ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΔΟΜΟΣΤΑΤΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΕΠΙΤΕΛΕΣΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΤΙΡΙΩΝ ΜΕ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΤΡΩΤΟΤΗΤΑΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΤΟΥ
ΑΝΘΙΜΟΥ ΧΡΙΣΤΟΦΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ
ΒΗΣΣΑΡΙΩΝ ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ

ΑΘΗΝΑ

ΟΚΤΩΒΡΗΣ 2012

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο Διπλωματικής Εργασίας **1**

1.2 Ανάλυση Πειεχομένων Κεφαλαίων **2**

Κεφάλαιο 2 Επιτελεστικός Σχεδιασμός Κτιρίων με Κριτήρια Τρωτότητας

2.1 Εισαγωγή **4**

2.2 Στόχος Σεισμικής ικανότητας **5**

2.2.1 Στάθμες επιτελεστικότητας φέροντος και μή οργανισμού **6**

2.3 Καθορισμός στάθμων επιτελεστικότητας **9**

2.3.1 Στάθμες επιτελεστικότητας της κατασκευής **11**

2.4 Έλεγχος στοχευόμενης ικανότητας **12**

2.5 Υπολογισμός της στοχευόμενης μετακίνησης **13**

2.5.1 Ισοδύναμο μονοβάθμιο σύστημα **13**

2.5.2 Μεθοδολογία ATC-40 ..... **16**

2.5.3 Μέθοδος N2 ..... **20**

2.5.4 Μέθοδος των Συντελεστών **23**

2.6 Επιτελεστικός Σχεδιασμός με Κριτήρια Τρωτότητας **27**

2.6.1 Καμπύλες Τρωτότητας με χρήση της Π.Δ.Α **28**

2.6.2 Καμπύλες Τρωτότητας με μία Κανονιστική Μέθοδο **29**

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ.....**34**

Κεφάλαιο 3 Βέλτιστος Σχεδιασμός

3.1 Εισαγωγή **35**

3.2 Μαθηματικό μοντέλο βελτιστοποίησης **36**

3.2.1 Μεταβλητές Σχεδιασμού **38**

3.2.2 Αντικειμενική Συνάρτηση **39**

3.2.3 Συναρτήσεις Περιορισμού **40**

Κεφάλαιο 4 Γενετικοί Αλγόριθμοι

4.1 Εισαγωγή **43**

4.1.1 Χώροι αναζήτησης **44**

4.1.2 Γενετικοί Αλγόριθμοι **48**

4.2 Βελτίωση του αλγόριθμου **51**

4.2.1 Απεικόνιση Πραγματικών Αριθμών **52**

4.2.2 Προβλήματα πολλών αγνώστων παραμέτρων **53**

4.2.3 Μετάλλαξη **54**

4.2.4 Επιλογή **54**

4.2.5 Ελιτισμός **55**

4.2.6 Ανταλλαγή Πληροφοριών **55**

4.2.7 Επιλογή Αρχικού Πλυθησμού **56**

4.2.8 Άλλες εξελικτικές προσεγγίσεις **56**

4.3 Το υπόβαθρο των ΓΑ **56**

4.3.1 Συναρτήσεις ελέγχου **57**

4.3.2 Μεγένθυνση των τιμών της συνάρτησης απόδοσης **60**

4.3.3 Βιοποικιλότητα **62**

4.3.4 Θεωρία Σχημάτων **63**

4.4 Εξελιγμένοι Αλγόριθμοι **70**

4.4.1 Περιορισμοί **70**

4.4.2 Προβλήματα πολλαπλών στόχων **71**

4.4.3 Υβριδικοί Αλγόριθμοι 72

4.4.4 Εναλλακτικοί τρόποι επιλογής 73

4.4.5 Εναλλακτικοί τρόποι ανταλλαγής πληροφοριών 78

4.4.6 Λαμβάνοντας υπόψην το υπολογιστικό κόστος.....79

4.4.7 Μετα-Γενετικοί Αλγόριθμοι 82

4.4.8 Μετάλλαξη..... 83

4.4.9 Παράλληλοι Γενετικοί Αλγόριθμοι.....83

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ.....84

Κεφάλαιο 5 Αριθμητικές Εφαρμογές

5.1 Συναρτήσεις ελέγχου 90

1η Συνάρτηση ελέγχου 90

2η Συνάρτηση ελέγχου.....93

3η Συνάρτηση ελέγχου 95

4η Συνάρτηση ελέγχου.....102

5.2 Εφαρμογή σε μικρά προβλήματα κατασκευών απο Ω.Σ. 105

1ο Παράδειγμα εφαρμογής 105

2ο Παράδειγμα εφαρμογής.....107

3ο Παράδειγμα εφαρμογής 110

4ο Παράδειγμα εφαρμογής..... 114

5.3 Βέλτιστος Επιτελεστικός Σχεδιασμός Κτιρίων με κριτήρια Τρωτότητας.....
.....116

Συμπεράσματα.....133

Matlab….....136

Κεφάλαιο 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Αντικείμενο Διπλωματικής εργασίας

Αντικείμενο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας είναι η πραγματοποίηση του βέλτιστου σχεδιασμού ενός τετραόροφου κτιρίου απο οπλισμένο σκυρόδεμα, το οποίο παράλληλα να πληρεί τις βασικές προϋποθέσεις μίας ασφαλούς, λειτουργικής, οικονομικά αποδεκτής και υπό τους αρχιτεκτονικούς περιορισμούς κατασκευής.

Μέχρι σήμερα το θέμα της ασφάλειας αντιμετωπίζεται απο τον μηχανικό με τη βοήθεια πάντα των κανονιστικών διατάξεων. Ο κανονισμός οπλισμένου σκυροδέματος όπως και ο αντισεισμικός κανονισμός ανάλογα και με την επιθυμητή απόδοση του κτιρίου για διάφορους συνδυασμούς φορτίων καταλήγει σε έναν ντετερμινιστικό έλεγχο. Ο έλεγχος αυτός αντιστοιχεί σε μία ανισότητα η οποία δεν λαμβάνει υπόψην της όλες τις αβεβαιότητες που παρουσιάζονται στα χαρακτηριστικά και αντοχές των υλικών όπως επίσης και τον τυχηματικό χαρακτήρα των φορτίων, παρά μόνο με κάποιους συντελεστές ασφαλείας τόσο για τα υλικά όσο και για τα φορτία. Οπότε υπάρχει η ανάγκη διαφοροποίησης της παρούσας μεθοδολογίας με σκοπό κάθε σχεδιασμός να είναι όσο πιο κοντά στην παραγματική συμπεριφορά του φορέα λαμβάνοντας υπόψην του τα προαναφερθέντα. Αυτό μπορεί να γίνει με την αντικατάσταση των ντετερμινιστικών δεικτών και ελέγχων με αντίστοιχους πιθανοτικούς οι οποίοι θα μας δίνουν το βαθμό στον οποίο εξασφαλίσαμε το ζητούμενο επίπεδο ασφάλειας όχι μόνο για κάποια συγκεκριμένα φορτία σχεδιασμού αλλα για όλα τα φορτία που μπορεί να αντιμετωπίσει στη διάρκεια ζωής του ένα έργο.

Επίσης είναι γνωστό ότι υπάρχει πάντα μια ανταγωνιστική σχέση μεταξύ της εξασφάλισης της επιθυμητής απόδοσης και ασφάλειας ενός έργου με το κόστος αυτού. Για την παραλαβή πιο μεγάλων φορτίων η για τη δημιουργία ενός πλάστιμου φορέα θα αυξήσουμε τις διαστάσεις των στοιχείων μας, το ποσοστό οπλισμού των διατομών τους, τα μήκη αγκύρωσης, θα πυκνώσουμε τους συνδετήρες μας και ούτω κάθε εξής. Οπότε η αξία ενός έργου θα εξαρτηθεί απο την εμπειρία αλλά και την κρίση του μηχανικού ο οποίος θα προσπαθήσει να εκπληρώσει τις κανονιστικές διατάξεις με το ελάχιστο δυνατό κόστος ώστε ο σχεδιασμός που θα προτείνει να είναι μια ανταγωνιστική λύση για την αγορά. Αν το δούμε απο μια πιο μαθηματική πλευρά το κόστος ενός έργου είναι μία συνάρτηση με μεταβλητές τις διαστάσεις των διατομών του, το ποσοστό οπλισμού τους κλπ την οποία εμείς θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε. Όπως μπορεί να αντιληφθεί κανείς λόγω της μή γραμμικότητας αλλά και του πολυδιάστατου χώρου στον οποίο ανήκει, η βελτιστοποίηση αυτής της συνάρτησης δεν μπορεί να γίνει με τις απλές μαθηματικούς μεθόδους της πρώτης

παραγώγου οπότε υπάρχει η ανάγκη για μια πιο εξελιγμένη μαθηματική προσέγγιση του θέματος.

Τέλος έχουμε θέματα όπως ο περιορισμός των παραμορφώσεων, των βελών κάμψης, της λειτουργικότητας ενός κτιρίου και των χώρων του, οι οποίοι κατασκευάστηκαν για να εξυπηρετήσουν τις ανάγκες αυτών που θα τους χρησιμοποιήσουν όπως επίσης ζητήματα αρχιτεκτονικών περιορισμών και αισθητικής. Αυτά όλα μαζί με τα ντετερμινιστικά ή πιθανοτικά κριτήρια που καθορίζουν την ασφάλεια της κατασκευής μας, μπορούν να συνδυαστούν με το κόστος, που θα αποτελέσει την αντικειμενική συνάρτηση, παίρνοντας τη θέση των περιορισμών αυτής σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης.

1.2 Ανάλυση περιεχομένων κεφαλαίων

Η παρούσα διπλωματική εργασία περιλαμβάνει πέντε Κεφάλαια. Το Κεφάλαιο 1-Εισαγωγή και τέσσσερα επιπλέον κεφάλαια. Στο δεύτερο Κεφάλαιο παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο γίνεται ο αντισεισμικός σχεδιασμός των κατασκευών με στάθμες επιτελεστικότητας (Performance-Based Design), απο ποιές τιμές καθορίζονται και με ποιές μεθοδολογίες εξασφαλίζεται η ζητούμενη απόδοση της κατασκευής για τη κάθε μια απο αυτές. Στη συνέχεια παρουσιάζονται δύο τρόποι αντικατάστασης των ντετερμινιστικών τιμών που καθορίζουν τα διάφορα επίπεδα επιτελεστικότητας με αντίστοιχες πιθανοτικές, η πορεία που ακολουθείς σε αυτές για την εξαγωγή των καμπύλων τρωτότητας καθώς και ποιός είναι ο σκοπός και η χρήση τους. Στο τρίτο Κεφάλαιο δίνεται η περιγραφή του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού κατασκευών καθώς και των βασικών χαρακτηριστικών που διέπουν τα προβλήματα αυτά, όπως είναι οι μεταβλητές σχεδιασμού, οι συναρτήσεις περιορισμού και η αντικειμενική συνάρτηση.

Οι μαθηματικοί αλγόριθμοι βέλτιστου σχεδιασμού αποτέλεσαν τις πρώτες μεθόδους που αναπτύχθηκαν για την αντιμετώπιση προβλημάτων βέλτιστου σχεδιασμού. Στο τέταρτο Κεφάλαιο περιγράφεται ο τρόπος προσέγγισης τέτοιων προβλημάτων βελτιστοποίησης με τη χρήση των γενετικών αλγορίθμων. Οι τεχνικές αυτές είναι αξιόπιστες και υπερέχουν των απλών μαθημτικών μεθόδων αφού έχουν την ικανότητα να εντοπίζουν το καθολικό βέλτιστο σημείο μιας συνάρτησης και να μην παγιδεύονται σε τοπικά ακρότατα. Αυτό οφείλεται στον τυχηματικό τρόπο διεξαγωγής της έρευνας στο χώρο σχεδιασμού ενός προβλήματος βελτιστοποίησης.

Στο τελευταίο Κεφάλαιο ακολουθεί ο έλεγχος των γενετικών αλγορίθμων που χρησιμοποιήσαμε στο κτίριο μας με κάποιες μαθηματικές συναρτήσεις. Ακολούθως γίνεται εφαρμογή σε κάποιους απλούς θεωρητικούς φορείς απο Ω.Σ. Τέλος γίνεται η παρουσίαση του υπο μελέτη φορέα και δίνεται η συνάρτηση του κόστους που έχει ως ανεξάρτητες μεταβλητές σχεδιασμού το ύψος και το πλάτος των διατομών των

δοκών, υποστυλλωμάτων και τοιχείων της κατασκευής, το ποσοστό οπλισμού τους καθώς και τις αποστάσεις των συνδετήρων. Οι περιορισμοί ανάγονται στους γραμμικούς και μη γραμμικούς. Απο αυτούς γίνεται συζήτηση για το ποιοί αντιστοιχούν στους κανονιστικούς ελένχους ή στους πιθανοτικούς όσον αφορά την ασφάλεια και ποιοί στους λειτουργικούς και τι εξυπηρετεί ο καθένας.

Κεφάλαιο 2

ΕΠΙΤΕΛΕΣΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΤΙΡΙΩΝ ΜΕ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΤΡΩΤΟΤΗΤΑΣ

2. 1 Εισαγωγή-Στάθμες επιτελεστικότητας

Η κλασική μεθοδολογία σχεδιασμού των σύγχρονων αντισεισμικών κανονισμών εξετάζει μόνο τη συμπεριφορά της κατασκευής μέχρι να αρχίσουν οι ζημιές και δεν ασχολείται με πιο ακριβής μεθόδους για το τι συμβαίνει μετά. Το ελάχιστο απαιτούμενο επίπεδο ασφαλείας εξασφαλίζεται απο το συντελεστή συμπεριφοράς. Αυτός καθορίζεται απο τη γνώση και την εμπειρία που έχουμε αποκτήσει απο προηγούμενους σεισμούς και την πειραματική και αναλυτική έρευνα που έχει διεξαχθεί. Βέβαια ανάλογα και με τις απαιτήσεις και τις ανάγκες μίας κατασκευής ο συντελεστής αυτός μπορεί να κυμανθεί. Παράδειγμα αν μιλάμε για μια δυόροφη απλή κατοικία απο οπλισμένο σκυρόδεμα όπου μας νοίαζει μόνο η αποφυγή της κατάρρευσης μετά απο μιας μεγάλης σεισμικής έντασης δόνηση αυτός θα πάρει την γνωστή τιμη 3.5. Σε αντίθεση αν μελετάμε ένα πιο υψίστης σημασίας κτίριο όπως είναι ένα νοσοκομείο το οποίο πρέπει να λειτουργεί ασταμάτητα κάτω απο οποιεσδήποτε συνθήκες αυτός ο συντελεστής θα πάρει την τιμή 1. Αυτό σημάινει ότι το κτίριο μας ουσιαστικά συμπεριφέρεται ελαστικά για τον σεισμό σχεδιασμού αφού δεν γίνεται καμία απομείωση των φορτίων που θα επιβληθούν στην κατασκευή μας. Με αυτό τον τρόπο όμως αφού δεν γίνεται η χρήση πιο ακριβών μεθόδων για τον προσδιορισμό της συμπεριφοράς του φορέα μας σίγουρα απαίχουμε απο την πραγματική του εικόνα. Επίσης δεν ξέρουμε εκτός απο το ζητούμενο επίπεδο σεισμικής ικανότητας για την αποφυγή πραγματοποίησης ενός επιπέδου ζημίων ποια είναι η απόδοση του και για τα άλλα επίπεδα ζημίας. Αυτά όλα είναι πολύ σημαντικό να είναι εις γνώσην μας γιατί έτσι έχουμε μια πιο καθολική εικόνα της συμπεριφοράς του κτιρίου. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να αποφύγουμε συντηρητικές λύσεις οι οποίες θα έχουν και μεγαλύτερο κόστος αλλά και να ξέρουμε τον αντίκρισμα που βρίσκει η επένδυση επιπλέον κεφαλαίου στην καλύτερη συμπεριφορά του φορέα μας.

Σε αντίθεση με τα πιό πάνω ο αντισεισμικός σχεδιασμός των κατασκευών με στάθμες επιτελεστικότητας κάνει χρήση πιο ακριβών μη γραμμικών μεθόδων ανάλυσης ενός φορέα και ως στόχο έχει να επιτύχει μια συγκεκριμένη σεισμική ικανότητα του φορέα για πολλαπλά επίπεδα της σεισμικής έντασης. Η μεθοδολογία αυτή εφαρμόζεται κυρίως για τον έλεγχο και την ενίσχυση υφιστάμενων κατασκευών και αποτελεί τον βασικό κορμό των διεθνών κανονισμών επεμβάσεων. (πχ. Ευρωκώδικας 8, Ελληνικός Κανονισμός Επεμβάσεων-ΚΑΝ ΕΠΕ, FEMA 356, ATC-40 κλπ.). Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε νέες κατασκευές, για τον έλεγχο της προτεινόμενης διαστασιολόγησης της. Πιο σημαντικό στη χρήση της όμως για τη διαστασιολόγηση μιας νέας κατασκευής είναι ότι αφού εκπληρωθεί ο βασικός σκοπός του σχεδιασμού, παράδειγμα η αποφυγή κατάρρευσης μπορούν να γίνουν αλλαγές για την προσέγγιση

καλύτερης απόδοσης της κατασκευής και σε άλλα επίπεδα σεισμικής έντασης απο αυτήν του σεισμού σχεδιασμού.

2.2 Στόχοι σεισμικής ικανότητας

Οι στόχοι της σεισμικής ικανότητας μιας κατασκευής αποτελούν συνδυασμούς μιας στάθμης επιτελεστικότητας (δηλαδή του αποδεκτού επιπέδου βλαβών) και ενός επιπέδου της σεισμικής δράσης που συνήθως καθορίζεται απο την ισοδύναμη περίοδο επανάληψης. Δηλαδή κάθε στόχος σεισμικής ικανότητας καθορίζει μια ανεκτή οριακή κατάσταση βλαβών για συγκεκριμένη ισχύ της σεισμικής δόνησης. Αφού καθοριστεί ο επιθυμητός στόχος σεισμικής ικανότητας για πολλαπλά επίπεδα επιτελεστικότητας μπορεί στη συνέχεια να γίνει αποτίμηση μιας υφιστάμενης κατασκευής ή ο ανασχεδιασμός της ή ο σχεδιασμός και ανασχεδιασμός μίας νέας κατασκευής και ενός υπο μελέτη φορέα αντίστοιχα. Οι στόχοι σεισμικής ικανότητας αναφέρονται τόσο στον φέροντα οργανισμό, όσο και στο μη φέροντα οργανισμό, δηλαδή στο σύστημα που που δεν συμμετέχει στην ανάλυψη των κατακόρυφων φορτίων. Ο συνολικός στόχος προκύπτει απο το συνδυασμό των στόχων για το φέροντα και το μη-φέροντα οργανισμό.

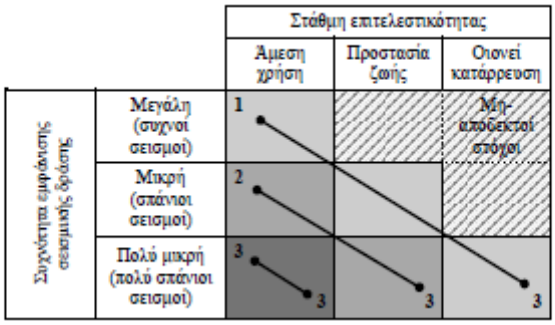
Στον πίνακα 2.1 που ακολουθεί φαίνονται οι στόχοι σχεδιασμού σύμφωνα με τις στάθμες επιτελεστικότητας και τις περιόδους επανάληψης του Ευρωκώδικα 8-Μέρος 3. Ενδεικτικά αναφλερεται ότι ο συνήθης σχεδιασμός με τους σύγχρονους αντισεισμικούς κανονισμούς αντιστοιχει σε στόχο σχεδιασμού Β2.

Πίνακας 2.1 : Στόχοι σεισμικής ικανότητας κατα Ευρωκώδικα 8-Μέρος 3.

		Στάθμη επιτελεστικότητας		
		Περιορισμός βλαβών	Σημαντικές βλάβες	Οιονεί κατάρρευση
Πιθανότητα υπερβάσεις σεισμικής ικανότητας σε 50 χρόνια	20% (Περίοδος επανάληψης 225 χρόνια)	Α1	Β1	Γ1
	10% (Περίοδος επανάληψης 475 χρόνια)	Α2	Β2	Γ2
	2% (Περίοδος επανάληψης 2475 χρόνια)	Α3	Β3	Γ3

Όπως έχω αναφέρει και πιο πρίν ο καθορισμός του στόχου για τον οποίο θα γίνει ο σχεδιασμός εξαρτάται από τον επιθυμητό συνδυασμό ασφάλειας και κόστους λαμβάνοντας υπόψην και τη σπουδαιότητα της κατασκευής. Σχηματικά, η φιλοσοφία του σχεδιασμού στο Σχ. 2.1, όπου κάθε τετράγωνο αντιπροσωπεύει ένα στόχο

σχεδιασμού, ενώ οι διαγώνιες γραμμές αντιστοιχούν σε συγκεκριμένα κριτήρια σχεδιασμού. Έτσι η γραμμή 1-3 καθορίζει τον βασικό σχεδιασμό συνήθων κατασκευών, η γραμμη 2-3 αντιστοιχεί σε ένα σχεδιασμό με μικρότερο σεισμικό κίνδυνο και θα μπορούσε να αντιστοιχεί σε κατασκευές μεγάλης σπουδαιότητας και η γραμμή 3-3 σε ένα πολύ ασφαλή (αλλά και πολύ αντιοικονομικό) σχεδιασμό που θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε μια κατασκευή πολύ μεγάλης σπουδαιότητας. Οι στόχοι που αντιστοιχούν στα τετράγωνα δεξιά της γραμμής 1-3 δεν είναι αποδεκτοί.



Σχ. 2.1 Καθορισμός στόχων σχεδιασμού

2.2.1 Στάθμες επιτελεστικότητας φέροντος και μη φέροντος οργανισμού

Όλοι οι κανονισμοί ορίζουν, με μικροδιαφορές τρείς βασικές στάθμες επιτελεστικότητας για το φέροντα και το μη φέροντα στοιχεία, ανάλογα με το επίπεδο βλαβών. Σε ορισμένους κανονισμούς υπάρχουν και ενδιάμεσες στάθμες επιτελεστικότητας.

Α. Άμεση χρήση μετά το σεισμό (Immediate occupancy)

Όσον αφορά στο φέροντα οργανισμό (στάθμη Α), το επίπεδο βλαβών είναι τέτοιο ώστε καμμιά λειτουργία να μη διακόπτεται κατά τη διάρκεια του σεισμού η μετά παο αυτόν, εκτός απο ενδεχομένως από δευτερεύουσας σημασίας λειτουργίες. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι επιτρέπονται μόνο μερικές αραιές τριχοειδής ρωγμές καμπτικού χαρακτήρα, οι οποίες δεν επηρεάζουν την ικανότητα της κατασκευής να φέρει τα κατακόρυφα και τα οριζόντια φορτία, στον ίδιο βαθμό, όπως και πριν το σεισμό. Επίσης, ο κίνδυνος τραυματισμού ατόμων ατόμων από τις βλάβες είναι πρακτικά αμελητέος.

Όσον αφορά στα μη- φέροντα στοιχεία (στάθμη α), επιτρέπονται μικρές μόνο βλάβες, οι οποίες δεν επηρεάζουν τις βασικές λειτουργίες. Οι προσβάσεις και τα συστήματα ασφαλείας (πχ κλιμακοστάσια, πόρτες, ανελκυστήρες, συστήματα πυρασφάλειας, γεννήτριες κλπ.) πρέπει να παραμένουν σε λειτουργία, εκτός αν υπάρχει γενική διακοπή ηλεκτοδότησης στην περιοχή, η οποία τα επηρεάζει.

Στον Ευρωκώδικα8-Μέρος 3, ως πρώτη στάθμη επιτελεστικότητας χρησιμοποιείται η Οριακή Κατάσταση Περιορισμού Βλαβών (Limit State of damage limitation), η οποία δεν ταυτίζεται ακριβώς με τη στάθμη Άμεση Χρήση, αλλά αναφέρεται σε λίγο μεγαλύτερες βλάβες. Για το σχεδιασμό συνήθων κατασκευών, η στάθμη Άμεση Χρήση συνδυάζεται με σεισμική διέγερση επανάλψης 72 χρόνια (50% πιθανότητα υπέρβασης σε 50 χρόνια) ενώ η στάθμη Περιορισμού Βλαβών με σεισμική διέγερση με περίοδο επανάληψης 225 χρόνια (20% πιθανότητα υπέρβασης σε 50 χρόνια).

Στον Πίνακα 2.2 δίνεται μία ενδεικτική περιγραφή των αναμενόμενων βλαβών στα βασικά στοιχεία ενός κτιρίου απο οπλισμένο σκυρόδεμα για τις στάθμες επιτελεστικότητας Άμεση Χρήση και Περιορισμός Βλαβών.

Β. Προστασία ζωής (Life Safety)

Όσον αφορά στο φέροντα οργανισμό (στάθμη Β), αναμένεται να εμφανιστούν βλάβες, οι οποίες είναι επισκευάσιμες και δεν αποτελούν αιτία απώλειας της στατικής ευστάθειας της κατασκευής ή σοβαρού τραυματισμού ατόμων (μικροί τραυματισμοί, οι οποίοι όμως δεν αποτελούν κίνδυνο για άτομα εντός ή εκτός της κατασκευής, είτε λόγω πτώσης αντικειμένων είτε λόγω δευτερογενών αιτιών, όπως διαφυγή τοξικών ουσιών, αστοχία συστημάτων υψηλής πίεσης, κίνδυνος πρόκλησης πυρκαϊάς, κλπ.

Η στάθμη αυτή στον Ευρωκώδικα 8-Μέρος 3 αναφέρεται ως Οριακή Κατάσταση Σημαντικών Βλαβών (Limit State of Significant Damage).

Στον Πίνακα 2.2 δίνεται μια ενδεικτική περιγραφή των αναμενόμενων βλαβών στα βασικά στοιχεία ενός κτηρίου απο οπλισμένο σκυρόδεμα για τη στάθμη επιτελεστικότητας Προστασία Ζωής.

Γ. Οιονεί κατάρρευση (Structural stability)

Όσον αφορά στο φέροντα οργανισμό (στάθμη Γ), αναμένεται να εμφανιστούν εκτεταμένες, μη επισκευάσμες κατά πλειονότητα βλάβες. Ο φέρων οργανισμός έχει ακόμη την ικανότητα να φέρει τα κατακόρυφα φορτία, αλλά η οριζόντια δυσκαμψία και η ικανότητα αντίστασης σε οριζόντια φορτία έχουν μειωθεί σημαντικά, με αποτέλεσμα η κατακσευή να μη διαθέτει άλλα περιθώρια ασφαλείας έναντι ολικής ή μερικής κατάρρευσης. Γι' αυτό υπάρχει κίνδυνος κατάρρευσης σε μετασεισμούς. Ο κίνδυνος σοβαρού τραυματισμού ατόμων απο πτώσεις στοιχείων της κατασκευής είναι μεγάλος εντός και εκτός αυτής. Για την επανάχρηση της κατασκευής μετά το σεισμό απαιτούνται εκτεταμένες επιδιορθώσεις, ενώ είναι πιθανόν να μην είναι τεχνικά ή οικονομικά δυνατή η επισκευή της.

Όσον αφορά στα μή-φέροντα στοιχεία (στάθμη Γ), αναμένονται σημαντικές βλάβες, οι οποίες μπορούν να προκαλέσουν ακόμα και την πτώση τους. Εξαίρεση αποτελούν

τα υψηλού κινδύνου μη φέροντα στοιχεία και προσαρτήματα, τα οποία πρέπει να είναι καλά στερεωμένα, ώστε να μην υπάρχει κίνδυνος πτώσης τους σε χώρους συνάρθροισης κοινού.

Η στάθμη αυτή στον Ευρωκώδικα 8-Μέρος 3 αναφλερεται επίσης ως Οριακή Κατάσταση Οιονεί Κατάρρευσης (Limit State of near Collapse).

Στον Πίνακα 2.2 δίνεται μια ενδεικτική περιγραφή των αναμενόμενων βλαβών στα βασικά στοιχεία ενός κτιρίου απ οπλισμένο σκυρόδεμα για αυτή τη στάθμη επιτελεστικότητας.

Πίνακας 2.2 : Ενδεικτική περιγραφή αναμενόμενων βλαβών σε κτίρια απο οπλισμένο σκυρόδεμα για διάφορες στάθμες επιτελεστικότητας

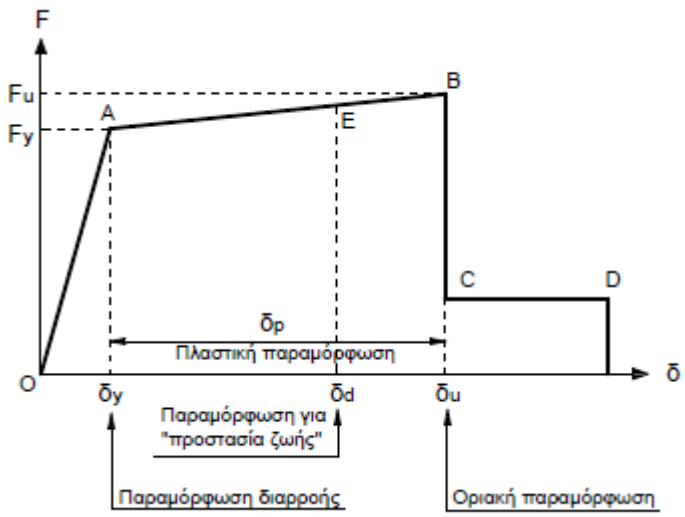
Στοιχείο	Άμεση χρήση	Περιορισμός βλαβών	Προστασία ζωής	Οιονεί κατάρρευση
Υποστυλώματα	Πολύ περιορισμένες καμπτικές και διατμητικές ρηγματώσεις χωρίς αποκόλληση του σκυροδέματος επικάλυψης. Καμμία μόνιμη οριζόντια παραμόρφωση. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Περιορισμένες καμπτικές και διατμητικές ρηγματώσεις χωρίς ή πολύ μικρή αποκόλληση του σκυροδέματος επικάλυψης. Καμμία μόνιμη οριζόντια παραμόρφωση. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Πλαστικές αρθρώσεις σχηματίζονται στο κατώτερο τμήμα του κτηρίου που προκαλούν αποκόλληση του σκυροδέματος επικάλυψης πάνω και κάτω από τους κόμβους. Δημιουργούνται μόνιμες οριζόντιες παραμορφώσεις που αντιστοιχούν σε οριζόντια παραμόρφωση ορόφου (interstory drift) 2.0%, που μπορεί να είναι και οριακά μεγαλύτερες σε ορισμένες περιοχές. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Πλαστικές αρθρώσεις σχηματίζονται στο κατώτερο τμήμα του κτηρίου που προκαλούν σημαντική αποκόλληση του σκυροδέματος επικάλυψης πάνω και κάτω από τους κόμβους και αποδιοργάνωση του σκυροδέματος στο εσωτερικό των κόμβων. Δημιουργούνται μόνιμες οριζόντιες παραμορφώσεις που αντιστοιχούν σε οριζόντια παραμόρφωση ορόφου (interstory drift) 3.5%, που μπορεί να είναι και οριακά μεγαλύτερες σε ορισμένες περιοχές. Η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων διατηρείται σχεδόν σε όλα τα υποστυλώματα της κατασκευής.
Τοιχώματα	Ασήμαντες διατμητικές ρηγματώσεις στο επίπεδο του τοιχώματος. Καθόλου ή πολύ μικρές ρηγματώσεις στη βάση του τοιχώματος. Καμμία μόνιμη παραμόρφωση. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Ελάχιστες διατμητικές ρηγματώσεις στο επίπεδο του τοιχώματος. Καθόλου ή πολύ μικρές ρηγματώσεις στη βάση του τοιχώματος. Καμμία μόνιμη παραμόρφωση. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Εκτεταμένες αποκολλήσεις του σκυροδέματος επικάλυψης και διατμητικές και καμπτικές ρηγματώσεις στη βάση του τοιχώματος. Ενδείξεις αστοχών λόγω διατμητικής ολίσθησης. Δημιουργούνται μόνιμες οριζόντιες παραμορφώσεις που αντιστοιχούν σε οριζόντια παραμόρφωση ορόφου (interstory drift) 2.0%, που μπορεί να είναι και οριακά μεγαλύτερες σε ορισμένες περιοχές. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Εκτεταμένες αποκολλήσεις του σκυροδέματος επικάλυψης και διατμητικές και καμπτικές ρηγματώσεις σε όλο το ύψος του τοιχώματος και ειδικά στις περιοχές με τη μεγαλύτερη μόνιμη παραμόρφωση. Ενδείξεις λυγισμού διαμήκων ράβδων οπλισμού. Ενδείξεις αστοχών λόγω διατμητικής ολίσθησης στις θέσεις των αρμών σκυροδέτησης και στη βάση του τοιχώματος. Δημιουργούνται μόνιμες οριζόντιες παραμορφώσεις που αντιστοιχούν σε οριζόντια παραμόρφωση ορόφου (interstory drift) 3.5%, που μπορεί να είναι και οριακά μεγαλύτερες σε ορισμένες περιοχές. Η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων διατηρείται σχεδόν σε όλα τα τοιχώματα της

				κατασκευής.
Δοκοί	Πολύ περιορισμένες αποκολλήσεις του σκυροδέματος επικάλυψης γύρω από τους κόμβους. Πολύ περιορισμένες καμπτικές ρηγμα-τώσεις στις περιοχές των πλαστικών αρθρώσεων. Καμμία μόνιμη παραμόρφωση. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Περιορισμένες αποκολλήσεις του σκυροδέματος επικάλυψης γύρω από τους κόμβους. Περιορισμένες καμπτικές ρηγματώσεις στις περιοχές των πλαστικών αρθρώσεων. Καμμία μόνιμη παραμόρφωση. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Αποκολλήσεις του σκυροδέματος επικάλυψης στους κόμβους και τις περιοχές πλαστικών αρθρώσεων. Καμπτικές και διατμητικές ρηγματώσεις στις περιοχές των πλαστικών αρθρώσεων, που επεκτείνονται και μέσα στους κόμβους. Επιμήκυνση των συνδετήρων κοντά στους κόμβους. Μόνιμες κατακόρυφες παραμορφώσεις της τάξης του $L/175$. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Εκτεταμένες αποκολλήσεις του σκυροδέματος επικάλυψης στους κόμβους και τις περιοχές πλαστικών αρθρώσεων. Εκτεταμένες καμπτικές και διατμητικές ρηγματώσεις στις περιοχές των πλαστικών αρθρώσεων, που επεκτείνονται και μέσα στους κόμβους. Θραύση των συνδετήρων κοντά στους κόμβους. Μόνιμες κατακόρυφες παραμορφώσεις της τάξης του $L/75$. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.
Πλάκες	Πολύ περιορισμένες ρηγματώσεις κοντά στις στηρίξεις. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Περιορισμένες ρηγματώσεις κοντά στις στηρίξεις. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Ρηγματώσεις κοντά στις στηρίξεις. Διατηρείται η ικανότητα παραλαβής των κατακορύφων φορτίων.	Εκτεταμένες ρηγματώσεις κοντά στις στηρίξεις. Αποκολλήσεις τμημάτων σκυροδέματος μεταξύ των σιδεριών. Κατακόρυφες παραμορφώσεις κοντά στις στηρίξεις της τάξης του $dl/4$ (d=πάχος πλάκας). Όχι κατάρρευση της πλάκας.
Θεμελιώσεις	Καμμία ένδειξη διαφορικής καθίζησης μεταξύ γειτονικών υποστυλωμάτων	Καμμία ένδειξη διαφορικής καθίζησης μεταξύ γειτονικών υποστυλωμάτων	Διαφορικές καθιζήσεις της τάξης του $L/150$ μεταξύ γειτονικών υποστυλωμάτων	Διαφορικές καθιζήσεις της τάξης του $L/60$ μεταξύ γειτονικών υποστυλωμάτων
Μη-φέροντα στοιχεία	Δεν υπάρχουν θραύσεις εξωτερικών υαλοπινάκων. Όλες οι πόρτες (εσωτερικές και εξωτερικές) παραμένουν σε λειτουργία. Πολύ περιορισμένες ζημιές σε ψευδοροφές και φωτιστικά σώματα χωρίς κατασπάσεις. Ελάχιστα έπιπλα ανατρέπονται. Πολύ περιορισμένες ρηγματώσεις σε εσωτερικά χωρίσματα και επικαλύψεις κλιμάκων. Οι ανελκυστήρες και ο υπόλοιπος μηχανολογικός εξοπλισμός παραμένουν σε λειτουργία. Πολύ περιορισμένες βλάβες σε σοφίτες.	Πολύ περιορισμένες θραύσεις εξωτερικών υαλοπινάκων. Όλες οι πόρτες (εσωτερικές και εξωτερικές) παραμένουν σε λειτουργία. Πολύ περιορισμένες ζημιές σε ψευδοροφές και φωτιστικά σώματα χωρίς κατασπάσεις. Μικροκαμμένες ανατροπές επίπλων. Περιορισμένες ρηγματώσεις σε εσωτερικά χωρίσματα και επικαλύψεις κλιμάκων. Οι ανελκυστήρες και ο υπόλοιπος μηχανολογικός εξοπλισμός παραμένουν σε λειτουργία. Περιορισμένες βλάβες σε σοφίτες.	Μερικές θραύσεις υαλοπινάκων. Οι περισσότερες εξωτερικές πόρτες παραμένουν σε λειτουργία, αλλά μερικές εσωτερικές πόρτες μπλοκάρουν. Μερικές ψευδοροφές καταρρίπτον και φωτιστικά σώματα κατασπερίφονται. Ανατροπές επίπλων. Εκτεταμένες ρηγματώσεις σε εσωτερικά χωρίσματα και ορισμένες ανατροπές. Εκτεταμένες ρηγματώσεις των τοίχων που περιελίσσουν το κλιμακοστάσιο. Οι ανελκυστήρες και ο υπόλοιπος μηχανολογικός εξοπλισμός τίθενται εκτός λειτουργίας. Εκτεταμένες βλάβες σε σοφίτες.	Οι περισσότεροι υαλοπίνακες θραύονται. Οι εξωτερικές και εσωτερικές πόρτες μπλοκάρουν. Οι περισσότερες ψευδοροφές και φωτιστικά σώματα καταρρίπτον. Ανατροπές επίπλων. Εκτεταμένες ρηγματώσεις σε εσωτερικά χωρίσματα που ανατρέπονται μερικώς. Εκτεταμένες ρηγματώσεις των τοίχων που περιελίσσον το κλιμακοστάσιο. Οι ανελκυστήρες και ο υπόλοιπος μηχανολογικός εξοπλισμός τίθενται εκτός λειτουργίας. Μερική κατάρρευση σε σοφίτες.

2.3 Καθορισμός Σταθμών Επιτελεστικότητας

Ο καθορισμός των σταθμών επιτελεστικότητας γίνεται πάνω στην καμπύλη ικανότητας (Pushover Curve) της κατασκευής η οποία αντιπροσωπεύει την μη γραμμική σχέση μεταξύ του εξωτερικά επιβαλλόμενου φορτίου και της μετατόπισης της κορυφής. Το εξωτερικά επιβαλλόμενο φορτίο συνήθως παίρνει μια συγκεκριμένη κατανομή-μορφή καθύψος. Οι μορφές που πάιρνει το φορτίο αυτό είναι συνήθως τριγωνική ή η πρώτη ιδιομορφή η και συνδυασμός αυτής με ανώτερες ιδιομορφές. Για να ορίσουμε όμως τις στάθμες επιτελεστικότητας στην καμπύλη ικανότητας που αντιπρωσοπεύει την όλη συμπεριφορά του φορέα πρέπει να καθορίσουμε πρώτα την ανελαστική συμπεριφορά των μελών της. Αυτή περιγράφεται μέσω των διαγραμμάτων που σχετίζουν τα εντατικά τους μεγέθη με παραμορφώσεις ή σχετικές μετακινήσεις. Ανάλογα με το πού αποδίδεται η ανελαστική συμπεριφορά του φορέα στην κάμψη ή στην διάτμηση μας νοιάζουν αντίστοιχα τα διαγράμματα ροπής-καμπυλότητας (M-c ή M-1/r) ή διατμητικής δύναμης και διατμητικής παραμόρφωσης (V-γ).

Επειδή στα στοιχεία απο οπλισμένο σκυρόδεμα οι καμπτικές και οι διατμητικές παραμορφώσεις συνυπάρχουν, ενώ και οι στροφές των ακραίων διατομών των στοιχείων επηρεάζονται και απο την εξώλκευση των οπλισμών στις αγκυρώσεις κατάλληλα μεγέθη για τη περιγραφή της συμπεριφοράς των στοιχείων είναι η ροπή και η γωνία στροφής χορδής στα άκρα του στοιχείου (M-θ). Η γωνία στροφής θ ορίζεται ως ο λόγος της σχετική μετακίνησης των άκρων του στοιχείου με το ύψος αυτού (Inter-Story Drift).



Σχ. 2.2 Ιδεατή καμπύλη F-δ δομικών στοιχείων

Η γενική μορφή των διαγραμμάτων *F-δ* λαμβάνεται συνήθως όπως φαίνεται στο Σχ. 2.2. Στους διάφορους κανονισμούς δίνονται οδηγίες υπολογισμού των χαρακτηριστικών σηείων. Γενικώς οι κλάδοι αυτού του διαγράμματος ορίζονται ως εξής:

Τμήμα ΟΑ:

Αντιπροσωπεύει την ελαστική συμπεριφορά μέχρι το θεωρητικό σημείο διαρροής. Η κλίση της ευθείας ΟΑ ορίζει την τέμνουσα δυσκαμψία που πρέπει να ληφθεί υπόψη στην ελαστική ανάλυση. Σημειώνεται ότι εάν η παραμόρφωση δίνεται σε όρους στροφής χορδής, η τιμή της $\delta_y=\theta_y$ πρέπει να υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη όχι μόνο τη καμπυλότητα διαρροής C_y ή $(1/r)_y$ αλλά και τη συμμετοχή των διατμητικών παραμορφώσεων και της πιθανής ολίσθησης του οπλισμού στις αγκυρώσεις. Στον ΚΑΝ.ΕΠΕ. και τον Ευρωκώδικα 8-Τμήμα 3 δίνονται σχέσεις για τον υπολογισμό της θ_y για συνήθεις διατομές απο Ω.Σ., λαμβάνοντας υπόψη αυτά τα φαινόμενα.

Τμήμα ΑΒ:

Αντιπροσωπεύει τη μετελαστική συμπεριφορά του στοιχείου μέχρι τη θεωρητική αστοχία (σημείο Β). Το σημείο Β καθορίζεται απο την οριακή παραμόρφωση αστοχίας, δ_u, που ορίζεται ώς η παραμόρφωση για την οποία έχει συμβεί ουσιαστική μείωση της ικανότητας παραλαβής φορτίων. Συνήθως στη καμπύλη-σκελετό το

σημείο αυτό αντιστοιχεί σε μείωση της αντοχής (δηλαδή του μεγέθους F) κατά 20% σε σύγκριση με τη μέγιστη τιμή της. Στον ΚΑΝ.ΕΠΕ. και τον Ευρωκώδικα 8-Τμήμα 3 δίνονται σχέσεις για τον υπολογισμό της οριακής γωνίας στροφής χορδής, θ_u, για συνήθεις διατομές απο Ω.Σ.

Πολλές φορές η κλιση του κλάδου ΑΒ λαμβάνεται οριζόντια. Σε αυτή την περίπτωση η αντίσταση διαρροής F_y μπορεί να ληφθεί ίση με την οριακή αντίσταση για τον κρίσιμο τρόπο αστοχίας.

Η παραμόρφωση δ_u ορίζει την ικανότητα πλαστικής οαραμόρφωσης, η οποία ορίζεται απο τον μετελαστικό τμήμα της παραμόρφωσης μέχρι την αστοχία, δηλαδή: $\delta_p=\delta_u-\delta_y$.

Τμήμα CD:

Αντιπροσωπεύει την απομένουσα ικανότητα του στοιχείου. Συνήθως, μετά την παραμόρφωση αστοχίας, δ_u, η ικανότητα ενός μέλους να παραλάβει σεισμικά φορτία μειώνεται σημαντικά, αλλά δεν μηδενίζεται και έτσι το στοιχείο μπορεί να εξακολουθήσει να παραλαμβάνει κατακόρυφα φορτία. Στο σημείο D, θεωρούμε ότι το στοιχείο χάνει την ικανότητα να παραλαμβάνει και κατακόρυφα φορτία.

Η τιμή της απομένουσας αντοχής είναι δύσκολο να εκτιμηθεί. Συνήθως λαμβάνεται ίση με το 20% της οριακής αντοχής.

Στάθμες επιτελεστικότητας, Ε:

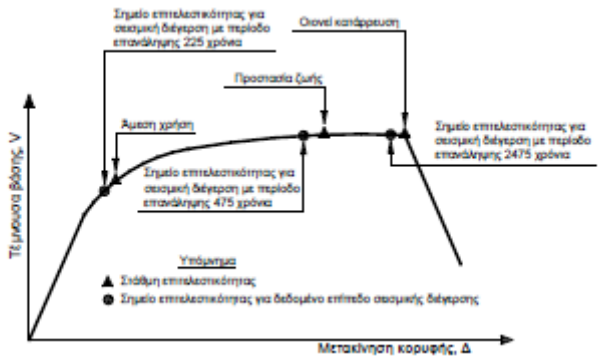
Στην καμπύλη F-δ του δομικού στοιχείου ορίζονται οι στάθμες επιτελεστικότητας με βάση τις αντίστοιχες παραμορφώσεις, δ_d. Στο Σχ. 2.2, το σημείο Ε αντιστοιχεί στη στάθμη επιτελεστικότητας *προστασία ζωής*. Ο ορισμός των σημείων επιτελεστικότητας, Ε, δίνεται στους διάφορους κανονισμούς ανάλογα με το είδος του στοιχείου (υποστυλλώματα, δοκοί, κλπ), τον τρόπο αστοχίας (δηλαδή εάν η συμπεριφορά είναι πλάστιμη ή ψαθυρή) και την κατηγοριοποίηση του στοιχείου σε *πρωτεύον* ή *δευτερέυον*. Ο διαχωρισμός των στοιχείων σε πρωτέυοντα και δευτερεύοντα εξηγελιται παρακάτω και γίνεται με κριτήριο κατά πόσον η συμμετοχή του στην παραλαβή των σεισμικών φορτίων είναι περισσότερο ή λιγότερο σημαντική.

Σε περιπτώσεις πλάστιμων στοιχείων (όταν το στοιχείο διαρρέει σε κάμψη και πρίν να διαρρεύσει σε διάτμηση), κρίσιμες είναι οι παραμορφώσεις, γι'αυτό ο ορισμός των σταθμών επιτελεστικότητας γίνεται σε όρους παραμορφώσεων. Αντίθετα, σε περιπτώσεις ψαθυρών στοιχείων (όταν η διαρροή σε διάτμηση προηγείται αυτής σε κάμψη) ο ορισμός γίνεται σε όρους δυνάμεων.

2.3.1 Στάθμες επιτελεστικότητας της κατασκευής

Αφού κατασκευαστούν τα διαγράμματα που περιγράφουν τη μη γραμμική συμπεριφορά των στοιχείων της κατασκευής και οριστούν οι στάθμες επιτελεστικότητας σε κάθε ένα απο αυτά, μπορούμε να φτιάξουμε την καμπύλη

ικανότητας του φορέα και να εντοπίουμε σε αυτή τα σημεία που αντιστοιχούν σε αυτές τις στάθμες επιτελεστικότητας. Απο αυτά τα σημεία κάποια θα αποτελέσουν τις στάθμες επιτελεστικότητας για όλη την κατασκευή. Εδώ είναι που μπαίνει η κρίση του μηχανικού να ξεχωρίσει ποιών στοιχείων η στάθμες επιτελεστικότητας τους είναι κρίσιμες για την καθολική συμπεριφορά του φορέα.. Για παράδειγμα τα δοκάρια μιας κατασκευής είναι αυτά που θα υποστούν απο νωρίς και σε μεγαλύτερο βαθμό ζημιές με αποτέλεσμα σε επίπεδο στοιχείου να έχουν ξεπεράσει πολλαπλές στάθμες επιτελεστικότητας κάτι όμως που δεν συμβαίνει για όλη την κατασκευή. Σε αντίθεση με τα δοκάρια αν κάποια τοιχεία ή και υποστυλλώματα των οποίων η συνεισφορά στην όλη ευστάθεια, ικανότητα και αντοχή είναι μεγάλη, ξεπεράσουν κάποιες στάθμες επιτελεστικότητας τότε και όλος ο φορέας θα ακολουθήσει. Οπότε τα στοιχεία μπορούν να χωριστούν σε δύο ομάδες, τα πρωτεύοντα και δευτερεύοντα όπως είναι εδώ τα τοιχεία-υποστυλλώματα και τα δοκάρια αντίστοιχα. Αφού γίνει αυτός ο διαχωρισμός οι στάθμες επιτελεστικότητας της κατασκευής μπορούν να οριστούν για παράδειγμα, ως τα σημεία πάνω στην καμπύλη κανότητας που το πρώτο πρωτεύον στοιχείο έχει φτάσει στην αντίστοιχη στάθμη.



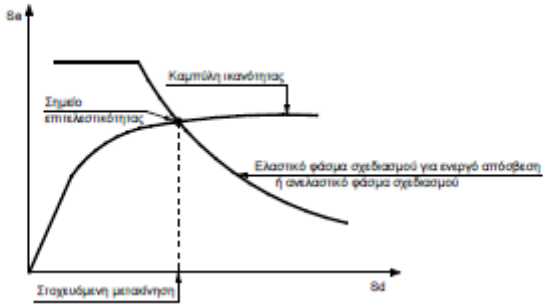
Σχ. 2.3 Σύγκριση στοχευόμενης μετακίνησης και αντίστοιχης στάθμης επιτελεστικότητας

2.4 Έλεγχος στοχευόμενης ικανότητας

Για το σεισμό σχεδιασμού υπολογίζεται η αναμενόμενη μετακίνηση (στοχευόμενη μετακίνηση- target displacement) της κατασκευής η οποία ορίζει το σημείο επιτελεστικότητας της κατασκευής για αυτό το σεισμό και το οποίο σημειώνουμε στην καμπύλη ικανότητας. Αυτό το σημείο το συγκρίνουμαι με την επιθυμητή στάθμη επιτελεστικότητας για τη συγκεκριμένη σεισμική διέγερση. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για όλες τις στάθμες επιτελεστικότητας για τις οποίες γίνεται έλεγχος και αν παρατηρηθεί ότι έχει υπερβληθεί κάποιος στόχος σεισμικής ικανότητας γίνεται επαναδιαστασιολόγηση και επανάληψη της διαδικασίας ελέγχου.

Ο υπολογισμός της αναμενόμενης μετακίνησης γίνεται είτε με πιο ακριβής μη γραμμικές αναλύσεις οι οποίες όμως είναι και χρονοβόρες είτε με κανονιστικές μεθοδολογίες όπως είναι η μέθοδος ATC-40, η μέθοδος N2, η ιδιομορφική στατική μη γραμμική ανάλυση (modal pushover), η προσαρμοζώμενη στατική μη γραμμική

ανάλυση (adaptive pushover), η μέθοδος των συντελεστών κ.α. Στη παρούσα εργασία θα γίνει περιγραφή για τις πρώτες δύο καθώς και για την τελευταία απο τις προαναφερθέντες μεθοδολογίες.



Σχ. 2.4 Προσδιορισμός της στοχευόμενης μετακίνησης του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος

2.5 Υπολογισμός στοχευόμενης μετακίνησης

Για να βρούμε την αναμενόμενη μετακίνηση της κατασκευής μας που αντιστοιχεί στο σεισμό σχεδιασμού χρειαζόμαστε την καμπύλη ικανότητας της κατασκευής αλλά και το ελαστικό φάσμα του σεισμού σχεδιασμού με ενεργό απόσβεση όμως αυτήν που αντιστοιχεί στην πραγματική (μετελαστική η μή) συμπεριφορά του φορέα μας. Αν μετατρέψουμε και τις δύο αυτές καμπύλες σε μορφή ADRS (Acceleration-Displacement Response Spectrum) το σημείο τομής τους είναι το σημείο στο οποίο έχουμε ισορροπία, δηλαδή οι εσωτερικές δράσεις εξισώνονται με τα εξωτερικά φορτία. Για αυτό το σημείο μπορούμε να εντοπίσουμε τη φασματική μετακίνηση και με την μετατροπή της στη μετακίνηση της κορυφής της κατασκευής έχουμε βρεί τη στοχευόμενη μετακίνηση του φορέα μας. Αυτός είναι ένας απο τους τρόπους που προσεγγίζεται η εύρεση της στοχευόμενης μετακίνησης κανονιστικά. Υπάρχουν όμως και άλλοι τρόποι όπως εμπειρικές σχέσεις που συνδέουν την μετακίνηση της ελαστικής απόκρισης του φορέα για το σεισμό σχεδιασμού με την αντίστοιχη ανελαστική.

Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι αυτές οι μέθοδοι δεν είναι το ίδιο ακριβείς όπως οι μη γραμμικές αναλύσεις και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι βασίζονται στην απόκριση ενός ισοδύναμου μονοβαθμίου συστήματος (μετατροπή σε μορφή ADRS) και ο υπολογισμός της απόκρισης της κατασκευής σε κάθε όροφο γίνεται με βάση τη παραμόρφωση της για συγκεκριμένη κατανομή φορτίων καθ’ύψος.

2.5.1 Ισοδύναμο μονοβάθμιο σύστημα

Το ισοδύναμο μονοβάθμιο σύστημα εξαρτάται απο την κατανομή των φορτίων καθύψος που λαμβάνονται υπόψην στον υπολογισμό της καμπύλης ικανότητας. Για την κατανομή των φορτίων μπορει να χρησιμοποιηθεί τριγωνική κατανομή,

ομοιόμορφη κατανομή, κατανομή σύμφωνα με την πρώτη ιδιομορφή ή περισσότερο πολύπλοκοι συνδυασμοί με συμμετοχή ανώτερων ιδιομορφών.

Γενικά μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η κατανομή των φορτίων στους ορόφους γίνεται σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση :

$$F_i = V \frac{m_i \varphi_i}{\sum_j m_j \varphi_j} \tag{2.1}$$

Όπου, $V = \sum F_i$ είναι η τέμνουσα βάσης. Οι συντελεστές φ_i δηλώνουν την κατανομή των μετακινήσεων στους ορόφους και συνήθως λαμβάνονται ίσοι με τις αντίστοιχες τιμές της 1^{ης} ιδιομορφής. Σημειώνεται, όμως, ότι αντί της 1^{ης} ιδιομορφής θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και οποιαδήποτε άλλη κατανομή μετακινήσεων, αντιπροσωπευτική της αναμενόμενης παραμόρφωσης της κατασκευής. Συνήθως οι τιμές των φ_i κανονικοποιούνται έτσι ώστε η τιμή στην κορυφή να ισούται με μονάδα : $\varphi_{top} = 1$.

Εάν η κατανομή των φορτίων γίνεται σύμφωνα με την εξίσωση (2.1) και $\varphi_{top} = 1$, η αντιστοιχία μεταξύ του πολυβάθμιου συστήματος και του ισοδύναμου μονοβαθμίου για όλα τα μεγέθη (δυνάμεις,μετακινήσεις,ενέργεια, κλπ) γίνεται με τη σχέση:

$$Q = \Gamma . Q^* \tag{2.2}$$

Όπου

Q^* = μέγεθος στο ισοδύναμο μονοβάθμιο σύστημα (π.χ. δύναμη F^*, μετακίνηση δ^*)

Q = αντίστοιχο μέγεθος στο πολυβάθμιο σύστημα (π.χ. τέμνουσα βάσης V, μετακίνηση κορυφής Δ)

Γ = συντελεστής συμμετοχής που δίνεται απο τη σχέση:

$$\Gamma = V \frac{m_i \varphi_i}{m_i \varphi_i^2} \tag{2.3}$$

Ο αριθμητής της πιο πάνω σχέσης ισούται με τη μάζα του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος, δηλαδή,

$$m^* = \sum m_i \varphi_i \tag{2.4}$$

Σημειώνεται ότι, εφόσον τόσο οι δυνάμεις όσο και οι μετακινήσεις ακολουθούν τον ίδιο κανόνα μετασχηματισμού [σχέση (2.2)], η δυσκαμψία του ισοδύναμου μονβάθμιου συστήματος ισούται με αυτή του πολυβαθμίου. Η ιδιοπερίοδος όμως του ισοδύναμου μονοβαθμίου δεν ισούται με την 1^{η} ιδιοπερίοδο του πολυβαθμίου, ακόμη και εάν οι συντελεστές φ_i ισούνται με τις αντίστοιχες τιμές του 1^{ου} ιδιοδιανύσματος.

Η σχέση (2.2) χρησιμοποιείται για τη μετατροπή της καμπύλης ικανότητας του κτιρίου σε φάσμα ικανότητας (capacity spectrum) του ισοδύναμου μονοβαθμίου σε ADRS (Acceleration-Displacement Response Spectrum) μορφή (Σχ. 2.5). Η μετατροπή αυτή γίνεται χρησιμοποιώντας τις παρακάτω σχέσεις:

$$S_\alpha = \frac{V}{\alpha . m_{o\lambda}} \tag{2.5}$$

$$S_d = \frac{\Delta}{\Gamma} \qquad \left[\text{ή} \quad S_d = \frac{\Delta}{\Gamma . \varphi_{top}} \quad \text{εάν} \quad \varphi_{top} \neq 1\right] \tag{2.6}$$

Όπου:

V = τέμνουσα βάσης πολυβαθμίου

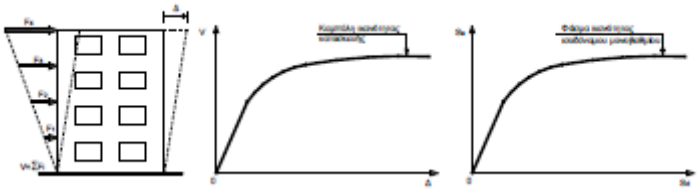
$m_{o\lambda}$ = συνολική μάζα πολυβαθμίου

α= ποσοστό συνολικής μάζας που συμμετέχει στη δυναμική απόκριση της κατασκευής για την αναμενόμενη μορφή παραμόρφωσης, που δίνεται από τη σχέση:

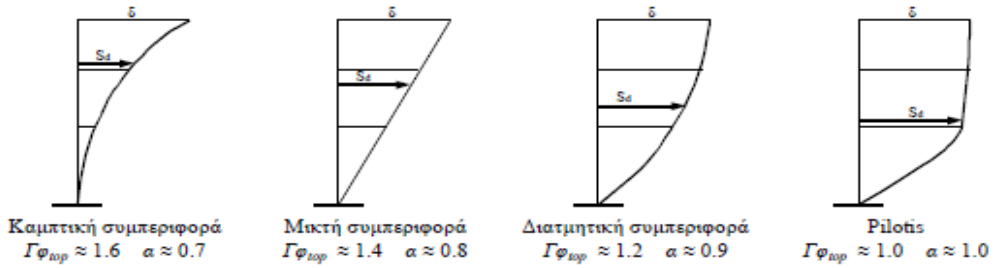
$$\alpha = \frac{[\sum m_i \varphi_i]^2}{m_{o\lambda} . \sum m_i \varphi_i^2} = \frac{\Gamma . \sum m_i \varphi_i}{m_{o\lambda}} = \Gamma \frac{m^*}{m_{o\lambda}} \tag{2.7}$$

Δ = μετακίνηση κορυφής

Ενδεικτικές τιμές των συντελεστών α για διάφορους τρόπους συμπεριφοράς κτιρίων παρουσιάζονται στο Σχ. 2.6.



Σχ. 2.5 Κατασκευή της καμπύλης ικανότητας της κατασκευής και του φάσματος ικανότητας του ισοδύναμου μονοβαθμίου σε ADRS μορφή

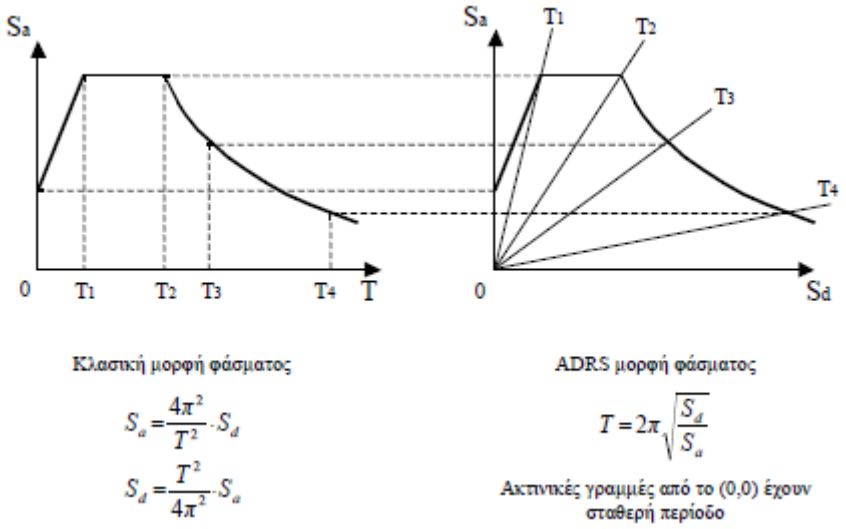


Σχ. 2.6 Τιμές συντελεστή α για χαρακτηριστικούς τρόπους συμπεριφοράς

2.5.2 Μεθοδολογία ATC-40

Εδώ θα γίνει η περιγραφή τριών κανονιστικών μεθόδων εύρεσης της στοχευόμενης μετακίνησης. Ξεκινάμε με τη μεθοδολογία ATC-40 οποία ακολουθεί τα πιο κάτω βήματα :

Βήμα 1: Μετατροπή του ελαστικού φάσματος σχεδιασμού για ζ=5% σε όρους φασματικής επιτάχυνσης (Sa) και φασματικής μετακίνησης (Sd) δηλαδή σε μορφή ADRS. Η μετατροπή γίνεται σύμφωνα με τις σχέσεις που απεικονίζονται στο Σχ 2.7.



Σχ. 2.7 Μετατροπή ελαστικού φάσματος σχεδιασμού σε μορφή ADRS

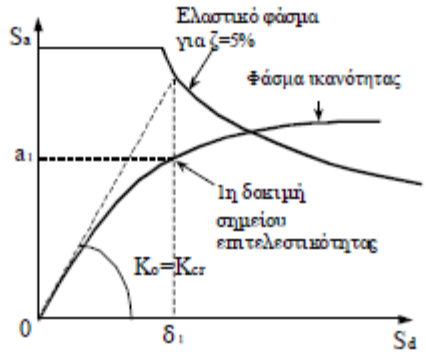
Βήμα 2: Κατασκευή της καμπύλης ικανότητας (capacity curve) και του φάσματος ικανότητας (capacity spectrum). Η κατασκευή της καμπύλης ικανότητας γίνεται με υπολογισμό της τέμνουσας βάσης θεωρώντας κατανομή των φορτίων καθ'ύψος συμβατή με την αναμενόμενη μορφή μετακινήσεων. Στη συνέχεια, η καμπύλη αυτή μετατρέπεται σε φάσμα ικανότητας του ισοδύναμου μονοβαθμίου συστήματος. Δηλαδή μετατρέπεται και αυτή σε μορφή ADRS σύμφωνα με τις σχέσεις (2.5) και (2.6).

Βήμα 3: Εύρεση 1^{ου} σημείου δοκιμών (Σχ. 2.8).

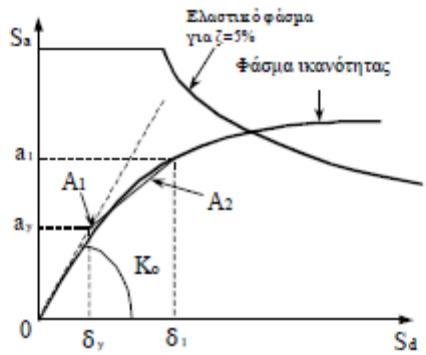
Απο το ελαστικό φάσμα για απόσβεση ζ=5% υπολογίζεται η μετακίνηση δ_1 για τη δυσκαμψία που αντιστοιχεί στις ρηγματωμένες διατομές (τέμνουσα δυσκαμψία στο θεωρητικό σημείο διαρροής). Για τη μετακίνηση δ_1 υπολογίζεται η πρώτη εκτίμηση του σημείου επιτελεστικότητας πάνω στο φάσμα ικανότητας και η αντίστοιχη επιτάχυνση α_1. Η μετακίνηση δ_1 είναι η τιμή που θα προέκυπτε απο τη θεώρηση ίσης μετακίνησης μεταξύ του ελαστικού και του ανελαστικού συστήματος.

Απο το πρώτο σημείο δοκιμής φέρνουμε ευθεία, έτσι ώστε τα εμβαδά A_1 και A_2 να είναι περίπου ίσα και ορίζουμε το σημείο τομής με την ευθεία που αντιστοιχεί στην αρχική δυσκαμψία. Το σημείο αυτό αντιστοιχεί στη διαρροή σύμφωνα με τη

διγραμμική καμπύλη συμπεριφοράς και η προβολή του στους άξονες S_a και S_d ορίζει την επιτάχυνση διαρροής, a_y και τη μετακίνηση διαρροής δ_y αντίστοιχα.



Σχ. 2.8 Εύρεση του πρώτου σημείου δοκιμών



Σχ. 2.9 Κατασκευή διγραμμικού φάσματος ικανότητας

<u>Βήμα 5:</u> Υπολογισμός ενεργούς απόσβεσης

Η ενεργός απόσβεση μπορεί να γραφτεί ώς:

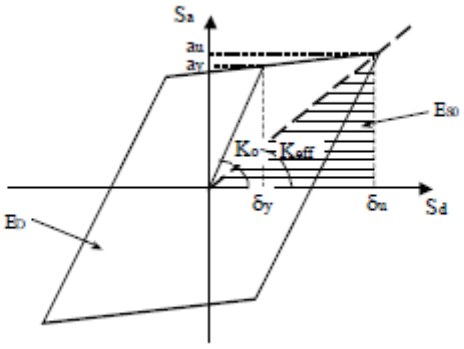
$$\zeta_{eff} = \zeta_{ελ} + \zeta_{υστ} \tag{2.8}$$

όπου: $\zeta_{ελ}$= απόσβεση κατασκευής για ελαστική συμπεριφορά (= 0.05 για οπλισμένο σκυρόδεμα)

$\zeta_{υστ}$= υστερητική απόσβεση λόγω ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς

Για τον υπολογισμό της υστερητικής απόσβεσης προτείνεται η σχέση του Chopra, η οποία βασίζεται στη σχέση των ενεργειών του ελαστοπλαστικού και του ισοδύναμου ελαστικού συστήματος:

$$\zeta_{υστ} = \frac{1}{4\pi}\frac{E_D}{E_{s0}} \Rightarrow \zeta_{υστ} = \frac{0.637.(a_y.\delta_u - \delta_y.a_u)}{a_u.\delta_u} \tag{2.9}$$



Σχ. 2.10 Υπολογισμός υστερητικής απόσβεσης κατά Chopra

Η σχέση του Chopra υπερεκτιμά την υστερητική απόσβεση για σεισμούς μεγάλης διάρκειας και κατασκευές χωρίς καλή πλάστιμη συμπεριφορά. Γι'αυτό, προτείνεται η χρήση ενός διωρθωτικού συντελεστή *κ* , ανάλογα με την ποιότητα της κατασκευής σε συνδυασμό με την αναμενόμενη σεισμική διέγερση. Οι τύποι συμπεριφοράς δίνονται στον πίνακα 2.2 και οι συντελεστές *κ* στον πίνακα 2.3.

Θέτωντας στη σχέση (5.9) $\alpha_u = \alpha_1$ και $\delta_u = \delta_1$ προκύπτει:

$$\zeta_{eff}(\%) = 5 + \frac{63.7\kappa(\alpha_y\delta_1 - \delta_y a_1)}{a_1\delta_1} \tag{2.10}$$

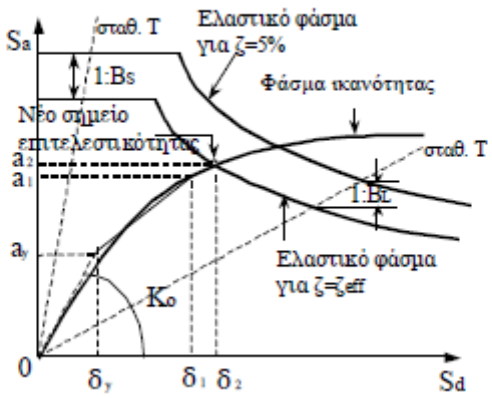
Στη συνέχεια υπολογίζεται το ελαστικό φάσμα σχεδιασμού που αντιστοιχεί σε απόσβεση $\zeta=\zeta_{eff}$ με πολλαπλασιασμό των τιμών του φάσματος για ζ=5% με τους συντελεστές SR_A και SR_v (βλ. Σχ.2.11):

$$SR_A = \frac{1}{B_s} = \frac{3.21 - 0.68\ln\zeta_{eff}}{2.12} \geq SR_{A,min} \tag{2.11}$$

$$SR_V = \frac{1}{B_s} = \frac{2.31 - 0.41\ln\zeta_{eff}}{1.65} \geq SR_{V,min} \tag{2.12}$$

Στα τμήματα που αντιστοιχούν σε σταθερή επιτάχυνση και σταθερή ταχύτητα, αντίστοιχα. Οι ελάχιστες τιμές των συντελεστών δίνονται στον πίνακα 2.4.

Το σημείο τομής μεταξύ του φάσματος σχεδιασμού για $\zeta=\zeta_{eff}$ και του φάσματος ικανότητας ορίζει το νέο σημείο επιτελεστικότητας. Η προβολή αυτού του σημείου στους άξονες S_a και S_d ορίζει την νέα επιτάχυνση, α_2 και τη νέα μετακίνηση, δ_2 αντίστοιχα.



Σχ. 2.11 Κατασκευή ελαστικού φάσματος απόκρισης για $\zeta=\zeta_{eff}$ και εύρεση νέου σημείου επιτελεστικότητας

Πίνακας 2.2 Τύποι συμπεριφοράς κτιρίων

Διάρκεια σεισμού	Νέες, καλές αντισεισμικές κατασκευές	Μέτριες αντισεισμικά κατασκευές	Φτωχές αντισεισμικά κατασκευές
Μικρή (κοντά στο επίκεντρο)	A	B	C
Μεγάλη (μακριά από επίκεντρο, γενικώς για ζώνες III & IV)	B	C	C

Πίνακας 2.3 Τιμές διορθωτικού συντελεστή κ.

Τύπος συμπεριφοράς	ζ_{eff} (%)	κ
A	≤ 16.25	1.00
	> 16.25	$1.13-\frac{0.51\cdot(a_y\cdot\delta_u-\delta_y\cdot a_u)}{a_u\cdot\delta_u}$
B	< 25	0.67
	> 25	$0.845-\frac{0.446\cdot(a_y\cdot\delta_u-\delta_y\cdot a_u)}{a_u\cdot\delta_u}$
C	Όλες οι τιμές	0.33

Πίνακας 2.4 Ελάχιστες τιμές μειωτικών συντελεστών απόσβεσης

Τύπος συμπεριφοράς	$SR_{A,min}$	$SR_{V,min}$
A	0.33	0.50
B	0.44	0.56
C	0.56	0.67

Βήμα 6: Έλεγχος σύγκλισης

Η μέθοδος βασίζεται σε μία επαναληπτική διαδικασία μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση. Θεωρούμε ότι η σύγκλιση έχει επιτευχθεί εάν:

$$0.95\ \delta_1 < \delta_2 < 1.05\ \delta_1 \qquad (2.13)$$

Εάν το κριτήριο δεν ικανοποιείται, θέτουμε $\alpha_1=\alpha_2$ και $\delta_1=\delta_2$ και επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία από το 5° βήμα. Εάν το κριτήριο ικανοποιείται, η μετακίνηση δ_2 αντιστοιχεί στη μέγιστη αναμενόμενη μετακίνηση δ^* του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος (στοχευόμενη μετακίνηση).

Βήμα 7: Στοχευόμενη μετακίνηση κατασκευής

Η μετακίνηση της κορυφής Δ, που αντιστοιχεί στη μετακίνηση δ^* του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος, υπολογίζεται απο τη σχέση (2.6), επιλύοντας ως προς Δ και θέτοντας $S_d=\delta^*$.

2.5.3 Μέθοδος N2

Η μέθοδος N2 βασίζεται σε εμπειρικές σχέσεις που συνδέουν το συντελεστή συμπεριφοράς με την πλαστιμότητα. Έτσι, αντί να χρησιμοποιούνται τα ελαστικά φάσματα για τη ισοδύναμη απόσβεση που αντισοιχεί στην αναπτυσσόμενη πλαστιμότητα, όπως γίνεται στη μεθοδολογία ATC-40, υπολογίζεται απ'ευθείας η ανελαστική επιτάχυνση. Η ανελαστική φασματική επιτάχυνση, S_a, συνδέεται με την αντίστοιχη ελαστική, S_{ae}, με τη σχέση:

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_\mu} \qquad (2.14)$$

όπου R_μ είναι ο συντελεστής συμπεριφοράς λόγω της ανελαστικής απόκρισης. Σημειώνεται ότι ο όρος R_μ αντιστοιχεί στο συντελεστή συμπεριφοράς χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η υπεραντοχή, δηλαδή τον όρο q_d κατά ΕΑΚ. Υπενυμίζεται ότι στον ΕΑΚ ο συντελεστής συμπεριφοράς q δίνεται ως: $q=q_0.q_d$, όπου q_0 είναι ο συντελεστής υπεραντοχής.

Αντίστοιχα, η ανελαστική φασματική μετακίνηση, S_d, συνδέεται με τη μετακίνηση διαρροής, S_{dy}, με τη σχέση:

$$S_d = \mu . S_{dy} \qquad (2.15)$$

Για ένα ελαστικό τελείως πλαστικό σύστημα , ισχύει $S_a=S_{ay}$, όπου S_{ay} είναι η φασματική επιτάχυνση διαρροής. Επειδή $S_{ae}=\omega^2.S_{de}$ και $S_{ay}=\omega^2.S_{dy}$, όπου ω είναι η ιδιοπερίοδος του ελαστικού συστήματος, οι εξισώσεις (2.14) και (2.15) οδηγούν στην παρακάτω σχέση μεταξύ της ελαστικής και της ανελαστικής μετακίνησης:

$$S_d = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de} \tag{2.16}$$

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν πολλοί εμπειρικοί τύποι που δίνουν τη σχέση μεταξύ της πλαστιμότητας μ, και του συντελεστή συμπεριφοράς, R_μ. Εδώ δίνονται οι σχέσεις που ακολουθούν :

$$R_\mu = (\mu - 1)\frac{T}{T_0} + 1 \quad \gamma\iota\alpha \ T \leq T_0 \tag{2.17α}$$

$$R_\mu = \mu \quad \gamma\iota\alpha \ T \geq T_0 \tag{2.17β}$$

Όπου

$$T_0 = 0.65.\mu^{0.3}.T_c \leq T_c \tag{2.18}$$

Στην παραπάνω σχέση, T είναι η ιδιοπερίοδος του μονοβάθμιου ταλαντωτή και T_c η χαρακτηριστική περίοδος της εδαφικής κίνησης. Για φάσματα σχεδιασμού της μορφής του ΕΑΚ ή του EC8, η περίοδος T_c ορίζεται συνήθως απο το σημείο τομής του τμήματος που αντιστοιχεί σε σταθερή επιτάχυνση (οριζόντιο τμήμα) με αυτό που αντιστοιχεί σε σταθερή ταχύτητα (φθίνων κλάδος), δηλαδή T_c=T_2 κατά ΕΑΚ και T_c=Tc κατά EC8.

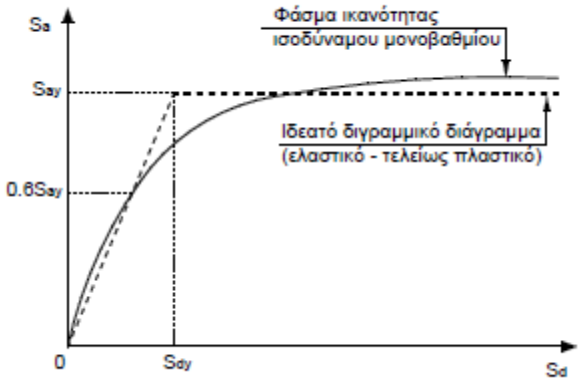
Η εξίσωση (2.17β) δηλώνει ότι για μεσαίες και μεγάλες περιόδους ισχύει η παραδοχή των ίσων μετακινήσεων, δηλαδή ότι η μετακίνηση του ανελαστικού συστήματος είναι ίση με αυτή του αντίστοιχου ελαστικού με την ίδια περίοδο. Για τις κατασκευές με μικρές περιόδους, η ισότητα αυτή δεν ισχύει, όπως δηλώνει η εξίσωση (2.17α). Η περίοδος T_0 που καθορίζει το όριο μεταξύ των περιοχών ισχύος κάθε εξίσωσης, εξαρτάται απο την πλαστιμότητα, όπως φαίνεται απο τη σχέση (2.18). Η περίοδος T_0 δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη απο τη χαρακτηριστική περίοδο του φάσματος σχεδιασμού, T_c.

Επειδή η εξάρτηση της περιόδου T_0 από την πλαστιμότητα απαιτεί επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό του σημείου επιτελεστικότητας απλοποιητικά μπορούμε να πάρουμε T_0=T_c η οποία είναι μια συντηριτική παραδοχή που δεν επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα. Η μέθοδος ακολουθεί τα εξής βήματα:

<u>Βήμα1:</u> Κατασκευή της καμπύλης ικανότητας της κατασκευής και του αντίστοιχου φάσματος ικανότητας του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος σε μορφή ADRS.

<u>Βήμα2:</u> Κατασκευή του αντίστοιχου ιδεατού διγραμμικού διαγράμματος

Το διγραμμικό διάγραμμα ικανότητας κατασκευάζεται χωρίς κράτυνση, δηλαδή ο μετελαστικός κλάδος είναι οριζόντιος. Αυτό γίνεται γιατί έχει αποδειχθεί ότι μία συνήθης κράτυνση δεν έχει σημαντική επίδραση στην τιμή της ανελαστικής μετακίνησης.



Σχ. 2.12 Κατασκευή ιδεατού διγραμμικού φάσματος ικανότητας

Το διάγραμμα συνήθως κατασκευάζεται με κλίση ελαστικού κλάδου ίση με την τέμνουσα δυσκαμψία που αντιστοιχεί στο 60% τηε επιτάχυνσης διαρροής και έτσι ώστε τα εμβαδά που αποκόπτονται πάνω και κάτω από την αρχική καμπύλη να είναι ίσα. Απο το διγραμμικό διάγραμμα ικανότητας καθορίζονται η επιτάχυνση διαρροής, S_{ay} και η μετακίνηση διαρροής S_{dy}. Έτσι για το ισοδύναμο μονοβάθμιο σύστημα η δύναμη διαρροής είναι $F_y^*=m^*S_{ay}$ και η μετακίνηση διαρροής $\delta^*_y=S_{dy}$.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την ιδιοπερίοδο του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος απο τη σχέση :

$$T^* = 2\pi\sqrt{\frac{S_{dy}}{S_{ay}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m^*\delta_v^*}{F_y^*}}$$

(2.20)

<u>Βήμα 3:</u> Υπολογισμός της ανελαστικής μετακίνησης του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος.

Για την περίοδο T^*, υπολογίζεται η ελαστική επιτάχυνση, S_{ae} και η ελαστική μετακίνηση S_{de}, απο το ελαστικό φάσμα σχεδισμού. Ο απιτούμενος συντελεστής συμπεριφοράς ισούται με: $R_\mu=S_{ae} / S_{ay}$.

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

(α) Εάν $T^* \geq T_0$, η ανελαστική μετακίνηση ισούται με την ελαστική επομένως $\delta^*=S_d=S_{de}$.

Η χαρακτηριστική περίοδος T_0 υπολογίζεται απο την (2.18) ή την απλοποιημένη (5.19). Σε αυτή την περίπτωση, $\mu=R_\mu$.

(β) Εάν $T^*< T_0$, η πλαστιμότητα μ, υπολογίζεται ααπο τον συντελεστή συμπεριφοράς R_μ, απο τη σχέση (5.17α), η οποία δίνει :

$$\mu = \left(R_\mu - 1\right)\frac{T_0}{T^*} + 1 \qquad (2.22)$$

Εάν για τον υπολογισμό της T_0 χρησιμοποιηθεί η σχέση (2.18), απαιτείται επαναληπτική διαδικασία, ενώ εάν κάνουμε την απλοποιητική παραδοχή $T_0=T_c$, ο υπολογισμός του μ είναι άμεσος, χωρίς να απιτούνται επαναλήψεις. Μετά τον υπολογισμό της πλαστιμότητας, η ανελαστική μετακίνηση προκύπτει απο τη σχέση :

$$\delta^* = S_d = \mu . S_{dy} \tag{2.23}$$

Και στις δύο περιπτώσεις, η ανελαστική μετακίνηση αντιστοιχεί στο σημείο τομής του διγραμμικού φάσματος ικανότητας με το ανελαστικό φάσμα σχεδιασμού που αντιστοιχεί σε πλαστιμότητα μ. Σημειώνεται ότι με την παραπάνω διαδικασία υπολογίζεται η μετακίνηση χωρίς να χρειάζεται να κατασκευαστεί το ανελαστικό φάσμα σχεδιασμού.

Βήμα 4: Στοχευόμενη μετακίνηση κατασκευής

Η μετακίνηση της κορυφής *Δ*, που αντιστοιχεί στη μετακίνιση δ^* του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος, υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τη σχέση (2.6), με αντικατάσταση της S_d με τη δ^*.

2.5.4 Μέθοδος των συντελεστών

Ο υπολογισμός της στοχευόμενης μετακίνησης της κατασκευής με τη μέθοδο των συντελεστών περιγράφεται στη FEMA 356 και τον ATC-40. Και αυτή η μέθοδος βασίζεται στο ισοδύναμο μονοβάθμιο σύστημα, το οποίο όμως χρησιμοποιείται χωρίς να αναφέρεται ρητά.

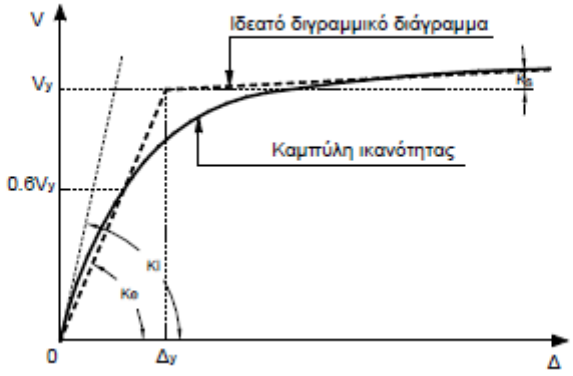
Βήμα 1: Κατασκευή του ιδεατού διγραμμικού διαγράμματος για την καμπύλη ικανότητας

Για την εφαρμογή της μεθόδου απαιτείται κατ'αρχήν η μετατροπή της καμπύλης ικανότητας σε διγραμμικό διάγραμμα. Σε αντίθεση με τη μέθοδο N2, η κλίση του μετελαστικού κλάδου δεν λαμβάνεται μηδενική, αλλά έχει τιμή K_s. Ο τρόπος κατασκευής του διγραμμικού διαγράμματος είναι παρόμοιος με αυτόν της μεθόδου N2 με μικρή διαφοροποίηση. Η διαδικασία έχει ως εξής (βλ. Σχ. 2.13) :

Κατασκευάζεται ο μετελαστικός κλάδος , οριζόντας τη δυσκαμψία K_s, κατά την κρίση του μηχανικού, και θεωρώντας ότι η αντλιστοιχη ευθεία διέρχεται από το σημείο που η καμπύλη ικανότητας έχει γίνει περίπου οριζόντια.

Έπειτα, ορίζεται η ισοδύναμη ελαστική δυσκαμψία K_e, απο την ευθεία που ενώνει την αρχή των αξόνων με το σημείο πάνω στην καμπύλη ικανότητας που αντιστοιχεί στο 60% της τέμνουσας διαρροής V_y . Επειδή αυτή η τιμή δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων, απαιτούνται κάποιες δοκιμές.

Τέλος, ορίζεται η τέμνουσα διαρροής V_y, από το σημείο τομής των ευθειών με κλίση K_e και K_s, που αντιστοιχούν στον ελαστικό και τον μετελαστικό κλάδο αντίστοιχα.



Σχ. 2.13 Κατασκευή ιδεατής διγραμμικής απεικόνισης της καμπύλης ικανότητας

Βήμα 2: Υπολογισμός της ενεργούς θεμελιώδους ιδιοπεριόδου, T_e

Από δυναμική ανάλυση υπολογίζεται η θεμελιώδης ιδιοπερίοδος της κατασκευής στη διεύθυνση που εξετάζεται, λαμβάνοντας υπόψη την ελαστική δυσκαμψία, K_i (βλ Σχ 2.13). Για να υπολογίσουμε την ενεργό θεμελιώδη ιδιοπερίοδο, που ανιστοιχεί σε δυσκαμψία K_e, χρησιμοποιούμε τη σχέση :

$$T_e = T_i\sqrt{\frac{K_i}{K_e}} \tag{2.24}$$

Βήμα 3: Υπολογισμός της στοχευόμενης μετακίνησης, Δ_t.

Η στοχευόμενη μετακίνηση της κορυφής που αντιστοιχεί σε δεδομένο ελαστικό φάσμα σχεδιασμού (target displacement) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Delta_t = C_0 . C_1 . C_2 . C_3 . S_a . \frac{T_e^2}{4\pi^2} \tag{2.25}$$

Οι τιμές των παραμέτρων ορίζονται παρακάτω σύμφωνα με FEMA 356.

C_0 = Συντελεστής που συνδέει τη μετακίνηση της κορυφής Δ, με τη φασματική μετακίνηση S_d. Ισχύει: $\Delta=\Gamma.S_d.\varphi_{top}$, όπου Γ ο συντελεστής συμμετοχής σύμφωνα με τη σχέση (2.3). Άρα, $C_0=\Gamma.\varphi_{top}$. Εάν $\varphi_{top}=1$, τότε $C_0=\Gamma$. Για τον υπολογισμό του συντελεστή συμμετοχής μπορούν να χρησιμοποιούνται οι τιμές φ_i που αντιστοιχούν στην 1η ιδιομορφή ή οι τιμές που αντιστοιχούν στην παραμόρφωση του κτιρίου όταν συμβαίνει η στοχευόμενη μετακίνηση. Εναλλακτικά, η τιμή του συντελεστή C_0 μπορεί να λαμβάνεται απ'ευθείας απο τον Πίνακα 2.5.

C_1 = Συντελεστής που συνδέει τη μετακίνηση του ανελαστικού συστήματος με αυτή του αντίστοιχου ελαστικού, σύμφωνα με τις παρακάτω σχέσεις:

$$C_1 = 1.0 \qquad \text{για} \quad T_e \geq T_s \tag{2.26α}$$

$$C_1 = \frac{1.0+(R-1).{}^{T_s}/_{T_e}}{R} \qquad \text{για} \quad T_e < T_s \tag{2.26β}$$

Επίσης ισχύει: $C_1 \leq 1.5$ για $T_e \leq 1.0$ sec και $C_1 \geq 1.0$.

Στις παραπάνω σχέσεις:

T_s = η περίοδος που ορίζεται από το σημείο τομής του τμήματος του ελαστικού φάσματος σχεδιασμού που αντιστοιχεί σε σταθερή επιτάχυνση (οριζόντιο τμήμα) με αυτό που αντιστοιχεί σε σταθερή ταχύτητα (φθίνων κλάδος), δηλαδή T_s=T_c κατά EC8.

R = ο συντελεστής συμπεριφοράς που εκφράζει το λόγο της ελαστικής απαίτησης προς τη δύναμη διαρροής, ο οποίος υπολογίζεται απο τη σχέση:

$$R = \frac{{}^{S_a}/_{g}}{{}^{V_y}/_{w}} . C_m \tag{2.27}$$

Όπου:

S_a = φασματική επιτάχυνση σύμφωνα με το ελαστικό φάσμα σχεδιασμού για την ενεργό θεμελιώδη ιδιοπερίοδο, T_e.

V_y = τέμνουσα διαρροής σύμφωνα με τη διγραμμική απεικόνιση της καμπύλης ικανότητας (Σχ. 2.13).

W = συνολικό βάρος της κατασκευής

C_m = συντελεστής που δηλώνει την ενεργό μάζα σύμφωνα με τον πίνακα 2.6. Εναλλακτικά, ο συντελεστής C_m μπορεί να λαμβάνεται ίσος με το λόγο της $1^{ης}$ ιδιομορφικής μάζας προς τη συνολική μάζα.

Πίνακας 2.5 Τιμές του συντελεστή C_0

Αριθμός ορόφων	Διατμητικά κτήρια		Λοιπά κτήρια
	Τριγωνική κατανομή φορτίων	Ομοιόμορφη κατανομή φορτίων	Οποιαδήποτε κατανομή φορτίων
1	1.0	1.0	1.0
2	1.2	1.15	1.2
3	1.2	1.2	1.3
5	1.3	1.2	1.4
10+	1.3	1.2	1.5

Πίνακας 2.6 Τιμές του συντελεστή C_m (*)

Αριθμός ορόφων	Πλαισιακά κτήρια από Ω.Σ.	Τοιχωματικά κτήρια από Ω.Σ.	Κτήρια από Ω.Σ. τύπου ανεστρ. εκκρεμούς	Πλαίσια παραλαβής ροπών από χάλυβα	Πλαίσια από χάλυβα με συνδέσμους χωρίς εκκεντρότητα	Πλαίσια από χάλυβα με έκκεντρους συνδέσμους	Άλλος τύπος
1 - 2	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
3+	0.9	0.8	0.8	0.9	0.9	0.9	1.0

(*) $C_m = 1.0$ για $T_e > 1.0$ sec.

Πίνακας 2.7 Τιμές του συντελεστή C_2

Στάθμη επιτελεστικότητας	$T_e \leq 0.1$ sec		$T_e \geq T_S$	
	Τύπος κτηρίου 1	Τύπος κτηρίου 2	Τύπος κτηρίου 1	Τύπος κτηρίου 2
Άμεση χρήση	1.0	1.0	1.0	1.0
Προστασία ζωής	1.3	1.0	1.1	1.0
Οιονεί κατάρρευση	1.5	1.0	1.2	1.0

<u>Επεξήγηση:</u>

Τύπος 1: Κατασκευές στις οποίες περισσότερο από το 30% της τέμνουσας σε κάθε όροφο αναλαμβάνεται από οποιονδήποτε συνσδυασμό των εξής στοιχείων: Τυπικά πλαίσια παραλαβής ροπών, πλαίσια με μεταλλικούς συνδέσμους, πλαίσια με ημιάκαμπτες συνδέσεις, πλαίσια με μεταλλικούς συνδέσμους που παραλαμβάνουν μόνο εφελκυστικές δυνάμεις, άοπλη τοιχοποιία.

Τύπος 2: Οι κατασκευές που δεν ανήκουν στην κατηγορία 1.

<u>Παρατήρηση:</u> Για ενδιάμεσες τιμές ιδιοπεριόδων γίνεται γραμμική παρεμβολή.

C_2 = Διορθωτικός συντελεστής που λαμβάνει υπόψη του τη μορφή των βρόγχων υστέρησης της ανελαστικής συμπεριφοράς. Οι τιμές του C_2 για διάφορους τύπους συστημάτων και διάφορες στάθμες επιτελεστικότητας δίνονται στον Πίνακα 5.6. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τιμή C_2=1.0.

C_3 = Διορθωτικός συντελεστής που λαμβάνει υπόψη του την αύξηση των μετακινήσεων λόγω επιρροής P-Δ, που ορίζεται ως εξής:

$C_3 = 1.0$ για θετική κλίση του μετελαστικού κλάδου ($K_s > 0$)

$C_3 = 1.0 + \frac{|a|.(R-1)^{3/2}}{T_e}$ για αρνητική κλίση του μετελαστικού κλάδου ($K_s < 0$)

όπου $\alpha = K_s / K_e$ (βλ. Σχ. 2.13).

Η τιμή του συντελεστή C_3 δέν χρειάζεται να υπερβαίνει την τιμή:

$$C_3 \leq 1.0 + 5.\frac{(\theta-1)}{T_e}$$

όπου θ=συντελεστής σχετικής μεταθετότητας, ίσος με τη μέγιστη τιμή των αντίστοιχων συντελεστών των ορόφων θ_i, οι οποίοι ορίζονται από τη σχέση:

$$\theta_i = \frac{P_i \delta_i}{V_i h_i} \tag{2.28}$$

όπου:

P_i = το κατακόρυφο φορτίο του i ορόφου

V_i = η συνολική τέμνουσα δύναμη του i ορόφου στην εξεταζόμενη διεύθυνση για το σεισμικό συνδυασμό, σύμφωνα με τη κλασική ανάλυση

h_i = ύψος του i ορόφου

δ_i = σχετική μετακίνηση των πλακών του ορόφου στην εξεταζόμενη διεύθυνση, μετρούμενη στο κέντρο δυσκαμψίας (center of rigidity).

Η μέθοδος N2 πρακτικά ταυτίζεται με τη μέθοδο των συντελεστών, εάν C_2 = 1.0 και C_3 = 1.0, αφού ισχύει $C_0 = \Gamma$ (για φ_{top}=1.0) και $C_1 = \mu/R_\mu$.

2.6 Επιτελεστικός σχεδιασμός κτιρίων με κριτήρια τρωτότητας

Όπως έχουμε αναφέρει πίο πάνω βρίσκουμε για αρχή τις στάθμες επιτλεστικότητας σε επίπεδο στοιχείου και αφού γίνει ο διαχωρισμός σε πρωτεύοντα και δευτερεύοντα στοιχεία προχωράμε στον καθοριμό των στάθμων επιτελεστικότητας όλου του φορέα. Οι στάθμες επιτελεστικότητας ορίζονται απο τις τιμές θ του καθοριστικού για το φορέα πρωτεύοντος στοιχείου. Για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας έχουμε μία αντιπροσωπευτική τιμή θ του στοιχείου και την αντίστοιχη τιμή της μετατόπισης u στην καμπύλη φορτίου-μετατόπισης (P-u) του φορέα.

Σε περίπτωση που θα γίνει χρήση μη γραμμικών αναλύσεων (Pushover, Time History) αυτό που κοιτάμε είναι αν έχουν ξεπεραστεί οι στάθμες επιτελεστικότητας για το σεισμό σχεδιασμού, είτε αυτός είναι ένα φορτίο που αντιστοιχεί στο αντίστοιχο μονοβάθμιο σύστημα με μια συγκεκριμένη κατανομή καθύψος είτε είναι μια χρονοϊστορία επιτάχυνσης, ταχύτητας ή μετακίνησης του εδάφους στη βάση της κατασκευής μας. Σε άλλη περίπτωση γίνεται η χρήση των κανονιστικών μεθοδολογιών όπως εξηγήσαμε πιό πάνω για τρείς απο αυτές.

Με αυτό τον τρόπο έχουμε εξασφαλίσει ένα επίπεδο ασφάλειας στο φορέα μας για ένα συγκεκριμένο σεισμό σχεδιασμού με μια συγκεκριμένη περίοδο επαναφοράς. Σίγουρα όσο η ικανότητα του φορέα αντιστοιχεί σε ένα σεισμό σχεδιασμού με μεγαλύτερη περίοδο επαναφοράς μπορούμε να νιώθουμε πιο σίγουροι για την

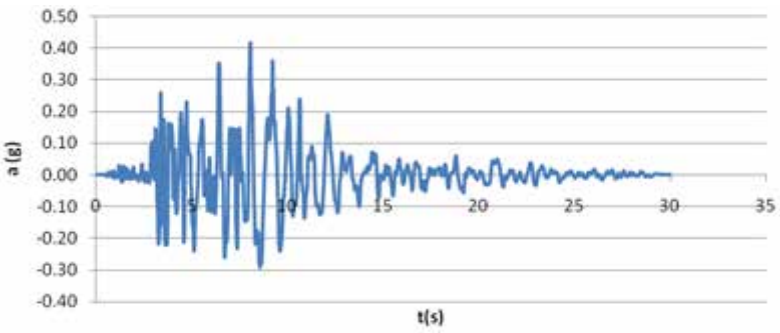
ασφάλεια της κατασκευής μας. Προτιμότερο θα ήταν όμως να έχουμε μια πιο γενική πληροφόρηση για την σεισμική ικανότητα, απόδοση και συμπεριφορά του φορέα μας για την οποιαδήποτε σεισμική δόνηση και ακόμα πιο επιθυμητό να γνωρίζουμε σε ποιό βαθμό βελτιώνεται αυτή με την αλλαγή και τον ανασχεδιασμό του. Έτσι θα μπορεί να γίνει και η καλύτερη δυνατή χρήση του κεφαλαίου του ενδιαφερόμενου επενδυτή.

Αυτό μπορεί να γίνει αντικαθιστώντας τα ντετερμινιστικά κριτήρια των στάθμων επιτελεστικότητας με πιθανοτικά. Στόχος μας δηλαδή είναι να ξέρουμε για διάφορα επίπεδα σεισμικής έντασης ποιά είναι η πιθανότητα υπέρβασης των στάθμων επιτελεστικότητας που καθορίζονται απο τις τιμές θ που αναφέραμε πιο πρίν. Έτσι κατέχουμε έναν αριθμό (πιθανότητα υπέρβασης), που μας δίνει το βαθμό εμπιστοσύνης για την ασφάλεια της κατασκευής μας. Η πιθανότητα αυτή για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας μπορεί να καθοριστεί απο τις απαιτήσεις, την χρήση του έργου αλλά και την οικονομική δυνατότητα του χρήστη ή του επενδυτή αλλά πάντα σε συμφωνία με την κρίση του μηχανικού και αφού πρώτα έχουν ικανοποιηθεί όλες οι κανονιστικές διατάξεις. Παρακάτω γίνεται η περιγραφή δύο μεθόδων για την αντικατάσταση των ντετερμινιστικών κρτηρίων με τα αντίστοιχα πιθανοτικά.

2.6.1 Κατασκευή των καμπύλων τρωτότητας με χρήση της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης (IDA-Incremental Dynamic Analysis)

Αυτή η μέθοδος βασίζεται σε μη γραμμικές αναλύσεις οπότε σίγουρα είναι και πιο ακριβής απο μία άλλη αντίστοιχη κανονιστική-εμπειρική μέθοδο, αλλά το μεγάλο της μειονέκτημα είναι το μεγάλο υπολογιστικό της κόστος. Η διδικασία έχει ως εξής:

Βήμα1: Γίνεται επιλογή διάφορων χρονοϊστοριών μετακίνησης, ταχύτητας ή μετατόπισης που έχουν καταγραφεί απο διάφορους σεισμούς που έχουν γίνει (βλ. Σχ. 2.14). Η επιλογή πρέπει να είναι τέτοια ώστε κάθε σεισμική δόνηση να έχει διαφορετικά χαρακτηριστικά. Έτσι η επιλογή της κάθε μίας θα μπορεί να θεωρηθεί ως λήψη διαφορετικού δείγματος του πλυθησμού που μελετάμε. Το πλήθος δειγμάτων για να πούμε οτι είναι αντιπροσωπευτικό πρέπει να είναι μεγαλύτερο του 50.



Σχ. 2.14 Χρονοϊστορία επιτάχυνσης απο το σεισμό του Northridge

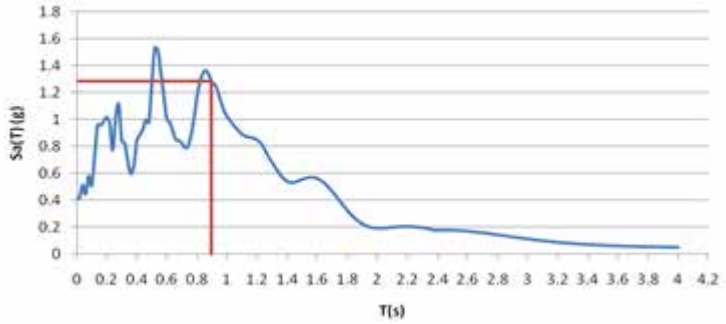
Βήμα 2: Για κάθε χρονοϊστορία κατασκευάζουμε το ελαστικό της φάσμα (ζ=5%). Για την θεμελιώδη ιδιοπερίοδο του φορέα βρίσκουμε στο φάσμα την αντίστοιχη τιμή της φασματικής επιτάχυνσης $S_a(T_{1i})$,η οποία θεωρούμαι ότι αντιπροσωπεύει την σεισμική ένταση της χρονοϊστορίας (βλ. Σχ. 2.15). Έπειτα υπογίζουμε το συντελεστή n :

$$n = \frac{0.1g}{\mathrm{Sa}(\mathrm{T}_{1i})} \tag{2.29}$$

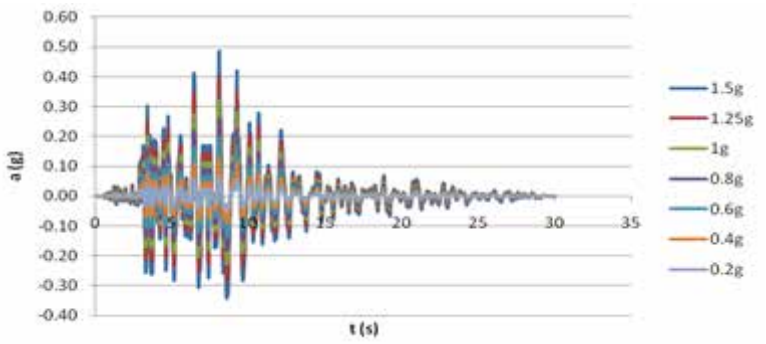
Αν πολλαπλασιάσουμε αυτό το συντελεστή με τις τιμές της χρονοιστορίας μας τότε η σεισμική της ένταση θα έχει παρει την τιμή 0.1g. Εμείς θέλουμε η σεισμική ένταση της χρονοιστορίας μας να διαβαθμίζεται παράδειγμα, απο 0.1g εώς 2.5g. Οπότε πολλαπλασιάζουμε τη χρονοιστορία μας κάθε φορά με το συντελεστή m:

$$m = \frac{S_a(T_1)}{0.1g}.n \tag{2.30}$$

όπου στη θέση του $S_a(T_1)$ αντικαθιστώ την επιθυμητή σεισμική ένταση στην οποία θέλω να ανάγω την χρονοϊστορία μου (βλ. Σχ. 2.16). Οπότε αν το βήμα της διαβάθμισης μου είναι το 0.1g όπως εδώ και η μέγιστη τιμή της διαβάθμισης μου είναι το 2.5g θα παράξω απο κάθε αρχική χρονοϊστορία, 25 χρονοϊστορίες. Αν θέλω να αλλάξω βήμα διαβάθμισης αλλάζω τόσο στη σχέση 2.29 την τιμή του αριθμητή όσο και στη σχέση 2.30 την τιμή του παρονομαστή.



Σχ. 2.15 Εύρεση της φασματικής επιτάχυνσης για τη θεμελιώδη ιδιοπερίοδο στο ελαστικό φάσμα (ζ=5%) της χρονοϊστορίας

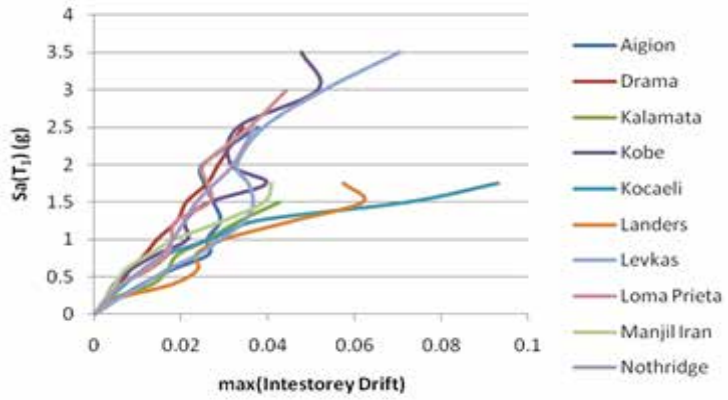


Σχ. 2.16 Κλιμάκωση της χρονοϊστορίας του Northridge σε διάφορα επίπεδα της σεισμικής έντασης

Βήμα 3: Για κάθε χρονοϊστορία που έχει δημιουργηθεί πραγματοποιείται και μια μη γραμμική ανάλυση, από την οποία καταγράφουμε την μέγιστη τιμή θ του καθοριστικού για την κατσκευή μας πρωτεύοντος στοιχείου που έχει προκύψει.

Τώρα για κάθε ομάδα χρονοϊστοριών που ανήκουν σε μια διαφορετική αρχική χρονοϊστορία, κατασκευάζουμε την καμπύλη που συνδέει τις μέγιστες τιμές θ που έχουν προκύψει απο κάθε χρονοϊστορία με τις αντίστοιχες τιμές της σεισμικής έντασης $S_a(T_1)$.

Όσος είναι ο αριθμός των αρχικών χρονοϊστοριών που επιλέξαμε τόσες θα είναι και οι καμπύλες $S_a(T_1)$-θ που θα κατασκευάσουμε.



Σχ. 2.17 Καμπύλες που συνδέουν τις μέγιστες τιμές θ με τις αντίστοιχες τιμές τις σεισμικής έντασης για δέκα διαφορετικές χρονοϊστορίες

Βήμα 4: Για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας είχαμε ορίσει μία χαρακτηριστική τιμή θ. Για αυτές τις τιμές απο τα διαγράμματα $S_a(T_1)$-θ που φτιάξαμε καταγράφουμε τις αντίστοιχες τιμές της σεισμικής έντασης $S_a(T_1)$. Τώρα για κάθε χαρακτηριστική τιμή θ ανήκει και ένα πλήθος τιμών $S_a(T_1)$ απο το οποίο εμείς βρίσκουμε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση τους.

Βήμα 5: Οπότε έχουμε μια μέση τιμή της σεισμικής έντασης για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας. Δίνεται :

$$P(\theta > \theta_{\chi\alpha\rho.}) = \Phi\left[\ln(value\ of\ S_a/\mu)/(\frac{\sigma}{\mu})\right] \quad (2.31)$$

όπου :

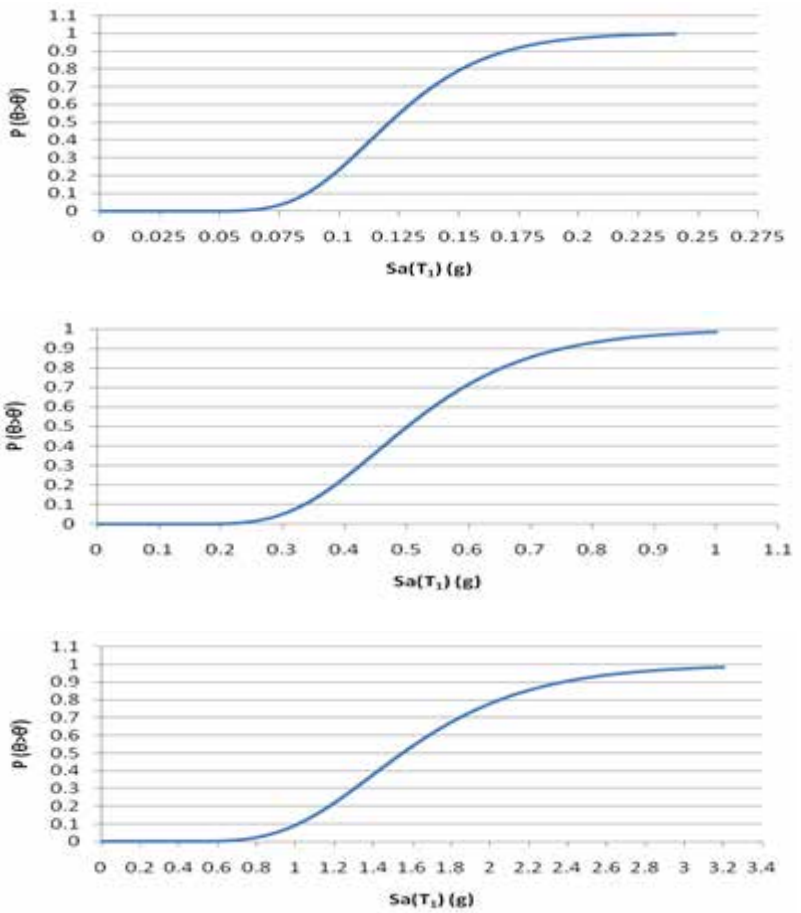
μ = μέση τιμή της σεισμικής έντασης για την εκάστοτε στάθμη επιτελεστικότητας

σ = τυπική απόκλιση της σεισμικής έντασης για την εκάστοτε στάθμη επιτελεστικότητας

S_a = τιμές της σεισμικής έντασης

$P\ (\theta > \theta_{\chi\alpha\rho.})$ = πιθανότητα υπέρβασης της στάθμης επιτελεστικότητας ανάλογα με την τιμή της σεισμικής έντασης

Τέλος για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας φτιάχνω την καμπύλη που δίνεται απο τη σχέση 2.31 και η οποία ονομάζεται καμπύλη τρωτότητας (βλ. Σχ. 2.18).



Σχ. 2.18 Καμπύλες Τρωτότητας για Περιορισμό Βλαβών, Σοβαρές Ζημιές και Οιονεί κατάρρευση

2.6.2 Κατασκευή των καμπύλων τρωτότητας με χρήση της μεθόδου των συντελεστών

Ο ΕΑΚ (Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός) περιλαμβάνει τα φάσματα σχεδιασμού των οριζόντιων συνιστωσών του σεισμού τα οποία έχουν μορφή η οποία εξαρτάται απο διάφορους παράγοντες. Αυτοί οι παράγοντες είναι η ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας στην οποία βρίσκεται ο υπο μελέτη φορέας μας, η κατηγορία σπουδαιότητας του, η κατηγορία του εδάφους στην οποία θα γίνει το έργο, το είδος των στοιχείων που έχουν τον κύριο ρόλο στην απόκριση και στον τρόπο συμπεριφοράς του φορέα, ο τρόπος θεμελίωσης του και η τιμή του συντελεστή απόσβεσης. Πιο κάτω φαίνεται ο τύπος που ακολουθούν τα φάσματα σχεδιασμού:

$$0 \leq T \leq T_1 : \qquad \Phi_d(T) = \gamma_I . A . \left[1 + \frac{T}{T_1} . \left[\frac{(\eta . \theta . \beta_0)}{q} - 1\right]\right]$$

$$T_1 \leq T \leq T_2 : \qquad \Phi_d(T) = \gamma_I . A . \frac{(\eta . \theta . \beta_0)}{q}$$

$$T_2 < T : \qquad \Phi_d(T) = \gamma_I . A . \left[\frac{T_2}{T}\left[\frac{(\eta . \theta . \beta_0)}{q}\right]\right]^{2/3}$$

όπου :

A = α.g μέγιστη οριζόντια σεισμική επιτάχυνση του εδάφους

γ_I = συντελεστής σπουδαιότητας του έργου

q = συντελεστής συμπεριφοράς

η = διορθωτικός συντελεστής για ποσοστό απόσβεσης ≠ 5%

θ = συντελεστής επιρροής της θεμελίωσης

T_1,T_2 = χαρακτηριστικές περίοδοι του φάσματος

β_0 = 2.5 συντελεστής φασματικής ενίσχυσης

Ο συντελστής α εξαρτάται απο τη ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας και δίνεται απο τον Πίνακα 2.2 του ΕΑΚ (βλ. Πίνακα 2.8).

Ζώνη Σεισμικής Επικινδυνότητας	I	II	III
α	0.16	0.24	0.36

Πίνακας 2.8 Σεισμική επιτάχυνση εδάφους A=α.g ανάλογα με τη ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας

Οι τιμές των T_1 και T_2 εξαρτώνται απο την κατηγορία εδάφους και δίνονται από τον πίνακα 2.4 του ΕΑΚ (βλ. Πίνακα 2.9).

Κατηγορία Εδάφους	Α	Β	Γ	Δ
T_1	0.10	0.15	0.20	0.20
T_2	0.40	0.60	0.80	1.20

Πίνακας 2.9 Τιμές των Χαρακτηριτικών Περιόδων T_1, T_2 (sec)

Στον ΕΑΚ δίνεται επίσης ο συντελεστής σπουδαιότητας γ_I ανάλογα με την κατηγορία σπουδαιότητας του έργου στον Πινακα 2.3, οι κατηγορίες εδάφους στον Πίνακα 2.5, οι μέγιστες τιμές του συντελεστή συμπεριφοράς q ανάλογα με το υλικό και το δομικό σύστημα στον Πίνακα 2.6, οι συντελεστές θεμελίωσης στον Πίνακα 2.7 και οι τιμές

του ποσοστού απόσβεσης ζ στον Πίνακα 2.8. Το φάσμα που δίνεται απο τον ΕΑΚ είναι το φάσμα απαίτησης.

Στο φάσμα για την θεμελιώδη ιδιοπερίοδο του φορέα βρίσκουμε την αντίστοιχη φασματική επιτάχυνση η οποία μπορούμε να υποθέσουμε ότι είναι η μέση τιμή της επιτάχυνσης που μπορεί να επιβληθεί στο φορέα μας. Σύμφωνα με αυτή την μέση τιμή μπορούμε να φτιάξουμε τις καμπύλες τρωτότητας για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας και να δούμε αν ικανοποιούνται τα πθανοτικά κριτήρια. Για να το κάνουμε αυτό ακολουθούμε τα εξής βήματα:

Βήμα 1: Πρέπει να κατασκευάσουμε το ιδεατό διγραμμικό διάγραμμα για την καμπύλη ικανότητας. Αυτό γίνεται όπως έχουμε περιγράψει στην παράγραφο 2.5.4 (Βήμα 1, βλ. Σχ. 2.13).

Βήμα 2: Υπολογίζουμε την ενεργό θεμελιώδη ιδιοπερίοδο T_e σύμφωνα με τη σχέση (2.24) και με τον τρόπο που έχουμε αναφέρει στην παράγραφο 2.5.4 (Βήμα 2).

Βήμα 3: Λύνουμε τη σχέση (2.25) ως πρός τη φασματική επιτάχυνση. Οπότε έχουμε την σχέση :

$$S_a = \Delta_t \cdot \frac{4\pi^2}{T_e^2 . C_0 . C_1 . C_2 . C_3} \tag{2.32}$$

Βήμα 4: Για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας έχουμε μια χαρακτηριστική τιμή θ που την αντιπροσωπεύει, αλλά και για κάθε τιμή θ υπάρχει η αντίστοιχη τιμή της μετατόπισης u στη καμπύλη ικανότητας του φορέα. Οπότε ουσιαστικά για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας έχουμε μια χαρακτηριστική τιμή της μετατόπισης u την οποία αντικαθιστούμε στην σχέση (2.32) στη θέση του Δ_t για να βρούμε τη μέση τιμή της φασματικής επιτάχυνσης. Αυτή θα μας χρειαστεί στη σχέση (2.31) απο την οποία θα εξάγουμε τις καμπύλες τρωτότητας.

Ο λόγος της τιμής που δίνει η σχέση (2.31) για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας ως πρός την αρχική φασματική επιτάχυνση για τη θεμελιώδη ιδιοπερίοδο, μπορεί να πολλαπλασιαστεί με τις τιμές του φάσματος σχεδιασμού (Design Spectrum) για να μας δώσει το φάσμα απαίτησης (Demand Spectrum). Απο αυτό μπορούμε να πάρουμε την πρώτη τιμή του που είναι η μέγιστη τιμή του αντίστοιχου επιταχυνσιογραφήματος (PGA-Peak Ground Acceleration). Αυτή η τιμή θα μας χρειαζόταν αν θέλαμε να αποδώσουμε τις καμπύλες τρωτότητας ως προς τη μέγιστη τιμή του επιταχυνσιογραφήματος και όχι ως προς τη φασματική επιτάχυνση. Εδώ δεν μας ενδιαφέρει αυτό, απλά έγινε μια αναφορά.

Προσοχή: Η μέθοδος αυτή δεν είναι το ίδιο ακριβής όσο αυτή που κάνει χρήση της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης. Οπότε για να μπορεί να χρησιμοποιηθεί πρέπει να γνωρίζουμε ότι για τη μορφή του φορέα που θα μελετήσουμε οι καμπύλες τρωτότητας που παράγει είναι πιο συντηριτικές απο τις αντίστοιχες της άλλης

μεθόδου. Πιο συντηριτική θα είναι στην περίπτωση που για κάθε τιμή της σεισμικής έντασης η πιθανότητα πραγματοποίησης της στάθμης επιτελεστικότητας είναι μεγαλύτερη απο την αντίστοιχη της άλλης μεθόδου. Σε περίπτωση που ισχύει η πιο πάνω προϋπόθεση, είναι προτιμότερη η χρήση αυτής της μεθόδου λόγω του μηδαμινού της υπολογιστικού κόστους σε σύγκριση με την άλλη.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ

1. Applied Technology Council (ATC), ‘Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings’, ATC-40, 1996

2. European Committee for Standardization (CEN), ‘Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance- Part 3: Strengthening and Repair of Buildings’, prEN 1998-3, Brussels, 2003.

3. Fajfar. P. and Gaspersic, P., ‘N2- a method for non-linear seismic analysis for RC buildings’, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 25, 23-67, 1996.

4. Fajfar, P., ‘Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra’, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 28, 979-993, 1999.

5. Federal Emergency Management Agency (FEMA), ‘Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings’, FEMA 356, 2000.

6. Οργανισμός Αντισεισμικού Σχεδιασμού και Προστασίας (ΟΑΣΠ), ‘Κανονισμός Επεμβάσεων (ΚΑΝ.ΕΠΕ.)’, Σχέδιο Κειμένου 2, 2005.

Κεφάλαιο 3

ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ

3.1 Εισαγωγή

Η επιστήμη του μηχανικού είχε και έχει ως κύριο σκοπό τον σχεδιασμό και την κατασκευή δομικών συστημάτων όπως είναι οι γέφυρες, τα αεροσκάφη, τα κτίρια κλπ. Σήμερα η πρόοδος της τεχνολογίας των υπολογιστών επέτρεψε την αύξηση των απαιτήσεων. Ο σχεδισμός ενός δομικού συστήματος που θα ικανοποιεί τις κατασκευαστικές απαιτήσεις ασφάλειας δεν αποτελεί μιά αποδεκτή λύση. Είναι απαραίτητο το δομικό σύστημα να σχεδιαστεί με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο. "Βέλτιστος" ονομάζεται ένας σχεδιασμός που ικανοποιεί τις λειτουργικές προδιαγραφές, ελαχιστοποιώντας ταυτόχρονα συγκεκριμένα κριτήρια όπως είναι το κόστος ή/και το βάρος της κατασκευής.

Στόχος του μηχανικού είναι να εξευρεθεί ένας συνδυασμός ανεξάρτητων μεταβλητών που να λαμβάνουν πραγματικές ή ακέραιες τιμές και ονομάζονται *παράμετροι ή μεταβλητές σχεδιασμού* (design variables), έτσι ώστε να βελτιστοποιηθεί η *αντικειμενική συνάρτηση* (objective function) του προβλήματος. Τα προβλήματα βελτιστοποίησης, στην επιστημονική περιοχή της υπολογιστικής μηχανικής, συνήθως υπόκεινται σε *περιορισμούς*, όπως είναι το εύρος αναζήτησης, αλλά και άλλες *συναρτήσεις περιορισμού* (constraint function), όπως λόγου χάρη είναι εκείνες των τάσεων και παραμορφώσεων, οι οποίες καθορίζουν τον χώρο των αποδεκτών λύσεων του προβλήματος.

Για τον υπολογισμό του βέλτιστου σχεδιασμού είναι απαραίτητο να πραγματοποιηθούν δύο βήματα: η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης στο *μοντέλο βελτιστοποίησης* και ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Το πρώτο βήμα περιλαμβάνει τον ορισμό των παραμέτρων σχεδιασμού, της σχέσης μεταξύ των παραμέτρων αυτών, τον καθορισμό της προς βελτιστοποίηση συνάρτησης καθώς επίσης και τον ορισμό των περιορισμών του προβλήματος. Η διαδικασία βελτιστοποίησης ολοκληρώνεται με την επιλογή ενός κατάλληλου αλγόριθμου βελτιστοποίησης και τον συνδυασμό του με το *δομοστατικό μοντέλο* και το μοντέλο βελτιστοποίησης. Μια βασική προϋπόθεση του βέλτιστου σχεδιασμού κατασκευών είναι η διατύπωση με μαθηματικούς όρους της συμπεριφοράς των κατασκευών (δομοστατικό μοντέλο). Στην περίπτωση των δομικών συστημάτων η συμπεριφορά παραπέμπει στην τυπική απόκριση στα στατικά και δυναμικά φορτία, όπως παραμορφώσεις, τάσεις, ιδιοτιμές, φορτία λυγισμού κλπ. Το δομοστατικό μοντέλο προσδιορίζει τις καταστατικές μεταβλητές που απαιτούνται για τη διατύπωση της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών.

Ο σχεδιασμός πολύπλοκων δομικών συστημάτων απαιτεί πολλούς και χρονοβόρους υπολογισμούς. Η ταχύτατη πρόοδος της τεχνολογίας των υπολογιστών και

παράλληλα η ανάπτυξη αποδοτικών αλγορίθμων, κατέστησαν εφικτό το βέλτιστο σχεδιασμό δομικών στοιχείων ή και πολύπλοκων κατασκευαστικών συστημάτων. Με την αξιοποίηση αυτών των μέσων παρέχεται η δυνατότητα στον μηχανικό να καλύτερα δομικά συστήματα με μειωμένο κόστος παραγωγής και σχεδιασμού σε εύλογο υπολογιστικό χρόνο.

Η ύπαρξη "έξυπνων-αποδοτικών" αλγορίθμων βελτιστοποίησης δεν συνεπάγεται στην επιτυχή αντιμετώπιση όλων των προβλημάτων βέλτιστου σχεδιασμού. Η εμπειρία-ευφϋία του μηχανικού αποτελούν σημαντικές παραμέτρους για τη σωστή χρήση των αλγορίθμων αυτών. Ο σχεδιασμός αποτελεί μιά επαναληπτική διαδικασία, όπου ως επανάληψη θεωρείται η διαδοχική δοκιμή μιάς ή πολλών βέλτιστων σχεδιασμών και η εκτίμηση κατα πόσο ο ένας υπερτερεί ή όχι των προηγούμενων, ικανοποιώντας παράλληλα τους περιορισμούς του προβλήματος. Η συμβατική διαδικασία που ακολουθούν οι μηχανικοί είναι εκείνη της "δοκιμής και διόρθωσης". Βέβαια, με την αύξηση της πολυπλοκότητας και του μεγέθους των προβλημάτων η χρήση τέτοιων εμπειρικών τεχνικών δεν οδηγεί στη βέλτιστη λύση. Έτσι κατέστη απαραίτητη η αυτοματοποίηση του σχεδιασμού αξιοποιώντας τις εξελίξεις στην τεχνολογία των υπολογιστών και την ανάπτυξη αποτελεσματικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Σήμερα οι δοκιμές αυτές είναι δυνατό να πραγματοποιηθούν με αυτόματο τρόπο και μεγαλύτερη ακρίβεια και ταχύτητα.

Οι πρώτοι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που εφαρμόστηκαν σε δομικά συστήματα ήσαν δανεισμένοι από τους τομείς των οικονομικών, των μαθηματικών και της επιχειρησιακής έρευνας και βασίζονταν στον *μαθηματικό προγραμματισμό* (mathematical programming). Αυτές οι τεχνικές είναι ιδιαίτερα εύχρηστες και αποδοτικές και μπορούν να οδηγήσουν στη βέλτιστη επίλυση προβλημάτων με μεγάλο εύρος πρακτικών εφαρμογών. Εκτός των μαθηματικών μεθόδων βελτιστοποίησης υπάρχουν και οι τυχηματικές μέθοδοι όπως είναι η μέθοδος των *στρατηγικών εξέλιξης* (Evolution Strategies-ESs), των *γενετικών αλγορίθμων* (Genetic Algorithms-GAs), η μέθοδος της *προσομοίωσης ανόπτησης* (simulated annealing), κα. Η εφαρμογή των μεθόδων αυτών αποδεικνύεται ιδιαίτερα αποτελεσματική σε ένα ευρύτερο πεδίο προβλημάτων σε σχέση με το πεδίο εφαρμογής μαθηματικού προγραμματισμού.

3.2 Μαθηματικό μοντέλο βελτιστοποίησης

Γενικά ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης κατασκευών ενδέχεται να είναι συνεχές ή διακριτό, ανάλογα με το είδος του πεδίου τιμών των παραμέτρων σχεδιασμού. Λόγοι τυποποίησης πολλές φορές επιβάλλουν το πεδίο τιμών να είναι διακριτό. Το μαθηματικό μοντέλο ενός συνεχούς προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$F(s) \rightarrow min$$

$$\boldsymbol{s} = \{s_1, s_2, \ldots\ldots, s_n\}^T$$

$$l_i \leq s_i \leq u_i, \text{ i=1,2,….,n} \tag{3.1}$$

$$g_j(\mathbf{s}) \geq 0, \text{ j=1,2,….,m}$$

$$h_j(\mathbf{s}) = 0, \text{ j=m+1,m+2,….,t}$$

όπου **s** είναι το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού, l_i και u_i είναι το κάτω και το άνω όριο της μεταβλητής σχεδιασμού s_i αντίστοιχα, F(**s**) είναι η αντικειμενική συνάρτηση της οποίας αναζητούμε την ελάχιστη τιμή ενώ g_j(**s**), h_j(**s**) είναι οι συναρτήσεις περιορισμού ανισοτήτων και ισοτήτων, αντίστοιχα.

Πολλά απο τα προβλήματα που εμφανίζονται στην επιστημονική περιοχή του βέλτιστου σχεδιασμού κατασκευών ενδέχεται να εμπεριέχουν διακριτές ή και μικτού τύπου μεταβλητές σχεδιασμού. Ένα τυπικό παράδειγμα προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού με μικτού τύπου μεταβλητές είναι ο βέτιστος σχεδιασμός μορφή-διατομών μιάς δικτυωτής κατσκευής. Σε ένα τέτοιο πρόβλημα οι συντεταγμένες των κόμβων του δικτυώματος, οι οποίες καθορίζουν τη βέλτιστη μορφή της κατασκευής μπορούν να λαμβάνουν συνεχής τιμές, αντίθετα, λόγοι τυποποίησης επιβάλλουν οι τιμές των διατομών των ράβδων να προέρχονται απο διακριτό πεδίο τιμών. Ένα τέτοιο πρόβλημα ονομάζεται μικτό πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού.

Σε αντιστοιχία με το πρόβλημα που διατυπώνεται απο την εξίσωση (3.1), ένα διακριτό πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γράφεται:

$$F(s) \rightarrow min$$

$$\boldsymbol{s} = \{s_1, s_2, \ldots\ldots, s_n\}^T$$

$$l_i \leq s_i \leq u_i, \text{ i=1,2,….,n}$$

$$s_i \in R^d, \; i = 1,2, \ldots, n \tag{3.2}$$

$$g_j(\mathbf{s}) \geq 0, \text{ j=1,2,….,m}$$

$$h_j(\mathbf{s}) = 0, \text{ j=m+1,m+2,….,t}$$

όπου R^d είναι το πεδίο τιμών των διακριτών μεταβλητών σχεδιασμού **s**. Οι μεταβλητές σχεδιασμού s_i (i=1,2,….,n) μπορούν να λάβουν τιμές μόνο απο το σύνολο R^d.

Για την αντιμετώπιση ενός μικτού προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι. Συνήθως η διαχείριση των διακριτών μεταβλητών ενός μικτού ή ενός καθαρά διακριτού προβλήματος γίνεται σαν να αποτελούσαν συνεχείς μεταβλητές σχεδιασμού. Στο τέλος της διαδικασίας, όταν πια θα έχουν καθοριστεί οι βέλτιστες τιμές όλων των μεταβλητών σχεδιασμού, αντιστοιχίζονται στις συνεχείς

μεταβλητές που προέκυψαν κατάλληλες τιμές από το διακριτό πεδίο ορισμού. Για την περίπτωση ενός διακριτού προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού στο οποίο το πεδίο ορισμού είναι δυνατόν να ταξινομηθεί ως προς τα χαρακτηριστικά των διατομών (εμβαδόν, κύρια ροπή αδράνειας, δευτερεύουσα ροπή αδράνειας κλπ) σε μιά αυστηρώς μονότονη ακολουθία, τότε η τεχνική αυτή δίνει μιά καλή προσέγγιση της βέλτιστης λύσης. Όμως σε πρακτικά προβλήματα αυτό δεν ισχύει. Στην περίπτωση πχ που οι διατομές ταξινομηθούν βάσει του εμβαδού τους σε μια αυστηρώς μονότονη ακολουθία, οι αντίστοιχες τιμές των ροπών αδρανείας δεν εμφανίζονται μονότονα ταξινομημένες και συνεπώς η τεχνική αυτή δεν είναι δυνατό να δώσει αποδεκτά αποτελέσματα.

3.2.1 Μεταβλητές Σχεδιασμού

Οι παράμετροι εκείνες οι οποίες όταν λάβουν συγκεκρμένη τιμή καθορίζουν πλήρως έναν σχεδιασμό ονομάζονται *μεταβλητές σχεδιασμού* (design variables). Στην περίπτωση που ένας σχεδιασμός δηλαδή μιά συγκεκριμένη τιμή των μεταβλητών σχεδιασμού δεν πληρεί τους περιορισμούς του προβλήματος τότε ονομάζεται *ανέφικτος* (infeasible). Ένας εφικτός σχεδιασμός δεν είναι απαραίτητα και ο βέλτιστος αλλά είναι πάντοτε πραγματοποιήσιμος.

Ένα σημαντικό πρώτο βήμα για την κατάλληλη προσομοίωση ενός προβλήματος είναι η σωστή επιλογή των μεταβλητών σχεδιασμού. Σε περιπτώσεις που η επιλογή είναι λανθασμένη τότε η προσομοίωση είναι δυνατό να είναι εσφαλμένη ή σε χειρότερη περίπτωση ο βέλτιστος σχεδιασμός στον οποίο καταλήγει ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης να μην είναι πραγματοποιήσιμος. Σε πολλές περιπτώσεις είναι επιθυμητό να επιλέγεται μεγαλύτερο πλήθος μεταβλητών σχεδιασμού από ότι είναι απαραίτητο για την σωστή προσομοίωση, παρά το γεγονός ότι με αυτό τον τρόπο αυξάνονται οι “βαθμοί ελευθερίας” σχεδιασμού του φορέα. Στη συνέχεια είναι δυνατό να αφαιρεθούν οι επιπλέον μεταβλητές σχεδιασμού λαμβάνοντας συγκεκριμένες τιμές για τα επόμενα βήματα βελτιστοποίησης. Ένα επίσης σημαντικό θέμα που πρέπει να προσεχθεί κατά την επιλογή των μεταβλητών σχεδιασμού είναι η μεταξύ τους εξάρτηση ή ανεξαρτησία. Στην περίπτωση που κάποια μεταβλητή σχεδιασμού είναι εξαρτώμενη απο μία άλλη παύει να αποτελεί μεταβλητή σχεδιασμού και μετατρέπεται σε παράμετρο η οποία λαμβάνει τιμές σύμφωνες με την εξάρτηση της απο την μεταβλητή σχεδιασμού. Η επιλογή της εξάρτησης κάποιων παραμέτρων απο τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος γίνεται στην περίπτωση που θέλουμε να ‘καθοδηγήσουμε’ την μορφή ή τον σχεδιασμό της πρός σχεδιασμό κατασκευής ή όταν κάποιες κανονιστικές απαιτήσεις το επιβάλουν.

Κατα τη μόρφωση του μαθηματικού μοντέλου βελτιστοποίησης θα γίνει η προς βελτιστοποίηση συνάρτηση να είναι επαρκώς εξαρτώμενη από όλες τις παραμέτρους σχεδιασμού. Ας θεωρηθεί για παράδειγμα ότι η αντικειμενική συνάρτηση είναι το βάρος της κατασκευής, του οποίου αναζητείται η ελάχιστη τιμή και ας υποτεθεί ότι η

τάξη μεγέθους του βάρους είναι 1,000Kg. Άν το βάρος κάποιου μέλους της κατασκευής είναι τάξης μεγέθους 10^{-3}Kg ή και μικρότερης και το μέλος αυτό αντιστοιχεί σε μία απο τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος, τότε στην περίπτωση που η τιμή της αλλάζει κατά 100% η επιρροή της στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι μηδαμινή. Για την αποφυγή προβλημάτων 'κακής κατάστασης', όπως είναι αυτό που προαναφέρθηκε, κρίνεται σκόπιμη η διασύνδεση μεταξύ τους των μεταβλητών σχεδιασμού. Δηλαδή ομαδοποίηση κάποιων μελών της κατασκευής ώστε να αντιπροσωπεύονται απο μία κοινή παράμετρο σχεδιασμού. Πρίν την επιλογή του μαθηματικού μοντέλου βελτιστοποίησης συνίσταται η διενέργεια μιάς ανάλυσης ευαισθησίας έτσι ώστε να ελεγχθεί το μέγεθος της ευαισθησίας της αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με όλες τις παραμέτρους σχεδιασμού. Μέσω της ανάλυσης ευαισθησίας μπορούν να ανιχνευθούν οι παράμετροι σχεδιασμού που έχουν μηδαμινή επιρροή στην αντικειμενική συνάρτηση, ώστε στη συνέχεια να διασυνδεθούν με κάποιες άλλες παραμέτρους σχεδιασμού και να πάψουν να αποτελούν ξεχωριστές παραμέτρους σχεδιασμού.

3.2.2 Αντικειμενική Συνάρτηση

Κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης περιγράφεται από ένα μεγάλο πλήθος εφικτών σχεδιασμών εκ των οποίων κάποιοι είναι καλύτεροι κάποιων άλλων και κάποιος εξ αυτών αποτελεί την βέλτιστη λύση του προβλήματος. Για να γίνει αυτού του είδους η διάκριση μεταξύ καλού και καλύτερου σχεδιασμού είναι αναγκαία η ύπαρξη ενός κριτηρίου για τη σύγκριση και την αξιολόγηση των σχεδιασμών. Το κριτήριο αυτό είναι μιά συνάρτηση η οποία λαμβάνει μια δεδομένη τιμή για κάποιο συγκεκριμένο σχεδιασμό. Χωρίς καμία παραβίαση της γενικότητας οι εξισώσεις (3.1) και (3.2) αναφέρονται σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης της F(**s**) μπορεί να μετατραπεί σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης της συνάρτησης –F(**s**). Μία συνάρτηση η οποία ελαχιστοποιείται συχνά καλείται και *συνάρτηση κόστους* (cost function).

Η κατάλληλη επιλογή της αντικειμενικής συνάρτησης αποτελεί ένα εξ ίσου με την επιλογή των μεταβλητών σχεδιασμού πολύ σημαντικό στάδιο για όλη τη διαδικασία μόρφωσης του μαθηματικού μοντέλου σχεδιασμού. Μερικά παραδείγματα αντικειμενικών συναρτήσεων που έχουν αναφερθεί στη διεθνή βιβλιογραφία είναι: ελαχιστοποίηση κόστους, η μεγιστοποίηση κέρδους, ο σχεδιασμός ελάχιστου βάρους, η ελαχιστοποίηση απωλειών ενέργειας. Σε ορισμένα προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού ζητούμενο είναι η ταυτόχρονη βελτιστοποίηση δύο η περισσοτέρων συναρτήσεων, οι οποίες αντιπαλέυονται η μία την άλλη. Όπως λόγου χάρη στην περίπτωση ενός δομικού προβλήματος όπου ζητούμενο είναι η εύρεση του σχεδιασμού με το ελάχιστο βάρος και ταυτόχρονα η μετατόπιση ή η τάση σε ορισμένα σημεία της κατασκευής να είναι ελάχιστη, τα προβλήματα αυτού του τύπου ονομάζονται *προβλήματα βελτιστοποίησης με πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις* (multi-objective design ή Pareto optimum design).

3.2.3 Συναρτήσεις Περιορισμού

Ο σχεδιασμός ενός δομικού συστήματος επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι σχεδιασμού λάβουν συγκεκριμένες τιμές. Σχεδιασμός, μπορεί να θεωρηθεί και ένα αυθαίρετα ορισμένο δομικό σύστημα, όπως λόγου χάρη μία κυκλική διατομή με αρνητική ακτίνα, ή μία διατομή δακτυλίου με αρνητικό πάχος τοιχώματος, καθώς επίσης και κάθε μη κατασκευάσιμο δόμημα.

Κάθε απαίτηση του μηχανικού εισάγεται στο μαθηματικό μοντέλο βελτιστοποίησης με τη μορφή ανισοτήτων και ισοτήτων οι οποίες ονομάζονται περιορισμοί και βάσει αυτών πραγματοποιείται ο έλεγχος περί του εφικτού ή μή του τρέχοντος σχεδιασμού. Για να έχει νόημα η συμμετοχή του περιορισμού στο μαθηματικό μοντέλο θα πρέπει να είναι εξαρτώμενος τουλάχιστον απο μία μεταβλητή σχεδιασμού του προβλήματος. Οι περιορισμοί που συνήθως επιβάλλονται σε προβλήματα κατασκευών είναι των τάσεων και μετατοπίσεων, των οποίων οι τιμές δεν επιτρέπεται να υπερβαίνουν κάποια καθορισμένα όρια.

Πολλές φορές ο μηχανικός επιβάλλει επιπλέον συναρτήσεις περιορισμών, λόγω αβεβαιοτήτων ή απειρίας, οι οποίες ενδέχεται να είναι άχρηστες, αφού είτε είναι εξαρτημένες απο άλλες, είτε παραμένουν πάντα στην ασφαλή περιοχή. Αυτό έχει ώς αποτέλεσμα τη χωρίς κανένα όφελος διόγκωση των υπολογισμών κυρίως για την περίπτωση των μεθόδων μαθηματικού προγραμματισμού στις οποίες απαιτείται η ανάλυση ευαισθησίας.

Συχνά γίνεται αναφορά σε ενεργούς και ανενεργούς συναρτήσεις περιορισμού. Μιά ανισοτική συνάρτηση περιορισμού $g_j(\mathbf{s})\leq 0$ θεωρείται *ενεργός* (active) σε ένα σημείο $\mathbf{s}^*$ στην περίπτωση που ικανοποιείται η ισότητα, δηλαδή $g_j(\mathbf{s}^*)=0$. Αντίστοιχα η ανωτέρω συνάρτηση περιορισμού καλείται *ανενεργός* (inactive) για ένα σχεδιασμό $\mathbf{s}^*$ στην περίπτωση που ικανοποιείται αυστηρώς η ανισότητα δηλαδή $g_j(\mathbf{s}^*)<0$. Η ανισοτική συνάρτηση περιορισμού θεωρείται ότι παραβιάζεται γα τον σχεδιασμό $\mathbf{s}^*$ στην περίπτωση που λαμβάνει θετική τιμή δηλαδή $g_j(\mathbf{s}^*)>0$. Αντίστοιχα, μία ισοτική συνάρτηση περιορισμού $h_j(\mathbf{s})=0$ θεωρείται ότι παραβιάζεται στο σημείο $\mathbf{s}^*$ αν δεν ισχύει η ισότητα δηλαδή $h_j(\mathbf{s}^*)\neq 0$. Συνεπώς μία ισοτική συνάρτηση περιορισμού ενδέχεται να είναι ενεργός ή να παραβιάζεται. Από όσα αναφέρθηκαν σχετικά με ενεργείς ή όχι συναρτήσεις περιορισμού γίνεται σαφές ότι κάθε εφικτός σχεδιασμός ορίζεται από ενεργούς ή ανενεργούς ανισοτικές συναρτήσεις περιορισμού καθώς και από ενεργείς ισοτικές συναρτήσεις περιορισμού.

Σε κάθε βήμα της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι απίθανο να εμφανίζονται όλες οι συναρτήσεις περιορισμού ως ενεργείς. Βέβαια ο μηχανικός δεν έχει τη δυνατότητα εκ των προτέρων να καθορίσει ποιές από τις συναρτήσεις περιορισμού πρόκειται να είναι ενεργείς και ποιές ανενεργείς σε κάθε βήμα. Για αυτό το λόγο κατά την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης είναι απαραίτητη η χρησιμοποίηση διάφορων τεχνικών αποτελεσματικότερης αντιμετώπισης των συναρτήσεων περιορισμού, οι οποίες βελτιώνουν κατά πολύ την απόδοση των μεθόδων βελτιστοποίησης και

μειώνουν σημαντικά τον χρόνο των υπολογισμών. Ειδικά όταν το πρόβλημα είναι σχετικά μεγάλο, δηλαδή με πολλές μεταβλητές σχεδιασμού και συναρτήσεις περιορισμού έχει σημαντική επίπτωση στην απόδοση της μεθόδου βελτιστοποίησης. Έτσι σε κάθε βήμα εντοπίζονται οι συναρτήσεις περιορισμού που είναι εντός της *ασφαλούς* (safe) περιοχής, δηλαδή ανενεργείς, και οι οποίες δεν επηρεάζουν στην παρούσα φάση τη διαδικασία εύρεσης ενός βελτιωμένου σχεδιασμού προκειμένου να συνεχιστεί η διαδικασία με τις ενεργείς συναρτήσεις περιορισμού.

Μία ενεργής συναρτηση περιορισμού υποδηλώνει ότι η παρουσία της επηρεάζει σημαντικά τη βελτίωση του παρόντος σχεδιασμού. Εξ ορισμού οι ισοτικές συναρτήσεις περιορισμού πρέπει να πληρούνται σε κάθε βήμα κι έτσι συμπεριλαμβάνονται πάντα στο σύνολο των ενεργών συναρτήσεων περιορισμού. Μία ενεργής ανισοτική συνάρτηση περιορισμού σημαίνει ότι στην παρούσα φάση πρέπει να πληρείται ισότητα, έστω και κατά προσέγγιση. Όταν μια συνάρτηση περιορισμού είναι ανενεργής τότε αυτό σημαίνει ότι η παρουσία της δεν παίζει ρόλο τη δεδομένη στιγμή αφού υπερκαλύπτεται απο τις ενεργείς συναρτήσεις περιορισμού. Βέβαια αυτό δεν σημαίνει ότι η συνάρτηση αυτή είναι περιττή αφού μπορεί σε ένα επόμενο βήμα να ενεργοποιηθεί. Συνήθως οι μαθηματικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης για την αύξηση της αποτελεσματικότητας τους χρησιμοποιούν μόνο τις ενεργείς συναρτήσεις περιορισμού. Αλλα και εμπειρικές μέθοδοι βέλτιστου σχεδιασμού, όπως είναι η μέθοδος της *πλήρους εντατικής κατάστασης* (fully-stressed design), βασίζονται στην εκμετάλλευση της ύπαρξης των ενεργών συναρτήσεων περιορισμού.

Για να εντοπιστούν οι ενεργές συναρτήσεις περιορισμού θα πρέπει πρώτα να κανονικοποιηθούν οι τιμές τους στην τάξη μοναδιαίων μεγεθών για να υπάρχει ένα ενιαίο σύστημα αναφοράς τιμών ανεξαρτήτως του είδους της κάθε συνάρτησης περιορισμού. Γιά παράδειγμα, ενδέχεται η τιμή μιας συνάρτησης περιορισμού μετατοπίσεων να είναι της τάξης του 25,000kPa, οπότε γίνεται άμεσα αντιληπτό ότι είναι απαραίτητη η ομοιογενοποίηση των μεγεθών.

Η κανονικοποίηση των τιμών των συναρτήσεων περιορισμού γίνεται σύμφωνα με τις σχέσεις

$$g_j^N(s) = \frac{g_j^1 - g_j}{\left|g_j^1\right|} \leq 0 \tag{3.3}$$

για μία συνάρτηση περιορισμού της μορφής *κάτω ορίου* $g_j \geq g^1_j$, και

$$g_j^N(s) = \frac{g_j - g_j^u}{\left|g_j^u\right|} \leq 0 \tag{3.4}$$

για μία συνάρτηση περιορισμού της μορφής *άνω ορίου* $g_j \leq g^u_j$. Έτσι στην περίπτωση που μία συνάρτηση περιορισμού έχει κανονικοποιημένη τιμή +0.50 τότε παραβιάζει την επιτρεπόμενη τιμή κατά 50%, ενώ εάν έχει κανονικοποιημένη τιμή -0.50 τότε βρίσκεται κατά 50% κάτω από την επιτρεπόμενη τιμή. Συνήθως μέσα στο σύνολο

των ενεργών συναρτήσεων περιορισμού συμπεριλαμβάνονται όσες έχουν κανονικοποιημένη τιμή μεγαλύτερη από -0.1 εώς -0.01. Επίσης επιτρέπεται μία μικρή ανοχή όταν οι συναρτήσεις περιορισμού παραβιάζουν ελάχιστα την επιτρεπόμενη τιμή (0.001 έως -0.005) αφού έτσι κι αλλιώς η όλη διαδικασία προσομοίωσης, ανάλυσης, σχεδιασμού και κατασκευής εμπεριέχει πολλές προσεγγιστικές θεωρήσεις και αβεβαιότητες

Κεφάλαιο 4

ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

4.1 Εισαγωγή

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι αριθμητικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης εμπνευσμένοι από τη διδικασία της φύσης για την εξέλιξη των ειδών. Η μέθοδος είναι γενική και ικανή να εφαρμοστεί σε ένα εξαιρετικά μεγάλο πλήθος προβημάτων. Αντίθετα με άλλες προσεγγίσεις και μεθόδους, δεν έχουν χρησιμοποιηθεί ευρύτατα για την λύση πρακτικών προβλημάτων που μας απασχολούν καθημερινά. Αν και πολλοί γνωρίζουν τη διαδικασία που ακολουθεί κανείς για την εφαρμογή τους, δεν είναι τόσο δημοφιλείς στη χρήση τους όσο άλλες μεθόδοι όπως παράδειγμα τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Γιατί συμβαίνει αυτό είναι δύσκολο να πεί κανείς αφού μπορούν να προσομοιώσουν επαρκώς πρακτικά προβήματα και οι εφαρμογές τους δεν είναι καθόλου περιορισμένες. Το γεγονός ότι έγινε γενίκευση των ιδεών του Δαρβίνου και άλλων για τη λύση πολλών προβλημάτων που συναντάμε στη ζωή δέν είναι τυχαίο αν σκεφτούμε ότι η φύση ξεκινώντας απο κάποιες απλές χημικές ενώσεις κατέληξε στη βιοποικιλότητα που βρίσκεται γύρω μας.

Οπότε μπορεί να αναρωτηθεί κανείς σύμφωνα με τα πιο πάνω, γιατί δεν έγινε η χρήση τους πιο νωρίς. Στην πραγματικότητα η εφαρμογή τους έγινε πολύ νωρίς απο προγραμματιστές που είχαν το όραμα να μιμιθούν ένα η περισσότερα γνωρίσματα της φύσης. Η ιδέα της χρήσης ενός πλυθησμού λύσεων για να απαντηθούν πρακτικά προβήματα βελτιστοποίησης μηχανικού πραγματοποιήθηκε κατά τη διάρκεια των δεκαετιών του 50 και 60. Παρόλα αυτά η εφεύρεση στην ουσία, των γενετικών αλγορίθμων έγινε απο τον John Holland τη δεκαετία του 60. Το βιβλίο του, *Adaption in Natural and Artificial Systems (1975)*, αξίζει να διαβαστεί για τον οραματικό του χαρακτήρα. Πιο πρόσφατοι είναι για πράδειγμα ο De Jong του οποίου η εργασία με το όνομα *Genetic Algorithms are NOT Function Optimizers* μας δίνει να καταλάβουμε ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι κάτι παραπάνω απο μια πολύ καλή μέθοδος για τον υπολογισμό μιας σειράς απο αγνώστους παραμέτρους ενός φυσικού συστήματος.

Ένας τυπικός γενετικός αλγόριθμος αποτελείται απο τα εξής:

1. Έναν αριθμό ή πλυθησμό απο πιθανές λύσεις του προβλήματος μας

2. Έναν τρόπο που να εκτιμά πόσο καλή ή κακή είναι η κάθε λύση που ανήκει σε αυτόν τον πλυθησμό

3. Μιά μέθοδο που να αναμιγνύει κομμάτια των καλύτερων απο τις λύσεις του πλυθησμού για να συνθέσει κάποιες νέες ακόμα καλύτερες

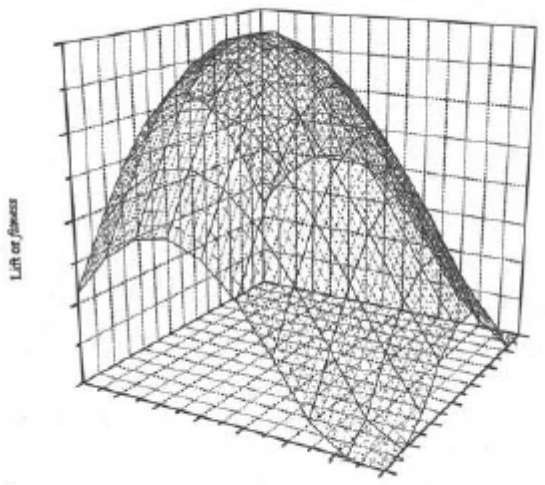
4. Μια διαδικασία μετάλλαξης για αποφυγή του να χαθεί η βιοποικιλότητα μέσα στον πλυθησμό των λύσεων

Με τόσα λίγα που χρειάζονται για τη σύνθεση των γενετικών αλγορίθμων και λαμβάνοντας υπόψην ότι μέσα σε αυτά δεν κρύβονται κάποια δύσκολα ή περίπλοκα μαθηματικά αλλά παρόλα αυτά η απόδοση τους είναι η ζητούμενη, η χρήση τους είναι προσιτή και ελκυστική.

4.1.1 Χώροι αναζήτησης

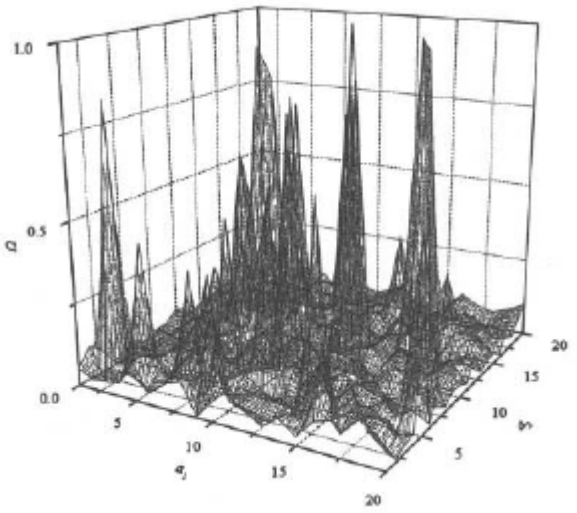
Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης αναζητούμε μέσα από ένα μεγάλο αριθμό πιθανών λύσεων, για την εύρεση αυτής που τελικά το περιγράφει όσο καλύτερα γίνεται. Ένα παράδειγμα θα μπορούσε να είναι η εύρεση της τιμής των παραγόντων που συντελούν στην ανύψωση του φτερού ενός αεροπλάνου. Αν αυτόι οι παράμετροι είναι μόνο δύο, α και β, τότε μπορούμε να αντικαταστήσουμε σε αυτούς ένα μεγάλο πλήθος απο τιμές και για αυτές να υπολογίσουμε την αντίστοιχη ανύψωση. Το διάγραμμα που έχει ως άξονες x, y τις δύο παραμέτρους α, β και στον άξονα z την ανύψωση του φτερού, μας δίνει την εικόνα του χώρου αναζήτησης του προβλήματος μας (βλ. Σχ. 4.1) .

Σε άλλη περίπτωση όμως που οι παράμετροι είναι περισσότεροι απο δύο η απεικόνιση του χώρου αναζήτησης είναι ανέφικτη. Αυτό που μας ενδιαφέρει όμως είναι να έχουμε μια εξίσωση (fitness function) που να μας δίνει το πόσο καλή ή κακή είναι η κάθε λύση. Παράδειγμα εδώ στην ανύψωση του φτερού του αεροπλάνου, όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της, τόσο πιό καλή θεωρείται και η επιλογή του ζεύγους των παραμέτρων α, β.



Σχ. 4.1 Ο χώρος αναζήτησης για το πρόβλημα με την ανύψωση του φτερού ενός αεροπλάνου

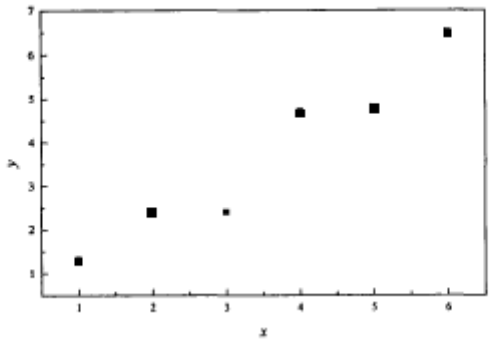
Η τοπογραφία ενός χώρου αναζήτησης μπορεί να είναι εξαιρετικά περίπλοκη. Σε ένα απλό παράδειγμα ενός χώρου των τριών διατάσεων μπορεί να υπάρχουν πλείστες κορυφές των οποίων τα ύψη να διαφέρουν και που μεταξύ τους να χωρίζονται απο κοιλάδες των οποίων ο αποστάσεις να κυμαίνονται (βλ. Σχ. 4.2). Η ψηλότερη των κορυφών ονομάζεται καθολικό μέγιστο ενώ οι πιο μικρές ονομάζονται τοπικά μέγιστα. Οι γενετικοί αλγόριθμοι παρόλη την περιπλοκότητα που μπορεί να έχει ο χώρος αναζήτησης έχουν την δυνατότητα προσέγγισης της βέλτιστης λύσης κάτι που αποτυγχάνουν να κάνουν συνήθεις μαθηματικές πρακτικές.



Σχ. 4.2 Χώρος αναζήτησης με πολλά τοπικά μέγιστα και ελάχιστα σημεία

Ας υποθέσουμε ότι μας δίνεται ένα πλήθος πειραματικών δεδομένων τα οποία μπορούμε να αναπαραστήσουμε σε ένα διδιάστατο χώρο (βλ. Σχ. 4.3). Ένας τρόπος για να βρούμε τη σχέση που τα συνδέει είναι σύμφωνα με τη σχέση :

$$y_j = mx_j + c$$

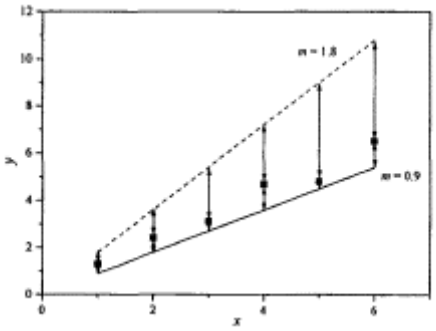


Σχ. 4.3 Πειραματικά δεδομένα

Αυτό που πρέπει να καθορίσουμε τώρα είναι οι συντελεστές m και c. Αν υποθέσουμε ότι για κάποιο λόγο η ευθεία που αναπαριστά η σχέση αυτή περνάει απο την αρχή των αξόνων τότε c=0. Ένας γνωστός τρόπος εύρεσης της βέτιστης ευθείας που να περνάει μέσα απο μία ομάδα σημείων είναι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων.

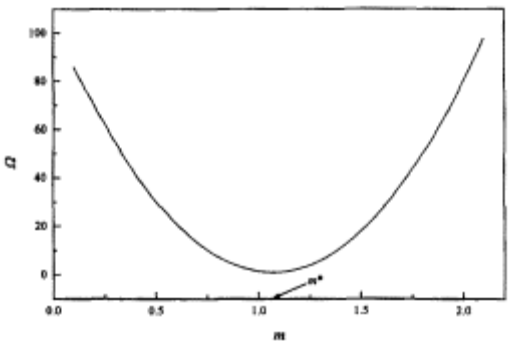
$$\Omega = \sum_{j=1}^{n} (\bar{y}_j - y_j)^2 \Rightarrow \Omega = \sum_{j=1}^{n} (\bar{y}_j - m x_i)^2$$

Στην ουσία αυτή η συνάρτηση βρίσκει το άρθροισμα της κάθετης απόστασης των πειραματικών σημείων απο την υπο διερεύνηση ευθεία που προσεγγίζει τα σημεία. Το m που ψάχνουμε είναι αυτό που θα μας δώσει την ελάχιστη τιμή του Ω.



Σχ. 4.4 Αναζήτηση της βέλτιστης ευθείας που προσεγγίζει τα σημεία

Οπότε αυτό που μπορούμε να κάνουμε είναι να σχεδιάσουμε το χώρο αναζήτησης του προβλήματος μας μιάς και το πρόβλημα μας έχει μία μόνο παράμετρο (βλ. Σχ. 4.5).

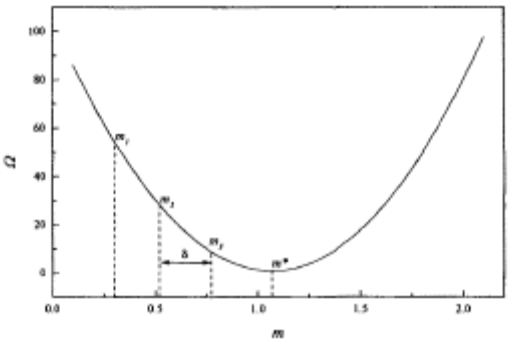


Σχ. 4.5 Χώρος αναζήτησης για Ω-m

Τώρα φαίνεται πια καθαρά ότι η βέλτιστη λύση για το πρόβλημα μας δίνεται απο την τιμή $m=m^*=1.1$. Για να παράξουμε όμως το χώρο αναζήτησης έπρεπε να αντικαταστήσουμε στην παράμετρο m ένα μεγάλο πλήθος τιμών. Αυτός ο τρόπος αναζήτησης ονομάζεται αριθμητική αναζήτηση. Σε πιό μεγάλα προβλήματα με πολύ περισσότερες παραμέτρους και για μία συνάρτηση αντίστοιχη της Ω της οποίας ο υπολογισμός θα ήταν περίπλοκος η εύρεσης της λύσης θα είχε πολύ μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Παράδειγμα για την εύρεση δέκα παραμέτρων με ακρίβεια ενός εκατοστού θα έπρεπε να γίνουν 100^{10} υπολογισμοί. Αν η υπολογιστική μας ταχύτητα είναι 1000 υπολογισμοί το δευτερόλεπτο τότε θα χρειαζόμασταν $3x10^9$ χρόνια για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Οπότε απο αυτή τη διαπίστωση ξέρουμε

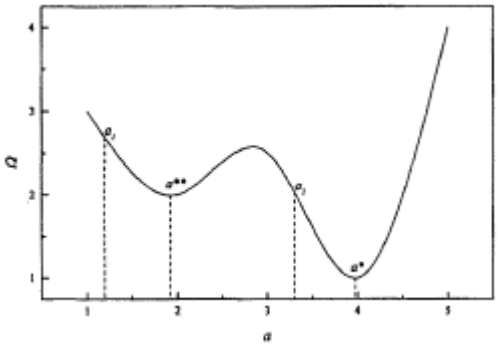
ότι αυτή η μέθοδος δεν είναι καθόλου πρακτική και οι εφαρμογές της είναι πολύ περιορισμένες.

Μία άλλη προσέγγιση είναι ο υπολογισμός της συνάρτησης Ω για δύο σημεία m_1 και m_2. Αφού κάνουμε την σύγκριση $\Omega(m_1) > \Omega(m_2)$ μπορούμε να επιλέξουμε ένα τρίτο σημείο $m_3=m_2+\delta$ για το οποίο η συνάρτηση Ω παίρνει ακόμα μικρότερη τιμή και ούτω κάθε εξής. Αν συνεχίσουμε αυτή τη διαδικασία είναι σίγουρο ότι κάποια στιγμή θα καταλήξουμε στο βέλτιστο σημείο (βλ. Σχ. 4.6).



Σχ. 4.6 Προσέγγιση του βέλτιστου σημείου

Όπως φαίνεται αυτή η μεθοδολογία είναι πολύ καλύτερη απο την προηγούμενη αφού θα φτάσουμε στην επιθημητή λύση με πολύ λιγότερους υπολογισμούς οπότε και σε πολύ λιγότερο χρόνο. Σίγουρα για αυτή την περίπτωση μπορεί η μέδοδος αυτή να είναι ικανοποιητική όμως τι γίνεται όταν ο χώρος αναζήτησης έχει μια άλλη λίγο πιο σύνθετη μορφή όπως αυτήν στο σχήμα 4.7 :



Σχ. 4.7 Ένας πιο σύνθετος χώρος αναζήτησης Ω-m

Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου θα εξαρτηθεί απο το σημείο εκκίνησης της. Μην ξεχνάμε οτι σε αυτή τη μέθοδο δεν έχουμε την πλήρη εικόνα του χώρου αναζήτησης παρά μόνο τις τιμές σε συγκεκριμένα σημεία. Οπότε αν ξεκινήσουμε από το σημείο α_1 τότε θα καταλήξουμε στο τοπικό ελάχιστο που δίνει το σημείο α^{**}, ενώ αν ξεκινήσουμε απο το σημείο α_2 θα καταλήξουμε στο καθολικό ελάχιστο που δίνει το σημείο α^{*}, που είναι και η πραγματική λύση που αναζητούμε. Οπότε τώρα πιά αυτή η μέθοδος δεν φαίνεται και τόσο αποτελεσματική. Μιά λύση σε αυτό το πρόβλημα είναι να έχουμε πολλά σημεία εκκίνησης ώστε οι πιθανότητες μας να φτάσουμε στην βέλτιστη λύση να είναι μεγαλύτερες. Αλλά ακόμα και έτσι σε ένα πολύ περίπλοκο

χώρο αναζήτησης πως θα ξέρουμε ποιός είναι ένας ικανοποιητικός αριθμός σημείων εκκίνησης και πως μπορούμε να είμαστε σίγουροι για τη λύση που θα πάρουμε. Επιπλέον έτσι το υπολογιστικό κόστος αυξάνεται ανεπυθήμητα ειδικά όταν το πρόβλημα μας έχει πολλές μεταβλητές και τα όρια του χώρου αναζήτησης είναι μεγάλα. Σύμφωνα με τα πιο πάνω μπορούμε να κρίνουμε οτι και αυτή η μέθοδος είναι αναποτελεσματική.

Σε αντίθεση όμως με τις προαναφερθείσες μεθόδους οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν το πλεονέκτημα του ότι ξεκινάνε απο διάσπαρτα μέρη του χώρου αναζήτησης αλλά έχουν την ικανότητα να ξεπερνάνε τα τοπικά ακρότατα και να εντοπίζουν το καθολικό βέλτιστο σημείο της υπο διερεύνηση συνάρτησης (fitness function), η οποία αποτελεί και την αντικειμενική συνάρτηση στο πρόβλημα βελτιστοποίησης.

4.1.2 Γενετικοί Αλγόριθμοι (Γ.Α.)

Όπως έχω αναφέρει και πιο πάνω οι ΓΑ ξεκινάνε με ένα πλυθησμό απο αρχικές λύσεις οι οποίες είναι διασκορπισμένες τυχαία στο χώρο αναζήτησης όπου με μια διαδικασία που αποτελείται απο τρία σκέλη και η οποία επαναλαμβάνεται σε ένα πλήθος βημάτων καταλήγει στο καθολικό βέλτιστο σημείο. Τα τρία σκέλη είναι τα εξής:

Επιλογή (Selection):

Σε αυτό το σκέλος ουσιαστικά ο αλγόριθμος προσομειώνει τη διαδικασία της φύσης στην οποία απο δίαφορους πλυθησμούς ζώων απο αυτά επιβιώνουν τα καλύτερα. Αυτά δηλαδή που λόγω της δομής τους προσαρμόζονται και επιβιώνουν πιο εύκολα στο φυσικό περιβάλλον στο οποίο βρίσκονται. Έτσι και εδώ αφού γίνει ο υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης για τις διάφορες λύσεις του πλυθησμού γίνεται η επιλογή ενός μόνο αριθμού απο αυτές οι οποίες έχουν την μεγαλύτερη ή την μικρότερη τιμή ανάλογα αν έχουμε ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης. Το μέγεθος του πλυθησμού πάντα καθορίζεται απο τον χρήστη όπως επίσης και ο αριθμός των λύσεων που θα περάσουν στο επόμενο βήμα.

Ανταλλαγή Γενετικών Πληροφοριών (Crossover):

Εδώ πραγματοποιείται κάτι παρόμοιο με την διαδικασία αναπαραγωγής στη φύση. Ξεκινάμε με την επιλογή ζεύγους λύσεων του πλυθησμού. Στη συνέχεια επιλέγουμε ένα οι περισσότερα σημεία (crossover point) τα οποία χωρίζουν τις τιμές των παραμέτρων κάθε ζεύγους λύσεων σε δύο οι περισσότερς ομάδες. Ακολούθως μέσα σε κάθε ζεύγος κάνουμε ανταλλαγή των ομάδων τιμών μεταξύ των δύο λύσεων και με αυτό τον τρόπο παράγουμε δύο καινούργιες λύσεις.

Μετάλλαξη(Mutation):

Όπως γίνεται και στο γενετικό κώδικα των ειδών με το πέρασμα του χρόνου, κάποια

γονίδια να αλλάζουν μορφή έτσι και εδώ σε κάθε λύση του πλυθησμού με τυχαίο τρόπο αλλάζουν καποιες τιμές των παραμέτρων.

Κάθε φορά που εκτελούνται αυτά τα τρία σκέλη της διαδικασίας καταλήγουμε σε έναν καινούργιο πλυθησμό λύσεων ο οποίος προήλθε απο τον προηγούμενο. Δηλαδή ουσιαστικά παιρνάμε απο την προηγούμενη γενεά στην επόμενη. Για να καταλήξουμε στη βέλτιστη λύση πρέπει να παραχθεί ένας συγκεκριμένος αριθμός γενεών ή η διαδικασία να σταματήσει λόγω της πλήρωσης ενός κριτηρίου που ορίζει ο χρήστης.

Παράδειγμα 1:

Μεγιστοποίηση της συνάρτησης

$f(x) = x^2$ *για ακέραιες τιμές του* x $0 \leq x \leq 4095$

Οι αριθμοί έχουν πάντα τη μορφή 01. Για την εύρεση της αντιστοιχίας της διαδικής μορφής ενός αριθμού με την πραγματική του μορφή είναι η εξής:

πχ 100101 έχουμε πλήθος θέσεων n=6. Οπότε για κάθε θέση n βρίσκω εναν αριθμό που είναι (ψηφίο θέσης)x$2^{(n-1)}$. Αφού βρώ τον αριθμό για όλες τις θέσεις, τους προσθέτω όλους μαζί. Δηλαδή εδώ :

$100101=1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0=37$.

Πρώτη Γενεά

population member	string	x	fitness
1	*110101100100*	3428	11751184
2	*010100010111*	1303	1697809
3	*101111101110*	3054	9326916
4	*010100001100*	1292	1669264
5	*011101011101*	1885	3553225
6	*101101001001*	2889	8346321
7	*101011011010*	2778	7717284
8	*010011010101*	1237	1530169

1° Σκέλος (Selection):

temp. pop. member	string	x	fitness
1	*110101100100*	3428	11751184
2	*101111101110*	3054	9326916
3	*101101001001*	2889	8346321
4	*101011011010*	2778	7717284

2° Σκέλος (Crossover):

Επιλογή σημείου και πραγματοποίηση ανταλαγής πληροφοριών για ένα ζεύγος λυσεων . Η επιλογή των ζευγών να σημειώσουμε εδώ πρέπει να είναι παντοτε τυχαία.

parents	children
000/100011100	*000001101010*
111/001101010	*111100011100*

Οπότε έχουμε τις τέσσερις καλύτερες λύσεις του αρχικού πλυθησμού που είχαμε πάρει απο το πρώτο σκέλος και αφού κάνουμε ανταλλαγή πληροφορίων μεταξύ τους με τυχαία επιλογή δύο ζευγών παράγουμε ακόμα τέσσερις καινούργιες λύσεις.

population member	string	x	fitness
1	*11/0101100100*	3428	11751184
2	*10/1111101110*	3054	9326916
3	*101101/001001*	2889	8346321
4	*101011/011010*	2778	7717284
5	*111111101110*	4078	16630084
6	*100101100100*	2404	5779216
7	*101101011010*	2906	8444836
8	*101011001001*	2761	7623121

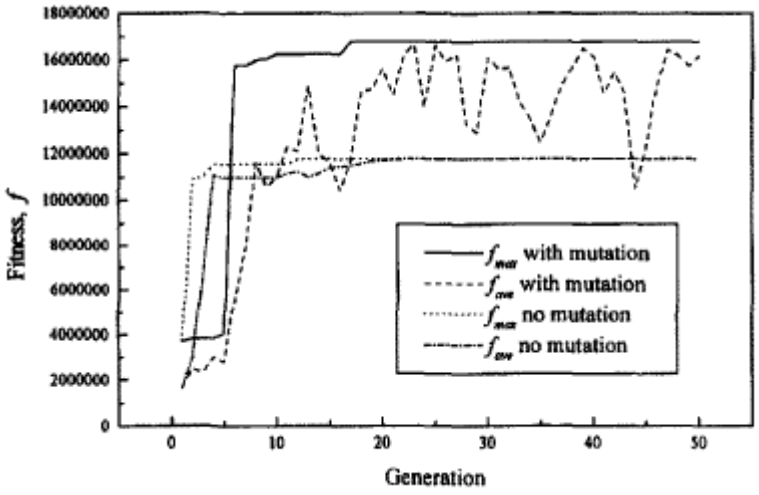
Μόνο με την εκτέλεση δύο βημάτων απο τη διαδικασία για τη μεταφορά στην επόμενη γενεά μπορούμε να δούμε ότι η καλύτερη λύση του αρχικού πλυθησμού ήταν 11751184 ενώ τώρα έιναι 16630084 ενώ η μέση τιμή των αρχικών λύσεων ήταν 5065797 ενώ τώρα είναι 8402107. Αν δεν εφαρμόσουμε και το τρίτο σκέλος που είναι η μετάλλαξη και προχωρήσουμε στο πρώτο σκέλος της επόμενης γενεάς τοτε έχουμε.

temp. pop. member	string	x	fitness
1	*110101100100*	3428	11751184
2	*101111101110*	3054	9326916
3	*101101011010*	2906	8444836
4	*111111101110*	4078	16630084

Βλέπουμε εδώ ότι το τελευταίο ψηφίο εδώ σε όλες τις λύσεις είναι 0. Οπότε στις επόμενες γενεές δεν πρόκειται να παραχθεί κανένας απόγονος που να έχει το ψηφίο 1 στο τέλος. Συνέπεια αυτού είναι να χαθεί η λύση 111111111111 η οποία έιναι και η τιμή που ψάχνουμε. Αν όμως βάλουμε στο παιχνίδι και το τρίτος σκέλος της διαδικασίας παραγωγής κάθε γενεάς, το ψηφίο 1 μπορεί να επανέλθει στο τέλος του διαδικού αριθμού και η πραγματική λύση δεν θα χαθεί. Εδώ φαίνεται και η αξία της διαδικασίας μετάλλαξης, η οποία μέσω της διατήρησης όλων των αρχικών γενετικών πληροφοριών οδηγεί στην βιοποικιλότητα ή εδώ στην ποικικομορφία των τιμών καθώς και στην αποφυγή της προσκόλλησης σε ένα τοπικό ακρότατο.

Περιληπτικά η διαδικασία επιλογής διαλέγει τις καλύτερες λύσεις του πλυθησμού, η διαδικασία ανταλλαγής πληροφορίων οδηγεί στην παραγωγή ακόμα καλύτερων λύσεων και οδηγεί σε καινούργιες περιοχές αναζήτησης, ενώ η διαδικασία

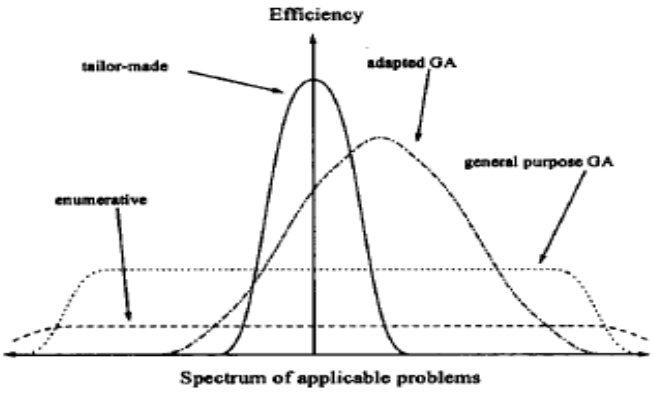
μετάλλαξης δίνει τη δυνατότητα αποφυγής του εγκλωβισμού σε τοπικό ακρότατο αφού διατηρεί όλες τις αρχικές γενετικές πληροφορίες οπότε και την διαθεσιμότητα για διερεύνηση όλων των περιοχών του χώρου αναζήτησης.



Σχ. 4.8 Εδώ φαίνεται η διαφορά μεταξύ της χρήσης και της μή χρήσης της διαδικασίας μετάλλαξης στην αποτελεσματικότητα του ΓΑ

4.2 Βελτίωση του αλγόριθμου

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι για την επίλυση διαφόρων προβημάτων. Σίγουρα για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβήματος πιο αποτελεσματική θα ήταν μια μέθοδος ειδικά προσαρμοζμένη σε αυτό. Αυτό που μας απασχολεί όμως και έχει περισσότερο ενδιαφέρον είναι να βρούμε μεθόδους που να έχουν μια πιο γενική εφαρμογή και παράλληλα η απόδοση τους να είναι ικανοποιητική. Τέτοια μέθοδος είναι και οι γενετικοί αλγόριθμοι που παρουσιάζουν έντονο ενδιαφέρον αφού με κατάλληλες μικρές προσαρμογές μπορούν να φανούν χρήσιμοι για την επίλυση ενός μεγάλου εύρους προβλημάτων που μας απασχολούν.



4.2.1 Απεικόνιση Πραγματικών Αριθμών

Όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, σε ένα ΓΑ γίνεται χρήση της δυαδικής μορφής των αριθμών και στο Παράδειγμα 1 που αναφέραμε δείξαμε πως γίνεται η αντιστοιχία μιας δυαδικής μορφής με έναν ακέραιο αριθμό. Σε όλα τα προβλήματα όμως δεν κυριαρχούν οι ακέραιοι αριθμοί αλλά οι πραγματικοί. Εδω θα δείξουμε πως γίνεται η ανάλογη αντιστοιχία μιάς δυαδικής μορφής με έναν μη ακέραιο αριθμό.

$$r = mz + c \qquad (\Sigma\chi.\ 4.1)$$

Στη σχέση 4.1 το r είναι ο πραγματικός αριθμός, το z η ακέραια τιμή της δυαδικής μορφής και c είναι μια πραγματική σταθερά. Η τιμή του z ανάλογα με το μήκος της δυαδικής μορφής μπορεί να πάρει δύο ακραίες τιμές την z_{min} και z_{max}. Η z_{min} είναι πάντα η ίδια και ισούται με 0. Η z_{max} παίρνει την μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει μια δυαδική μορφή ανάλογα με το πλήθος των ψηφίων απο τα οποία αποτελείται. Παράδειγμα αν έχω πλήθος ψηφίων n=6,7,8 τότε η τιμή της είναι αντίστοιχα :

$z_{max}=111111=1*2^5+1*2^4+1*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0=63$

$z_{max}=1111111=1*2^6+1*2^5+1*2^4+1*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0=127$

$z_{max}=11111111=1*2^7+1*2^6+1*2^5+1*2^4+1*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0=255$

Ο γενικός τύπος είναι $z_{max}=2^l-1$. Όπου l είναι το πλήθος των ψηφίων του δυαδικού αριθμού. Οπότε απο τίς δύο ακραίες αυτές τιμές του z έχω και τις αντίστοιχες τιμές του r σύμφωνα με τη σχέση 4.1.

$$r_{max} = mz_{max} + c \qquad (\Sigma\chi.\ 4.2)$$

$$r_{min} = mz_{min} + c \qquad (\Sigma\chi.\ 4.3)$$

Αν αφαιρέσω αυτές τις δύο σχέσεις θα πάρω:

$$r_{max} - r_{min} = m(z_{max} - z_{min})$$

ή

$$m = \frac{r_{max} - r_{min}}{2^l - 1} \qquad (\Sigma\chi.\ 4.4)$$

Επίσης ξέρω ότι $z_{min} = 0$ οπότε:

$$c = r_{min} \qquad (\Sigma\chi.\ 4.5)$$

Αν αντικαταστήσω την σχέση 7.4 και 7.5 στη σχέση 7.1 καταλήγω στη σχέση:

$$r = \frac{r_{max} - r_{min}}{2^l - 1} z + r_{min} \qquad (\Sigma\chi.4.6)$$

Απο την οποία μπορώ να υπολογίσω την τιμή του πραγαμτικού αριθμού.

Παράδειγμα 2:

Έστω ότι θέλω να αποδόσω έναν αριθμό μεταξύ του 2.2 και του 3.9 και η δυαδική μορφή της τιμής της παραμέτρου μου είναι 10101, τότε :

x=10101 => z=21

$$r = \frac{3.9 - 2.2}{2^5 - 1} 21 + 2.2 = 3.3516$$

Εδώ υπάρχει ένα θέμα όμως ως προς την ακρίβεια των τιμών της λύσης. Η επόμενη δυαδική μορφή απο την 10101 είναι 10110=22 και η οποία αντιστοιχεί στον πραγματικό αριθμό r=3.4065. Εδώ μπορεί να παρατηρήσει κανείς ότι η απεικόνιση μεταξύ των αριθμών 3.3516 και 3.4065 δεν είναι δυνατή. Οπότε αν η λύση μας κρύβεται μέσα σε αυτό το διάστημα εμείς δεν θα μπορούμε να την εντοπίσουμε. Ένας τρόπος αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος είναι είτε να μειώσουμε το διάστημα στο οποίο αναζητούμε την τιμή της παραμέτρου μας ή να αυξήσουμε το πλήθος των ψηφίων της δυαδικής μορφής απο την οποία θα προκύψει ο πραγματικός αριθμός. Μια καλή τιμή του πλήθους l των ψηφίων της δυαδικής μορφής είναι το 20 που αντιστοιχεί σε ακρίβεια ενός χιλιοστού. Βέβαια το διάστημα μεταξύ των ορίων των τιμών πρέπει να είναι το ελάχιστο δυνατό ενώ το μήκος της δυαδικής μορφής δεν πρέπει να είναι και πολύ μεγάλο, ειδικά σε προβήματα που έχουν μεγάλο αριθμό αγνώστων παραμέτρων.

4.2.2 Πρόβλημα πολλών αγνώστων παραμέτρων

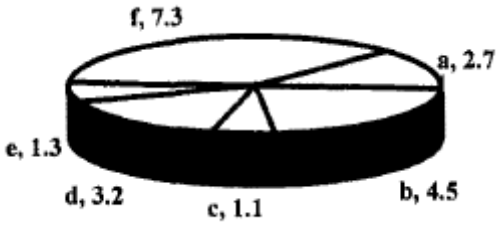
Μέχρι τώρα μιλούσαμε για προβλήματα τα οποία είχαν μόνο μια άγνωστη παράμετρο. Τι γίνεται όμως στην περίπτωση που έχουμε περισσότερες απο μία παραμέτρους. Το μόνο κομμάτι που διαφέρει ουσιαστικά, σε αυτήν την περίπτωση είναι η απεικόνιση των τιμών των παραμέτρων στη δυαδική τους μορφή. Για κάθε ομάδα τιμών των παραμέτρων βάζω την δυαδική μορφή της τιμής της κάθε μεταβλητής τη μία δίπλα στην άλλη. Δηλαδή αν έχω δύο παραμέτρους και μία επιλογή των τιμών τους είναι α=10110 και β=11000, η δυαδική μορφή και των δύο είναι 1011011000. Βέβαια το μήκος δηλαδή το πλήθος των ψηφίων της δυαδικής μορφής των τιμών των παραμέτρων δεν πρέπει κατανάγκη να έιναι ίδιος οπότε μπορούμε για τις τιμές κάθε παραμέτρου να έχουμε διαφορετική ακρίβεια κερδίζοντας έτσι υπολογιστικό χρόνο. Επίσης τα σημεία τα οποία θα διαλέγουμε για ανταλλαγή πληροφοριών δεν πρέπει να βρίσκονται στα σημεία που χωρίζουν μεταξύ τους οι δυαδικές μορφές των τιμών των παραμέτρων αλλά μέσα στις δυαδικές μορφές των τιμών κάθε παραμέτρου.

4.2.3 Μετάλλαξη

Με τη δυαδική μορφή των τιμών η πραγματοποίηση της μετάλλαξης είναι εύκολη. Μια καλή τιμή της πιθανότητας μετάλλαξης P_m είναι 0.001 [1,2]. Δηλαδή κάθε 1000 ψηφία που θα βρίσκει η διαδικασία να αλλάζει το ένα και να το κάνει απο 0 σε 1 και αντίστροφα. Φυσικά το ποιό σωστό είναι η πιθανότητα αυτή να αλλάζει ανάλογα και με το εκάστοτε πρόβλημα ώστε η απόδοση του αλγόριθμου να είναι η καλύτερη δυνατή. Πολλοί χρησιμοποιούν τύπους όπως $P_m=1/L$ ή $P_m=1/(N\sqrt{L})$ όπου N είναι το μέγεθος του πλυθησμού. Κάποιοι άλλοι [3] πάλι αντί να μετατρέπουν το ψηφίο 0 σε 1 και το αντίστροφο όποτε ικανοποιείται η πιθανότητα μετάλλαξης απλά γίνεται τυχαία επιλογή μεταξύ του 0 και του 1 για την αντικατάστση της θέσης. Έτσι η πραγματική πιθανότητα μετάλλαξης είναι η μισή της δωθήσας P_m αφού υπάρχει πιθανότητα 50% η αντικατάσταση να είναι η ίδια με την παλιά τιμή.

4.2.4 Επιλογή

Στο Παράδειγμα 1 η διαδικασία της επιλογής έγινε επιλέγοντας τους μισούς καλύτερους απο τον αρχικό πλυθησμό. Αυτός ο τρόπος δεν είναι και πολύ καλός αφού δεν κάνει διάκριση μεταξύ του ποιά λύση είναι καλή και ποιά είναι ακόμα καλύτερη. Ένας εναλλακτικός τρόπος του οποίου συνηθίζεται η χρήση, λέγεται *fitness-proportional selection* ή διαφορετικά *roulette wheel selection*. Για την επιλογή της λύσης που θα προχωρήσει στο επόμενο βήμα της διαδικασίας ακολουθούμε τα εξής. Για αρχή υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για όλες τις λύσεις του πλυθησμού. Έπειτα υπολογίζεται το άρθροισμα των τιμών αυτών της αντικειμενικής συνάρτησης. Στη συνέχεια υπολογίζεται ένας τυχαίος αριθμός μεταξύ του 0 και του αρθροίσματος των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης. Τέλος αρχίζουμε να προσθέτουμε τις τιμές των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης, πάντα με μία συγκεκριμένη σειρά, και μόλις ξεπεραστεί η τιμή του τυχαίου αριθμου που υπολογίσαμε πρίν, κοιτάμε να δούμε ποιάς λύσης η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης προστέθηκε τελευταία. Αυτή είναι και η λύση που επιλέγεται να περάσει στο επόμενο βήμα της διαδικασίας. Με αυτόν τον τρόπο η επιλογή της κάθε λύσης εξαρτάται απο το πόσο μεγάλη είναι η συμμετοχή της στο συνολικό άρθροισμα των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης.



4.2.5 Ελιτισμός (Elitism)

Η προαναφερθήσα μέθοδος επιλογής δεν εγγυάται ότι κάθε φορά που πραγματοποιείται η διαδικασία, η καλύτερη λύση θα περάσει στο επόμενο βήμα και συνεπώς και στην επόμενη γενεά. Η μόνη περίπτωση να γίνει αυτό είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για αυτή τη λύση να είναι υπερβολικά μεγαλύτερη απο τις αντίστοιχες τιμές των άλλω λύσεων. Αυτό που μπορούμε να κάνουμε είναι για κάθε γενεά αφού εντοπιστεί η καλύτερη λύση αυτή να μεταβιβάζεται κατευθείαν στην επόμενη γενεά. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται ελιτισμός.

Με την προϋπόθεση ότι ο ελιτισμός εφαρμόζεται, το γεγονός οτι στη διαδικασία επιλογής δεν γίνονται δεκτές πάντα οι καλύτερες λύσεις θα οδηγήσει σε μία αργή σύγκλιση του αλγόριθμου στη βέλτιστη λύση, δίνοντας του έτσι την ευκαιρία να εξερευνήσει πολύ περισσότερες περιοχές του χώρου αναζήτησης.

4.2.6 Ανταλλαγή Πληροφοριών

Ακόμα και στη διαδικασία ανταλλαγής πληροφοριών μπορεί να γίνει εισαγωγή μίας πιθανότητας P_c για το πότε να πραγματοποιείται. Κάθε φορά και για κάθε ζεύγος γίνεται η επιλογή ενός τυχαίου αριθμού R_c μεταξύ του 0 και του 1. Στην περίπτωση που $R_c \leq P_c$ γίνεται ανταλλαγή των πληροφοριών ενώ στην άλλη περίπτωση όχι. Τυπικές τιμές του P_c είναι 0.4-0.9.

Αν δεν πραγματοποιείται η διαδικασία ανταλλαγής πληροφοριών, καθώς παιρνάμε απο τη μία γενεά στην άλλη η μέση τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του πλυθησμού θα τείνει να εξισωθεί με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της καλύτερης λύσης. Η μόνη βελτίωση μετά απο αυτό θα επέλθει μόνο μέσω της διαδικασίας μετάλλαξης. Ουσιαστικά η διαδικασία ανταλλαγής πληροφοριών με το να παίρνει διαφορετικά κομμάτια απο διάφορες λύσεις και να τις κάνει ένα, επιτρέπει στον ΓΑ να εξερευνά καινούργιες περιοχές του χώρου αναζήτησης.

Η επιλογή του σημείου για το οποίο θα γίνει η ανταλλαγή πληροφοριών [2,4] καθορίζεται τυχαία για κάθε ζεύγος και δίνεται απο τη τιμή R_L η οποία κυμαίνεται μεταξύ του 1 και του L-1, όπου L το μήκος της δυαδικής μορφής η αλλιώς το πλήθος των ψηφίων της. Κάθε νέος πλυθησμός έχει πλήθος N ίδιο με αυτό του αρχικού, ο οποίος θα προκύψει αφού έχει πραγματοποιηθεί η διαδικασία της επιλογής και της ανταλλαγής πληροφοριών στον πλυθησμό της προηγούμενης γενεάς. Στη συνέχεια ακολουθεί η διαδικασία μετάλλαξης για τον καινούργιο αυτό πλυθησμό με εξαίρεση τη καλύτερη λύση σε περίπτωση που ακολουθείται η διαδικασία ελιτισμού. Αφού γίνουν και τα τρία αυτά στάδια μπορούμε να προχωρήσουμε για τη δημιουργία της επόμενης γενεάς.

4.2.7 Επιλογή Αρχικού Πλυθησμού

Ο αρχικός πλυθησμός είναι συνήθως μια τυχαία επιλογή απο ομάδες τιμών. Μια πιο καλή προσέγγιση θα ήταν για κάθε άτομο του πλυθησμού να γίνονταν πολλές τυχαίες επιλογές απο ομάδες τιμών και στο τέλος να κρατάγαμε αυτήν για την οποία η αντικειμενική συνάρτηση δίνει καλύτερη τιμή. Μια άλλη εναλλακτική είναι η χρήση των προσεγγιστικών λύσεων που δίνουν άλλες μέθοδοι στο πρόβλημα μας.

4.2.8 Άλλες Εξελικτικές Προσεγγίσεις

Οι γενετικοί αλγόριθμοι δεν είναι η μόνη εξελικτική προσέγγιση για την αναζήτηση βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα.

Ο Εξελικτικός Προγραμματισμός (Evolutionary Programming) [5] βασικά χρησιμοποιεί τις πραγματικές τιμές των παραμέτρων στη διαδικασία και όχι την δυαδική τους μορφή. Όλα τα N άτομα του πλυθησμού επιλέγονται και με τη χρήση μιάς προσαρμοζώμενης διαδικασίας μετάλλαξης παράγουν ίδιο το πλήθος N απογόνους. Η επόμενη γενιά προκύπτει απο τα 2N άτομα (γονείς και απόγονους) μέσω μιας διαδικασίας επιλογής με κριτήριο του πόσο καλή είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το κάθε ένα απο αυτά.

Οι Στρατηγικές Εξέλιξης (Evolution Strategies) αρχικά χρησιμοποιούσαν N=1 για το μέγεθος του πλυθησμού και την εκτέλεση των διαδικασιών μετάλλαξης και επιλογής. Η μέθοδος επεκτάθηκε [6] στο N>1, χρησιμοποιώντας τη μετάλλαξη και την ανταλλαγή πληροφοριών για να παράξει περισσότερους απο N απογόνους. Τέλος ακολουθεί την διαδικασία της επιλογής για να μειώσει το μέγεθος του πλυθησμού σε N άτομα.

4.3 Το Υπόβαθρο των ΓΑ

Ο λόγος για τον οποίο οι ΓΑ είναι αποτελεσματικοί είχε γίνει θέμα συζήτησης και χρειάστηκε πολλή δουλειά πριν απαντηθούν πολλά ερωτήματα. Το επιστημονικό υπόβαθρο τους προσεγγίστηκε με δύο τρόπους. Ο ένας βασίζεται στη μαθηματική ανάλυση της διαδικασίας που κρύβεται πίσω απο τη μέθοδο και ο άλλος σε προσομοιώσεις πάνω σε εξισώσεις που αντικατοπτρίζουν ορισμένες πτυχές προβλημάτων στα οποία εφαρμόστηκαν οι ΓΑ.

Υπάρχουν πολλοί καλοί λόγοι που να εξηγούν γιατί ακόμα και εμείς που απλά εφαρμόζουμε τη μέθοδο πρέπει να έχουμε κάποιο θεωρητικό υπόβαθρο. Συγκεκριμένα είναι πολύ σημαντικό να ξέρουμε σε ποιά προβήματα οι ΓΑ αποδίδουν καλά ή όχι (ή αν δουλεύουν και καθόλου). Εξίσου σημαντικό είναι να γνωρίζουμε σε ποιές περιπτώσεις αυτοί οι αλγόριθμοι μπορεί να υπερισχύουν κάποιων πιο παραδοσιακών μεθόδων.

Σε αυτά που ακολουθούν γίνεται λόγος τόσο για τις πιο θεωρητικές όσο και για τις πιο πρακτικές προσεγγίσεις του θέματος [7,8,9]. Η θεωρητική προσέγγιση βασίζεται στη θεωρία σχημάτων του Holland, ενώ η πρακτική στη συστηματική προσαρμογή κάποιων εσωτερικών ρυθμίσεων κατά τη χρήση των ΓΑ για την αντιμετώπιση μιας σειράς απο εξισώσεις ελέγχου της απόδοσης τους. Αναγκαίες είναι και οι δύο προσεγγίσεις αφού η πιο θεωρητική κάνει χρήση της δυαδικής μορφής των αριθμών και συγκεκριμένων μεθόδων επιλογής (fitness-proportional selection) καθώς και συναρτήσεων (pseudo boolean functions) ενώ η πιο πρακτική έχει ένα μεγαλύτερο εύρος τρόπων αναπαράστασης των τιμών των παραμέτρων καθώς και μεθόδων επιλογής.

4.3.1 Συναρτήσεις ελέγχου (test functions)

Υπάρχουν διάφορες θεωρητικές συναρτήσεις (δεν αντικατοπρίζουν δηλαδή κάποιο πραγματικό πρόβλημα) που ονομάζονται συναρτήσεις ελέγχου, οι οποίες χρησιμοποιούνται συχνά για να εξετάσουν τη συμπεριφορά και την αποτελεσματικότητα διάφορων γενετικών αλγορίθμων που φτιάχτηκαν. Αν και οι συνήθεις συναρτήσεις ελέγχου είναι πολύ χρήσιμες αφού σου επιτρέπουν να κάνεις εύκολες συγκρίσεις των ΓΑ με άλλες μεθόδους πολλές φορές δεν έχουν καμία σχέση με τη φύση των πραγματικών προβημάτων [2,10,11]. Οπότε καλό είναι να μην καταλήγουμε εύκολα σε συμπεράσματα για το πως να χρησιμοποιούμε τους ΓΑ αλλά και να επιλέγουμε τιμές των παραμέτρων που εμπλέκονται στη διαδικασία, αφού τα αποτελέσματα απο τις συναρτήσεις αυτές είναι μάλλον ενδεικτικά. Επιπλέον κάθε πρόβλημα δεν μοιάζει με κανένα άλλο και έχει τις δικές του δυσκολίες αλλά και χαρακτηριστικά.

Απο την άλλη όμως για να μπορούμε να πούμε ότι τα αποτελέσματα του ελέγχου έχουν κάποια αξία πρέπει να επιλέξουμε μια ομάδα συναρτήσεων ελέγχου που να πληρούν τα εξής κριτήρια:

1. Πρέπει να έχουν την ικανότητα να αλλάζουν τη διάσταση τους ή αλλιώς ο αριθμός των αγνώστων τους να αλλάζει σύφωνα με τη θέληση του χρήστη.

2. Κάποια απο αυτές πρέπει να είναι συνεχής συνάρτηση αλλά να κατέχει μόνο μία κορυφή για να γίνει ο έλεγχος της ταχύτητας σύγκλισης του αλγόριθμου.

3. Να συμπεριλαμβάνεται μια συνάρτηση με πολλά επίπεδα κομμάτια διαφορετικού ύψους με σκοπό να ελέγχξουμε την συμπεριφορά του αλγορίθμου σε περίπτωση της απουσίας οποιασδήποτε τοπικής κλίσης.

4. Διάφορες συνεχείς συναρτήσεις που να περιέχουν πολλές κορυφές με διαφορετική όμως πολυπλοκότητα η κάθε μία μεταξύ τους.

Υπάρχουν δύο δείκτες της απόδοσης ενός αλγορίθμου σύμφωνα με τον De Jong [12]. Ο ένας αποτελεί την μέση τιμή των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης ή αλλιώς συνάρτησης απόδοσης του καλύτερου ατόμου στον πλυθησμό που προκύπτει απο κάθε γενιά :

$$f_{off}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} f_{max}(j)$$

Ενώ ο άλλος αποτελεί την μέση τιμή των τιμών της συνάρτησης απόδοσης για όλες τις γενεές που έχουν παραχθεί μέχρι τη δεδομένη στιγμή.

$$f_{on}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(j)\right]$$

Στον Πίνακα 4.1 φάινονται κάποιες χαρακτηριστικές συναρτήσεις ελέγχου:

Function	Limits
$f = F_1 = 79 - \sum_{j=1}^{3} x_j^2$	$-5.12 \le x_j \le 5.12$
$f = F_2 = 4000 - 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2$	$-2.048 \le x_j \le 2.048$
$f = F_3 = 26 - \sum_{j=1}^{5} INT(x_j)$	$-5.12 \le x_j \le 5.12$
$f = F_4 = 0.5 - \frac{\left(\sin\sqrt{x_1^2 + x_2^2}\right)^2 - 0.5}{\left(1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)\right)^2}$	$-100 \le x_j \le 100$
$f = F_5 = A - \sum_{j=1}^{\le 30}\left[INT(x_j + 0.5)\right]^2$	$-40 \le x_j \le 60$
$f = F_6 = A - 20\exp\left[-0.2\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m(\le 30)} x_j^2}\right] - \exp\left[\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m(\le 30)}\cos(2\pi x_j)\right] + 20$	$-20 \le x_j \le 30$

Πίνακας 4.1 Διάφορες συναρτήσεις ελέγχου. De Jong (F_1-F_3), Davis (F_4) και Back (F_5 και F_6). Το INT συμβολίζει την στρογγυλοποίηση στον κοντινότερο ακέραιο αριθμό. Το A επιλέχθηκε για να εξασφαλίσει ότι το είδος του προβλήματος είναι μεγιστοποίηση

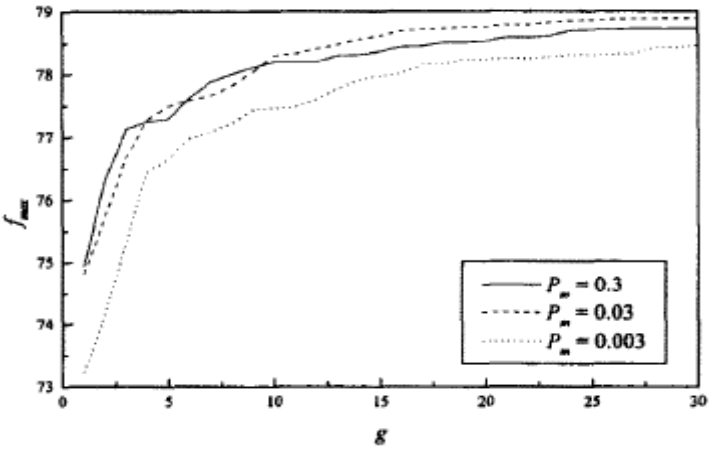
Ένας ακόμα σημαντικός δείκτης είναι αυτός της ταχύτητας σύγκλισης:

$$V = \ln \sqrt{\frac{f^{max}(g = G)}{f^{max}(g = 0)}}$$

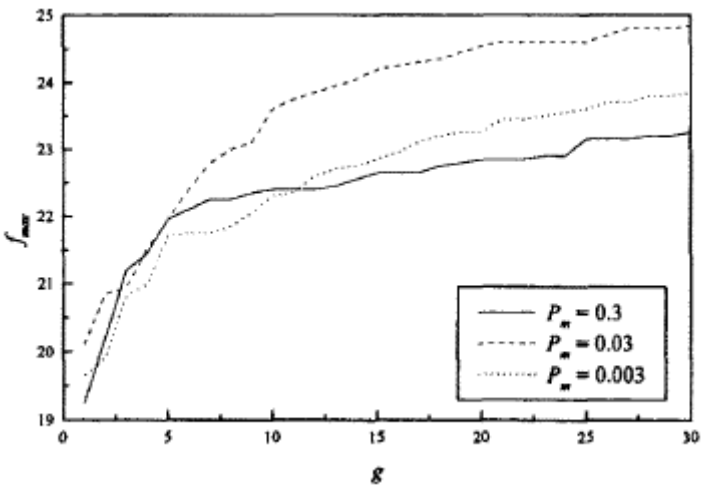
Σημαντικό είναι για τη σωστή εκτίμηση αυτών των δεικτών να γίνουν αρκετές επαναληπτικές αναλύσεις του ίδιου προβλήματος. Για μιά σύνθετη, πολλών κορυφών συνάρτηση η επανάλυση του προβλήματος είναι πολύ πιθανόν να οδηγήσει σε διαφορετικές τιμές των παραμέτρων (επομένως και της αντικειμενικής συνάρτησης) κάθε φορά. Ο μόνος τρόπος για να κρίνεις κατα πόσο σωστή είναι η λειτουργία του αλγόριθμου, είναι να καταγράψεις πόσες φορές συνέκλινε σε παρόμοιες τιμές που φαίνεται να αντιστοιχούν σε κάποιο τοπικό ακρότατο και πόσες στην πραγματική λύση.

Επίσης απο την πολλαπλή επανάλυση του προβλήματος μπορεί να γίνει διερεύνηση για το ποιές τιμές των πιθανοτήτων μετάλλαξης P_m,ανταλλαγής πληροφοριών P_c, μεγέθους N του πλυθησμού ή αριθμού γενεών g φαίνεται ο αλγόριθμος να συμπεριφέρεται καλύτερα. Στη σκέψη όμως ότι πρέπει να βρεθεί ο κατάλληλος συνδυασμός τιμών για αυτούς τους τέσσερις συντελεστές και ότι ο κάθε ένας απο αυτούς ανήκει σε ένα συνεχές πεδίο τιμών μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η σωστή λειτουργία ενός ΓΑ είναι απο μόνη της ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Επίσης όπως βλέπουμε στο σχήμα 4.9 και 4.10 ενώ για τη συνάρτηση F_1 (βλ. Πίνακα 3.1) η τιμής της πιθανότητας μετάλλαξης P_m=0.3 είναι καλύτερη απο την τιμή P_m=0.003, για την συνάρτηση F_3 συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο. Οπότε το συμπέρασμα είναι ότι δεν υπάρχουν οι ιδανικές τιμές των συντελεστών ενός ΓΑ που να λύνουν οποιοδήποτε πρόβλημα. Κάθε πρόβλημα όπως έχω αναφέρει και πιο πρίν έχει τις δικές του δυσκολίες, ιδιομορφίες και χαρακτηριστικά και χρειάζεται η σωστή προσαρμογή τόσο της δομής του ΓΑ όσο και των συντελεστών που συμετέχουν σε αυτόν για να πετύχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα.



Σχ. 4.9 Γραφική παράσταση η οποία διαγράφει την πορεία της τιμής της συνάρτησης απόδοσης F_1 του καλύτερου απόγονου για κάθε γενεά για διάφορες τιμές της πιθανότητας μετάλλαξης



Σχ. 4.10 Γραφική παράσταση η οποία διαγράφει την πορεία της τιμής της συνάρτησης απόδοσης F_3 του καλύτερου απόγονου για κάθε γενεά για διάφορες τιμές της πιθανότητας μετάλλαξης

Από ένα διάγραμμα που έχει στον κατακόρυφο άξονα την τιμή της συνάρτησης απόδοσης για το καλύτερο άτομο του πλυθησμού κάθε γενεάς f_{max} και στον οριζόντιο άξονα τον αριθμό της κάθε γενεάς g μπορούμε να δούμε την εξέλιξη της ταχύτητας σύγκλισης του αλγόριθμου. Τέτοια διαγράμματα είναι που απεικονίζονται και στα σχήματα 4.9 και 4.10. Στο σχήμα 4.10 για P_m=0.3 μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ενώ στην αρχή η ταχύτητα σύγκλισης είναι μεγάλη στη συνέχεια αυτή μειώνεται δραστικά σε αντίθεση με την περίπτωση για P_m=0.03 στην οποία η ταχύτητα σύγκλισης διατηρείται καθόλη τη διάρκεια της μεθόδου. Η ερμηνεία αυτής της συμπεριφοράς θα ήταν πιο εύκολη αν φτιάχναμε μια γραφική παράσταση που να απεικονίζει το επίπεδο βιοποικιλότητας για τον αριθμό κάθε γενεάς. Ένας άλλος επίσης παράγοντας που μπορεί να δώσει εξήγηση για την πορεία της ταχύτητας σύγκλισης του αλγόριθμου είναι η δυνατότητα της διαδικασίας roulette wheel selection να μεταφέρει στην επόμενη γενιά τα καλύτερα άτομα της προηγούμενης γενιάς.

4.3.2 Διαδικασία Μεγέθυνσης των τιμών της Συνάρτησης Απόδοσης

Σε περίπτωση που κατα την ανάλυση ενός προβλήματος με τη χρήση ενός ΓΑ η διαδικασία επιλογής επιτρέψει την παραγωγή μεγάλου αριθμού ενός συγκεκριμένου ατόμου του οποίου η τιμή της συνάρτησης απόδοσης υπερέχει των υπολοίπων σε κάθε γενεά τότε ο ΓΑ αλγόριθμος θα συγκλίνει πολύ γρήγορα. Ο κίνδυνος που κρύβεται πίσω απο αυτό το ενδεχόμενο είναι αυτό το άτομο το οποίο θα κυριαρχίσει τόσο νωρίς να αποτελεί ένα τοπικό ακρότατο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν δώθηκε αρκετός χρόνος στον ΓΑ ώστε να μπορέσει να μεταφερθεί και να εξερευνήσει όλες τις περιοχές του χώρου αναζήτησης με αποτέλεσμα η πραγματική λύση να χαθεί.

Μάλιστα ειδικά αν η διαδικασία επιλογής που χρησιμοποιείται είναι η fitness proportional selection μπορεί πολλά απο τα άτομα του πλυθησμού που κατέχουν τα

καλύτερα χαρακτηριστικά να μην μεταφέρονται στις επόμενες γενιές και αφού ο χρόνος σύγκλισης θα είναι μικρός να μην προλάβουν να επανέλθουν με τη διαδικασία μετάλλαξης.

Οπότε είναι αναγκαία η εύρεση κάποιας μεθόδου που απο τη μία να αποτρέπει την αποχώρηση των καλών ατόμων απο τον πλυθησμό στα αρχικά στάδια και απο την άλλη καθώς βρισκόμαστε στα τελευταία στάδια να επιτρέπει στον αλγόριθμο να κάνει τη διάκριση μεταξύ του καλού και του πολύ καλού ώστε η ταχύτητα σύγκλισης να παραμένει υψηλή.

Μία λύση είναι να μεγενθύνουμε την τιμή της συνάρτησης απόδοσης που αντιστοιχεί σε κάθε άτομο. Αυτό επιτυγχάνεται με την εξίσωση που ακολουθεί:

$$f_i^s(g) = a(g)f_i(g) + b(g)$$

Στην εξίσωση η $f_i(g)$ είναι η αρχική τιμή της συνάρτησης απόδοσης ενώ η $f_i^s(g)$ είναι η αντίστοιχη τιμή μετά τη μεγέθυνση. Επίσης δίνονται:

$$a(g) = \frac{(c_m - 1)f_{ave}(g)}{f_{\max}(g) - f_{ave}(g)}$$

$$b(g) = (1 - a(g))f_{ave}(g)$$

Ο συντελεστής μεγένθυνσης c_m κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 1.0-2.0. Αν για παράδειγμα επιλεγεί η τιμή 2 τότε κατα προσέγγιση θα περνάνε στην επόμενη γενιά άτομα που έχουν τις καλύτερες τιμές απόδοσης στον πλυθησμό δυο φορές περισσότερο απο ότι άτομα που προσεγγίζουν την τιμή της μέσης απόδοσης. Το μειονέκτημα αυτής της μετατροπής είναι ότι υπάρχει περίπτωση να παραχθούν αρνητικές τιμές της συνάρτησης απόδοσης. Ένας τρόπος παράκαμψης του προβλήματος είναι να αντικαθίσταται κάθε αρνητική τιμή απο τη μηδενική.

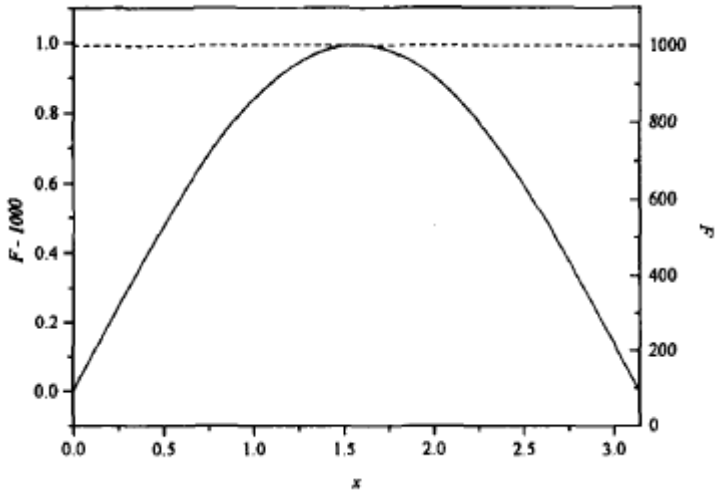
Η μεγέθυνση των τιμών της συνάρτησης απόδοσης μπορεί να γίνει με πιο εύκολο τρόπο σε πιο απλά προβλήματα. Ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης είναι το εξής:

$$\max \quad F = 1000 + \sin(x)\,, 0 \le x \le \pi$$

Σε ένα τέτοιο πρόβλημα οι τιμές της συνάρτησης απόδοσης F για όλες τις τιμές του x δεν διαφέρουν σχεδόν καθόλου μεταξύ τους, γεγονός που θα δυσκολέψει τον αλγόριθμο να διακρίνει ποίες τιμές είναι καλύτερες απο άλλες στη διαδικασία επιλογής και η ταχύτητα σύγκλισης θα είναι μικρή. Αν όμως αλλάξουμε τη συνάρτηση απόδοσης σε:

$$\mathrm{f} = F - 1000 = \sin(x)$$

τότε όλα τα προβλήματα θα απαληφθούν αφού η διαφορά των τιμών στην συνάρτηση απόδοσης θα είναι διακριτή και η ταχύτητα σύγκλισης μεγάλη.



Σχ. 4.11 Γραφική Παράσταση της συνάρτησης F και f=F-1000

4.3.3 Βιοποικιλότητα (Genetic Diversity)

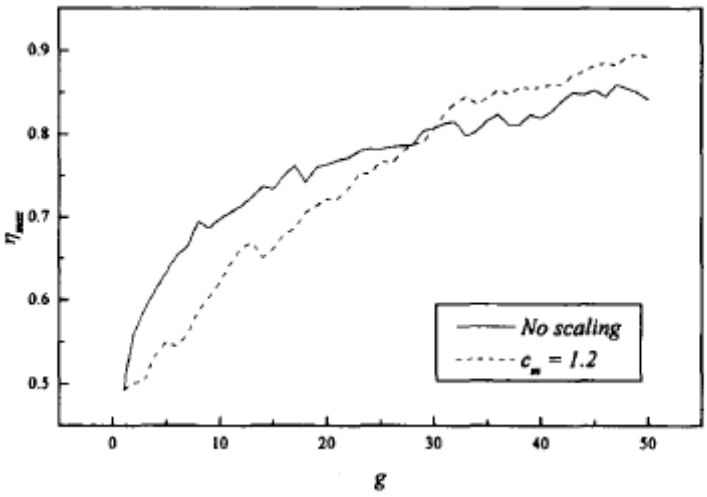
Η διαφορά στη γενετική δομή ή στις πληροφορίες που μεταφέρουν τα άτομα ενός πλυθησμού μπορεί να μετρηθεί με διάφορους τρόπους. Ένας απλός δείκτης που εξυπηρετεί αυτό το σκοπό είναι ο η_{max} . Ο υπολογισμός του προκύπτει απο την σύγκριση κάθε ψηφίου του ατόμου που έχει την καλύτερη απόδοση στον πλυθησμό με τα αντίστοιχα ψηφία των υπολοίπων ατόμων. Για κάθε ίδιο ψηφίο η τιμή του δείκτη αυτού αυξάνεται κατα 1. Αφού γίνει η σύγριση για όλες τις θέσεις ψηφιών και για όλα τα άτομα το αποτέλεσμα κανονικοποιείται διαιρώντας με το γινόμενο *(N-1)L*. Παράδειγμα:

C_1	*10110*
C_2	*01111*
C_3	*10110*
C_4	*11110*

Εδώ την καλύτερη απόδοση την έχει ο C_1. Επομένως:

$$\eta_{max} = \frac{2+1+3+3+2}{(4-1)5} = \frac{11}{15} = 0.73$$

Για ένα απο τα προηγούμενα παραδείγματα δίνεται η γραφική παράσταση του δείκτη η_{max} με τον αριθμό της γενεάς g (βλ Σχ. 4.12).



Σχ. 4.12 Γραφική παράσταση στην οποία φαίνεται η πρόοδος του συντελεστή η_{max} κάνοντας χρήση της διαδικασίας μεγέθυνσης ή όχι

Όπως φαίνεται με εφαρμογή της μεθόδου μεγέθυνσης η τιμή του δείκτη η_{max} ο οποίος αντιπροσωπεύει την βιοποικιλότητα του πλυθησμού μειώνεται λιγότερο σε σχέση με την περίπτωση μη εφαρμογής, στα αρχικά στάδια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Επίσης με τη χρήση της μεγέθυνσης στα τελευταία στάδια φαίνεται να διατηρείται μια γραμμική άυξηση του δείκτη κάτι που δεν συμβαίνει στην αντίθετη περίπτωση. Αυτά τα δύο συμπεράσματα δείχνουν οτι πετύχαμε το σκοπό μας που ήταν πρώτον, να αποφύγουμε την απόρριψη ατόμων του πλυθησμού με υψηλή απόδοση απο τα αρχικά στάδια και δεύτερον, να διατηρήσουμε την ικανότητα του αλγόριθμου να κάνει τη διάκριση μεταξύ της καλής και της ακόμα καλύτερης απόδοσης των ατόμων του πλυθησμού μέχρι το τέλος της διαδικασίας.

4.3.4 Θεωρία Σχημάτων (Schema Theory)

Αυτή είναι μια θεωρητική προσέγγιση της λειτουργίας των αλγορίθμων απο τον John Holland [13,14]. Το σχήμα είναι μια δυαδική μορφή της οποίας κάποιες συγκεκριμένες θέσεις ψηφίων είναι μεταβλητές ώστε να μπορεί να αντιπροσωπεύει πλήθος δυαδικών μορφών που μοιάζουν μεταξύ τους (οπότε και μεταφέρουν σε κάποιο βαθμό παρόμοιες γενετικές πληροφορίες). Οι μεταβλητές θέσεις σε αυτή την εργασία θα περιγράφονται με το σύμβολο #. Έστω ότι έχουμε τις δυαδικές μορφές, 101001 και 111001. Τις δύο αυτές μορφές τις αντιπροσωπεύει το σχήμα :

1##001

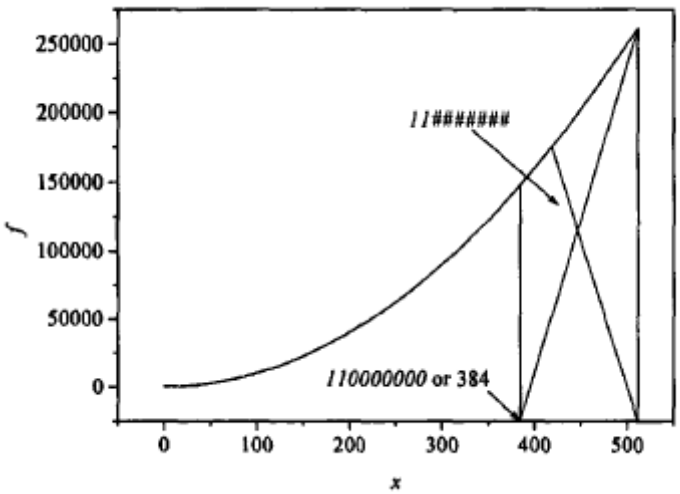
Αντίστροφα δύο απο τις πολλές μορφές σχημάτων που περιέχει η δυαδική μορφή 010111 είναι:

01#111 και #101##.

Η χρήση σχημάτων είναι χρήσιμη για πολλούς λόγους. Έστω ότι έχουμε το εξής πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$MAX|f(x) = x^2| \qquad 0 \leq x \leq 511$$

Η λύση σε αυτό το πρόβλημα όπως εύκολα μπορεί να δεί κανείς είναι x=511 του οποίου η δυαδική μορφή είναι 111111111. Παραδέιγματα δυαδικών μορφών που προσεγγίζουν τη λύση είναι 110101011, 111110100, 110001110, 111011101. Ενώ δυαδικές μορφές που απέχουν απο τη λύση είναι 000011101, 000000000, 000001010, 000010010. Συγκρίνοντας τις δύο ομάδες δυαδικών μορφών βλέπω ότι οι τιμές κοντά στη λύση είναι όλες περιπτώσεις τιμών του σχήματος 11#######. Έτσι βλέπουμε πόσο βολική είναι η χρήση του σχήματος για το συμβολισμό όλων των τιμών που προσεγγίζουν τη λύση (βλ. Σχ. 4.13). Επιπλέον η χρήση των σχημάτων μειώνει το υπολογιστικό κόστος αφού για τις λύσεις που αντιπροσωπεύονται από το ίδιο σχήμα ο υπολογισμός της τιμής τους θα επαναλαμβάνεται μόνο για τις θέσεις των ψηφίων που είναι μεταβλητές.



Σχ. 4.13 Πεδίο των τιμών που αντιπροσωπεύει το σχήμα 11#######

Σε μία δυαδική μορφή κρύβεται ένα πλήθος απο μορφές σχημάτων. Όλες οι μορφές σχημάτων που περιέχονται στην δυαδική μορφή 1011 είναι:

101#

10#1

1#11

#011

10##

1#1#

1##1

#01#

#0#1

##11

1###

#0##

##1#

###1

####

1011

Το πλήθος των σχημάτων που περιέχονται σε μιά οποιαδήποτε δυαδική μορφή είναι k^L (εδώ 2^4=16) . Όπου k είναι το πλήθος των εναλλκτικών τιμών που μπορεί να πάρει το κάθε ψηφίο (εδώ k=2, αφού έχω 0 και 1) και L το μήκος της δυαδικής μορφής(εδώ L=4). Για ένα πλυθησμό N ατόμων η τιμή αυτή γίνεται Nk^L. Όμως το συνολικό πλήθος σχημάτων που μπορεί να πάρει μια αγνώστου σύνταξης δυαδική μορφή μήκους L είναι $(k+1)^L$ και αντίστοιχα $N(k+1)^L$ αφού για κάθε θέση ψηφίου τώρα το πλήθος των πιθανών τιμών του αυξήθηκε κατα ένα (εδώ #,1,0). Η αλήθεια είναι όμως ότι αφού υπάρχει περίπτωση κάποια απο τα σχήματα που περιέχει κάθε λύση να συμπίπτουν με αυτά μιας άλλης λύσης, το πλήθος των πιθανών σχημάτων ενός πλυθησμού να είναι μικρότερο απο αυτό που υπολογίσαμε αρχικά.

C_1 = 101	C_2 = 111
#01	#11
1#1	1#1
10#	11#
##1	##1
#0#	#1#
1##	1##
###	###
101	111

Πίνακας 4.2 Πλυθησμός δύο λύσεων δυαδικής μορφής

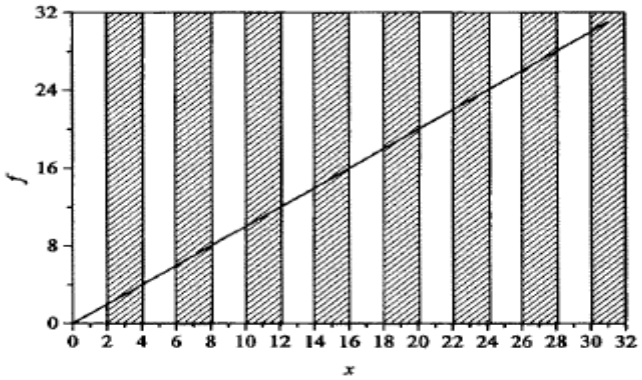
Στον Πίνακα βλέπουμε ότι για τον πλυθησμό αυτό των δύο λύσεων το συνολικό πλήθος των πιθανών σχημάτων είναι 16 σύμφωνα με τον κανόνα Nk^L. Αν παρατηρήσουμε όμως καλά, το πλήθος των μορφών σχήματος που είναι μοναδικές είναι 8. Καθώς περνάμε απο τη μία γενεά στην άλλη λογικό είναι ότι το πλήθος των μορφών σχήματος που είναι μοναδικές αλλάζει. Το μόνο σίγουρο είναι ότι θα είναι πάντα < Nk^L.

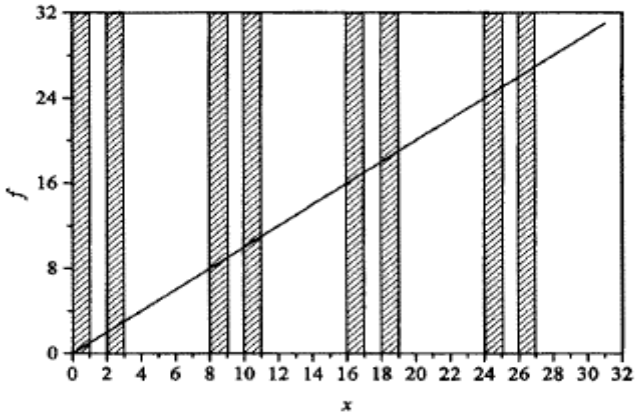
Τα σχήματα επίσης όπως μπορεί να καταλάβει κανείς ανάλογα με τη μορφή τους καταλαμβάνουν μιά συγκεκριμένη περιοχή τιμών του χώρου αναζήτησης. Παράδειγμα τα σχήματα 1### και 0### λογικό είναι ότι καταλαμβάνουν πολύ μεγαλύτερη περιοχή τιμών απο τα σχήματα 1011# και 0010#. Με αυτό το σκεπτικό τα σχήματα ορίζονται απο το καθοριστικό τους μήκος και τον αριθμό κατάταξης. Η κατάταξη τους δίνεται απο τον συντελεστή:

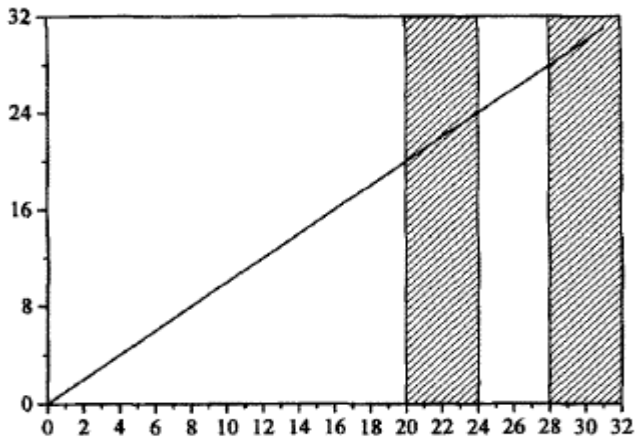
o(S)=L-m

όπου m είναι το πλήθος των μεταβλητών θέσεων ενώ L το μήκος μια πιθανής δυαδικής μορφής που αντιστοιχεί σε αυτό το σχήμα. Η κατάταξη των σχημάτων #1#0#, 1101#, 11001 και ##### είναι 2, 4, 5 και 0 αντίστοιχα. Το καθοριστικό μήκος d(S) δίνεται απο την απόσταση μεταξύ της πρώτης και της τελευταίας μη μεταβλητής θέσης ψηφίου. Για τα σχήματα #1#0#, 1101#, 11001 και ##### το καθοριστικό μήκος είναι 2, 3, 4 και 0.

Γενικά σχήματα μικρής κατάταξης καλύπτουν μεγαλύτερες περιοχές του χώρου αναζήτησης ενώ μεγάλης κατάταξης πολύ πιο μικρές. Σχήματα με ίσες τιμές κατάταξης και καθοριστικού μήκους όμως, μπορεί να διαφέρουν κατα πολύ όσον αφορά την περιοχή του χώρου αναζήτησης που καλύπτουν. Παράδειγμα αυτού είναι η περίπτωση των σχημάτων ##0#0 και 1#1## (βλ. Σχ. 4.15 και 4.16).







Σχ. 4.14-4.16 Απεικόνιση της περιοχής που καλύπτουν οι δυαδικές μορφές ###1#, ##0#0 και 1#1## λύσεις του προβλήματος μίας διάστασης f=x , 0≤x≤31

Παρόλα αυτά, οι τιμές κατάταξης και καθοριστικού μήκους είναι απαραίτητες αφού είναι δείκτες της χρησιμότητας και της πιθανότητας επιβίωσης των ατόμων ενός πλυθησμού μέσα σε ένα ΓΑ.

Επεξεργασία Σχημάτων

Έχουμε $\Phi(S, g) > 0$, όπου η Φ αντιπροσωπεύει το πλήθος των δυνατών τιμών ενός σχήματος S που ανήκει στον πλυθησμό της γενεάς g. Αν υποθέσουμε ότι κατα μέσο όρο οι τιμές που αντιπροσωπεύει το σχήμα S παρουσιάζουν καλύτερη απο την μέση απόδοση τότε :

$$\bar{\Phi}(S, g + 1) > \Phi\ (S, g)$$

όπου $\bar{\Phi}$ είναι μια συγκεκριμένη πιθανή τιμή ενός σχήματος. Πιο συγκεκριμένα λαμβάνοντας υπόψην ότι η πιθανότητα επιλογής ενός ατόμου σε κάθε γενεά είναι:

$$P_i(g) = \frac{f_i(g)}{\sum_{j=1}^{N} f_j(g)}$$

Τότε μπορούμε να πούμε ότι:

$$\bar{\Phi}(S, g + 1) = \frac{u(S,g)}{f_{ave}(g)} \Phi(S, g) \qquad (\Sigma\chi.\ 4.7)$$

Όπου u είναι η μέση τιμή της συνάρτησης απόδοσης για όλες τις πιθανές τιμές του σχήματος S. Η σχέση 4.7 αποτελεί τη συνάρτηση ανάπτυξης του σχήματος S και μας λέει ότι αν η μέση τιμή της συνάρτησης απόδοσης των πιθανών τιμών του σχήματος u, είναι μεγαλύτερη απο τη μέση τιμή της συνάρτησης απόδοσης όλων των ατόμων του πλυθησμού f_{ave} σε αυτή τη γενεά g, μια συγκεκριμένη πιθανή τιμή του ίδιου σχήματος $\bar{\Phi}(S)$ στην επόμενη γενιά g+1, θα είναι μεγαλύτερη απο οποιαδήποτε

πιθανή τιμή του σχήματος $\Phi(S)$ σε αυτή τη γενεά g. Αν επίσης υποθέσουμε ότι u= f_{ave} +β f_{ave} η σχέση 4.7 γίνεται:

$$\bar{\Phi}(S, g + 1) = \frac{f_{ave} + \beta f_{ave}}{f_{ave}(g)} \Phi(S, g)$$

$$\bar{\Phi}(S, g + 1) = (1 + \beta)\Phi(S, g)$$

$$\bar{\Phi}(S, g + 1) = (1 + \beta)^{g}\Phi(S, g = 0)$$

Με αυτές τις σχέσεις μπορούμε να διακρίνουμε αρκετά στοιχεία για τη συμπεριφορά των γενετικών αλγορίθμων. Καταρχήν μπορούμε να διακρίνουμε τον τυχηματικό τους χαρακτήρα αφού κάθε τιμή προκύτει μέσα απο ένας πλήθος πιθανών τιμών. Επίσης εδώ φαίνεται ότι για τα σχήματα που οι τιμές τους έχουν μεγαλύτερη (ή μικρότερη) της μέσης απόδοσης η πιθανότητα να εμφανιστούν στην επόμενη γενεά αυξάνεται (ή μειώνεται αντίστοιχα) με γεωμετρικό τρόπο. Οπότε παρά το γεγονός του ότι γίνονται μόνο N το πλήθος επιλογές ατόμων για κάθε γενεά, ο αλγόριθμος καταφέρνει να διατηρήσει τη δυνατότητα επιλογής ανάμεσα σε ένα τεράστιο πλήθος σχημάτων των οποίων η πιθανότητα εμφάνισης αυξάνεται γεωμετρικά στις επόμενες γενεές χωρίς καμία ιδιαίτερη προσπάθεια.

Μέχρι τώρα έχουμε λάβει υπόψην μας μόνο τη διαδικασία επιλογής. Τι γίνεται όμως τώρα αν βάλουμε στο παιχνίδι και τις διαδικασίες ανταλλαγής πληροφοριών και μετάλλαξης. Όσο πιο μικρό είναι το καθοριστικό μήκος d(S) ενός σχήματος τόσο πιό μικρή είναι και η πιθανότητα του να καταστραφεί ένα σχήμα απο τη διαδικασία ανταλλαγής πληροφοριών. Πιό συγκεκριμένα η πιθανότητα του να κατστραφεί ένα σχήμα είναι μικρότερη του :

$$\frac{d(S)}{L-1}$$

Οπότε δεδομένης της πιθανότητας πραγματοποίησης της διαδικασίας ανταλλαγής πληροφοριών P_c, η πιθανότητα επιβίωσης ενός σχήματος στην επόμενη γενεά είναι μεγαλύτερη ίση του :

$$1 - P_c \frac{d(S)}{L-1}$$

Εφαρμόζωντας τώρα αυτή τη νέα πληροφορία στη συνάρτηση ανάπτυξης σχήματος (βλ. Σχ. 4.7) θα πάρουμε :

$$\bar{\Phi}(S, g+1) = \frac{u(S,g)}{f^{ave}} \Phi(S,g) \left(1 - P_c \frac{d(S)}{L-1}\right)$$

Η πιθανότητα ενός ψηφίου να διατηρήσει την τιμή του και να μην επηρεαστεί απο τη διαδικασία μετάλλαξης είναι :

$$1 - P_m$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η κατάταξη του σχήματος τόσο μεγαλύτερη είναι και η πιθανότητα του να καταστραφεί αφού υπάρχουν πιο πολλές θέσεις ψηφίων που αν αλλάξουν επηρεάζεται η μορφή του. Η πιθανότητα επιβίωσης του επομένως είναι :

$$(1 - P_m)^{o(S)}$$

Επομένως η συνάρτηση ανάπτυξης σχήματος αν αγνοήσουμε τους όρους δευτέρας τάξεως τελικά παίρνει τη μορφή :

$$\bar{\Phi}(S, g+1) = \frac{u(S,g)}{f^{ave}} \Phi(S,g) \left(1 - P_c \frac{d(S)}{L-1} - o(S)P_m\right)$$

Συμπέρασμα, τα μικρού καθοριστικού μήκους, μικρής κατάταξης και με υψηλότερη της μέσης απόδοσης σχήματα παρουσιάζουν γεωμετρική άυξηση της πιθανότητας εμφάνισης τους στις επόμενες γενεές. Αυτά τα σχήματα ονομάζονται θεμέλιοι λίθοι (building blocks) του προβλήματος. Η θεώρηση των θεμέλιων λίθων κάνει την υπόθεση ότι ο ΓΑ προσπαθεί να βρεί υψηλής απόδοσης λύσεις στο πρόβλημα τοποθετώντας αυτούς τους θεμέλιους λίθους τον ένα δίπλα στον άλλο [15,16,17].

Σε κάθε γενεά το πλήθος των σχημάτων που επεξεργάζεται ο αλγόριθμος είναι μεταξύ των 2^L και $N2^L$. Η μορφή πολλών σχημάτων απο αυτά θα διαταραχθεί λόγω των διαδικασιών της ανταλλαγής πληροφοριών και της μετάλλαξης αλλά είναι δυνατό να υπολογιστεί ένα κάτω όριο του πλήθους αυτών που χρησιμοποιούνται αποδοτικά. Η απάντηση είναι της τάξης του N^3 [18]. Η ικανότητα αυτή του αλγόριθμου να χειρίζεται N^3 σχήματα σε κάθε γενεά ενώ ο πλυθησμός της αποτελείται μόνο απο N το πλήθος τιμές ονομάστηκε έμμεσος παραλληλισμός (implicit parallelism).

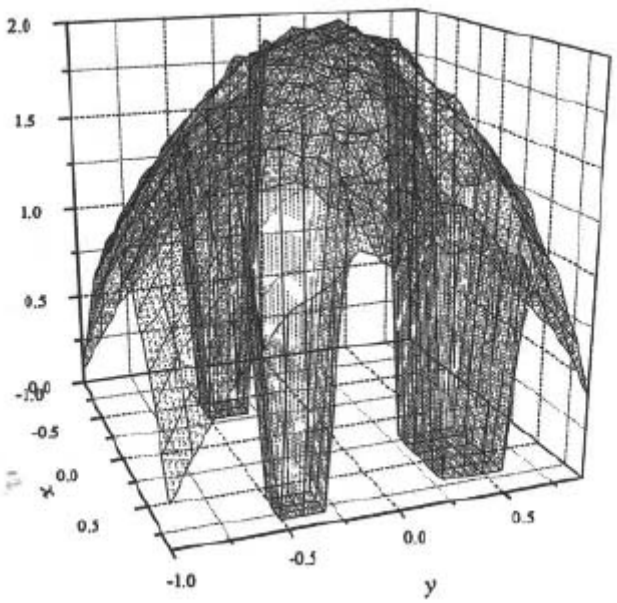
<u>Εξαπάτηση</u>

Ο ΓΑ όμως λόγω του ότι βασίζεται στα σχήματα που αποτελούν τους θεμέλιους λίθους της διαδικασίας μπορεί να εξαπατηθεί πολλές φορές απο αυτούς και να οδηγηθεί σε χαμηλής απόδοσης τιμές με αποτέλεσαμα η λειτουργία του να παρουσιάσει προβλήματα. Παράδειγμα στη δυαδική μορφή 000000 περιέχονται τα σχήματα 00#### και ####00 τα οποία αν αντιπροσωπεύουν τιμές με υψηλότερη απόδοση της μέσης τότε η σύγκλιση φαίνεται εγγυημένη. Αν ο συνδυασμός όμως των δύο σχημάτων 00##00 ο οποίος περιέχεται στην δυαδική μορφή αντιπροσωπεύει τιμή πολύ χαμηλής απόδοσης τότε θα προκληθεί πρόβλημα στην λειτουργία του αλγόριθμου.

4.4 Εξελιγμένοι Αλγόριθμοι

4.4.1 Περιορισμοί (Constraints)

Οι περιορισμοί αντιστοιχούν σε περιοχές του χώρου αναζήτησης στίς οποίες η συνάρτηση απόδοσης δεν μπορεί να πάρει κάποια τιμή, δημιουργώντας έτσι κάποια κενά μέσα σε αυτόν. Το θέμα είναι πώς, ένας ΓΑ μπορεί να κατευθύνει τη λειτουργία του γύρω και έξω απο αυτά τα κενά, που δημιουργούνται επάνω στη μορφή της συνάρτησης απόδοσης (βλ. Σχ. 3.10). Για ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με απλούς και λίγους σε αριθμό περιορισμούς ένας τρόπος είναι, για κάθε άτομο του πλυθησμού αφού υπολογίσουμε την τιμή της συνάρτησης απόδοσης να ελένξουμε κατα πόσο οι τιμές των παραμέτρων του ικανοποιούν τους περιορισμούς ή όχι. Στην περίπτωση που δεν τους ικανοποιούν μηδενίζουμε την τιμή της συνάρτησης απόδοσης που βρήκαμε.



Σχ. 4.17 Απεικόνιση της συνάρτησης απόδοσης ενός προβλήματος δύο διαστάσεων που εμφανίζει τρία μεγάλα κενά λόγω της παρουσίας περιορισμών

Αν και μοιάζει ελκυστική αυτή η πρακτική λόγω του ότι η εφαρμογή της είναι πρακτικά εύκολη, δεν φαίνεται να είναι αποτελεσματική για προβλήματα βελτιστοιποίησης με πολλούς και σύνθετους περιορισμούς [19]. Αυτό συμβαίνει είτε γιατί πολλές απο τις λύσεις που θα παράγονται θα απορρίπτονται δημιουργώντας πρόβλημα στη λειτουργία του ΓΑ είτε λόγω του ότι σε πολλές μη αποδεκτές λύσεις κρύβονται σημαντικές γενετικές πληροφορίες οι οποίες θα χάνονται.

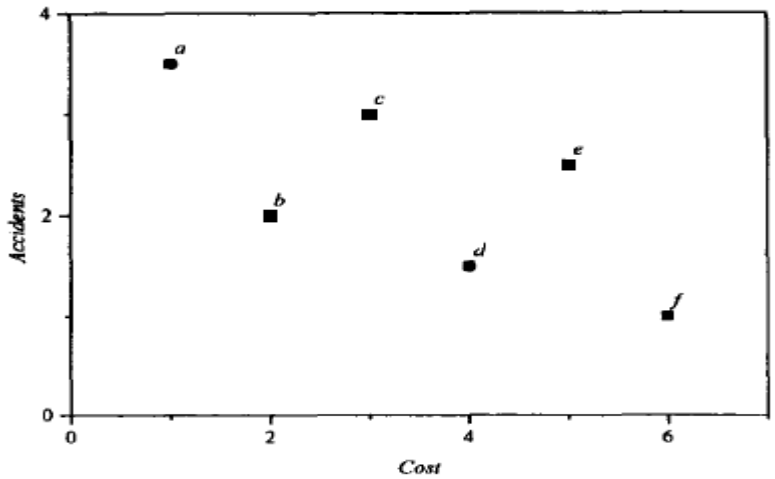
Μια εναλλακτική μέθοδος είναι η εφαρμογή μιας συνάρτησης (penalty function) [20] που να επιβάλλει μείωση (ή αύξηση ανάλογα αν το πρόβλημα είναι μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση αντίστοιχα) στην τιμή της συνάρτησης απόδοσης για όλες τις λύσεις που δεν ικανοποιούν τους περιορισμούς. Το μέγεθος αυτής της μείωσης λογικό είναι να είναι ανάλογο του βαθμού παραβίασης των περιορισμών. Με αυτόν τον τρόπο οι

δυνατότητα επιβίωσης των λύσεων που παραβαίνουν τους περιορισμούς είναι περιορισμένη αλλά οι γενετικές τους πληροφορίες παραμένουν στην διαδικασία. Φυσικά πρέπει πάντα η μορφή αυτής της συνάρτησης να διατητηρεί την ισορροπία μεταξύ των λειτουργιών της εξερέυνησης και εκμετάλλευσης του χώρου αναζήτησης.

Τέλος, ακόμα καλύτερη λύση είναι οι διαδικασίες της ανταλλαγής πληροφοριών και μετάλλαξης να είναι έτσι κατασκευασμένες απο το χρήστη που να παράγουν λύσεις που να ικανοποιούν τους περιορισμούς ευθύς εξαρχής. Καλό είναι σε αυτή την περίπτωση και ο αρχικός πλυθησμός που μπορεί να δωθεί απο το χρήστη να μην παραβαίνει τους περιορισμούς [21,22,23,24,25,26,27,28].

4.4.2 Προβλήματα πολλαπλών στόχων (Multicriteria Otpimisation)

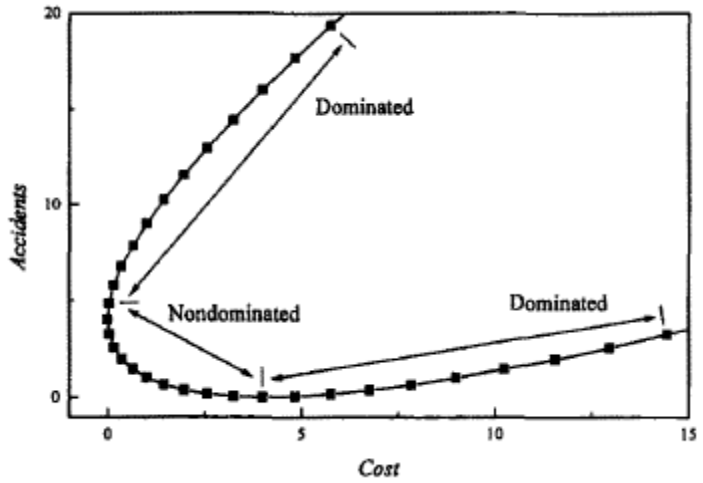
Μέχρι τώρα προσπαθούσαμε να καθορίσουμε μία σειρά παραμέτρων που να αποδίδουν τη βέλτιστη τιμή σε ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό του υπο μελέτη προβλήματος. Πολλές φορές όμως η επιτυχία μιάς λύσης μπορεί να μην καθορίζεται απο μόνο ένα παράγοντα. Παράδειγμα σε ένα χημικό εργαστήριο μπορεί το ζητούμενο να είναι η έυρεση του ελάχιστου κόστους λειτουργίας του. Καθώς όμως μειώνεται το κόστος λειτουργίας του η πιθανότητα πραγματοποίησης κάποιου ατυχήματος αυξάνεται. Οπότε αυτό που ψάχνουμε είναι το ελάχιστο αποδεκτό κόστος λειτουργίας το οποίο αντιστοιχεί σε ένα επίσης αποδεκτό όριο της πιθανότητας του να συμβεί κάποιο ατύχημα. Μια μεθοδολογία που να προσπαθεί να βρεί λύση σε τέτοια προβλήματα λέγεται Pareto optimality [14].



Σχ. 4.18 Έξι λύσεις του προβλήματος του χημικού εργαστηρίου που προήλθαν απο διάφορετικές στρατηγικές προσέγγισης

Στο σχήμα 4.18 φαίνονται έξι λύσεις του προβλήματος που αναφέραμε οι οποίες προήλθαν απο διαφορετικές στρατηγικές προσέγγισης. Η λύση a είναι το βέλτιστο σημείο όσο αφορα το κόστος, η f είναι το βέλτιστο σημείο όσον αφορά τον αριθμό των ατυχημάτων ενώ οι c και e λέμε ότι είναι υπο την κυριαρχία (dominated solutions) άλλων λύσεων αφού μπορούμε να εντοπίσουμε άλλες λύσεις που έχουν όχι

μόνο μικρότερο κόστος αλλά και μικρότερο αριθμό ατυχημάτων. Αν υπλογίσουμε λύσεις του προβλήματος για ένα μεγάλο πλήθος διαφορετικών προσεγγίσεων τότε μπορούμε να πάρουμε το σχήμα 4.19.



Σχ. 4.19 Καμπύλη η οποία προήλθε απο όλες τις πιθανές στρατηγικές προσέγγισης του προβλήματος του χημικού εργαστηρίου. Το εύρος λύσεων της μεθόδου Pareto σχηματίζεται απο τις κυρίαρχους συνδυασμούς τιμών κόστους και ατυχημάτων

Ο στόχος της μεθόδου Pareto είναι εντοπίσει το εύρος λύσεων που δεν είναι υπο την κυριαρχία καμιάς άλλης λύσης (non-dominated solutions). Αφού εντοπιστεί η ομάδα αυτή των λύσεων του προβλήματος, το ποιά θα επιλεγεί για να εφαρμοστεί στην πράξη είναι θέμα της πολιτικής του εργαστηρίου ή του κάθε εργαστηρίου ανάλογα με την κάθε περίπτωση [29,30].

4.4.3 Υβριδικοί Αλγόριθμοι (Hybrid Algorithms)

Οι γενετικοί αλγόριθμοι δεν είναι τόσο καλοί στο να βρίσκουν το βέλτιστο σημείο όσο στο να εξερευνούν πολύ μεγάλους και σύνθετους χώρους αναζήτησης και να βρίσκουν σημεία πολύ κοντά στο βέλτιστο. Φυσικά αν τους δοθεί αρκετός χρόνος η εύρεση του βέλτιστου σημείου θα επιτευχθεί, αλλά αυτή η πρακτική πολλές φορές δεν είναι επιθυμητή αφού θα έχει ένα επιπλέον υπολογιστικό κόστος. Υπάρχουν πολλοί άλλοι, πιο αποτελεσματικοί, παραδοσιακοί αλγόριθμοι για να καλύψουν αυτά τα τελευταία λίγα βήματα που οδηγούν στην επιθυμητή λύση. Οπότε μια πολύ δυνατή τεχνική βελτιστοποίησης θα ήταν για αρχή να γίνει η χρήση ενός ΓΑ για τον εντοπισμό της τοποθεσίας των κορυφών και των κοιλάδων σε ένα χώρο αναζήτησης και στη συνέχεια η χρήση ενός παραδοσιακού αλγόριθμου για την αναρίχιση και κατάβαση αντίστοιχα στην κορυφή τους.

Η πιο απλή προσέγγιση για την εφαρμογή αυτής της μεθοδολογίας είναι η χρήση των πραγματικών τιμών των παραμέτρων της τελικής λύσης που έδωσε ο ΓΑ για τη χρήση τους ώς σημείο έναρξης απο τον πιο παραδοσιακό αλγόριθμο.

Ένας άλλος τρόπος είναι να κρατήσουμε τη δυαδική μορφή των τιμών των παραμέτρων που έδωσε ως τελική λύση ο ΓΑ και με τη χρήση της μετάλλαξης να γίνεται αλλαγή των ψηφίων τους με ένα άμεσα επικοδομοιτικό τρόπο. Δηλαδή μπορούμε να επισκεπτόμαστε διάφορες θέσεις ψηφίων αλλάζοντας την τιμή τους και να υπολογίζουμε την νέα τιμή της συνάρτησης απόδοσης. Αν δούμε βελτίωση κρατάμε την νέα τιμή διαφορετικά αναιρούμε την αλλαγή των ψηφίων και διατηρούμε την παλιά τιμή της συνάρτησης απόδοσης.

Μια εναλλακτική είναι να επισκευθούμε την δυαδική μορφή της πρώτης παραμέτρου της λύσης που έδωσε ο ΓΑ, να προσθέσουμε μία μονάδα. (πχ. 1101+1=1110) και να επαναϋπολογίσουμε την συνάρτηση απόδοσης για να δούμε αν υπήρξε βελτίωση. Συνεχίζουμε τη διαδικασία αυτή για την πρώτη παράμετρο μέχρι να δούμε ότι δεν υπάρχει άλλη βελτίωση. Ακολούθως κάνουμε το ίδιο και στην δυαδική μορφή των υπόλοιπων παραμέτρων.

Η εφαρμογή των ΓΑ με την προσέγγιση που κάνει χρήση της δυαδικής μορφής των τιμών των παραμέτρων είναι ευνοϊκή για αυτές τις μεθόδους αφού η εισαγωγή τους μπορεί να γίνει σε οποιοδήποτε ενδιάμεσο στάδιο της διαδικασίας επιθυμούμε. Αντιθέτως αν δουλεύουμε με πραγματικούς αριθμούς επειδή η ακριβής απεικόνιση ενός πραγματικού αριθμού σε δυαδική μορφή είναι δύσκολη και πολλές φορές αδύνατη η χρήση τέτοιων μεθόδων είναι ανέφικτη. Παρά όλα αυτά μεθόδοι που κάνουν χρήση των πραγματικών τιμών των παραμέτρων είναι υψηλά αποτελεσματικές οπότε είναι θέμα επιλογής ποια προσέγγιση θα ακολουθήσουμε ευθύς εξαρχής.

Αν ο χώρος αναζήτησης είναι πολύ σύνθετος, τότε πρέπει να προσέξουμε να μην εγκαταλείψουμε πολύ νωρίς τη χρήση του ΓΑ για να συνεχίσουμε τη διαδικασία με μιά πιο παραδοσιακή μέθοδο, διότι το πιο πιθανό είναι ότι θα καταλήξουμε σε μία λανθασμένη λύση.

4.4.4 Εναλλακτικές μέθοδοι επιλογής

Το επίπεδο της πίεσης που ασκεί η διαδικασία επιλογής επάνω στον πλυθησμό παίζει καθοριστικό ρόλο για τη σωστή λειτουργία ενός ΓΑ. Παράδειγμα αν δεν αφήνει περιθώρια για τα μικρότερης απόδοσης άτομα του πλυθησμού, τα οποία όμως περιέχουν σημαντικές γενετικές πληροφορίες, να περάσουν στις επόμενες γενεές στα αρχικά στάδια τότε πολύ γρήγορα ο αλγόριθμος θα συγκλίνει και δεν θα του δωθεί ο κατάλληλος χρόνος για να μπορέσει εξερευνήσει όλο το χώρο αναζήτησης. Συνεπώς πολύ πιθανόν είναι να μην μπορέσει να εντοπίσει τη βέλτιστη λύση αλλα να καταλήξει σε ένα τοπικό ακρότατο.

Οπότε χρόνος αυτός που χρειάζεται ο αλγόριθμος για να συγκλίνει χαρακτηρίζει και την πίεση που ασκεί η διαδικασία επιλογής και δίνεται απο τον συντελεστή Γ. Αυτός ο συντελεστής ουσιαστικά είναι το πλήθος των γενεών που χρειάζεται το καλύτερης

απόδοσης άτομο του αρχικού πλυθησμού για να κυριαρχίσει. Η τιμή του συντελεστή δεν εξαρτάται μόνο απο το μηχανισμό επιλογής αλλά και απο κάποιους μηχανισμούς οι οποίοι εμπεριέχονται στη συνάρτηση που προσπαθούμε να βελτιστοποιήσουμε. Αν χρησιμοποιείτε η μέθοδος fitness proportional selection τότε έχω :

$$f(x) = x^{a}, \;\; \Gamma \approx \frac{1}{\alpha}(N \ln N - 1)$$

και για

$$f(x) = \exp(ax), \;\; \Gamma \approx \frac{1}{\alpha} N \ln N$$

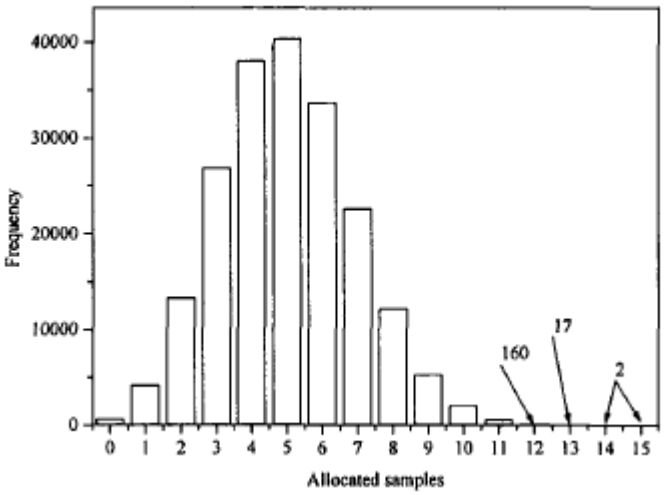
με άλλα λόγια είναι της μορφής $N \ln N$ [31,2]. Όπως αναφέραμε και πιο πρίν σημαντικό είναι πάντα η επιλογή να γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρείται ισορροπία μεταξύ των λειτουργιών της εξερέυνσης και της εκμετάλλευσης του χώρου αναζήτησης.

<u>Στοχαστικά σφάλματα δείγματοληψίας</u>

Η fitness-proportional selection είναι μία στοχαστική μέθοδος επιλογής. Το πόσες φορές τ_i θα επιλεγεί το άτομο ενός πλυθησμού για να περάσει στην επόμενη γενεά δίνεται έτσι ώστε για παράδειγμα αν :

$$f_i = 2f_{ave} \;\; \text{τότε} \;\; \tau_i = 2\tau^{ave}$$

Όπου τ^{ave} είναι το πόσες φορές θα επιλεγεί ένα άτομο με μία μέση απόδοση (συνήθως μία). Παρά όλα αυτά η τιμή αυτή δεν επιτυγχάνεται πάντα. Ακολουθεί ένα παράδειγμα πλυθησμού με N=20 άτομα και g=G=200000 γενεές. Όπως φαίνεται σε 621 περιπτώσεις δεν επιλέγηκε καθόλου το άτομο της υψηλότερης απόδοσης του πλυθησμόυ. Αυτό πάει να πέι οτι αν δεν εφαρμοστεί η διαδικασία ελιτισμού η καλύτερη λύση θα απορριφθεί. Αντίθετα κατα περιπτώσεις μπορεί το άτομο της υψηλότερης απόδοσης να κυριαρχίσει στον πλυθησμό. Αυτή η συμπεριφορά της απώλειας ή κυριαρχίας των καλύτερων ατόμων δημιουργεί προβλήματα στην απόδοση του ΓΑ. Για αυτό και έχει κατασκευαστεί ένα πλήθος απο ενναλλακτικές μεθόδους επιλογής που σκοπό έχουν να περιορίσουν αυτή τη συμπεριφορά.



Σχ. 4.20 Η κατανομή δειγμάτων του καλύτερου ατόμου, ο αναμενόμενος αριθμός έπρεπε να είναι πάντα σε αυτό το πρόβλημα

Number of trials	Expected frequency	Actual frequency	Number of trials	Expected frequency	Actual frequency
0	0	621	9	0	5286
1	0	4166	10	0	2023
2	0	13318	11	0	587
3	0	26922	12	0	160
4	0	38036	13	0	17
5	200000	40334	14	0	2
6	0	33714	15	0	2
7	0	22599	16	0	0
8	0	12213			

Πίνακας 4.2 Στοχαστικά σφάλματα δειγματολειψίας όπως φαίνεται απο τη διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης τιμής φορών επιλογής του καλύτερου ατόμου και της πραγματικής με χρήση της μεθόδου επιλογής fitness-proportional selection

Στοχαστική Δειγματοληψία

Στοχαστική δειγματοληψία με αντικατάσταση είναι μία άλλη ονομασία για την μέθοδο roulette wheel selection. Κάθε φορά που επιλέγεται ένα άτομο επιστρέφει πίσω στο χώρο επιλογής δίνοντας του έτσι την δυνατότητα να επιλεγεί ξανά πολλές φορές. Όπως είπαμε και πιο πρίν υπάρχει το ενδεχόμενο :

$$\tau_i \gg \tau_i^{exp}(g)$$

όπου τ_i^{exp} είναι ο αναμενόμενος αριθμός επιλογών του ατόμου. *Στοχαστική δειγματολειψία χωρίς αντικατάσταση* τείνει να οδηγήσει τον μεγαλύτερο δυνατό αριθμό φορών που μπορεί να επιλεγεί κάποιο άτομο στην μονάδα (αφού δεν επιτρέπει την επιστροφή ενός ατόμου που έχει επιλεγεί, πίσω στο χώρο επιλογής). Επίσης

επιτρέπει κατα διαστήματα στον αριθμό επιλογής τ_{best} του ατόμου υψηλότερης απόδοσης να μηδενίζεται.

Στοχαστική δειγματολειψία υπολοίπων με ή χωρίς αντικατάσταση υπολογίζει τον αναμενόμενο αριθμό επιλογών κάθε ατόμου $\tau_i^{exp}(g)$ και στη συνέχεια θέτει :

$$\tau_i(g) = INT\left(\tau_i^{exp}(g)\right) ; i = 1 \dots N,$$

Όπου *INT(-)* επιστρέφει το ακέραιο μέρος του *(-)*.

Συνήθως με αυτό τον τρόπο μένουν κάποιες θέσεις ατόμων του νέου πλυθησμού κενές. Οπότε χρησιμοποιείται η στοχαστική δειγματολειψία με αντικατάσταση για να συμπληρώσει αυτές τις θέσεις χρησιμοποιώντας το υπόλοιπο που δίνενται απο τη σχέση:

$$\tau_i^{exp}(g) - INT\left(\tau_i^{exp}(g)\right); i = 1 \dots N,$$

το οποίο αντιστοιχεί στο μέρος του χώρου επιλογής που καταλαμβάνει κάθε άτομο.

Η χρήση της μεθόδου μπορεί να γίνει και χωρίς αντικατάσταση απλώς επιλέγοντας ένα τυχαίο αριθμό R^+, μεταξύ του 0 και του 1. Η επιλογή του ατόμου γίνεται εαν :

$$R^+ \geq \tau_i^{exp}(g) - INT\left(\tau_i^{exp}(g)\right)$$

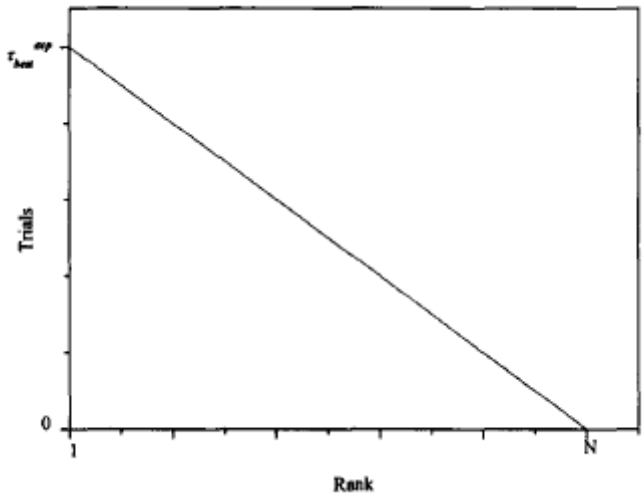
Καθολική στοχαστική δειγματολειψία επίσης χρησιμοποιεί την μέθοδο επιλογής roulette wheel με N το πλήθος δείκτες οι οποίοι καταλαμβάνουν ίσο κομμάτι του χώρου επιλογής. Γίνεται τυχαία επιλογή αριθμού για κάθε άτομο και όποιο απο αυτά βρίσκεται κοντά σε κάποιο δείκτη περνάει στην επόμενη γενεά [32].

Μέθοδοι Κατάταξης

Αν δώσουμε μία ιεραρχία στα άτομα ανάλογα με την τιμή της συνάρτησης απόδοσης που δίνουν μπορούμε εύκολα να επιτύχουμε την επιθυμητή ισορροπία μεταξύ των λειτουργιών εξερεύνησης και εκμετάλλευσης του χώρου. Σε κάθε γενέα δεν θα μεταφέρονται μόνο τα καλύτερα άτομα αλλά μιά ομάδα ατόμων με μία διαβάθμιση στις τιμές της συνάρτησης απόδοσης. Έτσι διατηρείται η βιοποικιλότητα και απαλοίφεται το πρόβλημα της πρόωρης σύγκλισης. Επιπρόσθετα αφού υπάρχει μια ιεραρχία και το κάθε άτομο δεν αντιπροσωπεύεται απο την τιμή καθευτή της απόδοσης του, στα τελευταία στάδια θα είναι εύκολη η διάκριση του ποιός είναι καλός και ποιός ακόμα καλύτερος.

Στην πιο απλή της μορφή, αποδίδεται ιεραρχία στα άτομα του πλυθησμού και τα 50% καλύτερα άτομα μεταφέρονται στην επόμεη γενεά. Στη συνέχεια πραγματοποιείται ανταλλαγή πληροφοριών με τυχαία επιλογή ζευγαριών χωρίς να γίνεται αντικατάσταση στο χώρο επιλογής. Ένας άλλος τρόπος είναι να δεσμεύσουμε την αναμενόμενη τιμή φορών επιλογής του καλύτερου ατόμου τ_{best}^{exp} και μετά να

εφαρμόσουμε μια γραμμική σχέση που να την συνδέει με τις τιμές επιλογής των υπόλοιπων ατόμων του πλυθησμού. Το μειονέκτημα αυτής την μεθόδου είναι η εύρεση της κατάλληλης τιμής επιλογής του καλύτερου ατόμου η οποία εξαρτάται κάθε φορά απο το πρόβλημα που προσπαθούμε να επιλύσουμε.



Σχ. 4.21 Γραμμική σχέση κατάταξης

Ο χρόνος σύγκλισης του αλγόριθμου Γ (που είναι της τάξης του $\ln N$) όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος κατάταξης εξαρτάται απο τον τρόπο εφαρμογής της και κυρίως απο την τιμή τ_{best}^{exp} αλλά σίγουρα είναι πού μικρότερος απο αυτόν που χρειάζεται όταν γίνεται εφαρμογή της μεθόδου fitness proportional.

Μέθοδος Ανταγωνισμού (Tournament Selection)

Αυτή η μέθοδος είναι αποτελεσματική τόσο λειτουργικά όσο και υπολογιστικά [31,33]. Επιλέγονται τυχαία ζευγάρια ατόμων και παράγεται και ένας τυχαίος αριθμός R^+ μεταξύ του 0 και του 1. Άν $R^+ > r$, όπου r είναι μιά σταθερά που ανήκει στο διάστημα μεταξύ του 0.5 και του 1, τότε το καλύτερο απο τα δύο άτομα του ζεύγους περνάει στην επόμενη γενεά, διαφορετικά περνάει το μικρότερης απόδοσης άτομο.

Σε άλλες εφαρμογές αρχικά επιλέγονται q το πλήθος άτομα απο τα οποία το καλύτερο περνάει στην επόμενη γενεά. Ο χρόνος σύγκλισης σε τέτοιες περιπτώσεις είναι :

$$\Gamma \approx \frac{1}{\ln q}(\ln N + \ln(\ln N))$$

Αυτό σημαίνει ότι ο χρόνος σύγκλισης μειώνεται δραματικά όσο το q απομακρύνεται απο την τιμή 2 δηλαδή όταν η μέθοδος ανταγωνισμού εφαρμόζεται για ομάδες ατόμων άνω των δύο για την οποία μιλήσαμε πιο πάνω.

Μεγέθυνση με χρήση της τυπικής απόκλισης

Μπορούμε να πάμε τη μέθοδο της μεγένθυνσης των τιμών της συνάρτησης απόδοσης ένα βήμα πάρα πέρα. Υπολογίζοντας την τυπική απόκλιση των τιμών της

αντικειμενικής συνάρτησης (ή συνάρτησης απόδοσης) f^{σ} μπορούμε να βρούμε τον αναμενόμενο αριθμό φορών επιλογής για κάθε άτομο [34]:

$$\tau_i^{exp} = 1 + \frac{f_i(g) - f_{ave}(g)}{2f^{\sigma}}$$

Αλγόριθμοι Steady-State

Οι αλγόριθμοι αυτοί αντικαθιστούν σε κάθε γενεά μόνο μερικά απο τα μικρότερης απόδοσης άτομα του πλυθησμού εφαρμόζοντας τις διαδικασίες ανταλλαγής πληροφοριών και μετάλλαξης, και για αυτό χρειάζονται λιγότεροι υπολογισμοί της συνάρτησης απόδοσης μεταξύ των γενεών [35,36,37]. Το κομμάτι αυτό που αντικαθίσταται ονομάζεται κενό της γενεάς (generation gap) [12]. Τέτοιοι αλγόριθμοι έχουν αποδειχθεί εξαιρετικά αποτελεσματικοί σε περιπτώσεις προβλημάτων που για μια συγκεκριμένης μορφής άτομο η τιμή της συνάρτησης απόδοσης παραμένει η ίδια σε όλη τη διαδικασία [3].

4.4.5 Ενναλακτικές μέθοδοι ανταλλαγής πληροφοριών

Η επιλογή ενός μόνο σημείου για την εφαρμογή της διαδικασίας ανταλλαγής πληροφοριών έχει κατακριθεί απο πολλούς [38,39,40]. Αν και μπορεί να επανασυνθέσει μικρού καθοριστικού μήκους, μικρής κατάταξης σχήματα με έναν ευνοϊκό τρόπο συχνά δεν μπορεί να επεξεργαστεί όλα τα σχήματα με τον ίδιο τρόπο. Για παράδειγμα τα σχήματα :

010####1 και ###00###

με ένα σημείο ανταλλαγής δεν μπορούν να δώσουν το σχήμα :

01000##1.

Παραδείγματα σαν και αυτά δείχνουν ότι σχήματα με μεγάλο καθοριστικό μήκος έχουν πολύ μεγάλη πιθανότητα να χάσουν την μορφή τους [39].

Η εφαρμογή της διαδικασίας ανταλλαγής δεν έχει επίδραση όταν στο ζεύγος των δυαδικών μορφών το κομμάτι απο τα ψηφία ανταλλαγής είναι το ίδιο. Οπότε μπορούμε να περιορίσουμε την ανταλλαγή πληροφοριών σε σημεία όπου οι ομάδες ψηφίων διαφέρουν [41].

Ανταλλαγή πληροφοριών δύο σημείων

Με σκοπό να μειώσουν τα προβλήματα που προκύπτουν απο τη θέση του σημείου ανταλλαγής πολλοί ερευνητές πρότειναν την εφαρμογή της διαδικασίας με δύο σημεία. Για παράδειγμα :

Οι δυαδικές μορφές 00/0100/111 και 11/1011/000 δίνουν 001011111 και 110100000.

Όμως όπως και με την εφαρμογή της μεθόδου με ένα σημείο, υπάρχουν πολλά σχήματα που ακόμα και με δύο σημεία δεν μπορούν να τα επεξεργαστούν. Οπότε πολλοί προσπάθησαν την εφαρμογή της μεθόδου με πολλά διφορετικά σημεία [39].

Καθολική μέθοδος ανταλλαγής πληροφοριών

Εδώ η ιδέα της ανταλλαγής πληροφοριών με πολλά σημεία φτάνει στα άκρα αφού η εφαρμογή της διαδικασίας γίνεται σε κάθε σημείο [35]. Αυτό μπορεί να αποβεί εξαιρετικά ζημιογόνο αφού οδηγεί στην διατάραξη της μορφής των σχημάτων ειδικά στις αρχικές γενεές. Η παραμετρική ανταλλαγή πληροφοριών [22] περιορίζει αυτή τη διατάραξη εφαρμόζοντας μια πιθανότητα (συνήθως στο εύρος 0.5-0.8) για την ανταλλαγή των ψηφίων μεταξύ των ατόμων.

4.4.6 Λαμβάνοντας υπόψη το υπολογιστικό κόστος

Στίς πιο πολλές πρακτικές εφαρμογές, ο χρόνος που χρειάζεται για τον υπολογισμό των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης, Ω, υπερέχει κατά πολύ του χρόνου που χρειάζεται οποιαδήποτε άλλη γενετική διαδικασία. Οπότε είναι μικρό το ενδιαφέρον για να μειώσουμε το χρόνο στις υπόλοιπες διαδικασίες που εμπεριέχονται σε ένα ΓΑ. Δύο πιθανές λύσεις για τη μείωση του χρόνου των υπολογισμών των τιμών Ω είναι είτε με παρεμβολή κάποιων γνωστών τιμών να βρούμε και τις υπόλοιπες είτε με υπολογισμό των τιμών $\Omega_i\ (g)$ προσεγγιστικά για μερικές γενεές αλλά όχι άλλες. Αυτό μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τις προσεγγίσεις για $g < g'$ και μετά επιστρέφοντας στις πραγματικές τμές για $g \geq g'$.

Μία άλλη προφανής λύση είναι για άτομα που εμφανίζονται ξανά σε επόμενες γενιές ο υπολογισμός της συνάρτησης απόδοσης να γίνεται μόνο μία φορά. Για να το εξασφαλίσουμε όμως αυτό πρέπει να διατηρήσουμε μια λίστα με τις τιμές που αντιστοιχούν στα συγκεκριμένα άτομα καθώς επίσης αυτή η λίστα πρέπει να έχει μια σειρά, καταγραφής των τιμών. Επειδή αυτή η λίστα όμως τείνει να γίνει πολύ μεγάλη η καταγραφή τιμών μπορεί να γίνεται ανα διαστήματα γενεών όπου το διάστημα αυτό εξαρτάται απο το σχετικό χρόνο υπέρβασης μεταξύ της διαδικασίας εξέτασης της λίστας και του υπολογισμού μιάς καινούργιας τιμής. Επιπρόσθετα αν οι καινούργιες τιμές αποθηκέυονται στο τέλος της λίστας πιο παραγωγικό όσον αφορά το χρόνο θα ήταν η εξέταση της να γίνεται απο το τέλος προς την αρχή.

Άλλη εναλλακτική είναι η χρήση ενός δικτύου υπολογιστών όταν υπάρχει αυτή η δυνατότητα στο οποίο κάθε υπολογιστής να υπολογίζει την συνάρτηση απόδοσης για μία διαφορετική ομάδα ατόμων του πλυθησμού για κάθε γενεά. Έτσι το υπολογιστικό κόστος υποδιπλασιάζεται.

Σημαντικό είναι να κρατήσουμε στο ελάχιστο δυνατό τόσο το μήκος των δυαδικών μορφών l_i όσο και το εύρος των ορίων των τιμών των παραμέτρων. Και τα δύο αυτά μπορούν να μεταβάλονται σε συνάρτηση με τον αριθμό της γενεάς. Πρέπει να προσέξουμε όμως αφού αυτή η διαδικασία μπορεί να αφαιρέσει μέρος του χώρου αναζήτησης σε κάποια γενεά [22,23].

Άλλοι Κώδικες

Μέχρι τώρα έχουμε μιλήσει για την εφαρμογή των ΓΑ με τη χρήση των δυαδικών μορφών των παραμέτρων. Πολλοί όμως έχουν αναφέρει ότι ένας ΓΑ είναι πιο αποτελεσματικός όσο η προσομοίωση προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική φύση του προβλήματος. Το πρώτο που μπορεί να σκεφτεί κανείς για αυτό είναι ότι θα ήταν πιο καλή η χρήση των πραγματικών τιμών των παραμέτρων και όχι η δυαδική τους μορφή. Όμως με τη χρήση των πραγματικών τιμών προκύπτουν ερωτήματα σχετικά με το πώς για παράδειγμα εφαρμόζονται οι διαδικασίες της ανταλλαγής πληροφοριών και μετάλλαξης [19,42,43,44,45].

Ένας τρόπος για την εφαρμογή της ανταλλαγής πληροφοριών (μεταξύ των ατόμων i και k) με χρήση των πραγματικών τιμών είναι [46,47]:

$$r_i(g+1) = r_i(g)[r_k(g) - r_i(g)]R \;\; ; k \neq j$$

όπου R είναι ένας τυχαίος αριθμός μεγένθυνσης (συνήθως μέσα στο εύρος 0.25-1.25). Πολοί τρόποι υπάρχουν και για την εφαρμογή της διαδικασίας μετάλλαξης όπως παράδειγμα :

$$r_i(g+1) = r_i(g) + R^{\pm}(g)r_i(g)\,; R(g=0) = R^{\pm}, R(g) \to 0 \; \kappa\alpha\theta\acute{\omega}\varsigma \; g \to G$$

Φυσικά τα πράγματα δεν χρειάζεται να γίνουν τόσο περίπλοκα αφού και ένας δυαδικής μορφής ΓΑ συχνά δουλεύει εξαιρετικά καλά. Δύο κανόνες σύμφωνα με τον Goldberg είναι :

1. **Η αρχή των απαραίτητων θεμέλιων λίθων :** ο χρήστης πρέπει να επιλέξει τον κώδικα του έτσι ώστε μικρού καθοριστικού μήκους και κατάταξης σχήματα να σχετίζονται με το υπο μελέτη πρόβλημα .

2. **Η αρχή της χρήσης μικρού αλφάβητου :** ο χρήστης πρέπει να επιλέξει το μικρότερο δυνατό αλφάβητο που να επιτρέπει μια φυσική έκφραση του προβλήματος.

Ας δούμε ένα παράδειγμα στο οποίο φαίνεται γιατί μερικές φορές είναι καλύτερη η χρήση της δυαδικής μορφής των αριθμών. Έστω :

$$f(x) = x^2, 0 \leq x \leq 15$$

Δίνονται τιμές για ένα δυαδικό και έναν μη δυαδικό τρόπο αντιπροσώπευσης των τιμών της παραμέτρου. Βλέπουμε ότι για τις πρώτες τιμές που είναι μακριά απο τη λύση οι δυαδικές μορφές εμφανίζουν το κοινό στοιχείο ότι τα έχουν μηδενικά στο αριστερό τους μέρος ενώ όσο οι τιμές πλησιάζουν προς τη λύση τα μηδενικά στο αριστερό μέρος γίνονται μονάδες. Αυτές τις ομοιότητες όμως δεν τις βλέπεις να υπάρχουν στη μη δυαδική μορφή των τιμών της παραμέτρου. Αφού οι ομοιότητες αυτές είναι η καρδία της μεθόδου ο αριθμός τους πρέπει να γίνει ο μεγαλύτερος δυνατός (η λύση είναι 1111). Επίσης για την περίπτωση των δυαδικών μορφών τα πιθανά σχήματα είναι $(2+1)^4=81$ ενώ στην άλλη περίπτωση $(16+1)^1=17$. Οπότε εδώ φαίνεται καθαρά το πλεονέκτημα που έχουν οι δυαδικές μορφές.

x	f	C(binary)	C(non-binary)
1	1	*0001*	*a*
2	4	*0010*	*b*
3	9	*0011*	*c*
12	144	*1100*	*l*
14	196	*1110*	*m*

Πίνακας 4.3 Σύγκριση δυαδικής και μή δυαδικής μορφής των τιμών

Λογαριθμική μορφή

Για πολλά προβλήματα σημασία έχει η σχετική ακρίβεια της τιμής των άγνωστων παραμέτρων [48]. Σε τέτοιες περιπτώσεις η χρήση της δυαδικής μορφής για τον λογάριθμο της τιμής της παραμέτρου μπορεί να φανεί πολύ χρήσιμη. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να γίνει η προσομοίωση ενός τεράστιου χώρου χωρίς το μήκος των δυαδικών μορφών να είναι εξαιρετικά μεγάλο. Αν ένας άγνωστος r μπορεί να πάρει μία τιμή μεταξύ του 1 και του 1000 και η απάντση πρέπει να είναι 1 στα 100, τότε πρέπει για μια απλή γραμμική απεικόνιση μεταξύ του χώρου του προβλήματος και της δυαδικής αντιπροσώπευσης το βήμα μεταξύ των σημείων να είναι μόνο 0.01. Αυτό θα εξασφαλίσει μια ακρίβεια 1% για τις τιμές του r γύρω απο το 1. Η ακρίβεια παραμένει 1% και για την τιμή του r γύρω απο το 1000 η οποία είναι 1 στα 100000 για το λογάριθμο.

Με χρήση των λογαρίθμων η επιθυμητή ακρίβεια μπορεί να διατηρηθεί μέσα στο χώρο με πολύ μικρότερο μήκος δυαδικών μορφών, πετυχαίνοντας έτσι την καλύτερη απόδοση του ΓΑ (μειωμένο υπολογιστικό κόστος).

Δυαδικές μορφές του Gray

Όπως είπαμε και πιο πάνω όσο πιο κοντά είμαστε στη φύση του προβλήματος τόσο πιο αποτελεσματική θα είναι και η εφαρμογή του ΓΑ. Οπότε όπως και στη γενετική όπου μία μικρή αλλαγή στο γενότυπο αντιστοιχεί σε μία μικρή αλλαγή στο φαινότυπο έτσι και εδώ πρέπει μια μικρή αλλαγή στν τιμή της παραμέτρου να αντιστοιχεί και σε

μια μικρή αλλαγή της δυαδικής μορφής. Αυτό όμως με τις δυαδικές μορφές που ξέρουμε δεν συμβαίνει. Έχουμε τη δυαδική μορφή :

011111=31, η επόμενη δυαδική μορφή είναι 100000=32. Όπως βλέπουμε για μια μικρή αλλαγή της τιμής άλλαξαν όλες οι τιμές των ψηφίων της δυαδικής μορφής. Εδώ εισάγουμε τις δυαδικές μορφές του Gray οι οποίες εξασφαλίζουν ότι για δύο διαδοχικά σημεία του χώρου του προβλήματος η δυαδική μορφή διαφέρει μόνο κατά ένα ψηφίο. Για πολλά προβλήματα αυτή η αλλαγή στην κωδικοποίηση των τιμών είναι γνωστό ότι βελτιώνει την απόδοση του ΓΑ [48].

Binary	Gray	Binary	Gray
0000	0000	1000	1100
0001	0001	1001	1101
0010	0011	1010	1111
0011	0010	1011	1110
0100	0110	1100	1010
0101	0111	1101	1011
0110	0101	1110	1001
0111	0100	1111	1000

Πίνακας 5.4 Σύγκριση της δυαδικής μορφής των τιμών με αυτήν του Gray

4.4.7 Μετα-Γενετικοί Αλγόριθμοι

Η σωστή λειτουργία ενός ΓΑ όπως έχουμε αναφέρει και πιο πριν εξαρτάται απο τις τιμές των εσωτερικών παραμέτρων όπως είναι η πιθανότητα ανταλλαγής πληροφοριών, η πιθανότητα μετάλλαξης, το μέγεθος N του πλυθησμού, το πλήθος των γενεών g κ.α. Επίσης ξέρουμε ότι οι τιμές αυτές είναι άμεσα συνδεδενένες με τη μορφή και τα χαρακτηριστικά του υπο μελέτη προβλήματος που θέλουμε να επιλύσουμε. Αν επιπλέον λάβουμε υπόψην μας και το γεγονός ότι για κάθε πρόβλημα καθώς η τιμή του ατόμου υψηλότερης απόδοσης τείνει προς τη λύση ο χώρος αναζήτησης μεταβάλλεται, απορρίπτεται η ιδέα για μιά ιδανική ομάδα σταθερών τιμών για αυτές τις παραμέτρους.

Εδώ τα δεδομένα μιλάνε απο μόνα τους. Ουσιαστικά ζητάμε την εύερση τιμών σε παραμέτρους για την βέλτιστη απόδοση ενός συστήματος. Οπότε η λύση εδώ είναι η χρήση ενός δεύτερου ΓΑ ο οποίος να προσπαθήσει να βρεί τις ιδανικές τιμές των παραμέτρων του πρώτου καθώς επεξεργάζεται το αρχικό πρόβλημα.

Αν μία τιμή χρειάζεται για κάθε εσωτερική παράμετρο και ο πρώτος ΓΑ θα χρησιμοποιηθεί σε πολλά σχεδόν ταυτόσημα προβλήματα τότε η ιδέα είναι ελκυστική. Μπορεί εύκολα να εφαρμοστεί ένας δεύτερος μετα-ΓΑ για τον έλενχο και την εξέλιξη των παραμέτρων μέσα απο ένα πλυθησμό γενετικών αλγορίθμων [49,50].

Απο την άλλη πάλι άν έχουμε να λύσουμε πολύ σύνθετα προβλήματα ή ο ΓΑ δεν θα χρησιμοποιηθεί πολλές φορές ερχόμαστε αντιμέτωποι με το μεγάλο υπολογιστικό κόστος της διαδικασίας που κάνει την ιδέα ανεπιθήμητη ή ακόμα και ανέφικτη. Η ικανότητα όμως αυτή του να επιτρέπεις στις ρυθμιστικές αυτές παραμέτρους να εξελίσονται σε πραγματικό χρόνο οδηγεί στο σχεδιασμό εξαιρετικά αποτελεσματικών αλγορίθμων [3,51].

4.4.8 Μετάλλαξη

Όπως ξέρουμε η διαδικασία μετάλλαξης πηγαίνει σε όλες τις θέσεις των δυαδικών μορφών αλλάζοντας την τιμή ή όχι των ψηφίων (απο 0 σε 1 και αντίστροφα) σύμφωνα με την υπέρβαση ή όχι μιας πιθανότητας. Με αυτό τον τρόπο διατηρούνται όλες οι γενετικές πληροφορίες, κάποιες απο τις οποίες είναι δυνατόν να χαθούν μέσω των διαδικασιών της επιλογής και της ανταλλαγής πληροφοριών, και παραμένουν έτσι ενεργές όλες οι περιοχές του χώρου αναζήτησης. Η εφαρμογή της συνήθως δεν γίνεται με κάποιο συγκεκριμένο τρόπο. Με μία όμως πιο κατευθυνόμενη πορεία της διαδικασίας αυτής είναι δυνατή η βελτίωση της απόδοσης του ΓΑ [52,53,54].

Παράδειγμα, για ένα πρόβλημα μίας παραμέτρου με μήκος δυαδικής μορφής L=10, r_{min}=0 και r_{max}=1023, η αλλαγή του ψηφίου στο ένα άκρο της δυαδικής μορφής αλλάζει το r κατά ±1, ενώ στο άλλο άκρο κατά ±512. Οπότε για την περίπτωση που ο ΓΑ βρίσκεται στα τελικά στάδια της διαδικασίας και η πλειοψηφία των ατόμων του πλυθησμού προσεγίζει τη λύση, θα ήταν πιο εποικοδομητικό να αλλάζουν τα ψηφία που έχουν πιό μικρή επιρροή στην τιμή του r. Αντίθετα σε αρχικά στάδια της μεθόδου επιθυμητή είναι αλλαγή των ψηφίων που έχουν μεγάλη επιρροή στην τιμή του r αφού έτσι δίνεται η δυνατότητα εξερεύνησης σε όλο το χώρο αναζήτησης.

Άλλη πιθανότητα είναι η αλλαγή των ψηφίων μόνο στα μικρότερης απόδοσης άτομα του πλυθησμού αυξάνοντας έτσι τις δυνατότητες εξερεύνησης χωρίς να επηρεάζονται τα υψηλής απόδοσης άτομα ή η συνάρτηση της πιθανότητας μετάλλαξης P_m με τον αριθμό της γενεάς g σύμφωνα με την οποία όσο περνάμε απο γενιά σε γενιά η πιθανότητα αυτή να μειώνεται [55].

Εναλλακτικά, αφού ο αλγόριθμος έχει εντοπίσει τη βάση της κορυφής στην οποία βρίσκεται η λύση, η αναρρίχιση προς τη λύση μπορεί να γίνει με την αλλαγή των ψηφίων της δυαδικής μορφής του καλύτερου ατόμου στον πλυθησμό. Κάθε φορά επιλέγεται μία θέση στην οποία αλλάζουμε την τιμή του ψηφίου. Κάθε αλλαγή η οποία βελτιώνει την τιμή απόδοσης την κρατάμε διαφορετικά την αναιρούμε [56,57].

4.4.9 Παράλληλοι Γενετικοί Αλγόριθμοι

Εκτός απο τον έμμεσο παραλληλισμό (implicit parallelism) που προσφέρει η διαδικασία επεξεργασίας των σχημάτων που αναφέραμε σε προηγούμενη ενότητα, η

μορφή των ΓΑ που αποτελείται απο ένα πλήθος ατόμων είναι ιδανική για την εφαρμογή παράλληλης επεξεργασίας (Parallel Computing) με τη χρήση ενός δικτύου υπολογιστών η ακόμα και μέσα απο τον ίδιο τον υπολογιστή.

Καθολικοί Παράλληλοι ΓΑ [58,59] φέρονται στον πλυσθησμό σαν να είναι μία μονάδα και αναθέτουν διάφορα άτομα του πλυθησμού σε διαφορετικούς επεξεργαστές. Στην πιο απλή του μορφή, κάνει χρήση ενός υπολογιστή ή επεξεργαστή για να ελένξει την διαδικασία της επιλογής καθώς και τις άλλες γενετικές διεργασίες, και μια σειρά απο άλλους υπολογιστές ή επεξεργαστές για τον υπολογισμό των τιμών της συνάρτησης απόδοσης. Αν ο υπολογισμός της συνάρτησης απόδοσης χρειάζεται αρκετό χρόνο για να πραγματοποιηθεί τότε με αυτό τον τρόπο το υπολογιστικό κόστος μειώνεται δραματικά.

Μεταναστευτικοί ΓΑ [60,61] προσπαθούν να μιμηθούν το γεωγραφικό διαχωρισμό υποπλυθησμών που συμβαίνει στη φύση. Αυτό επιτγχάνεται αφήνοντας διάφορους υποπλυθησμούς να εξελίσσονται μέσω των διαδικασιών της επιλογής και της ανταλλαγής πληροφοριών και στη συνέχεια επιτρέποντας περιστασιακές μεταναστεύσεις ατόμων μεταξύ των υποπλυθησμών.

Διάχυσης ή Γειτονεύοντες ή Κυτταρικοί ΓΑ αφαιρούν τα εμπόδια μεταξύ των υποπλυθησμών που χρησιμοπούνται στους μεταναστευτικούς ΓΑ και τους αντικαθιστούν με την έννοια της γεωγραφικής απόστασης. Οπότε έτσι τα άτομα επιτρέπεται να αναπαράγονται μόνο με πολύ κοντινούς γείτονες [10,62,63,64,65].

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ

1. Futuyama, D.J., *Evoltionsbiologie*, Birkhauser Verlag, Basel, 1990.

2. Back, T., *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*, Oxford University Press, New York, 1996.

3. Davis, L., (Ed.), *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

4. Gottschalk, W., *Algemeine Genetik*, Georg Thieme Verlag, Stuttgard, 3rd edition, 1989.

5. Fogel, L.J., Owens, A.J. and Walsh, M.J., *Artificial intelligence through simulated evolution*, Wiley, New York, 1996.

6. Schwefel, H., *Numerical opimisation of computer models*, Wiley, New York, 1981.

7. Rawlings, G., (Ed.), *Foundations of Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, 1991.

8. Whitley, L.D. (Ed.), *Foundations of Genetic Algorithms 2*, Morgan Kaufmann, 1993.

9. Whitley, L.D. and Vose, M., (Eds.), *Foundations og Genetic Algorithms 3*, Morgan Kaufmann, 1993.

10. Davidor, Y., A naturally occurring niche and species phenomenon: the model and first results, in Belew, R.K. and Booker, L.B., (Eds), *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p257-263, 1991.

11. Whitley, D, Mathias, K., Rana, S. and Dzubera, Building better test functions, in Eshelman, L.J, *Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms*, p239-246, 1995.

12. De Jong, K.A., *Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*, Doctoral dissertation, University of Michigan, Dissertation Abstracts International 36(10), 5140B, (University Microfilms No. 76-9381), 1975.

13. Holland J.H., 1975, *Adaption in Natural and Artificial Systems*, University of Michingan Press, Ann Arbor, 1975.

14. Goldberg, D.A., *Genetic Algorithms in Search, Optimisation and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.

15. Michalewicz, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, 2nd edition, Springer-Verlag, Heidenberg, 1994.

16. Forrest, S. and Mitchell, M., relative building block fitness and the building block hypothesis, In Whitley, L.D., (Ed.), *Foundations of Genetic Algorithms 2*, Morgan Kaufmann, 1993.

17. Altenberg, L., The schema theorem and Price's theorem, Whitley, L.D. and Vose, M., (Eds.), *Foundations of Genetic Algorithms 3*, Morgan Kaufmann, 1993.

18. Bertoni, A. and Dorigo, M., Implicit parallelism in genetic algorithms, *Artificial Inteligence*, 61(2), p307-314, 1993.

19. Michalewicz, Z. and Janikow, C, Handling constraints in genetic algorithms, in Belew, R.K. and Booker, L.B., (Eds), *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p151-157, 1991.

20. Richardson, J.T., Palmer, M.R., Liepins, G. and Hilliard, M., Some guidelines for genetic algorithms with penalty functions, in Schaffer, J.D., (Ed.), *Proceedings of the 3& International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p19 1-197,1989.

21. Halhal, D., Walters, G.A., Ouazar, D. and Savic, D.A., Water network rehabilitation with structured messy genetic algorithm, *J. of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 123(3),p137-146,1997.

22. Goldberg, D.E., Korb, B., and Deb, K., Messy genetic algorithms: Motivation, analysis, and first results. *Complex Systems*, 3(4), p493-530. 1989.

23. Goldberg, D.E. and Deb, K. and Bradley, K., Don't worry, be messy, in Belew, R.K. and Booker, L.B., (Eds), *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p25-30, 1991.

24. Goldberg, D.E., Deb, K., Kargupta, H. and Harik, G., Rapid, accurate optimization of difficult problems using fast messy genetic algorithms, in *Genetic Algorithms:Proceedings of the 4th lnternational Conference*, Forrest, *S.*, (Ed.), p56-64,Morgan Kaufmann, 1993.

25. Pearce, R., Constraint resolution in genetic algorithms, in [ZA97], p79-98, 1997.

26. Powell, D. and Skolnick, M.M, Using genetic algorithms in engineering design optimization with non-linear constraints in *Genetic Algorithms: Proceedings of the 5th International Conference*, Forrest, S., (Ed.), p424-430, Morgan Kaufmann, 1993.

27. Smith, A.E. and Tate, D.M., Genetic optimization using a penalty hction, in *Genetic Algorithms: Proceedings of the 5th International Conference*, Forrest, S., (Ed.), p499-503, Morgan Kaufmann, 1993.

28. Mitchell, M., Genetic Algorithms: An Overview, Complexity 1(1), p31-39, 1995.

29. Srinivas, N. and Deb, K., Multiobjective optimisation using nondomina~d sorting in genetic algorithms, *Evolutionary Computation*, Vol. *2*, 1994.

30. Fonseca, C.M. and Fleming, P.J., Genetic algorithms for multiobjective optimization: formulation, discussion and generalization, in *Genetic Algorithms: Proceedings of the 5th International Conference*, Forrest, S., (Ed.), p416-423, Morgan Kaufmann, 1993.

31. Goldberg, D.E. and Deb, K., A comparative analysis of selection schemes used in genetic algorithms, Rawlins, G., (Ed.), *Foundations of Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p69-93, 1991.

32. Baker, J. E., Reducing bias and inefficiency in the selection algorithm, in *Genetic Algorithms and their Applications: Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, 1987.

33. Blickle, T. and Thiele, L., A mathematical analysis of tournament selection, in Eshelman, L. J., *Proceedings of the dh International Conference on Genetic Algorithms*, p506-5 1 1, 1995.

34. Mitchell, M., *An Introduction to Genetic Algorithms*, Press, Cambridge, Massachusetts. 1996.

35. Syswerda, G., Uniform crossover in genetic algorithms, in Schaffer, J.D., (Ed.), *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms* Morgan Kaufmann, p2-9, 1989.

36. Syswerda, G., A study of reproduction in generational and steady-state genetic algorithms, Rawlins, G., (Ed.), *Foundations of Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, 1991.

37. Whitley, D., the GENITOR algorithm and selection pressure: why rank-based at location of reproductive trials is best, in Schaffer, J.D., (ed.), *Proceedjngs of the 11th international Joint Conference on Artificial intelligence*, Morgan Kaufmann, San Mateo, 1989.

38. Caruana, R.A., Eshelman, L.J. and Schaffer, J.D., Representation and hidden bias II: estimating defining length bias in genetic search via shuffle crossover, in *Proceedings of the 11th International Joint Conference on Artificial Inteligence*, Morgan Kaufmann, San Mateo, p750-755,1989.

39. Eshelman, L.J., Caruana, R.A. and Schaffer, J.D., Biases in the crossover landscape, in [SC89, p10-19], 1989

40. Schaffer, J.D., Caruana, R.A., Eshelman, L.J. and Das, R., A study of control parameters affecting online performance of genetic algorithms for function

41. Booker, L., Improving search in genetic algorithms, in [DA87], p61-73, 1987.

42. Eshelman, L.J. and Schaffer, J.D., Real-coded algorithms and interval-schemata, Whitley, D. (Ed.), *Foundations of Genetic Algorithms 2*, Morgan Kaufmann, 1993.

43. Janikow, C. and Michalewicz, Z., An experimental comparison of binary and floating point representations in genetic algorithms, in Belew, R.K. and Booker, L.B., (Eds), *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p31-36, 1991.

44. Wright, A.H., Genetic algorithms for real parameter optimization, Rawlins, G., (Ed.), *Foundations of Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p205-218, 1991.

45. Reeves, C.R., Using genetic algorithms with small populations, in *Genetic Algorithms: Proceedings of the 5th International Conference*, Forrest, *S.*, (Ed.), p92-99, Morgan Kaufmann, 1993.

46. Muhlenbein, H. and Schlierkamp-Voosen, D., Predictive models for the breeder genetic algorithm, *Evolutionary Computation*, 1(l), p25-49, 1993.

47. Zalzala, A.M.S. and Fleming, P.J., *Genetic Algorithms in Engineering Systems*, IEE, London, 1997.

48. Zalzala, A.M.S. and Fleming, P.J., *Genetic Algorithms in Engineering Systems*, IEE, London, 1997.

49. Grefenstette, J.J., Optimization of control parameters for genetic algorithms, IEEE *Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 16(1), p122-128, 1986.

50. Bramlette, M.F., Initialization, mutation and selection methods in genetic algorithms for function optimisation, in Belew, R.K. and Booker, L.B., (Eds) , *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, 1991.

51. Davis, L., Adapting operator probabilities in genetic algorithms, in Schaffer, J.D., (Ed.), *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kautinann, p6 1-69, 1989.

52. Muhlenbein, H., How do genetic algorithms really work? 1. Mutation and hill climbing, in Manner, R, and Manderick, (Eds.), *Parallel Problem Solving from Nature 2*, North-Holland, 1992.

53. Hinterding, R., Gielewski, H. and Peachey, T.C., The nature of mutation in genetic algorithms, in Eshelman, L.J., *Proceedings of the dh International Conference on Genetic Algorithms*, p65-72, 1995.

54. Jones, T., Crossover, macromutation and population-based search, in Eshelman, L.J., *Proceedings of 6th International Conference on Genetic Algorithms*, p73-*80*, 1995.

55. Fogarty, T.C., Varying the probability of mutation in the genetic algorithm, in Schaffer, J.D., (Ed.), *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, pl04-109, 1989.

56. Back, T., Optimal mutation rates in genetic search, in *Genetic Algorithms: Proceedings of the 5th International Conference*, Forrest, S., (Ed.), p2-8, Morgan Kaufmann, 1993.

57. Tate, D.M. and Smith, A.E., Expected allele coverage and the role of mutation in genetic algorithms, in *Genetic Algorithms: Proceedings of* the 5th *International Conference*, Forrest, *S.*, (Ed.), p3 1-37, Morgan Kaufmann, 1993.

58. Huang, R. and Fogarty, T.C., Adaptive classification and control-rule optimization via a learning algorithm for controlling a dynamic system, *Proc 30th Conf. on Decision and Control*, p867-868, 1991.

59. Dodd, N., Macfarlane D., and Marland, C., Optimisation of artificia1 neural network structure using genetic techniques implemented multiple transputers, *Transputing '91*, Vol. 2,IOS Press, p687-700, 1991.

60. Tanse, R., Parallel genetic algorithm for a hypercube, *Proceedings* of *the 2nd International Conference on Genetic Algorithms*, p177-183, 1987.

61. Tanse, R., Distributed genetic algorithms, in Schaffer, J.D., (Ed.), *Proceedings of the* 3rd *International Conference* on *Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p434-439,1989.

62. Robertson, G., Parallel implementation on genetic algorithms in a classifier system,in *Genetic Aigorithms and Simulated Annealing*, p129- 140, Davis, L., (Ed.), Pitman, London, 1987.

63. Manderick, B. and Spiessens, P., Fine-grained parallel genetic algorithms, in Schaffer, J.D., (Ed.), *Proceedings of the* 3rd *International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p428-433, 1989.

64. Spiessens, P. and Manderick, B., A massively parallel genetic algorithm: implementation and first analysis, in Belew, R.K. and Booker, L.B., (Eds), *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, p279-286,1991.

65. Maruyama, T., Huose, T. and Konagaya, A., A fine-grained parallel genetic algorithm for distributed parallel systems, in Forrest, S., *Proceedings* of *the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, pl84-190, 1993.

66. David A Coley, *An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers*, World Scientific Publishing, 1999.

Κεφάλαιο 5

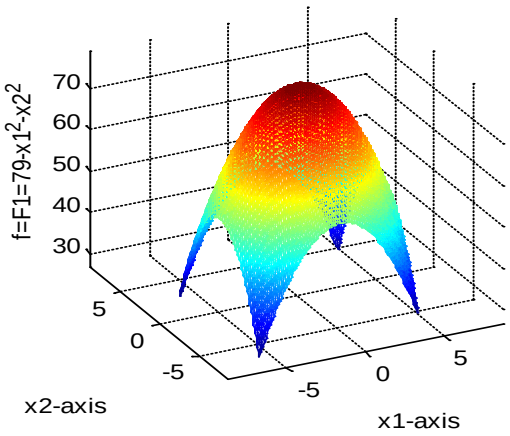
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

5.1 Συναρτήσεις ελέγχου

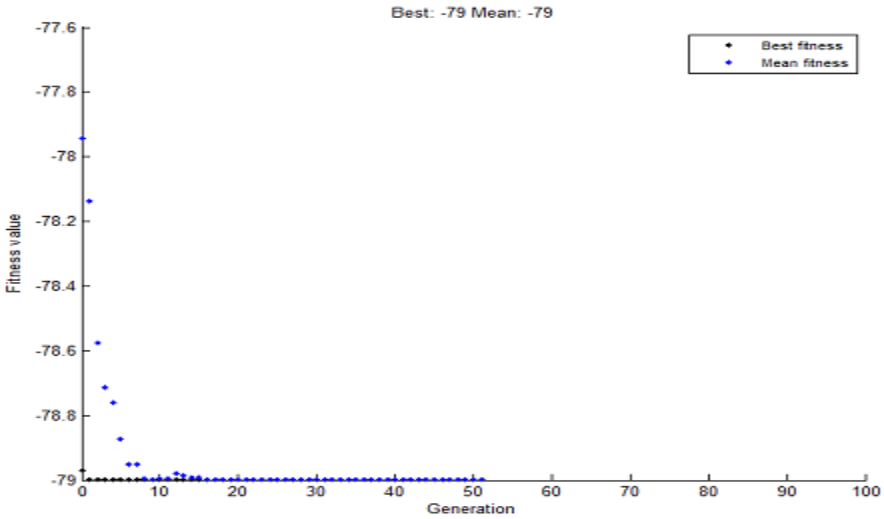
Όπως έχουμε πεί στο 4ο Κεφάλαιο πριν γίνει η χρήση ενός γενετικού αλγόριθμου καλό είναι να ελεχθεί απόδοση του με μία σειρά απο συναρτήσεις ελέγχου. Για τους σκοπούς αυτής της μεταπτυχιακής εργασίας έγινε χρήση των γενετικών αλγορίθμων του προγράμματος Matlab.

<u>1η Συνάρτηση Ελέγχου</u>

$$max \rightarrow f = F_1 = 79 - x_1^2 - x_2^2 , \qquad -5.12 \leq x_1, x_2 \leq 5.12$$



Εικόνα 5.1 Η μορφή της συνάρτησης F1



Σχ. 5.1 Εδώ απεικονίζεται η πορεία της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης κάνοντας χρήση της μεθόδου επιλογής με κατάταξη

Αυτή είναι μία συνεχής συνάρτηση που κατέχει μία μόνο κορυφή και χρησιμεύει στον έλεγχο της ταχύτητας σύγκλισης.

Επιλογή με κατάταξη (βλ. Σχ. 5.1)

Δίνουμε τις πιο κάτω εντολές. Στην αρχή διαλέγουμε να δίνεται το γράφημα της υψηλότερης απόδοσης ατόμου καθώς και η μεγέθυνση των τιμών της συνάρτησης απόδοσης στη διαδικασία επιλογής να γίνεται με κατάταξη. Στη συνέχεια καλούμε τον γενετικό αλγόριθμο. Πιο κάτω έχουν υπολογιστεί οι δείκτες ταχύτητας σύγκλισης V καθώς και οι f_{off}, f_{on}.

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingrank);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F1(x),2,[ ],[ ],[ ],[ ],lb,ub,[ ],options)

Αποτέλεσμα:

X=[0.0611 -0.2437] x 10^{-4}, FVAL=79

$$V = \ln\sqrt{\frac{f^{max}(g = G)}{f^{max}(g = 0)}} = \sqrt{\frac{79}{78.9704}} = 1.0002$$

$$f_{off}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} f_{max}(j) = \frac{4.1079e + 003}{52} = 78.999$$

$$f_{on}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(j)\right] = \frac{4.1048e + 003}{52} = 78.9391$$

F1.m

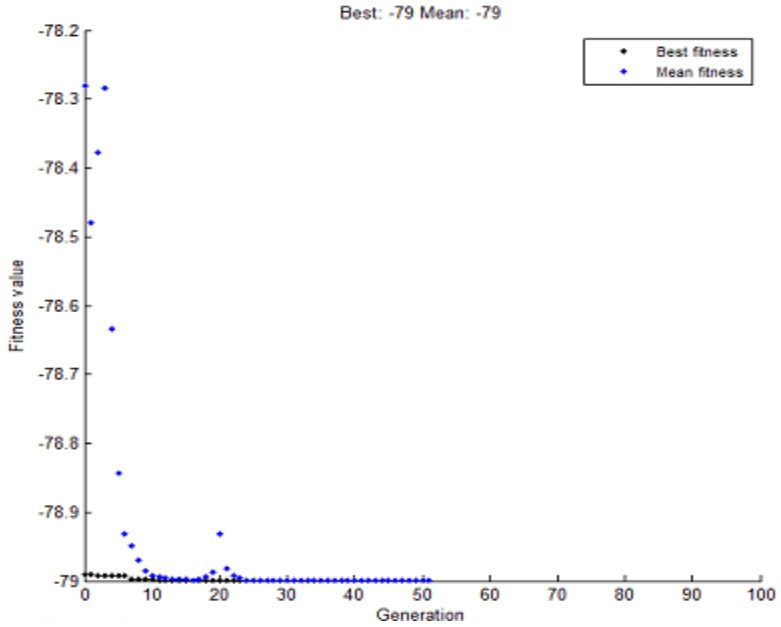
```
function cash=F1(x)

x1=x(1);
y1=x(2);

cash=-(79-x(1)^2-x(2)^2)
```

Επιλογή σύμφωνα με το καλύτερο άτομο (βλ. Σχ. 5.2)

Η διαφορά εδώ είναι στη μέθοδο μεγένθυνσης των τιμών της συνάρτησης απόδοσης. Η μεγέθυνση που γίνεται είναι τέτοια ώστε ο αναμενόμενος αριθμός φορών που θα επιλεγεί το καλύτερο άτομο τ_{best}^{exp} είναι 2. Μπορούμε να αλλάξουμε αυτή την τιμή αλλά εδώ την αφήσαμε όπως έχει οριστεί απο το πρόγραμμα.



Σχ. 5.2 Εδώ απεικονίζεται η πορεία της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης μεγενθύνοντας τις τιμές της συνάρτησης απόδοσης σύμφωνα με το καλύτερο άτομο του πλυθησμού

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingshiftlinear)

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F1(x),2,[ ],[ ],[ ],[ ],lb,ub,[ ],options)

Αποτέλεσμα:

$$X=[\,0.1178 \quad -0.0051\,] \times 10^{-3},\ FVAL=79$$

Υπολογισμός δεικτών:

$$V = \ln\sqrt{\frac{f^{max}(g = G)}{f^{max}(g = 0)}} = \sqrt{\frac{79}{78.9903}} = 1.0001$$

$$f_{off}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} f_{max}(j) = \frac{4.1079e + 003}{52} = 78.9986$$

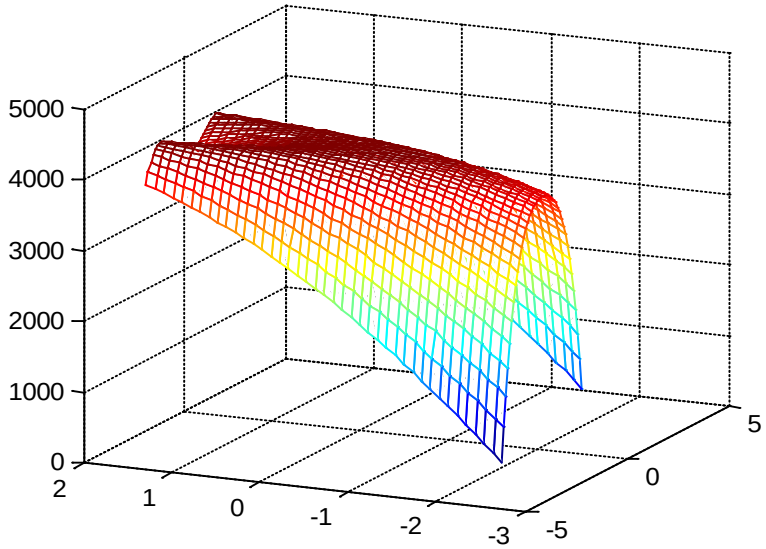
$$f_{on}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(j)\right] = \frac{4.1046e + 003}{52} = 78.9343$$

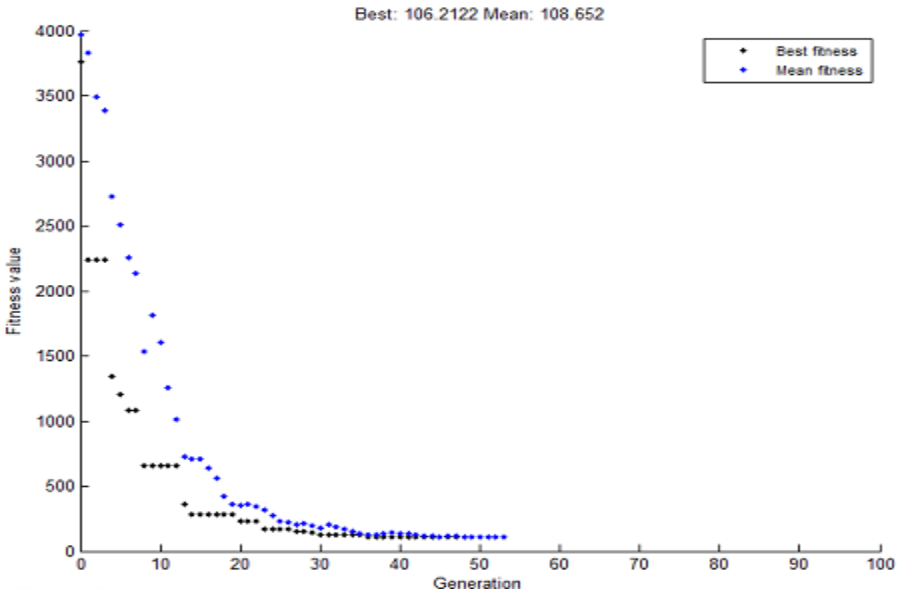
Αν και ο δείκτης της ταχύτητας σύγκλισης είναι ελάχιστα πιο μεγάλος στην περίπτωση της επιλογής με κατάταξη, όπως συμβαίνει και με τους άλλους δείκτες, δεν μπορούμε να πούμε πολλά αφού οι διαφορές αυτές είναι μηδαμινές. Αν συγκρίνουμε όμως τα δύο σχεδιαγράμματα (βλ. Σχ. 5.1 και Σχ. 5.2) της πορείας των

τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης ειδικά στο εύρος γενεών 0-20 μπορούμε να πούμε ότι στην περίπτωση της επιλογής με κατάταξη η συμπεριφορά ήταν καλύτερη.

2η Συνάρτηση Ελέγχου

$$min \rightarrow f = F_2 = 4000 - 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2 \ , \quad -2.048 \leq x_1, x_2 \leq 2.048$$





Σχ. 5.3 Εδώ απεικονίζεται η πορεία της καλύτερης και μέσης τιμής της συνάρτησης απόδοσης

Επιλογή με κατάταξη (βλ Σχ. 5.3)

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingrank);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F2(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

Αποτέλεσμα:

X=[2.0480 -2.0466] , FVAL= 106.2122

Υπολογισμός δεικτών:

$$V = \ln\sqrt{\frac{f^{max}(g = G)}{f^{max}(g = 0)}} = \sqrt{\frac{137.4080}{4000.7238}} = 0.1853$$

$$f_{off}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} f_{max}(j) = \frac{2.5017e + 004}{54} = 463.2802$$

$$f_{on}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(j)\right] = \frac{4.1541e + 004}{54} = 769.2815$$

F2.m

```
function cash=F2(x)

x1=x(1);
y1=x(2);

cash=4000-100*(x1^2-y1)^2+(1-x1)^2
```

Επιλογή σύμφωνα με το καλύτερο άτομο (βλ. Σχ. 5.4)

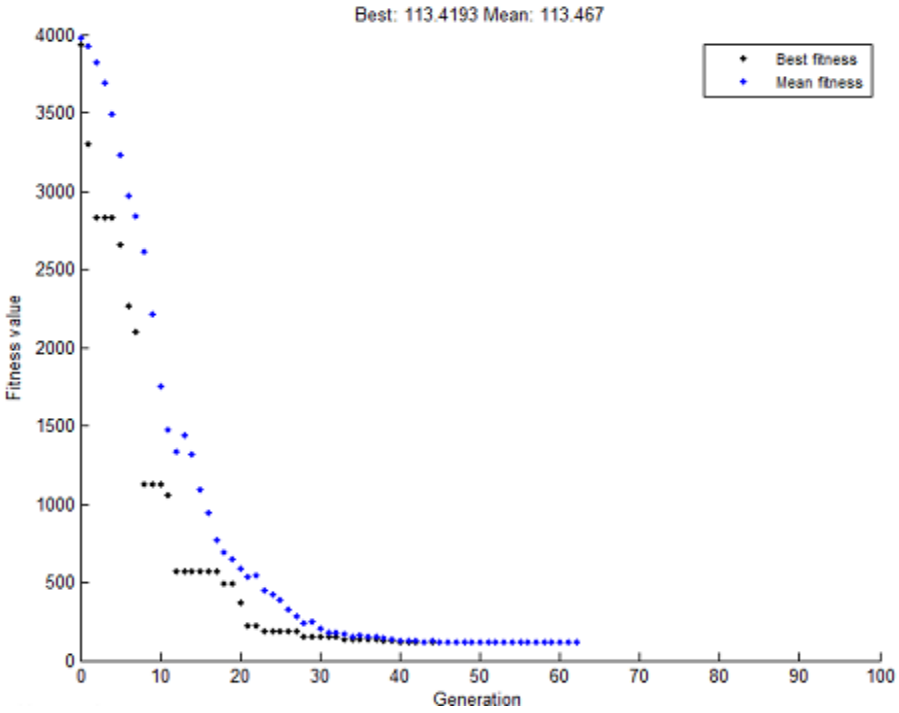
Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingshiftlinear)

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F2(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

Αποτέλεσμα:

X=[-2.0480 -2.0475] , FVAL= 113.4193



Σχ.5.4 Εδώ απεικονίζεται η πορεία της μέσης και της καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης

Υπολογισμός δεικτών:

$$V = \ln\sqrt{\frac{f^{max}(g = G)}{f^{max}(g = 0)}} = \sqrt{\frac{113.6188}{4.0008e + 003}} = 0.0284$$

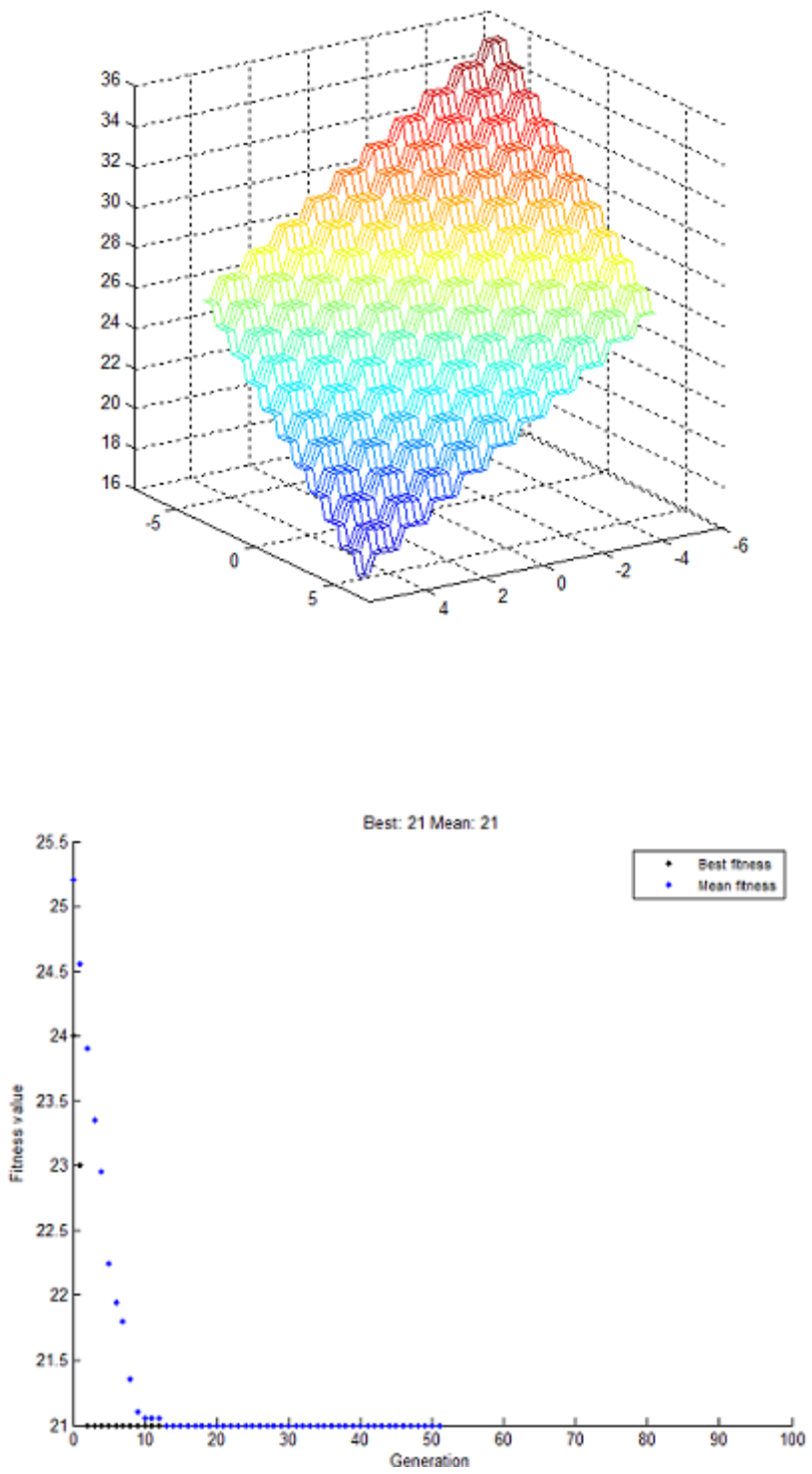
$$f_{off}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} f_{max}(j) = \frac{3.7619e + 004}{63} = 597.1268$$

$$f_{on}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(j)\right] = \frac{5.2552e + 004}{63} = 834.1647$$

Όπως φαίνεται απο την τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και τους δείκτες f_{off}, f_{on} η επιλογή με κατάταξη έδειξε πολύ καλύτερη συμπεριφορά σε σχέση με την επιλογή σύμφωνα με το καλύτερο άτομο. Επίσης ο γενετικός αλγόριθμος που ακολούθησε την επιλογή με κατάταξη συνέκλινε σε πιο μικρή γενεά κάτι που επαληθεύει και τις τιμές του δείκτη ταχύτητας σύγκλισης όπου στην πρώτη περίπτωση είναι πιο μεγάλη απότι στη δεύτερη.

<u>3η Συνάρτηση Ελέγχου</u>

$$max \rightarrow f = F_3 = 26 - INT(x_1) - INT(x_2)\ , \qquad -5.12 \leq x_1, x_2 \leq 5.12$$



Σχ. 5.5 Εδώ απεικονίζεται η πορεία της μέσης και της καλυτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης

Αυτή η συνάρτηση ελέγχει την απόδοση του γενετικού αλγόριθμου στην περίπτωση απουσίας τοπικής κλίσης.

Επιλογή με κατάταξη (βλ Σχ 5.5)

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingrank);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

Αποτέλεσμα:

X=[1.5292 2.7887] , FVAL= 21

Όπως βλέπουμε ο αλγόριθμος με την απουσία τοπικής κλίσης απέτειχε να εντοπίσει τη σωστή λύση η οποία είναι για όλες τις τιμές που δίνουν FVAL=16.

Μεγέθυνση ανάλογη της τιμής απόδοσης του ατόμου

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingprop);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

Αποτέλεσμα:

X=[2.8362 1.6281] , FVAL= 21

Ούτε με αυτή την επιλογή μπορέσαμε να προσεγγίσουμε τη σωστή λύση.

Μεγένθυνση των τιμών απόδοσης μόνο στα καλύτερα άτομα

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingtop);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

Σε αυτή τη περίπτωση ο αλγόριθμος σταμάτησε λόγω τεχνικών προβλημάτων που αντιμετώπισε. Εφόσον δεν μπορούμε να επέμβουμε σε αυτό τον αλγόριθμο δεν μπορούμε και να το εξηγήσουμε.

Μεγέθυνση σύμφωνα με το καλύτερο άτομο

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingshiftlinear)

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

Όπως και με την προηγούμενη επιλογή ο αλγόριθμος σταμάτησε λόγω προβλημάτων που αντιμετώπισε.

Μεγέθυνση ανάλογη της τιμής απόδοσης του ατόμου (με γραμμικούς περιορισμούς βλ. Σχ. 5.6)

Εντολές:

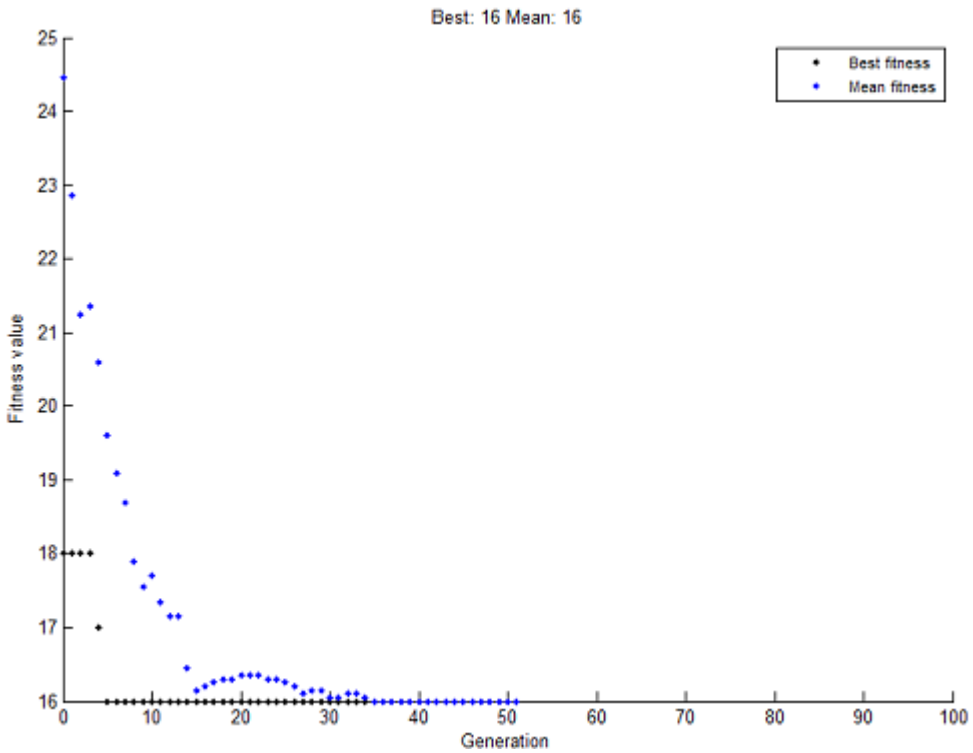
options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingprop);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,A,b,[],[],lb,ub,[],options)

Αποτέλεσμα και Γραμμικοί Περιορισμοί:

X=[5.1200 4.8700] , FVAL=16

A=[1 0;0 1;-1 0;0 -1], b=[5.12;5.12;5.12;5.12]



Σχ. 5.6 Εδώ απεικονίζεται η πορεία της μέσης και της καλυτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης

Υπολογισμός δεικτών:

$$V = \ln\sqrt{\frac{f^{max}(g = G)}{f^{max}(g = 0)}} = \sqrt{\frac{16}{20}} = 0.8944$$

$$f_{off}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} f_{max}(j) = \frac{823}{52} = 15.8269$$

$$f_{on}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(j)\right] = \frac{873.3750}{52} = 16.7957$$

F3.m

```
function cash=F3(x)

x1=x(1);
y1=x(2);

cash=26-round(x1)-round(y1)
```

Επιλογή με κατάταξη (με γραμμικούς περιορισμούς)

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingrank);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,A,b,[],[],lb,ub,[],options)

Αποτέλεσμα:

X=[4.788 5.12], FVAL=16

A=[1 0;0 1;-1 0;0 -1], b=[5.12;5.12;5.12;5.12]

Υπολογισμός δεικτών:

$$V = \ln\sqrt{\frac{f^{max}(g = G)}{f^{max}(g = 0)}} = \sqrt{\frac{16}{20}} = 0.8944$$

$$f_{off}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} f_{max}(j) = \frac{836}{52} = 16.0769$$

$$f_{on}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(j)\right] = \frac{863.7000}{52} = 16.6096$$

Εδώ δεν παραθέτουμε το διάγραμμα πορείας των τιμών της συνάρτησης απόδοσης. Όπως βλέπουμε οι τιμές των δεικτών απόδοσης μεταξύ της μεγέθυνσης με κατάταξη και της ανάλογης της συνάρτησης απόδοσης δεν διαφέρουν έντονα οπότε δεν μπορούμε να πούμε ότι κάποια απο τις δύο υπερέχει της άλλης.

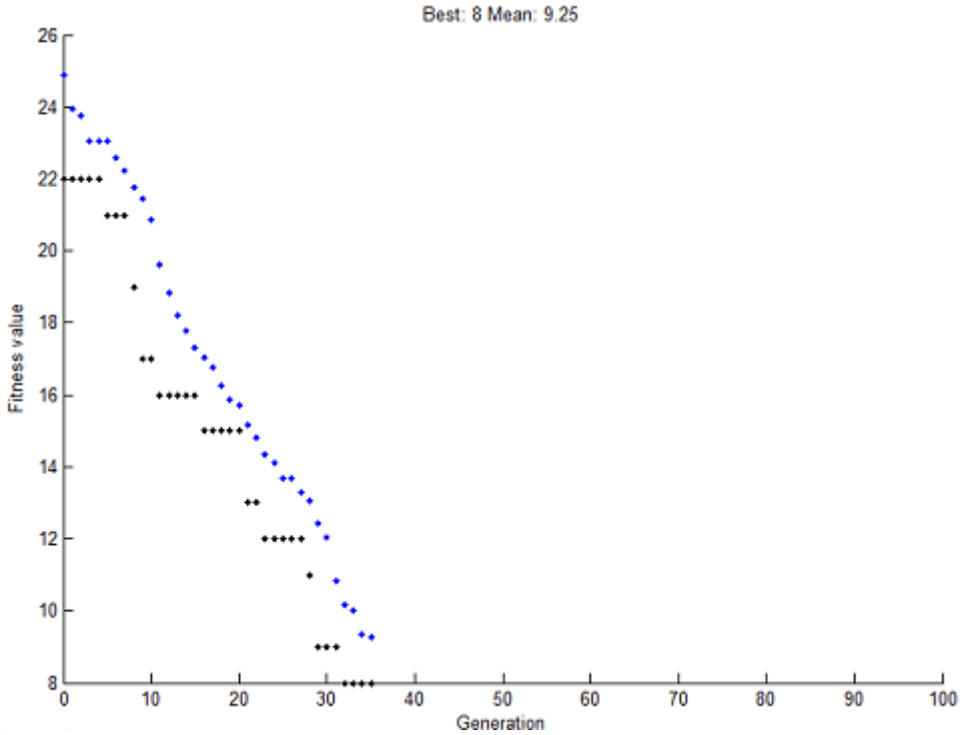
Επίσης μπορούμε να πούμε ότι ενώ με την χρήση της κατάταξης και της μεγέθυνσης ανάλογα με την τιμή της συνάρτησης απόδοσης ο αλγόριθμος δεν συνέκλινε στην επιθημητή λύση. Με την επιβολή όμως των ορίων των τιμών υπο μορφή γραμμικών περιορισμών το έκανε. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι με την επιβολή περιορισμών αλλάζει η καθορισμένη απο το πρόγραμμα επιλογή της συνάρτησης μετάλλαξης. Ας εξετάσουμε τι γίνεται στην περίπτωση που έχουμε κατάταξη χωρίς γραμμικούς περιορισμούς αλλάζοντας τη συνάρτηση μετάλλαξης.

Μετάλλαξη ακολουθώντας τη Κανονική Κατανομή

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingrank,'MutationFcn',@mutationgaussian);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

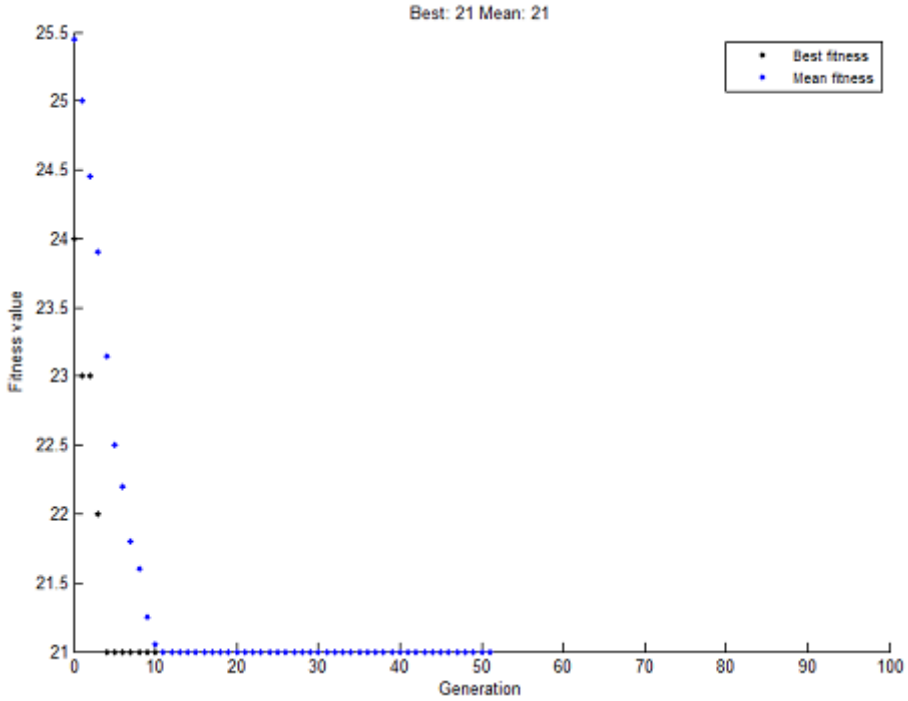


Σχ. 5.7 Εδώ απεικονίζεται η πορεία της μέσης και της καλυτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης

Βλέπουμε ότι η αυτή η επιλογή μετάλλαξης δεν υπόκειται σε περιορισμούς αφού έχει ξεπεράσει το κατώτατο όριο της τιμής της συνάρτησης απόδοσης FVAL=16 (βλ Σχ 3.7).

Μετάλλαξη που προσαρμόζεται στο πρόβλημα

Αυτή η συνάρτηση μετάλλαξης παράγει τα άτομα της κάθε γενιάς έτσι ώστε να ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος.



Σχ. 5.8 Εδώ απεικονίζεται η πορεία της μέσης και της καλυτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingrank,'MutationFcn',@mutationadaptfeasible);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

Αποτέλεσμα:

X=[1.8372 2.8688] , FVAL=21

Υπολογισμός δεικτών:

$$V = \ln\sqrt{\frac{f^{max}(g = G)}{f^{max}(g = 0)}} = \sqrt{\frac{21}{24}} = 0.9354$$

$$f_{off}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} f_{max}(j) = \frac{1100}{52} = 21.1538$$

$$f_{on}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(j)\right] = \frac{1.1133e + 003}{52} = 21.4106$$

Όυτε αυτή φορά ο αλγόριθμος συνέκλινε στο βέλτιστο.

Ομοιόμορφη Μετάλλαξη

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingrank,'MutationFcn',@mutationuniform);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

X=[0.5377 1.8339] , FVAL=23

Δεν βλέπουμε κάποια βελτίωση . Ας ελένξουμε και μία απο τις συναρτήσεις ανταλλαγής πληροφοριών.

Ανταλλαγή πληροφοριών με δύο σημεία

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingrank,'MutationFcn',@mutationadaptfeasible,'CrossoverFcn',@crossovertwopoint);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F3(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

Αποτέλεσμα:

X=[1.7030 1.8675] , FVAL=22

4η Συνάρτηση Ελέγχου

$$max \rightarrow f = F_4 = 0.5 - \frac{\left(\sin\sqrt{x_1^2 + x_2^2}\right)^2 - 0.5}{\left(1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)\right)^2} \quad , \quad -100 \leq x_1, x_2 \leq 100$$

Εντολές:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf);

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = GA(@(x)F4(x),2,[],[],[],[],lb,ub,[],options)

Αποτέλεσμα:

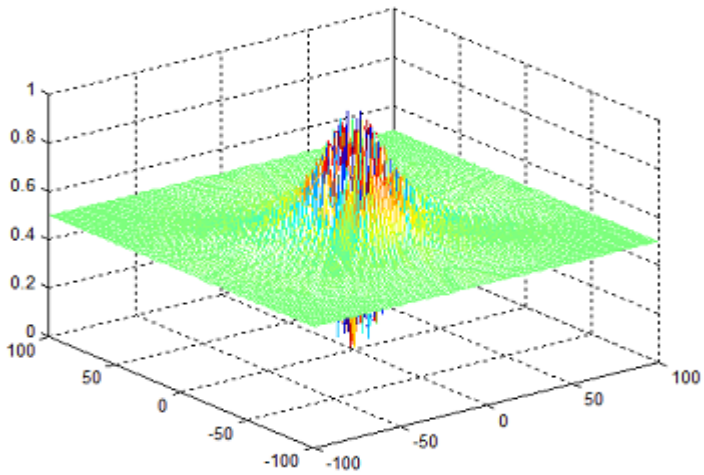
X=[1.9360 2.4702] , FVAL= 0.9903

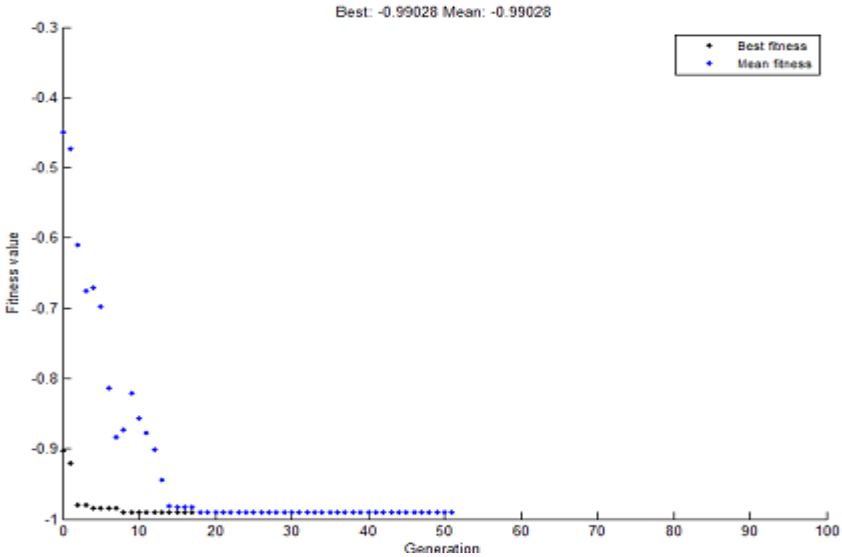
Υπολογισμός δεικτών:

$$V = \ln\sqrt{\frac{f^{max}(g = G)}{f^{max}(g = 0)}} = \sqrt{\frac{0.9903}{0.9021}} = 1.0978$$

$$f_{off}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} f_{max}(j) = \frac{51.2945}{52} = 0.9864$$

$$f_{on}(g) = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(j)\right] = \frac{48.1472}{52} = 0.9259$$





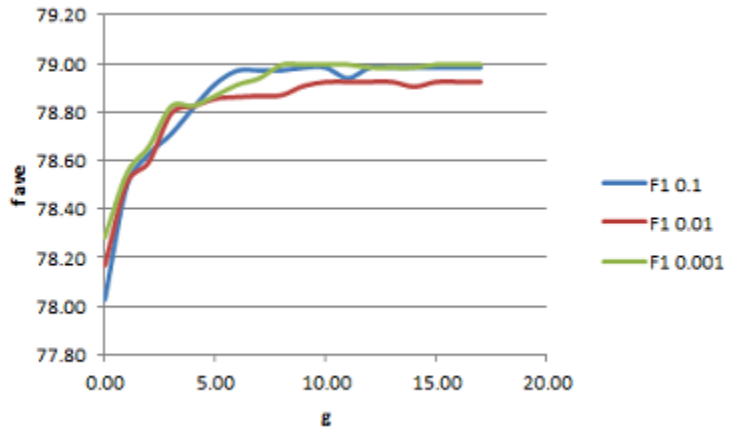
Σχ. 5.9 Εδώ απεικονίζεται η πορεία της μέσης και της καλυτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης

Αυτή είναι μία συνεχής συνάρτηση με πολλές κορυφές και χρησιμεύει στον έλεγχο της απόδοσης του γενετικού αλγόριθμου για ένα πρόβλημα του οποίου ο χώρος

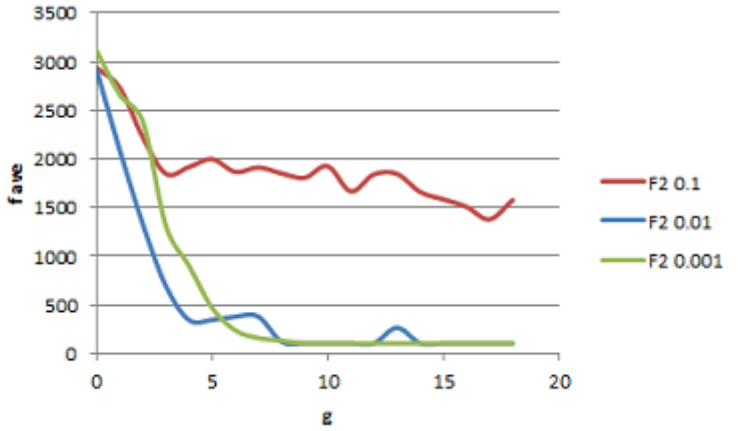
αναζήτησης μπορεί να έχει μία πιο σύνθετη μορφή. Η λύση που πήραμε εδώ είναι αποδεκτή.

Η επιλογή της πιο κατάλληλης συνάρτησης για την κάθε λειτουργία του γενετικού αλγόριθμου καθώς και η εύρεση των σωστών τιμών για τις παραμέτρους που ειπησέρχονται σε αυτή είναι μία πολύπλοκη διαδικασία που χρειάζεται πολύ χρόνο. Η αλήθεια είναι ότι μπορούμε εύκολα να βελτιώσουμε την απόδοση του αλγόριθμου εστιάζοντας σε μόνο μία λειτουργία, ο σκοπός όμως είναι να βρούμε τον συνδυασμό συναρτήσεων και παραμέτρων των λειτουργιών του αλγόριθμου που να εμφανίζει τη βέλτιστη απόδοση.

Πιο κάτω γίνεται έλεγχος μόνο για την τιμή της παραμέτρου που ειπησέρχεται στη συνάρτηση της ομοιόμορφης μετάλλαξης για όλες τις προηγούμενες συναρτήσεις ελέγχου.



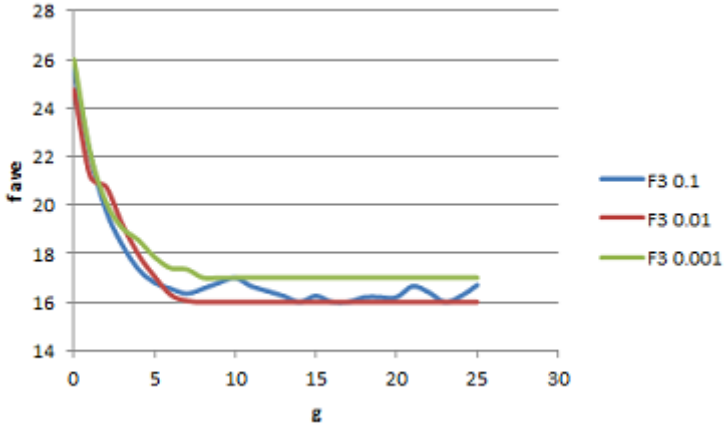
Σχ. 5.10 Η πορεία της μέσης τιμής της συνάρτησης απόδοσης F1 για τρείς διαφορετικές τιμές του συντελεστή της συνάρτησης ομοιόμορφης μετάλλαξης



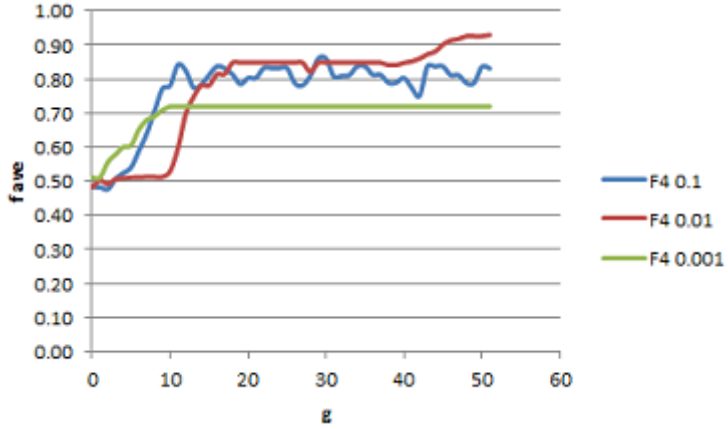
Σχ. 5.11 Η πορεία της μέσης τιμής της συνάρτησης απόδοσης F2 για τρείς διαφορετικές τιμές του συντελεστή της συνάρτησης ομοιόμορφης μετάλλαξης

Βλέποντας τα διγράμματα επαληθεύουμε το γεγονός ότι η καλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει μιά παράμετρος όσον αφορά την απόδοση του γενετικού αλγόριθμου είναι

εξαρτημένη απο το ίδιο το πρόβλημα. Ενώ παράδειγμα για τη συνάρτηση ελέγχου F1 η καλύτερη τιμή της παραμέτρου είναι 0.001 και η χειρότερη 0.01 για τη συνάρτηση ελέγχου F4 συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο.



Σχ. 5.12 Η πορεία της μέσης τιμής της συνάρτησης απόδοσης F3 για τρείς διαφορετικές τιμές του συντελεστή της συνάρτησης ομοιόμορφης μετάλλαξης



Σχ. 5.13 Η πορεία της μέσης τιμής της συνάρτησης απόδοσης F3 για τρείς διαφορετικές τιμές του συντελεστή της συνάρτησης ομοιόμορφης μετάλλαξης

5.2 Εφαρμογή σε μικρά προβλήματα κατασκευών απο Ω.Σ.

Εδώ θα γίνει η παρουσίαση της εφαρμογής των γενετικών αλγορίθμων σε κάποια μικρά θεωρητικά προβλήματα φορέων απο Ω.Σ.

<u>1° Παράδειγμα</u>: Βελτιστοποίηση διατομής προβόλου απο ΩΣ

Εδώ έχουμε έναν πρόβολο ο οποίος φορτίζεται με ένα φορτίο κάθετα σε αυτόν στο άκρο του. Το μήκος του προβόλου είναι 3m ενώ το φορτίο είναι 100kN. Εμάς στόχος μας είναι να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος του.

Κόστος Σκυροδέματος:

C_1=όγκος*τιμή/m^3=A*L*120=b*h*L*120

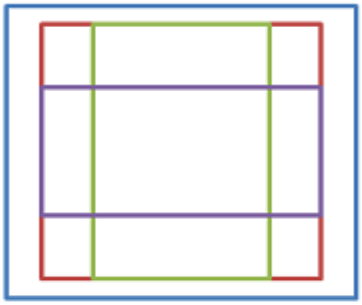
Κόστος διαμήκους οπλισμού:

C_2= όγκος*τιμή/m3=As*L*5250=b*h*p*L*5250

Κόστος συνδετήρων:

C_3=[(b-0.04+h-0.04)*2*0.0000785+2*(0.5*b+h+0.5*h+b)*0.0000785]*(L/s)*5250

Όπου 0.0000785 είναι το εμβαδόν σε m^2 ενός Φ10. Επίσης οι συνδετήρες είναι τετράτμητοι σε μορφή σταυρού. Το πλάτος, το ύψος και οι αποστάσεις των συνδετήρων δίνονται απο τα b, h και s αντίστοιχα. Ο διαμήκης οπλισμός μοιράζεται στις τέσσερις γωνιές της διατομής



$$min \rightarrow C(b,h,p,s) = C_1 + C_2 + C_3$$

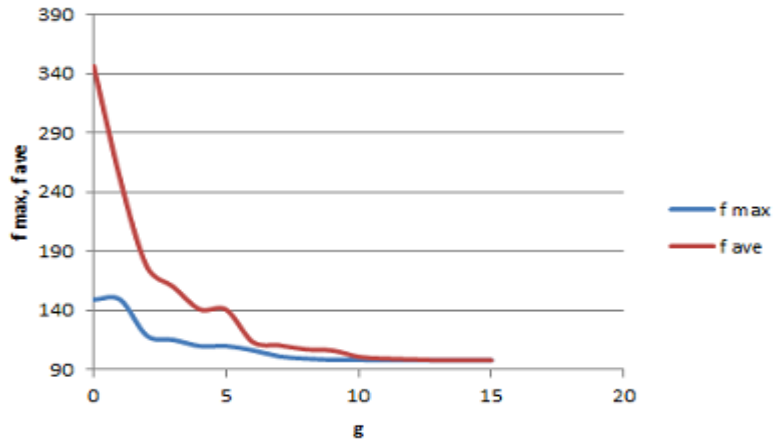
<u>Το πρόβλημα δίνεται στο Matlab ως εξής</u>

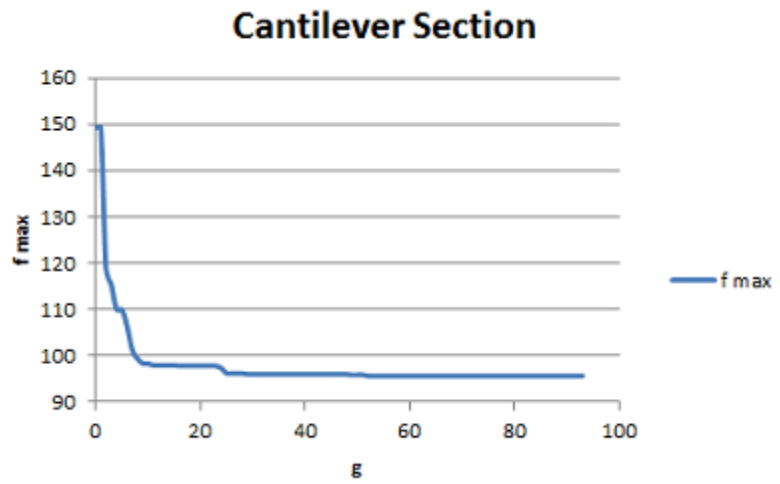
[x,fval,exitflag,output]=GA(@(x)conccost(x),4,[],[],[],[],lb,ub,@(x)conc(x))

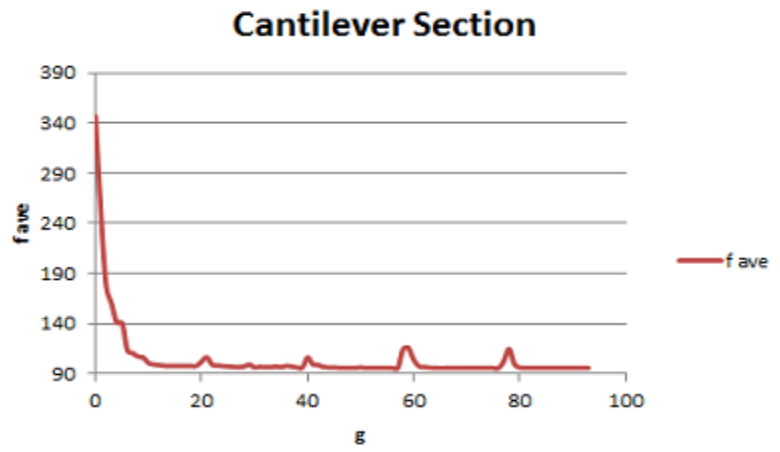
lb=[0.02 0.02 0.01 0.03]
ub=[0.8 0.8 0.04 0.10]

Όπου η συνάρτηση του κόστους *conccost(x)* αποτελεί τη συνάρτηση απόδοσης για το ΓΑ και την αντικειμενική συνάρτηση για το πρόβλημα της βελτιστοποίησης. Η συνάρτηση *conc(x)* αντιπροσωπεύει τους μη γραμμικούς περιορισμούς ή οποιουσδήποτε περιοριμούς δεν μπορούν να δωθούν απο τα μητρώα A, b, Aeq, beq. Εδώ συγκεκριμένα εφαρμόζει τους ελέγχους τέμνουσας του κανονισμου Vr_{d1}, Vr_{d2}, Vr_{d3} και ισορροπίας αφού οι τέμνουσες στις δύο διευθύνσεις υπολογιστούν απο το πρόγραμμα OpenSees το οποίο καλούμε για την ανάλυση αυτού του προβλήματος. Πιο κάτω δίνεται η τελική λύση καθώς και το διάγραμμα πορείας της καλύτερης και μέσης τιμής της συνάρτησης απόδοσης.

x =[0.1163 0.6006 0.0274 0.1000], fval=97.6394





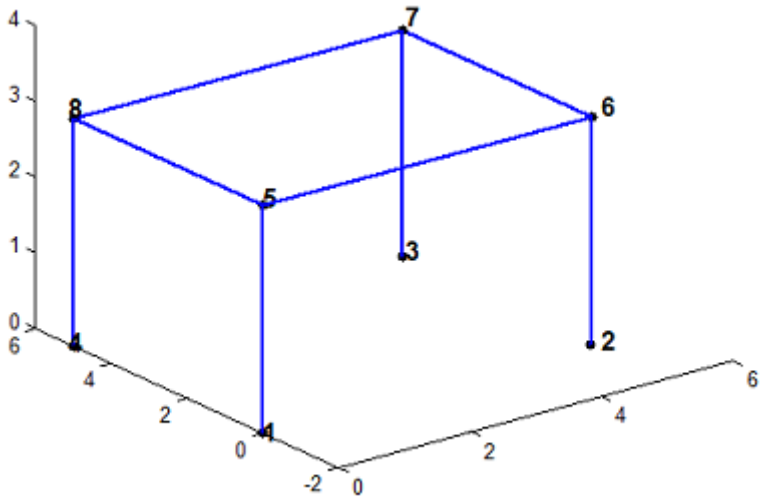


Σχ. 5.14 Στα τρία αυτά διαγράμματα απεικονίζεται η πορεία της μέσης και της καλύτερης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης για την περίπτωση βελτιστοποίησης της διατομής του προβόλου απο ΩΣ

<u>2ο Παράδειγμα</u>: Βελτιστοποίηση διατομών χωρικού πλαισίου

Έχουμε ένα χωρικό πλαίσιο το οποίο φορτίζεται με δύο οριζόντια μόνο φορτία των 100kN στην κεφαλή των υποστυλλωματων του. Οι διαστάσεις του πλαισίου είναι 5mx5mx3m ενώ η επιβολή του φορτίου γίνεται στους κόμβους 5 και 8. Στόχος και πάλι είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους. Να αναφέρω εδώ ότι δώθηκαν τέσσερις

διαφορετικές διατομές. Μία για τα υποστυλλώματα 1-5 και 4-8, μία για τα υποστυλλώματα 2-6 και 3-7, μία για τις δοκούς 5-8 και 6-7 και τέλος μία για τις δοκούς 5-6 και 7-8.



Το κόστος δίνεται απο σχέσεις όμοιες με αυτές του προηγούμενου παραδείγματος όπου αυτή τη φορά στη θέση των b, h, p, s, L έχουμε b_i, h_i, p_i, s_i και L_i όπου i=1-4.

Κόστος Σκυροδέματος:

C_{1i}=όγκος*τιμή/m^3=A_i*L_i*120=b_i*h_i*L_i*120

Κόστος διαμήκους οπλισμού:

C_{2i}= όγκος*τιμή/m3=As_i*L_i*5250=b_i*h_i*p_i*L_i*5250

Κόστος συνδετήρων:

C_{3i}=[(b_i-0.04+h_i-0.04)*2*0.0000785+2*(0.5*b_i+h_i+0.5*h_i+b_i)*0.0000785

]*(L_i/s_i)*5250

$$min \rightarrow C(b_i, h_i, p_i, s_i) = \sum_{i=1}^{4} C_{1i} + \sum_{i=1}^{4} C_{2i} + \sum_{i=1}^{4} C_{3i}$$

<u>Το πρόβλημα δίνεται στο Matlab ως εξής</u>

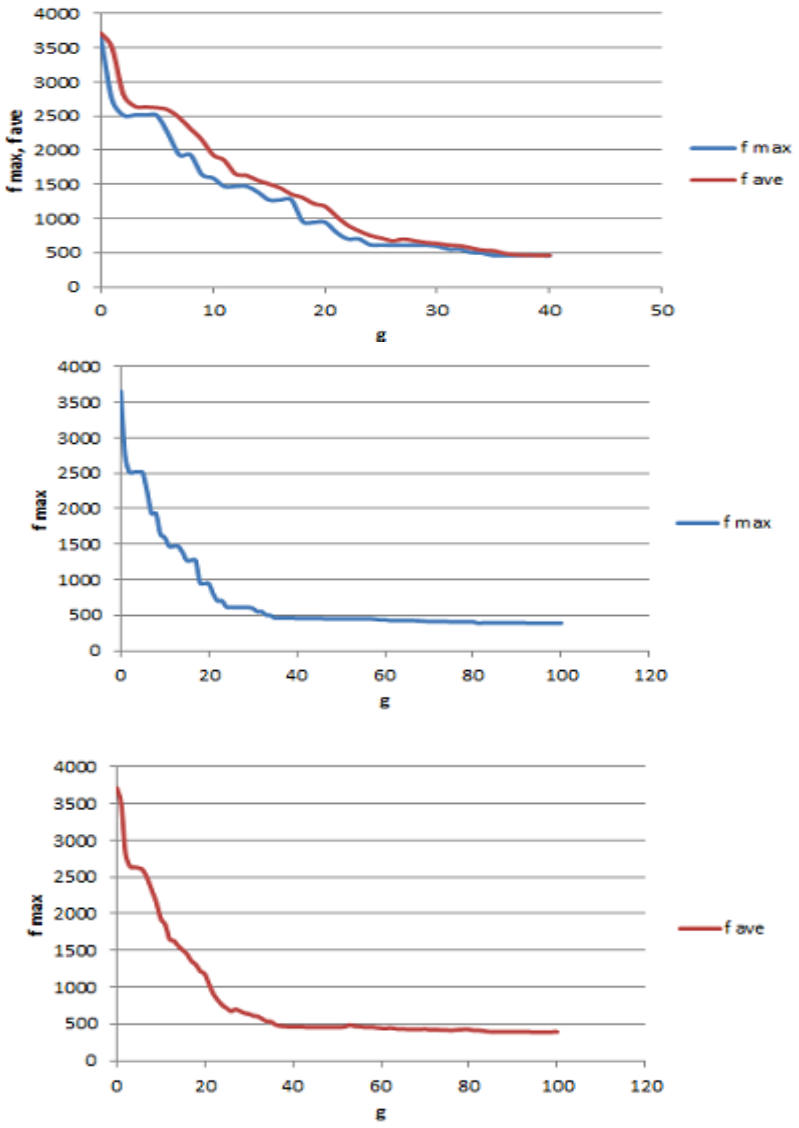
[x,fval,exitflag,output]=GA(@(x)concpicost5(x),16,A,b,[],[],lb,ub,@(x)concpi5(x))

lb=[0.03 0.03 0.03 0.03 0.03 0.03 0.03 0.03 0.01 0.01 0.01 0.01 0.03 0.03 0.03 0.03]
ub=[1.5 1.5 1.5 1.5 1.5 1.5 1.5 1.5 0.04 0.04 0.04 0.04 0.10 0.10 0.10 0.10]

A=[1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 -1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
1 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 -1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 -1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 1 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 -1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]

b=[0;0;0;0;0;0;0;0]

Η συνάρτηση του κόστους *concpicost5(x)* αποτελεί τη συνάρτηση απόδοσης ενώ η συνάρτηση *concpi5(x)* εφαρμόζει τους ελέγχους τέμνουσας του κανονισμου Vr_{d1}, Vr_{d2}, Vr_{d3} και ισορροπίας αφού οι τέμνουσες στις δύο διευθύνσεις για κάθε διατομή υπολογιστούν και πάλι απο το πρόγραμμα OpenSees. Αν οι έλεγχοι ικανοποιούνται η συνάρτηση αυτή παίρνει αρνητική τιμή, αν πάλι όχι παίρνει θετική τιμή και η συγκεκριμένη λύση απορρίπτεται απο τον αλγόριθμο. Πιο κάτω δίνεται η τελική λύση καθώς και το διάγραμμα πορείας της καλύτερης και μέσης τιμής της συνάρτησης απόδοσης.



Σχ. 5.15 Στα τρία αυτά διαγράμματα απεικονίζεται η πορεία της μέσης και της καλύτερης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης για την περίπτωση βελτιστοποίησης των διατομών του χωρικού πλαισίου απο ΩΣ

x =[0.0326 0.0541 0.2194 0.6462 0.2931 0.1625 0.0304 0.0335 0.0102 0.0136 0.0100 0.0161 0.1000 0.1000 0.1000 0.0378]

fval= 387,1653

Στις θέσεις 1,2 και 7,8 έχουμε το πλάτος και το ύψος των δύο διαφορετκών διατομών των δοκών ενώ στις θέσεις 3,4 και 5,6 έχουμε το πλάτος και το ύψος των δύο διαφορετικών διατομών των υποστυλλωμάτων. Στις θέσεις 9-12 έχουμε τις τιμές του ποσοστού των οπλισμών ενώ στις θέσεις 13-16 τις τιμές της απόστασης των συνδετήρων με τη ίδια σειρά ακολουθίας όπως και με τις διαστάσεις των διατομών. Αν προσέξουμε τις τιμές τώρα μπορούμε να καταλάβουμε ότι οι δοκοί σχεδόν εξαφανίστηκαν απλά οι διαστάσεις τους έχουν πάρει κάποιες υποτυπώδεις τιμές για να μπορούν να συνδέουν τα δύο ζεύγη των υποστυλλωμάτων. Αφού οι δοκοί ουσιαστικά δεν υπάρχουν τα υποστυλλώματα δουλεύουν σαν πρόβολοι. Ένας πρόχειρος υπολογισμός δείχνει:

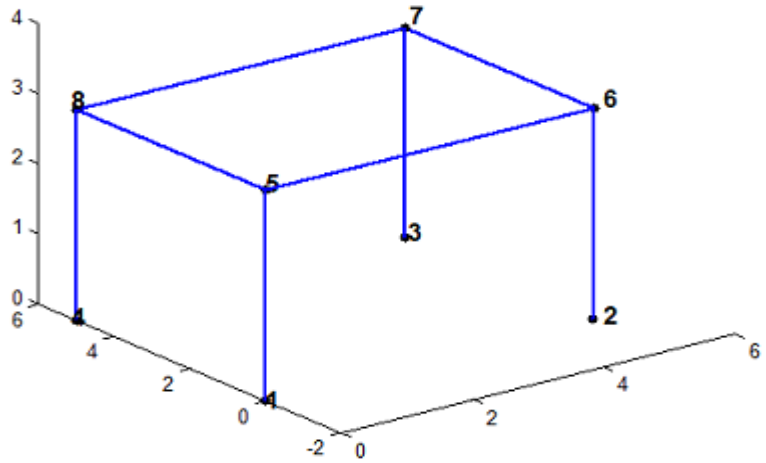
M_{c1}=0.9*d*F_s=0.9*0.62*(0.62*0.21*0.0136/2)*500000= 247.0154 kNm

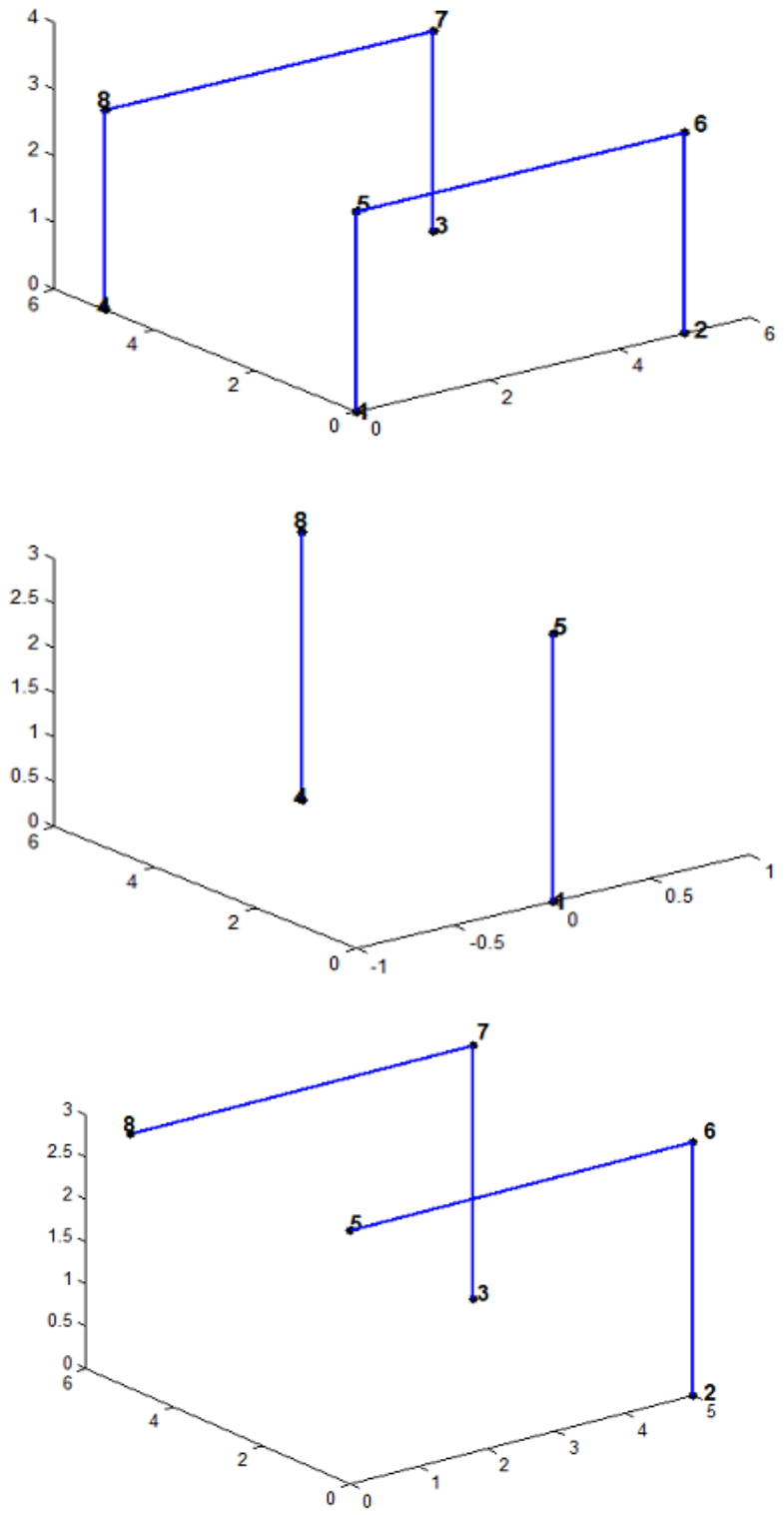
M_{c2}=0.9*d*F_s=0.9*0.14*(0.14*0.29*0.01/2)*500000= 12.789 kNm

Άρα απο τα 300 kNm (3m*100kN) που πρέπει να παραληφθούν το 247.0154/300=82% το παραλαμβάνει το μπροστινό ζεύγος υποστυλλωμάτων 1-5 και 4-8. Δηλαδή με άλλα λόγια η λύση που έδωσε ο αλγόριθμος μας λέει ότι πιο κατάλληλος φορέας για αυτή τη φόρτιση είναι δύο πρόβολοι και όχι το χωρικό πλαίσιο που είχαμε θέσει εμείς στην αρχή.

<u>3ο Παράδειγμα</u>: Επιλογή του βέλτιστου φορέα

Σε αυτό το παράδειγμα όπως και πρίν πρέπει να παραλάβουμε δύο οριζόντια φορτία των 100kN. Η διαφορά όμως εδώ είναι ότι μπορούμε να επιλέξουμε μεταξύ τεσσάρων διαφορετικών μορφών που μπορεί να πάρει ο φορέας. Οι διαφορετικές μορφές του φορέα φαίνονται στο Σχ 5.16.





Σχ. 5.16 Οι τέσσερις διφορετικές μορφές που μπορεί να πάρει ο φορέας για την παραλαβή των δύο οριζόντιων φορτίων των 100 kN

Το κόστος δίνεται απο σχέσεις όμοιες με αυτές του προηγούμενου παραδείγματος όπου αυτή τη φορά στη θέση των b, h, p, s, L πάλι έχουμε b_i, h_i, p_i, s_i και L_i αλλά όμως τα όρια του i μεταβάλλονται ανάλογα με τη μορφή του φορέα. Με τη σειρά των φορέων απο πάνω προς τα κάτω όπως φαίνονται στο σχήμα 5.16 τα όρια του i=1-j έχουν ως εξής j=4, j=3, j=1 και j=2. Το j ουσιαστικά καθορίζεται απο το πλήθος των διφορετικών διατομών που εμπεριέχει κάθε μορφή του φορέα. Για κάθε φορέα:

Κόστος Σκυροδέματος:

C_{1i}=όγκος*τιμή/m^3=A_i*L_i*120=b_i*h_i*L_i*120

Κόστος διαμήκους οπλισμού:

C_{2i}= όγκος*τιμή/m3=As_i*L_i*5250=b_i*h_i*p_i*L_i*5250

Κόστος συνδετήρων:

C_{3i}=[(b_i-0.04+h_i-0.04)*2*0.0000785+2*(0.5*b_i+h_i+0.5*h_i+b_i)*0.0000785

]*(L_i/s_i)*5250

$$min \rightarrow C(b_i, h_i, p_i, s_i) = \sum_{i=1}^{j} C_{1i} + \sum_{i=1}^{j} C_{2i} + \sum_{i=1}^{j} C_{3i}$$

<u>Το πρόβλημα δίνεται στο Matlab ως εξής</u>

[x,fval,exitflag,output]=GA(@(x)fourcost(x),40,[],[],[],[],lb,ub,@(x)four(x))

lb=[0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.01 0.01 0.01 0.01 0.03 0.03 0.03 0.03 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.01 0.01 0.01 0.03 0.03 0.03 0.02 0.02 0.01 0.03 0.02 0.02 0.02 0.02 0.01 0.01 0.03 0.03]

ub=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.04 0.04 0.04 0.04 0.10 0.10 0.10 0.10 0.8 0.8 0.8 0.8 0.80 0.80 0.04 0.04 0.04 0.10 0.10 0.10 0.8 0.8 0.04 0.10 0.8 0.8 0.80 0.80 0.04 0.04 0.10 0.10]

Το διάνυσμα x περιέχει τις τιμές των διαστάσεων των διατομών, των ποσοστών οπλισμού αλλά και των αποστάσεων των συνδετήρων και για τις τέσσερις μορφές του φορέα. Οι θέσεις του x απο 1-16 αντιστοιχούν στο χωρικό πλαίσιο, απο 17-28 στα δύο παράλληλα δύο διαστάσεων πλαίσια, απο 29-32 στους δύο προβόλους και απο 33-40 στους δύο προβόλους μορφής Γ.

Η συνάρτηση *four(x)* καλεί το πρόγραμμα OpenSees για κάθε φορέα και γίνονται οι έλεγχοι των τεμνουσών Vr_{d1}, Vr_{d2}, Vr_{d3} και της ισορροπίας. Όποιος φορέας δεν

πληρεί τους ελέγχους του δίνεται η τιμή 1 ενώ στην αντίθετη περίπτωση του δίνεται η τιμή -1. Η συνάρτηση *fourcost(x)* υπολογίζει το κόστος για τους φορείς στους οποίους αντιστοιχεί η τιμή -1. Απο αυτούς επιλέγεται αυτός που έχει το μικρότερο κόστος και εξάγεται η τιμή ενός δείκτη για να ξέρουμε ποιά μορφή του φορέα απο τις τέσσερις επικράτησε. Η τιμή του δείκτη μπορεί να πάρει τις τιμές 1-4 όπου:

1 Χωρικό πλαίσιο

2 Δύο παράλληλα δύο διαστάσεων πλαίσια

3 Δύο πρόβολοι

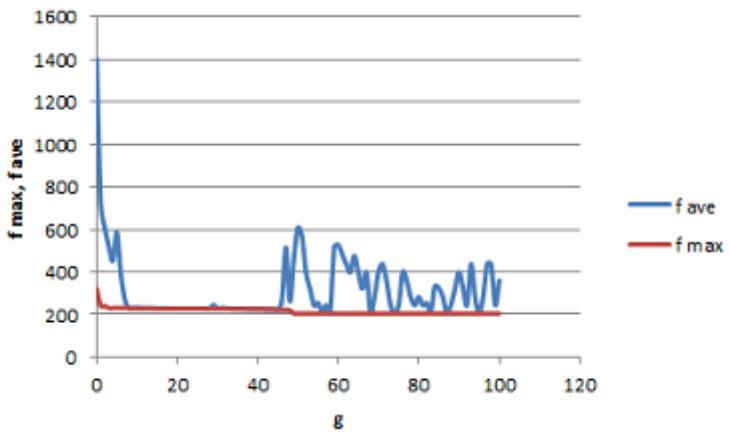
4 Δύο πρόβολοι μορφής Γ

Ουσιαστικά είναι σαν να ελαχιστοποιείται το κόστος παράλληλα και για τους τέσσερις διαφορετικούς φορείς αλλά επιλέγεται κάθε φορά αυτός που και πληρεί τα κριτήρια ασφάλειας αλλά έχει και το μικρότερο κόστος.

Εδώ όμως προκύπτει ένα πρόβλημα το οποίο πρέπει να προσέξουμε. Σε κάθε γενεά παρόλο που κάποιος φορέας με τις τιμές των παραμέτρων που μπορεί να έχει να μην πληρεί τα κριτήρια ασφαλείας, θα περάσει στην επόμενη γενεά, αν έστω και ένας απο τους άλλους φορείς αντιθέτως πληρεί τους ελέγχους ασφαλείας. Αυτό το πρόβλημα έπρεπε να λυθεί. Παρατήρησα ότι οι τιμές που δίνονταν στις παραμέτρους στις πρώτες γενεές ήταν κοντά στο άνω όριο τους. Έτσι επέλεξα το άνω όριο των τιμών να αντιστοιχεί σε σχετικά μεγάλες τιμές. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα για τις πρώτες γενεές και οι τέσσερις φορείς να πληρούν τα κριτήρια. Έτσι πρώτα έγινε η επιλογή της βέλτιστης μορφής του φορέα και μετά η βελτιστοποίηση των διατομών του. Πιο κάτω ακολουθεί η τελική λύση καθώς και τα διαγράμματα πορείας της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης.

x= [0.5311 0.6759 0.5015 0.5584 0.1020 0.2071 0.1246 0.5558 0.0232
0.0160 0.0181 0.0375 0.0498 0.0377 0.0908 0.0444 0.5403 0.4093
0.0382 0.0960 0.7561 0.7310 0.0382 0.0396 0.0341 0.0966 0.0525
0.0822 0.1223 0.6120 0.0271 0.1000 0.3654 0.5190 0.5267 0.3819
0.0162 0.0117 0.0367 0.0692]

τιμή του δείκτη=3, fval= 204.5243



Σχ. 5.17 Η πορεία της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης

<u>4° Παράδειγμα</u>: Εύρεση της θλιβόμενης ζώνης και τοποθέτηση οπλισμού

Εδώ έχουμε πάλι έναν πρόβολο ο οποίος φορτίζεται με ένα εγκάρσιο φορτίο των 240kN στο άκρο του. Τώρα όμως η διατομή μας δεν είναι πλήρης απο σκυρόδεμα. Ο πρόβολος έχει μήκος 3m αλλά ανά 0.5m αλλάζει η διατομή του και σε κάθε ένα απο αυτά τα έξι κομμάτια η ζώνη του σκυροδέματος καθορίζεται απο ένα σταθερό κατά μήκος πλάτος $2*b_1$ αλλά και την απόσταση h_i απο τη θλιβόμενη ζώνη. Ο διαμήκης οπλισμός υπολογίζεται αν πολλαπλασιάσουμε το ποσοστό οπλισμού p_1 με την αντίστοιχη πλήρη διατομή ύψους 0.60m και πλάτους $2*b_1$. Επίσης υπαρχει η επιλογή τοποθέτησης του οπλισμού σε τέσσερις διαφορετικές θέσεις της διατομής.

Κόστος Σκυροδέματος:

$C_1=0.5*2*b_1*(h_1+h_2+h_3+h_4+h_5+h_6)*$τιμή$/m^3=b_1**(h_1+h_2+h_3+h_4+h_5+h_6)*120$

Κόστος διαμήκους οπλισμού:

$C_2=L*2*b_1*0.60*p_1*$τιμή$/m^3=3*2*\ b_1*0.60*p_1*5250$

$$min \rightarrow C(b_1, h_i, p_1,) = C_1 + C_2$$

<u>Το πρόβλημα δίνεται στο Matlab ως εξής</u>

[x,fval,exitflag,output]=GA(@(x)provoloscost(x),9,A,b,[],[],lb,ub,@(x)provolos(x))

lb=[0.05 0.01 0.05 0.05 0.05 0.05 0.05 0.05 0.01]

ub=[0.15 0.04 1.5 1.5 1.5 1.5 1.5 1.5 0.8]

A=[0 0 -1 1 0 0 0 0 0;0 0 0 -1 1 0 0 0 0;0 0 0 0 -1 1 0 0 0;0 0 0 0 0 -1 1 0 0;0 0 0 0 0 0 -1 1 0];

b=[0 0 0 0 0];

Το διάνυσμα x περιέχει εννέα τιμές. Οι πρώτες δύο αναφέρονται στο πλάτος b_1 και στο ποσοστό οπλισμού p_1 ενώ οι επόμενες έξι στο ύψος που αντιστοιχεί σε κάθε 0.5m του προβόλου. Η τελευταία τιμή αντιστοιχεί σε ένα δείκτη ο οποίος καθορίζει σε ποιό ύψος θα τοποθετηθεί ο οπλισμός. Οι τιμές του δείκτη έχουν ως εξής:

0.01-0.2 : Ο οπλισμός θα τοποθετηθεί σε απόσταση 0.28m απο το μέσον της διατομής προς τη θλιβόμενη ζώνη

0.2-0.4 : Ο οπλισμός θα τοποθετηθεί σε απόσταση 0.14m απο το μέσον της διατομής προς τη θλιβόμενη ζώνη

0.4-0.6 : Ο οπλισμός θα τοποθετηθεί σε απόσταση 0.14m απο το μέσον της διατομής προς την εφελκυόμενη ζώνη

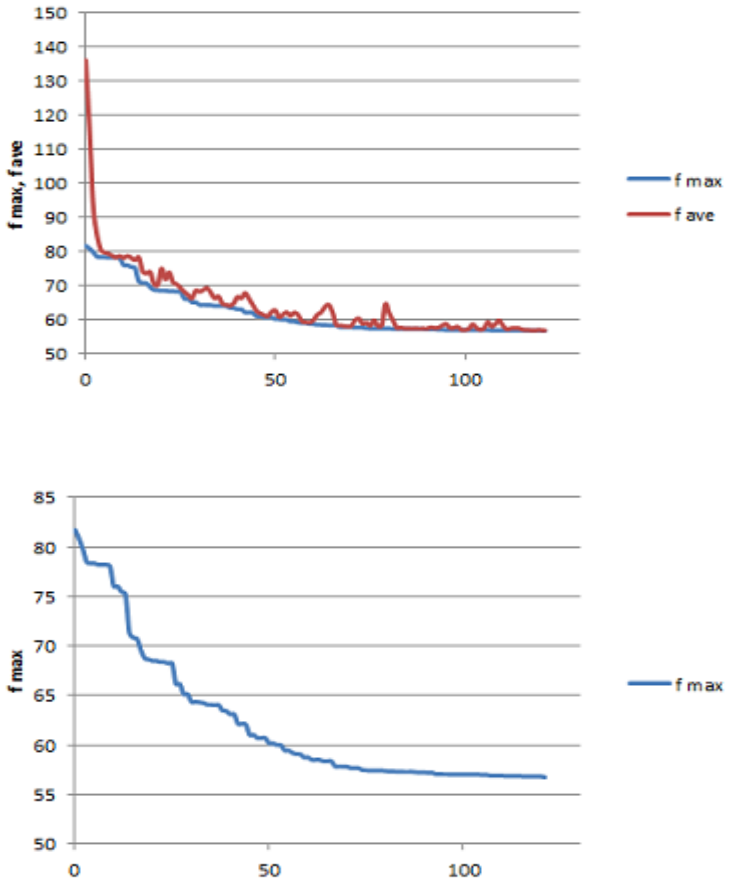
0.6-0.8 : Ο οπλισμός θα τοποθετηθεί σε απόσταση 0.28m απο το μέσον της διατομής προς την εφελκυόμενη ζώνη

Σύμφωνα με αυτά που γνωρίζουμε, όσο απομακρυνόμαστε απο την θλιβόμενη ζώνη και κινούμαστε προς την εφελκυόμενη ζώνη τόσο πιο αποδοτική θα είναι η λύση μας. Όμως όσο πιο αποδοτική ήταν η λύση, για να είμαστε σίγουροι για την εγκυρότητα του αποτελέματος μίας και έχουμε ένα πόβλημα ελαχιστοποίησης, τόσο πιο μεγάλων τιμών ήταν το εύρος που τους αντιστοιχούσε. Δηλαδή παράδειγμα αν η τελική λύση είναι για τον οπλισμό να βρίσκεται 0.28m μέσα στην εφελκυόμενη ζώνη και του αντιστοιχεί το 0.01-0.20 θα μπορούσε να πεί κανείς ότι ήταν απόρεια της προσπάθειας του αλγόριθμου να μειώσει τις τιμές των παραμέτρων στο ελάχιστο και όχι ότι είναι η πραγματική λύση.

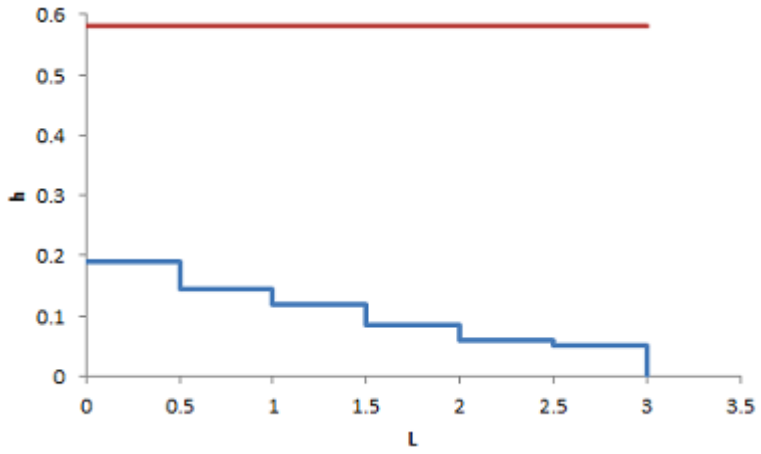
Η συνάρτηση *provoloscost(x)* αποτελεί τη συνάρτηση απόδοσης ενώ η συνάρτηση *provolos(x)* εκτελέι τους ελέγχους τέμνουσας Vr_{d1}, Vr_{d2}, Vr_{d3} και ισορροπίας. Πιο κάτω δίνεται η τελική λύση καθώς και τα διαγράμματα πορείας της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης.

x=[0.1390 0.0175 0.1887 0.1452 0.1194 0.0834 0.0579 0.0506 0.7371]

fval= 56.7637



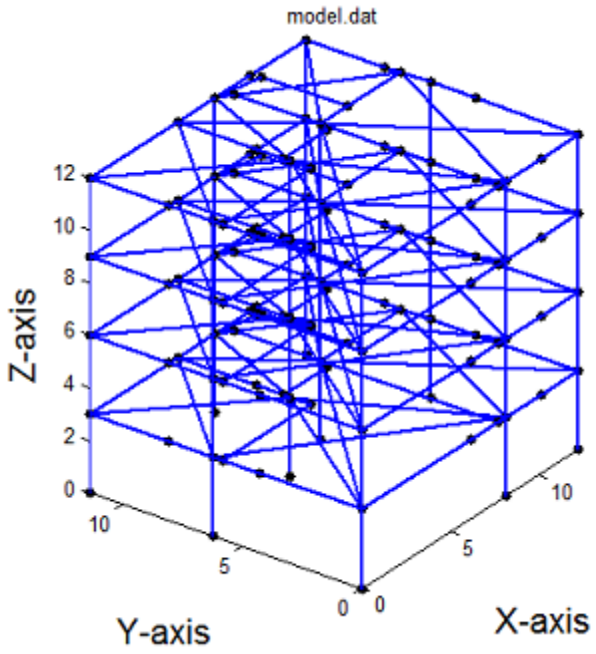
Σχ. 5.18 Η πορεία της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης

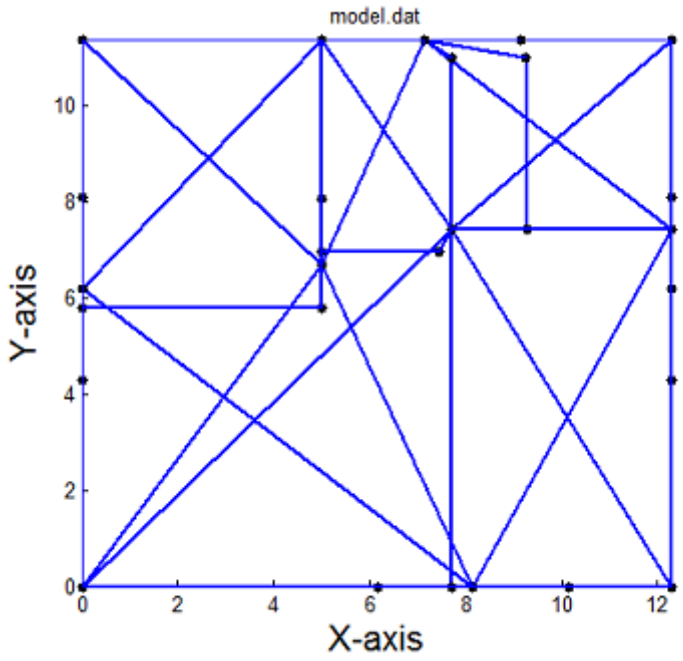


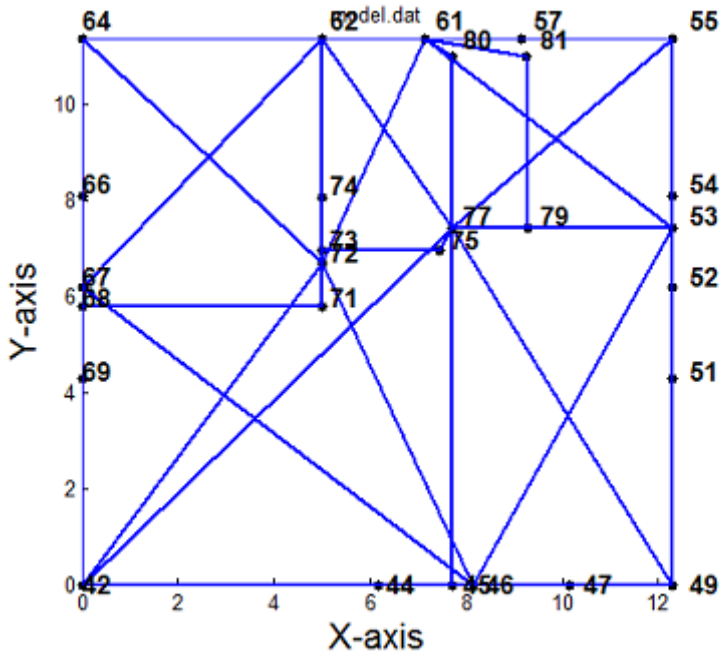
Σχ. 5.19 Η θλιβόμενη ζώνη κατα μήκος του προβόλου καθώς και ο διαμήκης οπλισμός

5.3 Βέλτιστος Επιτελεστικός Σχεδιασμός Κτιρίου απο Ω.Σ με κριτήρια Τρωτότητας

Γίνεται η χρήση του προγράμματος OpenSees για την προσομοίωση ενός τετραόροφου κτιρίου απο Ω.Σ. Τα στοιχεία που αποτελούν το μοντέλο ακολουθούν την πολυστρωματική θεώρηση κατανεμημένης πλαστικότητας. Η διαστάσεις της κάτοψης του κτιρίου είναι 12.5mx11.40m ενώ το ύψος του κάθε ορόφου 3m.


model.dat
Z-axis
Y-axis
X-axis
0
2
4
6
8
10
12
0
5
10
0
5
10


model.dat
Y-axis
X-axis
0
2
4
6
8
10
0
2
4
6
8
10
12



Εικόνα 5.1 Όψεις του φορέα

Επίσης τοποθετήθηκαν ελαστικά στοιχεία σε χιαστί μορφή όπως φαίνεται και στην κάτοψη του κτιρίου για να εξασφαλίσουν τη διαφραγματική λειτουργία.Έχουμε έξι διαφορετικές διατομές σε κάθε μία απο τις οποίες αντιστοιχούν τέσσερις παράμετροι. Οι παράμετροι αυτοί είναι το πλάτος, το ύψος, το ποσοστό οπλισμού της διατομής και οι αποστάσεις των συνδετήρων που θα έχει το στοιχείο στο οποίο αντιστοιχούν. Επομένως συνολικά έχουμε 24 παραμέτρους που πρέπει να οριστούν και υπεισέρχονται στη συνάρτηση απόδοσης. Έχουμε μία διατομή υποστυλλώματος για τις θέσεις 42, 49, 55, 64 μία διατομή υποστυλλώματος για τη θέση 77 μία διατομή τοιχείου κατά τη x διεύθυνση στις θέσεις 46, 61 μία διατομή τοιχείου κατά τη διεύθυνση y στις θέσεις 52, 67 και μία διατομή τοιχείου κατά τη διεύθυνση y στη θέση 72. Τέλος έχουμε ακόμη μια διατομή κοινή για όλες τις δοκούς.

Κόστος Υποστυλλωμάτων

C_1=a1*a2*3*120+a1*a2*3*p1*5250+[(a2-0.04)*4*0.0000785+2*2*(0.5*a2+a1)

0.0000785](3/s1)*5250;

C_2=bc1*hc1*3*120+bc1*hc1*3*[0.3*bc1*hc1*p3+0.001/(bc1*hc1)]*5250+[2*[(bc1

-0.04)+(hc1-0.04)]*0.0000785+((bc1-0.04)*12+2*0.30*hc1)*0.0000785]*(3/s3)*

5250;

C_3=bc2*hc2*3*120+bc2*hc2*3*[0.3*bc2*hc2*p4+0.001/(bc2*hc2)]*5250+[2*[(bc2

-0.04)+(hc2-0.04)]*0.0000785+((bc2-0.04)*12+2*0.30*hc2)*0.0000785]*(3/s4)*

5250;

C_4=bc3*hc3*3*120+bc3*hc3*3*[0.3*bc3*hc3*p5+0.001/(bc3*hc3)]*5250+[2*[(bc3

-0.04)+(hc3-0.04)]*0.0000785+((bc3-0.04)*12+2*0.30*hc3)*0.0000785]*(3/s5)*

5250;

C_5=b*b1*3*120+b*b1*3*p2*5250+[(b1-0.04)*4*0.00005+2*2*(0.5*b1+b)*0.00005
]*(3/s2)*5250;

Κόστος της πλάκας

C_6=12.30*11.40*0.10*120+[12.30*0.10*0.02*11.40+11.40*0.10*0.02*12.30]*5250;

Κόστος των δοκών

L_{beam}=(8.15-hc1/2)+[12.30-(8.15+hc1/2)]+(6.20-hc2/2)+[11.40-(6.20+hc2/2)]+ 7.15+

hc1/2)]+5+[11.40-(6.20+hc2/2)]+(6.20-hc2/2)+5+[11.40-(6.7+hc3/2)]+ 2.44+(11.025

-7.45)+7.45+(12.30-7.715)+(11.025-7.45);

C_7=bb*hb*Lbeam*120+bb*hb*p*Lbeam*5250+[2*[(bb-0.04)+(hb-0.04)]*0.0000785

+2*[0.5*hb+(bb-0.04)]*0.0000785+2*[0.5*bb+(hb-0.04)]*0.0000785]*(Lbeam/s)*

5250;

Κόστος Ορόφου

C_{floor}=4*C_1+2*C_2+2*C_3 +C_4+C_5 +C_6+C_7

Κόστος κτιρίου

$C_{building}$=4* C_{floor}

Όπου σε κάθε θέση του διανύσματος x :

bb=x(1) : Το πλάτος της διατομής των δοκών

hb=x(2) : Το ύψος της διατομής των δοκών

a1=x(3) : Το πλάτος των τεσσάρων γωνιακών υποστυλλωμάτων

a2=x(4) : Το ύψος των τεσσάρων γωνιακών υποστυλλωμάτων

b=x(5) : Το πλάτος του εσωτερικού υποστυλλώματος

b1=x(6) : Το ύψος του εσωτερικού υποστυλλώματος

bc1=x(7) : Το πλάτος των τοιχείων στη x διεύθυνση

hc1=x(8) : Το ύψος των τοιχίων στην x διεύθυνση

bc2=x(9) : Το πλατος των δύο ακραίων τοιχίων στην y διεύθυνση

hc2=x(10) : Το ύψος των δύο ακραίων τοιχίων στην y διεύθυνση

bc3=x(11) : Το πλάτος του εσωτερικού τοιχίου στην y διεύθυνση

hc3=x(12) : Το ύψος του εσωτερικού τοιχίου στην y διεύθυνση

p=x(13) : Το ποσοστό οπλισμού των δοκών

p1=x(14) : Το ποσοστό οπλισμού των τεσσάρων γωνιακών υποστυλλωμάτων

p2=x(15) : Το ποσοστό οπλισμού του εσωτερικού υποστυλλώματος

p3=x(16) : Το ποσοστό οπλισμού των τοιχίων στη x διεύθυνση

p4=x(17) : Το ποσοστό οπλισμού των ακραίων τοιχίων στη y διεύθυνση

p5=x(18) : Το ποσοστό οπλισμού του εσωτερικού τοιχίου στη y διεύθυνση

s=x(19) : Οι αποστάσεις συνδετήρων των δοκών

s1=x(20) : Οι αποστάσεις συνδετήρων των τεσσάρων γωνιακών υποστυλλωμάτων

s2=x(21) : Οι αποστάσεις συνδετήρων του εσωτερικού υποστυλλώματος

s3=x(22) : Οι αποστάσεις συνδετήρων των τοιχίων στη x διεύθυνση

s4=x(23) : Οι αποστάσεις συνδετήρων των ακραίων τοιχίων στη y διεύθυνση

s5=x(24) : Οι αποστάσεις συνδετήρων του εσωτερικού τοιχίου στη y διεύθυνση

Και έχουμε:

Αντικειμενική Συνάρτηση

$$min \rightarrow f = C_{building}$$

Γραμμικοί Ανισωτικοί Περιορισμοί

a1, b, bc1, bc2, bc3 ≥ bb

$a2, b1 \geq hb$

$p1, p2 \geq p$

Μη Γραμμικοί περιορισμοί και έλεγχοι

$V_{Rd1}, V_{Rd2}, V_{Rd3} \geq V_S$ (Έλεγχος τεμνουσών)

$M_{Ci} \geq 1.4V_{bi}$ (Ικανοτικός Έλεγχος)

$q_{x,y} \geq 3.5$ (Έλεγχος πλαστιμότητας)

Ελαφρές ζημιές	$S_a(T_1)=0.15g$	$P(\theta>0.002)$	$= 0.01$
Σοβαρές ζημιές	$S_a(T_1)=0.4g$	$P(\theta>0.01)$	$= 0.01$ (Έλεγχοι Τρωτότητας)
Κατάρρευση	$S_a(T_1)=0.7g$	$P(\theta>0.03)$	$= 0.01$

Πραγματοποιούνται δύο αναλύσεις μία για τη διεύθυνση x και μία για τη διεύθυνση y. Κάθε ανάλυση ξεκινάει με την εφαρμογή του συνδυασμού 1G+0.3Q για τα κατακόρυφα φορτία όπου:

G : τα μόνιμα φορτία στα οποία έχουμε συμπεριλάβει το ίδιο βάρος της πλάκας, των δοκών, των υποστυλλωμάτων καθώς και περιμετρικά των δοκών της οπτοπλινθοδομής

Q : τα κινητά φορτία για τα οποία έχουμε δώσει την τιμή 2.5 kN/m^2 για τις πλάκες και 5 kN/m^2 για τα μπαλκόνια

Στη συνέχεια γίνεται επιβολή φορτίου τριγωνικής καθύψος μορφής μέχρι η τιμή της γωνίας θ την οποία ελέγχουμε στους πιθανοτικούς ελέγχους και αναφέραμε στο Κεφάλαιο 2 να γίνει 0.03. Άν ο φορέας για συγκεκριμένς τιμές των παραμέτρων δεν καταφέρει να φτάσει σε αυτή την τιμή λόγω αδυναμίας σύγκλισης του αλγόριθμου επίλυσης του OpenSees θεωρείται πρόωρη κατάρρευση και η λύση αυτή απορρίπτεται απο τον γενετικό αλγόριθμο. Αυτός είναι ένας ακόμα έλεγχος που συμπεριλαμβάνεται στους μη γραμμικούς περιορισμούς. Η τριγωνική μορφή του φορτίου δίνεται απο τον τύπο:

$$F_i = V_{base} \frac{m_i z_i}{\sum m_j z_j}$$

Φυσικά επειδή το φορτίο επιβάλεται σε βήματα στη θέση του V_{base} αντικαθιστούμε το βήμα του φορτίου με το οποίο θέλουμε εμείς να προχωράει η διαδικασία. Αφού γίνουν αυτές οι δύο αναλύσεις εξάγωνται οι τιμές που απαιτούνται για να γίνουν οι έλεγχοι που αναφέραμε πιο πάνω. Οι έλεγχοι προφανώς γίνονται και για τις δύο διευθύνσεις επιβολής του φορτίου.

Το πρόβλημα δίνεται στο Matlab ως εξής

```
[x,fval,exitflag,output] =
GA(@(x)builtcost(x),24,A1,b1,[],[],lb,ub,@(x)constraint1(x))
```

```
lb=[0.22 0.29 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 2 0.25 2 0.25 2 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01
0.03 0.03 0.03 0.03 0.03 0.03]

ub=[0.45 0.38 0.40 0.40 0.40 0.40 0.45 20 0.40 6 0.40 6 0.04 0.04 0.04 0.04 0.04 0.04
0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10]
```

```
A1=[1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0; 1 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0;0 1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2.7 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 2.7 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 0 0 0 0 0 0
0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

b1=[0 0 0 0 0 0  0 0 0]
```

Εδώ η συνάρτηση απόδοσης είναι η *builtcost(x)* και δίνει το κόστος της κατασκευής με τον τρόπο που δείξαμε πιο πάνω ενώ οι γραμμικοί και μη γραμμικοί περιορισμοί δίνονται απο τα μητρώα A1, b1 και τη συνάρηση *constraint1(x)* αντίστοιχα. Η επίλυση του προβλήματος έγινε δύο φορές με τη διαφορά ότι στην πρώτη περίπτωση αφαιρέσαμε τον περιορισμό της πιθανότητας υπέρβασης του 1% για το πρώτο επίπεδο επιτελεστικότητας (ελαφρές ζημιές). Πιο κάτω φαίνεται η τελική λύση για κάθε περίπτωση καθώς και η πορεία της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης.

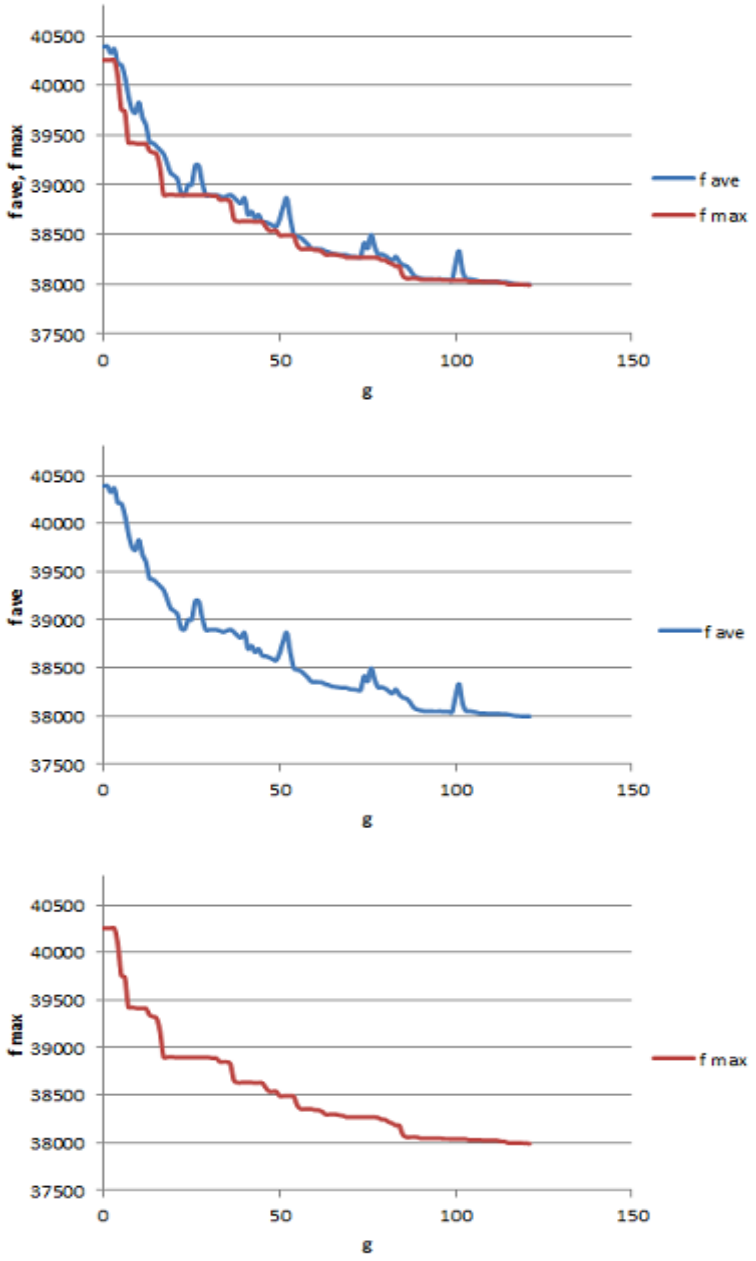
Για την πρώτη περίπτωση με ελέυθερο το κριτήριο για το πρώτο επίπεδο επιτελεστικότητας πήρα:

x=[0.2754 0.3150 0.2921 0.3373 0.3183 0.3140 0.2932 3.0349 0.3893

2.7440 0.2895 2.0007 0.0100 0.0261 0.0358 0.0151 0.0100 0.0100

0.1000 0.1000 0.1000 0.0831 0.1000 0.1000]

fval= 37986.3930



Σχ. 5.20 Η πορεία της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης για την πρώτη επίλυση

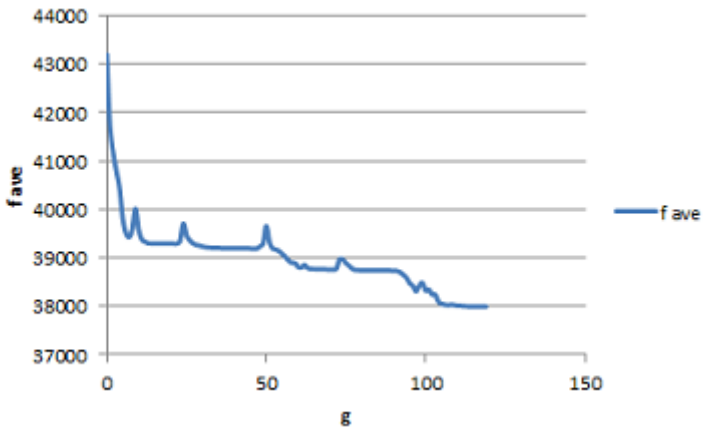
Για την δεύτερη επίλυση έγινε αλλαγή στα όρια των τιμών αλλά και στους γραμμικούς περιορισμούς:

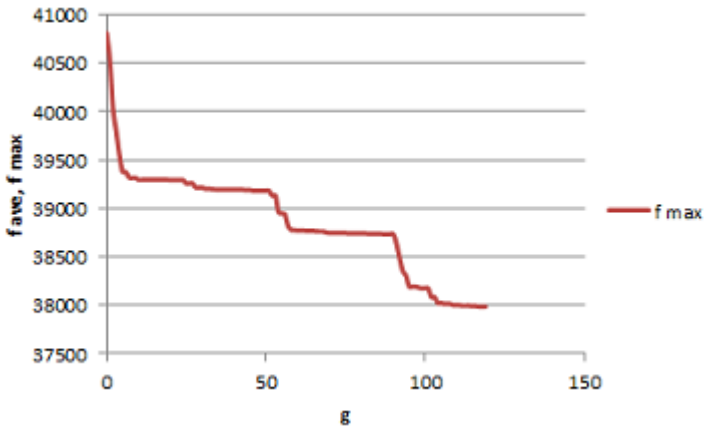
lb=[0.22 0.29 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 3 0.25 3 0.25 1 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.03 0.03 0.03 0.03 0.03 0.03]

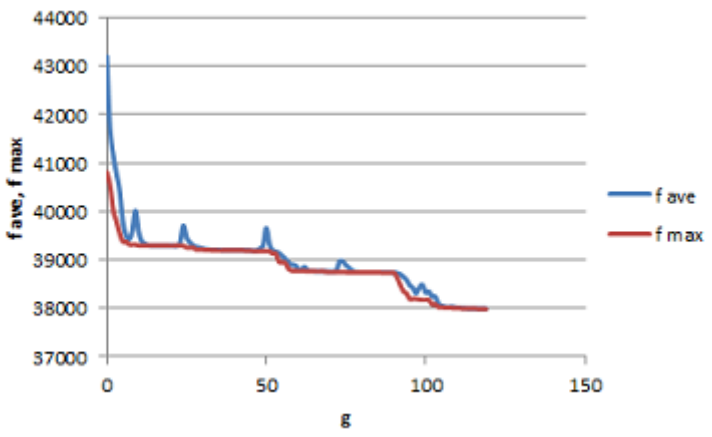
ub=[0.35 0.38 0.35 0.40 0.35 0.40 0.40 6 0.35 6 0.35 6 0.04 0.04 0.04 0.04 0.04 0.04 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10 0.10]

A1=[1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2.7 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2.7 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 -1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

b1=[0 ;0 ;0 ;0 ;0 ;0 ; 0 ;0 ;0;10;-7.75]





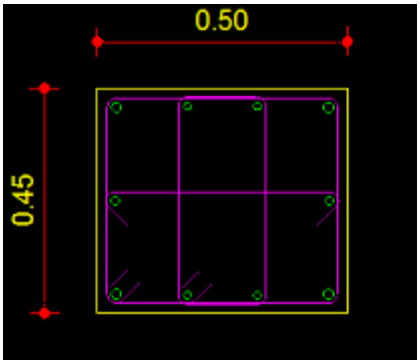


Σχ. 5.21 Η πορεία της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης για τη δεύτερη επίλυση

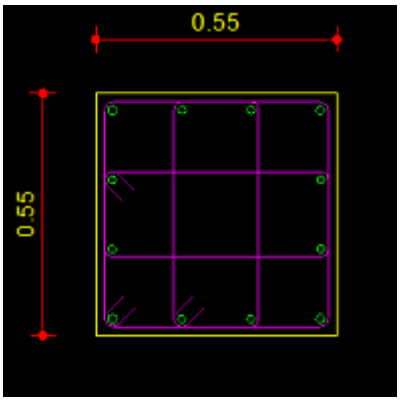
x=[0.2451 0.3122 0.2738 0.3374 0.2948 0.3165 0.2726 3.9872 0.2550 3.8139 0.2690 2.7495 0.0100 0.0273 0.0291 0.0101 0.0101 0.0313 0.1000 0.0997 0.1000 0.1000 0.1000 0.1000]

fval=37986.1608

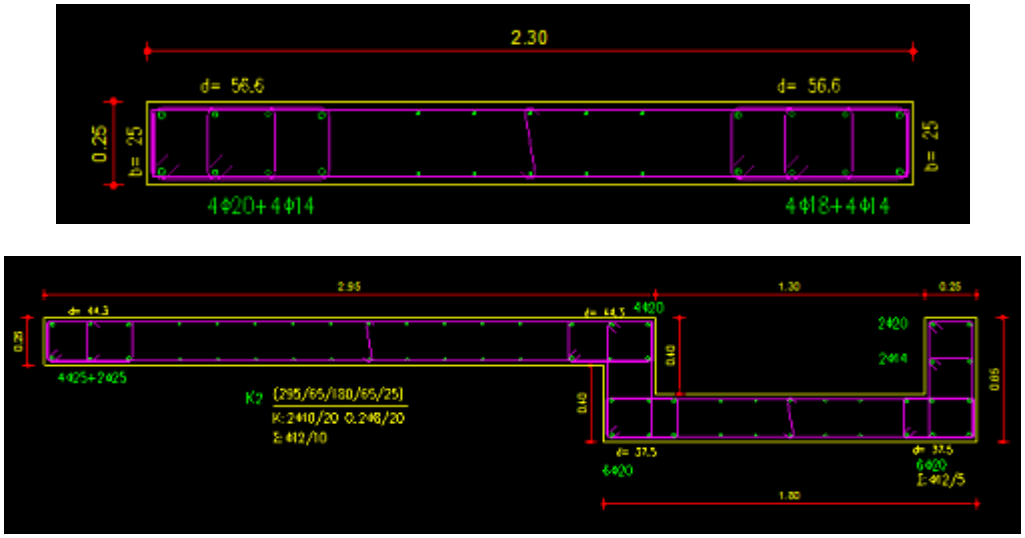
Οι διατομές του αρχικού σχεδιασμού φαίνονται στις εικόνες που ακολουθούν



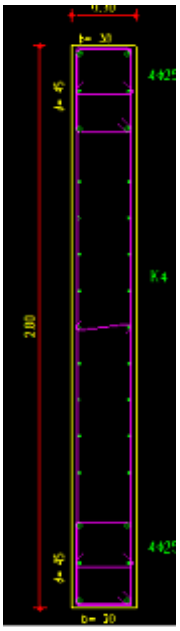
Εικόνα 5.1 Η διατομή του εσωτερικού υποστυλλώματος



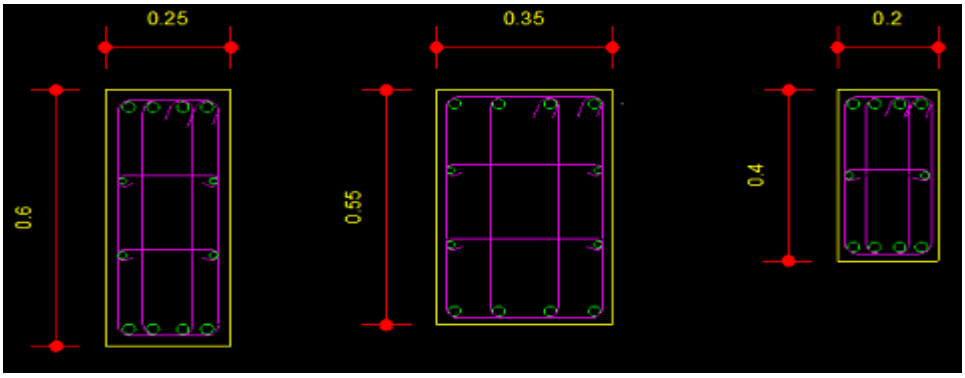
Εικόνα 5.2 Η διατομή των τεσσάρων γωνιακών υποστυλλωμάτων



Εικόνα 5.3 Τοιχία στη x διεύθυνση



Εικόνα 5.4 Τοιχία στην y διεύθυνση



Εικόνα 5.5 Διατομές των δοκών

Ας δούμε συγκεντρωτικά τις τιμές των διαστάσεων των διατομών, των ποσοστών οπλισμού αλλά και των αποστάσεων των συνδετήρων τόσο για τον αρχικό σχεδιασμό όσο και για τις δύο επιλύσεις.

Γωνιακά υποστυλλώματα (Θέσεις 42,49,55,64 βλ. Εικόνα 5.1 κάτοψη)

	Αρχικός Σχεδισμός	1η Επίλυση	2η Επίλυση
Πλάτος	0.45	0.2921	0.2738
Ύψος	0.50	0.3373	0.3374
Ποσοστό Οπλισμού	0.01	0.0261	0.0273
Αποστάσεις Συνδετήρων	0.10	0.10	0.10

Εσωτερικό υποστύλλωμα (Θέση 77 βλ. Εικόνα 5.1 κάτοψη)

	Αρχικός Σχεδισμός	1η Επίλυση	2η Επίλυση
Πλάτος	0.55	0.3183	0.2948
Ύψος	0.55	0.3140	0.3165
Ποσοστό Οπλισμού	0.008	0.0358	0.0291
Αποστάσεις Συνδετήρων	0.10	0.10	0.10

Δοκάρια

	Αρχικός Σχεδισμός	1η Επίλυση	2η Επίλυση
Πλάτος	0.25,0.35,0.2	0.2754	0.2451
Ύψος	0.60,0.55,0.40	0.3150	0.3122
Ποσοστό Οπλισμού	0.01	0.01	0.01
Αποστάσεις Συνδετήρων	0.10	0.10	0.10

Τοιχεία στη x διεύθυνση (Θέσεις 46,61 βλ. Εικόνα 5.1 κάτοψη)

	Αρχικός Σχεδισμός	1η Επίλυση	2η Επίλυση
Πλάτος	0.25,0.25	0.2932	0.2726
Ύψος	2.30,3.00	3.0349	3.9871
Ποσοστό Οπλισμού	0.026 0.0178	0.0151	0.0101
Αποστάσεις Συνδετήρων	0.10	0.0831	0.10

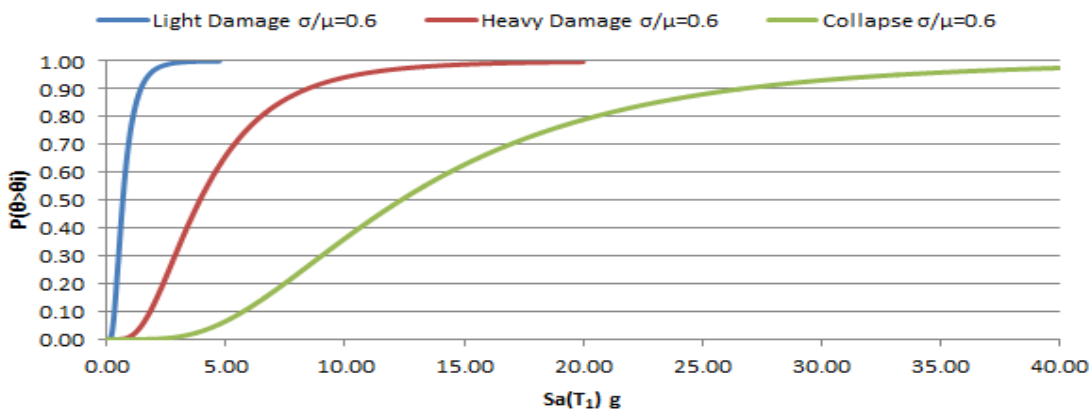
Τοιχεία στη y διεύθυνση (Θέσεις 52,67,72 βλ. Εικόνα 5.1 κάτοψη)

	Αρχικός Σχεδισμός	1η Επίλυση	2η Επίλυση
Πλάτος	0.25	0.3893,0.2895	0.255,0.269
Ύψος	2.00	2.744,2.007	3.8139,2.7495
Ποσοστό Οπλισμού	0.0118	0.0101,0.0101	0.0101,0.0313
Αποστάσεις Συνδετήρων	0.10	0.10,0.10	0.10,0.10

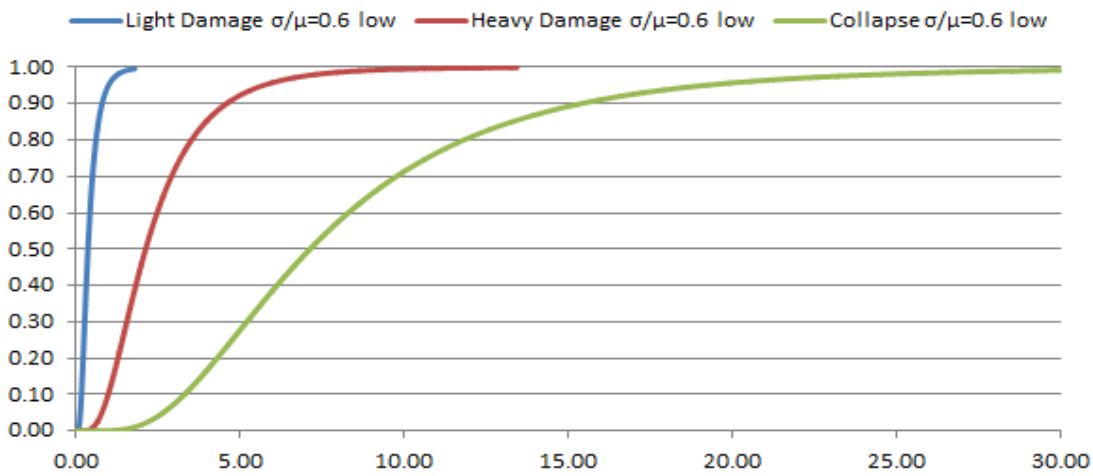
Το αρχικό κόστος της κατασκευής υπολογίστηκε στα 42924.0456 €. Στα σχήματα 5.22 και 5.23 φαίνονται οι καμπύλες τρωτότητας στη διέθυνση x και για τις δύο επιλύσεις του προβλήματος.

Η διαδικασία εξαγωγής των καμπύλων τρωτότητας για τον έλεγχο της πιθανότητας υπέρβασης κατα τη διάρκεια λειτουργίας του γενετικού αλγορίθμου γινόταν με την κανονιστική μεθοδολογία που έχουμε αναφέρει στο Κεφάλαιο 2. Έτσι γλιτώσαμε το τεράστιο υπολογιστικό κόστος που θα είχαμε αν χρησιμοποιούσαμε τη μεθοδολογία της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης και το οποίο θα καθιστούσε την εύρεση λύσης στο πρόβλημα μας αδύνατη. Όμως πρέπει να ελένξουμε κατα πόσο η όχι, τώρα που καταλήξαμε στην τελική λύση, οι καμπύλες τρωτότητας της κανονιστικής μεθόδου είναι πιο συντηρητικές απο αυτές της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης.

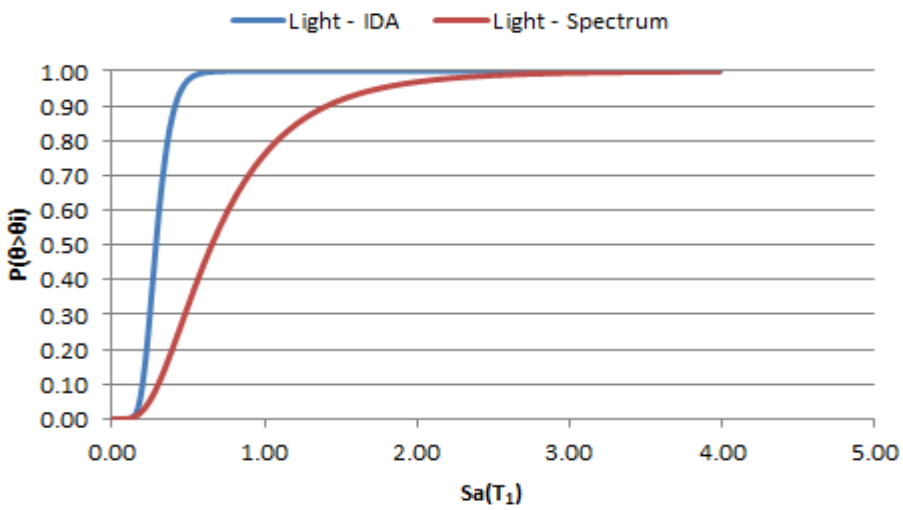
Για να το κάνουμε αυτό επιλέξαμε δέκα χαρακτηριστικά επιταχυνσιογραφήματα απο σεισμούς στις περιοχές Αίγιο, Δράμα, Καλαμάτα, Κόμπε, Λόμα Πριέτα, Λάντερς, Κοτσαέλι, Μάντζηλ, Νόρθριτζ, Λευκάδα και εξάγαμε τις καμπύλες τρωτότητας στη διεύθυνση x με τη μέθοδο της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης για την περίπτωση σ/μ=0.6. Στο σχήμα 5.24 φαίνονται οι καμπύλες τρωτότητας για τα τρία επίπεδα απόδοσης τόσο για την κανονιστική όσο και για τη μέθοδο της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης.

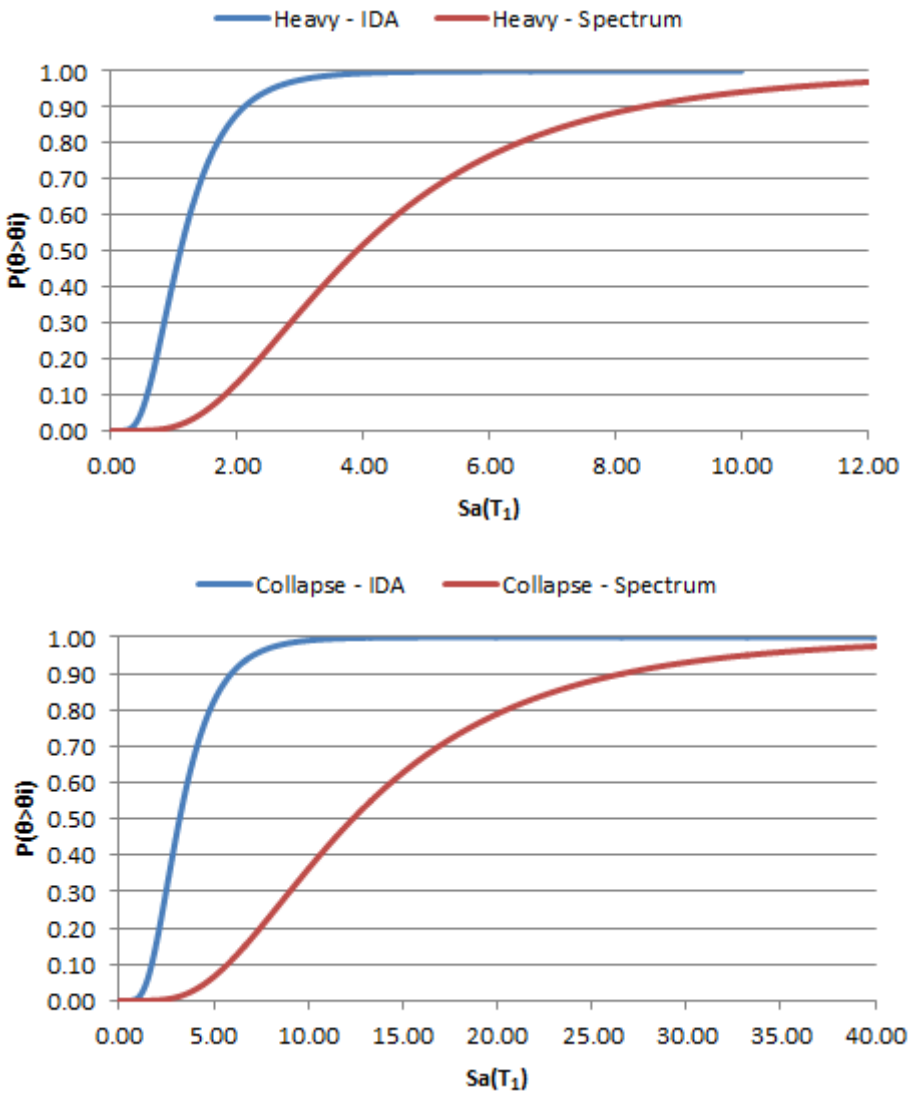


Σχ. 5.22 Οι καμπύλες τρωτότητας για την δεύτερη επίλυση



Σχ. 5.23 Οι καμπύλες τρωτότητας για την πρώτη επίλυση



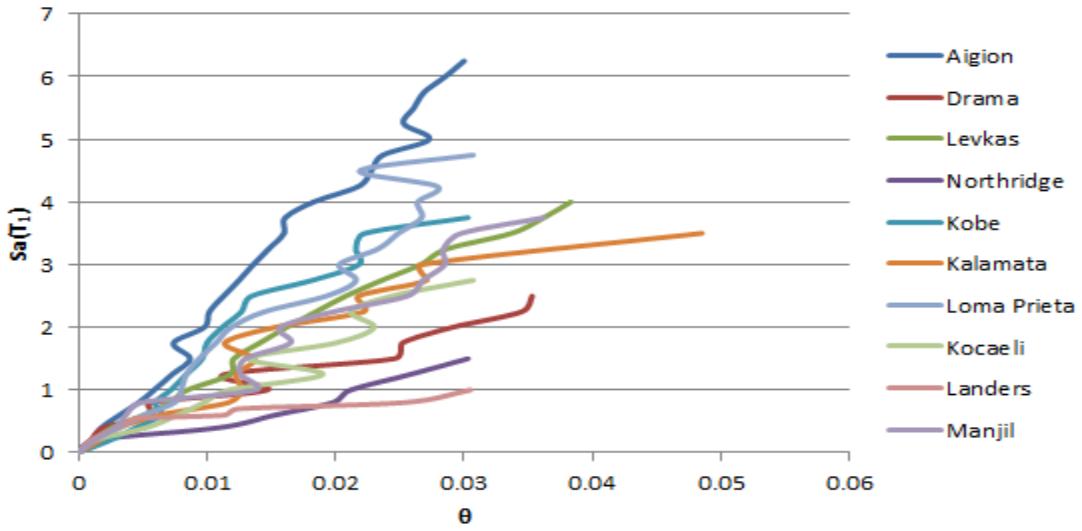


Σχ. 5.24 Καμπύλες τρωτότητας για τη δεύτερη επίλυση τόσο με τη κανονιστική όσο και με τη μέθοδο της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης

P(θ > θi)	$Sa(T_1)$=0.15g	$Sa(T_1)$=0.40g	$Sa(T_1)$=0.70g
Αρχικός στόχος	0.01	0.01	0.01
Καν.Μεθοδολογία	0.00711	0.0000745	0.000000861
Προς.Δυν.Ανάλυση	0.0113	0.0242	0.000899

Πίνακας 5.1 Τιμές της πιθανότητας υπέρβασης για τα τρία επίπεδα επιτελεστικότητας

Στον Πίνακα 5.1 δίνονται συγκριτικά οι τιμές της πιθανότητας υπέρβασης τόσο του αρχικού μας στόχου όσο και των δύο διαφορετικών μεθόδων εξαγωγής των καμπύλων τρωτότητας. Στο σχήμα 5.25 και στον Πίνακα 5.2 δίνονται οι καμπύλες και τα αποτελέσματα αντίστοιχα της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης για τις δέκα χρονοϊστορίες που χρησιμοποιήσαμε.



Σχ. 5.25 Καμπύλες της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης για δέκα χαρακτηριστικές χρονοϊστορίες

θ	0.002	0.01	0.03
Landers	0.305263158	0.589855072	0.980392157
Kocaeli	0.235	0.821052632	2.722222222
Manjil	0.2875	0.914606742	3.5078125
Loma Prieta	0.285714286	1.615384615	4.730113636
Kalamata	0.24	0.737037037	3.075688073
Kobe	0.16	1.75	3.740625
Northridge	0.216326531	0.379591837	1.483165739
Levkas	0.307692308	1.113636364	3.316468254
Drama	0.4	0.896703297	2.041666667
Aigion	0.428571429	2.125	6.25
μ	0.286606771	1.09428676	3.184815425
σ	0.081384055	0.558081592	1.545663138
σ/μ	0.283957196	0.509995745	0.485322674

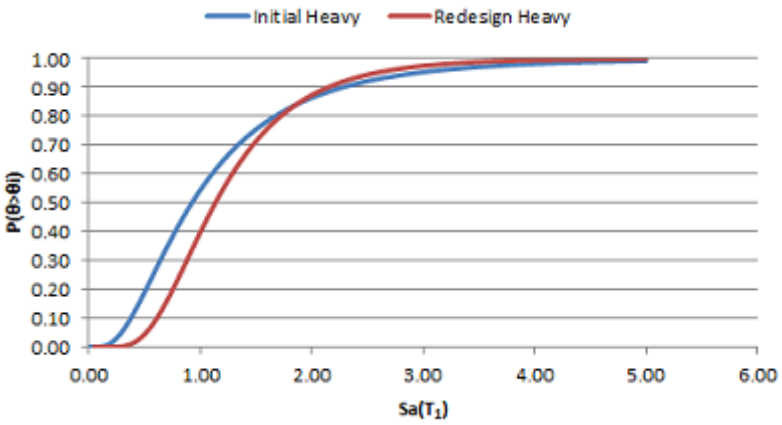
Πίνακας 5.2 Τα αποτελέσματα της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης

Τώρα αυτό που μας μένει είναι να εξάγουμε και κάποια πληροφορία απο τον αρχικό μας φορέα για να μπορέσουμε να δούμε αν υπήρξε βελτίωση απο τον ανασχεδιασμό του. Βλέποντας την απόδοση του φορέα όσον αφορά τις τρείς στάθμες επιτελεστικότητας η λιγότερο ικανοποιητική είναι αυτή για σοβαρές ζημιές. Οπότε θα εξάγουμε την καμπύλη τρωτότητας του αρχικού φορέα για αυτή τη στάθμη και θα την συγκρίνουμε με την αντίστοιχη καμπύλη απο τη δεύτερη επίλυση. Στο σχήμα 5.26 φαίνονται αυτές οι δύο καμπύλες. Στον Πίνακα 5.3 φαίνονται τα αποτελέσματα απο την εν μέρη εφαρμογή της Προσαυξητικής Δυναμικής Ανάλυσης στον φορέα του αρχικού σχεδιασμού.

Loma Prieta	1.569444
Kalamata	0.6
Aigion	1.090909
Northridge	0.3875

Lefkas	0.870759
Kocaeli	0.558333
Landers	0.446739
Drama	0.631579
Manjil	0.60605
Kobe	2.47619
μ	0.92375
σ	0.649571
σ/μ	0.703189

Πίνακας 5.3 Εξαγωγή αποτελεσμάτων απο την εφαρμογή της Προσαυξητικής Δυναμικής Δυναμικής ανάλυσης στον αρχικό φορέα



Σχ. 5.26 Οι καμπύλες τρωτότητας για σοβαρές ζημίες που προκύπτουν απο τον αρχικό σχεδιασμό και τον ανασχεδιασμό του φορέα

Η πιθανότητα υπέρβασης για σοβαρές ζημιές στον αρχικό φορέα ήταν 0.117 ενώ όπως είδαμε και πρίν η αντίστοιχη πιθανότητα για την $2^{η}$ επίλυση είναι 0.0242.

Συμπεράσματα

Πολλά μπορούμε να πούμε για τα αποτελέσματα. Όπως είδαμε απο τις δύο επιλύσεις το κόστος της τελικής λύσης είχε τις τιμές 37986.3930 € και 37986.1608 €. Και οι δύο αυτές τιμές είναι μικρότερες της τιμής κόστους 42924.0456 € του αρχικού σχεδιασμού ενώ παράλληλα το επίπεδο απόδοσης της κατασκευής όσον αφορά τις στάθμες επιτελεστικότητας αυξήθηκε.

Μας φαίνεται ύποπτο το γεγονός ότι και απο τις δύο λύσεις πήραμε σχεδόν την ίδια τιμή κόστους ειδικά όταν το ύψος της διατομής των τοιχίων στη δεύτερη περίπτωση αυξήθηκε κατα 1m περίπου. Όμως ας σκεφτούμε για λίγο. Οι διαστάσεις των δοκών εξαρτώνται κυρίως απο τα κατακόρυφα φορτία αλλά και απο τις προσαυξήσεις των ροπών τους λόγω της ενναλαγής της φοράς και έντασης των σεισμικών δυνάμεων. Με το να αυξηθεί το ύψος της διατομής των τοιχίων όπως έγινε στη δεύτερη επίλυση, το μήκος των δοκών μειώθηκε όπως επίσης οι στηρίξεις έγιναν πιο άκαμπτες

μειώνοντας την κρέμμαση του διαγράμματος ροπών κάμψης. Αυτή η μείωση οδήγησε και στη μείωση του πλάτους των δοκών οι οποίες έχουν μεγάλη επιρροή στο κόστος. Η μεγάλη τους επιρροή στο κόστος οφείλεται στο γεγονός ότι το συνολικό τους μήκος είναι πολύ μεγαλύτερο απο αυτό των υποστυλλωμάτων και των τοιχίων. Οπότε αντίστοιχη ήταν και η μείωση του κόστους η οποία φαίνεται να αντιστάθμισε το επιπλέον κόστος που προήλθε απο την αύξηση του ύψους της διατομής των τοιχίων.

Επίσης αν προσέξουμε την πορεία της συνάρτησης απόδοσης για τις δύο επιλύσεις μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι είναι πολύ διαφορετικές μεταξύ τους. Η πρώτη (βλ. Σχ. 5.20) παρουσιάζει μία σταθερή ταχύτητα σύγκλισης και ομαλή πορεία καθόλη τη διάρκεια της διαδικασίας ενώ η δεύτερη παρουσιάζει στασιμότητα της ταχύτητας σύγκλισης ανα περιοχές γενεών. Αυτή η στασιμότητα αναφέρεται στην έντονη μείωση της κλίσης της καμπύλης πορείας της συνάρτησης απόδοσης. Μπορεί αυτές οι περιοχές να είναι ο εντοπισμός κάποιων τοπικών ακροτάτων τις οποίες πολύ πιθανόν να ξεπέρασε ο γενετικός αλγόριθμος μέσω της διαδικασίας μετάλλαξης.

Επιπρόσθετα βλέπουμε να επιβεβαιώνεται η εμπειρική τιμή 0.6 του λόγου σ/μ που επιλέξαμε για την εξαγωγή των καμπύλων τρωτότητας με την κανονιστική μέθοδο αφού βλέπουμε να υπάρχει αρκετά μεγάλη απόκλιση των τιμών της σεισμικής έντασης που αντιστοιχούν σε κάθε επίπεδο επιτελεστικότητας και τις οποίες έχουμε βρεί απο την προσαυξητική δυναμική ανάλυση. Η τιμή του λόγου σ/μ απο την προσαυξητική δυναμική ανάλυση για σοβαρές ζημιές και κατάρρευση για τη $2^{η}$ επίλυση και για σοβαρές ζημιές για τον αρχικό σχεδιασμό βρέθηκε να είναι 0.5 (≈0.6) και 0.7 (≈0.6) αντίστοιχα. Αυτή η μεταβλητότητα οφείλεται στο μεγάλο εύρος των τιμών που παίρνει η σεισμική ένταση για κάθε τιμή θ (βλ. Σχ. 5.25) όπως επίσης το μεγάλο εύρος τιμών μεταφράζεται σε πολύ διαφορετική συμπεριφορά του φορέα για κάθε χρονοϊστορία. Μία εξήγηση σε αυτό μπορούν να δώσουν οι δύο ακραίες περιπτώσεις του Αιγίου και του Μάντζηλ. Στην περίπτωση του Αιγίου η οποία ουσιαστικά μπορεί να προσομοιωθεί με ένα παλμό μίας συγκεκριμένης συχνότητας η κατάρρευση έρχεται μόνο αφού έχουμε φτάσει σε πολύ υψηλές τιμές της σεσμικής έντασης. Αντίθετα στην περίπτωση του Μάντζηλ όπου έχουμε ένα φάσμα πλούσιο σε συχνότητες η κατάρρευση έρχεται πολύ πιο νωρίς όσον αφορά τις τιμές της σεισμικής έντασης.

Αυτό που πρέπει να μας προβληματίσει είναι το γεγονός ότι τελικά οι καμπύλες τρωτότητας με την προσαυξητική δυναμική μέθοδο φαίνεται να είναι πιο συντηρητικές απο τις αντίστοιχες της κανονιστικής μεθόδου. Μάλιστα οι καμπύλες τρωτότητας της κανονιστικής μεθόδου απο τη δεύτερη επίλυση αντιστοιχούν σε υπεβολικά μεγάλες μέσες τιμές της σεισμικής έντασης. Αυτό οφείλεται στον τύπο υπολογισμού της μέσης τιμής της σεισμικής έντασης και ο οποίος προέρχεται απο μετατροπή του τύπου της μεθόδου των συντελεστών. Ο τύπος έχει ως εξής:

$$S_a = \Delta_t \cdot \frac{4\pi^2}{T_e^2 . C_0 . C_1 . C_2 . C_3} \tag{5.1}$$

Αν βρούμε τις τιμές των μετατοπίσεων u που αντιστοιχούν στις στάθμες επιτελεστικότητας που αντιπροσωπεύονται απο τις τιμές θ, μπορούμε να υπολογίσουμε και τις αντίστοιχες μέσες τιμές της σεισμικής έντασης. Θέλουμε εμείς να βρούμε αυτές τις τιμές για να τις συγκρίνουμε με εκείνες που υπολογίσαμε απο την προσαυξητική δυναμική ανάλυση. Έχουμε:

$$\theta = 0.002 \rightarrow u = 0.018 \rightarrow S_a = 0.65131g$$

$$\theta = 0.01 \rightarrow u = 0.1073 \rightarrow S_a = 3.89394g$$

$$\theta = 0.01 \rightarrow u = 0.3404 \rightarrow S_a = 12.34833g$$

Ουσιαστικά υπολογίσαμε τις μέσες τιμές των καμπύλων τρωτότητας για τη δεύτερη επίλυση. Στη συνέχεια έχουμε τους λόγους:

$$k_{light} = \frac{S_{a\ light}^{regulation}}{S_{a\ light}^{IDA}} = \frac{0.65131}{0.286607} = 2.272486$$

$$k_{heavy} = \frac{S_{a\ heavy}^{regulation}}{S_{a\ heavy}^{IDA}} = \frac{3.89394}{1.094287} = 3.558427$$

$$k_{collapse} = \frac{S_{a\ collapse}^{regulation}}{S_{a\ collapse}^{IDA}} = \frac{12.34833}{3.184815} = 3.877251$$

Αυτό που μπορούμε να κάνουμε για να εκμεταλλευτούμε αυτή την νέα πληροφορία είναι να εισάγουμε αυτό τον συντελεστή στον παρονομαστή της σχέσης 5.1 για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας. Έτσι με αυτό τον τρόπο ο γενετικός αλγόριθμος θα ελέγχει τις καμπύλες τρωτότητας που προσεγγίζουν την προσαυξητική δυναμική ανάλυση. Φυσικά αυτός ο συντελεστής για κάθε στάθμη επιτελεστικότητας μπορεί να αλλάζει όσο αλλάζει και ο σχεδιασμός. Δηλαδή υπάρχει μια μη γραμμική σχέση που συνδέει τις μέσες τιμές της κανονιστικής μεθόδου με αυτές της προσαυξητικής δυναμικής ανάλυσης καθώς αλλάζουν τα δεδομένα σχεδιασμού του κτιρίου. Οπότε σίγουρα θα χρειαστεί μία επαναληπτική διαδικασία που θα έχει και το ανάλογο υπολογιστικό κόστος.

Αυτό που πρέπει να κρατήσουμε απο αυτή την εργασία είναι ότι όπως φαίνεται επιτύχαμε να βελτιώσουμε το επίπεδο ασφάλειας της κατασκευής μας (βλ. Σχ. 5.26) παρόλο που δεν φτάσαμε στο στόχο μας, μειώνοντας παράλληλα έστω και για λίγο παρά αυξάνοντας το κατασκευαστικό μας κόστος. Επιπρόσθετα σε αυτό, μέσα απο τους γραμμικούς και μη περιορισμούς εκπληρώσαμε όλους τους κανονιστικούς, λειτουργικούς, αρχιτεκτονικούς αλλά και οποιουσδήποτε άλλους περιορισμούς καθιστουν τον σχεδιασμό ενός κτιρίου αποδεκτό. Σύμφωνα και με τα πιο πάνω η χρήση των γενετικών αλγορίθμων για το σχεδιασμό των κτιρίων αλλά και η εύρεση μεθόδων μείωσης του υπολογιστικού κόστους αξίζουν σημασίας και κρύβουν μεγάλο ενδιαφέρον για έρευνα και εφαρμογή.

Η βασική εντολή που δίνεις στο πρόγραμμα για να καλέσεις έναν γενετικό αλγόριθμο έχει την εξής δομή:

[x,fval,exitflag,output]= GA(fitnessfcn,nvars,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon,options)

Στο δεξί μέρος της ισότητας έχουμε τις μεταβλητές που καθορίζουν το πρόβλημα μας.

fitnessfcn : εδώ εισάγουμε τη αντικειμενική συνάρτηση

nvars : καθορίζουμε το πλήθος των άγνωστων παραμέτρων που ειπησέρχονται στην αντικειμενική συνάρτηση

A, b : εδώ εισάγουμε τους ανισωτικούς γραμμμικούς περιορισμούς υπο μορφή μητρώων

Aeq, beq : εδώ εισάγουμε τους ισωτικούς γραμμμικούς περιορισμούς υπο μορφή μητρώων

lb : καθορίζουμε το κάτω όριο των τιμών των αγνώστων παραμέτρων

ub : καθορίζουμε το άνω όριο των τιμών των αγνώστων παραμέτρων

nonlcon : εδώ εισάγουμε τους μη γραμμικούς περιορισμούς

options : εδώ καθορίζουμε τις εσωτερικές παραμέτρους λειτουργίας του γενετικού αλγόριθμου

Στο αριστερό μέρος της ισότητας βρίσκονται τα δεδομένα που εξάγει μετά το τέλος της λειτουργίας του ο γενετικός αλγόριθμος.

x : δίνεται το διάνυσμα το οποίο περιέχει τις τελικές τιμές των αγνώστων παραμέτρων του προβλήματος

fval : δίνεται η τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

exitflag : δίνονται πληροφορίες για τον τρόπο με τον οποίο τελείωσε η λειτουργία του γενετικού αλγόριθμου

output : δίνονται πληροφορίες για την διαδικασία που ακολούθησε ο αλγόριθμος

<u>Πιό αναλυτικά</u>

Το πρόβλημα μας έχει ως εξής:

Min F(x) ο οποίος υπόκειται στους περιορισμούς

$A*x \leq b$

Aeq=beq

C(x) ≤ 0

Ceq(x) = 0

lb $\leq$ x $\leq$ ub

Αν παράδειγμα έχουμε τρείς μεταβλητές x_1,x_2,x_3 και θέλουμε να εισάγουμε τους γραμμικούς ανισωτικούς περιορισμούς

$x_1 + x_2 \leq 0$

$x_1 + x_3 \leq 1$

$2x_2 + x_3 \leq 2$

τότε :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Αντίστοιχα αν οι πιο πάνω περιορισμοί ήταν ισότητες τότε :

$$Aeq = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}, beq = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Επίσης αν τα όρια των τιμών που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές μας είναι

$-1 \leq x_1 \leq 1$, $-2 \leq x_2 \leq 3$, $-1 \leq x_3 \leq 4$ τότε :

$$lb = [-1 \quad -2 \quad -1]$$

$$ub = [1 \quad 3 \quad 4]$$

Στη θέση του *nonlcon* μπορούμε να εισάγουμε οποιοδήποτε μη γραμμικό περιορισμό (ισοτικό ή ανισοτικό) είτε με τη μορφή μίας συνάρτησης είτε ενός ολόκληρου αρχείου στο οποίο να εκτελούνται πολλαπλοί έλεγχοι.

Υπο τη μορφή συνάρτησης : @(x) x(1)+x(2)^2 Ισχύει (≤ 0)

Υπο την μορφή αρχείου : @(x) myconstraints(x) Ισχύει (≤ 0)

Όπου το @(x) θέλει να πεί οτι ακολουθεί μία συνάρτηση του διανύσματος x. Το ίδιο ισχύει και για τη θέση του *fitnessfcn*. Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να δωθεί με τη μορφή μίας συνάρτησης ή ενός αρχείου. Στην περίπτωση των μή γραμμικών περιορισμών για να θεωρηθεί ότι ικανοποιούνται πρέπει η τιμή τους να είναι μικρότερη ή ίση με το 0.Άν το πλήθος των παραμέτρων μας είναι όσο και στο παράδειγμα των γραμμικών περιοριμών τότε *nvars*=3 (αφού είχαμε x_1,x_2,x_3).

Το *x* και το *fval* όπως είπαμε και πρίν είναι το διάνυσμα των τελικών τιμών των παραμέτρων και η τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αντίστοιχα που προκύπτουν απο την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης με τον γενετικό αλγόριθμο.

Ανάλογα με την τιμή του *exitflag* έχει προκύψει το εξής :

1 Η διαφορά στη μέση τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μεταξύ της προηγούμενης και της επόμενης γενιάς καθώς και η παραβίαση των περιορισμών είναι μικρότερη απο το όριο. Οπότε ο αλγόριθμος έχει συγκλίνει.

3 Αν η αλλαγή στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και η παραβίαση των περιορισμών είναι μικρότερη απο το όριο.

4 Η τιμή του μεγέθους του επόμενου βήματος είναι μικρότερη απο την ακρίβεια του μηχανήματος και η παραβίαση των περιορισμών είναι μικρότερη απο το όριο. Αυτό αναφέρεται μόνο στους μη γραμμικούς περιορισμούς.

5 Φτάσαμε στην οριακή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και η παραβίαση των περιορισμών είναι μικρότερη απο το όριο.

0 Ξεπεράσαμε το μέγιστο αριθμό γενεών (ένα απο τα δεδομένα που μπορούμε να εισάγουμε).

-1 Η διαδικασία διακόπηκε απο το δεδομένα που έχουν εξαχθεί ή απο τη συνάρτηση κατασκευής του γραφήματος

-2 Δεν βρέθηκε σημείο στο χώρο αναζήτησης που η λύση του να είναι εφικτή

-3 Ξεπεράστηκε το χρονικό όριο αναμονής

-4 Ξεπεράστηκε το όριο χρόνου που είχαμε θέσει

Με την επιλογή *output* στο τέλος της ανάλυσης παίρνουμε τις εξής πληροφορίες:

rngstate : Η κατάσταση αλγόριθμου παραγωγής αριθμών πρίν ξεκινήσει η λειτουργία του γενετικού αλγόριθμου

generations : Συνολικός αριθμός γενεών

funccount : Πόσες φορές έγινε ο υπολογισμός της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης

maxconstraint : η μέγιστη παραβίαση περιορισμού, αν υπήρξε

message : μύνημα τερματισμού του γενετικού αλγόριθμου

Τέλος, η μεταβλητή *options* συναρτάται με την εντολή *gaoptimset* που μας δίνει τη δυνατότητα ρύθμισης πολλών εσωτερικών παραμέτρων που συμβάλουν στην απόδοση αλλά και τη λειτουργία του γενετικού αλγόριθμου. Τις παραμέτρους αυτές

τις καθορίζουμε πρίν απο την εκκίνηση του γενετικού αλγόριθμου σύμφωνα με την εντολή:

options=gaoptimset('param1',value,'param2',value…..)

Στη θέση *'param'* εισάγεται η παράμετρος την οποία θέλουμε να ρυθμίσουμε και στη θέση *value* η τιμή ή μορφή που θέλουμε να έχει η παράμετρος αυτή. Οι επιλογές που έχουμε είναι οι ακόλουθες :

PopulationType : 'bitstring', 'custom' , 'double vector'

Εδώ υπάρχει η δυνατότητα προσέγγισης της μεθόδου με τρείς διαφορετικούς τρόπους όσον αφορά την μορφή των τιμών του πλυσθησμού.

-Bit string εδώ οι τιμές των παραμέτρων των λύσεων του πλυθησμού χρησιμοποιούνται με τη δυαδική τους μορφή.

-Double vector εδώ γίνεται χρήση διπλών διανυσμάτων

-Custom εδώ μπορείς να εισάγεις ένα δικό σου αρχικό πλυθησμό

PopulationSize : Καθορίζεις το πλήθος ατόμων που θα έχει ο πλυθησμός της κάθε γενεάς.

EliteCount : Επιλέγεις πόσα απο τα υψηλότερης απόδοσης άτομα του πλυθησμού θέλεις να περνάνε άθικτα στην επόμενη γενεά.

CrossoverFunction : Διαλέγεις τον τρόπο με τον οποίο θα γίνεται η διαδικασία της ανταλλαγής πληροφοριών. Δίνονται οι επιλογές :

-Scattered (@crossoverscattered)

-Single point (@crossoversinglepoint)

-Two point (@crossovertwopoint)

-Intermediate (@crossoverintermediate)

-Heuristic (@crossoverheuristic)

-Arithmetic (@crossoverarithmetic)

-Custom

FitnessScalingFunction : διαλέγεις τον τρόπο με τον οποίο θα μεγενθύνονται οι τιμές της συνάρτησης απόδοσης. Δίνονται οι επιλογές:

-Rank (@fitscalingrank)

-Proportional (@fitscalingprop)

-Top (@fitscalingtop)

-Shiftlinear (@fitscalingshiftlinear)

-Custom

SelectionFunction : Διαλέγεις τη μέθοδο με την οποία θα γίνεται η διαδικασία της επιλογής. Δίνονται οι επιλογές:

-Stohastic uniform (@selectionstochunif)

-Remainder (@selectionremainder)

-Uniform (@selectionuniform)

-Roulette (@selectionroulette)

-Tournament (@selectiontournament)

-Custom

Mutation: Επιλέγεται η μέθοδος με την οποία θα πραγματοποιείται η διαδικασία της μετάλλαξης

-Gaussian (@mutationgaussian)

-Uniform (@mutationuniform)

-Adaptive feasible (@mutationadaptivefeasible)

-Custom

Υπάρχουν και πολλές άλλες επιλογές όπως η χρήση υβριδικών μεθόδων, μεθόδων μετανάστευσης, παράλληλης επεξεργασίας, επιλογής των ορίων σύγκλισης, εξαγωγής γραφικών παραστάσεων της πορείας της μέσης και καλύτερης τιμής της συνάρτησης απόδοσης, άλλω γραφημάτων κλπ.

Παράδειγμα:

options=gaoptimset('PlotFcns',@gaplotbestf,'FitnessScalingFcn',@fitscalingrank,’MutationFcn’,@mutationuniform,’SelectionFcn’,selectionroulette)

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] =
GA(@(x)myfunct(x),NVARS,A,b,Aeq,beq,lb,ub,@(x)mycostrai(x),options)