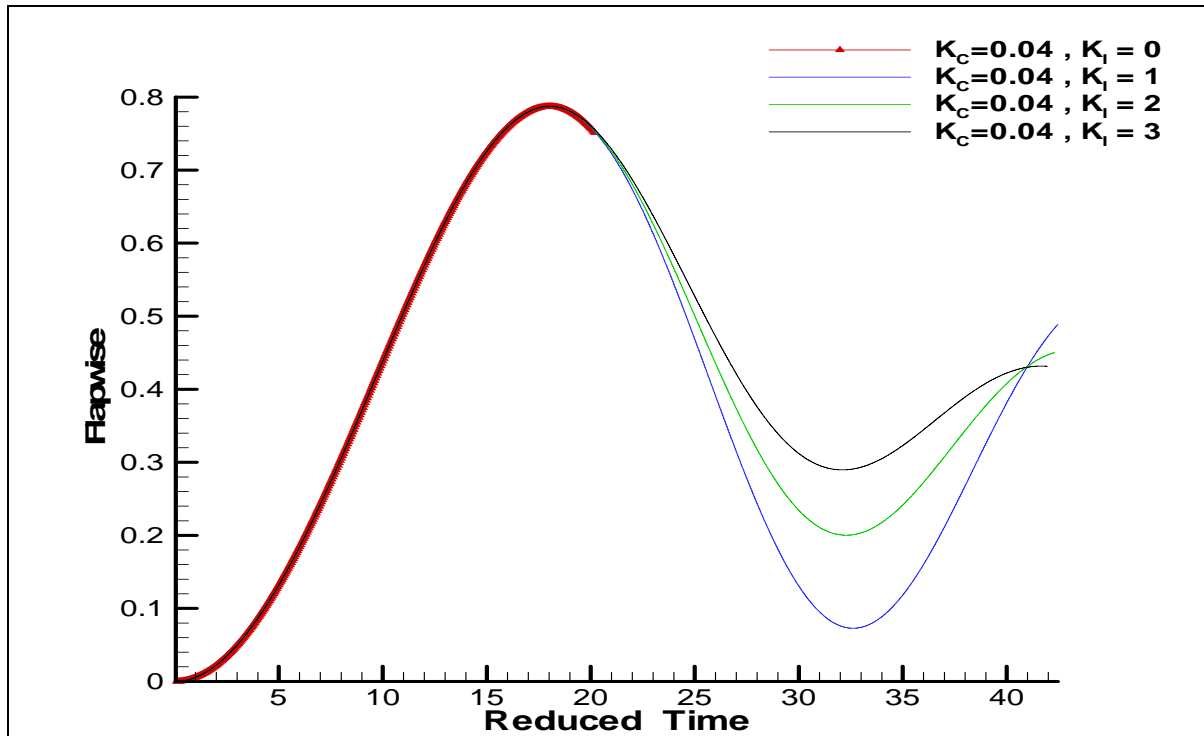
Σε αυτή, λοιπόν την περίπτωση, έχει τεθεί $R_f = 0.02$ και $k_C = 0.04$, όπου η παράμετρος R_f σχετίζεται με την γραμμική πυκνότητα $\bar{\rho}$ της αεροτομής με τον τύπο

$$R_f = \frac{\rho_{air} \cdot c^2}{\bar{\rho}} \quad \text{και } k_C \text{ με την ακτινική θέση της αεροτομής στο πτερύγιο με τον τύπο}$$

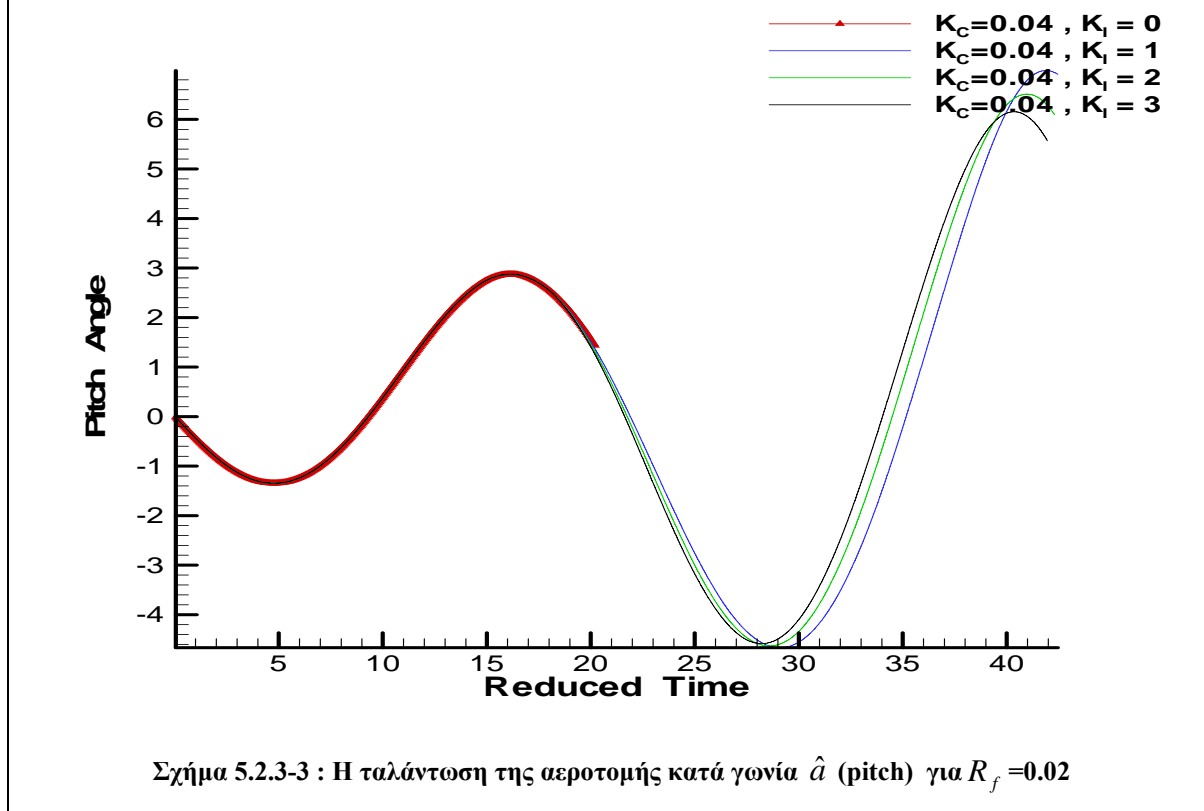
$$k_C = \frac{\Omega \cdot c}{W} = \frac{\Omega \cdot c}{\Omega \cdot R} = \frac{c}{R}. \quad \text{Με } W \text{ συμβολίζεται η σχετική ταχύτητα της ροής του ρευστού ως}$$

προς την περιστρεφόμενη αεροτομή. Στην περίπτωση που η γωνιακή ταχύτητα Ω παραμείνει σταθερή τότε το k_C εξαρτάται είτε από τη χορδή c , είτε από την ταχύτητα του ανέμου U_∞ . Σε πτερύγια ανεμογεννήτριας όπου η γωνιακή ταχύτητα του ρότορα Ω είναι σταθερή και η U_∞ δεν μεταβάλλεται, τότε η αδιάστατη συχνότητα k_C ισοδυναμεί με την ακτινική θέση R της αεροτομής στο πτερύγιο. Επιπροσθέτως, σε μικρές και μεσαίες ταχύτητες ανέμου η αδιάστατη συχνότητα k_C είναι ουσιαστικά ανεξάρτητη της γωνιακής ταχύτητας του ρότορα Ω .

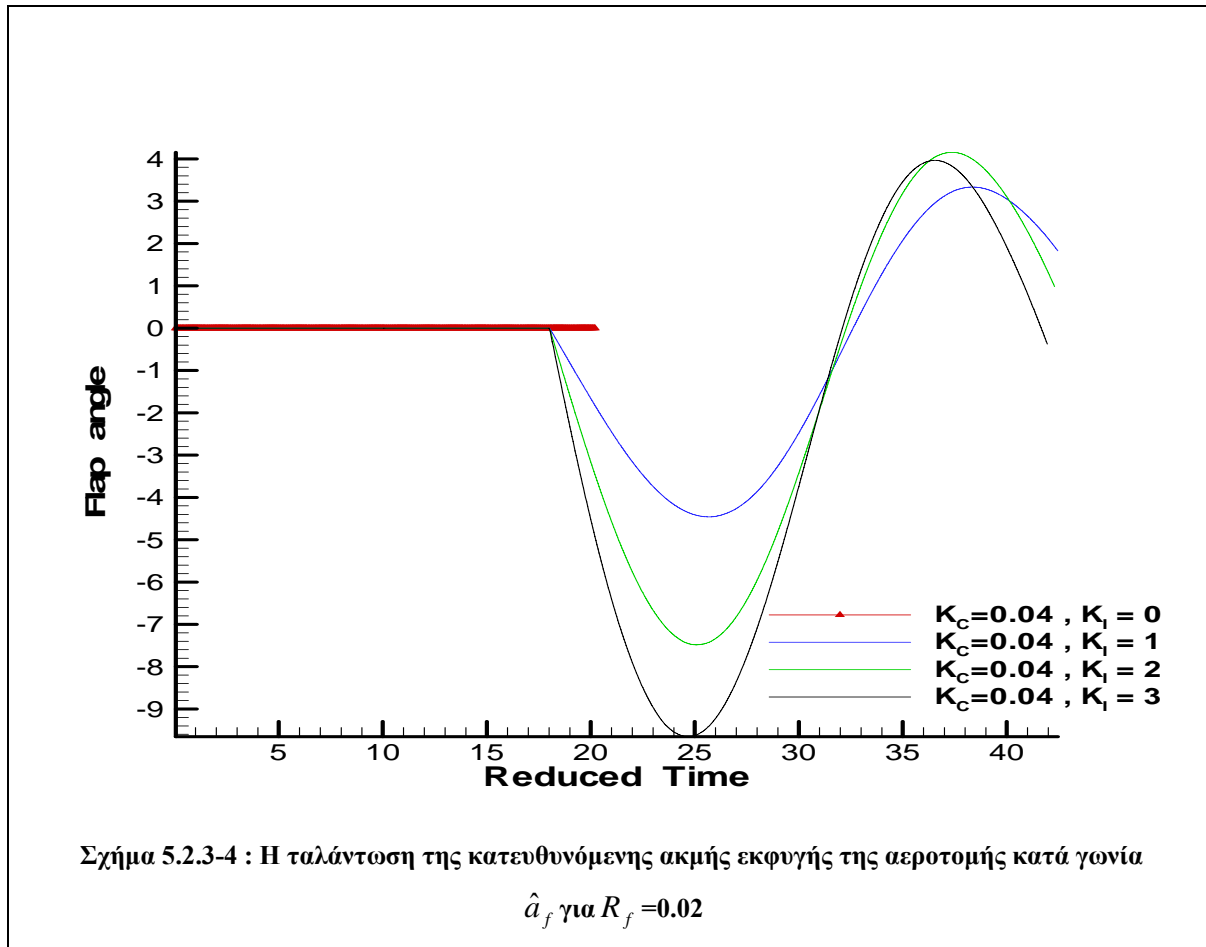
Το σχήμα 5.2.3-2 δείχνει τη μεταβολή της flap κατεύθυνσης συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου (reduced time). Στην ασταθείς αυτή περίπτωση, παρατηρείται ότι χωρίς κατευθυντή το φαινόμενο εξελίσσεται στο μισό περίπου χρόνο από όταν αυτός ενεργοποιηθεί. Το ίδιο παρατηρείται και στο σχήμα 5.2.3-3 που απεικονίζεται η μεταβολή της pitch γωνίας \hat{a} της αεροτομής συναρτήσει του χρόνου. Τέλος το σχήμα 5.2.3-4 δίνει την απόκριση της γωνίας \hat{a}_f της ακμής εκφυγής που υπολογίζεται για διάφορες τιμές του K_I . Δεν θα ήταν λάθος να θεωρηθεί ότι η ύπαρξη, και μόνο, του ελεγκτή μπορεί να αντισταθμίσει, μέχρι ενός σημείου, την ταλαντωτική συμπεριφορά της αεροτομής, χωρίς όμως να δίνει ευσταθή χαρακτήρα.



Σχήμα 5.2.3-2: Η ταλάντωση της αεροτομής κατά τη y κατεύθυνση (flap wise) για $R_f = 0.02$



Σχήμα 5.2.3-3 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά γωνία \hat{a} (pitch) για $R_f = 0.02$



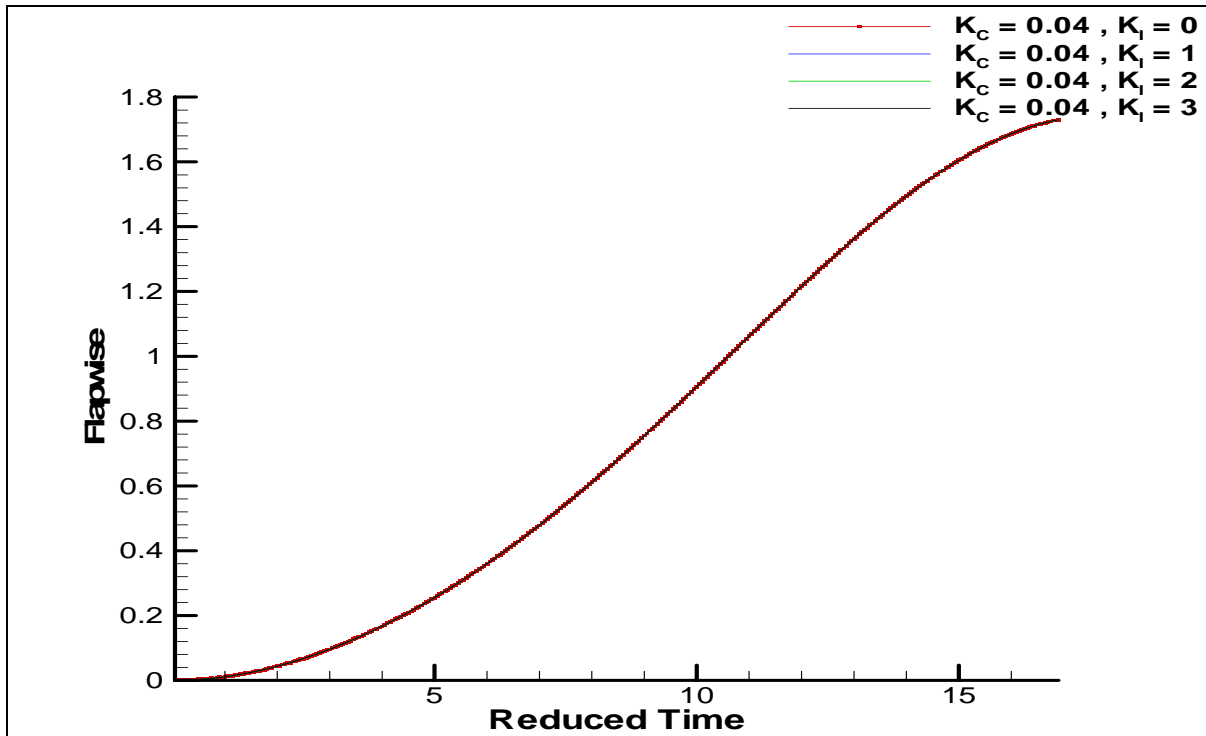
Περίπτωση 2η

Στην περίπτωση αυτή, η αδιάστατη συχνότητα k_c παραμένει σταθερή και το μόνο που αλλάζει είναι ο συντελεστής R_f , που όπως προαναφέρθηκε, σχετίζεται άμεσα με την γραμμική πυκνότητα $\bar{\rho}$ της αεροτομής. Έτσι εδώ ο συντελεστής R_f έχει διπλασιαστεί, και σε συνδυασμό με τον τύπο $R_f = \frac{\rho_{air} \cdot c^2}{\bar{\rho}}$, για σταθερή χορδή και πυκνότητα αέρα, υποδηλώνεται ότι γραμμική πυκνότητα $\bar{\rho}$ της αεροτομής έχει υποδιπλασιαστεί, συνεπώς το πτερύγιο είναι ελαφρύτερο.

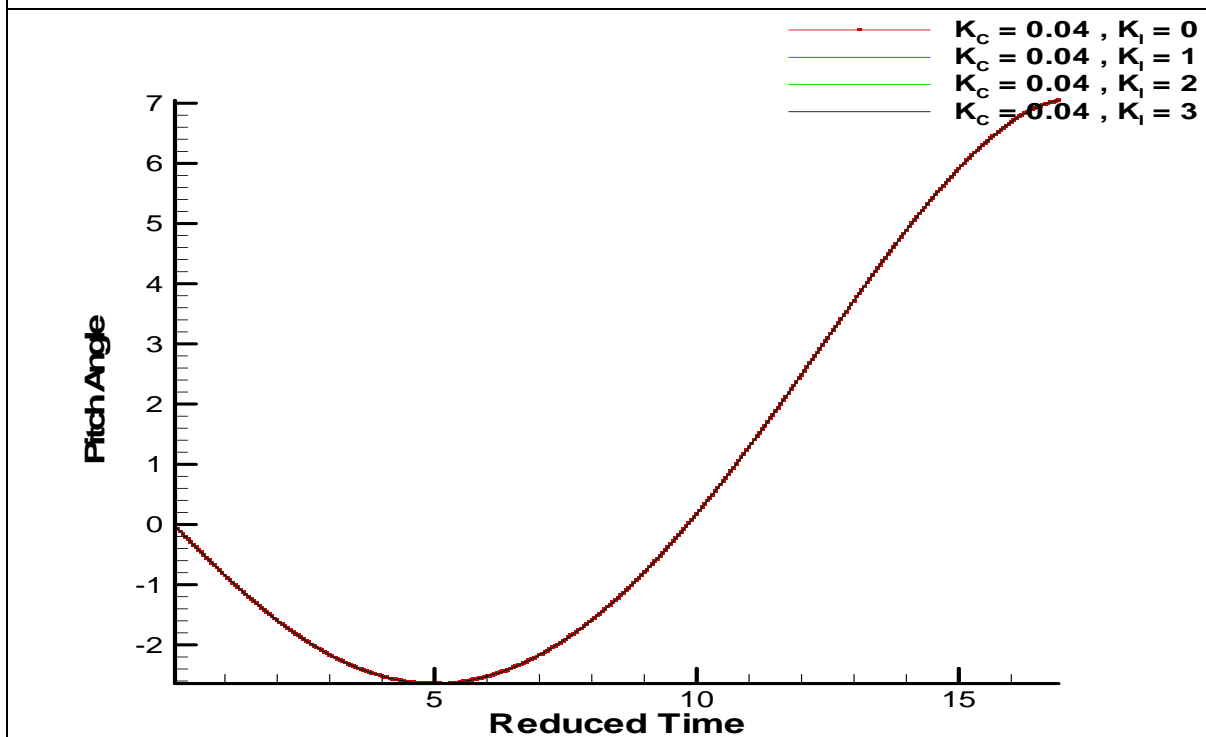
Η περίπτωση αυτή, όπως και η προηγούμενη, είναι ασταθείς. Αυτό που παρατηρείται από το σχήμα 5.2.3-5 είναι ότι το πλάτος της y παραμόρφωσης διπλασιάζεται, ελαττώνοντας το συντελεστή μαζών R_f για την ίδια ακτινική θέση. Το γεγονός αυτό είναι λογικό αφού η περίπτωση αναφέρεται σε ελαφρότερο πτερύγιο.

Αντίστοιχα, παρατηρείται κάτι ανάλογο και για τη γωνία στρέψης α της αεροτομής (σχήμα 5.2.3-6). Εδώ φαίνεται η στρέψη της αεροτομής να φτάνει μέχρι τις 6.5° αντί των 3° γεγονός που προσδίδει, σε συνδυασμό με την κάθετη παραμόρφωση, ισχυρότερα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά στο πτερύγιο.

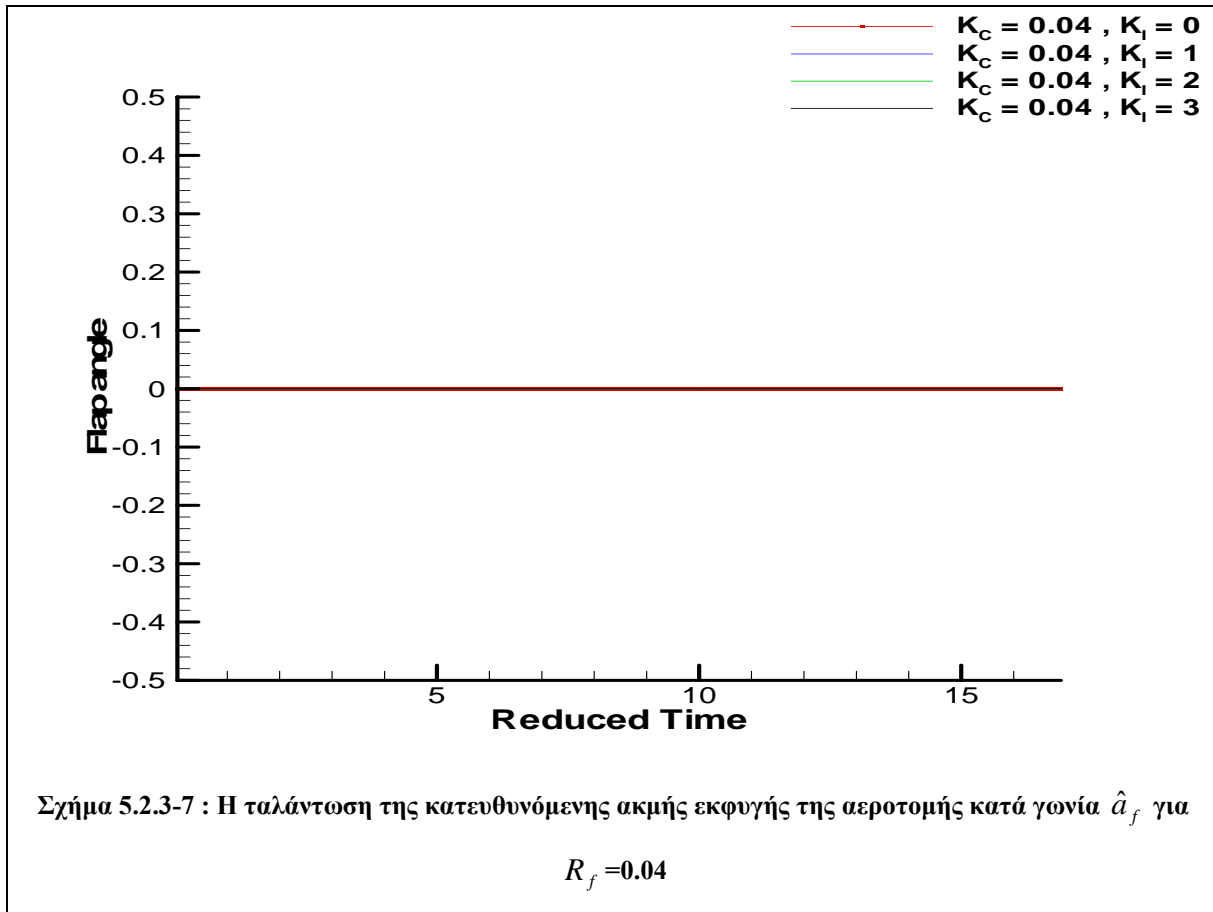
Από το σχήμα 5.2.3-7 που δείχνει την μετατόπιση της ακμής εκφυγής α_f παρατηρείται ότι ο ελεγκτής δεν έχει ενεργοποιηθεί σε καμία από τις τιμές του K_I . αυτό συμβαίνει λόγω ότι η y παραμόρφωση δεν έχει φτάσει στη μέγιστη τιμή της και συνεπώς η ταχύτητά της δεν είναι $\dot{y} \approx 0$.



Σχήμα 5.2.3-5 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά τη y κατεύθυνση (flap wise) για $R_f = 0.04$



Σχήμα 5.2.3-6 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά γωνία \hat{a} (pitch) για $R_f = 0.04$



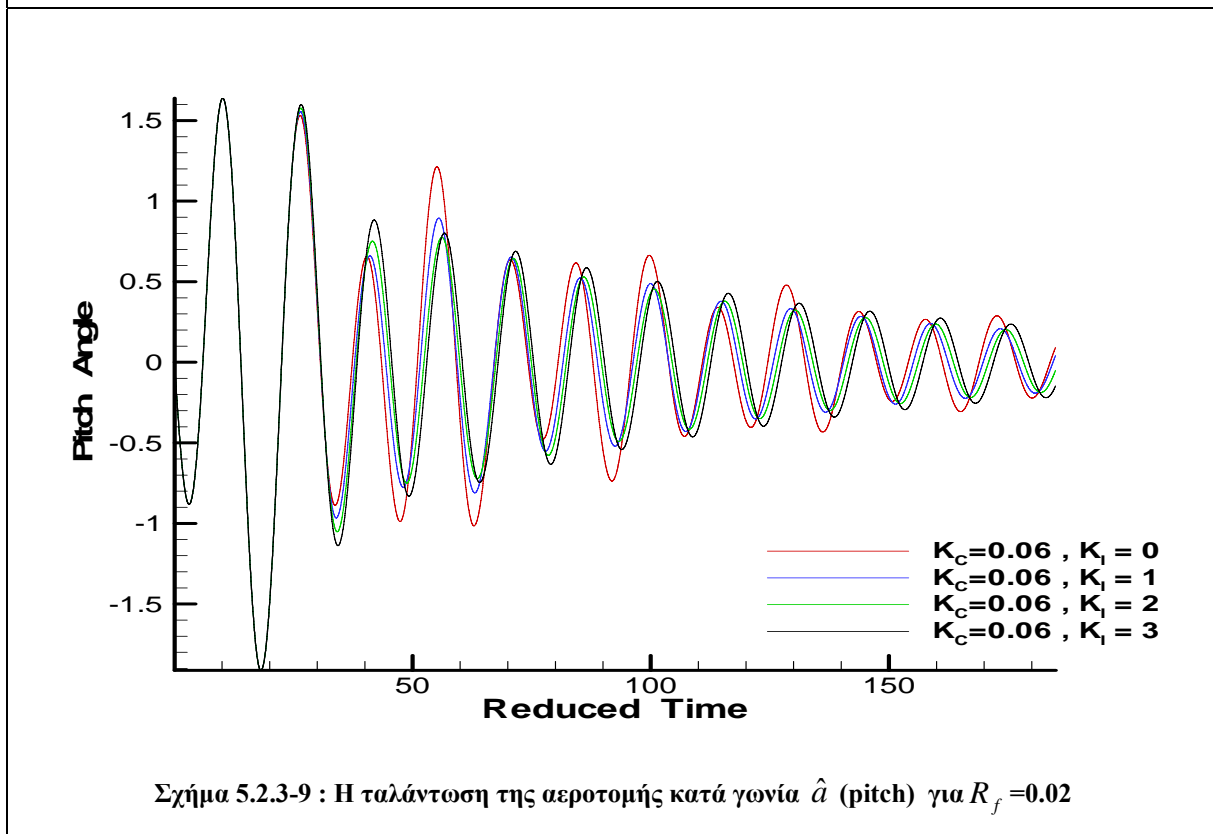
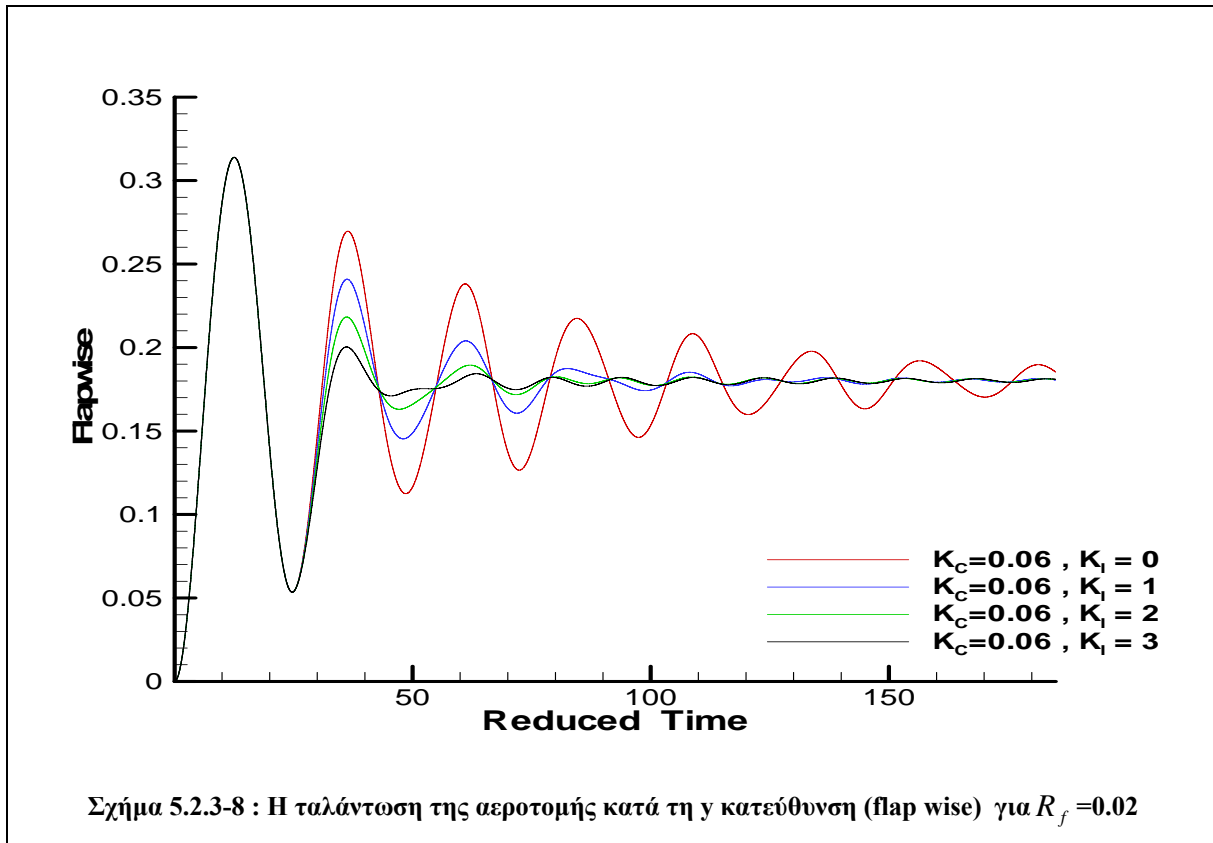
Περίπτωση 3^η

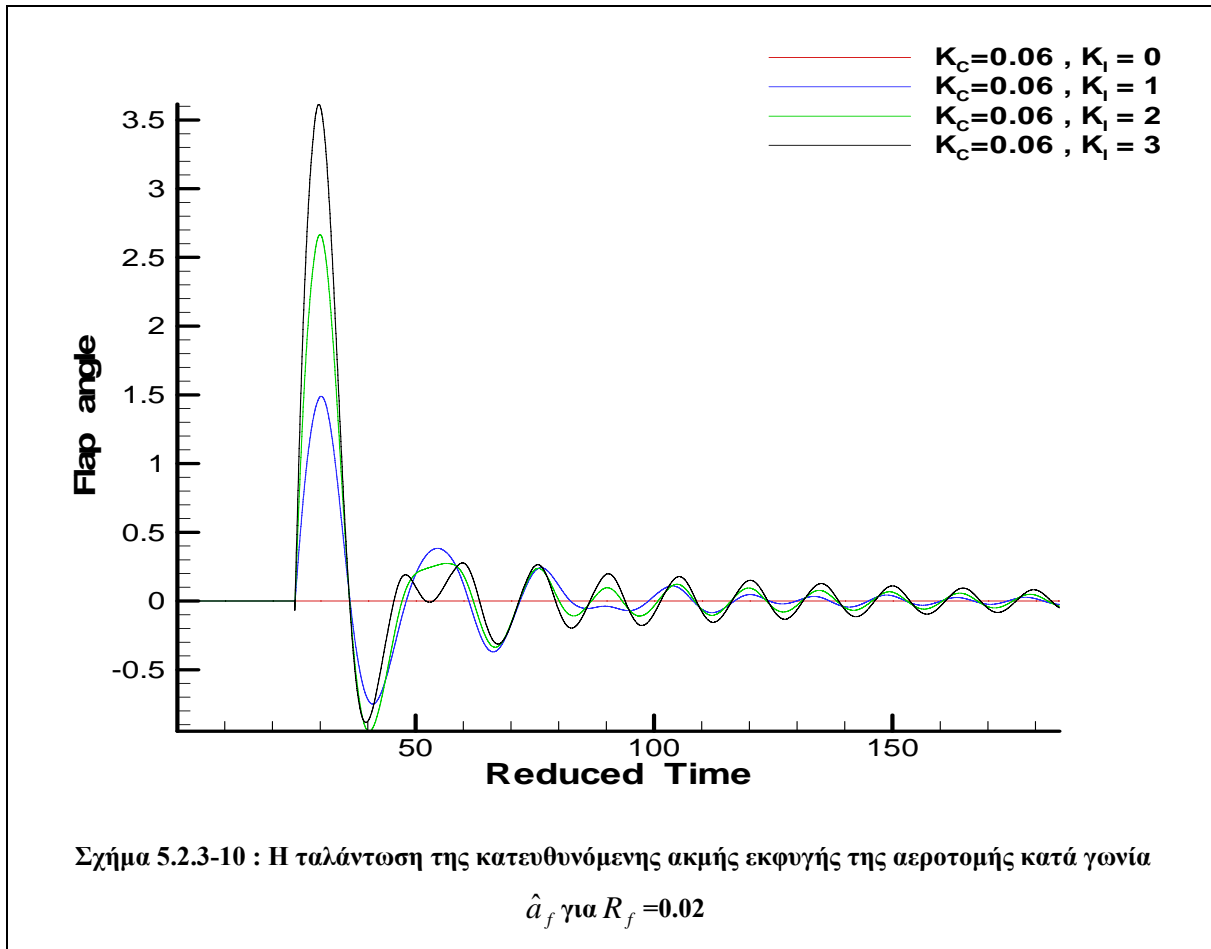
Αυτό που έχει αλλάξει σε σχέση με την 1^η περίπτωση είναι η αδιάστατη συχνότητα k_C , για την ακρίβεια έχει αυξηθεί κατά 50%. Στην παρούσα ανάλυση λόγω του ότι η συχνότητα αυτή υποδηλώνει μικρότερη ακτινική θέση και συνεπώς μικρότερη χορδή αεροτομής θα περίμενε κανείς και μεγαλύτερη τιμή για το R_f . Όμως στην παρούσα ανάλυση εκείνο που ενδιαφέρει είναι η θεωρητική αξιολόγηση του ελεγκτή. Σε επόμενο κεφάλαιο θα γίνει εκτενέστερη παρουσίαση πραγματικών μεγεθών πτερυγίου ανεμογεννήτριας που θα ληφθούν υπόψη τέτοιου είδους παράμετροι.

Η 3^η περίπτωση παρουσιάζει ευσταθή χαρακτήρα και συνεπώς είναι δυνατόν να αξιολογηθεί καλύτερα η παρουσία του controller. Στο σχήμα 5.2.3-8 που απεικονίζει την y μετατόπιση είναι προφανές ότι το εύρος της ταλάντωσης μειώνεται κατά τη μεταβατική περίοδο του φαινομένου. Επίσης παρατηρείται να μειώνεται σημαντικά η αεροδυναμική απόσβεση. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να επισημανθεί ότι σε όλες τις περιπτώσεις έχει θεωρηθεί η δομική απόσβεση του υλικού ίση με μηδέν.

Όσον αφορά την μεταβολή της pitch γωνίας \hat{a} (σχήμα 5.2.3-9) δεν παρατηρείται αξιόλογη μείωση με την ενεργοποίηση του ελεγκτή. Βέβαια, η εξίσωση 5.3 εισήχθη κατά τέτοιο τρόπο ώστε να επιδράσει στην y μεταβολή της αεροτομής και όχι στην \hat{a} . Παρόλα αυτά φαίνεται να επηρεάζεται, σε πολύ μικρό βαθμό το εύρος της γωνίας που είναι απόρροια και της μικρής διαφοράς φάσης που δημιουργείται από τον κατευθυντή.

Θα πρέπει επίσης να δοθεί σημασία στις τιμές του K_I που οδηγούν τον controller. Είναι προφανές ότι κάθε μία από μόνη της δίνει σημαντική μείωση του y σε σύγκριση με την περίπτωση που δεν υπάρχει ελεγκτής. Παρόλα αυτά, αν συγκριθούν μεταξύ τους διαπιστώνεται ότι για τις τιμές $K_I = 2$ και $K_I = 3$ δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά όσο το φαινόμενο πλησιάζει στη μόνιμη κατάσταση.





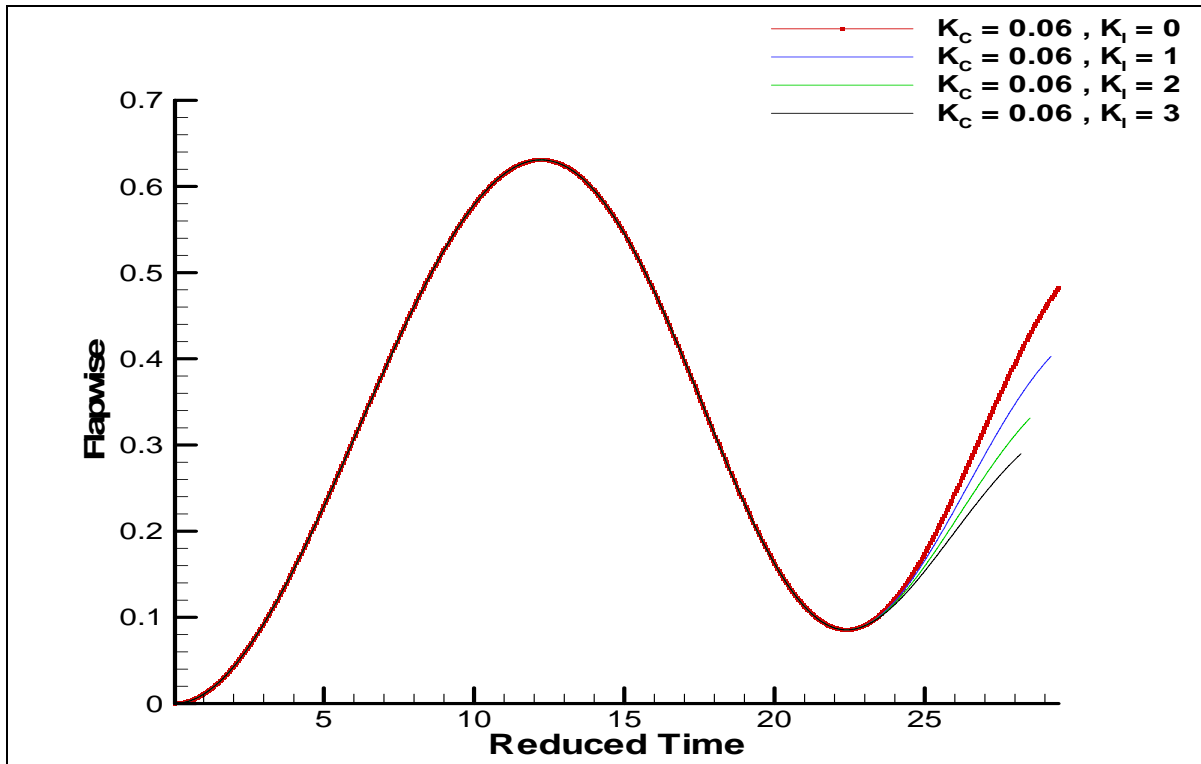
Περίπτωση 4^η

Η περίπτωση αυτή σε αντιστοιχία με την 3^η, διατηρείται η ίδια ακτινική θέση της αεροτομής στο πτερύγιο, ενώ αυξάνεται ο λόγος των μαζών R_f . Έτσι η αδιάστατη συχνότητα k_C παραμένει σταθερή και ίση με 0.06, ενώ ο συντελεστής R_f είναι ίσος με 0.04, γεγονός που δηλώνει ελαφρότερο πτερύγιο.

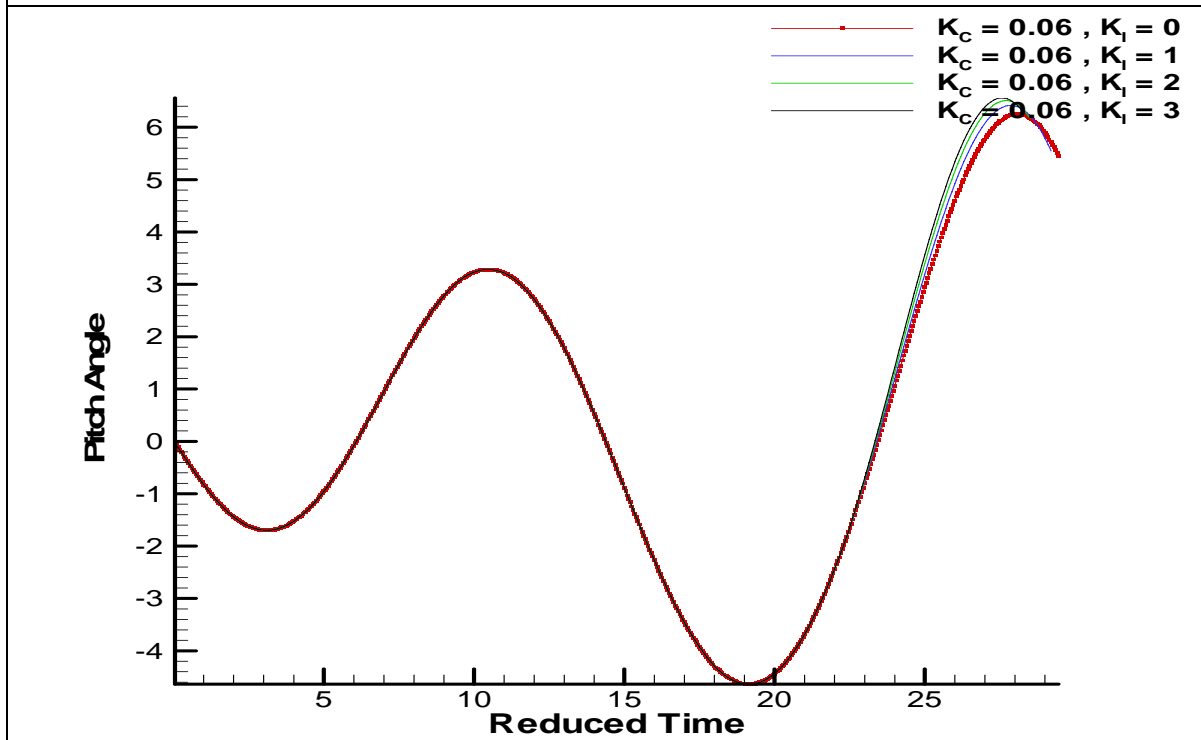
Η περίπτωση κρίνεται ως ασταθείς, όπως οι 1^η και η 3^η. Αυτό που παρατηρείται από το διάγραμμα της y παραμόρφωσης (σχήμα 5.2.3-11) είναι ότι πλάτος της είναι περίπου διπλάσιο σε σχέση με την 3^η περίπτωση. Η ενεργοποίηση του ελεγκτή δείχνει να μειώνει το πλάτος της ταλάντωσης, αλλά δεν περιορίζει τον ασταθή χαρακτήρα του φαινομένου.

Το σχήμα 5.2.3-12 φαίνεται ότι η εισαγωγή του ελεγκτή, αυξάνει το πλάτος της ταλάντωσης της στρεπτικής γωνίας \hat{a} , της αεροτομής. Αν και εξ' αρχής έχει σχεδιαστεί να επέμβει στην y κατεύθυνση, παρόλα αυτά παρατηρείται, ότι σε αυτή τη περίπτωση υπάρχει μια αυξητική επιρροή στην γωνία \hat{a} για κάθε τιμή του K_I . Αυτό το γεγονός έρχεται να επιδεινώσει τον ήδη ασταθή χαρακτήρα που προκαλείται από τη αυξημένη γωνία στρέψης.

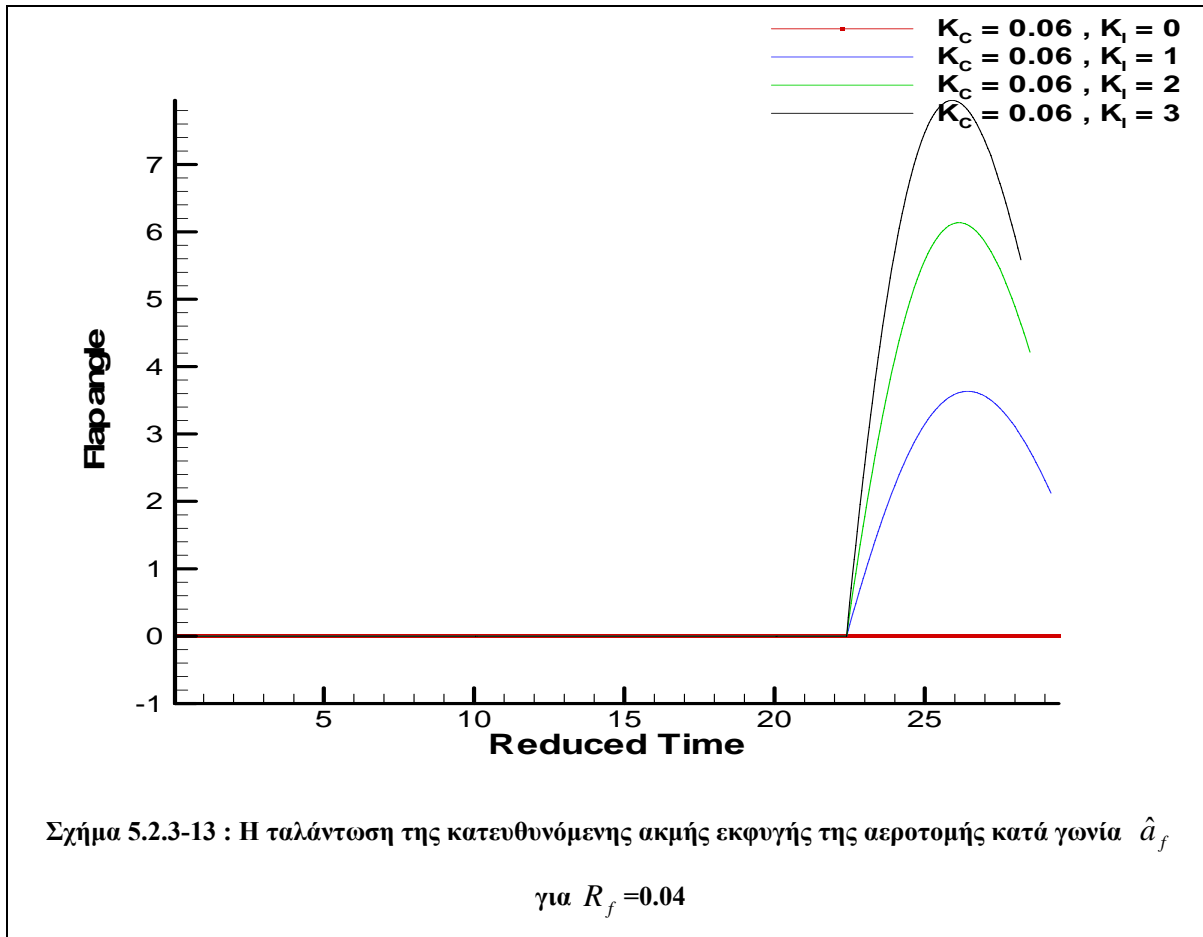
Σε αυτό το σημείο θα έπρεπε να επισημανθεί, από ότι φαίνεται από τις περιπτώσεις 1, 2 και 4, ότι η αεροτομή οδηγείται σε αστάθεια λόγω της αυξανόμενης στρεπτικής παραμόρφωσης. Για αυτές τις περιπτώσεις ίσως θα έπρεπε ο ελεγκτής να οδηγείται από την ταχύτητα και την επιτάχυνση της αξονικής στρέψης a αντί της αξονικής κάμψης y .



Σχήμα 5.2.3-11 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά τη y κατεύθυνση (flap wise) για $R_f=0.04$



Σχήμα 5.2.3-12 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά γωνία \hat{a} (pitch) για $R_f=0.04$

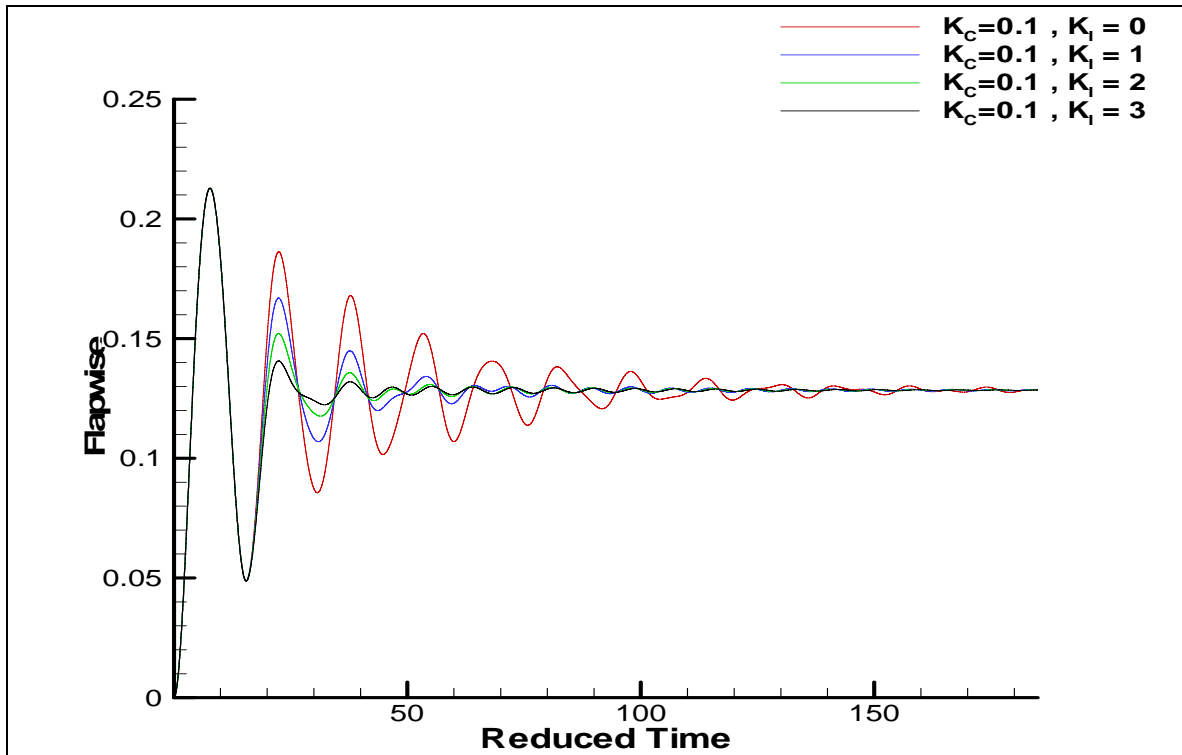


Περίπτωση 5^η

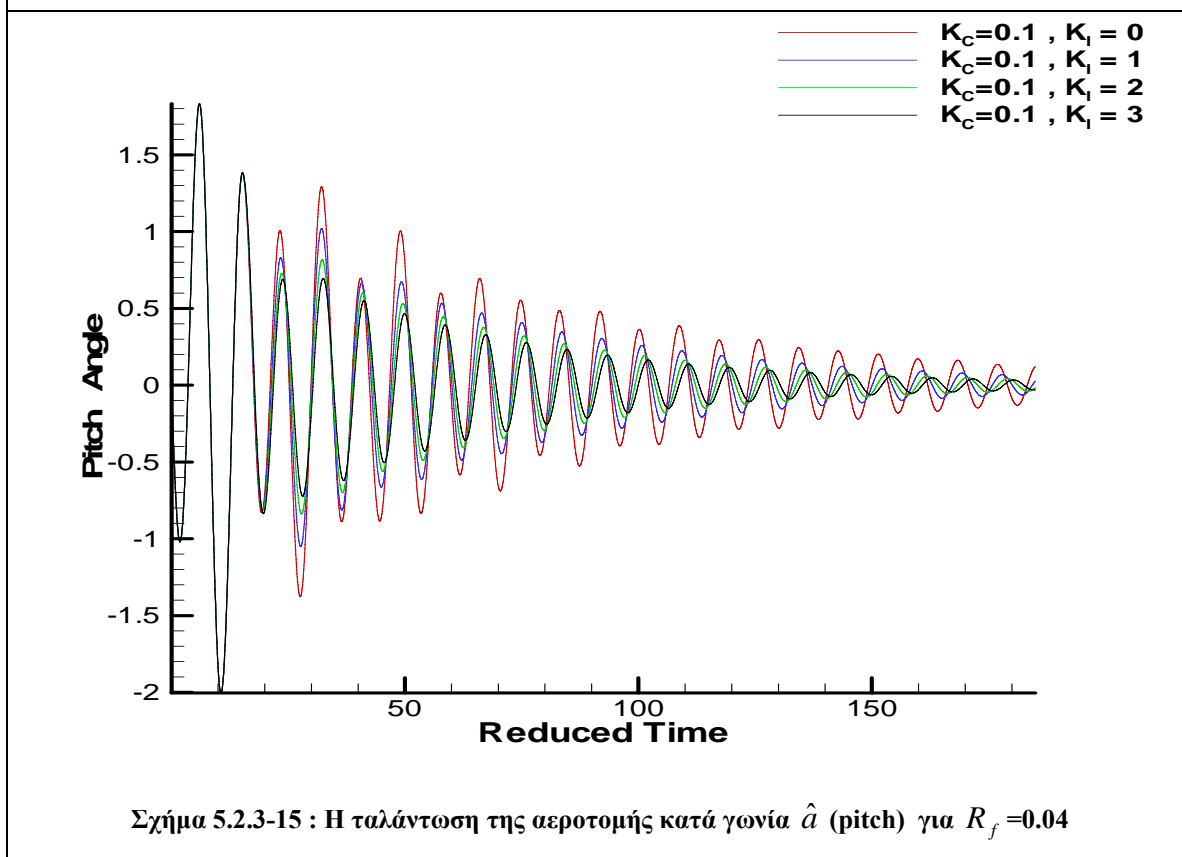
Στην 5^η και τελευταία περίπτωση, διατηρώντας τον συντελεστή R_f σταθερό και ίσο με 0.04, αυξάνεται η συχνότητα k_c κατά 60% και γίνεται από 0.06 σε 0.1. Αυτό πρακτικά σημαίνει, αφού η χορδή, η γωνιακή ταχύτητα Ω και η ταχύτητα του ρευστού στο άπειρο, είναι σταθερές, ότι το φαινόμενο εξετάζεται σε άλλη θέση του πτερυγίου πιο κοντά στη ρίζα του.

Στο σχήμα 5.2.3-14 διακρίνεται η γρήγορη απόσβεση του φαινομένου με την ενεργοποίηση του ελεγκτή. Πιο συγκεκριμένα παρατηρείται μείωση του πλάτους των παραμορφώσεων κατά τη y κατεύθυνση, στον 1^ο κύκλο της ενεργοποίησής του, κατά 12% για $K_I = 1$, 19% για $K_I = 2$ και 24% για $K_I = 3$, που προέρχεται από μετατόπιση της γωνίας της ακμής εκφυγής \hat{a}_f (σχήμα 5.2.3-16) με 1.5°, 2.8° και 3.7°, αντίστοιχα. Επίσης παρατηρείται ότι από το 2^ο κύκλο και μετά για τιμές $K_I = 2$ και $K_I = 3$ τα αποτελέσματα είναι τα ίδια, ενώ από τον 3^ο κύκλο και μέχρι να αποσβεσθεί πλήρως η παραμόρφωση, όλες οι τιμές του K_I έχουν την ίδια επιρροή.

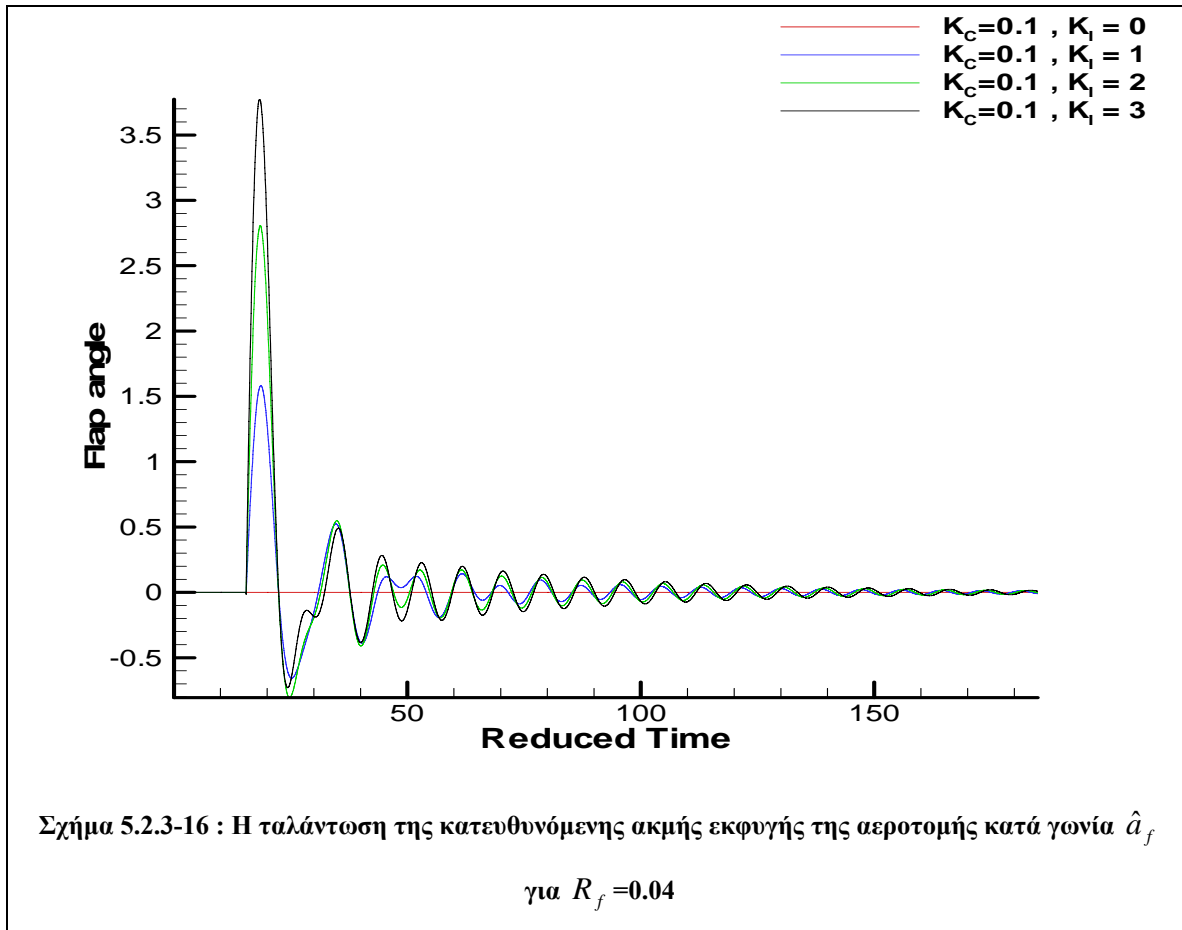
Τέλος στο σχήμα 5.2.3-15 φαίνεται να επηρεάζεται η στρεπτική γωνία της αεροτομής από την ενεργοποίηση του ελεγκτή. Παρόλο που αρχικά σχεδιάστηκε να οδηγείται από την κάθετη παραμόρφωση y , παρατηρείται να παρουσιάζει μια σχετική απόσβεση και σε αυτό τον βαθμό ελευθερίας.



Σχήμα 5.2.3-14 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά τη γ κατεύθυνση (flap wise) για $R_f=0.04$



Σχήμα 5.2.3-15 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά γωνία \hat{a} (pitch) για $R_f=0.04$



5.2.4 Αεροδυναμική ανάλυση

Στη παράγραφο αυτή θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα των συντελεστών των αεροδυναμικών δυνάμεων της άνωσης C_L και της οπισθέλκουσας C_D συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου (reduced time), καθώς επίσης και συναρτήσει της $a_{effective}$ που είναι το άθροισμα της γωνίας πρόσπτωσης του ανέμου a_{wind} και της στρεπτικής γωνίας α της αεροτομής. Επιπροσθέτως παρουσιάζονται τα διαγράμματα της εξέλιξης της $a_{effective}$ και του % σημείου αποκόλλησης X_{sep} στη πάροδο του χρόνου.

Η 1^η περίπτωση, στην οποία οι αεροελαστικές εξισώσεις δε συγκλίνουν λόγω αστάθειας, σε όλα τα διαγράμματα εμφανίζεται μια σημαντική επιρροή του ελεγκτή στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής. Συγκεκριμένα, στην αρχή του φαινομένου περιορίζει το C_L και C_M από το να πάρουν μικρές και μεγάλες τιμές, αντίστοιχα, αλλά στον επόμενο κύκλο αποτυγχάνει. Αυτό συμβαίνει, λόγω των πολύ μεγάλων αεροδυναμικών δυνάμεων που αναπτύσσονται τόσο στην άνωση, όσο και στην οπισθέλκουσα, αλλά και του ότι το σημείο αποκόλλησης έχει μεταφερθεί στο 0.2% της χορδής. Τα διαγράμματα $C_L - a_{effective}$ (σχήμα 5.2.4-1(β)) και $C_M - a_{effective}$ (σχήμα 5.2.4-1(δ)) παρουσιάζουν μεγάλο εύρος που υποδηλώνει μεγάλη αεροδυναμική απόσβεση. Όλα αυτά συνιστούν ότι η αεροτομή έχει μπει σε συνθήκες ισχυρής αποκόλλησης. Με την εισαγωγή του ελεγκτή επιχειρείται να μειωθούν αυτά τα εύρη χωρίς αυτό, όμως να είναι εφικτό και για την συνέχεια του φαινομένου.

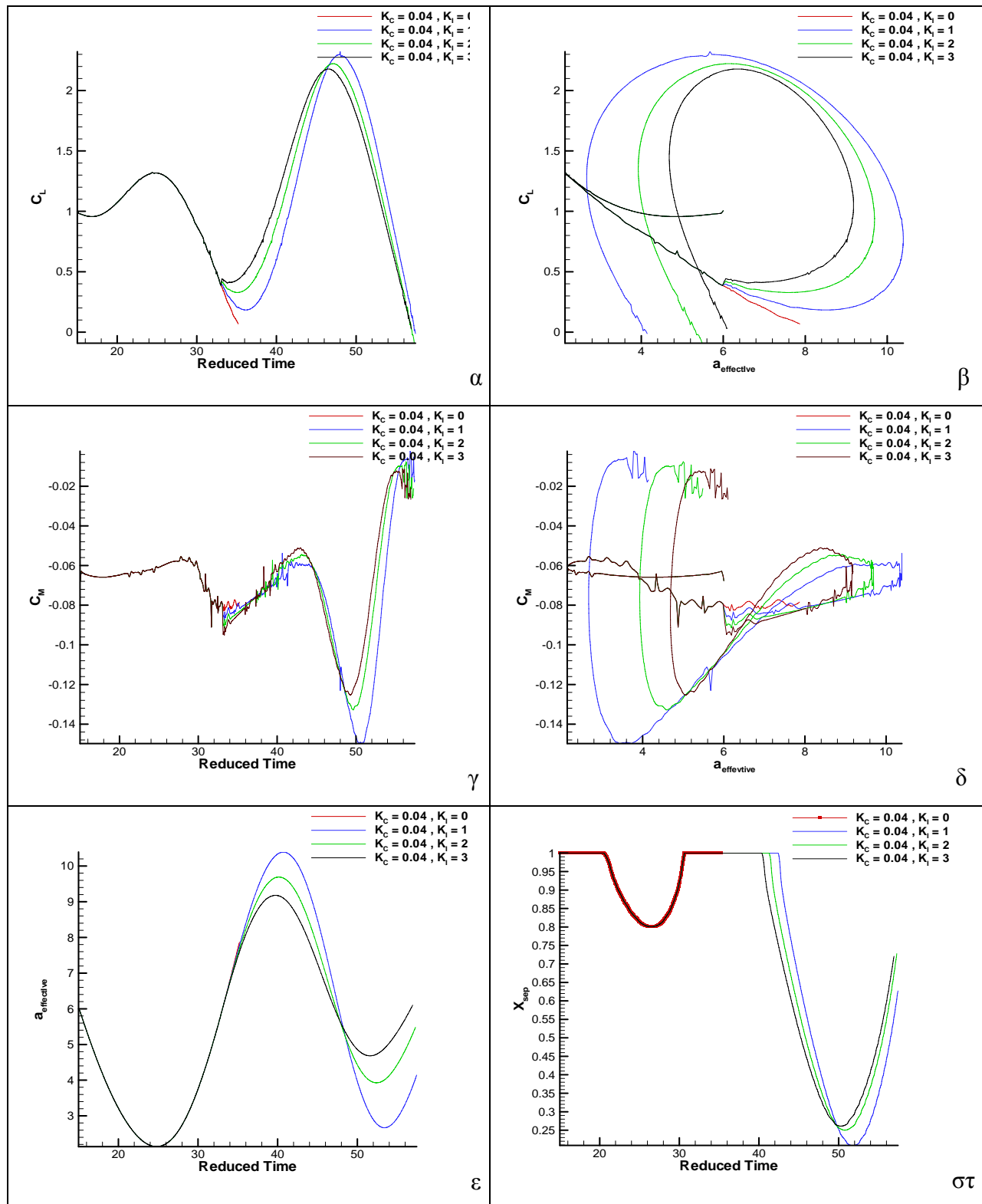
Η περίπτωση 2 κατά την οποία έχει μειωθεί η πυκνότητα της αεροτομής παρατηρείται επίσης αστάθεια. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι δεν έχει ενεργοποιηθεί ο ελεγκτής με αποτέλεσμα στα διαγράμματα του σχήματος 5.2.4-2 να μην εντοπίζεται διαφοροποίηση στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής. Αυτό που παρατηρείται είναι ότι λόγω της μεγάλης μεταβολής της $a_{effective}$ (σχήμα 5.2.4-2(ε)) να δημιουργείται υψηλές τιμές στο συντελεστή ροπής C_M (σχήμα 5.2.4-2(γ)) αλλά και στο συντελεστή άνωσης C_L (σχήμα 5.2.4-2(α)).

Στη περίπτωση 3, που είναι ευσταθείς, παρατηρείται στα διαγράμματα των δυνάμεων συναρτήσει του χρόνου για τιμές $K_I = 2$ και $K_I = 3$, ότι δεν δίνουν και πολύ διαφορετικά αποτελέσματα. Αντιθέτως στα διαγράμματα των βρόγχων αεροδυναμικής υστέρησης $C_L - a_{effective}$ (σχήμα 5.2.4-3(β)) και $C_D - a_{effective}$ (σχήμα 5.2.4-3(δ)) είναι εμφανής η αύξηση της κλίσης για όλες τις τιμές του K_I , και αυτό οφείλεται στη απόσβεση της $a_{effective}$ που τείνει στην αρχική της τιμή των 6° . Επίσης στα διαγράμματα $C_L - \text{Reduced Time}$ (σχήμα 5.2.4-3(α)) και $C_D - \text{Reduced Time}$ (σχήμα 5.2.4-3(γ)) δεν παρουσιάζεται ιδιαίτερη μείωση των ταλαντώσεων από την εφαρμογή του ελεγκτή. Συμπληρωματικά, τα διαγράμματα που δείχνουν το σημείο αποκόλλησης (σχήμα 5.2.4-3(στ)) παρουσιάζουν ότι η ροή τείνει να προσκολληθεί όσο το φαινόμενο τείνει στην πλήρη απόσβεση των αεροελαστικών διεγέρσεων.

Η 4^η περίπτωση έχει ασταθή χαρακτήρα. Στα διαγράμματα $C_L - \text{Reduced Time}$ (σχήμα 5.2.4-4(α)) και $C_M - \text{Reduced Time}$ (σχήμα 5.2.4-4(γ)) παρουσιάζεται αντίστοιχη αύξηση και μείωση του εύρους των ταλαντώσεων των δυνάμεων για όλες τις τιμές του K_I . Ουσιαστικά με την αύξηση της γωνίας στρέψης της αεροτομής αυξάνονται και τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της, γεγονός που αποτυπώνεται και στο διάγραμμα του σημείου αποκόλλησης (σχήμα 5.2.4-4(στ)) συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου, όπου φαίνεται ότι με την ενεργοποίηση του ελεγκτή περιορίζει το σημείο αλλά όχι αρκετά ώστε να αποφευχθεί η ισχυρή αποκόλληση που έχει δημιουργηθεί λόγω της αεροελαστικότητας.

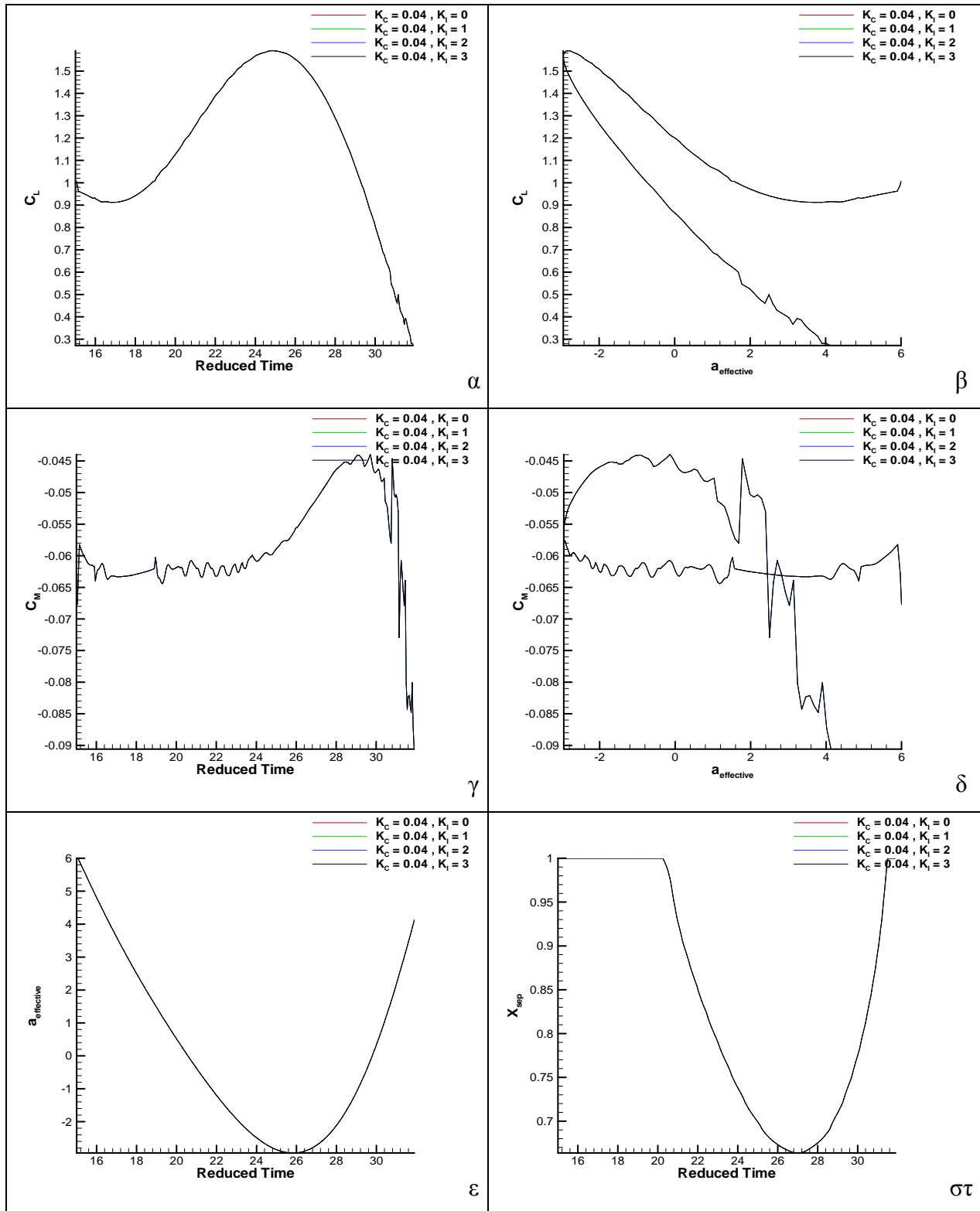
Τέλος η 5^η περίπτωση παρουσιάζει σημαντική κλίση στους βρόγχους υστέρησης των διαγραμμάτων $C_L - a_{effective}$ (σχήμα 5.2.4-5(β)) και $C_M - a_{effective}$ (σχήμα 5.2.4-5(δ)), που σε αντιπαράβολή με τα διάγραμμα $a_{effective} - \text{Reduced Time}$ (σχήμα 5.2.4-5(ε)), φαίνεται ότι η επαγωγική γωνία τείνει δραματικά προς την αρχική τιμή. Επίσης τα διαγράμματα $C_L - \text{Reduced Time}$ (σχήμα 5.2.4-5(α)) και $C_M - \text{Reduced Time}$ (σχήμα 5.2.4-5(γ)) δείχνουν μείωση των ταλαντώσεων, αλλά δεν φαίνεται να επηρεάζονται ιδιαίτερα, τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά μεταξύ των διαφόρων τιμών του K_I .

Περίπτωση 1^η



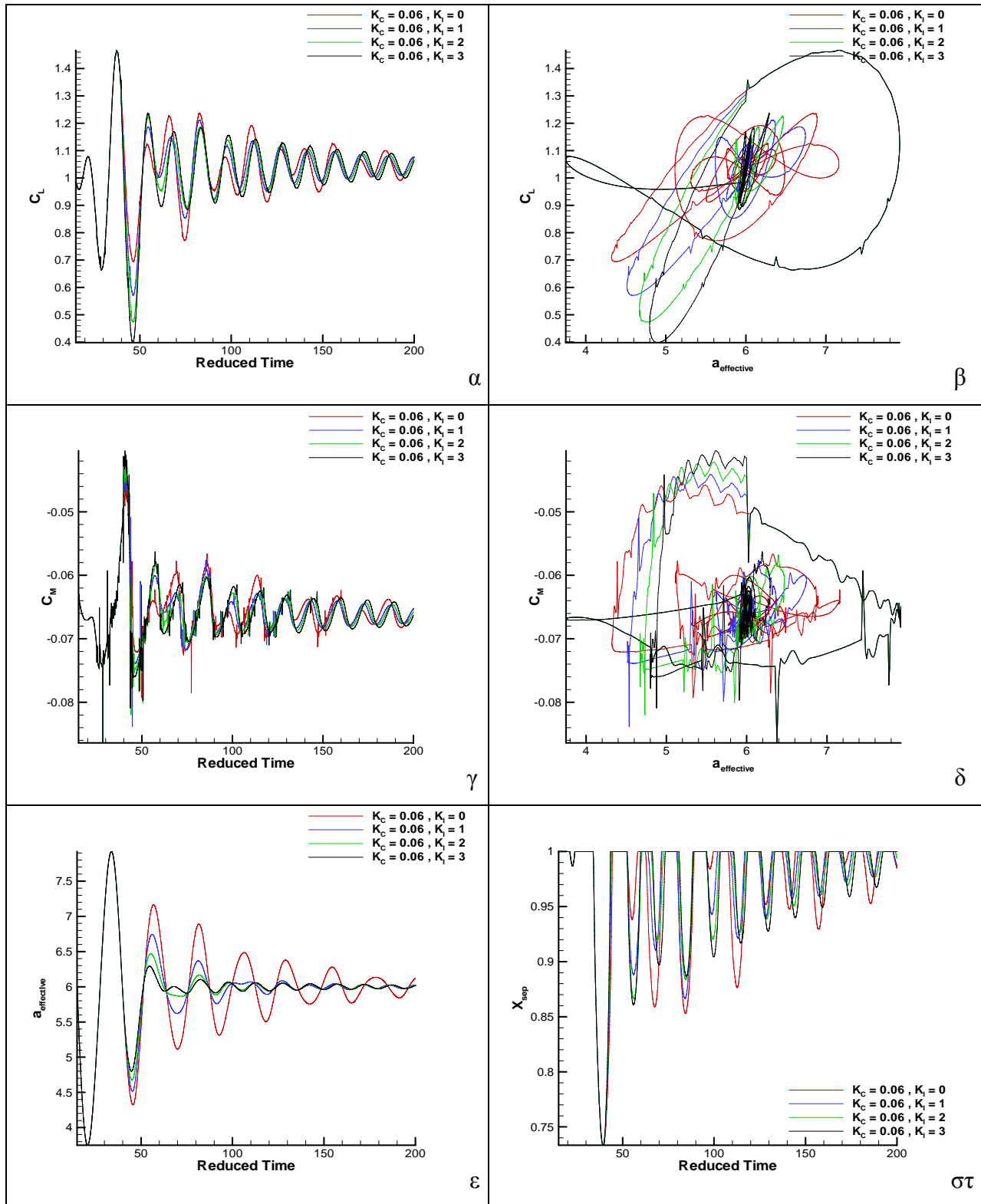
Σχήμα 5.2.4-1: Μεταβολή των $C_L, C_D, a_{\text{effective}}, X_{\text{sep}}$ ($\alpha, \gamma, \epsilon, \sigma\tau$) στο χρόνο, C_L, C_D (β, δ) με τη γωνία $a_{\text{effective}}$ για $R_f = 0.02$ και $k_c = 0.04$.

Περίπτωση 2^η



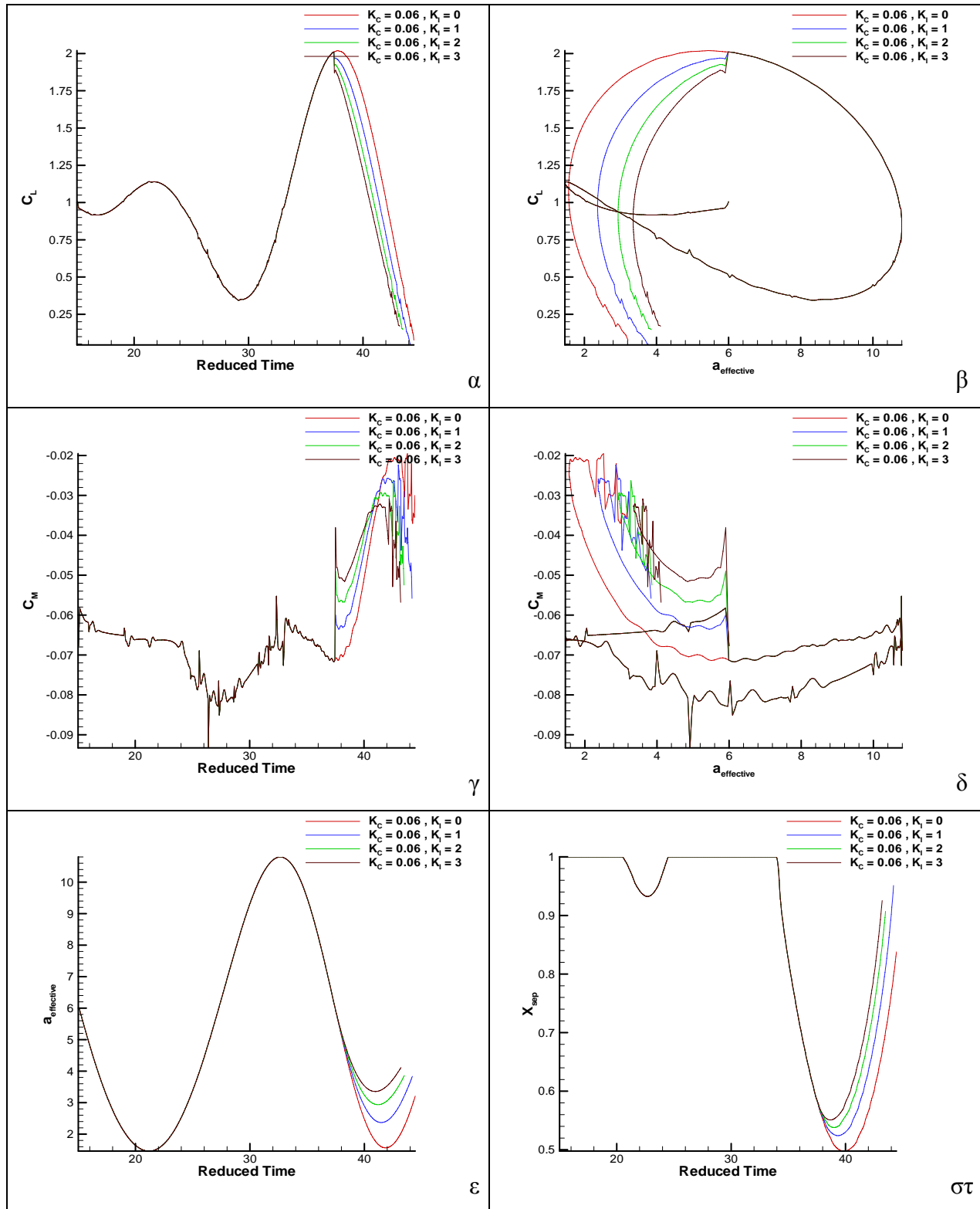
Σχήμα 5.2.4-2: Μεταβολή των $C_L, C_D, \alpha_{\text{effective}}, X_{\text{sep}}$ ($\alpha, \gamma, \epsilon, \sigma\tau$) στο χρόνο, C_L, C_D (β, δ) με τη γωνία $\alpha_{\text{effective}}$ για $R_f = 0.04$ και $k_C = 0.04$.

Περίπτωση 3^η



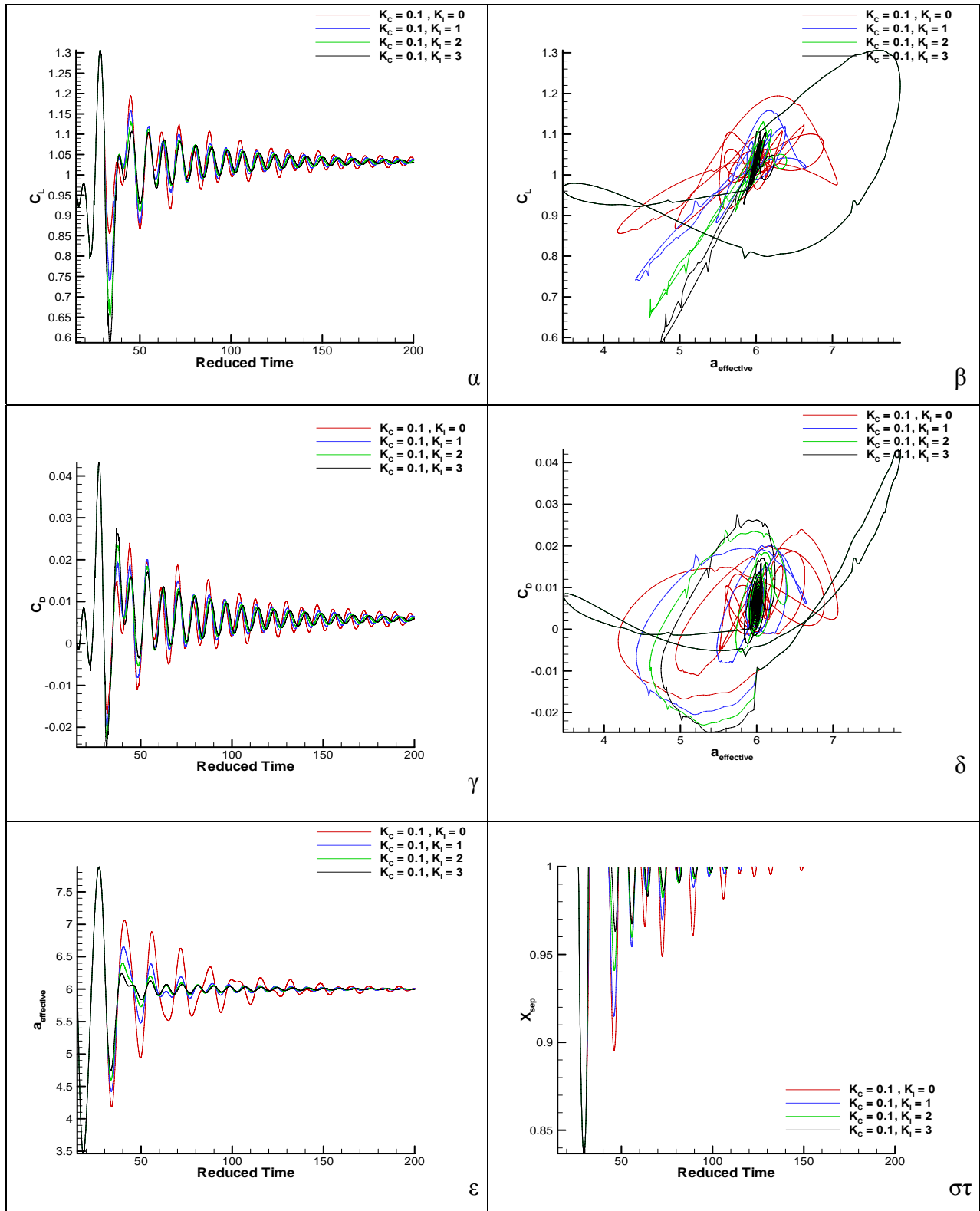
Σχήμα 5.2.4-3: Μεταβολή των C_L, C_D , $a_{\text{effective}}$, X_{sep} ($\alpha, \gamma, \epsilon, \sigma\tau$) στο χρόνο, C_L, C_D (β, δ) με τη γωνία $a_{\text{effective}}$ για $R_f = 0.02$.

Περίπτωση 4^η



Σχήμα 5.2.4-4: Μεταβολή των $C_L, C_D, a_{\text{effective}}, X_{\text{sep}}$ ($\alpha, \gamma, \varepsilon, \sigma$) στο χρόνο, C_L, C_D (β, δ) με τη γωνία $a_{\text{effective}}$ για $R_f = 0.04$.

Περίπτωση 5^η



Σχήμα 5.2.4-5: Μεταβολή των $C_L, C_D, a_{\text{effective}}, X_{\text{sep}}$ ($\alpha, \gamma, \varepsilon, \sigma\tau$) στο χρόνο, C_L, C_D (β, δ) με τη γωνία $a_{\text{effective}}$ για $R_f = 0.04$ και $k_C = 0.1$.

5.3 Πτερυγισμός σε συνδυασμό με αξονική – περιφερειακή κάμψη (Stall Flutter)

5.3.1 Εισαγωγή

Το βασικό γνώρισμα αυτού του είδους πτερυγισμού είναι ότι εμφανίζεται σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, όπου και υπάρχει αποκόλληση της ροής. Σε αντίθεση με τον κλασσικό πτερυγισμό, αυτό που χαρακτηρίζει την κατάσταση απώλειας στήριξης, είναι η μη γραμμικότητα του φαινομένου σε ότι αφορά την αεροδυναμική αντίδραση της αεροτομής.

Η μη γραμμικότητα, για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, αποδίδεται στην παρουσία ισχυρών δινών στη ροή, που συνιστούν σημαντικό μηχανισμό μεταβολής της ευστάθειας στην αποκολλημένη ροή. Έτσι το φαινόμενο μπορεί να αντιμετωπιστεί ως αεροελαστική σύζευξη ανάμεσα στο ρευστό και του μηχανισμού απομάκρυνσης των δινών αυτών. Έτσι αν η σύζευξη δύο ή και τριών βαθμών ελευθερίας, καθώς και η διαφορά φάσης αυτών μεταβάλλει τα αποτελέσματα, τότε τα κύρια χαρακτηριστικά της αστάθειας είναι δυνατόν να ερμηνευτούν με τους μη γραμμικούς όρους των κάθετων δυνάμεων και ροπών.

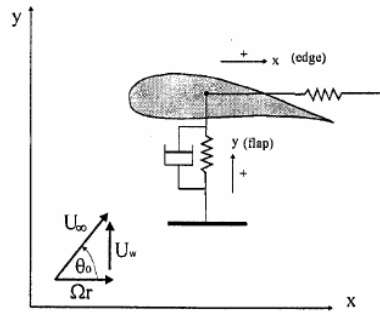
Όπως έχει προκύψει από μελέτες (39, 88 Μπαξεβάνη) η κατεύθυνση της ταλάντωσης των πτερυγίων σε σχέση με τον ρότορα παίζει σημαντικό ρόλο στη αεροδυναμική απόσβεση, κυρίως στις edgewise ταλαντώσεις αλλά και στις flapwise ταλαντώσεις, η αεροδυναμική απόσβεση είναι μεγαλύτερη από τις edgewise.

Συνοπτικά ο πτερυγισμός που οφείλεται σε κατάσταση απώλειας στήριξης χαρακτηρίζεται από τα παρακάτω:

- Με τη μη γραμμικότητα των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών,
- Είναι δυνατόν να εμφανιστεί και με έναν βαθμό ελευθερίας,
- Το εύρος της ταλάντωσης περιορίζεται από τις αεροδυναμικές μη γραμμικότητες,
- Λόγω της απόσβεσης περιορίζεται σε χαμηλές τιμές.

5.3.2 Οι εξισώσεις του προβλήματος

Οι βαθμοί ελευθερίας που εξετάζονται σε αυτή την περίπτωση είναι οι παραμορφώσεις χ (περιφερειακή κάμψη), y (αξονική κάμψη) κατά τους άξονες περιστροφής (edge) και πτερύγισης (flap), γι' αυτό και το πρόβλημα αναφέρεται ως flap – edge ή ως πτερυγισμός σε συνδυασμό αξονικής-περιφερειακής κάμψης. Η αστάθεια θα εμφανιστεί στη διεύθυνση περιστροφής (edgewise), γι' αυτό για την μελέτη δεν είναι απαραίτητη η θεώρηση περιστροφικού βαθμού ελευθερίας. Η στήριξη της αεροτομής γίνεται από δύο γραμμικά ελατήρια, ένα κατά τη διεύθυνση χ της χορδής και ένα κάθετο σ' αυτή, με θετικές φορές των παραμορφώσεων αυτές που φαίνονται στο σχήμα. 5.3.2-1



Σχήμα 5.3.2-1 : Οι δύο βαθμοί ελευθερίας (flap – edge) της αεροτομής

Οι δυναμικές εξισώσεις κατά τις διευθύνσεις χ, y εκφράζονται και σε αυτό το πρόβλημα αδιαστατοποιημένες και η τελική τους μορφή είναι :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \end{bmatrix} + k \cdot \begin{bmatrix} 2 \cdot \xi_x \varpi_x & 0 \\ 0 & 2 \cdot \xi_y \varpi_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + k^2 \cdot \begin{bmatrix} \varpi_x^2 + 1 & 0 \\ 0 & \varpi_y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot R_f \cdot \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix}$$

Οι αδιάστατες παράμετροι που εμφανίζονται στις παραπάνω εξισώσεις είναι :

$$\begin{aligned} \varpi_y &= \frac{\omega_y}{\Omega} & \varpi_x &= \frac{\omega_x}{\Omega} & k &= \frac{\Omega \cdot c}{U_\infty} \\ 2\xi_y \varpi_y &= \frac{C_y}{\rho} & 2\xi_x \varpi_x &= \frac{C_x}{\rho} & R_f &= \frac{\rho_{air}}{\rho} \cdot \frac{c^2}{c^2} \end{aligned}$$

Όπου ω_y , ω_x οι ιδιοσυχνότητες στην αξονική κάμψη και περιφερειακή κάμψη αντίστοιχα, $\bar{\omega}_y$ και $\bar{\omega}_x$ αποτελούν τις αντίστοιχες αδιαστατοποιημένες συχνότητες ως προς τη γωνιακή συχνότητα περιστροφής Ω . Με R_f συμβολίζεται η αδράνεια της αεροτομής, ενώ με ξ_y και ξ_x συμβολίζονται οι λόγοι απόσβεσης στις flap και edge κατευθύνσεις που μαζί με τις ιδιοσυχνότητες προκύπτουν από την ελαστοδυναμική ανάλυση ολόκληρου του πτερυγίου. Τέλος η παράμετρος k είναι μια αδιάστατη συχνότητα (reduced frequency) που σχετίζεται με τις συνθήκες λειτουργίας του πτερυγίου.

Οι συντελεστές C_x , C_y εκφράζουν τα αεροδυναμικά φορτία στους άξονες x και y , αντιστοίχως και προσδιορίζονται μέσω των συντελεστών άνωσης και αντίστασης. Σημειώνεται επίσης ότι οι παραμορφώσεις που εμφανίζονται στο παραπάνω σύστημα είναι αδιαστατοποιημένες ως προς την χορδή της αεροτομής, η δε παραγωγή έχει γίνει ως προς τον αδιάστατο χρόνο $\tau = \frac{U_\infty}{c \cdot t}$. Οι ταχύτητες και επιταχύνσεις που θα προκύψουν από την επίλυση του συστήματος θα είναι λοιπόν και αυτές αδιάστατες.

Όπως στην περίπτωση του κλασσικού πτερυγισμού, έτσι και εδώ εισήχθη ένας PI – κατευθυντής με την ίδια χαρακτηριστική εξίσωση 5.1, με σκοπό να μειώσει το πλάτος της παραμόρφωσης κατά την y κατεύθυνση. Τέθηκε και εδώ $K_p = 0$ για τους ίδιους λόγους που αναπτύχθηκαν στην παράγραφο 5.2.2, ενώ οι τιμές του ολοκληρωτικού κέρδους είναι επίσης 0,1, 2 και 3, όπου για $K_I = 0$ αντιστοιχεί στην περίπτωση που το φαινόμενο εξελίσσεται χωρίς ελεγκτή.

5.3.3 Παραμετρική ανάλυση

Για την διερεύνηση της αποτελεσματικότητας του controller χρησιμοποιήθηκε μια αεροτομή τύπου NACA 63-419. Ο αριθμός Re της επερχόμενης ροής είναι ίσος με $2 \cdot 10^6$. Η αεροτομή είναι τοποθετημένη κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μην υπάρχει καμία αρχική μετατόπιση σε κανένα από τα δύο γραμμικά ελατήρια. Επίσης σε πρώτη φάση, δεν εφαρμόζεται καμία αρχική δύναμη. Οι ιδιοσυχνότητες για τις δύο μετατοπίσεις τέθηκαν ως $\omega_y = 4$ για την αξονική κάμψη και $\omega_x = 7$ για την περιφερειακή κάμψη. Τέλος το μέτρο της επερχόμενης ταχύτητας του ανέμου είναι σταθερό, ενώ υπάρχει μια γωνία πρόσπτωσης του $\hat{a}_{wind} = 14^\circ$.

Οι παράμετροι που εξετάστηκαν, σε αυτό το είδος πτερυγισμού, είναι η αδράνεια της αεροτομής R_f που σχετίζεται με το βάρος του πτερυγίου, η αδιάστατη συχνότητα k_C , που έχει να κάνει με τη θέση της αεροτομής στο πτερύγιο (σε σταθερές συνθήκες λειτουργίας της ανεμογεννήτριας) και φυσικά οι σταθερές του controller K_p και K_I . Ο πίνακας 5.2 παρουσιάζει αναλυτικά τις παραμέτρους αυτές για πυκνότητα αέρα $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg/m}^3$, γωνιακή ταχύτητα του ρότορα $\Omega = 1.806 \text{ rad/sec}$ και μήκος πτερυγίου $R = 40\text{m}$.

Όσον αφορά το είδος και τις τιμές του κατευθυντή ισχύουν τα ίδια που αναφέρθηκαν για την περίπτωση του κλασσικού πτερυγισμού. Έτσι και εδώ το αναλογικό κέρδος K_p παίρνει την τιμή μηδέν και το ολοκληρωτικό κέρδος K_I τις τιμές 0, 1, 2 και 3.

NACA-63419 : $\Omega = 1.806 \text{ rad/sec}$, $\rho_{\text{air}} = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $R = 40\text{m}$, $\omega_y = 4$, $\omega_a = 7$, $\hat{\alpha}_{\text{wind}} = 14^\circ$				
Περιπτώσεις	R_f	k_C	K_I	K_P
1	0.02	0.04 (0.37R)	0	0
			1	
			2	
			3	
2	0.02	0.06 (0.58R)	0	0
			1	
			2	
			3	
3	0.02	0.08 (0.69R)	0	0
			1	
			2	
			3	
4	0.04	0.08	0	0
			1	
			2	
			3	
5	0.04	0.1 (0.75R)	0	0
			1	
			2	
			3	

Πίνακας 5.2: Περιπτώσεις που εξετάστηκαν για ενεργό K_I , σταθερή τιμή του R_f και μεταβλητό k_C .

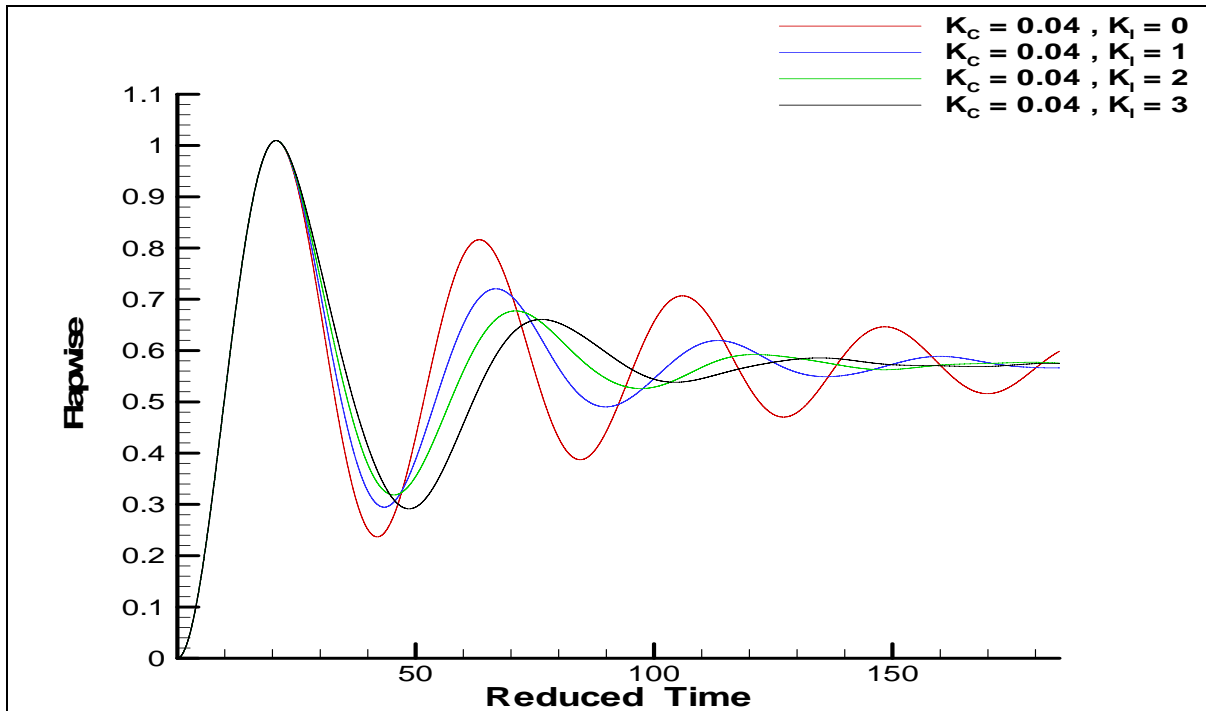
Περίπτωση 1^η

Η 1^η περίπτωση που εφαρμόστηκε, για πτερυγισμό σε κατάσταση απώλειας στήριξης, αναφέρεται σε τιμές αδράνειας της αεροτομής $R_f = 0.02$ και αδιάστατη συχνότητα $k_c = 0.04$. Οι παράμετροι αυτοί έχουν την ίδια σημασία με τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν στη περίπτωση του κλασσικού πτερυγισμού. Η βασική διαφορά δεν έγκειται μόνο στις παραμέτρους που θα εξετασθούν σε αυτή και στις επόμενες περιπτώσεις, αλλά και στο γεγονός ότι οι αεροελαστικές εξισώσεις λύνονται σε συνθήκες απώλειας στήριξης που προέρχεται από γωνία πρόσπτωσης του ανέμου 14° .

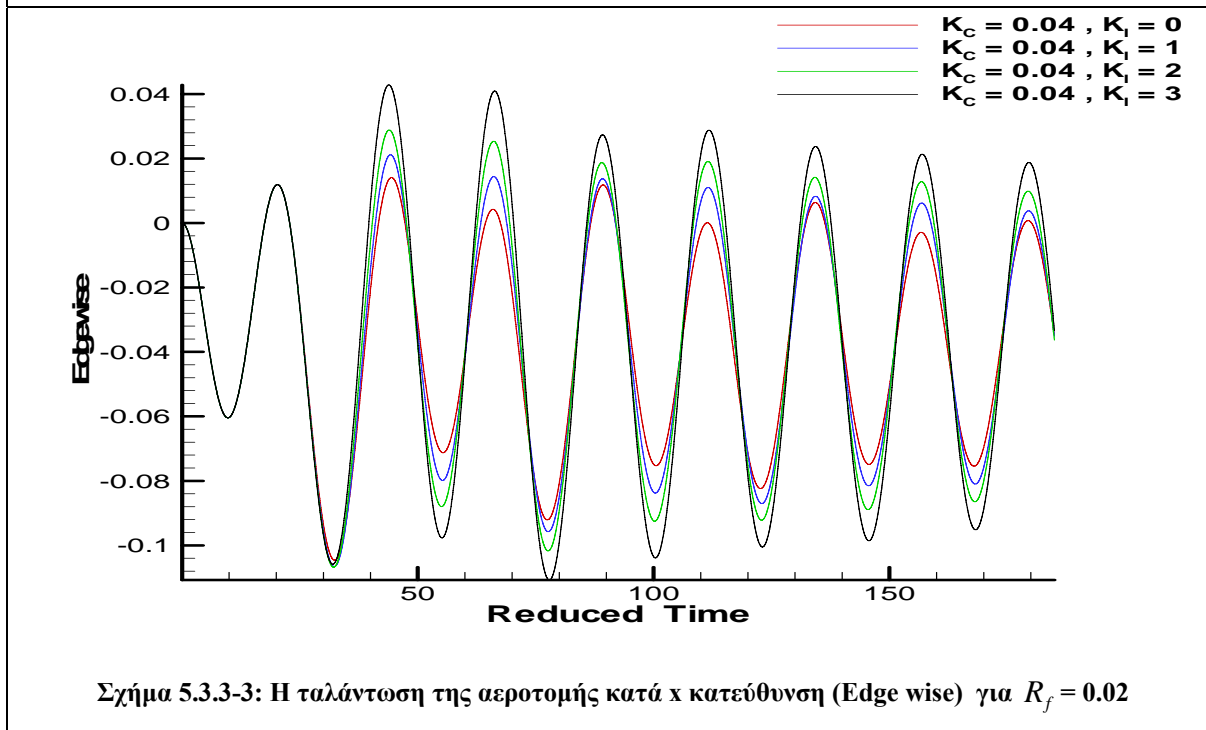
Με τα παραπάνω ως δεδομένα είναι δυνατόν να παρατηρηθούν οι έντονες παραμορφώσεις κυρίως κατά την y κατεύθυνση, αλλά και η μεγάλη χρονική διάρκεια που χρειάζεται για να αποσβεστούν. Προς σε αυτές τις κατευθύνσεις λειτούργησε ο ελεγκτής δίνοντας, όσον αφορά την y κατεύθυνση (σχήμα 5.3.3-2), ικανοποιητικά αποτελέσματα και για τις τρεις τιμές του K_I , στην μεταβατική κατάσταση του φαινομένου. Η μείωση του πλάτους της ταλάντωσης φτάνει έως 30% περίπου για $K_I = 3$, ενώ και για τις τρεις τιμές του K_I φαίνεται η ταλάντωση να αποσβένει κατά τον ίδιο ρυθμό.

Στο σχήμα 5.3.3-3 που δίνει την παραμόρφωση κατά τη περιφερειακή κάμψη x , παρουσιάζεται η επιρροή του ελεγκτή και σε αυτό το βαθμό ελευθερίας. Μάλιστα διακρίνεται μικρή αύξηση της ταλάντωσης σε όλες τις τιμές του K_I , χωρίς να επηρεάζει καθόλου την απόσβεση του. Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο λόγω του ότι ο ελεγκτής είναι αρχικά σχεδιασμένος να επιδράσει μόνο στην αξονική κάμψη x .

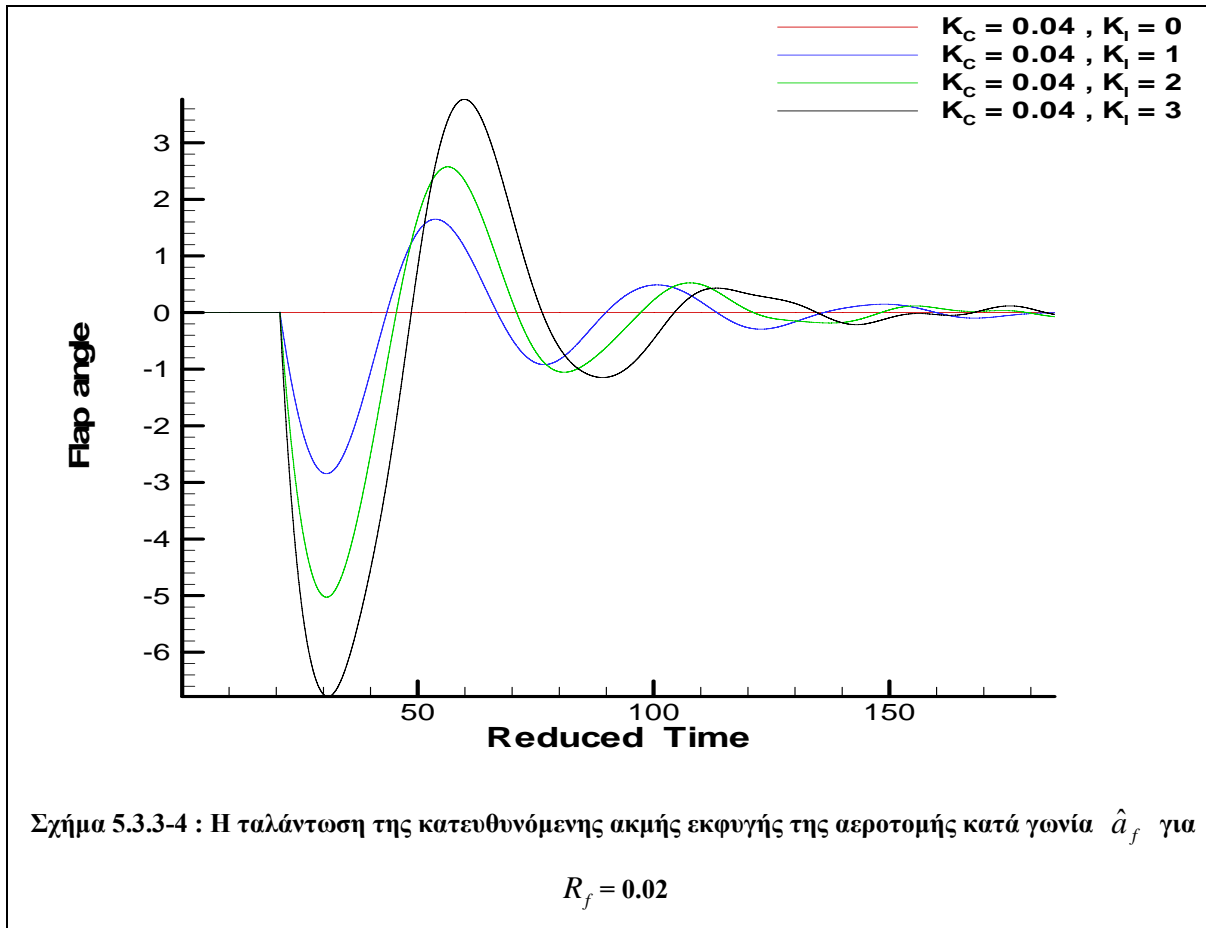
Η αιτία που οι παραμορφώσεις έχουν αυτά τα αποτελέσματα δίνεται στο σχήμα 5.3.3-4 που απεικονίζεται η μεταβολή της ακμής εκφυγής προερχόμενη από την εξίσωση ελέγχου 5.1. Εδώ διακρίνεται ότι η γωνία \hat{a}_f χρειάζεται να φτάσει, στην αρχή του φαινομένου, μέχρι 7° για $K_I = 3$ για να είναι εφικτό να εξαχθούν αυτά τα αποτελέσματα.



Σχήμα 5.3.3-2 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά τη y κατεύθυνση (flap wise) για $R_f = 0.02$



Σχήμα 5.3.3-3: Η ταλάντωση της αεροτομής κατά x κατεύθυνση (Edge wise) για $R_f = 0.02$



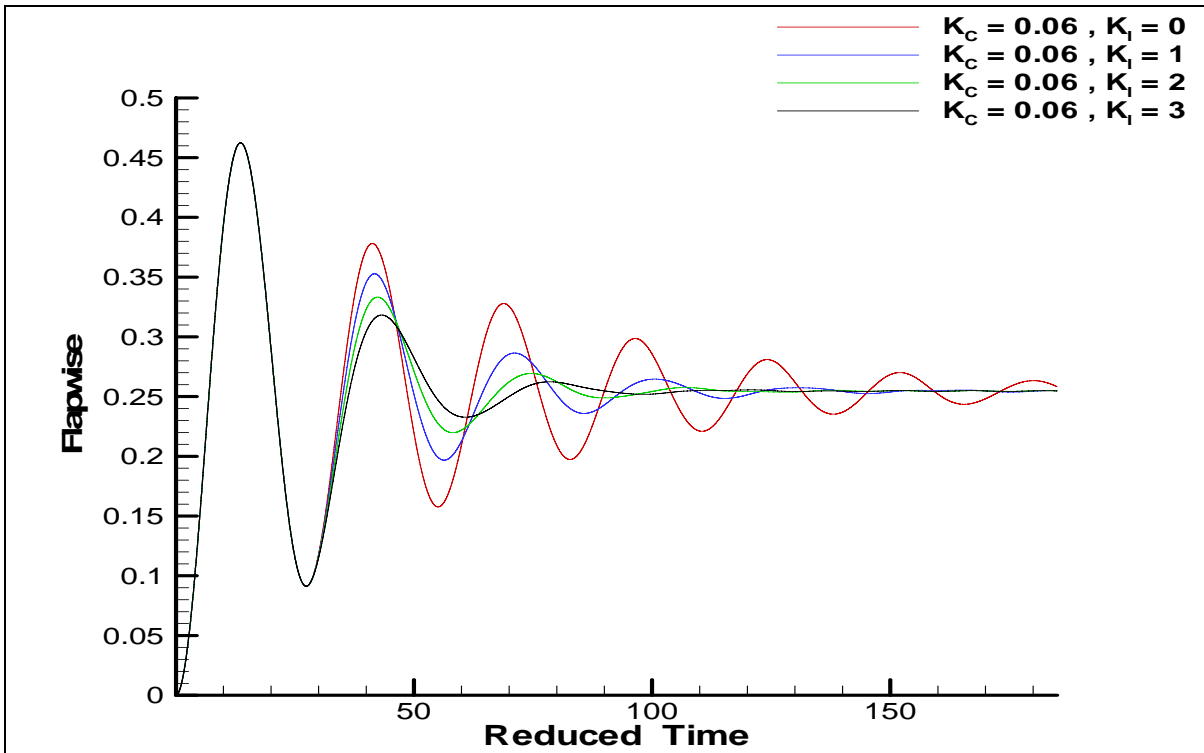
Περίπτωση 2^η

Η 2^η περίπτωση εξετάζει το φαινόμενο με ίδια τιμή για το R_f , αλλά με αυξημένη την αδιάστατη συχνότητα k_C κατά 50% ($k_C = 0.06$). Οι παράμετροι αυτοί δηλώνουν ίδια γραμμική πυκνότητα (ίδιο βάρος), αλλά σε κοντινότερη θέση, της αεροτομής, προς τη βάση του πτερυγίου.

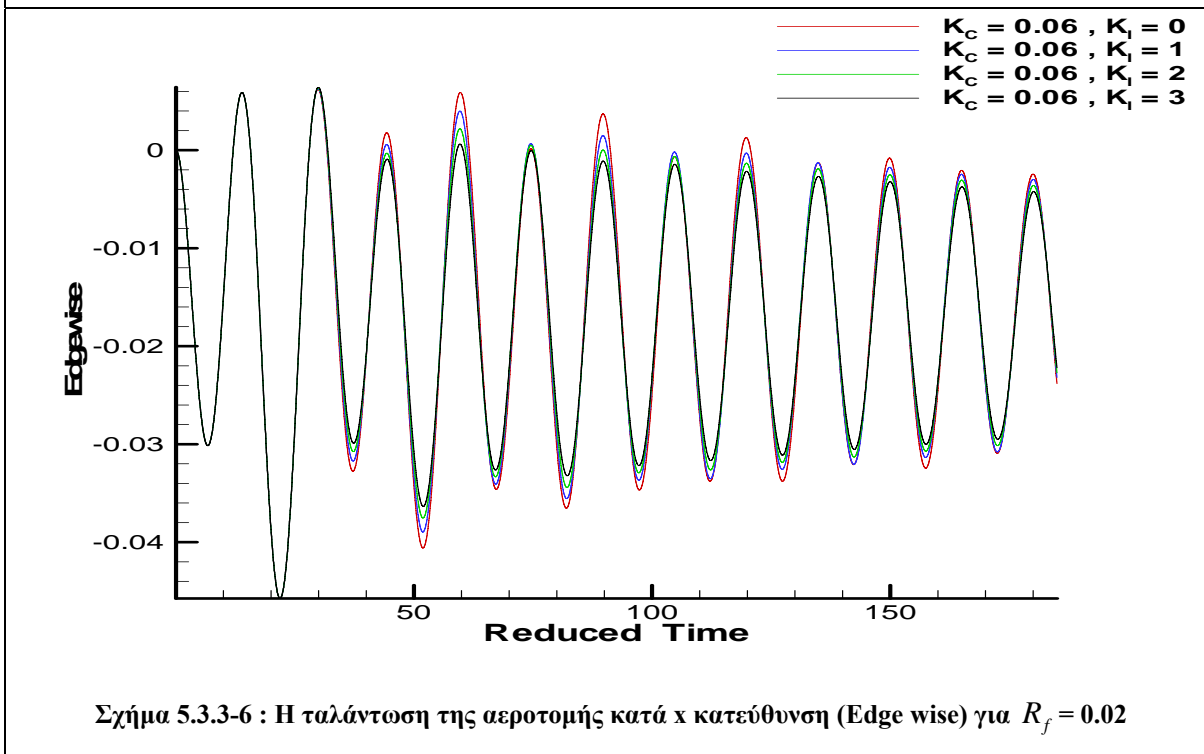
Συγκριτικά με την προηγούμενη περίπτωση οι ταλαντώσεις γενικά, χαρακτηρίζονται από μικρότερα εύρη, όσον αφορά την y κατεύθυνση (σχήμα 5.3.3-5) και μεγαλύτερη συχνότητα. Στο σχήμα 5.3.3-5 φαίνεται η θετική επιρροή του ελεγκτή στη μείωση των εύρων των της ταλάντωσης, καθώς και στη γρηγορότερη απόσβεση του φαινομένου. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι από το 3^ο κύκλο και μετά τα αποτελέσματα για $K_I = 2$ και $K_I = 3$ είναι περίπου ίδια, πράγμα που υποδηλώνει ότι, τουλάχιστον από τη τέταρτη περίοδο και μετά η τιμή του κέρδους K_I δεν παίζει σημαντικό ρόλο.

Στο σχήμα 5.3.3-6, σε αντίθεση με την 1^η περίπτωση, τα εύρη της ταλάντωσης μειώνονται ελαφρώς και αυτό έχει να κάνει με την ηπιότητα του φαινομένου σε αυτή τη θέση του πτερυγίου.

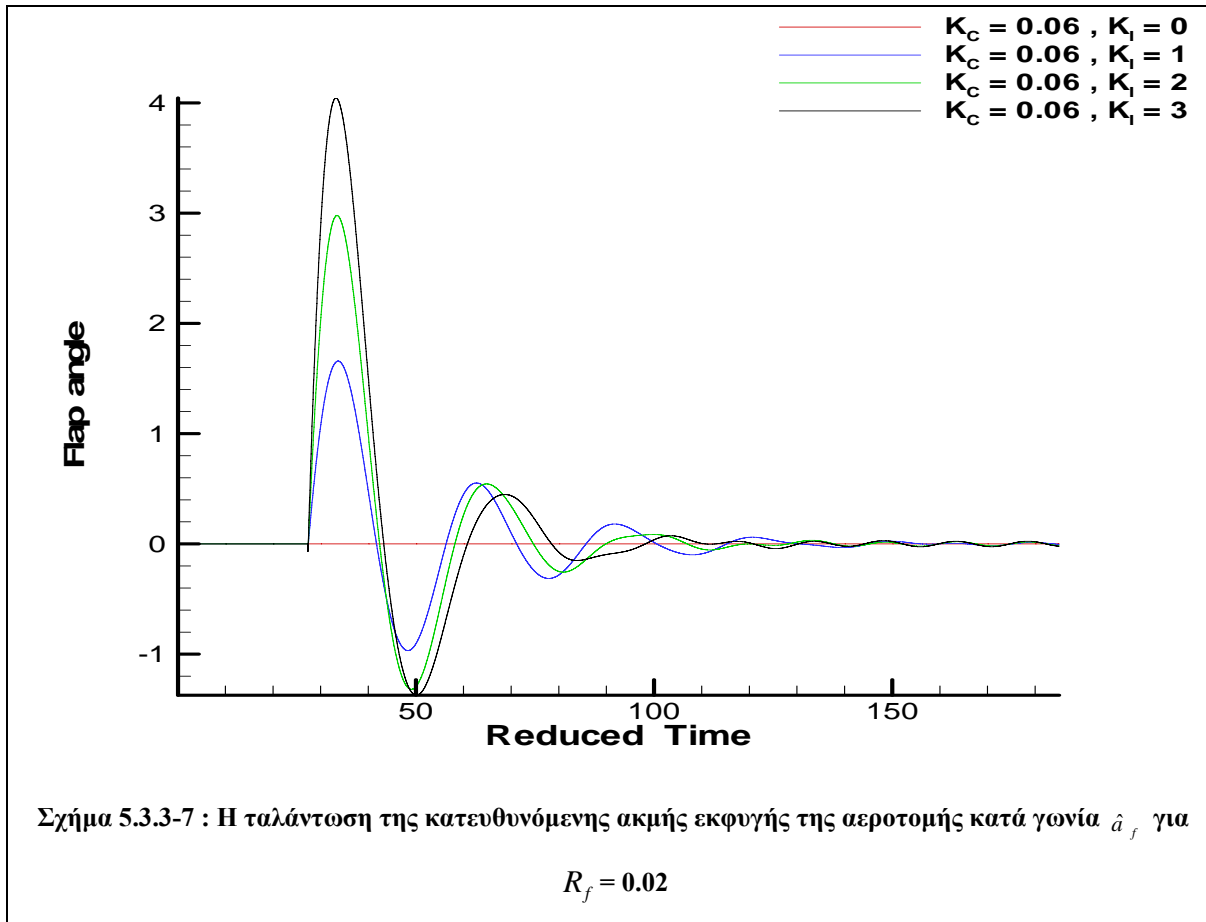
Τέλος το σχήμα 5.3.3-7 δίνει μια αρχική μέγιστη τιμή της ακμής εκφυγής κατά την 1^η περίοδο της έναρξης λειτουργίας του ελεγκτή, $\hat{a}_f = 4^\circ$ για $K_I = 3$ και καταλήγει περίπου στις 0° στη μόνιμη κατάσταση.



Σχήμα 5.3.3-5 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά τη y κατεύθυνση (flap wise) για $R_f = 0.02$



Σχήμα 5.3.3-6 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά x κατεύθυνση (Edge wise) για $R_f = 0.02$

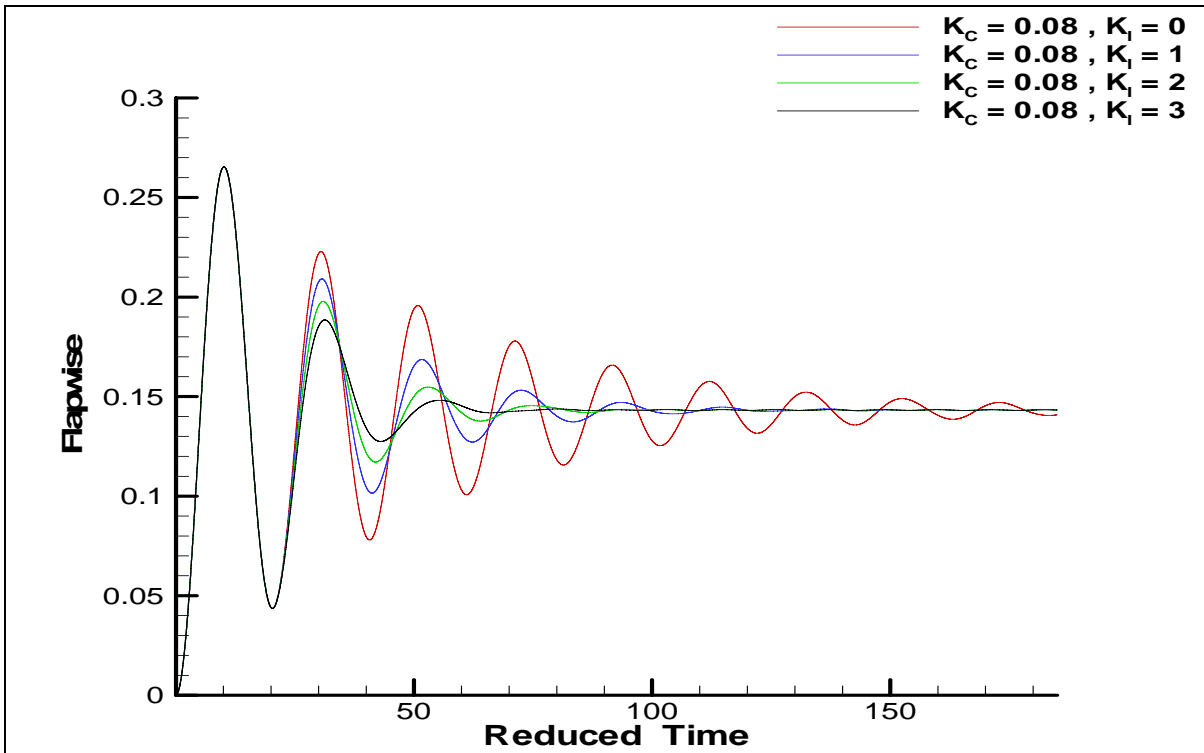


Περίπτωση 3^η

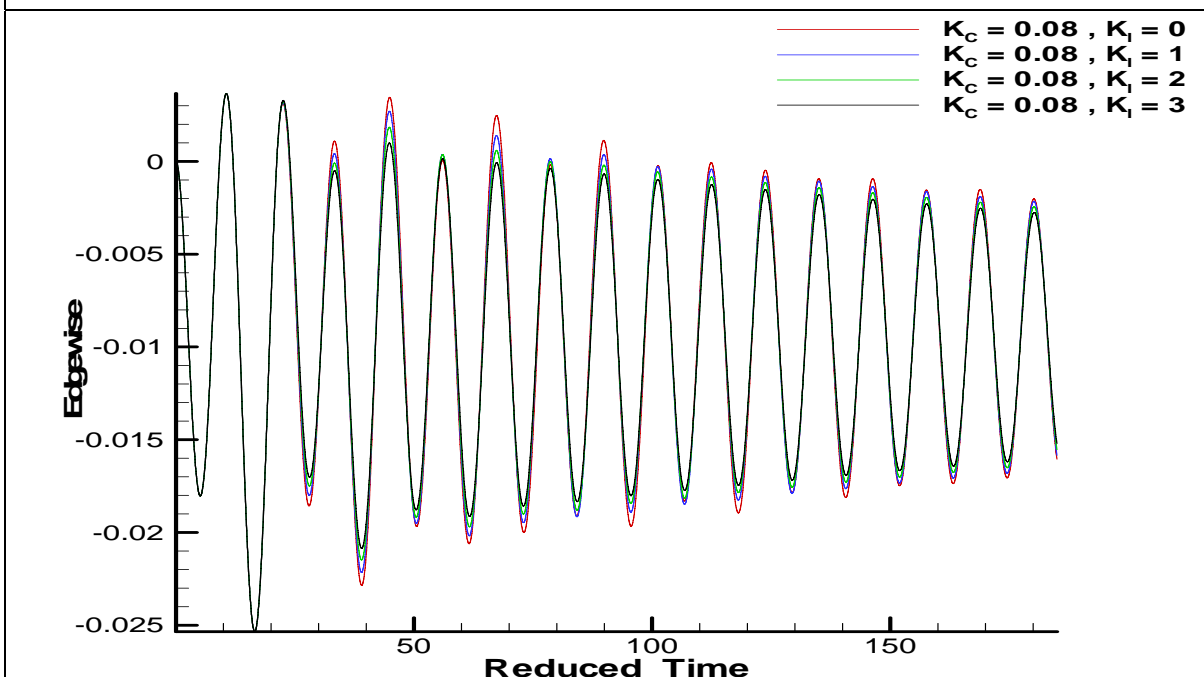
Οι παράμετροι της περίπτωσης αυτής διαφοροποιούνται μόνο ως προς την συχνότητα k_C η οποία έχει αυξηθεί κατά 100% σε σχέση με την 1^η περίπτωση, η αδράνεια της αεροτομής παραμένει ίδια.

Στο διάγραμμα της αξονικής κάμψης (σχήμα 5.3.3-8) φαίνεται ότι για όλες τις τιμές του K_I η ταλάντωση έχει αποσβεσθεί από τον 6^ο κύκλο και μετά, ενώ στην περίπτωση που δεν υπάρχει έλεγχος το φαινόμενο συνεχίζει να εξελίσσεται αν και τα εύρη είναι μειωμένα σημαντικά. Όσον αφορά την μεταβατική περίοδο της ταλάντωσης, ο ελεγκτής υπολογίζει μια αρχική μέγιστη γωνία της ακμής εκφυγής (σχήμα 5.3.3-10) $\hat{a}_f = 1.4^\circ$ για $K_I = 1$, $\hat{a}_f = 3.6^\circ$ για $K_I = 2$ και $\hat{a}_f = 3.7^\circ$ για $K_I = 3$ που τον επόμενο κύκλο πέφτει για όλες τις τιμές του K_I κάτω από τη 1^ο μέχρι να καταλήξει στις 0^ο όταν αποσβεσθεί πλήρως η ταλάντωση.

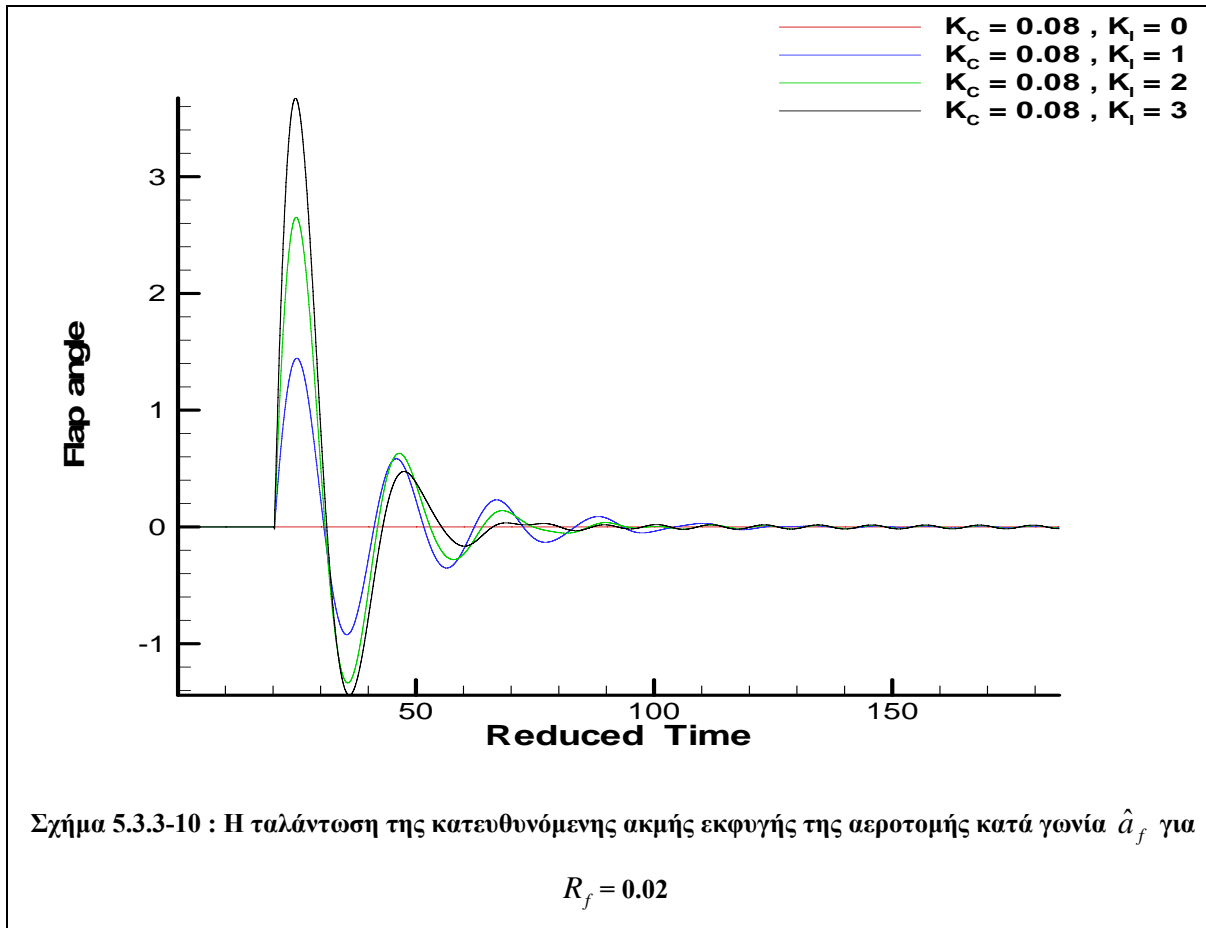
Στο σχήμα 5.3.3-9 παρατηρείται η ίδια συμπεριφορά με την 2^η περίπτωση, με τον ελεγκτή να επηρεάζει μεν την ταλάντωση της περιφερειακής κάμψης x αλλά σε τέτοιο μικρό βαθμό που δεν είναι άξιο προσοχής. Άλλωστε, όπως προαναφέρθηκε εκτός του ότι η διερεύνηση έγινε αρχικά μόνο για την αξονική κάμψη, για την περίπτωση του πτερυγισμού σε απώλεια στήριξης δεν θα υπήρχε ιδιαίτερο νόημα να εφαρμοστεί ελεγκτής που να μειώνει το εύρος της ταλάντωσης κατά την x κατεύθυνση, αφού αυτή είναι πολύ μικρή.



Σχήμα 5.3.3-8 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά τη y κατεύθυνση (flap wise) για $R_f = 0.02$



Σχήμα 5.3.3-9 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά x κατεύθυνση (Edge wise) για $R_f = 0.02$

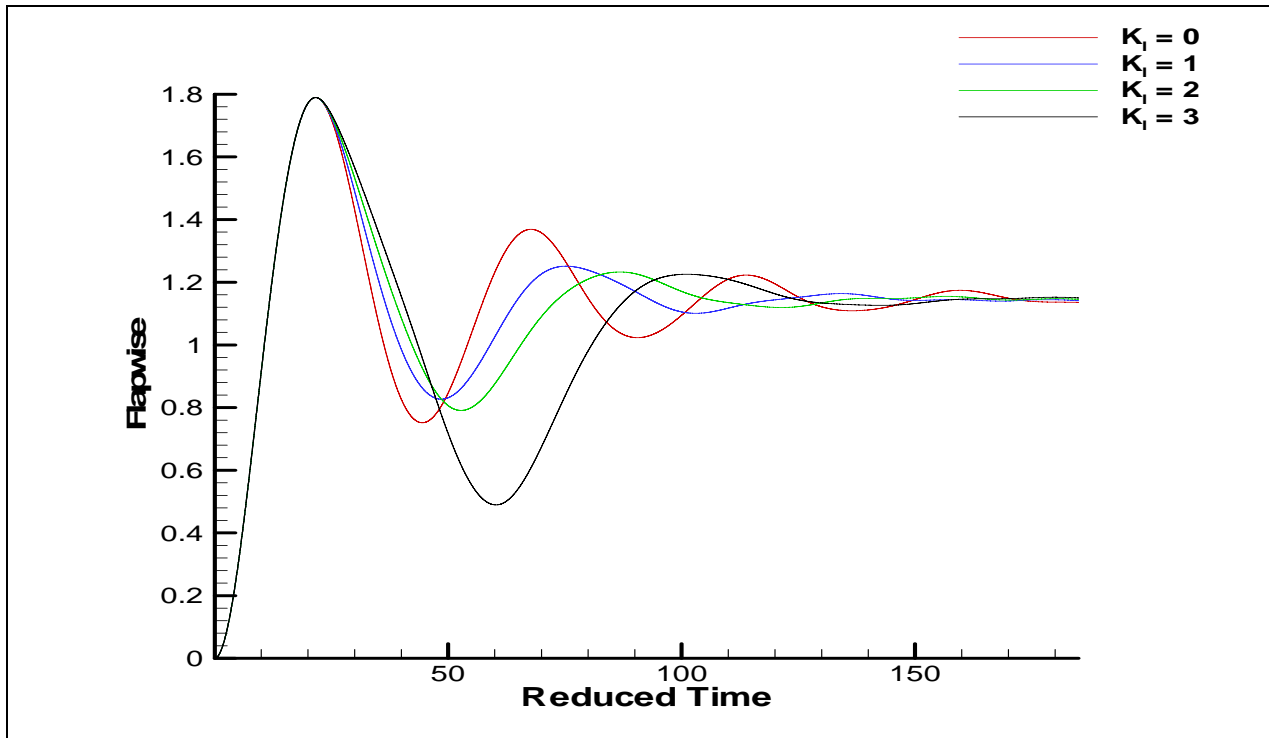


Περίπτωση 4^η

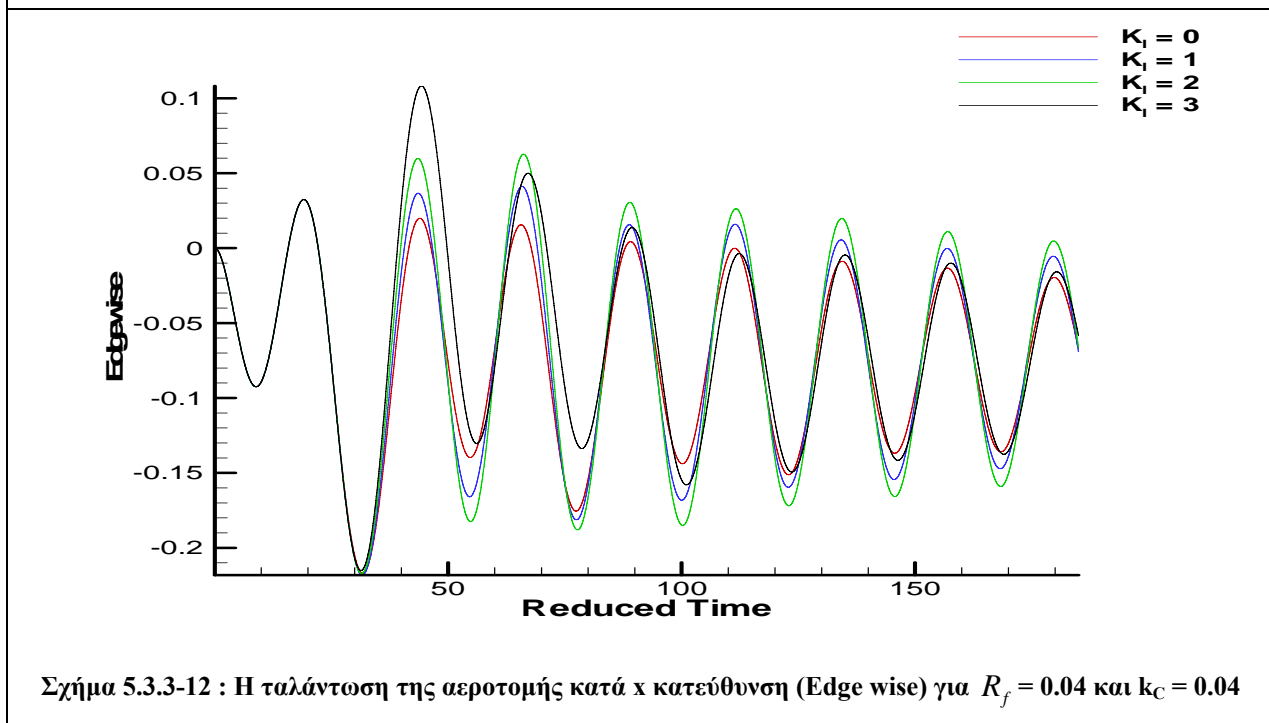
Η περίπτωση αυτή θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σε αντιπαραβολή με την 1^η, αφού έχοντας διατηρήσει την συχνότητα k_C σταθερή (ίδια ακτινική θέση), αυξάνεται η τιμή του R_f σε ποσοστό 50% από 0.02 σε 0.04, υποδηλώνοντας, έτσι διερεύνηση ελαφρότερου πτερυγίου.

Αυτό που παρατηρείται από τα σχήματα 5.3.3-11 και 5.3.3-12, που αφορούν την παραμόρφωση στην y και x κατεύθυνση είναι ότι, το φαινόμενο έχει από μόνο του πολύ μεγάλα πλάτη ταλάντωσης και γρήγορη απόσβεση. Η εισαγωγή ενός ελεγκτή με τα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου, αυτό που επιτυγχάνεται είναι η μεγάλη μείωση των ευρών της ταλάντωσης (σχήμα 5.3.3-11) κατά την μεταβατική περίοδο του φαινομένου. Βέβαια θα πρέπει να σημειωθεί ότι για όλες τις τιμές του K_I , μπορεί να παρουσιάζεται αύξηση της κλίσης των ευρών της ταλάντωσης στη μεταβατική περίοδο, αλλά το φαινόμενο δείχνει να αποσβένει περίπου, την ίδια χρονική στιγμή. Από την άλλη, στο σχήμα 5.3.3-12 παρατηρείται αρχικά αύξηση της ταλάντωσης για όλες τις τιμές του K_I , με τη μόνη εξαίρεση την τιμή $K_I = 3$, η οποία μετά την 4^η περίοδο φαίνεται ότι δίνει περίπου τα ίδια αποτελέσματα με την τιμή $K_I = 0$. Οι υπόλοιπες τιμές δείχνουν να διατηρούν την αρχική αύξηση του πλάτους.

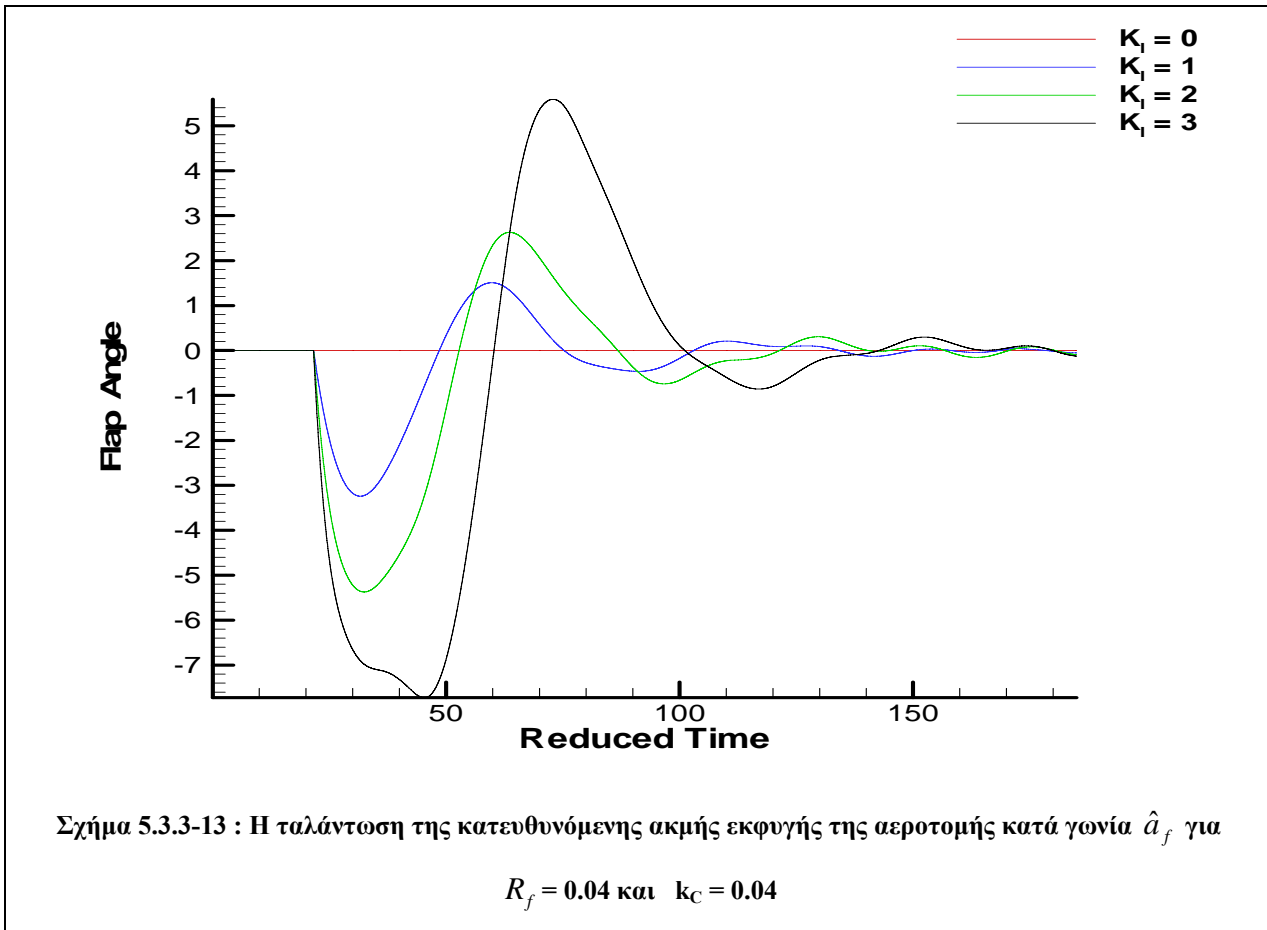
Τέλος, το σχήμα 5.3.3-13 που παρουσιάζει την γωνία a_f φαίνεται ότι κατά τη μεταβατική κατάσταση του φαινομένου η τιμή της γωνίας φτάνει μέχρι τις -7° στον 1^ο κύκλο για $K_I = 3$, γεγονός που λειτουργεί ως η βασική αιτία που εμφανίζονται τόσο στην y , όσο και στην x κατεύθυνση την ίδια χρονική περίοδο.



Σχήμα 5.3.3-11 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά τη y κατεύθυνση (flap wise) για $R_f = 0.04$ και $k_C = 0.04$



Σχήμα 5.3.3-12 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά x κατεύθυνση (Edge wise) για $R_f = 0.04$ και $k_C = 0.04$



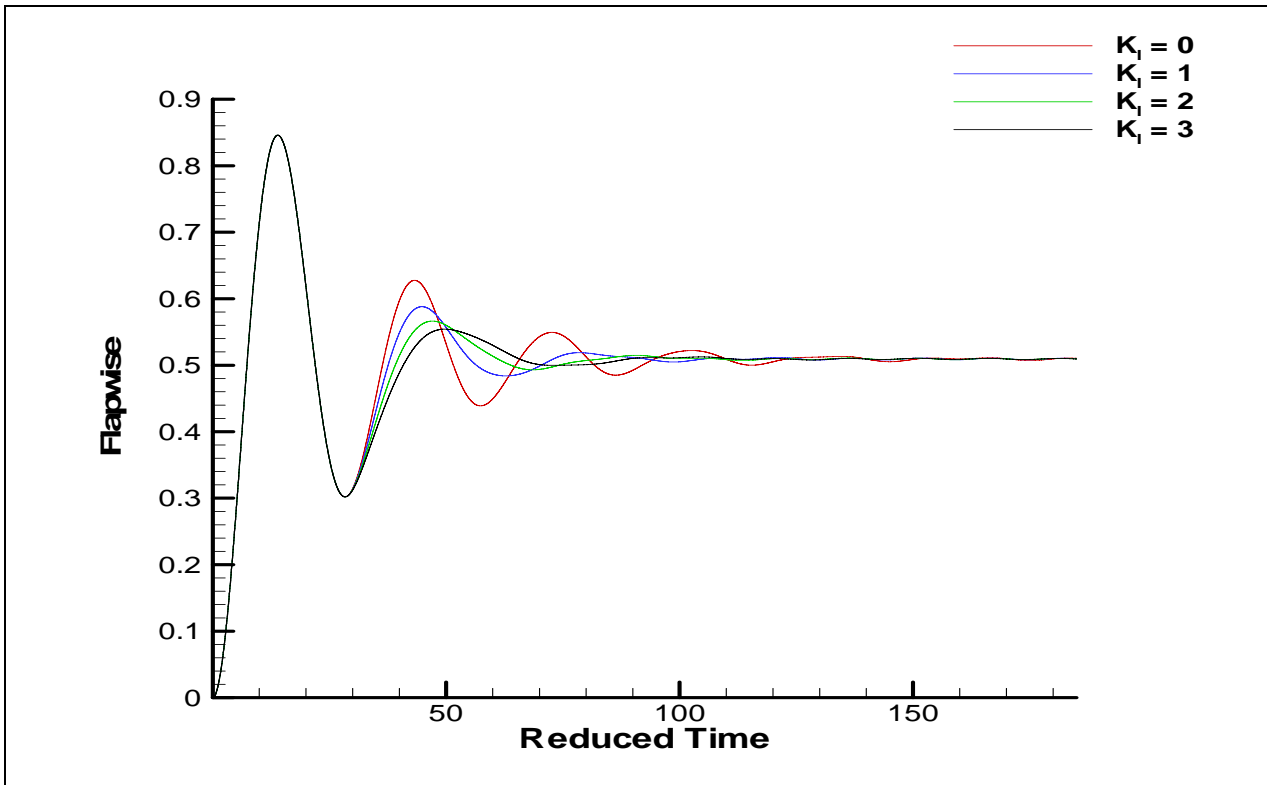
Περίπτωση 5^η

Η 5^η και τελευταία περίπτωση αναφέρεται στο ίδιο ελαφρό πτερύγιο με $R_f = 0.04$ αλλά μεταφερόμενο σε διαφορετική ακτινική θέση. Συγκεκριμένα η τιμή του k_C αυξάνεται κατά 50% και γίνεται από 0.04 σε 0.06.

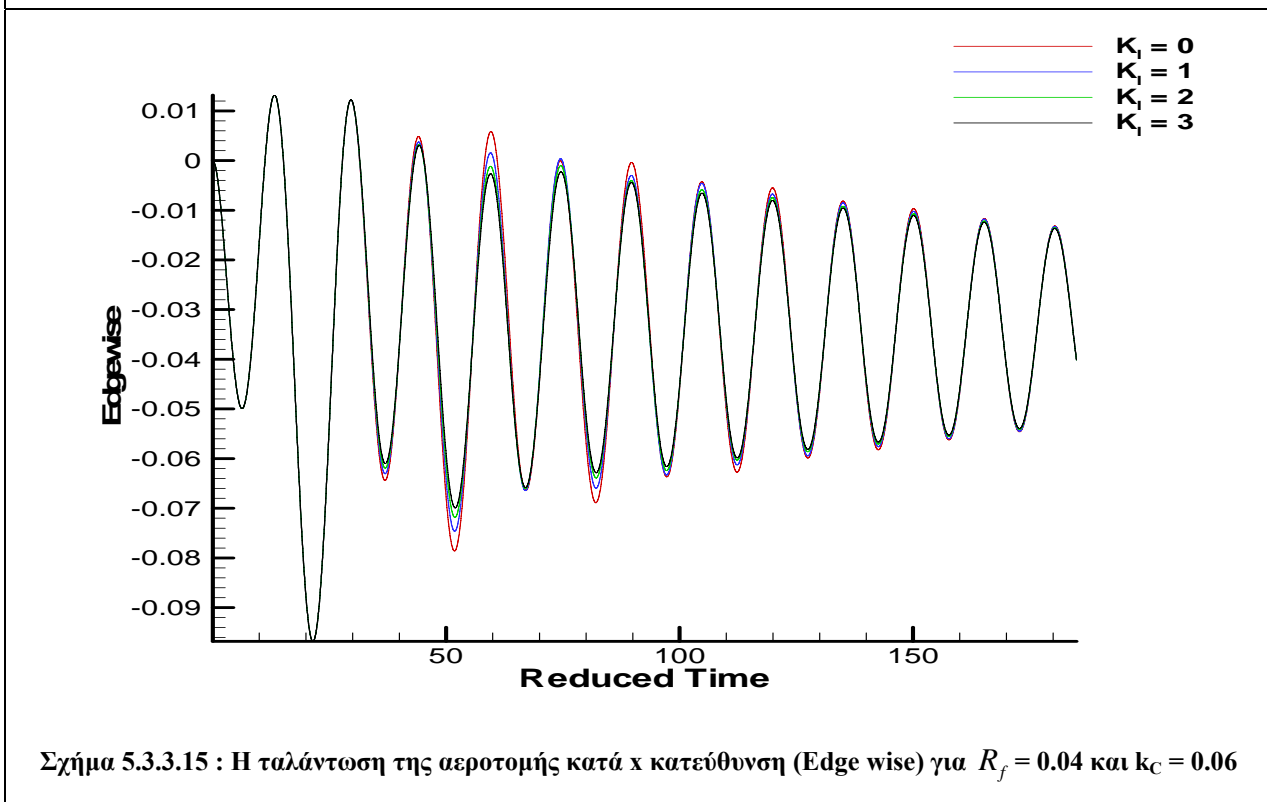
Αυτό που παρατηρείται, σε πρώτη φάση (σχήμα 5.3.3-14), είναι ότι η συμπεριφορά του ελεγκτή για $K_I = 3$ είναι διαφορετική από εκείνη της προηγούμενης περίπτωσης, όσον αφορά την μεταβατική περίοδο. Από την άλλη φαίνεται ότι το φαινόμενο αποσβένει τουλάχιστον ένα κύκλο γρηγορότερα από την περίπτωση που η τιμή του $K_I = 0$. Επίσης παρατηρείται ότι για τιμές $K_I = 2$ και $K_I = 3$ η αξονική παραμόρφωση, μετά την 3^η περίοδο δεν έχει και σημαντικές διαφοροποιήσεις.

Το σχήμα 5.3.3-15 που δείχνει την περιφερειακή κάμψη, παρουσιάζει από ελάχιστη μείωση του πλάτους της ταλάντωσης κατά τη μεταβατική περίοδο, σε μηδενική επιρροή όταν το φαινόμενο καταλήξει στη μόνιμη κατάσταση.

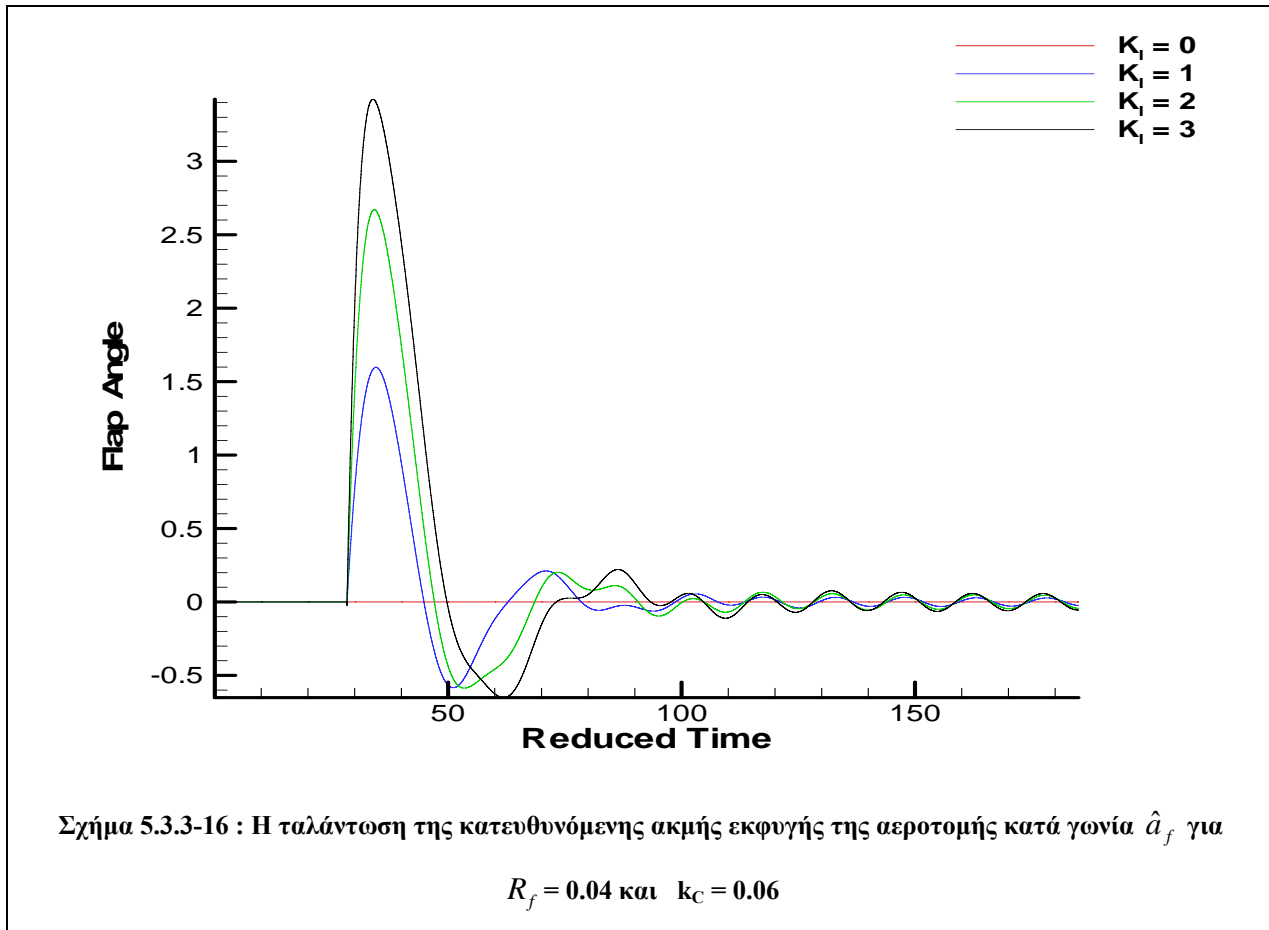
Τέλος στο σχήμα 5.3.3-16 παρατηρείται ένα μέγιστο της γωνίας για το μισό της πρώτης περιόδου έναρξης λειτουργίας του ελεγκτή, 1.5° για $K_I = 1$, 2.6° για $K_I = 2$ και 3.4° για $K_I = 3$. Η συνέχεια του φαινομένου χαρακτηρίζεται από πολύ μικρότερα εύρη ικανά για να διατηρήσουν την απόσβεση του φαινομένου.



Σχήμα 5.3.3-14 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά τη y κατεύθυνση (flap wise) για $R_f = 0.04$ και $k_C = 0.06$



Σχήμα 5.3.3-15 : Η ταλάντωση της αεροτομής κατά x κατεύθυνση (Edge wise) για $R_f = 0.04$ και $k_C = 0.06$



5.3.4 Αεροδυναμική ανάλυση

Στη παράγραφο αυτή θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα των συντελεστών των αεροδυναμικών δυνάμεων της παράλληλης στη χορδή δύναμης C_x και της κάθετης σε αυτή C_y συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου (reduced time), καθώς επίσης και συναρτήσει της $\alpha_{effective}$ που είναι το άθροισμα της γωνίας πρόσπτωσης του ανέμου α_{wind} και της στρεπτικής γωνίας α της αεροτομής. Επιπροσθέτως παρουσιάζονται τα διαγράμματα της εξέλιξης της $\alpha_{effective}$ και του % σημείου αποκόλλησης X_{sep} στη πάροδο του χρόνου.

Στην 1^η περίπτωση αυτό που παρατηρείται από το διάγραμμα της C_x (σχήμα 5.3.4-1 (α)) είναι ότι για $K_I = 3$ το πλάτος της αυξάνεται πολύ περισσότερο από τις άλλες τιμές, στην 1^η περίοδο εξέλιξης του φαινομένου. Το ίδιο αποτυπώνεται και στο αντίστοιχο διάγραμμα του αεροδυναμικού βρόγχου υστέρησης (σχήμα 5.3.4-1 (β)). Όσον αφορά την κάθετη δύναμη C_y (σχήμα 5.3.4-1 (γ)) για όλες τις τιμές του K_I παρατηρείται αύξηση του πλάτους κατά τους δύο πρώτους κύκλους, το οποίο στη συνέχεια αποσβένεται. Στο διάγραμμα της $\alpha_{effective}$ (σχήμα 5.3.4-1 (ε)) είναι εμφανής η απόσβεση της γωνίας όσο εξελίσσεται το φαινόμενο που όταν φτάσει στην 4^η περίοδο οι τιμές του ελεγκτή δεν παίζουν ιδιαίτερο ρόλο. Τέλος το εύρος του σημείου αποκόλλησης (σχήμα 5.3.4-1 (στ)) μετατίθεται προς τα πίσω όσο αυξάνεται το K_I μέχρι και κάτω από 0.2 για τιμή $K_I = 3$.

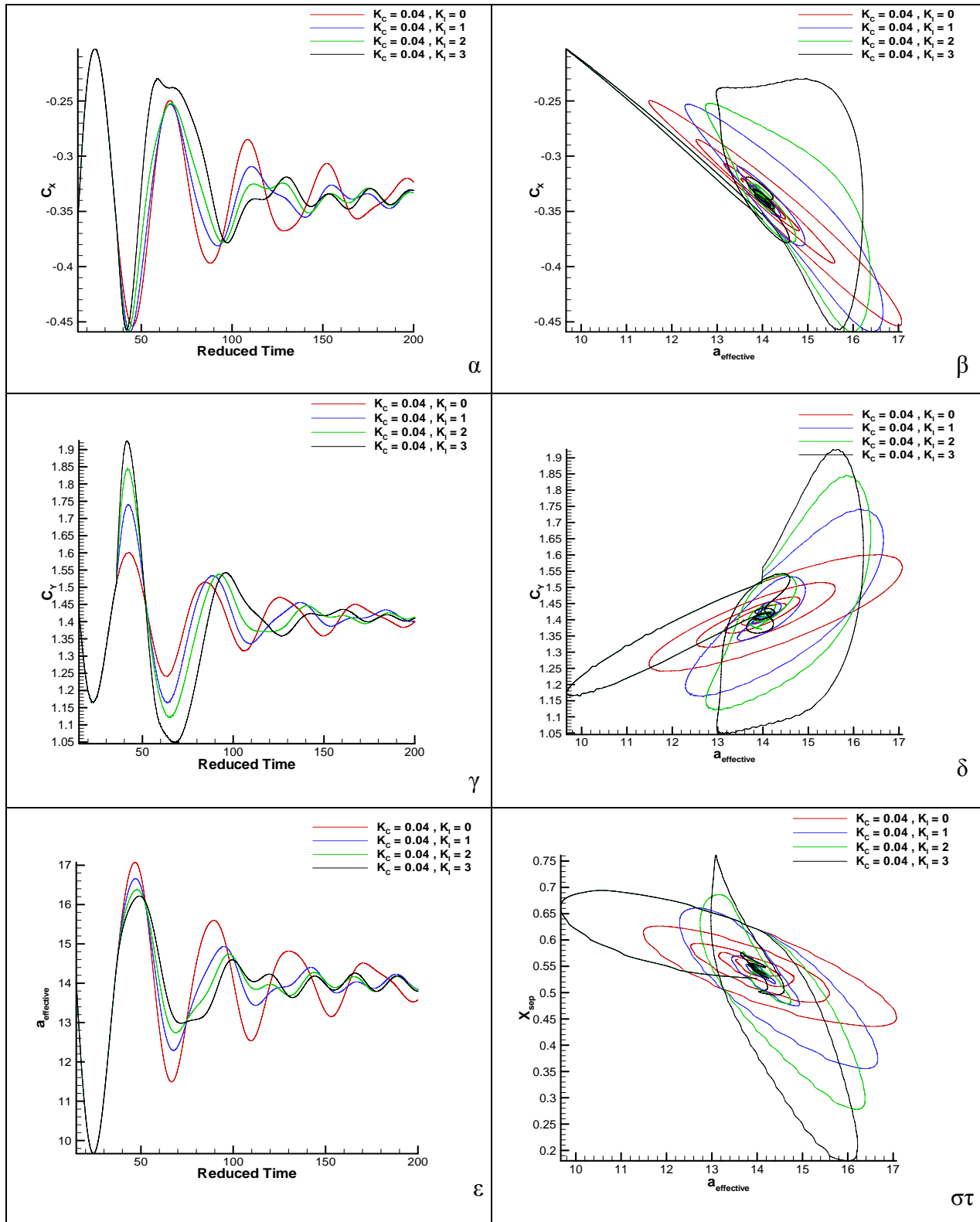
Η 2^η και η 3^η περίπτωση παρουσιάζουν πιο ομαλά αποτελέσματα τόσο για την απόσβεση των δυνάμεων στο χρόνο, όσο και στην κλίση των βρόγχων υστέρησης. Αυτό που παρατηρείται, όσον αφορά την απόσβεση της επαγωγικής γωνίας (σχήμα 5.3.4-2,3 (ε)) είναι ότι αυτή αποσβένεται γρήγορα για όλες τις τιμές του K_I οι οποίες δεν σημειώνουν ιδιαίτερες διαφοροποιήσεις μεταξύ τους από το 4^ο κύκλο και μετά.

Η περίπτωση 4 που έρχεται σε αντιπαράθεση με την 1^η λόγω της μείωσης του βάρους της αεροτομής στην ίδια ακτινική θέση, δίνει πολύ μεγάλα εύρη στα διαγράμματα των δυνάμεων για την τιμή του $K_I = 3$ στη μεταβατική περίοδο. Το γεγονός αυτό βρίσκεται σε απόλυτη συνάφεια με τα αποτελέσματα που λήφθηκαν από τις παραμορφώσεις των

ελαστικών εξισώσεων στη προηγούμενη παράγραφο. Ένα από τα αρνητικά αποτελέσματα είναι η μετακίνηση του σημείου αποκόλλησης (σχήμα 5.3.4-4 (στ)), για αυτήν την τιμή, κάτω από το 0.1 της χορδής της αεροτομής. Όσον αφορά την επαγωγική γωνία (σχήμα 5.3.4-4 (ε)) φαίνεται ότι αποσβένει σημαντικά και συγχρόνως, από την 4^η περίοδο και μετά οι τιμές του K_I δεν παίζουν σημαντικό ρόλο μεταξύ τους.

Στην 5^η και τελευταία περίπτωση σε όλα τα διαγράμματα φαίνεται μείωση των μεγεθών από τη 4^η περίοδο και μετά. Αυτό που φαίνεται να έχει ιδιαίτερη σημασία είναι ότι ακόμα και στην μεταβατική περίοδο οι τιμές του ελεγκτή, μεταξύ τους, δεν δίνουν πολύ διαφορετικά αποτελέσματα

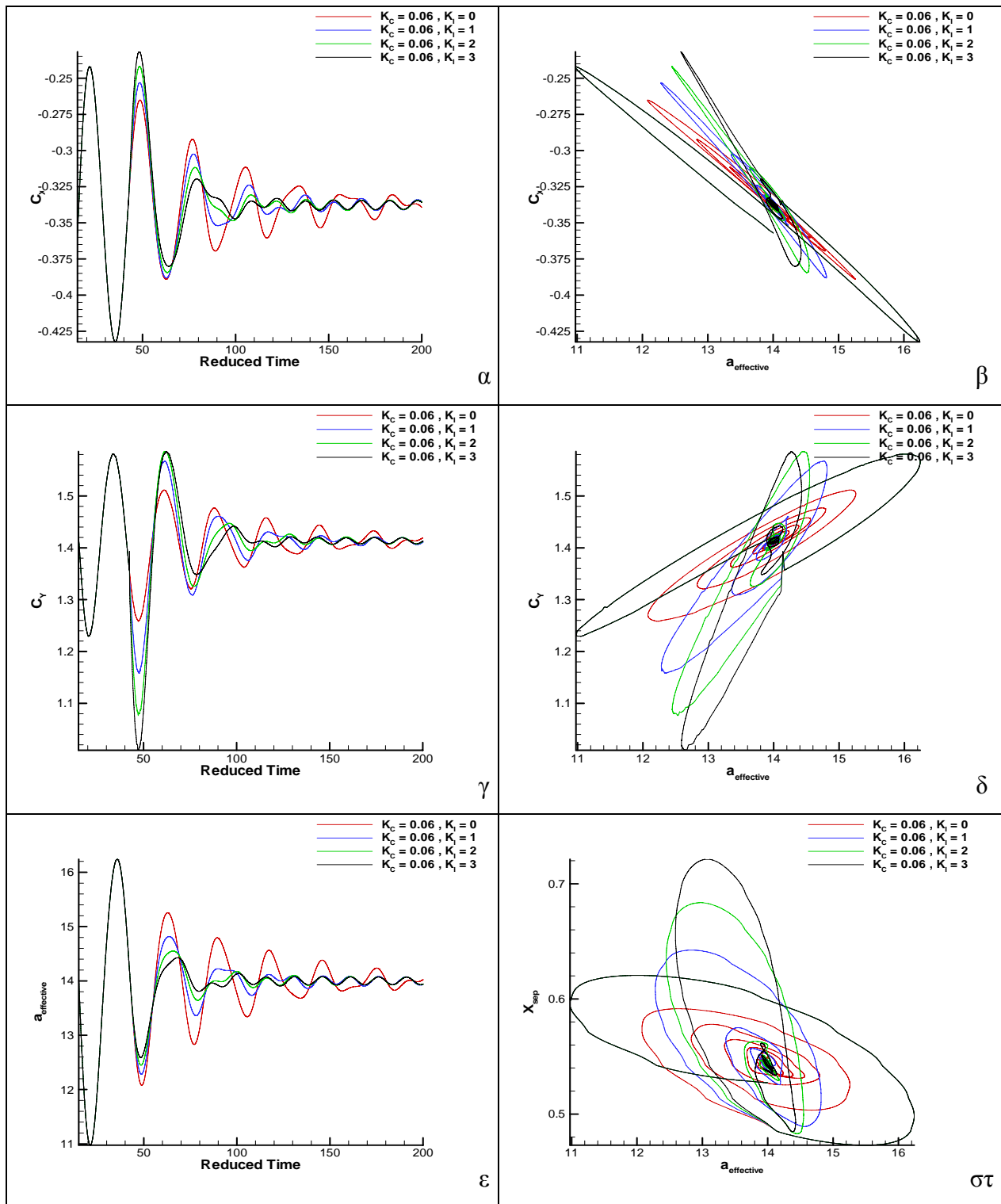
Περίπτωση 1^η



Σχήμα 5.3.4-1: Μεταβολή των $C_x, C_y, a_{\text{effective}}$ (α, γ, ϵ) στο χρόνο, C_x, C_y, X_{sep} ($\beta, \delta, \sigma\tau$) με τη γωνία α

effective

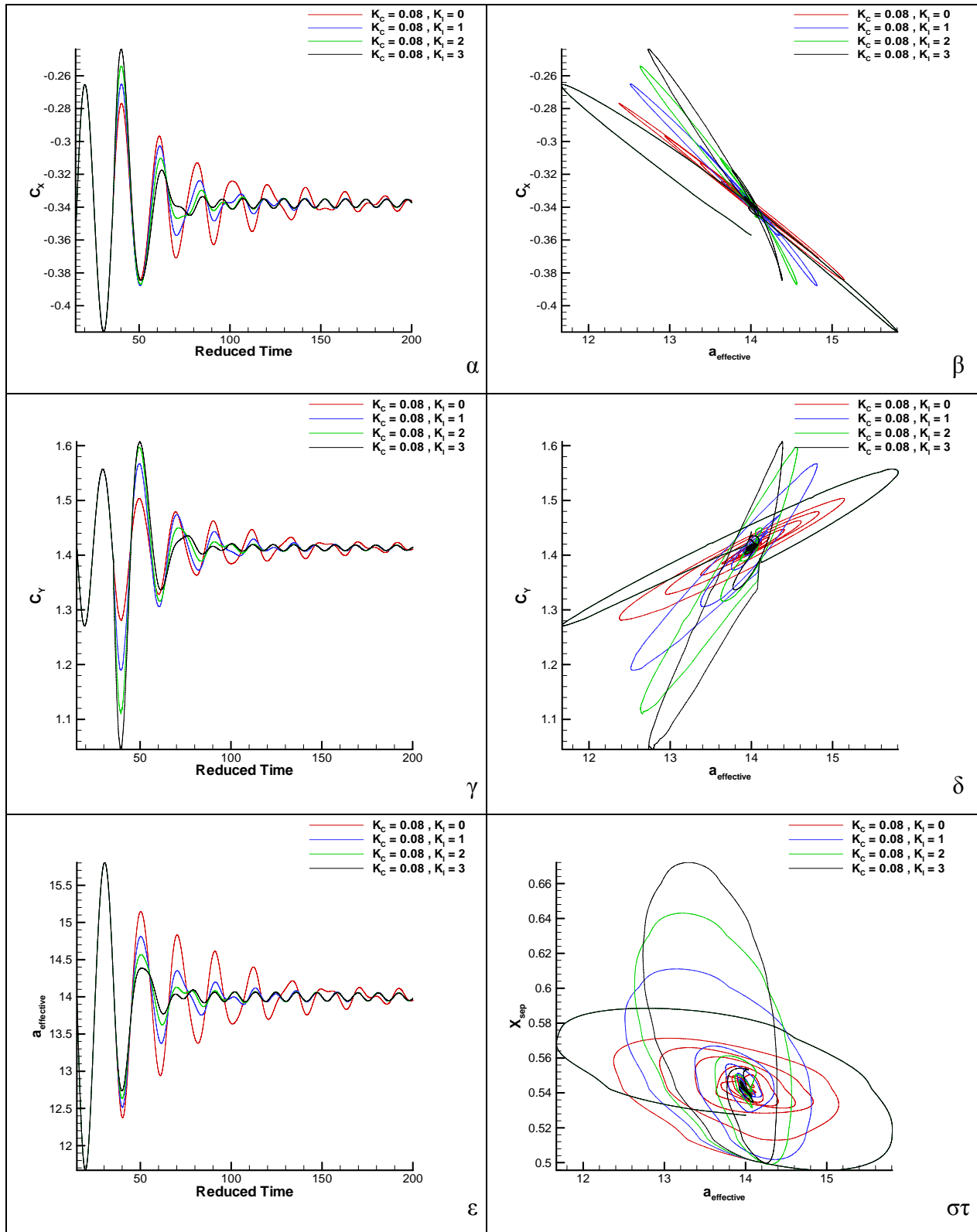
Περίπτωση 2^η



Σχήμα 5.3.4-2: Μεταβολή των $C_x, C_y, a_{\text{effective}}$ (α, γ, ϵ) στο χρόνο, C_x, C_y, X_{sep} ($\beta, \delta, \sigma\tau$) με τη γωνία

$a_{\text{effective}}$

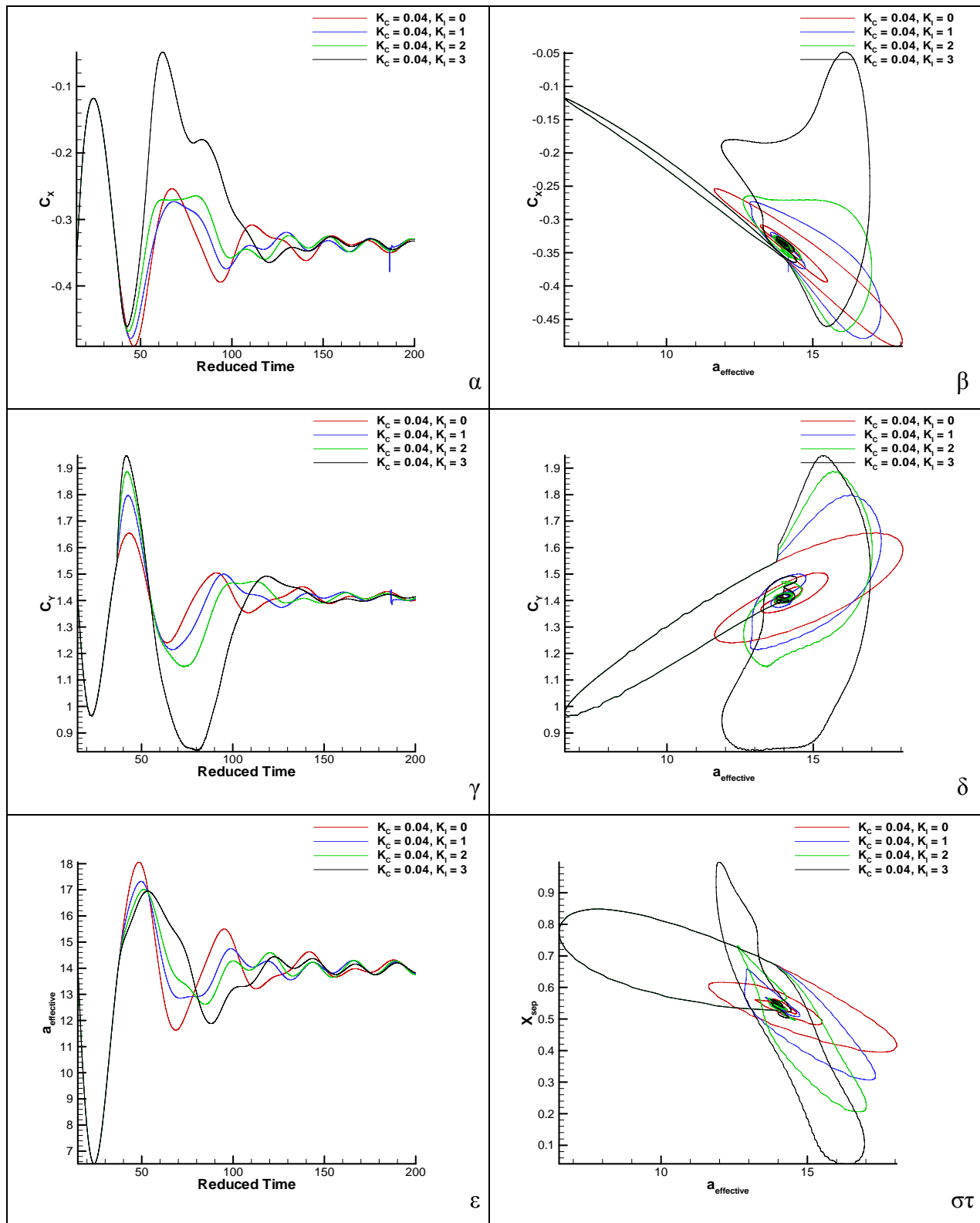
Περίπτωση 3^η



Σχήμα 5.3.4-3: Μεταβολή των $C_x, C_y, a_{\text{effective}}$ (α, γ, ϵ) στο χρόνο, C_x, C_y, X_{sep} ($\beta, \delta, \sigma\tau$) με τη γωνία

$a_{\text{effective}}$

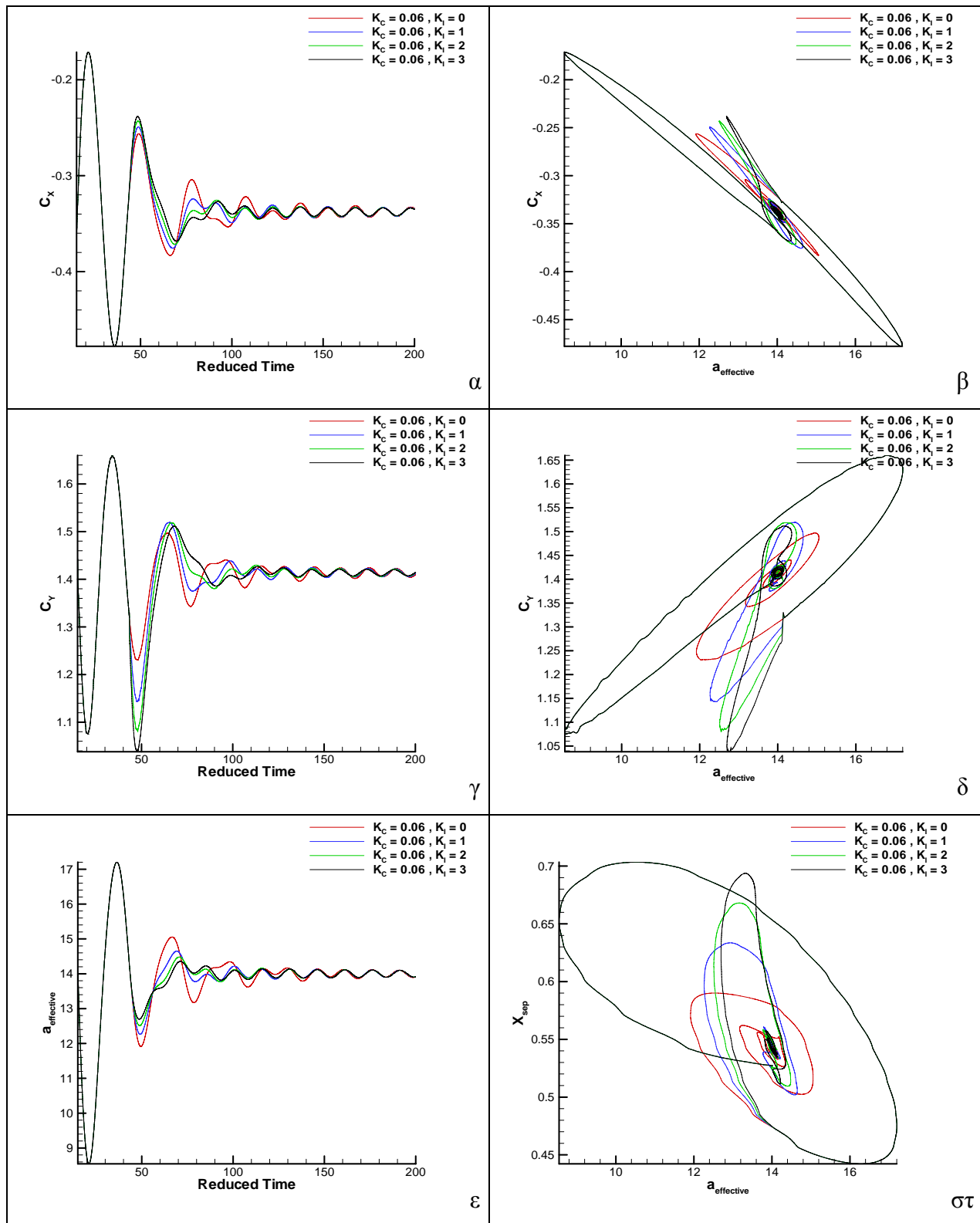
Περίπτωση 4^η



Σχήμα 5.3.4-4: Μεταβολή των $C_x, C_y, a_{\text{effective}}$ (α, γ, ϵ) στο χρόνο, C_x, C_y, X_{sep} ($\beta, \delta, \sigma\tau$) με τη γωνία

$a_{\text{effective}}$

Περίπτωση 5^η



Σχήμα 5.3.4-5: Μεταβολή των $C_x, C_y, a_{\text{effective}}$ (α, γ, ϵ) στο χρόνο, C_x, C_y, X_{sep} ($\beta, \delta, \sigma\tau$) με τη γωνία

$a_{\text{effective}}$

Κεφάλαιο 6ο

Επίδραση του ελεγκτή σε μεταβολές της ροής του ανέμου

6.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε μια πρώτη εκτίμηση στην εισαγωγή ελεγκτή που μετατοπίζει την ακμή εκφυγής της αεροτομής κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να μειωθούν τα εύρη των ταλαντώσεων και κατ' επέκταση, τα κοπωτικά φορτία. Τα αποτελέσματα επιβεβαίωσαν αυτό το σκοπό, στο βαθμό που είναι εφικτό, λόγω της ιδιομορφίας του φαινομένου αλλά και λόγω των αρχικών συνθηκών που τέθηκαν.

Η πραγματικότητα δεν είναι όπως παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 5, όσον αφορά τουλάχιστον τις συνθήκες της ροής. Μια μικρή μεταβολή είτε στην γωνία πρόσπτωσης \hat{a}_{wind} του ανέμου, είτε στο μέτρο του, είναι ικανή να επηρεάσει την συμπεριφορά της αεροτομής. Όπως είναι λογικό αυτή η επιρροή είναι δυνατόν να μετατεθεί και στην λειτουργία του ελεγκτή, αφού είναι η κυριότερη αιτία κίνησης της ακμής εκφυγής.

Προς αυτήν την κατεύθυνση προσανατολίζεται το κεφάλαιο αυτό, εξετάζοντας δύο, βασικές περιπτώσεις μεταβολής κάποιων από τα χαρακτηριστικά του ανέμου.

- Βηματική μεταβολή του ανέμου με αλλαγή τόσο στην γωνία πρόσπτωσης του, όσο και στο μέτρο του
- Διέγερση ημιτονοειδής μορφής, της γωνίας πρόσπτωσης

Οι δύο αυτές περιπτώσεις, εξετάστηκαν με σκοπό να προσομοιωθεί ένα είδος εξωτερικής διέγερσης που θα έρθει να προστεθεί στα αεροελαστικά χαρακτηριστικά της αεροτομής. Η εφαρμογή τους έγινε στη περίπτωση που η αεροτομή βρίσκεται σε κατάσταση απώλειας στήριξης όπου και τα φαινόμενα είναι πιο έντονα. Εξάλλου είναι πιο πιθανό ένα μεταβλητού βήματος πτερύγιο μιας ανεμογεννήτριας, να υποχρεωθεί να αντεπεξέλθει σε υψηλές γωνίες πρόσπτωσης, παρά σε χαμηλές.

6.2 Βηματική μεταβολή του ανέμου

Σε αυτή αλλά, και στις επόμενες περιπτώσεις που ακολουθούν, χρησιμοποιήθηκε μια αεροτομή τύπου NACA - 63419, σε συνθήκες απώλειας στήριξης. Αυτό σημαίνει ότι η αρχική γωνία πρόσπτωσης του ανέμου βρίσκεται στις 14° , η αεροτομή έχει συντελεστή αδράνειας $R_f = 0.02$ και αδιάστατη συχνότητα $k_c = 0.04$. Ο συντελεστής αδράνειας δηλώνει ότι αν η πυκνότητα του αέρα είναι σταθερή και ίση με $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg / m}^3$, καθώς επίσης η χορδή είναι αδιάστατη τότε η γραμμική πυκνότητα της αεροτομής είναι $\bar{\rho} = 60 \text{ kg / m}^3$. Επίσης, όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, θεωρώντας ότι ο ρότορας λειτουργεί με σταθερή γωνιακή ταχύτητα Ω , τότε η αδιάστατη συχνότητα k_c δηλώνει την ακτινική θέση της αεροτομής πάνω στο πτερύγιο, που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι το 75% από τη ρίζα του πτερυγίου.

Οι αεροελαστικές εξισώσεις που λύνονται είναι οι ίδιες με εκείνες που παρουσιάζονται στο προηγούμενο κεφάλαιο στην παράγραφο 5.3.2 που αναφέρεται σε συνθήκες απώλειας στήριξης (Stall Flutter), έχοντας κρατήσει τις ίδιες ιδιοσυχνότητες και για τους δύο βαθμούς ελευθερίας, καθώς και τον ίδιο αριθμό Re.

Με την εισαγωγή βηματικής μεταβολής αυτό που διαφοροποιήθηκε είναι σε πρώτη φάση η αλλαγή της γωνίας πρόσπτωσης του ανέμου από 14° σε 17° και σε δεύτερη φάση διπλασιάστηκε το μέτρο της ταχύτητάς του. Και στις δύο περιπτώσεις το βήμα της διέγερσης εφαρμόστηκε αφού έχει αποσβεστεί η αεροελαστικότητα και στην καινούργια θέση ισορροπίας της αξονικής κάμψης y (flap).

Όσον αφορά τον ελεγκτή οι τιμές που εξετάστηκαν είναι $K_I = 0$ (χωρίς έλεγχο), $K_I = 1$ και $K_p = 0$, ενώ η εξίσωση που αυτές οι τιμές εισήχθησαν είναι η 5.1. Δεν κρίθηκε σκόπιμο να διερευνηθεί η διαδικασία για περισσότερες τιμές του K_I διότι κάτι τέτοιο έχει ήδη γίνει στο προηγούμενο κεφάλαιο και επιπροσθέτως σκοπός είναι η ποιοτική και όχι η ποσοτική ανάλυση της παρουσίας του ελεγκτή.

6.2.1 Αύξηση της γωνίας πρόσπτωσης του ανέμου

Τα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζουν την επιρροή τόσο της βηματικής μεταβολής του ανέμου στις αεροελαστικές εξισώσεις, όσο και τον τρόπο που ανταποκρίνεται ο ελεγκτής. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι το βήμα της αλλαγής των χαρακτηριστικών του ανέμου, σε όλες τις περιπτώσεις, εισάγεται την χρονική περίοδο $T = 350$.

Πιο συγκεκριμένα στα σχήματα 5.2.1-1 και 5.2.1-2 παρουσιάζονται οι παραμορφώσεις της αεροτομής κατά την y και x κατεύθυνση αντίστοιχα, καθώς επίσης η γωνία της ακμής εκφυγής που επιβάλλει ο ελεγκτής (σχήμα 5.2.1-3) και τέλος την αδιάστατη διαφορά Δy της y παραμόρφωσης (σχήμα 5.2.1-4). Το Δy δίνεται από τον τύπο $\Delta y = \frac{\bar{y} - y}{\bar{y}}$, όπου \bar{y} είναι η μέση τιμή της y παραμόρφωσης.

Αυτό που παρατηρείται στην y κατεύθυνση 5.2.1-1 είναι η πολύ γρήγορη απόσβεση τόσο κατά τη διάρκεια της αεροελαστικότητας, όσο και στην απότομη αλλαγή της γωνίας πρόσπτωσης. Η μικρή απόκλιση που διαγράφεται μεταξύ των περιπτώσεων με και χωρίς ελεγκτή, όσον αφορά στη μέση τιμή του y οφείλεται στο ότι όταν μπήκε το βήμα της γωνίας δεν είχε αποσβεσθεί πλήρως η αεροελαστικότητα, με αποτέλεσμα η απόκριση του ελεγκτή να είναι ελαφρός μετατοπισμένη.

Στο σχήμα 5.2.1-2 όπου παρουσιάζεται η μεταβολή της x κατεύθυνσης παρατηρείται, όπως αναφέρθηκε και στην αντίστοιχη περίπτωση του προηγούμενου κεφαλαίου, μια μικρή αύξηση του εύρους της ταλάντωσης με την εφαρμογή του ελεγκτή, καθώς επίσης και η διατήρηση αυτού του γεγονότος με την εισαγωγή του βήματος.

Η γωνία της ακμής εκφυγής (σχήμα 5.2.1-3), λόγω του μικρού εύρους της ταλάντωσης της y κατεύθυνσης, αντιστοίχως παίρνει και αυτή πολύ μικρές τιμές από τον ελεγκτή για να αντεπεξέλθει στην απότομη διέγερση του ανέμου.

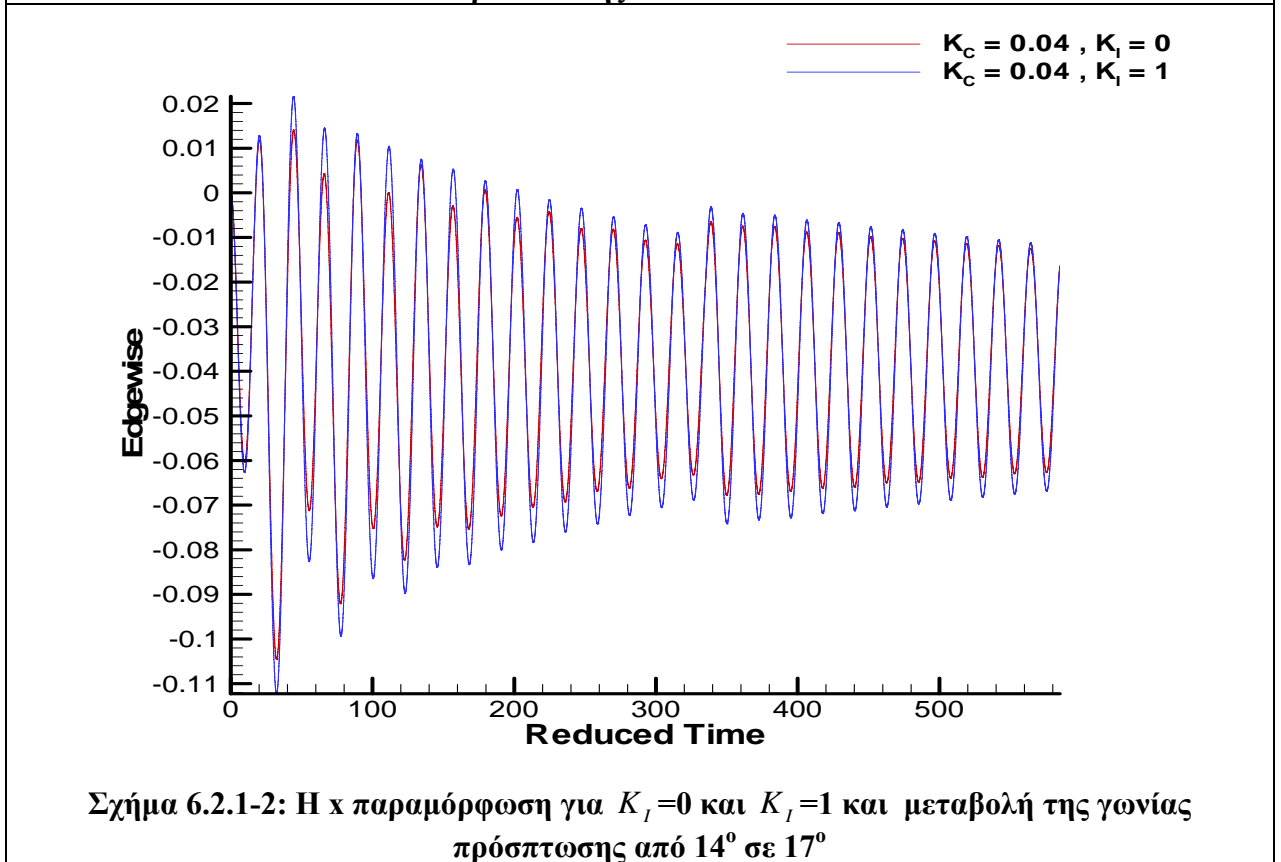
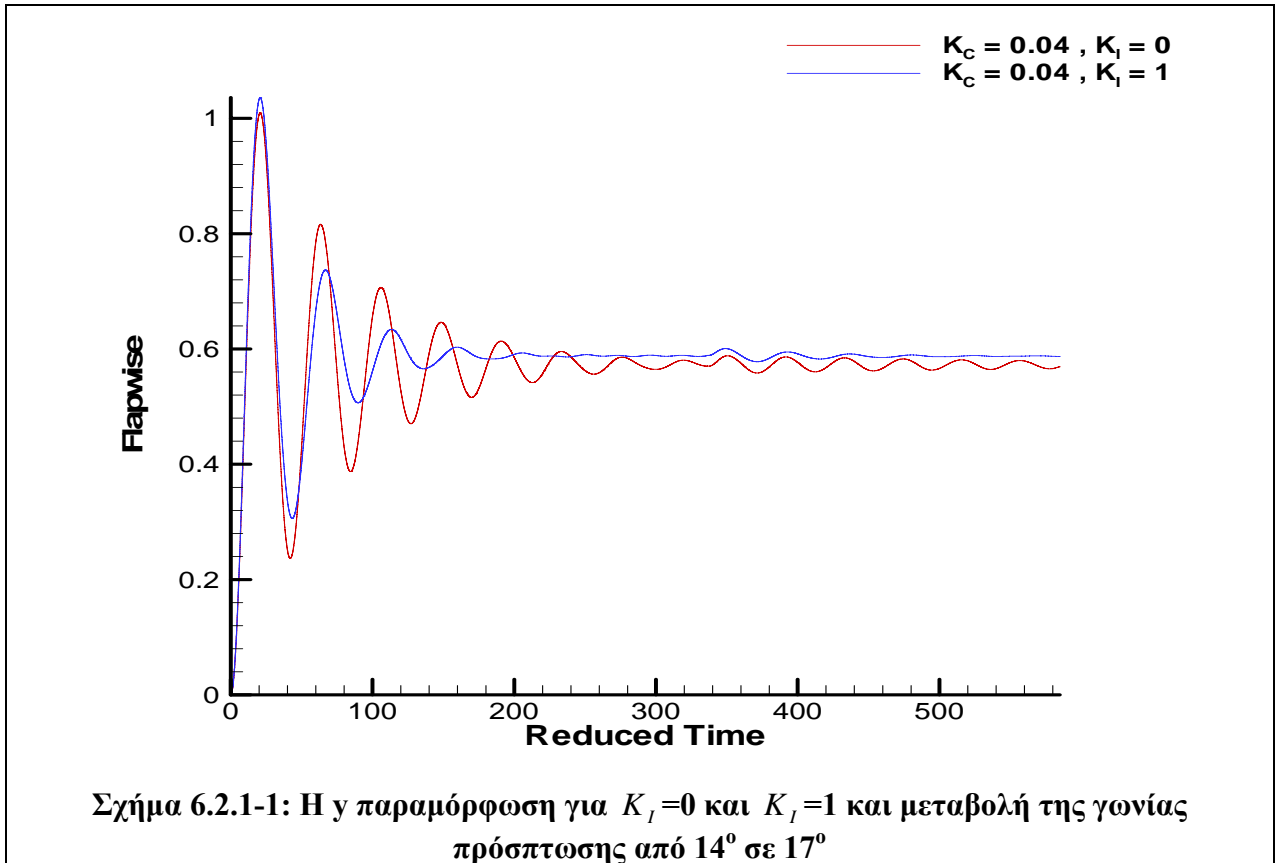
Το σχήμα 5.2.1-4 που δίνει την αδιάστατη διαφορά της y παραμόρφωσης παρουσιάζεται σημαντική διαφορά στην κλίση του πλάτους της ταλάντωσης κατά την επίλυση της αεροελαστικότητας σε σχέση με την επίλυση της αεροελαστικότητας με την προσθήκη της μεταβολής της γωνίας πρόσπτωσης του ανέμου. Ο λόγος είναι ότι

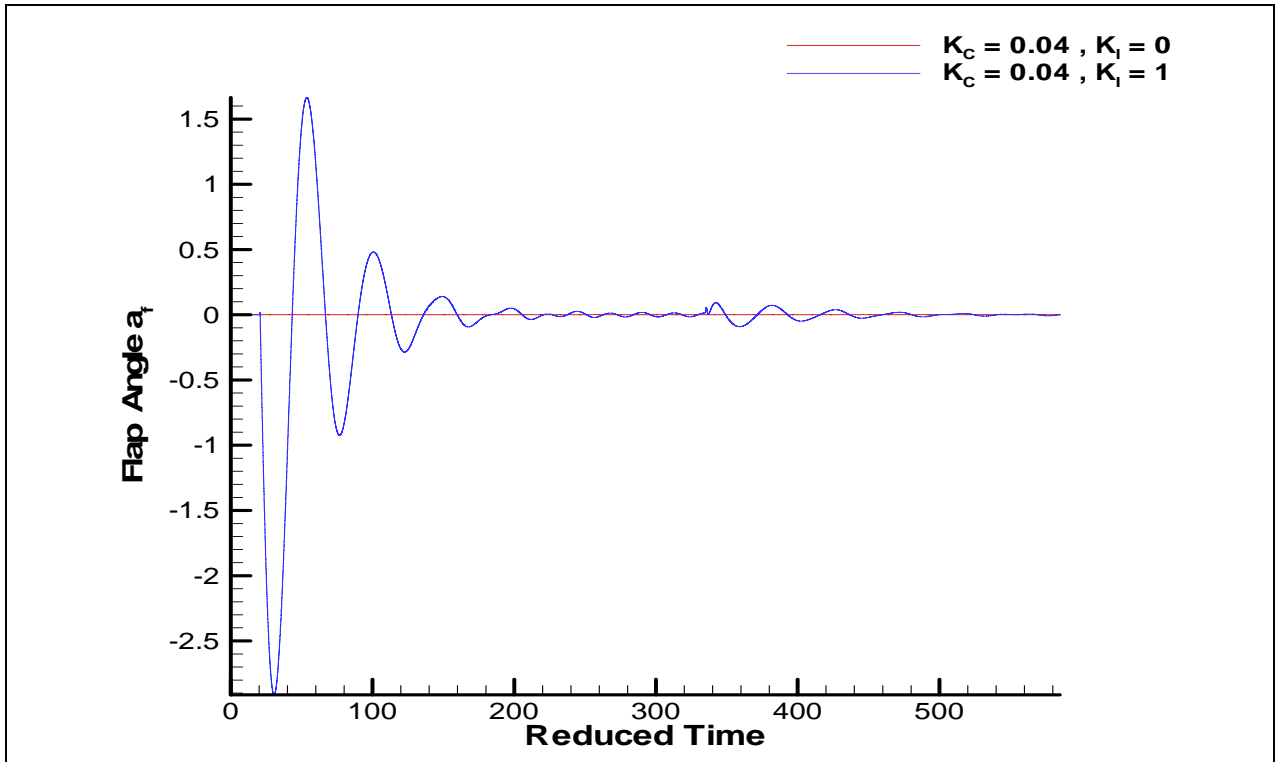
κατά την πρώτη περίπτωση το φαινόμενο ξεκινάει με θέση ισορροπίας το $y = 0$, ενώ στην δεύτερη ξεκινάει από μια καινούργια θέση ισορροπίας κοντά στο $y = 0.5$ στην οποία έχουν συγκλίνει οι αεροελαστικές εξισώσεις, με αποτέλεσμα το φαινόμενο να μην έχει τόσο έντονες παραμορφώσεις.

Στα σχήματα 5.2.1-5 έως 5.2.1-7 παρουσιάζονται τα διαγράμματα των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών της αεροτομής. Συγκεκριμένα στα σχήματα 5.2.1-5 και 5.2.1-6 παρουσιάζονται τα διαγράμματα του αεροδυναμικού συντελεστή της κάθετης C_Y και της παράλληλης C_X δύναμης στη χορδή συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου (Reduced Time), όπου είναι εμφανής η διαφοροποίηση των τιμών από τη μεταβολή των 14° σε 17° της γωνίας πρόπτωσης. Επίσης εμφανίζεται για την χρονική περίοδο $T=350$, μια απότομη αύξηση των τιμών C_Y και C_X που έχει να κάνει με την μεταβατική περίοδο της εισαγωγής της βηματικής μεταβολής και είναι καθαρά υπολογιστικής φύσεως. Στα ίδια σχήματα παρουσιάζονται και οι αντίστοιχοι βρόγχοι αεροδυναμικής υστέρησης συναρτήσει της γωνίας $\hat{a}_{effective}$ που δείχνουν ότι όσο το φαινόμενο βρίσκεται στην μεταβατική κατάσταση τόσο πιο έντονη είναι η λειτουργία του ελεγκτή. Όταν αυτό μεταβεί στην μόνιμη κατάσταση και συγχρόνως επιβληθεί η συγκεκριμένη διέγερση (σχήματα 5.2.1-5(α,β) & 5.2.1-6(α,β)) τότε οι βρόγχοι υστέρησης παρουσιάζουν σημαντική κλίση στην καινούργια μεταβατική περίοδο και αργότερη απόσβεση, αφού το εύρος τους είναι, συγκριτικά μεγαλύτερο.

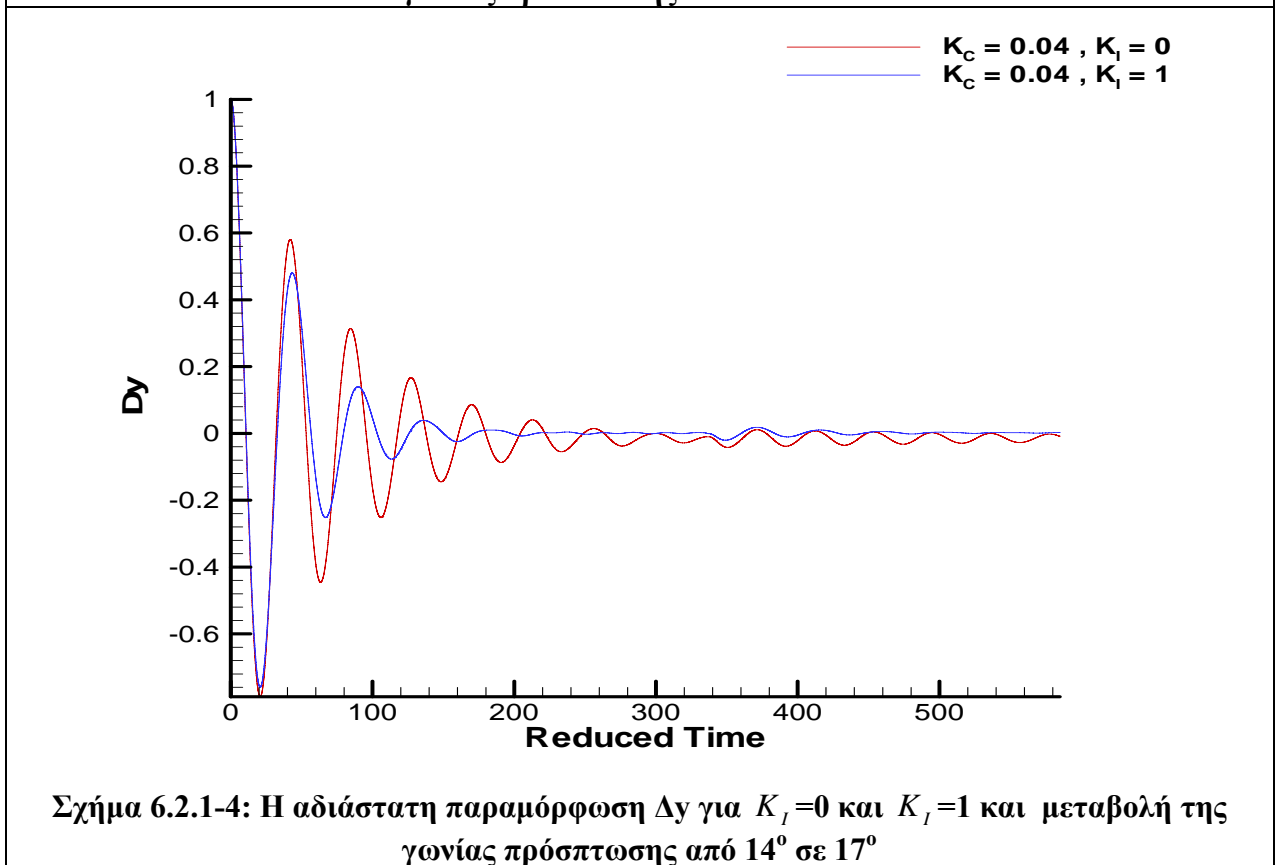
Τέλος στο σχήμα 5.2.1-7 παρουσιάζονται τα διαγράμματα της $\hat{a}_{effective}$ συναρτήσει του χρόνου, καθώς και το % της χορδής σημείου αποκόλλησης της ροής (σχήμα 5.2.1-7(α,β)). Από εδώ, είναι εμφανής τόσο η αλλαγή, όσο και η απόσβεση προς τη μέση τιμή της επαγωγικής γωνίας, αλλά και η αντίστοιχη μετατόπιση του σημείου αποκόλλησης από 0.56 περίπου της χορδής στο 0.46, περίπου όταν η γωνία γίνει 17° .

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι στα διαγράμματα που είναι συναρτήσει του χρόνου, όταν είναι ενεργοποιημένος ο ελεγκτής, παρατηρείται αρχικά μια αύξηση της συχνότητας και μια διαφορά φάσης, η οποία στη συνέχεια του φαινομένου τείνουν να συμπίπτουν με την περίπτωση που δεν υπάρχει ελεγκτής. Αυτό συμβαίνει λόγω της προσθήκης μιας επιπλέον συχνότητας που προέρχεται από την κίνηση της ακμής εκφυγής, η οποία, αφού έχει αποσβεστεί το φαινόμενο, τείνει να γίνει μηδέν.

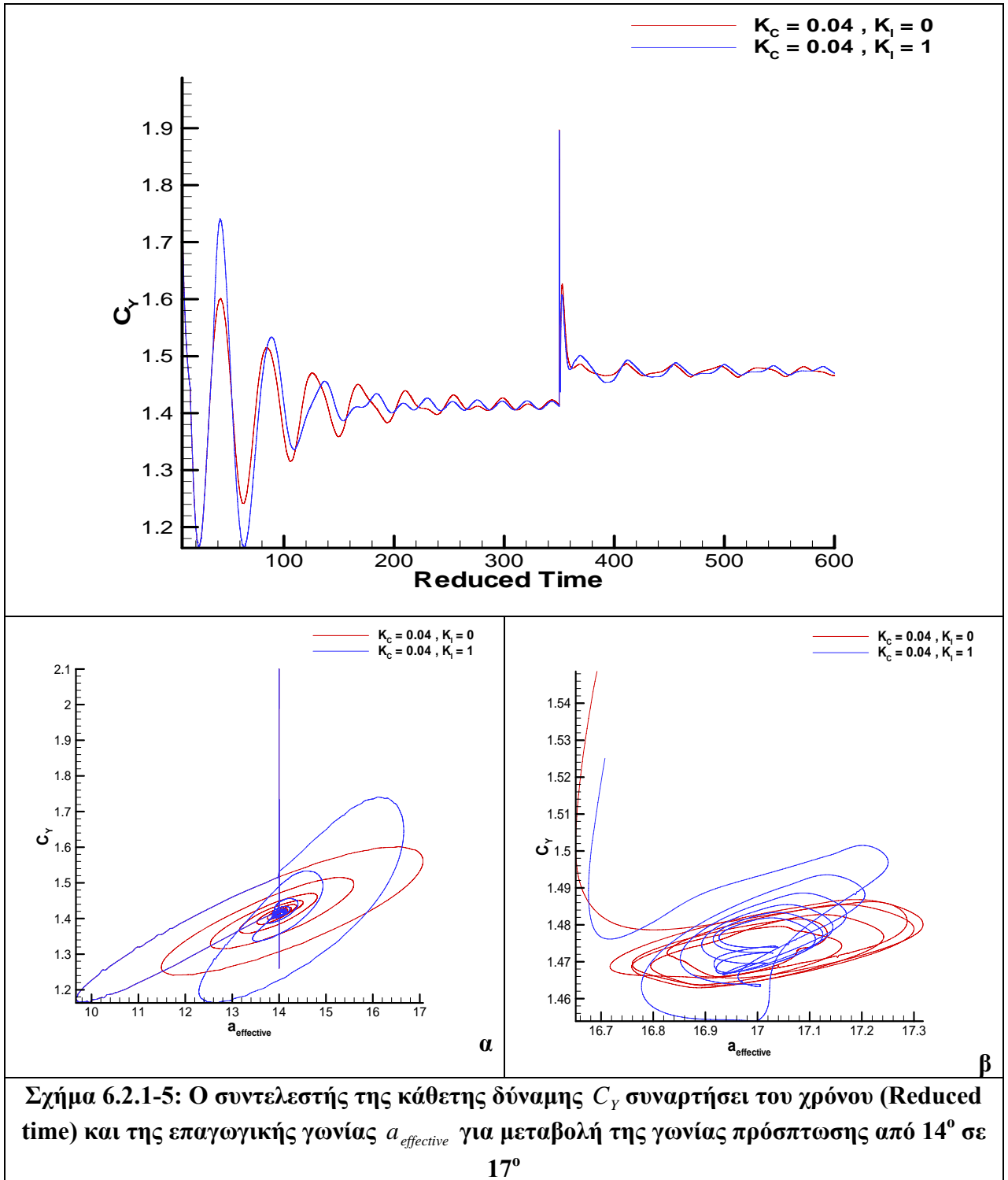




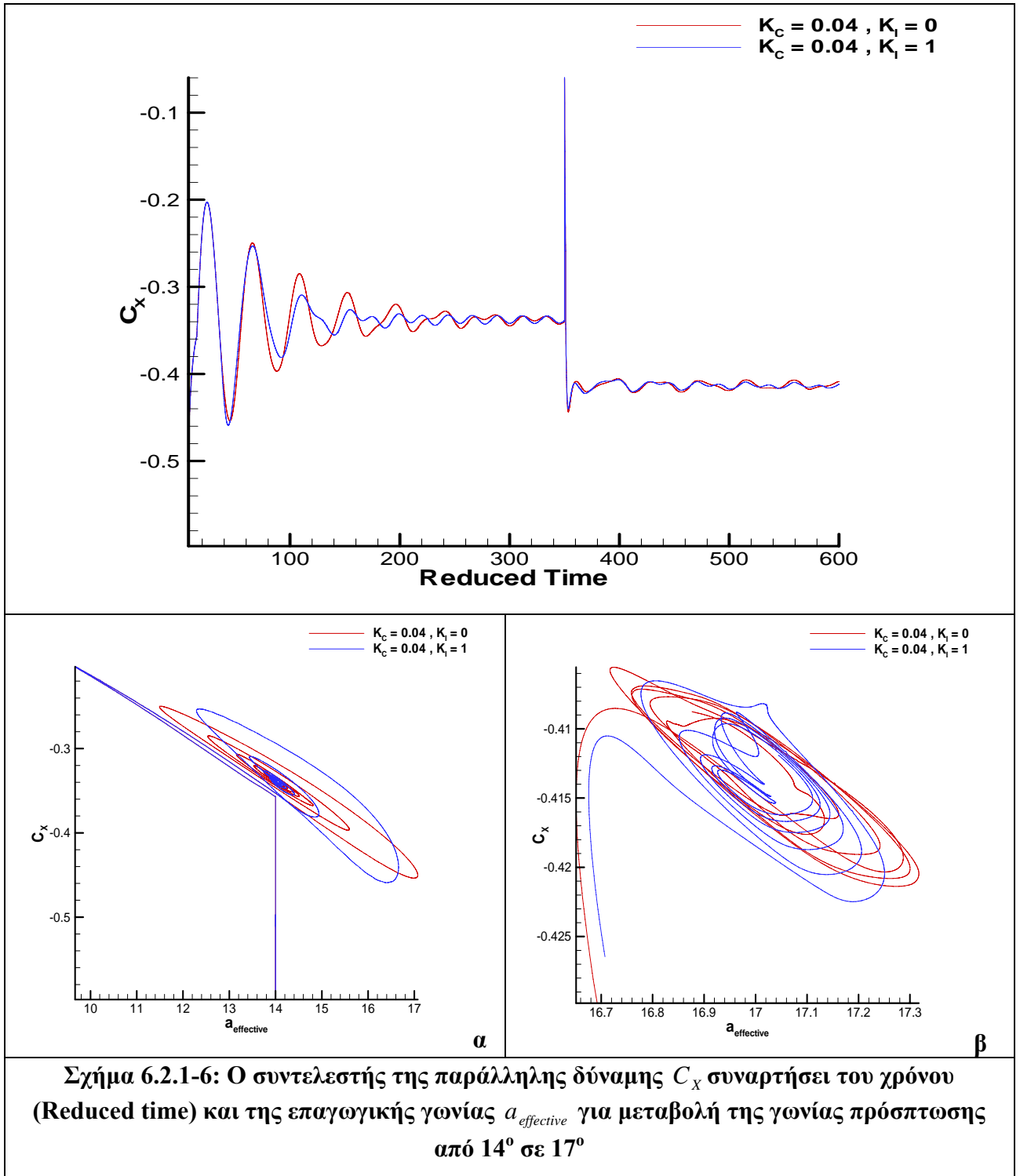
Σχήμα 6.2.1-3: Η ταλάντωση της ακμής εκφυγής για $K_I=0$ και $K_I=1$ και μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης από 14° σε 17°



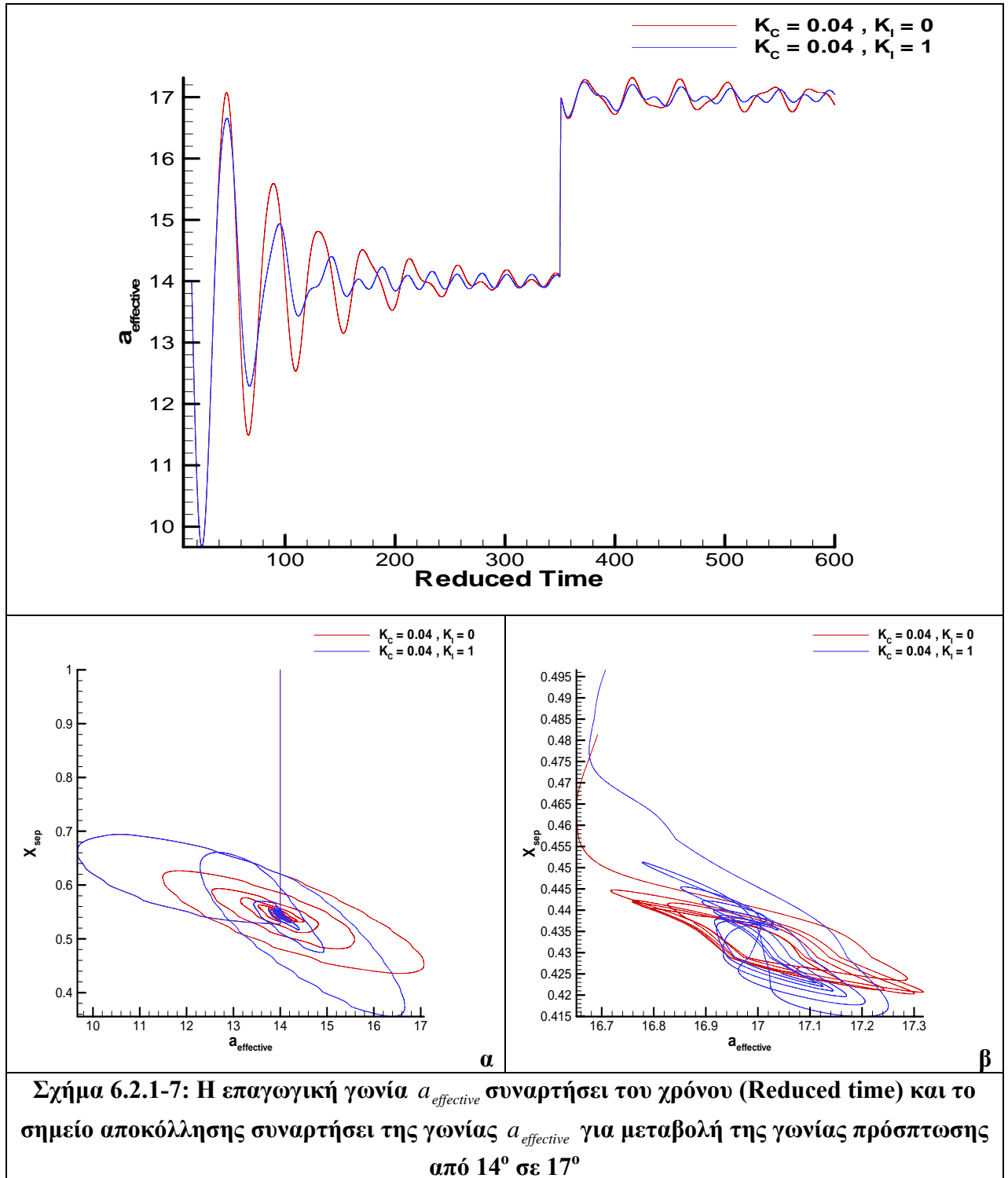
Σχήμα 6.2.1-4: Η αδιάστατη παραμόρφωση Dy για $K_I=0$ και $K_I=1$ και μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης από 14° σε 17°



Σχήμα 6.2.1-5: Ο συντελεστής της κάθετης δύναμης C_y συναρτήσει του χρόνου (Reduced time) και της επαγωγικής γωνίας $a_{\text{effective}}$ για μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης από 14° σε 17°



Σχήμα 6.2.1-6: Ο συντελεστής της παράλληλης δύναμης C_x συναρτήσει του χρόνου (Reduced time) και της επαγωγικής γωνίας $a_{\text{effective}}$ για μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης από 14° σε 17°



Σχήμα 6.2.1-7: Η επαγωγική γωνία $a_{\text{effective}}$ συναρτήσει του χρόνου (Reduced time) και το σημείο αποκόλλησης συναρτήσει της γωνίας $a_{\text{effective}}$ για μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης από 14° σε 17°

6.2.2 Διπλασιασμός του μέτρου της ταχύτητας του ανέμου

Σε αυτή τη παράγραφο παρουσιάζονται οι αεροελαστικές παραμορφώσεις, καθώς και τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής, όταν σε αυτή, μετά την απόσβεση των ελαστικών ταλαντώσεων, προκληθεί διπλασιασμός του μέτρου της ταχύτητας της ροής. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο αριθμός Re παραμένει ίδιος με την προηγούμενη περίπτωση και ίσος με $2 \cdot 10^6$.

Συγκεκριμένα στα σχήματα 5.2.2-1 και 5.2.2-2, που παρουσιάζονται οι παραμορφώσεις της αεροτομής κατά την y και x κατεύθυνση αντίστοιχα. Στο σχήμα 5.2.2-1 παρατηρείται αύξηση του εύρους της ταλάντωσης με την εισαγωγή της βηματικής μεταβολής του μέτρου, συγκριτικά με την προηγούμενη περίπτωση. Αυτή η συμπεριφορά οδηγεί τον ελεγκτή να υπολογίσει μεγαλύτερες γωνίες μετατόπισης της ακμής εκφυγής (σχήμα 5.2.2-3) για να αντισταθμίσει αυτή τη διέγερση.

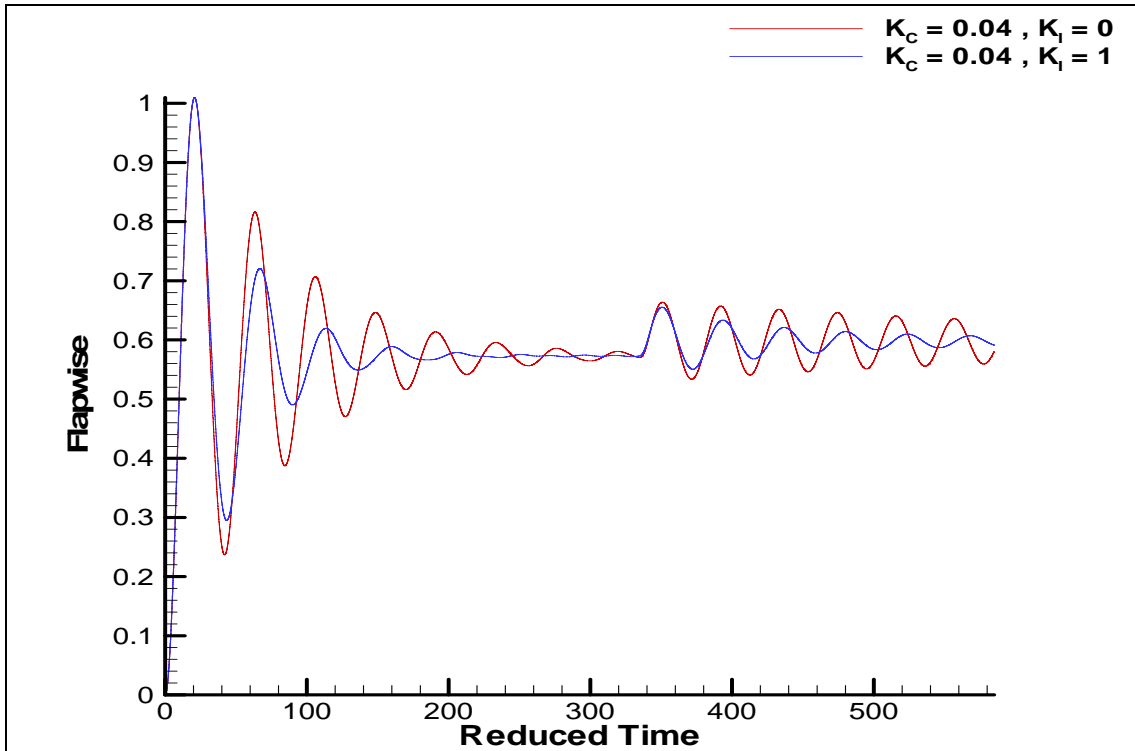
Στο σχήμα 5.2.2-2 όπως και προηγούμενα εμφανίζεται μια μικρή αύξηση του εύρους της ταλάντωσης με την εφαρμογή του ελεγκτή, καθώς επίσης και η διατήρηση αυτού του γεγονότος με την εισαγωγή της συνάρτησης του βήματος. Επίσης παρατηρείται με τον διπλασιασμό της ταχύτητας του ανέμου, η ταλάντωση να έχει μειωμένη κατά 15% μέση τιμή, σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση που διατηρείται η ίδια.

Το σχήμα 5.2.2-4 που δίνει την αδιάστατη διαφορά της y παραμόρφωσης παρουσιάζει σημαντική διαφορά στην κλίση του πλάτους της ταλάντωσης κατά την επίλυση της αεροελαστικότητας σε σχέση με την επίλυση της με την προσθήκη του διπλασιασμού του μέτρου ταχύτητας ανέμου. Ο λόγος που παρατηρούνται σε αυτά τα διαγράμματα εμφανίζονται μεγαλύτερα εύρη ταλάντωσης, είναι διότι με την αύξηση της ταχύτητας του ανέμου, επηρεάζονται όλα τα μεγέθη των ταχυτήτων, αλλά και των επιταχύνσεων τόσο στις αεροελαστικές εξισώσεις όσο και στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής.

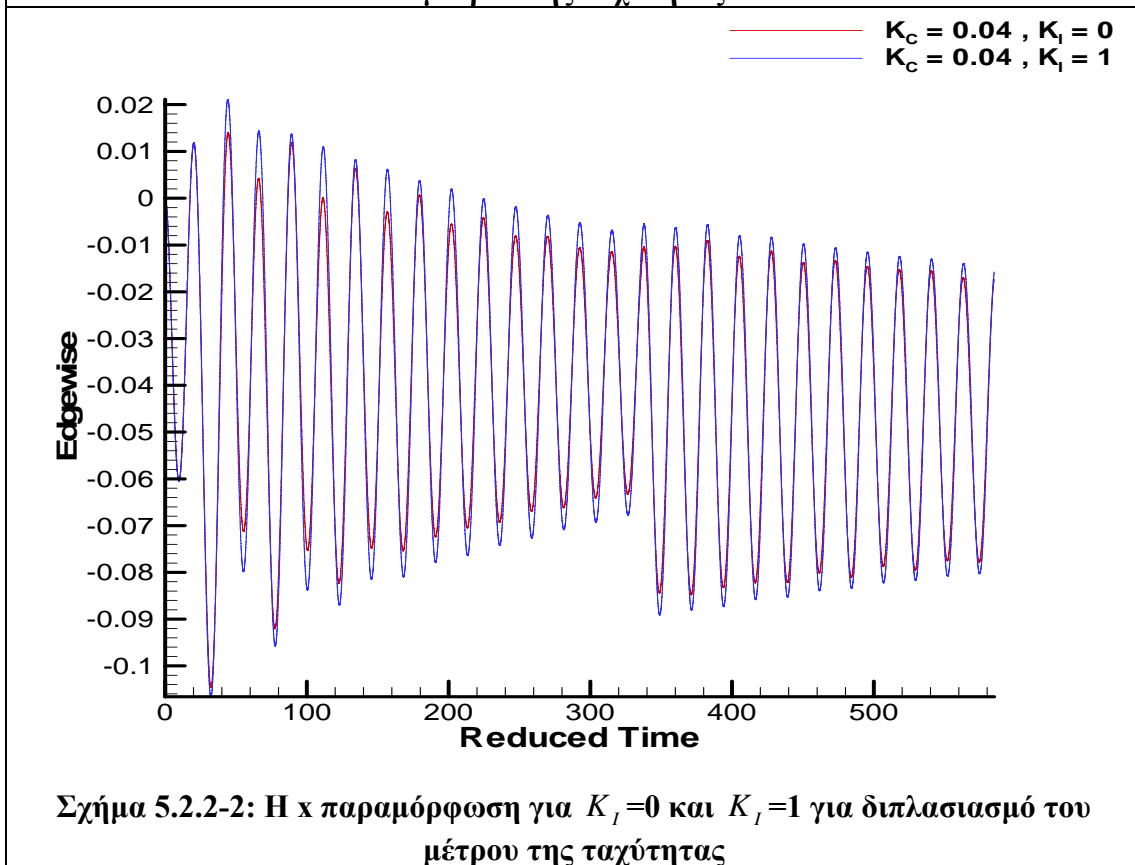
Στη συγκεκριμένη περίπτωση επειδή η γωνιακή ταχύτητα του ρότορα έχει διατηρηθεί σταθερή, με τον διπλασιασμό του διανύσματος της ταχύτητας του ανέμου, ουσιαστικά έχει αυξηθεί και η γωνία πρόσπτωσης του ανέμου. Αποτέλεσμα αυτού τα

μεγαλύτερα εύρη των ταλαντώσεων στις αεροελαστικές παραμορφώσεις, αλλά όπως φαίνεται και στα σχήματα 5.2.2-5 και 5.2.2-6, αυξάνονται και οι συντελεστές του αεροδυναμικού φορτίου. Στα εν λόγω σχήματα που παρουσιάζονται τα διαγράμματα του αεροδυναμικού συντελεστή της κάθετης C_Y και της παράλληλης C_X δύναμης στη χορδή συναρτήσει του αδιάστατού χρόνου (Reduced Time), όπου είναι εμφανές η διαφοροποίηση των τιμών με το διπλασιασμό του μέτρου της ταχύτητας. Στα ίδια σχήματα παρουσιάζονται και οι αντίστοιχοι βρόγχοι αεροδυναμικής υστέρησης συναρτήσει της γωνίας $\hat{a}_{effective}$ που δείχνουν ότι όσο το φαινόμενο βρίσκεται στην μεταβατική κατάσταση τόσο πιο έντονη είναι η λειτουργία του ελεγκτή. Όταν αυτό μεταβεί στην μόνιμη κατάσταση και συγχρόνως επιβληθεί η συγκεκριμένη διέγερση τότε οι βρόγχοι υστέρησης παρουσιάζουν σημαντική κλίση στην καινούργια μεταβατική περίοδο και αργότερη απόσβεση, αφού το εύρος τους είναι, συγκριτικά μεγαλύτερο.

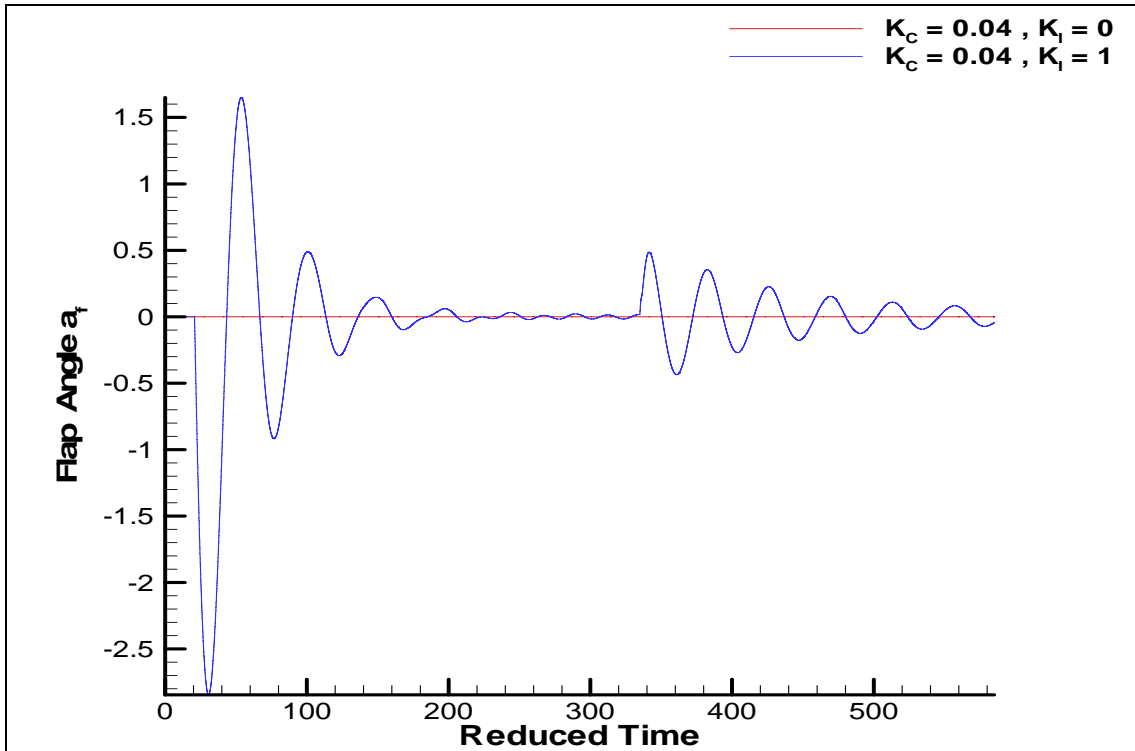
Τέλος στο σχήμα 5.2.2-7 παρουσιάζονται τα διαγράμματα της $\hat{a}_{effective}$ συναρτήσει του χρόνου, καθώς και το % της χορδής σημείου αποκόλλησης της ροής. Από εδώ, είναι εμφανής τόσο η αλλαγή, όσο και η απόσβεση προς τη μέση τιμή της επαγωγικής γωνίας, αλλά και η αντίστοιχη μετατόπιση του σημείου αποκόλλησης από 0.56 περίπου της χορδής στο 0.58, περίπου όταν διπλασιαστεί η ταχύτητα.



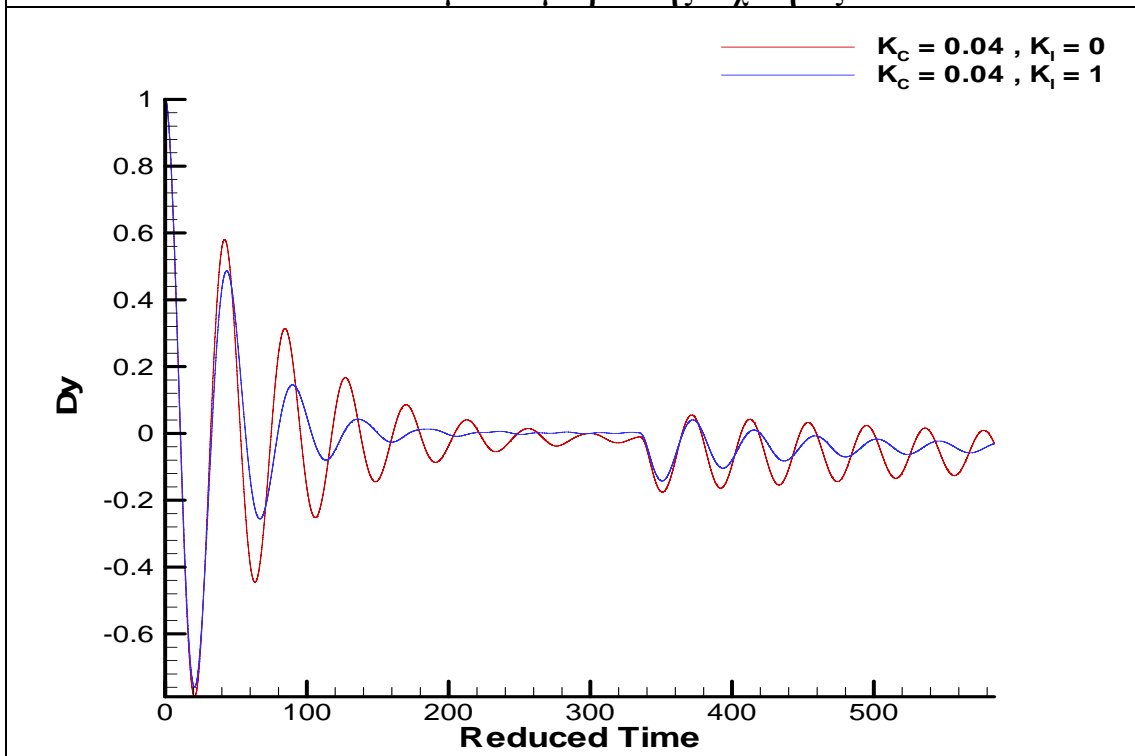
Σχήμα 5.2.2-1: Η y παραμόρφωση για $K_i=0$ και $K_i=1$ για διπλασιασμό του μέτρου της ταχύτητας



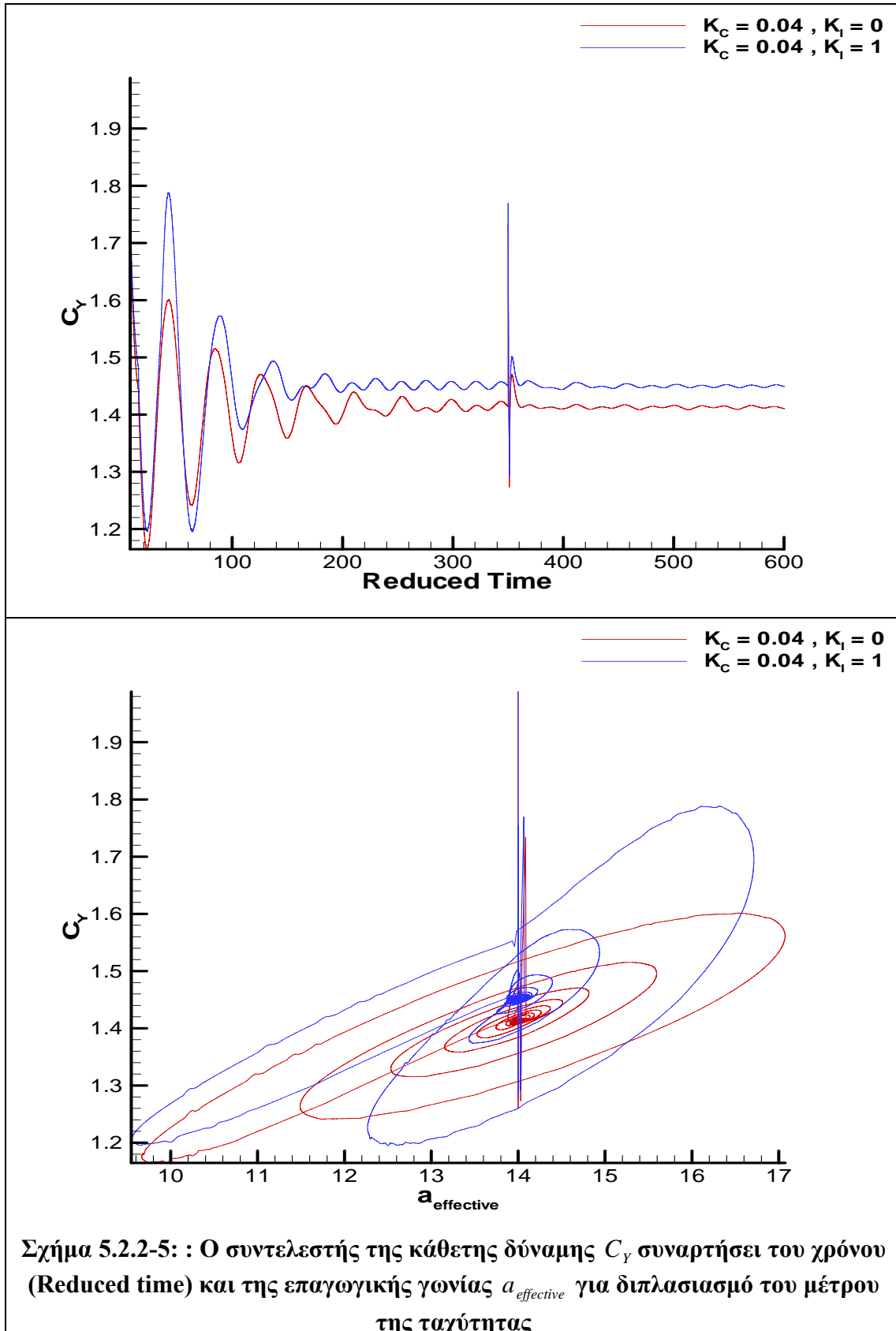
Σχήμα 5.2.2-2: Η x παραμόρφωση για $K_i=0$ και $K_i=1$ για διπλασιασμό του μέτρου της ταχύτητας

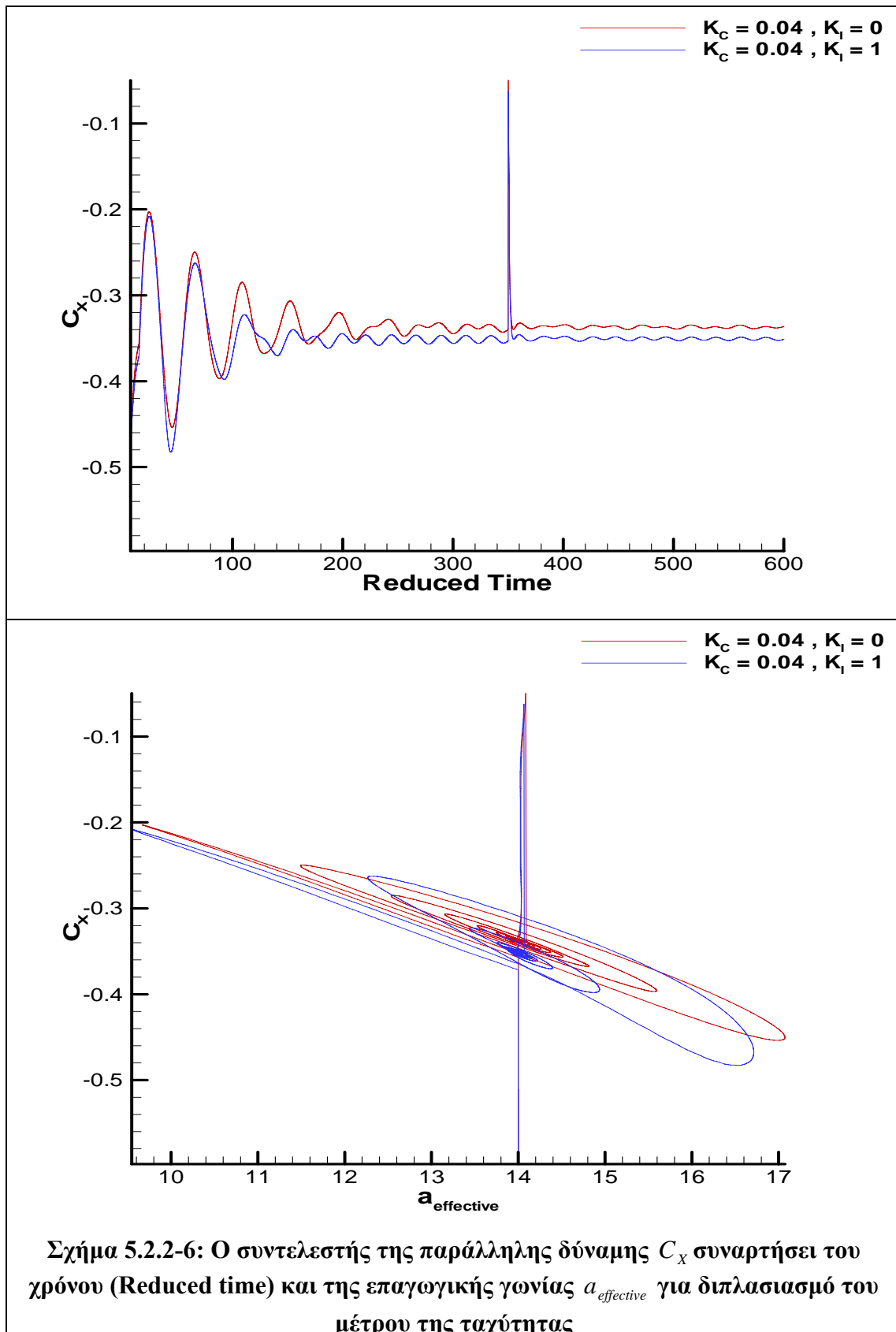


Σχήμα 5.2.2-3: Η ταλάντωση της ακμής εκφυγής για $K_1=0$ και $K_1=1$ για διπλασιασμό του μέτρου της ταχύτητας

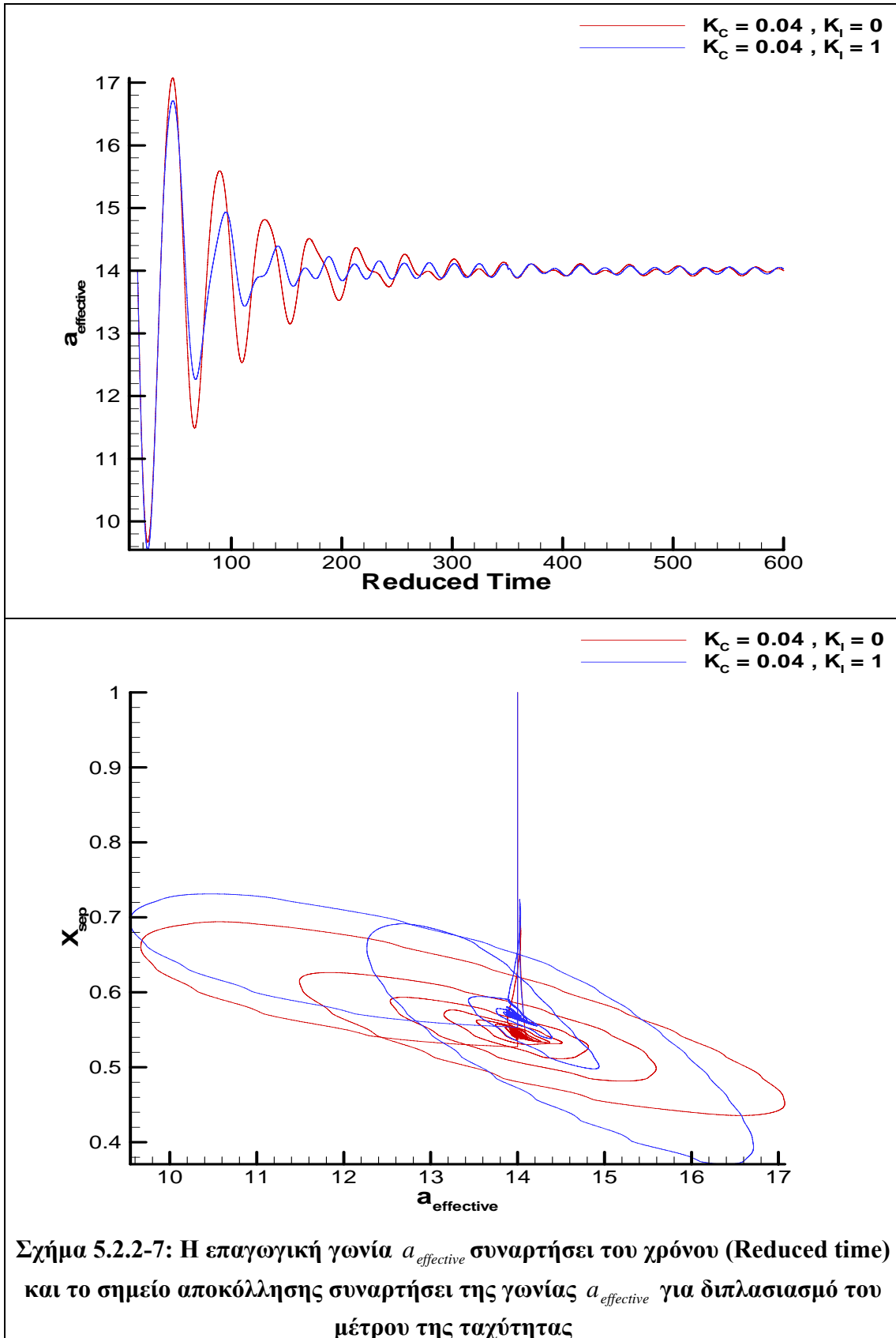


Σχήμα 5.2.2-4: Η αδιάστατη παραμόρφωση Dy για $K_1=0$ και $K_1=1$ για διπλασιασμό του μέτρου της ταχύτητας





Σχήμα 5.2.2-6: Ο συντελεστής της παράλληλης δύναμης C_x συναρτήσει του χρόνου (Reduced time) και της επαγωγικής γωνίας $a_{\text{effective}}$ για διπλασιασμό του μέτρου της ταχύτητας



Σχήμα 5.2.2-7: Η επαγωγική γωνία $a_{\text{effective}}$ συναρτήσσει του χρόνου (Reduced time) και το σημείο αποκόλλησης συναρτήσσει της γωνίας $a_{\text{effective}}$ για διπλασιασμό του μέτρου της ταχύτητας

6.3 Ημιτονοειδής διέγερση ανέμου

6.3.1 Εισαγωγή

Σκοπός της διέγερσης αυτής είναι να παρατηρηθεί η συμπεριφορά, αρχικά της αεροτομής κάτω από το πρίσμα των αεροελαστικών εξισώσεων και εν συνεχεία η επίδραση του ελεγκτή υπό συνθήκες συνεχούς διεγέρσεως και για την ακρίβεια ημιτονοειδούς. Έτσι η γωνία πρόσπτωσης του ανέμου δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται με ημιτονοειδή μορφή γύρω από μια μέση τιμή του τύπου :

$$a_{wind} = a_{0,wind} + a_{1,wind} \cdot \sin(\omega_{wind} \cdot t)$$

όπου a_{wind} είναι η γωνία πρόσπτωσης του ανέμου, $a_{0,wind}$ το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης, $a_{1,wind}$ το πλάτος της ταλάντωσης και ω_{wind} η συχνότητα της ταλάντωσης.

Λόγω της ημιτονοειδούς μορφής της διέγερσης η μόνιμη κατάσταση, όπου η αεροελαστικότητα θα έχει αποσβεσθεί, δεν θα είναι μία συγκεκριμένη τιμή στην οποία το φαινόμενο θα συγκλίνει αλλά θα έχει ένα εύρος τιμών το οποίο θα εξαρτάται από τις παραμέτρους της παραπάνω εξίσωσης. Συγκεκριμένα το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης, το πλάτος της και η συχνότητα που αυτή εκτελείται, είναι το ίδιο ικανοί παράμετροι που σε συνδυασμό με τις παραμέτρους του ελαστικού προβλήματος, να δώσουν πληθώρα διαφορετικών αποτελεσμάτων.

6.3.2 Συνθήκες του προβλήματος - Αποτελέσματα

Η διερεύνηση θα περιοριστεί σε πολύ συγκεκριμένες παραμέτρους τόσο για την γωνία πρόσπτωσης, όσο και για τις παραμέτρους που ορίζουν το αεροελαστικό πρόβλημα. Επειδή σημαντικό ενδιαφέρον έχει να εξεταστεί η αεροτομή σε κατάσταση απώλειας στήριξης, τίθεται το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης (που συγχρόνως είναι και η μέση τιμή) με $a_{0,wind} = 14^\circ$ και το πλάτος της με $a_{1,wind} = 2^\circ$, που σημαίνει ότι η γωνία πρόσπτωσης θα κυμαίνεται μεταξύ 12° και 16° . Ένας άλλος σημαντικός παράγοντας είναι η αδιάστατη συχνότητα ω_{wind} της ταλάντωσης η οποία παίρνει τιμές 0.1, 0.2 και 0.3. Αυτή η παράμετρος έχει το ειδικό ενδιαφέρον, ότι αν επιλεγεί μια συχνότητα κοντά στην ιδιοσυχνότητα του συστήματος, τότε είναι πολύ πιθανό να υπάρξει συντονισμός. Σε αυτή την περίπτωση είναι σημαντικό να παρατηρηθεί η επίδραση του ελεγκτή.

Η αεροτομή που χρησιμοποιήθηκε, και σε αυτή τη περίπτωση, είναι μια NACA- 63419 στην οποία δύο γραμμικά ελατήρια αντιπροσωπεύουν τους δύο βαθμούς ελευθερίας κατά την αξονική κάμψη y και την περιφερειακή κάμψη x . Είναι τοποθετημένα κάθετα και παράλληλα, αντιστοίχως στην χορδή της αεροτομής με σημείο αναφοράς το αεροδυναμικό κέντρο, το οποίο θεωρήθηκε ότι συμπίπτει με αεροελαστικό και είναι το 25% της χορδής. Οι αδιάστατες συχνότητες των ελαστικών παραμορφώσεων είναι $\omega_y = 4$ για την αξονική κάμψη και $\omega_x = 7$ για την περιφερειακή κάμψη, οι λόγοι απόσβεσης κάθε κατεύθυνσης τέθηκαν ίσοι με μηδέν ($\xi_y = \xi_x = 0$), ο συντελεστής αδράνειας είναι ίσος με $R_f = 0.02$, ενώ η αδιάστατη συχνότητα k_c με 0.05.

Το σχήμα 6.3.2-1 παρουσιάζει την παραμόρφωση στην κάθετη κατεύθυνση y για κάθε μία από τις συχνότητες διέγερσης του ανέμου, συναρτήσει του χρόνου. Σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρείται μείωση του εύρους των ταλαντώσεων με την ενεργοποίηση του ελεγκτή. Βέβαια αυτό που αποτυπώνεται στα διαγράμματα, ουσιαστικά είναι η μεταβατική περίοδο του φαινομένου. Το γεγονός αυτό δεν μπορεί να οδηγήσει σε ασφαλή συμπεράσματα για την απόκριση του ελεγκτή, παρά μόνο όταν το φαινόμενο περάσει στη μόνιμη κατάσταση και μείνει μόνο η ημιτονοειδής διέγερση του ανέμου αποτυπωμένη στη μεταβολή της y κατεύθυνσης. Αξίζει όμως να σημειωθεί ότι για τιμή $\omega_{wind} = 0.2$ (σχήμα 6.3.2-1(β)) από τη μία παρατηρείται συνεχής αύξηση της παραμόρφωσης για $K_f = 0$, ενώ για $K_f = 1$ η ταλάντωση δείχνει να έχει σταθερό πλάτος. Αυτό το γεγονός υποδηλώνει ότι η τιμή της συχνότητας του ανέμου πρέπει να είναι κοντά σε μια από τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος ώστε, πιθανά να οδηγηθεί το φαινόμενο σε αστάθεια. Παρόλα αυτά το γεγονός αυτό χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση για να δώσει πιο ασφαλή αποτελέσματα.

Το σχήμα 6.3.2-2 που παρουσιάζει την x παραμόρφωση της αεροτομής για τις ίδιες συχνότητες δείχνει μια μικρή διαφοροποίηση ως προς αυτή τη κατεύθυνση όταν ενεργοποιηθεί ο ελεγκτής.

Το σχήμα 6.3.2-3 παρουσιάζει την μεταβολή της γωνίας της ακμής εκφυγής συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου. Αυτά τα διαγράμματα, είναι ουσιαστικά η αιτία που αποτυπώνονται τέτοιου είδους αποτελέσματα όσο αφορά την συμπεριφορά του

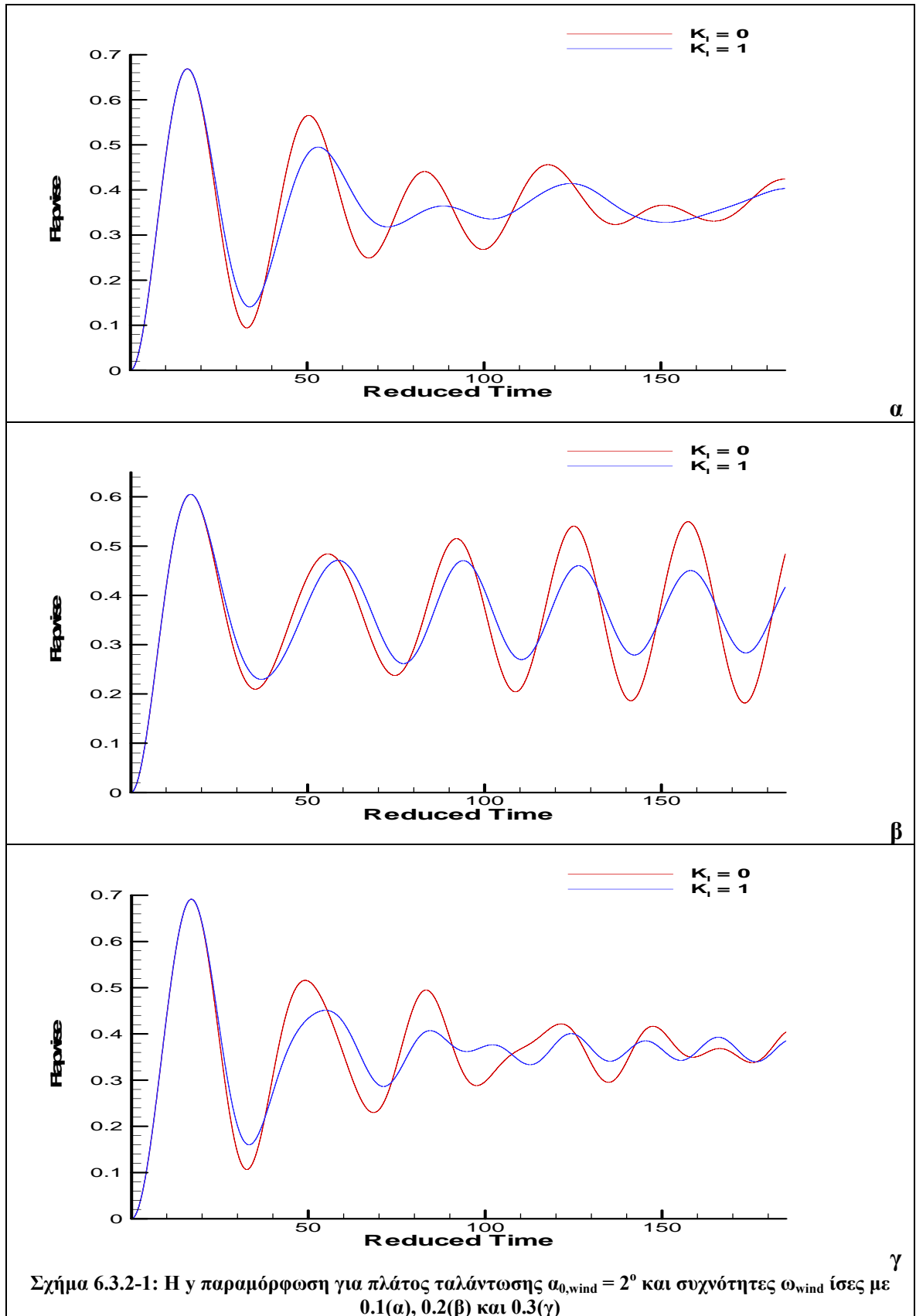
ελεγκτή στο σχήμα 6.3.2-1. Εδώ παρατηρείται ότι για $\omega_{\text{wind}} = 0.1$ (σχήμα 6.3.2-3(α)) και $\omega_{\text{wind}} = 0.3$ (σχήμα 6.3.2-3 (γ)) η γωνία α_f από τη 4^η περίοδο και μετά ταλαντώνεται με μικρότερο πλάτος από ότι αρχικά, γεγονός που υπονοεί ότι η διέγερση από τις ελαστικές εξισώσεις τείνει να αποσβεσθεί και να μείνει μόνο η διέγερση του ανέμου. Δεν συμβαίνει το ίδιο και για την τιμή $\omega_{\text{wind}} = 0.2$ (σχήμα 6.3.2-5(β)) όπου η γωνία α_f από το δεύτερο κύκλο και μετά μοιάζει να έχει σταθερό πλάτος 1° και συχνότητα ίδια με αυτή της y κατεύθυνσης, με μια μικρή διαφορά φάσης που οφείλεται στην ενεργοποίηση του ελεγκτή. Αυτή η παρατήρηση πιστοποιεί το γεγονός ότι για να μειωθούν οι ήδη μεγάλες παραμορφώσεις κατά την y κατεύθυνση, χρειάζεται μια ικανή απόκριση από τον ελεγκτή στην γωνία της ακμής εκφυγής προς αυτή τη κατεύθυνση.

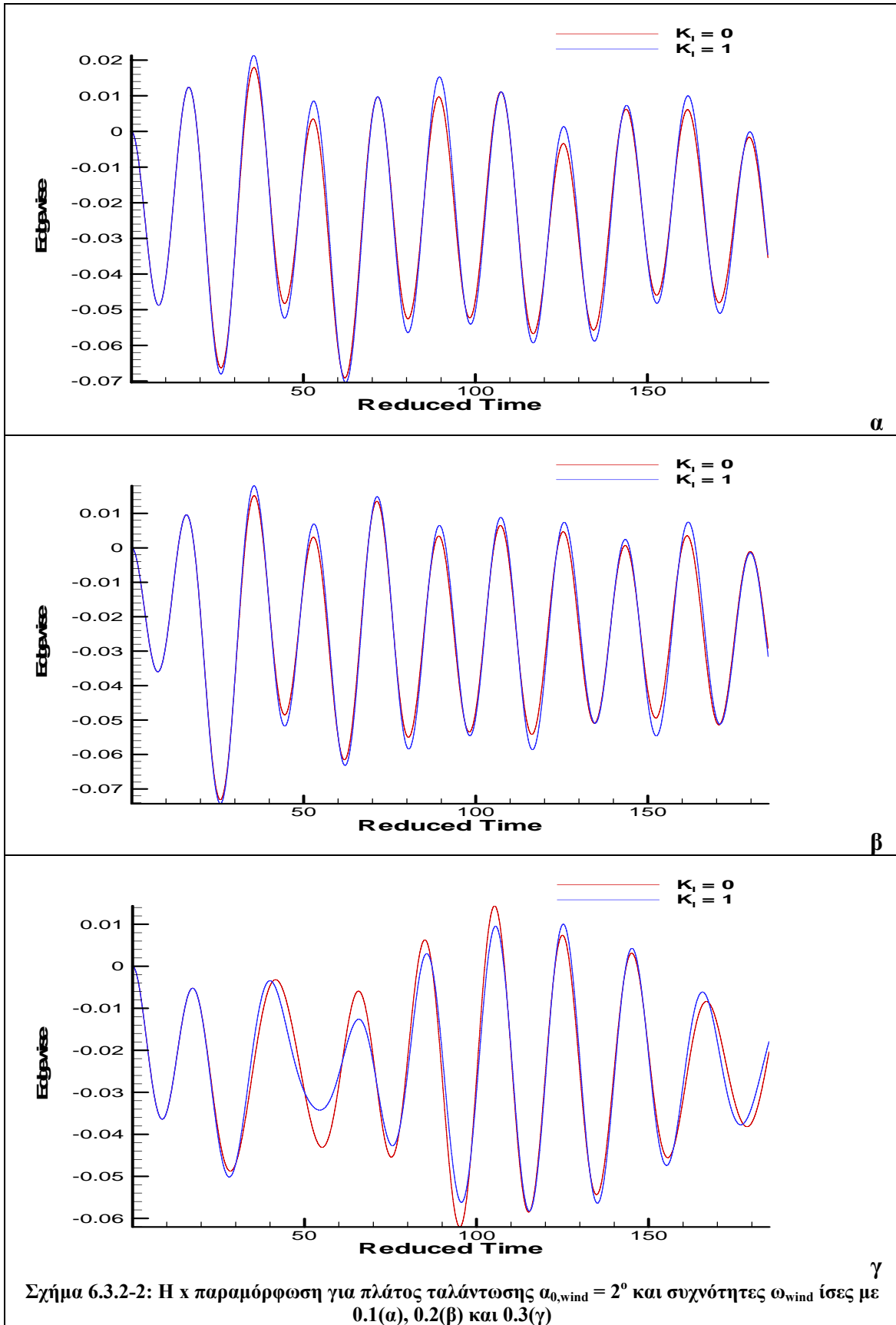
Στο σχήμα 6.3.2-4 αποτυπώνεται ο αεροδυναμικός συντελεστής της κάθετης δύναμης C_y συναρτήσεως του αδιάστατου χρόνου (αριστερά) και της επαγωγικής γωνίας $\alpha_{\text{effective}}$ (δεξιά). Όπως παρατηρείται με τη ενεργοποίηση του ελεγκτή το εύρος της δύναμης μειώνεται, για όλες τις τιμές συχνότητας του ανέμου. Από την άλλη, οι βρόγχοι αεροδυναμικής υστέρησης που αποτυπώνονται στα διαγράμματα της δύναμης συναρτήσεως της γωνίας, διακρίνονται τα μικρότερα πλάτη με μια, σχετικά, μικρή κλίση και μικρό εύρος των βρόγχων. Εδώ πρέπει να σημειωθεί η μεγάλη κλίση του βρόχου που παρουσιάζεται για $\omega_{\text{wind}} = 0.2$ (σχήμα 6.3.2-4 (β)) όταν είναι ενεργοποιημένος ο ελεγκτής, που υποδηλώνει ότι από τη 3^η περίοδο και η αεροτομή έχει πολύ μικρό αεροδυναμικού συντελεστή ο οποίος, ουσιαστικά από την επαγωγική γωνία.

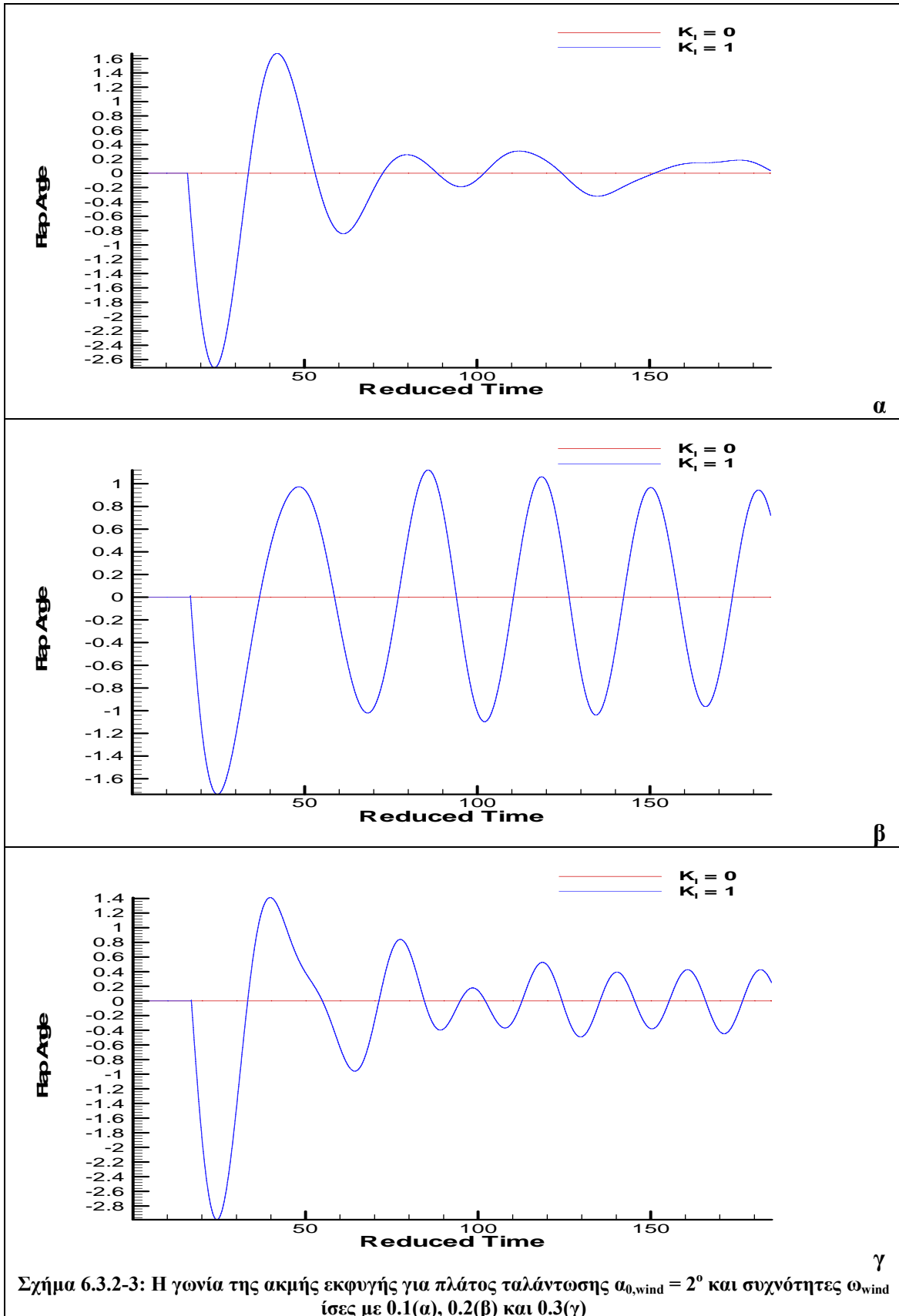
Ο συντελεστής της παράλληλης δύναμης στη χορδή C_x (σχήμα 6.3.2-5) παρουσιάζεται τόσο συναρτήσεως του αδιάστατου χρόνου, όσο και με την επαγωγική γωνία $\alpha_{\text{effective}}$. Εδώ παρατηρείται μια μικρή διαφοροποίηση, στο πλάτος για $\omega_{\text{wind}} = 0.1$ (σχήμα 6.3.2-5(α)), ενώ για $\omega_{\text{wind}} = 0.2$ (σχήμα 6.3.2-5(β)) μετά το 4^ο κύκλο η ενεργοποίηση του ελεγκτή δείχνει να διπλασιάζει το εύρος της δύναμης το οποίο μεταφράζεται σε αύξηση του συντελεστή οπισθέλκουσας C_D . Στη συχνότητα $\omega_{\text{wind}} = 0.3$ (σχήμα 6.3.2-5(γ)), ο ελεγκτής παρουσιάζει σημαντική απόσβεση στη δύναμη, το οποίο αποτυπώνεται και στο αντίστοιχο διάγραμμα του αεροδυναμικού βρόγχου υστέρησης με την μείωση της κλίσης του.

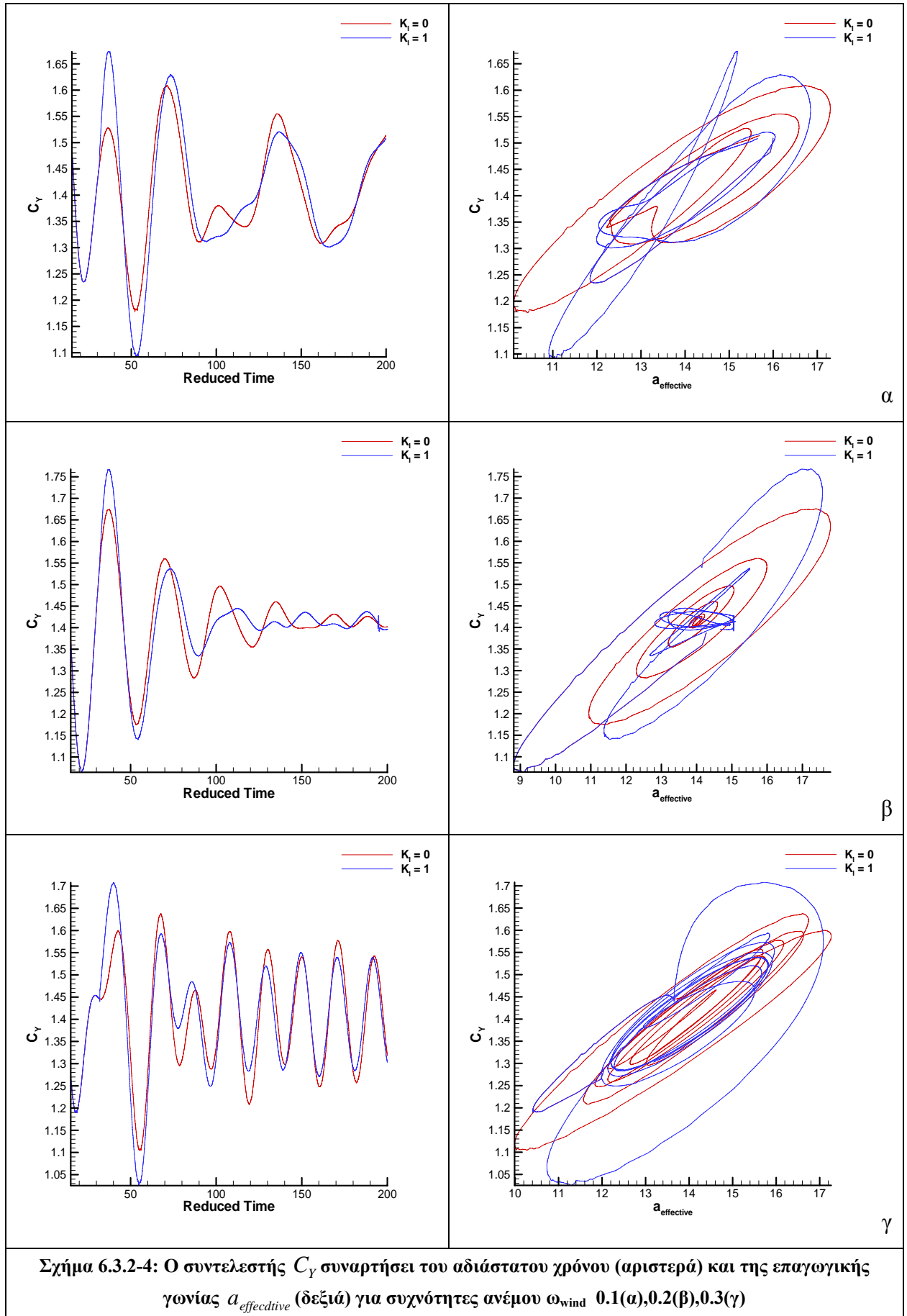
Τέλος το σχήμα 6.3.2-6 δείχνει την εξέλιξη της $\alpha_{\text{effective}}$ συναρτήσεως του χρόνου (αριστερά) αλλά και το % της χορδής, σημείο αποκόλλησης της ροής(δεξιά). Όσον

αφορά την εξέλιξη της στο χρόνο, η συμπεριφορά της είναι παρόμοια με εκείνη που εμφανίζεται στα αντίστοιχα διαγράμματα της C_x για κάθε τιμή της συχνότητας. Όσον αφορά το % της χορδής, σημείο αποκόλλησης για τη τιμή $\omega_{wind} = 0.2$ (σχήμα 6.3.2-6(β)) φαίνεται να περιορίζεται μεταξύ 0.56 και 0.54 μειώνοντας την κλίση του βρόγχου, ενώ για τις τιμές $\omega_{wind} = 0.1$ (σχήμα 6.3.2-6(α)) και $\omega_{wind} = 0.3$ (σχήμα 6.3.2-6(γ)) παρουσιάζει ελάχιστα μειωμένο εύρος.

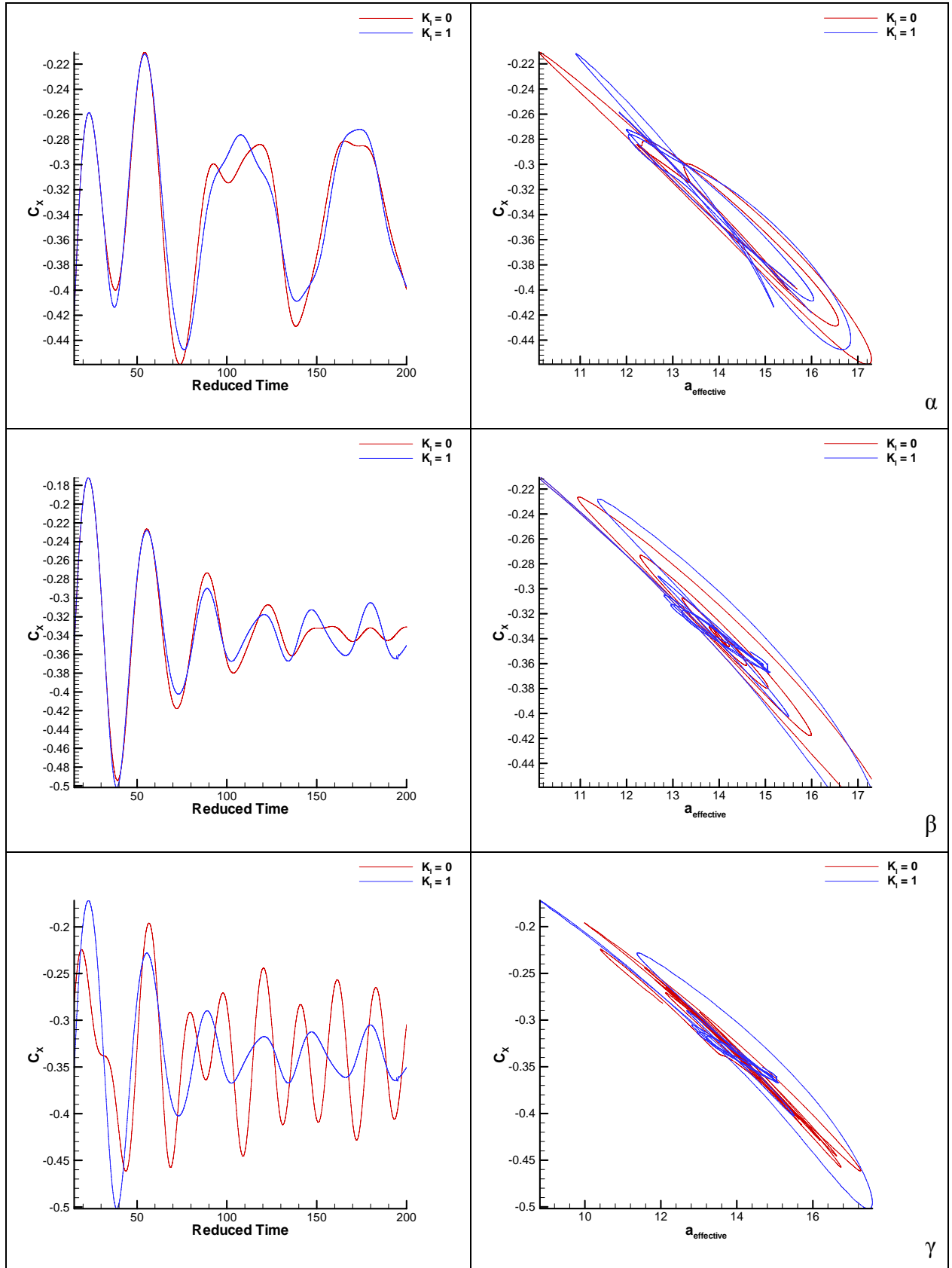




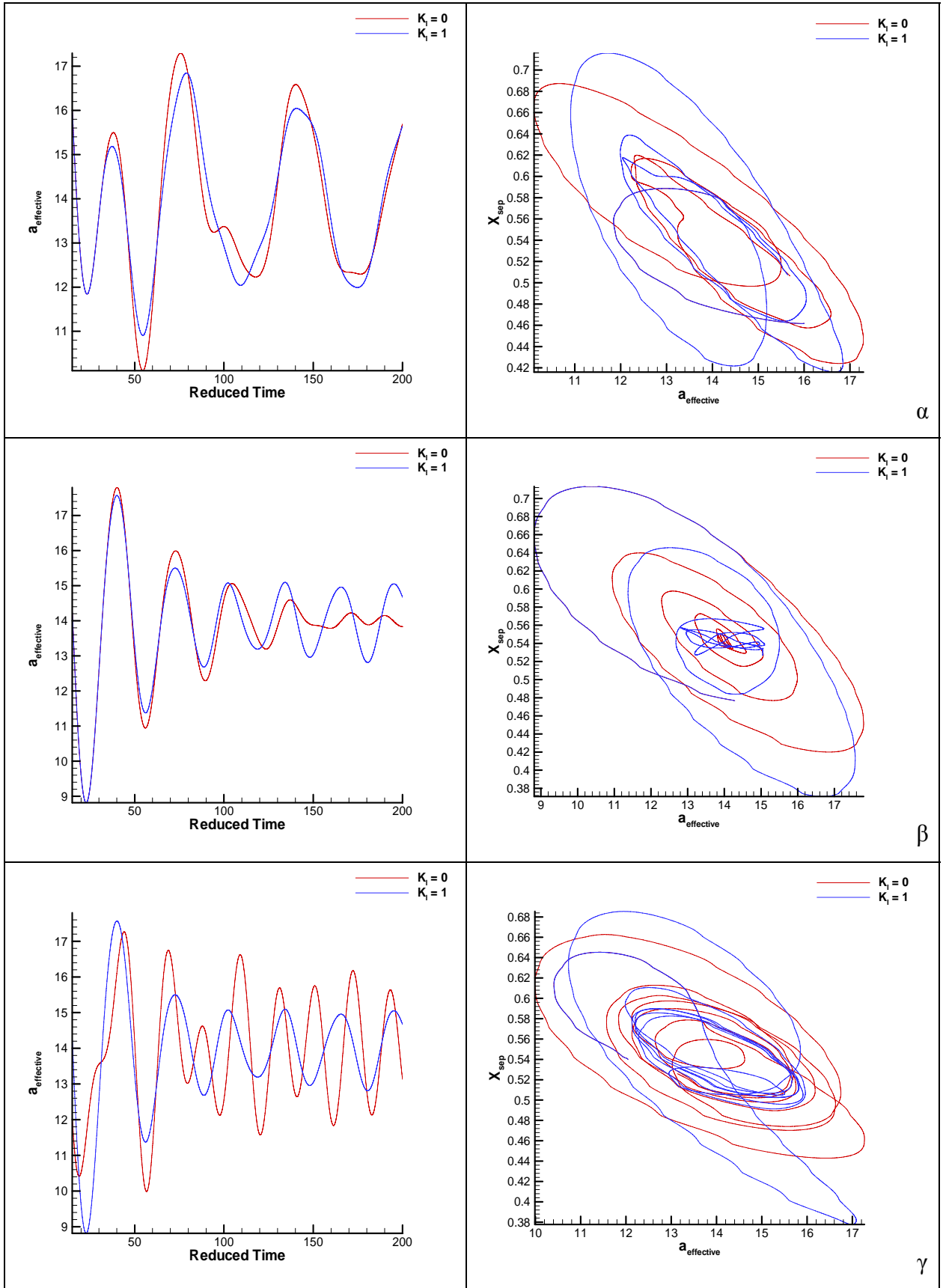




Σχήμα 6.3.2-4: Ο συντελεστής C_γ συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου (αριστερά) και της επαγωγικής γωνίας $a_{\text{effective}}$ (δεξιά) για συχνότητες ανέμου ω_{wind} 0.1(α), 0.2(β), 0.3(γ)



Σχήμα 6.3.2-5: Ο συντελεστής C_x συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου (αριστερά) και της επαγωγικής γωνίας $a_{effective}$ (δεξιά) για συχνότητες ανέμου ω_{wind} 0.1(α),0.2(β),0.3(γ)



Σχήμα 6.3.2-6: Η επαγωγική γωνία $a_{effective}$ συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου (αριστερά) και του σημείου αποκόλλησης X_{sep} (δεξιά) για συχρότητες ανέμου ω_{wind} 0.1(α),0.2(β),0.3(γ)

Κεφάλαιο 7ο

Συμπεράσματα

Το παρόν κεφάλαιο θα συνοψίσει τα συμπεράσματα που εξάχθηκαν από τα αποτελέσματα των προηγούμενων κεφαλαίων και συγχρόνως θα προταθούν περαιτέρω κινήσεις για την λεπτομερέστερη μελέτη του φαινομένου.

Όπως προαναφέρθηκε χρησιμοποιήθηκε μια αεροτομή τύπου NACA – 63419 η οποία εκτέθηκε σε διδιάστατη μη μόνιμη – μη συνεκτική ροή, εφαρμόζοντας σε αυτή, μεταβλητής γεωμετρίας ακμή εκφυγής (flap). Η διερεύνηση αρχικά έγινε για μετατοπισμένη ακμή εκφυγής, στη συνέχεια το flap τέθηκε σε εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Ολοκληρώνοντας αυτόν το πρώτο κύκλο, που ουσιαστικά λειτούργησε ως επιβεβαίωση της επίδρασης του flap στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής, στη συνέχεια προστέθηκε και ο υπολογισμός της αεροελαστικότητας. Από τις παραμορφώσεις των βαθμών ελευθερίας που την χαρακτηρίζουν και συγκεκριμένα για την κάθετη στη χορδή αξονική κάμψη (y κατεύθυνση) οδηγήθηκε ένας PI – ελεγκτής, με βασική λειτουργία τη μείωση αυτών των παραμορφώσεων.

Ο ελεγκτής αυτός έχοντας ως σήμα εισόδου την y παραμόρφωση μετέφρασε, με βάση την επιτάχυνση και την ταχύτητα αυτής της παραμόρφωσης, ως σήμα εξόδου τη γωνία που πρέπει να μετατοπιστεί το flap. Η μετατόπιση του flap ήταν τέτοιας μορφής που αντιτίθετο στην αυτοδιεγειρόμενη κίνηση της αεροτομής που προκαλείται από το φαινόμενο του κλασσικού πτερυγισμού και του πτερυγισμού σε κατάσταση απώλειας στήριξης.

Τέλος αυτά τα φαινόμενα λόγω της αεροδυναμικής απόσβεσης (η δομική απόσβεση τέθηκε με μηδέν), έδωσαν αποτελέσματα τόσο για τον ελεγκτή, όσο και για την εξέλιξη του φαινομένου που αφορούν την μεταβατική περίοδο της κατάστασης. Για να εξεταστεί η επίδραση του ελεγκτή σε απότομη αλλαγή των χαρακτηριστικών της ροής, κατά τη μόνιμη κατάσταση του φαινομένου εισήχθη η έννοια της εξωτερικής διέγερσης της γωνίας πρόσπτωσης του αέρα.

Έτσι λοιπόν διερευνήθηκε η εισαγωγή συνάρτησης μοναδιαίου βήματος με αλλαγή του μέτρου και της κατεύθυνση της ροής του αέρα και στη συνέχεια δίνοντας μια ταλαντωτική συμπεριφορά ημιτονοειδούς μορφής, στη γωνία πρόσπτωσης του

ανέμου. Οι δύο αυτές μορφές εξωτερικής διέγερσης εξετάστηκαν για την περίπτωση πτερυγισμού σε κατάσταση απώλειας στήριξης.

Με βάση τη παραπάνω μεθοδολογία, τα συμπεράσματα που εξήχθησαν για την NACA – 63419 με γεωμετρικά μεταβλητή ακμή εκφυγής είναι τα εξής :

- Αρχικά, είναι δυνατόν να προτυποποιηθεί μια αεροτομή με μεταβλητή ακμή εκφυγής η οποία θα οδηγείται από έναν ελεγκτή.
- Η εφαρμογή της μεταβλητής ακμής εκφυγής (flap) επηρεάζει τα αεροδυναμικά και αεροελαστικά χαρακτηριστικά μιας αεροτομής.
- Ο ελεγκτής που χρησιμοποιήθηκε ήταν ένας PI – ελεγκτής, στον οποίο το αναλογικό κέρδος K_p τέθηκε ίσο με μηδέν αφού, η επιτρεπτή τιμή λειτουργίας του $K_p = 0.012$, δεν έδειξε να επηρεάζει ιδιαίτερα τα αποτελέσματα.
- Η διερεύνηση έγινε για τον κλασσικό πτερυγισμό και για τον πτερυγισμό σε κατάσταση απώλειας στήριξης δίνοντας σαφή μείωση των αεροελαστικών φορτίων για όλες τις τιμές του K_I .
- Στα αποτελέσματα σημαντικός παράγοντας στην εξέλιξη του φαινομένου έπαιξε η αεροδυναμική απόσβεση των φαινομένων. Συνεπώς τα αποτελέσματα έδειξαν μείωση του φορτίου στη μεταβατική κατάσταση του φαινομένου καθώς και τάση γρηγορότερης απόσβεσής του.
- Με την εισαγωγή μοναδιαίας βαθμίδας συνάρτησης παρατηρήθηκε γρήγορη αντίδραση του ελεγκτή αλλά με μεγαλύτερη αεροδυναμική απόσβεση στη περίπτωση της κατάστασης απώλειας στήριξης.
- Η ημιτονοειδής διέγερση του ανέμου δεν δίνει τόσο σαφή αποτελέσματα όσον αφορά την μόνιμη κατάσταση του φαινομένου, αλλά παρόλα αυτά η παρουσία του ελεγκτή επιδρά σημαντικά στη μείωση της παραμόρφωσης, αλλά και στην διατήρηση σταθερού πλάτους παραμόρφωσης για περιπτώσεις που είναι ασταθείς (για $\omega_{wind} = 0.2$).

Τα συμπεράσματα αυτά οδηγούν στη ανάγκη περαιτέρω διερεύνησης του προτύπου αυτού. Προς αυτή την κατεύθυνση θα βοηθούσε μια εκτεταμένη παραμετρική ανάλυση λειτουργίας πτερυγίου ανεμογεννήτριας υπό πραγματικές συνθήκες, καθώς και η επίδραση του ελεγκτή εφόσον η αεροτομή εκτεθεί σε τυρβώδη

άνεμο. Στη συνέχεια θα μπορούσε να εξεταστεί η εφαρμογή στις τρεις διαστάσεις έχοντας μια συνολική εικόνα τόσο του ελεγκτή αλλά και της πιθανής θέσης και μήκους του flap στο πτερύγιο. Συνοπτικά οι μελλοντικές ενέργειες είναι :

- Διερεύνηση επίδρασης τυρβώδους ανέμου τόσο στα αεροδυναμικά, όσο και αεροελαστικά χαρακτηριστικά της αεροτομής.
- Παραμετρική ανάλυση πραγματικών συνθηκών λειτουργίας πτερυγίου ανεμογεννήτριας
- Εφαρμογή του προτύπου προσαρμοσμένο στις τρεις διαστάσεις.

Βιβλιογραφία

1. Peter B. Andersen, 2005, "Load Alleviation on Wind Turbine Blades using Variable Airfoil Geometry (2D and 3D study)"
2. Niels Trolborg, 2004, "Computational Study of the Risø-B1-18 Airfoil Equipped with Actively Controlled Trailing Edge Flaps"
3. Santiago Basualdo, 2004, "Load Alleviation on Wind Turbines using Variable Airfoil Geometry (A Two-Dimensional Analysis)"
4. Moeller T. Blade, 1997, cracks signal new stress problems. Wind Power Monthly
6. Basu, B.C. and Hancock, G.J., 1978, "The Unsteady Motion of a Two-Dimensional Airfoil in Incompressible, Inviscid Flow", J. Fluid Mech., 87, part 1, pp 159-178
7. Voutsinas, S.G, Riziotis, V.A., 1999, "A viscous-inviscid interaction model for dynamic stall simulations on airfoils", AIAA paper 99-0038.
8. Katz, J., 1981, "A discrete vortex method for the non-steady separated flow over an airfoil", J. Fluid Mech., vol. 102, pp. 315-328
9. Vezza, M. and McD Galbraith, R.A., 1985, "An Inviscid Model of Unsteady Aerofoil Flow with Fixed Upper Surface Separation", J. for Numerical Methods in Fluids, vol. 5, pp 577-592
10. Maskew, B. and Dvorak, F.A., 1977, "The Prediction of $C_{l_{max}}$ Using a Separated Flow Model", J. American Helicopter Society, vol. 23, no. 2, pp 2-8
11. Kermarec, M., Decaix, A.F., Renon, P., Favier, D. and Maresca, C., 1993, "Numerical Modeling of Unsteady Flows Around Airfoils by a Coupled Potential-Boundary-Layer Method", European Journal of Mechanics, B/Fluids, vol. 12, no. 5, pp 657-681
12. Drela, M. and Giles, M., 1987, "Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils", AIAA journal, vol. 25 No 10
13. East, L.F., 1981, "A representation of second order boundary layer effects in the momentum integral equation and in viscous-inviscid interactions", RAE Tech. Report.
14. Ingen, J.L. van, (1956), "A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region", Delft University of Technology, Dept. of Aerospace Engineering, Rep. VTH – 74.
15. Green, J.E., Weeks, D.J. and Brooman, J.W.F., (1977), "Prediction of turbulent boundary layers and wakes in compressible flow by a Lag-Entrainment method", ARC R&M Report No. 3791, HMSO, London, England.
16. Bradshaw, P. and Ferriss, D.H., (1970), "Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation: compressible flow on adiabatic walls", Journal of Fluid Mechanics, vol.46, Pt 1, pp 83-110.
17. Swafford, T.W., (1983), "Analytical approximation of two-dimensional separated turbulent boundary-layer velocity profiles", Journal AIAA, vol.21, no.6, Technical notes, pp.923-926.
18. Βασίλης Α. Ριζιώτης, 2003, "Αεροδυναμική και Αεροελαστική Ανάλυση της Απώλειας Στήριξης σε Δρομείς Ανεμογεννητριών"
19. Βασίλης Α. Ριζιώτης, 1994, "Διερεύνηση της Δυνατότητας Προσομοίωσης της Απώλειας Στήριξης με Στροβιλές Μεθοδολογίες"
20. Γεώργιος Λιβανάς, 2006, "Αεροελαστική Ανάλυση Αεροτομών Πτερυγίου Ανεμογεννήτριας"
21. Φλουρίς Ξενή, 2006, "Ανάλυση αλληλεπίδρασης στροβιλότητας και στερεού σώματος με εφαρμογή σε δρομείς ελικοπτέρου"

22. Dowell E. H., Crawley E. F., Curtis Jr. H. C., Peters D. A., Scanlan R. H. and F., Sisto, 1995, “A modern course in aeroelasticity”
23. Fung Y. C., 1993, “An introduction to the theory of aeroelasticity”
24. Αικατερίνη Α. Μπαξεβάνου, 2003, “ Navier Stokes μοντέλο αεροελαστικής ευστάθειας πτερυγώσεων ανεμογεννητριών σε συνθήκες απώλειας στήριξης”