



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ  
ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

**Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε  
γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε  
περιβάλλον GAMS**

του

ΜΙΧΑΗΛ Ν. ΑΥΓΟΥΛΗ

Επιβλέπων : Ι. Ψαρράς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2012

*Στους γονείς μου,  
Νίκο και Βάσω*



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ  
ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

**Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε  
γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε  
περιβάλλον GAMS**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΙΧΑΗΛ Ν. ΑΥΓΟΥΛΗΣ

**Επιβλέπων :** Ι. Ψαρράς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την .....

.....  
Ι. Ψαρράς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Β. Ασημακόπουλος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Δ. Ασκούνης  
Αναπ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2012

.....  
Μιχαήλ Ν. Αυγουλής

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Μιχαήλ Ν. Αυγουλής, 2012.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



3.2.5 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΕΚΦΡΑΣΗ ΠΡΟΤΙΜΗΣΗΣ ΕΚ ΤΩΝ ΥΣΤΕΡΩΝ (a posteriori methods) .....	49
3.3 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ .....	53
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ</u></b> .....	55
4.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ.....	56
4.2 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ.....	59
4.3 ΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ .....	61
4.4. ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΣΕ ΓΡΑΜΜΕΣ ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΜΙΚΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ(MIXED MODEL ASSEMBLY LINES).....	63
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : Η ΓΛΩΣΣΑ GAMS</u></b> .....	68
5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΛΩΣΣΑ GAMS .....	69
5.2 ΔΟΜΗ ΕΝΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ GAMS.....	70
5.2.1 ΣΥΝΟΛΑ.....	72
5.2.2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	73
5.2.3 ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ.....	74
5.2.4 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ.....	75
5.2.5 ΔΗΛΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	77
5.2.6 ΔΗΛΩΣΗ ΕΠΙΛΥΣΗΣ.....	79
5.2.7 ΔΗΛΩΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΣΤΟ ΑΡΧΕΙΟ ΕΞΟΔΟΥ.....	79
5.2.8 ΔΗΛΩΣΗ ΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥΣ ΣΕ ΒΡΟΓΧΟΥΣ.....	80
5.2.9 ΕΞΟΔΟΣ ΣΤΟ GAMS .....	81
5.2.10 ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΠΙΛΥΣΗΣ.....	84
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 : ΕΝΑ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ</u></b> .....	85
6.1 ΤΕΧΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	86
6.2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ.....	87
6.3 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ.....	88
6.4 ΚΡΙΤΗΡΙΑ.....	90
6.5 ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ.....	91
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 : ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ</u></b> .....	94
7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	95
7.2 ΛΕΞΙΚΟΓΡΑΦΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ (LEXICOGRAPHIC OPTIMISATION) .....	96
7.3 ΜΕΘΟΔΟΣ ΟΛΙΚΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ (GLOBAL CRITERION) .....	101
7.4 ΕΠΙΠΕΔΑ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΗΣ (SATISFACTORY LEVELS) .....	105
7.5 ΜΕΘΟΔΟΣ ΟΛΙΚΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ ΣΕ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟ ΜΕ ΕΠΙΠΕΔΑ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΗΣ (GLOBAL CRITERION – SATISFACTORY LEVELS).....	109

7.6 ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ (E-CONSTRAINT METHOD).....	113
7.7 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	119
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ</u></b> .....	121
<b><u>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α (ΚΩΔΙΚΑΣ ΣΕ GAMS)</u></b> .....	126
<b><u>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β (ΚΩΔΙΚΑΣ ΣΕ C)</u></b> .....	136
<b><u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u></b> .....	140

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- Σχήμα 2.1:** Το μεθοδολογικό πλαίσιο της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων
- Σχήμα 2.2:** Κατηγορίες διακριτών προβλημάτων
- Σχήμα 2.3:** Διαδικασία κατασκευής μιας συνεπούς οικογένειας κριτηρίων
- Σχήμα 2.4:** Η συμβολή των θεωρητικών ρευμάτων της πολυκριτήριας ανάλυσης στην επίλυση συνεχών και διακριτών προβλημάτων λήψης αποφάσεων
- Σχήμα 2.5:** Ικανές ( $E_i$ ) και κυριαρχούμενες λύσεις ( $D_i$ ) σε πρόβλημα 2 κριτηρίων
- Σχήμα 3.1:** Χώρος κριτηρίων και ιδεώδης λύση
- Σχήμα 3.2:** Διάγραμμα ροής μεθόδου AUGMECON
- Σχήμα 4.1:** Μοντέλο Παραγωγικού Συστήματος
- Σχήμα 4.2:** Ένα κλασσικό σύστημα παραγωγής
- Σχήμα 6.1:** Παράδειγμα δρομολόγησης αντικειμένων
- Σχήμα 6.2:** Παράδειγμα δρομολόγησης αντικειμένων με προοπτική 20 μέρες
- Σχήμα 7.1.α:** Πίνακας Πληρωμών
- Σχήμα 7.1.β:** Πίνακας Πληρωμών κριτηρίων 1 και 4
- Σχήμα 7.2:** Πίνακας Πληρωμών με αναγωγή σε επί τοις εκατό τιμές
- Σχήμα 7.3:** Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών
- Σχήμα 7.4:** Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών (επί τοις εκατό)
- Σχήμα 7.5:** Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης
- Σχήμα 7.6:** Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης (επί τοις εκατό)
- Σχήμα 7.7:** Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων
- Σχήμα 7.8:** Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων (επί τοις εκατό)
- Σχήμα 7.9:** Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόστασης
- Σχήμα 7.10:** Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόστασης (επί τοις εκατό)
- Σχήμα 7.11:** Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών
- Σχήμα 7.12:** Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης
- Σχήμα 7.13:** Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων
- Σχήμα 7.14:** Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόστασης
- Σχήμα 7.15:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στο σύστημα παραγωγής
- Σχήμα 7.16:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 1
- Σχήμα 7.17:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 2
- Σχήμα 7.18:** Ικανοποίηση της ζήτησης σύμφωνα με τις παραγγελίες ανά οικογένεια προϊόντος
- Σχήμα 7.19:** Ο αλγόριθμος της μεθόδου “Επίτεδα Ικανοποίησης” (Satisfactory Levels)
- Σχήμα 7.20:** Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών
- Σχήμα 7.21:** Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης
- Σχήμα 7.22:** Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων
- Σχήμα 7.23:** Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόστασης
- Σχήμα 7.24:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στο σύστημα παραγωγής
- Σχήμα 7.25:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 1
- Σχήμα 7.26:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 2
- Σχήμα 7.27:** Ικανοποίηση της ζήτησης σύμφωνα με τις παραγγελίες ανά οικογένεια προϊόντος
- Σχήμα 7.28:** Ο αλγόριθμος του συνδυασμού των μεθόδου Ολικού Κριτηρίου (Global Criterion) & Επιπέδων Ικανοποίησης(Satisfactory Levels)
- Σχήμα 7.29:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στο σύστημα παραγωγής
- Σχήμα 7.30:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής
- Σχήμα 7.31:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 2
- Σχήμα 7.32:** Ικανοποίηση της ζήτησης σύμφωνα με τις παραγγελίες ανά οικογένεια προϊόντος
- Σχήμα 7.33:** Αποτελέσματα σε κάθε κύκλο του πρώτου case study
- Σχήμα 7.34:** Αποτελέσματα σε κάθε κύκλο του δεύτερου case study
- Σχήμα 7.35:** Αποτελέσματα σε κάθε κύκλο του τρίτου case study
- Σχήμα 7.36:** Γράφημα με τα σημεία του πίνακα πληρωμών δικριτηριακού προβλήματος
- Σχήμα 7.37:** Ικανοποιητικές λύσεις μετά από το **πρώτο στάδιο** εφαρμογής της μεθόδου περιορισμών
- Σχήμα 7.38:** Ικανοποιητικές λύσεις μετά από το **δεύτερο στάδιο** εφαρμογής της μεθόδου περιορισμών
- Σχήμα 7.39:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στο σύστημα παραγωγής
- Σχήμα 7.40:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 1
- Σχήμα 7.41:** Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 2
- Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS



**Σχήμα 7.42:** Ικανοποίηση της ζήτησης σύμφωνα με τις παραγγελίες ανά οικογένεια προϊόντος

**Σχήμα 7.43:** Συγκριτικό γράφημα αποτελεσμάτων που προέκυψαν από κάθε μέθοδο, έπειτα από τις επιλογές του αποφασίζοντος. Η αναγωγή γίνεται στο %, με δεδομένη την καλύτερη τιμή που μπορούμε να πετύχουμε από τον πίνακα πληρωμών, μετά την λεξικογραφική βελτιστοποίηση.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

- Πίνακας 2.1:** Παράδειγμα μήτρας επιδόσεων διακριτών επιλογών σε πολλαπλά κριτήρια
- Πίνακας 3.1:** Πίνακας Πληρωμών
- Πίνακας 5.1:** Τα βασικά συστατικά του συστήματος GAMS
- Πίνακας 5.2:** Τύποι προβλημάτων που επιλύονται μέσω του GAMS
- Πίνακας 5.3:** Τύποι συμβόλων, που εισάγονται στο χάρτη αναφοράς συμβόλων
- Πίνακας 5.4:** Είδος δήλωσης του κάθε συμβόλου στο χάρτη αναφοράς συμβόλων
- Πίνακας 7.1:** Χαρακτηριστικά προβλήματος
- Πίνακας 7.2:** Κριτήρια προβλήματος
- Πίνακας 7.3:** Συντελεστές βαρύτητας σεναρίων
- Πίνακας 7.4:** Αποτελέσματα σεναρίων
- Πίνακας 7.5:** Εξέλιξη επιπέδων ικανοποίησης σε κάθε κύκλο απόφασης
- Πίνακας 7.6:** Τιμές των κριτηρίων ικανοποίησης σε κάθε κύκλο
- Πίνακας 7.7:** Τιμές των βαρών της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε κριτήριο σε κάθε σενάριο
- Πίνακας 7.8:** Αποτελέσματα σε κάθε κύκλο του κάθε case study
- Πίνακας 7.9:** Πίνακας πληρωμών δικριτηριακού προβλήματος
- Πίνακας 7.10:** Πρώτο στάδιο παραγωγής αποτελεσματικών λύσεων, δημιουργία αραιού Pareto front
- Πίνακας 7.11:** Δεύτερο στάδιο παραγωγής αποτελεσματικών λύσεων, δημιουργία Pareto front
- Πίνακας 7.12:** Τελική επιλογή αποφασίζοντος
- Πίνακας 7.13:** Συγκριτικός πίνακας αποτελεσμάτων που προέκυψαν από κάθε μέθοδο, έπειτα από τις επιλογές του αποφασίζοντος

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στη Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, στο Εργαστήριο Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης. Η εκκίνηση της διπλωματικής εργασίας τοποθετείται χρονικά τον Μάρτιο του 2012 και η ολοκλήρωσή της τον Οκτώβριο του 2012.

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η εφαρμογή διαφορετικών μεθόδων πολυκριτηριακής ανάλυσης στο πρόβλημα της χρονοδρομολόγησης εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης μικτού μοντέλου. Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές μου κ. Ιωάννη Ψαρρά αλλά και κ. Δημήτριο Ασκούνη, που μου έδωσαν τη δυνατότητα να ασχοληθώ με αυτό το τρομερά ενδιαφέρον θέμα αλλά και γενικότερα για την συμπαράστασή τους και την καθοδήγησή τους καθ' όλη την διάρκεια της πενταετούς μου φοίτησης στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω την Ιωάννα Μακαρούνη για τη στήριξη, τις γνώσεις και την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά, το Λευτέρη Σίσκο αλλά και την καλή μου φίλη Νεφέλη Χαλασάνη, των οποίων η συμβολή στην ολοκλήρωση της εργασίας ήταν καθοριστική, καθώς με βοήθησαν να ξεπεράσω όσες δυσκολίες συνάντησα σε τεχνικά θέματα κατά τη διάρκεια της ανάπτυξης και της υλοποίησης των μοντέλων που χρησιμοποίησα στις αντίστοιχες προσομοιώσεις.

Τέλος, ευχαριστώ την οικογένειά μου και τους φίλους μου για την υποστήριξή τους σε όλη τη διάρκεια της φοιτητικής μου διαδρομής.

Μιχαήλ Αυγουλής

Οκτώβριος 2012

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο προγραμματισμός παραγωγής αποτελεί ένα ζήτημα πολύ σημαντικό για τις σημερινές βιομηχανίες γιατί με την κατάλληλη και αποτελεσματική αντιμετώπισή του μπορεί να αποδώσει σημαντικά πλεονεκτήματα και κέρδη στις επιχειρήσεις. Επίσης λόγω και της μεγάλης πολυπλοκότητας που παρουσιάζει, αποτελεί μια μεγάλη πρόκληση για την έρευνα, η οποία ως εκ τούτου τελευταία έχει επικεντρωθεί σε ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα της επιστήμης της Οργάνωσης και Διοίκησης Παραγωγής, το πρόβλημα της χρονοδρομολόγησης εργασιών στην παραγωγική διαδικασία.

Παράλληλα, στα πλαίσια της προσπάθειας μας να αναπαριστούμε με όσο το δυνατό πιο παραστατικό τρόπο τα όλο και μεγαλύτερης πολυπλοκότητας προβλήματα του σύγχρονου κόσμου βλέπουμε την εισαγωγή περισσότερων του ενός κριτηρίου, στις σχετικές αναλύσεις και αποφάσεις που καλούμαστε να πάρουμε. Μέσα σε αυτό το πλαίσιο, ο τομέας της πολυκριτηριακής ανάλυσης δεν θα μπορούσε παρά να μην βρίσκεται σε τεράστια άνθιση, μιας και καλείται να συστηματοποιήσει τον τρόπο με τον οποίο ο εκάστοτε αποφασίζων εμπλέκεται στη λήψη μια απόφασης. Η ύπαρξη πολλαπλών κριτηρίων, καθιστά τον τρόπο συλλογής, επεξεργασίας αλλά και αξιοποίησης της πληροφορίας αρκετά διαφορετικό, από εκείνο που έχουμε συνηθίσει στις μονοκριτηριακές αντίστοιχες αναλύσεις, προσφέροντας πολύ περισσότερες επιλογές και τρομερές προοπτικές στον αποφασίζοντα, ο οποίος όμως θα πρέπει να είναι σε θέση να κάνει τις σωστές επιλογές στην τακτική και τη μεθοδολογία που θα ακολουθήσει.

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί μία τομή των παραπάνω επιστημονικών περιοχών και καλείται να αναδείξει πώς η πολυκριτηριακή ανάλυση μπορεί να αντιμετωπίσει τις προκλήσεις που ανακύπτουν από την πολυπλοκότητα που εμπεριέχουν τα σύγχρονα περιβάλλοντα παραγωγής προϊόντων. Αυτό συμβαίνει στην πράξη μέσω της μελέτης της χρονοδρομολόγησης εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης μικτού μοντέλου (Mixed Model Assembly Lines) και η σύνταξη ενός αποτελεσματικού πλάνου παραγωγής μέσω της χρήσης διαφορετικών μεθόδων πολυκριτηριακής ανάλυσης.

Συγκεκριμένα, μελετούνται και αξιολογούνται χαρακτηριστικές τεχνικές από όλες τις κατηγορίες μεθόδων πολυκριτηριακής ανάλυσης (a priori, interactive και a posteriori) έπειτα από τη μοντελοποίηση και επίλυση των αντίστοιχων προβλημάτων ακέραιου μαθηματικού προγραμματισμού σε περιβάλλον GAMS. Για να είναι δυνατή η επεξεργασία του μεγάλου όγκου δεδομένων, αναπτύχθηκε επίσης μία σχετική εφαρμογή σε γλώσσα C. Στο τέλος έχουμε μια συγκριτική παρουσίαση όλων των τεχνικών αλλά και των διαφορετικών αποτελεσμάτων σχετικά με το πλάνο παραγωγής τα οποία προέκυψαν έπειτα από τις επιλογές ενός αποφασίζοντος, σύμφωνα με το προφίλ – προτιμήσεις που θεωρούμε ότι έχει στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

**Λέξεις κλειδιά:** προγραμματισμός παραγωγής, χρονοδρομολόγηση εργασιών, γραμμές συναρμολόγησης μικτού μοντέλου, επιχειρησιακή έρευνα, πολυκριτηριακή ανάλυση, ακέραιος μαθηματικός προγραμματισμός, λήψη αποφάσεων

## ABSTRACT

Production planning is a very important issue for today's industries because with proper and effective response can yield significant advantages and benefits to companies. Also due to the high complexity of, is a big challenge for research, which therefore lately has focused on one of the most important problems of the science of organization and management, the problem of scheduling tasks in the production process.

Furthermore, as we are trying to approach as more accurately as possible the growing complexity problems of the modern world, we notice the introduction of more than one criterion, in the relevant analyses and decisions we have to take. Within this context, the area of Multicriteria Analysis could not be found despite a massive bloom of and invited to standardize the way in which the individual decision maker is involved in making a decision. The existence of multiple criteria, makes the collection, processing and utilization of information quite different from what we are accustomed to single objective corresponding analyses, offering far more choices and dire prospects decide, but who should be able to do the right choices in tactics and methodology to follow.

This thesis is an intersection of these scientific areas and asked to show how multi-criteria decision analysis can address the challenges posed by the complexity inherent in modern production environments products. This happens in practice through the study of scheduling tasks in assembly lines mixed model (Mixed Model assemble lines) and the drafting of an effective plan of production through the use of different methods for Multicriteria Analysis.

Specifically, I studied and evaluated techniques from all the different classes of methods for Multicriteria Analysis (a priori, interactive and a posteriori) after modeling and solving the corresponding integer mathematical programming problems in an environment GAMS. To enable the processing of large volumes of data, I also developed a related application in a language C. In the end, I present a comparative presentation of all techniques and the different effects on the production plan which emerged after the choices one decides, according to the profile - preferences that we have in this thesis.

**Keywords:** production planning, scheduling work, mixed model assembly lines, operations research, multivariable analysis, integer mathematical programming, decision making

# ***ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1***

## **ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

## 1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Στο πεδίο του σχεδιασμού και προγραμματισμού παραγωγής απαντάται πολύ συχνά το πρόβλημα δρομολόγησης εργασιών σε συνεχή συστήματα, υποστηριζόμενα από γραμμές συναρμολόγησης. Το πρόβλημα αυτό χαρακτηρίζεται από μεγάλο βαθμό πολυπλοκότητας, λόγω του μεγάλου όγκου των διαθέσιμων δεδομένων. Αντίθετα προς τις θεωρητικές προσεγγίσεις, οι πραγματικές βιομηχανικές εφαρμογές περιλαμβάνουν ένα μεγάλο αριθμό περιορισμών (επιχειρησιακούς – παραγωγής - εμπορικούς), καθώς και μια πολύ-αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να βελτιστοποιηθεί, έτσι ώστε να διασφαλιστεί η συνεχής ροή των παραγόμενων εργασιών.

Η Επιχειρησιακή Έρευνα είναι το επιστημονικό πεδίο που συγκροτείται το δεύτερο μισό του αιώνα με σκοπό να μελετήσει, να μοντελοποιήσει και να προτείνει τις καλύτερες δυνατές (βέλτιστες) λύσεις σε πολύπλοκα προβλήματα σχεδιασμού και λειτουργίας συστημάτων. Ένας από τους βασικότερους τομείς της Επιχειρησιακής Έρευνας είναι ο Μαθηματικός Προγραμματισμός, όπου το υπό εξέταση σύστημα περιγράφεται με ένα μαθηματικό μοντέλο που περιέχει μία ή περισσότερες αντικειμενικές συναρτήσεις (κριτήρια βελτιστοποίησης) και συγκεκριμένους περιορισμούς που εκφράζονται με μαθηματικές σχέσεις. Βασικό χαρακτηριστικό των πρώτων μεθόδων επιχειρησιακής έρευνας (και του μαθηματικού προγραμματισμού) ήταν η επίλυση των προβλημάτων και η συνακόλουθη λήψη αποφάσεων επιδιώκοντας την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

Τα τελευταία 50 χρόνια, η έρευνα γύρω από τα προβλήματα με ένα κριτήριο απόφασης έφτασε στο αποκορύφωμά της καθώς χιλιάδες πρακτικά προβλήματα έχουν λυθεί με τη λογική αυτή. Σήμερα, έχει αρχίσει να γίνεται συνείδηση, ότι η λήψη αποφάσεων με ένα και μοναδικό κριτήριο αντικατοπτρίζει μια περασμένη, απλούστερη εποχή (Steuer, 1989). Καθώς ο κόσμος εισέρχεται στην εποχή της πληροφορίας, οι νέες τάσεις στην αντιμετώπιση των σημερινών, πολύπλοκων προβλημάτων καθιστούν αναγκαία τη θεώρηση περισσότερων του ενός κριτηρίων. Έτσι δημιουργήθηκε η ανάγκη για ένα νέο τομέα, τη λήψη αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια (Multiple Criteria Decision Making), η οποία αναπτύχθηκε κυρίως μετά το 1970 και μάλιστα αποτέλεσε το ταχύτερα αναπτυσσόμενο πεδίο της Επιχειρησιακής Έρευνας τη δεκαετία του 1970 (Zeleny, 1982).

Ο Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός ή Μαθηματικός Προγραμματισμός με πολλαπλά κριτήρια (Multiple Objective Mathematical Programming) αποτελεί τον κλάδο εκείνο της λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια, που ασχολείται με τη δημιουργία και επίλυση μοντέλων μαθηματικού προγραμματισμού με περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις. Τα κριτήρια αυτά, σε ένα πρόβλημα Μαθηματικού Προγραμματισμού, ποσοτικοποιούνται με τις κατάλληλες αντικειμενικές συναρτήσεις.

Ο Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός αποτελεί τον κλάδο του Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού όπου οι σχέσεις του μοντέλου είναι γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης. Ο όρος Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός ετυμολογικά παραπέμπει στην επέκταση του Γραμμικού Προγραμματισμού στο χώρο των πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων, αλλά ουσιαστικά πρόκειται για μια διαφορετική φιλοσοφία στον τρόπο προσέγγισης των υπό εξέταση προβλημάτων. Η επίλυση των προβλημάτων

Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού είναι αρκετά πιο πολύπλοκη σε σχέση με τα αντίστοιχα προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού και εμπλέκουν άμεσα τον αποφασίζοντα στη διαδικασία εύρεσης της προτιμότερης λύσης. Το βασικότερο χαρακτηριστικό των προβλημάτων Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού είναι ότι δεν υπάρχει μια αντικειμενικά βέλτιστη λύση η οποία προκύπτει από τη διαδικασία επίλυσης (όπως στο Γραμμικό Προγραμματισμό), αλλά ένα σύνολο υποψηφίων για αποδοχή λύσεων (ικανές λύσεις), οι οποίες υπολογίζονται και μεταξύ αυτών, καλείται ο αποφασίζων να επιλέξει την καλύτερη σύμφωνα με τις προτιμήσεις του (σχετικά “βέλτιστη” λύση).

Σύμφωνα με την πιο ευρέως αποδεκτή κατάταξη, οι μέθοδοι του Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού μπορούν να ταξινομηθούν ως a priori, αλληλεπιδραστικές και a posteriori, ανάλογα με το στάδιο απόφασης που ο αποφασίζων εκφράζει τις προτιμήσεις του. Παρά το γεγονός ότι οι μέθοδοι a priori είναι οι πιο δημοφιλείς, οι αλληλεπιδραστικές και οι a posteriori μεταφέρουν πολύ περισσότερες πληροφορίες για τη λήψη αποφάσεων. Ειδικά, οι μέθοδοι a posteriori (ή παραγωγής) ενημερώνουν τον υπεύθυνο για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με όλο το πλαίσιο των βέλτιστων εναλλακτικών, ενισχύοντας την τελική του απόφαση. Ωστόσο, οι μέθοδοι παραγωγής είναι οι λιγότερο δημοφιλείς λόγω των δύσκολων υπολογισμών που απαιτούν και της έλλειψης ευρέως διαθέσιμου λογισμικού.

Στη συνέχεια, θα μελετήσουμε όλες τις παραπάνω μεθόδους πολυκριτηριακής ανάλυσης, στα πλαίσια ενός παραγωγικού συστήματος γραμμών συναρμολόγησης μικτού μοντέλου, επιδιώκοντας τον καθορισμό του πλάνου παραγωγής, με άξονα την ικανοποίηση διαφορετικών κριτηρίων που τίθενται από τον αποφασίζοντα, ο οποίος προέρχεται από τη διεύθυνση του παραγωγικού συστήματος.

## 1.2 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η διπλωματική εργασία αποτελείται από οκτώ κεφάλαια. Το παρόν, πρώτο **κεφάλαιο** περιλαμβάνει την εισαγωγή όπου καθορίζεται το πλαίσιο μέσα στο οποίο κινείται η παρούσα διπλωματική εργασία, περιγράφεται το αντικείμενο της και αναλύονται τα σχετικά κεφάλαια.

**Στο δεύτερο κεφάλαιο**, παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες και τα κυρίαρχα χαρακτηριστικά της πολυκριτηριακής ανάλυσης, καθώς και μία επαρκής ανάλυση των διαφορετικών μεθοδολογιών και του σκεπτικού τους.

**Το τρίτο κεφάλαιο** αναφέρεται στον Ακέραιο Μαθηματικό Προγραμματισμό. Αρχικά, γίνεται μία γενική αναφορά στο Μαθηματικό Προγραμματισμό και τους τρόπους με τους οποίους ταξινομούνται τα σχετικά προβλήματα σε υποκατηγορίες. Έπειτα, γίνεται εκτενής ανάλυση στον πολυκριτηριακό μαθηματικό προγραμματισμό. Συγκεκριμένα, αναλύονται τα χαρακτηριστικά αυτών των προβλημάτων αλλά και οι βασικές έννοιες και μορφές τους. Έπειτα, παρατίθενται αναλυτικά οι διαφορετικές μέθοδοι επίλυσης των προβλημάτων πολυκριτηριακού μαθηματικού προγραμματισμού, ενώ στο τέλος γίνεται ειδική αναφορά στα προβλήματα ακέραιου μαθηματικού προγραμματισμού και τις εφαρμογές τους.

**Στο τέταρτο κεφάλαιο** περνάμε στα συστήματα παραγωγής και στις σχετικές με αυτά έννοιες. Αφού αναλυθεί το πώς λειτουργεί και ποια είναι τα



χαρακτηριστικά ενός σύγχρονου περιβάλλοντος παραγωγής σε μία επιχείρηση, γίνεται ανάλυση σχετικά με τη σημασία του προγραμματισμού παραγωγής και της χρονοδρομολόγησης μέσα σε αυτό. Στο τέλος, γίνεται αναφορά στο πώς μπορεί να αξιοποιηθεί η πολυκριτηριακή ανάλυση για την επίλυση του προβλήματος της χρονοδρομολόγησης σε γραμμές συναρμολόγησης μικτού μοντέλου.

**Στο πέμπτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται η γλώσσα GAMS, τα βασικά της χαρακτηριστικά και ο τρόπος με τον οποίο δομείται η ανάπτυξη ενός μοντέλου σε αυτήν.

**Στο έκτο κεφάλαιο** είναι αφιερωμένο σε μία εκτενή ανάλυση του συγκεκριμένου προβλήματος χρονοδρομολόγησης, για το οποίο στη συνέχεια στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας θα γίνει η σχετική πολυκριτηριακή ανάλυση, αλλά και ο αποφασίζων θα κληθεί να λάβει αποφάσεις. Παρουσιάζονται τα δεδομένα εισόδου, οι μεταβλητές, οι περιορισμοί, τα κριτήρια, οι παραδοχές και ο αντικειμενικός στόχος του αποφασίζοντος.

**Στο έβδομο κεφάλαιο** παρατίθενται τα αποτελέσματα των διαφορετικών τεχνικών πολυκριτηριακής ανάλυσης που εφαρμόστηκαν στο πρόβλημα χρονοδρομολόγησης σε γραμμές συναρμολόγησης μικτού μοντέλου. Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται αποτελέσματα για τις μεθόδους της Λεξικογραφικής Βελτιστοποίησης (Lexicographic Optimization), του Ολικού Κριτηρίου (Global Criterion), των Επιπέδων Ικανοποίησης (Satisfactory Levels) και της μεθόδου περιορισμών ( $\epsilon$ -constraint).

**Στο όγδοο** και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται επιγραμματικά τα βασικότερα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας.

Τέλος, υπάρχουν **παραρτήματα** με τους κώδικες που αναπτύχθηκαν για τις προσομοιώσεις και την επεξεργασία των αποτελεσμάτων σε GAMS και C, αλλά και εκτενής παράθεση της βιβλιογραφίας που χρησιμοποιήθηκε για τη συγγραφή της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

## **ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΗ ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

## 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διαδικασία λήψης απόφασης είναι η διαδικασία εκείνη που αποβλέπει στην επιλογή μιας λύσης (δράσης) από ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών. Η λήψη απόφασης γίνεται από τον αποφασίζοντα (*Decision Maker*), ο οποίος συγκρίνει και αξιολογεί τις εναλλακτικές λύσεις (επιλογές) ώστε να επιλεγθεί τελικά η καταλληλότερη λύση για κάποιο συγκεκριμένο πρόβλημα. Η Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων (*Multiple Criteria Decision Making, MCDM*) είναι ο κλάδος εκείνος της Επιχειρησιακής Έρευνας (*Operational Research*) που ασχολείται με την επίλυση προβλημάτων λαμβάνοντας υπόψη περισσότερα του ενός κριτήρια απόφασης.

Βασικό ρόλο στην ανάπτυξη και διάδοση της πολυκριτηριακής ανάλυσης αποτέλεσε η απλή διαπίστωση ότι η επίλυση πολύπλοκων και ιδιαίτερα σημαντικών προβλημάτων λήψης αποφάσεων δεν είναι δυνατό να πραγματοποιείται μέσω μιας μονόπλευρης και μονοδιάστατης ανάλυσης. Η εισαγωγή περισσότερων του ενός κριτηρίων στη διαδικασία λήψης απόφασης οδηγεί σε μια πιο ρεαλιστική απεικόνιση των πραγματικών προβλημάτων, που προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία και καλύτερη αντιμετώπιση των προβλημάτων διότι εξετάζονται περισσότερες διαστάσεις. Κατά την προσπάθεια, όμως, εξέτασης όλων των παραμέτρων ενός προβλήματος και των κριτηρίων-παραγόντων που επηρεάζουν τη λήψη της κατάλληλης απόφασης, δημιουργείται ένα ιδιαίτερα σημαντικό πρόβλημα, σχετικά με τον τρόπο σύνθεσης όλων των παραμέτρων ώστε να επιτευχθεί η λήψη ορθολογικών αποφάσεων.

Η αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού αποτελεί και το βασικό αντικείμενο της πολυκριτηριακής ανάλυσης αποφάσεων. Το πλεονέκτημα της πολυκριτηριακής ανάλυσης από άλλες εναλλακτικές προσεγγίσεις, έγκειται στην πραγματοποίηση της αναγκαίας σύνθεσης υπό το πρίσμα της πολιτικής λήψης των αποφάσεων και του συστήματος προτιμήσεων και αξιών, το οποίο συνειδητά ή ασυνείδητα χρησιμοποιεί ο αποφασίζων και όχι στην απλή σύνθεση όλων των παραμέτρων ενός προβλήματος.

Στα προβλήματα με ένα μόνο κριτήριο απόφασης, ο αποφασίζων συμμετέχει μόνο κατά το στάδιο της μορφοποίησης του προβλήματος. Αφού καθορίσει το κριτήριο απόφασης η επίλυση του προβλήματος γίνεται χωρίς την περαιτέρω ανάμιξή του στη διαδικασία λήψης απόφασης. Για αυτό υποστηρίζεται ότι τα μονοκριτηριακά προβλήματα, ουσιαστικά, δεν είναι προβλήματα λήψης απόφασης, αλλά προβλήματα υπολογισμού της βέλτιστης λύσης με βάση το μοναδικό κριτήριο απόφασης.

Αυτό δε συμβαίνει όμως στην Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων, όπου η συμμετοχή του αποφασίζοντος στη διαδικασία επίλυσης είναι απαραίτητη ώστε να εκφράσει τις προτιμήσεις του σε σχέση με τις επιδόσεις των εναλλακτικών επιλογών στα εξεταζόμενα κριτήρια και να καταλήξει στην τελική του απόφαση. Αν υπάρχει κάποια εναλλακτική επιλογή, η οποία έχει την καλύτερη επίδοση ως προς όλα τα κριτήρια τότε η λύση του προβλήματος είναι προφανής. Αυτό όμως σπάνια συμβαίνει γιατί τα κριτήρια απόφασης είναι συνήθως αλληλοσυγκρουόμενα εκφράζοντας διαφορετικά χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών.

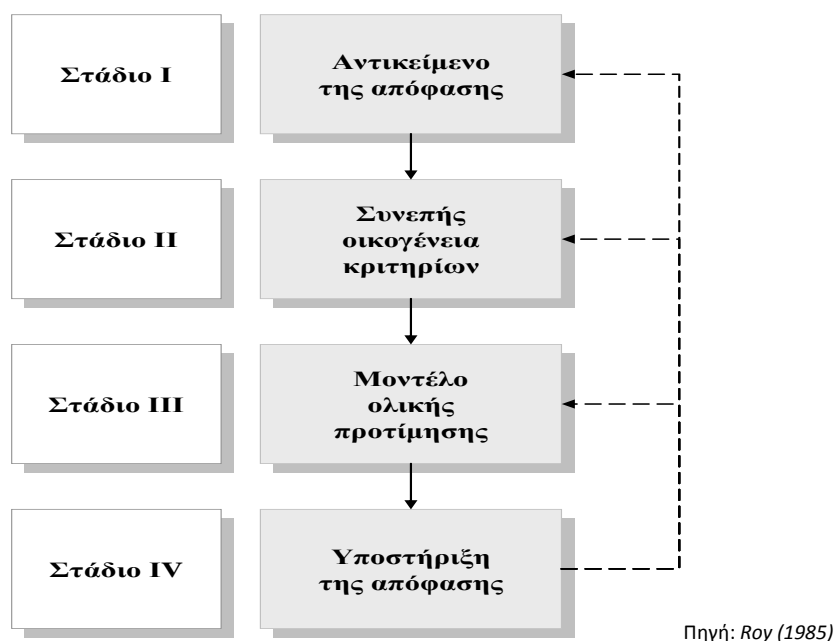
Οι μεθοδολογικές εξελίξεις που έχουν πραγματοποιηθεί κατά τη διάρκεια της ιστορικής πορείας του χώρου της πολυκριτηριακής ανάλυσης, καλύπτουν όπως θα

παρουσιαστεί στη συνέχεια, όλα τα είδη των προβλημάτων λήψης αποφάσεων. Η διαμόρφωση της στρατηγικής μιας επιχείρησης (βελτίωση κερδοφορίας, αύξηση της ποιότητας των προϊόντων, βελτίωση παροχών στους εργαζομένους), ο προσδιορισμός ενός πλάνου παραγωγής, η ομαδοποίηση και επιλογή 2 μεταξύ διαφόρων επενδυτικών προτάσεων και η κατάταξη υποψήφιας υπαλλήλων για συγκεκριμένες θέσεις σε μια επιχείρηση αποτελούν χαρακτηριστικά παραδείγματα προβλημάτων λήψης απόφασης με πολλαπλά κριτήρια. Στις παραγράφους που ακολουθούν παρουσιάζονται αναλυτικά οι βασικές έννοιες και οι κύριες μεθοδολογικές προσεγγίσεις της πολυκριτήριας ανάλυσης.

## 2.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Κύριο ζητούμενο από την πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων και κοινό στοιχείο όλων των μεθοδολογικών προσεγγίσεων του χώρου αυτού είναι η παροχή των απαραίτητων πληροφοριών για την υποστήριξη της διαδικασίας λήψης των αποφάσεων ανάπτυξη και χρήση υποδειγμάτων σύνθεσης όλων των βασικών παραμέτρων ενός προβλήματος.

Ο Roy (1985), εκ των θεμελιωτών της σύγχρονης θεωρίας της πολυκριτήριας ανάλυσης, παρουσίασε ένα γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο αντιμετώπισης πολυδιάστατων προβλημάτων λήψης αποφάσεων. Το διάγραμμα αυτό (Σχήμα 2.1) ουσιαστικά αποτελεί τη ραχοκοκαλιά κάθε πολυκριτήριας προσέγγισης και χαρακτηρίζει απόλυτα τη φιλοσοφία όλων των μεθοδολογιών του χώρου.



**Σχήμα 2.1:** Το μεθοδολογικό πλαίσιο της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων

Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα, η διαδικασία ανάλυσης των προβλημάτων λήψης αποφάσεων στα πλαίσια της πολυκριτήριας προσέγγισης περιλαμβάνει τέσσερα στάδια, μεταξύ των οποίων είναι δυνατόν να αναπτύσσονται αναδράσεις.

- **Στάδιο 1:** Αντικείμενο της απόφασης

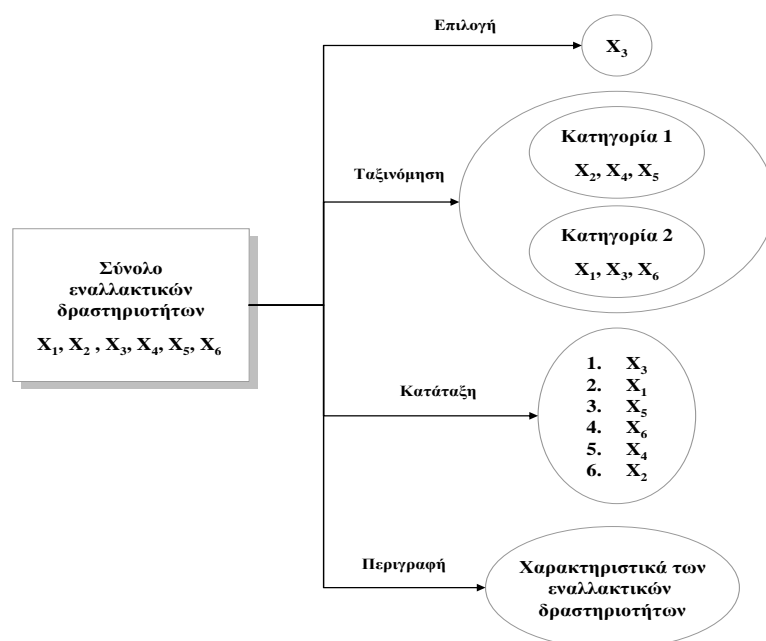
Το πρώτο στάδιο του μεθοδολογικού πλαισίου της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων αφορά στον καθορισμό του συνόλου  $A$  των **εναλλακτικών δραστηριοτήτων** ή **δράσεων** (alternatives or actions) του προβλήματος. Ως εναλλακτική δραστηριότητα ορίζεται κάθε πιθανή επιλογή (απόφαση) η οποία αποτελεί λύση του εξεταζόμενου προβλήματος και πρέπει να αξιολογηθεί ως προς την καταλληλότητά της. Το σύνολο  $A$  των εναλλακτικών δραστηριοτήτων μπορεί να είναι **συνεχές** (continuous set) ή **διακριτό** (discrete set).

Μετά τον προσδιορισμό του συνόλου  $A$  των εναλλακτικών δραστηριοτήτων, καθορίζεται η **προβληματική της απόφασης** (decision problematic), δηλαδή ο τρόπος με τον οποίο θα πρέπει να εξεταστούν οι εναλλακτικές δραστηριότητες, ώστε το αποτέλεσμα της ανάλυσης να απαντά με σαφήνεια στο εξεταζόμενο πρόβλημα.

Ο Roy (1985) θεώρησε τις ακόλουθες τέσσερις κατηγορίες διακριτών προβλημάτων (Σχήμα 2.2):

1. **Προβληματική τύπου α:** επιλογή (choice) μιας και μόνο δράσης από το σύνολο  $A$
2. **Προβληματική τύπου β:** ταξινόμηση (sorting) των δράσεων σε ομογενείς προκαθορισμένες κατηγορίες, οι οποίες είναι διατεταγμένες ως προς τις προτιμήσεις του αποφασίζοντος.
3. **Προβληματική τύπου γ:** κατάταξη (ranking) των εναλλακτικών δράσεων του συνόλου  $A$  από τις καλύτερη προς τη χειρότερη.
4. **Προβληματική τύπου δ:** περιγραφή (description) των εναλλακτικών δράσεων και των συνεπειών τους στη γλώσσα των εμπλεκόμενων στη διαδικασία της απόφασης, με βάση την επίδοσή του στα επιμέρους κριτήρια αξιολόγησης.

Η επιλογή της κατάλληλης προβληματικής, σχετίζεται αποκλειστικά και μόνο με το πρόβλημα που εξετάζεται. Σε αρκετές περιπτώσεις, για την καλύτερη αντιμετώπιση ενός προβλήματος, είναι πιθανόν να απαιτείται ο συνδυασμός δυο διαφορετικών προβληματικών.



Πηγή: Δούμπος (2000)

Σχήμα 2.2: Κατηγορίες διακριτών προβλημάτων

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

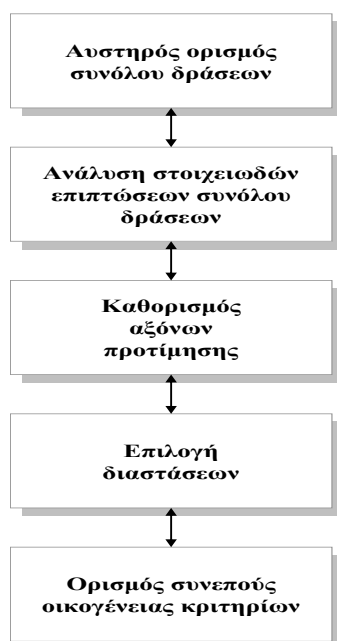
- **Στάδιο 2:** *Συνεπής οικογένεια κριτηρίων*

Στο δεύτερο στάδιο της διαδικασίας εντοπίζονται όλοι οι παράγοντες οι οποίοι επιδρούν στο αποτέλεσμα της ανάλυσης των εναλλακτικών δραστηριοτήτων του συνόλου  $A$ . Στα πλαίσια της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων, κάθε παράγοντας που επιδρά στη λήψη μιας απόφασης θεωρείται ότι έχει τη μορφή ενός κριτηρίου. Ως κριτήριο ορίζεται μια μονότονη συνάρτηση  $g$  δηλωτική των προτιμήσεων του αποφασίζοντος. Κάθε δράση από το σύνολο  $A$  εκπέμπει ένα **νέφος στοιχειωδών επιπτώσεων** (Roy, 1985). Ως **στοιχειώδης επίπτωση** μιας δράσης ονομάζεται κάθε ιδιότητα ή χαρακτηριστικό που σχετίζεται με τη δράση αυτή και πληρεί τις εξής δυο ιδιότητες:

- είναι επαρκώς καθορισμένη ως προς το περιεχόμενό της ώστε οι διάφοροι εμπλεκόμενοι να αντιλαμβάνονται τη σημασία της,
- επιτρέπει την περιγραφή κάποιου συγκεκριμένου αποτελέσματος το οποίο έπεται της επιλογής της δράσης αυτής (Σίσκος, 2008).

Ο ρόλος του αναλυτή συνίσταται στη διασάφηση των επιπτώσεων των διαφόρων δράσεων του συνόλου  $A$  και στη συνέχεια, στην επινόηση και προτυποποίηση των κριτηρίων στη βάση των οποίων θα ληφθεί η απόφαση. Αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής είναι η κατασκευή ενός συστήματος κριτηρίων το οποίο ονομάζεται **συνεπής οικογένεια κριτηρίων** (consistent family of criteria).

Ειδικά για το στάδιο κατασκευής της συνεπούς οικογένειας κριτηρίων, ο Roy (1985) προτείνει τη μεθοδολογική προσέγγιση που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.3. Με βάση το Σίσκο (2008), ως **άξονας προτίμησης** ορίζεται το σύνολο των στοιχειωδών επιπτώσεων που αναφέρονται στον ίδιο στόχο ή στην ίδια οπτική γωνία μέσω των οποίων θα αξιολογηθούν και θα συγκριθούν οι εξεταζόμενες δράσεις. Εξάλλου, ως **διάσταση** (dimension) ορίζεται μια στοιχειώδης επίπτωση, τέτοια ώστε το σύνολο των καταστάσεων που περιλαμβάνει να εκφράζει την κλίμακα προτίμησης (preference scale) του αποφασίζοντος.



Πηγή: Roy (1985)

**Σχήμα 2.3:** Διαδικασία κατασκευής μιας συνεπούς οικογένειας κριτηρίων

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

- **Στάδιο 3:** Μοντέλο ολικής προτίμησης

Μετά την ολοκλήρωση των δύο προηγούμενων σταδίων της ανάλυσης (αντικείμενο του προβλήματος, διαμόρφωση συνεπούς οικογένειας κριτηρίων), το επόμενο στάδιο αφορά την κατασκευή και χρήση ενός **μοντέλου ολικής προτίμησης** (global evaluation model). Ως μοντέλο ολικής προτίμησης θεωρείται η σύνθεση όλων των κριτηρίων έτσι ώστε να επιτευχθεί ο στόχος της ανάλυσης ανάλογα με την προβληματική που έχει καθοριστεί. Το μοντέλο ολικής προτίμησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως βάση για:

- α) τον προσδιορισμό μιας συνολικής αξιολόγησης κάθε εναλλακτικής,
- β) την πραγματοποίηση διμερών συγκρίσεων μεταξύ των εναλλακτικών,
- γ) τη διερεύνηση του συνόλου των εναλλακτικών λύσεων, όταν αυτό είναι συνεχές.

Η ανάπτυξη του μοντέλου ολικής προτίμησης μπορεί να πραγματοποιηθεί με δύο τρόπους:

1. Αλληλεπιδραστικά μέσω της συνεργασίας του αναλυτή με τον αποφασίζοντα. Στην προσέγγιση αυτή ο αποφασίζων καθορίζει ένα σύνολο παραμέτρων σχετικών με την πολιτική λήψης των αποφάσεων που ακολουθεί (για παράδειγμα, τα βάρη των κριτηρίων).
2. Αναλύοντας τις αποφάσεις που λαμβάνει ο αποφασίζων έτσι ώστε να αναπτυχθεί το κατάλληλο μοντέλο ολικής προτίμησης που είναι συμβατό με την πολιτική λήψης των αποφάσεων που ακολουθεί ο αποφασίζων. Η προσέγγιση αυτή έχει αρκετές ομοιότητες με τη μεθοδολογία της παλινδρόμησης η οποία είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη στο χώρο της στατιστικής.

- **Στάδιο 4:** Υποστήριξη της απόφασης

Στο τέταρτο στάδιο της διαδικασίας λαμβάνουν χώρα όλες εκείνες οι δραστηριότητες οι οποίες θα βοηθήσουν τον αποφασίζοντα να κατανοήσει τα αποτελέσματα του υποδείγματος σύνθεσης των κριτηρίων που επελέγη κατά το προηγούμενο στάδιο, καθώς και τη διαδικασία με την οποία εξήχθησαν τα αποτελέσματα αυτά.

Στο στάδιο αυτό ο ρόλος του αναλυτή είναι ιδιαίτερα καθοριστικός, καθώς, μεταξύ άλλων, καλείται να εντοπίσει και να οργανώσει τα στοιχεία των απαντήσεων σε συγκεκριμένα ερωτήματα τα οποία ενδέχεται να θέσουν οι διάφοροι εμπλεκόμενοι στη διαδικασία της απόφασης.

## 2.3 ΚΥΡΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΡΕΥΜΑΤΑ ΚΑΙ Η ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΟΥΣ

Ο χώρος της πολυκριτήριας ανάλυσης είναι ιδιαίτερα ευρύς ως προς τη φύση των μεθοδολογικών προσεγγίσεων που έχουν αναπτυχθεί εντός αυτού για την αντιμετώπιση προβλημάτων λήψης αποφάσεων. Μεταξύ των προσεγγίσεων αυτών εντοπίζονται σημαντικές διαφοροποιήσεις τόσο στη μορφή των υποδειγμάτων που αναπτύσσονται, όσο και στη διαδικασία που χρησιμοποιείται για την ανάπτυξη των υποδειγμάτων. Με βάση το στοιχείο αυτό, ερευνητές του χώρου της πολυκριτήριας

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

ανάλυσης έχουν προτείνει διάφορες ομαδοποιήσεις των μεθοδολογικών προσεγγίσεων της πολυκριτήριας ανάλυσης.

Κινούμενος προς την κατεύθυνση αυτή ο Roy (1985) πρότεινε μια ομαδοποίηση σε τρεις βασικές κατηγορίες, λαμβάνοντας ουσιαστικά υπόψη τη μορφή των υποδειγμάτων που αναπτύσσονται:

1. Προσεγγίσεις μοναδικής σύνθεσης των κριτηρίων αγνοώντας κάθε ασυγκριτότητα μεταξύ των εναλλακτικών δραστηριοτήτων (unique synthesis criterion).
2. Προσεγγίσεις βασιζόμενες στις σχέσεις υπεροχής λαμβάνοντας υπόψη την πιθανή ασυγκριτότητα μεταξύ των εναλλακτικών δραστηριοτήτων (outranking synthesis approach).
3. Αλληλεπιδραστικές προσεγγίσεις (interactive local judgment approach).

Ο Σίσκος (2008), ταξινομεί σε πρώτο χρόνο τα μοντέλα σύνθεσης κριτηρίων σε δυο βασικές ομάδες:

1. **Αντισταθμιστικά μοντέλα** (compensatory models)  
Μοντέλα στα οποία η υποβάθμιση ενός κριτηρίου είναι δυνατόν να αποζημιωθεί από τη βελτίωση της τιμής ενός άλλου κριτηρίου.
2. **Μη αντισταθμιστικά μοντέλα** (non compensatory models)  
Μοντέλα στα οποία η αντιστάθμιση ενός κριτηρίου ένα άλλο, δεν είναι επιτρεπτή.

Περαιτέρω, ο ίδιος, σε ένα πιο ειδικό επίπεδο και στη φιλοσοφία του Roy (1985), διακρίνει τις εξής κατηγορίες πολυκριτήριων μεθόδων:

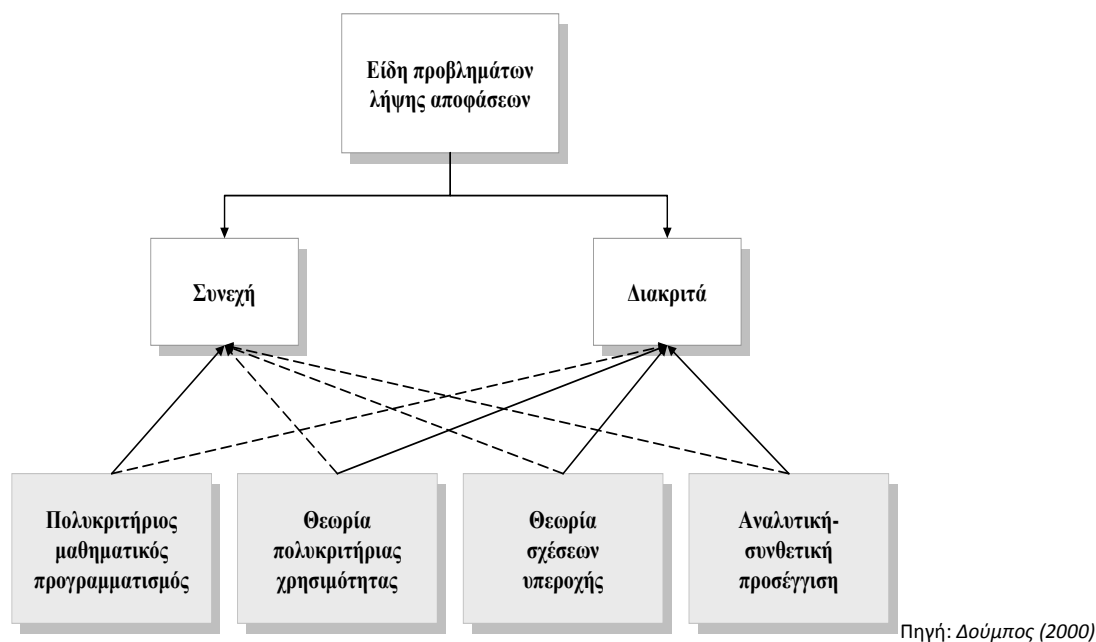
1. **Συναρτησιακές μέθοδοι:** Η σύνθεση των κριτηρίων επιτυγχάνεται μέσω μιας ή περισσότερων συναρτήσεων αξίας χρησιμότητας.
2. **Σχειακές μέθοδοι:** Η σύνθεση των κριτηρίων επιτυγχάνεται μέσω μιας ή περισσότερων σχέσεων υπεροχής.
3. **Αναλυτικές μέθοδοι:** Το μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων συμπεραίνεται έμμεσα από δεδομένα ολικής προτίμησης του αποφασίζοντος.

Οι Pardalos et al. (1995) πρότειναν μια εναλλακτική ομαδοποίηση των πολυκριτήριων προσεγγίσεων, η οποία παράλληλα με τη μορφή των υποδειγμάτων που αναπτύσσονται, λαμβάνει υπόψη και τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η ανάπτυξή τους. Η ομαδοποίηση αυτή, η οποία και υιοθετείται στην παρούσα διπλωματική, περιλαμβάνει τις ακόλουθες τέσσερις κατηγορίες προσεγγίσεων.

1. **Πολυκριτήριος μαθηματικός προγραμματισμός** (multiobjective mathematical programming).
2. **Πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας** (multiattribute utility theory).
3. **Θεωρία των σχέσεων υπεροχής** (outranking relations).
4. **Αναλυτική-συνθετική προσέγγιση** (preference disaggregation approach).



Όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.4, μεταξύ των τεσσάρων αυτών βασικών προσεγγίσεων της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων, οι τρεις τελευταίες, δηλαδή η πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας, η θεωρία των σχέσεων υπεροχής και η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση, προσανατολίζονται προς την αντιμετώπιση διακριτών προβλημάτων λήψης αποφάσεων. Απώτερος στόχος τους, είναι η σύνθεση όλων των κριτηρίων με σκοπό την αξιολόγηση ενός πεπερασμένου συνόλου εναλλακτικών δραστηριοτήτων σύμφωνα με τις προβληματικές της επιλογής, κατάταξης ή ταξινόμησης. Αντίθετα, ο πολυκριτήριος μαθηματικός προγραμματισμός αποτελεί μια γενίκευση της γνωστής θεωρίας του μαθηματικού προγραμματισμού σε περιπτώσεις όπου πρέπει να βελτιστοποιηθούν πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις.



**Σχήμα 2.4:** Η συμβολή των θεωρητικών ρευμάτων της πολυκριτήριας ανάλυσης στην επίλυση συνεχών και διακριτών προβλημάτων λήψης αποφάσεων

## 2.4 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Κάθε πρόβλημα Πολυκριτηριακής Ανάλυσης προσδιορίζεται από ορισμένα δομικά χαρακτηριστικά, που απορρέουν είτε από την ίδια τη φύση του προβλήματος, είτε από τις απόψεις και τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Η ταυτοποίηση του αντικειμένου της πολυκριτηριακής ανάλυσης ως προς τα χαρακτηριστικά αυτά αποτελεί ένα πρώτο στάδιο της αναλυτικής διαδικασίας, που διευκολύνει την κατανόηση του προβλήματος και επιτρέπει την επιλογή της κατάλληλης μεθόδου επίλυσης.

Η αναγνώριση των δομικών στοιχείων ενός πολυκριτηριακού προβλήματος εντάσσεται κατά κανόνα σε ένα συστηματικό πλαίσιο ανάλυσης. Ένα τέτοιο πλαίσιο, γνωστό ως πλαίσιο CAUSE (Criteria, Alternatives, Uncertainty, Stakeholders, Environment) αναγνωρίζει πέντε βασικά δομικά στοιχεία.

**ΚΡΙΤΗΡΙΑ**

Το πιο σημαντικό στοιχείο ενός προβλήματος είναι η μήτρα αξιολόγησης (Πίνακας 2.1), που περιλαμβάνει ένα σύνολο διακριτών επιλογών, ένα σύνολο κριτηρίων αξιολόγησης και την επίδοση της κάθε επιλογής στο αντίστοιχο κριτήριο και το σύστημα προτιμήσεων του αποφασίζοντα που εμπεριέχει τη σχετική βαρύτητα των κριτηρίων, την κατεύθυνση προτίμησης των επιδόσεων (ελάχιστο ή μέγιστο) και τα όρια ανοχής.

Κάθε εναλλακτική λύση  $E_i$  προσδιορίζεται από την επίδοση της  $g_{ij}$ , σε κάθε κριτήριο αξιολόγησης  $K_j$ , ενώ χαρακτηριστικό του προβλήματος είναι ότι δεν υπάρχει λύση που να υπερέχει έναντι όλων των άλλων σε όλα τα κριτήρια. Τα κριτήρια αποτελούν τους άξονες αξιολόγησης πάνω στους οποίους θα κριθούν οι εναλλακτικές λύσεις και εκφράζουν τις παράλληλες επιδιώξεις του αποφασίζοντα ή άλλων εμπλεκομένων στη διαδικασία Λήψης Απόφασης.

ΕΠΙΛΟΓΕΣ	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΗΣ			
	$K_1$	$K_2$	$K_j$	$K_m$
$E_1$	$g_{11}$	$g_{12}$	...	$g_{1m}$
$E_2$	$g_{21}$	$g_{22}$	...	$g_{2m}$
$E_3$	$g_{31}$	$g_{32}$	...	$g_{3m}$
•	•	•	...	•
•	•	•	...	•
•	•	•	...	•
$E_n$	$g_{n1}$	$g_{n2}$	...	$g_{nm}$

Πηγή: Σίσκος(2008)

Πίνακας 2.1: Παράδειγμα μήτρας επιδόσεων διακριτών επιλογών σε πολλαπλά κριτήρια

**ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ**

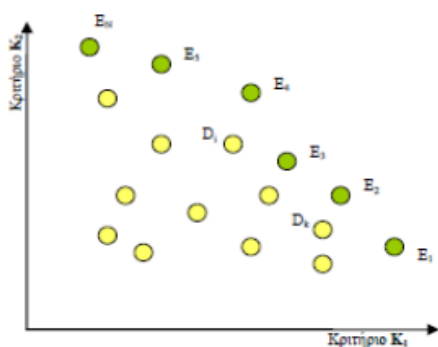
Για να θεωρηθεί ότι μία λύση ανήκει στο σύνολο των εξεταζομένων εναλλακτικών λύσεων, πρέπει η λύση να είναι εφικτή, δηλαδή να εμφανίζει προοπτικές πρακτικής εφαρμογής της ή, σε όρους μαθηματικής διατύπωσης, να μην παραβιάζει τους περιορισμούς του προβλήματος.

Οι εφικτές λύσεις διακρίνονται σε:

- **Ικανές** ή αποτελεσματικές ή κυρίαρχες λύσεις (efficient ή dominant)
- **Μη αποτελεσματικές** ή κυριαρχούμενες λύσεις (non-efficient ή dominated).

Η έννοια της αποτελεσματικότητας ή κυριαρχίας (efficiency, dominance) διατυπώθηκε για πρώτη φορά από τον Ιταλό οικονομολόγο Pareto και προσδιορίζει καταστάσεις ισορροπίας του συστήματος, στις οποίες δεν είναι δυνατή η βελτίωση της θέσης ενός στοιχείου του συστήματος χωρίς ταυτόχρονη χειροτέρευση της θέσης ενός άλλου στοιχείου. Ονομάζεται δε αρχή Pareto ή αρχή αριστοποίησης κατά Pareto υποδηλώνοντας την υπό όρους αριστοποίηση.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.5, στην περίπτωση προβλήματος με δύο κριτήρια, ο αποφασίζων θα πρέπει να αναζητήσει τη λύση του μεταξύ των επιλογών  $E_i$  που αποτελούν τις αποτελεσματικές λύσεις του προβλήματος.



Πηγή: Σίσκος(2008)

**Σχήμα 2.5:** Ικανές ( $E_i$ ) και κυριαρχούμενες λύσεις ( $D_i$ ) σε πρόβλημα 2 κριτηρίων

Έτσι, υποθέτοντας ότι και στα δύο κριτήρια,  $K_1$  και  $K_2$  επιδιώκεται η μεγιστοποίηση των επιδόσεων, η λύση  $E_3$  υπερέχει των λύσεων  $E_2$  και  $E_1$ , ως προς το κριτήριο  $K_2$ , ενώ είναι κατώτερη ως προς το κριτήριο  $K_1$ . Αντίστοιχα, σε σχέση με τις επιλογές  $E_4$ ,  $E_5$  και  $E_N$ , η λύση  $E_3$  υπερέχει ως προς το κριτήριο  $K_1$ , ενώ είναι κατώτερη ως προς το κριτήριο  $K_2$ . Επομένως, κάθε μία από τις λύσεις  $E_i$ , αποτελεί εν δυνάμει μία πιθανή λύση του προβλήματος ή μία κατά Pareto άριστη λύση. Η επιλογή μίας λύσης  $E_i$  έναντι μίας άλλης ικανής λύσης εξαρτάται από τη σχετική σημαντικότητα που αποδίδεται στα κριτήρια  $K_1$  και  $K_2$ . Το χαρακτηριστικό των αποτελεσματικών λύσεων είναι ότι δεν είναι δυνατή η βελτίωση της επίδοσης σε ένα κριτήριο χωρίς ταυτόχρονη χειροτέρευση της επίδοσης σε ένα ή περισσότερα άλλα κριτήρια. Αντίθετα, ο αποφασίζων δεν έχει λόγο να επιλέξει ή να εξετάσει μία κυριαρχούμενη λύση  $D_i$ , καθώς υπάρχει τουλάχιστον μία ικανή λύση  $E_i$ , που υπερέχει και ως προς τα δύο κριτήρια αξιολόγησης. Στο παράδειγμα του Σχήμα 2.5 δεν θα υπήρχε λόγος επιλογής της  $D_i$ , καθώς η λύση  $E_4$  υπερέχει και ως προς τα δύο κριτήρια, ενώ αντίστοιχα, η λύση  $E_2$  κυριαρχεί της λύσης  $D_k$ .

## ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

Η αβεβαιότητα είναι βασικό χαρακτηριστικό του σύγχρονου κόσμου, που προκύπτει από την συνεχώς αυξανόμενη πολυπλοκότητα των συστημάτων και τη μεταβλητότητα των παραμέτρων. Αυτά δυσκολεύουν πολύ τον αποφασίζοντα, ο οποίος πρέπει να συνυπολογίσει όλα τα πολύπλοκα φαινόμενα, να κατανοήσει όλες τις πληροφορίες και να εκφράσει την αντικειμενική αξία των κρίσεών του.

Οι παράγοντες αβεβαιότητας διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

- **Εσωτερική αβεβαιότητα:** αναφέρεται στην ασαφή εικόνα που μπορεί να έχουν οι αποφασίζοντες για την ίδια τη φύση του εξεταζόμενου προβλήματος, δηλαδή για το ποιοί θα πρέπει να είναι οι στόχοι και τα κριτήρια της απόφασης, ποιά η εφεκτικότητα κάποιων εναλλακτικών λύσεων κλπ. Η σημαντικότερη όμως παράμετρος εσωτερικής αβεβαιότητας αφορά τη σχετική βαρύτητα των κριτηρίων.
- **Εξωτερική αβεβαιότητα:** οφείλεται στη στοχαστικότητα ορισμένων παραμέτρων που συνδέονται ή επηρεάζουν την απόφαση (ζήτηση, τιμές κλπ.) ή στην ανεπαρκή γνώση άλλων φαινομένων ή παραμέτρων της απόφασης (ύψος περιβαλλοντικών επιπτώσεων).

Και οι δύο παραπάνω μορφές μπορούν να αντιμετωπισθούν ικανοποιητικά με χρήση τεχνικών που επιλέγονται ανάλογα με το είδος και την έκταση της

αβεβαιότητας και με τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται συμβατότητα με το μοντέλο λήψης απόφασης που εφαρμόζεται για την επίλυση του προβλήματος.

### **ΑΠΟΦΑΣΙΖΟΝΤΕΣ ΚΑΙ ΕΜΠΛΕΚΟΜΕΝΟΙ ΣΤΗΝ ΑΠΟΦΑΣΗ**

Όπως και σε κάθε διαδικασία Λήψης Απόφασης, οι αποφασίζοντες (decision makers) είναι αυτοί που έχουν την αρμοδιότητα να εντοπίσουν το πρόβλημα, να επιλέξουν τη λύση του, αλλά ακόμα και να μεριμνήσουν για την υλοποίηση της πολλές φορές. Ο όρος «εμπλεκόμενοι» (stakeholders) είναι ευρύτερος, καθώς περιλαμβάνει τους αποφασίζοντες αλλά και όλους όσους ενδιαφέρονται για τη λύση του προβλήματος, γιατί θα επηρεάσει άμεσα ή έμμεσα τις δραστηριότητες τους ή την ευημερία τους. Συχνά, ορισμένοι εμπλεκόμενοι αν και δεν έχουν την αρμοδιότητα να λάβουν και να εφαρμόσουν την απόφαση, έχουν τη δύναμη να παρεμποδίσουν την υλοποίηση της αν κρίνουν ότι μία τέτοια απόφαση είναι αντίθετη προς τα συμφέροντα τους.

### **ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ**

Αυτή η τελευταία πτυχή του προβλήματος δόμησης, είναι στενά, αλλά όχι αποκλειστικά συνδεδεμένη με το βαθμό αβεβαιότητας που σχετίζεται με τις εξωτερικές συνθήκες. Μία λύση που προκρίνεται σε ορισμένες συνθήκες πιθανό να μην είναι η καταλληλότερη σε κάποιο διαφορετικό περιβάλλον, αν δηλαδή μεταβληθούν κάποιες παράμετροι που επηρεάζουν άμεσα τις επιδόσεις των επιλογών ή τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων σε σχέση με αυτές τις επιδόσεις.

### **ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΚΦΡΑΣΗ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ**

Τα μοντέλα έκφρασης προτιμήσεως έχουν ως στόχο την καταγραφή των προτιμήσεων των εμπλεκόμενων στο συγκεκριμένο πλαίσιο αποφάσεων. Η έκφραση των προτιμήσεων διευκολύνεται με την εφαρμογή τεχνικών που έχουν στόχο να θέσουν με ένα σαφή τρόπο την ουσία του διλήμματος, απέναντι στο οποίο θα πρέπει να τοποθετηθεί ο αποφασίζων και να αποτυπώσουν ποσοτικά την τάση του, έτσι ώστε να ενσωματωθεί στο μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί στην τελική φάση της επίλυσης του προβλήματος.

Οι ανθρώπινες προτιμήσεις σε ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα διακρίνονται σε:

- **Ενδοκριτηριακές προτιμήσεις** (intra-criterion preferences): σχετίζονται με τις επιδόσεις των επιλογών σε ένα κριτήριο. Αν πρόκειται για μεθόδους πολυκριτηριακής θεωρίας αξίας ή χρησιμότητας, οι ενδοκριτηριακές προτιμήσεις εκφράζονται με τον καθορισμό των μερικών συναρτήσεων αξίας ή χρησιμότητας, ενώ σε περίπτωση μεθόδων υπεροχής με τον προσδιορισμό ορίων αδιαφορίας ή προτίμησης ανά κριτήριο.
- **Διακριτηριακές προτιμήσεις** (inter-criterion preferences): αφορούν τη συμβολή κάθε κριτηρίου στη συνολική αξιολόγηση κάθε λύσης. Εδώ οι προτιμήσεις εκφράζονται με τεχνικές εκτίμησης των συντελεστών βαρύτητας του συνόλου των κριτηρίων.

### **ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ**

Για την επίλυση ενός πολυκριτηριακού προβλήματος πρέπει, εκτός από τις ενδοκριτηριακές προτιμήσεις, να προσδιορισθούν και οι διακριτηριακές επιδόσεις του αποφασίζοντα, με τι ποσοστό δηλαδή συμμετέχει ένα κριτήριο στη συνολική αξιολόγηση. Η σημαντικότητα των κριτηρίων εκφράζεται ποσοτικά με τους συντελεστές βαρύτητας  $w_j$ , ενώ για την απόδοση της σχετικότητας, οι τιμές τους ανάγονται έτσι ώστε το άθροισμά τους να ισούται με την μονάδα .

Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι εκτίμησης των συντελεστών βαρύτητας χρησιμοποιώντας ακριβείς τιμές. Από σχετικά απλές, όπως τις ευρέως χρησιμοποιούμενες Άμεσες Μεθόδους (Direct Rating) και τις Μεθόδους Κατανομής (Point Allocation), μέχρι πιο προηγμένες μεθόδους, όπως η Μέθοδος Μετατόπισης (Swing) και η Απλή Πολυκριτηριακή Τεχνική Αξιολόγησης (SMART). Υπάρχουν επίσης και οι Μέθοδοι Αντιστάθμισης, οι οποίοι όμως έχουν την τάση να δίνουν μεγαλύτερο βάρος στο πιο σημαντικό χαρακτηριστικό, σε σύγκριση με μεθόδους όπως οι Άμεσοι και οι Μετατόπισης.

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

## **ΑΚΕΡΑΙΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ**

## 3.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο Μαθηματικός Προγραμματισμός (Mathematical Programming) αποτελεί το πεδίο των μαθηματικών που ασχολείται κυρίως με τη μοντελοποίηση και την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Στην προκειμένη περίπτωση με τον όρο μοντελοποίηση εννοείται η όσο το δυνατό πιο ρεαλιστική απεικόνιση του πραγματικού προβλήματος με μαθηματικές σχέσεις κατάλληλης μορφής, έτσι ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι τεχνικές επίλυσης του Μαθηματικού Προγραμματισμού και να βρεθεί η ζητούμενη λύση. Κατά τη διάρκεια της μοντελοποίησης αρκετές φορές καταφεύγουμε σε απλοποιήσεις συγκριτικά με την πραγματικότητα, οι οποίες όμως δε πρέπει να θυσιάζουν την επιθυμητή ανά περίπτωση ακρίβεια.

Σε περιπτώσεις, όπου πρέπει να επιλεγεί μια λύση σε ένα πρόβλημα, λαμβάνοντας υπόψη παραπάνω από μια μεταβλητές προς αριστοποίηση, ως αποτέλεσμα της επίλυσης του μοντέλου δεν έχουμε μόνο μια βέλτιστη λύση, αλλά ένα σύνολο λύσεων που θεωρούνται ως ικανές. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι τα προβλήματα της Βιομηχανικής παραγωγής ορίζονται συνήθως από ποικίλες συνιστώσες, πολύ συχνά ανταγωνιστικές μεταξύ τους, με αποτέλεσμα η λήψη απόφασης να εμπεριέχει μεγάλη αβεβαιότητα για τον αποφασίζοντα.

Η αβεβαιότητα αυτή περιορίζεται στο ελάχιστο με τη χρήση κριτηρίων λήψης απόφασης. Τα κριτήρια αυτά παρέχουν έναν αναλυτικό τρόπο διαχείρισης των δεδομένων ενός προβλήματος και οδηγούν σε μια λύση, ακολουθώντας συγκεκριμένη λογική. Τα δεδομένα αυτά μπορεί να είναι πραγματικά, πειραματικά, ή, με τη χρήση προγραμματισμού, τα αποτελέσματα ενός μοντέλου. Έτσι, εφαρμόζοντας ένα τέτοιο κριτήριο, ο αποφασίζων αντλεί από το σύνολο των ικανών λύσεων του μοντέλου την τελική λύση εκείνη η οποία συμφωνεί με τη λογική του κριτηρίου που επιλέχθηκε.

Παρακάτω, θα παρουσιαστούν διάφορες τεχνικές που χρησιμοποιούμε για την επεξεργασία των διάφορων κριτηρίων που θεσπίζονται ανά περίπτωση και τον τρόπο με τον οποίο λαμβάνει χώρα η αλληλεπίδραση του αποφασίζοντος και του αναλυτή στα πλαίσια αυτής της διαδικασίας.

### 3.1.1 ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Τα προβλήματα Μαθηματικού Προγραμματισμού μπορούν να ταξινομηθούν σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με το είδος των μαθηματικών σχέσεων που περιγράφουν το πρόβλημα, το είδος των μεταβλητών απόφασης, το είδος των παραμέτρων και το πλήθος των αντικειμενικών συναρτήσεων. Οι σημαντικότερες κατηγοριοποιήσεις είναι οι ακόλουθες (Winston and Venkataramanan, 2003):

Όταν οι μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν το πρόβλημα (αντικειμενικές συναρτήσεις και περιορισμοί) είναι γραμμικές ως προς τις μεταβλητές απόφασης τότε το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού (Linear Programming), ενώ αν είναι μη γραμμικές χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα Μη Γραμμικού Προγραμματισμού (Non Linear Programming). Τα προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού αποτελούν τη

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

συντριπτική πλειοψηφία των προβλημάτων Μαθηματικών Προγραμματισμού κυρίως λόγω των συγκεκριμένων χαρακτηριστικών τους και την ευκολία επίλυσης τους. Με τη μέθοδο Simplex και τις παραλλαγές της να κυριαρχούν στην επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων εδώ και 60 περίπου χρόνια, προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού με χιλιάδες μεταβλητές απόφασης και περιορισμούς επιλύονται σήμερα σε δευτερόλεπτα. Αντίθετα η επίλυση προβλημάτων Μη Γραμμικού Προγραμματισμού είναι πιο δύσκολη υπόθεση ενώ συνήθως καταλήγει σε τοπικά βέλτιστα τα οποία δεν είναι πάντα και ολικά βέλτιστα. Για τους λόγους αυτούς επιδιώκεται στις περισσότερες περιπτώσεις τα πραγματικά προβλήματα να μοντελοποιούνται ως προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού καταφεύγοντας αρκετές φορές σε προσεγγίσεις μη γραμμικών συστημάτων με γραμμικές σχέσεις.

Μία άλλη ταξινόμηση είναι ανάλογα με το είδος των μεταβλητών απόφασης αν δηλαδή είναι συνεχείς μεταβλητές ή ακέραιες. Τα προβλήματα που έχουν μόνο συνεχείς μεταβλητές είναι πιο εύκολο να λυθούν σε σχέση με αυτά που έχουν ακέραιες μεταβλητές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το εφικτό χωρίο σε ένα πρόβλημα με ακέραιες μεταβλητές παρουσιάζει ασυνέχειες δυσκολεύοντας έτσι κατά πολύ τη διαδικασία επίλυσης. Από την άλλη μεριά όμως η δυνατότητα χρήσης ακεραίων μεταβλητών δίνει τη δυνατότητα μιας πιο ρεαλιστικής μοντελοποίησης της πραγματικότητας και επίσης επεκτείνει σημαντικά το πεδίο εφαρμογής του Μαθηματικού Προγραμματισμού και σε προβλήματα που έχουν συνδυαστικό χαρακτήρα (συνδυαστική βελτιστοποίηση), τα οποία χωρίς τη χρήση ακεραίων μεταβλητών θα ήταν αδύνατο να λυθούν. Στο 95% των περιπτώσεων οι ακέραιες μεταβλητές που συναντώνται σε μοντέλα Μαθηματικού Προγραμματισμού είναι δυαδικές μεταβλητές δηλαδή παίρνουν τιμή 0 ή 1. Αν ένα μοντέλο Μαθηματικού Προγραμματισμού έχει αποκλειστικά ακέραιες μεταβλητές χαρακτηρίζεται ως μοντέλο Ακέραιου Προγραμματισμού (Integer Programming). Αν έχει και συνεχείς και ακέραιες μεταβλητές χαρακτηρίζεται ως μοντέλο Μικτού Ακέραιου Προγραμματισμού (Mixed Integer Programming). Η επίλυση προβλημάτων Ακέραιου και Μικτού Ακέραιου Προγραμματισμού γίνεται συνήθως με την τεχνική φραγής και διακλάδωσης (branch and bound), μια τεχνική συστηματικής εξερεύνησης του πεδίου των δυνατών λύσεων.

Σε κάποιες περιπτώσεις οι παράμετροι ενός μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού μπορεί να μην εκφράζονται με πραγματικούς αριθμούς αλλά με κατανομές πιθανότητας ή με ασαφείς αριθμούς απεικονίζοντας έτσι την αβεβαιότητα ως προς την τιμή τους. Τότε το πρόβλημα ανάγεται αντίστοιχα σε πρόβλημα Στοχαστικού Προγραμματισμού (Stochastic Programming) ή Ασαφούς Προγραμματισμού (Fuzzy Programming). Τα τελευταία χρόνια μάλιστα έχει αρχίσει να απασχολεί ιδιαίτερα η διαχείριση της αβεβαιότητας ως προς τις παραμέτρους ενός μοντέλου ξεφεύγοντας από τις απλές μορφές ανάλυσης ευαισθησίας που μπορεί να προσφέρει και ο Μαθηματικός Προγραμματισμός.

Τέλος, όταν υπάρχουν περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις (όπως και στην προκειμένη περίπτωση), το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού (Multiobjective Programming, Multicriteria Programming). Ο όρος πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση είναι ταυτόσημος με τον όρο διανυσματική βελτιστοποίηση (vector optimization) σε αντιδιαστολή με την μονοδιάστατη βελτιστοποίηση (scalar optimization) που πραγματεύεται ο συμβατικός Μαθηματικός Προγραμματισμός. Ο Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός έκανε την εμφάνισή του τη δεκαετία του '70 ενώ

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS



αναπτύχθηκε κυρίως τις δύο τελευταίες δεκαετίες, όταν η θεώρηση περισσοτέρων από μιας αντικειμενικών συναρτήσεων άρχισε να καθορίζει ένα πιο ρεαλιστικό πλαίσιο μοντελοποίησης των πολύπλοκων προβλημάτων μάνατζμεντ. Η πολλαπλότητα των κριτηρίων στη σύγχρονη λήψη αποφάσεων όπου πλέον μαζί με το συνηθισμένο κριτήριο βελτιστοποίησης (το οικονομικό) εξετάζονται και άλλα κριτήρια (περιβαλλοντικά, κοινωνικά κλπ) καθιέρωσε το Πολυκριτηριακό Μαθηματικό Προγραμματισμό ως ένα σύγχρονο, πλήρες εργαλείο στη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Ο Ακέραιος Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός, αποσκοπεί στην επίλυση προβλημάτων Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού με ακέραιες μεταβλητές απόφασης. Τέτοιες μεταβλητές απόφασης χρησιμοποιούνται για την ενσωμάτωση στο μοντέλο διακριτών μεγεθών, προσδίδοντας συνήθως μια πιο ρεαλιστική απεικόνιση της πραγματικότητας, αλλά συγχρόνως δυσχεραίνοντας τη διαδικασία επίλυσης. Με τις ακέραιες μεταβλητές μπορούν να εισαχθούν στο μοντέλο λογικές συνθήκες, οικονομίες κλίμακας, σταθερά κόστη κλπ, δηλαδή φαινόμενα που δεν μπορούν να εκφραστούν με τη χρήση συνεχών μεταβλητών.

### 3.1.2 ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός ή Μαθηματικός Προγραμματισμός με πολλαπλά κριτήρια (Multiple Objective Mathematical Programming) αποτελεί το κοινό υποσύνολο δύο πολύ διαδεδομένων πεδίων της Επιχειρησιακής Έρευνας: του Μαθηματικού Προγραμματισμού και της Πολυκριτηριακής Λήψης Αποφάσεων (Multiple Criteria Decision Making) η οποία ασχολείται με προβλήματα λήψης απόφασης όπου εμπλέκονται περισσότερα του ενός κριτηρίων απόφασης και πολλαπλές μεταβλητές προς αριστοποίηση. Οι μαθηματικές σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών απόφασης που πρέπει να ικανοποιούνται αποτελούν τους περιορισμούς του προβλήματος, ενώ οι συναρτήσεις εκείνες των μεταβλητών απόφασης που πρέπει να αριστοποιηθούν ονομάζονται αντικειμενικές συναρτήσεις. Με τον όρο λύση του προβλήματος εννοείται κάθε συνδυασμός τιμών που μπορούν να λάβουν οι μεταβλητές απόφασης. Η λήψη απόφασης γίνεται από τον αποφασίζοντα, ο οποίος συγκρίνει και αξιολογεί τις εναλλακτικές λύσεις (επιλογές) ώστε να επιλεγεί τελικά η καταλληλότερη λύση για κάποιο συγκεκριμένο πρόβλημα.

Το μεγάλο ενδιαφέρον που παρουσίασε στις τάξεις των επιστημόνων της επιχειρησιακής έρευνας από πολύ νωρίς, οφείλεται στην αβίαστη διαπίστωση ότι τα περισσότερα προβλήματα λήψης απόφασης που εκφράζονται με μοντέλα Μαθηματικού Προγραμματισμού είναι στην ουσία πολυκριτηριακά. Τα περισσότερα του ενός κριτήρια εκφράζουν μια πιο ρεαλιστική εκδοχή των σύγχρονων μοντέλων λήψης απόφασης. Αυτό ενισχύεται και από το γεγονός ότι στα σημερινά προβλήματα υπάρχουν περισσότεροι του ενός εμπλεκόμενοι φορείς, με διαφορετικές οπτικές γωνίες, που αντιστοιχούν σε διαφορετικά, πολλές φορές αλληλοσυγκρουόμενα, κριτήρια.

Η ραγδαία αύξηση της υπολογιστικής ισχύος των ηλεκτρονικών υπολογιστών συρρίκνωσε τους χρόνους επίλυσης, καθιστώντας τις μεθόδους πρακτικά εφαρμόσιμες αλλά και πιο δεκτικές στον πειραματισμό. Προβλήματα που μπορεί να θεωρούνταν ουσιαστικά άλυτα λόγω του απαιτούμενου χρόνου επίλυσης πλέον λύνονται σε δευτερόλεπτα.

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

### 3.1.2.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ-ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Τα προβλήματα του Πολυκριτηριακού προγραμματισμού, είναι χαμηλού βαθμού δόμησης (*ill structured problems*), δηλαδή η ορθολογική λύση δεν καθορίζεται από το ίδιο το πρόβλημα (όπως όταν υπάρχει μόνο ένα κριτήριο απόφασης) αλλά αποτελεί αντικείμενο αναζήτησης με την άμεση εμπλοκή του αποφασίζοντα στη διαδικασία αυτή, ο οποίος εκφράζει τις υποκειμενικές του προτιμήσεις.

Είναι φανερό ότι οι μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού πρέπει να περιλαμβάνουν στοιχεία αλληλεπίδρασης μεταξύ της μεθόδου και του αποφασίζοντα, προκειμένου ο τελευταίος να οδηγήσει την αναζήτηση προς τη σχετικά «βέλτιστη» λύση εκφράζοντας τις προτιμήσεις του. Σε αντίθεση με το Γραμμικό Προγραμματισμό, οι μέθοδοι Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού δεν έχουν ως αποκλειστικό σκοπό τον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης, διότι, όπως αναφέρθηκε, αυτή δεν υφίσταται λόγω της πολυκριτηριακής φύσης του προβλήματος. Οι μέθοδοι Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού επιδιώκουν την παροχή όσο το δυνατόν περισσότερων πληροφοριών σχετικά με τις υποψήφιες λύσεις (ικανές λύσεις) στον αποφασίζοντα, έτσι ώστε να υποστηριχθεί στη λήψη της δικής του απόφασης για την προτιμότερη λύση. Πρέπει, συγχρόνως, να έχουν τη δυνατότητα να αποτυπώνουν όσο γίνεται καλύτερα τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα κατά την διαλογική διαδικασία επιλογής της τελικής λύσης.

Για τους λόγους αυτούς οι ολοκληρωμένες μέθοδοι Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού αποτελούν ουσιαστικά συστήματα υποστήριξης αποφάσεων για την επίλυση προβλημάτων χαμηλού βαθμού δόμησης. Η διαφοροποίηση μεταξύ των μεθόδων Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού αφορά κυρίως τον τρόπο υπολογισμού των ικανών λύσεων, το πλήθος και τα χαρακτηριστικά των ικανών λύσεων που παράγουν και τη διαδικασία αλληλεπίδρασης με τον αποφασίζοντα. Είναι χαρακτηριστικό ότι στα 30 περίπου χρόνια ζωής του Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού δεν υπήρξε κάποια μέθοδος που να επικράτησε, όπως για παράδειγμα στον Γραμμικό Προγραμματισμό η μέθοδος Simplex. Η καταλληλότητα της εφαρμογής μιας μεθόδου Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του προβλήματος, τα χαρακτηριστικά του αποφασίζοντα, την εμπειρία του αναλυτή και τα διαθέσιμα υπολογιστικά εργαλεία. (Μαυρωτάς 2000).

Στα προβλήματα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού, επειδή υπάρχουν περισσότερες από μία αλληλοσυγκρουόμενες αντικειμενικές συναρτήσεις, δεν υπάρχει μία λύση που να τις αριστοποιεί συγχρόνως όλες. Η έννοια λοιπόν της άριστης λύσης του Γραμμικού Προγραμματισμού αντικαθίσταται στον Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό από αυτήν της *ικανής λύσης*.

**Ικανή λύση (efficient, non-dominated solution):**

Μία λύση  $\mathbf{x}'$  ενός προβλήματος Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού λέγεται ικανή (ή κατά Pareto άριστη, ή αποτελεσματική ή πιο σύντομα λύση Pareto) αν και μόνο αν  $\mathbf{x}' \in \mathbf{S}$  και δεν υπάρχει άλλη λύση  $\mathbf{x} \in \mathbf{S}$  τέτοια ώστε  $f_i(\mathbf{x}) \geq f_i(\mathbf{x}')$  για κάθε  $i=1,2,\dots,p$  και  $f_i(\mathbf{x}) > f_i(\mathbf{x}')$  για τουλάχιστον ένα  $i$ .

Με απλά λόγια μια κατά Pareto άριστη λύση δεν είναι αντικειμενικά χειρότερη από καμία άλλη εφικτή λύση του προβλήματος. Επίσης, κάθε κατά Pareto άριστη λύση αντιστοιχεί σε ένα μη βελτιώσιμο διάνυσμα στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων, με την έννοια ότι δεν μπορούμε να βελτιώσουμε την τιμή μιας αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς να χειροτερεύσουμε τουλάχιστον μία από τις άλλες. Ο όρος κατά Pareto άριστη λύση χρησιμοποιείται επίσης για να εκφράσει και το αντίστοιχο διάνυσμα τιμών των κριτηρίων  $\mathbf{z}' = (f_1(\mathbf{x}'), \dots, f_p(\mathbf{x}'))$  στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων  $R^p$ . Όταν υπάρχει λύση  $\mathbf{x} \in \mathbf{S}$  τέτοια ώστε  $f_i(\mathbf{x}) \geq f_i(\mathbf{x}')$  για  $i = 1, 2, \dots, p$  με τουλάχιστον μία αυστηρή ανισότητα τότε η λύση  $\mathbf{x}$  υπερτερεί (dominates) της  $\mathbf{x}'$  και η  $\mathbf{x}'$  κυριαρχείται από την  $\mathbf{x}$ . Το σύνολο των κατά Pareto άριστων λύσεων ορίζεται ως το σύνολο Pareto (Pareto set). Όπως είναι κατανοητό, οι λύσεις που ενδιαφέρουν τον αποφασίζοντα στη διαδικασία εύρεσης της προτιμότερης λύσης είναι οι λύσεις που περιλαμβάνονται στο σύνολο Pareto.

Αντικειμενικός σκοπός της επίλυσης των προβλημάτων Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού είναι, αρχικά, ο προσδιορισμός των ικανών λύσεων και στη συνέχεια η υποστήριξη του αποφασίζοντα ώστε να επιλέξει εκείνη την ικανή λύση που εκφράζει καλύτερα τις προτιμήσεις του. Απαραίτητη προϋπόθεση για να είναι μία λύση ενός προβλήματος Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού αποδεκτή είναι να πρόκειται για ικανή λύση.

**Τελική ή σχετικά βέλτιστη λύση (final or best compromise solution):**

Η ικανή εκείνη λύση που τελικά επιλέγει από το σύνολο των ικανών λύσεων ο αποφασίζων, λέγεται τελική ή σχετικά βέλτιστη λύση. Ο όρος «σχετικά» σημαίνει ακριβώς ότι αποτελεί υποκειμενική επιλογή του αποφασίζοντα σε αντίθεση με τη βέλτιστη λύση σε ένα πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού που είναι αντικειμενικά προσδιοριζόμενη.

**Ικανή ακραία λύση (efficient extreme solution):**

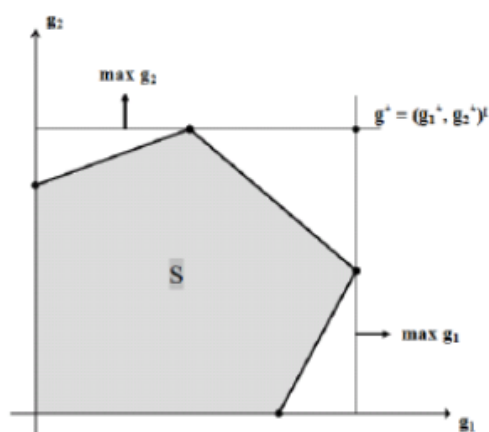
Μια ικανή λύση ενός προβλήματος Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού που αντιστοιχεί σε ένα ακραίο σημείο του εφικτού χωρίου του προβλήματος (κορυφή) λέγεται ικανή ακραία λύση.

**Διάνυσμα τιμών των κριτηρίων (criterion vector):**

Κάθε λύση  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  που ανήκει στο χώρο των μεταβλητών απόφασης  $R_n$  απεικονίζεται μέσω των αντικειμενικών συναρτήσεων στο χώρο των κριτηρίων  $R_p$  σ' ένα διάνυσμα (σημείο)  $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_p)$  όπου  $z_1 = \mathbf{c}_1\mathbf{x}$ ,  $z_2 = \mathbf{c}_2\mathbf{x}$  κλπ. Το διάνυσμα  $\mathbf{z}$  ορίζεται ως διάνυσμα τιμών των κριτηρίων.

**Ιδεώδες σημείο (ideal point):**

Ιδεώδες σημείο (ή ιδεώδες διάνυσμα, ideal vector) στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων  $R_p$ , ορίζεται το σημείο εκείνο που έχει ως συντεταγμένες τα άριστα των αντικειμενικών συναρτήσεων όπως αυτά προκύπτουν από τις μεμονωμένες αριστοποιήσεις. Φυσικά δεν πρόκειται για δυνατή λύση, αφού το σημείο  $g^*$  βρίσκεται έξω από το επιτρεπτό σύνολο τιμών  $g_i$ . (δεν υπάρχει εφικτή λύση που να αριστοποιεί συγχρόνως όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις). Συχνά αναφέρεται και ως σημείο ουτοπίας (utopia point). Το ιδεώδες σημείο χρησιμοποιείται συνήθως ως σημείο αναφοράς για να διερευνηθεί η προσέγγιση σε αυτό των ικανών λύσεων (σχήμα 3.1).



Πηγή: Σίσκος (1998)

**Σχήμα 3.1:** Χώρος κριτηρίων και ιδεώδης λύση

(ο γραμμοσκιασμένος χώρος είναι η απεικόνιση του συνόλου  $S$  των δυνατών λύσεων)

**Εναλλακτικές άριστες λύσεις (alternative optima):**

Όταν η άριστη τιμή  $z^*$  μιας αντικειμενικής συνάρτησης προκύπτει από διαφορετικές λύσεις  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ , ...  $x_k^*$  τότε λέμε ότι η συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση έχει  $k$  εναλλακτικές άριστες λύσεις

**Πίνακας πληρωμών ή πίνακας τιμών (payoff table):**

Μία βασική έννοια, αλλά και αναπαράσταση του ανταγωνισμού μεταξύ των πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων, είναι ο Πίνακας Πληρωμών ή Κερδών ('pay-offtable'). Συνίσταται στη βελτιστοποίηση καθεμιάς χωριστά αντικειμενικής συνάρτησης:  $g_i(x)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  και την αντικατάσταση της εκάστοτε βέλτιστης λύσης στις υπόλοιπες αντικειμενικές συναρτήσεις.

Τα στοιχεία των ενεργειών αυτών, μεταφέρονται σε έναν πίνακα, ο οποίος περιέχει σε κάθε γραμμή τη βελτιστοποίηση που πραγματοποιείται, τις τιμές της βέλτιστης λύσης πάνω σε όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις και τις τιμές των μεταβλητών απόφασης, εφόσον το πλήθος τους είναι μικρό, αλλιώς παραλείπονται (πίνακας 3.1).

Ο πίνακας πληρωμών παρέχει πολύ χρήσιμα στοιχεία, τόσο για την ποιότητα των λύσεων στις οποίες οδηγούν οι αντικειμενικές συναρτήσεις, όσο και

για το ανταγωνιστικό καθεστώς που υπάρχει ανάμεσα τους. Όσον αφορά αυτό το τελευταίο, αρκεί να παρατηρήσει κανείς μια-μια τις στήλες του τετραγωνικού πίνακα ( $g_{ij}$ ): οι συναρτήσεις  $g_j$  και  $g_k$  θεωρούνται ‘ανταγωνιστικές’ όταν οι διαφορές ( $g_{ij} - g_{ik}$ ) είναι συστηματικά υψηλές για διάφορους δείκτες συναρτήσεων  $i$ , ενώ θεωρούνται μη ανταγωνιστικές όταν οι διαφορές είναι μικρές. Στη διαγώνιο του πίνακα τιμών μπορούν να διαβαστούν οι συντεταγμένες του ιδεώδους σημείου. (Σίσκος 1998).

Τύπος λύσης	$g_1$	$g_2$	...	$g_i$	...	$g_n$	Αντιστοιχούσα λύση
$[\max] g_1(x)$	$g_{11}^*$ $g_{1n}$	$g_{12}$	...	$g_{1i}$	...		$x_1^1$ $x_2^1$ ... $x_n^1$
$[\max] g_2(x)$	$g_{21}$	$g_{22}^*$	...	$g_{2i}$	...		$x_1^2$ $x_2^2$ ... $x_n^2$
...	...						...
$[\max] g_i(x)$	$g_{i1}$	$g_{i2}$	...	$g_{ii}^*$	...		$x_1^i$ $x_2^i$ ... $x_n^i$
...	...						...
$[\max] g_n(x)$	$g_{n1}$	$g_{n2}$	...	$g_{ni}$	...	$g_n^*$	$x_1^n$ $x_2^n$ ... $x_n^n$

Πηγή: Σίσκος (1998)

Πίνακας 3.1: Πίνακας Πληρωμών

### 3.1.2.2 Η ΒΑΣΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Η εισαγωγή πολλών αντικειμενικών συναρτήσεων σε ένα πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού δημιουργεί το πρόβλημα της γραμμικής διανυσματικής μεγιστοποίησης (linear vector maximum problem). Με τον όρο μεγιστοποίηση εννοείται γενικότερα η αριστοποίηση αφού και η ελαχιστοποίηση μπορεί εύκολα να μετατραπεί σε μεγιστοποίηση με αλλαγή προσήμου. Η ανάλυση των προβλημάτων αυτών αποτελεί το αντικείμενο του Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού. Το πρόβλημα του Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού μαθηματικά ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 & \max \{c_1 \mathbf{x} = z_1\} \\
 & \max \{c_2 \mathbf{x} = z_2\} \\
 & \dots \dots \dots \\
 & \max \{c_p \mathbf{x} = z_p\} \\
 & \text{s.t. } \mathbf{x} \in S = \{\mathbf{x} \in R^n \mid \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \mathbf{b} \in R^m\}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

$S$ : το εφικτό χωρίο των περιορισμών

$n$ : ο αριθμός των μεταβλητών

$m$ : ο αριθμός των περιορισμών

$p$ : ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων

$c_i$ : το διάνυσμα γραμμής των συντελεστών της  $i$  αντικειμενικής συνάρτησης

$z_i$ : η τιμή της  $i$  αντικειμενικής συνάρτησης

$\mathbf{A}$ : η μήτρα ( $m \times n$ ) των τεχνολογικών συντελεστών

$\mathbf{b}$ : το διάνυσμα ( $m \times 1$ ) των σταθερών όρων (δεξί σκέλος περιορισμών)

$\mathbf{x}$ : το διάνυσμα ( $n \times 1$ ) των μεταβλητών απόφασης

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

Οι μεταβλητές απόφασης εκφράζουν τα μεγέθη εκείνα του προβλήματος για τα οποία πρέπει να υπολογιστούν οι τιμές τους. Τα ήδη γνωστά μεγέθη του προβλήματος (μήτρα  $A$ , διανύσματα  $b$  και  $c_i$ ) ονομάζονται και παράμετροι του προβλήματος. Οι αντικειμενικές συναρτήσεις είναι συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης, των οποίων επιδιώκεται η βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση). Οι περιορισμοί είναι οι διάφορες σχέσεις (ισότητες ή ανισότητες ' $\leq$ ' και ' $\geq$ ') που πρέπει να πληρούν οι μεταβλητές απόφασης σύμφωνα με το πρόβλημα και οριοθετούν το εφικτό χωρίο  $S$ . Με τον όρο λύση ενός προβλήματος Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού ή Γραμμικού Προγραμματισμού, εννοείται ο συνδυασμός των τιμών που λαμβάνουν οι μεταβλητές απόφασης. Αν η λύση αυτή ανήκει στο  $S$  (οι τιμές των μεταβλητών απόφασης ικανοποιούν τους περιορισμούς) τότε πρόκειται για εφικτή λύση του προβλήματος αλλιώς χαρακτηρίζεται ως μη εφικτή λύση. Οι παραπάνω ορισμοί εξηγούνται αναλυτικά παρακάτω :

- **ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ:** εκφράζουν ουσιαστικά τους αγνώστους του προβλήματος και είναι οι μεταβλητές που ελέγχει ο αποφασίζων, δηλαδή εκείνες των οποίων τις τιμές μπορεί να καθορίσει. Το σύνολο των μεταβλητών απόφασης αποτελεί ουσιαστικά το αντικείμενο της διαδικασίας λήψης απόφασης. Η διαδικασία αριστοποίησης αποσκοπεί στο να βρεθούν οι τιμές εκείνες για τις μεταβλητές απόφασης οι οποίες βελτιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση.
- **ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ:** αποτελεί τη μαθηματική σχέση των μεταβλητών απόφασης που εκφράζει το κριτήριο βελτιστοποίησης. Επιδιώκεται είτε η ελαχιστοποίηση είτε η μεγιστοποίησή της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Στα προβλήματα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού υπάρχουν περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις (κριτήρια απόφασης), γι αυτό και τα προβλήματα αυτά αναφέρονται και ως προβλήματα διανυσματικής βελτιστοποίησης (vector optimization).
- **ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ:** είναι οι μαθηματικές σχέσεις που καθορίζουν τις τιμές που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές απόφασης στη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Καθορίζουν δηλαδή το πεδίο ορισμού (εφικτό χωρίο) του προβλήματος. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι ισότητες ή ανισότητες.
- **ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ:** είναι τα εξωγενώς οριζόμενα (εκτός του ελέγχου του αποφασίζοντα) μεγέθη του προβλήματος. Πρόκειται ουσιαστικά για τους γνωστούς όρους του προβλήματος οι οποίοι έχουν σταθερή τιμή στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Συνήθως είναι συντελεστές των μεταβλητών απόφασης ή εκφράζουν ποσότητες απαραίτητες στη διαμόρφωση των περιορισμών (π.χ. την απαιτούμενη ζήτηση μιας δραστηριότητας).

Σε αντίθεση με το Γραμμικό Προγραμματισμό, όπου η διαδικασία επίλυσης επικεντρώνεται στην εξέταση του χώρου των μεταβλητών απόφασης  $R^n$ , στον Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό έχει ιδιαίτερη σημασία ο χώρος των αντικειμενικών συναρτήσεων  $R^p$ . Αυτό συμβαίνει διότι η διαδικασία επίλυσης στα προβλήματα του Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού αφορά την εξέταση των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων που προκύπτουν από κάθε λύση. Συνεπώς, είναι αρκετά βοηθητική η απεικόνιση του προβλήματος στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων  $R^p$  αντί του χώρου των μεταβλητών απόφασης  $R^n$ . Εξ'άλλου, το  $p$ , δηλαδή ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων, είναι συνήθως πολύ μικρότερο του  $n$  που εκφράζει το πλήθος των μεταβλητών απόφασης, κι έτσι η γραφική απεικόνιση της κατάστασης του προβλήματος είναι πιο εύκολη.

## 3.2 ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

### 3.2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όπως σημειώθηκε και πριν, με τον όρο λοιπόν επίλυση στα προβλήματα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού εννοείται η εύρεση εκείνης της ικανής (κατά Pareto άριστης) λύσης που ικανοποιεί περισσότερο τον αποφασίζοντα. Οι μέθοδοι Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού μπορούν να ταξινομηθούν ανάλογα με το στάδιο στο οποίο εμπλέκεται ο αποφασίζων στη διαδικασία λήψης απόφασης (Hwang and Masud, 1979). Αν δηλαδή εκφράζει :

1. τις προτιμήσεις του πριν την επίλυση (μέθοδοι a priori, π.χ. προγραμματισμός στόχων, goal programming),
2. κατά τη διάρκεια της επίλυσης (αλληλεπιδραστικές μέθοδοι, interactive methods)
3. μετά την επίλυση (μέθοδοι a posteriori, π.χ. μέθοδοι παραγωγής, generation methods).

Ακολουθεί μια σύντομη ιστορική αναδρομή και έπειτα παρατίθενται οι πιο σημαντικές μέθοδοι κάθε κατηγορίας.

### 3.2.2 ΣΥΝΤΟΜΗ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Ανέκαθεν, οι άνθρωποι συνειδητά ή υποσυνείδητα, συμπεριελάμβαναν πολλαπλά κριτήρια στη λήψη των διαφόρων αποφάσεων τους. Τα πρώτα όμως στοιχεία επιστημονικής αντιμετώπισης της Πολυκριτηριακής Λήψης Αποφάσεων εμφανίζονται στα μαθηματικά της οικονομικής επιστήμης στα τέλη του προηγούμενου αιώνα με τις εργασίες των Edgeworth το 1881 και Pareto 1906, οι οποίοι θέλοντας να ερμηνεύσουν τη συμπεριφορά των καταναλωτών πρώτοι διαπίστωσαν την αναγκαιότητα εύρεσης των «ικανών λύσεων» στα προβλήματα με περισσότερα του ενός κριτηρίου (Stadler, 1988).

Ο Pareto προχώρησε και στη δημιουργία ενός γενικευμένου κριτηρίου αριστοποίησης (orhelimity) από ένα σύνολο πρωτογενών μη συγκρίσιμων μεταξύ τους κριτηρίων. Πενήντα χρόνια αργότερα, κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου από τους von Neumann και Morgenstern γίνεται αναφορά στην «...ανάμιξη αντικρουόμενων προβλημάτων μεγιστοποίησης» κατά τη διατύπωση της *θεωρίας των παιγνίων* (game theory). Το 1951 ο Koopmans χρησιμοποιεί τον όρο της «αριστοποίησης κατά Pareto», και εισάγει την έννοια της ικανότητας των λύσεων σε πολυκριτηριακά προβλήματα στο θεμελιώδες έργο του για την ανάλυση των παραγωγικών δραστηριοτήτων. Την ίδια χρονιά οι Kuhn και Tucker διατυπώνουν το πρόβλημα της διανυσματικής μεγιστοποίησης μαζί με τις ικανές και αναγκαίες συνθήκες ύπαρξης ικανών λύσεων.

Στη συνέχεια, και για μιά περίπου δεκαετία δεν υπήρξε από τους επιχειρησιακούς ερευνητές αξιόλογη εκμετάλλευση του μαθηματικού υπόβαθρου

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

που είχε δημιουργηθεί στον πολυκριτηριακό προγραμματισμό. Το πιο αξιόλογο ίσως επίτευγμα της περιόδου αυτής ήταν η ανάπτυξη του *Προγραμματισμού Στόχων* (goal programming) από τους Charnes και Cooper το 1957 και το 1961. Μια προσπάθεια αναβίωσης του ενδιαφέροντος για τον πολυκριτηριακό προγραμματισμό από τους Miller και Starr το 1959 δεν έτυχε της ανάλογης συνέχειας, κυρίως λόγω του έντονου θαυμασμού και ενδιαφέροντος των επιχειρησιακών ερευνητών για την αξιοποίηση των δυνατοτήτων των υπολογιστών της εποχής στην επίλυση μονοκριτηριακών μοντέλων βελτιστοποίησης.

Στα μέσα της δεκαετίας του 1960 η θεωρία της διανυσματικής βελτιστοποίησης των Kuhn-Tucker γνώρισε μια σύντομη αναβίωση κυρίως από μηχανικούς, με πιο αξιόλογη συνεισφορά αυτήν του L. Zadeh, μετέπειτα πατέρα της θεωρίας των ασαφών συνόλων (fuzzy sets). Παράλληλα εμφανίζονται και οι πρώτες εργασίες για την Πολυκριτηριακή Ανάλυση με ίσως πιο καθοριστική την εργασία του H. Raiffa το 1969 για την πολυκριτηριακή θεωρία της χρησιμότητας (multiattribute utility theory). Στα τέλη της δεκαετίας του 1960 και στις αρχές της δεκαετίας του 1970 ο πολυκριτηριακός προγραμματισμός βγήκε οριστικά από την αφάνεια κυρίως με τις εργασίες των Geoffrion το 1968, Benayoun κ.ά. το 1969 (μέθοδος STEM) και την ανάπτυξη μεθόδων παραγωγής του συνόλου των ικανών λύσεων για προβλήματα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού από τους Philip (1972), Evans και Steuer (1973) και Zeleny (1974). Το 1972 έγινε μάλιστα στην Καλιφόρνια το πρώτο διεθνές συνέδριο για την Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων.

Κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1970 η Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων ήταν το ταχύτερα αναπτυσσόμενο και πλέον καινοτομικό πεδίο της Επιχειρησιακής Ερευνας. Τότε έκαναν και την εμφάνισή τους τα πρώτα βιβλία αφιερωμένα αποκλειστικά στην Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων και στον Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό. Μετά τα μέσα της δεκαετίας άρχισαν να εμφανίζονται και οι πρώτες εφαρμογές σε πραγματικά προβλήματα (White, 1990).

Τη δεκαετία του 1980 και του 1990 αυξήθηκαν κατακόρυφα οι διάφορες τεχνικές επίλυσης προβλημάτων Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού καθώς και η δυνατότητα αντιμετώπισης ιδιαίτερων χαρακτηριστικών, όπως η ύπαρξη ακεραίων μεταβλητών, ασαφών ή στοχαστικών παραμέτρων κλπ. Οι αυξημένες δυνατότητες των συγχρονων υπολογιστών έδωσαν την δυνατότητα να αξιοποιηθούν οι διάφορες μέθοδοι Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού σε πραγματικά προβλήματα μεσαίου και σχετικά μεγάλου μεγέθους που παλαιότερα ήταν αδύνατο λόγω των μεγάλων απαιτήσεων σε υπολογιστική ισχύ. Η πρόοδος στον τεχνολογικό τομέα βελτίωσε επίσης και τη δυνατότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ υπολογιστή – αποφασίζοντα ώστε ο τελευταίος να συμμετέχει ενεργά στη διαδικασία λήψης της τελικής απόφασης. Στο διάστημα 1987-1992 δημοσιεύθηκαν σε 153 περιοδικά διαφόρων επιστημονικών πεδίων 1216 άρθρα που αφορούσαν την Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων. Συνολικά έως το 1994 είχαν εκδοθεί 217 βιβλία που είχαν ως αντικείμενο την Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων καθώς και 31 τεύχη διαφόρων επιστημονικών περιοδικών, ειδικά αφιερωμένα στην Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων.



### 3.2.3 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΕΚΦΡΑΣΗ ΠΡΟΤΙΜΗΣΗΣ ΕΚ ΤΩΝ ΠΡΟΤΕΡΩΝ (a priori methods)

Στη κατηγορία αυτή ανήκουν οι μέθοδοι Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού στις οποίες ο αποφασίζων είναι σε θέση να συγκεκριμενοποιήσει απόλυτα τις προτιμήσεις του πριν τη διαδικασία επίλυσης. Παρακάτω αναλύονται οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες μέθοδοι αυτής της κατηγορίας:

#### Λεξικογραφική αριστοποίηση (lexicographic optimization):

Ο όρος αναφέρεται σε μια κατά στάδια αριστοποίηση προβλημάτων Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού. Στο πρώτο στάδιο αριστοποιείται η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση. Αν υπάρχουν εναλλακτικά άριστα αναζητείται μεταξύ αυτών αυτό που αριστοποιεί τη δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση (δεύτερο στάδιο). Με σταθερή δηλαδή την άριστη τιμή της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης επιδιώκεται η αριστοποίηση της δεύτερης.

Στη συνέχεια με σταθερές τις τιμές της πρώτης και της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης επιδιώκεται η βελτιστοποίηση της τρίτης κ.ο.κ. μέχρι την τελευταία αντικειμενική συνάρτηση. Το αποτέλεσμα της λεξικογραφικής αριστοποίησης για κάποια αντικειμενική συνάρτηση είναι η λύση εκείνη που αριστοποιεί τη συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση και παρουσιάζει τις καλύτερες δυνατές τιμές για τις υπόλοιπες αντικειμενικές συναρτήσεις με κάποια σειρά προτεραιότητας.

Πρέπει να σημειωθεί ότι αν δεν υπάρχουν εναλλακτικά άριστες λύσεις για μία αντικειμενική συνάρτηση τότε το αποτέλεσμα της λεξικογραφικής αριστοποίησης ταυτίζεται με αυτό της απλής αριστοποίησης. Ουσιαστικό ρόλο στη μέθοδο αυτή παίζει κυρίως η πρώτη στην ιεραρχία συνάρτηση, που σημαίνει ότι η μέθοδος υποβαθμίζει τον πολυκριτηριακό χαρακτήρα του προβλήματος.

#### Μέθοδος Ολικού Κριτηρίου:

Ως Μέθοδος Ολικού Κριτηρίου (Global criterion method) εννοείται κάθε μέθοδος, που αποσκοπεί στη σύνθεση των αντικειμενικών συναρτήσεων σε μία, μετατρέποντας τον Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό σε πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Η νέα συνάρτηση είναι μία συνάρτηση αξιών (value function):

$$u(x) = u [(g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x))]$$

Πέραν των τεχνικών δυσκολιών που ενδέχεται να θέσει το νέο πρόβλημα:

$$[\max] u(x) \quad \text{υπό τον περιορισμό } x \in S$$

Δεδομένου ότι η συνάρτηση αξιών μπορεί να είναι μη γραμμική, τίθεται και θέμα θεμιτότητας της συγκεκριμένης συνάρτησης ως μοντέλου ολικής προτίμησης

του αποφασίζοντος. Το τελευταίο πρόβλημα καθορισμού της συνάρτησης αξιών ενός αποφασίζοντος παραπέμπει στην πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας (multi-attribute utility theory). Στην απλή περίπτωση, όπου η συνάρτηση  $u(x)$  είναι γραμμική, έχουμε τον σταθμισμένο μέσο των κριτηρίων  $g_1, g_2, \dots, g_n$ :

$$u(x) = \sum_{i=1}^n p_i g_i(x)$$

όπου  $p_1, p_2, \dots, p_n$  είναι θετικοί συντελεστές βαρύτητας των οποίων η φυσική σημασία για τη συγκεκριμένη συνάρτηση δίνεται παρακάτω.

Ως μοντέλο ολικής προτίμησης ενός αποφασίζοντος η συνάρτηση αυτή οφείλει να σέβεται τις εξής σχέσεις:

$$u(x) > u(y) \leftrightarrow \text{η λύση } x \text{ προτιμάται της } y$$

$$u(x) = u(y) \leftrightarrow \text{η λύση } x \text{ κρίνεται ισοδύναμη της } y \text{ (3.1)}$$

Προκειμένου να γίνει κατανοητή η φυσική σημασία των συντελεστών βαρύτητας  $p_i, i=1, 2, \dots, n$  στο μοντέλο σταθμισμένου μέσου, θεωρείται πως υπάρχουν δύο υποθετικές λύσεις  $x$  και  $y$  με τις εξής τιμές στα κριτήρια:

$$x: g_1 \ g_2 \dots g_i \dots g_n$$

$$y: g_1 - \Delta \ g_2 \dots g_i + 1 \dots g_n$$

Οι τιμές των δύο λύσεων στα κριτήρια είναι παντού ίδιες εκτός από δύο κριτήρια, το κριτήριο  $g_i$  στο οποίο έχει κερδηθεί μία μονάδα από τη λύση  $y$  ως προς τη  $x$  και το κριτήριο  $g_1$  όπου έχει χαθεί ποσότητα  $\Delta$  από τη λύση  $y$ .

Υπό την υπόθεση ότι ο αποφασίζων, έχοντας τη λύση  $x$ , έχει παραχωρήσει  $\Delta$  μονάδες κριτηρίου  $g_1$  προκειμένου να κερδίσει μία μονάδα κριτηρίου  $g_i$ , δηλαδή είναι αδιάφορος ως προς τις προτιμήσεις μεταξύ των λύσεων  $x$  και  $y$  (η λύση  $x$  κρίνεται ισοδύναμη της  $y$ ). Σύμφωνα με τη σχέση 3.1:

$$u(x) = u(y) \leftrightarrow$$

$$p_1 g_1 + p_2 g_2 + \dots + p_i g_i + \dots + p_n g_n = p_1 (g_1 - \Delta) + p_2 g_2 + \dots + p_i (g_i + 1) + \dots + p_n g_n$$

από όπου προκύπτει τελικά:

$$\Delta = p_i / p_1, \forall i$$

Άρα, αν τεθεί  $p_1 = 1$  και η συνάρτηση παίξει το ρόλο της συνάρτησης αναφοράς, που αποζημιώνει τις υπόλοιπες ( $p_i = \Delta$ ), το βάρος μιας συνάρτησης είναι η ποσότητα, που παραχωρείται στη συνάρτηση αναφοράς για να κερδηθεί ακριβώς μια μονάδα στη συνάρτηση  $g_i$ . Συνεπώς, τα βάρη είναι συντελεστές αντιστάθμιση (trade off) μεταξύ των συναρτήσεων και της συνάρτησης αναφοράς.

Η συνάρτηση αξιών ενός αποφασίζοντος είναι γραμμική (σταθμισμένος μέσος) όταν για κάθε ζεύγος συναρτήσεων ( $g_1, g_i$ ),  $i=1, \dots, n$  συντελεστές

αντιστάθμισης (βάρη) είναι ανεξάρτητοι των τιμών, που παίρνουν οι υπόλοιπες συναρτήσεις στο χώρο συναρτήσεων και σταθεροί.

Υπό τους όρους του θεωρήματος αυτού, ο αναλυτής του προβλήματος μπορεί να δρομολογήσει ένα διάλογο με τον αποφασίζοντα, τόσο για τη θεμιτότητα του μοντέλου του σταθμισμένου μέσου, όσο και για την εκτίμηση των βαρών των αντικειμενικών συναρτήσεων. Είναι φανερό πόσο ισχυρές είναι οι υποθέσεις, που κρύβονται πίσω από το μοντέλο του σταθμισμένου μέσου, υποθέσεις που δημιουργούν σοβαρά πρακτικά προβλήματα στους αναλυτές, οι οποίοι πρέπει άμεσα ή έμμεσα να ελέγξουν και να προσδιορίσουν σταθερές παραχωρήσεις-βάρη μεταξύ οικονομικών κριτηρίων και κριτηρίων περιβαλλοντικών, κοινωνικών, γεωπολιτικών, κ.λπ. , προχωρώντας ουσιαστικά στην αντιστάθμισή τους. (Σίσκος 1998)

Με τον όρο αντιστάθμιση κριτηρίων εννοούμε, το κατά πόσο πρέπει να χειροτερεύσει ένα κριτήριο ώστε να βελτιωθεί κάποιο άλλο. Μεταξύ δύο ικανών λύσεων, ο συντελεστής αντιστάθμισης μας δείχνει πόσο πρέπει να θυσιάσουμε από ένα κριτήριο προκειμένου να κερδίσουμε σε κάποιο άλλο και να μεταβούμε από την μία ικανή λύση στην άλλη.

### **Σταθμισμένο Άθροισμα Αντικειμενικών Συναρτήσεων:**

Ο a priori καθορισμός σημαντικότητας κριτηρίων, μπορεί να αποδώσει σε κάθε κριτήριο (αντικειμενική συνάρτηση) έναν συντελεστή βαρύτητας εκφρασμένο με έναν πραγματικό αριθμό (συνήθως στο διάστημα  $[0, 1]$  και στη συνέχεια να συνθέσει τα επιμέρους κριτήρια σε ένα και μοναδικό καθολικό κριτήριο. Ο τρόπος σύνθεσης είναι συνήθως με τη δημιουργία του σταθμισμένου αθροίσματος των αντικειμενικών συναρτήσεων ώστε να μην καταστρέφεται και η γραμμικότητα του προβλήματος. Αποδεικνύεται ότι η άριστη λύση του προκύπτοντος προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού αποτελεί και ικανή λύση για το αρχικό πρόβλημα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού όταν όλοι οι συντελεστές βαρύτητας είναι διάφοροι του μηδενός (βλ. Steuer 1989).

Σημαντικό είναι να προηγηθεί η αναγωγή των αντικειμενικών συναρτήσεων στην ίδια κλίμακα (scaling), διαιρώντας τους συντελεστές τους με τον ανάλογο συντελεστή στάθμισης (scaling factor). Επειδή οι συντελεστές της μιας αντικειμενικής συνάρτησης μπορεί να διαφέρουν τάξεις μεγέθους από τους συντελεστές μιας άλλης, η αναγωγή στην ίδια κλίμακα είναι απαραίτητη, έτσι ώστε, το σταθμισμένο άθροισμα να αντιστοιχεί στις αρχικές εκτιμήσεις για τη σημαντικότητα των αντικειμενικών συναρτήσεων και να μην επηρεάζεται από τις μονάδες μέτρησης των αντικειμενικών συναρτήσεων. Ουσιαστικά, με την απόδοση συντελεστών βαρύτητας στα διάφορα κριτήρια ο αποφασίζων δημιουργεί μια συνάρτηση πολυκριτηριακής χρησιμότητας (Keeney and Raiffa, 1976).

### **Προγραμματισμός Στόχων-Goal Programming:**

Σύμφωνα με αυτή την τεχνική, καθορίζονται a priori οι τιμές-στόχοι των κριτηρίων. Ο Προγραμματισμός Στόχων πρωτοεμφανίστηκε με τις εργασίες των Charnes και Cooper το 1957 και το 1961 (Ignizio, 1982). Αποτελεί μία εναλλακτική εκδοχή του Γραμμικού Προγραμματισμού ώστε να συμπεριλαμβάνει περισσότερα του ενός κριτήρια. Στον Προγραμματισμό Στόχων επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση

των αποστάσεων διαφόρων αντικειμενικών συναρτήσεων από κάποιες προκαθορισμένες τιμές- στόχους. Η ενοποίηση των κριτηρίων σε μία αντικειμενική συνάρτηση γίνεται συνήθως μέσω του σταθμισμένου αθροίσματος των αποκλίσεων αυτών. Ο αποφασίζων μπορεί επίσης να θέσει προτεραιότητες στην επίτευξη των στόχων (preemptive goal programming) έτσι ώστε αφού προσεγγισθεί όσο είναι δυνατόν ο πρώτος στόχος να προχωρήσει στο δεύτερο στόχο κ.ο.κ.

Ο Προγραμματισμός Στόχων έγινε γρήγορα πολύ δημοφιλής επειδή αφ'ενός ενσωματώνει περισσότερα του ενός κριτήρια στη διαδικασία επίλυσης και αφ'ετέρου λόγω της ευκολίας στην κατανόηση και στην εφαρμογή του (χρησιμοποιεί λογισμικό συμβατικού Γραμμικού Προγραμματισμού). Οι περισσότερες εφαρμογές πολυκριτηριακής αριστοποίησης έχουν γίνει με Προγραμματισμό Στόχων, ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί ως μια ενδιάμεση κατάσταση μεταξύ Γραμμικού Προγραμματισμού και Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού.

Το βασικό μειονέκτημα του Προγραμματισμού Στόχων σε σχέση με τον Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό είναι η ανάγκη καθορισμού συγκεκριμένων τιμών-στόχων για τις αντικειμενικές συναρτήσεις με βάση τις οποίες υπολογίζονται οι «άριστες» λύσεις, που μπορεί τελικά να μην είναι ικανές λύσεις. Το πλεονέκτημα των τεχνικών αυτής της κατηγορίας είναι ότι η διαδικασία επίλυσης είναι απλή και γρήγορη καθώς καταλήγει σε ένα πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού, για την επίλυση του οποίου, υπάρχει άφθονο διαθέσιμο λογισμικό. Η έντονη κριτική που δέχονται όμως υποστηρίζει ότι είναι αδύνατο για τον αποφασίζοντα να εκφράσει εξ'αρχής τις πραγματικές του προτιμήσεις για την σημαντικότητα ή τις τιμές στόχους των κριτηρίων με ένα τόσο συγκεκριμένο τρόπο. Γι' αυτό το λόγο οι μέθοδοι αυτές δεν χρησιμοποιούνται μεμονωμένα, αλλά συνήθως αποτελούν κομμάτι μιας επαναληπτικής διαδικασίας επίλυσης όπου ο αποφασίζων αποκτά σταδιακά μεγαλύτερη επίγνωση των προτιμήσεων του.

### **3.2.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΕΚΦΡΑΣΗ ΠΡΟΤΙΜΗΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ (interactive methods)**

Οι μέθοδοι που ανήκουν στην κατηγορία αυτή ονομάζονται αλληλεπιδραστικές (interactive methods) λόγω της άμεσης εμπλοκής και καθοδήγησης του αποφασίζοντα στη διαδικασία επίλυσης. Οι αλληλεπιδραστικές μέθοδοι χαρακτηρίζονται από φάσεις διαλόγου με τον αποφασίζοντα που εναλλάσσονται με φάσεις υπολογισμών από το πρόγραμμα. Είναι επαναληπτικές διαδικασίες όπου η αλληλεπίδραση μεταξύ αποφασίζοντα και μεθόδου συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο σύγκλισης και να βρεθεί η τελική λύση. Η κεντρική ιδέα είναι η εξής: Σε κάθε επανάληψη μία ή περισσότερες λύσεις παρουσιάζονται στον αποφασίζοντα. Ο αποφασίζων, επιλέγοντας κάποια λύση, παρέχει εμμέσως πληροφορίες για την προτίμησή του και ανάλογα διαμορφώνεται η επόμενη επανάληψη. Ουσιαστικά δηλαδή ο αποφασίζων κατευθύνει τη διαδικασία επίλυσης έως ότου βρεθεί η τελική λύση.

Οι αλληλεπιδραστικές μέθοδοι είναι ιδιαίτερα διαδεδομένες για τρεις κυρίως λόγους. Πρώτον, διότι δεν χρειάζονται κάποιο ιδιαίτερο λογισμικό, αφού

χρησιμοποιούν κυρίως ρουτίνες Γραμμικού Προγραμματισμού για να πραγματοποιούν τις απαραίτητες ενδιάμεσες (τοπικές) βελτιστοποιήσεις. Δεύτερον, επειδή δεν χρειάζεται να παράγουν το σύνολο των ικανών λύσεων - αλλά απλώς αντιπροσωπευτικά δείγματα ικανών λύσεων σε κάθε επανάληψη - μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση μεγάλων προβλημάτων. Και τέλος, τρίτον, επειδή λόγω του επαναληπτικού τους χαρακτήρα, επιτρέπουν στον αποφασίζοντα να εξερευνήσει βαθύτερα το πρόβλημα και να συνειδητοποιήσει καλύτερα τις προτιμήσεις του.

Από το 1970 ως σήμερα έχουν αναπτυχθεί αρκετές αλληλεπιδραστικές μέθοδοι για Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό. Οι μέθοδοι αυτές διαφέρουν μεταξύ τους κυρίως ως προς τη μορφή του προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού που επιλύουν για να προσδιορίσουν τις αντιπροσωπευτικές ικανές λύσεις σε κάθε επανάληψη και ως προς τον τύπο της πληροφορίας που απαιτείται από τον αποφασίζοντα. Οι περισσότερες αλληλεπιδραστικές μέθοδοι, ανάλογα με τον τρόπο σύγκλισής τους, χαρακτηρίζονται ως μέθοδοι συρρικνούμενου εφικτού χωρίου (reduced feasible region), μέθοδοι συρρικνούμενου χώρου συντελεστών στάθμισης (reduced weighting vector space) και ως μέθοδοι αναζήτησης της διεύθυνσης μέγιστης βελτίωσης (direction or line search methods) (Steuer 1989, pp 361). Οι αλληλεπιδραστικές μέθοδοι που χρησιμοποιούν κάποιο σημείο αναφοράς (reference point) στο χώρο  $R^p$  - το οποίο μπορεί να είναι είτε ένα προσδοκώμενο σημείο (aspiration point) είτε το ιδεώδες σημείο - για να προσδιορίσουν τις δειγματικές ικανές λύσεις σε κάθε επανάληψη χαρακτηρίζονται ως μέθοδοι σημείου αναφοράς (reference point methods). Στη συνέχεια περιγράφονται με χρονολογική σειρά μερικές από τις βασικότερες αλληλεπιδραστικές μεθόδους.

### **Η μέθοδος STEM (Step Method):**

Ανακαλύφθηκε από τους Benayoun, de Montgolfier, Tergny και Laritchev το 1971 (Benayoun et al, 1971) και ήταν η πρώτη αλληλεπιδραστική μέθοδος Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού που προτάθηκε. Αν και αρχικά σχεδιάστηκε για προβλήματα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού η μέθοδος STEM μπορεί να εφαρμοσθεί και σε μη-γραμμικά πολυκριτηριακά προβλήματα ή σε προβλήματα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού με ακέραιες μεταβλητές. Πρόκειται για μία μέθοδο συρρικνούμενου εφικτού χωρίου, όπου δηλαδή, σε κάθε επανάληψη, το εφικτό χωρίο του προβλήματος συρρικνώνεται λόγω της εισαγωγής νέων περιορισμών που αφορούν τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Σε κάθε επανάληψη η προτεινόμενη λύση προσδιορίζεται από την επίλυση ενός min-max προβλήματος για την εύρεση της πλησιέστερης στο ιδεώδες διάνυσμα λύσης, μέσω της σταθμισμένης απόστασης Tchebycheff. Οι συντελεστές στάθμισης προκύπτουν έπειτα από κανονικοποίηση των συντελεστών των αντικειμενικών συναρτήσεων και ανάλογα με το εύρος τιμών τους στο αρχικό εφικτό χωρίο όπως αυτά προκύπτουν από τον πίνακα τιμών (payoff table) του προβλήματος. Εξετάζοντας την προτεινόμενη λύση ο αποφασίζων ορίζει ποιές αντικειμενικές συναρτήσεις μπορούν να «χαλαρώσουν» και ποιά είναι η μέγιστη επιτρεπτή ποσότητα που μπορεί να θυσιασθεί, προκειμένου να βελτιωθεί η τιμή των υπολοίπων κριτηρίων. Έτσι διαμορφώνεται το νέο εφικτό χωρίο για την

επόμενη επανάληψη στην οποία συμμετέχουν οι αντικειμενικές συναρτήσεις που πρέπει να βελτιωθούν. Η επαναληπτική διαδικασία σταματά όταν ο αποφασίζων είναι ικανοποιημένος από τα επίπεδα των τιμών των κριτηρίων της προτεινόμενης λύσης ή όταν δεν είναι σε θέση να θυσιάσει τις επιδόσεις ούτε ενός κριτηρίου προκειμένου να πετύχει καλύτερες επιδόσεις σε κάποια άλλα.

Η μέθοδος STEM, μετά την κατασκευή του πίνακα τιμών του προβλήματος, πραγματοποιεί την επίλυση ενός προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού σε κάθε επανάληψη. Σχεδιάστηκε έτσι ώστε να χρησιμοποιεί συμβατικό λογισμικό για μονοκριτηριακή αριστοποίηση. Συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για μη-γραμμικά προβλήματα ή προβλήματα με διακριτές μεταβλητές ανάλογα με το λογισμικό που είναι διαθέσιμο. Στα προβλήματα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού μπορεί να καταλήξει και σε μη ακραίες ικανές λύσεις, υπάρχει όμως περίπτωση η τελική λύση να μην ανήκει στο σύνολο των ικανών λύσεων (Steuer 1989, σελ. 365). Επιπλέον ο προσδιορισμός του εύρους των αντικειμενικών συναρτήσεων μέσω του πίνακα τιμών δεν είναι αξιόπιστος, διότι η χειρότερη τιμή που εμφανίζεται για κάποιο κριτήριο, μεταξύ των ικανών λύσεων, τις περισσότερες φορές δεν ταυτίζεται με αυτήν που δίνεται από τον πίνακα τιμών (Isserman and Steuer, 1987, Reeves and Reid, 1988).

#### **Η μέθοδος GDF (από τα αρχικά των δημιουργών της Geoffrion, Dyer, Feinberg):**

Παρουσιάστηκε το 1972 (Geoffrion et al, 1972) και πρόκειται για μία μέθοδο γραμμικής αναζήτησης (line search) της βέλτιστης λύσης. Σε κάθε επανάληψη λύνεται ένα μονοκριτηριακό πρόβλημα αριστοποίησης προκειμένου να βρεθεί η διεύθυνση μέγιστης βελτίωσης μιας συνάρτησης χρησιμότητας. Στην προκειμένη περίπτωση χρησιμοποιείται από τους δημιουργούς της μεθόδου ο αλγόριθμος Frank-Wolfe και όχι η πιο διαδεδομένη μέθοδος των απότομων κλίσεων (steepest descent).

Η συνάρτηση χρησιμότητας δεν είναι ρητά γνωστή αλλά εκφράζεται με μία τοπική προσέγγισή της που αποτελείται από σύνθεση των επιμέρους αντικειμενικών συναρτήσεων. Η σύνθεση αυτή χρησιμοποιεί ως συντελεστές στάθμισης τις τοπικές κλίσεις των αντικειμενικών συναρτήσεων (local gradients) σε συνδυασμό με τα υποκειμενικά βάρη που αποδίδει ο αποφασίζων στη σημαντικότητα των αντικειμενικών συναρτήσεων. Ο αποφασίζων δεν είναι ανάγκη να προσδιορίσει ρητά τα βάρη των κριτηρίων, αλλά μπορούν να προκύψουν εμμέσως από τη σύγκριση ανά δύο, διαφόρων δοκιμαστικών λύσεων της περιοχής. Από τους συντελεστές αντιστάθμισης (trade offs) που προκύπτουν εξάγονται και τα αντίστοιχα τοπικά βάρη των αντικειμενικών συναρτήσεων. Στη συνέχεια επιχειρεί να εντοπίσει κατά μήκος της διεύθυνσης μέγιστης βελτίωσης το βέλτιστο βήμα (line search), δηλαδή το σημείο εκείνο με τη μεγαλύτερη αποδοχή. Αυτό γίνεται πραγματοποιώντας μια απλή βηματική αναζήτηση (grid search) ως εξής: η διεύθυνση μέγιστης βελτίωσης χωρίζεται σε ίσα τμήματα μέσω συγκεκριμένου αριθμού πλεγματικών σημείων και ο αποφασίζων καλείται να επιλέξει ένα απ' αυτά εξετάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των κριτηρίων. Το σημείο που βρέθηκε χρησιμοποιείται ως αρχικό σημείο για μία νέα επανάληψη της μεθόδου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται, ώσπου να μείνει ικανοποιημένος ο αποφασίζων από την τελική λύση.

Η μέθοδος GDF μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε μη γραμμικά προβλήματα αφού επιλύει ένα μονοκριτηριακό πρόβλημα αριστοποίησης ανά επανάληψη. Οι πληροφορίες που απαιτεί είναι υπό τη μορφή σύγκρισης διανυσμάτων και χρειάζεται συχνή αλληλεπίδραση με τον αποφασίζοντα. Είναι δυνατόν, ορισμένες δοκιμαστικές λύσεις, που παρουσιάζονται στον αποφασίζοντα για να επιλέξει την προτιμότερη, να μην αποτελούν ικανές λύσεις, με κίνδυνο η τελική λύση να μην ανήκει στο σύνολο των ικανών λύσεων.

### **Η μέθοδος των Zionts-Wallenius:**

Πρωτοπαρουσιάστηκε το 1976 (Ziont and Wallenius, 1976) και μια νεότερη έκδοση της παρουσιάστηκε το 1983 (Ziont and Wallenius, 1983). Αποτελεί μία μέθοδο συρρικνούμενου χώρου των συντελεστών στάθμισης. Ξεκινά από μία ικανή λύση που προκύπτει από το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων με κάποιους αρχικούς συντελεστές στάθμισης  $\lambda_i$ . Στη συνέχεια ρωτάται ο αποφασίζων για το αν προτιμά την τρέχουσα λύση ή κάποια από τις γειτονικές της. Ανάλογα με την απάντηση διαμορφώνονται ορισμένοι περιορισμοί ως προς τα  $\lambda_i$ . Οι περιορισμοί αυτοί συρρικνώνουν τον χώρο από τον οποίο παίρνουν τιμές οι συντελεστές στάθμισης  $\lambda_i$  για την επόμενη επανάληψη. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται ως την τελική σύγκλιση που προκύπτει όταν έχει συρρικνωθεί αρκετά ο χώρος των συντελεστών στάθμισης ώστε να καταλήγει σε μία ακραία ικανή λύση.

Η μέθοδος Zionts-Wallenius αν και σχετικά πολύπλοκη, είναι αρκετά αποτελεσματική στο να μειώνει εξ'αρχής το χώρο των συντελεστών. Προσδιορίζει αποκλειστικά ακραίες ικανές λύσεις και όχι μη ακραίες ικανές λύσεις. Αν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας προκύψουν ασυνέπειες ως προς τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα παρέχει τη δυνατότητα αναθεώρησης των εκτιμήσεων του.

### **Η μέθοδος Interval Criterion Weights:**

Παρουσιάστηκε από τον Steuer το 1977 (Steuer, 1977). Είναι κι αυτή μια μέθοδος συρρικνούμενου χώρου συντελεστών στάθμισης. Σε κάθε επανάληψη παρουσιάζονται στον αποφασίζοντα δείγματα ικανών λύσεων. Οι λύσεις αυτές προέρχονται από το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων. Κατά την  $k$ -οστή επανάληψη, οι συντελεστές στάθμισης παίρνουν τιμές από το χώρο  $\Lambda(k)$ . Οι συντελεστές στάθμισης είναι συγκεκριμένοι για κάθε χώρο  $\Lambda(k)$ , κι επιλέγονται έτσι ώστε να καλύπτουν όσο το δυνατό πληρέστερα το συγκεκριμένο χώρο. Η αλληλεπίδραση γίνεται με την εξέταση των δειγμάτων των ικανών λύσεων από τις οποίες ο αποφασίζων καλείται να επιλέξει την προτιμότερη. Στη συνέχεια, γύρω από το διάνυσμα των  $\lambda_i$  που αντιστοιχεί στην επιλεγθείσα λύση, εστιάζεται ο νέος χώρος των συντελεστών στάθμισης κι επαναλαμβάνεται η διαδικασία. Μετά από κάποιο προκαθορισμένο αριθμό επαναλήψεων ο χώρος των συντελεστών στάθμισης έχει συρρικνωθεί αρκετά, έτσι ώστε να είναι εφικτή η παραγωγή των αντίστοιχων ικανών ακραίων λύσεων. Από τις λύσεις αυτές ο αποφασίζων επιλέγει και την τελική λύση.

Στη μέθοδο αυτή ο αριθμός των επαναλήψεων καθώς και ο αριθμός των δειγματικών λύσεων που παρουσιάζονται στον αποφασίζοντα καθορίζεται εξ'αρχής. Αξιοσημείωτο είναι ότι στο τελευταίο της στάδιο, χρειάζεται κάποιο

λογισμικό παραγωγής των ικανών ακραίων λύσεων για προβλήματα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού. Δεν αρκεί δηλαδή, όπως στις προηγούμενες μεθόδους, απλώς κάποιος επιλύτης Γραμμικού Προγραμματισμού, πράγμα που δυσκολεύει κάπως την εφαρμογή της μεθόδου.

### **Η μέθοδος Interactive weighted Tchebycheff:**

Οι Steuer και Choo την παρουσίασαν το 1983 (Steuer and Choo, 1983). Έχει κοινά χαρακτηριστικά με τη μέθοδο Interactive weighted sums/filtering approach τουλάχιστον σε ότι αφορά την τυχαία, αντιπροσωπευτική διαλογή των συντελεστών στάθμισης, το φιλτράρισμα των αντίστοιχων διανυσμάτων και τον τρόπο συρρίκνωσης του χώρου των συντελεστών στάθμισης από επανάληψη σε επανάληψη. Εκεί που διαφέρει είναι στο ότι προσδιορίζει τις ικανές λύσεις ελαχιστοποιώντας τη σταθμισμένη απόσταση Tchebycheff από το ιδεώδες σημείο του προβλήματος. Έτσι μπορεί να προσδιορίζει και μη ακραίες ικανές λύσεις καθώς επίσης να χρησιμοποιηθεί και για μη γραμμικά προβλήματα ή προβλήματα με ακέραιες μεταβλητές.

### **Μέθοδος Επιπέδων Ικανοποίησης (Satisfactory Levels) :**

Η μέθοδος των επιπέδων ικανοποίησης (Satisfactory levels) βασίζεται σε μια διαδραστική μέθοδο υποστήριξης αποφάσεων. Ο αποφασίζων καλείται να θέσει τα ελάχιστα επίπεδα αποδοχής για όλα τα κριτήρια, καθορίζοντας ταυτόχρονα το κριτήριο του οποίου το επίπεδο είναι το λιγότερο ικανοποιητικό και επομένως απαιτείται άμεση βελτίωση. Η μέθοδος είναι επαναληπτική και οδηγεί σε σταδιακή βελτίωση των τιμών κριτηρίων, σε μια λύση που να ικανοποιεί τον αποφασίζοντα. Σε κάθε στάδιο της μεθόδου, ο αποφασίζων επανακαθορίζει τα επίπεδα, με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα και το βαθμό ικανοποίησής του.

Ακόμα, αξίζει να αναφέρουμε κάποιες σημαντικές διαδραστικές μεθόδους:

1. Interactive weighted sums/filtering approach
2. Η μέθοδος Interactive Surrogate Worth Tradeoff
3. Η μέθοδος Achievement scalarizing function
4. Οι μέθοδοι VIG (Korhonen and Laakso, 1986) και Pareto Race (Korhonen and Wallenius, 1988)
5. Η μέθοδος TRIMAP



### 3.2.5 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΕΚΦΡΑΣΗ ΠΡΟΤΙΜΗΣΗΣ ΕΚ ΤΩΝ ΥΣΤΕΡΩΝ (a posteriori methods)

Οι a posteriori μέθοδοι είναι οι λιγότερο δημοφιλείς εξαιτίας της υπολογιστικής προσπάθειας που απαιτούν (ο υπολογισμός των αποτελεσματικών λύσεων είναι συνήθως μια χρονοβόρα διαδικασία), καθώς και της έλλειψης ευρέως διαθέσιμου λογισμικού. Μάλιστα, για μεγάλα προβλήματα με εκατοντάδες περιορισμούς και μεταβλητές απόφασης ο αριθμός των ικανών λύσεων είναι τόσο μεγάλος που ο υπολογισμός τους καθίσταται υπολογιστικά ανέφικτος. Με την εξέλιξη όμως της ταχύτητας και της χωρητικότητας των συγχρονων υπολογιστών όλο και μεγαλύτερα προβλήματα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού μπορούν να επιλυθούν (Evans, 1984).

Η διαδικασία λύσης διαιρείται σε δύο φάσεις: Αρχικά, στην παραγωγή των αποδοτικών λύσεων και στη συνέχεια η συμμετοχή του αποφασίζοντος όταν όλες οι πληροφορίες είναι έτοιμες για επεξεργασία. Ως εκ τούτου πλεονεκτούν, όταν ο αποφασίζων δεν είναι σχεδόν ποτέ διαθέσιμος και η αλληλεπίδραση μαζί του είναι δύσκολη, επειδή δραστηριοποιείται μόνο στο δεύτερο στάδιο, γνωρίζοντας όλες τις πιθανές εναλλακτικές (τις αποτελεσματικές λύσεις του Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού). Εκτός αυτού, το γεγονός ότι καμία από τις πιθανές λύσεις δεν έχει μείνει άνευ επεξεργασίας, ενισχύει την εμπιστοσύνη του ιθύνοντος σχετικά με την τελική του απόφαση.

Οι μέθοδοι παραγωγής μπορούν να χωρισθούν σε δύο κατηγορίες: αυτές που παράγουν το σύνολο των ακραίων ικανών λύσεων και αυτές που προχωρούν λίγο παραπέρα, παράγοντας και τις ενδιάμεσες (μη ακραίες) ικανές λύσεις, που βρίσκονται στο εσωτερικό των εδρών ή των ακμών του ικανού συνόρου. Προαπαιτούμενο βέβαια για την παραγωγή του συνόλου των ικανών λύσεων (ακραίων και ενδιάμεσων) είναι η παραγωγή του συνόλου των ακραίων ικανών λύσεων. Συνήθως η τελική λύση αναζητείται από τις ακραίες ικανές λύσεις οι οποίες αρκούν για τη διαδικασία λήψης απόφασης (Breslawski and Zionts, 1992). Υπάρχει όμως η δυνατότητα από την προτιμότερη ικανή ακραία λύση και τις γειτονικές της ακραίες ικανές λύσεις να προκύψουν και οι ενδιάμεσες ικανές λύσεις τις οποίες μπορεί επίσης να εξετάσει ο αποφασίζων.

#### Η μέθοδος των συντελεστών στάθμισης:

Η πρώτη και περισσότερη απλή διαδικασία παραγωγής των ακραίων ικανών λύσεων είναι μέσω του σταθμισμένου αθροίσματος των αντικειμενικών συναρτήσεων και ονομάζεται **μέθοδος των συντελεστών στάθμισης** (weighting method). Με τη συστηματική παραμετρική μεταβολή των συντελεστών στάθμισης  $\lambda_i$  και την επίλυση του αντίστοιχου προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού, επιτυγχάνεται η «σάρωση» του συνόλου των ακραίων ικανών λύσεων. Η μέθοδος αυτή είναι σχετικά απλή χωρίς ιδιαίτερες απαιτήσεις σε λογισμικό (αρκεί ένας επιλύτης Γραμμικού Προγραμματισμού). Η συστηματική όμως εξέταση των συνδυασμών των συντελεστών στάθμισης  $\lambda_i$ , για προβλήματα με περισσότερες από δύο αντικειμενικές συναρτήσεις είναι χρονοβόρα.

**Η μέθοδος NISE (Non Inferion Set Estimation):**

Αναπτύχθηκε από τον Cohon (1978) και είναι μια μέθοδος που υπολογίζει προσεγγιστικά το σύνολο των ικανών λύσεων με ρυθμιζόμενο βαθμό προσέγγισης. Το μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι εφαρμόζεται κυρίως σε προβλήματα με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Με τη μέθοδο των συντελεστών στάθμισης, βρίσκει δύο σημεία του ικανού συνόρου και κατασκευάζει το ευθύγραμμο τμήμα που τα ενώνει. Στη συνέχεια υπολογίζει την απόσταση του τμήματος αυτού από το ικανό σύνολο. Αν η απόσταση αυτή ξεπερνά το προκαθορισμένο μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα προσέγγισης. (maximum allowable error), η διαδικασία επαναλαμβάνεται με ένα νέο σημείο του ικανού συνόρου (μεταξύ των δύο προηγούμενων) και τα αντίστοιχα ευθύγραμμα τμήματα που το ενώνουν με τα δύο εκατέρωθεν ικανά σημεία. Η διαδικασία τερματίζεται όταν η απόσταση όλων των δημιουργηθέντων ευθυγράμμων τμημάτων από το ικανό σύνολο είναι μικρότερη από το μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα προσέγγισης. Όσο μικρότερο είναι το καθοριζόμενο μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα προσέγγισης τόσο μεγαλύτερη είναι η ακρίβεια προσέγγισης του ικανού συνόρου με τη μέθοδο NISE.

**Πρόβλημα Min-Max**

Στον Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό με τον όρο min-max πρόβλημα εννοείται το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης της μέγιστης απόκλισης από κάποιο σημείο-στόχο. Στον Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό το σημείο-στόχος ανήκει στον χώρο των  $p$  διαστάσεων ( $R^p$ , όπου  $p$  ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων). Η ελαχιστοποίηση της μέγιστης απόκλισης από το σημείο-στόχο, σημαίνει την εύρεση της εφικτής λύσης που αντιστοιχεί στο σημείο εκείνο του  $R^p$ , του οποίου η μεγαλύτερη απόκλιση (ως προς τις  $p$  διαστάσεις) από το σημείο-στόχο αποκτά την ελάχιστη τιμή της. Το σημείο-στόχος μπορεί να είναι το ιδεώδες σημείο του προβλήματος Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού. (Μαυρωτάς 2000).

**Οικογένεια  $L_p$  αποστάσεων (Family of  $L_p$ -metrics):**

Για να εξαχθούν συμπεράσματα για το πόσο απέχουν μεταξύ τους οι διάφορες λύσεις στο χώρο  $R^k$  των αντικειμενικών συναρτήσεων, πρέπει να ορισθούν οι αποστάσεις μεταξύ σημείων (διανυσμάτων) στο χώρο  $R^k$ . Αυτό γίνεται μέσω των  $L_p$  αποστάσεων.

**Μέθοδος των Περιορισμών ( $\epsilon$ -constraint method)**

Μία δεύτερη μέθοδος παραγωγής των ικανών λύσεων είναι η **μέθοδος των περιορισμών** ( $\epsilon$ -constraint method). Κατά τη μέθοδο αυτή επιλέγεται μία αντικειμενική συνάρτηση και οι υπόλοιπες μετατρέπονται σε περιορισμούς του προβλήματος, ανάλογα με την κατεύθυνση της αριστοποίησής τους. Αν δηλαδή μία αντικειμενική συνάρτηση είναι προς μεγιστοποίηση, τότε μετατρέπεται σε περιορισμό «μεγαλύτερο ή ίσο», ενώ αν πρόκειται να ελαχιστοποιηθεί μετατρέπεται σε περιορισμό «μικρότερο ή ίσο». Η άριστη λύση του προκύπτοντος προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού αποτελεί ικανή λύση, μόνο εάν όλοι οι

περιορισμοί που προκύπτουν από τις υπόλοιπες αντικειμενικές συναρτήσεις ικανοποιούνται ως ισότητες (binding constraints). Εάν δε συμβαίνει αυτό και υπάρχουν εναλλακτικά άριστα, τότε η άριστη λύση που θα βρεθεί μπορεί να μην αποτελεί ικανή λύση του προβλήματος Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού. Μεταβάλλοντας συστηματικά το δεξί σέλος των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων «σαρώνεται» το σύνολο των ικανών λύσεων.

Πρέπει να σημειωθεί ότι λαμβάνονται και ικανές λύσεις που είναι μη-ακραίες ως προς το αρχικό πρόβλημα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού. Ο πίνακας πληρωμών του προβλήματος Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στον καθορισμό της συστηματικής μεταβολής του δεξιού σέλους των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων. Ο καθορισμός αυτός του δεξιού σέλους, μπορεί να γίνει και αντικείμενο αλληλεπιδραστικής διαδικασίας με τον αποφασίζοντα (Chankong and Haimes, 1983). Για την παραγωγή του συνόλου των ικανών λύσεων το βήμα της συστηματικής μεταβολής του δεξιού σέλους των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων πρέπει να είναι αρκετά μικρό. Όσο μεγαλύτερο είναι το βήμα της συστηματικής μεταβολής του δεξιού σέλους των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων τόσο συντομότερη είναι η διαδικασία αλλά είναι και «αραιότερο» το αντιπροσωπευτικό υποσύνολο των ικανών λύσεων. Συμπερασματικά, για προβλήματα με περισσότερες από δύο αντικειμενικές συναρτήσεις η παραγωγή του συνόλου των ικανών λύσεων μέσω της μεθόδου των περιορισμών είναι δυσεφάρμοστη.

### **Η Μέθοδος AUGMECON (Augmented $\epsilon$ -constraint method)**

#### **A. Λεξικογραφική Βελτιστοποίηση του Πίνακα Πληρωμών**

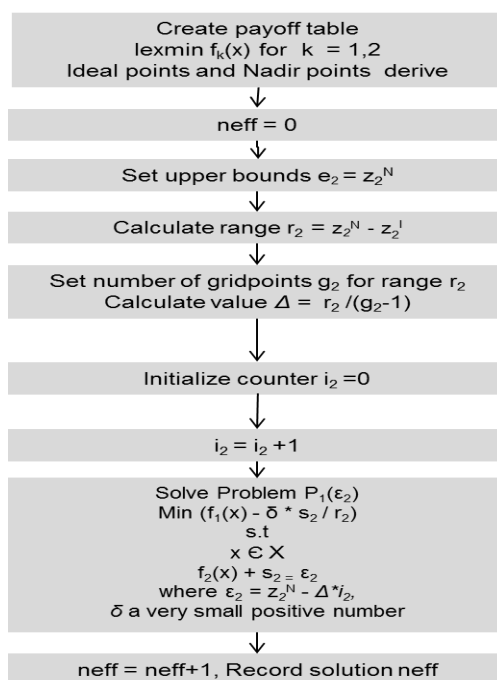
Για να μπορέσει να εφαρμοσθεί η μέθοδος των περιορισμών θα πρέπει να γνωρίζουμε το εύρος της κάθε αντικειμενικής συνάρτησης, τουλάχιστον για τις  $p-1$  αντικειμενικές συναρτήσεις οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν ως περιορισμοί. Ο υπολογισμός του εύρους των αντικειμενικών συναρτήσεων στο σύνολο του εφικτού πεδίου τιμών δεν είναι κάτι τετριμμένο. Ενώ η καλύτερη τιμή είναι εύκολο να βρεθεί μέσα από ατομική βελτιστοποίηση η χειρότερη τιμή δεν είναι. Η πιο κοινή προσέγγιση είναι να υπολογισθούν τα εύρη από τον πίνακα πληρωμών (ο πίνακας με τα αποτελέσματα από την ανεξάρτητη βελτιστοποίηση των  $p$  αντικειμενικών συναρτήσεων). Η χειρότερη τιμή συνήθως προσεγγίζεται από το ελάχιστο της αντίστοιχης στήλης. Παρόλα αυτά, ακόμα και σε αυτή την περίπτωση, πρέπει να ήμαστε σίγουροι ότι οι λύσεις της ανεξάρτητης βελτιστοποίησης είναι όντως κατά Pareto βέλτιστες (ή ικανές) λύσεις. Παρουσία εναλλακτικών βέλτιστων η λύση που παράγεται από ένα εμπορικό λογισμικό δεν είναι εγγυημένα μια κατά Pareto βέλτιστη λύση. Για να ξεπεράσουμε αυτή την ασάφεια, προτείνεται η λεξικογραφική βελτιστοποίηση για κάθε αντικειμενική συνάρτηση έτσι ώστε να κατασκευαστεί ο πίνακας πληρωμών με μόνο κατά Pareto βέλτιστες λύσεις.

Μια εναλλακτική απλή διαδικασία για να ξεπεραστεί η δυσκολία υπολογισμού των χείριστων λύσεων των αντικειμενικών συναρτήσεων είναι να καθοριστούν κατώτατα όρια για τις αντικειμενικές συναρτήσεις (κατώτατα σε προβλήματα μεγιστοποίησης και ανώτατα σε επίπεδα ελαχιστοποίησης). Τα

κατώτατα όρια παίζουν το ρόλο φραγμών στη βελτιστοποίηση. Λύσεις χειρότερες των ακραίων δεν είναι επιτρεπόμενες.

### Β.Υλοποίηση

Πρακτικά, όπως αναλύθηκε και πριν, η μέθοδος των περιορισμών εφαρμόζεται ως εξής: από τον πίνακα πληρωμών λαμβάνουμε το εύρος κάθε μιας από τις  $p-1$  αντικειμενικές συναρτήσεις οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν ως περιορισμοί. Κατόπιν χωρίζουμε το εύρος της  $i$ -οστής αντικειμενικής συνάρτησης σε  $q_i$  ίσα διαστήματα χρησιμοποιώντας  $(q_i-1)$  ενδιάμεσα ισαπέχοντα grid points. Έτσι έχουμε συνολικά  $(q_i+1)$  grid points που χρησιμοποιούνται για να διαφοροποιήσουν παραμετρικά το RHS ( $e_i$ ) της  $i$ -οστής αντικειμενικής συνάρτησης. Ο συνολικός αριθμός των τρεξιμάτων είναι  $(q_2+1) \times (q_3+1) \times \dots \times (q_p+1)$ . Μια επιθυμητή ιδιότητα της μεθόδου των περιορισμών είναι ότι μπορούμε να ελέγξουμε την πυκνότητα της αναπαράστασης του συνόλου των ικανών λύσεων με σωστή ανάθεση των τιμών στο  $q_i$ . Όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός των grid points τόσο πιο πολλές είναι και οι ικανές λύσεις, με το κόστος όμως, του παραπάνω υπολογιστικού χρόνου. Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου παρουσιάζεται παρακάτω στο Σχήμα 3.2.



Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ροής μεθόδου AUGMECON

### Η Μέθοδος AUGMECON 2

Η μέθοδος Augmecon2 αποτελεί ουσιαστικά μια βελτίωση της μεθόδου Augmecon. Όπως είδαμε στη μέθοδο Augmecon το εύρος κάθε αντικειμενικής συνάρτησης η οποία χρησιμοποιείται ως περιορισμός διαιρείται σε διαστήματα και τα ισαπέχοντα σημεία ορισμού των διαστημάτων χρησιμοποιούνται ως δεξιά σκέλος στους αντίστοιχους περιορισμούς. Αν λοιπόν θεωρήσουμε την αντικειμενική συνάρτηση  $k$  η οποία έχει εύρος  $r_k$  και χωρίζεται σε  $q_k$  ίσα διαστήματα, τότε το βήμα

με το οποίο μεταβάλλεται το αντίστοιχο δεξί σκέλος του σχετικού περιορισμού είναι :

$$\text{step}_k = r_k / q_k$$

Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας, πραγματοποιείται όπως είδαμε μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση και υπολογίζεται για κάθε περιορισμό που αντιστοιχεί σε αντικειμενική συνάρτηση και η αντίστοιχη μεταβλητή απόκλισης  $s_k$ . Για την  $k$ -αντικειμενική συνάρτηση έχουμε:

$$f_k(x) - s_k = e_k$$

Το  $e_k$  προσδιορίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$e_k = f_{\min k} + t \times \text{step}_k$$

όπου  $f_{\min k}$  είναι το ελάχιστο της  $k$ -αντικειμενικής συνάρτησης και  $t$  ο μετρητής των επαναλήψεων που διατρέχει τα gridpoints ( $t = 0 \dots q_k$ ).

Σε κάθε επανάληψη ελέγχουμε τη μεταβλητή απόκλισης που αντιστοιχεί στην αντικειμενική συνάρτηση του πιο εσωτερικού βρόγχου. Αν υποθέσουμε ότι ο πιο εσωτερικός βρόγχος αντιστοιχεί στην αντικειμενική συνάρτηση  $p$  τότε υπολογίζεται ο συντελεστής παράκαμψης  $b$  ως εξής:

$$b = \text{int}(s_p / \text{step}_p)$$

όπου  $\text{int}()$  είναι η συνάρτηση που επιστρέφει το ακέραιο μέρος ενός πραγματικού αριθμού,  $s_p$  είναι η μεταβλητή απόκλισης που προκύπτει και  $\text{step}_p$  το βήμα μεταβολής του δεξιού σκέλους κατά τη διαδικασία της  $\epsilon$ -constraint που αντιστοιχεί στην  $p$ -αντικειμενική συνάρτηση.

Όταν ο η μεταβλητή απόκλισης  $s_p$  είναι μεγαλύτερη από το βήμα μεταβολής  $\text{step}_p$  τότε αυτό σημαίνει ότι και στην επόμενη επανάληψη θα προκύψει η ίδια κατά Pareto άριστη λύση, οπότε η συγκεκριμένη επανάληψη είναι περιττή και μπορεί να παρακαμφθεί. Το πόσες συνεχόμενες επαναλήψεις μπορούμε να παρακάμψουμε με αυτόν τον τρόπο μας το λέει ο συντελεστής παράκαμψης  $b$ .

Με την εισαγωγή της συγκεκριμένης τεχνικής της παράκαμψης περιττών επαναλήψεων μπορούμε να επιτύχουμε σημαντική οικονομία, κυρίως σε προβλήματα τα οποία έχουν και δυαδικές μεταβλητές.

### 3.3 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Οι μεταβλητές απόφασης στα προβλήματα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού μπορεί να είναι αποκλειστικά συνεχείς ή αποκλειστικά ακέραιες ή συνεχείς και ακέραιες μαζί. Στην περίπτωση που είναι αποκλειστικά ακέραιες, το αντίστοιχο πρόβλημα ανήκει στον Ακέραιο Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό. Αν ειδικότερα οι ακέραιες μεταβλητές παίρνουν την τιμή 0 ή 1 (δυαδικές μεταβλητές) τότε το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως 0-1 Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού. Αν τα προβλήματα των δύο παραπάνω περιπτώσεων

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

περιέχουν και συνεχείς μεταβλητές τότε αναφέρονται ως προβλήματα Μικτού Ακέραιου Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού (Mixed Integer MOLP) και Μικτού 0-1 Γραμμικού Προγραμματισμού (Mixed 0-1 MOLP) αντίστοιχα.

Ο Μικτός Ακέραιος Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός είναι μία σχετικά νέα και αρκετά ενδιαφέρουσα περιοχή του Μαθηματικού Προγραμματισμού. Οι πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις μαζί με τη δυνατότητα εισαγωγής ακεραίων μεταβλητών προσφέρουν μια πιο ρεαλιστική απεικόνιση των προβλημάτων και των συνθηκών λήψης απόφασης. Αρκετά γνωστά προβλήματα Μικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού, όπως το πρόβλημα της επέκτασης δυναμικότητας, της χωροθέτησης δραστηριοτήτων, του προγραμματισμού παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, της επιλογής δημοσίων επενδύσεων, που χρησιμοποιούν δυαδικές ή ακέραιες μεταβλητές σε μοντέλα Γραμμικού Προγραμματισμού, θα εξέφραζαν πιο πιστά τη διαδικασία λήψης απόφασης αν περιείχαν περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις. Επίσης ο Μικτός Ακέραιος Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν επιδιώκεται η ενσωμάτωση σ' ένα πρόβλημα Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού διακριτών μεγεθών (λογικές συνθήκες, σταθερά κόστη, οικονομίες κλίμακας, διαζευκτικούς περιορισμούς κλπ.), οπότε ο απλός Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός δεν επαρκεί.

Όσον αφορά τον Πολυκριτηριακό Ακέραιο κάποια προβλήματα όπου συναντάμε την εφαρμογή του και όπου η επιλογή των έργων και των δράσεων γίνεται με βάση διάφορα κριτήρια (ασφάλεια, καθώς και οικονομικά, περιβαλλοντικά, αναπτυξιακά και κοινωνικά κριτήρια) μετατρέποντας το πρόβλημα σε πολυκριτηριακό είναι τα παρακάτω :

- Διαχείριση των υδάτινων πόρων
- Ενεργειακός σχεδιασμός
- Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας
- Τηλεπικοινωνιακά συστήματα
- Η επιλογή διαφημιστικών
- Η επιλογή προμηθευτών
- Η χωροθέτηση εγκαταστάσεων
- Ο σχεδιασμός παραγωγής
- Ο καθορισμός διατροφής-δίαιτας
- Το πρόβλημα μεταφοράς
- Η κατανομή προσωπικού
- Η απόρριψη αποβλήτων

Αναλογικά με την έρευνα που έχει γίνει για τον Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό η έρευνα που έχει γίνει για τον Ακέραιο Πολυκριτηριακό Γραμμικό Προγραμματισμό είναι αρκετά περιορισμένη. Αν και η συνδυαστική αριστοποίηση, στην οποία ανήκει και ο Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός με ακέραιες μεταβλητές, αποτελεί ένα πολύ ισχυρό εργαλείο για την αντιμετώπιση πολλών πραγματικών προβλημάτων, ο συνδυασμός πολλών αντικειμενικών συναρτήσεων και ακεραίων μεταβλητών δεν έχει βρει την ανάλογη ανταπόκριση τόσο στην ανάπτυξη μεθόδων όσο και στις εφαρμογές. Αυτό οφείλεται κυρίως στην πολυπλοκότητα και δυσκολία επίλυσης αυτών των προβλημάτων.

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

## **ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ**

## 4.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

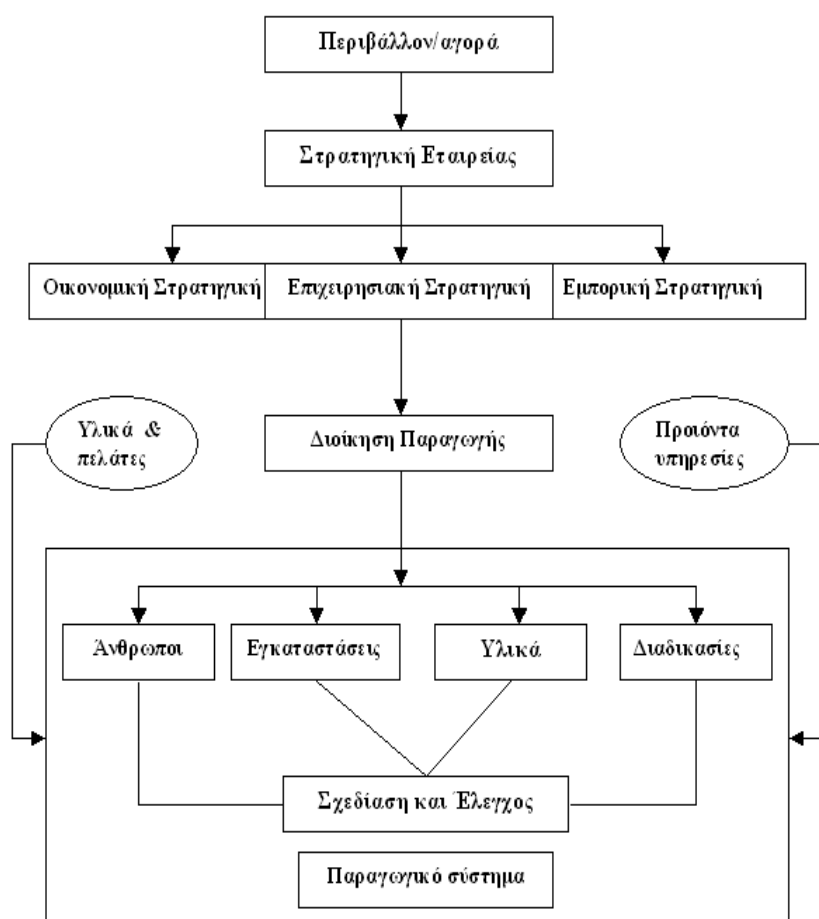
### ΠΑΡΑΓΩΓΗ

Ως παραγωγή ορίζουμε την οργανωμένη δραστηριότητα η οποία αποσκοπεί αφ' ενός στην αύξηση της αξίας ή της χρησιμότητας των υλικών πραγμάτων και αφ' ετέρου στην παροχή υπηρεσιών .

### ΤΥΠΟΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Κάθε σύστημα, κάθε οργανωμένο δηλαδή σύνολο στοιχείων, που παράγει προϊόντα ή υπηρεσίες ονομάζεται παραγωγικό σύστημα. Στο Σχήμα 4.1 δίνουμε το διάγραμμα του μοντέλου του παραγωγικού συστήματος. Τα παραγωγικά συστήματα διακρίνονται στους εξής τύπους:

- Συστήματα συνεχούς ροής (flow-shop)
- Συστήματα παραγωγής κατά παραγγελία (job-shop)
- Συστήματα παραγωγής σε παρτίδες (batch-shop)
- Συστήματα κατασκευής έργων (Projects)



Πηγή: Κοπούκης (2004)

Σχήμα 4.1: Μοντέλο Παραγωγικού Συστήματος



Πριν γίνει αναφορά στις διάφορες μεθόδους που χρησιμοποιούνται στην προσπάθεια βελτιστοποίησης του προγραμματισμού παραγωγής, θα γνωστοποιηθούν τα τμήματα της παράγωγης που συνδέονται άμεσα με αυτόν και καθορίζονται από αυτόν.

### **ΠΟΡΟΙ**

Ο προγραμματισμός παραγωγής αποτελεί ουσιαστικά την τοποθέτηση δραστηριοτήτων μέσα στο χρόνο. Πρωταρχικά λοιπόν θα πρέπει να αναφερθεί ένα σημείο εκκίνησης της όλης διαδικασίας. Είναι προφανές πως η όποια διαδικασία παραγωγής για να επιτευχθεί απαιτεί πόρους, πρώτες ύλες που μέσω της διαδικασίας παραγωγής θα δώσουν το τελικό προϊόν που ζητείται. Έτσι, μέρος της εργασίας του προγραμματιστή είναι να υπολογίσει τι ποσότητες πρώτων υλών χρειάζονται, αν υπάρχει αρκετός αποθηκευτικός χώρος και αν όχι, πώς αυτός θα βρεθεί.

Ένα επίσης από τα προβλήματα της παραγωγής είναι και το μέγεθος της ποσότητας που θα διατίθεται στην αγορά. Πρέπει πάντα να εξασφαλίζεται η απαιτούμενη ποσότητα πόρων έτσι ώστε να μην δημιουργείται μεγάλο στοκ άλλα ούτε και στοκ-άουτ. Και στις δυο περιπτώσεις ανακύπτει πρόβλημα στα οικονομικά της επιχείρησης καθώς στην περίπτωση μεγάλου στοκ χρεώνονται αποθήκες για την φύλαξη του προϊόντος ενώ αντίστοιχα στην περίπτωση του στοκ-άουτ υπάρχει διαφυγόν κέρδος.

### **ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ**

Το οικονομικό μέρος της παραγωγής ενός έργου, αποτελεί με τη σειρά του σημαντικό κομμάτι του προγραμματισμού παραγωγής. Όταν καταστρώνεται ένα πρόγραμμα πάντα απαιτείται, η αντίστοιχη οικονομική μελέτη και η κατάρτιση ενός προϋπολογισμού, που καθορίζει το κατά πόσον μπορεί η εταιρία να φέρει εις πέρας το έργο. Επίσης, η διαδικασία παραγωγής υπόκειται σε περιορισμούς αναφορικά με τις δαπάνες που μπορούν να γίνουν. Το γεγονός αυτό, καθιστά πολύ σημαντική την ύπαρξη μιας βέλτιστης λύσης που να περιλαμβάνει δεδομένα όπως αυτά που προαναφέρθηκαν, δηλαδή ενδεχόμενα στοκ και στοκ-άουτ. Ο τελικός στόχος είναι πάντα η ελαχιστοποίηση του κόστους κι η μεγιστοποίηση του κέρδους.

### **ΧΡΟΝΟΣ**

Στον προγραμματισμό παραγωγής το πρόβλημα του χρόνου συναντάται σε πολλές μεταβλητές. Αρχικά, ζητείται να καθοριστεί μια τελική προθεσμία για την παράδοση του έργου. Δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις όπου εξαιτίας λανθασμένων υπολογισμών στο χρονοδιάγραμμά της, μια εταιρία είχε μεγάλες ζημιές.

Ο **προγραμματισμός παραγωγής** ουσιαστικά αποτελεί το εκτός ροής (off-line) κομμάτι όσον αφορά τον χρόνο που χρειάζεται για να έρθει εις πέρας ένα έργο. Αυτό διότι ο προγραμματισμός αρχίζει από τη στιγμή που αναλαμβάνεται το έργο, πριν δηλαδή αρχίσει η υλοποίησή του. Εδώ είναι που υπολογίζονται οι παράμετροι της διεργασίας, ο συνολικός χρόνος που θα χρειαστεί, και αντιμετωπίζονται τυχόν στατικά μελλοντικά προβλήματα. Έτσι επιλύεται το πρόβλημα παραγωγής και χρησιμοποιείται η λύση σαν οδηγός για τον έλεγχο παραγωγής. Ο **έλεγχος**

**παραγωγής** είναι το εντός ροής (on-line) κομμάτι και αποτελεί την ενεργοποίηση του προγραμματισμού. Ουσιαστικά ξεκινά από την στιγμή που παρέχονται οι μηχανές και οι πόροι και μπορεί να αρχίσει η διαδικασία.

Κατά την διάρκεια εκτέλεσης των εργασιών μπορεί να προκύψουν κάποιοι εξωγενείς ή ακόμα και ενδογενείς παράγοντες που να έχουν σαν άμεση συνέπεια την απόκλιση από το αρχικό χρονοδιάγραμμα. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην βλάβη μιας μηχανής, σε ασθένεια του προσωπικού, είτε στην ανάθεση μιας νέας εργασίας που πρέπει να μπει στην παραγωγή το συντομότερο δυνατό. Πρέπει λοιπόν ο προγραμματιστής να έχει την δυνατότητα να τροποποιήσει οποιαδήποτε στιγμή τη διεργασία και να την προσαρμόσει στα νέα δεδομένα .

### **ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ**

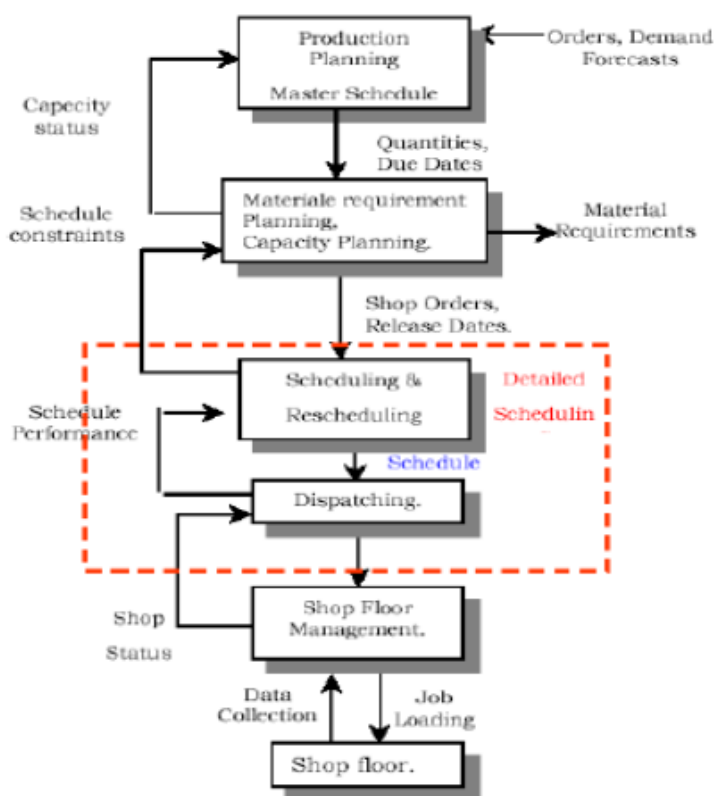
Όλα αυτά που προαναφέρθηκαν, οι πόροι, τα χρήματα, ο χρόνος, αποτελούν μεμονωμένα προβλήματα του προγραμματισμού παραγωγής. Στην πράξη υπάρχουν ποικίλα προβλήματα που θα προσκρούσουν στο πρόβλημα του σχεδιασμού ή της κατανομής πόρων. Μπορεί να χρειαστεί να αποφασιστεί αν θα παράγεται νέο εμπόρευμα ή αν θα παρθεί από το στοκ, τι υλικά θα χρησιμοποιηθούν, αν θα χρησιμοποιηθεί το μικρό τοπικό εργοστάσιο της εταιρίας που χρεώνει μηδαμινά μεταφορικά αλλά έχει ακριβότερο κόστος παραγωγής ανά κομμάτι, ή η μεγαλύτερη εγκατάσταση με υψηλό όμως κόστος μεταφορικών. Μπορεί να τεθεί θέμα ακόμα και στην επιλογή των μηχανημάτων καθώς όσο μεγαλύτερα και πολυπλοκότερα είναι τόσο περισσότερος χρόνος θα απαιτηθεί για την εγκατάσταση και την εκμάθησή τους αλλά ταυτόχρονα θα παράγουν πολύ περισσότερη ποσότητα σε πολύ λιγότερο χρόνο στη συνέχεια.

Γίνεται κατανοητό πως η λίστα με τις παραμέτρους που επηρεάζουν και μπορούν να επηρεάσουν τον προγραμματισμό παραγωγής είναι μεγάλη και συνεχώς γίνεται μεγαλύτερη. Για αυτό το λόγο πρέπει να λαμβάνεται πάντα υπόψη ο χώρος στον οποίο ενεργεί κανείς. Είναι διαφορετικό το σύστημα λειτουργίας στην βιομηχανία και άλλο στον προγραμματισμό ενός νοσοκομείου. Ακόμα και από εργοστάσιο σε εργοστάσιο μπορεί να υπάρχουν διαφορές καθώς διαφορετικός είναι ο κύκλος παραγωγής πλακών σιδήρου και διαφορετικός αυτός ενός εργοστασίου αυτοκινήτων που περιλαμβάνει πολύ περισσότερα στάδια. Οι διάφοροι αλγόριθμοι που καλούνται να λύσουν τέτοια προβλήματα συνήθως είναι προσαρμοσμένοι σε συγκεκριμένες περιστάσεις. Επειδή είναι σχεδόν βέβαιο πως στο εκάστοτε πρόβλημα πάντα θα υπεισέρχονται περισσότερες από μία παράμετροι, για αυτό το λόγο πρέπει να ακολουθείται πάντα ο παρακάτω κανόνας.

*Ο σωστός προγραμματιστής δεν περιορίζεται στο να δει την λύση του άμεσου προβλήματος που αντιμετωπίζει καθώς υπάρχει πολύ μεγαλύτερο κέρδος όταν κοιτάει και μακρύτερα, αρκεί να μην κοιτάει πιο μακριά από εκεί που και αυτός ο ίδιος μπορεί να δει.*

Διαδικασίες παραγωγής υπάρχουν πολλών μορφών, όπως: κατεργασία σε ένα εργοστάσιο μηχανών, το αυτόματο τμήμα εισαγωγής σε μια κατασκευαστική εταιρία ηλεκτρονικών ειδών ευρείας κατανάλωσης, χημικές διαδικασίες αντίδρασης σε μια χημική επιχείρηση προϊόντων. Όλα τα παραπάνω παραδείγματα δείχνουν να είναι διαφορετικά αλλά η δομή που ακολουθούν είναι κοινή με αυτή του παραπάνω σχήματος.

Συνοπτικά, το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα διάγραμμα ροής πληροφορίας σε ένα κλασσικό παραγωγικό σύστημα :



Πηγή: Κοπούκης (2004)

Σχήμα 4.2: Ένα κλασσικό σύστημα παραγωγής

## 4.2 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Ο προγραμματισμός είναι μια διαδικασία λήψης αποφάσεων και προφανώς παίζει σημαντικό ρόλο σε όλους τους τομείς της βιομηχανίας. Οι προμήθειες και η παραγωγή, η μεταφορά και η διανομή, η επεξεργασία των πληροφοριών και οι επικοινωνίες στηρίζονται σε μεγάλο βαθμό στον προγραμματισμό. Οι συναρτήσεις προγραμματισμού σε μια εταιρία χρησιμοποιούν μαθηματικές τεχνικές ή ευρετικές μεθόδους για να βρουν τους απαραίτητους πόρους για την επίλυση διαφόρων προβλημάτων. Ο προσδιορισμός των παραπάνω πόρων επιτρέπει στην εταιρεία να βελτιστοποιεί τους στόχους της και να επιτυγχάνει τους σκοπούς της.

Πιο συγκεκριμένα, στα πλαίσια μιας βιομηχανίας, μια γραμμή συναρμολόγησης τυπικά παράγει πολλά διαφορετικά μοντέλα (γραμμές συναρμολόγησης μικτού μοντέλου), τα οποία όλα ανήκουν σε μικρές οικογένειες προϊόντων. Για παράδειγμα βιομηχανία ηλεκτρικών ειδών, τα μοντέλα που ανήκουν στην ίδια οικογένεια τηλεοράσεων μπορεί να περιέχουν μία έκδοση 14 ιντσών, μία 21 ιντσών και μία 28 ιντσών, όλες σε διαφορετικά χρώματα και με άλλα τεχνικά χαρακτηριστικά. Υπάρχουν επίσης τηλεοράσεις που μπορούν ή όχι να συνδεθούν με το διαδίκτυο και που διαθέτουν ή όχι ψηφιακό δέκτη .

Στο παραπάνω σύστημα δημιουργούνται πολλές καθυστερήσεις, κυρίως στα σημεία όπου η παραγωγή μιας συγκεκριμένης οθόνης υπαγορεύει το συνολικό ρυθμό παραγωγής. Ένα τέτοιο σημείο είναι το σημείο βαφής, καθώς, κάθε φορά

που το χρώμα αλλάζει, τα πιστόλια βαφής πρέπει να πλυθούν, διαδικασία που είναι αρκετά χρονοβόρα. Ο στόχος τελικά θα είναι η μεγιστοποίηση της παραγωγής, δρομολογώντας τα αντικείμενα με τέτοιο τρόπο ώστε να υπάρχει εξισορρόπηση εργασίας σε κάθε σταθμό παραγωγής ανά πάσα στιγμή.

Το παραπάνω παράδειγμα δείχνει τη μεγάλη χρησιμότητα του προγραμματισμού στον τομέα της παραγωγής. Εξίσου χρήσιμος, όμως, μπορεί να φανεί ο προγραμματισμός και σε προβλήματα υπηρεσιών, ή ακόμη και σε πιο σύνθετα προβλήματα που αφορούν τόσο στην παραγωγή, όσο και στις υπηρεσίες, όπως για παράδειγμα η έρευνα αγοράς από μία εταιρεία.

Σε πολλά περιβάλλοντα τα αποτελέσματα του προγραμματισμού πάνω σε οποιοδήποτε πρόβλημα μπορεί να μην είναι ορατά από την πρώτη στιγμή, έχουν, όμως, αισθητή επίδραση στην απόδοση του συστήματος. Τελικά, ένας καλός προγραμματισμός μπορεί να μειώσει τόσο το άμεσο όσο και το έμμεσο κόστος κατά ένα σημαντικό ποσοστό, κυρίως, μάλιστα, στα πιο σύνθετα περιβάλλοντα παραγωγής.

Ο προγραμματισμός, βέβαια, δεν είναι πάντοτε εύκολο να σχεδιασθεί και να εφαρμοστεί. Οι τεχνικές δυσκολίες, μοιάζουν πολλές φορές με αυτές που συναντάμε και σε άλλους τομείς της συνδυαστικής βελτιστοποίησης, ενώ οι δυσκολίες ως προς την εφαρμογή έχουν να κάνουν με τη μοντελοποίηση πραγματικών προβλημάτων προγραμματισμού και τη διαχείριση των πληροφοριών. Για να ξεπεραστούν οι δυσκολίες αυτές, χρειάζονται προσόντα και εμπειρία, τόσο λειτουργικά όσο και οικονομικά, αλλά σίγουρα αξίζει τον κόπο.

Η συνάρτηση προγραμματισμού σε ένα σύστημα παραγωγής ή οργάνωσης υπηρεσιών πρέπει να αλληλεπιδρά με πολλές άλλες συναρτήσεις. Αυτές οι αλληλεπιδράσεις εξαρτώνται από το εκάστοτε σύστημα και μπορεί να διαφέρουν σημαντικά ανάλογα με την περίπτωση. Οι αλληλεπιδράσεις πραγματοποιούνται τις περισσότερες φορές μέσα από ένα δίκτυο υπολογιστών, αλλά σε πολλές περιπτώσεις οι σχέσεις μεταξύ προγραμματισμού και άλλων συναρτήσεων απόφασης καθορίζονται άμεσα σε συναντήσεις.

Για να δούμε εκτενέστερα το ρόλο του προγραμματισμού ας περιγράψουμε ένα γενικευμένο περιβάλλον παραγωγής. Οι παραγγελίες που δίνονται σε ένα περιβάλλον παραγωγής θα πρέπει να μεταφραστούν σε εργασίες που πρέπει να γίνουν, και μάλιστα μέσα σε συγκεκριμένες ημερομηνίες. Οι εργασίες αυτές, θα πρέπει να δρομολογηθούν στις μηχανές της μονάδας παραγωγής με συγκεκριμένη αλληλουχία. Πολλές φορές, η δρομολόγηση μπορεί να καθυστερήσει αν ορισμένες μηχανές είναι απασχολημένες, όπως επίσης μπορούν να δοθούν και συγκεκριμένες προτεραιότητες σε επείγουσες εργασίες. Απρόβλεπτα γεγονότα, όπως βλάβες σε μηχανές, ή καθυστερήσεις στην παραγωγή, πρέπει επίσης να λαμβάνονται υπόψη, καθώς επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό το συνολικό χρονοδιάγραμμα.

Η διαδικασία του προγραμματισμού εξαρτάται από πολλούς παράγοντες και ένας απ' αυτούς είναι ο σχεδιασμός της παραγωγής (βραχυπρόθεσμος ή μακροπρόθεσμος). Σκοπός του είναι να βελτιστοποιήσει τη συνολική παραγωγή της εταιρείας με τον υπολογισμό και εύρεση των κατάλληλων πόρων και τη πρόβλεψη της ζήτησης. Οι αποφάσεις που λαμβάνονται σε αυτό το επίπεδο υψηλού σχεδιασμού έχουν άμεσο αντίκτυπο στον προγραμματισμό.

Για την κατασκευή της συνάρτησης προγραμματισμού λαμβάνονται υπόψη και άλλες διαδικασίες απόφασης μέσα στην εργοστασιακή μονάδα. Ένα ευρέως διαδεδομένο σύστημα που χρησιμοποιείται για το σκοπό αυτό είναι το Σύστημα

Προγραμματισμού Υλικών Πόρων. Από τη στιγμή που το χρονοδιάγραμμα αρχίζει να εφαρμόζεται, όλα τα υλικά απαιτείται να είναι διαθέσιμα και μάλιστα σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα. Οι τελικές ημερομηνίες διεκπεραίωσης όλων των εργασιών αποφασίζονται από κοινού, συνυπολογίζοντας το σχεδιασμό παραγωγής, τον προγραμματισμό και τέλος το σύστημα Προγραμματισμού Υλικών Πόρων.

Συνήθως τα συστήματα Προγραμματισμού Υλικών Πόρων είναι αρκετά πολύπλοκα. Κάθε εργασία έχει ένα κατάλογο υλικών, ο οποίος ταξινομεί τα κομμάτια που απαιτούνται για την παραγωγή. Το σύστημα Προγραμματισμού Υλικών Πόρων, καταγράφει το κάθε κομμάτι και αποφασίζει ακόμη και το χρόνο αγοράς του, με αποτέλεσμα να αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο στις περισσότερες μονάδες παραγωγής. Στις μονάδες, μάλιστα, που δε διαθέτουν σύστημα προγραμματισμού, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για το σχεδιασμό παραγωγής, αν και σε σχετικά πολύπλοκες μονάδες το σύστημα Σύστημα Προγραμματισμού Υλικών Πόρων δεν έχει την ικανότητα να δώσει αναλυτικό και ικανοποιητικό προγραμματισμό.

Οι μοντέρνες εργοστασιακές μονάδες συνήθως διαθέτουν υψηλού επιπέδου πληροφοριακά συστήματα παραγωγής, όπως επίσης και κεντρικό υπολογιστή και βάση δεδομένων. Τα τοπικά δίκτυα υπολογιστών, προσωπικοί υπολογιστές και τερματικά εισόδου δεδομένων συνδέονται στον κεντρικό υπολογιστή, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε για ανάκτηση υπαρχόντων δεδομένων, είτε για προσθήκη νέων. Ο προγραμματισμός γίνεται συνήθως σε έναν από τους προσωπικούς υπολογιστές. Τα τερματικά βρίσκονται σε θέσεις κλειδιά και όντας συνδεδεμένα με τον υπολογιστή όπου λαμβάνει χώρα ο προγραμματισμός, χρησιμοποιούνται για την ανάκτηση νέων δεδομένων επί της παραγωγής. Τέλος, οι χειριστές των τερματικών παρέχουν, με τη σειρά τους, στο σύστημα τρέχουσες πληροφορίες, όπως αλλαγές στη κατάσταση των μηχανών κτλ.

#### **4.3 ΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ**

Ο Προγραμματισμός παραγωγής, συνιστώντας μία διαδικασία ανάθεσης εργασιών σε διάφορους πόρους, εμπλέκει δύο κατηγορίες αποφάσεων:

- ✓ αποφάσεις χρονικής τοποθέτησης των διεργασιών
- ✓ αποφάσεις κατανομής των πόρων σε κάθε διεργασία.

Αμφότερες οι δύο κατηγορίες αποφάσεων έχουν οικονομική διάσταση, καθώς σχετίζονται με τη διαχείριση μίας οικονομικής μονάδας.

Σκοπός του προγραμματισμού παραγωγής είναι ο σχεδιασμός και ο έλεγχος συγκεκριμένων διεργασιών με στόχο να επιτευχθεί μια γρήγορη, ποιοτική και οικονομική παραγωγή. Τα βήματα που ακολουθούνται κατά την διαδικασία του προγραμματισμού είναι τα εξής:

- Προεπεξεργασία: Εξετάζεται το εκάστοτε πρόβλημα με σκοπό να αποφασιστούν οι πόροι που χρειάζονται, το ανθρώπινο δυναμικό, τα μηχανήματα καθώς και το μοντέλο προγραμματισμού στο οποίο θα στηριχτεί.
- Έναρξη των συστημάτων: Τίθενται σε λειτουργία τα μέρη της παραγωγής, ετοιμάζεται ο εξοπλισμός και τα μηχανήματα και συγκεντρώνονται οι πόροι που απαιτούνται.

- Λειτουργία των συστημάτων: Η κύρια λειτουργία της παραγωγής είναι η λήψη απόφασης για την σειρά που θα δρομολογηθούν οι δουλειές και για τη συχνότητα καθεμίας στα αντίστοιχα μηχανήματα, ανάλογα με τις απαιτήσεις της παραγωγής και τις προθεσμίες .
- Επίβλεψη και έλεγχος του συστήματος: Πρέπει ο προγραμματιστής να βρίσκεται σε συνεχή επιφυλακή και να παρακολουθεί την εξέλιξη της διαδικασίας για τυχόν τροποποιήσεις όταν και όπου αυτές χρειαστούν.

Τα προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής βασίζονται σε περιορισμούς. Μια ποικιλία από αυτούς μπορεί να έχει επιπτώσεις στο σχεδιασμό του προβλήματος. Η διάρκεια μιας δραστηριότητας, η ημερομηνία έναρξης και η τελική προθεσμία, οι περιορισμοί προτεραιότητας, οι χρόνοι μεταφοράς και οργάνωσης των πρώτων υλών και των προϊόντων, οι πόροι που βρίσκονται σε διαθεσιμότητα (μετατοπίσεις, χρόνος διακοπής, συντήρηση των πόρων) και διανομή αυτών. Περιορισμοί χαλάρωσης χαρακτηρίζουν την ποιότητα του σχεδιασμού των αποφάσεων. Έχουν να κάνουν συνήθως με τις οφειλόμενες ημερομηνίες, με την παραγωγικότητα, με το κάθε πότε αλλάζει η συχνότητα των μηχανών, με τις υπερωρίες. Μερικοί από αυτούς τους περιορισμούς μπορούν να συνδυαστούν στη λειτουργία αξιολόγησης για την βελτιστοποίηση του προβλήματος. Η αλληλεξάρτηση μεταξύ των μεμονωμένων μερών ενός προβλήματος και των διαφορετικών δραστηριοτήτων της ίδιας πηγής πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη. Για αυτό, ο επιτυχημένος προγραμματισμός απαιτεί έρευνα σε πολλές διαφορετικές κατανομές των πόρων και τρόπους αντιμετώπισης των εκάστοτε στόχων. Η διευκόλυνση τέτοιων σύνθετων προβλημάτων με τον έλεγχο και την αποτελεσματικότητα είναι το κλειδί του τεχνικού πλεονεκτήματος του προγραμματισμού στηριζόμενου σε περιορισμούς. Χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα χαρακτηριστικά του προβλήματος με σκοπό να περιοριστεί το πιθανό διάστημα αναζήτησης, τα σύνθετα προβλήματα μπορούν να λυθούν αποτελεσματικότερα .

Βιομηχανικές εφαρμογές που δουλεύουν με την χρήση περιορισμών είναι και οι παρακάτω:

- Σχεδιασμός παραγωγής (διάταξη εργοταξίου / ροή εργασίας)
- Μεταφορά, λογιστικός σχεδιασμός & προγραμματισμός
- Διαχείριση κυκλοφορίας ή δικτύων & δρομολόγηση αυτών
- Προγραμματισμός των ατόμων ή των πόρων
- Κατανομή προσωπικού, συμπεριλαμβανομένου του μηχανικού που σχεδιάζει τις εφαρμογές
- Τοποθέτηση και δρομολόγηση, συμπεριλαμβανομένων των διοικητικών μερίμων δρομολόγησης και διανομής οχημάτων
- Διαμόρφωση των μηχανών

Είναι προφανές πως υπάρχουν πολλά αλληλοσχετιζόμενα προβλήματα και υποπροβλήματα στον τομέα του προγραμματισμού παραγωγής. Στην πράξη, για πραγματικά βιομηχανικά και κοινωνικά συστήματα τα σύνορα μεταξύ αυτών είναι πολύ θολά. Δεν έχουν υπάρξει περιπτώσεις όπου να συναντάει κανείς κάποιο πραγματικό πρόβλημα και να λύνεται εξ ολοκλήρου με την βοήθεια ενός προϋπάρχοντος μοντέλου χωρίς να χρειαστεί να περικόψει κάποια τμήματα του προβλήματος και να προσθέσει κάποια άλλα ώστε να το φέρει στην επιθυμητή Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

μορφή. Άρα, πρέπει να γίνει κατανοητό ότι οι προσεγγίσεις που γίνονται περιέχουν αρκετή δόση εξιδανίκευσης προκειμένου να ικανοποιήσουν τις εκάστοτε απαιτήσεις.

Περαιτέρω περιπλοκή προκαλεί το θέμα της βελτιστοποίησης. Σε ορισμένες περιπτώσεις ο χρήστης είναι ικανοποιημένος απλά με το να βρει μια γενικευμένη απάντηση που να αυτοματοποιεί το πρόβλημά του. Οι περισσότεροι όμως θέλουν τουλάχιστον μια καλή απάντηση ενώ υπάρχουν και αυτοί που επιζητούν την καλύτερη δυνατή. Λόγω της μεγάλης συνδυαστικής πολυπλοκότητας των περισσότερων πραγματικών -παγκόσμιων προβλημάτων παραγωγής, η βελτιστοποίηση αποτελεί μια πολύ δύσκολη διαδικασία και για αυτό πολλές φορές ο προγραμματισμός με την χρήση περιορισμών συνδυάζεται και με άλλες μεθόδους όπως είναι οι γενετικοί αλγόριθμοι, με στόχο να δώσουν μια αρκετά βέλτιστη λύση μέσα σε λογικό χρονικό διάστημα.

#### **4.4 ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΣΕ ΓΡΑΜΜΕΣ ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΜΙΚΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ (MIXED-MODEL ASSEMBLY LINES)**

Μέσα στο παραπάνω πλαίσιο, η ιδέα του Just-In-Time (JIT), που χρησιμοποιείται στην παραγωγική διαδικασία και στοχεύει στη βελτίωση της παραγωγικότητας και μείωση του κόστους, έχει υιοθετηθεί ευρέως στη βιομηχανία, για την κατασκευή μεγάλης ποικιλίας προϊόντων. Ένα πρωταρχικό χαρακτηριστικό που το κάνει να διαφέρει από τη συμβατική κατασκευαστική διαδικασία, είναι ότι οι μετέπειτα διεργασίες εντός του συστήματος παραγωγής ασκούν μία "πίεση" στις προηγούμενες διεργασίες ως προς τις απαιτήσεις διαφορετικών τμημάτων τους. Αυτό, έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή των απαιτούμενων τμημάτων στις απαιτούμενες ποσότητες σε τους απαιτούμενους χρόνους (Monden, 1983, 1993). Έτσι, μειώνεται η απαίτηση σε κεντρικό έλεγχο της παραγωγής και το κόστος της επιτήρησης, που τον συνόδευε.

Η ιδέα του μοντέλου Just-In-Time (JIT) είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για Γραμμές Συναρμολόγησης Μικτού Μοντέλου (Mixed Model Assembly Lines – MMAL), όπου μια ποικιλία μοντέλων προϊόντων, με παρόμοια χαρακτηριστικά, συναρμολογούνται ταυτόχρονα, προκειμένου να μπορέσει η επιχείρηση να ανταποκριθεί στη διαφοροποιημένη ζήτηση της αγοράς, χωρίς να διατηρεί μεγάλα αποθέματα (Monden, 1993). Αυτό το είδος γραμμών συναρμολόγησης διαδίδεται όλο και περισσότερο στη βιομηχανία, για να αντιμετωπίσει την αυξανόμενη τάση που παρατηρείται πρόσφατα από τη διαφοροποίηση των απαιτήσεων των πελατών (βλέπε Boysen, et al., 2009, για παράδειγμα). Η ευρεία χρήση τους στην κατασκευαστική διαδικασία μπορεί να αποδοθεί στην αυξημένη ποικιλία των προϊόντων και τα δυνητικά οφέλη του JIT. Η σωστή διαχείριση των γραμμών συναρμολόγησης μικτού μοντέλου μπορεί να βοηθήσει τους κατασκευαστές να πετύχουν μία ισορροπία στο φόρτο εργασίας της γραμμής παραγωγής, καθώς και την ομαλή παραγωγή των τελικών προϊόντων και τη χρήση των εξαρτημάτων.

Διάφορες προσεγγίσεις υπάρχουν για την ακριβή επίλυση της χρονοδρομολόγησης εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης μικτού μοντέλου (JIT MMALS-problem) που θεωρούν τη βελτιστοποίηση ενός και μόνο κριτηρίου, δηλαδή το μαθηματικό προγραμματισμό διακριτών μεταβλητών (ακέραιος και

μικτός-ακέραιος προγραμματισμός), δυναμικός προγραμματισμός, κλπ. (βλέπε Miltenburg et al., 1990). Από την άλλη πλευρά, τα ίδια προβλήματα μπορούν να λυθούν με ένα προσεγγιστικό τρόπο, βρίσκοντας κοντά βέλτιστες λύσεις με τη βοήθεια των heuristics ή metaheuristics όπως εξελικτικών αλγορίθμων (γενετικοί αλγόριθμοι, για παράδειγμα) ή αλγορίθμων γειτονικής αναζήτησης (αλγόριθμοι αναζήτησης διασποράς, κλπ.), (βλέπε Hyun et al., 1998, 1998 McMullen, 2000). Η επιλογή της κατάλληλης προσέγγισης εξαρτάται από την πολυπλοκότητα του προβλήματος, τον αριθμό και τη διάταξη των μηχανημάτων, το σύστημα παραγωγής, το σύστημα γραμμή συναρμολόγησης και την στατική ή δυναμική φύση της εργασίας / αφίξεις παραγγελιών (βλέπε Kubiak, 1993, T ' Kindt και Billaut, 2002 και Boysen et al., 2009).

Ωστόσο, όταν προσπαθεί κάποιος να διαμορφώσει και να λύσει πραγματικά προβλήματα προγραμματισμού μιας γραμμής συναρμολόγησης, όπου υπάρχει κάποιος αποφασίζων (Decision Maker - DM), συνήθως θεωρούνται περισσότερα από ένα κριτήρια (στόχοι) . Έτσι, οι λύσεις που εξάγονται μπορεί να ικανοποιήσουν τις προτιμήσεις του αποφασίζοντος με ένα συνολικό τρόπο , ικανοποιώντας τις απαιτήσεις του σε όλους τους στόχους, που τέθηκαν. Το μειονέκτημα των προσεγγίσεων με πολλαπλούς στόχους (Multiple Objectives) ,είναι ότι τα κριτήρια αυτά σπάνια βελτιστοποιούνται ταυτόχρονα με μία μόνο λύση, γιατί από τη φύση τους οι λύσεις είναι αλληλοσυγκρουόμενες, και αυτό έχει σαν αποτέλεσμα σε μεγάλο βαθμό να κλιμακώνεται η δυσκολία επίλυσης του προβλήματος. Η ανάλυση αποφάσεων πολλαπλών κριτηρίων απόφαση (MCDA) έχει αντιμετωπίσει αυτό το γεγονός σε πολλές πτυχές του, προσπαθώντας να βοηθήσει τον αποφασίζοντα να ενσωματώσει τις προτιμήσεις του στα κριτήρια αυτά κατά τη διαδικασία αναζήτησης, ώστε στη συνέχεια να προκύψουν αποδεκτές λύσεις για αυτόν. Μια εμπειριστατωμένη επανεξέταση για τον προγραμματισμό που αφορά πολλαπλά κριτήρια προτείνεται από T'kindt και Billaut (2002).

Πολλές τεχνικές έχουν προταθεί για την επίλυση προβλημάτων απόφασης πολλαπλών κριτηρίων λαμβάνοντας υπόψη το γνωστικό στυλ του αποφασίζοντος και τις ικανότητες, όπως μέθοδοι υπεροχής, πολύ-χαρακτηριστικές συναρτήσεις χρησιμότητας, μέθοδοι παλινδρόμησης ή επιμερισμού, και πολυκριτήριες μαθηματικές τεχνικές προγραμματισμού (βλέπε Figueira et al., 2005 και Ehrgott et al., 2010 για την κατάσταση των ερευνών τέχνης). Ειδικά σε πολυκριτήρια παραδείγματα βελτιστοποίησης, ένα από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά της διαδικασίας λήψης αποφάσεων είναι η στιγμή, όπου ο αποφασίζων υποχρεούται να παρέχει πληροφορίες για τις προτιμήσεις. Βασικά, υπάρχουν τρεις τρόποι για να γίνει αυτό όπως έχει ήδη σημειωθεί:

- A priori μέθοδοι (π.χ προγραμματισμός στόχων, λεξικογραφική βελτιστοποίηση, μέθοδος ολικού κριτηρίου)
- Interactive μέθοδοι (π.χ επίπεδα ικανοποίησης , STEM, Zionts-Wallenius μέθοδος)
- A posteriori μέθοδοι (π.χ μέθοδος στάθμισης, ε-constraint).

Στις προσεγγίσεις a priori, ο αποφασίζων παρέχει τη συμβολή του μία φορά, πριν από την έναρξη της διαδικασίας αναζήτησης. Πιο συγκεκριμένα, δηλώνει τη σημασία των κριτηρίων, σύμφωνα με τις πεποιθήσεις του ή θέτει στόχους για τα κριτήρια που καθοδηγούν την αναζήτηση μέχρι τη σύγκλιση σε ένα μοναδικό



σημείο ή σε ένα μειωμένο σύνολο των μη κυριαρχούμενων σημεία. Στις διαδραστικές προσεγγίσεις (interactive methods), ζητείται η γνώμη του αποφασίζοντος αρκετές φορές, κατά τη διάρκεια μιας επαναληπτικής διαδικασίας βελτιστοποίησης. Οι ληφθείσες πληροφορίες χρησιμοποιούνται για να καθοδηγηθεί η αναζήτηση κατά τις επόμενες επαναλήψεις, μέχρι να του ζητηθούν ξανά. Η όλη διαδικασία διακόπτεται μόνο όταν ο είναι απόλυτα ικανοποιημένος με την τρέχουσα λύση. Σε μια εκ των υστέρων στρατηγική απόφαση, ένας πολυκριτήριο αλγόριθμος βελτιστοποίησης έχει αναπτυχθεί για να αποτυπώσει μια διακριτή αναπαράσταση του μετώπου Pareto, από την οποία η μάρκα επιλέγει τη μοναδική λύση που προτιμά. Το βέλτιστο μέτωπο Pareto είναι το σύνολο των λύσεων που περιέχει όλες τις non-dominated λύσεις (αποτελεσματικές λύσεις) από οποιαδήποτε άλλη λύση σε ολόκληρο τον εφικτό χώρο αναζήτησης

Τα πραγματικά προβλήματα είναι συνήθως πολύ μεγάλα και σύνθετα, με την έννοια ότι εμπλέκονται πολλές μεταβλητές και περιορισμοί, ενώ επικρατούν μεταξύ του πολύπλοκες σχέσεις. Στην περίπτωση των προβλημάτων πολλαπλών κριτηρίων για χρονοδρομολόγηση εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης, οι περισσότεροι ερευνητές υποβαθμίζουν το τμήμα υποστήριξης αποφάσεων του προβλήματος ή θεωρούν μια έναν εικονικό αποφασίζοντα που ορίζει τα βάρη ή τους στόχους των κριτηρίων και επικεντρώνονται στην πτυχή της βελτιστοποίησης του προβλήματος. Έτσι, βρίσκουν είτε μια ενιαία βέλτιστη λύση ή ένα σύνολο των βέλτιστων ή κοντά βέλτιστες λύσεις (βλέπε Miltenburg et al., 1990, για παράδειγμα). Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι ερευνητές αναπτύσσουν heuristics ή metaheuristics για την προσέγγιση του μετώπου Pareto του προβλήματος, από την οποία ο αποφασίζων θα επιλέξει θεωρητικά τη λύση που ανταποκρίνεται καλύτερα στις προτιμήσεις του. Ωστόσο, αν και αυτές οι προσεγγίσεις παρουσιάζουν στον αποφασίζοντα ένα μεγάλο αριθμό καλών λύσεων για να επιλέξει από αυτές, μπορεί να του προκαλέσουν σύγχυση στην επιλογή της λύσης που ταιριάζει καλύτερα στις προτιμήσεις του, ειδικά όταν περισσότερα από δύο κριτήρια λαμβάνονται υπόψη (Miettinen, 1999, Ehrgott, 2000).

Η βιβλιογραφία για την αντιμετώπιση των JIT MMALS προβλημάτων, που αφορούν πολλαπλά κριτήρια είναι σχετικά πλούσια (Boysen et al., 2009). Δύο στόχοι έχουν προταθεί και έχουν συνήθως θεωρηθεί (Monden, 1983): Πρώτον, αυτός της χρησιμοποίησης, όπου ο στόχος είναι να διατηρήσεις ένα σταθερό ρυθμό στη χρήση όλων των στοιχείων της εγκατάστασης και δεύτερον, αυτός της φόρτωσης, όπου ο στόχος είναι η ομαλοποίηση του φόρτου εργασίας για τη διαδικασία τελικής συναρμολόγησης, ούτως ώστε να μειωθεί η πιθανότητα καθυστερήσεων και διακοπών στην παραγωγή. Η πρώτη στόχευση προσπάθει να χρονοδρομολογήσει τις εργασίες σε γραμμές συναρμολόγησης μικτού μοντέλου για την επίτευξη ισορροπημένου φόρτου εργασίας με την πάροδο του χρόνου σε κάθε σταθμό συγκεντρώσεως, ενώ η δεύτερη χρησιμοποιείται σε μικτά μοντέλα για την ελαχιστοποίηση της μεταβολής στη χρήση των διαφόρων τμημάτων και εξαρτημάτων την πάροδο του χρόνου. Ο Monden σε συνεργασία με την Toyota δημιούργησε μία τοπική ευριστική αναζήτηση, η οποία ονομάζεται the Goal Chasing Method, για να μπορέσει να αντιμετωπίσει το πρόβλημα (Monden, 1983).

Ο Miltenburg et al. (1990) ανέπτυξε ένα μη γραμμική μοντελοποίηση ακέραιου προγραμματισμού του προβλήματος του Monden και το έλυσε με ένα δυναμικό αλγόριθμο προγραμματισμού. Συγκεκριμένα, χρησιμοποίησε μία πολλαπλών κριτηρίων σταθμισμένη συνάρτηση κόστους για να εξετάσει και τους

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

δύο στόχους ταυτόχρονα και πρότεινε δύο ευριστικές μεθοδολογίες για την αντιμετώπιση μεγαλύτερων προβλημάτων. Οι Miltenburg και Goldstein (1991) εξέτασαν από κοινού τα κριτήρια της ελαχιστοποίησης της συνολικής διακύμανσης χρήση εξαρτημάτων σε διαφορετικά επίπεδα και της ανισορροπίας του φόρτου εργασίας σε διάφορους σταθμούς εργασίας, και χρησιμοποίησαν μια σταθμισμένη προσέγγιση για την εξισορρόπηση των μεγεθών των δύο αυτών κριτηρίων. Και στα δύο αυτά papers, τα βάρη θεωρούνται ότι δίνονται ή λαμβάνονται εύκολα και έτσι το πρόβλημα δεν εξετάζεται από την άποψη του αποφασίζοντος.

Ο Bard et al. (1994) ανέπτυξε μία σταθμισμένη δικριτηριακή φόρμουλα για την εξέταση των trade-offs μεταξύ του μήκους γραμμής και της χρήσης εξαρτημάτων. Ένα μη-γραμμικό πρόβλημα μικτού αέριου προγραμματισμού λύνεται με ένα συνδυασμό του παρακείμενου ζεύγους σοφής ανταλλαγή και ευριστικής αναζήτησης Tabu, αλλά και της διαδικασίας branch and bound. Οι Bautista et al. (1996) Zhu και Ding (2000) μετασχημάτισαν το κομμάτι του προβλήματος σχετικά με την ελαχιστοποίηση της μονοεπίπεδής και της διεπίπεδής διακύμανσης στη χρήση εξαρτημάτων σε επίπεδο προϊόντος. Οι προηγούμενοι πρότειναν επίσης ένα ακριβή αλγόριθμο για την επίλυση του προβλήματος, με βάση τον οριοθετημένο δυναμικό προγραμματισμό.

Οι Aigbedo and Monden (1997) ανέπτυξαν μια παραμετρική διαδικασία, για να εξετάσουν από κοινού τις διακυμάνσεις σε ένα πρόβλημα τεσσάρων κριτηρίων που συμπεριελάμβανε την παραγωγή τελικών προϊόντων, τη χρήση εξαρτημάτων, το φόρτο εργασίας της γραμμής συναρμολόγησης, και το φόρτο εργασίας της υπο-γραμμής συναρμολόγησης. Ο Zeramdini et al. (2000) πρότεινε μια προσέγγιση δύο σταδίων για την αντιμετώπιση του δικριτηριακού προβλήματος χρονοδρομολόγησης, λαμβάνοντας υπόψη τη χρήση των εξαρτημάτων και την εξομάλυνση του φόρτου εργασίας. Αφού η αρχική αλληλουχία προσδιοριστεί από μια ευριστική μέθοδο δύο σταδίων μετά την εξέταση της χρήσης εξαρτημάτων, έχουμε τη διαίρεσή της σε έναν αριθμό από υποαλληλουχίες ίσο με την συχνότητα τροφοδοσίας. Κάθε υποαλληλουχία ακολούθως ξαναδρομολογείται για την εξομάλυνση του φόρτου εργασίας με την εφαρμογή της σε όλες τις υποαλληλουχίες, είτε με τη μέθοδο εσωτερικού κανόνα, είτε με τη μέθοδο εξάπλωσης εκτεταμένου χρόνου.

Οι Korkmazel και Meral (2001) από την άλλη πλευρά, ενοποίησαν τα δύο κριτήρια σε μία αντικειμενική συνάρτηση χρησιμοποιώντας την προσέγγιση του σταθμισμένου αθροίσματος. Ο Kostaras et al. (2000), ασχολήθηκε με ένα πρόβλημα πολλαπλών κριτηρίων αλληλουχίας εργασιών και πιο συγκεκριμένα χρονοδρομολόγησης στην αυτοκινητοβιομηχανία, επίσης να χρησιμοποιήσει μία αντικειμενική συνάρτηση σταθμισμένου αθροίσματος. Κατάφερε να επιτύχει τη βελτιστοποίηση μέσω τεχνικών διάδοσης περιορισμών αλλά και ευρυστικών τεχνικών, που αντιπροσωπεύουν εμπειρικά καθορισμένους κανόνες προτεραιότητας στο βιομηχανικό περιβάλλον.

Ο Hyun et al. (1998) ήταν ο πρώτος που προσέγγισε τις βέλτιστες λύσεις του προβλήματος χρονοδρομολόγησης MMAL αλληλουχίας με πολλαπλά κριτήρια, χρησιμοποιώντας ένα γενετικό αλγόριθμο. Λαμβάνοντας υπόψη του τρία κριτήρια :

- α. την ελαχιστοποίηση του συνολικού έργου κοινής ωφελείας,
- β. τη διατήρηση ενός σταθερού ρυθμού της χρήσης εξαρτημάτων και
- γ. την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους εγκατάστασης,

πρότεινε ένα γενετικό μηχανισμό αξιολόγησης και επιλογής, που ονομάζεται Pareto stratum–niche cubicle. Οι Tavakkoli-Moghaddam και Rahimi-Vahed (2006) διατύπωσαν το ίδιο πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα μιμητικό γενετικό αλγόριθμο (MA), ενώ ένας πολυκριτηριακός γενετικός αλγόριθμος αναπτύχθηκε επίσης για την αντιμετώπιση του δικριτηριακού MMALS προβλήματος (Mansouri, 2005), προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσουν η διακύμανση των ποσοστών παραγωγής και τον αριθμό των ρυθμίσεων.

Ο McMullen (1998) θεώρησε τη δικριτηριακή μοντελοποίηση, που πρότεινε ο Miltenburg (1989), ελαχιστοποιώντας τον αριθμό των ρυθμίσεων και κρατώντας ένα σταθερό ρυθμό χρησιμοποίησης εξαρτημάτων, λύνοντας τελικά το πρόβλημα με τη μέθοδο Tabu Search (TS). Οι McMullen και Frazier (2000) και σύγκριναν τα αποτελέσματά της με αυτά που εξάγονται από τη μέθοδο TS. Ο McMullen προσέγγισε τις βέλτιστες λύσεις για το ίδιο πρόβλημα με τη χρήση χάρτη αυτό-οργάνωσης Kohonen (τεχνητό νευρωνικό δίκτυο) και τεχνική βελτιστοποίησης ant colony (McMullen, 2000), (McMullen, 2001a) και σύγκρινε τις επιδόσεις των μεθόδων αυτών (McMullen, 2001b). Το συμπέρασμα ήταν ότι παρόλο που όλες οι μέθοδοι αυτές δίνουν λύσεις κοντά βέλτιστα αποτελέσματα όταν εφαρμόζονται σε μικρά προβλήματα, οι προσεγγίσεις SA και TS υπερτερούν της προσέγγιση του Γενετικού Αλγόριθμου σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα.

Μία πολυκριτηριακή αναζήτηση διασποράς (Rahimi-Vahed et al., 2007a) και ένας πολυκριτηριακός υβριδικός αλγόριθμος με βάση τον αλγόριθμο SFLA (shuffled frog-leaping algorithm) και BO (bacteria optimization) (Rahimi-Vahed και Mirzaei, 2007) εφαρμόστηκαν στο MO-MMALS-πρόβλημα, για να ελαχιστοποιηθούν τα τρία κριτήρια που παρουσίασε ο Hyun et al (1998). Διαπιστώθηκε ότι και οι δύο προσεγγίσεις υπερτερούν των γενετικοί αλγόριθμοι, ιδιαίτερα σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα. Το ίδιο πρόβλημα λύθηκε επίσης με αλγόριθμο MOPSO (MO-Particle swarm optimization) (Rahimi-Vahed et al., 2007b) και ένα υβριδικό MO αλγόριθμο βασισμένο σε PSO και TS (Mirghorbani et al., 2007). Τα αποτελέσματα τους συγκρίθηκαν με αυτά που εξάγονται από γενετικούς αλγόριθμους και τα πρώτα αποδείχθηκαν ανώτερα των τελευταίων.

Οι Rabbani et al. (2007) και Javadi et al. (2008) πρότειναν μια μέθοδο-στόχων ασαφούς μικτού ακέραιου προγραμματισμού στόχου (GP), για να πετύχουν μια ικανοποιητική λύση για το MMALS πρόβλημα τριών κριτηρίων, που προτάθηκε από το Hyun et al. (1998), σύμφωνα με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντος. Ασαφής θεωρία συνόλων εφαρμόστηκε στη μέθοδο GP, προκειμένου να διευκολύνει τον αποφασίζοντα να εκφράσει τις προτιμήσεις του με μεγαλύτερη ακρίβεια σε αυτό το μεγάλης κλίμακας πρακτικό πρόβλημα, με στόχο τη μεγιστοποίηση της ικανοποίησής του, λαμβάνοντας παράλληλα υπόψη τα επίπεδα ανοχής του.

Ο Mahdavi et al. (2009) μελέτησε το ίδιο πρόβλημα, χρησιμοποιώντας μία μεθοδολογία δύο φάσεων ασαφούς πολυκριτηριακού γραμμικού προγραμματισμού (FMOLP). Στην πρώτη φάση, το πρόβλημα αυτό επιλύεται χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση maxmin, ενώ στη συνέχεια λαμβάνει χώρα μια μεγιστοποίηση ενός σύνθετου βαθμού ικανοποίησης. Η μεθοδολογία αυτή, σε σύγκριση με τον ασαφούς προγραμματισμό στόχου και τις προσεγγίσεις σταθμισμένων αθροισμάτων, οδήγησε υψηλότερους βαθμούς ικανοποίησης των αντικειμενικών συναρτήσεων.

# ***ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5***

## **Η ΓΛΩΣΣΑ GAMS**

## 5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΛΩΣΣΑ GAMS

Το Γενικό Σύστημα Αλγεβρικής Μοντελοποίησης GAMS (General Algebraic Modeling System) αναπτύχθηκε για την υποστήριξη της ανάλυσης γραμμικών, μη γραμμικών εφαρμογών αλλά και μικτών προβλημάτων βελτιστοποίησης μικτού ακέραιου προγραμματισμού. Το σύστημα είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για μεγάλα και πολυσύνθετα προβλήματα, ενώ επιτρέπει στο χρήστη να επικεντρωθεί στο πρόβλημα του μοντελοποίησης με το να καταστήσει την οργάνωσή του απλή. Ο χρήστης μπορεί να αλλάξει τη διατύπωση γρήγορα και εύκολα μετατρέποντας ένα γραμμικό πρόβλημα σε μη γραμμικό χωρίς μεγάλη δυσκολία. Η γλώσσα, που χρησιμοποιεί το GAMS, είναι τυπικά παρόμοια με τις συνήθως χρησιμοποιημένες γλώσσες προγραμματισμού, καθιστώντας την οικεία σε οποιονδήποτε, που έχει κάποια επαφή με τον προγραμματισμό.

Χρησιμοποιώντας το GAMS, τα στοιχεία εισάγονται μόνο μια φορά με τη γνωστή μορφή καταλόγων και πινάκων. Όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος εισάγονται σε μια δήλωση και το GAMS παράγει αυτόματα περιορισμό για κάθε εξίσωση και αφήνει το χρήστη να κάνει τις εξαιρέσεις σε περιπτώσεις όπου η γενικότητα δεν επιδιώκεται.

Ο σχεδιασμός στο GAMS έχει ενσωματώσει τις έννοιες, που προέρχονται από τη θεωρία βάσεων δεδομένων και το μαθηματικό προγραμματισμό και προσπαθεί να συγχωνεύσει αυτές τις ιδέες να ανταποκριθούν στις ανάγκες των σχεδιασμών των μοντέλων. Η σχετική θεωρία βάσεων δεδομένων παρέχει ένα δομημένο πλαίσιο για τις γενικές ικανότητες οργάνωσης και μετασχηματισμού των στοιχείων του μοντέλου και σε συνδυασμό με το μαθηματικό προγραμματισμό που προσφέρει ποικίλες μεθόδους βοηθούν στην επίλυση δύσκολων προβλημάτων (Rosenthal 2008).

Ο κώδικας GAMS είναι σχεδιασμένος ώστε να:

- Παρέχει μια αλγεβρικά βασισμένη και υψηλού επιπέδου γλώσσα για την παρουσίαση μεγάλων και πολύπλοκων
- Επιτρέπει αλλαγές στο μοντέλο σχεδιασμού με απλότητα και ασφάλεια.
- Δηλώνονται σαφώς οι αλγεβρικές σχέσεις,
- Παρέχει ένα περιβάλλον, όπου ο χρήστης να μπορεί να αναπτύξει το μοντέλο του με ένα μικρό σύνολο δεδομένων και στη συνέχεια την επέκτασή του σε ένα ευρύτερο και ορθό πλαίσιο.
- Επιτρέπει τη χρήση περισσότερων μεταβλητών, εξισώσεων, ονόματα δεικτών, σχολίων και ορισμών δεδομένων, τα οποία συνοδεύονται από υπολογισμούς δημιουργώντας ένα τεκμηριωμένο και αυτόνομο αρχείο,
- Ενημερώνεται με τις νεότερες και αποτελεσματικότερες εκδόσεις επιλυτών,
- Αυτοματοποιεί τη μοντελοποίηση με τους υπολογισμούς δεδομένων, την ορθή διόρθωση των δηλώσεων, τον έλεγχο των λαθών, την διασύνδεση με επιλυτές και την αποθήκευση λύσεων,
- Επιτρέπει τη φορητότητα του μοντέλου σε διαφορετικούς υπολογιστές,
- Μετατρέπει εύκολα το μοντέλο από γραμμικό σε μη γραμμικό,
- Διευκολύνει την εισαγωγή και εξαγωγή δεδομένων από και προς διαφορετικά πακέτα υπολογιστών,
- Επιτρέπει τη χρήση από άτομα ή ομάδες διαφορετικής εμπειρίας,

- Παρέχει πρότυπα μοντέλα, τα οποία βοηθούν το χρήστη, μέσω βιβλιοθήκης πληροφοριών. (Mc Carl 2008).

## 5.2 ΔΟΜΗ ΕΝΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ GAMS

Στις επόμενες παραγράφους εξηγούνται τα βασικά συστατικά που αποτελούν τη δομή οποιουδήποτε μοντέλου του GAMS, τα οποία παρουσιάζονται συνοπτικά στον Πίνακα 5.1.

Inputs (Είσοδος Δεδομένων):
• Sets – (Σύνολα)
Declaration - (Δήλωση τους)
Assignment of members - (Καθορισμός των μελών τους)
• Data (Parameters, Tables, Scalars) – Δεδομένα (Παράμετροι, Πίνακες, Πίνακες στοιχείων)
Declaration - (Δήλωση τους)
Assignment of values - (Καθορισμός των τιμών τους)
• Variables - (Μεταβλητές)
Declaration - (Δήλωση τους)
Assignment of type - (Καθορισμός του τύπου τους)
• Assignment of bounds and/or initial values (optional) - (Καθορισμός των ορίων ή των αρχικών τιμών)
• Equations – (Εξισώσεις)
Declaration - (Δήλωση τους)
Definition - (Ορισμός τους)
• Model and Solve statements – (Δήλωση Μοντέλου και Επίλυσης)
• Display statement (optional) – (προαιρετική Εμφάνιση δήλωσης)
Outputs (Εξοδος Αποτελεσμάτων):
• Echo Print – (Αποτύπωση προγράμματος)
• Symbol Reference Maps – (Χάρτες Αναφοράς Συμβόλων)
• Equation Listings – (Λίστα Εξισώσεων)
• Status Reports – (Αναφορά Κατάστασης)
• Results – (Αποτελέσματα)

Πίνακας 5.1. Τα βασικά συστατικά του συστήματος GAMS

[Πηγή: Rosenthal 2008]

Σε αυτό το σημείο, είναι απαραίτητο να επισημανθούν κάποιες απαραίτητες παρατηρήσεις που αποτελούν και απαραίτους κανόνες του προγράμματος GAMS:

- Ένα μοντέλο στο GAMS είναι μια συλλογή των δηλώσεων στη γλώσσα GAMS. Κάθε οντότητα (εξαρτημένη ή ανεξάρτητη, μεταβλητή ή σταθερή) στο μοντέλο δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί αν δεν έχει δηλωθεί προηγουμένως.
- Οι οντότητες στο GAMS μπορούν να δηλωθούν σχεδόν με οποιοδήποτε τρόπο επιθυμεί ο χρήστης. Έτσι, επιτρέπονται οι δηλώσεις σε πολλαπλές

γραμμές, οι κενές γραμμές μεταξύ των δηλώσεων όπως και οι πολλαπλές δηλώσεις ανά γραμμή.

- Η ολοκλήρωση κάθε δήλωσης πρέπει να συνοδεύεται με το σύμβολο ελληνικού ερωτηματικού «;» ('semicolon'). Ο μεταγλωττιστής ('compiler') GAMS δε διακρίνει κεφαλαία και πεζά γράμματα, έτσι είναι και τα δύο είδη αποδεκτά.
- Τα επεξηγηματικά σχόλια είναι χρήσιμα για την τεκμηρίωση των μαθηματικών μοντέλων. Είναι καλύτερο να ενσωματώνονται μέσα στο ίδιο το μοντέλο παρά να παρουσιάζονται ξεχωριστά. Υπάρχουν δύο τρόποι να παρεμβληθεί η επεξήγηση μέσα σε μια εφαρμογή του GAMS. Καταρχήν, οποιαδήποτε γραμμή που αρχίζει με έναν αστερίσκο (\*) στη πρώτη στήλη λαμβάνεται ως γραμμή σχολίου από το μεταγλωττιστή GAMS. Δεύτερον, ίσως το σημαντικότερο, τα σχόλια μπορούν να παρεμβληθούν μετά από τις δηλώσεις των οντοτήτων του GAMS.
- Η δημιουργία οντοτήτων στο GAMS περιλαμβάνει δύο βήματα: μια δήλωση ('declaration') και μια ανάθεση ή καθορισμός ('assignment'). Η δήλωση περιλαμβάνει την ύπαρξη της οντότητας στο πρόγραμμα δίνοντας ένα όνομα. Η ανάθεση ή καθορισμός δίνει μια συγκεκριμένη τιμή ή μια μορφή. Στην περίπτωση των εξισώσεων, πρέπει να γίνεται δήλωση και ανάθεση σε ξεχωριστές δηλώσεις στο GAMS. Για όλες τις άλλες οντότητες του GAMS, ωστόσο, υπάρχει η επιλογή των δηλώσεων και αναθέσεων στην ίδια δήλωση ή χωριστά
- Τα ονόματα που δίνονται στις οντότητες του μοντέλου πρέπει να αρχίζουν με γράμμα και μπορούν να ακολουθηθούν μέχρι 31 οποιοδήποτε χαρακτήρες ή ψηφία.
- Όλες οι γραμμές δεν είναι μέρος της γλώσσας GAMS. Δύο ειδικά σύμβολα, ο αστερίσκος «\*» και το σύμβολο δολαρίου «\$» μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην πρώτη θέση σε μια γραμμή για να δείξει μια μη-γλωσσική γραμμή.

## ΣΧΟΛΙΑ

Ένα σχόλιο ('comment') είναι ένα επεξηγηματικό κείμενο, που δεν υποβάλλεται σε επεξεργασία και δεν διατηρείται από τον υπολογιστή. Υπάρχουν τρεις τρόποι να συμπεριληφθούν τα σχόλια σε ένα πρόγραμμα GAMS, η επιλογή μεταξύ των οποίων είναι ένα θέμα μεμονωμένης προτίμησης ή χρησιμότητας.

Ο πρώτος, αναφέρθηκε ήδη παραπάνω, πρόκειται να αρχίσει μια γραμμή με έναν αστερίσκο "\*" στην πρώτη θέση χαρακτήρα. Οι υπόλοιποι χαρακτήρες στη γραμμή αγνοούνται αλλά τυπώνονται στο αρχείο output. Δεύτερον, τα σχόλια μπορούν να παρεμβληθούν μετά από τις δηλώσεις των οντοτήτων του GAMS. Ο τρίτος τρόπος πρόκειται να χρησιμοποιήσει τους ειδικούς οριοθέτες ('blocks'), που αναγκάζουν το GAMS να αγνοήσει ένα ολόκληρο τμήμα του προγράμματος. Το σύμβολο δολαρίου '\$' πρέπει να είναι στην πρώτη θέση. Η αρχή ενός σχολίου πρέπει να ξεκινάει στην πρώτη γραμμή με τη φράση '\$ontext' και να καταλήγει με τη φράση '\$offtext'. (Rosenthal 2008).

## 5.2.1 ΣΥΝΟΛΑ

Τα Σύνολα ('SETS') είναι θεμελιώδεις δομικές μονάδες για οποιοδήποτε μοντέλο του GAMS και του επιτρέπουν να δηλωθεί και να διαβάζεται εύκολα και λειτουργικά. Το σύνολο  $S$  που περιλαμβάνει τα στοιχεία  $a$ ,  $b$  και  $c$  γράφεται με μαθηματική αναπαράσταση  $S = \{ a, b, c \}$ . Στο GAMS, λόγω των περιορισμών των χαρακτήρων, το ίδιο σύνολο γράφεται: `set S / a, b, c /`. Η δήλωση του συνόλου αρχίζει με τη λέξη κλειδί `set` (ή `sets`), όπου  $S$  το όνομα του συνόλου, και τα μέλη ή στοιχεία του είναι τα  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για τα απλά σύνολα είναι η ακόλουθη:

```
SET Set Name Optional Explanatory Text
/ first Set Element Name Optional Explanatory Text
second Set Element Name Optional Explanatory Text
...
/;
```

Το Όνομα Συνόλου ('Set Name') είναι το εσωτερικό όνομα του συνόλου (επίσης αποκαλούμενου αναγνωριστής) στο GAMS, που πρέπει να αρχίζει με ένα γράμμα που ακολουθείται από περισσότερα γράμματα ή ψηφία. Μπορεί μόνο να περιέχει τους αλφαριθμητικούς χαρακτήρες, και μπορεί να είναι μέχρι 31 χαρακτήρες. Το συνοδευτικό κείμενο χρησιμοποιείται για να περιγράψει το σύνολο ή το στοιχείο που προηγείται.

Το Όνομα κάθε Συνόλου Στοιχείου ('Set Element Name') μπορεί να είναι μέχρι 10 χαρακτήρες. Όπως και στις δηλώσεις έτσι και εδώ ισχύουν τα ίδια σχετικά με τα συνοδευτικά κείμενα (είτε μέσα σε αποστροφούς είτε χωρίς). Κάθε στοιχείο σε ένα σύνολο πρέπει να χωριστεί από τα άλλα στοιχεία με ένα κόμμα ή με ένα τέλος γραμμής. Αντίθετα, κάθε στοιχείο χωρίζεται από οποιοδήποτε σχετικό κείμενο με κενό.

Το Επεξηγηματικό Κείμενο ('Explanatory Text') δεν πρέπει να υπερβαίνει τους 254 χαρακτήρες και πρέπει για κάθε στοιχείο που περιγράφει να βρίσκεται στην ίδια γραμμή. Το κείμενο μπορεί να περιέχει ειδικούς χαρακτήρες όπως κάθετους, κόμματα ή ελληνικά ερωτηματικά με την προϋπόθεση ότι βρίσκεται μέσα σε αποστροφούς.

Ο αστερίσκος «\*» παίζει έναν ειδικό ρόλο στους ορισμούς συνόλων. Χρησιμοποιείται για την αποφυγή επίπονης δακτυλογράφησης μιας ακολουθίας στοιχείων ενός συνόλου. Παραδείγματος χάριν, για να γράψουμε δέκα χρονολογίες στη σειρά από το 1991 έως το 2000 μπορούμε να γράψουμε: `set t "time" /1991 * 2000 /;`, όπου μέσα το σύνολο περιλαμβάνει τα δέκα στοιχεία το 1991, 1992... , 2000. Ο αριθμός αριστερά από το αστερίσκο πρέπει να είναι μικρότερος από τον αριθμό στα δεξιά. Οποιοσδήποτε μη αριθμητικές διαφορές ή άλλες ασυνέπειες προκαλούν λάθη, ενώ είναι εφικτό δύο ή και παραπάνω σύνολα να δηλωθούν από κοινού.



## 5.2.2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ένα από τα κλασικά πρότυπα σχεδιασμού της γλώσσας GAMS είναι η χρήση δεδομένων στη πιο βασική μορφή, η οποία μπορεί να είναι Πίνακας - Στοιχείο, Παράμετροι και Πίνακες δύο ή περισσότερων διαστάσεων. Με βάση αυτό το κριτήριο, τρεις τύποι στοιχείων εισάγονται σε αυτή τη παράγραφο:

### Πίνακες

Τα στοιχεία μπορούν να δηλωθούν και να αρχικοποιηθούν στο GAMS χρησιμοποιώντας μια δήλωση Πίνακα ('Table'). Για δύο ή περισσότερες διαστάσεις προτιμώνται οι πίνακες από τις παραμέτρους για την εισαγωγή δεδομένων.

Γενικά, η σύνταξη για μια δήλωση πίνακα είναι:

```
Table Table Name (Set i, Set j ... ) Optional Explanatory Text
      set_j_element_1 set_j_element_2
set_i_element_1      value_11      value_12
set_i_element_2      value_21      value_22;
```

Το Όνομα του Πίνακα ('Table Name') είναι το εσωτερικό όνομα του πίνακα (επίσης αποκαλούμενο και ως αναγνωριστής) στο GAMS. Οι ετικέτες σειρών προέρχονται από το σύνολο i, και οι ετικέτες των στηλών από το σύνολο j.

### Πίνακες Στοιχείου

Η δήλωση του Πίνακα Στοιχείου ('Scalars') χρησιμοποιείται για να δηλώσει και να εισάγει τις αρχικές συνθήκες σε μια παράμετρο του GAMS με μηδενική διάσταση. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ακριβώς ένας αριθμός που συνδέεται με την παράμετρο.

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για μια δήλωση πίνακα στοιχείο είναι:

```
Scalars
Scalar 1 Name Optional Explanatory Text / Numerical Value /
Scalar 2 Name Optional Explanatory Text / Numerical Value /
... ;
```

Το Όνομα του Πίνακα Στοιχείου ('Scalar Name') είναι το εσωτερικό όνομα του πίνακα στοιχείου (επίσης αποκαλούμενο αναγνωριστής – 'identifier'). Το Συνοδευτικό Κείμενο περιγράφει το στοιχείο και ακολουθεί η Τιμή του ('Numerical Value').

### Παράμετροι

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για μια δήλωση Παραμέτρου ('Parameter') είναι:

**Parameters**

Parameter Name (set dependency) Optional Explanatory Text  
 / first Set Element Name Associated Value,  
 second Set Element Name Associated Value,  
 ... /;

Το Όνομα της Παραμέτρου ('Parameter Name') είναι το εσωτερικό όνομα της παραμέτρου (επίσης αποκαλούμενο ως αναγνωριστής). Η αρχικοποίηση μιας παραμέτρου απαιτεί έναν κατάλογο στοιχείων ('data element'), κάθε ένα από τα οποία αποτελείται από μια ετικέτα και μια τιμή. Οι κάθετοι '/' πρέπει να χρησιμοποιηθούν στην αρχή και στο τέλος του καταλόγου, και τα κόμματα πρέπει να χωρίζουν τα στοιχεία που εισήχθησαν σε μια γραμμή. Το σύμβολο '=' ή το 'κενό' μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να χωρίσει τις ετικέτες από τις αντίστοιχες τιμές τους.

**5.2.3 ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ**

Ο όρος Μεταβλητές ('Variables') αναφέρεται στις ενδογενείς μεταβλητές σύμφωνα με τους οικονομολόγους και στις μεταβλητές απόφασης σύμφωνα με συμβούλους επιχειρήσεων. Είναι οι οντότητες, των οποίων οι τιμές είναι γενικά άγνωστες μέχρι να λυθεί το μοντέλο. Μια σημαντική διαφορά μεταξύ των δηλώσεων μεταβλητής και παραμέτρου είναι ότι στη δήλωση μεταβλητής δεν μπορούν να δηλωθούν αρχικές τιμές. Έτσι, τα πολύ μεγάλα μοντέλα μπορούν να κατασκευαστούν χρησιμοποιώντας έναν μικρό αριθμό μεταβλητών. Είναι σημαντικό ότι οι δηλώσεις μεταβλητών περιλαμβάνουν ένα επεξηγηματικό κείμενο το οποίο είναι όσο το δυνατόν περιγραφικότερο για να σχολιάσει την λύση.

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για μια δήλωση Μεταβλητών είναι:

**Variable type**

first Variable Name (set dependency) Optional Explanatory Text  
 second Variable Name (set dependency) Optional Explanatory Text  
 ...;

Ο τύπος των μεταβλητών ('Variable type') είναι ο προαιρετικός μεταβλητός τύπος που εξηγείται λεπτομερώς παρακάτω. Το όνομα των μεταβλητών ('Variable name') είναι το εσωτερικό όνομα της μεταβλητής (επίσης αποκαλούμενη και αναγνωριστής) στο GAMS.

Υπάρχουν πέντε βασικοί τύποι μεταβλητών:

- Free: Ελεύθερες, δεν έχουν κανένα περιορισμό στην τιμή τους, από  $-\infty$  έως  $+\infty$
- Positive: Θετικές τιμές δέχονται μόνο, από 0 έως  $+\infty$

- Negative: Αρνητικές τιμές δέχονται μόνο, από  $-\infty$  έως 0
- Binary: Δυαδικές τιμές δέχονται, 0 ή 1
- Integer: Ακέραιες τιμές δέχονται μόνο, από 0 έως 100

Τα όρια είναι πολύ σημαντικά και αν επιβάλλεται να αλλαχθούν πρέπει να γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε να αποφεύγονται π.χ. διαιρέσεις με το μηδέν γιατί το GAMS θα βγάλει λάθος. Ο τύπος προεπιλογής είναι ελεύθερος, που σημαίνει ότι εάν ο τύπος της μεταβλητής δεν διευκρινίζεται, αυτό δεν θα έχει όρια καθόλου. Οι πιο συχνά χρησιμοποιημένοι τύποι είναι οι ελεύθεροι και οι θετικοί για τις περιγραφές των μεταβλητών για τις οποίες οι αρνητικές τιμές είναι χωρίς νόημα, όπως οι χωρητικότητες, οι ποσότητες και οι τιμές πώλησης. Ο πιο δημοφιλής τρόπος δήλωσης των μεταβλητών είναι η απαρίθμηση κατά ομάδες ανάλογα με τον τύπο.

Ένα πρόσθετο σύνολο λέξεων κλειδιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να διευκρινίσει τις διάφορες ιδιότητες των μεταβλητών. Μια μεταβλητή στο GAMS, έχει επτά προθέματα:

- *.lo* Το χαμηλότερο όριο της μεταβλητής
- *.up* Το υψηλότερο όριο της μεταβλητής
- *.fx* Η σταθερή τιμή της μεταβλητής, η οποία έχει άνω και κάτω όριο το ίδιο. Μία μεταβλητή σταθερής τιμής μπορεί να πάρει αργότερα περισσότερες τιμές, αν επαναπροσδιοριστούν τα όριά της.
- *.l* Το επίπεδο δραστηριότητας για τη μεταβλητή. Είναι ισοδύναμο με την τρέχουσα αξία της μεταβλητής. Λαμβάνει τις νέες τιμές όταν λύνεται ένα μοντέλο.
- *.m* Η οριακή τιμή της μεταβλητής. Λαμβάνει τις νέες τιμές όταν λύνεται ένα μοντέλο
- *.scale* Ο κλιμακωτός παράγοντας της μεταβλητής σε μη γραμμικό προγραμματισμό.
- *.prior* Η διακλαδισμένη τιμή προτεραιότητας μιας μεταβλητής χρησιμοποιείται σε προγραμματιστικά μοντέλα με μικτούς ακέραιους αριθμούς.

## 5.2.4 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Με τον όρο Εξισώσεις ('Equations'), το GAMS εννοεί τις συμβολικές αλγεβρικές σχέσεις που θα χρησιμοποιηθούν για να παράγουν τους περιορισμούς στο μοντέλο. Όπως με τις μεταβλητές, μια εξίσωση στο GAMS θα συνδέσει αυθαίρετα πολλούς περιορισμούς, ανάλογα με την ιδιότητα των καθορισμένων συνόλων.

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για μια δήλωση Εξισώσεων είναι:

```
Equations
First Equation Name (set dependency)   Optional Explanatory Text
Second Equation Name (set dependency)  Optional Explanatory Text
...;
```

Το όνομα των Εξισώσεων ('Equation name') είναι το εσωτερικό όνομα της εξίσωσης στο GAMS και ακολουθείται από το επεξηγηματικό κείμενο καταλήγοντας με το ελληνικό ερωτηματικό σύμβολο.

Όσον αφορά τον Ορισμό των Τύπων των Εξισώσεων, αυτός γίνεται αφότου έχει δηλωθεί από πριν το όνομα της κάθε εξίσωσης και εν συνεχεία ορίζεται ο τύπος της εξίσωσης ως εξής :

Equation Name (set dependency) \$Optional Logical Condition . .  
Left Equation Terms Equation Type Right Equation Terms;

Δηλώνεται εκ νέου το όνομα της Εξίσωσης ακολουθούμενο πάντα από δύο τελείες ".." πριν την έναρξη της άλγεβρας. Το Αριστερό μέλος της εξίσωσης ('Left Term') αποτελεί τον αλγεβρικό τύπο της, ενώ το Δεξιό ('Right Term') αποτελεί την τελική τιμή, την οποία επιζητείται να λάβει ο αλγεβρικός τύπος.

Το Είδος της Εξίσωσης ('Equation Type') αναφέρεται στο σύμβολο μεταξύ των δύο εκφράσεων που διαμορφώνουν την εξίσωση, και μπορεί να είναι κάποιος από τους ακόλουθους τύπους:

- =E= ('Equality'): το αριστερό μέρος πρέπει να είναι ίσο με το δεξί,
- =G= ('Greater or equal'): το αριστερό μέρος πρέπει να είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το δεξί,
- =L= ('Lower or equal'): το αριστερό μέρος πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο από το δεξί,
- =N= καμία σχέση δεν επιβάλλεται μεταξύ αριστερού και δεξιού μέρους. Αυτός ο τύπος εξίσωσης χρησιμοποιείται σπάνια.

### Εκφράσεις με δείκτες

Το GAMS παρέχει τις ακόλουθες τρεις διαδικασίες με δείκτες ('Indexed Operations'):

- sum : Άθροισμα με χρήση δεικτών ελέγχου
- smin : Ελάχιστη τιμή με χρήση δεικτών ελέγχου
- smax : Μέγιστη τιμή με χρήση δεικτών ελέγχου

Αυτές οι τρεις διαδικασίες εκτελούνται σε έναν ή περισσότερους δείκτες ελέγχου. Η σύνταξη στο GAMS για αυτές τις διαδικασίες είναι,

Indexed Operations ( (Controlling Indices), Expression)

- Η πιο κοινή από όλες τις τέσσερις διαδικασίες είναι το 'SUM' ('summation-άθροισμα'), το οποίο χρησιμοποιείται για να υπολογίσει το άθροισμα για μια περιοχή ενός συνόλου. Το πεδίο του ελέγχου είναι το ζευγάρι των παρενθέσεων () που αρχίζει αμέσως μετά από sum και στο οποίο περιέχονται οι Δείκτες Ελέγχου ('Controlling Indices') με τις αντίστοιχες εκφράσεις των μεταβλητών.

**Για παράδειγμα**, το πιο απλό μαθηματικό άθροισμα  $\sum_i x_{ij}$ , εκφράζεται στο GAMS ως: `sum(i, x(i,j))`, ενώ, ένα πιο πολύπλοκο μαθηματικό άθροισμα, όπως το  $\sum_{ij} c_{ij} * x_{ij}$ , εκφράζεται στο GAMS ως: `sum((i,j), c(i,j)*x(i,j))`.

- Οι εκφράσεις 'smin' και 'smax' αποτελούν διαδικασίες, που χρησιμοποιούνται για να υπολογιστούν οι μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές αντίστοιχα σε μια περιοχή του συνόλου. Οι δείκτες 'smin' και 'smax' διευκρινίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως στο δείκτη για το sum.
- Ο συμβολισμός 'card' χρησιμοποιείται για να υπολογίσει τον αριθμό των στοιχείων ενός συνόλου. Για παράδειγμα στο σύνολο, που εκφράζεται από τη δήλωση των χρονικών ετών μεταξύ 1985 και 1995: `set t time periods / 1985*1995 /` Τότε με τη χρήση της έκφρασης 'card(t)', θα ληφθεί σαν αποτέλεσμα ο αριθμός 11, που ισοδυναμεί με τα έτη, που περιέχονται στο χρονικό διάστημα 1985 έως 1995. (Mc Carl, 2008).

## 5.2.5 ΔΗΛΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Η Δήλωση Μοντέλου ('Model Statement') χρησιμοποιείται για να οργανώσει τις εξισώσεις σε ομάδες και να τις ονομάσει έτσι ώστε αυτές να μπορούν να επιλυθούν. Γενικά η σύνταξη στο GAMS για ένα μοντέλο απλής δήλωσης είναι :

**Model** Model Name Optional Explanatory Text / Model Contents / ;

Το Όνομα του Μοντέλου ('Model Name') είναι η εσωτερική ονομασία στο μοντέλο του GAMS, που πρέπει να ξεκινά με γράμμα και μπορεί να περιέχει μέχρι 10 αλφαριθμητικούς χαρακτήρες στο μήκος. Το κείμενο επεξήγησης χρησιμοποιείται για να περιγράψει το σύνολο ή το στοιχείο που προηγείται από αυτό και δε πρέπει να ξεπερνά τους 80 χαρακτήρες και όλοι να περιλαμβάνονται στην ίδια γραμμή.

Τα Περιεχόμενα του Μοντέλου ('Model Contents') μπορούν να περιλαμβάνουν όλες τις δηλωμένες εξισώσεις, οπότε αρκεί ο συμβολισμός 'all' για να εφαρμοστεί το μοντέλο σε όλες τις εξισώσεις. Σε διαφορετική περίπτωση, πρέπει να οριστούν οι ονομασίες των συγκεκριμένων εξισώσεων, που πρόκειται να μοντελοποιηθούν.

### Χαρακτηριστικά Μοντέλου

Σε κάθε μοντέλο είναι δυνατό να δηλωθούν από το χρήστη κάποια χαρακτηριστικά για το μοντέλο με τη μορφή αριθμητικών τιμών. Τα χαρακτηριστικά αυτά μπορούν να δώσουν πληροφορίες για τα αποτελέσματα που θα δώσει ο επιλυτής, είτε για κάποιες επιλογές που θα χρησιμοποιηθούν κατά τη διαδικασία επίλυσης. Υπάρχει ένας αρκετά αξιόλογος αριθμός χαρακτηριστικών που μπορούν να εισαχθούν. Παρακάτω θα γίνει μια μικρή αναφορά μόνο σε όσα από αυτά χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα μελέτη:

- Με την επιλογή 'iterlim' (iteration limit) εννοείται το όριο των επαναλήψεων, που μπορούν να πραγματοποιηθούν για την επίλυση του μοντέλου.
- Με την επιλογή 'optcr' (max relative MIP optimality gap) εννοείται το μέγιστο σχετικό διάστημα απόκλισης της βέλτιστης λύσης σε σχέση με τη θεωρητικώς εκτιμώμενη τιμή βέλτιστης λύσης, οπότε μόλις ο επιλυτής εντοπίσει την πλησιέστερη λύση στο σημείο αυτό τερματίζεται η επίλυση στο Μικτό Ακέραιο Προγραμματισμό. Η τιμή προεπιλογής είναι το 0.1 (10%), αλλά όσο μικρότερη τιμή λάβει, τόσο ακριβέστερο αποτέλεσμα θα δώσει η επίλυση.
- Με την επιλογή 'bratio' ('basis acceptance test') ρυθμίζεται το ελάχιστο ποσοστό στοιχείων που οφείλει να εντοπίσει ο επιλυτής στο GAMS από τη βάση δεδομένων. Δηλαδή με τιμή προεπιλογής το 0.25 (25%), σε μοντέλο 1000 εξισώσεων, τότε το GAMS δεν θα προτείνει κάποια βάση πληροφοριών αν δεν έχει εντοπίσει πρώτα το 25%, δηλαδή 250 στοιχεία να συμπεριλάβει. Όσο πιο κοντά στο 1 επιλεχτεί η τιμή του 'bratio' τόσο πιο δύσκολα θα εντοπιστεί βάση πληροφοριών, ενώ όσο πιο κοντά στο 0 τότε τόσο πιο πολλές πληροφορίες θα επιλεχθούν από το GAMS. (Mc Carl, 2008).

### Ταξινόμηση των μοντέλων

Με το GAMS μπορούν να λυθούν διάφοροι τύποι προβλημάτων. Οι τύποι αυτοί παρουσιάζονται στο Πίνακα 2. Σημαντικό είναι να υπάρχει ξεκάθαρη γνώση για τον τύπο του προβλήματος προτού επιχειρηθεί η λύση. Το GAMS έχει τη δυνατότητα να ελέγχει το μοντέλο στην επιλογή του τύπου του προβλήματος που σκέφτεται να χρησιμοποιήσει ο χρήστης και εμφανίζει επεξηγηματικά μηνύματα εάν ανακαλύπτει κακό συνδυασμό στην εφαρμογή των τύπων (π.χ., όταν ένα γραμμικό μοντέλο περιέχει μη γραμμικούς όρους). Αυτό συμβαίνει επειδή μερικά προβλήματα μπορούν να λυθούν με περισσότερους από έναν τρόπους, και ο χρήστης πρέπει να επιλέξει ποιο τρόπο θέλει να χρησιμοποιήσει.

LP : Linear Programming - Γραμμικός Προγραμματισμός. Δεν περιλαμβάνει μη γραμμικοί όροι ή διακριτές (δυναμικές ή ακέραιες) μεταβλητές στο μοντέλο.
NLP : Non-Linear Programming - Μη Γραμμικός Προγραμματισμός. Περιλαμβάνει μη γραμμικούς όρους, που περιέχουν μόνο τις ομαλές συναρτήσεις του μοντέλου, αλλά χωρίς διακριτές μεταβλητές.
DNLP : Discontinuous Non-Linear Programming – Ασυνεχής Μη Γραμμικός Προγραμματισμός. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι μη-ομαλοί μη-γραμμικοί όροι, όχι όμως οι διακριτές μεταβλητές
MIP : Mixed Integer Programming – Μικτός Ακέραιος Προγραμματισμός. Περιλαμβάνει διακριτές μεταβλητές, όχι όμως μη-γραμμικούς όρους.
RMIP : Relaxed Mixed Integer Programming - Χαλαρός Μικτός Ακέραιος Προγραμματισμός. Περιέχουν δυναμικές και ακέραιες μεταβλητές υπό τον όρο να παίρνουν τιμές μεταξύ των ορίων τους.
MINLP : Mixed Integer Nonlinear Programming - Μικτός Ακέραιος Μη Γραμμικός Προγραμματισμός. Περιέχουν μη-ομαλούς μη-γραμμικούς όρους και διακριτές μεταβλητές.

RMINLP : Relaxed Mixed Integer Nonlinear Programming - Χαλαρός Μικτός Ακέραιος Μη Γραμμικός Προγραμματισμός. Σε σχέση με το MINLP, περιέχει δυαδικές και ακέραιες υπό περιορισμούς.
---

MPEC : Mathematical Programs with Equilibrium Constraints - Μαθηματικά Προγράμματα με Περιορισμούς Ισορροπίας.
--

MCP : Mixed Complementarily Problem - Μικτό πρόβλημα συμπληρωματικότητας.
---

CNS : Constrained Nonlinear System - Μη γραμμικό σύστημα με περιορισμούς.
---

Πίνακας 5.2. Τύποι προβλημάτων που επιλύονται μέσω του GAMS

[Πηγή: Rosenthal 2008]

## 5.2.6 ΔΗΛΩΣΗ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Ύστερα από τη δήλωση του μοντέλου, το επόμενο βήμα είναι η επίλυση του χρησιμοποιώντας τη Δήλωση Επίλυσης ('Solve Statement'). Όταν το GAMS δει αυτή την εντολή ψάχνει τον κατάλληλο Επιλυτή ('Solver') από τη βιβλιοθήκη του, ώστε να βρει τον τύπο που ταιριάζει στην εφαρμογή. Είναι σημαντικό να διευκρινιστεί ότι το GAMS από μόνο του δε μπορεί να λύσει το κάθε πρόβλημα, αλλά περνά το πρόβλημα σε ένα από τους επιλυτές. Με λίγα λόγια το GAMS παίζει το ρόλο του μεσολαβητή στο πρόβλημα.

Γενικά η σύνταξη στο GAMS για ένα μοντέλο απλής δήλωσης είναι:

Solve Model Name Using Model Type Maximizing or Minimizing Equation Name;
---

Το Όνομα του Μοντέλου καθορίζεται από την πρότυπη δήλωση, το οποίο και επιλύεται χρησιμοποιώντας ('Using') έναν από τους Τύπους του Μοντέλου ('Model Type'), που περιγράφονται στο πίνακα 2, Μεγιστοποιώντας ή Ελαχιστοποιώντας την Αντικειμενική Συνάρτηση.

## 5.2.7 ΔΗΛΩΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΣΤΟ ΑΡΧΕΙΟ ΕΞΟΔΟΥ

Το GAMS επιτρέπει να εμφανιστούν όλες οι πληροφορίες του κώδικα του προβλήματος σε ένα αρχείο κειμένου, δηλαδή σε μορφή ".txt". Επιπλέον δημιουργείται και το αρχείο της μορφής 'model\_name.OUT'. Για την επίδειξη περαιτέρω πληροφοριών χρησιμοποιείται η εντολή Εμφάνισης ('Display'). Ωστόσο, υπάρχει η δυνατότητα να δημιουργηθούν επιπλέον αρχεία εξόδου με τη παρακάτω πλήρη σύνταξη:

<b>FILE</b> Local File Identifier / External File Location / ; <b>PUT</b> Local File Identifier ; <b>PUT</b> 'Item(s)' ;
--

- 'FILE' είναι η εντολή, που χρησιμοποιείται για τη δήλωση αρχείων. 'External File Location' είναι το Όνομα του Εξωτερικού Αρχείου, όπου θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα,

- ‘PUT’ είναι η εντολή, που χρησιμοποιείται για να ενεργοποιήσει το εξωτερικό αρχείο. Με το συμβολισμό ‘Local File Identifier’, εντοπίζεται το μέρος (εσωτερικό όνομα), που χρησιμοποιείται από το GAMS και όπου το αρχείο εξόδου θα οδηγηθεί. ‘Item(s)’ είναι το όνομα κάθε οντότητας, η οποία θα εισαχθεί στο αρχείο εξόδου, όπως επεξηγηματικά κείμενα, ετικέτες, παράμετροι, τιμές μεταβλητών ή εξισώσεων και οι οποίες αναγράφονται με πορτοκαλοκόκκινο χρωματισμό γραμμάτων.
- Με την εντολή ‘PUT’, μπορούν επίσης να δοθούν οι αριθμητικές τιμές στις οντότητες, που θα εισαχθούν στο αρχείο εξόδου, σύμφωνα με την σύνταξη:

PUT item 1: width: decimals, item 2: width: decimals, ... / ;

- Σύμφωνα με την παραπάνω σύνταξη, δηλώνεται αρχικά το όνομα της οντότητας.
- Στη συνέχεια, μετά το σύμβολο της άνω-κάτω τελείας (:), δηλώνεται το μέγιστο μήκος (‘width’) του πεδίου, όπου μπορούν να αναγραφούν οι αριθμητικοί χαρακτήρες της τιμής της οντότητας μαζί με τα ενδεχόμενα κενά διαστήματα διαχωρισμού.
- Τέλος, μετά το σύμβολο της άνω-κάτω τελείας (:), δηλώνεται ο αριθμός των δεκαδικών ψηφίων (‘decimals’), τα οποία θα μπορεί να λάβει η οντότητα. Στην περίπτωση που η τιμή αυτή οριστεί μηδέν (0), προφανώς η τιμή της οντότητας θα είναι ακέραιος αριθμός.

Για παράδειγμα, με την εντολή: `put CAPCHP.L:9:2, CAPABS.L:5:0 /;` στο αρχείο εξόδου στην αρχή κάποιας γραμμής θα αναγραφούν οι τιμές των δύο μεταβλητών ως εξής:

- Οι 9 πρώτοι χαρακτήρες (μαζί με τα ενδεχόμενα κενά) θα δοθούν στην αριθμητική τιμή της οντότητας CAPCHP.L, εκ των οποίων οι δύο χαρακτήρες θα είναι δεκαδικά ψηφία, ενώ ένας χαρακτήρας θα είναι το σύμβολο του διαχωρισμού των δεκαδικών ψηφίων.
- Στη συνέχεια οι επόμενοι 5 χαρακτήρες της γραμμής (μαζί με τα κενά) θα δοθούν στην αριθμητική τιμή της οντότητας CAPABS.L, η οποία είναι ακέραιος αριθμός με μηδενικά δεκαδικά ψηφία.
- Η εντολή ‘Put close’ χρησιμοποιείται για να ορίσει το κλείσιμο ενός αρχείου, και αναφέρεται στο τέλος της εκτέλεσης του προγράμματος GAMS. Η σύνταξη της είναι η ακόλουθη :

**Put close** Local File Identifier;

## 5.2.8 ΔΗΛΩΣΗ ΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥΣ ΣΕ ΒΡΟΓΧΟΥΣ

Το GAMS μπορεί να πραγματοποιήσει μια σειρά υπολογισμών και να ληφθούν αποτελέσματα, τα οποία θα εμφανιστούν στο αρχείο εξόδου σε μορφή πίνακα στοιχείων. Με τη χρήση της εντολής ‘LOOP’ (‘βρόγχος’), καθίσταται δυνατή η εκτέλεση μιας σειράς υπολογισμών για τα στοιχεία ενός συνόλου. Η σύνταξη της εντολής στο GAMS είναι η ακόλουθη:

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS



```
Loop ( (sets_to_vary),
Statements to execute
);
```

Με την εντολή αυτή καθορίζονται τα σύνολα των στοιχείων ('sets to vary') και με βάση τους δείκτες ('indices') τους, θα γίνουν οι επαναλαμβανόμενοι υπολογισμοί βασιζόμενοι στην εντολή ('statement to execute') που ακολουθεί στην επόμενη γραμμή.

Η Γενική σύνταξη μιας δήλωσης βρόγχου 'for' είναι η εξής:

```
for (scalar name = startvalue to endvalue,
statements;
);
```

Όπου:

- 'scalarname' είναι το όνομα της παραμέτρου, της οποίας η τιμή θα αλλάζει συνεχώς με σταθερό βήμα,
- 'startvalue' είναι η αρχική τιμή που θα λάβει η παράμετρος,
- 'endvalue' είναι η τελική της τιμή και όπου θα σταματήσουν οι υπολογισμοί,
- 'statements' είναι οι δηλώσεις στις οποίες εμπεριέχεται η εκάστοτε τιμή της παραμέτρου.

## 5.2.9 ΕΞΟΔΟΣ ΣΤΟ GAMS

Η Έξοδος ('Output') στο GAMS περιέχει πολλές επιλογές για τον έλεγχο και την κατανόηση ενός μοντέλου. Η έξοδος από μια εφαρμογή του GAMS παράγεται σε ένα αρχείο το οποίο μπορεί να διαβαστεί χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε συντάκτη κειμένων. Η έξοδος, που δημιουργείται κατά τη διάρκεια του αρχικού ελέγχου του προγράμματος, καλείται σύνταξη ('Compilation'). Περιέχει τα εξής μέρη:

### Αποτύπωση του προγράμματος

Η Αποτύπωση ('Echo Print') του προγράμματος εισάγεται στο πρώτο μέρος του αρχείου εξόδου και ουσιαστικά αποτελεί ένα αντίγραφο του αρχείου εισόδου, όπου απαριθμούνται οι γραμμές του αρχείου εισόδου, τοποθετώντας στην αρχή κάθε γραμμής το αντίστοιχο νούμερο της. Οι αριθμοί γραμμών αναφέρονται πάντα στο φυσικό αριθμό των γραμμών στο αρχείο εισαγωγής.

### Αναφορά σφαλμάτων

Η αποτελεσματική ανίχνευση και αποκατάσταση των σφαλμάτων ('Error Report') αποτελούν σημαντικά μέρη οποιουδήποτε συστήματος διαμόρφωσης. Η εμπειρία δείχνει ότι στις περισσότερες εντολές σύνταξης κατά τη διάρκεια των αρχικών σταδίων ανάπτυξης του μοντέλου ανιχνεύονται τα περισσότερα λάθη. Πολλά από τα χαρακτηριστικά λάθη που γίνονται με τις συμβατικές γλώσσες προγραμματισμού συνδέονται με έννοιες που δεν υπάρχουν στο GAMS και

δημιουργούν προβλήματα στο χρόνο εκτέλεσης και είναι δύσκολο να εντοπιστούν. Στο GAMS, τα λάθη επισημαίνονται πολύ νωρίς και αναφέρονται με τρόπο κατανοητό προς στο χρήστη συμπεριλαμβανομένων σαφών προτάσεων για το πώς να διορθώσει το πρόβλημα, και να βρει τη προέλευση του λάθους.

Όλα τα λάθη σημειώνονται με τέσσερις αστερίσκους «\*\*\*\*» στην αρχή κάθε γραμμής στη λίστα εξόδου. Μετά την ανίχνευση του λάθους, πρέπει να γίνει η διόρθωση του και στην συνέχεια να γίνει η επανάληψη για την επίλυση του μοντέλου. Δεν μπορεί να λυθεί ένα μοντέλο ή να αποθηκευτεί ένα αρχείο εάν τα λάθη που έχουν ανιχνευθεί δεν έχουν λυθεί. Τα λάθη ομαδοποιούνται σε τρεις φάσεις στο GAMS: στη σύνταξη, εκτέλεση και επίλυση του μοντέλου. Στο τέλος, από την αποτύπωση του προγράμματος, ένας κατάλογος με αριθμημένα όλα τα λάθη που υπάρχουν, μαζί με μια περιγραφή της πιθανής αιτίας κάθε λάθους, θα τυπωθούν στο αρχείο εξόδου.

### Χάρτης αναφοράς συμβόλων

Ο Χάρτης Αναφοράς Συμβόλων ('Symbol Reference Map') απαριθμεί όλες τις εντολές δηλώσεων (σύνολα, παράμετροι, πίνακες, μεταβλητές, εξισώσεις, μοντέλα, αρχεία εξόδου κλπ) σε αλφαβητική σειρά, τα ομαδοποιεί ανάλογα με τον τύπο τους, απεικονίζει τον αριθμό της γραμμής όπου εμφανίζονται και κατηγοριοποιεί την κάθε τους εμφάνιση.

Ο χάρτης αυτός είναι μια χρήσιμη παράμετρος του προγράμματος με πρακτική σημασία για εκείνους τους χρήστες, που εξετάζουν ένα μοντέλο που είναι φτιαγμένο από άλλον και θέλει να κάνει αλλαγές σε αυτό. Ο χάρτης αναφοράς συμβόλων μπορεί να εισαχθεί με την είσοδο μιας γραμμής που περιέχει το σύμβολο 'ζοnsymkref' στην αρχή του προγράμματος.

Στον επόμενο Πίνακα 3 παρουσιάζονται οι τύποι των συμβόλων με την κωδικοποιημένη τους μορφή, ενώ στον Πίνακα 4 επεξηγείται το είδος της δήλωσης για το κάθε σύμβολο:

Συντομογραφία συμβόλων στον χάρτη αναφοράς	Τύποι συμβόλων στο GAMS
EQU	Equation (εξίσωση)
MODEL	Model (μοντέλο)
FILE	Put file (δήλωση αρχείου)
PARAM	Parameter (παράμετρος, πίνακας, πίνακας στοιχείο)
SET	Set (σύνολο)
VAR	Variable (μεταβλητή)

**Πίνακας 5.3.** Τύποι συμβόλων, που εισάγονται στο χάρτη αναφοράς συμβόλων

[Πηγή: Mc Carl, 2008]

DECLARE	Δηλώνεται για πρώτη φορά κάποιο στοιχείο
DEFINED	Ορίζεται η εξίσωση, όπου περιέχεται κάποιο στοιχείο
ASSIGNED	Το στοιχείο εμφανίζεται στο αριστερό μέρος μιας δήλωσης
IMPL-ANS	Μία εξίσωση ή μεταβλητή θα ενημερωθεί ως αποτέλεσμα μιας δήλωσης επίλυσης
CONTROL	Ένα σύνολο χρησιμοποιείται ως δείκτης καθοδήγησης σε μια εντολή ανάθεσης, εξίσωσης, βρόχο ή άλλη λειτουργία (sum, smax, smin).
REF	Το σύμβολο χρησιμοποιείται στο δεξί μέρος μιας εντολής ανάθεσης (εμφάνισης – εξίσωσης – δήλωση μοντέλου ή επίλυσης)

Πίνακας 5.4. Είδος δήλωσης του κάθε συμβόλου στο χάρτη αναφοράς συμβόλων

[Πηγή: Mc Carl, 2008]

### Λίστα Εξισώσεων

Η Λίστα Εξισώσεων ('Equation Listing') παρέχει εξαιρετική χρησιμότητα στο πρόγραμμα. Παρουσιάζει με τρόπο αναλυτικό όλες τις εξισώσεις οι οποίες έχουν δηλωθεί στο αρχείο εισαγωγής. Συνήθως αναγράφονται σε μορφή μπλοκ, δηλαδή, σε κάθε μπλοκ αναγράφονται οι εξισώσεις υπολογισμού μιας συγκεκριμένης οντότητας για κάθε χρονική στιγμή ή κάθε διαφορετικό διάστημα. Όλοι οι όροι που εξαρτώνται από τις μεταβλητές οι οποίες περιέχονται στην εκάστοτε εξίσωση πηγαίνουν στο αριστερό μέρος ('Left Hand Side' – LHS), και οι σταθεροί όροι στο δεξί μέρος ('Right Hand Side' – RHS) της κάθε εξίσωσης.

Συνήθως, οι πρώτες τρεις εξισώσεις παρουσιάζονται σε κάθε μπλοκ. Αν είναι παραπάνω από τρεις, τότε παραλείπονται οι υπόλοιπες και απλώς επισημαίνεται ο ακριβής αριθμός τους. Υπάρχει, φυσικά, η δυνατότητα ο χρήστης να ορίσει τον ελάχιστο αριθμό αναγραφής εξισώσεων για κάθε μπλοκ με χρήση της εντολής: Option limrow = r ; (με r, τον ελάχιστο επιθυμητό αριθμό εξισώσεων μπλοκ).

### Λίστα Μεταβλητών

Το επόμενο τμήμα του αρχείου λίστας είναι η Λίστα Μεταβλητών ('Column Listing'). Παρουσιάζει την αριθμητική τιμή των συντελεστών της κάθε μεταβλητής που εμφανίζεται σε κάθε περιορισμό-εξίσωση και ταξινομούνται κατά στήλη μπροστά από το όνομα της εξίσωσης όπου η εκάστοτε μεταβλητή εμφανίζεται. Σε κάθε μπλοκ μεταβλητών αναγράφονται οι τρεις πρώτες καταχωρήσεις για κάθε μεταβλητή, μαζί με τα όρια και τα επίπεδα τιμών. Υπάρχει, φυσικά, η δυνατότητα ο χρήστης να ορίσει τον ελάχιστο αριθμό αναγραφής στηλών για κάθε μπλοκ μεταβλητών με χρήση της εντολής: Option limcol = c ; (με c, τον ελάχιστο επιθυμητό αριθμό εξισώσεων μπλοκ). Επίσης αναγράφεται και το εύρος τιμών τις οποίες μπορεί να λάβει η κάθε μεταβλητή οι οποίες μπορεί να κυμαίνονται από απείρως

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

αρνητικό ('- Minus Infinity'), μηδέν (0), γύρω από το μηδέν ('eps') έως και απείρως θετικό ('+ Plus Infinity') ή να είναι απροσδιόριστες ('Undefined'), μη διαθέσιμες ('Not Available') κλπ.

### Στατιστικά Μοντέλου

Τα Στατιστικά του Μοντέλου ('Model Statistics') παρέχουν πληροφορίες για το μέγεθος και τη γραμμικότητα του μοντέλου. Στην παρούσα μελέτη, υπολογίζεται ο συνολικός αριθμός των μπλοκ των εξισώσεων και μεταβλητών, ο αντίστοιχος αριθμός των μονών εξισώσεων και μεταβλητών, ο αριθμός των μη μηδενικών στοιχείων και τέλος ο αριθμός των διακριτών μεταβλητών:

MODEL STATISTICS  
 BLOCKS OF EQUATIONS 48 SINGLE EQUATIONS 5,321  
 BLOCKS OF VARIABLES 40 SINGLE VARIABLES 5,567  
 NON ZERO ELEMENTS 18,898 DISCRETE VARIABLES 881

### 5.2.10 ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Το GAMS παρουσιάζει μια σύντομη Περίληψη της Επίλυσης ('Solve Summary'), όπου αναγράφονται:

- το Όνομα του Μοντέλου και των Μεταβλητών Απόφασης,
- το Είδος και την Κατεύθυνση της Επίλυσης,
- το Όνομα της Επίλυσης και τον αριθμό της γραμμής όπου ξεκινά η επίλυση,
- η Βέλτιστη τιμή της Αντικειμενικής Συνάρτησης,
- ο Πραγματικός Χρόνος Επίλυσης και ο Μέγιστος Επιτρεπτός Χρόνος Επίλυσης ο οποίος ορίζεται συνήθως στα 1.000 δευτερόλεπτα,
- ο Πραγματικός Αριθμός Επαναλήψεων Επίλυσης και ο Μέγιστος Επιτρεπτός Αριθμός Επαναλήψεων ο οποίος ορίζεται συνήθως σε 1.000 επαναλήψεις
- η Κατάσταση της Επίλυσης ('Solver Status'), δηλαδή αν η επίλυση ολοκληρώθηκε κανονικά ('normal completion'), αν οι επαναλήψεις διακόπηκαν (iteration interrupted) , αν ο χρόνος επίλυσης τελείωσε, αν ο επιλυτής δεν είναι ικανός να βρει λύσεις ('non carable'), αν η επίλυση διεκόπη από το χρήστη κλπ
- η Κατάσταση του Μοντέλου ('Model Status'), δηλαδή αν οι τιμές που προέκυψαν είναι βέλτιστες ('optimal'), τοπικά βέλτιστες, απεριορίστες ('unbounded'), ακατόρθωτες (infeasible'), τοπικά ακατόρθωτες, ενδιάμεσα ακατόρθωτες, ακέραιες, ενδιάμεσα μη ακέραιες, άγνωστες λόγω κάποιου λάθους ('unknown'), καμία λύση δεν προέκυψε ('non optimized'), είναι μοναδική κλπ. (Mc Carl, 2008)

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

## **ΕΝΑ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ**

## 6.1 ΤΕΧΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ο σχεδιασμός παραγωγής, η αποτελεσματική δρομολόγηση των παραγόμενων προϊόντων και ο έλεγχος γίνονται όλο και πιο πολύπλοκα προβλήματα στη βιομηχανία με γραμμές συναρμολόγησης, λόγω της ανάγκης για βελτιστοποίηση της παραγωγής και της ικανότητας να αντεπεξέλθει στα εμφανιζόμενα προβλήματα.

Ένα από τα πιο κρίσιμα προβλήματα είναι η ακριβής δρομολόγηση αντικειμένων που θα παραχθούν σε μια εργοστασιακή μονάδα, η οποία κατασκευάζει διαφορετικά μοντέλα ενός προϊόντος με γραμμές συναρμολόγησης. Η γραμμή παραγωγής, όντας ένα first-in-first-out συνεχές σύστημα, πρέπει κατά την επιλογή της δρομολόγησης των προϊόντων να λαβαίνει υπ' όψιν έναν πολύ μεγάλο αριθμό περιορισμών, ώστε να εξασφαλίσει τη συνεχή ροή της παραγωγής.

Ο γενικός στόχος-πρόκληση είναι να διοχετεύσουμε κάθε εργασία σε ένα συγκεκριμένο σημείο-ημέρα στο πρόγραμμα παραγωγής της κατάλληλης γραμμής, προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το κόστος παραγωγής και οι καθυστερήσεις σεβόμενοι τους εμπορικούς και βιομηχανικούς περιορισμούς.

Όταν ένα αντικείμενο παραγγέλνεται από έναν εμπορικό αντιπρόσωπο της εκάστοτε βιομηχανίας (για παράδοση σε συγκεκριμένο πελάτη ή για εμπορικό στοκ), τίθεται μια παραγγελία αντικειμένου (*Item Order, IO*). Αυτή η παραγγελία παρέχει τα φυσικά χαρακτηριστικά του προϊόντος (μοντέλο, έκδοση, διαστάσεις, χρώμα, επιλογές κτλ.) καθώς επίσης και τα εμπορικά του χαρακτηριστικά (συγκεκριμένα, το επίπεδο προτεραιότητας: υψηλό για παράδοση σε πελάτη ή χαμηλό για εμπορικό στοκ, και την αναμενόμενη περίοδο παραγωγής). Κάθε εβδομάδα, όλες οι νέες παραγγελίες (IO) διανέμονται στα διαφορετικά εργοστάσια με βάση ενός συστήματος βραχυπρόθεσμου σχεδιασμού παραγωγής (*Short-term Production Planning - STP*), το οποίο στοχεύει στη μείωση των εξόδων παραγωγής και μεταφοράς, ενώ παράλληλα διατηρεί μια ομοιόμορφη κατανομή εργασιών σε όλα τα εργοστάσια.

Σε εργοστασιακό επίπεδο, λοιπόν, το πρόβλημα είναι – δεδομένων των παραγγελιών (*IOs*) – ο προγραμματισμός της παραγωγής σε κάθε γραμμή παραγωγής, δηλαδή η δρομολόγηση των προς παραγωγή αντικειμένων. Αυτό είναι και το Γενικευμένο Πρόβλημα Δρομολόγησης Αντικειμένων. Κάθε αντικείμενο (*item*) πρέπει να έχει μια συγκεκριμένη θέση σε μια δοθείσα γραμμή παραγωγής αντικειμένων, έτσι ώστε να ελαχιστοποιούνται τα έξοδα παραγωγής και οι καθυστερήσεις, διατηρώντας, παράλληλα, τους κατασκευαστικούς περιορισμούς.

Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα χρονοδρομολόγησης περιλαμβάνει τα ακόλουθα στοιχεία:

**Γραμμές Συναρμολόγησης:** Ο όρος αναφέρεται σε μια σειρά από γραμμές παραγωγής όπου οι εργασίες μπορούν να συναρμολογηθούν / επεξεργαστούν. Κάθε γραμμή συναρμολόγησης μπορεί να επεξεργαστεί μόνο ορισμένους τύπους / μοντέλα εργασιών, που ορίζονται από τα χαρακτηριστικά της εργασίας και επιβάλλει ένα συγκεκριμένο σύνολο των περιορισμών που περιγράφονται παρακάτω.

**Παραγγελίες Εργασιών:** Κάθε παραγγελία εργασιών χαρακτηρίζεται από τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά στοιχεία, ήτοι τα απαιτούμενα φυσικά χαρακτηριστικά

(όπως οι διαστάσεις, το βάρος, το σχήμα, το χρώμα, κλπ.) καθώς και τα εμπορικά δεδομένα (προτεραιότητα, λόγω-ημερομηνίες, κλπ.) και τα βιομηχανικά στοιχεία (ID της γραμμής συναρμολόγησης κλπ.).

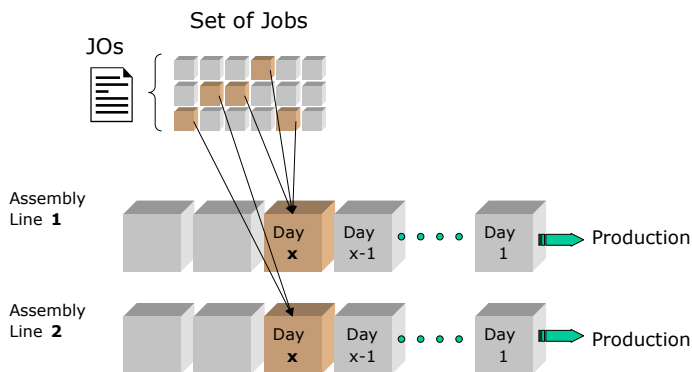
## 6.2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

Οι μεταβλητές απόφασης του Γενικευμένου Προβλήματος Δρομολόγησης Αντικειμένων, που δίνουν και μία λύση, είναι για κάθε γραμμή παραγωγής:

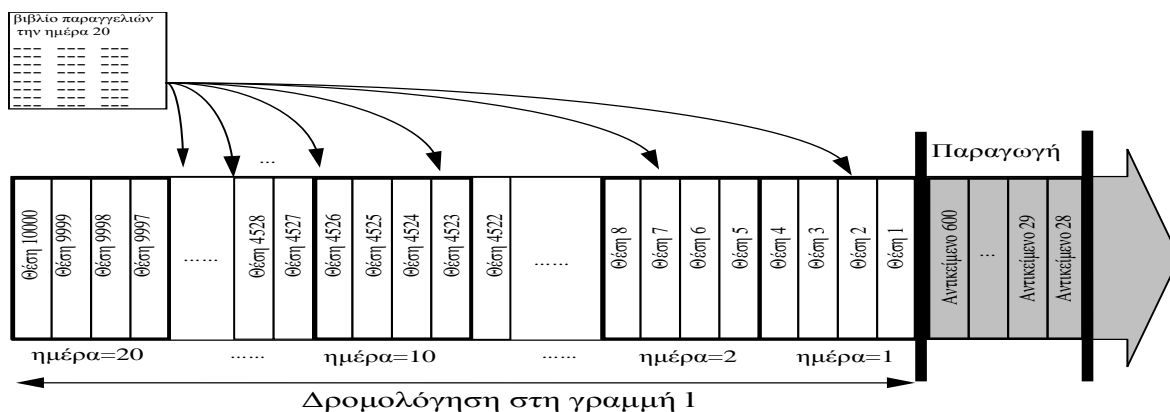
- Η δρομολόγηση των παραγγελιών των αντικειμένων (δηλαδή η απόφαση για την τοποθέτηση ή μη μιας παραγγελίας σε μια δρομολόγηση και η τοποθέτησή της σ' αυτή που είναι πιο αποτελεσματική).
- Πόσοι πόροι πρέπει να χρησιμοποιηθούν σε κάθε γραμμή, σε κάθε διαφορετικό συνδυασμό γραμμής παραγωγής, ημέρας, οικογένειας προϊόντος

Από τις τρεις πρώτες μεταβλητές απόφασης, μπορούμε να υπολογίσουμε το  $n_{ij}^l$ , δηλαδή τον αριθμό των αντικειμένων της οικογένειας  $i$  που πρέπει να παραχθούν στη γραμμή  $l$ , κατά την ημέρα  $j$  ( $n_{ij}^l \geq 0$ )

Αυτές οι μεταβλητές δεν είναι καθόλου ανεξάρτητες μεταξύ τους: οποιαδήποτε αλλαγή στην επιλογή των λόγων απόστασης θα έχει σίγουρα σημαντικές επιπτώσεις στη βέλτιστη δρομολόγηση των παραγγελιών. Στα δύο παρακάτω σχήματα, φαίνεται παραστατικά το σκεπτικό της χρονοδρομολόγησης εργασιών σχετικά με την παραγωγή των μοντέλων :



Σχήμα 6.1. Παράδειγμα δρομολόγησης αντικειμένων



Σχήμα 6.2. Παράδειγμα δρομολόγησης αντικειμένων με προοπτική 20 μέρες

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

## 6.3 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

Κατά το Γενικευμένο Πρόβλημα Δρομολόγησης Αντικειμένων, οι περιορισμοί μπορούν να ταξινομηθούν σε 3 κατηγορίες:

- **Φυσικοί περιορισμοί:** αυτοί είναι σκληροί περιορισμοί, δηλαδή κάθε λύση θα πρέπει να τους ικανοποιεί για να γίνεται δεκτή.
- **Σκληροί/μαλακοί περιορισμοί:** συνήθως θεωρούνται σκληροί, αλλά μπορεί στην πράξη να θεωρηθούν μαλακοί, αν δεν βρεθεί καλή λύση. Ωστόσο, σ' αυτή την περίπτωση, η διαφορά ανάμεσα στην αρχική τιμή του περιορισμού και στην πραγματική του τιμή πρέπει να είναι μικρή. Για λόγους απλότητας, όμως, αυτοί οι περιορισμοί θα θεωρούνται σκληροί.
- **Προτιμήσεις (ή κριτήρια):** αυτοί είναι μαλακοί περιορισμοί, δηλαδή δεν είναι υποχρεωτικό να ικανοποιούνται για να είναι μια λύση δεκτή, αλλά μια καλή λύση θα πρέπει ιδανικά να τους βελτιστοποιεί.

Οι παρακάτω περιορισμοί βρίσκουν εφαρμογή στο Γενικευμένο Πρόβλημα Δρομολόγησης Αντικειμένων:

➤ **Περιορισμός μοναδικότητας:**

Δηλαδή μόνο μία παραγγελία μπορεί να λάβει μία συγκεκριμένη θέση στη δρομολόγηση των αντικειμένων σε μία δεδομένη γραμμή. [**φυσικός περιορισμός**]

➤ **Περιορισμοί εξειδίκευσης της γραμμής παραγωγής:**

οι γραμμές παραγωγής είναι σχεδιασμένες έτσι ώστε να παράγουν ένα περιορισμένο αριθμό μοντέλων προϊόντων. Για παράδειγμα, στην Toyota που αναφέραμε πριν κάποια γραμμή θα παρήγαγε το Avensis ή το Prius, ενώ μια άλλη το Yaris ή το Corolla σε ένα δεδομένο σύνολο εκδόσεων (π.χ. με ή χωρίς ABS, Air Conditioning, κτλ.). Έτσι, πιο συγκεκριμένα, μια γραμμή παραγωγής μπορεί να είναι ικανή να παράγει το Yaris 1.3, αλλά όχι το Yaris 1.3 με ABS. [**φυσικός περιορισμός**]

➤ **Περιορισμός του πλάνου παραγωγής:**

για την εξασφάλιση μιας σταθερής ποιότητας στην παραγωγή, η ταχύτητα μιας γραμμής παραγωγής δεν διαφέρει από μέρα σε μέρα. Επιπλέον, δεν επιτρέπονται συνήθως κενά στην δρομολόγηση των αντικειμένων, επομένως, αν η ταχύτητα της γραμμής είναι 100 αντικείμενα/ώρα, τότε 100 πρέπει και να παράγονται αντικείμενα/ώρα. Αυτή η ταχύτητα εξαρτάται από την υπολογιζόμενη ζήτηση και ορίζεται κάθε εξάμηνο. Για την προσαρμογή της παραγωγής στην πραγματική ζήτηση, σχεδιάζονται, όποτε χρειαστεί, υπερωρίες ή να μην γίνει καμιά εργασία κάποιες μέρες. Πάντως, η απόφαση για τις υπερωρίες ή για τις ημέρες χωρίς εργασία δεν αποτελούν μέρος του Γενικευμένου Προβλήματος Δρομολόγησης Αντικειμένων, και επομένως, και ο αριθμός των εργασιμων ωρών και η ταχύτητα των γραμμών παραγωγής θεωρούνται γνωστά για τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Στο Γενικευμένο Πρόβλημα Δρομολόγησης Αντικειμένων, το πλάνο παραγωγής ορίζεται από ένα κατώτερο και ένα ανώτερο όριο (το ανώτερο όριο μπορεί να ισούται με το κατώτερο όριο). [**φυσικός περιορισμός**]



➤ **Ελάχιστο μήκος δρομολόγησης:**

για να εξασφαλιστεί η πιθανότητα να παραγγελθούν οι προμήθειες στην ώρα τους, το μήκος της δρομολόγησης πρέπει να είναι τουλάχιστον μεγαλύτερο από μια ορισμένη τιμή, συνήθως τα  $\frac{3}{4}$  της περιόδου που αντιπροσωπεύεται από το συγκεκριμένο σύνολο παραγγελιών (ΙΟ). [φυσικός περιορισμός]

➤ **Περιορισμός μέγιστης καθυστέρησης:**

το εργοστάσιο εγγυάται ότι κάθε αντικείμενο (θεωρούμε μόνο τις εφικτές παραγγελίες) που δέχθηκε την ημερομηνία  $T$  θα έχει πραγματοποιηθεί τουλάχιστον μέχρι την ημερομηνία  $T+D_{\max}$ , για να εξασφαλίσει τον περιορισμό της μέγιστης καθυστέρησης μιας παραγγελίας. Το εύρος του χρόνου παραγωγής  $D_{\max}$  μπορεί να ποικίλει ανάλογα με την προτεραιότητα των ΙΟ. [σκληρός περιορισμός]

➤ **Περιορισμοί παραγωγικής ικανότητας:**

ο αριθμός των εργασιών ενός ορισμένου τύπου, που πραγματοποιούνται στη γραμμή παραγωγής σε μια ημέρα, μπορεί να περιοριστεί εξαιτίας φυσικών περιορισμών (π.χ. παραγωγική ικανότητα μηχανών, αριθμός διαθέσιμων εργατών...). Για παράδειγμα στη αυτοκινητοβιομηχανία της Toyota στις Βρυξέλλες, δεν μπορούν να συναρμολογηθούν περισσότερα από 75 Air-conditions σε μια ημέρα. [φυσικός περιορισμός]

➤ **Περιορισμός ζήτησης:**

Η παραγωγή δεν πρέπει να ξεπερνά τη ζήτηση για να μην δημιουργείται απόθεμα, ούτως ώστε να αποφεύγονται κόστη αποθήκευσης. [φυσικός περιορισμός]

➤ **Μέγιστη διαφορά του μήκους δρομολόγησης μεταξύ των γραμμών:**

για τη διατήρηση μιας ισορροπίας μεταξύ των γραμμών παραγωγής ενός εργοστασίου, το μήκος της δρομολόγησης τους δεν πρέπει να διαφέρει πολύ. [φυσικός περιορισμός]

➤ **Περιορισμοί ημερολογίου:**

οι ημερομηνίες αρχής και/ή τέλους και/ή ο όγκος παραγωγής μπορεί να επιβάλλονται για κάποιο τύπο οχημάτων. [σκληρός/μαλακός περιορισμός]

Για παράδειγμα:

- Η παραγωγή οχημάτων με Air-conditions μπορεί να ξεκινήσει μόνο αφότου η γραμμή παραγωγής έχει εξοπλιστεί με νέες μηχανές. [σκληρός περιορισμός]
- Το χρώμα 'silver' θα τερματίζεται μετά από μια συγκεκριμένη ημερομηνία για λόγους marketing. [σκληρός/μαλακός περιορισμός]
- Όταν μια νέα έκδοση αρχίζει να παράγεται, η παραγωγή της πρέπει να αυξάνεται προοδευτικά, ώστε να συντονιστεί η κατασκευαστική διαδικασία. Η εξέλιξη του αριθμού των αντικειμένων που παράγονται κάθε ημέρα θα πρέπει να ακολουθεί μια ορισμένη καμπύλη. Για παράδειγμα, 10 αντικείμενα την πρώτη ημέρα, 0 την επόμενη, ώστε να γίνει ανάλυση και τελικά αλλαγές, έπειτα 20, κτλ... [σκληρός/μαλακός περιορισμός]

## 6.4 ΚΡΙΤΗΡΙΑ

Στόχος του Γενικευμένου Προβλήματος Δρομολόγησης Αντικειμένων είναι η εύρεση μιας δρομολόγησης αντικειμένων, που σέβεται τους κατασκευαστικούς περιορισμούς, ενώ παράλληλα ικανοποιεί όσο το δυνατόν περισσότερο τις επόμενες προτιμήσεις, οι οποίες παραθέτονται με φθίνοντα βαθμό σπουδαιότητας:

- **Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών (Sequence Length):**

λόγω του περιορισμού του πλάνου παραγωγής, μπορεί να μην είναι δυνατό να δρομολογηθούν όλα τα αντικείμενα που περιέχονται σ' ένα ορισμένο σύνολο VI. Για παράδειγμα, αν αυτό το σύνολο αντιπροσωπεύει παραγγελίες 4 εβδομάδων, μπορεί να μην είναι δυνατό να βρεθεί μια εφικτή δρομολόγηση για την τέταρτη εβδομάδα, που να ικανοποιεί τον περιορισμό πλάνου παραγωγής. Αυτό, όμως, οδηγεί σε έλλειψη διορατικότητας για παραγγελία προμηθειών, κτλ... Επομένως, θα πρέπει να προτιμηθούν λύσεις που δίνουν την μακρύτερη δρομολόγηση. Αυτό είναι ισοδύναμο με τη μείωση του αριθμού των αντικειμένων που δεν δρομολογούνται.

- **Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων (JIT) :**

με σκοπό την ελαχιστοποίηση του κόστους αποθήκευσης, οι παραγγελίες θα πρέπει να εξισορροπούνται με την προμήθεια. Για παράδειγμα στην αυτοκινητοβιομηχανία, αν η προμήθεια των Air-Conditions είναι 200 την ημέρα, είναι προτιμότερο να παράγονται 2000 οχήματα με κλιματισμό την ημέρα, παρά 120 τη μία μέρα, 80 την επόμενη και 50 δύο μέρες μετά. Ο στόχος είναι, λοιπόν, τόσο η μείωση του μέσου όγκου των προμηθειών που δεν καταναλώνονται, όσο και η εξομάλυνσή του.

- **Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης (Lateness):**

ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου μεταξύ της υπολογιζόμενης ημερομηνίας παραγωγής και της ημερομηνίας παράδοσης, η οποία ορίστηκε όταν έγινε η παραγγελία. Όταν ένα αντικείμενο ολοκληρώνεται αργότερα από την ημερομηνία παράδοσης του, αυτή η καθυστέρηση θα έχει εμπορικές συνέπειες. Ομοίως, αν ένα αντικείμενο είναι έτοιμο πριν την ημερομηνία παράδοσης, τότε θα υπάρξει ένα κόστος για τη διατήρηση του προϊόντος στο στοκ.

- **Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόσταση (Resources violation):**

λόγω της διαμόρφωσης της γραμμής παραγωγής και της διαφοράς χρόνου που απαιτείται για την εκτέλεση διαφορετικών εργασιών, δεν είναι κάποιες φορές δυνατόν να παραχθούν δύο αντικείμενα με ορισμένα χαρακτηριστικά το ένα αμέσως μετά το άλλο. Θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον μια ορισμένη απόσταση μεταξύ τους κατά την παραγωγή. Αυτή η απόσταση ορίζεται από τον **λόγο απόστασης** (*distance ratio*), ο οποίος δίνει το μέγιστο αριθμό αντικειμένων με τα ίδια χαρακτηριστικά που μπορούν να παραχθούν σε ένα συνολικό αριθμό οχημάτων. Στο παράδειγμα μας με τη βιομηχανία αυτοκινήτων αυτό θα μεταφραζόταν ως εξής :

‘ABS: 1/8’ σημαίνει ότι είναι προτιμότερο να παραχθεί το πολύ 1 όχημα με ABS σε μια συνολική παραγωγή 8 οχημάτων. Πάντως, λόγω της ευελιξίας σε μια γραμμή παραγωγής, παραβιάσεις αυτών των λόγων αποστάσεων (π.χ. 2 οχήματα με ABS

ανάμεσα σε 8 σε μια δρομολόγηση, παρόλο που ο λόγος απόστασης για το ABS είναι 1/8) είναι ανεκτές, αλλά επιφέρουν ένα κόστος για κάθε παραβίαση.

Ο λόγος απόστασης μπορεί ακόμα και να τροποποιηθεί. Πράγματι, εξαρτάται από τις φυσικές δυνατότητες των γραμμών παραγωγής (π.χ. ο αριθμός των μηχανών), καθώς και από τον αριθμό των εργατών που εκτελούν μια εργασία. Είναι δυνατόν να αλλάξει ο λόγος απόστασης σε κάποιες προκαθορισμένες τιμές: για παράδειγμα, προσλαμβάνοντας ακόμα έναν εργάτη, ο λόγος για το ABS μπορεί να μεταβληθεί από 1/8 σε 1/4. Αυτή η απόφαση επιφέρει κάποιο κόστος και – εφόσον έχει να κάνει με την απασχόληση – θα πρέπει να σέβεται τους νόμους απασχόλησης: για παράδειγμα, ένας εργάτης δεν πρέπει να προσληφθεί για λιγότερο από 5 συνεχόμενες εργάσιμες ημέρες. Η τιμή του λόγου απόστασης μπορεί τότε να αλλάζει μόνο μία φορά την εβδομάδα. Ο στόχος είναι η μεγιστοποίηση της χρησιμοποίησης, δηλαδή η ελαχιστοποίηση του λόγου απόστασης και του αριθμού των παραβιάσεων.

Η ποιότητα μιας λύσης του Γενικευμένου Προβλήματος Δρομολόγησης Αντικειμένων εξαρτάται, λοιπόν, από το βαθμό ικανοποίησης των προτιμήσεων. Ο στόχος αυτού του πολυκριτηριακού προβλήματος είναι:

- Η ελαχιστοποίηση του αριθμού των VI που δεν έχουν δρομολογηθεί.
- Η ελαχιστοποίηση του όγκου των προμηθειών που δεν καταναλώθηκαν
- Η ελαχιστοποίηση της καθυστέρησης
- Η ελαχιστοποίηση του αριθμού των παραβιάσεων των λόγων απόσταση

Εν ολίγοις, ο στόχος του Γενικευμένου Προβλήματος Δρομολόγησης Αντικειμένων, είναι η ελαχιστοποίηση της παρακάτω αντικειμενικής συνάρτησης:

$$F = \text{cost}_{\text{sequence length}} + \text{cost}_{\text{just-in-time}} + \text{cost}_{\text{lateness}} + \text{cost}_{\text{utilization}}$$

Επιπλέον, η ανάλυση του Γενικευμένου Προβλήματος Δρομολόγησης Αντικειμένων πρέπει να εγγυάται σταθερότητα και ομαλότητα της λύσης.

## 6.5 ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

Εν συνεχεία θα δοθεί μία προτεινόμενη περιγραφή του προβλήματος καθορίζοντας τα δεδομένα, τους περιορισμούς και την αντικειμενική συνάρτηση. Θεωρούνται οι ορισμοί:

- $i$ : δείκτης οικογένειας ( $i = 1, \dots, n$  Families)
- $j$ : δείκτης ημέρας ( $i = 1, \dots, n$  Days)
- $l$ : δείκτης γραμμής ( $l = 1, \dots, n$  Lines)
- $dr$ : δείκτης λόγου απόστασης ( $dr = 1, \dots, nDr$ )
- $m$ : δείκτης του λόγου ( $m = 1, \dots, [dr]$ )
- $k$ : δείκτης περιορισμού ( $k = 1, \dots, n$  Ctrt)
- $fam\_line_j$ : λογική μεταβλητή ίση με 1 αν η  $i$  οικογένεια μπορεί να παραχθεί στη γραμμή  $l$  και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.
- $exprProd_i$ : αναμενόμενη ημερομηνία παραγωγής για τα είδη της οικογένειας  $i$ .

- *priority<sub>i</sub>*: ένα χαρακτηριστικό μιας οικογένειας που δείχνει το επίπεδο της προτεραιότητας.
- *late[prior]*: μέγιστος αριθμός των ημερών ένα στοιχείο με υψηλή προτεραιότητα μπορεί να επιτρέψει εκ των προτέρων πριν από την ημερομηνία παραγωγής του.
- *dem<sub>i</sub>*: η ζήτηση για τα είδη της οικογένειας *i*.
- *cMin<sub>kjl</sub>*: κατώτερο όριο του *k* περιορισμού για την ημέρα *j* στη γραμμή *l*.
- *cMax<sub>kjl</sub>*: άνω του *k* περιορισμού για την ημέρα *j* στη γραμμή *l*.
- *pMin<sub>jl</sub>*: κατώτερο όριο για το σχέδιο παραγωγής της γραμμής *l* την ημέρα *j*.
- *pMax<sub>jl</sub>*: άνω όριο για το σχέδιο παραγωγής της γραμμής *l* την ημέρα *j*.
- *minL*: ελάχιστο μήκος μιας ακολουθίας.
- *maxDiff*: μέγιστη διαφορά του μήκους ακολουθίας μεταξύ των γραμμών παραγωγής.
- *numerator<sub>dr, m</sub> / denominator<sub>dr, m</sub>*: *m*-κοστή τιμή για την αξία απόστασης *dr*.
- *ec<sub>dr, l, j, m</sub>*: το κόστος της επιλογής *m*-κοστής τιμής για την απόσταση *dr*, που πρέπει να εφαρμοστεί για την ημέρα *j* στη γραμμή *l*.
- *vc<sub>dr, m</sub>*: το κόστος της κάθε παραβίασης της *m*-κοστή τιμής για την αξία απόστασης *dr*
- *x<sub>ik</sub>*: λογική μεταβλητή ίση με 1 αν για την οικογένειά ισχύει ο περιορισμός *k*, αλλιώς γίνεται 0

Ακόμα, θεωρούμε τις **μεταβλητές απόφασεων** :

- $X_{i,j,l}$  : ακέραια μεταβλητή που δηλώνει τον αριθμό των αντικειμένων που παράγονται στη γραμμή *l* και την ημέρα *j*.
- $Z_{dr,l,j,m}$  : λογική μεταβλητή που δείχνει τις επιλεγμένες τιμές για το δείκτη χρησιμοποίηση των πόρων *m* στη γραμμή *l* κατά την ημέρα *j* ( $Z_{dr,l,j,m} = 1$  αν η *m*-κοστή τιμή του λόγου αποστάσεως *dr* επιλέγεται για ημέρες *j*, γραμμή *l*, αλλιώς 0)
- $S_{j,l}$  : λογική μεταβλητή που δηλώνει το μήκος αλληλουχίας της γραμμής *l* ( $S_{j,l} = 1$ , εάν το μήκος της γραμμής *l* είναι *j*, διαφορετικά 0)
- $X$ : διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης

Τέλος, θεωρούμε σύμφωνα με την παρούσα μοντελοποίηση έχουμε την παρακάτω διατύπωση των περιορισμών, αλλά και των κριτηρίων βελτιστοποίησης :

**Περιορισμός μοναδικότητας:**

$$\forall i \neq j \text{ τέτοιο ώστε } \text{line}(i) = \text{line}(j) \text{ τότε } \text{place}(i) \neq \text{place}(j). \quad (1)$$

**Περιορισμοί εξειδίκευσης της γραμμής παραγωγής:**

$$\forall i, j, l: \quad X_{i,j,l} = 0 \text{ if } JO_{il} = 0 \quad (2)$$

**Περιορισμός μέγιστης καθυστέρησης:**

$$\forall i, l \text{ and } \forall j > \text{creation}_i + \text{late}[\text{priority}_i]: \quad X_{i,j,l} = 0 \quad (3)$$

**Περιορισμός ζήτησης:**

$$\forall i: \quad \sum_j \sum_l X_{i,j,l} = \text{dem}_i \quad (4)$$

**Περιορισμός του πλάνου παραγωγής, παραγωγικής ικανότητας & ημερολογίου :**

Ανά μέρα ανα γραμμή ανά τύπο για κάθε παραγγελία:

$$\forall k, j, l: cMin_{kjl} \leq \sum_{i/xik=1} X_{i,j,l} + \sum_j S_{j,l} cMin_{kjl} \leq cMax_{kjl} \quad (5)$$

Ανά μέρα ανά γραμμή :

$$\forall j, l: pMin_{jl} \leq \sum_{i/xik=1} X_{i,j,l} + \sum_j S_{j,l} pMin_{jl} \leq pMax_{jl} \quad (6)$$

**Ελάχιστο μήκος δρομολόγησης**

$$\forall l, j \leq minLength : S_{j,l} = 0, \forall l: \sum_j S_{j,l} = 1 \quad (7)$$

**Μέγιστη διαφορά του μήκους δρομολόγησης μεταξύ των γραμμών:**

$\forall dr, l$  and  $j$ :

$$\sum_m Z_{dr,l,j,m} pMax_{jl} (numerator_{dr,m}/denominator_{dr,m}) \geq \sum_{(i \in dr)} X_{i,j,l} \quad (8)$$

$$\forall j: \sum_m Z_{dr,l,j,m} = 1 \quad (9)$$

X: Θέτουμε διανύσματα παραγγελιών που ικανοποιεί τους περιορισμούς 1-9.

**Κριτήρια Βελτιστοποίησης**

**Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών (Sequence Length):**

$$\text{Maximise } f_1(x) = \sum_i \sum_j \sum_l X_{i,j,l}$$

**Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης (Lateness):**

$$\text{Minimize } f_2(x) = \sum_i \sum_j \sum_l X_{ijl} (j - \text{expProd}_i)^2$$

**Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων (JIT) :**

$$\text{Maximise } f_3(x) = \sum_l \sum_{constrk} \sum_j (50-j) \sum_{i/k} X_{ij}^l$$

**Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόσταση (Resources violation):**

$$\text{Minimize } f_4(x) = \sum_{dr,l,j,m} (Z_{dr,l,j,m} (eC_{dr,l,j,m} + nV_{dr,l,d,m} vC_{dr,m}))$$

Όπου  $nV_{dr,l,j,m}$  είναι ο αριθμός των παραβιάσεων της m-κοστής αξίας του λόγου απόστασης  $dr$  για την ημέρα  $j$  και τη γραμμή  $l$ .

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7**

**ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΟΥ  
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΑΚΕΡΑΙΟΥ  
ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ -  
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

## 7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όπως έχει σημειωθεί στα προηγούμενα κεφάλαια, η πολυκριτηριακή ανάλυση, μπορεί να εφαρμοσθεί μαζί με τεχνικές βελτιστοποίησης σε προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού, με την συμμετοχή του αποφασίζοντος (Decision Maker, DM) εκ των προτέρων (a priori methods), κατά τη διάρκεια (progressive methods) είτε εκ των υστέρων (a posteriori methods) στη διαδικασία απόφασης, βελτιστοποίησης και καθορισμού του πλάνου παραγωγής.

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής επιλέξαμε να εφαρμόσουμε την πιο χαρακτηριστική τεχνική κάθε μιας από τις παραπάνω μεθόδους, σε ένα πραγματικό βιομηχανικό περιβάλλον, χρονοδρομολόγησης εργασιών παραγωγής διαφορετικών προϊόντων σε γραμμές συναρμολόγησης πολλαπλών μοντέλων. Ως εκ τούτου, η εταιρεία λαμβάνει τακτικά μια σειρά από εντολές που αφορούν την παραγωγή των συγκεκριμένων στοιχείων (θέσεις εργασίας), μέσα από μια σειρά εξειδικευμένων παραγωγής (συναρμολόγηση) γραμμών. Ο γενικός στόχος-πρόκληση του προβλήματος όπως αναφέρθηκε, είναι κάθε εργασία να ανατεθεί σε ένα συγκεκριμένο τόπο/ημέρα στο πρόγραμμα παραγωγής της κατάλληλης γραμμής, προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το κόστος παραγωγής και τις καθυστερήσεις, λαμβάνοντας υπόψη εμπορικούς και βιομηχανικούς περιορισμούς.

Λαμβάνοντας υπόψη το δεδομένο σύνολο των Εντολών Εργασίας, Περιορισμών και Κριτηρίων, ο στόχος είναι να προκύψει ένα βέλτιστο πρόγραμμα για κάθε γραμμή παραγωγής, δηλαδή να προσδιορίσει την ακριβή αλληλουχία των θέσεων εργασίας σε επεξεργασία μέσα από τις γραμμές συναρμολόγησης. Δύο τύποι αποφάσεων πρέπει να ληφθούν :

- ✓ πρώτον ,πότε και πού θα παραχθεί το κάθε προϊόν και
- ✓ δεύτερον πόσοι πόροι απαιτούνται σε κάθε τμήμα της κάθε γραμμής, για κάθε ξεχωριστό συνδυασμό (οικογένεια προϊόντος, γραμμή και την ημέρα ).

Η μοντελοποίηση του συγκεκριμένου προβλήματος, λαμβάνοντας υπόψη τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του, οδηγεί ουσιαστικά στην επίλυση ενός προβλήματος **πολυκριτηριακού ακέραιου προγραμματισμού**. Συγκεκριμένα, οι τεχνικές που χρησιμοποιήσαμε ανά μέθοδο και των οποίων θα παραθέσουμε παρακάτω τα αποτελέσματα είναι οι εξής :

- a priori μέθοδοι αποφάσεων
  - Λεξικογραφική Βελτιστοποίηση (Lexicographic optimization)
  - Ολικό κριτήριο (Global criterion)
- progressive μέθοδοι αποφάσεων
  - Επίπεδα ικανοποίησης (Satisfactory Levels)
- a posteriori μέθοδοι αποφάσεων
  - Μέθοδος περιορισμών (E-constraint)
- Συνδυασμός των μεθόδων Ολικού κριτηρίου και των Επιπέδων ικανοποίησης

Τα γενικά χαρακτηριστικά του προβλήματος, κωδικοποιημένα σε αριθμούς :

<u>Χαρακτηριστικά τεχνικού προβλήματος</u>		<u>Χαρακτηριστικά προβλήματος Ακέραιου Προγραμματισμού</u>	
Αριθμός παραγγελιών	<b>850</b>	Αριθμός μεταβλητών	<b>6640</b>
Αριθμός αντικειμένων προς παραγωγή	<b>6.966</b>	Αριθμός περιορισμών	<b>2685</b>
Αριθμός γραμμών παραγωγής	<b>2</b>	Αριθμός κριτηρίων Βελτιστοποίησης	<b>4</b>
Αριθμός ημερών	<b>15</b>		
Αριθμός διαφορετικών ειδών περιορισμών	<b>25</b>		
Αριθμός κριτηρίων Βελτιστοποίησης	<b>4</b>		

Πίνακας 7.1: Χαρακτηριστικά προβλήματος

### Παραδοχές

Για την καλύτερη εξυπηρέτηση των στόχων της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας κρίνεται σκόπιμη η υιοθέτηση των ακόλουθων παραδοχών:

1. Όλα τα αντικείμενα θα έχουν την ίδια προτεραιότητα κατά τη δρομολόγησή τους. Δηλαδή, όλα θα κατασκευάζονται είτε για παράδοση σε πελάτες είτε για εμπορικό στοκ
2. Το σύστημα κατά τη δρομολόγηση θα τοποθετεί τα αντικείμενα σε συγκεκριμένες ημέρες (scheduling), χωρίς όμως, να τους δίνει και συγκεκριμένη θέση δρομολόγησης μέσα στην ημέρα τους (allocation).

## 7.2 ΛΕΞΙΚΟΓΡΑΦΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ (LEXICOGRAPHIC OPTIMISATION)

Αρχικά, για να αποκτήσουμε μία εοπτεία του προβλήματος έπρεπε να κατασκευάσουμε τον πίνακα πληρωμών (pay-off table), χρησιμοποιώντας τη λεξικογραφική βελτιστοποίηση. Όπως αναφέρθηκε και πριν, τα 4 κριτήρια που προσπαθούμε να βελτιστοποιήσουμε είναι :

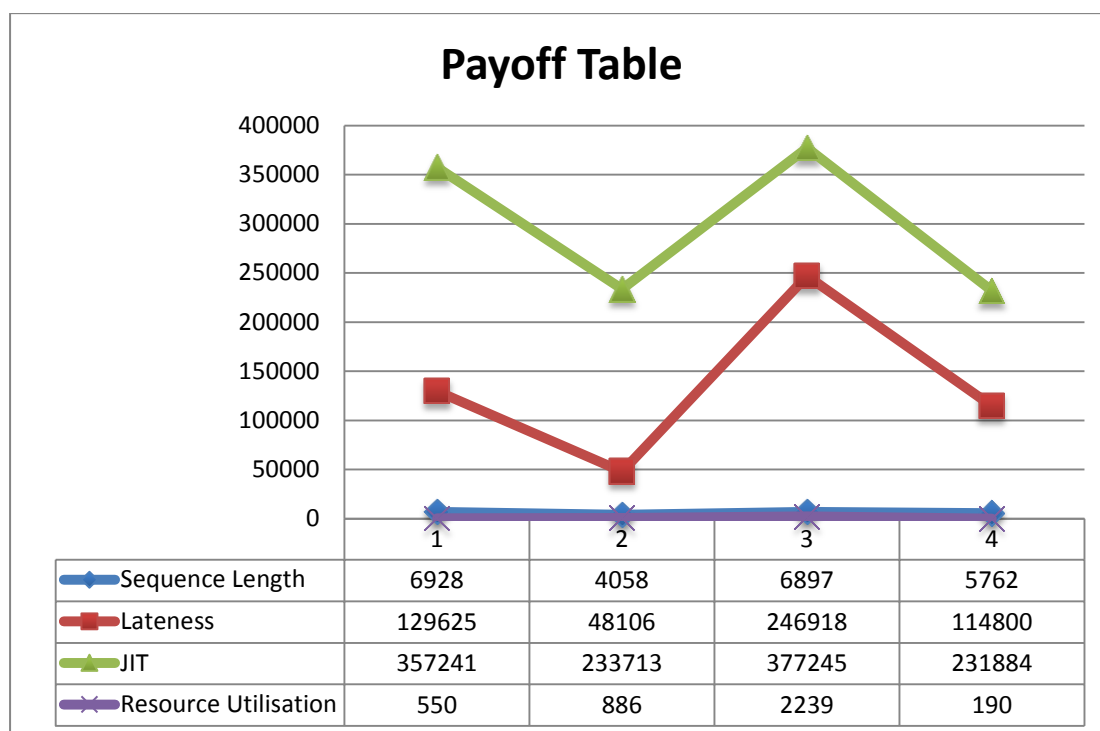
ΚΡΙΤΗΡΙΟ	ΟΡΟΛΟΓΙΑ	ΣΤΟΧΟΣ
Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών	<b>Sequence Length</b>	Μεγιστοποίηση
Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης	<b>Lateness</b>	Ελαχιστοποίηση
Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων	<b>JIT</b>	Μεγιστοποίηση
Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόσταση	<b>Resource Utilisation</b>	Ελαχιστοποίηση

Πίνακας 7.2: Κριτήρια προβλήματος

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

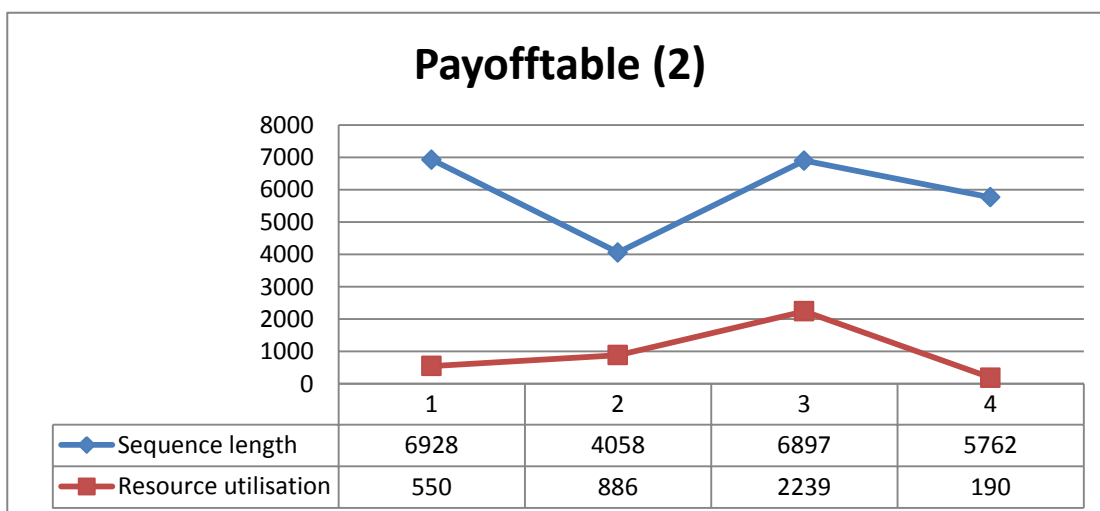


Ο αποφασίζων (DM) στη δική μας περίπτωση μας περίπτωση , έχει αξιολογήσει τη σημαντικότητα των κριτηρίων, με τη σειρά που παρατίθενται παραπάνω, από το πιο σημαντικό, στο λιγότερο σημαντικό. Στα πλαίσια της λεξικογραφικής βελτιστοποίησης, όπως υποδεικνύει η μέθοδος, βελτιστοποιούσαμε κάθε φορά το πρόβλημα σαν να υπήρχε μόνο ένα κριτήριο. Στη συνέχεια, κρατούσαμε αυτή την τιμή, η οποία είναι και η καλύτερη δυνατή η οποία μπορεί να επιτευχθεί, σταθερή και βελτιστοποιούσαμε διαδοχικά τα υπόλοιπα , κρατώντας αντίστοιχα κάθε φορά το κριτήριο που βελτιστοποιήθηκε πριν σταθερό. Με αυτή τη διαδικασία, προέκυψε ο παρακάτω πίνακας πληρωμών (pay-off table):



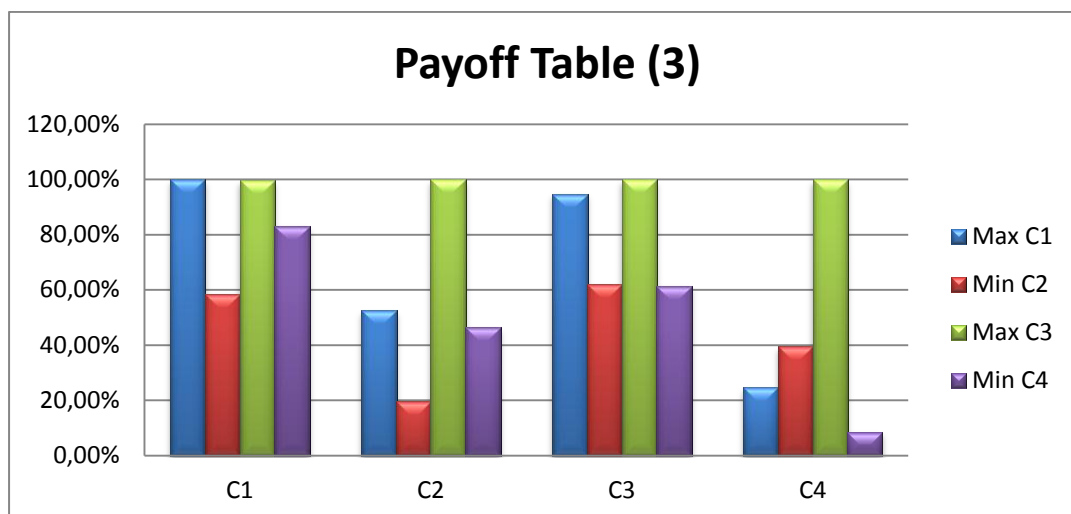
Σχήμα 7.1.α: Πίνακας Πληρωμών

Λόγω διαφορετικής κλίμακας των μεγεθών, παραθέτουμε τα κριτήρια 1 και 4 σε ξεχωριστό γράφημα :



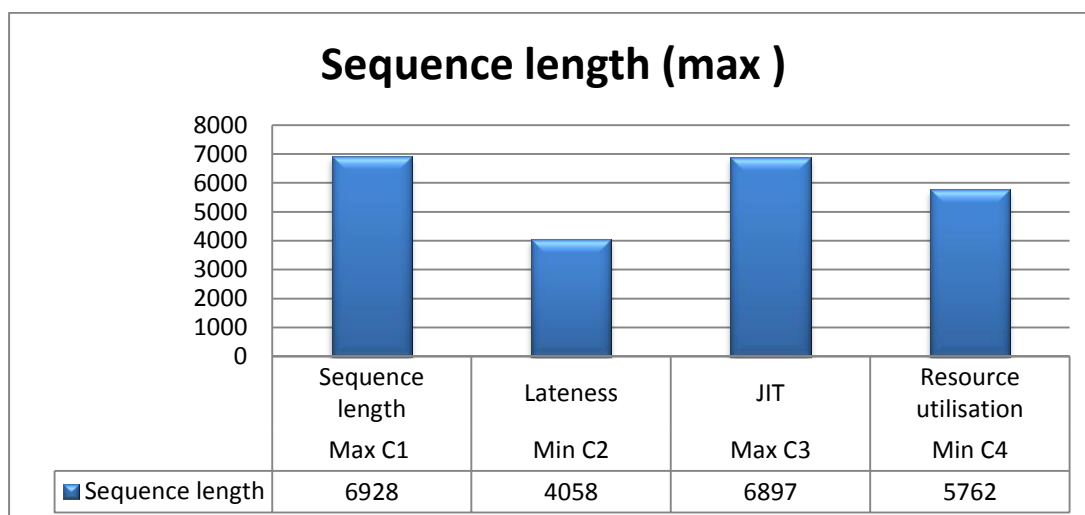
Σχήμα 7.1.β: Πίνακας Πληρωμών κριτηρίων 1 και 4

Έπειτα, παραθέτουμε τα παραπάνω δεδομένα, με αναγωγή επί τοις εκατό, βάση με τη μεγαλύτερη (βέλτιστη) τιμή που εμφανίζει το κάθε κριτήριο :

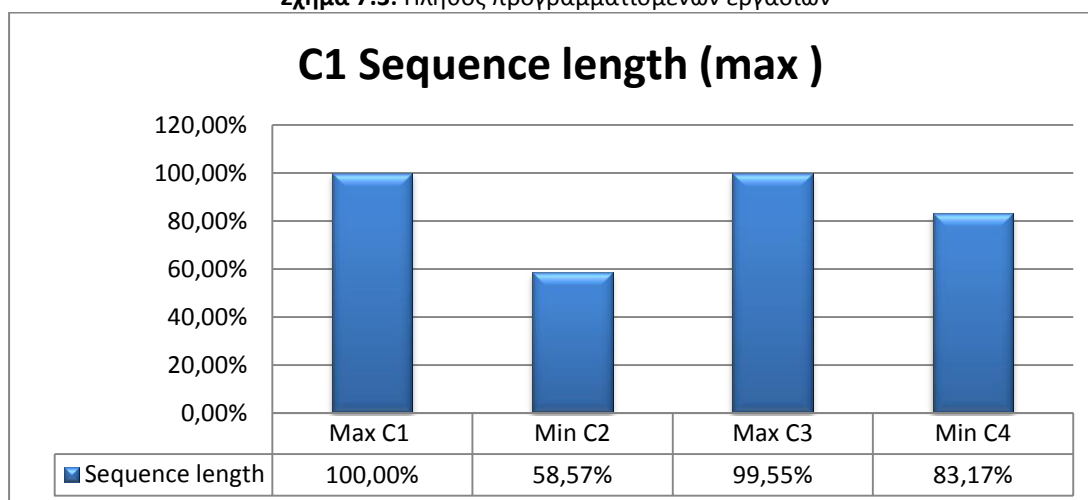


Σχήμα 7.2: Πίνακας Πληρωμών με αναγωγή σε επί τοις εκατό τιμές

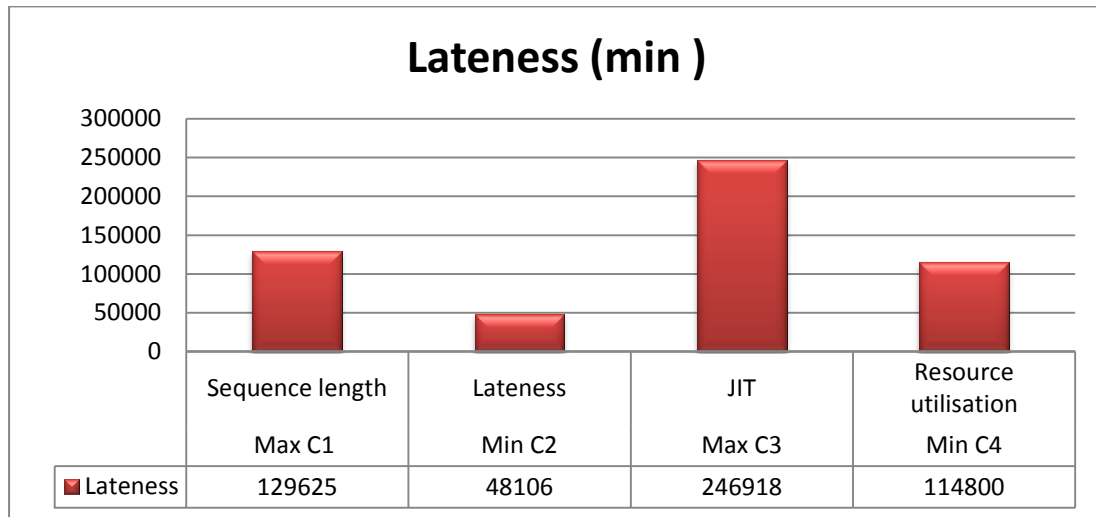
Τέλος, παρουσιάζουμε και το κάθε κριτήριο ξεχωριστά , τόσο με τις φυσικές τιμές, όσο και με τις επί τοις εκατό ανηγμένες :



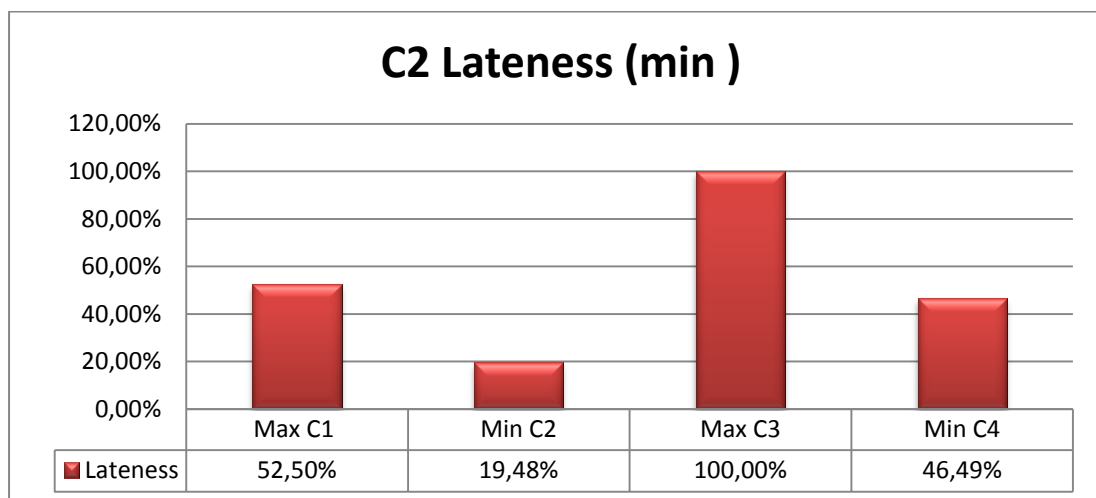
Σχήμα 7.3: Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών



Σχήμα 7.4: Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών (επί τοις εκατό)



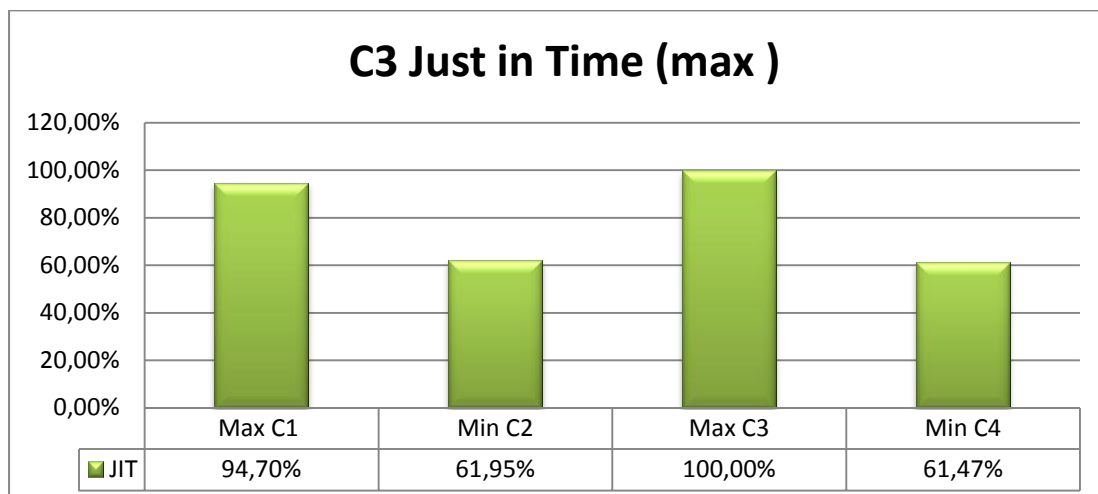
Σχήμα 7.5: Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης



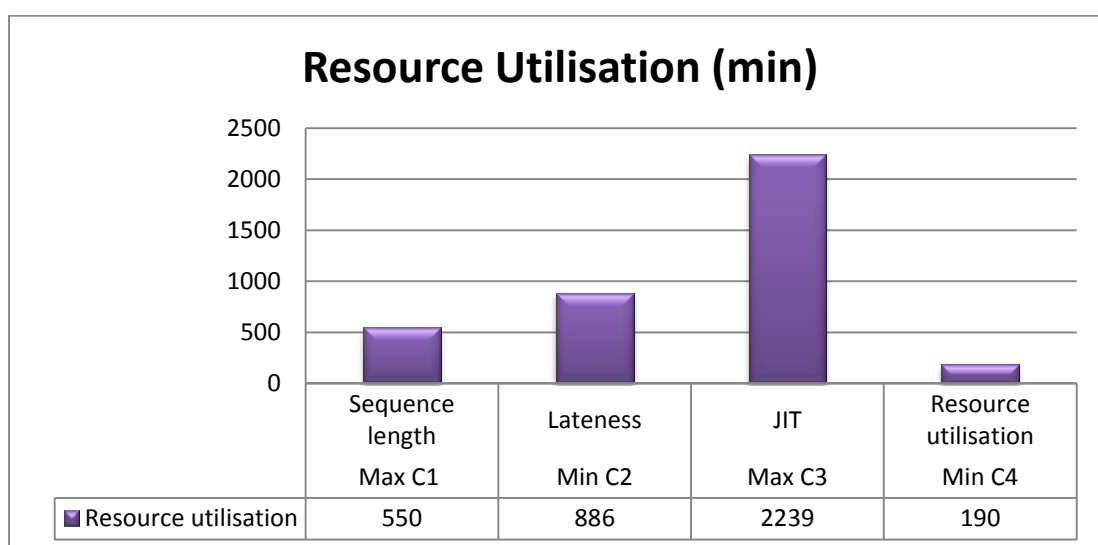
Σχήμα 7.6: Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης (επί τοις εκατό)



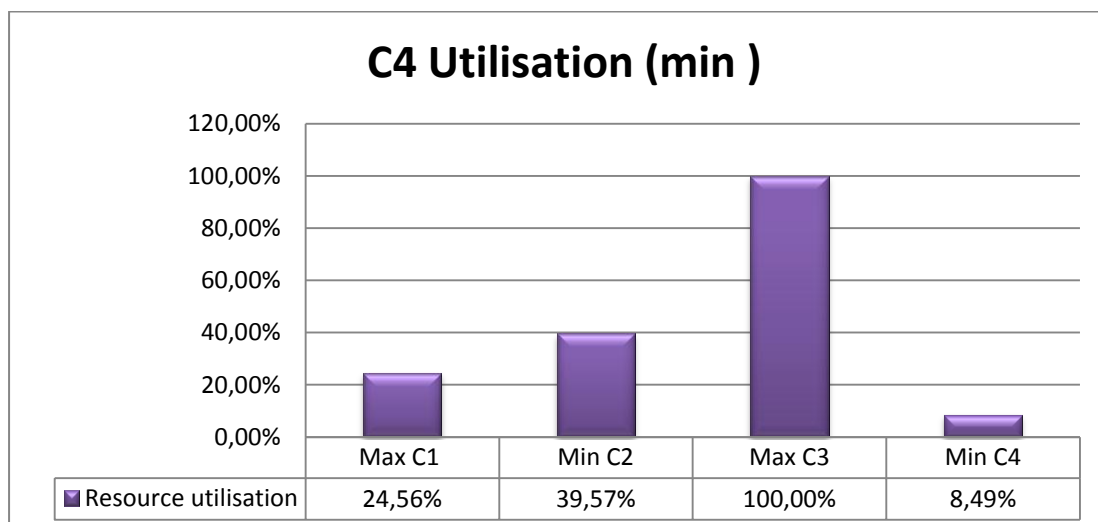
Σχήμα 7.7: Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων



Σχήμα 7.8: Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων (επί τοις εκατό)



Σχήμα 7.9: Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόστασης



Σχήμα 7.10: Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόστασης (επί τοις εκατό)

## 7.3 ΜΕΘΟΔΟΣ ΟΛΙΚΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ(GLOBAL CRITERION)

Όπως σημειώθηκε και πριν, αυτή η μέθοδος πολυκριτήριας ανάλυσης θεωρεί μια γραμμική συνάρτηση της αξίας την παρακάτω μορφή:

$$u(\mathbf{g}) = \sum_{i=1}^n p_i g_i$$

τα βάρη  $p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  αποτελούν trade-offs μεταξύ της κριτηρίων  $g_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  και θεωρούνται σταθερά στο χώρο αναζήτησης.

Ένα tradeoff  $s_{ir}^g$  μεταξύ του κριτηρίου  $g_i$  και του κριτηρίου αναφοράς  $g_r$  είναι το πλήθος μονάδων που πρέπει να κερδιθούν από το κριτήριο  $g_r$  στο διάλυμα αξιολόγησης  $\mathbf{g}$  για να αναπληρώσεις ακριβώς την απώλεια μιας μονάδας κριτηρίου  $g_i$ . Συνεπώς το  $s_{ir}^g$  ορίζεται με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε οι ακόλουθες δράσεις είναι όμοιες :

$$(g_1, g_2, \dots, g_i, \dots, g_r, \dots, g_n) \sim (g_1, g_2, \dots, g_i - 1, \dots, g_r + s_{ir}^g, \dots, g_n)$$

Όταν η  $u(\mathbf{g})$  είναι διαφορίσιμη, τα tradeoffs ορίζονται ως ακολούθως:

$$s_{ir}^g = \frac{\frac{\partial u(\mathbf{g})}{\partial g_i}}{\frac{\partial u(\mathbf{g})}{\partial g_r}}$$

Το μοντέλο απόφαση για τον αποφασίζονται είναι μια γραμμική συνάρτηση αξίας, αν και μόνο αν η τα tradeoffs μεταξύ  $g_i$  και  $g_r$  (κριτήριο αναφοράς), για κάθε  $i$ , είναι κατά προτίμηση ανεξάρτητα και σταθερά.

Ας δούμε ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα διαλόγου μεταξύ ενός αναλυτή και ενός αποφασίζοντα, όταν προσπαθεί ο αναλυτής χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του ολικού κριτηρίου να καθορίσει τις τιμές των συντελεστών της γραμμικής συνάρτησης που πρόκειται να βελτιστοποιήσει. Στον παρακάτω "πρότυπο" διάλογο, έχουμε απόπειρα καθορισμού του σταθερού βάρους του κριτηρίου  $g_i$  λαμβάνοντας υπόψη ότι το κριτήριο  $g_r$  λαμβάνεται ως κριτήριο αναφοράς ( $p_r=1$ ).

### Διάλογος Αναλυτή – Αποφασίζοντος

**Αναλυτής:** Πόσες μονάδες του κριτηρίου  $g_r$  θα ανταλλάξεις για να πάρεις 1 μονάδα του  $g_i$ ?

**Αποφασίζων:** Για να κερδίσω 1 μονάδα του  $g_i$  θα θυσιάζω  $m$  μονάδες του κριτηρίου  $g_r$ .

**Αναλυτής:** Νομίζετε ότι αυτή η ανταλλαγή μεταξύ αυτών των δύο κριτηρίων ( $g_i$ ,  $g_r$ ) δεν εξαρτάται από τις τιμές που έχουν ήδη ληφθεί για τα υπόλοιπα κριτήρια;

**Αποφασίζων:** Ναι, μου φαίνεται ότι αυτό το tradeoff είναι ανεξάρτητο.

**Αναλυτής:** Συμφωνείτε ότι η ίδια ανταλλαγή παραμένει αμετάβλητη για όλες τις τιμές που λαμβάνονται από το ζευγάρι των κριτηρίων ( $g_i$ ,  $g_r$ )?

**Αποφασίζων:** Συμφωνώ.

Θεωρώντας **C1 (Sequence Length)** ως κριτήριο αναφοράς, ο διάλογος DM-αναλυτή δίνει τα ακόλουθα αποτελέσματα:

- Για να κερδίσει 1000 μονάδες το C2, ο αποφασίζων θα θυσιάσει 1 μονάδα του C1
- Για να κερδίσει 1000 μονάδες το C3, ο αποφασίζων θα θυσιάσει 10 μονάδες από C1
- Για να κερδίσει 100 μονάδες το C4, ο αποφασίζων θα θυσιάσει 10 μονάδες από C1

Η γραμμική συνάρτηση αξία η πρόκειται να μεγιστοποιήσουμε τότε θα είναι η παρακάτω να μεγιστοποιηθεί θεωρείται:

$$F_1(x) = 1000 \cdot C1 - 1 \cdot C2 + C3 \cdot 10 - 10 \cdot C4 \quad (\text{βάρη: } 1000, -1, 10, -10)$$

Με πρότυπο την παραπάνω διαδικασία, κατασκευάστηκαν 6 διαφορετικά σενάρια, των οποίων τα αποτελέσματα και παρατίθενται παρακάτω. Πρώτα έχουμε του συντελεστές βαρύτητας που χρησιμοποιήθηκαν σε κάθε σενάριο:

	Weight C1	Weight C2	Weight C3	Weight C4
Case Study 1	1000	-1	10	-10
Case Study 2	2000	-2	10	-10
Case Study 3	1000	-2	10	-20
Case Study 4	1000	-2	5	-20
Case Study 5	100	-1	10	-10
Case Study 6	100	-1	10	-50

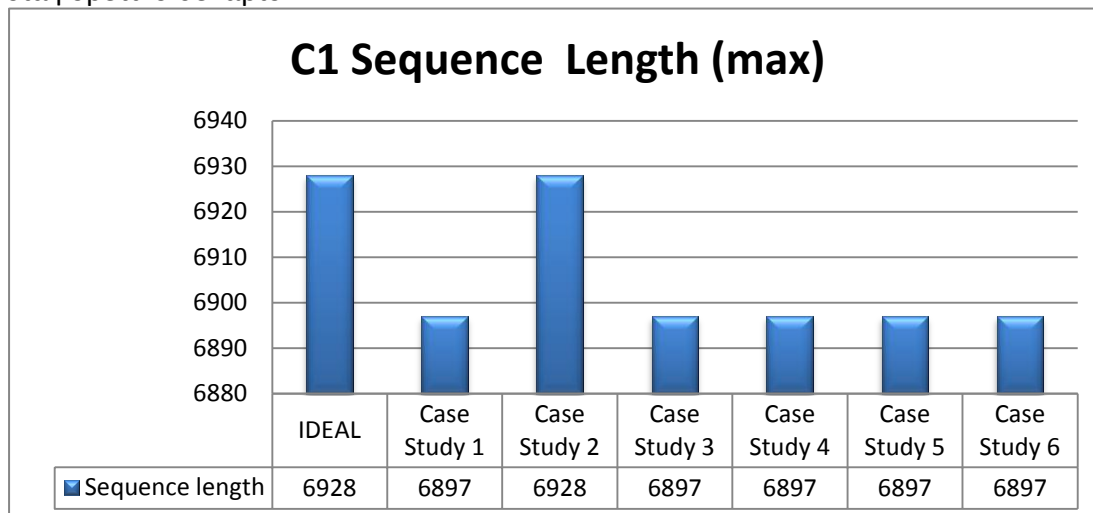
Πίνακας 7.3: Συντελεστές βαρύτητας σεναρίων

Έπειτα, έχουμε τα αποτελέσματα, μετά από το τρέξιμο της κάθε περίπτωσης:

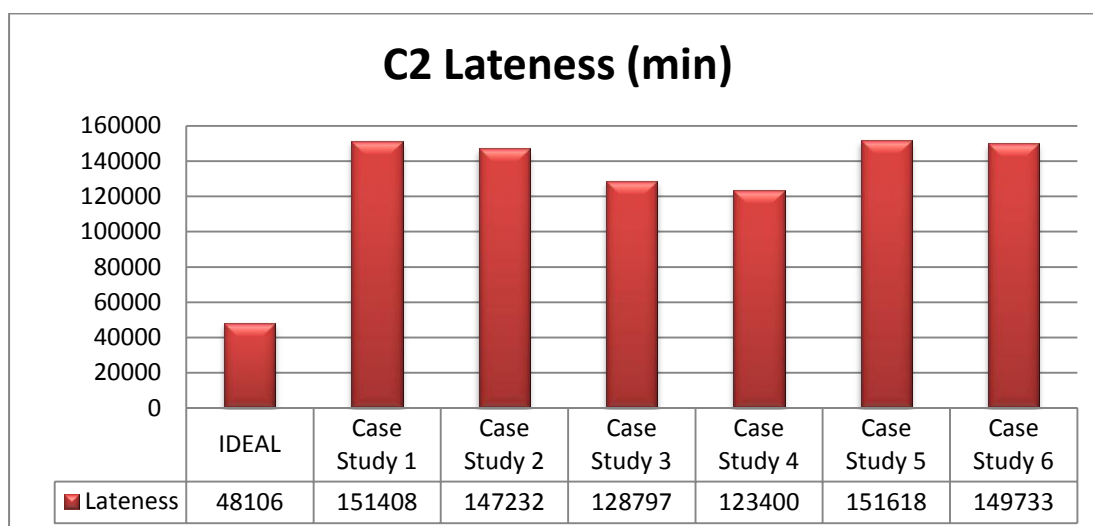
	IDEAL	Case Study 1	Case Study 2	Case Study 3	Case Study 4	Case Study 5	Case Study 6
Max C1 Sequence length	6928	6897	6928	6897	6897	6897	6897
Min C2 Lateness	48106	151408	147232	128797	123400	151618	149733
Max C3 JIT	377245	372443	367613	369235	367879	372463	371943
Min C4 Resource utilisation	190	427	398	304	357	425	255

Πίνακας 7.4: Αποτελέσματα σεναρίων

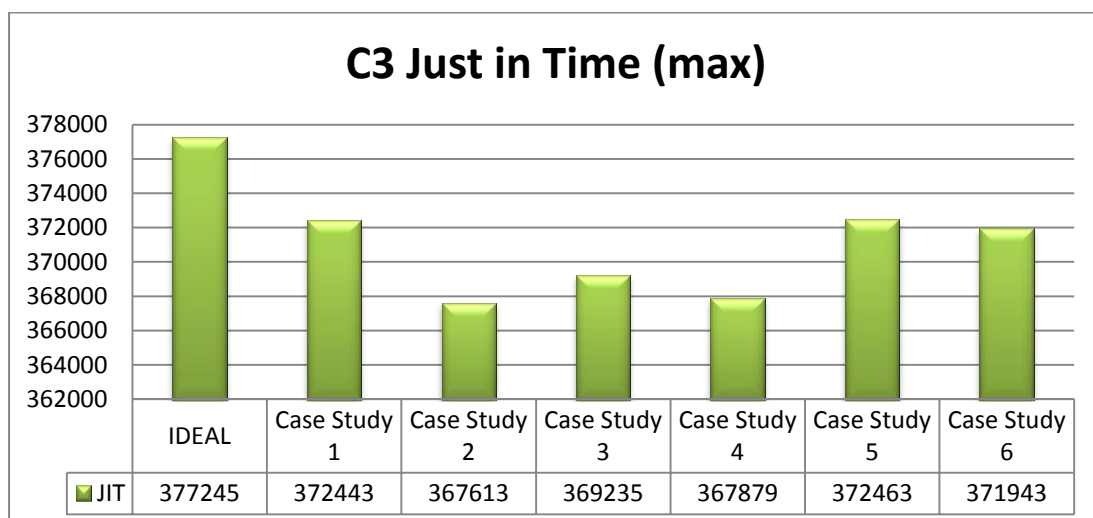
Τέλος, παρουσιάζουμε και τις τιμές κάθε κριτηρίου ξεχωριστά , για κάθε διαφορετικό σενάριο :



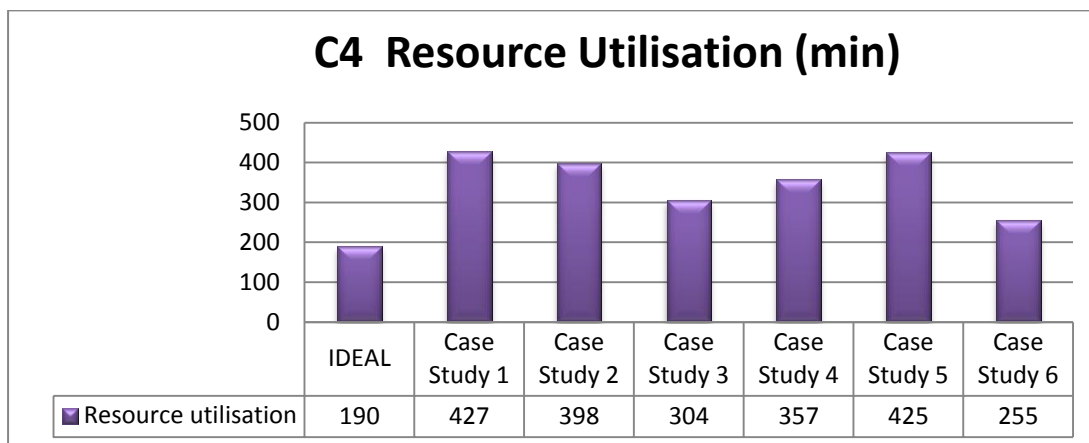
Σχήμα 7.11: Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών



Σχήμα 7.12: Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης



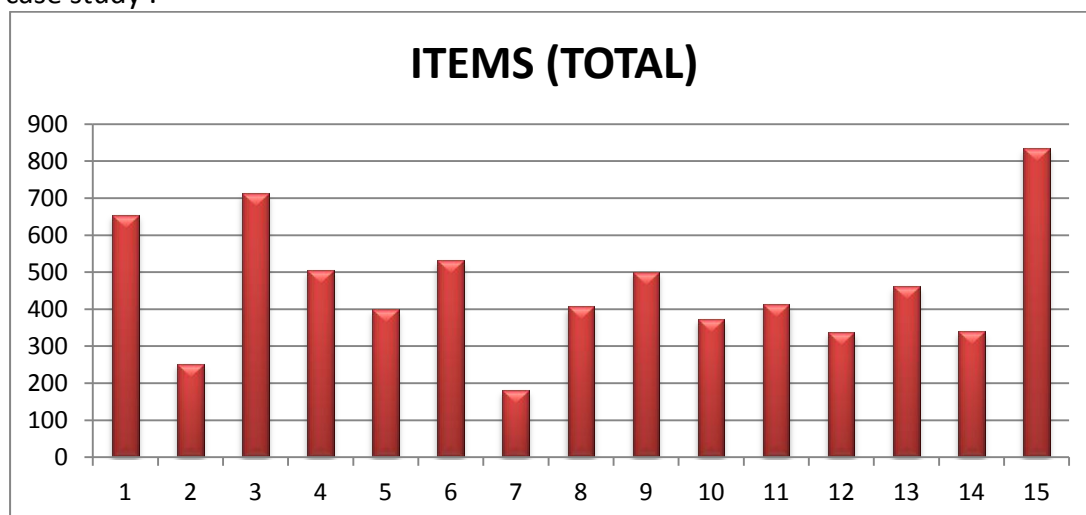
Σχήμα 7.13: Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων



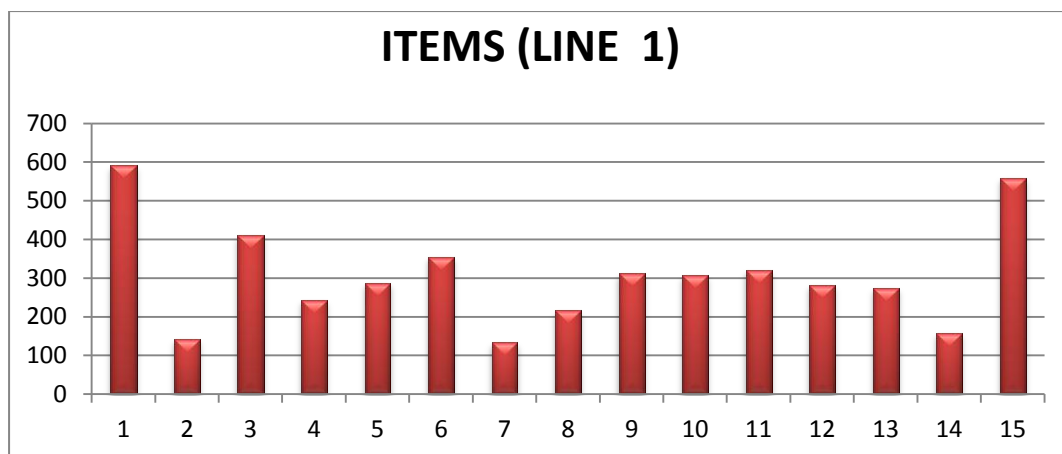
Σχήμα 7.14: Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόστασης

Όπως έχουμε θέσει και πιο πριν για τον αποφασίζοντα (DM) στη συγκεκριμένη ανάλυση, ο τρόπος του αξιολογεί τα κριτήρια έχει φθίνουσα συμπεριφορά από το C1 προς το C4. Οι επιλογές του, σύμφωνα με αυτή τη φιλοσοφία, φαίνεται να ικανοποιούνται περισσότερο από τα αποτελέσματα του **case study 3**.

Παρακάτω, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σχετικά με το πλάνο παραγωγής και την παραγωγική διαδικασία, τα οποία απορρέουν από το εν λόγω case study :

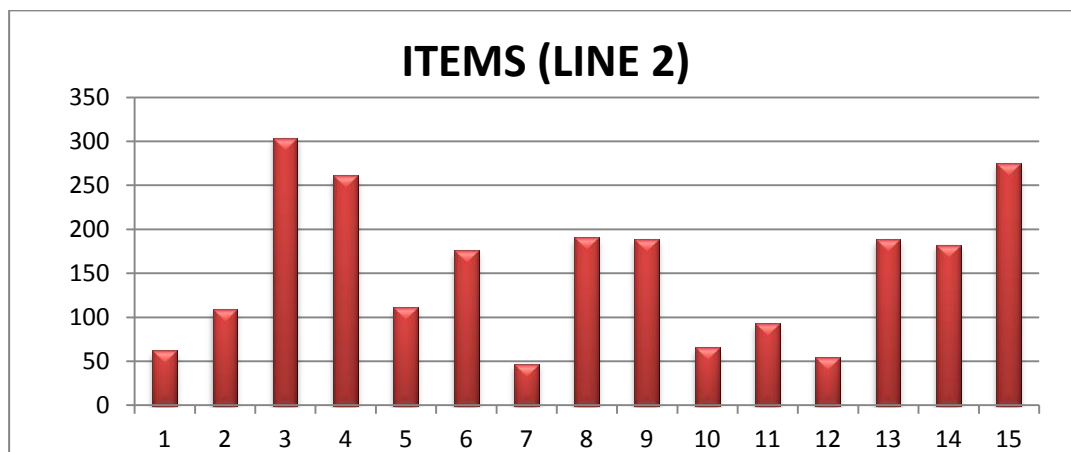


Σχήμα 7.15: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στο σύστημα παραγωγής

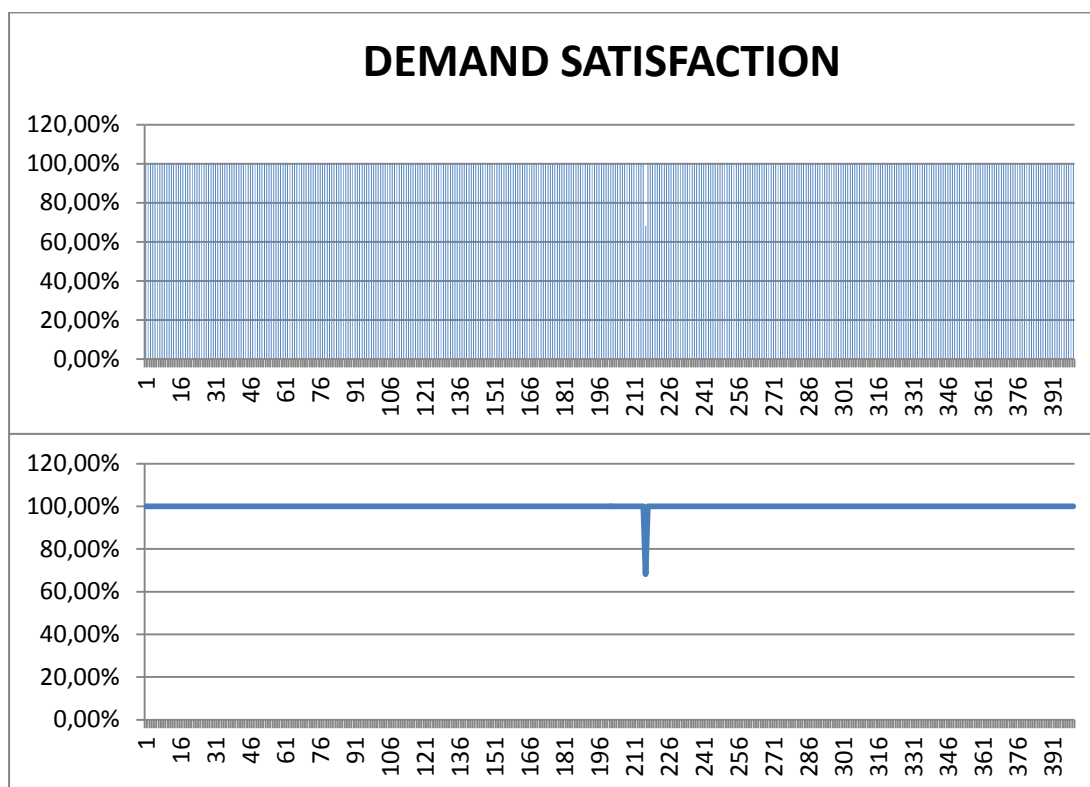


Σχήμα 7.16: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 1





Σχήμα 7.17: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 2

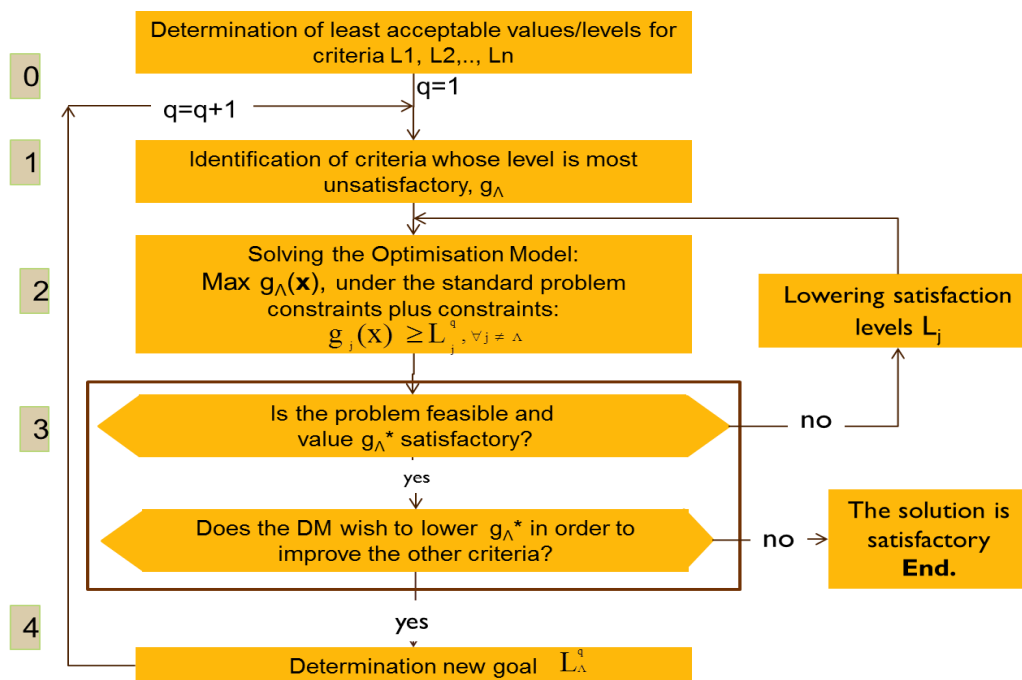


Σχήμα 7.18: Ικανοποίηση της ζήτησης σύμφωνα με τις παραγγελίες ανά οικογένεια προϊόντος

## 7.4 ΕΠΙΠΕΔΑ ΙΚΑΝΟΝΟΠΟΙΗΣΗΣ (SATISFACTORY LEVELS)

Η μέθοδος των επιπέδων ικανοποίησης (Satisfactory levels) βασίζεται σε μια διαδραστική μέθοδο υποστήριξης αποφάσεων. Ο αποφασίζων καλείται να θέσει τα ελάχιστα επίπεδα αποδοχής για όλα τα κριτήρια, καθορίζοντας ταυτόχρονα το κριτήριο του οποίου το επίπεδο είναι το λιγότερο ικανοποιητικό και επομένως απαιτείται άμεση βελτίωση. Η μέθοδος είναι επαναληπτική και οδηγεί σε σταδιακή βελτίωση των τιμών κριτηρίων, σε μια λύση που να ικανοποιεί τον αποφασίζοντα.

Η παραπάνω διαδικασία περιγράφεται στο παρακάτω διάγραμμα σαν αλγόριθμος :



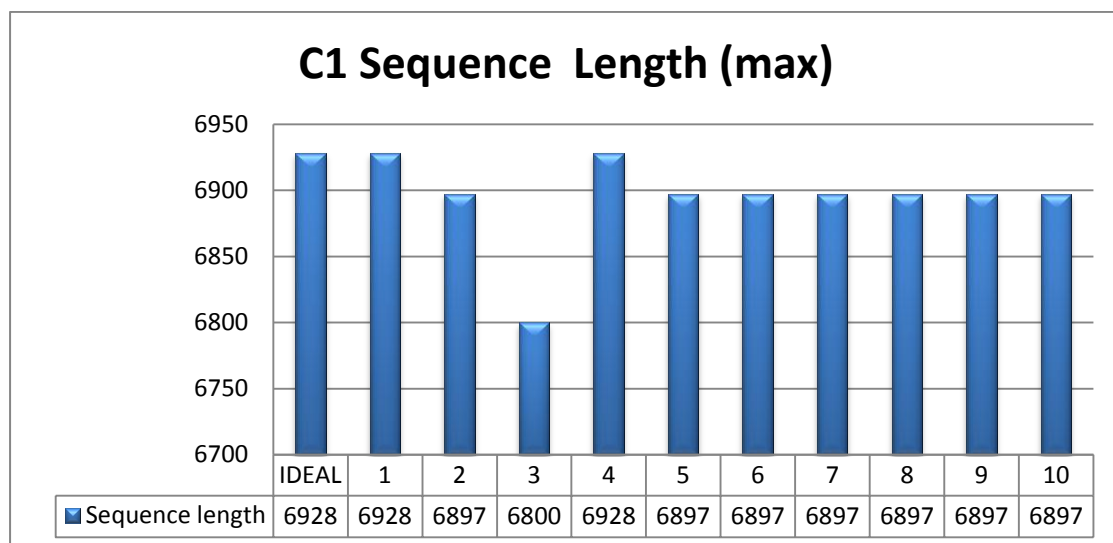
Σχήμα 7.19: Ο αλγόριθμος της μεθόδου “Επίπεδα Ικανοποίησης” (Satisfactory Levels)

Εδώ παρουσιάζεται ο πίνακας με τα διάφορα στάδια εξέλιξης των επιπέδων που θέτει ο αποφασίζων (DM) , αλλά και των αποτελεσμάτων στη βελτιστοποίηση, κατά τους διάφορους κύκλους απόφασης:

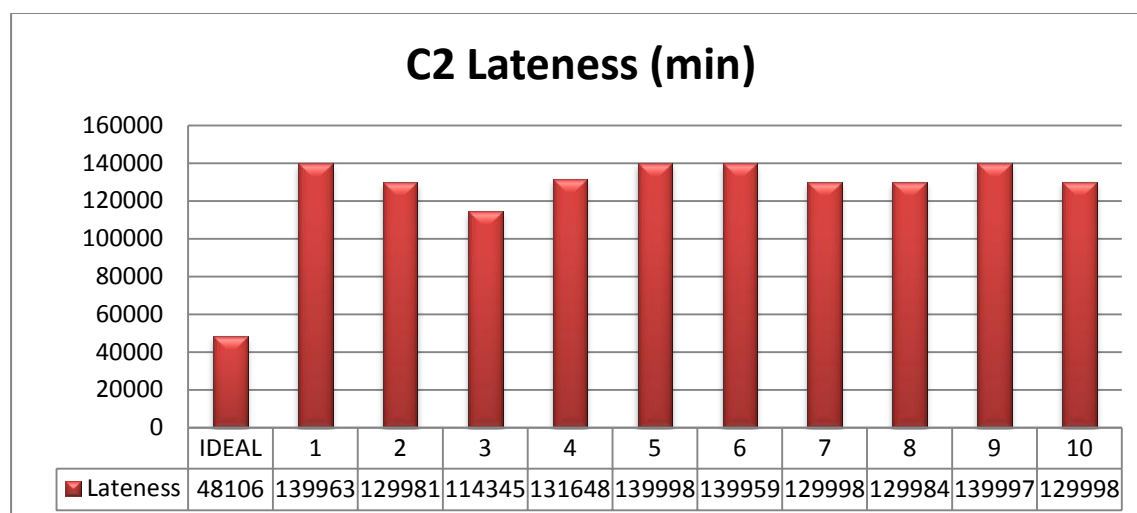
Cycle	Sequence length				Max C1	Min C2	Max C3	Resource utilisation
	SL C1	SL C2	SL C3	SL C4				
1	MAX	48106	377245	190	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible
2	MAX	70000	300000	220	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible
3	MAX	140000	300000	250	6928	139963	355705	250
4	MAX	130000	340000	250	6897	129981	340029	250
5	6800	MIN	360000	250	6800	114345	360000	250
6	6900	MIN	340000	250	6928	131648	353936	250
7	6800	140000	MAX	500	6897	139998	371130	500
8	6850	140000	MAX	350	6897	139959	370870	350
9	6850	130000	MAX	300	6897	129998	369445	300
10	6850	130000	MAX	250	6897	129984	367734	250
11	6800	140000	360000	MIN	6897	139997	360050	225
12	6850	130000	360000	MIN	6897	129998	360009	225
13	6850	100000	360000	MIN	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible

Πίνακας 7.5: Εξέλιξη επιπέδων ικανοποίησης σε κάθε κύκλο απόφασης

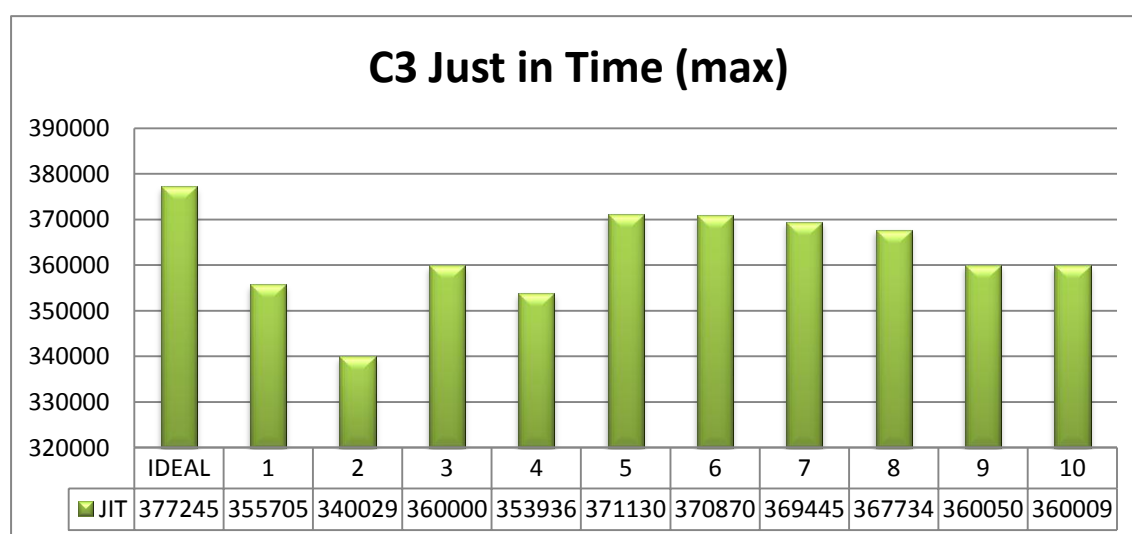
Στη συνέχεια παρατίθενται τα διαγράμματα για κάθε κριτήριο ξεχωριστά και ποια ήταν η εξέλιξη τους μέσα στους διάφορους κύκλους αποφάσεων :



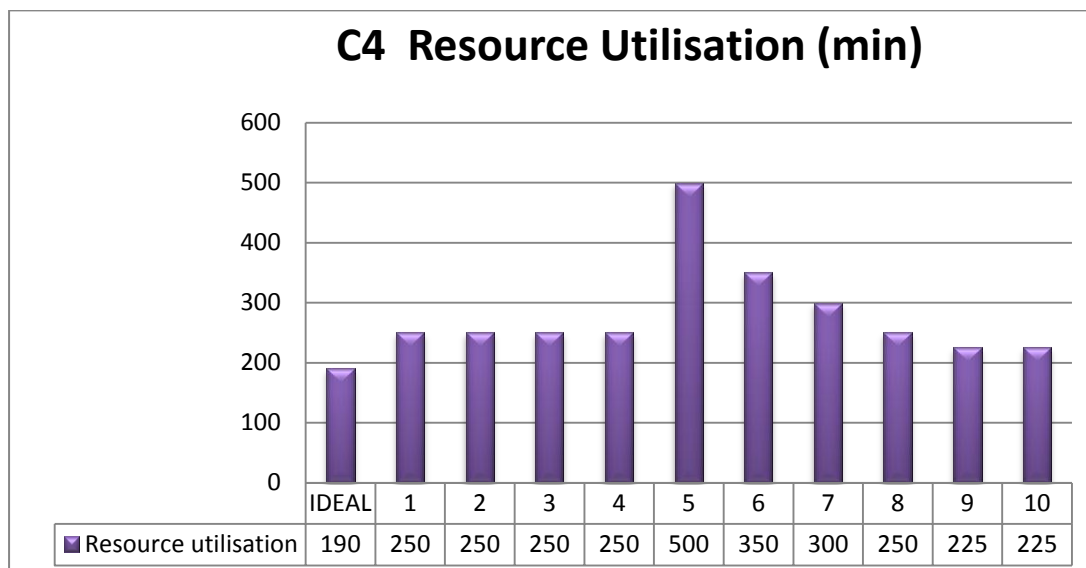
Σχήμα 7.20: Πλήθος προγραμματισμένων εργασιών



Σχήμα 7.21: Απόκλιση από την ημερομηνία παράδοσης

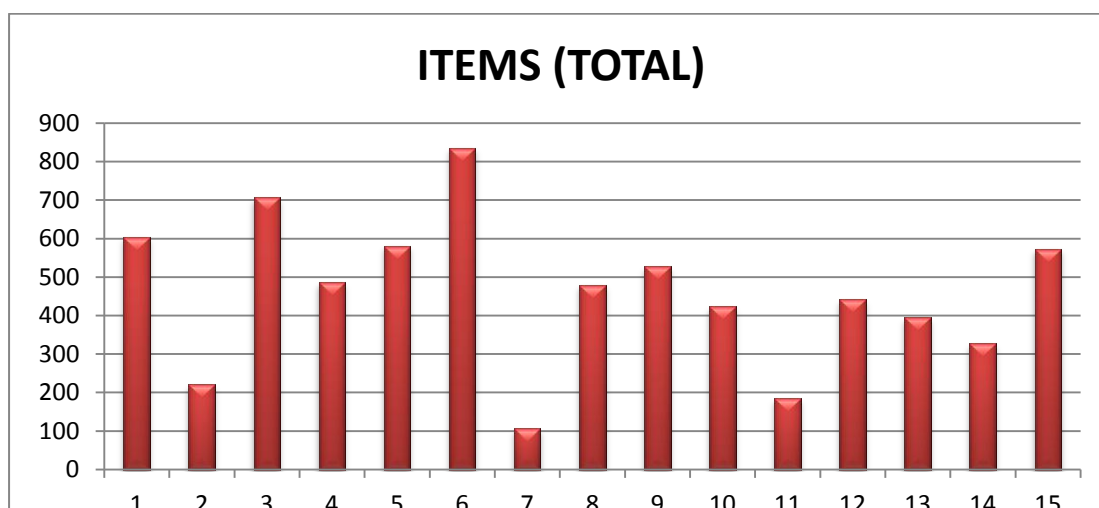


Σχήμα 7.22: Χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων

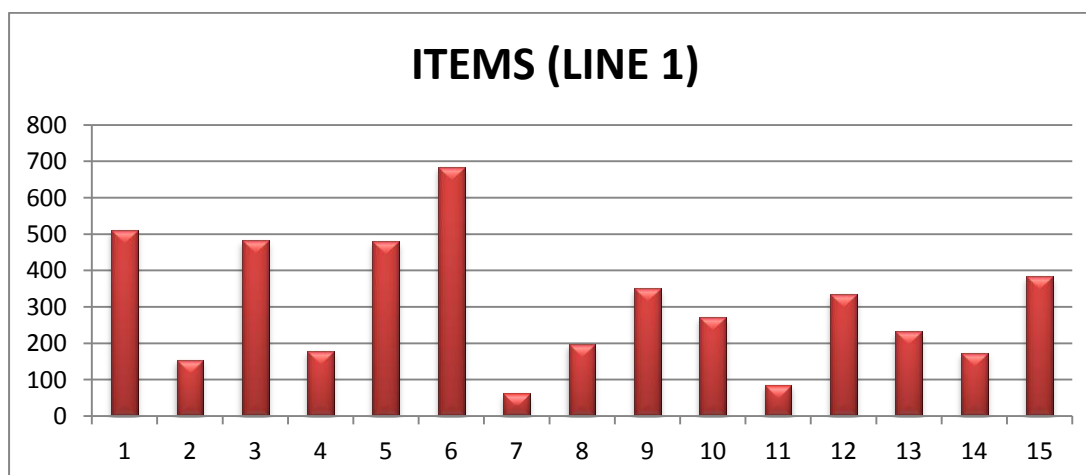


Σχήμα 7.23: Αριθμός των παραβιάσεων των λόγων απόστασης

Αυτή η μεθοδολογία λήψης απόφασης θα μας οδηγούσε στα παρακάτω αποτελέσματα σχετικά με το πλάνο παραγωγής και την παραγωγική διαδικασία στο έπειτα και από τον τελευταίο κύκλο της :

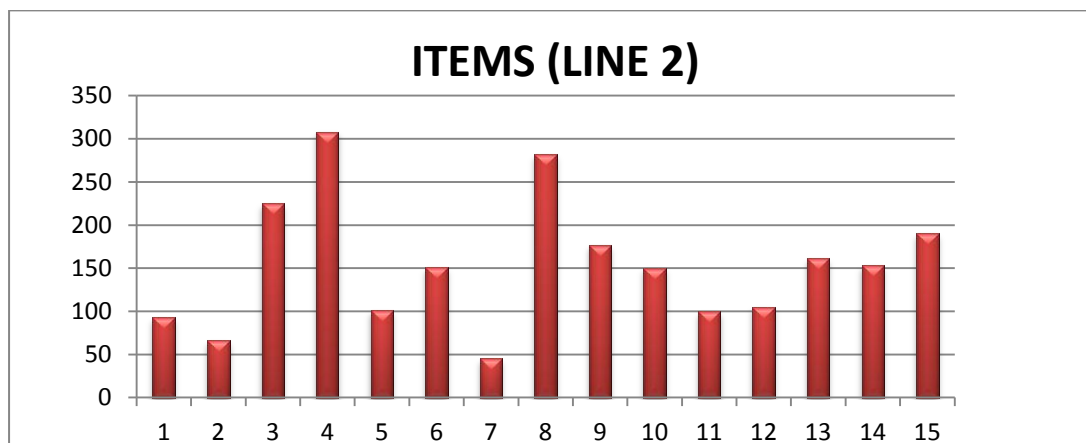


Σχήμα 7.24: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στο σύστημα παραγωγής

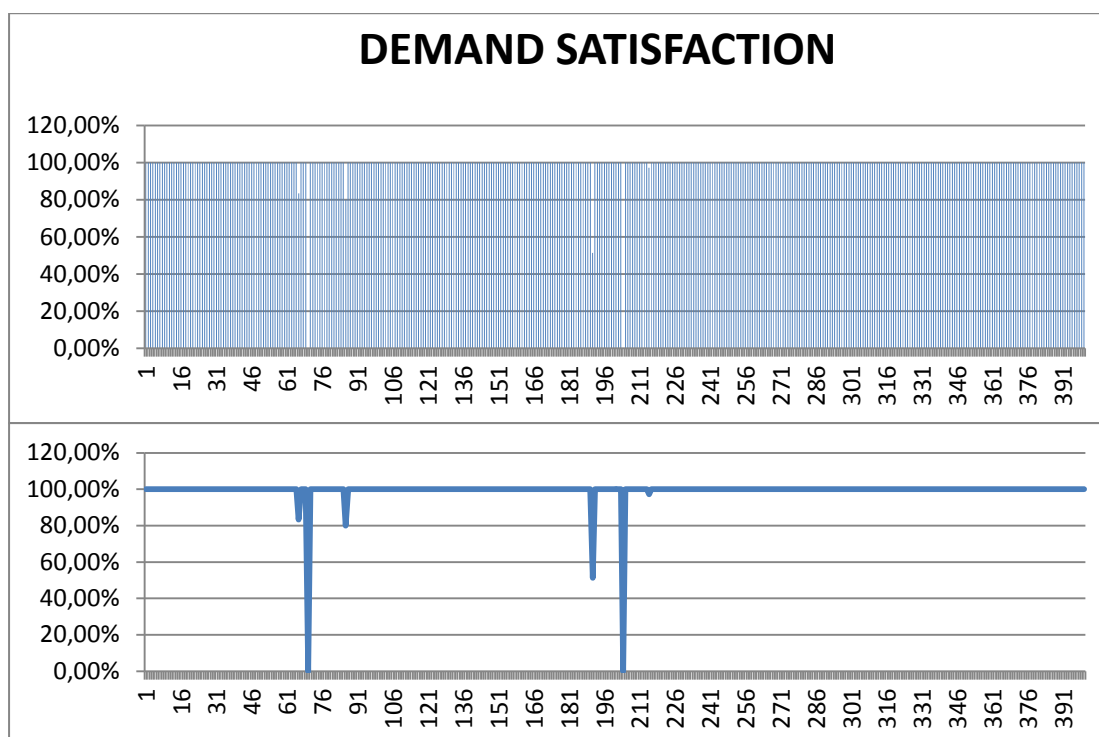


Σχήμα 7.25: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 1

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS



Σχήμα 7.26: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 2

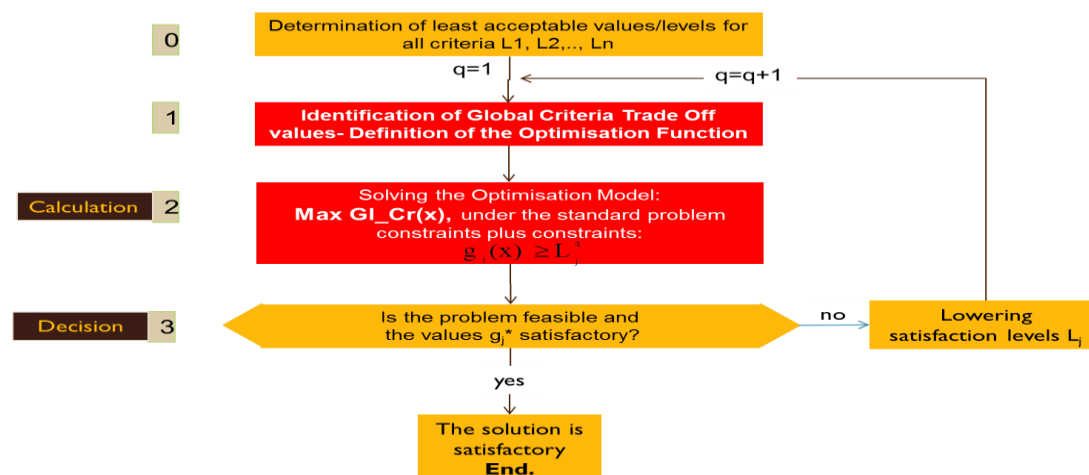


Σχήμα 7.27: Ικανοποίηση της ζήτησης σύμφωνα με τις παραγγελίες ανά οικογένεια προϊόντος

## 7.5 ΜΕΘΟΔΟΣ ΟΛΙΚΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ ΣΕ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟ ΜΕ ΕΠΙΠΕΔΑ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΗΣ (GLOBAL CRITERION – SATISFACTORY LEVELS)

Δρώντας συνδυαστικά θα εφαρμόσουμε τη μέθοδο Ολικού Κριτηρίου (Global Criterion) στη μέθοδο Επιπέδων Ικανοποίησης (Satisfactory Levels). Εδώ έχουμε μία αναδρομική προοδευτική στρατηγική για τη βελτιστοποίηση των αποφάσεων, στην οποία ο αποφασίζων καθορίζει τα βάρη που θα χρησιμοποιηθούν σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης. Η βελτιστοποίηση, βασισμένη στη μέθοδο Ολικού Κριτηρίου, γίνεται σε κάθε κύκλο εφαρμόζοντας την ίδια στιγμή τους περιορισμούς της μεθόδου των ικανοποιητικών επιπέδων.

Η παραπάνω διαδικασία περιγράφεται στο παρακάτω διάγραμμα σαν αλγόριθμος, ενώ παρακάτω ακολουθούν οι σχετικοί πίνακες με τα δεδομένα των περιορισμών του κάθε σεναρίου αλλά και τα αποτελέσματα του κάθε κύκλου :



Σχήμα 7.28: Ο αλγόριθμος του συνδυασμού των μεθόδου Ολικού Κριτηρίου (Global Criterion) & Επιπέδων Ικανοποίησης(Satisfactory Levels)

Cycle	SL C1	SL C2	SL C3	SL C4
1	6897	129998	360009	225
2	6928	139963	355705	250
3	6928	131648	353936	250

Πίνακας 7.6: Τιμές των κριτηρίων ικανοποίησης σε κάθε κύκλο

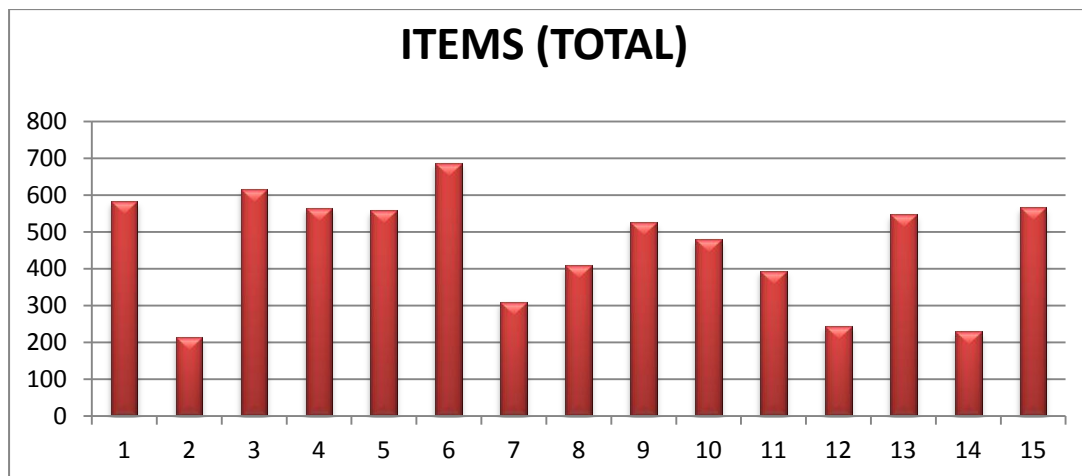
	Weight C1	Weight C2	Weight C3	Weight C4
Case Study A	2000	-2	10	-10
Case Study B	1000	-2	10	-20
Case Study C	100	-1	10	-50

Πίνακας 7.7: Τιμές των βαρών της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε κριτήριο σε κάθε σεναριο

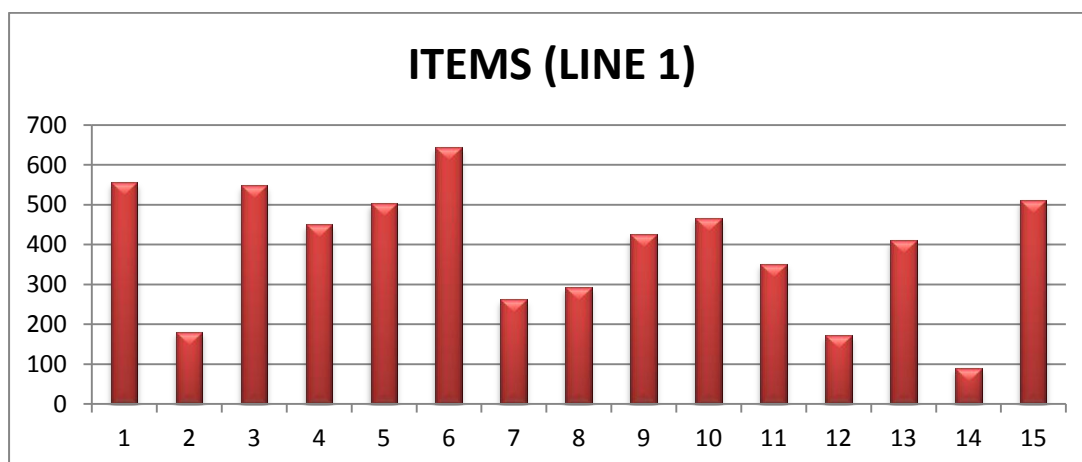
	Sequence length	Lateness	JIT	Resource utilisation
Case study/Cycle	Max C1 (X10)	Min C2	Max C3	Min C4(X1000)
IDEAL	69280	48106	377245	190000
A1	68970	129992	362190	225000
A2	69280	139957	365094	250000
A3	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible
IDEAL	69280	48106	377245	190000
B1	68970	129992	362171	225000
B2	69280	139939	365097	250000
B3	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible
IDEAL	69280	48106	377245	190000
C1	68970	129983	362182	225000
C2	69280	139945	365111	250000
C3	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible	Not Feasible

Πίνακας 7.8: Αποτελέσματα σε κάθε κύκλο του κάθε case study

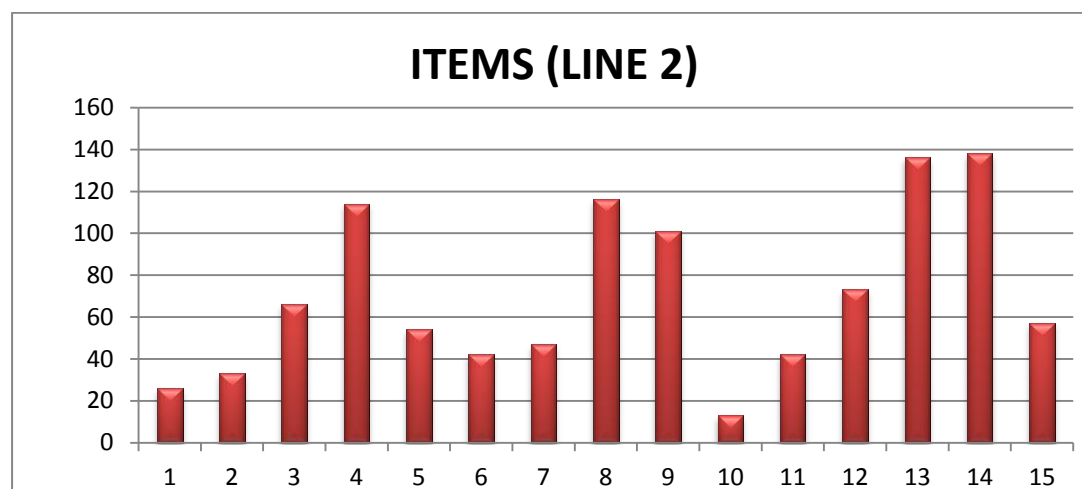
Από την προηγούμενη ανάλυση θα παραθέσουμε το πλάνο παραγωγής **του δεύτερου κύκλου του πρώτου case study (A2)**, το οποίο και θα εξυπηρετούσε περισσότερο τις προτιμήσεις του αποφασίζοντας όπως αυτές έχουν αναλυθεί παραπάνω, σύμφωνα με την αξιολογική κλίμακα που τον χαρακτηρίζει. Επίσης παρατίθενται τις τιμές των κριτηρίων σε κάθε κύκλο σε κάθε πιθανό σενάριο :



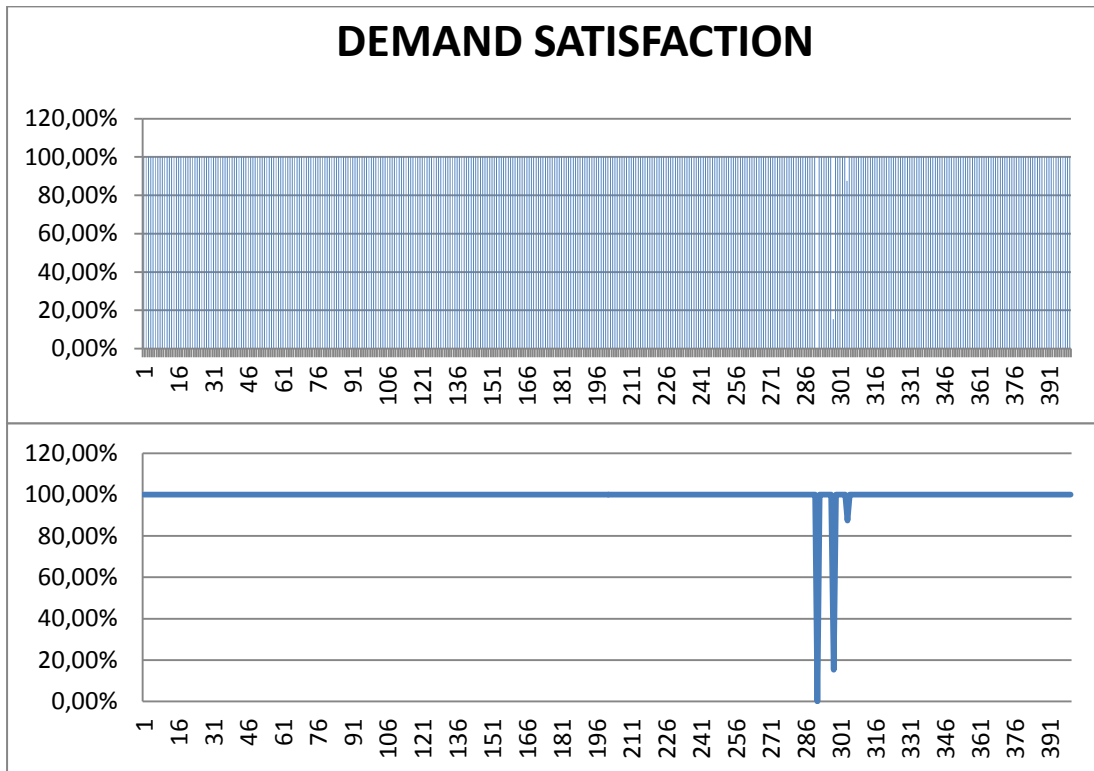
Σχήμα 7.29: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στο σύστημα παραγωγής



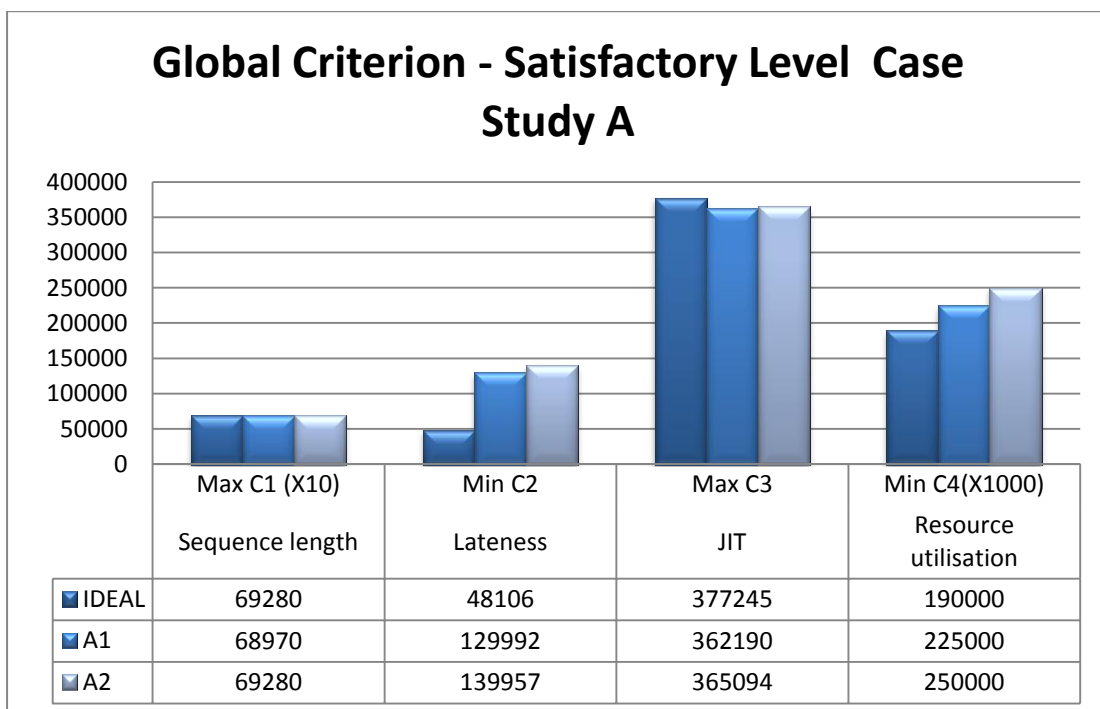
Σχήμα 7.30: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής



Σχήμα 7.31: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 2

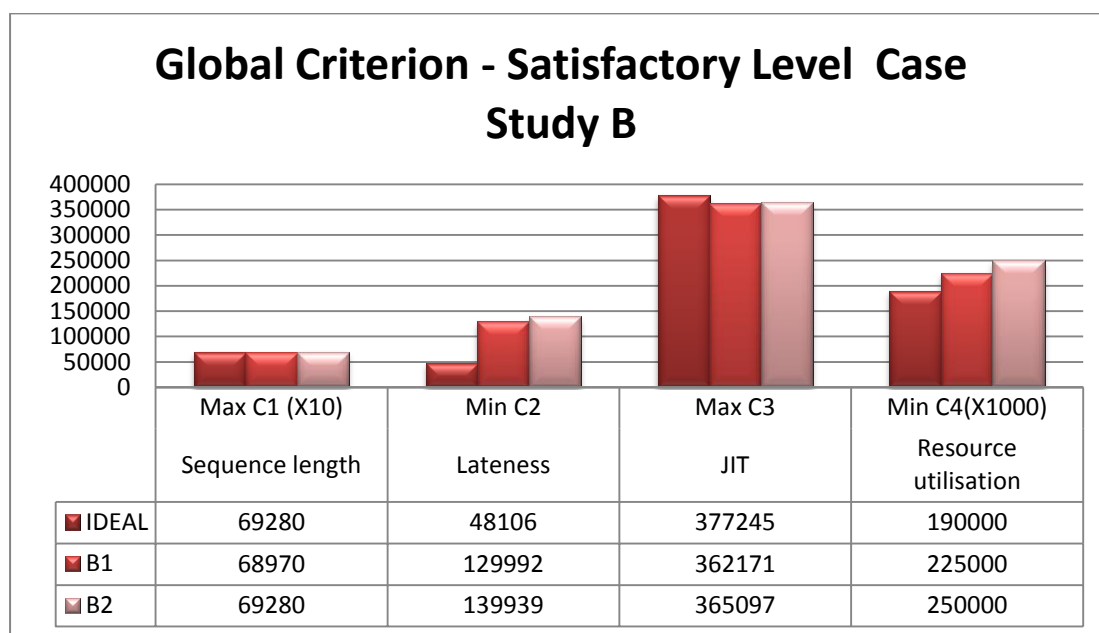


Σχήμα 7.32: Ικανοποίηση της ζήτησης σύμφωνα με τις παραγγελίες ανά οικογένεια προϊόντος

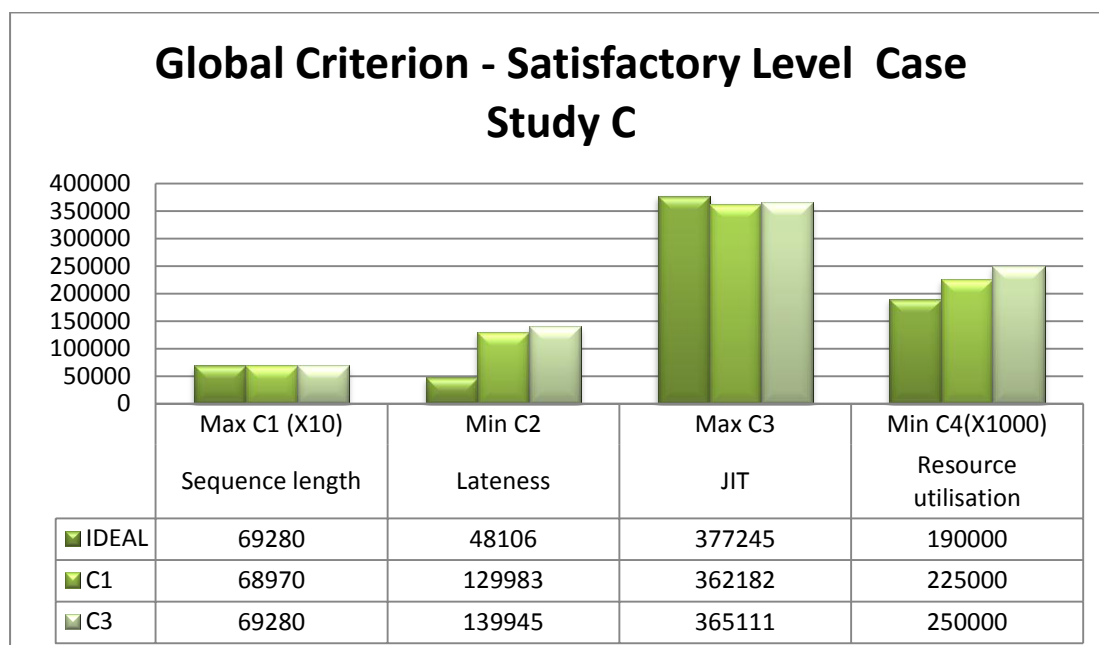


Σχήμα 7.33: Αποτελέσματα σε κάθε κύκλο του πρώτου case study





Σχήμα 7.34: Αποτελέσματα σε κάθε κύκλο του δεύτερου case study



Σχήμα 7.35: Αποτελέσματα σε κάθε κύκλο του τρίτου case study

## 7.6 ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ (E-CONSTRAINT METHOD)

Η εφαρμογή μιας μη αντισταθμιστικής προσέγγισης, η οποία βασίζεται στη μέθοδο e-constraint επιτρέπει στον αποφασίζοντα να επιτύχει μία ικανοποιητική τιμή για κάθε κριτήριο ξεχωριστά, με τη δημιουργία και την αξιολόγηση ενός μεγάλου αριθμού μη κυριαρχούμενων λύσεων, που αποτελούν ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα του εύρους των αποτελεσματικών λύσεων. Επίσης, ειδικά η επαυξημένη μέθοδος περιορισμών είναι ιδιαίτερα ευεργετική όταν

υπάρχουν πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις στο πρόβλημα(βλ. π.χ. Μαυρωτάς et al., 2007).

Η τεχνική που ακολουθείται εφαρμόζει μια συστηματική μεταβολή του δεξιού σκέλους των περιορισμών και λειτουργεί ως εξής:

1. Στην αρχή κατασκευάζεται ο πίνακας πληρωμών του προβλήματος, απ' όπου ο χρήστης πληροφορείται για την καλύτερη επίδοση κάθε αντικειμενικής συνάρτησης και παίρνει μια ιδέα για το εύρος των τιμών τους.
2. Επιλέγεται μία αντικειμενική συνάρτηση και οι υπόλοιπες μετατρέπονται σε περιορισμούς του προβλήματος, ανάλογα με την κατεύθυνση της αριστοποίησής τους. Αν δηλαδή μία αντικειμενική συνάρτηση είναι προς μεγιστοποίηση, τότε μετατρέπεται σε περιορισμό «μεγαλύτερο ή ίσο», ενώ αν πρόκειται να ελαχιστοποιηθεί μετατρέπεται σε περιορισμό «μικρότερο ή ίσο».
3. Στη συνέχεια το πεδίο τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων που θα χρησιμοποιηθούν ως περιορισμοί ("δεσμευμένες" αντικειμενικές συναρτήσεις) χωρίζεται σε  $k$  ίσα μέρη με  $k+1$  κομβικά σημεία. Το πλήθος των κομβικών σημείων μπορεί να είναι διαφορετικό για κάθε αντικειμενική συνάρτηση. Τα κομβικά σημεία αποτελούν το δεξί σκέλος των επιπλέον περιορισμών που αντιπροσωπεύουν τις "δεσμευμένες" αντικειμενικές συναρτήσεις. Όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των διαστημάτων τόσο πυκνότερο είναι το αντιπροσωπευτικό υποσύνολο των ικανών λύσεων που λαμβάνεται.
4. Στη συνέχεια σαρώνεται το σύνολο των κομβικών σημείων λύνοντας για κάθε ένα συνδυασμό κομβικών σημείων το αντίστοιχο πρόβλημα Μικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (μεταβάλλοντας συστηματικά το δεξί-σταθερό σκέλος των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων). Ο πίνακας πληρωμών του προβλήματος μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στον καθορισμό της συστηματικής μεταβολής του δεξιού σκέλους των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων. Ο καθορισμός αυτός του δεξιού σκέλους, μπορεί να γίνει και αντικείμενο αλληλεπιδραστικής διαδικασίας με τον αποφασίζοντα.
5. Τα αντίστοιχα προβλήματα Μικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού δημιουργούνται αυτόματα, επιλύονται και παράγουν τις αντίστοιχες ικανές λύσεις. Στα αποτελέσματα μαζί με τις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων που αντιστοιχούν στα ικανά σημεία παράγονται και οι τιμές των μεταβλητών απόφασης για κάθε ικανή λύση.
6. Τέλος, ο χρήστης και αποφασίζων μπορεί να επικεντρώσει την προσοχή του στις ενδιαφέρουσες περιοχές των βαθμών παραχωρήσεων (trade-off) μεταξύ των κριτηρίων απόφασης και να επιλέξει τις λύσεις τις οποίες κρίνει συμφέρουσες και αποδοτικότερες με βάση τον καλύτερο συνδυασμό όλων των κριτηρίων απόφασης. (Μαυρωτάς 2000).

Στη μέθοδο  $\epsilon$ -constraint, βελτιστοποιούμε μία από τις αντικειμενικές συναρτήσεις χρησιμοποιώντας τις άλλες συναρτήσεις ως περιορισμούς, ενσωματώνοντάς τους στο τμήμα περιορισμών του μοντέλου (Cohon, 1978 Chankong και Haimes, 1983 Miettinen, 1998):

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

Τρεις πτυχές απαιτούν διεξοδική εξέταση κατά τη διάρκεια της υλοποίησης της μεθόδου:

- A. τον υπολογισμό του εύρους των λύσεων των αντικειμενικών συναρτήσεων που προκύπτει από το σύνολο των αποτελεσματικών λύσεων,
- B. η εγγύηση της αποτελεσματικότητας της λαμβανόμενης λύσης,
- C. ο αυξημένος χρόνος λύσης για τα προβλήματα.

Χρησιμοποιούμε μερικές από τις συστάσεις που περιλαμβάνονται στην μοντελοποίηση της επαυξημένης μεθόδου e-constraint (AUGMECON) (Μαυρωτάς 2009) για να αντιμετωπιστούν τα ανωτέρω θέματα.

i. Πρώτα από όλα, χρησιμοποιούμε τη λεξικογραφική βελτιστοποίηση, προκειμένου να κατασκευάσουμε τον πίνακα πληρωμών (payoff table). Με τον τρόπο αυτό έχουμε την εξασφάλιση της αποτελεσματικότητας του λαμβανόμενης λύσης και ένα πιο αξιόπιστο υπολογισμό των του εύρους των αποτελεσμάτων των αντικειμενικών συναρτήσεων.

ii. Δεύτερον, τροποποιούμε κατάλληλα την αντικειμενική συνάρτηση του μονο-κριτηρίου προβλήματος, προσθέτοντας ένα δεύτερο όρο προτεραιότητα προκειμένου να διασφαλιστεί ότι η βέλτιστη λύση που λαμβάνεται είναι Pareto βέλτιστη για την αρχικό πολυκριτηριακό πρόβλημα (αποφεύγοντας έτσι ασθενείς Pareto βέλτιστες λύσεις).

iii. Τρίτον, επιταχύνουμε την όλη διαδικασία από την εισαγωγή της τεχνικής της "πρώρης εξόδου από το βρόχους", όταν τα ενδιάμεσα προβλήματα καθίστανται άλυτα. Αυτό εξοικονομεί πολύ υπολογιστικό χρόνο σε προβλήματα με περισσότερες από 2 αντικειμενικές συναρτήσεις. (Δεν ισχύει για την περίπτωσή μας).

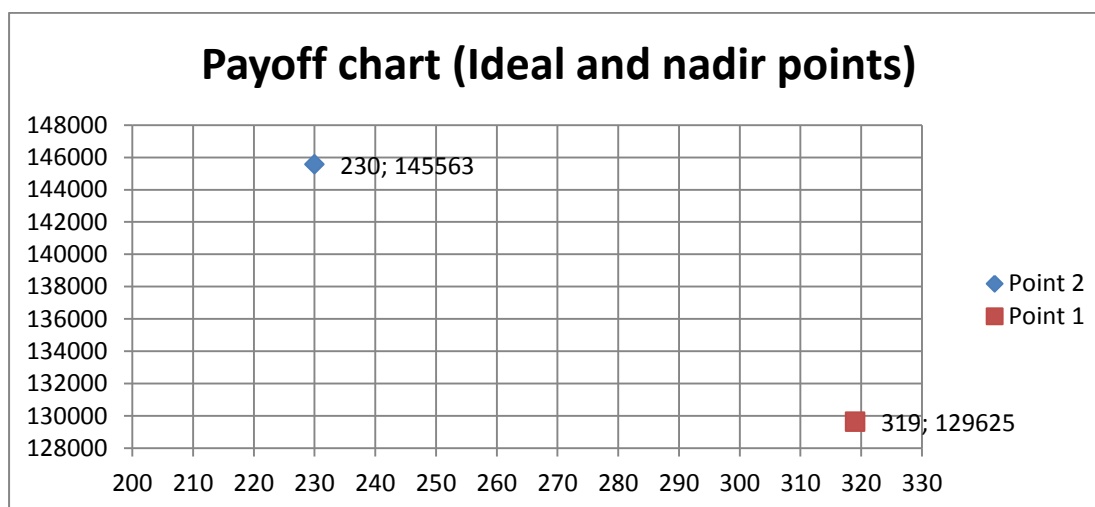
Πρακτικά, η επαυξημένη e-constraint μέθοδος εφαρμόζεται ως εξής, (παρατίθενται τα αποτελέσματα που επιτεύχθηκαν, έπειτα από κάθε βήμα του αλγορίθμου της μεθόδου e-constraint (Βήματα 1 - 8):

1. Δημιουργία πίνακα πληρωμών χρησιμοποιώντας λεξικογραφική προσέγγιση (Πίνακας 7.10).
2. Ορισμός άνω φράγματος,  $e_2 = z_2^N = 89$
3. Υπολογισμός εύρους,  $r_1 = z_2^N - z_2^I = 319 - 230 = 89$
4. Ορισμός αρχικού αριθμού gridpoints του κριτηρίου 4 ( $g_2$ ), σύμφωνα με το παραπάνω εύρος ( $r_1$ ), για τη δημιουργία έως και 10 σημείων.
5. Υπολογισμός του εύρους κάθε διαστήματος  $r_1 / (g_2 - 1) = 10$  και των αντίστοιχων σημείων .
6. Πρώτος γύρος παραγωγής αποτελεσματικών λύσεων: ένα αραιό περίγραμμα του μετώπου Pareto. (Πίνακας 7.11)
7. Αλληλεπίδραση Αποφασίζοντος (DM) - Αναλυτή: Ο αποφασίζων ζητάει και προτείνει μια αναπαράσταση πυκνότερη από το μετώπου Pareto front στην υπό-κλίμακα (230 - 260), προκειμένου να επιλέξει την πιο επιθυμητή και ικανοποιητική για αυτόν λύση
8. Υπολογισμός εκ νέου του εύρους,  $r_2 = z_2^N - z_2^I = 260 - 230 = 30$

9. Ορισμός αρχικού αριθμού gridpoints του κριτηρίου 4 ( $g_2$ ), σύμφωνα με το παραπάνω εύρος ( $r_2$ ), για τη δημιουργία έως και 10 σημείων.
10. Υπολογισμός του εύρους κάθε διαστήματος  $r_2 / (g_2 - 1) = 3$  και των αντίστοιχων σημείων.
11. Δεύτερος γύρος παραγωγής αποτελεσματικών λύσεων (Πίνακας 7.12)
12. Επιλογή λύσης από τον αποφασίζοντα (Πίνακας 7.13)

	Lateness	Resource utilisation	JIT	Sequence length
Lateness	129625	319	353671	6928
Resource utilisation	145563	230	353134	6928

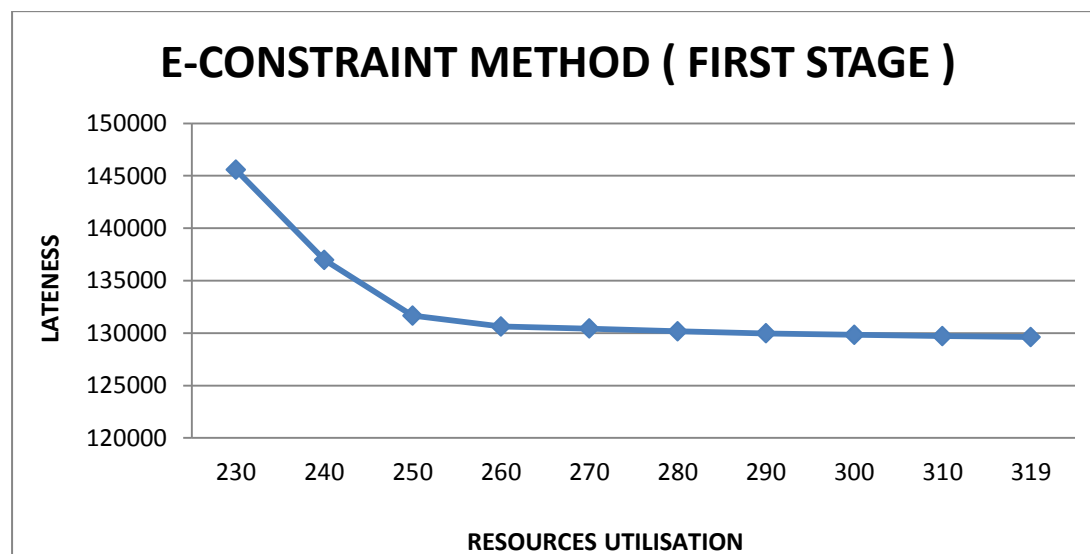
Πίνακας 7.9: Πίνακας πληρωμών δικριτηριακού προβλήματος



Σχήμα 7.36: Γράφημα με τα σημεία του πίνακα πληρωμών δικριτηριακού προβλήματος

<b>Lateness</b>	145563	136969	131658	130627	130428	130168	129967	129827	129715	129625
<b>Resource utilisation</b>	230	240	250	260	270	280	290	300	310	319

Πίνακας 7.10. Πρώτο στάδιο παραγωγής αποτελεσματικών λύσεων, δημιουργία αραιού Pareto front

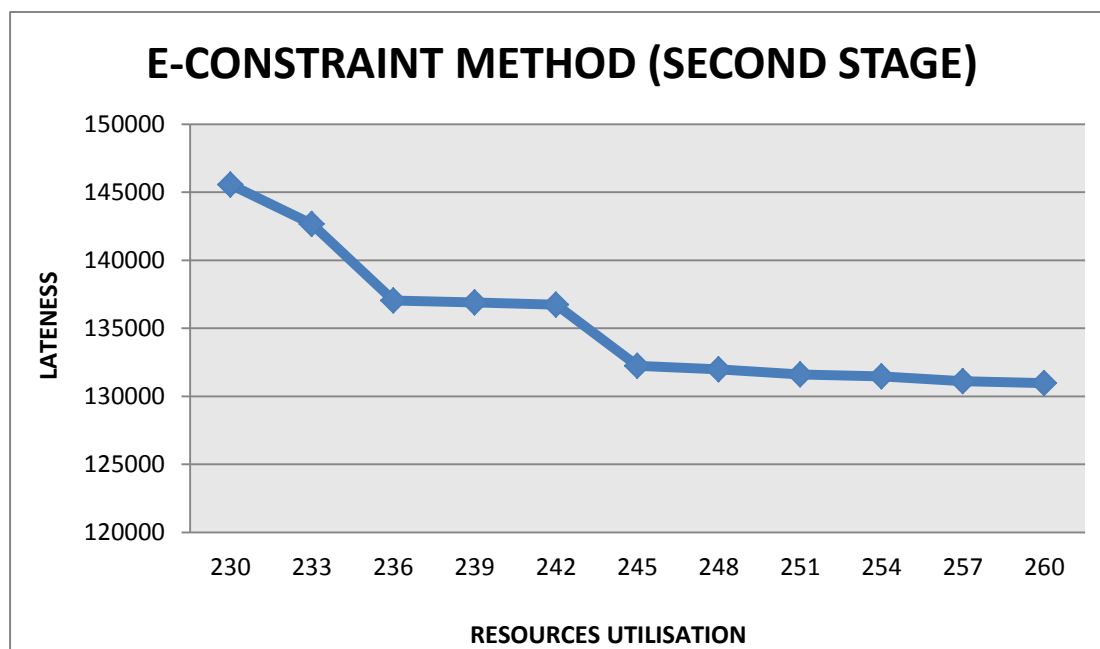


Σχήμα 7.37: Ικανοποιητικές λύσεις μετά από το πρώτο στάδιο εφαρμογής της μεθόδου περιορισμών

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

<b>Lateness</b>	145563	142672	137035	136911	136734	132240	131986	131613	131470	131118	130977
<b>Resource utilisation</b>	230	233	236	239	242	245	248	251	254	257	260

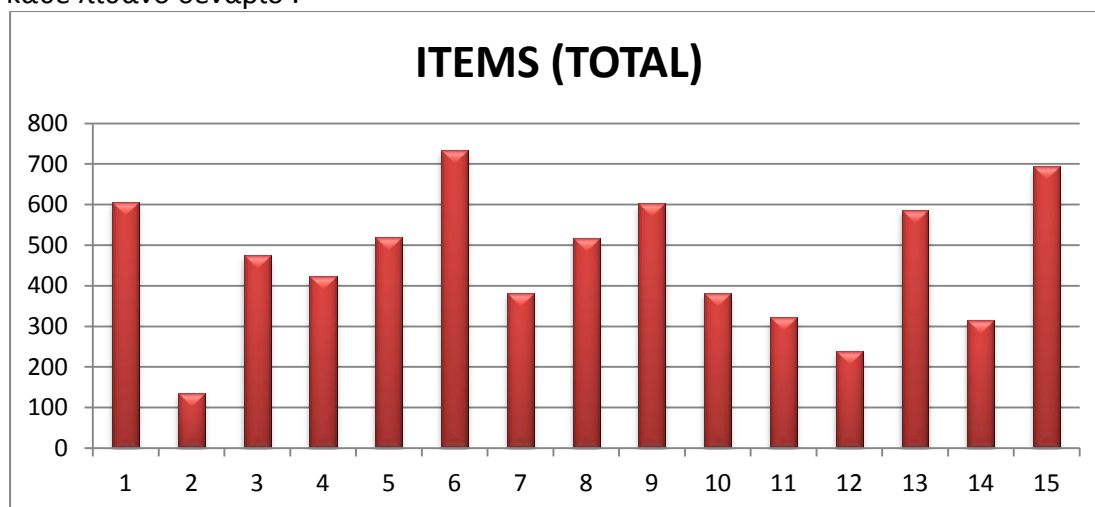
Πίνακας 7.11: Δεύτερο στάδιο παραγωγής αποτελεσματικών λύσεων, δημιουργία Pareto front

Σχήμα 7.38: Ικανοποιητικές λύσεις μετά από το *δεύτερο στάδιο* εφαρμογής της μεθόδου περιορισμών

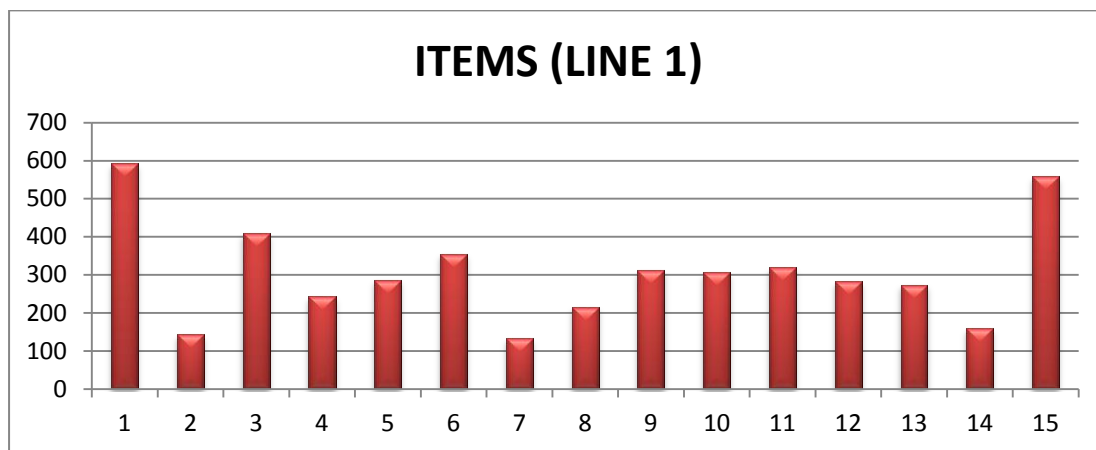
Min C2	Min C4	Max C3	Max C1
<i>Lateness</i>	<i>Resource utilisation</i>	<i>JIT</i>	<i>Sequence length</i>
137035	236	354387	6928

Πίνακας 7.12: Τελική επιλογή αποφασίζοντος

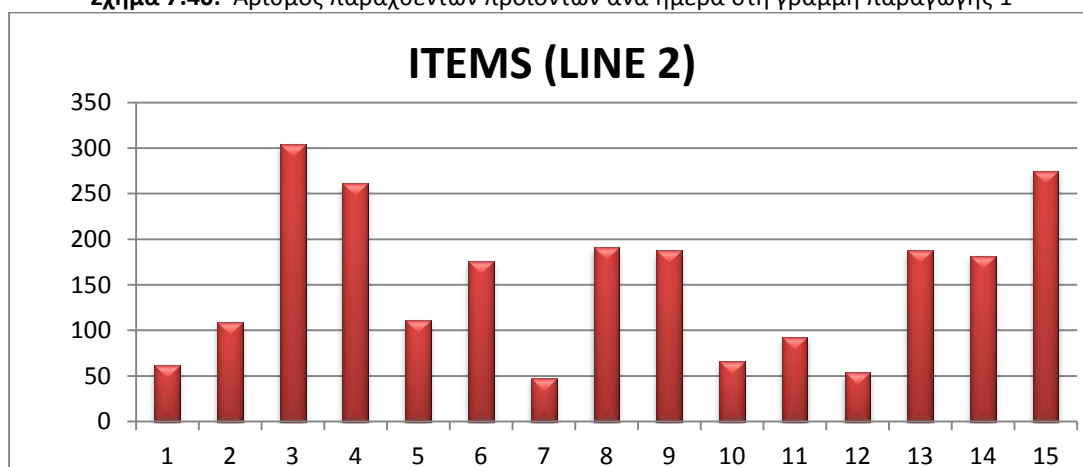
Από την προηγούμενη ανάλυση θα παραθέσουμε το πλάνο παραγωγής, σύμφωνα με την παραπάνω επιλογή, η οποία προέκυψε σύμφωνα με την αξιολογική κλίμακα που έχει, καθώς και τις τιμές των κριτηρίων σε κάθε κύκλο σε κάθε πιθανό σενάριο :



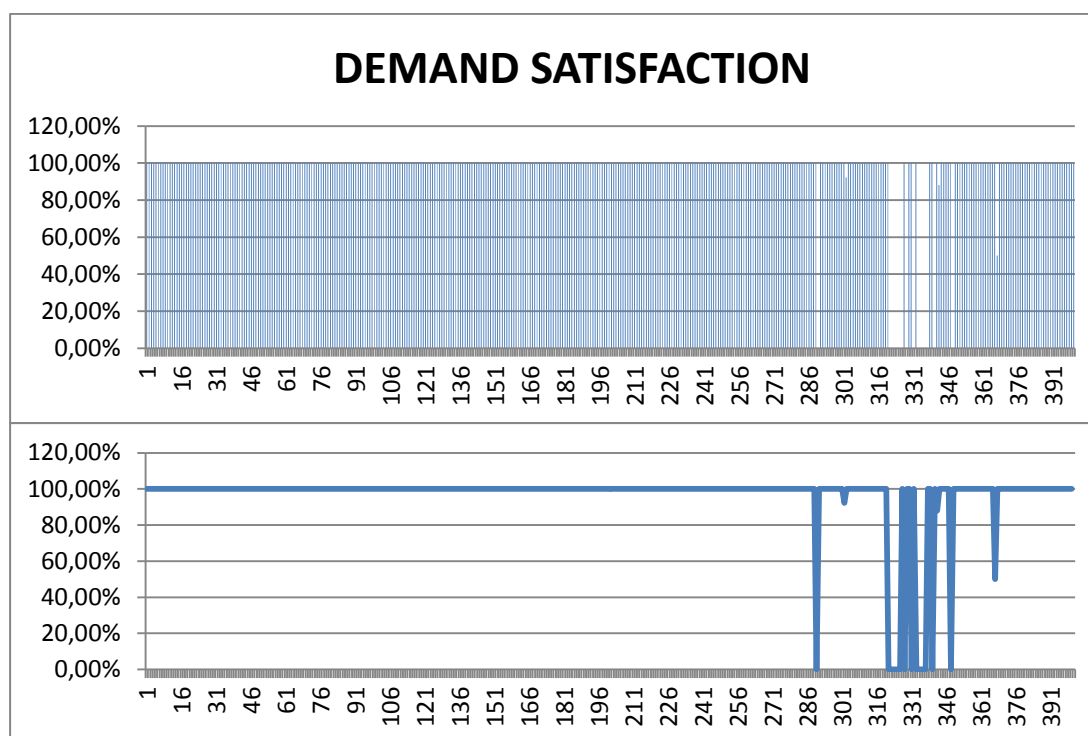
Σχήμα 7.39: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στο σύστημα παραγωγής



Σχήμα 7.40: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 1



Σχήμα 7.41: Αριθμός παραχθέντων προϊόντων ανά ημέρα στη γραμμή παραγωγής 2



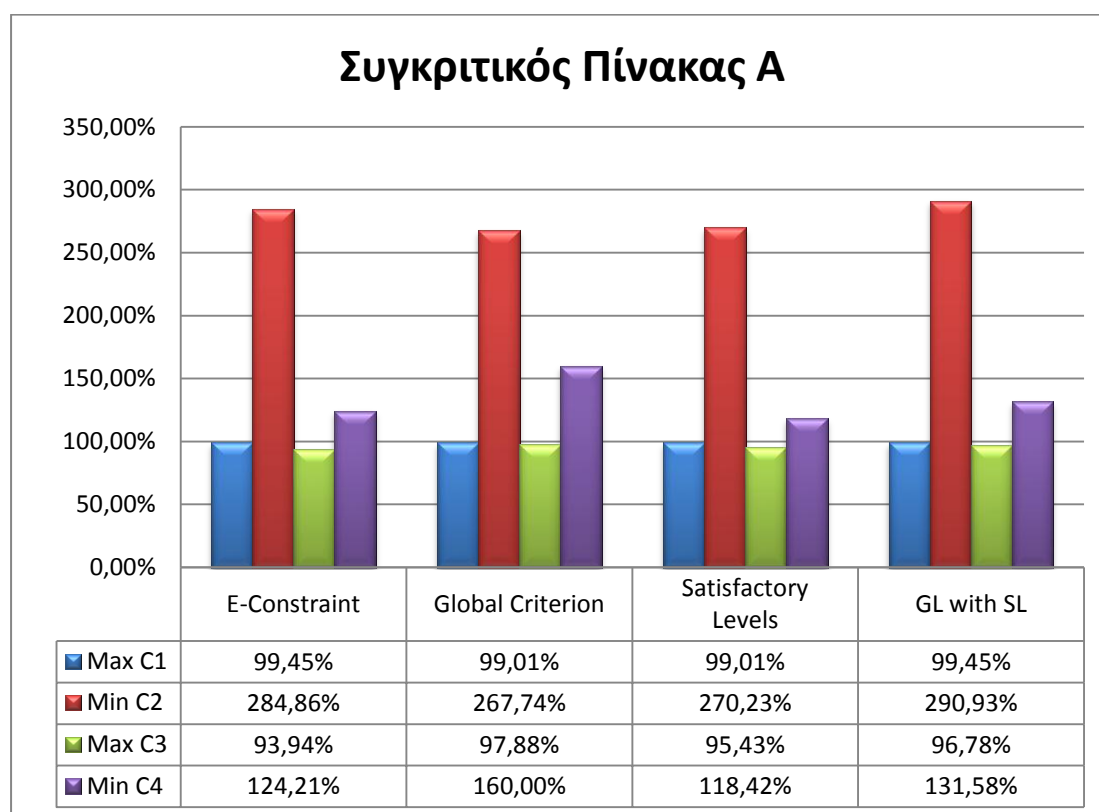
Σχήμα 7.42: Ικανοποίηση της ζήτησης σύμφωνα με τις παραγγελίες ανά οικογένεια προϊόντος

## 7.7 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

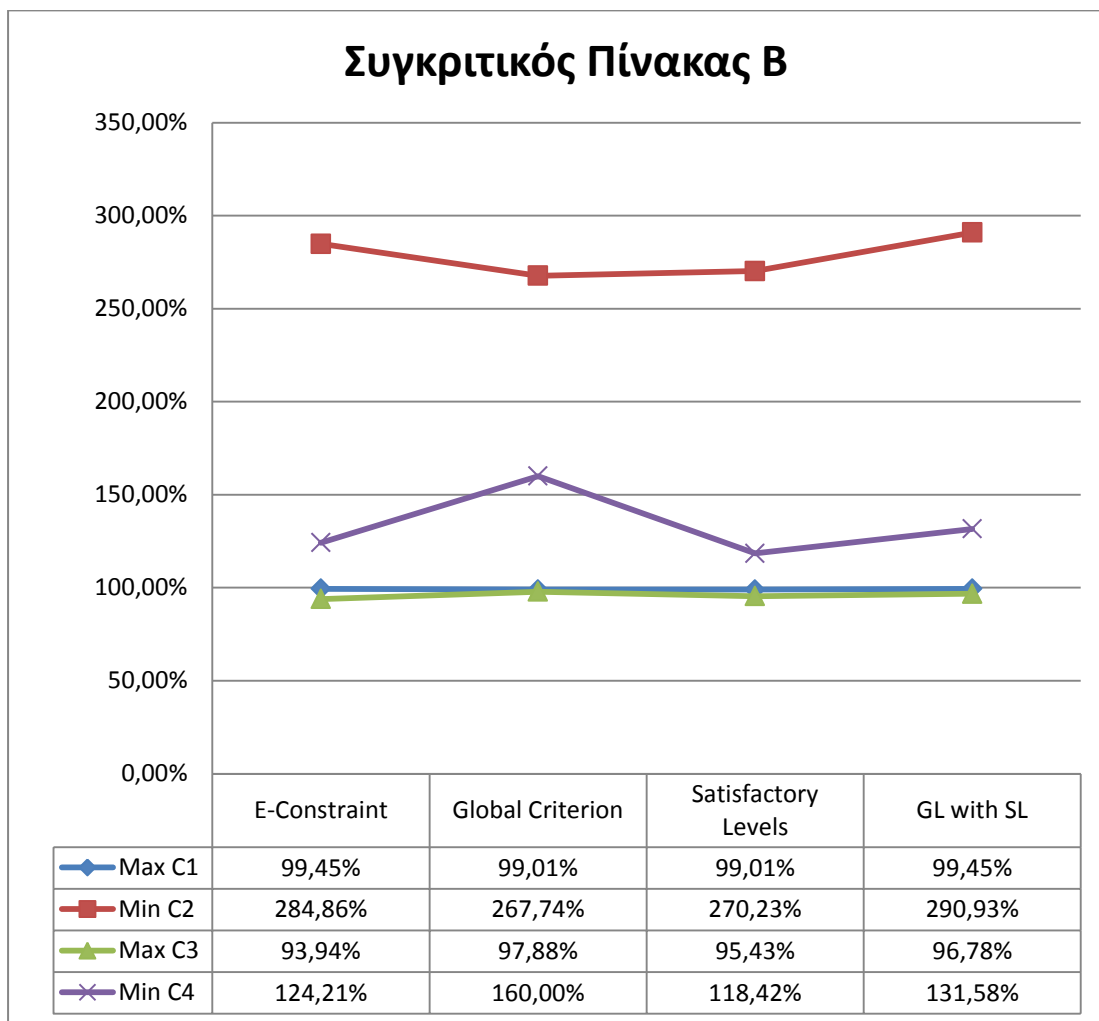
Τέλος , έχουμε ένα συγκριτικό γράφημα όλων των μεθόδων ανά κριτήριο, σύμφωνα με την επιλογή που έκανε κατά περίπτωση ο αποφασίζων :

	Max C1	Min C2	Max C3	Min C4
	<i>Sequence length</i>	<i>Lateness</i>	<i>JIT</i>	<i>Resource utilisation</i>
<b>E-Constraint</b>	6928	137035	354387	236
<b>Global Criterion</b>	6897	128797	369235	304
<b>Satisfactory Levels</b>	6897	129998	360009	225
<b>GL with SL</b>	6928	139957	365094	250

**Πίνακας 7.13:** Συγκριτικός πίνακας αποτελεσμάτων που προέκυψαν από κάθε μέθοδο, έπειτα από τις επιλογές του αποφασίζοντος



**Σχήμα 7.43α:** Συγκριτικό ραβδόγραμμα αποτελεσμάτων που προέκυψαν από κάθε μέθοδο, έπειτα από τις επιλογές του αποφασίζοντος. Η αναγωγή γίνεται στο % , με δεδομένη την καλύτερη τιμή που μπορούμε να πετύχουμε από τον πίνακα πληρωμών , μετά την λεξικογραφική βελτιστοποίηση.



**Σχήμα 7.43β:** Συγκριτικές γραφικές παραστάσεις αποτελεσμάτων που προέκυψαν από κάθε μέθοδο, έπειτα από τις επιλογές του αποφασίζοντος. Η αναγωγή γίνεται στο % , με δεδομένη την καλύτερη τιμή που μπορούμε να πετύχουμε από τον πίνακα πληρωμών , μετά την λεξικογραφική βελτιστοποίηση.



# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8**

## **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ**

## **ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ**

Ο Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός αποτελεί μια ολοκληρωμένη μορφή του Μαθηματικού Προγραμματισμού. Μας παρέχει μία πιο ρεαλιστική απεικόνιση των προβλημάτων και των συνθηκών λήψης απόφασης, με αποτέλεσμα να διευρύνεται η αξιοπιστία της διαδικασίας λήψης απόφασης. Η πολλαπλότητα των κριτηρίων απόφασης, συντελεί στην ανάπτυξη ενός ουσιαστικού συστήματος υποστήριξης αποφάσεων, προσφέροντας στον αποφασίζοντα καλύτερη εποπτεία αλλά και όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για την αναζήτηση της προτιμότερης, σχετικά βέλτιστης λύσης.

## **ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ**

Ο προγραμματισμός είναι ένα από τα πιο κρίσιμα στοιχεία ενός συστήματος παραγωγής. Πρόκειται για την διαδικασία ανάθεσης των περιορισμένων πόρων σε εργασίες σε ορισμένο χρόνο, με σκοπό να παραχθούν τα επιθυμητά αποτελέσματα στον επιθυμητό χρόνο, ενώ παράλληλα να ικανοποιείται ένας μεγάλος αριθμός χρονικών, λειτουργικών, εμπορικών και άλλων περιορισμών που διέπουν τις εργασίες και τους πόρους.

## **ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ**

Πολύ εύχρηστο αποδείχτηκε επίσης και το λογισμικό μοντελοποίησης GAMS. Οι εκφράσεις όλων των στοιχείων του προβλήματος γίνονται με σύνταξη τέτοια ώστε να είναι πολύ συναφής με την συνήθη μαθηματική γραφή, ενώ διατηρούνται τα στοιχεία τακτοποιημένα σε τομείς (μεταβλητές, περιορισμοί, συναρτήσεις)

## **ΜΕΘΟΔΟΙ A PRIORI**

Γενικά, το ότι απαιτείται η εμπλοκή του αποφασίζοντος εκ των προτέρων στα πλαίσια της διαδικασίας ανάλυσης, προϋποθέτει πολύ καλή γνώση και αντίληψη του θέματος από τη μεριά του. Όπως και να έχει, η ποσοτικοποίηση των ως επί το πλείστον ποιοτικών πληροφοριών, που κυρίως έχει στη διάθεση του και μπορεί να μας παρέχει, προσθέτουν στον αποφασίζοντα μία περαιτέρω πολυπλοκότητα.

Πιο συγκεκριμένα, στη μέθοδο του ολικού κριτηρίου, ο αποφασίζων στον καθορισμό σταθερών tradeoffs, που ισχύουν για όλο το φάσμα του χώρου αναζήτησης τιμών για τα διάφορα κριτήρια, χωρίς να λαμβάνει υπόψη του τα επίπεδα τιμών των κριτηρίων. Ουσιαστικά, ο αποφασίζων δυσκολεύεται στο να επιβεβαιώσει ότι το tradeoff μεταξύ 2 κριτηρίων παραμένει αμετάβλητο για όλες τις τιμές που λαμβάνονται από το ζευγάρι των κριτηρίων αυτών. Είναι πιο πιθανό ότι η γραμμική αντικειμενική συνάρτηση θα πρέπει να θεωρηθεί ότι ισχύει σε τοπικό επίπεδο, οδηγώντας κατά συνέπεια τη διαδικασία βελτιστοποίησης προς τη σωστή κατεύθυνση στη συγκεκριμένη περιοχή αναζήτησης λύσης. Παρόλα αυτά, η μέθοδος παρέχει τη δυνατότητα για μια γρήγορη και καλή λύση, σαν πρώτη προσέγγιση στον αποφασίζοντα.

**ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ**

Οι μέθοδοι αλληλεπίδρασης απαιτούν «εκπαίδευση» και εξοικείωση του αποφασίζοντος, προκειμένου να καθοδηγήσει αποτελεσματικά την ικανοποιητική θέσπιση των επιπέδων ικανοποίησης των κριτηρίων και γενικά για να μπορεί να παρέχει στον αναλυτήτο απαραίτητο feedback. Παράλληλα όμως, μπορεί να εστιάσει στο σύνολο των λύσεων που τον ενδιαφέρει και έτσι να μη χρειαστεί η παραγωγή όλων των βέλτιστων λύσεων, αλλά και να εμπλουτίσει την εμπειρία του σχετικά με το πρόβλημα.

Η μέθοδο των Satisfactory levels “καθοδηγείται” μόνο από τα ικανοποιητικά επίπεδα του κάθε κριτηρίου. Η μέθοδος μπορεί να καταλήξει σε μία ικανοποιητική λύση, όμως τα αποτελέσματα μπορεί να είναι μακριά από ένα βέλτιστο μείγμα, καθώς μπορεί να καταλήξει σε επίπεδα που μπορεί να έχουν περιθώριο βελτίωσης, εάν μια διαφορετική στρατηγική αναζήτησης που είχε επιλεγεί. Σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης μόνο ένα κριτήριο λαμβάνεται υπόψη.

Από την άλλη, η προσέγγιση με βάση το συνδυασμό της μεθόδου ολικού κριτηρίου και της μεθόδου Satisfactory levels, οδήγησε σε πολύ ενθαρρυντικά αποτελέσματα και ένα υψηλό επίπεδο ικανοποίησης του αποφασίζοντος. Ο συνδυασμός των δύο μεθόδων, ουσιαστικά συντελεί στο συνδυασμό των πλεονεκτημάτων των 2 μεθόδων και στον περιορισμό των αρνητικών πλευρών τους. Ο αποφασίζων μπορεί να επανατοποθετεί κάθε φορά τα επίπεδα των κριτηρίων ικανοποίησης του σε διαφορετικά επίπεδα, λαμβάνοντας υπόψη του και έχοντας κατά νου την επιρροή του ενός κριτηρίου στο άλλο (trade offs).

**ΜΕΘΟΔΟΙ A POSTERIORI**

Οι μέθοδοι παραγωγής (a posteriori) παρουσιάζουν μειονεκτήματα σε σχέση με τις a priori και τις αλληλεπιδραστικές μεθόδους. Είναι υπολογιστικά πιο πολύπλοκες, απαιτούν ιδιαίτερο λογισμικό και το πεδίο εφαρμογής τους περιορίζεται όσο αυξάνει το μέγεθος του προβλήματος. Αξίζει να αναφερθεί, ότι με τη προσθήκη κάθε επιπλέον συνάρτησης στο πρόβλημα, παρατηρείται αλματώδης αύξηση στο χρόνο επίλυσης του μοντέλου όσο και τον αριθμό των ικανών λύσεων του προβλήματος.

Ωστόσο, οι μέθοδοι παραγωγής (a posteriori) παρουσιάζουν σημαντικά πλεονεκτήματα που οδηγούν το χρήστη στην εφαρμογή τους. Στις μεθόδους παραγωγής, ο αποφασίζων δε συμμετέχει στη διαδικασία υπολογισμού των ικανών λύσεων, όπως συμβαίνει στις αλληλεπιδραστικές μεθόδους, κατευθύνοντας την αναζήτηση ανάλογα με τις προτιμήσεις του. Η εμπλοκή του στη διαδικασία λήψης απόφασης γίνεται μετά τον υπολογισμό και την παραγωγή του συνόλου των βέλτιστων λύσεων, αφού διαμορφώσει μια πλήρη εικόνα των εναλλακτικών του επιλογών πριν αποφασίσει. Με τον τρόπο αυτό, ελαχιστοποιείται ο κίνδυνος να παραβλεφθεί κάποια αξιόλογη λύση που πάντα υπάρχει στις αλληλεπιδραστικές μεθόδους. Οι μέθοδοι παραγωγής είναι επίσης κατάλληλες σε περιπτώσεις όπου η αλληλεπίδραση με τον αποφασίζοντα είναι προβληματική και δυσχεραίνεται η διαδικασία επίλυσης. Η πληρέστερη πληροφόρηση που παρέχουν οι μέθοδοι παραγωγής ενισχύουν την εμπιστοσύνη του αποφασίζοντα στην τελική του επιλογή.

Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος ε-constraint μπορεί να μεταβάλει την αρχικά επιλεχθείσα περιοχή εφικτών λύσεων, ενώ ταυτόχρονα είναι σε θέση να παράγει μη-ακραίες αποδοτικές λύσεις. Παράλληλα, μπορούμε να εκμεταλλευτούμε σχεδόν κάθε “τρέξιμο” ώστε να παράγουμε μία διαφορετική αποτελεσματική λύση, λαμβάνοντας έτσι μια πιο πλούσια αναπαράσταση του συνόλου αποδεκτών λύσεων. Ένα ακόμα πλεονέκτημα της μεθόδου ε-constraint είναι ότι μπορούμε να ελέγξουμε τον αριθμό των παραγόμενων αποδοτικών λύσεων με την κατάλληλη προσαρμογή του αριθμού των σημείων πλέγματος σε κάθε μία από τις αντικειμενικές συναρτήσεις. Ειδικότερα, η επαυξημένη ε-constraint μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά, ως μέρος μιας διαδραστικής διαδικασίας που οδηγεί σταδιακά τον αποφασίζοντα στην πλέον προτιμώμενη Pareto βέλτιστη λύση, μέσα από μια επαναληπτική διαδικασία όπου φάσεις υπολογισμού και ο διάλογος εναλλάσσονται.

Ένα σημαντικό μειονέκτημά της, είναι ότι μας περιορίζει στο να λαμβάνουμε υπόψη μας μόνο 2 κριτήρια κάθε φορά, καθώς σε κάθε άλλη περίπτωση η οπτικοποίηση και αναπαράστασή τους είναι αρκετά δύσκολη και πολύπλοκη. Συνεπώς, μπορεί συγκεκριμένα για αυτά τα δύο που μελετούμε να έχουμε καλή εποπτεία, χάνουμε όμως τη “μεγάλη εικόνα” καθώς δεν μπορούμε να εξετάσουμε τη συνολική αλληλεπίδραση μεταξύ των κριτηρίων, εκτός και αν προχωρήσουμε σε πολλαπλές εφαρμογές σε διαφορετικούς συνδυασμούς, κάτι το οποίο σίγουρα δεν είναι πρακτικό.

## **ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ**

- Ενδιαφέρον θα παρουσίαζε η χρησιμοποίηση των ίδιων τεχνικών σε διαφορετικής φύσης πρόβλημα, για να αναδειχθεί κατά πόσο θα είχαν διαφορετικές επιδόσεις.
- Παράλληλα, θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν άλλες τεχνικές βελτιστοποίησης, μη γραμμικές, με στόχο να επιταχυνθεί η διαδικασία βελτιστοποίησης, αλλά και να γίνει πιο ακριβής, όπως οι γεννητικοί αλγόριθμοι.
- Ακόμα, θα μπορούσαν να προστεθούν περισσότερα κριτήρια, ούτως ώστε η αναπαράσταση της διαδικασίας της λήψης απόφασης, να γίνει πιο ακριβής αλλά και πιο περίπλοκη. Τότε θα μπορούσε να φανεί πως θα ανταποκρινόταν οι εξεταζόμενες μέθοδοι σε ένα περιβάλλον με προστιθέμενη πολυπλοκότητα, λαμβάνοντας υπόψη παράλληλα και το πόσο ευσταθείς είναι οι τελικές λύσεις.
- Η δημιουργία ενός γραφικού περιβάλλοντος (gui), το οποίο θα περιελάμβανε τόσο τις επιλογές του αποφασίζοντος, όσο και τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης, θα λειτουργούσε πολύ βοηθητικά. Θα τελεσφορούσε σε πολύ καλύτερη διαχείριση εκ μέρους τους αποφασίζοντος της παραγόμενης πληροφορίας, μεγαλύτερη εποπτεία του προβλήματος καθώς και περισσότερη ευχρηστία, ταχύτητα και ακρίβεια στο προσδιορισμό των προτιμήσεών του.
- Έχοντας προσδιορίσει σε μακροσκοπικό επίπεδο ποιες οικογένειες θα παραχθούν, ποια ημέρα και σε ποιες γραμμές, η μελέτη θα μπορούσε να περάσει σε ένα πιο μικροσκοπικό επίπεδο, προχωρώντας σε μικρο-προγραμματισμό της παραγωγής. Πρακτικά, αυτό θα σήμαινε να προσδιορίσει η ακριβής αλληλουχία παραγωγής όλων των αντικειμένων και να γίνει μια πιο ολοκληρωμένη-ρεαλιστική αναπαράσταση του πλάνου παραγωγής, λαμβάνοντας υπόψη τα ίδια κριτήρια και βλέποντας, πώς οι τιμές τους θα μπορούσαν να διαφοροποιηθούν.

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS

- Ένας επιπλέον άξονας, πάνω στον οποίο μπορεί να πραγματοποιηθεί περισσότερο έρευνα, είναι η ανάπτυξη ενός συστηματικού τρόπου, ο οποίος θα υποστήριζε και θα καθοδηγούσε τον αποφασίζοντα στον επαναπροσδιορισμό των προτιμήσεων του κατά τη διάρκεια των αλληλεπιδραστικών μεθόδων, ούτως ώστε να αξιοποιεί περισσότερο την πληροφορία σχετικά με το trade off μεταξύ των κριτηρίων.

# ***ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α***

**ΚΩΔΙΚΑΣ ΣΕ GAMS**

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

### 1. E-CONSTRAINT METHOD

```

Sets i / i1*i1342 /
      j / j1*j12714 / ;
parameter
cons( i,j )

*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\A.gdx par=A rng=A! Cdim=1 Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\cons.gdx
$load cons
$gdxin

parameter

C1 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C1.gdx par=C1 rng=C1! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C1.gdx
$load C1
$gdxin

parameter

C2 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C2.gdx par=C2 rng=C2! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C2.gdx
$load C2
$gdxin

parameter

C3 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C3.gdx par=C3 rng=C3! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C3.gdx
$load C3
$gdxin

parameter

C4 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C4.gdx par=C4 rng=C4! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C4.gdx
$load C4
$gdxin

parameter

Bup (i)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx par=Bup rng=Bupper! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx
$load Bup
$gdxin

```

```

parameter

Blow (i)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx par=Blow rng=Blow! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx
$load Blow
$gdxin

parameter

Xup (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx par=Bup rng=Bupper! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Xup.gdx
$load Xup
$gdxin

parameter

Xlow (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx par=Blow rng=Blow! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Xlow.gdx
$load Xlow
$gdxin

Integer variable x(j) dunatotita paragwgis ;
x.lo(j) = 0 ;

variable z1 criterion 1
variable z2 criterion 2
variable z3 criterion 3
variable z4 criterion 4;

Equations
mia(i) anw orio
duo(i) katw orio
tria criterion 1
high_bound_X(j) high X
tessera criterion 2
pente criterion 3
exi criterion 4;

high_bound_X(j).. Xup(j) =g= X(j) ;
mia(i).. Sum((j), cons(i,j)*x(j)) =l= Bup (i) ;
duo(i).. Sum((j), cons(i,j)*x(j)) =g= Blow (i) ;
tria.. Sum((j),C1(j)*x(j))=e=6928 ;
tessera .. z2=e=Sum((j),C2(j)*x(j)) ;
pente .. z3=e=Sum((j),C3(j)*x(j)) ;
exi .. Sum((j),C4(j)*x(j))=e=236 ;

Model dokimi /all/;
dokimi.optfile=1;
*Solve dokimi using mip maximizing z1 ;
Solve dokimi using mip minimizing z2 ;
*Solve dokimi using mip maximizing z3 ;
*Solve dokimi using mip minimizing z4 ;
$onecho > cplex.opt
epgap 0.001
$offecho
execute_unload "lusic4-c2.gdx " x.1

```

Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS



```
execute ' GDXXRW.EXE lusic4-c2.gdx var=x.l rng=lusi3!
Output=C:\Users\Apollo\Desktop\lusic4-c2.xls ' ;
Display z2.l , z2.m, x.l, x.m, mia.l, duo.m, z3.l , z3.m ;
```

## **2. SATISFACTORY LEVELS – GLOBAL CRITERION METHOD**

```
Sets i / i1*i1342 /
      j / j1*j12714 / ;
parameter

cons( i,j )
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\A.gdx par=A rng=A! Cdim=1 Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\cons.gdx
$load cons
$gdxin

parameter

C1 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C1.gdx par=C1 rng=C1! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C1.gdx
$load C1
$gdxin

parameter

C2 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C2.gdx par=C2 rng=C2! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C2.gdx
$load C2
$gdxin

parameter

C3 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C3.gdx par=C3 rng=C3! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C3.gdx
$load C3
$gdxin

parameter

C4 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C4.gdx par=C4 rng=C4! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C4.gdx
$load C4
$gdxin

parameter

Bup (i)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx par=Bup rng=Bupper! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx
$load Bup
$gdxin
```

parameter

```
Blow (i)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx par=Blow rng=Blow! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx
$load Blow
$gdxin
```

parameter

```
Xup (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx par=Bup rng=Bupper! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Xup.gdx
$load Xup
$gdxin
```

parameter

```
Xlow (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx par=Blow rng=Blow! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Xlow.gdx
$load Xlow
$gdxin
```

```
Integer variable x(j) dunatotita paragwgis ;
x.lo(j) = 0 ;
variable z1 criterion 1
variable z2 criterion 2
variable z3 criterion 3
variable z4 criterion 4
variable g1 global criterion ;
```

Equations

```
mia(i) anw orio
duo(i) katw orio
tria criterion 1
high_bound_X(j) high X
tessera criterion 2
pente criterion 3
exi criterion 4
epta global criterion;
```

```
high_bound_X(j).. Xup(j) =g= X(j) ;
mia(i).. Sum((j), cons(i,j)*x(j)) =l= Bup (i) ;
duo(i).. Sum((j), cons(i,j)*x(j)) =g= Blow (i) ;
tria.. Sum((j),C1(j)*x(j))=g=6897 ;
tessera .. Sum((j),C2(j)*x(j))=l=129998 ;
pente .. Sum((j),C3(j)*x(j))=g=360009 ;
exi .. Sum((j),C4(j)*x(j))=l=225 ;
epta.. g1 =e= 2000*Sum((j),C1(j)*x(j))-2*
Sum((j),C2(j)*x(j))+10*Sum((j),C3(j)*x(j))-10*Sum((j),C4(j)*x(j)) ;
```

Model dokimi /all/;

```
dokimi.optfile=1;
*Solve dokimi using mip minimizing z2 ;
*Solve dokimi using mip maximizing z1 ;
*Solve dokimi using mip maximizing z3 ;
*Solve dokimi using mip minimizing z4 ;
Solve dokimi using mip maximizing g1 ;
$onecho > cplex.opt
```

**Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS**

```
epgap 0.0001
$offecho
execute_unload "gc5.gdx " x.l
execute ' GDXXRW.EXE gc5.gdx var=x.l rng=sheet1!
Output=C:\Users\Apollo\Desktop\gc5.xls ' ;
Display gl.m , x.l, x.m, duo.l ,tria.l,tessera.l ,pente.l, exi.l ;
```

### **3. GLOBAL CRITERION**

```
Sets i / i1*i1342 /
      j / j1*j12714 /;
parameter
```

```
cons( i,j )
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\A.gdx par=A rng=A! Cdim=1 Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\cons.gdx
$load cons
$gdxin
```

parameter

```
C1 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C1.gdx par=C1 rng=C1! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C1.gdx
$load C1
$gdxin
```

parameter

```
C2 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C2.gdx par=C2 rng=C2! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C2.gdx
$load C2
$gdxin
```

parameter

```
C3 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C3.gdx par=C3 rng=C3! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C3.gdx
$load C3
$gdxin
```

parameter

```
C4 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C4.gdx par=C4 rng=C4! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C4.gdx
$load C4
$gdxin
```

parameter

```
Bup (i)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx par=Bup rng=Bupper! Rdim=1
```

```

$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx
$load Bup
$gdxin

parameter

Blow (i)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx par=Blow rng=Blow! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx
$load Blow
$gdxin

parameter

Xup (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx par=Bup rng=Bupper! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Xup.gdx
$load Xup
$gdxin

parameter

Xlow (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx par=Blow rng=Blow! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Xlow.gdx
$load Xlow
$gdxin
Integer variable x(j) dunatotita paragwgis ;
x.lo(j) = 0 ;
variable z1 criterion 1
variable z2 criterion 2
variable z3 criterion 3
variable z4 criterion 4
variable g1 global criterion ;

Equations
mia(i) anw orio
duo(i) katw orio
tria criterion 1
high_bound_X(j) high X
tessera criterion 2
pente criterion 3
exi criterion 4
epta global criterion;
high_bound_X(j).. Xup(j) =g= X(j) ;
mia(i).. Sum((j), cons(i,j)*x(j)) =l= Bup (i) ;
duo(i).. Sum((j), cons(i,j)*x(j)) =g= Blow (i) ;
tria.. z1 =e= Sum((j),C1(j)*x(j)) ;
tessera .. z2 =e= Sum((j),C2(j)*x(j)) ;
pente .. z3 =e= Sum((j),C3(j)*x(j)) ;
exi .. z4 =e= Sum((j),C4(j)*x(j)) ;
epta.. g1 =e= 1000*z1-2*z2+10*z3-20*z4 ;

Model dokimi /all/;
dokimi.optfile=1;
*Solve dokimi using mip minimizing z2 ;
*Solve dokimi using mip maximizing z1 ;
*Solve dokimi using mip maximizing z3 ;
*Solve dokimi using mip minimizing z4 ;

```

```
Solve dokimi using mip maximizing gl ;
$onecho > cplex.opt
epgap 0.0001
$offecho
execute_unload "gc5.gdx " x.1
execute ' GDXXRW.EXE gc5.gdx var=x.1 rng=sheet1!
Output=C:\Users\Apollo\Desktop\gc5.xls ' ;
Display gl.m, gl.l,z1.l , z1.m ,z2.l , z2.m,z3.l , z3.m,z4.l , z4.m,
x.l, x.m, mia.l, duo.m ;
```

#### **4. SATISFACTORY LEVELS**

```
Sets i / i1*i1342 /
      j / j1*j12714 /
      ;
```

parameter

```
cons( i,j )
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\A.gdx par=A rng=A! Cdim=1 Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\cons.gdx
$load cons
$gdxin
```

parameter

```
C1 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C1.gdx par=C1 rng=C1! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C1.gdx
$load C1
$gdxin
```

parameter

```
C2 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C2.gdx par=C2 rng=C2! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C2.gdx
$load C2
$gdxin
```

parameter

```
C3 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C3.gdx par=C3 rng=C3! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C3.gdx
$load C3
$gdxin
```

parameter

```
C4 (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\C4.gdx par=C4 rng=C4! Cdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\C4.gdx
$load C4
$gdxin
```

parameter

```
Bup (i)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx par=Bup rng=Bupper! Rdim=1
```

**Μιχαήλ Ν. Αυγουλής – Πολυκριτήριο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε γραμμές συναρμολόγησης: Μοντελοποίηση και επίλυση σε περιβάλλον GAMS**

```

$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx
$load Bup
$gdxin

parameter
Blow (i)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx par=Blow rng=Blow! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx
$load Blow
$gdxin

parameter
Xup (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Bup.gdx par=Bup rng=Bupper! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Xup.gdx
$load Xup
$gdxin

parameter

Xlow (j)
*$call Gdxxrw I=C:\Users\Apollo\Desktop\modell.xlsx
O=C:\Users\Apollo\Desktop\Blow.gdx par=Blow rng=Blow! Rdim=1
$gdxin C:\Users\Apollo\Desktop\Xlow.gdx
$load Xlow
$gdxin

Integer variable x(j) dumatotita paragwgis ;
x.lo(j) = 0 ;

variable z1 criterion 1
variable z2 criterion 2
variable z3 criterion 3
variable z4 criterion 4
;

Equations
mia(i) anw orio
duo(i) katw orio
tria criterion 1
high_bound_X(j) high X
tessera criterion 2
pente criterion 3
exi criterion 4
;

high_bound_X(j).. Xup(j) =g= X(j) ;
mia(i).. Sum((j), cons(i,j)*x(j)) =l= Bup (i) ;
duo(i).. Sum((j), cons(i,j)*x(j)) =g= Blow (i) ;
tria.. z1=e=Sum((j),C1(j)*x(j)) ;
tessera .. z2=l=48106 ;
pente .. z3=g=377245 ;
exi .. z4=l=190 ;

Model dokimi /all/;

dokimi.optfile=1;

```

```
Solve dokimi using mip maximizing z1 ;
*Solve dokimi using mip minimizing z2 ;
*Solve dokimi using mip maximizing z3 ;
*Solve dokimi using mip minimizing z4 ;

$onecho > cplex.opt
epgap 0.01
$offecho

execute_unload "lusiSL1.gdx " x.l
execute ' GDXXRW.EXE lusiSL1.gdx var=x.l rng=lusi3!
Output=C:\Users\Apollo\Desktop\SL1.xls ' ;

Display z1.l , z1.m , x.l, x.m, mia.l, duo.m ;
```

# ***ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β***

**ΚΩΔΙΚΑΣ ΣΕ C**



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

```

#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <stdio.h>
#define EOF -1

int day, family, line, i, k, j, m, l, size, counter, temp;
int *input, *daily_prod, *family_prod, *line_prod, **lf_prod, **ld_prod, **df_prod;
FILE *infile;
FILE *outfile;
int main()
{
    //opening input/output file
    infile = fopen("input.txt", "r");           // using relative path name of
file
    if (infile == NULL) {
        perror("Unable to open input file.");
    }
    outfile = fopen("output.txt", "w");       // using relative path name of
file
    if (outfile == NULL) {
        perror("Unable to open input file.");
    }
    //reading line, day, family
    fscanf_s(infile, "%d %d %d", &k, &m, &j);
    // Given values
    fprintf(outfile, "line = %d\n", k);
    fprintf(outfile, "Day = %d\n", m);
    fprintf(outfile, "family = %d\n", j);

    //size of array computation
    size = k*j*m;
    fprintf(outfile, "size = %d\n\n", size);

    input=(int *) malloc(size*sizeof(int));
    //Given array elements
    counter = 0;
    fscanf_s(infile, "%d", &temp);
    while (temp != EOF ){
        if (temp==(counter+1)){
            fscanf_s(infile, "%d", &input[counter]);
            // printf("temp = %d -- counter = %d --
input[%d]=%d\n", temp, counter, counter, input[counter]);
            counter++;
        }
        else {
            for(i=counter; i<(temp-1); i++){
                input[i]=0;
                // printf("temp = %d -- i = %d --
input[%d]=%d\n", temp, i, i, input[i]);
            }
            counter=i;
            fscanf_s(infile, "%d", &input[counter]);
            // printf("temp = %d -- counter = %d --
input[%d]=%d\n", temp, counter, counter, input[i]);
            counter++;
        }
        // printf("temp = %d and counter= %d\n", temp, counter);
        fscanf_s(infile, "%d", &temp);
        if ((temp==(-1)) & (temp<size)){
            for(i=counter; i<size; i++){

```

```

        input[i]=0;
        //      printf("temp = %d -- counter = %d --
input[%d]=%d\n",temp,i,i,input[i]);
    }
}

}
for(i=0;i<size;i++){
//      printf("stoixeio %d = %d\n",i,input[i]);
}

//defining and initializing arrays
daily_prod=(int *) malloc(m*sizeof(int));
for(i=0;i<m;i++) daily_prod[i]=0;

family_prod=(int *) malloc(j*sizeof(int));
for(i=0;i<j;i++) family_prod[i]=0;

line_prod=(int *) malloc(k*sizeof(int));
for(i=0;i<k;i++) line_prod[i]=0;

lf_prod =(int **) malloc(k*sizeof(int *));
for(i=0;i<k;i++){
    lf_prod[i]=(int *) malloc(j*sizeof(int));
}
for(i=0;i<k;i++)
    for(l=0;l<j;l++){
        lf_prod[i][l] = 0;
}

ld_prod=(int **) malloc(k*sizeof(int *));
for(i=0;i<k;i++) ld_prod[i]=(int *) malloc(m*sizeof(int));

for(i=0;i<k;i++)
    for(l=0;l<m;l++)
        ld_prod[i][l] = 0;

df_prod=(int **) malloc(m*sizeof(int *));
for(i=0;i<m;i++) df_prod[i]=(int *) malloc(j*sizeof(int));

for(i=0;i<m;i++)
    for(l=0;l<j;l++)
        df_prod[i][l] = 0;

//input processing

for(i=0;i<size;i++){
    //family computation
    family = i % j;
    family_prod[family] += input[i];

    //line computation
    line = i / (m*j);
    line_prod[line] += input[i];

    //day computation
    day = i % m;
    daily_prod[day] += input[i];

    //line_family computation
    lf_prod[line][family] += input[i];

    //line_day computation

```

```

        ld_prod[line][day] += input[i];

        //family_day computation
        df_prod[day][family] +=input[i];

        fprintf(outfile,"Line %d Day %d Family %d = %d
items\n",line+1,day+1,family+1,input[i]);
    }
    fprintf(outfile,"\n");
    for(i=0;i<j;i++) fprintf(outfile,"family %d = %d
items\n",i+1,family_prod[i]);
    fprintf(outfile,"\n\n");
    for(i=0;i<k;i++) fprintf(outfile,"line %d = %d
items\n",i+1,line_prod[i]);
    fprintf(outfile,"\n\n");
    for(i=0;i<m;i++) fprintf(outfile,"day %d = %d
items\n",i+1,daily_prod[i]);

    fprintf(outfile,"\n\n");
    for(i=0;i<k;i++){
        fprintf(outfile,"\n");
        for(l=0;l<j;l++){
            fprintf(outfile,"line %d family %d = %d
items\n",i+1,l+1,lf_prod[i][l]);
            // printf("line %d family %d = %d
items\n",i+1,l+1,lf_prod[i][l]);
        }
    }
    fprintf(outfile,"\n\n");
    for(i=0;i<k;i++){
        fprintf(outfile,"\n");
        for(l=0;l<m;l++){
            fprintf(outfile,"line %d day %d = %d
items\n",i+1,l+1,ld_prod[i][l]);
        }
    }
    fprintf(outfile,"\n\n");
    for(i=0;i<m;i++){
        fprintf(outfile,"\n");
        for(l=0;l<j;l++){
            fprintf(outfile,"day %d family %d = %d
items\n",i+1,l+1,df_prod[i][l]);
        }
    }

    //free the memory used
    free(input);
    free(daily_prod);
    free(family_prod);
    free(line_prod);
    free(lf_prod);
    free(ld_prod);
    free(df_prod);

    //close the files
    fclose(infile);
    fclose(outfile);

//    getch();
return 0; }

```

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1. **Ι.Ψαρράς, Δ.Ασκούνης**, *Διοίκηση Παραγωγής και Συστημάτων Υπηρεσιών*, ΕΜΠ 2001
2. **Σ.Κουτσιανικούλη**, *Προγραμματισμός Παραγωγής στην Αυτοκινητοβιομηχανία: Σύγχρονες Τάσεις Έρευνας και Εφαρμογές*, Διπλωματική Εργασία, Σχολή Η.Μ.Μ.Υ., Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2004.
3. **Δ.Αντωνόπουλος**, *Προγραμματισμός παραγωγής με χρήση λογικού προγραμματισμού*, Διπλωματική Εργασία, Σχολή Η.Μ.Μ.Υ., Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2003.
4. **Θ.Κοπούκης**, *Χρονοπρογραμματισμός Εργασιών με Χρήση Ευφυών Υβριδικών Τεχνικών*, Διπλωματική Εργασία, Σχολή Η.Μ.Μ.Υ., Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2004.
5. **Mohamed Anis Allouche**, *Manager's Preferences Modeling Within Multi-Criteria Flowshop Scheduling Problem*: International Journal of Business Research and Management (IJBRM), Volume (1): Issue (2), Unité de Recherche en Gestion Industrielle et Aide à la Décision, Faculté des Sciences Economiques et de Gestion, Université de Sfax, Tunisia, 2010
6. **Μαυρωτάς, Γ.** *Πολυκριτηριακός Προγραμματισμός σε Συνθήκες Αβεβαιότητας: Ανάπτυξη Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων και Εφαρμογή στον Ενεργειακό Σχεδιασμό*. Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ, Αθήνα, 2000.
7. **Σ.Αλιβιζάτος**, *Εφαρμογές Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού με τη χρήση της γλώσσας μοντελοποίησης GAMS*, Διπλωματική Εργασία, Σχολή Χημικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2011.
8. **Ε.Λιοτάτης**, *Συνδυασμός Πολυκριτηριακής Ανάλυσης και Πολυκριτηριακού Προγραμματισμού στην επιλογή χαρτοφυλακίου επενδυτικών σχεδίων. Εφαρμογή σε πρόβλημα διαχείρισης υδάτινων πόρων.*, Διπλωματική Εργασία, Σχολή Χημικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2012.
9. **Σίσκος, Γ.** *Γραμμικός Προγραμματισμός*. Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών : Αθήνα, 1998.
10. **McCarl, Bruce A.** *McCarl GAMS User Guide*. Texas, 2008.
11. **Γ.Κουμπαρούλης**, *Πολυκριτηριακή Ενεργειακή Βελτιστοποίηση με τη χρήση της μεθόδου AUGMECON*, Διπλωματική Εργασία, Σχολή Χημικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2011.
12. **Ioanna Makarouni, John Psarras, Yannis Siskos**, *Multiobjective job sequencing optimisation in large scale industrial systems: Compensatory versus non compensatory approaches*, 1st International Symposium , & 10th Balkan Conference on Operational Research , Thessaloniki, September 22-24, 2011
13. **Ioanna Makarouni, John Psarras, Yannis Siskos**, *Interactive bicriterion decision support for large scale industrial scheduling systems*, 11ο Ειδικό Συνέδριο Ελληνικής Εταιρείας Επιχειρησιακών Ερευνών (8η Συνάντηση Πολυκριτήριας Ανάλυσης Αποφάσεων), 2011
14. **V. T'kindt and J.-C. Billaut**, *MULTICRITERIA SCHEDULING PROBLEMS: A SURVEY*, RAIRO Oper. Res. 35 (2001) 143-163
15. **Mohamed Anis Allouche, Belaid Aouni, Jean-Marc Martel, Taicir Loukil, Abdelwaheb Rebai**, *Solving multi-criteria scheduling flow shop problem through compromise programming and satisfaction functions*, European Journal of Operational Research 192 (2009) 460–467

16. **Maria Joao Alves, Joao Climaco**, *A review of interactive methods for multiobjective integer and mixed-integer programming*, *European Journal of Operational Research* 180 (2007) 99–115, Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, INESCC, Portugal, 2006
17. **Mavrotas, G.** *Effective implementation of the  $\epsilon$ -constraint method in Multi-Objective Mathematical Programming problems*. *Applied Mathematics and Computation*. 2009, 213, 455-465.
18. **Zeleny, M.** *Multiple Criteria Decision Making*. Mc Graw-Hill: New York , 1982
19. **Zopounidis, C., and Doumpos, M.** *Intelligent Decision Aiding Systems Based on n Multiple Criteria for Financial Engineering*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, (2000).
20. **Criteria for Financial Engineering, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht**  
**Ioanna Makarouni, John Psarras, Yannis Siskos**, *Interactive bicriterion decision support for large scale industrial scheduling systems*, 11ο Ειδικό Συνέδριο Ελληνικής Εταιρείας Επιχειρησιακών Ερευνών (8η Συνάντηση Πολυκριτήριας Ανάλυσης Αποφάσεων), 2011
21. **Aigbedo, H., Monden, Y. (1997)**. A parametric procedure for multicriterion sequence scheduling for Just-In-Time mixed-model assembly lines, *International Journal of Production Research*, 35:9, pp. 2543-2564.
22. **Bard, J.F., Shtub, A., Joshi, S.B. (1994)**. Sequencing mixed-model assembly lines to level parts usage and minimize line length, *International Journal of Production Research*, 32, pp. 2431–2454.
- Bautista, J., Companys, R., Corominas A. (1996)**. Heuristics and exact algorithms for solving the Monden problem, *European Journal of Operational Research*, 88, pp. 101-113.
23. **Bérubé, J.F., Gendreau, M., Potvin, J.Y. (2009)**. An exact  $\epsilon$ -constraint method for bi-objective combinatorial optimization problems – Application to the travelling salesman problem with profits, *European Journal of Operational Research*, 194, pp. 39–50.
24. **Boysen, N., Fliender, M., Scholl, A. (2009)**. Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique, *European Journal of Operational Research*, 192, pp.349-373
25. **Chankong, V., Haimes, Y.Y. (1983)**. *Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology*, Elsevier Science, North-Holland, New York.
26. **Cohon, J.L. (1978)**. *Multiobjective programming and planning*, *Mathematics in Science and Engineering*, 140, pp. 1-333.
27. **Ehrgott, M. (2000)**. *Multicriteria Optimization*, Springer, New York.
28. **Ehrgott, M., Ryan, D.M. (2002)**. Constructing Robust Crew Schedules with Bicriteria Optimization, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 11, pp.139-150.
29. **Ehrgott, M., Figueira, J., Greco, S., Eds. (2010)**. *Trends in multiple criteria decision analysis*, Springer, New York.
30. **Figueira, J., Greco, S., Ehrgott, M., Eds. (2005)**. *Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys*, Springer, New York.
31. **Hamacher, H.W., Pedersen, C.R., Ruzika, S. (2007)**. Multiple objective minimum cost flow problems: A review, *European Journal of Operational Research*, 176, pp.1404–1422.
32. **Inman, R.R., Bulfin, R.L. (1991)**. Sequencing JIT mixed-model assembly lines *Management Science*, 37, pp. 901-904.

33. **McMullen, P.R. (1998).** JIT sequencing for mixed-model assembly lines with setups using tabu search, *Production Planning and Control*, 9, pp.504–510.
34. **Hyun, C.J., Kim, Y., Kim, Y.K. (1998).** A genetic algorithm for multiple objective sequencing problems in mixed model assembly lines, *Computers Operations Research*, 25, pp. 675-690.
35. **Inman, R., Bulfin, R.L. (1992).** Quick and dirty sequencing for mixed-model multi-level just in time production system, *International Journal of Production Research*, 30, pp. 2011-2018.
36. **Javadi, B., Rahimi-Vahed, A., Rabbani, M., Dangchi, M. (2008).** Solving a multi-objective mixed-model assembly line sequencing problem by a fuzzy goal programming approach, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 39, pp. 975-982.
37. **Korkmaz, T., Meral, S. (2001).** Bicriteria sequencing methods for the mixed-model assembly line in just-in-time production systems, *European Journal of Operational Research*, 131, pp.188–207.
38. **Kostaras, G., Makarouni, I., Mitrou, G., Psarras, J. (2000).** Solving Large Scale Multi-Criteria Job Sequencing Problems in Real Industrial Environments, *ICEIS 2000 - Proceedings of the Second International Conference on Enterprise Information Systems*, pp. 157-162.
39. **Kubiak, W. (1993).** Minimizing variation of production rates in just-in-time systems: A survey, *European Journal of Operational Research*, 66, pp. 159-271.
40. **Laumanns, M., Thiele, L., Zitzler, E. (2006).** An efficient, adaptive parameter variation scheme for metaheuristics based on the epsilon-constraint method, *European Journal of Operational Research*, 169, pp. 932-942.
41. **Mahdavi, I., Javadi, B., Sahebjamnia, N., Mahdavi-Amiri, N. (2009).** A two-phase linear programming methodology for fuzzy multi-objective mixed-model assembly line problem, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 44, pp. 1010-1023.
42. **Mansouri, S.A. (2005).** A Multi-Objective Genetic Algorithm for mixed-model sequencing on JIT assembly lines, *European Journal of Operational Research*, 167, pp. 696-716.
43. **Mavrotas, G. (2009).** Effective implementation of the  $\epsilon$ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems, *Applied Mathematics and Computation*, 213, pp.455-465.
44. **McMullen, P.R. (2001a).** An efficient frontier approach to addressing JIT sequencing problems with setups via search heuristics, *Computers and Industrial Engineering*, 41, pp. 335–353.
45. **McMullen, P.R. (2001b).** A Kohonen self-organizing map approach to addressing a multiple objective, mixed-model JIT sequencing problem, *International Journal of Production Economics*, 72, pp. 59–71.
46. **Miettinen, K. (1999).** *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
47. **McMullen, P.R. (2001c).** An ant colony optimization approaches to addressing a JIT sequencing problem with multiple objectives, *Artificial Intelligence in Engineering*, 15, pp. 309–317.
48. **Steuer, R.E. (1989).** *Multiple Criteria Optimization-Theory, Computation and Application*.

49. **McMullen, P.R., Frazier, G.V. (2000).** A simulated annealing approach to mixed-model sequencing with multiple objectives on a just-in-time line, *IIE Transactions*, 32, pp.679–686.
50. **Miltenburg, J. (1989).** Level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems, *Management Science*, 35, pp.192-207.
51. **Miltenburg, J., Steiner, G., Yeomans, S. (1990).** A dynamic programming algorithm for scheduling mixed-model just-in-time production systems, *Mathematical and Computer Modeling*, 13, pp. 57–66.
52. **Miltenburg, J. and Goldstein, T. (1991).** Developing production schedules which balance part usage and smooth production loads in just-in-time production systems, *Naval Research Logistics*, 38, pp. 893-910.
53. **Mirghorbani, S.M., Rabbani, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Rahimi-Vahed, A.R. (2007).** A multi-objective particle swarm for a mixed-model assembly line sequencing, *Operations Research Proceedings*, 2006, pp.181-186.
54. **Monden, Y. (1983).** Toyota Production System: A practical approach to production management, (Georgia: Industrial Engineering and Management Press).
55. **Monden, Y. (1993).** Toyota Production System: An integrated approach to just-in-time, (Georgia: Industrial Engineering and Management Press).
56. **Rabbani, M., Rahimi-Vahed, A., Javadi, B., Tavakkoli-Moghaddam, R. (2007).** A new approach for mixed-model assembly line sequencing, *Operations Research Proceedings*, 2006, pp. 169-174.
57. **Rahimi-Vahed, A.R., Mirghorbani, S.M., Rabbani, M. (2007).** A new particle swarm algorithm for a multi-objective mixed-model assembly line sequencing problem, *Soft Computing – A fusion of foundations, methodologies and applications*, 11, pp.997-1012.
58. **Rahimi-Vahed, A.R, Mirzaei, A.H. (2007).** A hybrid multi-objective shuffled frog-leaping algorithm for a mixed-model assembly line sequencing problem, *Computers and Industrial Engineering*, 53, pp. 642-666.
59. **Rahimi-Vahed, A.R., Rabbani, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Torabi, S.A., Jolai, F. (2007).** A multi-objective scatter search for a mixed-model assembly line sequencing problem, *Advanced Engineering Informatics*, 21, pp. 85-99.
60. **Steiner, G., Yeomans, S. (1993).** Level schedules for mixed-model, just- in- time processes, *Management Science*, 39, pp. 728-735.
61. **Steiner, G., Yeomans, S. (1996).** Optimal level schedules in mixed-model, multi-level JIT assembly systems with pegging, *European Journal of Operational Research*, 95, pp. 38-52.
62. **T'kindt,V., Billaut, J.-C. (2005).** Multicriteria Scheduling, *European Journal of Operational Research*, 167, pp. 589-591.
63. **Tavakkoli-Moghaddam, R., Rahimi-Vahed, A.R. (2006).** Multi-criteria sequencing problem for a mixed-model assembly line in a JIT production system, *Applied Mathematics and Computation*, 181, pp. 1471-1481.
64. **Zeramardini, W., Aigbedo H., Monden, Y. (2000).** Bicriteria sequencing for just-in-time mixed-model assembly lines, *International Journal of Production Research*, 38, pp. 3451-3470.
65. **Zhu, J., Ding, F. (2000).** A transformed two-stage method for reducing the part-usage variation and a comparison of the product-level and part-level solutions in sequencing mixed-model assembly lines, *European Journal of Operational Research*, 127, pp. 203-216.

66. **Choypong P, Puakpong, and Rosenthal, RE.** Optimal Ship Routing and Personnel Assignment for Naval Recruitment in Thailand. *Interfaces*. 1986, 16, 4, 356-366.
67. **White, D.J.** A Bibliography on the Application of Mathematical Programming Multiple Objective Methods. *Journal of the Operations Research Society*. 1990, 41, 669-691
68. **M., Winston W. and Venkatanamanan.** *Introduction to Mathematical Programming*. 4th edition, Thomson-Brooks/Cole, 2003.
69. **Zeleny, M.** *Multiple Criteria Decision Making*. Mc Graw-Hill: New York , 1982
70. **Mavrotas, G.** *Effective implementation of the  $\epsilon$ -constraint method in Multi-Objective Mathematical Programming problems*. Applied Mathematics and Computation. 2009, 213, 455-465.
71. **Evans, G.W. (1984).** "An overview of techniques for multiobjective mathematical programs", *Management Science* 30, 1268-1282.
72. **Geoffrion, A.M. (1968).** Proper Efficiency and the Theory of Vector Maximization. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 22, 618-630
73. **Geoffrion, A.M., Dyer, J.S., Feinberg, A. (1972).** An Interactive Approach for Multicriterion Optimization, with an Application to the Operation of an Academic Department. *Management Science* 19, 357-378.
74. **Cohon, J.L. (1978).** *Multiobjective Programming and Planning*. Academic Press, New York.
75. **Ignizio, J.P. (1982).** *Linear Programming in Single- & Multiple- Objective Systems*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, New Jersey.
76. **Steuer, R.E., Choo, E.U. (1983).** An interactive Weighted Tchebycheff Procedure for Multiple Objective Programming. *Mathematical Programming* 26, 326-344. 2nd edition, Krieger, Malabar FL.
77. **Steuer, R.E. (1977).** An Interactive Multiple Objective Linear Programming Procedure. *TIMS Studies in the Management Sciences* 6, 225-239. Keeney, R.L., Raiffa, H. (1976). *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. John Wiley & Sons.
78. **Korhonen, P., Laakso, J. (1986).** A Visual Interactive Method for Solving the Multiple Criteria Problem. *European Journal of Operational Research* 24, 277-287.
79. **Roy, B. (1985),** *Methodologie multicritere d'aide gta decision*, Economica, Paris
80. **Pardalos, P.M., Y. Siskos and C. Zopounidis (Eds),** *Advances in multicriteria analysis*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995
81. **Chankong, V., Haimes, Y.Y. (1983).** *Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology*. North-Holland, New York.
82. **Stadler, W. (1988).** *Multicriteria Optimization in Engineering and in the Sciences*. Plenum Press, New York.
83. **Hwang, C.L., Masud, A. (1979).** *Multiple Objective Decision Making. Methods and Applications: A state of the art survey. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems Vol. 164*. Springer-Verlag, Berlin
84. **Isermann, H., Steuer, R.E. (1987).** Computational experience concerning payoff tables and minimum criterion values over the efficient set, *European Journal of Operational Research* 33, 91-97