

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΜΑΡΜΑΡΙΝΩΝ ΓΩΝΙΑΚΩΝ ΕΠΙΣΤΥΛΙΩΝ ΑΛΛΗΛΟ-ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΩΝ ΜΕ ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΥΣ ΣΥΝΔΕΣΜΟΥΣ ΜΟΡΦΗΣ ΔΙΠΛΟΥ «Τ»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΤΗΣ ΦΟΙΤΗΤΡΙΑΣ ΜΑΡΙΕΤΤΑΣ Π. ΠΡΙΦΤΗ

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Σ. Κ. Κουρκουλής Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Τριμελής Επιτροπή:

Ανδριανόπουλος Νίκος Ομότιμος Καθ. Ε.Μ.Π.

Κουρκουλής Σταύρος Αναπληρωτής Καθ. Ε.Μ.Π. Καθηγητής. Ε.Μ.Π.

Παπαδόπουλος Γεώργιος

Αθήνα, Οκτώβριος 2012

«Σ' εσέ αποκάλυψη ο ρυθμός, κάθε γραμμή και Μούσα· λόγος το μάρμαρο έγινε κι η ιδέα τέχνη...»

Κωστής Παλαμάς

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

εγχαριστιές	σελ.2		
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	σελ.3		
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	σελ.4		
ABSTRACT	σελ.5		
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: «ΠΑΡΘΕΝΩΝΑΣ, ΤΟ ΜΝΗΜΕΙΟ ΤΟΥ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ»			σελ.6
	1.1 Περί Παρθενώνα		σελ.6
	1.2 Οι Καταστροφές στον Γ	Ιαρθενώνα	σελ.8
	1.3 Οι Αναστηλώσεις στον	Παρθενώνα	σελ.15
	1.4 Ο Παρθενώνας Σήμερο	L	σελ.19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: «Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ»			σελ.21
	2.1 Η Δημιουργία της Μεθό	δου	σελ.21
	2.2 Η Περιγραφή της Μεθόδ	δου	σελ.21
	2.3 Οι Βασικές Αρχές- Τα Βή	ματα Εφαρμογής της Μεθόδου	σελ.22
2	.4 Η Δημιουργία του ANSYS	5	σελ.23
2	2.5 Δυο Λόγια για το Πρόγρα	χμμα	σελ.24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: «Η ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ»			σελ.25
	3.1 Ο Σχεδιασμός του Μοντ	τέλου	σελ.25
	3.2 Κάναβος- Η Σύγκλιση τα	ου Κανάβου	σελ.28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: «ΟΙ ΦΟΡΤΙΣΕΙΣ»			σελ.40
	4.1 Η Φόρτιση 1		σελ.41
	4.2 Η Φόρτιση 2		σελ.61
	4.3 Η Φόρτιση 3		σελ.80
	4.4 Η Φόρτιση 4		σελ.100
	4.5 Η Φόρτιση 5		σελ.119
	4.6 Η Φόρτιση 6		σελ.138
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: «ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ- ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ»			σελ.159
	5.1 Συμπεράσματα		σελ.159
	5.2 Μελλοντική Έρευνα		σελ.164
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙ	A		σελ.165

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς τους ανθρώπους που με βοήθησαν να φτάσω ως εδώ και να είμαι συνεπής στην εκπλήρωση των υποχρεώσεων μου.

Πρώτα απ' όλους ευχαριστώ τον καθηγητή μου, κύριο Σταύρο Κουρκουλή, ο οποίος όχι μόνο μου ανέθεσε και μου εμπιστεύτηκε ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα εργασίας, αλλά με βοήθησε με τις γνώσεις του και τις συμβουλές του, από την πρώτη μου μέρα στη Σχολή έως και σήμερα.

Ευχαριστώ πολύ την κυρία Ερμιόνη Πάσιου, για την βοήθεια που μου πρόσφερε απλόχερα κατά τη διάρκεια διεξαγωγής αυτής της εργασίας και τους κυρίους Αθανάσιο Μητουσούδη και Κωσταντίνο Κωσταντίνου για την τεχνολογική υποστήριξη που μου παρείχαν στα θέματα του Η/Υ. Για τη δημιουργία του εξώφυλλου οφείλω ένα ευχαριστήσω στην κυρία Κατερίνα Τσακτάνη.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου που ο καθένας ξεχωριστά, με τον δικό του μοναδικό τρόπο, στάθηκε δίπλα μου πηγή δύναμης και έμπνευσης.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το λαμπρότερο δείγμα του πολιτισμικού και αρχιτεκτονικού πλούτου της Αθήνας κατά τον «Χρυσό Αιώνα» του Περικλή αποτελεί ο Παρθενώνας, ναός αφιερωμένος στη θεά Αθηνά. Από τη στιγμή της ολοκλήρωσής του έως και σήμερα, έχει υποστεί ποικίλες καταστροφές αλλά και αναστηλώσεις.

Ο Παρθενώνας στέκει αγέρωχος μπροστά στην ιστορία, τον χρόνο και τα εκατομμύρια επισκεπτών που προσελκύει. Ωστόσο, σήμερα είναι σκιά του εαυτού του. Με τον περισσότερο γλυπτικό του διάκοσμο να έχει καταστραφεί, απομακρυνθεί ή και κλαπεί, με πολλά δομικά του στοιχεία να είναι άλλα κατεστραμμένα και άλλα να χρήζουν φροντίδας, ο επισκέπτης θαυμάζει μόνο το κέλυφος του κτιρίου που ήταν κάποτε. Παρ' όλα αυτά, συνεχίζει να μαγεύει τόσο τους επισκέπτες του όσο και τους κατοίκους της πόλης που συμβολίζει. Περπατώντας κάποιος στη Διονυσίου Αρεοπαγίτου το πρωί, ο Ιερός βράχος της Ακρόπολης είναι κατακλυσμένος με κόσμο και ο Παρθενώνας περικυκλωμένος από επισκέπτες που θαυμάζουν αυτόν και τα υπόλοιπα μνημεία. Αν ακολουθήσουμε όμως την ίδια διαδρομή το βράδυ, ο Παρθενώνας στέκει μόνος, φωτισμένος, προσθέτοντας λίγη ακόμα αίγλη και μαγεία στα μάτια του περαστικού προκαλώντας τον να σκεφτεί πως ήταν κάποτε και να αναρωτηθεί αν θα μπορούσε να κάνει κάτι για να διασφαλιστεί, τουλάχιστον, η διατήρησή του.

Ο Παρθενώνας όμως δεν αποτελεί μόνο πολιτισμικό επίτευγμα αλλά και επίτευγμα της αρχιτεκτονικής και της μηχανικής, διότι μπορεί να είναι σύμβολο πολιτισμού όμως παράλληλα είναι και κτήριο που έχει υποστεί ποικίλες καταστροφές. Οπότε, είναι αναγκαία η διεξαγωγή μηχανικών και στατικών μελετών των αρχιτεκτονικών μελών του μνημείου έτσι ώστε να διασφαλιστεί η στατικότητα του κτηρίου και να περιοριστεί η φθορά των υλικών που το αποτελούν.

Όλα αυτά, σε συνδυασμό με τις γνώσεις που αποκόμισα από τις σπουδές μου στη σχολή «ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ» του Ε.Μ.Π., τη δυνατότητα ενασχόλησης με την αναστήλωση του Παρθενώνα, στο πλαίσιο της εκπόνησης της πτυχιακής μου εργασίας για την ολοκλήρωση των προπτυχιακών μου υποχρεώσεων και την ευκαιρία υλοποίησής της από τον αναπληρωτή καθηγητή του Ε.Μ.Π. κ. Σταύρο Κουρκουλή, αποτελούν τα προσωπικά μου κίνητρα.

Αθήνα,2012 Μαριέττα Π. Πρίφτη.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το θέμα της παρούσας εργασίας είναι η αριθμητική μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς των μαρμάρινων γωνιακών επιστυλίων του Παρθενώνα, τα οποία αλληλοσυνδέονται με σύνδεσμο ο οποίος έχει μορφή διπλού «Τ» και είναι κατασκευασμένος από τιτάνιο. Η ανάγκη μελέτης του συγκεκριμένου προβλήματος, προέκυψε όταν σε πειράματα που διεξήχθησαν στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών του Ε.Μ.Π. το μάρμαρο ήταν αυτό που αστόχησε πρώτο αντί του τιτανίου. Το γεγονός αυτό αντιβαίνει στο «Χάρτη της Βενετίας», όπου χαρακτηριστικά και ρητά αναφέρεται ότι στις αναστηλώσεις το νέο υλικό θα πρέπει να «θυσιάζεται» έναντι του παλιού.

Λόγω της καίριας σημασίας του μνημείου αλλά και του κόστους διεξαγωγής πειραμάτων τέτοιου είδους, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Ansys.12.0, το οποίο παρέχει τη δυνατότητα σχεδιασμού του επιθυμητού μοντέλου, προσδιορισμού των απαραίτητων μηχανικών παραμέτρων, τη δυνατότητα μελέτης του μοντέλου υπό οποιαδήποτε επιθυμητή καταπόνηση. Η λειτουργία του συγκεκριμένου προγράμματος βασίζεται στη «Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων». Η μέθοδος αυτή, έχει λύσει πολλά σύνθετα προβλήματα της μηχανικής. Ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια με τη ραγδαία ανάπτυξη των υπολογιστών έχει καταστεί ως ένα αναπόσπαστο και εύχρηστο εργαλείο για οποιαδήποτε μελέτη στο χώρο της μηχανικής.

Στην εργασία αυτή, μετά τον σχεδιασμό του μοντέλου (δηλαδή το σχεδιασμό των γωνιακών επιστυλίων, τον προσδιορισμό των υλικών που τα αποτελούν και των μηχανικών ιδιοτήτων τους), με τη μέθοδο της σύγκλισης εντοπίστηκε το καταλληλότερο μέγεθος στοιχείου κάναβου, κάτι το οποίο είναι απαραίτητο για την εφαρμογή της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων. Στη συνέχεια, το μοντέλο υπέστη 6 διαφορετικές φορτίσεις υπό τους ίδιους περιορισμούς. Από τα αποτελέσματα έγινε δυνατή η κατασκευή, για κάθε φόρτιση χωριστά, των διαγραμμάτων των ορθών και διατμητικών τάσεων, της τάσης κατά Mises και των μετατοπίσεων κατά τους 3 άξονες. Τα διαγράμματα αυτά παρατίθενται με τον κατάλληλο σχολιασμό και μαζί με τις εικόνες σε χρωματοκλίμακες αποτελούν τα εργαλεία εξαγωγής των συμπερασμάτων.

Τέλος, μαζί με τα συμπεράσματα από τις φορτίσεις παρατίθενται προτάσεις για μελλοντική μελέτη και έρευνα του συγκεκριμένου θέματος.

ABSTRACT

The subject of this diploma thesis is the numerical analysis of the mechanical behavior of two typical corner marble architraves of the Parthenon. The architraves are connected by means of a double "T" titanium connector and mortar. Based on previous experiments, which carried out at the Laboratory of Strength and Materials in N.T.U.A., the marble failed first instead of titanium. This fact is unacceptable according to the principles of "Venice Chapter", where is strictly mentioned that the new material must be sacrificed in favor of the ancient one. This contrast was the main motivation of this project.

The importance of the monument and the cost of such experiments led to numerical analysis of the problem using Ansys.12.0. In this program, the researcher can plot the desired model (in our case the marble corner of the architraves of the Parthenon), calculate and study every mechanical parameter. The operation of Ansys is based on the "Finite Elements Method". By this method, a great variety of mechanical problems can be solved. Especially, nowadays, the "Finite Elements Method" in combination with the development of computers, constitutes a useful and necessary tool for every engineer.

The constructed model simulates the connection of two typical corner architraves in a scale 2:3. Six loading modes were imposed to the model, every time under the same restrictions. The normal and shear stresses, Mises' s stress as well as displacements fields were obtained. Furthermore, the distribution of all stress and displacement components was plotted along some characteristics paths of the model.

In the last chapter of this project, besides the conclusions, many future proposals are presented in order to be an evolution of the study and the research of this project.

1.1 Περί Παρθενώνα

Στο «Χρυσό Αιώνα» του Περικλή, εποχή όπου η Αθήνα βρίσκεται στον κολοφώνα της δύναμής της, σε έξαρση πολιτισμικής δημιουργίας και στη μέγιστη ακμή της δημοκρατίας, το 447 π.Χ. ξεκινά το χτίσιμο του Παρθενώνα, ναού αφιερωμένου στη θεά Αθηνά, προστάτιδα της πόλης. Κτίστηκε μέσα σε εννέα χρόνια (447-438 π.Χ.) και σε έξι χρόνια μετά την αποπεράτωση του ναού ολοκληρώθηκαν και τα γλυπτά του.

Οι αρχιτέκτονες του Παρθενώνα ήταν ο Ικτίνος και ο Καλλικράτης ενώ υπεύθυνος για την τελική εικόνα του ναού και για τον γλυπτικό διάκοσμό του ήταν ο Φειδίας. Ο ναός είναι κατασκευασμένος από λευκό πεντελικό μάρμαρο, εκτός από την ξύλινη στέγη του. Οι διαστάσεις του είναι: 31 μέτρα πλάτος, 70 μέτρα μήκος και 15 μέτρα ύψος.

Ο ναός είναι δωρικός με ιωνικά στοιχεία όπως είναι η ζωφόρος που περιβάλλει το σηκό και τις δύο εξακιόνιες εσωτερικές προστάσεις και οι τέσσερις κίονες του ξεχωριστού δυτικού διαμερίσματος. Οι δωρικοί εξωτερικοί κίονες, έχουν στο κατώτερο επίπεδό τους, διάμετρο 1,91 μέτρα και ύψος 10,50 μέτρα.

Ο Παρθενώνας έχει χαρακτηριστεί ως οκτάστυλος, περίπτερος με εξάστυλο αμφιπρόστυλο σηκό. Ας δούμε πιο αναλυτικά αυτόν τον χαρακτηρισμό. Σηκός είναι ο κλειστός χώρος μέσα στον οποίο στεγαζόταν το γιγάντιο χρυσελεφάντινο άγαλμα της θεάς Αθηνάς Παρθένου, ύψους 13,50 μέτρων. Ο ναός θεωρείται διπλός επειδή ο σηκός του είναι χωρισμένος σε δύο διαμερίσματα, το δυτικό και το ανατολικό τα οποία δεν επικοινωνούσαν μεταξύ τους. Στο ανατολικό τμήμα του σηκού υπάρχει μια διώροφη δωρική κιονοστοιχία σχήματος «Π», που πλαισίωνε το άγαλμα και υποβάσταζε τη στέγη. Στο δυτικό τμήμα του τέσσερις πανύψηλοι ιωνικοί κίονες. «Περίπτερος» σηκού, τη στέγη υποβάσταζαν χαρακτηρίστηκε διότι φέρει περιμετρικά «πτερό», δηλαδή τέσσερις κιονοστοιχίες και «οκτάστυλος», επειδή σε κάθε μία από τις στενές πλευρές του έχει οκτώ κίονες. Στις άλλες δύο πλευρές του έχει δεκαεπτά κίονες. Τέλος, ο Παρθενώνας είναι ναός με εξάστυλο αμφιπρόστυλο σηκό διότι μέσα από το «πτερό» στις δύο στενές πλευρές του υπάρχει μια δεύτερη σειρά από δωρικούς κίονες η οποία λέγεται πρόσταση και έχει έξι κίονες. Ο χώρος που δημιουργείται ανάμεσα στον τοίχο του σηκού και στην ανατολική πρόσταση λέγεται πρόναος, ενώ ο χώρος που δημιουργείται ανάμεσα στον τοίχο του σηκού και στη δυτική πρόσταση λέγεται οπισθόναος. Η πρόσοψη του Παρθενώνα είναι προς την Ανατολή.



Εικ.1.1: Σχεδιαστική αποκατάσταση της κατά μήκος τομής του Παρθενώνα. [1]



Εικ.1.2: Κάτοψη του Παρθενώνα.[1]

Τα αετώματα του Παρθενώνα, το ανατολικό και το δυτικό, έχουν πλάτος 90 εκατοστά και μήκος 28,50 μέτρα. Στο ανατολικό αέτωμα απεικονίζεται η γέννηση της Αθηνάς μπροστά σε όλους τους θεούς του Ολύμπου, ενώ στο δυτικό αέτωμα απεικονίζεται η φιλονικία της Αθηνάς με τον Ποσειδώνα για την κυριαρχία της πόλης παρουσία των ηρώων.

Τη ζωφόρο του ναού, η οποία εκτείνεται σε ολόκληρο το κτήριο επάνω από τα επιστύλια και κάτω από το γείσο, ολοκληρώνουν οι μετώπες και τα ενδιάμεσα τρίγλυφα. Οι μετώπες είναι σχεδόν τετράγωνες πλάκες που φέρουν ανάγλυφη διακόσμηση. Στον Παρθενώνα, οι μετώπες διακοσμήθηκαν με γλυπτά, κάτι εξαιρετικά καινοτόμο για την αρχαιοελληνική αρχιτεκτονική. Εξ' αιτίας της θέσης τους στον ναό, μπήκαν συρταρωτά ανάμεσα σε πατούρες που ανοίγονταν στις πλαϊνές πλευρές των τριγλύφων και σφραγίστηκαν από πάνω με τα γείσα. Οι ενενήντα δύο μετώπες σκαλίστηκαν στο έδαφος από διαφορετικά συνεργεία γλυπτών και λιθοξόων, τα οποία ανέλαβαν χωριστά το έργο. Τα θέματα των ανάγλυφων στις μετώπες είναι εμπνευσμένα από την ελληνική μυθολογία. Στην ανατολική πλευρά του ναού στις μετώπες απεικονίζονται σκηνές από τη Γιγαντομαχία, τη μυθική μάχη μεταξύ των Ολύμπιων θεών και των Γιγάντων. Στη δυτική πλευρά του Παρθενώνα το θέμα των μετώπων είναι η μάχη των Αμαζόνων, ενός λαού από γυναίκες πολεμίστριες με αρχηγό την Αντιόπη ενάντια στους Έλληνες. Στη βόρεια πλευρά απεικονίζονται σκηνές από τον Τρωϊκό πόλεμο και την άλωση της Τροίας. Το θέμα των μετώπων της νότιας πλευράς είναι η Κενταυρομαχία, κατά την οποία οι Θεσσαλοί Λαπίθες κάλεσαν τους Κένταυρους στους γάμους του βασιλιά Περίθου, οι οποίοι μέθυσαν και προσπάθησαν να πάρουν με τη βία τις γυναίκες των Λαπιθών με αποτέλεσμα να ξεσπάσει μάχη σώμα με σώμα. Για τους Έλληνες αυτή η μάχη είχε βαθύτερο νόημα. Ήταν σύγκρουση ανάμεσα στον πολιτισμό και τη βαρβαρότητα. Έτσι η Κενταυρομαχία «κέρδισε» επάξια μια θέση ανάμεσα στα θέματα που απεικονίζονται στις μετώπες.

1.2 Οι Καταστροφές στον Παρθενώνα

Ο Παρθενώνας μετά την ολοκλήρωσή του για μερικές εκατοντάδες χρόνια διατηρήθηκε ανέπαφος. Οι καταστροφές που προκλήθηκαν στο μνημείο από τότε έως και σήμερα έχουν κυρίως δύο αιτίες. Η πρώτη αιτία είναι ο ανθρώπινος παράγοντας και η άστοχη (σε συγκεκριμένες περιπτώσεις και καταστροφική) επέμβασή του στο μνημείο. Η δεύτερη αιτία είναι ο φυσικός παράγοντας όπως για παράδειγμα, η ρύπανση της ατμόσφαιρας που σε συνδυασμό με την υγρασία και τις καιρικές συνθήκες προκαλούν διάβρωση στην επιφάνεια των μαρμάρων κάτι που φαίνεται καθαρά στα γλυπτά που βρίσκονται σε φυσικό περιβάλλον και όχι σε κλειστό χώρο. Άλλες αιτίες είναι οι ασυνέχειες των αρχιτεκτονικών μελών και τα ρήγματα που δημιουργήθηκαν από σεισμούς, εκρήξεις και πυρκαγιές. Ας δούμε πιο συγκεκριμένα τις καταστροφές που υπέστη το μνημείο.



Εικ.1.3: Μετακινήσεις σπονδύλων κίονος του Παρθενώνα. [2]



Εικ.1.4-1.5:Ρύποι από τα περιστέρια και παρασιτική βλάστηση ανάμεσα στον άβακα και τα επιστύλια της νότιας κιονοστοιχίας του Παρθενώνα. [2]



Εικ.1.6: Διεύρυνση ρηγμάτων από τον παγετό. [2]

Για 700 χρόνια ο ναός διατηρήθηκε στην αρχική του κατάσταση. Λίγο πριν το 160 π.Χ. φαίνεται ότι είχε καταστραφεί το χρυσελεφάντινο άγαλμα της θεάς Αθηνάς, το οποίο αντικαταστάθηκε από ένα άλλο μάλλον μαρμάρινο άγαλμα μικρότερου μεγέθους.

Η πρώτη μεγάλη καταστροφή, σημειώνεται περίπου το 267 μ.Χ. και οφείλεται σε εμπρησμό. Τότε καταστράφηκαν οι μαρμάρινες οροφές της περίστασης, η αρχική στέγη

και ολόκληρη η εσωτερική κιονοστοιχία. Παράλληλα σοβαρές ζημιές έπαθαν οι τοίχοι του σηκού στην εσωτερική τους πλευρά και οι κίονες των εξακιόνιων προστάσεων. Τα γλυπτά μέρη δεν έπαθαν τότε σοβαρές ζημιές. Εκατό χρόνια αργότερα, στα χρόνια του Ιουλιανού του Παραβάτη, γίνεται η επισκευή τους με τα μέσα και την τεχνογνωσία της εποχής η οποία δεν είχε την ακρίβεια και την ποιότητα του αρχικού έργου.

Τον 5° ή 6° αιώνα μ.Χ. ο Χριστιανισμός έχει επικρατήσει στην Ελλάδα και ο Παρθενώνας μετατρέπεται σε χριστιανική εκκλησία της Αγίας Σοφίας αρχικά και στα Μεσοβυζαντινά χρόνια σε εκκλησία της Παναγιάς της Αθηνιώτισσας. Τότε έγιναν και οι πρώτες σημαντικές αλλοιώσεις στο κτήριο. Ο καθαγιασμός έγινε με τη δημιουργία μιας ημικυκλικής κόγχης ιερού στον πρόναο και η κύρια είσοδος διαμορφώθηκε από τα δυτικά του ναού, μέσω ενός χωριστού τετράγωνου διαμερίσματος που είχε τη χρήση του νάρθηκα και μια πόρτα άνοιξε μεταξύ των διαμερισμάτων του σηκού. Ένα κομμάτι του ανατολικού τοίχου του σηκού κατεδαφίστηκε και ξαναχτίστηκε σε συνδυασμό με την κόγχη του ιερού. Από τις μακρές πλευρές του μνημείου αφαιρέθηκαν έξι λιθόπλινθοι της ζωφόρου για να ανοιχθούν έξι παράθυρα. Την ίδια περίοδο, εποχή που ο θρησκευτικός φανατισμός αγγίζει τα όρια του παραλογισμού, λαμβάνει χώρα η καθαίρεση και καταστροφή των μεγαλύτερων αγαλμάτων του ανατολικού αετώματος, το σφυροκόπημα των μετωπών της δυτικής, ανατολικής και εν μέρει βόρειας πλευράς του Παρθενώνα έτσι ώστε να μην διακρίνονται τα θέματά τους.

Το 1205 μ.Χ. κατά τη διάρκεια της 4^{ης} Σταυροφορίας η Ακρόπολη περνά στα χέρια των Φράγκων και ο Παρθενώνας μετατρέπεται σε καθολική εκκλησία αφιερωμένη στη Θεοτόκο. Το 1460 μ.Χ. οι Οθωμανοί Τούρκοι κατέλαβαν την Αθήνα και μετέτρεψαν τον Παρθενώνα σε μουσουλμανικό τέμενος. Οι μετατροπές που έγιναν στο ναό και στις δύο περιπτώσεις δεν ήταν σοβαρές για την αρχιτεκτονική και τη γλυπτική του μνημείου.



Εικ.1.7: Ο Παρθενώνας ως εκκλησία, η ανατολική πλευρά Σχέδιο Μ. Κορρέ. [2]



Εικ.1.8: Ο Παρθενώνας ως Οθωμανικό Τέμενος κατά τον 17° αι. Διμετρική αναπαράσταση Σχέδιο Μ. Κορρέ. [2]

Στις 2 Σεπτεμβρίου του 1687 μ.Χ. ο Φραγκίσκο Μοροζίνι με τα μισθοφορικά στρατεύματα της Βενετίας αποβιβάζονται στον Πειραιά. Οι Τούρκοι οχυρώνονται στην Ακρόπολη και αποθηκεύουν την πυρίτιδα του πυροβολικού τους μέσα στον Παρθενώνα. Ο Μοροζίνι με ισχυρό πυροβολικό βομβαρδίζει τους πολιορκημένους στην Ακρόπολη Τούρκους. Στις 26 Σεπτεμβρίου του 1687 γίνεται μεγάλη έκρηξη στον Ιερό Βράχο την οποία ακολουθεί μια μεγάλη πυρκαγιά. Ο Παρθενώνας μετατρέπεται σε ερείπιο αφού καταστράφηκαν: οκτώ κίονες της βόρειας πλευράς, έξι της νότιας, τρεις από τους τέσσερις τοίχους του σηκού και σχεδόν ολόκληρη η εξακίονη πρόσταση του πρόναου.



Εικ.1.9: Ίχνη οβίδος από την πολιορκία του Μοροζίνι. [2]

Την άνοιξη του 1688 μ.Χ. οι Βενετοί εγκαταλείπουν την Ακρόπολη έχοντας προσπαθήσει να πάρουν λάφυρα από τον Παρθενώνα. Συγκεκριμένα, επιχείρησαν

ανεπιτυχώς να αποσπάσουν τα άλογα από τα άρματα της Αθηνάς και του Ποσειδώνα από το δυτικό αέτωμα. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα τα αγάλματα να πέσουν και να κομματιαστούν.

Όταν οι Τούρκοι ανακατέλαβαν τον Παρθενώνα έχτισαν στο εσωτερικό του ένα μικρό τζαμί με κατεύθυνση προς τη Μέκκα. Έπειτα για περισσότερο από 100 χρόνια χρησιμοποιούσαν τον ερειπωμένο Παρθενώνα ως λατομείο μαρμάρου για κτίσιμο και παρασκευή ασβέστη.

Στις καταστροφές που υπέστη ο Παρθενώνας περιλαμβάνονται και οι λεηλασίες. Στα τέλη του 18^{ου} αιώνα ο κόμης Choiseul-Goufier, ο οποίος ήταν Γάλλος πρεσβευτής στην Κωνσταντινούπολη, απέκτησε μια λιθόπλινθο της ανατολικής ζωφόρου με την αναπαράσταση έξι κορών και δύο τελεταρχών και μία μετώπη, τα οποία έστειλε στη Γαλλία.

Στο δεύτερο μισό του 18^{ου} αιώνα πολλοί Γάλλοι, Άγγλοι, Γερμανοί μιμούνται τους αριστοκράτες της Ιταλίας και τους Πάπες και δημιουργούν συλλογές από αρχαία αντικείμενα όπως αγάλματα, αγγεία κ.α. Το 1779 μ.Χ. ο σκωτσέζος Thomas Bruce, έβδομος κόμης του Elgin ορίστηκε πρεσβευτής της Μ. Βρετανίας στην Κωνσταντινούπολη. Ο κόμης, εξασφάλισε σουλτανικό έγγραφο (φιρμάνι) σύμφωνα με το οποίο του δινόταν η άδεια να εργαστεί στην Αθηναϊκή Ακρόπολη. Έτσι, άρχισε η αφαίρεση των γλυπτών και η προετοιμασία της εξαγωγής τους. Αλλά ακόμα και η αφαίρεσή τους έγινε με καταστροφικό τρόπο. Κάποια γείσα ρίχτηκαν στο έδαφος έτσι ώστε να αφαιρεθούν οι μετώπες, ενώ οι λιθόπλινθοι της ζωφόρου πριονίστηκαν στο πίσω μέρος, όπως και ένα δωρικό κιονόκρανο, για να μειωθεί το βάρος τους.



Εικ.1.10: Επιφάνεια πριονισμένου λίθου της ζωφόρου του Παρθενώνα από τα συνεργία του Λόρδου Elgin. Σκοπό είχαν να μειώσουν το βάρος τους. [2]

Όταν το καλοκαίρι του 1802 μ.Χ. ο ίδιος ο Λόρδος Elgin ήρθε στην Αθήνα υποστήριξε την άποψη ότι τα γλυπτά ήταν σε κίνδυνο και έπρεπε να μεταφερθούν για λόγους ασφαλείας. Έτσι, όλα όσα αφαίρεσε από τον Παρθενώνα μεταφέρθηκαν στο Λονδίνο. Συνολικά, ο λόρδος Elgin απέσπασε από τον Παρθενώνα: πενήντα λίθους της ζωφόρου όπου καλύπτουν συνολικά μήκος 75 μέτρων, 15 μετώπες και δεκαοκτώ εναέτια αγάλματα. Ο λόρδος Elgin απέσπασε αρχαιότητες και από άλλα μνημεία όπως το Ερέχθειο, το μνημείο του Θρασύλλου, τη μονή Δαφνίου και τη Δήλο. Κατά τη διάρκεια της Ελληνικής Επανάστασης, η Ακρόπολη έχοντας μεγάλη στρατηγική αξία ως φρούριο βρέθηκε στο κέντρο των μαχών και τα μνημεία της έπαθαν και άλλες ζημιές. Πολιορκήθηκε δύο φορές, πρώτα από τους Έλληνες (1821-1822) και ύστερα από τους Τούρκους υπό τον Κιουταχή (1827).

Από το 1835 μ.Χ. και μετά, τα μνημεία της Ακρόπολης θα τεθούν για πρώτη φορά υπό επιστημονική μέριμνα και μελέτη. Θα αρχίσουν καθαρισμοί, ανασκαφές και αργότερα αναστηλώσεις.

Δυστυχώς όμως οι καταστροφές δεν σταματάνε εδώ. Το 1894 μ.Χ. ένας δυνατός σεισμός πλήττει την Αθήνα και προκαλεί σημαντικές ζημιές στον Παρθενώνα. Τότε δημιουργείται μια διεθνής επιτροπή ειδικών με σκοπό την εύρεση τρόπου έτσι ώστε να προστατευθούν τα μνημεία. Από το 1898 έως το 1902 στον Παρθενώνα γίνονται διάφορες στερεωτικές διεργασίες υπό τον νομομηχανικό Νικόλαο Μπαλάνο. Ο Μπαλάνος, τη δεκαετία 1923-1933 επανήλθε στον Παρθενώνα με αξιοσημείωτες επεμβάσεις αναστηλώνοντας καίρια τμήματά του. Η οξείδωση των στοιχείων σιδήρου όπου είχε χρησιμοποιήσει σε μεγάλη έκταση προκάλεσαν σοβαρές ζημιές. Οι δοκοί, οι γόμφοι και τα στηρίγματα που είχαν ενσωματωθεί στα αρχαία μάρμαρα κατά την οξείδωσή τους διογκώθηκαν και προκάλεσαν τη δημιουργία ρηγμάτων στα αρχαία μνημεία. Αυτό σαν αποτέλεσμα είχε πολλά τμήματα του Παρθενώνα να είναι ετοιμόρροπα.



Εικ.1.11: Ρηγματώσεις του μαρμάρου οφειλόμενες στη διόγκωση των σιδηρών στοιχείων. [2]



Εικ.1.12: Θραύση γείσου στη διόγκωση από οξείδωση σιδηρών συνδέσμων, παλαιότερων αναστηλώσεων. [2]



Εικ.1.13-1.14: Θραύσεις οφειλόμενες σε διόγκωση μεταλλικών στοιχείων. [2]

1.3 Οι Αναστηλώσεις στον Παρθενώνα

Το 1830 με την ίδρυση του Νεοελληνικού κράτους υπήρχε επιτακτική ανάγκη για τον προσδιορισμό των αρχαιοελληνικών καταβολών και για τη διαμόρφωση της εθνικής ταυτότητας του νεοσύστατου κράτους. Αυτό σαν αποτέλεσμα έφερε την αναστήλωση των μνημείων της Ακρόπολης σε πρώτο πλάνο. Οι αναστηλωτικές διεργασίες από τότε έως και σήμερα είναι συνεχείς με μόνο μεταβλητό στοιχείο τον ρυθμό διεκπεραίωσης των εργασιών, ο οποίος είναι συνάρτηση των πολιτικών, θεσμικών και κοινωνικών συνθηκών που επικρατούν στη χώρα.

Κατά την περίοδο της βασιλείας του Όθωνα ξεκινούν οι πρώτες εργασίες αποκατάστασης του Ιερού Βράχου. Ο Leo von Klenze, έμπειρος home d' etat της αυλής του Λουδοβίκου της Βαυαρίας, πατέρας του Όθωνα, δημιούργησε το πρώτο πρόγραμμα επεμβάσεων στον Ιερό Βράχο της Ακρόπολης. Το πρόγραμμα αυτό περιελάμβανε:

- α) την αποστρατικοποίηση του Ιερού Βράχου και την χρήση του ως
 - αρχαιολογικού χώρου αποκλειστικά
- β) την απομάκρυνση όλων των μεταγενέστερων κατάλοιπων από τα μνημεία και τον βράχο (απομάκρυνση των κατάλοιπων του μεσαιωνικού παλατιού από τα Προπύλαια και του μικρού τζαμιού από το εσωτερικό του Παρθενώνα)
- γ) την αποκατάσταση της στάθμης του εδάφους στο σημείο που βρισκόταν στα αρχαία χρόνια
- δ) την ανατοποθέτηση πεσμένων μελών στα μνημεία.

Οι αναστηλωτικές εργασίες στον Παρθενώνα έγιναν μεταξύ 1841-1844. Το πρόγραμμα αυτό ήταν εμφανώς επηρεασμένο από τις αντιλήψεις περί αποκατάστασης των αρχαίων μνημείων που επικρατούσαν τότε στην Ευρώπη. Το πρόγραμμα υλοποιήθηκε από την Εφορία Αρχαιοτήτων με εκπρόσωπο τον Ludwin Ross και κατόπιν από την εν Αθήναις Αρχαιολογική Εφορία με εκπροσώπους τον Κυριάκο Πιττάκη και τον Αλέξανδρο Ρίζο Ραγκαβή. Ο τρόπος εκτέλεσης των εργασιών ήταν εμπειρικός και ερασιτεχνικός λαμβάνοντας υπ' όψιν το οικονομικό και επιστημονικό επίπεδο της εποχής. Με το πέρας των εργασιών αναδείχθηκε το σχήμα, ο όγκος και ο αρχαιολογικός χαρακτήρας του λόφου της Ακρόπολης.

Από το 1864 έως το 1884, επί βασιλείας του Γεωργίου του Α΄, οι αναστηλωτικές εργασίες είναι μικρής κλίμακας και περιορίζονται στη συντήρηση των μνημείων. Οι εργασίες εκτελούνται από τη Γενική Εφορία Αρχαιοτήτων με εκπρόσωπο τον Παναγιώτη Ευστρατιάδη και από την εν Αθήναις Αρχαιολογική Εταιρεία με εκπρόσωπο τον Στέφανο Κουμανούδη. Σε αυτή την περίοδο κατασκευάστηκε το Μουσείο της Ακρόπολης (1865-1874) και κατεδαφίστηκε ο Φράγκικος Πύργος των Προπυλαίων (1875).

Το 1898 ξεκινάει το Πρώτο Αναστηλωτικό Πρόγραμμα του Παρθενώνα που περιλαμβάνει την αναστήλωση του οπισθόναου και της δυτικής του όψης. Η διαχείριση των αρχαιολογικών θεμάτων γίνεται από τον Παναγιώτη Καββαδία, Γενικό Έφορο Αρχαιοτήτων και Γραμματέα της εν Αθήναις Αρχαιολογικής Εταιρείας. Το Πρόγραμμα αντιπροσωπεύει τις νέες αντιλήψεις και απαιτήσεις της περιόδου για την επέμβαση στα μνημεία. Η θέληση εκτέλεσης των έργων με επιστημονικό και ποιοτικό τρόπο εκδηλώνεται με τη δημιουργία διεπιστημονικής επιτροπής για την επίβλεψη των εργασιών, τον καθορισμό του προγράμματος και τη σύνταξη προκαταρκτικών εκθέσεων οι οποίες συνοδεύονται από σχεδιαστική τεκμηρίωση. Η χρήση σύγχρονου μηχανολογικού εξοπλισμού και αβλαβών για τα μνημεία υλικών είναι πλέον γεγονός. Η ευθύνη της εκτέλεσης του έργου ανατέθηκε στον νομομηχανικό Νικόλαο Μπαλάνο.

Το Δεύτερο Αναστηλωτικό Πρόγραμμα του Παρθενώνα, το οποίο περιλαμβάνει την αναστήλωση του πρόναου, του ανατολικού αετώματος, της βόρειας και νότιας

κιονοστοιχίας και της δυτικής θύρας γίνεται από το 1921 έως το 1933. Είναι η περίοδος της κυριαρχίας και της ανεξέλεγκτης δράσης του Μπαλάνου, η οποία χαρακτηρίζεται από την εγκατάλειψη κάθε αρχής, ποιοτικής επιδίωξης και επέμβασης, που πραγματοποιείται με οποιαδήποτε μέσα, υλικά και τρόπους είναι διαθέσιμα όπως για παράδειγμα η χρήση κακής ποιότητας σιδήρων κ.ά.

Στη δεκαετία του '40 αναφέρονται οι πρώτες οξειδώσεις των σιδερένιων οπλισμών που είχαν ενσωματωθεί στα μνημεία. Στα επόμενα χρόνια εξ' αιτίας της μεγάλης αλλαγής του περιβάλλοντος της Αθήνας η κατάσταση επιδεινώνεται. Στο πρόβλημα αυτό προστίθενται η διάβρωση της επιφάνειας των μαρμάρων από την ατμοσφαιρική ρύπανση, η επισφαλής στατική κατάσταση λόγω ερείπωσης και η φθορά της επιφάνειας του βράχου από τη μαζική προσέλευση επισκεπτών. Όλα αυτά οδήγησαν την πολιτεία το 1975 στο να σχηματίσει, μέσω του Υπουργείου Πολιτισμού την διεπιστημονική Επιτροπή Συντήρησης Μνημείων Ακροπόλεως (Ε.Σ.Μ.Α). Η Ε.Σ.Μ.Α. δημιούργησε το τεχνικό γραφείο Ακροπόλεως και οργάνωσε τα έργα αποκατάστασης των μνημείων με νέες έρευνες, νέες μελέτες για την υποδομή και την προμήθεια των μέσων που βοήθησαν στην περάτωση των έργων και εφάρμοσε νέες τεχνικές, διεθνούς κύρους, στα θέματα αναστήλωσης των μνημείων.

Λαμβάνοντας υπ' όψιν την ιδιαιτερότητα των μνημείων και το ενδεχόμενο παράλληλης επέμβασης σε αυτά οι μελέτες που εκπονήθηκαν κατέληξαν στην ανάγκη της χρήσης πρωτότυπων λύσεων και ιδιοκατασκευών, προσαρμοσμένων στις ιδιαιτερότητες των συγκεκριμένων προγραμμάτων. Οι εμπειρίες που αποκομίσθηκαν από τις αναστηλωτικές εργασίες χρησιμοποιούνται και εφαρμόζονται και σε άλλα μνημεία.

Η φθορά που προκαλούσε η ατμοσφαιρική ρύπανση στα γλυπτά επέβαλε την απομάκρυνσή τους από τον Ιερό Βράχο της Ακρόπολης και τη μεταφορά τους σε κλειστό χώρο με ελεγχόμενο περιβάλλον. Τα τελευταία είκοσι χρόνια έχουν απομακρυνθεί από το ανατολικό αέτωμα τα κεφάλια των αλόγων της Σελήνης και από το δυτικό τα αγάλματα του Κέκροπα και της κόρης του, οι σφυροκοπημένες μετώπες της ανατολικής όψης, η γωνιακή σίμη με τη λεοντοκεφαλή και άλλα γλυπτά που μεταφέρθηκαν στο Μουσείο και πιστά αντίγραφά τους από τεχνητό λίθο τοποθετήθηκαν επάνω στο μνημείο. Το 1994 απομακρύνθηκε η ιωνική ζωφόρος της δυτικής πλευράς μήκους σχεδόν 20 μέτρων και μεταφέρθηκε και αυτή στο Μουσείο.

Η τακτική επέμβασης που λαμβάνει χώρα κατά σειρά υλοποίησης, σε κάθε τμήμα του Παρθενώνα είναι: αναλυτική τεκμηρίωση, αποξήλωση των μελών, συντήρηση, αποκατάσταση και επανατοποθέτηση. Συνολικά αφαιρέθηκαν, συντηρήθηκαν και επανατοποθετήθηκαν περίπου 160 μέλη συνολικού βάρους 350 τόνων.

Η προετοιμασία για τέτοιου είδους έργα είναι αρκετά δύσκολη και περίπλοκη. Περιλαμβάνει τη συλλογή, τακτοποίηση και καταγραφή των χιλιάδων αρχιτεκτονικών μελών που βρίσκονται διάσπαρτα πάνω στο Βράχο, την επανατοποθέτησή τους επάνω στο μνημείο ή την εύρεση θέσης στο Μουσείο της Ακρόπολης. Στην προετοιμασία ακόμα ανήκουν η τοποθέτηση γερανών, ικριωμάτων και άλλων ανυψωτικών συστημάτων επάνω στο μνημείο. Η μετακίνηση μεγάλων όγκων από το αναβατόριο της νοτιοανατολικής γωνίας του βράχου γίνεται με ηλεκτροκίνητο περονοφόρο όχημα ή με φορείο επάνω σε τροχιές.



Εικ.1.15: Εγκατάσταση γερανογέφυρας και παραπήγματος εργασίας στη νότια πλευρά του Παρθενώνα. [2]



Εικ.1.16: Ικριώματα για την εγκατάσταση του γερανού στο εσωτερικό του Παρθενώνα. [2]

Αμέσως μετά το πέρας της προετοιμασίας ξεκινούν οι αναστηλωτικές εργασίες. Η αντικατάσταση των οξειδωμένων σιδήρων από παλαιότερες αναστηλώσεις με νέους ανοξείδωτους συνδέσμους προϋποθέτει την αποσυναρμολόγηση των αρχιτεκτονικών μελών και τη νέα συναρμολόγησή τους. Όσα αρχιτεκτονικά μέλη έχουν ρηγματωθεί συγκολλούνται και όπου είναι απαραίτητο συμπληρώνονται με νέο μάρμαρο. Με την ευκαιρία της μετακίνησης των αρχιτεκτονικών μελών, τα μέλη, αποκτούν τέλειες μεταξύ τους εδράσεις και υποβάλλονται σε επιφανειακή συντήρηση.



Εικ.1.17: Αφαίρεση σιδηρών στοιχείων με μηχανικό τρόπο. [2]



Εικ.1.18: Συγκόλληση δύο τμημάτων με την βοήθεια ράβδων τιτανίου. [2]

Η μεθοδική συντήρηση των επιφανειών του μαρμάρου, στην οποία ανήκει ο καθαρισμός διαφόρων γλυπτών, που βρίσκονται είτε στο μουσείο είτε στον Ιερό Βράχο, από ακατάλληλα υλικά παλαιότερων επεμβάσεων και από επικαθήσεις ρύπων, έχουν επιτακτική προϋπόθεση τη συνεχή έρευνα και φροντίδα.



Εικ.1.19: Παρθενώνας. Η νοτιοανατολική πλευρά του ναού μετά την αποκατάσταση της ανατολικής πλευράς. [2]

1.4 Ο Παρθενώνας Σήμερα

Στεκόμενος κάποιος στη Διονυσίου Αρεοπαγίτου στην αρχή του μονοπατιού που οδηγεί στην Ακρόπολη κοιτάζοντας προς τα πάνω βλέπει τη βορειοδυτική πλευρά του Παρθενώνα. Από αυτό το σημείο φαίνεται ανέπαφος σαν να έχει αγνοήσει όλες τις κακουχίες και τους βανδαλισμούς που υπέστη από τη δημιουργία του μέχρι σήμερα. Ανεβαίνοντας όμως στον Ιερό Βράχο και περνώντας από τα Προπύλαια, τα πράγματα αλλάζουν και η πραγματικότητα γίνεται αμείλικτη για τον Παρθενώνα. Κάνοντας μια βόλτα γύρω από τον ναό της Αθηνάς φαίνεται ότι είναι ένα ερείπιο χωρίς στέγη. Μεγάλα τμήματα του σηκού έχουν καταστραφεί και οι κιονοστοιχίες «μετρούν» τις πολυάριθμες πληγές τους στους κίονες, σε όσους στέκουν ακόμα. Ο μοναδικός γλυπτικός διάκοσμος λείπει. Άλλα γλυπτά έχουν χαθεί για πάντα, άλλα σώζονται τμηματικά ενώ άλλα έχουν αφαιρεθεί από το μνημείο. Ελάχιστα είναι αυτά που σώζονται στη θέση τους.

Ωστόσο τα πράγματα δεν είναι τόσο ζοφερά όσο φαίνονται με την πρώτη ματιά. Ο Παρθενώνας δεν έχει χάσει ούτε τη μεγαλοπρέπειά του ούτε την αρμονία των αναλογιών του. Παραμένει ένα θαύμα της αρχιτεκτονικής, του αρχαιοελληνικού πολιτισμού, μια ζωντανή απόδειξη της ύπαρξης του «Χρυσού Αιώνα» του Περικλή και ένας ζωντανός μάρτυρας την Ελληνικής Ιστορίας εδώ και 2.500 χρόνια.



Εικ.1.20: Γενική άποψη του Παρθενώνα από βορειοδυτικά. [2]

2.1 Η Δημιουργία της Μεθόδου

Με την εξέλιξη της επιστήμης της Μηχανικής καθώς και των επιτευγμάτων της, στο πέρασμα των χρόνων δημιουργήθηκε η ανάγκη μελέτης και ανάλυσης διαφόρων κατασκευών ολοένα και πιο σύνθετων. Η αναλυτική λύση των εξισώσεων με τις οποίες περιγράφονται τα διάφορα τεχνικά προβλήματα ήταν δυνατή μόνο όταν οι καταπονήσεις που ασκούνταν και η γεωμετρία του σώματος προς μελέτη ήταν απλές. Όμως σε πιο σύνθετες κατασκευές τα προβλήματα αυτά (προβλήματα στατικής, υδραυλικής, αεροναυπηγικής κ.ά.) γινόντουσαν όλο και πιο δύσκολα, εξ' αιτίας των πολλών διαφορικών εξισώσεων και των βαθμών ελευθερίας που περιέγραφαν το πρόβλημα.

Μία πρώιμη εμφάνιση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων γίνεται το 1941 από τον Hrenikoff, ο οποίος προέβη στην αντικατάσταση ενός επίπεδου ελαστικού μέσου με ένα σύνολο δοκών και ράβδων. Το 1943, ο Courant κατά τη μελέτη ενός προβλήματος στρέψης κατά St. Venant, αντικατέστησε μια συνεχή συνάρτηση από ένα σύνολο κατά τμήματα συνεχών συναρτήσεων όπου χρησιμοποιήθηκε ένα σύνολο στοιχείων και η αρχή της ελάχιστης τιμής της δυναμικής ενέργειας.

Ο Ιωάννης Αργύρης, ο οποίος θεωρείται «πατέρας των πεπερασμένων στοιχείων», γεννημένος το 1913, στην ηλικία των 28 ετών διατύπωσε τη «μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων». Κατά τον Β' Παγκόσμιο πόλεμο το πρόβλημα που απασχολούσε τους αεροναυπηγούς μηχανικούς, ήταν η κατασκευή των πρώτων αεριωθούμενων πολεμικών αεροσκαφών, τα οποία θα ήταν ικανά να αναπτύσσουν μεγάλες ταχύτητες αλλά απαιτούσαν κεκλιμένες προς τα πίσω πτέρυγες. Το 1944, ο Ιωάννης Αργύρης που εργάζεται ως ερευνητής στο Royal Aeronautical Society, ασχολείται με αυτό το πρόβλημα. Οι μέχρι τότε γνωστές μέθοδοι ανάλυσης ήταν ελλιπείς ως προς την αξιοπιστία της προσομοίωσης της γεωμετρίας των κεκλιμένων πτερύγων. Έτσι, σκέφτηκε να χρησιμοποιήσει τριγωνικά στοιχεία και πραγματοποίησε την πρώτη εφαρμογή σε Η/Υ με μέγιστη δυνατότητα χειρισμού αλγεβρικών συστημάτων με συνολικά μέχρι 64 αγνώστους. Ωστόσο μία από τις πρώτες δημοσιεύσεις στις οποίες παρουσιάζεται η «μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων» είναι εκείνη των Turner, Clough, Martin, και Τορρ το 1956. Ακολούθησαν πολλές δημοσιεύσεις, συμπεριλαμβανομένων και αυτών του Αργύρη και των συνεργατών του την περίοδο 1954-1960. Από εκείνη τη στιγμή και έπειτα, η θεωρία και οι εφαρμογές της μεθόδου αναπτύσσονται συνεχώς, παράλληλα με την ανάπτυξη των δυνατοτήτων των Η/Υ έως και σήμερα.

2.2 Η Περιγραφή της Μεθόδου

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων έγκειται στη δυνατότητα προσομοίωσης της πραγματικής κατασκευής με συστατικά στοιχεία τα οποία συνδέονται με ένα πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Όταν όμως έχουμε μια συνεχή κατασκευή δεν υπάρχει φυσικός διαχωρισμός και με κάποιο τρόπο πρέπει να τον επιβάλλουμε εμείς. Δηλαδή να δημιουργήσουμε έναν τεχνητό διαχωρισμό σε στοιχεία τα οποία πρέπει να συνδέονται κατά μήκος των πλευρών τους. Τα στοιχεία αυτά ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία, η μορφή τους είναι συνήθως τριγωνική ή τετράπλευρη και οι κόμβοι βρίσκονται στα άκρα τους. Η μέθοδος προσεγγίζει τη λύση με μία δοκιμαστική παραμετροποιημένη συνάρτηση. Με αντικατάσταση αυτής της συνάρτησης στο πρόβλημα, οι εξισώσεις που προκύπτουν λύνονται ενώ ταυτόχρονα ελαχιστοποιείται το ολοκλήρωμα του παραμένοντος σφάλματος ως προς τις παραμέτρους με σκοπό να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή προσέγγιση.

Σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι μπορούμε να επιτύχουμε καλύτερη συνολική προσέγγιση της λύσης, αφού ελαχιστοποιείται το ολοκληρωτικό σφάλμα. Στο πρακτικό κομμάτι της μεθόδου, η διαδικασία της διακριτοποίησης γίνεται ανάλογα με την περιοχή ενδιαφέροντος. Δηλαδή σε περιοχή όπου θέλουμε όσο το δυνατόν ακριβέστερη λύση εφαρμόζουμε μικρότερου μεγέθους πεπερασμένα στοιχεία. Έτσι, η μέθοδος αυτή μας δίνει ένα είδος ελευθερίας στο σχηματισμό των στοιχείων ή των υποπεριοχών του συστήματος με αποτέλεσμα να είναι εφικτή η ακριβής αναπαράσταση των οριακών συνθηκών ακόμα και ενός πολύπλοκου πεδίου ορισμού. Ένα επιπλέον πλεονέκτημα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα προβλήματα της μηχανικής. Από την άλλη πλευρά, μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι απαιτείται μεγάλη υπολογιστική ισχύ ιδιαίτερα όταν εφαρμόζεται σε σύνθετα μοντέλα. Ευτυχώς με την ανάπτυξη και εξέλιξη των δυνατοτήτων των ηλεκτρονικών υπολογιστών αυτό το μειονέκτημα έχει σχεδόν ξεπεραστεί με τη χρήση ειδικών προγραμμάτων CAD (όπως του Ansys.12.0 το οποίο χρησιμοποιείται στη παρούσα εργασία).

2.3 Οι Βασικές Αρχές- Τα Βήματα Εφαρμογής της Μεθόδου

Στα προβλήματα της μηχανικής τα συστήματα προς μελέτη μπορούν να απλοποιηθούν σε απλούστερα εάν υποδιαιρεθούν σε μικρότερα στοιχεία τα οποία μπορούν με τη σειρά τους να αναλυθούν από βασικές αρχές και με τον συνδυασμό των αρχών αυτών να δημιουργηθεί η ανάλυση του πλήρους αρχικού συστήματος. Τα συστήματα αυτά είναι γνωστά ως διακριτά συστήματα και για την ανάλυσή τους πρέπει να γίνουν με τη σειρά τα εξής βήματα:

- Εξιδανίκευση του συστήματος, όπου θεωρούμε το σύστημα ιδανικά ως ένα σύνολο από μεμονωμένα στοιχεία.
- 2. Καταγραφή των χαρακτηριστικών των στοιχείων, όπου καταγράφουμε τα θεμελιώδη χαρακτηριστικά κάθε στοιχείου.
- Συναρμολόγηση, μια διαδικασία κατά την οποία ένα σύνολο ταυτόχρονων εξισώσεων σχηματίζονται μέσω της συναρμολόγησης των χαρακτηριστικών των στοιχείων για τις άγνωστες μεταβλητές.
- 4. Επίλυση των εξισώσεων, μια διαδικασία κατά την οποία όλες οι εξισώσεις λύνονται ταυτόχρονα έτσι ώστε να προσδιορισθούν όλες οι άγνωστες μεταβλητές.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων σε συνδυασμό με τις δυνατότητες του ηλεκτρονικού υπολογιστή έχει βρει πεδίο εφαρμογής σχεδόν σε οποιοδήποτε πρόβλημα της Μηχανικής (ακόμα και σε πολύπλοκα προβλήματα) καθώς επιτυγχάνεται η αριθμητική εξιδανίκευση και η επίλυση των συνεχών συστημάτων. Η διαδικασία της χρήσης της μεθόδου με τη βοήθεια ενός Η/Υ γίνεται σταδιακά και είναι αυτή η οποία ακολουθήθηκε και στην παρούσα εργασία. Η διαδικασία χωρίζεται στα εξής στάδια:

- Εισάγουμε τη γεωμετρία της κατασκευής σε ένα σχεδιαστικό πρόγραμμα (CAD) για να δημιουργήσουμε το τρισδιάστατο μοντέλο προς μελέτη.
- Το μοντέλο χωρίζεται σε πεπερασμένα στοιχεία και αφού δημιουργηθεί το πλέγμα (ή κάναβος διαφορετικά) εισάγουμε τα επιπλέον δεδομένα που απαιτούνται π.χ. αν θέλουμε να μελετήσουμε το μοντέλο σε στατική καταπόνηση εισάγουμε τα

δεδομένα για τις δυνάμεις και τις στηρίξεις. Αυτή η διαδικασία γίνεται με preprocessor προγράμματα.

- 3. Όταν ετοιμαστούν τα δεδομένα, εισάγονται στον solver, ένα πρόγραμμα που θα κάνει την επίλυση του προβλήματος, χρησιμοποιώντας αριθμητικές μεθόδους.
- 4. Όταν τελειώσει η διαδικασία της επίλυσης ο μελετητής χρησιμοποιεί ένα postprocessor, έτσι ώστε να έχει τη δυνατότητα να πάρει τα αποτελέσματα και να εξάγει τα συμπεράσματα.

Στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Ansys.12.0 το οποίο συνδυάζει όλα τα παραπάνω βήματα (σχεδιαστικό πρόγραμμα, pre-processor, solver και post-processor).

2.4 Η Δημιουργία του ANSYS

Για την εκπόνηση της παρούσας εργασίας χρησιμοποιήθηκε το Ansys.12.0, ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Το πρόγραμμα αυτό δίνει τη δυνατότητα σχεδιασμού του μοντέλου, της επιβολής φορτίσεων και φυσικά τη μελέτη του με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων έτσι ώστε να επιτευχθεί η ορθή εξαγωγή των αποτελεσμάτων του εκάστοτε πειράματος.

Το 1970 ο John A. Swanson ίδρυσε την εταιρία Swanson Analysis Systems, Inc (SASI). Κύριος στόχος της εταιρίας ήταν να δημιουργήσει και στη συνέχεια να διοχετεύσει στην αγορά ένα λογισμικό ανάλυσης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για τη φυσική των κατασκευών (structural physics) η οποία θα μπορούσε να προσομοιώσει προβλήματα μεταφοράς θερμότητας, στατικής και δυναμικής. Η SASI ανέπτυξε τις επιχειρηματικές της εργασίες παράλληλα με την ανάπτυξη της τεχνολογίας των ηλεκτρονικών υπολογιστών και σε συνδυασμό με τις ανάγκες των μηχανικών. Η εταιρία αναπτυσσόταν κατά 10%-20% κάθε χρόνο και το 1994 πωλήθηκε. Οι νέοι ιδιοκτήτες παρέλαβαν ένα κορυφαίο λογισμικό για τα πεπερασμένα στοιχεία το οποίο ονόμασαν ANSYS[®], το χρησιμοποίησαν σαν την ναυαρχίδα των προϊόντων τους και σχεδιάστηκε το ANSYS, Inc. σαν το νέο όνομα της εταιρίας.

Το λογισμικό Ansys δύναται να χρησιμοποιηθεί σε οποιονδήποτε τύπο ανάλυσης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων σε ένα ευρύτατο πεδίο εφαρμογών, όπως είναι η βιοϊατρική, η εμβιομηχανική, η αεροδιαστημική, η βιομηχανία των αυτοκινήτων και αεροπλάνων, τα δομοστατικά έργα κ.ά.



Εικ.2.1: Χρήση του Ansys από την ομάδα BMV Sauber F1

2.5 Δυο Λόγια για το Πρόγραμμα

Το Ansys, το οποίο εγκαθίσταται σε περιβάλλον Windows 2000/XP/7 και άλλα, έχει τη μεγαλύτερη βιβλιοθήκη πεπερασμένων στοιχείων και αυτό είναι που το κάνει κορυφαίο στο χώρο του. Με το Ansys είναι δυνατόν να γίνει γραφική εισαγωγή των δεδομένων ή εισαγωγή του γεωμετρικού μοντέλου από οποιοδήποτε σχεδιαστικό πρόγραμμα, ενώ ταυτόχρονα μπορεί να γίνει γραμμική ή μη γραμμική ανάλυση σε 2 και 3 διαστάσεις. Παράλληλα στις δυνατότητες του προγράμματος περιλαμβάνονται η δυναμική ανάλυση με τη μέθοδο των ιδιομορφών, η χρήση του φάσματος της σεισμικής απόκρισης και η εισαγωγή αρμονικών ή παροδικών φορτίσεων συναρτήσει του χρόνου. Οι δυνατότητες του προγράμματος επεκτείνονται και σε άλλους τομείς όπως για παράδειγμα η ροή των ρευστών, ο ηλεκτρομαγνητισμός και η εδαφομηχανική. Γενικότερα, το Ansys είναι ένα χρήσιμο και ευρείας χρήσης εργαλείο για το σχεδιασμό, την ανάλυση και τη μελέτη οποιαδήποτε κατασκευής, όπως για παράδειγμα από απλά κτήρια έως γέφυρες, φράγματα, σήραγγες και μνημεία.

Ακόμα, είναι πολύ σημαντικές οι γραφικές δυνατότητες που προσφέρει το πρόγραμμα ανάλογα με τις απαιτήσεις του χρήστη και τη φύση της μελέτης που εκπονεί. Οι δυνατότητες των γραφικών περιλαμβάνουν κίνηση, επεξηγηματικό κείμενο και κείμενο παρατηρήσεων, τομές, ισοτιμικές καμπύλες, διαγράμματα μεταβλητής συναρτήσει διαδρομής, τρισδιάστατη αναπαράσταση αντικειμένου με ισοτιμικές επιφάνειες, διαγράμματα βαθμίδας, ροή σωματιδίων και τομές όγκων.

Επιπλέον, το πρόγραμμα προσφέρει μία πλήρη λίστα από μη γραμμικά στοιχεία, καθώς και μία λίστα από γραμμικά και μη γραμμικά υλικά, έτσι ώστε η προσομοίωση των προβλημάτων να γίνεται με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια και με συνθήκες οι οποίες να ανταποκρίνονται στις πραγματικές συνθήκες.

Σύμφωνα με τον «Χάρτη της Βενετίας», κατά τη διάρκεια των αναστηλωτικών εργασιών θα πρέπει να θυσιάζεται το νέο υλικό για να διασωθεί το αρχαίο. Όμως σε πειράματα που έγιναν στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών, στο ΕΜΠ, σημειώθηκε αστοχία του μαρμάρου και όχι αστοχία του συνδέσμου στα επιστύλια, υπό προϋποθέσεις, όπως θα έπρεπε [10]. Αυτή ήταν η αιτία αλλά και το κίνητρο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, η οποία εκπονήθηκε στο πλαίσιο των προπτυχιακών υποχρεώσεών μου στη σχολή των «Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών» του ΕΜΠ για τα γωνιακά επιστύλια του Παρθενώνα.

Έτσι, το αντικείμενο που πραγματεύεται αυτή η εργασία είναι η αριθμητική μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς των γωνιακών επιστυλίων του ναού της Αθηνάς Παλλάδας καθώς και ο προσδιορισμός του τασικού πεδίου και του πεδίου πιθανών μετατοπίσεων υπό διάφορες πιθανές φορτίσεις. Εξ' αιτίας της σημαντικότητας του μνημείου, του υψηλού κόστους των πειραμάτων και της φύσης του κατασκευάστηκε το μοντέλο του πειράματος με τη χρήση του προγράμματος Ansys.12.0 έτσι ώστε να επιτευχθεί και να διασφαλιστεί η ενδελεχής παραμετρική ανάλυση του μοντέλου, με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

3.1 Ο Σχεδιασμός του Μοντέλου

Πριν γίνει η μελέτη του μοντέλου με τη βοήθεια του προγράμματος Ansys έπρεπε να σχεδιαστεί μια τυπική σύνδεση δύο γωνιακών επιστυλίων του Παρθενώνα έτσι ώστε το σχέδιο να προσομοιώνει καλύτερα την πραγματικότητα. Στην εικόνα 3.1 απεικονίζεται η κάτοψη των βορειοανατολικών επιστυλίων του ναού και στον κόκκινο κύκλο το τμήμα που μελετήθηκε.



Εικ. 3.1: κάτοψη βορειοανατολικών γωνιακών επιστυλίων.

Το μοντέλο που κατασκευάστηκε προσομοιώνει τη γεωμετρία της σύνδεσης των γωνιακών επιστυλίων υπό κλίμακα 2:3.Το μοντέλο, αποτελείται από το σύνδεσμο τιτανίου, το συνδετικό υλικό (κονίαμα) μέσα στο οποίο περικλείεται ο σύνδεσμος και από μάρμαρο Διονύσου. Παρατηρώντας την Εικόνα 3.1 γίνεται αντιληπτό ότι ο σύνδεσμος ενώνει δύο ξεχωριστούς όγκους μαρμάρου. Η χρήση του κονιάματος γίνεται έτσι ώστε να αποφευχθεί η απευθείας επαφή τιτανίου – μαρμάρου, κάτι το οποίο θα ήταν εξαιρετικά ζημιογόνο για το πιο «ευαίσθητο» υλικό, δηλαδή το μάρμαρο. Έτσι με τη βοήθεια των εντολών του Ansys προχωρήσαμε στο σχεδιασμό των μελών του μοντέλου. Ας τα δούμε όμως πιο αναλυτικά:

1. Σύνδεσμος του μοντέλου.

Ο σύνδεσμος αποτελείται από τιτάνιο με τις εξής μηχανικές σταθερές:

- Μέτρο Ελαστικότητας E=105 GPa
- Λόγος Poisson v=0.32

Η πυκνότητα του τιτανίου είναι: γ=4510 $\frac{kg}{m^3}$

Οι διαστάσεις του συνδέσμου είναι:



Εικ.3.2-3.3: Ο σύνδεσμος τιτανίου.

2. Το κονίαμα.

Το κονίαμα αποτελείται από τσιμέντο και αδρανή σε αναλογία κ.ό. 1:3 με τις εξής μηχανικές σταθερές:

- Μέτρο Ελαστικότητας E=15,4 GPa
- Λόγος Poisson v=0,26

Η πυκνότητα του κονιάματος είναι: γ=1700 $\frac{kg}{m^3}$

Το κονίαμα καλύπτει το σύνδεσμο και βρίσκεται ανάμεσα σε αυτόν και το μάρμαρο. Οι διαστάσεις του όγκου του κονιάματος είναι:



Εικ.3.4-3.5: Το κονίαμα.

3. Το μάρμαρο.

Από μάρμαρο αποτελείται τόσο η εσωτερική γωνία του μνημείου όσο και το κιονόκρανό της. Το μάρμαρο έχει τις εξής μηχανικές σταθερές:

- Μέτρο Ελαστικότητας Ε=70 GPa
- Λόγος Poisson v=0,3

Η πυκνότητα του μαρμάρου είναι γ=2700 $rac{kg}{m^3}$

Οι διαστάσεις της γωνίας και του κιονόκρανου είναι:



Εικ.3.6-3.7: Η γωνία και το κιονόκρανο.

Και τα 3 υλικά θεωρήθηκαν γραμμικώς ελαστικά. Η τελική μορφή του μοντέλου μαζί και με τα τρία υλικά είναι:



Εικ.3.7-3.8: Η τελική μορφή του μοντέλου.

3.2 Κάναβος- Η Σύγκλιση του Κανάβου

Από τη στιγμή που κατασκευάστηκε το μοντέλο έπρεπε να κατασκευαστεί και ο κάναβος, έτσι ώστε να γίνει και η επίλυση του μοντέλου. Το αρχικό στάδιο της διακριτοποίησης είναι η επιλογή του κατάλληλου στοιχείου. Στο μοντέλο που μελετάται, επιλέχθηκε το στοιχείο SOLID185 που είναι κατάλληλο για τρισδιάστατες κατασκευές. Ορίζεται από οκτώ κόμβους με τρεις βαθμούς ελευθερίας για κάθε έναν κατά τις x, y, z διευθύνσεις. Έχει τις ιδιότητες ενός ορθότροπου υλικού και μπορεί να δεχθεί επιφανειακά φορτία.

Παράλληλα είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα πλαστικότητας, υπερελαστικότητας, ιξωδοελαστικότητας, ιξωδοπλαστικότητας, ερπυσμού, μεγάλων αποκλίσεων, μεγάλων παραμορφώσεων και τασικής δυσκαμψίας. Η γεωμετρία και οι κομβικές του θέσεις παρουσιάζονται στην Εικ. 3.9

Ωστόσο έπρεπε να επιλεγεί το κατάλληλο μέγεθος στοιχείου. Επειδή γνωρίζουμε ότι όσο πιο μικρό είναι το μέγεθος του στοιχείου, τόσο πιο λεπτομερής είναι η λύση του αλλά και πιο



Εικ.3.9: Το στοιχείο SOLID185

χρονοβόρα, αποφασίσαμε να εφαρμόσουμε 4 διαφορετικά μεγέθη κανάβου στο μοντέλο με τον πιο πυκνό κάναβο (άρα και πιο μικρό μέγεθος) στην περιοχή της μεγαλύτερης επικινδυνότητας και μεγαλύτερου επιστημονικού ενδιαφέροντος, δηλαδή την περιοχή γύρω από το σύνδεσμο και την περιοχή που ενώνονται οι δύο ξεχωριστοί όγκοι μαρμάρου. Στις υπόλοιπες περιοχές του μαρμάρου εφαρμόσαμε πιο αραιούς κανάβους. Ας παρατηρήσουμε όμως την εικόνα καλύτερα:



Εικ.3.10-3.11: Περιοχές με διαφορετικό κάναβο.

Με κόκκινο είναι η περιοχή1 στην οποία εφαρμόσαμε τον πιο πυκνό κάναβο.

Με κίτρινο είναι η περιοχή 2 στην οποία εφαρμόσαμε πιο αραιό κάναβο σε σχέση με την περιοχή1.

Με μπλε είναι η περιοχή 3 στην οποία εφαρμόσαμε πιο αραιό κάναβο σε σχέση με την περιοχή2.

Τέλος, με μωβ είναι η περιοχή 4, η βάση της γωνίας η οποία έχει τον πιο αραιό κάναβο απ' όλες τις περιοχές.

Παρ' όλα αυτά έπρεπε να εντοπίσουμε το καταλληλότερο μέγεθος για τον κάναβο της περιοχής1. Το «εμπόδιο» αυτό ξεπεράστηκε με τη **μέθοδο της σύγκλισης**. Κατά τη

μέθοδο αυτή, δοκιμάζουμε διάφορα μεγέθη στοιχείων κανάβου σε διάφορες φορτίσεις, κατασκευάζουμε τα διαγράμματα κατανομής της τάσης κατά Mises στις περιοχές που επιθυμούμε και εντοπίζουμε για πιο μέγεθος υπάρχει σύγκλιση. Εκείνο το μέγεθος είναι και το επιθυμητό.

Πιο συγκεκριμένα, δοκιμάσαμε 7 διαφορετικά μεγέθη στοιχείου κανάβου (τα οποία θα φέρουν το όνομα της μεταβλητής e-size, από το element size) σε 3 διαφορετικές φορτίσεις. Οι φορτίσεις είναι η φόρτιση Α, η φόρτιση Β και η φόρτιση Γ οι οποίες θα παρουσιαστούν η κάθε μία ξεχωριστά μαζί με τα διαγράμματα της κατανομής των τάσεων κατά Mises.

 Τα διαγράμματα της κατανομής των τάσεων κατά Mises έγιναν κατά τον άξονα x που είναι κάθετος στον σύνδεσμο και κατά τον άξονα y που είναι ο άξονας του συνδέσμου και για κάθε υλικό ξεχωριστά. Η κατανομή των τάσεων κατά Mises, κατά τον άξονα που είναι κάθετος στο σύνδεσμο, στον άξονα x (κόκκινη «διαδρομή»):



Εικ.3.12: Η κατανομή των τάσεων κατά Mises κατά τη «διαδρομή 1».

 Η κατανομή των τάσεων κατά Mises, κατά τον άξονα του συνδέσμου, στον άξονα y (κόκκινη «διαδρομή»):



Εικ.3.13: : Η κατανομή των τάσεων κατά Mises κατά τη «διαδρομή 2».

Σε αυτό το σημείο να σημειωθεί η αντιστοιχία κανάβου με το πλήθος των στοιχείων που βρίσκεται δεξιά των διαγραμμάτων.

- e-size1=0,008 -> 75.146 στοιχεία
- e-size2=0,0092->65.459 στοιχεία
- e-size3=0,0095->57.111 στοιχεία
- e-size4=0,0098->59.514 στοιχεία
- e-size5=0,01->55.007 στοιχεία
- e-size6=0,015->23.225 στοιχεία
- e-size7=0,03-> 8.962 στοιχεία

1. Η φόρτιση Α.

Κατά τη φόρτιση Α πακτώσαμε τις επιφάνειες 1 και 2 (κίτρινες επιφάνειες) και φορτίσαμε την επιφάνεια 3 (κόκκινη επιφάνεια) με μετατόπιση u= $1*10^{-4}$ m και κατεύθυνση εκείνη που φαίνεται στην Εικόνα 3.15.



Εικ.3.14-3.15: Φόρτιση Α.

Για την φόρτιση Α πήραμε τα ακόλουθα διαγράμματα:



Για τον άξονα χ:

Διάγραμμα Α1: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των x στο τιτάνιο.



Διάγραμμα Α2: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των x στο κονίαμα.



Διάγραμμα Α3: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των x στο μάρμαρο.



Για τον άξονα γ:

Διάγραμμα Α4: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των y στο τιτάνιο.



Διάγραμμα Α5: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των γ στο κονίαμα.



Διάγραμμα Α6: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των γ στο μάρμαρο.

2. Η φόρτιση Β

Κατά τη φόρτιση Β πακτώσαμε τις επιφάνειες 1 και 2 (κίτρινες επιφάνειες) και φορτίσαμε την επιφάνεια 3 (κόκκινη επιφάνεια) με μετατόπιση u= $1*10^{-4}$ m και κατεύθυνση εκείνη που φαίνεται στην Εικόνα 3.17.



Εικ.3.16-3.17: Φόρτιση Β.

Για τη φόρτιση Β πήραμε τα ακόλουθα διαγράμματα:



Για τον άξονα χ:

Διάγραμμα B1: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των x στο τιτάνιο.



Διάγραμμα B2: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των x στο κονίαμα.



Διάγραμμα B3: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των x στο μάρμαρο.





Διάγραμμα B4: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των γ στο τιτάνιο.



Διάγραμμα B5: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των y στο κονίαμα.


Διάγραμμα B6: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των γ στο μάρμαρο.

3. Η φόρτιση Γ

Κατά τη φόρτιση Γ πακτώσαμε τις επιφάνειες 1 και 2 (κίτρινες επιφάνειες) και φορτίσαμε την επιφάνεια 4 (ροζ επιφάνεια) με μετατόπιση u= $1*10^{-4}$ m και κατεύθυνση εκείνη που φαίνεται στην Εικόνα 3.20.



Εικ.3.18-3.19-3.20: Φόρτιση Γ.

Για τη φόρτιση Γ πήραμε τα ακόλουθα διαγράμματα:



Για τον άξονα χ:





Διάγραμμα Γ2: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των x στο κονίαμα.



Διάγραμμα Γ3: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των x στο τιτάνιο.



Για τον άξονα γ:

Διάγραμμα Γ4: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των y στο τιτάνιο.



Διάγραμμα Γ5: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των γ στο κονίαμα.



Διάγραμμα Γ6: Οι γραφικές παραστάσεις των κατανομών των τάσεων κατά Mises κατά τον άξονα των γ στο μάρμαρο.

Παρατηρώντας και τα 18 διαγράμματα γίνεται αντιληπτό ότι υπάρχει μια σύγκλιση των γραφικών παραστάσεων για τα μεγέθη e-size2=0,0092 (65.459), e-size3=0,0095 (57.111) και e-size4=0,0098 (59.514). Όμως σε κάποια από τα διαγράμματα η γραφική παράσταση για το e-size2 «ξεφεύγει», πιο συγκεκριμένα στα διαγράμματα B1 και B2. Συνεπώς έπρεπε να γίνει επιλογή ανάμεσα στο e-size3=0,0095 και στο e-size4= 0,0098 των οποίων οι γραφικές παραστάσεις ήταν τόσο κοντά που σχεδόν συνέπιπταν. Λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι και για τα δύο μεγέθη τα αποτελέσματα παρέμεναν σχεδόν αμετάβλητα και ότι η διαδικασία του «τρεξίματος» για το e-size3=0,0095 απαιτούσε μεγαλύτερο χρόνο θεωρήθηκε ότι το καταλληλότερο μέγεθος ήταν το e-size4=0,0098.

Κατά την κατασκευή του μοντέλου, επειδή το ένα υλικό είναι μέσα στο άλλο δημιουργούνται δι-επιφάνειες των οποίων οι ιδιότητες πρέπει να προσδιοριστούν.

Οι δι-επιφάνειες που δημιουργούνται είναι:

- Μεταξύ τιτανίου και κονιάματος
- Μεταξύ κονιάματος και μαρμάρου
- Μεταξύ των μαρμάρων

Για την προσομοίωση των δι-επιφανειών κατασκευάστηκε στις επιφάνειες επαφής των υλικών, ένα ζεύγος δισδιάστατων στοιχείων επαφής (contact elements) που εφάπτονται στα ήδη υπάρχοντα από τη διακριτοποίηση στοιχεία. Τα καινούρια στοιχεία μεταφέρουν τάσεις μόνο από την εξωτερική στην εσωτερική πλευρά τους και από εκεί στο υπόλοιπο στερεό και η σχετική τους κίνηση μπορεί να ορισθεί με διάφορους τρόπους. Στο μοντέλο το οποίο τέθηκε υπό μελέτη, τα στοιχεία επαφής (contact elements) σε όλες τις δι- επιφάνειες ήταν ελεύθερα να κινηθούν και στη περίπτωση αποχωρισμού των δι- επιφανειών ορίστηκαν οι συντελεστές τριβής μεταξύ των υλικών να είναι:

- Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των μαρμάρων: 0,7.
- Ο συντελεστής τριβής μεταξύ τιτανίου και κονιάματος είναι: 0,25.
- Ο συντελεστής τριβής μεταξύ κονιάματος και μαρμάρου είναι:0,5.

Το ζεύγος των στοιχείων επαφής αποτελείται από τα στοιχεία *target* που προσομοιώνουν την επιφάνεια επαφής του περισσότερο άκαμπτου υλικού και τα στοιχεία *contact* που προσομοιώνουν την αντίστοιχη πιο εύκαμπτη επιφάνεια. Κάθε επιφάνεια *target* έρχεται σε επαφή με μόνο μία επιφάνεια *contact* και αντίστροφα.

Τα στοιχεία επαφής που χρησιμοποιήθηκαν στο συγκεκριμένο μοντέλο ήταν το TARGE170 και το CONTA173:



Εικ. 3.21: Το στοιχείο TARGE170.

Ως target ορίστηκαν:

οι επιφάνειες του συνδέσμου τιτανίου για τη δι-επιφάνεια τιτάνιο-κονίαμα οι επιφάνειες του μαρμάρου για τη δι-επιφάνεια κονίαμα-μάρμαρο οι επιφάνειες του ενός όγκου μαρμάρου τυχαία για τη δι-επιφάνεια μάρμαρο-μάρμαρο, αφού είναι το ίδιο υλικό και δεν υπάρχει κίνδυνος αλλοίωσης των αποτελεσμάτων οι επιφάνειες του συνδέσμου τιτανίου για τη διεπιφάνεια τιτάνιο-μάρμαρο στην περίπτωση απουσίας του κονιάματος

Ως contact ορίστηκαν οι αντίστοιχες επιφάνειες του άλλου υλικού αντίστοιχα.



Εικ.3.23: Η δι-επιφάνεια τιτανίου-κονιάματος.



Εικ.3.24: Η δι-επιφάνεια κονιάματος-τιτανίου.





Εικ.3.25-3.26: Οι δι-επιφάνειες των μαρμάρων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Οι Φορτίσεις

Από τη στιγμή που εντοπίστηκε το καταλληλότερο μέγεθος στοιχείου, το μοντέλο είναι έτοιμο να φορτιστεί και να επιλυθεί με τη χρήση του Ansys. Στο μοντέλο εφαρμόστηκαν έξι (6) διαφορετικά είδη φορτίσεων και κάθε είδος φόρτισης μελετήθηκε ξεχωριστά. Τα μεγέθη τα οποία αναλύθηκαν και μελετήθηκαν είναι: οι κύριες (σx,σy,σz) και οι διατμητικές τάσεις (τx,τy,τz), η τάση που λαμβάνουμε από το κριτήριο αστοχίας του von Mises (σeqv) και οι μετατοπίσεις (ux,uy,uz). Η κατανομή κάθε μεγέθους έχει μελετηθεί και στους τρεις άξονες (x,y,z). Πιο συγκεκριμένα, πάρθηκε:

Η κατανομή των ζητούμενων μεγεθών, κατά τον άξονα που είναι κάθετος στο σύνδεσμο, στον άξονα x («διαδρομή 1»):



Εικ.4.1: Η κατανομή των τάσεων κατά Mises κατά τη «διαδρομή 1».

 Η κατανομή των ζητούμενων μεγεθών, κατά τον άξονα του συνδέσμου, στον άξονα y (κόκκινη «διαδρομή»):



Εικ.4.2: Η κατανομή των τάσεων κατά Mises κατά τη «διαδρομή 2».

3. Η κατανομή των ζητούμενων μεγεθών, κατά τον άξονα που είναι κάθετος και στο σύνδεσμο και στον άξονα του συνδέσμου, στον άξονα z (κόκκινη «διαδρομή»):



Εικ. 4.3: Η κατανομή των τάσεων κατά Mises κατά τη «διαδρομή 3».

Σε κάθε είδος φόρτισης, έχουν συμπεριληφθεί και οι χρωματοκλίμακες κατά Mises.

4.1 H Φόρτιση 1

Κατά τη φόρτιση 1 πακτώσαμε τις επιφάνειες 1 και 2 (κίτρινες επιφάνειες) και φορτίσαμε την επιφάνεια 3 (κόκκινη επιφάνεια) με μετατόπιση u= $1*10^{-4}$ m και κατεύθυνση εκείνη που φαίνεται στην Εικόνα 4.5.



Εικ. 4.4-4.5: Φόρτιση 1.

Μετά το τέλος του «τρεξίματος», οι εικόνες που πήραμε για ολόκληρο το μοντέλο αλλά και για κάθε υλικό ξεχωριστά, οι οποίες απεικονίζουν την κατανομή των τάσεων κατά Mises σε χρωματοκλίμακα είναι:





Εικ. 4.6-4.7: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μοντέλο.





Εικ.4.8-4.9: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο σύνδεσμο τιτανίου.





Εικ. 4.10-4.11: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο κονίαμα.





Εικ. 4.12-4.13: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μάρμαρο.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση και σχολιασμό των διαγραμμάτων των κατανομών των τάσεων και των μετατοπίσεων ας δούμε τα υλικά που «συναντάμε» σε κάθε άξονα. Στον άξονα x και y τα υλικά του μοντέλου που συναντάμε «βαδίζοντας» από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα- μάρμαρο ενώ στον άξονα z, «βαδίζοντας» πάλι από τον αρνητικό προς τον θετικό ημιάξονα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα. Για κάθε άξονα ο σχολιασμός των διαγραμμάτων θα γίνεται από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό. Σε κάθε άξονα χωριστά, οι κατανομές των τάσεων και των μετατοπίσεων είναι:

<u>Η κατανομή της τάσης σx</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.1.1: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.1.1, όπου απεικονίζεται η τάση σ× στον άξονα x παρατηρούμε ότι η τάση σ× ξεκινάει και καταλήγει στο 0. Είναι εμφανές ότι εμφανίζεται μια μεγάλη πτώση στο μάρμαρο και το κονίαμα που βρίσκονται στον αρνητικό ημιάξονα ενώ στο τιτάνιο παρατηρείται μία μεγάλη άνοδος. Πλησιάζοντας όμως το 0 οι τιμές που λαμβάνει η τάση σ× έχουν μία ελαφριά πτώση. Τελειώνοντας το τιτάνιο βλέπουμε ότι στο κονίαμα και στο μάρμαρο οι τιμές της σ× έχουν μία ανοδική τάση για να καταλήξουν στο 0.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.1.2: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.1.2 έχουμε την κατανομή των τάσεων σ× στον άξονα των y. Φαίνεται ότι η κατανομή των τάσεων είναι συμμετρική. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές της τάσης σ× στο μάρμαρο είναι πολύ κοντά στο 0 ενώ στο κονίαμα βλέπουμε ότι η σ× λαμβάνει τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της. Στο τιτάνιο παρατηρείται μια αισθητή πτώση με ελάχιστη άνοδο στο σημείο x=0. Εξ' αιτίας της συμμετρίας στον θετικό ημιάξονα, η τάση σ× έχει την ίδια συμπεριφορά.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.1.3: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.1.3 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σx στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, στο μάρμαρο και το κονίαμα βλέπουμε ότι η τάση σx συνεχώς αυξάνεται και λαμβάνει τιμές από 0 έως και 9 MPa. Προς το τέλος του κονιάματος λίγο πριν το τιτάνιο παρατηρείται μία πτώση. Από το σημείο αυτό και έπειτα έχουμε επαναλαμβανόμενες ανόδους και πτώσεις των τιμών ενώ στο τιτάνιο παρατηρείται μία «ελαφριά» συμμετρία. Στην δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος στον θετικό ημιάξονα έχουμε πάλι πτώση των τιμών σε σχέση με εκείνες που λαμβάνει η σx στο τιτάνιο. Τέλος, στο κονίαμα που βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα η σx λαμβάνει τιμές κοντά στο 3MPa.

<u>Η κατανομή της τάσης σγ:</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.1.4: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.1.4 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_γ στον άξονα των x. Βλέπουμε ότι η γραφική παράσταση είναι σχεδόν συμμετρική ενώ οι τιμές που λαμβάνει η σ_γ στο θετικό και αρνητικό ημιάξονα στο μάρμαρο και το κονίαμα είναι 0. Στον αρνητικό ημιάξονα

στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου παρατηρείται μία άνοδος των τιμών η οποία κορυφώνεται στο τιτάνιο. Στον θετικό ημιάξονα η τιμές της σ_γ στο τιτάνιο εμφανίζουν πτώση για να καταλήξουν να μηδενιστούν στο κονίαμα και το μάρμαρο.



Κατά τον άξονα γ:

Στο διάγραμμα 4.1.5 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_ν στον άξονα των γ. Η γραφική παράσταση είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των γ. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές της σ_γ στο μάρμαρο λαμβάνουν τιμές πολύ κοντά στο 0 ενώ στη δι-επιφάνεια μαρμάρουκονιάματος εμφανίζουν πολύ μεγάλη άνοδο, η οποία συνεχίζεται και στο τιτάνιο. Πλησιάζοντας όμως στο σημείο γ=0 στο τιτάνιο παρατηρείται μια μικρή πτώση. Λόγω της συμμετρικότητας ως προς τον άξονα γ της γραφικής παράστασης, η σ_γ έχει την ίδια συμπεριφορά σε κάθε υλικό και καταλήγει στο 0.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.1.6: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.1.6 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_V στον άξονα των z. Οι τιμές της σ_V στον αρνητικό ημιάξονα στο μάρμαρο είναι 0 ενώ παρατηρείται μια άνοδος κοντά

Διάγραμμα 4.1.5: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα γ.

στη δι-επιφάνεια μαρμάρου-κονιάματος, η οποία συνεχίζεται και από το κονίαμα στο τιτάνιο. Από το τιτάνιο στο κονίαμα, στον θετικό ημιάξονα έχουμε μία μεγάλη πτώση της σ_γ. Η σ_γ σταθεροποιείται κοντά στα 5MPA στο θετικό ημιάξονα, στο κονίαμα.

<u>Η κατανομή της τάσης σz:</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.1.7: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.1.7 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ₂ στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές της τάσης σ₂ στο μάρμαρο και το κονίαμα είναι κοντά στα -0,2 MPa. Κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου παρατηρείται μία άνοδος η οποία κορυφώνεται στο τιτάνιο, όπου σημειώνεται και η μέγιστη τιμή κοντά στο 1 MPa. Πλησιάζοντας στο σημείο x=0 έχουμε πτώση της σ₂ για να επέλθει άνοδος κοντά στη δι-επιφάνεια και καταλήγουν στο 0 στο μάρμαρο.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.1.8: Η κατανομή της τάσης σ
z κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.1.8 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ² στον άξονα των γ. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων είναι συμμετρική. Παρατηρούμε ότι στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές της σ² στο μάρμαρο είναι Ο ενώ στη δι-επιφάνεια μαρμάρου-κονιάματος οι τιμές της σ² αυξάνονται και παίρνουν τη μέγιστη τιμή στο κονίαμα, σχεδόν 3MPa. Από αυτό το σημείο και έπειτα μειώνονται και λαμβάνουν την ελάχιστη τιμή τους κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου, σχεδόν -1,5MPa. Στο τιτάνιο που βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα έχομε μια μεγάλη άνοδο, στα 1,5MPa και από κει και πέρα μειώσεις με μικρές ανόδους. Στο σημείο y=0 η σ² παίρνει τιμή ίση σχεδόν με -0,5MPa. Στον θετικό ημιάξονα η συμπεριφορά της σ² είναι όμοια με εκείνη που έχει στον αρνητικό ημιάξονα εξ' αιτίας της συμμετρικότητας.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.1.9: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.1.9 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα, στο μάρμαρο, παρατηρείται μία αύξηση των τιμών η οποία κορυφώνεται κοντά στο 1 MPa και παρουσιάζει πτώση κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου κονιάματος. Κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος-τιτανίου έχουμε μία άνοδο των τιμών των τάσεων και στο τιτάνιο πτώση. Στη δι-επιφάνεια τιτανίου-κονιάματος στον θετικό ημιάξονα παρατηρούνται μικρές αλλά αξιοσημείωτες αυξήσεις και μειώσεις των τιμών της σz.

<u>Η κατανομή της τάσης τ_{×y}:</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.1.10: Η κατανομή της τάσης τ_{×γ} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.1.10 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xy} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές της τ_{xy} στο μάρμαρο είναι μηδενικές αλλά κοντά στη διεπιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος παρατηρείται μία αύξηση των τιμών. Από αυτό το σημείο και έπειτα έχουμε μια γενικότερη πτώση με μικρές ανόδους. Η ελάχιστη τιμή της τ_{xy} καταγράφεται στην περιοχή του τιτανίου, σχεδόν -4MPa. Στον θετικό ημιάξονα παρατηρείται μια συνεχής άνοδος, ενώ στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος μαρμάρου και έπειτα, οι τιμές της τ_{xy} είναι πολύ κοντά στο 0.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.1.11: Η κατανομή της τάσης τ_{×y} κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.1.11 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xy} στον άξονα των y. Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα, η μέγιστη τιμή της τάσης τ_{xy}, σχεδόν 1,7MPa, εμφανίζεται στο τιτάνιο ενώ η ελάχιστη τιμή, περίπου -3MPa, είναι πάλι στο τιτάνιο στο σημείο y=0. Στον θετικό ημιάξονα, μέγιστη τιμή, 1,7MPa, εμφανίζεται στην περιοχή του τιτανίου.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.1.12: Η κατανομή της τάσης τ_{×γ} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.1.12 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xy} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα η τ_{xy} διατηρεί μηδενικές τιμές ενώ αύξηση παρατηρείται στις διεπιφάνειες μαρμάρου-κονιάματος και κονιάματος-τιτανίου. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στην περιοχή του τιτανίου, σχεδόν 10MPa και από αυτό το σημείο και έπειτα έχουμε σημαντική μείωση, όπου εμφανίζεται και η ελάχιστη τιμή της τ_{xy}, κοντά στα -4MPa, πάλι στην περιοχή του τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα παρατηρείται μεγάλη αύξηση των τιμών της τάσης κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίου κονιάματος, περίπου στα 9MPa.

<u>Η κατανομή της τάσης τyz:</u>



Κατά τον άξονα χ:

Διάγραμμα 4.1.13: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.1.13 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των x. Η τάση τ_{yz} μένει σταθερή και ίση με το 0, στον αρνητικό ημιάξονα ενώ μειώνεται κοντά στη διεπιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος. Η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στο τιτάνιο, πολύ κοντά στη διεπιφάνεια κονιάματος- τιτανίου και είναι περίπου -0,9MPa. Η μέγιστη τιμή της τάσης εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή του τιτανίου, σχεδόν 1,6 MPa, ενώ παρατηρείται μείωση στη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος. Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.1.14: Η κατανομή της τάσης τ y_z κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.1.14 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των y. Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση παρουσιάζει διάφορες αυξομειώσεις. Αυξήσεις έχουμε στον αρνητικό ημιάξονα στην περιοχή της δι-επιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος, στο τιτάνιο στο σημείο y=0, όπου εμφανίζεται η μέγιστη τιμή της τ_{yz} και ισούται με 4MPa και τέλος στον θετικό ημιάξονα στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος-μαρμάρου. Μειώσεις των τιμών της τ_{yz} παρατηρούμε στις δι-επιφάνειες κονιάματος-τιτανίου και τιτανίου- κονιάματος.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.1.15: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.1.15 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{YZ} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, βλέπουμε μία αύξηση των τιμών στα 200 KPa στη δι- επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος και στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου. Μέγιστη τιμή λαμβάνει στη περιοχή του τιτανίου και συγκεκριμένα στο σημείο z=0, 400KPa. Από αυτό το σημείο και έπειτα έχουμε μείωση των τιμών και μηδενισμό κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίουκονιάματος. Τέλος, στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή του κονιάματος παρατηρούμε την τελευταία αύξηση των τιμών της τ_{yz}.

Η κατανομή της τάσης τ×z:

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.1.16: Η κατανομή της τάσης τxz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.1.16 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των x. Η τάση τ_{xz} στον αρνητικό ημιάξονα μειώνεται σταθερά και εμφανίζει την ελάχιστη τιμή της κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος. Από αυτό το σημείο και μετά η τάση αυξάνεται και εμφανίζει τη μέγιστη τιμή της σχεδόν 700KPa, στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου, στον θετικό ημιάξονα. Στη συνέχεια μειώνεται σταθερά και καταλήγει στο 0.



Κατά τον άξονα γ:

Στο διάγραμμα 4.1.17 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τxz στον άξονα των γ. Η κατανομή της τάσης τxz παρουσιάζει πολλές και διάφορες αυξομειώσεις. Ας παρατηρήσουμε όμως ότι η τάση τxz παίρνει την ελάχιστη τιμή της στην περιοχή του

Διάγραμμα 4.1.17: Η κατανομή της τάσης τ_{xz} κατά τον άξονα y.

τιτανίου, σχεδόν -300KPa. Στο ίδιο υλικό εμφανίζει και τη μέγιστη τιμή της, περίπου 200KPa. Αξιοσημείωτη μείωση της τιμής της τ_{xz} έχουμε στον θετικό ημιάξονα κοντά στη διεπιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.1.18: Η κατανομή της τάσης τ×z κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.1.18 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα στην περιοχή του μαρμάρου παρατηρούμε μία αύξηση των τιμών, ενώ κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος η τάση τ_{xz} λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της, -800KPa. Από αυτό τι σημείο και έπειτα, η τάση αυξάνεται και λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της στην περιοχή του κονιάματος, στον θετικό ημιάξονα, σχεδόν 50KPa.

Η κατανομή της τάσης σeqv:

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.1.19: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.1.19 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σeqv στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα παρατηρούμε ότι η σeqv αυξάνεται αλλά κοντά στη δι-επιφάνεια

κονιάματος- τιτανίου έχουμε πτώση των τιμών της. Παρ' όλα αυτά παρατηρούμε ότι η τάση σeqv μεγιστοποιείται στην περιοχή του τιτανίου στα 27,5 MPa περίπου. Στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή τιτανίου κονιάματος παρατηρούμε σημαντική μείωση της τάσης σeqv, η οποία τελικά καταλήγει ίση με το 0.



Κατά τον άξονα γ:

Στο διάγραμμα 4.1.20 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σeqv στον άξονα των y. Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της κατανομής της τάσης σeqv είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα, στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος παρατηρούμε μία αύξηση της σeqv, η οποία όμως μειώνεται στην περιοχή του κονιάματος για να αυξηθεί εκ νέου κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου. Μέγιστη τιμή λαμβάνει στο τιτάνιο, περίπου 27 MPa. Στον θετικό ημιάξονα έχουμε μείωση της σeqv στις δι-επιφάνειες τιτανίου- κονιάματος και κονιάματος- μαρμάρου.



Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.1.20: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.1.21 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σeqv στον άξονα των z. Η σeqv αυξάνεται στον αρνητικό ημιάξονα και κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου λαμβάνει τη μέγιστη τιμή, σχεδόν 28MPa. Στην περιοχή του τιτανίου η σeqv μειώνεται και παρουσιάζει μία τελευταία, αλλά μικρή αύξηση, στον θετικό ημιάξονα κοντά στη διεπιφάνεια τιτανίου-κονιάματος.

Η κατανομή της μετατόπισης ux:



Κατά τον άξονα χ:

Διάγραμμα 4.1.22: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.1.22 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα η ux παραμένει σταθερή ενώ υφίσταται μια μείωση κοντά στη διεπιφάνεια κονιάματος- τιτανίου. Αντίστοιχα, στον θετικό ημιάξονα, στη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος η μετατόπιση ux αυξάνεται στα 7 * 10⁻⁵m όπου και σταθεροποιείται.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.1.23: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.1.23 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές που λαμβάνει η ux είναι σταθερά πολύ κοντά στο 0. Στην περιοχή του τιτανίου έχουμε αύξηση των τιμών της ux στα 7 * 10⁻⁵m όπου και διατηρείται σταθερή.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.1.24: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.1.24 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, παρατηρούμε ότι η ux διατηρείται σχεδόν σταθερή με μια μικρή μείωση στις τιμές που λαμβάνει. Πλησιάζοντας τη δι-επιφάνεια μαρμάρου-κονιάματος η ux υφίσταται σημαντική μείωση από τα 7 * 10⁻⁵m στα 3,5*10⁻⁵m όπου και σταθεροποιείται.

Η κατανομή της μετατόπισης υγ:



Κατά τον άξονα χ:



Στο διάγραμμα 4.1.25 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των x. Η μετατόπιση u_y, στον αρνητικό ημιάξονα υφίσταται μια μικρή μείωση, η οποία γίνεται εντονότερη κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου. Στην περιοχή του τιτανίου λαμβάνει και την ελάχιστη τιμή, $2*10^{-5}m$. Στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος η u_y, αυξάνεται, επανέρχεται στα $7*10^{-5}m$, περίπου, όπου και διατηρείται σταθερή.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.1.26: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.1.26 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των y. Παρατηρούμε ότι η u_y στον αρνητικό ημιάξονα λαμβάνει τιμές πολύ κοντά στο 0. Όμως στην περιοχή που βρίσκεται η δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου η u_y αυξάνεται σταθερά και σταθεροποιείται στα 7 * $10^{-5}m$, στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος-μαρμάρου.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.1.27: Η κατανομή της μετατόπισης uy κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.1.27 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των z. Παρατηρούμε ότι η μετατόπιση u_y διατηρείται σταθερή στα $7 * 10^{-5}m$ ενώ κοντά στη διεπιφάνεια μαρμάρου-κονιάματος, στον αρνητικό ημιάξονα, υφίσταται σημαντική πτώση στα $3,5*10^{-5}m$, όπου και διατηρείται σταθερή.

Η κατανομή της μετατόπισης uz:

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.1.28: Η κατανομή της μετατόπισης u_{z} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.1.28 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_z στον άξονα των x. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι η μετατόπιση u_z συνεχώς αυξάνεται, με ελάχιστες μειώσεις στην περιοχή του τιτανίου και από τα -3*10⁻⁶m καταλήγει στα 4*10⁻⁶m.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.1.29: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.1.29 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_z στον άξονα των γ. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μετατόπιση u_z συνεχώς αυξάνεται και από τα 0,4*10⁻⁶m καταλήγει στα 5*10⁻⁶m.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.1.30: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.1.30 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uz στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα η μετατόπιση uz διατηρείται σταθερή, ενώ κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος εμφανίζει μία μικρή μείωση. Στην περιοχή του κονιάματος υφίσταται αύξηση αλλά στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος-τιτανίου υφίσταται μείωση.

4.2 Η Φόρτιση **2**

Κατά τη φόρτιση 2 πακτώσαμε τις επιφάνειες 1 και 2 (κίτρινες επιφάνειες) και φορτίσαμε την επιφάνεια 3 (κόκκινη επιφάνεια) με μετατόπιση u= $1*10^{-4}$ m και κατεύθυνση εκείνη που φαίνεται στην Εικόνα 4.15.



Εικ.4.14-4.15: Φόρτιση 2.

Μετά το τέλος του «τρεξίματος», οι εικόνες που πήραμε για ολόκληρο το μοντέλο αλλά και για κάθε υλικό ξεχωριστά, οι οποίες απεικονίζουν την κατανομή των τάσεων κατά Mises σε χρωματοκλίμακα είναι:





Εικ.4.16-4.17: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μοντέλο.





Εικ.4.18-4.19: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο σύνδεσμο τιτανίου.





Εικ.4.20-4.21: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο κονίαμα.





Εικ.4.22-4.23: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μάρμαρο.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση και σχολιασμό των διαγραμμάτων των κατανομών των τάσεων και των μετατοπίσεων ας δούμε τα υλικά που «συναντάμε» σε κάθε άξονα. Στον άξονα x και y τα υλικά του μοντέλου που συναντάμε «βαδίζοντας» από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμαμάρμαρο ενώ στον άξονα z, «βαδίζοντας» πάλι από τον αρνητικό προς τον θετικό ημιάξονα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα. Για κάθε άξονα ο σχολιασμός των διαγραμμάτων θα γίνεται από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό. Σε κάθε άξονα χωριστά, οι κατανομές των τάσεων και των μετατοπίσεων είναι:

<u>Η κατανομή της τάσης σx</u>



Κατά τον άξονα χ:

Διάγραμμα 4.2.1: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.2.1 απεικονίζεται η κατανομή των σx στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, παρουσιάζεται μία μικρή αύξηση των τιμών της τάσης κοντά στη δι-επιφάνεια

μαρμάρου- κονιάματος. Στον θετικό ημιάξονα, παρατηρείται μία συνεχόμενη πτώση των τιμών με τη μικρότερη τάση να εμφανίζεται στο υλικό του μαρμάρου και να λαμβάνει τιμή σχεδόν -35MPa.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.2.2: Η κατανομή της τάσης σx κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.2.2 απεικονίζεται η κατανομή των σ_x στον άξονα των y. Η μέγιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρουκονιάματος, σχεδόν 3MPa, ενώ από αυτό το σημείο και έπειτα έχουμε πτώση των τιμών σχεδόν κατά 4MPa. Στον θετικό ημιάξονα, η τάση σ_x εμφανίζει ανάλογη συμπεριφορά στη δι-επιφάνεια κονιάματος μαρμάρου, με εκείνη στον αρνητικό ημιάξονα, λαμβάνοντας όμως αισθητά μικρότερες τιμές.



Κατά τον άξονα z:

Στο διάγραμμα 4.2.3 απεικονίζεται η κατανομή των σx στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές που λαμβάνει η τάση σx συνεχώς αυξάνονται με τη μέγιστη τιμή να «αγγίζει» τα 1,20 MPa, κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος. Από το σημείο αυτό

Διάγραμμα 4.2.3: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα z.

και έπειτα οι τιμές μηδενίζονται με εξαίρεση την περιοχή που βρίσκεται η δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος.

<u>Η κατανομή της τάσης σγ:</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.2.4: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.2.4 απεικονίζεται η κατανομή των σ_V στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα παρουσιάζεται μία ελαφριά μείωση των τιμών στη δι-επιφάνεια μαρμάρουκονιάματος. Εξαίροντας την περιοχή του τιτανίου, όπου οι τιμές των τάσεων διατηρούνται σταθερές, στον θετικό ημιάξονα, σημειώνεται διαρκής πτώση των τιμών με την ελάχιστη να εμφανίζεται στο μάρμαρο και να «ακουμπά» σχεδόν τα -65MPa.



Κατά τον άξονα γ:

Στο διάγραμμα 4.2.5 απεικονίζεται η κατανομή των σ_γ στον άξονα των γ. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων είναι αρκετά περίεργη και οι τάσεις παίρνουν τιμές

Διάγραμμα 4.2.5: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα γ.

κάτω από το 0. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στην περιοχή του τιτανίου και είναι κοντά στα -6,5MPa. Από αυτή την περιοχή και έπειτα οι τιμές των τάσεων συνεχώς αυξάνονται, με τη μέγιστη τιμή να εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα και να τείνει να μηδενιστεί.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.2.6: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.2.6 απεικονίζεται η κατανομή των σ_γ στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων παραμένουν σχεδόν σταθερές ενώ αύξηση των τιμών παρουσιάζεται στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος και σε όλο το κονίαμα. Οι τιμές της τάσης σ_γ στο τιτάνιο κυμαίνονται από -6 MPa έως -7MPa. Στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου, οι τιμές της τάσης σ_γ αυξάνονται και σταθεροποιούνται κοντά στο -1MPa.

<u>Η κατανομή της τάσης σz:</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.2.7: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.2.7 απεικονίζεται η κατανομή των σ_z στον άξονα των x. Οι τιμές που λαμβάνει η τάση σ_z είναι σχεδόν σταθερές και κοντά στο 0. Σημαντική πτώση σημειώνεται στην περιοχή του μαρμάρου στον θετικό ημιάξονα, όπου εμφανίζεται και η ελάχιστη τιμή της σ_z σχεδόν -23 MPa.



Κατά τον άξονα γ:

Στο διάγραμμα 4.2.8 απεικονίζεται η κατανομή των σ² στον άξονα των γ. Οι τιμές της τάσης σ² μεταβάλλονται συνεχώς με εξαίρεση τις τιμές που λαμβάνει η τάση σ² στον αρνητικό ημιάξονα, στις περιοχές της δι- επιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος, της δι-επιφάνειας κονιάματοςτιτανίου και τιτανίου. Η ελάχιστη τιμή της σ² είναι σχεδόν -1 MPa ενώ οι μέγιστη τιμή είναι σχεδόν 500KPa. Να σημειωθεί ότι η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή βρίσκονται κοντά στη διεπιφάνεια μαρμάρου-κονιάματος.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.2.9: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.2.9 απεικονίζεται η κατανομή των σz στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, παρουσιάζεται αύξηση των τιμών με τη μέγιστη τάση να «αγγίζει» τα 400KPa και

Διάγραμμα 4.2.8: Η κατανομή της τάσης σ₂ κατά τον άξονα γ.

να βρίσκεται στην περιοχή της δι- επιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος. Έπειτα από εκείνο το σημείο οι τιμές της τάσης σ^z μειώνονται για να αυξηθούν στη συνέχεια και να καταλήξουν στο 0.

<u>Η κατανομή της τάσης τ_{×y}:</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.2.10: Η κατανομή της τάσης τ_{×y} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.2.10 απεικονίζεται η κατανομή των τ_{xy} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές της τάσης τ_{xy} είναι μηδενικές ενώ μειώνονται στην δι- επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος. Αύξηση παρατηρείται στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματοςτιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα από τη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος σημειώνεται μείωση των τιμών της τάσης τ_{xy} με την ελάχιστη τιμή να «αγγίζει» τα -12MPa, στην περιοχή του μαρμάρου.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.2.11: Η κατανομή της τάσης τ_{×y} κατά τον άξονα y.
Στο διάγραμμα 4.2.11 απεικονίζεται η κατανομή των τ_{xy} στον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα η μέγιστη τιμή της τ_{xy} είναι κοντά στα 4MPa και βρίσκεται στην περιοχή του μαρμάρου. Στον αρνητικό και θετικό ημιάξονα στις περιοχές του κονιάματος και του τιτανίου οι τιμές σταθεροποιούνται κοντά στο 0. Στον θετικό ημιάξονα στην περιοχή της διεπιφάνειας κονιάματος- μαρμάρου παρατηρείται μία ακόμη μείωση των τιμών.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.2.12: Η κατανομή της τάσης τ_{xy} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.2.12 απεικονίζεται η κατανομή των τ_{xy} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές της τάσης τ_{xy} συνεχώς μειώνονται με την ελάχιστη τιμή να είναι σχεδόν 3,25MPa και να βρίσκεται στην περιοχή του μαρμάρου. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές αυξάνονται και σταθεροποιούνται κοντά στο 0.

<u>Η κατανομή της τάσης τyz:</u>



Διάγραμμα 4.2.13: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.2.13 απεικονίζεται η κατανομή των τ_{yz} στον άξονα των x. Οι τιμές της τάσης τ_{yz} αρχίζουν και αυξάνονται στο μάρμαρο, στον αρνητικό ημιάξονα ενώ μειώνονται και σταθεροποιούνται σε ολόκληρη την περιοχή του τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι- επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος οι τιμές της τάσης τ_{yz} μετά από μία μικρή μείωση συνεχώς αυξάνονται.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.2.14: Η κατανομή της τάσης τ_{xy} κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.2.14 απεικονίζεται η κατανομή των τ_{yz} στον άξονα των y. Η γραφική παράσταση της κατανομής της τάσης τ_{yz} είναι αρκετά περίεργη και λαμβάνει αρκετά τοπικά μέγιστα και ελάχιστα. Ωστόσο, τα ολικά μέγιστα και ελάχιστα εμφανίζονται στον αρνητικό ημιάξονα. Πιο συγκεκριμένα η ελάχιστη τιμή της τάσης τ_{yz} «αγγίζει» τα -100KPa, στην περιοχή του μαρμάρου, ενώ η μέγιστη τιμή της «φτάνει» τα 500KPa και είναι κοντά στη διεπιφάνεια κονιάματος- τιτανίου.



Διάγραμμα 4.2.15: Η κατανομή της τάσης τ_×γ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.2.15 απεικονίζεται η κατανομή των τ_{yz} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τάσεις ολοένα και μειώνονται αλλά παρουσιάζεται μια αύξηση των τιμών κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος. Στον θετικό ημιάξονα η τάση τ_{yz} λαμβάνει τη μέγιστη τιμλη της, σχεδόν 70KPa στην περιοχή του κονιάματος.

<u>Η κατανομή της τάσης τ×z:</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.2.16: Η κατανομή της τάσης τxz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.2.16 απεικονίζεται η κατανομή των τ_{xz} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές της τάσης τ_{xz} παραμένον σταθερές ενώ παρουσιάζον μια μικρή αύξηση κοντά στην περιοχή της δι-επιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος. Στην περιοχή του τιτανίου οι τιμές της τ_{xz} μηδενίζονται αλλά αυξάνονται κοντά στη δι- επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου. Η μεγίστη τιμή εμφανίζεται στο μάρμαρο και «φτάνει» κοντά στα 1,3MPa.

4,00E+05 3,00E+05 2,00E+05 1,00E+05 τάση τ_{xz} [Pa] 0,00E+00 -1,00E+05^{-0,40} -0,20 -0,10 0,00 0,10 **∳**0,20 -0,30 0,80 0,40 -2,00E+05 -3,00E+05 -4,00E+05 -5,00E+05 y [m]



Στο διάγραμμα 4.2.17 απεικονίζεται η κατανομή των τ_{xz} στον άξονα των γ. Στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος εμφανίζεται η ελάχιστη τιμή της τάσης τ_{xz}, η οποία είναι -400KPa. Στον θετικό ημιάξονα η τάση τ_{xz} λαμβάνει την μέγιστη τιμή της, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου και η οποία είναι 300KPa. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι οι τιμές της τάσης τ_{xz} στο κονίαμα και το τιτάνιο είναι πολύ κοντά στο 0.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.2.18: Η κατανομή της τάσης τ×z κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.2.18 απεικονίζεται η κατανομή των τ_{xz} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές της τάσης τ_{xz} συνεχώς μειώνονται. Η ελάχιστη τιμή της τάσης τ_{xz} είναι - 500KPa και βρίσκεται στην περιοχή του μαρμάρου, στον αρνητικό ημιάξονα. Από αυτό το σημείο και μετά οι τιμές των τάσεων αυξάνονται, «φτάνουν» στο 0, όπου και παραμένουν σταθερές.

Η κατανομή της τάσης σ_{eqv}:



Διάγραμμα 4.2.19: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σ_{eqv} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.2.19 απεικονίζεται η κατανομή των σ_{eqv} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων αυξάνονται ενώ κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρουκονιάματος μηδενίζονται. Όμως στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου αυξάνονται εκ νέου. Στον θετικό ημιάξονα οι τιμές της τάσης ολοένα και αυξάνονται με αποτέλεσμα η τάση να μεγιστοποιείται και να ξεπερνά τα 40MPa.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.2.20: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σ_{eqv} κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.2.20 απεικονίζεται η κατανομή των σeqv στον άξονα των y. Η μέγιστη τιμή της τάσης εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στην περιοχή του μαρμάρου και «αγγίζει» τα 8MPa. Στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος σημειώνεται μια στιγμιαία πτώση της τάσης σeqv. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές της τάσης σeqv συνεχώς μειώνονται με αποτέλεσμα να καταλήγουν πολύ κοντά στο 0.



Διάγραμμα 4.2.21: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.2.21 απεικονίζεται η κατανομή των σ_{eqv} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές της τάσης σ_{eqv} αυξάνονται αλλά προς το τέλος της περιοχής του μαρμάρου υπάρχει μία αισθητή πτώση. Στον θετικό ημιάξονα οι τιμές μειώνονται και σταθεροποιούνται στην περιοχή του μαρμάρου κοντά στο 1MPa.

Η κατανομή της μετατόπισης ux:

Κατά τον άξονα x:



Διάγραμμα 4.2.22: Η κατανομή της μετατόπισης υ× κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.2.22 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των x. Οι τιμές της μετατόπισης ux συνεχώς αυξάνονται. Όμως κοντά στην περιοχή του μαρμάρου αρχίζουν να μειώνονται με αποτέλεσμα η μετατόπιση ux να λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της η οποία είναι -0,5 MPa, στην περιοχή του μαρμάρου, στον θετικό ημιάξονα.



Διάγραμμα 4.2.23: : Η κατανομή της μετατόπισης υ
× κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.2.23 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των y. Οι τιμές της μετατόπισης ux μειώνονται συνεχώς. Η μέγιστη τιμή της ux βρίσκεται στην περιοχή του μαρμάρου, στον αρνητικό ημιάξονα και είναι σχεδόν -0,5* 10⁻⁵m, ενώ η ελάχιστη τιμή της βρίσκεται στην περιοχή του μαρμάρου, στον θετικό ημιάξονα και είναι κοντά στα - 7*10⁻⁵m.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.2.24: Η κατανομή της μετατόπισης υ× κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.2.24 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα ενώ οι τιμές της μετατόπισης ux αυξάνονται, στη συνέχεια μειώνονται και καταλήγουν στο ίδιο σημείο απ' όπου ξεκίνησαν. Στην περιοχή του μαρμάρου γίνεται μία στιγμιαία αύξηση της μετατόπισης ux. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές ολοένα και μειώνονται.

Η κατανομή της μετατόπισης υγ:



Διάγραμμα 4.2.25: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.2.25 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των x. Οι τιμές της μετατόπισης uy ολοένα και αυξάνονται. Μια μικρή πτώση λαμβάνει χώρα στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου αλλά στη συνέχεια υπάρχει μια διαρκής αύξηση των τιμών της u_y.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.2.26: Η κατανομή της μετατόπισης υγκατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.2.26 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των y. Η γραφική παράσταση της κατανομής της μετατόπισης είναι γνησίως φθίνουσα, δηλαδή οι τιμές της u_y μειώνονται συνεχώς.



Διάγραμμα4.2.27: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.2.27 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των z. Η γραφική παράσταση της κατανομής της μετατόπισης u_y εμφανίζει αρκετά τοπικά ελάχιστα και τοπικά μέγιστα. Αξιοσημείωτο είναι πως το ολικό μέγιστο της κατανομής και το ολικό ελάχιστο βρίσκονται στον αρνητικό ημιάξονα και στο ίδιο υλικό, το μάρμαρο.

Η κατανομή της μετατόπισης uz:



Κατά τον άξονα x:

Διάγραμμα 4.2.28: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.2.28 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uz στον άξονα των x. Οι τιμές της μετατόπισης uz ολοένα και αυξάνονται. Μια μικρή πτώση λαμβάνει χώρα στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου αλλά στη συνέχεια υπάρχει μια διαρκής αύξηση των τιμών της uz.



Διάγραμμα 4.2.29: Η κατανομή της μετατόπισης u_z κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.2.29 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uz στον άξονα των y. Οι τιμές της μετατόπισης uz ολοένα και αυξάνονται. Μια μικρή πτώση συμβαίνει στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου αλλά στη συνέχεια υπάρχει μια συνεχόμενη αύξηση των τιμών της uz.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.2.30: Η κατανομή της μετατόπισης u_z κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.2.30 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uz στον άξονα των z. Από αυτό το διάγραμμα φαίνεται ότι οι τιμές της μετατόπισης uz ολοένα και αυξάνονται.

4.3: Η Φόρτιση 3

Κατά τη φόρτιση 3 πακτώσαμε τις επιφάνειες 1 και 2 (κίτρινες επιφάνειες) και φορτίσαμε την επιφάνεια 3 (κόκκινη επιφάνεια) με μετατόπιση u= $1*10^{-4}$ m και κατεύθυνση εκείνη που φαίνεται στην Εικόνα 4.25.



Εικ. 4.24-4.25: Φόρτιση 3.

Μετά το τέλος του «τρεξίματος», οι εικόνες που πήραμε για ολόκληρο το μοντέλο αλλά και για κάθε υλικό ξεχωριστά, οι οποίες απεικονίζουν την κατανομή των τάσεων κατά Mises σε χρωματοκλίμακα είναι:





Εικ. 4.26-4.27: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μοντέλο.





Εικ. 4.28-4.29: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο σύνδεσμο τιτανίου.





Εικ. 4.30-4.31: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο κονίαμα.





Εικ. 4.32-4.33: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μάρμαρο.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση και σχολιασμό των διαγραμμάτων των κατανομών των τάσεων και των μετατοπίσεων ας δούμε τα υλικά που «συναντάμε» σε κάθε άξονα. Στον άξονα x και y τα υλικά του μοντέλου που συναντάμε «βαδίζοντας» από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα- μάρμαρο ενώ στον άξονα z, «βαδίζοντας» πάλι από τον αρνητικό προς τον θετικό ημιάξονα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- Για κάθε άξονα ο σχολιασμός των διαγραμμάτων θα γίνεται από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό. Σε κάθε άξονα χωριστά, οι κατανομές των τάσεων και των μετατοπίσεων είναι:

<u>Η κατανομή της τάσης σx</u>



Διάγραμμα 4.3.1: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.3.1 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_x στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων παραμένουν σχεδόν σταθερές. Μία μικρή πτώση των τιμών συμβαίνει κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος, ενώ μια ακόμη πτώση παρουσιάζεται κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, υπάρχει μια αισθητή πτώση των τιμών της τάσης σ_x στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου, αλλά από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές της συνεχώς αυξάνονται.

8,00E+06 6,00E+06 4,00E+06 2,00E+06 [Pa] 0.00E+00 **ĕ∮**,þ¢• τάση σx [-2,00E+06^{-0,40} -0,20 -0,10 -0,30 0,10 0,20 0,80 0,40 -4,00E+06 -6,00E+06 -8,00E+06 -1,00E+07 -1,20E+07 y [m]

Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.3.2: Η κατανομή της τάσης σx κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.3.2 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ× στον άξονα των y. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων σ× είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των y. Η ελάχιστη τιμή της, εμφανίζεται κοντά στις δι-επιφάνειες μαρμάρου κονιάματος και κονιάματος- μαρμάρου και είναι -10MPa. Η μέγιστη τιμή της σ×, παρουσιάζεται κοντά στις δι-επιφάνειες κονιάματος- τιτανίου και τιτανίου- κονιάματος και είναι σχεδόν 6MPa.



Διάγραμμα 4.3.3: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.3 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_x στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων συνεχώς αυξάνονται και στην περιοχή του μαρμάρου εμφανίζεται η μέγιστη τιμή των τάσεων που είναι 10MPa. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές των τάσεων μειώνονται αλλά παρουσιάζεται μια αύξηση στις διεπιφάνειες μαρμάρου- κονιάματος και κονιάματος- τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα οι τιμές της σχ συνεχώς αυξάνονται, εξαιρώντας την πτώση που εμφανίζεται κοντά στη διεπιφάνεια τιτανίου- κονιάματος.

<u>Η κατανομή της τάσης σγ</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.3.4: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.3.4 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_Y στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων παραμένουν σταθερές και μηδενικές. Στον αρνητικό ημιάξονα, αυξήσεις παρουσιάζονται στις δι-επιφάνειες μαρμάρου- κονιάματος και κονιάματος- τιτανίου. Αντίθετα, στον θετικό ημιάξονα, παρουσιάζονται πτώσεις στις δι- επιφάνειες τιτανίου- κονιάματος και κονιάματος- μαρμάρου.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.3.5: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.3.5 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_γ στον άξονα των γ. Η γραφική παράστση της κατανομής των τάσεων σ_γ είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των γ. Στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου κονιάματος εμφανίζεται μία συνεχόμενη αύξηση των τιμών της τάσης. Στον θετικό ημιάξονα οι τιμές της τάσης μειώνονται και κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου πλησιάζουν πολύ το 0.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.3.6: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.6 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_γ στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων παραμένουν σταθερές αλλά παρουσιάζουν αύξηση κοντά στις δι-επιφάνειες μαρμάρου- κονιάματος και κονιάματος- τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές της σ_γ συνεχώς μειώνονται.

<u>Η κατανομή της τάσης σ</u>z

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.3.7: Η κατανομή της τάσης σ $_{z}$ κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.3.7 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των x. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων παρουσιάζει αρκετά τοπικά ελάχιστα και μέγιστα, ενώ στο υλικό του μαρμάρου, και στους δύο ημιάξονες οι τιμές των τάσεων τείνουν στο 0. Το ολικό ελάχιστο παρουσιάζεται στον θετικό ημιάξονα κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίουκονιάματος και είναι -150KPa. Αντίθετα, το ολικό μέγιστο εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου και είναι 100KPa.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.3.8: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.3.8 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ₂ στον άξονα των y. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων είναι συμμετρική. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται κοντά στις δι-επιφάνειες μαρμάρου- κονιάματος και κονιάματος- μαρμάρου και είναι σχεδόν 1,7MPa. Η ελάχιστη τιμή παρουσιάζεται στο υλικό του κονιάματος και είναι -1,5MPa.



Διάγραμμα 4.3.9: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.9 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ² στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων συνεχώς αυξάνονται και η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στον υλικό του μαρμάρου και είναι σχεδόν 2MPa. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές μειώνονται αλλά παρουσιάζουν αύξηση στο υλικό του τιτανίου.

<u>Η κατανομή της τάσης τ_{×γ}</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.3.10: Η κατανομή της τάσης τ_{×y} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.3.10 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xy} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων είναι σταθερές και μηδενικές ενώ παρουσιάζεται μείωση στις δι-επιφάνειες μαρμάρου- κονιάματος και κονιάματος- τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος μαρμάρου εμφανίζεται η μέγιστη τιμή που είναι περίπου 2 MPa.



Διάγραμμα 4.3.11: Η κατανομή της τάσης τ×γ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.3.11 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{×y} στον άξονα των y. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των y. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στο τιτάνιο και είναι 4MPa. Η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται και αυτή στο τιτάνιο και είναι -9MPa.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.3.12: Η κατανομή της τάσης τ×γ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.12 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xy} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων διατηρούνται σταθερές και κοντά στο 0 αλλά, πλησιάζοντας το κονίαμα παρουσιάζουν πτώση. Κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρουκονιάματος λαμβάνει χώρα μία αύξηση των τιμών. Στον θετικό ημιάξονα οι τιμές της τ_{xy} γενικά αυξάνονται εξαιρώντας την περιοχή κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος που γίνεται μείωση των τιμών.

Η κατανομή της τάσης τ_{yz}



Διάγραμμα 4.3.13: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.3.13 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_νz στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων στο μάρμαρο διατηρούνται σταθερές και πολύ κοντά στο 0. Αυξομειώσεις γίνονται στο κονίαμα και στο μάρμαρο. Ειδικότερα στο τιτάνιο εμφανίζονται η μέγιστη (σχεδόν 1MPa) και η ελάχιστη (σχεδόν -1,4MPa) τιμή των τάσεων.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.3.14: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.3.14 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των γ. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων παρουσιάζει αρκετά τοπικά ελάχιστα και μέγιστα. Η μέγιστη τιμή (δηλ. το ολικό μέγιστο) εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος και «αγγίζει» τα 500KPa. Η ελάχιστη τιμή (δηλ. το ολικό ελάχιστο) εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίουκονιάματος και είναι -400 KPa.



Διάγραμμα 4.3.15: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.15 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των z. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων παρουσιάζει αρκετά τοπικά ελάχιστα και μέγιστα. Ωστόσο η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή των τάσεων βρίσκονται στον ίδιο ημιάξονα, στο ίδιο υλικό, το μάρμαρο και είναι σχεδόν 300KPa και -300KPa αντίστοιχα.

<u>Η κατανομή της τάσης τ_{×z}</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.3.16: Η κατανομή της τάσης τ_{xz} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.3.16 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα παρατηρείται μείωση των τιμών των τάσεων κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος. Από αυτό το σημείο και έπειτα παρουσιάζεται αύξηση των τιμών η οποία κορυφώνεται στον θετικό ημιάξονα κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου. Στο σημείο αυτό η τάση τ_{xz} αγγίζει τα 2,5MPa. Μετά από το σημείο μεγιστοποίησης της τ_{xz}, οι τιμές ολοένα και μειώνονται.



Διάγραμμα 4.3.17: Η κατανομή της τάσης τ×z κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.3.17 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των γ. Οι τιμές των τάσεων παρουσιάζουν αρκετές αυξομειώσεις. Η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου και «αγγίζει» τα -350KPa. Αντίθετα, η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος και είναι περίπου 280KPa.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.3.18: Η κατανομή της τάσης τ×z κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.18 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των z. Η μέγιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στην περιοχή του μαρμάρου και είναι κοντά στα 800KP. Η ελάχιστη τιμή παρουσιάζεται πάλι στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου και είναι περίπου -50KPa.

Η κατανομή της τάσης σeqv



Διάγραμμα 4.3.19: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.3.19 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων είναι πολύ κοντά στο 0 αλλά, αρχίζουν να αυξάνονται κοντά στις δι-επιφάνειες μαρμάρου-κονιάματος και κονιάματος- τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων μειώνονται με εξαίρεση την αύξηση που παρατηρείται στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος- μαρμάρου.

3,50E+07 3,00E+07 2,50E+07 τάση σ_{eqv} [Pa] 2,00E+07 1,50E+07 1,00E+07 5,00E+06 0,00E+00 -0,40 -0,30 -0,20 -0,10 0,00 0,10 0,20 0,30 0,40 y [m]

Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.3.20: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σ_{eqv} κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.3.20 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των y. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των y. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στο τιτάνιο και είναι 30MPa. Η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στο μάρμαρο και είναι ίση με 0.



Διάγραμμα 4.3.21: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.21 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων αυξάνονται και εκεί παρουσιάζεται η μέγιστη τιμή τους, 35MPa. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές των τάσεων συνεχώς μειώνονται, εξαιρώντας τις δύο αυξήσεις που συμβαίνουν στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή του κονιάματος.

Η κατανομή της μετατόπισης ux

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.3.22: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.3.22 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος γίνεται αύξηση των τιμών. Συγκεκριμένα η μετατόπιση μεγιστοποιείται και «αγγίζει» τα 3*10⁵m. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται και καταλήγουν στο 0.



Διάγραμμα 4.3.23: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.3.23 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των y. Οι τιμές των μετατοπίσεων ενώ είναι σχεδόν σταθερές και κοντά στο 0 στον αρνητικό ημιάξονα, στην περιοχή του τιτανίου υφίστανται μεγάλη μείωση. Στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή του τιτανίου εμφανίζεται και η ελάχιστη τιμή κοντά στο -7 *10⁵m.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.3.24: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.24 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των z. Οι τιμές των μετατοπίσεων ενώ είναι σχεδόν σταθερές και κοντά στα -7*10⁵m στον αρνητικό ημιάξονα. Στην περιοχή του μαρμάρου υφίστανται μεγάλη αύξηση και οι τιμές των μετατοπίσεων σταθεροποιούνται στα -3,5 *10⁵m.

Η κατανομή της μετατόπισης υγ



Διάγραμμα 4.3.25: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.3.25 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές ενώ είναι σταθερές, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος μαρμάρου υφίστανται μείωση. Εκεί εμφανίζεται και η ελάχιστη τιμή που είναι σχεδόν 1,8*10⁵m. Από αυτό το σημείο και μετά οι τιμές αυξάνονται και σταθεροποιούνται στα αρχικά τους επίπεδα.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.3.26: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.3.26 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των y. Οι τιμές των μετατοπίσεων αρχίζουν και αυξάνονται στον αρνητικό ημιάξονα κοντά στη διεπιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος. Στη συνέχεια σταθεροποιούνται στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος μαρμάρου και «φτάνουν» τα 7*10⁵m.



Διάγραμμα 4.3.27: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.27 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των z. Ενώ οι τιμές των μετατοπίσεων είναι σχεδόν σταθερές και κοντά στα 7*10⁵m στον αρνητικό ημιάξονα, στην περιοχή του μαρμάρου μειώνονται και σταθεροποιούνται στα 3,5*10⁵m.

Η κατανομή της μετατόπισης uz

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.3.28: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.3.28 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u₂ στον άξονα των x. Οι τιμές των μετατοπίσεων συνεχώς αυξάνονται και μεγιστοποιούνται στην περιοχή του τιτανίου για x=0 όπου «αγγίζουν» τα 2*10⁻⁶m. Από αυτό το σημείο και μετά οι τιμές των μετατοπίσεων ολοένα και μειώνονται.



Διάγραμμα 4.3.29: Η κατανομή της μετατόπισης υ₂ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.3.29 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u₂ στον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των μετατοπίσεων αυξάνονται, όμως κοντά στο τιτάνιο αρχίζουν να μειώνονται. Νέα αύξηση γίνεται κοντά στο y=0 η οποία συνεχίζεται στο τιτάνιο του θετικού ημιάξονα. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται. Στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου στον θετικό ημιάξονα οι τιμές των μετατοπίσεων αρχίζουν και πάλι να αυξάνονται.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.3.30: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.3.30 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_z στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των μετατοπίσεων συνεχώς αυξάνονται και στην περιοχή του μαρμάρου η u_z μεγιστοποιείται και «αγγίζει» τα $3*10^{-6}$ m. Από αυτό το σημείο και μετά οι τιμές των μετατοπίσεων συνεχώς μειώνονται.

4.4 Η Φόρτιση 4

Κατά τη φόρτιση 4 πακτώσαμε τις επιφάνειες 1 και 2 (κίτρινες επιφάνειες) και φορτίσαμε την επιφάνεια 3 (κόκκινη επιφάνεια) με μετατόπιση u= $1*10^{-4}$ m και κατεύθυνση εκείνη που φαίνεται στην Εικόνα 4.35.



Εικ. 4.34-4.35: Φόρτιση 4.

Μετά το τέλος του «τρεξίματος», οι εικόνες που πήραμε για ολόκληρο το μοντέλο αλλά και για κάθε υλικό ξεχωριστά, οι οποίες απεικονίζουν την κατανομή των τάσεων κατά Mises σε χρωματοκλίμακα είναι:





Εικ. 4.36-4.37: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μοντέλο.





Εικ. 4.38-4.39: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο σύνδεσμο τιτανίου.





Εικ. 4.40-4.41: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο κονίαμα.





Εικ. 4.42-4.43: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μάρμαρο.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση και σχολιασμό των διαγραμμάτων των κατανομών των τάσεων και των μετατοπίσεων ας δούμε τα υλικά που «συναντάμε» σε κάθε άξονα. Στον άξονα x και y τα υλικά του μοντέλου που συναντάμε «βαδίζοντας» από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμαμάρμαρο ενώ στον άξονα z, «βαδίζοντας» πάλι από τον αρνητικό προς τον θετικό ημιάξονα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα. Για κάθε άξονα ο σχολιασμός των διαγραμμάτων θα γίνεται από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό. Σε κάθε άξονα χωριστά, οι κατανομές των τάσεων και των μετατοπίσεων είναι:

<u>Η κατανομή της τάσης σx</u>



Κατά τον άξονα x:

Διάγραμμα 4.4.1: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.4.1 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σx στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων μένουν σχεδόν σταθερές και κοντά στο 0, αλλά στον θετικό ημιάξονα, κοντά

στη δι-επιφάνεια κονιάματος-μαρμάρου αρχίζει μια σταδιακή και συνεχόμενη μείωση των τιμών.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.4.2: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.4.2 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ× στον άξονα των y. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων έχει αρκετά τοπικά ελάχιστα και μέγιστα. Όμως, η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή των τάσεων (δηλ. το ολικό μέγιστο και ελάχιστο) εμφανίζονται στον θετικό ημιάξονα, στο μάρμαρο και είναι σχεδόν 3MPa και -3MPa, αντίστοιχα.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.4.3: Η κατανομή της τάσης σx κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.3 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_x στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος και είναι σχεδόν 0,6MPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται και αυτή στον αρνητικό ημιάξονα, στο υλικό του κονιάματος και είναι περίπου -1MPa.

<u>Η κατανομή της τάσης σγ</u>





Διάγραμμα 4.4.4: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.4.4 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_Y στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων μένουν σχεδόν σταθερές και κοντά στο 0, αλλά στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος αρχίζει μια σταδιακή και συνεχόμενη μείωση των τιμών.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.4.5: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.4.5 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_Y στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων συνεχώς μειώνονται. Όμως στον θετικό ημιάξονα, στο τιτάνιο αρχίζει μια σταδιακή αύξηση των τιμών που κορυφώνεται κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίουκονιάματος. Από αυτό το σημείο και μετά οι τιμές και πάλι μειώνονται.
Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.4.6: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.6 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_V στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων συνεχώς αυξάνονται, ωστόσο κοντά στη διεπιφάνεια μαρμάρου-κονιάματος οι τιμές μειώνονται. Στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι-επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος οι τιμές και πάλι αυξάνονται.

<u>Η κατανομή της τάσης σ</u>Ζ

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.4.7: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.4.7 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων μένουν σχεδόν σταθερές και κοντά στο 0, αλλά στον θετικό ημιάξονα, στο μάρμαρο, αρχίζει μια σταδιακή και συνεχόμενη μείωση των τιμών.



Διάγραμμα 4.4.8: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.4.8 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος-μαρμάρου και είναι σχεδόν - 0,8MPa. Η μέγιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται και αυτή στην ίδια περιοχή και είναι περίπου 0,4MPa.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.4.9: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.9 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο μάρμαρο και είναι σχεδόν 170KPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται και αυτή στον αρνητικό ημιάξονα, στο μάρμαρο και είναι σχεδόν 170KPa.

<u>Η κατανομή της τάσης τxy</u>



Διάγραμμα 4.4.10: Η κατανομή της τάσης τ_{×γ} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.4.10 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{×y} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων είναι μηδενικές εκτός από την περιοχή της διεπιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος, όπου αυξάνονται για να καταλήξουν και πάλι στο 0 στην περιοχή του τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές αυξάνονται συνεχώς, εξαιρώντας την περιοχή στο τέλος του μαρμάρου που όπου μειώνονται.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.4.11: Η κατανομή της τάσης τ_{×y} κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.4.11 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{×γ} στον άξονα των γ. Στον αρνητικό ημιάξονα, ύστερα από δύο αυξομειώσεις των τιμών των τάσεων, οι τιμές σταθεροποιούνται στο 0. Στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι-επιφάνειας τιτανίουκονιάματος, ύστερα από μία μικρή αύξηση, οι τιμές μειώνονται συνεχώς.



Διάγραμμα 4.4.12: Η κατανομή της τάσης τ_{×γ} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.12 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{×γ} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων αυξάνονται, αλλά κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές μειώνονται και σταθεροποιούνται στο 0.

Η κατανομή της τάσης τ_{yz}

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.4.13: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.4.13 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{νz} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα ενώ οι τιμές των τάσεων είναι σταθερές και μηδενικές κοντά στην διεπιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές μειώνονται. Όμως κοντά στην περιοχή του τιτανίου αυξάνονται εκ νέου για να καταλήξουν και πάλι στο 0. Στον θετικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων συνεχώς μειώνονται εξαιρώντας μια αύξηση που λαμβάνει χώρα κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος.



Διάγραμμα 4.4.14: Η κατανομή της τάσης τyz κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.4.14 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο μάρμαρο και είναι περίπου 0,1MPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι-επιφάνειας τιτανίουκονιάματος και είναι σχεδόν -0,5MPa.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.4.15: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.15 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων αυξάνονται συνεχώς στον αρνητικό ημιάξονα αλλά στην περιοχή της διεπιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές μειώνονται για να αυξηθούν εκ νέου σε ολόκληρη την περιοχή του τιτανίου. Από το σημείο αυτό και έπειτα οι τιμές μειώνονται και σταθεροποιούνται στο 0.

Η κατανομή της τάσης τ×z



Διάγραμμα 4.4.16: Η κατανομή της τάσης τ_{xz} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.4.16 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, στο μάρμαρο και είναι περίπου 500KPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται και αυτή στον θετικό ημιάξονα, στο τέλος της περιοχής του μαρμάρου και είναι σχεδόν -800KPa.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.4.17: Η κατανομή της τάσης τxz κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.4.17 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος-τιτανίου και «αγγίζει» τα 0,3MPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος μαρμάρου και είναι σχεδόν -0,4MPa.



Διάγραμμα 4.4.18: Η κατανομή της τάσης τ×z κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.18 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων αυξάνονται συνεχώς στον αρνητικό ημιάξονα αλλά στην περιοχή της διεπιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές μειώνονται και σταθεροποιούνται στο 0.

<u>Η κατανομή της τάσης σeqv</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.4.19: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.4.19 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων αρχίζουν και αυξάνονται κοντά στη δι- επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος αλλά μειώνονται κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων από την περιοχή της δι-επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος αυξάνονται συνεχώς.



Διάγραμμα 4.4.20: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.4.20 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων αυξάνονται συνεχώς. Η πρώτη σημαντική μείωση των τιμών γίνεται στον θετικό ημιάξονα, στο μάρμαρο. Στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος- μαρμάρου οι τιμές και πάλι αρχίζουν και αυξάνονται.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.4.21: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.21 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σeqv στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων αυξάνονται συνεχώς στον αρνητικό ημιάξονα αλλά στην περιοχή της διεπιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές μειώνονται και αυξάνονται εκ νέου κοντά στο τιτάνιο. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές μειώνονται και στην περιοχή του κονιάματος οι τιμές κυμαίνονται κοντά στο 1MPa.

<u>Η κατανομή της μετατόπισης ux</u>



Διάγραμμα 4.4.22: Η κατανομή της μετατόπισης υ× κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.4.22 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των x. Οι τιμές των μετατοπίσεων συνεχώς αυξάνονται. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές μειώνονται ελαφρώς στο μάρμαρο.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.4.23: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.4.23 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των y. Οι τιμές των μετατοπίσεων ολοένα και αυξάνονται.



Διάγραμμα 4.4.24: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.24 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των z. Οι τιμές των μετατοπίσεων ολοένα και αυξάνονται, στον αρνητικό ημιάξονα. Όμως από την περιοχή της δι-επιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος, οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται σταδιακά.

<u>Η κατανομή της μετατόπισης uy</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.4.25: Η κατανομή της μετατόπισης υγκατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.4.25 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των x. Οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται συνεχώς, εξαιρώντας μια μικρή αύξηση κοντά στη διεπιφάνεια τιτανίου- κονιάματος.



Διάγραμμα 4.4.26: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.4.26 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uy στον άξονα των y. Οι τιμές των μετατοπίσεων ολοένα και μειώνονται.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.4.27: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.27 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των z. Οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται σταδιακά.

Η κατανομή της μετατόπισης uz



Διάγραμμα 4.4.28: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.4.28 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uz στον άξονα των x. Οι τιμές των μετατοπίσεων αυξάνονται συνεχώς, εκτός της περιοχής του μαρμάρου, προς το τέλος, στον θετικό ημιάξονα, όπου παρατηρείται μια ελαφρά μείωση των τιμών.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.4.29: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.4.29 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u₂ στον άξονα των y. Οι τιμές των μετατοπίσεων ολοένα και αυξάνονται.



Διάγραμμα 4.4.30: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.4.30 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uz στον άξονα των z. Οι τιμές των μετατοπίσεων αυξάνονται συνεχώς.

4.5 Η Φόρτιση 5

Κατά τη φόρτιση 5 πακτώσαμε τις επιφάνειες 1 και 2 (κίτρινες επιφάνειες) και φορτίσαμε την επιφάνεια 4 (ροζ επιφάνεια) με μετατόπιση u= $1*10^{-4}$ m και κατεύθυνση εκείνη που φαίνεται στην Εικόνα 4.46.



Εικ. 4.44-4.45-4.46: Φόρτιση 5.

Μετά το τέλος του «τρεξίματος», οι εικόνες που πήραμε για ολόκληρο το μοντέλο αλλά και για κάθε υλικό ξεχωριστά, οι οποίες απεικονίζουν την κατανομή των τάσεων κατά Mises σε χρωματοκλίμακα είναι:





Εικ. 4.47-4.48: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μοντέλο.





Εικ. 4.49-4.50: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο σύνδεσμο τιτανίου.





Εικ. 4.51-4.52: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο κονίαμα.

Για το μάρμαρο:



Εικ. 4.53-4.54: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μάρμαρο.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση και σχολιασμό των διαγραμμάτων των κατανομών των τάσεων και των μετατοπίσεων ας δούμε τα υλικά που «συναντάμε» σε κάθε άξονα. Στον άξονα x και y τα υλικά του μοντέλου που συναντάμε «βαδίζοντας» από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα- μάρμαρο ενώ στον άξονα z, «βαδίζοντας» πάλι από τον αρνητικό προς τον θετικό ημιάξονα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα. Για κάθε άξονα ο σχολιασμός των διαγραμμάτων θα γίνεται από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό. Σε κάθε άξονα χωριστά, οι κατανομές των τάσεων και των μετατοπίσεων είναι:

Η κατανομή της τάσης σx



Διάγραμμα 4.5.1: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.5.1 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σx στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων μένουν σχεδόν σταθερές και κοντά στο 0, αλλά πλησιάζοντας στον θετικό ημιάξονα, στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου, αρχίζει μια σταδιακή και συνεχόμενη μείωση των τιμών. Στον θετικό ημιάξονα από τη δι-επιφάνεια τιτανίου-κονιάματος και έπειτα παρατηρείται μια συνεχόμενη αύξηση των τιμών των τάσεων.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.5.2: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.5.2 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σx στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο τιτάνιο και «αγγίζει» το 1MPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, πάλι στο τιτάνιο και είναι σχεδόν -9,5MPa.



Διάγραμμα 4.5.3: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.3 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ× στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων αυξάνονται συνεχώς στον αρνητικό ημιάξονα αλλά στην περιοχή της διεπιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές μειώνονται για να αυξηθούν εκ νέου στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος- τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων μειώνονται συνεχώς, εξαιρώντας τη περιοχή κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος.

<u>Η κατανομή της τάσης σγ</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.5.4: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.5.4 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_Y στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις στις περιοχές του κονιάματος και του τιτανίου. Η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή των τάσεων , εμφανίζονται στο τιτάνιο και είναι περίπου 100KPa και -450KPa, αντίστοιχα.



Διάγραμμα 4.5.5: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.5.5 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_Y στον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές ενώ αυξάνονται, μειώνονται στην περιοχή του τιτανίου, πλησιάζοντας το σημείο y=0. Αντίθετα, στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές αυξάνονται στην περιοχή του τιτανίου που είναι κοντά στο σημείο y=0 και μειώνονται στη συνέχεια.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.5.6: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.6 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_Y στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο κονίαμα και είναι -4MPa. Η μέγιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, στο κονίαμα και είναι σχεδόν 1,5MPa.

Η κατανομή της τάσης σz



Διάγραμμα 4.5.7: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.5.7 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις στις περιοχές του κονιάματος και του τιτανίου. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στο κονίαμα, στον αρνητικό ημιάξονα και είναι 1MPa, ενώ η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στο τιτάνιο, στο θετικό ημιάξονα και είναι σχεδόν -2MPa.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.5.8: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.5.8 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις στην περιοχή του τιτανίου. Η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στο τιτάνιο, στον θετικό ημιάξονα και είναι σχεδόν -3MPa. Οι τιμές των τάσεων που αναπτύσσονται στις περιοχές του μαρμάρου και του κονιάματος δεν ξεπερνούν το 0.



Διάγραμμα 4.5.9: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.9 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο κονίαμα και είναι 1,5MPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος και είναι σχεδόν -1,5MPa.

<u>Η κατανομή της τάσης τ_{×y}</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.5.10: Η κατανομή της τάσης τ_{×y} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.5.10 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xy} στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων παραμένουν σταθερές αλλά στις περιοχές του κονιάματος και του τιτανίου υφίστανται μερικές αυξομειώσεις. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στο τιτάνιο κοντά στο σημείο x=0 και είναι σχεδόν -14MPa. Η μέγιστη τιμή των τάσεων παρουσιάζεται στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι-επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος και είναι 2MPa.



Διάγραμμα 4.5.11: Η κατανομή της τάσης τ×γ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.5.11 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xy} στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων παραμένουν σταθερές αλλά στην περιοχή του τιτανίου υφίστανται μερικές αυξομειώσεις και εκεί εμφανίζονται η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα και είναι 5MPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων παρουσιάζεται στο σημείο y=0 και είναι σχεδόν 14MPa.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.5.12: Η κατανομή της τάσης τ_{×y} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.12 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{×γ} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων παραμένουν σταθερές και κοντά στο 0 αλλά κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές μειώνονται. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές παρουσιάζουν αρκετές αυξομειώσεις.

<u>Η κατανομή της τάσης τyz</u>



Διάγραμμα 4.5.13: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.5.13 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{νz} στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις στις περιοχές του κονιάματος και του τιτανίου. Η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή των τάσεων , εμφανίζονται στο τιτάνιο και είναι περίπου 2MPa και -1,7MPa, αντίστοιχα.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.5.14: Η κατανομή της τάσης τ×γ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.14 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο τιτάνιο και «αγγίζει» τα 350KPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, και πάλι στο τιτάνιο και είναι -100KPa.



Διάγραμμα 4.5.15: Η κατανομή της τάσης τ_{×γ} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.15 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος και είναι 600KPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται και αυτή στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου και είναι περίπου -200KPa.

<u>Η κατανομή της τάσης τxz</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.5.16: Η κατανομή της τάσης τxz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.5.16 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων μειώνονται για να αυξηθούν εκ νέου στην περιοχή του τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές οι τιμές αυξάνονται αλλά κοντά στη διεπιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου οι τιμές μειώνονται και καταλήγουν στο 0.



Διάγραμμα 4.5.17: Η κατανομή της τάσης τ×2 κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.5.17 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο τιτάνιο και «αγγίζει» τα -600KPa. Η μέγιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, και πάλι στο τιτάνιο και είναι «φτάνει» τα 500KPa.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.5.18: Η κατανομή της τάσης τ_{xz} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.18 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων αυξάνονται αλλά κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου-κονιάματος αρχίζουν και μειώνονται και καταλήγουν στο 0.

<u>Η κατανομή της τάσης σ_{eqv}</u>



Διάγραμμα 4.5.19: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.5.19 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων διατηρούνται σταθερές και αυξάνονται κοντά στη δι- επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων από την περιοχή της δι-επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος μειώνονται συνεχώς.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.5.20: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σ_{eqv} κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.5.20 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των γ. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των γ. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στο τιτάνιο και είναι 25MPa. Η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στο μάρμαρο και είναι ίση με 0.



Διάγραμμα 4.5.21: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.21 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων αυξάνονται και εκεί παρουσιάζεται η μέγιστη τιμή τους, περίπου 35MPa. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές των τάσεων συνεχώς μειώνονται, εξαιρώντας μια αύξηση που συμβαίνει στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος.

Η κατανομή της μετατόπισης ux

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.5.22: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.5.22 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των x. Οι τιμές των μετατοπίσεων παραμένουν σταθερές και μηδενικές αλλά στην περιοχή της διεπιφάνειας κονιάματος- τιτανίου, αυξάνονται. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές μειώνονται σταδιακά.



Διάγραμμα 4.5.23: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.5.23 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των y. Ενώ οι τιμές των μετατοπίσεων είναι σχεδόν σταθερές και σχεδόν μηδενικές στον αρνητικό ημιάξονα, στην περιοχή του τιτανίου μειώνονται και σταθεροποιούνται, στο θετικό ημιάξονα στο -1*10⁻⁴m.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.5.24: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.24 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των z. Ενώ οι τιμές των μετατοπίσεων είναι σχεδόν σταθερές και κοντά στο -1*10⁻⁴m, στον αρνητικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι- επιφάνειας μαρμάρου-κονιάματος αυξάνονται και σταθεροποιούνται, στο θετικό ημιάξονα στο -5*10⁻⁵m.

<u>Η κατανομή της μετατόπισης uy</u>



Διάγραμμα 4.5.25: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.5.25 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των x. Οι τιμές των μετατοπίσεων παραμένουν σχεδόν σταθερές και πολύ κοντά στο 0. Όμως στην περιοχή του τιτανίου οι τιμές υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Παράλληλα, η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή εμφανίζονται στο τιτάνιο και είναι περίπου -2*10⁻⁵m και 2*10⁻⁵m, αντίστοιχα.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.5.26: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.5.26 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται. Όμως στην περιοχή της διεπιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές αρχίζουν και αυξάνονται έως τη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου. Από το σημείο αυτό και έπειτα, οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται.



Διάγραμμα 4.5.27: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.27 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των μετατοπίσεων αυξάνονται. Ωστόσο, στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος- τιτανίου οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται συνεχώς.

Η κατανομή της μετατόπισης uz

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.5.28: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.5.28 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u₂ στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, ενώ οι τιμές των μετατοπίσεων διατηρούνται σταθερές, κοντά στη περιοχή της δι-επιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος αρχίζουν και αυξάνονται. Αντίθετα στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται συνεχώς.



Διάγραμμα 4.5.29: Η κατανομή της μετατόπισης υz κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.5.29 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uz στον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των μετατοπίσεων συνεχώς αυξάνονται. Αντίθετα, στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται σταθερά.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.5.30: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.5.30 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uz στον άξονα των z. Οι τιμές των μετατοπίσεων συνεχώς αυξάνονται.

4.6 Η Φόρτιση 6

Κατά τη φόρτιση 6 πακτώσαμε τις επιφάνειες 1 και 2 (κίτρινες επιφάνειες) και φορτίσαμε την επιφάνεια 4 (ροζ επιφάνεια) με μετατόπιση u= 1*10⁻⁴ m και κατεύθυνση εκείνη που φαίνεται στην Εικόνα 4.57.



Εικ. 4.55-4.56-4.57: Φόρτιση 6.

Μετά το τέλος του «τρεξίματος», οι εικόνες που πήραμε για ολόκληρο το μοντέλο αλλά και για κάθε υλικό ξεχωριστά, οι οποίες απεικονίζουν την κατανομή των τάσεων κατά Mises σε χρωματοκλίμακα είναι:





Εικ. 4.58-4.59: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μοντέλο.





Εικ. 4.60-4.61: Οι τάσεις που αναπτύσσονται στο σύνδεσμο τιτανίου.





Εικ. 4.62-4.63: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο κονίαμα.




Εικ. 4.64-4.65: Οι τάσεις κατά Mises που αναπτύσσονται στο μάρμαρο.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση και σχολιασμό των διαγραμμάτων των κατανομών των τάσεων και των μετατοπίσεων ας δούμε τα υλικά που «συναντάμε» σε κάθε άξονα. Στον άξονα x και y τα υλικά του μοντέλου που συναντάμε «βαδίζοντας» από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμαμάρμαρο ενώ στον άξονα z, «βαδίζοντας» πάλι από τον αρνητικό προς τον θετικό ημιάξονα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα η σειρά των υλικών είναι: μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο- κονίαμα. Για κάθε άξονα ο σχολιασμός των διαγραμμάτων θα γίνεται από τον αρνητικό ημιάξονα προς τον θετικό. Σε κάθε άξονα χωριστά, οι κατανομές των τάσεων και των μετατοπίσεων είναι:

Η κατανομή της τάσης σχ



Κατά τον άξονα χ:

Διάγραμμα 4.6.1: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.6.1 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σx στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων μειώνονται αλλά κοντά στη δι-επιφάνεια

μαρμάρου- κονιάματος αυξάνονται. Στον θετικό ημιάξονα, μετά από μια αύξηση στην περιοχή της δι- επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος, οι τιμές μειώνονται σταθερά.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.6.2: Η κατανομή της τάσης σ× κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.6.2 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σx στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η ελάχιστη τιμή, παρουσιάζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο τιτάνιο και είναι σχεδόν 10MPa. Η μέγιστη τιμή, παρουσιάζεται και αυτή στο τιτάνιο αλλά στον θετικό ημιάξονα και είναι περίπου 1,7MPa.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.6.3: Η κατανομή της τάσης σx κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.6.3 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ× στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή, παρουσιάζεται στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος και είναι σχεδόν 15MPa. Η μέγιστη τιμή, παρουσιάζεται και αυτή στον αρνητικό ημιάξονα στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος- τιτανίου και είναι περίπου -15MPa.

<u>Η κατανομή της τάσης σγ</u>





Διάγραμμα 4.6.4: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.6.4 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_Y στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις στις περιοχές του κονιάματος και του τιτανίου. Η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή των τάσεων , εμφανίζονται στο τιτάνιο και είναι περίπου 1MPa και -6MPa, αντίστοιχα.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.6.5: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.6.5 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_ν στον άξονα των γ. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές ενώ αυξάνονται, μειώνονται στην περιοχή του τιτανίου, πλησιάζοντας το σημείο γ=0. Αντίθετα, στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές αυξάνονται στην περιοχή του τιτανίου που είναι κοντά στο σημείο γ=0 και μειώνονται στη συνέχεια.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.6.6: Η κατανομή της τάσης σγ κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.6.6 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_Y στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο κονίαμα και είναι -4MPa. Η μέγιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, στο κονίαμα και είναι σχεδόν 1,5MPa.

<u>Η κατανομή της τάσης σ</u>z

Κατά τον άξονα x:



Διάγραμμα 4.6.7: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.6.7 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις στις περιοχές του κονιάματος και του τιτανίου. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στο κονίαμα, στον θετικό ημιάξονα και είναι 1MPa, ενώ η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στο τιτάνιο, στο θετικό ημιάξονα και αυτή και είναι σχεδόν -3MPa.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.6.8: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.6.8 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις στην περιοχή του τιτανίου. Η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στο τιτάνιο, στον θετικό ημιάξονα και είναι σχεδόν -3,5MPa. Οι τιμές των τάσεων που αναπτύσσονται στις περιοχές του μαρμάρου και του κονιάματος δεν ξεπερνούν το 0.





Διάγραμμα 4.6.9: Η κατανομή της τάσης σz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.6.9 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σz στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο μάρμαρο και είναι σχεδόν 1MPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται και αυτή στον αρνητικό ημιάξονα, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματοςτιτανίου και είναι σχεδόν -2,5MPa.

<u>Η κατανομή της τάσης τ_{×y}</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.6.10: Η κατανομή της τάσης τ_{xy} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.6.10 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xy} στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων παραμένουν σταθερές αλλά στις περιοχές του κονιάματος και του τιτανίου υφίστανται μερικές αυξομειώσεις. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στο τιτάνιο κοντά στο σημείο x=0 και είναι σχεδόν -2MPa. Η μέγιστη τιμή των τάσεων παρουσιάζεται στον θετικό ημιάξονακοντά στο σημείο x=0 και είναι σχεδο x=0 και είναι περίπου 14MPa.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.6.11: Η κατανομή της τάσης τ_{xy} κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.6.11 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xy} στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων παραμένουν σταθερές αλλά στην περιοχή του τιτανίου υφίστανται μερικές αυξομειώσεις και εκεί εμφανίζονται η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή. Η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα και είναι περίπου -5MPa. Η μέγιστη τιμή των τάσεων παρουσιάζεται στο σημείο y=0 και είναι σχεδόν 15MPa.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.6.12: Η κατανομή της τάσης τ_{×γ} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.6.12 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{×γ} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων παραμένουν σταθερές και κοντά στο 0 αλλά κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές αυξάνονται. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές παρουσιάζουν αρκετές αυξομειώσεις.

<u>Η κατανομή της τάσης τ_{yz}</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.6.13: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.6.13 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των x. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις στις περιοχές του κονιάματος και του τιτανίου. Η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή των τάσεων , εμφανίζονται στο τιτάνιο και είναι περίπου 3MPa και -1MPa, αντίστοιχα.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.6.14: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.6.14 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_νz στον άξονα των γ. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο τιτάνιο και «αγγίζει» το 1MPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, και πάλι στο τιτάνιο και είναι σχεδόν -300KPa.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.6.15: Η κατανομή της τάσης τ_{yz} κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.6.15 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{yz} στον άξονα των z. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στο σημείο y=0 και είναι 1MPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται και αυτή στον αρνητικό ημιάξονα, στο μάρμαρο και μηδενίζεται.

<u>Η κατανομή της τάσης τxz</u>

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.6.16: Η κατανομή της τάσης τ_{xz} κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.6.16 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{*2} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων μειώνονται για να αυξηθούν εκ νέου στην περιοχή του τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές οι τιμές αυξάνονται αλλά κοντά στη διεπιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου οι τιμές μειώνονται και καταλήγουν στο 0.

4,00E+05 2,00E+05 0,00E+00 τάση τ_{xz} [Pa] -0,20 -0,40 -0,30 -0,10 o,bd 0,10 👗 0,20 0,80 -2,00E+05 -4,00E+05 -6,00E+05 -8,00E+05 y [m]

0,40

Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.6.17: Η κατανομή της τάσης τ_{xz} κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.6.17 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των y. Οι τιμές των τάσεων υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Η μέγιστη τιμή των τάσεων, εμφανίζεται στον αρνητικό ημιάξονα, στο τιτάνιο και «αγγίζει» τα 400KPa. Η ελάχιστη τιμή των τάσεων εμφανίζεται στον θετικό ημιάξονα, και πάλι στο τιτάνιο και είναι «φτάνει» τα -600KPa.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.6.18: Η κατανομή της τάσης τ×z κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.6.18 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων τ_{xz} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων μειώνονται αλλά κοντά στη δι-επιφάνεια μαρμάρου-κονιάματος αρχίζουν και αυξάνονται και καταλήγουν στο 0.

Η κατανομή της τάσης σ_{eqv}

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.6.19: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.6.19 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των τάσεων διατηρούνται σταθερές και αυξάνονται κοντά στη δι- επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων από την περιοχή της δι-επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος μειώνονται συνεχώς.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.6.20: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.6.20 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σeqv στον άξονα των y. Η γραφική παράσταση της κατανομής των τάσεων είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των y. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στο τιτάνιο και είναι 25MPa. Η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στο μάρμαρο και είναι ίση με 0.



Κατά τον άξονα z:

Διάγραμμα 4.6.21: Η κατανομή της τάσης κατά Mises σeqv κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.6.21 απεικονίζεται η κατανομή των τάσεων σ_{eqv} στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των τάσεων αυξάνονται και εκεί παρουσιάζεται η μέγιστη τιμή τους, περίπου 35MPa. Από αυτό το σημείο και έπειτα οι τιμές των τάσεων συνεχώς μειώνονται, εξαιρώντας μια αύξηση που συμβαίνει στον θετικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος.

Η κατανομή της μετατόπισης ux

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.6.22: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.6.22 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των x. Οι τιμές των μετατοπίσεων παραμένουν σταθερές και κοντά στα 9*10⁻⁵m αλλά στην περιοχή της δι-επιφάνειας τιτανίου- κονιάματος, θετικό ημιάξονα αυξάνονται. Στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές μειώνονται σταδιακά.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.6.23: Η κατανομή της μετατόπισης υ× κατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.6.23 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων ux στον άξονα των y. Ενώ οι τιμές των μετατοπίσεων είναι σχεδόν σταθερές και σχεδόν μηδενικές στον αρνητικό ημιάξονα, στην περιοχή του τιτανίου αυξάνονται και σταθεροποιούνται, στο θετικό ημιάξονα στο -1*10⁻⁴m.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.6.24: Η κατανομή της μετατόπισης ux κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.6.24 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_x στον άξονα των z. Ενώ οι τιμές των μετατοπίσεων είναι σχεδόν σταθερές και κοντά στο -1*10⁻⁴m, στον αρνητικό ημιάξονα, στην περιοχή της δι- επιφάνειας μαρμάρου-κονιάματος μειώνονται και σταθεροποιούνται, στο θετικό ημιάξονα στο 5*10⁻⁵m.

Η κατανομή της μετατόπισης υγ

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.6.25: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα χ.

Στο διάγραμμα 4.6.25 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των x. Οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται και «φτάνουν» πολύ κοντά στο 0. Όμως στην περιοχή του τιτανίου οι τιμές υφίστανται αρκετές αυξομειώσεις. Παράλληλα, η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή εμφανίζονται στο τιτάνιο και είναι περίπου -2*10⁻⁵m και 2*10⁻⁵m, αντίστοιχα.

Κατά τον άξονα γ:



Διάγραμμα 4.6.26: Η κατανομή της μετατόπισης υγκατά τον άξονα γ.

Στο διάγραμμα 4.6.26 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα οι τιμές των μετατοπίσεων αυξάνονται έως τη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου, στον θετικό ημιάξονα. Από το σημείο αυτό και έπειτα, οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.6.27: Η κατανομή της μετατόπισης υγ κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.6.27 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u_y στον άξονα των z. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των μετατοπίσεων αυξάνονται. Ωστόσο, στην περιοχή της δι-επιφάνειας κονιάματος- τιτανίου οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται συνεχώς.

Η κατανομή της μετατόπισης uz

Κατά τον άξονα χ:



Διάγραμμα 4.6.28: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα x.

Στο διάγραμμα 4.6.28 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u₂ στον άξονα των x. Στον αρνητικό ημιάξονα, ενώ οι τιμές των μετατοπίσεων αυξάνονται. Αντίθετα στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές των μετατοπίσεων σταθεροποιούνται στα 6*10⁻⁶m.



Κατά τον άξονα γ:

Διάγραμμα 4.6.29: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα y.

Στο διάγραμμα 4.6.29 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων u₂ στον άξονα των y. Στον αρνητικό ημιάξονα, οι τιμές των μετατοπίσεων συνεχώς αυξάνονται. Αντίθετα, στον θετικό ημιάξονα, οι τιμές των μετατοπίσεων μειώνονται σταθερά.

Κατά τον άξονα z:



Διάγραμμα 4.6.30: Η κατανομή της μετατόπισης uz κατά τον άξονα z.

Στο διάγραμμα 4.6.30 απεικονίζεται η κατανομή των μετατοπίσεων uz στον άξονα των z. Οι τιμές των μετατοπίσεων συνεχώς αυξάνονται.

5.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία, μελετήθηκε η μηχανική συμπεριφορά γωνιακών επιστυλίων τα οποία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους με σύνδεσμο μορφής διπλού «T». Κίνητρο για την εκπόνηση της εργασίας αποτέλεσαν οι εμπειρικές παρατηρήσεις της επιστημονικής ομάδας που εργάζεται στο εν εξελίξει πρόγραμμα συντήρησης-αναστήλωσης των μνημείων της Ακρόπολης των Αθηνών, σύμφωνα με τις οποίες η επικρατούσα επιδέχεται βελτίωσης στην κατεύθυνση της περαιτέρω τεχνολογία είναι πιθανόν προστασίας των δομικών υλικών των μνημείων. Να σημειωθεί ότι η νυν χρησιμοποιούμενη διαδικασία χρησιμοποιεί ένα σύμπλεγμα τριών (3) υλικών: μάρμαρο, κονίαμα, τιτάνιο (το οποίο θα αναφέρεται ως Μ.Κ.Τ.) σαφώς διαφορετικό από πλευράς μηχανικής σε σχέση με το σύμπλεγμα της αρχικής δόμησης των μνημείων: μάρμαρο, μόλυβδος, σίδηρος (το οποίο θα αναφέρεται ως Μ.Μ.Σ.).

Παρακάμπτοντας οποιαδήποτε κριτική των αιτίων που οδήγησαν στην υιοθέτηση του συμπλέγματος Μ.Κ.Τ παρατηρούμε ως ουσιωδέστερη διαφοροποίηση την ύπαρξη του σχετικώς ψαθυρού κονιάματος ως υλικού πλήρωσης σε σχέση με το εξαιρετικώς όλκιμο μόλυβδο. Η διαφοροποίηση αυτή, αναπόφευκτα δημιουργεί ασυμβατότητα στα αναπτυσσόμενα εντατικά πεδία, η οποία υπό προϋποθέσεις μπορεί να οδηγήσει σε βλάβες του αυθεντικού δομικού υλικού, δεδομένου ότι το υλικό πλήρωσης αδυνατεί να αναλάβει προστατευτικό ρόλο σε περίπτωση μη προβλεπόμενων φορτίσεων. Δεδομένου ότι προς το παρόν αναθεώρηση του συμπλέγματος Μ.Κ.Τ. δεν προβλέπεται καθίσταται επιτακτική η βελτιστοποίηση, κατά το δυνατόν, της γεωμετρίας του συνδέσμου και της εντορμίας για ελαχιστοποίηση του τασικού πεδίου που θα εμφανιστεί στο μαρμάρινο όγκο.

Πρώτο βήμα στην κατεύθυνση αυτή είναι προφανώς, η ενδελεχής μελέτη των τασικών πεδίων στο σύμπλεγμα Μ.Κ.Τ. για διάφορες φορτίσεις και η βαθιά κατανόηση των μηχανισμών μεταφοράς φορτίων στα συστατικά στοιχεία του συμπλέγματος Μ.Κ.Τ.. Για το σκοπό αυτό μελετήθηκε μια σχετικώς δυσχερής, από άποψη μηχανικής περίπτωση, αυτή των γωνιακών συνδεδεμένων επιστυλίων.

Επιλέγησαν διάφοροι τύποι φορτίσεων στην προσπάθεια να προσδιοριστούν οι συνιστώσες φορτίσεις μιας πιθανής πραγματικής καταπόνησης. Οι φορτίσεις που επιλέγησαν περιγράφονται στο Κεφάλαιο 4 περιελάμβαναν πάκτωση των επιφανειών 1 και 2 (κίτρινες επιφάνεις) και επιβολή μετατόπισης ίση με 0,001m στην επιφάνεια 3 ή 4, ανάλογα με το είδος της φόρτισης (κόκκινη ή ροζ επιφάνεια αντίστοιχα) κάθε φορά υπό διαφορετική κατεύθυνση:



 Υπό γωνία 45°ως προς τον άξονα του συνδέσμου και φορά από τη γωνία προς τα έξω (Φόρτιση 1).

Εικ.5.1-5.2: Η Φόρτιση 1.

Υπό γωνία 45°ως προς τον άξονα του συνδέσμου και φορά προς τη γωνία (Φόρτιση 2).



Εικ.5.3-5.4: Η Φόρτιση 2.

 Υπό γωνία 45°ως προς τον άξονα του συνδέσμου και φορά παράλληλη με τη γωνία και «προς τα πάνω» (Φόρτιση 3).



Εικ.5.5-5.6: Η Φόρτιση 3.

4. Υπό γωνία 45°ως προς τον άξονα του συνδέσμου και φορά παράλληλη με τη γωνία και «προς τα κάτω» (Φόρτιση 4).



Εικ.5.7-5.8: Η Φόρτιση 4.

 Κάθετα ως προς τον άξονα του συνδέσμου και φορά από τη γωνία προς τα έξω (Φόρτιση 5).



Εικ.5.9-5.10-5.11: Η Φόρτιση 5.

6. Κάθετα ως προς τον άξονα του συνδέσμου και φορά προς τη γωνία (Φόρτιση 6).



Η μελέτη υλοποιήθηκε αριθμητικά με χρήση των πεπερασμένων στοιχείων με κατάλληλη προσαρμογή προϋπαρχόντων ομοιωμάτων για γραμμικώς συνδεδεμένα επιστύλια [11], τα οποία ομοιώματα είχαν βαθμονομηθεί με τη βοήθεια των μοναδικών πειραματικών δεδομένων που υλοποιήθηκαν τη περίοδο 1987-1991 στο εργοτάξιο του Παρθενώνα υπό την επίβλεψη του δόκτορα Κώστα Ζάμπα [12].

Η συγκριτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης κατέδειξε ως πλέον δυσμενής τη Φόρτιση 2, θεωρώντας ως κριτήριο την ανάπτυξη μέγιστων τάσεων κατά Mises στον όγκο του μαρμάρου. Τα αποτελέσματα μελετήθηκαν με χρήση της κατανομής των τάσεων κατά Mises σε συγκεκριμένες «διαδρομές» των γωνιακών επιστυλίων. Πιο συγκεκριμένα, πάρθηκε:

Η κατανομή των τάσεων κατά Mises, κατά τον άξονα που είναι κάθετος στο σύνδεσμο, στον άξονα x («διαδρομή 1»):



Εικ.5.15: Η κατανομή των τάσεων κατά Mises κατά τη «διαδρομή 1».

4. Η κατανομή των τάσεων κατά Mises, κατά τον άξονα του συνδέσμου, στον άξονα γ («διαδρομή 2»):



Εικ.5.16: Η κατανομή των τάσεων κατά Mises κατά τη «διαδρομή 2».

5. Η κατανομή των τάσεων κατά Mises, κατά τον άξονα που είναι κάθετος και στο σύνδεσμο και στον άξονα του συνδέσμου, στον άξονα z («διαδρομή 3»):



Εικ.5.17: Η κατανομή των τάσεων κατά Mises κατά τη «διαδρομή 3».

Περαιτέρω μελέτη των αποτελεσμάτων της αριθμητικής ανάλυσης καταδεικνύει για τις αναπτυσσόμενες τάσεις κατά Mises στο σύμπλεγμα Μ.Κ.Τ. ότι :

<u>Για τη Φόρτιση 1:</u>

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος στο σύνδεσμο (άξονας x), οι τάσεις είναι μηδενικές στα άκρα της γωνίας, ενώ αυξάνονται στο κονίαμα και κορυφώνονται στο τιτάνιο όπου λαμβάνουν και τη μέγιστη τιμή τους σχεδόν 27,5 MPa.

Κατά τον άξονα του συνδέσμου (άξονας γ), η κατανομή των τάσεων κατά Mises είναι συμμετρική, οι τάσεις είναι μηδενικές στα άκρα, αυξάνονται στο κονίαμα και μεγιστοποιούνται στο τιτάνιο κοντά στα 27MPa.

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος και στο σύνδεσμο και στον κάθετο άξονα του συνδέσμου (άξονας z), οι τάσεις είναι πολύ κοντά στο μηδέν στο μάρμαρο, αρχίζουν και αυξάνουν στο κονίαμα, ενώ κοντά στη δι- επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου λαμβάνουν μέγιστη τιμή, περίπου 28MPa.

<u>Για τη φόρτιση 2:</u>

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος στο σύνδεσμο (άξονας x), οι τιμές των τάσεων κατά Mises αυξάνονται αλλά κοντά στη δι- επιφάνεια μαρμάρου- κονιάματος μηδενίζονται. Κοντά στη δι- επιφάνεια κονιάματος- τιτανίου αυξάνονται και πάλι και μεγιστοποιούνται στο μάρμαρο σχεδόν στα 47MPa.

Κατά τον άξονα του συνδέσμου (άξονας γ), η μέγιστη τιμή των τάσεων κατά Mises εμφανίζεται στο μάρμαρο και «αγγίζει» τα 8MPa. Όμως και η ελάχιστη τιμή εμφανίζεται στο μάρμαρο σχεδόν 0,5MPa.

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος και στο σύνδεσμο και στον κάθετο άξονα του συνδέσμου (άξονας z), οι τιμές των τάσεων κατά Mises αυξάνονται αλλά προς το τέλος της περιοχής του μαρμάρου υπάρχει μία αισθητή πτώση. Από αυτό το σημείο και έπειτα, οι

τιμές αυξάνονται για να μειωθούν εκ νέου και να σταθεροποιηθούν στην περιοχή του μαρμάρου κοντά στο 1MPa.

<u>Για τη φόρτιση 3:</u>

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος στο σύνδεσμο (άξονας x), οι τιμές των τάσεων κατά Mises είναι μηδενικές στα άκρα των γωνιακών επιστυλίων αλλά αρχίζουν και αυξάνονται στο κονίαμα και μεγιστοποιούνται στο τιτάνιο «αγγίζοντας» τα 30MPa.

Κατά τον άξονα του συνδέσμου (άξονας y), η κατανομή των τάσεων κατά Mises είναι συμμετρική, οι τάσεις είναι μηδενικές στα άκρα, αυξάνονται στο κονίαμα και μεγιστοποιούνται στο τιτάνιο κοντά στα 30MPa.

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος και στο σύνδεσμο και στον κάθετο άξονα του συνδέσμου (άξονας z), οι τιμές των τάσεων αυξάνονται στο μάρμαρο και εκεί παρουσιάζεται η μέγιστη τιμή τους, 35MPa. Στην συνέχεια οι τιμές μειώνονται.

<u>Για τη φόρτιση 4:</u>

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος στο σύνδεσμο (άξονας x), οι τιμές των τάσεων κατά Mises ξεκινούν από το 0, από το αριστερό άκρο της γωνίας και αυξάνονται συνεχώς. Στο τιτάνιο μηδενίζονται και μετά αυξάνονται εκ νέου και μεγιστοποιούνται στο μάρμαρο «φτάνοντας» τα 45MPa.

Κατά τον άξονα του συνδέσμου (άξονας γ), ενώ οι τιμές των τάσεων αυξάνονται, κοντά στη δι-επιφάνεια κονιάματος- μαρμάρου εμφανίζουν σημαντική πτώση. Από το σημείο αυτό και έπειτα οι τιμές αυξάνονται και λαμβάνουν τη μέγιστη τιμή τους στο μάρμαρο, η οποία είναι 7,5MPa περίπου.

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος και στο σύνδεσμο και στον κάθετο άξονα του συνδέσμου (άξονας z), οι τιμές των τάσεων αυξάνονται συνεχώς στο μάρμαρο αλλά στην περιοχή της δι-επιφάνειας μαρμάρου- κονιάματος οι τιμές μειώνονται και αυξάνονται εκ νέου κοντά στο τιτάνιο. Η μέγιστη τιμή εμφανίζεται στο μάρμαρο και είναι σχεδόν 7MPa.

Για τη φόρτιση 5:

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος στο σύνδεσμο (άξονας x), οι τιμές των τάσεων κατά Mises είναι μηδενικές στα άκρα, δηλαδή στο μάρμαρο. Αρχίζουν και αυξάνουν στην περιοχή του κονιάματος ενώ μεγιστοποιούνται στο τιτάνιο όπου «αγγίζουν» τα 25MPa.

Κατά τον άξονα του συνδέσμου (άξονας y), η κατανομή των τάσεων κατά Mises είναι συμμετρική, οι τάσεις είναι μηδενικές στα άκρα, αυξάνονται στο κονίαμα και μεγιστοποιούνται στο τιτάνιο κοντά στα 25MPa.

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος και στο σύνδεσμο και στον κάθετο άξονα του συνδέσμου (άξονας z), οι τιμές των τάσεων ξεκινούν από το 0 και σταδιακά αυξάνονται. Εμφανίζουν τη μέγιστη τιμή τους στο μάρμαρο, σχεδόν 37MPa και ύστερα από αυτό το σημείο μειώνονται εξαιρώντας μια νέα αύξηση που συμβαίνει κοντά στη δι- επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος.

<u>Για τη φόρτιση 6:</u>

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος στο σύνδεσμο (άξονας x), οι τιμές των τάσεων κατά Mises είναι μηδενικές στα άκρα, δηλαδή στο μάρμαρο. Ξεκινούν να αυξάνονται στην περιοχή του κονιάματος ενώ μεγιστοποιούνται στο τιτάνιο «αγγίζοντας» τα 25MPa.

Κατά τον άξονα του συνδέσμου (άξονας y), η κατανομή των τάσεων κατά Mises είναι συμμετρική, οι τάσεις είναι μηδενικές στα άκρα, αυξάνονται στο κονίαμα και μεγιστοποιούνται στο τιτάνιο κοντά στα 25MPa.

Κατά τον άξονα που είναι κάθετος και στο σύνδεσμο και στον κάθετο άξονα του συνδέσμου (άξονας z), οι τιμές των τάσεων ξεκινούν από το 0 και σταδιακά αυξάνονται. Εμφανίζουν τη μέγιστη τιμή τους στο μάρμαρο, περίπου 35MPa και μετά από το σημείο αυτό μειώνονται εξαιρώντας μια νέα αύξηση που συμβαίνει κοντά στη δι- επιφάνεια τιτανίου- κονιάματος.

5.2 Μελλοντική Έρευνα

Η έλλειψη πειραματικών δεδομένων είναι ίσως η σημαντικότερη δυσμένεια που αντιμετωπίζει ο ερευνητής δεδομένου ότι δεν είναι εφικτή η βαθμονόμηση- επικύρωση των αριθμητικών προσομοιωμάτων. Αν και πρακτικοί λόγοι καθιστούν την ευρείας κλίμακας μελέτη απαγορευτική (κυρίως διότι το μέγεθος των δοκιμίων που θα απαλλάξει τα αποτελέσματα των πειραμάτων από τη σκίαση των επιδράσεων του φαινομένου κλίμακος θα πρέπει να υπερβαίνει το 1m) είναι αναγκαίος ένας ελάχιστος έστω αριθμός πειραμάτων με δοκίμια που θα προσεγγίζουν τις πραγματικές διαστάσεις και την πραγματική γεωμετρία κάποιων περιπτώσεων φόρτισης συνδεδεμένων επιστυλίων.

Η περαιτέρω ανάπτυξη του αριθμητικού κώδικα, είναι απαραίτητη, ώστε να μελετηθούν προσομοιώματα υλικών εγγυτέρα στην πραγματική καταστατική συμπεριφορά του συμπλέγματος μάρμαρο- κονίαμα- τιτάνιο.

Η αξιοποίηση των πειραματικών και υπολογιστικών δεδομένων για τη μελέτη διαφοροποιημένης γεωμετρίας συνδετηρίων στοιχείων στην κατεύθυνση της ενδοτικότητας του συστήματος σύνδεσης, επιβάλλεται, ώστε να είναι δυνατή η περαιτέρω παραμόρφωση του συνδέσμου χωρίς βλάβη του αυθεντικού δομικού υλικού (δηλαδή του μαρμάρου).

Τέλος, η μελέτη εναλλακτικών υλικών πλήρωσης αλλά και υλικών του συνδετηρίου στοιχείου θα οδηγήσουν στη βελτίωση της συμβατότητας των εντατικών πεδίων.

Βιβλιογραφία

[1] «Περίπατοι στον Παρθενώνα», Κορνηλία Χατζηασλάνη, Φωτογραφίες Σωκράτης Μαυρομάτης, Ίδρυμα Μελίνα Μερκούρη 2000.

[2] «Φωτογραφίες 1975-2002 ΑΠΟ ΤΑ ΕΡΓΑ ΣΤΗΝ ΑΘΗΝΑΪΚΗ ΑΚΡΟΠΟΛΗ», Σωκράτης Μαυρομάτης, Υπουργείο Πολιτισμού, Επιτροπή Συντηρήσεων Μνημείων

[3] Μ. Κορρές-Χ. Μπούρας, *Μελέτη αποκαταστάσεως του Παρθενώνος*, Υπουργείο Πολιτισμού και Επιστημών, Επιτροπή Συντηρήσεως Μνημείων Ακροπόλεως, Αθήνα 1983

- [4] <u>http://apantaorthodoxias.blogspot.com</u>
- [5] <u>http://history-of-macedonia.com/wordpress/2010/10/01/istoria-apokatastash-</u>mnimeia-akropoli/
- [6] A. Hrenikoff, *Solution of Problems in Elasticity by the Framework Method*, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol.8, pp.169-175, 1941
- [7] R. Courant, *Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibration*, Bulletin of the Americal Mathematical Society, Vol.49, pp.1-43, 1943
- [8] M. R. W. Turner, R. W. Clough, H. H. Martin AND L.Topp, Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, Journal of Aeronautical Science, Vol.23, pp.805-823, 1956
- [9] J. M. Argyris and S.Kesley, *Energy Theorems and Structural Analysis*, Butterworth Scientific Publications, London, 1960

[10] Ερμιόνη Πάσιου, «Πειραματική και Αριθμητική Μελέτη Συνδέσμου Τιτανίου Μορφής Διπλού «Τ» και του Περιβάλλοντος Μαρμάρου Υπό Διάτμηση », Διατμηματικό πρόγραμμα μεταπτυχιακών σπουδών «Προστασία Μνημείων», Κατεύθυνση :«Υλικά και Επεμβάσεις Συντήρησεις» Αθήνα 2008.

[11] 'Interconnected Epistyles of Marble Monuments Under Axial Loads' by Kourkoulis S.K. and Pasiou E.D., <u>International Journal of Architectural Heritage</u>, submitted.

[12] Κ. Ζάμπας, *Μελέτη Αποκαταστάσεως του Παρθενώνος*, Τόμος 3β, Υπουργείο Πολιτισμού, Επιτροπή Συντηρήσεως Μνημείων Ακροπόλεως, Αθήνα 1994.

- [13] <u>http://ekp2001-orosimo.gr/articles/ARGYRHS.pdf</u>
- [14] http://users.ntua.gr/caridis/methodoi/keimena/chap%2003/Chapter%2003.pdf
- [15] <u>http://medilab.pme.duth/Papalazarou.pdf</u>
- [16] <u>http://en.wikipedia.org/wiki/Ansys</u>
- [17] <u>http://www.ansys.gr</u>