



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



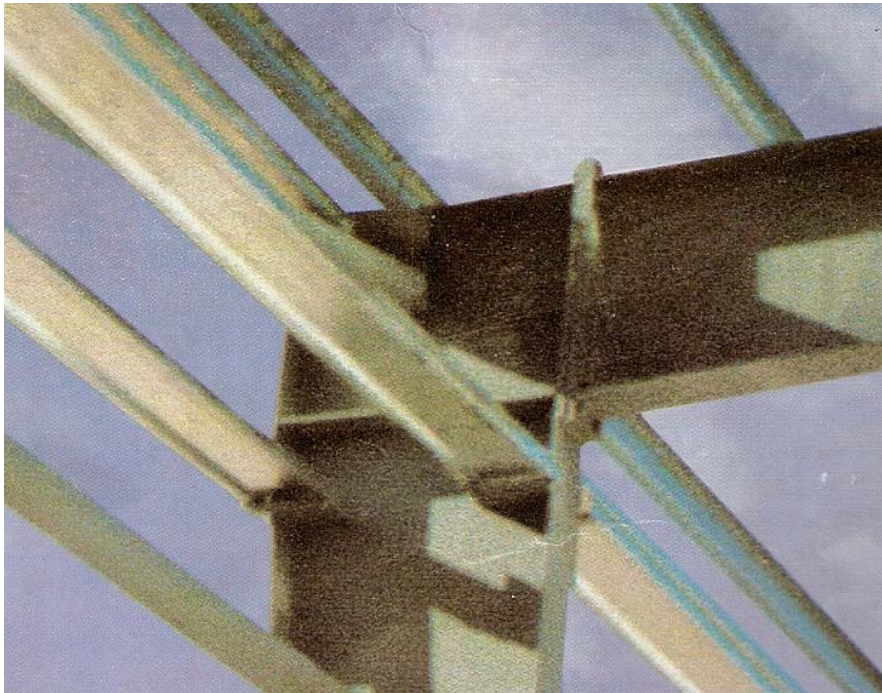
**ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΘΕΜΑ : ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΥΝΔΕΣΗΣ
ΔΟΚΟΥ-ΣΤΥΛΟΥ ΜΕ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΔΙΑΤΟΜΗ**

ΛΙΑΝΤΖΑ ΕΥΤΥΧΙΑ

ΤΑΞΙΔΗΣ ΧΡΗΣΤΟΣ



**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ : ΡΑΥΤΟΓΙΑΝΝΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ
ΛΕΚΤΟΡΑΣ Ε.Μ.Π.**

Αθήνα, Νοέμβριος 2007

Περιεχόμενα

	Σελ
1^οΚΕΦΑΛΑΙΟ : Περίληψη διπλωματικής εργασίας	1
2^οΚΕΦΑΛΑΙΟ : Παρουσίαση φορέα και τρόπος επίλυσής του	5
3^οΚΕΦΑΛΑΙΟ : Θεωρητικά στοιχεία	6
-3.1. Μεταλυγισμική συμπεριφορά αξονικά καταπονούμενων πλακών	6
-3.2. Οριακή αντοχή αξονικά καταπονούμενων πλακών	15
-3.3. Τοπικός λυγισμός – Ενεργό πλάτος	19
-3.4. Τοπικός λυγισμός επίπεδων στοιχείων χωρίς ενισχύσεις	22
-3.5. Απόσπασμα Ευρωκώδικα για τον τοπικό λυγισμό στοιχείων χωρίς ενισχύσεις.	27
4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : Ανάλυση σύνδεσης υποστυλώματος-δοκού με τη βοήθεια του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων.	31
-4.1. Καθορισμός των υλικών των μελών του φορέα	31
-4.2. Καθορισμός των ιδιοτήτων της σύνδεσης (πλάκας)	33
-4.3. Εισαγωγή της γεωμετρίας της πλάκας	35
-4.4. Δημιουργία δικτύου πεπερασμένων στοιχείων από κόμβους και στοιχεία.	36
-4.5. Εισαγωγή συντοριακών συνθηκών και εισαγωγή φορτίων στους κόμβους της πλάκας.	40
-4.6. Ανάλυση της πλάκας	44

5° ΚΕΦΑΛΑΙΟ : Επεξεργασία σχημάτων της πλάκας στο AutoCAD	50
και ανάλυση του τρόπου εξαγωγής τους.	
-5.1 Τρόπος εξαγωγής σχημάτων πλάκας	50
-5.2 Παρουσίαση σχημάτων στο AutoCAD	50
6° ΚΕΦΑΛΑΙΟ : Παρουσίαση σχημάτων στο MSC/NASTRAN	55
-6.1.Τετραγωνική πλάκα	55
-6.1.1 Πάχος πλάκας 4 mm	55
-6.1.2 Πάχος πλάκας 4,2 mm	58
-6.1.3 Πάχος πλάκας 4.4 mm	60
-6.1.4 Πάχος πλάκας 5 mm	62
-6.1.5 Πάχος πλάκας 6 mm	64
-6.2. Πλάκα σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος μεταβλητής διατομής	66
-6.2.1.1. Γωνία σύνδεσης 9° ,τύπος σχήματος α	66
-6.2.1.2. Γωνία σύνδεσης 9° , τύπος σχήματος β	68
-6.2.1.3. Γωνία σύνδεσης 9° , τύπος σχήματος γ	70
-6.2.2.1. Γωνία σύνδεσης 11° , τύπος σχήματος α	72
-6.2.2.2. Γωνία σύνδεσης 11° , τύπος σχήματος β	74
-6.2.2.3. Γωνία σύνδεσης 11° , τύπος σχήματος γ	76
-6.2.3.1. Γωνία σύνδεσης 13° , τύπος σχήματος α	78
-6.2.3.2. Γωνία σύνδεσης 13° , τύπος σχήματος β	80
-6.2.3.3. Γωνία σύνδεσης 13° , τύπος σχήματος γ	82
-6.2.4.1. Γωνία συνδεσης 15° , τύπος σχήματος α	84
-6.2.4.2. Γωνία σύνδεσης 15° , τύπος σχήματος β	86
-6.2.4.3. Γωνία σύνδεσης 15° , τύπος σχήματος γ	88

7^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : Συγκριτικοί πίνακες	91
-7.1.Ανάλογα με το πάχος της τετραγωνικής πλάκας	91
-7.2.Ανάλογα με τον τύπο σχήματος της σύνδεσης για κάθε εσωτερική γωνία	91
-7.2.1 Γωνία 9°	91
-7.2.2 Γωνία 11°	92
-7.2.3 Γωνία 13°	93
-7.2.4 Γωνία 15°	93
8^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : Παρουσίαση τιμών όλων των διατομών και συμπεράσματα	94
-8.1 Αριθμητικά στοιχεία διατομών	94
-8.2 Συγκριτικά στοιχεία και συμπεράσματα διατομών ίδιου τύπου	97
-8.3 Συγκριτικά στοιχεία και συμπεράσματα διατομών ίδιας γωνίας	98
-8.4 Συγκεντρωτικά συμπεράσματα	99
-8.5 Αριθμητικά στοιχεία τετραγωνικής διατομής για πέντε πάχη πλακών	100
-8.6 Ανάλυση και συμπεράσματα των τετραγωνικών διατομών	101
-8.7 Τελικά συμπεράσματα όλων των διατομών	102

1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Αντικείμενο αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της σύνδεση δοκού υποστυλώματος μεταβλητών διατομών από χάλυβα, με τη βοήθεια του προγράμματος MCS/NASTRAN. Επίσης η μελέτη των τάσεων που αναπτύσσονται στο σημείο της σύνδεσης αλλά και η εξαγωγή συμπερασμάτων γι' αυτές τις τάσεις ανάλογα με το σχήμα που έχει η εκάστοτε διατομή στο σημείο της σύνδεσης.

Τα διαφορετικά σχήματα των διατομών προκύπτουν με τους εξής δυο τρόπους: αλλαγή της εσωτερικής γωνίας στο σημείο της σύνδεσης και αλλαγή του τρόπου σύνδεσης (συγκεκριμένα τρεις τύποι που αναλύονται και παρουσιάζονται στο πέμπτο κεφάλαιο) για την εκάστοτε γωνία. Τόσο η δημιουργία των σχημάτων των διαφόρων διατομών, όσο και ο ακριβής υπολογισμός των γωνιών και των μηκών έχει γίνει με τη βοήθεια του προγράμματος AUTOCAD 2006. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τις αναπτυσσόμενες τάσεις και τα συγκριτικά αποτελέσματα αυτών παρουσιάζονται και σε πίνακες που δημιουργήθηκαν με την βοήθεια του προγράμματος Microsoft Excel.

Επίσης γίνεται αναλυτική περιγραφή της λειτουργίας του προγράμματος MCS/NASTRAN, τόσο για την κατασκευή των διατομών όσο και για τον υπολογισμό των τιμών Von Mises και του συντελεστή f . Ο συντελεστής f , είναι ο αριθμός με τον οποίο πολλαπλασιάζονται οι τιμές των τάσεων που βρίσκουμε στο πρόγραμμα, για να προκύψουν οι τελικές τιμές τους. Τον βρίσκουμε από το πρόγραμμα MSC/NASTRAN, κάνοντας ανάλυση κύρτωσης στον φορέα μας.

Ακόμα παρουσιάζονται συνολικά οι τιμές του συντελεστή f , των τιμών Von Mises και των αναπτυσσόμενων τάσεων ανάλογα με το σχήμα της εκάστοτε διατομής, συμπεράσματα για αυτές τις τιμές και μεταξύ τους συγκρίσεις, αλλά και συμπεράσματα για την επίδραση των τιμών Von Mises και του συντελεστή f στις τελικές τιμές των τάσεων στα εκάστοτε σχήματα, είτε αυτά διαφοροποιούνται από γωνία σε γωνία, είτε διαφοροποιούνται από τον τρόπο της σύνδεσης.

Επίσης παρατίθενται αποσπάσματα του ευροκώδικα σχετικά με το αντικείμενο της μελέτης μας και επιπλέον θεωρητικά στοιχεία από ατίστοιχη βιβλιογραφία, η οποία αναφέρεται στο ένατο κεφάλαιο.

Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι ο χάλυβας που χρησιμοποιήθηκε για την μελέτη μας είναι ο S355. Τα στοιχεία του φορέα μας (δοκοί, υποστυλώματα) είναι μεταβλητής διατομής, δηλαδή έχουν μεταβλητό ύψος κορμού (διατομής HEB 300 έως HEB 900) και είναι πάχους 4mm. Το φορτίο με το οποίο επιλύθηκε ο φορέας είναι ομοιόμορφο κατανεμημένο 1 KN/m. Εξαίρεση γίνεται για την τετραγωνική διατομή, η οποία έχει μελετηθεί για αρκετά διαφορετικά πάχη, ώστε να έχουμε πιο σαφή εικόνα για την συγκεκριμένη διατομή και για την επίδραση του πάχους στις αναπτυσσόμενες τάσεις.

Τέλος, εδώ θα παραθέσουμε φωτογραφικό υλικό συνδέσεων μεταβλητών διατομών από χάλυβα και κτιρίων που έχουν κάνει χρήση τέτοιου είδους συνδέσεων και διατομών. Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι αυτού του είδους οι διατομές χρησιμοποιούνται κυρίως σε μεταλλικές κατασκευές βιομηχανικών κτιρίων, όπως για παράδειγμα αποθήκες.





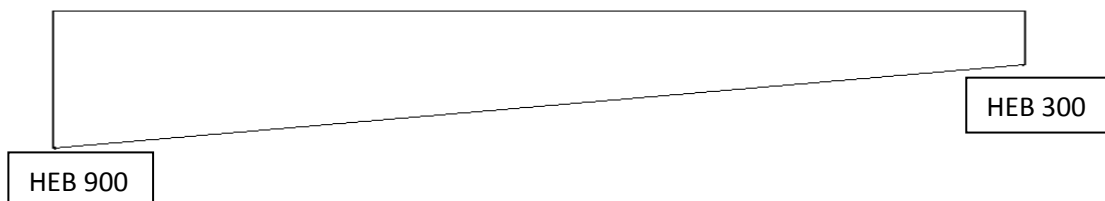
ΛΙΑΝΤΖΑ Ε, ΤΑΞΙΔΗΣ Χ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ : ΡΑΥΤΟΓΙΑΝΝΗΣ Ι.

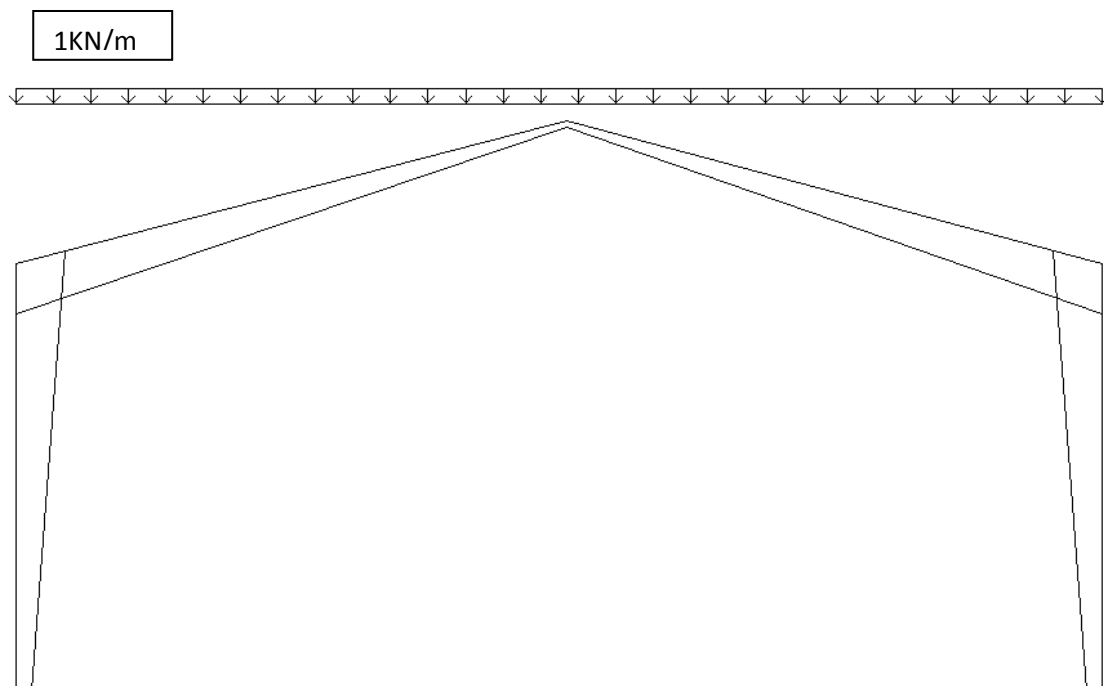


2^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : Παρουσίαση φορέα και τρόπος επίλυσής του

Ο φορέας της διπλωματικής μας είναι ένα μεταλλικό πλαίσιο με στοιχεία μεταβλητών διατομών. Κάθε στοιχείο του φορέα έχει μεταβλητό ύψος κορμού, που ξεκινάει από 300mm (ύψος κορμού της διατομής HEB 300) και καταλήγει σε 900mm (ύψος διατομής HEB 900).



Ο χάλυβας που έχει χρησιμοποιηθεί είναι S355. Το φορτίο που καταπονεί το πλαίσιο είναι ένα ομοιόμορφο μοναδιαίο φορτίο 1KN/m , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Και στα δύο άκρα του είναι πακτωμένα στο έδαφος. Τα υποστυλώματα έχουν μήκος 8,0 m και οι προβολές των δοκών 10,0 m. Ο φορέας επιλύθηκε με τη βοήθεια του προγράμματος για τα Windows, FESPA.



3ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : Θεωρητικά στοιχεία

3.1 Μεταλυγισμική συμπεριφορά αξονικά καταπονούμενων πλακών

Η μεταλυγισμική συμπεριφορά των πλακών, μελετάται με ακριβείς μεθόδους ανάλυσης. Εάν απαιτείται μεγάλος βαθμός ακρίβειας, πρέπει να χρησιμοποιηθεί μία αριθμητική διαδικασία. Τα μειονεκτήματα της λύσης αυτού του τύπου είναι ότι συνήθως συμπεριλαμβάνει μακροσκελείς υπολογισμούς και επειδή δεν υπάρχει σαφής σχέση ανάμεσα στις μεταβλητές, είναι δύσκολο να γενικευτούν τα αποτελέσματα. Αποτελέσματα αυτού του είδους, έχουν παρουσιαστεί από τον Levy , Cheng και Hsueh.

Ένας άλλος τύπος λύσης, λιγότερο ακριβής από την αριθμητική ανάλυση, αλλά χωρίς τα τελευταία μειονεκτήματα, έχει αναπτυχθεί από τον Timoshenko και Gere, τον Marguerre και Volmir. Η ανάλυση του Timoshenko βασίζεται σε μία κατευθείαν εφαρμογή της ελάχιστης αρχής ενέργειας. Υποθέτει απλές συναρτήσεις για τα u , v , w , εκφράζει τη συνολική δυναμική ενέργεια του συστήματος σε όρους αυτών των συναρτήσεων και μετά αξιολογεί τις αυθαίρετες σταθερές σε u , v , w ελαχιστοποιώντας την ενέργεια που αντιστοιχεί σε αυτές. Μια άλλη πιο ακριβής διαδικασία έχει αναπτυχθεί από τον Marguerre. Όπως και ο Timoshenko υποθέτει μια απλή έκφραση για το w αλλά αντί να πάρει ως δεδομένα τα u , v επιλύει την εξίσωση 3.1

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

ως προς F , για το υποθετικό w . Έχοντας το F και το w , γράφει μια έκφραση τασικής ενέργειας την οποία ελαχιστοποιεί για να υπολογίσει την αυθαίρετη σταθερά w . Η ανάλυση που χρησιμοποιείται από τον Volmir μοιάζει πολύ σε αυτή που ανέπτυξε ο Marguerre. Μία κατάλληλη έκφραση έχει επιλεγεί για το w και η παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιείται για να εκφραστεί το F , ελαχιστοποιώντας την ενέργεια του συστήματος. Τα αποτελέσματα του Volmir είναι πανομοιότυπα με αυτά του Marguerre.

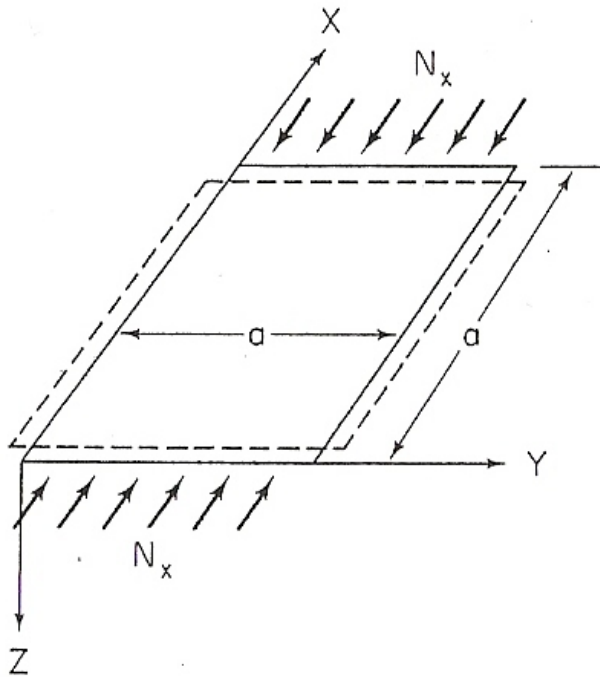
Οι τρεις μέθοδοι έχουν ένα σημαντικό κοινό χαρακτηριστικό : όλες οδηγούν σε μία κλειστής μορφής λύση. Με άλλα λόγια κάθε ανάλυση παράγει μία σαφή έκφραση της πλευρικής κάμψης και των εσωτερικών τάσεων της πλάκας ανάλογα με τα επιβαλλόμενα φορτία. Οι λύσεις δεν έχουν μεγάλη ακρίβεια. Ωστόσο απαιτούν έναν ελάχιστο αριθμό πράξεων και δίνουν μια αρκετά καλή εικόνα των σημαντικότερων χαρακτηριστικών της μεταλυγισμικής διαδικασίας.

Σε αυτή την παράγραφο θα λάβουμε υπ' όψη λεπτομερώς τη λύση που αναπτύχθηκε από τον Volmir. Όπως παρουσιάστηκε παραπάνω, η μέθοδος

είναι να θεωρηθεί κατά προσέγγιση μια απλή συνάρτηση για το w , να επιλυθεί η εξίσωση 3.1 ως προς F σε σχέση με το w και μετά να αξιολογηθεί η αυθαίρετη σταθερά w σε σχέση με τη μέθοδο Galerkin.

ΑΝΑΛΥΣΗ :

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μια απλά στηριζόμενη τετραγωνική πλάκα, η οποία υπόκειται σε μονοαξονική θλιπτική δύναμη N_x όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



ΣΧΗΜΑ 3.1 Απλά εδραζόμενες πλάκες καταπονούμενες στη x διεύθυνση

Η αρχή του συστήματος αξόνων υποθέτουμε ότι είναι τοποθετημένη στην κάτω αριστερά γωνία της πλάκας. Η τελική καμπτική ανάλυση εμπεριέχει τις παραμορφώσεις στο επίπεδο της μεσαίας επιφάνειας, καθώς επίσης και τους εγκάρσιους καμπτικούς λυγισμούς. Πρέπει να καθορίσουμε και τις εσωτερικές και τις εγκάρσιες οριακές συνθήκες. Οι εγκάρσιες οριακές συνθήκες που αντιστοιχούν σε απλά στηριζόμενα άκρα είναι :

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{at } x = 0, a$$

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad \text{at } y = 0, a$$

τύπος 3.2

1. Όλα τα άκρα παραμένουν ευθεία και η πλάκα διατηρεί την ορθογωνική της περίμετρο κατά τη διάρκεια του λυγισμού, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.1.
2. Οι τέμνουσες δυνάμεις N_x εξαφανίζονται κατά μήκος των τεσσάρων άκρων της πλάκας.
3. Τα άκρα $y=0$, a είναι ελεύθερα να μετακινηθούν κατά την y διεύθυνση.

Η πάκτωση που υποθέτουμε ότι υπάρχει κατά μήκος των άκρων $y=0$, a αντιπροσωπεύει μία μέση κατάσταση ανάμεσα στην περίπτωση της πλήρους ακαμψίας και στην περίπτωση που δεν έχουμε στηρίξεις. Για να υπάρχει πλήρης ακαμψία δεν πρέπει να επιτρέπεται καμία μετακίνηση ($v=0$) και όταν δεν έχουμε στηρίξεις, δεν πρέπει να υπάρχει καμία καταπόνηση ($N_y=0$). Στη δικιά μας περίπτωση, τα άκρα έχουν δυνατότητα μετακίνησης υπό τον περιορισμό ότι παραμένουν ευθεία. Συνεπώς μόνο η μέση τιμή της N_y , και όχι η N_y , πρέπει να εξισωθεί με το μηδέν. Όσον αφορά τα φορτισμένα άκρα $x=0$, a , τίποτα δεν μπορούμε να υποθέσουμε λαμβάνοντας υπ' όψη την κατανομή του επιβαλλόμενου φορτίου, μόνο ότι η μετατόπιση u παραμένει σταθερά στην y διεύθυνση. Αυτή η κατάσταση είναι εφικτή εάν η πλάκα θλίβεται με ελεγχόμενη παραμόρφωση σε κατάλληλο μηχάνημα.

Για ευκολία παίρνουμε τη μέση τιμή της αναπτυσσόμενης θλίπτικής τάσης ως σ_{xa} . Συνεπώς

$$\sigma_{xa} = -\frac{1}{ah} \int_0^a N_x dy \quad \text{τύπος 3.3}$$

Από τη στιγμή που το N_x έχει ήδη καθοριστεί θετικό όταν έχουμε εφελκυσμό, το αρνητικό πρόσημο στην εξίσωση 3.3 σημαίνει ότι το σ_{xa} είναι θετικό όταν έχουμε θλίψη.

Το πρώτο βήμα στην ανάλυση είναι να διαλέξουμε την κατάλληλη συνάρτηση για την πλευρική κάμψη. Έτσι υποθέτουμε ότι :

$$w = f \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} \quad \text{τύπος 3.4}$$

Αυτή η έκφραση αντιπροσωπεύει την ακριβή κάμψη τη στιγμή του λυγισμού και επομένως είναι μια καλή προσέγγιση της κάμψης στη μεταλυγισμική έκταση. Έχοντας υποθέσει τη μορφή του w , στη συνέχεια επιλύουμε την εξίσωση 3.1 για συνάρτηση έντασης F . Με αντικατάσταση της έκφρασης της εξίσωσης 3.4 στην εξίσωση 3.1 παίρνουμε :

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = f^2 \frac{E\pi^4}{a^4} \left(\cos^2 \frac{\pi x}{a} \cos^2 \frac{\pi y}{a} - \sin^2 \frac{\pi x}{a} \sin^2 \frac{\pi y}{a} \right)$$

τύπος 3.5

Η οποία, με τις ταυτότητες :

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha), \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

Δίνει :

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = f^2 \frac{E\pi^4}{2a^4} \left(\cos \frac{2\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi y}{a} \right)$$

τύπος 3.6

Η επίλυση αυτής της εξίσωσης περιέχει ένα συμπληρωματικό και ειδικό μέρος. Αυτό είναι :

$$F = F_c + F_p$$

Για να έχουμε τη συμπληρωματική λύση της εξίσωσης 3.6 πρέπει το δεξί μέλος του τύπου να εξισωθεί με το μηδέν. Όμως αυτό είναι ισοδύναμο αφήνοντας $w=0$. Έτσι η συμπληρωματική λύση της εξίσωσης 3.6 αντιστοιχεί σε μια εσωτερική διανομή τάσεων, η οποία υπάρχει στην πλάκα ακριβώς πριν από το λυγισμό. Σε αυτό το σημείο οι εσωτερικές τάσεις περιέχουν ομοιόμορφες τάσεις N_x και $N_y = N_{xy} = 0$. Έτσι μια συμπληρωματική λύση της εξίσωσης 3.6 είναι :

$$F_c = Ay^2$$

τύπος 3.7

Βλέποντας την εξίσωση 3.8 :

$$N_x = h \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$$

Και με το γεγονός ότι $N_x = -\sigma_{xa}h$ η εξίσωση 3.7 μπορεί να ξαναγραφεί ως

$$F_c = -\frac{\sigma_{xa}y^2}{2} \quad \text{τύπος 3.9}$$

Έχοντας ξεκαθαρίσει ότι η συμπληρωματική λύση αντιπροσωπεύει αυτή την εσωτερική διανομή τάσεων, η οποία υπάρχει πριν το λυγισμό, είναι προφανές ότι η συγκεκριμένη λύση ανταποκρίνεται στις αλλαγές της εσωτερικής

διανομής των τάσεων από τον λυγισμό. Αναλογιζόμενοι τη μορφή του δεξιού μέλους της εξίσωσης 3.6 η συγκεκριμένη λύση μπορεί να γραφτεί ως :

$$F_p = B \cos \frac{2\pi x}{a} + C \cos \frac{2\pi y}{a}$$

τύπος 3.1

Αντικαθιστώντας αυτή την έκφραση στην εξίσωση 3.6 και εξισώνοντας συντελεστές του ίδιου είδους , παίρνουμε :

$$B = C = \frac{Ef^2}{32} \quad \text{τύπος 3.11}$$

Έτσι :

$$F_p = \frac{Ef^2}{32} \left(\cos \frac{2\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi y}{a} \right)$$

τύπος 3.12

Και η συνολική λύση της εξίσωσης 3.6 είναι :

$$F = \frac{Ef^2}{32} \left(\cos \frac{2\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi y}{a} \right) - \frac{\sigma_{xa} y^2}{2}$$

τύπος 3.13

Θεωρώντας μια έκφραση για το w και ικανοποιώντας την εξίσωση

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{h}{D} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = 0$$

τύπος 3.14

παίρνουμε μια αντίστοιχη έκφραση για το F . Παραμένει ένας τελευταίος υπολογισμός , ο υπολογισμός του συντελεστή F σε σχέση με την εξίσωση 3.14. Ένας σχετικά απλός και ευθύς τρόπος να κάνουμε αυτό το τελευταίο βήμα είναι να λύσουμε την παραπάνω εξίσωση με την Galerkin μέθοδο. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα η Galerkin εξίσωση παίρνει τη μορφή :

$$\int_0^a \int_0^a Q(f)g(x, y) dx dy = 0$$

τύπος 3.15

όπου το $Q(f)$ είναι το αριστερό μέλος της εξίσωσης 3.14 και $g(x,y)$ είναι το μεταβλητό μέρος του w . Αντικαθιστώντας 3.4 για w και 3.13 για F , $Q(f)$ μπορεί να γραφτεί ως

$$Q(f) = \left[\frac{4fD\pi^4}{a^4} - \frac{Ehf^3\pi^4}{8a^4} \left(\cos \frac{2\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi y}{a} \right) - \sigma_{xa}hf \frac{\pi^2}{a^2} \right] \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}$$

τύπος 3.16

και η εξίσωση Galerkin παίρνει τη μορφή

$$\int_0^a \int_0^a \left[\left(\frac{4fD\pi^4}{a^4} - \sigma_{xa}hf \frac{\pi^2}{a^2} \right) \left(\sin^2 \frac{\pi x}{a} \sin^2 \frac{\pi y}{a} \right) - \frac{Ehf^3\pi^4}{8a^4} \left(\cos \frac{2\pi x}{a} \sin^2 \frac{\pi x}{a} \sin^2 \frac{\pi y}{a} + \cos \frac{2\pi y}{a} \sin^2 \frac{\pi x}{a} \sin^2 \frac{\pi y}{a} \right) \right] dx dy = 0$$

τύπος 3.17

κάνοντας χρήση του :

$$\int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx = \frac{a}{2}$$

μπορούμε να μετασχηματίσουμε την παραπάνω εξίσωση σε :

$$\left(\frac{4fD\pi^4}{a^4} - \sigma_{xa}hf \frac{\pi^2}{a^2} \right) \frac{a^2}{4} - \frac{Ehf^3\pi^4}{8a^4} \frac{a}{2} \left(\int_0^a \cos \frac{2\pi x}{a} \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx + \int_0^a \cos \frac{2\pi y}{a} \sin^2 \frac{\pi y}{a} dy \right) = 0$$

Για περαιτέρω απλούστευση, σημειώνουμε ότι

$$\cos \frac{2\pi x}{a} \sin^2 \frac{\pi x}{a} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{2\pi x}{a} - \cos^2 \frac{2\pi x}{a} \right)$$

$$\int_0^a \cos^2 \frac{2\pi x}{a} dx = \frac{a}{2}, \quad \int_0^a \cos \frac{2\pi x}{a} dx = 0$$

$$\frac{fD\pi^4}{a^2} - \sigma_{xa}hf \frac{\pi^2}{4} + \frac{Ehf^3\pi^4}{32a^2} = 0$$

από τους οποίους

$$\sigma_{xa} = \frac{4D\pi^2}{ha^2} + \frac{E\pi^2 f^2}{8a^2}$$

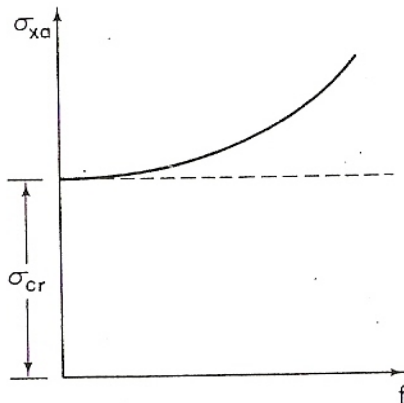
ή

$$\sigma_{\chi\alpha} = \sigma_{cr} + \frac{E\pi^2 f^2}{8a^2}$$

τύποι 3.18

όπου το D είναι η καμπτική δυσκαμψία της πλάκας, από τη στιγμή που το $4D\pi^2/ha^2$ είναι η κρίσιμη τάση της πλάκας.

Η παραπάνω εξίσωση 3.18, δίνει τη σχέση ανάμεσα στη μέση αναπτυσσόμενη τάση $\sigma_{\chi\alpha}$ και της μέγιστης πλευρικής κάμψης f που ακολουθεί στον λυγισμό. Μια γραφική αναπαράσταση της παραπάνω σχέσης φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα



ΣΧΗΜΑ 3.2 Διάγραμμα φορτίου κάμψης στη μεταλυγισμική περιοχή

Όπως θα περίμενε κάποιος η πλάκα αρχίζει να κάμπτεται πλευρικά υπό το κρίσιμο φορτίο, όπως αυτό προβλέπεται από τη γραμμική θεωρία. Μετά από αυτό το σημείο, όσο ο πλευρικός λυγισμός είναι πάρα πολύ μικρός, η ακαμψία της πλάκας είναι μηδενική. Αυτό σημαίνει ότι η καμπύλη φορτίου-κάμψης έχει μηδενική κλίση. Ωστόσο, καθώς ο πλευρικός λυγισμός παίρνει την τελική του τιμή, η ακαμψία αρχίζει να μεγαλώνει και συνεχίζει έτσι όσο μεγαλώνει και ο λυγισμός. Έτσι είναι πιθανό η πλάκα να έχει αντοχή σε αξονικά φορτία τα οποία υπερβαίνουν το κρίσιμο φορτίο που εμφανίζεται μετά το λυγισμό. Αυτό το χαρακτηριστικό της πλάκας, το οποίο είναι γνωστό ως μεταλυγισμική αντοχή, έχει πολύ μεγάλη σημασία σε λεπτού πάχους τοίχων κατασκευών. Εξαιτίας αυτού του χαρακτηριστικού οι λεπτές πλάκες αν και μπορούν να

λυγίζουν με πολύ μικρή τάση, έχουν τη δυνατότητα να αντιστέκονται σε μεγαλύτερα φορτία χωρίς να καταρρέουν. Η μεταλυγισμική συμπεριφορά των πλακών είναι ωστόσο τελείως διαφορετική από αυτή των υποστυλωμάτων. Εάν το υποστύλωμα καταρρέει τη στιγμή που το φορτίο φτάνει στην κρίσιμη τιμή του, η πλάκα συνεχίζει να αντιστέκεται στο φορτίο που προκύπτει μετά το λυγισμό, και η αστοχία μπορεί να μην εμφανιστεί ώσπου το αναπτυσσόμενο φορτίο να γίνει σημαντικά μεγαλύτερο από το κρίσιμο φορτίο.

Η διαμήκης τάση σ_x είναι :

$$\sigma_x = -\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{E\pi^2 f^2}{8a^2} \cos \frac{2\pi y}{a} + \sigma_{xa}$$

τύπος 3.19

Από την εξίσωση 3.18

$$f^2 = \frac{8a^2}{E\pi^2} (\sigma_{xa} - \sigma_{cr})$$

Επειδή

$$\sigma_x = \sigma_{xa} + (\sigma_{xa} - \sigma_{cr}) \cos \frac{2\pi y}{a}$$

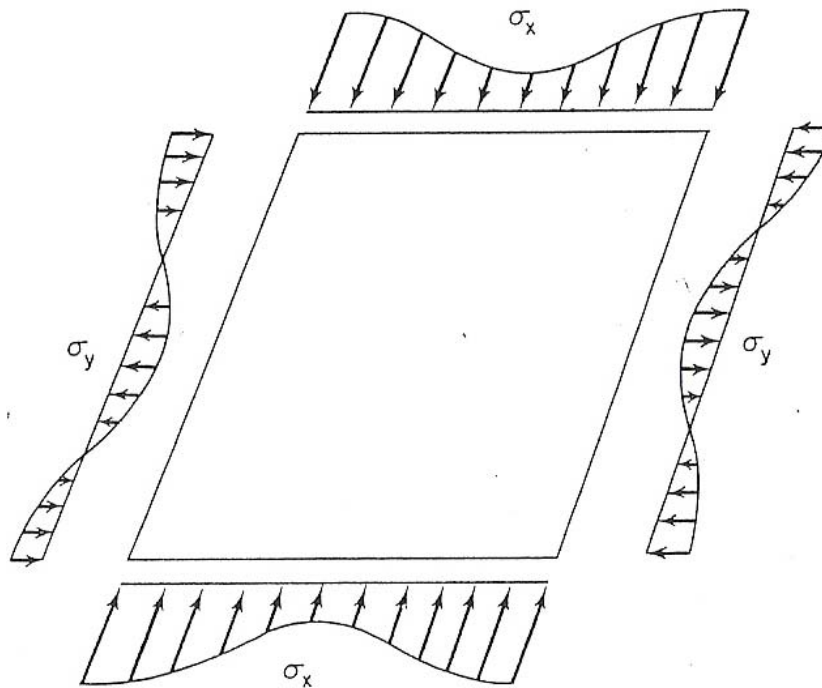
τύπος 3.20

Παρόμοια, η εγκάρσια τάση σ_y έχει βρεθεί ότι είναι

$$\sigma_y = (\sigma_{xa} - \sigma_{cr}) \cos \frac{2\pi x}{a}$$

τύπος 3.21

Η κατανομή των τάσεων που έχει δοθεί στις εξισώσεις 3.21 και 3.22 φαίνονται στο παρακάτω σχήμα 3.3



ΣΧΗΜΑ 3.3 Κατανομή τάσεων στη μεταλυσισμική περιοχή

Αν κάποιος συγκρίνει αυτές τις τάσεις με τις διαμήκεις και τις εγκάρσιες οι οποίες υπήρχαν αρχικά στο λυγισμό, δύο σημαντικές διαφορές εμφανίζονται. Υπάρχουν εγκάρσιες τάσεις σ_y οι οποίες εμφανίζονται μεταγενέστερα στο λυγισμό, από τις οποίες ωστόσο καμία δεν υπήρχε αρχικά σε αυτόν. Η διαμήκης τάση σ_x η οποία ήταν αμετάβλητη κατά το λυγισμό, μεταβάλλεται κατά μήκος της πλάκας σε μια έκταση τιμών από μία μέγιστη θλιπτική τάση στις άκρες $x=0, a$, έως μια μέγιστη εφελκυστική τάση στο κέντρο της πλάκας. Από αυτές, η εφελκυστική τάση είναι μακράν πιο σημαντική. Η παρουσία της τείνει να ενισχύσει την πλευρική τάση της πλάκας και να αποτρέψει την κατάρρευση η οποία μπορεί να συμβεί από τη στιγμή που το φορτίο έχει φτάσει στην κρίσιμη τιμή του. Η μεταλυσισμική αντοχή που παρουσιάζεται στην πλάκα μπορεί να αποδοθεί στην εφελκυστική τάση σ_y της μεσαίας επιφάνειας, η οποία εμφανίζεται μεταγενέστερα στο λυγισμό.

Πριν το λυγισμό, όλες οι διαμήκεις ίνες έχουν την ίδια ακαμψία και η αναπτυσσόμενη τάση είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη κατά μήκος της πλάκας. Ωστόσο στην παραμορφωσιακή κατάσταση μετά το λυγισμό, οι ίνες κοντά στα στηριζόμενα άκρα έχουν μεγαλύτερη αντίσταση πλευρικής κάμψης από αυτήν που έχουν στο κέντρο της πλάκας. Οι διαμήκεις τάσεις στη μεταλυσισμική περιοχή είναι κατανεμημένες κατά μήκος της πλάκας όπως

φαίνεται στο σχήμα 3.3. Μεταβάλλονται από ένα μέγιστο στις άκρες $y=0$, α , σε ένα ελάχιστο στο μέσον τις πλάκας. Ένα μεγάλο μέρος από την αύξηση στο φορτίο, η οποία εμφανίζεται μετά το λυγισμό, βρίσκει αντίσταση στο άκαμπτο μέρος της πλάκας που βρίσκεται κατά μήκος των άκρων της.

Τα εξαγόμενα αποτελέσματα βασίζονται σε μία κατά προσέγγιση ανάλυση και για αυτό εμπεριέχουν κάποιες μικρές ανακρίβειες. Για παράδειγμα μια ακριβής εξέταση θα καταδείκνυε ότι οι εσωτερικές διατμητικές τάσεις υπάρχουν μαζί με τις εγκάρσιες εφελκυστικές τάσεις από τη στιγμή που έχει ξεκινήσει ο εφελκυσμός. Μια πολύ ακριβής ανάλυση θα έδειχνε επίσης μεταβολές στα σ_x και σ_y τις οποίες η απλουστευμένη ανάλυση δεν μπορούσε να εντοπίσει. Ωστόσο, αναλογιζόμενοι τις βασικές πλευρές της μεταλυγισμικής διαδικασίας, τίποτα καινούργιο δε θα μπορούσε να εμφανιστεί από μία προσεκτική μελέτη σε σχέση με αυτά που εμφανίζονται εδώ. Τα κύρια συμπεράσματα εξακολουθούν να είναι :

1. Οι πλάκες μπορούν να συνεχίσουν να μεταφέρουν αυξανόμενο φορτίο αφού ξεπεράσουν την κρίσιμη τάση. Αυτό σημαίνει ότι εμφανίζουν μεταλυγισμική αντοχή.
2. Οι εγκάρσιες εφελκυστικές τάσεις, οι οποίες εμφανίζονται μετά την έναρξη του λυγισμού, είναι κυρίως υπεύθυνες για την εμφάνιση μεταλυγισμικής αντοχής στις πλάκες.
3. Το υλικό κατά μήκος των άκρων της πλάκας αντιστέκεται περισσότερο από όλα στην αύξηση του φορτίου που εμφανίζεται στη μεταλυγισμική περιοχή.

3.2 Οριακή αντοχή αξονικά καταπονούμενων πλακών

Στο κεφάλαιο 3.1, αποδείχθηκε ότι οι πλάκες δεν αστοχούν όταν το φορτίο πάρει την κρίσιμη τιμή του. Αντίθετα έχουν τη δυνατότητα να αντέξουν το αυξανόμενο αξονικό φορτίο, αρκετά μετά το σημείο στο οποίο ξεκινά ο λυγισμός. Για να γίνει χρήση αυτής της μεταλυγισμικής αντοχής στο σχεδιασμό των πλακών είναι αναγκαίο να ξέρουμε κάτω από ποιο φορτίο καταρρέουν. Παρόλο αυτά, πρέπει να συμπεριληφθούν τόσο οι μη

γραμμικότητες της ανελαστικής συμπεριφοράς, όσο και αυτές που είναι αποτέλεσμα των τελικών κάμψεων, κάτι το οποίο είναι ιδιαίτερος περίπλοκο. Συνεπώς το φορτίο κατάρρευσης των πλακών καθορίζεται συνήθως από μια ημιεμπειρική μέθοδο.

Έχει παρατηρηθεί, τόσο σε θεωρητικό επίπεδο όσο και σε πειραματικές έρευνες, ότι η αστοχία των πλακών εμφανίζεται συνήθως πολύ γρήγορα αφού οι μέγιστες διατμητικές τάσεις στα άκρα της πλάκας φτάσουν στο όριο διαρροής του υλικού. Είναι σύνηθες όταν καθορίζουμε το φορτίο αστοχίας να υποθέτουμε ότι η κατάρρευση συμπίπτει με το σημείο διαρροής. Στην κατά προσέγγιση ανάλυση που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η μέγιστη διατμητική τάση στο άκρο της πλάκας βρέθηκε :

$$\sigma_{x(\max)} = 2\sigma_{xa} - \sigma_{cr} \quad \text{τύπος 3.22}$$

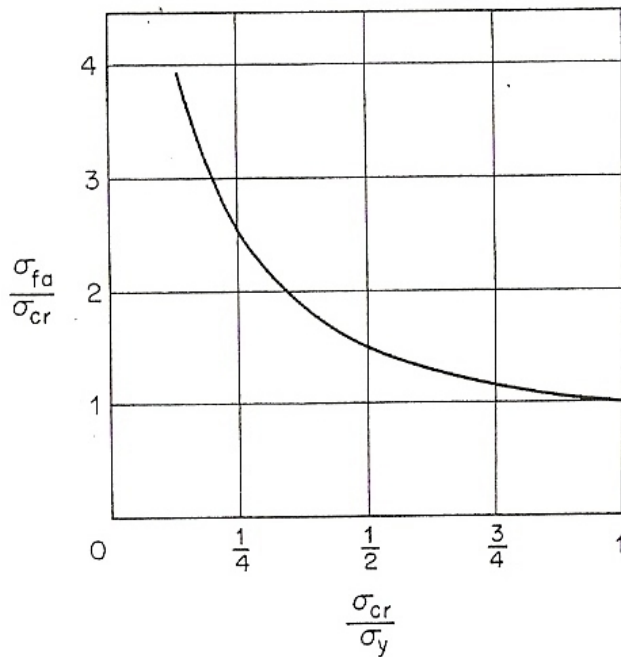
Με αντικατάσταση του σ_y , η αντοχή διαρροής του υλικού, για $\sigma_{x(\max)}$ στη σχέση δίνει

$$\sigma_{fa} = \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_{cr}) \quad \text{τύπος 3.23}$$

Όπου το σ_{fa} είναι η μέση διατμητική τάση στην αστοχία. Είναι χρήσιμο να γράψουμε την παραπάνω εξίσωση με τη μορφή

$$\frac{\sigma_{fa}}{\sigma_{cr}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{cr}/\sigma_y} + 1 \right) \quad \text{τύπος 3.24}$$

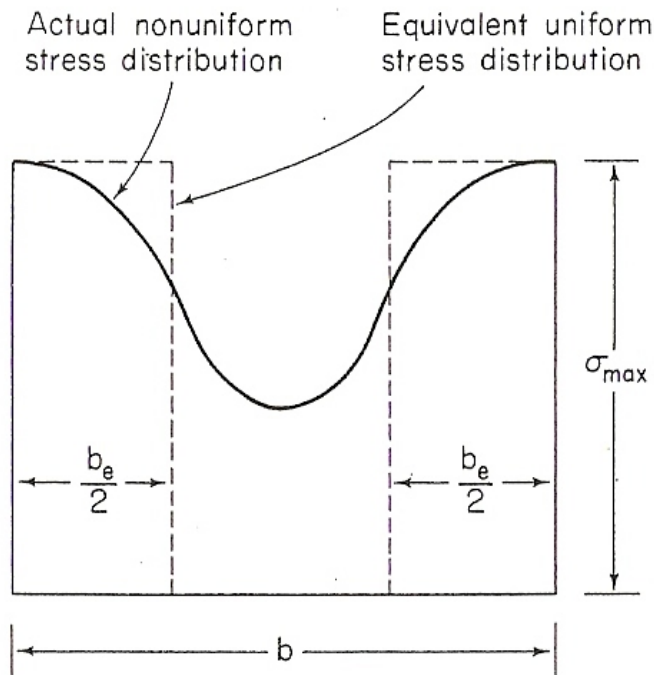
Και να κάνουμε τη γραφική παράσταση που συσχετίζει τα πηλίκα $\sigma_{fa} / \sigma_{cr}$, σ_{cr} / σ_y . Μια τέτοια καμπύλη εμφανίζεται στο παρακάτω διάγραμμα



ΣΧΗΜΑ 3.4 Μεταβολή της μεταλυγισμικής αντοχής με εύρος από το σ_{cr} στο σ_y

και δείχνει ότι ο λόγος $\sigma_{fa} / \sigma_{cr}$ μικραίνει όσο αυξάνεται ο λόγος σ_{cr} / σ_y . Με άλλα λόγια, λεπτές πλάκες που λυγίζουν κάτω από την επίδραση υψηλής τάσης και ξεκινούν να διαρρέουν πολύ γρήγορα, δεν παρουσιάζουν μεγάλη μεταλυγισμική αντοχή, τη στιγμή που λεπτές πλάκες που λυγίζουν υπό την επίδραση υψηλής τάσης και δεν διαρρέουν, παρά μόνο πολύ αργότερα, μπορεί να θεωρηθεί ότι έχουν σημαντική μεταλυγισμική αντοχή.

Η κατά προσέγγιση σχέση που δόθηκε προηγουμένως 3.24 είναι κατάλληλη για να μας παρέχει μια γενική εικόνα της μεταλυγισμικής αντοχής των πλακών. Ωστόσο μια πιο ακριβής έκφραση χρειάζεται για σχεδιαστικούς λόγους. Το να αναπτυχθεί μια σχέση για την πραγματική μη ομοιόμορφη κατανομή τάσης που υπάρχει στην πλάκα, όπως έγινε προηγουμένως, δεν είναι πρακτικό. Αντίθετα, είναι σύνηθες να υπολογίζουμε το ενεργό πλάτος όπως αυτό παρουσιάστηκε από τους Von Karman, Sechler, και Donnell το 1932. Όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα



ΣΧΗΜΑ 3.5 Ενεργό πλάτος καθορισμένο για τη μεταλυγισμική αντοχή

η πραγματική μη ομοιόμορφη τάση που καταπονεί όλο το πλάτος της πλάκας, b , έχει αντικατασταθεί από μια ισάξια αομοιόμορφη κατανομή τάσης πάνω σε ένα μειωμένο ενεργό πλάτος b_{eff} . Η απόλυτη τιμή της ανομοιόμορφης τάσης θεωρείται ότι είναι ίση με την πραγματική τάση που εμφανίζεται στα άκρα της πλάκας και τα δύο παραλληλόγραμμα με πλάτος $b_{eff}/2$ θεωρούνται ότι έχουν το ίδιο εμβαδό όπως η πραγματική κατανομή τάσεων. Έτσι το τελικό φορτίο που μεταφέρει η πλάκα είναι

$$P_u = b_e t \sigma_y \quad \text{τύπος 3.25}$$

Για να εκτιμήσουμε το P συναρτήσει της παραπάνω εξίσωσης μια έκφραση για το b_{eff} είναι απαραίτητη. Ο Von Karman θεώρησε την παρακάτω κατά προσέγγιση σχέση για απλά εδραζόμενες πλάκες.

$$b_e = b \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}} \quad \text{τύπος 3.26}$$

Στο κεφάλαιο 3.1 παρουσιάστηκε ότι και στις δύο περιπτώσεις το τελικό φορτίο εξαρτάται από την παράμετρο σ_{cr}/σ_y . Μια ελαφρώς διαφορετική

έκφραση προτάθηκε από τον Winter. Βασιζόμενος σε μακροσκελή αποτελέσματα των τεστ ,προτείνει να χρησιμοποιείται η έκφραση

$$b_e = b \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}} \left(1 - 0.25 \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}} \right)$$

τύπος 3.27

Αυτή η σχέση είναι παρόμοια με αυτή που προτάθηκε από τον Von Karman, με τη διαφορά ότι ένας όρος για τις αρχικές ατέλειες έχει προστεθεί. Εάν η παραπάνω έκφραση αντικατασταθεί στη εξίσωση 3. και το συντελεστή της τάσης λυγισμού τον πάρουμε ίσο με τέσσερα, έχουμε για το τελικό φορτίο

$$P_u = 1.90 \sigma_y t^2 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \left(1 - \frac{0.475}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \right)$$

3.3 Τοπικός Λυγισμός – Ενεργό πλάτος

Η κατανομή των τάσεων στην απλή περίπτωση μιας πλάκας, όπως αυτής στο σχήμα 3.1, είναι μια παραβολή τεταρτοβάθμια. Παρατηρούμε ότι το μέγιστο ποσοστό των τάσεων, παραλαμβάνεται από αυτό το τμήμα της πλάκας που βρίσκεται δίπλα στις στηρίξεις της και σαν τέτοιες (για τις διατομές), νοούνται οι καμπυλώσεις ,οι κάμψεις κ.λ.π.

Είναι λοιπόν δυνατόν να θεωρηθεί με προσέγγιση και υπέρ της ασφαλείας, ότι η εξωτερική φόρτιση παραλαμβάνεται από μία ομοιόμορφη εσωτερική τάση, που είναι κατανομημένη σε ένα πλάτος $b_{ef} \leq b$ που καλείται ενεργό πλάτος της διατομής.

Ο Von Karman έδωσε πρώτος μια προσέγγιση του ενεργού πλάτους στον τύπο :

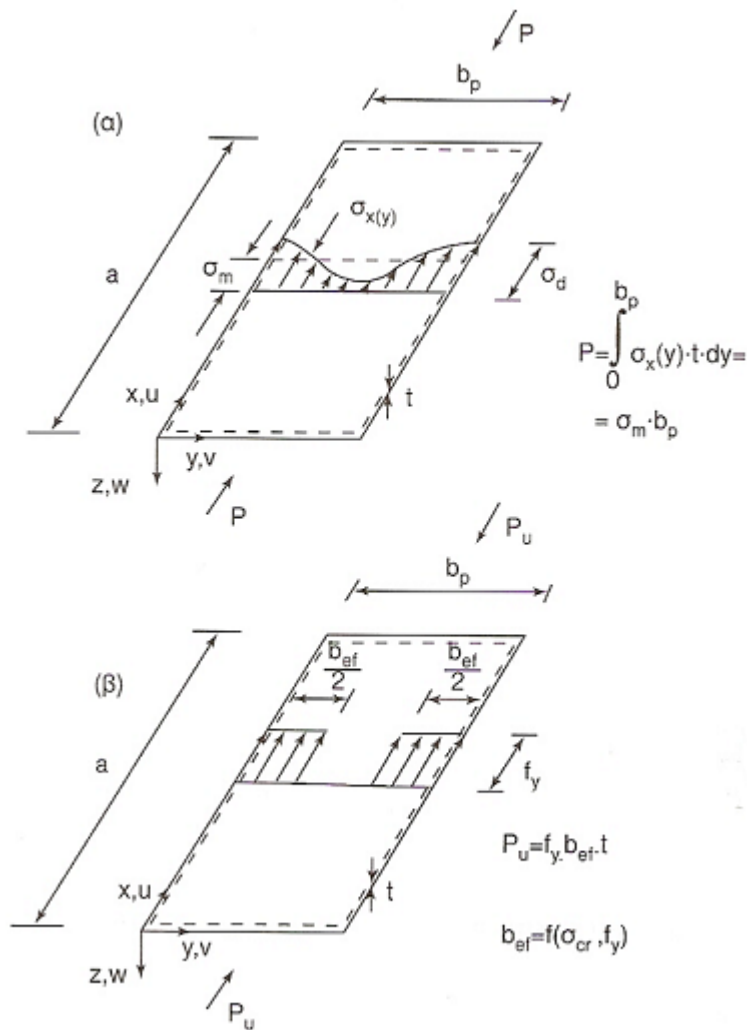
$$\frac{b_{\text{eff}}}{b_p} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{cr}}}{f_y}} \quad (3.1)$$

Ο Winter βελτίωσε τον παραπάνω τύπο, προβλέποντας και πιθανές γεωμετρικές ατέλειες :

$$\rho = \frac{b_{\text{eff}}}{b_p} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{cr}}}{f_y}} * \left(1 - 0,22 \sqrt{\frac{\sigma_{\text{cr}}}{f_y}} \right) \quad (3.2)$$

όπου σ_{cr} η κρίσιμη τάση λυγισμού (ή τάση δρόμου διακλάδωσης).

Σημειώνεται ότι η σ_{cr} για την ίδια διατομή είναι διαφορετική από φόρτιση σε φόρτιση. Άρα το b_{eff} της ίδιας διατομής διαφέρει ανάλογα με την καταπόνηση στην οποία υπόκειται.



Σχήμα 3.1

Το ενεργό πλάτος, έχει σα σκοπό να προσδιορίσει τη λεγόμενη, ενεργό διατομή. Το πρώτο βήμα όταν αναζητούμε τη φέρουσα ικανότητα και υπολογίζουμε το φορτίο αστοχίας ενός μέλους ψυχρής έλασης, είναι να προσδιορίσουμε το ενεργό πλάτος των θλιβομένων στοιχείων μιας διατομής, βασιζόμενοι στην κατανομή των τάσεων.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις γεωμετρικές ιδιότητες της ενεργού διατομής, λαμβάνοντας υπ' όψη τη μετατόπιση του ουδέτερου άξονα, λόγω των παραλειπομένων τμημάτων της διατομής. Η τελική διαδικασία υπολογισμού, είναι ίδια όπως και στα πρότυπα ελάσματα.

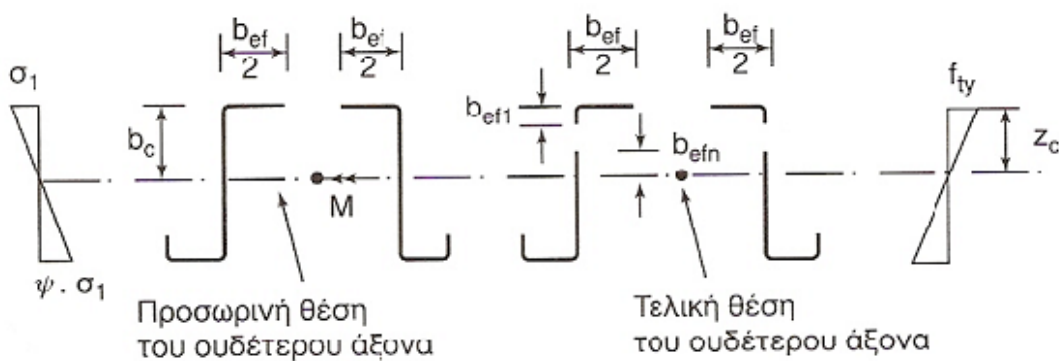
Η αντοχή μιας λεπτότοιχης ενεργής διατομής έχει όριο την τάση διαρροής σε κάθε τμήμα της, αφού ο έλεγχος γίνεται με ελαστική ανάλυση.

Η αλληλεπίδραση διαφόρων φαινομένων, που προκαλεί διαξονικές καταπονήσεις, ελέγχεται όπως και στις διατομές θερμής έλασης. Αν το ελεγχόμενο μέλος δεν κινδυνεύει από λυγισμό, τότε η ροπή αντοχής δίνεται

$$R_M = \frac{W_{ef} \cdot f_y}{\gamma_M}$$

από τον τύπο :

W_{ef} η ροπή αντίστασης της ενεργού διατομής. Για να αποφύγουμε μια κουραστική επαναληπτική διαδικασία κατά τον προσδιορισμό της ενεργού διατομής, τα ενεργά τμήματα του κορμού μπορούν να υπολογιστούν από τον λόγο $X = \sigma_1/\sigma_2$, θεωρώντας διατομή με ελαττωμένο θλιβόμενο πέλμα (ενεργό), αλλά με κορμό πλήρως ενεργό (σχήμα 3.2)



Σχήμα 3.2

3.4 Τοπικός λυγισμός επίπεδων στοιχείων χωρίς ενισχύσεις.

Η κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{cr} για την πλάκα του σχήματος 3.1, δίνεται από τον τύπο :

$$\sigma_{cr} = \left(\frac{\pi t}{b_p} \right)^2 \cdot \frac{EK_\sigma}{12(1-\nu^2)} \quad (3.3)$$

όπου b_p , το θεωρητικό πλάτος, t το πάχος της, ν το μέτρο Poisson και K_σ ο αντίστοιχος συντελεστής κύρτωσης (πίνακες 3.1 και 3.2), εξαρτώμενος από τη μορφή του διαγράμματος τάσεων.

Τότε ορίζοντας το $\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$ εύκολα βρίσκουμε:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)f_y}{\pi^2 EK_\sigma}} \cong 1,052 \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{f_y}{EK_\sigma}} = \frac{\frac{b_p}{t}}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{K_\sigma}} \quad (3.4)$$

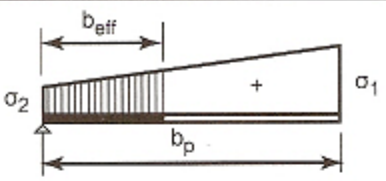
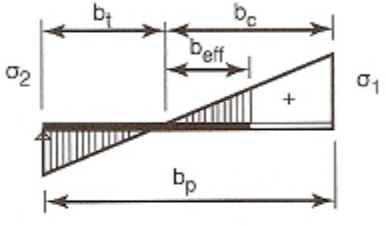
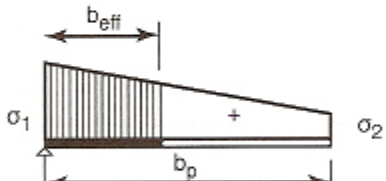
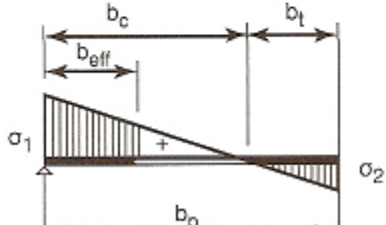
Το αντίστοιχο ρ και το ανηγμένο λ_p προκύπτουν από τους παρακάτω τύπους

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) \\ \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \quad \rho = 1 \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1 Εσωτερικά θλιβόμενα στοιχεία

Κατανομή τάσεων (η θλίψη θετική)				Ενεργό πλάτος b_{eff} του θλιβόμενου τμήματος του στοιχείου		
				$\psi = + 1:$ $b_{eff} = \rho b_p$ $b_{e1} = 0.5 b_{eff}$ $b_{e2} = 0.5 b_{eff}$		
				$+1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho b_p$ $b_{e1} = \frac{2 b_{eff}}{5 - \psi}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$		
				$0 > \psi \geq -1:$ $b_{eff} = \rho b_c$ $b_{e1} = 0.4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0.6 b_{eff}$		
				$\psi < -1:$ $b_{eff} = \rho b_c$ $b_{e1} = 0.4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0.6 b_{eff}$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Συντελεστής Κύρτωσης K_σ	4.0	$\frac{8.2}{1.05 + \psi}$	7.81	$7.81 - 6.92\psi + 9.78\psi^2$	23.9	$5.98(1 - \psi)^2$
Εναλλακτικά για $1 \geq \psi \geq -1$:				$K_\sigma = \frac{16}{\left[(1 + \psi)^2 + 0.112 (1 - \psi)^2 \right]^{0.5} + (1 + \psi)}$		

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.3 Προεξέχοντα θλιβόμενα στοιχεία

Κατανομή τάσεων (η θλιψη θετική)		Ενεργό πλάτος b_{eff} του θλιβόμενου τμήματος του στοιχείου			
		$+1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho b_p$			
		$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -1:$	
Συντελεστής Κύρτωσης K_σ	0.43	0.57	0.85	$0.57 - 0.21\psi + 0.07\psi^2$	
		$+1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho b_p$			
		$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Συντελεστής Κύρτωσης K_σ	0.43	$\frac{0.578}{\psi + 0.34}$	1.70	$1.7 - 5\psi + 17.1\psi^2$	23.8

Εάν σ_{max} είναι η μεγαλύτερη θλιπτική τάση, υπό την επίδραση των φορτίων λειτουργίας, διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις

A) $\sigma_{\max} = \frac{f_y}{\gamma_{M_1}}$, τότε εφαρμόζονται οι τύποι 3.4 και 3.5 Και από τους πίνακες 3.1 και 3.2 προσδιορίζονται τα ενεργά πλάτη.

B) $\sigma_{\max} < \frac{f_y}{\gamma_{M_1}}$, τότε στη θέση του σ_{cr} εισέρχεται το σ_{\max} και το ανηγμένο λ_p που χρησιμοποιείται στους παραπάνω τύπους γίνεται

$$\bar{\lambda}_{p,\max} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{\max}}{f_y \gamma_{M_1}}} \quad (3.6)$$

Γ) Εάν αναπτύσσεται η σ_{op} . Στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας θα χρησιμοποιηθεί η σχέση

$$\bar{\lambda}_{op.} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{op.}}{f_y}} \quad (3.7)$$

Η πορεία υπολογισμού είναι η ακόλουθη

- 1) Χρησιμοποιώντας την πλήρη διατομή του επιπέδου μέλους, προσδιορίζουμε τις τάσεις των άκρων σ_1 και σ_2
- 2) Από την τιμή του λόγου $\Psi = \sigma_1/\sigma_2$,και τους πίνακες 3.1 και 3.2 βρίσκουμε τον K_σ
- 3) Από τον τύπο 3.4 υπολογίζουμε τον ανηγμένο λ_p
- 4) Ανάλογα την τιμή της μέγιστης θλιπτικής τάσης, προσδιορίζουμε το ανηγμένο λ_p από τους τύπους 3.6 και 3.7.
- 5) Τέλος από τους 3.5 βρίσκουμε τον συντελεστή ρ και άρα το b_{ef}
- 6) Επαναλαμβάνουμε τους υπολογισμούς με το b_{ef} στη θέση του b_p
- 7) Με το τελικό b_{ef} που προσδιορίζουμε, καθώς και τα ανηγμένο λ_p και t , ελέγχουμε το έλασμα για τοπικό λυγισμό, με τη βοήθεια του πίνακα 5.5.2 του EC 3.1.1.

3.5 Απόσπασμα Ευροκώδικα για τον τοπικό λυγισμό στοιχείων χωρίς ενισχύσεις

Τοπικός και στρεβλωτικός λυγισμός

5.5.1 Γενικά

(1) Η επίδραση του τοπικού λυγισμού και του λυγισμού με στρέβλωση της διατομής πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στον προσδιορισμό της αντοχής και της δυσκαμψίας μελών και φύλλων ψυχρής ελάσεως.

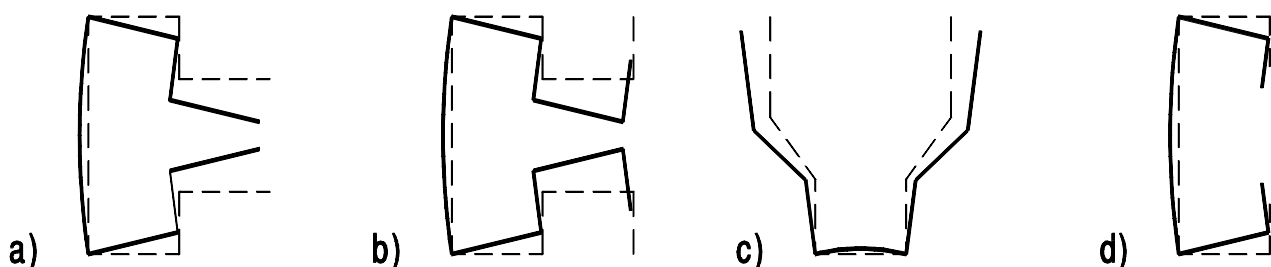
(2) Η επίδραση του τοπικού λυγισμού μπορεί να λαμβάνεται υπόψη χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της ενεργού διατομής, οι οποίες στηρίζονται στα ενεργά πλάτη, βλέπε EN 1993-1-5.

(3) Στον υπολογισμό της αντοχής έναντι τοπικού λυγισμού, το όριο διαρροής f_y πρέπει να λαμβάνεται ως f_{yb} όταν υπολογίζονται τα ενεργά πλάτη των θλιβόμενων στοιχείων, βλέπε EN 1993-1-5.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Για την αντοχή βλέπε παράγραφο 6.1.3(1).

(4) Για ελέγχους λειτουργικότητας το ενεργό πλάτος ενός θλιβόμενου στοιχείου πρέπει να βασίζεται στην θλιπτική τάση $\sigma_{com,Ed,ser}$ του στοιχείου, υπό τα φορτία λειτουργικότητας.

(5) Ο λυγισμός με στρέβλωση στοιχείου με ακραίες ή ενδιάμεσες ενισχύσεις, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.6(d), δίνεται στην Παράγραφο 5.5.3.



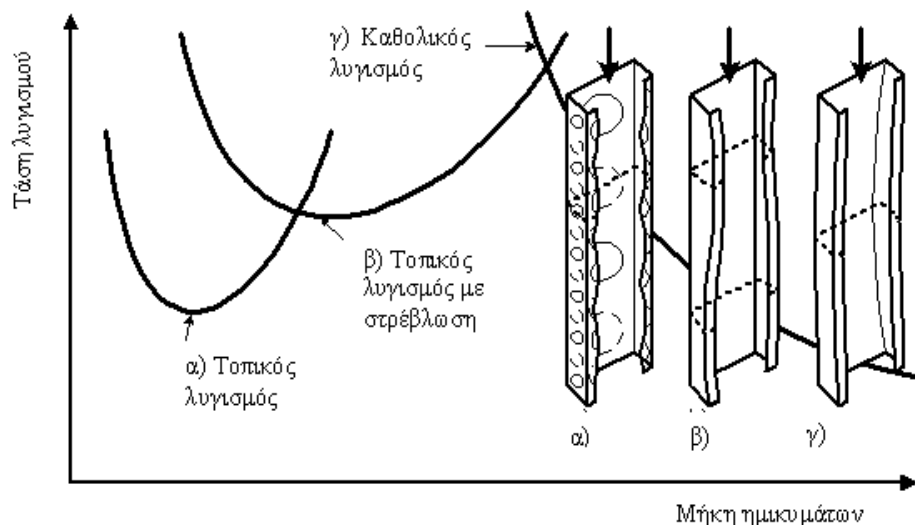
Σχήμα 5.6: Παραδείγματα μορφών λυγισμού με στρέβλωση της διατομής

(6) Τα αποτελέσματα του λυγισμού με στρέβλωση λαμβάνονται υπόψη για τις περιπτώσεις οι οποίες δίνονται στα σχήματα 5.6(a), (b) και (c). Για αυτές τις

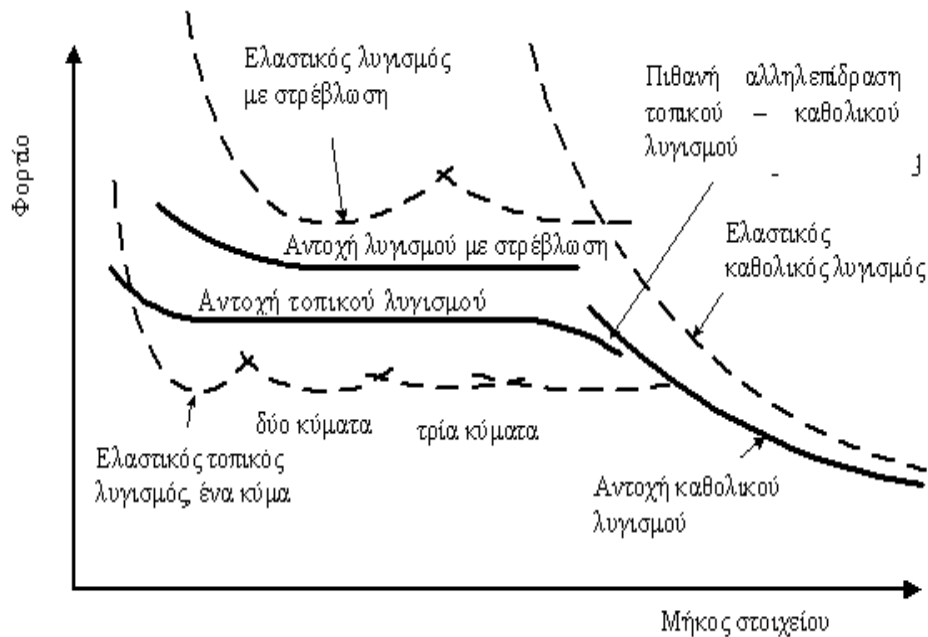
περιπτώσεις τα αποτελέσματα του λυγισμού με στρέβλωση μπορούν να υπολογιστούν εκτελώντας γραμμικές (βλέπε 5.5.1(8)) ή μη γραμμικές αναλύσεις (βλέπε EN 1993 1-5) χρησιμοποιώντας αριθμητικές μεθόδους ή πειράματα βραχέων υποστυλωμάτων.

(7) Εκτός αν χρησιμοποιείται η μεθοδολογία της παραγράφου 5.5.3, και όπου η ελαστική τάση λυγισμού λαμβάνεται από γραμμική ανάλυση, μπορεί να εφαρμοστεί η ακόλουθη διαδικασία:

- 1) Για μήκος κύματος μέχρι το πραγματικό μήκος του στοιχείου, υπολογίζεται η ελαστική τάση λυγισμού και οι αντίστοιχες ιδιομορφές λυγισμού, βλέπε σχήμα 5.7a.
- 2) Υπολογίζεται το ενεργό πλάτος (ενεργά πλάτη) με βάση την παράγραφο 5.5.2 για τα στοιχεία της διατομής που έχουν λυγίσει τοπικά με βάση την ελάχιστη τάση λυγισμού, βλέπε σχήμα 5.7b.
- 3) Υπολογίζεται το μειωμένο πάχος (βλέπε 5.5.3.1(7)) για ακραίες και ενδιάμεσες ενισχύσεις ή άλλα μέρη διατομών, οι οποίες υφίστανται λυγισμό με στρέβλωση με βάση την ελάχιστη τάση λυγισμού στρεβλώσεως, βλέπε σχήμα 5.7b.
- 4) Υπολογίζεται η αντοχή σε καθολικό λυγισμό σύμφωνα με την παράγραφο 6.2 (καμπτικός, στρεπτικός ή στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, ανάλογα με τη μορφή λυγισμού) για το πραγματικό μήκος των στοιχείων με βάση την ενεργό διατομή όπως ορίζεται στα 2) and 3).



Σχήμα 5.7a: Παραδείγματα της ελαστικής κρίσιμης τάσης για διάφορες ιδιομορφές λυγισμού ως συνάρτηση του μήκους των ημικυμάτων και παραδείγματα μορφών λυγισμού



Σχήμα 5.7b: Παραδείγματα ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού και αντοχής λυγισμού ως συνάρτηση του μήκους του στοιχείου

5.5.2 Επίπεδα στοιχεία χωρίς ενισχύσεις

(1) Τα ενεργά πλάτη στοιχείων χωρίς ενισχύσεις μπορεί να λαμβάνονται από τον EN 1993-1-5 χρησιμοποιώντας το ονομαστικό πλάτος b_p για το \bar{b} .

(2) Το ονομαστικό επίπεδο πλάτος b_p ενός επίπεδου στοιχείου μπορεί να προσδιοριστεί σύμφωνα με το σχήμα 5.3 της παραγράφου 5.1.4. Στην περίπτωση επίπεδων στοιχείων λοξών κορμών πρέπει να χρησιμοποιηθεί το κατάλληλο λοξό ύψος.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Για εξωτερικά προεξέχοντα στοιχεία μία πιο λεπτομερής μέθοδος υπολογισμού του ενεργού πλάτους δίνεται στο Παράρτημα D.

(3) Στην εφαρμογή της μεθόδου του EN 1993-1-5 μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ακόλουθη διαδικασία:

- Ο λόγος των τάσεων ψ από τους Πίνακες 5.3 και 5.4 που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του ενεργού πλάτους των πελμάτων της διατομής υπό μεταβαλλόμενη κατανομή τάσεων, μπορεί να υπολογίζεται με βάση τις ιδιότητες της πλήρους διατομής.

- Ο λόγος των τάσεων ψ από τους Πίνακες 5.3 και 5.4 που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του ενεργού πλάτους του κορμού της διατομής, μπορεί να υπολογίζεται με βάση το ενεργό πλάτος των θλιβόμενων πελμάτων και την πλήρη διατομή του κορμού.
- Οι ιδιότητες της ενεργού διατομής μπορούν να καθορίζονται ακριβέστερα με βάση τον λόγο των τάσεων ψ που βασίζεται στην ενεργό διατομή, η οποία προέκυψε από την πλήρη. Ο ελάχιστος αριθμός βημάτων στις επαναλήψεις που σχετίζονται με την μεταβολή τάσεων είναι δύο.
- Η απλοποιημένη μέθοδος που δίνεται στην παράγραφο 5.5.3.4 μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση κορμών τραπεζοειδών φύλλων υπό μεταβαλλόμενη κατανομή τάσεων.

4ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ :Ανάλυση σύνδεσης υποστυλώματος-δοκού με τη βοήθεια του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων.

Η επίλυση της σύνδεσης υποστυλώματος – δοκού πραγματοποιήθηκε με το πρόγραμμα MSC/NASTRAN for Windows XP. Το πρόγραμμα αυτό μπορεί να διευκολύνει έναν μηχανικό στην προσομοίωση φορέων και στην επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων με πολύ μεγάλη ακρίβεια. Στη δική μας περίπτωση, κάναμε στατική ανάλυση και ανάλυση κύρτωσης στο κομμάτι της ένωσης των δύο στοιχείων του φορέα μας – το οποίο έχουμε ονομάσει πλάκα- για τις διαφορετικές περιπτώσεις των γωνιών μεταξύ τους. Ο χάλυβας που χρησιμοποιήθηκε είναι S355.

Η γενικότερη πορεία που ακολουθήθηκε, είναι η εξής :

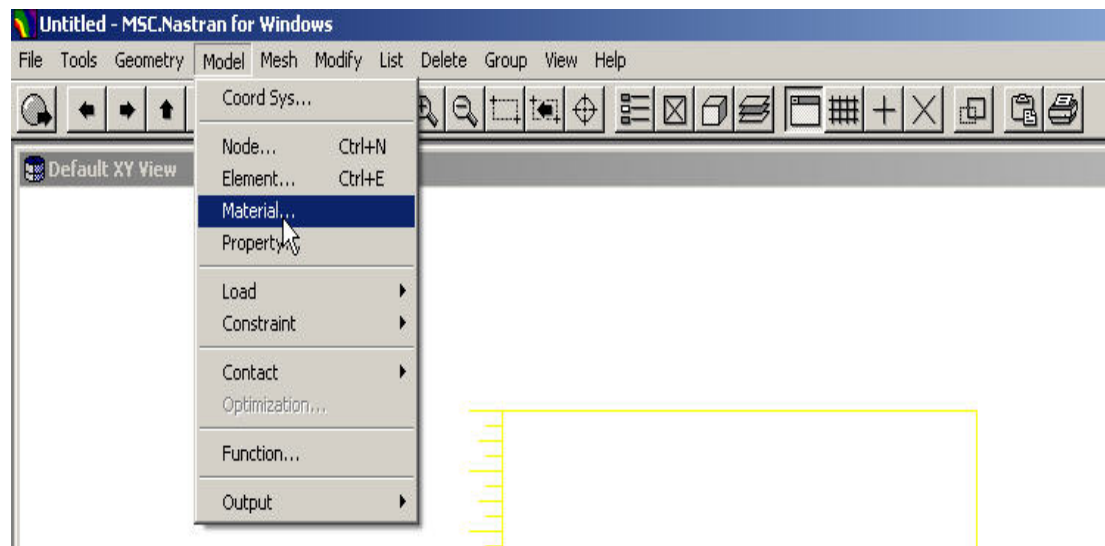
1. Καθορισμός των υλικών των μελών του φορέα
2. Καθορισμός των ιδιοτήτων της σύνδεσης (πλάκας)
3. Εισαγωγή της γεωμετρίας της πλάκας
4. Δημιουργία δικτύου πεπερασμένων στοιχείων από κόμβους και στοιχεία.
5. Εισαγωγή συνοριακών συνθηκών και εισαγωγή φορτίων στους κόμβους της πλάκας
6. Ανάλυση της πλάκας (static & buckling).

Παρακάτω, θα περιγραφεί η διαδικασία εισαγωγής δεδομένων και εξαγωγής αποτελεσμάτων στο πρόγραμμα MSC/NASTRAN.

4.1.Καθορισμός των υλικών των μελών του φορέα

Το πρόγραμμα υποστηρίζει διάφορους τύπους υλικών, όπως ιστροπικά τα οποία έχουν τις ίδιες ιδιότητες σε όλες τις κατευθύνσεις, ορθοτροπικά με διαφορετικές ιδιότητες σε δύο διαστάσεις, ορθοτροπικά με διαφορετικές ιδιότητες σε τρεις διαστάσεις, ανισότροπα δύο και τριών διαστάσεων, καθώς και μια κατηγορία άλλων υλικών, η οποία περιέχει 85 διαφορετικά υλικά όπως ελαστικά, βισκοελαστικά, αφρώδη κ.τ.λ. Εμείς, όπως έχει προαναφερθεί έχουμε χρησιμοποιήσει χάλυβα S355. Ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία.

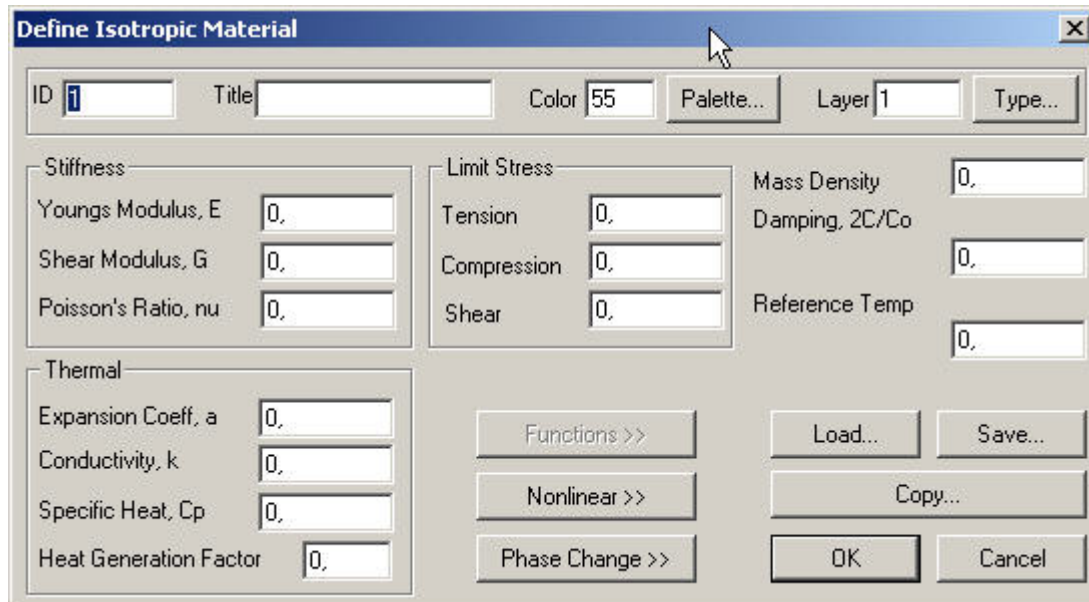
Δημιουργείται ένα καινούργιο αρχείο και από την εντολή 'model' του menu, επιλέγεται η εντολή 'material'



Στη συνέχεια εμφανίζεται ένα πλαίσιο διαλόγου, που ζητά να καθοριστούν το μέτρο ελαστικότητας E (Young's modulus), το μέτρο διάτμησης G (shear Modulus), ο λόγος Poisson ν (Poisson's ratio), οι συντελεστές θερμικής διαστολής α , θερμικής αγωγιμότητας k και η ειδική θερμότητα C_p , οι οποίοι δεν είναι απαραίτητο να καθοριστούν εάν δεν λαμβάνονται υπόψη στην ανάλυση θερμοκρασιακές μεταβολές και θερμικά φορτία, οι οριακές τάσεις (Limit stress) σε εφελκυσμό, θλίψη και διάτμηση και η μάζα του υλικού. Όλα αυτά αφορούν στην περίπτωση ιστροπικού υλικού. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στις μονάδες μέτρησης με τις οποίες θα εισαχθούν οι συντελεστές, γιατί με αυτές θα γίνει ως το τέλος, η ανάλυση της πλάκας.

Επιλέγοντας την εντολή 'load', θα δούμε ότι υπάρχει μια λίστα έτοιμων υλικών που αφορούν διαφορετικά είδη χάλυβα. Υπάρχει και η δυνατότητα καθορισμού και ενός 'μη γραμμικού' υλικού, επιλέγοντας την εντολή 'Nonlinear' από το πλαίσιο διαλόγου του καθορισμού του υλικού. Στον νέο πίνακα ζητείται να καθοριστούν ο τύπος της μη γραμμικότητας του υλικού, το κριτήριο αστοχίας Von Mises και το όριο διαρροής. Ένα μη γραμμικό υλικό

μπορεί να είναι ελαστικό (nonlinear elastic), διγραμμικό (Bi-linear), ή πλαστικό (plastic).



Στη δική μας περίπτωση, τα στοιχεία που συμπληρώθηκαν είναι τα εξής

Youngs Modulus = 210000000 KPa

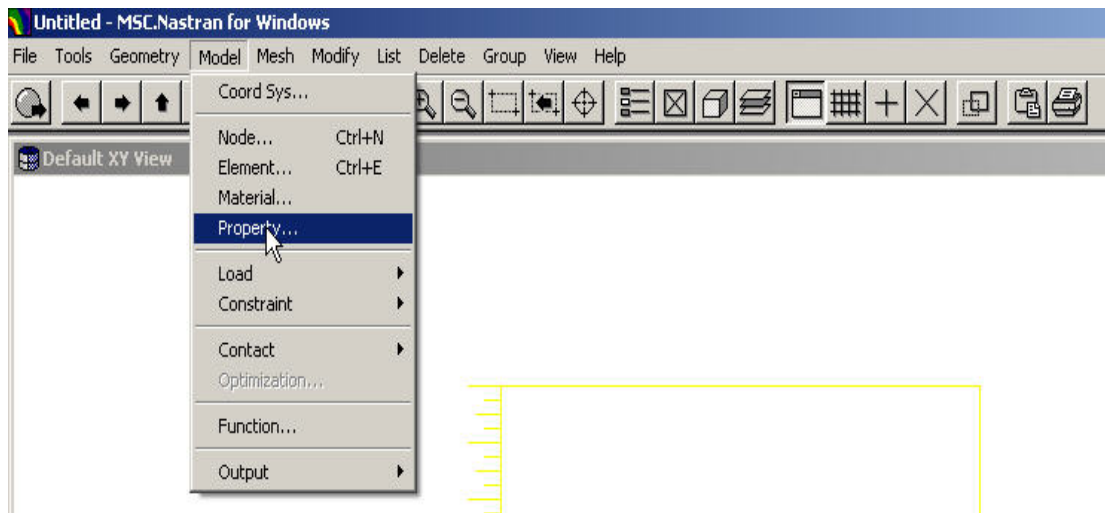
Poisson's Ratio = 0,3

Title 'steel'

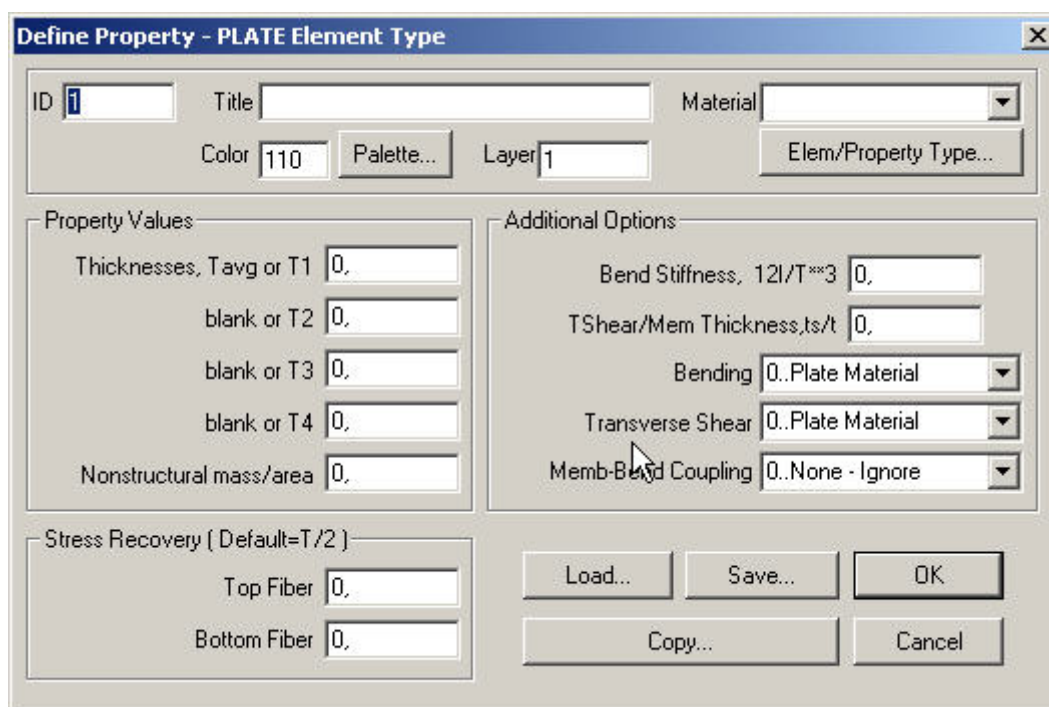
Αυτά τα στοιχεία είναι αρκετά για να συνεχιστεί η ανάλυση της πλάκας μας.

4.2.Καθορισμός των ιδιοτήτων της σύνδεσης (πλάκας)

Για αυτό το βήμα, από το menu επιλέγεται η εντολή 'Property'



Και εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου 'define property'



Η εντολή 'Elem/Property Type...' καθορίζει τον τύπο του στοιχείου που χρησιμοποιείται. Εάν είναι επίπεδο το στοιχείο μας, δε χρειάζεται να 'πειραχθεί' αυτή η εντολή, γιατί υπάρχει ως προεπιλογή για το πρόγραμμα.

Στην εντολή Title ,χρησιμοποιήθηκε ο όρος 'plaka', που αντιπροσωπεύει τη σύνδεση υποστηλώματος και δοκού μεταβλητής διατομής. Στο πλαίσιο 'Material' , καθορίζεται το υλικό. Πατώντας το κάτω βελάκι που υπάρχει στο πλαίσιο, εμφανίζονται τα υλικά που είναι διαθέσιμα. Τα υλικά αυτά είναι τα ίδια που έχουμε καθορίσει στο προηγούμενο βήμα. Οπότε επιλέγεται το υλικό 'steel' .

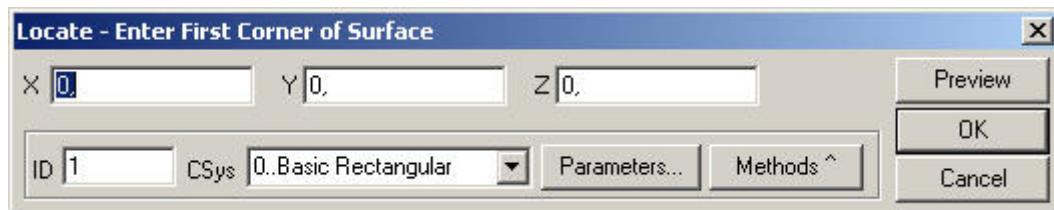
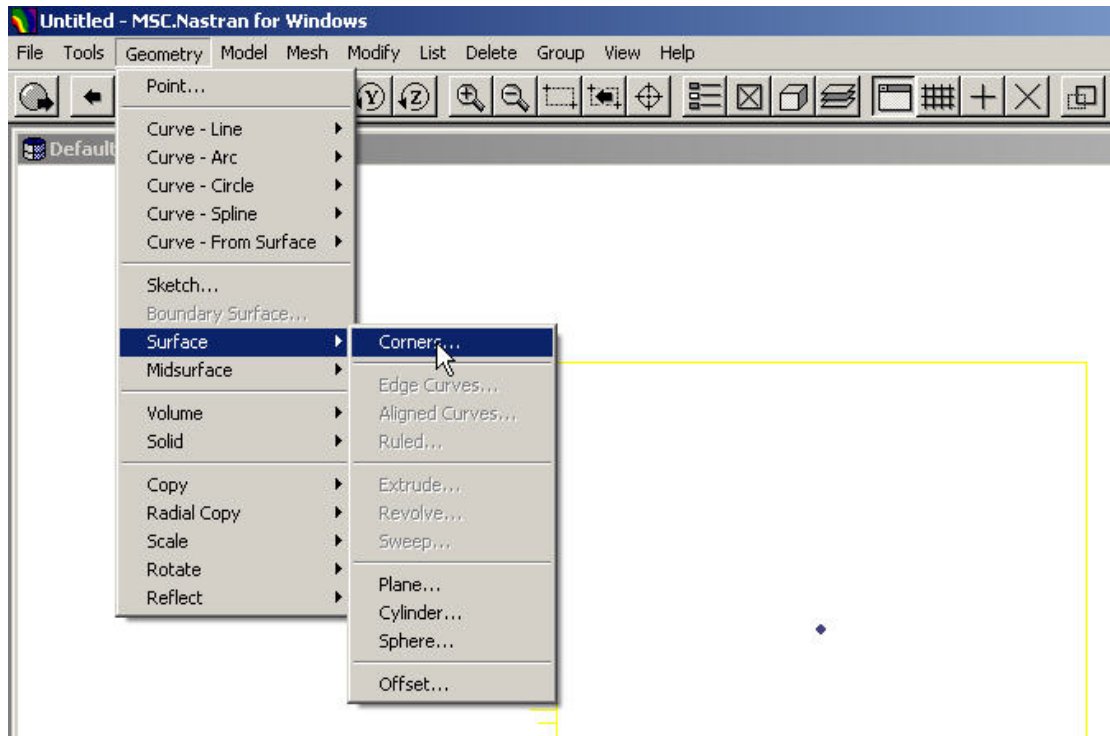
Στο πλαίσιο Property Values και στη θέση Thickness T1, καθορίζεται το πάχος της πλάκας μας. Οι μονάδες μας πρέπει να είναι σύμφωνες με τις προηγούμενες μονάδες εισαγωγής. Στη δικιά μας περίπτωση το πάχος της πλάκας είναι $T1 = 0,004 \text{ m}$.

Στην περίπτωση που έχουμε να κάνουμε με 'μη ισοπαχές' υλικό μπορεί να εισαχθούν οι διαφορετικές τιμές πάχους , στις θέσεις T2, T3, και T4 .

4.3.Εισαγωγή της γεωμετρίας της πλάκας

Για να καθοριστεί η γεωμετρία της πλάκας , από το μενού επιλέγεται 'Geometry', στη συνέχεια η εντολή 'Surface' και μετά η εντολή 'Corners'.

Τότε εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου , στο οποίο ζητείται να καθοριστούν οι συντεταγμένες X , Y , Z των τεσσάρων σημείων της πλάκας. Ανάλογα με την εσωτερική γωνία σύνδεσης δοκού – υποστηλώματος και τον τρόπο σύνδεσης τους , προκύπτουν διαφορετικές συντεταγμένες και άρα, διαφορετικά σχήματα τα οποία παρατίθενται παρακάτω (σελ.). Στην περίπτωση που μελετάται ο φορέας, όταν είναι σταθερής διατομής HEB 900 , το σχήμα της πλάκας που προκύπτει είναι πάντα τετράγωνο και αυτό που μεταβάλλεται είναι το πάχος της εκάστοτε πλάκας.

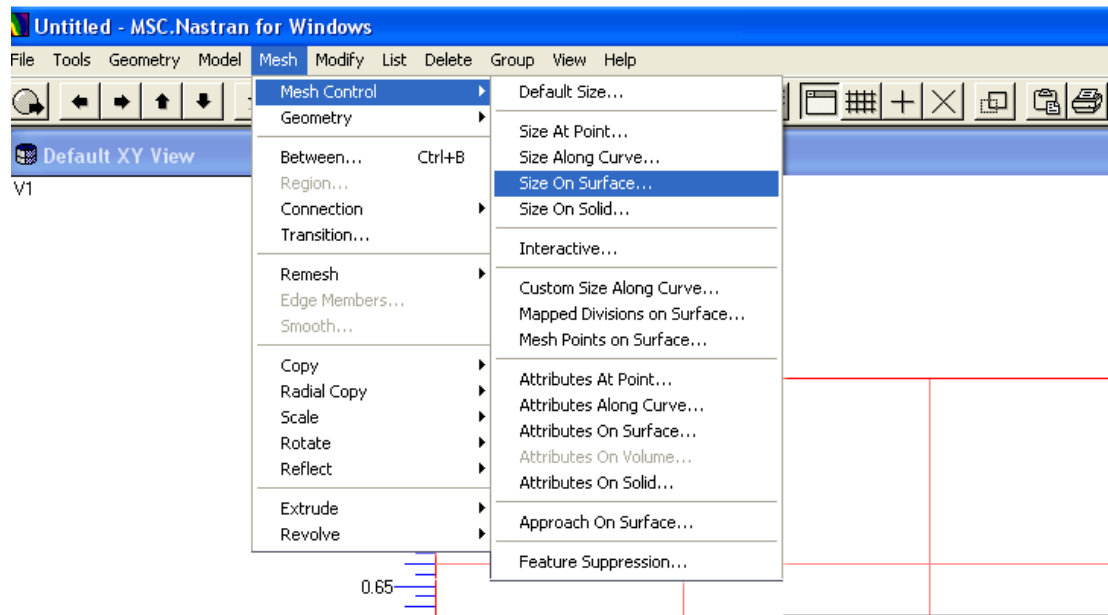


4.4. Δημιουργία δικτύου πεπερασμένων στοιχείων από κόμβους και στοιχεία.

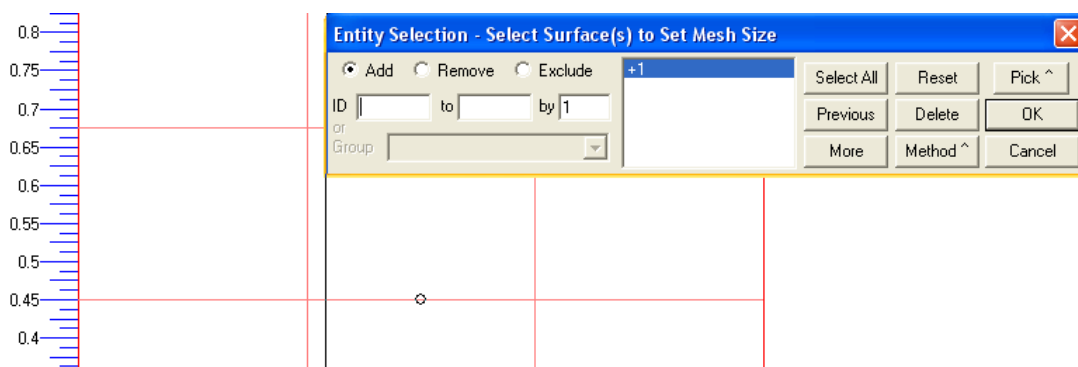
Αφού καθορίστηκαν οι ιδιότητες των υλικών του φορέα και ο τύπος των στοιχείων , θα πρέπει να δημιουργηθεί ένα δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων και η μεταξύ τους σύνδεση με κόμβους. Για να γίνει αυτό ακολουθείται η εξής διαδικασία.

Από το μενού επιλέγεται η εντολή 'Mesh',στη συνέχεια 'Mesh control' και

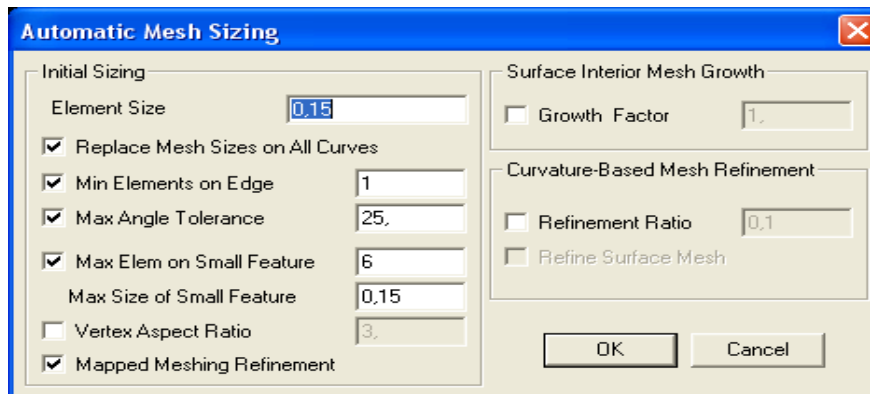
‘Size on surface’.



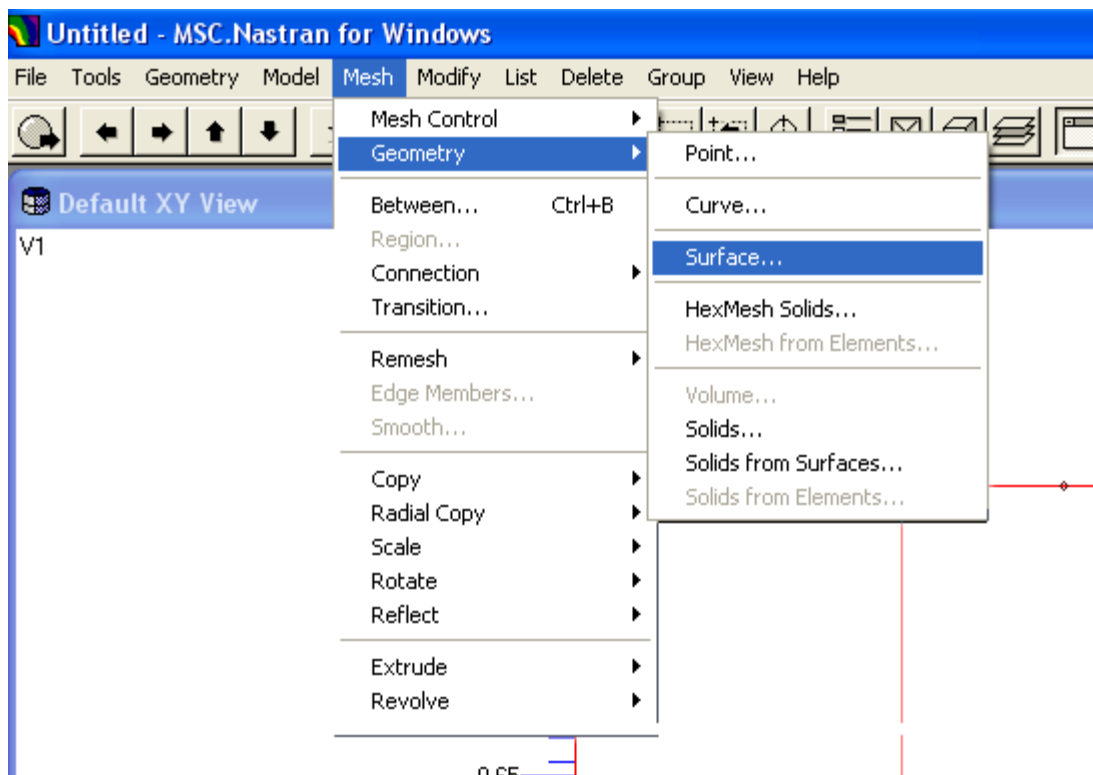
Στη συνέχεια, στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται, επιλέγεται η επιφάνεια στο σχήμα, στην οποία θέλουμε να καθορίσουμε το δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων και επιλέγεται ‘OK’.



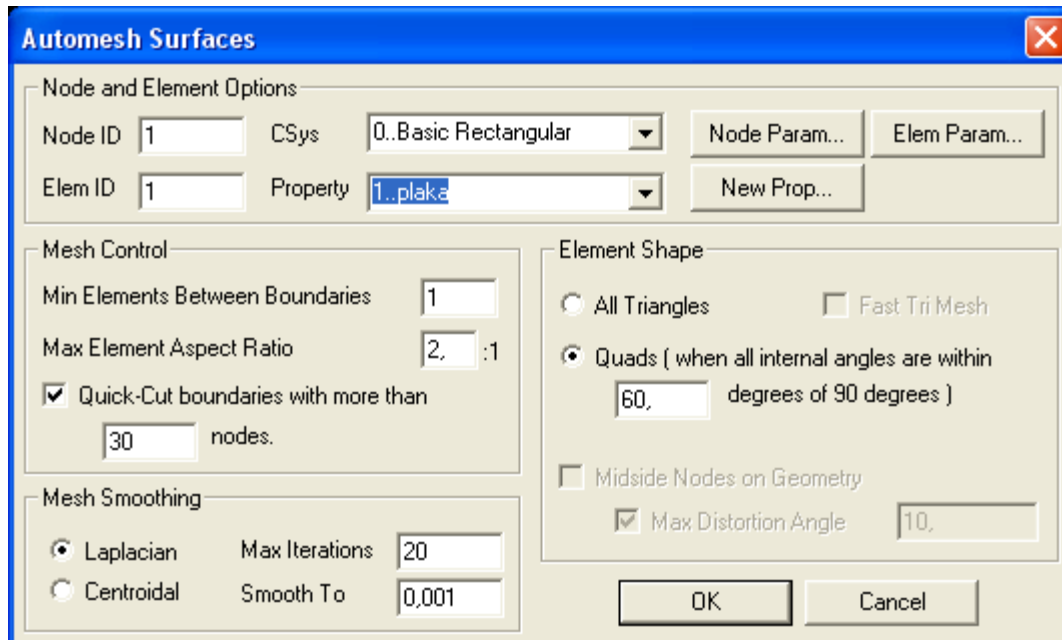
Έπειτα ,στο επόμενο πλαίσιο διαλόγου, καθορίζεται το πώς θα είναι τα πεπερασμένα στοιχεία στην πλάκα μας.



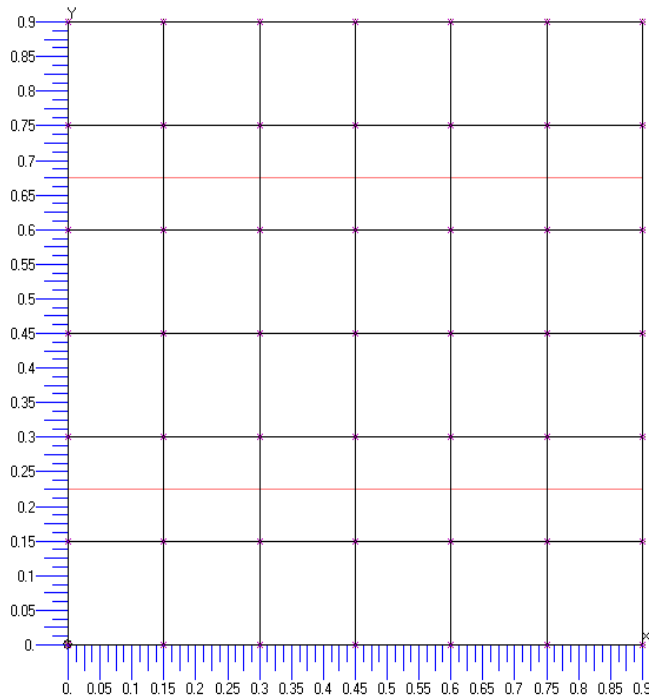
Αφού καθορίστηκαν οι ιδιότητες του δικτύου των πεπερασμένων στοιχείων, θα πρέπει και να τοποθετηθεί στην πλακα. Από το μενού επιλέγεται 'Mesh' -> 'Geometry' και μετά 'Surface', όπου επιλέγεται πάλι η επιφάνεια η οποία θα πρέπει να διαχωριστεί.



Στη συνέχεια , στο πλαίσιο διαλόγου ‘Automesh Surfaces’ που θα εμφανιστεί , στη θέση ‘Property’ υπάρχει η επιλογή ‘πλακα’ ,η οποία έχει καθοριστεί στις προηγούμενες εντολές.



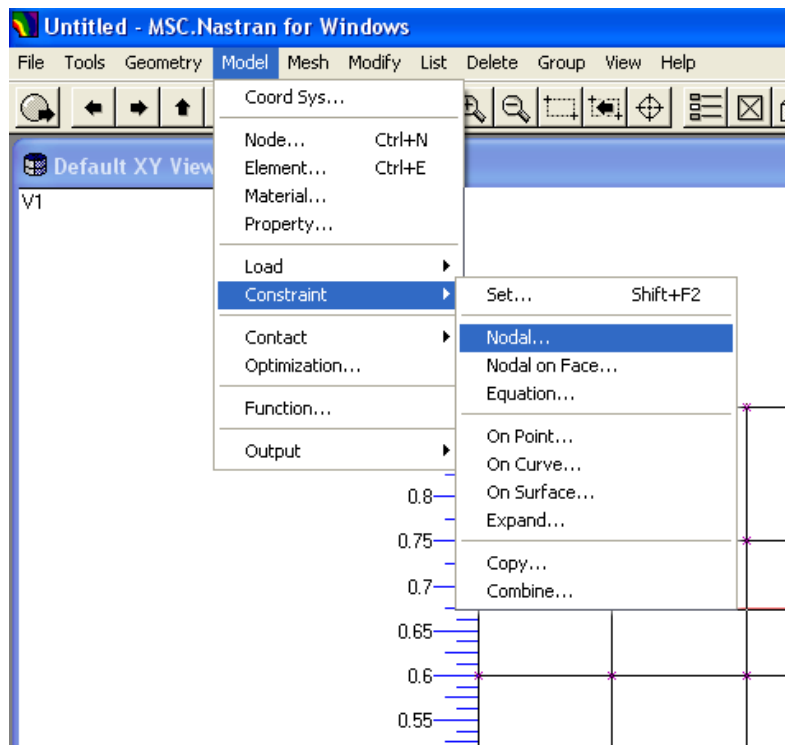
Πατώντας OK θα δημιουργηθεί το δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων στην πλάκα.



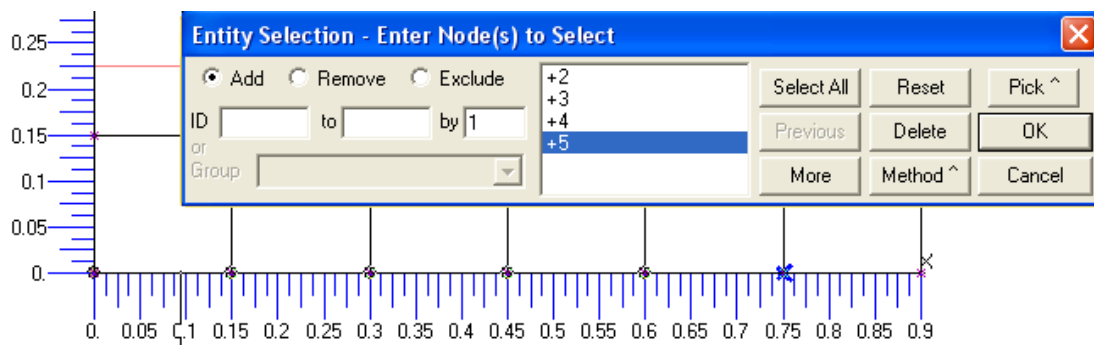
4.5. Εισαγωγή συνοριακών συνθηκών και εισαγωγή φορτίων στους κόμβους της πλάκας.

Οι συνοριακές συνθήκες επιβάλλονται με τρεις τρόπους. Πάνω σε κόμβους (nodal constraint), πάνω σε γραμμή (constraint on curve), είτε πάνω σε επιφάνεια (constraint on surface). Στην περίπτωση επικόμβιων συνοριακών συνθηκών δεσμεύονται όλοι ή μέρος των έξι βαθμών ελευθερίας του κάθε κόμβου. Όταν πρόκειται να επιβληθούν συνοριακές συνθήκες σε γραμμή ή σε επιφάνεια, τότε επιλέγεται είτε πάκτωση, είτε δέσμευση και των τριών μετακινήσεων, είτε δέσμευση της στροφής της γραμμής ή της επιφάνειας περί τον διαμήκη άξονα. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε είναι η εξής

Από το μενού 'Model' επιλέγεται η εντολή 'constraint' και στη συνέχεια 'nodal',

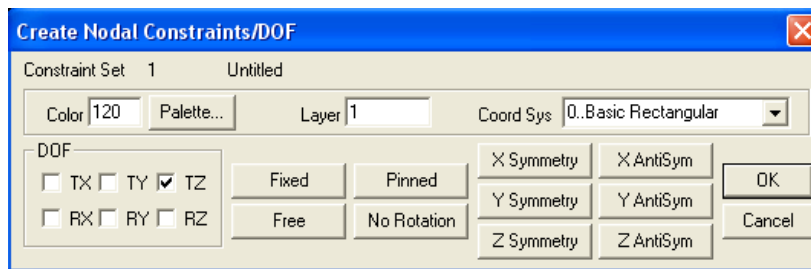


όπου εμφανίζεται το παρακάτω πλαίσιο διαλόγου,στο οποίο επιλέγονται οι κόμβοι στους οποίους θα επιβληθούν οι συγκεκριμένες συνοριακές συνθήκες και επιλέγουμε OK.

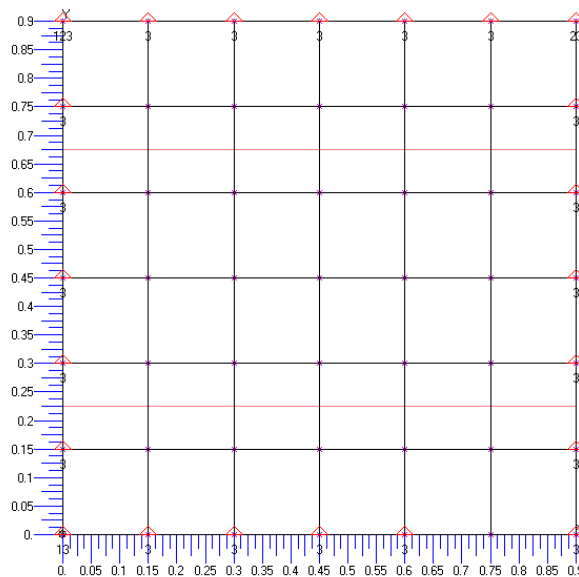


Στο παρακάτω πλαίσιο διαλόγου καθορίζεται το είδος των συνοριακών συνθηκών. Στην περίπτωση μας, επιλέγεται η εντολή 'Pinned' και ανάλογα με τον κόμβο δεσμεύουμε συγκεκριμένους βαθμούς ελευθερίας. Συγκεκριμένα, σε όλους τους κόμβους,εκτός από τους πανω αριστερα και δεξιά και τον κάτω

αριστερά, δεσμεύεται μόνο ο βαθμός TZ. Στον πάνω αριστερά κόμβο, δεσμεύονται όλοι οι βαθμοί ελευθερίας, στον πάνω δεξιά δεσμεύονται ο TY και ο TZ και στον κάτω αριστερά οι TX και TZ. Αυτό γίνεται σε όλες τις περιπτώσεις και για όλα τα σχήματα.



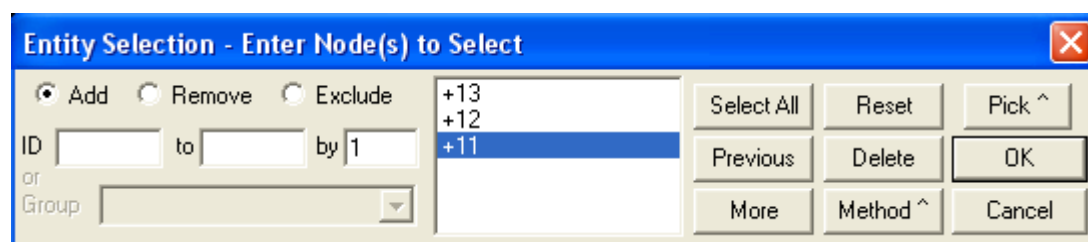
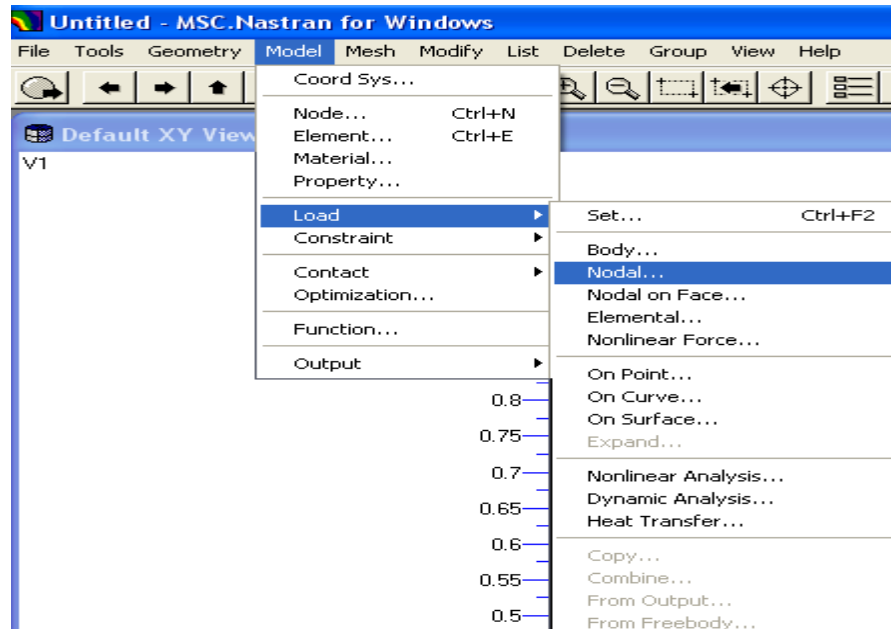
Και αυτή είναι η πλάκα όπως προκύπτει μετά την επιβολή των συνοριακών συνθηκών στην περίπτωση που έχουμε τετραγωνικό σχήμα.



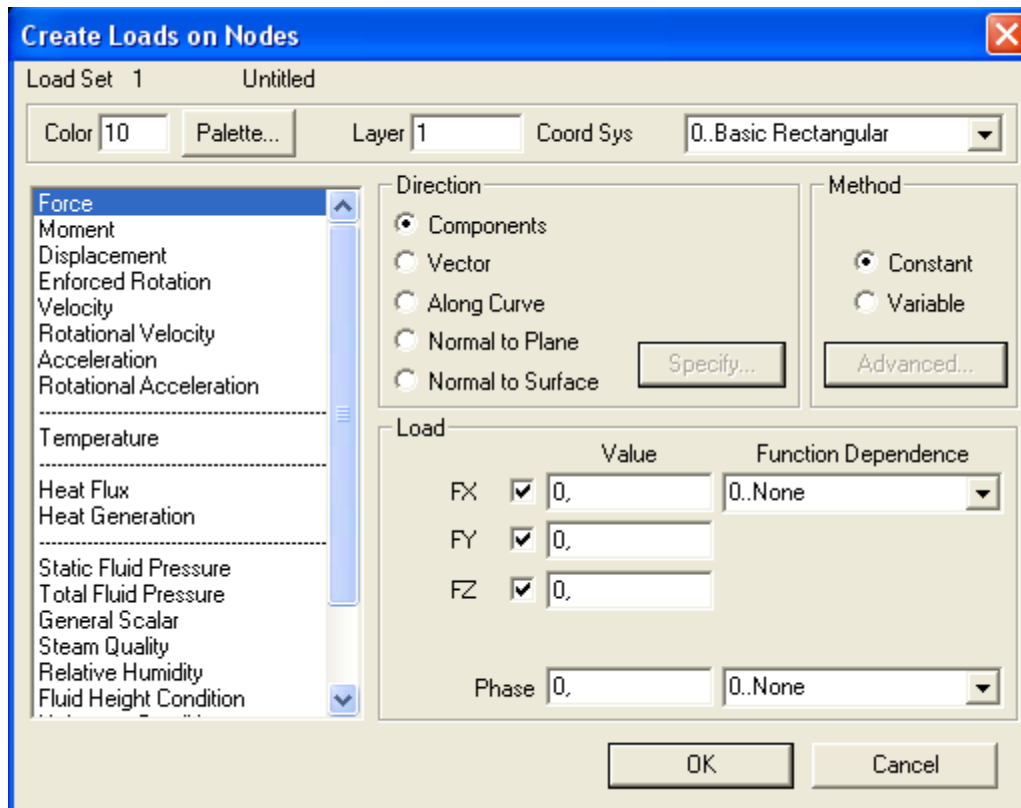
Η μοντελοποίηση της πλάκας ολοκληρώνεται με την τοποθέτηση των φορτίων στους κόμβους της. Η επιβολή φορτίων μπορεί να γίνει σε κόμβους (Nodal load), σε στοιχεία (Element load), σε γραμμή (Load on curve) ή σε επιφάνειες

(Load on Surface). Στην περίπτωση μας η διαδικασία που ακολουθήθηκε είναι η εξής.

Από το μενού 'Model' επιλέγεται η εντολή 'load' και στη συνέχεια 'nodal'.



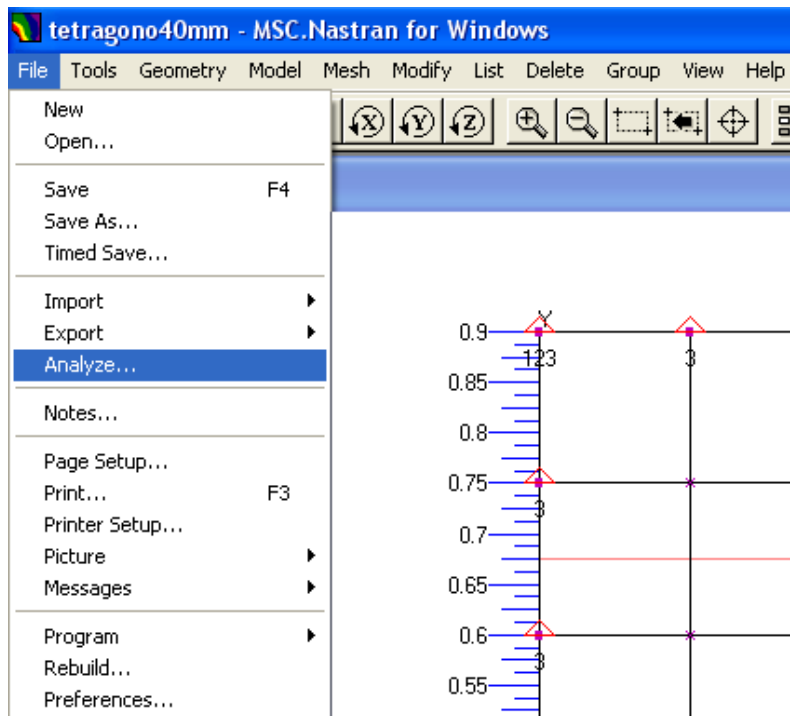
Εμφανίζεται το παραπάνω πλαίσιο διαλόγου, στο οποίο επιλέγονται οι κόμβοι στους οποίους θα επιβληθούν τα φορτία. Ο καθορισμός γίνεται με απλή επιλογή η οποία επιβεβαιώνεται με το πάτημα του 'OK' οπότε εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου του παρακάτω σχήματος στο οποίο ζητείται να καθοριστεί το είδος της φόρτισης, το μέγεθος προσημασμένο ανάλογα με τη φορά και η διεύθυνση (X, Y, Z) σε σύστημα τοπικών ή καθολικών συντεταγμένων. Στη θέση 'Value' εισάγεται η τιμή του φορτίου, σε μονάδες μέτρησης σύμφωνες με αυτές που έχουν καθοριστεί στην ιδιότητες του υλικού της πλάκας.



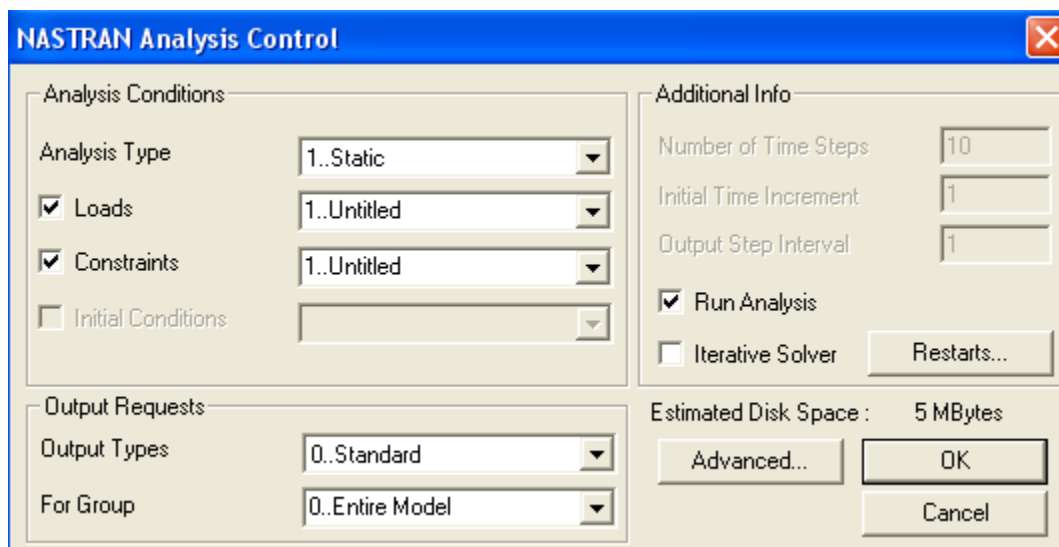
Τα φορτία σε κάθε περίπτωση, ανάλογα με τον τρόπο σύνδεσης δοκού – υποστηλώματος, φαίνονται αναλυτικά στην παρουσίαση σχημάτων (σελ.55)

4.6.Ανάλυση της πλάκας

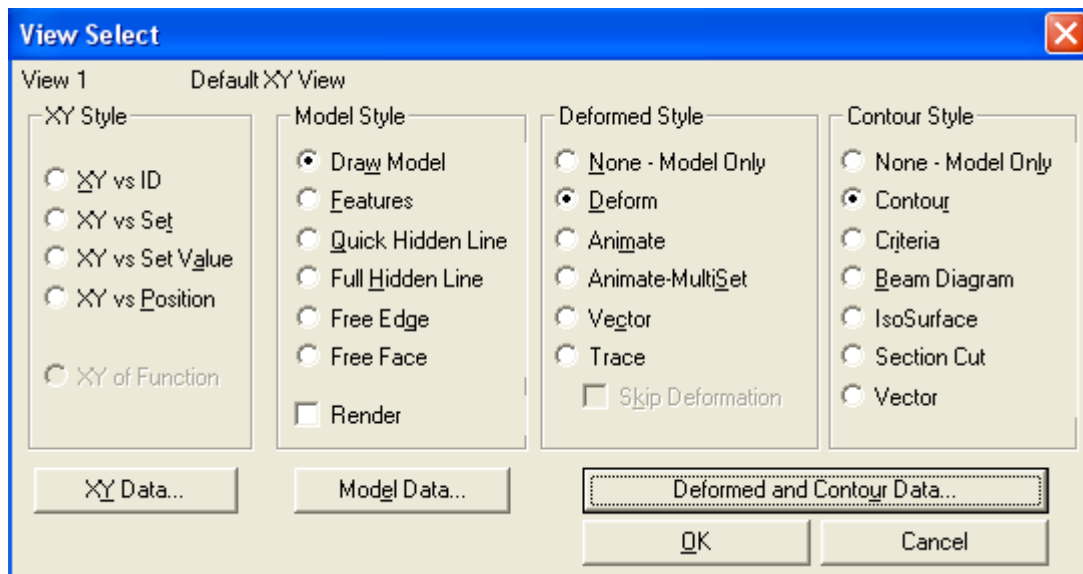
Αφού ολοκληρώθηκε η μοντελοποίηση της πλάκας, τώρα μπορεί να ξεκινήσει και η ανάλυσή της. Από το μενού 'File' επιλέγεται η εντολή 'Analyze'



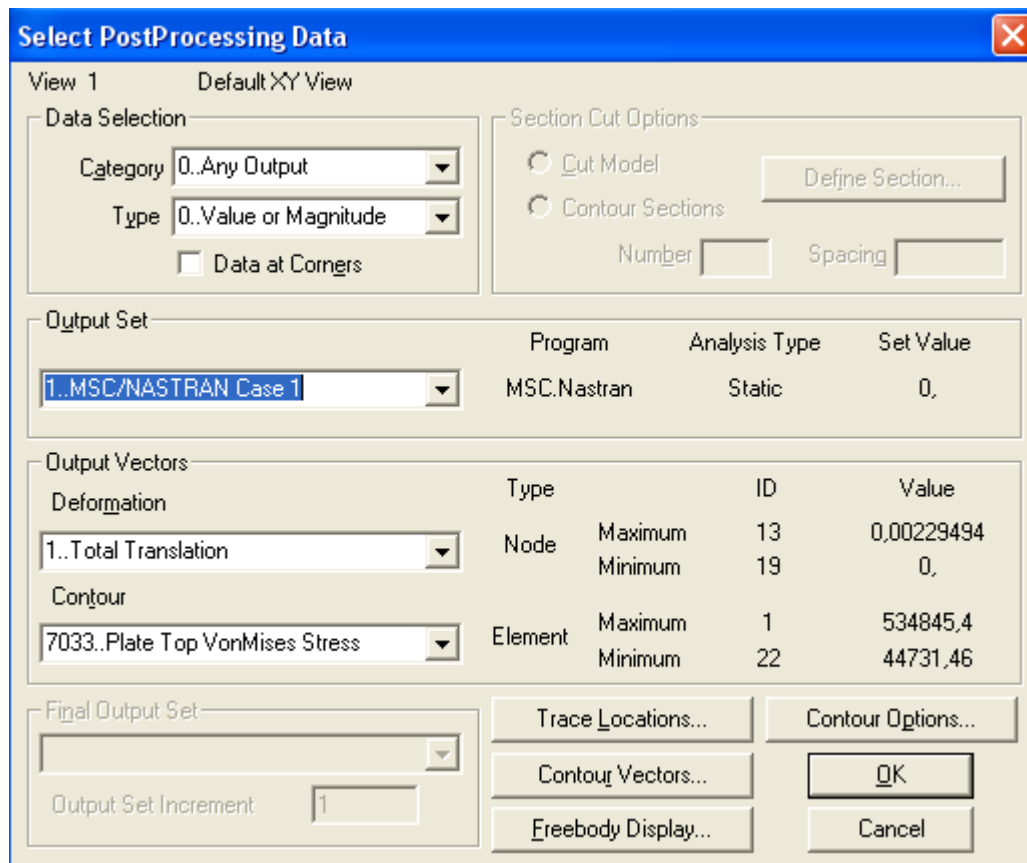
Εμφανίζεται το παρακάτω πλαίσιο διαλόγου, στο οποίο επιλέγεται το είδος της ανάλυσης που θα γίνει στο φορέα. Για στατική ανάλυση επιλέγεται στη θέση 'Analysis Type' η εντολή 'static'



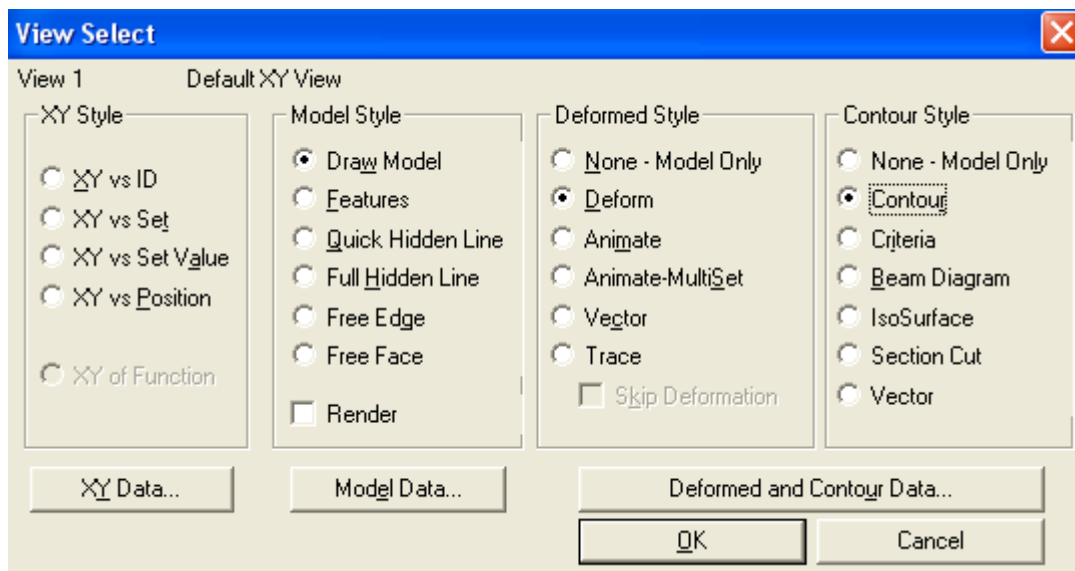
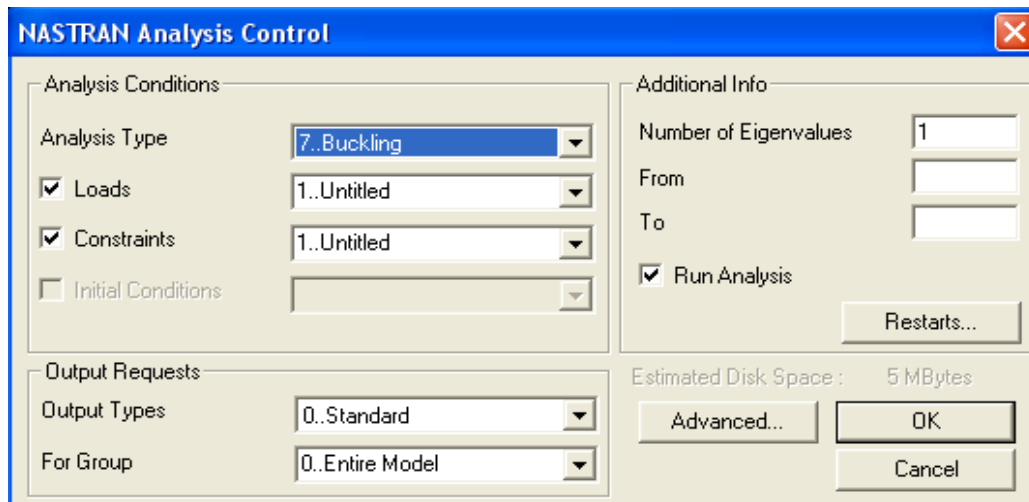
Στη συνέχεια με το πάτημα του πλήκτρου F5 εμφανίζεται το παρακάτω πλαίσιο διαλόγου,στο οποίο με την πληκτρολόγηση στη θέση 'Deformed and Contour data' καθορίζεται τι θα δούμε στο οπτικό αποτέλεσμα.

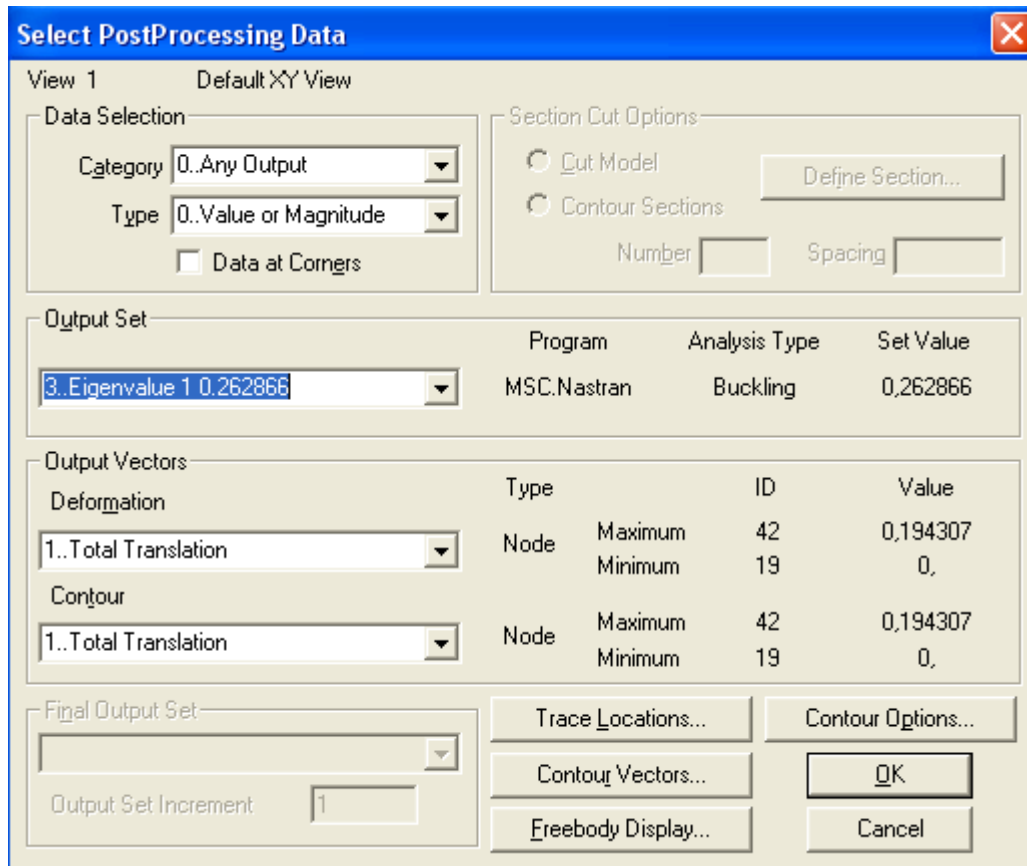


Κάνοντας τις παρακάτω επιλογές, το πρόγραμμα θα μας δείξει την κατανομή των τάσεων Von Mises στην πλάκα



Στην περίπτωση που πρέπει να γίνει ανάλυση κύρτωσης (buckling analysis), ώστε να βρούμε το συντελεστή που πολλαπλασιάζει τις τάσεις και να δούμε τον τρόπο παραμόρφωσης της πλάκας ,υπό την επιβολή των εκάστοτε συννοριακών συνθηκών και φορτίων , ακόλουθούμε παρόμοια πορεία, η οποία παρουσιάζεται στα παρακάτω σχήματα.





Τα σχήματα που προκύπτουν, παρατίθενται συγκεντρωτικά στην παρουσίαση σχημάτων (σελ.55)

5^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ:Επεξεργασία σχημάτων της πλάκας στο AutoCAD και ανάλυση του τρόπου εξαγωγής τους.

5.1 Τρόπος εξαγωγής σχημάτων πλάκας

Αναφερόμαστε στην περίπτωση που το πλαίσιο αποτελείται από υποστυλώματα και δοκούς μεταβλητής διατομής. Σε αυτήν την περίπτωση, η σύνδεση δοκού-υποστυλώματος, εν συντομία πλάκα, διαφοροποιείται ανάλογα με τη γωνία σύνδεσής τους. Για κάθε γωνία υπάρχουν 3 τύποι σχήματος πλάκας ο α, ο β και ο γ.

Σε κάθε περίπτωση, ο τύπος α προκύπτει από τη σύνδεση δοκού υποστυλώματος, όταν τα πέλματα της δοκού ακολουθούν την υπάρχουσα κλίση.

Ο τύπος β προκύπτει όταν στο σημείο της σύνδεσης τα εκατέρωθεν πέλματα του υποστυλώματος είναι παράλληλα. Αυτό πρακτικά προκύπτει, όταν από το κάτω δεξιό άκρο του σχήματος τύπου α, φέρουμε ευθεία παράλληλη προς το εξωτερικό πέλμα του υποστυλώματος, που θα τμήσει το πάνω πέλμα της σύνδεσης.

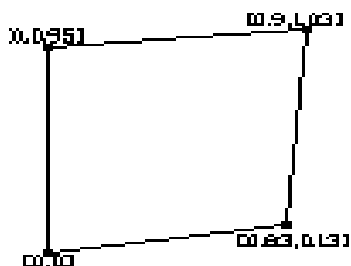
Τέλος, ο τύπος γ προκύπτει όταν το κάτω πέλμα της δοκού, στο σημείο της σύνδεσης, είναι κάθετο στο εξωτερικό πέλμα του υποστυλώματος. Αυτό πρακτικά πετυχαίνεται αν από το κάτω δεξιό άκρο του σχήματος τύπου α, φέρουμε την ευθεία που θα τμήσει κάθετα το εξωτερικό πέλμα.

Παρακάτω παρατίθενται τα σχήματα τύπου α, β, γ, για κάθε εσωτερική γωνία σύνδεσης, όπως αυτά επεξεργάστηκαν στο AutoCAD.

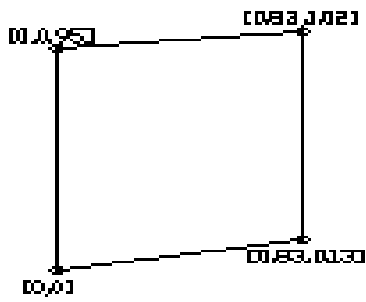
5.2 Παρουσίαση σχημάτων στο AutoCAD

5.2.1 Γωνία 9°

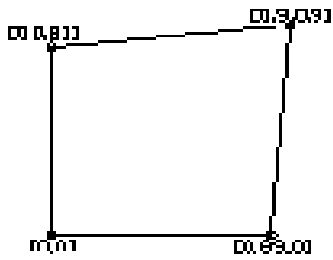
Τύπος α



Τύπος β



Τύπος γ

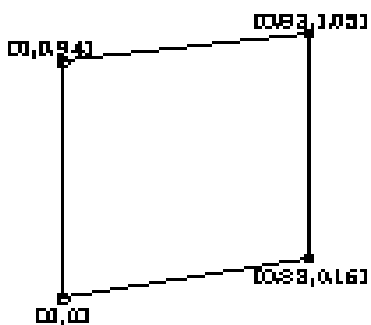


5.2.2 Γωνία 11°

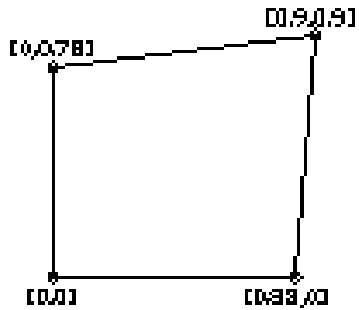
Τύπος α



Τύπος β



Τύπος γ

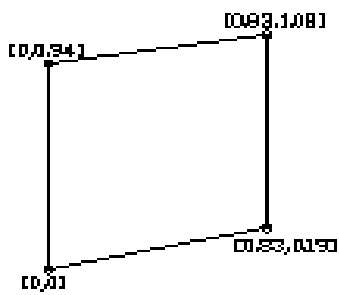


5.2.3 Γωνία 13°

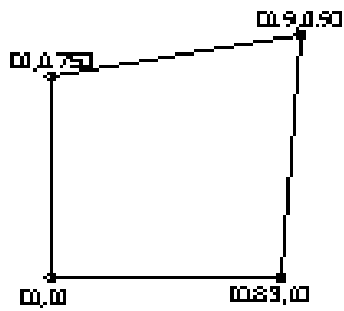
Τύπος α



Τύπος β

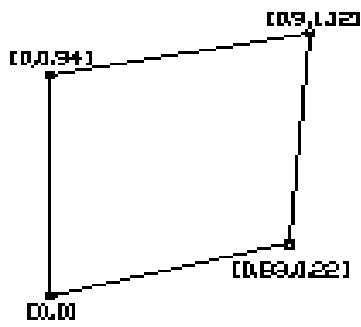


Τύπος γ

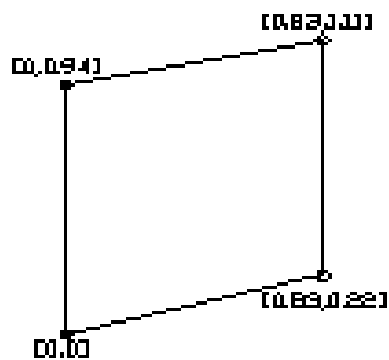


5.2.4 Γωνία 15°

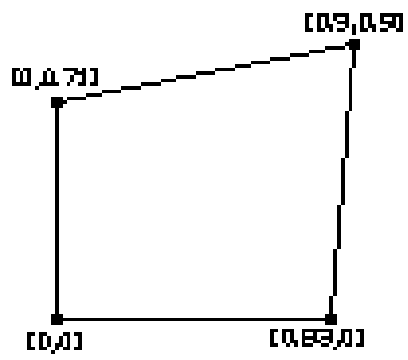
Τύπος α



Τύπος β



Τύπος γ



6° ΚΕΦΑΛΑΙΟ : Παρουσίαση σχημάτων στο MSC/NASTRAN

Στις παρακάτω σελίδες, θα γίνει η παρουσίαση των σχημάτων – από τελεσμάτων που προκύπτουν από την ανάλυση των αρχείων στο πρόγραμμα MSC/NASTRAN. Κάθε σχήμα αντιπροσωπεύει και έναν διαφορετικό τρόπο σύνδεσης υποστυλώματος - δοκού στο φορέα μας. Στο πρώτο κομμάτι παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τετραγωνική πλάκα και για τις διαφορετικές περιπτώσεις πάχους της, όταν τα στοιχεία του φορέα είναι σταθερής διατομής. Στο δεύτερο κομμάτι παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τα διαφορετικά σχήματα πλάκας που προκύπτουν ανάλογα με τη γωνία σύνδεσης, όταν τα στοιχεία του φορέα είναι μεταβλητής διατομής. Και για κάθε γωνία σύνδεσης, οι τρεις τύποι σχημάτων α,β,γ.

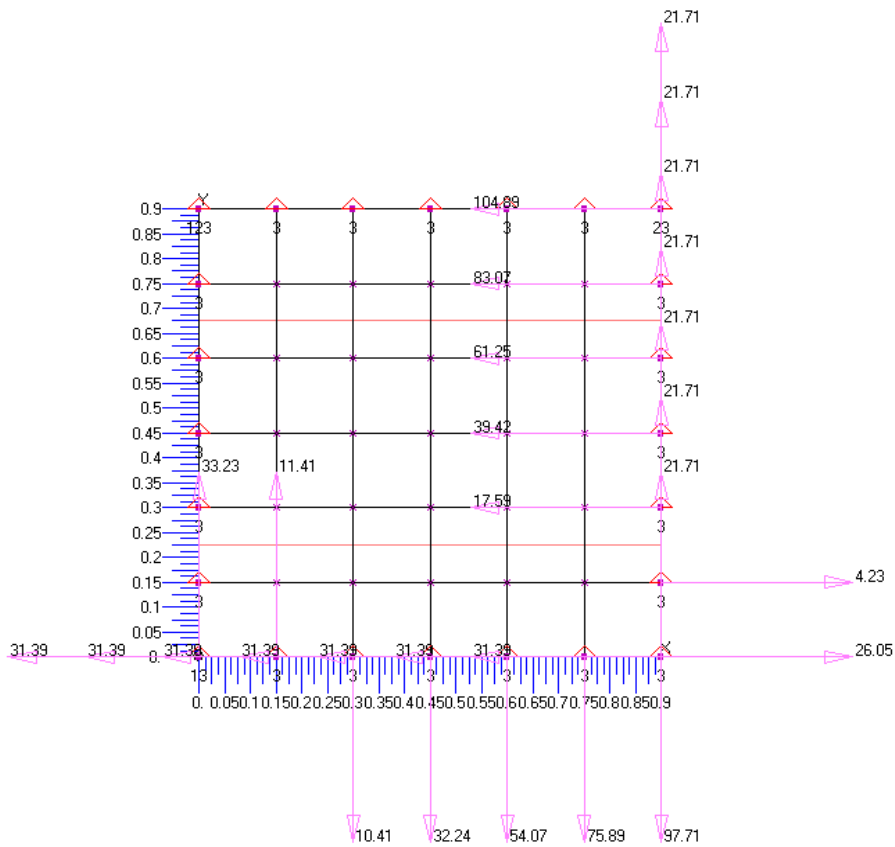
Σε κάθε περίπτωση η σειρά παρουσίασης είναι η εξής :

- A) Πλάκα μετά την επιβολή συνοριακών συνθηκών και φορτίων.
- B) Αποτέλεσμα στατικής ανάλυσης (static analysis)
- Γ) Αποτέλεσμα ανάλυσης κύρτωσης (buckling analysis)
- Δ) Τρισδιάστατη άποψη, κυρτωμένης πλάκας

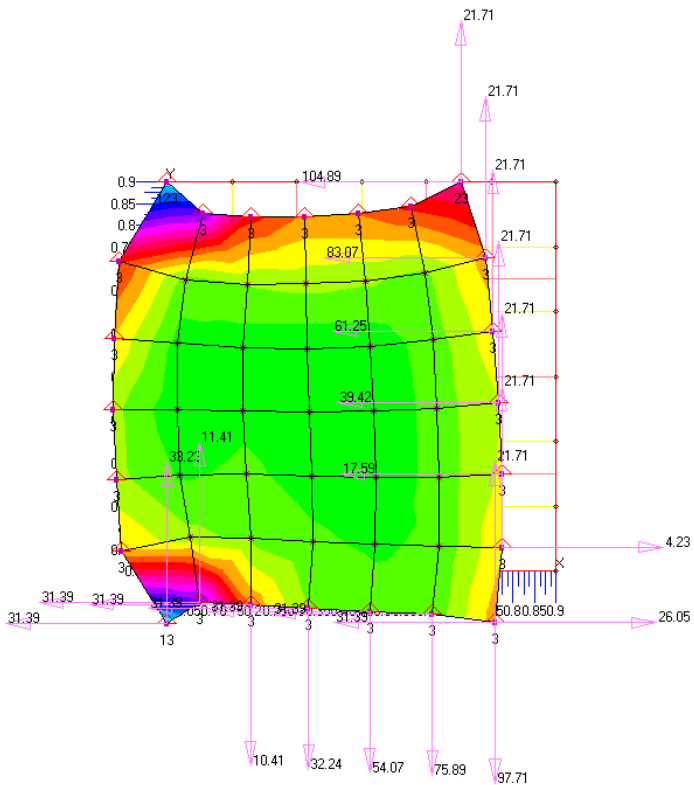
6.1. Τετραγωνική πλάκα

6.1.1 Πάχος πλάκας 4 mm

A)

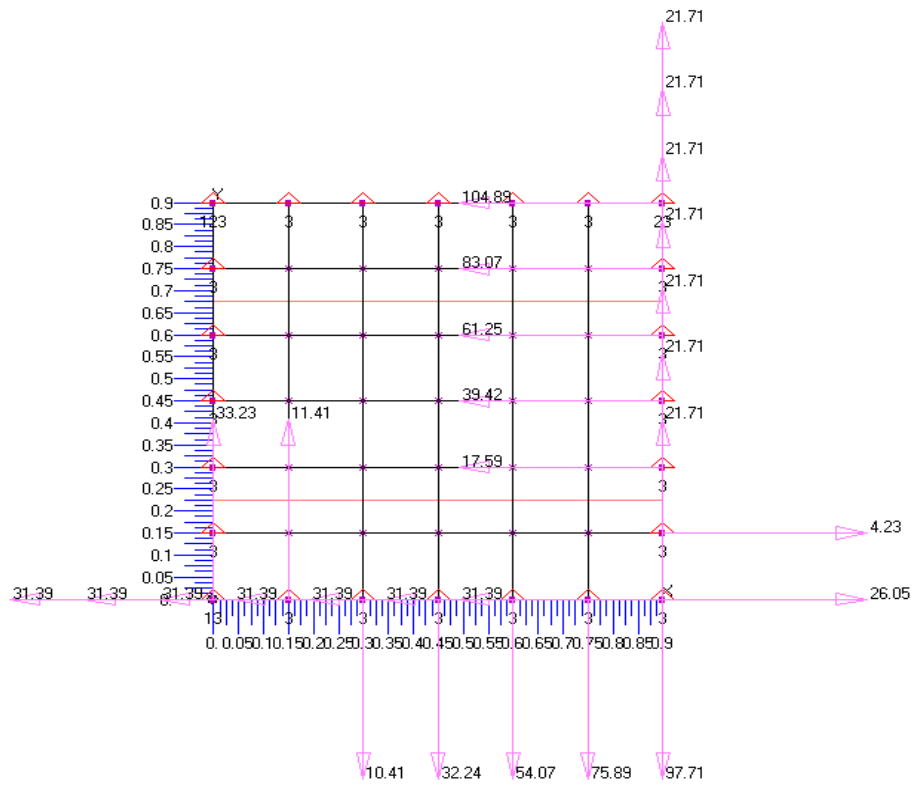


B)

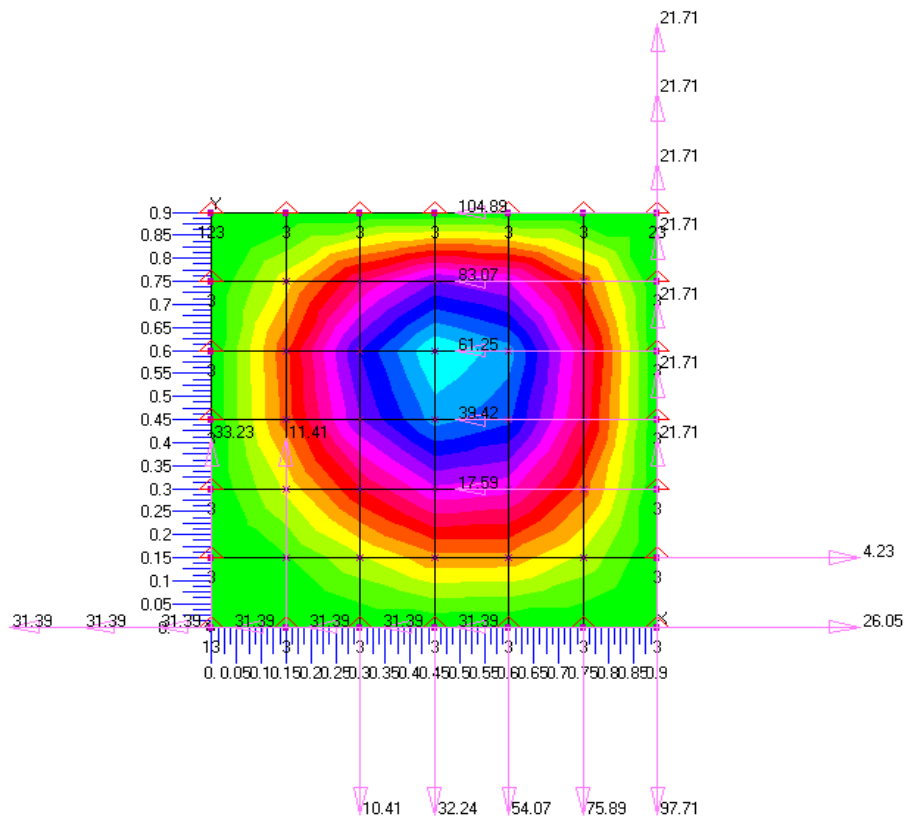


6.1.2 Πάχος πλάκας 4,2 mm

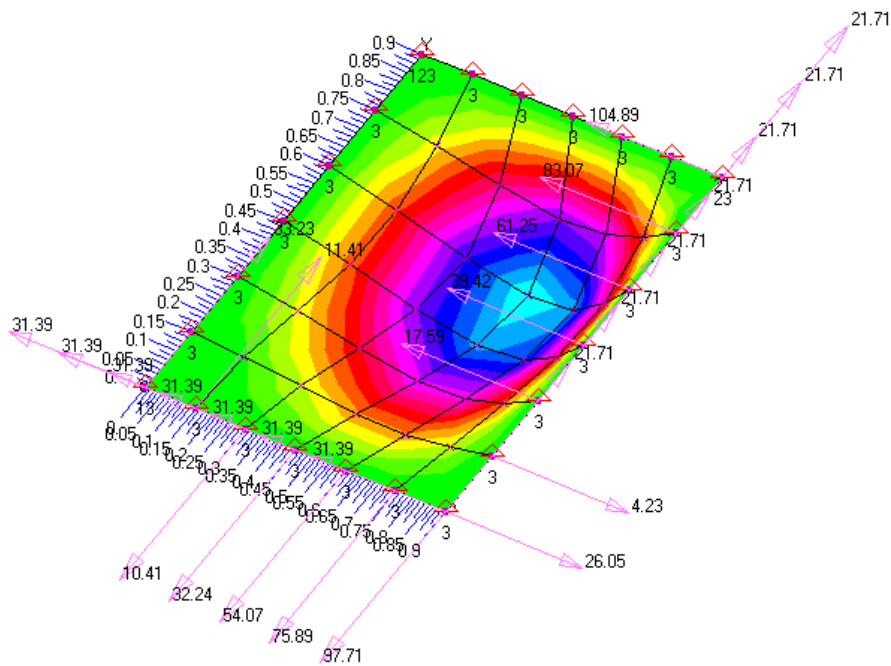
A)



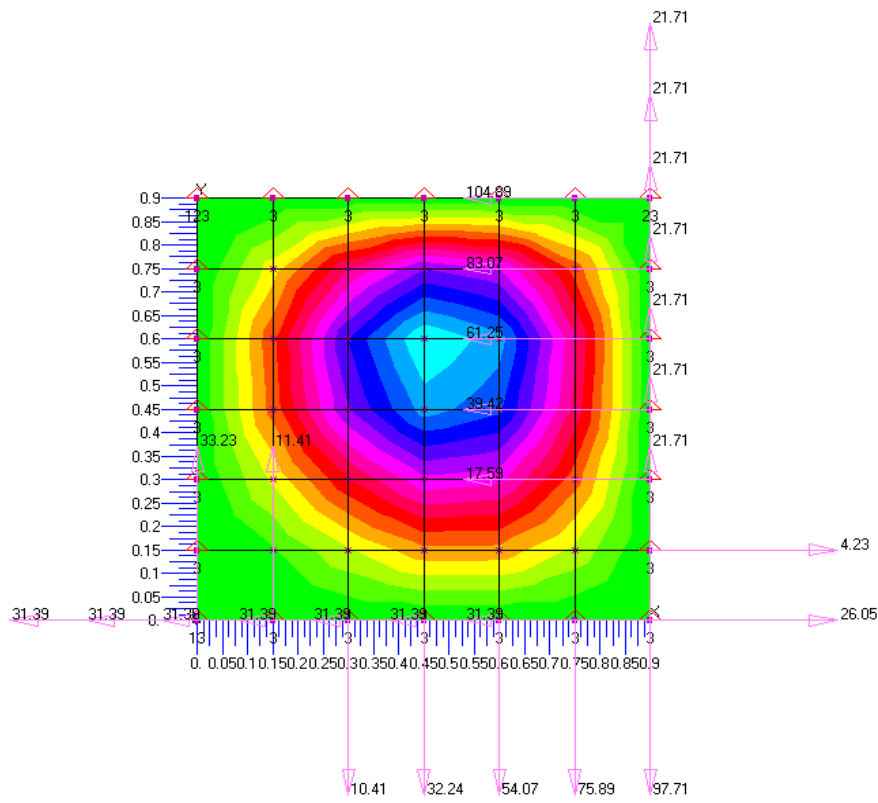
Γ)



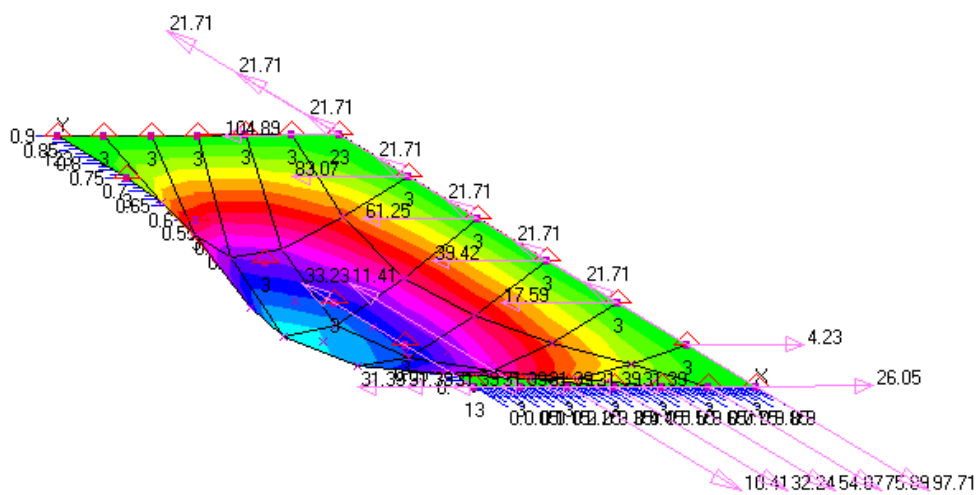
Δ)



Γ)

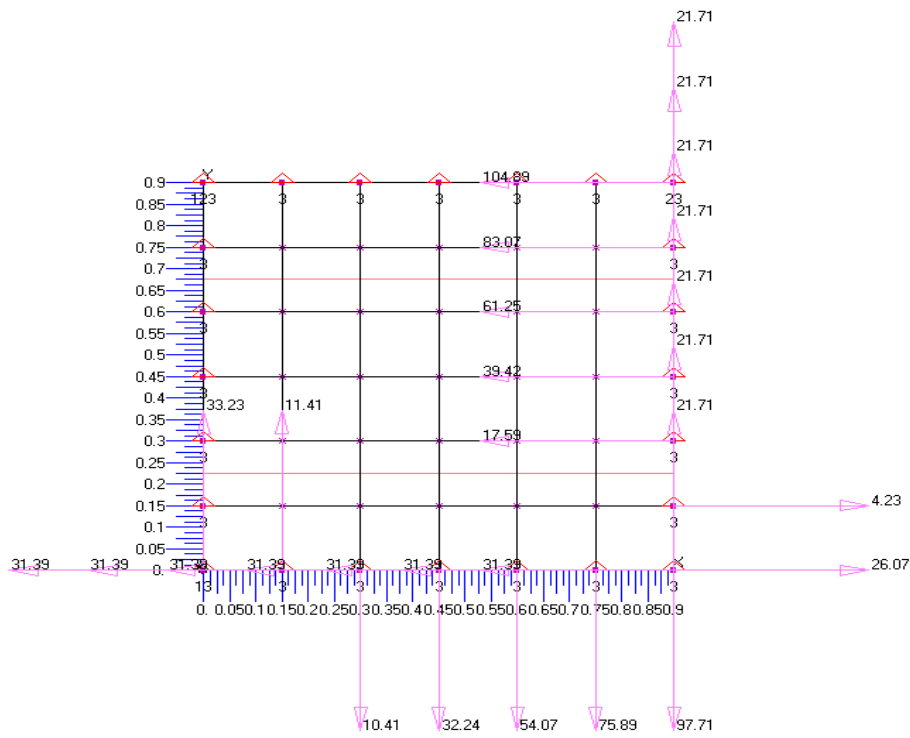


Δ)

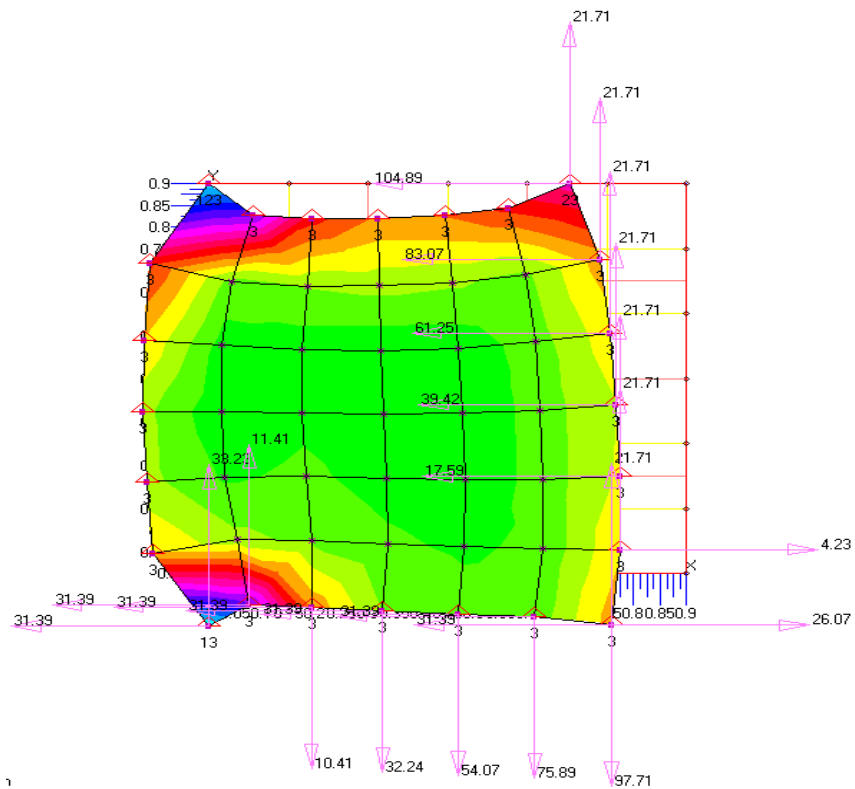


6.1.4 Πάχος πλάκας 5 mm

A)

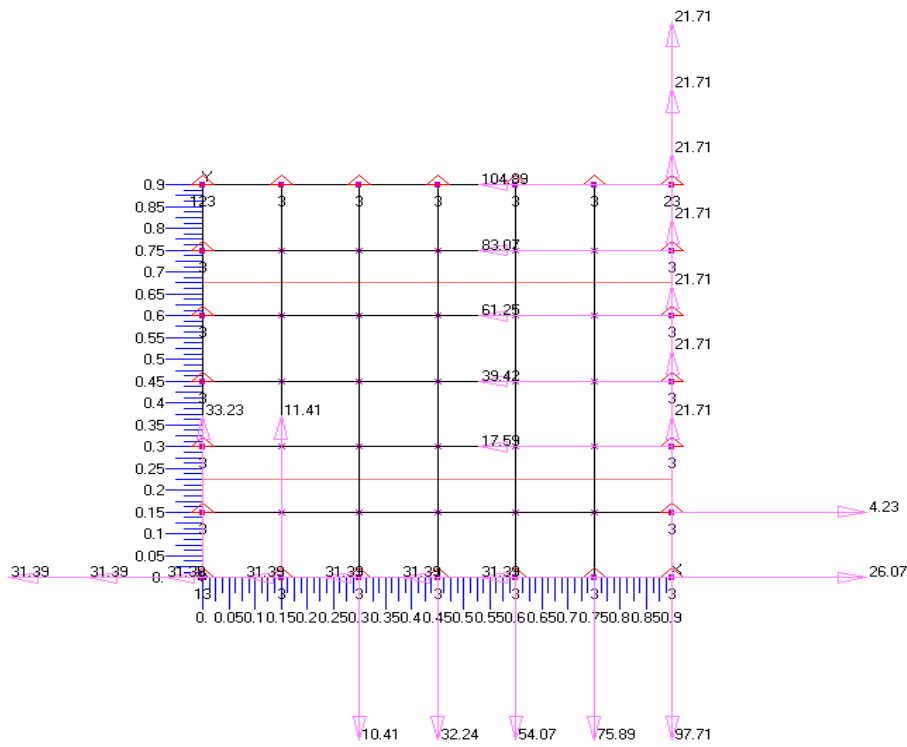


B)

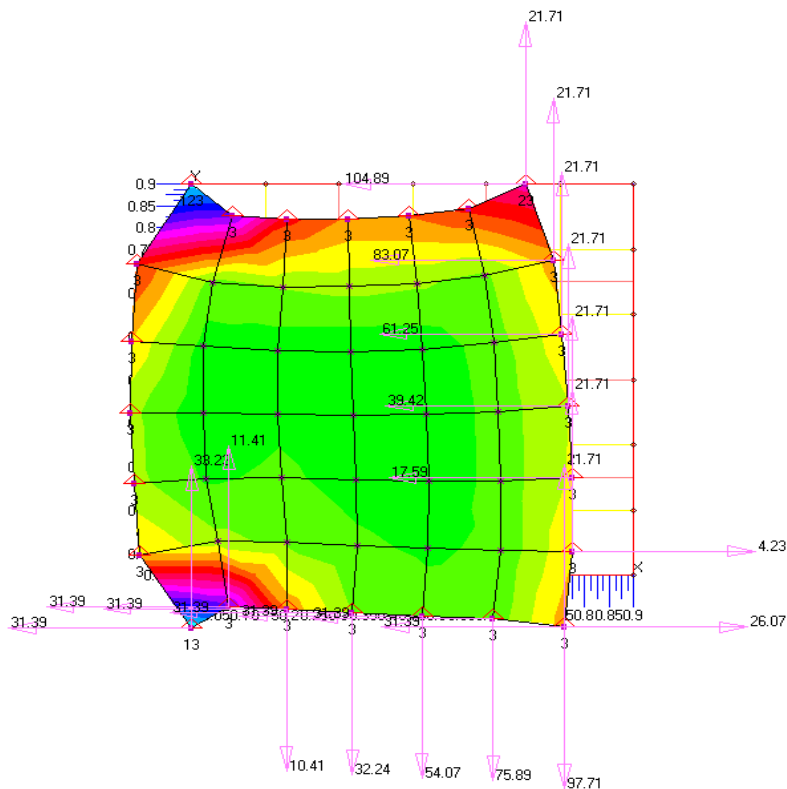


6.1.5 Πάχος πλάκας 6 mm

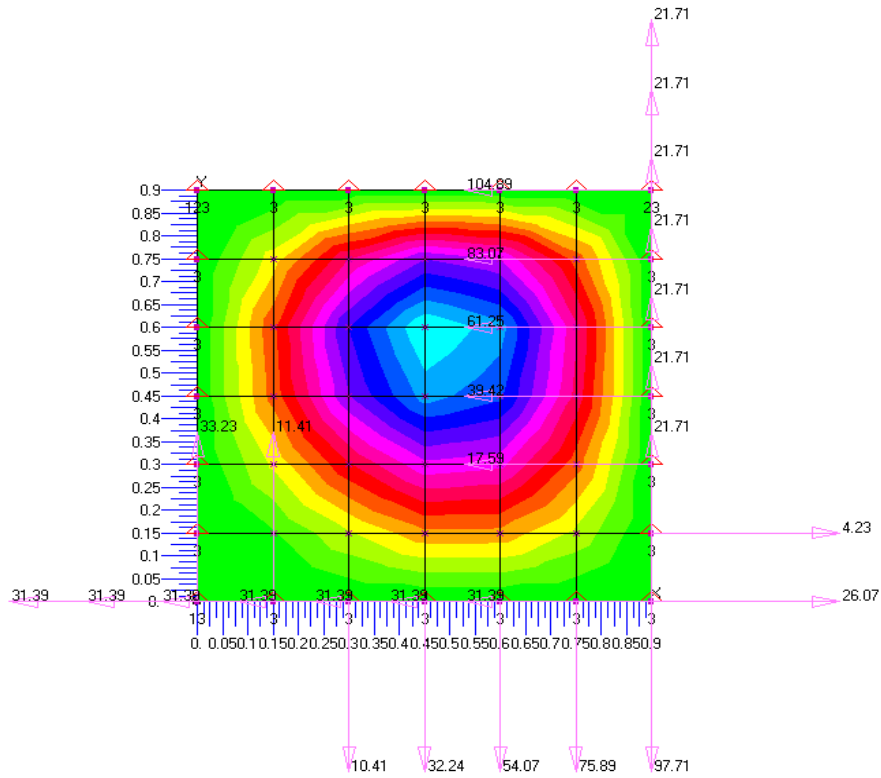
A)



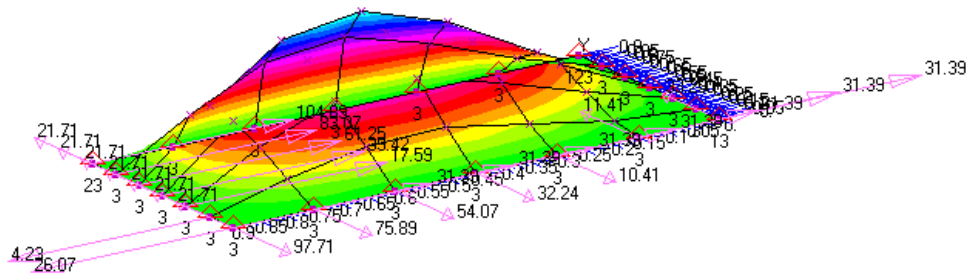
B)



Γ)



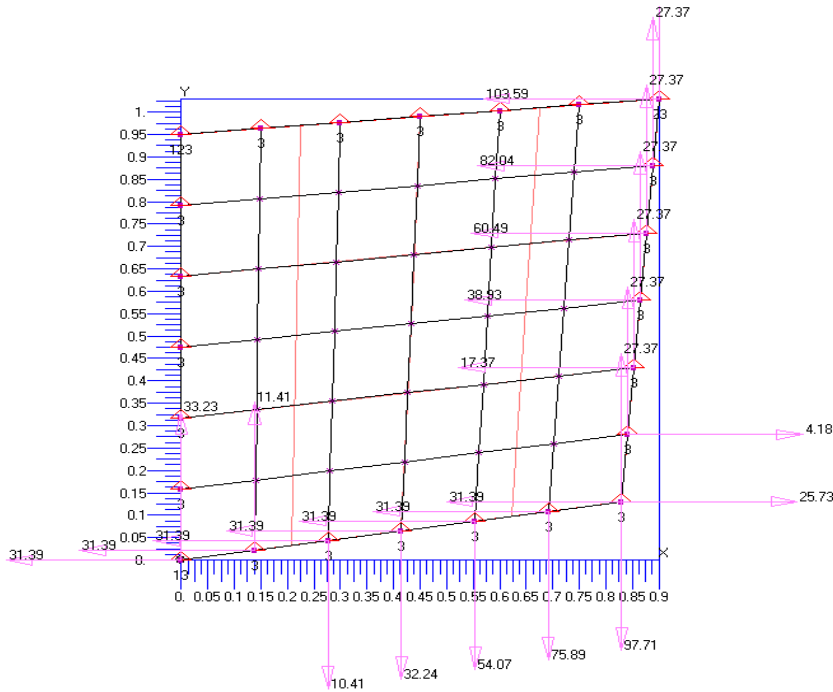
Δ)



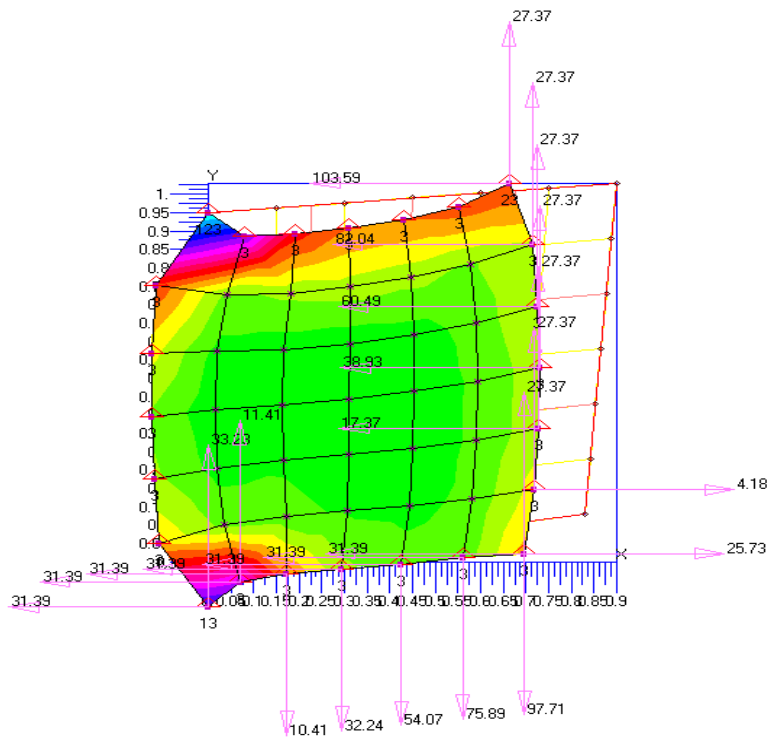
6.2. Πλάκα σύνδεσης δοκού-υποστυλώματος μεταβλητής διατομής

6.2.1.1. Γωνία σύνδεσης 9°, τύπος σχήματος α

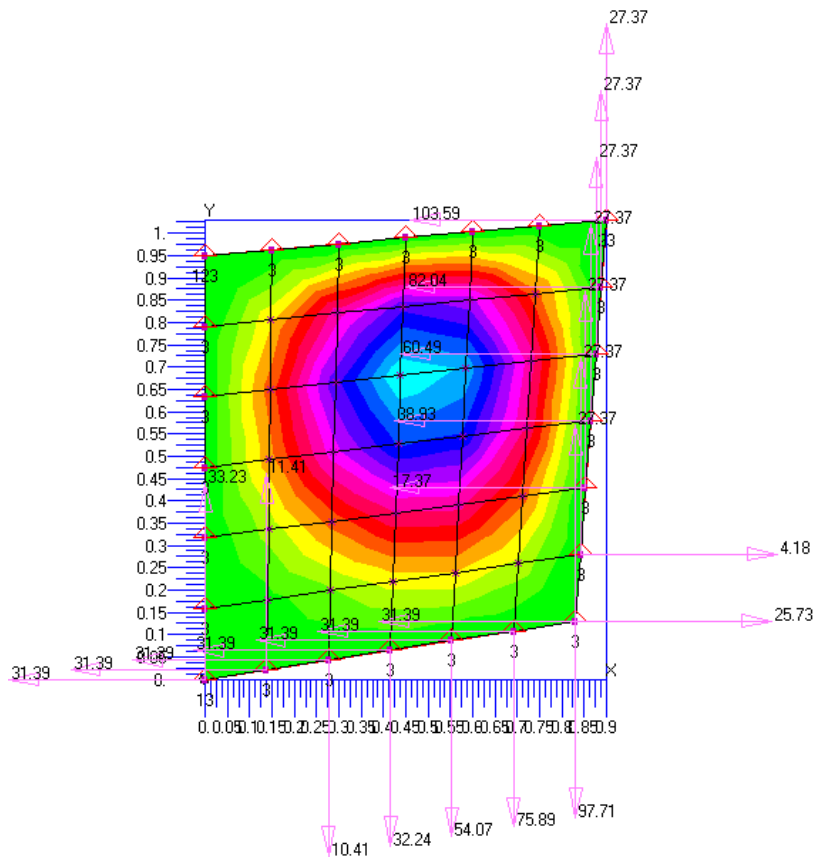
A)



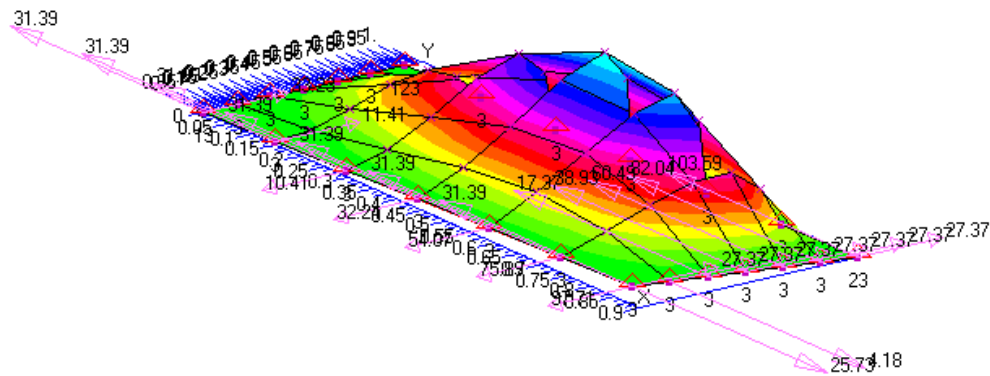
B)



Γ)

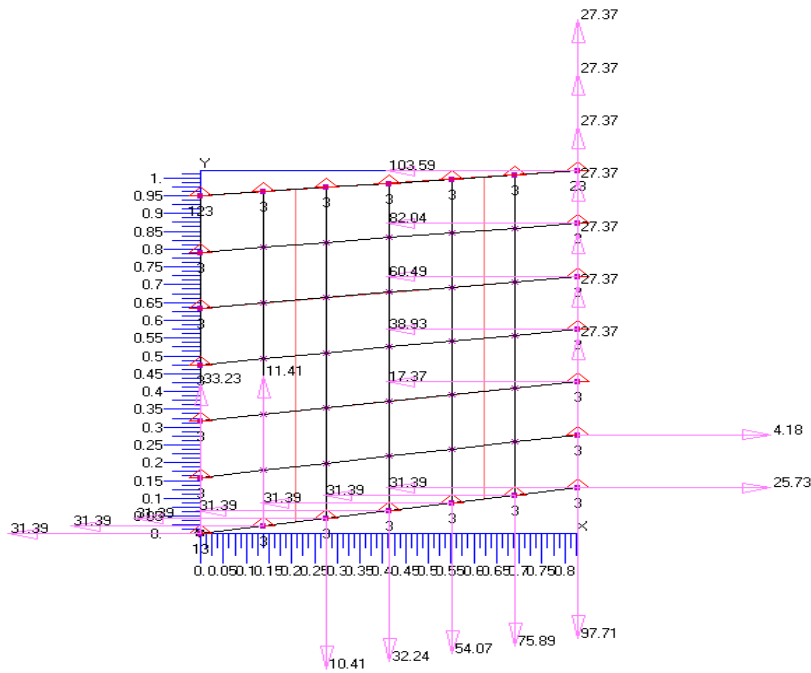


Δ)

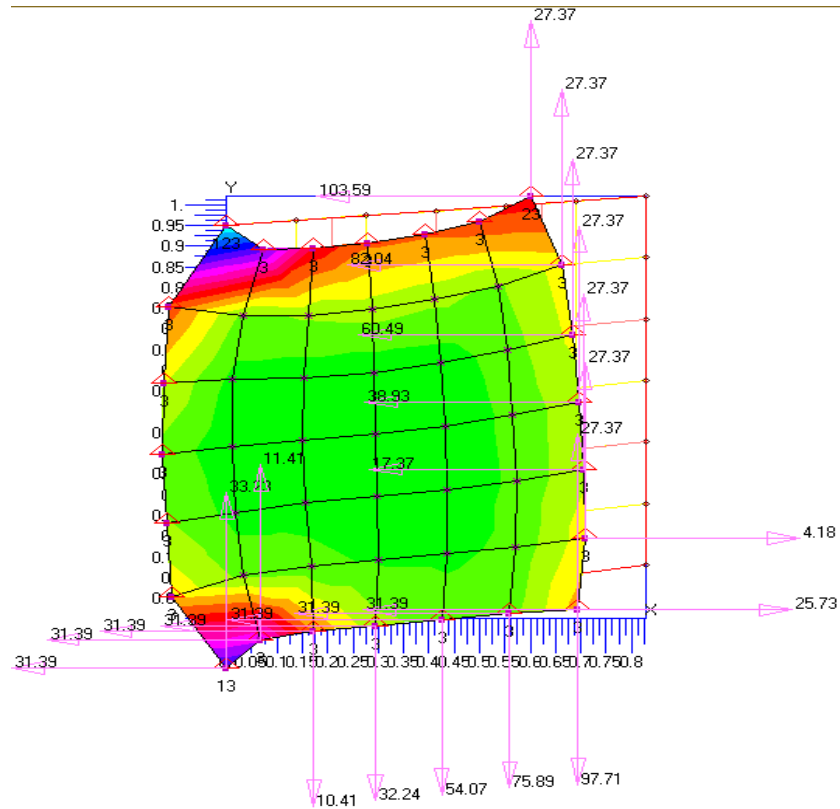


6.2.1.2. Γωνία σύνδεσης 9° , τύπος σχήματος β

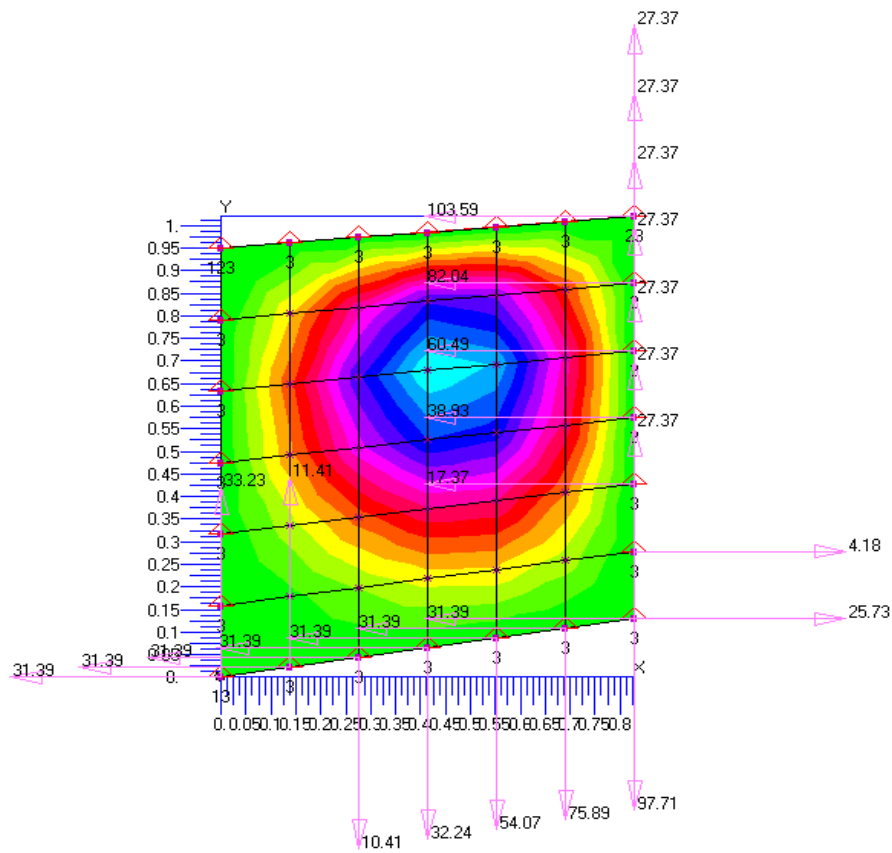
A)



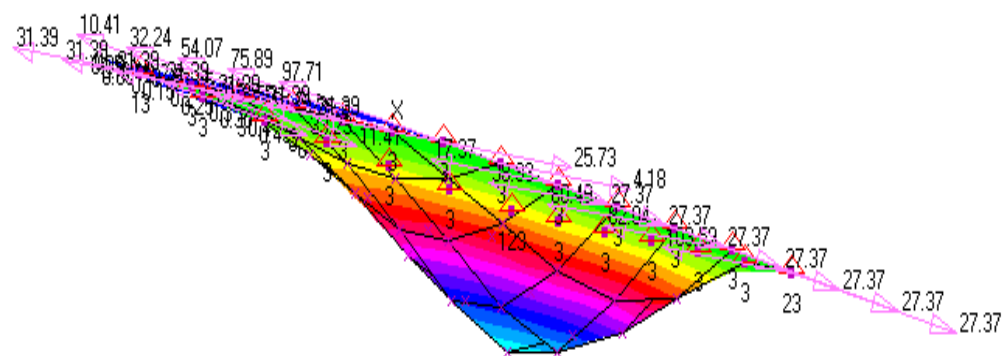
B)



Γ)

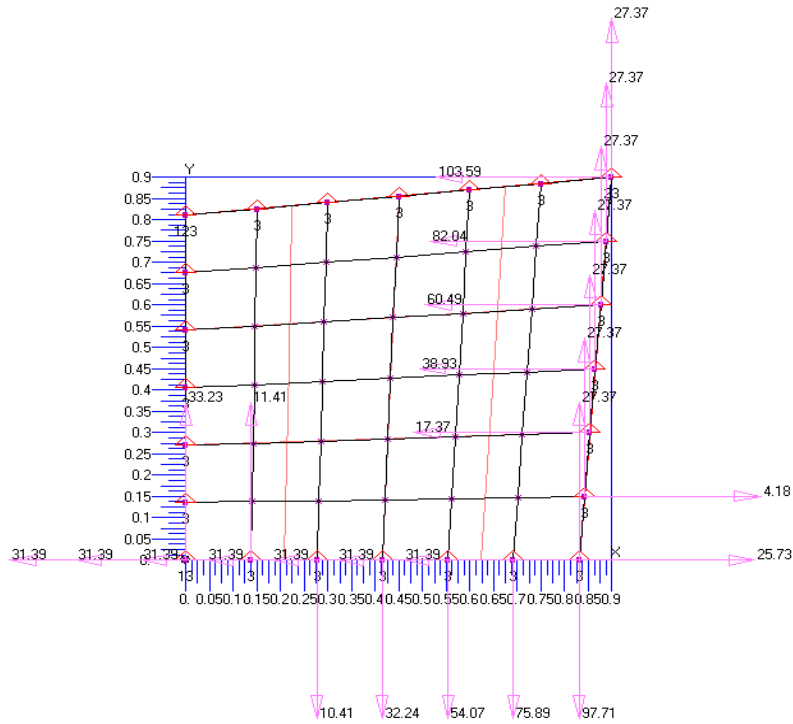


Δ)

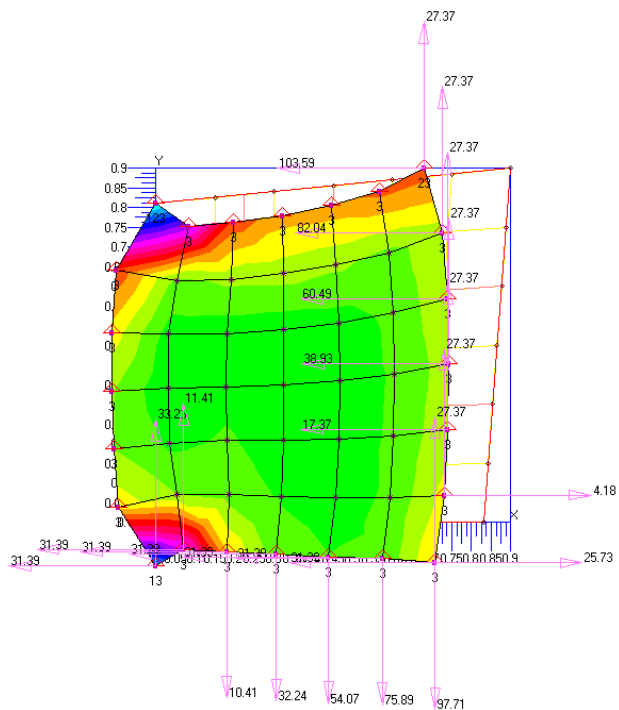


6.2.1.3. Γωνία σύνδεσης 9° , τύπος σχήματος γ

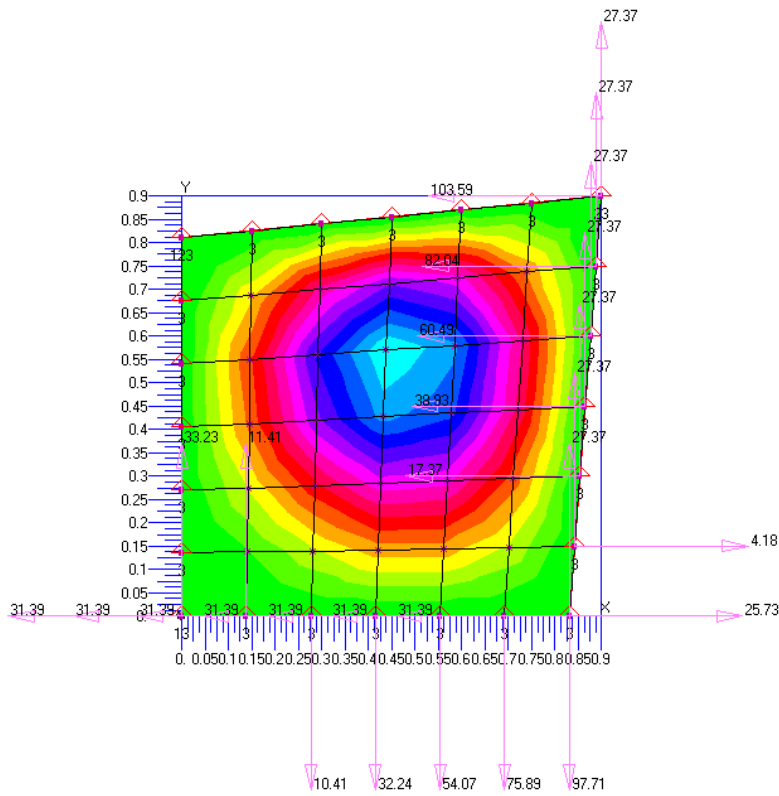
A)



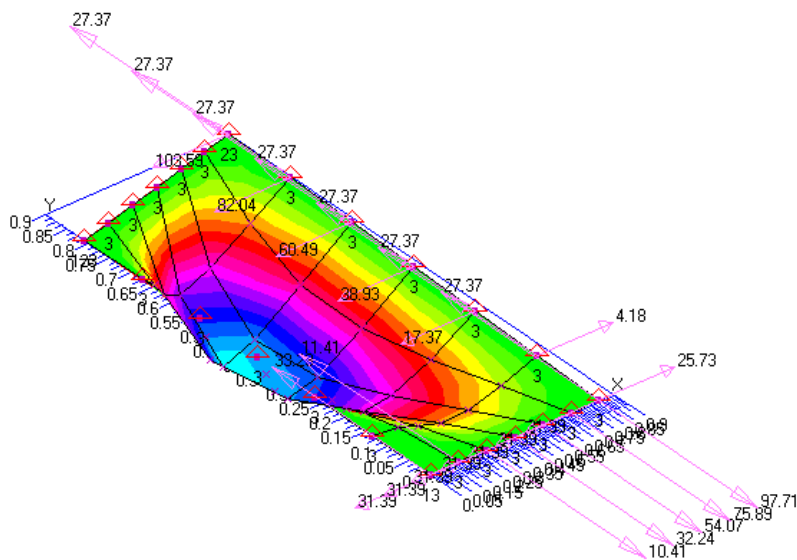
B)



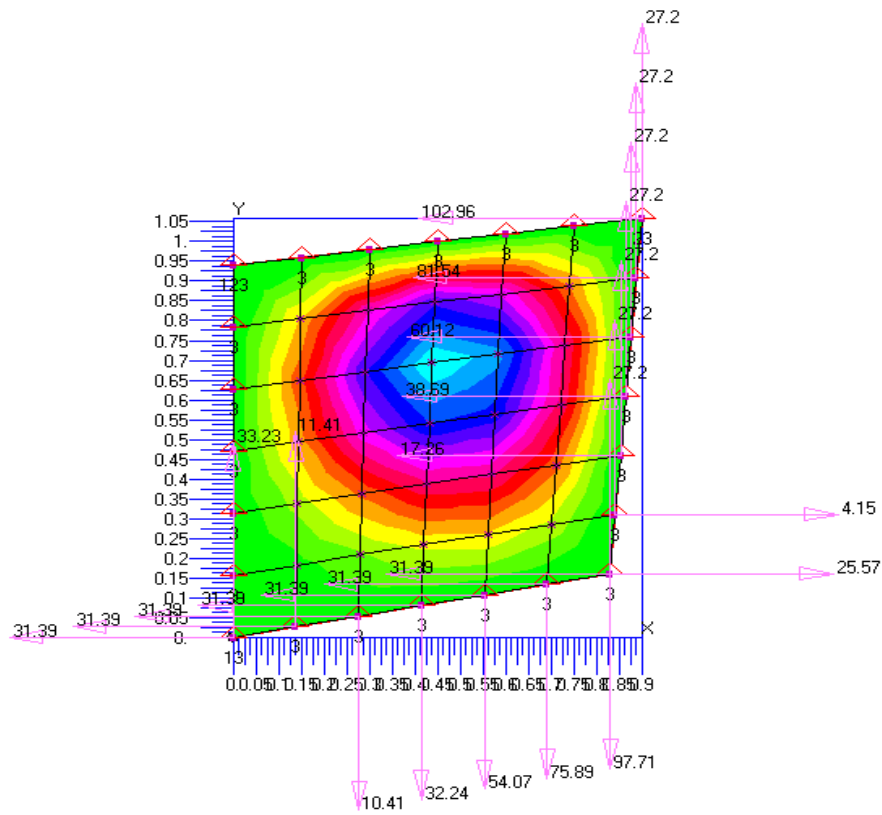
Γ)



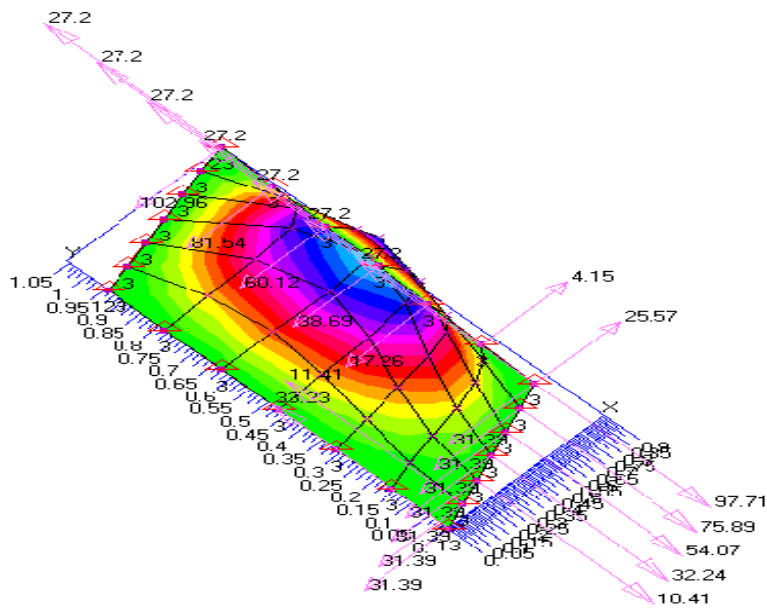
Δ)



Γ)

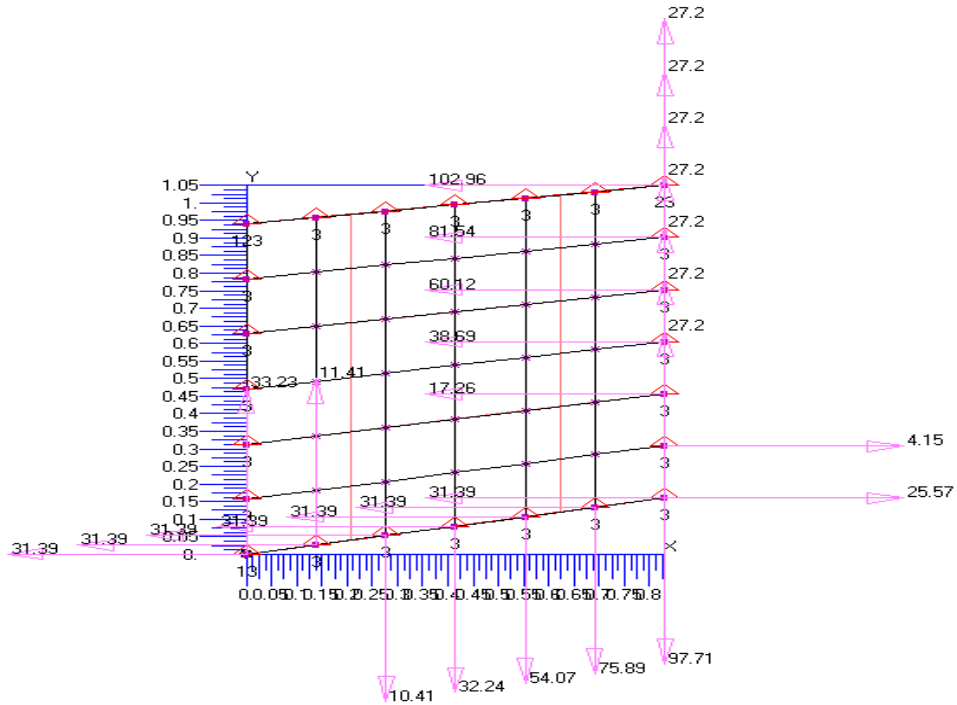


Δ)

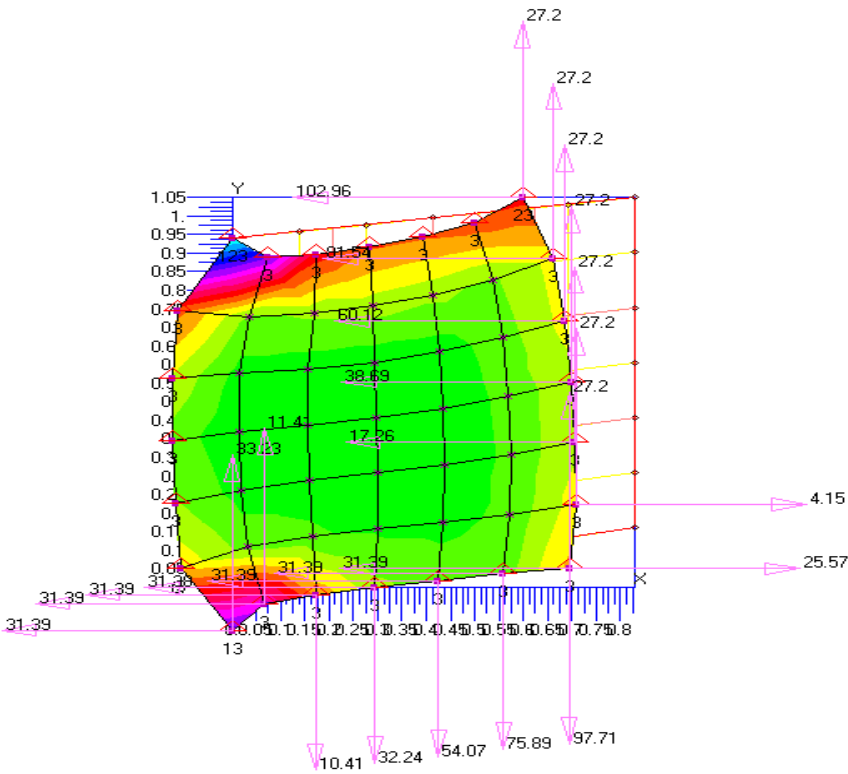


6.2.2.2. Γωνία σύνδεσης 11°, τύπος σχήματος β

A)

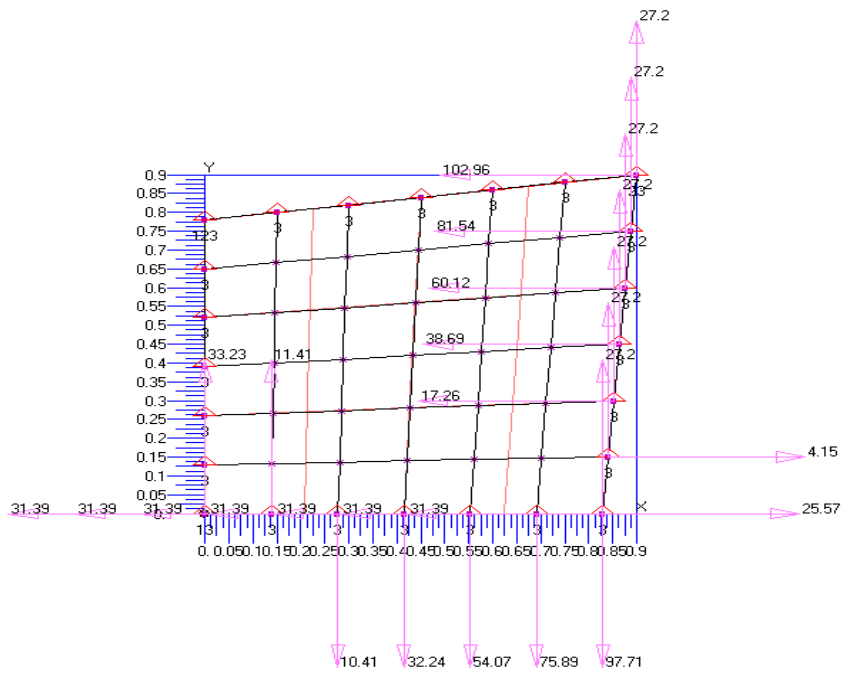


B)

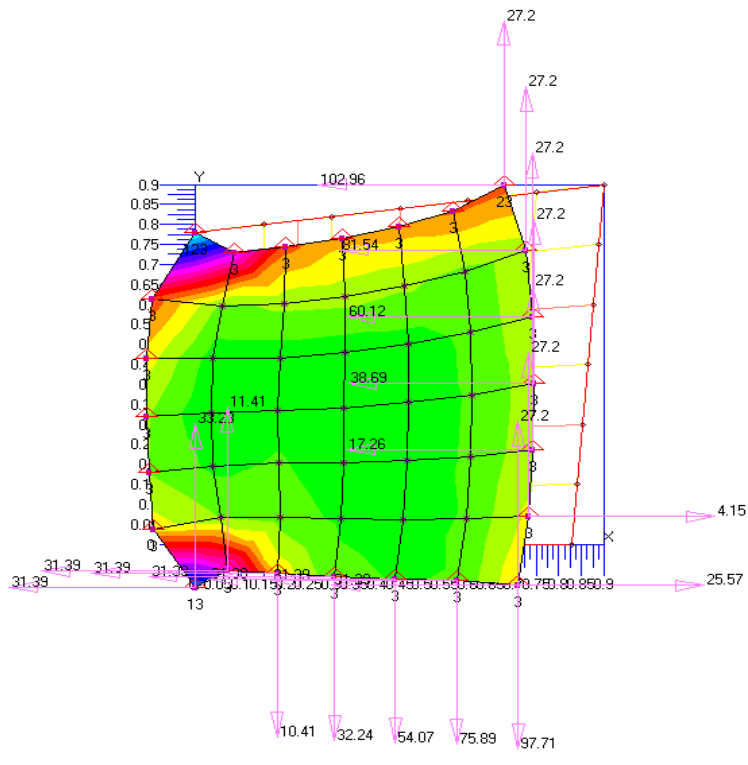


6.2.2.3. Γωνία σύνδεσης 11°, τύπος σχήματος γ

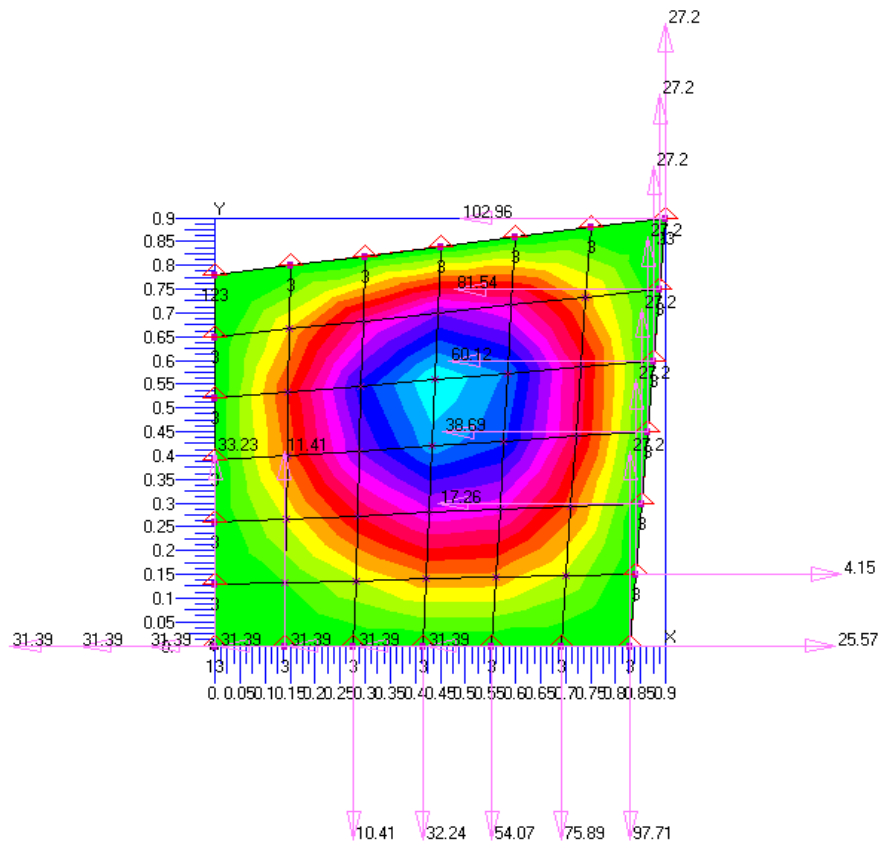
A)



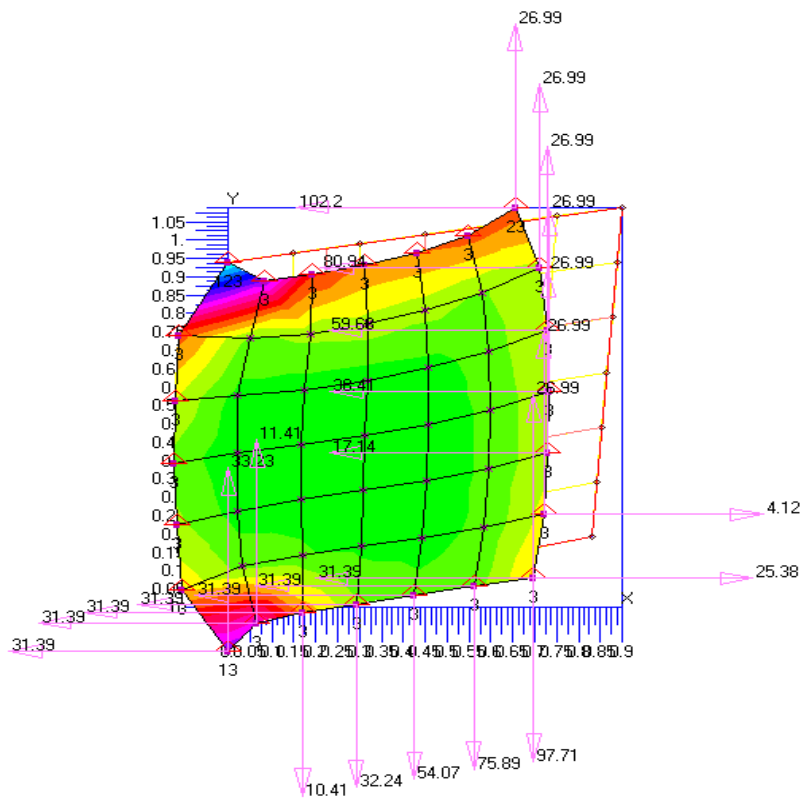
Β)



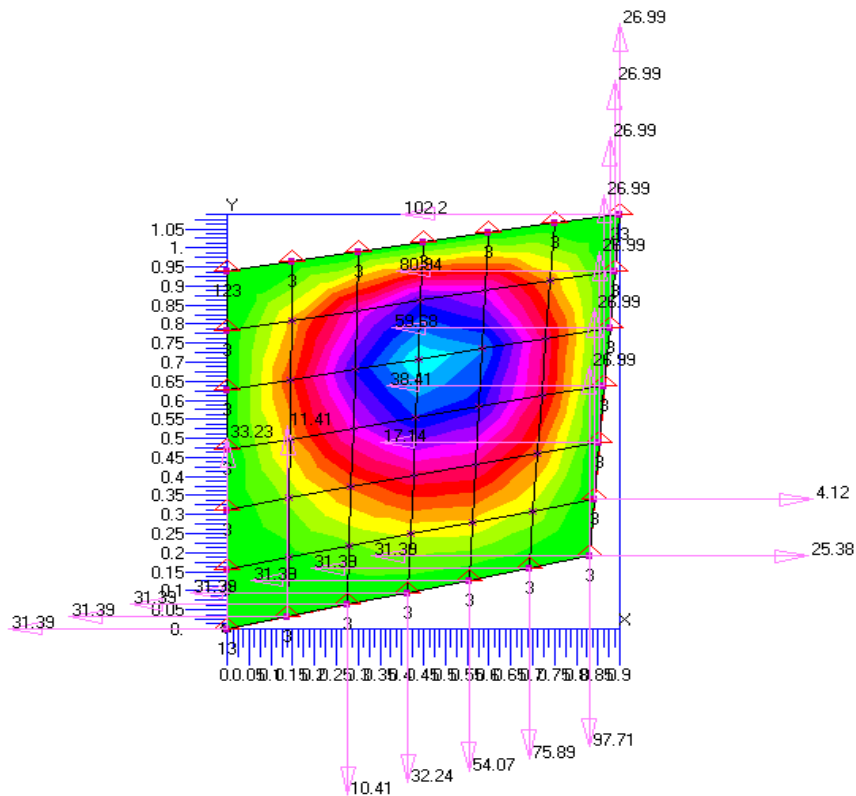
Γ)



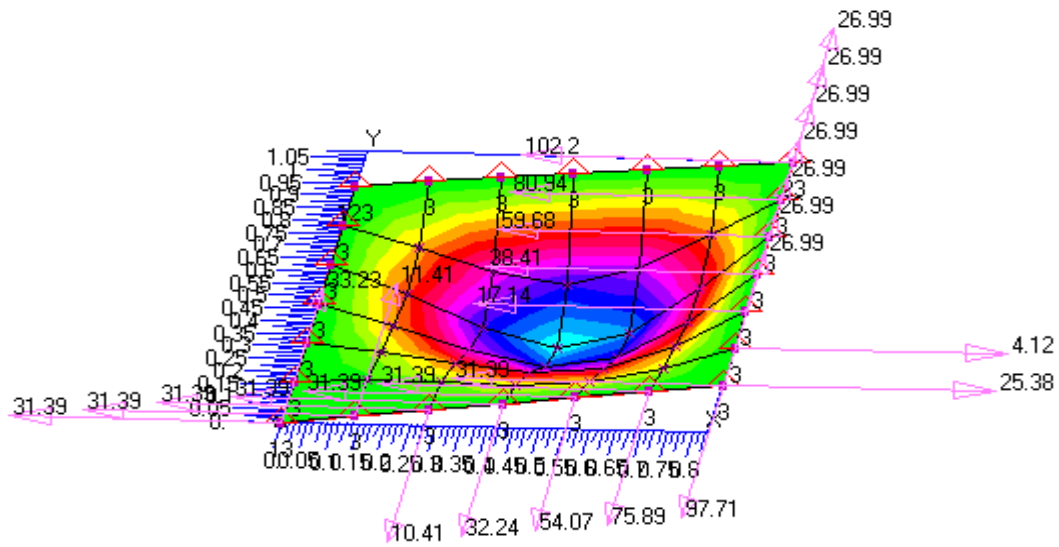
B)



Γ)

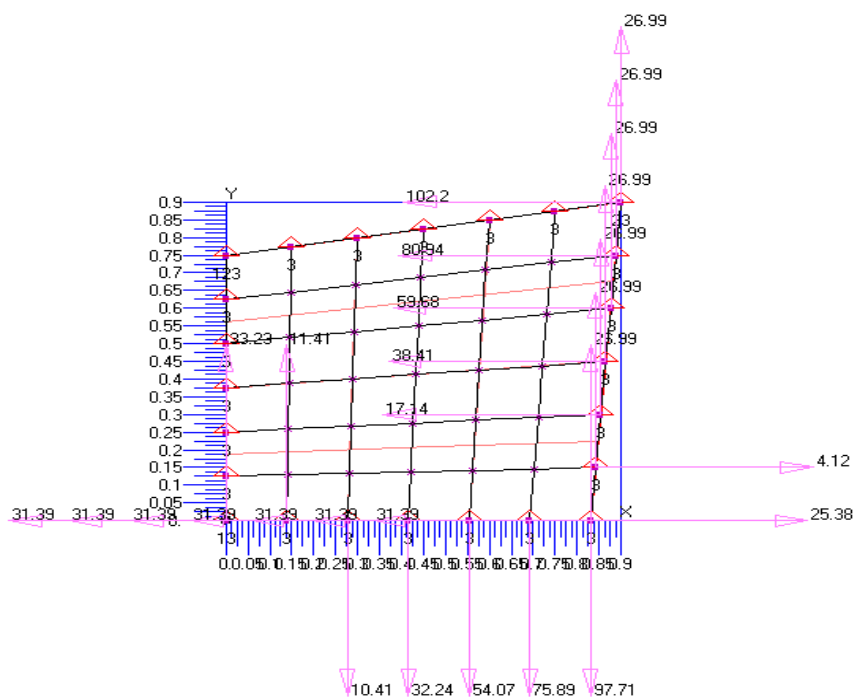


Δ)

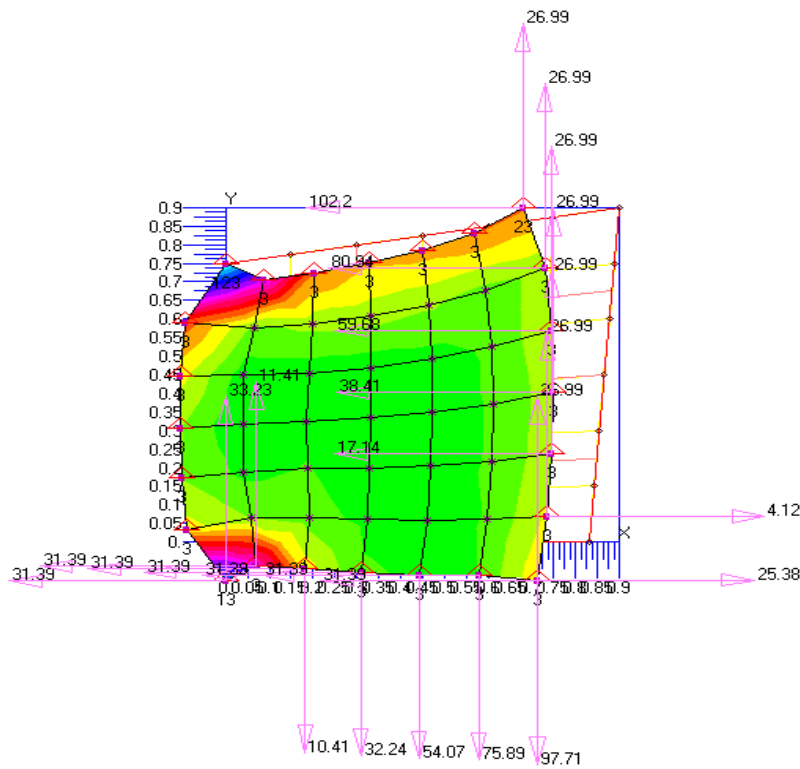


6.2.3.3. Γωνία σύνδεσης 13°, τύπος σχήματος γ

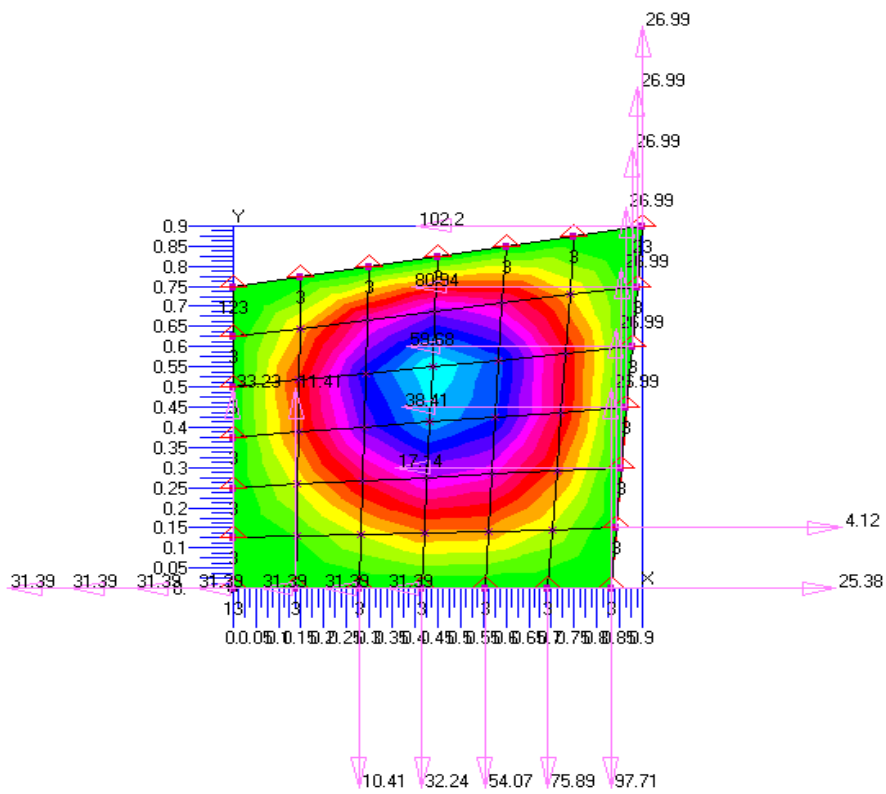
Α)



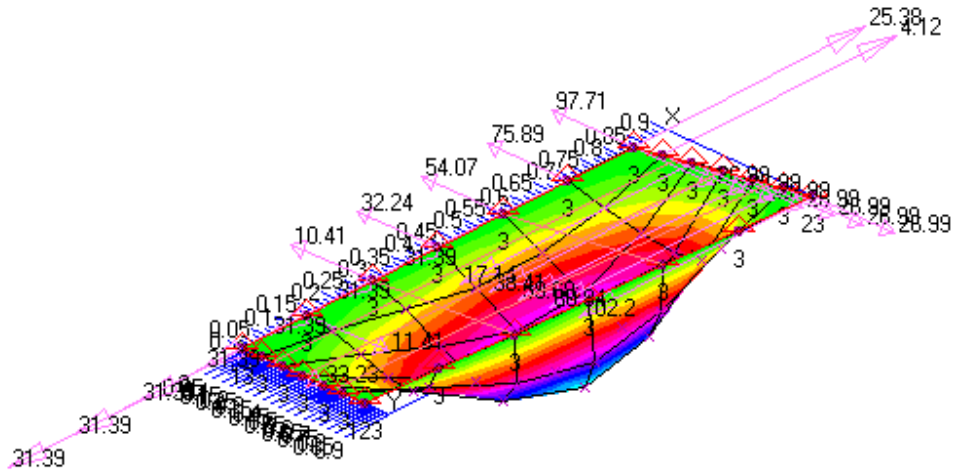
B)



Γ)

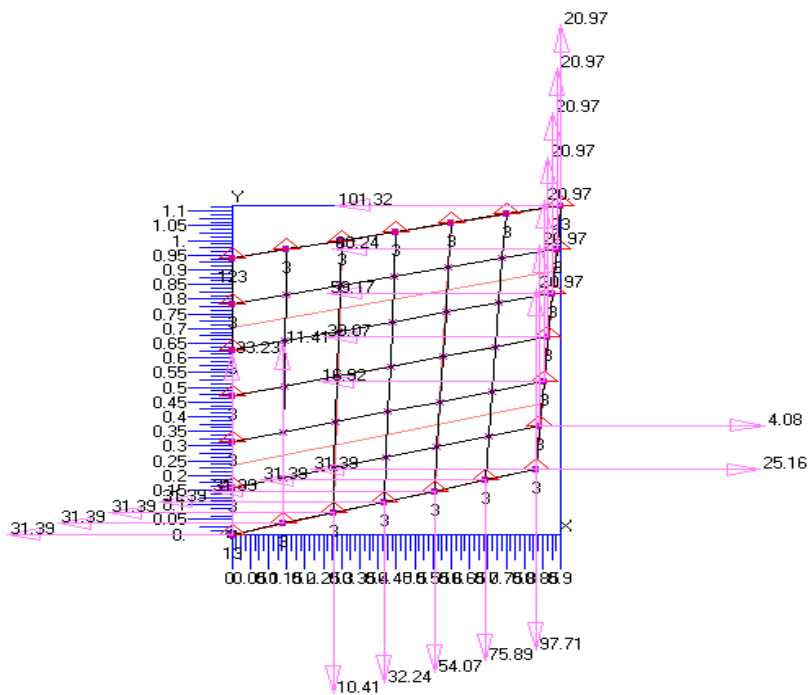


Δ)

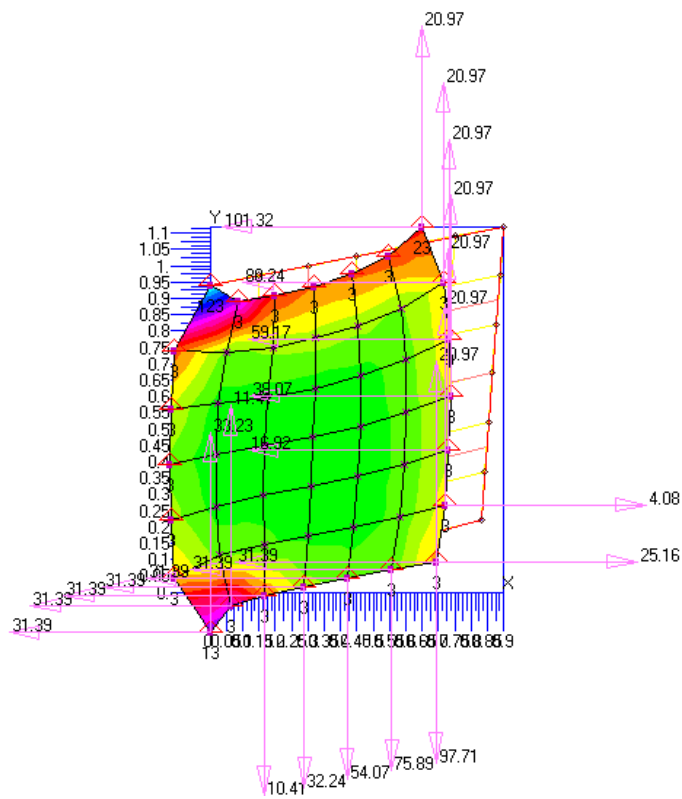


6.2.4.1. Γωνία συνδεσης 15°, τύπος σχήματος α

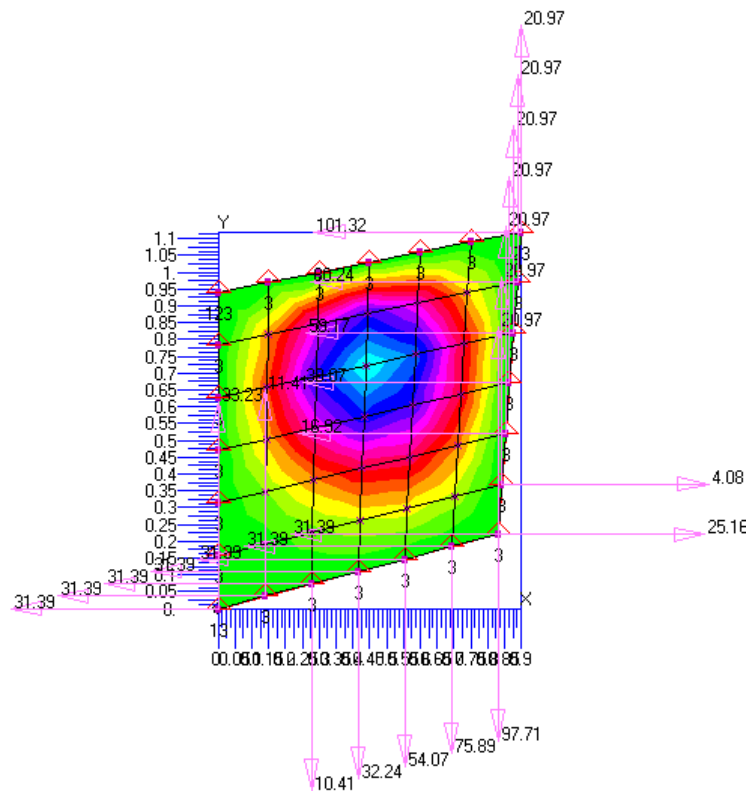
Α)



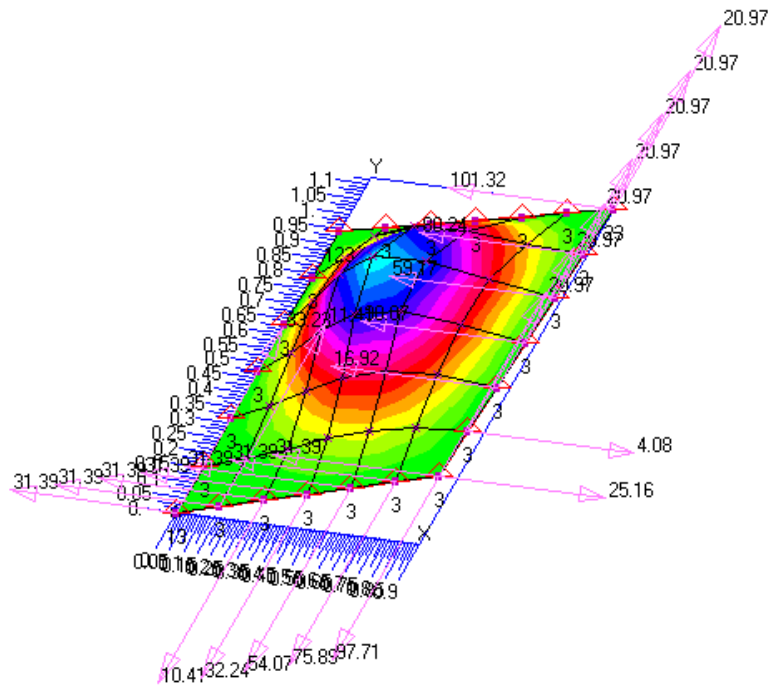
B)



Γ)

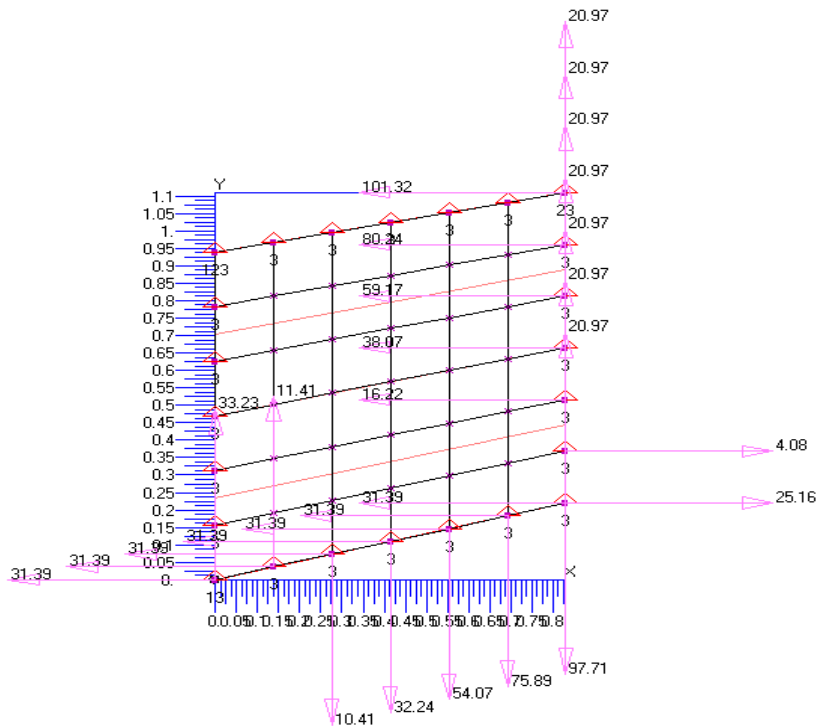


Δ)

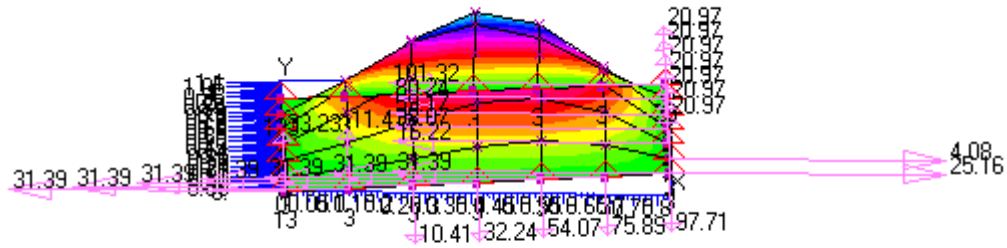


6.2.4.2. Γωνία σύνδεσης 15°, τύπος σχήματος β

A)

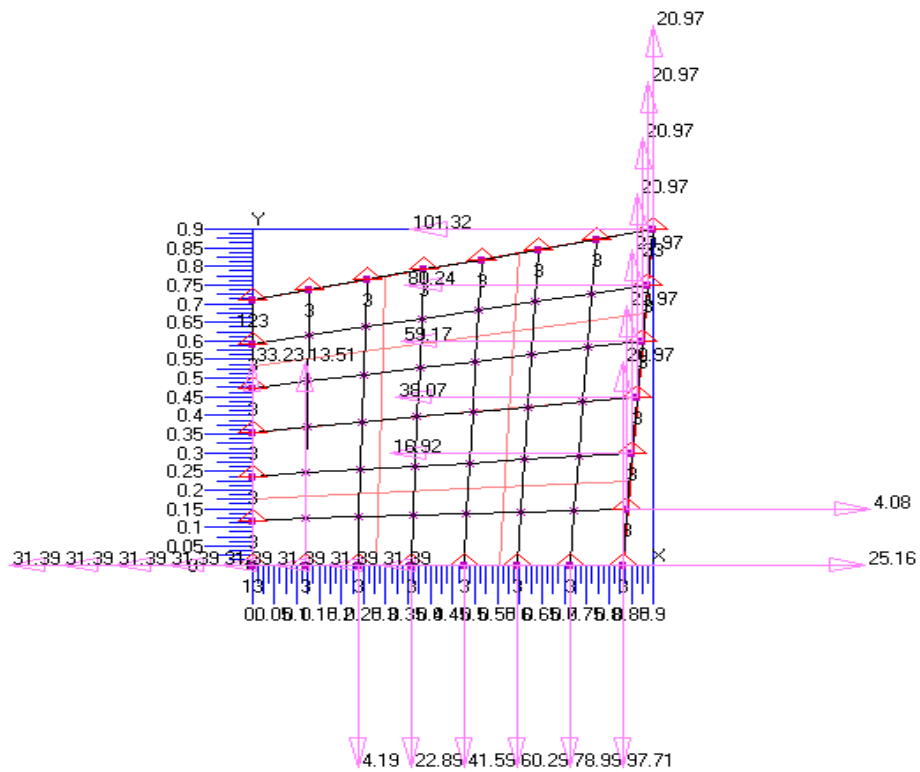


Δ)

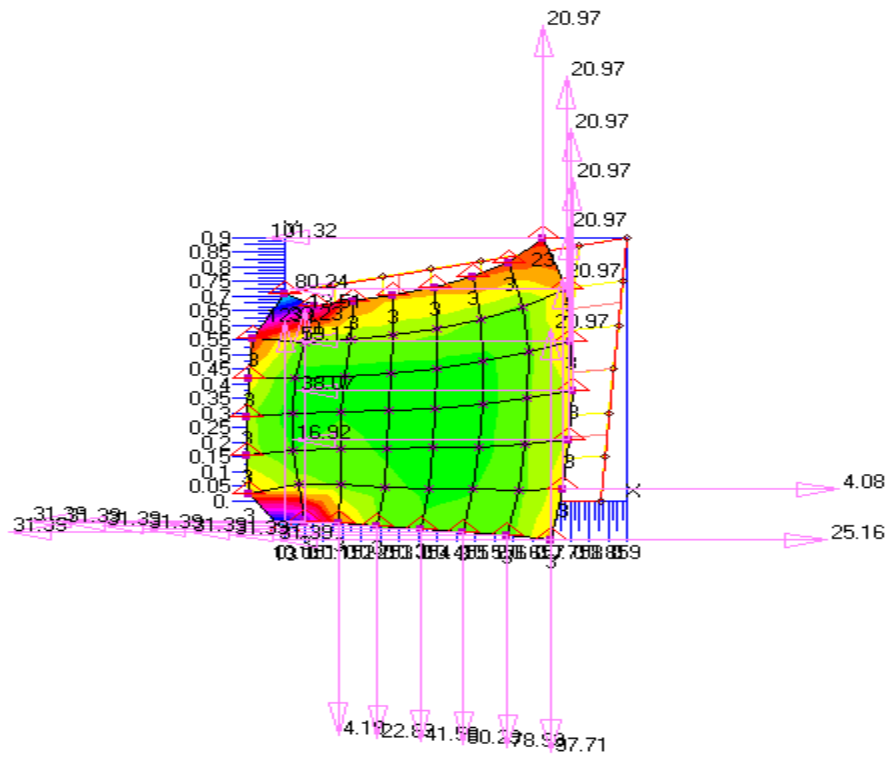


6.2.4.3. Γωνία σύνδεσης 15°, τύπος σχήματος γ

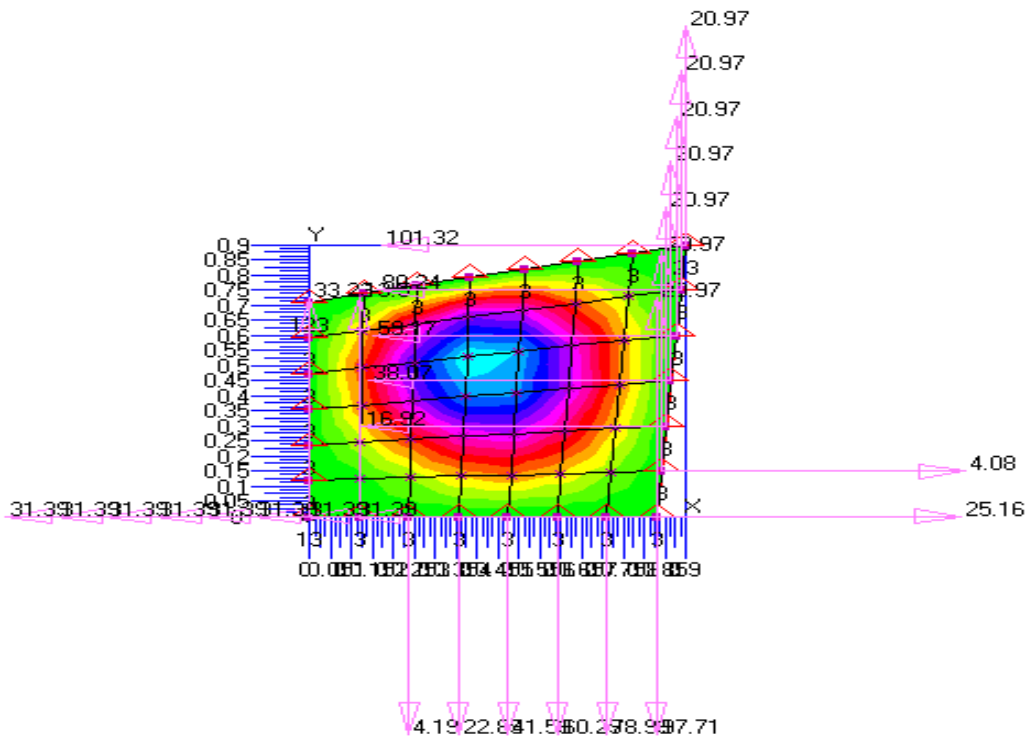
Α)



B)



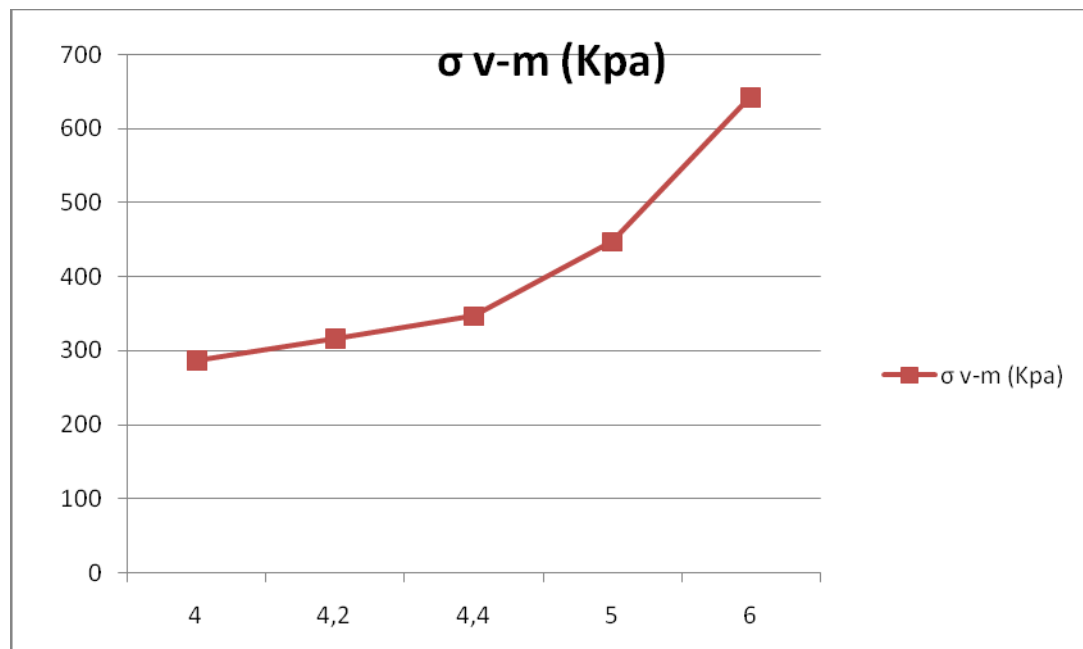
Γ)



7° ΚΕΦΑΛΑΙΟ : Συγκριτικοί πίνακες

7.1.Ανάλογα με το πάχος της τετραγωνικής πλάκας

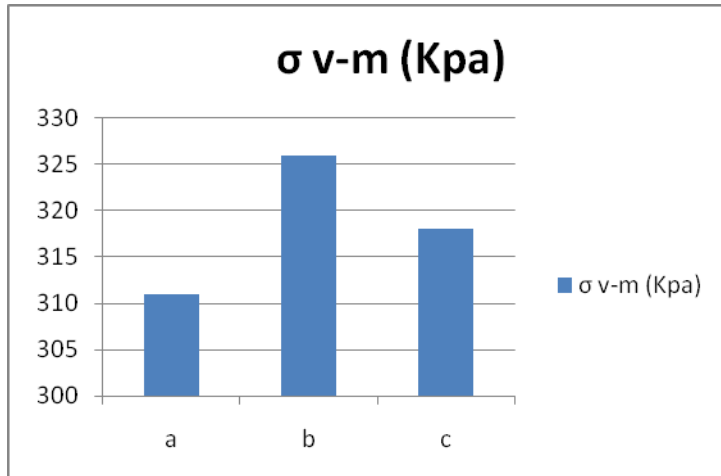
t(mm)	σ_{v-m} (Kpa)
4	286
4,2	316
4,4	346
5	447
6	643



7.2.Ανάλογα με τον τύπο σχήματος της σύνδεσης για κάθε εσωτερική γωνία

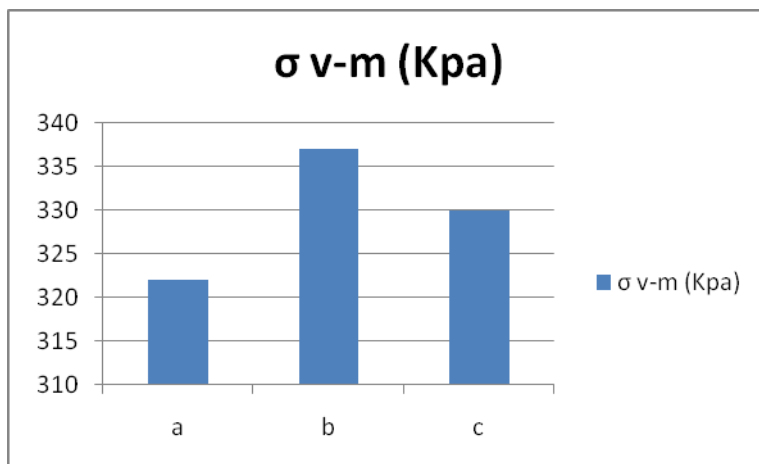
7.2.1 Γωνία 9°

Σχήμα πλάκας	σ v-m (Kpa)
a	311
b	326
c	318



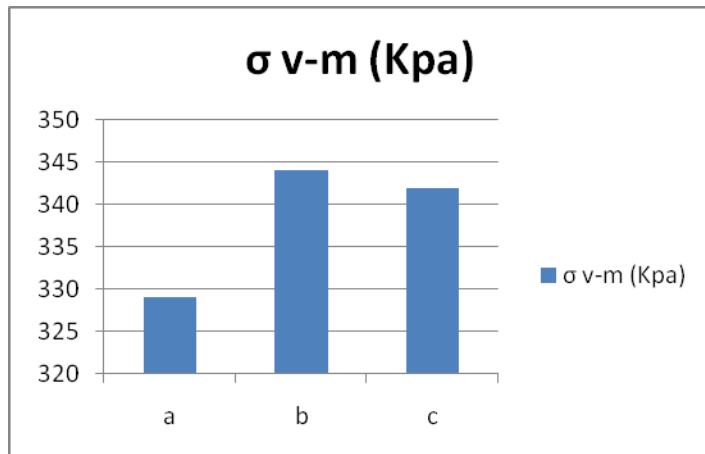
7.2.2 Γωνία 11°

Σχήμα πλάκας	σ v-m (Kpa)
a	322
b	337
c	330



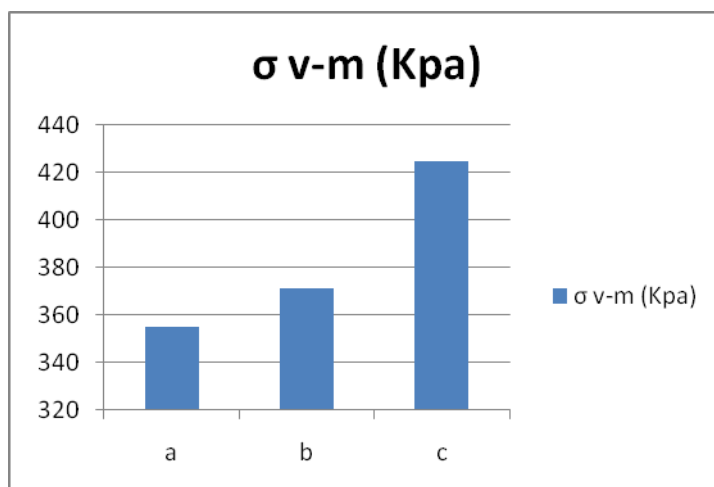
7.2.3 Γωνία 13°

Σχήμα πλάκας	σ_{v-m} (Kpa)
a	329
b	344
c	342



7.2.4 Γωνία 15°

Σχήμα πλάκας	σ_{v-m} (Kpa)
a	355
b	371
c	425



8ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ:Παρουσίαση τιμών όλων των διατομών και συμπεράσματα

8.1 Αριθμητικά στοιχεία διατομών

Αρχικά θα γίνει περιληπτική αναφορά στις τιμές Von Mises, του συντελεστή f , καθώς και στις αναπτυσσόμενες τάσεις, τόσο ανά γωνία, όσο και ανά σχήμα ανάλογα με τον τρόπο σύνδεσης για την εκάστοτε γωνία.

Τιμές σχημάτων 9 μοιρών:

Πρώτο σχήμα:

Von Mises: 1183817 KPa

Συντελεστής f : 0,262515

Αναπτυσσόμενη τάση: 310.769,7198 KPa

Δεύτερο σχήμα:

Von Mises: 1186886 KPa

Συντελεστής f : 0,274969

Αναπτυσσόμενη τάση: 326.356,8565 KPa

Τρίτο σχήμα:

Von Mises: 1214441 KPa

Συντελεστής f : 0,261968

Αναπτυσσόμενη τάση: 318.144,6799 KPa

Τιμές σχημάτων 11 μοιρών:

Πρώτο σχήμα:

Von Mises: 1222243 KPa

Συντελεστής f: 0,263535

Αναπτυσσόμενη τάση: 322.103,809 KPa

Δεύτερο σχήμα:

Von Mises: 1226658 KPa

Συντελεστής f: 0,274671

Αναπτυσσόμενη τάση: 336.927,3795 KPa

Τρίτο σχήμα:

Von Mises: 1251824 KPa

Συντελεστής f: 0,263745

Αναπτυσσόμενη τάση: 330.162,3209 KPa

Τιμές σχημάτων για 13 μοίρες:

Πρώτο σχήμα:

Von Mises: 1244851 KPa

Συντελεστής f: 0,264688

Αναπτυσσόμενη τάση: 329.497,1215 KPa

Δεύτερο σχήμα:

Von Mises: 1249831 KPa

Συντελεστής f: 0,274884

Αναπτυσσόμενη τάση: 343.558,5446 KPa

Τρίτο σχήμα:

Von Mises: 1289118 KPa

Συντελεστής f: 0,265594

Αναπτυσσόμενη τάση: 342.382,0061 KPa

Τιμές σχημάτων για 15 μοίρες:

Πρώτο σχήμα:

Von Mises: 1263299 KPa

Συντελεστής f: 0,280935

Αναπτυσσόμενη τάση: 354.904,9046 KPa

Δεύτερο σχήμα:

Von Mises: 1264258 KPa

Συντελεστής f: 0,293449

Αναπτυσσόμενη τάση: 370.995,245 KPa

Τρίτο σχήμα:

Von Mises: 1454250 KPa

Συντελεστής f: 0,292426

Αναπτυσσόμενη τάση: 425.260,5105 KPa

Στην συνέχεια θα γίνει αναλυτική μελέτη των παραπάνω στοιχείων ώστε να έχουμε την ακριβή εικόνα του μεγέθους της επίδρασης του εκάστοτε στοιχείου στη λειτουργία του φορέα.

8.2 Συγκριτικά στοιχεία και συμπεράσματα διατομών ίδιου τύπου

Παρατηρούμε ότι η τιμή του Von Mises για τα σχήματα του ίδιου τύπου αυξάνεται με την αύξηση της γωνίας από 9 μέχρι 15 μοίρες. Βλέπουμε λοιπόν ότι η τιμή ξεκινάει από 1183817 KPa για τις 9 μοίρες και φτάνει μέχρι 1263299 KPa για τις 15 μοίρες. Για τα δεύτερα σχήματα οι τιμές ξεκινάνε από 1186886 KPa για τις 9 μοίρες και φτάνουν μέχρι 1264258 KPa για τις 15 μοίρες. Τέλος για τα σχήματα του τρίτου τύπου οι τιμές του Von Mises ξεκινούν από 1214441 KPa για τις 9 μοίρες και φτάνουν μέχρι 1454250 KPa για τις 15.

Όσο για τις τιμές του συντελεστή f , παρατηρούμε ότι και αυτές αυξάνονται με την αύξηση της γωνίας, εκτός από τις τιμές που αντιστοιχούν στα σχήματα του δεύτερου τύπου και για τις γωνίες των 9 και 11 μοιρών όπου η τιμή του συντελεστή μειώνεται. Επίσης παρατηρούμε ότι η τιμή που αντιστοιχεί στο δεύτερο σχήμα των 13^{ων} μοιρών είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη των 11 μοιρών, παραμένει όμως μικρότερη από αυτή των 9. Συγκεκριμένα οι τιμές του συντελεστή σε αυτές τις τρεις περιπτώσεις είναι 0.274969, 0.274671 και 0.274884 από 9 μέχρι 13 μοίρες. Έτσι βλέπουμε ότι η τιμή για τα πρώτα σχήματα ξεκινούν από 0.262515 για τις 9 μοίρες και φτάνουν μέχρι 0.280935, τιμή που αντιστοιχεί στις 15 μοίρες. Για τα δεύτερα σχήματα οι τιμές ξεκινούν από 0.274969 για τις 9 μοίρες και καταλήγουν 0.293449 για τις 15 μοίρες. Τέλος για τα σχήματα του τρίτου τύπου, οι τιμές του συντελεστή ξεκινούν από 0.261968 για τις 9 μοίρες και φτάνουν στην τιμή 0.292426 για τις 15.

Για το τελευταίο συγκριτικό στοιχείο, αυτό των τιμών των αναπτυσσόμενων τάσεων, βλέπουμε ότι και αυτές, όπως και οι τιμές Von Mises και του συντελεστή f , αυξάνονται με την αύξηση της γωνίας από 9 μέχρι 15 μοίρες. Συγκεκριμένα οι τιμές που αντιστοιχούν στο πρώτου τύπου σχήματα ξεκινούν από 310.769,7198 στις 9 και καταλήγουν στην τιμή 354.904,9046 KPa στις 15 μοίρες. Για τα δεύτερα σχήματα, η τιμή της αναπτυσσόμενης τάσης στη διατομή των 9 μοιρών είναι 326.356,8565 KPa και φτάνει μέχρι 370.995,245 KPa σε αυτή των 15. Όσο για τα σχήματα του τρίτου τύπου, η τιμή ξεκινά από 318.144,6799 KPa στις 9 μοίρες και καταλήγει 425.260,5105 KPa στις 15. Έχοντας αναλύσει τα αριθμητικά στοιχεία στην περίπτωση ίδιου τύπου διατομών της εκάστοτε γωνίας, θα περάσουμε στην ανάλυσή τους για διατομές που ανοίκουν στην ίδια γωνία, ώστε να αποκτήσουμε σφαιρική εικόνα πια για τον βαθμό που επιδρά το εκάστοτε στοιχείο στη λειτουργία του φορέα.

8.3 Συγκριτικά στοιχεία και συμπεράσματα διατομών ίδιας γωνίας

Παρατηρούμε εδώ ότι οι τιμές Von Mises για τα τρία σχήματα που αντιστοιχούν στις 9 μοίρες αυξάνονται από το πρώτο μέχρι το τρίτο, με τις τιμές να είναι 1183817 KPa , 1186886 KPa και τέλος 12114441 KPa. Για την τιμή του συντελεστή f για τις ίδιες μοίρες, βλέπουμε ότι αυξάνεται από την πρώτη στη δεύτερη διατομή και γίνεται από 0,262515 0,274969, αλλά μειώνεται στην τρίτη και φτάνει στη μικρότερη τιμή και για τις τρεις διατομές, 0.261968. Τέλος για την τιμή των αναπτυσσόμενων τάσεων, παρατηρούμε ότι όπως συμβαίνει και για τον συντελεστή f , μεγαλώνει από το πρώτο στο δεύτερο σχήμα και γίνεται από 310.769,7198 KPa 326.356,8565 KPa και ελαττώνεται στο τρίτο, όπου η τιμή γίνεται 318.144,6799 KPa, παραμένοντας ωστόσο μεγαλύτερη από αυτή της πρώτης διατομής (σε αντίθεση με ότι συμβαίνει για τον συντελεστή f , όπου και η τιμή του στην τρίτη διατομή είναι και η μικρότερη).

Αναλύοντας τις τιμές Von Mises που αντιστοιχούν στις τρεις διατομές των 11 μοιρών, αυτό που παρατηρούμε είναι ότι όπως και στις 9 μοίρες, αυξάνονται από διατομή σε διατομή, με τις τιμές να είναι 1222243 KPa για την πρώτη, 1226658 KPa για την δεύτερη και 1251824 KPa για την τρίτη. Όσο για την τιμή του συντελεστή f , αυτή μεγαλώνει από το πρώτο στο δεύτερο σχήμα, γίνεται από 0,263535 0,274671, και μειώνεται στο τρίτο, όπου γίνεται 0,263745, τιμή πάντως μεγαλύτερη από αυτή του πρώτου σχήματος, σε αντίθεση δηλαδή με τις 9 μοίρες, όπου η μικρότερη τιμή εμφανίζεται στο τρίτο σχήμα. Σε ότι αφορά την τιμή των αναπτυσσόμενων τάσεων, αυτή όπως συμβαίνει και με τον συντελεστή f , αυξάνεται από την πρώτη στη δεύτερη διατομή, με τιμές 322.103,809 KPa και 336.927,3795 KPa, για να μειωθεί στην τρίτη, με τιμή 330.162,3209 KPa.

Για τις τιμές Von Mises των διατομών που προκύπτουν στις 13 μοίρες, βλέπουμε ότι και εδώ έχουμε αύξηση από την πρώτη στην τρίτη, με τιμές 1244851 KPa , 1249831 KPa και 1289118 KPa. Η τιμή του συντελεστή f , όπως συμβαίνει και στις 11 μοίρες, μεγαλώνει από το πρώτο στο δεύτερο σχήμα και γίνεται από 0,264688 0,274884 και μειώνεται στο τρίτο, με τιμή 0,265594. Τέλος για την τιμή των αναπτυσσόμενων τάσεων, παρατηρούμε τη συνηθισμένη αύξηση από την πρώτη στη δεύτερη διατομή, όπου γίνεται από 329.497,1215 KPa 343.558,5446 KPa και την μείωσή της στην τρίτη, με τιμή 342.382,0061 KPa.

Τέλος, αναλύοντας τις τιμές των τριών στοιχείων για την τελευταία γωνία, αυτή των 15 μοιρών, βλέπουμε ξανά την αύξηση της τιμής του Von Mises από διατομή σε διατομή, ξεκινώντας από 1263299 KPa για την πρώτη, 1264258 KPa για την δεύτερη και 1454250 KPa για την τρίτη. Ο συντελεστής f , όπως συνέβει και στις 11 και 13 μοίρες, μεγαλώνει από το πρώτο στο δεύτερο σχήμα, με τιμές 0,280935 και 0,293449 αντίστοιχα και ελαττώνεται στο τρίτο, με τιμή 0,292426. Η τιμή των αναπτυσσόμενων τάσεων, σε αντίθεση με ότι συνέβει με τις διατομές των 9 , 11 και 13ων μοιρών, όπου η μέγιστη τιμή εμφανιζόταν στο δεύτερο τύπου διατομής της εκάστοτε γωνίας, παρουσιάζει συνεχή αύξηση από σχήμα σε σχήμα, παίρνοντας τιμές

354.904,9046 KPa στο πρώτο, 370.995,245 KPa στο δεύτερο και καταλήγοντας στη μέγιστη τιμή 425.260,5105 KPa στο τρίτο.

8.4 Συγκεντρωτικά συμπεράσματα

Το πρώτο πράγμα το οποίο παρατηρούμε, είναι ότι από το σύνολο των διατομών, αυτές οι οποίες διαρρέουν σύμφωνα με τα συγκεκριμένα στοιχεία φορτίου, πάχους πλάκας 0,004m και χάλυβα S355 με τα οποία έγινε αυτή η μελέτη, είναι η δεύτερη και η τρίτη για γωνία 15 μοιρών, ενώ οριακά δεν διαρρέει η πρώτη για την ίδια γωνία. Συγκεκριμένα οι τιμές των αναπτυσσόμενων τάσεων σε αυτές τις διατομές είναι 354.904,9046 KPa για την πρώτη, 370.995,245 KPa για την δεύτερη και 425.260,5105 KPa για την τρίτη.

Είναι επίσης εμφανές ότι η αύξηση της γωνίας οδηγεί σε αύξηση των αναπτυσσόμενων τάσεων και επομένως σε μεγαλύτερη καταπόνηση του φορέα. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι εμφανίζονται δυο περιπτώσεις διατομών μικρότερης γωνίας με μεγαλύτερη αναπτυσσόμενη τάση από ότι σε διατομές μεγαλύτερων γωνιών. Συγκεκριμένα πρόκειται για την δεύτερη διατομή των 9 μοιρών, με τάση 326.356,8565 KPa , η οποία είναι μεγαλύτερη από αυτή της πρώτης διατομής των 11 μοιρών, που έχει τιμή 322.103,809 KPa και για την δεύτερη διατομή των 11 μοιρών, στην οποία αναπτύσσεται τάση 336.927,3795 KPa , τιμή μεγαλύτερη από αυτή της πρώτης διατομής των 13^{ωv} μοιρών, με τιμή τάσης 329.497,1215 KPa. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις και ανεξάρτητα από το είδος της διατομής ανάλογα με τον τρόπο σύνδεσης, διατομές μεγαλύτερων γωνιών αναπτύσσουν μεγαλύτερες τάσεις.

Θα πρέπει ακόμα να παρατηρήσουμε ότι ο δεύτερος τρόπος σύνδεσης, δηλαδή όταν το κάτω πέλμα της δοκού είναι κάθετο στο εξωτερικό πέλμα του υποστυλώματος, είναι αυτός στον οποίο εμφανίζονται οι μέγιστες ανά γωνία τάσεις (εκτός από τις 15 μοίρες) και επομένως ο δυσμενέστερος τρόπος σύνδεσης για τον φορέα. Αντίθετα, ο πρώτος τρόπος σύνδεσης, στην περίπτωση δηλαδή που το κάτω πέλμα της δοκού ακολουθεί την γωνία της σύνδεσης, είναι ο λιγότερο δυσμενής , αφού παρουσιάζει τις μικρότερες ανά γωνία αναπτυσσόμενες τάσεις.

Καταλήγοντας, μπορούμε να πούμε ότι από τα δυο στοιχεία που επηρεάζουν τη λειτουργία του φορέα, δηλαδή τη γωνία σύνδεσης και του τρόπου σύνδεσης, η γωνία είναι ο παράγοντας που έχει καθοριστικότερο ρόλο, αφού αυξάνει σε μεγαλύτερο βαθμό τις αναπτυσσόμενες τάσεις, με τον δεύτερο, τον τρίτο και τον πρώτο τρόπο σύνδεσης κατά σειρά, να έπονται στο βαθμό που επιδρούν στη λειτουργία του φορέα. Συνολικά επομένως, μπορούμε να πούμε ότι ο συνδυασμός της αύξησης της γωνίας με τη χρήση του δεύτερου τρόπου συνδέσεως, επιδρούν στο μεγαλύτερο βαθμό στην αύξηση των τάσεων που αναπτύσσονται και ως εκ τούτου στη λειτουργία του φορέα.

8.5 Αριθμητικά στοιχεία τετραγωνικής διατομής για πέντε πάχη πλακών

Εδώ θα παραθέσουμε τις τιμές του Von Mises, του συντελεστή f και των αναπτυσσόμενων τάσεων για πάχος πλάκας 4 mm (το πάχος δηλαδή που χρησιμοποιούμε και στην υπόλοιπη μελέτη) ώστε να την συγκρίνουμε με τις υπόλοιπες διατομές οι οποίες έχουν ήδη αναλυθεί, καθώς επίσης και για ακόμα τέσσερα πάχη, αυτά των 4.2 mm, 4.4 mm, 5mm και τέλος των 6 mm, ώστε αφενώς να έχουμε μια σαφέστερη εικόνα της λειτουργίας της τετραγωνικής διατομής και αφετέρου μια τάξη μεγέθους για την επίδραση της αλλαγής του πάχους των πλακών στη λειτουργία του φορέα και στην μεταβολή των αναπτυσσόμενων τάσεων.

Τιμές για πάχος 4mm:

Von Mises: 1089030 KPa

Συντελεστής f : 0,262866

Αναπτυσσόμενη τάση: 286.268 KPa

Τιμές για πάχος 4.2mm:

Von Mises: 1037171 KPa

Συντελεστής f : 0,304269

Αναπτυσσόμενη τάση: 315.578 KPa

Τιμές για πάχος 4.4mm:

Von Mises: 990027 KPa

Συντελεστής f: 0,3498

Αναπτυσσόμενη τάση: 346.331 KPa

Τιμές για πάχος 5mm:

Von Mises: 871175 KPa

Συντελεστής f: 0,886079

Αναπτυσσόμενη τάση: 643.274 KPa

Τιμές για πάχος 6mm:

Von Mises: 725979 KPa

Συντελεστής f: 0,886079

Αναπτυσσόμενη τάση: 643.274 KPa

8.6 Ανάλυση και συμπεράσματα των τετραγωνικών διατομών

Αρχικά παρατηρούμε ότι η τιμή Von Misses μειώνεται με την αύξηση του πάχους των πλακών, ξεκινώντας από την τιμή 1089030 KPa η οποία αντιστοιχεί σε πάχος 4 mm και καταλήγοντας στην τιμή 725979 KPa για το πάχος των 6 mm. Αντίθετα η τιμή του συντελεστή f μεγαλώνει με την αύξηση

του πάχους των πλακών, έχοντας τιμή για πάχος 4 mm 0,262866 και φτάνοντας στην τιμή 0,886079 για το πάχος των 6 mm. Αντίστοιχα και η τιμή των αναπτυσσόμενων τάσεων μεγαλώνει με την αύξηση του πάχους των πλακών, με αρχική τιμή 286.268 KPa για το πάχος των 4 mm και φτάνει στην τιμή 643.274 KPa για το πάχος των 6 mm.

Παρατηρούμε ότι μέχρι το πάχος των 4.4 mm η διατομή δεν διαρρέει, αλλά διαρρέει για τα πάχη των 5 mm και 6 mm, όπου η αύξηση της αναπτυσσόμενης τάσης είναι ραγδαία, με αποτέλεσμα οι τελικές τάσεις να είναι 447.026 KPa και 643.274 KPa αντίστοιχα.

Όσο για την επίδραση της αύξησης του πάχους των πλακών στη λειτουργία του φορέα και πιο συγκεκριμένα στις τάσεις που αναπτύσσονται, αυτό που μπορούμε να παρατηρήσουμε είναι ότι μια σχετικά όχι μεγάλη αύξησή τους, όπως αυτή των 2 mm ή των 4 mm, οδηγεί σε μια πολύ μεγάλη αύξηση των τάσεων. Ως εκ τούτου μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το πάχος των πλακών είναι από τους σημαντικότερους παράγοντες που επηρεάζουν τη λειτουργία του φορέα.

Επομένως εάν η επιλογή της σύνδεσης της δοκού και του υποστυλώματος ήταν τέτοια ώστε να προκύψει τετραγωνική διατομή, για τα δεδομένα στοιχεία φόρτισης και για χάλυβα S355, τα πάχη των πλακών τα οποία θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν είναι μέχρι 4.4 mm όπου η αναπτυσσόμενη τάση είναι 346.331 KPa.

8.7 Τελικά συμπεράσματα όλων των διατομών

Κάνοντας την σύγκριση των τιμών Von Mises, του συντελεστή f και των αναπτυσσόμενων τάσεων της τετραγωνικής διατομής πάχους 4 mm με τις αντίστοιχες των υπολοίπων μορφών διατομών, παρατηρούμε ότι η τάση η οποία αναπτύσσεται σε αυτή, είναι η μικρότερη. Το ίδιο ισχύει και για την τιμή του Von Mises, ενώ και η τιμή του συντελεστή f είναι ιδιαίτερα χαμηλή. Αυτό είναι απολύτως φυσιολογικό, αφού η τιμή του f και του Von Mises, έχουν άμεση επίδραση στην τιμή της τελικής τάσης που αναπτύσσεται. Καταλήγοντας, αφού συγκρίνουμε συνολικά τα αριθμητικά στοιχεία όλων των διατομών, όλων των τύπων, φτάνουμε στο συμπέρασμα ότι θα επιλέγαμε για την κατασκευή του φορέα κάποια από τις διατομές των 13^{ωv} μοιρών με πιθανότερη αυτή του τύπου β. Στην περίπτωση που χρησιμοποιούσαμε τετραγωνική διατομή, θα μπορούσαμε να πάρουμε μεγαλύτερο πάχος πλακών με πιθανότερο αυτό των 4.4 mm και σίγουρα όχι μεγαλύτερο από αυτό.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ευρωκώδικας 3 : Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα, Μέρος 1-3 Γενικοί κανόνες – Πρόσθετοι κανόνες για μέλη και φύλλα ψυχρής έλασης, EN 1993-1-3. Εκδόσεις Τ.Ε.Ε., Δεκέμβριος 2004
2. Ι. Βάγια, Ι. Χ. Ερμόπουλου, Γ. Ιωαννίδη, 'Σιδηρές Κατασκευές, παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3', Τόμος Ι, Εκδόσεις Κλειδαριθμος, Αθήνα 1997.
3. A.Chajes, 'Principles of structural stability theory', Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1974
4. K.Marguerre, 'Effective width of plates in compression', NACA, Technical Note, No.833, Washington D.C., 1973
5. A.S.Volmir, 'A translation of flexible plates and shells', Air force flight dynamics Laboratory, Technical report No.66-216 (Ohio: Wright-Patterson Air Force Base, 1967)
6. S.Levy, 'Buckling of rectangular plates with built-in edges', Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol.9, 1942
7. T.Von Karman, E.E.Sechler and L.H.Donnel, "The strength of thin plates in Compression", Transactions ASME Vol.54 1932
8. Εγχειρίδιο χειρισμού MSC/NASTRAN
9. Ι. Βάγια, Ι. Χ. Ερμόπουλου, Γ. Ιωαννίδη, «Σχεδιασμός δομικών έργων από χάλυβα», Εκδόσεις Κλειδαριθμος, 2005
10. Γ.Θ.Μιχάλτσιου, «Ελαφρές μεταλλικές κατασκευές», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 2004