ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ Μ.Π.Σ.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΤΥΠΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΙΣ ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Ι. ΠΟΛΥΡΑΚΗΣ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΓΚΡΑΒΑΣ

Αριθμός Μητρώου: 09190007

ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2012

ΑΘΗΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής εργασίας στη Θεωρία παιγνίων με σκοπό τη γνωριμία με ένα μάθημα που αποτέλεσε για εμένα αντικείμενο αυτοδιδασκαλίας (ελληνική και αγγλική βιβλιογραφία, καθώς και online course από το Stanford University), θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή μου κύριο Ι. Πολυράκη, ο οποίος ήταν δίπλα μου και πριν από 15 χρόνια, όταν και είχε επιβλέψει τη διπλωματική μου εργασία ως τελειοφοίτου του τμήματος Χημικών Μηχανικών του ΕΜΠ (καλοκαίρι 1997), με θέμα τη θεωρία γενικής ισορροπίας και το μοντέλο Arrow-Debreu (Μαθηματική Οικονομία).

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως τη σύζυγό μου που «ανέχθηκε» και «ανέχεται» τη δέσμευσή μου στη δια βίου εκπαίδευση και μάθηση, κάτι που αποτελεί πολύτιμο αγαθό για εμένα.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2012

Πίνακας Περιεχομένων

1. Εισαγωγή

1. 1 Εν συντομία

Η «Θεωρία Παιγνίων» (Game Theory) ανήκει στους κλάδους των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών που γνώρισαν την ανάπτυξή τους κυρίως στην περίοδο μετά τον Β' Παγκόσμιο Πόλεμο. Το αντικείμενο των κλάδων αυτών αφορά την ανάλυση διαφόρων «δυνατοτήτων αποφάσεων» και την αξιολόγησή τους βάσει κάποιου κριτηρίου. Η ανάπτυξη των εφαρμοσμένων μαθηματικών συνδέεται με την εμφάνιση, την ίδια περίοδο, των επιστημών Οργάνωσης και Διοίκησης της Παραγωγής, ενώ κάλυψε και την ανάγκη εύρεσης ποσοτικών μεθόδων ανάλυσης σε πιο παραδοσιακές επιστήμες, όπως αυτή των Οικονομικών και των Πολιτικών Επιστημών.

Η ωρίμανση αυτών των περιοχών οδήγησε σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών των Μαθηματικών στα θεωρητικά και εφαρμοσμένα οικονομικά, στην οργάνωση και διοίκηση επιχειρήσεων, στη θεωρία αποφάσεων, στις πολιτικές επιστήμες, καθώς επίσης και σε τεχνολογικές (χημική βιομηχανία) ή αμιγώς θεωρητικές περιοχές (θεωρητική πληροφορική).

Στη θεωρία παιγνίων, το πρόβλημα που εξετάζεται περιλαμβάνει τη μεγιστοποίηση (ή ελαχιστοποίηση) κάποιας συνάρτησης (π.χ. ωφέλειας ή κόστους) κάτω από περιορισμούς, κατά τρόπο που προσομοιάζει με το μαθηματικό προγραμματισμό. Η βασική διαφορά είναι ότι αυτός που μεγιστοποιεί (ή ελαχιστοποιεί) τη συνάρτηση επιλέγοντας τις τιμές των «μεταβλητών ελέγχου» δεν είναι μόνος του στο συγκεκριμένο πρόβλημα, αλλά υπάρχουν δύο (ή και περισσότεροι) τέτοιοι «ελεγκτές», οι οποίοι αποκαλούνται «παίκτες». Έτσι, η συνάρτηση είναι διαφορετική για κάθε παίκτη, εξαρτάται όμως όχι μόνον από τις δικές του αποφάσεις, αλλά και από τις αποφάσεις των υπολοίπων παικτών, ως μεταβλητές ελέγχου του παιγνίου. Αυτό έχει ως συνέπεια να δημιουργούνται συνθήκες κατά τις οποίες η ωφέλεια ενός παίκτη συγκρούεται με την ωφέλεια κάποιου άλλου παίκτη, με αποτέλεσμα η αλληλεπίδραση αυτή να οδηγεί συχνά σε μαθηματικά παράδοξα, σε αποφάσεις που ενώ μοιάζουν λογικές μπορεί να οδηγήσουν σε καταστροφή ενός παίκτη και σε γενικότερα μοντέλα σύγκρουσης (ή συνεργασίας).

Η Θεωρία Παιγνίων αναπτύχθηκε λοιπόν ως κλάδος των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών προσπαθώντας να αντιμετωπίσει με μαθηματικές μεθόδους τα μοντέλα αυτά σύγκρουσης και συνεργασίας, χρησιμοποιώντας έννοιες όπως: στρατηγική, ισορροπία, συνεννόηση πριν την επιλογή στρατηγικής, απειλή και ανταπόδοση, εμπιστοσύνη και αυτοδέσμευση.

Η πιο ενδιαφέρουσα ωστόσο πτυχή της ανάπτυξης και εξέλιξης της Θεωρίας Παιγνίων κατά το δεύτερο ήμισυ του 20ου αιώνα αφορά τη σύνδεσή της με την ελπίδα των επιστημόνων που ασχολήθηκαν με αυτήν, να θεμελιώσουν, διατυπώσουν και παρουσιάσουν μία υπέρ-θεωρία, μία ολοκληρωμένη, ενοποιημένη «Θεωρία των Πάντων» που θα ενοποιούσε τις θετικές και κοινωνικές επιστήμες. Η Θεωρία Παιγνίων χαρακτηρίστηκε τη «χρυσή» εποχή της (δεκαετία 1980) ως η μοναδική ελπίδα να θεμελιωθούν οι Κοινωνικές Επιστήμες σε μία κοινή, πραγματικά επιστημονική βάση. Αξιόλογοι διανοητές έφθασαν να υποστηρίζουν ότι η Θεωρία Παιγνίων θα μπορούσε να ενοποιήσει όλες τις επιμέρους θεωρίες (Οικονομική, Πολιτική Επιστήμη, Κοινωνιολογία, Ανθρωπολογία, κ.λπ.) και να εξηγήσει μεταξύ άλλων όλα τα κοινωνικά και οικονομικά φαινόμενα, τις πολιτικές ισορροπίες, τις κοινωνιολογικές και ανθρωπολογικές πτυχές των κοινωνιών.

Το βέβαιον είναι ότι τα χαρακτηριστικά της Θεωρίας Παιγνίων, το γεγονός ότι «η αλληλεπίδραση αποτελεί ουσία της κοινωνικής ζωής» (Jon Elster, διάσημος θεωρητικός των κοινωνικών επιστημών, 1982), ότι δύσκολα μπορεί κανείς να βρει κάποιο κοινωνικό φαινόμενο που δε γίνεται να περιγραφεί ως «παίγνιο», καθιστούν τη μελέτη της Θεωρίας Παιγνίων ιδιαίτερα γοητευτική, ανεξαρτήτως της απογοήτευσης στην οποία οδήγησαν ή οδηγούν απόψεις περί υπέρ-θεωρίας, περί της εκπλήρωσης της μεγάλης φιλοδοξίας ενοποίησης όλων των επιστημών μέσα από μία ενιαία ΘΕΩΡΙΑ.

1.2 Ιστορικά στοιχεία

Η Θεωρία Παιγνίων ουσιαστικά ξεκίνησε με ένα άρθρο του John von Neumann που δημοσιεύθηκε το έτος 1928 στα γερμανικά και αγνοήθηκε σχεδόν πλήρως για είκοσι τουλάχιστον χρόνια. Ο von Neumann ήταν μεγάλη μορφή των μαθηματικών του περασμένου αιώνα και στο συγκεκριμένο άρθρο που έμελλε να γεννήσει τη Θεωρία Παιγνίων πραγματευόταν τη στρατηγική που πρέπει να υιοθετούν οι συμμετέχοντες σε διάφορα παιχνίδια ώστε να κερδίσουν τους αντιπάλους τους.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1920, ένας άλλος μαθηματικός, ο Emil Borel, είχε ασχοληθεί συστηματικά πρώτος με παιχνίδια δύο παικτών «μηδενικού αθροίσματος» - «zero sum games»- (κέρδη του ενός παίκτη ίσον ζημιές του άλλου παίκτη) και πραγματεύτηκε τη λύση αυθαίρετων τέτοιων παιχνιδιών χρησιμοποιώντας μεταξύ άλλων και την έννοια του τυχαίου μηχανισμού λήψης αποφάσεων, γνωστή σήμερα ως «mixed strategies» («μεικτές στρατηγικές» των παικτών). Ο μεγάλος μαθηματικός von Neumann απέδειξε την ύπαρξη της λύσης μέσω ενός αρκετά βαθέως τοπολογικού θεωρήματος και το θεώρημα αυτό ονομάστηκε Θεώρημα Minimax. Προσπαθώντας εξάλλου να δημιουργήσει μία ενιαία θεωρία, καταπιάστηκε και με αρκετά άλλα θέματα. Καρπός των εργασιών του μαζί με τον οικονομολόγο Oscar Morgenstern ήταν το διάσημο πλέον βιβλίο «Theory of Games and Economic Behavior (1944)» που έδωσε σημαντική ώθηση κατά το ξεκίνημα της Θεωρίας παιγνίων στην επιστημονική ιστορία.

Εν συνεχεία, με την έλευση της δεκαετίας του 1950 μερικά χρόνια αργότερα, αυτός που ξαναζωντάνεψε το όνειρο της ενοποίησης των κοινωνικών επιστημών και έγινε διάσημος λόγω της αναπάντεχα επιτυχημένης εφαρμοσιμότητας που συνάντησαν οι ιδέες του στις επιστήμες εκτός των μαθηματικών (κυρίως στα οικονομικά), ήταν ο John Nash. Το «υπέροχο μυαλό», όπως τιτλοφορείται η ταινία με τη ζωή του διάσημου μαθηματικού, τον οποίο υποδύθηκε ο Αυστραλός ηθοποιός Russell Crowe), εισηγήθηκε μία γενίκευση του Θεωρήματος Minimax. Ουσιαστικά επινόησε μία λύση για όλα τα (πεπερασμένα) παίγνια και απέδειξε ότι κάθε τέτοιο (πεπερασμένο παίγνιο) διαθέτει τουλάχιστον μία λύση. Με την απόδειξη του Θεωρήματος Ισορροπίας, ο Nash κατάφερε να απογειώσει τη Θεωρία Παιγνίων από τα χρόνια του και μετά, οδηγώντας πολλούς παιγνιοθεωρητικούς να επιχειρηματολογήσουν πως η θεωρία τους μπορεί να αποτελέσει την αναλυτική βάση ενοποίησης των επιστημών.

Σήμερα η Θεωρία Παιγνίων αποτελεί βασικό εργαλείο τόσο των θεωρητικών, όσο και των εφαρμοσμένων οικονομικών. Θεωρητικοί της Θεωρίας Παιγνίων έχουν βραβευθεί με το βραβείο Nobel στα Οικονομικά (**ή ακριβέστερα με το «The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel»**), ενώ αποτελέσματα της έρευνας δημοσιεύονται κατά καιρούς σε όλα τα γνωστά επιστημονικά περιοδικά της Οικονομικής Θεωρίας, της Διοίκησης Επιχειρήσεων και Θεωρίας των Αποφάσεων, της Βιολογίας, των Πιθανοτήτων και της Στατιστικής, της Μαθηματικής Λογικής, κ.ά.

Σε κάθε περίπτωση και ανεξαρτήτως αν είναι υπέρμετρα φιλόδοξος και ενδεχομένως ανέφικτος ο στόχος ενοποίησης όλων των κοινωνικών επιστημών, η Θεωρία Παιγνίων ως κλάδος των εφαρμοσμένων μαθηματικών έχει προσελκύσει το ενδιαφέρον των υπόλοιπων επιστημών περισσότερο από κάθε άλλο γνωστικό πεδίο του κόσμου των Μαθηματικών!

2. Στοιχεία και ορισμοί της Θεωρίας Παιγνίων

2.1 Ορισμός

Η λέξη «παίγνιο» προκαλεί εντύπωση στο άκουσμα της φράσης «Θεωρία Παιγνίων» και συχνά στη βιβλιογραφία μπορεί να αναφέρεται απλούστερα ως «παιχνίδι».

Τί είναι ένα παίγνιο;

Ως παίγνιο (παιχνίδι) αναφέρεται μία κατάσταση όπου:

α) Ν (>1) άτομα, επιχειρήσεις, κυβερνήσεις κρατών, κ.λπ. (που αποκαλούνται «παίκτες») κάνουν κάποιες επιλογές με στόχο ο καθένας να ικανοποιήσει το συμφέρον του και

β) το αποτέλεσμα για τον κάθε παίκτη δεν εξαρτάται μόνον από τη δική του επιλογή αλλά και από τις επιλογές των υπολοίπων Ν-1 παικτών.

Π.χ. η επιλογή τιμών που χρεώνουν ανταγωνιστικές επιχειρήσεις, οι εκλογές, το σκάκι, κ.λπ.

Για να πετύχει το στόχο του κάθε παίκτης, ακολουθεί μία **στρατηγική (S)**. Με τον όρο στρατηγική περιγράφεται το σύνολο των επιλογών που κάνει ο παίκτης από την αρχή μέχρι το τέλος του παιγνίου.

Η στρατηγική που θα υιοθετήσει μπορεί να είναι καθαρή ή μεικτή.

Καθαρή στρατηγική **(pure strategy)** είναι εκείνη, στην οποία κάθε παίκτης επιλέγει μία μόνο από τις δυνατές επιλογές του στο ακέραιο, δηλαδή με πιθανότητα ίση με τη μονάδα, ενώ δεν επιλέγει καμία από τις υπόλοιπες. Πρόκειται ουσιαστικά για την απλούστερη στρατηγική που είναι να επιλέξει ο παίκτης ξεκάθαρα κάποιον εξαιρετικά συγκεκριμένο τρόπο δράσης («κίνηση»).

Ωστόσο, υπάρχουν στιγμές που ο παίκτης μπορεί να μην είναι βέβαιος σχετικά με το ποια είναι η βέλτιστη καθαρή στρατηγική. Υπό τη σκιά της αβεβαιότητας σχετικά με το ποια είναι η βέλτιστη καθαρή στρατηγική, ο παίκτης μπορεί να ενεργήσει ως εάν να επέλεγε στην τύχη μεταξύ δύο ή περισσότερων καθαρών στρατηγικών. Στην περίπτωση αυτή, θα μπορούσε να επιλέξει τυχαία υιοθετώντας τη **μεικτή** στρατηγική **(mixed strategy)**, η οποία περιλαμβάνει συνδυασμό στρατηγικών, κάθε μία από τις οποίες επιλέγεται με πιθανότητα μικρότερη της μονάδας.

Παραδείγματος χάριν, ας υποθέσουμε ότι ο Κωνσταντίνος είναι καλεσμένος σε μία επίσημη δεξίωση και πρέπει να επιλέξει μεταξύ δύο καθαρών στρατηγικών: «να φορέσει γραβάτα» ή «να φορέσει παπιγιόν». Υποθέτουμε ότι θα προτιμούσε γραβάτα αν είχε αξιόπιστες πληροφορίες ότι οι περισσότεροι καλεσμένοι θα φορούσαν γραβάτα, ενώ αν γνώριζε ότι οι περισσότεροι καλεσμένοι είχαν επιλέξει να φορέσουν παπιγιόν, τότε θα επέλεγε και εκείνος να φορέσει παπιγιόν (στην προσπάθειά του να είναι ομοιόμορφα ενδεδυμένος και να μην ξεχωρίζει σαν ...τη μύγα μες στο γάλα). Πώς θα αποφασίσει όμως αν δεν έχει αξιόπιστες πληροφορίες για το ποσοστό των καλεσμένων που φορούν παπιγιόν; Στην περίπτωση αυτή, θα μπορούσε να επιλέξει τυχαία μεταξύ των δύο δυνητικών επιλογών, υιοθετώντας την ακόλουθη μεικτή στρατηγική: να επιλέξει την καθαρή στρατηγική «Παπιγιόν» με πιθανότητα p και την καθαρή στρατηγική «Γραβάτα» με πιθανότητα (1-p).

Μεικτές και καθαρές στρατηγικές

Αν ο παίκτης έχει στη διάθεσή του N καθαρές στρατηγικές (S1, S2, …, Sn), τότε η μεικτή στρατηγική M ορίζεται από τις αντίστοιχες πιθανότητες (p1, p2, …, pn) με τις οποίες θα πρέπει να επιλέξει κάθε μία από τις καθαρές στρατηγικές του.

Παρατηρήσεις:

α. Για να είναι σαφώς καθορισμένη η Μ, θα πρέπει κάθε μία από τις πιθανότητες να βρίσκεται μεταξύ 0 και 1 και το άθροισμά τους να ισούται με τη μονάδα, δηλ. $0 < p1, p2, \ldots, pn < 1$ και $\Sigma pi = 1$

β. Η μεικτή στρατηγική (p1=0, p2=0, …, pj=1, …, pn=0) είναι ισοδύναμη με την καθαρή στρατηγική Sj.

2.2 Η κανονική μορφή παιγνίου

Οι δύο κύριες εκφράσεις παρουσίασης του τρόπου με τον οποίο οι στρατηγικές των παιγνίων αλληλεπιδρούν για να παραγάγουν αποτελέσματα είναι:

α. Η κανονική μορφή και β. Η εκτεταμένη μορφή παιγνίου

Στο παρόν θα ασχοληθούμε με παίγνια δύο παικτών σε κανονική μορφή, η παρουσίαση των οποίων γίνεται **σε μορφή πίνακα (στρατηγική μορφή)** που συνδέει συνδυασμούς καθαρών στρατηγικών με αποτελέσματα εκπεφρασμένα σε μονάδες ωφέλειας για κάθε παίκτη του παιγνίου. Δηλαδή, οι στήλες και οι γραμμές του εν λόγω πίνακα είναι καθαρές στρατηγικές.

Ο παίκτης που επιλέγει μεταξύ στρατηγικών σε γραμμές θα αναφέρεται ως Row player (R), ενώ ο παίκτης που επιλέγει μεταξύ στηλών θα αναφέρεται ως Column player (C). Υποθέτοντας ότι κάθε παίκτης έχει δύο επιλογές στρατηγικής, θα συμβολίζουμε το αποτέλεσμα π.χ. ως (R1,C2) όταν η R επιλέγει τη στρατηγική R1 και ο C επιλέγει τη στρατηγική C2. Αυτό σημαίνει ότι οι μονάδες ωφέλειας που προκύπτουν από το συνδυασμό καθαρών στρατηγικών των δύο παικτών είναι: R1 για την R και C2 για τον C.

Παράδειγμα

	C1	C2
R1	(5,2)	(1,4)
R2	(4,4)	(0,2)

Στον παραπάνω πίνακα παρουσίασης του παιγνίου σε κανονική μορφή, το αποτέλεσμα από την επιλογή των δύο παικτών που αναφέραμε θα ήταν (1,4), δηλαδή η R θα αποκόμιζε 1 μονάδα ωφέλειας και ο C θα είχε αντίστοιχα 4 μονάδες ωφέλειας.

Παρατήρηση

Όταν εξετάζουμε τα παίγνια στην κανονική μορφή τους ξεκινάμε με την υπόθεση ότι οι παίκτες επιλέγουν στρατηγική άπαξ (μία φορά μόνον), ταυτόχρονα και χωρίς να βρίσκονται σε επικοινωνία ή συνεννόηση μεταξύ τους. Οι παίκτες δηλαδή επιλέγουν μεταξύ των διαθέσιμων στρατηγικών μία φορά και βλέπουν την επιλογή του «αντιπάλου» τους παίκτη μόνον όταν το παίγνιο έχει ολοκληρωθεί. Επομένως, το παίγνιο αυτό στερείται πραγματικού (ιστορικού) χρόνου στη διάρκεια του οποίου να λαμβάνει χώρα δυναμική διαδικασία επιλογής στρατηγικής μετά από παρατήρηση και σκέψη που τροφοδοτείται από τις κινήσεις σε πραγματικό χρόνο των παικτών κατά την (υπαρκτή) διάρκεια του παιγνίου. Για το λόγο αυτό και στο πλαίσιο αυτό που περιγράψαμε, ο τύπος των παιγνίων σε κανονική μορφή εκφράζει επαρκώς τα **στατικά παίγνια**.

Ορισμοί Κανονικής Μορφής (Normal Form)

N={1,...,n}
Si : το σύνολο των διαθέσιμων επιλογών-στρατηγικών (actions) του παίκτη i
S= S1 x ··· x Sn : το προφίλ στρατηγικών (set of actions)
ui: S → R : η συνάρτηση χρησιμότητας (utility function) του παίκτη i

Παράδειγμα
Το παίγνιο μεταξύ θηρευτή (αρπακτικού: Predator) και θηράματος (λείας: Prey), όπου οι δύο πλευρές μπορούν να είναι ενεργητικές (Active) ή αδρανείς (Passive)

Pred\Prey	Active	Passive
Active	2, -7	6, -8
Passive	3, -6	-1, 0

Βάσει του παραπάνω συμβολισμού, έχουμε ότι:

N = {Pred, Prey}

S1 = {Active, Passive}, S2 = {Active, Passive}

u1 (Active, Active) = 2, u1 (Active, Passive) = 6,

u2 (Active, Active) = -7, u2 (Active, Passive) = -8, κ.ο.κ.

2.3 Λύση και στρατηγική ισορροπίας για στατικά παίγνια

Η Θεωρία των Παιγνίων και ο σκοπός για τον οποίο μελετούμε τα διάφορα παίγνια αναφέρονται στην πρόβλεψη του τρόπου με τον οποίο θα εκτυλιχθούν οι στρατηγικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των διαφόρων παικτών, κάτω από τη de facto παραδοχή ότι η συμπεριφορά κάθε παίκτη είναι ορθολογική και όχι απρόβλεπτη ή προϊόν παραφροσύνης.

Η «λύση» ενός παιγνίου μέσω της Θεωρίας Παιγνίων περιγράφει τον προσδιορισμό με σαφή τρόπο της τελικής έκβασης αυτού και περιγράφεται συνήθως στη βιβλιογραφία και με τον όρο «ισορροπία». Η ανακάλυψη της γενικής λύσης ενός παιγνίου οδηγεί τους θεωρητικούς των παιγνίων να μιλούν για στρατηγικές μοναδικής ισορροπίας, υπό την έννοια μίας σταθερής κατάστασης στην οποία δεν υπάρχουν εσωτερικές δυνάμεις που να την μεταβάλλουν. Με άλλα λόγια, οι παίκτες (που υποτίθεται ότι επιλέγουν και συμπεριφέρονται με ορθολογικά κριτήρια) οδηγούνται τρόπον τινά «αναγκαστικά» στη λύση-ισορροπία που προσδιορίζει η Θεωρία Παιγνίων, εφόσον η πλήρης κατανόηση των στρατηγικών και της αλληλεπίδρασης μεταξύ των αντιπάλων οδηγεί σε υιοθέτηση αυτών που θα δώσουν τη συγκεκριμένη «λύση».

Όπως προαναφέρθηκε στην εισαγωγή (παρ. 1.2), μία ειδική κατηγορία παιγνίων είναι τα **παίγνια σταθερού (ειδική περίπτωση είναι τα μηδενικού) αθροίσματος δύο παικτών**.

Τα παίγνια αυτά ορίζονται ως εξής:

Για οποιονδήποτε συνδυασμό στρατηγικών των παικτών, το άθροισμα των ανταμοιβών τους είναι μία σταθερά c, θετική ή αρνητική. Όταν η τιμή της σταθεράς

είναι θετική, οι παίκτες μοιράζονται κάποια ανταμοιβή, ενώ όταν είναι αρνητική επιβαρύνονται με κάποιο κόστος.

Στην ειδική περίπτωση που η τιμή της σταθεράς ισούται με το μηδέν, τότε ομιλούμε για παίγνιο μηδενικού αθροίσματος δύο παικτών. Σε αυτό το παίγνιο, το κέρδος του ενός παίκτη είναι ίσο με τη ζημία του συμπαίκτη του.

Ένα παίγνιο δύο παικτών περιγράφεται συνήθως με έναν **πίνακα** αποτελεσμάτων ή **πληρωμών** ή ανταμοιβών **(payoff matrix)**, δηλαδή έναν πίνακα που δείχνει το αποτέλεσμα του παιγνίου για κάθε συνδυασμό στρατηγικών των διαφόρων παικτών.

Ο **J. von Neumann**, ο οποίος θεωρείται ο ιδρυτής της Θεωρίας Παιγνίων, παρουσίασε το έτος 1928 μία λύση που ισχύει για την ευρεία αυτή κατηγορία των παιγνίων μηδενικού αθροίσματος. Μελετώντας αυτά τα παίγνια, απέδειξε στο δοκίμιο που εκδόθηκε στη γερμανική γλώσσα και σημάδευσε ουσιαστικά τα πρώτα βήματα της Θεωρίας Παιγνίων στην επιστημονική ιστορία, ότι μπορούν όλα να λυθούν με τον ίδιο τρόπο, σηματοδοτώντας τη γέννηση της Θεωρίας.

Ο von Neumann αναζήτησε στρατηγικές που θα μπορούσαν να εγγυηθούν στον κάθε παίκτη μέγιστες αποδόσεις ανεξαρτήτως των στρατηγικών του αντιπάλου του, σε όλα τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος. Λαμβάνοντας την οπτική κάθε παίκτη ότι θα επιλέξει ορθολογικά τη στρατηγική εκείνη που επιφέρει τη μεγιστοποίηση της ελάχιστης ωφέλειάς του, οδηγώντας στο «μη χείρον βέλτιστον» με βάση το χειρότερο δυνατό αποτέλεσμα που μπορεί να συμβεί από την επιλογή στρατηγικής του αντιπάλου, ο von Neumann όρισε την ενδεδειγμένη αυτή στρατηγική του «απαισιόδοξου» παίκτη ως **maximin** (**maxi**mize the **min**imum).

Η maximin απόδοση κάθε παίκτη είναι επομένως εκείνη που αντιστοιχεί στην επιλογή της στρατηγικής που επιφέρει τη μεγιστοποίηση της ελάχιστης ωφέλειας του παίκτη. Ο von Neumann παρατήρησε ότι το άθροισμα των τιμών maximin των δύο παικτών σε ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος ισούται με το μηδέν και γενικεύοντας για όλα τα παίγνια αυτής της κατηγορίας (μηδενικού αθροίσματος με δύο παίκτες), απέδειξε **(Θεώρημα)** ότι **πάντοτε το άθροισμα των αποδόσεων maximin των παικτών ισούται με μηδέν**.

Παρατήρηση

Η μέθοδος του von Neumann αποσκοπούσε στην εξαγωγή της ορθολογικής στρατηγικής κάθε ατόμου ανεξάρτητα από τις αντιλήψεις του σχετικά με την πιθανότερη συμπεριφορά του αντιπάλου του. Κάθε παίκτης εξετάζει μόνον τις αποδόσεις για τον ίδιο, με σκοπό να αποφασίσει ποια στρατηγική θα του δώσει το καλύτερο δυνατό από τα χειρότερα δυνητικά αποτελέσματα. Η οπτική κάθε παίκτη είναι η απόλυτη απαισιοδοξία και στηρίζεται στη λογική επιλογής του καλύτερου από τα χειρότερα, γεγονός το οποίο έχει πράγματι λογική στην περίπτωση παιγνίων μηδενικού αθροίσματος καθόσον το κίνητρο κάθε παίκτη να μεγιστοποιήσει την ωφέλειά του ταυτίζεται -ως άλλη όψη του ιδίου νομίσματος- με την προσπάθεια ελαχιστοποίησης της ωφέλειας του αντιπάλου.

Ωστόσο, η παραπάνω λογική δε στέκει στην περίπτωση διαφορετικού τύπου παιγνίων. Το τρωτό σημείο της υπόθεσης ότι οι παίκτες θα σκέφτονται με αυτόν τον απαισιόδοξο, ανεξάρτητο της συμπεριφοράς του αντιπάλου, τρόπο προκειμένου να μεγιστοποιήσουν την ωφέλειά τους ήταν αυτό που γέννησε αργότερα τον προβληματισμό των θεωρητικών των παιγνίων και οδήγησε στη **διατύπωση της έννοιας της ισορροπίας στις αρχές της δεκαετίας του 1950 από τον John Nash**. Κλειδί στην προσέγγιση του Nash όσον αφορά στον προσδιορισμό της βέλτιστης στρατηγικής κάθε παίκτη ήταν η σκέψη ότι η απόφαση κάθε ατόμου αποσκοπεί στη μεγιστοποίηση της προσδοκώμενης ωφέλειάς του ως προς τις προσδοκίες του ατόμου αυτού για τις επιλογές του αντιπάλου. Με άλλα λόγια, ο John Nash θεώρησε ότι οι ορθολογικά σκεπτόμενοι παίκτες στο παίγνιο θα πρέπει να λάβουν σοβαρά υπ' όψιν τους τα κίνητρα των αντιπάλων τους και να διαμορφώσουν προσδοκίες σχετικά με τη στρατηγική του αντιπάλου προκειμένου να ανακαλύψουν τη δική τους βέλτιστη στρατηγική.

Η στρατηγική βέλτιστης απάντησης (best response) ορίζεται ακολούθως:

Η στρατηγική Ri είναι η βέλτιστη απάντηση για την παίκτρια R στη στρατηγική Cj του (αντιπάλου) παίκτη C, αν η στρατηγική αυτή εξασφαλίζει στην R τη μέγιστη ωφέλεια (απόδοση) δεδομένου ότι ο C έχει επιλέξει τη στρατηγική Cj.

Ομοίως, για τον παίκτη C, ορίζεται η στρατηγική βέλτιστης απάντησης δεδομένης της επιλογής «παιξίματος» της R.

Τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος επέτρεπαν την εύρεση καθολικά αποδεκτών λύσεων που άφηναν ικανοποιημένους αμφότερους τους δύο παίκτες. Υπό αυτή την έννοια παρουσιάζουν μεγάλη απόκλιση από τα πραγματικά προβλήματα της καθημερινότητας, που συνήθως δεν καταλήγουν σε αμοιβαία αποδεκτές λύσεις.

Αντίθετα, στα **παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος (non-zero sum games)**, ανεξαρτήτως πολυπλοκότητας, σπάνια εξασφαλίζεται κοινά αποδεκτή λύση. Αυτό συμβαίνει επειδή δεν υπάρχει κάποια στρατηγική, η οποία να υπερέχει ξεκάθαρα έναντι των υπολοίπων, ώστε να μπορεί να χαρακτηρισθεί ως βέλτιστη, όπως επίσης και διότι τα οφέλη των παικτών δεν είναι δυνατόν να ποσοτικοποιηθούν και ως εκ τούτου να προσδιοριστούν με ακρίβεια.

Γενικά, σε ένα παίγνιο δύο παικτών υπάρχουν, τόσο ανταγωνιστικά στοιχεία, όσο και στοιχεία συνεργασίας των δύο πλευρών, καθώς τα συμφέροντα μπορεί να είναι άλλοτε αντικρουόμενα και άλλοτε κοινά. Σε ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος δεν υπάρχει κανένα κοινό συμφέρον, δεδομένου ότι ισχύει μεταφορικά το ρητό «ο θάνατός σου η ζωή μου». Σε πλήρη αντιδιαστολή είναι τα παίγνια πλήρους συνεργασίας **(cooperative games)**, όπου οι δύο παίκτες έχουν μόνο κοινά συμφέροντα. Τέτοια περίπτωση αποτελούν ο κυβερνήτης ενός αεροπλάνου και ο συντονιστής του πύργου ελέγχου, οι οποίοι ουσιαστικά «παίζουν» ένα παίγνιο πλήρους συνεργασίας με έναν κοινό στόχο, την προσγείωση του αεροπλάνου. Η επίλυση αυτών των παιγνίων είναι σχετικά εύκολη και απαιτεί τον αποδοτικό συνδυασμό των κινήσεων των δύο παικτών.

Όλα τα υπόλοιπα παίγνια δύο παικτών αποτελούν μία ενδιάμεση κατάσταση μεταξύ των δύο ακραίων περιπτώσεων που αναφέρθηκαν παραπάνω. Παίγνια που συνδυάζουν ανταγωνιστικά στοιχεία και στοιχεία συνεργασίας είναι γενικά πιο πολύπλοκα, όμως και πιο ενδιαφέροντα, καθώς συναντώνται πολύ πιο συχνά στην καθημερινή ζωή. Τέτοιες περιπτώσεις αποτελούν ένας πωλητής αυτοκινήτων που διαπραγματεύεται με έναν πελάτη. Και οι δύο επιθυμούν την ολοκλήρωση της αγοραπωλησίας, τους χωρίζει όμως το αντίτιμο. Άλλη παρόμοια περίπτωση μπορεί να αποτελεί στα χρηματοοικονομικά η συγχώνευση δύο τραπεζών. Και στις δύο περιπτώσεις τα κίνητρα των δύο παικτών είναι πολύπλευρα.

Υπάρχουν ωστόσο και καταστάσεις, στις οποίες οι δύο παίκτες έχουν κοινά συμφέροντα, παρότι αυτά δεν είναι ορατά εκ πρώτης όψεως. Για δύο κράτη που βρίσκονται σε εμπόλεμη κατάσταση, κοινό συμφέρον μπορεί να αποτελεί η κατάπαυση του πυρός, καθώς και η μη χρήση τοξικών αερίων και πυρηνικών όπλων, προκειμένου να αποφευχθεί ένα πυρηνικό ολοκαύτωμα.

Όπως λοιπόν είναι εύκολα αντιληπτό, τα παίγνια μη-μηδενικού αθροίσματος παρουσιάζουν μεγάλη σύνδεση με την πραγματικότητα και βρίσκουν ποικίλες εφαρμογές σε πολλές εκφάνσεις της καθημερινότητας. Χαρακτηριστικά πεδία εφαρμογών τους αποτελούν οι πολιτικές επιστήμες, η οικονομία, η φιλοσοφία, αλλά και η βιολογία και η πληροφορική.

2.4 Γενικός ορισμός παιγνίων

Στα παίγνια που δεν ανήκουν στη συγκεκριμένη κατηγορία των μη-μηδενικού αθροίσματος, το όφελος του ενός παίκτη δεν αντικατοπτρίζει τη ζημία του άλλου, με συνέπεια τα στοιχεία του πίνακα πληρωμών να μην είναι δυνατό να παρουσιασθούν με έναν αριθμό, αλλά με ένα ζεύγος αριθμών.

Η γενική μορφή πίνακα πληρωμών ενός τέτοιου παιγνίου δύο παικτών είναι η εξής:

	B1	B2
A1	(a11, b11)	(a12, b12)
A2	(a21, b21)	(a22, b22)

όπου ο παίκτης-γραμμή (A) έχει δυνατότητα να επιλέξει μεταξύ δύο στρατηγικών (A1 ή A2) και ο παίκτης-στήλη (B) επίσης μεταξύ δύο στρατηγικών (B1 ή B2).

Βελτιστοποίηση κατά Paretto

Στα παίγνια μη-μηδενικού αθροίσματος υπάρχουν συγκεκριμένες συνθήκες βελτιστοποίησης. Μία από αυτές είναι και η περίφημη βελτιστοποίηση Pareto, που φέρει την ονομασία της από τον διάσημο Ιταλό κοινωνιολόγο, οικονομολόγο και φιλόσοφο **Fritz Wilfried Pareto**, ο οποίος αποτέλεσε το θεμέλιο λίθο για την εξέλιξη του πεδίου της μικροοικονομίας.

> Σε κάθε παίγνιο μη-μηδενικού αθροίσματος, το ζεύγος τιμών *(a,b)* θεωρείται βέλτιστο του *(a',b')*, αν ισχύει μία από τις παρακάτω σχέσεις *:*
> $a > a'$ και $b \geq b'$, ή, $a \geq a'$ και $b > b'$

Παρατήρηση

Το ζεύγος ενός παιγνίου θεωρείται βέλτιστο κατά Pareto αν στο παίγνιο δεν υπάρχει κανένα άλλο ζεύγος με μεγαλύτερο όφελος για κάποιον από τους δύο παίκτες.

2.5 Η έννοια της κυρίαρχης στρατηγικής (Dominance)

- Η στρατηγική si είναι **ασθενώς κυρίαρχη (ή κυρίαρχη με την ασθενή μορφή)** για τον παίκτη i όταν ισχύει:
  ui (si, s-i) ≥ ui (si', s-i) για κάθε si' και s-i

- Η στρατηγική si είναι **αυστηρά κυρίαρχη** για τον παίκτη i όταν ισχύει:
  ui (si, s-i) > ui (si', s-i) για κάθε si' και s-i

Παράδειγμα 1

Pred\Prey	Active	Passive
Active	3, -1.5	5, -2
Passive	2.5, -1.3	0, 0

Τα αρπακτικά (Predators) έχουν μία **αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική** στο παράδειγμα αυτό (αφού 3 > 2.5 αν το θήραμα επιλέξει να κινείται και 5 > 0 αν επιλέξει να μείνει ακίνητο).

Παράδειγμα 2

1\2	Σινεμά	Σπίτι
Σινεμά	2, 1	1, 1
Σπίτι	0, 1	0, 2

Η στρατηγική «Σινεμά» είναι **«αυστηρά»** κυρίαρχη στρατηγική για τον παίκτη 1 και η στρατηγική «Σπίτι» είναι **«ασθενώς»** κυρίαρχη για τον παίκτη 2.

Απόδειξη

Α. Η στρατηγική «Σινεμά» είναι **«αυστηρά»** κυρίαρχη στρατηγική για τον παίκτη 1:

Όταν ο δεύτερος παίκτης επιλέξει να πάει σινεμά, ο πρώτος παίκτης έχει όφελος 2 αν πάει σινεμά και 0 αν κάτσει στο σπίτι. Όταν ο δεύτερος παίκτης επιλέξει «Σπίτι», ο πρώτος παίκτης έχει όφελος 1 αν παίξει «Σινεμά» και 0 αν παίξει «Σπίτι». (*Δηλαδή, το «Σινεμά» είναι πάντοτε αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική για τον πρώτο παίκτη*).

Β. Η στρατηγική «Σπίτι» είναι **«ασθενώς»** κυρίαρχη στρατηγική για τον παίκτη 2:

Όταν ο πρώτος παίκτης επιλέξει να πάει σινεμά, ο δεύτερος παίκτης έχει όφελος 1 είτε επιλέξει να πάει σινεμά, είτε να κάτσει στο σπίτι (*άρα είναι αδιάφορος μεταξύ των δύο*). Όταν ο πρώτος παίκτης επιλέξει «Σπίτι», ο δεύτερος παίκτης έχει όφελος 1 αν παίξει «Σινεμά» και 2 αν παίξει «Σπίτι». (*Δηλαδή, η στρατηγική «Σπίτι» είναι αυστηρά προτιμότερη*).

■

2.6 Η έννοια της ισορροπίας (Nash equilibrium)

Θεωρούμε το παίγνιο μεταξύ δύο παικτών σε κανονική μορφή ή μορφή πίνακα (**matrix game**) όπου κάθε ένας παίκτης καλείται να επιλέξει μεταξύ ενός συνόλου στρατηγικών Si (i=1, 2, …n) (**strategy set**) που διαθέτει.

Το **Matrix Game** παίζεται ως εξής:
Και οι δύο παίκτες επιλέγουν **ταυτόχρονα** (και **ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο**) μία στρατηγική από το σύνολο στρατηγικών τους και το παίγνιο ολοκληρώνεται. Αν s1 ϵ S1 και s2 ϵ S2 είναι οι επιλεχθείσες στρατηγικές των δύο παικτών, τότε κάθε παίκτης i λαμβάνει πληρωμή (payoff) ui(s1,s2), η οποία είναι συνάρτηση των επιλογών των δύο παικτών.

Το ζεύγος στρατηγικών (s1*, s2*) ϵ S1 x S2 αποτελεί ισορροπία κατά Nash -Nash equilibrium- (ή απλώς ισορροπία, ή, λύση) ενός τέτοιου παιγνίου (matrix game) αν:

1. **u1 (s1*,s2*) ≥ u1 (s1,s2*) για κάθε s1 ϵ S1 και**
2. **u2 (s1*,s2*) ≥ u2 (s1*,s2) για κάθε s2 ϵ S2**

Ο παραπάνω ορισμός επεκτείνεται και για την περίπτωση ενός παιγνίου με περισσότερους από δύο παίκτες (**n παίκτες),** οι οποίοι επιλέγουν από ένα σύνολο στρατηγικών (Si), τα στοιχεία του οποίου καλούνται στρατηγικές (strategies) ή δράσεις (actions) και λαμβάνουν απόδοση (payoff) που εξαρτάται από τις επιλογές όλων των παικτών.

Η συνάρτηση απόδοσης είναι ui: S1xS2x…xSn → R

Συχνά τα εν λόγω παίγνια δεν μπορούν να παρουσιασθούν σε μορφή πίνακα, ωστόσο οι περισσότερες από τις ιδέες επίλυσης των απλών παιγνίων σε μορφή πίνακα μπορούν να επεκταθούν και για τη γενικευμένη αυτή κατηγορία παιγνίων: **τα στρατηγικά παίγνια ή παίγνια στρατηγικής (strategic games)**.

Το **Strategic Game** παίζεται ως εξής:
Όλοι οι παίκτες επιλέγουν **ταυτόχρονα** και **ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο** μία στρατηγική από το σύνολο στρατηγικών τους και το παίγνιο ολοκληρώνεται. Αν si ϵ Si είναι η επιλεχθείσα στρατηγική κάθε παίκτη, τότε κάθε παίκτης i λαμβάνει απόδοση (payoff) ui(s1,s2, ..., sn).

Μία ισορροπία *Nash* ενός παιγνίου στρατηγικής $G = \{S_1, ..., S_n, u_1, ..., u_n\}$ είναι μία διατεταγμένη n-άδα στρατηγικών (s1*, s2*, ….., sn*) -προφίλ στρατηγικών- τέτοια ώστε για κάθε παίκτη i να ισχύει:

ui (s1*, s2*, …, si*, …, sn*) ≥ ui (s1*, …, si-1*, si, si+1*, …, sn*), για κάθε στρατηγική si ϵ Si του παίκτη i.

Η έννοια της ισορροπίας κατά Nash είναι ότι κανένας εκ των παικτών δεν οφελείται αν διαφοροποιήσει μόνον ο ίδιος της στρατηγική του. Δηλαδή, αν όλοι οι παίκτες έχουν επιλέξει μία στρατηγική, τότε ενδεχόμενη αλλαγή στρατηγικής από έναν παίκτη με ταυτόχρονη διατήρηση της στρατηγικής των υπολοίπων, δεν του αποφέρει μεγαλύτερο όφελος παρά μόνον απόδοση (payoff) το πολύ ίση με αυτήν της ισορροπίας.

Επιστρέφοντας στην περίπτωση του Matrix Game μη-μηδενικού αθροίσματος μεταξύ δύο παικτών, ο παίκτης Α και ο παίκτης Β βρίσκονται σε ισορροπία Nash, αν ο παίκτης Α επιλέγει τη βέλτιστη στρατηγική **(best response)** που μπορεί, λαμβάνοντας υπ’ όψιν του την επιλογή του παίκτη Β και αντίστοιχα, ο παίκτης Β επιλέγει τη βέλτιστη στρατηγική του, αξιολογώντας την επιλογή του παίκτη Α.

Παρατηρήσεις

Μία ισορροπία Nash δεν αποφέρει απαραίτητα τα μεγαλύτερα οφέλη σε όλους τους παίκτες που συμμετέχουν. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι **δεν είναι κατ’ ανάγκη βέλτιστη κατά Pareto**. Σε πολλές περιπτώσεις δηλαδή, όλοι οι παίκτες μπορούν να βελτιώσουν την απόδοσή τους εφόσον καταφέρουν να συμφωνήσουν μεταξύ τους σε ένα σύνολο στρατηγικών, διαφορετικών από αυτές που αποτελούν την ισορροπία Nash. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι τα διάφορα «καρτέλ», τα οποία αποτελούν συμφωνίες ανάμεσα σε μεγάλους παίκτες της αγοράς με σκοπό τον προσδιορισμό των τιμών καταναλωτικών αγαθών και υπηρεσιών που οδηγεί σε μεγιστοποίηση των κερδών των παικτών (όπως π.χ. το «πετρελαϊκό καρτέλ» των χωρών-μελών του Οργανισμού Πετρελαιοπαραγωγών κρατών-εξαγωγών (OPEC), που μπορεί να θεωρηθεί ως ένα τέτοιο παίγνιο). Στα παραδείγματα που θα αναφέρουμε σε επόμενη παράγραφο, θα αναλύσουμε διάφορα φημισμένα παίγνια στα οποία μία ισορροπία Nash μπορεί να είναι βέλτιστη κατά Pareto ή όχι.

Όταν στον ορισμό ισχύει μόνον η ανισότητα, τότε ομιλούμε για **ισχυρή** ισορροπία **Nash**, ενώ όταν ισχύει και η ισότητα πρόκειται για **ασθενή** ισορροπία **Nash.**

Ένα παίγνιο μπορεί να έχει ισορροπία Nash με χρήση είτε αμιγών, είτε μεικτών στρατηγικών. **Ο John Nash απέδειξε ότι κάθε παίγνιο μεικτών στρατηγικών n παικτών έχει μία τουλάχιστον ισορροπία Nash.**

Παρακάτω θα δούμε την πρακτική σημασία της ισορροπίας Nash, με την παράθεση ορισμένων χαρακτηριστικών παραδειγμάτων.

2.7 Επαναλαμβανόμενα παίγνια (Repeated Games)

Τα επαναλαμβανόμενα παίγνια αποτελούν μία ειδική κατηγορία διαδοχικών παιγνίων και είναι ιδιαίτερα σημαντικά, διότι μπορούν συχνά να ερμηνεύσουν διάφορα είδη συμπεριφοράς (όπως π.χ. η σύγκρουση και η συνεργασία), τα οποία δεν είναι εύκολο να ερμηνευθούν στο πλαίσιο των στατικών στρατηγικών παιγνίων.

Τα επαναλαμβανόμενα παίγνια προκύπτουν από τα στρατηγικά παίγνια όταν αυτά «παίζονται» σε πολλές περιόδους, είτε σε πεπερασμένο αριθμό, είτε άπειρες φορές. Οι παίκτες λαμβάνουν την απόδοσή τους μετά από κάθε περίοδο που παίζεται το στρατηγικό παίγνιο. Συνεπώς, η συνολική απόδοση (payoff) κάθε παίκτη στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο είναι το άθροισμα των αποδόσεων που λαμβάνει σε κάθε περίοδο που παίζεται το στρατηγικό παίγνιο. Αν αυτό το άθροισμα προεξοφληθεί με κάποιον παράγοντα προεξόφλησης, τότε έχουμε επαναλαμβανόμενο παίγνιο με προεξόφληση, διαφορετικά, έχουμε επαναλαμβανόμενο παίγνιο χωρίς προεξόφληση.

Στην περίπτωση των επαναλαμβανόμενων παιγνίων με πεπερασμένο ορίζοντα, ένα ενδιαφέρον στοιχείο είναι ότι ενδέχεται να υπάρχουν καταστάσεις που, ενώ δεν είναι καταστάσεις ισορροπίας στο απλό στρατηγικό παίγνιο (μιας περιόδου), εντούτοις αποτελούν μέρος μιας κατάστασης ισορροπίας του επαναλαμβανόμενου παιγνίου. Επίσης, υπάρχουν διακριτές διαφορές μεταξύ της ισορροπίας σε πεπερασμένα επαναλαμβανόμενα παίγνια και της ισορροπίας σε επαναλαμβανόμενα παίγνια μη πεπερασμένου (άπειρου) ορίζοντα.

2.7.1 Η δομή και η ισορροπία των επαναλαμβανόμενων παιγνίων

Ένα στρατηγικό παίγνιο G περιγράφεται πλήρως από τα σύνολα στρατηγικής των παικτών και τις αντίστοιχες συναρτήσεις απόδοσης (βλ. σελ.21).

Το επαναλαμβανόμενο παίγνιο προκύπτει παίζοντας το G διαδοχικά πολλές φορές. Αν επαναλαμβάνεται για T περιόδους (πεπερασμένες ή άπειρες), τότε έχουμε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο T-περιόδων, ενώ το μεμονωμένο στάδιο G που επαναλαμβάνεται σε κάθε περίοδο λέγεται stage game, single-period game ή one-shot game.

Αν ένα στρατηγικό παίγνιο G επαναληφθεί σε T περιόδους, θα προκύψει μία σειρά από δράσεις ως αποτέλεσμα των αντίστοιχων δράσεων των παικτών σε κάθε περίοδο.

$S_\tau = (S_{\tau,1}, S_{\tau,2}, \ldots, S_{\tau,n}) \in S, \qquad 1 \leq \tau \leq T$

Το διάνυσμα $h_t = (S_1, \ldots, S_t)$ λέγεται ιστορία του επαναλαμβανόμενου παιγνίου μέχρι και την περίοδο t.

Όταν οι παίκτες συμμετέχουν σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο, τη στιγμή που αποφασίζουν τί θα πράξουν σε μία οποιαδήποτε περίοδο t, έχουν ήδη παρατηρήσει την ιστορία του παιγνίου μέχρι και την προηγούμενη περίοδο (t-1). Επομένως, η επιλογή κάθε παίκτη στο στάδιο t σχετίζεται με την ιστορία του παιγνίου μέχρι και την προηγούμενη περίοδο (h_{t-1}). επιλέξουν ποτελούν μία ειδική κατηγορία διαδοχικών παιγνίων και είναι ιδιαίτερα σημαντικά, διότι μπορούν συχνά να ερμηνεύσουν διάφορα είδη συμπεριφοράς (όπως π.χ. η σύγκρουση και η συνεργασία), τα οποία δεν είναι εύκολο να ερμηνευθούν στο πλαίσιο των στατικών στρατηγικών παιγνίων.

<u>Ορισμός</u> (Ισορροπία Nash επαναλαμβανόμενου παιγνίου)

Ένα προφίλ στρατηγικής $\sigma^* = (\sigma_1^*, \ldots, \sigma_n^*)$ ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου T-περιόδων ορίζεται ως ισορροπία Nash, ή απλώς ισορροπία, αν για κάθε παίκτη i και κάθε στρατηγική σ_i ισχύει ότι: $V_i(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*) \geq V_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^*)$

Παρατηρήσεις

- Οι καταστάσεις ισορροπίας Nash είναι διαφορετικές στην περίπτωση που έχουμε παράγοντα προεξόφλησης. Αν για κάποιον παράγοντα προεξόφλησης δ (0<δ<1) το προφίλ στρατηγικής σ αποτελεί ισορροπία Nash ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου πεπερασμένου αριθμού περιόδων, τότε θα λέμε ότι το σ είναι δ-προεξοφλημένο σημείο ισορροπίας Nash.

- Αποδεικνύεται (θεώρημα) ότι αν το μεμονωμένο παίγνιο (stage game) έχει ισορροπία Nash σε καθαρές στρατηγικές και **οι παίκτες στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο T-περιόδων παίζουν σε κάθε περίοδο αυτήν την ισορροπία**, τότε προκύπτει επίσης ισορροπία Nash για το επαναλαμβανόμενο παίγνιο και για κάθε συντελεστή προεξόφλησης μικρότερο της μονάδος. Το ίδιο συμπέρασμα ισχύει και για το παίγνιο χωρίς προεξόφληση.

- Αποδεικνύεται (θεώρημα) ότι σε κάθε πεπερασμένου ορίζοντα επαναλαμβανόμενο παίγνιο, το προφίλ στρατηγικής της **τελευταίας περιόδου** του αποτελέσματος που προκύπτει από την ισορροπία Nash, συνιστά κατάσταση ισορροπία Nash σε καθαρές στρατηγικές για το αρχικό παίγνιο.

2.7.2 Η τέλεια κατά υποπαίγνιο ισορροπία (Strategic Perfect Equilibrium: SPE) για πεπερασμένου ορίζοντα επαναλαμβανόμενα παίγνια

Η τέλεια κατά υποπαίγνιο ισορροπία βασίζεται στην έννοια της ισορροπίας Nash, απαιτώντας όμως η στρατηγική ισορροπίας να συνεχίσει να αποτελεί τέτοια (ισορροπία) καθώς το παίγνιο επαναλαμβάνεται τις επόμενες περιόδους. Με άλλα λόγια, σε μία κατάσταση SPE, εάν υπάρχει απόκλιση (deviation) στη συμπεριφορά κάποιου παίκτη σε σχέση με την κατάσταση ισορροπίας, τότε οι παίκτες επιλέγουν στρατηγικές οι οποίες αποτελούν μέρος της στρατηγικής ισορροπίας μετά την απόκλιση αυτή. Επομένως, δεδομένου ότι η απάντηση σε μία απόκλιση είναι μέρος της βέλτιστης στρατηγικής, οι απαντήσεις ή οι απειλές σε περίπτωση πιθανής απόκλισης είναι αξιόπιστες σε μία τέλεια κατά υποπαίγνιο ισορροπία.

Σημείωση: Αν t μία τυχαία περίοδος ($0 \leq t \leq T$), τότε το αρχικό παίγνιο παίζεται μετά την περίοδο t για ακόμη T-t περιόδους.

$t+1, t+2, \ldots, t, \ldots, t + (T-t) = T$

Το νέο επαναλαμβανόμενο παίγνιο (T-t) περιόδων που προκύπτει κατ' αυτόν τον τρόπο ονομάζεται υποπαίγνιο με αφετηρία την περίοδο t+1. Άρα, το T-περιόδων επαναλαμβανόμενο παίγνιο έχει T υποπαίγνια, τα οποία έχουν αφετηρία την περίοδο 1, 2, …, T αντίστοιχα.

Με βάση αυτές τις παρατηρήσεις ορίζεται παρακάτω η έννοια της τέλειας κατά υποπαίγνιο ισορροπίας (SPE).

Ορισμός: Σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο T-περιόδων, ένα προφίλ στρατηγικής θα λέγεται SPE αν μετά από κάθε ιστορία συνεχίζει να αποτελεί ισορροπία για το υποπαίγνιο του επαναλαμβανόμενου παιγνίου που ξεκινάει την περίοδο αμέσως μετά την ιστορία αυτή.

Παρατήρηση: Η SPE είναι ευαίσθητη στην επιλογή του συντελεστή προεξόφλησης δ. Για το λόγο αυτό, αναφερόμαστε σε SPE χωρίς/με συντελεστή προεξόφλησης.

2.7.3 Επαναλαμβανόμενα παίγνια μη πεπερασμένου ορίζοντα (infinite horizon)

Η ιδιαιτερότητα των επαναλαμβανόμενων παιγνίων χωρίς πεπερασμένο ορίζοντα, αναφορικά με την ύπαρξη ισορροπίας (κατά υποπαίγνιο, δηλ. SPE) και σε αντιδιαστολή με την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου για τα επαναλαμβανόμενα παίγνια που έχουν καθορισμένο αριθμό επαναλήψεων του αρχικού στρατηγικού παιγνίου (stage game) και συνεπώς είναι πεπερασμένου ορίζοντα, είναι ότι το σύνολο των SPE είναι ευρύτερο και μπορεί να περιέχει ένα σχετικά σύνθετο σχήμα από απειλές και τιμωρίες. Το γεγονός δηλαδή ότι στην περίπτωση του μη πεπερασμένου ορίζοντα κάθε παίκτης γνωρίζει ότι κάθε στάδιο του παιγνίου δεν είναι το τελευταίο, αλλά ακολουθείται από επόμενο στάδιο, και ούτω καθ' εξής, διαφοροποιεί τις (προεξοφλημένες) αποδόσεις των παικτών, οδηγώντας σε **ανάλυση που εμπεριέχει τη δυνατότητα συμπεριφοράς του τύπου «μία σου και μία μου» («tit-for-tat») ή «στρατηγική ενεργοποίησης» (trigger strategy) όπως π.χ. η «grim-trigger» (τιμωρητική συμπεριφορά χωρίς συγχώρεση (για πάντα), εφόσον κάποιος παίκτης αποκλίνει από μία στρατηγική συνεργασίας)**.

Μάλιστα, με αφετηρία το δίλημμα του φυλακισμένου (Prisoner's Dilemma) ως βάση για τα επαναλαμβανόμενα παίγνια μη πεπερασμένου (άπειρου) ορίζοντα, η αίσθηση ότι μπορεί να υπάρχει κατάσταση συνεργασίας μεταξύ των παικτών -σε αντιδιαστολή με το κλασσικό παίγνιο που, όπως θα δούμε στο πρώτο από τα παραδείγματα της επόμενης ενότητας, έχει ως ισορροπία Nash την ομολογία αμφότερων των υπόπτων και όχι τη σιωπή- προϋπήρχε της επίσημης απόδειξης υπό μορφή θεωρήματος. Για το λόγο αυτό, τα αποτελέσματα αυτά που πήραν αργότερα τη μορφή θεωρημάτων και απεδείχθη ότι πράγματι ισχύουν για τα επαναλαμβανόμενα παίγνια χωρίς πεπερασμένο ορίζοντα, είναι γνωστά στη βιβλιογραφία ως **εθιμικά θεωρήματα («Folk Theorems»)**. (βλ. παράδειγμα § 3.9)

3. Παραδείγματα

3.1 Το παίγνιο «Prisoner's Dilemma»

(***Το δίλημμα του φυλακισμένου****: Το κλασικό παίγνιο όπου και οι δύο παίκτες έχουν αυστηρά κυρίαρχες στρατηγικές*)

Η «ιστορία» έχει ως εξής:

Δύο ύποπτοι έχουν συλληφθεί από την αστυνομία. Οι δύο συλληφθέντες κρατούνται σε διαφορετικούς χώρους. Τα στοιχεία που υπάρχουν είναι ανεπαρκή για την εξιχνίαση της υπόθεσης και έτσι, η αστυνομία αποφασίζει να κάνει και στους δύο κρατουμένους την ίδια πρόταση, με σκοπό ένας τουλάχιστον εξ αυτών να καταθέσει εναντίον του άλλου στην αίθουσα του δικαστηρίου. Στην περίπτωση που ο ένας εκ των δύο καταθέσει και ο άλλος σιωπήσει, τότε ο πρώτος δε φυλακίζεται, ενώ ο δεύτερος καταδικάζεται σε ποινή φυλάκισης πέντε ετών. Στην περίπτωση που και οι δύο καταθέσουν, τότε καθένας καταδικάζεται σε ποινή φυλάκισης τριών ετών. Τέλος, αν κανένας από τους δύο δεν καταθέσει, τότε αμφότεροι τιμωρούνται με φυλάκιση ενός έτους λόγω ελλιπών αποδεικτικών στοιχείων. **Το δίλημμα που τίθεται στο μυαλό των δύο υπόπτων είναι το εξής: Ποια στρατηγική πρέπει να ακολουθήσω, στο βαθμό που η τελική απόφαση εξαρτάται και από το τί θα πράξει ο έτερος κρατούμενος (πράγμα το οποίο δε γνωρίζω, εφόσον κρατείται σε διαφορετικό χώρο και δεν μπορούμε να συνεννοηθούμε εκ των προτέρων);**

Ο Albert W. Tucker διατύπωσε το παραπάνω πρόβλημα σε μορφή πίνακα πληρωμών και του προσέδωσε την τελική του μορφή, ονομάζοντάς το ως «Prisoner's Dillema» (PD) το 1992.

Ο πίνακας αποδόσεων, βάσει των δεδομένων του προβλήματος που περιγράψαμε, γράφεται ως εξής:

1\2	Κατάθεση	Σιωπή
Κατάθεση	**-3, -3**	0, -5
Σιωπή	-5, 0	-1, -1

Σύμφωνα με τους ορισμούς που δόθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, παρατηρούμε ότι η στρατηγική «Κατάθεση» είναι αυστηρά κυρίαρχη για κάθε έναν παίκτη (φυλακισμένο).

Πράγματι, όταν ο δεύτερος παίκτης επιλέξει να καταθέσει εις βάρος του πρώτου στο δικαστήριο, τότε ο πρώτος παίκτης έχει όφελος -3 (ποινή τριών ετών φυλάκισης) αν καταθέσει και αυτός εναντίον του δεύτερου και -5 (ποινή πέντε ετών φυλάκισης) αν σιωπήσει. Επίσης, όταν ο δεύτερος παίκτης επιλέξει «Σιωπή», ο πρώτος παίκτης έχει όφελος 0 (ελεύθερος) αν καταθέσει εναντίον του άλλου στο δικαστήριο και -1 (ένα χρόνο φυλακή) αν επιλέξει και αυτός «Σιωπή».

Δηλαδή, η στρατηγική «Κατάθεση» είναι πάντοτε αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική για τον πρώτο παίκτη.

Ομοίως, για το δεύτερο παίκτη, αλλάζοντας ρόλους στον παραπάνω συλλογισμό, προκύπτει ότι *η στρατηγική «Κατάθεση» είναι πάντοτε αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική για το δεύτερο παίκτη.*

Δεδομένου λοιπόν ότι οι δύο κρατούμενοι δεν έχουν τη δυνατότητα επικοινωνίας ή συνεννόησης μεταξύ τους, το ορθολογικό κριτήριο της βέλτιστης επιλογής-απάντησης (**best response**) υποδεικνύει σε κάθε παίκτη να παίξει την αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική του, δηλαδή να καταμαρτυρήσει σε βάρος του άλλου στο δικαστήριο.

Συνεπώς, **οι δύο κρατούμενοι θα ομολογήσουν ο ένας εναντίον του άλλου** και αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα την καταδίκη αμφοτέρων σε τριετή φυλάκιση, αντί **της μονοετούς που θα επιτύγχαναν εφόσον παρέμεναν και οι δύο σιωπηλοί**. Αυτή είναι και η μοναδική **ισορροπία Nash** του παιγνίου και **το ζεύγος (-3,-3) αντιστοιχεί σε ισορροπία Nash στον πίνακα πληρωμών (payoff matrix) του PD**.

Παρατήρηση

Το ορθολογικό κριτήριο της μικρότερης δυνατής ατομικής καταδίκης κάθε κρατουμένου οδηγεί σε χειρότερο αποτέλεσμα από αυτό στο οποίο θα οδηγούσε η συνεργασία των δύο κρατουμένων με κριτήριο τη μείωση της ποινής του συνενόχου και αντίτιμο μία μικρή ποινή φυλάκισης και για τον ίδιο (-1, -1). Στην περίπτωση αυτή λοιπόν και όπως προκύπτει από την ανάλυση του διάσημου αυτού παιγνίου, αποδεικνύεται ότι **ένα ζεύγος ισορροπίας κατά Nash δεν είναι κατ' ανάγκην και βέλτιστο κατά Pareto**. Το ζεύγος ισορροπίας Nash είναι το (-3, -3), ενώ το βέλτιστο κατά Pareto είναι το (-1,-1).

Η κατάσταση διαφοροποιείται, ωστόσο, όταν το PD επαναλαμβάνεται πολλές φορές. Κι αυτό, διότι πέρα από την ανταμοιβή υπάρχει και το αίσθημα «τιμωρίας-εκδίκησης» για πιθανή προηγούμενη μη συνεργασία. Όταν ο αριθμός των επαναλήψεων είναι εκ των προτέρων γνωστός, η θεωρία αποδεικνύει ότι οι δύο παίκτες θα επιλέξουν την τακτική μη συνεργασίας ανεξάρτητα από τον πεπερασμένο αριθμό των επαναλήψεων. Μόνον όταν ο αριθμός επαναλήψεων είναι άγνωστος και απροσδιόριστος, είναι δυνατή η ύπαρξη ισορροπίας με χρήση στρατηγικής συνεργασίας μεταξύ των δύο παικτών. Επιπλέον, όταν το παίγνιο επαναλαμβάνεται άπειρες φορές διαμορφώνεται μία ισορροπία Nash με συνεργασία των δύο πλευρών, εξακολουθούν ωστόσο να υπάρχουν κι άλλες ισορροπίες που προκύπτουν από στρατηγικές μη συνεργασίας.

3.2 Το παίγνιο «Battle of the Sexes»

(***Η μάχη μεταξύ των δύο φύλων***: *Το κλασικό παίγνιο όπου οι δύο παίκτες δεν έχουν (ασθενώς) κυρίαρχη στρατηγική*)

Η «ιστορία» έχει ως εξής:

Ένα ζευγάρι (ανδρόγυνο) θέλουν να κανονίσουν βραδινή έξοδο για σήμερα, επιλέγοντας μεταξύ του τελικού κυπέλλου του ποδοσφαίρου και της συναυλίας στο Ηρώδειο. Η γυναίκα προτιμά τη συναυλία, ενώ ο άνδρας θέλει να πάει στο γήπεδο. Ωστόσο, το ζευγάρι θέλει να περάσουν μαζί τη βραδιά.

Ο πίνακας αποδόσεων γράφεται ως εξής:

Α\Γ	Συναυλία	Γήπεδο
Συναυλία	**1, 3**	0, 0
Γήπεδο	0, 0	**3, 1**

Παρατηρούμε ότι η μορφή αυτή του παιγνίου «battle of the sexes» **δεν έχει κυρίαρχη στρατηγική για κάποιον παίκτη.**

Ωστόσο, **σε καθαρές στρατηγικές (pure strategies) το παιχνίδι έχει δύο σημεία ισορροπίας κατά Nash: Τα ζεύγη (1,3) και (3,1) είναι Nash equilibria**. Το πρώτο προτιμάται από τη γυναίκα, ενώ το δεύτερο από τον άνδρα.

3.3 Το παίγνιο «Stag hunt» (ιδιαίτερη μορφή με χαρακτηριστικά coordination game)

(Το κλασικό παίγνιο που περιγράφει το δίλημμα μεταξύ προσωπικής ασφάλειας και κοινωνικής συνεργασίας)

Το παίγνιο «**Stag hunt**» αναφέρεται στη βιβλιογραφία και ως «παίγνιο ασφαλείας» («assurance game»), «παίγνιο συνεργασίας» («coordination game») και «δίλημμα εμπιστοσύνης» («trust dilemma») και περιγράφει το δίλημμα που έχει ένας κυνηγός, μεταξύ προσωπικής ασφάλειας και αμοιβαίας συνεργασίας. **Εμπνευστής του παιγνίου υπήρξε ο μεγάλος Γάλλος φιλόσοφος Jean Jacques Rousseau**.

Η «ιστορία» έχει ως εξής:

Δύο άνθρωποι λατρεύουν το κυνήγι και αποφασίζουν να κυνηγήσουν σε μια δασική περιοχή, η πανίδα της οποίας αποτελείται, μεταξύ άλλων, από λαγούς και ελάφια, που προτιμάνε να κυνηγήσουν οι δύο κυνηγοί. Κάθε ένας τους είναι ικανός να κυνηγήσει μόνος του λαγούς, όμως για να κυνηγήσουν ελάφια με επιτυχία θα πρέπει να συνεργαστούν μεταξύ τους. Κάθε κυνηγός καλείται να επιλέξει αν θα κυνηγήσει ελάφι ή λαγό και επιπλέον, καλείται να λάβει την απόφασή του χωρίς την παραμικρή πληροφόρηση σχετικά με την πρόθεση του άλλου. **Το δίλημμα που τίθεται είναι: Ποια στρατηγική πρέπει να ακολουθήσουν οι δύο κυνηγοί;**

Από τη μία μεριά, ο λαγός αποτελεί εύκολο στόχο για ατομικό κυνήγι (χαμηλής αξίας β) και από την άλλη, το ελάφι έχει πολύ μεγαλύτερη αξία (α) ως θήραμα και συνεπώς αποτελεί έναν πιο ωφέλιμο στόχο για τους κυνηγούς, προϋποθέτοντας την ύπαρξη αμοιβαίας εμπιστοσύνης και συνεργασίας μεταξύ των δύο κυνηγών.

Η γενική μορφή του πίνακα αποδόσεων γράφεται ως εξής:

1\2	Stag	Hare
Stag	α, α	0, β
Hare	β, 0	β, β

Όπου α >> **β** >**0**

Αριθμητικό παράδειγμα

1\2	Stag	Hare
Stag	3, 3	0, 1
Hare	1, 0	1, 1

Παρατηρούμε ότι το παίγνιο **σε καθαρές στρατηγικές έχει δύο σημεία ισορροπίας κατά Nash: Τα ζεύγη (3,3) και (1,1) είναι Nash equilibria**. Επίσης, αμφότερα είναι βέλτιστα κατά Pareto. Το πρώτο ζεύγος αντιστοιχεί στη συνεργασία των δύο πλευρών για να κυνηγήσουν ελάφια και το δεύτερο στη στρατηγική επιλογή του ατομικού κυνηγιού λαγού.

Παρατήρηση

Η στρατηγική συνεργασίας των δύο παικτών οδηγεί στο σημείο ισορροπίας με το μεγαλύτερο δυνατό όφελος. Ωστόσο, σε αντιδιαστολή με τα κλασικά παίγνια συνεργασίας (coordination games) οι δύο παίκτες μπορούν να εγγυηθούν για τον εαυτό τους ένα σημείο ισορροπίας επιλέγοντας απλώς το κυνήγι του λαγού.
Η ισορροπία Nash (3,3) εξασφαλίζει στους παίκτες τα μεγαλύτερα δυνατά κέρδη, περιέχει όμως τον κίνδυνο της μη συνεργασίας της άλλης πλευράς. Αντίθετα, η ισορροπία (1,1) εξασφαλίζει μεν μικρότερα κέρδη, παρέχει δε μεγαλύτερη ασφάλεια στον παίκτη. Αυτή ακριβώς είναι και η βασική διαφορά σε σχέση με το «δίλημμα του φυλακισμένου», όπου η στρατηγική της μη συνεργασίας αποτελεί Nash equilibrium, ενώ η στρατηγική της συνεργασίας αποφέρει μεγαλύτερα οφέλη στους δύο παίκτες και είναι βέλτιστη κατά Pareto.

Η επιλογή κάθε κυνηγού καθορίζεται από την εκτίμησή του για την επιλογή του άλλου. Προφανώς είναι προτιμότερο το κυνήγι ελαφιού όταν και ο έτερος παίκτης πρόκειται να πράξει το ίδιο. Ο κυνηγός που επιλέγει το ελάφι ως θήραμα λαμβάνει το ρίσκο της συνεργασίας, ή μη, του άλλου κυνηγού. Στον αντίποδα, εκείνος που προτιμά το κυνήγι του λαγού δεν αναλαμβάνει τέτοιο ρίσκο, παραιτείται όμως από τη πιθανή διεκδίκηση ενός μεγαλύτερου κέρδους. Υπάρχει συνεπώς ένα **trade-off μεταξύ του κοινού οφέλους και του προσωπικού ρίσκου.**

Είναι αναμενόμενο πως ένας ορθολογικά σκεπτόμενος, προσεκτικός παίκτης που διατηρεί παράλληλα σοβαρές επιφυλάξεις ως προς την πιθανή συνεργασία του συμπαίκτη του, θα προτιμήσει μάλλον την στρατηγική «ασφαλείας». Αυτό βεβαίως δε σημαίνει απαραίτητα ότι κάθε ορθολογικός παίκτης θα αποφύγει τη συνεργασία στο συγκεκριμένο παίγνιο, αλλά ότι απαραίτητη προϋπόθεση για την επίτευξή της είναι ένας αυξημένος βαθμός αμοιβαίας εμπιστοσύνης.

3.4 Το παίγνιο «Chicken Game»

(**Το παιχνίδι της κότας**: *Το κλασικό «ανταγωνιστικό παίγνιο»)*

Το «**Chicken Game**» είναι ένα ακόμη πολύ γνωστό παίγνιο, το οποίο χρησιμοποιείται ως υπόδειγμα καταστάσεων ισχυρού ανταγωνισμού μεταξύ δύο παικτών, όπου κάθε παίκτης προσπαθεί ουσιαστικά να αποφύγει την «υποταγή» στον αντίπαλο, πλην όμως ενδεχόμενη **άρνηση αμφοτέρων να υποχωρήσουν οδηγεί στο χειρότερο δυνατό αποτέλεσμα και για τους δύο** (σημαντικά χειρότερο payoff συγκριτικά με τα υπόλοιπα ζεύγη στρατηγικών). Η ονομασία του οφείλεται στην κινηματογραφική ταινία «Επαναστάτης χωρίς αιτία» που έκανε γνωστό τον ηθοποιό James Dean.

<u>Η «ιστορία» έχει ως εξής:</u>
Στο σενάριο της ταινίας, δύο ατίθασοι νεαροί οδηγούν δύο αυτοκίνητα προς το γκρεμό. Όποιος από τους δύο εγκαταλείψει πρώτος θεωρείται δειλός («κότα») και ο αντίπαλός του κερδίζει τη μονομαχία και μαζί, το θαυμασμό της κοπέλας που παρακολουθεί, για χάρη της οποίας γίνεται η μονομαχία. Αν δεν εγκαταλείψει κανείς το αυτοκίνητο, προφανώς οι δύο αντίπαλοι θα πέσουν στο γκρεμό και το αποτέλεσμα θα είναι το χειρότερο και για τους δύο.

Το ενδιαφέρον σε αυτό το παίγνιο είναι ότι ενώ οι δύο παίκτες έχουν κίνητρο να αποκλίνουν από την αμοιβαία αποδεκτή λύση (όπως ακριβώς συμβαίνει και στο δίλημμα του φυλακισμένου), το κόστος της απόκλισης από τα σημεία ισορροπίας κατά Nash (που θα αναλύσουμε εν συνεχεία) φαίνεται απαγορευτικό για να αναλάβουν τον κίνδυνο οι δύο πλευρές να μην υποχωρήσουν μέχρι τέλους. Πράγματι, ***αν κανένας από τους δύο ισχυρούς ανταγωνιστές δεν υποχωρήσει, αυτό θα οδηγήσει σε αποτέλεσμα καταστροφικό και για τους δύο παίκτες***.

Μορφή πίνακα αποδόσεων

1\2	Υποχώρηση	Επίθεση
Υποχώρηση	β, β	0, α
Επίθεση	α, 0	-α, -α

Στην παραπάνω γενική διατύπωση του payoff matrix ισχύει ότι **α** >> **β** > **0**.

Το παίγνιο **σε καθαρές στρατηγικές έχει δύο σημεία ισορροπίας Nash**, που είναι τα ζεύγη (επίθεση, υποχώρηση) και (υποχώρηση, επίθεση), υπό την έννοια ότι κανένας εκ των δύο παικτών δεν έχει λόγο να μετατοπιστεί από αυτά προκειμένου να βελτιώσει τη θέση του και να αποκομίσει μεγαλύτερο όφελος. Το ενδιαφέρον σε αυτού του τύπου τα ισχυρώς ανταγωνιστικά παίγνια είναι ότι, **όταν το παίγνιο επαναλαμβάνεται πολλές φορές δεν παρατηρούνται στρατηγικές τιμωρίας-εκδίκησης από τους παίκτες.** Δηλαδή, αν ο ένας παίκτης διαφοροποιήσει τη θέση του και αλλάξει στρατηγική από την αρχικά αμοιβαία αποδεκτή και συμβιβαστική λύση (υποχώρηση, υποχώρηση), τότε ο δεύτερος παίκτης δεν εκδικείται αλλάζοντας και αυτός σε «επίθεση», καθόσον το ολέθριο αποτέλεσμα (επίθεση, επίθεση) λειτουργεί αποτρεπτικά ως προς το αίσθημα εκδίκησης. Η βέλτιστη επιλογή του είναι η διατήρηση της στρατηγικής του.

Παρατήρηση

Οι δύο ισορροπίες Nash (pure strategies) είναι κατά Pareto βέλτιστες.

Τα επόμενα τρία παραδείγματα αναφέρονται στα επαναλαμβανόμενα παίγνια

3.5 Το παίγνιο τιμολόγησης του προϊόντος δύο ανταγωνιστικών επιχειρήσεων

Θεωρούμε μία αγορά στην οποία δραστηριοποιούνται δύο επιχειρήσεις, οι οποίες αλληλεπιδρούν σε ένα παίγνιο τιμολόγησης του προϊόντος που παράγουν.

Κάθε μία επιχείρηση μπορεί να επιλέξει την τιμή μεταξύ τριών επιλογών:

Υψηλή (Hi), Μέση (Me) ή χαμηλή (Lo).

Το παίγνιο σε μορφή πίνακα είναι:

Στρατηγική	Υψηλή	Μέση	Χαμηλή
Υψηλή	8,8	4,10	0,4
Μέση	10,4	6,6	1,3
Χαμηλή	4,0	3,1	2,2

Όπου ο παίκτης-γραμμή είναι η επιχείρηση 1 και ο παίκτης στήλη η επιχείρηση 2,

ενώ οι αριθμοί (αποδόσεις) εκφράζουν την κερδοφορία σε εκατομμύρια δολάρια.

Έστω ότι το παίγνιο παίζεται για δύο περιόδους (π.χ. οικονομικές χρήσεις). Σε αυτό το επαναλαμβανόμενο παίγνιο 2-περιόδων θεωρούμε το προφίλ στρατηγικής σ όπου κάθε επιχείρηση επιλέγει Hi την περίοδο 1 και εν συνεχεία Me τη δεύτερη περίοδο. Αν κάποια επιχείρηση διαφοροποιηθεί κατά την πρώτη περίοδο, τότε αμφότερες οι επιχειρήσεις τιμολογούν Lo την περίοδο 2.

Η στρατηγική αυτή περιγράφεται ως εξής:

Για i = 1, 2 έχουμε:

σ1,i = Hi και

σ2,i (h1) = Me, αν h1 = (Hi, Hi)

ή

σ2,i (h1) = Lo, αν h1 ≠ (Hi, Hi)

Ισχυρισμός: Το προφίλ στρατηγικής που περιγράψαμε είναι SPE για το επαναλαμβανόμενο παίγνιο 2-περιόδων.

Απόδειξη:

Τη 2^{η} περίοδο, οι επιχειρήσεις θα επιλέξουν είτε (Me, Me), είτε (Lo, Lo). **Κάθε ένα από τα ζεύγη αυτά αποτελεί σημείο ισορροπίας Nash του αρχικού μεμονωμένου παιγνίου (stage game).** Επομένως, δεν υπάρχουν επωφελείς αποκλίσεις την περίοδο 2 για οποιαδήποτε ιστορία h1 και άρα η στρατηγική σ*(h1) αποτελεί ισορροπία σε κάθε υποπαίγνιο που αρχίζει μετά την περίοδο 1 με δεδομένη την ιστορία h1.

Αν ο παίκτης i αποκλίνει από το (Hi, Hi) την περίοδο 1, τότε την περίοδο 2 αμφότεροι οι παίκτες επιλέγουν Lo, ειδάλλως παίζουν (Me, Me). Συνεπώς, αν ο παίκτης i αποκλίνει την περίοδο 1, τα κέρδη του i είναι 10+2δ οπότε δεν επωφελείται από την αποκλίνουσα συμπεριφορά όταν:

$10 + 2\delta \leq 8 + 6\delta$ ή ισοδύναμα, όταν $\delta \geq ½$.

Έχουμε λοιπόν αποδείξει ότι για δ ≥ ½, το προφίλ στρατηγικής σ* είναι SPE για το επαναλαμβανόμενο παίγνιο 2-περιόδων.

Παρατηρήσεις

1. Την πρώτη περίοδο, το αποτέλεσμα ισορροπίας είναι (Hi, Hi), το οποίο δεν αποτελεί ισορροπία του μεμονωμένου παιγνίου. Αυτό συμβαίνει όταν σε ένα πεπερασμένο επαναλαμβανόμενο παίγνιο υπάρχουν τουλάχιστον δύο σημεία ισορροπίας σε καθαρές στρατηγικές, το ένα από τα οποία έχει αποδόσεις κυρίαρχες έναντι των άλλων.
2. Το κέρδος ενός παίκτη όταν αποκλίνει, είναι μικρότερο από τη διαφορά των αποδόσεων των δύο σημείων ισορροπίας. Για το λόγο αυτό, η τιμωρία στη δεύτερη περίοδο του παίκτη που αποκλίνει στην πρώτη περίοδο είναι αποτελεσματική και συνιστά αξιόπιστη (credible) στρατηγική.

3.6 Το καρτέλ πετρελαίου των χωρών-μελών του OPEC (Organization of the Petroleum Exporting Countries)

Ας εξετάσουμε την περίπτωση του Οργανισμού πετρελαιοπαραγωγών χωρών, γνωστού ως **OPEC, που αποτελεί ακόμη και σήμερα ένα αρκετά ισχυρό καρτέλ πετρελαίου** [παλαιότερα μάλιστα ήταν πολύ ισχυρό και επηρέαζε τις διεθνείς τιμές του πετρελαίου επιφέροντας αλυσιδωτές αντιδράσεις σε επίπεδο μακροοικονομικών μεγεθών και κατάστασης της παγκόσμιας οικονομίας. Παράδειγμα, ο στασιμοπληθωρισμός (συνδυασμός υψηλού πληθωρισμού και ύφεσης) της δεκαετίας του 1970 εξαιτίας του supply shock (α’ και β΄ πετρελαϊκή κρίση) που προξένησε βραχυπρόθεσμα στις ανεπτυγμένες οικονομίες υψηλής ενεργειακής εξάρτησης η ραγδαία άνοδος της τιμής του πετρελαίου].

Τα μέλη του OPEC συμφωνούν σε συγκεκριμένες ποσοστώσεις παραγωγής πετρελαίου, ανάλογα με τις εκτιμήσεις για την παγκόσμια προσφορά κια ζήτηση και με βάση το όφελος που έχουν να διατηρούν την τιμή του μαύρου χρυσού σε ένα επίεπδο τέτοιο, το οποίο ενισχύει τα έσοδά τους χωρίς να υποσκάπτει την ανάπτυξη της παγκόσμιας οικονομίας, εφόσον ενδεχόμενη επιβράδυνση θα οδηγούσε σε ύφεση και μείωση της ζήτησης για πετρέλαιο από τις ενεργοβόρες οικονομίες του πλανήτη.

Θεωρούμε τα κράτη-μέλη του Οργανισμού ως παίκτες συμμετέχοντες σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο (άπειρου ορίζοντα) απόφασης παραγωγής ποσότητας πετρελαίου τέτοιας, ώστε να διαμορφωθεί η τιμή και το περιθώριο κέρδους των παραγωγών χωρών σε επίπεδα υψηλότερα από αυτά που θα αντιστοιχούσαν στην ισορροπία Nash. Με άλλα λόγια, το καρτέλ συμπεριφέρεται ως τέτοιο, συμφωνώντας σιωπηλά σε περιορισμό της παραγωγής, σε συμμόρφωση με τον κανόνα αυτό συνεργασίας μεταξύ των μελών και με απώτερο σκοπό να οδηγηθούν οι τιμές υψηλότερα βελτιώνοντας τις προσόδους των κρατών-μελών εν συγκρίσει με τα επίπεδα παραγωγής και την τιμή που θα διαμορφωνόταν χωρίς συνεργασία, αν δηλαδή τα μέλη επέλεγαν επίπεδα παραγωγής βάσει του απλού στρατηγικού παιγνίου και της ισορροπίας Nash (Cournot).

Η απειλή για την περίπτωση που κάποιο μέλος αποκλίνει από τη σιωπηρή συμφωνία του καρτέλ είναι η επιστροφή στην ισορροπία Nash, με αποτέλεσμα την εξάλειψη του πρόσθετου οφέλους διατήρησης της τιμής του πετρελαίου σε επίπεδα υψηλότερα από της ισορροπίας Nash.

Αρχικά, λοιπόν, το **πρόβλημα παραγωγής (Cournot)** έχει ως εξής:

- Πολλές χώρες παράγουν πετρέλαιο.
- Η Σαουδική Αραβία, η Ρωσία και οι Η.Π.Α παράγουν περίπου 10 εκ. βαρέλια ημερησίως. (Η πρώτη είναι η μεγαλύτερη πετρελαιοπαραγωγός χώρα μέλος του OPEC, οι δύο πρώην υπερδυνάμεις του Ψυχρού πολέμου δεν ανήκουν στο καρτέλ αλλά αποτελούν μεγάλους παίκτες στη διεθνή ενεργειακή σκακιέρα).
- Η παγκόσμια παραγωγή πετρελαίου συνολικά ξεπερνάει τα 80 εκατομμύρια βαρέλια.

Έστω ότι η **παγκόσμια ζήτηση πετρελαίου** περιγράφεται από τη συνάρτηση:

$P = 300 - 5Q$ (P: τιμή, Q: συνολική ποσότητα παραγωγής) και ότι το **οριακό κόστος παραγωγής (c)** είναι κατά μέσον όρο ίσο με $20 το βαρέλι (στην πραγματικότητα ποικίλει και διαμορφώνεται μεταξύ $2 και $100 ανά βαρέλι, ανάλογα με τη γεωγραφική τοποθεσία).

Για χάριν απλότητας στους υπολογισμούς, θεωρούμε 4 χώρες παραγωγούς.

Η απόδοση, δηλαδή το κέρδος, για κάθε χώρα i είναι:

(P-c) * qi = [300 - 5*(q-i + qi) – 20] * qi

Επιλύοντας το μοντέλο για στατική ισορροπία Nash προκύπτει ότι η χώρα i μεγιστοποιεί το κέρδος της όταν η πρώτη παράγωγος της παραπάνω συνάρτησης ως προς qi ισούται με το μηδέν, δηλαδή όταν:

300 – 5 * (q-i + 2qi) – 20 = 0 ή **qi = 28 – q-i / 2**

Συνεπώς, η βέλτιστη απάντηση (best response) για κάθε χώρα είναι να παράγει ποσότητα πετρελαίου ίση με:

qi = 28 – q-i / 2

Δοθείσης της υπόθεσης <u>συμμετρίας του προβλήματος</u> (όλοι έχουν το ίδιο κόστος παραγωγής), έπεται ότι θα παράγουν ποσότητα qi και άρα η εξίσωση γράφεται ως

q* = 28 – 3q*/2 ή **q* = 11.2 (εκ. βαρέλια ανά ημέρα: M$/day)**

Για αυτήν την ποσότητα παραγωγής, η τιμή του πετρελαίου είναι 300-5*(4*11.2) = $76 και τα κέρδη διαμορφώνονται σε (76-20)*11.2 = $627.2 M/day

Εν συνεχεία, εξετάζουμε τη δυνατότητα σιωπηλής συνεργασίας σε επαναλαμβανόμενη κλίμακα (repeated collusion), με σκοπό, όπως αναφέραμε στην εισαγωγή του παραδείγματος, την επίτευξη υψηλότερων κερδών από αυτά που προκύπτουν από τη στατική ισορροπία που υπολογίσαμε προηγουμένως.

Οι παίκτες ακολουθούν τη στρατηγική τιμωρίας χωρίς συγχώρεση, εφόσον κάποιος αποκλίνει από τη σιωπηρή συμφωνία (grim-trigger) που περιγράφεται ως εξής:

- Παραγωγή qi = 7
- Σε περίπτωση απόκλισης κάποιου μέλους, επιστροφή σε επίπεδο παραγωγής q* = 11.2 για πάντα

Από το εθιμικό θεώρημα έχουμε ότι:

Η παραγωγή 7 εκ. βαρελιών ημερησίως συνεπάγεται τιμή πετρελαίου ίση με

P = 300 -5*(4*7) = 160

Οπότε η κερδοφορία κάθε κράτους είναι (160-20)*7 = $980 εκ. / ημέρα

Παρατηρούμε ότι τα κέρδη στην περίπτωση σιωπηλής εφαρμογής περιορισμένης παραγωγής πετρελαίου από όλα τα μέλη του καρτέλ είναι σημαντικά υψηλότερα από την ισορροπία Nash (627.2 M$/day).

Θα πρέπει να εξετάσουμε κατά πόσον στηρίζεται αυτό για αρκετά υψηλό συντελεστή προεξόφλησης δ.

Υποθέτουμε ότι κάποιος παίκτης αποκλίνει από τον κανόνα και προβαίνει σε αύξηση της παραγωγής στο επίπεδο q* ώστε να αποκομίσει υψηλότερα έσοδα (κέρδη).

Θα βρούμε τη βέλτιστη απόκλιση ως εξής:

Υπενθυμίζεται ότι **qi = 28 - q-i / 2**

= 28 - (3*7)/2 = 17.5

που αντιστοιχεί σε τιμή P = 300 – 5*(7+7+7+17.5) = 107.5

και κέρδος για το συγκεκριμένο παίκτη που απέκλινε ίσο με:

Profit = (107.5-20)*17.5= $1531.25 M/day

Λόγω της **στρατηγικής grim-trigger**, ακολούθως και για πάντα, οι υπόλοιποι παίκτες τιμωρούν την απόκλιση με επιστροφή σε επίπεδα παραγωγής που υπαγορεύονται από τη στατική ισορροπία. Επομένως, εφεξής τα κέρδη θα είναι $667 M/d και *προεξοφλώντας με συντελεστή προεξόφλησης δ*, προκύπτει ότι:

Profit (optimal deviation) = 1531 + 667 * δ/ (1-δ)

Profit (Nash equilibrium) = 980 + 980 * δ/ (1-δ)

Οι δύο περιπτώσεις οδηγούν στο αυτό αποτέλεσμα, δηλαδή σε ίσα κέρδη για τον παίκτη, όταν δ = 551/864 = 0.64

Για μεγάλους συντελεστές προεξόφλησης (δ>>0.64), είναι φανερό ότι η «τιμωρητική» στρατηγική είναι αξιόπιστη (credible), υπό την έννοια ότι η απόκλιση ενός παίκτη προκειμένου να αποκομίσει βραχυπρόθεσμο όφελος δεν είναι συμφέρουσα.

3.7 Το εθιμικό θεώρημα για το δίλημμα του φυλακισμένου με πεπερασμένες και άπειρες επαναλήψεις

Όπως αναλύσαμε στην § 3.1 (στο πρώτο παράδειγμα με το κλασικό δίλημμα του φυλακισμένου), το παίγνιο αυτό στη στατική του μορφή θα έχει μία ισορροπία Nash: οι παίκτες επιλέγουν τη στρατηγική «Κατάθεση». Αν τώρα υποθέσουμε ότι το παίγνιο επαναλαμβάνεται δις, θα καταλήξουμε επαγωγικά ότι και στα δύο στάδια οι παίκτες θα επιλέξουν τη στρατηγική «Κατάθεση» και επομένως ο συνδυασμός στρατηγικών «(Κατάθεση, Κατάθεση), (Κατάθεση, Κατάθεση)» θα είναι επίσης τέλειος κατά υποπαίγνιο (SPE: Subgame Perfect Equilibrium).

Το ερώτημα που τίθεται είναι κάτω από ποιές συνθήκες θα ήταν αμοιβαία ωφέλιμο για τους δύο παίκτες να υιοθετήσουν μία στρατηγική ενεργοποίησης (trigger), δηλαδή να συνεργάζονται όσο ο αντίπαλος παίκτης συνεχίζει να συνεργάζεται και να τιμωρούν τον αντίπαλο τη στιγμή που αυτός αποκλίνει από τη στρατηγική συνεργασίας. Στην περίπτωση που το δίλημμα του φυλακισμένου επαναλαμβάνεται για παράδειγμα 2 φορές (πεπερασμένο αριθμό), θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι δημιουργούνται οι συνθήκες όπου θα επιτρέπουν κάποιας μορφής επικοινωνία μεταξύ των παικτών, εφόσον οι παίκτες θα μπορούν να παρατηρούν τη δράση του άλλου και η τελευταία σηματοδοτεί μια «προτεινόμενη» συνεργασία. Γνωρίζοντας δηλαδή ότι αν επιλέξουν «Σιωπή» και οι δύο θα μεγιστοποιήσουν αμοιβαία τις αποδόσεις τους, μία σύμπραξη μεταξύ των παικτών θα μπορούσε να εξασφαλιστεί μέσω μίας απόπειρας συνεργασίας στο πρώτο στάδιο του παιγνίου ως εξής: Ο πρώτος παίκτης επιλέγει τη στρατηγική «Σιωπή» και αν ο αντίπαλος δεν ανταποκριθεί στην προτεινόμενη συνεργασία αλλά επιλέξει «Κατάθεση», τότε ο πρώτος παίκτης επιλέγει εφεξής (για το δεύτερο -και όλα τα επόμενα πεπερασμένου αριθμού στάδια αν μιλάμε για ν φορές) τη στρατηγική «Κατάθεση», τιμωρόντας κατά κάποιο τρόπο τον αντίπαλο που δεν ανταποκρίθηκε στην πρόταση συνεργασίας.

Ας υποθέσουμε ότι οι δύο παίκτες πράγματι συμπράττουν στο πρώτο στάδιο του παιγνίου και παίζουν «Σιωπή, Σιωπή». Αν το παίγνιο επαναλαμβάνεται σε δύο στάδια, με βάση τον πίνακα αποδόσεων προκύπτει ότι δεν υπάρχει κίνητρο συνεργασίας και στο δεύτερο (τελευταίο) στάδιο.

1\2	Κατάθεση	Σιωπή
Κατάθεση	-3, -3	0, -5
Σιωπή	-5, 0	-1, -1

Πράγματι, ισχύει ότι: u1((Σ, Σ), (Σ, Σ)) < u1((Σ, Σ), (Ο, Σ)) και συνεπώς κάθε παίκτης πετυχαίνει μεγαλύτερη απόδοση στην περίπτωση όπου δε συνεργάζεται, δηλαδή **η στρατηγική συνεργασίας δεν αποτελεί αξιόπιστη (credible) συμπεριφορά**.

Η θεώρηση αυτή αλλάζει όταν το δίλημμα του φυλακισμένου επαναλαμβάνεται άπειρες φορές. Υποθέτουμε ότι οι παίκτες επιλέγουν στρατηγικές ενεργοποίησης και ότι προεξοφλούν τη μελλοντική ροή των αποδόσεων στα άπειρα επαναλαμβανόμενα στάδια του παιγνίου, χρησιμοποιώντας έναν συντελεστή προεξόφλησης δ = 1/ (1+r).

Μετασχηματίζουμε τον πίνακα αποδόσεων για ευκολία στους υπολογισμούς που θα ακολουθήσουν ως εξής:

1\2	Κατάθεση	Σιωπή
Κατάθεση	1, 1	5, 0
Σιωπή	0, 5	4, 4

Έστω ότι ο παίκτης 1 επιλέγει σε κάθε συστατικό παίγνιο τη στρατηγική **«grim-trigger»** (τιμωρητική συμπεριφορά χωρίς συγχώρεση (εφεξής), εφόσον ο αντίπαλος παίκτης αποκλίνει από μία στρατηγική συνεργασίας). **Μία τέτοια στρατηγική ενεργοποίησης αποτελεί μία πιο «αξιόπιστη» (credible) απειλή**, υπό την έννοια ότι ο αντίπαλος γνωρίζει ότι εάν ενεργοποιηθεί η στρατηγική αυτή δεν πρόκειται να του ξαναδοθεί η ευκαιρία συνεργασίας.

- Χωρίς βλάβη της γενικότητας υποθέτουμε ότι ο δεύτερος παίκτης αποκλίνει στο πρώτο μόλις στάδιο από τη συνεργασία. Αυτό σημαίνει ότι ενώ ο πρώτος παίκτης επιλέγει «Σιωπή» προσφέροντας την ευκαιρία στον παίκτη 2 να συνεργασθεί και να επιλέξει κι αυτός τη στρατηγική «Σιωπή» μεγιστοποιώντας αμοιβαία τις αποδόσεις και των δύο, ο δεύτερος παίκτης αποκλίνει αμέσως και επιλέγει τη στρατηγική «Κατάθεση», οδηγώντας στην ενεργοποίηση της «τιμωρητικής» στρατηγικής («Κατάθεση») εις το διηνεκές από τον πρώτο παίκτη.

Προεξοφλώντας τη ράντα των αποδόσεων που θα προκύψουν από την grim-trigger στρατηγική με το συντελεστή προεξόφλησης (δ), προκύπτει ότι η παρούσα αξία των μελλοντικών αποδόσεων του παίκτη 2 υπολογίζεται ως:

$PV_2 = 5 + 1\delta + 1\delta^2 + 1\delta^3 + \ldots = 5 + \delta\,(1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \ldots) = 5 + \delta/\,(1\text{-}\delta)$

- Αν ο παίκτης 2 συνεργασθεί και δεσμευθεί εις το διηνεκές να συνεργάζεται, τότε έχουμε:

$PV_2 = 4 + 4\delta + 4\delta^2 + 4\delta^3 + \ldots = 4\,(1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \ldots) = 4/\,(1\text{-}\delta)$

Παρατηρούμε ότι η βέλτιστη στρατηγική εξαρτάται από την τιμή του συντελεστή προεξόφλησης.

Η στρατηγική συνεργασίας είναι προτιμώτερη για τον παίκτη 2 όταν:

$4/\,(1\text{-}\delta) > 5 + \delta/\,(1\text{-}\delta)$ ή ισοδύναμα, για $\delta > ¼$

Δηλαδή, αν οι δύο παίκτες έχουν σχετικά υψηλό συντελεστή προεξόφλησης, τότε μία συνεργασία θα είναι αμοιβαία επωφελής. Η παραπάνω στρατηγική ενεργοποίησης θα είναι NE για το απείρως επαναλαμβανόμενο παίγνιο και επίσης θα είναι SPE εφόσον από όποιο στάδιο του παιγνίου και να ξεκινήσουμε, πάντοτε θα υπάρχει μία άπειρη ακολουθία επαναλήψεων του βασικού παιγνίου και άρα το υποπαίγνιο θα είναι ταυτόσημο του παιγνίου.

Το επόμενο παράδειγμα αναφέρεται στο παίγνιο μεταξύ δύο περιοδικών

3.8 Time vs Newsweek: Cover Story

Εξετάζουμε το παίγνιο μεταξύ δύο κορυφαίων αμερικανικών περιοδικών Time και Newsweek, κάθε ένα από τα οποία καλείται να επιλέξει αν θα βάλει ως πρώτο θέμα στο εξώφυλλο το AIDS (κοινωνικό θέμα) ή τον εθνικό προϋπολογισμό (οικονομικό θέμα).

Ο πίνακας αποδόσεων του παιγνίου παρουσιάζεται ακολούθως, όπου με κόκκινο χρώμα αναγράφεται το ποσοστό κυκλοφορίας που επιτυγχάνει σε κάθε έναν από τους τέσσερις συνδυασμούς στρατηγικών το περιοδικό Time και με μπλε χρώμα αντίστοιχα το περιοδικό Newsweek.

Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση που επιλεγεί και από τους δύο παίκτες ως πρώτο θέμα στο εξώφυλλο ο εθνικός προϋπολογισμός, το 18% των αναγνωστών προτιμούν το Time, ενώ το 12% επιλέγουν να αγοράσουν το Newsweek. (Το υπόλοιπο 70% των αναγνωστών ενδιαφέρονται αποκλειστικά για το θέμα του AIDS και συνεπώς δε θα αγοράζουν κάποιο περιοδικό σε αυτήν την περίπτωση).

		***Newsweek* Cover Story**	
		AIDS	*Budget*
***Time* Cover Story**	*AIDS*	28% 42%	30% 70%
	Budget	70% 30%	12% 18%

Με βάση τον παραπάνω πίνακα αποδόσεων προκύπτει ότι το περιοδικό Time έχει κυρίαρχη στρατηγική να επιλέξει το AIDS για το εξώφυλλο, εφόσον κάτι τέτοιο θα του αποφέρει μεγαλύτερο ποσοστό κυκλοφορίας ανεξαρτήτως επιλογής του ανταγωνιστικού περιοδικού. Σαφώς λοιπόν το περιοδικό Time έχει βέλτιστη στρατηγική.

Ωστόσο, για το περιοδικό Newsweek δεν υπάρχει κυρίαρχη ή κυριαρχούμενη στρατηγική, καθώς η βέλτιστη απάντηση εξαρτάται από την απόφαση του άλλου παίκτη. Δεδομένου όμως ότι η κυρίαρχη στρατηγική για το περιοδικό Time είναι να επιλέξει το AIDS ως πρώτο θέμα, η βέλτιστη στρατηγική για το Newsweek είναι να επιλέξει τον εθνικό προϋπολογισμό για το πρωτοσέλιδο, στρατηγική η οποία θα του αποφέρει 30% μερίδιο των αναγνωστών, έναντι 28% αν επέλεγε το ίδιο θέμα (AIDS).

<u>Ισορροπία</u>

Ας υποθέσουμε ότι στο παραπάνω πρόβλημα προσθέτουμε άλλη μία παράμετρο: Ποια τιμή πρέπει να επιλέξουν οι εκδότες για το περιοδικό τους;

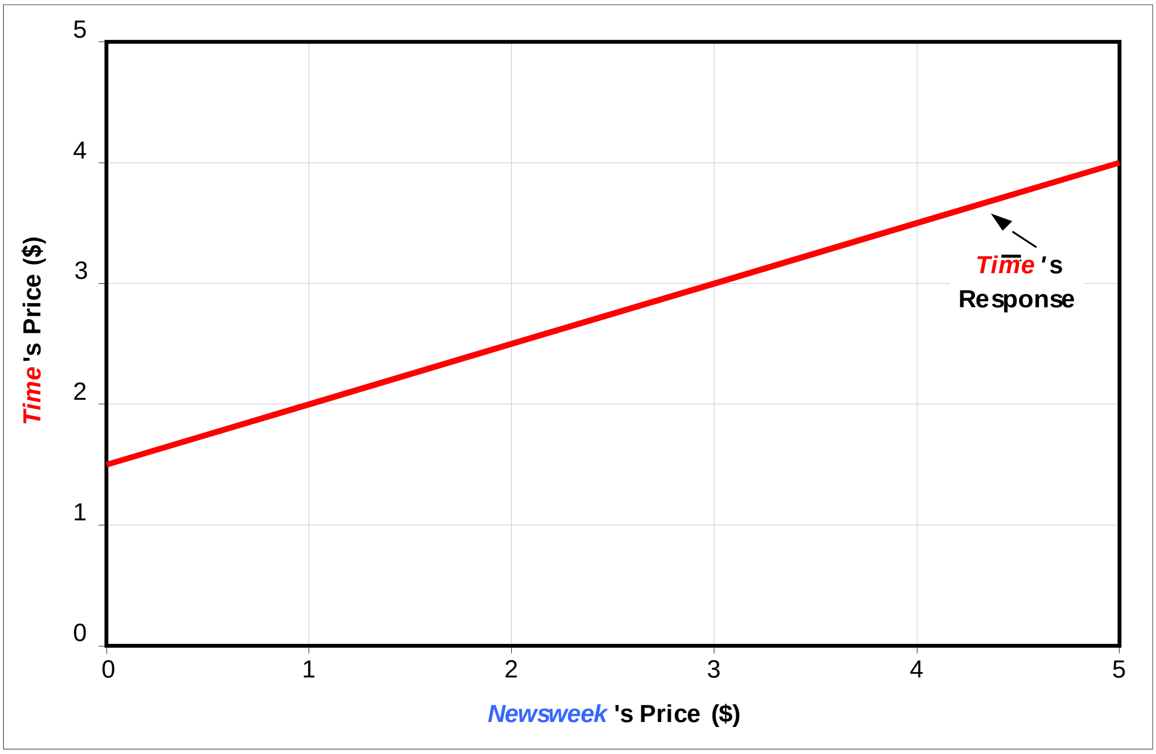
Εάν το περιοδικό Newsweek επιλέξει μία σχετικά υψηλή τιμή, τότε το Time επιλέγοντας μία χαμηλότερη τιμή θα κερδίσει την προτίμηση των αναγνωστών που είναι αδιάφοροι ως προς το περιοδικό που θα αγοράσουν και επιλέγουν με κριτήριο το φθηνότερο (δεν ανήκουν δηλαδή στους πιστούς αναγνώστες που προτιμούν συγκεκριμένο περιοδικό). Από την άλλη μεριά, εάν το Newsweek επιλέξει μία πολύ χαμηλή τιμή, τότε το Time μπορεί να καθορίσει την τιμή του τεύχους λίγο υψηλότερα, έτσι ώστε να επιτύχει μεγαλύτερα έσοδα από τις πωλήσεις στους πιστούς αναγνώστες, χάνοντας την κατηγορία αυτών που δεν έχουν προτίμηση περιοδικού αλλά ελκυστικότερης τιμής.

Η συμπεριφορά του Time σε σχέση με την επιλογή βέλτιστης τιμής παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα 3.7.1.

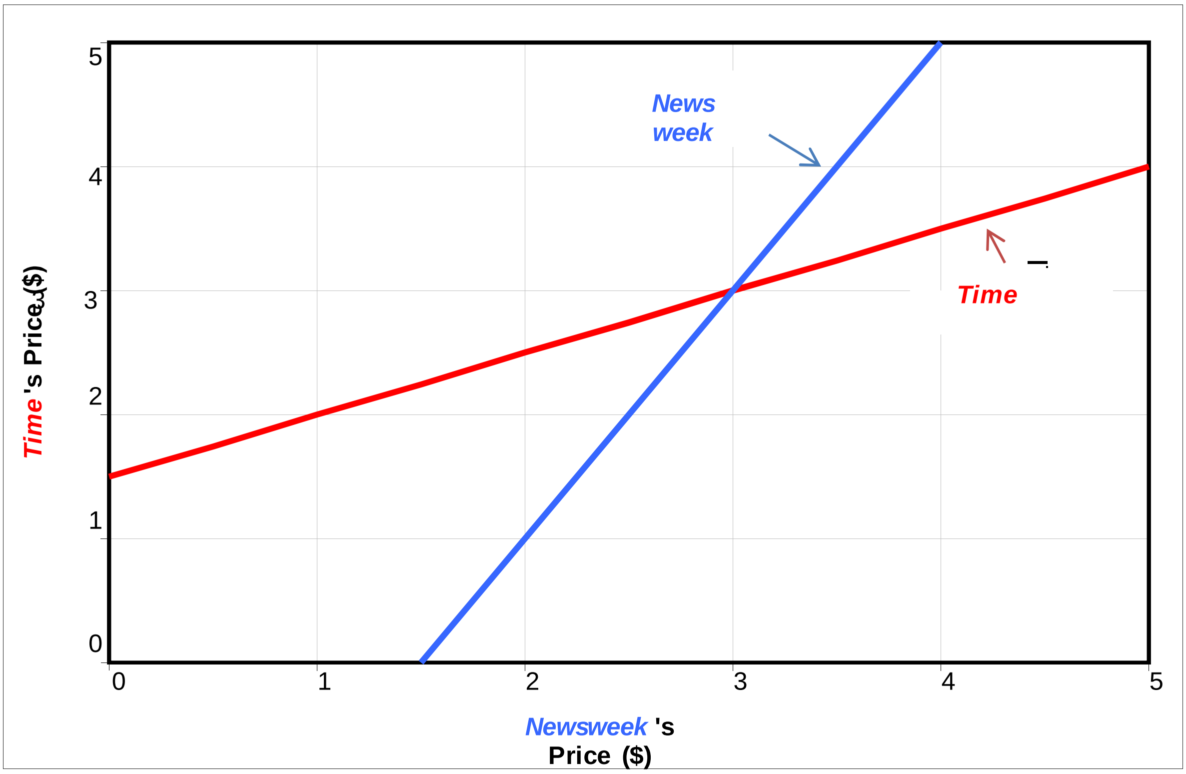
Το εν λόγω πάιγνιο δεν είναι διαδοχικό παίγνιο, αφού το περιοδικό Time δεν έχει την πολυτέλεια να περιμένει να δει ποια τιμή θα επιλέξει το περιοδικό Newsweek για το τρέχον τεύχος. Για να ολοκληρωθεί λοιπόν το παράδειγμα, θα προσθέσουμε την βέλτιστη απάντηση του Newsweek στην τιμή που θα επιλέξει το Time.

.

Διάγραμμα 3.7.1: **Time's** ***Price Response to*** **Newsweek** ***Prices***



Στο διάγραμμα 3.7.2 παριστάνονται γραφικά οι δύο καμπύλες που περιγράφουν για κάθε περιοδικό τη βέλτιστη απάντηση στην επιλογή τιμής του αντιπάλου.



Διάγραμμα 3.7.2:* Time *and* Newsweek *Price Responses

Το σημείο τομής των δύο καμπύλων αποτελεί σημείο ισορροπίας, δηλαδή είναι το σημείο εκείνο που αντιστοιχεί στη βέλτιστη απάντηση ως προς την επιλογή τιμής για κάθε περιοδικό.

3.9 Political Game Theory: The Hotelling Model (Μοντέλο Πολιτικού Ανταγωνισμού)

Η Θεωρία Παιγνίων έχει εφαρμογή μεταξύ άλλων και στον τομέα των Πολιτικών Επιστημών. Ένα από τα ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα στην πολιτική θεωρία παιγνίων είναι το «Hotelling Model» που αποτελεί υπόδειγμα για μία κατάσταση πολιτικού ανταγωνισμού και αναπτύχθηκε στην πιο εκτεταμένη του μορφή από τον Downs το έτος 1957.

Έστω ότι μία μικρή πόλη καλείται να αποφασίσει πού θα χτίσει ένα καινούριο σχολείο. Οι κάτοικοι της πόλης μένουν σε σπίτια ισοκατανεμημένα κατά μήκος ενός δρόμου ενός χιλιομέτρου και προτιμούν το σχολείο να χτιστεί όσο το δυνατόν εγγύτερα στην κατοικία τους. Επομένως, υποθέτουμε ότι το ιδανικό σημείο για κάθε πολίτη-ψηφοφόρο ακολουθεί την uniform κατανομή στο διάστημα [0,1]. Η απόφαση θα παρθεί μετά από τις δημοτικές εκλογές, όπου οι δύο υποψήφιοι περιλαμβάνουν στην προεκλογική τους καμπάνια την υπόσχεση κατασκευής νέου σχολικού κτηρίου σε συγκεκριμένη τοποθεσία. Ο υποψήφιος που θα κερδίσει τις εκλογές προχωρά στην κατασκευή του σχολικού κτηρίου στην υποσχεθείσα τοποθεσία και λαμβάνει απόδοση στο παίγνιο ίση με 1. Ο χαμένος λαμβάνει απόδοση -1. Σε περίπτωση ισοψηφίας, υποθέτουμε ότι ο νικητής των εκλογών προκύπτει από τη ρίψη ενός νομίσματος (50-50%). Υποθέτουμε επίσης ότι οι ψηφοφόροι δε συμμετέχουν ως στρατηγικοί παίκτες στο εν λόγω πολιτικό παίγνιο, αλλά ψηφίζουν τον υποψήφιο που υπόσχεται ότι θα χτίσει νέο σχολείο στο σημείο που είναι πλησιέστερα στην κατοικία τους.

Με βάση αυτές τις παραδοχές, τα σύνολα στρατηγικών για κάθε υποψήφιο είναι:

$$S_1 = S_2 = [0, 1]$$

Επειδή η τοποθεσία που μένουν (και άρα προτιμούν) οι ψηφοφόροι ακολουθεί την Uniform κατανομή, ο αριθμός των ψηφοφόρων σε κάθε διάστημα ισούται με το εύρος του διαστήματος. Δηλαδή αν $s_2 > s_1$, όλοι οι ψηφοφόροι εξ αριστερών του $(s_1+s_2) / 2$ θα ψηφίσουν τον υποψήφιο 1 και το ποσοστό που θα πάρει στις εκλογές θα είναι $(s_1+s_2) / 2$. Το υπόλοιπο $1 – [(s_1+s_2) / 2]$ θα προτιμήσει τον υποψήφιο 2.

Αντιστρόφως, αν $s_1 > s_2$, ο υποψήφιος 2 λαμβάνει ποσοστό $(s_1+s_2) / 2$, ενώ ο άλλος το υπόλοιπο.

Βάσει αυτών, η συνάρτηση απόδοσης για κάθε υποψήφιο γράφεται ως εξής:

$$u_1(s_1, s_2) = \begin{cases} 1, \text{ εάν } s_1 < s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] > 0.5, \text{ ή, εάν } s_1 > s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] < 0.5 \\ 0, \text{ εάν } s_1 = s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] = 0.5 \\ -1, \text{ εάν } s_1 < s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] < 0.5, \text{ ή, εάν } s_1 > s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] > 0.5 \end{cases}$$

και

$$u_2(s_1, s_2) = -u_1(s_1, s_2)$$

Θα αποδείξουμε ότι η μοναδική ισορροπία Nash (NE) είναι $s_1 = s_2 = 0.5$

Θα υπολογίσουμε αρχικά τις συναρτήσεις b που αφορούν τη βέλτιστη απάντηση (best response) κάθε υποψηφίου. Για τον υποψήφιο 1, έστω ότι $s_2 < 0.5$. Τότε ο υποψήφιος 1 μπορεί να νικήσει με βεβαιότητα επιλέγοντας τη στρατηγική που θα του αποφέρει απόδοση (ποσοστό ψήφων) πάνω από 0.5. Επομένως, $b_1(s_2) = (s_2, 1 - s_2)$.

Αν $s_2 > 0.5$, ομοίως προκύπτει ότι $b_1(s_2) = (1 - s_2 , s_2)$.

Αν $s_2 = 0.5$, το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα για τον υποψήφιο 1 είναι η ισοπαλία, εφόσον επιλέξει και αυτός 0.5.

Επειδή το παίγνιο για τον υποψήφιο 2 είναι εντελώς συμμετρικό, προκύπτει ότι η βέλτιστη απάντηση είναι:

$b_2(s_1) = (s_1, 1-s_1)$, αν $s_1 < 0.5$

$b_2(s_1) = (1-s_1, s_1)$, αν $s_1 > 0.5$

$b_2(s_1) = s_1$, αν $s_1 = 0.5$

Ότι $s_1^* = s_2^* = 0.5$ είναι NE προκύπτει εύκολα, αφού $b_1(0.5)=b_2(0.5)=0.5$

Θα αποδείξουμε ότι η ισορροπία αυτή είναι μοναδική. Υποθέτουμε ότι $s_1^* = s_2^* \neq 0.5$. Αυτό δεν μπορεί να είναι NE διότι το $b_1(s_2)$ δεν περιέχει το $s_2^* = s_1^*$. Έστω ότι $s_1^* < s_2^*$, τότε $b_1(s_{2*}) = (1 - s_2^*, s_2^*)$ ενώ $b_2(s_{1*}) = (s_1^*, 1-s_1^*)$. Άρα η NE απαιτεί να ισχύουν ταυτόχρονα οι σχέσεις $1 - s_2^* < s_1^*$ και $s_2^* < 1-s_1^*$, δηλαδή οι ανισότητες $s_2^* > 1-s_1^*$ και $s_2^* < 1-s_1^*$, πράγμα άτοπο. Με ανάλογο τρόπο αν υποθέσουμε ότι $s_1^* > s_2^*$ θα καταλήξουμε και πάλι σε άτοπο.

Συνεπώς, αποδείξαμε τη μοναδικότητα του σημείου ισορροπίας $s_1^* = s_2^* = 0.5$. ■

<u>Ακολούθως, θα εξετάσουμε δύο παραλλαγές του μοντέλου:</u>

3.8.1 Μεγιστοποίηση εκλογικών ποσοστών

Στην περίπτωση αυτή υποθέτουμε ότι κάθε υποψήφιος επιλέγει να μεγιστοποιήσει το ποσοστό ψήφων και όχι να μεγιστοποιήσει την πιθανότητα να κερδίσει τις εκλογές.

Οι αποδόσεις του παιγνίου μεταξύ των δύο πολιτικών αντιπάλων θα είναι:

$$u_1(s_1, s_2) = \begin{cases} (s_1+s_2)/2, & \text{αν } s_1 < s_2 \\ 0.5, & \text{αν } s_1 = s_2 \\ 1 - [(s_1+s_2)/2], & \text{αν } s_1 > s_2 \end{cases}$$

και

$$u_2(s_1, s_2) = 1 - u_1(s_1, s_2)$$

Θα αποδείξουμε και πάλι ότι $s_1^* = s_2^* = 0.5$ είναι Nash Equilibrium και μάλιστα μοναδική.

Προς τούτο, εξετάζουμε τη στρατηγική βέλτιστης απάντησης κάθε υποψηφίου. Αν $s_2 < 0.5$ ο υποψήφιος 1 θα θέλει να επιλέξει την πλησιέστερη περιοχή του δρόμου, δηλαδή το σημείο εκείνο που είναι μεγαλύτερο του s_2. Όμως τα σύνολα στρατηγικής είναι *continuums* και συνεπώς δεν ορίζεται αυτό το σημείο. Ομοίως, αν $s_2 > 0.5$, ο υποψήφιος 1 θα θέλει να επιλέξει το πλησιέστερο σημείο που είναι μικρότερο του s_2 και το οποίο πάλι δεν υπάρχει. Την ίδια κατάσταση αντιμετωπίζει και ο υποψήφιος 2 και επομένως ισχύει ότι $b_i(s_{-i} \neq .5) = \emptyset$. Αν υποθέσουμε τώρα ότι $s_2 = 0.5$, ο υποψήφιος 1 λαμβάνει 0.5 (50% των ψήφων, δηλαδή ισόπαλο εκλογικό αποτέλεσμα) επιλέγοντας $s_1 = 0.5$, ενώ αν επιλέξει οποιοδήποτε μικρότερο σημείο λαμβάνει μικρότερο ποσοστό ψήφων από τον αντίπαλό του και άρα ηττάται. Άρα η βέλτιστη απάντησή του είναι 0.5. Ομοίως και για το δεύτερο υποψήφιο, οπότε έχουμε ότι $b_i(s_{-i} \neq .5) = .5$ και συνεπώς $s_1^* = s_2^* = 0.5$ είναι NE. Επιπλέον, εφόσον τα σύνολα είναι κενά για οποιαδήποτε άλλη στρατηγική, η ισορροπία αυτή είναι μοναδική. ■

3.8.2 Ιδεολογικός ανταγωνισμός

Στην περίπτωση αυτή υποθέτουμε ότι το κίνητρο των δύο υποψήφιων αντιπάλων είναι ιδεολογικό και ότι κάθε υποψήφιος ενδιαφέρεται να ωθήσει την πολιτική στα άκρα. Υποθέτουμε ότι ο υποψήφιος 1 θέλει η ανέγερση του σχολικού κτηρίου να γίνει όσο πιο κοντά στο σημείο 0, ώστε η συνάρτηση χρησιμότητας από ένα εκλογικό αποτέλεσμα x να είναι $-|x|$. Ομοίως, ο υποψήφιος 2 επιθυμεί να χτισθεί το σχολείο όσο γίνεται πλησιέστερα προς το σημείο 1 και η αντίστοιχη συνάρτηση είναι $-|1-x|$ αν η ανέγερση του σχολείου γίνει τελικά στο σημείο x. Σε περίπτωση ισόπαλου εκλογικού αποτελέσματος ο νικητής που θα εφαρμόσει την πολιτική προκύπτει από ρίψη ενός νομίσματος.

Δεδομένου ότι η πρόθεση των υποψηφίων είναι να κινηθούν προς τα άκρα, θα φαινόταν λογικό εκ πρώτης όψεως το αποτέλεσμα να διαφέρει από αυτό του μέσου ψηφοφόρου που προέκυπτε ως μοναδική ισορροπία Nash στις δύο προηγούμενες εκδοχές του πολιτικού παιγνίου.

Οι συναρτήσεις απόδοσης για κάθε παίκτη είναι:

$$u_1(s_1,s_2)= \begin{cases} -|s_1|, \text{ αν } s_1 < s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] > 0.5, \text{ ή, αν } s_1 > s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] < 0.5 \\ -0.5^*|s_1| - 0.5^*|s_2|, \quad \text{αν } s_1 = s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] = 0.5 \\ -|s_2|, \text{ αν } s_1 < s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] < 0.5, \text{ ή, αν } s_1 > s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] > 0.5 \end{cases}$$

και

$$u_2(s_1,s_2)= \begin{cases} -|1-s_1|, \text{ αν } s_1 < s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] > 0.5, \text{ ή, αν } s_1 > s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] < 0.5 \\ -0.5^*|1-s_1| - 0.5^*|1-s_2|, \quad \text{αν } s_1 = s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] = 0.5 \\ -|1-s_2|, \text{ αν } s_1 < s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] < 0.5, \text{ ή, αν } s_1 > s_2 \text{ και } [(s_1+s_2)/2] > 0.5 \end{cases}$$

Ας εξετάσουμε τώρα τις συναρτήσεις βέλτιστης απάντησης. Ξεκινώντας από τον υποψήφιο 1, αν $s_2 < 0.5$ τότε καμία επιλογή μικρότερη του s_2 δεν κερδίζει και συνεπώς $b1(s_2 < .5)=\{s_2\}\cup(1-s_2, 1]$. Εναλλακτικά, αν $s_2 > 0.5$, ο υποψήφιος 1 θα θέλει να επιλέξει το μικρότερο σημείο που κερδίζει το s_2. Όμως, όπως αναλύσαμε στην προηγούμενη παράγραφο (3.8.1), δεν υπάρχει τέτοιο σημείο, δηλ. ισχύει ότι $b1(s_2>0.5)=\varnothing$. Την ίδια κατάσταση αντιμετωπίζει και ο υποψήφιος 2 και επομένως ισχύει ότι $b2(s_1 > .5)=\{s_1\}\cup[0, 1-s_1)$ και $b2(s_1< .5)=\varnothing$. Τέλος, αν υποθέσουμε ότι $s_i = 0.5$, τότε οποιαδήποτε πρόταση διαφορετική του 0.5 οδηγεί σε ήττα, ενώ απαντώντας 0.5 υπάρχει ισόπαλο εκλογικό αποτέλεσμα και άρα λοταρία με αναμενόμενη απόδοση (expected payoff) ίση με 0.5 για αμφότερους τους παίκτες. Συνεπώς, $bi(0.5)=[0,1]$.

Προκύπτει, λοιπόν, εύκολα ότι $s_1^* = s_2^* = 0.5$ είναι NE αφού $0.5\in bi(0.5)$ για τους δύο υποψηφίους.

Θα δείξουμε τη μοναδικότητα: Εφόσον $b1(s_2>0.5)=\varnothing$ και $b2(s_1<0.5)=\varnothing$, αν υπάρχει άλλο σημείο ισορροπίας Nash θα πρέπει να είναι τέτοιο ώστε $s_1^* > 0.5 > s_2^*$. Όμως η συνθήκη αυτή έρχεται σε αντίφαση με τις συνθήκες $b1(s_2 < .5)=\{s_2\}\cup(1-s_2, 1]$ και $b2(s_1 > .5)=\{s_1\}\cup[0, 1-s_1)$ που συνεπάγονται ότι ($s_1^* > 1- s_2^*$ και $s_2^* < 1- s_1^*$) που είναι άτοπο.

Άρα $s_1^* = s_2^* = 0.5$ είναι μοναδική NE. ■

3.10 Case Study: The Nancy Pelosi Game

Οι προκριματικές εκλογές για την ανάδειξη του υποψηφίου προέδρου από το κόμμα των Ρεπουμπλικάνων (GOP)

Τον περασμένο Ιανουάριο, η επικεφαλής του Δημοκρατικού κόμματος στη Γερουσία, Γερουσιαστής Nancy Pelosi, αποκάλυψε σε συνέντευξή της στο τηλεοπτικό δίκτυο CNN ότι έχει στη διάθεσή της πληροφορίες και στοιχεία εις βάρος του Newt Gingrich, υποψηφίου για το χρίσμα των Ρεπουμπλικάνων στις επικείμενες αμερικανικές εκλογές του Νοεμβρίου. Δεδομένης της πεποίθησης τότε, ότι μεταξύ των δύο υποψηφίων Gingrich και Romney ασθενέστερος αντίπαλος στις προεδρικές εκλογές για το Δημοκρατικό πρόεδρο Obama θα ήταν ο πρώτος, τίθεται ο προβληματισμός κατά πόσον θα έπρεπε η Γερουσιαστής να καταμαρτυρήσει τις πληροφορίες της εναντίον του ασθενούς υποψηφίου ή όχι.

Συγκεκριμένα, ένα ερώτημα αφορά το αν η Pelosi θα έπρεπε να δημοσιοποιήσει την αρνητική πληροφόρηση που διέθετε για τον υποψήφιο για το χρίσμα του Ρεπουμπλικανικού κόμματος (Republican Party ή GOP : “Grand Old Party”). Υποθέτοντας ότι δεν μπλοφάρει, αλλά πράγματι έχει στοιχεία εναντίον του Gingrich, θα μπορούσε κανείς να υποθέσει ότι θα ήταν στρατηγικά καλύτερο να κρατήσει τα στοιχεία για τις προεδρικές εκλογές, ώστε να μην ανακόψει από την κούρσα των Ρεπουμπλικάνων τον θεωρούμενο ως ασθενέστερο υποψήφιο (ευκολότερο δηλαδή αντίπαλο για τον Barack Obama) και να τα δημοσιοποιήσει τότε, πλήττοντας καίρια στη μάχη των προεδρικών εκλογών τον αντίπαλο του Δημοκρατικού υποψηφίου και νυν προέδρου των Ηνωμένων Πολιτειών. Ωστόσο, το παζλ αφορά την επιλογή της Γερουσιαστού να αποκαλύψει σε εκείνη τη χρονική στιγμή δημοσίως ότι έχει στοιχεία και μυστικές πληροφορίες που -εφόσον δοθούν στη δημοσιότητα- θα πλήξουν σοβαρά το συγκεκριμένο υποψήφιο. Με άλλα λόγια, ήταν στρατηγικά ορθή η αποκάλυψη αυτή, δεδομένου ότι φαίνεται να μειώνει τις πιθανότητες του ασθενέστερου εκ των υποψηφίων του Ρεπουμπλικανικού κόμματος για το προεδρικό χρίσμα;

Η κατάσταση αυτή αναλύεται υπό τη μορφή ενός παιγνίου δύο παικτών και αποδεικνύεται με τις υποθέσεις που αφορούν τα διάφορα εναλλακτικά σενάρια ότι η Nancy Pelosi επέλεξε πράγματι τη βέλτιστη στρατηγική.

Το παίγνιο έχει ως εξής:

- Δύο παίκτες: Η Nancy Pelosi και οι ψηφοφόροι του GOP.
- Δύο στρατηγικές για κάθε παίκτη: Η Pelosi μπορεί να αποκαλύψει ότι διαθέτει μυστικές πληροφορίες που θα στερήσουν τον υποψήφιο Gingrich από τη δυνατότητα να εκλεγεί, ή, μπορεί να σιωπήσει και να κρατήσει για αργότερα την αποκάλυψη. Οι ψηφοφόροι του GOP έχουν επίσης δύο εναλλακτικές στρατηγικές (υποθέτουμε πρώτον, ότι οι έτεροι δύο από τους συνολικά τέσσερις υποψηφίους για το χρίσμα (Santorum, Paul) ήταν αρκετά πίσω στις δημοσκοπήσεις και δεύτερον, ότι η επιλογή της αποχής αφαιρείται από την ανάλυση γιατί -αν και υπάρχει- κυριαρχείται από τη στρατηγική υπερψήφισης του υποψηφίου που προτιμά ο ψηφοφόρος).

<u>Η συνάρτηση προτίμησης της Pelosi</u>

Γνωρίζουμε ότι η προτίμηση της Pelosi, η οποία υπενθυμίζεται ότι είναι η επικεφαλής της μειοψηφούσας στο Κογκρέσο πτέρυγας των Δημοκρατικών, είναι να επανεκλεγεί πρόεδρος των Ηνωμένων Πολιτειών ο Barack Obama, απέναντι σε οποιονδήποτε αντίπαλο των Ρεπουμπλικάνων. Επομένως, στις προεδρικές εκλογές του Νοεμβρίου η Pelosi προτιμά τον ασθενέστερο εκ των δύο υποψήφιων ως αντίπαλο του Obama, ώστε οι πιθανότητες επανεκλογής του νυν προέδρου να είναι μεγαλύτερες. Εφόσον από τη συνέντευξή της προέκυψε ότι θεωρεί ασθενέστερη την υποψηφιότητα Gingrich, έπεται ότι η προτίμηση της Pelosi είναι να πάρει το χρίσμα των Ρεπουμπλικάνων ο Gingrich.

Για να ποσοτικοποιήσουμε τις αποδόσεις (payoffs) που προκύπτουν για την Pelosi στο εν λόγω παίγνιο, θεωρούμε ότι το όφελος για τη Γερουσιαστή αν επανεκλεγεί ο Barack Obama είναι 10 μονάδες ωφέλειας. Υπολογίζοντας τις πιθανότητες κάθε υποψηφίου, προκύπτει ότι αν όντως πάρει το χρίσμα ο Gingrich η απόδοση για την Pelosi είναι 10, ενώ αν τον κερδίσει ο Romney η απόδοση για την Γερουσιαστή που δεν τον προτιμά ως αντίπαλο του Obama είναι 4. Αυτό προκύπτει ως εξής:

Υποθέτοντας ότι ο Obama έχει 100% (βεβαιότητα) να επικρατήσει με αντίπαλο τον Gingrich και 40% πιθανότητες να κερδίσει τον Romney, προκύπτει ότι η τελική απόδοση για την Pelosi εφόσον κερδίσει ο Gingrich την κούρσα του χρίσματος του GOP είναι 10*100% = 10, ενώ αν επικρατήσει ο Romney του Gingrich είναι 10*40% = 4. Οι εν λόγω υποθέσεις αν και υποκειμενικές, δεν αλλοιώνουν την παιγνιοθεωρητική ανάλυση υπό την προϋπόθεση ότι η υποψηφιότητα Gingrich είναι προτιμότερη για τη Γερουσιαστή από αυτήν του Romney, κάτι το οποίο μπορούμε να ισχυριστούμε ότι λογικά ισχύει, δεδομένης της πεποίθησης της Pelosi ότι βάσει των στοιχείων που διαθέτει εις βάρος του δεν υπάρχει καμία πιθανότητα ο Gingrich να επικρατήσει του Obama.

<u>Η συνάρτηση προτίμησης των ψηφοφόρων του GOP</u>

Για να εξετάσουμε τις προτιμήσεις των ψηφοφόρων του Ρεπουμπλικανικού κόμματος στηριζόμαστε στα ευρήματα των δημοσκοπήσεων. Ειδικότερα, στο μυαλό των ψηφοφόρων του GOP ο Romney έχει μεγαλύτερες πιθανότητες να κερδίσει τις προεδρικές εκλογές απέναντι στον Obama συγκριτικά με όλους τους υποψηφίους για το χρίσμα των Ρεπουμπλικάνων. Επιπρόσθετα, από ιδεολογικής σκοπιάς οι ψηφοφόροι του GOP προτιμούν τον Gingrich από τον Romney ως περισσότερο συντηρητικό υποψήφιο.

Με βάση αυτές τις δύο παρατηρήσεις, οι αποδόσεις (payoffs) στο παίγνιο προκύπτουν και πάλι πολλαπλασιάζοντας την πιθανότητα που έχει κάθε ένας εκ των δύο αντιπάλων για το χρίσμα να επικρατήσει έναντι του Obama με την ωφέλεια που έχει για τους ψηφοφόρους η υποψηφιότητα κάθε ενός βάσει της προτίμησής τους.

Έστω ότι ο Gingrich έχει 30% πιθανότητα να κερδίσει τον Obama στις προεδρικές εκλογές και ο Romney έχει 60%. Υποθέτουμε επίσης ότι η «συντηρητική» επιλογή του Gingrich αποφέρει στους ψηφοφόρους -που προτιμούν ιδεολογικά όπως ανεφέρθη τον πιο συντηρητικό υποψήφιο για πρόεδρο των Η.Π.Α- ωφέλεια 10 μονάδων, ενώ η εκλογή Romney ως προέδρου των Η.Π.Α αποφέρει 5 μονάδες.

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

- Εάν η Pelosi δεν αποκαλύψει ότι έχει στη διάθεση της αρνητική πληροφόρηση για τον Gingrich που θα τον εμποδίσει (εφόσον μαθευτεί) να γίνει πρόεδρος, τότε οι αποδόσεις για τους ψηφοφόρους που εξετάζουμε προκύπτουν από την πιθανότητα που έχει κάθε υποψήφιος να κερδίσει τις αμερικανικές εκλογές και να γίνει πρόεδρος των Η.Π.Α πολλαπλασιαζόμενη επί τις μονάδες ωφέλειας που έχει για τους ψηφοφόρους μία τέτοια εκλογή. Άρα, οι ψηφοφόροι του GOP έχουν απόδοση ίση με 30%*10 = 3 αν ψηφίσουν τον Gingrich στις εσωκομματικές εκλογές ανάδειξης του Ρεπουμπλικανού υποψηφίου και 60%*5 = 3 επίσης αν ψηφίσουν τον Romney. Πρόκειται δηλαδή ουσιαστικά για ρίψη ενός νομίσματος (50-50 %) για την απόφαση του ποιον θα ψηφίσουν για το χρίσμα.

- Εάν η Pelosi αποκαλύψει ότι έχει στη διάθεση της μυστική πληροφόρηση για τον Gingrich που θα τον εμποδίσει (εφόσον μαθευτεί) να γίνει πρόεδρος, τότε στην ανάλυση της προηγούμενης περίπτωσεις διαφοροποιούνται τα ποσοστικά στοιχεία ως εξής: Πρώτον, οι ψηφοφόροι είναι λογικό να πιστέψουν ότι ο Gingrich έχει λιγότερες πιθανότητες να κερδίσει τις προεδρικές εκλογές και δεύτερον, η αξία της εκλογής Gingrich για τους ψηφοφόρους του GOP είναι εύλογο να αυξηθεί υπό την έννοια ότι αυτοί βλέπουν τον υποψήφιό τους ως «τιμωρία» για τους Δημοκρατικούς μετά την επίθεση Pelosi και την υπονόμευση της υποψηφιότητάς του. Πράγματι, ο Gingrich απαντώντας στη συνέντευξη της Pelosi έσπευσε να διατυπώσει την ...ευγνωμοσύνη του για την επίθεση που του έκανε η Γερουσιαστής, υπονοώντας ότι ενδυναμώνει την υποψηφιότητά του στα μάτια του Ρεπουμπλικανικού εκλογικού σώματος. Έστω, λοιπον, ότι ο Gingrich έχει πλέον 25% πιθανότητα να κερδίσει τον Obama στις προεδρικές εκλογές (μειωμένη από το 30%) και η «συντηρητική» επιλογή του αποφέρει στους ψηφοφόρους ωφέλεια 16 μονάδων (σημαντικά αυξημένη έναντι των 10). Όσον αφορά στην πιθανότητα του Romney να επικρατήσει έναντι του Obama και στην αξία που έχει η εκλογή του για τους υποψηφίους του GOP, αμφότερες δεν επηρεάζονται από την αποκάλυψη και παραμένουν αμετάβλητες σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση (μη αποκάλυψη). Τότε, οι ψηφοφόροι του GOP έχουν απόδοση ίση με 25%*16 = 4 αν ψηφίσουν τον Gingrich στις εσωκομματικές εκλογές ανάδειξης του Ρεπουμπλικανού υποψηφίου και 60%*5 = 3 επίσης αν ψηφίσουν τον Romney.

<u>Η λύση του παιγνίου</u>

Η Pelosi αποφασίζει πρώτη αν θα αποκαλύψει ότι έχει στη διάθεσή της πληροφορίες δυσμενείς για τον Gingrich που εφόσον τις δημοσιοποιήσει θα βλάψουν αμετάκλητα τον εν λόγω υποψήφιο, ή αν δε θα προβεί στη δήλωση αυτή.

Εν συνεχεία, μετά από την απόφαση της Pelosi, οι ψηφοφόροι του GOP αποφασίζουν αν θα ψηφίσουν «Gingrich ή Romney».

Με τη μέθοδο ***backward induction*** προκύπτει ότι αν η Pelosi αποφασίσει να μην αποκαλύψει ότι έχει μυστικές πληροφορίες, εφόσον οι δύο υποψήφιοι έχουν 50% πιθανότητα να πάρουν το χρίσμα (όπως αναλύσαμε προηγουμένως), η απόδοση για αυτήν θα είναι ο μέσος όρος των αποδόσεων που έχει σε κάθε μία από τις περιπτώσεις, δηλαδή (10+4)/2 = 7. Αντιθέτως, αν η Pelosi αποφασίσει να αποκαλύψει ότι έχει μυστικές πληροφορίες εναντίον του Gingrich, τότε οι ψηφοφόροι του GOP θα προτιμήσουν τον Gingrich για το χρίσμα, με συνέπεια η απόδοση της Pelosi να είναι 10 μονάδες, δηλαδή μεγαλύτερη.

<u>Συμπέρασμα</u>

Η παιγνιοθεωρητική ανάλυση οδήγησε στο συμπέρασμα ότι ορθώς η αμερικανίδα Γερουσιαστής των Δημοκρατικών προέβη στη δήλωση-αποκάλυψη για ύπαρξη στοιχείων επιβαρυντικών ως προς την υποψηφιότητα Gingrich στις εσωκομματικές εκλογές των αντιπάλων Ρεπουμπλικανών.

■

3.11 Time Consistency

3.11.1 To stage game

To stage game είναι ένα απλό μοντέλο λειτουργίας της οικονομίας. Ο παίκτης 1 είναι η κυβέρνηση. Το ρόλο του παίκτη 2 παίζει ένα σύνολο (*continuum*) μικρών και ανώνυμων επενδυτών/καταναλωτών. Συνεπώς, υφίστανται οι προϋποθέσεις ώστε ο παίκτης 2 να είναι βραχυπρόθεσμος παίκτης (σκεπτόμενος «μυωπικά» τη βραχυπρόθεσμη μεγιστοποίηση κερδών του, εντός του ορίζοντα του μεμονωμένου παιγνίου) όταν θεωρούμε το επαναλαμβανόμενο παίγνιο.

Κάθε καταναλωτής διαθέτει μία μονάδα ενός καταναλωτικού προϊόντος και κατανέμει αυτή τη μονάδα μεταξύ κατανάλωσης c και κεφαλαίου (επένδυσης) 1-c. Το επενδεδυμένο κεφάλαιο έχει μεικτή απόδοση R, έτσι ώστε ο καταναλωτής συσσωρεύει R(1-c) μονάδες κεφαλαίου. Η κυβέρνηση ορίζει φορολογικό συντελεστή t επί του κεφαλαίου, έχοντας φορολογικά έσοδα tR(1-c), με τα οποία παράγει ένα δημόσιο αγαθό. Μία μονάδα εσόδων παράγει $\gamma>1$ του δημοσίου αγαθού, όπου ισχύει ότι $R-1 < \gamma < R$. Το κεφάλαιο που απομένει μετά τη φορολογία πηγαίνει στην κατανάλωση.

Η συνάρτηση χρησιμότητας του καταναλωτή είναι:

$c + (1-t)\ R\ (1-c) + 2\sqrt{G}$

όπου G είναι η ποσότητα του δημοσίου αγαθού.

Η κυβέρνηση επιλέγει το φορολογικό συντελεστή με στόχο τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης χρησιμότητας του αντιπροσωπευτικού καταναλωτή (π.χ. η κυβέρνηση συμπεριφέρεται γενναιόδωρα και νοιάζεται για το καλό της κοινωνίας).

Κάθε μεμονωμένος καταναλωτής έχει αμελητέα συνεισφορά στα συνολικά φορολογικά έσοδα της κυβέρνησης και έτσι, θεωρεί το G σταθερό. Επομένως, ο καταναλωτής επιλέγει την κατανάλωση c με σκοπό να μεγιστοποιήσει τη συνάρτηση: $c + (1-t)\ R\ (1-c)$. Η βέλτιστη συμπεριφορά του καταναλωτή ως συνάρτηση του φορολογικού συντελεστή t που θέτει η κυβέρνηση θα είναι συνεπώς:

$$c = \begin{cases} 0, \text{ αν } t < (R-1)/R \\ 1, \text{ αν } t > (R-1)/R \end{cases}$$

Όταν κάθε καταναλωτής επιλέγει επίπεδο κατανάλωσης c, η βέλτιστη απάντηση της κυβέρνησης είναι να επιλέξει εκείνο το φορολογικό συντελεστή που μεγιστοποιεί τη συνάρτηση: $c + (1-t)\ R\ (1-c) + 2\sqrt{[\gamma t R(1-c)]}$, όπου η κυβέρνηση αναγνωρίζει ότι η ποσότητα του δημοσίου αγαθού εξαρτάται από τα φορολογικά έσοδα που έχει (δηλαδή το φορολογικό συντελεστή t που θα ορίσει). Ο βέλτιστος φορολογικός συντελεστής ως συνάρτηση του c είναι:

$$t = \min \{\gamma / [R(1-c)], 1\} \qquad (*)$$

Δεδομένου ότι ο αντικειμενικός σκοπός της κυβέρνησης είναι να μεγιστοποιήσει τις συναρτήσεις χρησιμότητας των καταναλωτών, φαίνεται ότι δε θα υπάρχει σύγκρουση συμφερόντων στην περίπτωση της συγκεκριμένης οικονομίας που περιγράφουμε. Το βέλτιστο (efficient) αποτέλεσμα απαιτεί οι καταναλωτές να αποφασίσουν c=0. Επειδή R>1, η επένδυση κεφαλαίου είναι παραγωγική και επιπλέον, επειδή παραμένει η επιλογή ανάμεσα στη χρησιμοποίηση του συσσωρευμένου κεφαλαίου είτε για κατανάλωση, είτε για το δημόσιο αγαθό, διασφαλίζεται ότι είναι αποτελεσματικό να επενδυθεί το σύνολο του κεφαλαίου. Από τη σχέση (*) προκύπτει ότι ο βέλτιστος φορολογικός συντελεστής είναι $t = \gamma / R$.

3.11.2 Ισορροπία, Δέσμευση και Χρονική Συνέπεια (Time Consistency)

Το stage game όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο έχει μοναδική ισορροπία Nash την κατάσταση στην οποία οι καταναλωτές δεν επενδύουν καθόλου από την περιουσία τους (c=1) και η κυβέρνηση θέτει το φορολογικό συντελεστή αρκετά υψηλά ώστε να καταστήσει ασύμφορες (μη βέλτιστες) τις επενδύσεις κεφαλαίου. Να σημειωθεί ότι όταν c=1, η κυβέρνηση είναι αδιάφορη ως προς το φορολογικό συντελεστή, δεδομένου ότι όποιο συντελεστή και να επιλέξει, θα της αποφέρει μηδενικά έσοδα από τη φορολόγηση. Ανεξαρτήτως της απόφασης των καταναλωτών, η βέλτιστη απάντηση της κυβέρνησης είναι να ορίσει φορολογικό συντελεστή μεγαλύτερο του (R-1)/R, το μέγιστο δηλαδή συντελεστή για τον οποίο οι καταναλωτές βρίσκουν ότι είναι βέλτιστο να επενδύσουν. Καμία ισορροπία δεν μπορεί τότε να συνοδεύεται από θετική επένδυση εκ μέρους των καταναλωτών. **Παρατηρούμε ότι η ισορροπία στο αρχικό παίγνιο αποτελεί minimax στρατηγική τόσο για τους καταναλωτές, όσο και για την κυβέρνηση.**

Εξάλλου, σε ότι αφορά την αποτελεσματική κατανομή κατανάλωσης-επένδυσης και το βέλτιστο φορολογικό συντελεστή που προσδιορίσαμε στην προηγούμενη παράγραφο (c=0, t=γ/R), είναι αδύνατο να καταλήξουμε σε αυτό την αποτελεσματική (efficient) κατάσταση ως σημείο ισορροπίας, ακόμα και αν θεωρήσουμε το παίγνιο ως επαναλαμβανόμενο. Οι καταναλωτές δεν ανταποκρίνονται βέλτιστα (best response) στο σημείο (c=0, t=γ/R), ενώ από την άλλη πλευρά οι μικροί και ανώνυμοι παίκτες πρέπει να απαντήσουν βέλτιστα είτε στην ισορροπία του μεμονωμένου παιγνίου, είτε σε κάθε περίοδο του επαναλαμβανόμενου παιγνίου σε ισορροπία. Θέτοντας στους καταναλωτές τον περιορισμό της επιλογής βέλτιστης απάντησης, η κατανομή που μεγιστοποιεί την απόδοση της κυβέρνησης (και άρα και την απόδοση των καταναλωτών) είναι η εξής: Η κυβέρνηση ορίζει τον υψηλότερο φορολογικό συντελεστή που είναι συνεπής με την απόφαση των καταναλωτών να επενδύουν [δηλαδή t=(R-1)/R] και οι τελευταίοι (οι καταναλωτές δηλαδή) αποφασίζουν να επενδύσουν το σύνολο των κεφαλαίων τους. Έστω $\bar{u}_1$ η απόδοση που προκύπτει τότε για την κυβέρνηση.

Αν η κυβέρνηση μπορούσε πρώτη να επιλέξει το φορολογικό συντελεστή, με την απόφαση αυτή να παρατηρείται εν συνεχεία από τους καταναλωτές προτού εκείνοι αποφασίσουν πόσο θα επενδύσουν, τότε θα εξασφάλιζε (η κυβέρνηση) μία απόδοση κοντά σε αυτήν που προκύπτει από την τελευταία κατάσταση που περιγράψαμε προηγουμένως. Απουσία αυτής της δυνατότητας, μπορούμε να πούμε ότι η κυβέρνηση έχει ένα πρόβλημα δέσμευσης (***commitment problem***) - η απόδοσή της δηλαδή θα μπορούσε να αυξηθεί εφόσον υπήρχε η δυνατότητα να δεσμευθεί για συγκεκριμένο συντελεστή φορολόγησης προτού οι καταναλωτές λάβουν τις επενδυτικές αποφάσεις τους.

Εναλλακτικά, το παραπάνω πρόβλημα περιγράφεται ως ***time consistency problem***, δηλαδή η κυβέρνηση θεωρείται ότι επιλέγει το φορολογικό συντελεστή (R-1)/R ως βέλτιστο, αλλά χρονικά ασυνεπή (time inconsistent) (Kydland and Prescott, 1977). **Παρουσιάζοντας το παίγνιο ως διαδοχικό (sequential)**, μπορούμε επί παραδείγματι να υποθέσουμε ότι οι καταναλωτές αποφασίζουν αρχικά την κατανομή κατανάλωσης-επένδυσης, την οποία παρατηρεί η κυβέρνηση ακολούθως και αποφασίζει με τη σειρά της για το φορολογικό συντελεστή που θα θέσει. Η μοναδική, τέλεια κατά υποπαίγνιο, ισορροπία αυτού του διαδοχικού παιγνίου και πάλι προσδιορίζεται ως η κατάσταση μηδενικής επένδυσης, πλην όμως μπορεί να επιτευχθεί ένα καλύτερο αποτέλεσμα εάν η κυβέρνηση δεσμευθεί στον χρονικά ασυνεπή φορολογικό συντελεστή (R-1)/R. Εναλλακτικά, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι προηγείται, είτε του συστατικού παιγνίου (stage game), είτε του διαδοχικού παιγνίου, ένα στάδιο κατά το οποίο η κυβέρνηση διαρρέει το ύψος του φορολογικού συντελεστή που πρόκειται να αποφασίσει. Σε αυτήν την περίπτωση, η χρονική ασυνέπεια παρουσιάζεται στο βαθμό που η κυβέρνηση θα προτιμούσε μεν να ανακοινώσει έναν συντελεστή που θα προσελκύσει επενδύσεις, εφόσον αυτές αποφασισθούν, αλλά κάθε τέτοια ανακοίνωση θα ακολουθείτο από έναν βέλτιστο φορολογικό συντελεστή, ο οποίος θα καθιστούσε την απόφαση για επένδυση εκ μέρους των καταναλωτών μη βέλτιστη. Και πάλι, παρατηρούμε ότι η απόδοση της κυβέρνησης θα μπορούσε να αυξηθεί εφόσον αυτή δεσμευθεί (commitment) για την απόφασή της.

3.11.3 Το επαναλαμβανόμενο παίγνιο με άπειρες επαναλήψεις

Υποθέτουμε ότι το συστατικό παίγνιο επαναλαμβάνεται άπειρες φορές, με την κυβέρνηση να χρησιμοποιεί συντελεστή προεξόφλησης δ. Σημειώνεται ότι σε κάθε στάδιο το διαθέσιμο κεφάλαιο, είτε επενδύεται και μετά τη φορολόγησή του υποστηρίζει την παραγωγή του δημόσιου αγαθού, είτε καταναλώνεται, δηλαδή δεν μπορεί να μεταφερθεί μεταξύ δύο περιόδων. Όπως αναμένεται, η επανάληψη του παιγνίου δίνει θεωρητικά τη δυνατότητα στην κυβέρνηση να δεσμευθεί για ηπιότερους φορολογικούς συντελεστές. Έστω $t^* \equiv (R-1)/R$ ο βέλτιστος φορολογικός συντελεστής. Θεωρούμε το προφίλ στρατηγικής που περιγράφεται από το (W, ω_L, f, τ) με καταστάσεις W={ω_L, ω_H}, συνάρτηση f(ω) (output function):

$$f(\omega) = \begin{cases} (t^*, 0), \text{ αν } \omega = \omega_L, \\ (1, 1), \text{ αν } \omega = \omega_H, \end{cases}$$

και μεταβατική συνάρτηση (transition function) -όπου c είναι η μέση κατανάλωση- τ(ω, (t,c)):

$$\tau(\omega, (t,c)) = \begin{cases} \omega_L, \text{ αν } \omega = \omega_L \text{ και } t = t^* \\ \omega_H, \text{ διαφορετικά} \end{cases}$$

Αυτό το προφίλ στρατηγικής είναι της μορφής grim-trigger με την κατάσταση ω_L να αντιστοιχεί σε χαμηλό φορολογικό συντελεστή / φιλικό προς επενδύσεις οικονομικό περιβάλλον και την κατάσταση ω_H να αντιστοιχεί σε υψηλό φορολογικό συντελεστή / απουσία επενδύσεων. Η κυβέρνηση επιλέγει αρχικά συντελεστή φορολόγησης επενδύσεων t*= (R-1)/R και οι καταναλωτές επενδύουν αρχικά όλη την περιουσία τους. Οι δράσεις αυτές επαναλαμβάνονται όσο δεν υπάρχουν αποκλίνουσες συμπεριφορές και οποιαδήποτε απόκλιση οδηγεί μόνιμα εφεξής (εις το διηνεκές) σε επιστροφή στην κατάσταση της (minmaxing) ισορροπίας του συστατικού παιγνίου. Εφόσον ο τρόπος αυτός παιξίματος του συστατικού παιγνίου (stage game) είναι NE, η επιστροφή των παικτών σε minmaxing στρατηγική στο διηνεκές μετά από την απόκλιση είναι επίσης ισορροπία για το επαναλαμβανόμενο παίγνιο και επίσης, συνιστά την πιο αυστηρή τιμωρία που μπορεί να επιβληθεί στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο. Η κυβέρνηση δεν επιλέγει τη βέλτιστη απάντηση που οδηγεί σε αυτό το μονοπάτι της ισορροπίας, παρά αρνείται να επιβάλλει υψηλότερο φορολογικό συντελεστή προκειμένου να αποφύγει να «πατήσει τη σκανδάλη» της τιμωρητικής συμπεριφοράς.

Πρόταση: Υπάρχει δ* τέτοιο ώστε, για κάθε $\delta \in [\delta^*, 1)$, το προφίλ στρατηγικής (W, ω_L, f, τ) είναι τέλεια κατά υποπαίγνιο ισορροπία του επαναλαμβανόμενου παιγνίου, κατά την οποία η κατανομή που είναι αποτελεσματική υπό περιορισμούς ($t=(R-1)/R$, $c=0$) παρατηρείται σε κάθε περίοδο.

Απόδειξη

Δοθέντος ότι $c=0$, η πιο κερδοφόρα απόκλιση για την κυβέρνηση είναι να αποφασίσει φορολογικό συντελεστή ίσο με το βέλτιστο, δηλαδή γ/R, οπότε η απόδοση που προκύπτει θα είναι:

$[R(1- \gamma/R) + 2\gamma] – [R(1 – (R-1)/R) + 2\sqrt{\gamma(R-1)}] \equiv \Delta > 0.$

Αρκεί λοιπόν να χρησιμοποιήσουμε την παρατήρηση ότι η στρατηγική ενεργοποίησης που περιγράψαμε προηγουμένως είναι ισορροπία όταν:

$$(1-\delta)\Delta \le \delta(\bar{u}_1 - \underline{u}_1),$$

όπου $\underline{u}_1$ είναι η minmax αποδόσεις της κυβέρνησης.

Η ανισότητα αυτή πράγματι ισχύει για αρκετά μεγάλο δ. ■

Η φορολογική πολιτική της κυβέρνησης που περιγράψαμε μέσω του προφίλ στρατηγικής (W, ω_L, f, τ) καλείται συχνά ***διατηρήσιμο πλάνο (sustainable plan)*** (Chari and Kehoe, 1990). Το μοντέλο αφορά την απλούστερη περίπτωση οικονομικού περιβάλλοντος, με τη χρονική συνέπεια να αποτελεί ένα πρόβλημα. Παρόμοια προβλήματα παρουσιάζονται σε πιο σύνθετες οικονομίες, όπου το μοντέλο δεν μπορεί να εφαρμοστεί υπό τη μορφή του επαλαμβανόμενου παιγνίου. Ωστόσο, δεν παύουν να υπάρχουν σημαντικά κοινά χαρακτηριστικά με το παράδειγμα που αναλύσαμε, όπως ότι η κυβέρνηση είναι μεγάλος, μακροπρόθεσμος παίκτης, ενώ οι ιδιώτες είναι μικροί και ανώνυμοι (και επομένως, βραχυπρόθεσμοι παίκτες).

3.12 Case Study: Η στάση της Γερμανίας απέναντι στην Ελλάδα κατά τη διάρκεια της Κρίσης

Εισαγωγή

Τον Ιούνιο του 2012, η χώρα μας εισερχόταν σε μία από τις κρισιμότερες εκλογικές αναμετρήσεις στη νεότερη, σύγχρονη ελληνική ιστορία. Περίοδοι πολιτικής αστάθειας, αλλεπάλληλων εκλογικών αναμετρήσεων συνδυαζόμενων με σημαντικά εθνικά θέματα και αναδιάταξης του πολιτικού σκηνικού με ανάδειξη κομματικών σχηματισμών «της συγκυρίας», είχαν υπάρξει και άλλες φορές κατά το παρελθόν του 20ου αιώνα. Η χρονική περίοδος όμως πριν τις βουλευτικές εκλογές του Ιουνίου χαρακτηριζόταν από έναν πρόσθετο παράγοντα που προσέδιδε ιδιάζουσα βαρύτητα στην ετυμηγορία του ελληνικού λαού, όπως εκείνη έμμελε να εκφρασθεί μέσα από το αποτέλεσμα των δεύτερων συνεχόμενων εκλογών του Ιουνίου, ενάμιση μήνα μετά από αυτές του Μαίου.

Στο πρωτότυπο άρθρο μου στην οικονομική ιστοσελίδα www.capital.gr έγραφα τότε (http://www.capital.gr/news.asp?id=1515196) :

Η επίσημη ηγεσία της Ευρωζώνης, ο επικεφαλής της Κομισιόν, η γερμανική κυβέρνηση ως ηγέτιδα δύναμη της περιφέρειας των κρατών-μελών της ΟΝΕ, σπεύδουν μαζί με μία φωνή να θέσουν τις εκλογές αυτές υπό τη διάσταση ενός δημοψηφίσματος των Ελλήνων πολιτών για παραμονή ή όχι στο ευρώ.

Είναι άραγε ακραία η τακτική των εταίρων (και πιστωτών) να λαμβάνουν το ρόλο του αναδόχου, βαπτίζοντας την εκλογική αναμέτρηση σε «δημοψήφισμα»; Είναι μήπως ωμή η παρέμβαση των πλέον επισήμων χειλέων της Ευρωπαϊκής Ένωσης στα κοινά της χώρας μας; Είναι ίσως σκόπιμη η μετατροπή των εκλογών σε διακύβευμα ιστορικού χαρακτήρα; Είναι πιθανώς θεμιτή η επιταγή της πολιτικής ηγεσίας του διεθνούς παράγοντα για τελεσίδικη απόφαση της Ελλάδας σχετικά με το αν επιθυμεί να παραμείνει μέλος της οικογένειας του ενιαίου ευρωπαϊκού νομίσματος;

Προκειμένου να προσεγγίσω τα παραπάνω ερωτήματα, θα επιλέξω να απαντήσω βλέποντας την τρέχουσα χρονική στιγμή ως ένα ενδιάμεσο κόμβο στο συνολικό δένδρο αποφάσεων που διακλαδώνεται και ξεδιπλώνεται εξελισσόμενο από την αφετηρία της Ευρωπαϊκής κρίσης με επίκεντρο την Ελλάδα, ως τον πιο αδύναμο

κρίκο της αλυσίδας των (υπέρ) χρεωμένων κρατών στην περιφέρεια της Οικονομικής και Νομισματικής Ένωσης. Ανατρέχοντας στο Νοέμβριο του 2011, η παραίτηση της κυβέρνησης Παπανδρέου στιγματίστηκε από την πρόθεση του τότε πρωθυπουργού να θέσει στο τραπέζι των Κανών τη διενέργεια δημοψηφίσματος στην Ελλάδα για τις αποφάσεις που ελήφθησαν τον Οκτώβριο (και μάλιστα λίγες μόνον ημέρες πριν) στη Σύνοδο Κορυφής. Οι αποφάσεις αυτές ήταν συνέχεια εκείνων του Ιουλίου και αφορούσαν το πρόγραμμα ανταλλαγής ομολόγων που κατείχε ο ιδιωτικός τομέας, με «κούρεμα», καθώς και το συνδεόμενο «μνημόνιο» που δεσμεύει τη χώρα μας για τη χορήγηση του πακέτου χρηματοδότησης από τους διεθνείς πιστωτές - επίσημο τομέα.

Η στάση της Γερμανίας

Η αμείλικτη στάση του γαλλογερμανικού άξονα ως προς το ερώτημα του δημοψηφίσματος και συγκεκριμένα, η απαίτηση για να τεθεί ως δίλημμα το «ΝΑΙ ή ΟΧΙ στο ευρώ» ήταν η πρώτη πράξη του δράματος. Η δεύτερη εκτυλίσσεται τώρα. Η ρητορική σχεδόν ταυτόσημη: Οι επικείμενες εκλογές συνιστούν απόφαση των Ελλήνων για παραμονή στο ευρώ, με τις δεσμεύσεις που έχουν αναληφθεί να είναι δεδομένες. Η Ελλάδα θα αποφασίσει αν επιθυμεί την παραμονή της στο ευρώ. Και άλλες, στο ίδιο ακριβώς μήκος κύματος.

Ουδόλως εκπλήσσει η επανάληψη του διακυβεύματος και η εστίαση της παιγνιοθεωρητικής προσέγγισης της στάσης της Γερμανίας στον τρέχοντα κόμβο αποφάσεων προς την κατεύθυνση της πίεσης του πιο αδύναμου κρίκου της κρίσης να αποφανθεί οριστικά και αμετάκλητα περί παραμονής στο ευρώ. Και αυτό, διότι κατ' αρχάς και επί της αρχής (βάσει των Ευρωπαϊκών Συνθηκών) δεν προβλέπεται νομικά η αποπομπή μιας χώρας από την Ευρωζώνη. Οικιοθελής έξοδος ή εξαναγκασμός σε επιστροφή σε εθνικό νόμισμα μέσα από τη διακοπή της χρηματοδότησης και την κατάπτωση των εγγυήσεων του τραπεζικού συστήματος με την «αποσωλήνωση» του ασθενούς από την εντατική, είναι οι δύο πραγματικές επιλογές που υπάρχουν. Η πρώτη, αφορά πρωτοβουλία της χώρας, ενώ η δεύτερη, προϋποθέτει ως φορέα λήψης της απόφασης την τρόικα, συμπεριλαμβανομένης της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας, της ανεξάρτητης δηλαδή νομισματικής αρχής της Ευρωζώνης. Και επειδή κατά τεκμήριο οι Έλληνες πολίτες προτιμούν σε μεγάλη πλειοψηφία το ευρώ, σε ποσοστό της τάξεως του 75-80%, είναι ακριβώς οι επιπτώσεις της δεύτερης επιλογής που εξετάζονται και επιχειρείται να ποσοτικοποιηθούν ως προς τις ζημιές που θα καταγράψει ο επίσημος τομέας λόγω έκθεσης στο ελληνικό χρέος αφενός και αφετέρου, από μη καταβαλλόμενες αξιώσεις προς την Ομοσπονδιακή Τράπεζα της Γερμανίας (Bundesbank) και τις υπόλοιπες εθνικές κεντρικές τράπεζες μέσω του συστήματος TARGET-2. Στο σύστημα αυτό εγγράφονται απαιτήσεις των Κεντρικών Τραπεζών των πλεονασματικών χωρών έναντι εκείνων των ελλειμματικών, αντανακλώντας κατ’ αυτόν τον τρόπο τις εμπορικές ανισορροπίες μεταξύ των κρατών που χρησιμοποιούν το κοινό νόμισμα.

Το κόστος που υπολογίζεται είναι πολύ μεγάλο, αλλά πεπερασμένο. Η πεπερασμένη αυτή διάσταση όμως εκφυλίζεται και προσομοιάζει με απροσδιοριστία όταν στο επόμενο σημείο της ανάλυσης υπεισέλθει ο παράγων του domino effect, αντί της στεγανοποίησης του προβλήματος στα όρια των ελληνικών «αριθμών». Για να γίνει σαφέστερο αυτό, ενδεχόμενη μετάδοση του ιού διαδοχικά στον υπόλοιπο ευρωπαϊκό Νότο και εν συνεχεία ακόμη και στον πυρήνα της Ευρωζώνης, πολλαπλασιάζει γεωμετρικά το κόστος εξόδου της Ελλάδας από το ευρώ. Και εξωθεί συνακόλουθα τη Γερμανία να φθάσει στον κόμβο που περιέχει τον κλάδο εκείνο, τον οποίο επιθυμεί επιμελώς να συντηρεί ως ύστατη εναλλακτική. Ποια είναι αυτή: Η δική της (της Γερμανίας) αποχώρηση από το ευρώ, η εγκατάλειψη και άρα αποσύνθεση της Ευρωζώνης και η επαναδιάταξη του νομισματικού χάρτη σε παγκόσμια κλίμακα. Η άλλη επιλογή της; Να αποδεχθεί την ανάγκη δημιουργίας ενός εσωτερικού μηχανισμού ανακύκλωσης των πλεονασμάτων του Βορρά προς τον ελλειμματικό Νότο, μέσα από παραγωγικές επενδύσεις και με εφαρμογή δράσεων τόνωσης της εγχώριας ζήτησης στη γερμανική οικονομία διαμέσου υψηλότερων αμοιβών εργασίας και με ανοχή υψηλότερου πληθωρισμού. Επιπροσθέτως, να αποδεχθεί την υιοθέτηση του μέτρου των ευρωομολόγων, δηλαδή την ανάληψη μέρους του χρέους όλων των μελών στο όνομα της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας (ECB-bonds) και τη χρηματοδότηση μέσω project Eurobonds των αναγκαίων επενδύσεων στην περιφέρεια για την ανάσχεση της ύφεσης και της υπό-επένδυσης.

Συμπερασματικά, η πορεία της ευρωπαϊκής κρίσης έχει εξελιχθεί σταδιακά από την άρνηση της Γερμανίας σε κούρεμα των ομολόγων που κατείχε ο ιδιωτικός τομέας, στη διαχείριση χρόνου μέσα από το πρώτο μνημόνιο με απώτερο στόχο τη μείωση της έκθεσης των γαλλογερμανικών κυρίως τραπεζών σε ελληνικά χρεόγραφα. Εν συνεχεία, στην εκπόνηση του σχεδίου ελεγχόμενης χρεοκοπίας και αναδιάρθρωσης του ελληνικού χρέους με ζυμώσεις και διαπραγματεύσεις για το ύψος του κουρέματος. Και τώρα, στην προετοιμασία του πλάνου ελεγχόμενης εξόδου μιας χώρας από το ευρώ. Το «πειραματόζωο» στο εργαστήριο είναι η χώρα μας.

Σε αυτό το πλαίσιο συλλογιστικής και θεώρησης της κατάστασης, θεμελιώνεται η ανακήρυξη εκ μέρους του διεθνούς παράγοντα των εθνικών μας εκλογών ως μείζων διακύβευμα για το ευρώ.

<u>Η στάση της Ελλάδας</u>

Ποια είναι όμως η θέση αυτού του διλήμματος υπό την οπτική γωνία της ελληνικής πλευράς;

Για να στοχεύσω όσο εγγύτερα γίνεται προς την απάντηση στο ερώτημα που έθεσα ως «γέφυρα» μετάβασης στην εγχώρια σκηνή και στα εσωτερικά πολιτικά δεδομένα και δρώμενα, οφείλω και πάλι να ανατρέξω στα γεγονότα. Το μνημόνιο που υπεγράφη το Μάιο του 2010 ήταν ουσιαστικά ένας οδικός χάρτης περιορισμού των δίδυμων ελλειμμάτων (άμεσα, του πρωτογενούς ελλείμματος του προϋπολογισμού και έμμεσα, του ελλείμματος του ισοζυγίου τρεχουσών συναλλαγών μέσα από την εσωτερική υποτίμηση και τη βελτίωση της ανταγωνιστικότητας). Ταυτόχρονα, ήταν ένα περίγραμμα στόχων που θα ελέγχονταν ανά τακτά χρονικά διαστήματα προκειμένου να προχωρά απρόσκοπτα η δανειοδότηση υπό μορφή δόσεων της ελληνικής οικονομίας, μέσα από τον προσωρινό μηχανισμό στήριξης.

Η εξέλιξη των δεικτών της οικονομίας αποτύπωσε ένα υφεσιακό σπιράλ, με τη συνολική υποχώρηση του πραγματικού ΑΕΠ κατά την περίοδο 2009-2012 να εκτιμάται ότι θα υπερβεί το 20%. Η συνταγή του μνημονίου ομολογουμένως αναγράφει λάθος φάρμακο για τον ασθενή, παρουσιάζει τοις πράγμασι σοβαρές αρνητικές αποκλίσεις από το επιθυμητό αποτέλεσμα σε όποια οικονομία εφαρμόστηκε, πλην όμως είναι η ενδεδειγμένη ως προς την επιδίωξη της Γερμανίας να ορίσει τους κανόνες του «παιχνιδιού» (παιγνίου) προκειμένου να εξυπηρετήσει τα συμφέροντά της. Πέρα από αυτό και στο βαθμό που ο αδύναμος οφείλει να φροντίσει να αποκτήσει διαπραγματευτικά ατού, ώστε να υποχρεώσει ή ακόμα και να απειλήσει την απέναντι πλευρά απαιτώντας αναθεώρηση, η εξαιρετικά κακή εφαρμογή των διαρθρωτικών μέτρων που προτάθηκαν και η άκριτη υιοθέτηση οριζόντιων μέτρων με πρόχειρο και κοινωνικά άδικο τρόπο, συνετέλεσαν στο να κακοφορμίσει το μνημόνιο. Η μη πάταξη της διαφθοράς και της φοροδιαφυγής, η αδυναμία περιορισμού της γραφειοκρατίας, η αφαίμαξη των νοικοκυριών χωρίς δίκαιη κατανομή των βαρών, σε συνδυασμό και με την εξάντληση της κοινωνικής ανοχής και αντοχής, συνέθεσαν το εκρηκτικό μείγμα ανισορροπίας μεταξύ της ακολουθούμενης πολιτικής και του περί δικαίου αισθήματος των πολιτών. Θυσίες σε ένα βαρέλι δίχως πάτο, διαρκής υποβάθμιση του βιοτικού επιπέδου, καλπάζουσα ανεργία και παντελής απουσία ελπίδας ανάκαμψης, διαμόρφωσαν τις προϋποθέσεις πλειοψηφίας όσων εναντιώνονται στο μνημόνιο. Περισσότερο όσον αφορά στον τρόπο εφαρμογής του και λιγότερο ως προς τη σύλληψή του ως μέτρου δημοσιονομικής εξυγίανσης.

Σε αυτό το σημείο, επανέρχομαι στη διατύπωση ότι ο αδύναμος πρέπει να ενισχύει τη φαρέτρα του με φαρμακερά βέλη που γνωρίζει η άλλη πλευρά ότι είναι ικανά πράγματι να την πλήξουν. Και αυτό αποτέλεσε κατά τη γνώμη μου την αχίλλειο πτέρνα της χώρας μας και τη μειονεκτική εν δυνάμει διαπραγματευτική της θέση. Αυτό ήταν που της στέρησε την αναγκαία διαπραγματευτική ισχύ. Ότι, δηλαδή, υπήρξε πλημμελής κεντρικός σχεδιασμός και καμία προσπάθεια κατάρτισης ενός σχεδίου υποστηρικτικού του σεναρίου ουσιαστικής διαπραγμάτευσης των όρων που έθεταν οι δανειστές και προστατευτικού ως προς το διαφαινόμενο αδιέξοδο μονοπάτι του μνημονίου. Στην πραγματικότητα, η Ελλάδα όχι απλώς δεν κατήρτισε ένα «Plan B» ώστε να είναι έτοιμη να διεκδικήσει αλλαγή των όρων του μνημονίου, αλλά δεν εφάρμοσε ούτε το …«Plan A» που θα συντελούσε σε εξυγίανση του σπάταλου κρατικού τομέα και σε βελτίωση της αποτελεσματικότητας στον περιορισμό της φοροδιαφυγής, της διαφθοράς και της γραφειοκρατίας.

Η παραδοχή πλέον, ακόμη και από τη γερμανίδα καγκελάριο, ότι χρειάζεται ως συμπλήρωμα …διατροφής στη συνταγή του μνημονίου και ένα πακέτο αναπτυξιακών μέτρων και δράσεων, θα έβρισκε τη χώρα μας σε σαφώς καλύτερο σημείο. Υπό την προϋπόθεση όμως ότι υπήρχε σχέδιο δράσης μηδενισμού του πρωτογενούς ελλείμματος. Υπό τη συνθήκη ότι είχε δημιουργηθεί το πλαίσιο συνεργασίας στο εσωτερικό προκειμένου να χαραχθεί οδικός χάρτης εξόδου από το ολισθηρό μονοπάτι της συσσώρευσης «καρκινογόνων» ελλειμμάτων.

Ελλειμμάτων που δε συνδέονται με μία επεκτατική δημοσιονομική πολιτική προς την κατεύθυνση τόνωσης της ζήτησης ως αντίβαρου στην ύφεση (π.χ. μέσω του Προγράμματος Δημοσίων Επενδύσεων), κάτι το οποίο είναι από μακροοικονομικής άποψης θεμιτό υπό την αίρεση ότι στη φάση ανάπτυξης του οικονομικού κύκλου τα ελλείμματα περιστέλλονται. Ελλειμμάτων που δεν είναι κυκλικά, αλλά διαρθρωτικά. Ελλειμμάτων που γιγαντώθηκαν από ανεπάρκεια, αδιαφορία, μυωπική θεώρηση του πλαισίου λειτουργίας της ελληνικής οικονομίας και του μεγέθους της εντός του ευρωπαϊκού περιγράμματος της ΟΝΕ.

Ελλειμμάτων που οφείλονται στη σύνδεση της ισχύος του δικομματισμού με τα συντεχνιακά, συνδικαλιστικά συμφέροντα και με την προσπάθεια ένταξης περισσότερων ψηφοφόρων στο κλαμπ των «εντός του συστήματος», χωρίς καμία πρόνοια για τη (μη) βιωσιμότητα του μοντέλου. Χωρίς καμία αγωνία, ως συναίσθημα ευθύνης και συνετής διαχείρισης της τύχης του τόπου, για την αναπόφευκτη θραύση της (αν)ισορροπίας μεταξύ των δύο νεοδημιουργηθεισών ομάδων (οι «εντός» και οι «εκτός» του συστήματος) και συνακόλουθα, για τη μοιραία διάρρηξη της κοινωνικής συνοχής. Τελικά, για την αυτοκατασκευή ενός μπούμερανγκ που γύρισε πίσω με δύναμη οργής και έκρηξη αγανάκτησης το κοινωνικό αίσθημα, πλήττοντας το ίδιο το πολιτικό σύστημα που συντήρησε τον παραπάνω μηχανισμό. Οι «εντός», οργισμένοι που έχασαν απροειδοποίητα και αναπάντεχα τα διασφαλισμένα κεκτημένα τους, οι «εκτός», αγανακτισμένοι που καλούνται να υποστούν θυσίες αισθανόμενοι όμως ως κατ’ εξακολούθησιν μειονεκτούντες σε σχέση με τις προγενέστερα ευεργετηθείσες κοινωνικές ομάδες. Ένας ατέρμων κύκλος χωρίς αποτέλεσμα προόδου, δημιουργίας και διαφυγής από το ετοιμόρροπο κατασκεύασμα της μεταπολίτευσης. Χωρίς απτό και ουσιαστικό αποτέλεσμα, διότι παγιώθηκε η απουσία κοινωνικής δικαιοσύνης και μακροπρόθεσμου σχεδιασμού με ρεαλισμό και ειλικρίνεια, με λογισμό και φαντασία, σε ότι αφορά τη διαχείριση εσωτερικά της κρίσης μέσα από το πρόγραμμα σταθεροποίησης της οικονομίας και κυρίως, μέσα από τα μέτρα που ελήφθησαν για την εφαρμογή του με στόχο την υποχρεωτική μείωση του ελλείμματος.

Την κρίσιμη ώρα, οι διαπιστώσεις και η προσπάθεια ανάλυσης και εντοπισμού στοιχείων αποτυχίας, αποδείξεων υστέρησης, σημείων δυστοκίας, προσφέρουν χρήσιμο έργο για την εξουδετέρωση υπερβολών και την ουδετεροποίηση αρνητικών θυμικών με σκοπό την καθαρότητα σκέψης και την εξάλειψη επαμφοτεριζουσών θέσεων.

Χρησιμότερη όμως φρονώ ότι είναι η προσέγγιση του εφικτού και η διατύπωση προτάσεων και λύσεων στη δεδομένη χρονική στιγμή. Ξεπερνώντας αλλά όχι ξεχνώντας, υπερβαίνοντας αλλά όχι διαγράφοντας, με το βλέμμα στραμμένο στα επόμενα βήματα του άμεσου μέλλοντος. Και ενώ ο πολιτικός χρόνος τρέχει στην κλεψύδρα της επόμενης εκλογικής αναμέτρησης, αναζητώντας τη διαμόρφωση του Plan B μέσα από τις ζυμώσεις που ξεκίνησαν με αφορμή τη «μεταβατική» ψήφο της προηγούμενης (για την επιχειρηματολογία μου ως προς τη θεώρησή της ως «μεταβατικής», πατήστε εδώ), ουδείς φαίνεται διατεθειμένος να προσδιορίσει το πραγματικό διακύβευμα: Πώς θα επιτευχθεί σε πολύ κοντινό ορίζοντα (ενδεικτικά τριμήνου) ο μηδενισμός του πρωτογενούς ελλείμματος, με κοινωνικά δίκαιο τρόπο, στοχευμένο στην κατεύθυνση άμβλυνσης της ανισότητας μεταξύ (πραγματικά και όχι σε όρους δηλωθέντος εισοδήματος) πλουσίων και φτωχών και με συνειδητοποίηση της αδήριτης ανάγκης υπηρέτησης του συνολικού, του κοινού καλού. Πώς θα οπλιστεί η φαρέτρα της Ελλάδας, ώστε η διαμόρφωση κοινής συνισταμένης για επαναδιαπραγμάτευση, τροποποίηση, διόρθωση και συμπλήρωση του μνημονίου, όπως η συνισταμένη αυτή προέκυψε μετεκλογικά από τις ζυμώσεις των διερευνητικών εντολών και της ενσωμάτωσης του μηνύματος των εκλογών στην αναθεωρημένη στρατηγική των περισσότερων κομμάτων, να μην πέσει στο κενό.

Τα κόμματα, δυστυχώς και εμφανώς, σέρνονται από το «χρησμό» των πρόσφατων εκλογών. **Μετατόπισαν τη θέση τους στο πολιτικό παίγνιο αναγιγνώσκοντας τις μεικτές στρατηγικές (mixed strategies) που έβγαλε η κάλπη του Μαίου**. Όμως ο ρόλος τους δεν είναι να είναι followers, αλλά ηγέτες. Και οι ηγέτες την κρίσιμη ώρα συνθέτουν σε στέρεες βάσεις το πάζλ των σύνθετων εναλλακτικών, προετοιμαζόμενοι για τη διαπραγμάτευση. Και μετά οι πολίτες ακολουθούν παρέχοντας ψήφο εμπιστοσύνης, ψήφο θετική, ψήφο συμμετοχής στη λύση.

Βιβλιογραφία

Aliprantis C., Chakrabarti S. (2011) "*Games and Decision Making*", 2nd ed. New York, Oxford University Press.

Martin W. Cripps and Jonathan P. Thomas, Reputation and Commitment in Two-Person Repeated Games without Discounting, *Econometrica 63* (Nov. 1995), 1401-1419.

Jonathan Day, Casey LaFrance, Steven Fuller, The Nancy Pelosi Game: to Reveal or Not to Reveal, *Journal of Game Theory* (2012).

Drew Fudenberg and Eric Maskin, The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information, *Econometrica* 54 (May 1986), 533-554.

George J. Mailath, Larry Samuelson (2006) "*Repeated Games and Reputations – Long-Run Relationships*", Oxford University Press.

Βαρουφάκης Γιάνης (2007) «*Θεωρία Παιγνίων: Η θεωρία που φιλοδοξεί να ενοποιήσει τις κοινωνικές επιστήμες*», Εκδόσεις Gutenberg.

Βολιώτης Δημήτρης (2011) Σημειώσεις στη Θεωρία Παιγνίων, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.

Μηλολιδάκης Κωστής (2009) «*Θεωρία Παιγνίων: Μαθηματικά μοντέλα σύγκρουσης και συνεργασίας*», Εκδόσεις Σοφία.

Πολυράκης Α. Ιωάννης (2010) «*Θέματα Ανάλυσης και Θεωρία Γενικής Ισορροπίας στην Οικονομία*», Εκδόσεις ΕΜΠ.

Διαδίκτυο

https://www.coursera.org/#course/gametheory

http://www.econlib.org/library/Enc

http://www.gametheory.net/

http://www.prisoners-dilemma.com/

http://www.wikipedia.org/