



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Τομέας ΙΙ

Εργαστήριο Βιομηχανικής & Ενεργειακής οικονομίας

Βελτιστοποίηση του συστήματος ύδρευσης στη Σύρο με τη βοήθεια Μαθηματικού Προγραμματισμού



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΓΙΑΜΠΟΥΡΑΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΜΑΥΡΩΤΑΣ Γ.

ΑΘΗΝΑ 2012

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε στο Εργαστήριο Βιομηχανικής και Ενεργειακής Οικονομίας της Σχολής Χημικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κατά το ακαδημαϊκό έτος 2012.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή Μαυρωτά Γιώργο για την συνεχή επίβλεψη και συστηματική καθοδήγηση σε κάθε στάδιο της εργασίας καθώς και για τις απολαυστικές συζητήσεις που έγιναν.

Επίσης δε θα μπορούσα να μην ευχαριστήσω τον Μιχάλη Παπασυμεών για την υποστήριξη του σε σημεία που ήταν παραπάνω από αναγκαία. Επίσης θέλω να ευχαριστήσω την μητέρα μου Στεφανία και τους Ολίνα, Νίκο, Δάνη, Αλέξανδρο και Στέφανο που με στήριξαν ψυχολογικά και ήταν πλάι μου ποικιλοτρόπως.

Τέλος θα ήθελα να αφιερώσω αυτήν την εργασία στον πατέρα μου Μανώλη γιατί είναι ο μόνος που δεν μπορώ να ευχαριστήσω από κοντά...

Γιαμπουράς Κωνσταντίνος.

If people do not believe that mathematics is simple,
it is only because they do not realize how complicated life is.

Remark made by von Neumann as keynote speaker at the first national meeting of the Association for Computing Machinery in 1947, as mentioned by Franz L. Alt at the end of "Archaeology of computers: Reminiscences, 1945--1947", Communications of the ACM, volume 15, issue 7, July 1972, special issue: Twenty-fifth anniversary of the Association for Computing Machinery, p. 694

Περιεχόμενα

Βελτιστοποίηση του συστήματος ύδρευσης στη Σύρο με τη βοήθεια Μαθηματικού Προγραμματισμού.....	1
Περίληψη	7
Abstract.....	8
1 Εισαγωγή.....	9
2 Μεθοδολογικό μέρος.....	11
2.1 Γενική θεώρηση.....	11
2.1.1 Γενικά στοιχεία.....	11
2.1.2 Περιγραφή προβλήματος.....	12
2.2 Μαθηματικός προγραμματισμός.....	15
2.2.1 Γραμμικός προγραμματισμός.....	17
2.2.2 Ακέραιος και μικτός γραμμικός προγραμματισμός.....	24
2.3 Η γλώσσα GAMS.....	29
2.3.1 Δομή ενός μοντέλου GAMS.....	30
3 Μελέτη περίπτωσης.....	34
3.1 Δεδομένα Σύρου.....	34
4 Ανάπτυξη μοντέλου.....	38
4.1 Ισοζύγια μάζας.....	39
4.2 Ροές.....	41
4.3 Δίκτυα αγωγών.....	41
4.4 Σταθμοί άντλησης.....	43
4.5 Δεξαμενές αποθήκευσης.....	43
4.6 Δυνατότητες εγκατάστασης.....	44
4.7 Μονάδες παραγωγής.....	44
4.8 Ενέργεια άντλησης.....	45
4.9 Λογικοί περιορισμοί.....	46
4.10 Αντικειμενική συνάρτηση.....	47
5 Επίλυση και συζήτηση αποτελεσμάτων.....	49
5.1 Σενάριο Αναφοράς.....	49
5.1.1 Επίλυση με ανοχή optcr=0.2.....	50
5.1.2 Επίλυση με ανοχή optcr=0,1 (Σενάριο αναφοράς).....	55
5.2 Δεδομένα Σύρου με αυξημένη ζήτηση 20%.....	59

5.3 Δεδομένα Σύρου με αύξηση της ζήτησης 20% την καλοκαιρινή περίοδο και μείωση της 20% τη χειμερινή	65
5.4 Δεδομένα Σύρου με μετατροπή του 20% πόσιμου νερού προς μη πόσιμο	70
5.5 Δεδομένα Σύρου με αλλαγή του επιτοκίου από $r=5\%$ σε $r=8\%$	76
6 Συμπεράσματα.....	78
Βιβλιογραφία.....	80
Παραρτήματα	83
Α Μοντέλο σε GAMS	83
Β Παράρτημα εικόνων	96
Γ Παράρτημα πινάκων.....	97

Περίληψη

Σε περιοχές με έλλειψη σημαντικών πόρων γλυκού νερού είναι αναγκαία η χρήση εναλλακτικών τρόπων κάλυψης των αναγκών σε πόσιμο και μη πόσιμο νερό όπως αφαλάτωση και καθαρισμός νερού λυμάτων. Τα παραπάνω καθιστούν βιώσιμες εναλλακτικές μεθόδους. Η παρούσα εργασία αποτελεί προσέγγιση βελτιστοποίησης ολοκληρωμένης διαχείρισης πόρων νερού, συμπεριλαμβανομένων αφαλατωμένου νερού, νερού λυμάτων και ανακτώμενου νερού σε νησιωτικές περιοχές που πάσχουν από λειψυδρία. Το μοντέλο μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού (MILP Mixed Integer Linear Programming) λαμβάνει υπόψη του τις υποπεριοχές του νησιού, τις κατά υποπεριοχήτοπικές ανάγκες νερού (συμπεριλαμβανομένης της ποιότητας του νερού), την παραγωγή νερού λυμάτων καθώς και γεωγραφικά στοιχεία. Επιπλέον λαμβάνονται υπόψη τα ξεχωριστά συστήματα πόσιμου και μη πόσιμου νερού. Οι βελτιστοποιημένες αποφάσεις διαχείρισης υδάτων, που περιλαμβάνουν την τοποθεσία των εγκαταστάσεων αφαλάτωσης, καθαρισμού λυμάτων και ανάκτησης νερού καθώς και τις υποδομές μεταφοράς αφαλατωμένου νερού, νερού λυμάτων και ανακτώμενου νερού, λαμβάνονται ελαχιστοποιώντας το ετησιοποιημένο κεφαλαιουχικό και λειτουργικό κόστος (ATC). Τέλος η προτεινόμενη προσέγγιση εφαρμόζεται στον ησίο της Σύρου.

Abstract

In areas lacking substantial freshwater resources, the utilisation of alternative water sources, such as desalinated seawater and reclaimed water, is a sustainable alternative option. The previously mentioned methods can be viable alternative solutions. This paper presents an optimisation approach for the integrated management of water resources, including desalinated seawater, wastewater and reclaimed water, for insular water deficient areas. The proposed mixed integer linear programming (MILP) model takes into account the subdivided regions on the island, the subsequent localised needs for water use (including water quality) and wastewater production, as well as geographical aspects. In addition, the integration of potable and non-potable water systems is considered. The optimal water management decisions, including the location of desalination, wastewater treatment, and reclamation plants, as well as the conveyance infrastructure for desalinated water, wastewater and reclaimed water, are obtained by minimising the annualised total capital and operating costs. Finally, the proposed approach is applied to a Greek island Syros, for case study and scenario analysis.

1 Εισαγωγή

Η διπλωματική έχει ως σκοπό την ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει το σύστημα ύδρευσης στο νησί της Σύρου και την βελτιστοποίησή του. Η μοντελοποίηση και βελτιστοποίηση γίνεται με μαθηματικό προγραμματισμό και συγκεκριμένα στη γλώσσα μοντελοποίησης GAMS.

Ο μαθηματικός προγραμματισμός έχει επανειλημμένα χρησιμοποιηθεί τα τελευταία χρόνια για τη βελτιστοποίηση της τροφοδοσίας νερού. Στη μελέτη (Voivontas, Arampatzis, Manoli, Karavitis&Assimacopoulos, 2003) προτάθηκε ένα μαθηματικό μοντέλο με σκοπό την εύρεση της οικονομικότερης βέλτιστης επέμβασης στο υπάρχον υδροδοτικό σύστημα στο νησί της Πάρου. Οι (Draper, Jenkins, Kirby, Lund&Howitt, 2003) στη μελέτη τους παρουσιάζουν οικονομοτεχνική μελέτη βελτιστοποίησης του μοντέλου για το κύριο υδροδοτικό δίκτυο της Καλιφόρνια. Στην παραπάνω πρόταση προτείνονται λειτουργίες των μονάδων νερού καθώς και η χωρική τους κατανομή για την επίτευξη μεγιστοποίησης του οικονομικού οφέλους από τη αστική και γεωργική χρήση του υδροδοτικού δικτύου στην Καλιφόρνια. Αργότερα οι (Medellin-Azuara, Mendoza-Espinoza, Lund&Ramirez-Acosta, 2007) εφάρμοσαν το ίδιο μοντέλο με στόχο την περαιτέρω αναζήτηση και ολοκλήρωση των εναλλακτικών λύσεων όπως αγορές νερού, επαναχρησιμοποίηση και αφαλάτωση θαλασσινού νερού στην Ενσενάνταστο Μεξικό. Στη μελέτη (Leitao, Mantos&Goncalves, 2005) αναπτύχθηκε ένα μοντέλο υποστήριξης αποφάσεων με σκοπό την ανίχνευση και εντοπισμό περιοχής για τις εγκαταστάσεις επεξεργασίας λυμάτων σε όρους αριθμού, δυναμικότητας και θέσης μονάδων επεξεργασίας λυμάτων καθώς και μήκους των κύριων αγωγών με χρήση συστημάτων γεωγραφικών πληροφοριών (GIS). Οι (Han, Xu&Xu, 2008) στην εργασία τους παρουσιάζουν ένα μοντέλο πολυκριτηριακού γραμμικού προγραμματισμού με στόχο την διάθεση υδάτινων πόρων συμπεριλαμβανομένων υπόγειων υδάτων, επιφανειακών υδάτων, ανακτώμενων υδάτων, βρόχινου νερού, θαλασσινού νερού για όλες τις χρήσεις για δεδομένη ζήτηση και πόρους στο Νταλιάν στην Κίνα. Στη μελέτη (Ray, Kirshen&Vogel 2010) προτάθηκε ένα στατικό ντετερμινιστικό μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού (LP) με στόχο την βελτιστοποίηση του ελαχίστου κόστους διαμόρφωσης της μελλοντικής προσφοράς, της απόρριψης νερού λυμάτων και των επιλογών επαναχρησιμοποίησης για μια ημιάνυδρη παράκτια πόλη στην οποία το ανακτώμενο νερό θεωρήθηκε βιώσιμη λύση ως παροχή νερού. Το ολοκληρωμένο μοντέλο βελτιστοποίησης εφαρμόστηκε στη Βυρητό του Λιβάνου όπου τα βέλιστα συστήματα νερού και λυμάτων λήφθηκαν για διαφορετικά σενάρια. Η μελέτη (Kondili, Knadellis&Papapostolou, 2010) περιλαμβάνει μια πρόταση συστημικής προσέγγισης για το βέλτιστο σχεδιασμό δικτύου ύδρευσης σε συστήματα με πολλαπλές πηγές τροφοδοσίας και πολλαπλούς χρήστες. Τα πλεονεκτήματα

από τους πολλαπλούς χρήστες και τα κόστη από τους υδάτινους πόρους περιλαμβάνονται στην αντικειμενική συνάρτηση αλλά το ίδιο δεν ισχύει για τα κόστη των δικτύων διανομής.

Στην παρούσα εργασία θα συμπεριληφθούν η οργάνωση της παραγωγής, διανομής και αποθήκευσης αφαλατωμένου και ανακτώμενου νερού, καθώς και η συλλογή και επεξεργασία νερού λυμάτων, ταυτόχρονα με την συνέργεια των συστημάτων πόσιμου και μη πόσιμου νερού. Στην παρούσα μελέτη προτείνεται μικτός ακέραιος προγραμματισμός (MILP) για την διαχείριση των υδάτινων πόρων περιλαμβανομένων αφαλατωμένου νερού, ανακτώμενου νερού και νερού λυμάτων. Οι τοποθεσίες και δυναμικότητες των τριών διαφορετικών εγκαταστάσεων, το κύριο δίκτυο διανομής αγωγών, ο αριθμός και τύπος αντλιών και δεξαμενών αποθήκευσης θα βελτιστοποιηθούν.

Η δομή της διπλωματικής εργασίας είναι οργανωμένη ως εξής: το μεθοδολογικό μέρος παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 2, και η μελέτη περίπτωσης στο Κεφάλαιο 3. Στο Κεφάλαιο 4 λαμβάνει χώρα η ανάπτυξη μοντέλου για το νησί της Σύρου ενώ στο Κεφάλαιο 5 η επίλυση και συζήτηση αποτελεσμάτων. Τέλος στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται κάποια βασικά συμπεράσματα.

2 Μεθοδολογικό μέρος

2.1 Γενική θεώρηση

2.1.1 Γενικά στοιχεία

Η ραγδαία αύξηση πληθυσμού και οικονομική ανάπτυξη απαιτεί μεγαλύτερες ποσότητες νερού για να καλύψει τις αυξημένες ανάγκες άρδευσης, βιομηχανίας και τριτογενούς τομέα καθώς και τα αυξημένα επίπεδα διαβίωσης. (Bouwer, 2000). Τελευταία, η λειψυδρία καθιστά σημαντικό θέμα για την επίτευξη αύξησης βιοτικού επιπέδου και ανάπτυξης. Για τον παραπάνω λόγο είναι αναγκαία μια ολοκληρωμένη προσέγγιση για την βιώσιμη εκμετάλλευση όλων των δυνατών υδάτινων πόρων. Η ολοκληρωμένη προσέγγιση διαχείρισης υδάτινων πόρων είναι πιο έντονη σε άνυδρες ή ημι-άνυδρες περιοχές, ιδιαίτερα σε νησιωτικές περιοχές, όπου υπάρχουν λίγες εναλλακτικές λύσεις για τη διαχείριση των υδάτινων πόρων (Lazarovaetal.,2001). Το νερό υπόγειων υδάτων είναι συχνά περιορισμένο και χαμηλής ποιότητας. Στην περίπτωση που υπάρχει, συχνά δεν είναι επαρκούς ποσότητας για να καλύψει αυξημένη ζήτηση υδάτινων πόρων (Whiteetal., 2007). Η εισαγωγή φρέσκου νερού από την ηπειρωτική χώρα χρησιμοποιώντας φορτηγά πλοία είναι ιδιαίτερα ακριβή και μη βιώσιμη εναλλακτική (Gikas&Tchobanoglous, 2009a). Οι μη συμβατικοί υδάτινοι πόροι αναμένεται να παίξουν κυρίαρχο ρόλο στη διαχείριση υδάτινων πόρων (Gikas&Angelakis, 2009) καθώς η εξοικονόμηση νερού είναι συνήθως αδύνατο να λύσει από μόνη της το πρόβλημα (Bakir, 2001), γιατί η μαζική συλλογή μέσω απορροής είναι συχνά πολύ ακριβή, χρονοβόρα και είναι πιθανό να απαιτεί αξιοποιήσιμη γη αν χρειάζεται η κατασκευή φραγμάτων (Υπουργείο Αγροτικής Ανάπτυξης 2002). Επομένως, το αφαλατωμένο (Khawaji, Kutubkhanah&Wie, 2008) και υφάλμυρο νερό (JAber&Ahmed, 2004) είναι οι πιο βιώσιμες εναλλακτικές λύσεις σε συνδυασμό με το νερό υπογείων υδάτων και τις εκάστοτε υποδομές που έχει στη διάθεση του το κάθε νησί.

Οι υπάρχουσες τεχνολογίες επεξεργασίας νερού είναι ικανές ακόμα και να παράγουν πόσιμο νερό με πρώτη ύλη το νερό λυμάτων (Law, 2003) αλλά κοστίζει ακριβά και δεν είναι κοινωνικά αποδεκτό όταν πρόκειται για πόσιμο νερό (Manners&Dowson). Το αφαλατωμένο και ανακτώμενο νερό θα ήταν προτιμότερο να λειτουργούν συμπληρωματικά. Το αφαλατωμένο νερό να χρησιμοποιηθεί προς χρήση πόσιμου νερού, με σχετικά υψηλό οικονομικό και περιβαλλοντικό κόστος (Karagiannis&Soldatos, 2008), ενώ το ανακτώμενο από τα λύματα μετά από τον απαιτούμενο καθαρισμό νερό προς χρήση μη πόσιμου νερού για βιομηχανικές και αγροτικές χρήσεις αντίστοιχα σε σχέση με τα ποιοτικά χαρακτηριστικά του (WorldHealthOrganisation, 2006), με

σημαντικά χαμηλότερα κόστη (Gikas&Tchobanoglous, 2009a). Η παραπάνω εναλλακτική πρόταση αποτελεί λύση μακράς διάρκειας σύμφωνα με τα δεδομένα αύξησης της ζήτησης νερού (Miller, 2006).

Στην μελέτη (Gikas&Tchobanoglous, 2009a) εκτιμήθηκε το κόστος του αφαλατωμένου και ανακτώμενου νερού για τα νησιά του Αιγαίου Πελάγους στην Ελλάδα ως συνάρτηση της χωρητικότητας των εγκαταστάσεων και της ποιότητας του νερού. Οι εγκαταστάσεις αποθήκευσης ανακτώμενου νερού και τα δίκτυα διανομής συμβάλλουν σημαντικά στο κόστος. Δημοσιευμένες μελέτες έχουν υποδείξει την αποκέντρωση των μονάδων ως ιδιαίτερα επωφελή λύση σε προβλήματα διαχείρισης υδάτινων πόρων, με σκοπό την επίτευξη βέλτιστης λύσης (Gikas&Tchobanoglous, 2009b),(Kornelaki, Liu,Parageorgiou&Gikas ,2010) Επιπλέον στην περίπτωση χρήσης ανακτώμενου νερού το σύστημα διανομής νερού θα πρέπει να είναι διπλό (Okun, 1997). Η ποιότητα του ανακτώμενου νερού είναι η βασική παράμετρος που λαμβάνεται υπόψη για την κατασκευή της εν λόγω εγκατάστασης. Συχνά η κατασκευή μονάδων ανακτώμενου νερού βασίζεται σε παρόντα στοιχεία σε διαφορετική περίπτωση γίνεται χρήση πιλοτικών μελετών (Aggeli, Kalavrouziotis,&Bezergianni, 2009).

Πρόσφατα, οι τεχνικές βελτιστοποίησης αποτελούν χρήσιμο εργαλείο στην διαχείριση υδάτινων πόρων λόγω των πολλών μεταβλητών που πρέπει να εκτιμηθούν. Στην μελέτη των (Reca, Roldan, Alcaide, Lopez&Camacho, 2001) προτάθηκε ένα μοντέλο βελτιστοποίησης της κατανομής υδάτινων πόρων σε συστήματα πόρων με έλλειψη νερού προς γεωργική χρήση με σκοπό την αύξηση του συνολικού οικονομικού οφέλους. Στην μελέτη (Georgakorouliouetal. 2001) θεωρήθηκε μια εναλλακτική στρατηγική υδροδότησης στην οποία η αφαλάτωση υφάλμυρου νερού, η επεξεργασία νερού λυμάτων καθώς και ο εμπλουτισμός του υδροφόρου ορίζοντα γίνονται με χρήση επεξεργασμένου νερού λυμάτων. Επιπλέον, αναπτύχθηκε ένα εργαλείο υποστήριξης αποφάσεων για την διερεύνηση της σκοπιμότητας και εφαρμοσιμότητας της εναλλακτικής στρατηγικής με σκοπό την οικονομική αξιολόγηση του συνολικού σχεδίου. Στην μελέτη (WangandJamieson, 2002) παρουσιάστηκε μια αντικειμενική προσέγγιση επεξεργασίας νερού λυμάτων ανά περιοχή ,σχετικά με την συνδυασμένη χρήση GeneticAlgorithms (GA) και ArtificialNeuralNetworks (ANN), με σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους της επεξεργασίας λυμάτων σύμφωνα με συγκεκριμένες προδιαγραφές εκπομπής καυσαερίων (fixed-emissionstandard) ή σύμφωνα με πρότυπα ροής νερού (in-streamwaterqualityrequirements).

2.1.2 Περιγραφή προβλήματος

Στο παρόν ζήτημα θεωρείται νησιωτική απομονωμένη περιοχή στην οποία παρουσιάζεται φαινόμενο λειψυδρίας. Η ζήτηση μπορεί να ικανοποιηθεί μόνο από αφαλατωμένο νερό, ανακτώμενο νερό από καθαρισμό λυμάτων και σε μικρή ποσότητα νερό υπόγειων υδάτων. Ο υπόλοιπος επιλογές όπως εισαγωγή νερού και βρόχινο νερό φραγμάτων δεν περιλαμβάνονται. Η περίπτωση της εισαγωγής νερού είναι πολύ ακριβή και μη βιώσιμη ενώ τα

φράγματα θα μπορούσαν να αποτελούν βοηθητικό παράγοντα στη μελέτη κυρίως στην περίπτωση που θα ήταν ήδη κατασκευασμένα από πριν.

Με βάση την διανομή του πληθυσμού και το έδαφος η περιοχή διαιρείται σε υποπεριοχές. Θεωρείται οτιοι πληθυσμοί κάθε περιοχής βρίσκονται συγκεντρωμένοι στο σχετικό κέντρο με δεδομένες τις ανά χρονική περίοδο ανάγκες για πόσιμο και μη πόσιμο νερό. Οι βέλτιστες θέσεις και δυναμικότητες των μονάδων αφαλάτωσης, καθαρισμού λυμάτων και ανάκτησης νερού θα προσδιοριστούν.

Το υδροδοτικό σύστημα στην περιοχή είναι διαιρεμένο σε σύστημα πόσιμου και μη πόσιμου νερού. Στο σύστημα μη πόσιμου νερού το νερό λυμάτων συγκεντρώνεται από όλες τις πιθανές περιοχές. Το νερό που συλλέχθηκε πηγαίνει προς πρωτογενή και δευτερογενή επεξεργασία σύμφωνα με συγκεκριμένες ποιοτικές προδιαγραφές. Μετά μέρος του επεξεργασμένου νερού ίσως χρειάζεται, με ένα επί πλέον κόστος, να ανακτηθεί, ενώ το υπόλοιπο εκρέει στη θάλασσα. Το νερό που ανακτήθηκε μπορεί να διανεμηθεί σε άλλες περιοχές για να καλύψει τις ανάγκες σε μη πόσιμο νερό όπως καλλιέργειες, άρδευση και βιομηχανική δραστηριότητα, κ.α. Στο σύστημα πόσιμου νερού το αφαλατωμένο νερό από τις μονάδες αφαλάτωσης διανέμεται σε άλλες περιοχές για να καλύψει την ζήτηση σε πόσιμο και μη πόσιμο νερό, το ίδιο συμβαίνει και για το νερό από υπόγεια ύδατα αν υπάρχει. Θεωρείται ότι δεν υπάρχουν απώλειες νερού στις διεργασίες.

Οι ανάγκες πόσιμου και μη πόσιμου νερού, όπως και η παραγωγή νερού λυμάτων διαφέρουν ανάλογα με την χρονική περίοδο. Με βάση τη ζήτηση νερού το έτος χωρίζεται σε δύο χρονικές περιόδους: υψηλής και χαμηλής ζήτησης. Η ζήτηση σε κάθε περίπτωση όπως και η παραγωγή, στην περίπτωση του νερού λυμάτων, θεωρείται σταθερή κατά την διάρκεια κάθε περιόδου.

Η ήδη υπάρχουσα ζήτηση για διανομή νερού και αποθήκευση, συμπεριλαμβανομένων των κεντρικού δικτύου νερού μεταξύ υποπεριοχών, σταθμών άντλησης και δεξαμενών αποθήκευσης θα βελτιστοποιηθούν επίσης. Οι σωληνώσεις μεταφοράς νερού υπόγειων υδάτων θεωρούνται στο πρόβλημα όπως ήδη υπάρχουν. Ωστόσο το τμήμα του δικτύου νερού υπόγειων υδάτων, το οποίο θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την μεταφορά αφαλατωμένου νερού, δεν έχει τέτοια χρήση λόγω του γεγονότος ότι η ροές είναι αντίθετες, δηλαδή από τα κέντρα πληθυσμού κοντά στη θάλασσα για το αφαλατωμένο νερό και από τις περιοχές με μεγαλύτερο υψόμετρο για τα υπόγεια ύδατα. Πρέπει να σημειωθεί ότι η διανομή νερού μέσα στις υποπεριοχές δεν λαμβάνεται υπόψη.

Μεταξύ δύο υποπεριοχών που προορίζονται για σύνδεση οι αποστάσεις, οι αποστάσεις άντλησης και τα ύψη άντλησης είναι γνωστά και παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 3. Τα ζευγάρια μεγεθών χρησιμοποιούνται για να υπολογιστούν τα μήκη και κόστη σωληνώσεων καθώς και τα κόστη άντλησης και σταθμών άντλησης.

Στο εν λόγω ζήτημα διαχείρισης υδάτινων πόρων δεδομένα είναι: οι υποπεριοχές, οι κόμβοι (πληθυσμού και πιθανών σημείων τοποθέτησης μονάδων), ο πίνακας αποστάσεων, ο πίνακας αποστάσεων όπου χρειάζεται άντληση (ανωφέρειες) , οι υψομετρικές διαφορές, η ζήτηση πόσιμου και μη πόσιμου νερού, παραγωγή νερού λυμάτων, διαθέσιμο νερό υπόγειων υδάτων ανά περίοδο, κεφαλαιουχική επένδυση, κεφαλαιουχικό κόστος μονάδων αφαλάτωσης, επεξεργασίας λυμάτων και ανάκτησης, ενεργειακή κατανάλωση των μονάδων, κόστη σωληνώσεων ανάλογα με τη διάμετρο τους, κεφαλαιουχικό κόστος σωληνών ανάλογα το μέγεθός τους, τύποι και κόστη αντλιών, τιμή ρεύματος με σκοπό τον προσδιορισμό τοποθεσιών και δυναμικότητων των εγκαταστάσεων αφαλάτωσης, επεξεργασίας νερού λυμάτων και ανάκτησης, σωληνώσεων αφαλατωμένου νερού, νερού λυμάτων και ανάκτησης συμπεριλαμβανομένων των μεγεθών τους, όγκους παραγωγής των εν λόγω μονάδων ανά χρονική περίοδο, κύριες ροές των τριών διαφορετικών τύπων νερού ανά χρονική περίοδο, αριθμό, τύπο και λειτουργικό τμήμα αντλιών σε κάθε κόμβο, αριθμό και μέγεθος δεξαμενών αποθήκευσης για πόσιμο και μη πόσιμο νερό με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του συνολικού ετησιοποιημένου κόστους (κεφαλαιουχικά και λειτουργικά κόστη). Το κεφαλαιουχικό κόστος περιλαμβάνει το κόστος επένδυσης για τις εγκαταστάσεις, τις σωληνώσεις, τις αντλίες, τις δεξαμενές αποθήκευσης, ενώ το λειτουργικό τα αντίστοιχακόστη των μονάδων και το κόστος άντλησης.

Το διάγραμμα ροής ισοζυγίων μαζών βρίσκεται στην αρχή του κεφαλαίου 4..

2.2 Μαθηματικός προγραμματισμός

Ο μαθηματικός προγραμματισμός (mathematical programming) είναι ίσως η πιο ανεπτυγμένη και περισσότερο χρησιμοποιημένη τεχνική υποστήριξης αποφάσεων στην οικονομία και διοίκηση. Έχει ως αντικείμενο την βέλτιστη κατανομή περιορισμένων μέσων ή πόρων μεταξύ διάφορων ανταγωνιστικών δραστηριοτήτων κάτω από συνθήκες βεβαιότητας. Ένα μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού αποτελείται από μια αντικειμενική συνάρτηση (objective function) η οποία εκφράζει το στόχο που θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε ή ελαχιστοποιήσουμε και από ένα σύνολο περιορισμών (δυναμικότητας, διαθεσιμότητας πόρων, τεχνολογίας, κλπ.), που εκφράζουν τους περιορισμούς του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο πρέπει να ληφθεί η απόφαση. Γενικό χαρακτηριστικό των μοντέλων μαθηματικού προγραμματισμού είναι ότι τόσο η αντικειμενική συνάρτηση όσο και οι περιορισμοί του προβλήματος εκφράζονται ως μαθηματικές συναρτήσεις (Πραστάκος, 2003).

Τα βασικά συστατικά ενός προβλήματος μαθηματικού προγραμματισμού είναι τα ακόλουθα:

Μεταβλητές απόφασης: Εκφράζουν ουσιαστικά τους αγνώστους του προβλήματος και είναι οι μεταβλητές που ελέγχει ο αποφασίζων, δηλ. εκείνες των οποίων τις τιμές μπορεί να καθορίσει. Το σύνολο των μεταβλητών απόφασης αποτελεί ουσιαστικά το αντικείμενο της διαδικασίας λήψης απόφασης. Η διαδικασία βελτιστοποίησης αποσκοπεί στο να βρεθούν οι τιμές εκείνες για τις μεταβλητές απόφασης οι οποίες βελτιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση.

Αντικειμενική συνάρτηση: Αποτελεί τη μαθηματική σχέση των μεταβλητών απόφασης που εκφράζει το κριτήριο βελτιστοποίησης. Επιδιώκεται είτε η ελαχιστοποίηση είτε η μεγιστοποίηση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Στα προβλήματα πολυκριτηριακού μαθηματικού προγραμματισμού (multiobjective mathematical programming) υπάρχουν περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις (κριτήρια απόφασης), γι αυτό και τα προβλήματα αυτά αναφέρονται και ως προβλήματα διανυσματικής βελτιστοποίησης (vector optimization).

Περιορισμοί: Είναι οι μαθηματικές σχέσεις που καθορίζουν τις τιμές που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές απόφασης στη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Καθορίζουν δηλαδή το πεδίο ορισμού (εφικτό χώρο) του προβλήματος. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι ισότητες ή ανισοεξισώσεις.

1. Παράμετροι: Είναι τα εξωγενώς οριζόμενα (εκτός του ελέγχου του αποφασίζοντος) μεγέθη του προβλήματος. Πρόκειται ουσιαστικά για τους γνωστούς όρους του προβλήματος οι οποίοι έχουν σταθερή τιμή στη

διαδικασία βελτιστοποίησης. Συνήθως είναι συντελεστές των μεταβλητών απόφασης ή εκφράζουν ποσότητες απαραίτητες στη διαμόρφωση των περιορισμών (π.χ. την απαιτούμενη ζήτηση μιας δραστηριότητας). (Σίσκος Ελευθέριος, 2011, Ανάπτυξη μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού για την προσομοίωση επιχειρηματικών αποφάσεων με έμφαση στην αντιμετώπιση της αβεβαιότητας)

2.2.1 Γραμμικός προγραμματισμός

Στο χώρο της επιχειρησιακής έρευνας ο γραμμικός προγραμματισμός κρατά αδιαμφισβήτητα κυρίαρχη θέση, αξιοποιώντας τόσο την έρευνα μαθηματικών και οικονομολόγων σε θεωρητικό επίπεδο όσο και ανάπτυξη της πληροφορικής επιστήμης και τεχνολογίας.

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός χρησιμοποιείται για την προσέγγιση προβλημάτων κατανομής περιορισμένων πόρων ή μέσων σε εναλλακτικές και ανταγωνιστικές μεταξύ τους δραστηριότητες κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Ως άριστος δυνατός τρόπος ορίζεται εκείνος ο οποίος βελτιστοποιεί ένα στόχο (μια αντικειμενική συνάρτηση), π.χ. ελαχιστοποιεί το κόστος ή μεγιστοποιεί την απόδοση, κ.λπ.

Τέτοια προβλήματα παρουσιάζονται συχνά όταν πρόκειται να ληφθεί απόφαση οικονομικού προγραμματισμού, δηλαδή απόφαση σχετικά με το επίπεδο στο οποίο θα αναπτυχθούν ορισμένες οικονομικές δραστηριότητες που διεκδικούν τους ίδιους πόρους.

Μερικά παραδείγματα είναι η κατανομή του κρατικού προϋπολογισμού μεταξύ διαφόρων προγραμμάτων, υπουργείων κ.ά., η κατανομή των πρώτων υλών, του εργατικού δυναμικού και των μηχανών μιας επιχείρησης για την παραγωγή των προϊόντων της ή την εξυπηρέτηση των πελατών της, η κατανομή ενός κεφαλαίου μεταξύ ανταγωνιζομένων επενδυτικών ευκαιριών κ.ά..

Για τη λύση αυτών των προβλημάτων ο ΓΠ χρησιμοποιεί ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο αποτελείται από μεταβλητές απόφασης, μια αντικειμενική συνάρτηση (ή συνάρτηση σκοπού) και ένα σύνολο περιορισμών.

Το μοντέλο αυτό ονομάζεται μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού διότι η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί είναι γραμμικές συναρτήσεις ως προς τις άγνωστες μεταβλητές, οι άγνωστες μεταβλητές είναι συνεχείς (δηλαδή μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή σε ένα διάστημα πραγματικών αριθμών) και η λύση του προβλήματος ΓΠ αποτελεί ένα πρόγραμμα για την (οικονομική συνήθως) δραστηριότητα που πρόκειται να αναπτυχθεί.

Αναλυτικά, ένα τυπικό μονοκριτήριο γραμμικό πρόβλημα ορίζεται ως εξής:

Να προσδιοριστούν οι τιμές των μεταβλητών $(x_1, x_2, \dots, x_\ell)$ που βελτιστοποιούν (μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν) τη γραμμική αντικειμενική συνάρτηση (κριτήριο βελτιστοποίησης):

$$g(x) = z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_\ell x_\ell$$

Υπό τους γραμμικούς περιορισμούς:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1\ell}x_\ell \leq \dot{=} \dot{=} \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2\ell}x_\ell \leq \dot{=} \dot{=} \geq b_2$$

...

...

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{m\ell}x_\ell \leq \dot{=} \dot{=} \geq b_m$$

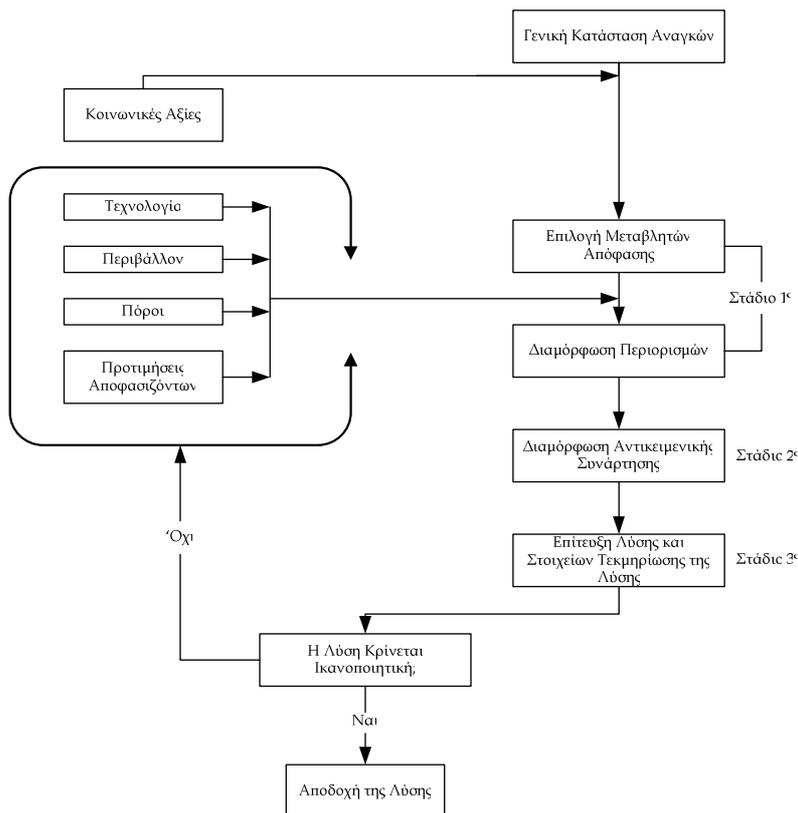
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_\ell \geq 0$$

Όπου το πρόσημο ενός περιορισμού είναι εναλλακτικά μικρότερο ή ίσο « \leq », ίσο « $=$ » ή μεγαλύτερο ή ίσο « \geq » και a_{ij} , b_i , c_j , για $i=1, 2, \dots, m$ και $j=1, 2, \dots, \ell$ είναι γνωστοί πραγματικοί συντελεστές. Οι περιορισμοί (3.3) είναι συμβατικοί και αποδίδουν (μοντελοποιούν) τη συνήθη φυσική σημασία των μεταβλητών απόφασης.

2.2.1.1 Διατύπωση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού

Ο ΓΠ είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την αντιμετώπιση πολλών περίπλοκων προβλημάτων αποφάσεων. Η «ποιότητα» των αποφάσεων αυτών, όμως, εξαρτάται απόλυτα από την ακρίβεια της περιγραφής της κατάστασης που μελετάται και από την καταλληλότητα του μοντέλου και των προϋποθέσεων ή απλουστεύσεων που επιβάλλει ο μελετητής ή το συγκεκριμένο μοντέλο. Με λίγα λόγια, η ποιότητα της απόφασης εξαρτάται σημαντικά από την ακρίβεια της διατύπωσης του προβλήματος.

Το μεθοδολογικό πλαίσιο σύμφωνα με το οποίο μοντελοποιείται ένα πρόβλημα απόφασης ως πρόβλημα ΓΠ, παρουσιάζεται στην εικόνα 1.



Εικόνα 1 Διαδικασία μοντελοποίησης και υποστήριξης αποφάσεων

Τα βήματα που απαρτίζουν τη διαδικασία λήψης αποφάσεων είναι:

- ◆ Κατανόηση του προβλήματος και ορισμός των μεταβλητών
- ◆ Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης
- ◆ Ορισμός των περιορισμών και
- ◆ Εξέταση των προϋποθέσεων του ΓΠ.

Τα βήματα αυτά ισχύουν για όλα τα προβλήματα ΓΠ. Η δυσκολία του κάθε βήματος, όμως, και ο χρόνος που απαιτείται στο κάθε στάδιο, διαφέρει από πρόβλημα σε πρόβλημα.

Επίσης, τα βήματα αυτά δεν είναι «στεγανά» διαχωρισμένα μεταξύ τους, ενώ το περιεχόμενό τους συχνά δεν είναι σαφώς καθορισμένο. Ένα πρόβλημα ΓΠ ενδεχομένως να μην έχει μία μοναδική διατύπωση. Έτσι, κατά τη διατύπωση ενός προβλήματος ΓΠ ίσως υπάρξει ανάγκη να επανέλθουμε σε προηγούμενο στάδιο και να αναθεωρήσουμε τις εκεί προϋποθέσεις και συμπεράσματα. Η επιτυχία της διατύπωσης εξαρτάται σε ένα βαθμό από τη φαντασία του μελετητή και από την πείρα του στη διατύπωση παρόμοιων προβλημάτων.

2.2.1.2 Κατανόηση του προβλήματος και ορισμός των μεταβλητών

Το στάδιο αυτό, που αποτελεί προϋπόθεση για όλα τα επόμενα, είναι από τα πιο δύσκολα στα μεγάλα «αληθινά» προβλήματα. Ο αναλυτής εδώ πρέπει να κατανοήσει αρχικά ποιο είναι το πρόβλημα. Ποιά εναλλακτικά σχέδια δράσης (δραστηριότητες) εξετάζονται; Ποιές είναι οι μεταβλητές (εξωγενείς, ελεγχόμενες) του προβλήματος; Τί ερωτήματα έχουν τεθεί; Και πώς σχετίζονται τα σχέδια δράσης με ένα πιθανό αποτέλεσμα; Κατά τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας ο μελετητής πρέπει επίσης να ξεκαθαρίσει ποιά δεδομένα (μέσα από τον μεγάλο όγκο δεδομένων στο οποίο μπορεί να έχει πρόσβαση) είναι εκείνα που τον ενδιαφέρουν. Πολλές φορές στα στοιχεία υπάρχουν ελλείψεις ή αντιφάσεις, οπότε πρέπει να ασχοληθεί με ανάλογη συμπλήρωση, επαλήθευση ή επιλογή.

2.2.1.3 Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης

Το μοντέλο του ΓΠ απαιτεί μια μοναδική αντικειμενική συνάρτηση. Πολλές φορές όμως υπάρχουν καταστάσεις στις οποίες μπορεί κανείς να διατυπώσει περισσότερους από έναν σκοπούς. Επιπλέον, ενδέχεται μερικοί από αυτούς τους σκοπούς να μην συμβιβάζονται με άλλους, αλλά όλοι οι σκοποί συνολικά να οδηγούν σε διαφορετική στρατηγική δράση.

Σε περιπτώσεις, λοιπόν, όπου ο μελετητής συναντάει τέτοιου είδους προβλήματα μπορεί να ακολουθήσει μια από τις ακόλουθες τακτικές:

α) να επιλέξει τον σκοπό εκείνο ο οποίος ενδιαφέρει περισσότερο ή άμεσα, κατόπιν συνεννόησης με την διοίκηση και αφού εξεταστούν οι διάφοροι αντικειμενικοί σκοποί,.

β) να εκφράσει τους διάφορους επί μέρους στόχους, να τους αποτιμήσει ως προς τη σημασία τους, και να υπολογίσει ως αντικειμενική συνάρτηση το άθροισμα των γινομένων του κάθε επί μέρους στόχου επί την σπουδαιότητά του.

γ) να επιλέξει τον πρωταρχικό σκοπό για την αντικειμενική συνάρτηση, και να εκφράσει τους άλλους σκοπούς ως περιορισμούς όπου δεν θα επιτραπεί να «πέσουν» χαμηλότερα από ορισμένα όρια ανοχής.

δ) να χρησιμοποιήσει μεθόδους του προγραμματισμού στόχων (goalprogramming) με τις οποίες επιθυμούμε να ελαχιστοποιήσουμε το άθροισμα των αποκλίσεων του κάθε σκοπού από κάποιον στόχο.

ε) να χρησιμοποιήσει άλλη μέθοδο πολυκριτηριακής ανάλυσης.

2.2.1.4 Ορισμός των περιορισμών

Ένα μεγάλο μέρος της επιτυχίας του πρότυπου του ΓΠ εξαρτάται από την ικανότητα του μελετητή να διατυπώνει με ακρίβεια, συντομία και πληρότητα όλους τους περιορισμούς οι οποίοι είναι σχετικοί με την κατάσταση που μελετάται. Οι περιορισμοί αυτοί περιλαμβάνουν περιορισμούς δυναμικότητας (παραγωγής, αγοράς, κ.λπ.), τεχνολογίας, διαθεσιμότητας πρώτων υλών, νομικούς ή θεσμικούς, κ.ά.. Ωστόσο πρέπει να περιλαμβάνονται μόνο οι άμεσα σχετικοί περιορισμοί, και να εκφράζονται με συντομία και ακρίβεια.

2.2.1.5 Εξέταση των περιορισμών

Προκειμένου να διατυπώσουμε ένα μοντέλο ΓΠ πρέπει προηγουμένως να βεβαιωθούμε ότι ισχύουν οι προϋποθέσεις του ΓΠ. Εάν δεν ισχύουν, τότε μπορούμε να διατυπώσουμε και να λύσουμε μια προσέγγιση του προβλήματος για την οποία ισχύουν, με την επιφύλαξη όμως ότι η προσέγγιση αυτή θα ληφθεί υπόψη στην εκτίμηση της ακρίβειας της λύσης.

Οι προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν για να διατυπωθεί ένα μοντέλο ΓΠ είναι οι εξής:

α) Γραμμικότητα

Όλες οι συναρτήσεις του προβλήματος (αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί) πρέπει να είναι γραμμικές ως προς τις άγνωστες μεταβλητές x_1, x_2, \dots, x_n . Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να ισχύουν οι ιδιότητες της αναλογιστικότητας και της προσθετικότητας, δηλαδή εάν ψ είναι μια συνάρτηση μεταβλητών και a_1, a_2, \dots, a_n είναι σταθερές, πρέπει να ισχύει:

$$\psi(a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n) = a_1\psi(x_1) + a_2\psi(x_2) + \dots + a_n\psi(x_n)$$

Η προϋπόθεση της γραμμικότητας είναι πολύ σημαντική και πρέπει να προσεχτεί ιδιαίτερα. Μερικές σχέσεις όπως παρουσιάζονται στην γραμμικότητα είναι μη γραμμικές, παρουσιάζοντας οικονομίες κλίμακας ή σταθερά κόστη (economies of scale, fixed costs). Χρησιμοποιώντας ΓΠ θα πρέπει να είμαστε βέβαιοι ότι η προϋπόθεση της γραμμικότητας ισχύει. Άλλες πάλι σχέσεις είναι τμηματικά γραμμικές (piecewise linear).

Τέλος, ένα επακόλουθο της γραμμικότητας είναι ότι δεν επιτρέπεται «αλληλεπίδραση» μεταξύ των δραστηριοτήτων (εκτός βέβαια από το ότι συναγωνίζονται για τους ίδιους πόρους).

Πάντως, σε πολλές περιπτώσεις στις οποίες δεν ισχύει απόλυτα η προϋπόθεση της γραμμικότητας μπορεί να γίνει αρκετά καλή προσέγγιση με γραμμικές συναρτήσεις οι οποίες λύνουν το πρόβλημα.

β) Διαιρετότητα

Το μοντέλο του ΓΠ προϋποθέτει ότι κάθε δραστηριότητα (δηλαδή μεταβλητή) είναι συνεχής και, επομένως, άπειρα διαιρετή. Αυτό συνεπάγεται ότι όλα τα επίπεδα δραστηριοτήτων και όλες οι χρήσεις πόρων επιτρέπεται να πάρουν κλασματικές ή ακέραιες τιμές.

Πολλές φορές η προϋπόθεση αυτή ισχύει. Άλλες φορές όμως όχι. Όταν η υπόθεση της διαιρετότητας δεν ισχύει, τότε υπάρχουν δύο ενδεχόμενα:

1. Να αγνοηθεί η υπόθεση αυτή, δηλαδή να λυθεί το πρόβλημα σαν να ήταν πρόβλημα ΓΠ, οι δε τιμές των μεταβλητών να «στρογγυλευτούν» στην κοντινότερη ακέραια μονάδα. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται κυρίως όταν οι τιμές των μεταβλητών είναι σχετικά μεγάλες (πρακτικά, πάνω από 15).
2. Όταν οι τιμές των μεταβλητών είναι μικρές (π.χ. 0 ή 1) τότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν τεχνικές του Ακέραιου Προγραμματισμού.

γ) Βεβαιότητα

Το πρότυπο του ΓΠ προϋποθέτει ότι όλες οι παράμετροι του προβλήματος είναι γνωστές με απόλυτη βεβαιότητα. Οι παράμετροι αυτές περιλαμβάνουν τις διαθεσιμότητες των πρώτων υλών, τη συνεισφορά κάθε δραστηριότητας στη συνάρτηση σκοπού, και τις χρήσεις (αναλογίες) των πόρων (πρώτων υλών) για την επίτευξη των δραστηριοτήτων.

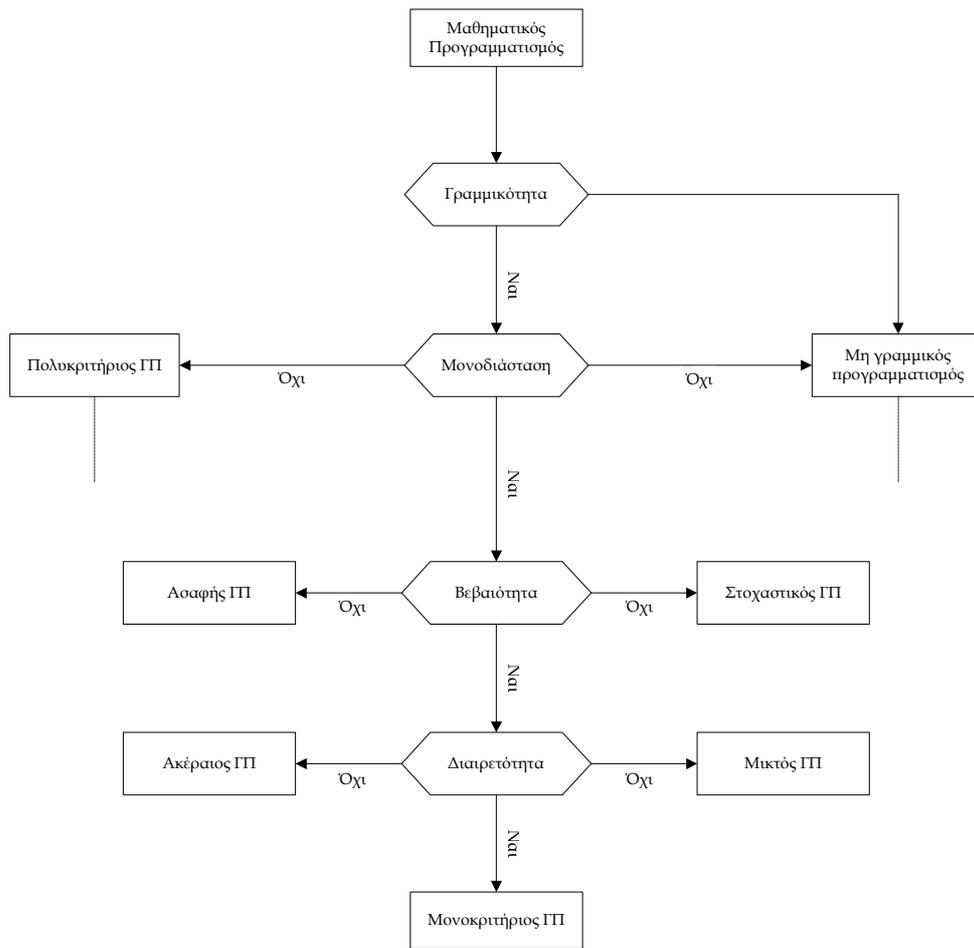
Πολλές φορές η προϋπόθεση αυτή δεν ισχύει. Στις περιπτώσεις αυτές κρίνεται σκόπιμη μία ανάλυση ευαισθησίας η οποία μας παρουσιάζει τις επιπτώσεις αλλαγής της τιμής μιας παραμέτρου στη λύση του προβλήματος.

δ) Μονοδιάσταση

Η περίπτωση αυτή αφορά το πλήθος των αντικειμενικών συναρτήσεων που μοντελοποιούν τους στόχους του προβλήματος απόφασης. Στον κλασικό ΓΠ η αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να είναι μια και μοναδική (μονοδιάστατος ή μονοκριτήριος ΓΠ). Στην αντίθετη περίπτωση το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία του πολυκριτήριου ΓΠ (multicriteria ή multiobjectivelinearprogramming).

Συνδυασμός των παραπάνω κατηγοριοποιήσεων κατά συνθήκη, οδηγεί στην εικόνα 2. Ανάλογη κατηγοριοποίηση μοντέλων που γίνεται για τον ΓΠ ισχύει για τον πολυκριτήριακο καθώς και τον μη ΓΠ, μόνο που οι σχετικές θεωρίες

δεν έχουν ακόμη αναπτυχθεί με ρυθμούς ανάλογους του κλασικού ΓΠ.



Εικόνα 2 Κατηγοριοποίηση προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού

2.2.2 Ακέραιος και μικτός γραμμικός προγραμματισμός

Μια από τις προϋποθέσεις εφαρμογής του συνεχούς ΓΠ είναι η διαιρετότητα των μεταβλητών απόφασης. Σε ένα κλασικό (συνεχές) ΓΠ, οι μεταβλητές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή (π.χ. 7,5 kg, 0,75 ώρες, 3,5 χιλ. €, κ.λπ.). Υπάρχει όμως σημαντικός αριθμός προβλημάτων ΓΠ στα οποία όλες οι μεταβλητές ή μερικές από αυτές υποχρεούνται να πάρουν μόνο ακέραιες τιμές (π.χ. αριθμός εργατών, αριθμός εργοστασιακών μονάδων, αποφάσεις χρηματοδότησης ή μη χρηματοδότησης ενός έργου, κ.λπ.).

Τα προβλήματα του ΓΠ στα οποία όλες ανεξαιρέτα οι μεταβλητές απόφασης περιορίζονται να πάρουν ακέραιες τιμές εμπίπτουν στο πεδίο του **ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού**.

Η λύση αυτών των προβλημάτων είναι απλή: όταν οι τιμές που λαμβάνουν αυτές οι μεταβλητές είναι σχετικά μεγάλες (π.χ. πάνω από 15) τα προβλήματα αυτά λύνονται με τη χρήση ΓΠ (δηλαδή αγνοώντας τον περιορισμό περί ακεραιότητας των μεταβλητών) όπου το αποτέλεσμα προσεγγίζεται στον κοντινότερο ακέραιο. Με αυτή τη διαδικασία ελπίζουμε αφενός ότι η προσέγγιση είναι μικρή σε σχέση με το μέγεθος της μεταβλητής, αφετέρου ότι δεν θα παραβιαστούν οι περιορισμοί του προβλήματος, εφ' όσον μερικές μεταβλητές θα αυξηθούν, άλλες όμως θα μειωθούν στη διαδικασία της προσέγγισης. Προβλήματα ΓΠ στα οποία ο περιορισμός ακεραιότητας δεν ισχύει για όλες τις μεταβλητές, αλλά για μερικές από αυτές, ονομάζονται προβλήματα **μικτού γραμμικού προγραμματισμού**.

Εκτός όμως από τα συνήθη αυτά προβλήματα ΓΠ όπου οι μεταβλητές είναι γενικά ακέραιες και η λύση σχετικά απλή, υπάρχει μια ιδιαίτερα σημαντική κατηγορία προβλημάτων αποφάσεων στα οποία η απόφαση μπορεί να είναι μόνο της μορφής «ΝΑΙ» ή «ΟΧΙ». Μερικά παραδείγματα τέτοιων προβλημάτων είναι προβλήματα επενδύσεων (απόφαση: «να γίνει» ή «να μη γίνει» μια επένδυση), προβλήματα χωροταξίας (απόφαση: «να κτιστεί εδώ το νέο υποκατάστημα» ή «να κτιστεί εκεί»), κ.ά.. Στα προβλήματα αυτά οι μεταβλητές δε έχουν ένα φυσικό νόημα όπως οι κλασσικές γραμμικές μεταβλητές (π.χ. μονάδες παραγωγής, κιλά προϊόντος, ώρες εργασίας, κ.ά.), αλλά λογικό νόημα (ναι ή όχι). Έτσι, οι μεταβλητές αυτές μπορούν να πάρουν μόνο δύο ακέραιες τιμές: 0 ή 1. Γι' αυτό και αυτή η κατηγορία προβλημάτων ακέραιου προγραμματισμού ονομάζεται **προβλήματα 0/1**.

Τα προβλήματα 0/1 παρουσιάζουν ενδιαφέρον για διάφορους λόγους. Πρώτον, τα προβλήματα αυτά καλύπτουν τις σημαντικότερες εφαρμογές ΑΠ.

Δεύτερον, η διατύπωσή τους παρουσιάζει ιδιομορφία και απαιτεί εμπειρία και φαντασία πέρα από αυτή των προβλημάτων ΓΠ. Τρίτον, στα προβλήματα αυτά εντάσσονται και προβλήματα που σε πρώτη όψη όλες οι μεταβλητές έχουν φυσικό νόημα, αλλά υπάρχουν άλλα χαρακτηριστικά (π.χ. σταθερό κόστος) που δεν μας επιτρέπουν τη λύση ΓΠ. Και τέταρτον, η επίλυσή τους συνήθως παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία, εφόσον (επειδή οι αριθμοί είναι μικροί), η στρογγυλοποίηση στον κοντινότερο ακέραιο μπορεί να μας δώσει λύσεις που όχι απλώς απέχουν σημαντικά από την άριστη αλλά δεν είναι καν εφικτές.

2.2.2.1 Λύση προβλημάτων ακέραιου προγραμματισμού

Σε αντίθεση με τον ΓΠ, όπου η μέθοδος simplex είναι μια πολύ πετυχημένη μέθοδος λύσης, στον ΑΠ δεν έχει ευρεθεί αντίστοιχος αλγόριθμος ο οποίος να εγγυάται την άριστη λύση του κάθε προβλήματος μέσα σε «λογικό» (σε σχέση με το μέγεθος του προβλήματος) χρόνο. Επιπλέον, υπάρχουν μερικές κατηγορίες «δύσκολων προβλημάτων» για τα οποία υπάρχουν έντονες ενδείξεις ότι δεν μπορεί να υπάρξει τέτοιος αλγόριθμος.

Η κύρια δυσκολία στη λύση των προβλημάτων ΑΠ οφείλεται στον συνδυαστικό τους χαρακτήρα. Γι' αυτό το λόγο, τα προβλήματα αυτά ονομάζονται και συνδυαστικά προβλήματα (combinatorial problems). Έτσι, και οι πιο γνωστές μέθοδοι για τη λύση τους περιλαμβάνουν απόπειρες συνδυασμού ακέραιων τιμών μεταξύ των μεταβλητών, μέχρι να επιτευχθεί μια σχετικά καλή (και όχι αναγκαστικά η άριστη) λύση. Αυτή η έννοια της «**σχετικά καλής και εύκολης, αλλά όχι αναγκαστικά άριστης λύσης**» είναι πολύ σημαντική στον ΑΠ. Βασίζεται στην ιδέα ότι αυτός που αποφασίζει είναι διατεθειμένος να δεχτεί μια τέτοια λύση εάν η άριστη λύση απαιτεί υπερβολικά μεγάλο χρόνο για τον υπολογισμό της. Η ιδέα αυτή, η οποία εξάλλου είναι γνωστή σαν γενικότερη αρχή στη διοικητική συμπεριφορά (satisficing) ήταν η αιτία για τη δημιουργία και ραγδαία εξέλιξη των προσεγγιστικών ή *ευρεστικών μεθόδων* (heuristic methods). Ο κλάδος των ευρεστικών μεθόδων έχει σαν σκοπό τη δημιουργία και την αξιολόγηση αλγορίθμων οι οποίοι βρίσκουν μια «καλή» λύση σε ένα πρόβλημα, μέσα σε «σχετικά μικρό» χρόνο. Πολλά προβλήματα καθημερινών αποφάσεων λύνονται με ευρεστικές μεθόδους.

Έτσι, λοιπόν, χωρίζουμε τους αλγορίθμους ΑΠ σε δυο κατηγορίες:

- α) **τους αλγορίθμους αριστοποίησης** και
- β) **τους ευρεστικούς αλγορίθμους.**

Ο πιο γνωστός αλγόριθμος αριστοποίησης είναι η **μέθοδος των Διαδοχικών Ορίων (Branch-and-Bound method)**. Η μέθοδος αυτή αποτελεί και τη βάση για όλα τα πακέτα Η/Υ που λύνουν προβλήματα ΑΠ.

2.2.2.1.1 Μέθοδος των διαδοχικών ορίων (BRANCH-AND-BOUNDMETHOD)

Η βασική ιδέα της μεθόδου των διαδοχικών ορίων για την επίλυση ενός προβλήματος ΑΠ, είναι η δημιουργία και επίλυση μιας σειράς από προβλήματα ΓΠ, το καθένα από τα οποία προσεγγίζει όλο και περισσότερο, και θέτει ένα όλο και πιο στενό όριο στον προσδιορισμό της άριστης λύσης. Το πρώτο πρόβλημα ΓΠ είναι αντίστοιχο του αρχικού προβλήματος ΑΠ (χωρίς όμως τον περιορισμό περί ακεραιότητας των μεταβλητών), τα επόμενα δεν περιλαμβάνουν διαδοχικούς περιορισμούς πάνω στα πεδία τιμών των μεταβλητών.

Οι διαδοχικές λύσεις που προκύπτουν έχουν την εξής ιδιότητα: εάν οι μεταβλητές έχουν δεκαδική τιμή, τότε κάθε λύση είναι το ανώτερο όριο για τις λύσεις όλων των προβλημάτων που θα ακολουθήσουν από αυτό. Από την άλλη μεριά, εάν οι μεταβλητές έχουν όλες ακέραιες τιμές, τότε η λύση αυτή είναι το κατώτατο όριο για τη ζητούμενη λύση ΑΠ. Η διαδικασία τελειώνει όταν ευρεθεί το μέγιστο δυνατό κατώτατο όριο.

Τα βήματα που ακολουθούμε για την επίλυση προβλημάτων με τη μέθοδο αυτή μπορούν να συνοψισθούν ως εξής:

1. Αρχική λύση: Αρχικά λύνουμε καταρχήν το αντίστοιχο πρόβλημα ΓΠ (P_0). Εάν η λύση είναι ακέραιη, σταματούμε. Διαφορετικά, θέτουμε την άριστη τιμή Z_0 σαν το ανώτατο όριο της Z^* και συνεχίζουμε. Το πρόβλημα (P_0) αποτελεί το ανώτατο επίπεδο στο δένδρο της λύσης.
2. Διαίρεση του πεδίου τιμών μιας δεκαδικής μεταβλητής: Διαλέγουμε το κλαδί με το μεγαλύτερο ανώτατο όριο. Σε αυτό επιλέγουμε μια μεταβλητή $x_j = \beta$ όπου η τιμή β είναι δεκαδικός αριθμός, και δημιουργούμε δυο περιορισμούς: $x_j \leq \lfloor \beta \rfloor$ και $x_j \geq \lceil \beta \rceil + 1$.
3. Δημιουργία δυο θυγατρικών προβλημάτων-κλάδων: Στο κλαδί που θα εξετάσουμε δημιουργούμε δυο νέα (θυγατρικά) προβλήματα-κλαδιά στο καθένα από τα οποία έχει επιβληθεί και ένας από τους δυο παραπάνω πρόσθετους περιορισμούς. Λύνουμε τα προβλήματα, και υπολογίζουμε τις τιμές των μεταβλητών και της αντικειμενικής συνάρτησης Z_i . Η τιμή Z_i του κάθε προβλήματος είναι το ανώτατο όριο όλων των προβλημάτων που μπορούν να ακολουθήσουν από αυτό το κλαδί. Εάν η μεταβλητές έχουν ακέραιη τιμή, και η τιμή Z_i είναι η μεγαλύτερη από όλες τις προηγούμενες λύσεις με ακέραιες μεταβλητές, τότε θέτουμε την τιμή Z_i σαν κατώτατο όριο της Z^* , και «κρατάμε» αυτή τη λύση σαν τη καλύτερη μέχρι τώρα.
4. Εγκατάλειψη κλάδων, όπου είναι δυνατόν: Εξετάζουμε όλα τα «ακραία» κλαδιά τα οποία δεν έχουμε εγκαταλείψει, με σκοπό να εγκαταλείψουμε όσο το δυνατόν περισσότερα. Εγκατάλειψη ενός κλάδου γίνεται:
 - α) εάν η τιμή Z_i σε αυτό το κλαδί είναι μικρότερη από το κατώτατο όριο της Z^*

β) εάν το κλαδί αυτό δεν έχει λύση (είναι αδύνατο)

γ) εάν ευρεθεί ακέραιη λύση η οποία είναι καλύτερη από το ήδη υπάρχον κατώτατο όριο της Z^* . Σε αυτή την περίπτωση ανάθεωρούμε το κατώτατο όριο, παίρνει τη νέα τιμή, την οποία την «κρατάμε» σαν την καλύτερη μέχρι τώρα.

5. Τέλος της διαδικασίας όταν εγκαταλειφθούν όλα τα κλαδιά: Όταν συμβεί αυτό, θεωρούμε το κατώτατο όριο της Z^* σαν την άριστη λύση. Εάν δεν έχουν εγκαταλειφθεί όλα τα κλαδιά, επιστρέφουμε στο (2) και επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία.

Δυστυχώς, ακόμα και η μέθοδος των διαδοχικών ορίων, η οποία είναι η πιο συχνή και αξιόπιστη μέθοδος, είναι πρακτικά χρήσιμη μόνο για προβλήματα μικρού ή μεσαίου μεγέθους. Πολλά όμως προβλήματα ΑΠ, καθώς και άλλα προβλήματα των επιχειρησιακών αποφάσεων, είναι εξαιρετικά πολύπλοκα, με πολλές μεταβλητές και περιορισμούς, ώστε η βέλτιστη λύση να μην είναι πάντα εύκολο να αποκτηθεί μέσα σε λογικά χρονικά πλαίσια, ή ακόμη να είναι πολύ ακριβή.

Για το λόγο αυτό, έχουν κατασκευαστεί κατά καιρούς από τους αναλυτές, προσεγγιστικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι δίνουν από καλή μέχρι πάρα πολύ καλή προσέγγιση της βέλτιστης λύσης, και είναι πολύ πιο εύκολο να εφαρμοστούν. Οι αλγόριθμοι αυτοί ονομάζονται ευρεστικοί, και αφορούν συγκεκριμένα προβλήματα, για τα οποία έχουν κατασκευαστεί.

2.2.2.1.2 Ευρεστικοί αλγόριθμοι

Ένας ευρεστικός αλγόριθμος ανάπτυσσεται προκειμένου να δώσει λύση σε ένα περίπλοκο (συνήθως συνδυαστικό) πρόβλημα με βάση την προηγούμενη εμπειρία του αναλυτή σε ανάλογα προβλήματα, και τη διαίσθησή του σχετικά με τη λογική που πρέπει να ακολουθηθεί στη λύση. Επομένως, για ένα πρόβλημα συνήθως υπάρχουν περισσότεροι του ενός ευρεστικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι μάλιστα, μπορούν να βελτιώνονται συνεχώς, ικανοποιώντας τυχόν νέες απαιτήσεις και μετά από συγκρίσεις μεταξύ τους.

Ευρεστική μέθοδος είναι μια μέθοδος η οποία, με βάση την διαίσθηση ή κρίση του αναλυτή, ή προηγούμενη εμπειρία, φαίνεται πιθανή ότι θα δώσει μια καλή αλλά όχι αναγκαστικά και η άριστη λύση σε ένα πολύπλοκο πρόβλημα.

Επομένως, ευρεστική μέθοδος είναι οποιοσδήποτε «καλός» ή «λογικός» κανόνας χρησιμοποιείται για διάφορες αποφάσεις, συνήθως σε συνδυαστικά προβλήματα ΑΠ, αλλά και διοίκησης επιχειρήσεων γενικότερα. Έτσι λοιπόν, εμπειρικοί κανόνες είναι συνήθως ευρεστικοί, εάν εφαρμόζονται χωρίς μελέτη και απόδειξη ότι αριστοποιούν κάποια αντικειμενική συνάρτηση (π.χ. κόστος συντήρησης ή κόστος αποθεμάτων).

Ένα ερώτημα το οποίο γεννιέται εδώ είναι το εξής: εφόσον μια ευρεστική μέθοδος δεν μας δίδει γενικά άριστη λύση, πως μπορούμε να αξιολογούμε την ποιότητά της; Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα είναι σημαντική διότι για το ίδιο πρόβλημα μπορούν να υπάρξουν δύο ή περισσότεροι ευρεστικοί αλγόριθμοι, επομένως πρέπει να μπορούμε να τους αξιολογήσουμε ώστε να επιλέξουμε τον πιο κατάλληλο.

Τα κύρια κριτήρια αξιολόγησης και επιλογής ευρεστικών μεθόδων είναι τα εξής:

1. Ποιότητα της λύσης: Το σημαντικότερο κριτήριο αξιολόγησης μιας ευρεστικής μεθόδου είναι η ποιότητα της λύσης, που εκφράζεται με μια συνάρτηση της απόκλισης από την άριστη λύση, όπως είναι το μέσο λάθος, το μέγιστο δυνατό λάθος, κ.ά.. Αυτό βέβαια προϋποθέτει γνώση της άριστης λύσης, η οποία για πολλά προβλήματα που χρησιμοποιούνται ευρεστικές μέθοδοι είτε δεν είναι γνωστή είτε δεν είναι εφικτό να υπολογιστεί. Γι' αυτό, ο υπολογισμός του μέσου λάθους γίνεται χρησιμοποιώντας διάφορα (τυχαία κατά προτίμηση) μικρά προβλήματα, τα οποία μπορούν εύκολα να λυθούν με την άριστη, καθώς και με την ευρεστική μέθοδο. Από την άλλη μεριά, ο υπολογισμός του μέγιστου δυνατού λάθους γίνεται συνήθως με θεωρητική ανάλυση που βασίζεται πάνω σε διάφορες μαθηματικές ιδιότητες του αλγορίθμου.
2. Ευκολία απόκτησης της λύσης: Η ευκολία απόκτησης της λύσης εκφράζεται συνήθως από δύο παραμέτρους: τον αριθμό των βημάτων που απαιτούνται για να λυθεί ένα πρόβλημα δεδομένου μεγέθους (αυτό είναι το σημαντικότερο κριτήριο και είναι ανάλογο του χρόνου υπολογισμού στον H/Y), και τις απαιτήσεις μνήμης στον H/Y .
3. Διαισθητική σημασία της μεθόδου: Μεταξύ δύο μεθόδων οι οποίες δεν έχουν σημαντική διαφορά στην ποιότητα ή την ευκολία της λύσης, προτιμάται εκείνη η οποία στηρίζεται σε «διαισθητικά λογικούς» κανόνες. Αυτό οφείλεται στο ότι τέτοιοι κανόνες γενικά διευκολύνουν την εφαρμογή της μεθόδου.

Το κύριο μειονέκτημα των ευρεστικών μεθόδων είναι ότι δεν υπάρχει μεθοδολογία την οποία μπορούμε να ακολουθήσουμε για να κατασκευάσουμε μια ευρεστική μέθοδο ανάλογα με κάθε περίπτωση. Βέβαια, έχουν ήδη αναφερθεί, αξιολογηθεί και ομαδοποιηθεί πολλοί αλγόριθμοι για μεγάλη κατηγορία προβλημάτων.

(Βλάχου Δημήτρα, Ενεργειακός Σχεδιασμός Νοσοκομείου Σε Περιβάλλον Οικονομικής Αβεβαιότητας Με Συνδυασμένη Χρήση Μικτού Ακέραιου Προγραμματισμού και Τεχνικών MonteCarlo, 2008)

2.3 Η γλώσσα GAMS

Το Γενικό Αλγεβρικό Σύστημα Μοντελοποίησης GAMS (GeneralAlgebraicModellingSystem) σχεδιάζεται για την ανάλυση γραμμικών, μη γραμμικών εφαρμογών αλλά και μικτών προβλημάτων βελτιστοποίησης ακέραιων αριθμών. Το σύστημα είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για μεγάλα και πολυσύνθετα προβλήματα, ενώ επιτρέπει στο χρήστη να επικεντρωθεί στο πρόβλημα του μοντέλου με το να καταστήσει την οργάνωσή του απλή. Ο χρήστης μπορεί να αλλάξει τη διατύπωση γρήγορα και εύκολα μετατρέποντας ένα γραμμικό πρόβλημα σε μη γραμμικό χωρίς μεγάλη δυσκολία. Η γλώσσα, που χρησιμοποιεί το GAMS, είναι τυπικά παρόμοια με τις συνήθως χρησιμοποιημένες γλώσσες προγραμματισμού, καθιστώντας την οικία σε οποιονδήποτε, που έχει κάποια επαφή με τον προγραμματισμό.

Χρησιμοποιώντας το GAMS, τα στοιχεία εισάγονται μόνο μια φορά με τη γνωστή μορφή καταλόγων και πινάκων. Όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος εισάγονται σε μια δήλωση και το GAMS παράγει αυτόματα περιορισμό για κάθε εξίσωση και αφήνει το χρήστη να κάνει τις εξαιρέσεις σε περιπτώσεις όπου η γενικότητα δεν επιδιώκεται.

Ο σχεδιασμός στο GAMS έχει ενσωματώσει τις έννοιες, που προέρχονται από τη θεωρία βάσεων δεδομένων και το μαθηματικό προγραμματισμό και προσπαθεί να συγχωνεύσει αυτές τις ιδέες να ανταποκριθούν στις ανάγκες των σχεδιασμών των μοντέλων. Η σχετική θεωρία βάσεων δεδομένων παρέχει ένα δομημένο πλαίσιο για τις γενικές ικανότητες οργάνωσης και μετασχηματισμού των στοιχείων του μοντέλου και σε συνδυασμό με το μαθηματικό προγραμματισμό που προσφέρει ποικίλες μεθόδους βοηθούν στην επίλυση δύσκολων προβλημάτων. (Rosenthal 2008).

Ο κώδικας GAMS είναι σχεδιασμένος ώστε να:

- Παρέχει μια αλγεβρικά βασισμένη και υψηλού επιπέδου γλώσσα για την παρουσίαση μεγάλων και πολύπλοκων μοντέλων,
- Επιτρέπει αλλαγές στο μοντέλο σχεδιασμού με απλότητα και ασφάλεια,
- Δηλώνονται σαφώς οι αλγεβρικών σχέσεις,
- Παρέχει ένα περιβάλλον, όπου ο χρήστης να μπορεί να αναπτύξει το μοντέλο του με ένα μικρό σύνολο δεδομένων και στη συνέχεια την επέκτασή του σε ένα ευρύτερο και ορθό πλαίσιο,
- Επιτρέπει τη χρήση περισσότερων μεταβλητών, εξισώσεων, ονόματα δεικτών, σχολίων και ορισμών δεδομένων, τα οποία συνοδεύονται από υπολογισμούς δημιουργώντας ένα τεκμηριωμένο και αυτόνομο αρχείο,

- Ενημερώνεται με τις νεότερες και αποτελεσματικότερες εκδόσεις επιλυτών,
- Αυτοματοποιεί τη μοντελοποίηση με τους υπολογισμούς δεδομένων, την ορθή διόρθωση των δηλώσεων, τον έλεγχο των λαθών, την διασύνδεση με επιλυτές και την αποθήκευση λύσεων,
- Επιτρέπει τη φορητότητα του μοντέλου σε διαφορετικούς υπολογιστές,
- Μετατρέπει εύκολα το μοντέλο από γραμμικό σε μη γραμμικό,
- Διευκολύνει την εισαγωγή και εξαγωγή δεδομένων από και προς διαφορετικά πακέτα υπολογιστών,
- Επιτρέπει τη χρήση από άτομα ή ομάδες διαφορετικής εμπειρίας,
- Παρέχει πρότυπα μοντέλα, τα οποία βοηθούν το χρήστη, μέσω βιβλιοθήκης πληροφοριών. (McCarl 2008).

2.3.1 Δομή ενός μοντέλου GAMS

Παρακάτω εξηγούνται τα βασικά συστατικά που αποτελούν τη δομή οποιουδήποτε μοντέλου του GAMS, τα οποία παρουσιάζονται συνοπτικά στον πίνακα.

Πίνακας 1 Τα βασικά συστατικά του συστήματος GAMS

Τα βασικά συστατικά του συστήματος GAMS

• Sets – (Σύνολα)

Declaration - (Δήλωση τους)

Assignmentofmembers - (Καθορισμός των μελών τους)

• Data (Parameters, Tables, Scalars) – Δεδομένα (Παράμετροι, Πίνακες, Πίνακες στοιχείων)

Declaration - (Δήλωση τους)

Assignmentofvalues - (Καθορισμός των τιμών τους)

• Variables - (Μεταβλητές)

Declaration - (Δήλωση τους)

Assignmentoftype - (Καθορισμός του τύπου τους)

• **Assignment of bounds and/or initial values (optional)** -
(Καθορισμός των ορίων ή των αρχικών τιμών)

• **Equations – (Εξισώσεις)**

Declaration - (Δήλωση τους)

Definition - (Ορισμός τους)

• **Model and Solve statements – (Δήλωση Μοντέλου και Επίλυσης)**

• **Display statement (optional) – (προαιρετική εμφάνιση δήλωσης)**

Outputs (Έξοδος Αποτελεσμάτων):

• **EchoPrint – (Αποτύπωση προγράμματος)**

• **SymbolReferenceMaps – (Χάρτες Αναφοράς Συμβόλων)**

• **Equation Listings – (Λίστα Εξισώσεων)**

• **Status Reports – (Αναφορά Κατάστασης)**

• **Results – (Αποτελέσματα)**

Σε αυτό το σημείο, είναι απαραίτητο να επισημανθούν κάποιες απαραίτητες παρατηρήσεις που αποτελούν και απαράβατους κανόνες του προγράμματος GAMS:

- Ένα μοντέλο στο GAMS είναι μια συλλογή των δηλώσεων στη γλώσσα GAMS. Κάθε οντότητα (εξαρτημένη ή ανεξάρτητη, μεταβλητή ή σταθερή) στο μοντέλο δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί αν δεν έχει δηλωθεί προηγουμένως.
- Οι οντότητες στο GAMS μπορούν να δηλωθούν σχεδόν με οποιοδήποτε τρόπο επιθυμεί ο χρήστης. Έτσι, επιτρέπονται οι δηλώσεις σε πολλαπλές γραμμές, οι κενές γραμμές μεταξύ των δηλώσεων όπως και οι πολλαπλές δηλώσεις ανά γραμμή.
- Η ολοκλήρωση κάθε δήλωσης πρέπει να συνοδεύεται με το σύμβολο ελληνικού ερωτηματικού «;» ('semicolon'). Ο μεταγλωττιστής ('compiler') GAMS δεν διακρίνει κεφαλαία και πεζά γράμματα, έτσι είναι και τα δύο είδη αποδεκτά.
- Τα επεξηγηματικά σχόλια είναι χρήσιμα για την τεκμηρίωση των μαθηματικών μοντέλων. Είναι καλύτερο να ενσωματώνονται μέσα στο ίδιο το μοντέλο παρά να παρουσιάζονται ξεχωριστά. Υπάρχουν δύο τρόποι να παρεμβληθεί η επεξήγηση μέσα σε μια εφαρμογή του GAMS. Καταρχήν, οποιαδήποτε γραμμή που αρχίζει με έναν αστερίσκο (*) στη πρώτη στήλη λαμβάνεται ως γραμμή σχολίου από το μεταγλωττιστή GAMS. Δεύτερον, ίσως το σημαντικότερο, τα σχόλια μπορούν να παρεμβληθούν μετά από τις δηλώσεις των οντοτήτων του GAMS.

- Η δημιουργία οντοτήτων στο GAMS περιλαμβάνει δύο βήματα: μια δήλωση ('declaration') και μια ανάθεση ή καθορισμός ('assignment'). Η δήλωση περιλαμβάνει την ύπαρξη της οντότητας στο πρόγραμμα δίνοντας ένα όνομα. Η ανάθεση ή καθορισμός δίνει μια συγκεκριμένη τιμή ή μια μορφή. Στην περίπτωση των εξισώσεων, πρέπει να γίνεται δήλωση και ανάθεση σε ξεχωριστές δηλώσεις στο GAMS. Για όλες τις άλλες οντότητες του GAMS, ωστόσο, υπάρχει η επιλογή των δηλώσεων και αναθέσεων στην ίδια δήλωση ή χωριστά
- Τα ονόματα που δίνονται στις οντότητες του μοντέλου πρέπει να αρχίζουν με γράμμα και μπορούν να ακολουθηθούν μέχρι 31 οποιοδήποτε χαρακτήρες ή ψηφία.
- Όλες οι γραμμές δεν είναι μέρος της γλώσσας GAMS. Δύο ειδικά σύμβολα, ο αστερίσκος «*» και το σύμβολο δολαρίου «\$» μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην πρώτη θέση σε μια γραμμή για να δείξει μια μη-γλωσσική γραμμή.

Σχόλια

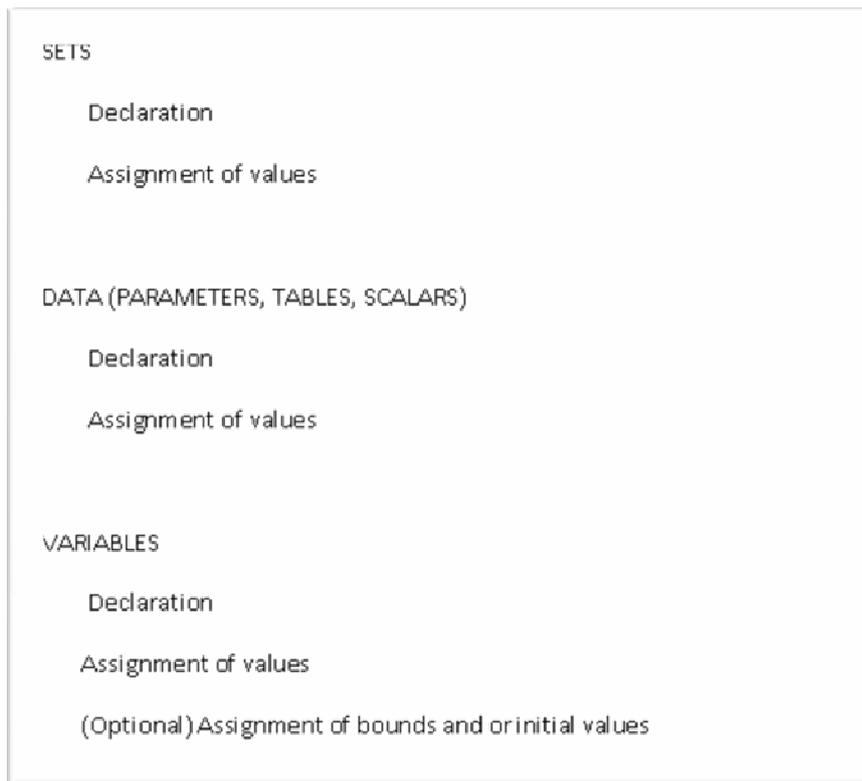
Ένα σχόλιο ('comment') είναι ένα επεξηγηματικό κείμενο, που δεν υποβάλλεται σε επεξεργασία και δεν διατηρείται από τον υπολογιστή. Υπάρχουν τρεις τρόποι να συμπεριληφθούν τα σχόλια σε ένα πρόγραμμα GAMS, η επιλογή μεταξύ των οποίων είναι ένα θέμα μεμονωμένης προτίμησης ή χρησιμότητας.

Ο πρώτος, αναφέρθηκε ήδη παραπάνω, πρόκειται να αρχίσει μια γραμμή με έναν αστερίσκο "*" στην πρώτη θέση χαρακτήρα. Οι υπόλοιποι χαρακτήρες στη γραμμή αγνοούνται αλλά τυπώνονται στο αρχείο output.

Δεύτερον, τα σχόλια μπορούν να παρεμβληθούν μετά από τις δηλώσεις των οντοτήτων του GAMS

Ο τρίτος τρόπος πρόκειται να χρησιμοποιήσει τους ειδικούς οριοθέτες ('blocks'), που αναγκάζουν το GAMS να αγνοήσει ένα ολόκληρο τμήμα του προγράμματος. Το σύμβολο δολαρίου '\$' πρέπει να είναι στην πρώτη θέση. Η αρχή ενός σχολίου πρέπει να ξεκινάει στην πρώτη γραμμή με τη φράση '\$ontext' και να καταλήγει με τη φράση '\$offtext'. (Rosenthal 2008).

Έτσι η μορφή που έχει ένα πρόγραμμα σε γλώσσα GAMS είναι η εξής:



Εικόνα 3Βασική δομή ενός προγράμματος σε γλώσσα GAMS

(Παπαθανάση Αγλαΐα, Η εφαρμογή της μεθόδου Augmecon για την παραγωγή των κατά Pareto άριστων λύσεων σε προβλήματα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού, 2010)

3 Μελέτη περίπτωσης

Το νησί της Σύρου έχει επιλεγεί ως μελέτη περίπτωσης για να αποδειχθεί η εφαρμοσιμότητα της προτεινόμενης εφαρμογής βελτιστοποίησης. Τα δεδομένα δίνονται αρχικά και στο τέλος παρουσιάζεται και συζητείται η βέλτιστη λύση καθώς και άλλες εναλλακτικές λύσεις.

Το μοντέλο μεικτού αέραιου γραμμικού προγραμματισμού αναπτύχθηκε κι επιλύθηκε σε γλώσσα βελτιστοποίησης GAMS 23,6 σε υπολογιστή Pentiumi5, 4.00GBRAM. Το χάσμα βελτιστοποίησης τέθηκε στο ποσοστό 1%.

3.1 Δεδομένα Σύρου



Εικόνα 4 Διαίρεση Σύρου σε 6 περιοχές

Στο νησί της Σύρου το πόσιμο νερό προέρχεται σχεδόν αποκλειστικά από μονάδες αφαλάτωσης. Για τις περιοχές που βρίσκονται σε σύνδεση με δίκτυο υπονόμων το νερό λυμάτων καταλήγει στη θάλασσα μετά από την απαιτούμενη επεξεργασία. Ανάκτηση νερού δεν λαμβάνει χώρα την παρούσα χρονική περίοδο. Οι παρούσες υποδομές δεν λαμβάνονται υπόψη και το πρόβλημα λύνεται σε μηδενική βάση. Ακόμα το εισαγόμενο νερό ,το νερό από

φράγματα καθώς και το νερό από γεωτρήσεις δεν λαμβάνεται υπόψη καθώς είναι μικρής ποσότητας και μη πόσιμο. Η ζήτηση νερού ποικίλει ανάλογα με τη χρονική περίοδο και διακρίνεται σε υψηλή ζήτηση τους καλοκαιρινούς μήνες και χαμηλή ζήτηση τους χειμερινούς.

Με στόχο να εκτιμηθεί το βέλτιστο σενάριο για το νησί της Σύρου, το νησί διαιρείται σε 6 περιοχές (εικ. 4). Όλες οι εγκαταστάσεις και οι δεξαμενές αποθήκευσης θεωρούνται εγκατεστημένες στα αστικά κέντρα των περιοχών. Το αστικό κέντρο κάθε περιοχής είναι στο επίπεδο της θάλασσας εκτός της περιοχής R1 η οποία βρίσκεται σε υψόμετρο 250m. Οι αποστάσεις, αποστάσεις άντλησης και τα ύψη μεταξύ των περιοχών δίνονται στον Πίνακα 2.

Οι εκτιμώμενες τιμές εποχιακής ζήτησης νερού και παραγωγής λυμάτων θεωρούνται σταθερές στην εικοσαετία και παρουσιάζονται στον Πίνακα 3. Οι τιμές ποικίλουν για τις δυο διαφορετικές χρονικές περιόδους, υψηλή ζήτηση 4 μήνες από Ιούνιο έως Σεπτέμβριο (καλοκαίρι 122 ημέρες) και χαμηλή ζήτηση για τους υπόλοιπους 8 μήνες (χειμώνας 243 ημέρες).

Τα κεφαλαιουχικά κόστη των εγκαταστάσεων και οι τιμές κατανάλωσης ενέργειας των εγκαταστάσεων στα διάφορα σημεία δίνονται στον Πίνακα 4 και Πίνακα 5 αντίστοιχα.

Πίνακας 2 Αποστάσεις/αποστάσεις άντλησης/ύψη (km)

Αποστάσεις/αποστάσεις άντλησης/ύψη (km).						
	R1	R2	R3	R4	R5	R6
R1		8/0/0	x	x	x	3.3/0/0
R2	8/8/0.25		5.2/3.3/0.02	9/3.3/0.15	7.3/4/0.18	5.3/3.7/0.26
R3	x	5.2/2.9/0.12		5.3/3.3/0.12	x	x
R4	x	9/5.7/0.15	5.3/3.3/0.12		5.7/3.7/0.05	x
R5	x	7.3/3.3/0.18	x	5.7/2/0.05		4.2/1.7/0.12
R6	3.3/3.3/0.25	5.3/1.3/0.26	x	x	4.2/2.5/0.12	

x: Η σύνδεση μεταξύ των περιοχών δεν επιτρέπεται.

Πίνακας 3 Εκτιμώμενες τιμές εποχιακής ζήτησης νερού και παραγωγής λυμάτων (m³/ημέρα) (καλοκαίρι/ χειμώνας)

Εκτιμώμενες τιμές εποχιακής ζήτησης νερού και παραγωγής λυμάτων (m ³ /ημέρα) (καλοκαίρι/ χειμώνας).						
	R1	R2	R3	R4	R5	R6
Ζήτηση πόσιμου νερού	150/50	4000/2800	500/250	650/350	500/200	500/300
Ζήτηση μη πόσιμου νερού	250/0	900/100	600/50	880/30	580/30	380/30
Παραγωγή λυμάτων	150/50	3700/2600	200/100	300/150	300/150	450/250

Πίνακας 4Κεφαλαιουχικά κόστη εγκαταστάσεων (k\$)

Κεφαλαιουχικά κόστη εγκαταστάσεων (k\$).			
Ογκομετρική παροχή	Μονάδα αφαλάτωσης	Μονάδα καθαρισμού λυμάτων	Μονάδα ανάκτησης
100	100	190	80
1000	650	1300	320
2500	1500	2400	800
5000	2300	5100	1200
10000	3200	10000	1600

Πίνακας 5Τιμές κατανάλωσης ενέργειας των εγκαταστάσεων (kWh/m³)

Τιμές κατανάλωσης ενέργειας των εγκαταστάσεων (kWh/m³).			
Ογκομετρική παραγωγή	Μονάδα αφαλάτωσης	Μονάδα καθαρισμού λυμάτων	Μονάδα ανάκτησης
50	10.0	0.30	0.15
1000	5.0	0.25	0.12
2500	4.0	0.20	0.08
5000	3.5	0.15	0.05
10000	3.0	0.10	0.03

Όσον αφορά στο κεντρικό δίκτυο σωληνώσεων, τέσσερις τύποι πλαστικών σωλήνων επιλέχθηκαν να χρησιμοποιηθούν με διαφορετικές διαμέτρους και κόστη εγκατάστασης (Gikas&Tchobanoglous, 2009a). Οι ρυθμοί ροής στις διαφορετικές σωληνώσεις υπολογίζονται βάση διαμέτρου, ταχύτητες νερού/ νερού λυμάτων (0.8m/sκαι 1.0 m/sαντίστοιχα) και συντελεστή μετατροπής α ($24 \times 3600 \times 0.0254^2 \sim 55.74$). (Πίνακας 6).

Επιπλέον, τέσσερα μεγέθη αντλιών επιλέχθηκαν για την μεταφορά νερού (αφαλατωμένου και ανακτώμενου) και νερού λυμάτων αντίστοιχα. Οι ρυθμοί ροής, κόστη, μέγιστα ύψη άντλησης και αποδοτικότητες παρουσιάζονται στον Πίνακα 7. Θεωρείται ότι τα κελύφη του κάθε σταθμού άντλησης κοστίζουν 11000\$.

Ακόμα υπάρχουν τέσσερα είδη συγκεκριμένων δεξαμενών αποθήκευσης και μαζί με τα κόστη τους παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.

Η μονάδα κόστους ηλεκτρικής ενέργειας είναι 0.15\$/kWh. Στην εξίσωση Hazen-Williams, η σταθερά τραχύτητας Cγια τον πλαστικό σωλήνα είναι ίση με 150 και ο συντελεστής μετατροπής βείναι ίσος με $167.5/24^2 \sim 0.452$ (Fujiwara&Khang, 1990). Θεωρείται η διάρκεια του έργου 20 έτη και το επιτόκιο 5%.

Πίνακας 6 Προαιρετικές σωληνώσεις και αντίστοιχα ποσοστά

Προαιρετικές σωληνώσεις και αντίστοιχα ποσοστά.				
Διάμετρος σωλήνας (in.)	2.5	4	6	10
Κόστος σωλήνας (εγκατεστημένης) (\$/m)	55	60	65	70
Αντίστοιχος ρυθμός ροής				
Αφαλατωμένου νερού	218.9	560.4	1260.9	3502.4
Νερού λυμάτων	273.6	700.5	1576.1	4378.0
Ανάκτώμενου νερού	218.9	560.4	1260.9	3502.4

Πίνακας 7 Ρυθμοί ροής, κόστη, μέγιστα ύψη άντλησης και αποδοτικότητες αντλιών

Ρυθμοί ροής, κόστη, μέγιστα ύψη άντλησης και αποδοτικότητες αντλιών.				
Ρυθμός ροής αντλίας (m³/ημέρα)	240	720	1200	2400
Αντλία νερού				
Κόστος αντλίας (\$)	5000	10000	14000	19000
Μέγιστο ύψος άντλησης (m)	400	400	400	400
Αποδοτικότητα (%)	70	70	70	70
Αντλία νερού λυμάτων				
Κόστος αντλίας (\$)	6000	19000	28000	56000
Μέγιστο ύψος άντλησης (m)	50	50	50	50
Αποδοτικότητα (%)	55	55	55	55

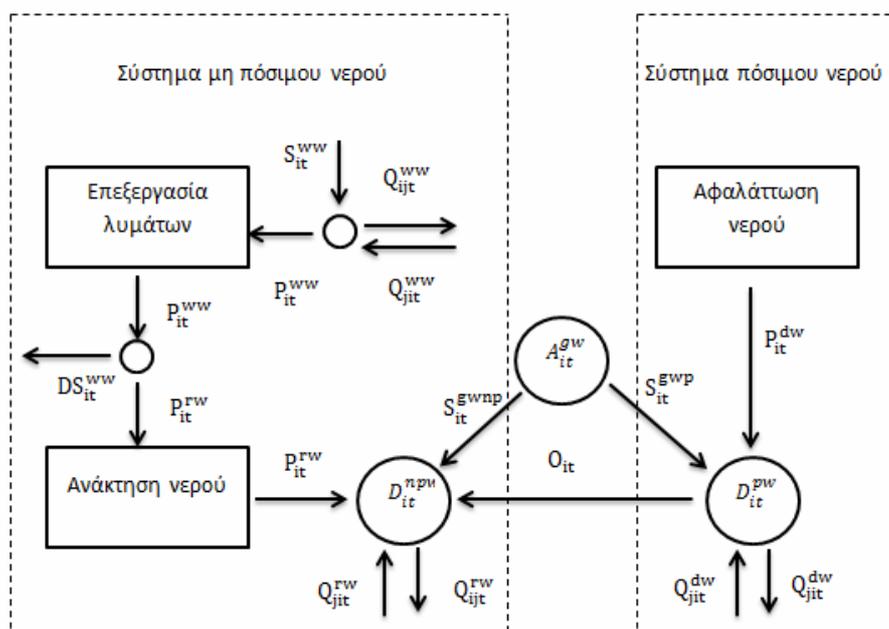
Πίνακας 8 Μεγέθη και κόστη προαιρετικών δεξαμενών αποθήκευσης

Μεγέθη και κόστη προαιρετικών δεξαμενών αποθήκευσης.				
Μέγεθος (m³)	50	100	200	500
Κόστη (\$)	9500	16000	41000	76000

(Liu, S., et al, 2011)

4 Ανάπτυξη μοντέλου

Ακολουθως παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής ισοζυγίων νερού. Με το γράμμα D συμβολίζεται η ζήτηση ενώ με τους δείκτες rw και pw πρωτο πόσιμο και μη πόσιμο νερό αντίστοιχα. Το A συμβολίζει το νερό υπόγειων υδάτων και τα S , Q και O τις παροχές. Τα R υποδηλώνουν παραγωγή και το DS απορριπτόμενη ποσότητα στη θάλασσα. Σε κάθε περίπτωση με dw , rw και ww συμβολίζονται τα τρία είδη νερού αφαλατωμένο, ανακτώμενο και νερό λυμάτων αντίστοιχα.



Εικόνα 5 Διάγραμμα ροής ισοζυγίων μάζας νερού

Η παράμετρος της ταχύτητας της ροής του νερού/ νερού λυμάτων σε έναν σωλήνα σχετίζεται με την ταχύτητα του υγρού και την διάμετρο του σωλήνα και υπολογίζεται ακολούθως:

4.1 Ισοζύγια μάζας

Σε κάθε κόμβο, η παραγωγή αφαλατωμένου νερού και η παροχή των υπόγειων υδάτων μαζί με τις παροχές αφαλατωμένου νερού που εισέρχονται ή εξέρχονται των ορίων του συστήματος αφαιρούμενης της παροχής του συστήματος μη πόσιμου νερού, είναι ίση με την τοπική ζήτηση πόσιμου νερού:

$$D_{it}^{pw} = S_{it}^{EWP} | i \in I^{sw} + P_{it}^{dw} | i \in I^{dw} + \sum_{j \in \{i\} \cup I^{dw}} Q_{jit}^{dw} - \sum_{j \in \{i\} \cup I^{dw}} Q_{ijt}^{dw} - o_{it} \quad (2)$$

$$\forall i \in I, t \in T$$

(2)

Σε κάθε κόμβο, το άθροισμα της καθημερινής παροχής νερού λυμάτων μαζί με τις ροές νερού λυμάτων που εισέρχονται ή εξέρχονται των ορίων του συστήματος είναι ίσο με την ποσότητα νερού λυμάτων που θα επεξεργασθεί από το πρωτογενές και δευτερογενές σύστημα επεξεργασίας:

Σε κάθε ενδεχόμενη τοποθεσία εγκατάστασης επεξεργασίας λυμάτων, η παροχή λυμάτων προς επεξεργασία είναι ίση με το άθροισμα της απορριπτόμενης παροχής λυμάτων και της τοπικής ανακτώμενης παροχής παραγωγής:

Σε κάθε κόμβο η τοπική ζήτηση μη πόσιμου νερού είναι ίση με το άθροισμα της παροχής υπόγειων υδάτων μη πόσιμου νερού, της τοπικής παροχής ανακτώμενης παραγωγής νερού, της παροχής του συστήματος πόσιμου νερού και των παροχών ανακτώμενου νερού που εισέρχονται ή εξέρχονται των ορίων του συστήματος:

$$\forall i \in I, t \in T$$

(5)

Σε κάθε κόμβο με τροφοδοσία νερού υπόγειων υδάτων, το συνολικό εκμεταλλεόμενο νερό υπόγειων υδάτων είναι ίσο με το γινόμενο του μέγιστου διαθέσιμου νερού υπόγειων υδάτων με το τοπικό ποσοστό χρήσης:

$$q_{it} \cdot A_{it}^{EW} = S_{it}^{EWP} + S_{it}^{EWP}, \forall i \in I, t \in T \quad (6)$$

Γίνεται υπόθεση ότι τα τοπικά υπόγεια ύδατα χρησιμοποιούνται μόνο για τοπική ζήτηση.

4.2 Ροές

Εισάγοντας το ποσοστό λειτουργίας της αντλίας Y_{ijt}^w η καθημερινή παροχή νερού/νερού λυμάτων , στους κόμβους με ανάγκη αντλίας, είναι ίση με το γινόμενο της αντίστοιχης παροχής ($m^3/ημέρα$) και του ποσοστού της αντλίας Y_{ijt}^w :

$$Q_{ijt}^w = Y_{ijt}^w \cdot \sum_{p \in P} Q_p^w \cdot Y_{ijp}^w = \sum_{p \in P} Q_p^w \cdot Y_{ijt}^w \cdot Y_{ijp}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, t \in T \quad (7)$$

Για τους υπόλοιπους κόμβους ,που η παρουσία αντλίας δεν είναι αναγκαία, ο περιορισμός είναι η πραγματική παροχή να είναι οριακά μικρότερη της επιτρεπτής για δεδομένο αγωγό:

$$Q_{ijt}^w \leq \sum_{p \in P} Q_p^w \cdot Y_{ijp}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in L^w \setminus PL^w, t \in T \quad (8)$$

Ο παραπάνω όρος $Y_{ijt}^w \cdot Y_{ijp}^w$ στην εξίσωση (7) θα πρέπει να γραμμικοποιηθεί. Συνήθως χρησιμοποιούνται συνεχείς μεταβλητές για την αντικατάσταση μη γραμμικών μεταβλητών. Εν προκειμένω η εξίσωση (7) είναι ισοδύναμη με τις (9), (10), (11):

$$Q_{ijt}^w = \sum_{p \in P} Y_{ijp}^w \cdot Y_{ijt}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, t \in T \quad (9)$$

$$Y_{ijp}^w \leq Y_{ijt}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, t \in T, p \in P \quad (10)$$

$$Y_{ijt}^w = \sum_{p \in P} Y_{ijp}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, t \in T \quad (11)$$

4.3 Δίκτυα αγωγών

Τρία ανεξάρτητα δίκτυα θα καθοριστούν □ αφαλατωμένου νερού, νερού λυμάτων και ανακτώμενου νερού. Σε κάθε ένα από τα δίκτυα αγωγών πρέπει να επιλεγεί τουλάχιστον ένας τύπου ρ αγωγός.

$$\sum_{p \in P} Y_{ijp}^w \leq 1, \forall w \in W, \{i, j\} \in L^w; \{i, i\} \in L^w, i < j, \Psi \{j, i\} \in L^w \quad (12)$$

Ο αγωγός από τον κόμβο i στον κόμβο j είναι προφανώς ο ίδιος με τον αγωγό από τον κόμβο j στον κόμβο i :

$$Y_{ij}^w = Y_{ij}^w, \forall w \in W, p \in P, (i, j) \in L^w; (j, i) \in L^w, i < j \quad (13)$$

4.4 Σταθμοί άντλησης

Σταθμοί άντλησης θα εγκατασταθούν μόνο αν υπάρχει αγωγός από τον κόμβο ί στον κόμβο j και σε κάθε περίπτωση το πολύ ένας τύπος αντλίας.

$$\sum_{s \in S} Z_{ijs}^w \leq \sum_{p \in P} Y_{ijp}^w, \forall w \in W, (i, j) \in PL^w \quad (14)$$

Στην περίπτωση που δεν υπάρχει αντλία από τον κόμβο i στον κόμβο j τότε το αντίστοιχο ποσοστό λειτουργίας της αντλίας θα είναι μηδέν:

$$\sum_{s \in S} Z_{ijs}^w \geq Y_{ijp}^w, \forall w \in W, (i, j) \in PL^w, t \in T \quad (15)$$

Η μέγιστη παροχή της συγκεκριμένης αντλίας θα πρέπει να είναι μικρότερη της αντίστοιχης πραγματικής;

$$\sum_{s \in S} \mu_s^w \cdot Z_{ijs}^w \geq \sum_{s \in S} Q_p^w \cdot Y_{ijp}^w - U \cdot \left(1 - \sum_{s \in S} Z_{ijs}^w \right), \forall w \in W, (i, j) \in PL^w \quad (16)$$

Όπου το U είναι το μέγιστο όριο της παροχής.

Ακόμα, το άθροισμα υψών άντλησης όλων των αντλιών προς μία κατεύθυνση θα πρέπει να είναι μικρότερο από το αντίστοιχο ύψος άντλησης αν αφαιρεθεί η κατά κεφαλήν απώλεια:

$$\theta_s^w \cdot N_{ijs}^w \geq H_{ij} + \Delta H_{ij}^w - U \cdot \left(1 - Z_{ijs}^w \right), \forall w \in W, (i, j) \in PL^w, s \in S \quad (17)$$

Εξίσωση Hazen-Williams:

$$[QH]_{ij}^w = b \cdot \alpha_{ij} \cdot \sum_{p \in P} [((Q_{ijp}^w)/C)^{1.852} \cdot (Y_{ijp}^w)/(d_{ijp}^{4.87})], \forall w \in W, (i, j) \in PL$$

Όπου το b αποτελεί τη σταθερά μετατροπής, η οποία βασίζεται στις μονάδες που χρησιμοποιούνται, και τον παράγοντα C που αποτελεί την σταθερά τραχύτητας η οποία βασίζεται στο υλικό του αγωγού. Άντληση για τα υπόγεια ύδατα δεν έχει συμπεριληφθεί εφόσον τα ίδια ρέουν λόγω βαρύτητας μετά την εξαγωγή.

4.5 Δεξαμενές αποθήκευσης

Αποθήκευση κρίνεται απαραίτητη μόνο για αφαλατωμένο νερό και ανακτώμενο, το άθροισμα των μεγεθών των επιλεγόμενων δεξαμενών

αποθήκευσης θα πρέπει να καλύπτει τις ανάγκες για τη δεδομένη χρονική κάλυψη.

$$\sum_{m \in M} TN_{im}^{pw} \cdot TS_m \geq \tau \cdot D_{it}^{pw}, \forall i \in I^{pw}, t \in T_i^* \quad (19)$$

$$\sum_{m \in M} TN_{im}^{npw} \cdot TS_m \geq \tau \cdot D_{it}^{npw}, \forall i \in I^{npw}, t \in T_i^* \quad (20)$$

4.6 Δυνατότητες εγκατάστασης

Η χωρητικότητα της εγκατάστασης μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας τις τιμές χωρητικότητας στα όρια ευαισθησίας της γραμμικής συνάρτησης κόστους κεφαλαίου:

$$A_i^w = \sum_{k \in K} \lambda_{ik}^w \quad \forall w \in W, i \in I^w, t \in T \quad (21)$$

Όπου λ_{ik}^w είναι μια SOS2 μεταβλητή που ενεργοποιείται μόνο αν η εγκατάσταση βρίσκεται σε κόμβο i .

$$\sum_{k \in K} \lambda_{ik}^w = E_i^w, \forall w \in W, i \in I^w \quad (22)$$

4.7 Μονάδες παραγωγής

Η μονάδα όγκου παραγωγής πρέπει να οριοθετείται σύμφωνα με την χωρητικότητά της.

$$P_{it}^w \leq A_i^w, \forall w \in W, i \in I^w, t \in T \quad (23)$$

Ο όγκος παραγωγής εκφράζεται ως:

$$P_{it}^w = \sum_{k \in K} \xi_{ik}^w \quad \forall w \in W, i \in I^w, t \in T \quad (24)$$

Όπου ξ_{ik}^w είναι μια SOS2 μεταβλητή, η οποία οριοθετείται από τον περιορισμό:

$$\sum_{k \in K} \xi_{ik}^w = X_{it}^w, \forall w \in W, i \in I^w, t \in T \quad (25)$$

4.8 Ενέργεια άντλησης

Η καθημερινή απαιτούμενη ενέργεια άντλησης είναι ίση με την ενέργεια που απαιτείται να αντληθεί το νερό/νερό λυμάτων στο ύψος άντλησης αν προστεθεί η κατά κεφαλήν απώλεια, και διαιρεθούν με την αποδοτικότητα της αντλίας.

Η εξίσωση (27) είναι ισοδύναμη της (26) αν γραμμικοποιηθούν οι όροι

και Q_{ijt}^w .

$$PE_t^w = \frac{1}{\beta^w} \cdot P \cdot g \cdot \sum_{(i,j) \in PL^w} \left[\sum_{p \in P} [H]_{ij+} \cdot b \cdot a_{ij} \cdot \sum_{p \in P} \left(\frac{Q_p^w}{C} \right)^1 \cdot 852 \right] \cdot Q_p^w \cdot YG_{ijpt}^w.$$

$\forall w \in W, t \in T$

(27)

Από τον ορισμό του YG_{ijpt}^w και τη φύση των δυαδικών μεταβλητών προκύπτει ότι $Y_{ijp}^w \cdot YG_{ijpt}^w = YG_{ijpt}^w$:

$$PE_t^w = \frac{1}{\beta^w} \cdot \rho \cdot g \cdot \sum_{(i,j) \in PL^w} \sum_{p \in P} [H]_{ij} \cdot \frac{b \cdot a_{ij}}{d_p^4 \cdot 87} \cdot \left(\frac{Q_p^w}{C} \right)^1 \cdot 852 \cdot Q_p^w \cdot YG_{ijpt}^w$$

$$\forall w \in W, t \in T \quad (28)$$

4.9 Λογικοί περιορισμοί

Αν σε ένα κόμβο δεν υπάρχει εγκατάσταση w, δεν υπάρχει παραγωγή σε καμία περίοδο t.

$$\sum_{t \in T} X_{it}^w \leq U \cdot E_i^w, \forall w \in W, i \in I^w \quad (29)$$

Σε κάθε κόμβο με ζήτηση πόσιμου νερού, αν το νερό υπόγειων υδάτων δεν είναι αρκετό για να καλύψει τη ζήτηση, θα πρέπει να γίνει εγκατάσταση αφαλάτωσης ή θα πρέπει γίνει σύνδεση με δίκτυο αγωγών αφαλατωμένου νερού.

Σε κάθε κόμβο με ζήτηση μη πόσιμου νερού, αν το νερό υπόγειων υδάτων δεν είναι αρκετό για να καλύψει τη ζήτηση, θα πρέπει να γίνει εγκατάσταση αφαλάτωσης/ανάκτησης ή θα πρέπει γίνει σύνδεση με δίκτυο αγωγών αφαλατωμένου/ ανακτώμενου νερού.

$$\forall i \in I^{npw} \quad (31)$$

Σε κάθε κόμβο με παραγωγή νερού λυμάτων θα πρέπει να υπάρχει εγκατάσταση καθαρισμού νερού λυμάτων ή σύνδεση με δίκτυο αγωγών νερού λυμάτων.

Στην περίπτωση που εγκατάσταση αφαλάτωσης βρίσκεται σε έναν κόμβο χωρίς ζήτηση πόσιμου νερού, οι αγωγοί αφαλατωμένου νερού θα πρέπει να τοποθετηθούν με σκοπό την μεταφορά του σε άλλους κόμβους. Το ίδιο ισχύει και για τα υπόλοιπα είδη νερού (ανακτώμενου, νερού λυμάτων).

$$E_i^{dw} \cong \sum_{(i,j) \in I^{dw} \cap EP} \sum_{p \in P} Y_{ijp}^{dw}, \forall i \in I^{dw} \setminus I^{PW} \quad (33)$$

$$E_i^{rw} \cong \sum_{(i,j) \in I^{rw} \cap EP} \sum_{p \in P} Y_{ijp}^{rw}, \forall i \in I^{rw} \setminus I^{PW} \quad (34)$$

$$E_i^{ww} \cong \sum_{(i,j) \in I^{ww} \cap EP} \sum_{p \in P} Y_{ijp}^{ww}, \forall i \in I^{ww} \setminus I^{PW} \quad (35)$$

4.10 Αντικειμενική συνάρτηση

Το ετησιοποιημένο συνολικό κόστος στο στόχοπεριλαμβάνει το κόστος κεφαλαίου και το λειτουργικό κόστος.

Κόστος κεφαλαίου εγκατάστασης αγωγών, το οποίο σχετίζεται με το μήκος και την τιμή του αγωγού ανάλογα της επιλεγμένης διαμέτρου.

Κόστος κεφαλαίου εγκατάστασης άντλησης, το οποίο σχετίζεται με το πλήθος και το κόστος της κάθε εγκατάστασης άντλησης η οποία περιλαμβάνει το κόστος δυο αντλιών (μιας που λειτουργεί και μιας σε κατάσταση standby) και του σταθμού άντλησης.

Κόστος κεφαλαίου δεξαμενών αποθήκευσης:

Κόστος κεφαλαίου εγκαταστάσεων, ως γραμμική συνάρτησης χωρητικότητας εγκατάστασης μέσω σχέσεων (21),(22):

Λειτουργικό κόστος άντλησης, το οποίο σχετίζεται με την καθημερινή ενέργεια άντλησης και το κόστος ηλεκτρισμού:

Λειτουργικό κόστος παραγωγής, ως τμηματικά γραμμικής συνάρτησης του όγκου παραγωγής πολλαπλασιασμένου με την αντίστοιχη κατανάλωση ενέργειας και την τιμή ηλεκτρισμού:

Το ετησιοποιημένο συνολικό κόστος:

Ο τελευταίος όρος λέγεται (CRF) συντελεστής ανάκτησης κεφαλαίου όπου r το επιτόκιο και n η διάρκεια του έργου.

Εν τω συνόλω το ολοκληρωμένο πρόβλημα διαχείρισης υδάτινων πόρων διατυπώνεται σε MILP (μικτό ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό) που περιγράφεται από τις εξισώσεις (2)-(6), (8)-(25), (28)-(41) ως περιορισμούς της (42) που είναι η αντικειμενική συνάρτηση.

5 Επίλυση και συζήτηση αποτελεσμάτων

5.1 Σενάριο Αναφοράς

Οι αρχικοί πίνακες ζήτησης που εμφανίζονταν στο περιβάλλον GAMS για το σενάριο αναφοράς είναι οι ακόλουθοι:

Πίνακας 9d_nrw(t,i) Ζήτηση μη πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m³/ημέρα)

period t	r1	r2	r3	r4	r5	r6
high-demand	250	900	600	880	580	380
low-demand	0	100	50	30	30	30

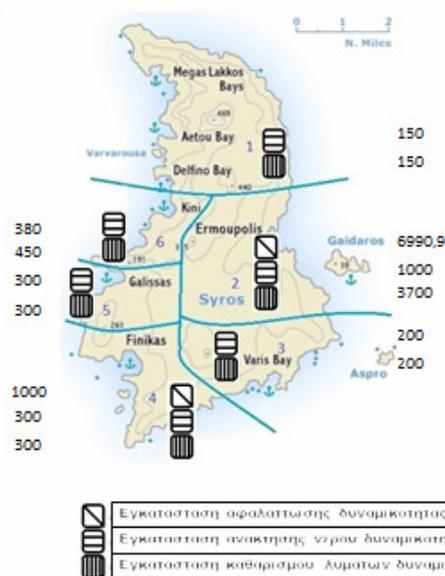
και

Πίνακας 10d_pw(t,i) Ζήτηση πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m³/ημέρα)

period t	r1	r2	r3	r4	r5	r6
high-demand	150	4000	500	650	500	500
low-demand	50	2800	250	350	200	300

Στην περίπτωση 5.1 γίνεται χρήση των δεδομένων της Σύρου για δύο διαφορετικές τιμές $ortcr$ (βέλτιστη διαφορά απόκλισης από την βέλτιστη λύση). Η περίπτωση 5.1.1 και 5.1.2 διαφέρουν στα αποτελέσματα. Στην 5.1.1 επιλέγονται δύο εγκαταστάσεις αφαλάτωσης στις υποπεριοχές 2 και 4 ενώ στην 5.1.1 επιλέγεται μόνο στην υποπεριοχή 2 και παρατηρείται μικρότερη τιμή συνολικού ετησιοποιημένου κόστους. Οι δύο περιπτώσεις συμφωνούν στο ότι μονάδες ανάκτησης και καθαρισμού λυμάτων είναι αναγκαίες σε όλες τις υποπεριοχές. Στην περίπτωση 5.1.2 επιλέγονται τιμές $ortcr$ 0.1 και 0 στις οποίες τα αποτελέσματα διαφοροποιούνται ελάχιστα. Όσο κινείται το $ortcr$ προς το μηδέν τα αποτελέσματα βελτιστοποιούνται πλήρως αλλά ο χρόνος γίνεται αρκετά μεγαλύτερος. Ενδεικτικά για $ortcr=0,2$ ο χρόνος είναι 2.48 λεπτά ενώ για $ortcr=0$, 19.78 λεπτά. Επιλέχθηκε η τιμή ίση με 0.1 που είχε την καλύτερη ανάλογα βελτιστοποίησης – χρόνου.

5.1.1 Επίλυση μεανοχή $optcr=0.2$



Εικόνα 6 Αρχικά δεδομένα Σύρου με $optcr=0.2$

Πίνακας 11 Σημαντικότερα κόστη περίπτωσης 5.1.1

Λειτουργικό κόστος αφαλάτωσης	APrOC(dw)	1007400
Λειτουργικό κόστος καθαρισμού λυμάτων	APrOC(ww)	43305
Λειτουργικό κόστος ανάκτησης	APrOC(rw)	6172
Κεφαλαιουχικό κόστος αφαλάτωσης	PCC(dw)	3254400
Κεφαλαιουχικό κόστος ανάκτησης	PCC(rw)	941330
Κεφαλαιουχικό κόστος καθαρισμού λυμάτων	PCC(ww)	5756000
Κεφαλαιουχικό κόστος σωληνώσεων	PLCC	2679500
Κεφαλαιουχικό κόστος σταθμών άντλησης	PSCC	315000
Κεφαλαιουχικό κόστος δεξαμενών αποθήκευσης	STCC	3040000
Λειτουργικό κόστος άντλησης	APuOC	76314

Ο χρόνος εκτέλεσης στην εν λόγω περίπτωση είναι 10 δευτερόλεπτα και το συνολικό ετησιοποιημένο κόστος ανέρχεται στα 2415900 δολάρια. Οι τιμές είναι σε δολάρια αλλά τα κεφαλαιουχικά κόστη πρέπει να ετησιοποιηθούν.

Αυτό γίνεται πολλαπλασιάζοντας με το CRF(capitalrecoveryfactor) στο οποίο στην εν λόγω περίπτωση τα rκαι πείναι ίσα με 5% και 20 έτη αντίστοιχα.

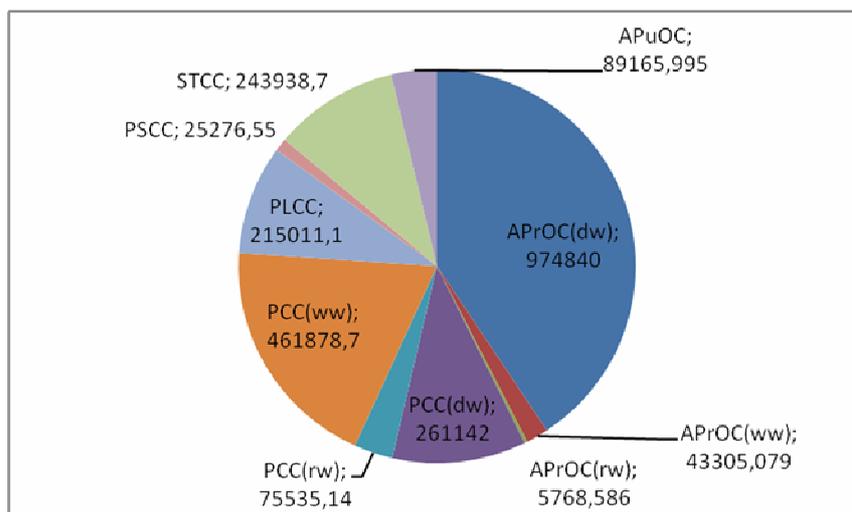
$$CRF = \frac{r \cdot (1 + \pi)^n}{(1 + \pi)^n - 1}$$

Οπότε ο πίνακας γίνεται:

Πίνακας 12Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστοι περίπτωσης 5.1.1

Λειτουργικό κόστος αφαλάτωσης	APrOC(dw)	974840
Λειτουργικό κόστος καθαρισμού λυμάτων	APrOC(ww)	43305
Λειτουργικό κόστος ανάκτησης	APrOC(rw)	5769
Κεφαλαιουχικό κόστος αφαλάτωσης	PCC(dw)	261143
Κεφαλαιουχικό κόστος ανάκτησης	PCC(rw)	75535
Κεφαλαιουχικό κόστος καθαρισμού λυμάτων	PCC(ww)	461879
Κεφαλαιουχικό κόστος σωληνώσεων	PLCC	215011
Κεφαλαιουχικό κόστος σταθμών άντλησης	PSCC	25276
Κεφαλαιουχικό κόστος δεξαμενών αποθήκευσης	STCC	243939
Λειτουργικό κόστος άντλησης	APuOC	89166

Από τον παραπάνω πίνακα λείπουν οι τιμές συνολικού λειτουργικού κόστους εγκαταστάσεων και συνολικού κεφαλαιουχικού κόστους εγκαταστάσεων διότι δεν θα παρασταθούν στο παρακάτω γράφημα.

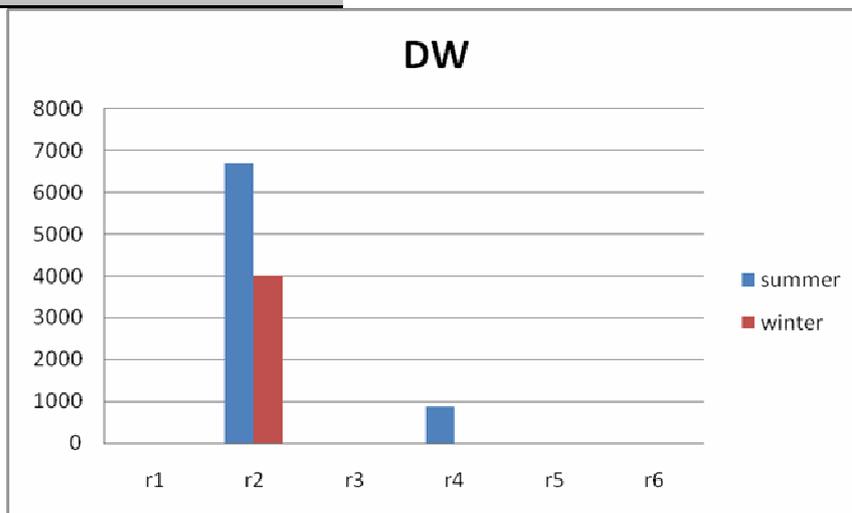


Εικόνα 7Διάγραμμα περίπτωσης 5.1.1

Από τους πίνακες που προκύπτουν από τον όγκο παραγωγής οι οποίοι αναφέρονται σε όλες τις περιοχές για τις διαφορετικές περιόδους προκύπτουν τα εξής γραφήματα:

Πίνακας 13 Όγκοι παραγωγής αφαλαττωμένου νερού ανά περιοχή

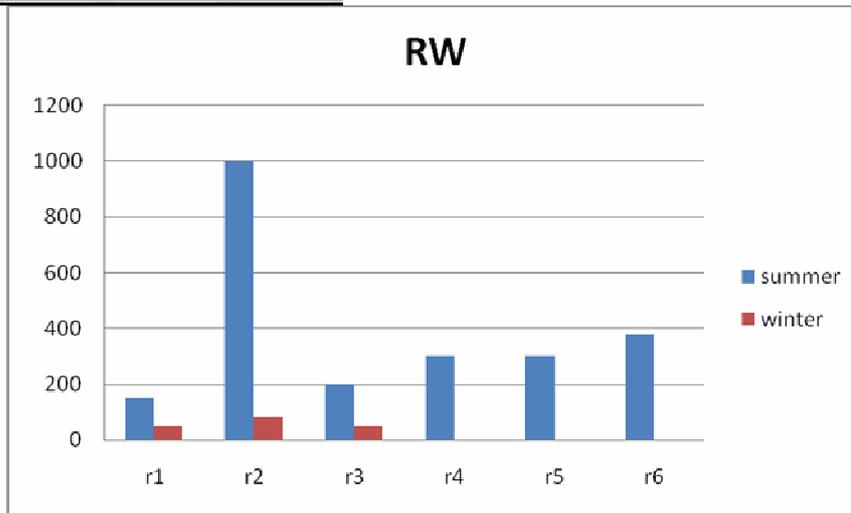
DW	summer	winter
r1	0	0
r2	6691	4010
r3	0	0
r4	869	0
r5	0	0
r6	0	0
	7560	4010



Εικόνα 8 Όγκοι παραγωγής αφαλαττωμένου νερού ανά περιοχή

Πίνακας 14 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

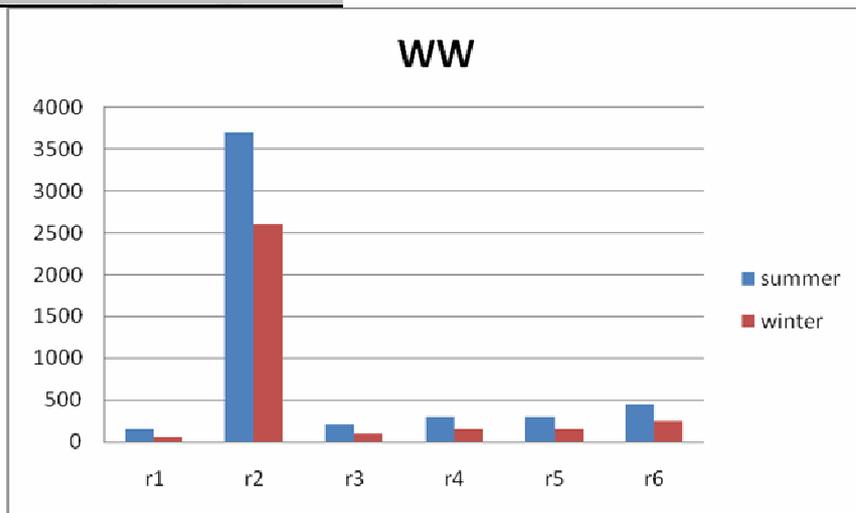
RW	summer	winter
r1	150	50
r2	1000	80
r3	200	50
r4	300	0
r5	300	0
r6	380	0
	2330	180



Εικόνα 9 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

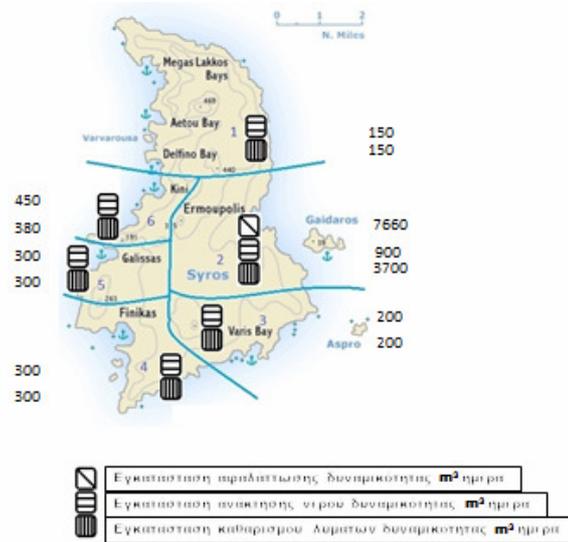
Πίνακας 15 Όγκο παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

WW	summer	winter
r1	150	50
r2	3700	2600
r3	200	100
r4	300	150
r5	300	150
r6	450	250
	5100	3300



Εικόνα 10 Όγκο παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

5.1.2 Επίλυση με ανοχή $optcr=0,1$ (Σενάριο αναφοράς)

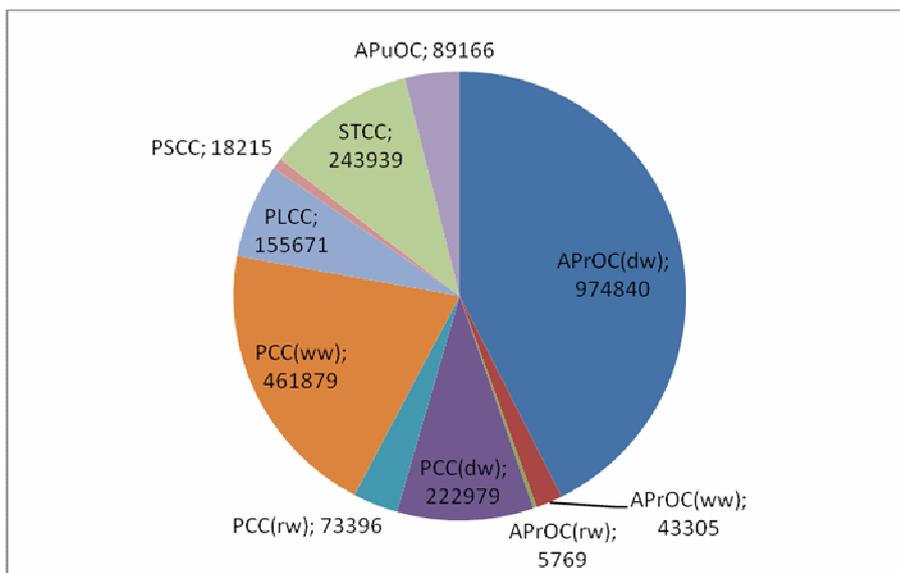


Εικόνα 11 Αρχικά δεδομένα Σύρου με $optcr=0,1$ ή 0

Ο ετησιοποιημένος πίνακας προκύπτει διαφορετικός για $optcr=0,1$ προσεγγίζοντας τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα, με ATC 2289200 δολάρια και χρόνο εκτέλεσης 2 λεπτά και 8 δευτερόλεπτα.

Πίνακας 16 Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστη περίπτωσης 5.1.2

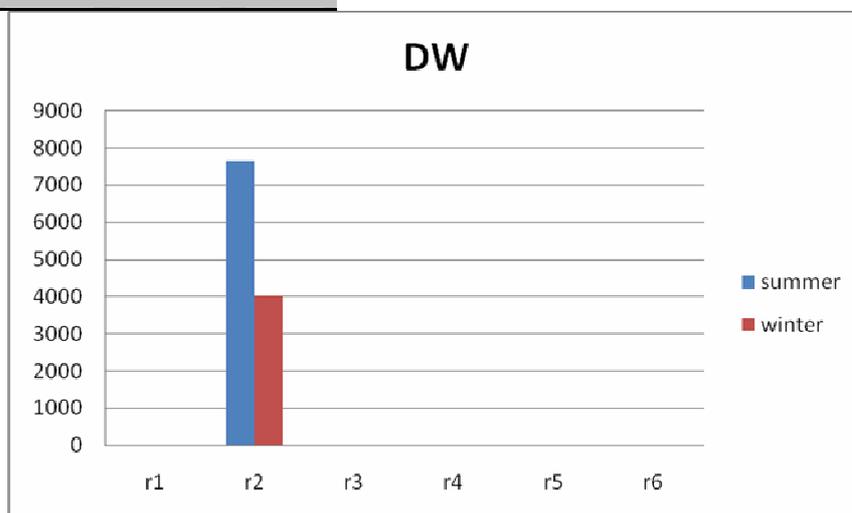
APrOC(dw)	974840
APrOC(ww)	43305
APrOC(rw)	5769
PCC(dw)	222979
PCC(rw)	73396
PCC(ww)	461879
PLCC	155671
PSCC	18215
STCC	243939
APuOC	89166



Εικόνα 12 Διάγραμμα περίπτωσης 5.1.2

Πίνακας 17 Όγκοι παραγωγής αφαλατωμένου νερού ανά περιοχή

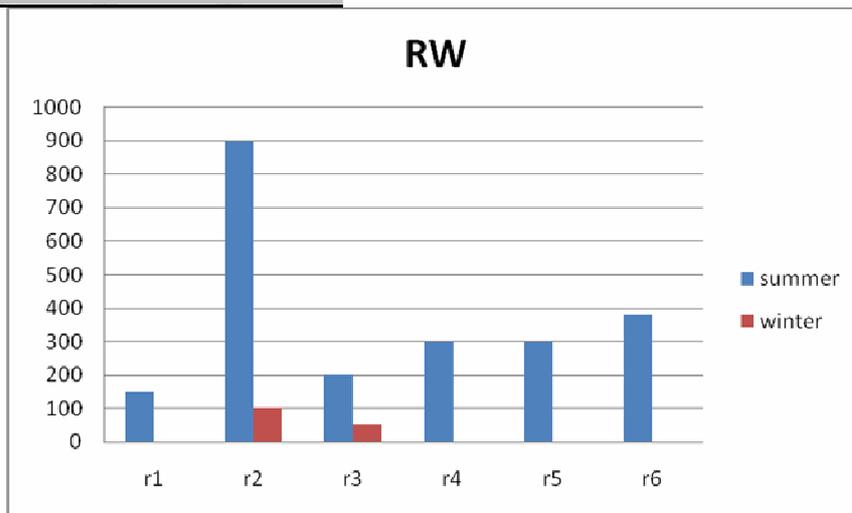
DW	summer	winter
r1	0	0
r2	7660	4040
r3	0	0
r4	0	0
r5	0	0
r6	0	0
	7660	4040



Εικόνα 13 Όγκοι παραγωγής αφαλατωμένου νερού ανά περιοχή

Πίνακας 18 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

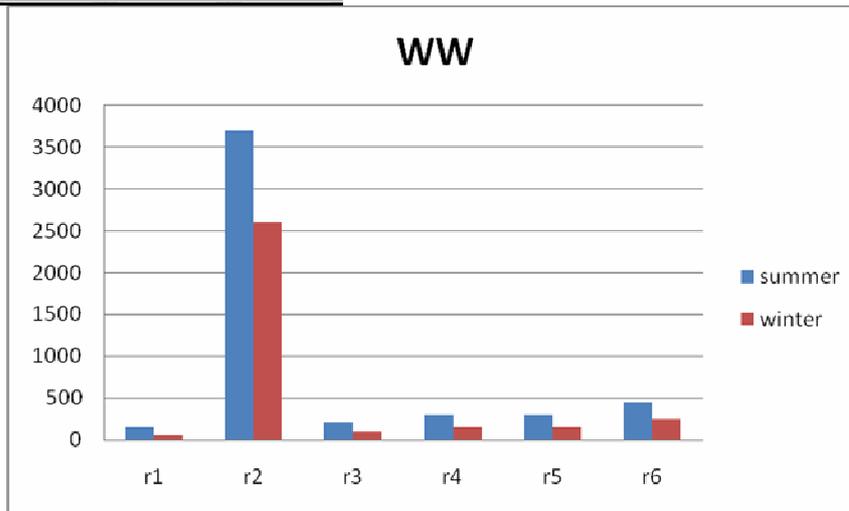
RW	summer	winter
r1	150	0
r2	900	100
r3	200	50
r4	300	0
r5	300	0
r6	380	0
	2230	150



Εικόνα 14 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

Πίνακας 19 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

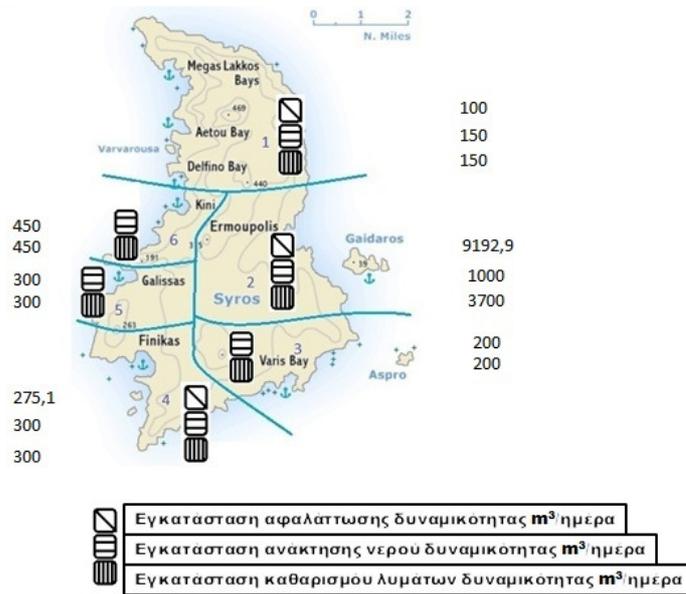
WW	summer	winter
r1	150	50
r2	3700	2600
r3	200	100
r4	300	150
r5	300	150
r6	450	250
	5100	3300



Εικόνα 15 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

Στα επόμενα τρεξίματα θα χρησιμοποιηθεί ανοχή επίλυσης optcr=0.1.

5.2 Δεδομένα Σύρου με αυξημένη ζήτηση 20%



Εικόνα 16 Δεδομένα Σύρου με αυξημένη ζήτηση 20% και $ortcr=0.1$

Στην περίπτωση αυξημένης ζήτησης 20% γενικά, ο χρόνος εκτέλεσης είναι 51 δευτερόλεπτα και το ATC είναι 2607900 δολάρια. Οιαρχικοί πίνακες ζήτησης γίνονται:

Πίνακας 20d_nrw(t,i) Ζήτηση μη πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m^3 /ημέρα)

period t	r1	r2	r3	r4	r5	r6
high-demand	300	1080	720	1056	696	456
low-demand	0	120	60	36	36	36

και

Πίνακας21d_pw(t,i) Ζήτηση πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο(m3/ημέρα)

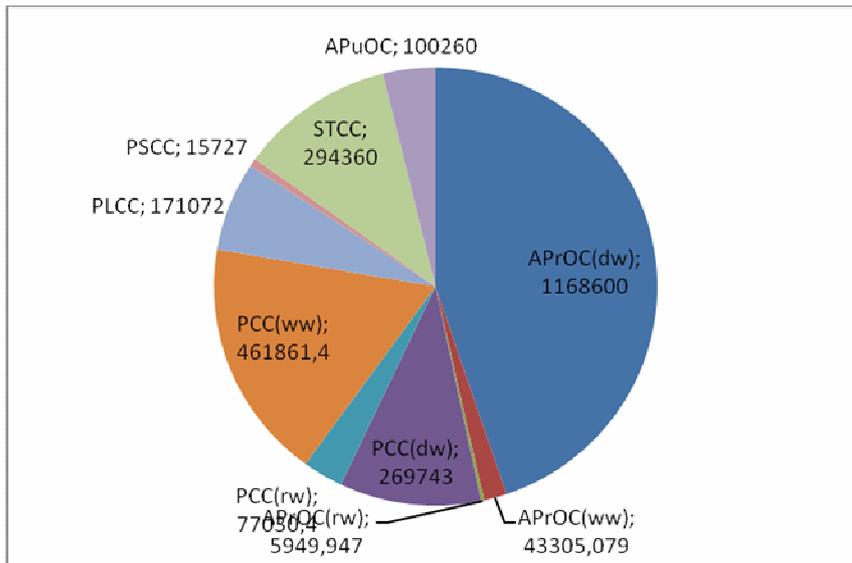
period t	r1	r2	r3	r4	r5	r6
high-demand	180	4800	600	780	600	600
low-demand	60	3360	300	420	240	360

Σε αυτήν την περίπτωση ο πίνακας αποτελεσμάτων είναι ο ακόλουθος:

Πίνακας22Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστωι περίπτωσης 5.2

APrOC(dw)	1168600
APrOC(ww)	43305
APrOC(rw)	5950
PCC(dw)	269743
PCC(rw)	77030
PCC(ww)	461861
PLCC	171072
PSCC	15727
STCC	294360
APuOC	100260

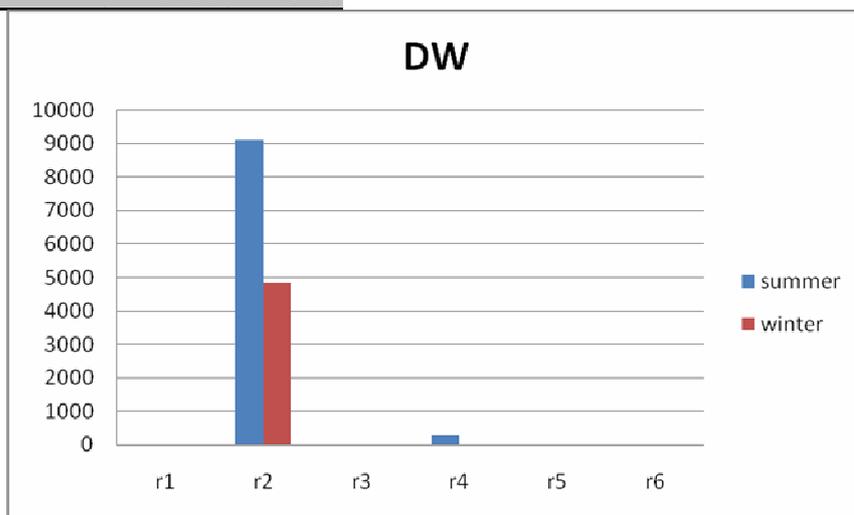
,και το αντίστοιχο διάγραμμαείναι το παρακάτω:



Εικόνα 17 Διάγραμμα περίπτωσης 5.2

Πίνακας 23 Όγκοι παραγωγής αφαικτωμένου νερού ανά περιοχή

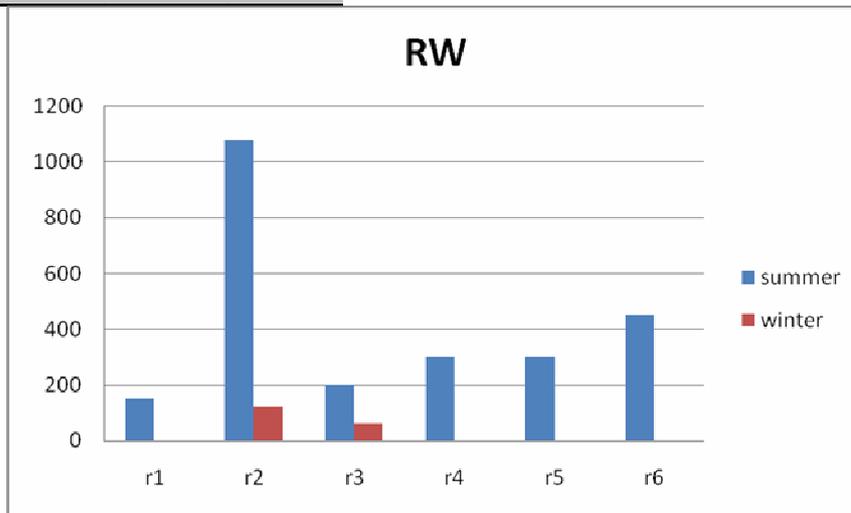
DW	summer	winter
r1	0	0
r2	9193	4848
r3	0	0
r4	275	0
r5	0	0
r6	0	0
	9468	4848



Εικόνα 18 Όγκοι παραγωγής αφαικτωμένου νερού ανά περιοχή

Πίνακας 24 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

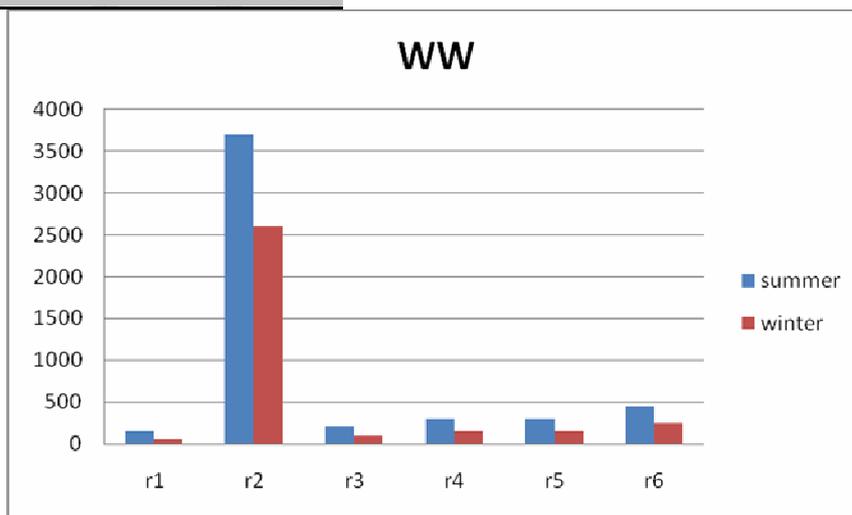
RW	summer	winter
r1	150	0
r2	1000	120
r3	200	60
r4	300	0
r5	300	0
r6	450	0
	2400	120



Εικόνα 19 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

Πίνακας 25 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

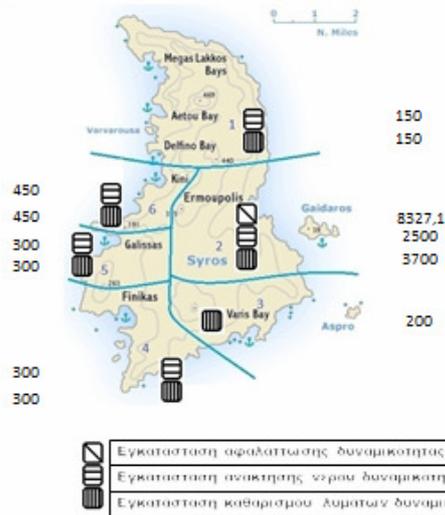
WW	summer	winter
r1	150	50
r2	3700	2600
r3	200	100
r4	300	150
r5	300	150
r6	450	250
	5100	3300



Εικόνα 20 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

Η περίπτωση 5.2 εκτιμά την αυξημένη ζήτηση κατά 20% κάτι που παραπέμπει σε μελλοντική ζήτηση του νησιού είτε σε άλλο νησί με μεγαλύτερες ανάγκες. Μονάδα αφαλάτωσης προτείνεται στην υποπεριοχή 1, 2 και 4 ενώ εγκαταστάσεις ανάκτησης και καθαρισμού σε κάθε υποπεριοχή. Στην συγκεκριμένη περίπτωση τα λειτουργικά έξοδα του καθαρισμού λυμάτων είναι τα ίδια μιας και η ζήτηση δεν επηρεάζει την παραγωγή λυμάτων, το λειτουργικό κόστος της ανάκτησης παρουσιάζει μερική αύξηση ενώ το λειτουργικό κόστος της αφαλάτωσης αυξάνεται αισθητά. Όσο για τα κεφαλαιουχικά κόστη αφαλάτωσης και ανάκτησης οι τιμές είναι αυξημένες ενώ το κεφαλαιουχικό κόστος καθαρισμού λυμάτων διαφοροποιείται ελάχιστα. Σημειώνεται ότι όλα τα κεφαλαιουχικά κόστη είναι ετησιοποιημένα. Το κεφαλαιουχικό κόστος σταθμών άντλησης εμφανίζει μείωση ενώ το κεφαλαιουχικό κόστος δεξαμενών αποθήκευσης, σωληνώσεων και λειτουργικό άντλησης σημειώνουν αύξηση. Το ATC αυξάνεται στην τιμή 2607900 δολάρια, το κόστος επένδυσης είναι 1176079 δολάρια και το λειτουργικό κόστος ανά έτος είναι 1113080.

5.3 Δεδομένα Σύρου με αύξηση της ζήτησης 20% την καλοκαιρινή περίοδο και μείωση της 20% τη χειμερινή



Εικόνα 21 Δεδομένα Σύρου με αύξηση της ζήτησης 20% την καλοκαιρινή περίοδο και μείωση της 20% τη χειμερινή

Στην περίπτωση αυξημένης ζήτησης 20% τους καλοκαιρινούς μήνες και μειωμένης ζήτησης 20% τους χειμερινούς ο χρόνος εκτέλεσης είναι 1 λεπτό και 4 δευτερόλεπτα και το ATC2391500δολάρια. Οι αρχικοί πίνακες ζήτησης γίνονται:

Πίνακας 26d_ηρω(t,i) Ζήτηση μη πόσιμο νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο(m3/ημέρα)

period t	r1	r2	r3	r4	r5	r6
high-demand	300	1080	720	1056	696	456
low-demand	0	80	40	24	24	24

Πίνακας 27d_ρω(t,i) Ζήτηση πόσιμο νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο(m3/ημέρα)

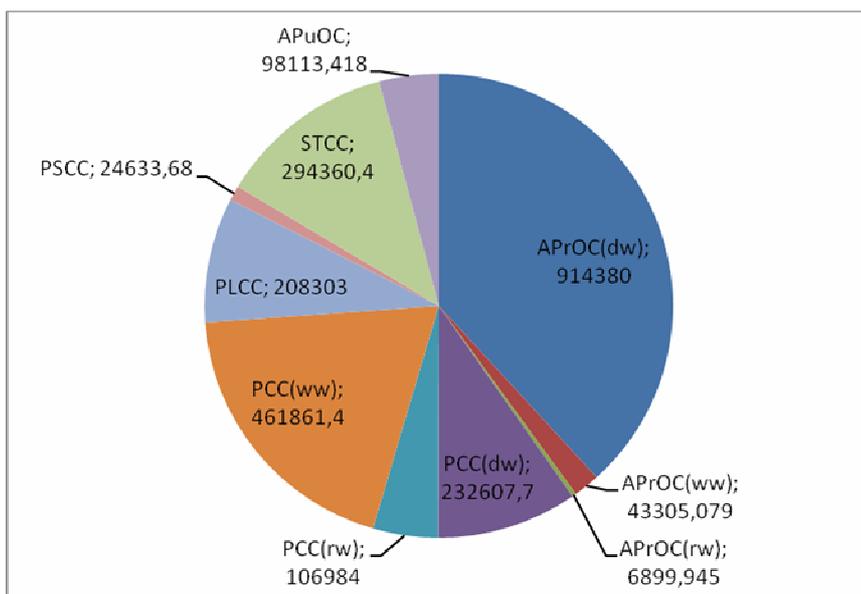
period t	r1	r2	r3	r4	r5	r6
high-demand	180	4800	600	780	600	600
low-demand	40	2240	200	280	160	240

Σε αυτήν την περίπτωση ο πίνακας αποτελεσμάτων είναι ο ακόλουθος:

Πίνακας 28 Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστη περίπτωσης 5.3

APrOC(dw)	914380
APrOC(ww)	43305
APrOC(rw)	6900
PCC(dw)	232608
PCC(rw)	106984
PCC(ww)	461861
PLCC	208303
PSCC	24634
STCC	294360
APuOC	98113

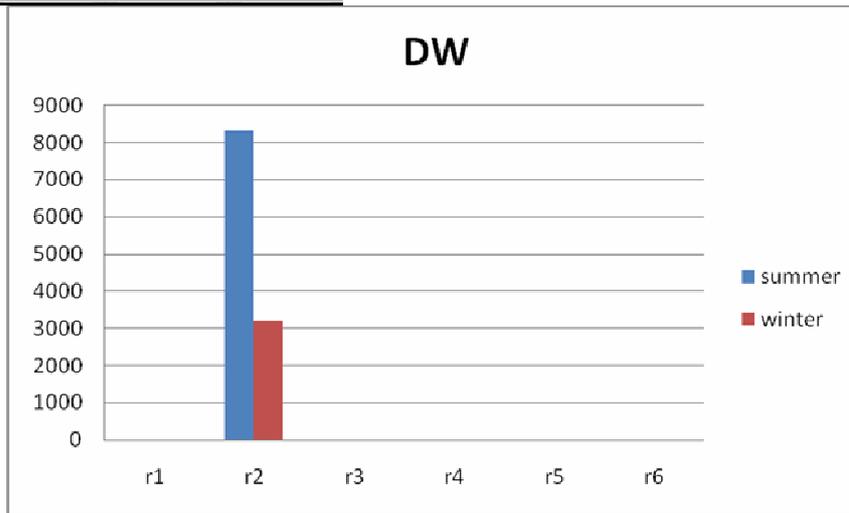
,και το αντίστοιχο διάγραμμα είναι το παρακάτω:



Εικόνα 22 Διάγραμμα Περίπτωσης 5.3

Πίνακας 29 Όγκοι παραγωγής αφαλατωμένου νερού ανά περιοχή

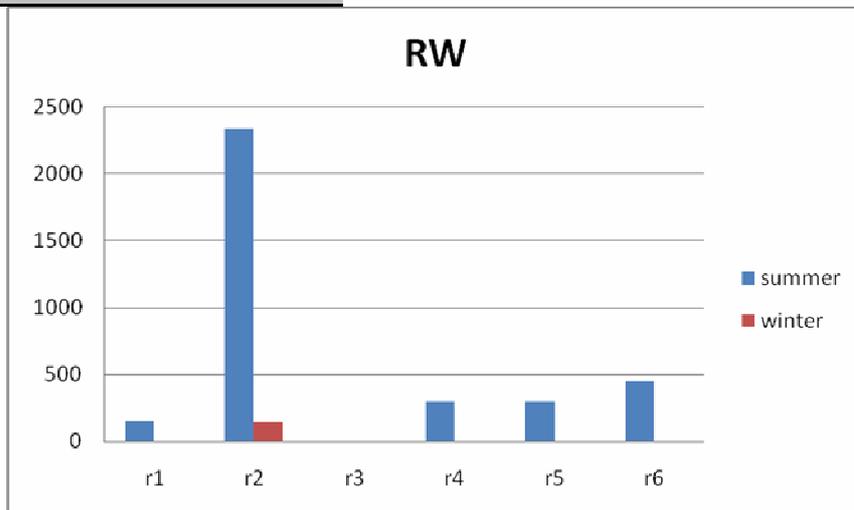
DW	summer	winter
r1	0	0
r2	8327	3208
r3	0	0
r4	0	0
r5	0	0
r6	0	0
	8327	3208



Εικόνα 23 Όγκοι παραγωγής αφαλατωμένου νερού ανά περιοχή

Πίνακας 30 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

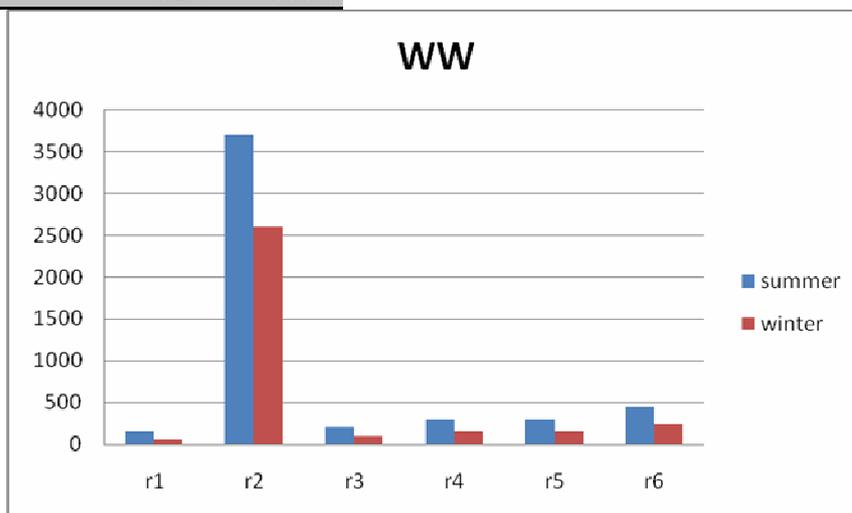
RW	summer	winter
r1	150	0
r2	2341	144
r3	0	0
r4	300	0
r5	300	0
r6	450	0
	3541	144



Εικόνα 24 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

Πίνακας 31 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

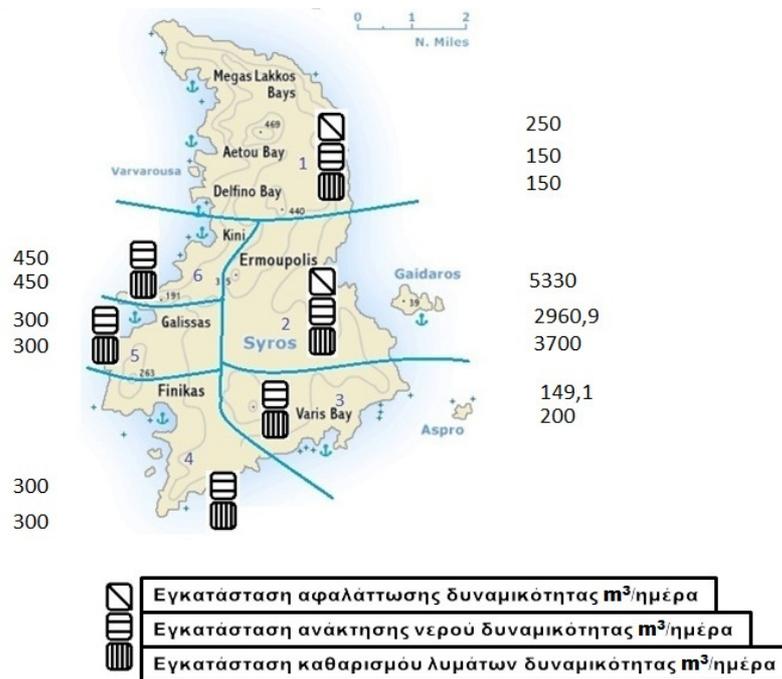
WW	summer	winter
r1	150	50
r2	3700	2600
r3	200	100
r4	300	150
r5	300	150
r6	450	250
	5100	3300



Εικόνα Error! Reference source not found. Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

Στην ενδεχόμενη αύξηση της καλοκαιρινής ζήτησης κατά 20% με ταυτόχρονη μείωση της χειμερινής κατά 20%, περίπτωση 5.3, το λειτουργικό κόστος του καθαρισμού λυμάτων παραμένει σταθερό όπως προηγουμένως. Σε αυτήν τη περίπτωση επίσης επιλέγεται εγκατάσταση αφαλάτωσης στην υποπεριοχή 2 ενώ διαφορά παρατηρείται στη περιοχή 3 η οποία στερείται μονάδας ανάκτησης νερού. Οι υπόλοιπες υποπεριοχές χρειάζονται μονάδες ανάκτησης καθώς και επεξεργασίας λυμάτων. Στην εν λόγω περίπτωση το λειτουργικό κόστος της αφαλάτωσης παρουσιάζει μείωση. Το παραπάνω δεν συμβαίνει για τις τιμές λειτουργικού κόστους ανάκτησης, άντλησης, κεφαλαιουχικών κοστών αφαλάτωσης, καθαρισμού λυμάτων, ανάκτησης, σωληνώσεων, σταθμών άντλησης καθώς και δεξαμενών αποθήκευσης. Το κεφαλαιουχικό κόστος επεξεργασίας λυμάτων διαφοροποιείται ελάχιστα. Σημειώνεται επίσης ότι οι συγκρίσεις που γίνονται έχουν πάντα σαν μέτρο σύγκρισης (σενάριο ανάφοράς) την περίπτωση δεδομένων Σύρου με $optcr=0.1$ (περίπτωση 5.1.2). Το ATC αυξάνεται και οι τιμές κόστους επένδυσης και λειτουργίας ανά έτος είναι αντίστοιχα 1328750 και 1062698 δολάρια.

5.4 Δεδομένα Σύρου με μετατροπή του 20% πόσιμου νερού προς μη πόσιμο



Εικόνα Error! Reference source not found. Δεδομένα Σύρου με μετατροπή του 20% πόσιμου νερού προς μη πόσιμο

Αρχικά : potable ,non potable

Νέες τιμές : potable' ,non potable'

$$\text{Potable}' = 0.8 * \text{potable}$$

$$\text{Nonpotable}' = \text{nonpotable} + 0.2 * \text{potable}$$

Το ATC στην εν λόγω περίπτωση είναι 2155100 δολάρια και ο χρόνος εκτέλεσης 16 λεπτά και 40 δευτερόλεπτα. Σε αυτήν την παραλλαγή οι πίνακες ζήτησης γίνονται:

Πίνακας 32d_ηρω(t,i) Ζήτηση μη πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο(m3/ημέρα)

period t	r1	r2	r3	r4	r5	r6
high-demand	280	1700	700	1010	680	480
low-demand	10	660	100	100	70	90

Πίνακας 33d_ρω(t,i) Ζήτηση πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο(m3/ημέρα)

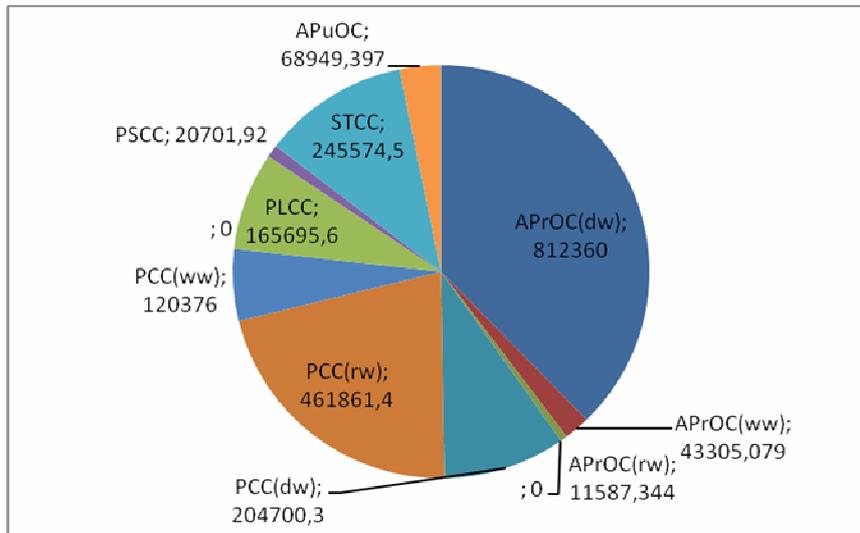
periodt	r1	r2	r3	r4	r5	r6
high-demand	120	3200	400	520	400	400
low-demand	40	2240	200	280	160	240

Ο πίνακας αποτελεσμάτων είναι ο ακόλουθος:

Πίνακας 34Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστη περίπτωσης 5.4

AProC(dw)	812360
AProC(ww)	43305
AProC(rw)	11587
PCC(dw)	204700
PCC(rw)	461861
PCC(ww)	120376
PLCC	165696
PSCC	20702
STCC	245574
APuOC	68949

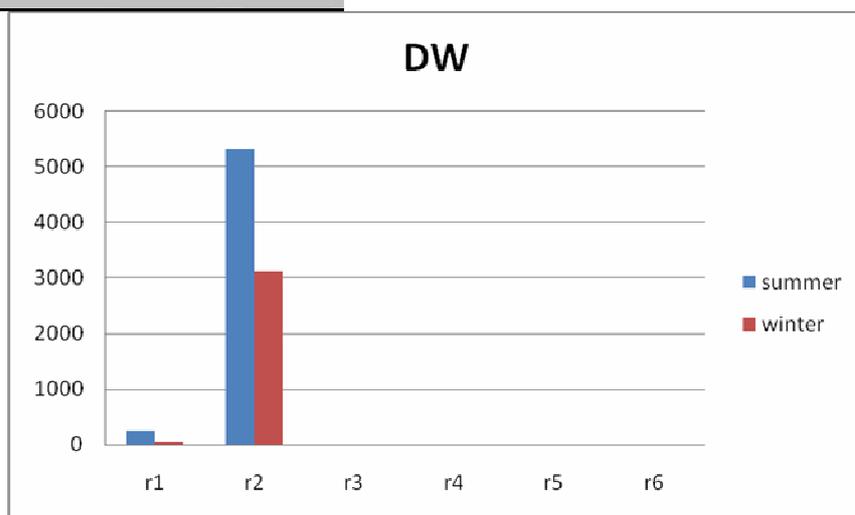
,και το αντίστοιχο διάγραμμα



Εικόνα 25 Διάγραμμα Περίπτωσης 5.4

Πίνακας 35 Όγκοι παραγωγής αφαιλαττωμένου νερού ανά περιοχή

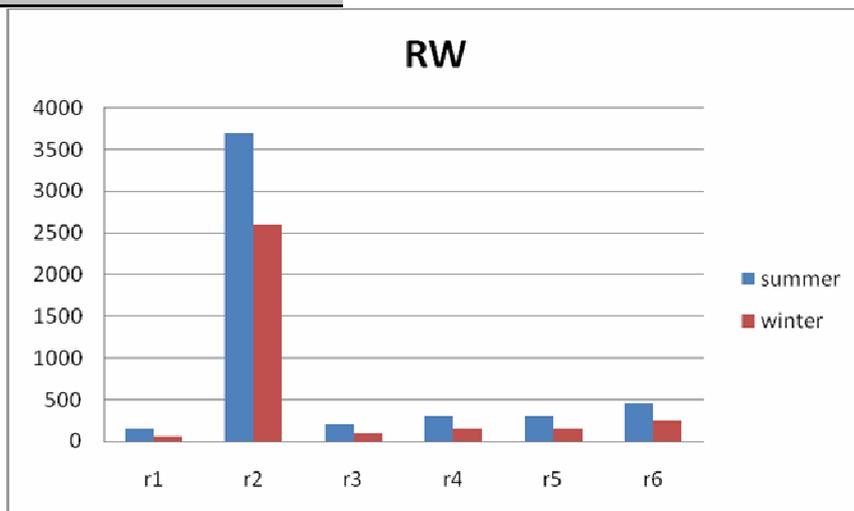
DW	summer	winter
r1	250	50
r2	5330	3120
r3	0	0
r4	0	0
r5	0	0
r6	0	0
	5580	3170



Εικόνα 26 Όγκοι παραγωγής αφαιλαττωμένου νερού ανά περιοχή

Πίνακας 36 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

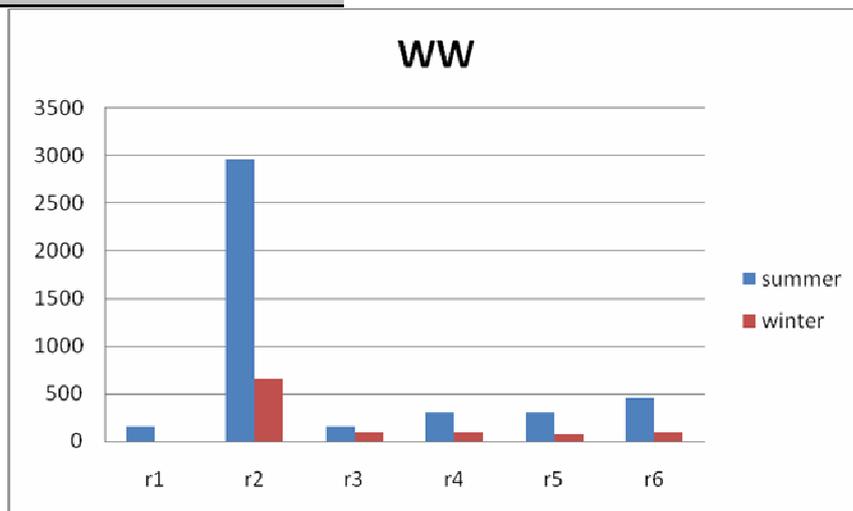
RW	summer	winter
r1	150	50
r2	3700	2600
r3	200	100
r4	300	150
r5	300	150
r6	450	250
	5100	3300



Εικόνα 27 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή

Πίνακας 37 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

WW	summer	winter
r1	150	0
r2	2960,9	660
r3	149,1	100
r4	300	100
r5	300	70
r6	450	90
	4310	1020



Εικόνα 28 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή

Στην περίπτωση που η μετατροπή ποσοστού 20% του πόσιμου νερού προς μη πόσιμο είναι αναγκαία (περίπτωση 5.4), μονάδα αφαλάτωσης θα χρειαστεί στην υποπεριοχή 2 αλλά και στην 1 ενώ όπως στις περισσότερες περιπτώσεις κάθε υποπεριοχή χρειάζεται μονάδες ανάκτησης και επεξεργασίας λυμάτων για να καλυφθούν οι απαιτούμενες ανάγκες. Στην εν λόγω παραλλαγή παρατηρείται σταθερότητα στην τιμή του λειτουργικού κόστους επεξεργασίας λυμάτων. Μειώσεις διαφαίνονται στις τιμές λειτουργικού κόστους αφαλάτωσης, ανάκτησης, άντλησης και κεφαλαιουχικού κόστους αφαλάτωσης, καθαρισμού λυμάτων και ανάκτησης. Αυξήσεις παρατηρούνται στα κεφαλαιουχικά κόστη σταθμών άντλησης, δεξαμενών αποθήκευσης και σωληνώσεων. Το ATC μειώνεται στην τιμή των 2155112 δολαρίων και τα κόστη επένδυσης και λειτουργίας ανά έτος είναι αντίστοιχα 1218910 και 936202 δολάρια.

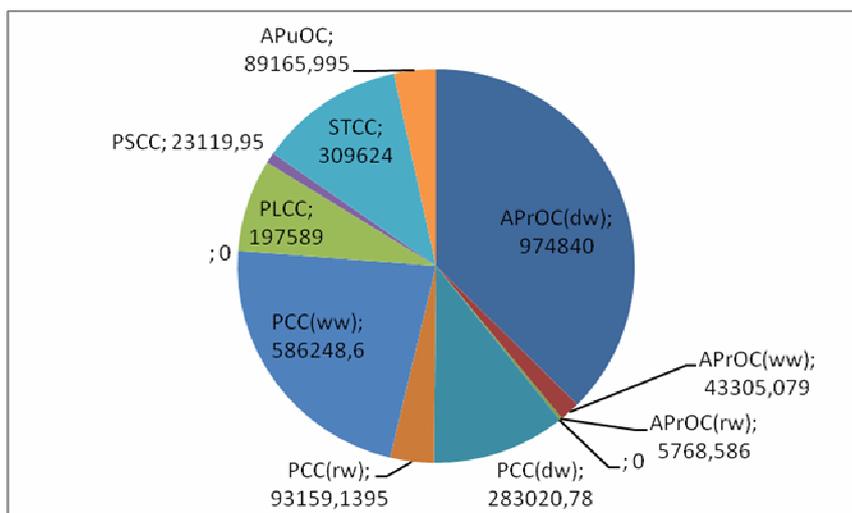
5.5 Δεδομένα Σύρου με αλλαγή του επιτοκίου από $r=5\%$ σε $r=8\%$

Στις παραπάνω περιπτώσεις το επιτόκιο ήταν σταθερό και ίσο με $r=5\%$, στο τελευταίο σενάριο θα αυξηθεί στο $r=8\%$. Το συνολικό ετησιοποιημένο κόστος (ATC) στην περίπτωση επιτοκίου $r=5\%$ είναι 2289200 δολάρια ενώ αντίστοιχα για $r=8\%$ φθάνει τα 2605841. Τα προαναφερθέντα νούμερα αναφέρονται στο σενάριο αναφοράς με μοναδική αλλαγή το επιτόκιο. Οι εγκαταστάσεις δεν αλλάζουν θέση και έχουν παρασταθεί με τον ίδιο τρόπο όπως στην Εικόνα 5 ενώ αυξήσεις προκύπτουν μόνο στα κεφαλαιουχικά κόστη του Πίνακα 9 τα οποία κατά απόλυτα νούμερα είναι ίδια, αλλά στην ετησιοποιημένη τους μορφή όπου πολλαπλασιάζονται με το CRF διαφοροποιούνται.

Πίνακας 38 Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστη περίπτωσης 5.5

APrOC(dw)	974840
APrOC(ww)	43305
APrOC(rw)	5769
PCC(dw)	283021
PCC(rw)	93159
PCC(ww)	586249
PLCC	197589
PSCC	23120
STCC	309624
APuOC	89166

, και το αντίστοιχο διάγραμμα



Εικόνα 29 Διάγραμμα Περίπτωσης 5.5

Όπως ήταν αναμενόμενο αυξήσεις εμφανίζουν μόνο τα κεφαλαιουχικά ετησιοποιημένα κόστη ενώ το ίδιο δεν ισχύει για τα λειτουργικά κόστη.

Στην εν λόγω περίπτωση δεν υπάρχουν διαφορές στις θέσεις των εγκαταστάσεων ενώ αυξήσεις προκύπτουν μόνο στα κεφαλαιουχικά κόστη τα οποία κατά απόλυτα νούμερα είναι ίδια, αλλά στην ετησιοποιημένη τους μορφή όπου πολλαπλασιάζονται με το CRF διαφοροποιούνται. Το ATC αυξάνεται στα 2605841 δολάρια και τα κόστη επένδυσης και λειτουργίας ανά έτος είναι αντίστοιχα 1492761 και 1113080 δολάρια.

6 Συμπεράσματα

Ο μαθηματικός προγραμματισμός αποδείχθηκε ότι αποτελεί μια κατάλληλη μεθοδολογία για τη μοντελοποίηση και βελτιστοποίηση ενός προβλήματος με πολλές παραμέτρους, δεδομένου του ότι συνδέονται μεταξύ τους με τρόπο που δεν επιτρέπει την επίλυση τους εύκολα με άλλο τρόπο. Ο μαθηματικός προγραμματισμός είναι μια ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική μαθηματικής μοντελοποίησης για τον καθορισμό της βέλτιστης κατανομής των πόρων ανάμεσα σε ανταγωνιστικές δραστηριότητες. Έχει ευελιξία αλλά και αρκετές απαιτήσεις σε δεδομένα, για τον λόγο αυτό συστήνεται ανεπιφύλακτα στην περίπτωση διαχείρισης πόρων. Στο πρόβλημα βελτίωσης του συστήματος ύδρευσης της Σύρου παρουσιάζεται η ανάγκη υπολογισμού μεταβλητών τύπου 0 ή 1 (δυναμικές) όπως στη περίπτωση ύπαρξης μονάδων επεξεργασίας σε περιοχές, είτε ποσοτικών μεταβλητών όπως σε περιπτώσεις δυναμικότητας. Επιπλέον υπάρχει η ανάγκη το μοντέλο να είναι ευέλικτο σε αλλαγές στοιχείων δεδομένων με την πάροδο του χρόνου έτσι ώστε να καθιστούν το μοντέλο εφαρμόσιμο και σε άλλες περιοχές με παρόμοια ή και όχι τόσο χαρακτηριστικά. Στην εν λόγω περίπτωση σκοπός είναι το μοντέλο να είναι δομημένο με τρόπο τέτοιο που να είναι εφικτό να εφαρμοστεί χωρίς ιδιαίτερο κόπο και σε άλλες περιοχές που παρουσιάζεται το φαινόμενο λειψυδρίας.

Τα εργαλείο GAMS αποδείχθηκε πολύ χρήσιμο, ευέλικτο και αρκετά εύκολο στη χρήση ακόμα και για κάποιον που είναι εξοικειωμένος μόνο με απλές εφαρμογές προγραμματισμού. Η ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου σε GAMS ήταν βατή μετά από λίγη εξωτερική βοήθεια. Η χρήση του αντίστοιχου εγχειριδίου αποτέλεσε μεγάλη βοήθεια όχι μόνο για την συγγραφή του μοντέλου αλλά και για την περαιτέρω κατανόηση των γλωσσών βελτιστοποίησης.

Σε ότι αφορά την συγκεκριμένη εφαρμογή στο σύστημα υδροδότησης της Σύρου, παρατηρείται στην περίπτωση 5.2 η σχέση μεταξύ αύξησης της συνολικής ζήτησης και κόστους. Οι αυξήσεις είναι αναμενόμενες και η μείωση του κεφαλαιουχικού κόστους σταθμών άντλησης συνδέεται με την επιπλέον μονάδα αφαλάτωσης.

Η περίπτωση 5.3 είναι ένα ενδεχόμενο που δύσκολα αξιολογείται εκ των προτέρων λόγω της ταυτόχρονης αύξησης και μείωσης. Τελικά το συνολικό ετησιοποιημένο κόστος αυξάνεται μερικώς και παρατηρείται η απουσία της μονάδας ανάκτησης στην υποπεριοχή 3.

Στην περίπτωση 5.4 παρατηρείται μείωση του ATC, που βασίζεται στην αλλαγή της ζήτησης με το μη πόσιμο νερό οικονομικότερη επιλογή.

Η περίπτωση 5.5 βοηθάει στην καλύτερη κατανόηση των αλλαγών επιτοκίου σε σχέση με το συνολικό ετησιοποιημένο κόστος, σε επενδύσεις αναλόγου μεγέθους. Σημαντικό είναι να σημειωθεί το γεγονός ότι ο τραπεζικός παράγοντας σε επενδύσεις διαχείρισης πόρων, ιδιαίτερα σημαντικές για το ευρύτερο κοινωνικό σύνολο, μεταβάλλει αισθητά το κόστος χωρίς να είναι παράμετρος του τεχνικού τμήματος του συστήματος και με ευκολία μπορεί τοιούτοτρόπως μια επένδυση να χαρακτηριστεί για το λόγο αυτό μη βιώσιμη. Το παραπάνω εξηγεί το λόγο ύπαρξης του επιτοκίου στις βασικές παραμέτρους του συστήματος.

Τέλος παρατίθενται τα ετησιοποιημένα συνολικά κόστη (ATC) κάθε εναλλακτικής περίπτωσης τα οποία όμως δεν είναι άμεσα συγκρίσιμα γιατί αναφέρονται σε διαφορετικά δεδομένα ζήτησης κυρίως. Η περίπτωση 5.1.2 παρουσιάζει ATC2289159 δολαρίων, η περίπτωση 5.2 παρουσιάζει ATC2607909 δολαρίων, η 5.3 ATC2391449 δολαρίων η 5.4 ATC2155112 δολαρίων και η 5.5 ATC2605841 δολαρίων.

Σε περαιτέρω μελέτες ενδιαφέρον θα ήταν να εξετασθεί διεξαγωγή μοντέλου το οποίο θα παρουσίαζε τα φράγματα σαν νέα εισροή στο σύστημα, κάτι που στο παρών μοντέλο μπορεί να καλυφθεί με μείωση της αντίστοιχηςζήτησης πόσιμου ή μη πόσιμου νερού ανάλογα με την ποιότητα του νερού του φράγματος. Επιπλέον θα μπορούσε να προστεθεί η εισαγωγή νερού από το σύστημα της Υδριάδας (μιας πλωτής αυτόνομης μονάδας αφαλάτωσης με φωτοβολταϊκό σύστημα και ανεμογεννήτρια) (Lilaset. al, 2007) και να εξετασθεί η εν λόγω περίπτωση. Ακόμα, μια ενδιαφέρουσα παραλλαγή θα είχε παροχή ηλεκτρικού ρεύματος από αιολικό πάρκο ή/ και φωτοβολταϊκή μονάδα είτε σε συμπαραγωγή με ηλεκτρικό ρεύμα από τη Δ.Ε.Η είτε κατά αποκλειστικότητα σαν μία ακόμα παράμετρο προς βελτιστοποίηση. Τέλος, οι περιβαλλοντικοί και αισθητικοί περιορισμοί θα ήταν ενδιαφέρον να συμπεριληφθούν για να είναι τα αποτελέσματα του μοντέλου κοινωνικά αποδεκτά. Οι παραπάνω προτάσεις στόχο έχουν την εξέλιξη του μοντέλου ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περισσότερες περιπτώσεις με σκοπό την εύρεση βιώσιμης λύσης σε κάθε προς εξέταση σύστημα χωρίς να ξεχνάμε ότι το μοντέλο είναι πάντα προσέγγιση και η ανθρώπινη αξιολόγηση θα έχει σε κάθε περίπτωση τον τελευταίο λόγο.

Βιβλιογραφία

Aggeli, K., Kalavrouziotis, I.K., & Bezergianni, S. A proposal of a treated wastewater reused design system in urban areas. *Fresenius Environmental Bulletin*, 2009; 18; 1295-1301.

Bakir, H. A. Sustainable wastewater management for small communities in the Middle East and North Africa. *Journal of Environmental Management*, 2001; 61; 319-328.

Bouwer, H. Integrated water management: Emerging issues and challenges. *Agricultural Water Management*, 2000; 45; 221-280.

Draper,

A.J., Jenkins, M.W., Kirby, K.W., Lund, J.R., & Howitt, R.E. Economic engineering optimization for California water management. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 2003; 129; 155-164.

Fujiwara, O., & Khang, D. B. A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks. *Water Resources Research*, 1990; 26; 539-549.

Georgopoulou, E., Kotronarou, A., Koussis, A., Restrepo, P.J., Gómez-Gotor, A., & Rodriguez Jimenez, J. A methodology to investigate brackish groundwater desalination coupled with a aquifer recharge by treated wastewater as an alternative strategy for water supply in Mediterranean areas. *Desalination*, 2001; 136; 307-315.

Gikas, P., & Angelakis, A. N. Water resources management in Crete and in the Aegean Islands, with emphasis on the utilization of non-conventional water sources. *Desalination*, 2009; 248; 1049-1064.

Gikas, P., & Tchobanoglous, G. The role of satellite and decentralized strategies in water resources management. *Journal of Environmental Management*, 2009b; 90; 144-152.

Gikas, P., & Tchobanoglous, G. Sustainable use of water in the Aegean Islands. *Journal of Environmental Management*, 2009a; 90; 2601-2611.

Han, Y., Xu, S., & Xu, X. Modeling multi-source multi-user water resources allocation. *Water Resources Management*, 2008; 22; 911-923.

<http://www.gams.com/>

Field Code Changed

Jaber, I. S., & Ahmed, M. R. Technical and economic evaluation of brackish groundwater desalination by reverse osmosis (RO) process. *Desalination*, 2004.

Kalavrouziotis, I.K., & Apostolopoulos, C.A. An integrated environmental plan for the reuse of treated wastewater from WWTP in urban areas. *Building and Environment*, 2007; 42; 1862-1868.

- Karagiannis, I. C., & Soldatos, P. G. Water desalination cost literature: Review and assessment. *Desalination*, 2008; 223; 448-456.
- Kondili, E., Kaldellis, J. K., & Papapostolou, C. A novel systemic approach to water resources optimization in areas with limited water resources. *Desalination*, 2010; 250; 297–301.
- Kornelaki, E., Liu, S., Papageorgiou, L. G., & Gikas, P. Potential for water reclamation and reuse at the municipality of Kasteli, Heraklion, Greece. In Workshop on wastewater reuse, ORBIT2010 conference Heraklion, Greece, 2010.
- Lazarova, V., et al. Role of water reuse for enhancing integrated management in Europe and Mediterranean countries. *Water Science and Technology*, 2001; 43(10); 25-33.
- Leitão, J. P., Matos, J. S., Goncalves, A. B., & Matos, J. L. Contribution of Geographic Information Systems and location models to planning of wastewater systems. *Water Science and Technology*, 2005; 52(3); 1–8.
- Lilas, Th., Nikitas Nikitakos, Floating Autonomous Environmental Friendly and Efficient Desalination Unit, Middle East FORUM, 2007; Issue 6; 73-87.
- Liu, S., Konstantopoulou, F., Gikas, P., Papageorgiou, L. A mixed integer optimisation approach for integrated water resources management, 2011
- Manners, F. P., & Dowson, J. A. Think before you agree to drink: Is sewage a source of drinking water? Toowoomba, Queensland, Australia: Greenridge Press, 2010.
- Medellín-Azuara, J., Mendoza-Espinosa, L. G., Lund, J. R., & Ramírez-Acosta, R. J. The application of economic-engineering optimization for water management in Ensenada, Baja California, Mexico. *Water Science and Technology*, 2007; 55(1–2); 339–347.
- Okun, D. A. Distributing reclaimed water through dual systems. *Journal of the American Water Works Association*, 1997; 89(11); 52-64.
- Ray, P. A., Kirshen, P. H., & Vogel, R. M. Integrated optimization of a dual quality water and wastewater system. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 2010; 136; 37–47.
- Reca, J., Roldán, J., Alcaide, M., López, R., & Camacho, E. Optimisation model for water allocation in deficit irrigation systems I. Description of the model. *Agricultural Water Management*, 2001; 48; 103-116.
- Voivontas, D., Arampatzis, G., Manoli, E., Karavitis, C., & Assimacopoulos, D. Water supply modeling toward sustainable environmental management in small islands: The case of Paros, Greece. *Desalination*, 2003; 156; 127-135.
- Wang, C. G., & Jamieson, D. G. An objective approach to regional wastewater treatment planning. *Water Resources Research*, 2002; 38; 1022.

World Health Organization. Guidelines for the safe use of wastewater, Excreta and Greywater. France, United Nations Environment Program, 2006.

Βλάχου Δήμητρα, Ενεργειακός Σχεδιασμός Νοσοκομείου Σε Περιβάλλον Οικονομικής Αβεβαιότητας Με Συνδυασμένη Χρήση Μικτού Ακέραιου Προγραμματισμού και Τεχνικών Monte Carlo, 2008.

Παπαθανάση Αγλαΐα, Η εφαρμογή της μεθόδου Augmecon για την παραγωγή των κατά Pareto άριστων λύσεων σε προβλήματα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού, 2010.

Σίσκος Ελευθέριος, Ανάπτυξη μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού για την προσομοίωση επιχειρηματικών αποφάσεων με έμφαση στην αντιμετώπιση της αβεβαιότητας, 2011.

Παραρτήματα

ΑΜοντέλο σε GAMS

\$ontext

This is a model for the water planning from Liu et al. Comp&ChemEng 2011

\$offtext

\$eolcom //

sets

i nodes /r1*r6/

alias(i,j)

sets

i_gw(i) nodes with available groundwater /r1*r6/

i_p(i) nodes with potable water demands /r1*r6/

i_np(i) nodes with non-potable water demands /r1*r6/

i_w(i) nodes which are the potential locations of plants w /r1*r6/

i_wp(i) nodes with wastewater productions /r1*r6/

l_w(i,j) allowed links i j for water wastewater w /r1.(r2,r6),r2.(r1,r3,r4,r5,r6),r3.(r2,r4),

r4.(r2,r3,r5),r5.(r2,r4,r6),r6.(r1,r2,r5)/

pl_w(i,j) allowed links for water wastewater w where pumps are needed /r2.(r1,r3,r4,r5,r6),r3.(r2,r4),r4.(r2,r3,r5),r5.(r2,r4,r6),r6.(r1,r2,r5)/

lud_w(i,j) allowed links i j for upper diagonal for water wastewater w /r1.(r2,r6),r2.(r3,r4,r5,r6),r3.r4,r4.r5,r5.r6/

npl_w(i,j) allowed links for water wastewater w where no pumps are needed /r1.(r2,r6)/

k breakpoints /100,1000,2500,5000,10000/

m storage tanks /50, 100, 200,500/

p pipe types /'2.5','4','6','10'/

s pump types /240, 720, 1200, 2400/

t time periods /high-demand,low-demand/

w water or wastewater plant types /dw,ww,rw/

scalars

*a conversion factor for flow rate /55.74/
b conversion constant in the Hazen–Williams equation /0.452/
c roughness coefficient for plastic pipe /150/
ec unit electricity cost(\$ per kWh) /0.15/
g standard gravity(m per s²) /9.81/
n duration of project (year) /20/
r interest rate /0.05/
uu_q a big number related to maxflow eq. 16 /10000/
uu_h a big number related to max height eq. 17 /1000/
uu_t a big number equal to number of time intervals eq. 29 /2/
l_e shell of one pumping station (\$) /11000/
r_e density of water (4 C)(kg per m³) /1000/
t_e water storage cover age time(day) /2/

;

parameters

a_gw(i,t) daily available groundwater at node i during period t (m³ per day)
b_gwnp(i) 1 if groundwater can satisfy non-potable water demand at node i in period t
b_gwp(i) 1 if groundwater can satisfy potable water demand at node i in period t

d(p) diameter of pipe in type p (in.)

/

'2.5' 2.5,

'4' 4,

'6' 6,

'10' 10

/

nd(t) duration of period t (day per year)

/

high-demand 122,

low-demand 243

/

plc(p) unit pipeline cost for pipe type p (\$ per m)

/

'2.5' 55,

'4' 60,

'6' 65,

'10' 70

/

tc(m) capital cost of one storage tank of type m (\$)

/

50 9500,

100 16000,

200 41000,

500 76000

/

ts(m) size of storage tank of type m (m³)

/

50 50,

100 100,

200 200,

500 500

/

b_e(w) efficiency of pumps for water or wastewater w

/

dw 0.7

ww 0.55

rw 0.7

/

;

table aaa(k,w) capacity of plant w at the breakpoint k (m3 per day)

dwwwrw

100	100	100	100
1000	1000	1000	1000
2500	2500	2500	2500
5000	5000	5000	5000
10000	10000	10000	10000

 ;

table ccc(k,w) capital cost of plant w at breakpoint k (\$)

dwwwrw

100	100000	190000	80000
1000	650000	1300000	320000
2500	1500000	2400000	800000
5000	2300000	5100000	1200000
10000	3200000	10000000	1600000

 ;

table d_npw(t,i) daily demand of non-potable water at node i during period t (m3 per day)

r1	r2	r3	r4	r5	r6	
high-demand	250	900	600	880	580	380
low-demand	0	100	50	30	30	30

 ;

table d_pw(t,i) daily demand of potable water at node i during period t (m3 per day)

r1	r2	r3	r4	r5	r6	
high-demand	150	4000	500	650	500	500
low-demand	50	2800	250	350	200	300

 ;

table s_ww(t,i) daily wastewater supply at node i during period t (m3 per day)

r1	r2	r3	r4	r5	r6	
high-demand	150	3700	200	300	300	450
low-demand	50	2600	100	150	150	250

 ;

table allow(i,j) distance from node i to j (km)

	r1	r2	r3	r4	r5	r6
r1	0	1	0	0	0	1
r2	1	0	1	1	1	1
r3	0	1	0	1	0	0
r4	0	1	1	0	1	0
r5	0	1	0	1	0	1
r6	1	1	0	0	1	0

table l(i,j) distance from node i to j (m)

	r1	r2	r3	r4	r5	r6
r1		8000				3300
r2	8000		5200	9000	7300	5300
r3		5200		5300		
r4		9000	5300		5700	
r5		7300		5700		4200
r6	3300	5300			4200	

table a_e(i,j) pumping distance (m)

r1	r2	r3	r4	r5	r6	
r1						
r2	8000		2300	3300	4000	3700
r3		2900		2000		
r4		5700	3300		3700	
r5		3300		2000		1700
r6	3300	1300			2500	;

table h(i,j) pumping elevation (km)

r1	r2	r3	r4	r5	r6	
r1						
r2	250		120	150	180	260
r3		120		20		
r4		150	20		50	
r5		180		50		120
r6	250	260			120	;

table ppp(k,w) daily production volume of plant w at breakpoint k (m3 per day)

d	w1	w2	w3	w4
100	50	50	50	
1000	1000	1000	1000	
2500	2500	2500	2500	
5000	5000	5000	5000	
10000	10000	10000	10000	;

table pec(k,w) energy consumption of plant w at breakpoint k (kWh per m3)

d	w1	w2	w3	w4
100	10	0.3	0.15	
1000	5	0.25	0.12	
2500	4	0.2	0.08	
5000	3.5	0.15	0.05	
10000	3	0.1	0.03	;

table qq(p,w) flow rate of water wastewater w in pipe of type p (m3 per day)

d	w1	w2	w3
'2.5'	218.9	273.6	218.9
'4'	560.4	700.5	560.4
'6'	1260.9	1576.1	1260.9
'10'	3502.4	4378	3502.4

table u_e(s,w) maximum pumping height for pump of type s for water wastewater w (m)

dwwwrw

240	400	50	400
720	400	50	400
1200	400	50	400
2400	400	50	400

;

table m_e(s,w) maximum flow rate of pump of type s for water wastewater w (m3 per day)

dwwwrw

240	240	240	240
720	720	720	720
1200	1200	1200	1200
2400	2400	2400	2400

;

table s_e(s,w) cost for one pump of type s for water wastewater w (\$)

dwwwrw

240	5000	6000	5000
720	10000	19000	10000
1200	14000	28000	14000
2400	19000	56000	19000

;

positive variables

AA(w,i) capacity of plant w at node i (m3 per day)

APrOC(w) annual production operating cost of plant w (\$ per year)

APuOC annual pumping operating cost(\$ per year)

DS_ww(i,t) daily volume of waste water disposed to the sea at node i during period t (m3 per day)

O(i,t) daily flow of potable water to non-potable water system from node i to j during period t (m3 per day)

PP(w,i,t) daily production volume of plant w in node i during period t (m3 per day)

PCC(w) capital cost of plant w (\$)

PLCC pipeline capital cost(\$)

PSCC	pumping station capital cost(\$)
STCC	storage tank capital cost(\$)
PE(w,t)	daily pumping energy for water wastewater w during period t (kWh per day)
Q(w,i,j,t)	daily flow of water wastewater w from node i to j during period t (m3 per day)
S_gnpw(t,i)	daily groundwater supply for non-potable water at node i during period t (m3 per day)
S_gpw(t,i)	daily groundwater supply for potable water at node i during period t (m3 per day)
YG(w,i,j,p,t)	linearisation term of $Y_w(ijpt) \times C_w(ijp)$
CC(w,i,j,t)	operating fraction of pumps for water wastewater w from node i to j during period t
DH(w,i,j)	head loss of water wastewater w from node i to j (m)
F_e(i,t)	groundwater usage fraction at node i during period t ;

binary variables

E(w,i)	1 if plant w is allocated at node i 0 else
X(w,i,t)	1 if there is production of plant w at node i during period t 0 else
Y(w,i,j,p)	1 if pipe of type p is selected for_ water wastewater w from node i to j 0 else
Z(w,i,j,s)	1 if pump of type s is selected for_ water wastewater w from node i to j 0 ;

integer variables

NN(w,i,j,s)	number of operating pumps of type s for_ water wastewater w from node i to j
TN_npw(i,m)	number of storage tank of type m for_ non-potable water at node i
TN_pw(i,m)	number of storage tank of type m for_ potable water at node i ;

SOS2 variables

LL_e(w,i,k)	SOS2 variable at breakpoint k for capital cost function of plant w at node i
X_e(w,i,t,k)	SOS2 variable at breakpoint k for production cost function of plant w at node i during period t

free variables

ATC	annualised total cost objective(\$ per year)
-----	--

;

equations

*mass balances

mass2(t,i) local potable water demand

mass3(t,i) ammount of wastewater treated by primary n' secondary treatment systems

mass4(t,i) treated wastewater flow

mass5(t,i) local non potable demand

mass6(t,i) total exploited groundwater

*flows

*flow7(w,pl_w,t) daily water wastewater flows at each link

flow8(w,i,j,t) guaranteee1

flow9(w,i,j,t) linearisation1 of term C*Y

flow10(w,i,j,p,t) linearisation2

flow11(w,i,j,t) linearisation3

*pipeline networks

pipe12(w,i,j) guaranteee2

pipe13(w,i,j,p) guaranteee3

*pumping stations

pump14(w,i,j) guaranteee4

pump15(w,i,j,t) guaranteee5

pump16(w,i,j) guaranteee6

pump17(w,i,j,s) guaranteee7

pump18(w,i,j) Hazen-Williams

*storage tanks

stor19(i) storage for potable water

stor20(i) storage for non potable water

*plant capacities

plcap21(w,i) plant capacity

plcap22(w,i) SOS2 variable1

*plant productions

plpro23(w,i,t) guaranteee8

plpro24(w,i,t) production volume

plpro25(w,i,t) SOS2 variable2

*pumping energy

*pumen26(w,t) daily required pumping energy

*pumen27(w,t) linearisation4 of term DH*Q

pumen28(w,t) combined 26-27 equation

*logical constraints

loco29(w,i) guarantee9

loco30(i) if the groundwater is not enough for potable water demand there should be desalination plant or pipeline

loco31(i) if the groundwater is not enough for non potable water demand there should be desalination reclamation plant or pipeline

loco32(i) if there is wastewater production there should be wastewater treatment plant or pipeline

loco33(i) desalinated water distribution

loco34(i) reclaimed water distribution

loco35(i) waste water distribution

*objective function

objfun36 PLCC pipeline capital cost (\$)

objfun37 PSCC pumping station capital cost(\$)

objfun38 STCC storage tank capital cost(\$)

objfun39(w) PCC plant capital cost (\$)

objfun40 APuOC pumping operatin cost(\$)

objfun41(w) APrOC production operating cost(\$)

objfun42 ATC annualised total cost (\$)

;

mass2(t,i) .. d_pw(t,i) =e= S_gpw(t,i) + PP('dw',i,t) + sum(j,Q('dw',j,i,t)) - sum(j,Q('dw',i,j,t)) - O(i,t) ;

mass3(t,i) .. PP('ww',i,t) =e= s_ww(t,i) + sum(j,Q('ww',i,j,t)) - sum(j,Q('ww',i,j,t)) ;

mass4(t,i) .. PP('rw',i,t) =e= DS_ww(i,t) + PP('rw',i,t) ; // can DS_ww(i,t) be 0?

mass5(t,i) .. d_npw(t,i) =e= S_gnpw(t,i) + PP('rw',i,t) + sum(j,Q('rw',j,i,t)) - sum(j,Q('rw',i,j,t)) + O(i,t) ;

mass6(t,i)..F_e(i,t)*a_gw(i,t) =e= S_gpw(t,i) + S_gnpw(t,i) ;

```

* F_e(i,t)<=1 (upper bound) / d_npw(i,t) is the upper bound of S_gnpw(i,t)
*flow7(i,j,t) .. Q(w,i,j,t) =e= C(w,i,j,t)*sum(p,Q(w,i,j,t)*Y(w,i,j,p)) =e=
sum(p,Q(w,i,j,t)*C(w,i,j,t)*Y(w,i,j,p)) ;
* 7 equation is out because of 9 equation
flow8(w,i,j,t)$npl_w(i,j) .. Q(w,i,j,t) =|= sum(p,qq(p,w)*Y(w,i,j,p))
;
*kanonika to (i,j) anikeistol_wtomipl_w !neo synolo
flow9(w,i,j,t)$pl_w(i,j) .. Q(w,i,j,t) =e= sum(p,qq(p,w)*YG(w,i,j,p,t))
;
flow10(w,i,j,p,t)$pl_w(i,j) .. YG(w,i,j,p,t) =|= Y(w,i,j,p) ;
flow11(w,i,j,t)$pl_w(i,j) .. CC(w,i,j,t) =e= sum(p,YG(w,i,j,p,t))
;

pipe12(w,i,j)$lud_w(i,j) .. sum(p,Y(w,i,j,p)) =|= 1
;
*domhelegxou pipe 12 + pipe13
pipe13(w,i,j,p) .. Y(w,i,j,p) =e= Y(w,j,i,p) ;
*syntaktika ok logika den ypodilwnetai i katefthinsi ;
pump14(w,i,j)$pl_w(i,j) .. sum(s,Z(w,i,j,s)) =|= sum(p,Y(w,i,j,p))
;
pump15(w,i,j,t)$pl_w(i,j) .. sum(s,Z(w,i,j,s)) =g= CC(w,i,j,t)
;
pump16(w,i,j)$pl_w(i,j) .. sum(s,m_e(s,w)*Z(w,i,j,s)) =g= sum(p,qq(p,w)*Y(w,i,j,p)) - uu_q*(1-
sum(s,Z(w,i,j,s))) ;
*u is the upper bound of the flow rate = max Q
pump17(w,i,j,s)$pl_w(i,j) .. u_e(s,w)*NN(w,i,j,s) =g= h(i,j) + DH(w,i,j) - uu_h*(1-Z(w,i,j,s))
;
pump18(w,i,j)$pl_w(i,j).. DH(w,i,j) =e=
b*a_e(i,j)*sum(p,(qq(p,w)/c)**1.852/d(p)**4.87*Y(w,i,j,p)) ;
stor19(i) .. sum(m,TN_pw(i,m)*ts(m)) =g= t_e*max(d_pw('high-demand',i),d_pw('low-
demand',i)) ;
stor20(i) .. sum(m,TN_npw(i,m)*ts(m)) =g= t_e*max(d_npw('high-demand',i),d_npw('low-
demand',i)) ;
plcap21(w,i) .. AA(w,i) =e= sum(k,aaa(k,w)*LL_e(w,i,k))
;
plcap22(w,i) .. sum(k,LL_e(w,i,k)) =e= E(w,i) ;
plpro23(w,i,t) .. PP(w,i,t) =|= AA(w,i) ;

```

```

plpro24(w,i,t) .. PP(w,i,t) =e= sum(k,ppp(k,w)*X_e(w,i,t,k))
;
plpro25(w,i,t) .. sum(k,X_e(w,i,t,k)) =e= X(w,i,t) ;
*pumen26(w,t) .. PE(w,t) =e= (1/b_e(w))*r_e *g*sum((i,j),(h(i,j) + DH(w,i,j))*Q(w,i,j,t))
;
*pumen27(w,t) .. PE(w,t) =e= (1/b_e(w))*r_e *g*sum((pl_w),(sum(p,(h(i,j) +
b*a_e(i,j)*sum(p,(qq(p,w)/c)**1.852)*(Y(w,i,j,p)/(d(p)**4.87))*qq(p,w)*YG(w,i,j,p,t) ;
pumen28(w,t).. 3600000*PE(w,t) =e= (1/b_e(w))*r_e
*g*sum((i,j)$pl_w(i,j),sum(p,(h(i,j)*qq(p,w)+b*a_e(i,j)/d(p)**4.87*qq(p,w)**2.852/c**1.852)*YG(
w,i,j,p,t))) ;
loco29(w,i) .. sum(t,X(w,i,t)) =l= uu_t*E(w,i) ;
loco30(i)$i_p(i) .. E('dw',i) + sum(j,sum(p,Y('dw',i,j,p))) + b_gwp(i) =g= 1
;
loco31(i)$i_np(i) .. E('dw',i) + sum(j,sum(p,Y('dw',i,j,p))) + E('rw',i) + sum(j,sum(p,Y('rw',i,j,p)))
+ b_gwnp(i)) =g= 1 ;
loco32(i)$i_wp(i) .. E('ww',i) + sum(j,sum(p,Y('ww',i,j,p))) =g= 1
;
loco33(i) .. E('dw',i) =l= sum(j,sum(p,Y('dw',i,j,p))) ;
loco34(i) .. E('rw',i) =l= sum(j,sum(p,Y('rw',i,j,p))) ;
loco35(i) .. E('ww',i) =l= sum(j,sum(p,Y('ww',i,j,p))) ;
objfun36 .. PLCC =e= sum(w,sum(p,plc(p)*sum(lud_w,l(lud_w)*Y(w,lud_w,p)))
;
objfun37 .. PSCC =e= sum(w,sum(pl_w,sum(s,(2*s_e(s,w) + l_e)*NN(w,pl_w,s)))
;
objfun38 .. STCC =e= sum(i,sum(m,TN_pw(i,m)*tc(m))) + sum(i,sum(m,TN_npw(i,m)*tc(m)))
;
objfun39(w) .. PCC(w) =e= sum(i,sum(k,ccc(k,w)*LL_e(w,i,k))
;
objfun40 .. APuOC =e= sum(w,sum(t,nd(t)*ec*PE(w,t))
;
* APuOC(w)?
objfun41(w) .. APrOC(w) =e= sum(i,sum(k,sum(t,nd(t)*ec*pec(k,w)*ppp(k,w)*X_e(w,i,t,k)))
;
objfun42 .. ATC =e= sum(w,APrOC(w)) + APuOC +(sum(w,PCC(w)) + PLCC + PSCC +
STCC)* ((r*(1 + r)**n)/((1 + r)**n - 1)) ;
* o teleftaiosoroslegetaikai CRF capital recovery factor

```

LL_e.UP(w,i,k)=1 ;

X_e.UP(w,i,t,k)=1 ;

F_e.UP(i,t)=0.8;

a_gw(i,t)=0;

b_gwnp(i)=0;

b_gwp(i)=0 ;

Q.FX(w,i,j,t)\$allow(i,j)=0=0;

Model water_syros /all/ ;

option optcr=0.2;

File fx / c:\gams\water_syros_1.txt /;

Solve water_syros using mip minimizing ATC ;

put fx 'Annualised Total Cost = ',ATC.L:12:0 /;

putclosefx;

B Παράρτημα εικόνων

Εικόνα 1 Διαδικασία μοντελοποίησης και υποστήριξης αποφάσεων	19
Εικόνα 2 Κατηγοριοποίηση προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού	23
Εικόνα 3 Βασική δομή ενός προγράμματος σε γλώσσα GAMS	33
Εικόνα 4 Διαίρεση Σύρου σε 6 περιοχές	34
Εικόνα 5 Διάγραμμα ροής ισοζυγίων μάζας νερού	38
Εικόνα 6 Αρχικά δεδομένα Σύρου με $optcr=0.2$	50
Εικόνα 7 Διάγραμμα περίπτωσης 5.1.1	51
Εικόνα 8 Όγκοι παραγωγής αφαλατωμένου νερού ανά περιοχή	52
Εικόνα 9 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή	53
Εικόνα 10 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή	54
Εικόνα 11 Αρχικά δεδομένα Σύρου με $optcr=0,1$ ή 0	55
Εικόνα 12 Διάγραμμα περίπτωσης 5.1.2	56
Εικόνα 13 Όγκοι παραγωγής αφαλατωμένου νερού ανά περιοχή	56
Εικόνα 14 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή	57
Εικόνα 15 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή	58
Εικόνα 16 Δεδομένα Σύρου με αυξημένη ζήτηση 20% και $optcr=0.1$	59
Εικόνα 17 Διάγραμμα περίπτωσης 5.2	61
Εικόνα 18 Όγκοι παραγωγής αφαλατωμένου νερού ανά περιοχή	62
Εικόνα 19 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή	63
Εικόνα 20 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή	64
Εικόνα 21 Δεδομένα Σύρου με αύξηση της ζήτησης 20% την καλοκαιρινή περίοδο και μείωση της 20% τη χειμερινή	65
Εικόνα 22 Διάγραμμα Περίπτωσης 5.3	66
Εικόνα 23 Όγκοι παραγωγής αφαλατωμένου νερού ανά περιοχή	67
Εικόνα 24 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή	68
Εικόνα 25 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή	69
Εικόνα 26 Δεδομένα Σύρου με μετατροπή του 20% πόσιμου νερού προς μη πόσιμο	70
Εικόνα 27 Διάγραμμα Περίπτωσης 5.4	72
Εικόνα 28 Όγκοι παραγωγής αφαλατωμένου νερού ανά περιοχή	73
Εικόνα 29 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή	74
Εικόνα 30 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή	75
Εικόνα 31 Διάγραμμα Περίπτωσης 5.5	77

Γ Παράρτημα πινάκων

Πίνακας 1 Τα βασικά συστατικά του συστήματος GAMS.....	30
Πίνακας 2 Αποστάσεις/αποστάσεις άντλησης/ύψη (km).....	35
Πίνακας 3 Εκτιμώμενες τιμές εποχιακής ζήτησης νερού και παραγωγής λυμάτων (m ³ /ημέρα) (καλοκαίρι/ χειμώνας)	35
Πίνακας 4 Κεφαλαιουχικά κόστη εγκαταστάσεων (k\$).....	36
Πίνακας 5 Τιμές κατανάλωσης ενέργειας των εγκαταστάσεων (kWh/m ³)	36
Πίνακας 6 Προαιρετικές σωληνώσεις και αντίστοιχα ποσοστά.....	37
Πίνακας 7 Ρυθμοί ροής, κόστη, μέγιστα ύψη άντλησης και αποδοτικότητα αντλιών	37
Πίνακας 8 Μεγέθη και κόστη προαιρετικών δεξαμενών αποθήκευσης	37
Πίνακας 9 $d_{\text{nrw}}(t,i)$ Ζήτηση μη πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m ³ /ημέρα)	49
Πίνακας 10 $d_{\text{rw}}(t,i)$ Ζήτηση πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m ³ /ημέρα)	49
Πίνακας 11 Σημαντικότερα κόστη περίπτωσης 5.1.1.....	50
Πίνακας 12 Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστη περίπτωσης 5.1.1	51
Πίνακας 13 Όγκοι παραγωγής αφαλαττωμένου νερού ανά περιοχή.....	52
Πίνακας 14 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή.....	53
Πίνακας 15 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή.....	54
Πίνακας 16 Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστη περίπτωσης 5.1.2.....	55
Πίνακας 17 Όγκοι παραγωγής αφαλαττωμένου νερού ανά περιοχή.....	56
Πίνακας 18 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή.....	57
Πίνακας 19 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή.....	58
Πίνακας 20 $d_{\text{nrw}}(t,i)$ Ζήτηση μη πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m ³ /ημέρα).....	59
Πίνακας 21 $d_{\text{rw}}(t,i)$ Ζήτηση πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m ³ /ημέρα)	60
Πίνακας 22 Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστη περίπτωσης 5.2.....	60
Πίνακας 23 Όγκοι παραγωγής αφαλαττωμένου νερού ανά περιοχή.....	62
Πίνακας 24 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή.....	63
Πίνακας 25 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή.....	64
Πίνακας 26 $d_{\text{nrw}}(t,i)$ Ζήτηση μη πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m ³ /ημέρα).....	65
Πίνακας 27 $d_{\text{rw}}(t,i)$ Ζήτηση πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m ³ /ημέρα)	65
Πίνακας 28 Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστη περίπτωσης 5.3.....	66
Πίνακας 29 Όγκοι παραγωγής αφαλαττωμένου νερού ανά περιοχή.....	67
Πίνακας 30 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή.....	68
Πίνακας 31 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή.....	69
Πίνακας 32 $d_{\text{nrw}}(t,i)$ Ζήτηση μη πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m ³ /ημέρα).....	71
Πίνακας 33 $d_{\text{rw}}(t,i)$ Ζήτηση πόσιμου νερού ανά περιοχή και χρονική περίοδο (m ³ /ημέρα)	71
Πίνακας 34 Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστη περίπτωσης 5.4.....	71
Πίνακας 35 Όγκοι παραγωγής αφαλαττωμένου νερού ανά περιοχή.....	73
Πίνακας 36 Όγκοι παραγωγής ανακτώμενου νερού ανά περιοχή.....	74
Πίνακας 37 Όγκοι παραγωγής νερού λυμάτων ανά περιοχή.....	75

Πίνακας 38 Σημαντικότερα ετησιοποιημένα κόστωι περίπτωσης 5.5..... 76