



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΜΕΛΕΤΗ ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΣΤΟΝ  
ΑΝΘΡΩΠΙΝΟ ΟΦΘΑΛΜΟ ΜΕ  
ΧΡΗΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ  
ΖΕΡΝΙΚΕ

**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ  
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΗΣ

**ΜΑΥΡΩΝΑ ΕΛΕΝΗΣ**

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ: ΜΑΚΡΟΠΟΥΛΟΥ ΜΥΡΣΙΝΗ

ΑΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ Ε.Μ.Π

**ΑΘΗΝΑ 2012**



Μαυρωνά Ελένη  
**Μελέτη Εκτροπών στον Ανθρώπινο Οφθαλμό  
με χρήση Πολυωνόμων Zernike**

*Διπλωματική Εργασία*



*Στην οικογένεια μου*



# Πίνακας περιεχομένων

<b>1. ΟΠΤΙΚΗ</b>	<b>1</b>
1.1. ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ	1
1.2. Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ FERMAT	3
1.3. ΟΙ ΦΑΚΟΙ	4
1.3.1. ΟΙ ΛΕΠΤΟΙ ΦΑΚΟΙ	4
1.3.2. ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΟΠΤΙΚΗΣ	5
1.4. Η ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ	6
1.4.1. ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ FRESNEL	7
1.4.2. ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ FRAUNHOFER	7
<b>2. Η ΟΠΤΙΚΗ ΤΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΝΟΥ ΟΦΘΑΛΜΟΥ</b>	<b>9</b>
2.1. ΑΝΑΤΟΜΙΑ ΑΝΘΡΩΠΙΝΟΥ ΟΦΘΑΛΜΟΥ	9
2.1.1. ΤΑ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΑ ΜΕΣΑ	10
2.2. ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΕΣ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΤΗΣ ΟΡΑΣΗΣ	13
2.2.1. ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΧΑΜΗΛΗΣ ΤΑΞΗΣ	14
2.2.2. ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΥΨΗΛΗΣ ΤΑΞΗΣ	17
2.3. ΤΡΟΠΟΙ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΤΩΝ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΩΝ ΑΝΩΜΑΛΙΩΝ	20
2.3.1. ΤΑ ΔΙΟΡΘΩΤΙΚΑ ΓΥΑΛΙΑ	21
2.3.2. ΦΑΚΟΙ ΕΠΑΦΗΣ	22
2.3.3. ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗ ΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΗ	22
2.3.4. ΟΙ ΕΝΔΟΦΑΚΟΙ	23
<b>3. ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ ZERNIKE ΣΤΟΝ ΑΝΘΡΩΠΙΝΟ ΟΦΘΑΛΜΟ</b>	<b>27</b>
3.1. ΕΚΤΡΟΠΟΜΕΤΡΑ	28
3.1.1. ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΚΤΡΟΠΩΝ RAY TRACING	28
3.1.2. ΕΚΤΡΟΠΟΜΕΤΡΟ TSCHERNING	29
3.1.3. ΕΚΤΡΟΠΟΜΕΤΡΟ SHACK- HARTMANN	31

<b>3.2. ΤΟ ΜΕΤΩΠΟ ΚΥΜΑΤΟΣ</b>	<b>33</b>
<b>3.3. ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ</b>	<b>33</b>
3.3.1. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ – ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ	34
<b>3.4. ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ ΖΕΡΝΙΚΕ</b>	<b>36</b>
3.4.1. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ	37
3.4.2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΤΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ ΖΕΡΝΙΚΕ	41
<b>3.5. ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΟΠΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ</b>	<b>42</b>
<b>3.6. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ ΖΕΡΝΙΚΕ</b>	<b>46</b>
3.6.1. ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΤΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΤΟΥ ΟΦΘΑΛΜΟΥ ΑΠΟ ΤΗΝ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΚΟΡΗΣ	47
3.6.2. PSF (POINT SPREAD FUNCTION)	52
3.6.3. MTF (MODULATION TRANSFER FUNCTION)	64
3.6.4. ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ PSF ΚΑΙ MTF ΑΠΟ ΤΟ RMS	83
<b>3.7. ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ</b>	<b>93</b>
<b><u>4. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ</u></b>	<b><u>95</u></b>
<b>4.1. ΜΕΤΩΠΟ ΚΥΜΑΤΟΣ</b>	<b>95</b>
4.1.1. Η ΦΥΣΙΚΗ ΕΡΜΗΝΙΑ ΤΟΥ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ	95
4.1.2. Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ	96
<b>4.2. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΤΩΠΩΝ ΚΥΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΕΚΤΡΟΠΟΜΕΤΡΑ ΜΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΩΝ ΜΕΤΩΠΩΝ ΚΥΜΑΤΟΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΑΤLAB</b>	<b>97</b>
4.2.1. ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	99
4.2.2. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ RMS	109
<b>4.3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ</b>	<b>111</b>
<b><u>5. ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΟΠΤΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΣΕ ΕΝΔΟΦΑΚΟΥΣ</u></b>	<b><u>113</u></b>
<b>5.1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ</b>	<b>114</b>
<b>5.2. ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ ΠΕΡΙΘΛΑΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΩΝ ΕΝΔΟΦΑΚΩΝ</b>	<b>116</b>
<b>5.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΥΒΡΙΔΙΚΩΝ ΕΝΔΟΦΑΚΩΝ</b>	<b>118</b>
<b>5.4. ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΠΑΡΑΞΟΝΙΚΗΣ ΕΣΤΙΑΚΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ</b>	<b>120</b>
<b>5.5. ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΙΣΧΥΣ</b>	<b>122</b>



**5.6. ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ** **124**

**ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ** **133**

---

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ** **135**

---



# ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΣΥΝΟΨΗ

Ο γενικότερος σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι η μελέτη των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού. Τη σημερινή εποχή με την πρόοδο της επιστήμης και ειδικά της ιατρικής φυσικής και της οφθαλμολογίας έχουν αναπτυχθεί διάφορα μέσα και τρόποι για την βελτίωση της ανθρώπινης όρασης αλλά και τον προσδιορισμού του συνόλου των εκτροπών που υπάρχουν σε έναν ανθρώπινο οφθαλμό.

Η Φυσική και συγκεκριμένα η Οπτική έχει παίξει καθοριστικό ρόλο στην προσέγγιση αυτών των εκτροπών (π.χ. μελέτη φαινομένων περίθλασης) αλλά και στην βελτίωση των οπτικών μέσων. Επίσης, στην δημιουργία διατάξεων που είναι απαραίτητες για τον προσδιορισμό των εκτροπών. Η μελέτη της οφθαλμολογίας και η προσέγγιση των διαθλαστικών μέσων του ανθρώπινου οφθαλμού έπαιξαν καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη τεχνικών και μέσων για την βελτίωση της όρασης. Επίσης, με την συστηματική μελέτη των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού έγιναν πιο κατανοητά τα είδη των εκτροπών του οφθαλμού και το πώς εκείνα επηρεάζουν την όραση.

Εδώ και εκατομμύρια χρόνια έχει καταγραφεί η ανάπτυξη διαφόρων μέσων και μεθόδων για την βελτίωση της όρασης. Τα πρώτα μέσα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα γυαλιά οράσεως τα οποία είναι ακόμα και σήμερα πολύ δημοφιλή. Σήμερα, υπάρχουν και άλλοι μέθοδοι για την μείωση των διαθλαστικών ανωμαλιών του ανθρώπινου οφθαλμού (π.χ. μυωπία, αστιγματισμός κ.α.). Υπάρχουν οι φακοί επαφής, οι ενδοφακοί και κάποιες πολύ διαδεδομένες χειρουργικές μέθοδοι (π.χ. LASIK, LASEK και PRK).

Όμως πριν γίνει μια χειρουργική επέμβαση, πρέπει να γίνει καταγραφή των εκτροπών που υπάρχουν σε έναν οφθαλμό. Από τα μέσα του 20<sup>ου</sup> αιώνα έχουν αναπτυχθεί διάφορες συσκευές, τα εκτροπόμετρα, που υπολογίζουν το σύνολο των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού (π.χ. Schack-Hartmann). Τα εκτροπόμετρα αυτά μπορούν και προσεγγίζουν το σύνολο των εκτροπών του οφθαλμού χαμηλής και υψηλής τάξης. Ο κάθε ασθενής πριν κάνει οποιαδήποτε επέμβαση διαθλαστικής χειρουργικής πρέπει να κάνει μια εξέταση για τον προσδιορισμό των ακριβή εκτροπών των οφθαλμών του. Ταυτόχρονα, τα εκτροπόμετρα αυτά χρησιμοποιούνται και μετά από οποιαδήποτε διαθλαστική επέμβαση για να προσδιοριστούν αν υπάρχουν ακόμα εκτροπές.

Για να γίνει η επεξεργασία και ο προσδιορισμός των συγκεκριμένων εκτροπών στα εκτροπόμετρα χρησιμοποιούνται κάποια μαθηματικά μοντέλα. Τα πιο διαδεδομένα είναι

τα πολυώνυμα Zernike. Τα πολυώνυμα Zernike για λόγους που θα περιγραφούν στην συνέχεια είναι τα πιο ικανά πολυώνυμα για την προσέγγιση όλων των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού. Τα συγκεκριμένα πολυώνυμα χρησιμοποιούνται πλέον συστηματικά στην Οπτική και είναι απαραίτητο εργαλείο για την οφθαλμολογία. Γι' αυτό στην παρούσα εργασία γίνεται μια εισαγωγή στα πολυώνυμα Zernike και γίνεται σαφής ο τρόπος που γίνεται η προσέγγιση των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού μέσω αυτών. Επίσης, μπορεί να παρατηρηθεί πόσο εύχρηστα και κατανοητά είναι τα συγκεκριμένα πολυώνυμα.

Τα τελευταία χρόνια είναι επίσης διαδεδομένη και η χρήση ενδοφακών είτε για τη βελτίωση της όρασης του ασθενή είτε για την εξάλειψη των διαθλαστικών σφαλμάτων. Μάλιστα, με τους πολυεστιακούς ενδοφακούς (περιθλαστικούς-διαθλαστικούς) γίνεται η διόρθωση της όρασης του ασθενούς σε περίπτωση προβλημάτων όρασης στις κοντινές και στις μακρινές αποστάσεις.

Τα εκτροπόμετρα, όπως αναφέρθηκε μπορούν να προσδιορίσουν τις εκτροπές στον ανθρώπινο οφθαλμό αλλά και σε διάφορους φακούς (π.χ. σε φακούς γυαλιών οράσεως πολυεστιακούς και μονοεστιακούς). Ακόμα όμως σήμερα δεν υπάρχει κάποια διαδεδομένη μέθοδος για την προσέγγιση των εκτροπών στους υβριδικούς ενδοφακούς αλλά υπάρχουν διάφορες πειραματικές μέθοδοι για την προσέγγιση των σφαλμάτων σε αυτούς τους φακούς.

Στην εργασία *Methods for Investigating Optical Characteristics of Bifocal Diffractive-Refractive Intraocular Lenses* ( Lenkova 2006) γίνεται μία αναφορά των μεθόδων που προσδιορίζουν τα χαρακτηριστικά των συγκεκριμένων ενδοφακών. Η βελτίωση αυτών των μεθόδων και των πειραματικών τεχνικών είναι απαραίτητη για την ανάπτυξη και την ορθή χρήση των ενδοφακών. Μετρώντας πιο συστηματικά τα οπτικά χαρακτηριστικά όπως η διαθλαστική ισχύς των υβριδικών φακών θα είναι πιο εύκολη η επιλογή των κατάλληλων φακών για τον ασθενή.

Εν κατακλείδι, στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται μια ανάλυση και μια προσέγγιση των εκτροπών. Παράλληλα γίνεται μια μελέτη των σύγχρονων μέσων και τρόπων για την μείωση των εκτροπών στον ανθρώπινο οφθαλμό. Τέλος γίνεται μια προσέγγιση των ενδοφακών και η μελέτη των οπτικών χαρακτηριστικών τους αφού οι ενδοφακοί είναι το μέλλον της διόρθωσης των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού .





# ΠΡΟΛΟΓΟΣ – ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στον Τομέα Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών. Υπεύθυνη καθηγήτρια ήταν η Αναπληρώτρια Καθηγήτρια κα. Μυρσίνη Μακροπούλου.

Αν και η διπλωματική εργασία βασίζεται σε προσομοιώσεις και σε προγραμματισμό σε περιβάλλον MATLAB, υπάρχουν κάποια άτομα που πρέπει να ευχαριστήσω για την πολύτιμη βοήθεια τους και την υποστήριξη τους, είτε σε πρακτικό είτε σε ψυχολογικό επίπεδο.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω την Αναπληρώτρια Καθηγήτρια κα. Μυρσίνη Μακροπούλου, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και μου έδωσε την δυνατότητα να εκπονήσω μαζί της τη διπλωματική μου εργασία. Επίσης, θα ήθελα να την ευχαριστήσω και για το ότι την χρειαζόμουν ήταν πάντα εκεί.

Τον Καθηγητή Αλέξανδρο Σεραφεινίδη, για όλη τη βοήθεια που μου πρόσφερε στο αρχικό στάδιο της διπλωματικής και για την δυνατότητα και τα εφόδια που μου παρείχε να ασχοληθώ γενικότερα με τον τομέα της Οπτοηλεκτρονικής και των Λείζερ.

Τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Νικόλαο Ήργε και την Υποψήφια Διδάκτορα ΕΜΠ Χρυσάνθη Ραφτοπούλου για όλη την βοήθεια τους στο να ξαναθυμηθώ τη χρήση του προγράμματος MATLAB.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω και τη φίλη μου Αργυρώ Λαζάρου για την βοήθεια της στην βελτίωση της ποιότητας των αναπαραστάσεων κατά τη συγγραφή της διπλωματικής μου εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αλέξη Κλάρκ και την Λυδία Μακρυγιάννη για την υπομονή τους και την αγάπη τους όλο αυτόν το χρόνο και φυσικά την οικογένεια μου.





# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει κεντρικό θέμα τις εκτροπές του ανθρώπινου οφθαλμού, και συγκεκριμένα την ανάλυση τους και την προσέγγισή τους σε θεωρητικό και πρακτικό επίπεδο. Γίνεται ουσιαστικά μια παρουσίαση των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού και των τρόπων που υπάρχουν σήμερα για τον προσδιορισμό τους.

Η διπλωματική εργασία χωρίζεται σε πέντε κεφάλαια.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια προσέγγιση του θεωρητικού τμήματος της φυσικής και συγκεκριμένα της Οπτικής το οποίο είναι απαραίτητο για την κατανόηση της συγκεκριμένης εργασίας.

Το δεύτερο κεφάλαιο εμβαθύνει στον ανθρώπινο οφθαλμό. Πιο αναλυτικά παρουσιάζεται η ανατομία του ανθρώπινου οφθαλμού, οι συνήθεις εκτροπές που παρουσιάζονται στον ανθρώπινο οφθαλμό και τέλος οι τρόποι και τα μέσα που χρησιμοποιούνται για την εξάλειψη των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού.

Στο τρίτο κεφάλαιο, αρχικά γίνεται η μαθηματική παρουσίαση των πολυωνύμων Zernike και στη συνέχεια παρουσιάζεται η εφαρμογή τους στην μελέτη εκτροπών. Επίσης, σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται η αναπαράσταση εκτροπών με πολύωνυμα Zernike σε περιβάλλον MATLAB, και με την χρήση κατάλληλων προγραμμάτων (Maeda 2003) γίνεται η προσέγγιση συναρτήσεων πολύ χρήσιμων για την προσέγγιση των εκτροπών του ματιού. Τέλος παρουσιάζονται και τα εκτροπόμετρα που χρησιμοποιούνται σήμερα στην οφθαλμολογία για τον υπολογισμό των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, γίνεται η φυσική προσέγγιση της έννοιας του μετώπου κύματος και η προσομοίωση των εκτροπών από ασθενή σε περιβάλλον MATLAB και η σύγκριση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης με κλινικά δεδομένα ενός ασθενή.

Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται μια ανάλυση στον προσδιορισμό των οπτικών χαρακτηριστικών των ενδοφακών και των τρόπων προσδιορισμού των σφαλμάτων στην περίπτωση υβριδικών ενδοφακών (διαθλαστικών και περιθλαστικών) που βασίζεται στο άρθρο *Methods for Investigating Optical Characteristics of Bifocal Diffractive-Refractive Intraocular Lenses* ( Lenkova 2006).



# ABSTRACT

The main subject of the following thesis is the study of the aberration of the human eye and more specifically, their analysis both theoretically and practically. In essence, we present the aberrations of the human eye and the ways of determining them today.

This thesis is divided into five chapters as follows.

In the first chapter, a theoretical approach explaining the basic physics and optics is presented as it is necessary for the understanding of the rest of this work.

The second chapter goes deeper into analysing the human eye. More specifically, the anatomy of the human eye is presented, the usual aberrations present within the eye and finally, the means and ways of eliminating such aberrations.

In the third chapter, initially a mathematical presentation of the Zernike polynomials is carried out as well as their application in the study of aberrations. In this chapter there is also a MATLAB simulation and representation of such aberrations with the Zernike polynomials, while useful functions for the study of aberrations within the eye are approximated using appropriate programs (Maeda 2003). Finally, the aberrometers used today in ophthalmology for the calculation of aberrations in the human eye are presented.

In the fourth chapter the concept of the wave front is presented, and a simulation of a patient's aberration in MATLAB is carried out and the simulation results are compared to experimental results.

Finally, in the fifth chapter an analysis of optical characteristics of intraocular lenses is presented along with the ways of determining errors in the case of hybrid intraocular lenses (refractive and diffractive) based on the paper *Methods for Investigating Optical Characteristics of Bifocal Diffractive-Refractive Intraocular Lenses* ( Lenkova 2006).



# 1. ΟΠΤΙΚΗ

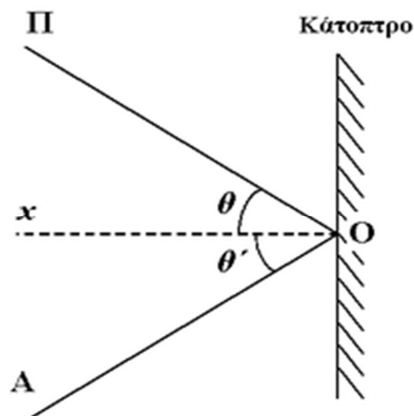
Η οπτική εμφανίστηκε περίπου τον 3<sup>ο</sup> αιώνα π.Χ.. Ο Αριστοτέλης ήταν εκείνος που έχτισε τα θεμέλια για τη συστηματική μελέτη αυτού του σημαντικού κλάδου της φυσικής.

Όπως είναι γνωστό από την κβαντομηχανική, το φως έχει διττή φύση οπότε και συμπεριφέρεται είτε ηλεκτρομαγνητικό κύμα, είτε σαν σωματίδιο. Σε μερικά θέματα οπτικής το φως περιγράφεται καλύτερα θεωρώντας ακτίνες φωτός (π.χ. γεωμετρική οπτική) και άλλοτε θεωρώντας ηλεκτρομαγνητικά κύματα (π.χ. περίθλαση).

Η γεωμετρική οπτική έχει ως αντικείμενο την μελέτη της συμπεριφοράς των φωτεινών ακτίνων μέσα σε ένα ομογενές διαφανές υλικό. Στην ουσία γίνεται η μελέτη της ευθύγραμμης πορείας των ακτίνων. Επίσης, μελετούνται και τα φαινόμενα ανάκλασης και διάθλασης στις περιπτώσεις που οι ακτίνες προσπέσουν σε κάτοπτρα ή διέλθουν από φακούς ή πρίσματα.

## 1.1. ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ

Η ανάκλαση του φωτός είναι το φαινόμενο εκείνο κατά το οποίο οι φωτεινές ακτίνες συναντούν μια επιφάνεια, η οποία δεν μπορεί να τις απορροφήσει και εκείνες επιστρέφουν, εξαιτίας της επιφάνειας πρόσπτωσης η οποία είναι συνήθως μεταλλική (π.χ. κάτοπτρο). Ισχύει ότι το επίπεδο ανάκλασης (Σχήμα 1.1) είναι κάθετο προς την ανακλαστική επιφάνεια και ότι η γωνία πρόσπτωσης και η γωνία ανάκλασης είναι πάντα ίσες.



1.1 Το επίπεδο ανάκλασης.

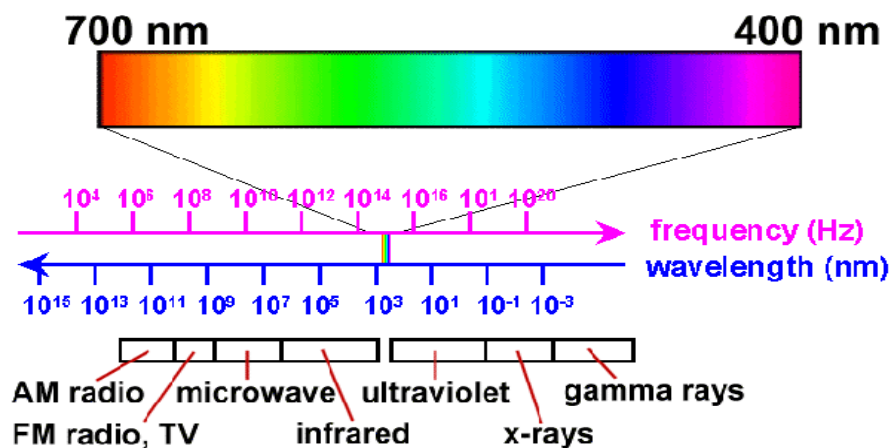
Μια φωτεινή ακτίνα διαθλάται, όταν προσπέσει υπό γωνία σε μια λεία διαχωριστική επιφάνεια ανάμεσα σε δύο διαφανή μέσα. Η παράμετρος που δίνει τη δυνατότητα προσέγγισης της διάθλασης, είναι ο δείκτης διάθλασης. Ο δείκτης διάθλασης ( $n$ ) ενός διαφανούς μέσου ισούται με το λόγο της ταχύτητας του φωτός στο κενό προς την ταχύτητα του φωτός στο διαφανές μέσο (π.χ. γυαλί), οπότε ο δείκτης διάθλασης του φωτός στο κενό θεωρείται ίσος με την μονάδα.

$$n_1 = \frac{c}{u} \quad (1.1)$$

Όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό και  $u$  η ταχύτητα του φωτός στο διαφανές μέσο.

Επίσης ισχύει ότι: 
$$c = f \cdot \lambda. \quad (1.2)$$

Όπου  $f$  η συχνότητα του φωτός και  $\lambda$  το μήκος κύματος.

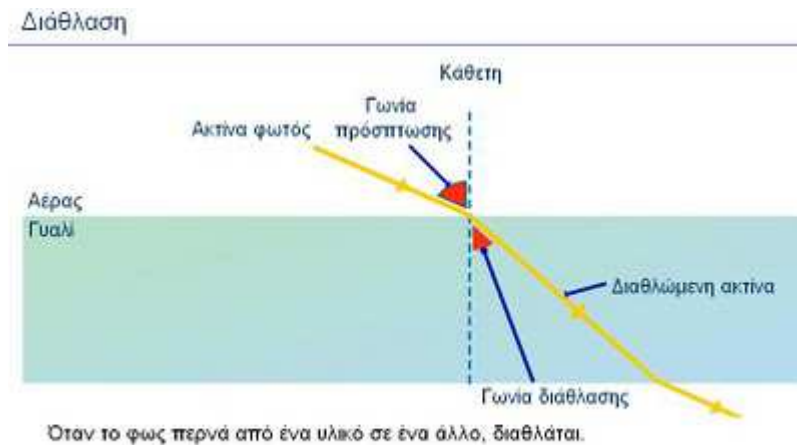


1.2 Εξάρτηση μήκους κύματος με συχνότητα.

Η σχέση που περιγράφει τη συμπεριφορά των φωτεινών ακτίνων κατά τη διάθλαση είναι ο νόμος του Snell (νόμος της διάθλασης):

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2 \quad (1.3)$$

Όπου  $\theta_1$  είναι η γωνία πρόσπτωσης, που χαρακτηρίζεται η σχηματιζόμενη γωνία από την διεύθυνση της ακτίνας με την κάθετο του σημείου πρόσπτωσής της και  $\theta_2$  είναι η γωνία διάθλασης που χαρακτηρίζεται η σχηματιζόμενη γωνία από την διαθλώμενη ακτίνα με την ίδια κάθετο του σημείου εισόδου στο διαπερατό μέσο. Τέλος, επίπεδο διάθλασης χαρακτηρίζεται το επίπεδο που ορίζεται από τη προσπίπτουσα και ανακλώμενη ακτίνα και  $n_1$  και  $n_2$  είναι οι αντίστοιχοι δείκτες διάθλασης στα δύο διαφανή μέσα.



1.3 Διάθλαση από τον αέρα στο γυαλί.

## 1.2. Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ FERMAT

Η αρχή του Fermat βασίζεται στην αρχή του Ήρωνος του Αλεξανδρινού ή αρχή του ελαχίστου δρόμου που λέει ότι ο δρόμος τον οποίο ακολουθεί μια φωτεινή ακτίνα κατά τη διέλευσή της μεταξύ δύο σημείων, είναι ο συντομότερος δυνατός. Η αρχή του Ήρωνος διατυπώθηκε σαν αποτέλεσμα δύο παρατηρήσεων, ότι το φως διαδίδεται ευθύγραμμα, σε ομογενές και ισότροπο μέσο και ότι η συντομότερη διαδρομή μεταξύ δύο σημείων είναι η ευθεία.

Ο Pierre de Fermat το 1657, διατύπωσε ότι κατά τη μετάβασή του από ένα σημείο σε ένα άλλο το φως επιλέγει να ακολουθήσει το δρόμο εκείνο που καθιστά το χρόνο της διαδρομής ελάχιστο (αρχή του ελαχίστου δρόμου – αρχή του Fermat).

## 1.3. ΟΙ ΦΑΚΟΙ

Η αρχή του ελάχιστου χρόνου εξηγεί τη δράση των φακών και των κατόπτρων. Ο λόγος που χρησιμοποιούμε φακούς και κάτοπτρα είναι για όταν το φως περνάει από μια διατομή μέσω ενός μέσου να συλλέγεται σε ένα σημείο. Στην περίπτωση που οι φωτεινές ακτίνες ξεκινούν από πολύ μακριά και μπορούν να θεωρηθούν παράλληλες, το σημείο αυτό λέγεται εστία. Η απόσταση κάθε κύριας εστίας από το φακό ονομάζεται εστιακή απόσταση ( $f$ ) του φακού.

### 1.3.1.ΟΙ ΛΕΠΤΟΙ ΦΑΚΟΙ

Ένας λεπτός φακός αποτελείται από δύο διαδοχικές σφαιρικές διαθλαστικές επιφάνειες που απέχουν ελάχιστα μεταξύ τους. Η σχέση που συνδέει τις αποστάσεις αντικειμένου – φακού και φακού – ειδώλου λέγεται τύπος των κατασκευαστών των φακών και δίνεται από την σχέση (1.4).

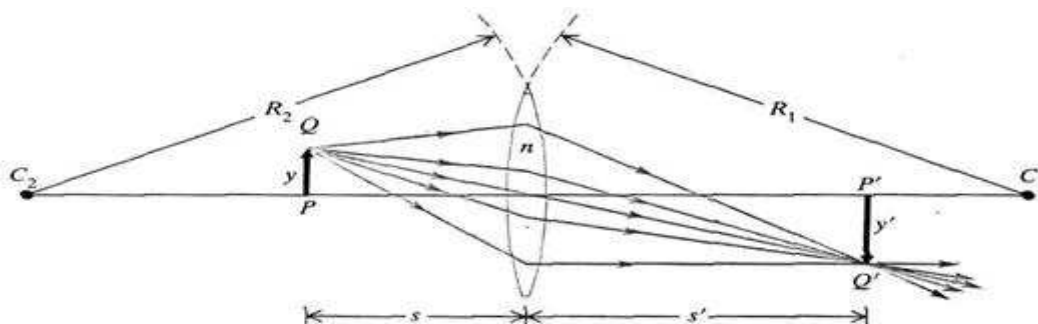
$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_v}{n_\pi} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \quad (1.4)$$

Όπου  $R$  οι ακτίνες καμπυλότητας του φακού,  $n_v$  ο δείκτης διάθλασης του υλικού,  $n_\pi$  ο δείκτης διάθλασης του περιβάλλοντος και  $f$  η εστιακή απόσταση του φακού.

Η σχέση της απεικόνισης των φακών εκφράζει τη βασική ιδιότητα απεικόνισης ενός φακού και περιγράφει την εξάρτηση των αποστάσεων αντικειμένου και ειδώλου από την εστιακή απόσταση. Η σχέση αυτή είναι :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad (1.5)$$

Όπου  $s$  η απόσταση του κέντρου του φακού από το αντικείμενο και  $s'$  η απόσταση του ειδώλου από το κέντρο του φακού.



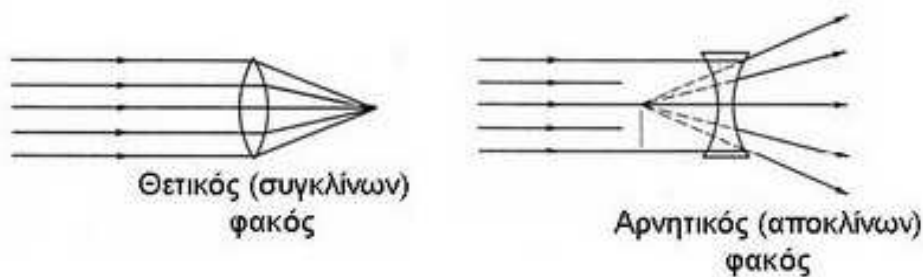
1.4 Σύστημα φακού – αντικειμένου – ειδώλου.



Οι λεπτοί φακοί χωρίζονται στους συγκλίνοντες και στους αποκλίνοντες φακούς.

**Συγκλίνοντες Φακοί:** Ένας φακός ονομάζεται συγκλίνων (θετικός) όταν αναγκάζει μια δέσμη παραλλήλων ακτινών μετά τη διάθλαση της από το φακό, να συγκλίνει σε ένα σημείο. Συνήθως ένας συγκλίνων φακός έχει πραγματικό ανεστραμμένο είδωλο, δηλαδή το είδωλο του μπορεί να προβληθεί σε μια οθόνη. Οι συγκλίνοντες φακοί είναι παχύτεροι στο κέντρο και λεπτότεροι στην περιφέρεια.

**Αποκλίνοντες Φακοί:** Ένας φακός ονομάζεται αποκλίνων όταν ενώ οι ακτίνες συγκλίνουν αρχικά, μετά την διάθλαση τους από τον φακό, αποκλίνουν. Το είδωλο είναι φανταστικό και ορθό. Οι αποκλίνοντες φακοί είναι λεπτότεροι στο κέντρο και παχύτεροι στην περιφέρεια.



1.5 Συγκλίνοντες και Αποκλίνοντες φακοί.

### 1.3.2.ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΟΠΤΙΚΗΣ

Παρακάτω υπάρχουν κάποιες έννοιες της γεωμετρικής οπτικής οι οποίες είναι πολύ σημαντικές.

**Διαθλαστική Ισχύς:** Το αντίστροφο της εστιακής απόστασης, η διαθλαστική ισχύ ( $1/f$ , με το  $f$  σε μέτρα) έχει μονάδα μέτρησης τις διοπτρίες (D) και μετράει την ισχύ των φακών. Όσο πιο πολλές δίοπτρες είναι ένας φακός τόσο πιο πολύ συγκλίνων είναι. Όπως είναι προφανές το μέγεθος αυτό εξαρτάται αποκλειστικά από τη γεωμετρία (καμπυλότητα) του φακού και άρα είναι συγκεκριμένα για κάθε φακό.

**Βάθος Πεδίου:** Η απόσταση εντός της οποίας το είδωλο φαίνεται ακόμη ευκρινές ονομάζεται βάθος πεδίου.

## 1.4. Η ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ

Η περίθλαση είναι το φαινόμενο που μελετάει την κατεύθυνση που ακολουθεί το φως, και γενικότερα την συμπεριφορά του, όταν συναντάει φυσικά εμπόδια. Αν ένα φωτεινό κύμα προσπέσει πάνω σε ένα πολύ μικρό εμπόδιο ή άνοιγμα που έχει μέγεθος της τάξης των nm, τότε γίνεται πηγή δευτερευόντως σφαιρικών κυμάτων προς όλες τις κατευθύνσεις. Ως άνοιγμα ή εμπόδιο θεωρείται οποιαδήποτε διάταξη που μεταβάλλει μέρος από το πλάτος ή τη φάση ενός κύματος. Το φως, δηλαδή, αλλάζει πορεία επειδή πέρασε από ένα σημειακό άνοιγμα και η συμπεριφορά του αυτή δεν μπορεί να περιγραφεί από την Γεωμετρική Οπτική.

Η αρχή του Huygens αναφέρει ότι στην περίπτωση που υπάρχει ένα εμπόδιο ή άνοιγμα όλα τα σημεία γίνονται πηγές επανεκπομπής στοιχειωδών κυμάτων προς όλες τις κατευθύνσεις. Η συγκεκριμένη αρχή περιγράφει το φαινόμενο της περίθλασης. Στην ουσία όταν το φως διαδίδεται μέσα σε ένα άμορφο μέσο τα μόρια του μέσου διεγείρονται από το επερχόμενο φως και επανεκπέμπουν κύματα προς όλες τις κατευθύνσεις. Ο προσδιορισμός αυτών των θέσεων γίνεται μαθηματικά. Το ηλεκτρικό πεδίο μέσα στο άνοιγμα (πεδίο εισόδου), θα έχει μέτρο και φάση:

$$E_1(x_1, y_1) = E_{01}(x_1, y_1) \cdot e^{i\varphi_0(x_1, y_1)} \quad (1.6)$$

όπου  $E_0$  το ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή παρατήρησης. Εάν θεωρηθεί ότι η απόσταση του σημείου παρατήρησης από το άνοιγμα είναι  $r$  και το πεδίο στην είσοδο του ανοίγματος είναι  $E(x_1, y_1)$  προκύπτει ότι το πεδίο στο σημείο παρατήρησης θα είναι:

$$E_0(x_0, y_0) = \iint h(x_0, x_1; y_0, y_1) \times E(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad (1.7)$$

$$h(x_0, x_1; y_0, y_1) = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{e^{i(kr - \pi/2)}}{z} \quad (1.8)$$

Όπου  $h(x_0, x_1; y_0, y_1)$  είναι η συνάρτηση μεταφοράς για μία σημειακή πηγή. Το  $\lambda$  είναι το μήκος κύματος της πηγής και  $k$  συντελεστής διέλευσης που δίνεται από τη σχέση:

$$k = 2\pi r / \lambda \quad (1.9)$$

Υπάρχουν δύο κύρια είδη περίθλασης, η περίθλαση που μελετά το κοντινό πεδίο (περίθλαση Fresnel), και η περίθλαση μακρινού πεδίου (περίθλαση Fraunhofer). Στην περίπτωση της μελέτης εκτροπών ενδιαφέρον έχει η περίθλαση Fraunhofer. Αξίζει να σημειωθεί ότι η περίθλαση Fraunhofer είναι μία υποπερίπτωση της περίθλασης Fresnel.

### 1.4.1. ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ FRESNEL

Αν στην σχέση (1.6) θεωρηθεί ότι το προσπίπτον φως στο περηθλόν άνοιγμα έχει σταθερό μέτρο  $E_0(x_1, y_1)$  και σταθερή φάση  $\varphi_0(x_1, y_1)$ , το πεδίο στην είσοδο δίνεται από την σχέση :

$$E(x_1, y_1) = E_0(x_1, y_1) \times e^{i\varphi_0(x_1, y_1)} \quad (1.10)$$

Που είναι η σχέση για την περίθλαση κοντινού σημείου (περίθλαση Fresnel) και ισχύει ότι η πηγή είναι πολύ μακριά από το περίθλον άνοιγμα και η τιμή του πεδίου σε ένα σημείο  $P(x_0, y_0)$  δίνεται από τη σχέση:

$$E(x_0, y_0) = \frac{1}{i\lambda} \frac{e^{ikz}}{z} \iint E(x_1, y_1) \cdot e^{i\frac{k}{2z}[(x_0-x_1)^2+(y_0-y_1)^2]} dx_1 dy_1 \quad (1.11)$$

### 1.4.2. ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ FRAUNHOFER

Η περίθλαση Fraunhofer, είναι η προσέγγιση μακρινού σημείου. Ισχύει ότι η απόσταση υπολογισμού  $z$  θεωρείται μεγάλη, και ισχύει η προσέγγιση:

$$z \gg \frac{k}{2} [(x_1)^2 + (y_1)^2]_{MAX} \approx \frac{\pi}{\lambda} d^2 \quad (1.12)$$

Όπου  $d$  το μέγιστο μέγεθος της εισόδου (π.χ. κόρης). Όταν η απόσταση  $z$  είναι μεγάλη, παρατηρείται ότι οι ακτίνες συμβάλλουν και είναι παράλληλες μεταξύ τους. Οπότε και τα πλάτη των δευτερευόντων κυμάτων που προκύπτουν από την περίθλαση είναι σχεδόν ίσα μεταξύ τους και ακολουθούν μια γραμμική σχέση.

Από την σχέση (1.6), θεωρώντας μονοδιάστατο χώρο προκύπτει:

$$E\left(\frac{2\pi}{\lambda \cdot z} x_0\right) = \int E(x_1) \cdot e^{(-i\frac{2\pi x_0}{\lambda \cdot z} x_1)} dx_1 \quad (1.13)$$

Που μπορεί να περιγραφεί πολύ εύκολα με μετασχηματισμό Fourier όπου οι συζυγείς μεταβλητές είναι οι συντεταγμένες εισόδου  $(x_1, y_1)$  και οι χωρικές συχνότητες (1.14 & 1.15). Η συνάρτηση πεδίου εισόδου εξαρτάται από την κατανομή της έντασης πεδίου στην είσοδο και από την μορφή του ανοίγματος.

$$s_x = \frac{x_0}{\lambda \cdot z} \quad (1.14)$$

$$s_y = \frac{y_0}{\lambda \cdot z} \quad (1.15)$$



## 2. Η ΟΠΤΙΚΗ ΤΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΝΟΥ ΟΦΘΑΛΜΟΥ

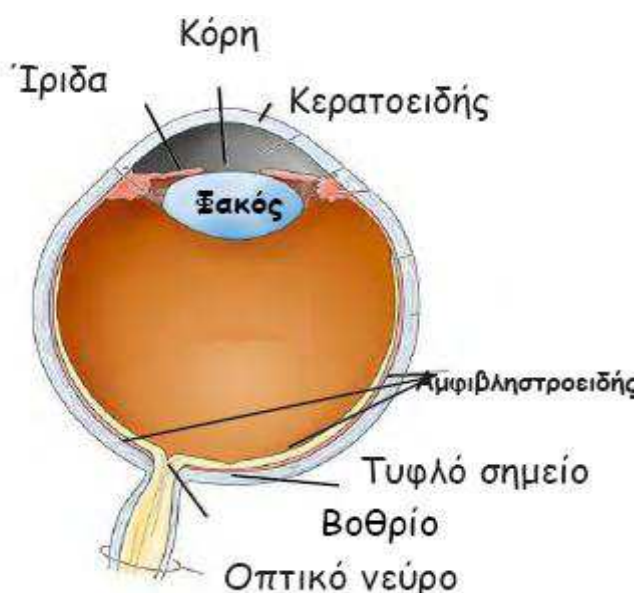
Το μάτι είναι το όργανο του στο οποίο οφείλεται αποκλειστικά η ικανότητα της όρασης. Κατά συνέπεια, ως οπτικό όργανο, το μάτι ακολουθεί πιστά όλους τους Νόμους της Γεωμετρικής Οπτικής.

### 2.1. ΑΝΑΤΟΜΙΑ ΑΝΘΡΩΠΙΝΟΥ ΟΦΘΑΛΜΟΥ

Τα κύρια μέρη του ανθρώπινου οφθαλμού είναι: το εξωτερικό τμήμα του που αποτελείται μόνο από τα βλέφαρα, τα ματόκλαδα, τους δακρυγόνους αδένες, τους νευρώνες και το βολβό.

Ο βολβός, που είναι το κύριο μέρος του οφθαλμού, περιβάλλεται στο πρόσθιο μέρος του από το επιπεφικό, που είναι ένας λεπτός βλενώδης ιστός που επενδύει τα βλέφαρα, και του δημιουργεί μια καλυπτική επιφάνεια. Αποτελείται από τρεις χιτώνες: τον ινώδη χιτώνα, τον αγγειακό χιτώνα και τον αμφιβληστροειδή.

Στον βολβό υπάρχουν τα τέσσερα κύρια διαθλαστικά μέσα: ο κερατοειδής, το υδατοειδές υγρό, ο κρυσταλοειδής φακός και το υαλώδες σώμα.



2.1. Η ανατομία του ανθρώπινου οφθαλμού

### 2.1.1.ΤΑ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΑ ΜΕΣΑ

Τα διαθλαστικά μέσα, είναι τα κύρια οπτικά μέσα που διαθέτει ο οφθαλμός. Στα διαθλαστικά μέσα, είναι οι ιστοί που συναντάει το φως και διαθλάται κατάλληλα από αυτούς, στην πορεία του για το σχηματισμό του ειδώλου στον αμφιβληστροειδή. Η λειτουργία του ματιού ως οπτικό όργανο είναι παρόμοια με την λειτουργία της φωτογραφικής μηχανής. Μια δέσμη φωτεινών ακτινών εισερχόμενη στο μάτι φθάνει στον αμφιβληστροειδή περνώντας μέσα από τα διάφορα διαθλαστικά μέσα του ματιού. Τα ανατομικά στοιχεία που συναντάει η φωτεινή δέσμη κατά την πορεία της προς τον αμφιβληστροειδή είναι: Η πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδούς, ο φακός που έχει μικρότερη διαθλαστική ικανότητα από τον κερατοειδή, το υδατοειδές υγρό και το υαλώδες σώμα. Παρακάτω περιγράφονται τα διαθλαστικά μέσα που περιέχει ο ανθρώπινος οφθαλμός αναλυτικά.

**Κερατοειδής:** Το πρώτο κατά σειρά είναι ο κερατοειδής, που είναι το διαφανές κύρτωμα στο πρόσθιο μέρος του οφθαλμού και ευθύνεται για τα δύο τρίτα περίπου της εστίασης. Ο κερατοειδής δεν έχει αγγεία και αποτελείται από πέντε στιβάδες, οι οποίες είναι: το επιθήλιο, η μεμβράνη του Bowman ή πρόσθιο αφοριστικό πέταλο, η ίδια ουσία ή στρώμα, μεμβράνη του Descemet ή οπίσθιο αφοριστικό πέταλο και το ενδοθήλιο.

Το επιθήλιο του κερατοειδούς είναι πολύστιβο πλακώδες. Αποτελείται από τη βασική μεμβράνη πάνω στην οποία στηρίζεται ένας στοίχος κυλινδρικών κυττάρων, που αποτελούν την βασική στιβάδα του επιθηλίου, τη μεμβράνη του Bowman, η οποία είναι ένα ομοιόμορφα παχύ πέταλο, που αποτελείται από σύμπλεγμα κολλαγόνων ινιδίων χωρίς κύτταρα. Η ίδια ουσία ή στρώμα αποτελεί το 90% του πάχους το κερατοειδή και σχηματίζεται από κολλαγόνες ίνες και κερατοκύτταρα, όπου στην διάταξη τους στον χώρο οφείλεται το γεγονός ότι ο κερατοειδής είναι διαφανής. Η μεμβράνη του Descemet αποτελεί ένα πέταλο πολύ ελαστικό, που βρίσκεται κάτω από το στρώμα του κερατοειδούς με το οποίο συνδέεται χαλαρά. Αποτελείται από πλέγμα κολλαγόνων ινιδίων και δεν έχει κύτταρα. Το ενδοθήλιο αποτελείται από μια στιβάδα αποπλατυσμένων εξαγωνικών κυττάρων, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους. Τα ενδοθηλιακά κύτταρα, όταν καταστραφούν, δεν αναπαράγονται. Το επιθήλιο, που προσλαμβάνει οξυγόνο από τα δάκρυα, όσο και το ενδοθήλιο, που τροφοδοτείται με γλυκόζη και άλλες ουσίες από το υδατοειδές υγρό. Ο κερατοειδής περιέχει 65%  $H_2O$ . Όταν αυξάνεται η περιεκτικότητα του σε νερό δημιουργείται οίδημα του στρώματος, με αποτέλεσμα να χάνει τη διαφάνεια του.

Η διαφάνεια του κερατοειδή είναι αποτέλεσμα αφ' ενός της ανατομικής του κατασκευής, αφ' ετέρου του μηχανισμού συνεχούς ρύθμισης της ενυδάτωσης του, ώστε να διατηρείται σταθερή η περιεκτικότητα του στρώματος σε νερό. Κάθε θολερότητα του κερατοειδούς ονομάζεται λεύκωμα του κερατοειδούς και επηρεάζει την όραση, ιδιαίτερα αν εντοπίζεται στη κεντρική μοίρα του. Οι ανατομικές συνθήκες που εξασφαλίζουν τη διαφάνεια του κερατοειδούς είναι η απουσία αιμοφόρων αγγείων, η παράλληλη διάταξη των κολλαγόνων ινιδίων και πετάλων, η απουσία έλυτρου μυελίνης στα νευρικά πλέγματα και ο περιορισμένος αριθμός κερατοκυττάρων στο στρώμα. Ο κερατοειδής αποτελεί το ισχυρότερο διαθλαστικό μέσο του ματιού, διότι είναι ένας κυρτός συγκεντρωτικός φακός ισχύος 42-45 διοπτριών. Κάθε διαταραχή της πρόσθιας επιφάνειας, προκαλεί μείωση της όρασης.

Ο κερατοειδής εστιάζει διαθλώντας τις φωτεινές ακτίνες. Ο δείκτης διάθλασης του είναι 1,34. Το μεγαλύτερο μέρος της εστίασης, γίνεται στην πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδούς, αφού ο δείκτης διάθλασης του υδατοειδούς υγρού που βρίσκεται σε επαφή με την οπίσθια επιφάνεια του είναι παρόμοιος με το δείκτη διάθλασης του κερατοειδούς. Ο κερατοειδής αν τραυματισθεί ελαφρά, θα επουλωθεί μόνος του, αλλά κάποιες άλλες βλάβες μπορεί να είναι μόνιμες. Ο κερατοειδής είναι ευαίσθητος σε κάποια είδη ακτινοβολιών, οι οποίες είναι δυνατόν να προκαλέσουν θολερότητα του κερατοειδούς, με αποτέλεσμα το φως να μη μπορεί να τον διαπεράσει. Η μεταμόσχευση κερατοειδούς, σε τέτοιες περιπτώσεις, ήταν η πρώτη μεταμόσχευση που έγινε γενικά.

**Κρυσταλοειδής φακός:** Ο κρυσταλοειδής φακός είναι λεπτός και έχει δύο κυρτές επιφάνειες. Η εστίαση του φακού γίνεται στην πρόσθια και στην οπίσθια επιφάνεια του, αν και παρουσιάζει μεγαλύτερη κυρτότητα στην πρόσθια επιφάνεια του. Η προσαρμοστικότητα του φακού οφείλεται στην κυρτότητα του. Η ικανότητα εστίασης (ισχύς) του φακού είναι μικρότερη από του κερατοειδή επειδή ο δείκτης διάθλασης των περιβαλλόντων ουσιών είναι παρόμοιος με αυτόν του φακού. Ο φακός αποτελείται από δύο στιβάδες, μια εξωτερική με δείκτη διάθλασης 1,38 και μία εσωτερική με δείκτη διάθλασης 1,41. Ο φακός έχει ένα εύκαμπτο κάλυμμα που συμφύεται με τις ίνες του ακτινωτού συνδέσμου, ο οποίος με την σειρά του συγκρατεί με τη σειρά του το φακό αναρτημένο πίσω από την ίριδα. Έτσι στις διάφορες συσπάσεις του ακτινωτού μυ, μεταβάλλεται η καμπυλότητα του φακού οπότε εστιάζει. Στην περίπτωση που ο φακός

υποστεί βλάβη από την υπεριώδη, η κάποια άλλη μορφή ακτινοβολίας, δημιουργείται καταρράκτης, που καταστρέφει την διαύγεια του. Υπάρχει δυνατότητα ο καταστραμμένος φακός να αφαιρεθεί με χειρουργική επέμβαση. Στην θέση του τοποθετείται ένας ενδοφακός ( απλός ή πολυεστιακός).

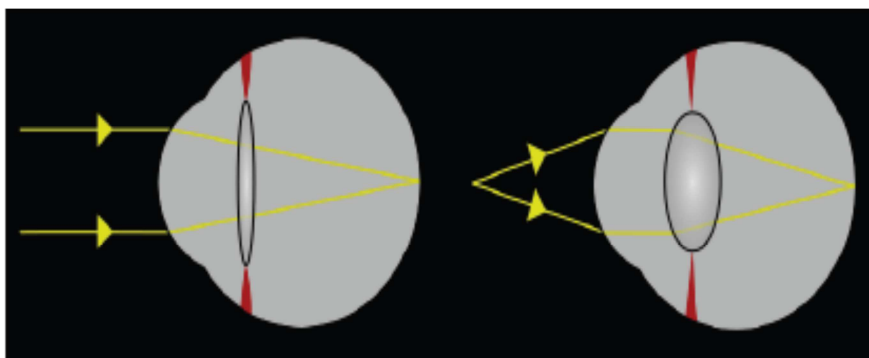
**Υδατοειδές Υγρό:** Το υδατοειδές υγρό είναι διαυγές και άχρωμο υγρό που εκκρίνεται από το επιθήλιο των ακτινοειδών προβολών του ακτινωτού σώματος, καταλαμβάνει το οπίσθιο και πρόσθιο θάλαμο του οφθαλμού και αποχετεύεται από τη γωνία του πρόσθιου θαλάμου. Το υδατοειδές υγρό αποτελεί το βασικό παράγοντα ρύθμισης της ενδοφθάλμιας πίεσης, συμμετέχει στο μεταβολισμό του βολβού προσκομίζοντας θρεπτικά συστατικά και ηλεκτρολύτες και εξυπηρετεί σε μικρό βαθμό τη διάθλαση, αφού έχει δείκτη διάθλασης 1,336. Ο όγκος του είναι περίπου 0,36 ml και εξαρτάται κυρίως από το βάθος του πρόσθιου θαλάμου, που είναι κατά κανόνα βαθύς στους μύωπες και αβαθής στους υπερμέτρωπες.

**Υαλώδες Σώμα:** Το υαλώδες σώμα είναι ένα ενιαίο σώμα, διαφανές, με πυκνότερη σύσταση όγκου περίπου 4.0 ml και βάρους 4.0 gr. Καταλαμβάνει σχεδόν το 80% της κοιλότητας του οφθαλμού και αποτελείται από τυχαία διατεταγμένα ινίδια κολλαγόνου, ανάμεσα στα οποία σχηματίζονται αλυσίδες υαλουρονικού οξέος και νερού. Τα ινίδια του υαλουρονικού οξέος έχουν έντονη αρνητική ηλεκτροστατική φόρτιση και δημιουργούν ένα σκελετό, πάνω στον οποίο προσκολλώνται διπολικά μόρια νερού. Η πυκνότητα των ινιδίων του κολλαγόνου είναι υψηλότερη στην περιφέρεια. Λίγα κύτταρα, βρίσκονται διάσπαρτα στην υαλοειδική κοιλότητα. Το υαλοειδές υγρό συνδέεται ισχυρά με τον αμφιβληστροειδή στην περιοχή της ώχρας κηλίδας και κατά μήκος των αγγείων του αμφιβληστροειδούς. Βοηθάει στη διατήρηση του σχήματος του οφθαλμού και έχει δείκτη διάθλασης 1,34.



## 2.2. ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΕΣ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΤΗΣ ΟΡΑΣΗΣ

Η ικανότητα του οφθαλμού να μεταβάλλει την εστιακή του ικανότητα καλείται προσαρμογή, και επιτυγχάνεται με τον κρυσταλοειδή φακό, όπως είδαμε παραπάνω.



2.2 Προσαρμογή του ανθρώπινου οφθαλμού.[18]

Το φαινόμενο της προσαρμογής γίνεται με αυτόματη διαδικασία στην οποία συμμετέχει ενεργά ο εγκέφαλος, στέλνοντας εντολές στους μύες να περισφίξουν ή να χαλαρώσουν τον κρυσταλλοειδή φακό. Λόγω του μεγάλου αριθμού όμως των διαθλαστικών επιφανειών του οφθαλμού παρουσιάζεται ένας αριθμός εκτροπών (οπτικών σφαλμάτων). Το εμμετρικό μάτι (μάτι χωρίς διαθλαστική ανωμαλία) εστιάζει στον αμφιβληστροειδή μια προσπίπτουσα παράλληλη δέσμη φωτεινών ακτίνων. Το πιο μακρινό σημείο όπου βλέπει καθαρά ένα μάτι ονομάζεται άπω σημείο αυτού του ματιού. Στο εμμετρικό μάτι που από κατασκευή εστιάζει στον αμφιβληστροειδή μόνο παράλληλες ακτίνες το άπω σημείο βρίσκεται στο άπειρο. Όταν η παράλληλη δέσμη ακτίνων που εισέρχεται στο μάτι δεν εστιάζεται επάνω στον αμφιβληστροειδή, αλλά μπροστά ή πίσω από αυτόν, υπάρχει διαθλαστική ανωμαλία. Η κατάσταση ονομάζεται αμετροπία και συνεπάγεται τη θολή όραση.

## 2.2.1.ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΧΑΜΗΛΗΣ ΤΑΞΗΣ

Οι πιο συνηθισμένες εκτροπές χαμηλής τάξης είναι η μυωπία, η υπερμετρωπία και ο αστιγματισμός, η πρεσβυωπία και η ανισομετρία, που περιλαμβάνουν την μετατόπιση του εστιακού επιπέδου και μπορούν να διορθωθούν με γυαλιά ή φακούς επαφής.

**Μυωπία:** Η μυωπία είναι το σφάλμα εκείνο κατά το οποίο το είδωλο του υπό παρατήρηση αντικειμένου σχηματίζεται μπροστά από το επίπεδο του αμφιβληστροειδή και όχι ακριβώς πάνω του, όπως θα συνέβαινε σε έναν φυσιολογικό οφθαλμό. Αυτό μπορεί να οφείλεται, είτε σε πολύ μεγάλη διαθλαστική ισχύς (διαθλαστική μυωπία), είτε σε πολύ μεγάλο μήκος του ματιού (αξονική μυωπία), είτε και στα δύο. Αξονικές είναι συνήθως οι πολύ υψηλές μυωπίες. Ένα μυωπικό μάτι δεν μπορεί να διακρίνει με ευκρίνεια τα μακρινά αντικείμενα, αφού οι ακτίνες που προέρχονται από αυτά είναι παράλληλες. Αν όμως, ένα αντικείμενο αρχίσει να πλησιάζει προς το μυωπικό μάτι, οι ακτίνες που στέλνει σε αυτό είναι όλο και πιο αποκλίνουσες και αυτό συνοδεύεται από ανάλογη μετακίνηση της εστίας του προς τα πίσω. Έτσι, όταν το αντικείμενο φθάσει σε μια ορισμένη απόσταση από το μάτι, ή εικόνα του θα εστιάσει στον αμφιβληστροειδή και το αντικείμενο θα γίνει αντιληπτό με ευκρίνεια. Η αύξηση του προσθιοπίσθιου άξονα του ματιού κατά την περίοδο της ανάπτυξης ευθύνεται για την προοδευτική αύξηση της μυωπίας που παρατηρείται σε αυτή τη περίοδο. Η αύξηση της μυωπίας σταματάει συνήθως με την ολοκλήρωση της ανάπτυξης του σώματος. Η διόρθωση επιτυγχάνεται με αρνητικούς οφθαλμικούς φακούς. Υπάρχουν πέντε βασικοί τύποι μυωπίας:

α) Η απλή μυωπία μπορεί να οφείλεται στο ότι το αξονικό μήκος του οφθαλμού είναι μεγαλύτερο από το φυσιολογικό, είτε ότι η καμπυλότητα του κερατοειδή ή άλλων διαθλαστικών μέσων του οφθαλμού, είναι μικρότερη του φυσιολογικού (διαθλαστική μυωπία).

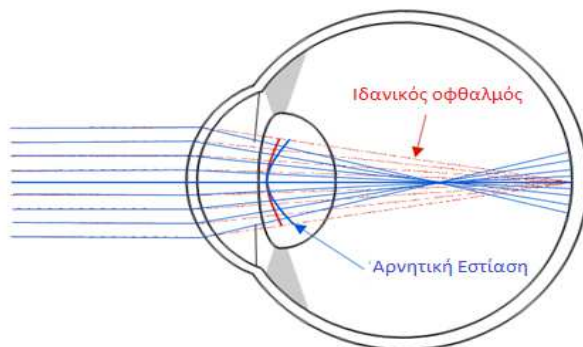
β) Η εκφυλιστική μυωπία είναι μια πάθηση και συνοδεύεται από εκφυλίσεις και ατροφίες στο βυθό του ματιού με την πάροδο του χρόνου (>10 διοπτριών).

γ) Η νυχτερινή μυωπία που είναι η μείωση της ευκρίνειας της όρασης τις βραδινές ώρες που οφείλεται στο ότι αυξάνεται το μέγεθος της κόρης λόγω του χαμηλού φωτισμού οπότε κατά συνέπεια αυξάνονται οι σφαιρικές εκτροπές.

δ) Η ψευδομυωπία που οφείλεται σε στιγμιαίες συσπάσεις του προσαρμοστικού μυ.

ε) Η επίκτητη μυωπία που οφείλεται σε περιβαλλοντολογικές ανωμαλίες ή ακόμα και στην αύξηση της γλυκόζης στον οργανισμό.

**Υπερμετρωπία:** Στο υπερμετρωπικό μάτι μία παράλληλη δέσμη ακτινών περνώντας μέσα από τα διαθλαστικά μέσα του ματιού, συναντάει τον αμφιβληστροειδή πριν ακόμα σχηματίσει εστία. Αυτό μπορεί να οφείλεται είτε σε πολύ μικρή διαθλαστική ισχύ (διαθλαστική υπερμετρωπία), είτε σε πολύ μικρό μήκος (αξονική υπερμετρωπία) του ματιού, ή και στα δύο. Το υπερμετρωπικό μάτι δεν βλέπει καθαρά τα μακρινά αντικείμενα, αλλά ούτε και τα κοντινά, αφού η αποκλίνουσα δέσμη που αυτά στέλνουν στο μάτι μετακινεί την εστία ακόμα πιο πίσω από τον αμφιβληστροειδή και έτσι μειώνεται ακόμα περισσότερο η ευκρίνεια της εικόνας. Η λειτουργία της προσαρμογής, που αυξάνει τη διαθλαστική ισχύ του ματιού για να εστιάζει τα κοντινά αντικείμενα, μπορεί να κινητοποιηθεί από τον υπερμέτρωπα για να εξουδετερώσει την υπερμετρωπία του και να αποκαταστήσει ευκρινή όραση. Ο υπερμετρωπικός οφθαλμός είναι κοντύτερος από τον φυσιολογικό. Διορθώνεται με θετικούς οφθαλμικούς φακούς.



### 2.3 Η μυωπία – εκτροπή χαμηλής τάξης.[5]

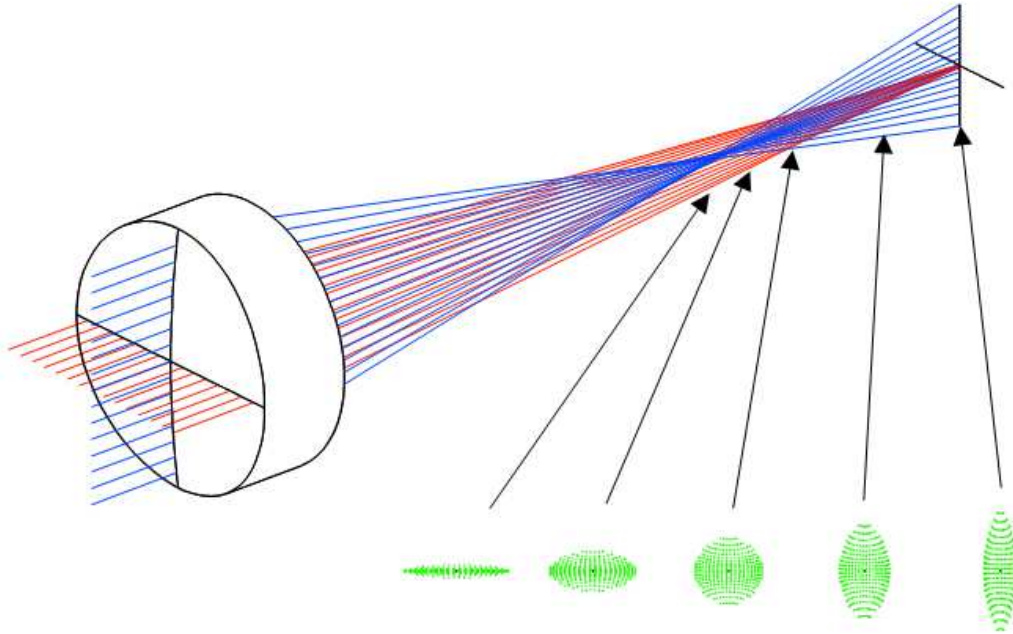
**Πρεσβυωπία:** Ο φακός των νέων ατόμων είναι ελαστικός και εύπλαστος και εύκολα μεταβάλλει το σχήμα του κατά τη σύσπαση του ακτινωτού μυός. Κατά τη διάρκεια όμως της ζωής η ίδια ουσία του φακού σκληρύνεται προοδευτικά και αυτό έχει ως αποτέλεσμα μια δυσχέρεια στη μεταβολή του σχήματος του. Οι μεταβολές αυτές του φακού έχουν επίπτωση στο εύρος της προσαρμογής που προοδευτικά μειώνονται καθώς το άτομο μεγαλώνει. Ωστόσο, παρόλο που η μείωση του εύρους προσαρμογής αρχίζει από τα πρώτα χρόνια της ζωής, οι επιπτώσεις φαίνονται αργότερα, συνήθως μετά την ηλικία των 40

χρόνων. Μετά την ηλικία αυτή το εύρος της προσαρμογής έχει τόσο μειωθεί που αρχίζει να δημιουργεί προβλήματα κατά την κοντινή όραση. Η προοδευτική μείωση της προσαρμογής ακολουθεί σταθερή πορεία σε όλα τα άτομα και περίπου το ίδιο εύρος προσαρμογής απαντάται σε όλα τα άτομα της ίδιας ηλικίας. Βασικό σύμπτωμα της πρεσβυωπίας είναι η μειωμένη όραση για κοντά. Η οπτική διόρθωση της πρεσβυωπίας γίνεται με θετικούς φακούς, όπως και η υπερμετροπία, που αναπληρώνουν την πρόσθετη θετική διαθλαστική δύναμη που απαιτείται για κοντά και που η ανεπαρκής προσαρμογή δεν μπορεί να προσφέρει.

**Ανισομετροπία:** Ανισομετροπία ονομάζεται η κατάσταση όπου μεταξύ των δύο ματιών υπάρχει διαφορά στο βαθμό, ή στο είδος της διαθλαστικής ανωμαλίας. Ανισομετροπία μικρού βαθμού είναι συχνότατο φαινόμενο και δεν δημιουργεί ιδιαίτερα προβλήματα. Αν όμως η διαφορά μεταξύ των δύο ματιών είναι μεγάλη τότε τα προβλήματα που δημιουργούνται είναι σημαντικά, με σοβαρές πολλές φορές επιπτώσεις.

**Αστιγματισμός:** Αστιγματισμός ονομάζεται η διαθλαστική ανωμαλία όπου το μάτι δεν έχει την ίδια διαθλαστική δύναμη σε όλους τους μεσημβρινούς. Δύο μεσημβρινοί συνήθως κάθετοι μεταξύ τους, εμφανίζουν τη μεγαλύτερη μεταξύ τους διαφορά και ονομάζονται κύριοι άξονες του αστιγματισμού. Οι μεταξύ των δύο κύριων αξόνων μεσημβρινοί εμφανίζουν ενδιάμεσες τιμές διαθλαστικών δυνάμεων. Η διαφορά της διαθλαστικής ισχύς στους διάφορους μεσημβρινούς του κερατοειδούς κάνει αδύνατη την εστίαση μιας εισερχόμενης δέσμης ακτινών σε ένα σημείο. Αυτό επηρεάζει και τη μακρινή και την κοντινή όραση. Στις περισσότερες περιπτώσεις ο αστιγματισμός οφείλεται σε διαταραχές του σχήματος του κερατοειδούς. Ο αστιγματικός κερατοειδής δεν είναι σφαιρικός και η ακτίνα καμπυλότητας του ποικίλει στους διάφορους μεσημβρινούς. Ο μεσημβρινός με τη μικρότερη ακτίνα καμπυλότητας είναι κυρτότερος και έχει μεγαλύτερη διαθλαστική δύναμη από το μεσημβρινό με τη μεγαλύτερη ακτίνα καμπυλότητας που είναι λιγότερο κυρτός και έχει μικρότερη διαθλαστική δύναμη. Οι δύο αυτοί μεσημβρινοί είναι κάθετοι μεταξύ τους (ομαλός αστιγματισμός). Στον ανώμαλο αστιγματισμό υπάρχει μια παραμόρφωση του σχήματος του κερατοειδούς και οι δύο μεσημβρινοί με τη μεγαλύτερη διαφορά διαθλαστικής δύναμης δεν είναι κάθετοι μεταξύ τους. Ανώμαλο αστιγματισμό μπορεί να προκαλέσουν διάφορες διαταραχές του κερατοειδούς, όπως τραύματα, φλεγμονές και ο κερατόκωνος. Η οπτική διόρθωση του αστιγματισμού γίνεται με κυλινδρικούς φακούς που διορθώνουν τη διαφορά της διαθλαστικής ισχύς στους διάφορους μεσημβρινούς του κερατοειδούς. Επειδή ο αστιγματισμός είναι ανεξάρτητος

από τη συνολική διαθλαστική δύναμη του ματιού και από το αξονικό του μήκος, μπορεί να συνδυάζεται με οποιαδήποτε άλλη διαθλαστική ανωμαλία.



2.4 Αστιγματισμός.[5]

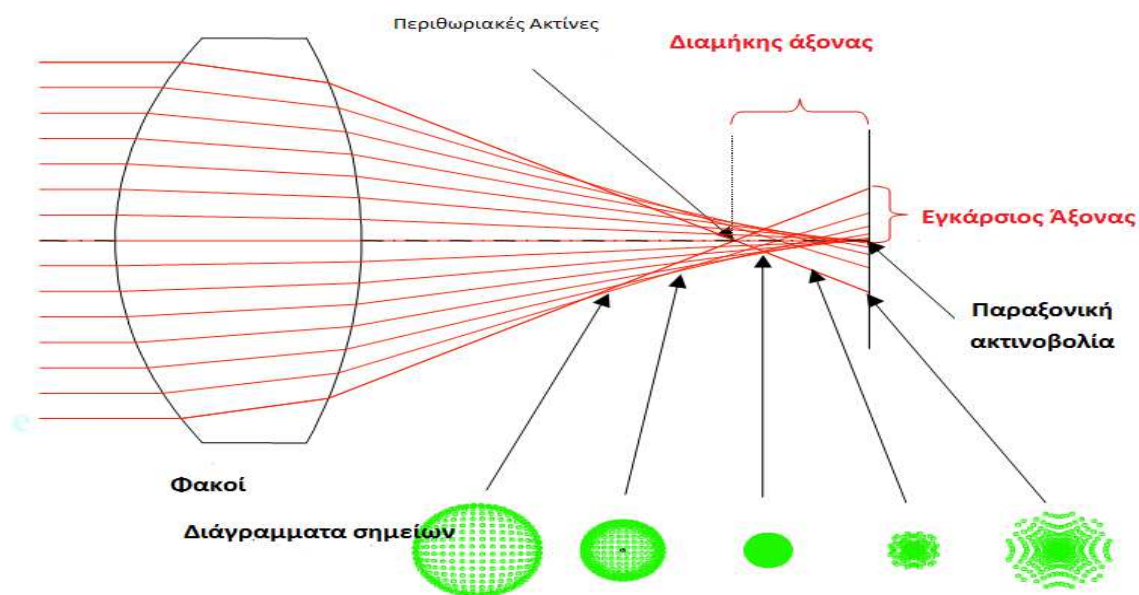
### 2.2.2.ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΥΨΗΛΗΣ ΤΑΞΗΣ

Εκτός από τις συνηθισμένες διαθλαστικές ανωμαλίες υπάρχουν και πιο σύνθετες, οι εκτροπές υψηλής τάξης (εκτροπές Seidel). Στις εκτροπές αυτές, οι ακτίνες που εισέρχονται στον οφθαλμό, εστιάζουν μπροστά ή πίσω από τον αμφιβληστροειδή, με αποτέλεσμα να μην γίνεται εφικτή η δημιουργία σημειακής εστίας αλλά ενός κύκλου σύγχυσης. Κάποιες από τις κυριότερες είναι οι σφαιρικές εκτροπές, η κόμη, η καμπυλότητα του πεδίου (εκτροπές τρίτης τάξης) και η χρωματική εκτροπή (εκτροπή πέμπτης τάξης). Οι εκτροπές τρίτης τάξης υπολογίζοντας χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$\sin \theta \cong \theta - \frac{\theta^3}{3!} \quad (2.1) \text{ για κάθε γωνία πρόσπτωσης ή διάθλασης.}$$

Ενώ της πέμπτης τάξης από τη σχέση:  $\sin \theta \cong \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!}$  (2.2) για κάθε γωνία πρόσπτωσης ή διάθλασης.

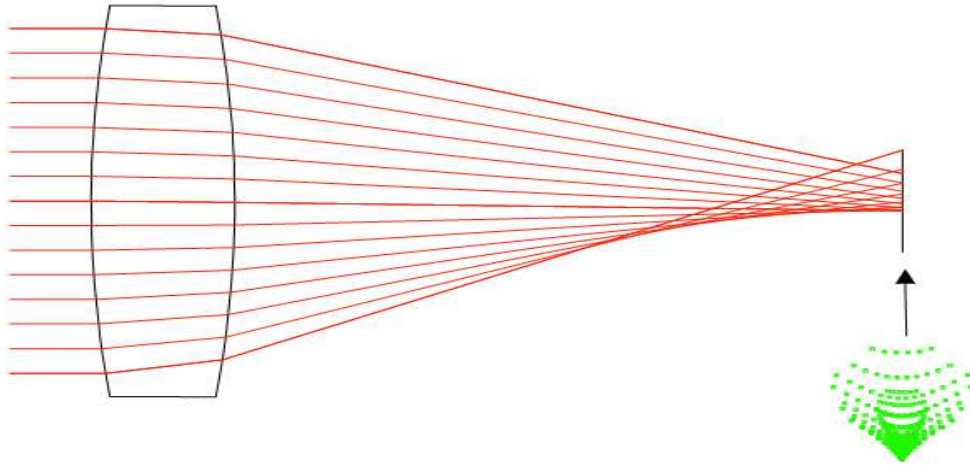
**Σφαιρικές Εκτροπές:** Σφαιρικές εκτροπές υπάρχουν όταν, ενώ οι προσπίπτουσες ακτίνες συγκλίνουν σε ένα σημείο, οι ακτίνες που προσκρούουν στην επιφάνεια υπό πεπερασμένες γωνίες διαφεύγουν μετά τη διάθλαση τους. Η σφαιρική εκτροπή εμφανίζεται σε όλη την επιφάνεια του οφθαλμού και δεν εξαρτάται από την απόσταση του αντικειμένου από τον κύριο άξονα του ματιού. Οι ακτίνες εστιάζονται σε διαφορετικό σημείο το οποίο απομακρύνεται ομοιόμορφα από το παραξονικό σημείο εστίασης αλλά διατηρείται η συμμετρία της δέσμης. Η σφαιρικές εκτροπές αυξάνονται ανάλογα με τον κύβο της διαμέτρου του φακού. Υπάρχουν δύο ήδη σφαιρικής εκτροπής, η εγκάρσια σφαιρική εκτροπή και η επιμήκης σφαιρική εκτροπή. Η επιμήκης σφαιρική εκτροπή είναι η απόσταση του σημείου τομής της ακτίνας και του οπτικού άξονα από το παραξονικό σημείο εστίασης και η εγκάρσια σφαιρική εκτροπή είναι η απόσταση του σημείου τομής της ακτίνας από το παραξονικό σημείο εστίασης στο επίπεδο που διέρχεται από το παραξονικό σημείο εστίασης και είναι κάθετο στον οπτικό άξονα. Στον οφθαλμό η σφαιρική εκτροπή δημιουργείται κυρίως από την οπίσθια επιφάνεια του κερατοειδή, αλλά μηδενίζεται λόγω του κρυσταλλοειδή φακού.



2.5.Περιγραφή σφαιρικής εκτροπής. [5]

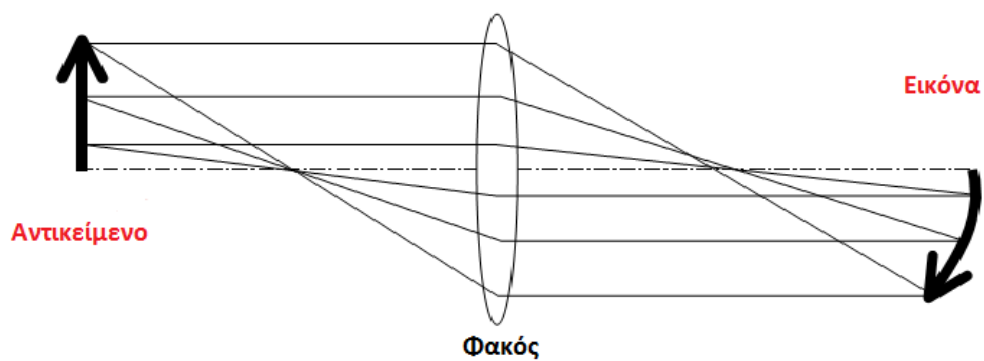
**Κόμη:** Η κύρια ύπαρξη της κόμης είναι η επίδραση της σφαιρικής εκτροπής πάνω στις λοξές ακτίνες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το είδωλο ενός σημείου που σχηματίζεται από ακτίνες που περνάνε έξω από το οπτικό άξονα να αποτελείται από αλληλεπικαλυπτόμενους κύκλους που παίρνουν ένα σχήμα σαν την ουρά ενός κομήτη. Η

ουρά κατευθύνεται μακριά από τον άξονα του φακού ενώ έχει μήκος τρεις φορές το πλάτος της. Η κόμη αυξάνει ανάλογα με το τετράγωνο της διαμέτρου του φακού.



2.6 Περιγραφή της κόμης.[5]

**Καμπυλότητα πεδίου:** Καμπυλότητα πεδίου υπάρχει όταν το είδωλο που προβάλλεται από το μάτι δεν κείται στην πραγματικότητα επί ενός επιπέδου, αλλά σε μια καμπύλη επιφάνεια, ακόμα και αν δεν υπάρχουν άλλες εκτροπές. Η καμπύλη εστιακή επιφάνεια ονομάζεται Petzval.

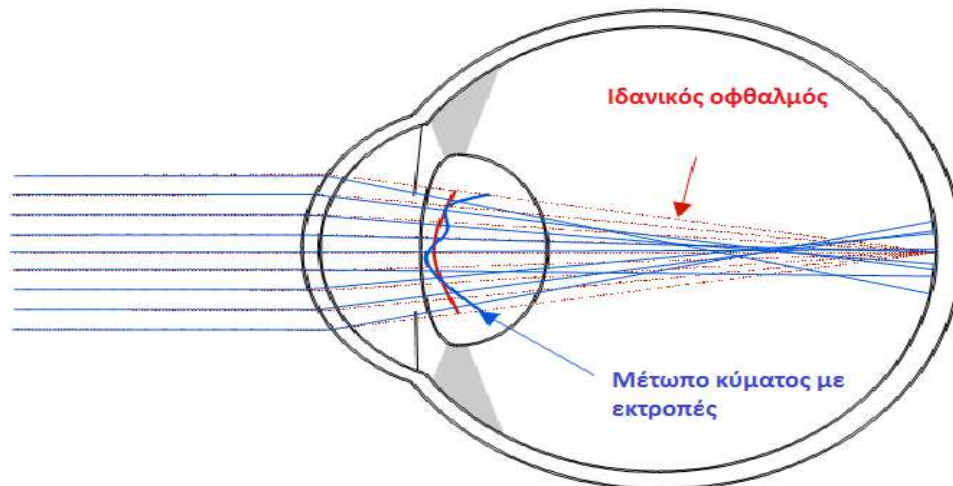


2.7 Καμπυλότητα πεδίου. [5]

**Χρωματική Εκτροπή:** Η χρωματική εκτροπή είναι εκτροπή πέμπτης τάξης. Η συγκεκριμένη εκτροπή δημιουργείται επειδή ο δείκτης διάθλασης του φακού εξαρτάται

από το μήκος κύματος γι' αυτό και η εστιακή απόσταση μεταβάλλεται λίγο αφού εξαρτάται και εκείνη από το δείκτη διάθλασης. Στην ουσία, δημιουργείται αλλαγή στο σημείο εστίασης λόγω της εξάρτησης του δείκτη διάθλασης από το μήκος κύματος.

Οφθαλμός με εκτροπές υψηλής τάξης



2.8 Προσδιορισμός εκτροπών υψηλής τάξης σε ανθρώπινο οφθαλμό σε σχέση με ιδανικό οφθαλμό. [5]

## 2.3. ΤΡΟΠΟΙ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΤΩΝ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΩΝ ΑΝΩΜΑΛΙΩΝ

Η διαθλαστική εξέταση αποσκοπεί στον προσδιορισμό και τη μέτρηση της διαθλαστικής ανωμαλίας και τη χορήγηση συνταγής διορθωτικών γυαλιών. Η διαθλαστική εξέταση περιλαμβάνει υποκειμενικές και αντικειμενικές μεθόδους. Η υποκειμενικές μέθοδοι προϋποθέτουν τη συνεργασία του ασθενούς. Χρησιμοποιείται το οπτότυπο προσδιορισμό της οπτικής οξύτητας και με την εναλλαγή δοκιμαστικών διορθωτικών φακών μπροστά από το κάθε μάτι χωριστά αναζητείται ο φακός, ή ο συνδυασμός φακών που δίνει την καλύτερη οπτική οξύτητα. Η εναλλαγή των φακών κατά την υποκειμενική διαθλαστική εξέταση δεν γίνεται τυχαία, αλλά με διαδικασία που ακολουθεί αυστηρούς κανόνες. Στην αντικειμενική διαθλαστική εξεταστική χρησιμοποιούνται τεχνικές και τεχνικές και όργανα που δεν απαιτούν τη συνεργασία του ασθενούς. Κυριότερες αντικειμενικές μέθοδοι είναι η σκιασκοπία και η αυτόματη διαθλασιμετρία. Η αντικειμενική διαθλαστική εξέταση πρέπει να ακολουθείται από υποκειμενική επιβεβαίωση των ευρημάτων. Τη σημερινή εποχή για



την διόρθωση των διαθλαστικών ανωμαλιών χρησιμοποιούνται πολλά διαφορετικά μέσα και τρόποι.

### 2.3.1.ΤΑ ΔΙΟΡΘΩΤΙΚΑ ΓΥΑΛΙΑ

Η πιο συνηθισμένη μέθοδος διόρθωσης των διαθλαστικών σφαλμάτων του ματιού είναι οι χρήση γυαλιών οράσεως και συγκεκριμένα οφθαλμικών φακών. Οι οφθαλμικοί φακοί χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με το υλικό που είναι φτιαγμένοι, τους οργανικούς (πλαστικούς) και στους κρυστάλλινους, αλλά σήμερα οι χρησιμοποιούνται κυρίως οι οργανικοί. Οι οφθαλμικοί φακοί χωρίζονται σε τρεις κύριες κατηγορίες.



2.9 Διορθωτικά γυαλιά οράσεως.

**Σφαιρικοί Φακοί:** Αυτή η κατηγορία χωρίζεται σε θετικούς (συγκλίνοντες) και αρνητικούς (αποκλίνοντες). (Παράγραφος 1.1.3).

**Κυλινδρικοί Φακοί:** Οι κυλινδρικοί φακοί έχουν έναν κύριο άξονα χωρίς διαθλαστική ισχύ και έναν άξονα κάθετο προς αυτόν που έχει την μέγιστη διαθλαστική ισχύ του φακού. Μια παράλληλη δέσμη φωτεινών ακτινών που διέρχεται μέσα από έναν κυλινδρικό φακό δεν συγκεντρώνεται σε ένα σημείο όπως τους σφαιρικούς, αλλά κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής, που είναι παράλληλη στον κύριο άξονα. Οι κυλινδρικοί φακοί μπορεί να είναι αρνητικοί και θετικοί.

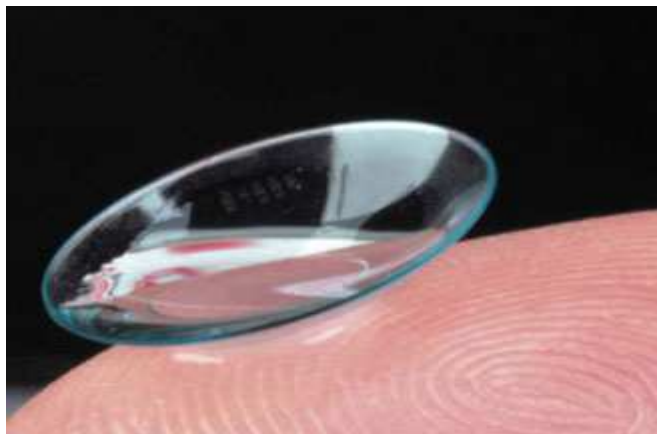
**Σφαιροκυλινδρικοί φακοί:** Οι φακοί αυτοί είναι ένας συνδυασμός σφαιρικού και κυλινδρικού φακού. Οι σφαιροκυλινδρικοί φακοί έχουν δύο άξονες με μέγιστη και ελάχιστη διαθλαστική δύναμη, οι οποίοι είναι κάθετοι μεταξύ τους. Οι σφαιροκυλινδρικοί φακοί δεν μεταβάλλουν ομοιόμορφα την κλίση μιας φωτεινής δέσμης που τους διαπερνά, αλλά της δίνουν μια ιδιαίζουσα μορφή. Το φως δεν εστιάζεται σε ένα σημείο αλλά σχηματίζονται δύο ξεχωριστές εστιακές γραμμές που είναι κάθετες μεταξύ τους.

**Πολυεστιακοί Φακοί:** Οι πολυεστιακοί φακοί είναι φακοί που εκτός από την πρεσβυοπική διόρθωση προσφέρουν ταυτόχρονα και ευκρινή όραση και για μακρινές

αποστάσεις. Πιο συγκεκριμένα, στο πάνω μέρος του φακού υπάρχει μικρή διαθλαστική ισχύ η οποία αυξάνεται σταδιακά προς τα κάτω.

### 2.3.2.ΦΑΚΟΙ ΕΠΑΦΗΣ

Εκτός από τα διορθωτικά γυαλιά, οι διαθλαστικές ανωμαλίες μπορούν να διορθωθούν με φακούς επαφής. Οι φακοί επαφής είναι πολύ μικροί φακοί που εφαρμόζονται στην επιφάνεια του κερατοειδούς και είναι ακίνδυνοι όταν τηρούν κανόνες υγιεινής και γίνεται καλή συντήρηση από τον χρήστη. Παρότι η συχνότερη χρήση είναι απλώς η απαλλαγή από τη χρήση γυαλιών, υπάρχουν περιπτώσεις που προσφέρουν λειτουργικά πλεονεκτήματα π.χ. στην περίπτωση της ανισομετρωπίας.



2.10 Φακός Επαφής.

### 2.3.3.ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗ ΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΗ

Ευρύτατα διαδεδομένη τα τελευταία χρόνια είναι η διόρθωση των διαθλαστικών ανωμαλιών με χειρουργική επέμβαση. Στις περισσότερες χειρουργικές διαθλαστικές επεμβάσεις χρησιμοποιείται ακτινοβολία LASER, και η διόρθωση της διαθλαστικής ανωμαλίας επιτυγχάνεται με τροποποίηση της πρόσθιας επιφάνειας του κερατοειδούς. Ο τύπος του laser που χρησιμοποιείται στις διαθλαστικές επεμβάσεις είναι το Excimer LASER. Η τεχνική βασίζεται στην αφαίρεση ενός πολύ λεπτού στρώματος κερατοειδούς με αποτέλεσμα μεταβολής της πρόσθιας επιφάνειας του κερατοειδούς και συνεπώς της διαθλαστικής του ισχύς. Με τις παρακάτω τεχνικές μπορεί να διορθωθεί η μυωπία μέχρι -10,00 D, υπερμετρωπία μέχρι +6,00D, καθώς και αστιγματισμός. Λόγω του υψηλού

ποσοστού επιτυχίας αυτών των επεμβάσεων, οι ασθενείς είναι κατά κανόνα ικανοποιημένοι από το αποτέλεσμα. Ωστόσο, υπάρχουν κάποιες, αν και σπάνιες επιπλοκές. Αυτές μπορεί να είναι θολερότητες του κερατοειδούς, υπερδιόρθωση – υποδιόρθωση, μείωση της οπτικής οξύτητας, χάλος, θολότητες κ.α..

**PRK (Photorefractive Keratectomy):** Στην συγκεκριμένη μέθοδο αρχικά αφαιρείται το επιθήλιο. Στην συνέχεια με χρήση κατάλληλου τύπου λέιζερ διαμορφώνεται η πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδούς έτσι ώστε να μειώσει τη διαθλαστική ισχύς του κερατοειδούς. Όλη η διαδικασία παρακολουθείται από ένα σύστημα υπολογιστών. Το επιθήλιο, μετά από κάποιες ώρες αναγεννιέται και καλύπτει την περιοχή που εφαρμόστηκε laser. Η μείωση της διαθλαστικής ισχύος του κερατοειδούς έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση ή εξάλειψη της μυωπίας.

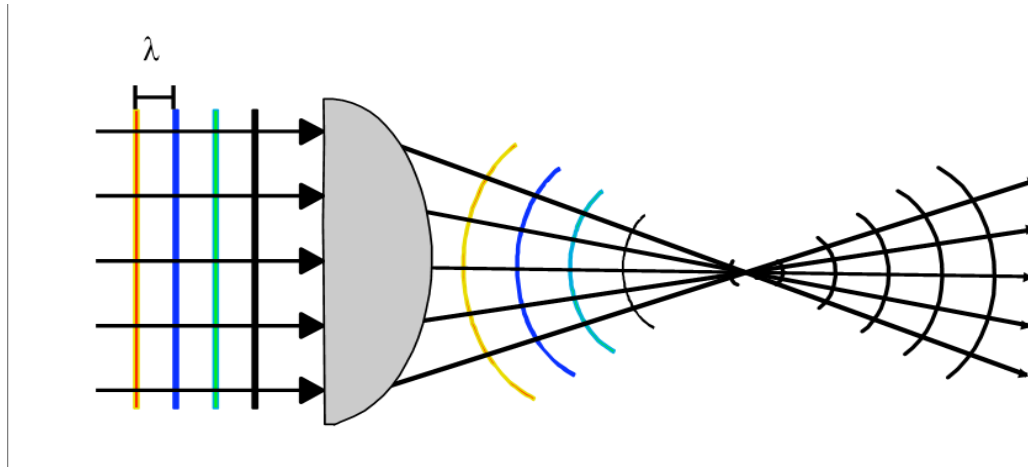
**LASIK (Laser in situ Keratomileusis):** Ένας μικροκερατόμος, ή ένα femtosecond laser δημιουργεί μια σειρά από εσωτερικά στενά προκαλώντας έτσι φυσαλίδες στο εσωτερικό του κερατοειδή οι οποίες είναι υπεύθυνες για την δημιουργία ενός κρημνού. Ο κρημνός στην επιφάνεια του κερατοειδούς αναδιπλώνεται και εφαρμόζεται το laser στο υποκείμενο στρώμα του κερατοειδούς. Μετά την εφαρμογή του laser ο κρημνός επαναφέρεται στη θέση του και καλύπτει την ακτινοβολημένη περιοχή. Σήμερα, υπάρχει και μια βελτιωμένη μέθοδος της LASIK, η LASIKWavefront, στην οποία όλη η διαδικασία γίνεται μέσω υπολογιστή ο οποίος παίρνοντας τα δεδομένα από έναν αναλυτή μετώπου κύματος, ελέγχει ένα EXCIMER laser.

**LASEK (Laser - assisted subEpithelial Keratectomy):** Είναι μια παραλλαγή της PRK και ταυτόχρονα έχει και κοινά στοιχεία με την LASIK. Στην LASEK το επιθήλιο παραμερίζεται και επαναφέρεται στη θέση του μετά την εφαρμογή του laser. Γι' αυτόν τον λόγο και συνήθως προτιμάται από άτομα που έχουν λεπτό κερατοειδή, επίσης έχει μικρότερο χρόνο αποκατάστασης σε σχέση με την PRK.

## 2.3.4.ΟΙ ΕΝΔΟΦΑΚΟΙ

Οι ενδοφακοί είναι οι τεχνητοί φακοί από βιοσυμβατό υλικό, οι οποίοι αντικαθιστούν τον κρυσταλλοειδή φακό, για να διορθώσουν τη διαθλαστική ισχύς του οφθαλμού στην περίπτωση ύπαρξης αμετροπίας και μετά από επέμβαση καταρράκτη. Υπάρχουν διάφορα είδη ενδοφακών, ανάλογα με το σχήμα και το υλικό κατασκευής τους. Στις περισσότερες

περιπτώσεις καταρράκτη, ο ενδοφακός εισάγεται στο εσωτερικό του φακικού σάκου, η οποία είναι η θέση του κρυσταλλοειδούς φακού. Σε μερικές περιπτώσεις γίνεται και η τοποθέτηση του ενδοφακού στον πρόσθιο θάλαμο.

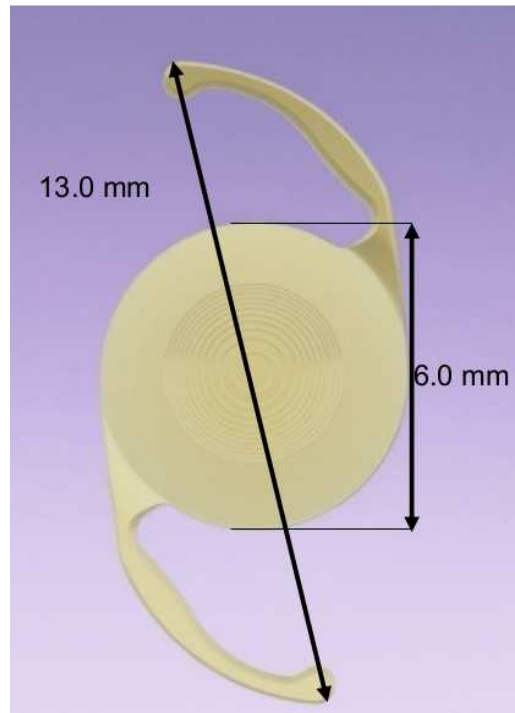


2.11 Κατεύθυνση της δέσμης φωτός σε περίπτωση μονοεστιακού φακού.[7]

Οι μονοεστιακοί ενδοφακοί, έχουν περιορισμένο βάθος εστίασης, το οποίο σημαίνει ότι έχουν μικρή ικανότητα για κοντινή ή ενδιάμεση όραση. Αποτελούνται, από ένα διαθλαστικό φακό, ο οποίος δημιουργεί μία εστία είτε για κοντά, είτε για μακριά ανάλογα με τη διαθλαστική ισχύ του. Για να αντιμετωπισθεί το πρόβλημα που δημιουργείται στον περιορισμό της όρασης είτε για κοντά είτε για μακριά, χρησιμοποιείται η μέθοδος κατά την οποία εμφυτεύεται στον έναν οφθαλμό ενδοφακός που παρέχει κοντινή όραση, ενώ στον άλλο οφθαλμό ενδοφακός για μακρινή όραση. Ένα πρόβλημα που προκύπτει από την μέθοδο αυτή, είναι η αντίληψη του βάθους. Για τους λόγους αυτούς κατασκευάστηκαν πολυεστιακοί ενδοφακοί, οι οποίοι παρέχουν στον ασθενή την δυνατότητα να έχει ικανοποιητική κοντινή και μακρινή και κάποιες φορές και ενδιάμεση όραση. Αυτό επιτυγχάνεται με τη δημιουργία δύο εστιών, μία για μακριά και μία για κοντά. Υπάρχουν δύο κύρια είδη ενδοφακών που χρησιμοποιούνται ευρέως οι διαθλαστικοί και οι περιθλαστικοί ενδοφακοί.

**Διαθλαστικοί Ενδοφακοί:** Οι ενδοφακοί πολλαπλών διαθλαστικών ζωνών, αποτελούνται από μία πρόσθια σφαιρική επιφάνεια, η οποία έχει επιπρόσθετες διαθλαστικές επιφάνειες για να παρέχει κοντινή, ενδιάμεση και μακρινή όραση. Ο ενδοφακός αυτού του τύπου, εμφανίζει δύο διαφορετικές διαθλαστικές ισχύεις, οι οποίες ενσωματώνονται σε κυκλικές, ομόκεντρες διαθλαστικές ζώνες διαφορετικής διαθλαστικής ισχύος. Για παράδειγμα οι διαθλαστικοί ενδοφακοί που έχουν πέντε οπτικές ζώνες που

εναλλάσσονται, η πρώτη, τρίτη και πέμπτη ζώνη είναι σχεδιασμένες για τη μακρινή όραση, ενώ η δεύτερη και η τέταρτη για την κοντινή.



2.12 Περιθλαστικός Ενδοφακός.[7]

**Περιθλαστικοί Ενδοφακοί:** Οι περιθλαστικοί ενδοφακοί χαρακτηρίζονται από μια βασική σφαιρική διαθλαστική επιφάνεια, η οποία έχει χωριστεί σε ομόκεντρους διαθλαστικούς δακτυλίους, οι οποίοι δημιουργούν δύο διαφορετικά εστιακά σημεία για την σύγκλιση του φωτός, μία για κοντινά αντικείμενα και μία για μακρινά. Οι πρώτοι περιθλαστικοί ενδοφακοί παρουσίαζαν χάλος και προβλήματα στην αντηλία. Αυτό ήταν σύνηθες διότι, οι περιθλαστικές ζώνες ήταν πολύ μικρές και το φως από όλες τις ζώνες κατέληγαν και στους δυο, διαφορετικής διοπτρικής ισχύος φακούς, εξίσου. Στους περιθλαστικούς φακούς το φως από όλα τα σημεία του πολυεστιακού φακού κατευθύνεται ταυτόχρονα και στις δύο εστίες. Το πρόσθιο τμήμα τους, είναι μία σφαιρική διαθλαστική επιφάνεια και το οπίσθιο είναι μία περιθλαστική επιφάνεια, η οποία δημιουργεί δύο εστίες για μακρινή και για κοντινή όραση. Η περιθλαστική επιφάνεια, αποτελείται από ομόκεντρους δακτυλίους, όπου ο καθένας είναι λεπτότερος από τον επόμενο και εστιάζει το φως προς το κέντρο. Οι φακοί αυτοί έχουν πολλούς ομόκεντρους δακτυλίους. Το ύψος τους ελαττώνεται σταδιακά από το κέντρο προς την περιφέρεια μέσω της απόδυσσης (apodization). Το περιφερικό τμήμα είναι για τη μακρινή όραση και την

όραση τη νύχτα, όταν η κόρη διαστέλλεται. Το κεντρικό τμήμα είναι σχεδιασμένο για την κοντινή όραση στο έντονο φως, όταν η κόρη είναι μικρή. Οι νεότερης γενιάς οι ασφαιρικοί ενδοφακοί, μειώνουν τις σφαιρικές εκτροπές του κερατοειδούς.

### 3. ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ ZERNIKE ΣΤΟΝ ΑΝΘΡΩΠΙΝΟ ΟΦΘΑΛΜΟ

Τη σημερινή εποχή υπάρχει μεγάλο ενδιαφέρον στη διόρθωση εκτροπών υψηλών τάξεων στον ανθρώπινο οφθαλμό. Μέθοδοι όπως η PRK και η LASIK διορθώνουν μόνο τον αστιγματισμό και τις σφαιρικές εκτροπές οι οποίες είναι εκτροπές τρίτης τάξης. Η χειρουργική διόρθωση μπορεί να διορθώσει και της υψηλότερης τάξης εκτροπές και να βελτιώσει ως και σε ολοκληρωτικό επίπεδο την όραση. Επίσης, αυτή η μέθοδος μπορεί να εξαλείψει εκτροπές υψηλής τάξης που προήλθαν από προηγούμενες εγχειρήσεις.

Για να καθοριστεί και να εφαρμοστεί ο κατάλληλος τρόπος για να μειωθούν ή να απαλειφθούν αυτές οι διαθλαστικές ανωμαλίες, πρέπει πρώτα να καταγραφούν και να περιγραφούν ποσοτικά. Οι συναρτήσεις του μετώπου κύματος μπορούν να βοηθήσουν στον προσδιορισμό του προβλήματος που έχει ο οφθαλμός και αργότερα να βοηθήσουν να βρεθεί η μέθοδος για την εξάλειψή του. Αυτό συμβαίνει γιατί μπορούν να περιγραφούν συνολικά τα αποτελέσματα της δέσμης laser όταν εκείνη εισέρχεται μέσα στην ίριδα, στον κερατοειδή και στους φακούς. Αυτές οι συναρτήσεις μπορούν να ορίσουν πώς το φως του laser συμπεριφέρεται ενώ διαιρείται η δέσμη του μέσα στο οπτικό σύστημα. Στις περιπτώσεις εγχειρήσεων που γίνονται με τη χρήση ακτινοβολίας laser στον κερατοειδή, στις περιπτώσεις προσαρμοστικής οπτικής, έτσι ώστε αν είναι γνωστή η συνάρτηση του μετώπου κύματος, να μπορούν να προσδιοριστούν οι διαθλαστικές ιδιότητες του ματιού και να δημιουργηθεί η εικόνα του κερατοειδή η οποία είναι περιορισμένη λόγω των σκεδάσεων και των περιθλάσεων που προκαλούνται στο μάτι.

Υπάρχουν διάφορα εκτροπόμετρα που οφείλουν την λειτουργία τους σε μαθηματικές διατυπώσεις, οι οποίες περιγράφουν τις εκτροπές. Ο καλύτερος τρόπος για την μελέτη των οπτικών εκτροπών και η μαθηματική βάση της λειτουργίας των εκτροπομέτρων είναι τα πολυώνυμα Zernike.

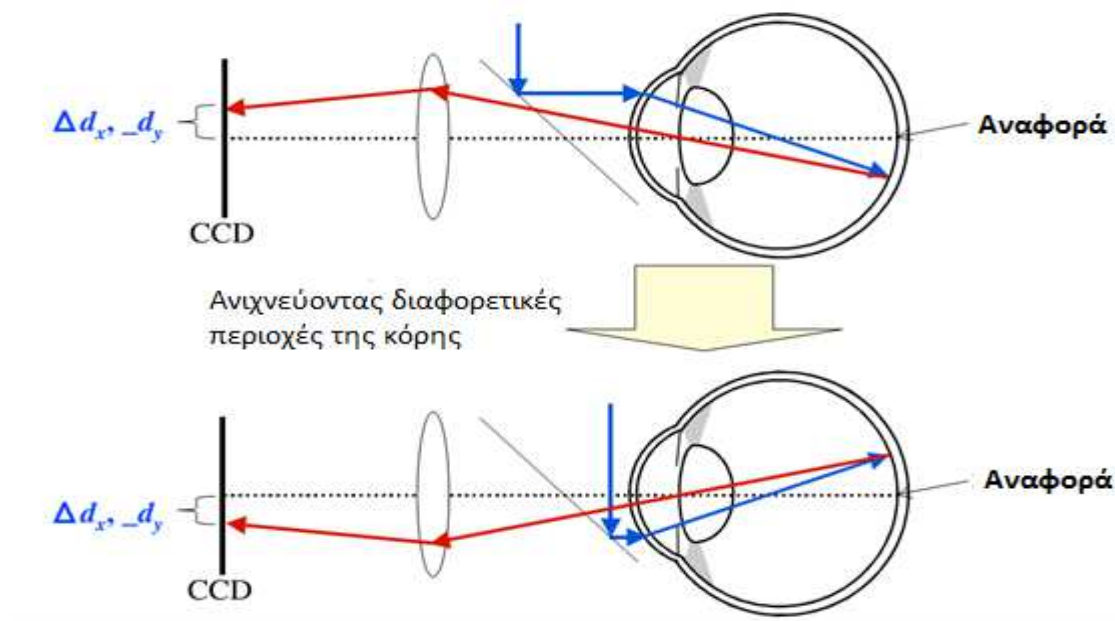
## 3.1. ΕΚΤΡΟΠΟΜΕΤΡΑ

Τα εκτροπόμετρα (ή αμπερόμετρα) είναι διατάξεις που γίνεται η τοπογράφιση σφαλμάτων και γίνεται η καταγραφή των διαθλαστικών σφαλμάτων του οφθαλμού. Βασίζονται στην καταγραφή των εκτροπών ενός ιδανικού μετώπου κύματος που ανακλούνται από τον κερατοειδή.

### 3.1.1. ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΚΤΡΟΠΩΝ RAY TRACING

Για να επιτευχθεί το καλύτερο επίπεδο όρασης είναι σημαντική η μελέτη των εκτροπών . Η μέθοδος της μέτρησης εκτροπών με Ray tracing αναπτύχθηκε από το Ινστιτούτο Βιοϊατρικής Τεχνολογίας στο Κίεβο και δοκιμάστηκε για πρώτη φορά στο Οφθαλμολογικό τμήμα του Βαρδινογιάνειου Ινστιτούτου της Κρήτης [9]. Η μέθοδος προσεγγίζει τις διαθλαστικές ανωμαλίες του ματιού και ταυτόχρονα κάνει χαρτογράφιση των ανωμαλιών αυτών.

Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι μη επεμβατική και προσεγγίζει της οπτικές ιδιότητες του ματιού και ταυτόχρονα κάποιες εκτροπές (αστιγματισμό, σφαιρική εκτροπή, και κόμη). Η τεχνική χρησιμοποιεί τη μέτρηση της θέσης της λεπτής δέσμης ενός λέιζερ που προβάλλεται στον αμφιβληστροειδή. Η δέσμη, κατευθύνεται στο μάτι παράλληλα στον οπτικό άξονα και σε κάθε σημείο εισόδου το φως έχει την δική του προβολή πάνω στον αμφιβληστροειδή.



3.1 Η διάταξη Ray Tracing. [5]



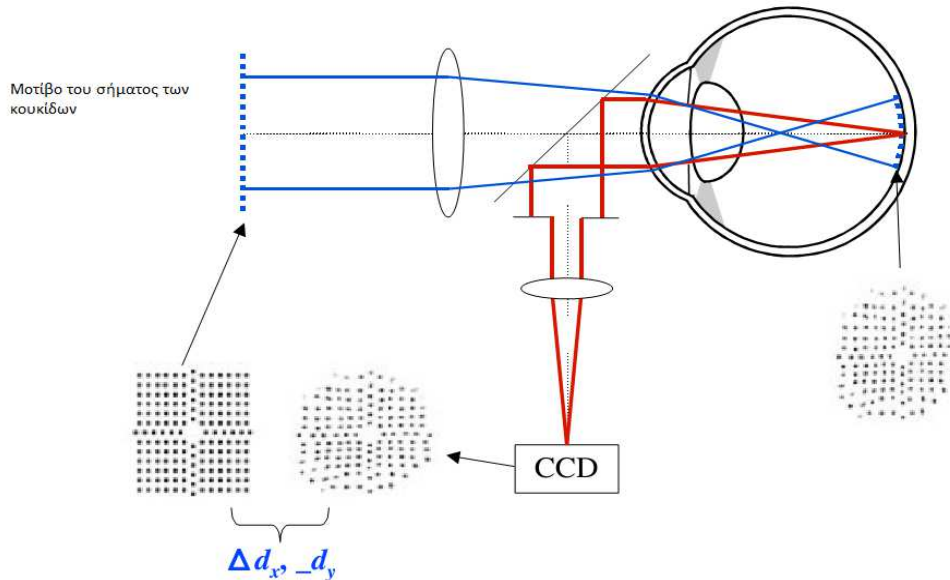
Μια σειρά από σημεία εισόδου αποτελούν ένα σύνολο των προβλέψεων. Χρησιμοποιείται λέιζερ ισχύος 10 mW (μήκος κύματος 650 nm), και η δέσμη εισέρχεται στο εσωτερικό του ματιού μέσω την κόρης, ενώ ταυτόχρονα είναι παράλληλη με τον οπτικό άξονα. Η ανίχνευση των φωτεινών σημείων που επιστρέφουν γίνεται με έναν ευαίσθητο ανιχνευτή θέσης (PSD- Position Sensitive Detector) μέσω ενός ανιχνευτικού αντικειμενικού φακού. Ο PSD μετρά την εγκάρσια απόκλιση των προβολών του λέιζερ πάνω στον αμφιβληστροειδή ενώ εκείνες μεγεθύνονται από το οπτικό σύστημα "φακός ματιού-ανιχνευτής". Με αυτόν τον τρόπο γίνεται ο υπολογισμός των εκτροπών και ταυτόχρονα υπολογίζεται και το μέτωπο κύματος. Ταυτόχρονα μπορούν να αναπαραχθούν και οι συναρτήσεις PSF. Η διάταξη του εκτροπόμετρου Ray Tracing περιέχει μία CCD κάμερα και ένα ειδικό στόχο για την ευθυγράμμιση του ματιού και του μέσου. Ο συνολικός χρόνος σάρωσης για ολόκληρο το άνοιγμα του ματιού είναι 10–20 s. Για την επεξεργασία και την καταγραφή των αποτελεσμάτων χρησιμοποιούνται κυρίως πολυώνυμα Zernike.

### 3.1.2. ΕΚΤΡΟΠΟΜΕΤΡΟ TSCHERNING

Τα ανώτερης τάξης οπτικά σφάλματα του ανθρώπινου ματιού, είναι συχνά υπεύθυνα για τη μειωμένη οπτική οξύτητα. Αυτές οι οπτικές εκτροπές είναι φυσιολογικής προέλευσης, ή μπορεί να προκύψουν από διάφορες επεμβάσεις στο μάτι που αφορούν τις οπτικές δομές του. Ενώ αρχικά η μέθοδος Tscherning χρησιμοποιούταν ως υποκειμενική μέθοδο για την μελέτη των εκτροπών, με την πρόοδο της επιστήμης και της τεχνολογίας η μέθοδος Tscherning είναι πλέον μια αντικειμενική μέθοδος για τη μέτρηση των οπτικών εκτροπών του ανθρώπινου ματιού. Η διάταξη της μεθόδου Tscherning αποτελείται από έναν αναλυτή μετώπου κύματος που με την σειρά του αποτελείται από δύο διαφορετικά μέρη οπτικής διαδρομής (μια εισερχόμενη και μια εξερχόμενη). Το πρώτο μέρος αποτελείται από ένα λέιζερ Nd: YAG (μήκος κύματος 532 nm), ένα διάφραγμα (dot pattern mask), και ένα αμπεροσκοπικό φακό. Το διάφραγμα δημιουργεί έναν μεγάλο αριθμό (168) ακτίνων φωτός πολλαπλασιάζοντας την δέσμη Nd: YAG. Ένα σημείο στο κέντρο επιλέχθηκε για το σχεδιασμό του διαφράγματος έτσι ώστε να αποφεύγονται οι αντανάκλασεις σε διαφορετικές οπτικές επιφάνειες του ματιού που μπορεί να μειώσουν την ποιότητα της εικόνας του αμφιβληστροειδούς. Η διάμετρος του προτύπου σημείου

στον κερατοειδής είναι 10 mm και η διάμετρος της εικόνας του αμφιβληστροειδούς διατηρείται σταθερή στο 1 mm με τη βοήθεια των διαφορετικών αμπεροσκοπικών φακών.

### Tscherning (1894)

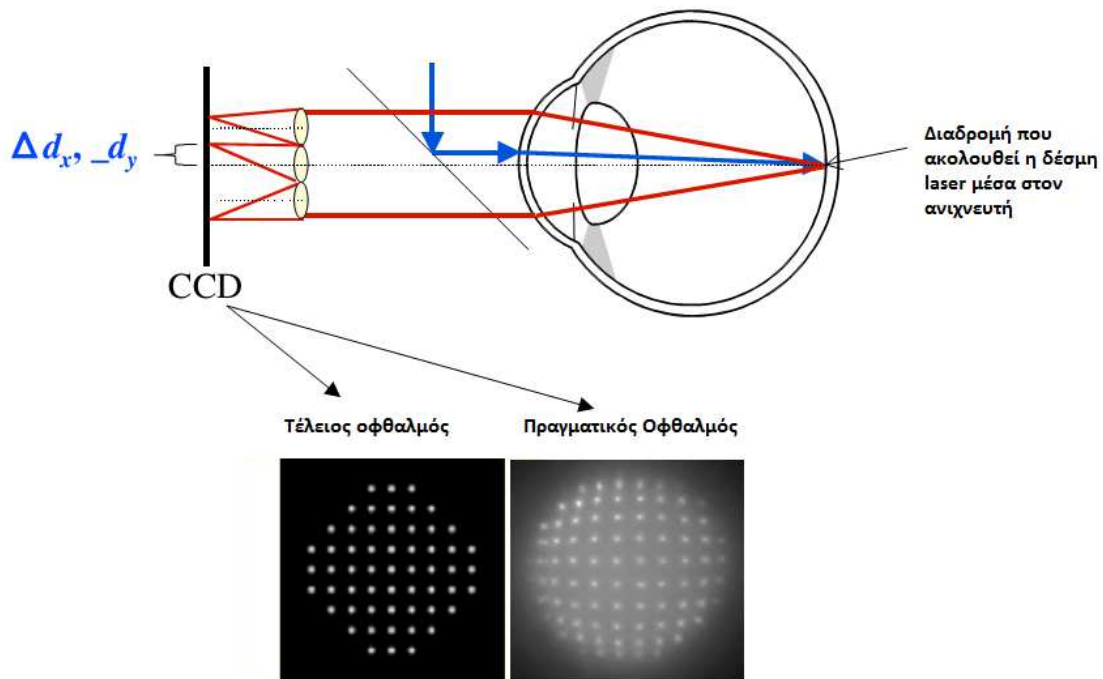


3.2 Η διάταξη της μεθόδου Tscherning.[5]

Όταν εξέρχεται η δέσμη από τον οφθαλμό λόγω του μικρού μήκους της κόρης υφίσταται περιορισμένη περίθλαση. Η εικόνα από τον αμφιβληστροειδή καταγράφεται από μια ιδιαίτερα ευαίσθητη κάμερα CCD που συνδέεται με προσωπικό υπολογιστή. Οι οπτικές εκτροπές υπολογίζονται μέσω της κάμερας CCD από την εικόνα του αμφιβληστροειδούς. Ένας από τους σημαντικούς παράγοντες για την ορθή ανίχνευση του μετώπου κύματος είναι το να έχει τοποθετηθεί το μάτι σωστά όταν γίνεται η μέτρηση. Για αυτόν το λόγο ο αναλυτής του μετώπου κύματος χρησιμοποιεί ένα υπέρυθρο σύστημα βίντεο και ένα ομοαξονικό σύστημα για την πλήρη ευθυγράμμιση του συστήματος. Επίσης και στο συγκεκριμένο αμπερόμετρο η ανάλυση γίνεται με πολυώνυμα Zernike μέχρι και την 45<sup>η</sup> τάξη.

### 3.1.3. ΕΚΤΡΟΠΟΜΕΤΡΟ SHACK- HARTMANN

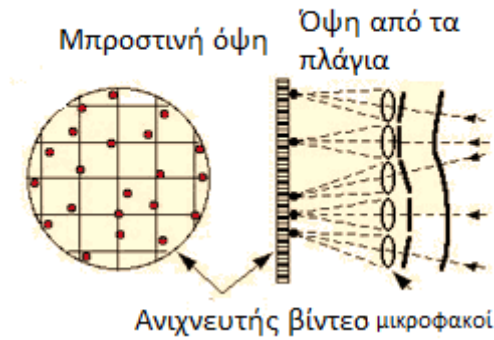
Το πιο σύγχρονο και βελτιωμένο μέσο για την προσέγγιση των εκτροπών στον ανθρώπινο οφθαλμό είναι το εκτροπόμετρο Shack-Hartmann. Το βασικό του χαρακτηριστικό είναι η ακρίβεια του.



3.3 Περιγραφή της μεθόδου.[5]

Η βασική γεωμετρία της μεθόδου αυτής βασίζεται σε έναν αριθμό μικροφακών και έναν ευαίσθητο ανιχνευτή θέσης. Το φως από ένα λέιζερ υπέρυθρης ακτινοβολίας προβάλλεται πάνω στον αμφιβληστροειδή και στη συνέχεια το φως εξέρχεται από το μάτι. Στη συνέχεια το φως προσπίπτει σε δύο συγκλίνοντες φακούς και μετά σε μια συστοιχία μικροφακών. Οι συγκλίνοντες φακοί χρησιμοποιούνται για να μεταφερθεί η κόρη «οπτικά» στο επίπεδο των μικροφακών. Οι μικροφακοί έχουν διάμετρο μερικών μικρόμετρων και στην ουσία διαιρούν την δέσμη σε πολλές μικρότερες δέσμες. Η αρχή που βασίζεται η λειτουργία της συγκεκριμένης μεθόδου είναι τα εστιακά σημεία που δημιουργούνται στον ανιχνευτή λόγω της πρόσπτωσης της φωτεινής δέσμης στη συστοιχία των μικροφακών. Επίσης, λόγω αυτών των φακών γίνεται και η ακριβής μελέτη της κλίσης του μετώπου κύματος. Στη θέση του ανιχνευτή χρησιμοποιείται μια CCD κάμερα, η οποία προσεγγίζει καλύτερα τα σημεία εστίασης. Ο ανιχνευτής

επιτρέπει μια ευέλικτη μέτρηση αφού υπάρχει δυναμική κατανομή των εικονοστοιχείων στο εστιακό σημείο. Με τη χρήση ενός αλγόριθμου αναπαράγονται οι εικόνες των εστιακών σημείων. Τα μέτωπα κύματος που έχουν κάποια κλίση ορίζονται με βάση κάποιο μέτωπο κύματος που δεν έχει.



### 3.4 Η αντιστοιχία μικροφακών –σημείων εστίασης [25]

Για να υπάρχει καλύτερη προσέγγιση στην μέτρηση των εκτροπών με την συγκεκριμένη μέθοδο προσεγγίζονται τα «κέντρα» των συγκριμένων εστιακών σημείων που δημιουργούνται από την φωτεινή πηγή πάνω στην συστοιχία των ανιχνευτών, τα λεγόμενα κεντροειδή, τα οποία υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις (4.5& 4.6)):

$$x_{c,k} = \frac{\sum_{i,j \in K} x_{i,j} E_{i,j}}{\sum_{i,j \in K} E_{i,j}} \quad (3.1)$$

$$\text{και } y_{c,k} = \frac{\sum_{i,j \in K} y_{i,j} E_{i,j}}{\sum_{i,j \in K} E_{i,j}} \quad (3.2)$$

Όπου  $k$  είναι ο αριθμός των μικροφακών (ανάλογα και των σημείων εστίασης) και  $(1 \text{ έως } k) \in K$ . Τέλος  $E$  είναι η ένταση της δέσμης που μετράει ο ανιχνευτής σε κάθε σημείο εστίασης.

Στην περίπτωση όμως που υπάρχει κάποια απόκλιση ως προς  $x$  (tilt) ή ως προς  $y$  (tip) τότε το τμήμα εκείνο του μετώπου θα εστιάσει σε άλλο σημείο  $(x_c, y_c)$ , το οποίο δεν συμπίπτει με τα ισαπέχοντα σημεία του πλέγματος αναφοράς. Έτσι, με βάση αυτά τα δεδομένα γίνεται να ανακατασκευαστεί όλο το εξερχόμενο μέτωπο κύματος, οπότε στην συνέχεια να αναλυθούν οι εκτροπές.

Η σχέση (4.7) περιγράφει την κλίση του μετώπου κύματος σε σχέση με τα πειραματικά κεντροειδή  $(x_c, y_c)_k$  και τα κεντροειδή αναφοράς  $(x_a, y_a)_k$  (όπου το μέτωπο κύματος δεν έχει κάποια κλίση).

$$\begin{pmatrix} \left\langle \frac{\partial w}{\partial x'} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial w}{\partial y'} \right\rangle \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_k = \frac{1}{l} \begin{pmatrix} x_c - x_a \\ y_c - y_a \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Όπου  $l$  η απόσταση μεταξύ της συστοιχίας των μικροφακών και του ανιχνευτή.

Τα εκτροπόμετρα Shack-Hartmann χρησιμοποιούνται σχεδόν σε όλες τις εφαρμογές της LASIK.

## 3.2. ΤΟ ΜΕΤΩΠΟ ΚΥΜΑΤΟΣ

Το οπτικό μέτωπο κύματος (wavefront) μιας δέσμης φωτός είναι μια επιφάνεια που την σχηματίζουν τα σημεία όλων των ακτίνων της δέσμης που είναι στην ίδια φάση κύματος σε μια δεδομένη στιγμή την οποία γίνεται η εκπομπή του φωτός. Το επίπεδο του μετώπου κύματος είναι κάθετο στην διεύθυνση διάδοσης των ακτίνων του φωτός.

Ο καλύτερος τρόπος μελέτης των εκτροπών είναι η ανάλυση του μετώπου κύματος. Στην ουσία για να γίνει η απεικόνιση ή η περιγραφή του μετώπου κύματος γίνεται καταγραφή των διαφορών του πειραματικού μετώπου κύματος με το θεωρητικό (π.χ. με μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων). Επιπλέον, οι χάρτες του μετώπου κύματος εκφράζουν το σφάλμα του σαν υψομετρική διαφορά στην συντεταγμένη  $z$  ενός οπτικού συστήματος, ενώ οι συντεταγμένες  $x, y$ , αφορούν τις διαστάσεις της οπής του οπτικού συστήματος (π.χ. κόρης).

## 3.3. ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

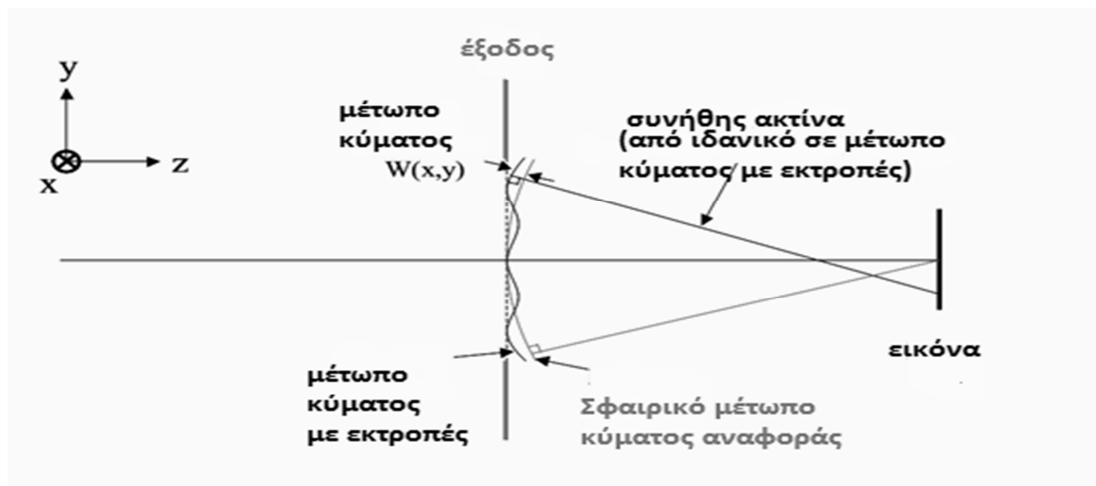
Έχει αναφερθεί ήδη ότι στην περίπτωση της διάθλασης ισχύει ότι  $\sin \varphi = \varphi$  για μικρές γωνίες. Σε αυτήν την περίπτωση θεωρείται ότι δεν υπάρχουν εκτροπές, άρα και το μέτωπο κύματος είναι σφαιρικό. Στην περίπτωση των εκτροπών μη μηδενικής τάξης τα αντίστοιχα μέτωπα κύματος δεν είναι σφαιρικά. Αυτό μπορεί να συμβεί γιατί ο νόμος του Snell είναι μη γραμμικός. Στην ουσία ισχύει ότι:

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{1}{3!} \varphi^3 + \frac{1}{5!} \varphi^5 - \frac{1}{7!} \varphi^7 + \frac{1}{9!} \varphi^9 - \dots \quad (3.4)$$

Όπου  $\varphi$  είναι η γωνία διάθλασης.

### 3.3.1. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ – ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

Η συνάρτηση των εκτροπών του μετώπου κύματος ( $W(x,y)$ ) ορίζεται η απόσταση από το πεδίο αναφοράς του μετώπου της κόρης εξόδου ενώ μετρίεται κατά μήκος της ακτίνας ως συνάρτηση των εγκάρσιων συντεταγμένων ( $x, y$ ) της διατομής της ακτίνας με μια σφαίρα που έχει κέντρο αναφοράς στο ιδανικό σημείο της εικόνας. Δεν είναι το ίδιο το μέτωπο κύματος, αλλά είναι η παρέκκλιση του μετώπου από σφαιρικό μέτωπο κύματος.



3.5 Συνάρτηση εκτροπών κύματος για ένα μακρινό σημείο αντικειμένου.[3]

Ο κλασικός τρόπος περιγραφής των εκτροπών του κύματος είναι με την χρήση των πολυωνύμων Taylor και τις συντεταγμένες της οπής. Ωστόσο, οι όροι της σειράς Taylor δεν αποτελούν ορθογώνιο σύνολο των συναρτήσεων βάσης και οπότε δεν συνιστάται για την τοποθέτηση των δεδομένων και για την περιγραφή των πειραματικών μετρήσεων των εκτροπών του μετώπου κύματος.

Οι επιπτώσεις των εκτροπών στην ποιότητα της εικόνας είναι πολλές και διαφορετικές. Αυτές οι παρεκκλίσεις επηρεάζουν αρνητικά την ποιότητα της εικόνας. Μπορούν να αλλάξουν το μέγεθος και το σχήμα της κρουστικής απόκρισης ή την συνάρτηση ανάπτυξης σημείου (point spread function (PSF)), η οποία θολώνει την εικόνα. Όσον

αφορά τη συχνότητα της ανάλυσης, η απόκριση της συχνότητας του οπτικού συστήματος μειώνεται με την παραμόρφωση της φάσης μέσα από τη ζώνη διέλευσης.

Οι επιπτώσεις των εκτροπών μπορεί συνεπώς να χαρακτηριστούν από τον υπολογισμό της PSF ή MTF (Συνάρτηση Μεταφοράς Διαμόρφωσης - Modulation Transfer Function ) του οπτικού συστήματος.

Η συνάρτηση ανάπτυξης σημείου ορίζεται ως:

$$PSF(x, y) = \frac{1}{\lambda^2 d^2 A_p} \left\| FT \left\{ p(x, y) \cdot e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}W(x,y)} \right\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda d}, f_y = \frac{y}{\lambda d}} \right\|^2 \quad (3.5)$$

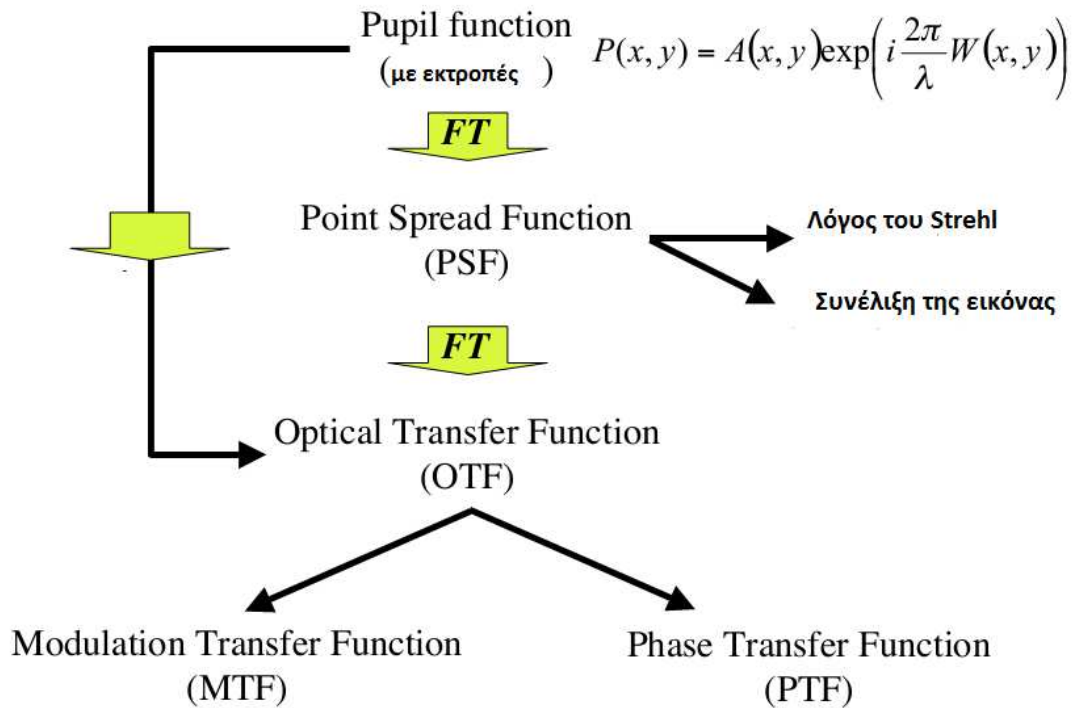
Όπου FT είναι ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης, d είναι η απόσταση της κόρης από την εικόνα,  $A_p$  είναι το εμβαδόν της ίριδας εξόδου και η συνάρτηση  $p(x, y)$  εκφράζει το σχήμα, το μέγεθος και τη διάδοση από την κόρη εξόδου. Η σχέση  $e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}W(x,y)}$  (3.6) ορίζει τη σφαίρα αναφοράς ενός μετώπου κύματος από την φάση των αποκλίσεων. Η  $W(x,y)$  είναι η συνάρτηση εκτροπών του κύματος. Τέλος η  $P(x, y) = p(x, y) \cdot e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}W(x,y)}$  (3.7) είναι η γενικευμένη συνάρτηση της ίριδας εξόδου.

Η Συνάρτηση Μεταφοράς Διαμόρφωσης είναι το μέτρο της Συνάρτησης Οπτικής Μεταφοράς ( Optical Transfer Function-OTF).

$$MTF(s_x, s_y) = \|OTF(s_x, s_y)\| = \left\| \frac{FT\{PSF\}}{FT\{PSF\}|_{s_x=0, s_y=0}} \right\| \quad (3.8)$$

$$= \left\| \frac{FT \left\{ \left\| FT \left\{ p(x,y) \cdot e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}W(x,y)} \right\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda d}, f_y = \frac{y}{\lambda d}} \right\|^2 \right\}}{FT \left\{ \left\| FT \left\{ p(x,y) \cdot e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}W(x,y)} \right\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda d}, f_y = \frac{y}{\lambda d}} \right\|^2 \right\} \Big|_{s_x=0, s_y=0}} \right\| \quad (3.9)$$

Τα  $s_x, s_y$  εκφράζονται σε μονάδες των κύκλων ανά ακτίνιο.



*Σχήμα 3.1 Περιγραφή των σχέσεων των συναρτήσεων PSF-MTF-OTF σχηματικά.[5]*

### 3.4. ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ ZERNIKE

Οι οπτικές εκτροπές του συστήματος περιγράφονται από δυναμοσειρές όπου οι εκτροπές του κύματος εκφράζονται ως άθροισμα των όρων δυναμοσειράς που είναι συναρτήσεις των συντεταγμένων της ίριδας. Κάθε όρος σχετίζεται με μια συγκεκριμένη εκτροπή π.χ. σφαιρική εκτροπή, κόμη κ.α.. Πολλά οπτικά συστήματα έχουν κυκλική κόρη. Έτσι, πολλές αναλύσεις και υπολογισμοί πρέπει να περιέχουν την ένταξη της στη συνάρτησης της κόρης και την συνάρτηση εκτροπών του κύματος σε μια κόρη σφαιρικού σχήματος. Επίσης σε διάφορα πειράματα που θα πραγματοποιηθούν σε μια σφαιρικού σχήματος κόρη (ιδανική) οπότε απαιτούνται τρόποι για την τοποθέτηση των μετρήσεων. Είναι, επομένως, σκόπιμο να επεκταθεί η εκτροπή κύματος σε μια ολοκληρωμένη ομάδα βασικών συναρτήσεων που είναι ορθογώνιες σε όλη την επιφάνεια του εσωτερικού ενός κύκλου. Με αυτό τον τρόπο τα πειραματικά δεδομένα θα μπορούν να εκφραστούν μέσω αυτών των βασικών συναρτήσεων.

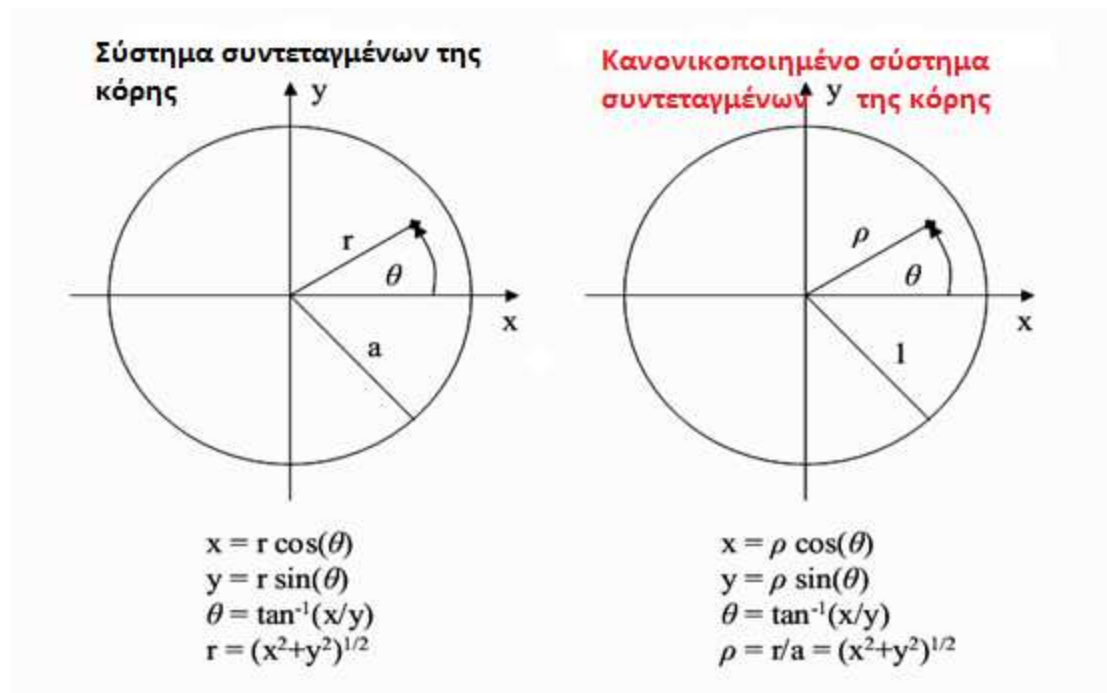
Τα πολυώνυμα Zernike αποτελούν ένα πλήρες σύνολο συναρτήσεων που είναι ορθογώνιες σε ένα μοναδιαίο κύκλο και είναι πολύ χρήσιμα ως ένα σύνολο βασικών συναρτήσεων. Αυτό τα καθιστά κατάλληλα για την περιγραφή των εκτροπών του



κύματος με ακρίβεια και για την τοποθέτηση των δεδομένων. Συνήθως εκφράζονται σε πολικές συντεταγμένες, οι οποίες είναι άμεσα μετατρέψιμες σε καρτεσιανές συντεταγμένες. Τα πολυώνυμα Zernike είναι ορθογώνια μεταξύ τους, και συνεπώς μαθηματικά ανεξάρτητα. Μπορούν να τοποθετηθούν με κατάλληλη κλίμακα έτσι ώστε οι μη μηδενικοί όροι να έχουν μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να τοποθετεί όλους τους όρους σε ένα κοινό πλαίσιο αναφοράς που επιτρέπει την ουσιαστική σύγκριση μεταξύ τους. Στα ορθογώνια πολυώνυμα Zernike, όπου τα πολυώνυμα είναι κανονικοποιημένα, έχουν ενιαίο μέγεθος στην άκρη της κόρης. Στον ορθοκανονικό τύπο, έχουν κανονικοποιηθεί έτσι ώστε οι συντελεστές κάθε όρου να συμβάλουν στο σύνολο. Τα ορθοκανονικοποιημένα πολυώνυμα Zernike είναι ο καλύτερος τρόπος για την περιγραφή των εκτροπών των κυμάτων και των δεδομένων για τοποθέτηση των πειραματικών μετρήσεων του ανθρώπινου οφθαλμού.

### 3.4.1.ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

Τα πολυώνυμα Zernike συνήθως εκφράζονται σε πολικές συντεταγμένες  $(\rho, \theta)$  όπου  $0 \leq \rho \leq 1$  και  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . Μερικές φορές χρησιμοποιούνται και οι καρτεσιανές συντεταγμένες  $(x, y)$  για διάφορες εφαρμογές.



3.6 Σύστημα συντεταγμένων στην κόρη.[3]

Κάθε πολυώνυμο έχει τρεις συνιστώσες, οι οποίες είναι ένας παράγοντας κανονικοποίησης, την ακτίνα που εξαρτάται από το πολυώνυμο και έναν αζιμουθιακό συντελεστή που εξαρτάται από το ημίτονο. Χρησιμοποιείται ένα διπλό σύστημα συντελεστών όπου:  $n$  είναι η μεγαλύτερη δύναμη ή τάξη του ακτινικού πολυωνύμου και  $m$  είναι η αζιμουθιακή ή γωνιακή συχνότητα της ημιτονοειδούς συνιστώσας. Επίσης ο δείκτης  $j$  είναι συνάρτηση που συνδέει τους αριθμούς  $n, m$ .

Τα πολυώνυμα Zernike ορίζονται ως:

$$Z_n^m(\rho, \theta) = N_n^m R_n^{|m|}(\rho) \cos(m\theta) \quad \text{για} \quad m \geq 0, \quad 0 \leq \rho \leq 1, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (3.10)$$

$$Z_n^m(\rho, \theta) = -N_n^m R_n^{|m|}(\rho) \sin m\theta \quad \text{για} \quad m < 0, \quad 0 \leq \rho \leq 1, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (3.11)$$

Το  $m$ , που είναι η γωνιακή συχνότητα δίνεται συναρτήσει του  $n$  (τάξη του πολυωνύμου) και παίρνει τιμές  $-n, -n+2, -n+4, \dots, n$ . Το  $N_n^m$  είναι ο παράγοντας κανονικοποίησης. Ισχύει ότι:

$$N_n^m = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1+\delta_{m0}}} \quad \text{όπου} \quad \delta_{m0} = 1 \quad \text{για} \quad m = 0, \quad \delta_{m0} = 0 \quad \text{για} \quad m \neq 0. \quad (3.12)$$

Το ακτινικό πολυώνυμο είναι το  $R_n^{|m|}(\rho)$ . Ισχύει ότι:

$$R_n^{|m|}(\rho) = \sum_{s=0}^{\frac{(n-|m|)}{2}} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [0.5(n+|m|)-s]! [0.5(n-|m|)-s]!} \rho^{n-2s} \quad (3.13)$$

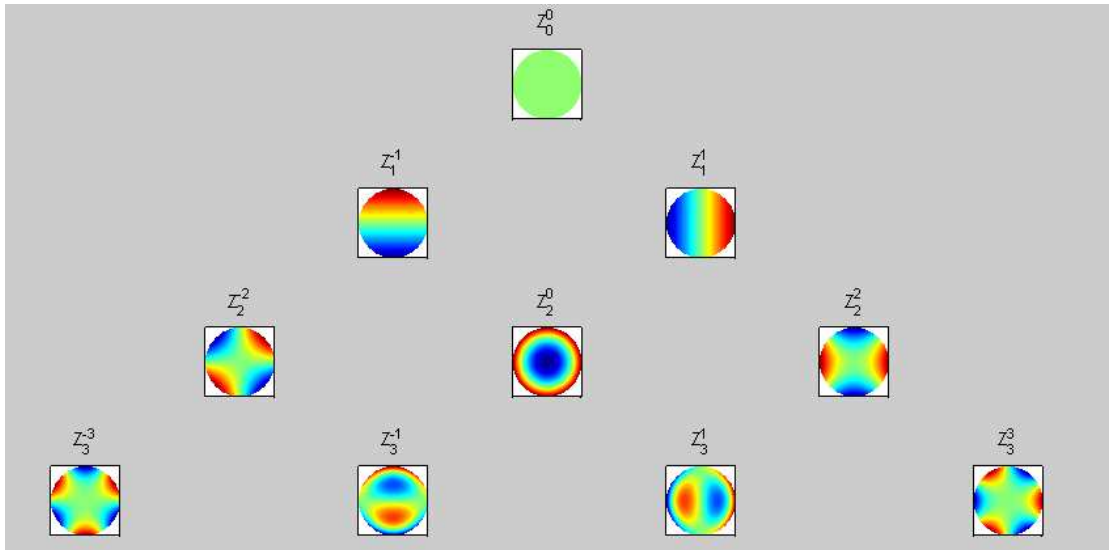
Ισχύει ότι τα πολυώνυμα μπορούν να κανονικοποιηθούν σε σφαιρικές συντεταγμένες

$$Z_n^m(\rho, \theta) = Z_j(\rho, \theta) \quad (3.14)$$

$$\text{όπου} \quad j = \frac{n(n+2)+m}{2} \quad (3.15)$$

$$\text{και ανάλογα:} \quad n = \text{roundup} \left[ \frac{-3+\sqrt{9+8j}}{2} \right] \quad (3.16)$$

$$\text{και} \quad m = 2j - n(n+2) \quad (3.17)$$



3.7 Η εικόνα των πρώτων δέκα συντελεστών Zernike (από Matlab)

$Z_j(\rho, \theta)$	Έννοια
$z_0 = 1;$	Piston or Bias
$z_1 = \rho \text{ Cos}[\theta];$	Tilt x
$z_2 = \rho \text{ Sin}[\theta];$	Tilt y
$z_3 = -1 + 2 \rho^2;$	Power
$z_4 = \rho^2 \text{ Cos}[2 \theta];$	Astig x
$z_5 = \rho^2 \text{ Sin}[2 \theta];$	Astig y
$z_6 = \rho (-2 + 3 \rho^2) \text{ Cos}[\theta];$	Coma x
$z_7 = \rho (-2 + 3 \rho^2) \text{ Sin}[\theta];$	Coma y
$z_8 = 1 - 6 \rho^2 + 6 \rho^4;$	Primary Spherical
$z_9 = \rho^3 \text{ Cos}[3 \theta];$	Trefoil x
$z_{10} = \rho^3 \text{ Sin}[3 \theta];$	Trefoil y
$z_{11} = \rho^2 (-3 + 4 \rho^2) \text{ Cos}[2 \theta];$	Secondary Astigmatism x
$z_{12} = \rho^2 (-3 + 4 \rho^2) \text{ Sin}[2 \theta];$	Secondary Astigmatism y
$z_{13} = \rho (3 - 12 \rho^2 + 10 \rho^4) \text{ Cos}[\theta];$	Secondary Coma x
$z_{14} = \rho (3 - 12 \rho^2 + 10 \rho^4) \text{ Sin}[\theta];$	Secondary Coma y
$z_{15} = -1 + 12 \rho^2 - 30 \rho^4 + 20 \rho^6;$	Secondary Spherical
$z_{16} = \rho^4 \text{ Cos}[4 \theta];$	Tetrafoil x
$z_{17} = \rho^4 \text{ Sin}[4 \theta];$	Tetrafoil y
$z_{18} = \rho^3 (-4 + 5 \rho^2) \text{ Cos}[3 \theta];$	Secondary Trefoil x
$z_{19} = \rho^3 (-4 + 5 \rho^2) \text{ Sin}[3 \theta];$	Secondary Trefoil y
$z_{20} = \rho^2 (6 - 20 \rho^2 + 15 \rho^4) \text{ Cos}[2 \theta];$	Tertiary Astigmatism x
$z_{21} = \rho^2 (6 - 20 \rho^2 + 15 \rho^4) \text{ Sin}[2 \theta];$	Tertiary Astigmatism y
$z_{22} = \rho (-4 + 30 \rho^2 - 60 \rho^4 + 35 \rho^6) \text{ Cos}[\theta];$	Tertiary Coma x
$z_{23} = \rho (-4 + 30 \rho^2 - 60 \rho^4 + 35 \rho^6) \text{ Sin}[\theta];$	Tertiary Coma y
$z_{24} = 1 - 20 \rho^2 + 90 \rho^4 - 140 \rho^6 + 70 \rho^8;$	Tertiary Spherical
$z_{25} = \rho^5 \text{ Cos}[5 \theta];$	Pentafoil x
$z_{26} = \rho^5 \text{ Sin}[5 \theta];$	Pentafoil y
$z_{27} = \rho^4 (-5 + 6 \rho^2) \text{ Cos}[4 \theta];$	Secondary Tetrafoil x
$z_{28} = \rho^4 (-5 + 6 \rho^2) \text{ Sin}[4 \theta];$	Secondary Tetrafoil y
$z_{29} = \rho^3 (10 - 30 \rho^2 + 21 \rho^4) \text{ Cos}[3 \theta];$	Tertiary Trefoil x
$z_{30} = \rho^3 (10 - 30 \rho^2 + 21 \rho^4) \text{ Sin}[3 \theta];$	Tertiary Trefoil y
$z_{31} = \rho^2 (-10 + 60 \rho^2 - 105 \rho^4 + 56 \rho^6) \text{ Cos}[2 \theta];$	Quaternary Astigmatism x
$z_{32} = \rho^2 (-10 + 60 \rho^2 - 105 \rho^4 + 56 \rho^6) \text{ Sin}[2 \theta];$	Quaternary Astigmatism y
$z_{33} = \rho (5 - 60 \rho^2 + 210 \rho^4 - 280 \rho^6 + 126 \rho^8) \text{ Cos}[\theta];$	Quaternary Coma x
$z_{34} = \rho (5 - 60 \rho^2 + 210 \rho^4 - 280 \rho^6 + 126 \rho^8) \text{ Sin}[\theta];$	Quaternary Coma y
$z_{35} = -1 + 30 \rho^2 - 210 \rho^4 + 560 \rho^6 - 630 \rho^8 + 252 \rho^{10};$	Quaternary Spherical

3.8 Πολυώνυμα Zernike πάνω από 4<sup>η</sup> τάξη.[42]

Τα πολυώνυμα Zernike μπορούν εύκολα να μετατραπούν στο κανονικό σύστημα συντεταγμένων.

$$Z_n^m(\rho, \theta) \rightarrow Z_n^m(x, y) \quad (3.18)$$

Οι σχέσεις που χρησιμοποιούνται είναι:  $x = \rho \cos(\theta)$  και  $y = \rho \sin(\theta)$  (3.19)

$$\text{Όπου } \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.20)$$

Από τριγωνομετρία αναλύουμε το  $\cos(m\theta)$  της (3.7)

$$\cos(m\theta) = 2 \cos[(m-1)\theta] \cos(\theta) - \cos[(m-2)\theta] \quad (3.21)$$

Και την έκφραση  $\sin(m\theta)$  της (3.8) σε:

$$\sin(m\theta) = 2 \sin[(m-1)\theta] \cos(\theta) - \sin[(m-2)\theta] \quad (3.22)$$

### 3.4.2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΤΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ ZERNIKE

Οι συναρτήσεις εκτροπών του κύματος μπορούν να εκφραστούν ως αθροίσματα πολυωνύμων Zernike, όπου ισχύει:

$$W(\rho, \theta) = \sum_n^k \sum_{m=-n}^n W_n^m Z_n^m(\rho, \theta) \rightarrow$$

$$W(\rho, \theta) = \sum_n^k \left\{ \sum_{m=-n}^{-1} W_n^m (-N_n^m R_n^{|m|}(\rho) \cos(m\theta)) + \sum_{m=0}^n W_n^m (N_n^m R_n^{|m|}(\rho) \cos(m\theta)) \right\} \quad (3.23)$$

Όπου  $k$  είναι η τάξη του πολυωνύμου, του αναπτύγματος του. Ο όρος  $W_n^m$  είναι ο συντελεστής του  $Z_n^m$  του ρυθμού στο ανάπτυγμα του πολυωνύμου. Ο όρος  $W_n^m$  είναι επίσης ίσος με τη μέση τετραγωνική ρίζα των εκτροπών μετώπου κύματος (RMS). Ανάλογα σε καρτεσιανές συντεταγμένες η συνάρτηση εκτροπών του κύματος θα είναι:

$$W(x, y) = \sum_{j=0}^{j_{max}} W_j Z_j(x, y) \quad (3.24)$$

$$\text{όπου } j = \frac{n(n+2)+m}{2} \quad (3.15)$$

## 3.5. ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΟΠΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Υπάρχουν κάποιες έννοιες και μεταβλητές που είναι απαραίτητες στην υπόλοιπη διαδικασία. Είναι απαραίτητες για να ορίσουμε το μέγεθος των εκτροπών αλλά και για την καλύτερη προσέγγιση τους.

**RMS (Root Mean Square):** Η ύπαρξη του RMS είναι πολύ σημαντική. Επειδή οι διάφοροι συντελεστές των πολυωνύμων Zernike μπορεί να είναι είτε θετικοί είτε αρνητικοί (π.χ. στην περίπτωση του αστιγματισμού, προκύπτει η απεικόνιση με τον συνδυασμό  $n=2, m=2$  αλλά και  $n=2, m=-2$ ). Οπότε υπάρχει μια σύγχυση στον προσδιορισμό του σφάλματος.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{\rho, \theta} (W(\rho, \theta) - \bar{W})^2} \quad (3.25)$$

Όπου στην ουσία το RMS είναι η τυπική απόκλιση της συνάρτησης μετώπου κύματος και N το σύνολο των εκτροπών που υπάρχουν. Το RMS (root mean square) μπορεί να αναφέρεται σε μια τάξη εκτροπών, στο σύνολο των εκτροπών, μόνο στις εκτροπές χαμηλής τάξης ή ακόμα και στο σύνολο των εκτροπών υψηλής τάξης. Το RMS είναι στην ουσία ένα μέτρο για τον προσδιορισμό της σοβαρότητας των εκτροπών. Υπάρχουν δύο είδη RMS το ολικό που αντιστοιχεί στο εύρος των ολικών εκτροπών του οφθαλμού και των υψηλών τάξεων που αντιστοιχεί μόνο στο εύρος των εκτροπών υψηλής τάξης. Η τιμή του RMS εξαρτάται από το μέγεθος της κόρης πιο συγκεκριμένα, είναι αντιστρόφως ανάλογο από την διάμετρο της κόρης. Στην περίπτωση των Zernike πολυωνύμων το RMS για κάθε όρο είναι στην ουσία ο συντελεστής (c) του Zernike όρου. Το συνολικό RMS δίνεται από την σχέση:

$$RMS = \sqrt{\sum_{n,m} (c_n^m)^2} \quad (3.26)$$

Στον πίνακα (3.1) εμφανίζονται οι πρώτες τιμές, ως την τιμή των Zernike για την περίπτωση της σφαιρικής εκτροπής, του RMS των συντελεστών Zernike.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1 Τιμές RMS [6]**

#	n	M	RMS
0	0	0	1
1	1	$\pm 1$	1/2
2	1	0	$1/\sqrt{3}$
3	2	$\pm 2$	$1/\sqrt{6}$
4	2	$\pm 1$	$1/2\sqrt{2}$
5	2	0	$1/\sqrt{5}$
6	3	$\pm 3$	$1/2\sqrt{2}$
7	3	$\pm 2$	$1/\sqrt{10}$
8	3	$\pm 1$	$1/2\sqrt{3}$
9	3	0	$1/\sqrt{7}$
10	4	$\pm 4$	$1/\sqrt{10}$
11	4	$\pm 3$	$1/2\sqrt{3}$
12	4	$\pm 2$	$1/\sqrt{14}$
13	4	$\pm 1$	1/4
14	4	0	1/3

**Δίσκος του Airy:** Στην περίπτωση της περίθλασης από κυκλικό άνοιγμα διαμέτρου  $d$  (π.χ. κόρη του ματιού) η περιθλαστική κατανομή φωτεινής έντασης που έχει διάμετρο  $d$ , για μήκος κύματος της ακτινοβολίας  $\lambda$ , σε ένα πέτασμα που απέχει απόσταση  $z$  και για ακτινικές αποστάσεις  $r_0$ , δίνεται από τη σχέση:

$$I(r_0) = \left( \frac{J_1(\pi dr_0/\lambda z)}{\pi dr_0/\lambda z} \right)^2 \quad (3.27)$$

Όπου  $J_1$  είναι η συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης.

Η συγκεκριμένη κατανομή είναι ο δίσκος του Airy και έχει ακτινική συμμετρία με κέντρο το  $I(0)$ . Για τον πρώτο μηδενισμός της φωτεινής έντασης ισχύει:

$$\frac{dr_0}{\lambda z} = 1.22 \quad (3.28)$$

(ακτίνα του Airy – ακτίνα κεντρικού δίσκου).

Η χαρακτηριστική ποσότητα  $\theta_0$  είναι η ποσότητα με την οποία φαίνεται η ακτίνα του κεντρικού δίσκου από το κέντρο του κυκλικού ανοίγματος (γωνία πρώτου μηδενισμού) και είναι ανεξάρτητη από την απόσταση παρατήρησης  $z$ .

Αντίστοιχα υπολογίζεται:

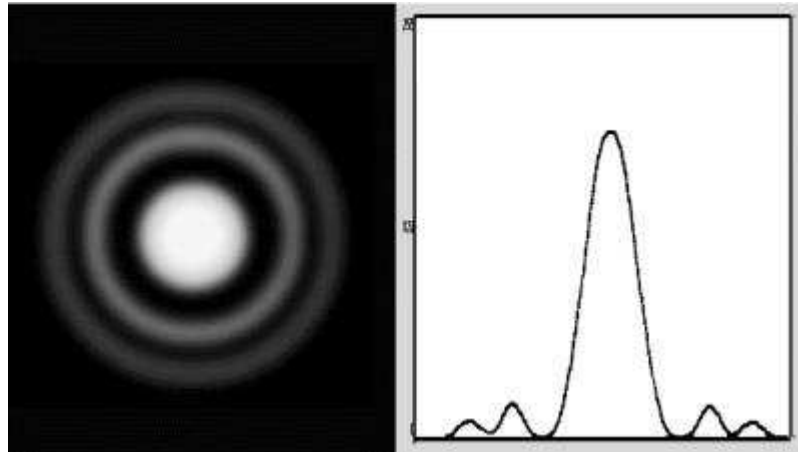
$$\eta \text{ διάμετρος πρώτου μηδενισμού της έντασης} = 2 \times 1,22 \frac{\lambda z}{d} \quad (3.29)$$

$$\text{Οπότε αφού ισχύει η σχέση: } \frac{\pi dr_0}{\lambda z} = k \left( \frac{d}{2} \right) \sin \theta_0 \quad (3.30)$$

$$\text{άρα και: } \sin \theta_0 = \frac{1.22 \times \lambda}{d} \approx \theta_0 (\text{rad}) \quad (3.31)$$

Στην πραγματικότητα μια περιθλαστική κατανομή Airy ορίζει την κατανομή εισόδου της φωτεινής δέσμης. Από ότι φαίνεται από τις παραπάνω σχέσεις η τιμή του δίσκου του Airy είναι αντιστρόφως ανάλογη της διαμέτρου του ανοίγματος. Οπότε προκύπτει ότι όσο πιο μικρό είναι το άνοιγμα της κατανομής εισόδου, τόσο πιο λίγες χωρικές συχνότητες διέρχονται άρα τόσο πιο μεγάλο θα είναι το είδωλο, δηλαδή ο δίσκος του Airy. Τέλος, ακόμα και αν υπάρχουν μηδενικές εκτροπές στο σύστημα, οπότε και το μέτωπο κύματος είναι επίπεδο, το μικρότερο σημείο στον εστιακό σχηματισμό ενός οπτικού συστήματος δεν μπορεί να είναι μικρότερης έκτασης από έναν δίσκο του Airy.





3.9 Η απεικόνιση του δίσκου του Airy με δύο διαφορετικούς τρόπους.

**Διακριτική Ικανότητα:** Η διακριτική ικανότητα ορίζεται ως η ικανότητα ενός οπτικού συστήματος να διακρίνει δύο ανεξάρτητα σημεία. Δύο ανεξάρτητα, γειτονικά σημεία θα σχηματίσουν δύο ανεξάρτητους κύκλους Airy, που με βάση το κριτήριο Rayleigh, θα διακρίνονται ως χωριστοί μόνο όταν η απόσταση των κέντρων του είναι τουλάχιστον μεγαλύτερη από την ακτίνα του κεντρικού δίσκου. Η διακριτική ικανότητα εκφράζεται σε γωνία και ισχύει:

$$\text{γωνιακή διακριτική ικανότητα} = 0,61 \times \lambda \times \frac{n}{d} \quad (3.32)$$

Όπου  $n$  ο δείκτης διάθλασης του μέσου.

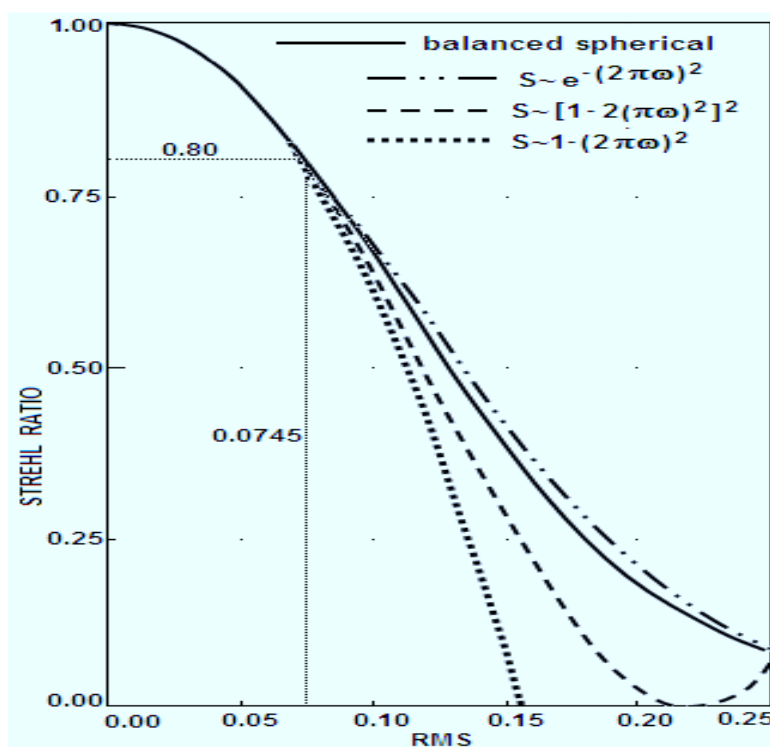
**Λόγος του Strehl:** Ο λόγος του Strehl είναι ο απλούστερος τρόπος για να εκφραστούν οι εκτροπές του μετώπου κύματος, που αφορούν την ποιότητα της εικόνας. Ο λόγος του Strehl είναι ο λόγος της μέγιστης τιμής του φωτός με εκτροπές προς το ιδανικό μέτωπο (χωρίς εκτροπές). Πιο συγκεκριμένα, δείχνει το επίπεδο της ποιότητας της εικόνας με την παρουσία εκτροπών. Το μέγιστο αποδεκτό επίπεδο εκτροπής μετώπου κύματος συμβατικά καθορίζεται σε 0,80 Strehl, πρακτικά δεν υπάρχει συσκευή που να μην προκαλεί εκτροπές. Ισχύει ότι :

$$\text{Για μικρές τιμές του RMS γίνεται: } \text{Strehl} \approx 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \text{RMS}^2 \quad (3.33)$$

Η γενική σχέση για τον λόγο του Strehl είναι :

$$\text{Strehl} \sim e^{-(2\pi \cdot \text{RMS})} \quad (3.34)$$

Στην παρακάτω εικόνα, όπου  $\omega$  είναι το RMS και S είναι ο δείκτης του Strehl.



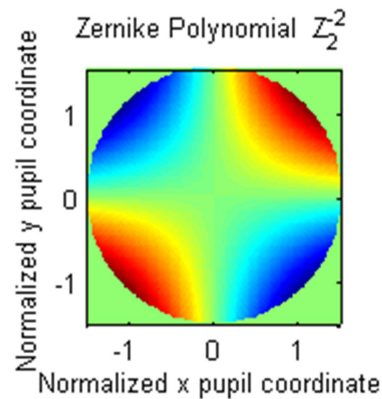
3.10 Μεταβολή του δείκτη του Strehl ανάλογα με την τιμή του RMS.[35]

## 3.6. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ ZERNIKE

Με την χρήση του προγράμματος Matlab και διαφόρων συναρτήσεων Zernike πολυωνύμων είναι δυνατόν να αναπαραχθούν διάφορες απεικονίσεις συναρτήσεων των  $n, m, x, y$  και  $d$ . Επίσης μπορούν να αναπαραχθούν οι γραφικές παραστάσεις των PSF και MTF για κάθε εκτροπή κύματος οποιοδήποτε συντελεστή Zernike (για κάθε  $n, m$ ). Για να προσδιοριστούν αυτές οι γραφικές παραστάσεις χρησιμοποιούνται διάφορες τιμές για την διάμετρο της κόρης (3-8mm), για το σφάλμα του μετώπου κύματος RMS (σε  $\mu\text{m}$ ) και το μήκος κύματος του φωτός (μονοχρωματική ακτινοβολία - σε nm). Για να πάρουμε τα παρακάτω δεδομένα χρησιμοποιήσαμε τα προγράμματα από την εργασία του Maeda P. *Zernike Polynomials and Their Use in Describing the Wavefront Aberrations of the Human Eye* [Winter 2003]. Τα συγκεκριμένα προγράμματα τα

τροποποιήσαμε και αλλάξαμε τα δεδομένα και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα MATLAB πήραμε τα παρακάτω αποτελέσματα.

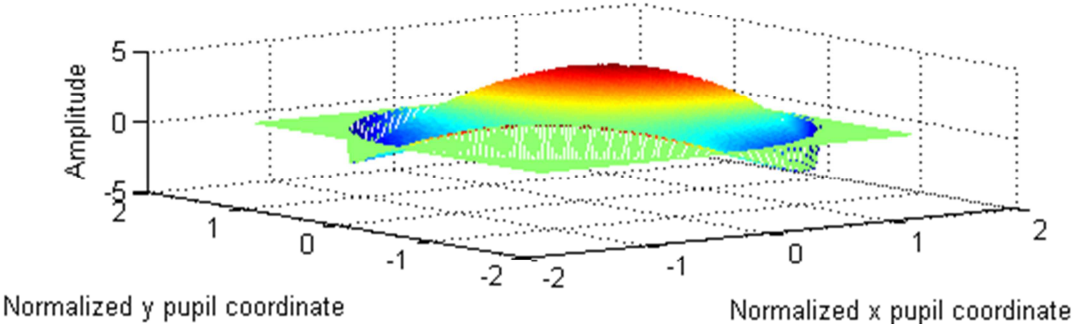
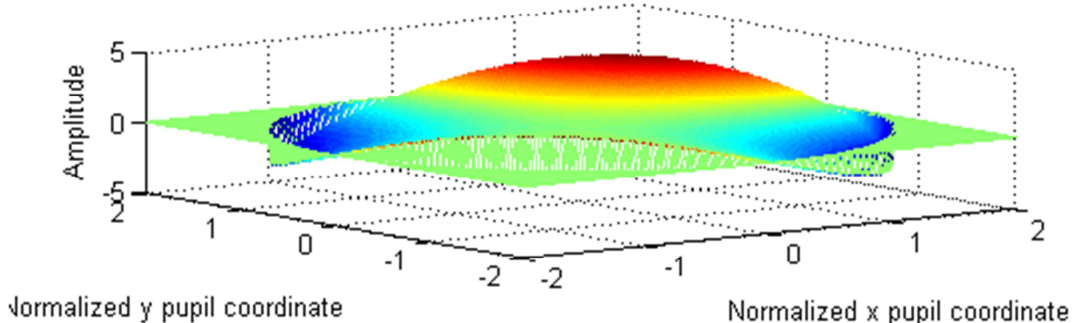
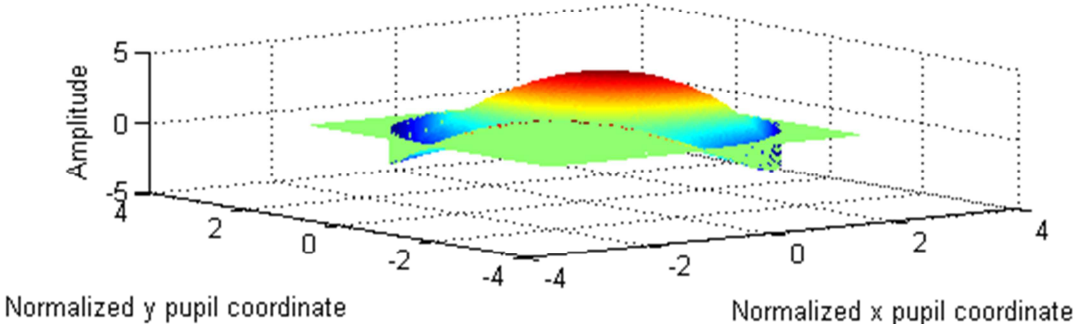
### 3.6.1.ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΤΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΤΟΥ ΟΦΘΑΛΜΟΥ ΑΠΟ ΤΗΝ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΚΟΡΗΣ

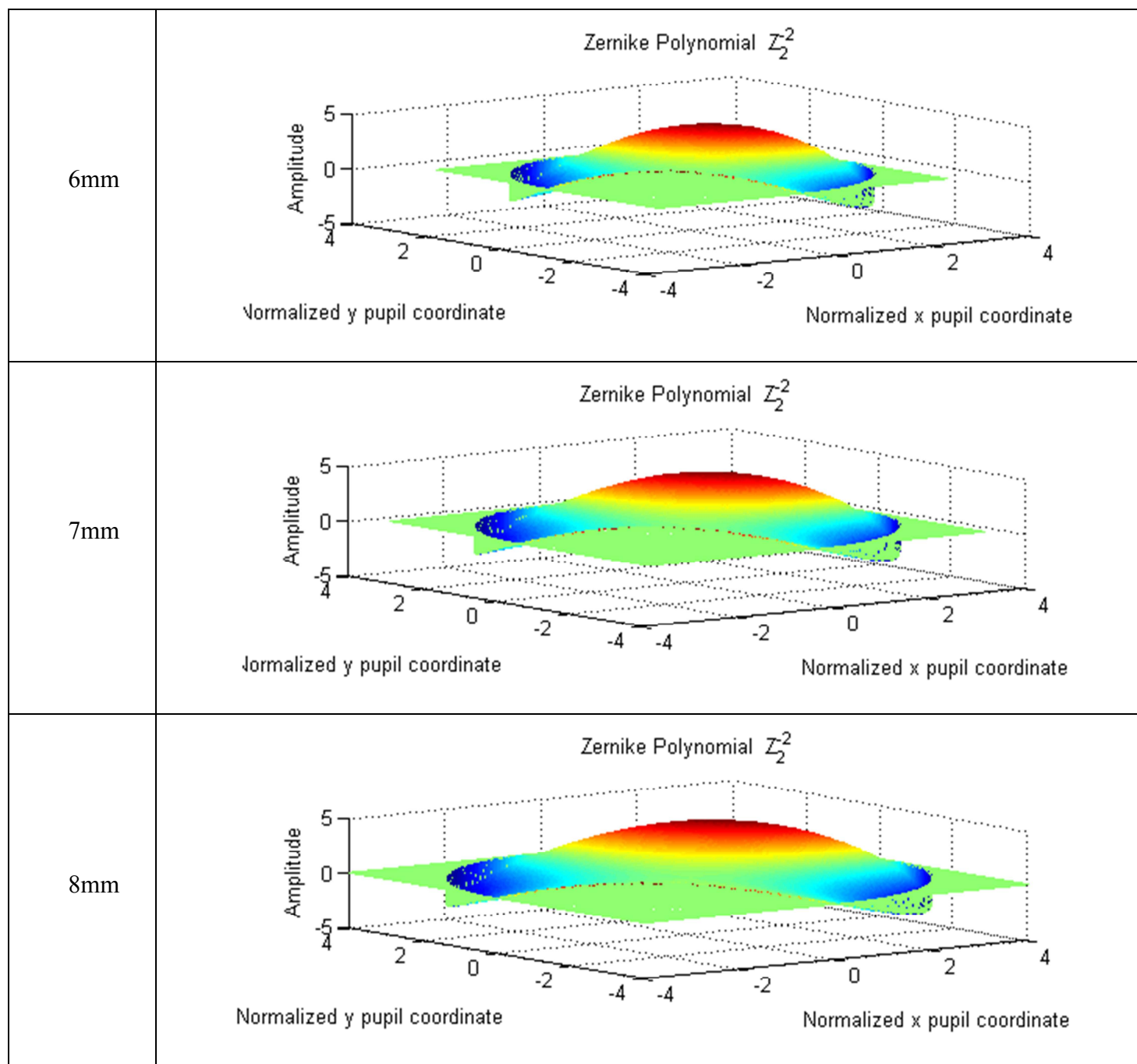


3.11 Η απεικόνιση του αστιγματισμού με πολώνυμα Zernike σε δισδιάστατη μορφή.

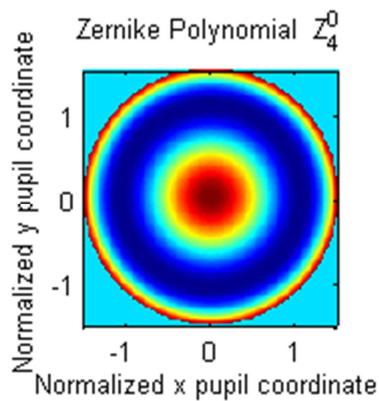
**Εκτροπές Χαμηλής τάξης:** Στον παρακάτω πίνακα, φαίνεται η μεταβολή του αστιγματισμού, που έχει συντελεστές Zernike  $n=2$  και  $m=-2$ , η οποία είναι συνηθισμένη εκτροπή χαμηλής τάξης, ενώ μεταβάλλουμε σταδιακά τη διάμετρο της κόρης. Όπως φαίνεται και από το σχήμα όσο μικρότερη είναι η διάμετρος της κόρης τόσο μεγαλύτερες είναι οι εκτροπές.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.2** Εικόνα εκτροπών χαμηλής τάξης (αστιγματισμού) μετώπου κύματος ανάλογα με την διάμετρο της κόρης.

Διάμετρο κόρης	Αναπαράσταση σε περιβάλλον MATLAB
3mm	<p style="text-align: center;">Zernike Polynomial <math>Z_2^2</math></p>  <p style="text-align: center;">Normalized y pupil coordinate      Normalized x pupil coordinate</p>
4mm	<p style="text-align: center;">Zernike Polynomial <math>Z_2^2</math></p>  <p style="text-align: center;">Normalized y pupil coordinate      Normalized x pupil coordinate</p>
5mm	<p style="text-align: center;">Zernike Polynomial <math>Z_2^2</math></p>  <p style="text-align: center;">Normalized y pupil coordinate      Normalized x pupil coordinate</p>



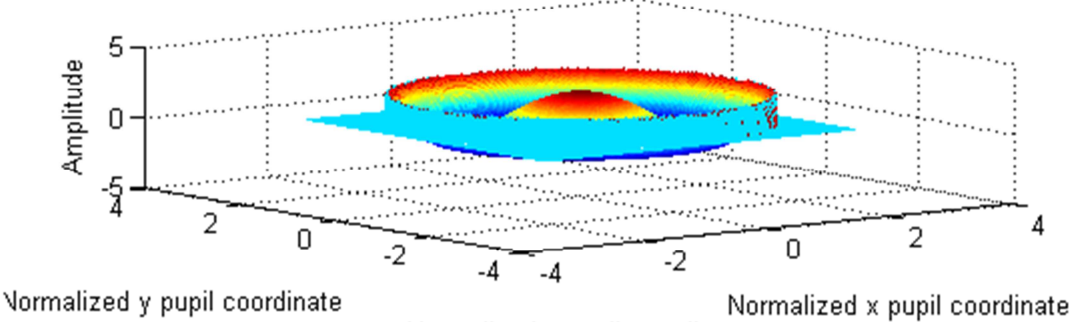
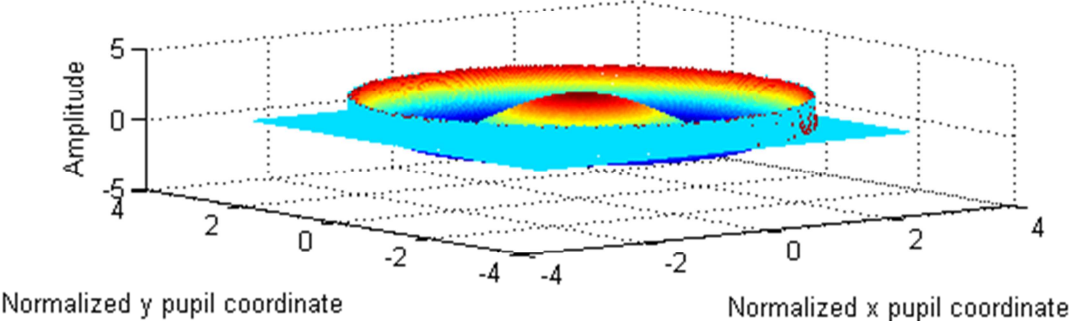
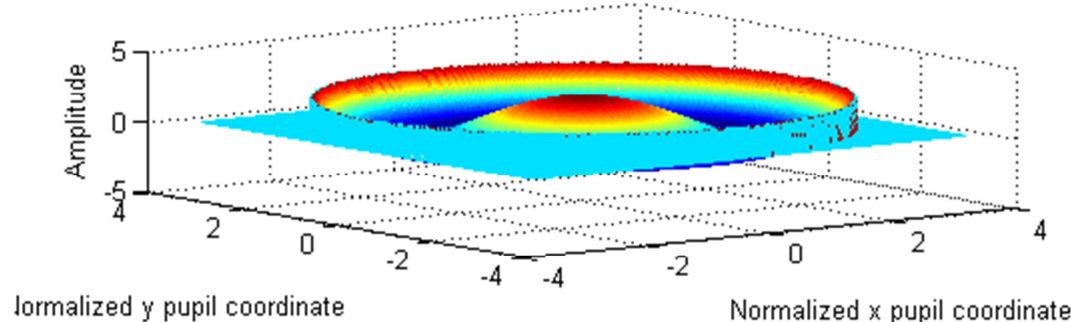
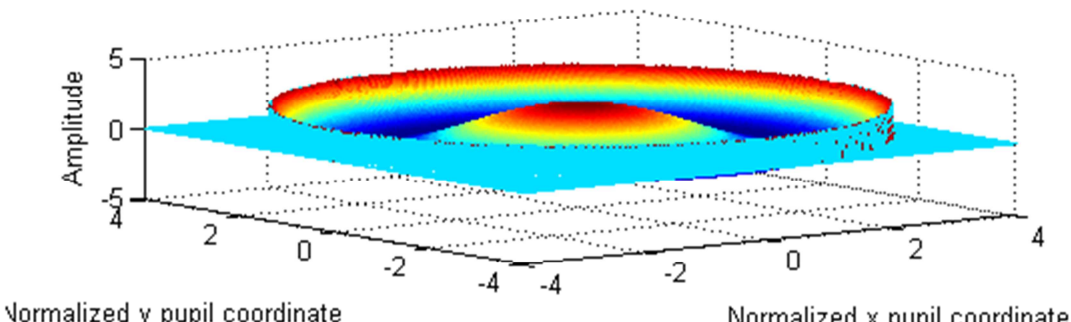
**Εκτροπές Υψηλής Τάξης:** Στον παρακάτω πίνακα, φαίνεται η μεταβολή της σφαιρικής εκτροπής, που έχει συντελεστές Zernike  $n=4$  και  $m=0$ , η οποία είναι η πιο συνηθισμένη εκτροπή τρίτης τάξης.



3.12 Η απεικόνιση της σφαιρικής εκτροπής με πολώνυμα Zernike σε διδιάστατη μορφή.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.3** Εικόνα εκτροπών υψηλής τάξης (σφαιρική εκτροπή) μετώπου κύματος ανάλογα με τη διάμετρο της κόρης

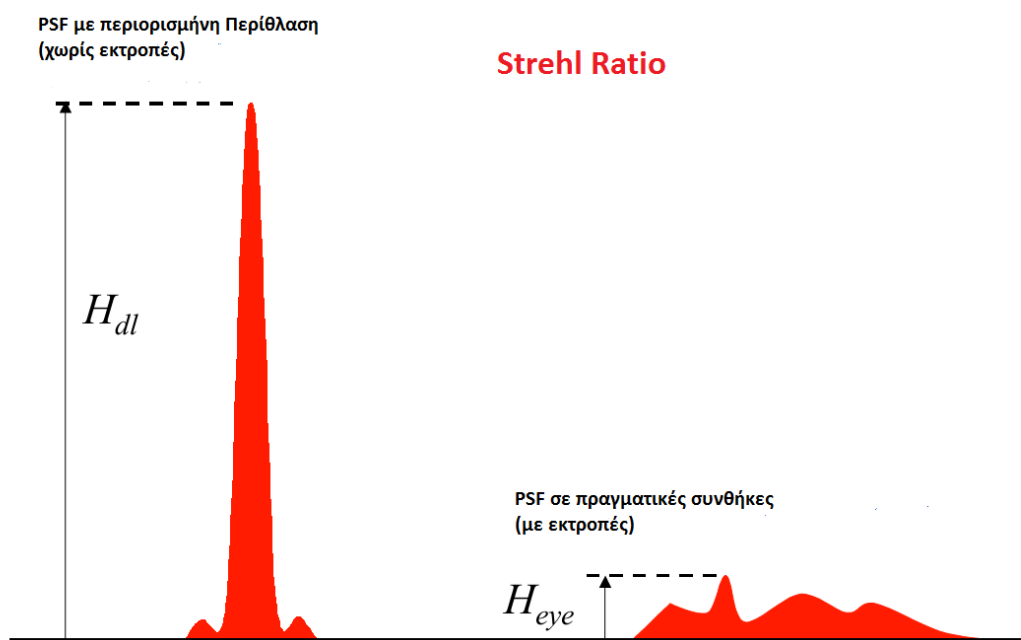
Διάμετρο κόρης	Αναπαράσταση σε περιβάλλον MATLAB
3mm	
4mm	

5mm	<p style="text-align: center;">Zernike Polynomial <math>Z_4^0</math></p>  <p style="text-align: center;">Normalized y pupil coordinate      Normalized x pupil coordinate</p>
6mm	<p style="text-align: center;">Zernike Polynomial <math>Z_4^0</math></p>  <p style="text-align: center;">Normalized y pupil coordinate      Normalized x pupil coordinate</p>
7mm	<p style="text-align: center;">Zernike Polynomial <math>Z_4^0</math></p>  <p style="text-align: center;">Normalized y pupil coordinate      Normalized x pupil coordinate</p>
8mm	<p style="text-align: center;">Zernike Polynomial <math>Z_4^0</math></p>  <p style="text-align: center;">Normalized y pupil coordinate      Normalized x pupil coordinate</p>

Από τους πίνακες (3.3) και (3.4) παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η διάμετρος της κόρης αυξάνεται και η επιφάνεια της αναπαράστασης των πολυωνύμων. Οπότε οι εκτροπές στο μάτι, σε κάθε περίπτωση, εξαρτώνται από την διάμετρος της κόρης.

### 3.6.2.PSF (POINT SPREAD FUNCTION)

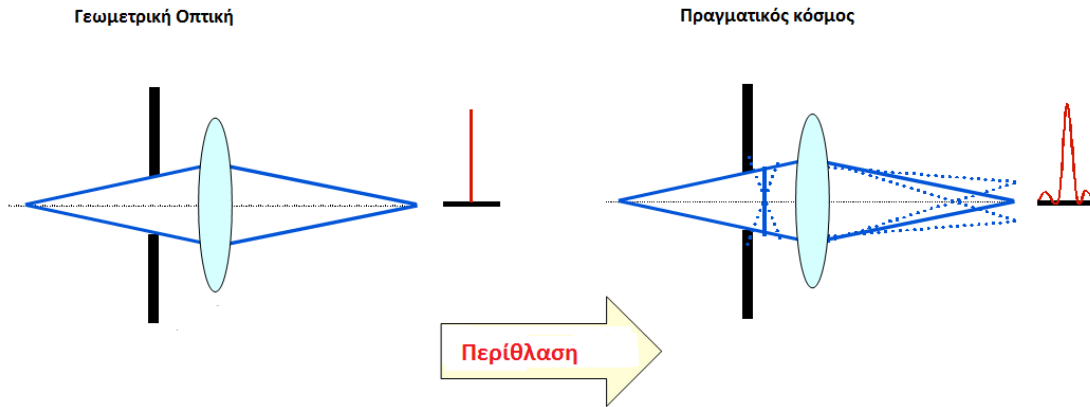
Με τη συνάρτηση PSF (συνάρτηση ανάπτυξης σημείου) γίνεται η εκτίμηση της οπτικής τελειότητας μιας συσκευής. Στην πραγματικότητα γίνεται προσομοίωση της εικόνας που δημιουργείται στον αμφιβληστροειδή του ματιού, από μια μακρινή φωτεινή πηγή.



3.13 Η PSF σε ιδανικές και πραγματικές συνθήκες.[5]

Αν δεν υπάρχουν εκτροπές, η συγκεκριμένη συνάρτηση έχει ως αποτέλεσμα ένα σημείο, διαφορετικά απεικονίζει διαφορετικά τις διάφορες εκτροπές. Για κάθε διαφορετικό συντελεστή Zernike υπάρχει και διαφορετική εικόνα. Στην συγκεκριμένη εργασία για προκύψουν αναπαραστάσεις συγκεκριμένων παραστάσεων για τις όποιες εκτροπές χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω μεταβλητές (πίνακας 3.4).





3.14 Σύγκριση PSF σε περίπτωση χωρίς εκτροπές και σε περίπτωση με εκτροπές.[5]

### ΠΙΝΑΚΑΣ 3.4

Σύμβολο	Όνομα	Μονάδα μέτρηση
N	Τάξη πολωνύμου Zernike	-
M	Γωνιακή συχνότητα	-
D	Διάμετρος της κόρης	Mm
RMS	Σφάλμα του μετώπου κύματος	Mm
$\Lambda$	Μήκος κύματος	Nm

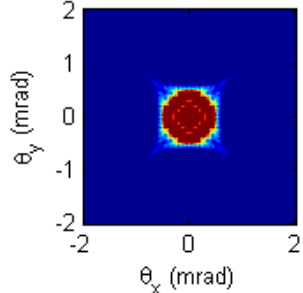
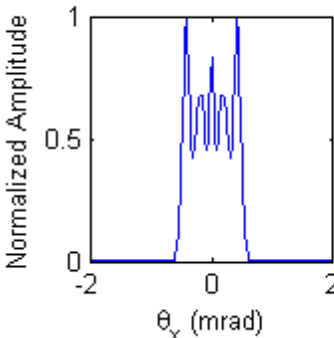
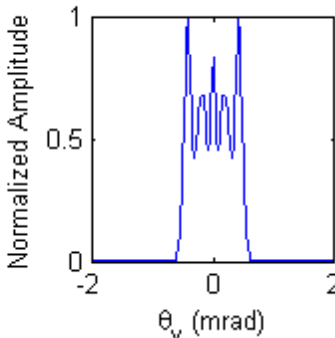
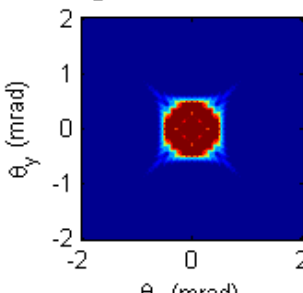
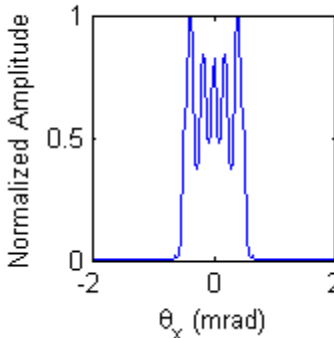
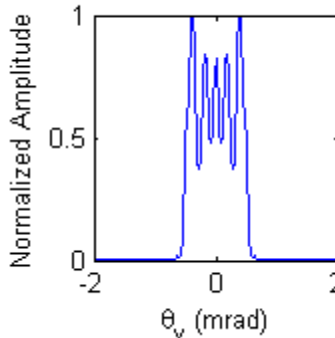
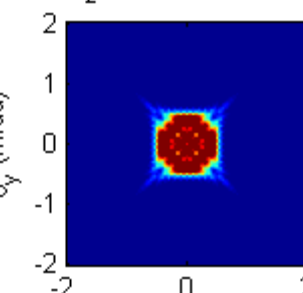
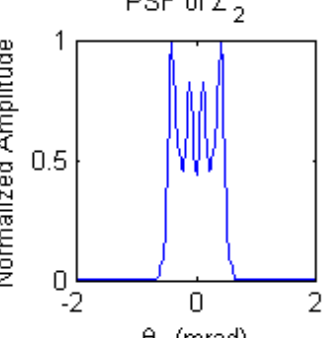
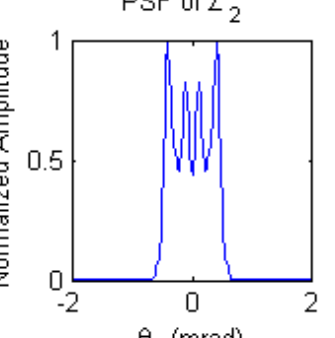
#### 3.6.2.1. PSF ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΧΑΜΗΛΗΣ ΤΑΞΗΣ

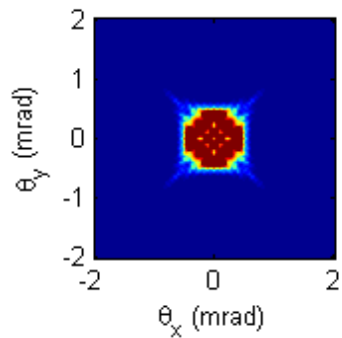
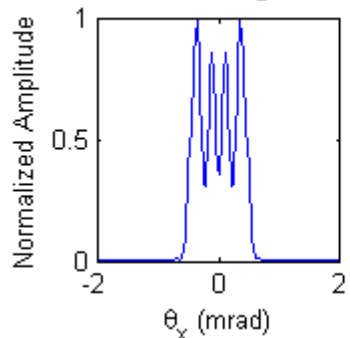
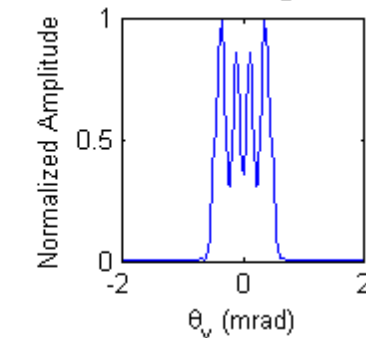
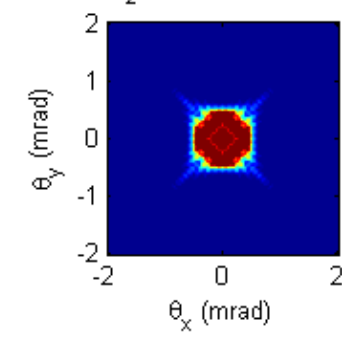
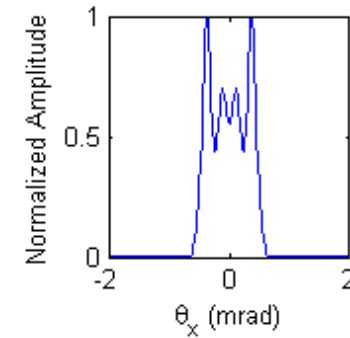
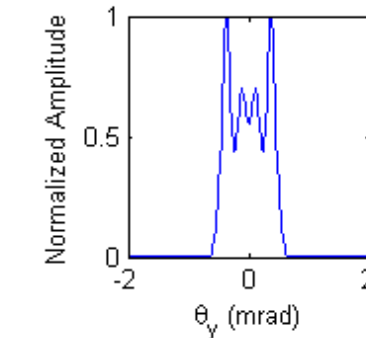
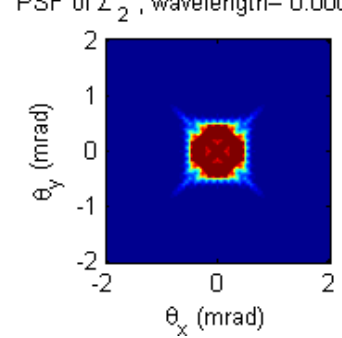
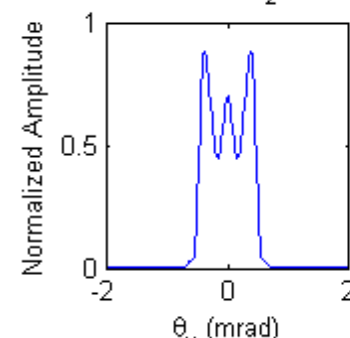
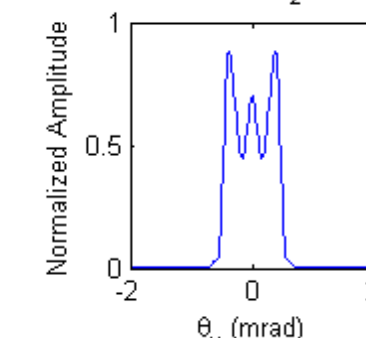
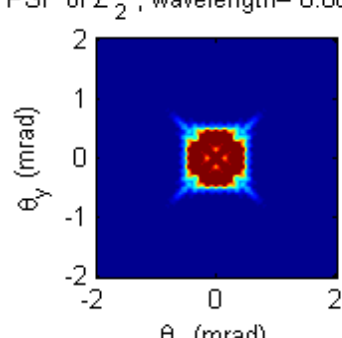
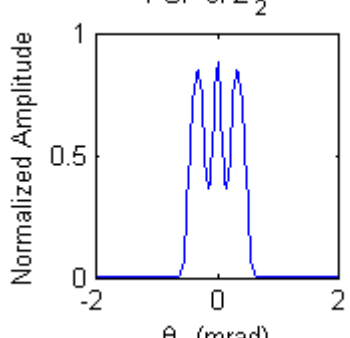
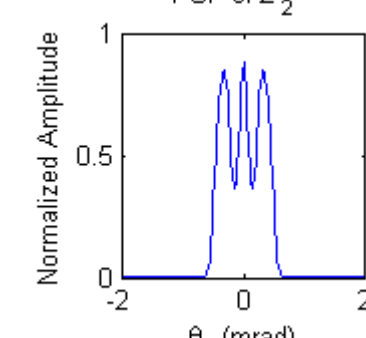
Παρακάτω παρουσιάζονται οι συναρτήσεις PSF στην περίπτωση του αστιγματισμού, που είναι εκτροπή χαμηλής τάξης, με μεταβαλλόμενο το μήκος κύματος και τη διάμετρο της κόρης εναλλάξ διατηρώντας κάθε φορά τους υπόλοιπους παράγοντες σταθερούς.

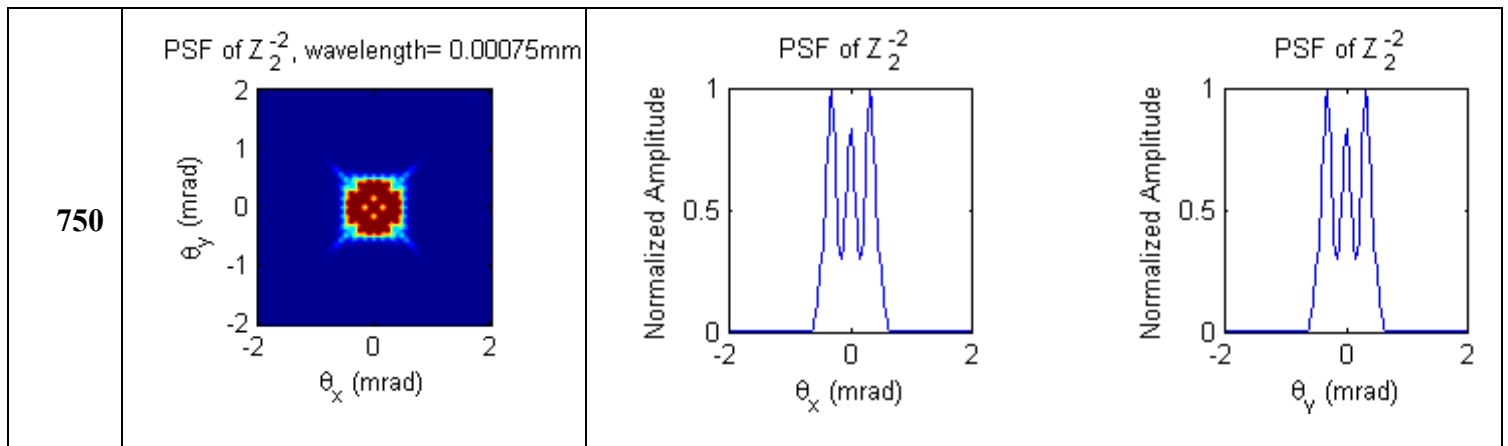
**Με μεταβαλλόμενο μήκος κύματος ( $\lambda$ ):** Η πιο χαρακτηριστική εκτροπή χαμηλής τάξης που απεικονίζεται με πολώνυμα Zernike είναι ο αστιγματισμός. Στον παρακάτω πίνακα (3.5) παρουσιάζονται οι απεικονίσεις των συναρτήσεων PSF για  $d=5\text{mm}$ ,  $\text{RMS}=0.408\mu\text{m}$

(πίνακας (3.1)),  $n=2$  και  $m=-2$  (περίπτωση αστιγματισμού) ενώ μεταβάλλεται το  $\lambda$  της δέσμης σε περιπτώσεις ορατής ακτινοβολίας.

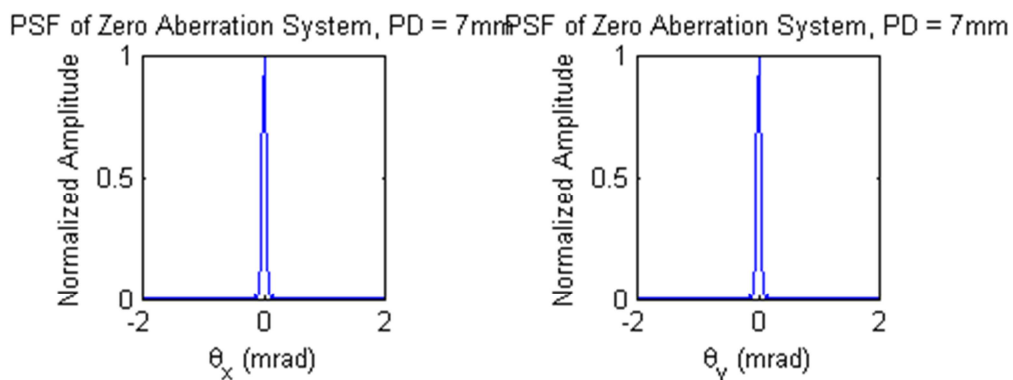
**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.5** Συνάρτηση PSF ενώ μεταβάλλεται το μήκος κύματος της δέσμης σε περίπτωση εκτροπών χαμηλής τάξης

$\lambda(\text{nm})$	PSF		
400	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, wavelength= 0.0004mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 
450	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, wavelength= 0.00045mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 
500	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, wavelength= 0.0005mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 

550	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, wavelength= 0.00055mm</p>  <p><math>\theta_y</math> (mrad)</p> <p><math>\theta_x</math> (mrad)</p>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Normalized Amplitude</p> <p><math>\theta_x</math> (mrad)</p>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Normalized Amplitude</p> <p><math>\theta_y</math> (mrad)</p>
600	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, wavelength= 0.0006mm</p>  <p><math>\theta_y</math> (mrad)</p> <p><math>\theta_x</math> (mrad)</p>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Normalized Amplitude</p> <p><math>\theta_x</math> (mrad)</p>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Normalized Amplitude</p> <p><math>\theta_y</math> (mrad)</p>
650	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, wavelength= 0.00065mm</p>  <p><math>\theta_y</math> (mrad)</p> <p><math>\theta_x</math> (mrad)</p>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Normalized Amplitude</p> <p><math>\theta_x</math> (mrad)</p>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Normalized Amplitude</p> <p><math>\theta_y</math> (mrad)</p>
700	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, wavelength= 0.0007mm</p>  <p><math>\theta_y</math> (mrad)</p> <p><math>\theta_x</math> (mrad)</p>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Normalized Amplitude</p> <p><math>\theta_x</math> (mrad)</p>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Normalized Amplitude</p> <p><math>\theta_y</math> (mrad)</p>



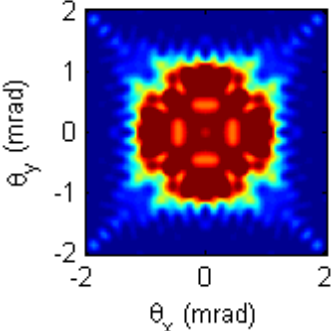
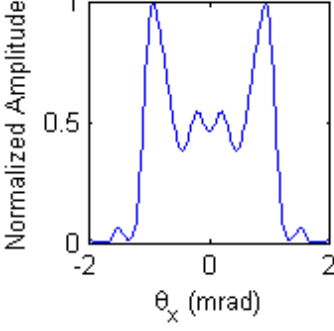
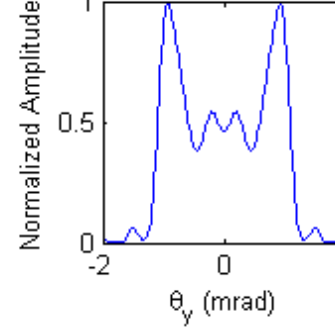
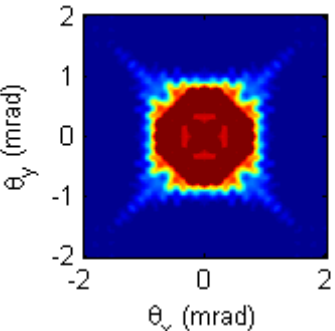
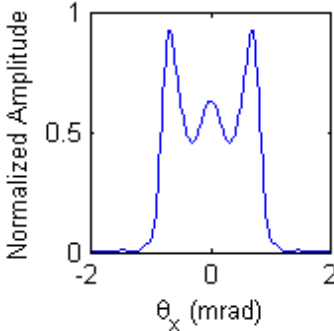
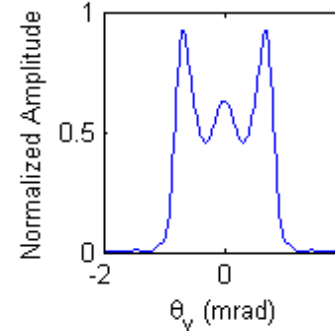
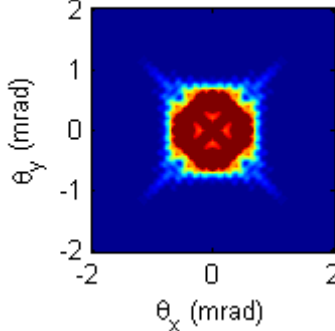
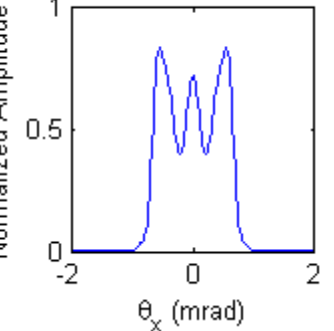
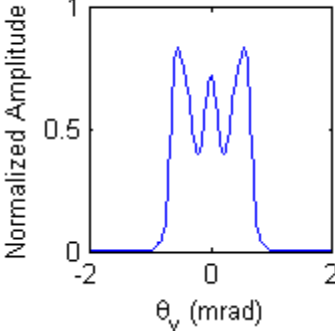
Όπως παρατηρείται από τον παραπάνω πίνακα υπάρχει μια εξάρτηση των απεικονίσεων PSF με το μήκος κύματος της δέσμης, αφού υπάρχει μετατροπή της συγκεκριμένης απεικόνισης από  $\lambda=400$  nm έως  $\lambda=750$ nm και οι λιγότερες εκτροπές υπάρχουν για  $\lambda=650$ nm.

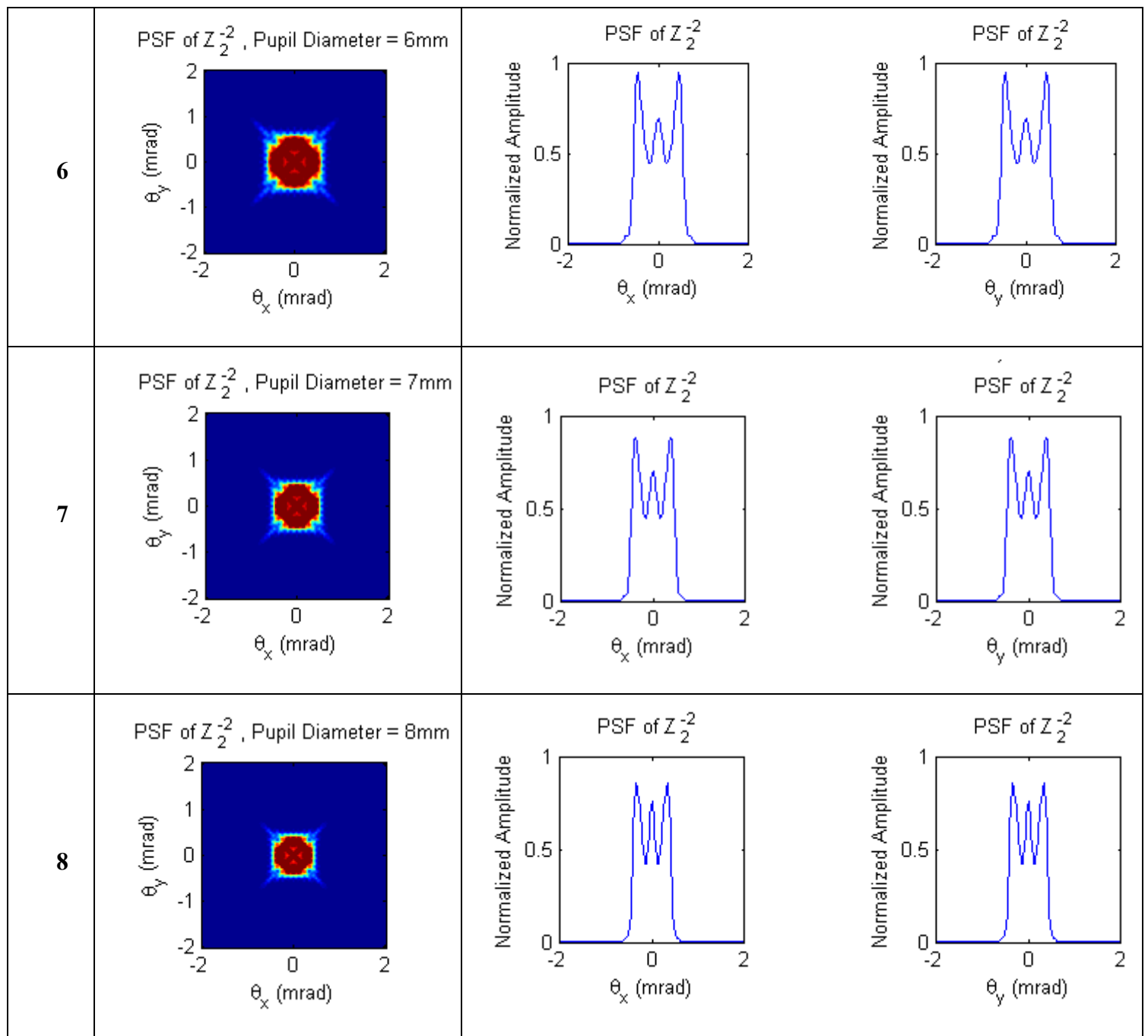


3.15 H PSF για μηδενικές εκτροπές και  $d=7$ mm.

**Με μεταβαλλόμενη την διάμετρο της κόρης (d):** Στον παρακάτω πίνακα (3.6) παρουσιάζονται οι απεικονίσεις των συναρτήσεων PSF για  $\lambda=650$ nm,  $RMS=0.41\mu m$  (πίνακας 3.1),  $n=2$  και  $m=-2$  (περίπτωση αστιγματισμού) ενώ μεταβάλλεται η διάμετρος της κόρης.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.6** Συνάρτηση PSF με μεταβαλλόμενη διάμετρο κόρης σε περίπτωση εκτροπών χαμηλής τάξης

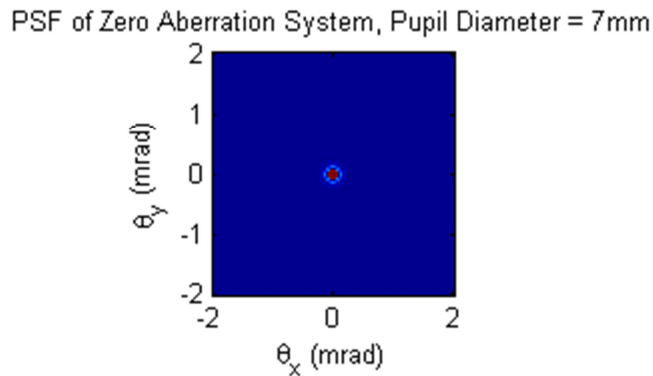
<b>d(mm)</b>	<b>PSF</b>		
<b>3</b>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, Pupil Diameter = 3mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 
<b>4</b>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, Pupil Diameter = 4mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 
<b>5</b>	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, Pupil Diameter = 5mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 



Από τον παραπάνω πίνακα (3.6) μπορεί να παρατηρηθεί ότι η συνάρτηση PSF εξαρτάται από την διάμετρο της κόρης στην περίπτωση των εκτροπών χαμηλής τάξης, και ιδιαίτερα στην τελευταία περίπτωση για  $d=8\text{mm}$  παρατηρείται υπάρχουν οι λιγότερες εκτροπές. Παρατηρούμε καθώς αυξάνεται η διάμετρος της κόρης μειώνονται οι εκτροπές.

### 3.6.2.2. PSF ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΥΨΗΛΗΣ ΤΑΞΗΣ

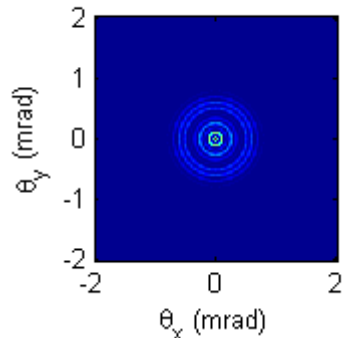
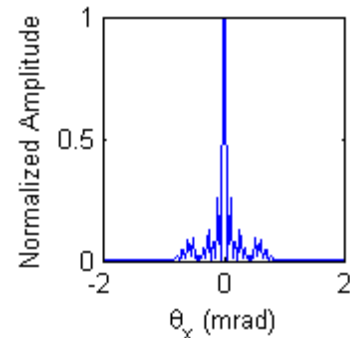
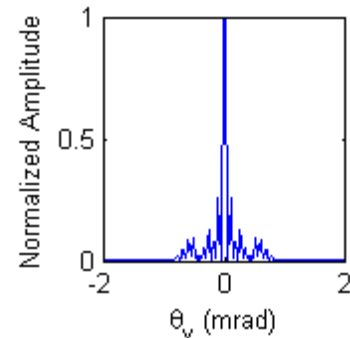
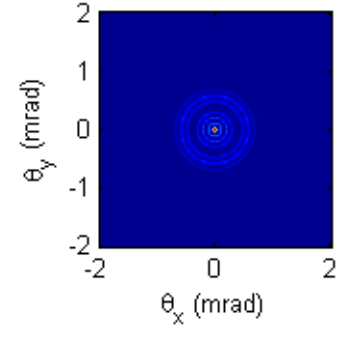
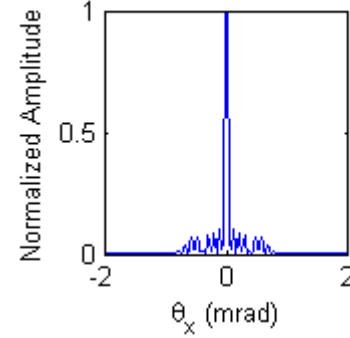
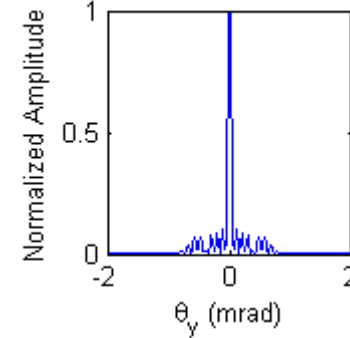
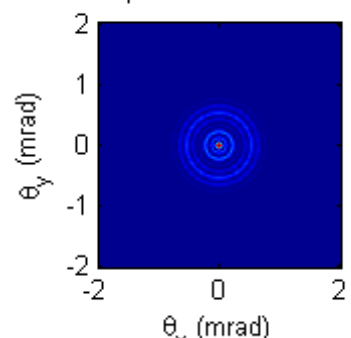
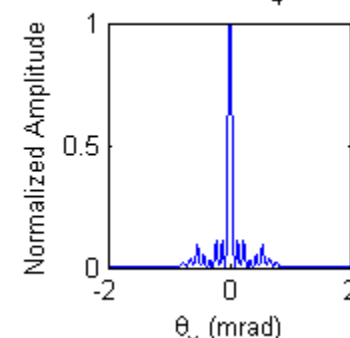
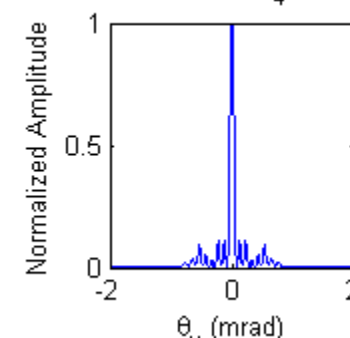
Παρακάτω παρουσιάζονται οι συναρτήσεις PSF στην περίπτωση της σφαιρικής εκτροπής, που είναι εκτροπή υψηλής τάξης, με μεταβαλλόμενο το μήκος κύματος και τη διάμετρο της κόρης εναλλάξ διατηρώντας κάθε φορά τους υπόλοιπους παράγοντες σταθερούς.



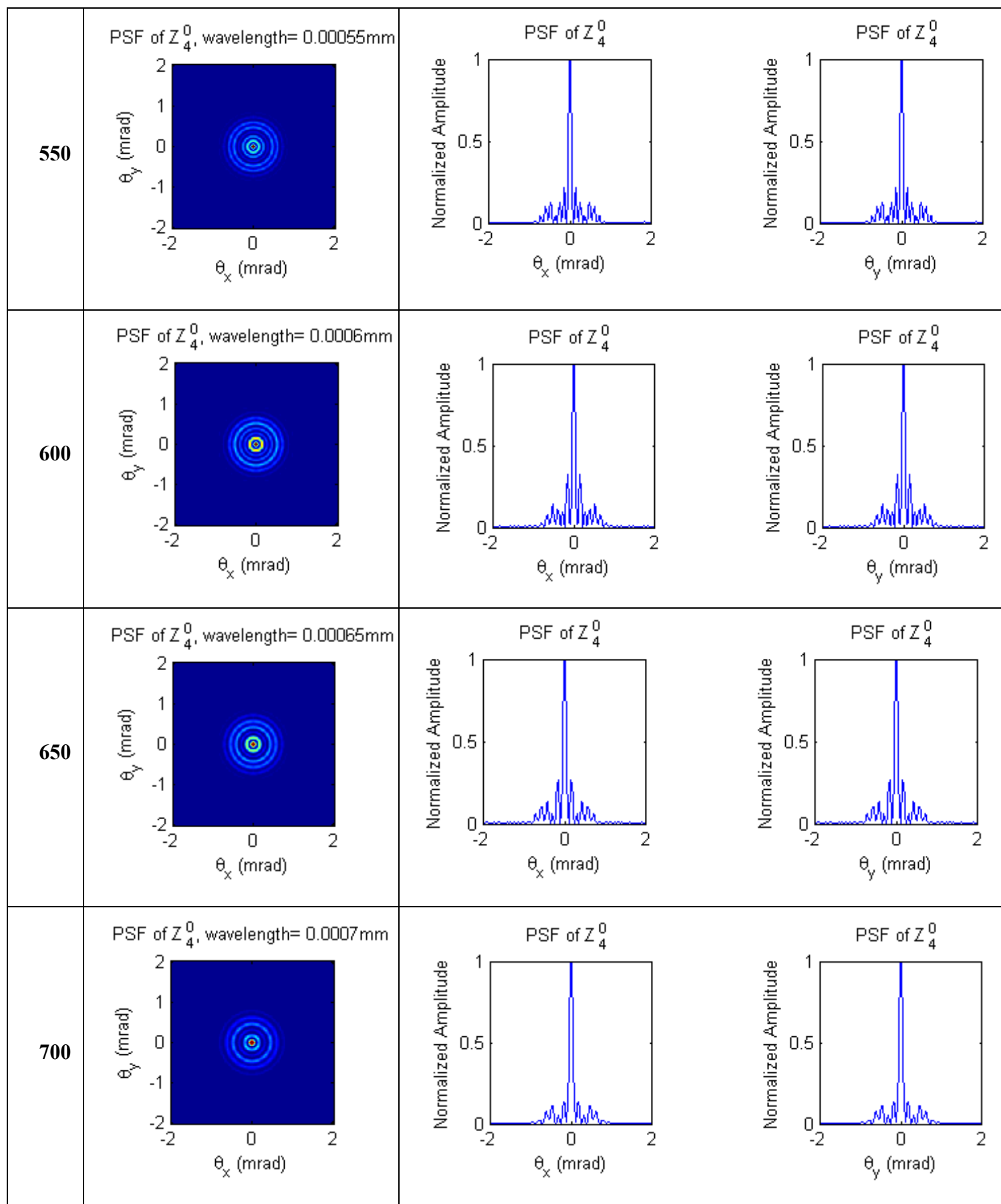
3.16 Η PSF για μηδενικές εκτροπές και  $d=7mm$ .

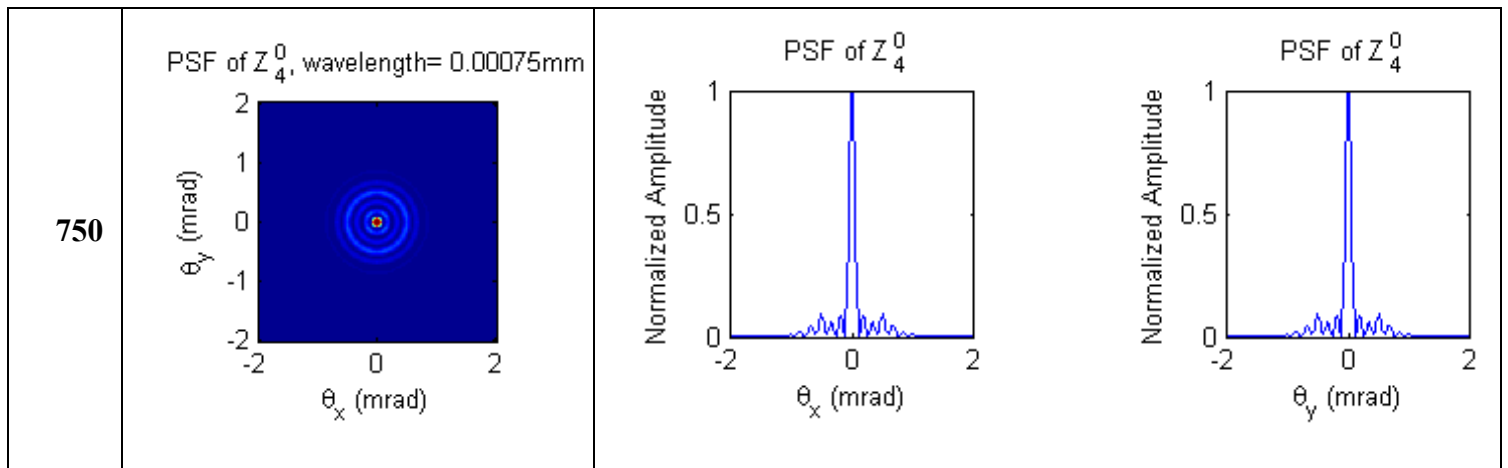
**Με μεταβαλλόμενο μήκος κύματος ( $\lambda$ ):** Στον παρακάτω πίνακα (3.7) παρουσιάζονται οι απεικονίσεις των συναρτήσεων PSF για  $d=5mm$ ,  $RMS=0.33\mu m$  (πίνακας 3.1),  $n=4$  και  $m=0$  (περίπτωση σφαιρικής εκτροπής) ενώ μεταβάλλεται το  $\lambda$  της δέσμης σε περιπτώσεις μονοχρωματικής ακτινοβολίας.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.7** Συνάρτηση PSF ενώ μεταβάλλεται το μήκος κύματος της δέσμης σε περίπτωση εκτροπών υψηλής τάξης

$\lambda(\text{nm})$	PSF		
<b>400</b>	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, wavelength= 0.0004mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 
<b>450</b>	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, wavelength= 0.00045mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 
<b>500</b>	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, wavelength= 0.0005mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 



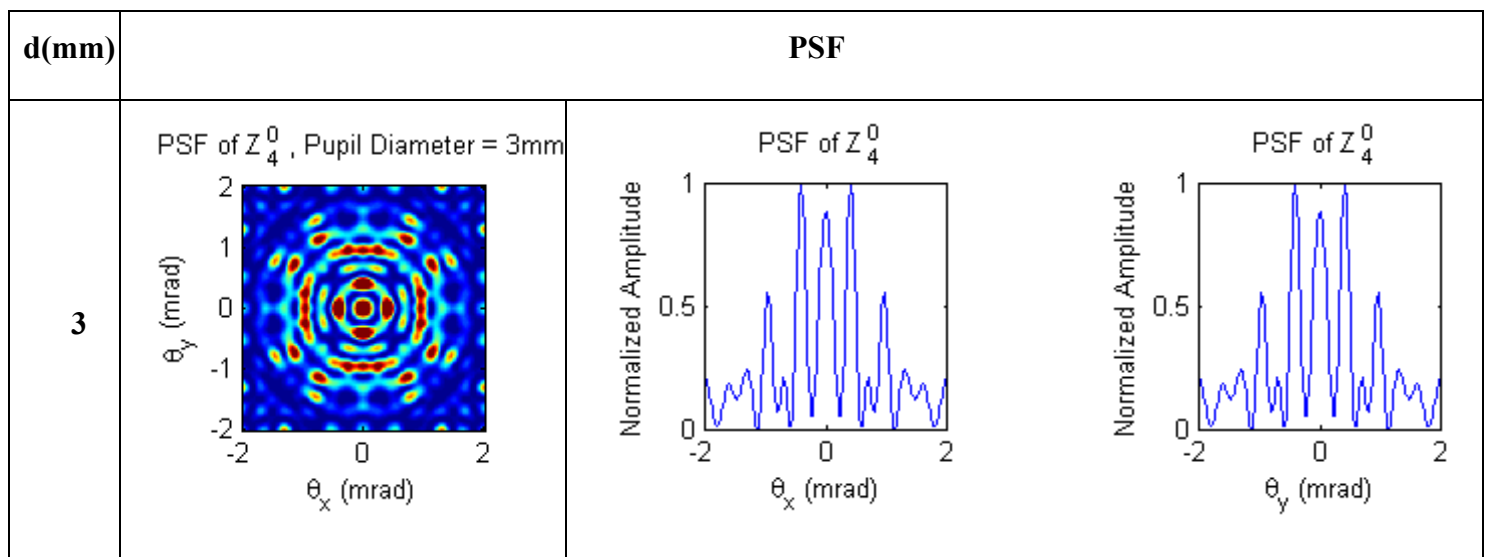


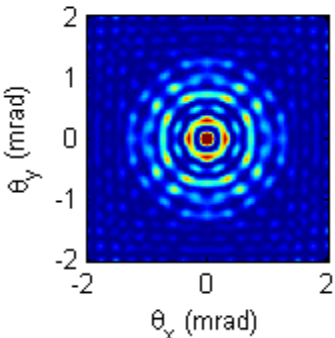
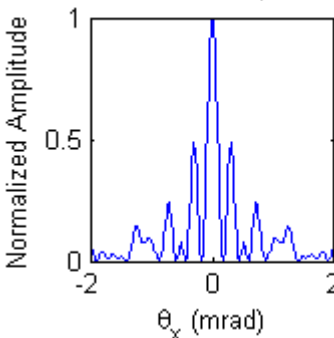
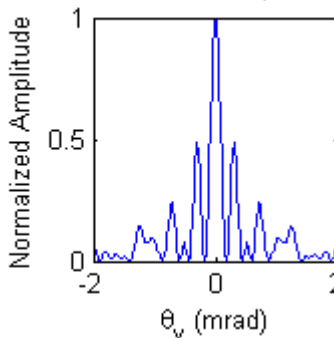
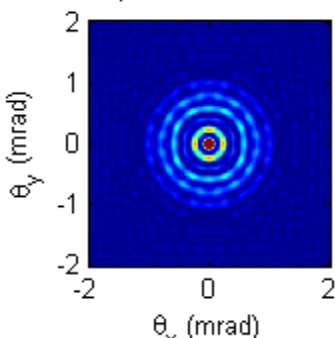
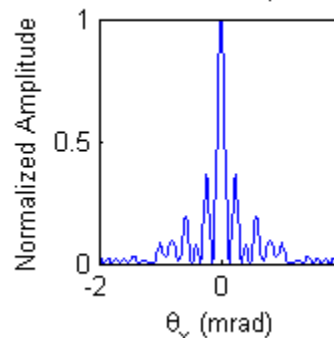
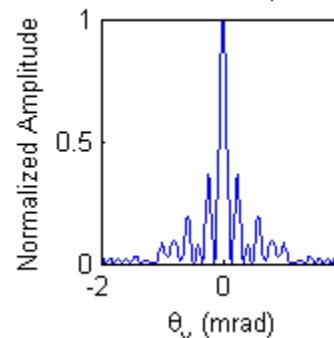
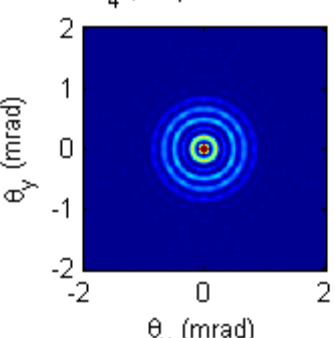
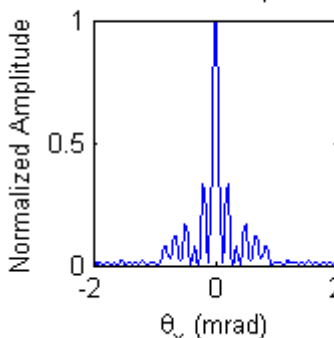
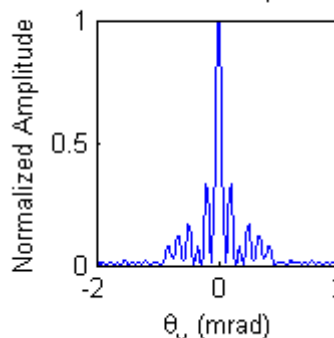
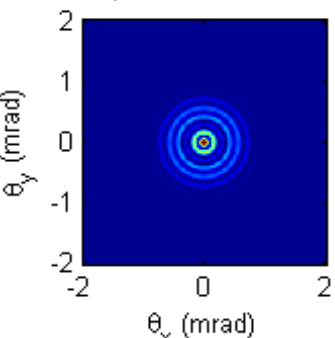
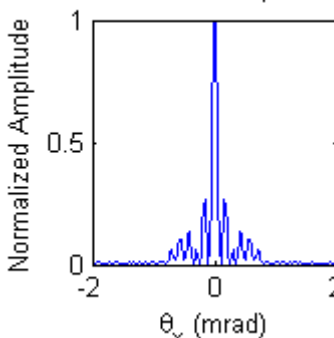
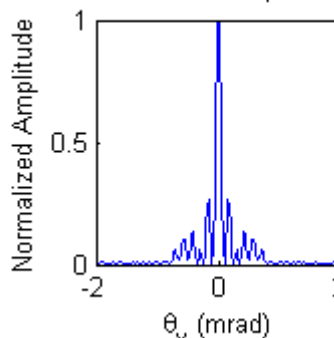


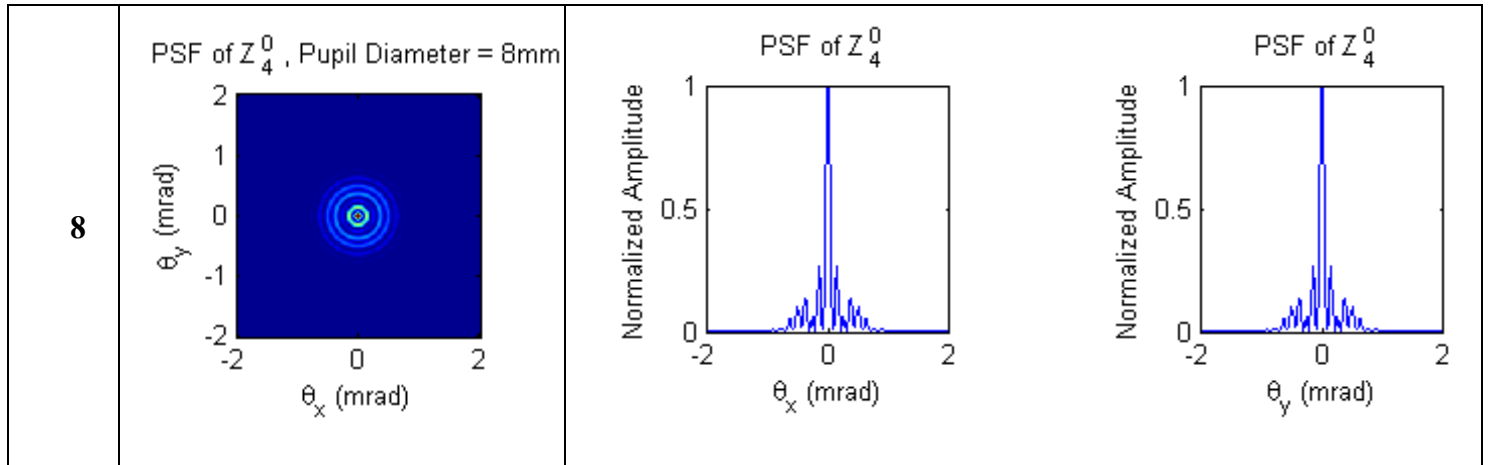
Και εδώ, όπως και στην περίπτωση του αστιγματισμού υπάρχει μια μεταβολή ανάλογα με το μήκος κύματος. Επίσης, μπορεί να παρατηρηθεί ότι και στις δύο περιπτώσεις για  $\lambda=550-650\text{nm}$  υπάρχουν περισσότερες εκτροπές.

**Με μεταβαλλόμενη τη διάμετρο της κόρης (d):** Στον παρακάτω πίνακα (3.8) παρουσιάζονται οι απεικονίσεις των συναρτήσεων PSF για  $\lambda=650\text{nm}$ ,  $\text{RMS}=0.33\mu\text{m}$ (πίνακας 3.1),  $n=4$  και  $m=0$  (περίπτωση σφαιρικών εκτροπών) ενώ μεταβάλλεται η διάμετρος της κόρης.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.8** Συνάρτηση PSF ενώ μεταβάλλεται η διάμετρος της κόρης σε περίπτωση εκτροπών υψηλής τάξης



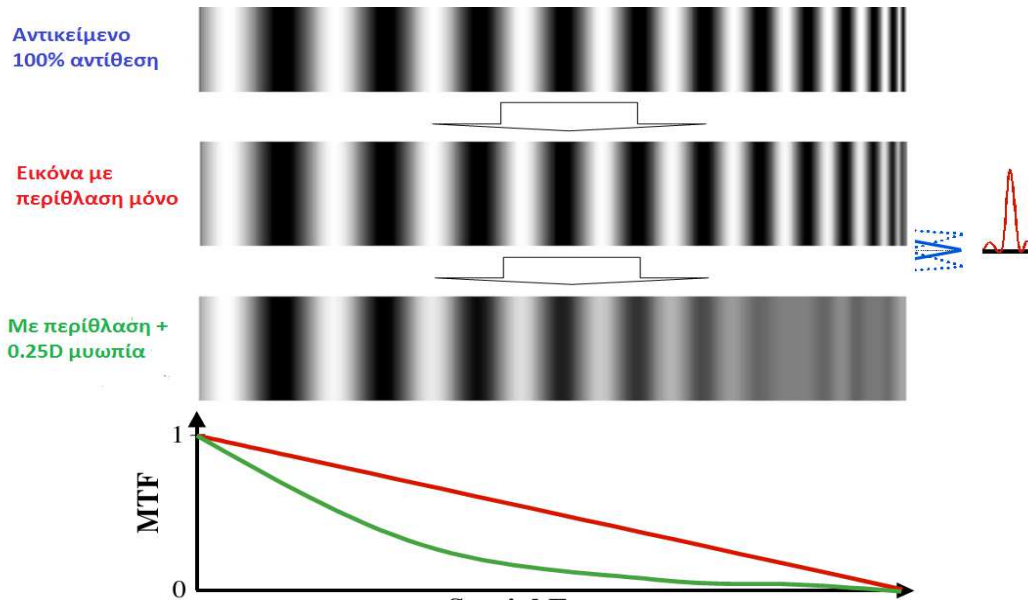
4	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, Pupil Diameter = 4mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 
5	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, Pupil Diameter = 5mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 
6	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, Pupil Diameter = 6mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 
7	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, Pupil Diameter = 7mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 



Από τον παραπάνω πίνακα (3.8) μπορεί να παρατηρηθεί ότι η συνάρτηση PSF εξαρτάται από την διάμετρο της κόρης στην περίπτωση των εκτροπών υψηλής τάξης, όπως άλλωστε και στις περιπτώσεις χαμηλής τάξης. Παρατηρούμε ότι καθώς η διάμετρο της κόρης αυξάνεται η εκτροπές μειώνονται.

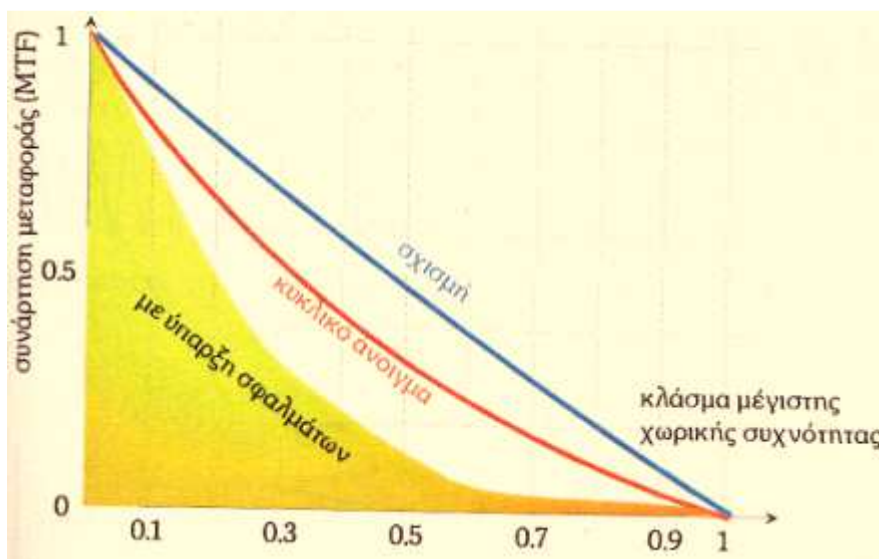
### 3.6.3.MTF (MODULATION TRANSFER FUNCTION)

Η MTF (συνάρτηση μεταφοράς διαμόρφωσης), είναι στην ουσία η δισδιάστατη κατανομή φωτεινότητας του ειδώλου ενός ιδανικού σημείου και είναι ένα μετρήσιμο κριτήριο ποιότητας ειδώλου. Η MTF δίνει ποσοτικά την ικανότητα ενός οπτικού συστήματος να μεταφέρει την αντίθεση ενός αντικειμένου στο είδωλό του και δίνει την δυνατότητα να εκφραστεί με ποια ευκρίνεια απεικονίζεται μια πυκνότητα γραμμώσεων ανά χιλιοστό στο είδωλο. Επιπλέον, η τιμή της είναι πάντα μικρότερη της μονάδας. Η MTF είναι αντιστρόφως ανάλογη της χωρικής συχνότητας (μεγαλύτερη πυκνότητα γραμμών-μεγαλύτερες συχνότητες).



3.17 Περιγραφή της συνάρτησης MTF

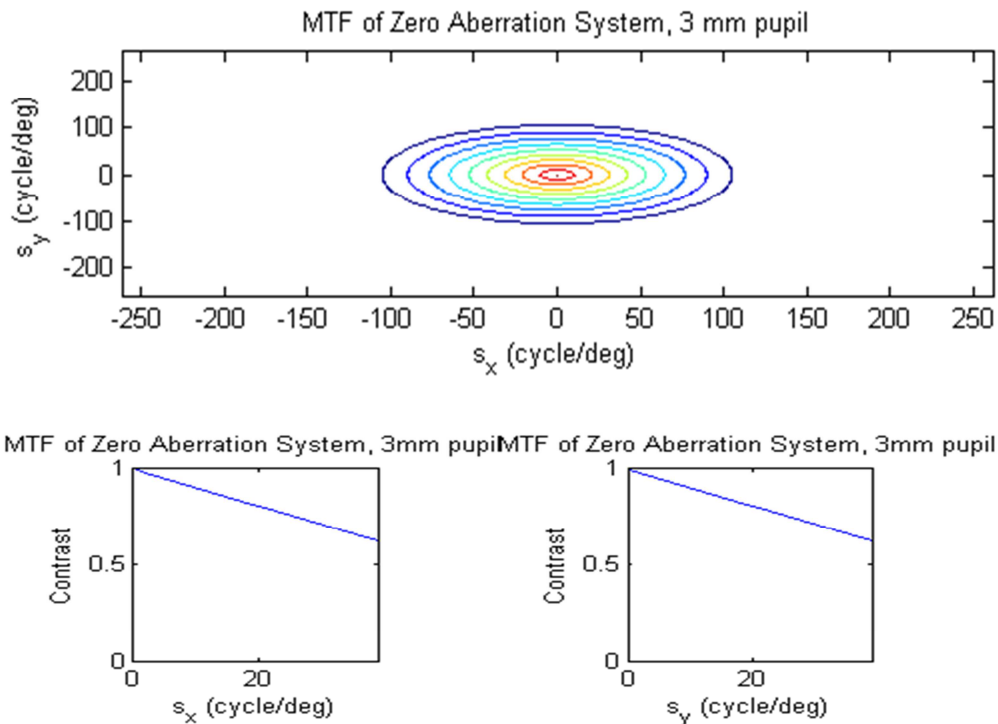
Επίσης, πολύ σημαντικό γεγονός είναι ότι σε ένα ιδανικό σύστημα ένα είδωλο είναι πανομοιότυπο με το αντίστοιχο αντικείμενο, αλλά δεν ισχύει στην πραγματικότητα αφού ακόμα και το είδωλο ενός σημείου είναι μια κηλίδα Airy.



3.18 Εξάρτηση της MTF σε σχέση με το κλάσμα της μέγιστης χωρικής συχνότητας.[2]

### 3.6.3.1. MTF ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΧΑΜΗΛΗΣ ΤΑΞΗΣ

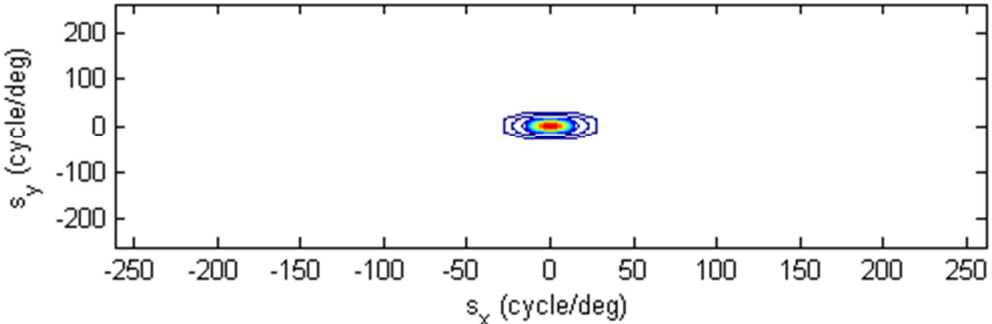
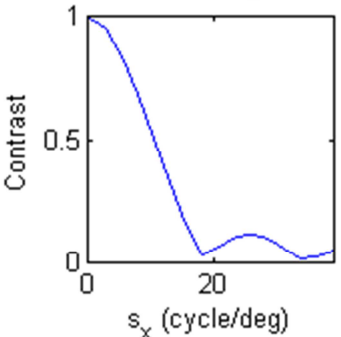
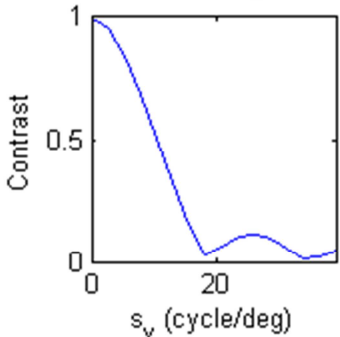
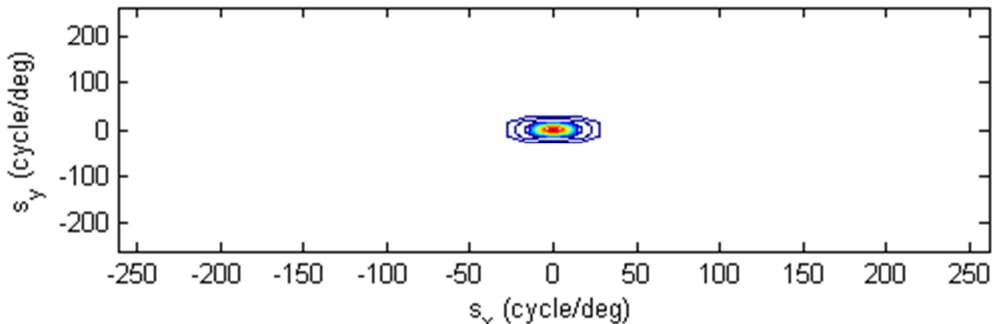
Αρχικά, όπως στην περίπτωση των συναρτήσεων PSF, προσεγγίζουμε εκτροπές χαμηλής τάξης μεταβάλλοντας την τιμή του μήκους κύματος της δέσμης και της διαμέτρου της κόρης.

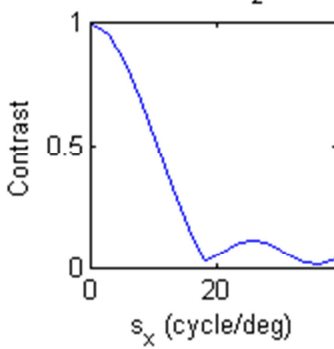
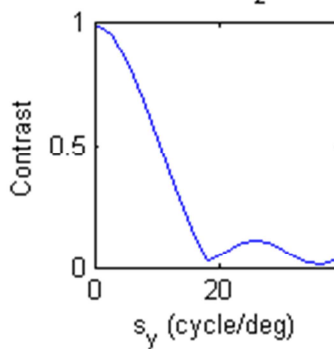
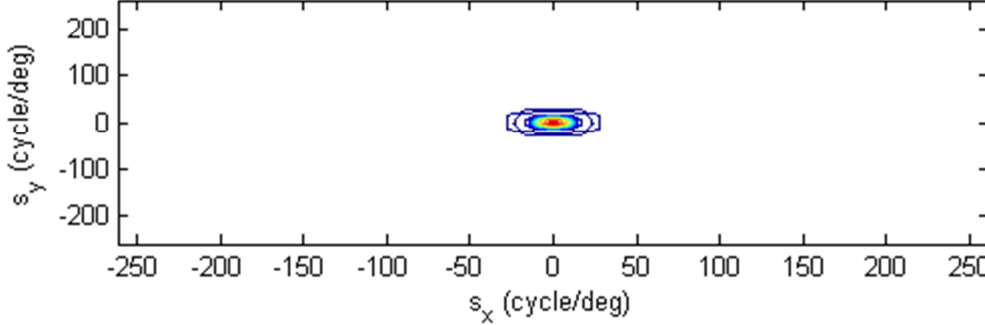
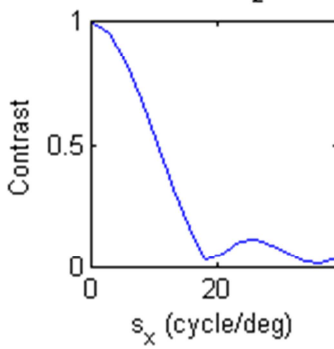
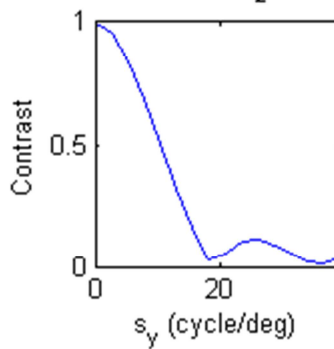
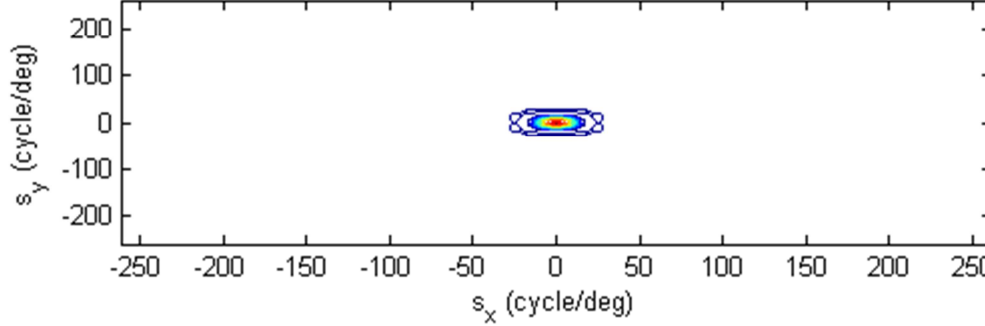


3.19 Η Συνάρτηση MTF για μηδενικές εκτροπές

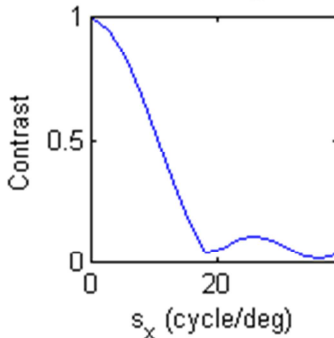
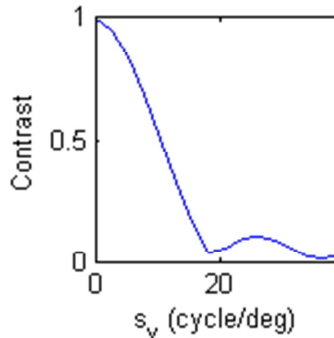
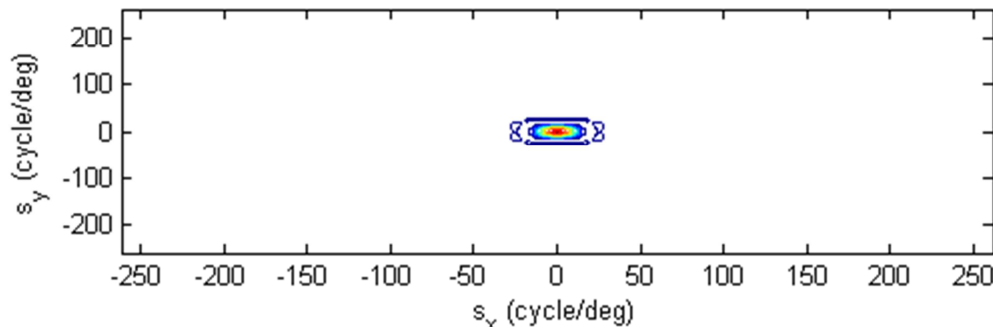
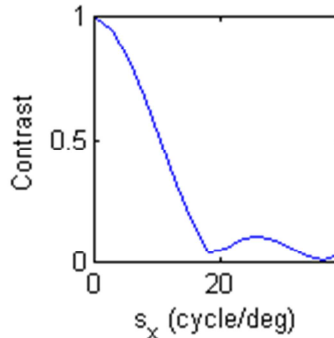
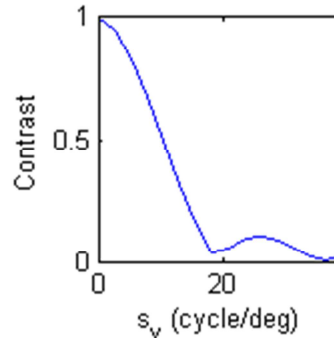
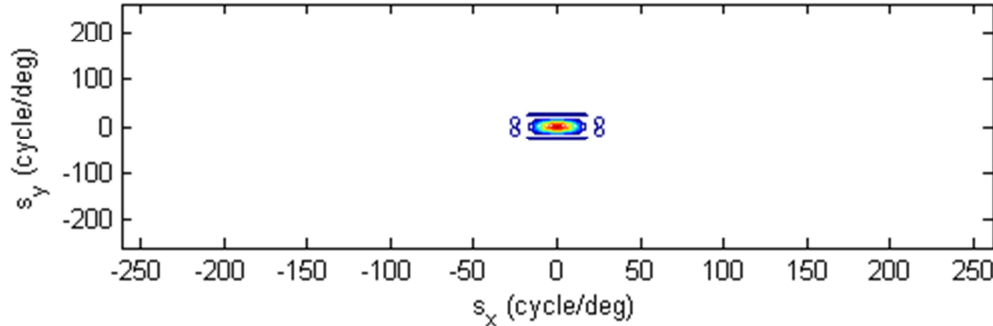
**Με μεταβαλλόμενο μήκος κύματος:** Παρακάτω (πίνακας 3.9) υπολογίζονται οι αναπαραστάσεις των MTF στην περίπτωση του αστιγματισμού όπου  $d=5\text{mm}$ ,  $\text{RMS}=0.408\mu\text{m}$  (πίνακας 3.1),  $n=2$  και  $m=-2$  ενώ μεταβάλλεται το μήκος κύματος της δέσμης ( $\lambda$ ).

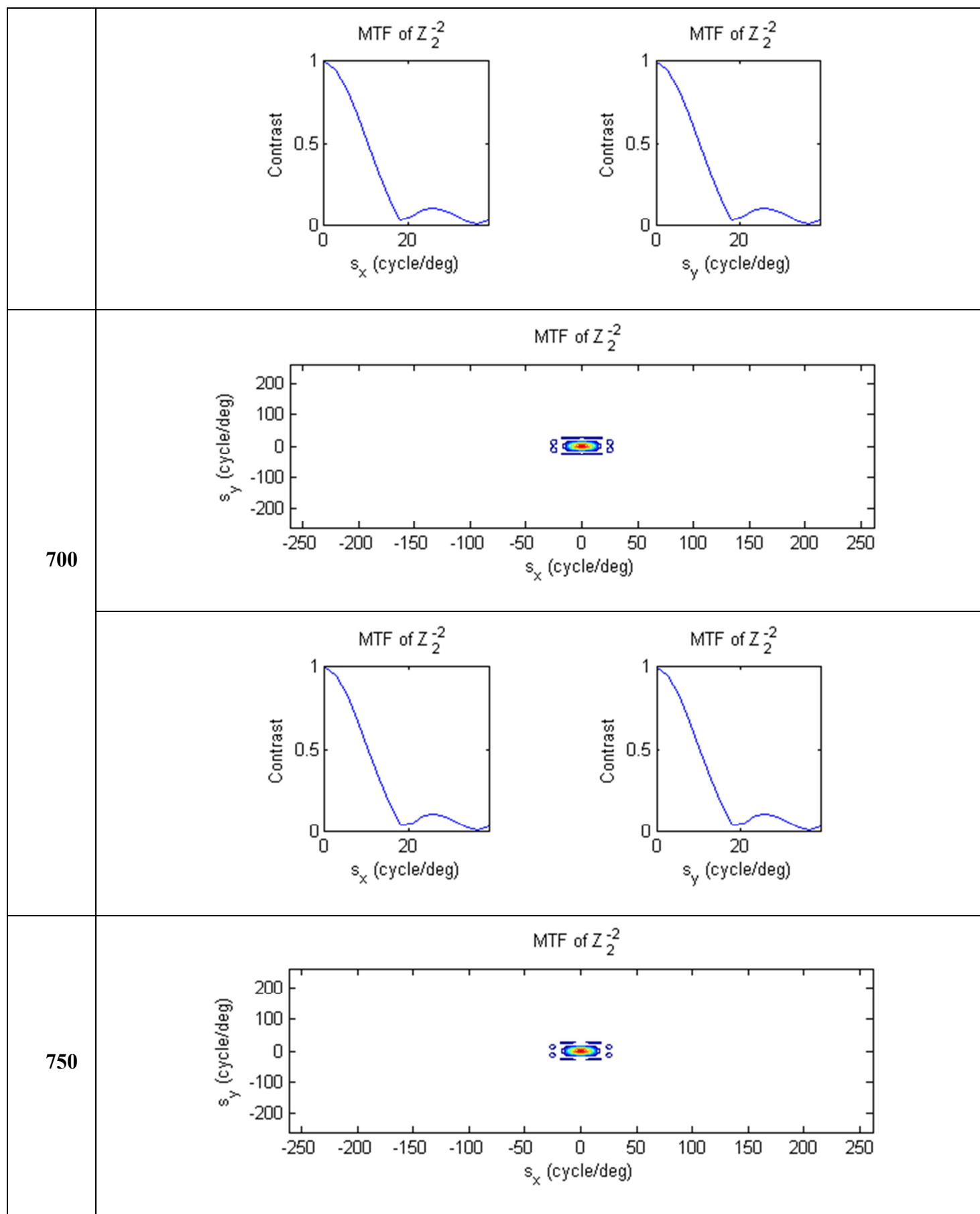
**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.9** Συνάρτηση *MTF* ενώ μεταβάλλεται το μήκος κύματος της δέσμης σε περίπτωση εκτροπών χαμηλής τάξης

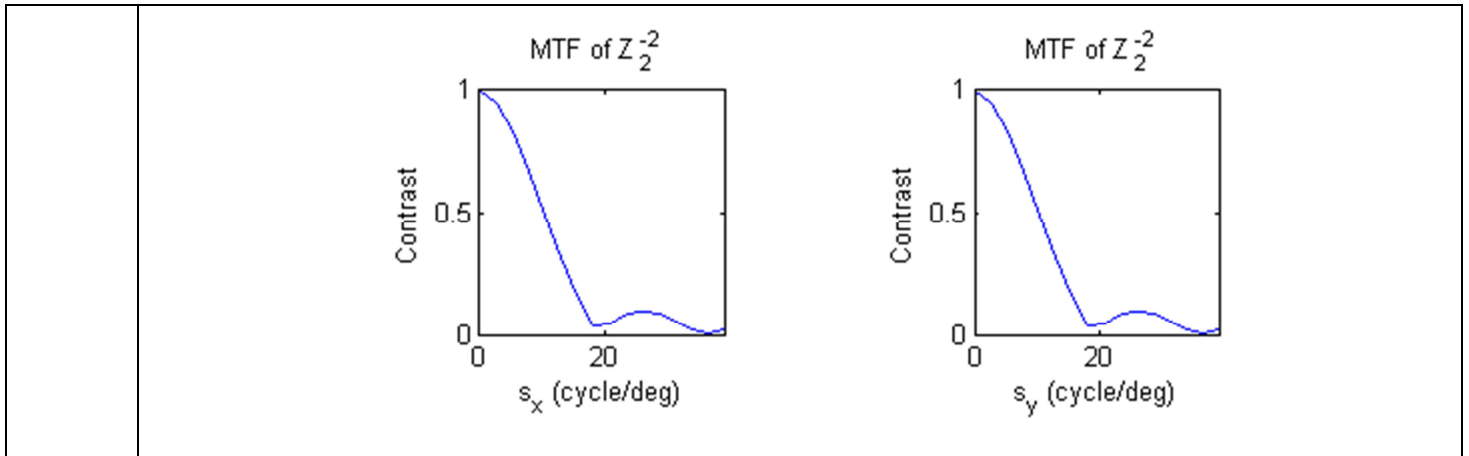
$\lambda(\text{nm})$	MTF
400	<p style="text-align: center;">MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> </div>
450	<p style="text-align: center;">MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 

	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> </div>
<b>500</b>	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> </div>
<b>550</b>	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div>



	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> </div>
<b>600</b>	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> </div>
<b>650</b>	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div>

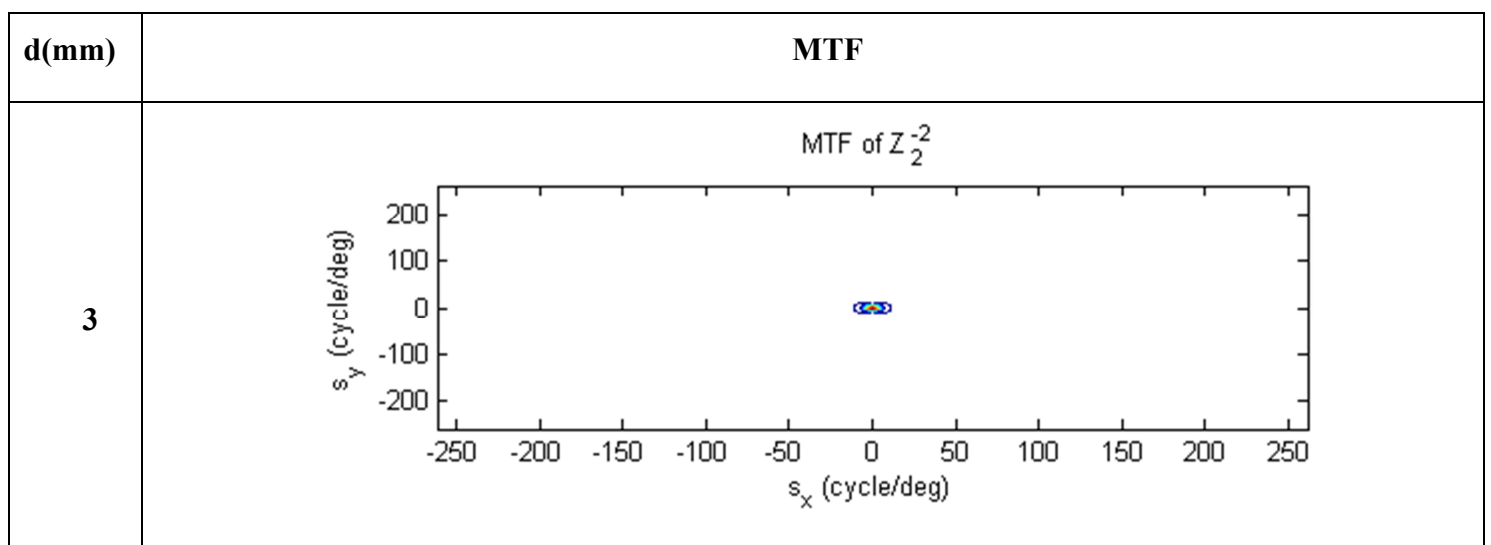


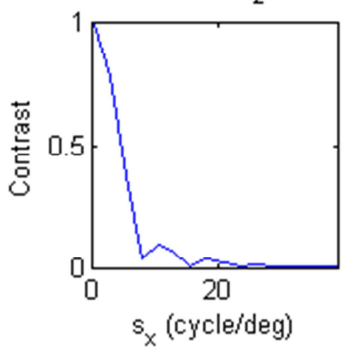
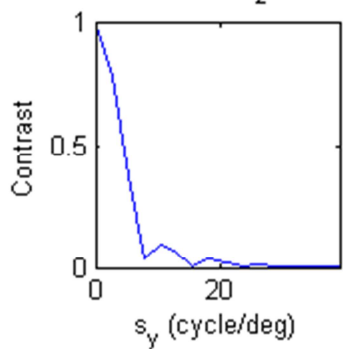
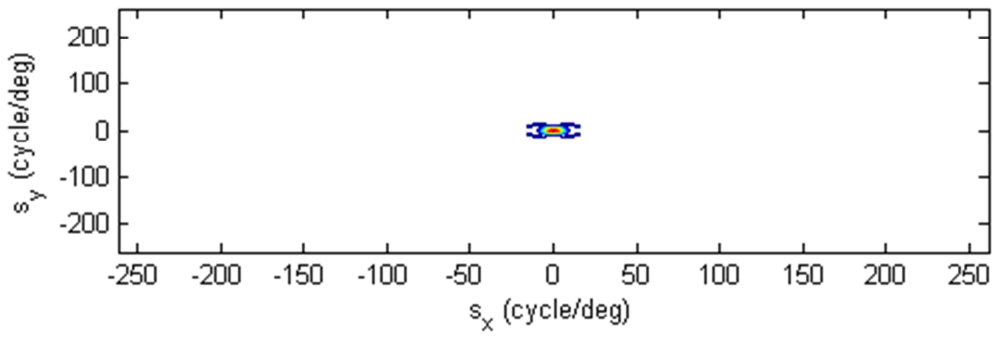
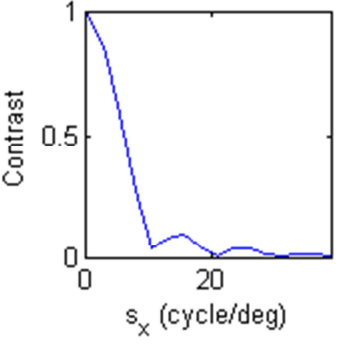
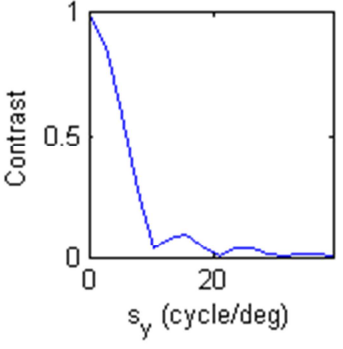
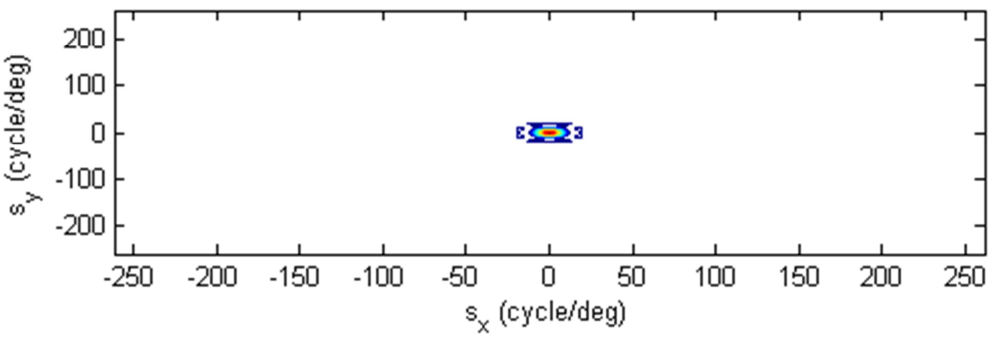


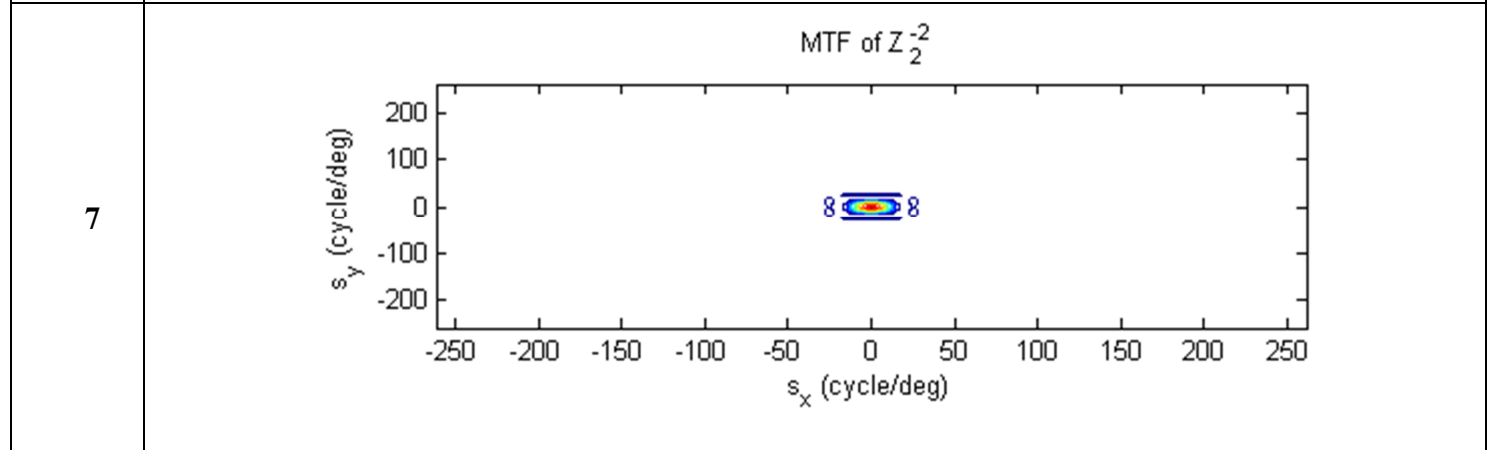
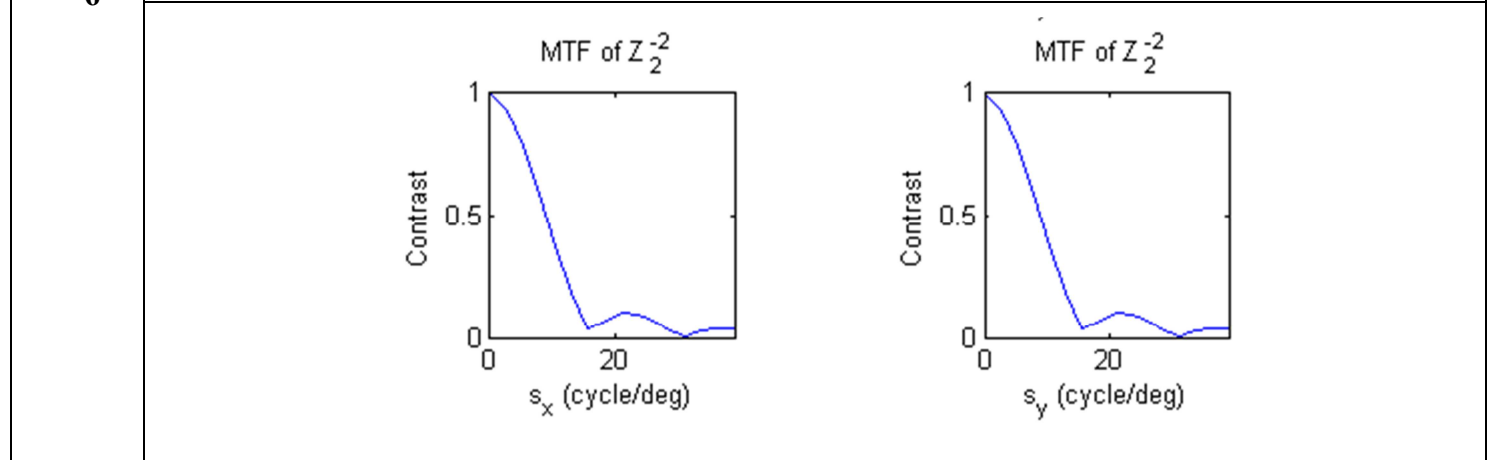
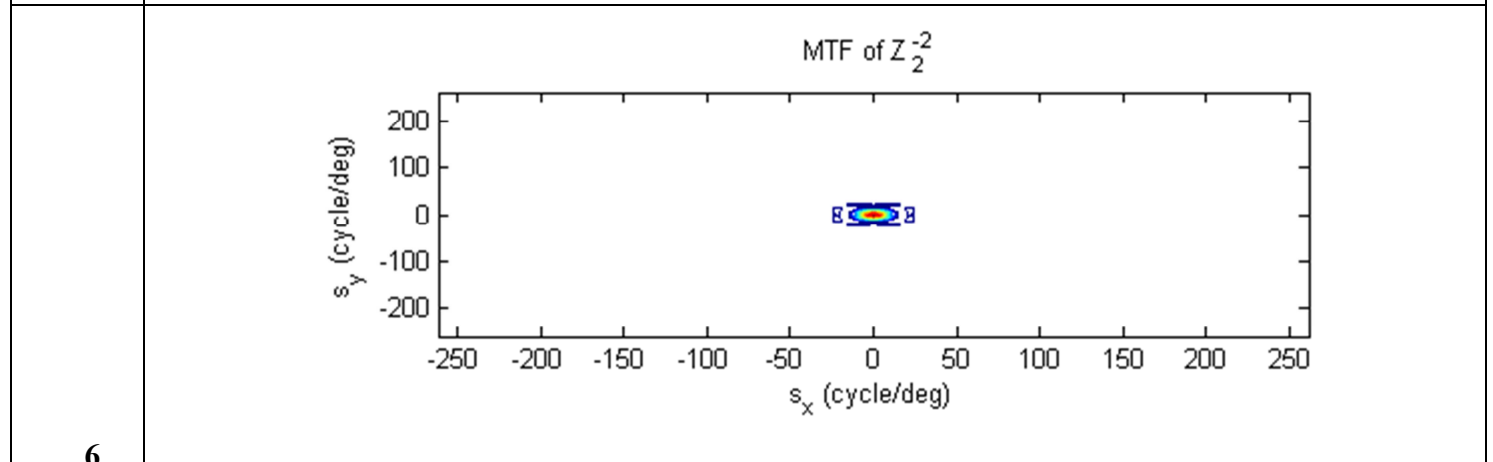
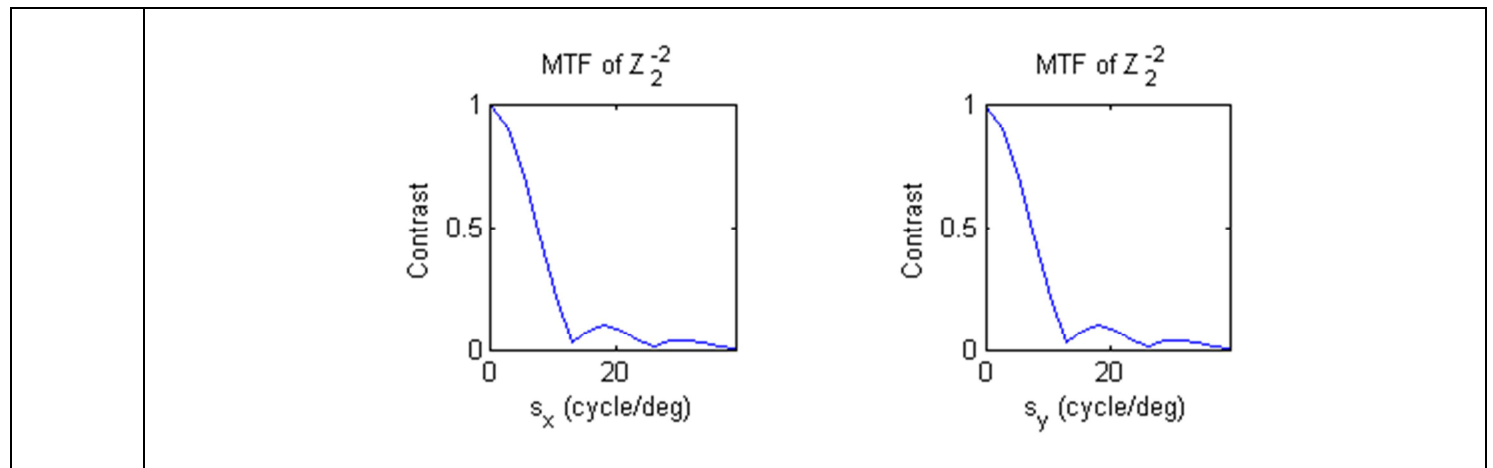
Παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα ότι υπάρχει μια μικρή και σταδιακή μεταβολή της MTF καθώς αυξάνεται το μήκος κύματος της δέσμης. Παρατηρείται επίσης ότι σε μικρότερα μήκη κύματος της ορατής ακτινοβολίας υπάρχει μεγαλύτερη διασπορά της δέσμης.

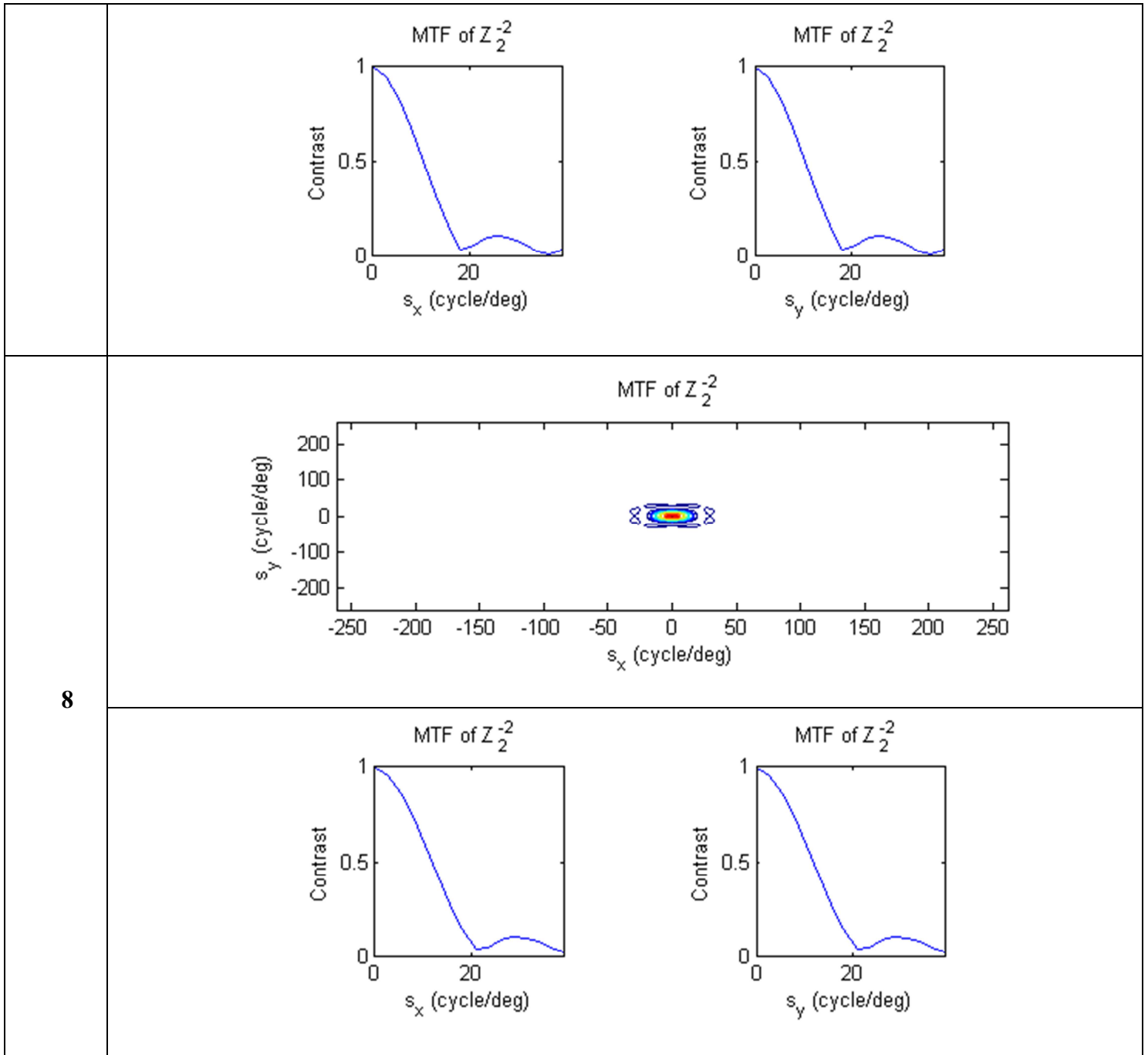
**Με μεταβαλλόμενη διάμετρο κόρης:** Στον παρακάτω πίνακα (πίνακας 3.10) υπολογίζονται αναπαραστάσεις των MTF στην περίπτωση του αστιγματισμού όπου  $\lambda=650\text{nm}$ ,  $\text{RMS}=0.408\mu\text{m}$ (πίνακας 3.1),  $n=2$  και  $m=-2$  ενώ μεταβάλλεται η διάμετρος της κόρης ( $d$ ).

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.10** Συνάρτηση MTF ενώ μεταβάλλεται η διάμετρος της κόρης σε περίπτωση εκτροπών χαμηλής τάξης



	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Contrast</p> <p><math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Contrast</p> <p><math>s_y</math> (cycle/deg)</p> </div> </div>
4	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p><math>s_y</math> (cycle/deg)</p> <p><math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Contrast</p> <p><math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p>Contrast</p> <p><math>s_y</math> (cycle/deg)</p> </div> </div>
5	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  <p><math>s_y</math> (cycle/deg)</p> <p><math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div>





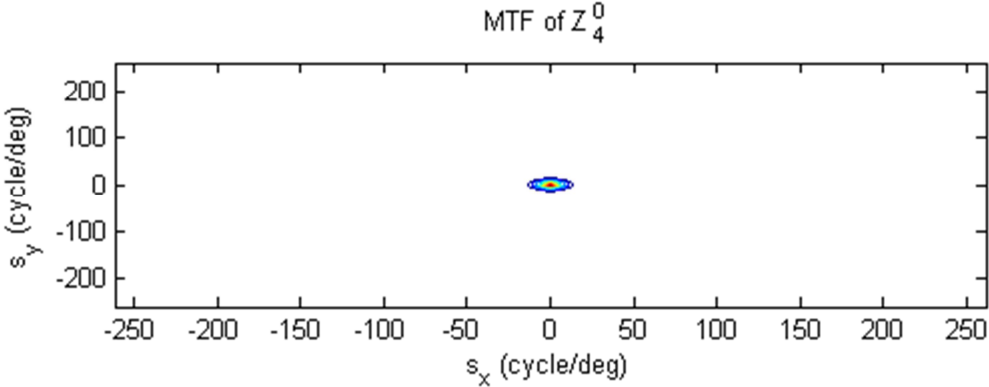
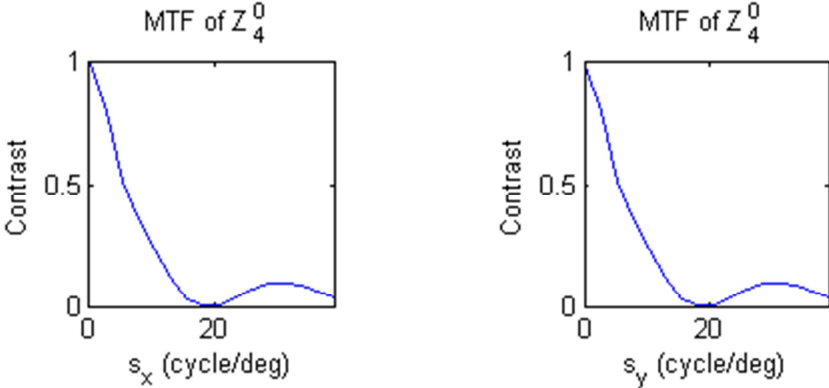
Παρατηρείται ότι καθώς μεγαλώνει η διάμετρος της κόρης μειώνονται και οι εκτροπές.

### 3.6.3.2. MTF ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΥΨΗΛΗΣ ΤΑΞΗΣ

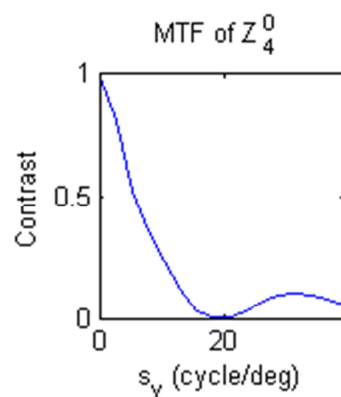
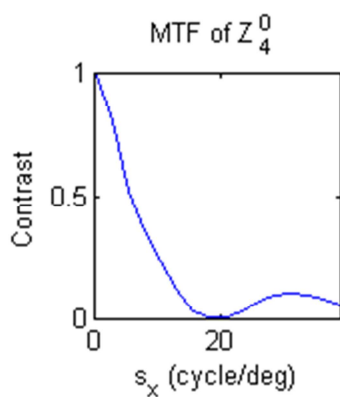
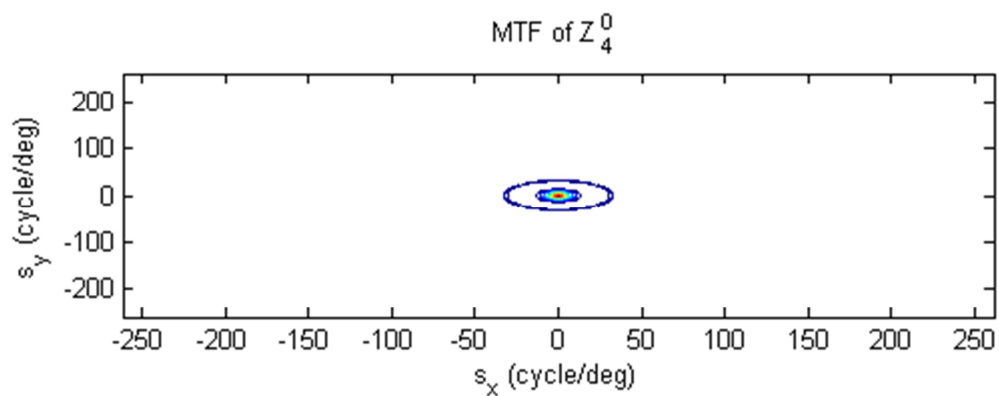
Η σφαιρική εκτροπή, είναι η πιο κοινή εκτροπή υψηλής τάξης. Στους παρακάτω πίνακες (3.11 & 3.12) παραθέτονται οι αναπαραστάσεις των συναρτήσεων MTF στην περίπτωση των σφαιρικών εκτροπών είτε με μεταβαλλόμενο το μήκος κύματος της μονοχρωματικής δέσμης, είτε την διάμετρο της κόρης.

**Με μεταβαλλόμενο μήκος κύματος:** Στον πίνακα (3.11) βρίσκονται η αναπαραστάσεις των MTF σε περίπτωση σφαιρικής εκτροπής με  $d=5\text{mm}$ ,  $\text{RMS}=0.41\mu\text{m}$  (πίνακας 3.1),  $n=4$  και  $m=0$  (περίπτωση σφαιρικής εκτροπής) ενώ μεταβάλλεται το  $\lambda$  της δέσμης σε περιπτώσεις ορατής ακτινοβολίας.

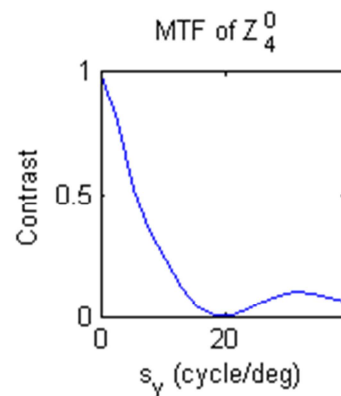
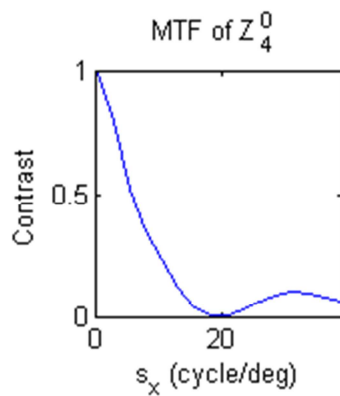
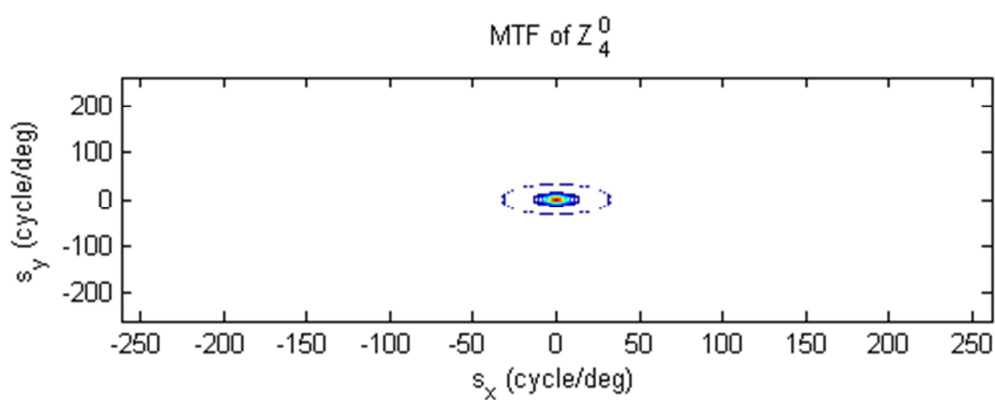
**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.11** Συνάρτηση MTF ενώ μεταβάλλεται το μήκος κύματος της δέσμης σε περίπτωση εκτροπών υψηλής τάξης

$\lambda(\text{nm})$	MTF
400	
	

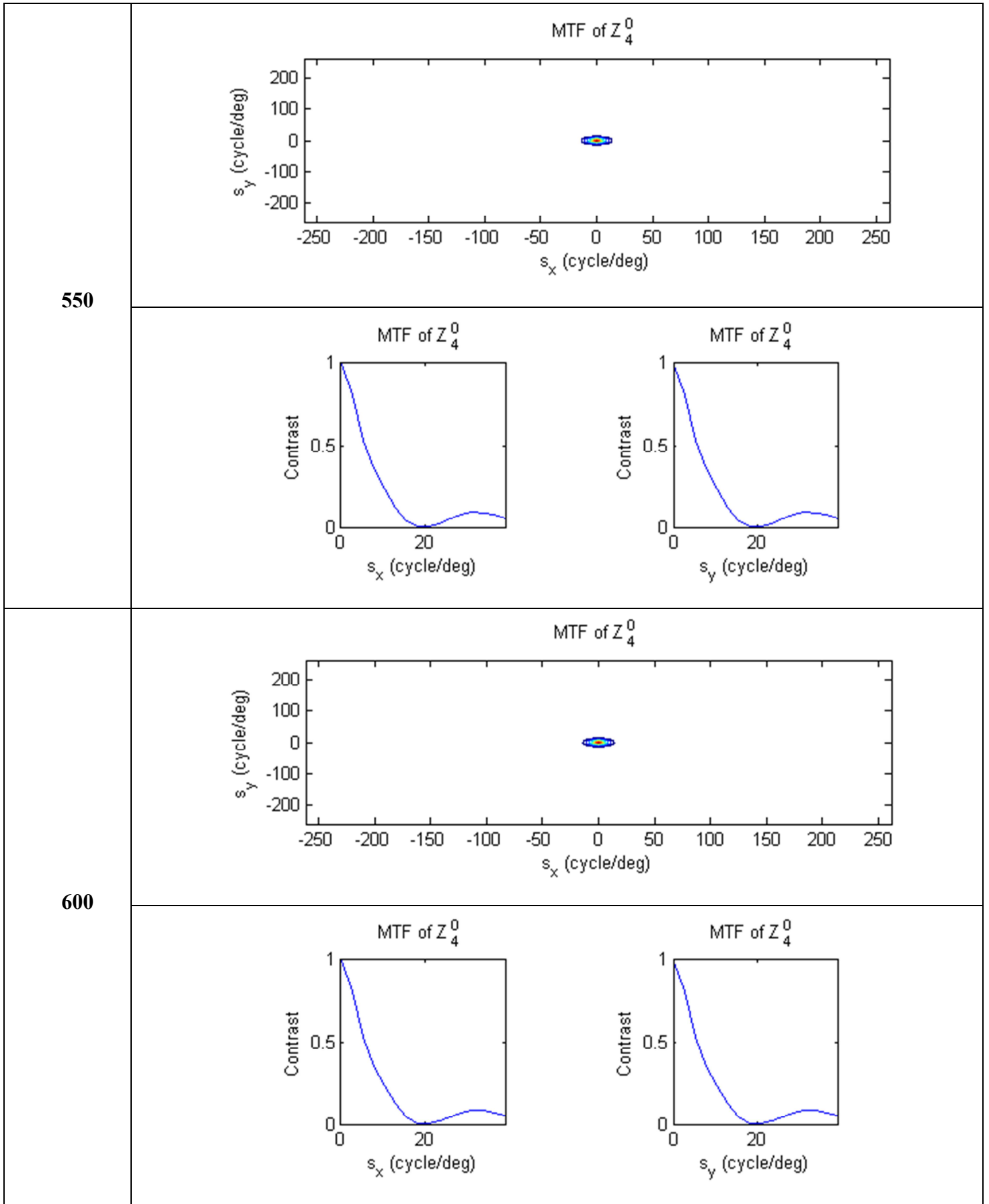
450

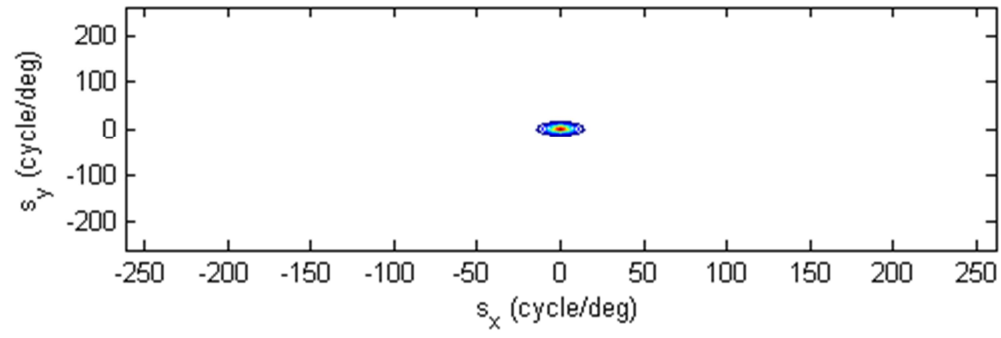
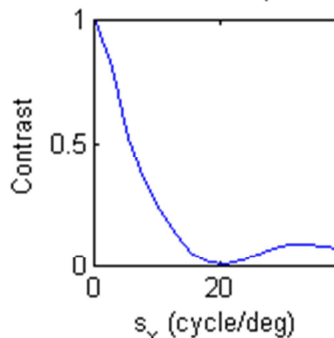
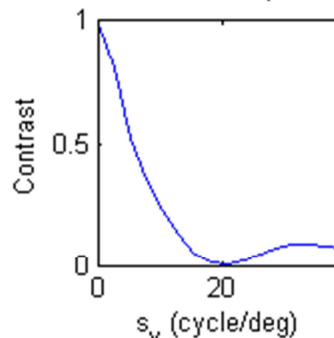
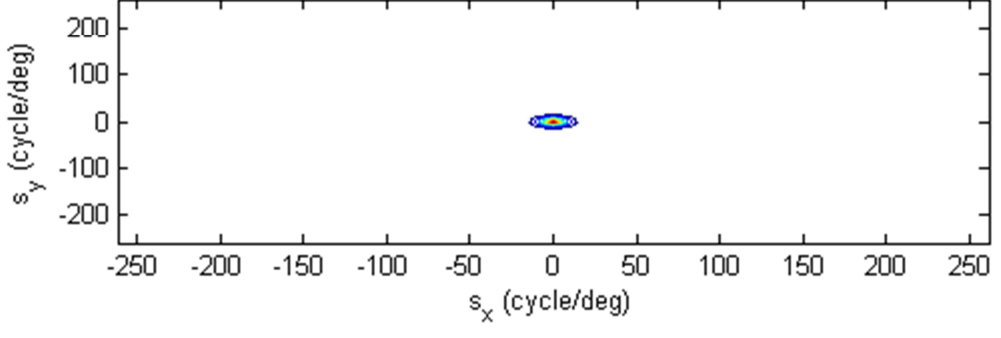
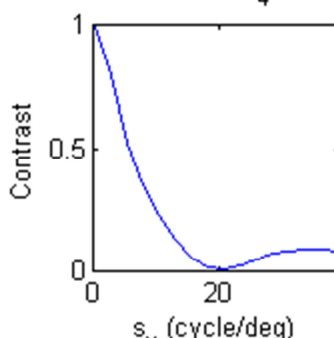
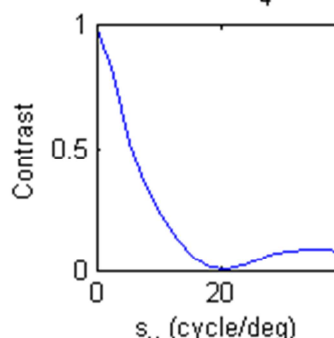


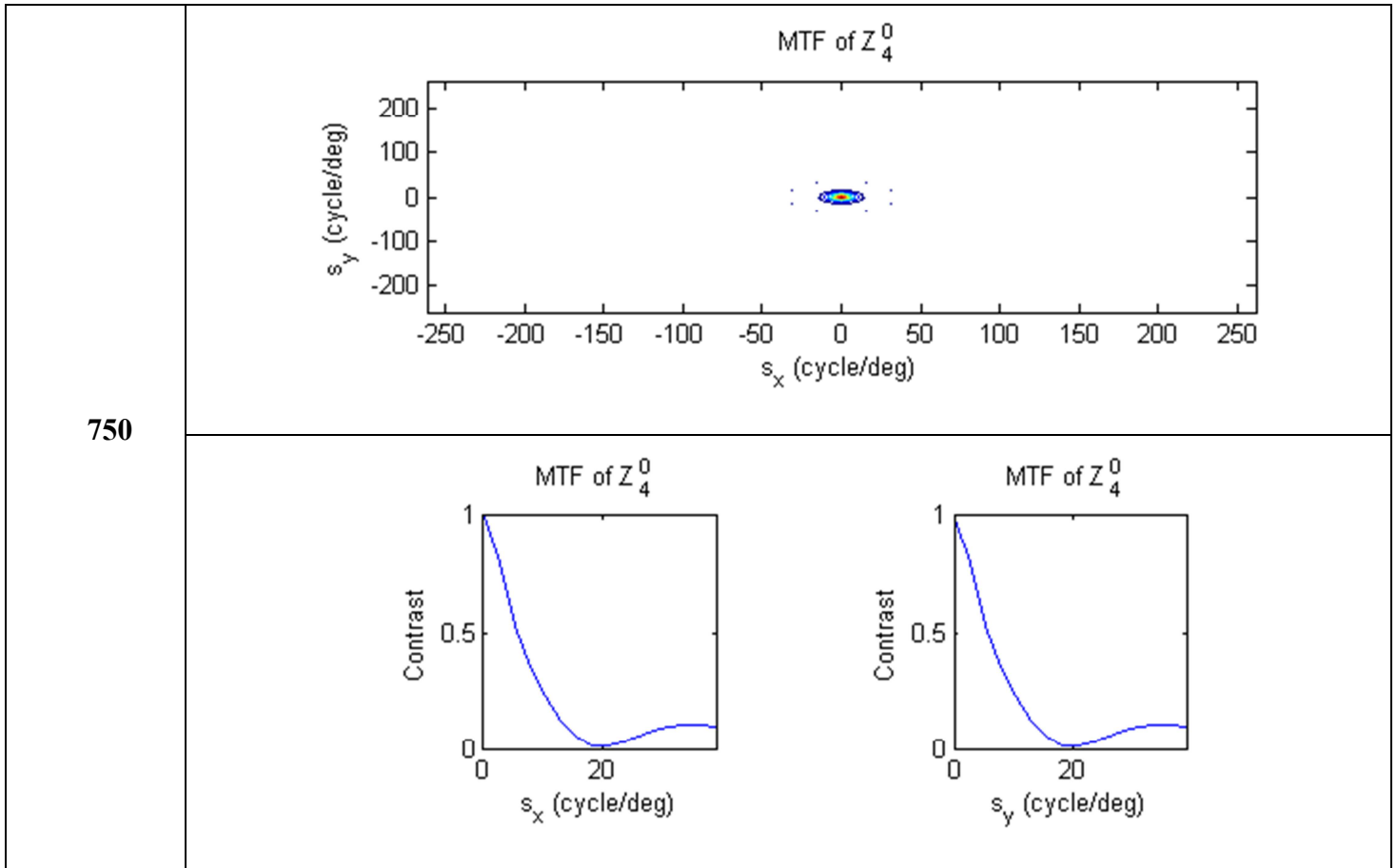
500







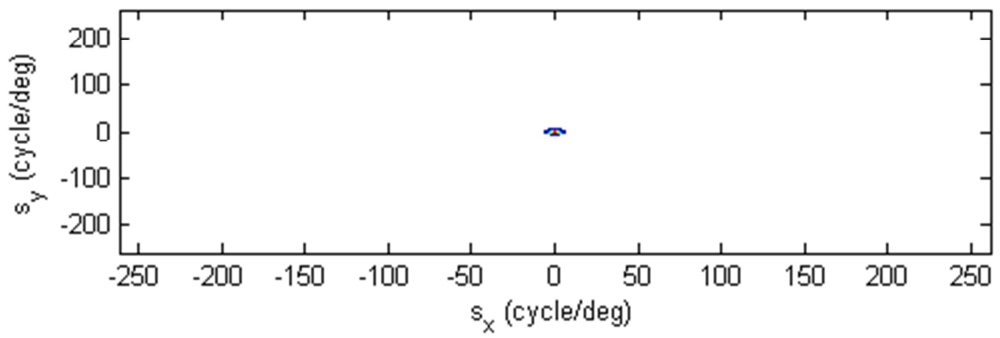
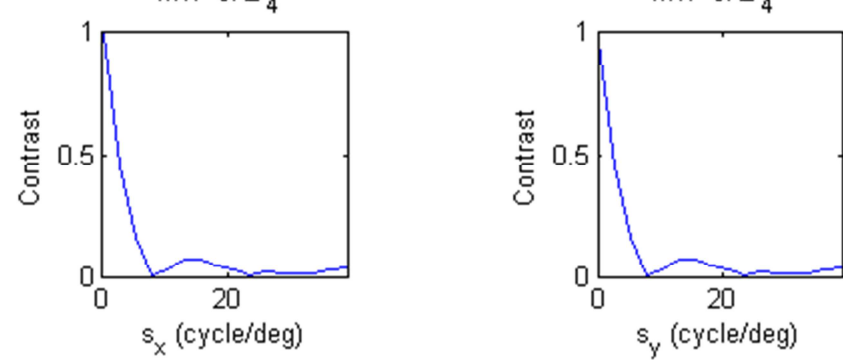
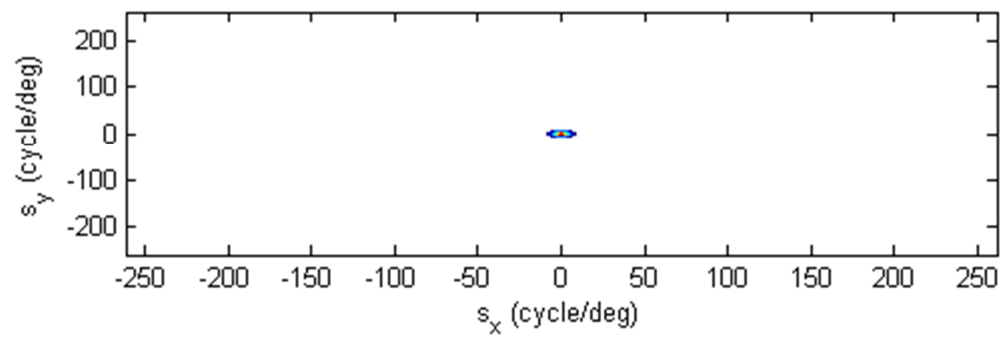
	<p style="text-align: center;">MTF of <math>Z_4^0</math></p> 
650	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> </div>
700	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> </div>

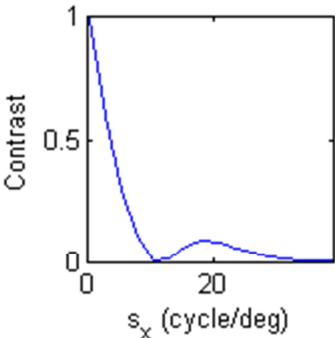
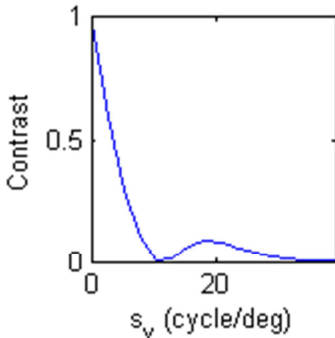
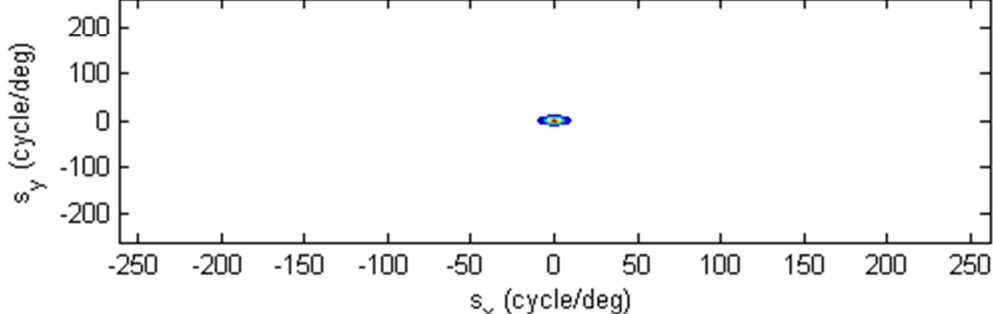
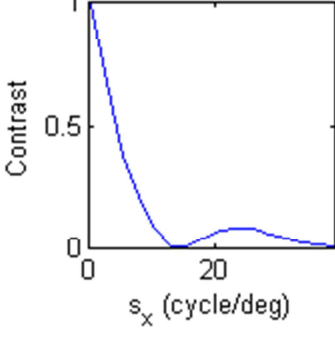
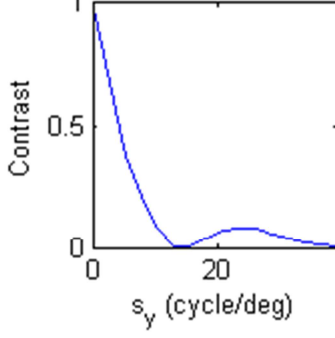
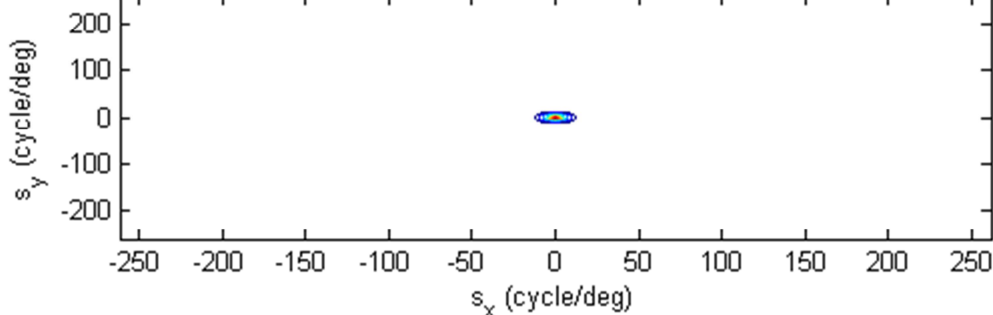


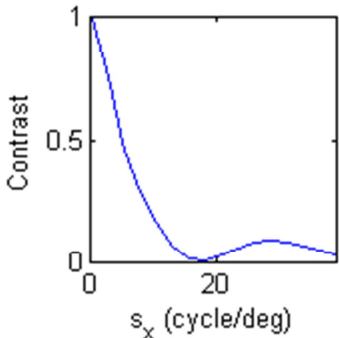
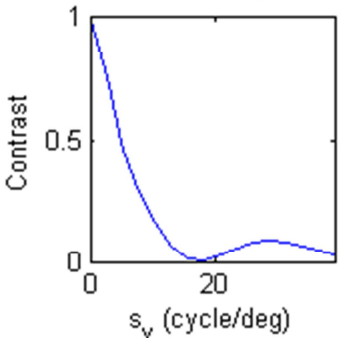
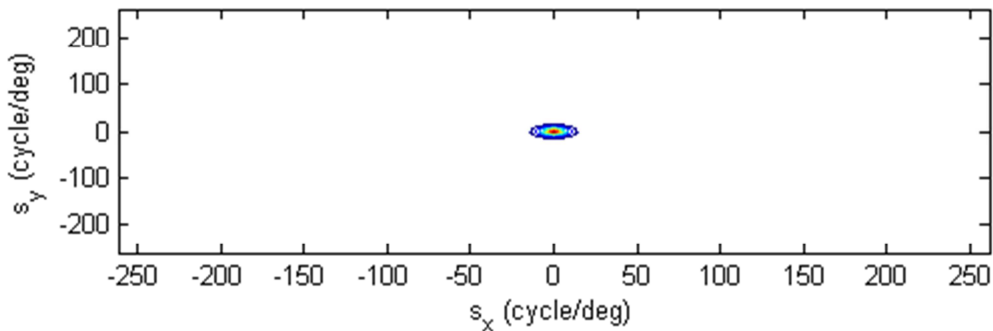
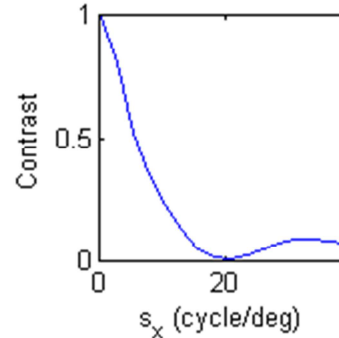
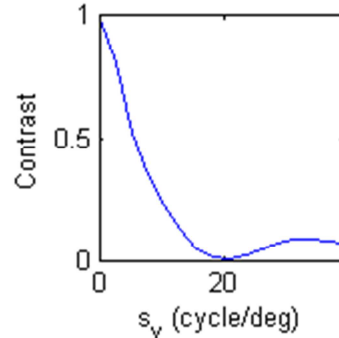
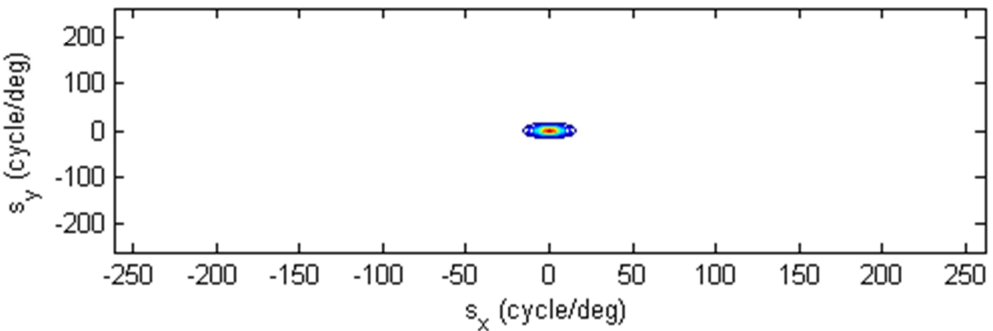
Μπορεί να παρατηρηθεί και σε αυτήν την περίπτωση, ότι καθώς αυξάνεται το μήκος κύματος της δέσμης αυξάνονται οι εκτροπές και ότι για μήκη κύματος στην περιοχή των 450 - 500 nm υπάρχουν οι χαμηλότερες εκτροπές.

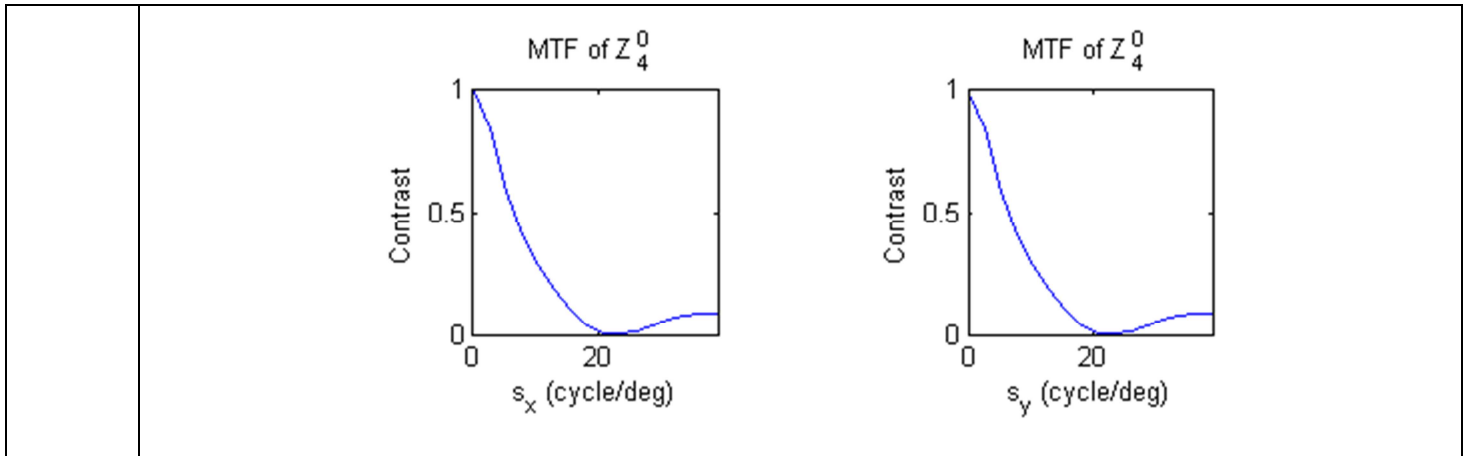
**Με μεταβαλλόμενη διάμετρο κόρης:** Στον πίνακα (3.12) βρίσκονται οι αναπαραστάσεις των MTF σε περίπτωση σφαιρικής εκτροπής με  $\lambda=650\text{nm}$ ,  $\text{RMS}=0.408\mu\text{m}$ (πίνακας 3.1),  $n=4$  και  $m=0$  ενώ μεταβάλλεται η διάμετρος της κόρης.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.12** Συνάρτηση MTF ενώ μεταβάλλεται η διάμετρος της κόρης σε περίπτωση εκτροπών χαμηλής τάξης

d(mm)	MTF
3	<p style="text-align: center;">MTF of <math>Z_4^0</math></p>  <p style="text-align: center;">MTF of <math>Z_4^0</math>      MTF of <math>Z_4^0</math></p> 
4	<p style="text-align: center;">MTF of <math>Z_4^0</math></p> 

	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  <p>Contrast</p> <p><math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  <p>Contrast</p> <p><math>s_y</math> (cycle/deg)</p> </div> </div>
<b>5</b>	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  <p><math>s_y</math> (cycle/deg)</p> <p><math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  <p>Contrast</p> <p><math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  <p>Contrast</p> <p><math>s_y</math> (cycle/deg)</p> </div> </div>
<b>6</b>	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  <p><math>s_y</math> (cycle/deg)</p> <p><math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div>

	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> </div>
7	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> </div>
8	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div>



Σε αυτήν την περίπτωση παρατηρείται ότι καθώς αυξάνεται η διάμετρος της κόρης μειώνονται οι εκτροπές.

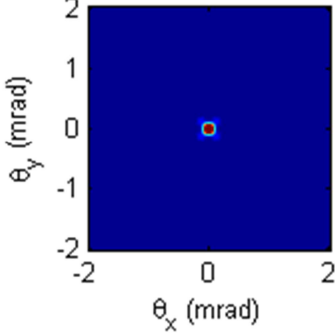
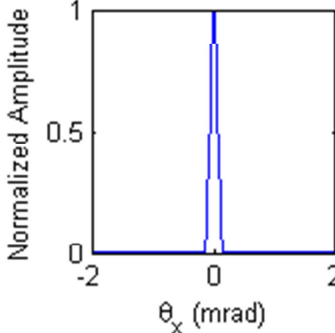
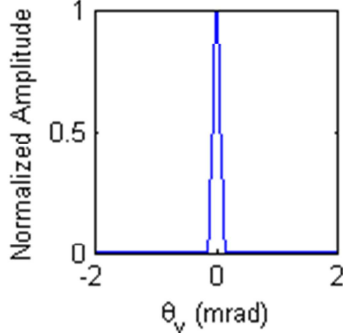
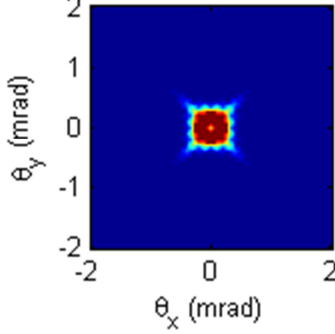
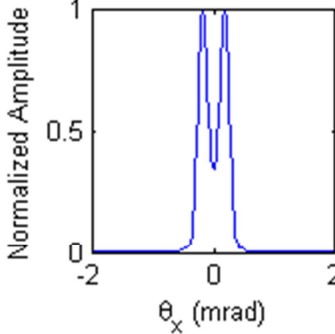
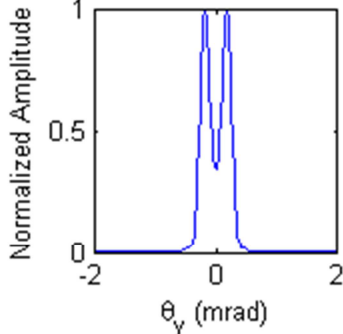
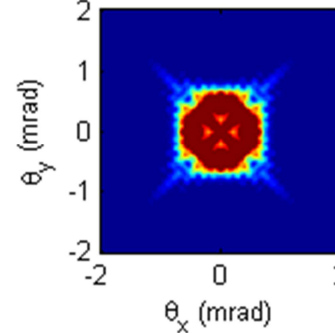
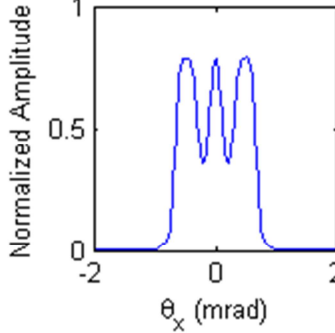
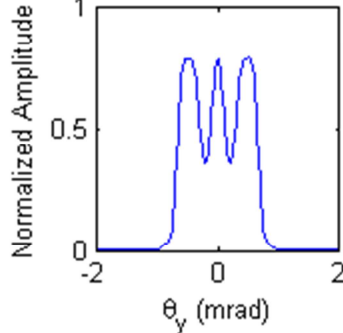
### 3.6.4.ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ PSF ΚΑΙ MTF ΑΠΟ ΤΟ RMS

Παρακάτω εμφανίζεται η εξάρτηση των συναρτήσεων MTF και PSF σε σχέση με το σφάλμα RMS.

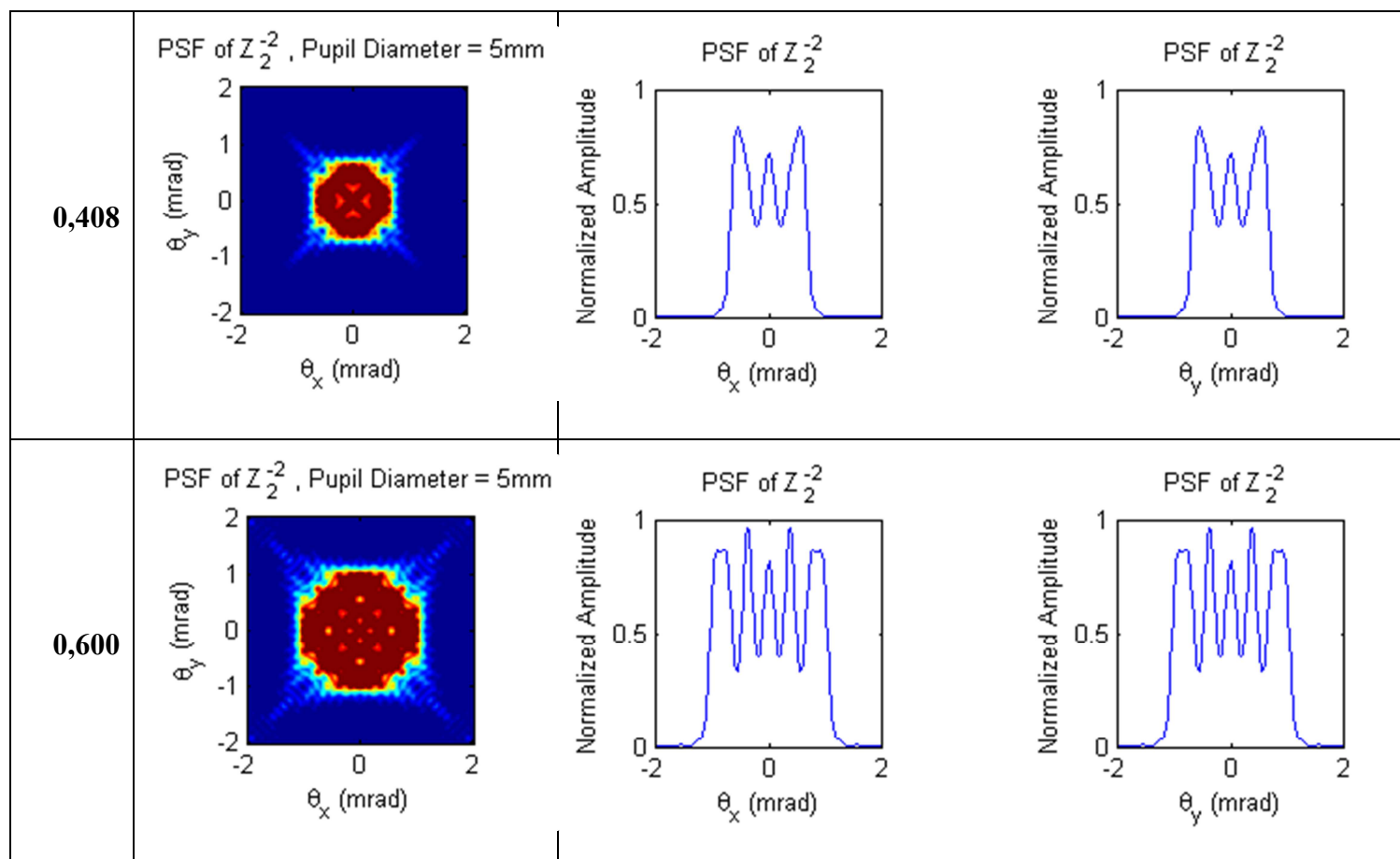
#### 3.6.4.1. PSF – RMS

Χρησιμοποιώντας τυχαίες τιμές για το RMS και παίρνοντας ως δεδομένο διάμετρος κόρης  $d=5 \text{ mm}$ ,  $\lambda=650\text{nm}$  στην περίπτωση του αστιγματισμού (πίνακας (3.13)) ( $n=2$ ,  $m=-2$ ) και της σφαιρικής εκτροπής (πίνακας (3.14)) ( $n=2$ ,  $m=-2$ ) παρατηρείται η σχέση μεταξύ της συνάρτησης PSF και του RMS.

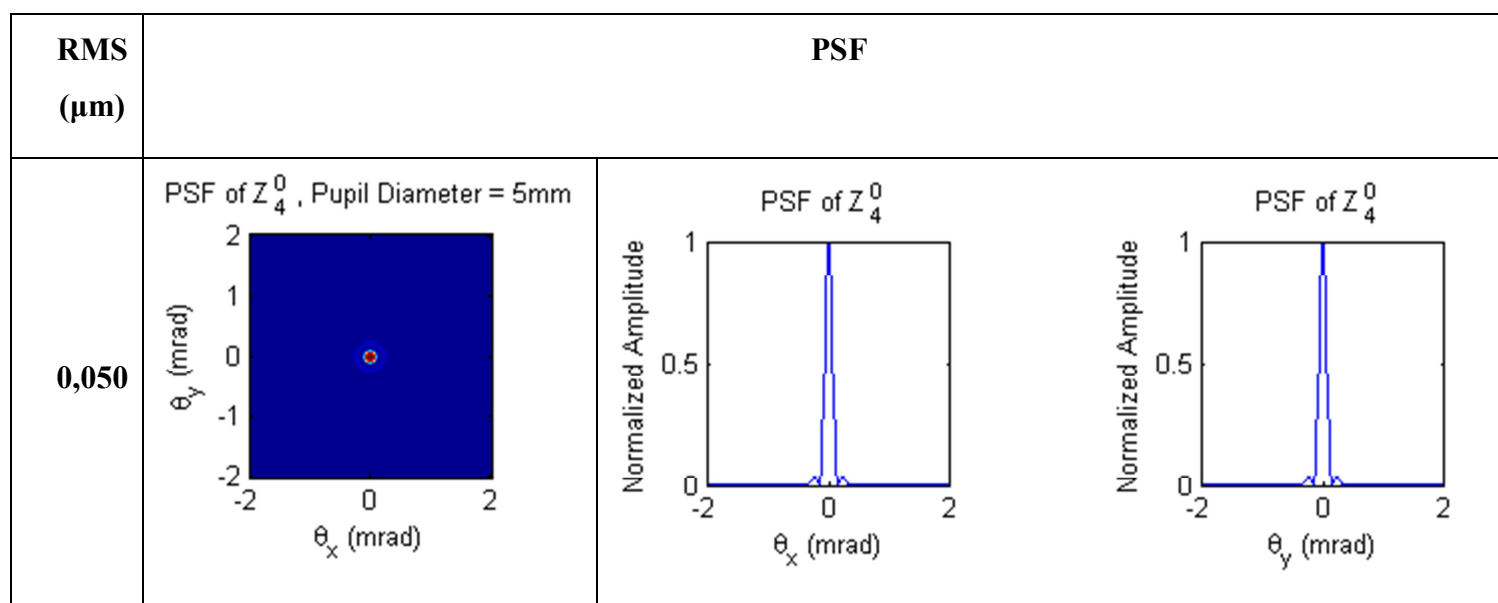
ΠΙΝΑΚΑΣ 3.13 Περίπτωση Αστigmatισμού

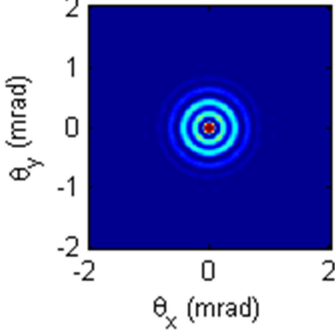
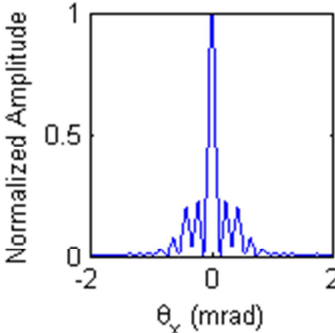
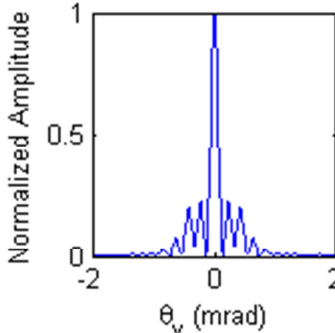
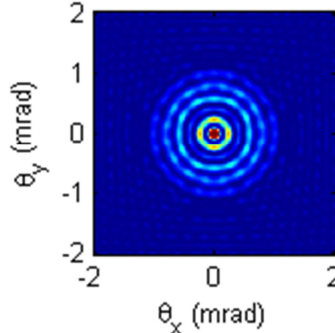
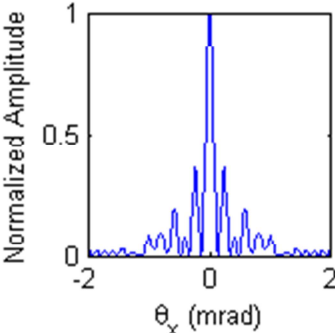
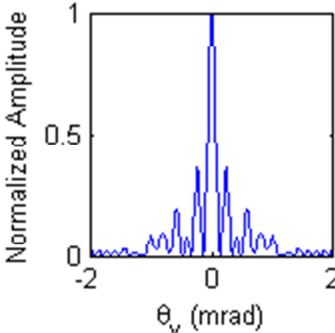
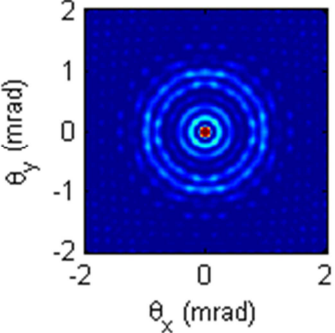
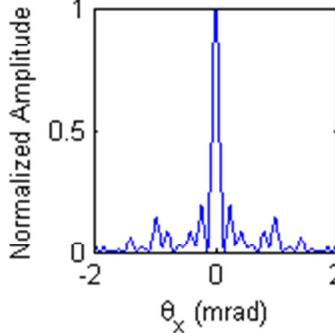
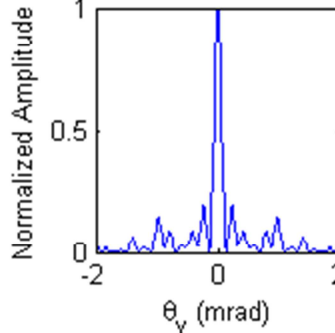
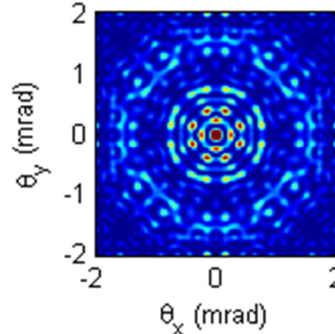
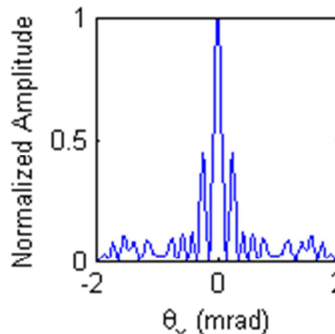
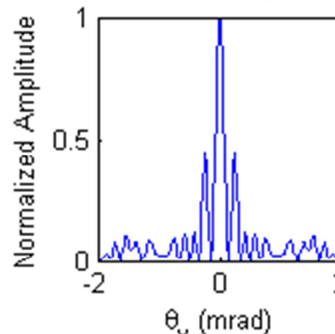
RMS ( $\mu\text{m}$ )	PSF		
0,050	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, Pupil Diameter = 5mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 
0,200	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, Pupil Diameter = 5mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 
0,400	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math>, Pupil Diameter = 5mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 





**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.14** Περίπτωση Σφαιρικής Εκτροπής



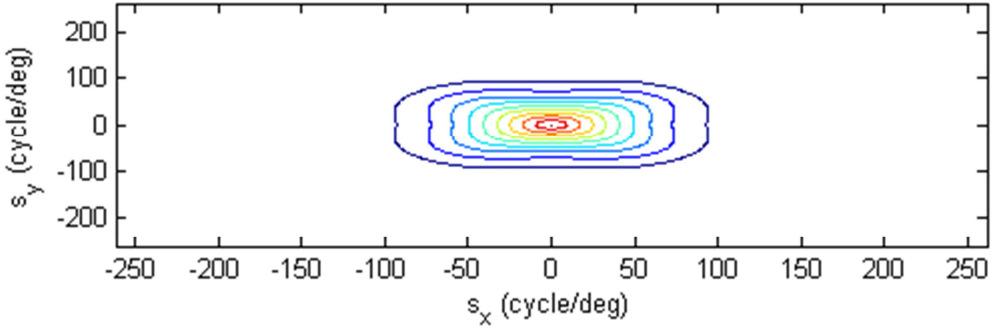
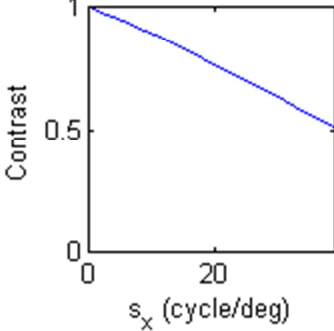
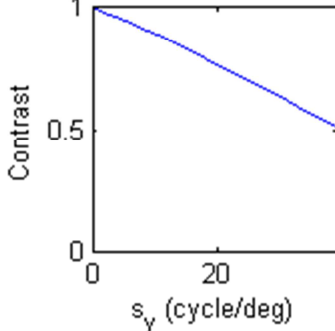
<p><b>0,200</b></p>	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, Pupil Diameter = 5mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 
<p><b>0,334</b></p>	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, Pupil Diameter = 5mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 
<p><b>0,400</b></p>	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, Pupil Diameter = 5mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 
<p><b>0,600</b></p>	<p>PSF of <math>Z_4^0</math>, Pupil Diameter = 5mm</p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 	<p>PSF of <math>Z_4^0</math></p> 

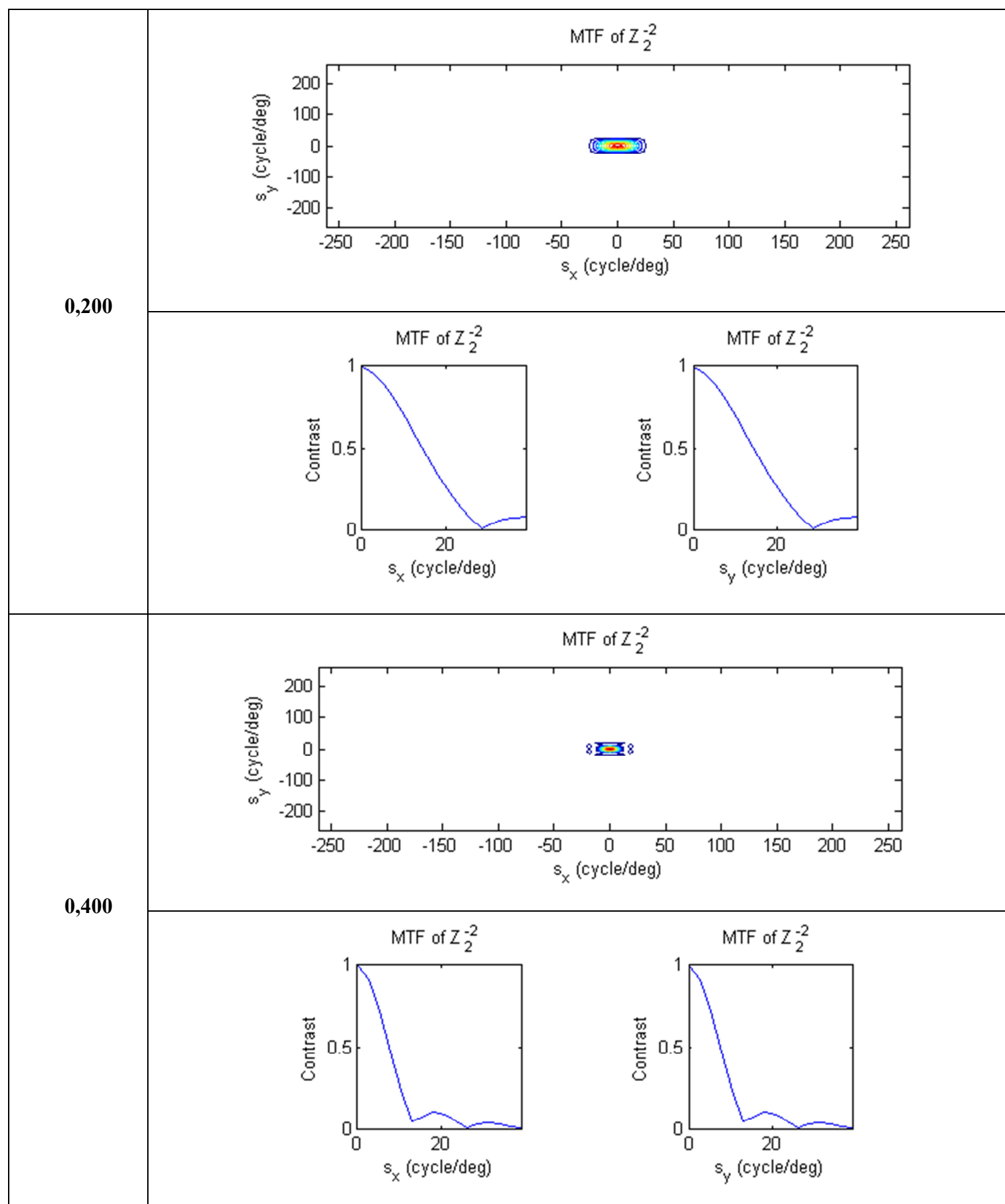
Από τους πίνακες (3.14 & 3.15) παρατηρείται ότι η συνάρτηση PSF μεταβάλλεται πολύ καθώς αυξάνεται το RMS.

### 3.6.4.2. MTF-RMS

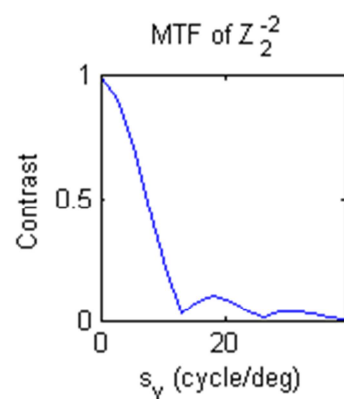
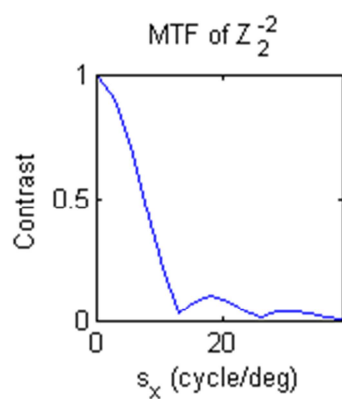
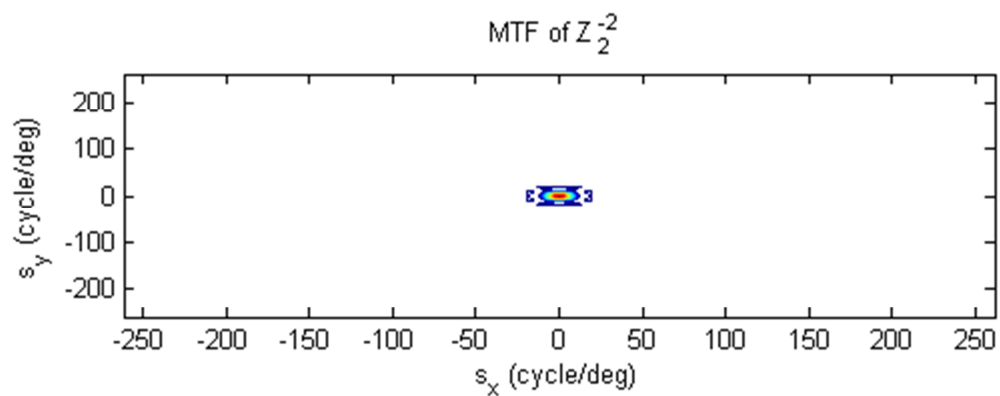
Χρησιμοποιώντας τυχαίες τιμές για το RMS και παίρνοντας ως δεδομένο διάμετρος κόρης  $d=5\text{ mm}$ ,  $\lambda=650\text{nm}$  στην περίπτωση του αστιγματισμού (πίνακας (3.15)) ( $n=2$ ,  $m=-2$ ) και της σφαιρικής εκτροπής (πίνακας (3.16)) ( $n=2$ ,  $m=-2$ ) παρατηρείται η σχέση μεταξύ της συνάρτησης MTF και του RMS.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.15** Περίπτωση Αστιγματισμού

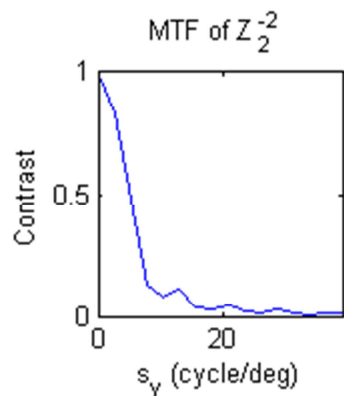
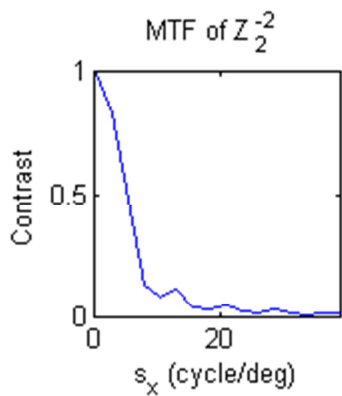
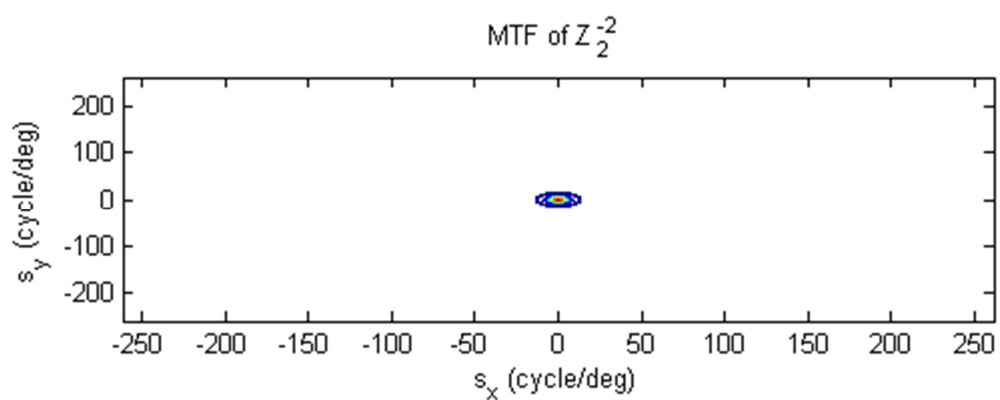
RMS ( $\mu\text{m}$ )	MTF
0,050	<p style="text-align: center;">MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p> 
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="491 1447 826 1832"> <p style="text-align: center;">MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> <div data-bbox="986 1447 1321 1832"> <p style="text-align: center;">MTF of <math>Z_2^{-2}</math></p>  </div> </div>



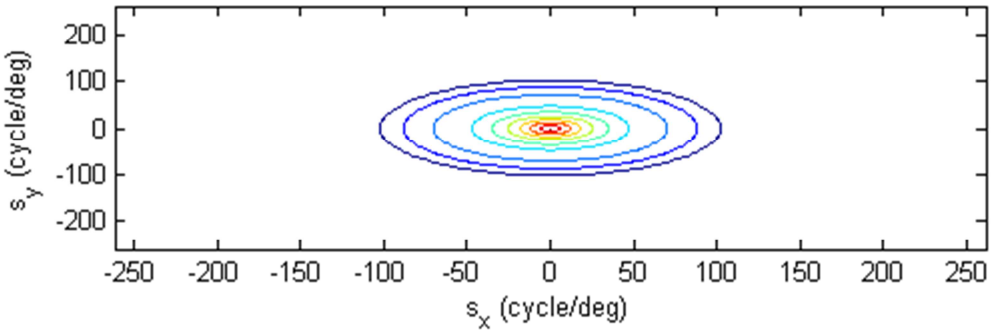
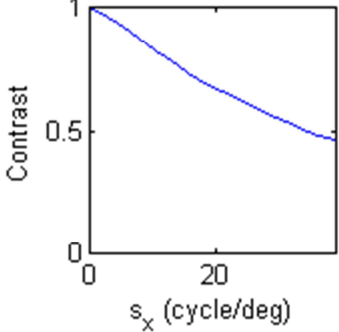
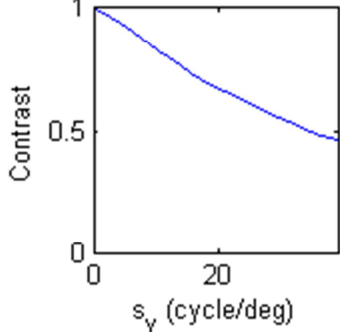
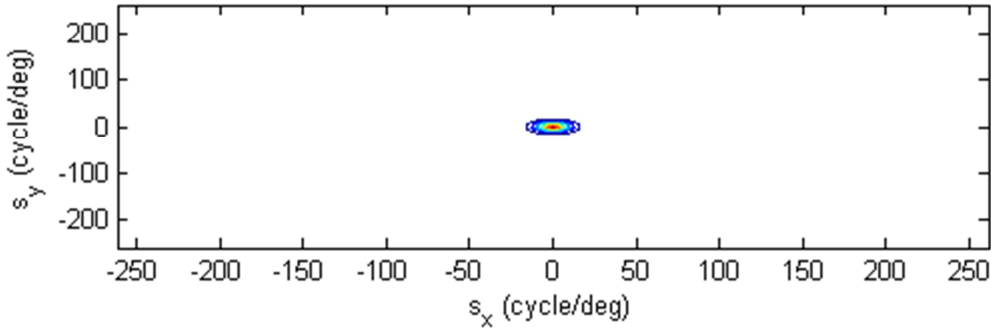
0,408

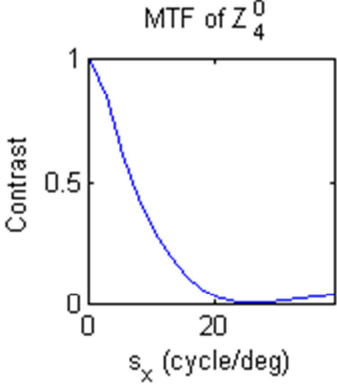
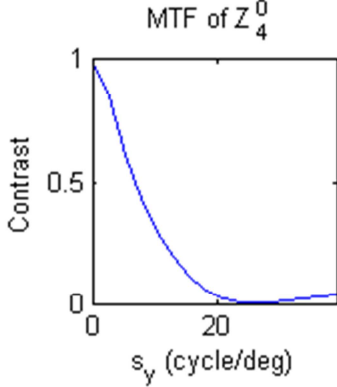
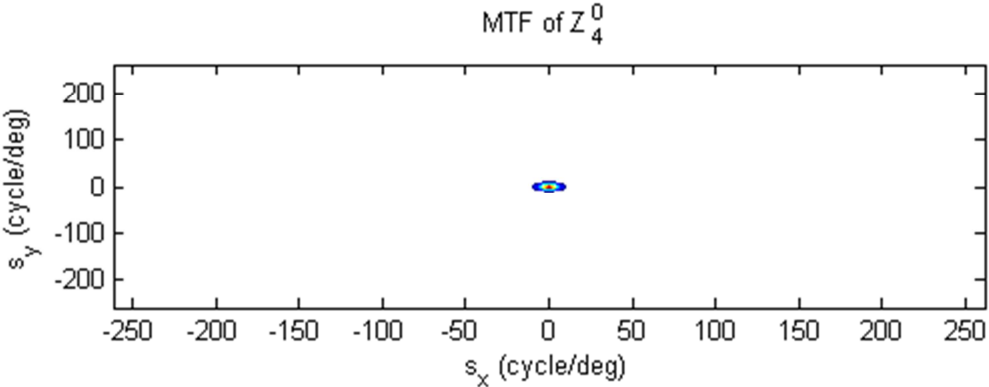
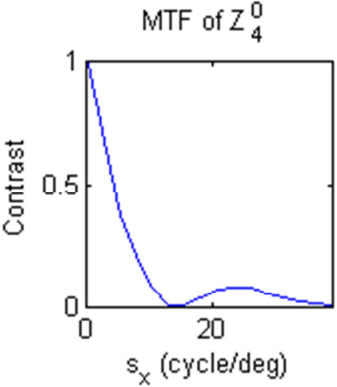
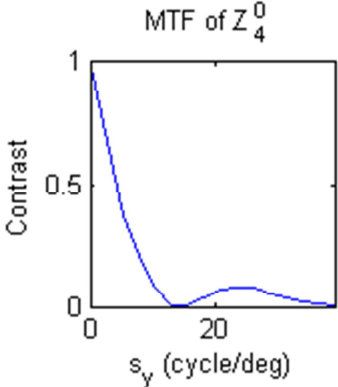
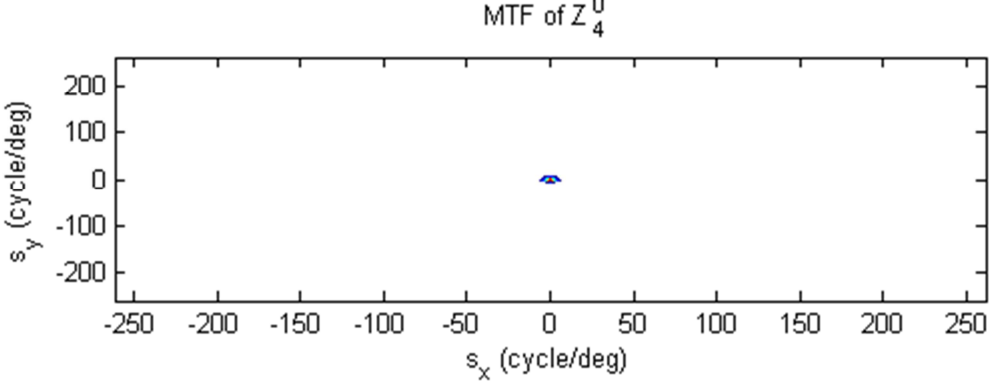


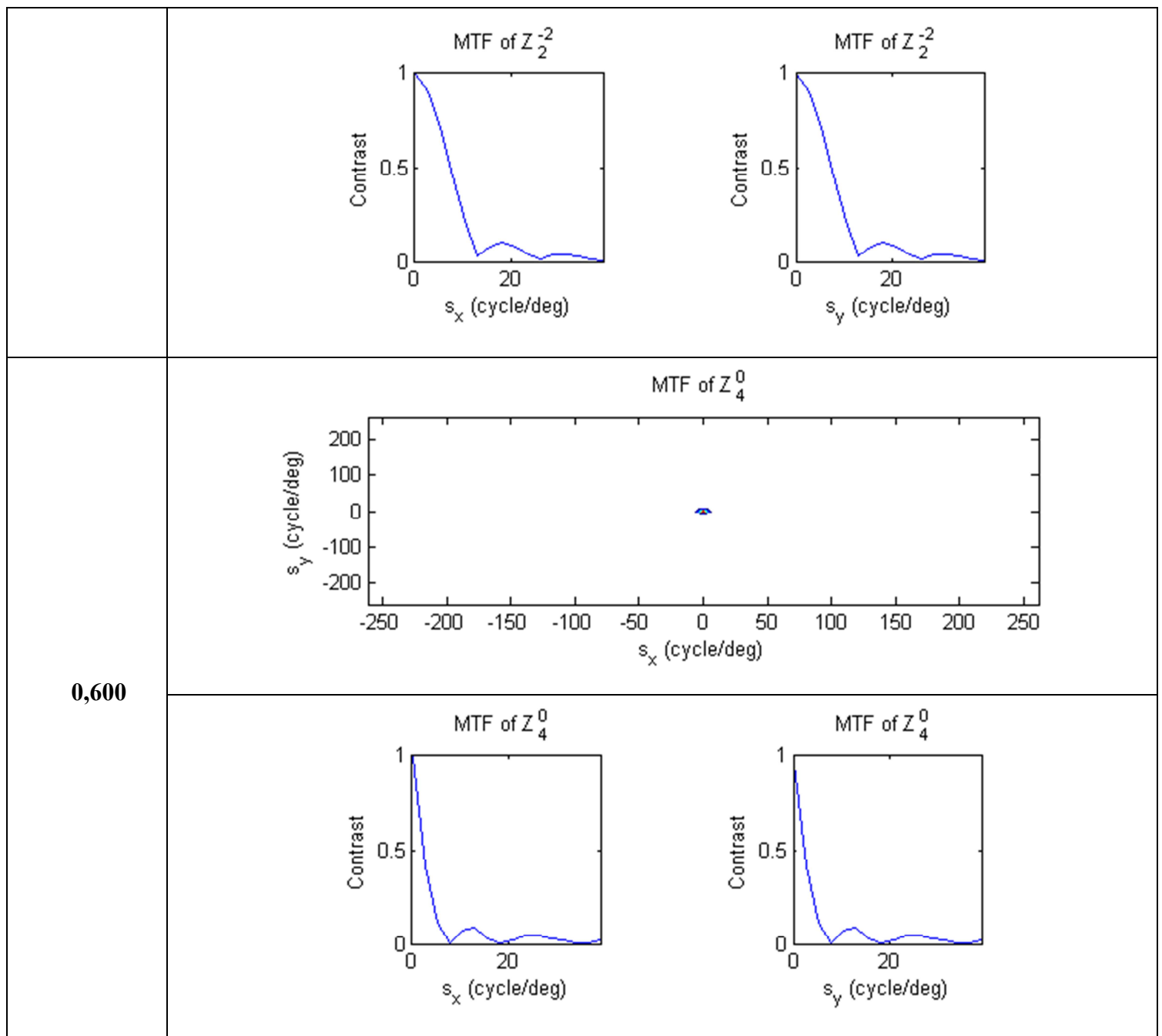
0,600



**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.16** Περίπτωση Σφαιρικής Εκτροπής

RMS ( $\mu\text{m}$ )	MTF
<b>0,050</b>	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div> </div>
<b>0,200</b>	<div style="text-align: center;"> <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p>  </div>

	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p> <p>Contrast vs <math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p> <p>Contrast vs <math>s_y</math> (cycle/deg)</p> </div> </div>
<b>0,334</b>	<div style="text-align: center;">  <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p> <p><math>s_y</math> (cycle/deg) vs <math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p> <p>Contrast vs <math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p> <p>Contrast vs <math>s_y</math> (cycle/deg)</p> </div> </div>
<b>0,400</b>	<div style="text-align: center;">  <p>MTF of <math>Z_4^0</math></p> <p><math>s_y</math> (cycle/deg) vs <math>s_x</math> (cycle/deg)</p> </div>



Από τους πίνακες (3.15 & 3.16) παρατηρείται ότι οι συναρτήσεις MTF έχουν μια αντιστρόφως ανάλογη σχέση με την τιμή του RMS αφού καθώς μεγαλώνει το σφάλμα μειώνεται η επιφάνεια της απεικόνισης.



### 3.7. ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Όπως παρατηρήθηκε σε αυτό το κεφάλαιο οι συναρτήσεις PSF και MTF με την βοήθεια του MATLAB και φυσικά των πολυωνύμων Zernike είναι ένας εύκολος τρόπος για τον προσδιορισμό των εκτροπών στον ανθρώπινο οφθαλμό.

Επίσης παρατηρήσαμε και αναλύσαμε την εξάρτηση και την αλλαγή των συναρτήσεων PSF και MTF ενώ μεταβάλλαμε τα δεδομένα. Απεικονίσαμε τις συγκεκριμένες συναρτήσεις μεταβάλλοντας τη διάμετρο της κόρης και το μήκος κύματος της δέσμης σε περιπτώσεις εκτροπών χαμηλής τάξης αλλά και υψηλής τάξης. Θεωρώντας ότι ο αστιγματισμός είναι η πιο συνηθισμένη εκτροπή χαμηλής τάξης και η σφαιρική εκτροπή η πιο συνηθισμένη εκτροπή υψηλής τάξης χρησιμοποιήσαμε αυτές τις εκτροπές σαν δεδομένα.

Από αποτελέσματα όπως φαίνονται στους πίνακες (3.4 με 3.15) παρατηρούμε ότι και οι συναρτήσεις PSF αλλά και οι MTF μεταβάλλονται καθώς αλλάζουμε τα δεδομένα, οπότε φανερά υπάρχει μια εξάρτηση των συναρτήσεων με το μήκος κύματος της μονοχρωματικής δέσμης αλλά και φυσικά με τη διάμετρο της κόρης. Επίσης, όπως φαίνεται υπάρχει διαφορετική συμπεριφορά στην περίπτωση μεταβολής των δεδομένων και την αύξηση των εκτροπών στη περίπτωση της συνάρτησης PSF από τη MTF όπως φαίνεται στους πίνακες (3.4 με 3.15).

Στο τέλος παρατηρούμε την συμπεριφορά των παραπάνω συναρτήσεων με την αύξηση των εκτροπών (αύξηση RMS) κρατώντας σταθερό το μήκος της διαμέτρου και το μήκος κύματος της δέσμης. Με αυτόν τον τρόπο είδαμε πως συμπεριφέρονται οι συγκεκριμένες συναρτήσεις στην περίπτωση μικρών και μεγαλύτερων εκτροπών.



## 4. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Την σημερινή εποχή υπάρχουν διαφορές μέθοδοι για την καταγραφή και κατά συνέπεια την μελέτη του μετώπου κύματος, και η πιο διαδεδομένη είναι η χαρτογράφηση του μετώπου κύματος. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται η προσέγγιση των εκτροπών που είτε οφείλονται σε εκτροπές του συστήματος είτε λόγω στην περίθλαση. Στην πραγματικότητα μελετούνται οι αποκλίσεις από το ιδανικό επίπεδο και γίνεται τοπογραφία του κερατοειδούς.

### 4.1. ΜΕΤΩΠΟ ΚΥΜΑΤΟΣ

#### 4.1.1. Η ΦΥΣΙΚΗ ΕΡΜΗΝΙΑ ΤΟΥ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Το μέτωπο κύματος μιας δέσμης φωτός είναι η επιφάνεια που δείχνει την κατανομή όλων των σημείων της δέσμης που βρίσκονται στην ίδια φάση μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Το επίπεδο που ορίζεται το μέτωπο κύματος είναι κάθετο στο επίπεδο της δέσμης. Για  $t=0$  s ισχύει :

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{σταθερό} \quad (4.1)$$

Όπου  $\vec{r}$  είναι η συνολική μετατόπιση και  $\vec{k}$  το κυματόνισμα. Η σχέση (4.1) είναι η σχέση που ορίζει το μέτωπο κύματος και την επιφάνεια του. Επίσης, το  $\vec{k}$  ( ρυθμός διάδοσης φάσης) είναι ορθογώνιο σε κάθε σημείο του μετώπου και γενικά στα μέτωπα κύματος.

Από τον νόμο του Gauss για τον ηλεκτρισμό (4.2) και τον μαγνητισμό (4.3) :

$$\nabla \cdot \vec{D} = -i\vec{k} \cdot \vec{D} = 0 \quad (4.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = \mu \nabla \cdot \vec{H} = -i\mu(\vec{k} \cdot \vec{H}) = 0 \quad (4.3)$$

Που όπως φαίνεται ότι το κυματόνισμα είναι ταυτόχρονα ορθογώνιο στα διανύσματα  $\vec{D}$  και  $\vec{H}$ . Όπου  $\vec{D}$  είναι το μετατοπιζόμενο ηλεκτρικό πεδίο και  $\vec{H}$  το μαγνητικό πεδίο. Ισχύει ότι ένα απόλυτα επίπεδο μέτωπο κύματος έχει παράλληλα κυματόνισμα, ενώ ένα

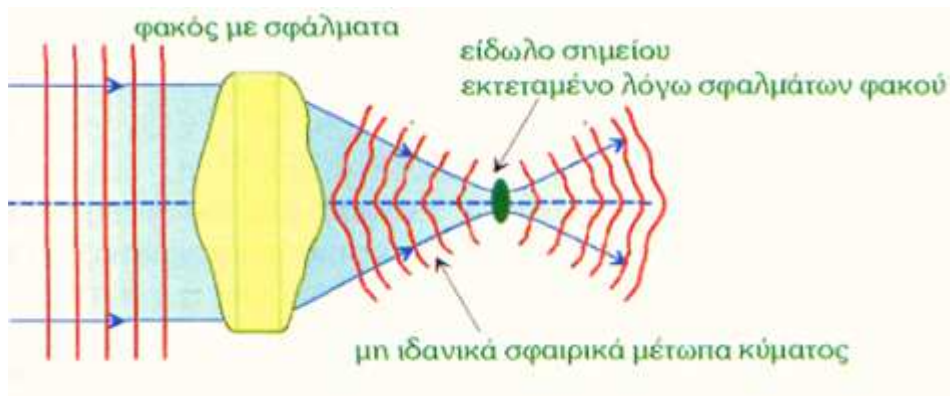
ιδανικά σφαιρικό μέτωπο κύματος αποτελείται από κυματανύσματα που προέρχονται από το ίδιο σημείο.

Το διάνυσμα Poynting ισούται με:  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$  (4.4)

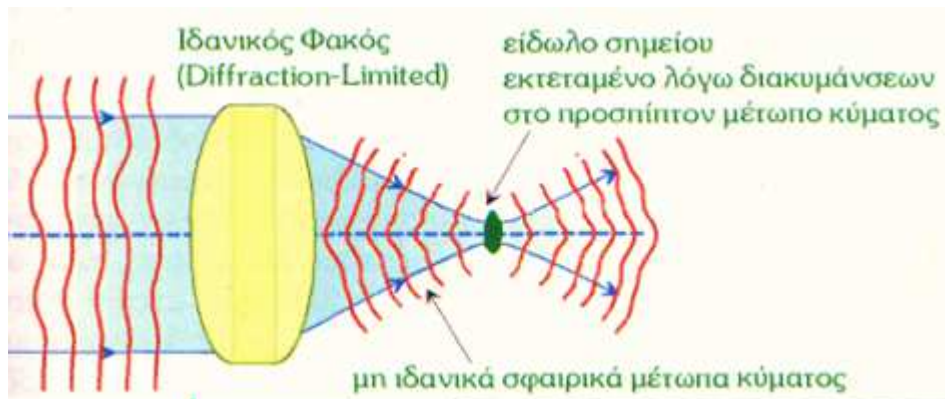
Άρα και αντίστοιχα, αφού το διάνυσμα Poynting είναι κάθετο στο ηλεκτρικό και στο μαγνητικό πεδίο (4.4) άρα είναι και παράλληλο στο κυματόνυσμα. Αυτό ισχύει για τα ισότροπα υλικά, ενώ μέσα στα ανισότροπα θα υπάρχει διαφορά φάσης λόγω της διαφορετικής ταχύτητας φάσης.

#### 4.1.2. Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ

Η ανάλυση του μετώπου κύματος είναι ο πιο αξιόπιστος τρόπος για την μελέτη των οπτικών εκτροπών. Η μελέτη των εκτροπών γίνεται με δύο τρόπους. Ο πρώτος τρόπος είναι η κάθε απόκλιση από την ελάχιστη κατανομή του Airy και οφείλεται σε εκτροπές του συστήματος, και ο άλλος τρόπος είναι στην περίπτωση που ο φακός περιορίζεται μόνο από περίθλαση και όλα τα σφάλματα οφείλονται στην απόκλιση του μετώπου από το ιδανικό μέτωπο.



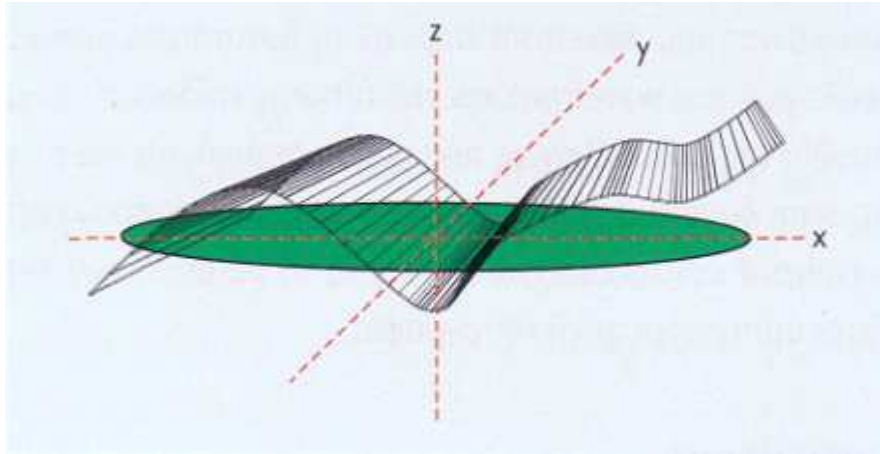
4.1.α. Σχηματική αναπαράσταση μη ιδανικών σφαιρικών μετώπων κύματος. Περίπτωση επιπέδου μετώπου κύματος (προσπίπτει σε φακό με σφάλματα). [2]



4.1.β. Σχηματική αναπαράσταση μη ιδανικών σφαιρικών μετώπων κύματος. Περίπτωση μη ιδανικά επίπεδο μέτωπο κύματος (προσπίπτει σε ιδανικό φακό).

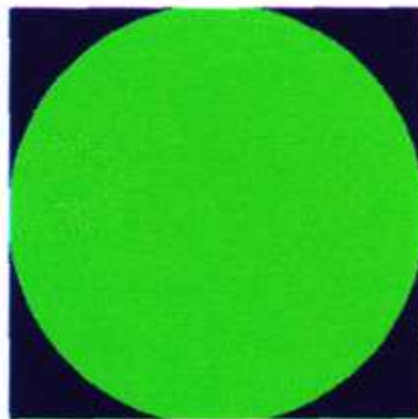
## 4.2. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΤΩΠΩΝ ΚΥΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΕΚΤΡΟΠΟΜΕΤΡΑ ΜΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΩΝ ΜΕΤΩΠΩΝ ΚΥΜΑΤΟΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΑΤLAB

Για την περιγραφή των μετώπων κύματος, μετά από μια εξέταση, υπάρχουν κάποια χαρακτηριστικά που η γνώση τους είναι απαραίτητη για την ανίχνευση των εκτροπών. Η αμπερομετρική τοπογραφία, ο προσδιορισμός των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού, αφορά την απεικόνιση των εκτροπών του οφθαλμού συναρτήσει της διαμέτρου της κόρης. Στη μέθοδο αυτή γίνεται ουσιαστικά ο υπολογισμός των υψομετρικών διαφορών της μετρούμενης επιφάνειας του μετώπου κύματος από την επιφάνεια του ιδανικού μετώπου κύματος. Οι υψομετρικές διαφορές βρίσκονται στον άξονα των  $z$ , ενώ στους άξονες των  $x, y$  ορίζονται τα όρια της κόρης.



4.2 Θεωρητική αναπαράσταση μετώπου κύματος αναφοράς και εκτροπών στον χώρο.[1]

Η επιφάνεια του ιδανικού μετώπου κύματος είναι επίπεδη. Οι υψομετρικές διαφορές στο μέτωπο κύματος μετρούνται σε  $\mu\text{m}$ . Υπάρχουν θετικές υψομετρικές διαφορές όπου οι μετρούμενες τιμές βρίσκονται πιο ψηλά από το αντίστοιχο ιδανικό μέτωπο κύματος και αναπαρίστανται με θερμά χρώματα, ενώ οι αντίστοιχες αρνητικές υψομετρικές διαφορές, οι οποίες βρίσκονται σε χαμηλότερο σημείο από εκείνο του αντίστοιχου ιδανικού μετώπου κύματος, αναπαρίστανται με ψυχρά χρώματα. Αν δεν υπάρχουν εκτροπές ο αμπερομετρικός χάρτης απεικονίζεται συνήθως σε πράσινο χρώμα και είναι επίπεδος .



4.3. Μέτωπο κύματος χωρίς εκτροπές.

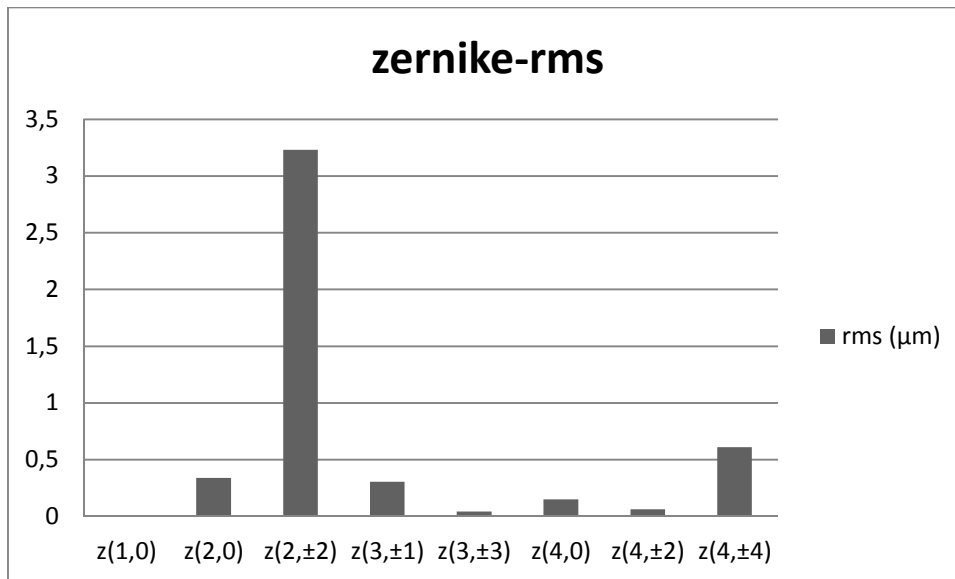
## 4.2.1. ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Με κατάλληλη μέθοδο στο MATLAB και χρησιμοποιώντας και τροποποιώντας τα προγράμματα του Maeda P., όπως υπάρχουν στην εργασία *Zernike Polynomials and Their Use in Describing the Wavefront Aberrations of the Human Eye*,(2003)[3] και ενώ εισαγάγαμε τα κλινικά δεδομένα του ασθενή που υπήρχαν στις οφθαλμολογικές εξετάσεις που υποβλήθηκε, έγιναν οι παρακάτω αναπαραστάσεις του μετώπου κύματος, των MTF και των PSF του οφθαλμού του (δεξιού και αριστερού).

**Δεξιός Οφθαλμός:** Με βάση τα παρακάτω δεδομένα για το RMS (πίνακας 4.1 και Σχήμα 4.1) και χρησιμοποιώντας  $\lambda=750$  nm, λόγω ότι στα περισσότερα αμπερόμετρα χρησιμοποιούνται λέιζερ που εκπέμπουν στο υπέρυθρο, απεικονίστηκε το μέτωπο κύματος με κανονικοποιημένη μορφή ως προς την κόρη (Σχήμα 4.2). Το μέτωπο κύματος αναπαριστά τις εκτροπές μέχρι τέταρτης τάξης, όπου είναι οι πιο συνήθεις εκτροπές στον ανθρώπινο οφθαλμό. Στην εικόνα 4.4. είναι τοποθετημένα το σύνολο των εκτροπών όπως καταγράφηκαν στον Corneal Wavefront Analyzer (Topography) 4.2 της εταιρίας Schwind. Στην εικόνα 4.5 φαίνεται η τοπογραφία του κερατοειδή όπως έγινε με το μηχάνημα Orbscan.

OD at 6 mm				
Zernike	Micron	Diopter	Axis°	Aberration description
$z(2, 0)$	0.34	-0.26		--- Defocus
$z(2, \pm 2)$	3.232	-3.52		13. Astigmatism
$z(3, \pm 1)$	0.304	0.23		76. Coma
$z(3, \pm 3)$	0.044	0.03		12. Trefoil
$z(4, 0)$	0.15	0.12		--- Spherical aberration
$z(4, \pm 2)$	0.063	0.05		74. Secondary astigmatism
$z(4, \pm 4)$	0.061	0.05		82. Quatrefoil
$z(5, \pm 1)$	0.046	0.04		66. Secondary Coma
$z(5, \pm 3)$	0.013	0.01		77. Secondary trefoil
$z(5, \pm 5)$	0.016	0.01		18. Pentafoil
$z(6, 0)$	-0.014	0.01		--- Secondary Spherical
$z(6, \pm 2)$	0.01	0.01		11. 6th order astigmatism
$z(6, \pm 4)$	0.026	0.02		0. 6th order quatrefoil
$z(6, \pm 6)$	0.009	0.01		26. Hexafoil

4.4. Κλινικά αποτελέσματα για τον δεξί οφθαλμό.



*Σχήμα 4.1 Αναπαράσταση των RMS συναρτήσεων των πολωνύμων Zernike.*

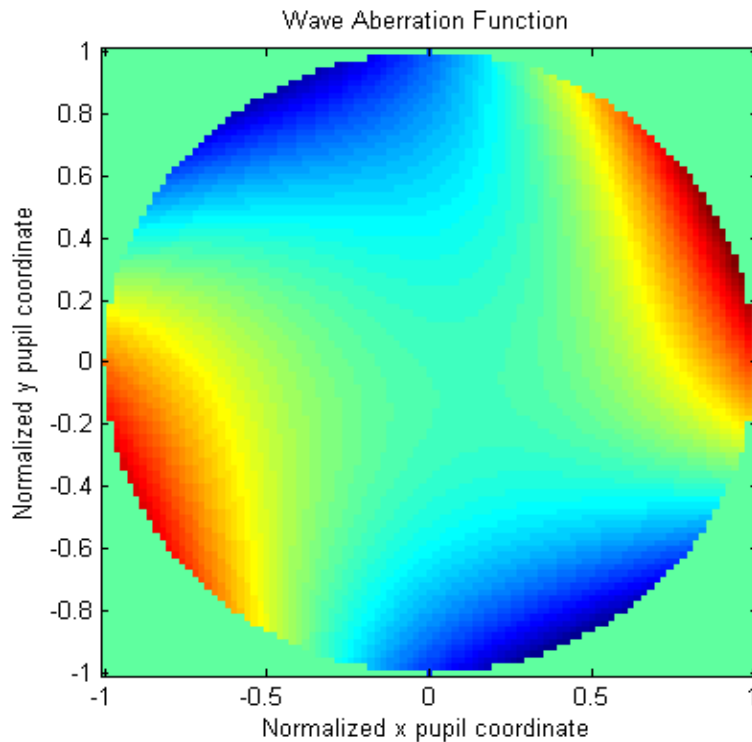
Παρατηρούμε, από τον παραπάνω πίνακα, ότι ο ασθενής πάσχει κυρίως από αστιγματισμό στο δεξί του οφθαλμό αφού είναι αυξημένες οι τιμές του RMS για  $n=2$  και  $m=\pm 2$  (συντελεστές Zernike στην περίπτωση του αστιγματισμού)

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1** Καταγραφή των κλινικών τιμών των εκτροπών του δεξιού οφθαλμού του ασθενή

Zernike	RMS (μm)
z(1,0)	0
z(2,0)	0,34
z(2,±2)	3,232
z(3,±1)	0,304
z(3,±3)	0,044
z(4,0)	0,15
z(4,±2)	0,063

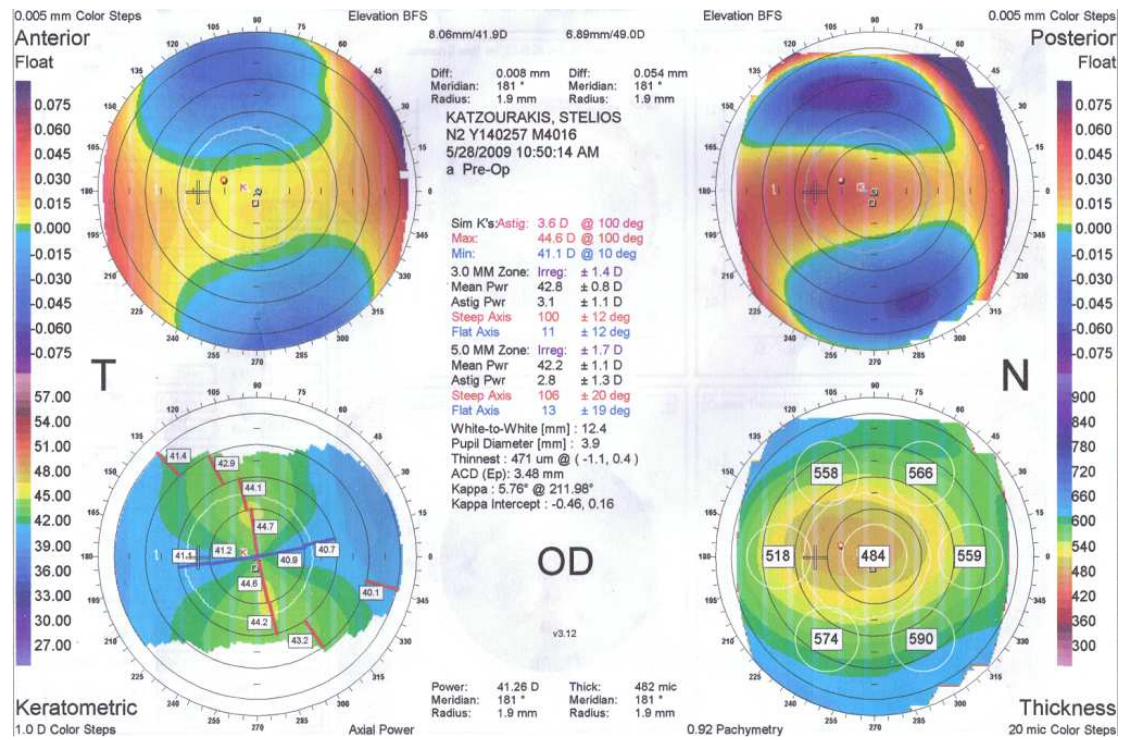


$z(4,\pm 4)$	0,61
--------------	------



*Σχήμα 4.2 Μέτωπο κύματος δεξιού οφθαλμού.*

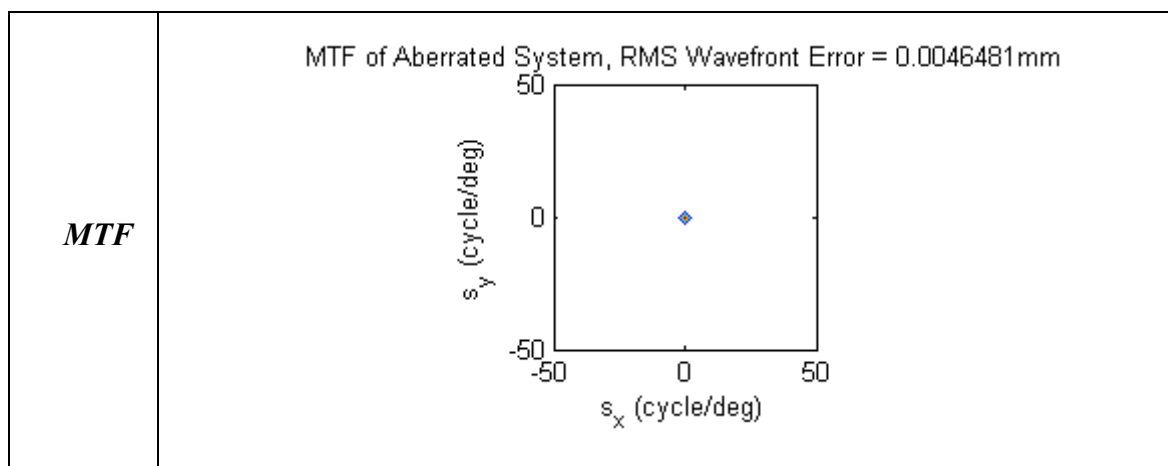
Παρατηρούμε ότι τα κλινικά αποτελέσματα ταιριάζουν με τα θεωρητικά αφού στο σχήμα 4.2 είναι πολύ εμφανές το γεγονός ότι ο ασθενής πάσχει από αστιγματισμό όπως φαίνεται και στα κλινικά δεδομένα του ασθενή (πίνακας 4.1 και Σχήμα 4.1). Παρόλα αυτά όμως λόγω του ότι για τη θεωρητική μας προσέγγιση χρησιμοποιήσαμε κανονικοποιημένο μοντέλο για την κόρη και χρησιμοποιήσαμε εκτροπές μέχρι και 4<sup>ης</sup> τάξης των πολυωνύμων Zernike τα αποτελέσματά μας δεν ταυτίζονται πλήρως με τα θεωρητικά. Γι' αυτό και το σχήμα 4.2 δεν είναι έχει πολλές ομοιότητες με την εικόνα 4.5.

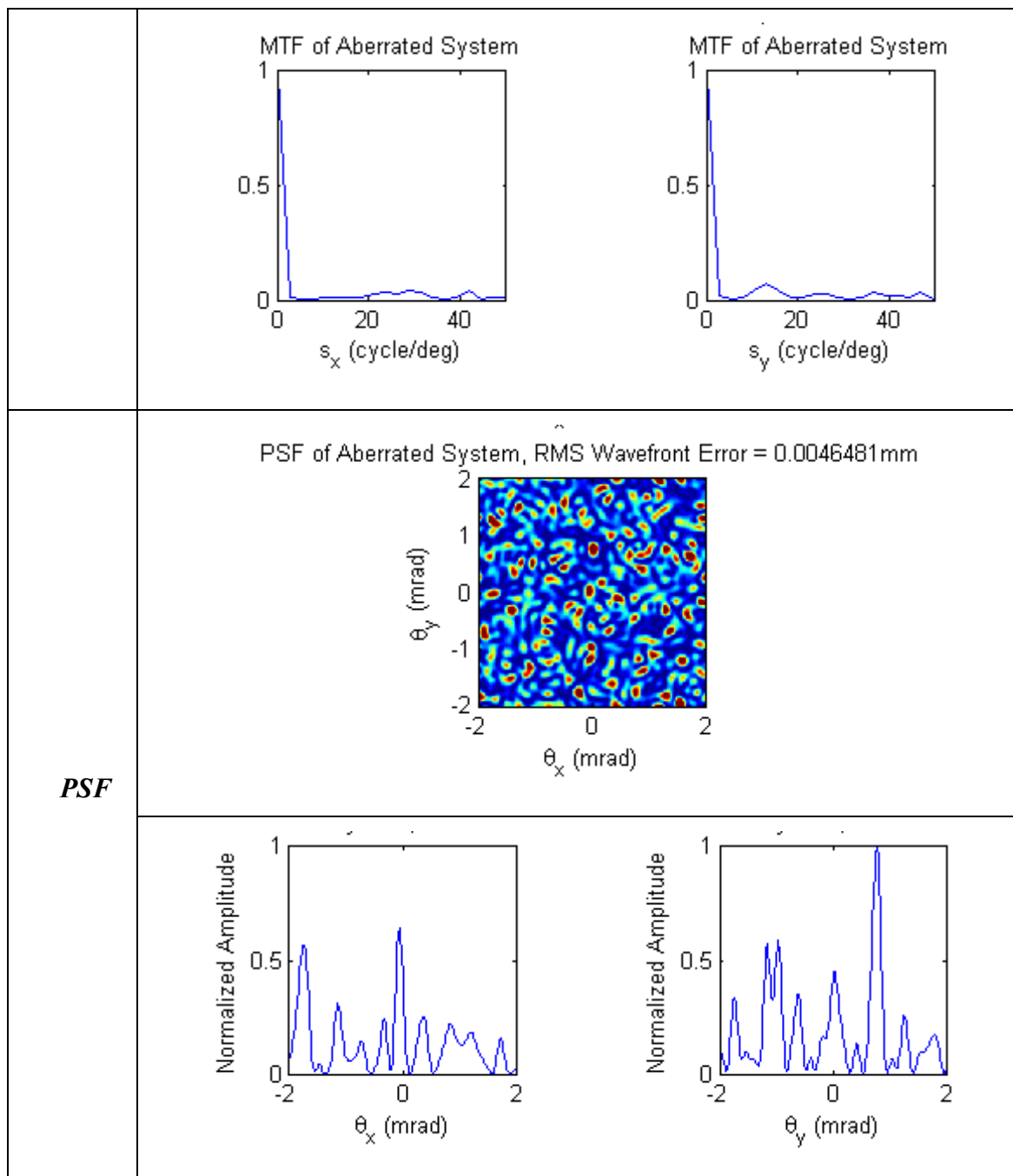


4.5 Κλινική εικόνα τοπογραφίας κερατοειδούς ασθενή (δεξιός οφθαλμός).

Αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας τη διάμετρο της κόρης του ασθενούς 3,05 mm (οπού χρησιμοποιήθηκε στρογγυλοποιημένη η τιμή 3,1 mm) και τα ίδια δεδομένα απεικονίστηκαν και οι συναρτήσεις MTF και PSF (πίνακας 4.2).

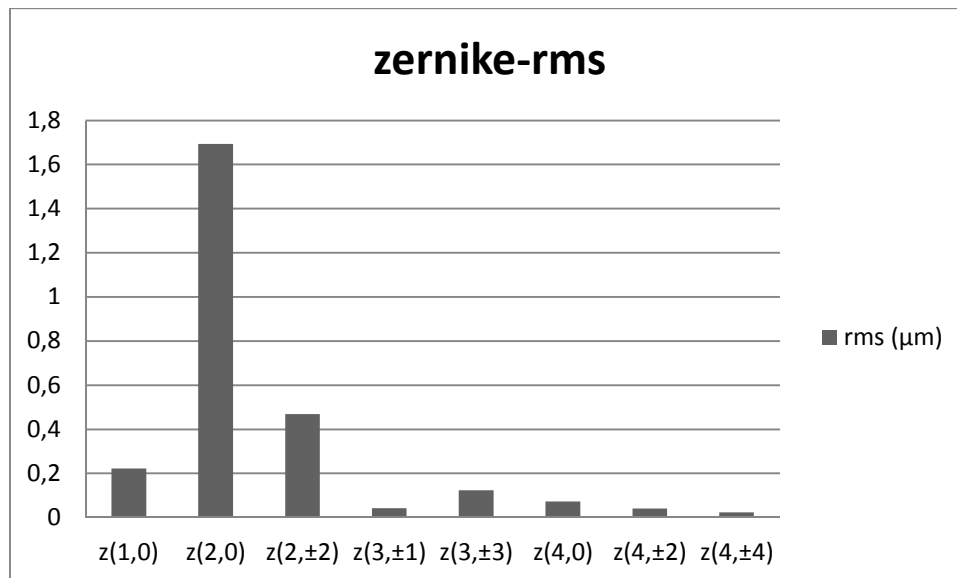
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2 MTF και PSF δεξιού οφθαλμού





Παρατηρούμε ότι και οι συναρτήσεις PSF και οι MTF παρουσιάζουν πολλές μεταβολές. Ο λόγος είναι προφανής, εξαιτίας του μεγάλου αριθμού και είδους εκτροπών που υπάρχει στον οφθαλμό του συγκεκριμένου ασθενή.

**Αριστερός Οφθαλμός:** Ομοίως με τον δεξιό οφθαλμό, παρακάτω (πίνακας 4.3 και σχήμα 4.3) παρατίθενται οι τιμές του RMS του ασθενούς για τον αριστερό του οφθαλμό και οι τιμές του RMS.



*Σχήμα 4.3 Αναπαράσταση των RMS συναρτήσεων των πολωνόμων Zernike.*

Όπως φαίνεται από τον παραπάνω πίνακα ο ασθενής πάσχει κυρίως από αστιγματισμό και καμπυλότητα πεδίου και αρνητική εστίαση στο αριστερό του οφθαλμό αφού και εδώ οι τιμές των συντελεστών Zernike  $n=2$  και  $m=\pm 2$  που αντιστοιχούν στον αστιγματισμό και  $n=2$  και  $m=0$  που αντιστοιχούν στην καμπυλότητα πεδίου και της αρνητικής εστίασης είναι αυξημένοι.

Στην εικόνα 4.6. είναι τοποθετημένα το σύνολο των εκτροπών όπως καταγράφηκαν στον Corneal Wavefront Analyzer (Topography) 4.2 της εταιρίας Schwind και στην εικόνα 4.7 φαίνεται η τοπογραφία του κερατοειδή όπως έγινε με το μηχάνημα Orbscan.

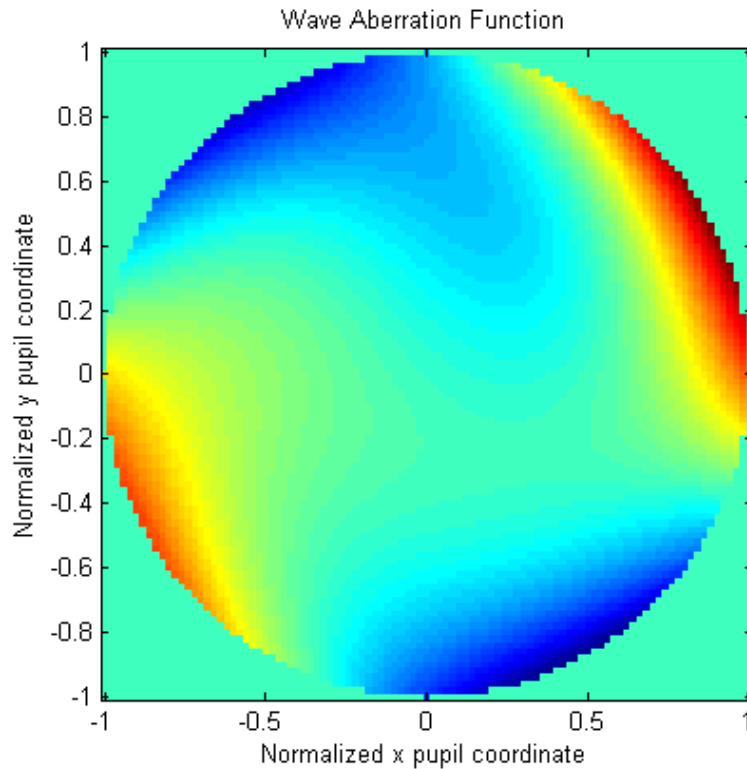
**OS at 6mm**

Zernike	Micron	Diopter	Axis*	Aberration description
z(2, 0)	0.222	-0.17	---	Defocus
z(2, ±2)	1.693	-1.84	169	Astigmatism
z(3, ±1)	0.469	0.36	105	Coma
z(3, ±3)	0.042	0.03	69	Trefoil
z(4, 0)	0.123	0.09	---	Spherical aberration
z(4, ±2)	0.073	0.06	113	Secondary astigmatism
z(4, ±4)	0.041	0.03	16	Quatrefoil
z(5, ±1)	0.023	0.02	133	Secondary Coma
z(5, ±3)	0.025	0.02	17	Secondary trefoil
z(5, ±5)	0.009	0.01	55	Pentafoil
z(6, 0)	0.023	0.02	---	Secondary Spherical
z(6, ±2)	0.018	0.01	174	6th order astigmatism
z(6, ±4)	0.023	0.02	31	6th order quatrefoil
z(6, ±6)	0.008	0.01	51	Hexafoil

4.6 Κλινικά δεδομένα του αριστερού οφθαλμού του ασθενή.

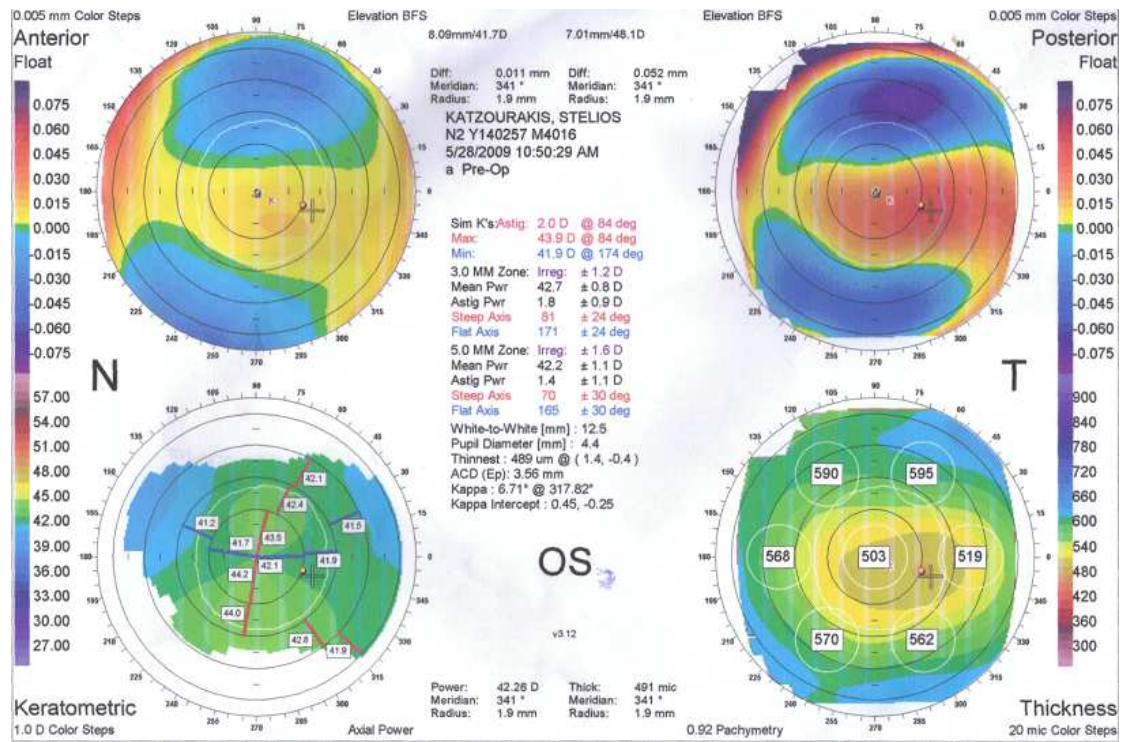
**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3** Καταγραφή των κλινικών τιμών των εκτροπών του αριστερού οφθαλμού του ασθενή

Zernike	RMS (μm)
z(1,0)	0
z(2,0)	0,222
z(2,±2)	1,693
z(3,±1)	0,469
z(3,±3)	0,042
z(4,0)	0,123
z(4,±2)	0,073
z(4,±4)	0,041



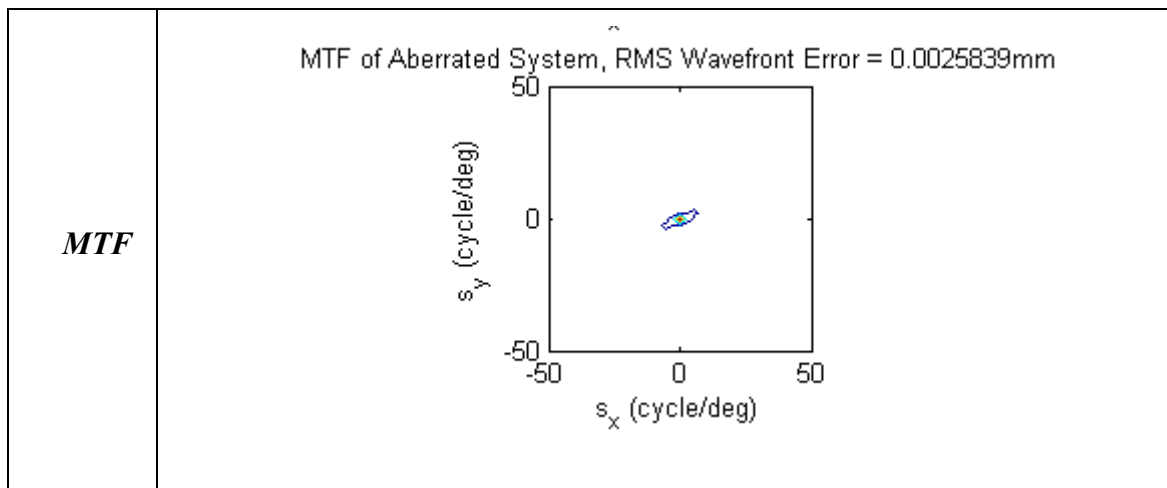
**Σχήμα 4.4** Μέτωπο κύματος αριστερού οφθαλμού.

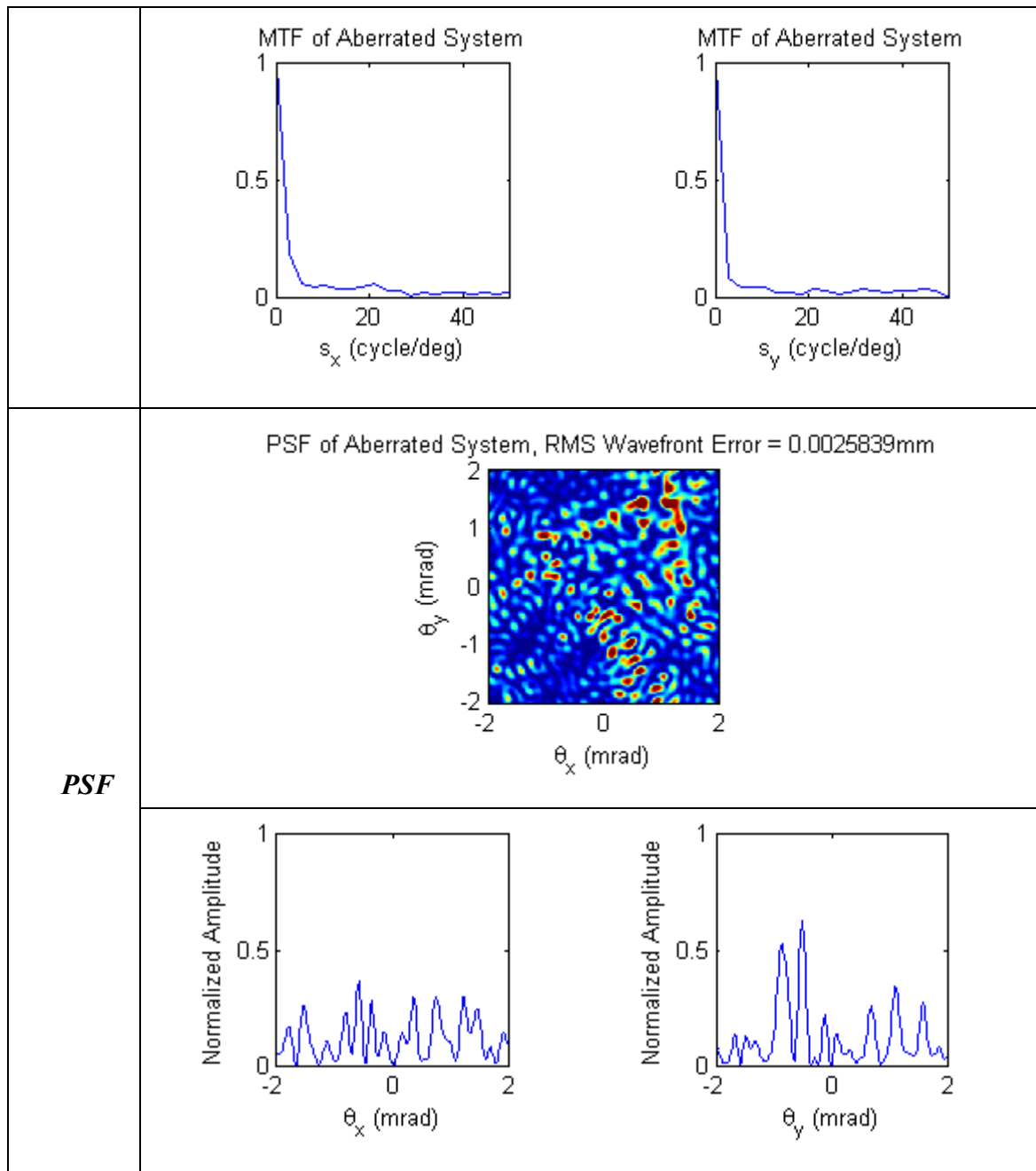
Αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας ως δεδομένο τη διάμετρο της κόρης του ασθενούς που ήταν 3,26 mm (οπού χρησιμοποιήθηκε στρογγυλοποιημένη η τιμή 3,3 mm) και τα κλινικά δεδομένα του ασθενούς (πίνακα 4.3 και του σχήματος 4.3) απεικονίστηκαν και οι συναρτήσεις MTF και PSF (πίνακας 4.4). Από το σχήμα 4.4 φαίνεται ότι ο ασθενής πάσχει από αστιγματισμό και από καμπυλότητα πεδίου όπως άλλωστε και στα κλινικά δεδομένα. Παρατηρούμε ότι και σε αυτή την περίπτωση τα κλινικά δεδομένα ταιριάζουν με τα θεωρητικά δεδομένα που πήραμε με την χρήση του προγράμματος MATLAB και χρησιμοποιώντας και τροποποιώντας τα προγράμματα του Maeda P., όπως υπάρχουν στην εργασία *Zernike Polynomials and Their Use in Describing the Wavefront Aberrations of the Human Eye*,(2003)[3]. Παρόλα αυτά και εδώ έχουμε πάρει κανονικοποιημένη διάμετρο κόρης και εκτροπές μέχρι 4<sup>ης</sup> τάξης. Γι' αυτό και τα αποτελέσματα μας δεν τα υτίζονται πλήρως και με την εικόνα 4.7..



4.7 Κλινική εικόνα τοπογραφίας κερατοειδούς ασθενή (αριστερός οφθαλμός).

#### ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4





Και σε αυτή τη περίπτωση, λόγω του μεγάλου αριθμού των εκτροπών παρουσιάζονται πολύ σύνθετες οι συναρτήσεις PSF και MTF.



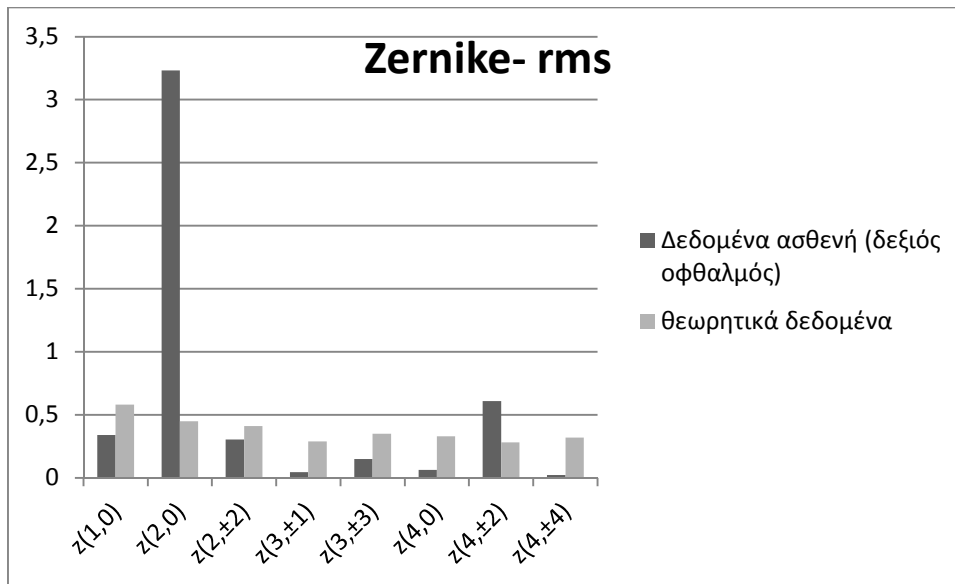
### 4.2.2. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ RMS

Παρακάτω γίνεται σύγκριση των τιμών του RMS του ασθενή για κάθε συντελεστή Zernike μέχρι και τέταρτης τάξης σε σχέση με τις τιμές του RMS για τους συντελεστές Zernike που υπάρχουν θεωρητικά (πίνακας 3.1), έτσι ώστε να γίνει παρατήρηση των εκτροπών των οφθαλμών του ασθενή. (πίνακας 4.5).

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5**

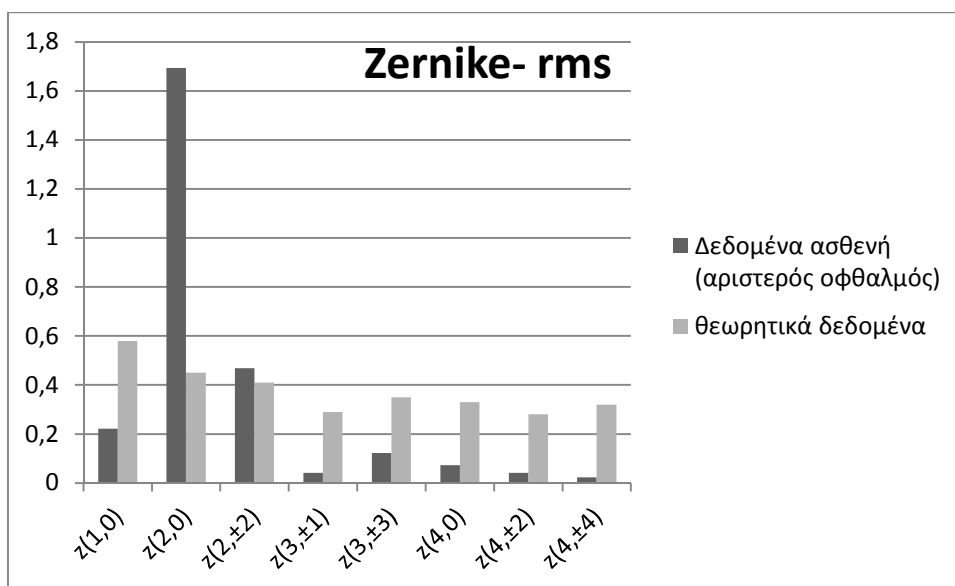
Zernike	RMS ( $\mu\text{m}$ )
$z(1,0)$	0,58
$z(2,0)$	0,45
$z(2,\pm 2)$	0,41
$z(3,\pm 1)$	0,29
$z(3,\pm 3)$	0,35
$z(4,0)$	0,33
$z(4,\pm 2)$	0,28
$z(4,\pm 4)$	0,32

Για τον δεξιό οφθαλμό προκύπτει η παρακάτω παράσταση από τα δεδομένα του πίνακα 4.1 και 4.5.



4.8. Σύγκριση με δεξιό οφθαλμό.

Παρακάτω είναι η σύγκριση των φυσιολογικών τιμών του RMS με των πειραματικών του αριστερού οφθαλμού του ασθενή (πίνακας 4.3 και 4.5).



4.9 Σύγκριση με αριστερό οφθαλμό.

Γενικά όσο μεγαλύτερη τιμή έχει το RMS τόσο πιο σοβαρές είναι οι εκτροπές του οφθαλμού.

### 4.3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Η ανάλυση του μετώπου κύματος, όπως αναφέρθηκε στα Κεφάλαια 3 και 4 είναι απαραίτητη για την προσέγγιση των εκτροπών στον ανθρώπινο οφθαλμό.

Κατά την διάρκεια του 4<sup>ου</sup> Κεφαλαίου έγινε μια προσομοίωση ενός μετώπου κύματος ενός ασθενή που τα δεδομένα του συλλέχθηκαν κλινικά. Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα αυτά του ασθενούς προσπαθήσαμε να κάνουμε θεωρητική προσέγγιση του μετώπου κύματος του ασθενούς. Όπως αναφέραμε και παραπάνω τα θεωρητικά μας αποτελέσματα ταιριάζουν με τα κλινικά δεδομένα αν και εμείς υπολογίσαμε το μέτωπο κύματος μόνο για εκτροπές μέχρι 4<sup>ης</sup> τάξης.

Ταυτόχρονα από τις συναρτήσεις PSF και MTF για τον αριστερό και το δεξιό οφθαλμό του ασθενούς, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ο ασθενής έχει παρουσιάσει πολλές εκτροπές και στους δύο οφθαλμούς του, ειδικά στον δεξιό.

Τέλος, σε αυτό το κεφάλαιο έγινε κατανοητή η σημασία του μετώπου κύματος και ιδιαίτερα η φυσική του σημασία.



## 5. ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΟΠΤΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΣΕ ΕΝΔΟΦΑΚΟΥΣ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε μια μελέτη για τον προσδιορισμό της διαθλαστικής ισχύος σε διπλοθλαστικούς ενδοφακούς (περιθλαστικούς και διαθλαστικούς) αλλά και σε πολυεστιακούς φακούς. Για τη μελέτη αυτή βασιστήκαμε στην εργασία «Methods for Investigating Optical Characteristics of Bifocal Diffractive-Refractive Intraocular Lenses» της G. A. Lenkova (Lenkova 2006). Πιο συγκεκριμένα, αναλύονται οι μέθοδοι που υπάρχουν για τον προσδιορισμό της διαθλαστικής ισχύος των ενδοφακών σε κοντινές και μακρινές αποστάσεις και γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων σε κοντινές και μακρινές αποστάσεις στον αέρα και σε διάφορα διαθλαστικά μέσα.

Όπως έχει αναφερθεί, οι ενδοφακοί είναι φακοί που τοποθετούνται στην θέση του κρυσταλοειδούς φακού με σκοπό τη διόρθωση των διαθλαστικών ανωμαλιών που έχει κάποιος ασθενής χωρίς την χρήση εξωτερικών γυαλιών, φακών επαφής, είτε κάποιας χειρουργικής επέμβασης. Οι ενδοφακοί μπορεί να είναι διαθλαστικοί ή περιθλαστικοί και σε ορισμένες περιπτώσεις και τα δύο (υβριδικό). Οι υβριδικό ενδοφακοί επιτρέπουν τη διόρθωση των εκτροπών στον κερατοειδή και τις σφαιρικές εκτροπές.

Τα χαρακτηριστικά των ενδοφακών πρέπει να τηρούν κάποια κριτήρια και άρα πρέπει να υπάρχει κάποιος τρόπος για να ελέγχονται τα χαρακτηριστικά των ενδοφακών. Οπότε στην συνέχεια αναλύονται οι μέθοδοι ελέγχου των υβριδικών ενδοφακών για τον υπολογισμό των σφαλμάτων που προκύπτουν από την μέτρηση.

## 5.1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Η διαθλαστική ισχύς στο απλούστερο σύστημα δύο φακών με γνωστή την εστιακή τους απόσταση δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi = \frac{n_1}{f} = (n_2 - n_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{d(n_2 - n_1)^2}{n_2 R_1 R_2} \quad (5.1)$$

Όπου  $\Phi$  είναι η διαθλαστική ισχύς,  $d$  είναι η απόσταση μεταξύ των δύο φακών,  $n_1, n_2$  είναι οι δείκτες διάθλασης στους φακούς και  $R_1, R_2$  είναι οι ακτίνες καμπυλότητας των φακών.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η διαθλαστική ισχύς ενός ενδοφακού δίνεται για την τιμή που έχει στο εσωτερικό του ματιού, οπότε η εστιακή απόσταση αναφέρεται στο μέσα στο μάτι.

Οι διπλοθλαστικοί περιθλαστικοί-διαθλαστικοί (υβριδικοί) ενδοφακοί είναι κυρτοί-επίπεδοι ή παχιοί φακοί με περιθλαστική δομή που σχηματίζεται στην επίπεδη επιφάνεια ή σε μία από τις σφαιρικές επιφάνειες, παρακάτω θεωρείται ότι οι ενδοφακοί έχουν μια κυρτή πλευρά και μια πλευρά επίπεδης επιφάνειας με περιθλαστική δομή. Η μορφή της δομής του είναι παρόμοια με τις γραμμές της ζώνης Fresnel. Στην περίπτωση των ενδοφακών για να σχηματίζονται εικόνες από μακρινά αντικείμενα στον αμφιβληστροειδή, ο διαθλαστικός φακός έχει σχεδιαστεί για το άπειρο. Για την περίθλαση πρώτης τάξης, λόγω των περιθλαστικών ιδιοτήτων του φακού δημιουργείται μια θετική πρόσθετη διαθλαστική ισχύς και ο ενδοφακός έτσι έχει την δυνατότητα να προβάλλει αντικείμενα κοντά στον αμφιβληστροειδή. Έτσι, οι ενδοφακοί με δυο εστίες έχουν δύο εστιακές ισχύεις, μία για την μακρινή απόσταση (μηδενικής τάξης) και μία για τις κοντινές αποστάσεις ( $1^{η}$ ς τάξης).

Η διαθλαστική ισχύς για όραση σε μακρινή απόσταση δίνεται αν θέσουμε στη σχέση (5.1) για  $R_1 = R$  και  $R_2 = \infty$  έχει την μορφή:

$$\Phi_{0,eye} = \frac{n_{eye}}{f_{0,eye}} = \frac{(n_{IOL} - n_{eye})}{R} \quad (5.2)$$

Όπου  $f_{0,eye}$  είναι η εστιακή απόσταση μέσα στο υδάτινο περιβάλλον του ματιού για μακρινή απόσταση,  $R$  η ακτίνα καμπυλότητας του φακού και  $n_{IOL}, n_{eye}$  είναι οι δείκτες διάθλασης του ενδοφακού και του περιβάλλοντος μέσου. Η διαθλαστική ισχύς των

ενδοφακών για την κοντινή όραση παράγεται από το διαθλαστικό τμήμα και την περιθλαστική δομή. Δεδομένου ότι το πάχος  $d$  του φακού είναι πολύ μικρότερο από την ακτίνα καμπυλότητας, από τις σχέσεις (5.1), (5.2) προκύπτει η σχέση:

$$\Phi_{1,eye} = \frac{n_{eye}}{f_{1,eye}} = \Phi_{0,eye} + \Phi_d \quad (5.3)$$

Όπου  $f_{1,eye}$  είναι η εστιακή απόσταση του ενδοφακού για κοντινή όραση και  $\Phi_d$  είναι η εστιακή ισχύς της διαθλαστικής συνιστώσας του ενδοφακού που υπολογίζεται από την απόσταση κοντινής όρασης και το μοντέλο ματιού που χρησιμοποιείται (Lencova, Myznik 2002).

Η εστιακή ισχύς  $\Phi_d$  στην περίπτωση των περιθλαστικών τμημάτων του φακού παραμένει σταθερή και δεν μεταβάλλεται εξαιτίας των ιδιοτήτων του μέσου. Στην πραγματικότητα, όταν ο δείκτης διάθλασης  $n_{eye}$  αλλάξει, η εστιακή απόσταση  $f_d$  του περιθλαστικού τμήματος του ενδοφακού αλλάζει επίσης και η αλλαγή πρέπει να είναι ανάλογη:

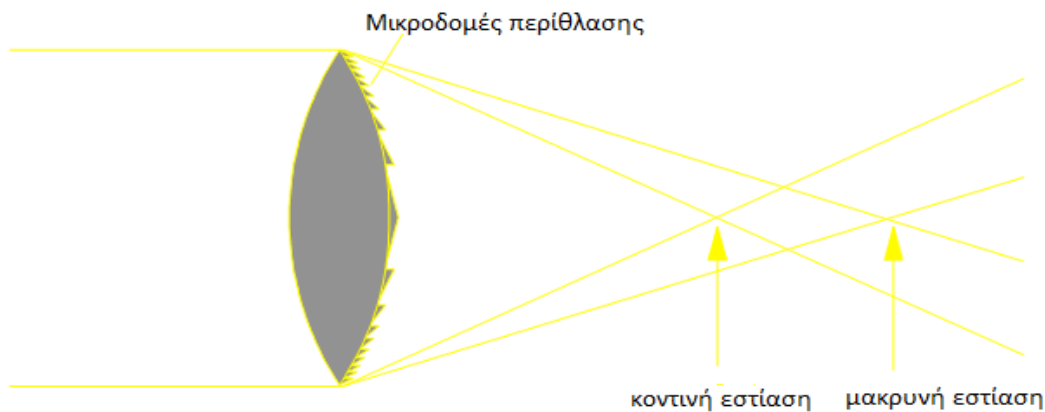
$$f_{d,eye} = n_{eye} \cdot f_{d,air} \quad (5.4)$$

Οπότε η εστιακή απόσταση είναι ίση με την εστιακή απόσταση στον αέρα.

Οι σχέσεις (5.1) και (5.2) δίνουν τις τιμές για την διαθλαστική ισχύ σε έναν φακό. Αλλά πολλές φορές τα θεωρητικά στοιχεία δεν είναι ακριβώς ίδια με τα πειραματικά, λόγω των μη ακριβών τιμών των ακτίνων καμπυλότητας ή των τιμών του δείκτη διάθλασης. Είναι γνωστό ότι δεν υπάρχουν μέθοδοι και συσκευές για άμεση μέτρηση της διαθλαστικής ισχύος, οπότε και η πραγματική διαθλαστική ισχύς υπολογίζεται από τις μετρούμενες τιμές των παραμέτρων του φακού, που υπάρχουν στις σχέσεις (5.1) και (5.2). Με τον τρόπο αυτό, με τη μέτρηση των εστιακών αποστάσεων λαμβάνονται γενικές πληροφορίες σχετικά με τη διαθλαστική ισχύ των ενδοφακών, ενώ κατά τη μέτρηση των δεικτών διάθλασης, του πάχους και των ακτίνων καμπυλότητας του φακού γίνεται η αντιστοιχία των θεωρητικών με τις πραγματικές διαστάσεις και τα χαρακτηριστικά του ενδοφακού.

## 5.2. ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ ΠΕΡΙΘΛΑΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΩΝ ΕΝΔΟΦΑΚΩΝ

Υπάρχουν τρεις εναλλακτικοί τρόποι για τον προσδιορισμό της διαθλαστικής ισχύος στους διαθλαστικούς ενδοφακούς.



5.1. Περιγραφή περιθλαστικού ενδοφακού.[7]

**α) Πρώτη Μέθοδος:** Η πρώτη μέθοδος υπολογισμού της διάθλασης από τη σχέση (5.1), με την μέτρηση των δεικτών διάθλασης, το πάχος και των ακτίνων καμπυλότητας του φακού.

**β) Δεύτερη Μέθοδος:** Στη δεύτερη μέθοδο, η διαθλαστική στο μέσο (back vertex refraction) υπολογίζεται από την σχέση:

$$\Phi_{aq} = Q\Phi_{air} \quad (5.5)$$

Όπου  $\Phi_{air}$  είναι η εστιακή ισχύς του ενδοφακού στον αέρα και  $Q$  είναι ο συντελεστής μετατροπής της διαθλαστικής ισχύος του ενδοφακού του αέρα στη διαθλαστική ισχύ του μέσου. Στην περίπτωση που υπάρχουν συνθήκες παρόμοιες με εκείνες στο εσωτερικό του ματιού, χρησιμοποιώντας τα ονομαστικά χαρακτηριστικά του φακού ισχύει ότι:

$$Q = \frac{\Phi_{eye}}{\Phi_{air}} \quad (5.6)$$

Έχει αποδειχθεί ότι ο συντελεστής μετατροπής  $Q$  εξαρτάται μόνο από τους δείκτες διάθλασης, οπότε ισχύει ( Lencova, 1997):



$$Q = \frac{(n_{IOL} - n_{eye})}{(n_{IOL} - 1)} \quad (5.7)$$

Άρα η διαθλαστική ισχύς δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi_{eye} = \frac{(n_{IOL} - n_{eye})}{(n_{IOL} - 1)} \cdot \Phi_{air} \quad (5.8)$$

$$\text{Όπου: } \Phi_{air} = \frac{n_{IOL} - 1}{R} \quad (5.9)$$

**γ) Τρίτη Μέθοδος:** Σε αυτήν την μέθοδο η διαθλαστική ισχύς του ενδοφακού υπολογίζεται κάνοντας μελέτη του αντικειμένου. Η εστιακή απόσταση του ενδοφακού ( $f$ ) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$f = \left( \frac{F}{h_{target}} \right) h_{image} \quad (5.10)$$

Όπου  $h_{target}$ ,  $h_{image}$  είναι γραμμικά μεγέθη του μεγέθους του αντικειμένου και της εικόνα του και  $F$  είναι η εστιακή απόσταση του αντικειμένου από τον κατευθυντήρα.

Κατά τον καθορισμό της διαθλαστικής ισχύος από τη δεύτερη και την τρίτη μέθοδο, ο ενδοφακός που είναι προς μελέτη τοποθετείται πίσω από το κατευθυντήρα, όπου το αντικείμενο προς μελέτη βρίσκεται στο κέντρο. Στη συνέχεια, η εστιακή απόσταση (η απόσταση από το φακό ως την εικόνα) μετρίεται με μικροσκόπιο στην περίπτωση της δεύτερης μεθόδου και στην τρίτη μέθοδο, το είδωλο της. Η δεύτερη μέθοδος είναι πιο βολική και χρησιμοποιείται πιο συχνά, διότι δεν απαιτεί επιπλέον εξοπλισμό για τη μέτρηση των ακτινών καμπυλότητας, το γραμμικό μέγεθος της κλίμακας, και την εστιακή απόσταση του στόχου από τον κατευθυντήρα. Ωστόσο, η εφαρμογή αυτής της μεθόδου για τον έλεγχο των υβριδικών φακών (περιθλαστικών και διαθλαστικών) δεν συνιστάται. Αυτές οι μέθοδοι χρησιμοποιούνται μόνο για τον υπολογισμό της διαθλαστικής ισχύος των διαθλαστικών ενδοφακών.

## 5.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΥΒΡΙΔΙΚΩΝ ΕΝΔΟΦΑΚΩΝ

Ο υπολογισμός της διαθλαστικής ισχύος στην περίπτωση των ενδοφακών για μακρινή και κοντινή όραση στον αέρα μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικούς τρόπους.

**α) Πρώτη Μέθοδος:** Στη πρώτη περίπτωση χρησιμοποιείται η διαθλαστική ισχύς της περιθλαστικής συνιστώσας και η εστιακή απόσταση στον αέρα στην περίπτωση της πρώτης τάξης περίθλασης. Οπότε και προκύπτει:

$$\Phi_{0,eye} = Q \left( \frac{1}{f_{1,air}} - \Phi_d \right) \quad (5.11)$$

$$\Phi_{1,eye} = \Phi_{0,eye} + \Phi_d = \frac{Q}{f_{1,air}} + (1 - Q)\Phi_d \quad (5.12)$$

**β) Δεύτερη Μέθοδος:** Στη δεύτερη περίπτωση δεν χρειάζεται ο υπολογισμός της  $\Phi_d$  αλλά μόνο οι τιμές της εστιακής απόστασης στην περίπτωση της πρώτης και της δεύτερης τάξης της περίθλασης οπότε και προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\Phi_{0,eye} = Q \left( \frac{2}{f_{1,air}} - \frac{1}{f_{2,air}} \right) \quad (5.13)$$

$$\Phi_{1,eye} = \Phi_{0,eye} + \Phi_d = \Phi_{0,eye} + \left( \frac{1}{f_{2,air}} - \frac{1}{f_{1,air}} \right) = \frac{(1-Q)}{f_{2,air}} - \frac{(1-2Q)}{f_{1,air}} \quad (5.14)$$

**γ) Τρίτη Μέθοδος:** Ο τρίτος τρόπος είναι η μέτρηση της διαθλαστικής ισχύος για μακρινή και κοντινή όραση μεσοπρόθεσμα, αν ο ενδοφακός τοποθετηθεί σε μια κυψελίδα γεμάτη με διάλυμα άλατος. Στην περίπτωση αυτή, παρατηρείται η περίθλαση μηδενικής και πρώτης τάξης. Ισχύει ότι οι διαθλαστικές ισχύεις στο μέσο ( $\Phi_{1,eye}$ ,  $\Phi_{0,eye}$ ) είναι ίσες με εκείνες στην κυψελίδα ( $\Phi_{1,cuv}$ ,  $\Phi_{0,cuv}$ ) (Lencova 1997). Οπότε και προκύπτει:

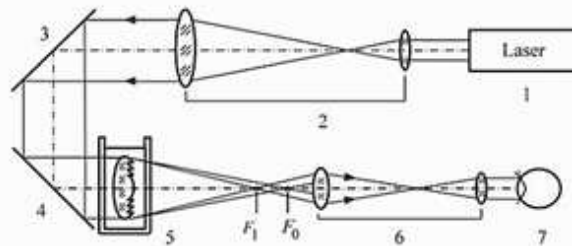
$$\Phi_{0,eye} = \frac{n_{eye}}{f_{0,eye}} = \frac{1}{f_{0,cuv}} = \Phi_{0,cuv} \quad (5.15)$$

$$\Phi_{1,eye} = \frac{n_{eye}}{f_{1,eye}} = \frac{1}{f_{1,cuv}} = \Phi_{1,cuv} \quad (5.16)$$

Σε πραγματικές συνθήκες, το πάχος του υδάτινου στρώματος και της κυψελίδας είναι πολύ μικρότερο από την εστιακή απόσταση γι' αυτό μόλις η φωτεινή δέσμη διαπερνά την κυψελίδα και αποκτά το μέγεθος της εστιακής απόστασης στον αέρα οπότε και ο δείκτης διάθλασης του μέσου ( $n_{eye}$ ) μειώνεται. Αυτή η μέθοδος δεν χρειάζεται διορθώσεις, αφού η εστιακή απόσταση υπολογίζεται από το μικροσκόπιο. Η τρίτη μέθοδος έχει την ιδιαιτερότητα ότι η διαθλαστική ισχύς υπολογίζεται απλά από την αντίστροφη τιμή της εστιακής απόστασης μέσα στην κυψελίδα.

Για τον υπολογισμό της διαθλαστικής ισχύος πρέπει ο ενδοφακός να τοποθετείται σε ένα μοντέλο ματιού, όπως στην περίπτωση αυτή σε μια κυψελίδα που την έχουν γεμίσει με ένα διάλυμα άλατος, για τον προσδιορισμό της ποιότητας της εικόνας, δηλαδή, για τη μέτρηση της ανάλυσης και της συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης (MTF).

**δ) Τέταρτη Μέθοδος:** Μια τέταρτη αλλά μη αναγνωρισμένη μέθοδος είναι η παρακάτω. Στην ουσία είναι μια πειραματική διάταξη της οποίας η αρχή λειτουργίας της είναι η εξής: Μια παράλληλη δέσμη λέιζερ φωτίζει τον ενδοφακό και η εστιακή απόσταση μετριέται πίσω από την κυψελίδα (ή στον αέρα) ως η διαφορά μεταξύ των ενδείξεων του μικροσκοπίου στη διαμήκη κλίμακα, όταν κατευθύνεται στην επιφάνεια του φακού και έχει εστιάσει πλήρως (σχήμα 5.1).

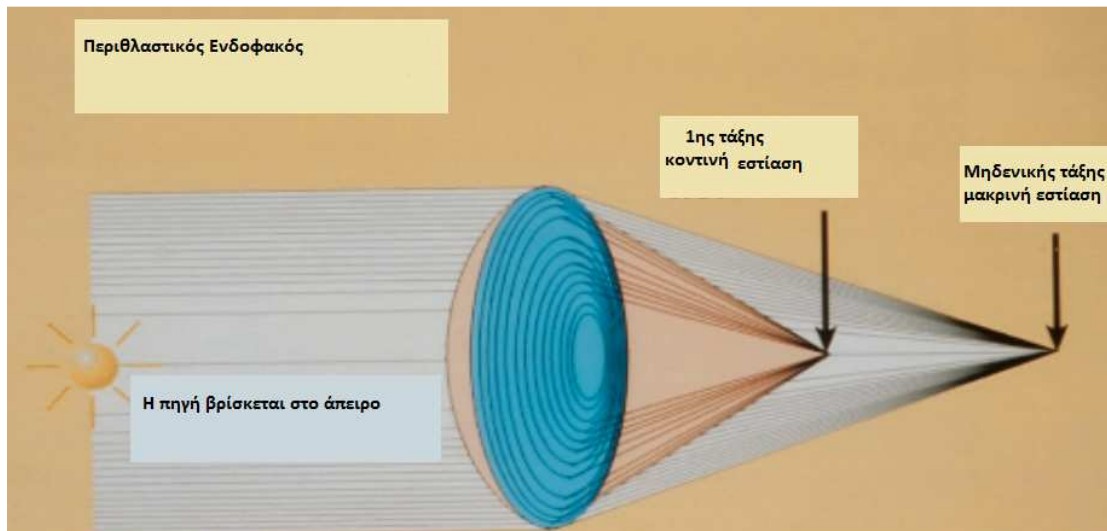


**Σχήμα 1.** Σύστημα για την μέτρηση των εστιακών αποστάσεων: 1. λέιζερ, 2. κατευθυντήρας, 3. & 4. κάτοπτρα, 5. κυψελίδα με αποσταγμένο νερό, 6. μικροσκόπιο, 7. οφθαλμός.

### 5.2 Πειραματική διάταξη 4<sup>ης</sup> μεθόδου

Αυτή η μέθοδος έχει πλεονεκτήματα σε σχέση με τις προηγούμενες μεθόδους. Πρώτον, δεν απαιτείται βαθμονόμηση της κλίμακας. Δεύτερον, η μορφή της κατανομής της έντασης στο εστιακό επίπεδο με την συνάρτηση διασποράς σημείου (PSF) δίνει την

δυνατότητα να παρατηρηθεί η παρουσία ή η απουσία των σφαιρικών εκτροπών, του αστιγματισμού ή άλλων διαθλαστικών ανωμαλιών και με τον μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης PSF, που είναι η συνάρτηση μεταφοράς διαμόρφωσης (MTF), μπορεί να δείξει πώς ο ενδοφακός μεταφέρει διαφορετικές χωρικές συχνότητες. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι μετρήσεις στον αέρα μπορεί να προκαλέσουν προβλήματα, διότι το περιθλαστικό τμήμα των ενδοφακών υπολογίζεται για το οφθαλμικό μέσο κατά τέτοιο τρόπο ώστε να διορθώσει τα διαθλαστικά προβλήματα στον κερατοειδή και τις εκτροπές πρώτης τάξης περίθλασης για ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος μέσα στον οφθαλμό. Στον αέρα, παραβιάζονται οι όροι διόρθωσης και εμφανίζονται σφαιρικά σφάλματα, που είναι πιο εμφανή στην περίθλαση δεύτερης τάξης. Επιπλέον, κατά τη μέτρηση με λευκό φως παρατηρείται ότι η δύναμη της εστίασης των περιθλαστικών ενδοφακών εξαρτάται από το μήκος κύματος.



5.3 Περιθλαστικός Ενδοφακός. [7]

## 5.4. ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΠΑΡΑΞΟΝΙΚΗΣ ΕΣΤΙΑΚΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ

Ο υπολογισμός της διαθλαστικής ισχύος στους ενδοφακούς γίνεται με τον υπολογισμό της παραξονικής εστιακής απόστασης. Για τη διερεύνηση της ποιότητας της κατασκευής των ενδοφακών, η εστιακή απόσταση μετριέται ως απόσταση από το μικρότερο σημείο εξάπλωσης στην πίσω επιφάνεια του φακού. Για να συμφωνούν τα αποτελέσματα της μέτρησης με τον υπολογισμό, πρέπει να προστεθούν διορθώσεις για την απόσταση από

την επιφάνεια των ενδοφακών, από την κυρία πίσω επιφάνεια των ενδοφακών και από το σημείο που παρατηρείται η καλύτερη εστίαση.

**α) Διόρθωση από Γεωμετρική Οπτική:** Η πρώτη διόρθωση είναι γνωστή από τη γεωμετρική οπτική:

$$\Delta f_1 = \frac{f(n_{IOL} - n_{eye})d}{n_{IOL} \cdot R} \quad (5.17)$$

Στην περίπτωση λεπτών φακών η σχέση (5.17) γίνεται:

$$\Delta f_1 = \frac{d \cdot n_{eye}}{n_{IOL}} \quad (5.18)$$

**β) Διόρθωση λόγω Κυρτότητας Ενδοφακού:** Λόγω του ότι ο ενδοφακός είναι κυρτός φακός μπορεί με πρώτη προσέγγιση (Lenkova 1997) να θεωρηθεί ότι η ελάχιστη διασπορά της κηλίδας είναι μισή της τιμής της διαμήκους σφαιρικής εκτροπής που προκύπτει από την παραξονική εστίαση προς τους φακούς.

$$\Delta f_2 = \frac{(n^3 - 2n^2 + 2)}{4n(n-1)} \cdot \frac{D^2}{4R} \quad (5.19)$$

Όπου  $n = \frac{n_2}{n_1}$ , όπου  $n_1$  είναι ο δείκτης διάθλασης του περιβάλλοντος και  $n_2$  είναι ο δείκτης διάθλασης του φακού.

**γ) Διόρθωση της αλλαγής της Εστίασης λόγω του Υδάτινου Περιβάλλοντος και της Κυψελίδας:** Όπως προαναφέρθηκε για τη μέτρηση των χαρακτηριστικών των ενδοφακών σε συνθήκες παρόμοιες με αυτές στο εσωτερικό του ματιού, ο φακός τοποθετείται σε μια κυψελίδα γεμάτη με διάλυμα άλατος (ή αποσταγμένο νερό), οπότε και η κυψελίδα προσομοιώνει το ανθρώπινο μάτι. Έτσι, υπολογίζεται η εστιακή απόσταση του φακού πίσω από την κυψελίδα.

$$f_{cuv.meas} = \left( \frac{n_{air}}{n_{med}} \right) \cdot (f_{cuv} \cdot n_{med} - d_{med}) - \left( \frac{n_{air}}{n_{cuv}} \right) \cdot d_{cuv} + d_{med} + d_{cuv} \quad (5.20)$$

Όπου  $n_{air}$ ,  $n_{med}$ , και  $n_{cuv}$  ο δείκτης διάθλασης στον αέρα, στο μέσο και στο τοίχωμα του δοχείου αντίστοιχα και  $d_{cuv}$  και  $d_{med}$  είναι το πάχος του τοιχώματος του δοχείου και του υγρού.

Στην περίπτωση που θεωρηθούν τα πάχη του τοιχώματος και του υγρού αμελητέα ισχύει:

$$f_{cuv.meas} = f_{cuv} \cdot n_{med} - \Delta f_3 \quad (5.21)$$

Όπου  $\Delta f_3$  η αλλαγή που προήλθε εξαιτίας του υγρού και του τοιχώματος λόγω της προσομοίωσης του ματιού. Οπότε αφού  $n_{air} = 1$  :

$$\Delta f_3 = f_{cuv.meas} - f_{cuv} \quad (5.22)$$

## 5.5. ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΙΣΧΥΣ

**α) Περιθλαστικοί και Διαθλαστικοί Ενδοφακοί:** Όπως φάνηκε, η διαθλαστική ισχύς των ενδοφακών καθορίζεται από τον υπολογισμό των παραμέτρων ή μετρώντας τις εστιακές αποστάσεις ενός ενδοφακού. Όμως υπάρχουν διαφορές των θεωρητικών τιμών με τις πειραματικές. Από τις σχέσεις (5.2), (5.3), (5.6), (5.7), (5.8), (5.10), (5.15) & (5.16) προκύπτουν οι σχέσεις (5.23) και (5.24) που προσεγγίζουν τα σφάλματα της διαθλαστικής ισχύος στην περίπτωση της κοντινής και της μακρινής απόστασης:

$$\Delta\Phi_{0,eye} = \Delta\Phi_{0,cuv} = -\left(\frac{1}{f_{0,cuv}^2}\right) \Delta f_{0,cuv} \quad (5.23)$$

$$\Delta\Phi_{1,eye} = \Delta\Phi_{1,cuv} = -\left(\frac{1}{f_{1,cuv}^2}\right) \Delta f_{1,cuv} \quad (5.24)$$

**β) Υβριδικοί Ενδοφακοί:** Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των υβριδικών ενδοφακών, εκτός από τη διαθλαστική ισχύ, είναι και η περίθλαση μηδενικής και πρώτης τάξης. Συνήθως καθορίζεται από την αναλογία των εντάσεων στην περίπτωση της περίθλασης της δέσμης του φωτός στο μέσο ή όταν μεταδίδεται. Για τον υπολογισμό της έντασης του φωτός στην περίπτωση της περίθλασης ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

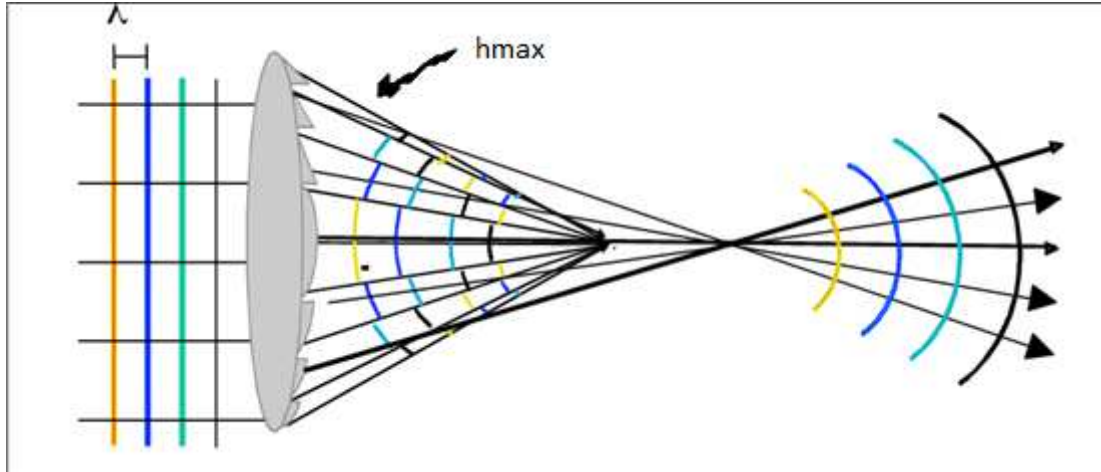
$$I_0 = \left(\frac{\sin\left(\frac{\varphi_{max}}{2}\right)}{\frac{\varphi_{max}}{2}}\right)^2 \quad (5.25)$$

Και στην περίπτωση ν σχισμών:

$$I_\nu = \left(\frac{\sin\left(\frac{\varphi_{max}}{2}\right)}{2\nu - \frac{\varphi_{max}}{2}}\right)^2 \quad (5.26)$$

$$\varphi_{max} = 2\pi h_{max} \frac{(n_{IOL} - n_{eye})}{\lambda} \quad (5.27)$$

Όπου  $\varphi_{max}$  η μέγιστη τιμή της φάσης καθυστέρησης και  $h_{max}$  το μέγιστο χαρακτηριστικό ύψος εντός μιας ζώνης (πριονωτή εγκοπή- saw tooth) εξαιτίας του οποίου ο φακός είναι υβριδικός,  $n$  είναι οι δείκτες διάθλασης και  $\lambda$  το μήκος κύματος της δέσμης.



5.4 Περιγραφή του  $h_{max}$  σε υβριδικό ενδοφακό. [7]

Οπότε ορίζονται οι παρακάτω σχέσεις όπου συνδέουν την ένταση στην περίπτωση περίθλασης μηδενικής τάξης με πρώτη τάξη (5.28) και περίπτωση πρώτης τάξης με δεύτερη (5.29).

$$\eta_{0,1} = \frac{I_0}{I_1} = \left( \frac{\lambda - h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})}{h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})} \right)^2 \quad (5.28)$$

$$\eta_{1,2} = \frac{I_1}{I_2} = \left( \frac{2\lambda - h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})}{\lambda - h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})} \right)^2 \quad (5.29)$$

Και στην περίπτωση αυτή υπάρχουν σφάλματα τα οποία προσεγγίζονται από τις σχέσεις (5.30) & (5.31).

$$\Delta\eta_{0,1} = \frac{2\lambda\sqrt{\eta_{0,1}}}{h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})} \left( -\frac{\Delta h_{max}}{h_{max}} - \frac{\Delta n_{IOL}}{(n_{IOL} - n_{eye})} + \frac{\Delta n_{eye}}{(n_{IOL} - n_{eye})} \right) \quad (5.30)$$

$$\Delta\eta_{1,2} = \frac{2\lambda\sqrt{\eta_{1,2}}h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})}{(\lambda - h_{max}(n_{IOL} - n_{eye}))^2} \left( +\frac{\Delta h_{max}}{h_{max}} + \frac{\Delta n_{IOL}}{(n_{IOL} - n_{eye})} - \frac{\Delta n_{eye}}{(n_{IOL} - n_{eye})} \right) \quad (5.31)$$

## 5.6. ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Στη συνέχεια, θα θεωρήσουμε τις παραπάνω σχέσεις και θα κάνουμε συγκεκριμένους υπολογισμούς, βάζοντας πειραματικές τιμές στις διάφορες οπτικές και γεωμετρικές παραμέτρους που υπεισέρχονται στις προαναφερθείσες σχέσεις. Στόχος μας είναι να προσομοιώσουμε τα οπτικά χαρακτηριστικά των ενδοφακών και να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με αντίστοιχα δημοσιευμένα. Η σχεδίαση των παρακάτω γραφικών παραστάσεων έγινε στο **Microsoft Excel 2010**.

**α) Ενδοφακοί:** Από τη σχέση 5.18 μπορεί να υπολογιστεί η τιμή της διόρθωσης για περίπτωση λεπτών φακών χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα (5.1):

$$\Delta f_1 = \frac{d \cdot n_{eye}}{n_{IOL}} \quad (5.18)$$

Όπου τα αποτελέσματα της  $\Delta f_1$  εμφανίζονται στην τελευταία στήλη.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1**

	$n_{IOL}$	$n_{eye}$	$d(\text{mm})$	$\Delta f_1(\text{mm})$
<b>Στο μέσο</b>	1,505	1,336	0,9	0,8
<b>Στον αέρα</b>	1,505	1	0,9	0,6

Παρατηρείται ότι η τιμή της διόρθωσης στον αέρα και στο μέσο είναι πολύ κοντά.

Από την σχέση (5.19) χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα (5.2) προκύπτουν οι παρακάτω τιμές  $\Delta f_2$  για την διόρθωση της εστιακή απόσταση:

$$\Delta f_2 = \frac{(n^3 - 2n^2 + 2)}{4n(n-1)^2} \cdot \frac{D^2}{4R} \quad (5.19)$$

$$n = \frac{n_{IOL}}{n_{eye}} \quad (5.32)$$



**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2**

	$n_{IOL}$	$n_{eye}$	$D(\text{mm})$	$R(\text{mm})$	$\Delta f_2(\text{mm})$
<b>Στο μέσο</b>	1,505	1,336	4,5	8,24	0,96
<b>Στον αέρα</b>	1,505	1	4,5	8,24	0,18

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρείται ότι η τιμή της διόρθωσης της εστιακής απόστασης στο μέσο είναι πέντε φορές μεγαλύτερη από εκείνη στον αέρα.

**β) Υβριδικοί Ενδοφακοί:** Από τις σχέσεις (5.25), (5.26), (5.27), παίρνοντας ως δεδομένα τις τιμές του πίνακα (5.3), προκύπτουν οι γραφικές παραστάσεις των εντάσεων στις περιπτώσεις της περίθλασης από πρώτη ως δεύτερη τάξη (Σχήμα 5.2, 5.3 και 5.4).

$$I_0 = \left( \frac{\sin\left(\frac{\varphi_{max}}{2}\right)}{\frac{\varphi_{max}}{2}} \right)^2 \quad (5.25)$$

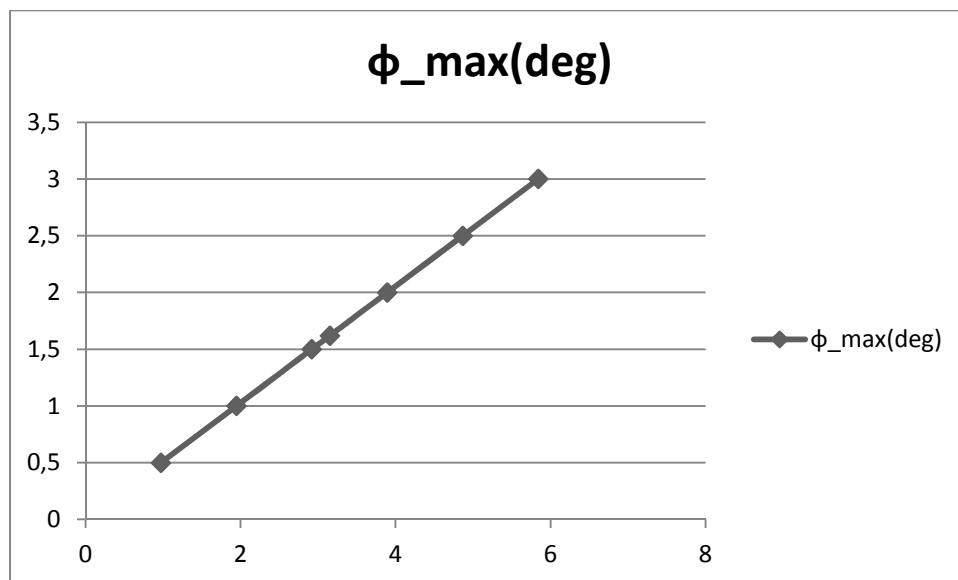
$$I_v = \left( \frac{\sin\left(\frac{\varphi_{max}}{2}\right)}{2\pi v - \frac{\varphi_{max}}{2}} \right)^2 \quad (5.26)$$

$$\varphi_{max} = 2\pi h_{max} \frac{(n_{IOL} - n_{eye})}{\lambda} \quad (5.27)$$

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3**

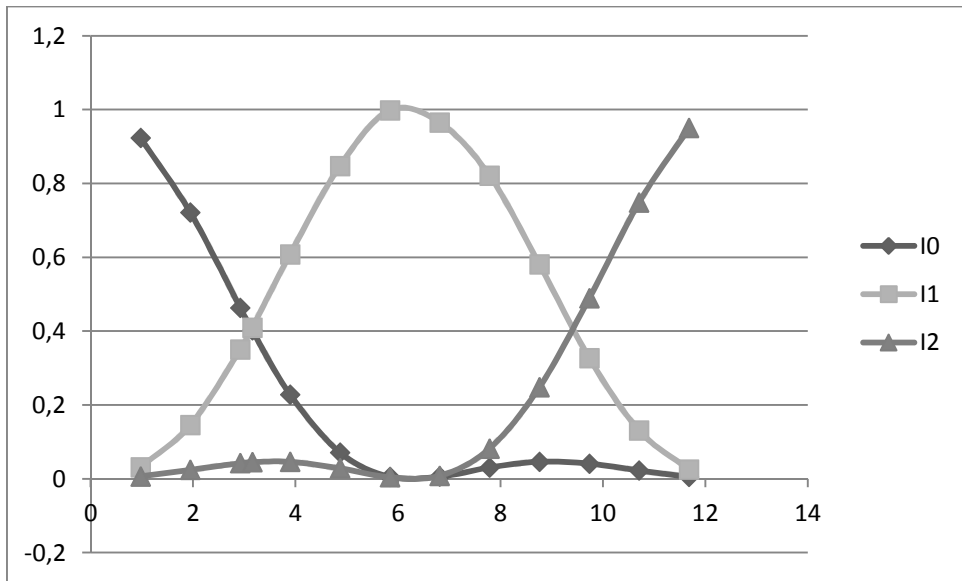
$n_{IOL}$	$n_{eye}$	$\lambda(\mu\text{m})$	$h_{max}$ ( $\mu\text{m}$ )	$\varphi_{max}(\text{deg})$	$I_0$	$I_1$	$I_2$
1,507	1,3377	0,546	0,5	0,973	0,923	0,0311	0,0065
1,507	1,3377	0,546	1,0	1,947	0,721	0,1456	0,0243
1,507	1,3377	0,546	1,5	2,920	0,463	0,3500	0,0425

1,507	1,3377	0,546	1,62	3,154	0,402	0,4093	0,0452
1,507	1,3377	0,546	2,0	3,894	0,228	0,6077	0,0461
1,507	1,3377	0,546	2,5	4,867	0,0714	0,8475	0,0286
1,507	1,3377	0,546	3,0	5,841	0,0056	0,998	0,0045
1,507	1,3377	0,546	3,5	6,814	0,0059	0,9651	0,0083
1,507	1,3377	0,546	4,0	7,788	0,0308	0,8216	0,0820
1,507	1,3377	0,546	4,5	8,761	0,0466	0,5808	0,2477
1,507	1,3377	0,546	5,0	9,735	0,0412	0,327	0,4891
1,507	1,3377	0,546	5,5	10,710	0,0224	0,1309	0,7484
1,507	1,3377	0,546	6,0	11,681	0,00537	0,0251	0,9500

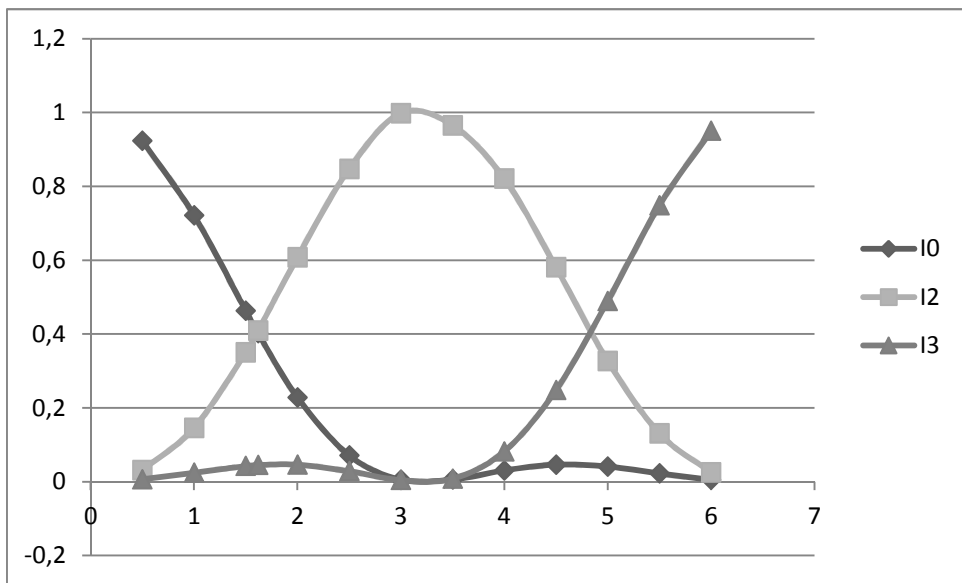


Σχήμα 5.2 Η  $\phi_{max}$  συναρτήσει του  $h_{max}$

Στο Σχήμα 5.2 φαίνεται η σχέση αναλογίας της  $\phi_{max}$  με το  $h_{max}$  που περιγράφεται στην σχέση (5.27).

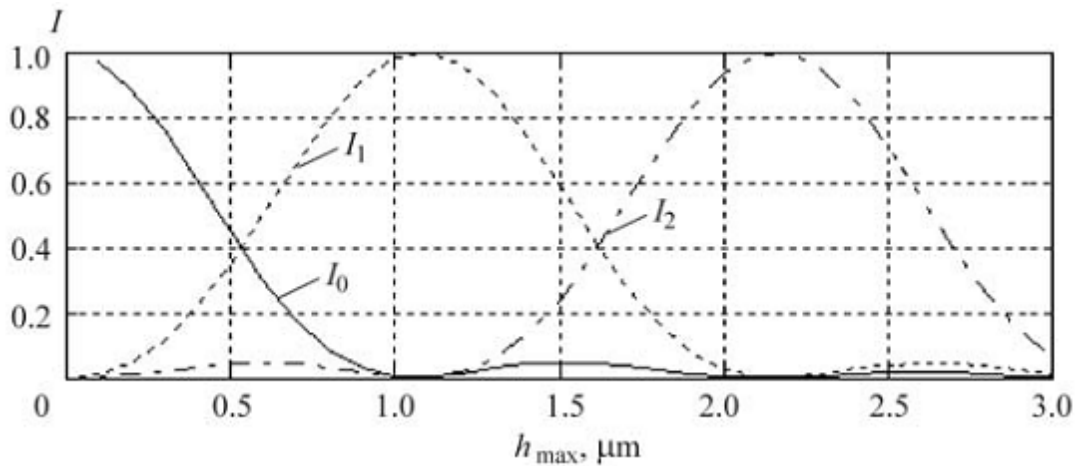


Σχήμα 5.3 Οι εντάσεις  $I_0, I_1, I_2$  συναρτήσει της  $\phi_{max}$



Σχήμα 5.4 Οι εντάσεις  $I_0, I_1, I_2$  συναρτήσει του  $h_{max}$

Παρατηρούμε ότι τα Σχήματα 5.3 και 5.4 παρουσιάζουν την συμπεριφορά που περιγράφεται στις σχέσεις (5.23 και 5.24) και αντιστοιχεί πλήρως στο πρωτότυπο γράφημα που παραθέτεται παρακάτω για σύγκριση.



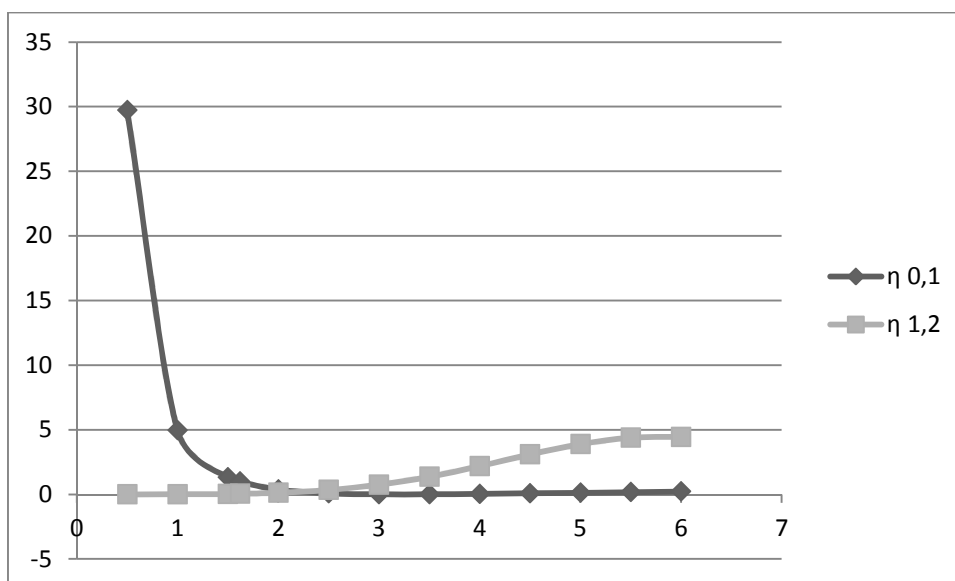
**Σχήμα 5.4-b** Οι εντάσεις  $I_0, I_1, I_2$  συναρτήσει του  $h_{max}$ . [Lenkova 2006]

Από Lenkova: Plots of changing intensities in the zero (solid curves), 1st (dashed), and 2d (dash-dotted) diffraction orders in the air versus profile height  $h_{max}$  for  $\lambda = 0.5461 \mu\text{m}$  ( $n_{IOL} = 1.507$  and  $n_{aq} = 1.3377$ ), (Lenkova, 2006).

Παρακάτω υπολογίζοντας την τιμή των  $\eta_{0,1}$ ,  $\eta_{1,2}$  από τις εξισώσεις (5.28) και (5.29) και από τα δεδομένα του πίνακα (5.3) προκύπτει η παρακάτω γραφική παράσταση.

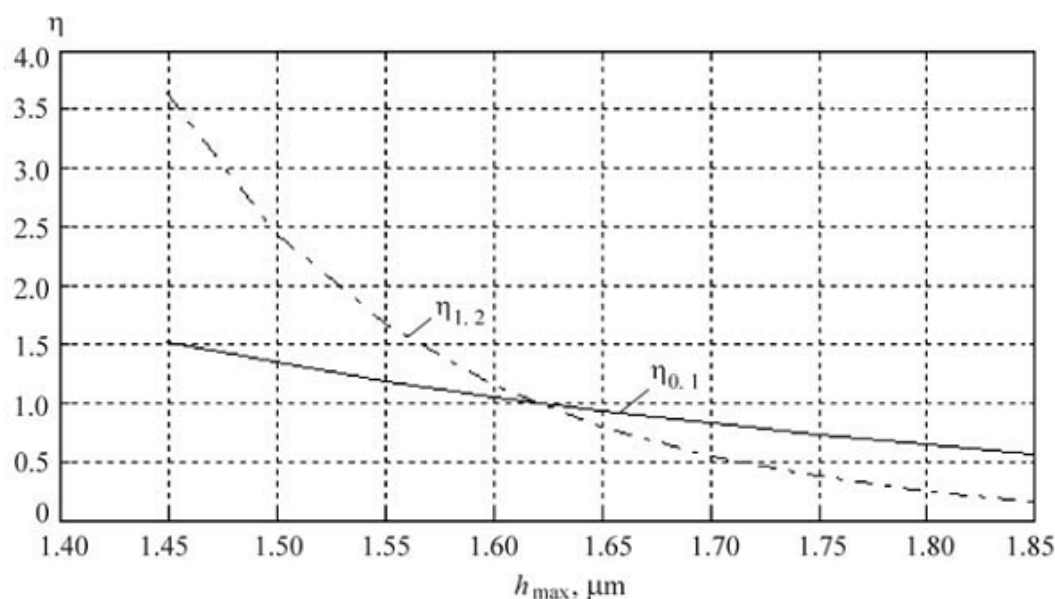
$$\eta_{0,1} = \frac{I_0}{I_1} = \left( \frac{\lambda - h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})}{h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})} \right)^2 \quad (5.28)$$

$$\eta_{1,2} = \frac{I_1}{I_2} = \left( \frac{2\lambda - h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})}{\lambda - h_{max}(n_{IOL} - n_{eye})} \right)^2 \quad (5.29)$$



**Σχήμα 5.5** Οι τιμές των  $\eta_{0,1}$ ,  $\eta_{1,2}$  συναρτήσει του  $h_{max}$

Όπως φαίνεται από το (Σχήμα 5.4) ενώ η τιμή του  $\eta_{0,1}$ , μειώνεται η τιμή του  $\eta_{1,2}$  αυξάνεται καθώς το  $h_{max}$ . Το παραπάνω γράφημα συμπίπτει με το πρωτότυπο γράφημα στις τιμές που συμπίπτουν (Lenkova 2006). Παρακάτω παραθέτουμε το πρωτότυπο γράφημα για σύγκριση στο οποίο χρησιμοποιείται μικρότερο εύρος τιμών.



**Σχήμα 5.5-b** Οι τιμές των  $\eta_{0,1}$ ,  $\eta_{1,2}$  συναρτήσει του  $h_{max}$ . [Lenkova 2006]

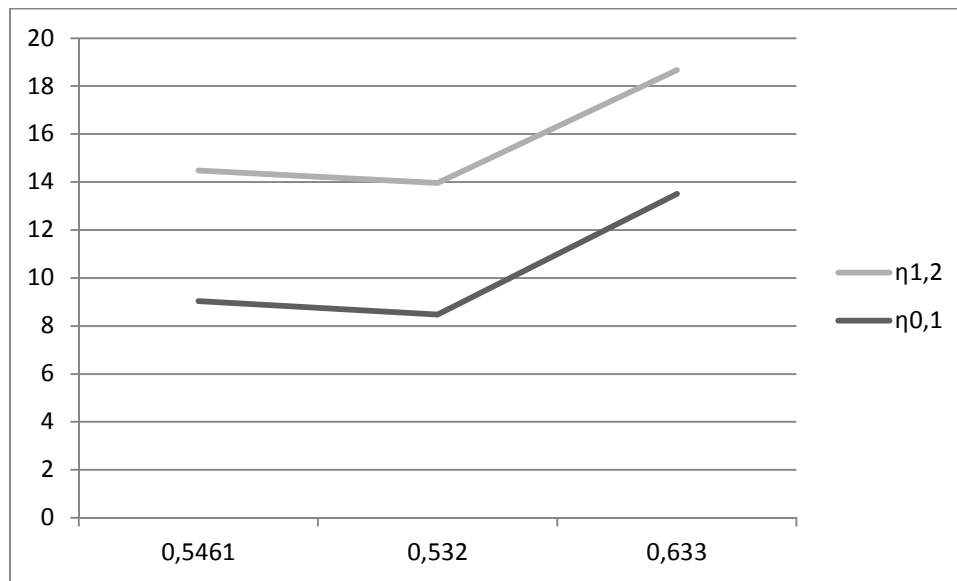
Από Lenkova: Changes of the relative intensities  $\eta_{0,1}$  in the medium (solid curve) and  $\eta_{1,2}$  in the air (dash-dotted) plotted versus profile height  $h_{max}$  for the wavelength  $\lambda = 0.5461 \mu\text{m}$  ( $n_{IOL} = 1.507$  and  $n_{aq} = 1.3377$ ), (Lenkova, 2006).

Στον πίνακα 5.4, χρησιμοποιώντας διάφορες τιμές μήκους κύματος ακτινοβολίας laser και συγκεκριμένα τις τιμές  $\lambda = 0,5461 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 0,6330 \mu\text{m}$  (He-Ne laser) και  $\lambda = 0,5320 \mu\text{m}$  (solid-state laser), καθώς και τα δεδομένα του πίνακα (5.4), υπολογίσαμε τις τιμές των  $\eta_{0,1}$ ,  $\eta_{1,2}$  μέσα σε ένα μέσο. Όπως φαίνεται σχήμα 5.6 η τιμή των  $\eta_{0,1}$ ,  $\eta_{1,2}$  εξαρτάται από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4**

$\lambda(\mu\text{m})$	$n_{IOL}$	$n_{eye}$	$n_{IOL} - n$	$h_{max} (\mu\text{m})$	$\varphi_{max}(\text{deg})$	$I_0$	$I_1$	$I_2$	$\eta_{0,1}$	$\eta_{1,2}$
0,5461	1,5070	1,3377	0,1693	1,61	3,135	0,412	0,054	0,0095	9,1	5,4
0,5320	1,5077	1,3387	0,169	1,61	3,219	0,396	0,057	0,0094	8,5	5,5
0,6330	1,5030	1,3348	0,1682	1,61	2,693	0,536	0,046	0,0084	13,5	5,2

Στον πίνακα (5.6) χρησιμοποιώντας διάφορες τιμές για το μήκος κύματος της ακτινοβολίας laser και χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα (5.6) υπολογίζονται τις τιμές των  $\eta_{0,1}$ ,  $\eta_{1,2}$  μέσα στον αέρα . Όπως φαίνεται η τιμή των  $\eta_{0,1}$ ,  $\eta_{1,2}$  μεταβάλλεται με το μήκος κύματος της ακτινοβολίας (Σχήμα 5.6).

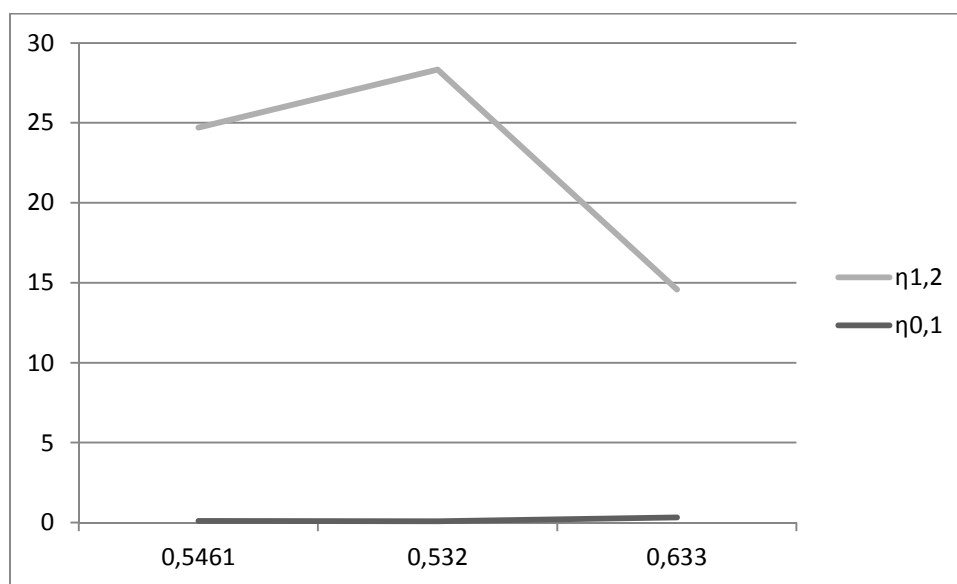


**Σχήμα 5.6** Εξάρτηση  $\eta_{0,1}$ ,  $\eta_{1,2}$  από μήκος κύματος της ακτινοβολίας.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.6**

$\lambda(\mu\text{m})$	$n_{IOL}$	$n_{eye}$	$n_{IOL} - n_{eye}$	$h_{max} (\mu\text{m})$	$\varphi_{max}(\text{deg})$	$I_0$	$I_1$	$I_2$	$\eta_{0,1}$	$\eta_{1,2}$
1,5070	1,3377	1	0,5070	1,61	9,387	0,041	0,40	0,016	0,11	24,6
1,5077	1,3387	1	0,5077	1,61	9,649	0,042	0,47	0,017	0,091	28,2
1,5030	1,3348	1	0,5030	1,61	8,034	0,037	0,12	0,008	0,32	14,3

Όπως φαίνεται στο σχήμα (5.7) η τιμή της  $I_0$  είναι πολύ μικρή στον αέρα και όπως έχει αναφερθεί στην περίθλαση μηδενικής τάξης οφείλεται η όραση στις μακρινές αποστάσεις.



**Σχήμα 5.7** Εξάρτηση  $\eta_{0,1}$ ,  $\eta_{1,2}$  από μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα.





## ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Στην παρούσα εργασία έγινε η μελέτη των συναρτήσεων PSF και MTF αλλά και ο προσδιορισμός του μετώπου κύματος για εκτροπές μέχρι 4<sup>ης</sup> τάξης όπου τα θεωρητικά μας δεδομένα ταίριαζαν εν μέρει με τα κλινικά. Σε μελλοντικές εργασίες θα ήταν πολύ ενδιαφέρον ο θεωρητικός προσδιορισμός των εκτροπών για μεγαλύτερες τάξεις, οι οποίες τα τελευταία χρόνια εμφανίζονται συχνά ιδιαίτερα μετά από κάποια εγχείρηση διαθλαστικής χειρουργικής. Οπότε θα ήταν πολύ χρήσιμη η σύγκριση όλων των κλινικών δεδομένων των εκτροπών ενός ασθενή με εκείνα ενός θεωρητικού μοντέλου.

Επιπλέον, θα ήταν ενδιαφέρουσα ο θεωρητικός προσδιορισμός του μετώπου κύματος και των συναρτήσεων MTF και PSF στην περίπτωση της πολυχρωματικής ακτινοβολίας.

Επίσης, θα μπορούσε να δημιουργηθεί μια οπτική διάταξη στο εργαστήριο για την καταγραφή των χαρακτηριστικών των υβριδικών ενδοφακών όπως εκείνη περιγράφεται στο 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας που βασίζεται στην εργασία της G.A. Lennkova με τίτλο «*Methods for Investigating Optical Characteristics of Bifocal Diffractive-Refractive Intraocular Lenses*»[2006].

Τέλος, θα ήταν πολύ χρήσιμο στην περίπτωση της μελλοντικής κατασκευής της πειραματικής διάταξης, η σχεδίαση και η μετέπειτα χρήση ενός μοντέλου ματιού για την πιο ακριβή μελέτη των οπτικών χαρακτηριστικών των ενδοφακών.



# ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Μαγουλάς, Μ., *Τοπογραφία και Wavefront*, m-BHTA, Αθήνα, 2005.
- [2] Ασημέλλης, Γ., *Μαθήματα Οπτικής*, Ανικούλα, Θεσσαλονίκη, 2005.
- [3] Maeda P., *Zernike Polynomials and Their Use in Describing the Wavefront Aberrations of the Human Eye*, Psych 221/EE 362, Applied Vision and Imaging Systems Course Project, Winter 2003.
- [4] Lenkova G., *Methods for Investigating Optical Characteristics of Bifocal Diffractive-Refractive Intraocular Lenses*, Optical Information Technologies, Elements and Systems, 262-273, June 2006.
- [5] Yoon G., *Aberration Theory*, Department of Ophthalmology Center for Visual Science, University of Rochester.
- [6] Wyant J., *Zernike Polynomials*, 2003
- [7] Mehta C., *Study of the Alcon Restor +3 Add Lens and the I-Diff*, International Eye Centre, Mumbai
- [8] Mrochen, M., Kaemmerer, M., Mierdel, P., Hans-Eberhard, K., *Principles of Tscherning Aberrometry*, Journal of Refractive Surgery, 16, 570-571, 2000.
- [9] Molebny, V., Panagopoulou, S., Molebny, S., Wakil, Y., Pallikaris, I., *Principles of Ray Tracing Aberrometry*, Journal of Refractive Surgery, 16, 572-575, 2000.
- [10] Δρόσος, Δ., Αξιολόγηση Οφθαλμικών Φακών με εκτροπόμετρο Schack-Hartmann, Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 2008.
- [11] Kaemmerer, M., Mrochen, M., Mierdel, P., Hans-Eberhard, K., Theo, S., *Clinical Experience With the of Tscherning Aberrometer*, Journal of Refractive Surgery, 16, 584-587, 2000.
- [12] Παπαγεωργίου, Γ., Τσιτούρας, Χ., Φαμέλης, Ι., *Σύγχρονο Μαθηματικό Λογισμικό Matlab-Mathematica*, Συμείων, Αθήνα, 2004.
- [13] Young, M., *Οπτική και Λείζερ*, ΕΜΠ, 2008.

- [14] Δημητρίου, Α., *Πολυώνυμα Zernike και τεχνητά νευρωνικά δίκτυα στη μελέτη του σφάλματος στη διαθλαστική χειρουργική*, Διπλωματική Εργασία, ΕΜΠ, 2011.
- [15] Feynman-Leighton-Sands, *Οι Διαλέξεις Φυσικής του Feynman-Τόμος Α'*, Εκδόσεις Τζιόλα, 2009.
- [16] Griffiths D., *Εισαγωγή στην Ηλεκτροδυναμική-Τόμος Ι*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2008.
- [17] Χαμόδρακας Σ., *Θέματα Μοριακής Βιοφυσικής-Τεύχος Β*, Εκδόσεις Συμμετρία, 1994.
- [18] Μακροπούλου Μ., *Βιοφυσικός Μηχανισμός της Όρασης*, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ, 2009-2010
- [19] Cameron J., Skofronick J., Grant R., *Φυσική του Ανθρώπινου Σώματος*, Επιστημονικές Εκδόσεις Παρισιανού Α.Ε, Αθήνα, 2001.
- [20] Ζευγώλης Δ., *Εφαρμοσμένη Οπτική με Θέματα Οπτικοηλεκτρονικής και Laser*, Εκδόσεις Τζιόλα, 2007.
- [21] Wilson J., Hawkes J., *Οπτοηλεκτρονική: μια εισαγωγή*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2007.
- [22] Schwiegerling J., *Visual Optics, Phd*, Ophthalmology & Optical Sciences, University of Arizona.
- [23] Carvalbo L.A., *Accuracy of Zernike Polynomials in Characterizing Optical Aberrations and the Corneal Surface of the Eye*, IOVS, Vol. 46, No.6, 1915-1926, June 2005.
- [24] Terwee T., Weeber H., Van der Mooren M., *Visualization of the Retinal Image in an Eye Model With Spherical and Aspheric Diffractive, and Refractive Multifocal Intraocular Lenses*, Journal of Refractive Surgery, Vol.24,223-232, March 2008.
- [25] Thibos L., Himebaugh N., Coe C., *Wavefront Refraction, Chapter 19 of Borish's Clinical Refraction 2<sup>nd</sup> Edition*, School of Optometry, Indiana University .
- [26] Wyant J., Creath K., *Basic Wavefront Aberration Theory for Optical Metrology*, Applied Optics and Optical Engineering, Vol. XI 27-39, 1992.
- [27] Ondategui J., Vilaseca M., Arjona M., Montasell A., Cardona G., Guell J., Pujol J., *Optical Quality After*

*Myopic Photorefractive Keratectomy and Laser in Situ Keratomileusis: Comparison Using a Double Pass System.*

- [28] Μέλη ΔΕΠ Α' Οφθαλμολογικής Κλινικής ΕΚΠΑ, *Οφθαλμολογία*, Εκδόσεις Π.Χ.Πασχαλίδης 2010
- [29] Kahle W., Frotscher M., *Εγχειρίδιο Περιγραφικής Ανατομικής-Νευρικό Σύστημα & Αισθητήρια Όργανα*, Εκδόσεις Π.Χ.Πασχαλίδης 2010
- [30] Fricker P., *Analyzing LASIK Optical Data Using Zernike Functions*, MATLAB Digest, January 2008.
- [31] Ανδρουλάκης Α., *Μαθηματικό Μοντέλο της Εξομάλυνσης που Επιφέρει το Επιθήλιο στην Ελεύθερη Επιφάνεια του Κερατοειδή*, Μεταπτυχιακή Εργασία, Ηράκλειο, 2006.
- [32] Ζερβός Χ., *Μέτρηση και Σύγκριση των Εκτροπών Υψηλής Τάξης σε Εμμέτρωπες Νεαρής και Πρεσβυοπικής Ηλικίας*, Μεταπτυχιακή Εργασία, Ηράκλειο, 2008.
- [33] Καλτσά Δ., *Χρωματική Εκτροπή Ενδοφακών*, Μεταπτυχιακή Εργασία, Ηράκλειο 2008.
- [34] Tripoli N., *The Zernike Polynomials*, Department of Ophthalmology, University of North Carolina.
- [35] <http://www.telescope-optics.net/>
- [36] [http://panorasi.blogspot.com/2010/08/blog-post\\_20.html](http://panorasi.blogspot.com/2010/08/blog-post_20.html)
- [37] <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0161642003008625>
- [38] <http://ahci.wikispaces.com/Eye-tracking>
- [39] <http://www.astro.ljmu.ac.uk/courses/phys134/scopes.html>
- [40] [http://www.traceytechnologies.com/products\\_opt\\_apps.htm](http://www.traceytechnologies.com/products_opt_apps.htm)
- [41] <http://panacea.med.uoa.gr/topic.aspx?id=888>
- [42] <http://wyant.optics.arizona.edu/zernikes/zernikes.htm>

