ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

ΑΝΑΘΕΣΗ ΠΟΡΩΝ ΣΕ ΓΝΩΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΗΜΟΠΡΑΣΙΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Βασίλειος Ι. Παπακωνσταντίνου

Επιβλέπων : Αθανάσιος Δ. Παναγόπουλος
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Αύγουστος 2012

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

ΑΝΑΘΕΣΗ ΠΟΡΩΝ ΣΕ ΓΝΩΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΗΜΟΠΡΑΣΙΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Βασίλειος Ι. Παπακωνσταντίνου

Επιβλέπων : Αθανάσιος Δ. Παναγόπουλος
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 29^{η} Αυγούστου 2012.

....	....	....
Αθανάσιος Παναγόπουλος Λέκτορας Ε.Μ.Π.	Φίλιππος Κωνσταντίνου Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Ιωάννης Κανελλόπουλος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Αύγουστος 2012

....
Βασίλειος Ι. Παπακωνσταντίνου

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Περίληψη

Τα γνωστικά δίκτυα αποτελούν μία υλοποίηση των τεχνολογιών τηλεπικοινωνιών που φιλοδοξούν να επιλύσουν το πρόβλημα της ανεπάρκειας του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Η έρευνα πάνω στα γνωστικά δίκτυα, η οποία ήταν εκτενής κατά την τελευταία δεκαετία, έχει προσφέρει πολλά ενδιαφέροντα αποτελέσματα, αλλά και έχει δημιουργήσει πολλές σημαντικές προκλήσεις που χρίζουν περαιτέρω μελέτης.

Μία από αυτές τις προκλήσεις είναι το πρόβλημα του δυναμικού διαμοιρασμού φάσματος μεταξύ των χρηστών ενός γνωστικού δικτύου. Στα μοντέλα που εξετάζονται θεωρείται, συνήθως, η ύπαρξη δύο ειδών χρηστών: των πρωτευόντων, οι οποίοι είναι εξουσιοδοτημένοι χρήστες και διαθέτουν ένα μέρος του φάσματος, και των δευτερευόντων ή μη εξουσιοδοτημένων χρηστών, οι οποίοι συνεργάζονται ή ανταγωνίζονται για την πρόσβαση σε αυτό το φάσμα. Η χρήση της θεωρίας παιγνίων και της θεωρίας δημοπρασιών βοηθά στην ανάπτυξη τεχνικών που μπορούν, πιθανώς, να δώσουν μία λύση στο προαναφερθέν πρόβλημα.

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ανάθεση των πόρων, δηλαδή του φάσματος, ενός γνωστικού δικτύου στους δευτερεύοντες χρήστες του. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση ενός μηχανισμού δημοπρασίας, ο οποίος παροτρύνει τους χρήστες του γνωστικού δικτύου να καταθέτουν αληθείς προσφορές για το κομμάτι του εύρους ζώνης που επιθυμούν. Πιο συγκεκριμένα, θεωρείται ένα γνωστικό δίκτυο και υλοποιείται αλγόριθμος, ο οποίος, με βάση τις παραμέτρους του συστήματος, υπολογίζει τις προσφορές των δευτερευόντων χρηστών με στόχο την εύρεση σημείου ισοζυγίου Nash στο μη συνεργατικό παίγνιο που διεξάγεται μεταξύ τους. Αναπτύχθηκε πρόγραμμα προσομοίωσης σε περιβάλλον Matlab για την αξιολόγηση της επίδοσης του συστήματος. Με βάση τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, γίνεται ποσοτική και ποιοτική ανάλυση, μελετάται η συμπεριφορά των δευτερευόντων χρηστών ως προς τη μεταβολή των παραμέτρων του συστήματος και αξιολογείται ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε.

Λέξεις κλειδιά

Γνωστικό δίκτυο, ανεπάρκεια ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, δυναμικός διαμοιρασμός φάσματος, πρωτεύοντες χρήστες, δευτερεύοντες χρήστες, θεωρία παιγνίων, θεωρία δημοπρασιών, μηχανισμός δημοπρασίας, ισοζύγιο Nash, μη συνεργατικό παίγνιο.

Abstract

Cognitive radio networks have emerged as a promising technique in order to solve the electromagnetic spectrum inefficiency problem. The extensive research conducted over the last decade, has provided many interesting results, but has also created many important challenges that require further study.

One of those challenges is the problem of dynamic spectrum sharing among the users of a cognitive radio network. In the models that are usually examined, two types of users are considered: the primary users, who are licensed users and are allowed to use the spectrum, and the secondary or unlicensed users, who have to cooperate or compete for access to that spectrum. Game theory and auction theory constitute two techniques that can, potentially, offer a solution to the aforementioned problem.

The objective of this diploma thesis is the resource allocation (more specifically, spectrum allocation) to the secondary users in a cognitive radio network. This is achieved by the implementation of an auction mechanism, which motivates the cognitive radio users to bid truthfully for the portion of the bandwidth that they desire. More specifically an allocation mechanism for cognitive radio systems is proposed, in which the bids of the secondary users are computed, so as to find the Nash equilibrium of the corresponding non-cooperative game. The system's performance has been evaluated through a simulation programme developed in Matlab. Based on the simulation results, a quantitative and qualitative analysis is given, a study on the behaviours of the secondary users to the variation of the system parameters is conducted and an evaluation of the algorithm in use is provided.

Key words

Cognitive radio network, electromagnetic spectrum inefficiency, dynamic spectrum sharing, primary users, secondary users, game theory, auction theory, auction mechanism, Nash equilibrium, non-cooperative game.

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στον τομέα Συστημάτων Μετάδοσης Πληροφορίας και Τεχνολογίας Υλικών της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών στα πλαίσια της δραστηριότητας του Εργαστηρίου Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών.

Θα ήθελα, κατ’ αρχάς, να ευχαριστήσω θερμά τον υπεύθυνο της διπλωματικής μου εργασίας Λέκτορα κ. Αθανάσιο Παναγόπουλο, για τη δυνατότητα που μου προσέφερε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα, αλλά και για την υποστήριξη και καθοδήγησή του σε ζητήματα που αφορούσαν στη διπλωματική εργασία και στις σπουδές μου. Επιπροσθέτως, ιδιαίτερη ευγνωμοσύνη οφείλω στην υποψήφια Διδάκτορα κ. Σταυρούλα Βασσάκη, για τη συνεχή βοήθεια που μου προσέφερε και για τη συμβολή της στην ανάπτυξη του θέματος της διπλωματικής εργασίας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

4 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΔΙΑΜΟΙΡΑΣΜΟΥ ΦΑΣΜΑΤΟΣ

5 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

1 ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η θεωρία παιγνίων είναι ένας κλάδος των εφαρμοσμένων μαθηματικών που χρησιμοποιεί μοντέλα για να μελετήσει τυποποιημένες δομές κινήτρων (παίγνια). Μελετά τα μαθηματικά μοντέλα της σύγκρουσης και συνεργασίας μεταξύ έξυπνων και λογικών ατόμων που λαμβάνουν αποφάσεις [von Neumann and Morgenstern, 1944]. «Λογικό» μπορούμε να ονομάσουμε ένα άτομο το οποίο παίρνει αποφάσεις με στόχο τη μεγιστοποίηση του προσωπικού οφέλους. Ενώ, «έξυπνο» μπορούμε να ονομάσουμε ένα άτομο το οποίο είναι ικανό να κατανοήσει οτιδήποτε αφορά στη δομή της κατάστασης ενώ ταυτόχρονα αντιλαμβάνεται ότι και τα υπόλοιπα άτομα είναι επίσης έξυπνα και λογικά.

1.1.1 Εφαρμογές

Η θεωρία παιγνίων έχει εφαρμογές σε πολλά πεδία, μερικά από τα οποία είναι τα εξής: οικονομικά, βιολογία, πολιτικές επιστήμες, διεθνείς σχέσεις, ψυχολογία, λειτουργική έρευνα, στρατιωτική τακτική και επιστήμη των υπολογιστών. Οι εφαρμογές στη στρατιωτική τακτική οδήγησαν σε κάποια από τα πρώιμα στάδια ανάπτυξης της θεωρίας παιγνίων.

Σε σχέση με τις οικονομικές επιστήμες η θεωρία παιγνίων συνδέεται στενά, επειδή επιχειρεί να βρει λογικές στρατηγικές σε καταστάσεις στις οποίες το αποτέλεσμα δεν εξαρτάται μόνο από τις πράξεις ενός ατόμου και τις συνθήκες της αγοράς, αλλά και από τις στρατηγικές που επιλέγουν άλλα άτομα με πιθανώς διαφορετικά ή άλλοτε κοινά οφέλη.

Για την επιστήμη των υπολογιστών, η θεωρία παιγνίων έχει παίξει ένα πολύ σημαντικό ρόλο. Πολλές θεωρίες λογικής βασίζονται σε σημασιολογίες παιγνίων. Οι επιστήμονες έχουν χρησιμοποιήσει, σε κάποιες περιπτώσεις, παίγνια για να μοντελοποιήσουν αλληλεπιδραστικούς υπολογισμούς. Η υπολογιστική λογική επιχειρεί να αναπτύξει μια κατανοητή τυποποιημένη θεωρία (λογική) αλληλεπιδραστικών υπολογιστικών καθηκόντων και πόρων τυποποιώντας αυτές τις οντότητες ως παίγνια μεταξύ του υπολογιστικού πράκτορα και του περιβάλλοντός του.

Το αντικείμενο της έρευνας στη θεωρία παιγνίων είναι το παίγνιο, το οποίο είναι ένα τυπικό μοντέλο μιας κατάστασης αλληλεπιδράσεων, όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Συνήθως, το παίγνιο περιλαμβάνει πολλούς παίκτες καθώς ένα «παίγνιο» με μόνο ένα παίκτη συχνά ονομάζεται πρόβλημα απόφασης. Ο τυπικός ορισμός προσδιορίζει τους παίκτες, τις προτιμήσεις τους, τις πληροφορίες, τις στρατηγικές δράσεις που έχουν στη διάθεσή τους και πώς αυτές επηρεάζουν το αποτέλεσμα.

1.2 ΕΙΔΗ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

1.2.1 Συνεργατικά – μη συνεργατικά παίγνια

Η θεωρία συνεργατικού παιγνίου ερευνά παίγνια συμμαχιών εκτιμώντας τις σχετικές δυνάμεις των διαφόρων παικτών ή πώς μία επιτυχημένη συμμαχία πρέπει να κατανείμει τα οφέλη της. Αυτό, φυσικά, εφαρμόζεται σε καταστάσεις που προκύπτουν στην πολιτική επιστήμη και στις διεθνείς σχέσεις, όπου η έννοια της δύναμης των παικτών είναι πολύ σημαντική.

Για παράδειγμα, ο μαθηματικός John Nash πρότεινε μία λύση για την κατανομή των κερδών από μία συμφωνία σε ένα πρόβλημα διαπραγμάτευσης το οποίο εξαρτάται αποκλειστικά από τις σχετικές δυνάμεις της διαπραγματευτικής θέσης των δύο παρατάξεων [Nash, 1950c]. Η δύναμη που έχει η μία πλευρά καθορίζεται από το, συνήθως, ανεπαρκές αποτέλεσμα που προκύπτει όταν ολοκληρώνονται οι διαπραγματεύσεις. Το μοντέλο του Nash ταιριάζει στο πλαίσιο του συνεργατικού παιγνίου χωρίς να καθορίζει ένα συγκεκριμένο χρονοδιάγραμμα προσφορών και αντιπροσφορών, αλλά επικεντρώνεται αποκλειστικά στο αποτέλεσμα της διαπραγματευτικής διαδικασίας.

- Ορισμός 1.1: **Μη συνεργατικό παίγνιο** ονομάζεται ένα παίγνιο στο οποίο οι παίκτες δεν μπορούν να συνάψουν εκτελέσιμες (από το παίγνιο) συμφωνίες πέραν των κανόνων που ορίζονται συγκεκριμένα από το παίγνιο. Συνεπώς, δεν είναι ένα παίγνιο στο οποίο δεν μπορούν να υπάρξουν συνεργασίες, αλλά ένα παίγνιο στο οποίο οι συνεργασίες μεταξύ παικτών δεν είναι αυτοεκτελέσιμες (δηλαδή δεν πλαισιώνονται από κάποιο κανόνα).

Σε αντίθεση με τη θεωρία συνεργατικού παιγνίου, η θεωρία μη συνεργατικού παιγνίου ασχολείται με την ανάλυση των στρατηγικών επιλογών [Nash, 1950b]. Η βάση αυτής της θεωρίας είναι ότι οι λεπτομέρειες της σειράς και των χρονικών στιγμών, κατά τις οποίες λαμβάνουν χώρα οι επιλογές των παικτών, είναι κρίσιμες στον καθορισμό του αποτελέσματος ενός παιγνίου. Σε αντίθεση με το συνεργατικό μοντέλο του Nash, ένα μη συνεργατικό μοντέλο διαπραγματεύσεων τοποθετεί μία συγκεκριμένη διαδικασία στην οποία είναι προκαθορισμένο ποιος μπορεί να κάνει μία προσφορά σε ποια χρονική στιγμή. Ο όρος «μη συνεργατικό» εννοεί τον κλάδο της θεωρίας παιγνίων που μοντελοποιεί τη διαδικασία των παικτών να κάνουν επιλογές για το προσωπικό τους και μόνο όφελος. Η συνεργασία μπορεί, και συχνά το κάνει, να οδηγήσει σε μη συνεργατικά μοντέλα παιγνίων όταν οι παίκτες το θεωρούν βέλτιστο να ακολουθήσουν μόνο τα προσωπικά τους συμφέροντα.

1.2.2 Στρατηγικές και εκτεταμένες μορφές παιγνίων

Η στρατηγική μορφή (κανονική μορφή) είναι ο βασικός τύπος παιγνίου που μελετάται στη θεωρία μη συνεργατικού παιγνίου. Ένα παίγνιο σε στρατηγική μορφή καταγράφει τις στρατηγικές κάθε παίκτη και το αποτέλεσμα που προκύπτει από κάθε πιθανό συνδυασμό επιλογών. Ένα αποτέλεσμα εκφράζεται από μία συγκεκριμένη αποπληρωμή για κάθε παίκτη, η οποία είναι ένας αριθμός που μετρά κατά πόσο αρέσει το αποτέλεσμα στον παίκτη.

- Ορισμός 1.2: **Στρατηγική $\boldsymbol{r}$** είναι ένα ολοκληρωμένο σχέδιο, ή ένας κανόνας απόφασης, που καθορίζει τη δράση που θα επιλέξει ένας παίκτης σε κάθε διακριτή κατάσταση Ω του κόσμου του.

- Ορισμός 1.3: Σε ένα οποιοδήποτε παίγνιο, η **χρησιμότητα** (ή αποπληρωμή) $\boldsymbol{u}$ αντιπροσωπεύει τα κίνητρα των παικτών. Μια συνάρτηση χρησιμότητας για κάποιον παίκτη, αντιστοιχίζει έναν αριθμό σε κάθε ένα πιθανό αποτέλεσμα του παιγνίου, με την ιδιότητα ότι ένας υψηλότερος (ή κάποιες φορές χαμηλότερος) αριθμός καταδεικνύει ένα προτιμότερο αποτέλεσμα.

- Ορισμός 1.4: Ένα παίγνιο $\boldsymbol{G}$ σε στρατηγική μορφή έχει τρία στοιχεία: το σύνολο των παικτών $i \epsilon \boldsymbol{I}$, που είναι ένα πεπερασμένο σύνολο $\{1, 2, \dots, N\}$, το χώρο στρατηγικών Ω_i για κάθε παίκτη i και τη συνάρτηση χρησιμότητας u_i, η οποία μετρά το αποτέλεσμα για τον i-στο παίκτη για κάθε στρατηγική $\boldsymbol{r} = (r_1, r_2, \dots, r_N)$. Ορίζουμε ως $\mathbf{r_{-i}}$ τις στρατηγικές των αντιπάλων του παίκτη i, δηλαδή $\mathbf{r_{-i}} = (r_1, \dots, r_{i-1}, r_{i+1}, \dots, r_N)$.

- Ορισμός 1.5: **Στατικό παίγνιο** ονομάζεται ένα παίγνιο στο οποίο όλοι οι παίκτες παίρνουν αποφάσεις (ή επιλέγουν μια στρατηγική) ταυτόχρονα, χωρίς γνώση των στρατηγικών που επιλέγονται από άλλους παίκτες. Παρά το ότι οι αποφάσεις μπορεί να λαμβάνονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, το παίγνιο διεξάγεται ταυτόχρονα, επειδή κανένας παίκτης δεν έχει πληροφορίες για τις αποφάσεις των άλλων ˙ οπότε είναι το ίδιο με το να λαμβάνονται ταυτόχρονα.

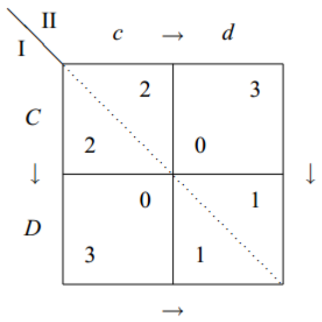
Η εκτεταμένη μορφή (game tree) είναι πιο λεπτομερής από τη στρατηγική μορφή ενός παιγνίου. Είναι μία συνολική περιγραφή για το πώς παίζεται το παίγνιο με την πάροδο του χρόνου. Αυτό συμπεριλαμβάνει τη σειρά με την οποία δρουν οι παίκτες, τις πληροφορίες που διαθέτουν οι παίκτες τη στιγμή που πρέπει να δράσουν και τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες οποιαδήποτε αβεβαιότητα σε μία κατάσταση διευκρινίζεται. Ένα παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή μπορεί να αναλυθεί απευθείας ή να μετατραπεί σε ένα ισοδύναμο παίγνιο στρατηγικής μορφής.

1.3 ΕΠΙΚΡΑΤΗΣΗ

Δεδομένου ότι όλοι οι παίκτες θεωρούνται λογικοί, κάνουν επιλογές οι οποίες οδηγούν στο προτιμώμενο αποτέλεσμα, αναλόγως τις επιλογές των αντιπάλων τους. Σε μία ακραία περίπτωση μπορεί ένας παίκτης να έχει δύο στρατηγικές, έστω Α και Β, για τις οποίες ισχύει ότι η Α δίνει πάντα καλύτερο αποτέλεσμα από τη Β, ασχέτως του συνδυασμού των επιλογών των άλλων παικτών. Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι η στρατηγική Α επικρατεί της στρατηγικής Β. Σε κάποια παίγνια, ο έλεγχος των στρατηγικών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ένας λογικός παίκτης μπορεί να επιλέξει μόνο μία από αυτές, δηλαδή την επικρατούσα. Το παρακάτω παράδειγμα εκφράζει μία τέτοια κατάσταση.

1.3.1 «Το Δίλημμα του Φυλακισμένου»

Το δίλημμα του φυλακισμένου είναι ένα παίγνιο στρατηγικής μορφής μεταξύ δύο παικτών. Το σενάριο έχει ως εξής: δύο εγκληματίες, οι οποίοι μόλις έχουν διαπράξει ένα έγκλημα, συλλαμβάνονται από την αστυνομία, η οποία όμως δε διαθέτει αρκετά στοιχεία για την ενοχοποίησή τους. Κατά τη σύλληψή τους, τούς κρατά σε διαφορετικούς χώρους και προχωρά σε μία προσφορά. Τούς δίνει τη δυνατότητα να τύχουν μειωμένης ποινής ή να απελευθερωθούν δίνοντας πληροφορίες για την καταδίκη του άλλου κρατουμένου. Στην περίπτωση αυτή οι κρατούμενοι δεν έχουν πληροφορίες για την επιλογή του άλλου παίκτη. Η αποπληρωμή στην περίπτωση που και οι δύο παραμείνουν σιωπηλοί είναι αρκετά καλή δεδομένου ότι κανένας από τους δύο δεν μπορεί να καταδικαστεί. Εάν ένας εκ των δύο προδώσει τον άλλον, ενώ ο άλλος παραμείνει σιωπηλός, τότε ο πρώτος θα απελευθερωθεί ενώ ο δεύτερος θα εκτίσει τη μέγιστη ποινή. Αν και οι δύο προδώσουν ο ένας τον άλλον τότε και οι δύο θα τύχουν ελαφρώς μειωμένης ποινής το οποίο μπορεί να περιγραφεί ως σχετικά δυσμενές αποτέλεσμα. Το Σχήμα 1.1 μπορεί να δώσει μια αριθμητική εικόνα της περιγραφόμενης περίπτωσης.



Σχήμα 1.1: Το Δίλημμα του Φυλακισμένου.

Στο Σχήμα 1.1 η διακεκομμένη γραμμή δείχνει τη συμμετρία του παιγνίου, τα βέλη στα αριστερά και στα δεξιά δείχνουν την προτιμώμενη στρατηγική του παίκτη ***I*** όταν ο παίκτης ***II*** επιλέγει την αριστερή ή τη δεξιά στήλη και αντίστοιχα τα βέλη πάνω και κάτω δείχνουν την προτιμώμενη στρατηγική του παίκτη ***II*** όταν ο παίκτης ***I*** επιλέγει την πάνω ή κάτω γραμμή. Παρατηρούμε ότι αν ο ένας κρατούμενος παραμείνει σιωπηλός (συμβολίζεται με c και με C στο Σχήμα 1.1), τότε ο άλλος θα αποκομίσει περισσότερα εάν τον προδώσει (συμβολίζεται με d και με D στο Σχήμα 1.1) στην αστυνομία, σε σύγκριση με όσα αποκομίζει παραμένοντας σιωπηλός. Αλλιώς, αν ο ένας κρατούμενος προδώσει τον άλλον, τότε ο άλλος έχει μεγαλύτερο κέρδος προδίδοντας τον πρώτο σε σχέση με αυτό που έχει παραμένοντας σιωπηλός. Καταλήγουμε στο ότι η προτιμώμενη στρατηγική είναι η προδοσία του άλλου κρατουμένου, οπότε το παραπάνω παίγνιο θα δίνει πάντα ως αποτέλεσμα την αλληλοπροδοσία των δύο κρατουμένων. Σε αυτήν την περίπτωση μπορούμε να πούμε ότι η προδοσία επικρατεί ως στρατηγική έναντι της συνεργασίας με τον άλλον κρατούμενο. Στο παραπάνω παίγνιο η απληστία είναι η αιτία που οδηγεί σε αυτή την έκβαση, αν σκεφτούμε ότι σε περίπτωση συνεργασίας το κέρδος είναι ιδιαίτερα υψηλό και για τους δύο κρατούμενους και αποτελεί τη μοναδική περίπτωση που θεωρούνται και οι δυο τους ικανοποιημένοι.

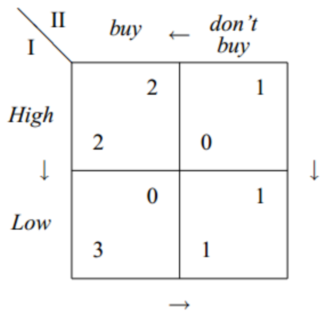
Το Δίλημμα του Φυλακισμένου αποτελεί μια κλασική περίπτωση παιγνίου και προκύπτει συχνά σε πραγματικές συνθήκες κατά τις οποίες η «προδοσία» αποτελεί μια πιθανή στρατηγική που μπορεί να οδηγήσει σε λιγότερο επιθυμητά αποτελέσματα για το σύνολο των παικτών. Παραδείγματα τέτοιων περιπτώσεων είναι: αγώνες πάλης, προσφυγή στη δικαιοσύνη αντί συμβιβασμού, περιβαλλοντική ρύπανση, μάρκετινγκ μείωσης τιμών. Η αιτιολόγηση της έκβασης σύμφωνα με τη θεωρία παιγνίων, κάποιες φορές, λαμβάνεται ως περίπτωση εφαρμογής συμμαχιών ή νόμων, οι οποίες/οποίοι οδηγούν σε συνεργασία.

Οι επιστήμονες της θεωρίας παιγνίων έχουν προσπαθήσει να «παρακάμψουν» τη μη-αποδοτικότητα (για το σύνολο των παικτών) της έκβασης ενός παιγνίου όπως το

Δίλημμα του Φυλακισμένου. Για παράδειγμα, το παίγνιο αλλάζει ριζικά αν παιχτεί πάνω από μια φορά. Στην περίπτωση του λεγόμενου επαναλαμβανόμενου παιγνίου, δημιουργούνται μοτίβα συνεργασίας όταν ο κίνδυνος των παικτών να τιμωρηθούν μελλοντικά υπερισχύει του προσωρινού τους κέρδους από μια πιθανή «προδοσία».

1.3.2 Ένα άλλο παράδειγμα: Επιλογή Ποιότητας Υπηρεσίας

Το παρακάτω παράδειγμα παιγνίου δείχνει πως ο κανόνας της εξόντωσης μιας στρατηγικής που υπολείπεται μιας άλλης μπορεί να εφαρμοστεί συνεχόμενα. Υποθέτουμε ότι ο παίκτης **I** είναι ένας πάροχος υπηρεσιών διαδικτύου και ο παίκτης **II** είναι ένας πιθανός αγοραστής. Υπάρχει η πιθανότητα να υπογράψουν ένα συμβόλαιο παροχής υπηρεσιών για μια χρονική περίοδο. Ο πάροχος μπορεί να αποφασίσει μεταξύ δύο επιπέδων ποιότητας υπηρεσίας, *Υψηλή* και *Χαμηλή*. Η υψηλής ποιότητας υπηρεσία κοστίζει περισσότερο και μέρος του κόστους είναι ανεξάρτητο από το αν θα υπογραφεί το συμβόλαιο. Η ποιότητα της υπηρεσίας δεν μπορεί να σημειωθεί επίσημα στο συμβόλαιο. Η υψηλής ποιότητας υπηρεσία έχει αρκετά μεγάλη αξία για τον πελάτη, τέτοια ώστε να επέλεγε να αποφύγει το συγκεκριμένο συμβόλαιο αν ήξερε πως η ποιότητα της υπηρεσίας θα είναι χαμηλή. Ο αγοραστής μπορεί να επιλέξει την *Αγορά* ή τη *Μη-αγορά* της υπηρεσίας.



Σχήμα 1.2: Παίγνιο υψηλής - χαμηλής ποιότητας μεταξύ ενός παρόχου υπηρεσίας (παίκτης I) και ενός πελάτη (παίκτης II).

Το Σχήμα 1.2 δίνει τις πιθανές αποπληρωμές που περιγράφουν αυτήν την κατάσταση. Ο πελάτης προτιμά να αγοράσει αν ο πάροχος προσφέρει υψηλής ποιότητας υπηρεσία, αλλιώς προτιμά να μην αγοράσει. Ανεξαρτήτως από το αν ο πελάτης επιλέξει να αγοράσει ή όχι, ο πάροχος πάντα προτιμά να παρέχει χαμηλή ποιότητα υπηρεσίας. Συνεπώς, η στρατηγική *Χαμηλή* επικρατεί της στρατηγικής *Υψηλή* για τον παίκτη ***I***.

Δεδομένου ότι ο παίκτης ***II*** θεωρεί ότι ο παίκτης ***I*** είναι λογικός, συνειδητοποιεί ότι ο παίκτης ***I*** πάντα θα προτιμά τη στρατηγική *Χαμηλή*, οπότε αναμένει χαμηλής ποιότητας υπηρεσία από τον πάροχο. Σε αυτή την περίπτωση προτιμά τη *Μη-αγορά* (που δίνει αποπληρωμή 1) σε σύγκριση με την *Αγορά* (αποπληρωμή 0). Συμπεραίνουμε ότι η λογική σκέψη των δύο παικτών οδηγεί σε μία έκβαση κατά την οποία ο πάροχος θα χρησιμοποιήσει χαμηλής ποιότητας υπηρεσία και σαν αποτέλεσμα δε θα υπογραφεί το συμβόλαιο.

Αυτό το παίγνιο θυμίζει αρκετά το Δίλημμα του Φυλακισμένου. Στην ουσία, η μόνη διαφορά είναι μία και μόνο αποπληρωμή, συγκεκριμένα η αποπληρωμή στο πάνω δεξιά τετράγωνο προς τον παίκτη ***II*** που είναι ίση με 1 (αντί για 3). Το γεγονός αυτό αντιστρέφει το πάνω βέλος από τα δεξιά προς τα αριστερά και θέτει την προτίμηση του παίκτη ***II*** ως συνάρτηση της δράσης του παίκτη ***I***. Το παίγνιο αυτό δεν είναι πλέον συμμετρικό, όπως το Δίλημμα του Φυλακισμένου. Συνεπώς, ο παίκτης ***II*** δε διαθέτει μια επικρατούσα στρατηγική. Παρ' όλα αυτά, ο παίκτης ***I*** διαθέτει μια επικρατούσα στρατηγική τέτοια ώστε η έκβαση του παιγνίου να είναι και πάλι μοναδική. Ένας εναλλακτικός τρόπος να φανεί αυτό το αποτέλεσμα είναι ο συνεχόμενος αποκλεισμός των υπολειπόμενων στρατηγικών: αρχικά, αποκλείουμε την *Υψηλή* και στο μικρότερο παίγνιο που προκύπτει, η μόνη στρατηγική του παίκτη ***I*** είναι η *Χαμηλή*, γεγονός που καθιστά ως επικρατούσα στρατηγική για τον παίκτη ***II*** τη *Μη-αγορά*, οπότε η *Αγορά* αποκλείεται επίσης.

Όπως και στο Δίλημμα του Φυλακισμένου, το αποτέλεσμα είναι χειρότερο και για τους δύο παίκτες σε σύγκριση με ένα άλλο πιθανό αποτέλεσμα (*Υψηλή, Αγορά)* όπου προσφέρεται υψηλής ποιότητας υπηρεσία και ο πελάτης υπογράφει το συμβόλαιο. Αυτή η έκβαση, όμως, δεν είναι απαραίτητα αξιόπιστη, αφού ο πάροχος θα μπει στον πειρασμό να χαμηλώσει την ποιότητα της υπηρεσίας για να αυξήσει την αποπληρωμή του.

1.4 ΤΟ ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΤΟΥ NASH

Στα παραπάνω παραδείγματα, η θεώρηση και μόνο κάποιων στρατηγικών ως υπολειπόμενες προσέφερε σαφείς συμβουλές στους παίκτες σχετικά με το πώς θα πρέπει να δράσουν. Σε πολλά παίγνια, όμως, δεν υπάρχουν υπολειπόμενες στρατηγικές, οπότε αυτές οι θεωρήσεις δεν είναι αρκετές για να αποκλειστούν κάποιες πιθανές εκβάσεις ή για να προσφέρουν ακριβείς οδηγίες για τη δράση των παικτών.

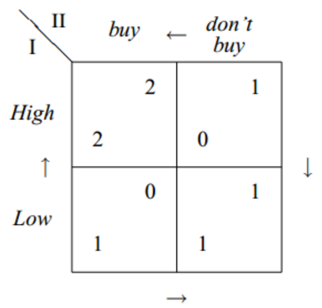
- Ορισμός 1.6: Ορίζουμε ένα διάνυσμα στρατηγικών $\mathbf{r} = [r_1 \dots r_K]$και ορίζουμε ως διάνυσμα στρατηγικών των αντιπάλων του i-στού παίκτη το $\mathbf{r}_i{}^{-1} = [r_1 \dots r_{i-1} r_{i+1} \dots r_K]$, όπου K είναι ο αριθμός των παικτών και r_i η στρατηγική του i-στου παίκτη. Ορίζουμε ως u_i τη χρησιμότητα του i-στού παίκτη. Ορίζεται ως το σημείο του ισοζυγίου του Nash $\boldsymbol{r}$:

$$u_i(r_i, \mathbf{r}_i{}^{-1}) \geq u_i(\widetilde{r}_i, \mathbf{r}_i{}^{-1}), \qquad \forall\, i, \qquad \forall\, \widetilde{r}_i \in \mathbf{\Omega}, \qquad \mathbf{r}_i{}^{-1} \in \mathbf{\Omega}^{K-1}\ (Εξίσωση\ 1.1).$$

Δηλαδή, δεδομένων των στρατηγικών των άλλων παικτών, κανένας παίκτης δεν μπορεί να αυξήσει τη χρησιμότητά του αλλάζοντας μόνο τη δική του στρατηγική [Cournot, 1838][Edgeworth, 1881][Nash, 1950a]. Σε πιο απλά λόγια, το ισοζύγιο του Nash (το οποίο έχει ονομαστεί έτσι προς τιμήν του μαθηματικού John Nash, που το διατύπωσε) είναι ένα σύνολο στρατηγικών, ένα για κάθε παίκτη, τέτοιο ώστε κανένας παίκτης να μην έχει το κίνητρο να αλλάξει ατομικά τη δική του δράση. Οι παίκτες λέμε πως βρίσκονται σε ένα ισοζύγιο, όταν μια αλλαγή στη στρατηγική μόνο ενός από αυτούς θα οδηγήσει σε μικρότερη αποπληρωμή αυτόν τον παίκτη σε σύγκριση με την αποπληρωμή που του προσφέρει η τρέχουσα στρατηγική του.

1.4.1 Παράδειγμα: Επιλογή Ποιότητας Υπηρεσίας (αναδιατύπωση)

Μια θεωρητική ανάλυση του παιγνίου μπορεί να δείξει στοιχεία μιας αλληλεπιδραστικής κατάστασης που μπορεί να μεταβληθεί ώστε να επιτευχθεί καλύτερο αποτέλεσμα. Στο παίγνιο της ποιότητας υπηρεσίας στο Σχήμα 1.2, για παράδειγμα, η αύξηση της χρησιμότητας του πελάτη για υψηλής ποιότητας υπηρεσία δεν έχει καμία επίδραση εκτός αν ο πάροχος έχει κάποιο κίνητρο να προσφέρει αυτό το επίπεδο ποιότητας. Ας υποθέσουμε ότι στο συμβόλαιο εισάγεται μια ρήτρα επιλεκτικής διακοπής του συμβολαίου από την πλευρά του πελάτη σε περίπτωση που δεν είναι ευχαριστημένος από την ποιότητα υπηρεσίας.



Σχήμα 1.3: Παίγνιο υψηλής - χαμηλής ποιότητας με επιλογή διακοπής συμβολαίου για τον πελάτη (παίκτης II).

Το παίγνιο που προκύπτει φαίνεται στο Σχήμα 1.3. Σε αυτή την περίπτωση, η προσφορά χαμηλής ποιότητας υπηρεσίας, ακόμα και όταν ο πελάτης επιλέγει την *Αγορά*, έχει την ίδια χαμηλή αποπληρωμή (1) για τον πάροχο με την περίπτωση που ο πελάτης επιλέγει τη *Μη-αγορά*, αφού ο πελάτης θα διακόψει το συμβόλαιό του στη συνέχεια. Παρ' όλα αυτά, ο πελάτης προτιμά να μην αγοράσει όταν η υπηρεσία είναι *Χαμηλή* ώστε να γλιτώσει εξ αρχής την ταλαιπωρία της εισόδου σε αυτό το συμβόλαιο.

Η αλλαγή της αποπληρωμής του παίκτη ***I*** αλλάζει τη φορά του αριστερού βέλους, το οποίο πλέον δείχνει προς τα πάνω. Να σημειωθεί ότι, σε σύγκριση με το Σχήμα 1.2, έχουν αλλάξει μόνο οι αποπληρωμές του παρόχου. Εν ολίγοις, η ρήτρα επιλεκτικής διακοπής έχει ως στόχο να πείσει τον πελάτη ότι είναι προς το συμφέρον του παρόχου να προσφέρει υψηλής ποιότητας υπηρεσία.

Αυτό το παίγνιο δεν έχει κάποια υπολειπόμενη στρατηγική για κάποιον από τους παίκτες. Τα βέλη δείχνουν προς διαφορετικές κατευθύνσεις. Το παίγνιο έχει δύο ισοζύγια Nash στα οποία ο κάθε παίκτης διαλέγει τη στρατηγική του ντετερμινιστικά. Ένα από αυτά είναι, όπως και πριν, ο συνδυασμός *Χαμηλή, Μη-αγορά.* Ο συνδυασμός αυτός αποτελεί ισοζύγιο διότι η στρατηγική *Χαμηλή* είναι η καλύτερη απόκριση (δηλ. η στρατηγική που μεγιστοποιεί την αποπληρωμή) στη *Μη-αγορά* και αντίστροφα.

Το δεύτερο ισοζύγιο Nash είναι ο συνδυασμός *Υψηλή, Αγορά.* Αποτελεί ισοζύγιο αφού ο παίκτης ***I*** προτιμά να προσφέρει υψηλής ποιότητας υπηρεσία όταν ο πελάτης αγοράζει, και αντίστροφα, ο παίκτης ***II*** προτιμά να αγοράσει όταν η ποιότητα είναι υψηλή. Αυτό το ισοζύγιο έχει υψηλότερες αποπληρωμές και για τους δύο παίκτες σε σύγκριση με το πρώτο και είναι προτιμότερη λύση.

Τα δύο ισοζύγια Nash αποτελούν λογικούς συνδυασμούς δράσεων και για τους δύο παίκτες. Από τη στιγμή που οι παίκτες έχουν επιλέξει στρατηγικές που σχηματίζουν ισοζύγιο, κανένας τους δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει, οπότε και θα επιμείνουν στις επιλογές τους. Το γεγονός αυτό καθιστά το ισοζύγιο του Nash μια αξιόπιστη λογική επίλυσης ενός παιγνίου. Σε αντίθεση, ένας συνδυασμός στρατηγικών που δεν αποτελεί ισοζύγιο είναι μη αξιόπιστη λύση. Ένας τέτοιος συνδυασμός δε θα ήταν καλή συμβουλή προς ένα παίκτη σχετικά με το πώς θα πρέπει να δράσει στο παίγνιο, δεδομένου ότι τουλάχιστον ένας παίκτης θα προτιμούσε να αψηφήσει τη συμβουλή και να επιλέξει διαφορετική στρατηγική που θα του προσφέρει μεγαλύτερη αποπληρωμή.

Όπως γίνεται φανερό από το παραπάνω παράδειγμα, ένα ισοζύγιο Nash, δεν είναι απαραίτητα μοναδικό. Στα πρώτα δύο, όμως, παραδείγματα (το Δίλημμα του Φυλακισμένου και η Επιλογή Ποιότητας Υπηρεσίας) υπάρχουν μοναδικά για το καθένα ισοζύγια Nash. Μια υπολειπόμενη στρατηγική δεν μπορεί ποτέ να αποτελεί μέρος ενός ισοζυγίου, επειδή ο παίκτης που θα μπορούσε να την επιλέξει μπορεί να επιλέξει μια επικρατούσα στρατηγική και να λάβει καλύτερη αποπληρωμή. Συνεπώς, αν ο αποκλεισμός των υπολειπόμενων στρατηγικών οδηγήσει σε ένα μοναδικό συνδυασμό, ο συνδυασμός αυτός θα αποτελέσει ισοζύγιο Nash. Μεγαλύτερα παίγνια μπορεί επίσης να έχουν μοναδικά ισοζύγια, τα οποία να μην προκύπτουν από τη θεώρηση των επικρατήσεων.

1.4.2 Επιλογή ισοζυγίου

- Ορισμός 1.7: Η **θεωρία του βέλτιστου κατά Pareto** (από το όνομα του Vilfredo Pareto, ο οποίος τη διατύπωσε), είναι ένα μέτρο αποδοτικότητας. Η έκβαση ενός παιγνίου θεωρείται βέλτιστη κατά Pareto όταν δεν υπάρχει άλλη έκβαση που να καθιστά κάθε παίκτη το ίδιο ικανοποιημένο και τουλάχιστον έναν παίκτη σαφώς πιο ικανοποιημένο. Αυτό συνεπάγεται ότι μια βέλτιστη κατά Pareto έκβαση δεν μπορεί να γίνει καλύτερη (για το σύνολο των παικτών) αν δε ζημιωθεί τουλάχιστον ένας παίκτης. Συχνά συμβαίνει να συναντάμε ένα ισοζύγιο Nash που δεν είναι βέλτιστο κατά Pareto, εννοώντας ότι, συνήθως, υπάρχει ένα ισοζύγιο του Nash που βελτιώνει την αποπληρωμή τουλάχιστον ενός παίκτη, χωρίς να ζημιώνει τους άλλους.

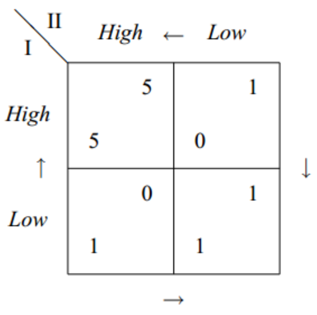
Στο τελευταίο παράδειγμα (την αναδιατύπωση του παιγνίου Επιλογή Ποιότητας Υπηρεσίας) συναντήσαμε δύο ισοζύγια Nash. Μόνο ένα εκ των δύο είναι δυνατόν να θεωρηθεί βέλτιστο κατά Pareto. Αυτό, φυσικά, είναι ο συνδυασμός *Υψηλή, Αγορά*. Αυτό συμβαίνει επειδή ο συγκεκριμένος συνδυασμός προσφέρει αποπληρωμές στους παίκτες ***I*** και ***II*** αντίστοιχα 2 και 2, ενώ ο άλλος συνδυασμός που αποτελεί ισοζύγιο Nash (*Χαμηλή, Μη-αγορά)*, προσφέρει αποπληρωμές 1 και 1.

Ας δούμε ένα άλλο παράδειγμα συμμετρικού παιγνίου: δύο εταιρείες επιθυμούν να επενδύσουν σε υποδομές επικοινωνιών. Σκοπεύουν να επικοινωνούν συχνά μεταξύ τους χρησιμοποιώντας αυτές τις υποδομές, αλλά αποφασίζουν ανεξάρτητα η μια από την άλλη τι θα αγοράσουν. Κάθε εταιρεία μπορεί να αποφασίσει μεταξύ υψηλής (*Υψηλή)* και χαμηλής (*Χαμηλή)* ποιότητας ευρυζωνικού εξοπλισμού. Ο πίνακας που εκφράζει τις αποπληρωμές των δύο παικτών είναι αυτός που φαίνεται στο Σχήμα 1.3, αφού αντικατασταθούν οι στρατηγικές *Αγορά* και *Μη-αγορά* από τις στρατηγικές *Υψηλή* και *Χαμηλή* αντίστοιχα. Το παίγνιο ερμηνεύεται ως εξής: αν ένας παίκτης επιλέξει *Χαμηλή* θα λάβει την ίδια αποπληρωμή (1) είτε ο άλλος παίκτης επιλέξει *Υψηλή* είτε *Χαμηλή*, αλλά το να επιλέξει *Υψηλή* έχει νόημα μόνο αν ο άλλος παίκτης επιλέξει *Υψηλή* και αυτός (αποπληρωμή 2), αλλιώς αποτελεί περιττό έξοδο (αποπληρωμή 0). Παρατηρούμε ότι υπάρχουν δύο συνδυασμοί που αποτελούν ισοζύγια Nash: *Χαμηλή, Χαμηλή* με αποπληρωμές 1, 1 και *Υψηλή, Υψηλή* με αποπληρωμές 2, 2. Είναι προφανές ότι ο δεύτερος συνδυασμός είναι βέλτιστος κατά Pareto, αφού βελτιώνει τις χρησιμότητες και των δύο παικτών.

Παρά τα παραπάνω, δεν μπορούμε να θεωρήσουμε τον πρώτο συνδυασμό ως «κακή» περίπτωση, διότι αν ένας παίκτης επιλέξει *Χαμηλή* έχει την καλύτερη αποπληρωμή στη χειρότερη περίπτωση, αν λάβουμε υπ' όψιν όλες τις πιθανές επιλογές του άλλου παίκτη. Η στρατηγική *Χαμηλή* ονομάζεται max-min στρατηγική διότι μεγιστοποιεί την ελάχιστη αποπληρωμή που μπορεί να λάβει ο παίκτης σε κάθε περίπτωση. Με άλλα λόγια, θα μπορούσαμε να πούμε ότι αποτελεί μια ασφαλή επιλογή (ελαχιστοποιείται το ρίσκο του παίκτη). Επιπλέον, η επιλογή αυτή είναι μέρος ενός ισοζυγίου, άρα είναι απόλυτα δικαιολογημένη εφόσον ένας παίκτης περιμένει ότι και ο άλλος θα επιλέξει το ίδιο.

1.4.3 Εξελικτικά παίγνια

Το παίγνιο επιλογής ευρυζωνικού εξοπλισμού μπορεί να ερμηνευτεί με διαφορετικό τρόπο αν εφαρμοστεί σε μεγάλο πληθυσμό όμοιων μεταξύ τους παικτών. Το ισοζύγιο σε αυτή την περίπτωση μπορεί να ληφθεί ως το αποτέλεσμα μιας δυναμικής διαδικασίας και όχι μιας λογικής ανάλυσης.



Σχήμα 1.4: Παίγνιο επιλογής ευρυζωνικού εξοπλισμού.

Στο Σχήμα 1.4 φαίνεται το παίγνιο επιλογής ευρυζωνικού εξοπλισμού, στο οποίο κάθε παίκτης έχει δύο δυνατές στρατηγικές (*Υψηλή, Χαμηλή)*. Η θετική αποπληρωμή (5) για κάθε παίκτη του συνδυασμού *Υψηλή, Υψηλή* καθιστά αυτό το ισοζύγιο ακόμη προτιμότερο αυτού που συναντήσαμε στην προηγούμενη εκδοχή του παιγνίου.

Στην εξελικτική ερμηνεία, υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός ατόμων, καθένας από τους οποίους μπορεί να υιοθετήσει μία από τις στρατηγικές. Το παίγνιο παρουσιάζει τις αποπληρωμές που προκύπτουν κατά τη συνάντηση δύο ατόμων από το σύνολο του πληθυσμού. Η δυναμική αυτού του παιγνίου είναι βασισμένη στην υπόθεση ότι κάθε πιθανή στρατηγική επιλέγεται από ένα μέρος των παικτών. Εν συνεχεία, δεδομένου του διαμοιρασμού των στρατηγικών, τα άτομα με μεγαλύτερες μέσες αποπληρωμές θα είναι πιο επιτυχημένα, οπότε και ο αριθμός τους θα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου. Αυτό, από την πλευρά του, μπορεί να επηρεάσει το ποιες στρατηγικές είναι καλύτερες από άλλες. Σε πολλές περιπτώσεις, συγκεκριμένα σε συμμετρικά παίγνια με δύο μόνο πιθανές στρατηγικές, η δυναμική διαδικασία μπορεί να οδηγήσει σε ισοζύγιο.

Στο παράδειγμα στο Σχήμα 1.4, ένα μέρος των χρηστών συνδεδεμένων σε δίκτυο θα διαθέτουν ήδη ευρυζωνικό εξοπλισμό υψηλής ή χαμηλής ποιότητας. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι το ένα τέταρτο των χρηστών έχει επιλέξει *Υψηλή* και τα τρία τέταρτα έχουν επιλέξει *Χαμηλή.* Μας είναι χρήσιμο να καταχωρήσουμε αυτά τα δεδομένα ως ποσοστά στις στήλες, που αντιπροσωπεύουν τις στρατηγικές του παίκτη ***II***. Ένας νέος χρήστης, ως παίκτης ***I***, θα πρέπει να αποφασίσει μεταξύ υψηλής και χαμηλής ποιότητας, όπου η αποπληρωμή εξαρτάται από τα δοσμένα κλάσματα.

Στην περίπτωσή μας θα είναι ¼ *5 + ¾ *0 = 1.25 όταν ο παίκτης ***I*** επιλέγει *Υψηλή* και ¼*1 + ¾*1 = 1 όταν επιλέγει *Χαμηλή*. Δεδομένων των μέσων αποπληρωμών που μπορεί να προσδοκά ο παίκτης ***I*** από την αλληλεπίδραση του με τους άλλους παίκτες, θα είναι προτιμότερο να επιλέξει *Υψηλή,* οπότε αποφασίζει να ακολουθήσει αυτή τη στρατηγική. Τότε, ο παίκτης ***I*** εισέρχεται στον πληθυσμό ως χρήστης με υψηλή ποιότητα ευρυζωνικού εξοπλισμού. Συνεπώς, το ποσοστό των χρηστών που έχουν επιλέξει *Υψηλή* αυξάνεται και με την πάροδο του χρόνου το πλεονέκτημα αυτής της στρατηγικής γίνεται ακόμη πιο προφανές. Επιπροσθέτως, οι χρήστες που σκοπεύουν να αντικαταστήσουν τον εξοπλισμό τους, θα κάνουν τους ίδιους υπολογισμούς και θα καταλήξουν στη μετάβαση από *Χαμηλή* σε *Υψηλή*. Τελικά, όλοι οι χρήστες επιλέγουν *Υψηλή,* που είναι η μόνη στρατηγική που επιβιώνει και είναι αυτή που αντιπροσωπεύει το ισοζύγιο στο πάνω αριστερά τετράγωνο στο Σχήμα 1.4.

Η μακροπρόθεσμη έκβαση κατά την οποία επιλέγεται μόνο υψηλής ποιότητας ευρυζωνικός εξοπλισμός, εξαρτάται από την ύπαρξη ενός αρχικού ποσοστού χρηστών που έχουν επιλέξει *Υψηλή,* το οποίο είναι αρκετά μεγάλο. Για παράδειγμα, αν μόνο το ένα δέκατο των χρηστών έχουν αρχικά επιλέξει *Υψηλή,* η προσδοκώμενη αποπληρωμή για αυτή την επιλογή θα είναι 0.1*5 + 0.9*0 = 0.5, η οποία είναι μικρότερη από την προσδοκώμενη αποπληρωμή της επιλογής *Χαμηλή* (η οποία είναι πάντα 1, ανεξάρτητα από το διαμοιρασμό των χρηστών στα δύο επίπεδα ποιότητας). Οπότε, με την ίδια λογική όπως και παραπάνω, το ποσοστό αυτών που έχουν επιλέξει *Χαμηλή* αυξάνεται και οδηγούμαστε στο ισοζύγιο που το κάτω δεξιά τετράγωνο αντιπροσωπεύει στο Σχήμα 1.4. Εύκολα φαίνεται ότι το οριακό ποσοστό χρηστών που θα πρέπει να έχουν επιλέξει *Υψηλή*, ώστε μακροπρόθεσμα αυτή να είναι η βέλτιστη στρατηγική, είναι 1/5. (Όταν η νεότερη τεχνολογία μειώσει την τιμή του εξοπλισμού υψηλής ποιότητας, αυξάνεται η αποπληρωμή 0 προς τον χρήστη υψηλής ποιότητας όταν διασταυρώνεται με χρήστη χαμηλής ποιότητας, δεδομένο που αλλάζει το παίγνιο.)

Η εξελικτική, πληθυσμιακά δυναμική οπτική των παιγνίων είναι χρήσιμη επειδή δεν απαιτεί την υπόθεση ότι όλοι οι παίκτες είναι καλοί γνώστες και θεωρούν ότι και οι υπόλοιποι είναι λογικοί, κάτι που συχνά δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Αντί αυτού, η ιδέα της λογικής δράσης αντικαθίσταται από την ιδέα της αναπαραγωγικής της επιτυχίας: οι στρατηγικές που είναι επιτυχημένες κατά μέσο όρο θα χρησιμοποιούνται πιο συχνά, οπότε και θα επικρατούν τελικά [Smith, 1982][Hofbauer and Sigmund, 1998].

1.5 ΜΙΚΤΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ

Ένα παίγνιο σε στρατηγική μορφή δεν έχει πάντα ισοζύγιο Nash στο οποίο κάθε παίκτης μπορεί ντετερμινιστικά να επιλέξει μία από τις στρατηγικές του. Παρ' όλα αυτά, οι παίκτες μπορεί αντί αυτού να επιλέξουν τυχαία ανάμεσα σε καθαρές στρατηγικές με συγκεκριμένες πιθανότητες [Borel, 1927].

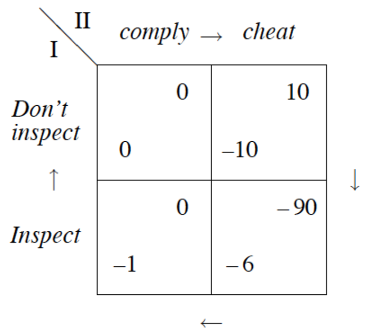
- Ορισμός 1.8: **Μικτή Στρατηγική** ονομάζεται μια στρατηγική που συνίσταται από πιθανές κινήσεις και μια κατανομή πιθανότητας (συλλογή από βάρη) που ανταποκρίνεται στο πόσο συχνά κάθε κίνηση πρόκειται να παιχτεί. Ένας παίκτης θα χρησιμοποιήσει μικτή στρατηγική μόνο όταν είναι αδιάφορος μεταξύ πολλών καθαρών στρατηγικών. Επιπλέον, αν ο αντίπαλος μπορεί να επωφεληθεί από τη γνώση της επόμενης κίνησης ενός παίκτη, η μικτή στρατηγική είναι προτιμώμενη, επειδή είναι επιθυμητό να παραμένει ο αντίπαλος σε άγνοια.

Ο John Nash έδειξε το 1951 ότι οποιοδήποτε πεπερασμένο παίγνιο στρατηγικής μορφής διαθέτει ένα ισοζύγιο αν επιτρέπονται οι μικτές στρατηγικές [Nash, 1951]. Όπως και στην περίπτωση καθαρών στρατηγικών, ένα ισοζύγιο ορίζεται από μια (πιθανώς μικτή) στρατηγική για κάθε παίκτη, όπου κανένας παίκτης δεν μπορεί να επωφεληθεί (κατά μέσο όρο) από την προσωπική του απόκλιση. Οι προσδοκώμενες αποπληρωμές θα πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν επειδή η έκβαση ενός παιγνίου μπορεί να είναι τυχαία.

1.5.1 Παράδειγμα: Επιθεωρήσεις Συμμόρφωσης

Ας υποθέσουμε ότι ένας καταναλωτής αγοράζει μια άδεια για ένα πακέτο λογισμικού, συμφωνώντας με συγκεκριμένους περιορισμούς ως προς τη χρήση του. Ο καταναλωτής έχει κίνητρο να παραβιάσει αυτούς τους κανόνες. Ο έμπορος θα ήθελε να επαληθεύσει ότι ο καταναλωτής σέβεται το συμφωνητικό, αλλά για να το κάνει αυτό απαιτούνται επιθεωρήσεις που κοστίζουν. Αν ο έμπορος επιθεωρήσει και φανερώσει ότι ο καταναλωτής κλέβει, μπορεί να απαιτήσει μεγάλη ποινή για τη μη-συμμόρφωση.

Στο Σχήμα 1.5 φαίνονται οι πιθανές αποπληρωμές για το παίγνιο επιθεώρησης. Η κοινή έκβαση, ορίζοντας σαν επίπεδο αναφοράς αποπληρωμή 0 για τον έμπορο (παίκτης ***I***) και για τον καταναλωτή (παίκτης ***II***), είναι για τον έμπορο η επιλογή *Μη-επιθεώρηση* και για τον καταναλωτή η *Συμμόρφωση.* Χωρίς επιθεώρηση, ο καταναλωτής προτιμά να επιλέξει *Μη-συμμόρφωση,* αφού του προσφέρει αποπληρωμή 10, με αρνητική αποπληρωμή -10 για τον έμπορο. Ο έμπορος μπορεί, επίσης, να αποφασίσει να επιλέξει *Επιθεώρηση*. Αν ο καταναλωτής συμμορφωθεί, λαμβάνει αποπληρωμή 0, ενώ ο έμπορος ξοδεύει χρήματα και οδηγείται σε αποπληρωμή -1. Αν ο καταναλωτής δε συμμορφωθεί, όμως, η επιθεώρηση καταλήγει σε μια βαριά ποινή για τον ίδιο (αποπληρωμή -90), αλλά δημιουργεί ταλαιπωρία και για τον έμπορο (αποπληρωμή -6).



Σχήμα 1.5: Παίγνιο επιθεώρησης μεταξύ ενός εμπόρου λογισμικού (παίκτης I) και ενός πελάτη (παίκτης II).

Σε κάθε περίπτωση, ο παίκτης ***I*** θα προτιμούσε σαφώς τη συμμόρφωση του παίκτη ***II***, αλλά αυτό δεν είναι υπό τον έλεγχό του. Βέβαια, ο έμπορος προτιμά να επιθεωρήσει αν ο καταναλωτής δε συμμορφωθεί (αφού το -6 είναι καλύτερο από το -10), κάτι που επισημαίνεται από το βέλος (που δείχνει προς τα κάτω) στα δεξιά του πίνακα στο Σχήμα 1.5. Αν ο έμπορος προτιμούσε πάντα τη *Μη-επιθεώρηση* θα ήταν μια επικρατούσα στρατηγική και μέρος ενός μοναδικού ισοζυγίου κατά το οποίο ο καταναλωτής δε θα συμμορφωνόταν.

Η κυκλική δομή των βελών στο Σχήμα 1.5 δείχνει ότι αυτό το παίγνιο δε διαθέτει ισοζύγιο με καθαρές στρατηγικές. Αν οποιοσδήποτε από τους παίκτες καταλήξει σε μια ντετερμινιστική επιλογή (όπως η *Μη-επιθεώρηση* για τον παίκτη ***I***), η καλύτερη απάντηση από τον άλλο παίκτη θα ήταν μοναδική (δηλαδή η *Μη-συμμόρφωση* για τον παίκτη ***II***), ως προς την οποία η αρχική επιλογή δε θα ήταν η καλύτερη απάντηση (ο παίκτης ***I*** προτιμά την *Επιθεώρηση* όταν ο παίκτης ***II*** επιλέγει *Μη-συμμόρφωση*, έναντι του οποίου ο παίκτης ***II*** με τη σειρά του προτιμά τη *Συμμόρφωση*). Οι στρατηγικές σε ένα ισοζύγιο Nash θα πρέπει να είναι οι καλύτερες ως απαντήσεις η μια προς την άλλη, οπότε σε αυτό το παίγνιο δεν μπορεί να σταθεί για συνδυασμούς καθαρών στρατηγικών.

1.5.2 Μικτό ισοζύγιο

Θα πρέπει να αναρωτηθούμε τι θα έπρεπε να κάνουν οι παίκτες στο παίγνιο στο Σχήμα 1.5. Μία πιθανότητα είναι να προετοιμαστούν για τη χειρότερη περίπτωση, δηλαδή να επιλέξουν μία max-min στρατηγική. Όπως έχει εξηγηθεί παραπάνω, μια max-min στρατηγική μεγιστοποιεί τη χειρότερη αποπληρωμή του παίκτη έναντι σε κάθε πιθανή επιλογή του αντιπάλου. Η max-min στρατηγική για τον παίκτη ***I*** είναι η *Επιθεώρηση* (με την οποία εγγυάται στον εαυτό του αποπληρωμή -6), ενώ για τον παίκτη ***II*** είναι η *Συμμόρφωση* (με την οποία εγγυάται στον εαυτό του αποπληρωμή 0). Παρ' όλα αυτά, ο συνδυασμός αυτός δεν αποτελεί ισοζύγιο Nash, οπότε δεν είναι ευσταθής σύσταση προς τους δύο παίκτες, αφού ο παίκτης ***I*** θα μπορούσε να αλλάξει τη στρατηγική του και να βελτιώσει την αποπληρωμή του.

Μια μικτή στρατηγική για τον παίκτη ***I*** σε αυτό το παίγνιο είναι η *Επιθεώρηση* με μια συγκεκριμένη πιθανότητα. Στο πλαίσιο των επιθεωρήσεων, η τυχαιοποίηση είναι μια πρακτική μέθοδος που μειώνει τα κόστη. Ακόμη και αν μια επιθεώρηση δεν είναι σίγουρη, μια αρκετά υψηλή πιθανότητα σύλληψης θα πρέπει να αποθαρρύνει τη μη-συμμόρφωση, μέχρι ενός σημείου.

Οι παρακάτω θεωρήσεις δείχνουν τον τρόπο εύρεσης της πιθανότητας επιθεώρησης που θα οδηγήσει σε ισοζύγιο. Αν η πιθανότητα επιθεώρησης είναι πολύ μικρή, για παράδειγμα μία στις εκατό, τότε ο παίκτης ***II*** λαμβάνει (ανεξάρτητα της πιθανότητας αυτής) αποπληρωμή 0 με *Συμμόρφωση* και αποπληρωμή 0.99*10 + 0.01*(-90) = 9, που είναι μεγαλύτερη από 0, για *Μη-συμμόρφωση.* Οπότε, ο παίκτης ***II*** και πάλι δε θα συμμορφωθεί, όπως και κατά την απουσία της επιθεώρησης.

Αν η πιθανότητα επιθεώρησης είναι πολύ μεγαλύτερη, για παράδειγμα 0.2, τότε η προσδοκώμενη αποπληρωμή με *Μη-συμμόρφωση* είναι 0.8*10 + 0.2*(-90) = -10, που είναι μικρότερη του 0, οπότε ο παίκτης ***II*** προτιμά να συμμορφωθεί. Αν η πιθανότητα επιθεώρησης είναι είτε πολύ μεγάλη είτε πολύ μικρή, ο παίκτης ***II*** έχει μια μοναδική βέλτιστη απάντηση. Όπως φάνηκε στα παραπάνω, μια καθαρή στρατηγική, όπως αυτή, δε μπορεί να είναι μέρος ενός ισοζυγίου.

Άρα, η μόνη περίπτωση κατά την οποία ο παίκτης ***II*** μπορεί να επιλέξει με τυχαίο τρόπο μεταξύ των δύο στρατηγικών, είναι αυτή κατά την οποία είναι αδιάφορος μεταξύ των δύο, δηλαδή όταν και οι δύο προσφέρουν την ίδια αποπληρωμή. Δεν είναι ποτέ συμφέρον για ένα παίκτη να αναθέτει μια θετική πιθανότητα στην επιλογή μιας στρατηγικής που είναι κατώτερη μιας άλλης, με δεδομένες τις δράσεις των άλλων παικτών. Δεν είναι δύσκολο να φανεί ότι ο παίκτης ***II*** είναι αδιάφορος αν και μόνο αν ο παίκτης ***I*** επιθεωρεί με πιθανότητα 0.1, αφού η προσδοκώμενη αποπληρωμή με *Μη-συμμόρφωση* είναι 0.9*10 + 0.1*(-90) = 0, δηλαδή η ίδια με αυτή της συμμόρφωσης.

Με τη μικτή στρατηγική του παίκτη ***I*** (*Μη-επιθεώρηση* με πιθανότητα 0.9 και *Επιθεώρηση* με πιθανότητα 0.1), ο παίκτης ***II*** είναι αδιάφορος μεταξύ των δικών του στρατηγικών. Οπότε, μπορεί να τις αναμίξει (δηλαδή να επιλέγει τυχαία) χωρίς να ζημιωθεί σε αποπληρωμές. Αντίστροφα, η μόνη περίπτωση κατά την οποία η αρχική μικτή στρατηγική του παίκτη ***I*** είναι η καλύτερη απάντηση, είναι αυτή κατά την οποία ο παίκτης ***I*** είναι αδιάφορος. Σύμφωνα με το Σχήμα 1.5, αυτό θα απαιτούσε από τον παίκτη ***II*** να επιλέγει *Συμμόρφωση* με πιθανότητα 0.8 και *Μη-συμμόρφωση* με πιθανότητα 0.2. Οι προσδοκώμενες αποπληρωμές για τον παίκτη ***I*** θα είναι: 0.8*0 + 0.2*(-10) = -2 για *Μη-επιθεώρηση* και 0.8*(-1) + 0.2*(-6) = -2 για *Επιθεώρηση*, οπότε ο παίκτης ***I*** θα είναι όντως αδιάφορος και η μικτή του στρατηγική θα είναι η καλύτερη απάντηση στη μικτή στρατηγική του παίκτη ***II***.

Τα παραπάνω ορίζουν το μοναδικό ισοζύγιο Nash του παιγνίου. Χρησιμοποιεί μικτές στρατηγικές και, συνεπώς, ονομάζεται μικτό ισοζύγιο. Οι τελικές προσδοκώμενες αποπληρωμές είναι -2 για τον παίκτη ***I*** και 0 για τον παίκτη ***II***.

1.5.3 Ερμηνεία των πιθανοτήτων των μικτών στρατηγικών

Η τελευταία ανάλυση έδειξε ότι το παίγνιο στο Σχήμα 1.5 έχει ένα μικτό ισοζύγιο, όπου οι παίκτες διαλέγουν τις καθαρές στρατηγικές τους σύμφωνα με συγκεκριμένες πιθανότητες. Αυτές οι πιθανότητες διαθέτουν πολλά σημαντικά χαρακτηριστικά.

Η πιθανότητα 0.1 στο ισοζύγιο για *Επιθεώρηση* καθιστά τον παίκτη ***I*** αδιάφορο μεταξύ συμμόρφωσης και μη-συμμόρφωσης. Αυτό στηρίζεται στην υπόθεση ότι μία προσδοκώμενη αποπληρωμή ίση με 0.9*10 + 0.1*(-90) = 0 για *Μη-συμμόρφωση*, είναι το ίδιο για τον παίκτη ***II*** με τη σίγουρη αποπληρωμή 0 που του προσφέρει η *Συμμόρφωση.* Αν οι αποπληρωμές αντιστοιχούσαν σε νομισματικές μονάδες (ας υποθέσουμε ότι κάθε μονάδα αποπληρωμής αντιστοιχεί σε χίλια ευρώ), θα μπορούσαμε να μη λάβουμε ως δεδομένη την ουδετερότητα του καταναλωτή ως προς το ρίσκο. Στην πράξη, αυτός που παίρνει μια απόφαση αποφεύγει, συνήθως, το ρίσκο, οπότε προτιμά μια σίγουρη αποπληρωμή 0, παρά να ρισκάρει με προσδοκώμενη αποπληρωμή 0.

Σε ένα θεωρητικό μοντέλο παιγνίου με τυχαία αποτελέσματα (όπως σε ένα μικτό ισοζύγιο), η αποπληρωμή δεν αντιπροσωπεύει, απαραίτητα, χρήματα. Η συμπεριφορά του παίκτη ως προς το ρίσκο συνδέεται με την ίδια την αποπληρωμή, όποια και αν είναι η φύση της. Στο παράδειγμά μας, ο καταναλωτής αντιμετωπίζει μια συγκεκριμένη ανταμοιβή ή τιμωρία όταν δε συμμορφώνεται, η οποία εξαρτάται από το αν θα συλληφθεί ή όχι. Η σύλληψή του μπορεί να μην περιλαμβάνει μόνο οικονομική ζημιά, αλλά και εξευτελισμό καθώς και άλλες ανεπιθύμητες συνέπειες. Παρ’ όλα αυτά, υπάρχει μια συγκεκριμένη πιθανότητα επιθεώρησης (δηλαδή σύλληψης), όπου ο καταναλωτής είναι αδιάφορος μεταξύ συμμόρφωσης και μη-συμμόρφωσης. Αν αυτή η πιθανότητα είναι 1 προς 9, τότε η αδιαφορία αυτή δείχνει ότι το προσωπικό κόστος της σύλληψης (η αρνητική αποπληρωμή) είναι 9 φορές υψηλότερο της αμοιβής της επιτυχούς μη-συμμόρφωσης, όπως φαίνεται από τις αποπληρωμές στο Σχήμα 1.5. Αν η πιθανότητα της αδιαφορίας είναι 1 προς 20, η αποπληρωμή -90 στο Σχήμα 1.5 θα πρέπει να αλλάξει σε -200. Οι μονάδες με τις οποίες μετρούνται οι αποπληρωμές είναι τυχαίες. Ακριβώς όπως οι βαθμοί σε μια κλίμακα θερμοκρασίας, θα μπορούσαν να πολλαπλασιαστούν με ένα θετικό αριθμό και να μετατοπιστούν προσθέτοντας μια σταθερά, χωρίς να μεταβληθούν οι προτιμήσεις που αντιπροσωπεύουν.

Υπό μια έννοια, οι αποπληρωμές σε ένα παίγνιο μιμούνται τη (συνεχή) προθυμία ενός παίκτη να ποντάρει όταν αντιμετωπίζει συγκεκριμένες αποδόσεις. Λαμβάνοντας υπ’ όψιν τις αποπληρωμές, οι οποίες μπορεί να στρεβλώνουν τις νομισματικές ποσότητες, οι παίκτες είναι τότε ουδέτεροι προς το ρίσκο. Τέτοιου είδους αποπληρωμές ονομάζονται και αξίες προσδοκώμενης χρησιμότητας. Οι συναρτήσεις προσδοκώμενης χρησιμότητας χρησιμοποιούνται, επίσης, σε παίγνια ενός παίκτη για να μοντελοποιήσουν αποφάσεις υπό συνθήκες αβεβαιότητας.

Η συμπεριφορά ενός παίκτη ως προς το ρίσκο μπορεί να μην είναι γνωστή στην πράξη. Μια θεωρητική ανάλυση του παιγνίου μπορεί να διεξαχθεί για διαφορετικές επιλογές των παραμέτρων των αποπληρωμών ώστε να εξετάσει κατά πόσο επηρεάζουν τα αποτελέσματα. Τυπικά, αυτές οι παράμετροι αντιπροσωπεύουν τα «πολιτικά» χαρακτηριστικά ενός θεωρητικού μοντέλου παιγνίου, τα πιο ευαίσθητα σε υποκειμενική κρίση, όταν συγκρίνονται με το πιο «τεχνικό» μέρος της επίλυσης.

Σε πιο ανεπτυγμένα παίγνια επιθεώρησης, το τεχνικό μέρος, συχνά, αφορά στη βέλτιστη χρήση των περιορισμένων πόρων επιθεώρησης, ενώ η πολιτική απόφαση στο πότε πρέπει να σημάνει συναγερμός και να θεωρηθεί ότι ο επιθεωρούμενος έχει κλέψει [Avenhaus and Canty, 1996].

Εν συνεχεία, η ανάμιξη φαίνεται παράδοξη όταν ο παίκτης είναι αδιάφορος στο ισοζύγιο. Αν ο παίκτης ***II***, για παράδειγμα, μπορεί να συμμορφωθεί ή να μη συμμορφωθεί εξίσου, τότε δεν έχει λόγο να ρισκάρει. Συγκεκριμένα, θα πρέπει να συμμορφωθεί και να λάβει σίγουρη αποπληρωμή 0, που είναι πιο απλό και ασφαλές. Η απάντηση είναι ότι, ακριβώς επειδή δεν έχει κανένα κίνητρο να επιλέξει καμία στρατηγική έναντι κάποιας άλλης, ένας παίκτης μπορεί να αναμίξει, και μόνο σε αυτή την περίπτωση μπορεί να υπάρξει ισοζύγιο. Αν ο παίκτης ***II*** επέλεγε πάντα *Συμμόρφωση*, τότε η βέλτιστη στρατηγική για τον παίκτη ***I*** είναι η *Μη-επιθεώρηση*, καθιστώντας την επιλογή της συμμόρφωσης μη βέλτιστη και άρα τη μη ύπαρξη ισοζυγίου.

Η λιγότερο διαισθητική διάσταση ενός μικτού ισοζυγίου είναι ότι οι πιθανότητες εξαρτώνται από τις αποπληρωμές του αντιπάλου και όχι από αυτές του ίδιου του παίκτη (εφόσον η ποιοτική δομή προτιμήσεων, που αντιπροσωπεύεται από τα βέλη, παραμένει ακέραιη). Για παράδειγμα, θα μπορούσε κάποιος να περιμένει ότι αυξάνοντας την ποινή σύλληψης -90 στο Σχήμα 1.5 μειώνει την πιθανότητα της μη συμμόρφωσης στο ισοζύγιο. Στην πραγματικότητα δε συμβαίνει αυτό. Αυτό που αλλάζει είναι η πιθανότητα επιθεώρησης, η οποία μειώνεται μέχρι το σημείο στο οποίο ο καταναλωτής είναι αδιάφορος.

Αυτή η εξάρτηση των πιθανοτήτων μικτού ισοζυγίου από τις αποπληρωμές του αντιπάλου μπορεί να επεξηγηθεί σε όρους δυναμικής πληθυσμών. Σε αυτή την ερμηνεία, το Σχήμα 1.5 αντιπροσωπεύει ένα εξελικτικό παίγνιο. Αντίθετα με το Σχήμα 1.4, είναι μια μη-συμμετρική αλληλεπίδραση με έναν έμπορο, ο οποίος επιλέγει *Μη-επιθεώρηση* και *Επιθεώρηση* για συγκεκριμένα κλάσματα ενός μεγάλου αριθμού αλληλεπιδράσεων. Οι δράσεις του παίκτη ***II***, *Συμμόρφωση* και *Μη-συμμόρφωση*, επιλέγονται η κάθε μία από ένα συγκεκριμένο κλάσμα των καταναλωτών που συμμετέχουν σε αυτές τις αλληλεπιδράσεις. Αν αυτά τα κλάσματα αποκλίνουν από τις πιθανότητες του ισοζυγίου, τότε οι πιο επιτυχημένες στρατηγικές θα αποκτούν ολοένα και περισσότερους ακόλουθους. Για παράδειγμα, αν ο παίκτης ***I*** επιλέγει *Επιθεώρηση* πολύ συχνά (σε σχέση με την ποινή σύλληψης για μη συμμόρφωση), το κλάσμα αυτών που δε συμμορφώνονται θα μειωθεί, γεγονός που καθιστά τη *Μη-επιθεώρηση* καλύτερη στρατηγική. Σε αυτή τη δυναμική διαδικασία, οι μακροπρόθεσμοι μέσοι όροι των κλασμάτων προσεγγίζουν τις πιθανότητες του μικτού ισοζυγίου.

1.6 ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΑ ΠΑΙΓΝΙΑ ΤΕΛΕΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

Στα παίγνια στρατηγικής μορφής, οι παίκτες επιλέγουν τις στρατηγικές τους ταυτόχρονα, αγνοώντας τις επιλογές των άλλων παικτών. Το πιο λεπτομερές μοντέλο του *παιγνίου-δένδρου*, όπως επίσης ονομάζεται ένα παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή, τυποποιεί τις αλληλεπιδράσεις όπου οι παίκτες μπορούν με την πάροδο του χρόνου να πληροφορηθούν για τις δράσεις των άλλων. Επιπροσθέτως, μόνο ένας παίκτης κινείται κάθε φορά, οπότε δεν υπάρχουν ταυτόχρονες κινήσεις.

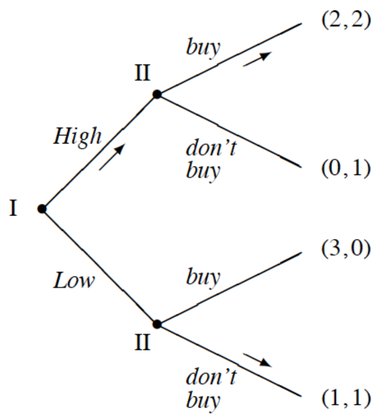
- Ορισμός 1.9: Ένα παίγνιο θεωρείται **τέλειας πληροφορίας** μόνο αν ένας παίκτης κινείται ανά πάσα στιγμή και αν κάθε παίκτης γνωρίζει κάθε δράση των παικτών που κινήθηκαν πριν από αυτόν σε κάθε σημείο. Ουσιαστικά, αν είναι ο γύρος ενός παίκτη να κινηθεί, πάντα γνωρίζει οτιδήποτε έχουν επιλέξει οι άλλοι παίκτες μέχρι εκείνη τη χρονική στιγμή.

1.6.1 Παράδειγμα: Επιλογή Ποιότητας Υπηρεσίας με δέσμευση

Στο Σχήμα 1.6 φαίνεται μια άλλη παραλλαγή του παιγνίου επιλογής ποιότητας υπηρεσίας. Αυτό είναι ένα παίγνιο-δένδρο τέλειας πληροφορίας. Κάθε κόμβος σχετίζεται με έναν παίκτη που κάνει μια κίνηση επιλέγοντας τον επόμενο κόμβο. Οι γραμμές που συνδέουν τους κόμβους είναι σημειωμένες με τις επιλογές των παικτών. Η εκκίνηση του παιγνίου βρίσκεται στον αρχικό κόμβο, τη ρίζα του δένδρου, και τελειώνει σε έναν κόμβο τερματισμού, που δείχνει την έκβαση και προσδιορίζει τις αποπληρωμές των παικτών. Στο Σχήμα 1.6, το δένδρο μεγαλώνει από τα αριστερά προς τα δεξιά (τα παίγνια-δένδρα μπορούν, επίσης, να εκτείνονται από πάνω προς τα κάτω).

Ο πάροχος της υπηρεσίας (παίκτης ***I***), κάνει την πρώτη κίνηση, επιλέγοντας *Υψηλή* ή *Χαμηλή* ποιότητα υπηρεσίας. Στη συνέχεια, ο πελάτης (παίκτης ***II***), πληροφορείται για αυτή την επιλογή. Ο παίκτης ***II*** μπορεί, τότε, να αποφασίσει μεταξύ των επιλογών *Αγορά* και *Μη-αγορά* σε κάθε περίπτωση. Οι προκύπτουσες αποπληρωμές είναι οι ίδιες με αυτές στο παίγνιο που περιγράφεται από το Σχήμα 1.2. Βέβαια, το παίγνιο αυτό καθαυτό διαφέρει, αφού εδώ οι παίκτες κινούνται με σειρά και όχι ταυτόχρονα.

Τα εκτεταμένα παίγνια τέλειας πληροφορίας μπορούν να αναλυθούν με επαγωγή προς τα πίσω. Αυτή η τεχνική επιλύει το παίγνιο, λαμβάνοντας πρώτα υπ’ όψιν τις τελευταίες πιθανές επιλογές στο παίγνιο. Εδώ, ο παίκτης ***II*** κινείται τελευταίος. Αφού γνωρίζει ότι το παίγνιο λήγει μετά την επιλογή του, μπορεί να επιλέξει με ασφάλεια τη βέλτιστη για τον ίδιο στρατηγική. Αν ο πάροχος επιλέξει *Υψηλή*, ο πελάτης επιλέγει *Αγορά*, αφού του προσφέρει τη μέγιστη αποπληρωμή ίση με 2. Αν ο πάροχος επιλέξει *Χαμηλή*, ο πελάτης επιλέγει *Μη-αγορά* για τον ίδιο λόγο (αποπληρωμή 1). Αυτές οι επιλογές φαίνονται από τα βέλη στο Σχήμα 1.6.



Σχήμα 1.6: Παίγνιο επιλογής ποιότητας υπηρεσίας.

Αφού οι τελευταίες κινήσεις έχουν αποφασιστεί, η προς τα πίσω επαγωγή προχωρά στους παίκτες που έκαναν τις προτελευταίες κινήσεις (και συνεχίζει με τον ίδιο τρόπο). Στο Σχήμα 1.6, ο παίκτης ***I*** κάνει την προτελευταία κίνηση, που τυχαίνει να είναι η πρώτη αυτού του παιγνίου. Δεδομένου ότι είναι λογικός, περιμένει τις προαναφερθείσες απαντήσεις από τον παίκτη ***II***. Οπότε, ουσιαστικά, έχει να αποφασίσει μεταξύ δύο εκβάσεων του παιγνίου, που εκφράζονται από δύο ζεύγη αποπληρωμών: *Υψηλή* που οδηγεί σε (2,2) και *Χαμηλή* που οδηγεί σε (1,1). Προφανώς, προτιμά να επιλέξει *Υψηλή* αφού του προσφέρει αποπληρωμή 2, ενώ η άλλη επιλογή 1. Συμπεραίνουμε ότι το παίγνιο έχει μοναδική λύση: ο πάροχος επιλέγει *Υψηλή*, ο πελάτης επιλέγει *Αγορά* και λαμβάνουν αποπληρωμές (2,2) αντίστοιχα.

1.7 ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΑ ΠΑΙΓΝΙΑ ΑΤΕΛΟΥΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

- Ορισμός 1.10: Ένα εκτεταμένο παίγνιο θεωρείται **ατελούς πληροφορίας** αν ένας παίκτης δε γνωρίζει ακριβώς τις δράσεις των άλλων παικτών μέχρι εκείνο το σημείο. Τεχνικά, υπάρχει τουλάχιστον ένα πακέτο πληροφοριών με πάνω από μια πιθανές εκδοχές. Διαισθητικά, αν είναι η σειρά ενός παίκτη να κινηθεί, μπορεί να μην γνωρίζει πώς έχουν δράσει όλοι οι άλλοι παίκτες μέχρι εκείνη τη στιγμή. Οπότε, θα πρέπει να συμπεράνει από τις πιθανές δράσεις των άλλων και το κριτήριο Bayes ποιες δράσεις οδήγησαν στην τωρινή του απόφαση.

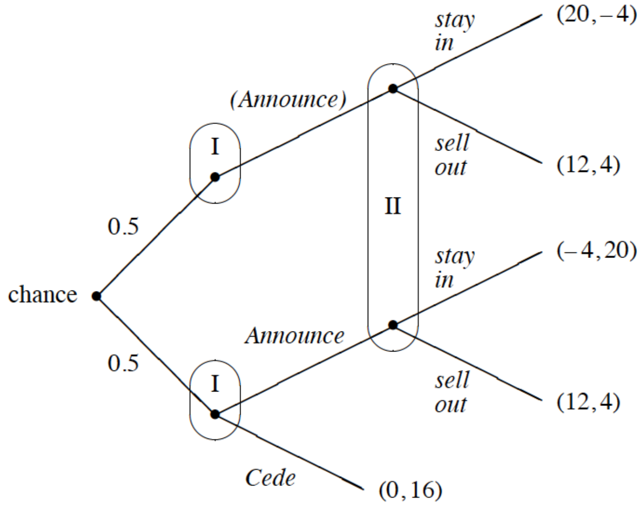
Ας θεωρήσουμε την περίπτωση κατά την οποία μια μεγάλη εταιρεία λογισμικού αντιμετωπίζει την ανακοίνωση της ανάπτυξης μιας νέας επαναστατικής τεχνολογίας από μια μικρή εταιρεία. Η μεγάλη αυτή εταιρεία, διαθέτει μεγάλη ερευνητική και αναπτυξιακή λειτουργία, και είναι γενικά γνωστό ότι έχει ερευνητές που εργάζονται σε ένα ευρύ πεδίο καινοτομιών. Βέβαια, μόνο η εταιρεία γνωρίζει εάν έχουν κάνει κάποια πρόοδο, ή όχι, σε ένα προϊόν παρόμοιο με τη νέα τεχνολογία της μικρής εταιρείας. Η μικρή εταιρεία πιστεύει ότι υπάρχει 50 τοις εκατό πιθανότητα η μεγάλη εταιρεία να έχει αναπτύξει τη βάση για ένα ανταγωνιστικό προϊόν. Για συντομία, όταν η μεγάλη εταιρεία έχει τη δυνατότητα να παράγει ένα δυνατό ανταγωνιστικό προϊόν, θα αναφερόμαστε στην εταιρεία λέγοντας ότι έχει μια «δυνατή» θέση ή, αντίθετα, μια «αδύναμη» θέση.

Η μεγάλη εταιρεία, μετά την ανακοίνωση, έχει δύο επιλογές. Μπορεί να την αντιμετωπίσει ανακοινώνοντας ότι και αυτή θα κυκλοφορήσει ένα ανταγωνιστικό προϊόν. Εναλλακτικά, μπορεί να επιλέξει να παραχωρήσει το μερίδιο της στην αγορά για αυτό το προϊόν. Η μεγάλη εταιρεία θα αποφασίσει την επιλογή της βασιζόμενη στις δικές τις γνώσεις και μπορεί να δράσει διαφορετικά όταν έχει δυνατή θέση από όταν έχει αδύναμη θέση. Αν η μεγάλη εταιρεία έχει ανακοινώσει ένα προϊόν , η μικρή εταιρεία αντιμετωπίζει μια επιλογή: μπορεί είτε να διαπραγματευτεί την αγορά της από τη μεγάλη εταιρεία, είτε να παραμείνει ανεξάρτητη και να κυκλοφορήσει το προϊόν της. Η μικρή εταιρεία δεν έχει πρόσβαση στις ιδιωτικές πληροφορίες της μεγάλης εταιρείας για την κατάσταση της έρευνάς της. Παρ’ όλα αυτά, μπορεί να παρατηρήσει αν η μεγάλη εταιρεία ανακοινώσει ένα δικό της προϊόν, ή όχι, και να συμπεράνει από αυτή την κίνηση εάν η μεγάλη εταιρεία έχει κάνει κάποια πρόοδο στην έρευνά της.

Όταν η μεγάλη εταιρεία δεν έχει ένα δυνατό προϊόν, η μικρή θα προτιμήσει να παραμείνει στην αγορά παρά να αγοραστεί από τη μεγάλη. Όταν, όμως, η μεγάλη εταιρεία έχει ένα δυνατό προϊόν, τότε η μικρή είναι προτιμότερο να αγοραστεί από το να παραμείνει στην αγορά.

Το Σχήμα 1.7 δείχνει ένα εκτεταμένο παίγνιο που μοντελοποιεί αυτή την κατάσταση. Από την οπτική γωνία της μικρής εταιρείας, το αν η μεγάλη έχει κάνει έρευνα σε αυτό τον τομέα είναι τυχαίο. Για να αναπαραστήσουμε τυχαία γεγονότα όπως αυτό σε δένδρα παιγνίων, εισάγουμε κόμβους τυχαίου γεγονότος. Σε έναν τέτοιο κόμβο, ο επόμενος κλάδος του δένδρου παίρνεται τυχαία σύμφωνα με τις πιθανότητες του εκάστοτε συμβάντος που συμπεριλαμβάνεται στο παίγνιο.

Το παίγνιο στο Σχήμα 1.7 ξεκινά με ένα κόμβο τυχαίου γεγονότος στη ρίζα του δένδρου. Με ίση πιθανότητα για κάθε συμβάν (0.5) ο κόμβος αποφασίζει αν η μεγάλη εταιρεία , ο παίκτης ***I***, είναι σε δυνατή ή σε αδύναμη θέση. Όταν η εταιρεία είναι σε αδύναμη θέση, μπορεί να επιλέξει είτε *Αποχή* από την αγορά, με αποπληρωμές (0, 16) για τους δύο παίκτες αντίστοιχα (οι αποπληρωμές αντιστοιχούν σε εκατομμύρια δολάρια κέρδους), είτε *Ανακοίνωση* ενός ανταγωνιστικού προϊόντος, ελπίζοντας ότι η μικρή εταιρεία, ο παίκτης ***II***, θα επιλέξει *Πώληση* με αποπληρωμές (12, 4). Βέβαια, αν ο παίκτης ***II*** επιλέξει *Παραμονή* στην αγορά, θα επωφεληθεί από την αυξημένη δημοτικότητα, ζημιώνοντας τον παίκτη ***I*** με τελικές αποπληρωμές (-4, 20).



Σχήμα 1.7: Εκτεταμένο παίγνιο ατελούς πληροφορίας μεταξύ μιας μεγάλης εταιρείας λογισμικού (παίκτης I) και μιας μικρής εταιρείας (παίκτης II).

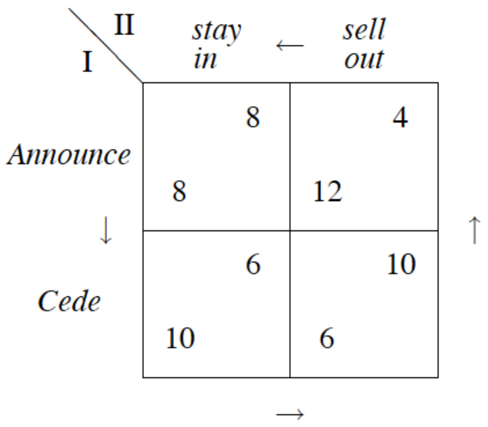
Σε αντίθεση με τα παραπάνω, όταν η μεγάλη εταιρεία έχει δυνατή θέση, δε θα σκεφτεί καν να επιλέξει *Αποχή*, αλλά θα προχωρήσει σε *Ανακοίνωση* του προϊόντος της. Στο Σχήμα 1.7, αυτό φαίνεται από μια μοναδική επιλογή του παίκτη ***I*** στον πάνω κόμβο, η οποία θεωρείται δεδομένη (θα μπορούσαμε να προσθέσουμε την επιλογή *Αποχή*, αλλά θα απαλειφόταν ως υπολειπόμενη στρατηγική της μεγάλης εταιρείας). Οπότε οι αποπληρωμές θα είναι (20, -4) αν η μικρή εταιρεία παραμείνει στην αγορά ή (12, 4) αν η μικρή εταιρεία πωληθεί.

Επιπροσθέτως, σε σχέση με ένα δένδρο παιγνίου τέλειας πληροφορίας όπως στο Σχήμα 1.6, οι κόμβοι των παικτών είναι κλεισμένοι σε οβάλ σχήματα που ονομάζονται σετ πληροφοριών. Η ερμηνεία είναι ότι ένας παίκτης δεν μπορεί να ξεχωρίσει τη σημασία των διαφορετικών κόμβων εντός του ίδιου σετ, δεδομένης της γνώσης του τη στιγμή που κάνει την επιλογή του. Δεδομένου ότι η γνώση του σε όλους τους κόμβους ενός σετ πληροφοριών είναι η ίδια, κάνει την ίδια επιλογή σε οποιοδήποτε κόμβο αυτού του σετ. Στη δική μας περίπτωση, ο παίκτης ***II*** πρέπει να επιλέξει *Παραμονή* ή *Πώληση*. Αυτές είναι οι δύο επιλογές στο σετ πληροφοριών του παίκτη ***II***, το οποίο περιέχει δύο κόμβους (έναν για κάθε πιθανό ιστορικό του παιγνίου) τους οποίους δεν μπορεί να διακρίνει ο παίκτης ***II***.

Επειδή ο παίκτης ***II*** δε γνωρίζει ποια είναι η θέση του στο παίγνιο, δεν μπορεί να εφαρμοστεί επαγωγή προς τα πίσω. Το βέλτιστο για τον ίδιο θα ήταν να επιλέξει *Πώληση* στον πάνω κόμβο και *Παραμονή* στον κάτω. Παρομοίως, η επιλογή του παίκτη ***I*** όταν έχει αδύναμη θέση δεν είναι ξεκάθαρη: αν ο παίκτης ***II*** παραμείνει, είναι προτιμότερο για τον παίκτη ***I*** να απέχει, αλλά αν ο παίκτης ***II*** πουλήσει, είναι καλύτερο να ανακοινώσει το προϊόν.

Το παίγνιο δε διαθέτει ισοζύγιο με καθαρές στρατηγικές: αν η μικρή εταιρεία θεωρήσει την *Ανακοίνωση* ως ένδειξη δυνατής θέση, τότε σε κάθε τέτοια περίπτωση θα πρέπει να προχωρήσει σε *Πώληση*. Έτσι όμως, η μεγάλη εταιρεία έχει κίνητρο να ανακοινώνει προϊόν ακόμη και όταν βρίσκεται σε αδύναμη θέση. Συνεπώς, τα ισοπίθανα ενδεχόμενα δυνατής και αδύναμης θέσης παροτρύνουν τη μικρή εταιρεία να παραμείνει στην αγορά, αφού η προσδοκώμενη αποπληρωμή του 0.5(-4) + 0.5*20 = 8 ξεπερνά το 4 που λαμβάνει όταν πωλείται.

Το ισοζύγιο του παιγνίου συνίσταται από τυχαίες επιλογές και από τους δύο παίκτες. Οι πιθανότητες των μικτών στρατηγικών μπορούν να προσδιορισθούν από τη στρατηγική μορφή του παιγνίου στο Σχήμα 1.8. Όταν έχει αδύναμη θέση, η μεγάλη εταιρεία επιλέγει τυχαία με ίση πιθανότητα 0.5 μεταξύ του να απέχει και του να ανακοινώσει, οπότε η προσδοκώμενη αποπληρωμή για τον παίκτη ***II*** είναι 7 είτε για *Παραμονή* είτε για *Πώληση*.



Σχήμα 1.8: Στρατηγική μορφή του εκτεταμένου παιγνίου από το Σχήμα 1.7, με προσδοκώμενες αποπληρωμές.

Αφού ο παίκτης ***II*** είναι αδιάφορος, η τυχαία επιλογή είναι η καλύτερη απάντηση. Αν η μικρή εταιρεία παραμείνει με πιθανότητα 0.75 και πωληθεί με πιθανότητα 0.25, τότε ο παίκτης ***I***, με τη σειρά του, είναι αδιάφορος, λαμβάνοντας συνολική προσδοκώμενη αποπληρωμή ίση με 9 σε κάθε περίπτωση. Αυτό μπορεί επίσης να φανεί στο εκτεταμένο παίγνιο στο Σχήμα 1.7: όταν είναι σε αδύναμη θέση ο παίκτης ***I*** είναι αδιάφορος μεταξύ των επιλογών *Αποχή* και *Ανακοίνωση* όπου η προσδοκώμενη αποπληρωμή είναι 0 σε κάθε περίπτωση. Με πιθανότητα 0.5, ο παίκτης ***I*** έχει δυνατή θέση και προσδοκά αποπληρωμή ίση με 18 όταν αντιμετωπίζει τη μικτή στρατηγική του παίκτη ***II***. Η συνολική προσδοκώμενη αποπληρωμή του παίκτη ***I*** είναι 0.5*0 + 0.5*18 = 9.

1.8 ΠΑΙΓΝΙΑ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Η ακραία περίπτωση παικτών με εντελώς αντίθετα συμφέροντα ενσωματώνεται στην κλάση των παιγνίων μηδενικού αθροίσματος (ή σταθερού αθροίσματος) δύο παικτών. Κάποια πολύ γνωστά παραδείγματα είναι το «πέτρα - ψαλίδι - χαρτί» και το σκάκι.

Μια κλασική περίπτωση παιγνίου μηδενικού αθροίσματος, που εξεταζόταν τα πρώτα χρόνια της θεωρίας παιγνίων από τον von Neumann, είναι το πόκερ. Το εκτεταμένο παίγνιο στο Σχήμα 1.7 καθώς και η στρατηγική του μορφή στο Σχήμα 1.8, μπορούν να ερμηνευτούν σε όρους του πόκερ, όπου στον παίκτη ***I*** μοιράζεται ένα δυνατό ή αδύναμο φύλλο, το οποίο είναι άγνωστο στον παίκτη ***II***. Είναι ένα παίγνιο σταθερού αθροίσματος, αφού για κάθε πιθανή έκβαση, οι δύο πιθανές αποπληρωμές ισούνται αθροιστικά με 16, με τρόπο τέτοιο που το κέρδος του ενός παίκτη αντιστοιχεί σε απώλεια για τον άλλον. Όταν ο παίκτης ***I*** επιλέγει να ανακοινώσει το προϊόν του, παρά το ότι έχει αδύναμη θέση, μπορούμε να πούμε ότι ουσιαστικά «μπλοφάρει». Αυτή η μπλόφα, όχι μόνο παροτρύνει τον παίκτη ***II*** να πουλήσει την εταιρεία, αλλά παρομοίως αφήνει ανοικτό το ενδεχόμενο ο παίκτης ***II*** να παραμείνει στην αγορά όταν ο παίκτης ***I*** είναι δυνατός, αυξάνοντας το όφελος για τον παίκτη ***I***.

Οι μικτές στρατηγικές είναι μια φυσική μέθοδος για παίγνια σταθερού αθροίσματος με ατελή πληροφορία. Αφήνοντας τις δράσεις ενός ανοικτές, μειώνεται η ευαισθησία του σε ζημιογόνες αντιδράσεις του άλλου. Στην παρτίδα πόκερ στο Σχήμα 1.7, είναι πολύ μεγάλο το κόστος για τον παίκτη ***I*** να μπλοφάρει συνεχώς και είναι προτιμότερο να κάνει τυχαίες επιλογές. Η χρήση της ενεργής τυχαιοποίησης είναι γνωστή σε οποιονδήποτε έχει παίξει πέτρα-ψαλίδι-χαρτί.

Τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μοντελοποιηθεί στρατηγικά η ιδέα του «δαιμονικού» μη-ντετερμινισμού της επιστήμης των υπολογιστών. Ο δαιμονικός μη-ντετερμινισμός είναι βασισμένος στην υπόθεση ότι όταν η σειρά των γεγονότων δεν είναι καθορισμένη, θα πρέπει να υποτεθεί ότι η χειρότερη πιθανή ακολουθία θα λάβει χώρα. Αυτό μπορεί να τοποθετηθεί στη θεωρία παιγνίων μηδενικού αθροίσματος αντιμετωπίζοντας τη φύση (ή το περιβάλλον) ως έναν ανταγωνιστικό αντίπαλο. Οι βέλτιστες τυχαίες επιλογές από έναν τέτοιο αντίπαλο περιγράφουν ένα σενάριο χείριστης περίπτωσης που μπορεί να λειτουργήσει ως σημείο αναφοράς.

Μια παρόμοια χρήση της τυχαιοποίησης είναι γνωστή στη θεωρία των αλγορίθμων ως το θεώρημα του Rao και περιγράφει την ισχύ των τυχαιοποιημένων αλγορίθμων. Ένα παράδειγμα είναι ο πασίγνωστος αλγόριθμος quick-sort, που έχει έναν από τους καλύτερους χρόνους τρεξίματος αλγορίθμων αυτού του είδους στην πράξη, αλλά μπορεί να έχει κακές χείριστες περιπτώσεις. Με την τυχαιοποίηση, αυτά μπορούν να γίνουν αρκετά απίθανα.

Οι τυχαιοποιημένοι αλγόριθμοι και τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος χρησιμοποιούνται για την ανάλυση προβλημάτων στον ταυτόχρονο υπολογισμό (online computation), που περιγράφει μια κατάσταση κατά την οποία ένας αλγόριθμος λαμβάνει την είσοδό του ως ένα δεδομένο τη φορά και πρέπει να πάρει αποφάσεις, για παράδειγμα στον χρονοπρογραμματισμό, χωρίς να μπορεί να περιμένει μέχρις ότου είναι γνωστή όλη η είσοδος. Η ανάλυση αυτών των αλγορίθμων έχει εμβαθύνει σε δύσκολα προβλήματα βελτιστοποίησης και φαίνεται πως σχετίζεται με την επεξεργασία μαζικών δεδομένων που αναμένεται στο μέλλον. Στην παρούσα φάση αποτελεί ένα ενεργό πεδίο έρευνας, περιορίζεται όμως κυρίως στη θεωρητική επιστήμη των υπολογιστών [Borodin and El-Yavin, 1998].

1.9 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 1ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Avenhaus and Canty (1996). Compliance quantified. Cambridge University Press.
- Binmore and Vulkan (1999). Applying game theory to automated negotiation, Netnomics vol. I.
- Borel, E. (1927). Algebreetcalcul des probabilites. Comptes Rendus Academie des Sciences, vol. 184.
- Borodin and El-Yaniv (1998). Online computation and competitive analysis. Cambridge University Press.
- Cournot, A. (1838). Researches into the mathematical principles of the theory of wealth, paper.
- Edgeworth, F. Y. (1881). Mathematical physics.
- Hofbauer and Sigmund (1998). Evolutionary games and population dynamics. Cambridge University Press.
- Kagel and Roth (1997). Handbook of experimental economics. Princeton University Press.
- Nash, Jr., John F. (1950a). Equilibrium points in n-person games. Proceedings National Academy of Sciences 36: 48 – 49.
- Nash, Jr., John F. (1950b). Non-cooperative games, Ph.D. thesis, Mathematics Department, Princeton University.
- Nash, Jr., John F. (1950c). The bargaining problem. Econometrica 18: 155 – 162.
- Nash, Jr., John F. (1951). Non-cooperative games. Annals of Mathematics 54: 286 – 295.
- Smith, M. (1982). Evolution and the theory of games. Cambridge University Press.
- von Neumann, J., and Morgenstern, O. (1944). Theory of games and economic behavior.
- von Stengel, B., Turocy, T. L. (2001). Game Theory (draft). Encyclopedia of Information Systems.

2 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΔΗΜΟΠΡΑΣΙΩΝ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η δημοπρασία, ως γενική έννοια, είναι μία πασίγνωστη μέθοδος πώλησης αγαθών (αλλά, ενίοτε, και υπηρεσιών), που προάγει τον ανταγωνισμό μεταξύ των υποψήφιων αγοραστών και χρησιμοποιείται εδώ και πολλούς αιώνες, με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Οι δημοπρασίες, επίσης, αποτελούν ένα ενδιαφέρον και σημαντικό κομμάτι του σχεδιασμού μηχανισμών. Μας ενδιαφέρουν ιδιαίτερα επειδή μπορούν να προσφέρουν πιθανές λύσεις στο πρόβλημα της ανάθεσης διακριτών πόρων σε ένα σύστημα πολλαπλών πρακτόρων, όπου ο κάθε πράκτορας ενδιαφέρεται για το προσωπικό του και μόνο όφελος.

2.1.1 Εφαρμογές

Οι μηχανισμοί δημοπρασιών είναι σημαντικοί για δύο λόγους. Πρώτον, οι δημοπρασίες χρησιμοποιούνται ευρέως στην πραγματική ζωή, σε καταναλωτικό, εταιρικό, αλλά και κυβερνητικό επίπεδο. Εκατομμύρια ανθρώπων χρησιμοποιούν καθημερινά τις δημοπρασίες σε ιστοσελίδες του διαδικτύου για να εκτελέσουν αγοραπωλησίες αγαθών. Πολυπλοκότεροι τύποι δημοπρασιών έχουν χρησιμοποιηθεί από κυβερνήσεις ανά τον κόσμο για την πώληση σημαντικών πόρων, όπως η πρόσβαση στο ηλεκτρομαγνητικό φάσμα. Επίσης, όλες οι χρηματοοικονομικές αγορές αποτελούν στην ουσία έναν τύπο δημοπρασίας. Παράλληλα, οι δημοπρασίες χρησιμοποιούνται και σε υπολογιστικό επίπεδο, με σκοπό την αποδοτική ανάθεση του εύρους ζώνης και της επεξεργαστικής ισχύος σε εφαρμογές και χρήστες.

Κατά δεύτερον, οι δημοπρασίες παρέχουν ένα γενικό θεωρητικό υπόβαθρο για την κατανόηση των προβλημάτων ανάθεσης πόρων μεταξύ εγωιστικών πρακτόρων. Ουσιαστικά, μια δημοπρασία είναι ένα οποιοδήποτε πρωτόκολλο που επιτρέπει σε πράκτορες να δείξουν το ενδιαφέρον τους για έναν ή περισσότερους πόρους και που χρησιμοποιεί αυτές τις ενδείξεις για να καθορίσει την ανάθεση των πόρων, καθώς και ένα σύνολο πληρωμών από την πλευρά των πρακτόρων.

2.2 ΔΗΜΟΠΡΑΣΙΕΣ ΕΝΟΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

Δεδομένου ότι οι δημοπρασίες δεν είναι παρά μηχανισμοί για την κατανομή αγαθών, υπάρχει άπειρος αριθμός τύπων δημοπρασιών. Στους πιο γνωστούς τύπους υπάρχει ένα αγαθό προς πώληση, ένας πωλητής, και πολλοί υποψήφιοι αγοραστές. Κάθε αγοραστής έχει την δική του αποτίμηση για το αντικείμενο, και καθένας επιθυμεί να το αγοράσει στη χαμηλότερη δυνατή τιμή. Αυτές οι δημοπρασίες ονομάζονται μονόπλευρες, διότι υπάρχουν πολλοί πράκτορες στη μία μόνο πλευρά της αγοράς. Ο σκοπός μας είναι να σχεδιάσουμε ένα πρωτόκολλο για αυτή την δημοπρασία που να πληροί κάποια επιθυμητά καθολικά κριτήρια. Για παράδειγμα, μπορεί να θέλουμε ένα μηχανισμό δημοπρασιών που μεγιστοποιεί τα προσδοκώμενα έσοδα του πωλητή. Ή μπορεί να θέλουμε μια δημοπρασία που είναι οικονομικά αποτελεσματική, δηλαδή, μια δημοπρασία που εγγυάται ότι ο υποψήφιος αγοραστής με την υψηλότερη αποτίμηση καταλήγει να πάρει το αντικείμενο.

2.2.1 Κατηγορίες κανονικών δημοπρασιών

<u>Αγγλικές δημοπρασίες</u>

Η Αγγλική δημοπρασία είναι ίσως η πιο γνωστή κατηγορία δημοπρασιών, καθώς δημοπρασίες του συγκεκριμένου τύπου χρησιμοποιούνται όχι μόνο από αξιοσέβαστους οίκους δημοπρασιών της παλαιάς σχολής, αλλά και από τις περισσότερες ιστοσελίδες δημοπρασιών στο διαδίκτυο. Ο δημοπράτης ορίζει μια τιμή εκκίνησης για το αντικείμενο, και κατόπιν οι πλειοδότες έχουν την επιλογή να ανακοινώσουν διαδοχικές προσφορές, καθεμιά από τις οποίες πρέπει να είναι υψηλότερη από τις προηγούμενες (συνήθως βάσει μίας ελάχιστης αύξησης που ορίζει ο δημοπράτης). Οι κανόνες για το πότε τελειώνει η δημοπρασία ποικίλουν: σε κάποιες περιπτώσεις η δημοπρασία ολοκληρώνεται σε μια προκαθορισμένη ώρα, σε άλλες περιπτώσεις ολοκληρώνεται μετά από μια προκαθορισμένη περίοδο κατά την οποία δε γίνονται νέες προσφορές, σε άλλες περιπτώσεις στο μεγαλύτερο από τα δύο παραπάνω διαστήματα, και σε άλλες περιπτώσεις στο μικρότερο. Ο τελικός πλειοδότης, ο οποίος εξ ορισμού είναι ο πράκτορας με την υψηλότερη προσφορά, πρέπει να αγοράσει το αντικείμενο καταβάλλοντας το ποσό της τελικής του προσφοράς.

Ιαπωνικές δημοπρασίες

Η Ιαπωνική δημοπρασία είναι παρόμοια με την Αγγλική όσον αφορά την αυξανόμενη προσφορά της δημοπρασίας, αλλά διαφέρει σε άλλους τομείς. Εδώ, ο δημοπράτης ορίζει μία τιμή εκκίνησης για το αντικείμενο, και κάθε πράκτορας πρέπει να επιλέξει εάν θα συμμετάσχει ή όχι, δηλαδή, εάν είναι πρόθυμος να αγοράσει το αντικείμενο στην τιμή αυτή. Ο δημοπράτης κατόπιν θέτει διαδοχικά αυξανόμενες τιμές (στις θεωρητικές αναλύσεις συνήθως η τιμή αυξάνεται με συνεχή τρόπο), και μετά από κάθε κλήση κάθε πράκτορας πρέπει να ανακοινώσει εάν εξακολουθεί να συμμετέχει. Όταν παραιτηθεί της συμμετοχής του, η απόφαση είναι αμετάκλητη, και δεν μπορεί να εισέλθει πάλι στην δημοπρασία. Η δημοπρασία ολοκληρώνεται όταν έχει μείνει ως αγοραστής μόνο ένας πράκτορας, ο οποίος πρέπει κατόπιν να αγοράσει το αντικείμενο στην τρέχουσα τιμή.

Ολλανδικές δημοπρασίες

Σε μια Ολλανδική δημοπρασία, ο δημοπράτης ξεκινά με την ανακοίνωση μιας «υψηλής» τιμής και μετά συνεχίζει ανακοινώνοντας διαδοχικά χαμηλότερες τιμές. Στην πράξη, οι μειούμενες τιμές εμφανίζονται σε ένα καντράν που μπορούν να δουν όλοι οι πράκτορες. Η δημοπρασία ολοκληρώνεται όταν ένας πράκτορας ειδοποιήσει τον δημοπράτη πιέζοντας ένα κουμπί με ηχητικό σήμα και σταματήσει το καντράν. Ο πράκτορας αυτός πρέπει κατόπιν να αγοράσει το αντικείμενο στην τιμή του καντράν. Η δημοπρασία αυτή πήρε το όνομά της από το γεγονός ότι χρησιμοποιείται στην αγορά λουλουδιών του Άμστερνταμ. Στην πράξη, χρησιμοποιείται συχνά σε περιπτώσεις όπου τα αντικείμενα πρέπει να πωληθούν γρήγορα.

Δημοπρασίες σφραγισμένων προσφορών

Όλες οι δημοπρασίες που έχουν αναφερθεί έως τώρα θεωρούνται δημοπρασίες αντιφώνησης, από την άποψη ότι η προσφορά γίνεται με δημόσια ανακοίνωση (αν και στην περίπτωση της Ολλανδικής δημοπρασίας αυτό κατά κάποιο τρόπο είναι ψευδαίσθηση). Η κατηγορία των δημοπρασιών σφραγισμένων προσφορών, πιθανώς η πιο γνωστή μετά τις Αγγλικές δημοπρασίες, είναι διαφορετική. Σε αυτή την περίπτωση, κάθε πράκτορας υποβάλλει στον δημοπράτη μια μυστική, «σφραγισμένη» προσφορά για το αντικείμενο, η οποία δεν είναι προσβάσιμη από κανέναν άλλο πράκτορα. Ο πράκτορας με την υψηλότερη προσφορά πρέπει να αγοράσει το αντικείμενο, αλλά η τιμή της αγοράς εξαρτάται από το είδος της δημοπρασίας σφραγισμένων προσφορών. Σε μια δημοπρασία πρώτης τιμής σφραγισμένων προσφορών (ή απλώς δημοπρασία πρώτης τιμής) ο πράκτορας που κερδίζει πληρώνει ένα ποσό ίσο με την δική του προσφορά. Σε μια δημοπρασία δεύτερης τιμής πληρώνει ένα ποσό ίσο με την δεύτερη υψηλότερη προσφορά (δηλαδή, την υψηλότερη απορριφθείσα προσφορά). Η δημοπρασία δεύτερης τιμής ονομάζεται επίσης και δημοπρασία Vickrey. Γενικά, σε μια δημοπρασία ν-οστής τιμής, ο πράκτορας που κερδίζει πληρώνει για το αντικείμενο τιμή ίση με την ν-οστή υψηλότερη προσφορά.

2.2.2 Οι δημοπρασίες ως Μπεϋζιανοί μηχανισμοί

Στη συνέχεια παρουσιάζεται μία πιο τυπική διερεύνηση των δημοπρασιών ενός αντικειμένου έχοντας ως αφετηρία την παρατήρηση ότι η επιλογή μιας δημοπρασίας με συγκεκριμένες επιθυμητές ιδιότητες είναι ένα πρόβλημα σχεδίασης μηχανισμού. Συνήθως, θεωρείται ότι οι συναρτήσεις χρησιμότητας των πρακτόρων σε μια δημοπρασία είναι ημιγραμμικές. Για να προσδιοριστεί μια δημοπρασία ως ημιγραμμικός μηχανισμός, θα πρέπει αρχικά να οριστούν τα παρακάτω στοιχεία:

- το σύνολο των πρακτόρων N,
- το σύνολο των αποτελεσμάτων $O = X \times \mathbb{R}^n$,
- το σύνολο των ενεργειών A_i που είναι διαθέσιμες σε κάθε πράκτορα $i \epsilon N$,
- η συνάρτηση επιλογής x, που επιλέγει ένα από τα αποτελέσματα με δεδομένες τις ενέργειες των πρακτόρων,
- η συνάρτηση πληρωμής p, που καθορίζει τι πρέπει να πληρώσει κάθε πράκτορας με δεδομένες όλες τις ενέργειες των πρακτόρων.

Σε μια δημοπρασία, τα δυνατά αποτελέσματα O συνίστανται σε όλους τους δυνατούς τρόπους απονομής του αντικειμένου – το σύνολο των επιλογών X – και όλους τους δυνατούς τρόπους χρέωσης των πρακτόρων. Οι ενέργειες των πρακτόρων θα ποικίλουν σε διαφορετικά είδη δημοπρασιών. Σε μια δημοπρασία σφραγισμένων προσφορών, κάθε σύνολο A_i είναι ένα διάστημα από το $\mathbb{R}$ (δηλαδή η ενέργεια του πράκτορα είναι η δήλωση ενός ποσού προσφοράς μεταξύ κάποιας ελάχιστης και μέγιστης αξίας). Μία Ιαπωνική δημοπρασία είναι ένα παίγνιο εκτεταμένης μορφής με κόμβους πιθανότητας ατελών πληροφοριών και συνεπώς στην περίπτωση αυτή ο χώρος ενεργειών είναι ο χώρος όλων των πολιτικών που θα μπορούσε να ακολουθήσει ο πράκτορας (δηλαδή όλοι οι διαφορετικοί τρόποι ενέργειας που εξαρτώνται από διαφορετικά παρατηρούμενα ιστορικά). Όπως σε όλα τα προβλήματα σχεδίασης μηχανισμού, οι συναρτήσεις επιλογής και πληρωμής x και p εξαρτώνται από τον σκοπό της δημοπρασίας, όπως η επίτευξη μιας αποτελεσματικής κατανομής ή η μεγιστοποίηση των εσόδων.

Ένα Μπεϋζιανό παίγνιο με ημιγραμμικές προτιμήσεις περιλαμβάνει δύο ακόμη συστατικά που θα πρέπει να προσδιοριστούν: τις κοινές αρχικές κατανομές και τη συνάρτηση χρησιμότητας των πρακτόρων. Στο σημείο αυτό δε θα ασχοληθούμε με τις αρχικές κατανομές, απλώς σημειώνουμε ότι ο ορισμός μιας δημοπρασίας ως Μπεϋζιανό παίγνιο είναι ατελής χωρίς αυτές. Αναφορικά με τις συναρτήσεις χρησιμότητας των πρακτόρων, οι οποίες δηλώνονται ως u_i, θα πρέπει να σημειωθεί κατ' αρχάς ότι από την υπόθεση ημιγραμμικότητας προκύπτει ότι:

$$u_i\ (o, \theta_i\ ) = \ u_i\ (x, \theta_i) - \ f_i(p_i). \quad (E\xi i\sigma\omega\sigma\eta\ 2.1)$$

όπου συνάρτηση f_i ορίζει την συμπεριφορά κινδύνου του πράκτορα. Εκτός αν ορίσουμε κάτι διαφορετικό, συνήθως θεωρούμε ότι υπάρχει ουδετερότητα κινδύνου.

Απομένει να περιγραφούν οι αξιολογήσεις των πρακτόρων, δηλαδή οι χρησιμότητες τους για διαφορετικές απονομές των προϊόντων $x \in X$. Η θεωρία των δημοπρασιών διακρίνει ορισμένες διαφορετικές περιπτώσεις στο σημείο αυτό. Μια από τις γνωστότερες και εκτενέστερα μελετημένες είναι η περίπτωση της Ανεξάρτητης Ιδιωτικής Αξίας (Independent Private Value – IPV). Στην περίπτωση αυτή, οι ανεξάρτητες ιδιωτικές αξιολογήσεις όλων των πρακτόρων λαμβάνονται ανεξάρτητα από την ίδια (κοινώς γνωστή) κατανομή, και ο τύπος του πράκτορα (ή «σήμα») αποτελείται μόνο από την δική του αξιολόγηση, η οποία δεν του δίνει πληροφορίες για τις αξιολογήσεις των άλλων. Ένα παράδειγμα όπου η περίπτωση IPV είναι κατάλληλη είναι αυτό των δημοπρασιών με αγοραστές με προσωπικές προτιμήσεις, οι οποίοι έχουν στόχο την αγορά ενός έργου τέχνης καθαρά και μόνο για δική τους ευχαρίστηση.

2.2.3 Ιαπωνικές, Αγγλικές και Δημοπρασίες Δεύτερης Τιμής

Σε αυτό το σημείο θα εξεταστεί εάν η δημοπρασία σφραγισμένων προσφορών δεύτερης τιμής, που αποτελεί έναν άμεσο μηχανισμό, είναι αληθής (δηλαδή εάν παρέχει κίνητρο ώστε οι πράκτορες να προσφέρουν τις πραγματικές τους αποτιμήσεις). Η παρακάτω απόδειξη, που είναι πολύ απλή εννοιολογικά, δείχνει ότι στην περίπτωση του IPV αυτό ισχύει. Πρώτα όμως, δίνεται ο ορισμός του μηχανισμού VCG (Vickrey - Clarke - Groves), αφού η δημοπρασία δεύτερης τιμής αποτελεί ειδική περίπτωση του συγκεκριμένου μηχανισμού [Vickrey, 1961][Clarke, 1971][Groves, 1973].

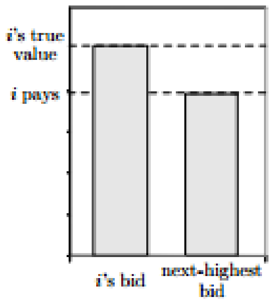
Ορισμός 2.1: Ο μηχανισμός VCG είναι ένας άμεσος ημιγραμμικός μηχανισμός $(\chi, \wp)$, όπου

$$\chi(\hat{v}) = \arg\max_{x} \sum_{i} \hat{v}_i(x)$$

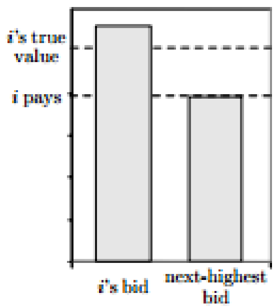
$$\wp_i(\hat{v}) = \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(\chi(\hat{v}_{-i})) - \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(\chi(\hat{v}))$$

Θεώρημα 2.1: Σε μια δημοπρασία δεύτερης τιμής στην οποία οι αγοραστές έχουν ανεξάρτητες ιδιωτικές αξίες, η δήλωση της αληθινής αποτίμησης είναι η επικρατούσα στρατηγική.

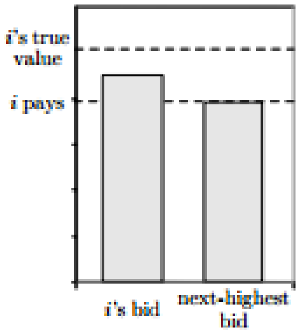
Απόδειξη: Έστω ότι όλοι οι αγοραστές πλην του i κάνουν αυθαίρετες προσφορές. Εξετάζουμε την βέλτιστη αντίδραση του i. Πρώτα, εξετάζεται η περίπτωση όπου η αξιολόγηση του i είναι μεγαλύτερη από την υψηλότερη προσφορά των άλλων αγοραστών. Σε αυτή την περίπτωση, ο i θα κέρδιζε και θα πλήρωνε το αμέσως μικρότερο ποσό προσφοράς, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1α. Θα πρέπει όμως να εξεταστεί και αν θα μπορούσε ο i να τα έχει καταφέρει καλύτερα αν είχε δώσει μια ανειλικρινή προσφορά. Αν έδινε μεγαλύτερη προσφορά, και πάλι θα κέρδιζε και θα πλήρωνε και πάλι το ίδιο ποσό, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1β. Αν έδινε μικρότερη προσφορά, είτε θα κέρδιζε και πάλι και θα πλήρωνε και πάλι το ίδιο ποσό (Σχήμα 2.1γ) είτε θα έχανε και θα πλήρωνε μηδέν (Σχήμα 2.1δ). Αφού ο i λαμβάνει μη αρνητική ωφέλεια παίρνοντας το αντικείμενο σε τιμή ίση ή μικρότερη από την αξιολόγησή του, ο i δεν μπορεί να κερδίσει, και ενίοτε θα χάσει αν δώσει ανειλικρινή προσφορά στην περίπτωση αυτή. Στη συνέχεια, εξετάζεται η περίπτωση κατά την οποία η αποτίμηση του i είναι μικρότερη από την προσφορά τουλάχιστον ενός άλλου αγοραστή. Στην περίπτωση αυτή ο i θα έχανε και θα πλήρωνε μηδέν (Σχήμα 2.1ε). Αν έδινε μικρότερη προσφορά, και πάλι θα έχανε και θα πλήρωνε μηδέν (Σχήμα 2.1στ). Αν έδινε μεγαλύτερη προσφορά, είτε θα έχανε πάλι και θα πλήρωνε μηδέν (Σχήμα 2.1ζ), είτε θα κέρδιζε και θα πλήρωνε περισσότερο από την αξιολόγησή του (Σχήμα 2.1η), επιτυγχάνοντας αρνητική ωφέλεια. Συνεπώς και πάλι, ο i δεν μπορεί να κερδίσει, και ενίοτε θα χάσει αν δώσει ανειλικρινή προσφορά στην περίπτωση αυτή.



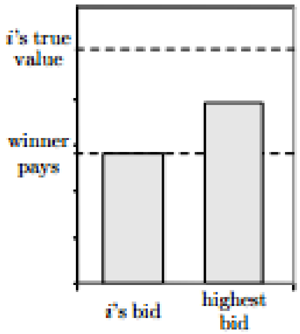
Σχήμα 2.1α: Καταθέτοντας ειλικρινή προσφορά, ο i έχει την υψηλότερη προσφορά.



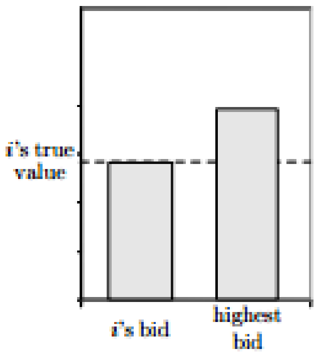
Σχήμα 2.1β: Ο i καταθέτει υψηλότερη προσφορά και πάλι νικάει.



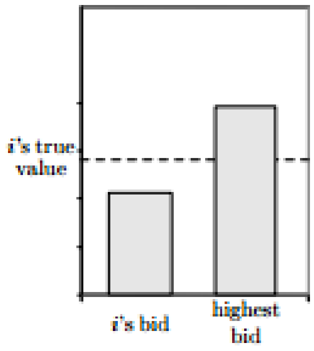
Σχήμα 2.1γ: Ο i καταθέτει χαμηλότερη προσφορά και πάλι νικάει.



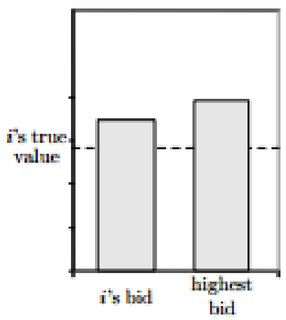
Σχήμα 2.1δ: Ο i καταθέτει ακόμα χαμηλότερη προσφορά και χάνει.



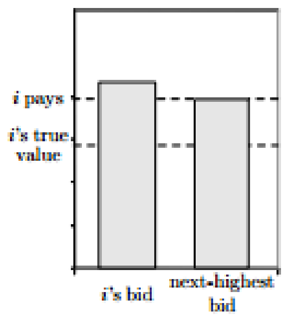
Σχήμα 2.1ε: Καταθέτοντας ειλικρινή προσφορά, ο i δεν έχει την υψηλότερη προσφορά.



Σχήμα 2.1στ: Ο i καταθέτει χαμηλότερη προσφορά και πάλι χάνει.



Σχήμα 2.1ζ: Ο i καταθέτει υψηλότερη προσφορά και πάλι χάνει.



Σχήμα 2.1η: Ο i καταθέτει ακόμα υψηλότερη προσφορά και νικάει.

Σημειώνεται ότι η απόδειξη δεν εξαρτάται από τις συμπεριφορές κινδύνου των πρακτόρων. Συνεπώς η επικρατούσα στρατηγική ενός πράκτορα σε μια δημοπρασία δεύτερης τιμής είναι η ίδια, ανεξάρτητα από το εάν ο πράκτορας εμφανίζει ουδετερότητα, αποστροφή ή επιδίωξη κινδύνου.

Στην περίπτωση του IPV, μπορούν να εντοπιστούν ισχυρές σχέσεις μεταξύ της δημοπρασίας δεύτερης τιμής και των Ιαπωνικών και Αγγλικών δημοπρασιών. Αρχικά εξετάζεται η σύγκριση μεταξύ των δημοπρασιών δεύτερης τιμής και της Ιαπωνικής. Και στις δύο περιπτώσεις ο αγοραστής πρέπει να επιλέξει έναν αριθμό (στην περίπτωση σφραγισμένης προσφοράς ο αριθμός είναι αυτός που καταγράφεται, ενώ στην περίπτωση της Ιαπωνικής δημοπρασίας είναι η τιμή στην οποία ο πράκτορας θα πάψει να συμμετέχει). Ο αγοραστής με το μεγαλύτερο ποσό κερδίζει, και πληρώνει το ποσό που επιλέχθηκε από τον δεύτερο υψηλότερο πλειοδότη. Η διαφορά μεταξύ των δημοπρασιών είναι ότι στην Ιαπωνική δημοπρασία οι πληροφορίες για τα ποσά των προσφορών των άλλων πρακτόρων αποκαλύπτονται. Στην δημοπρασία σφραγισμένης προσφοράς, ο πράκτορας πρέπει να επιλέξει το ποσό προσφοράς χωρίς να γνωρίζει το παραμικρό για τα ποσά που έχουν επιλεγεί από άλλους, ενώ στην Ιαπωνική δημοπρασία το ποσό μπορεί να ανανεώνεται βάσει των τιμών στις οποίες χαμηλότεροι αγοραστές έπαυσαν την συμμετοχή τους. Γενικά, η διαφορά αυτή μπορεί να είναι σημαντική, όμως, δεν έχει σημασία στην περίπτωση IPV. Συνεπώς, στις Ιαπωνικές δημοπρασίες επίσης είναι επικρατούσα στρατηγική η δήλωση της αληθινής αποτίμησης, όταν οι πράκτορες έχουν ανεξάρτητες ιδιωτικές αξίες.

Προφανώς, οι Ιαπωνικές και οι Αγγλικές δημοπρασίες σχετίζονται στενά. Συνεπώς, δεν αποτελεί έκπληξη η διαπίστωση ότι οι δημοπρασίες δεύτερης τιμής και οι Αγγλικές δημοπρασίες είναι επίσης παρόμοιες. Μια ομοιότητά τους φαίνεται μέσω της αυτόματης προσφοράς (proxy bidding), μίας υπηρεσίας που προσφέρεται σε κάποιες ιστοσελίδες διαδικτυακών δημοπρασιών όπως το eBay. Βάσει της αυτόματης προσφοράς, ένας αγοραστής δηλώνει στο σύστημα το μέγιστο ποσό που δέχεται να πληρώσει. Ο χρήστης μπορεί κατόπιν να φύγει από την ιστοσελίδα, και το σύστημα καταθέτει προσφορές ως εκπρόσωπος του αγοραστή: κάθε φορά που κάποιος υπερκαλύπτει την προσφορά του, το σύστημα θα ανταποκρίνεται με μια αυξημένη προσφορά, έως ότου φθάσει στο μέγιστο όριο του αγοραστή. Εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι εάν όλοι οι αγοραστές χρησιμοποιήσουν την υπηρεσία αυτόματης προσφοράς και την ανανεώσουν μόνο μία φορά, αυτό που θα συμβεί είναι ακριβώς ό,τι και σε μια δημοπρασία δεύτερης τιμής (με τη διαφορά ότι η πληρωμή του νικητή θα είναι, συνήθως, αυξημένη κατά ένα βήμα).

Η βασική περιπλοκή με τις Αγγλικές δημοπρασίες είναι ότι οι αγοραστές μπορούν να υποβάλλουν τις λεγόμενες αλματικές προσφορές: προσφορές που είναι μεγαλύτερες από την προηγούμενη κατά ποσό μεγαλύτερο από το ελάχιστο βήμα αύξησης. Αν και φαίνεται σχετικά αβλαβές, αυτό το χαρακτηριστικό περιπλέκει την ανάλυση τέτοιων δημοπρασιών. Πράγματι, όταν αναλύεται μια ανοδική δημοπρασία, είναι σχεδόν πάντα Ιαπωνικού τύπου, και όχι Αγγλικού.

2.2.4 Ισοδυναμία εσόδων

Θεώρημα 2.2 (Θεώρημα ισοδυναμίας εσόδων) [Myerson, 1981][Riley and Samuelson, 1981]: Έστω ότι καθένας από n πράκτορες ουδέτερους κινδύνου έχει μια ανεξάρτητη ιδιωτική αξιολόγηση για ένα αντικείμενο που δημοπρατείται, η οποία λαμβάνεται από μια κοινή αθροιστική κατανομή $F(v)$ που είναι αυστηρά αύξουσα και μη ατομική σε $[\underline{v}, \overline{v}]$. Τότε κάθε αποτελεσματικός μηχανισμός δημοπρασίας στον οποίο οποιοσδήποτε πράκτορας με αξιολόγηση $\underline{v}$ έχει προσδοκώμενη χρησιμότητα μηδέν αποδίδει το ίδιο προσδοκώμενο έσοδο, και συνεπώς έχει ως αποτέλεσμα την καταβολή της ίδιας προσδοκώμενης πληρωμής από κάθε συμμετέχοντα με αξιολόγηση v_i.

Απόδειξη: Στην περίπτωση αυτή εξετάζεται οποιοσδήποτε μηχανισμός (άμεσος ή έμμεσος) για την απονομή του αντικειμένου [Klemperer, 1999a]. Έστω ότι $u_i\ (v_i)$ είναι η προσδοκώμενη ωφέλεια του i με δεδομένη την αληθή αξιολόγηση v_i, θεωρώντας ότι όλοι οι πράκτορες, συμπεριλαμβανομένου του i, ακολουθούν τις δικές τους στρατηγικές ισορροπίας. Έστω ότι $P_i\ (v_i)$ είναι η πιθανότητα να απονεμηθεί το αντικείμενο στον i με την προϋπόθεση ότι (i) ο αληθής τύπος του είναι v_i, (ii) ότι ακολουθεί την στρατηγική ισορροπίας για ένα πράκτορα με τύπο v_i και (iii) ότι όλοι οι άλλοι πράκτορες ακολουθούν τις δικές τους στρατηγικές ισορροπίας.

$$u_i\ (v_i)\ =\ v_i P_i\ (v_i) — E\ [\pi\lambda\eta\rho\omega\mu\acute{\eta}\ \alpha\nu\acute{\alpha}\ \tau\acute{\upsilon}\pi o\ v_i\ \tau o\upsilon\ \pi\alpha\acute{\iota}\kappa\tau\eta\ i] \qquad (E\xi\acute{\iota}\sigma\omega\sigma\eta\ 2.2)$$

Από τον ορισμό της ισορροπίας, για οποιαδήποτε άλλη αξιολόγηση $\widehat{v_i}$ που θα μπορούσε να έχει ο i,

$$u_i(v_i) \geq\ u_i(\widehat{v_i}) + (v_i\ - \widehat{v_i})P_i(\widehat{v_i}) \qquad (E\xi\acute{\iota}\sigma\omega\sigma\eta\ 2.3)$$

Για να κατανοήσουμε την Εξίσωση 2.2, ας παρατηρήσουμε ότι αν ο i ακολουθούσε την στρατηγική ισορροπίας για έναν παίκτη με αξιολόγηση $\widehat{v_i}$ αντί αυτής για έναν παίκτη με την (αληθή) αξιολόγηση v_i, ο i θα έκανε τις ίδιες πληρωμές και θα κέρδιζε το αντικείμενο με τις ίδιες πιθανότητες όπως ο πράκτορας με αξιολόγηση $\widehat{v_i}$. Εντούτοις, οποτεδήποτε κερδίζει το αντικείμενο, ο i το αξιολογεί $(v_i - \widehat{v_i})$ περισσότερο από όσο ένας πράκτορας του τύπου $\widehat{v_i}$. Η ανισότητα πρέπει να ισχύει διότι σε κατάσταση ισορροπίας αυτή η απόκλιση πρέπει να είναι μη επικερδής. Θεωρούμε ότι $\widehat{v_i} = v_i + dv_i$, και αντικαθιστώντας την έκφραση αυτή στην Εξίσωση 2.2:

$$u_i(v_i) \geq \; u_i(v_i + dv_i) + dv_i P_i(v_i + dv_i) \qquad (Εξίσωση\ 2.4)$$

Ομοίως, εξετάζοντας την πιθανότητα ότι ο αληθής τύπος του i θα μπορούσε να είναι $v_i + dv_i$,

$$u_i(v_i + dv_i) \geq \; u_i(v_i) + dv_i P_i(v_i) \qquad (Εξίσωση\ 2.5)$$

Συνδυάζοντας τις Εξισώσεις 2.3 και 2.4, έχουμε

$$P_i(v_i + dv_i) \geq \frac{u_i(v_i + dv_i) - \; u_i(v_i)}{dv_i} \geq P_i(v_i) \qquad (Εξίσωση\ 2.6)$$

Παίρνοντας το όριο καθώς το $dv_i \to 0$ μας δίνει

$$\frac{du_i}{dv_i} = P_i(v_i) \qquad (Εξίσωση\ 2.7)$$

Ολοκληρώνοντας,

$$u_i(v_i) \geq \; u_i(\underline{v}) + \int_{x=\underline{v}}^{v_i} P_i(x)\, dx \qquad (Εξίσωση\ 2.8)$$

Στη συνέχεια εξετάζουμε οποιουσδήποτε δύο αποτελεσματικούς μηχανισμούς δημοπρασίας στους οποίους η προσδοκώμενη πληρωμή ενός πράκτορα με αξιολόγηση $\underline{v}$ είναι μηδέν. Ένας αγοραστής με αξιολόγηση $\underline{v}$ δεν θα κερδίσει ποτέ (αφού η κατανομή είναι μη ατομική), οπότε η προσδοκώμενη ωφέλειά του $u_i(\underline{v}) = 0$. Επειδή και οι δύο μηχανισμοί είναι αποτελεσματικοί, κάθε πράκτορας i έχει πάντα την ίδια $P_i(v_i)$ (πιθανότητα να κερδίσει δοθέντος ότι ο τύπος του είναι v_i) και με τους δύο μηχανισμούς. Αφού η δεξιά πλευρά της Εξίσωσης 2.7 περιλαμβάνει μόνο την $P_i(v_i)$ και $u_i(\underline{v})$, κάθε πράκτορας i πρέπει συνεπώς να έχει την ίδια προσδοκώμενη ωφέλεια u_iκαι στους δύο μηχανισμούς. Από την Εξίσωση 2.1, αυτό σημαίνει ότι ο παίκτης οποιουδήποτε δοθέντος τύπου v_i πρέπει να κάνει την ίδια προσδοκώμενη πληρωμή και στους δύο μηχανισμούς. Συνεπώς, εκ των προτέρων η προσδοκώμενη πληρωμή του i είναι επίσης η ίδια και στους δύο μηχανισμούς. Αφού αυτό ισχύει για όλους τους i, το προσδοκώμενο έσοδο του δημοπράτη είναι επίσης το ίδιο και στους δύο μηχανισμούς.

Συνεπώς, όταν οι αγοραστές είναι ουδέτεροι κινδύνου και έχουν ανεξάρτητες ιδιωτικές αξιολογήσεις, όλες οι δημοπρασίες για τις οποίες έχουμε αναφέρει μέχρι τώρα – Αγγλικές, Ιαπωνικές, Ολλανδικές, καθώς και όλα τα πρωτόκολλα δημοπρασιών σφραγισμένων προσφορών – είναι ισοδύναμες εσόδων. Όμως, το θεώρημα ισοδυναμίας εσόδων είναι χρήσιμο και πέρα από το να λέει στον δημοπράτη ότι δεν έχει και τόση σημασία το ποια δημοπρασία πραγματοποιεί.

Είναι επίσης ένα ισχυρό αναλυτικό εργαλείο. Ειδικότερα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτό το θεώρημα για να ορίσουμε στρατηγικές ισορροπίας προσφορών για δημοπρασίες που πληρούν τις προϋποθέσεις του θεωρήματος.

Για παράδειγμα, εξετάζουμε την εξής δημοπρασία n (ουδέτερων ρίσκου) αγοραστών πρώτης τιμής: οι αποτιμήσεις των αγοραστών λαμβάνονται ανεξάρτητα από την ίδια (για όλους) ομοιόμορφη κατανομή πραγματικών αριθμών. Το ερώτημα είναι αν πληροί αυτή η δημοπρασία τις προϋποθέσεις του θεωρήματος ισοδυναμίας εσόδων. Η δεύτερη προϋπόθεση εύκολα επαληθεύεται. Η πρώτη είναι πιο δύσκολη, διότι αναφέρεται στα αποτελέσματα της δημοπρασίας βάσει των στρατηγικών ισορροπίας προσφορών. Για την ώρα, θεωρούμε ότι πληρείται και η πρώτη προϋπόθεση.

Φυσικά, το θεώρημα ισοδυναμίας εσόδων εξυπηρετεί μόνο αν το χρησιμοποιήσουμε για να συγκρίνουμε τα έσοδα από μια δημοπρασία πρώτης τιμής με αυτά μιας άλλης δημοπρασίας που έχουμε ήδη κατανοήσει. Η δημοπρασία δεύτερης τιμής εξυπηρετεί καλά τον τελευταίο ρόλο: ήδη γνωρίζουμε την στρατηγική ισορροπίας της, και πληροί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος. Γνωρίζουμε από την απόδειξη ότι ένας αγοραστής του ίδιου τύπου θα κάνει την ίδια προσδοκώμενη πληρωμή και στις δύο δημοπρασίες. Πιο συγκεκριμένα, και στις δύο δημοπρασίες που εξετάζουμε, η πληρωμή του αγοραστή είναι μηδέν, εκτός αν κερδίσει. Συνεπώς η προσδοκώμενη πληρωμή του αγοραστή εφόσον είναι νικητής της δημοπρασίας πρώτης τιμής πρέπει να είναι η ίδια με την προσδοκώμενη πληρωμή εφόσον είναι νικητής της δημοπρασίας δεύτερης τιμής. Αφού η δημοπρασία πρώτης τιμής είναι αποτελεσματική, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι βάσει της συμμετρικής ισορροπίας οι πράκτορες θα προσφέρουν πάντα το ποσό αυτό: αν ο πράκτορας είναι ο υψηλότερος πλειοδότης τότε θα κάνει την σωστή προσδοκώμενη πληρωμή, και αν όχι, το ποσό προσφοράς του δεν θα έχει καμία σημασία.

Στη συνέχεια πρέπει να βρεθεί μια έκφραση για την προσδοκώμενη αξία της δεύτερης υψηλότερης αξιολόγησης, με δεδομένο ότι ο αγοραστής i έχει την υψηλότερη αξιολόγηση. Εδώ βοηθά αν γνωρίζουμε τον τύπο διατεταγμένων τιμών για την k-οστή διατεταγμένη τιμή, στη συγκεκριμένη περίπτωση από λήψεις από την ομοιόμορφη κατανομή. Η k-οστή διατεταγμένη τιμή της κατανομής είναι ένας τύπος που μας δίνει την προσδοκώμενη αξία της k-οστής μεγαλύτερης από τις n τιμές. Για n ανεξάρτητες μεταβλητές που ακολουθούν την ίδια κατανομή από $[0, \upsilon_{max}]$, η k-οστή διατεταγμένη τιμή είναι

$$\frac{n+1-k}{n+1}\upsilon_{max} \qquad (Εξίσωση\ 2.9)$$

Αν η αξιολόγηση v_i του αγοραστή i είναι η υψηλότερη, τότε υπάρχουν n – 1 άλλες αξιολογήσεις που λαμβάνονται από ομοιόμορφη κατανομή στο $[0, v_i]$. Συνεπώς, η προσδοκώμενη τιμή της δεύτερης υψηλότερης αξιολόγησης είναι η διατεταγμένη τιμή πρώτης τάξης n – 1 λήψεων από το $[0, v_i]$. Αντικαθιστώντας στην Εξίσωση 2.8, έχουμε $\frac{(n-1)+1-(1)}{(n-1)+1} v_i = \frac{n-1}{n} v_i$. Η εξίσωση αυτή μας δίνει μια υποψία (που αποδεικνύεται σωστή) για την στρατηγική ισορροπίας για δημοπρασίες πρώτης τιμής βάσει μη ομοιόμορφων κατανομών αξιολόγησης: κάθε αγοραστής προσφέρει την προσδοκία της δεύτερης υψηλότερης αξιολόγησης, βασισμένος στην υπόθεση ότι η δική του αξιολόγηση είναι η υψηλότερη.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να γίνει η εξής παρατήρηση για το θεώρημα ισοδυναμίας εσόδων: αυτό το αποτέλεσμα αποτελεί μια δήλωση «αν», και όχι μια δήλωση «αν και μόνο αν». Δηλαδή, ενώ ισχύει ότι όλες οι δημοπρασίες που πληρούν τις προϋποθέσεις του θεωρήματος πρέπει να αποδίδουν το ίδιο προσδοκώμενο έσοδο, δεν ισχύει ότι όλες οι στρατηγικές που αποδίδουν αυτό το προσδοκώμενο έσοδο εμφανίζουν ισορροπία. Συνεπώς, αφού χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα ισοδυναμίας εσόδων για τον προσδιορισμό ενός προφίλ στρατηγικής που θεωρούμε ως ισορροπία, πρέπει μετά να αποδείξουμε ότι αυτό το προφίλ στρατηγικής είναι πράγματι ισορροπία. Αυτό θα πρέπει να γίνει με τον συνήθη τρόπο, υποθέτοντας ότι όλοι πλην ενός εκ των πρακτόρων παίζουν σύμφωνα με την ισορροπία και αποδεικνύοντας ότι η στρατηγική ισορροπίας είναι η καλύτερη απόκριση για τον εναπομένοντα πράκτορα.

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι παραπάνω υποθέσαμε πως η δημοπρασία πρώτης τιμής απονέμει το αντικείμενο στον συμμετέχοντα με την μεγαλύτερη αξιολόγηση. Ο λόγος που ήταν λογικό να γίνει αυτό (αν και θα μπορούσαμε αντί αυτού να είχε αποδειχθεί ότι η δημοπρασία έχει μια συμμετρική, αυξανόμενη ισορροπία) είναι ότι πρέπει να ελέγξουμε το προφίλ στρατηγικής που προέκυψε χρησιμοποιώντας ούτως ή άλλως το θεώρημα ισοδυναμίας εσόδων. Δεδομένης της στρατηγικής ισορροπίας, είναι εύκολο να επιβεβαιώσουμε ότι ο αγοραστής με την υψηλότερη αξιολόγηση θα κερδίσει πράγματι το αντικείμενο.

2.2.5 Συμπεριφορές κινδύνου

Μια από τις βασικές παραδοχές του θεωρήματος ισοδυναμίας εσόδων είναι ότι οι πράκτορες είναι ουδέτεροι κινδύνου. Αποδεικνύεται ότι πολλές δημοπρασίες, που έχουμε αναφέρει παραπάνω, παύουν να είναι ισοδύναμες εισοδήματος όταν διαφοροποιούνται οι συμπεριφορές κινδύνου των πρακτόρων. Η συμπεριφορά κινδύνου ενός πράκτορα μπορεί να θεωρηθεί ότι καταγράφει την προτίμησή του μεταξύ μιας βέβαιης πληρωμής και ενός ρίσκου για μεγαλύτερη πιθανώς αποπληρωμή με την ίδια προσδοκώμενη αξία (οι πράκτορες που αποστρέφονται τον κίνδυνο προτιμούν την βεβαιότητα, οι πράκτορες ουδέτεροι κινδύνου είναι αδιάφοροι, οι πράκτορες που επιζητούν τον κίνδυνο προτιμούν το ρίσκο).

Για να αποδείξουμε ότι η ισοδυναμία εισοδήματος καταρρέει όταν οι πράκτορες δεν είναι ουδέτεροι κινδύνου, θεωρούμε ένα περιβάλλον δημοπρασίας το οποίο περιλαμβάνει n αγοραστές με αξιολογήσεις IPV που λαμβάνονται ομοιόμορφα από το $[0,1]$. Ο αγοραστής i, με αξιολόγηση v_i, πρέπει να αποφασίσει εάν θα προτιμούσε να εμπλακεί σε δημοπρασία πρώτης ή δεύτερης τιμής. Ανεξάρτητα από το ποια δημοπρασία επιλέγει (με την προϋπόθεση ότι και αυτός, όπως και οι άλλοι αγοραστές, ακολουθεί την στρατηγική ισορροπίας της δημοπρασίας που επιλέχθηκε), ο i γνωρίζει ότι θα κερδίσει θετική ωφέλεια μόνο αν έχει την υψηλότερη ωφέλεια. Στην περίπτωση της δημοπρασίας πρώτης τιμής, ο i θα κερδίζει πάντα $\frac{1}{n}v_i$ όταν έχει την υψηλότερη αξιολόγηση. Στην περίπτωση που έχει την υψηλότερη αξιολόγηση σε μια δημοπρασία δεύτερης τιμής το προσδοκώμενο κέρδος του i θα είναι $\frac{1}{n}v_i$, αλλά επειδή θα πληρώσει την δεύτερη υψηλότερη προσφορά, το ποσό του κέρδους του i θα ποικίλει βάσει των αξιολογήσεων των άλλων αγοραστών. Συνεπώς, στην επιλογή μεταξύ των δημοπρασιών πρώτης τιμής και δεύτερης τιμής, και με την πεποίθηση ότι θα έχει την υψηλότερη αξιολόγηση, παρουσιάζεται στον i η επιλογή μεταξύ μιας βέβαιης πληρωμής και μιας επισφαλούς πληρωμής με την ίδια προσδοκώμενη αξία. Αν ο i αποστρέφεται τον κίνδυνο, θα αξιολογήσει την βέβαιη πληρωμή υψηλότερα από την επισφαλή πληρωμή, και συνεπώς θα κάνει πιο επιθετική προσφορά στην δημοπρασία πρώτης τιμής, κάνοντάς την να αποδώσει μεγαλύτερο έσοδο για τον δημοπράτη έναντι της δημοπρασίας δεύτερης τιμής (σημειώνεται ότι η συμπεριφορά του i θα αλλάξει μόνο στην δημοπρασία πρώτης τιμής: η δημοπρασία δεύτερης τιμής έχει την ίδια κυρίαρχη στρατηγική ανεξάρτητα από την συμπεριφορά κινδύνου του i). Αν ο i επιζητά τον κίνδυνο θα υποβάλλει λιγότερο επιθετική προσφορά στην δημοπρασία πρώτης τιμής, και ο δημοπράτης θα αποκομίσει μεγαλύτερο κέρδος από την διεξαγωγή δημοπρασίας δεύτερης τιμής.

Στο Σχήμα 2.2 φαίνονται οι στρατηγικές ισοδυναμίες μεταξύ διαφορετικών τύπων δημοπρασιών για κάθε κατηγορία συμπεριφοράς ως προς το ρίσκο.

<table>
<tr><td>Ουδέτερος ρίσκου, IPV</td><td rowspan="3">Ιαπωνική</td><td>=</td><td rowspan="3">Αγγλική</td><td>=</td><td rowspan="3">Δεύτερης τιμής</td><td>=</td><td rowspan="3">Πρώτης τιμής</td><td>=</td><td rowspan="3">Ολλανδική</td></tr>
<tr><td>Αποφεύγει το ρίσκο, IPV</td><td>=</td><td>=</td><td><</td><td>=</td></tr>
<tr><td>Αναζητά το ρίσκο, IPV</td><td>=</td><td>=</td><td>></td><td>=</td></tr>
</table>

Σχήμα 2.2: Σχέσεις μεταξύ των εσόδων ποικίλων ειδών δημοπρασιών ενός αγαθού.

Μια παρόμοια δυναμική ισχύει αν όλοι οι αγοραστές είναι ουδέτεροι κινδύνου, αλλά ο πωλητής είτε επιζητά είτε αποστρέφεται τον κίνδυνο. Η διαφοροποίηση στις πληρωμές των αγοραστών είναι μεγαλύτερη στις δημοπρασίες δεύτερης τιμής από ό,τι στις δημοπρασίες πρώτης τιμής, διότι οι πρώτες εξαρτώνται από τις δύο υψηλότερες λήψεις από την κατανομή αξιολόγησης, ενώ οι τελευταίες εξαρτώνται μόνο από την υψηλότερη λήψη. Εντούτοις, οι πληρωμές αυτές έχουν την ίδια προσδοκία και στις δύο δημοπρασίες. Συνεπώς, ένας πωλητής που αποστρέφεται τον κίνδυνο θα προτιμούσε να διεξάγει δημοπρασία πρώτης τιμής, ενώ ένας πωλητής που επιζητά τον κίνδυνο θα προτιμούσε να διεξάγει δημοπρασία δεύτερης τιμής.

2.2.6 «Βέλτιστες» δημοπρασίες (δημοπρασίες μεγιστοποίησης εισοδήματος)

Έως τώρα στη θεωρητική μας ανάλυση έχουμε εξετάσει μόνο τις δημοπρασίες στις οποίες το αντικείμενο απονέμεται στον πλειοδότη και ο πωλητής δεν επιβάλλει κατώτατη τιμή πώλησης. Αυτές οι υποθέσεις είναι λογικές, ιδιαιτέρως όταν ο πωλητής θέλει να διασφαλίσει την οικονομική αποτελεσματικότητα – δηλαδή ότι ο αγοραστής που αξιολογεί περισσότερο το αντικείμενο τελικά το παίρνει. Συνεπώς, μπορεί αντί αυτού να θεωρήσουμε ότι ο πωλητής δεν ενδιαφέρεται για το ποιος θα πάρει το αντικείμενο, αλλά επιδιώκει την μεγιστοποίηση των προσδοκώμενων εσόδων του. Προκειμένου να το πετύχει αυτό, μπορεί να είναι πρόθυμος να ρισκάρει να μην πουλήσει το αντικείμενο ακόμη και όταν υπάρχει ενδιαφερόμενος αγοραστής, και περαιτέρω μπορεί να είναι πρόθυμος κάποιες φορές να το πουλήσει σε έναν αγοραστή που δεν έκανε την υψηλότερη προσφορά, για να ενθαρρύνει τους αγοραστές να υποβάλλουν πιο επιθετικές προσφορές. Οι μηχανισμοί που είναι σχεδιασμένοι για να μεγιστοποιούν τα προσδοκώμενα έσοδα του πωλητή είναι γνωστοί ως βέλτιστες δημοπρασίες [Riley and Samuelson, 1981].

Ας εξετάσουμε μια περίπτωση IPV, όπου οι αγοραστές είναι ουδέτεροι κινδύνου και η αξιολόγηση κάθε αγοραστή i προκύπτει από κάποια συνάρτηση αυστηρά αυξανόμενης αθροιστικής πυκνότητας $F_i(\upsilon)$, με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_i(\upsilon)$. Σημειώνεται ότι επιτρέπουμε την πιθανότητα $F_i \neq F_j$: δηλαδή οι αξιολογήσεις των αγοραστών να μπορούν να προέρχονται από διαφορετικές κατανομές. Αυτές ονομάζονται ασύμμετρες δημοπρασίες. Υποθέτουμε ότι ο πωλητής γνωρίζει την κατανομή από την οποία προκύπτει η ατομική αξιολόγηση κάθε αγοραστή και συνεπώς μπορεί να διακρίνει τους ισχυρούς αγοραστές από τους αδύναμους.

Ορίζουμε την εικονική αξιολόγηση του πλειοδότη i ως

$$\psi_i(v_i) = v_i - \frac{1 - F_i(v_i)}{f_i(v_i)} \quad (E\xi\acute{\iota}\sigma\omega\sigma\eta\ 2.10)$$

και υποθέτουμε ότι η κατανομή αξιολόγησης είναι τέτοια ώστε κάθε ψ_i αυξάνεται κατά v_i. Επίσης ορίζουμε μια συγκεκριμένη κατώτατη τιμή πώλησης για κάθε πράκτορα r_i^* ως την αξία για την οποία $\psi_i(r_i^*) = 0$. Η βέλτιστη δημοπρασία (ενός αντικειμένου) είναι μια δημοπρασία σφραγισμένων προσφορών στην οποία ζητείται από κάθε πράκτορα να δηλώσει την αληθή του αξιολόγηση. Οι δηλώσεις αυτές χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό μιας εικονικής (δηλωμένης) αξιολόγησης για κάθε πράκτορα. Το αντικείμενο πωλείται στον πράκτορα i του οποίου η εικονική αξιολόγηση $\psi_i(\widehat{v_i})$ είναι η υψηλότερη, με την προϋπόθεση ότι η αξία αυτή είναι θετική (δηλαδή, η δηλωμένη αξιολόγηση του πράκτορα, v_i,υπερβαίνει την κατώτατη τιμή πώλησης r_i^*). Αν η εικονική αξιολόγηση κάθε πράκτορα είναι αρνητική, ο πωλητής κρατά το αντικείμενο και επιτυγχάνει μηδενικό εισόδημα. Αν το αντικείμενο πωληθεί, ο πράκτορας i που θα κερδίσει χρεώνεται με την μικρότερη αξιολόγηση που θα μπορούσε να είχε δηλώσει παραμένοντας νικητής: $\inf\{v_i^*: \psi_i(v_i^*) \geq 0\ \kappa\alpha\iota\ \forall\, j \neq i, \psi_i(v_i^*) \geq \psi_j(\widehat{v_j})\}$.

Ένα βασικό ερώτημα είναι πως θα συμπεριφέρονταν οι αγοραστές σε αυτή την δημοπρασία. Σημειώνεται ότι μπορεί να θεωρηθεί μια δημοπρασία δεύτερης τιμής με κατώτατη τιμή πώλησης, που διεξάγεται σε χώρο εικονικής αξιολόγησης αντί σε χώρο πραγματικής αξιολόγησης. Οπότε, αφού ούτε οι κατώτατες τιμές πώλησης ούτε η μετατροπή μεταξύ εικονικών και πραγματικών αξιολογήσεων εξαρτάται από την δήλωση του πράκτορα, ισχύει και εδώ η απόδειξη ότι μια δημοπρασία δεύτερης τιμής έχει ως επικρατούσα στρατηγική τη δήλωση αλήθειας, και συνεπώς η βέλτιστη δημοπρασία παραμένει ανεξάρτητη από στρατηγική.

Το ζήτημα που αναλύεται ξεκίνησε εισάγοντας μια νέα υπόθεση: ότι οι αξιολογήσεις διαφορετικών αγοραστών μπορούν να ληφθούν από διαφορετικές κατανομές. Θα πρέπει να αναρωτηθούμε τι γίνεται όταν δεν συμβεί αυτό, αλλά όλες οι αξιολογήσεις των αγοραστών λαμβάνονται από την ίδια κατανομή. Στην περίπτωση αυτή, η βέλτιστη δημοπρασία έχει μια απλούστερη ερμηνεία: είναι απλώς μια δημοπρασία δεύτερης τιμής (χωρίς εικονικές αξιολογήσεις), στην οποία ο πωλητής ορίζει μια κατώτατη τιμή πώλησης r^* στην αξία που ικανοποιεί τη σχέση $r^* - \frac{1-F_i(r^*)}{f_i(r^*)} = 0$. Για το λόγο αυτό, λέγεται συχνά ότι οι βέλτιστες δημοπρασίες αντιστοιχούν στο βέλτιστο ορισμό κατώτατων τιμών πώλησης. Είναι σημαντικό να αναγνωρίσουμε ότι αυτός ο ισχυρισμός ισχύει μόνο στην περίπτωση συμμετρικών αξιολογήσεων IPV. Στην ασύμμετρη περίπτωση, οι εικονικές αξιολογήσεις μπορούν να θεωρηθούν ότι αυξάνουν τεχνητά το ποσό των προσφορών των αγοραστών με χαμηλές προσφορές για να τους καταστήσουν πιο ανταγωνιστικούς. Αυτό θυσιάζει την αποτελεσματικότητα, αλλά υπεραναπληρώνει αυτή τη θυσία από την άποψη της προσδοκίας, αναγκάζοντας τους αγοραστές με υψηλότερες προσδοκώμενες αξιολογήσεις να υποβάλλουν πιο επιθετικές προσφορές.

Αν και οι βέλτιστες δημοπρασίες είναι ενδιαφέρουσες από θεωρητικής απόψεως, η χρήση τους στην πράξη είναι σπάνια έως μηδενική. Το πρόβλημα είναι ότι δεν είναι ελεύθερες λεπτομερειών, δηλαδή προϋποθέτουν ότι ο πωλητής θα εισάγει στον μηχανισμό πληροφορίες για τις κατανομές αξιολόγησης των αγοραστών. Τέτοιες δημοπρασίες θεωρούνται συχνά μη πρακτικές: σύμφωνα με το δόγμα Wilson [Wilson, 1987b] οι σχεδιαστές δημοπρασιών παρακινούνται να εξετάζουν μόνο μηχανισμούς που είναι ελεύθεροι λεπτομερειών. Με αυτή την κριτική κατά νου, έχει ενδιαφέρον να θέσουμε το επόμενο ερώτημα. Σε μια περίπτωση συμμετρικού IPV, είναι καλύτερα για τον δημοπράτη να ορίσει μια βέλτιστη τιμή κατώτατης πώλησης (με αποτέλεσμα η δημοπρασία να εξαρτάται από την κατανομή αξιολόγησης των αγοραστών) ή να προσελκύσει έναν επιπλέον συμμετέχοντα στην δημοπρασία; Είναι ενδιαφέρον το γεγονός ότι συμφέρει περισσότερο τον δημοπράτη να κάνει το δεύτερο. Διαισθητικά, ένας επιπλέον αγοραστής είναι παρόμοιος με μια κατώτατη τιμή πώλησης υπό την έννοια του ότι η προσθήκη του στην δημοπρασία αυξάνει τον ανταγωνισμό μεταξύ των άλλων αγοραστών, αλλά διαφέρει επίσης γιατί μπορεί να αγοράσει το αντικείμενο και ο ίδιος. Αυτό δείχνει ότι η προσπάθεια να προσελκύσουμε όσο το δυνατό περισσότερους αγοραστές (μέσω, μεταξύ άλλων, της τήρησης ενός πρωτοκόλλου δημοπρασίας με το οποίο οι αγοραστές αισθάνονται άνετα) μπορεί να είναι σημαντικότερη από την προσπάθεια να υπολογίσουμε τις κατανομές αξιολόγησης των αγοραστών προκειμένου να διεξαγάγουμε μια βέλτιστη δημοπρασία [Bulow and Klemperer, 1996].

2.3 ΔΗΜΟΠΡΑΣΙΕΣ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ

Έως τώρα έχει εξεταστεί το πρόβλημα πώλησης ενός μόνο αντικειμένου σε έναν νικητή πλειοδότη. Στην πράξη συχνά υπάρχουν περισσότερα του ενός αντικείμενα προς απονομή και διαφορετικά αντικείμενα μπορεί να καταλήξουν σε διαφορετικούς αγοραστές. Σε αυτή την ενότητα, θα εξετάσουμε τις δημοπρασίες πολλαπλών μονάδων (multiunit), στις οποίες εξακολουθεί να υπάρχει μόνο ένα είδος αντικειμένου προς διάθεση, αλλά υπάρχουν πολλαπλά πανομοιότυπα αντίγραφα του αντικειμένου αυτού (για παράδειγμα, καινούργια αυτοκίνητα, εισιτήρια για μια ταινία, λήψη αρχείων MP3 ή μετοχές της ίδιας εταιρίας). Αν και η περίπτωση αυτή φαίνεται μόνο σαν ένα μικρό βήμα πέρα από την περίπτωση του ενός αντικειμένου που εξετάσαμε νωρίτερα, αποδεικνύεται πως υπάρχουν ακόμη πολλά στοιχεία τα οποίο θα πρέπει να αναφερθούν.

2.3.1 Κατηγορίες κανονικής δημοπρασίας

Δημοπρασίες σφραγισμένων προσφορών

Γενικά, οι δημοπρασίες σφραγισμένων προσφορών σε περιπτώσεις πολλών μονάδων διαφέρουν από τις αντίστοιχες δημοπρασίες, του ενός αντικειμένου, με πολλούς τρόπους. Αρχικά, εξετάζονται η διαφοροποίηση τους στους κανόνες πληρωμής. Αν υπάρχουν τρεις μονάδες προς πώληση, και καθένας από τους τρεις πλειοδότες ζητά μία μόνο μονάδα, τότε κάθε προσφορά θα κερδίσει μία μονάδα. Γενικά, αυτές οι προσφορές θα είναι για διαφορετικά ποσά: το ερώτημα είναι τι θα πρέπει να πληρώσει κάθε πλειοδότης. Στο πλάνο «κάθε πράκτορας πληρώνει την προσφορά του» (τον ονομαζόμενο κανόνα διακριτής τιμολόγησης) καθένας από τους τρεις πλειοδότες πληρώνει διαφορετικό ποσό, δηλαδή, την δική του προσφορά. Αυτός ο κανόνας συνεπώς γενικεύει την δημοπρασία πρώτης τιμής. Βάσει του κανόνα ενιαίας τιμολόγησης όλοι οι νικητές πληρώνουν το ίδιο ποσό: αυτό συνήθως είναι το μεγαλύτερο των προσφορών που έχασαν, ή το μικρότερο των νικητήριων προσφορών.

Δεύτερον, αντί της υποβολής μίας και μόνο προσφοράς, οι αγοραστές γενικά πρέπει να προσφέρουν μία τιμή για κάθε αριθμό αντικειμένων. Αν ένας πλειοδότης απλώς ορίσει έναν αριθμό αντικειμένων και δεν είναι πρόθυμος να δεχθεί λιγότερα, λέμε ότι έχει υποβάλλει προσφορά «όλα ή τίποτα». Αν ορίσει έναν αριθμό αντικειμένων αλλά θα δεχθεί οποιονδήποτε μικρότερο αριθμό αντικειμένων στην ίδια τιμή ανά αντικείμενο ονομάζουμε αυτή την προσφορά «διαιρετή».

Τέλος, η λύση της ισοπαλίας μπορεί να είναι περίπλοκη όταν οι αγοραστές υποβάλλουν προσφορές όλα ή τίποτα. Για παράδειγμα, ας εξετάσουμε μια δημοπρασία για 10 μονάδες όπου οι υψηλότερες προσφορές είναι όλες όλα ή τίποτα και έχουν ως εξής: 5 μονάδες προς $20/μονάδα, 3 μονάδες προς $15/μονάδα, 5 μονάδες προς $15/μονάδα, και 1 μονάδα προς $15/μονάδα. Προφανώς, η πρώτη προσφορά θα πρέπει να ικανοποιηθεί, όπως και δύο από τις υπόλοιπες τρεις – ποιες όμως; Εδώ βλέπουμε ότι υπάρχουν διαφορετικοί κανόνες για λύση της ισοπαλίας: μέσω ποσότητας (οι μεγαλύτερες προσφορές νικούν τις μικρότερες), μέσω χρόνου (οι προσφορές που υποβλήθηκαν νωρίτερα νικούν αυτές που υποβλήθηκαν αργότερα) και με συνδυασμούς των δύο.

Αγγλικές δημοπρασίες

Όταν περνάμε στην περίπτωση των πολλών μονάδων, οι σχεδιαστές Αγγλικών δημοπρασιών αντιμετωπίζουν όλα τα προβλήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω. Εντούτοις, αφού οι αγοραστές μπορούν να αναθεωρήσουν τις προσφορές τους από τον ένα γύρο στον άλλο, οι Αγγλικές δημοπρασίες πολλών μονάδων σπανίως ζητούν από τους αγοραστές να ορίσουν πάνω από έναν αριθμό αντικειμένων μαζί με την προσφορά τιμής τους. Οι σχεδιαστές δημοπρασιών αντιμετωπίζουν και πάλι την επιλογή του εάν θα πρέπει να χειριστούν τις προσφορές ως όλα ή τίποτα ή ως διαιρετές. Μια άλλη πτυχή προκύπτει όταν εξετάσουμε το ελάχιστο βήμα αύξησης. Ας εξετάσουμε το ακόλουθο παράδειγμα, στο οποίο υπάρχει ένα σύνολο 10 μονάδων προς διάθεση, και δύο προσφορές: μία για 5 μονάδες προς $1/μονάδα, και μια για 5 μονάδες προς $4/μονάδα. Ποια είναι η χαμηλότερη αποδεκτή επόμενη προσφορά; Διαισθητικά, εξαρτάται από την ποσότητα – μια προσφορά για 3 μονάδες προς $2/μονάδα μπορεί να ικανοποιηθεί, αλλά όχι μια προσφορά για 7 μονάδες προς $2/μονάδα. Το πρόβλημα αποφεύγεται αν η τελευταία προσφορά είναι διαιρετή, και συνεπώς μπορεί να ικανοποιηθεί μερικώς.

Ιαπωνικές δημοπρασίες

Οι Ιαπωνικές δημοπρασίες με παρόμοιο τρόπο μπορούν να επεκταθούν σε περιπτώσεις πολλών μονάδων. Τώρα, μετά από κάθε αύξηση της τιμής κάθε πράκτορας, αντί της απλής δήλωσης συμμετοχής ή παύσης συμμετοχής, δηλώνει τον αριθμό των μονάδων που επιθυμεί να αγοράσει στην τρέχουσα τιμή. Ένας συνήθης περιορισμός είναι ότι ο αριθμός πρέπει να μειώνεται με την πάροδο του χρόνου: ένας πράκτορας δεν μπορεί να ζητήσει να αγοράσει σε υψηλή τιμή περισσότερες μονάδες από όσα ήθελε σε χαμηλότερη τιμή. Η δημοπρασία ολοκληρώνεται όταν η προσφορά εξισωθεί ή υπερβεί την ζήτηση. Διαφορετικές εφαρμογές αυτής της μορφής δημοπρασιών διαφέρουν σε ό,τι αφορά το τι συμβαίνει αν η προσφορά υπερβαίνει της ζήτησης: όλοι οι αγοραστές μπορούν να πληρώσουν την τελευταία τιμή στην οποία η ζήτηση υπερέβη την προσφορά, με κάποιους από τους αποσυρθέντες αγοραστές να επανέρχονται σύμφωνα με ένα από τα παραπάνω σχέδια λύσης ισοπαλίας: τα αντικείμενα μπορεί να μείνουν απούλητα, ή μπορεί να δοθεί μερική ικανοποίηση προσφορών σε έναν ή περισσότερους αγοραστές στην προηγούμενη τιμή, και ούτω καθεξής.

Ολλανδικές δημοπρασίες

Σε Ολλανδικές δημοπρασίες πολλών μονάδων, ο πωλητής καλεί μειούμενες τιμές ανά μονάδα, και οι πράκτορες πρέπει να προσθέσουν στα σήματά τους την ποσότητα που επιθυμούν να αγοράσουν. Αν αυτή δεν είναι ολόκληρη η διαθέσιμη ποσότητα, η δημοπρασία συνεχίζεται. Εδώ υπάρχουν διάφορες επιλογές – η τιμή μπορεί να συνεχίσει να μειώνεται από το τρέχον επίπεδο, ή μπορεί να επανέλθει σε ένα προσδιορισμένο ποσοστό πάνω από την τρέχουσα τιμή, ή μπορεί να επανέλθει στην αρχική υψηλή τιμή.

2.3.2 Ζήτηση μίας μονάδας

Ας διερευνήσουμε τώρα τις δημοπρασίες πολλών μονάδων πιο τυπικά, αρχίζοντας με ένα πολύ απλό μοντέλο. Ιδιαιτέρως, θα εξετάσουμε μια περίπτωση με k πανομοιότυπα αντικείμενα προς πώληση και αγοραστές ουδέτερους κινδύνου που επιθυμούν μόνο 1 μονάδα έκαστος και έχουν ανεξάρτητες ιδιωτικές αξιολογήσεις για αυτές τις μεμονωμένες μονάδες. Παρατηρούμε ότι περιορίζοντας τη διερεύνηση σε αυτή μόνο την περίπτωση, αποφεύγουμε κάποια περίπλοκα σημεία όπως η πολύπλοκη λύση ισοπαλίας.

Είδαμε στην Υποενότητα 2.2.3 ότι ο μηχανισμός VCG μπορεί να εφαρμοστεί ώστε να παρέχει μια χρήσιμη οπτική στα προβλήματα δημοπρασιών, δίνοντας τη δημοπρασία δεύτερης τιμής στην περίπτωση ενός αντικειμένου. Ενδιαφέρον ερώτημα είναι σε τι είδους δημοπρασία αντιστοιχεί ο VCG στην απλή περίπτωσή μας των πολλών μονάδων. Όπως πριν, αφού θα εφαρμόσουμε απλώς τον VCG, η δημοπρασία θα είναι αποτελεσματική και με επικρατούσα στρατηγική τη δήλωση αλήθειας: αφού η αγορά είναι μονόπλευρη θα ικανοποιεί επίσης εκ των υστέρων την ατομική ορθολογικότητα και το αδύναμο ισοζύγιο πληρωμών. Ο μηχανισμός της δημοπρασίας είναι ότι πωλεί τις μονάδες στους k πλειοδότες στην ίδια τιμή, και ορίζει την τιμή αυτή στο ποσό που προσφέρεται από την υψηλότερη προσφορά που έχασε. Συνεπώς, αντί μιας δημοπρασίας δεύτερης τιμής έχουμε μια δημοπρασία (k+1)-οστής τιμής.

Παρατηρούμε αμέσως ότι σε αυτόν τον μηχανισμό δημοπρασίας ο πωλητής δε θα επιτύχει απαραιτήτως υψηλότερα κέρδη πουλώντας περισσότερες μονάδες. Για παράδειγμα, ας εξετάσουμε τις αξιολογήσεις στο Σχήμα 2.3.

Πλειοδότης	Ποσό προσφοράς
1	\$25
2	\$20
3	\$15
4	\$8

Σχήμα 2.3: Παράδειγμα αποτιμήσεων σε δημοπρασία πολλαπλών μονάδων με ζήτηση μίας μονάδας.

Αν ο πωλητής προσέφερε μόνο μία μονάδα χρησιμοποιώντας τον μηχανισμό VCG θα εισέπραττε \$20. Αν προσέφερε δύο μονάδες, θα εισέπραττε \$30: λιγότερα από πριν ανά μονάδα, αλλά και πάλι μεγαλύτερο ποσό συνολικά. Εντούτοις, αν ο πωλητής προσέφερε τρία αντικείμενα θα επιτύγχανε συνολικά έσοδα μόνο \$24, και αν προσέφερε τέσσερα αντικείμενα δε θα εισέπραττε τίποτα. Αυτή η παρατήρηση δείχνει κάτι θεμελιώδες για τις αγορές. Ένας αποτελεσματικός μηχανισμός επικρατούσας στρατηγικής δεν μπορεί να χρησιμοποιήσει τίποτε άλλο για να ορίσει τις τιμές από τις προσφορές των χαμένων αγοραστών, και καθώς ο πωλητής προσφέρει όλο και περισσότερες μονάδες, αναπόφευκτα μειώνεται όλο και περισσότερο η δεξαμενή των χαμένων αγοραστών από την οποία αντλεί. Συνεπώς η τιμή ανά αντικείμενο θα μειώνεται ασθενώς καθώς ο πωλητής προσφέρει πρόσθετες μονάδες προς πώληση, και ανάλογα με τις αξιολογήσεις των αγοραστών, τα συνολικά του έσοδα μπορεί να μειωθούν επίσης. Ένας τρόπος για να διορθωθεί αυτό το πρόβλημα είναι ο ακόλουθος. Όπως είδαμε στην περίπτωση του ενός αντικειμένου στην Υποενότητα 2.2.6, τα έσοδα του πωλητή μπορούν να αυξηθούν βάσει προσδοκίας επιτρέποντας αναποτελεσματικές κατανομές, για παράδειγμα, χρησιμοποιώντας τη γνώση της κατανομής αξιολόγησης για τον ορισμό κατώτατων τιμών πώλησης. Στο προηγούμενο παράδειγμα, τα έσοδα του πωλητή θα είχαν μεγιστοποιηθεί αν ήταν αρκετά τυχερός ώστε να έχει ορίσει ως κατώτατη τιμή πώλησης τα \$15. Εντούτοις, οι τακτικές αυτές έχουν περιορισμένα αποτελέσματα. Τελικά, ισχύει ο νόμος της προσφοράς και ζήτησης – όσο αυξάνεται η προσφορά, τόσο μειώνεται η τιμή, αφού μειώνεται ο ανταγωνισμός μεταξύ των αγοραστών.

Η δημοπρασία (k+1)-οστής τιμής μπορεί να αντιπαρατεθεί με έναν άλλο δημοφιλή κανόνα πληρωμής, που χρησιμοποιείται, για παράδειγμα, σε μια παραλλαγή Αγγλικής δημοπρασίας πολλών μονάδων από την διαδικτυακή ιστοσελίδα δημοπρασιών eBay. Σε αυτή την δημοπρασία οι αγοραστές χρεώνονται την χαμηλότερη νικητήρια προσφορά αντί της υψηλότερης προσφοράς που έχασε. Αυτό έχει το πλεονέκτημα ότι οι νικητές αγοραστές πάντα πληρώνουν μη μηδενικό ποσό, ακόμη και όταν οι προσφορές τους είναι λιγότερες από τα αντικείμενα προς πώληση. Στην ουσία, αυτό κάνει το πρόβλημα στρατηγικής των αγοραστών κάπως δυσκολότερο (ο αγοραστής με την χαμηλότερη νικητήρια προσφορά μπορεί να βελτιώσει την ωφέλειά του αν υποβάλλει αναληθή προσφορά, και έτσι γενικά, οι αγοραστές δεν έχουν πλέον επικρατούσες στρατηγικές) με αντάλλαγμα το ότι κάνει το πρόβλημα στρατηγικής του πωλητή κάπως ευκολότερο (ενώ ο πωλητής μπορεί και πάλι να μειώσει τα έσοδά του πουλώντας πάρα πολλά αντικείμενα, δε χρειάζεται να ανησυχεί για την πιθανότητα να τα δώσει χωρίς να εισπράξει τίποτα).

Παρά τα επιχειρήματα αυτού του είδους υπέρ ή κατά διάφορων μηχανισμών, όπως και στην περίπτωση του ενός αντικειμένου, υπό μία έννοια δεν έχει σημασία ποια δημοπρασία επιλέγει ο πωλητής. Αυτό συμβαίνει διότι το θεώρημα ισοδυναμίας εσόδων για αυτή την περίπτωση (Θεώρημα 2.2) μπορεί να επεκταθεί ώστε να καλύψει δημοπρασίες πολλών μονάδων.

Θεώρημα 2.3 (Θεώρημα ισοδυναμίας εσόδων, εκδοχή πολλαπλών μονάδων): Έστω ότι καθένας από n πράκτορες ουδέτερους κινδύνου έχει μια ανεξάρτητη ιδιωτική αξιολόγηση για μία μονάδα k πανομοιότυπων αντικειμένων που δημοπρατούνται, η οποία αξιολόγηση λαμβάνεται από μια κοινή αθροιστική κατανομή $F(v)$ που είναι αυστηρά αύξουσα και μη ατομική στο $[\underline{v}, \overline{v}]$. Τότε οποιοσδήποτε αποτελεσματικός μηχανισμός δημοπρασίας στον οποίο οποιοσδήποτε πράκτορας με αξιολόγηση $\underline{v}$ έχει προσδοκώμενη ωφέλεια μηδέν αποδίδει το ίδιο προσδοκώμενο έσοδο, και συνεπώς έχει ως αποτέλεσμα την καταβολή της ίδιας προσδοκώμενης πληρωμής από οποιονδήποτε πλειοδότη με αξιολόγηση v_i.

Συνεπώς όλοι οι κανόνες πληρωμής που προτάθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο αποδίδουν το ίδιο προσδοκώμενο έσοδο στον πωλητή. Φυσικά, αυτό το αποτέλεσμα ισχύει μόνο αν θεωρείται ότι οι αγοραστές περιγράφονται ορθώς από τις υποθέσεις του θεωρήματος (για παράδειγμα, ότι είναι ουδέτεροι κινδύνου) και ότι θα ακολουθήσουν στρατηγικές ισορροπίας. Το γεγονός ότι οίκοι δημοπρασιών όπως το eBay προτιμούν μηχανισμούς μη επικρατούσας στρατηγικής υποδεικνύει ότι αυτές οι υποθέσεις μπορεί να μην είναι πάντοτε εύλογες στην πράξη.

Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε αυτό το αποτέλεσμα ισοδυναμίας εσόδων για να αναλύσουμε μια άλλη περίπτωση: τους επαναλαμβανόμενους μηχανισμούς δημοπρασίας ενός αντικειμένου, ή τις λεγόμενες διαδοχικές δημοπρασίες. Για παράδειγμα, ας φανταστούμε έναν έμπορο αυτοκινήτων που δημοπρατεί δώδεκα καινούργια αυτοκίνητα σε ένα καθορισμένο σύνολο αγοραστών μέσω μιας ακολουθίας δημοπρασιών δεύτερης τιμής. Με λίγη προσπάθεια, μπορούμε να αποδείξουμε ότι για μια τέτοια δημοπρασία υπάρχει μια συμμετρική ισορροπία στην οποία οι προσφορές των αγοραστών αυξάνονται από την μία δημοπρασία στην άλλη, και σε μια ορισμένη δημοπρασία οι αγοραστές με τις υψηλότερες αξιολογήσεις υποβάλλουν υψηλότερες προσφορές. Για να δώσουμε μια εικόνα για τον πρώτο από αυτούς τους ισχυρισμούς, οι αγοραστές εξακολουθούν να έχουν μια κυρίαρχη στρατηγική να υποβάλλουν αληθείς προσφορές στην τελική δημοπρασία. Σε προηγούμενες δημοπρασίες, οι αγοραστές έχουν θετική προσδοκώμενη ωφέλεια αφού έχασαν την δημοπρασία, διότι μπορούν να συμμετέχουν σε μελλοντικούς γύρους. Καθώς ο αριθμός των μελλοντικών γύρων μειώνεται, το ίδιο συμβαίνει με την προσδοκώμενη ωφέλεια, και συνεπώς αυξάνονται οι προσφορές ισορροπίας. Επομένως μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η δημοπρασία είναι αποτελεσματική, και συνεπώς μέσω του Θεωρήματος 2.3 κάθε αγοραστής κάνει την ίδια προσδοκώμενη πληρωμή με αυτή που θα έκανε με τον μηχανισμό VCG. Συνεπώς, υπάρχει μια συμμετρική ισορροπία στην οποία οι αγοραστές υποβάλλουν αληθείς προσφορές στην τελική δημοπρασία k, και σε κάθε δημοπρασία j < k, κάθε αγοραστής i υποβάλλει ως προσφορά την προσδοκώμενη αξία της k-οστής υψηλότερης αξιολόγησης των άλλων αγοραστών, βάσει της παραδοχής ότι η αξιολόγησή του, v_i, κυμαίνεται μεταξύ της j-οστής υψηλότερης και της (j+1)-οστής υψηλότερης αξιολόγησης. Αυτό είναι λογικό διότι σε κάθε δημοπρασία ο αγοραστής που κάνει σωστά την υπόθεση αυτή, θα είναι αυτός που υποβάλλει τη δεύτερη υψηλότερη προσφορά και ορίζει την τιμή για τον νικητή. Συνεπώς, ο νικητής κάθε δημοπρασίας θα πληρώσει μια αμερόληπτη εκτίμηση της συνολικής (k+1)-οστής υψηλότερης αξιολόγησης, με αποτέλεσμα μια δημοπρασία που επιτυγχάνει το ίδιο προσδοκώμενο εισόδημα όπως ο μηχανισμός VCG.

Παρόμοια λογική μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αποδείξουμε ότι μια συμμετρική ισορροπία για k διαδοχικές δημοπρασίες πρώτης τιμής είναι για κάθε αγοραστή i σε κάθε δημοπρασία j ≤ k να υποβάλλει την προσδοκώμενη αξία της k-οστής υψηλότερης αξιολόγησης των άλλων αγοραστών, με την προϋπόθεση ότι η αξιολόγησή του, v_i, κυμαίνεται μεταξύ της (j-1)-οστής υψηλότερης και της j-οστής υψηλότερης αξιολόγησης. Συνεπώς, κάθε αγοραστής κάνει την παραδοχή ότι αυτός είναι ο υψηλότερος πλειοδότης που έχει απομείνει. Ο αγοραστής που κάνει σωστά αυτή την παραδοχή κερδίζει, και συνεπώς πληρώνει ένα ποσό ίσο με την προσδοκώμενη αξία της συνολικής (k+1)-οστής υψηλότερης αξιολόγησης.

2.4 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Bulow, J., and Klemperer, P. (1996). Auctions versus negotiations. The American Economic Review, 86(1), 180–194.
- Cassady, R. (1967). Auctions and auctioneering. University of California Press.
- Clarke, E. H. (1971). Multipart pricing of public goods. Public Choice, 11, 17–33
- Groves, T. (1973). Incentives in teams. Econometrica, 41(4), 617–31
- Klemperer, P. (1999a). Auction theory: A guide to the literature. Journal of EconomicSurveys, 13(3), 227–286
- Klemperer, P. (Ed.) (1999b). The economic theory of auctions. Edward Elgar.
- Krishna, V. (2002). Auction theory. New York: Elsevier Science.
- McAfee, R., and MacMillan, J. (1987). Auctions and bidding. Journal of Economic Literature, 25(3), 699–738.
- Myerson, R. (1981). Optimal auction design. Mathematics of Operations Research, 6(1), 58–73.
- Riley, J., and Samuelson, W. (1981). Optimal auctions. The American Economic Review, 71(3), 381–392.
- Vickrey, W. (1961). Counter speculation, auctions, and competitive sealed tenders. The Journal of Finance, 16(1), 8–37.
- Wilson, R. (1987a). Auction theory. In J. Eatwell, M. Milgate, P. Newman (Eds.), The new Palgrave dictionary of economics, vol. I. London: Macmillan.
- Wilson, R. (1987b). Game-theoretic approaches to trading processes. Advances in Economic Theory: Fifth World Congress (pp. 33–77).

3 ΓΝΩΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Γνωστικά δίκτυα (Cognitive Radio Networks - CRN) ονομάζονται τα δίκτυα που χρησιμοποιούν τεχνολογία γνωστικής ραδιοεπικοινωνίας, η οποία επιτρέπει τη δυναμική πρόσβαση στο διαθέσιμο ηλεκτρομαγνητικό φάσμα. Η τεχνική της δυναμικής πρόσβασης στο φάσμα αποτελεί μία από τις προτεινόμενες λύσεις για την αντιμετώπιση του προβλήματος της ανεπάρκειας του φάσματος σε πολλές χώρες. Για το λόγο αυτό, τα γνωστικά δίκτυα θεωρούνται ευρέως ως μία από τις πιο πολλά υποσχόμενες τεχνολογίες για το μέλλον των ασύρματων τηλεπικοινωνιών.

Η πιο συνήθης προσέγγιση στη σύγχρονη βιβλιογραφία των γνωστικών δικτύων είναι αυτή που υποθέτει την ύπαρξη δύο διαφορετικών κατηγοριών χρηστών: τους πρωτεύοντες χρήστες και τους δευτερεύοντες χρήστες. Πρωτεύοντες θεωρούνται οι εξουσιοδοτημένοι χρήστες του δικτύου, δηλαδή αυτοί που διαθέτουν ένα μέρος του φάσματος και μπορούν να το χρησιμοποιήσουν όπως επιθυμούν. Δευτερεύοντες θεωρούνται οι χρήστες που δεν έχουν κάποια εξουσιοδότηση, αλλά μπορούν, μέσω μηχανισμών, να αποκτήσουν προσωρινή πρόσβαση σε μέρος του φάσματος που διαθέτουν οι πρωτεύοντες χρήστες.

Η σχεδίαση και υλοποίηση των γνωστικών δικτύων, στο σύνολό της, είναι μία πολύ δύσκολη αποστολή που απαιτεί τη συνδυασμένη προσπάθεια πολλών διαφορετικών ερευνητικών κοινοτήτων, όπως η θεωρία επικοινωνιών, η ανάπτυξη δικτύων, η επεξεργασία σημάτων, η θεωρία παιγνίων, ο σχεδιασμός αλληλένδετου λογισμικού-υλικού, ο σχεδιασμός επαναπροσδιορίσιμων κεραιών και ο σχεδιασμός ραδιοσυχνοτήτων.

3.1.1 Ορισμός Cognitive Radio

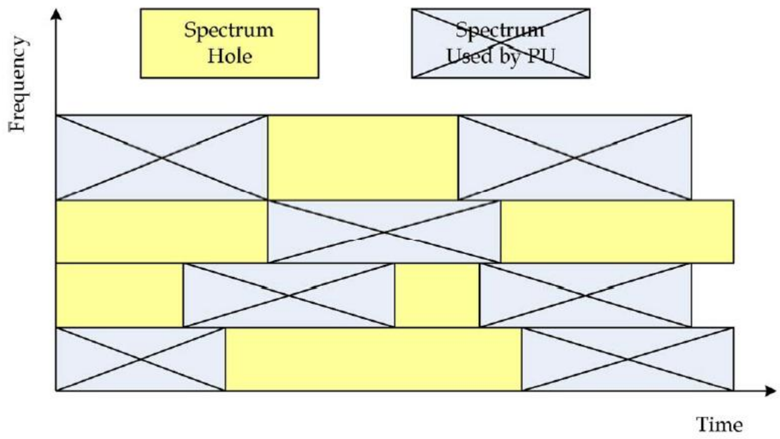
Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα αποτελεί ένα φυσικό πόρο, η χρήση του οποίου, γίνεται μετά από αδειοδότηση από την αρμόδια επιτροπή. Ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα που έχει ενισχυθεί τα τελευταία χρόνια είναι η μη-αποδοτική χρησιμοποίηση του διαθέσιμου φάσματος. Πιο συγκεκριμένα, σαρώνοντας κάποια περιοχή φάσματος, ακόμα και σε αστικές περιοχές, παρατηρούνται συνήθως τα εξής φαινόμενα [Kolodzy, 2001][McHenry, 2003][Staple and Werbach, 2004]:

- Μερικές ζώνες συχνοτήτων παραμένουν, ως επί το πλείστον, αχρησιμοποίητες την περισσότερη ώρα.
- Μερικές άλλες ζώνες συχνοτήτων είναι μερικώς κατειλημμένες.

- Στις υπόλοιπες ζώνες συχνοτήτων γίνεται βαριά χρήση.

Η μη αποδοτική χρησιμοποίηση του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος οδήγησε στη σύλληψη του όρου των φασματικών «τρυπών» (spectrum holes).Ένας ορισμός για την έννοια αυτή είναι ο εξής (απεικόνιση με διάγραμμα στο Σχήμα 3.1):

Μία φασματική «τρύπα» είναι μία ζώνη συχνοτήτων που έχει ανατεθεί σε έναν πρωτεύοντα χρήστη, η οποία όμως, σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή και συγκεκριμένη γεωγραφική τοποθεσία, δε χρησιμοποιείται από αυτόν το χρήστη.



Σχήμα 3.1: Ποιοτική διαγραμματική απεικόνιση των φασματικών τρυπών.

Η χρησιμοποίηση του φάσματος μπορεί να βελτιωθεί σημαντικά αν γίνει εφικτό για ένα δευτερεύοντα χρήστη (ο οποίος δεν εξυπηρετείται) να αποκτήσει πρόσβαση σε μία φασματική «τρύπα», όπως αυτή που ορίζεται παραπάνω. Η τεχνολογία του CR [Mitola, 1999][Mitola, 2000], έχει προταθεί ως το μέσον της προώθησης της αποδοτικής χρησιμοποίησης του φάσματος, εκμεταλλευόμενη την ύπαρξη φασματικών τρυπών. Το CR έχει βασιστεί σε μεγάλο βαθμό, αλλά και χρησιμοποιεί, τις αρχές του Software-Defined Radio (SDR). Το SDR είναι ουσιαστικά ένα σύστημα ραδιοεπικοινωνιών, του οποίου τα μέρη που συμβατικά απαιτούν τη χρήση υλικού (hardware) για να λειτουργήσει το σύστημα (για παράδειγμα, φίλτρα, μίκτες, διαμορφωτές κτλ), υλοποιούνται με τη χρήση λογισμικού μέσω υπολογιστών ή υπολογιστικών συσκευών. Το SDR προσφέρει κάποια ουσιαστικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τις συμβατικές μεθόδους ραδιοεπικοινωνιών, το σημαντικότερο από τα οποία είναι η επαναπροσδιορισιμότητα. Το SDR είναι μια τεχνολογία που είναι αρκετά ανεπτυγμένη και οφείλει την υλοποίησή της στη μεγάλη ανάπτυξη των ψηφιακών ραδιοεπικοινωνιών και του λογισμικού υπολογιστών.

Θα πρέπει να δοθεί εν συνεχεία ένας ορισμός για το CR. Πριν από αυτό, αναφέρεται η υπολογιστική όψη του όρου «γνωστικότητα», με τη χρήση ενός ορισμού τριών σημείων, σύμφωνα με σχετική βιβλιογραφία της επιστήμης των υπολογιστών [Ralston and Reilly, 1993]:

- Νοητικές καταστάσεις και διαδικασίες παρεμβαίνουν μεταξύ των ερεθισμών στην είσοδο και των αποκρίσεων στην έξοδο.
- Οι νοητικές καταστάσεις και διαδικασίες περιγράφονται από αλγορίθμους.
- Οι νοητικές καταστάσεις και διαδικασίες δανείζουν τους εαυτούς τους σε επιστημονικές διερευνήσεις.

Επιπροσθέτως, θα πρέπει να αναφερθεί ότι η μελέτη της γνωστικότητας ασχολείται με την εξερεύνηση των γενικών αρχών της ευφυΐας, μέσω μιας συνθετικής μεθοδολογίας που ορίζεται ως «μάθηση μέσω κατανόησης». Συνδυάζοντας αυτές τις ιδέες και έχοντας υπ' όψιν ότι το CR στοχεύει στη βελτίωση της χρησιμοποίησης του διαθέσιμου φάσματος, μπορεί να δοθεί ο κάτωθι ορισμός για το CR [Haykin, 2005]:

Το CR είναι ένα ευφυές ασύρματο σύστημα επικοινωνίας που αντιλαμβάνεται το περιβάλλον του και χρησιμοποιεί τη μεθοδολογία της κατανόησης μέσω της οικοδόμησης ώστε να μάθει από το περιβάλλον και να προσαρμόσει τις εσωτερικές καταστάσεις του στις στατιστικές διακυμάνσεις των εισερχόμενων RF (radiofrequencies - ραδιοσυχνότητες) ερεθισμάτων, εκτελώντας κατάλληλες μεταβολές σε συγκεκριμένες λειτουργικές παραμέτρους (όπως η ισχύς εκπομπής, η φέρουσα συχνότητα, η μέθοδος διαμόρφωσης κτλ) σε πραγματικό χρόνο, έχοντας δύο στόχους υπ' όψιν:

- *Επικοινωνία υψηλής αξιοπιστίας όπου και όποτε χρειάζεται*
- *Αποδοτική χρησιμοποίηση του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος.*

Ο όρος «cognitive radio» χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά από τον Joseph Mitola (διακεκριμένος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός) στον οποίο αποδίδεται και η πρώτη αναφορά στον όρο «software-defined radio». Σε άρθρο που εκδόθηκε το 1999, ο Mitola περιέγραψε πώς το CR μπορεί να ενισχύσει την ευελιξία των προσωπικών ασύρματων υπηρεσιών μέσω μιας νέας γλώσσας που ονομάζεται γλώσσα αναπαράστασης της ράδιο-γνώσης (Radio Knowledge Representation Language - RKRL) [Mitola, 1999]. Η ιδέα της RKRL επεκτάθηκε περισσότερο στη διδακτορική διατριβή του ίδιου του J. Mitola [Mitola, 2000], η οποία παρουσιάστηκε στο Royal Institute of Technology στη Σουηδία, το Μάιο του 2000. Η διατριβή αυτή παρουσιάζει μια θεωρητική επισκόπηση του CR ως ένα συναρπαστικό ζήτημα που συνδυάζει γνώσεις και εφαρμογές από πολλά διαφορετικά πεδία.

3.2 ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΕΝΟΣ ΓΝΩΣΤΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Η σχεδίαση ενός CRN αποτελεί μία μεγάλη πρόκληση και, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, απαιτεί το συνδυασμό εφαρμογών και γνώσεων πολλών διαφορετικών επιστημονικών πεδίων. Παρακάτω, θα δοθεί μια γενική επισκόπηση των λειτουργιών ενός CRN και θα γίνει αναφορά σε κάποιες από τις μεθόδους που μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατά την υλοποίηση των λειτουργιών αυτών. Θα πρέπει να αναφερθεί σε αυτό το σημείο ότι σε ό,τι αφορά το ζήτημα της επαναπροσδιορισιμότητας, η υλοποίηση ενός CRN βρίσκει λύση μέσα από την τεχνολογία του SDR, η οποία όμως δεν αποτελεί σημείο ενδιαφέροντος στην παρούσα μελέτη. Για άλλες λειτουργίες, γνωστικής φύσεως, ένα CRN επωφελείται από τη χρήση διαδικασιών επεξεργασίας σήματος και μηχανικής μάθησης (machine-learning).

3.2.1 Γνωστικές λειτουργίες

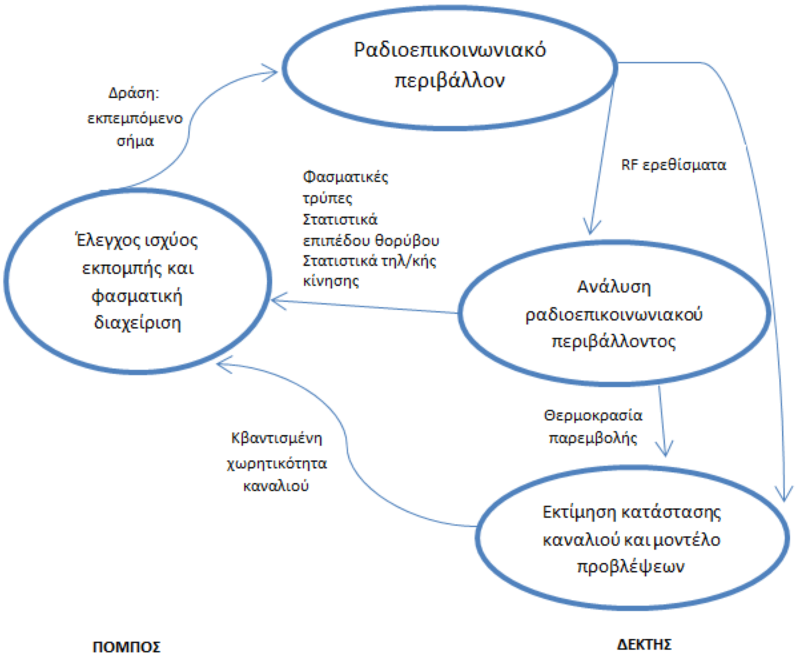
Η γνωστική διαδικασία ξεκινά με την παθητική ανίχνευση των RF ερεθισμάτων και ολοκληρώνεται με δράση από τη μεριά του CRN. Οι τρεις βασικές on-line γνωστικές λειτουργίες οι οποίες αναλύονται σε αυτή την επισκόπηση είναι [Haykin, 2005]:

1. Ανάλυση του περιβάλλοντος ραδιοεπικοινωνίας, που περιλαμβάνει τα εξής:
    - εκτίμηση της θερμοκρασίας παρεμβολής του ραδιοεπικοινωνιακού περιβάλλοντος,
    - ανίχνευση φασματικών τρυπών.
2. Αναγνώριση του καναλιού, που περιλαμβάνει τα εξής:
    - εκτίμηση των πληροφοριών της κατάστασης του καναλιού,
    - πρόβλεψη της χωρητικότητας του καναλιού για χρήση από τον πομπό.
3. Έλεγχος ισχύος εκπομπής και δυναμική διαχείριση του φάσματος.

Οι λειτουργίες 1 και 2 γίνονται στο δέκτη, ενώ η λειτουργία 3 γίνεται στον πομπό. Μέσω της αλληλεπίδρασης με το ραδιοεπικοινωνιακό περιβάλλον, αυτές οι τρεις λειτουργίες διαμορφώνουν ένα γνωστικό κύκλο, του οποίου η πιο βασική μορφή απεικονίζεται στο Σχήμα 3.2.

Από αυτή τη σύντομη περιγραφή προκύπτει ως συμπέρασμα ότι η γνωστική οντότητα του πομπό θα πρέπει να συνεργάζεται αρμονικά με τη γνωστική οντότητα του δέκτη. Για να διατηρείται αυτή η επικοινωνία μεταξύ πομπού και δέκτη ανά πάσα στιγμή, επιβάλλεται η χρήση ενός καναλιού ανάδρασης που να συνδέει το δέκτη με τον πομπό. Μέσω του καναλιού ανάδρασης, δίνεται η δυνατότητα στο δέκτη να μεταφέρει πληροφορίες για την επίδοση της μπροστινής ζεύξης προς τον πομπό. Εντούτοις, το CR είναι, κατ’ ανάγκην, ένα παράδειγμα επικοινωνιακού συστήματος αυτόματου ελέγχου.

Ένα ακόμη σχόλιο που θα πρέπει να γίνει είναι το εξής: μία ευρέως ορισμένη CR τεχνολογία περιλαμβάνει μια κλίμακα διαφοροποιούμενων βαθμών γνωστικότητας. Στο ένα άκρο της κλίμακας, ο χρήστης μπορεί απλά να διαλέξει μια φασματική τρύπα και να χτίσει το γνωστικό του κύκλο γύρω από αυτή. Στο άλλο άκρο της κλίμακας, ο χρήστης μπορεί να επιστρατεύσει πολλαπλές τεχνολογίες για να χτίσει το γνωστικό του κύκλο γύρω από μία φασματική τρύπα ευρείας ζώνης ή ένα σύνολο φασματικών τρυπών στενής ζώνης, ώστε να παρέχει την καλύτερη προσδοκώμενη επίδοση σε όρους διαχείρισης φάσματος και ελέγχου ισχύος εκπομπής και να το κάνει αυτό με τον πιο ασφαλή δυνατό τρόπο.



Σχήμα 3.2: Βασικός γνωστικός κύκλος.

3.2.2 Θερμοκρασία παρεμβολής

Στην παρούσα φάση, το ραδιοεπικοινωνιακό περιβάλλον είναι πομπό-κεντρικό, υπό την έννοια του ότι η εκπεμπόμενη ισχύς υπολογίζεται έτσι ώστε να πλησιάζει ένα προκαθορισμένο επίπεδο θορύβου σε μία συγκεκριμένη απόσταση από τον πομπό. Παρ' όλα αυτά, είναι δυνατόν το επίπεδο θορύβου να αυξηθεί λόγω της απρόβλεπτης εμφάνισης νέων πηγών παρεμβολής, προκαλώντας την προοδευτική υποβάθμιση της κάλυψης του σήματος. Για την αποφυγή ενός τέτοιου ενδεχόμενου έχει προταθεί η ιδέα της αλληλεπίδρασης σε πραγματικό χρόνο μεταξύ πομπού και δέκτη με έναν προσαρμοστικό τρόπο. Η ιδέα βασίζεται στη χρήση του μεγέθους της θερμοκρασίας παρεμβολής, που προορίζεται για την ποσοτικοποίηση και διαχείριση των πηγών παρεμβολής σε ένα ραδιοεπικοινωνιακό περιβάλλον. Ο προσδιορισμός ενός ορίου της θερμοκρασίας παρεμβολής παρέχει ένα χαρακτηρισμό χείριστης περίπτωσης του ραδιοεπικοινωνιακού περιβάλλοντος, σε μία συγκεκριμένη ζώνη συχνοτήτων και μία συγκεκριμένη γεωγραφική τοποθεσία, όπου ο δέκτης αναμένεται να λειτουργεί ικανοποιητικά. Η εφαρμογή της θερμοκρασίας παρεμβολής γίνεται με δύο βασικά οφέλη εις νου:

- Η θερμοκρασία παρεμβολής σε μία κεραία-δέκτη παρέχει ένα ακριβές μέτρο για το αποδεκτό επίπεδο παρεμβολής στη ζώνη συχνοτήτων ενδιαφέροντος. Κάθε μετάδοση σε αυτή τη ζώνη συχνοτήτων θεωρείται επιβλαβής, αν μπορεί να αυξήσει το επίπεδο θορύβου πάνω από το όριο της θερμοκρασίας παρεμβολής.
- Δοσμένης μίας συγκεκριμένης ζώνης συχνοτήτων στην οποία η θερμοκρασία παρεμβολής δεν υπερβαίνεται, η συγκεκριμένη ζώνη μπορεί να διατεθεί σε χρήστες που δεν εξυπηρετούνται. Το όριο της θερμοκρασίας παρεμβολής θα χρησιμοποιηθεί σε αυτή την περίπτωση σαν ένας περιορισμός για την πιθανή ραδιοεπικοινωνιακή ενέργεια που θα μπορούσε να εισαχθεί σε αυτή τη ζώνη συχνοτήτων.

Για προφανείς λόγους, οι αρμόζουσες θεσμοθετικές αρχές θα ήταν υπεύθυνες να θέσουν το όριο της θερμοκρασίας παρεμβολής, λαμβάνοντας υπ' όψιν την κατάσταση του ραδιοεπικοινωνιακού περιβάλλοντος που υπάρχει στην προς χρήση ζώνη συχνοτήτων.

Σε ότι αφορά τη μονάδα μέτρησης της θερμοκρασίας παρεμβολής, ακολουθείται η ίδια λογική όπως και στο γνωστό μέγεθος (στις τηλεπικοινωνίες) της ισοδύναμης θερμοκρασίας θορύβου ενός δέκτη: γίνεται η παραδοχή ότι η θερμοκρασία παρεμβολής μετράται σε βαθμούς Kelvin. Επιπλέον, το όριο της θερμοκρασίας παρεμβολής T_{max} πολλαπλασιασμένο με τη σταθερά του Boltzmann ($k = 1.3807 * 10^{-23}$ Joules ανά βαθμό Kelvin) δίνει το αντίστοιχο ανεκτό άνω όριο φασματικής πυκνότητας ισχύος σε μία ζώνη συχνοτήτων ενδιαφέροντος και αυτή η πυκνότητα υπολογίζεται σε Joules ανά second ή, ισοδύναμα, σε Watts ανά Hertz.

Το ζήτημα που εξετάζεται σε αυτή την υποενότητα είναι η μέθοδος της εκτίμησής της θερμοκρασίας παρεμβολής. Δεδομένου ότι η τεχνολογία του CR είναι δεκτό-κεντρική, είναι απαραίτητο να παρέχεται στο δέκτη μία αξιόπιστη φασματική εκτίμηση της θερμοκρασίας παρεμβολής. Μπορούν να προταθούν δύο πράγματα για την ικανοποίηση αυτού του αιτήματος:

1. Χρήση της μεθόδου multitaper για την προσέγγιση του φάσματος ισχύος της θερμοκρασίας παρεμβολής, λόγω της αθροιστικής κατανομής τόσο των εσωτερικών πηγών θορύβου όσο και των εξωτερικών πηγών ενέργειας RF.
2. Χρήση μεγάλου αριθμού αισθητήρων ώστε το σύστημα να επισκοπήσει σωστά το ραδιοεπικοινωνιακό περιβάλλον, όποτε είναι εφικτό. Ο μεγάλος αριθμός αισθητήρων είναι απαραίτητος ώστε να αντιμετωπιστεί η χωρική διακύμανση των RF ερεθισμάτων από τη μία τοποθεσία στην άλλη.

Σε ό,τι αφορά την πρώτη παρατήρηση, αναφέρονται στη συνέχεια μερικές πληροφορίες σχετικά με τη μέθοδο multitaper.

Από τη δεύτερη παρατήρηση που αναφέρθηκε παραπάνω δημιουργείται ένα ζήτημα που αφορά στην επιτρεπτότητα των πολλαπλών αισθητήρων και οφείλεται στους ποικίλους τρόπους υπό τους οποίους μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ασύρματες επικοινωνίες. Για παράδειγμα, σε ένα περιβάλλον εντός κάποιου κτιρίου και σε επικοινωνία μεταξύ δύο κτιρίων, είναι εφικτό να χρησιμοποιηθούν πολλαπλοί αισθητήρες (δηλαδή κεραίες) τοποθετημένοι σε στρατηγικά σημεία, έτσι ώστε να βελτιώσουν την αξιοπιστία της εκτίμησης της θερμοκρασίας παρεμβολής. Αντιθέτως, στην περίπτωση μιας συνηθισμένης κινητής μονάδας, η εκτίμηση της θερμοκρασίας παρεμβολής μπορεί να πρέπει να περιοριστεί σε έναν μόνο αισθητήρα. Το συγκεκριμένο ζήτημα μπορεί να αναλυθεί και να συζητηθεί εκτενέστερα, αλλά αυτό ξεφεύγει από τα πλαίσια αυτής της μελέτης.

<u>Μέθοδος multitaper</u>

Η μέθοδος multitaper αποτελεί μια μέθοδο φασματικής εκτίμησης η οποία δίνει λύση στο δίλημμα διαστρέβλωσης-διακύμανσης της φασματικής εκτίμησης, το οποίο περιγράφεται από τα εξής δύο σημεία:

- Η διαστρέβλωση της εκτίμησης του φάσματος ισχύος μιας χρονοσειράς, που οφείλεται στο φαινόμενο διαρροής του πλάγιου λοβού, μειώνεται μέσω της παραθυροποίησης (windowing ή αλλιώς tapering) της χρονοσειράς.

- Το κόστος της παραπάνω βελτίωσης είναι μια αύξηση στη διακύμανση της εκτίμησης, που οφείλεται στην απώλεια πληροφοριών ως αποτέλεσμα της μείωσης του μεγέθους του δείγματος.

Η μέθοδος multitaper χρησιμοποιεί πολλαπλά ορθοκανονικά παράθυρα [Thomson, 1982] και, πιο συγκεκριμένα, με τη συγκεκριμένη διαδικασία, επεκτείνεται γραμμικά το κομμάτι της χρονοσειράς σε ένα καθορισμένο εύρος ζώνης $f - W$ έως $f + W$ σε μία ειδική οικογένεια ακολουθιών γνωστές ως ακολουθίες Slepian. Δοσμένης μίας χρονοσειράς $\{x_t\}_{t=1}^{N}$, η διαδικασία της φασματικής εκτίμησης multitaper προσδιορίζει δύο πράγματα:

- Μία ορθοκανονική ακολουθία K παραθύρων Slepian που συμβολίζεται με $\{w_t{}^{(k)}\}_{t=1}^{N}$
- Τα σχετιζόμενα ιδιοφάσματα που ορίζονται από τους μετασχηματισμούς Fourier

$$Y_k(f) = \sum_{t=1}^{N} w_t{}^{(k)} x(t) e^{-j2\pi f t}, \qquad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (Εξίσωση\ 3.1)$$

Οι ενεργειακές κατανομές των ιδιοφασμάτων συγκεντρώνονται μέσα σε ένα εύρος ζώνης ανάλυσης, που συμβολίζεται με $2W$. Το γινόμενο χρόνου επί εύρος ζώνης

$$p = 2NW \quad (Εξίσωση\ 3.2)$$

ορίζει τους διαθέσιμους βαθμούς ελευθερίας για το χειρισμό της διακύμανσης του φασματικού εκτιμητή. Η επιλογή του K και του p παρέχει ένα δίζυγο μεταξύ φασματικής ανάλυσης και διακύμανσης (δηλαδή όταν αυξάνεται το ένα, το άλλο μειώνεται και αντίστροφα). Μία φυσική φασματική εκτίμηση, βασισμένη στα πρώτα λίγα ιδιοφάσματα που εμφανίζουν τη λιγότερη διαρροή πλάγιου λοβού, δίνεται από:

$$\hat{S}(f) = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k(f) |Y_k(f)|^2}{\sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k(f)} \quad (Εξίσωση\ 3.3)$$

Όπου λ_k είναι η ιδιοτιμή που σχετίζεται με το k-οστό ιδιοφάσμα. Δύο πράγματα είναι αξιοσημείωτα:

- Ο παρονομαστής στην Εξίσωση 3.3 καθιστά την εκτίμηση $\hat{S}(f)$ μη διαστρεβλωμένη.
- Εφόσον επιλεγεί $K = 2NW - 1$, τότε η ιδιοτιμή λ_k είναι κοντά στη μονάδα, στην οποία περίπτωση θα ισχύει:

$$K \approx \sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k$$

3.2.3 Εντοπισμός φασματικών τρυπών

Κατά την παθητική ανίχνευση του ραδιοεπικοινωνιακού περιβάλλοντος και τον υπολογισμό του φάσματος ισχύος των εισερχόμενων RF ερεθισμάτων, δημιουργείται μια βάση για την ταξινόμηση του φάσματος σε τρεις κατηγορίες οι οποίες συνοψίζονται παρακάτω:

1. Μαύρα φασματικά διαστήματα (black spaces), τα οποία καταλαμβάνονται από «τοπικούς» παρεμβολείς υψηλής ισχύος για κάποια διαστήματα.
2. Γκρίζα φασματικά διαστήματα (grey spaces), τα οποία καταλαμβάνονται μερικώς από παρεμβολείς χαμηλής ισχύος.
3. Λευκά φασματικά διαστήματα (white spaces), τα οποία είναι ελεύθερα από παρεμβολείς RF με εξαίρεση τον θόρυβο περιβάλλοντος, που αποτελείται από φυσικές και τεχνητές μορφές θορύβου, δηλαδή:
   - τον ευρυζωνικό θερμικό θόρυβο που παράγεται από εξωτερικά φυσικά φαινόμενα όπως η ηλιακή ακτινοβολία·
   - τις παροδικές αντανακλάσεις από αστραπές, φωτεινές πηγές πλάσματος (φθορισμού), και αεροσκάφη·
   - τον κρουστικό θόρυβο, που παράγεται από ανάφλεξη κινητήρων, μεταγωγούς και συσκευές μικροκυμάτων·
   - τον θερμικό θόρυβο που οφείλεται σε εσωτερικές αυθόρμητες αυξομειώσεις των ηλεκτρονίων στην πρόσοψη των δεκτών.

Τα λευκά φασματικά διαστήματα (σαφώς) και τα γκρίζα φασματικά διαστήματα (σε μικρότερο βαθμό) είναι υποψήφια για χρήση από μη εξουσιοδοτημένους χρήστες. Φυσικά, τα μαύρα διαστήματα πρέπει να αποφεύγονται όταν και όπου οι πομποδέκτες RF που λειτουργούν σε αυτές τις συχνότητες είναι ενεργοί. Όμως, όταν σε μια συγκεκριμένη γεωγραφική τοποθεσία αυτοί οι πομποί είναι ανενεργοί, και τα μαύρα διαστήματα αναλαμβάνουν το νέο ρόλο των φασματικών τρυπών, το CR παρέχει την ευκαιρία να δημιουργηθούν σημαντικά λευκά διαστήματα με την χρήση της ικανότητας δυναμικού συντονισμού για διαμοιρασμό του φάσματος.

Όπως είναι ευνόητο δεν θα πρέπει να υποτιμάται η προσπάθεια που απαιτείται για τον εντοπισμό των φασματικών τρυπών και την επακόλουθη εκμετάλλευσή τους στην διαχείριση του φάσματος. Από πρακτική άποψη, το έργο της διαχείρισης φάσματος πρέπει να παραμένει ανεπηρέαστο όχι μόνο από τα είδη διαμόρφωσης των πρωτευόντων χρηστών, αλλά και από αρκετούς άλλους παράγοντες, όπως οι ακόλουθοι:

1. Περιβαλλοντικοί παράγοντες: είναι γνωστό ότι η μετάδοση ραδιοσημάτων σε ασύρματο κανάλι επηρεάζεται από τους ακόλουθους παράγοντες:

    - Απώλεια διαδρομής, η οποία αναφέρεται στη μείωση ισχύος του λαμβανόμενου σήματος με βάση την απόσταση ανάμεσα σε πομπό και δέκτη.
    - Σκίαση, η οποία προκαλεί αυξομειώσεις της ισχύος του σήματος γύρω από την τιμή της απώλειας διαδρομής κατά έναν πολλαπλασιαστικό παράγοντα, δημιουργώντας έτσι οπές «κάλυψης».
2. Αποκλειστικές ζώνες*:* μια αποκλειστική ζώνη είναι μια περιοχή (δηλαδή, ένας κύκλος με κάποια ακτίνα και με κέντρο τη θέση ενός πρωτεύοντα χρήστη) μέσα στον οποίο το φάσμα παραμένει αχρησιμοποίητο, και μπορεί επομένως να διατεθεί σε ένα μη εξουσιοδοτημένο χρήστη. Αυτό το θέμα απαιτεί ειδική προσοχή σε δύο πιθανά σενάρια:
    - Ο πρωτεύων χρήστης λειτουργεί έξω από τη ζώνη αποκλεισμού, οπότε ο εντοπισμός της φασματικής τρύπας δεν πρέπει να είναι ευαίσθητος στην παρεμβολή που παράγεται από τον πρωτεύοντα χρήστη.
    - Ασύρματα σενάρια που αφορούν *δίκτυα* συνεργατικής αναμετάδοσης *(ad hoc)* [Shepard, 1995][Gupta and Kumar, 2000], τα οποία είναι σχεδιασμένα έτσι ώστε να λειτουργούν με πολύ χαμηλή ισχύ εκπομπής. Ο αλγόριθμος δυναμικής διαχείρισης φάσματος πρέπει να είναι σε θέση να αντεπεξέρχεται σε τέτοια ασθενή σενάρια.
3. Προγνωστική ικανότητα για μελλοντική χρήση: ο εντοπισμός μιας φασματικής τρύπας σε μια συγκεκριμένη γεωγραφική θέση και μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή θα ισχύει μόνο για αυτή τη συγκεκριμένη στιγμή και όχι απαραίτητα και για το μέλλον. Έτσι, ο αλγόριθμος διαχείρισης φάσματος στον πομπό πρέπει να περιλαμβάνει δύο προβλέψεις:
    - Συνεχή παρακολούθηση της εν λόγω φασματικής τρύπας.
    - Εναλλακτική φασματική οδό για την αντιμετώπιση του ενδεχομένου να χρειαστεί ο πρωτεύων χρήστης το φάσμα για δική του χρήση.

3.2.4 Εκτίμηση κατάστασης καναλιού

Σε κάθε επικοινωνιακή σύνδεση, ο υπολογισμός της χωρητικότητας καναλιού μιας σύνδεσης CR απαιτεί γνώση της κατάστασης του καναλιού (Channel-State Information – CSI). Αυτός ο υπολογισμός, με τη σειρά του, απαιτεί τη χρήση μιας διαδικασίας για να εκτιμηθεί η κατάσταση του διαύλου.

Το πρόβλημα της εκτίμησης της κατάστασης του καναλιού αντιμετωπίζεται παραδοσιακά με δύο δυνατούς τρόπους [Haykin, 2004a]:

- Διαφορική ανίχνευση, η οποία επιδέχεται τη χρήση M-αδικής διαμόρφωσης φάσης με απλό τρόπο.
- Πιλοτική εκπομπή, δηλαδή περιοδική εκπομπή ενός πιλοτικού σήματος (αλληλουχία εκμάθησης) που είναι γνωστό στο δέκτη.

Η χρήση διαφορικής ανίχνευσης παρέχει ευρωστία και απλότητα εφαρμογής, αλλά με κόστος μια σημαντική επιδείνωση του ρυθμού λανθασμένων πλαισίων (Frame-Error Rate – FER) σε αντιδιαστολή προς το σηματοθορυβικό λόγο (Signal-to-Noise Ratio– SNR) του δέκτη. Από την άλλη πλευρά, η πιλοτική μετάδοση παρέχει αυξημένη απόδοση του δέκτη, αλλά η χρήση πιλοτικού σήματος αποτελεί σπατάλη τόσο της ισχύος μετάδοσης όσο και του εύρους ζώνης διαύλου, δηλαδή αυτό ακριβώς για το οποίο γίνεται προσπάθεια αποφυγής. Δεδομένου ότι ο δέκτης απαιτεί γνώση του CSI ώστε να υπάρχει ικανοποιητική απόδοση χρησιμοποιείται η μέθοδος της ημίτυφλης εκμάθησης του δέκτη [Haykin, 2004b], η οποία διαφέρει από τη διαφορική ανίχνευση και την πιλοτική μετάδοση από την άποψη του ότι ο δέκτης έχει δύο τρόπους λειτουργίας:

1. Εποπτευόμενη λειτουργία εκμάθησης: σε αυτό τον τρόπο λειτουργίας, ο δέκτης αποκτά μιας τιμή για την εκτίμηση κατάστασης του διαύλου, η οποία πραγματοποιείται υπό την επίβλεψη μιας σύντομης αλληλουχίας εκμάθησης (αποτελούμενη από δύο έως τέσσερα σύμβολα) που είναι γνωστή στον δέκτη. Η σύντομη αλληλουχία εκμάθησης αποστέλλεται στο δίαυλο από τον δέκτη για περιορισμένο χρονικό διάστημα πριν αρχίσει η μετάδοση των ίδιων των δεδομένων.
2. Λειτουργία παρακολούθησης: από τη στιγμή που θα έχει επιτευχθεί μια ρεαλιστική εκτίμηση της κατάστασης του διαύλου, η αλληλουχία εκμάθησης σταματά, αρχίζει η μετάδοση των πραγματικών δεδομένων, και ο δέκτης περνά σε λειτουργία παρακολούθησης. Αυτός ο τρόπος λειτουργίας πραγματοποιείται άνευ εποπτείας σε συνεχή βάση στη διάρκεια της μετάδοσης δεδομένων.

3.2.5 Έλεγχος ισχύος εκπομπής

Στις συμβατικές ασύρματες επικοινωνίες που στηρίζονται σε σταθμούς βάσης, τα επίπεδα ισχύος της εκπομπής ελέγχονται από τους σταθμούς βάσης ώστε να παρέχουν την απαιτούμενη περιοχή κάλυψης και επομένως και την επιθυμητή απόδοση δέκτη. Από την άλλη πλευρά, το CR μπορεί να χρειαστεί να λειτουργεί με αποκεντρωμένο τρόπο, διευρύνοντας έτσι το εύρος των εφαρμογών του. Σε μια τέτοια περίπτωση, πρέπει να βρεθούν εναλλακτικοί τρόποι ελέγχου της ισχύος μετάδοσης. Το βασικό ζήτημα ενδιαφέροντος είναι ο τρόπος επίτευξης του ελέγχου ισχύος μετάδοσης στον πομπό.

Μια μερική λύση σε αυτό το θεμελιώδες ζήτημα δίνεται από την ενσωμάτωση συνεργατικών μηχανισμών κατά τρόπο τέτοιο ώστε να επιτυγχάνεται η πολλαπλή πρόσβαση στο κανάλι του CR από τους χρήστες. Οι συνεργατικοί μηχανισμοί μπορεί να περιλαμβάνουν τα εξής:

1. Ετικέτα και πρωτόκολλο. Αυτές οι μέθοδοι μπορούν να παρομοιαστούν με τα φανάρια της τροχαίας, τα σήματα στοπ και τα όρια ταχύτητας που ισχύουν για τους αυτοκινητιστές (που χρησιμοποιούν ένα εξαιρετικά πυκνό μεταφορικό σύστημα οδών και λεωφόρων) ώστε να εξασφαλίζεται η ασφάλειά τους και άλλα οφέλη.
2. Συνεργατικά ad hoc δίκτυα. Σε αυτά τα δίκτυα, οι χρήστες επικοινωνούν μεταξύ τους χωρίς καμία σταθερή υποδομή. Σε σχετική μελέτη [Shepard, 1995] διερευνάται ένα δίκτυο μεγάλων πακέτων χρησιμοποιώντας διαμόρφωση φασματικής εξάπλωσης. Η μόνη απαιτούμενη μορφή συντονισμού στο δίκτυο είναι αυτή ανάμεσα σε ζεύγη γειτονικών κόμβων (χρηστών) που βρίσκονται σε άμεση επικοινωνία μεταξύ τους. Για τον μετριασμό των παρεμβολών, προτείνεται κάθε κόμβος να δημιουργεί ένα χρονοδιάγραμμα εκπομπής-λήψης. Το χρονοδιάγραμμα μεταδίδεται στον κοντινότερο γείτονα μόνο όταν τα χρονοδιαγράμματα των δύο κόμβων επιτρέπουν στον κόμβο-πομπό την εκπομπή και στον κόμβο-δέκτη τη λήψη. Προσομοιώσεις που στηρίζονται σε μερικές εύλογες παραδοχές, έχουν δείξει ότι, με αυτό τον εντελώς αποκεντρωμένο έλεγχο, το μέγεθος του δικτύου μπορεί να αυξηθεί σε ένα σχεδόν αυθαίρετο αριθμό κόμβων.

Μέσα από τους συνεργατικούς μηχανισμούς που περιγράφονται προηγουμένως, καθώς και άλλες μορφές συνεργασίας, οι χρήστες των CR είναι σε θέση να ωφεληθούν από την συνεργασία μεταξύ τους αφού τελικά το σύστημα μπορεί να είναι σε θέση να υποστηρίξει περισσότερους χρήστες χάρη στη δυνατότητα μιας βελτιωμένης στρατηγικής διαχείρισης φάσματος.

Παρόλο αυτά, στα περιβάλλοντα CR που δομούνται με βάση ad hoc δίκτυα και υπάρχοντα δίκτυα υποδομής, η διαδικασία επικοινωνίας πολλών χρηστών είναι δυνατό να περιπλεχθεί από ένα άλλο φαινόμενο, τον ανταγωνισμό, ο οποίος λειτουργεί σε αντίθεση προς τη συνεργασία.

Βασικά, η κινητήρια δύναμη που οδηγεί στον ανταγωνισμό σε ένα περιβάλλον πολλών χρηστών έγκειται στο γεγονός ότι οι χρήστες είναι υποχρεωμένοι να λειτουργούν μέσα στα πλαίσια των περιορισμών που επιβάλλονται στους διαθέσιμους πόρους του δικτύου. Με δεδομένο ένα τέτοιο περιβάλλον, ένας συγκεκριμένος χρήστης μπορεί να προσπαθήσει να εκμεταλλευτεί το κανάλι του CR για προσωπική χρήση μόνο, κάτι που, με τη σειρά του, μπορεί να παρακινήσει άλλους χρήστες να κάνουν το ίδιο. Όμως, η εκμετάλλευση μέσω ανταγωνισμού δεν πρέπει να συγχέεται με τον αυτό-προσανατολισμό του CR το οποίο αφορά την απόδοση προτεραιότητας σε ορισμένα ερεθίσματα (για παράδειγμα, επείγοντα αιτήματα ή ανάγκες). Σε κάθε περίπτωση, ο έλεγχος της ισχύος εκπομπής σε περιβάλλον CR πολλών χρηστών θα πρέπει να λειτουργεί υπό δύο αυστηρούς περιορισμούς των πόρων του δικτύου: τα όρια της θερμοκρασίας παρεμβολής που επιβάλλουν οι ρυθμιστικές αρχές και τη διαθεσιμότητα ενός περιορισμένου αριθμού φασματικών τρυπών ανάλογα με τη χρήση.

3.2.6 Δυναμική διαχείριση του φάσματος

Το κύριο κίνητρο του CR είναι η βελτίωση της χρήσης του διαθέσιμου φάσματος, υπό δύο προϋποθέσεις:

1. Οι δευτερεύοντες χρήστες των ελεύθερων υποζωνών του φάσματος πρέπει να συνυπάρχουν με τους πρωτεύοντες χρήστες.
2. Η θερμοκρασία παρεμβολής στην είσοδο του δέκτη κάθε χρήστη του δικτύου πρέπει να μην υπερβαίνει ένα προκαθορισμένο όριο.

Στην παρούσα υποενότητα εξετάζεται η πρώτη προϋπόθεση. Αρχικά παρατηρείται ότι αν το δίκτυο λειτουργεί με αποκεντρωμένο συνεργατικό τρόπο, τα σήματα πληροφορίας θα μπορούν να περνούν από τον ένα κόμβο του δικτύου σε έναν γειτονικό κόμβο, διευκολύνοντας έτσι την επικοινωνία σε όλο το δίκτυο. Με αυτόν τον τρόπο, οι φασματικές τρύπες εμφανίζονται και χάνονται. Έτσι, μπορεί να διατυπωθεί το πρόβλημα της δυναμικής διαχείρισης φάσματος ως εξής:

Με δεδομένο ένα σύνολο φασματικών τρυπών που εντοπίστηκαν από τον αναλυτή του ραδιοεπικοινωνιακού περιβάλλοντος και των οποίων η σύνθεση είναι πιθανό να μεταβάλλεται από τη μια χρονική στιγμή στην άλλη, θα πρέπει να επινοηθεί μια αποκεντρωμένη δυναμική πολιτική διαχείρισης φάσματος που να επιτρέπει στους δευτερεύοντες χρήστες να χρησιμοποιούν αυτές τις φασματικές τρύπες χωρίς να διαταράσσουν την λειτουργία των πρωτευόντων χρηστών.

Για να είναι αποκεντρωμένη η πολιτική, χρειάζεται μια τεχνική τυχαίας (πιθανοτικής) πολλαπλής πρόσβασης. Εδώ μπορεί να γίνει επιλογή ανάμεσα σε δύο πρωτόκολλα: το Aloha και το CSMA (Carrier Sense Multiple Access – πολλαπλή πρόσβαση με ανίχνευση φέροντος κύματος). Για τα επίγεια δίκτυα, η προτιμούμενη επιλογή είναι το CSMA [Haykin, 2004a]. Στην απλούστερη μορφή του, το CSMA λειτουργεί ως εξής:

1. Αν ο ασύρματος δίαυλος ανιχνευθεί να είναι ανενεργός (δηλαδή υπάρχει διαθέσιμη μια φασματική τρύπα), ο χρήστης εκπέμπει τα πακέτα του.

2. Αν ο δίαυλος ανιχνευθεί να είναι απασχολημένος (δηλαδή η φασματική τρύπα έχει καταληφθεί), η εκπομπή των πακέτων προγραμματίζεται για μεταγενέστερο χρόνο με βάση μια προσδιορισμένη τυχαία κατανομή.

3. Τη νέα χρονική στιγμή, ο χρήστης ανιχνεύει το κανάλι και επαναλαμβάνει τον αλγόριθμο.

Αν οι εκπομπές ήταν ακαριαίες, τότε θα μπορούσαν να υπάρξουν συγκρούσεις με το πρωτόκολλο CSMA μόνο αν δύο χρήστες εξέπεμπαν ακριβώς την ίδια χρονική στιγμή. Αυτό είναι σπάνιο, αλλά παρ' όλα αυτά μπορεί να συμβεί.

Σε μια τροποποιημένη μορφή του CSMA που ονομάζεται CSMA/CA (Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance, πολλαπλή πρόσβαση με ανίχνευση φέροντος κύματος και αποφυγή συγκρούσεων) κάθε κόμβος του δικτύου πρέπει να πληροφορεί άλλους κόμβους στο δίκτυο για την πρόθεσή του να εκπέμψει πακέτο, και μόνο τότε να προχωρεί στην εκπομπή. Με αυτό τον τρόπο αποφεύγονται οι συγκρούσεις πακέτων γιατί όλοι οι κόμβοι του δικτύου γνωρίζουν για την εκπομπή πακέτων πριν αυτή συμβεί. Ένα τέτοιο πρωτόκολλο είναι εφικτό χάρη στη συνεργατική επικοινωνία που είναι ενσωματωμένη σε όλο το δίκτυο.

Το επόμενο θέμα προς εξέταση είναι η επιλογή μιας μορφής διαμόρφωσης για την ίδια την εκπομπή των πακέτων μέσω της επιλεγμένης φασματικής τρύπας. Για αυτό το σκοπό, εξετάζεται η OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, ορθογώνια πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας) ως η προτιμούμενη μέθοδος [Bingham, 2000][Hanzo and Keller, 2006]. Αυτό συμβαίνει για τους παρακάτω λόγους:

- Η OFDM είναι ένα ευρυζωνικά αποδοτικό σχήμα σηματοδοσίας, το οποίο μετατρέπει ένα δύσκολο επιλεκτικό ως προς τη συχνότητα κανάλι σε μια παράλληλη συλλογή από επίπεδα ως προς τη συχνότητα υποκανάλια, των οποίων οι υποφέρουσες συχνότητες σχηματίζουν ορθογώνιο σύνολο.
- Σε αντίθεση με την απλή FDM (Frequency Division Multiplexing, πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας), τα φάσματα των επιμέρους διαμορφωμένων υποφερουσών στην OFDM αλληλεπικαλύπτονται αμοιβαία και με αυτό τον τρόπο καταλαμβάνουν κατά τον βέλτιστο τρόπο την απόκριση συχνότητας του καναλιού.
- Η επιλογή της OFDM εναρμονίζεται τέλεια με τον σχεδιασμό του ελεγκτή ισχύος εκπομπής.

Γενικότερα, εφαρμόζονται συνήθως τρεις πιθανές τεχνικές σε ό,τι αφορά στη διαχείριση του φάσματος, ως προς τον τρόπο με τον οποίο οι δευτερεύοντες χρήστες χρησιμοποιούν το φάσμα που διαθέτουν οι πρωτεύοντες χρήστες. Η εφαρμογή κάθε μίας από τις παρακάτω τρεις τεχνικές εξαρτάται από τις διαθέσιμες πληροφορίες του δικτύου και τους θεσμικούς περιορισμούς [Goldsmith, 2009]:

- Η τεχνική underlay, κατά την εφαρμογή της οποίας οι δευτερεύοντες χρήστες έχουν τη δυνατότητα να μεταδίδουν δεδομένα εφόσον η παρεμβολή που προκαλούν στους πρωτεύοντες χρήστες δεν ξεπερνά ένα συγκεκριμένο επίπεδο. Στην περίπτωση αυτή, θα πρέπει να είναι διαθέσιμες στο γνωστικό δίκτυο οι πληροφορίες για την παρεμβολή που προκαλείται από τις εκπομπές των δευτερευόντων χρηστών στους δέκτες των πρωτευόντων χρηστών.
- Η τεχνική overlay, κατά την οποία χρησιμοποιούνται ανεπτυγμένες μέθοδοι επεξεργασίας σήματος και κωδικοποίησης, με στόχο τη διατήρηση ή βελτίωση της ποιότητας επικοινωνίας των πρωτευόντων χρηστών σε συνδυασμό με την ταυτόχρονη εξασφάλιση ενός μέρους του εύρους ζώνης για τους δευτερεύοντες χρήστες. Στην περίπτωση αυτή, θα πρέπει να είναι διαθέσιμες στο γνωστικό δίκτυο οι πληροφορίες για την κωδικοποίηση και τα μηνύματα που χρησιμοποιούν οι πρωτεύοντες χρήστες.
- Η τεχνική interweave, κατά την οποία οι δευτερεύοντες χρήστες εκμεταλλεύονται ευκαιριακά τις φασματικές τρύπες έτσι ώστε να επικοινωνήσουν χωρίς να επηρεάσουν τους πρωτεύοντες χρήστες. Στην περίπτωση αυτή, θα πρέπει να είναι διαθέσιμες στο γνωστικό δίκτυο οι πληροφορίες για την επικοινωνία των πρωτευόντων χρηστών, μέσω ενός μηχανισμού ανίχνευσης φασματικών τρυπών.

3.2.7 Κανάλι ανάδρασης

Όπως έχει αναφερθεί επανειλημμένως, το κύριο κίνητρο της χρήσης του CR είναι η βελτιωμένη χρήση του φάσματος, από όπου προέρχεται και η προϋπόθεση του εντοπισμού των φασματικών τρυπών στην τοπική περιοχή του δέκτη του χρήστη. Αφού εκτελεστεί αυτή η λειτουργία από τον αναλυτή του ραδιοεπικοινωνιακού περιβάλλοντος στο δέκτη, είναι απαραίτητος ένας δίαυλος ανάδρασης που θα στείλει τις σχετικές πληροφορίες του δέκτη στον πομπό του χρήστη ώστε αυτός να κάνει τις απαραίτητες ενέργειες. Αυτές οι πληροφορίες περιλαμβάνουν τα παρακάτω συστατικά μέρη:

- τις κεντρικές συχνότητες και τα εύρη ζώνης των φασματικών τρυπών,
- τη συνδυασμένη διακύμανση της παρεμβολής και του θερμικού θορύβου σε κάθε φασματική τρύπα,

- ένα μέτρο του SNR στην έξοδο της ασύρματης σύνδεσης πομπού-δέκτη, κάτι που είναι απαραίτητο στον προσαρμοστικό διαμορφωτή του πομπού.

Αντί να αποστέλλονται οι πραγματικές τιμές των διαφόρων παραμέτρων που προαναφέρθηκαν, η πρακτική προσέγγιση είναι να αποστέλλονται οι αντίστοιχες κβαντισμένες τιμές τους πίσω στον πομπό. Για να μπορεί να γίνει αυτό, τηρείται μέσα στον δέκτη ένας προκαθορισμένος κατάλογος κβαντισμένων τιμών που αφορούν τις παρακάτω παραμέτρους:

- κεντρικές συχνότητες και εύρη ζώνης για όλες τις δυνατές φασματικές τρύπες,
- διακύμανση παρεμβολών και θορύβου για κάθε δυνατή φασματική τρύπα,
- SNR στην έξοδο της σχετικής ασύρματης σύνδεσης.

Με δεδομένο έναν τέτοιο κατάλογο, ο δέκτης επιλέγει τις κοντινότερες τιμές του καταλόγου που είναι μικρότερες από τις πραγματικές τιμές των παραμέτρων. Με αυτό τον τρόπο ελαχιστοποιείται ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων του διαύλου ανάδρασης.

Γενικά, ο δίαυλος ανάδρασης παίζει θεμελιώδη ρόλο στον σχεδιασμό και τη λειτουργία του CR. Ουσιαστικά, η ανάδραση είναι ο παράγοντας διευκόλυνσης της «νοημοσύνης» του συστήματος, χωρίς τον οποίο η ραδιοεπικοινωνία χάνει τη γνωστική της ικανότητα.

3.3 Η ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΣΤΑ ΓΝΩΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Μία ουσιώδης διαφορά των γνωστικών δικτύων από τα συνήθη ασύρματα δίκτυα είναι το ότι οι χρήστες πρέπει να έχουν αίσθηση του δυναμικού περιβάλλοντος και να προσαρμόζουν τις λειτουργικές τους παραμέτρους βάσει των αλληλεπιδράσεων με το περιβάλλον και τους άλλους χρήστες του δικτύου. Όμως, οι συνήθεις προσεγγίσεις σε ό,τι αφορά στο διαμοιρασμό του φάσματος και στη διαχείριση, γενικά υποθέτουν ότι όλοι οι χρήστες του δικτύου συνεργάζονται άνευ όρων σε ένα στατικό περιβάλλον και, συνεπώς, δεν είναι εφαρμόσιμες στα γνωστικά δίκτυα.

Σε ένα γνωστικό δίκτυο οι χρήστες είναι «ευφυείς» και έχουν τη δυνατότητα να παρατηρούν, να μαθαίνουν και να δρουν βελτιστοποιώντας την επίδοσή τους. Αν ανήκουν σε διαφορετικές αρχές και κυνηγούν διαφορετικούς στόχους, για παράδειγμα, αν συναγωνίζονται για μία ανοιχτή, μη αδειοδοτημένη ζώνη, δεν μπορούν να θεωρηθούν ως δεδομένες οι πλήρως συνεργατικές συμπεριφορές. Αντί αυτού, οι χρήστες θα συνεργαστούν με άλλους μόνο αν η συνεργασία μπορεί να τους προσφέρει περισσότερα οφέλη. Επιπροσθέτως, το ραδιοεπικοινωνιακό περιβάλλον αλλάζει συνεχώς, εξαιτίας της ευρείας εκπομπής και της αναξιοπιστίας των ασύρματων καναλιών, της κινητικότητας των χρηστών και της δυναμικής τοπολογίας, και των διακυμάνσεων της τηλεπικοινωνιακής κίνησης. Στον παραδοσιακό διαμοιρασμό του φάσματος ακόμα και μία μικρή αλλαγή στο ραδιοεπικοινωνιακό περιβάλλον θα κάνει τον ελεγκτή του δικτύου να ξαναμοιράσει τους φασματικούς πόρους, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα μεγάλο τηλεπικοινωνιακό φόρτο. Για να αντιμετωπιστούν οι παραπάνω προκλήσεις, η θεωρία παιγνίων, όπως είναι φυσικό, έχει γίνει ένα σημαντικό εργαλείο, το οποίο είναι ιδανικό και απαραίτητο στη μελέτη, μοντελοποίηση και ανάλυση της διαδικασίας της γνωστικής αλληλεπίδρασης και στο σχεδιασμό αποδοτικών, αυτό-εφαρμοζόμενων, κατανεμημένων και κλιμακούμενων συστημάτων διαμοιρασμού φάσματος.

Στα γνωστικά δίκτυα, οι χρήστες λαμβάνουν ευφυείς αποφάσεις για τις λειτουργικές παραμέτρους και τις παραμέτρους της χρήσης του φάσματος, υπό τη βάση των αισθητών δυναμικών του φάσματος και των δράσεων που υιοθετούνται από άλλους χρήστες. Επιπλέον, οι χρήστες που συναγωνίζονται για φασματικούς πόρους μπορεί να μην έχουν κανένα κίνητρο να συνεργαστούν μεταξύ τους και αντί αυτού να συμπεριφέρονται εγωιστικά. Συνεπώς, είναι φυσικό να μελετώνται οι ευφυείς συμπεριφορές και αλληλεπιδράσεις μεταξύ των εγωιστών χρηστών ενός δικτύου από την οπτική γωνία της θεωρίας παιγνίων.

Η σημασία της μελέτης των γνωστικών δικτύων στο πλαίσιο της θεωρίας παιγνίων έχει πολλές πλευρές. Κατά πρώτον, με τη μοντελοποίηση του δυναμικού διαμοιρασμού φάσματος μεταξύ των χρηστών του δικτύου (πρωτεύοντες και δευτερεύοντες χρήστες) ως παίγνια, οι συμπεριφορές και οι δράσεις των χρηστών μπορούν να αναλυθούν σε τυποποιημένες δομές παιγνίων, με μέσα των οποίων τα θεωρητικά επιτεύγματα στη θεωρία παιγνίων μπορούν να χρησιμοποιηθούν πλήρως. Κατά δεύτερον, η θεωρία παιγνίων παρέχει ποικίλα κριτήρια βελτιστοποίησης για το πρόβλημα του διαμοιρασμού του φάσματος. Πιο συγκεκριμένα, η βελτιστοποίηση της χρήσης του φάσματος είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών αντικειμένων και είναι πολύ δύσκολο να αναλυθεί και να λυθεί. Η θεωρία παιγνίων παρέχει καλά ορισμένα κριτήρια ισορροπίας ώστε να μετρηθεί η βέλτιστη περίπτωση παιγνίου υπό ποικίλες συνθήκες. Κατά τρίτον, η θεωρία μη-συνεργατικών παιγνίων, προσφέρει τη δυνατότητα να γίνουν αποδοτικές κατανεμημένες προσεγγίσεις για δυναμικό διαμοιρασμό του φάσματος, χρησιμοποιώντας μόνο τοπικές πληροφορίες. Τέτοιες προσεγγίσεις γίνονται ιδιαίτερα επιθυμητές όταν δεν είναι διαθέσιμος ο κεντρικός έλεγχος ή όταν ελαστικές αυτό-οργανούμενες προσεγγίσεις είναι απαραίτητες.

Στις υποενότητες που ακολουθούν θα αναφερθούν κάποιες από τις ιδέες που έχουν τη βάση τους στη θεωρία παιγνίων και έχει προταθεί η εφαρμογή τους σε ένα ή περισσότερα τμήματα του σχεδιασμού ενός γνωστικού δικτύου.

3.3.1 Παίγνια δυναμικού (potential games)

Η ισορροπία κατά Nash, η οποία έχει αναλυθεί εκτενώς στο Κεφάλαιο 1, χρησιμοποιείται συχνά κατά την ανάλυση των γνωστικών δικτύων και αποτελεί την κατάσταση στην οποία είναι, συνήθως, επιθυμητό να βρεθούν οι χρήστες του δικτύου. Το ζήτημα που προκύπτει πολλές φορές είναι το πώς θα βρεθεί η ισορροπία αυτή καθαυτή. Μία προσέγγιση είναι να αφεθούν οι παίκτες να προσαρμόσουν τις στρατηγικές τους υπό τη βάση των συλλεγμένων παρατηρήσεών τους όπως το παίγνιο ξετυλίγεται, ελπίζοντας ότι η διαδικασία θα συγκλίνει σε κάποιο σημείο ισορροπίας. Παρά το ότι αυτό δεν ισχύει γενικά, η επανάληψη όντως συγκλίνει και οδηγεί σε ισορροπία Nash όταν το παίγνιο διαθέτει συγκεκριμένες ειδικές δομές. Για παράδειγμα, όταν το παίγνιο μπορεί να μοντελοποιηθεί ως παίγνιο δυναμικού [Monderer and Shapley, 1996] τότε η σύγκλιση σε ισοζύγιο Nash είναι εγγυημένη. Ακολουθεί ένας μαθηματικός ορισμός για τα παίγνια δυναμικού:

Ένα παίγνιο $\langle N, (A_i), (u_i) \rangle$ (όπου N το σύνολο των παικτών, (A_i) το σύνολο των δράσεων για έναν παίκτη i, (u_i) η συνάρτηση χρησιμότητας για ένα παίκτη i) αποτελεί ένα παίγνιο δυναμικού *εφόσον υπάρχει μια συνάρτηση δυναμικού $P: A \to \mathbb{R}$ τέτοια ώστε να ισχύει μία από τις ακόλουθες συνθήκες. Το παίγνιο αποτελεί ένα ακριβές παίγνιο* δυναμικού *αν ισχύει η πρώτη συνθήκη, και ένα σύνηθες παίγνιο* δυναμικού *αν ισχύει η δεύτερη συνθήκη:*

- $P(\alpha_i, \alpha_{-i}) - P(\alpha_i', \alpha_{-i}) = u_i(\alpha_i, \alpha_{-i}) - u_i(\alpha_i', \alpha_{-i}),\ \textit{για κάθε } i \in N, \alpha \in A \textit{ και } \alpha_i' \in A_i$

- $sgn\big(P(\alpha_i, \alpha_{-i}) - P(\alpha_i', \alpha_{-i})\big) = sgn\big(u_i(\alpha_i, \alpha_{-i}) - u_i(\alpha_i', \alpha_{-i})\big),$
  $\textit{για κάθε } i \in N, \alpha \in A \textit{ και } \alpha_i' \in A_i,$
  $\textit{όπου } sgn(\cdot) \textit{ είναι η συνάρτηση προσήμου}$

Ένα παίγνιο δυναμικού στο οποίο όλοι οι παίκτες υιοθετούν συνεχώς καλύτερες στρατηγικές θα καταλήξει μετά από πεπερασμένο αριθμό βημάτων σε ισοζύγιο Nash που θα μεγιστοποιεί τη συνάρτηση δυναμικού. Υπάρχουν αρκετές χρήσιμες συνθήκες για τα συγκεκριμένα παίγνια [Monderer and Shapley, 1996][Ui, 2000] και παρακάτω δίνεται μία σύνοψη αυτών. Οι παρακάτω συνθήκες μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να αποδείξουν ότι ένα παίγνιο είναι παίγνιο δυναμικού ή ως καθοδήγηση κατά το σχεδιασμό ενός παιγνίου δυναμικού:

Ένα παίγνιο $\langle N, (A_i), (u_i) \rangle$ *είναι ένα ακριβές παίγνιο* δυναμικού *με μια συνάρτηση* δυναμικού $P(\cdot)$:

1. *Αν και μόνο αν*

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} = \frac{\partial^2 u_j}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j}\ , \text{για κάθε } i, j \in N \quad (\text{Εξίσωση } 3.4)$$

   δεδομένου ότι το A_i *είναι διάστημα από πραγματικούς αριθμούς και το* u_i *είναι συνεχώς διαφορίσιμο για κάθε* $i \in N$

2. *Αν και μόνο αν υπάρχουν συναρτήσεις* $P_0: A \to \mathbb{R}$ *και* $P_i: A_{-i} \to \mathbb{R}$ *(*$i \in N$*)* *τέτοιες ώστε*

$$u_i(\alpha_i, \alpha_{-i}) = P_0(\alpha_i, \alpha_{-i}) + P_i(\alpha_{-i}), \text{για κάθε } i \in N \quad (\text{Εξίσωση } 3.5)$$

   όπου $P(\alpha_i, \alpha_{-i}) = P_0(\alpha_i, \alpha_{-i})$

3. *Αν υπάρχουν συναρτήσεις* $P_{ij}: A_i \times A_j \to \mathbb{R}$ *και* $P_i: A_i \to \mathbb{R}$ *τέτοιες ώστε* $P_{ij}(\alpha_i, \alpha_j) = P_{ji}(\alpha_j, \alpha_i)$ *και*

$$u_i(\alpha) = \sum_{j \in N \setminus \{i\}} P_{ij}(\alpha_i, \alpha_j) - P_i(\alpha_i),$$
$$\text{για κάθε } i, j \in N \text{ και } a \in A \quad (\text{Εξίσωση } 3.6)$$

   Αυτό είναι γνωστό ως δίπλευρο συμμετρικό παίγνιο με

$$P(a) = \sum_{i \in N} \sum_{j=1}^{i-1} P_{ij}(\alpha_i, \alpha_j) - \sum_{i \in N} P_i(\alpha_i).$$

Τα παίγνια δυναμικού χρησιμοποιούνται ευρέως στα γνωστικά δίκτυα. Παρακάτω, γίνεται αναφορά σε μερικές σημαντικές εφαρμογές:

- Επιλογή κυματομορφής [Neel and Reed, 2002]: σε αυτό το παίγνιο, οι παίκτες επιλέγουν κατανεμημένα την κυματομορφή υπογραφής τους $\alpha_i \in A_i$ έτσι ώστε να μειώσουν τη συσχέτιση. Ο λόγος σήματος προς παρεμβολή και θόρυβο (Signal-to-Interference-and-Noise Ratio, SINR) ενός παίκτη i είναι

$$\gamma_i = \frac{h_i p_i}{\sum_{j \neq i} h_{ji} p_j \rho(\alpha_j, \alpha_i) + n_i} \quad (\text{Εξίσωση } 3.7)$$

  Όπου h_i, p_i, n_i είναι αντίστοιχα το κέρδος καναλιού, το επίπεδο ισχύος και η διακύμανση του θορύβου για τον παίκτη i, h_{ji} είναι το διακαναλικό κέρδος από τον πομπό j στο δέκτη i, και $\rho(\alpha_j, \alpha_i)$ είναι η συσχέτιση όταν ο παίκτης i και ο παίκτης j επιλέγουν κυματομορφή α_i και α_j αντίστοιχα. Η συνάρτηση αποπληρωμής ορίζεται ως μία συνάρτηση του SINR (γ_i) μείον το κόστος που σχετίζεται με την επιλεγμένη κυματομορφή,

$$u_i(\alpha_i, \alpha_{-i}) = f_i\big(\gamma_i(\alpha_i, \alpha_{-i})\big) - c_i(\alpha_i) \quad (Εξίσωση\ 3.8)$$

και το παίγνιο είναι ένα δίπλευρο συμμετρικό παίγνιο (από τη συνθήκη 3 παραπάνω) όταν ισχύουν συγκεκριμένες συνθήκες.

- Έλεγχος ισχύος [Neel and Reed, 2002]: αυτό το παίγνιο είναι παρόμοιο με το παραπάνω εξαιρώντας το ότι το σύνολο των δράσεων αποτελείται από όλα τα πιθανά επίπεδα ισχύος και τα κόστη, με τη σειρά τους, σχετίζονται με αυτά. Οι προκαθορισμένες κυματομορφές έχουν ως αποτέλεσμα συσχέτιση ρ_{ji} μεταξύ των παικτών i και j. Η συνάρτηση αποπληρωμής μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$u_i(\alpha_i, \alpha_{-i}) = f_{i,1}(h_i\alpha_i) - f_{i,2}\left(\sum_{j\neq i} h_{ji}p_j\rho_{ji} + n_i\right) - c_i(\alpha_i) \quad (Εξίσωση\ 3.9)$$

όταν η $f_i(\cdot)$ μπορεί να χωριστεί σε μία συνάρτηση του αριθμητή και μία άλλη συνάρτηση του παρονομαστή (για παράδειγμα, αν η $f_i(\cdot)$ είναι στη μορφή μιας λογαριθμικής συνάρτησης). Είναι εύκολο να φανεί ότι η συνθήκη 1 παραπάνω ικανοποιείται, συνεπώς ότι το παίγνιο αποτελεί παίγνιο δυναμικού.

- Ανάθεση καναλιού [Nie and Comaniciu, 2006]: σε αυτό το παίγνιο, η στρατηγική ενός παίκτη είναι να επιλέξει ένα κανάλι μεταξύ πολλαπλών καναλιών για εκπομπή. Θεωρείται ότι οι παίκτες στην ίδια ζώνη δημιουργούν παρεμβολές αναμεταξύ τους. Για να μειωθεί η αμοιβαία παρεμβολή, η συνάρτηση της αποπληρωμής ορίζεται ως το σύνολο της παρεμβολής, όχι μόνο αυτής που προκαλείται από τους άλλους παίκτες, αλλά και αυτής που προκαλείται στους άλλους παίκτες, δηλαδή:

$$u_i(\alpha_i, \alpha_{-i}) = -\sum_{j=1, j\neq i}^{N} p_j h_{ji} 1\big(\alpha_j = \alpha_i\big) - \sum_{j=1, j\neq i}^{N} p_i h_{ij} 1\big(\alpha_i = \alpha_j\big). \quad (Εξίσωση\ 3.10)$$

Όπου η συνάρτηση δείκτης $1\big(\alpha_j = \alpha_i\big)$ υπονοεί ότι οι παίκτες i και j έχουν αμοιβαία παρεμβολή μόνο στην περίπτωση που επιλέγουν το ίδιο κανάλι. Η συνθήκη 3 παραπάνω ικανοποιείται όταν ορίζεται ότι $P_{ij}\big(\alpha_i, \alpha_j\big) = -\big(p_j h_{ji} + p_i h_{ij}\big)\big(\alpha_i = \alpha_j\big)$ και $P_i(\alpha_i) = 0$.

3.3.2 Παίγνια δημοπρασιών

Η θεωρία δημοπρασιών αποτελεί έναν εφαρμοσμένο κλάδο της θεωρίας παιγνίων, ο οποίος εξετάστηκε στο Κεφάλαιο 2. Ως ένα παραδοσιακά αποδοτικό και ευρέως χρησιμοποιούμενο μέσο ανάθεσης πόρων, αποτελεί ένα ισχυρότατο εργαλείο στο σχεδιασμό των γνωστικών δικτύων. Ακολουθούν μερικές από τις πιθανές εφαρμογές στα γνωστικά δίκτυα που έχουν προταθεί και χρησιμοποιούν μηχανισμούς δημοπρασιών.

Έχει διεξαχθεί μελέτη [Huang, 2006] που αφορά σε δημοπρασίες SINR και μηχανισμούς δημοπρασιών ισχύος, που έχουν υποβληθεί στον περιορισμό της θερμοκρασίας παρεμβολής, σε ένα σημείο μέτρησης, η οποία θα πρέπει να είναι μικρότερη από το ανεκτό ποσό του πρωτεύοντος συστήματος. Σε αυτό το παίγνιο δημοπρασίας, οι πόροι προς πώληση δεν είναι ζώνες του φάσματος. Αντιθέτως οι χρήστες συναγωνίζονται για ένα μερίδιο της παρεμβολής που δύναται να προκαλέσουν στο πρωτεύον σύστημα, επειδή η παρεμβολή είναι ουσιαστικά ένας περιορισμένος «πόρος» σε αυτή τη δημοπρασία. Ένα άλλο είδος δημοπρασίας που έχει προταθεί [Chen, 2008] είναι μία δημοπρασία στην οποία η πληρωμή με νομισματικές μονάδες αντικαθίσταται από την προσπάθεια φασματικής ανίχνευσης και αυτή αποτελεί το μέσο για τη διεκδίκηση ευκαιριών στο δίκτυο. Η δημοπρασία αυτή συνεχίζει να ακολουθεί τη μορφή των δημοπρασιών σφραγισμένων προσφορών πρώτης τιμής και δεύτερης τιμής.

Σε άλλη μελέτη [Gandhi, 2007] έχει προταθεί δημοπρασία στην οποία οι χρήστες κάνουν προσφορές για ένα κομμάτι της ζώνης συχνοτήτων και η έκβαση της δημοπρασίας θα πρέπει να ικανοποιεί τον περιορισμό για το επίπεδο της παρεμβολής. Σε αυτή τη δημοπρασία κάθε χρήστης έχει μία πολυκλαδική γραμμική καμπύλη ζήτησης και υποτίθεται ότι όλοι οι χρήστες αποκαλύπτουν την πραγματική καμπύλη της ζήτησής τους στον δημοπράτη. Επειδή τα αντίστοιχα έσοδα δίνονται από μία πολυωνυμική συνάρτηση δευτέρου βαθμού, ο δημοπράτης μπορεί να βρει το σημείο μεγιστοποίησης των εσόδων υπό τον περιορισμό του ότι η ανάθεση δεν υποφέρει από συγκρούσεις.

Στο σχεδιασμό δημοπρασιών, ένα βασικό ζήτημα είναι η αποφυγή της εξαπάτησης και ένας τρόπος να γίνει αυτό είναι η χρήση του μηχανισμού VCG, ο οποίος, όπως έχει αναφερθεί στο Κεφάλαιο 2, έχει την ιδιότητα να «εξαναγκάζει» τους υποψήφιους αγοραστές να δηλώνουν την αλήθεια. Παρ' όλα αυτά, ο μηχανισμός VCG κάποιες φορές υποφέρει από υψηλή πολυπλοκότητα αλλά και αδυναμία σε επιθέσεις συμπαιγνίας. Σε σχετικές μελέτες [Zhou, 2008][Jia, 2009], η αποδοτικότητα του συστήματος θυσιάζεται με αντάλλαγμα τη χαμηλή πολυπλοκότητα με τη χρήση ενός «άπληστου» αλγορίθμου, ενώ ταυτόχρονα σχεδιάζεται προσεκτικά ο μηχανισμός έτσι ώστε να εγγυάται ότι η δήλωση της αλήθειας παραμένει η επικρατούσα στρατηγική σε αυτό το παίγνιο δημοπρασίας.

Εξαιτίας του μοναδικού χαρακτηριστικού, που διαθέτουν οι ασύρματες επικοινωνίες, να είναι δυνατόν να επαναχρησιμοποιηθεί το φάσμα από χρήστες που είναι γεωγραφικά μακριά μεταξύ τους, οι φασματικοί πόροι είναι σαφώς διαφορετικοί από άλλα εμπορικά αγαθά ως προς το ότι, συνήθως, περιορίζονται λόγω παρεμβολών και όχι λόγω ποσότητας. Από αυτή την οπτική γωνία, μία σχετική μελέτη [Wu, 2009] εδραιώνει μία νέα δημοπρασία που δεν υπήρχε μέχρι πρότινος στη βιβλιογραφία των οικονομικών. Σε αυτό το παίγνιο δημοπρασίας, η ίδια φασματική ζώνη ανατίθεται ταυτόχρονα σε πολλαπλούς χρήστες, οι οποίοι δεν παρεμβάλλονται μεταξύ τους, και ο αριθμός των νικητών εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την αμοιβαία παρεμβολή μεταξύ των δευτερευόντων χρηστών. Για αυτή τη δημοπρασία πολλαπλών νικητών, σχεδιάζονται κατάλληλοι μηχανισμοί δημοπρασίας ώστε να εξαλειφθεί η συμπαιγνία μεταξύ των χρηστών και να βελτιωθούν τα έσοδα. Επιπλέον, σχεδόν βέλτιστοι αλγόριθμοι εφαρμόζονται περαιτέρω ώστε να μειωθεί η πολυπλοκότητα.

Στην περίπτωση που υπάρχουν πολλαπλοί πωλητές, που επίσης συναγωνίζονται μεταξύ τους για την πώληση του φάσματος, το σενάριο μπορεί να μοντελοποιηθεί ως μία διπλή δημοπρασία. Έχει προταθεί μηχανισμός διπλής δημοπρασίας που εξαναγκάζει τη δήλωση αλήθειας [Zhou, 2009], αλλά και μηχανισμός που περιορίζει τη συμπαιγνία [Ji, 2008], όπου οι ιστορικές παρατηρήσεις χρησιμοποιούνται ώστε να εκτιμηθούν οι ιδιωτικές αξίες των χρηστών.

3.3.3 Στοχαστικά παίγνια

Σε γενικές γραμμές, στα παίγνια που μελετώνται σε σχέση με τα γνωστικά δίκτυα, συχνά υποτίθεται ότι οι παίκτες αντιμετωπίζουν το ίδιο στάδιο στο παίγνιο κάθε φορά, που σημαίνει ότι το παίγνιο και οι στρατηγικές των παικτών δεν εξαρτώνται από την παρούσα κατάσταση του δικτύου. Αυτό, όμως, δεν αληθεύει για ένα γνωστικό δίκτυο όπου οι φασματικές ευκαιρίες και το ραδιοεπικοινωνιακό περιβάλλον αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου. Για να μελετηθεί η συνεργασία και ο συναγωνισμός μεταξύ των χρηστών ενός γνωστικού δικτύου σε ένα δυναμικό περιβάλλον, χρησιμοποιείται η θεωρία των στοχαστικών παιγνίων, που είναι σαφώς πιο κατάλληλη για αυτό το σκοπό.

Ένα στοχαστικό παίγνιο είναι μία διαδικασία αποφάσεων Markov που προεκτείνεται από τη θεώρηση του αλληλεπιδραστικού συναγωνισμού μεταξύ διαφορετικών πρακτόρων. Σε ένα στοχαστικό παίγνιο $\boldsymbol{G}$, υπάρχει ένα σύνολο καταστάσεων, που συμβολίζεται με S, και μία συλλογή από σύνολα δράσεων,

$A_1, \dots, A_{|N|}$, ένα για κάθε παίκτη στο παίγνιο. Το παίγνιο παίζεται σε μία ακολουθία σταδίων. Στην αρχή κάθε σταδίου το παίγνιο βρίσκεται σε μία κατάσταση. Αφού οι παίκτες έχουν επιλέξει και εκτελέσει τις δράσεις τους, το παίγνιο προχωρά σε μία νέα τυχαία κατάσταση με πιθανότητα μετάβασης που καθορίζεται από την τρέχουσα κατάσταση και τη δράση του κάθε παίκτη: $T: S \times A_1 \times \dots \times A_{|N|} \mapsto PD(S)$.Ταυτόχρονα, σε κάθε στάδιο, κάθε παίκτης λαμβάνει αποπληρωμή $u_i: S \times A_1 \times \dots \times A_{|N|} \mapsto \mathbb{R}$, η οποία επίσης εξαρτάται από την τρέχουσα κατάσταση και τις επιλεγμένες δράσεις. Το παίγνιο παίζεται συνεχόμενα για έναν αριθμό σταδίων και κάθε παίκτης προσπαθεί να μεγιστοποιήσει μία αντικειμενική συνάρτηση. Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να οριστεί ως το προσδοκώμενο άθροισμα των έκπτωτων αποπληρωμών σε έναν αόριστο ορίζοντα, $E\left\{\sum_{j=0}^{\infty} \gamma^j u_{i,t+j}\right\}$, όπου $u_{i,t+j}$ είναι η αμοιβή που λαμβάνεται j βήματα στο μέλλον από τον παίκτη i και γ είναι ο παράγοντας έκπτωσης. Δεδομένου ότι σε ένα γνωστικό δίκτυο, η μετάδοση δεδομένων, συνήθως, υποτίθεται ότι διαρκεί για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα και είναι ευαίσθητη στη χρονική καθυστέρηση (για παράδειγμα, στη μετάδοση περιεχομένου πολυμέσων), η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη μορφή αντικειμενικής συνάρτησης είναι το άθροισμα των προσδοκώμενων έκπτωτων αποπληρωμών σε αόριστο διάστημα.

Η λύση του παιγνίου, που ονομάζεται και πολιτική, ορίζεται ως μία κατανομή πιθανότητας στο σύνολο των δράσεων για οποιαδήποτε κατάσταση, $\pi_i: S \to PD(A_i), για\ κάθε\ i \in N$. Δοσμένης της τρέχουσας κατάστασης s^t τη χρονική στιγμή t, αν η πολιτική του παίκτη i, ${\pi_i}^t$, τη στιγμή t είναι ανεξάρτητη των καταστάσεων και των δράσεων όλων των προηγούμενων χρονοσχισμών, τότε η πολιτική π_iλέγεται ότι είναι Markov. Αν η πολιτική είναι, επιπλέον, και ανεξάρτητη του χρόνου, τότε λέγεται ότι είναι στατική. Σε ένα στοχαστικό παίγνιο δύο παικτών με αντικρουόμενα συμφέροντα, συμβολίζεται με $V(s)$ η προσδοκώμενη αμοιβή (του παίκτη 1) για τη βέλτιστη πολιτική με σημείο έναρξης την κατάσταση s, και με $Q(s, a_1, a_2)$ η προσδοκώμενη αμοιβή του παίκτη 1 όταν επιλέγει τη δράση a_1 εναντίον του παίκτη 2, ο οποίος επιλέγει a_2, από την κατάσταση s και συνεχίζοντας με τις βέλτιστες πολιτικές από εκεί και πέρα. Με τον τρόπο αυτό, η βέλτιστη στρατηγική για τον παίκτη 1 μπορεί να βρεθεί από τις ακόλουθες επαναλήψεις:

$$V(s) = \max_{\pi \in a(A_1)} \min_{a_2 \in A_2} \sum_{a_1 \in A_1} Q(s, a_1, a_2)\, \pi_{a_1} \quad (Εξίσωση\ 3.11)$$

$$Q(s, a_1, a_2) = u_1(s, a_1, a_2) + \gamma \sum_{s' \in S} T(s, a_1, a_2, s') V(s') \quad (Εξίσωση\ 3.12)$$

όπου το π_{a_1} συμβολίζει τη στρατηγική του παίκτη 1 και το $T(s, a_1, a_2, s')$ συμβολίζει την πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση s στην κατάσταση s', όταν ο παίκτης 1 επιλέγει τη δράση a_1 και ο παίκτης 2 τη δράση a_2.

Ακολουθούν τρεις χαρακτηριστικές εφαρμογές στοχαστικών παιγνίων στα γνωστικά δίκτυα που έχουν προταθεί από σχετικές μελέτες:

- Η πρώτη εφαρμογή που θα αναφερθεί είναι μία δημοπρασία φάσματος [Fu, 2009]. Σε κάθε χρονοσχισμή, ένας κεντρικός συντονιστής φάσματος εκτελεί τη δημοπρασία των διαθέσιμων φασματικών πόρων και οι δευτερεύοντες χρήστες κάνουν προσφορές για τους πόρους αυτούς. Αφού οι δευτερεύοντες χρήστες πρέπει να αντιμετωπίζουν αβεβαιότητες τόσο από το περιβάλλον (για παράδειγμα, η διαθεσιμότητα του διαύλου, διακυμάνσεις στην ποιότητα, οι αφίξεις των πακέτων από την πηγή) όσο και από τις αλληλεπιδράσεις με άλλους δευτερεύοντες χρήστες (για παράδειγμα, στην ανάθεση πόρων από τη δημοπρασία), η κατάσταση του στοχαστικού παιγνίου συντίθεται από την κατάσταση του buffer(προσωρινός χώρος αποθήκευσης) και την κατάσταση του καναλιού, όπου η κατάσταση του buffer εξαρτάται από την παρούσα κατάσταση της ανάθεσης φάσματος. Η πιθανότητα μετάβασης του παιγνίου μπορεί να βρεθεί, αφού οι αφίξεις των πακέτων υποτίθεται ότι ακολουθούν κατανομή Poisson και η μετάβαση της κατάστασης του καναλιού μοντελοποιείται ως μία αλυσίδα Markov. Οι δευτερεύοντες χρήστες επιθυμούν, ως στρατηγική, τη μεγιστοποίηση των εκπεμπόμενων πακέτων, επιλέγοντας τη βέλτιστη τακτική προσφορών. Για αυτό το λόγο, ένας αλγόριθμος αλληλεπιδραστικής εκμάθησης προτείνεται, όπου ο πολυδιάστατος χώρος κατάστασης αποσυντίθεται και μειώνεται σε μία απλούστερη έκφραση, υπό τη βάση των υποθέσεων που προκύπτουν από προγενέστερες αναθέσεις φάσματος, και οι πιθανότητες μετάβασης σε άλλη κατάσταση εκτιμώνται περαιτέρω με τη χρήση παρελθοντικών παρατηρήσεων σε μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών καταστάσεων. Με αυτόν τον τρόπο οι δευτερεύοντες χρήστες μπορούν να εκτιμήσουν τη μελλοντική αμοιβή και να προσεγγίσουν τη βέλτιστη πολιτική μέσω της επανάληψης.
- Η δεύτερη εφαρμογή που θα αναφερθεί αφορά στον έλεγχο εκπομπής [Huang, 2008]. Σε σχετική μελέτη το πρόβλημα της προσαρμογής του ρυθμού εκπομπής των δευτερευόντων χρηστών μοντελοποιείται ως ένα περιορισμένο στοχαστικό παίγνιο μηδενικού αθροίσματος. Υπό την υπόθεση της TDMA (Time Division Multiple Access, πολλαπλή πρόσβαση με διαίρεση χρόνου), οι πιθανότητες μετάβασης κατάστασης εξαρτώνται μόνο από το χρήστη που εκπέμπει και οι δράσεις των παικτών δε γίνονται ταυτόχρονα, αλλά ανά πάσα στιγμή μόνο ένας παίκτης δρα. Η κατάσταση του στοχαστικού παιγνίου ελέγχου εκπομπής συνίσταται από την κατάσταση του καναλιού, την κατάσταση των buffer των δευτερευόντων χρηστών και την κατάσταση της εισερχόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης. Σε αυτό το παίγνιο η δράση του κάθε χρήστη είναι ο ρυθμός εκπομπής. Το κόστος που οι

χρήστες προσπαθούν να ελαχιστοποιήσουν συντίθεται από ένα κόστος εκπομπής, που δίνεται από μία συνάρτηση που σχετίζεται με την ποιότητα του διαύλου και το ρυθμό εκπομπής, και ένα κόστος κράτησης, που δίνεται από μία συνάρτηση που σχετίζεται με την κατάσταση του buffer. Στη μελέτη αυτή αποδεικνύεται ότι υπάρχει ισορροπία Nash στο παίγνιο ελέγχου εκπομπής, αφού είναι ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος. Επιπροσθέτως, ένας στοχαστικός αλγόριθμος εκτίμησης προτείνεται για την εύρεση του ισοζυγίου Nash.

- Η τρίτη εφαρμογή των στοχαστικών παιγνίων που θα σημειωθεί, αφορά στην άμυνα των γνωστικών δικτύων κατά των επιθέσεων παρεμβολής (anti-jamming defense) [Wang, -]. Σε ένα γνωστικό δίκτυο μπορεί να υπάρχουν κακόβουλοι χρήστες που επιτίθενται στο δίκτυο και προσαρμόζουν τη στρατηγική τους ανάλογα με τις χρονομεταβλητές φασματικές ευκαιρίες και τη στρατηγική των δευτερευόντων χρηστών. Ένας δυναμικός μηχανισμός ασφάλειας, που μπορεί να μειώσει τη ζημιά που προκαλούν αυτοί οι ανεπιθύμητοι εισβολείς, εξετάζεται σε σχετική μελέτη με χρήση μοντέλου στοχαστικού παιγνίου. Η κατάσταση του αντιπαρασιτικού παιγνίου περιλαμβάνει τη διαθεσιμότητα του φάσματος, την ποιότητα του διαύλου και την κατάσταση των διαύλων με παράσιτα, όπως παρατηρείται την τρέχουσα χρονοσχισμή. Οι δράσεις των δευτερευόντων χρηστών αντικατοπτρίζουν το πόσα κανάλια θα πρέπει να κρατήσουν για την εκπομπή μηνυμάτων ελέγχου και δεδομένων και το πώς θα γίνονται οι εναλλαγές μεταξύ των διαφορετικών καναλιών. Αφού οι δευτερεύοντες χρήστες και οι κακόβουλοι χρήστες έχουν αντικρουόμενα συμφέροντα, το αντιπαρασιτικό παίγνιο είναι ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος και η βέλτιστη πολιτική των δευτερευόντων χρηστών μπορεί να βρεθεί από τον αλγόριθμο εκμάθησης minimax-Q βασισμένο στις Εξισώσεις 3.11 και 3.12.

3.4 ΑΛΛΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ

3.4.1 Οικονομική προσέγγιση του διαμοιρασμού του φάσματος

Οι μέθοδοι βελτίωσης της χρήσης του φάσματος και διαχείρισης φάσματος θεωρητικά υπόσχονται πολλά. Όμως, στην πράξη, πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν ότι υπάρχουν πάντα κόστη που συνδέονται με την εκμετάλλευση των ευκαιριών του φάσματος. Επιπλέον, υπάρχει μια ευπαθής περίοδος κατά την ανίχνευση φάσματος, και οι πρωτεύοντες χρήστες δεν έχουν λόγους να δωρίσουν τα φασματικά τους προνόμια αν δεν υπάρχουν κάποια κίνητρα. Τα πιο απλά κίνητρα μπορεί να είναι ο διαμοιρασμός κερδών από τον μηχανισμό διαμοιρασμού φάσματος. Κατά συνέπεια, η οικονομική προσέγγιση της διαχείρισης φάσματος εμφανίζεται ως ένα κρίσιμο θέμα για τη ρεαλιστική ανάπτυξη γνωστικών δικτύων με την εξισορρόπηση συμφερόντων ανάμεσα σε πρωτεύοντες χρήστες και χρήστες του CR. Θα πρέπει να διερευνηθεί και να κατανοηθεί η πραγματική αξία των ευκαιριών φάσματος, και οι οικονομικές και επιχειρηματικές οριακές συνθήκες που πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν.

Έχουν αναπτυχθεί αρχικές λύσεις για τους δευτερεύοντες χρήστες οι οποίες βασίζονται σε μηχανισμούς δημοπρασιών, ώστε να ανταγωνίζονται επιτυχώς μεταξύ τους μέσα στις περιορισμένες και χρονικά μεταβαλλόμενες ευκαιρίες φάσματος, με δεδομένη τη συγκεκριμένη δυναμική του ασύρματου δικτύου [Fu, 2009]. Ο διαμοιρασμός φάσματος ανάμεσα σε έναν πρωτεύοντα χρήστη και πολλούς δευτερεύοντες χρήστες μπορεί να περιγραφεί ως ένας ανταγωνισμός σε ολιγοπωλιακή αγορά, που χρησιμοποιεί ένα μη-συνεργατικό παίγνιο για να πραγματοποιήσει τον καταμερισμό του φάσματος στους δευτερεύοντες χρήστες [Niyato, 2008a]. Η λειτουργία των δευτερευόντων χρηστών σε ένα αυτο-οργανούμενο (*ad hoc*) δίκτυο θεωρείται ότι κατανέμει προσαρμοστικά και αποτελεσματικά την ισχύ εκπομπής και το φάσμα ανάμεσα στους χρήστες του CR ανάλογα με το τρέχον περιβάλλον, χωρίς να διαταράσσει την λειτουργία των πρωτευόντων χρηστών [Wang, 2008].

Έχει προταθεί, όπως αναφέρθηκε παραπάνω [Ji, 2008], μια μέθοδος κατανομής φάσματος βασισμένη στην τιμολόγηση που είναι απρόσβλητη από προσπάθειες συμπαιγνίας ώστε όχι μόνο να βελτιστοποιηθεί η συνολική αποτελεσματικότητα του φάσματος, αλλά και να καταπολεμηθεί η συμπαιγνία ανάμεσα σε ιδιοτελείς δευτερεύοντες χρήστες. Η συμπεριφορά συμπαιγνίας ανάμεσα σε δευτερεύοντες χρήστες μπορεί να επιδεινώσει σοβαρά την αποτελεσματικότητα των ασύρματων δικτύων. Έχουν διερευνηθεί μέσω της θεωρίας παιγνίων τρία διαφορετικά μοντέλα τιμολόγησης (ισορροπία αγοράς, ανταγωνιστικό και συνεργατικό) για τους παρόχους υπηρεσιών και τους δευτερεύοντες χρήστες [Niyato, 2008b]. Η αλληλεπίδραση ανάμεσα στους πρωτεύοντες χρήστες (ή παρόχους υπηρεσιών) και τους δευτερεύοντες χρήστες, οι οποίοι μπορούν να προσαρμόσουν την συμπεριφορά απόκτησης φάσματος παρατηρώντας τις διακυμάνσεις τιμής και ποιότητας υπηρεσιών που προσφέρονται από τους πρωτεύοντες χρήστες, μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα εξελικτικό παίγνιο (evolutionary game) [Niyato, 2008c]. Υπάρχει, φυσικά, χώρος για περαιτέρω έρευνα και εφαρμογή ιδεών σε ό,τι αφορά στο μοντέλο ανάθεσης πόρων στα γνωστικά δίκτυα τόσο σε τηλεπικοινωνιακό όσο και σε οικονομικό επίπεδο.

3.4.2 Προκλήσεις και ανοιχτά ερωτήματα

Σε γενικές γραμμές, οι αποτελεσματικές γνωστικές ραδιοεπικοινωνίες πρέπει να εκμεταλλεύονται στο μεγαλύτερο δυνατό βαθμό τους διαθέσιμους βαθμούς ελευθερίας στη συχνότητα, το χρόνο και το χώρο, και να αντιδρούν σε αλλαγές αυτών των διαστάσεων με τη μεγαλύτερη δυνατή ταχύτητα. Αν συνδυαστούν με προχωρημένες τεχνικές εκπομπής φυσικού στρώματος, που περιλαμβάνουν τις πολλαπλές κεραίες και την συνεργατική επικοινωνία, η αποτελεσματικότητα του φάσματος μπορεί να βελτιωθεί σημαντικά με την αύξηση της χωρητικότητας του συστήματος. Υπάρχουν ακόμη προκλήσεις και ανοιχτά προβλήματα για την υλοποίηση ενός αποτελεσματικού και αποδοτικού διαμοιρασμού φάσματος για γνωστικές ραδιοεπικοινωνίες:

- Κοινός δίαυλος ελέγχου: υπάρχει ένα ερώτημα για το αν χρειάζεται κοινός δίαυλο ελέγχου για τα CRN. Ένας κοινός δίαυλος ελέγχου θα ανοίξει το δρόμο για να διαμορφωθεί ένας πιο εύκολος τρόπος ανταλλαγής πληροφοριών στη διάρκεια της ανίχνευσης φάσματος και της πρόσβασης στα CRN. Όμως, σε αντίθεση με τα συμβατικά δίκτυα, ένας κοινός δίαυλος ελέγχου μπορεί να μην είναι διαθέσιμος στην αρχική φάση όταν δεν έχουν εντοπιστεί επαρκώς οι φασματικές τρύπες. Επιπλέον, ένας προσδιορισμένος δίαυλος μπορεί να επανακαταληφθεί από τους πρωτεύοντες χρήστες οποιαδήποτε στιγμή, πράγμα που μπορεί να διακόψει τα μηνύματα συντονισμού αν χρησιμοποιείται ως κοινός δίαυλος ελέγχου. Ο τρόπος διαμόρφωσης και διατήρησης του κοινού διαύλου ελέγχουν είναι ιδιαίτερα κρίσιμος για τη σωστή λειτουργία των CRN.
- Κοινή ανίχνευση και πρόσβαση φάσματος: η ανίχνευση και η πρόσβαση φάσματος συνήθως σχεδιάζονται ξεχωριστά, γιατί η ανίχνευση φάσματος επιτυγχάνει και έναν ορισμένο εντοπισμό της απόδοσης, ενώ η πρόσβαση φάσματος εστιάζει κυρίως στη βελτίωση της χωρητικότητας του συστήματος με βάση την εντοπισμένη φασματική τρύπα. Όμως, οι δύο αυτές πλευρές αναπόφευκτα συνδέονται μεταξύ τους. Για παράδειγμα, τα διαφορετικά επίπεδα ισχύος εκπομπής των χρηστών CR μπορεί να απαιτούν διαφορετικά κατώφλια απόφασης στην ανίχνευση φάσματος, και αντίστροφα. Επιπλέον, ο κοινός συνδυασμός πολυκαναλικής ανίχνευσης και κατανεμημένης τυχαίας πρόσβασης θα αποτελέσει πρόκληση για τα CRN.
- Γνήσιες ευκαιρίες και οικονομικά μοντέλα: πρέπει να ποσοτικοποιηθούν τα οικονομικά και μηχανικά οφέλη της χρήσης συστημάτων βασισμένων σε CRN σε σχέση με τα παραδοσιακά ασύρματα συστήματα επικοινωνίας. Επιπλέον, τα βασικά μοντέλα οικονομίας δικτύων πρέπει να αναπτυχθούν ώστε η επιχειρηματική κοινότητα να μπορεί να αισθάνεται άνετα με τη χρήση των CRN. Απαιτούνται περισσότερες μετρήσεις φάσματος για να γίνει κατανοητό πόσες από τις φασματικές τρύπες είναι εμπορικά βιώσιμες. Η χαμηλή χρήση

δε σημαίνει απαραίτητα ότι οι δευτερεύοντες χρήστες μπορούν να χρησιμοποιήσουν την ευκαιρία κατά έναν οικονομικά λογικό τρόπο.

- Αρχιτεκτονικές εφαρμογής CRN και CR: η αρχιτεκτονική εφαρμογής για την υποστήριξη πλήρως λειτουργικών πρωτοτύπων χρειάζεται διαστρωματική σχεδίαση και η κατασκευή της αποτελεί πρόκληση. Ιδιαίτερα, ο χειρισμός του συντονισμού και ελέγχου σε διάφορα επίπεδα της στοίβας πρωτοκόλλων και η επιβολή συνεργασίας ανάμεσα στα CRN χρειάζονται ακόμη σημαντική έρευνα και ανάπτυξη.

3.5 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 3ΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Bingham, J. A. C. (2000). *ADSL, VDSL, and multicarrier modulation.* Wiley.
- Chen, Y., Yu, G., Zhang, Z., Chen, H. H. and Qiu, P. (2008) On cognitive radio networks with opportunistic power control strategies in fading channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(7):2752–2761.
- Fu, F. and van der Schaar, M. (2009). Learning to compete for resources in wireless stochastic games. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 58(4):1904–1919.
- Gandhi, S., Buragohain, C., Cao, L., Zheng, H. and Suri, S. (2007). A general framework for wireless spectrum auctions. *2nd IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN '07)*, pages 22–33.
- Goldsmith, A., Jafar, S.A., Maric, I. and Srinivasa, S. (2009). Breaking Spectrum Gridlock With Cognitive Radios: An Information Theoretic Perspective. Proceedings of the IEEE , vol.97, no.5, pp.894-914.
- Gupta, P. and Kumar, P. R. (2000). The capacity of wireless networks. IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 46, no. 2, pp. 388–404.
- Hanzo, L. and Keller, T. (2006). OFDM and MC-CDMA. Wiley.
- Haykin, S. and Moher, M. (2004a). *Modern Wireless Communications*. New York: Prentice-Hall.
- Haykin, S., Huber, K. and Chen, Z. (2004b). Bayesian sequential state estimation for MIMO wireless communications. Proc. IEEE (Special Issue on Sequential State Estimation), vol. 92, no. 3, pp. 439–454.
- Haykin, S. (2005). Cognitive radio: Brain-empowered wireless communications. IEEE J. Select. Areas Commun. , vol. 23, no. 2, pp. 201–220.
- Huang, J., Berry, R. A. and Honig, M. A. (2006). Auction-based spectrum sharing. ACM/Springer Mobile Networks and Applications Journal (MONET), 11(3):405–418.
- Huang, J. W. and Krishnamurthy, V. (2008). Transmission control in cognitive radio systems with latency constraints as a switching control dynamic game. 47th IEEE Conference on Decision and Control, pages 3823–3828.
- Ji, Z. and Liu, K. J. R. (2008). Multi-stage pricing game for collusion-resistant dynamic spectrum allocation. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 26(1):182–191.
- Kolodzy, P. et al. (2001). Next generation communications: Kickoff meeting. Proc. DARPA.
- McHenry, M. (2003). Frequency agile spectrum access technologies. FCC Workshop Cogn. Radio.
- Mitola, J. et al. (1999). Cognitive radio: Making software radios more personal. IEEE Pers. Commun., vol. 6, no. 4, pp. 13–18

- Mitola, J. (2000). Cognitive radio: An integrated agent architecture for software defined radio. Doctor of Technology, Royal Inst. Technol. (KTH), Stockholm, Sweden.
- Monderer, D. and Shapley, L. S. (1996). Potential games. *Games and Economic Behavior*, 14(1):124-143, 1996.
- Nie, N. and Comaniciu, C. (2006). Adaptive channel allocation spectrum etiquette for cognitive radio networks. *Mobile Networks and Applications*, 11(6):779–797.
- Niyato, D. and Hossain, E. (2008a). Competitive spectrum sharing in cognitive radio networks: A dynamic game approach. IEEE Trans. Wireless Commun. , vol. 7, no. 7, pp. 2651–2660.
- Niyato, D. and Hossain, E. (2008b). Competitive pricing for spectrum sharing in cognitive radio networks: Dynamic game, inefficiency of Nash equilibrium, and collusion. IEEE J. Sel. Areas Commun. , vol. 26, no. 1, pp. 192–202.
- Niyato, D., Hossain, E. and Han, Z. (2008c). Dynamics of multiple-seller and multiple-buyer spectrum trading in cognitive radio networks: A game theoretic modeling approach. IEEE Trans. Mobile Comput. , vol. 8, no. 8, pp. 1009–1022.
- Neel, J., Reed, J. and Gilles, R. (2002). The role of game theory in the analysis of software radio networks. *SDR Forum Technical Conference*.
- Ralston, A. and Reilly, E. D. (1993). Encyclopedia of Computer Science. New York: Van Nostrand, pp. 186–186.
- Shepard, T. J. (1995). Decentralized channel management in scalable multihop spread-spectrum packet radio networks. Ph.D. dissertation, MIT, Cambridge, MA.
- Staple, G. and Werbach, K. (2004). The end of spectrum scarcity. IEEE Spectrum vol. 41, no. 3, pp. 48–52.
- Thomson, D. J. (1982). Spectrum estimation and harmonic analysis. Proc. IEEE, vol. 20, pp. 1055–1096.
- Ui, T. (2000). A Shapley value representation of potential games. *Games and Economic Behavior*, 31(1):121–135.
- Wang, B., Wu, Y. and Liu K. J. R. An anti-jamming stochastic game for cognitive radio networks. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, submitted.
- Wang, F., Krunz, M. and Cui, S. (2008). Price-based spectrum management in cognitive radio networks. *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.* , vol. 2, no. 1, pp. 74–87.
- Wu, Y., Wang, B., Liu, K. J. R. and Clancy, T. C. (2009). A scalable collusion-resistant multi-winner cognitive spectrum auction game. IEEE Transactions on Communications, 57(12):3805–3816.

- Zhou, X., Gandhi, S., Suri, S. and Zheng, H. (2008). eBay in the sky: strategy-proof wireless spectrum auctions. Proceedings of the 14th ACM International Conference on Mobile Computing and Networking, pages 2–13.
- Zhou, X. and Zheng, H. (2009). TRUST: a general framework for truthful double spectrum auctions. IEEE INFOCOM.

4 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΔΙΑΜΟΙΡΑΣΜΟΥ ΦΑΣΜΑΤΟΣ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι πολιτικές ανάθεσης φάσματος, που ακολουθούνται στις τρέχουσες τεχνολογίες ασύρματων επικοινωνιών, είναι στατικές και, όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3, προκαλούν τη μη αποδοτική χρησιμοποίηση του διαθέσιμου φάσματος. Οι ιδέες των τεχνολογιών του SDR και του CR έχουν αναπτυχθεί με σκοπό τη βελτίωση της χρησιμοποίησης του φάσματος. Το SDR παρέχει μία προγραμματιζόμενη και κλιμακούμενη πλατφόρμα λογισμικού για πομποδέκτες ασύρματων επικοινωνιών και δίνει στους πομποδέκτες αυτούς τη δυνατότητα να λειτουργούν σε πολλαπλές ζώνες συχνοτήτων με τη χρήση πολλαπλών πρωτοκόλλων μετάδοσης. Το CR αποτελεί, ουσιαστικά, μία προέκταση του SDR, έχοντας τη δυνατότητα να αλλάζει τις παραμέτρους μετάδοσης και να προσαρμόζεται ευφυώς στο ραδιοεπικοινωνιακό περιβάλλον. Λόγω της ευελιξίας και της γνωστικής αυτής ικανότητας του πομποδέκτη, το φάσμα συχνοτήτων μπορεί να μοιραστεί μεταξύ πρωτευόντων (δηλαδή, με άδεια) χρηστών (primary users, PUs) και δευτερευόντων (δηλαδή, χωρίς άδεια) χρηστών (secondary users, SUs), ώστε να βελτιωθεί η χρησιμοποίησή του. Ταυτόχρονα, ένας δυναμικός μηχανισμός διαμοιρασμού φάσματος, απαιτεί να μην επηρεαστεί αρνητικά η επίδοση των PUs από την ευκαιριακή συμπεριφορά των SUs (ή, τουλάχιστον, ελαχιστοποιεί τις επιπτώσεις). Συνεπώς, ένα άρτια σχεδιασμένο σχήμα ανάθεσης φάσματος, το οποίο μπορεί να εγγυηθεί την «ειρηνική» συνύπαρξη των PUs και των SUs, παίζει πολύ σημαντικό ρόλο.

4.1.1 Προτεινόμενος μηχανισμός

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί, προτείνεται ένας μηχανισμός ανάθεσης φάσματος, βασισμένος στη θεωρία δημοπρασιών. Σκοπός του μηχανισμού αυτού είναι ο χαρακτηρισμός και η ανάλυση κάποιων ιδιοτήτων (για παράδειγμα, ο ανταγωνισμός μεταξύ των SUs και η αβεβαιότητα των SUs για το ραδιοεπικοινωνιακό περιβάλλον) του προβλήματος του δυναμικού διαμοιρασμού του φάσματος στα γνωστικά δίκτυα. Με βάση αυτό το μοντέλο, γίνεται ανάλυση σχετικά με το πώς ένας PU λαμβάνει προληπτικά μέτρα, έτσι ώστε να αποφύγει την υποβάθμιση της επίδοσής του. Υποτίθεται ότι οι SUs συμπεριφέρονται, σε γενικές γραμμές, εγωιστικά και θα δειχθεί ότι η προτεινόμενη δημοπρασία αποτελεί ένα μη-συνεργατικό παίγνιο, στο οποίο κάθε SU συμπεριφέρεται λογικά, με τρόπο τέτοιο ώστε να μεγιστοποιήσει τη χρησιμότητά (ή αποπληρωμή) του. Σε αυτό το μη-συνεργατικό παίγνιο, το ισοζύγιο του Nash είναι η επιθυμητή έκβαση και διερευνώνται οι ιδιότητες της έκβασης αυτής. Η ανάλυση που ακολουθεί επικεντρώνεται σε ένα απλό CR δίκτυο με έναν PU και πολλαπλούς SUs.

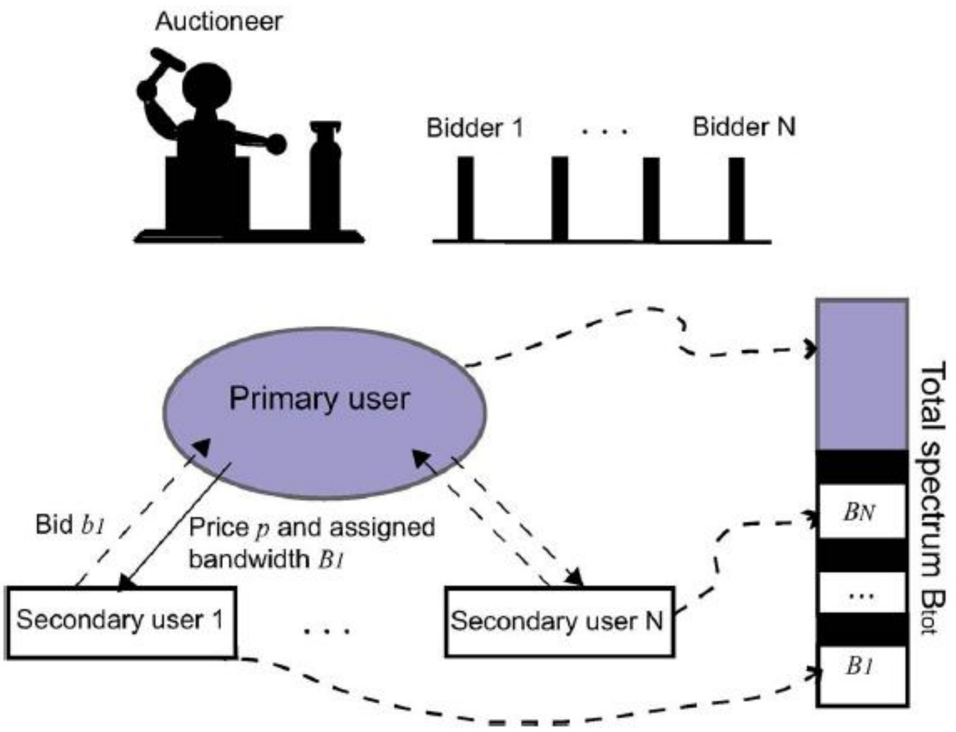
4.2 ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

4.2.1 Πρωτεύοντες και δευτερεύοντες χρήστες

Ας θεωρήσουμε ένα απλό σύστημα με έναν PU και μία ομάδα $\mathcal{I} = (1, \dots, I)$ από SUs που επιθυμούν να μοιραστούν το φάσμα B_{tot} που έχει ανατεθεί στον PU (όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1). Σε αυτό το σύστημα υποθέτουμε ότι ο PU μπορεί να ενισχύσει την αποδοτικότητα της χρησιμοποίησης του φάσματος μοιραζόμενος ένα μέρος του εύρους ζώνης B_i ($B_i \leq B_{tot}$) με τον SU i ($i \in \mathcal{I}$). Παρ' όλα αυτά, ο PU θα πρέπει να διατηρήσει μία συγκεκριμένη ποσότητα εύρους ζώνης B_{rem} για να εγγυηθεί την προσωπική του επίδοση. Ο περιορισμός για το εναπομένον εύρος ζώνης που διατηρείται από τον PU δίνεται από την εξής σχέση:

$$B_{rem} = B_{tot} - \sum_{i \in \mathcal{I}} B_i \geq B_{req} \qquad (Εξίσωση\ 4.1)$$

όπου B_{req} είναι το απαιτούμενο εύρος ζώνης για τον PU έτσι ώστε να καλύπτει μία συγκεκριμένη απαίτηση ποιότητας υπηρεσίας (Quality of Service, QoS). Σημειώνεται ότι η απαίτηση αυτή μπορεί να μεταβάλλεται σε σχέση με το χρόνο. Ο PU χρεώνει τους SUs για το φάσμα που τους παρέχει με μία τιμή p ανά μονάδα εύρους ζώνης. Μετά την ανάθεση, οι SUs μπορούν να εκπέμψουν στο φάσμα που τους έχει ανατεθεί χρησιμοποιώντας προσαρμοστική διαμόρφωση ώστε να ενισχύσουν την επίδοση της εκπομπής τους. Το έσοδο του SU i συμβολίζεται με r_i ανά μονάδα επιτυχούς ρυθμού εκπομπής.



Σχήμα 4.1: Μοντέλο συστήματος για διαμοιρασμό φάσματος.

4.2.2 Ασύρματη εκπομπή

Μέσω της χρήσης προσαρμοστικής διαμόρφωσης οι SUs μπορούν να ρυθμίσουν δυναμικά το ρυθμό εκπομπής με βάση την ποιότητα του καναλιού. Για σχήματα διαμόρφωσης όπως η QAM, ο ρυθμός σφάλματος bit (Bit Error Rate, BER) σε ένα κανάλι μονής-εισόδου-μονής-εξόδου (single-input-single-output) με Γκαουσιανό θόρυβο, μπορεί να προσεγγιστεί ικανοποιητικά από την εξής σχέση [Goldsmith, 1997]:

$$BER \approx 0.2 \exp\left(\frac{-1.5\gamma}{2^k - 1}\right) \qquad (Εξίσωση\ 4.2)$$

όπου γ είναι το SNR στο δέκτη, και k είναι η φασματική απόδοση του σχήματος διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται. Χωρίς απώλεια της γενικότητας, ας υποθέσουμε ότι η φασματική απόδοση είναι ένας μη-αρνητικός πραγματικός αριθμός. Για να ικανοποιείται η απαίτηση μίας συγκεκριμένης εφαρμογής, θα πρέπει το BER να διατηρείται σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο και κάτω (δηλαδή,

BER_{tar}). Η φασματική απόδοση της εκπομπής για έναν SU i μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$k_i = \log_2(1 + K\gamma_i) \quad (Εξίσωση\ 4.3)$$

όπου

$$K = \frac{1.5}{\ln 0.2\ / BER_i^{tar}} \quad (Εξίσωση\ 4.4)$$

Υποθέτουμε ότι, μέσω της εκτίμησης της κατάστασης του καναλιού, οι SUs μπορούν να μάθουν το λαμβανόμενο SNR του καναλιού. Εν ολίγοις, για έναν SU i, δοσμένου του λαμβανόμενου SNR γ, του επιπέδου BER_{tar}, και του ανατιθέμενου φάσματος B_i, ο ρυθμός εκπομπής (σε bit ανά second) μπορεί να εξακριβωθεί.

4.3 ΣΧΗΜΑΤΑ ΔΙΑΜΟΙΡΑΣΜΟΥ ΦΑΣΜΑΤΟΣ

4.3.1 Δημοπρασία εύρους ζώνης

Μοντελοποιούμε το πρόβλημα του διαμοιρασμού φάσματος ως μία δημοπρασία στην οποία οι SUs κάνουν προσφορές για να διεκδικήσουν ένα μέρος του εύρους ζώνης που διαθέτει ο PU. Μία δημοπρασία αποτελεί έναν αποκεντρωμένο μηχανισμό αγοράς για την ανάθεση πόρων σε μία οικονομία. Υπό τη βάση της υπόθεσης της λογικής συμπεριφοράς, μία δημοπρασία είναι ουσιαστικά ένα μη-συνεργατικό παίγνιο, όπου οι παίκτες είναι οι υποψήφιοι αγοραστές, οι στρατηγικές είναι οι προσφορές των παικτών, και τόσο η ανάθεση όσο και η πληρωμή είναι συναρτήσεις των προσφορών. Όπως έχει αναφερθεί στο Κεφάλαιο 2 και στο Κεφάλαιο 3, ο μηχανισμός δημοπρασίας VCG είναι ένας πολύ γνωστός μηχανισμός δημοπρασίας και έχει την ιδιότητα να εξαναγκάζει τους παίκτες να καταθέτουν προσφορές που αντικατοπτρίζουν τις αληθινές εκτιμήσεις του [Krishna, 2002]. Παρ' όλα αυτά, δεδομένου ότι ο VCG απαιτεί τη συγκέντρωση καθολικών πληροφοριών από το δίκτυο και συγκεντρωτικούς υπολογισμούς, είναι ακατάλληλος για εφαρμογή στο σενάριο αυτό, αφού δημιουργεί μεγάλο επικοινωνιακό φόρτο και απαιτεί πολύπλοκους υπολογισμούς. Για να χαρακτηριστούν οι συμπεριφορές της αλληλεπίδρασης μεταξύ του PU και των πολλαπλών SUs, προτείνουμε μία δημοπρασία με σχετικά απλούς κανόνες, όπως περιγράφεται παρακάτω:

1. Βαθμός Πληροφορίας: κάθε SU i γνωρίζει το εισόδημά του r_i ανά μονάδα επιτυχούς ρυθμού εκπομπής και γνωρίζει, επίσης, τη φασματική απόδοση k_i της εκπομπής του μέσω της εκτίμησης της κατάστασης του καναλιού. Το r_i σχετίζεται με το QoS σε ένα πραγματικό δίκτυο. Πιο συγκεκριμένα, όσο

μεγαλύτερο QoS απαιτείται από τον SU i, τόσο μεγαλύτερο θα είναι το εισόδημα r_i. Σε ό,τι αφορά στην ακριβή σχέση μεταξύ του QoS που απαιτείται από τον SU i και του r_i, δε θα μας απασχολήσει στην παρούσα μελέτη. Επιπροσθέτως, το k_i μπορεί να βρεθεί από την Εξίσωση 4.3. Ο PU ανακοινώνει μία θετική προσφορά $\beta > 0$, για την κατοχύρωση ενός μέρους του φάσματος, και την τιμή $p > 0$ σε όλους τους SUs πριν την εκκίνηση της δημοπρασίας.

2. Προσφορές: ο SU i καταθέτει μία προσφορά b_i $(0 \leq b_i \leq B_{tot})$, η οποία γενικά αντιπροσωπεύει το μέγιστο εύρος ζώνης που ο SU επιθυμεί για μετάδοση δεδομένων.
3. Ανάθεση: ο PU αναθέτει το εύρος ζώνης ως εξής (Στην παρούσα μελέτη, χρησιμοποιείται μόνο το σχήμα της FDM, αν και η OFDM είναι πιο κατάλληλη. Από τη στιγμή που ο PU έχει αναθέσει το εύρος ζώνης, δεν υπάρχει καμία διεκδίκηση μεταξύ των SUs. Συνεπώς, το στρώμα ελέγχου μέσου πρόσβασης ή το στρώμα ζεύξης δεδομένων δεν εμπλέκονται στην παρούσα μελέτη.):

$$B_i = \frac{b_i}{\sum_{j \in \mathcal{J}} b_j + \beta} B_{tot} \quad (Εξίσωση\ 4.5)$$

4. Πληρωμές: ο SU i πληρώνει τον PU:

$$C_i = p\theta_i b_i \quad (Εξίσωση\ 4.6)$$

όπου θ_i είναι μία παράμετρος προτεραιότητας εξαρτώμενη από το χρήστη (δηλαδή, αυτή η διαφοροποίηση στην πληρωμή είναι, κατά κάποιον τρόπο, παρόμοια με τη διακριτή τιμολόγηση σε μία οικονομική αγορά). Σε αυτή τη δημοπρασία, υιοθετούμε ένα μηχανισμό προπληρωμής στον οποίο κάθε SU πληρώνει για το εύρος ζώνης για το οποίο κάνει προσφορά, αντί να πληρώνει για αυτό που του ανατίθεται.

Ένα προφίλ προσφορών ορίζεται ως το διάνυσμα που περιέχει τις προσφορές των SUs $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_{\mathcal{J}})$. Το προφίλ προσφορών των αντιπάλων του SUi ορίζεται ως $\mathbf{b_{-i}} = (b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_{\mathcal{J}})$, τέτοιο ώστε $\mathbf{b} = (b_i; \mathbf{b_{-i}})$. Υπό τον κανόνα αυτής της δημοπρασίας, παρατηρούμε ότι $b_i \in b_r \triangleq [0, B_{tot}]$ και το προφίλ προσφορών $\mathbf{b}$ περιορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{b} \in \mathbf{b_R} \triangleq \{\mathbf{b} | 0 \leq b_i \leq B_{tot} \quad \forall i \in \mathcal{I}\} \quad (Εξίσωση\ 4.7)$$

Σε αυτή τη δημοπρασία, γίνεται μία θετική προσφορά για την κατοχύρωση μέρους του φάσματος για προσωπική χρήση από τον PU. Ο PU θέτει την τιμή του β, τέτοια ώστε η Εξίσωση 4.1 να ικανοποιείται. Το ελάχιστο εύρος ζώνης που θα μπορούσε πιθανώς να διατηρήσει ο PU μετά την ανάθεση, δίνεται ως εξής:

$$\min_{\mathbf{b}\epsilon\mathbf{b_R}} B_{rem} = \frac{\beta B_{tot}}{I B_{tot} + \beta} > 0 \quad (E\xi ί\sigma\omega\sigma\eta\ 4.8)$$

Ο PU μπορεί να μάθει το συνολικό αριθμό των SUs εκπέμποντας ένα πιλοτικό σήμα πριν την εκκίνηση της δημοπρασίας, και η ασφαλέστερη στρατηγική για τον PU είναι να θέσει την τιμή του β τέτοια ώστε $\min_{\boldsymbol{b}\epsilon\boldsymbol{b_R}} B_{rem} \geq B_{req}$. Από την Εξίσωση 4.8 μπορεί να βρεθεί το απαιτούμενο β για αυτή τη στρατηγική ως εξής:

$$\tilde{\beta} = \frac{B_{req} I B_{tot}}{B_{tot} - B_{req}} \quad (E\xi ί\sigma\omega\sigma\eta\ 4.9)$$

Αν ο PU θέσει $\beta = \tilde{\beta}$, πάντα θα διατηρεί αρκετό εύρος ζώνης για προσωπική χρήση, δοσμένης της απαίτησης ενός συγκεκριμένου επιπέδου QoS. Αν $\beta > \tilde{\beta}$, τότε ένα μέρος του εύρους ζώνης θα μείνει αχρησιμοποίητο σίγουρα.

Ο μηχανισμός προπληρωμής αποτελεί ένα ιδιαίτερα σημαντικό κομμάτι των κανόνων της δημοπρασίας, και μπορεί να εξηγηθεί ως εξής: απαιτώντας κάθε SU να πληρώνει για τη δική του προσφορά, ο PU εμποδίζει τους SUs από το να καταθέτουν υψηλότερες προσφορές για εύρος ζώνης από αυτό που χρειάζονται. Υπό αυτόν τον κανονισμό, κάθε SU παίρνει ρίσκο κάνοντας προσφορά για εύρος ζώνης, η οποία αντιπροσωπεύει το μέγιστο εύρος ζώνης που επιθυμεί, αφού ο SU έχει κέρδος (δηλαδή, θετική αποπληρωμή) όταν υπάρχουν λίγοι ανταγωνιστές και έχει απώλειες (δηλαδή, αρνητική αποπληρωμή) σε διαφορετική περίπτωση. Με βάση αυτόν το μηχανισμό, ο κίνδυνος αντικατοπτρίζει την αβεβαιότητα ενός SU για το μεταβαλλόμενο ασύρματο περιβάλλον.

Δοσμένου του ανατιθέμενου εύρους ζώνης, το εισόδημα του SU i είναι:

$$R_i = r_i k_i B_i \quad (E\xi ί\sigma\omega\sigma\eta\ 4.10)$$

Ο SU i επιλέγει να καταθέσει προσφορά b_i ώστε να μεγιστοποιήσει την αποπληρωμή του:

$$U_i(b_i; \mathbf{b_{-i}}, p) = R_i[B_i(b_i; \mathbf{b_{-i}})] - C_i(b_i, p) \quad (E\xi ί\sigma\omega\sigma\eta\ 4.11)$$

Η επιθυμητή έκβαση μίας δημοπρασίας (μη-συνεργατικό παίγνιο) είναι το ισοζύγιο του Nash, το οποίο είναι ένα προφίλ προσφορών $\mathbf{b}^*$ τέτοιο ώστε κανένας SU δε θέλει να αποκλίνει μόνος του, δηλαδή:

$$U_i(b_i{}^*; \mathbf{b_{-i}}{}^*, p) \geq U(b_i; \mathbf{b_{-i}}{}^*, p) \ \ \forall i \in \mathcal{I}, b_i \in \mathbf{b_R} \quad (E\xi ί\sigma\omega\sigma\eta\ 4.12)$$

Ορίζουμε τη βέλτιστη απόκριση ενός SU i ως:

$$\mathcal{B}(\mathbf{b}_{-\mathbf{i}}, p) = \left\{ b_i \middle| b_i = arg \max_{\mathbf{b} \in \mathbf{b}_\mathbf{R}} U_i(b_i; \mathbf{b}_{-\mathbf{i}}, p) \right\} \quad (Εξίσωση\ 4.13)$$

η οποία, σε γενικές γραμμές, μπορεί να είναι ένα σύνολο. Ένα ισοζύγιο Nash είναι, επίσης, το σημείο τομής των βέλτιστων αποκρίσεων όλων των SUs. Παρακάτω, θα διερευνήσουμε τις ιδιότητες του ισοζυγίου Nash και θα παρουσιάσουμε ένα αλγόριθμο δυναμικής ανανέωσης για την προσέγγιση του ισοζυγίου Nash με κατανεμημένο τρόπο. Πρώτον, έχουμε το εξής θεώρημα:

Θεώρημα 4.1: Υπάρχουν δύο ακραίες τιμές, δηλαδή, $\overline{p_i}$ και $\underline{p_i}$, που ορίζονται ως

$$\underline{p_i} = \frac{r_i k_i B_{tot}\{(I-1)B_{tot} + \beta\}}{\theta_i (I B_{tot} + \beta)^2} \quad (Εξίσωση\ 4.14)$$

$$\overline{p_i} = \frac{r_i k_i B_{tot}}{\theta_i \beta} \quad (Εξίσωση\ 4.15)$$

Αν $p < \underline{p_i}$, όλοι οι SUs θα κατέθεταν προσφορά για το μέγιστο εύρος ζώνης που διαθέτει ο PU (δηλαδή $b_i = B_{tot}\ \forall\ i\ \in\ \mathcal{J}$), αν $p > \overline{p_i}$, κανένας SU δε θα ήθελε να χρησιμοποιήσει μέρος του φάσματος (δηλαδή $b_i = 0\ \ \forall i \in \mathcal{J}$).

Απόδειξη: Από την ακόλουθη έκφραση:

$$\frac{\partial U_i}{\partial b_i} = \frac{r_i k_i B_{tot}\left(\sum_{j \neq i} b_j + \beta\right)}{\left(\sum_{j \in \mathcal{J}} b_j + \beta\right)^2} - p\theta_i \quad (Εξίσωση\ 4.16)$$

παρατηρούμε ότι η πρώτη παράγωγος του U_i ως προς το b_i είναι φθίνουσα συνάρτηση ως προς το b_i, αλλά και ως προς το $\sum_j b_j$, και ορίζουμε το $\underline{p_i}$ και το $\overline{p_i}$ ως εξής:

$$\begin{cases} \underline{p_i} \triangleq \dfrac{\min_{\mathbf{b} \in \mathbf{b}_\mathbf{R}} \frac{\partial U_i}{\partial b_i}}{\theta_i} = \dfrac{r_i k_i B_{tot}\{(I-1)B_{tot} + \beta\}}{\theta_i (I B_{tot} + \beta)^2} για\ b_i = B_{tot}\ \ \forall i \in \mathcal{J} \\ \overline{p_i} \triangleq \dfrac{\max_{\mathbf{b} \in \mathbf{b}_\mathbf{R}} \frac{\partial U_i}{\partial b_i}}{\theta_i} = \dfrac{r_i k_i B_{tot}}{\theta_i \beta} για\ b_i = 0\ \ \forall i \in \mathcal{J} \end{cases} \quad (Εξίσωση\ 4.17)$$

αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι, αν $p < \underline{p_i}$, τότε $\frac{\partial U_i}{\partial b_i} > 0$ όταν $b_i \in \mathrm{b}_r\ \ \forall i \in \mathcal{J}$, και συνεπώς, $b_i^* = B_{tot}$, αν $p > \overline{p_i}$, τότε $\frac{\partial U_i}{\partial b_i} < 0$ όταν $b_i \in \mathrm{b}_r\ \ \forall i \in \mathcal{J}$, και συνεπώς, είναι $b_i^* = 0$.

Κατά τη διαδικασία καθορισμού τιμής, ο PU μπορεί να συλλέξει τις πληροφορίες (δηλαδή r_i, k_i, θ_i και I) από τους SUs, ώστε να υπολογίσει το $\underline{p_i}$ και το $\overline{p_i}$. Σημειώνουμε, επίσης, ότι $\underline{p_i} < \overline{p_i}$ και ότι μία λογική τιμή (δηλαδή μία τιμή τέτοια ώστε τουλάχιστον ένας SU να μπορεί να επιτύχει τη βέλτιστη απόκρισή του) θα πρέπει να βρίσκεται μεταξύ του $\underline{p_i}$ και του $\overline{p_i}$.

Θεώρημα 4.2: Υπάρχει μοναδικό ισοζύγιο Nash για τις προσφορές των SUs. Επιπροσθέτως, αν $p \in (\underline{p_i}, \overline{p_i})$, η (μοναδική) συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης του SU i δίνεται ως εξής:

$$\mathcal{B}(\mathbf{b_{-i}}, p) = \left[\sqrt{\frac{r_i k_i B_{tot}\left(\sum_{j\neq i} b_j + \beta\right)}{p\theta_i}} - \left(\sum_{j\neq i} b_j + \beta\right)\right]_0^{B_{tot}} \quad (Εξίσωση\ 4.18)$$

όπου $[x]_a^b = \max\{\min\{x, b\}, a\}$.

Απόδειξη: Ας θεωρήσουμε αρχικά την ύπαρξη ισοζυγίου Nash. Το σημείο ισοζυγίου υπάρχει για κάθε κοίλο παίγνιο n-ατόμων [Rosen, 1965]. Στην περίπτωση αυτή, μπορεί να δειχθεί ότι η συνάρτηση αποπληρωμής είναι συνεχής για τις προσφορές όλων των SUs και κοίλη ως προς την προσφορά ενός SU. Χρησιμοποιώντας την Εξίσωση 4.16, η κοιλότητα μπορεί να δειχθεί παρατηρώντας τη σχέση:

$$\frac{\partial^2 U_i(b_i; \mathbf{b_{-i}}, p)}{\partial {b_i}^2} < 0$$

Παρατηρείται ότι αυτή η δημοπρασία είναι ένα κοίλο παίγνιο n-ατόμων με ορθογωνικούς περιορισμούς, και χρησιμοποιούμε το Θεώρημα 2 από το [Rosen, 1965] για να αποδείξουμε τη μοναδικότητα του ισοζυγίου Nash. Αρχικά, δείχνουμε ότι η αποπληρωμή κάθε SU είναι κυρτή ως προς τις προσφορές των άλλων SUs, δηλαδή:

$$\left.\frac{\partial^2 U_i(b_i; \mathbf{b_{-i}}, p)}{\partial {b_j}^2}\right|_{j\neq i} \geq 0 \quad (Εξίσωση\ 4.19)$$

Τότε, ένα μη-αρνητικό ζυγισμένο άθροισμα των συναρτήσεων αποπληρωμών μπορεί να βρεθεί ως εξής: $\mathcal{S}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{I} x_i\, U_i(b_i; \mathbf{b_{-i}}, p)$. Η ψευδοκλίση του $\mathcal{S}(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ δίνεται από

$$\mathcal{F}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 \nabla_1 U_i(b_1; \mathbf{b_{-1}}, p) \\ \vdots \\ x_I \nabla_I U_I(b_I; \mathbf{b_{-\mathit{I}}}, p) \end{bmatrix}. \quad (Εξίσωση\ 4.20)$$

Χρησιμοποιώντας τις Εξισώσεις 3.16 και 3.19, μπορούμε να δείξουμε ότι η $\mathcal{S}(\mathbf{b},\mathbf{x})$ είναι κοίλη ως προς b_i, με βάση την παρατήρηση

$$\frac{\partial^2 \mathcal{S}(\mathbf{b},\mathbf{x})}{\partial {b_i}^2} < 0. \quad (\textit{Εξίσωση } 4.21)$$

Έστω ότι η Ιακωβιανή μήτρα της ψευδοκλίσης της $\mathcal{F}(\mathbf{b},\mathbf{x})$, ως προς το b_i, συμβολίζεται με $\mathbf{J}$. Με βάση τις Εξισώσεις 3.19 και 3.21, παρατηρούμε ότι το $(\mathbf{J}+\mathbf{J}^{\mathbf{T}})$ είναι ένα αρνητικό όρισμα. Συνεπώς, η $\mathcal{S}(\mathbf{b},\mathbf{x})$ είναι διαγωνίως αυστηρά κοίλη, και το ισοζύγιο Nash των προσφορών είναι μοναδικό.

Χρησιμοποιώντας τη συνθήκη πρώτης τάξης από την Εξίσωση 3.16, βρίσκουμε τη συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης, λαμβάνοντας υπ' όψιν τον περιορισμό της ποσότητας των προσφορών. Με αυτό ολοκληρώνεται η απόδειξη.

Αφού είναι εξασφαλισμένη η ύπαρξη ενός μοναδικού ισοζυγίου Nash, χαρακτηρίζουμε το προφίλ προσφορών. Θεωρούμε μία δίκαιη ανάθεση εύρους ζώνης, η οποία λύνει το ακόλουθο πρόβλημα:

$$\min_{\mathbf{b} \epsilon \mathbf{b_R}} c \quad (\textit{Εξίσωση } 4.22)$$

υπό τον περιορισμό

$$\frac{\partial R_i(b_i;\mathbf{b_{-i}})}{\partial b_i} = c\theta_i \mathbf{1}_{\{b_i>0\}} \;\; \forall i \in \mathcal{I},$$

όπου το $1_{\{.\}}$ είναι η συνάρτηση δείκτης, και το θ_i είναι παράμετρος προτεραιότητας που ορίσαμε παραπάνω. Όταν $\theta_i = 1$ για κάθε SU i, όλοι οι SUs που χρησιμοποιούν το φάσμα που προσφέρεται από τον PU θα έχουν το ίδιο οριακό εισόδημα, το οποίο οδηγεί σε αυστηρή δικαιοσύνη μεταξύ των SUs (δηλαδή, όλοι οι SUs έχουν ίσα δικαιώματα για να καταθέτουν προσφορές για το μέγιστο εύρος ζώνης που επιθυμούν). Είναι δυνατόν να ανατίθενται διαφορετικά βάρη σε διαφορετικούς SUs ώστε να επιτυγχάνονται διαφορετικά επίπεδα QoS. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι να ορίσουμε

$$\theta_i = \frac{r_i k_i B_{tot}}{\beta} = \left.\frac{\partial R_i}{\partial b_i}\right|_{b_i=0,\, b_j=0 \;\; \forall i\neq j} , \qquad (\textit{Εξίσωση } 4.23)$$

δηλαδή, το θ_i αντιπροσωπεύει την τάση του SU i να κάνει προσφορά για επιπλέον εύρος ζώνης που διαθέτει ο PU πριν την εκκίνηση της δημοπρασίας. Η διαίσθηση πίσω από το πρόβλημα που διατυπώνεται από την Εξίσωση 4.22 είναι ότι, για όλους τους SUs που επιλέγουν να χρησιμοποιήσουν το φάσμα που παρέχει ο PU, το αντίστοιχο b_i θα πρέπει να μεγιστοποιηθεί υπό τη συνθήκη της «ισοστάθμισης οριακού εισοδήματος με βάρη». Αυτό μπορεί να μετατραπεί στην ελαχιστοποίηση του κοινού παράγοντα c λόγω της κοιλότητας του R_i ως προς το b_i.

Σημειώνεται ότι μία δίκαιη ανάθεση εύρους ζώνης είναι η βέλτιστη κατά Pareto, δηλαδή το εισόδημα οποιουδήποτε SU δεν μπορεί να αυξηθεί περαιτέρω χωρίς να μειωθεί το εισόδημα ενός άλλου SU.

Θεώρημα 4.3: Αν το ισοζύγιο Nash είναι εσωτερικό (δηλαδή, το ισοζύγιο στο οποίο οι συνθήκες πρώτης τάξης ισχύουν για κάθε παίκτη), τότε η ανάθεση εύρους ζώνης είναι δίκαιη.

Απόδειξη: Αν οι συνθήκες πρώτης τάξης στην Εξίσωση 4.16 ισχύουν για κάθε SU i, τότε αποδεικνύουμε ότι η ιδιότητα της «ισοστάθμισης οριακού εισοδήματος με βάρη» μίας δίκαιης ανάθεσης εύρους ζώνης (δηλαδή, ο περιορισμός στην Εξίσωση 4.22) ικανοποιείται στο ισοζύγιο Nash της δημοπρασίας.

Παρατηρούμε ότι μία σωστά επιλεγμένη τιμή $p^*(\underline{p_i} \leq p^* \leq \overline{p_i})$, τέτοια ώστε το ισοζύγιο Nash να είναι εσωτερικό, μπορεί να οδηγήσει σε μία δίκαιη ανάθεση εύρους ζώνης. Παρ' όλα αυτά είναι δύσκολο να βρεθεί με αναλυτικό τρόπο το p^*. Αφού οι βέλτιστες αποκρίσεις των SUs στην Εξίσωση 4.18 είναι μονοτονικά μη-αυξανόμενες ως προς την τιμή, προτείνουμε έναν απλό αλγόριθμο εύρεσης της βέλτιστης τιμής p^*, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2.

Αλγόριθμος: Αναζήτηση βέλτιστης τιμής p^*

1. **Θέσε** $p = \underline{p}$, ανακοίνωσε το p σε όλους τους SUs.
2. O SU i υπολογίζει τη βέλτιστη απόκριση ${b_i}^*$, $\forall\, i \in \mathcal{I}$.
3. **Αν** ${b_i}^* \leq B_{tot}$, $\forall\, i \in \mathcal{I}$, **τότε** πήγαινε στο Βήμα 5.
4. O PU αυξάνει $p = p + \Delta p$ και ανανεώνει το p σε όλους τους SUs,
   τότε πήγαινε στο Βήμα 2.
5. **Σταμάτα** και ανακοίνωσε τη βέλτιστη τιμή $p^* = p$.

Σχήμα 4.2: Αλγόριθμος αναζήτησης τιμής.

4.3.2 Αλγόριθμος Δυναμικής Ανανέωσης

Σε ένα γνωστικό δίκτυο, οι SUs δύναται να μπορούν μόνο να παρατηρήσουν τις τιμές και τις πληροφορίες ανάθεσης από τον PU και να αγνοούν τις στρατηγικές και τις αποπληρωμές των άλλων SUs. Συνεπώς, θα πρέπει να εξετάσουμε έναν κατανεμημένο αλγόριθμο για κάθε SU ώστε να επιτευχθεί ισοζύγιο Nash με βάση μόνο την αλληλεπίδρασή του μόνο με τον PU. Σε αυτή την περίπτωση, κάθε SU επικοινωνεί με τον PU ώστε να μάθει την τιμή και τις διαφορετικές συναρτήσεις ανάθεσης για διαφορετικές προσφορές. Τότε, κάθε SU ανανεώνει την προσφορά του σύμφωνα με τη συνάρτηση οριακής αποπληρωμής, ως εξής:

$$b_i(\mathrm{t}+1) = b_i(\mathrm{t}) + a_i b_i(\mathrm{t}) \frac{\partial U_i(\mathbf{b})}{\partial b_i(\mathrm{t})} \quad (E\xi ί\sigma\omega\sigma\eta\ 4.24)$$

όπου $b_i(\mathrm{t}+1)$ είναι η προσφορά σε όρους εύρους ζώνης τη χρονική στιγμή t, και a_i είναι η παράμετρος της ταχύτητας προσαρμογής (δηλαδή, ταχύτητα εκμάθησης) του SU i. Η διαδικασία της δυναμικής ανανέωσης για κάθε SU μπορεί να εκφραστεί ως εξής

$$b_i(\mathrm{t}+1) = b_i(\mathrm{t}) + a_i b_i(\mathrm{t}) \left\{ \frac{r_i k_i B_{tot} \left(\sum_j b_j + \beta \right)}{\left(\sum_j b_j \right)^2} - p\theta_i \right\}. \quad (E\xi ί\sigma\omega\sigma\eta\ 4.25)$$

4.3.3 Τοπική ανάλυση ευστάθειας

Μπορούμε να εκφράσουμε τη συνάρτηση δυναμικής ανανέωσης σε μορφή πίνακα ως εξής [Agiza, 1999]:

$$\mathbf{b}(t+1) = \mathbf{S}\{\mathbf{b}(t)\}. \quad (E\xi ί\sigma\omega\sigma\eta\ 4.26)$$

Στο ισοζύγιο ισχύει ότι $\mathbf{b}(t+1) = \mathbf{b}(t) = \mathbf{b}$ και $\mathbf{S}$ είναι η self-mapping συνάρτηση του προκαθορισμένου σημείου $\mathbf{b}$. Με τη συνάρτηση αποπληρωμής σε αυτή τη δημοπρασία, το προκαθορισμένο σημείο μπορεί να βρεθεί λύνοντας το σύνολο των εξισώσεων που ακολουθούν:

$$a_i b_i(\mathrm{t})\left\{\frac{r_i k_i B_{tot}\left(\sum_j b_j+\beta\right)}{\left(\sum_j b_j\right)^2}-p\theta_i\right\}=0 \quad \forall i\in\mathcal{I}. \quad (E\xi i\sigma\omega\sigma\eta\ 4.27)$$

Με δύο SUs σε ένα γνωστικό δίκτυο, υπάρχουν τα προκαθορισμένα σημεία b_0, b_1, b_2 και b_3, τα οποία μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$\mathbf{b_0}=(0,0)$$

$$\mathbf{b_1}=\left(\sqrt{\frac{r_1k_1B_{tot}\beta}{p\theta_1}}-\beta,0\right)$$

$$\mathbf{b_2}=\left(0,\sqrt{\frac{r_2k_2B_{tot}\beta}{p\theta_2}}-\beta\right)$$

$$\mathbf{b_3}=\left(\sqrt{\frac{r_1k_1B_{tot}(b_2+\beta)}{p\theta_1}}-(b_2+\beta),\sqrt{\frac{r_2k_2B_{tot}(b_1+\beta)}{p\theta_2}}-(b_1+\beta)\right)$$

$$(E\xi\iota\sigma\acute{\omega}\sigma\varepsilon\iota\varsigma\ 4.28)$$

όπου το $\mathbf{b_3}$ είναι το σημείο ισοζυγίου Nash.

Αναλύουμε την τοπική ευστάθεια αυτού του σχήματος διαμοιρασμού φάσματος με βάση την τοπικοποίηση λαμβάνοντας υπ' όψιν τις ιδιοτιμές της Ιακωβιανής μήτρας της χαρτογράφησης. Εξ ορισμού, το προκαθορισμένο σημείο είναι ευσταθές αν και μόνο αν όλες οι ιδιοτιμές είναι εντός του μοναδιαίου κύκλου του μιγαδικού επιπέδου (δηλαδή, $|\lambda_i|<1\ \gamma\iota\alpha\ i=1\in\mathcal{I}$). Με δύο SUs υπάρχουν δύο ιδιοτιμές και η Ιακωβιανή μήτρα μπορεί να εκφραστεί ως

$$\mathbf{J}(b_1,b_2)=\begin{bmatrix}\xi_1 & \zeta_1\\ \eta_1 & \kappa_1\end{bmatrix} \quad (E\xi i\sigma\omega\sigma\eta\ 4.29)$$

όπου τα ξ_1, ζ_1, η_1 και κ_1 ορίζονται ως εξής:

$$\xi_1=1+a_1\left\{r_1k_1B_{tot}\left(1-\frac{2b_1}{b_1+b_2+\beta}\right)\times\frac{b_2+\beta}{(b_1+b_2+\beta)^2}-p\theta_1\right\} \quad (E\xi i\sigma\omega\sigma\eta\ 4.30)$$

$$\zeta_1=\frac{a_1r_1k_1B_{tot}(b_1-b_2-\beta)}{(b_1+b_2+\beta)^3} \quad (E\xi i\sigma\omega\sigma\eta\ 4.31)$$

$$\eta_1=\frac{a_2r_2k_2B_{tot}(b_2-b_1-\beta)}{(b_1+b_2+\beta)^3} \quad (E\xi i\sigma\omega\sigma\eta\ 4.32)$$

$$\kappa_1 = 1 + a_2\left\{r_2 k_2 B_{tot}\left(1 - \frac{2b_2}{b_1 + b_2 + \beta}\right) \times \frac{b_1 + \beta}{(b_1 + b_2 + \beta)^2} - p\theta_2\right\} \quad (Εξίσωση\ 4.33)$$

Ερευνούμε τη συνθήκη ευστάθειας σε κάθε προκαθορισμένο σημείο. Για $\mathbf{b_0}$, είναι:

$$\mathbf{J}(0,0) = \begin{bmatrix} 1 + a_1\left(\frac{r_1 k_1 B_{tot}}{\beta} - p\theta_1\right) & 0 \\ 0 & 1 + a_2\left(\frac{r_2 k_2 B_{tot}}{\beta} - p\theta_2\right) \end{bmatrix} \quad (Εξίσωση\ 4.34)$$

Σημειώνεται ότι οι ιδιοτιμές δίνονται από τα στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα $\mathbf{J}(\cdot)$, όταν ο $\mathbf{J}(\cdot)$ είναι διαγώνιος ή τριγωνικός πίνακας. Οι συντεταγμένες $(0,0)$ θα ήταν ευσταθείς αν

$$\left|1 + a_1\left(\frac{r_1 k_1 B_{tot}}{\beta} - p\theta_1\right)\right| \leq 1 \quad (Εξίσωση\ 4.35)$$

$$\left|1 + a_2\left(\frac{r_2 k_2 B_{tot}}{\beta} - p\theta_2\right)\right| \leq 1\,. \quad (Εξίσωση\ 4.36)$$

Παρ' όλα αυτά, με μια ορθά καθορισμένη τιμή ή

$$p < \overline{p_i} = \frac{r_i k_i B_{tot}}{\theta_i \beta} \quad (Εξίσωση\ 4.37)$$

το γνωστικό σύστημα με δύο SUs δεν είναι ευσταθές. Αυτό συμφωνεί με το Θεώρημα 4.1, δηλαδή ότι όταν ο PU θέτει μια κατάλληλη τιμή, οι SUs θα ήθελαν να χρησιμοποιήσουν κάποιο μέρος του φάσματος που παρέχει ο PU, οπότε το $\mathbf{b_0} = (0,0)$ δε θα είναι ευσταθές. Από την άλλη μεριά, αν η τιμή είναι υψηλότερη από το $\overline{p_i}$, όλοι οι SUs θα απέχουν από τη δημοπρασία.

Για το προκαθορισμένο σημείο $\mathbf{b_1}$ η Ιακωβιανή μήτρα εκφράζεται ως εξής:

$$\mathbf{J}\left(\sqrt{\frac{r_1 k_1 B_{tot}\beta}{p\theta_1}} - \beta, 0\right) = \begin{bmatrix} \xi_2 & \zeta_2 \\ \eta_2 & \kappa_2 \end{bmatrix} \quad (Εξίσωση\ 4.38)$$

όπου τα ξ_2, ζ_2, η_2 και κ_2 ορίζονται όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\xi_2 = 1 - 2a_1 p\theta_1\left(1 - \sqrt{\frac{p\theta_1\beta}{r_1 k_1 B_{tot}}}\right) \quad (Εξίσωση\ 4.39)$$

$$\zeta_2 = \frac{a_1 p\theta_1}{\beta}\left(1 - \sqrt{\frac{p\theta_1\beta}{r_1 k_1 B_{tot}}}\right)\left(1 - 2\sqrt{\frac{p\theta_1\beta}{r_1 k_1 B_{tot}}}\right) \quad (Εξίσωση\ 4.40)$$

$$\eta_2 = 0 \quad (Εξίσωση\ 4.41)$$

$$\kappa_2 = 1 + a_2\left(\sqrt{\frac{{r_2}^2 {k_2}^2 p\theta_1}{r_1 k_1 \beta}} - p\theta_2\right) \quad (Εξίσωση\ 4.42)$$

Παρατηρούμε ότι το αν ένα σύστημα είναι ευσταθές στο $\mathbf{b_1}$ δεν είναι ευθέως διακριτό και εξαρτάται από τις παραμέτρους του συστήματος $(r_i, k_i, \theta_i, \beta, p)$. Θα ήταν ευσταθές αν

$$\left|1 - 2a_1 p\theta_1\left(1 - \sqrt{\frac{p\theta_1\beta}{r_1 k_1 B_{tot}}}\right)\right| \leq 1 \quad (Εξίσωση\ 4.43)$$

$$\left|1 + a_2\left(\sqrt{\frac{{r_2}^2 {k_2}^2 p\theta_1}{r_1 k_1 \beta}} - p\theta_2\right)\right| \leq 1 \quad (Εξίσωση\ 4.44)$$

Για το προκαθορισμένο σημείο $\mathbf{b_3}$, το οποίο είναι το ισοζύγιο Nash, η Ιακωβιανή μήτρα εκφράζεται ως εξής

$$\mathbf{J}({b_1}^*, {b_2}^*) = [j_{i,j}] \quad (Εξίσωση\ 4.45)$$

όπου

$$j_{1,1} = 1 - a_1 p\theta_1 \frac{2{b_1}^*}{{b_1}^* + {b_2}^* + \beta}$$

$$j_{1,2} = \frac{a_1 {b_1}^*({b_1}^* - {b_2}^* - \beta)}{({b_2}^* + \beta)({b_1}^* + {b_2}^* + \beta)}$$

$$j_{2,1} = \frac{a_2 {b_2}^*({b_2}^* - {b_1}^* - \beta)}{({b_1}^* + \beta)({b_1}^* + {b_2}^* + \beta)}$$

$$j_{2,2} = 1 - a_2 p\theta_2 \frac{2{b_2}^*}{{b_1}^* + {b_2}^* + \beta}$$

και $({b_1}^*, {b_2}^*)$ είναι το ισοζύγιο Nash της δημοπρασίας. Αν το ισοζύγιο είναι εσωτερικό, μπορούμε να βρούμε τα ${b_1}^*$ και ${b_2}^*$ λύνοντας τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$b_1{}^* = \sqrt{\frac{r_1 k_1 B_{tot}(b_2{}^* + \beta)}{p\theta_1}} - (b_2{}^* + \beta)$$

$$b_2{}^* = \sqrt{\frac{r_2 k_2 B_{tot}(b_1{}^* + \beta)}{p\theta_2}} - (b_1{}^* + \beta)$$

Παρατηρείται ότι η συγκεκριμένη Ιακωβιανή μήτρα δεν αποτελεί ούτε διαγώνιο πίνακα, ούτε τριγωνικό, και συνεπώς, η χαρακτηριστική εξίσωση για την εύρεση των ιδιοτιμών δίνεται ως εξής:

$$\lambda^2 - \lambda\left(j_{1,1} + j_{2,2}\right) + \left(j_{1,1}j_{2,2} - j_{1,2}j_{2,1}\right) = 0 \quad (Εξίσωση\ 4.46)$$

Μπορούμε να λύσουμε την παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιώντας το γνωστό τύπο

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{\left(j_{1,1} + j_{2,2}\right) \pm \sqrt{4 j_{1,2} j_{2,1} + \left(j_{1,1} - j_{2,2}\right)^2}}{2} \quad (Εξίσωση\ 4.47)$$

Βασικά, δοσμένων των $r_1, r_2, k_1, k_2, B_{tot}, \beta$ και p (η οποία ανακοινώνεται από τον PU στους SUs πριν την εκκίνηση της δημοπρασίας), μπορούμε να βρούμε τη σχέση μεταξύ του a_1 και του a_2 έτσι ώστε το προκαθορισμένο σημείο του ισοζυγίου Nash να είναι ευσταθές. Όταν το ισοζύγιο Nash είναι ευσταθές, η αποπληρωμή των SUs δεν μπορεί να αυξηθεί μεταβάλλοντας τις προσφορές εύρους ζώνης (δηλαδή, η οριακή αποπληρωμή είναι μηδέν).

4.4 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 4ΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Agiza, H. N., Bischi, G. I. and Kopel, M. (1999). Multistability in a dynamic cournot game with three oligopolists. Math. Comput. Simul. , vol. 51, no. 1/2, pp. 63–90.
- Akyildiz, I. F., Lee, W. Y., Vuran, M. C. and Mohanty, S. (2006). NeXt generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey. *Comput. Netw.* , vol. 50, pp. 2127–2159.
- Goldsmith, A. J. and Chua, S. G. (1997). Variable rate variable power MQAM for fading channels. IEEE Trans. Commun. , vol. 45, no. 10, pp. 1218–1230.
- Haykin, S. (2005). Cognitive radio: Brain-empowered wireless communications. IEEE J. Sel. Areas Commun. , vol. 23, no. 2, pp. 201–220.
- Huang, J., Berry, R. and Honig, M. L. (2006). Auction-based spectrum sharing. ACM Mobile Netw. Appl. J., vol. 11, no. 3, pp. 405–418.
- Krishna, V. (2002). Auction Theory. London, U.K.: Academic.
- Mitola, J. (1999). Cognitive radio for flexible multimedia communications. Proc. MoMuC, San Diego, CA, pp. 3–10.
- Niyato, D. and Hossain, E. (2007). A game-theoretic approach to competitive spectrum sharing in cognitive radio networks. Proc. IEEE WCNC, Hong Kong, pp. 16–20.
- Niyato, D. and Hossain, E. (2008). Competitive pricing for spectrum sharing in cognitive radio networks: Dynamic game, inefficiency of Nash equilibrium, and collusion. IEEE J. Sel. Areas Commun. , vol. 26, no. 1, pp. 192– 202.
- Rosen, J. B. (1965). Existence and uniqueness of equilibrium points for concave n-person games. Econometrica, vol. 33, no. 3, pp. 520–534.
- Wang, X., Li, Z., Xu, P., Xu, Y., Gao, X. and Chen, H. H. (2010). Spectrum Sharing in Cognitive Radio Networks—An Auction-Based Approach. IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics-Part B: Cybernetics, Vol. 40, No. 3.

5 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

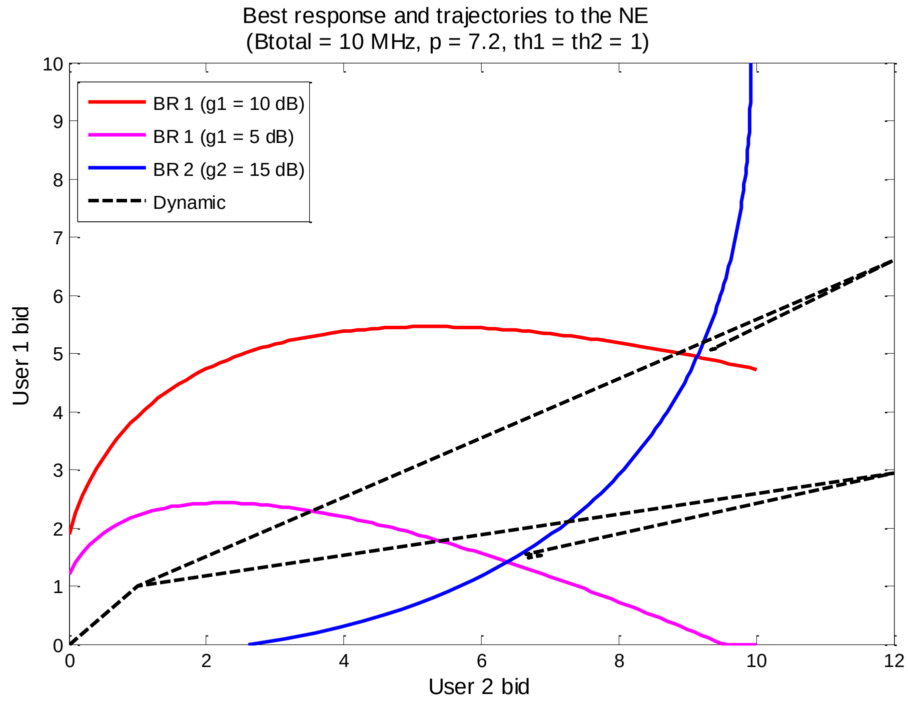
Στο Κεφάλαιο που ακολουθεί παρουσιάζονται και σχολιάζονται γραφήματα που περιγράφουν τα αποτελέσματα του μηχανισμού που αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 4. Θα μας απασχολήσει, σε κάθε περίπτωση που αναλύεται, το ισοζύγιο Nash που επιθυμούμε να επιτευχθεί μεταξύ των δύο χρηστών του γνωστικού δικτύου. Επίσης, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η έκβαση της δημοπρασίας σε σχέση με τη διακύμανση διαφορετικών παραμέτρων του συστήματος.

5.1.1 Παράμετροι

Το γνωστικό σύστημά μας αποτελείται από έναν PU και δύο SUs. Θεωρείται ότι ο PU έχει στη διάθεσή του συνολικό εύρος ζώνης ίσο με B_{tot} (MHz) αλλά στην περίπτωση που μελετάται χρησιμοποιεί ένα μικρό μέρος του φάσματος, επομένως η τιμή της παραμέτρου β είναι ίση με $\beta = 0.2$. Το ελάχιστο επίπεδο ρυθμού σφάλματος bit που επιθυμούν να επιτύχουν οι SUs είναι $BER_1^{tar} = BER_2^{tar} = 10^{-4}$. Η πρόσοδος ενός SU ανά μονάδα ρυθμού μετάδοσης είναι $r_i = 10 \; \forall i \in \mathcal{I}$. Οι πληροφορίες για το SNR (γ_i), θεωρούμε ότι είναι διαθέσιμες στους SUs μέσω της λειτουργίας της εκτίμησης του καναλιού στο γνωστικό δίκτυο. Η τιμή p ανά μονάδα εύρους ζώνης (MHz) είναι μεταβλητή, προσδιορίζεται σύμφωνα με τον αλγόριθμο που περιγράφεται στο Σχήμα 4.2 και τίθεται $\Delta p = 0.1$. Οι παράμετροι θ_1και θ_2 εκφράζουν, όπως έχει επεξηγηθεί παραπάνω, τη διάκριση τιμής μεταξύ των δύο SUs, και στην περίπτωση «αυστηρής δικαιοσύνης» είναι $\theta_1 = \theta_2 = 1$.
Σε ό,τι αφορά στην ευστάθεια του συστήματος, επιλέγονται κατάλληλες τιμές για το a_1 και το a_2, σύμφωνα με την ανάλυση που έχει προηγηθεί στην Υποενότητα 4.4.3. Στις περισσότερες περιπτώσεις που περιγράφονται παρακάτω, δεχόμαστε ότι $a_1 = a_2 = 0.14$, τιμή που μας εξασφαλίζει ευστάθεια, αλλά και γρήγορη σύγκλιση για τον αλγόριθμο δυναμικής ανανέωσης. Σε διαφορετική περίπτωση, θα σημειώνεται η χρήση άλλης τιμής.

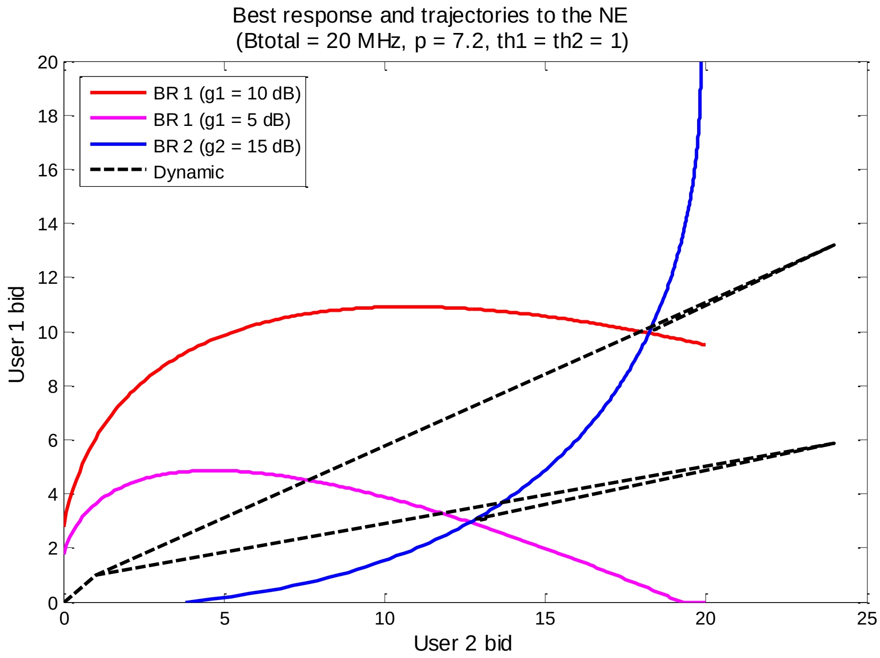
5.2 ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΥΓΚΛΙΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΑΝΑΝΕΩΣΗΣ

Ακολουθούν τρία γραφήματα που περιλαμβάνουν τις βέλτιστες αποκρίσεις των SUs, καθώς και τη σύγκλιση του αλγορίθμου δυναμικής ανανέωσης. Θεωρούμε δύο διαφορετικές περιπτώσεις ποιότητας καναλιού για τον SU 1, $\gamma_1 = 5\,dB$ και $\gamma_1 = 10\,dB$, και μία μόνο περίπτωση ποιότητας καναλιού για τον SU 2, $\gamma_2 = 15\,dB$. Στα Σχήματα 5.1 και 5.2 υπάρχει αυστηρή δικαιοσύνη στο δίκτυο για διαφορετικές τιμές του B_{tot}, ενώ στο Σχήμα 5.3 μελετάται η περίπτωση διάκρισης μεταξύ των SUs ως προς την τιμή.



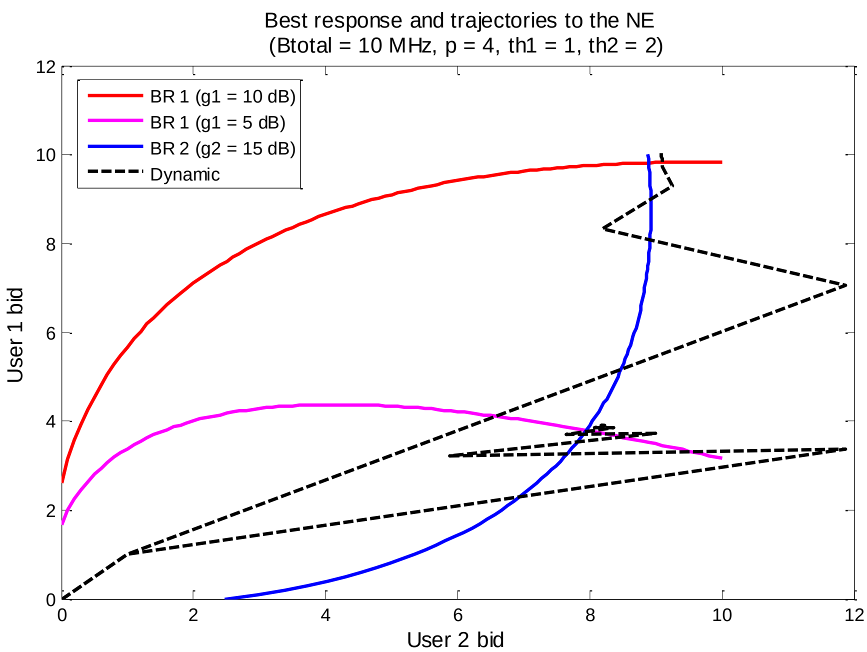
Σχήμα 5.1: Βέλτιστες αποκρίσεις των SUs για $B_{tot} = 10$, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

Παρατηρούμε στο Σχήμα 5.1, ότι ο SU 2 καταθέτει πολύ μεγαλύτερες προσφορές από τον SU 1 λόγω της σαφώς υψηλότερης ποιότητας του καναλιού του για τις δύο διαφορετικές ποιότητες καναλιού του SU 1. Είναι χαρακτηριστικό ότι για $\gamma_1 = 5\ dB$, στο σημείο ισοζυγίου, το b_2 είναι σχεδόν εξαπλάσιο του b_1, ενώ και για $\gamma_2 = 15\ dB$, είναι σχεδόν διπλάσιο του b_1. Ο αλγόριθμος δυναμικής ανανέωσης συγκλίνει ικανοποιητικά στα επιθυμητά σημεία ισοζυγίου Nash.



Σχήμα 5.2: Βέλτιστες αποκρίσεις των SUs για $B_{tot} = 20$, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

Παρατηρούμε ότι κατά την αύξηση του B_{tot}, τα γράφημα του Σχήματος 5.2 παραμένει ποιοτικά όμοιο με το γράφημα του Σχήματος 5.1. Οι προσφορές των SUs αυξάνονται αναλογικά, δηλαδή για 100% αύξηση του B_{tot}, υπάρχει 100% αύξηση τόσο του b_1, όσο και του b_2. Αυτό είναι αναμενόμενο αποτέλεσμα, δεδομένου ότι δεν υπάρχει περιορισμός στη ζήτηση των SUs για εύρος ζώνης. Ο αλγόριθμος δυναμικής ανανέωσης συγκλίνει ικανοποιητικά.

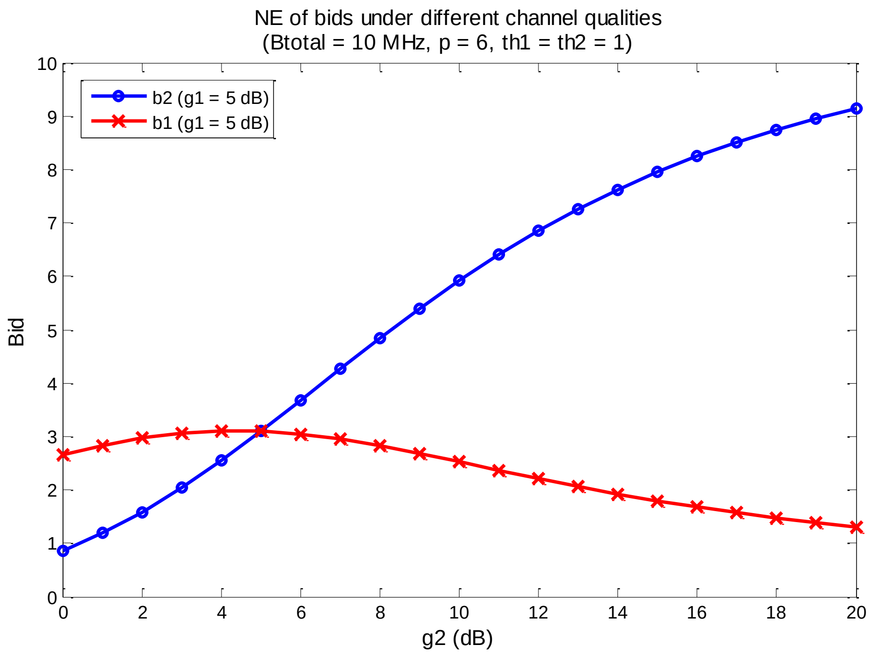


Σχήμα 5.3: Βέλτιστες αποκρίσεις των SUs για $B_{tot} = 10$, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

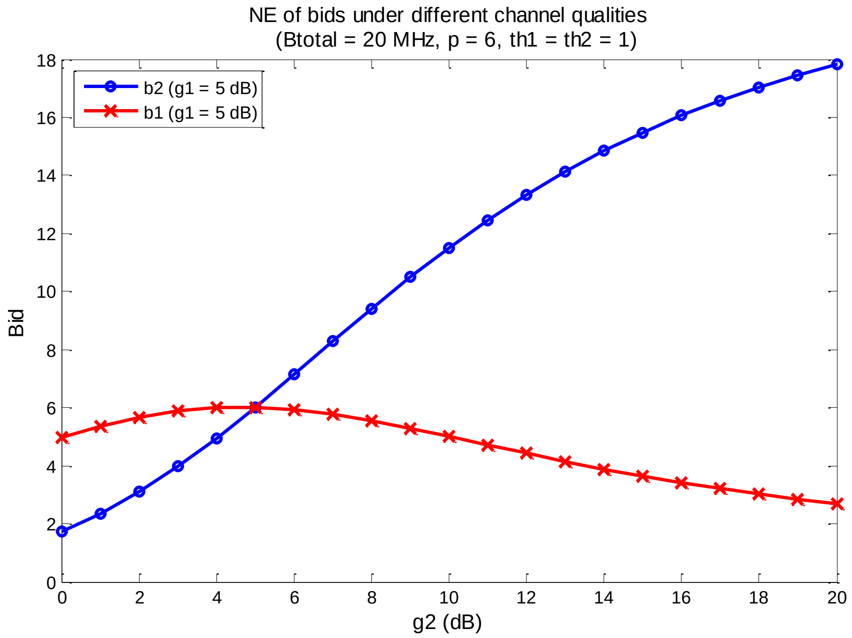
Το Σχήμα 5.3 παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον λόγω της διάκρισης τιμής μεταξύ των δύο SUs. Ο SU 2 είναι αυτός ο οποίος έχει επιβαρυνθεί με παραπάνω κόστος στο Σχήμα 5.4. Η επίπτωση είναι προφανής, αφού στο σημείο ισοζυγίου Nash, η προσφορά που καταθέτει ο SU 1, με $\gamma_1 = 10\,dB$, είναι κατά μία μονάδα μεγαλύτερη της προσφοράς που καταθέτει ο SU 2, με $\gamma_2 = 15\,dB$. Παρά τη σαφή υπεροχή της ποιότητας του καναλιού του SU 2 (κατά $5\,dB$), το γεγονός ότι το κόστος απόκτησης εύρους ζώνης είναι διπλάσιο για εκείνον, τον εξαναγκάζει να καταθέσει χαμηλότερη προσφορά από τον SU 1. Θα πρέπει, επίσης, να σημειωθεί ότι οι προσφορές του SU 1 στα δύο σημεία ισοζυγίου, είναι σαφώς μεγαλύτερες από αυτές που καταθέτει στα αντίστοιχα σημεία στο γράφημα του Σχήματος 5.1, γεγονός που καταδεικνύει το όφελός του από την επιβάρυνση του SU 2. Ο αλγόριθμος δυναμικής ανανέωσης συγκλίνει ικανοποιητικά και σε αυτή την περίπτωση.

5.3 ΙΣΟΖΥΓΙΟ NASH ΠΡΟΣΦΟΡΩΝ

Στα γραφήματα που ακολουθούν αποτυπώνονται οι προσφορές των SUs στα σημεία ισοζυγίου Nash για διαφορετικές ποιότητες καναλιού. Παρουσιάζονται τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις για μεταβλητό γ_2 και για δύο διαφορετικές τιμές του B_{tot}: $\gamma_1 = 5\,dB$ σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης, $\gamma_1 = 5\,dB$ σε συνθήκες διάκρισης τιμής, $\gamma_1 = 15\,dB$ σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης και $\gamma_1 = 15\,dB$ σε συνθήκες διάκρισης τιμής. Στο τέλος, δίνονται δύο ζεύγη γραφημάτων τριών διαστάσεων με τις προσφορές των SUs για μεταβλητά γ_1 και γ_2, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης και σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

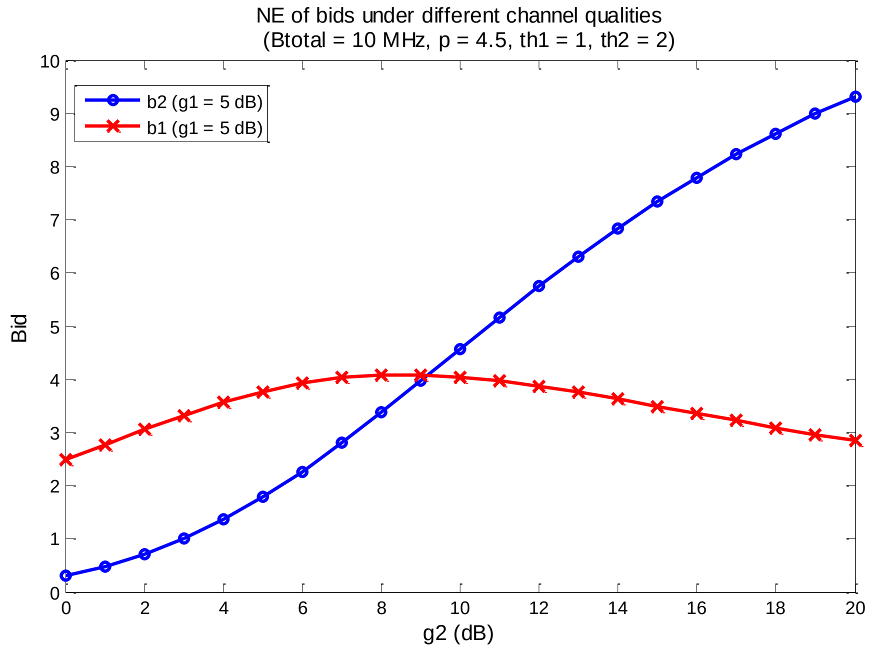


Σχήμα 5.4: Ισοζύγιο Nash προσφορών για $\gamma_1 = 5\,dB$, $B_{tot} = 10$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

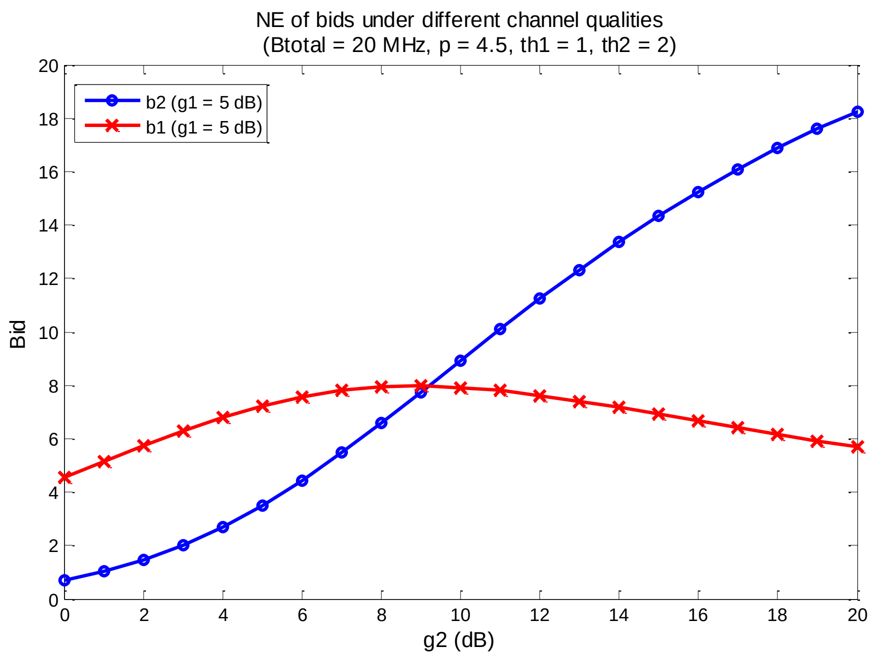


Σχήμα 5.5: Ισοζύγιο Nash προσφορών για $\gamma_1 = 5\,dB$, $B_{tot} = 20$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

Στα γραφήματα των Σχημάτων 5.4 και 5.5 παρατηρούμε τη μεταβολή των σημείων ισοζυγίου Nash, καθώς βελτιώνεται η ποιότητα του καναλιού του SU 2. Όπως είναι λογικό, οι προσφορές των δύο SUs συμπίπτουν όταν συμπίπτουν οι ποιότητες των καναλιών τους, δηλαδή για $\gamma_2 = 5\,dB$. Από εκεί και έπειτα, υπάρχει σαφής μείωση των προσφορών του SU 1, καθώς βελτιώνεται η ποιότητα του καναλιού του SU 2 και, αντίστοιχα, μεγάλη αύξηση των προσφορών του SU 2. Η αύξηση του διαθέσιμου εύρους ζώνης ενισχύει αναλογικά τις προσφορές και των δύο SUs. Όμως, η ωφέλεια σε καθαρό εύρος ζώνης για τον SU 1, είναι πολύ μικρή στην περιοχή υψηλής ποιότητας καναλιού του SU 2. Είναι χαρακτηριστικό ότι για $\gamma_2 = 20\,dB$, ο SU 1 καταθέτει $b_1 = 1.2$ για $B_{tot} = 10$ και $b_1 = 1.2$ για $B_{tot} = 20$, προσφορές πολύ χαμηλές σε σχέση με τις αντίστοιχες του SU 2. Η απεριόριστη ζήτηση των SUs σε αυτό το μηχανισμό, δεν επιτρέπει τη σαφή βελτίωση της θέσης ενός SU με χαμηλή ποιότητα καναλιού, κατά την αύξηση του διαθέσιμου εύρους ζώνης.

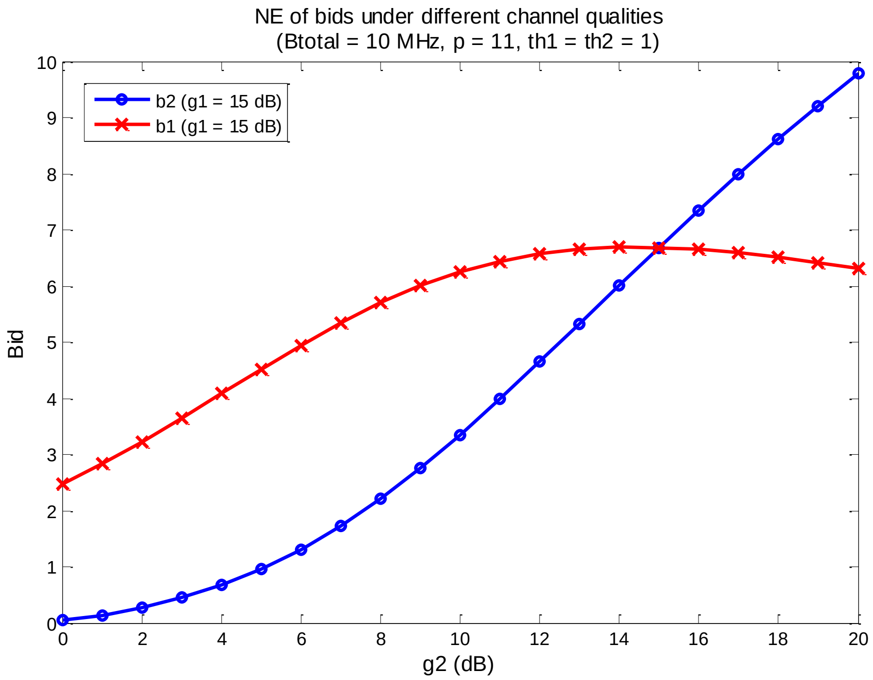


Σχήμα 5.6: Ισοζύγιο Nash προσφορών για $\gamma_1 = 5\ dB$, $B_{tot} = 10$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

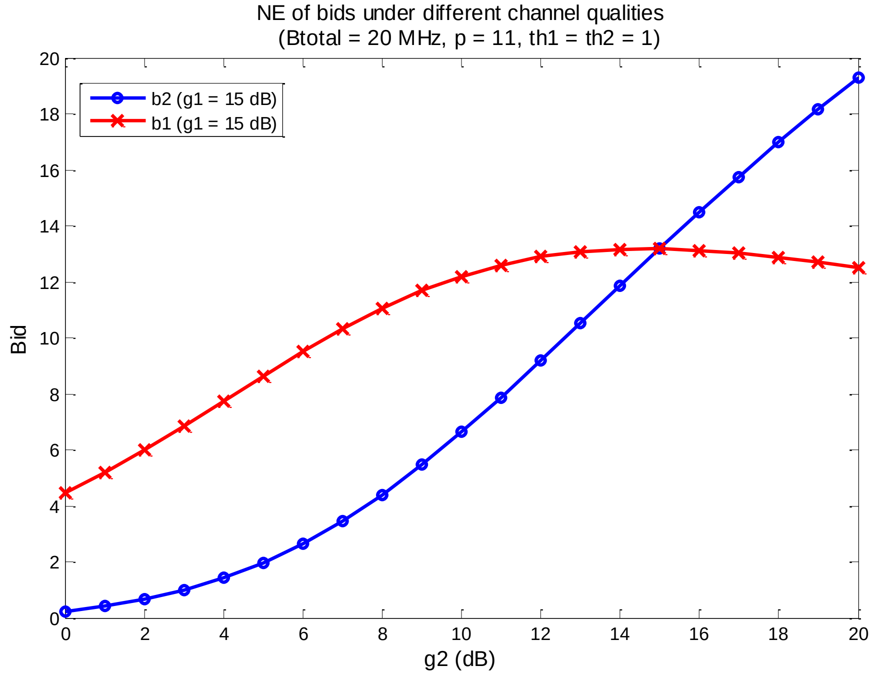


Σχήμα 5.7: Ισοζύγιο Nash προσφορών για $\gamma_1 = 5\ dB$, $B_{tot} = 20$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

Η πρώτη παρατήρηση που μπορεί να γίνει για τα γραφήματα των Σχημάτων 5.6 και 5.7 είναι ότι το σημείο ισοζυγίου, στο οποίο οι προσφορές των δύο SUs συμπίπτουν έχει αλλάξει σαφώς. Πλέον, έχουμε ισότητα των προσφορών για $\gamma_2 = 9\,dB$. Αυτό οφείλεται, προφανώς, στην επιβάρυνση που δέχεται ο SU 2, σε συνθήκες διάκρισης τιμής. Μία άλλη παρατήρηση είναι η σαφής μεταβολή της τιμής, η οποία υπέστη μείωση της τάξης του 25% σε σχέση με τα Σχήματα 5.4 και 5.5, έτσι ώστε για $\gamma_2 = 20\,dB$, ο SU 2 να καταθέτει προσφορά σχεδόν ίση με B_{tot}. Η θέση του SU 1 έχει σαφώς βελτιωθεί και, παρατηρούμε ότι, η διάκριση τιμής εις βάρος του SU 2 βοηθά τον SU 1 να διεκδικεί σημαντικό μέρος του εύρους ζώνης, όταν ο SU 2 έχει πολύ υψηλή ποιότητα καναλιού.

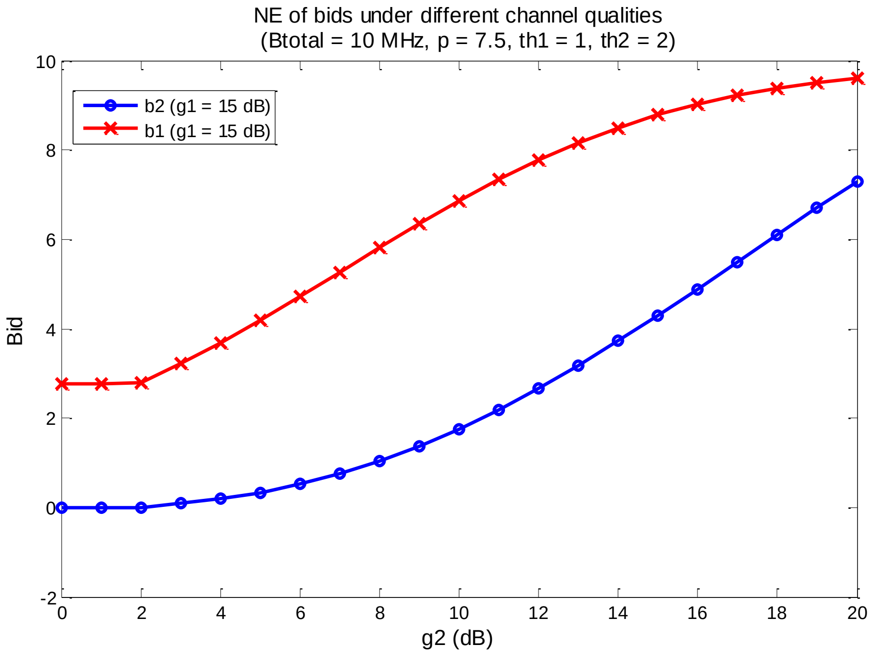


Σχήμα 5.8: Ισοζύγιο Nash προσφορών για $\gamma_1 = 15\,dB$, $B_{tot} = 10$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

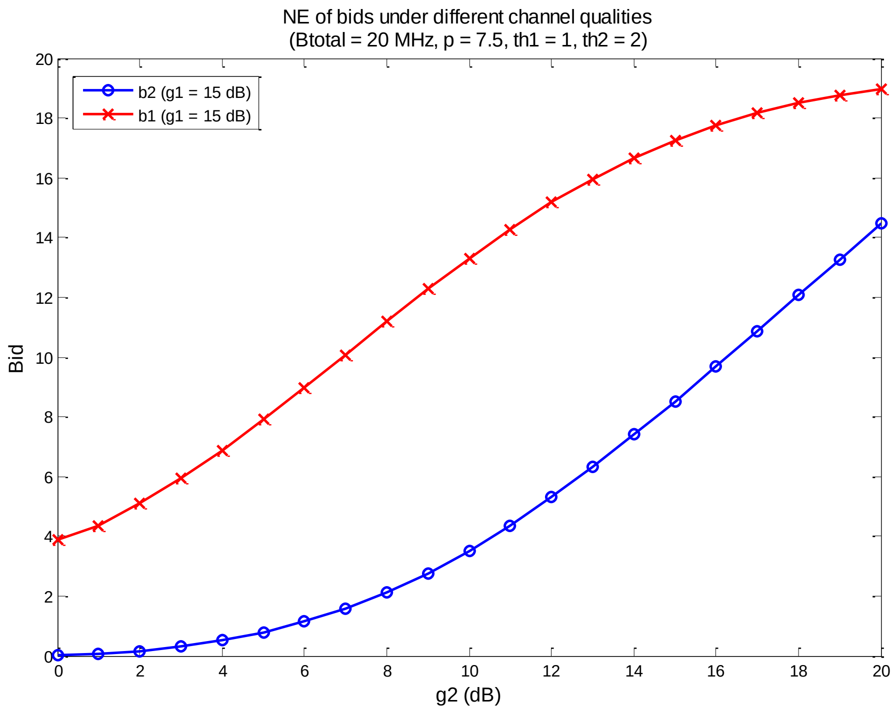


Σχήμα 5.9: Ισοζύγιο Nash προσφορών για $\gamma_1 = 15\ dB$, $B_{tot} = 20$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

Στα γραφήματα των Σχημάτων 5.8 και 5.9 φαίνεται πως η υψηλή ποιότητα καναλιού εξασφαλίζει ο ικανοποιητικές προσφορές στον SU 1 για κάθε πιθανή ποιότητα καναλιού του SU 2. Όπως είναι φυσικό, όσο μεγαλύτερη η ποιότητα του καναλιού του SU 2, τόσο μικρότερο μέρος του εύρους ζώνης θα καταλήγει στον SU 1, αλλά ακόμη και για $\gamma_2 = 20\ dB$, η προσφορά του SU 1 είναι μόνο κατά 35% μικρότερη της προσφοράς του SU 2. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στη συγκεκριμένη προσομοίωση επιλέχθηκε $a_1 = a_2 = 0.09$, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί ευστάθεια.

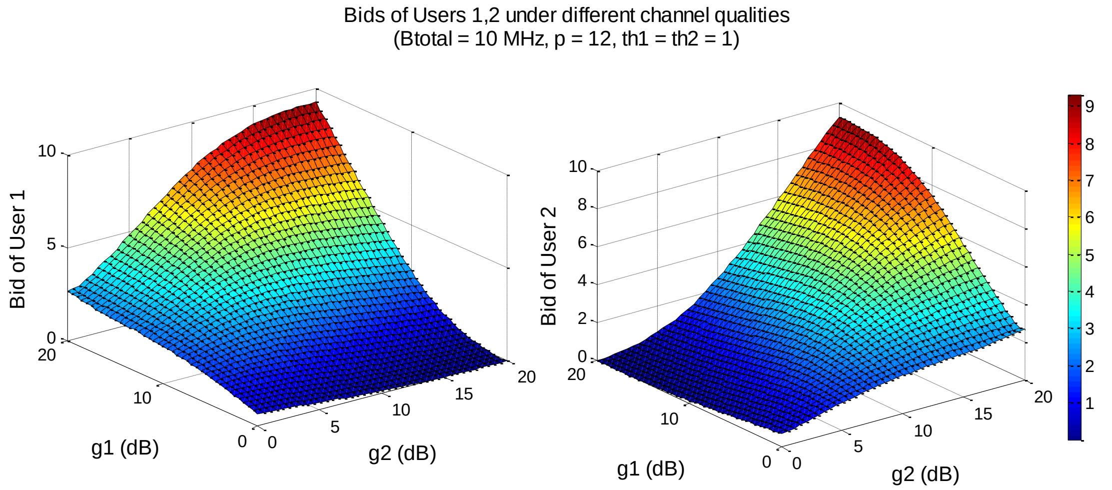


Σχήμα 5.10: Ισοζύγιο Nash προσφορών για $\gamma_1 = 15\ dB$, $B_{tot} = 10$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

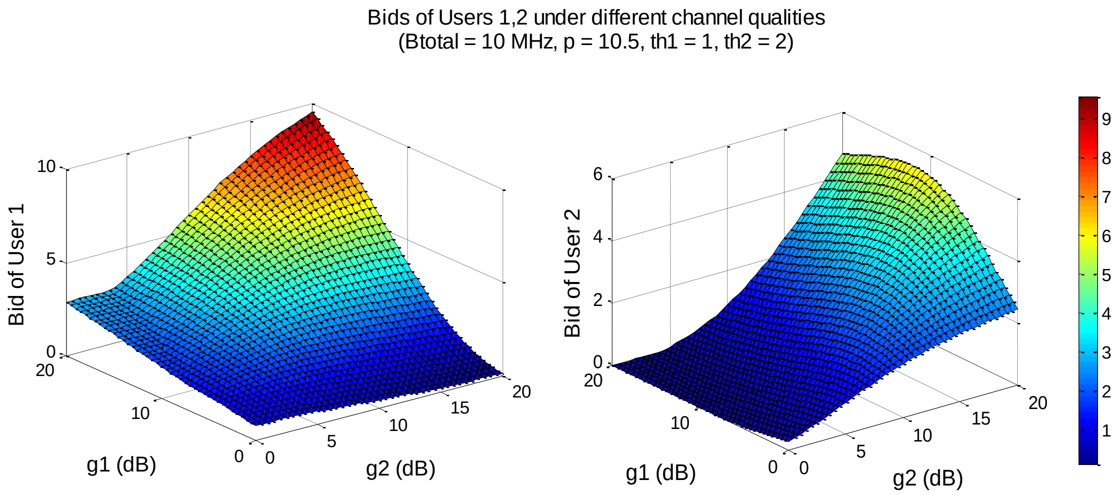


Σχήμα 5.11: Ισοζύγιο Nash προσφορών για $\gamma_1 = 15\ dB$, $B_{tot} = 20$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

Στα γραφήματα των Σχημάτων 5.10 και 5.11 παρατηρούμε ότι στο εύρος ποιοτήτων καναλιού που εξετάζουμε δεν μπορεί να υπάρξει σημείο ισοζυγίου στο οποίο να εξισωθούν οι προσφορές των δύο SUs. Ο επιβαρυμένος SU 2 καταθέτει χαμηλότερες προσφορές από τον SU 2, για κάθε πιθανή ποιότητα του καναλιού του. Για $B_{tot} = 10$, οι προσφορές του SU 2 για τις πρώτες τρεις ποιότητες καναλιού είναι, πρακτικά, μηδενικές, για αυτό και δε μεταβάλλεται η προσφορά του SU 1. Η τιμή σε αυτή την προσομοίωση είναι μειωμένη κατά 32% σε σύγκριση με την τιμή της προσομοίωσης των Σχημάτων 5.8 και 5.9. Τέλος, επιλέχθηκε και πάλι $a_1 = a_2 = 0.09$.



Σχήμα 5.12: Προσφορές χρηστών για $B_{tot} = 10$, γ_1 και γ_2 μεταβλητό, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

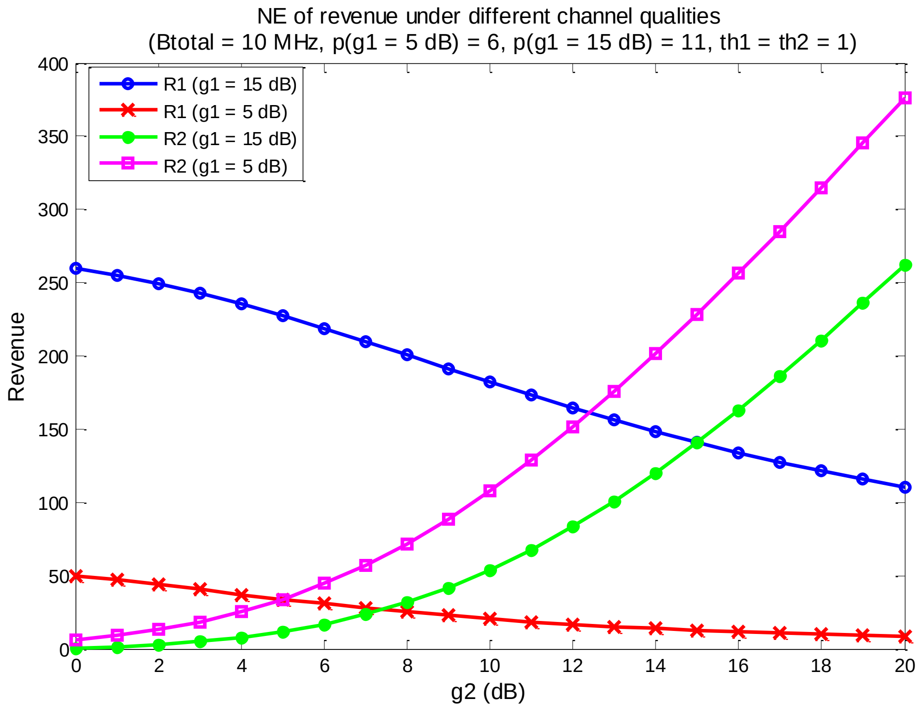


Σχήμα 5.13: Προσφορές χρηστών για $B_{tot} = 10, \gamma_1$ και γ_2 μεταβλητό, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

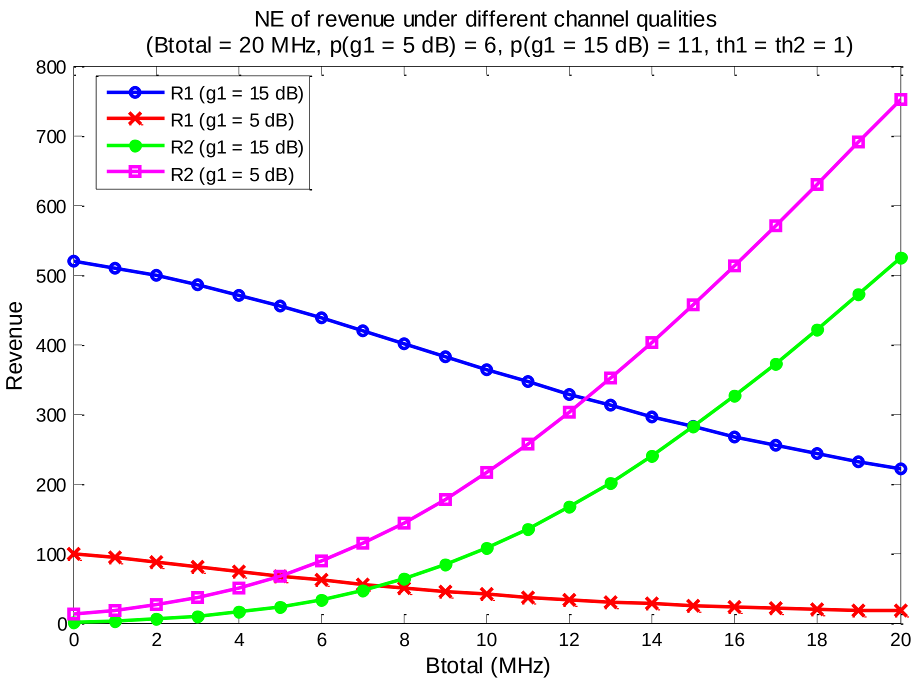
Όπως είναι φυσικό τα γραφήματα του Σχήματος 5.12 παρουσιάζουν απόλυτη συμμετρία. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το Σχήμα 5.13, όπου φαίνεται το χάσμα που δημιουργείται μεταξύ των δύο χρηστών σε συνθήκες διάκρισης τιμής. Από την επιφάνεια τιμών που δημιουργείται για το γ_1 και το γ_2 ([0,20]*[0,20]), μόνο στο 24% αυτής, η προσφορά του SU 1 θα είναι ανώτερη της προσφοράς του SU 2. Επίσης, παρατηρούμε ότι για ελάχιστες περιπτώσεις ο SU 2 θα καταθέσει προσφορά ανώτερη του 5 (δηλαδή το 50% του διαθέσιμου εύρους ζώνης), σε αντίθεση με τον SU 1, ο οποίος έχει μία μεγάλη περιοχή τιμών, που αντιστοιχεί σχεδόν στο ένα τέταρτο της προαναφερθείσας επιφάνειας, στην οποία καταθέτει προσφορές ανώτερες του 5. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για να επιτευχθεί ευστάθεια, χρησιμοποιήθηκε $a_1 = a_2 = 0.06$ για το Σχήμα 5.12 και $a_1 = a_2 = 0.05$ για το Σχήμα 5.13.

5.4 ΙΣΟΖΥΓΙΟ NASH ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΩΝ

Στην ενότητα που ακολουθεί παρουσιάζονται, κατά βάση, δύο είδη γραφημάτων. Στο πρώτο είδος απεικονίζονται τα εισοδήματα των SUs ως προς την ποιότητα του καναλιού του SU 2, για τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις ποιότητας καναλιού του SU 1, που εξετάσαμε και στην προηγούμενη ενότητα, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης. Στο δεύτερο είδος απεικονίζονται τα εισοδήματα των SUs ως προς το διαθέσιμο φάσμα, για συγκεκριμένες ποιότητες καναλιού, σε συνθήκες διάκρισης τιμής. Τέλος, δίνεται ένα γράφημα τριών διαστάσεων, που περιλαμβάνει τα εισοδήματα των SUs ως προς το διαθέσιμο φάσμα και την ποιότητα του καναλιού του SU 2, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

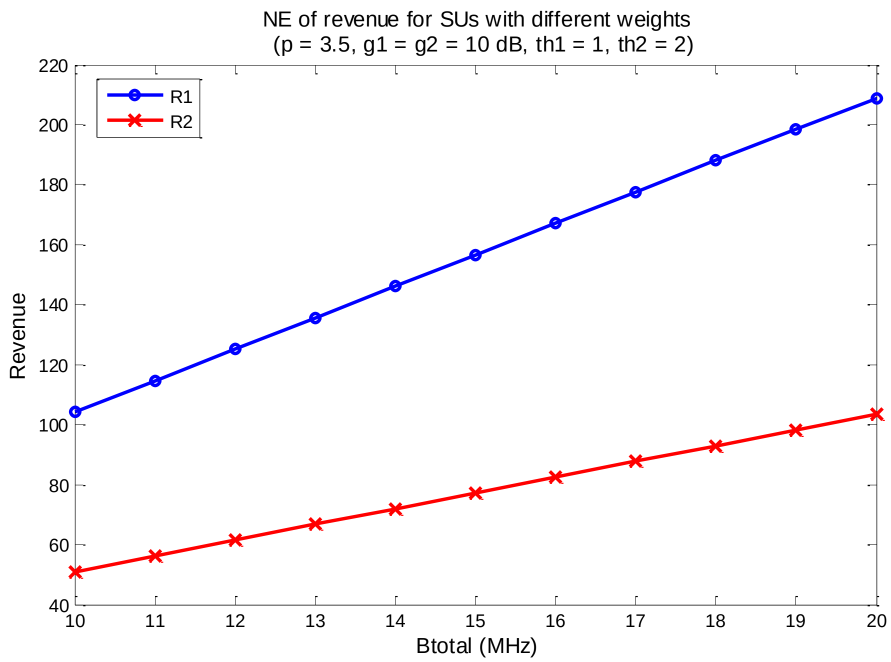


Σχήμα 5.14: Ισοζύγιο Nash εισοδημάτων για $\gamma_1 = 5\ dB, \gamma_1 = 15\ dB$, $B_{tot} = 10$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

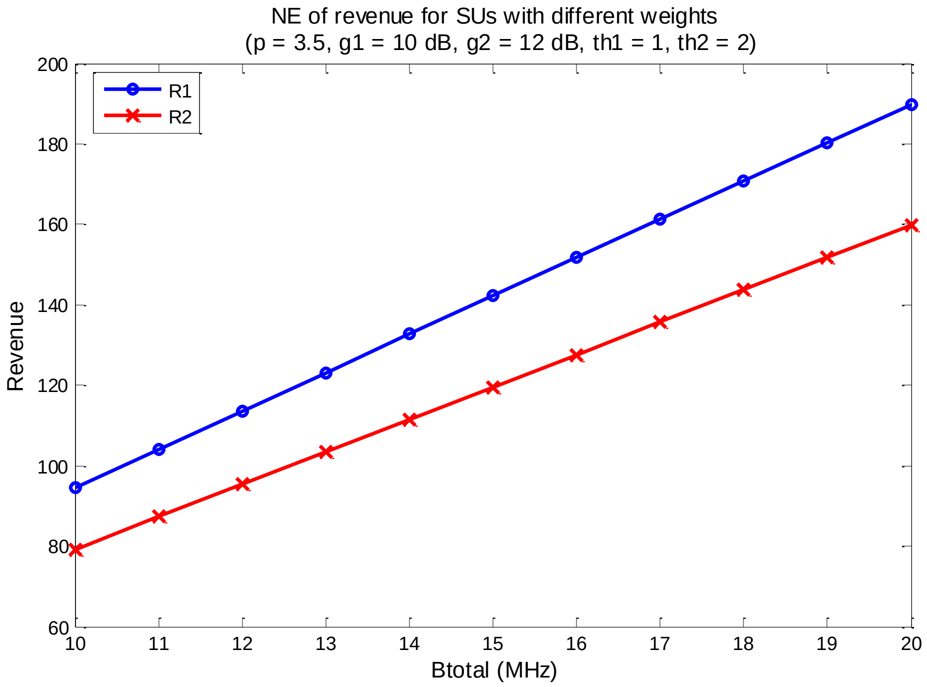


Σχήμα 5.15: Ισοζύγιο Nash εισοδημάτων για $\gamma_1 = 5\ dB, \gamma_1 = 15\ dB$, $B_{tot} = 20$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

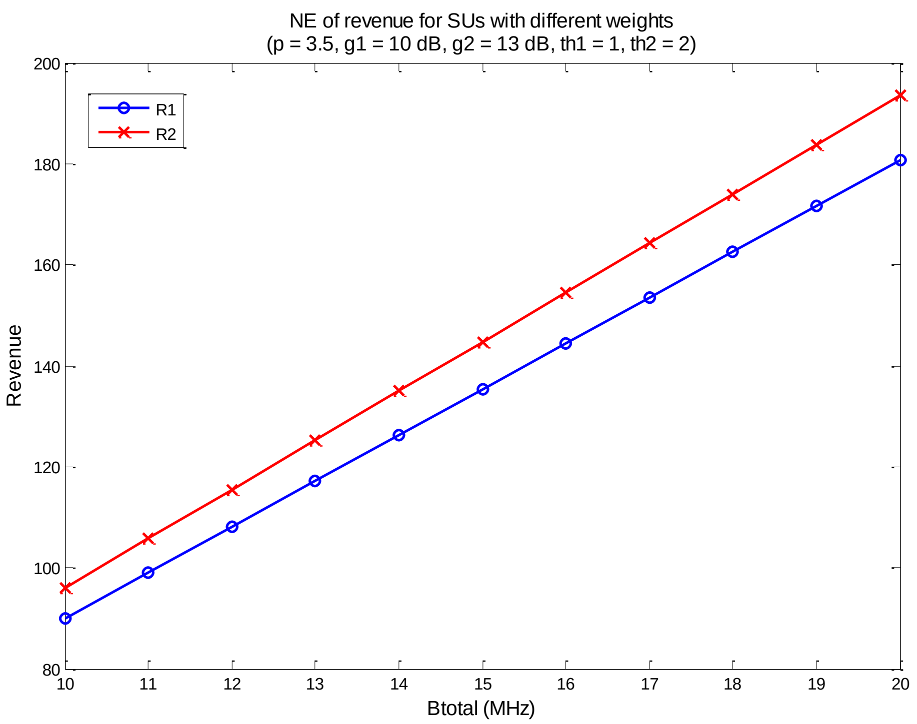
Η πρώτη παρατήρηση που θα πρέπει να γίνει πάνω στα γραφήματα των Σχημάτων 5.14 και 5.15 είναι ότι η καμπύλη του εισοδήματος του SU 1 για $\gamma_1 = 15\, dB$ είναι πάνω από την καμπύλη για $\gamma_1 = 5\, dB$, για κάθε πιθανή ποιότητα καναλιού του SU 2, ενώ ακριβώς το αντίστροφο ισχύει για τις καμπύλες εισοδήματος του SU 2. Επίσης, οι μεταβολές στο εισόδημα του SU 2 κατά μήκος των καμπυλών είναι, όπως είναι λογικό, πολύ μεγαλύτερες από αυτές του εισοδήματος του SU 2. Δηλαδή, ο SU με τη σταθερή ποιότητα καναλιού επηρεάζεται λιγότερο από τη μεταβολή της ποιότητας του καναλιού του άλλου SU, από ότι επηρεάζεται ο SU του οποίου το κανάλι αλλάζει. Τα σημεία ισοζυγίου στα οποία τα εισοδήματα των δύο SUs εξισώνεται είναι αυτά στα οποία εξισώνονται οι ποιότητες των καναλιών τους, δηλαδή στο σημείο $\gamma_2 = 5\, dB$, για $\gamma_1 = 5\, dB$ και στο σημείο $\gamma_2 = 15\, dB$, για $\gamma_1 = 15\, dB$. Για τις καμπύλες εισοδημάτων για $\gamma_1 = 5\, dB$ επιλέχθηκε $a_1 = a_2 = 0.09$. Η αύξηση του διαθέσιμου εύρους ζώνης επηρεάζει αναλογικά τα εισοδήματα των χρηστών.



Σχήμα 5.16: Ισοζύγιο Nash εισοδημάτων για $\gamma_1 = \gamma_2 = 10\, dB$ και B_{tot} μεταβλητό, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

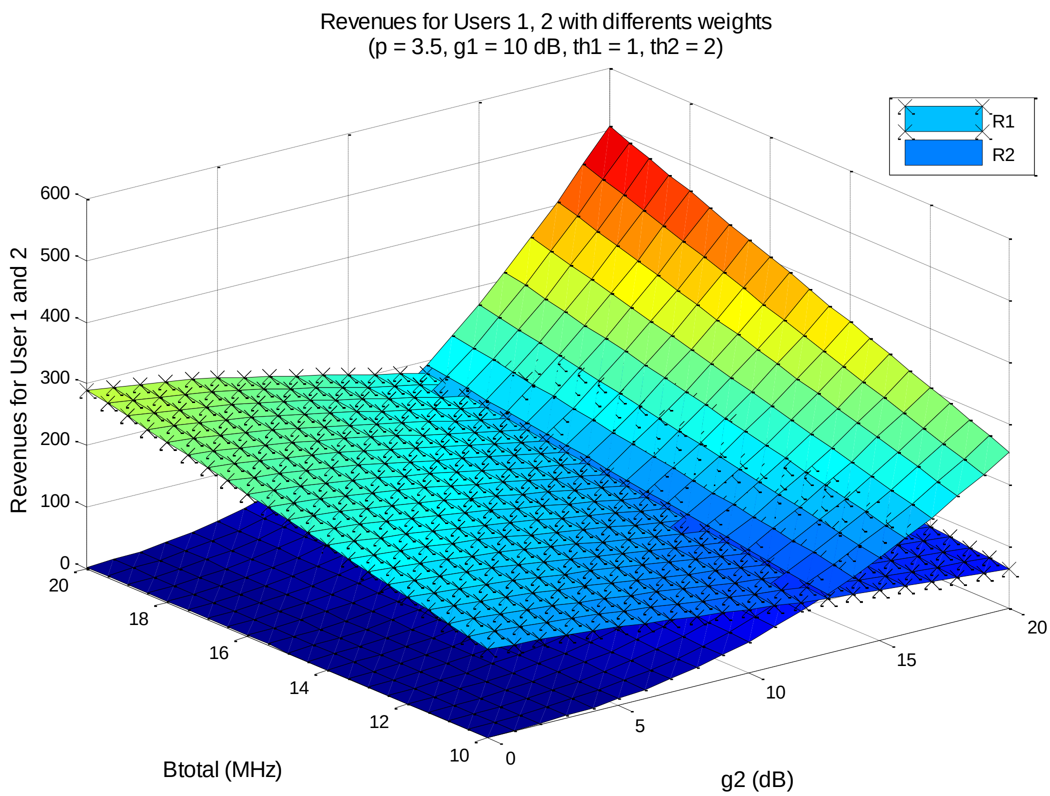


Σχήμα 5.17: Ισοζύγιο Nash εισοδημάτων για $\gamma_1 = 10\ dB, \gamma_2 = 12\ dB$ και B_{tot} μεταβλητό, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.



Σχήμα 5.18: Ισοζύγιο Nash εισοδημάτων για $\gamma_1 = 10\ dB, \gamma_2 = 13\ dB$ και B_{tot} μεταβλητό, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

Τα τρία γραφήματα των Σχημάτων 5.16, 5.17 και 5.18 παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Στο Σχήμα 5.16 παρατηρούμε ότι η διάκριση τιμής δημιουργεί ένα μεγάλο χάσμα μεταξύ των εισοδημάτων των δύο SUs, οι οποίοι είναι ίδιοι ως προς τις άλλες παραμέτρους σε αυτή την προσέγγιση. Όπως είναι αναμενόμενο, το εισόδημα του SU 1 είναι, για κάθε τιμή του B_{tot}, μεγαλύτερο από το εισόδημα του SU 2, όταν έχουν την ίδια ποιότητα καναλιού. Επίσης, παρατηρούμε ότι οι δύο καμπύλες έχουν διαφορετική κλίση, με πιο απότομη την καμπύλη που βρίσκεται πιο ψηλά, δηλαδή την καμπύλη εισοδήματος του SU 1. Περνώντας στο Σχήμα 5.17, παρατηρούμε ότι μία αύξηση των $2\ dB$ στην ποιότητα του καναλιού του SU 2, δεν είναι αρκετή για να του παρέχει μεγαλύτερο εισόδημα από τον SU 1, αλλά μειώνει πάρα πολύ το χάσμα μεταξύ των εισοδημάτων. Επίσης, παρατηρούμε ότι αλλάζει και η κλίση των καμπυλών, άρα τόσο το θ_i, όσο και το γ_i, επηρεάζουν την κλίση. Στο Σχήμα 5.18 η διαφορά στην ποιότητα των δύο καναλιών είναι $3\ dB$, που είναι αρκετή για να παρέχει στον SU 2 οριακά μεγαλύτερο εισόδημα από τον SU 1, κατά 5% περίπου για $B_{tot} = 10$.

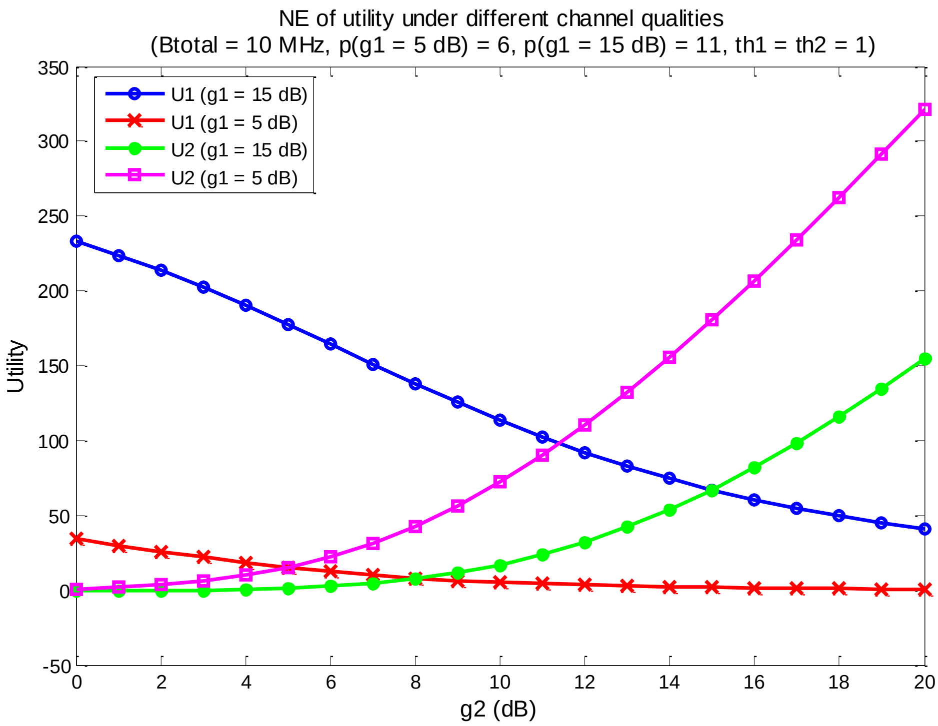


Σχήμα 5.19: Εισοδήματα για $\gamma_1 = 10\ dB$, γ_2 μεταβλητό και B_{tot} μεταβλητό, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

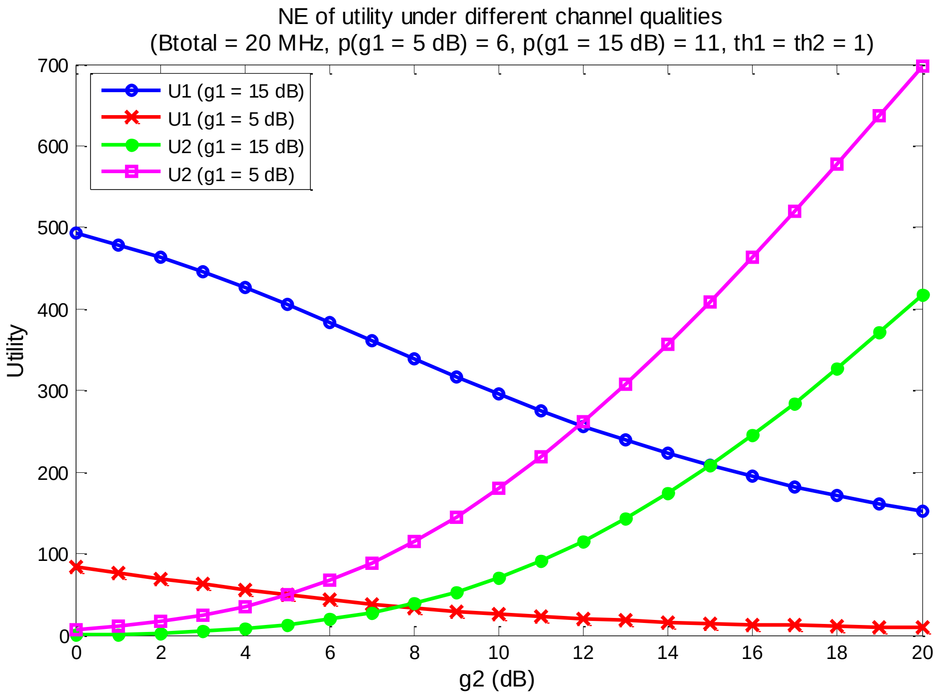
Στο Σχήμα 5.19 λαμβάνουμε μία πανοραμική όψη για το πώς μεταβάλλονται τα εισοδήματα των δύο χρηστών ως προς το γ_2 και το B_{tot}. Παρατηρούμε ότι στο μέγιστο του, το εισόδημα του SU 1 βρίσκεται κάτω από την τιμή 300, ενώ του SU 2 ξεπερνά οριακά την τιμή 500. Παρά αυτό, για την επιφάνεια που δημιουργούν το γ_2 με το B_{tot} ([0,20]*[10,20]), στο 63% αυτής (προσεγγιστικά) το εισόδημα του SU 1 είναι ανώτερο του εισοδήματος του SU 2. Επίσης, για $\gamma_2 = 0\ dB$ έως $\gamma_2 = 5\ dB$, το εισόδημα του SU 2 είναι πολύ κοντά στο 0.

5.5 ΙΣΟΖΥΓΙΟ NASH ΑΠΟΠΛΗΡΩΜΩΝ

Στην ενότητα που ακολουθεί παρουσιάζονται, κατά βάση, δύο είδη γραφημάτων. Στο πρώτο είδος απεικονίζονται οι αποπληρωμές (ή χρησιμότητες) των SUs ως προς την ποιότητα του καναλιού του SU 2, για τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις ποιότητας καναλιού του SU 1, που εξετάσαμε και στην Ενότητα 5.3, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης. Στο δεύτερο είδος απεικονίζονται οι αποπληρωμές των SUs ως προς το διαθέσιμο φάσμα, για συγκεκριμένες ποιότητες καναλιού, σε συνθήκες διάκρισης τιμής. Τέλος, δίνεται ένα γράφημα τριών διαστάσεων, που περιλαμβάνει τις αποπληρωμές των SUs ως προς το διαθέσιμο φάσμα και την ποιότητα του καναλιού του SU 2, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

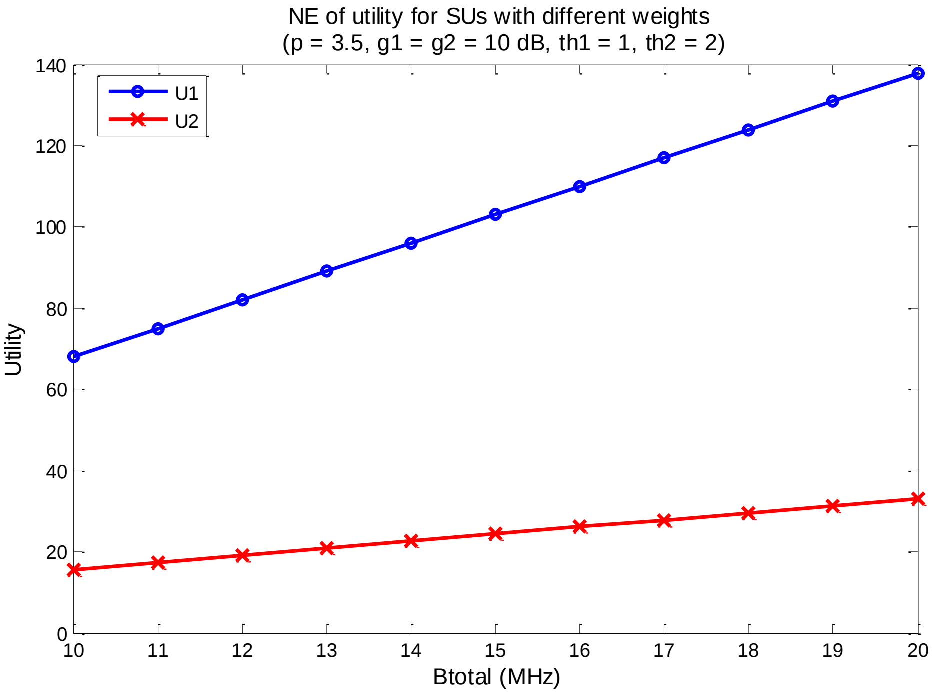


Σχήμα 5.20: Ισοζύγιο Nash αποπληρωμών για $\gamma_1 = 5\ dB$, $\gamma_1 = 15\ dB$, $B_{tot} = 10$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

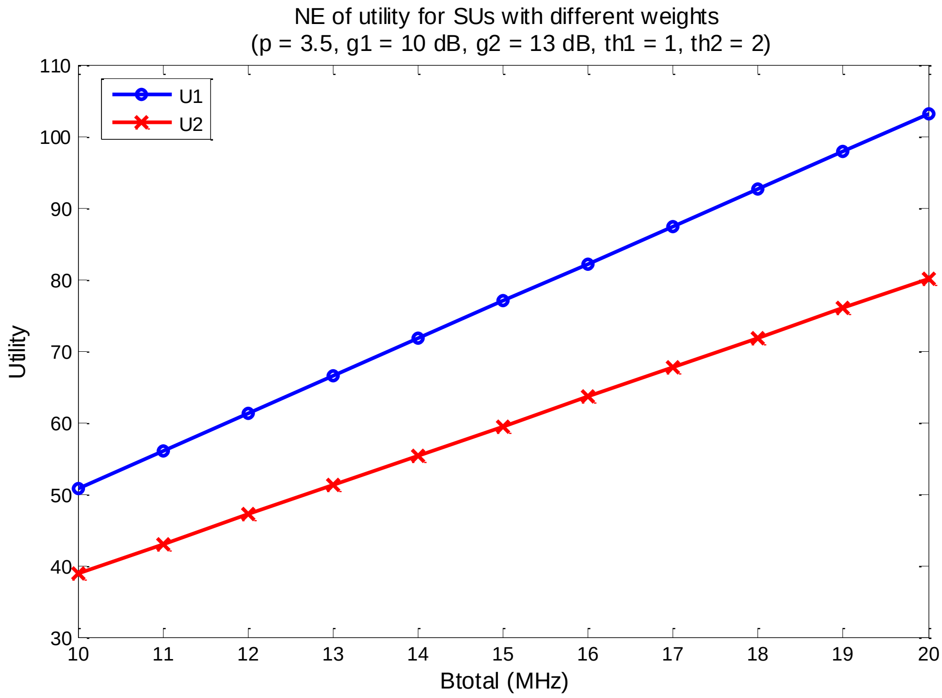


Σχήμα 5.21: Ισοζύγιο Nash αποπληρωμών για $\gamma_1 = 5\ dB$, $\gamma_1 = 15\ dB$, $B_{tot} = 20$ και μεταβλητό γ_2, σε συνθήκες αυστηρής δικαιοσύνης.

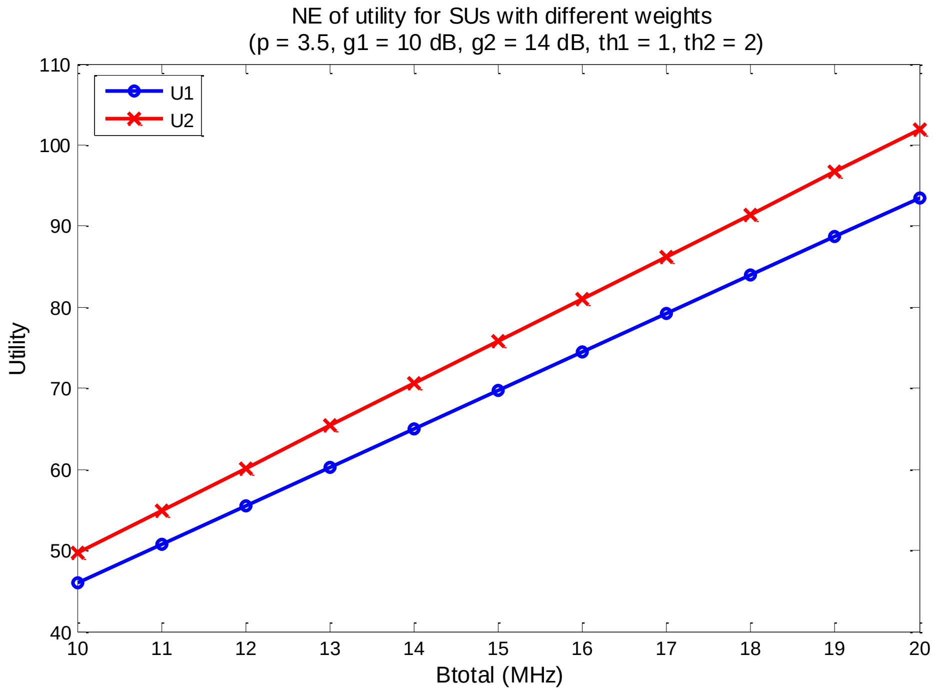
Τα γραφήματα των Σχημάτων 5.20 και 5.21 παρουσιάζουν μεγάλη ομοιότητα ποιοτικά με αυτά των Σχημάτων 5.14 και 5.15 αντίστοιχα. Αυτό είναι απολύτως λογικό, αφού η χρησιμότητα ενός SU ορίζεται ως η διαφορά του εισοδήματός του από το κόστος που χρεώνεται σε αυτόν. Παρατηρείται, όπως είναι φυσικό, μία μικρή διαφορά στα επίπεδα των καμπυλών αποπληρωμής από αυτά των καμπυλών εισοδήματος, λόγω του κόστους. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το ότι για $B_{tot} = 10$, οι καμπύλες του SU 1 για $\gamma_1 = 5\ dB$ και του SU 2 για $\gamma_1 = 15\ dB$, έχουν πολλά σημεία τους πάνω ή πάρα πολύ κοντά στο μηδέν. Μία μηδενική αποπληρωμή εκφράζει την αδιαφορία ενός SU μεταξύ της απόκτησης εύρους ζώνης με κόστος ίσο με το εισόδημα που λαμβάνεται και τη μη απόκτηση εύρους ζώνης. Στην περίπτωσή μας οι SUs επιλέγουν να αποκτήσουν εύρος ζώνης, αλλά η προτίμησή τους θα μπορούσε σε πραγματικές συνθήκες να είναι και η μη απόκτηση εύρους ζώνης. Αξίζει να σημειωθεί σε κανένα σημείο δεν παρατηρείται αρνητική αποπληρωμή, στοιχείο θετικό για τον αλγόριθμο που χρησιμοποιήσαμε, αφού δεν επιτρέπει στους SUs να ζημιωθούν.



Σχήμα 5.22: Ισοζύγιο Nash αποπληρωμών για $\gamma_1 = \gamma_2 = 10\ dB$ και B_{tot} μεταβλητό, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

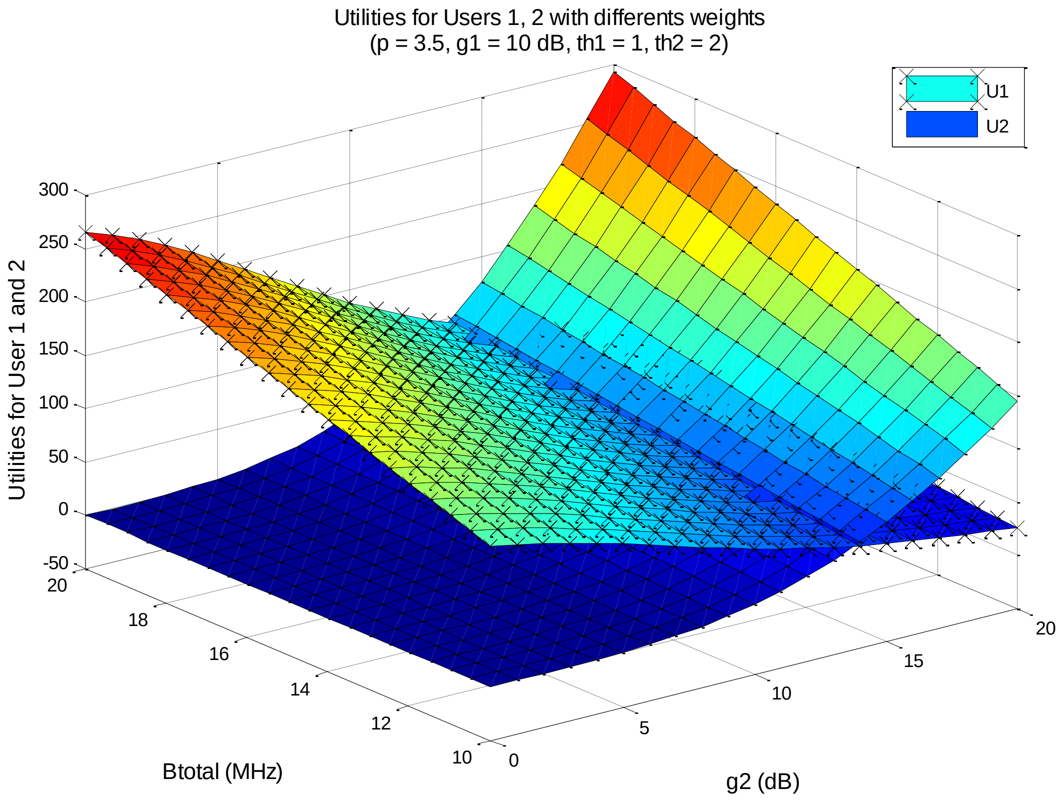


Σχήμα 5.23: Ισοζύγιο Nash αποπληρωμών για $\gamma_1 = 10\ dB$, $\gamma_2 = 13\ dB$ και B_{tot} μεταβλητό, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.



Σχήμα 5.24: Ισοζύγιο Nash αποπληρωμών για $\gamma_1 = 10\ dB$, $\gamma_2 = 14\ dB$ και B_{tot} μεταβλητό, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

Στο Σχήμα 5.22 παρατηρείται σαφής ομοιότητα με το Σχήμα 5.16, δηλαδή για ίδιες ποιότητες καναλιών σε συνθήκες διάκρισης τιμής, ο επιβαρυμένος SU έχει αρκετά χαμηλότερη αποπληρωμή από τον άλλο SU και η καμπύλη του έχει μικρότερη κλίση. Στο Σχήμα 5.23, όπου ο SU 2 έχει ποιότητα καναλιού κατά $3\ dB$ ανώτερη του καναλιού του SU 1, παρατηρείται ότι, σε αντίθεση με το Σχήμα 5.18, η διαφορά αυτή δεν αρκεί για να παρέχει μεγαλύτερη αποπληρωμή στον SU 2. Μάλιστα, είναι εντυπωσιακό αν το εξετάσουμε ποσοτικά το ότι, ενώ το SNR για τον SU 2 είναι διπλάσιο από αυτό του SU 1, η αποπληρωμή του SU 2 είναι κατά 24% μειωμένη σε σχέση με αυτή του SU 1. Προφανώς, με την εισαγωγή του κόστους στους υπολογισμούς, η διάκριση τιμής δημιουργεί ακόμη μεγαλύτερη επιβάρυνση στον SU 2. Στο Σχήμα 5.24 παρατηρούμε ένα γράφημα αντίστοιχο ποιοτικά με αυτό στο Σχήμα 5.18. Για διαφορά ίση με $4\ dB$, ο SU 2 έχει οριακά μεγαλύτερη αποπληρωμή από τον SU 1 και, πιο συγκεκριμένα, για $B_{tot} = 10$, ο SU 2 έχει κατά 8% μεγαλύτερη αποπληρωμή από τον SU 1.



Σχήμα 5.25: Αποπληρωμές για $\gamma_1 = 10\ dB$, γ_2 μεταβλητό και B_{tot} μεταβλητό, σε συνθήκες διάκρισης τιμής.

Το Σχήμα 5.25 δίνει μία πολύ ενδιαφέρουσα όψη για το πώς μεταβάλλονται οι αποπληρωμές των δύο χρηστών. Συγκρίνοντάς το άμεσα με το Σχήμα 5.19, παρατηρούμε ότι η θέση του SU 2 είναι πολύ χειρότερη στις αποπληρωμές, από ότι στα εισοδήματα. Κατά πρώτον, το μέγιστο των αποπληρωμών του SU 1 είναι πολύ κοντά στο μέγιστο των αποπληρωμών του SU 2. Κατά δεύτερον, για την επιφάνεια που δημιουργούν το γ_2 με το B_{tot} ([0,20]*[10,20]), στο 69% αυτής (προσεγγιστικά) η αποπληρωμή του SU 1 είναι ανώτερη της αποπληρωμής του SU 2. Κατά τρίτον, για $\gamma_2 = 0\ dB$ έως $\gamma_2 = 10\ dB$, η αποπληρωμή του SU 2 είναι πάνω ή πολύ κοντά στο 0. Γενικότερα, η εξέταση της μεταβολής των αποπληρωμών των δύο χρηστών δίνει μία πολύ πιο αντιπροσωπευτική εικόνα για την ευημερία του κάθε χρήστη σε σύγκριση με την εξέταση των εισοδημάτων τους.

5.6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήσαμε στο σύστημά μας αναθέτει δίκαια τους πόρους του γνωστικού δικτύου στους δευτερεύοντες χρήστες. Αυτό οφείλεται, κατά πρώτον, στο μηχανισμό δημοπρασίας που χρησιμοποιήθηκε, ο οποίος «αναγκάζει» τους χρήστες να καταθέτουν αληθείς προσφορές για το εύρος ζώνης που επιθυμούν. Κατά δεύτερον, η επιρροή της ποιότητας του καναλιού στην τελική αποπληρωμή ενός χρήστη είναι πολύ σημαντική, όπως και θα επιθυμούσαμε να είναι. Είναι λογικό ένα χρήστης με υψηλότερη ποιότητα καναλιού να λαμβάνει μεγαλύτερο μέρος του εύρους ζώνης, αφού μπορεί να το εκμεταλλευτεί περισσότερο από έναν χρήστη με χαμηλότερη ποιότητα καναλιού. Ταυτόχρονα, ο αλγόριθμος εξασφαλίζει και στο χρήστη με τη χαμηλή ποιότητα καναλιού ένα σημαντικό μέρος του εύρους ζώνης, αρκεί η διαφορά μεταξύ των δύο ποιοτήτων να μην είναι πάρα πολύ μεγάλη, δηλαδή συνήθως όχι μεγαλύτερη από $9\ dB$, και το SNR του χρήστη με τη χαμηλή ποιότητα καναλιού να είναι συνήθως τουλάχιστον $5\ dB$. Από αυτή την άποψη, ο αλγόριθμος εξασφαλίζει «κοινωνική ευημερία» στο γνωστικό δίκτυο, αφού αυξάνει το συνολικό εισόδημα των δύο χρηστών, χωρίς να καθιστά αδύνατη την πρόσβαση στο φάσμα στο χρήστη με τη χαμηλότερη ποιότητα καναλιού.

Ο μηχανισμός διάκρισης τιμής επηρεάζει σε ιδιαίτερα μεγάλο βαθμό τη λειτουργία του συστήματος και αλλάζει τις ισορροπίες. Ο μηχανισμός αυτός είναι πολύ σημαντικός και εφόσον χρησιμοποιηθεί σωστά μπορεί να βελτιώσει κατά πολύ την απόδοση ενός γνωστικού δικτύου όπως αυτό που περιγράψαμε παραπάνω. Υπάρχουν τρεις σημαντικές εφαρμογές της διάκρισης τιμής στο σύστημά μας:

- Διαβαθμίσεις προνομιούχων δευτερευόντων χρηστών στο γνωστικό δίκτυο, ακριβώς όπως σε διαφορετικές υπηρεσίες υπάρχουν εξυπηρετούμενοι πελάτες με παραπάνω προνόμια από άλλους.
- Περιορισμός δευτερευόντων χρηστών οι οποίοι χειροτερεύουν την απόδοση του συστήματος μέσω της συμπεριφοράς τους. Αυτό θα μπορούσε να περιλαμβάνει χρήστες που δημιουργούν συμπαιγνίες ή χρήστες που είναι «παράλογοι» και καταθέτουν υπερβολικά υψηλές προσφορές.
- «Κοινωνική πρόνοια» για χρήστες οι οποίοι έχουν επανειλημμένα υπερβολικά χαμηλές ποιότητες καναλιού και αδυνατούν να αποκτήσουν πρόσβαση στο φάσμα.

Το σύστημα που περιγράφεται σε αυτή την εργασία μπορεί να επεκταθεί ώστε να αποδίδει μία πιο ρεαλιστική προσομοίωση ενός γνωστικού δικτύου. Επίσης, ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε μπορεί να βελτιωθεί με την προσθήκη επιπλέον παραμέτρων. Οι κυριότερες προτάσεις μας για περαιτέρω μελέτη πάνω σε αυτό το ζήτημα συνοψίζονται παρακάτω:

- Επέκταση σε σύστημα με μεγάλο πλήθος SUs. Μελέτη της συμπεριφοράς και των αποπληρωμών των SUs για διαφορετικά πλήθη SUs και ποικίλες διαφορετικές κλάσεις διάκρισης τιμής.
- Επέκταση σε σύστημα με πολλαπλούς PUs. Μελέτη των κερδών των PUs και των συμπεριφορών και αποπληρωμών των SUs για διαφορετικές

περιπτώσεις αγοράς που μπορεί να περιλαμβάνουν: ελεύθερο ανταγωνισμό, ολιγοπώλιο και καρτέλ.

- Προσθήκη συνάρτησης ζήτησης για τους SUs. Μελέτη της συμπεριφοράς και των αποπληρωμών των SUs για διαφορετικές ανάγκες για εύρος ζώνης και διαφορετικές αγοραστικές ικανότητες για κάθε SU.