ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Ανάλυση Δυναμικής Συμπεριφοράς Πεζογέφυρας Υποβαλλόμενη σε Ανθρώπινο Δυναμικό Φορτίο

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Φανή Πήχα

Επιβλέπων: **Ιωάννης Βάγιας**

Αθήνα, Οκτώβριος 2012

ΕΜΚ ΜΕ 2012/10

Πήχα Φ. (2012).

Ανάλυση Δυναμικής συμπεριφοράς Πεζογέφυρας Υποβαλλόμενη σε Ανθρώπινο Δυναμικό Φορτίο

Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΜΕ 2012/10

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Picha F. (2012).

Dynamic Analysis of Footbridge on Dynamic Pedestrian Load

Diploma Thesis EMKME 2012/10

Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Στη μητέρα μου

Περιεχόμενα

Περίληψη 7

Abstract 8

Ευχαριστίες 10

1. Εισαγωγή 11

2. Διαδικασίασχεδιασμού 17
   2.1. Εκτίμηση των ιδιοσυχνοτήτων 17
   2.2. Έλεγχος του κρίσιμου εύρους των ιδιοσυχνοτήτων 18

3. Προσεγγίσεις διαφόρων κανονισμών 18

4. Περιγραφή της πεζογέφυρας 25
   4.1. Ποιότητες υλικών και παραδοχές 26

5. Απόκριση της κατασκευής σε στατικό φορτίο 27

6. Ιδιομορφική Ανάλυση 29

7. Δυναμική των Κατασκευών 32
   7.1. Μονοβάθμιο Σύστημα 32
   7.2. Πολυβάθμιο Σύστημα 33
   7.3. Ιδιοσυχνότητες και Ιδιομορφές ταλάντωσης 34
   7.4. Δυναμική απόκριση της πεζογέφυρας υπό την φόρτιση ενός μόνο ατόμου . 35
   7.5. Φόρτιση από ομάδες και πλήθος πεζών 35
   7.6. Μοντέλο προσομοίωσης της δυναμικής ανάλυσης της πεζογέφυρας 37

8. Συμπεράσματα 46

9. Βιβλιογραφία 48

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΕΜΚΜΕ 2012/10

Ανάλυση Δυναμικής συμπεριφοράς Πεζογέφυρας Υποβαλλόμενη σε Ανθρώπινο Δυναμικό Φορτίο

Πήχα Φ.(Επιβλέπων: Βάγιας Ι.)

Περίληψη

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς μιας πεζογέφυρας η οποία υποβάλλεται σε ανθρώπινη φόρτιση. Ο ανθρώπινος βηματισμός δεν είναι περιοδικός και έτσι καθιστά δύσκολο την μελέτη της απόκρισης της γέφυρας καθώς ένας ή και περισσότεροι πεζοί διασχίζουν την γέφυρα αυτή.

Στο πρώτο κεφάλαιο, γίνεται μια αναφορά στα μοντέλα της φόρτισης καθώς και στις συχνότητες που έχουν καταγραφεί για διάφορα είδη βηματισμού και ενδεικτικά αναφέρονται κάποιες διαφορές που παρατηρούνται στην εισαγωγή των δεδομένων ανάλογα με την βιβλιογραφία που αποφασίζει ο μελετητής να ακολουθήσει.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, γίνεται μια σύντομη περιγραφή της διαδικασίας σχεδιασμού καθώς και στην μέθοδο που χρησιμοποιείται συνηθέστερα, η οποία είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρατίθενται πληροφορίες από διάφορους κανονισμούς όπως τον Βρετανικό, τον ΕυρωκώδικαΕΝ 1990 και το ISO 10137.

Στο τέταρτο, στο πέμπτο και στο έκτο γίνεται η περιγραφή της πεζογέφυρας που προσομοιώθηκε για την συγκεκριμένη δυναμική ανάλυσημε το πρόγραμμαAnsysv.13, η στατική της ανάλυση και η ιδιομορφική ανάλυση αντίστοιχα.

Στο έβδομο κεφάλαιο, γίνεται αναφορά στη θεωρία των μονοβάθμιων και πολυβάθμιων συστημάτων και πραγματοποιείται ο έλεγχος και η ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς της εξεταζόμενης πεζογέφυρας και τέλος εξάγονται συμπεράσματα για την δυναμική της απόκριση.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

DIPLOMA THESIS
EMKME 2012/10

Dynamic Analysis of Footbridge under Dynamic Pedestrian Load

Picha F.(supervised by Vayas I.)

Abstract

The main object of this diploma thesis is the dynamic analysis and optimization of a footbridge under dynamic pedestrian load. The dynamic loads due to walking pedestriansare developed from the assumption of perfect periodicity. However, the pedestrian live load is not perfectly periodic and it could be attenuated due to interaction between the pedestrian and the structure.

The first chapter presents the existing force models for this type of load and the differences that occur at the input of data due to different design codes and so the decision of load models and the analysis methods are left to the designer.

In the second chapter the design process is presented and the FEM, most commonly used for this type of problems, is studied.

In the third chapter, reference is made on the design code approach from the British Standard, Eurocode EN 1990 and ISO 10137.

The fourth, fifth and sixth chapter present the structural elements of the footbridge, the modeling procedures and the results from the static and modal analysis that is performed using the software Ansys v.13.

Finally, the last two chapters present the dynamic analysis of the footbridge submitted to pedestrian live loading and conclusions are made for its dynamic impact.

«Οι άνθρωποι αισθάνονται μόνοι γιατί χτίζουν υπερβολικά πολλούς τοίχους
και όχι αρκετές γέφυρες.»

Joseph Fort Newton

"Quand un mille-pattes veut se suicide,
Il lui suffit de passer sur un pont en marchant au pas cadencé"

«Όταν μια σαρανταποδαρούσα θέλει να αυτοκτονήσει,
αρκεί να περπατήσει πάνω σε μια γέφυρα με συγχρονισμένο βηματισμό»

François Cavanna

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά των καθηγητή του ΕΜΠ, κ. Ιωάννη Βάγια , επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, για την επιστημονική του καθοδήγηση και την υποστήριξή του όχι μόνο κατά την διάρκεια της εκπονήσεως της εργασίας αυτής αλλά και κατά την διάρκεια όλων των χρόνων φοίτησης μου στο ΕΜΠ.

Επίσης θέλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Γ. Ιωαννίδη και τον κ. Ι. Ραυτογιάννη για την συμμετοχή τους στην εξεταστική επιτροπή της διπλωματικής μου εργασίας.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ στην μητέρα μου και στον αδερφό μου για την αγάπη και την στήριξή τους που μου χαρίζουν απλόχερα όλα αυτά τα χρόνια.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες στον Αντρέα που συνετέλεσε , με τον τρόπο του, στην προσπάθειά μου.

1. Εισαγωγή

Οι ταλαντώσεις που προκαλούνται στις πεζογέφυρες, παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, που όλο και αυξάνεται καθώς αλλάζει ο σχεδιασμός των πεζογεφυρών και νέα θέματα προκύπτουν κατά τον σχεδιασμό και την εφαρμογή τους. Οι σύγχρονες γέφυρες, όπως είναι οι καλωδιωτές, με χρήση περισσότερων ελατηρίων και αποτελεσματικότερων υλικών κατασκευής , γίνονται όλο και ελαφρύτερες με μεγάλη αναλογία του κινητού φορτίου προς το μόνιμο. Σαν αποτέλεσμα αυτού, οι περισσότερες πεζογέφυρες έχουν γίνει πιο ευαίσθητες στις ταλαντώσεις που προκαλούνται από δυναμικά φορτία. Ανάμεσα στα διαφορετικά φορτία που επιβάλλονται στις πεζογέφυρες όπως ο άνεμος, το ανθρώπινο βάδισμα που προκαλείται από έναν και μόνο πεζό είχε ορισθεί στο παρελθόν ως τον πιο σημαντικό τύπο φορτίου σε μια πεζογέφυρα, εξαιτίας της συχνής εμφάνισής του.

Επίσης, τα περισσότερα μοντέλα φόρτισης δημιουργήθηκαν με την υπόθεση της τέλειας περιοδικότητας της φόρτισης και βασίζονται σε μετρήσεις δύναμης πάνω σε άκαμπτες επιφάνειες, υψηλής συχνότητας. Ωστόσο, οι περισσότερες πεζογέφυρες που παρουσιάζουν λειτουργικά προβλήματα λόγω ταλαντώσεων, είναι χαμηλής συχνότητας κατασκευές με ιδιοσυχνότητες μέσα στο φάσμα των αποδεκτών συχνοτήτων βαδίσματος. Σε τέτοια περίπτωση, βαδίζοντας με συχνότητα κοντάσ' αυτήν της κατασκευής, θα έπρεπε να ενεργοποιηθεί το υψηλότερο επίπεδο απόκρισης. Όμως το ανθρώπινο περπάτημα δεν είναι απόλυτα περιοδικό και επηρεάζεται από την σχέση του πεζού με την κατασκευή.

Και φυσικά εκτός από το βάδισμα ενός μόνο ανθρώπου, μια ομάδα ανθρώπων που περπατάνε με την ίδια ταχύτητα είναι ένας πολύ συχνός τύπος φορτίου σε πεζογέφυρες σε περιοχέςκυρίως μεγάλων πόλεων όπου η συγκέντρωση των ανθρώπων είναι μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή των επαρχιακών πόλεων.

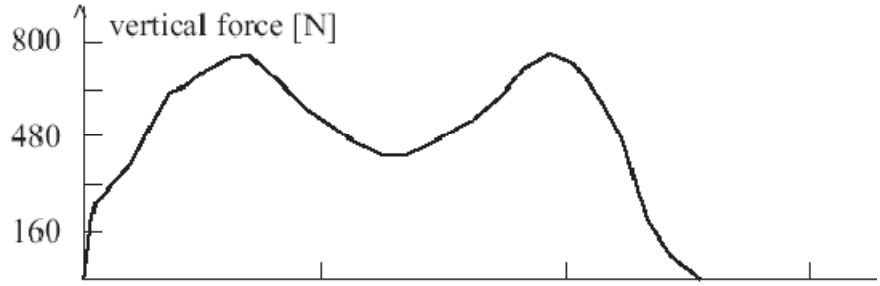
Η δυναμική επίδραση του φορτίου μιας ομάδας δεν είχε διερευνηθεί εκτενώς στο παρελθόν, ειδικότερα σε πεζογέφυρες. Η ανθρώπινη φόρτιση, είτε περπατώντας είτε τρέχοντας, είχε διερευνηθεί διεξοδικά και είχε προσομοιωθεί ως σημειακή φόρτιση στην στήριξη, η οποία ήταν συνάρτηση του χρόνου και της θέσης του πεζού. Θεωρώντας χ την θέση του ανθρώπου κατά μήκος της κεντρικής γραμμής της πεζογέφυρας , το φορτίο της κίνησης του ανθρώπου με σταθερή ταχύτητα v μπορεί να προσομοιωθεί ως το αποτέλεσμαμιας συνάρτησης χρόνου F(t) και μιας συνάρτησης κατά το μήκος δ(x-vt), όπως φαίνεται παρακάτω:

$$P(x,t) = F(t)\cdot \delta\cdot(x-vt)$$

Στην πράξη βέβαια, μόνο η συνάρτηση F(t) λαμβάνεται υπόψη.

Α) Κατακόρυφα φορτία

Πολυάριθμοι υπολογισμοί έχουν γίνει για να μετρηθούν τα κατακόρυφα φορτία που επιβάλλονται από τους ανθρώπους στις κατασκευές. Οι περισσότεροι υπολογισμοί υποδεικνύουν ότι το διάγραμμα της κάθετης δύναμης που επιβάλλεται από τον άνθρωπο καθώς κάνει ένα βήμα είναι το ακόλουθο:



Σχ.1 Κατακόρυφη δύναμη που ασκείται από ένα βήμα ανθρώπου

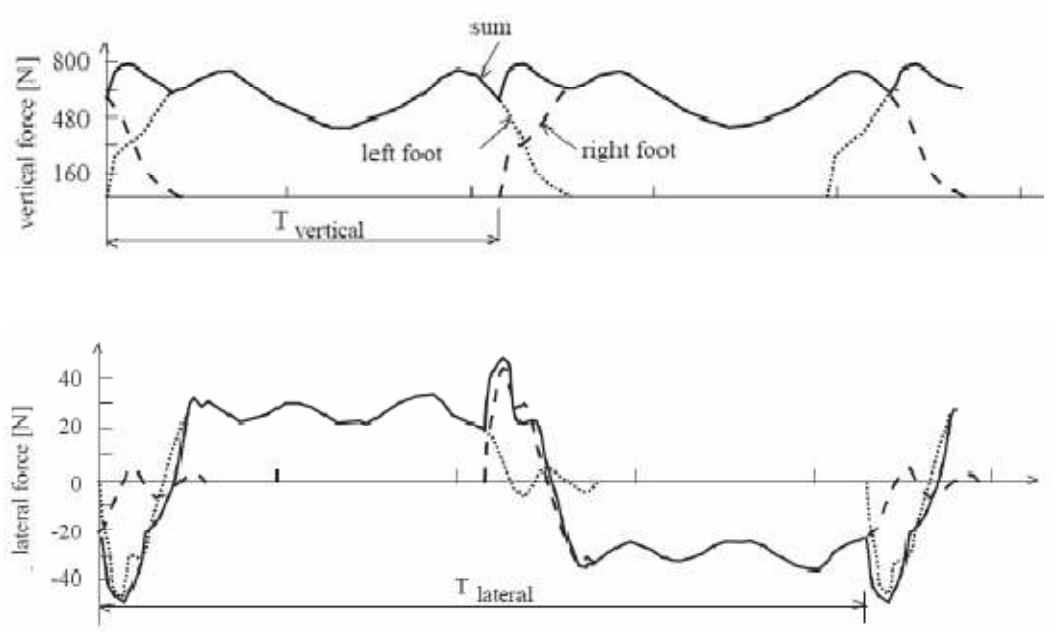
Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι μέσες τιμές των συχνοτήτων της κατακόρυφης δύναμης σε Hz, η μέση ταχύτητα κίνησης , και το μέσο μήκος βήματος του πεζού για διάφορες κατηγορίες βαδίσματος:

	f_S [Hz]	v_S [m/sec]	l_S [m]
Αργό βάδισμα	~1.7	1.1	0.60
Κανονικό βάδισμα	~2.0	1.5	0.75
Γρήγορο βάδισμα	~2.3	2.2	1.00
Αργό τρέξιμο	~2.5	3.3	1.30
Γρήγορο τρέξιμο	>3.2	5.5	1.75

Πιν.1 Μέσες τιμές συχνοτήτων, ταχύτητας κίνησης και μήκους βήματος για διάφορες κατηγορίες βαδίσματος.

Οι τιμές των συχνοτήτων για την οριζόντια συνιστώσα της δύναμης κυμαίνονται σε ένα εύρος 0.7 – 1.2 Hz.

Για συνεχές βάδισμα ενός πεζού αναφέρεται ότι η γενική μορφή της κατακόρυφης και της οριζόντιας δύναμης που παράγονται λόγω βαδίσματος και θεωρώντας απόλυτη περιοδικότητα της δύναμης δίνεται από τις ακόλουθες μορφές:



Σχ2. Γενική μορφή κατακόρυφης και οριζόντιας δύναμης λόγω συνεχούς βαδίσματος.

Κατά την διάρκεια του βαδίσματος σε κάθε χρονική στιγμή το ένα πόδι βρίσκεται σε επαφή με την επιφάνεια του εδάφους, επομένως παρατηρείται μια υπερκάλυψη των φορτίων στο τέλος του ενός βήματος και στην αρχή του επόμενου.

Β) Μοντέλα περιοδικών φορτίων

Τα μοντέλα περιοδικών φορτίων βασίζονται στην υπόθεση ότι όλοι οι πεζοί επιβάλλουν ακριβώς την ίδια δύναμη και πως αυτή η δύναμη είναι περιοδική.
Έχει επίσης υποτεθεί ότι αυτή η δύναμη που προκαλείται από έναν μόνο πεζό είναι συνεχής στο χρόνο.
Αυτή η δύναμη λοιπόν , F(t), ισούται με μια σειρά Fourierστην οποία η θεμελιώδης αρμονική έχει συχνότητα ίση με την συχνότητα του βαδίσματος:

$$F(t)_p = G + \sum_{k=1}^{\infty} \left(Ga_n \sin\left(2\pi f_p t - \varphi_n\right)\right) \qquad \{1.1\}$$

Όπου:

G, είναι το βάρος του ατόμου που προκαλεί ταλάντωση. Αποτελεί το στατικό τμήμα της φόρτισης και λαμβάνεται ίσο με 0,8 kN (80 Kg).

$\boldsymbol{\alpha_n}$, είναι ο συντελεστής Fourier για την αρμονική n.

$\mathbf{f_p}$,είναι η συχνότητα της ρυθμικής κίνησης του σώματος [Hz].

$\boldsymbol{\varphi_n}$, είναι η διαφορά φάσης της nαρμονικής σε σχέση με την πρώτη αρμονική.

Η προσέγγιση επομένως μιας περιοδικής συνάρτησης από μια σειρά Fourierπαριστάνεται σαν το άθροισμα ημιτονικών όρων διαφορετικών συχνοτήτων, πλατών και διαφορών φάσης μεταξύ τους. Ο όρος για $\omega_n = n\omega_0$ονομάζεται n αρμονική. Η πρώτη αρμονική ονομάζεται θεμελιώδης συνιστώσα επειδή έχει την ίδια περίοδο με αυτή της συνάρτησης f(t).

Συχνά η διαφορά φάσης των αρμονικών αγνοείται, οπότε η δυναμική φόρτιση δίνεται από την σχέση:

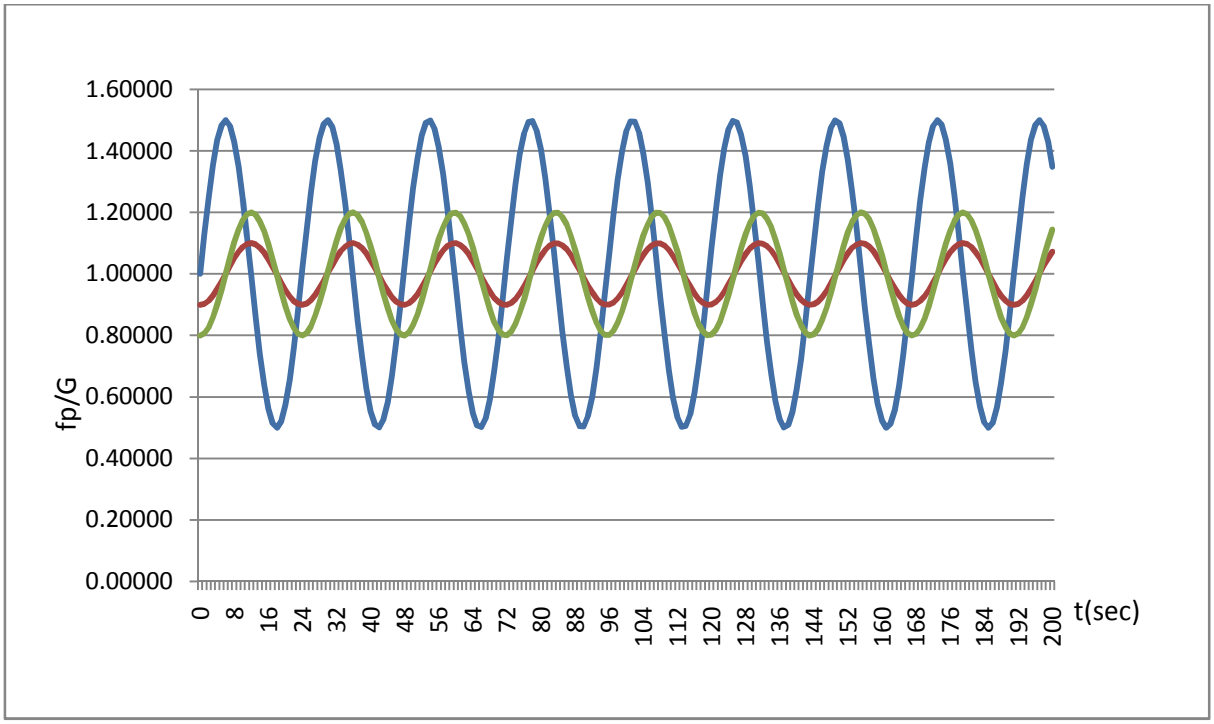
$$F(t)_p = G + \sum_{k=1}^{\infty} \left(Ga_n \sin\left(2\pi f_p t\right)\right) \qquad \{1.2\}$$

Οι τιμές των συντελεστών Fourier, σύμφωνα με τον Bachmannγια τις τρεις πρώτες αρμονικές για κανονικό και γρήγορο βάδισμα δίνονται στο παρακάτω πίνακα:

Συντελεστής Fourier	$Q_{1,v}/Q_0$	$Q_{2,v}/Q_0$	$Q_{3,v}/Q_0$
Bachmann	0.4 για fs = 2 Hz 0.5 για fs = 2.4 Hz	0.1	0.1

Πιν.2 Συντελεστές Fourierγια τις τρεις πρώτες αρμονικές.

Στο σχήμα που ακολουθεί δίνεται η εικόνα των τριών πρώτων αρμονικών και η φόρτιση $f_p(t)/G$για την περίπτωση βαδίσματος με εξέταση των τριών πρώτων αρμονικών όπου οι διαφορές φάσης φ_2 και φ_3 είναι ίσες με π/2.



Σχ. 3 Τρεις πρώτες αρμονικές σε κατάσταση βαδίσματος, οι φ_2 και φ_3 = π/2

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ	**ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f[Hz]**		α_1	α_2	φ_2	α_3	φ_3
Βάδισμα	Αργό Γρήγορο	2.0 2.4	0.4 0.5	0.1 0.1	π/2	0.1 0.1	π/2
Τρέξιμο		2-3	1.6	0.7	-	0.2	-
Άλμα	Κανονικό	2.0 3.0	1.8 1.7	1.3 1.1	$\pi^*(1-f^*t_p)$	0.7 0.5	$\pi^*(1-f^*t_p)$
	Υψηλό	2.0 3.0	1.9 1.8	1.6 1.3		1.1 0.8	
Χορός		2-3	0.5	0.15		0.1	
Ρυθμικήαναπήδηση με ταυτόχρονο χτύπημα των χεριών		1.6 2.4	0.17 0.38	0.10 0.12		0.04 0.02	
Χτύπημα των χεριών (παλαμάκια)	Κανονικό	1.6 2.4	0.024 0.047	0.010 0.024		0.009 0.015	
	Έντονο	2	0.170	0.047		0.037	

Πιν.3 Χαρακτηριστικές τιμές δραστηριοτήτων για τις 3 πρώτες αρμονικές.

Έχουν γίνει αρκετές μετρήσεις για να ποσοτικοποιήσουμε τον συντελεστή φόρτισης α_n.Τα αποτελέσματα από τρεις τέτοιες μετρήσεις παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Συγγραφέας	Δυναμικός συντελεστής φόρτισης	Διεύθυνση
Blanchard, 1977	$\alpha_1 = 0.257$	Κατακόρυφη
Bachmann et al, 1987	$\alpha_1 = 0.37$ $\alpha_2 = 0.10\alpha_3 = 0.12$ $\alpha_4 = 0.04$ $\alpha_5 = 0.08$	Κατακόρυφη
Bachmannetal, 1987	$\alpha_1 = 0.039$ $\alpha_2 = 0.010$ $\alpha_3 = 0.043$ $\alpha_4 = 0.012$ $\alpha_5 = 0.015$	Πλευρική
Young, 2001	$\alpha_1 = 0.37(f-0.92)$ $\alpha_2 = 0.054+0.0044f$ $\alpha_3 = 0.026+0.0050f$ $\alpha_1= 0.010+0.0051f$	Κατακόρυφη

Πιν.4 Δυναμικός συντελεστής φόρτισης από διαφορετικές βιβλιογραφίες.

2. Διαδικασία σχεδιασμού

Τα τελευταία χρόνια παρουσιάζεται μια συνεχώς αυξανόμενη εμφάνιση προβλημάτων λόγω ταλάντωσης σε πεζογέφυρες, γεγονός που υποδεικνύει πως θα πρέπει να σχεδιάζονται οι γέφυρες αυτές όχι μόνο συμφωνά με τα στατικά τους φορτία αλλά και σύμφωνα με την δυναμική τους συμπεριφορά. Ο σχεδιασμός φυσικά πρέπει να περιλαμβάνει και την δυναμική συμπεριφορά της πεζογέφυρας εξαιτίας του βηματισμού των πεζών. Είναι σημαντικό να αναφερθεί πως δεν υπάρχει κάποιος συγκεκριμένος κανονισμός διαθέσιμος για τον δυναμικό σχεδιασμό.

Βέβαια από την οπτική του κατασκευαστή/σχεδιαστή, αυτή η έλλειψη κανονισμών επιτρέπει μια ελευθερία και μια μεγάλη ποικιλία στον σχεδιασμό καινοτόμων και πρωτοποριακών πεζογεφυρών. Κοινός στόχος όλων είναι, φυσικά, να ικανοποιούνται τα κριτήρια ασφάλειας και λειτουργικότητας που θέτει κάθε κατασκευαστής ή ιδιοκτήτης του έργου.

2.1. Εκτίμηση των ιδιοσυχνοτήτων

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να υπολογιστούν οι ιδιοσυχνότητες μιας κατασκευής κατά τον σχεδιασμό. Ο πιο διαδεδομένος είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων.

Θα πρέπει βέβαια να σημειωθεί ότι οι ιδιότητες των υλικών, η πολυπλοκότητα της κατασκευής, ο τύπος του καταστρώματος και οι συνθήκες στήριξης μπορούν να δημιουργήσουν διαφορές στις ιδιοσυχνότητες που μετρήθηκαν κατά τον σχεδιασμό με τις ιδιοσυχνότητες της πραγματικής κατασκευής.

Προτείνεται η μάζα των πεζών να λαμβάνεται υπόψη κατά τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων μόνο όταν η μάζα των πεζών είναι πάνω από το 5% της μάζας του καταστρώματος.

2.2. Έλεγχος του κρίσιμου εύρους των ιδιοσυχνοτήτων

Τα κρίσιμα πεδία των ιδιοσυχνοτήτωνf_iτων πεζογεφυρών που διεγείρονται από ανθρώπινη δραστηριότητα είναι:

Α) για διαμήκεις και εγκάρσιες δονήσεις:

$$1{,}25\ \text{Hz} \leq f_i \leq 2{,}3\ \text{Hz}$$

Β) για πλευρικές δονήσεις : $0{,}5\ \text{Hz} \leq f_i \leq 1{,}2\ \text{Hz}$

3. Προσεγγίσεις διαφόρων κανονισμών

Α) Βρετανικός Κανονισμός

Ο Βρετανικός Κανονισμός 29/04 διευκρινίζει ότι όλες οι πεζογέφυρες θα έπρεπε να ικανοποιούν τις απαιτήσεις λειτουργικότητας λόγω ταλάντωσης που έχουν διατυπωθεί στον κανονισμό BD 37/01 [3] Appendix B5.5. Κατά τον οποίο, αν η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα της δόνησης υπερβεί τα 5 Hz κατά την κατακόρυφη διεύθυνση της γέφυρας υπό μηδενικό φορτίο και τα 1.5 Hz με φορτίο στην οριζόντια διεύθυνση , οι απαιτήσεις λειτουργικότητας θεωρούνται ότι ικανοποιούνται.

Αν όμως η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα είναι μικρότερη ή ίση των 5 Hz, η μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση οποιουδήποτε σημείου της γέφυρας περιορίζεται σε:

$$\alpha_{lim}=0.5\sqrt{f}$$

Η μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση μπορεί να υπολογιστεί είτε με την απλοποιημένη μέθοδο, είτε με την γενική μέθοδο. Η απλοποιημένη μέθοδος είναι μόνο ακριβής για κατασκευές ενός ή το πολύ τριών ανοιγμάτων συνεχών και συμμετρικών δοκών απλά εδραζόμενων. Για πιο πολύπλοκες κατασκευές, η μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση πρέπει να υπολογίζεται θεωρώντας ότι το δυναμικό φορτίο που επιβάλλεται από ένα μόνο πεζό, προσομοιώνεται ως ένα παλλόμενο σημειακό φορτίο F που κινείται κατά μήκος ενός ανοίγματος της γέφυρας με σταθερή ταχύτητα v_tόπως παρουσιάζεται παρακάτω:

$$F = 180\sin(2\pi ft)$$

$$v_t=0.9\cdot f$$

όπου feίναι η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα της γέφυρας και to χρόνος που διαρκεί το φαινόμενο. Αν η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα στην οριζόντια διεύθυνση είναι μικρότερη από 1.5 Hz, πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην πιθανότητα η διέγερση της γέφυρας από τους πεζούς να δημιουργεί πλευρικές μετακινήσεις μεγάλου μεγέθους . Γέφυρες μικρής μάζας και απόσβεσης που χρησιμοποιούνται από μεγάλα πλήθη ατόμων είναι ιδιαίτερα ευαίσθητες σε τέτοιες δονήσεις. Ωστόσο δεν έχει ακόμα διερευνηθεί η μέθοδος που θα υπολογίζει τις μέγιστες οριζόντιες μετακινήσεις.

Β) Ευρωκώδικας

Στον EN:1990, Βάσεις του Σχεδιασμού των Κατασκευών [5], σημειώνεται ότι τα κριτήρια λειτουργικότητας των πεζών πρέπει να ορίζονται βάσει της μέγιστης αποδεκτής επιτάχυνσης οποιουδήποτε μέρους του καταστρώματος. Επίσης, δίνονται οι μέγιστες τιμές επιταχύνσεων οποιουδήποτε μέρους του καταστρώματος στον παρακάτω πίνακα:

ΜΕΓΙΣΤΕΣΑΠΟΔΕΚΤΕΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΕΙΣ	
ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΣ ΔΟΝΗΣΕΙΣ	0.7 m/sec^2
ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΔΟΝΗΣΕΙΣ, ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΧΡΗΣΗ	0.2 m/sec^2
ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΔΟΝΗΣΕΙΣ,ΣΥΝΩΣΤΙΣΜΟΣ	0.4 m/sec^2

Πιν.5. Μέγιστες αποδεκτές επιταχύνσεις κατά τον EN:1990

Ο Ευρωκώδικας 1, μέρος 2, αναφέρει τα μοντέλα για τα φορτία κίνησης για τον σχεδιασμό των οδικών γεφυρών , πεζογεφυρών και σιδηροδρομικών γεφυρών. Η Παράγραφος 5.7 αναφέρει τα δυναμικά μοντέλα για την φόρτιση που προκαλούν οι πεζοί. Ανάλογα με τα δυναμικά χαρακτηριστικά της κατασκευής, οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες της κατασκευής του καταστρώματος πρέπει να υπολογίζονται από ένα κατάλληλο κατασκευαστικό μοντέλο. Επίσης , αναφέρει ότι οι δυνάμεις που προκαλούνται από τους πεζούς με συχνότητα πανομοιότυπη με μία ιδιοσυχνότητα της κατασκευής μπορεί να οδηγήσει σε συντονισμό και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στους περιορισμούς σχετικά με τις ταλαντώσεις. Τέλος, αναφέρει ότι πρέπει να ορίζεται ένα κατάλληλο δυναμικό μοντέλο για την φόρτιση που προκαλείται από τους πεζούς, ώστε να ικανοποιούνται τα κριτήρια λειτουργικότητας. Οι μέθοδοι όμως για τον σχεδιασμό του μοντέλου φόρτισης αφήνονται στην κρίση του σχεδιαστή.

Ο Ευρωκώδικας 5,μέρος 2 [6], παρέχει πληροφορίες σχετικά με τον σχεδιασμό ξύλινων γεφυρών. Απαιτεί τον υπολογισμό της επιτάχυνσης της γέφυρας που προκαλείται από ένα μικρό πλήθος ατόμων και στην εγκάρσια και στις διαμήκεις διευθύνσεις. Η αποδεκτή επιτάχυνση είναι ίδια με αυτή που αναφέρεται στον EN:1990 Ο.7 και 0.2 m/sec^2, στην κατακόρυφη και στην οριζόντια διεύθυνση αντίστοιχα. Πρέπει να πραγματοποιείται και μία επιβεβαίωση των κριτηρίων λειτουργικότητας για τις γέφυρες με ιδιοσυχνότητες μικρότερες των 5 Hz για τις κατακόρυφες ιδιομορφές και μικρότερες των 2.5Hz για τις οριζόντιες. Μια απλοποιημένη μέθοδος για των υπολογισμό των δονήσεων που προκαλούνται από τους πεζούς σε απλά εδραζόμενες δοκούς δίνεται στον Ευρωκώδικα 5, παράρτημα Β. Τα μοντέλα φόρτισης και οι μέθοδοι ανάλυσης για πολύπλοκες κατασκευές καθορίζονται σύμφωνα με την κρίση του σχεδιαστή. Στον Ευρωκώδικα 5 επίσης, επισημαίνεται ότι τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για τους υπολογισμούς και επομένως και τα αποτελέσματα που απορρέουν από αυτούς, περιέχουν πολλές ανακρίβειες. Γι' αυτό, σε περίπτωση που τα κριτήρια λειτουργικότητας δεν έχουν ένα μεγάλο δείκτη ασφαλείας για να ικανοποιούνται, θα πρέπει να γίνει πρόβλεψη στον σχεδιασμό για την χρήση αποσβεστήρων στην κατασκευή μετά την ολοκλήρωσή της.

Γ) ISO 10137

Στον ISO 10137 έχουν αναπτυχθεί οδηγίες με τον σκοπό να παρουσιαστούν οι αρχές πρόβλεψης των δονήσεων κατά την φάση σχεδιασμού και επίσης να εκτιμηθεί η αποδοχή των δονήσεων από τις κατασκευές.

Ο ISO 10137 ορίζει την πηγή της δόνησης, το μέσο και τον αποδέκτη ως τρία θέματα κλειδιά, τα οποία απαιτούν την κατάλληλη μελέτη και προσοχή για την εκτίμηση των ορίων λειτουργικότητας της κατασκευής.

Η πηγή δόνησης παράγει δυναμικά φορτία και δράσεις (πεζοί). Η γέφυρα αποτελεί το μέσο μετάδοσης μεταξύ της πηγής και του αποδέκτη. Ο αποδέκτης των δονήσεων είναι και πάλι οι πεζοί. Σύμφωνα με τον ISO 10137, η ανάλυση της απόκρισης της κατασκευής απαιτεί ένα υπολογιστικό μοντέλο το οποίο επεξεργάζεται τα χαρακτηριστικά του πηγής και του μέσου μετάδοσης, και εν συνεχεία τα επιλύει για να δώσει την απόκριση της δόνησης στον αποδέκτη.

Βέβαια ο σχεδιαστής θα πρέπει να αποφασίσει για το ποια κριτήρια λειτουργικότητας θα επιλέξει και το εύρος διακύμανσής τους. Επίσης, αναφέρεται ότι στις πεζογέφυρες το μέγεθος της δόνησης που προκαλείται από τις δονήσεις της πηγής δεν θα πρέπει να γίνεται αντιληπτό από τους εν δυνάμει πεζούς. Στο παράρτημα Γ, δίνονται παραδείγματα για τα κριτήρια δόνησης σε πεζογέφυρες. Προτείνεται να χρησιμοποιούνται καμπύλες-διαγράμματαγια δονήσεις και στις κατακόρυφες και στις εγκάρσιες διευθύνσεις που δίνονται στον ISO 2631-2, πολλαπλασιαζόμενες με ένα συντελεστή 60, εκτός και αν σε κάποιο σημείο της γέφυρας στέκονται ακούνητοι ένας ή και περισσότεροι πεζοί, όπου σ’ αυτή την περίπτωση εφαρμόζεται ένας συντελεστής 30. Αυτό συμβαίνει γιατί ένας άνθρωπος που στέκεται όρθιος είναι πιο ευαίσθητος στο να αντιληφθεί τις δονήσεις από εκείνον που βρίσκεται σε κίνηση.

Σύμφωνα με τον ISO 10137, οι δυναμικές δράσεις ενός ή περισσοτέρων ατόμων μπορούν να προσομοιωθούν ως χρονοϊστορίες. Αυτή η δύναμη θα μεταβάλλεται βάσει του χρόνου και της θέσης του ατόμου, καθώς αυτό θα διασχίζει την κατασκευή. Η φάση σχεδιασμού θα πρέπει να επιλέγεται ανάλογα με την ποσότητα των ατόμων που θα περνούν την γέφυρα σ' όλη την χρονική διάρκεια της ζωής της. Προτείνεται να θεωρούνται τα ακόλουθα σενάρια:

- Ένα άτομο να διασχίζει την γέφυρα
- Μια ομάδα 8-15 ατόμων να διασχίζουν την γέφυρα
- Πλήθος πεζών να διασχίζουν την γέφυρα (περισσότερα από 15 άτομα)
- Περιστασιακά και αν το επιτρέπει η περιοχή και το είδος της γέφυρας, ομάδες ατόμων που διοργανώνουν χορογραφικές εκδηλώσεις.

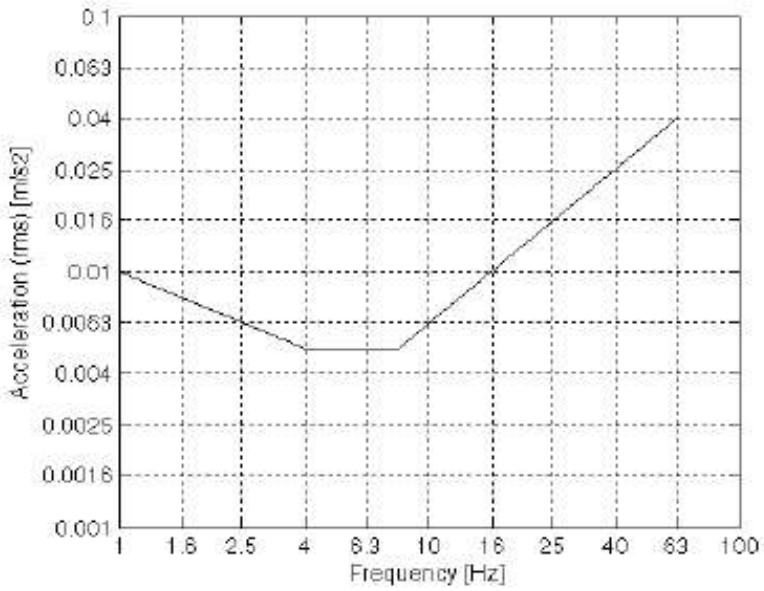
Σύμφωνα με τον ISO 10137, η δυναμική φόρτιση F(t) που επιβάλλεται από ένα άτομο καθώς αυτό διασχίζει την γέφυρα εκφράζεται συναρτήσει της συχνότητας, όπως παρουσιάστηκε στις εξισώσεις {1.1} και {1.2}.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, καταλαβαίνουμε ότι τα κριτήρια για την αξιολόγηση των δυνάμεων που εισάγονται σε μία πεζογέφυρα από την κίνηση των πεζών εκφράζονται συνήθως σε όρους οριακών επιτρεπτών τιμών επιταχύνσεων. Οι τιμές που προτείνονται από τους διάφορους κανονισμούς ποικίλλουν επειδή το θέμα αφορά στην αίσθηση άνεσης και στην πιθανή δυσφορία που μπορεί να προκληθεί στους χρήστες και επομένως είναι σε μεγάλο βαθμό υποκειμενικό.

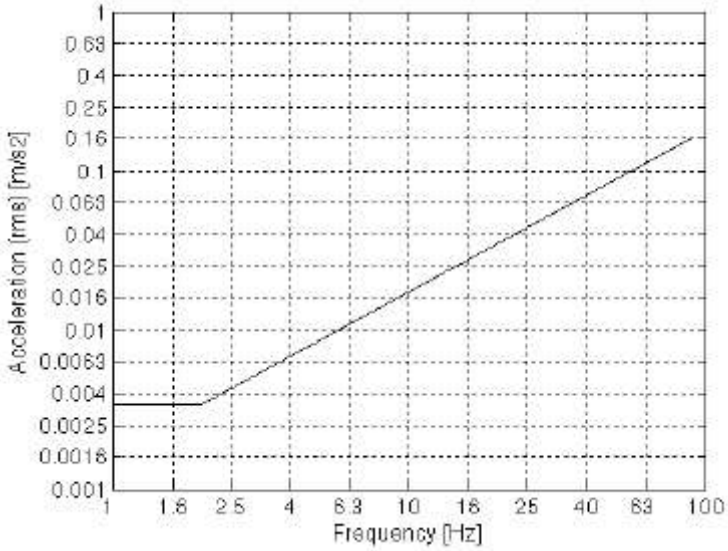
Στον πίνακα 6 παρακάτω, παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι οριακές τιμές των κατακόρυφων επιταχύνσεων που αναπτύσσονται σε μία πεζογέφυρα από την κίνηση πεζών , όπως προτείνονται από τους κανονισμούς που αναφέρθηκαν παραπάνω αλλά και από άλλους συμπληρωματικά. Να σημειωθεί ότι οι τιμές αυτές προτείνονται γενικά για το σύνολο του φορέα χωρίς να αναφέρονται συγκεκριμένες στάθμες φόρτισης στις οποίες αντιστοιχούν.

	ΜΕΓΙΣΤΗ ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ α_{max} (m/sec^2)	α_{max} (m/sec^2)
ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑΣ	≤ 0.7	≤ 0.7
ISO 10137/2631	≤ 60* η τιμή που προκύπτει από το σχήμα 4 ή ≤ 30* η τιμή που προκύπτει από το σχήμα 4 για έναν ή και περισσότερους ακίνητους πεζούς πάνω στην γέφυρα	~ 0.5 ~ 0.25
BS 5400	$\leq 0.5\sqrt{f_i}$, f_i η θεμελιώδης συχνότητα της γέφυρας	0.77
DIN-Fachbericht 102	$\leq 0.5\sqrt{f_i}$, f_i η θεμελιώδης συχνότητα της γέφυρας	0.77
Bachmann	$\leq 0.5 - 1.0$	$0.5 - 1.0$

Πιν. 6 Οριακές επιτρεπτές τιμές κατακόρυφων επιταχύνσεων



Σχ. 4 Καμπύλη κατακόρυφων επιταχύνσεων σύμφωνα με το ISO 10137



Σχ. 5 Καμπύλη οριζόντιων επιταχύνσεων σύμφωνα με το ISO 10137

Από σχετικές μετρήσεις {Krämer} , προέκυψε η ακόλουθη προσεγγιστική σχέση μεταξύ της υποκειμενικής αντίληψης των διερχομένων πεζών και της μέγιστης κατακόρυφης επιτάχυνσης της γέφυρας:

$\frac{a_{max}}{g}[\%] = 4 \cdot k - 2.15$, όπου

k =1, οι ταλαντώσεις δεν γίνονται αντιληπτές

k=2, οι ταλαντώσεις γίνονται αντιληπτές

k=3, οι ταλαντώσεις γίνονται δυσάρεστες

k=4, οι ταλαντώσεις προκαλούν ανησυχία

k=5, οι ταλαντώσεις προκαλούν πανικό

Από την σχέση αυτή προκύπτει ότι για k = 2.5 (ταλαντώσεις μεταξύ αντιληπτών και δυσάρεστων , ως μέγιστη τιμή επιτρεπόμενης κατακόρυφης επιτάχυνσης η τιμή α_{max}= 0.8 m/sec^2.

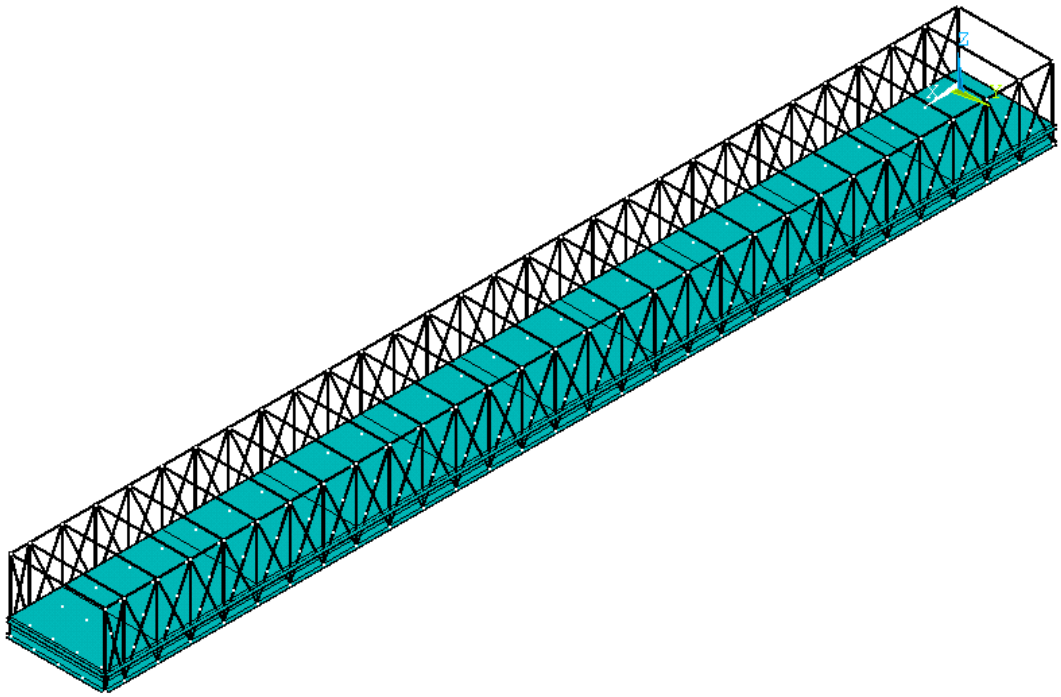
Γενικά μια μέγιστη τιμή επιτάχυνσης της τάξεως των 0.5 m/sec^2, θεωρείται ικανοποιητική.

4. Περιγραφή της πεζογέφυρας

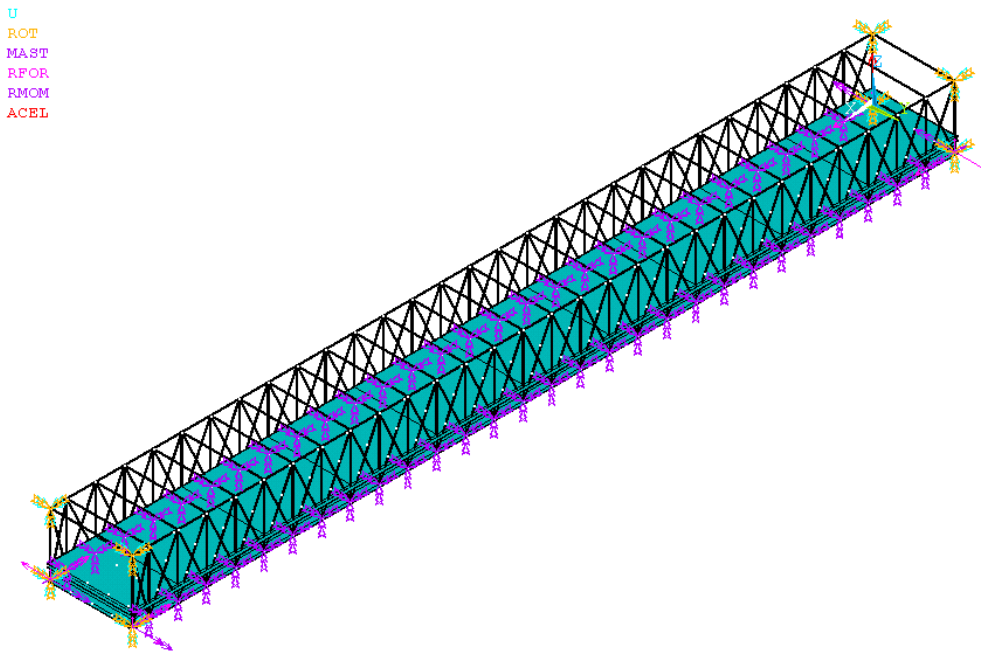
Η πεζογέφυρα που εξετάζουμε έχει μήκος 40 μέτρων, πλάτος 4 μέτρα και αποτελείται από ένα μεταλλικό χωροδικτύωμα αποτελούμενο από δύο κυρίως ζευκτά διατομής ΗΕΑ 600, συνδεόμενα με διαδοκίδες διατομής I και τεγίδες στέγης διατομής κυκλικής με ακτίνα R= 5 cm.

Το κατάστρωμα αποτελείται από πλάκα οπλισμένου σκυροδέματος πάχους 30 cm.

Το κατάστρωμα επιβαρύνεται εκτός του ιδίου βάρους του από το δυναμικό φορτίο που προκαλεί ένας πεζός στην πρώτη περίπτωση φόρτισης και μια ομάδα 15 ατόμων στην δεύτερη και εξετάζεται η δυναμική απόκριση της κατασκευής.



Οι συνθήκες στήριξης παρουσιάζονται στην παρακάτω εικόνα. Θεωρηθήκαν πακτώσεις.



4.1. Ποιότητες υλικών και παραδοχές

Η κατασκευή αποτελείται από κύριες δοκούς από χάλυβα S355, πλάκα καταστρώματος από οπλισμένο σκυρόδεμα ποιότητας C20/25. Στους πίνακες που ακολουθούν παρατίθενται οι ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν:

Μέτρο ελαστικότητας	E_a = 210000 MPa
Μέτρο ολίσθησης	$G_a = E_a / [2\cdot(1+v_a)]$
Σταθερά Poisson	V_a= 0.3
Ειδικό Βάρος	γ_a = 78.5kN/m^3
$\mathbf{f_y}$	355 MPa
$\mathbf{f_u}$	510 MPa

Πιν.7 Χαρακτηριστικά χάλυβα S355

Μέτρο ελαστικότητας	E_{cm} = 29GPa
Σταθερά Poisson	V = 0.2
Ειδικό Βάρος	γ_c = 25 kN/m^3 , οπλισμένο γ_c = 26kN/m^3 , νωπό
f_{ck}	20 MPa

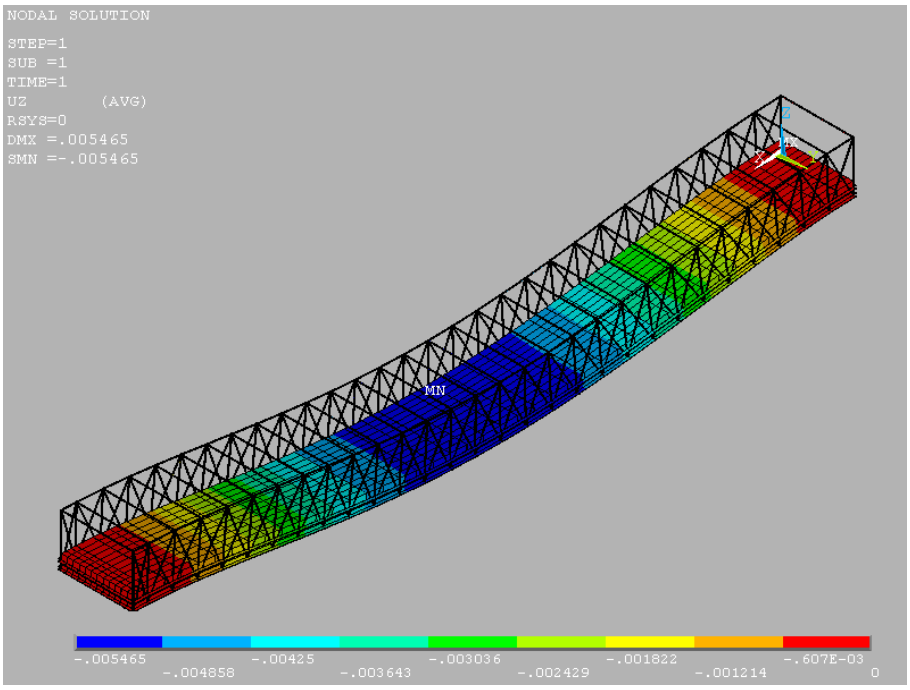
Πιν. 8 Χαρακτηριστικά σκυροδέματος C20/25

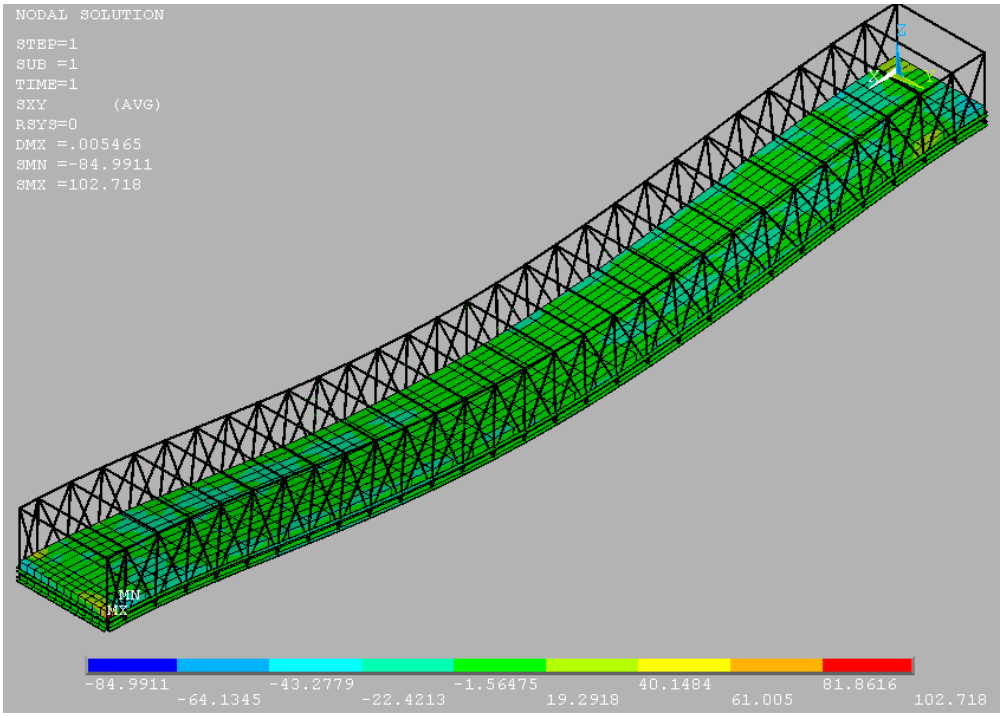
5. Απόκριση της κατασκευής σε στατικό φορτίο

Διεξήχθησαν πολλαπλές στατικές αναλύσεις κατά τον σχεδιασμό της πεζογέφυρας βάσει όλων των σχετικών ισχυόντων κανονισμών. Η βασική στατική ανάλυση περιελάμβανε την επίλυση του φορέα υπό την φόρτιση του ιδίου βάρους του και την επιβάρυνση του καταστρώματος από την διέλευση πεζών, φορτίο που για χώρους ιδιαίτερης συνάθροισης κοινού λαμβάνεται ίσο με 5kN/m^2. Οι αναλύσεις έγιναν με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα ANSYS , έκδοση 13. Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν κυρίως ήταν του τύπου BEAM188, SHELL181 και LINK180.

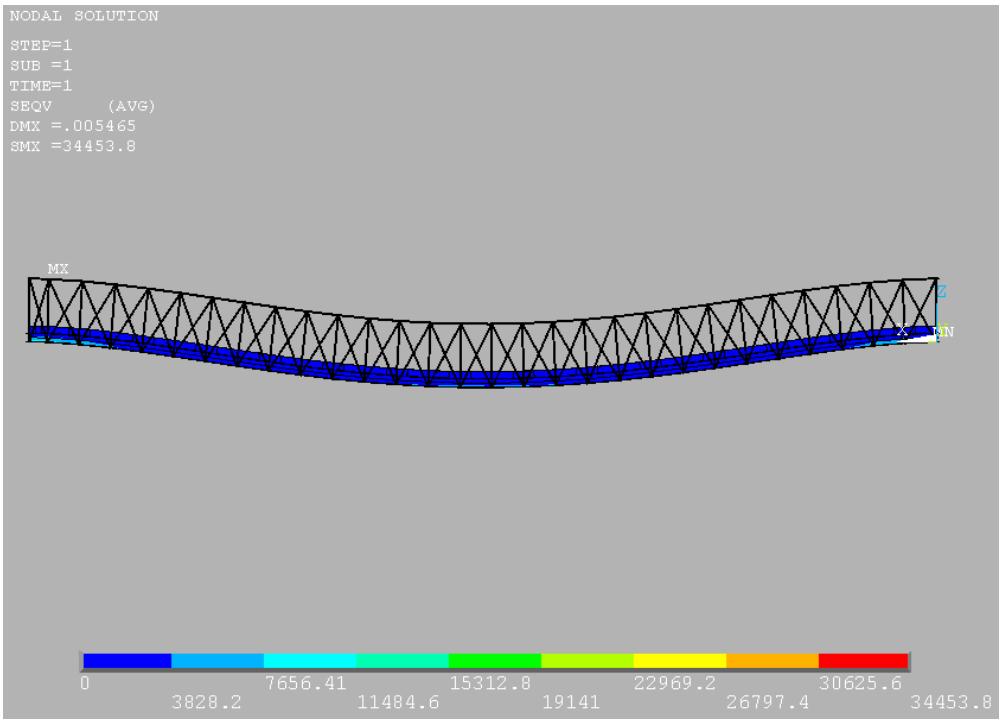
Η στατική ανάλυση πραγματοποιήθηκε θεωρώντας τον φορέα γεωμετρικά γραμμικό όπως επίσης και οι ιδιότητες των υλικών περιγράφηκαν ως γραμμικές.

Οι τελικές αναλύσεις έδειξαν ότι ο φορέας είναι ασφαλής και λειτουργικός υπό την φόρτιση των στατικών φορτίων.





Μέγιστη shearXY: 102,728 kPa



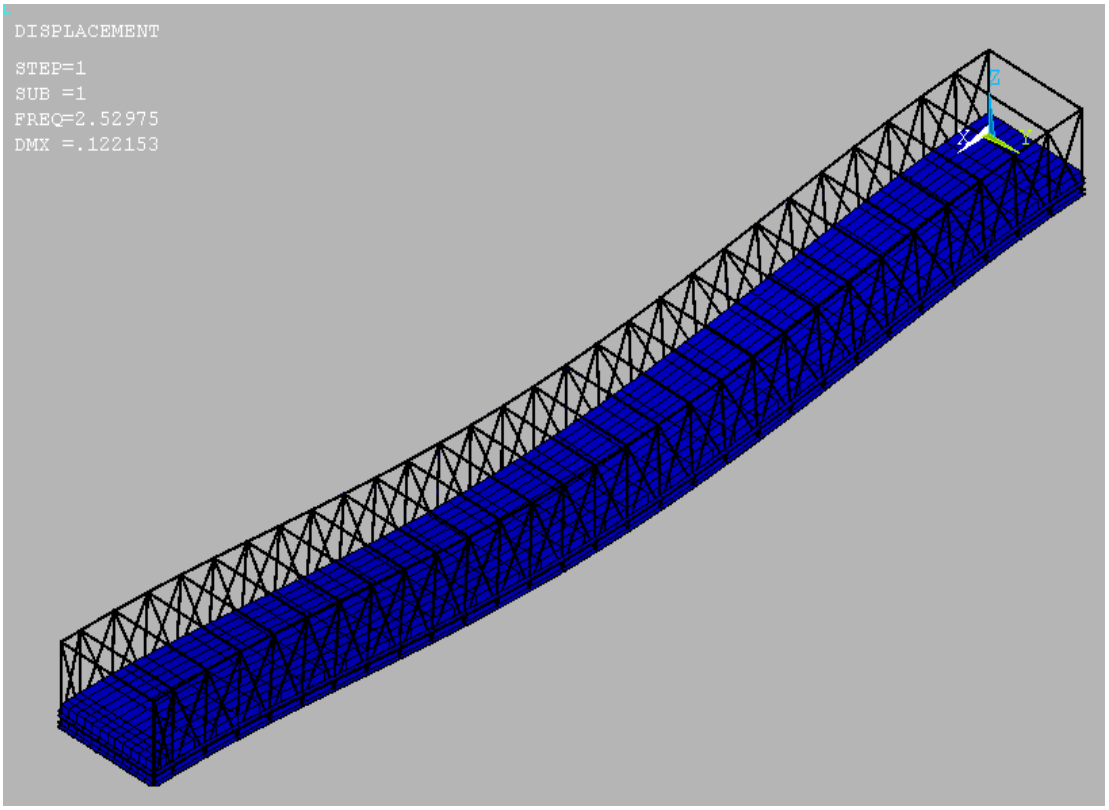
Μέγιστη vonMises: 34.453,8 kPa

6. Ιδιομορφική Ανάλυση

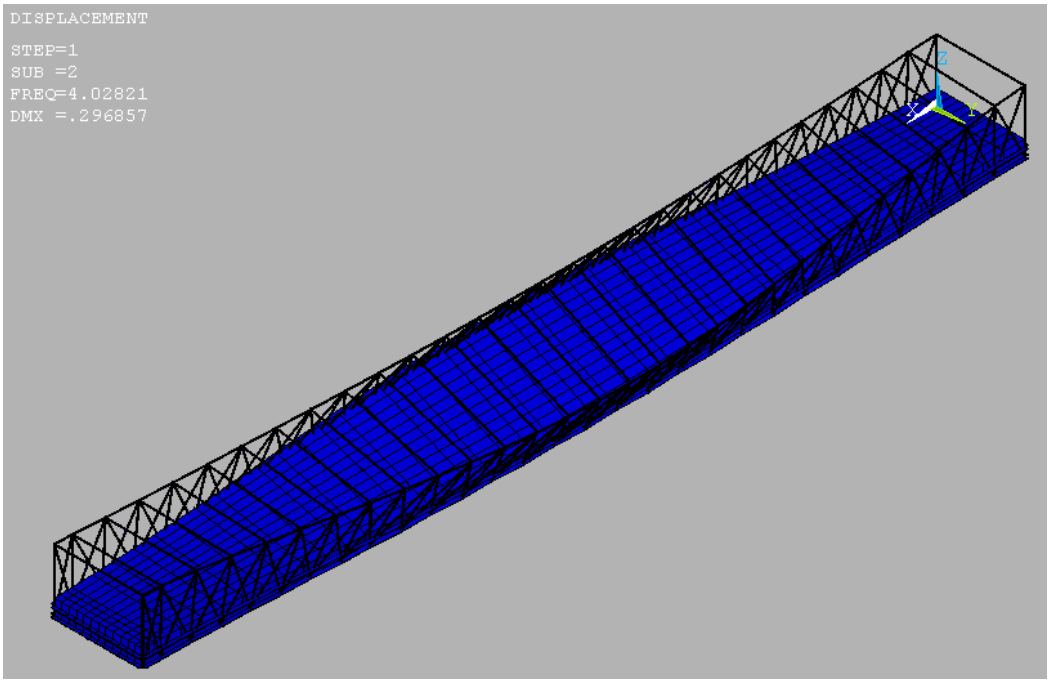
Για τον υπολογισμό των φυσικών ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος blockLanczos. Εξήχθησαν 50 ιδιοσυχνότητες και αντίστοιχες ιδιομορφές.

Οι υπολογισμοί έγιναν σε ένα μοντέλο με φορτίο το ίδιο βάρος. Ο λόγος απόσβεσης που χρησιμοποιήθηκε ήταν ξ=2%.

Η θεμελιώδης ιδιομορφή είναι η κατακόρυφη καμπτική για συχνότητα f= 2.52H_z



Οριζόντια ιδιομορφή εμφανίζεται για συχνότητα f= 4.02H_zκαι η μορφή της παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα:



Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι ιδιοσυχνότητες που προέκυψαν από την ανάλυση για την πρώτη περίπτωση φόρτισης με άδειο το κατάστρωμα.

***** INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE *****

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	2.5297	1	1	1
2	4.0282	1	2	2
3	6.0971	1	3	3
4	6.1628	1	4	4
5	6.3780	1	5	5
6	6.5709	1	6	6
7	7.0790	1	7	7
8	7.6835	1	8	8
9	8.3848	1	9	9
10	9.1779	1	10	10
11	9.8476	1	11	11
12	10.059	1	12	12
13	10.279	1	13	13
14	11.025	1	14	14
15	11.407	1	15	15

16	12.077	1	16	16
17	13.215	1	17	17
18	14.439	1	18	18
19	15.734	1	19	19
20	16.138	1	20	20
21	16.937	1	21	21
22	17.177	1	22	22
23	18.777	1	23	23
24	20.386	1	24	24
25	22.109	1	25	25
26	22.493	1	26	26
27	22.538	1	27	27
28	23.292	1	28	28
29	23.333	1	29	29
30	23.337	1	30	30
31	23.342	1	31	31
32	23.342	1	32	32
33	23.346	1	33	33
34	23.348	1	34	34
35	23.354	1	35	35
36	23.359	1	36	36
37	23.361	1	37	37
38	23.363	1	38	38
39	23.363	1	39	39
40	23.365	1	40	40
41	23.367	1	41	41
42	23.367	1	42	42
43	23.369	1	43	43
44	23.371	1	44	44
45	23.372	1	45	45
46	23.373	1	46	46
47	23.373	1	47	47
48	23.375	1	48	48
49	23.375	1	49	49
50	23.375	1	50	50

7. Δυναμική των Κατασκευών

7.1. Μονοβάθμιο Σύστημα

Η δυναμική ανάλυση πραγματοποιείται με σκοπό την επίλυση των εξισώσεων κίνησης, για την διατύπωση των οποίων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο ισορροπίας των δυνάμεων. Έτσι, αν παραστήσουμε με f_Iτην δύναμη αδρανείας όπου f_I=m*Ü, με f_Dτην δύναμη αποσβέσεως όπουf_D=c*ů, μεf_sτην ελαστική δύναμη όπου f_s=k*uκαι μεf(t)την εξωτερικά επιβαλλόμενη φόρτιση, θα πρέπει για κάθε χρονική στιγμή να ισχύει:

$$f_I + f_D + f_s = f(t)$$

$$f(t) = m*Ü + c*ů + k*u$$

όπου mη μάζα του συστήματος, kη δυσκαμψία και c ο συντελεστής ιξώδους απόσβεσης που επιλέγεται έτσι ώστε η ενέργεια ταλάντωσης που καταναλώνεται να είναι ισοδύναμη με την ενέργεια που καταναλώνεται από όλους τους μηχανισμούς απόσβεσης , οι οποίοι συνδυάζονται μεταξύ τους στην πραγματική κατασκευή.

Επειδή η δυναμική φόρτιση λόγω διέλευσης πεζών είναι κυρίως θέμα λειτουργικότητας, θεωρούμε ότι υπάρχει γραμμική σχέση δύναμης – παραμόρφωσης, επομένως η δυναμική απόκριση του συστήματος μπορεί να προκύψει από επίλυση των εξισώσεων κίνησης.

7.2. Πολυβάθμιο Σύστημα

Η διατύπωση των εξισώσεων κίνησης σε ένα πολυβάθμιο σύστημα θα πραγματοποιηθεί σύμφωνα με τις ακόλουθες παραδοχές.

Η κατασκευή μπορεί να προσομοιωθεί ως μια σύνθεση στοιχείων συνδεδεμένων στα κομβικά σημεία ή κόμβους.

Οι μετατοπίσεις των κόμβων είναι οι βαθμοί ελευθερίας.

Η μάζα της κατασκευής μπορεί να εξιδανικευτεί ως συγκεντρωμένη στους κόμβους της διακριτοποιημένης κατασκευής.

Η συγκεντρωμένη μάζα σε έναν κόμβο καθορίζεται από το μέρος του βάρους που μπορεί με λογικό τρόπο να κατανεμηθεί στον κόμβο. Έτσι, καθορίζεται το μητρώο μάζας M της κατασκευής. Για τον καθορισμό του μητρώου δυσκαμψίας K ακολουθείται η μέθοδος της άμεσης δυσκαμψίας κατά την οποία τα μητρώα δυσκαμψίας των απλών στοιχείων συντίθενται και μορφώνεται το μητρώο δυσκαμψίας της κατασκευής. Ο προσδιορισμός του μητρώου απόσβεσης δεν μπορεί να γίνει με τον ίδιο τρόπο, για τον λόγο ότι σε αντίθεση με το μέτρο ελαστικότητας που υπεισέρχεται στον υπολογισμό της δυσκαμψίας, οι ιδιότητες απόσβεσης των υλικών δεν είναι καλά καθορισμένες. Σημαντικό μέρος της απώλειας ενέργειας οφείλεται σε τριβές των μεταλλικών συνδέσεων , παραμορφώσεις μη φερόντων μελών μηχανικού εξοπλισμού κλπ., μηχανισμοί που είναι δύσκολο να προσδιοριστούν ακόμη και να αναγνωριστούν. Επομένως, η απόσβεση σε ένα πολυβάθμιο σύστημα συνήθως καθορίζεται με αριθμητικές τιμές των ιδιομορφικώνλόγων απόσβεσης , που στηρίζονται σε πειραματικά δεδομένα και αντιπροσωπεύουν όλους τους μηχανισμούς ανάλωσης της ενέργειας.

Οι εξισώσεις κίνησης για το πολυβάθμιο σύστημα ορίζονται ως εξής:

$$M\ddot{U} + C\dot{u} + Ku = f(t)$$

Είναιένα σύστημα συνήθων διαφορικών εξισώσεων που ορίζουν τις μετατοπίσεις $u(t)$ λόγω των φορτίων $f(t)$.Η εξίσωση αυτή είναι η αντίστοιχη για τα πολυβάθμια συστήματα της εξίσωσης που παρουσιάστηκε για το μονοβάθμιο σύστημα. Κάθε βαθμωτός όρος στη μονοβάθμια εξίσωση έχει γίνει διάνυσμα ή μητρώο τάξεως N, όπου N ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας στο πολυβάθμιο σύστημα.

7.3. Ιδιοσυχνότητες και Ιδιομορφές ταλάντωσης

Η ελεύθερη ταλάντωση ενός συστήματος χωρίς απόσβεση σε κάποια από τις ιδιομορφέςτου, μπορεί να περιγραφεί από την σχέση:

$u(t) = q_n(t)\varphi_n$, όπου το παραμορφωμένο σχήμα δεν μεταβάλλεται με τον χρόνο.

Η μεταβολή με τον χρόνο των μετατοπίσεων περιγράφεται από την απλή αρμονική εξίσωση:

$q_n(t) = A_n\cos\omega_n t + B_n\sin\omega_n t.$

Επομένως, $u(t) = \varphi_n(A_n\cos\omega_n t + B_n\sin\omega_n t).$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω εξίσωση στην εξίσωση κίνησης έχουμε:

$K\varphi_n = \omega_n M\ \varphi_n$, η οποία ονομάζεται το μητρωικό πρόβλημα ιδιοτιμών. Τα μητρώα δυσκαμψίας και μάζας K και M είναι γνωστά. Το πρόβλημα είναι ο καθορισμός του βαθμωτού μεγέθους ω_n^2και του διανύσματος φ_n.

Η παραπάνω εξίσωση ξαναγράφεται ως :

$[\ K - \omega_n^2 M]\varphi_n = 0$, η οποία μπορεί να ερμηνευθεί ως ένα σύνολο N ομογενών αλγεβρικών εξισώσεων για τα N στοιχεία φ_{jn}(j=1,2,3…N). Μη τετριμμένες λύσεις υπάρχουν εάν:

$\det[K - \omega_n^2 M] = 0$

Το ανάπτυγμα της ορίζουσας αποτελεί ένα πολυώνυμο N βαθμού ως προς ω_n^2. Η εξίσωση αυτή είναι γνωστή ως χαρακτηριστική εξίσωση ή εξίσωση ιδιοσυχνοτήτων . Έχει N πραγματικές και θετικές ρίζες για το ω_n^2, οι οποίες καθορίζουν τις N ιδιοσυχνότητεςω_nτης ταλάντωσης. Αντίστοιχα με τις N ιδιοσυχνότητες ταλάντωσης ενός N-βάθμιου συστήματος υπάρχουν N ανεξάρτητα διανύσματα φ_n , που είναι οι ιδιομορφές ταλάντωσης.

Η απόκριση του συστήματος μπορεί να προκύψει από την σχέση:

$u(t) = \sum\varphi_n q_n(t)$,όπου $q_n(t)$ προσδιορίζεται από την εξίσωση:

$M_n\ddot{q}_n + C_n\dot{q}_n + K_n q_n = f_n(t)$, όπου $M_n = \varphi_n^T M \varphi_n$, $K_n = \varphi_n^T K \varphi_n$, $C_n = \varphi_n^T C \varphi_n$ και $f_n(t) = \varphi_n^T f(t)$.

Εφόσον έχουν ορισθεί όλες οι παράμετροι που απαιτούνται για την επίλυση των εξισώσεων κίνησης , απομένει να ορισθεί και να μοντελοποιηθεί η δύναμη p(t) η οποία εφαρμόζεται από την κίνηση των πεζών.

7.4. Δυναμική απόκριση της πεζογέφυρας υπό την φόρτιση ενός μόνο ατόμου

Το βάδισμα του πεζού εισάγει δυνάμεις στο κατάστρωμα της πεζογέφυρας, τόσο στην κατακόρυφη όσο και στην εγκάρσια και διαμήκη διεύθυνση. Το μέγεθος των δυνάμεων αυτών που είναι μεταβλητές με τον χρόνο, εξαρτάται από πολλούς παράγοντες όπως την συχνότητα του βήματος, η ταχύτητα του βαδίσματος, το μήκος του βήματος και το βάρος του πεζού. Η δυναμική ανάλυση της πεζογέφυρας διεξήχθη χρησιμοποιώντας το ίδιο μοντέλο με αυτό της στατικής ανάλυσης. Προσομοιώθηκαν τα δυναμικά φορτία που επιβάλλονται στην πεζογέφυρα λόγω της διέλευσης πεζών. Εκτιμήθηκαν τα όρια αστοχίας και λειτουργικότητας

7.5. Φόρτιση από ομάδες και πλήθος πεζών

Αφού εξετάστηκε η πεζογέφυρα υπό την φόρτιση ενός μόνο πεζού, συνέχεια έχει η μελέτη της πεζογέφυρας υπό την φόρτιση από μια ομάδα και ένα πλήθος τυχαία κατανεμημένο στο χώρο, για να εξεταστεί το ενδεχόμενο εμφάνισης συγχρονισμού των ιδιοσυχνοτήτων της γέφυρας με την συχνότητα βαδίσματος των πεζών. Όσον αφορά στις κατακόρυφες δονήσεις, αναφέρεται ότι απαιτείται κατακόρυφη μετακίνηση τουλάχιστον 10 mm που αντιστοιχεί σε κατακόρυφη επιτάχυνση 1.6m/sec^{2}για ιδιοσυχνότητα 2 Hz προκειμένου να προκληθεί διαταραχή στη συχνότητα βαδίσματος του πεζού και προσαρμογή της κίνησής του στην κίνηση της κατασκευής.

Μια πρώτη προσπάθεια για να προσομοιωθεί η φόρτιση που εισάγεται από μία ομάδα πεζών έγινε από τον Matsumoto(1978), ο οποίος υπέθεσε ότι ο αριθμός των πεζών που φτάνει στην γέφυρα ακολουθεί κατανομή Poisson, ενώ η γωνία φάσης ακολουθεί τυχαία κατανομή. Βασιζόμενος σε αυτές τις υποθέσεις πρότεινε,

τον ακόλουθο πολλαπλασιαστικό συντελεστή mγια την φόρτιση που εισάγεται από έναν πεζό:

$m=\sqrt{\lambda T_0}$, Όπου

λ =ο μέσος αριθμός των ατόμων στο πλάτος της γέφυρας μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή (άτομα/ sec*m)

T_0 = ο απαιτούμενος χρόνος για την διάσχιση της γέφυρας μήκους L με ταχύτητα v_s, δηλ. $T_0=L/v_s$

λT_0 = ο αριθμός των ατόμων που βρίσκονται στη γέφυρα κάθε χρονική στιγμή συμβολισμένος με n.

Ο πολλαπλασιασμός με τον συντελεστή $m=\sqrt{n}$συμβολίζει ένα φορτίο που οφείλεται σε πεζούς μη συγχρονισμένους μεταξύ τους. Ακολουθώντας την ίδια λογική ο συντελεστής m=nαντιπροσωπεύει τον απόλυτο συγχρονισμό των ατόμων. Επομένως, για ένα πλήθος που είναι συγχρονισμένο σε κάποιο βαθμό, ο συντελεστής m παίρνει τιμές στο διάστημα $m=\left|\sqrt{n}n\right|$. Η μορφή λοιπόν της φόρτισης που προκύπτει για μία ομάδα πεζών δίνεται από την σχέση:

$$F_p(t)= m*f_p(t)$$

Μια άλλη προσέγγιση δόθηκε από τον Krämer (1998), σύμφωνα με την οποία η συνολική δύναμη λόγω της κίνησης N ατόμων δίνεται από την σχέση:

$$F_N(t) = f_p(t)\cdot N\cdot S\cdot R$$ όπου,

$f_p(t)$ =η δύναμη που εφαρμόζεται για ένα πεζό

N= πλήθος ατόμων που συμμετέχουν στην κίνηση

S= συντελεστής συγχρονισμού

R= μειωτικός συντελεστής

Το βάδισμα, ακόμα και άτακτο, περισσοτέρων ατόμων προκαλεί μια περιοδική και δυναμική φόρτιση στο φορέα, μόνο που η συχνότητα και η διαφορά φάσης της κίνησής τους δεν συμπίπτει με αυτές της κίνησης ενός ατόμου. Για τον

σκοπό αυτό εισάγεται ένας συντελεστής συγχρονισμού S, ο οποίος ορίζεται ως το πηλίκο της ταχύτητας που καταγράφεται σε ένα σημείο της πεζογέφυρας λόγω του ελεύθερου άτακτου βαδίσματος N ατόμων, προς την ταχύτητα στο ίδιο σημείο λόγω του συγχρονισμένου βαδίσματος των ατόμων αυτών. Από μετρήσεις έχει προκύψει για το μέσον του φορέα S= 0.275 , ενώ η θεωρητική τιμή είναι S= 0.255. Ο μειωτικός συντελεστής R εισάγεται για να ληφθεί υπόψη η εξασθένιση της κίνησης του φορέα κατά την απομάκρυνση των ατόμων από το μέσον, δεδομένου ότι δεν βρίσκονται και τα N άτομα στη δυσμενέστερη θέση (για φορτίο $f_p(t)$που ασκείται στο δυσμενέστερο σημείο). Ο R ορίζεται ως το πηλίκο της ταχύτητας του φορέα που καταγράφεται στο μέσον, όταν υπάρχουν N άτομα ομοιόμορφα κατανεμημένα κατά μήκος του φορέα, προς την ταχύτητα λόγω της κίνησης N ατόμων αν ήταν όλα στο μέσον (=ταχύτητα λόγω κίνησης ενός ατόμου στο μέσον επί N). Η μετρηθείσα εμπειρική τιμή είναι R= 0.465. Η τιμή αυτή είναι μικρότερη από την θεωρητική, διότι καθώς τα άτομα κινούνται προς το μέσον προσαρμόζουν την συχνότητα βηματισμού τους στην ταλάντωση του φορέα. Όσο λοιπόν προχωρούν προς το μέσον τόσο η ταλάντωση γίνεται πιο αισθητή, με αποτέλεσμα να συνεισφέρουν σε αυτή λιγότερο απ' ότι υπολογίζεται θεωρητικά.

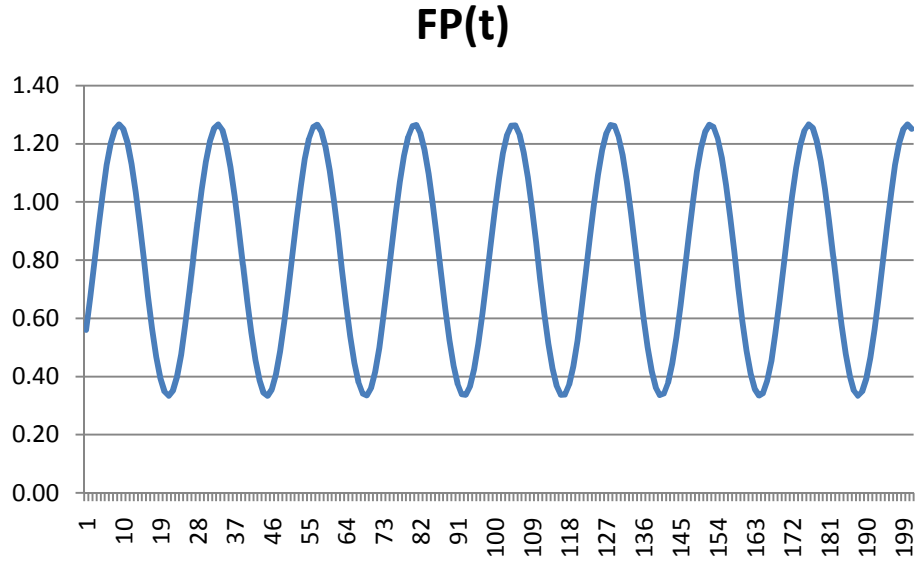
7.6. Μοντέλο προσομοίωσης της δυναμικής ανάλυσης της πεζογέφυρας

Η δυναμική ανάλυση της πεζογέφυρας διεξήχθη χρησιμοποιώντας την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Σκοπός της ανάλυσης είναι να εξεταστεί η απόκριση της κατασκευής εξαιτίας των δυναμικών φορτίων που επιβάλλονται από τους πεζούς.

Χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα ANSYSv13, προσομοιώθηκε η γεωμετρία του φορέα, αποφασίστηκαν οι συνθήκες στήριξης και επιβλήθηκαν τα δυναμικά φορτία από την διέλευση των πεζών με τρεις διαφορετικούς τρόπους φόρτισης.

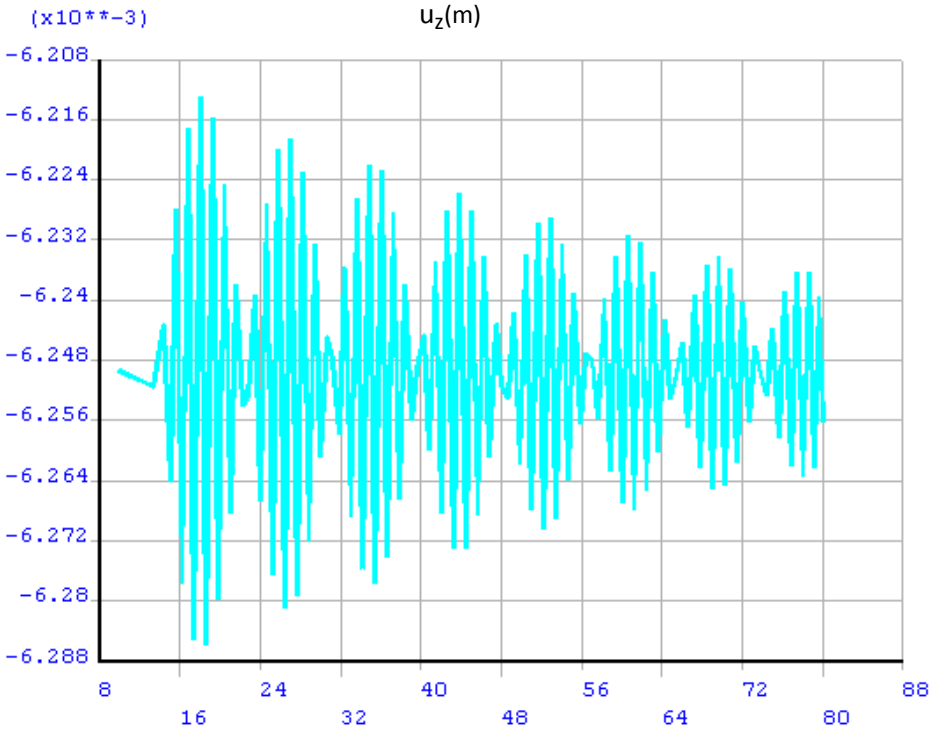
Η πρώτη μορφή φόρτισης είναι το φορτίο που επιβάλλει ένας πεζός με την διέλευση του,με ταχύτητα κανονική βαδίσματος.

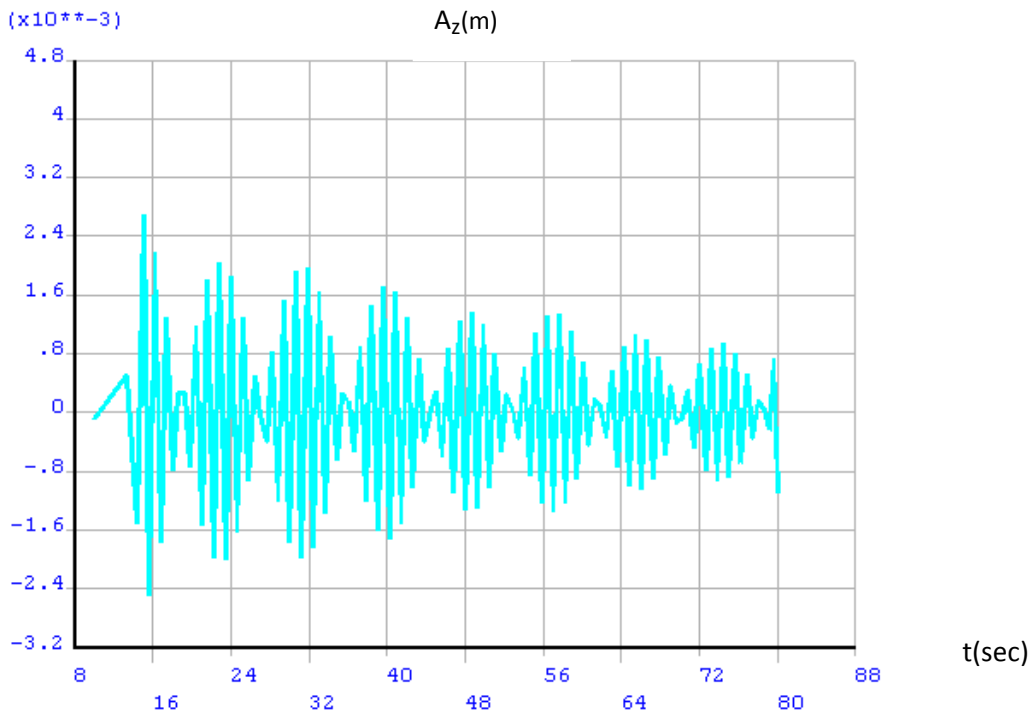
Για την δύναμη που ασκεί ο πεζός, θεωρήθηκε ένα περιοδικό φορτίο με χρήση της σειράς Fourier, όπως προτείνεται από την βιβλιογραφία και από σχετικούς κανονισμούς (ISO 10137) με θεώρηση των τριών πρώτων αρμονικών. Θεωρούμε ότι το φορτίο κινείται 1.4 m/sec έτσι ώστε να προσομοιωθεί η κίνηση του πεζού στην πεζογέφυρα. Η εικόνα του φορτίου $f_p(t)$(kN) που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζεται στην εικόνα παρακάτω:



Η φόρτιση αυτή, προσομοιώθηκε στο Ansys μέσω της ανάλυσης Transient, Reduced και τοποθετήθηκε ως σημειακή φόρτιση ανά δευτερόλεπτο σε συγκεκριμένα σημεία στο μέσο του πλάτους της πεζογέφυρας καθ' όλο το μήκος της.

Τα διαγράμματα της κατακόρυφης μετακίνησης και επιτάχυνσης που προέκυψαν για τον κόμβο στο μέσο της πεζογέφυρας ως το δυσμενέστερο σημείο παρουσιάζονται στα διαγράμματα που παρουσιάζονται παρακάτω:





Σχ. 6 Κατακόρυφη μετακίνηση και επιτάχυνση για το σημείο στο μέσο της πεζογέφυρας (φόρτιση ενός πεζού).

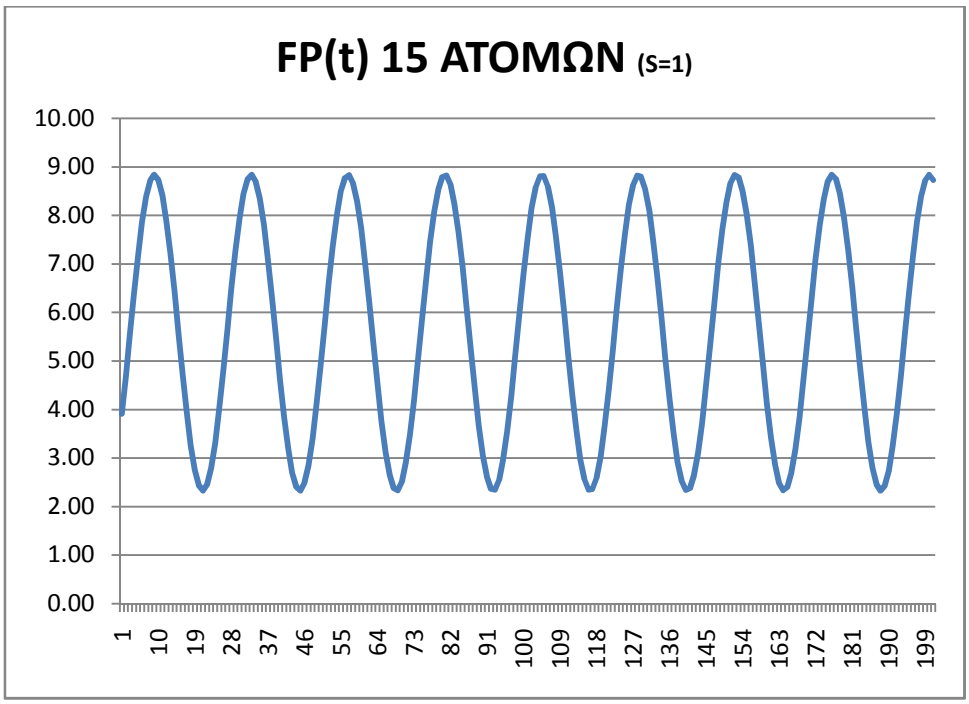
Προκύπτει $U_z$max = 0.0062857m και $A_z$max = 0.026874m/sec^2.

Οι τιμές των μέγιστων επιταχύνσεων που προέκυψαν από την κίνηση ενός πεζού θεωρούνται μικρές και είναι σίγουρα μικρότερες από τις επιτρεπτές (0.5 m/sec^2 κατά τον ISO 10137).

Στην δεύτερη μορφή επιβάλλεται ένα φορτίο μιας ομάδας πεζών που διασχίζουν την γέφυρα με σταθερή ταχύτητα βαδίσματος 1.4 m/sec^2.Συγκεκριμένα διασχίζουν την πεζογέφυρα 15 άτομακαι εφαρμόζεται η σχέση του Kramer που θεωρεί και τους 15 πεζούς συγχρονισμένους και επομένως χρησιμοποιεί συντελεστή S =1 , αλλά εξετάζεται και η περίπτωση να είναι ασυγχρόνιστοι, επομένως χρησιμοποιείται ο συντελεστής S = 0.275.

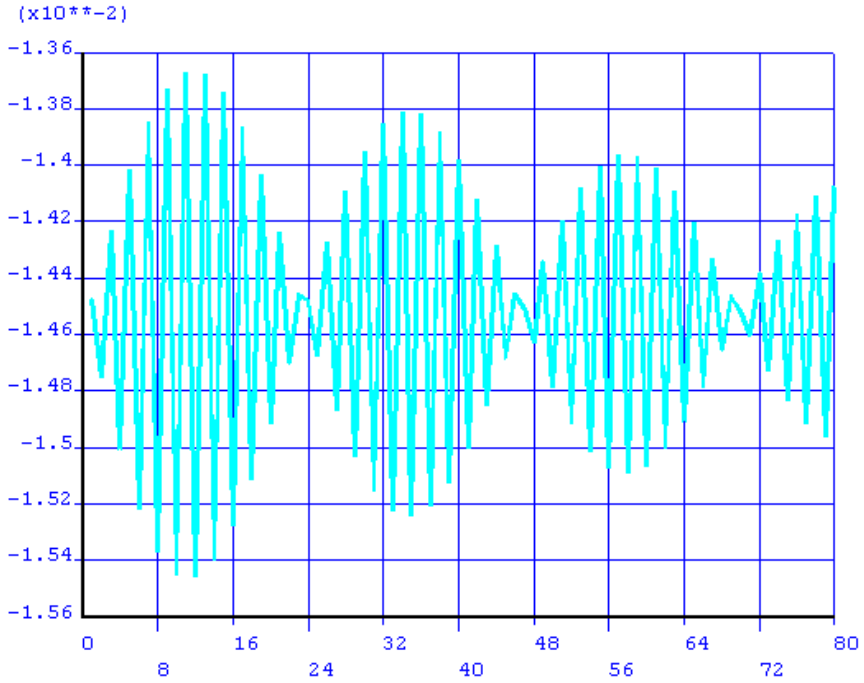
Στην πρώτη περίπτωση για S =1, θεωρήθηκε συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της διαγωνίου της γέφυρας όπως προτείνεται από τον Kramer ίσο με

$F_p(t) = f_p(t) \cdot 15 \cdot 1 \cdot 0.465$ που αντιστοιχεί σε συγχρονισμένη κίνηση των 15 πεζώνκαι παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα:

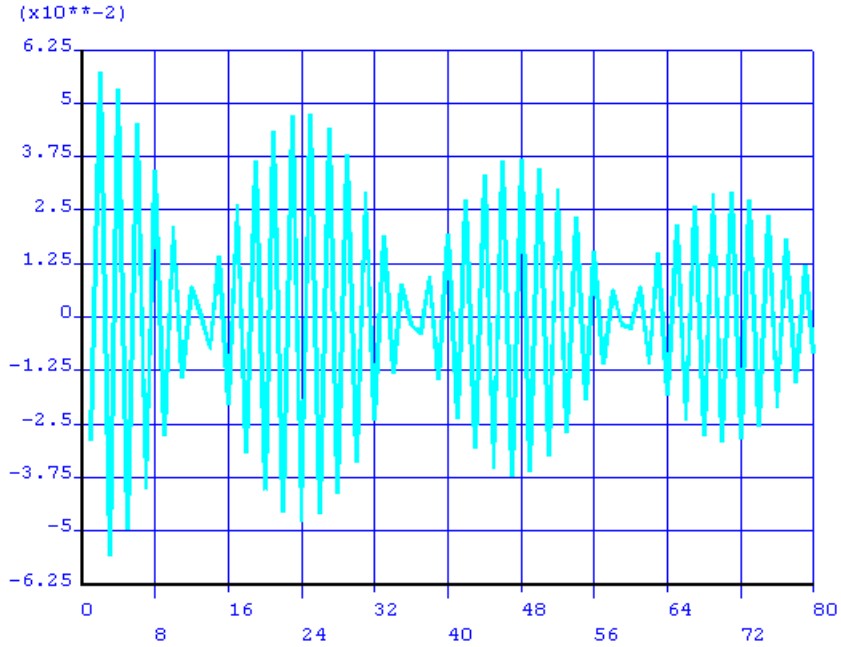


Τα διαγράμματα της κατακόρυφης μετακίνησης και επιτάχυνσης που προέκυψαν για το συγκεκριμένο σημείο, το μέσο της διαγωνίου παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα:

U_Z



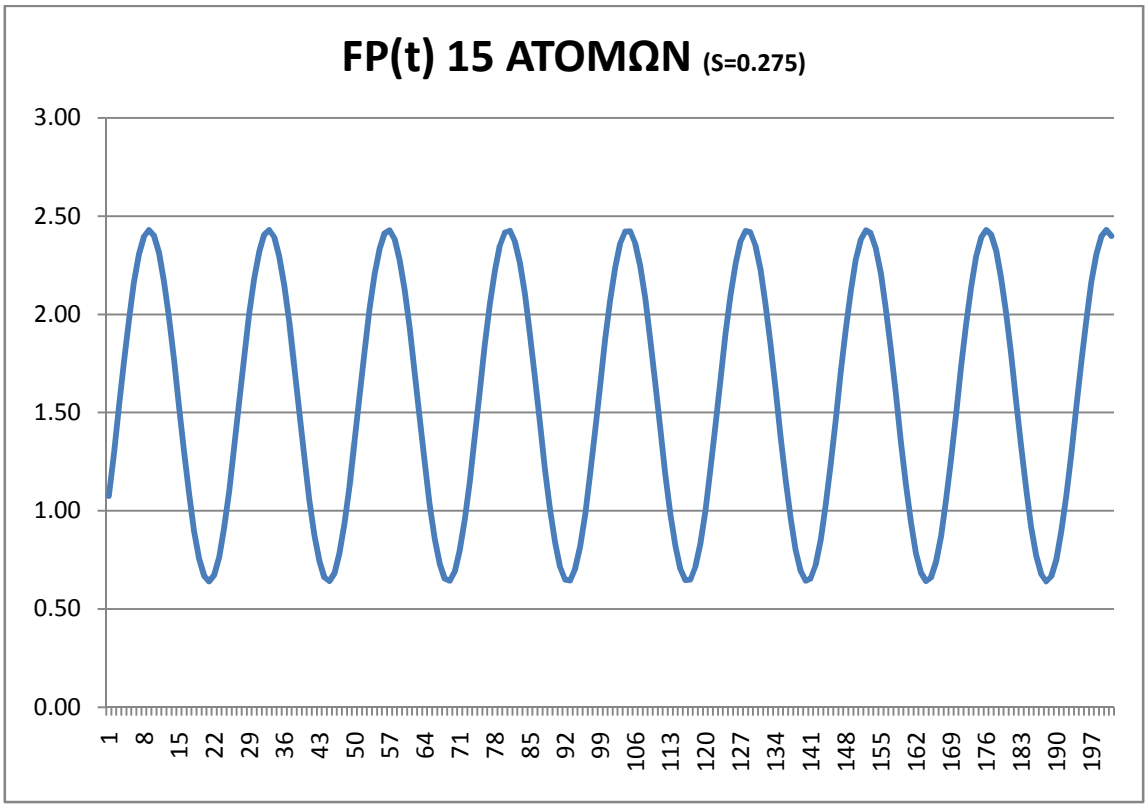
A_Z



Προκύπτει $U_z max = 0.0154571m$ και $A_z max = 0.0557557 m/sec^2$.

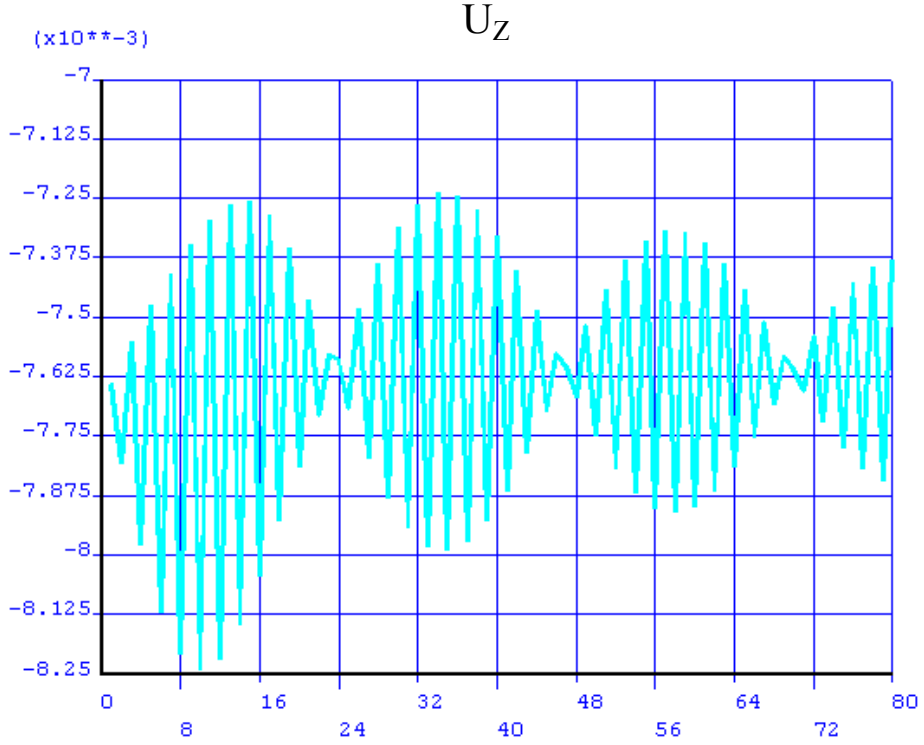
Στην δεύτερη περίπτωση για S =0.275, θεωρήθηκε συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της διαγωνίου της γέφυρας όπως προτείνεται από τον Kramer ίσο με

$F_p(t) = f_p(t) \cdot 15 \cdot 0.275 \cdot 0.465$ που αντιστοιχεί σε μη συγχρονισμένη κίνηση των 15 πεζώνκαι παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα:

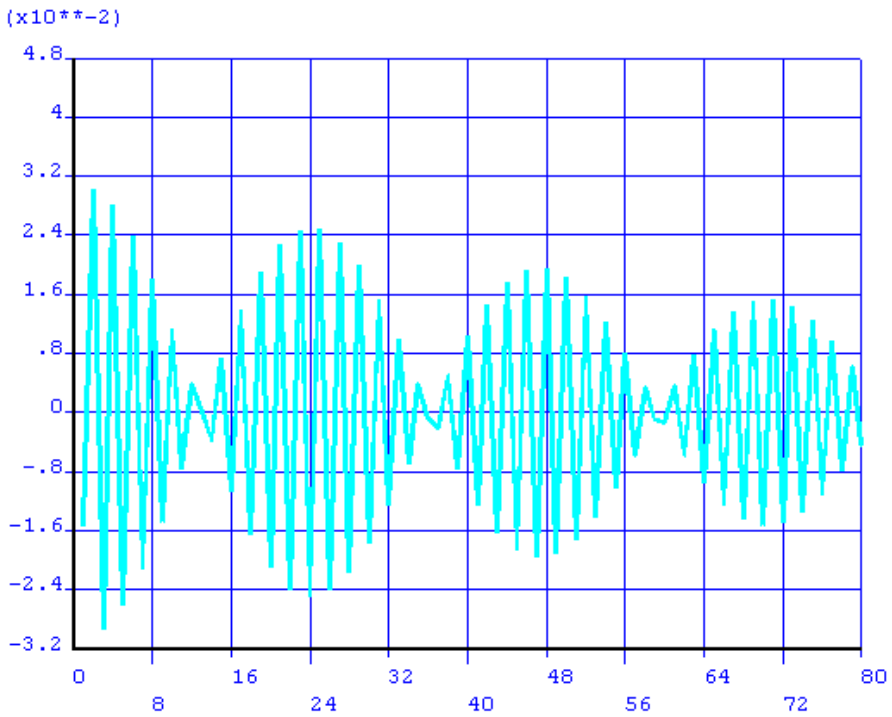


Τα διαγράμματα της κατακόρυφης μετακίνησης και επιτάχυνσης που προέκυψαν για το συγκεκριμένο σημείο, το μέσο της διαγωνίου παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα:

U_Z



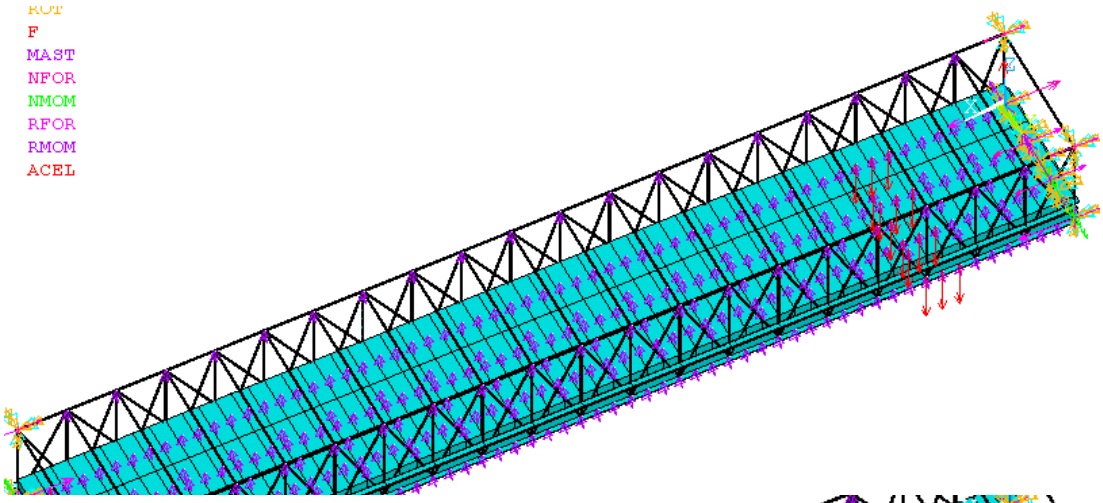
A_Z

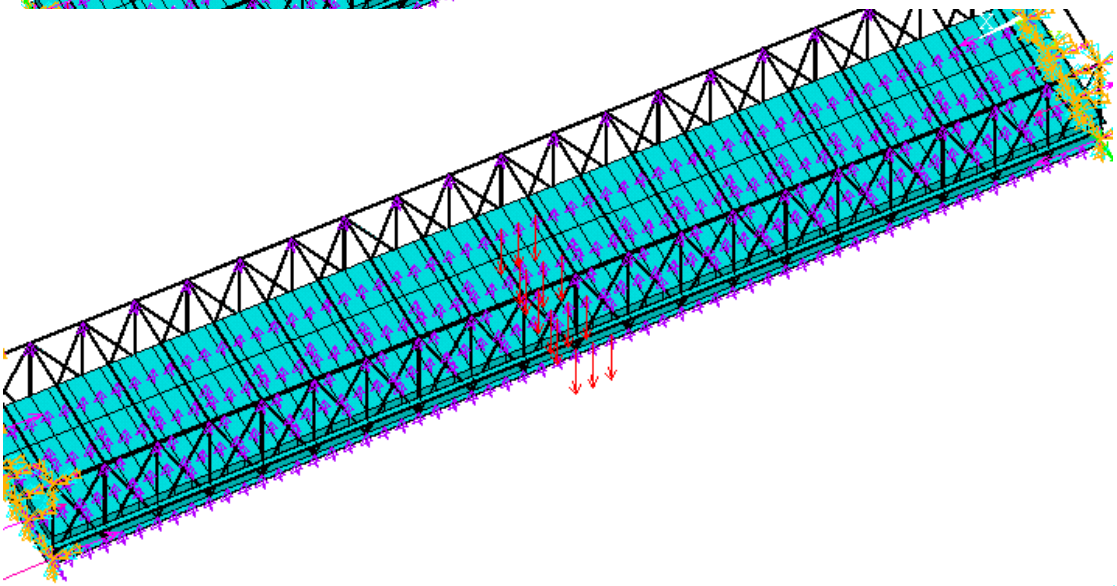


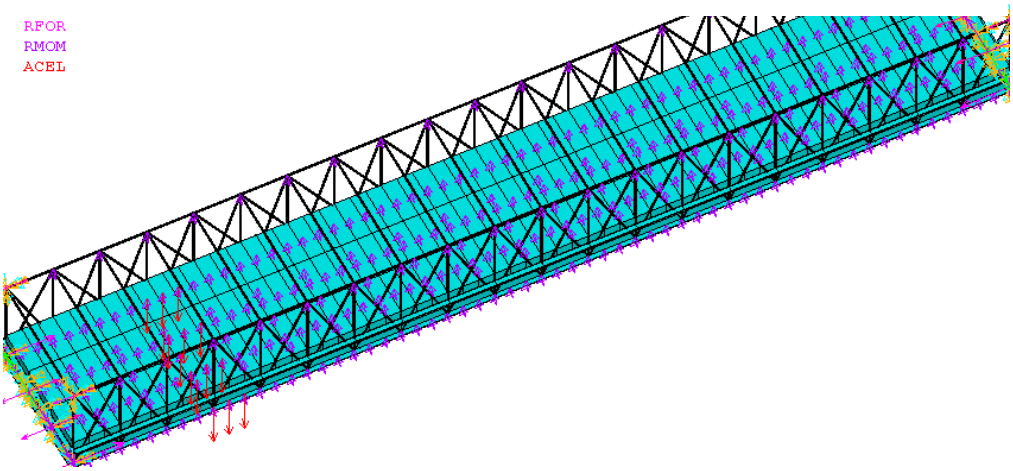
Προκύπτει$U_z$max = 0.00824181 mκαι$A_z$max = 0.05302356 m/sec^2.

Όπως ήταν αναμενόμενο η μη συγχρονισμένη κίνηση των 15 πεζών δίνει πολύ μικρές τιμές για τις κατακόρυφες μετακινήσεις και επιταχύνσεις

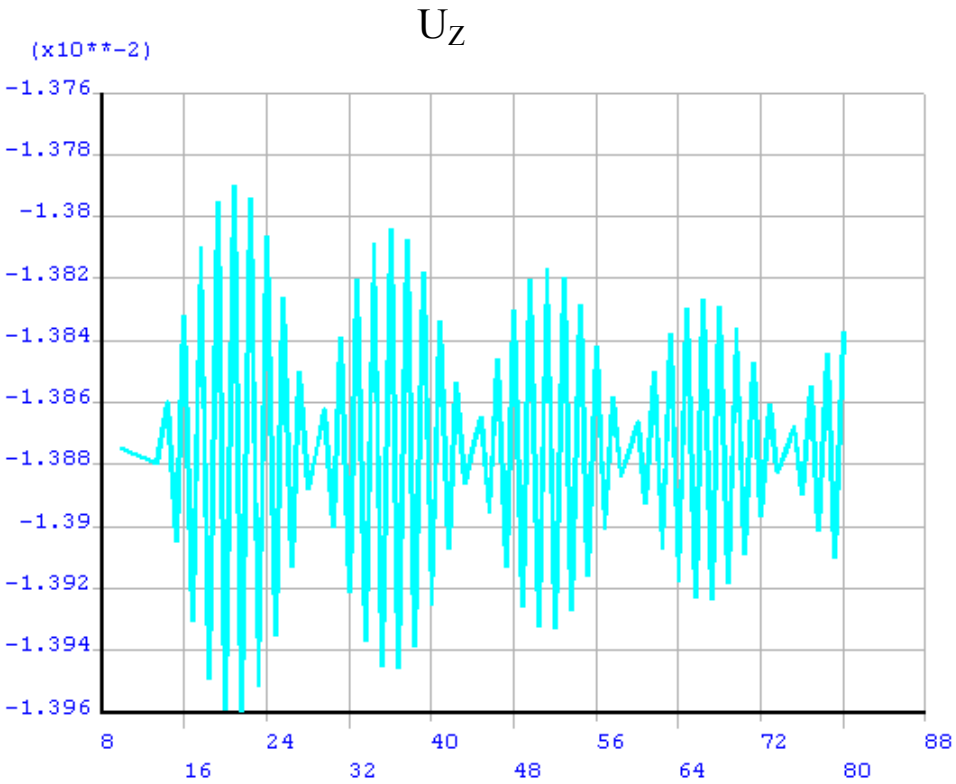
Στην τρίτη περίπτωση εφαρμόστηκε η $F_p(t)$ που προκαλεί μια ομάδα 15 πεζών που βαδίζουν συγχρονισμένα, όπως προσομοιώθηκε στο λογισμικό ANSYSv.13, με ταχύτητα βαδίσματος 1.40m/sec και συχνότητα 2Hz. Παρακάτω παρουσιάζονται μερικά στιγμιότυπα της φόρτισης:

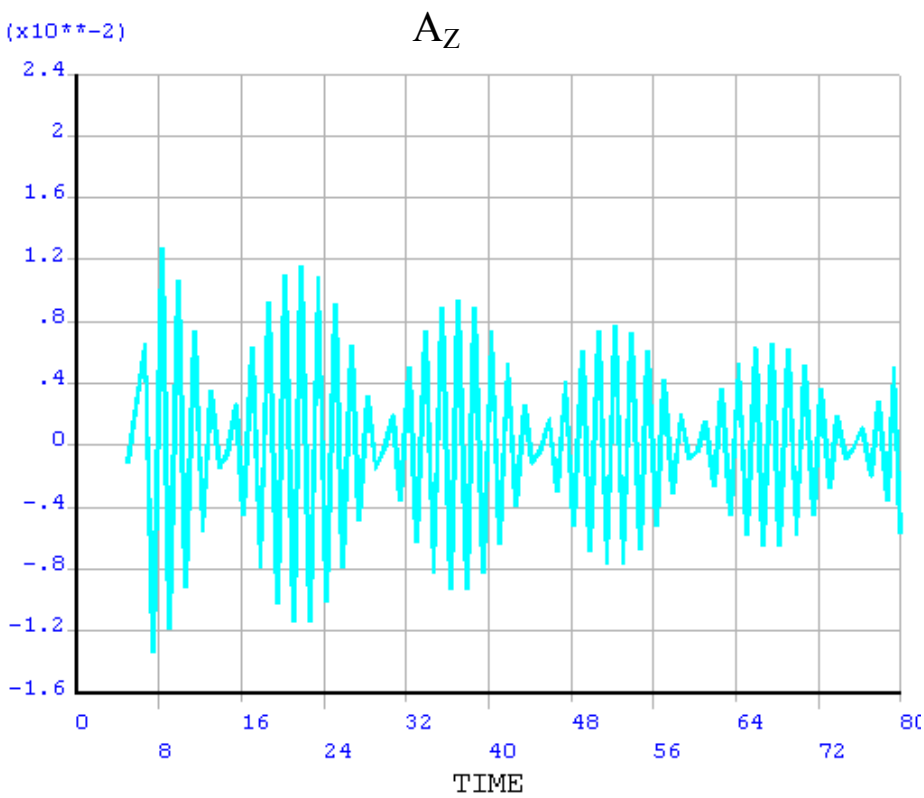






Τα διαγράμματα της κατακόρυφης μετακίνησης και επιτάχυνσης που προέκυψαν για το συγκεκριμένο σημείο, το μέσο της διαγωνίου παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα





Προκύπτει $U_z max = 0.00139632$ m και $A_z max = 0.013932 m/sec^2$.

8. Συμπεράσματα

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι λόγω της μη περιοδικότητας του ανθρώπινου φορτίου, μια τέτοια δυναμική ανάλυση μπορεί να στηριχτεί σε πολλές παραδοχές και αβεβαιότητες. Η ύπαρξη, επίσης, πολλών κανονισμών και κωδίκων δίνει την ευχέρεια στον σχεδιαστή να επιλέξει μόνος του και βάσει της σωστής ή μη κρίσης του τα δεδομένα που θα εισάγει, όπως είναι το μοντέλο φόρτισης, η συχνότητα του βαδίσματος του πεζού κ.ά. Άλλωστε, στην βιβλιογραφία μέχρι πρόσφατα δεν είχε μελετηθεί εκτενώς η φόρτιση που προκαλεί μια ομάδα ατόμων που περπατά πάνω στην γέφυρα είτε συγχρονισμένα είτε όχι. Συνήθως εξεταζόταν η φόρτιση ενός μόνο πεζού και θεωρείτο σημειακή στη στήριξη και συνάρτηση της θέσης του πεζού και του χρόνου διέλευσης.

Σημαντικό ρόλο στην μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς της πεζογέφυρας παίζει ο λόγος απόσβεσης, ο οποίος δεν μπορεί να εκτιμηθεί ακριβώς πριν την ολοκλήρωση της γέφυρας, αλλά επιλέγεται πάντα εμπειρικά από μετρήσεις και εμπειρικά δεδομένα.

Η σχέση του μοντέλου φόρτισης που επιλέχθηκε για την συγκεκριμένη εξεταζόμενη πεζογέφυρα είναι σειρά Fourierκαι θεωρεί το μοντέλο φορτίου περιοδικό και αν πρόκειται για ένα πεζό θεωρείται ότι είναι και συνεχής στο χρόνο.

Η σύγκριση που έγινε στις κατακόρυφες επιταχύνσεις με αυτές που έχουν καθιερωθεί ως μέγιστες επιτρεπτές κατά τον Ευρωκώδικα EN 1990 και το ISO 10137, έδειξε ότι είτε κατά την διέλευση ενός πεζού είτε κατά τη διέλευση μιας ομάδας ατόμων συγχρονισμένης και μη, οι επιταχύνσεις που αναπτύσσονται είναι κατά πολύ μικρότερες από τις επιτρεπτές και επομένως είναι σχεδόν αδύνατο να νιώσουν κάποια ενόχληση ή δυσφορία όσοι διασχίσουν την γέφυρα.

Φυσικά, υπάρχει και διαφορά μεταξύ συγχρονισμένης και ασυγχρόνιστης ομάδας ατόμων. Όπως είναι αναμενόμενο, η συγχρονισμένη ομάδα προκαλεί την διπλάσια κατακόρυφη μετακίνηση, και αναπτύσσει μικρότερη κατακόρυφη επιτάχυνση από την ασυγχρόνιστη ομάδα. Η ανάλυση έγινε με την σχέση που προτείνει ο Kramerκαι με συντελεστή S=1 και S=0.275 για συγχρονισμένη και μη ,αντίστοιχα, κίνηση της ομάδας και η φόρτιση επιβάλλεται στο μέσο της πεζογέφυρας, γιατί θεωρείται το δυσμενέστερο σημείο.

Λόγω του ότι η οριζόντια συχνότητα που αναπτύσσεται στην πεζογέφυρα είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από το φάσμα συχνοτήτων της συνιστώσας της δύναμης που εισάγεται από την κίνηση του πεζού, θεωρήθηκε ότι η πεζογέφυρα δεν θα αναπτύξει σοβαρές οριζόντιες μετακινήσεις και επιταχύνσεις για να προκληθεί συγχρονισμός με την κίνηση του πεζού και γι 'αυτό και δεν μελετήθηκε περαιτέρω.

Πολλοί περιορισμοί που παρουσιάζονται στους κανονισμούς έχουν εξαχθεί από έρευνες που έγιναν για την μη αίσθηση ενόχλησης στους πεζούς, επομένως είναι ένας υποκειμενικός παράγοντας και δεν μπορεί να οδηγήσει σε γενικευμένα συμπεράσματα και κανόνες.

Σε γενικές γραμμές, με την υπάρχουσα βιβλιογραφία μπορεί να εκτιμηθεί η δυναμική συμπεριφορά μιας πεζογέφυρας κατά ένα βαθμό, αλλά υπάρχουν και πολλά σημεία, τα οποία δεν λαμβάνονται ακόμα υπόψη. Βέβαια, μετά την ολοκλήρωση του έργου, πάντα μπορούν να γίνουν βελτιώσεις, είτε εισάγοντας συστήματα απόσβεσης, είτε αλλάζοντας την δυσκαμψία του φορέα.

9. Βιβλιογραφία

1. Βάγιας Ι.(2003).«Σιδηρές κατασκευές, Ανάλυση και διαστασιολόγηση ». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
2. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ. (2005).«Σχεδιασμός Δομικών Έργων από Χάλυβα». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
3. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ. (1997, 2005).«Σιδηρές κατασκευές, παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3, Τόμος Ι». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
4. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ. (1999).«Σιδηρές κατασκευές, παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3, Τόμος ΙΙ». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
5. Κατσικαδέλης Ι. (2002), «Δυναμική των Κατασκευών, Τόμος Ι». Εκδόσεις Συμμετρία , Αθήνα.
6. Κατσικαδέλης Ι. (2002), «Δυναμική των Κατασκευών, Τόμος ΙΙ». Εκδόσεις Συμμετρία , Αθήνα
7. Bachmann H., Ammann W.(1987). “Vibrations in Structures :induced by man and machines “. Publisher IABSE-AIPC-IVBH.
8. Bachmann H., Ammann W.(1995). “Vibrations problems in Structures :Practical Guidelines“. Publisher IABSE-AIPC-IVBH.
9. J.Kala, V. Salajka, P. Hradil (2009). “Footbridge response on Single Pedestrian Induced Vibration Analysis.” Article, International Journal of Engineering and Applied Sciences 5:4 2009
10. ChristophHeinemeyer, Christiane Butz, Andreas Keil, Mike Schlaich, Arndt Goldack,StefanTrometer, MladenLukić, Bruno Chabrolin, Arnaud Lemaire, Pierre-Olivier Martin,(2009). “ Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations” Join Report, JRC cooporation agreement for the evolution of Eurocode 3
11. Ph.D David Herrin “Modal and Harmonic Analysis using Ansys”, University of Kentucky

12. V. de A. Melloa, J. G. S. da Silvab,_, P. C. G. da S. Vellascoc,S. A. L. de Andradec,a and L. R. O. de LimacDolsek M., Fajfar, P. (2008).“Modal Analysis of Orthotropic composite floor slabs with profiled steel decks”. Civil Engineering Department, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro, PUC-Rio, Brazil, Mechanical Engineering Department, State University of Rio de Janeiro, UERJ, Brazil,Structural Engineering Department, State University of Rio de Janeiro, UERJ, Brazil
13. SaeedMoaveni(1999)”Finite Element Analysis, Theory and Application with Ansys”, Minnesota State University, Mankato