



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**  
**«ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ»**

Μεταπτυχιακή Εργασία

**ΤΙΤΛΟΣ**

**ΔΥΝΑΜΙΚΗ, ΈΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ**  
**ΕΝΑΕΡΙΩΝ ΡΟΜΠΟΤ ΠΟΛΛΩΝ ΣΤΡΟΦΕΙΩΝ**

Νικόλαος Ψυχογιός

*Επιβλέπων Καθηγητής: Παπαδόπουλος Ευάγγελος*

ΑΘΗΝΑ 2012

# Περίληψη

Η διπλωματική αυτή έχει ως σκοπό την παρουσίαση της δυναμικής, του ελέγχου και των απαιτήσεων σχεδιασμού εναέριων ρομπότ πολλών στροφείων με έμφαση σε αυτά καθέ-του απογειώσεως και προσγειώσεως (Vertical Take Off and Landing- VTOL). Σαν παράδειγμα επιλέγεται μία διάταξη τεσσάρων στροφείων γνωστή ως quad-rotor χωρίς να παραβιάζεται η γενίκευση για περισσότερα στροφεία.

Το δυναμικό μοντέλο που παρουσιάζεται αρχικά, αποτελείται από απλές εξισώσεις που είναι έγκυρες μόνο για τη φάση της αιώρησης, ενώ επεκτείνεται στη συνέχεια σε ένα πιο πολύπλοκο μαθηματικό μοντέλο το οποίο λαμβάνει υπόψη ρεαλιστικούς αεροδυναμικούς συντελεστές καθώς επίσης τα μοντέλα των αισθητήρων και των επενεργητών.

Οι σημαντικότερες εκτιμήσεις κατάστασης που απαιτούνται για τον έλεγχο ενός quad-rotor είναι το ύψος (απόσταση από το έδαφος), η γωνιακή ταχύτητα, η γραμμική ταχύτητα και η θέση. Λαμβάνοντας υπόψη τη χρησιμότητα των αισθητήρων που απαιτεί ένα ιπτάμενο όχημα και τις μετρήσεις που μπορούν να ληφθούν από αυτούς παρουσιάζονται τα μοντέλα τους και αναλύεται η δυνατότητα εκτίμησης του προσανατολισμού του οχήματος, της μεταφορικής ταχύτητας και της θέσης του βάσει των μετρήσεων που μπορούν να ληφθούν από τους αισθητήρες αυτούς.

Το πρόβλημα του ελέγχου ενός εναέριου ρομπότ πολλών στροφείων προσεγγίζεται παραθέτοντας τους νόμους ελέγχου βάσει του δυναμικού μοντέλου και των εξισώσεων κατάστασης που προκύπτουν από το δυναμικό μοντέλο. Παρουσιάζεται ο έλεγχος των κινητήρων του οχήματος, ο έλεγχος του προσανατολισμού του, ο έλεγχος και ο σχεδιασμός τροχιάς.

Τέλος, παρουσιάζονται αναλυτικά οι απαιτούμενες προδιαγραφές για το σχεδιασμό και την κατασκευή ενός ιπτάμενου οχήματος πολλών στροφείων. Παρουσιάζονται οι απαιτήσεις σε αισθητήρες, σε υπολογιστική ισχύ, σε κινητήρες, μπαταρίες και έλικες παραθέτοντας πίνακες με ενδεικτικά στοιχεία για το κάθε ένα από τα παραπάνω όπου φαίνονται τα τεχνικά χαρακτηριστικά τους και οι διαστάσεις τους.

**Λέξεις Κλειδιά:** Δυναμικό Μοντέλο, Εκτίμηση Κατάστασης, Έλεγχος, Quadrotor, MAV

# Abstract

This thesis aims to present the dynamics, control and design requirements of multi-rotor aerial robots with emphasis on those Vertical Take-Off and Landing (VTOL). A device with four rotors is selected as an example, known as quad-rotor, without violating the generalization to more rotors.

The dynamic model presented initially consists of simple equations that are valid only for hovering phase, and then is extended to a more complex mathematical model that takes into account realistic aerodynamic coefficients as well as models of sensors and actuators.

The most significant state estimates needed to control a quad-rotor are the altitude, the angular velocity, linear velocity and position. Sensor models are presented down considering their usefulness for a flying vehicle. We also discuss the ability of estimating the attitude of the vehicle, the conveyor speed and position on the basis of measurements can be taken from these sensors.

The problem of control of a multi rotor aerial vehicle is approached demonstrating the control laws based on the dynamic model and state equations resulting from it. Vehicle's motor control, attitude control, trajectory control and trajectory planning are presented.

Finally, the mandatory design and construction specifications for a multi rotor aerial vehicle are presented. The demand in sensors, computing power, motors, batteries and propellers, are presented in tables, showing their technical specifications.

**Key words:** Dynamic Modelling, State Estimation, Control, Quadrotor, MAV

*Στην οικογένειά μου  
και τη Σίσσυ*

# Περιεχόμενα

Περίληψη.....	2
Abstract.....	3
Περιεχόμενα.....	5
Κατάλογος Σχημάτων .....	7
Κατάλογος Πινάκων.....	9
Κατάλογος Συντημήσεων .....	10
Κατάλογος Συμβόλων.....	11
<b>1 Εισαγωγή.....</b>	<b>13</b>
1.1 Σκοπός και Κίνητρα Εργασίας .....	13
1.2 Η Εξέλιξη της Τεχνολογίας των Quad Rotors .....	14
1.3 Ιστορική Αναδρομή των Ελικοπτέρων .....	16
1.4 Διατάξεις Εναέριων Ρομπότ Πολλών Στροφείων.....	18
1.5 Δομή Εργασίας .....	24
<b>2 Μοντελοποίηση Ιπτάμενου Οχήματος.....</b>	<b>25</b>
2.1 Γενική Προσέγγιση.....	25
2.2 Μοντελοποίηση κατά Euler-Lagrange .....	26
2.2.1 Κινηματική.....	27
2.2.2 Ενέργεια.....	28
2.2.3 Εξισώσεις Κίνησης.....	29
2.2.4 Επαγόμενο Δυναμικό μοντέλο.....	30
2.2.5 Εξισώσεις Μεταφορικής Κίνησης .....	31
2.3 Μοντελοποίηση κατά Newton-Euler.....	33
2.3.1 Δυνάμεις και Ροπές λόγω Αεροδυναμικής.....	33
2.3.2 Γενικές Ροπές και Δυνάμεις .....	35
2.3.3 Εξισώσεις Κίνησης.....	36
2.3.4 Δυναμική του Στροφείου.....	37
<b>3 Εκτίμηση της Προσανατολισμού του Οχήματος.....</b>	<b>38</b>
3.1 Εκτίμηση Προσανατολισμού .....	38
3.2 Εκτίμηση Μεταφορικής Ταχύτητας.....	50
3.3 Εκτίμηση Θέσης.....	51

<b>4</b>	<b>Έλεγχος</b> .....	<b>54</b>
4.1	Έλεγχος Κινητήρων .....	55
4.2	Έλεγχος του Προσανατολισμού του Οχήματος .....	56
4.3	Έλεγχος Τροχιάς .....	61
<b>5</b>	<b>Απαιτήσεις Σχεδιασμού Ιπτάμενου Οχήματος Πολλών Στροφείων</b> .....	<b>63</b>
5.1	Προδιαγραφές Ιπτάμενου Οχήματος Πολλών Στροφείων .....	63
5.2	Απαιτήσεις Αισθητήρων .....	66
5.3	Απαιτήσεις CPU.....	71
5.4	Απαιτήσεις σε Κινητήρες-Μπαταρίες-Έλικες .....	73
5.4.1	Κινητήρες .....	73
5.4.2	Μπαταρίες .....	78
5.4.3	Έλικες .....	80
<b>6</b>	<b>Συμπέρασμα</b> .....	<b>81</b>
	<b>Βιβλιογραφία</b> .....	<b>82</b>
	<b>Παράρτημα Α</b> .....	<b>85</b>

# Κατάλογος Σχημάτων

<b>Σχήμα 1-1.</b> Το διαστημόπλοιο του προφήτη Ιεζεκιήλ (αριστερά) Δαίδαλος και Ίκαρος (δεξιά) .....	16
<b>Σχήμα 1-2.</b> Ελικοειδής Αερο-Βίδα (αριστερά) Gyroplane (δεξιά).....	17
<b>Σχήμα 1-3.</b> Το Predator σε δράση (αριστερά) Το Pioneer (δεξιά) .....	17
<b>Σχήμα 1-4.</b> Το πρόγραμμα UCAR από την Lockheed Martin .....	18
<b>Σχήμα 1-5.</b> Κατηγοριοποίηση των ιπτάμενων οχημάτων .....	19
<b>Σχήμα 1-6.</b> Διάταξη ομοαξονικών στροφείων μικρής (αριστερά), μεγάλης (δεξιά) κλίμακας .....	22
<b>Σχήμα 1-7.</b> Η αρχή λειτουργίας του quad rotor. Το πάχος του κάθε βέλους είναι ανάλογο της γωνιακής ταχύτητας του κάθε στροφείου .....	23
<b>Σχήμα 1-8.</b> Εικόνες από Quad rotors Draganflyer (αριστερά) Microdrones-md4 (δεξιά).....	23
<b>Σχήμα 2-1.</b> Οι γωνίες Roll-Pitch-Yaw του body fixed frame ως προς το earth fixed frame .....	26
<b>Σχήμα 2-2.</b> Χαρακτηριστικά μεγέθη μίας διάταξης quad rotor .....	30
<b>Σχήμα 2-3.</b> Σχηματική αναπαράσταση των κινήσεων του οχήματος κατά τους x,y,z άξονες.....	32
<b>Σχήμα 2-4.</b> Βηματική απόκριση του στροφείου και του κινητήρα που μετρήθηκε στον άξονα της έλικας.....	37
<b>Σχήμα 3-1.</b> Εξίσωση επιπέδου που διέρχεται από δύο σημεία και είναι κάθετο σε διάνυσμα .....	41
<b>Σχήμα 3-2.</b> Προσανατολισμός και θέση του οχήματος στο χώρο.....	43
<b>Σχήμα 3-3.</b> Απεικόνιση λεπτομερειών των κινητικών χαρακτηριστικών του Quad rotor. ....	44
<b>Σχήμα 3-4.</b> Έλεγχοι της σταθεράς $C_T$ της στατικής ώσης στροφείων .....	45
<b>Σχήμα 3-5.</b> Ανάπτυξη του quad rotor .....	48
<b>Σχήμα 3-6.</b> Εφαρμογή τυπικού Complementary filter . ....	49
<b>Σχήμα 3-7.</b> Διάφοροι τύποι συντεταγμένων .....	51
<b>Σχήμα 4-1.</b> Τα τρία επίπεδα ελέγχου (εσωτερικά βρόχος ελεγκτή κινητήρα, ενδιάμεσα βρόχος ελεγκτή προσανατολισμού και εξωτερικά βρόχος ελεγκτή θέσης. ....	54
<b>Σχήμα 4-2.</b> Μπλοκ διάγραμμα ενός γενικού τύπου Complementary Filter στο $SO(3)$ .....	58
<b>Σχήμα 5-1.</b> Πλαίσιο για ιπτάμενο όχημα πολλών στροφείων από ίνες άνθρακα (αριστερά) ανοδιωμένο αλουμίνιο (δεξιά) .....	63
<b>Σχήμα 5-2.</b> Brushless DC motors Outrunner (αριστερά), In-runner (κέντρο), ESC (δεξιά).....	64
<b>Σχήμα 5-3.</b> Έλικες δύο πτερυγίων (αριστερά) τριών πτερυγίων (δεξιά) .....	64
<b>Σχήμα 5-4.</b> Μπαταρίες LiPo διαφόρων διαστάσεων και χωρητικότητας.....	65
<b>Σχήμα 5-5.</b> Η διασύνδεση μεταξύ των στοιχείων μίας διάταξης multi rotor aerial vehicle .....	65
<b>Σχήμα 5-6.</b> Ενδεικτικά επιταχυνσιόμετρα (a) ADXL330 (b) LIS344ALH (c) SCA3100-D04 .....	66
<b>Σχήμα 5-7.</b> Ενδεικτικά γυροσκόπια (a) IDG-500 (b) ENC-03 (c) MPU-6000.....	67
<b>Σχήμα 5-8.</b> Ενδεικτικά μαγνητόμετρα (a) HMC5843 (b) HMC 5883 (c) KMZ51 ...	68
<b>Σχήμα 5-9.</b> 9DOFS IMUs (a) DIYDrones ArduIMU+ V3 (b) Razor IMU .....	68
<b>Σχήμα 5-10.</b> Ενδεικτικοί βαρομετρικοί αισθητήρες (a) MPX4115A (b) BMP085 (c) MS5611 .....	69

<b>Σχήμα 5-11.</b> Αισθητήρες ανίχνευσης απόστασης (a) Υπέρηχων (b) Λείζερ (c) Υπέρυθρων .....	70
<b>Σχήμα 5-12.</b> Διάφορα GPS κατάλληλα για εφαρμογές μικρών ιπτάμενων οχημάτων .....	70
<b>Σχήμα 5-13.</b> Απεικόνιση του συστήματος VICON.....	70
<b>Σχήμα 5-14.</b> Διάφοροι μεμονωμένοι μικροελεγκτές.....	71
<b>Σχήμα 5-15.</b> Διάφορες αναπτυξιακές πλακέτες με ενσωματωμένο ελεγκτή. ....	72
<b>Σχήμα 5-16.</b> Εικόνα από την τηλεμετρία του Arducopter GCS.....	72
<b>Σχήμα 5-17.</b> BLDC κινητήρας σε εγκάρσια τομή.....	74
<b>Σχήμα 5-18.</b> Ιδανική “back-emf”, οι φάσεις των ρευμάτων και τα σήματα των αισθητήρων .....	75
<b>Σχήμα 5-19.</b> Η διαμήκης διατομή ενός bldc κινητήρα και η σειρά ενεργοποίησης των φάσεων του .....	75
<b>Σχήμα 5-20.</b> Απλοποιημένο σχήμα ενός bldc drive .....	76
<b>Σχήμα 5-21.</b> BLDC κινητήρες.....	76
<b>Σχήμα 5-22.</b> Κυψέλη Λιθίου-Πολυμερούς και Πακέτο κυψελών LiPo .....	79
<b>Σχήμα 5-23.</b> Έλικες δύο και τριών πτερυγίων .....	80



## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1-1. Μερικές εργασίες πάνω σε quad rotors .....	15
Πίνακας 1-2. Συγκριτική παρουσίαση αεροσκαφών με βάση την αρχή πτήσης (1=Κακό,3=Καλό).....	19
Πίνακας 1-3. Διατάξεις διάφορων MAV .....	20
Πίνακας 1-4. Σύγκριση συστημάτων VTOL (1=Κακό, 4=Πολύ Καλό).....	21
Πίνακας 5-1. Χαρακτηριστικά Επιταχυνσιόμετρων .....	66
Πίνακας 5-2. Χαρακτηριστικά Γυροσκοπίων.....	67
Πίνακας 5-3. Χαρακτηριστικά Μαγνητόμετρων.....	68
Πίνακας 5-4. Χαρακτηριστικά αισθητήρων Βαρόμετρου .....	69
Πίνακας 5-5. Συγκριτική παρουσίαση μικροελεγκτών.....	71
Πίνακας 5-6. Η αλληλουχία των διαστημάτων διακοπής .....	76
Πίνακας 5-7. Χαρακτηριστικά μεγέθη διάφορων blade κινητήρων.....	77
Πίνακας 5-8. Χαρακτηριστικά μεγέθη μερικών JETI ESCs .....	78
Πίνακας 5-9. Τεχνικά χαρακτηριστικά LiPo μπαταριών της KOKAM .....	85
Πίνακας 5-9. Τεχνικά χαρακτηριστικά LiPo μπαταριών της KOKAM (Συνέχεια).....	86
Πίνακας 5-9. Τεχνικά χαρακτηριστικά LiPo μπαταριών της KOKAM (Συνέχεια).....	87
Πίνακας 5-10. Συντελεστές Ct και Cp για διάφορες τιμές διαμέτρου και βήματος έλικας .....	88

# Κατάλογος Συντμήσεων

<b>BLDC</b>	Brush-Less Direct Current
<b>DOF</b>	Degree Of Freedom
<b>ESC</b>	Electronic Speed Controller
<b>GPS</b>	Global Position System
<b>GSC</b>	Ground Station Control
<b>HTA</b>	Heavier Than Air
<b>IGE</b>	In Ground Effect
<b>IMU</b>	Inertial Measurement Unit
<b>LIPO</b>	Lithium-Polymer
<b>LRF</b>	Laser Range Finders
<b>LTA</b>	Lighter Than Air
<b>MAV</b>	Micro Aerial Vehicle
<b>MEMS</b>	Micro Electro-Mechanical Systems
<b>MFR</b>	Miniature Flying Robots
<b>PID</b>	Proportional Integral Derivative
<b>PPM</b>	Pulse Position Modulation
<b>PWM</b>	Pulse Width Modulation
<b>SLAM</b>	Simultaneous Localization and Mapping
<b>UAV</b>	Unmanned Aerial Vehicle
<b>URF</b>	Ultrasonic Range Finders
<b>VTOL</b>	Vertical Take-Off and Landing

## Κατάλογος Συμβόλων

$\alpha$	κλίση ανύψωσης
${}_{\{B\}}^{\{A\}}a$	επιτάχυνση στο πλαίσιο αναφοράς {B}
${}_{\{A\}}^{\{A\}}a_h$	οριζόντιο στοιχείο της αδρανειακής επιτάχυνσης
$a_y$	μέτρηση επιτάχυνσης από επιταχυνσιόμετρο στο πλ. αναφοράς {B}
A	εμβαδόν δίσκου έλικας
b	συντελεστής ώσης
$b_a$	στατιστική απόκλιση
c	χορδή έλικας
$C_H$	συντελεστής δύναμης κόμβου
$C_Q$	συντελεστής οπισθέλκουσας
$C_{R_m}$	συντελεστής ροπής κλίσης
$C_T$	συντελεστής ώσης
d	συντελεστής οπισθέλκουσας
F	εξωτερική δύναμη
g	επιτάχυνση λόγω βαρύτητας
H	δύναμη κόμβου
i	ρεύμα κινητήρα
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	συνιστώσες αδράνειας
$J_m$	αδράνεια του κινητήρα
$J_r$	αδράνεια του στροφείου
k	αναλογικό κέρδος
$k_e$	ηλεκτρική σταθερά του κινητήρα
$k_R, k_\Omega$	θετικοί πίνακες κερδών
$k_m$	σταθερά ροπής του κινητήρα
$k_p, k_I$	θετικά κέρδη
$k_W$	παράμετρος συντονισμού
l	οριζόντια απόσταση: από το κέντρο της έλικας στο κέντρο μάζας
m	ολική μάζα
$\vec{m}_0$	διάνυσμα μαγνητικού "offset"
${}_{\{B\}}^{\{A\}}m$	μέτρηση από μαγνητική πυξίδα της διεύθυνσης του Μ.Π. της γης
n	αριθμός στροφείων
$Q, Q_i$	ροπή οπισθέλκουσας
R	πίνακας περιστροφής

$R_{rad}$	ακτίνα στροφείου
$R_m$	ροπή κλίσης
$T, T_i$	δύναμη ώσης
$T_\Sigma$	συνολική στατική ώση
$u$	είσοδος στον κινητήρα
$u_1, u_2$	σήματα ελέγχου
$\vec{v}_a$	διάνυσμα διεύθυνσης της βαρύτητας της γης στο πλ. αναφοράς {B}
$v_h$	οριζόντια ταχύτητα οχήματος
$\vec{v}_m$	διάνυσμα διεύθυνσης του Μ.Π. της γης στο πλαίσιο αναφοράς {B}
$V_{ff}$	τάση ως όρος πρόσθιας φοράς
$V_i$	εφαρμοζόμενη τάση στους κινητήρες
$\Delta$	δευτερεύουσες δυνάμεις αεροδυναμικής
$\varepsilon$	όρος διόρθωσης
$\theta$	γωνία pitch
$\lambda$	λόγος εισροής
$\mu$	advance ratio στροφείου
$\mu_a$	θόρυβος από τις μετρήσεις τύπου Gauss
$v$	διάνυσμα ταχύτητας
$\xi$	διάνυσμα θέσης
$\rho$	πυκνότητα αέρα
$\sigma$	λόγος σταθερότητας
$\tau(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$	ροπές που εμφανίζονται λόγω αεροδυναμικής
$\varphi$	γωνία roll
$\psi$	γωνία yaw
$\omega$	γωνιακή ταχύτητα σώματος
$\omega_m$	γωνιακή ταχύτητα κινητήρα
$\Omega, \vec{\omega}_i$	γωνιακή ταχύτητα έλικας
$\Omega_r$	συνολική εναπομένουσα γωνιακή ταχύτητα έλικας
$\Omega_y$	μέτρηση γωνιακής ταχύτητας από γυροσκόπιο στο πλ. αναφοράς {B}

# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Σκοπός και Κίνητρα Εργασίας

Τα ιπτάμενα αντικείμενα ασκούσαν πάντα μεγάλη γοητεία στον άνθρωπο ενθαρρύνοντας όλα τα είδη της έρευνας και της ανάπτυξης. Η εργασία αυτή άρχισε το 2011, και ενώ τα τελευταία χρόνια η κοινότητα ρομποτικής δείχνει ένα αυξανόμενο ενδιαφέρον για την ανάπτυξη Μικρό-Εναέριων Οχημάτων (Micro Aerial Vehicles-MAV). Η επιστημονική πρόκληση για το σχεδιασμό και τον έλεγχο MAV για δύσκολα περιβάλλοντα και η έλλειψη υφιστάμενων λύσεων ενθάρρυνε και συνεχίζει να ενθαρρύνει την προσπάθεια αυτή. Από την άλλη πλευρά, το ευρύ πεδίο εφαρμογών τόσο στρατιωτικών όσο και συμβατικών έχει ενθαρρύνει τη χρηματοδότηση τέτοιων προγραμμάτων Μικρό - Εναέριων Οχημάτων. Σε πολλά εργαστήρια συστημάτων αυτοματισμού έχει αποκτηθεί μέσα από την έρευνα μεγάλη εμπειρία στα επίγεια ρομπότ με εντυπωσιακά αποτελέσματα. Αρκετές εργασίες διεξήχθησαν για τον εντοπισμό, την πλοήγηση, αποφυγή εμποδίων κλπ. Οι περιορισμοί των επίγειων ρομπότ σε ανώμαλο έδαφος και η πρόσφατη πρόοδος στη μικρό-τεχνολογία ώθησε προς την ανάπτυξη νέων ιδεών για την κίνηση των ρομπότ (εναέρια κίνηση). Αυτές αναφέρονται σε ιπτάμενα οχήματα στα οποία θα μπορούσε κανείς να εφαρμόσει τις τεχνικές που έχουν ήδη αναπτυχθεί στα επίγεια ρομπότ. Κάτι τέτοιο δεν είναι καθόλου ασήμαντο καθώς υπάρχουν αρκετές προκλήσεις κατά τη μελέτη και υλοποίηση των ιπτάμενων αυτών οχημάτων.

Στο πεδίο της τεχνολογίας των αισθητήρων τώρα, η αντίστοιχη βιομηχανία προσφέρει μία νέα γενιά ολοκληρωμένων τεχνολογίας μικρού όπως η Μονάδα Μέτρησης Αδρανείας (Inertial Measurement Unit-IMU) που αποτελούνται από την τεχνολογία Μικρό Ήλεκτρο-Μηχανολογικών Συστημάτων (Micro Electro Mechanical Systems - MEMS) αδρανείας και τους αισθητήρες μαγνητο-αντίστασης. Επίσης, η πρόσφατη τεχνολογία αποθήκευσης ενέργειας υψηλής πυκνότητας προσφέρει δυνατότητα περίπου 190Wh/kg το οποίο

είναι ένα πραγματικό άλμα μπροστά, ιδίως για τις εφαρμογές ιπτάμενων οχημάτων πολύ μικρής κλίμακας. Αυτή η τεχνολογία αναπτύχθηκε αρχικά για εφαρμογές φορητών συσκευών και σήμερα χρησιμοποιείται ευρέως στην εναέρια ρομποτική. Η μείωση του κόστους και του μεγέθους τέτοιων συστημάτων τα καθιστά πολύ ενδιαφέροντα για τη συμβατική αγορά. Ταυτόχρονα, αυτή η μείωση του κόστους και του μεγέθους συνεπάγεται τον περιορισμό των επιδόσεων τους και, συνεπώς, μια πιο μεγάλη πρόκληση για τον έλεγχο αυτών. Επιπλέον, η σμίκρυνση των αδρανειακών αισθητήρων επιβάλλει τη χρησιμοποίηση τεχνολογίας MEMS, η οποία εξακολουθεί να είναι πολύ λιγότερο ακριβής από τους συμβατικούς αισθητήρες, λόγω του θορύβου και της ολίσθησης που υπεισέρχεται σε αυτούς. Η χρήση των χαμηλού κόστους IMU είναι συνώνυμο της λιγότερο αποτελεσματικής επεξεργασίας των δεδομένων και ως εκ τούτου μιας όχι και τόσο καλής πρόβλεψης των δεδομένων προσανατολισμού και επιπρόσθετα μιας αδύναμης ακύρωσης της ολίσθησης των αισθητήρων.

Από την άλλη πλευρά, και παρά τις τελευταίες εξελίξεις στους μικρούς επενεργητές, οι νόμοι κλιμάκωσης είναι ακόμα δυσμενείς και πρέπει κανείς να αντιμετωπίσει το πρόβλημα του κορεσμού του επενεργητή. Δηλαδή, ακόμη και αν ο σχεδιασμός των Μικρό-Εναέριων Οχημάτων είναι δυνατός, ο έλεγχος είναι ακόμα ένας δύσκολος στόχος. Αποφασίστηκε για την εργασία αυτή να παρουσιαστεί ενδεικτικά, χωρίς την ακύρωση της γενίκευσης η δυναμική, ο έλεγχος και οι προδιαγραφές για μία συγκεκριμένη διάταξη οχήματος καθέτου απογειώσεως και προσγειώσεως (Vertical Take Off and Landing-VTOL): του quad rotor. Η προσθήκη πρόσθετων στροφείων μπορεί να γίνει με επαγωγή των νόμων που παρουσιάζονται οδηγώντας σε γενικευμένα N-στροφείων οχήματα αυξάνοντας σε αυτά τη δυνατότητα να φέρουν πρόσθετο φορτίο καθώς επίσης αυξάνοντας την αξιοπιστία πτήσης τους.

## 1.2 Η Εξέλιξη της Τεχνολογίας των Quad Rotors

Η εξέλιξη της τεχνολογίας στον έλεγχο των quad rotors έχει αλλάξει ριζικά τα τελευταία χρόνια. Ο αριθμός των εργασιών αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος έχει αυξηθεί σημαντικά. Οι περισσότερες από τις εργασίες βασίζονται σε εμπορικά διαθέσιμα παιχνίδια όπως το Draganflyer [39], τροποποιημένα στη συνέχεια για να έχουν περισσότερα αισθητήρια και δυνατότητες επικοινωνίας. Ακολουθεί μία συγκεντρωτική παρουσίαση διάφορων εργασιών που έχουν αναπτυχθεί με γνώμονα ακαδημαϊκά ή μη.

Το Mesicopter ξεκίνησε το 1999 και τελείωσε το 2001. Στόχος ήταν να μελετήσει τη σκοπιμότητα κατασκευής ενός quad rotor με κλίμακα εκατοστού. Ο στόχος της εφαρμογής του έργου αφορούσε στην ανάπτυξη σε πολύ μεγάλες περιοχές πολύ μεγάλου αριθμού τέτοιων οχημάτων με σκοπό τη συλλογή μετεωρολογικών και ατμοσφαιρικών δεδομένων. Το Starmac, ένα άλλο ενδιαφέρον έργο, στοχεύει στην επίτευξη ελέγχου ενός quad rotor

μεγέθους 1 Kg εμπεριέχοντας πολλές καινοτομίες σχεδιασμού και ελέγχου. Ωστόσο κανένα από τα παρακάτω συστήματα δεν υλοποιήθηκε με βάση μία ξεκάθαρη και συστηματική μεθοδολογία βέλτιστου σχεδιασμού.

**Πίνακας 1-1.** Μερικές εργασίες πάνω σε quad rotors

Όνομα	Πανεπιστήμιο	Κατάσταση	Εικόνα
Mesicopter	Stanford	Ολοκληρώθηκε	
Εργασία E. Altug	Pennsylvania	Ολοκληρώθηκε	
Εργασία P. Castillo	Compiègne	Ολοκληρώθηκε	
Εργασία A.Clifton	Vanderbilt	Ολοκληρώθηκε	
Εργασία P. Pound	ANU	Ολοκληρώθηκε	
Εργασία N.Guenard	CEA	Ολοκληρώθηκε	
Starmac	Stanford	Ολοκληρώθηκε	
Εργασία P.Tournie	MIT	Ολοκληρώθηκε	
MD4-200	microDrones GmbH	Ολοκληρώθηκε	

### 1.3 Ιστορική Αναδρομή των Ελικοπτέρων

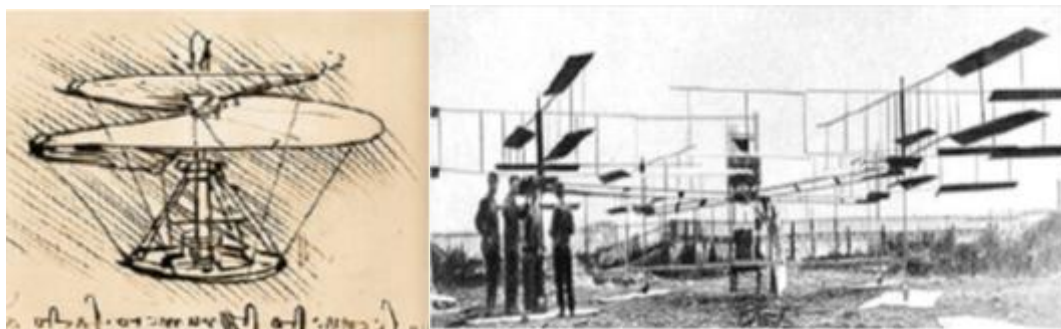
Το ενδιαφέρον της ανθρωπότητας για την πτήση έχει εκφραστεί σαφώς σε όλη τη διάρκεια της ιστορίας του ανθρώπου. Πήρε τη μορφή θρύλων, μύθων όπως το κατόρθωμα του Δαίδαλου και του Ίκαρου ή ακόμη εκφράστηκε και για λογαριασμό της θρησκείας, όπως το όραμα του διαστημόπλοιου στο βιβλίο του προφήτη Ιεζεκιήλ.



**Σχήμα 1-1.** Το διαστημόπλοιο του προφήτη Ιεζεκιήλ (αριστερά) Δαίδαλος και Ίκαρος (δεξιά)

Το όνειρο της πτήσης, μία από τις μεγαλύτερες προκλήσεις για τους ανθρώπους, είχε δημιουργήσει απογοήτευση αιώνων και εκατοντάδες δραματικές προσπάθειες χωρίς να ξεθωριάσει [18]. Ωστόσο, με την εφεύρεση του τροχού, ο άνθρωπος τα κατάφερε καλύτερα από ό, τι η φύση που ξέρει μόνο την εναλλακτική κίνηση των φτερών. Η ιστορία του ελικοπτέρου είναι μικρή σε σύγκριση με τα αεροσκάφη σταθερής πτέρυγας. Τα πρώτα ιπτάμενα αντικείμενα που έχουν σχεδιαστεί ποτέ έχουν κινεζική προέλευση και εμπνεύστηκαν από τις παρατηρήσεις της αυτό-περιστροφής των σπόρων των δέντρων, όπως ο φίκος. Το 1490, ο Leonardo Da Vinci δημιούργησε την ελικοειδή αερο-βίδα (βλ. Σχήμα 1-2.) που αναφέρεται συχνά ως η πρώτη σοβαρή προσπάθεια για την κατασκευή ενός λειτουργικού ελικοπτέρου. Ο Ponton d'Amécourt ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε τη λέξη "ελικόπτερο" (από δύο παλιές ελληνικές λέξεις: Την Έλιξ και το Πτερόν, βίδα και φτερό) το 1863. Περιέγραψε επίσης ένα ομοαξονικό ελικόπτερο και διάφορους τρόπους για να το κατευθύνουν. Σε αυτή τη βάση, το 1877 ο Forlanini πραγματοποίησε ένα μειωμένης κλίμακας ατμοκίνητο μοντέλο που ήταν σε θέση να πετάξει 20 δευτερόλεπτα στα 12 μέτρα. Το πρώτο ηλεκτρικό μοντέλο υλοποιήθηκε επίσης το 1887. Με την έναρξη του 20ου αιώνα ο Πωλ Κορνύ πραγματοποίησε την πρώτη ανύψωση ελικοπτέρου [7] (1900) και το 1907 ο καθηγητής Ρισέ και ο Λουδοβίκος Μπρεγκέ κατασκεύασαν το πρώτο ελικόπτερο (βλ. Σχήμα 1-2.) ένα τεράστιο quad rotor με δύο επίπεδα ελίκων και χωρίς κανένα επίπεδο ελέγχου.





**Σχήμα 1-2.** Ελικοειδής Αερο-Βίδα (αριστερά) Gyroplane (δεξιά)

Λίγα χρόνια μετά την πρώτη επανδρωμένη πτήση αεροπλάνου, ο Δρ Cooper και ο Elmer Sperry εφεύραν ένα αυτόματο γυροσκοπικό σταθεροποιητή που βοηθά ένα αεροσκάφος να πετά ευθεία και επίπεδα το γνωστό γυροσκόπιο (Gyro). Αυτή η τεχνολογία χρησιμοποιήθηκε για να μετατραπεί το αμερικανικό εκπαιδευτικό Navy Curtiss N-9 στο πρώτο τηλεκατευθυνόμενο μη επανδρωμένο ιπτάμενο όχημα (Unmanned Aerial Vehicle-UAV). Τα πρώτα UAVs ελέγχθηκαν στις ΗΠΑ κατά τη διάρκεια του Πρώτου Παγκόσμιου πολέμου αλλά δεν χρησιμοποιήθηκαν ποτέ στη μάχη. Κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου, η Γερμανία απέκτησε ένα σοβαρό πλεονέκτημα και έδειξε τις δυνατότητες των UAVs στα πεδία των μαχών. Μετά από δύο πολέμους, ο στρατός αναγνώρισε τις δυνατότητες των UAVs στη μάχη και άρχισε προγράμματα ανάπτυξης που οδήγησαν, μετά από δεκαετίες, σε εξελιγμένα συστήματα, ιδιαίτερα στις ΗΠΑ και το Ισραήλ, όπως το Predator (General Atomics) ή το Pioneer (PUAV). (Σχήμα 1-3)



**Σχήμα 1-3.** Το Predator σε δράση (αριστερά) Το Pioneer (δεξιά)

Το πρώτο μη επανδρωμένο ελικόπτερο ήταν αυτό που κατασκευάστηκε από τον Forlanini το 1877. Ουσιαστικά δεν ήταν ούτε ευσταθές ούτε δυνάμενο να πηδαλιουχηθεί. Με τις εξαιρετικές τεχνολογικές εξελίξεις μετά το Β' Παγκόσμιο Πόλεμο κατέστη δυνατή η κατασκευή και ο έλεγχος των μη επανδρωμένων ελικόπτρων. Η αμερικανική εταιρεία Gyrodyne ξεκίνησε το περίφημο πρόγραμμα DASH για το ναυτικό και φάνηκε ότι η στρατιωτική αγορά άρχισε να επενδύει ουσιαστικά στα μη επανδρωμένα ελικόπτερα. Επεκτάθηκε με μία εντατική ερευνητική προσπάθεια παρουσιάζοντας εντυπωσιακά αποτελέσμα-

τα όπως το A160 Hummingbird, ένα ελικόπτερο μεγάλης αυτονομίας που είναι σε θέση να πετάξει 24 ώρες μέσα σε ένα εύρος 3150 χιλιομέτρων. Φαίνεται ότι στο πεδίο της μάχης του μέλλοντος θα ανήκουν τα εξοπλισμένα μη επανδρωμένα ιπτάμενα οχήματα (βλ. Σχήμα. 1-4).



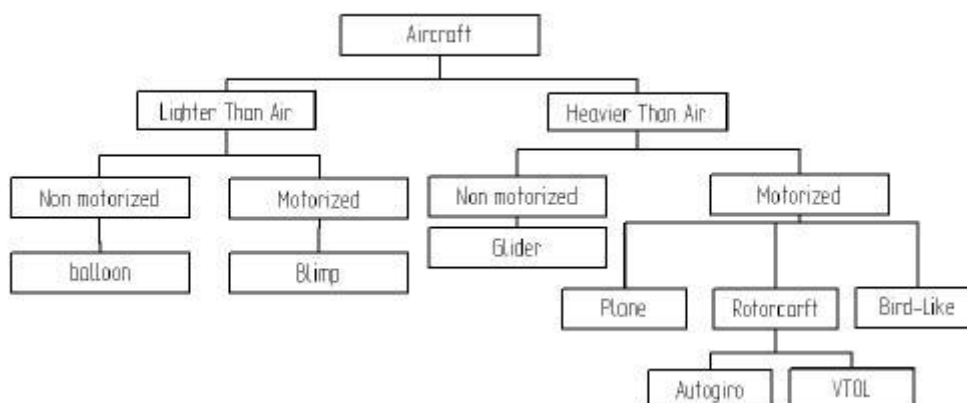
**Σχήμα 1-4.** Το πρόγραμμα UCAR από την Lockheed Martin

Οι ακαδημαϊκοί ερευνητές έχουν δείξει το ενδιαφέρον τους στην ανάπτυξη των αυτόνομων ελικόπτρων κατά τις τελευταίες δεκαετίες. Μια εκτεταμένη ερευνητική προσπάθεια διεξάγεται στα VTOL UAV και MAVs. Η έρευνα αυτή δεν απευθύνεται μόνο προς μη στρατιωτικές εφαρμογές όπως η αναζήτηση και διάσωση, αλλά και προς τη στρατιωτική κατεύθυνση. Σήμερα, μια σημαντική προσπάθεια επενδύεται στα αυτόνομα MAVs, όπου αντιμετωπίζονται οι προκλήσεις της μικρής κλίμακας, της αυτονομίας, του ελέγχου, της αεροδυναμικής και των πηγών ενέργειας. Το μέλλον των MAVs αντιμετωπίζει ένα αριθμό τεχνολογικών προκλήσεων τα οποία αναγνωρίζονται ως:

- Αεροδυναμική μικρού αριθμού Reynolds
- Αναλυτικά και υπολογίσιμα μοντέλα
- Ελαφριά πολύ-λειτουργικά υλικά και δομές
- Εύρωστος έλεγχος και πλοήγηση πτήσης
- Ηλεκτρονικά μικρής κλίμακας για τον έλεγχο και την πλοήγηση

#### **1.4 Διατάξεις Εναέριων Ρομπότ Πολλών Στροφείων**

Γενικά, τα ιπτάμενα οχήματα μπορούν να διαχωριστούν σε δύο κατηγορίες: Τα ελαφρύτερα από τον αέρα (Lighter Than Air-LTA) και τα βαρύτερα από τον αέρα (Heavier Than Air-HTA). Το Σχήμα 1-5 δείχνει μία σχηματική αναπαράσταση της κατηγοριοποίησης των ιπτάμενων οχημάτων ανάλογα με την αρχή πτήσης και τη μέθοδο προώθησης.



**Σχήμα 1-5.** Κατηγοριοποίηση των ιπτάμενων οχημάτων

Στον Πίνακα 1-2 παρουσιάζεται μία περιεκτική σύγκριση μεταξύ των αρχών πτήσης από τη σκοπιά της μικρής και μεσαίας κλίμακας ιπτάμενων οχημάτων. Από μία σύντομη ματιά προκύπτει το πλεονέκτημα των συστημάτων καθέτου απογειώσεως και προσγειώσεως (VTOL) όπως είναι τα ελικόπτερα και τα μικρά αερόστατα έναντι των υπολοίπων [9]. Η υπεροχή τους αυτή πηγάζει από την ικανότητα για κάθετη, σταθερή και χαμηλής ταχύτητας πτήση. Στον Πίνακα 1-3 παρατίθενται διάφορες διατάξεις MAV που απαντώνται στη βιομηχανία είτε αποτελούν αντικείμενο έρευνας.

**Πίνακας 1-2.** Συγκριτική παρουσίαση αεροσκαφών με βάση την αρχή πτήσης (1=Κακό,3=Καλό)

	Αεροπλάνο	Ελικόπτερο	Πουλί	Αυτόγυρο	Αερόστατο
Κόστος Ισχύος	2	1	2	2	3
Κόστος ελέγχου	2	1	1	2	3
Φορτίο / Όγκο	3	2	2	2	1
Ευελιξία	2	3	3	2	1
Σταθερή πτήση	1	3	2	1	3
Μικρή ταχύτητα	1	3	2	2	3
Ευπάθεια	2	2	3	2	2
VTOL	1	3	2	1	3
Ανθεκτικότητα	2	1	2	1	3
Σμίκρυνση	2	3	3	2	1
Εσωτερική χρήση	1	3	2	1	2
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>19</b>	<b>25</b>	<b>24</b>	<b>18</b>	<b>25</b>

Πίνακας 1-3. Διατάξεις διάφορων MAV

Διάταξη	Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα	Εικόνα
Σταθερής πτέρυγας (Aerovinement)	Απλή μηχανική, Αθόρυβη λειτουργία	Δεν κάνει αιώρηση	
Ενός Στροφείου (A.V de Rostyne)	Καλή ελεγχιμότητα, Καλή ευελιξία	Πολύπλοκη μηχανική, μεγάλο στροφείο, με- γάλη σωλήνα ουράς	
Αξονικού Στρο- φείου (Παν. Maryland)	Απλή μηχανική, συμπαγές	Πολύπλοκη αεροδυνα- μική	
Ομοαξονικού Στροφείου (EPSON)	Απλή μηχανική, συμπαγές	Πολύπλοκη αεροδυνα- μική	
Στροφεία το ένα πίσω από το άλλο (Heudiasyc)	Καλή ελεγχιμότητα, Απλή αεροδυναμική	Πολύπλοκη μηχανική, μεγάλο μέγεθος	
Quadrotor (EPFL-ETHZ)	Καλή ευελιξία. Απλή μηχανική, Αυξημένο φέρον φορτίο	Μεγάλη κατανάλωση ενέργειας, μεγάλο μέ- γεθος	
Μικρό αερόστατο (EPFL)	Χαμηλή κατανάλωση Ισχύος, Αυτό-προώθηση	Μεγάλο μέγεθος, μικρή ευελιξία	
Υβριδικό quad rotor-αερόστατο (MIT)	Καλή ευελιξία, Καλή δυνατότητα επιβίωσης	Μεγάλο μέγεθος, μικρή ευελιξία	
Μορφή πουλιού (Caltech)	Καλή ευελιξία, συ- μπαγές	Πολύπλοκη μηχανική, πολύπλοκος έλεγχος	
Μορφή εντόμου (Παν. Berkeley)	Καλή ευελιξία, συ- μπαγές	Πολύπλοκη μηχανική, πολύπλοκος έλεγχος	
Μορφή ψαριού (Εργαστήριο Ναυ- τικού ΗΠΑ)	Πολλαπλή κίνηση, αποτελεσματική αε- ροδυναμική	Πολύπλοκη μηχανική, μικρή ευελιξία	

Ο Πίνακας 1-4 που ακολουθεί παραθέτει μία σύγκριση ανάμεσα στα VTOL συστήματα που παρουσιάστηκαν παραπάνω από την οποία προκύπτει ότι αυτά με ομοαξονικό στροφέιο (coaxial) και αυτά με τέσσερα στροφεία (quad rotors) είναι επικρατέστερα με βάσει τα χαρακτηριστικά που επιλέγονται προς σύγκριση [36]. Επιπρόσθετα αναφέρεται ότι σε αυτή τη βάση έχουν προκύψει και ποικίλες άλλες διατάξεις-περισσότερα στροφεία- με την ίδια όμως αρχή λειτουργίας [26].

**Πίνακας 1-4.** Σύγκριση συστημάτων VTOL (1=Κακό, 4=Πολύ Καλό)

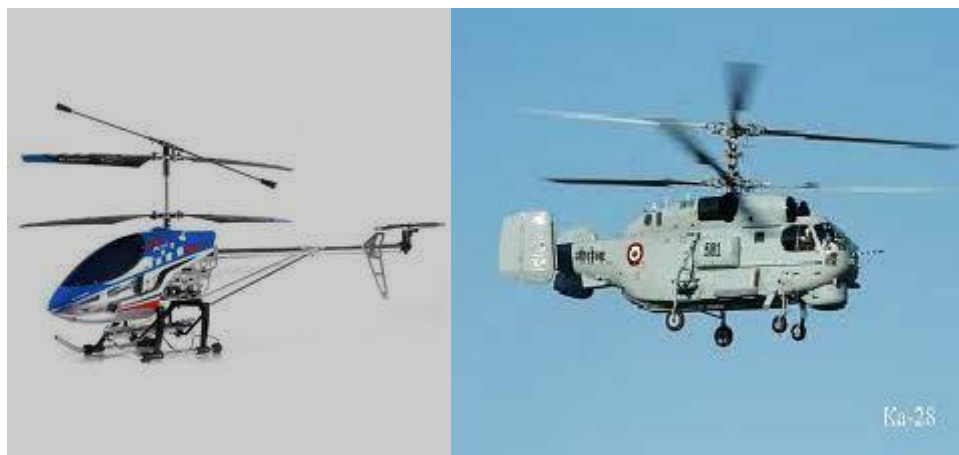
	A	B	Γ	Δ	E	ΣΤ	Z	H
Κόστος Ισχύος	2	2	2	2	1	4	3	3
Κόστος ελέγχου	1	1	4	2	3	3	2	1
Φορτίο / Όγκο	2	2	4	3	3	1	2	1
Ευελιξία	4	3	2	2	3	1	3	3
Απλή μηχανική	1	2	3	1	4	4	1	1
Αεροδυναμική πολυπλοκότητα	1	1	1	1	4	3	1	1
Χαμηλή ταχύτητα πτήσης	4	3	4	3	4	4	2	2
Υψηλή ταχύτητα πτήσης	2	4	1	2	3	1	3	3
Σμίκρυνση	2	3	4	2	3	1	2	4
Ανθεκτικότητα	1	3	3	1	1	3	2	3
Σταθερή πτήση	4	4	4	4	4	3	1	2
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>24</b>	<b>28</b>	<b>32</b>	<b>23</b>	<b>33</b>	<b>28</b>	<b>22</b>	<b>24</b>

Διατάξεις: A= ενός στροφείου B= αξονικού στροφείου Γ= ομοαξονικά στροφεία Δ= διαμήκη στροφεία E= τέσσερα στροφεία (quad rotor) ΣΤ= αερόστατο Z= μορφή πουλιού H= μορφή εντόμου

### Διάταξη Ομοαξονικού Στροφείου

Η ανάπτυξη ελικοπτέρων ομοαξονικού στροφείου πλήρους κλίμακας ήταν πιο αργή ιστορικά από αυτά με ένα στροφέιο. Αυτό οφείλεται κυρίως στην απίστευτη πολυπλοκότητα των μηχανισμών swashplate που φέρουν. Ωστόσο, το πλεονέκτημα των ελικοπτέρων ομοαξονικού στροφείου χαρακτηρίστηκε ως κρίσιμο για μη επανδρωμένα οχήματα και για τα πολεμικά πλοία, όπου ο χώρος είναι περιορισμένος [29]. Στην ομοαξονική διάταξη, η μία έλικα βρίσκεται πάνω από την άλλη με ένα κοινό άξονα. Οι φτερωτές γυρίζουν σε αντίθετες διευθύνσεις, πράγμα που καταργεί την ανάγκη για μια ουρά με στροφέιο, και καθιστά το ελικόπτερο πολύ πιο συμπαγές. Τα τυπικά ομοαξονικά MAVs χρησιμοποιούν την απομένουσα ροπή, λόγω διαφοράς γωνιακής ταχύτητας μεταξύ των δύο στροφείων για να περιστρέψουν το ελικόπτερο ως προς τον κάθετο άξονα, αριστερά ή δεξιά. Αυξάνοντας ή μειώνοντας τη γωνιακή ταχύτητα των στροφείων επιτυγχάνεται ανάβαση και κατάβαση αντίστοιχα. Τέλος, με τη χρησιμοποίηση απλουστευμένων swashplates είτε με μετατόπιση του κέντρου βάρους [5], είναι δυνατόν να ελέγχουν την περιστροφή γύρω από το διαμήκη και την πλευρικό άξονα και έτσι ελέγχουν την οριζόντια κίνηση (Σχήμα 1-6). Το ελικόπτερο

ομοαξονικών στροφείων στην αιώρηση συμπεριφέρεται ως ελικόπτερο ενός στροφείου με την ίδια συνολική στερεότητα, αν τα δύο στροφεία δεν είναι πολύ μακριά. Ωστόσο, εάν ο διαχωρισμός μεταξύ του ανώτερου και του κατώτερου στροφείου είναι σημαντική, το χαμηλότερο στροφείο θα συναντήσει αυξημένη ταχύτητα εισροής και θα απαιτήσει περισσότερη δύναμη για να περιστραφεί. Η ομοαξονική διάταξη ταιριάζει εξαιρετικά καλά στις απαιτήσεις για MAVs. Ωστόσο, εγκαταλείπεται λόγω δυσκολίας στην εύρεση περίπλοκων μηχανισμών swashplate και άκαμπτων και αποδοτικών στροφείων.



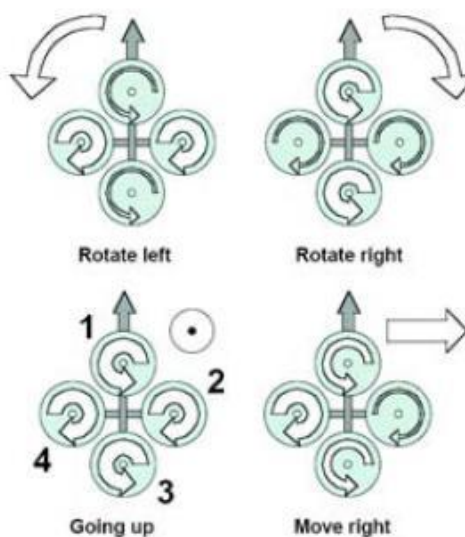
**Σχήμα 1-6.** Διάταξη ομοαξονικών στροφείων μικρής (αριστερά), μεγάλης (δεξιά) κλίμακας

### Διάταξη Quad rotor

Το ενδιαφέρον για ανάπτυξη quad rotors πλήρους κλίμακας έχει εγκαταλειφθεί από το παρελθόν αν και η πρώτη επανδρωμένη πτήση ήταν το 1907 όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1-2. Στις μέρες μας η ανάπτυξή τους περιορίζεται στην κατηγορία των UAV/MAV. Αυτά που απαντώνται σήμερα έχουν τέσσερα στροφεία σε διάταξη σταυρού. Περιστρέφοντας τα δύο ζεύγη στροφείων σε αντίθετες κατευθύνσεις αποφεύγουμε την ανάγκη ύπαρξης στροφείου ουράς. Κατά συνέπεια η οριζόντια περιστροφή επιτυγχάνεται δημιουργώντας μία διαφορά γωνιακής ταχύτητας στα δύο ζεύγη στροφείων. Αυξάνοντας και μειώνοντας την ταχύτητα των στροφείων εξίσου επιτυγχάνεται η ανάβαση και η κατάβαση της διάταξης αντίστοιχα. Η οριζόντια κίνηση του οχήματος επιτυγχάνεται με περιστροφή στο διαμήκη και πλευρικό άξονα δίνοντας κλίση στο όχημα. Αυτό καθίσταται δυνατό καθώς τα δύο ζεύγη στροφείων περιστρέφονται με αντίθετη κατεύθυνση (Σχήμα 1-7).

Παρά την ύπαρξη τεσσάρων στροφείων αξίζει να σημειωθεί ότι πρόκειται για ένα υπό-επενεργούμενο και δυναμικά ασταθές σύστημα. Το μέγεθος και η κατανάλωση ενέργειας είναι από τα σημαντικότερα μειονεκτήματα της διάταξης αυτής, ωστόσο η δυνατότητα για μεγαλύτερο φέρον φορτίο καθώς επίσης η ευκολία υλοποίησης και ελέγχου αυτής

παραμένουν πολύ σημαντικά πλεονεκτήματα για να την καθιστούν επικρατέστερη σε πολλές εφαρμογές.



**Σχήμα 1-7.** Η αρχή λειτουργίας του quad rotor. Το πάχος του κάθε βέλους είναι ανάλογο της γωνιακής ταχύτητας του κάθε στροφείου



**Σχήμα 1-8.** Εικόνες από Quad rotors Draganflyer (αριστερά) Microdrones-md4 (δεξιά)

## 1.5 Δομή Εργασίας

Η εργασία αποτελείται από πέντε κεφάλαια στα οποία επιχειρείται να παρουσιαστεί η δυναμική, ο έλεγχος και οι τυπικές προδιαγραφές για το σχεδιασμό και την υλοποίηση ιπτάμενου οχήματος πολλών στροφείων.

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζονται συνοπτικά ο σκοπός και τα κίνητρα για την υλοποίηση ενός τέτοιου εγχειρήματος. Ακολουθεί μία συνοπτική παρουσίαση παρόμοιων εργασιών που έχουν αναπτυχθεί ακαδημαϊκά. Στη συνέχεια γίνεται μία μικρή ιστορική αναδρομή των ελικοπτέρων από τις πρώτες προσπάθειες μέχρι και σήμερα. Επιπρόσθετα, γίνεται μία συγκριτική ανασκόπηση των αρχών πτήσης που οδηγεί στις δύο επικρατέστερες λύσεις με βάση τα επιλεγόμενα κριτήρια αξιολόγησης με την προεξάρχουσα αυτών να προκύπτει η λύση της διάταξης τεσσάρων στροφείων σε σταυρό ή περισσότερων με ανάλογη γωνία μεταξύ δύο διαδοχικών βραχιόνων.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μία εισαγωγή των αρχών που πρέπει να ληφθούν υπόψη και των παραδοχών που πρέπει να γίνουν με σκοπό την αναλυτική παρουσίαση του δυναμικού μοντέλου. Παρουσιάζονται αναλυτικά δύο προσεγγίσεις, κατά Euler-Lagrange όπου περιγράφεται το όχημα κατά την αιώρηση [2] και κατά Newton-Euler με την προσθήκη στη δεύτερη περισσότερων εξισώσεων καθώς λαμβάνονται υπόψη όλα τα φαινόμενα που εμφανίζονται στο ιπτάμενο όχημα λόγω αεροδυναμικής.

Στο τρίτο κεφάλαιο ξεκινάει μία σύνοψη του δυναμικού μοντέλου και ακολουθεί η μεθοδολογία για την υλοποίηση της εκτίμησης του προσανατολισμού του οχήματος, της εκτίμησης της μεταφορικής ταχύτητας και της τροχιάς. Αυτά αποτελούν απαραίτητα εργαλεία για την υλοποίηση και τον έλεγχο που ακολουθεί. Παρουσιάζεται ουσιαστικά η πιο σύγχρονη προσέγγιση στην εκτίμηση του προσανατολισμού του οχήματος κατά την πτήση [17].

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρατίθενται οι νόμοι ελέγχου του οχήματος. Αρχικά παρουσιάζεται ο έλεγχος των κινητήρων, ακολουθεί ο έλεγχος του προσανατολισμού του οχήματος κατά την πτήση και ολοκληρώνεται με τον έλεγχο τροχιάς και τις αρχές για το σχεδιασμό αυτής παραθέτοντας και λύσεις οι οποίες απαντώνται στις υλοποιήσεις που υπάρχουν.

Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο επιχειρείται μία όσο το δυνατόν περιεκτική παρουσίαση των προδιαγραφών που απαιτούνται για την υλοποίηση ενός τέτοιου σχεδίου. Παρουσιάζεται η τεχνολογία των στοιχείων που αποτελούν ένα τέτοιο όχημα και το κάνουν λειτουργικό και αυτόνομο στην πτήση, χαρακτηριστικά στοιχεία αυτών και τεχνικές προδιαγραφές.



## 2 Μοντελοποίηση Ιπτάμενου Οχήματος

### 2.1 Γενική Προσέγγιση

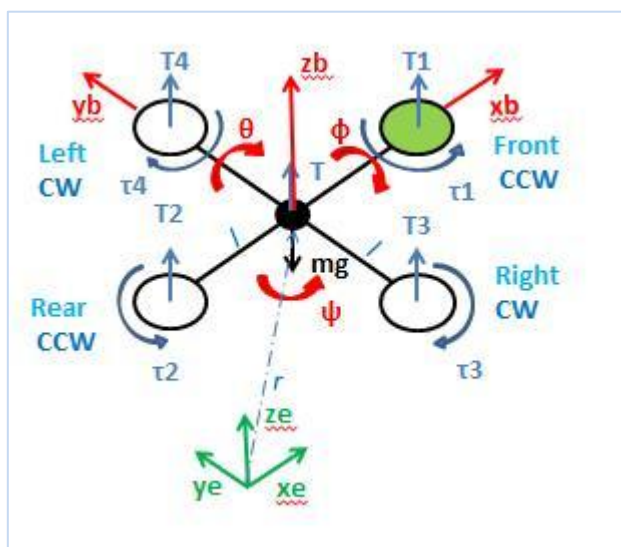
Στην παρούσα εργασία θα παρουσιαστεί ο τρόπος μοντελοποίησης ιπτάμενων οχημάτων πολλών στροφείων παίρνοντας ως μοντέλο ένα quad rotor το οποίο αποτελείται από τέσσερις επενεργητές των οποίων τα στροφεία που φέρουν περιστρέφονται σε αντίθετη κατεύθυνση ανά ζευγάρι όπως παρουσιάστηκε παραπάνω. Θα παρουσιαστούν οι φυσικές εξισώσεις ενώ παράλληλα θα γίνει αναγνώριση της δυναμικής των επενεργητών που είναι σημαντικό στην περίπτωση του quad rotor. Αυτή η προσέγγιση κάνει εύκολη την παραγωγή δυναμικού μοντέλου στην περίπτωση ασταθών συστημάτων καθώς δεν χρειάζεται να κάνουμε αναγνώριση κλειστού βρόγχου κατά την πτήση. Η πρώτη προσέγγιση θα γίνει κατά Euler-Lagrange με τις εξισώσεις για DC κινητήρες. Η δεύτερη προσέγγιση θα γίνει κατά Newton-Euler όπου θα συμπεριληφθεί η θεωρία της ορμής, το φαινόμενο της έλικας και άλλων φαινομένων που υπεισέρχονται κατά την πτήση του οχήματος. Γίνονται οι παρακάτω παραδοχές που εξυπηρετούν στην ανάλυση:

- Η διάταξη θεωρείται άκαμπτη
- Η διάταξη θεωρείται συμμετρική
- Το κέντρο μάζας και η αρχή του πλαισίου αναφοράς του σταθερούς σώματος (Fixed Body Frame) συμπίπτουν
- Οι έλικες θεωρούνται άκαμπτες
- Η ώση (Thrust) και η αεροδυναμική αντίσταση (Drag) είναι ανάλογες του τετραγώνου των στροφών των ελίκων

Επίσης δεν θα πρέπει να παραληφθούν τα αεροδυναμικά φαινόμενα που εμφανίζονται κατά την περιστροφή των ελίκων, οι ροπές αδρανείας που προκαλούνται από τη μεταβολή στην ταχύτητα των ελίκων, τα γυροσκοπικά φαινόμενα λόγω αλλαγής προσανατολισμού του άκαμπτου σώματος και του δίσκου που σχηματίζουν οι έλικες καθώς επίσης την τριβή κατά την κίνηση του οχήματος [8],[22].

## 2.2 Μοντελοποίηση κατά Euler-Lagrange

Υποθέτουμε ένα σύστημα συντεταγμένων με αρχή στο Κέντρο Μάζας του quad rotor (body fixed frame) με τον άξονα  $z_b$  με φορά προς τα πάνω. Το σύστημα αυτό (body fixed frame) με βάση το  $(x_b, y_b, z_b)$  σχετίζεται με το σταθερό πλαίσιο αναφοράς της γης (earth fixed frame = inertial frame) με το διάνυσμα βάσης  $(x_e, y_e, z_e)$  και τις τρεις γωνίες Euler ( $\phi, \theta, \psi$ ) roll, pitch, yaw όπως φαίνεται στο Σχήμα 2-1. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Euler-Lagrange θα προσδιορίσουμε τις εξισώσεις κίνησης και δυναμικής. Κάθε σημείο της ατράκτου του quad rotor μπορεί να εκφραστεί στο πλαίσιο αναφοράς της γης με τις τρεις Εξ. (2-7),(2-8),(2-9) όπου  $R \in SO_3$  (πίνακας περιστροφής) είναι ο πίνακας του μετασχηματισμού από το πλαίσιο αναφοράς του σώματος στο πλαίσιο αναφοράς της γης. Οι αντίστοιχες ταχύτητες υπολογίζονται από την παραγωγή των τριών αυτών εξισώσεων και δίνονται από τις Εξ. (2-10),(2-11),(2-12):



Σχήμα 2-1. Οι γωνίες Roll-Pitch-Yaw του body fixed frame ως προς το earth fixed frame

Θεωρώντας ένα δεξιόστροφο σύστημα συντεταγμένων οι τρεις περιστροφές περιγράφονται από :

- $R(x, \phi)$ , περιστροφή γύρω από τον x-άξονα
- $R(y, \theta)$ , περιστροφή γύρω από τον y-άξονα
- $R(z, \psi)$ , περιστροφή γύρω από τον z-άξονα

Οι περιστροφές αυτές περιγράφονται από τους πίνακες περιστροφής:

$$R(x, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

$$R(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

$$R(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

Η ολική περιστροφή προκύπτει από το γινόμενο των προηγούμενων επιμέρους περιστροφών:

$$R(\varphi, \theta, \psi) = R(x, \varphi) * R(y, \theta) * R(z, \psi) \quad (2-4)$$

$$R(\varphi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\psi \cdot c\theta & c\psi \cdot s\theta \cdot s\varphi - s\psi \cdot c\varphi & c\psi \cdot s\theta \cdot c\varphi + s\psi \cdot s\varphi \\ s\psi \cdot c\theta & s\psi \cdot s\theta \cdot s\varphi + c\psi \cdot c\varphi & s\psi \cdot s\theta \cdot c\varphi - s\varphi \cdot c\psi \\ -s\theta & c\theta \cdot s\varphi & c\theta \cdot s\varphi \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

Όπου c, s είναι συντομογραφίες για τα cos, sin αντίστοιχα

### 2.2.1 Κινηματική

Θεωρούμε μία βάση  $(x_e, y_e, z_e)$  για το πλαίσιο αναφοράς της γης E και μία βάση  $(x_b, y_b, z_b)$  για το πλαίσιο αναφοράς του σώματος B. Κάθε σημείο του B στο οποίο συμβαίνουν τρεις περιστροφές μπορεί να εκφραστεί ως προς το πλαίσιο αναφοράς της γης ως:

$$r_{x_e, y_e, z_e}(x_b, y_b, z_b) = R(\varphi, \theta, \psi) * \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

Που μπορεί να γραφεί αναλυτικότερα ως:

$$r_{x_e} = (\cos\psi \cos\theta)x_b + (\sin\varphi \sin\theta \cos\psi - \cos\varphi \sin\psi)y_b + (\cos\varphi \sin\theta \cos\psi + \sin\varphi \sin\psi)z_b \quad (2-7)$$

$$r_{y_e} = (\cos\theta \sin\psi)x_b + (\sin\varphi \sin\theta \sin\psi + \cos\varphi \cos\psi)y_b + (\cos\varphi \sin\theta \sin\psi - \sin\varphi \cos\psi)z_b \quad (2-8)$$

$$r_{z_e} = (-\sin\theta)x_b + (\sin\varphi \cos\theta)y_b + (\cos\varphi \cos\theta)z_b \quad (2-9)$$

Η παραγωγή των παραπάνω ως προς το χρόνο μας δίνει τις αντίστοιχες ταχύτητες ως:

$$\begin{aligned}
 v_{xe} = & \quad (-\sin \theta \cos \psi \dot{\theta} - \cos \theta \sin \psi \dot{\psi})x_b \\
 & + (-\cos \psi \cos \varphi \dot{\psi} + \sin \psi \sin \varphi \dot{\varphi} - \sin \psi \sin \varphi \sin \theta \dot{\theta} \\
 & + \cos \psi \cos \varphi \sin \theta \dot{\varphi} + \cos \psi \sin \varphi \cos \theta \dot{\theta})y_b \\
 & + (\cos \psi \sin \varphi \dot{\psi} + \sin \psi \cos \varphi \dot{\varphi} - \sin \psi \cos \varphi \sin \theta \dot{\theta} \\
 & - \cos \psi \sin \varphi \sin \theta \dot{\varphi} + \cos \psi \cos \varphi \cos \theta \dot{\theta})z_b
 \end{aligned} \tag{2-10}$$

$$\begin{aligned}
 v_{ye} = & \quad (-\sin \theta \sin \psi \dot{\theta} + \cos \theta \cos \psi \dot{\psi})x_b \\
 & + (-\sin \psi \cos \varphi \dot{\psi} - \cos \psi \sin \varphi \dot{\varphi} + \cos \psi \sin \varphi \sin \theta \dot{\theta} \\
 & + \sin \psi \cos \varphi \sin \theta \dot{\varphi} + \sin \psi \sin \varphi \cos \theta \dot{\theta})y_b \\
 & + (\sin \psi \sin \varphi \dot{\psi} - \cos \psi \cos \varphi \dot{\varphi} + \cos \psi \cos \varphi \sin \theta \dot{\theta} \\
 & - \sin \psi \sin \varphi \sin \theta \dot{\varphi} + \sin \psi \cos \varphi \cos \theta \dot{\theta})z_b
 \end{aligned} \tag{2-11}$$

$$\begin{aligned}
 v_{ze} = & \quad (-\cos \theta \dot{\theta})x_b + (\cos \varphi \cos \theta \dot{\varphi} - \sin \varphi \sin \theta \dot{\theta})y_b \\
 & + (-\sin \varphi \cos \theta \dot{\varphi} - \cos \varphi \sin \theta \dot{\theta})z_b
 \end{aligned} \tag{2-12}$$

Κάθε σημείο της ατράκτου του **quad rotor** έχει μέτρο ταχύτητας υψωμένο στο τετράγωνο ίσο με:

$$\mathbf{v}^2(x_b, y_b, z_b) = \mathbf{v}_{xe}^2(x_b, y_b, z_b) + \mathbf{v}_{ye}^2(x_b, y_b, z_b) + \mathbf{v}_{ze}^2(x_b, y_b, z_b) \tag{2-13}$$

### 2.2.2 Ενέργεια

Η **κινητική ενέργεια** δίνεται από την εξίσωση:

$$T = \frac{1}{2} \int (R) dm(r) \mathbf{v}^2(x_b, y_b, z_b) \tag{2-14}$$

Από την επίλυση της οποίας [6] προκύπτει ότι εμφανίζονται σε αυτή ροπές αδρανείας, τα στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα αδρανείας  $I$  και παράγωγοι της αδρανείας. Η μηχανική συμμετρία της διάταξης quad rotor επιτρέπει την απαλοιφή των παραγώγων της αδρανείας και τη λήψη του πίνακα αδρανείας  $I$  ως διαγωνίου. Έτσι η κινητική ενέργεια προκύπτει απλοποιημένη ως:

$$T = \frac{1}{2} I_{xx}(\dot{\varphi} - \dot{\psi} \sin \theta)^2 + \frac{1}{2} I_{yy}(\dot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} \sin \varphi \cos \theta)^2 + \frac{1}{2} I_{zz}(\dot{\theta} \sin \varphi - \dot{\psi} \cos \varphi)^2 \tag{2-15}$$

Η **δυναμική ενέργεια** ισούται με:

$$V = \int x_b dm(x_b) (-g \sin \theta) + \int y_b dm(y_b) (g \sin \varphi \cos \theta) + \int z_b dm(z_b) (g \cos \varphi \cos \theta) \tag{2-16}$$

### 2.2.3 Εξισώσεις Κίνησης

Από την εξίσωση Lagrange  $L=T-V$  εφαρμοζόμενη στις εξισώσεις κίνησης

$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\theta L}{\theta \dot{q}_i} \right) - \frac{\theta L}{\theta q_i}$  όπου το  $q_i$  αναφέρεται στις γενικευμένες συντεταγμένες και το  $\Gamma_i$  αναφέρεται στις γενικευμένες δυνάμεις έχουμε:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\theta L}{\theta \dot{\phi}} \right) - \frac{\theta L}{\theta \phi} = \tau_{\phi} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\theta L}{\theta \dot{\theta}} \right) - \frac{\theta L}{\theta \theta} = \tau_{\theta} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\theta L}{\theta \dot{\psi}} \right) - \frac{\theta L}{\theta \psi} = \tau_{\psi} \end{cases} \quad (2-17)$$

Η ανάλυση των εξισώσεων 2-17 δεν παρουσιάζεται για χάριν συντομίας. Ωστόσο από αυτές μετά από απλοποιήσεις, που αφορούν την έκφραση των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων των γωνιών Euler σε συνάρτηση με τις στιγμιαίες ταχύτητες και επιταχύνσεις του πλαισίου αναφοράς του σώματος B με τη βοήθεια του πίνακα περιστροφής R που περιγράφηκε παραπάνω, προκύπτουν οι **εξισώσεις κίνησης** στην περίπτωση της αιώρησης που είναι:

$$\begin{cases} I_{xx} \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} (I_{yy} - I_{zz}) \\ I_{yy} \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} (I_{zz} - I_{xx}) \\ I_{zz} \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} (I_{xx} - I_{yy}) \end{cases} \quad (2-18)$$

Τέλος οι μη συντηρητικές ροπές που ασκούνται στο μοντέλο είναι πρώτον, οι ροπές που οφείλονται στη διαφορά ώσης του κάθε ζεύγους κινητήρων και ισούνται με:

$$\begin{aligned} \tau_{xb} &= bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \quad : \text{ροπή που οφείλεται στη διαφορά ώσεων των κινητήρων 2 και 4.} \\ \tau_{yb} &= bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad : \text{ροπή που οφείλεται στη διαφορά ώσεων των κινητήρων 1 και 3.} \\ \tau_{zb} &= d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \quad : \text{ροπή που οφείλεται στη διαφορά ώσεων των ζευγών} \\ &\quad \text{κινητήρων (1,3) και (2,4).} \end{aligned} \quad (2-19)$$

Όπου  $b$  είναι ο συντελεστής της ώσης (thrust factor),  $d$  είναι ο συντελεστής της αντίστασης (drag factor) και  $l$  η απόσταση του κέντρου της έλικας από το κέντρο μάζας.

Και δεύτερον, από το γυροσκοπικό φαινόμενο που προκύπτει λόγω της περιστροφής των ελίκων ισχύει:

$$\begin{cases} \tau_x' = J_r \omega_{yb} (\Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4) \\ \tau_y' = J_r \omega_{xb} (-\Omega_1 - \Omega_3 + \Omega_2 + \Omega_4) \end{cases} \quad (2-20)$$

Όπου  $J_r$  είναι η αδράνεια της κάθε έλικας και  $\omega_{yb}, \omega_{xb}$  είναι οι αντίστοιχες γωνιακές ταχύτητες του οχήματος (body).

### 2.2.4 Επαγόμενο Δυναμικό μοντέλο

Έτσι από τις (2-17), (2-18), (2-19), (2-20) προκύπτει το **επαγόμενο δυναμικό μοντέλο** που είναι:

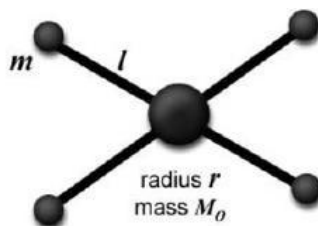
$$\begin{cases} I_{xx} \ddot{\phi} = J_r \omega_{yb} (\Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4) + \dot{\theta} \dot{\psi} (I_{yy} - I_{zz}) + bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ I_{yy} \ddot{\theta} = J_r \omega_{xb} (-\Omega_1 - \Omega_3 + \Omega_2 + \Omega_4) + \dot{\phi} \dot{\psi} (I_{zz} - I_{xx}) + bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ I_{zz} \ddot{\psi} = d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) + \dot{\phi} \dot{\theta} (I_{xx} - I_{yy}) \end{cases} \quad (2-21)$$

Η αδράνεια του οχήματος δίνεται από τον παρακάτω πίνακα σύμφωνα με τα μεγέθη  $l, m, r, M_0$  που φαίνονται στο Σχήμα 2-2.

$$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix}$$

Όπου

$$J_{xx} = J_{yy} = J_{zz} = \frac{2 * M_0 * r^2}{5} + 2 * l^2 * m \quad (2-22)$$



Σχήμα 2-2. Χαρακτηριστικά μεγέθη μίας διάταξης quad rotor

### 2.2.5 Εξισώσεις Μεταφορικής Κίνησης

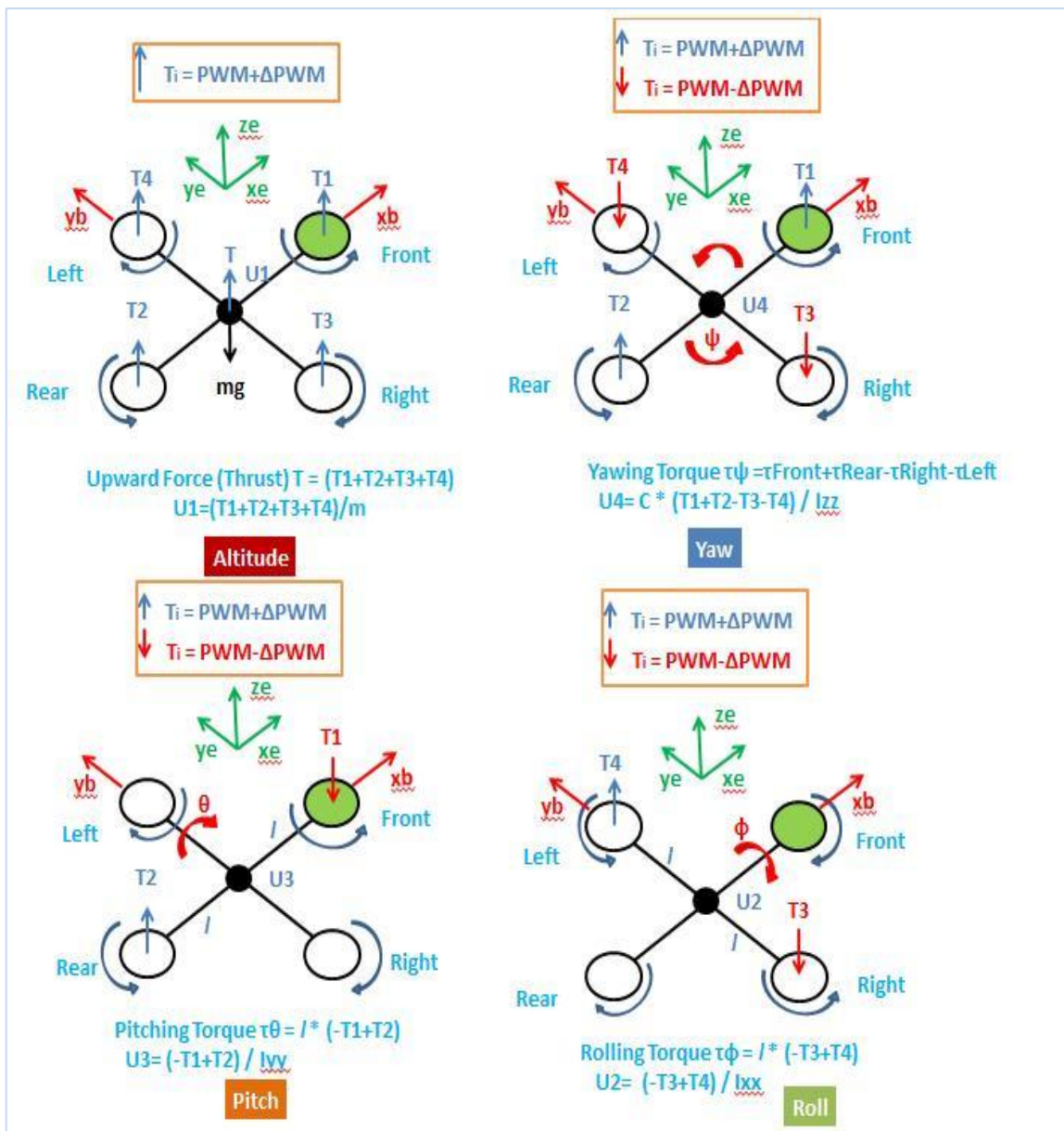
Επίσης οι **εξισώσεις (translational dynamics modeling)** λόγω της μεταφορικής κίνησης ισούνται με :

$$\begin{cases} m \dot{z}_e = -m g + (\cos \psi \cos \varphi) \sum_{i=1}^4 T_i \\ m \ddot{x}_e = (\sin \psi \sin \varphi + \sin \theta \cos \psi \cos \varphi) \sum_{i=1}^4 T_i - \sum_{i=1}^4 H_{xi} - \frac{1}{2} C_x A_c \rho \dot{x} |\dot{x}| \\ m \ddot{y}_e = (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \theta \sin \psi \cos \varphi) \sum_{i=1}^4 T_i - \sum_{i=1}^4 H_{yi} - \frac{1}{2} C_y A_c \rho \dot{y} |\dot{y}| \end{cases} \quad (2-23)$$

Όπου  $H_{xi}, H_{yi}$  είναι οι δυνάμεις που ασκούνται από το **Hub** του οχήματος για κάθε άξονα  $x, y$  και  $\frac{1}{2} C_x A_c \rho \dot{x} |\dot{x}|, \frac{1}{2} C_y A_c \rho \dot{y} |\dot{y}|$  είναι οι δυνάμεις που ασκούνται λόγω της τριβής (**friction**).

Συνοψίζοντας τις εξισώσεις κίνησης και λαμβάνοντας υπόψη την ισορροπία δυνάμεων και ροπών καθώς και το ότι η αντίσταση (**drag**) στις μικρές ταχύτητες είναι αμελητέα έχουμε:

$$\begin{aligned} \dot{z}_e &= \frac{-m * g + (\cos \psi * \cos \varphi) * \sum_{i=1}^4 T_i}{m} \\ \ddot{x}_e &= \frac{(\sin \psi * \sin \varphi + \sin \theta * \cos \psi * \cos \varphi) * \sum_{i=1}^4 T_i}{m} \\ \ddot{y}_e &= \frac{(-\cos \psi * \sin \varphi + \sin \theta * \sin \psi * \cos \varphi) * \sum_{i=1}^4 T_i}{m} \\ \ddot{\varphi} &= \frac{b * l * (\Omega_4^2 - \Omega_3^2)}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} &= \frac{b * l * (\Omega_2^2 - \Omega_1^2)}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} &= \frac{d * (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 - \Omega_4^2)}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (2-24)$$



Σχήμα 2-3. Σχηματική αναπαράσταση των κινήσεων του οχήματος κατά τους x,y,z άξονες



## 2.3 Μοντελοποίηση κατά Newton-Euler

Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιαστεί η μοντελοποίηση του συστήματος του quad rotor συμπεριλαμβάνοντας τις δυνάμεις  $H$ , που δέχεται ο κεντρικός κόμβος (Hub) του συστήματος τις ροπές στρέψης  $R_m$ , και διάφορους αεροδυναμικούς συντελεστές. Έτσι το μοντέλο γίνεται πιο ρεαλιστικό ιδιαίτερα όσον αφορά την πτήση πέραν της αιώρησης [2],[3],[4]. Η δυναμική ενός άκαμπτου σώματος σύμφωνα με τις εξωτερικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στο κέντρο μάζας εκφρασμένο στο σταθερό πλαίσιο αναφοράς του σώματος ( body fixed frame ) δίνονται κατά το φορμαλισμό Newton-Euler [23] από τον τύπο:

$$\begin{bmatrix} mL_{3x3} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega \times mV \\ \omega \times I\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ \tau \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

Θεωρούμε ένα σταθερό πλαίσιο αναφοράς της γης (earth fixed frame)  $E$  και το πλαίσιο αναφοράς του σώματος  $B$  όπως στο Σχήμα 2-1. Χρησιμοποιώντας τις γωνίες Euler ο προσανατολισμός του αεροσκάφους στο χώρο δίνεται από την περιστροφή  $R$  του  $B$  στο  $E$ , όπου  $R \in SO_3$  είναι ο πίνακας περιστροφής.

### 2.3.1 Δυνάμεις και Ροπές λόγω Αεροδυναμικής

Στην ενότητα αυτή αναλύονται οι δυνάμεις και ροπές που επάγονται, λόγω αεροδυναμικής, από το συνδυασμό των θεωριών για τις ροπές αλλά και του φαινομένου που αναπτύσσεται μεταξύ των δύο πτερυγίων τις έλικας [14]. Σχετική αναφορά γίνεται και στο έργο του Gary Fay κατά τη διάρκεια της εργασίας για το Mesicopter [4]. Παρακάτω δίνονται οι επεξηγήσεις για τα σύμβολα που περιέχονται στις εξισώσεις που έπονται για να είναι περισσότερο κατανοητές. Αυτά είναι:

$\sigma$ : λόγος στερεότητας (solidity ratio)	$\lambda$ : λόγος εισροής (inflow ratio)
$\alpha$ : κλίση ανύψωσης (lift slope)	$u$ : επαγόμενη ταχύτητα
$\mu$ : advance ratio στροφείου	$\rho$ : πυκνότητα αέρα

### Δύναμη Ωσης

Αναφέρεται στις κάθετες δυνάμεις που επενεργούν σε όλα τα πτερύγια του στροφείου.

$$\begin{cases} T = C_T \rho A (\Omega R_{rad})^2 \\ \frac{C_T}{\sigma a} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\mu^2\right)\theta_0 - (1 + \mu^2)\frac{\theta_{t\omega}}{8} - \frac{1}{4}\lambda \end{cases} \quad (2-26)$$

### Δύναμη στον κόμβο του οχήματος (Hub)

Είναι αποτέλεσμα των οριζόντιων δυνάμεων που δρουν στα πτερύγια του στροφείου

$$\begin{cases} H = C_H \rho A (\Omega R_{rad})^2 \\ \frac{C_H}{\sigma a} = \frac{1}{4\alpha} \mu \overline{C_d} + \frac{1}{4} \lambda \mu \left( \theta_0 - \frac{\theta_{t\omega}}{2} \right) \end{cases} \quad (2-27)$$

### Ροπή οπισθέλκουσας

Αυτή η ροπή σε σχέση με τον άξονα του στροφείου προκαλείται από τις δυνάμεις που ασκούνται λόγω αεροδυναμικής στα δύο πτερύγια του στροφείου (blade element effect). Οι οριζόντιες δυνάμεις που επενεργούν στο στροφείο πολλαπλασιάζονται με τη ροπή του βραχίονα και ολοκληρώνονται κατά μήκος του στροφείου. Η ροπή οπισθέλκουσας καθορίζει την ισχύ που απαιτείται για την περιστροφή του στροφείου.

$$\begin{cases} Q = C_Q \rho A (\Omega R_{rad})^2 R_{rad} \\ \frac{C_Q}{\sigma a} = \frac{1}{8a} (1 + \mu^2) \overline{C_d} + \lambda \left( \frac{1}{6} \theta_0 - \frac{1}{8} \theta_{t\omega} - \frac{1}{4} \lambda \right) \end{cases} \quad (2-28)$$

### Ροπή Κλίσης

Η ροπή κλίσης μίας έλικας εμφανίζεται κατά την πτήση προς τα εμπρός όταν το προπορευόμενο πτερύγιο της έλικας παράγει μεγαλύτερη άνωση από αυτό που έπεται. (blade element effect). Δίδεται από την ολοκλήρωση κατά μήκος όλης τις έλικας της άνωσης κάθε τμήματος σε μία δοσμένη ακτίνα. Ο συμβολισμός της ως  $R_{rad}$  δεν θα πρέπει να γίνει αιτία σύγχυσης ούτε ανάμεσα στην ακτίνα της έλικας ούτε με τον πίνακα περιστροφής  $R$  ούτε με την ολική ροπή στρέψης που οφείλεται σε έναν αριθμό από φαινόμενα.

$$\begin{cases} R_m = C_{R_m} \rho A (\Omega R_{rad})^2 R_{rad} \\ \frac{C_{R_m}}{\sigma a} = -\mu \left( \frac{1}{6} \theta_0 - \frac{1}{8} \theta_{t\omega} - \frac{1}{8} \lambda \right) \end{cases} \quad (2-29)$$

### Επίδραση εδάφους

Στα ελικόπτερα που πετούν κοντά στο έδαφος (~σε απόσταση ίση με τη μισή διάμετρο του στροφείου) εμφανίζεται μία αύξηση της ώσης λόγω μεγαλύτερης αποτελεσματικότητας του στροφείου. Αυτό σχετίζεται με τη μείωση της ταχύτητας ροής του αέρα που προκαλείται. Αυτό αποκαλείται Επίδραση Εδάφους. Στη βιβλιογραφία μπορεί κανείς να βρει αρκετές προσεγγίσεις για την αντιμετώπιση του φαινομένου αυτού, όπως για παράδειγμα χρησιμοποιώντας προσαρμοστικές τεχνικές [10]. Στην παρούσα εργασία δεν θα υπεισέλθουμε σε λεπτομέρειες. Προσέγγιση αυτού και αποτελέσματα προσομοιώσεων παρουσιάζονται στο [6].

### 2.3.2 Γενικές Ροπές και Δυνάμεις

Η κίνηση του quad rotor είναι προφανές ότι προκαλείται από μία σειρά δυνάμεων και ροπών που προέρχονται από διάφορα φυσικά φαινόμενα. Στο παρόν μοντέλο λαμβάνονται τα ακόλουθα (με  $c:\cos$ ,  $s:\sin$ ).

#### Ροπές λόγω περιστροφής γύρω από τον x-άξονα (Rolling)

Γυροσκοπική επίδραση σώματος	$\dot{\theta}\psi(I_{yy} - I_{zz})$
Γυροσκοπική επίδραση έλικας	$J_r\dot{\theta}\Omega_r$
Επίδραση των επενεργητών στο roll	$l(-T_2 + T_4)$
Ροπή του κόμβου (hub) εξαιτίας πλευρικής πτήσης	$h(\sum_{i=1}^4 H_{yi})$
Ροπή κλίσης λόγω πτήσης προς τα εμπρός	$(-1)^{i+1} \sum_{i=1}^4 R_{mxi}$

#### Ροπές λόγω περιστροφής γύρω από τον y-άξονα (Pitching)

Γυροσκοπική επίδραση σώματος	$\dot{\phi}\psi(I_{zz} - I_{xx})$
Γυροσκοπική επίδραση έλικας	$J_r\dot{\phi}\Omega_r$
Επίδραση των επενεργητών κατά το Pitch	$l(T_1 - T_3)$
Ροπή του κόμβου (hub) λόγω πτήσης προς τα εμπρός	$h(\sum_{i=1}^4 H_{xi})$
Ροπή κλίσης εξαιτίας πλευρικής πτήσης	$(-1)^{i+1} \sum_{i=1}^4 R_{myi}$

#### Ροπές λόγω περιστροφής γύρω από τον z-άξονα (Yawing)

Γυροσκοπική επίδραση σώματος	$\dot{\theta}\dot{\phi}(I_{xx} - I_{yy})$
Αδρανειακή αντίθετη ροπή	$J_r\dot{\Omega}_r$
Ανισοροπία αντίθετης ροπής	$(-1)^i \sum_{i=1}^4 Q_i$
Ανισοροπία του κόμβου (hub) στην πτήση προς τα εμπρός	$l(H_{x2} - H_{x4})$
Ανισοροπία του κόμβου (hub) στην πλευρική πτήση	$l(-H_{y1} + H_{y3})$

**Δυνάμεις κατά τον z-άξονα**

Επίδραση επενεργητών

$$(c\psi c\varphi)(\sum_{i=1}^4 T_i)$$

Βάρος

$$mg$$

**Δυνάμεις κατά τον x-άξονα**

Επίδραση επενεργητών

$$(s\psi s\varphi + c\psi s\theta c\varphi)(\sum_{i=1}^4 T_i)$$

Δύναμη στον κόμβο στον x-άξονα

$$- \sum_{i=1}^4 H_{xi}$$

Τριβή

$$\frac{1}{2} C_x A_c \rho \dot{x} |\dot{x}|$$

**Δυνάμεις κατά τον y-άξονα**

Επίδραση επενεργητών

$$(-c\psi s\varphi + s\psi s\theta c\varphi)(\sum_{i=1}^4 T_i)$$

Δύναμη στον κόμβο στον y-άξονα

$$- \sum_{i=1}^4 H_{yi}$$

Τριβή

$$\frac{1}{2} C_y A_c \rho \dot{y} |\dot{y}|$$

**2.3.3 Εξισώσεις Κίνησης**

Οι εξισώσεις κίνησης προκύπτουν από την Εξ. (2-25) σε συνδυασμό με τις εξισώσεις που παρουσιάζονται στην ενότητα 2.3.2 και είναι οι παρακάτω:

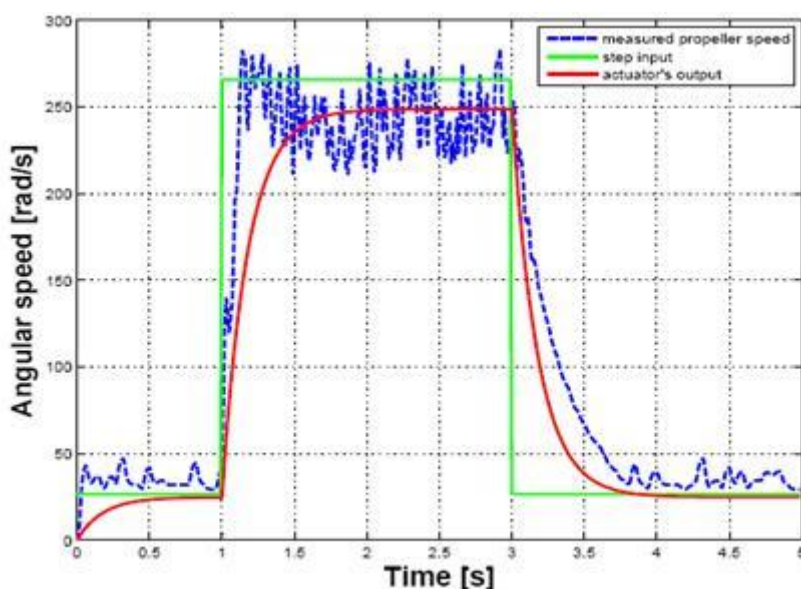
$$\left\{ \begin{array}{l} I_{xx} \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} (I_{yy} - I_{zz}) + J_r \dot{\theta} \Omega_r + l(-T_2 + T_4) + h \left( \sum_{i=1}^4 H_{yi} \right) + (-1)^{i+1} \sum_{i=1}^4 R_{mxi} \\ I_{yy} \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} (I_{zz} - I_{xx}) + J_r \dot{\phi} \Omega_r + l(T_1 - T_3) + h \left( \sum_{i=1}^4 H_{xi} \right) + (-1)^{i+1} \sum_{i=1}^4 R_{myi} \\ I_{zz} \ddot{\psi} = \dot{\theta} \dot{\phi} (I_{xx} - I_{yy}) + J_r \Omega_r + (-1)^i \sum_{i=1}^4 Q_i + l(H_{x2} - H_{x4}) + l(-H_{y1} + H_{y3}) \\ m \ddot{z} = mg - (c\psi c\varphi) \left( \sum_{i=1}^4 T_i \right) \\ m \ddot{x} = (s\psi s\varphi + c\psi s\theta c\varphi) \left( \sum_{i=1}^4 T_i \right) - \sum_{i=1}^4 H_{xi} - \frac{1}{2} C_x A_c \rho \dot{x} |\dot{x}| \\ m \ddot{y} = (-c\psi s\varphi + s\psi s\theta c\varphi) \left( \sum_{i=1}^4 T_i \right) - \sum_{i=1}^4 H_{yi} - \frac{1}{2} C_y A_c \rho \dot{y} |\dot{y}| \end{array} \right. \quad (2-32)$$

### 2.3.4 Δυναμική του Στροφείου

Η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση του κάθε  $i$  στροφείου (**rotor**) δημιουργούν ροπή γύρω από τον άξονα περιστροφής και δύναμη με διεύθυνση του άξονα περιστροφής και ισούνται με :

$$\begin{cases} \tau_{Mi} = d * \Omega_i^2 + J_{Mi} * \dot{\Omega}_i \\ F_i = k * \Omega_i^2 \end{cases} \quad (2-33)$$

Όπου  $J_{Mi}$  είναι η ροπή αδρανείας του στροφείου και  $d$  είναι ο συντελεστής της οπισθέλκουσας (**drag**) και  $k$  είναι η σταθερά ανύψωσης (**lift constant**). Ανάλογα με τον τύπο του κινητήρα που θα επιλεγεί, DC κινητήρα με παράλληλη χρήση κιβωτίου ταχυτήτων (gearbox) είτε Brush-less DC κινητήρων που αποτελούν την εξέλιξη της τεχνολογίας και χρησιμοποιούνται ευρέως σε παρόμοιες εφαρμογές, από το συνδυασμό της δυναμικής του στροφείου και το μαθηματικό μοντέλου του εκάστοτε κινητήρα θα προκύψουν και οι αντίστοιχες εξισώσεις όπως μελετάται αναλυτικά στην εργασία [6]. Ενδεικτικά παρουσιάζεται η βηματική απόκριση του στροφείου και του κινητήρα στη δεύτερη περίπτωση που μελετάται στην εργασία [6].



**Σχήμα 2-4.** Βηματική απόκριση του στροφείου και του κινητήρα που μετρήθηκε στον άξονα της έλικας

### 3 Εκτίμηση του Προσανατολισμού του Οχήματος

Οι σημαντικότερες εκτιμήσεις κατάστασης που απαιτούνται για τον έλεγχο ενός quad-rotor είναι το ύψος (απόσταση από το έδαφος), η γωνιακή ταχύτητα, η γραμμική ταχύτητα και ο προσανατολισμός. Οι πλέον σπουδαιότερες από αυτές είναι η γωνιακή ταχύτητα και ο προσανατολισμός αφού αυτές είναι οι κύριες μεταβλητές που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο του οχήματος. Τα βασικά όργανα πλοήγησης και ελέγχου που πρέπει να φέρει ως φορτίο το quad-rotor είναι μία IMU (Inertial Measurement Unit), συνήθως επικουρούμενη από όργανα μέτρησης του ύψους (π.χ. βαρομετρικό υψομετρικό όργανο, GPS, Laser ή μετρητές απόστασης με υπέρηχους) και από όργανα μέτρησης της πορείας πτήσης (π.χ. GPS, μαγνητική πυξίδα). Όμως πολλές ρομποτικές εφαρμογές απαιτούν επιπρόσθετο εξοπλισμό όπως είναι το σύστημα καμερών VICON, κάμερα με ή χωρίς σύστημα σκόπευσης, link, kinect, scanning laser rangefinder.

#### 3.1 Εκτίμηση Προσανατολισμού

Μία τυπική μονάδα IMU (Inertial measurement Unit) είναι εξοπλισμένη συνήθως με γυροσκόπια τριών αξόνων, επιταχυνσιόμετρα τριών αξόνων, όλα τεχνολογίας MEMS (Micro-Electro Mechanical Systems), δορυφορικό δέκτη GPS, βαρομετρικό υψόμετρο (Vario altimeter) και μαγνητική πυξίδα τριών αξόνων.

Τα γυροσκόπια τριών αξόνων (rate gyroscopes) παρέχουν μετρήσεις γωνιακής ταχύτητας του πλαισίου αναφοράς του σώματος {B} σε σχέση με το πλαίσιο αναφοράς της γης {A} εκπεφρασμένα στο πλαίσιο αναφοράς του σώματος {B}. Έστω  $\Omega_y$  η έξοδος από το γυροσκόπιο, τότε :

$$\Omega_y = \Omega + b + \mu \quad (3-1)$$

,όπου  $\Omega \in \{B\}$  = η πραγματική τιμή της γωνιακής ταχύτητας

$b = b(t)$  στατιστική απόκλιση (bias-non stochastic time-varying) = 0.05 rad/sec. Το

“bias” οφείλεται στη μεταβολή της θερμοκρασίας και στις δονήσεις της IMU.

$\mu$  = (Gaussian measurement noise).

Για τα επιταχυνσιόμετρα 3 αξόνων θεωρούμαι τη γραμμική στιγμιαία επιτάχυνση του σταθερού πλαισίου του σώματος {B} σε σχέση με το σταθερό πλαίσιο της γης {A} εκπεφρασμένα στο σταθερό πλαίσιο της γης {A} και τη συμβολίζουμε με  ${}^{\{A\}}\dot{v}$ . Ένα ιδανικό επιταχυνσιόμετρο πακτωμένο στο σταθερό πλαίσιο του σώματος {B} μετρά τη γραμμική στιγμιαία επιτάχυνση του {B} μείον την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g_0$ , ( $g_0$  εκπεφρασμένη στο {A} ) και παρέχει μέτρηση εκπεφρασμένη στο {B}. Έστω  $a_y$  η έξοδος από το επιταχυνσιόμετρο, τότε :

$$a_y = R^T * (\dot{v} - g_0) + b_a + \mu_a$$

ή

$$a_y = -R^T * (g_0 * e_3 - {}^{\{A\}}\dot{v}) - v \quad (3-2)$$

Όπου,

$$g_0 = 9.80 \text{ m/sec}^2$$

$$e_3 = (0,0,1)$$

${}^{\{A\}}\dot{v}$  = η επιτάχυνση του {B} ( body fixed frame ) σε σχέση με το {A} ( earth fixed frame )

$b_a$  = bias

$\mu_a, v$  = (Gaussian measurement noise)

Για το σύστημα των επιταχυνσιόμετρων δεν έχουμε επαρκές και καλό δυναμικό μοντέλο (εξισώσεις δυναμικής), που να μας παρέχει την επιτάχυνση  $\dot{v}$  από το διάνυσμα της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Θεωρούμαι προς το παρόν ότι η επιτάχυνση  $\dot{v}$  ισούται με το μηδέν ( $\dot{v} = 0$ ), αλλά μπορούμε να την υπολογίσουμε από αισθητήρα διαφορικής πίεσης (TAS) ή GPS. Προς το παρόν υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συχνότητα αποκοπής κάτω από την οποία η μετρούμενη επιτάχυνση ισούται με την επιτάχυνση της βαρύτητας (τυπικά γύρω από τη συχνότητα 0.1 έως 1 HZ):

$$a_y \approx -R^T * (g_0 * e_3) - v \quad (3-3)$$

Η σχεδίαση της εκτιμήτριας βασίζεται στην υπόθεση ότι το διάνυσμα διεύθυνσης  $\vec{v}_a \in \{A\}$  είναι μια αξιοσημείωτη προσέγγιση του z-άξονα εκπεφρασμένου στο {B} (body fixed frame). Προτείνεται όταν χρειάζομαστε το διάνυσμα διεύθυνσης να χρησιμοποιούμε το διάνυσμα  $\vec{v}_a$  από την εξίσωση :

$$\vec{v}_a = \frac{\vec{a}_y}{|\vec{a}_y|} \approx -R^T \vec{e}_3, |\vec{v}_a| = 1, \vec{v}_a \in \{A\} \quad (3-4)$$

Τα μαγνητόμετρα παρέχουν μετρήσεις του μαγνητικού πεδίου της γης (inertial magnetic field) εκπεφρασμένου στο {B}. Έστω  $\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} m$  η έξοδος από το μαγνητόμετρο τότε αυτή δίνεται από την εξίσωση :

$$\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} m = R^T * \begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} m + d + \mu \quad (3-5)$$

$\begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} m$  = Το μαγνητικό πεδίο σε σχέση με το {A}

d = bias λόγω των εξωτερικών πεδίων του περιβάλλοντος πτήσης εκπεφρασμένου στο {B}

$\mu$  = Gaussian measurement noise.

Το διάνυσμα διεύθυνσης  $\vec{v}_m$  που μπορεί να ληφθεί ως πληροφορία από τα μαγνητόμετρα και δίνεται από την εξίσωση :

$$\vec{v}_m = \frac{\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \vec{m}}{\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \vec{m}}, \quad |\vec{v}_m| = 1 \quad (3-6)$$

Δυστυχώς τα quad-rotor χρησιμοποιούν ηλεκτρικούς κινητήρες που παράγουν μαγνητικά πεδία στον περιβάλλοντα χώρο και το  $d(t)$  ισούται περίπου με  $d(t) \approx \pm \frac{2\pi}{3}$  rad (time - varying). Άρα το διάνυσμα διεύθυνσης  $\vec{v}_m$  θα πρέπει να διορθωθεί ανάλογα. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τη διόρθωση της φαινόμενης απόκλισης του μαγνητικού πεδίου σε σχέση με το πραγματικό μαγνητικό πεδίο (magnetometer offset cancellation).

Τα μαγνητόμετρα τριών αξόνων του εμπορίου που χρησιμοποιούνται ευρέως είναι τα HMC5843 και HMC5883L τα οποία έχουν αυτόματα τη ρύθμιση “magnetometer’s gain calibration” που επιτυγχάνεται μετά από αυτοέλεγχο, αλλά δεν δύνανται με κανένα τρόπο να αφαιρέσουν τα “offsets” του μαγνητόμετρου. Μία μέθοδος επιτυγχάνεται αν εστιάσουμε στα μέτρα των διανυσμάτων του μαγνητικού πεδίου. Υποθέτουμε ότι η μέτρηση του μαγνητικού πεδίου στο {B} (body fixed frame) δίνεται από την εξίσωση :

$$\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \vec{m} = \vec{m}_0 + A * R^T * \begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} \vec{m} \quad (3-7)$$

$\begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} \vec{m}$  = πραγματικό μαγνητικό πεδίο εκφρασμένο στο {A}

$\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \vec{m}$  = μετρούμενο μαγνητικό πεδίο εκφρασμένο στο {B}

$\vec{m}_0$  = διάνυσμα μαγνητικού “offset”

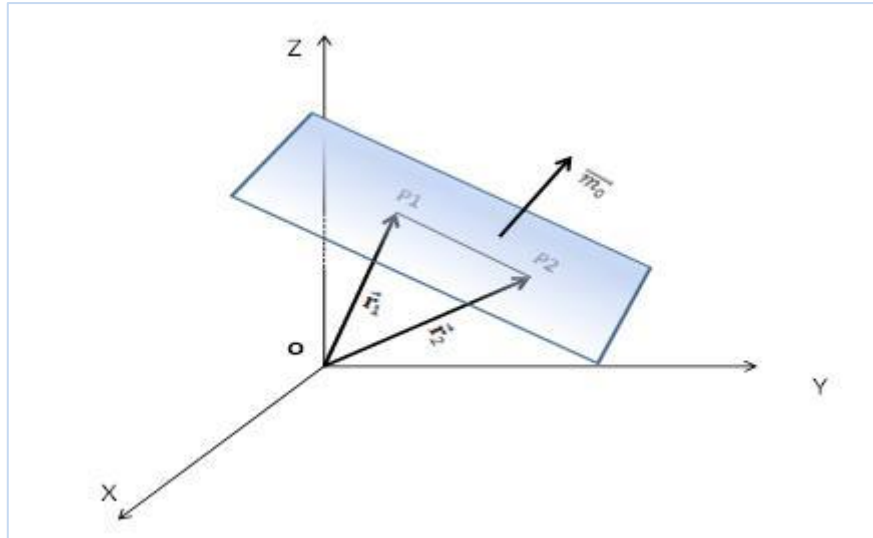
R = πίνακας περιστροφής

A = μετατοπισμένος πίνακας περιστροφής

Από την Εξ. (3-7) έχουμε  $\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \vec{m} - \vec{m}_0 = A * R^T * \begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} \vec{m} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left| \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \vec{m} - \vec{m}_0 \right|^2 = \left( A * R^T * \begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} \vec{m} \right)^T * \left( A * R^T * \begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} \vec{m} \right) = \left| \begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} \vec{m} \right|^2 \quad (3-8)$$





**Σχήμα 3-1.** Εξίσωση επιπέδου που διέρχεται από δύο σημεία και είναι κάθετο σε διάνυσμα

Από την Εξ. (3-8) έχουμε ως αποτέλεσμα ότι το πλάτος μίας μέτρησης του μαγνητικού πεδίου μείον το μαγνητικό “offset” πρέπει να είναι μία σταθερά. Διότι οι πίνακες A,R είναι πίνακες περιστροφής, άρα οι ανάστροφοι πίνακες αυτών ισούνται με τους αντίστροφους άρα το γινόμενο αυτών μεταξύ των ανά δύο ισούται με το μοναδιαίο πίνακα :  $A * A^T = I, R * R^T = I$ .

Επίσης από την Εξ. (3-8) έχουμε :

$$\left| \begin{matrix} \{A\} \\ \{B\} \end{matrix} \vec{m} \right|^2 - |\vec{m}_0|^2 - 2 * \left( \begin{matrix} \{A\} \\ \{B\} \end{matrix} \vec{m} \right)^T * \vec{m}_0 = \left| \begin{matrix} \{A\} \\ \{A\} \end{matrix} \vec{m} \right|^2 \quad (3-9)$$

Τώρα παίρνοντας δύο διαδοχικές μετρήσεις σε δύο διαφορετικούς προσανατολισμούς και αφού αντικαταστήσουμε διαδοχικά στην Εξ. (3-9) τις μετρήσεις και έπειτα αφαιρέσουμε κατά μέλη έχουμε :

$$\left| \begin{matrix} \{A\} \\ \{B2\} \end{matrix} \vec{m} \right|^2 - \left| \begin{matrix} \{A\} \\ \{B1\} \end{matrix} \vec{m} \right|^2 = 2 * \left( \left( \begin{matrix} \{A\} \\ \{B2\} \end{matrix} \vec{m} \right)^T - \left( \begin{matrix} \{A\} \\ \{B1\} \end{matrix} \vec{m} \right)^T \right) * \vec{m}_0 \quad (3-10)$$

Στην Εξ. (3-10) έχουμε την εξίσωση ενός επιπέδου σε τρισδιάστατο σύστημα αξόνων. Η απόδειξη φαίνεται στο Σχήμα 3-1. (Αφού το  $\vec{m}_0$  είναι κάθετο στο γραμμοσκιασμένο επίπεδο, τότε η εξίσωση του επιπέδου είναι:  $(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) * \vec{m}_0 = 0$ ).

Έχουμε επίσης την πληροφορία, από πια πλευρά του επιπέδου πρέπει να είναι το διάνυσμα του μαγνητικού “offset”. Το διάνυσμα  $\vec{m}_0$  δεν είναι πλήρως γνωστό (μόνο καθετότητα και φορά), αλλά μπορούμε να έχουμε ένα αξιοσημείωτο αποτέλεσμα εξάλειψης αυτού. Σε αυτή την περίπτωση βλέπουμε τον τρόπο που μπορούμε να εκτιμήσουμε το  $\widehat{m}_0$  (estimation of the offset).

$$\widehat{m}_0 = \widehat{m}_0 + k_{\text{gain}} * \frac{\left( \begin{matrix} \{A\} \\ \{B2\} \end{matrix} \vec{m} - \begin{matrix} \{A\} \\ \{B1\} \end{matrix} \vec{m} \right)}{\left| \begin{matrix} \{A\} \\ \{B2\} \end{matrix} \vec{m} \right| - \left| \begin{matrix} \{A\} \\ \{B1\} \end{matrix} \vec{m} \right|} * \left( \left| \begin{matrix} \{A\} \\ \{B2\} \end{matrix} \vec{m} \right| - \left| \begin{matrix} \{A\} \\ \{B1\} \end{matrix} \vec{m} \right| \right) \quad (3-11)$$

Το  $k_{\text{gain}}$  χρησιμοποιείται για την ταχύτητα σύγκλισης και την εξισορρόπηση των απαιτούμενων αριθμητικών πράξεων, εδώ χρησιμοποιούμε την τιμή  $k_{\text{gain}} = 1$  αλλά μπορούμε να πειραματιστούμε και για μεγαλύτερες τιμές. Στην Εξ. (3-11) έχουμε το πηλίκο του διανύσματος της διαφοράς δύο διαδοχικών μετρήσεων δια το πλάτος αυτού (δηλαδή την κανονικοποίηση αυτού του διανύσματος) πολλαπλασιασμένο με τη διαφορά του πλάτους της εκάστοτε μέτρησης. Το προηγούμενο υπόλοιπο πολλαπλασιάζεται με το κέρδος της ταχύτητας σύγκλισης και προστίθεται στην τιμή του εκτιμούμενου “offset”. Με τον τρόπο αυτό εξαλείφεται το “offset” από την κάθε μέτρηση. Ο τρόπος που δουλεύει η μέθοδος οφείλεται στο ότι κάθε διόρθωση προσεγγίζει τη σωστή διεύθυνση. Όσο η εκτίμηση βελτιώνεται ο δεύτερος παράγοντας του παραπάνω αθροίσματος της Εξ. (3-11) τείνει στο μηδέν και η εκτίμηση συγκλίνει στη σωστή τιμή.

Τα επιταχυνσιόμετρα και τα μαγνητόμετρα μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην παροχή πληροφοριών προσανατολισμού του οχήματος ενώ παράλληλα τα γυροσκόπια παρέχουν συμπληρωματικές μετρήσεις της γωνιακής ταχύτητας αυτού.

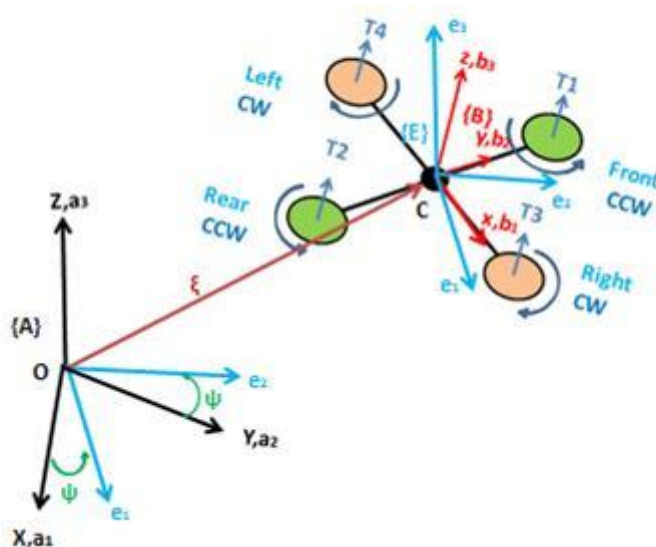
Σε ότι αφορά τα μαγνητόμετρα, εάν δεν λάβουμε υπόψη μας του όρους “bias” και “Gaussian measurement noise” τότε αυτά παρέχουν μετρήσεις του μαγνητικού πεδίου στο  $\{B\}$  (body fixed frame). Έτσι έχουμε  ${}_{\{B\}}^{\{A\}}m = R^T * {}_{\{A\}}^{\{A\}}m$  και συνεπώς περιορίζουν κατά δύο βαθμούς ελευθερίας (DOFS) την περιστροφή  $R$ .

Σε ότι αφορά τη χρήση των επιταχυνσιόμετρων στην εκτίμηση του προσανατολισμού (attitude) του οχήματος το πρόβλημα είναι πιο σύνθετο και θα αναπτυχθεί παρακάτω.

Σε αυτό το σημείο θα παραθέσουμε εκ νέου συνοπτικά το δυναμικό μοντέλο του άκαμπτου σώματος και την αεροδυναμική αυτού στην ειδική Ορθοκανονική βάση  $SO(3)$  όπου για τη βάση ισχύει  $SO(3) = \{A \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid A = -A^T\}$  και στη συνέχεια θα επεκταθούμε στην ειδική Ευκλείδεια  $SE(3)$ .

Σε ότι αφορά το δυναμικό μοντέλο του άκαμπτου σώματος, έστω  $\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$  τα μοναδιαία διανύσματα ενός συστήματος συντεταγμένων χωρίς αυτό να είναι συσχετισμένο με πλαίσιο αναφοράς. Έστω επίσης ότι  $\{A\}$  είναι ένα δεξιόστροφο αδρανειακό πλαίσιο αναφοράς (inertial frame) με μοναδιαία διανύσματα επί των αξόνων του αντίστοιχα τα  $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$  εκφρασμένα στο  $\{A\}$ . Τότε έχουμε αλγεβρικά  $\{\vec{a}_1 = \vec{x}\}, \{\vec{a}_2 = \vec{y}\}, \{\vec{a}_3 = \vec{z}\}$  στο  $\{A\}$ . Το διάνυσμα  $r = (x, y, z) \in \{A\}$  αντιπροσωπεύει τη θέση του κέντρου μάζας του οχήματος. Έστω ότι  $\{B\}$  είναι ένα δεξιόστροφο ενσωματωμένο στο σώμα του οχήματος πλαίσιο αναφοράς (body frame) με μοναδιαία διανύσματα επί των αξόνων του αντίστοιχα τα  $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$  τα οποία είναι οι άξονες του πλαισίου αναφοράς  $\{B\}$ , σε σχέση με το πλαίσιο αναφοράς  $\{A\}$ . Ο προσανατολισμός του οχήματος, ως στερεό σώμα (rigid body), δίνεται

από έναν πίνακα περιστροφής  ${}^A_B R = R = [\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3] \in SO(3)$ . Άρα έχουμε εκ κατασκευής  $\vec{b}_1 = R\vec{x}$ ,  $\vec{b}_2 = R\vec{y}$ ,  $\vec{b}_3 = R\vec{z}$ .



Σχήμα 3-2. Προσανατολισμός και θέση του οχήματος στο χώρο.

Για να μοντελοποιήσουμε την περιστροφή του οχήματος θα χρησιμοποιήσουμε Z-X-Y γωνίες Euler, σύμφωνα με το Σχήμα 3-2. Για να μεταφερθούμε από το {A} στο {B} πλαίσιο αναφοράς, πρώτα εκτελούμε μια περιστροφή περί τον άξονα  $\vec{a}_3$  με γωνία ίση με  $\psi$  (yaw). Θα καλούμε αυτό το ενδιάμεσο πλαίσιο αναφοράς {E} με βάση τα μοναδιαία διανύσματα  $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$  εκφρασμένα στο πλαίσιο αναφοράς {A}. Στη συνέχεια εκτελούμε περιστροφή ίση με τη γωνία  $\varphi$  (roll) περί το νέο άξονα x. Τελικά ολοκληρώνουμε με περιστροφή ίση με τη γωνία  $\theta$  (pitch) περί το νέο άξονα y. Άρα το αποτέλεσμα θα είναι η τριάδα του πλαισίου αναφοράς {B} ή  $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$ . Όπου R ισούται με :

$$R(\theta, \varphi, \psi) = \begin{bmatrix} c\psi \cdot c\theta - s\psi \cdot s\theta \cdot s\varphi & -s\psi \cdot c\varphi & c\psi \cdot s\theta + c\theta \cdot s\psi \cdot s\varphi \\ s\psi \cdot c\theta + c\psi \cdot s\theta \cdot s\varphi & c\psi \cdot s\varphi & s\psi \cdot s\theta - s\varphi \cdot c\psi \cdot c\theta \\ -s\theta \cdot c\varphi & s\varphi & c\theta \cdot c\varphi \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

Έστω ότι  $v \in \{A\}$  η γραμμική ταχύτητα του {B} σε σχέση με το {A} εκφρασμένη στο {A}. Επίσης  $\Omega \in \{B\}$  είναι η γωνιακή ταχύτητα του {B} σε σχέση με το {A}, προς το παρών εκφρασμένη στο {B}, m η μάζα του οχήματος και  $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  ο πίνακας αδράνειας εκφρασμένος στο {B}.

Λαμβάνοντας υπόψη τα [2] και [11] έχουμε τις εξισώσεις κίνησης του οχήματος:

$$\dot{\xi} = v \quad (3-13)$$

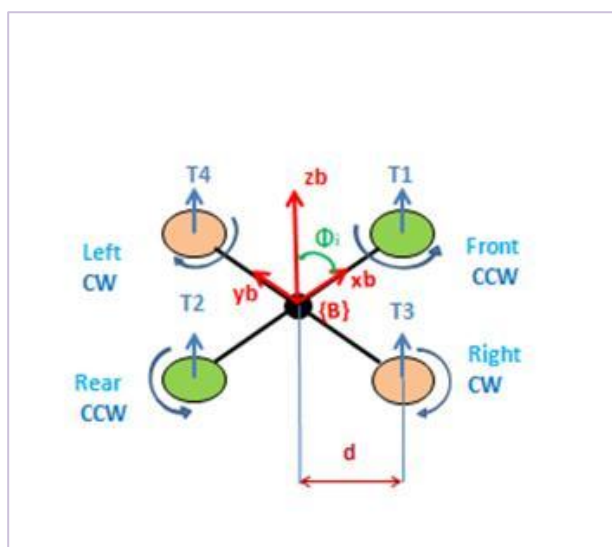
$$m \cdot \dot{v} = m \cdot g \cdot \vec{a}_3 + R \cdot F \quad (3-14)$$

$$\dot{R} = R \cdot \Omega_x \quad (3-15)$$

$$I \cdot \dot{\Omega} = -\Omega \times I \cdot \Omega + \tau \quad (3-16)$$

Ο συμβολισμός  $\Omega_x$  αφορά τον αντισυμμετρικό πίνακα ο οποίος μας παρέχει την ιδιότητα  $\Omega_x v = \Omega \times v$  όπου  $v \in \mathbb{R}^3$ , για το εξωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  $\vec{\Omega} \times \vec{v}$ . Τα διανύσματα  $F, \tau$  συνδυάζουν τις μη συντηρητικές δυνάμεις και τις ροπές που εφαρμόζονται στην άτρακτο του quad rotor από την αεροδυναμική των στροφείων.

Σε ότι αφορά τα αεροδυναμικά φαινόμενα, η αεροδυναμική των στροφείων (rotors) έχει μελετηθεί διεξοδικά στα μέσα του 19ου αιώνα για την ανάπτυξη των επανδρωμένων ελικοπτέρων, λεπτομέρειες της μελέτης υπάρχουν στη βιβλιογραφία [14], [25]. Για το quad rotor υπάρχει η δυνατότητα να επιλεγούν στροφεία από το εμπόριο που χρησιμοποιούνται στον αερομοντελισμό. Οι επιλογές αυτές είναι πέντε έως έξι (αφού επιλέξουμε από επώνυμη εταιρεία κατασκευής), για το λόγο αυτό μπορούμε να αγνοήσουμε την πολυπλοκότητα της μοντελοποίησης των πραγματικών στροφείων των επανδρωμένων ελικοπτέρων (γεωμετρία, προφίλ, σύστημα στήριξης, κλπ). Όμως μια βασική μελέτη της μοντελοποίησης αυτών απαιτείται.



Σχήμα 3-3. Απεικόνιση λεπτομερειών των κινητικών χαρακτηριστικών του Quad rotor.

Η στατική ώση που παράγεται από ένα στροφέιο σε αιώρηση (π.χ. όταν εκτελεί μεταφορική κίνηση οριζοντίως ή καθέτως) στον ελεύθερο αέρα, μπορεί να μοντελοποιηθεί από τη θεωρία της ορμής [10 Ενοτ.2.26] όπως :

$$T_i = C_T \cdot \rho \cdot A_{ri} \cdot r_i^2 \cdot \vec{\omega}_i^2 \quad (3-17)$$

Όπου για το στροφέιο  $i$ ,  $A_{ri}$  είναι η επιφάνεια του δίσκου του περιστρεφόμενου στροφέιου,  $\vec{\omega}_i$  η γωνιακή ταχύτητα,  $r_i$  η ακτίνα περιστροφής,  $\rho$  είναι η πυκνότητα του αέρα,  $C_T$  είναι ο συντελεστής στατικής ώσης που εξαρτάται από τη γεωμετρία και το προφίλ του στροφέιου.



**Σχήμα 3-4.** Έλεγχοι της σταθεράς  $C_T$  της στατικής ώσης στροφείων.

Η Εξ. (3-17) μπορεί να απλοποιηθεί αν θέσουμε μία τιμή στη σταθερά  $c_T > 0$ , η οποία μπορεί εύκολα να υπολογισθεί με μετρήσεις σε διαδοχικές δοκιμές της στατικής ώσης κάθε στροφέιου. Με τον τρόπο αυτό έχουμε μετρήσεις που οφείλονται στην πραγματική συμπεριφορά του στροφέιου στον ελεύθερο αέρα. Ένα απλοποιημένο μοντέλο θα ήταν

$$T_i = c_T \cdot \vec{\omega}_i^2 \quad (3-18)$$

Η ροπή αντίδρασης εξαιτίας της οπισθέλκουσας (drag) του στροφέιου που ενεργεί επί της ατράκτου του quad rotor και παράγεται από ένα στροφέιο σε αιώρηση, μπορεί να μοντελοποιηθεί σύμφωνα με την [10 Ενοτ.2.30], όπως παρακάτω :

$$Q_i := c_Q \cdot \vec{\omega}_i^2 \quad (3-19)$$

Η συνολική ώση που παράγεται από τα στροφέια του quad rotor που φαίνεται στο Σχήμα 3-2 είναι :

$$T_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N |T_i| = c_T \cdot (\sum_{i=1}^N \vec{\omega}_i^2) \quad (3-20)$$

Η στατική ώση που παράγεται από ένα στροφέιο σε αιώρηση αποτελεί την κύρια συνιστώσα των εξωτερικών δυνάμεων που ενεργούν στην άτρακτο του quad rotor. Έτσι

$$F = T_{\Sigma} \cdot \vec{z} + \Delta \quad (3-21)$$

Το  $\Delta$  αντιπροσωπεύει τις δευτερεύουσες δυνάμεις αεροδυναμικής που ασκούνται στην άτρακτο, όταν η υπόθεση ότι το στροφέιο εκτελεί αιώρηση δεν ισχύει. Η  $F$  αν και προσδιορίζεται στο πλαίσιο αναφοράς  $\{B\}$ , η διεύθυνση της όμως γράφεται στην Εξ. (3-19) ως  $\vec{z}$  στο πλαίσιο αναφοράς  $\{A\}$ , δεδομένου ότι  $\vec{b}_3 = R\vec{z}$ .

Οι ροπές που εμφανίζονται λόγω αεροδυναμικής σε ένα όχημα  $N$ -στροφείων, δηλαδή από τις δυνάμεις που παράγονται από τα στροφέια και την αντίδραση του αέρα, είναι :

$$\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3) \quad (3-22)$$

Όπου, 
$$\tau_1 = c_T \cdot \sum_{i=1}^N (d_i \cdot \sin(\Phi_i) \cdot \overline{\omega_i^2}) \quad (3-23)$$

$$\tau_2 = -c_T \cdot \sum_{i=1}^N (d_i \cdot \cos(\Phi_i) \cdot \overline{\omega_i^2}) \quad (3-24)$$

$$\tau_3 = c_Q \cdot \sum_{i=1}^N (\sigma_i \cdot \overline{\omega_i^2}) \quad (3-25)$$

$\sigma_i = +1$  για  $CW$  περιστροφή,  $-1$  για  $CCW$  περιστροφή

Ας επανέλθουμε τώρα στη μελέτη των πληροφοριών θέσης από τα επιταχυνσιόμετρα. Λαμβάνουμε το απλοποιημένο μοντέλο της Εξ. (3-21) και θεωρούμαι ότι  $\Delta \equiv 0$ . Από την Εξ. (3-2) υποθέτοντας ότι  $b_a = 0$ ,  $\mu_a = 0$  και λαμβάνοντας υπόψη μας το φαινόμενο “flapping” των στροφείων και την οπισθέλκουσα αυτών εξαιτίας του “flapping”, έχουμε για τα επιταχυνσιόμετρα σύμφωνα με [19]:

$$a_y = R^T \cdot (\dot{v} - g_0) = -\frac{T_{\Sigma}}{m} \cdot \vec{z} - \frac{T_{\Sigma}}{m} \cdot D \cdot R^T \cdot v \quad (3-26)$$

Στη μοντελοποίηση του quad rotor, όπως και κάθε ιπτάμενου MUAV, όπου η IMU τους είναι εξοπλισμένη με συμβατικούς αισθητήρες τύπου MEMS τα επιταχυνσιόμετρα χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση των μεταβολών της επιτάχυνσης χαμηλής συχνότητας. Έτσι στο μοντέλο χαμηλής συχνότητας, θεωρούμε για την ταχύτητα  $v$  την ταχύτητα  $v_L$  ως συνιστώσα χαμηλής συχνότητας αυτής.

Στην Εξ. (3-15) θέτουμε  $\dot{v} = 0$ . Αντικαθιστούμε τη δύναμη από την εξίσωση :

$$F := T_{\Sigma} \cdot \vec{z} - T_{\Sigma} \cdot D \cdot v' \quad (3-27)$$

σύμφωνα με [17] που μελετά το φαινόμενο του “blade flapping” και έχουμε:

$$D \cdot R^T \cdot v_L \approx R^T \cdot \vec{z} - \vec{z}. \quad (3-28)$$

Θέτοντας  $D \cdot R^T \cdot v_L = D \cdot R^T \cdot v$  στην Εξ. (3-26) θα έχουμε :

$$a_y \approx -\frac{T_{\Sigma}}{m} \cdot \vec{z} \quad (3-29)$$

Σημειώνεται ότι για τα ιπτάμενα MUAV τύπου quad rotor που επί το πλείστον εκτελούν αιωρήσεις ή κινήσεις με πολύ μικρές επιταχύνσεις, τα επιταχυνσιόμετρα τύπου MEMS μας δίνουν αρκετά ακριβή πληροφορία για το διάνυσμα της βαρύτητας στο πλαίσιο αναφοράς  $\{B\}$ , άρα μας παρέχουν ένα ακριβές διάνυσμα αναφοράς για τον προσανατολισμό (attitude) του οχήματος. Οι εξισώσεις κίνησης (attitude kinematics) του quad rotor δίνονται από την Εξ. (3-15). Έστω ότι  $\hat{R}$  είναι μία εκτίμηση του προσανατολισμού (attitude) του quad rotor. Ο παρακάτω παρατηρητής [16] συγχωνεύει τα δεδομένα που παρέχουν οι αισθητήρες γυροσκόπια, επιταχυνσιόμετρα και μαγνητικές πυξίδες μιας IMU, καθώς επίσης και τα δεδομένα από άλλους αισθητήρες, έστω  ${}^{\{A\}}R_E$ , που παρέχουν απευθείας εκτίμηση του προσανατολισμού του οχήματος (δηλαδή εξωτερικά συστήματα μέτρησης όπως VICON, GPS, vario altimeter).

$$\begin{aligned}\dot{\hat{R}} &:= \hat{R} \cdot (\Omega_y - \hat{b})_{\times} - a \\ \dot{\hat{b}} &:= k_b \cdot a \\ a &:= \left( \frac{k_a}{g^2} \left( (\hat{R}^T \cdot \hat{z}) \times a_y \right) + \frac{k_m}{|{}^{\{A\}}m|^2} \cdot \left( (\hat{R}^T \cdot {}^{\{A\}}m) \times {}^{\{A\}}m \right) \right)_{\times} + k_E \cdot \mathbb{P}_\alpha \cdot (\hat{R} \cdot {}^{\{A\}}R_E^T)\end{aligned}\quad (3-30)$$

Όπου  $k_b$ ,  $k_E$ ,  $k_a$  και  $k_m$  είναι τυχαίοι μη αρνητικοί αριθμοί, τα κέρδη του παρατηρητή κατάστασης (observer gains),  $\mathbb{P}_\alpha(M) = \frac{M-M^T}{2}$  είναι η ευκλείδειος προβολή ενός πίνακα στους αντισυμμετρικούς πίνακες και ο συμβολισμός  $(\ )_{\times}$  είναι ο αντισυμμετρικός πίνακας. Εάν οποιαδήποτε μέτρηση από τις μετρήσεις της παραμέτρου  $a$  δεν είναι διαθέσιμη ή δεν είναι αξιόπιστη, τότε το αντίστοιχο κέρδος τίθεται ίσο με μηδέν. Σημειώνεται ότι οι εκτιμήσεις του προσανατολισμού  $\hat{R}$  και της διορθωμένης από την απόκλιση (bias) γωνιακής ταχύτητας  $\hat{\Omega} = \Omega_y - \hat{b}$  λαμβάνονται υπόψη από τον παρατηρητή κατάστασης Εξ. (3-30). Ο παραπάνω παρατηρητής κατάστασης έχει μελετηθεί στα [16] και [1]. Φαίνεται δε να συγκλίνει εκθετικά (θεωρητικά και πειραματικά αφού έχει υλοποιηθεί στο Σχήμα 3-5.) στον επιθυμητό προσανατολισμό (attitude). Η εκτίμηση του προσανατολισμού συμπεριλαμβάνει και το εκτιμώμενο “bias”  $\hat{b}$  το οποίο συγκλίνει στο “bias” των γυροσκοπίων  $b$ . Το φίλτρο έχει τη συμπληρωματική ιδιότητα (Σχήμα 3-6), δηλαδή εφαρμόζει στις μετρήσεις των επιταχυνσιόμετρων ένα χαμηλοπερατό φίλτρο και στις μετρήσεις των γυροσκοπίων ένα υψηλοπερατό φίλτρο, δέχεται επίσης εξωτερικές μετρήσεις του προσανατολισμού (attitude).

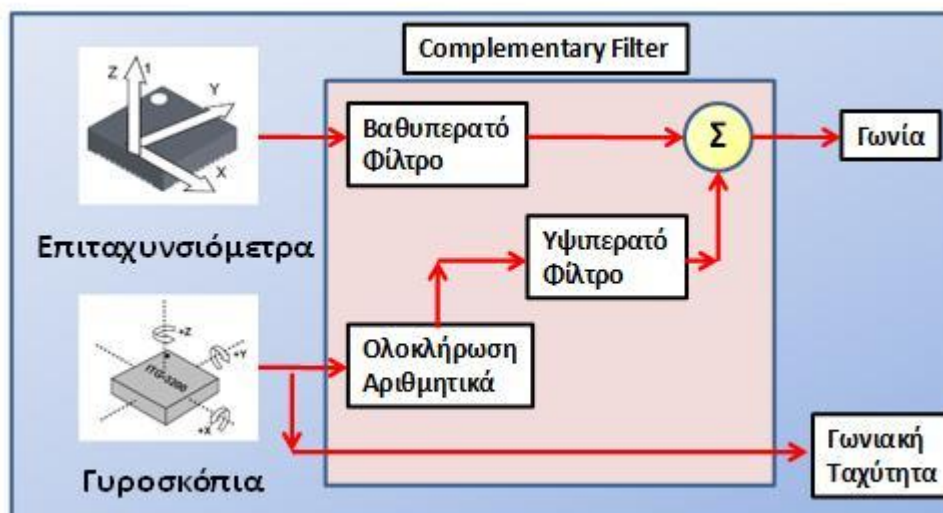


**Σχήμα 3-5.** Ανάπτυξη του quad rotor.

Η συχνότητα κύλισης (roll-off frequency) του κάθε ενός από τα παραπάνω σήματα, δίνεται από τα κέρδη  $k_a$ ,  $k_m$  και  $k_E$  και σε μονάδες μέτρησης  $\frac{rad}{sec}$ .

Η καλή απόδοση του παρατηρητή κατάστασης είναι άμεσα συνδεδεμένη με τη ρύθμιση των παραπάνω κερδών (gains) αυτού. Ειδικότερα τα κέρδη των επιταχυνσιομέτρων πρέπει να ρυθμισθούν σε μία συχνότητα κάτω από το κανονικό εύρος ζώνης της κίνησης ενός τυπικού οχήματος quad rotor, δηλαδή λιγότερο από  $5 \frac{rad}{sec}$ .





Σχήμα 3-6. Εφαρμογή τυπικού Complementary filter.

Τα κέρδη του μαγνητόμετρου και τα εξωτερικά κέρδη πρέπει να ρυθμισθούν για υψηλότερη συχνότητα κύλισης (roll-off frequency) ανάλογα με την αντίστοιχη αξιοπιστία των αισθητήρων. Το “bias gain”  $k_b$  επιλέγεται μικρότερο κατά μία τάξη μεγέθους από το κέρδος  $k_a$ , δηλαδή  $k_b < \frac{k_a}{10}$ . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η εκτίμηση του “bias” να έχει χρόνο ανόδου 30 sec ή περισσότερο. Έτσι η δυναμική απόκριση πρέπει να ενσωματώνει αργά το μεταβλητό “bias” και να αποζευγνύει την εκτίμηση του “bias” από την απόκριση του προσανατολισμού (attitude). Παρά τα παραπάνω πρέπει να αρχικοποιούμε τα κέρδη αυτά πριν την απογείωση για να αποφεύγουμε μακρά μεταβατική απόκριση του φίλτρου. Επίσης υπάρχει η δυνατότητα τα κέρδη να ρυθμίζονται και σε πραγματικό χρόνο. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να έχουμε τη δυνατότητα κατά την αιώρηση να εμπλέκουμε τα επιταχυνσιόμετρα, ενώ κατά τις ακροβατικές κινήσεις να μην τα λαμβάνουμε υπόψη μας θέτοντας  $k_a = 0$ .

Η μη γραμμικά εύρωστη (nonlinear robustness) και εγγυημένα ασυμπτωτική ευστάθειά του και η ευελιξία στη ρύθμιση των κερδών του, καθιστά τον παραπάνω παρατηρητή κατάσταση κατάλληλο για την εκτίμηση της κατάστασης του οχήματος τύπου quad rotor. Μπορούμε να το συγκρίνουμε ως ικανοποιητικά αποτελεσματικό ακόμα και με πιο κλασσικά φίλτρα για βέλτιστη εκτίμηση κατάστασης όπως Kalman filters, Extended Kalman filters και Multiplicative Extended Kalman filters.

### 3.2 Εκτίμηση Μεταφορικής Ταχύτητας

Στη συνέχεια θα αναπτύξουμε έναν παρατηρητή κατάστασης για την οριζόντια ταχύτητα του οχήματος τύπου quad rotor βασισμένο στους αισθητήρες που φέρει η IMU και που χρησιμοποιήσαμε στην παραπάνω παράγραφο [19]. Η παραπάνω μελέτη θα ανταποκρίνεται κατ' ελάχιστον σε πτήση στο οριζόντιο επίπεδο. Υποθέτουμε επίσης ότι διαθέτουμε μια ακριβή εκτίμηση του προσανατολισμού (attitude) την  $\hat{R}$  και ότι το όχημα ίπταται σε σταθερό ύψος. Θεωρούμε επίσης τον πίνακα προβολής (projection matrix) στο επίπεδο (x,y) που ισούται με  $\mathbb{P}_h := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Το οριζόντιο στοιχείο της αδρανειακής επιτάχυνσης μπορεί να μετρηθεί από την:

$$\begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} a_h := \mathbb{P}_h \cdot \begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} a = \mathbb{P}_h \cdot R \cdot \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} a \approx \mathbb{P}_h \cdot \hat{R} \cdot \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} a \quad (3-31)$$

Τα σήματα  $\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} a$ ,  $\hat{R}$  είναι διαθέσιμα. Συνεχίζουμε να υποθέτουμε ότι το ύψος πτήσης είναι σταθερό, άρα έχουμε  $v_z \approx 0$ . Έτσι έχουμε

$$v_h := \mathbb{P}_h \cdot v = (v_x, v_y)^T \in \mathbb{R}^2 \quad (3-32)$$

όπου

$$\mathbb{P}_h^T \cdot v_h \approx v$$

$T_\Sigma \approx m \cdot g$ , η στατική ώση πρέπει να αντισταθμίζει το βάρος του οχήματος.

Από την Εξ. (3-26) αφού πάρουμε μόνο το οριζόντιο στοιχείο θα έχουμε :

$$\begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} a_h \approx -g \cdot \mathbb{P}_h \cdot \hat{R} \cdot \hat{\mathbf{z}} - g \cdot \mathbb{P}_h \cdot \hat{R} \cdot D \cdot R^T \cdot \mathbb{P}_h^T \cdot v_h \quad (3-33)$$

Υποθέτοντας ότι διαθέτουμε μια αξιόπιστη εκτίμηση  $\hat{R} = R$  τότε οι Εξ. (3-31,32) μπορούν να επιλυθούν ως προς  $v_h$ .

$$v_h \approx -\frac{1}{g} \cdot [\mathbb{P}_h \cdot \hat{R} \cdot D \cdot \hat{R}^T \cdot \mathbb{P}_h^T]^{-1} \cdot (\begin{Bmatrix} A \\ A \end{Bmatrix} a_h + g \cdot \mathbb{P}_h \cdot \hat{R} \cdot \hat{\mathbf{z}}) \quad (3-34)$$

Η εκτίμηση της  $v_h$  από την Εξ. (3-34) είναι καλώς προσδιορισμένη όσο ο 2x2 πίνακας  $\mathbb{P}_h \cdot \hat{R} \cdot D \cdot \hat{R}^T \cdot \mathbb{P}_h^T$  είναι αντιστρέψιμος. Αυτό μπορεί να συμβεί όσο το όχημα κάνει “roll” ή “pitch” με γωνία μικρότερη από 90° μοίρες κατά την πτήση του.

Όμως στην Εξ. (3-34), που παρέχει μία μέτρηση της οριζόντιας ταχύτητας, υπεισέρχεται η μη φιλτραρισμένη έξοδος των επιταχυνσιόμετρων η οποία μεταφέρει πολύ θόρυβο και δεν είναι για ευρεία χρήση. Έτσι αν πάρουμε τη συνιστώσα χαμηλής συχνότητας αυτής και την οδηγήσουμε σε ένα συμπληρωματικό παρατηρητή κατάστασης, που χρησιμοποιεί την εκτίμηση του “attitude” και την Εξ. (3-14) των εξισώσεων δυναμικής, σε συνδυασμό με τη συνιστώσα υψηλής συχνότητας της εξίσωσης που μοντελοποιεί την ώση  $F := T_\Sigma \cdot \hat{\mathbf{z}} - T_\Sigma \cdot D \cdot v'$  θα έχουμε :

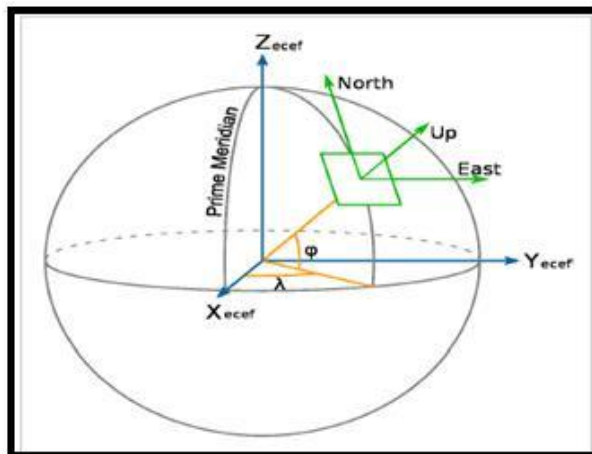
$$\hat{v}_h \approx -g \cdot \mathbb{P}_h^T \cdot [\hat{R} \cdot \hat{z} + \hat{R} \cdot D \cdot \hat{R}^T \cdot \mathbb{P}_h^T \cdot \hat{v}_h] - k_W \cdot (\hat{v}_h - v_h) \quad (3-35)$$

Όπου  $v_h$  δίνεται από την Εξ. (3-34). Το  $k_W > 0$  αποτελεί μια παράμετρο συντονισμού που ρυθμίζει τη συχνότητα κύλισης (roll-off frequency), για την πληροφορία  $\hat{v}_h$  που χρησιμοποιείται στο φίλτρο. Επίσης στο φίλτρο χρησιμοποιείται η εκτιμώμενη  $\hat{v}_h$  για να δώσει μια προσέγγιση του πλέον ορθού όρου  $R \cdot D \cdot R^T \cdot \mathbb{P}_h^T \cdot v_h$  κατά την “feedforward” εκτίμηση της ταχύτητας. Όμως η δυναμική που διέπει αυτόν τον όρο είναι ευσταθής, έτσι ο παρατηρητής κατάστασης είναι ευσταθής ακόμη και με την παραπάνω προσέγγιση.

### 3.3 Εκτίμηση Θέσης

Η τελευταία κατάσταση που πρέπει να εκτιμηθεί είναι η πραγματική θέση του οχήματος (τοπογραφική ή σχετική από σταθερό σημείο αναφοράς) στο χώρο. Συνήθως αυτή θεωρείται ως δύο ξεχωριστές παράμετροι, το ύψος πτήσης και η θέση στο επίπεδο πτήσης. Το ύψος ως ο σημαντικότερος παράγοντας για ένα ιπτάμενο αντικείμενο (αφού του παρέχει την τρίτη διάσταση στην κίνησή του και η λανθασμένη μέτρηση ή εκτίμηση του έχει συνήθως καταστροφικά αποτελέσματα), μελετάται με ξεχωριστό ενδιαφέρον και διακρίνεται στο πραγματικό υψόμετρο ή βαρομετρικό (παρέχεται από βαρομετρικά όργανα) και στο ύψος άνωθεν του εδάφους όπου ίπταται το όχημα ή σχετικό υψόμετρο ή ράδιο-υψόμετρο (παρέχεται από όργανα μέτρησης αποστάσεων με ραδιοσυχνότητα ή υπέρηχο ή λέιζερ).

Η IMU με την οποία είναι εξοπλισμένα συνήθως τα τύπου quad rotor οχήματα δεν έχει τη δυνατότητα να εκτιμήσει ούτε το πραγματικό υψόμετρο, ούτε το σχετικό υψόμετρο για αυτό πρέπει να εξοπλισθεί με δέκτη GPS ή σύστημα καμερών VICON ή πλήρες σύστημα SLAM ( Simultaneous Localization And Mapping) για το πρώτο και με ultrasonic rangefinder ή laser-rangefinder ή infrared sensors για το δεύτερο.



Σχήμα 3-7. Διάφοροι τύποι συντεταγμένων

Το υψόμετρο είναι προτιμότερο να εισαχθεί κατευθείαν στον ελεγκτή, για απλότητα και αποφυγή καθυστερήσεων ή λαθών μέσω παρατηρητή κατάσταση.

Η θέση του οχήματος στο επίπεδο δύναται να μετρηθεί ή να εκτιμηθεί απόλυτα ή σχετικά (τοπογραφική ή σχετική από σταθερό σημείο αναφοράς). Όπως για το υψόμετρο έτσι και εδώ η IMU δεν έχει τη δυνατότητα να εκτιμήσει ούτε την πραγματική ούτε τη σχετική θέση. Για το λόγο αυτό (εκτίμηση απόλυτης θέσης), πρέπει να εξοπλισθεί με δέκτη GPS (ακρίβεια εκατοστού με χρόνο ανανέωσης έως 10 HZ ) ή σύστημα VICON (ακρίβεια 50 μm με χρόνο ανανέωσης τα 375 HZ ).

Σημειώνεται ότι το GPS δεν λειτουργεί σε εσωτερικούς χώρους ενώ τα motion – capture συστήματα είναι ακριβά και οι αισθητήρες τους έχουν χωρικούς περιορισμούς όταν οι εσωτερικοί χώροι είναι μεγάλης έκτασης.

Το GPS αποτελεί (για εξωτερικούς χώρους) αξιόπιστο σύστημα για την παροχή πληροφοριών θέσης στην επιφάνεια της γης (Horizontal Datum), χρησιμοποιώντας το σύστημα WGS84 (World Geodetic system 1984) ή το ED50 (European Datum 1950). Τα στοιχεία αυτά συνήθως είναι τα : Angular or curvilinear coordinates (γεωγραφικό μήκος =  $\lambda$  και γεωγραφικό πλάτος =  $\phi$ ), οι συντεταγμένες Earth Centered Earth Fixed (ECEF) Coordinates (Καρτεσιανές X,Y,Z) και οι τοποκεντρικές συντεταγμένες ( topocentric coordinates) όπως οι ENU (East-West, North-South, Up-Down). Όλες σχετικά μεγάλης ακρίβειας. Επίσης παρέχει μεγάλο αριθμό στοιχείων όπως δεδομένα του διανύσματος της ταχύτητας κίνησης του οχήματος που φέρει το GPS, υψόμετρο (above MSL or above Ellipsoid), στοιχεία ακρίβειας δεδομένων, στοιχεία των δορυφόρων που χρησιμοποιούνται στην τοπογραφική οπισθοτομία προσδιορισμού της θέσης και στοιχεία χρόνου – ώρας (UTC).

Συνήθως χρησιμοποιούν δύο τύπων πρωτόκολλα επικοινωνίας μεταξύ δέκτη και IMU. Ένα τύπου ASCII το NMEA - 0183 (National Marine Electronics Association) και ένα τύπου binary με ποικιλία ταχυτήτων baud rate. Υπάρχουν επίσης και άλλα πρωτόκολλα συμβατά με δέκτες συγκεκριμένων εταιρειών (π.χ. Garmin, Trible κ.λπ.).

Επίσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μετρητές απόστασης (εκτίμηση σχετικής θέσης). Υπάρχουν διάφοροι τύποι μετρητών απόστασης όπως οι “ultrasonic range-finders”, οι “laser-rangefinder” (LRFs), οι RGBD cameras (Kinect) και τα γνωστά στη ρομποτική συστήματα Simultaneous Localization and Mapping (SLAM).

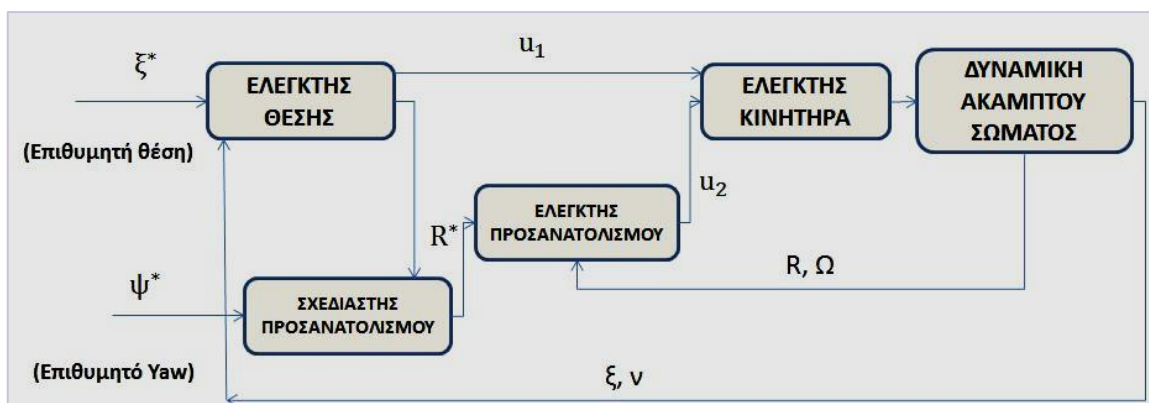
Η οπτική πλοήγηση, πλεονεκτεί ως προς την ακρίβεια, το μέγεθος και το βάρος των αισθητήρων αλλά μειονεκτεί ως προς την ταχύτητα και την υπολογιστική ισχύ της IMU με τη δεδομένη κατανάλωση από το SWAP.

Η τοποθέτηση κάμερας πακτωμένης στην άτρακτο θα πρέπει να λάβει υπόψη τους περιορισμούς από τη διεύθυνση κίνησης τους οχήματος και το άνοιγμα των φακών εστίασης της κάμερας. Οι παραπάνω δυσκολίες μπορούν να εξαλειφθούν τοποθετώντας ανεξάρτητο αδρανειακό σύστημα κίνησης της κάμερας. Σημειώνεται επίσης η αδυναμία ανάκτησης της κλίμακας κίνησης όταν χρησιμοποιείται μόνο μία κάμερα.

## 4 Έλεγχος

Το πρόβλημα του ελέγχου εντοπίζεται στη σχεδίαση ενός ελεγκτή παρακολούθησης τροχιάς (smooth trajectory tracking) του τύπου  $R^*(t), \xi^*(t) \in SE(3)$ , σχεδίαση η οποία αποτελεί από μόνη της μια πρόκληση διότι κατά πρώτον το σύστημα του οχήματος τύπου quad rotor είναι υπό-επενεργούμενο (υπάρχουν τέσσερες είσοδοι της μορφής  $u = (T_S, \tau^T)^T$  ενώ το  $SE(3)$  είναι 6 διαστάσεων) και κατά δεύτερον το αεροδυναμικό μοντέλο (aerodynamic model) που αναπτύξαμε παραπάνω είναι μόνο μια προσέγγιση του πραγματικού. Τελικά τα σήματα εισόδου είναι από μόνα τους εξιδανικευμένα.[17]

Στην πράξη τώρα οι ελεγκτές των κινητήρων πρέπει να υπερνικήσουν τις ροπές των οπισθελκουσών δυνάμεων (drag moments) για να παράγουν τις απαραίτητες ταχύτητες και να αντιληφθούν τα σήματα εισόδου των στατικών ώσεων  $T_S$  και των ροπών  $\tau^T$ . Το δυναμικό μοντέλο των κινητήρων και η αντίστοιχη αλληλοεπίδρασή του με τις οπισθέλκουσες δυνάμεις πάνω στα στροφέια είναι αρκετά δύσκολο να μοντελοποιηθεί. Όμως μία πρώτης – τάξης γραμμική μοντελοποίηση αποτελεί μία χρήσιμη προσέγγιση.



**Σχήμα 4-1.** Τα τρία επίπεδα ελέγχου (εσωτερικά βρόχος ελεγκτή κινητήρα, ενδιάμεσα βρόχος ελεγκτή προσανατολισμού και εξωτερικά βρόχος ελεγκτή θέσης).

Μια ιεραρχική προσέγγιση του ελέγχου είναι συνήθως μέθοδος για τα οχήματα τύπου quad rotor. Το χαμηλότερο επίπεδο αλλά με το υψηλότερο εύρος ζώνης είναι ο έλεγχος της ταχύτητας περιστροφής των κινητήρων. Το επόμενο επίπεδο είναι ο έλεγχος του προσανατολισμού (attitude) και το τελευταίο επίπεδο είναι ο έλεγχος της θέσης σχετικά με την επιθυμητή τροχιά. Τα τρία αυτά επίπεδα τυποποιούνται σε τρεις φωλιασμένους βρόχους ανάδρασης (feedback nested loops) όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-1.

#### 4.1 Έλεγχος Κινητήρων

Η ταχύτητα των στροφείων είναι εκείνη που μας οδηγεί στη μοντελοποίηση του οχήματος. Σύμφωνα με τις Εξ. (3-20,23,24,25) του Κεφαλαίου 3 προκύπτει η παρακάτω εξίσωση:

$$\begin{pmatrix} T_{\Sigma} \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ 0 & d_{c_T} & 0 & -d_{c_T} \\ -d_{c_T} & 0 & d_{c_T} & 0 \\ -c_Q & c_Q & -c_Q & c_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{\omega}_1^2 \\ \bar{\omega}_2^2 \\ \bar{\omega}_3^2 \\ \bar{\omega}_4^2 \end{pmatrix} \quad (4-1)$$

Έτσι η υψηλή ποιότητα έλεγχου των στροφών των κινητήρων είναι αντίστοιχα υψίστης σημασίας για τον ολοκληρωμένο έλεγχο του οχήματος. Ο έλεγχος σε υψηλό εύρος ζώνης κατά πρώτον της στατικής ώσης  $T_{\Sigma}$  που συμβολίζεται από το σήμα  $\mathbf{u}_1$  και κατά δεύτερον των ροπών  $(\tau_x, \tau_y, \tau_z)$  που συμβολίζεται από το σήμα  $\mathbf{u}_2$ , οδηγούν σε υψηλής απόδοσης έλεγχο της θέσης (positioning) και του προσανατολισμού (attitude). Τα περισσότερα οχήματα τύπου quad rotor είναι εξοπλισμένα με κινητήρες τύπου brushless dc (BLDC) συνήθως “outrunner” και “sensorless”. Οι κινητήρες αυτοί οδηγούνται από embedded, electronic speed controllers (ESC) οι οποίοι όταν οι κινητήρες είναι τύπου “sensorless”, αυτοί δεν χρησιμοποιούν κάποιον αισθητήρα φαινομένου Hall για την εύρεση της θέσης του δρομέα αλλά το πηνίο της μίας από τις τρεις φάσεις του δρομέα μετρώντας στα άκρα του την αντιηλεκτρεγερτική δύναμη (Back Electromotive Force-BEMF) και μετατρέπουν την υψηλής συχνότητας έξοδο τους που είναι διαμόρφωσης pulse width modulation (PWM) για τον έλεγχο της τάσης του κινητήρα.

Τα απλούστερα συστήματα χρησιμοποιούν γενικά τον απευθείας έλεγχο της τάσης των κινητήρων αφού η μόνιμη κατάσταση της ταχύτητας αυτών είναι ανάλογη (proportional) της τάσης τροφοδοσίας των. Όμως η δυναμική απόκριση είναι δεύτερης τάξης λόγω του ηλεκτρικού και μηχανικού δυναμικού μοντέλου. Η απόδοση βελτιώνεται όταν ενσωματώνεται SISO έλεγχος στο επίπεδο κινητήρα/στροφείο. Έτσι έχουμε

$$V_i = k \cdot (\bar{\omega}_i^* - \bar{\omega}_i) + V_{ff} \cdot (\bar{\omega}_i^*) \quad (4-2)$$

Όπου  $V_i$  είναι η εφαρμοζόμενη τάση στους κινητήρες,  $\bar{\omega}_i^*$  είναι η επιθυμητή ταχύτητα και  $\bar{\omega}_i$  η πραγματική ταχύτητα, η οποία μπορεί και να μετρηθεί από την ηλεκτρονική μετατρο-

πή στον (ESC). Αυτό μας βοηθά να ξεπεράσουμε τη δυσκολία σταθεροποίησης των στροφών όταν η τάση τροφοδοσίας μετά την πάροδο κάποιου χρόνου πτήσης μειώνεται.

Το σημαντικό φορτίο της ροπής λόγω της αεροδυναμικής οπισθέλκουσας θα μας οδηγήσει σε ένα σφάλμα παρακολούθησης το οποίο μπορεί να ελαχιστοποιηθεί από μία μεγάλη τιμή του αναλογικού κέρδους  $k$  και/ή ενός όρου πρόσθιας φοράς (feedforward term). Ένα πλεονέκτημα από τη ροπή της οπισθέλκουσας είναι ότι το σύστημα έχει μεγάλη απόσβεση με αποτέλεσμα να μην απαιτείται διαφορικός έλεγχος. Ο όρος πρόσθιας φοράς (feed forward term)  $V_{ff} \cdot (\bar{\omega}_i^*)$  της Εξ. (4-2) αντισταθμίζει στη μόνιμη κατάσταση την PWM έξοδο του ESC με δοσμένη επιθυμητή τιμή της ταχύτητας. Έτσι με διάφορες δοκιμές (στατικής ώσης – τάσης και χωρητικότητας της μπαταρίας), μπορούμε να βρούμε το καταλληλότερο μοντέλο για την ώση.

Η αποτελεσματικότητα και οι δυνατότητες των ESCs είναι άμεσα συνδεδεμένα με το ρεύμα που μπορούν να διοχετεύσουν στους κινητήρες, άρα και της απόκρισης του οχήματος σε ενεργοβόρους ελιγμούς. Η ενσωμάτωση ενός περιθωρίου κορεσμού είτε εξαιτίας της χωρητικότητας των μπαταριών είτε των ESCs, (current & voltage limits) θα κατέστρεφαν τη γραμμικότητα της απόκρισης κινητήρα / στροφέα κατά τη διάρκεια των ενεργοβόρων ελιγμών.

## 4.2 Έλεγχος του Προσανατολισμού του Οχήματος

Αρχικά θα εξετάσουμε έναν εκθετικά συγκλίνοντα έλεγχο στην ορθοκανονική βάση SO(3). Έστω ο πίνακας  $\hat{R}$  που αντιπροσωπεύει μία εκτίμηση του πίνακα περιστροφής του άκαμπτου σώματος  $R = \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} R$ . Η περιστροφή  $\hat{R}$  μπορεί να θεωρηθεί ως οι συντεταγμένες του ενδιάμεσου πλαισίου  $\{E\}$  (Σχήμα 3-2), για το οποίο ισχύει επίσης ότι είναι συσχετισμένο με τον παρακάτω μετασχηματισμό:

$$\hat{R} = \begin{Bmatrix} A \\ E \end{Bmatrix} \hat{R} : \{E\} \rightarrow \{A\} \quad (4-3)$$

Στόχος της εκτίμησης του προσανατολισμού είναι να τείνει ο πίνακας  $\hat{R} \rightarrow R$ . Έστω ότι το σφάλμα εκτίμησης είναι η σχετική περιστροφή  $\tilde{R}$  από το  $\{B\}$  (body fixed frame) στο ενδιάμεσο πλαίσιο αναφοράς  $\{E\}$ , το δε σφάλμα αυτό ισούται με:

$$\tilde{R} := \hat{R}^T \cdot R \quad (4-4)$$

για το οποίο ισχύει επίσης ότι είναι συσχετισμένο με τον παρακάτω μετασχηματισμό:

$$\tilde{R} = \begin{Bmatrix} E \\ B \end{Bmatrix} \tilde{R} : \{B\} \rightarrow \{E\} \quad (4-5)$$

Αυτό σημαίνει, ότι η σχετική περιστροφή  $\begin{Bmatrix} E \\ B \end{Bmatrix} \tilde{R}$  είναι ένας πίνακας περιστροφής με στοιχεία τα συνημίτονα του εσωτερικού γινομένου των διανυσμάτων των στηλών του πί-



νακα  $\hat{R}^T$  (εκτιμώμενα μοναδιαία διανύσματα του  $\{A\}$  (earth fixed frame)), επί των διανυσμάτων των γραμμών του πίνακα  $R$  (πραγματικά μοναδιαία διανύσματα του  $\{A\}$ ). Όταν  $\hat{R} \rightarrow R$  τότε ο  $\tilde{R} \rightarrow I_3$ , (αφού  $\cos 90^\circ = 0$  και  $\cos 0^\circ = 1$ ).

Από την ανάλυση που προηγήθηκε στην παράγραφο 3.1 (εκτίμηση προσανατολισμού), από την Εξ. (3-30), από το [16], το [12] θα προχωρήσουμε στη σχεδίαση του passive complementary filter στο  $SO(3)$  αφού πρώτα επεξηγήσουμε κάποιους χρήσιμους συμβολισμούς :

- Ο συμβολισμός  $\mathbb{P}_a(M) = \frac{M-M^T}{2}$  είναι η αντισυμμετρική προβολή ενός πίνακα  $M$  στο χώρο των τετραγωνικών πινάκων.
- Ο συμβολισμός  $(\Omega)_\times$  είναι ο αντισυμμετρικός πίνακας ενός διανύσματος  $\Omega$

$$(\Omega)_\times = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Ο συμβολισμός  $vex$  είναι ο  $vex(\Omega_\times) = \Omega$ ,  $\Omega \in \mathbb{R}^3$  ή ο συμβολισμός  $vex(A)_\times = A$ ,  $A \in SO(3)$ .

Λαμβάνουμε υπόψη μας επίσης ότι :

$$SO(3) = \{A \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid A = -A^T\}, A \cdot A^T = I$$

και ότι

$$\text{εάν } v, \Omega \in \mathbb{R}^3 \text{ τότε } \Omega_\times \cdot v = \Omega \times v$$

Αρχικά θεωρούμαι ότι ο πίνακας περιστροφής  $R(t)$  και το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας  $\Omega(t)$  είναι γνωστά και θα χρησιμοποιηθούν για να οδηγήσουν τα filter dynamics ενός φίλτρου τύπου complementary στο  $SO(3)$ [16]. Τονίζεται ότι η εκδοχή αυτή δεν ανταποκρίνεται στις πραγματικές συνθήκες.

Ο στόχος της εκτίμησης του προσανατολισμού (attitude estimation) είναι να παρέχει ένα σύνολο από dynamics για να βρεθεί μία εκτίμηση του  $R$  έστω η  $\hat{R}(t) \in SO(3)$  που να οδηγεί το σφάλμα περιστροφής (error rotation)  $\tilde{R}(t) = \hat{R}^T(t) \cdot R(t)$  στο μοναδιαίο πίνακα  $(3 \times 3) I_3$ , δηλαδή  $\tilde{R}(t) \rightarrow I_3$ .

Από τις εξισώσεις κίνησης του πραγματικού συστήματος έχουμε :

$$\frac{dR}{dt} = R \cdot (\Omega)_\times = (R \cdot \Omega)_\times \cdot R, \Omega \in \{B\}, \Omega \in \mathbb{R}^3 \quad (4-6)$$

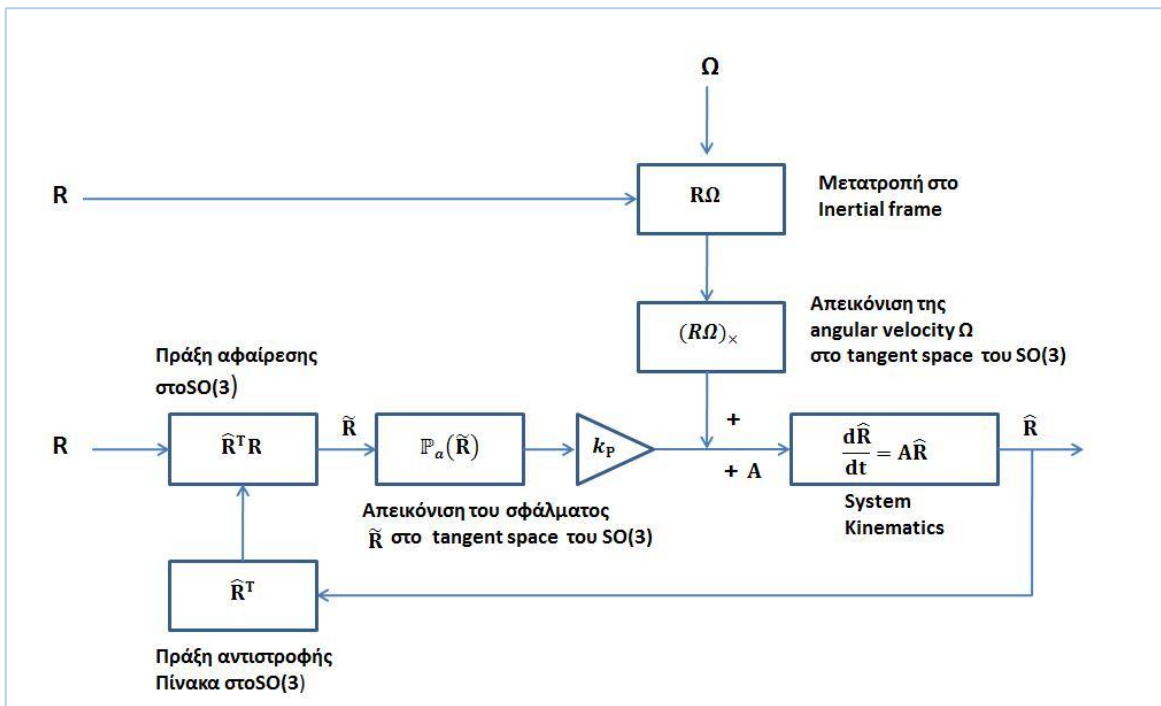
όπου:

$$(R \cdot \Omega)_\times = R \cdot (\Omega)_\times \cdot R^T \Rightarrow \frac{(R \cdot \Omega)_\times}{R^T} = R \cdot (\Omega)_\times \Rightarrow (R \cdot \Omega)_\times \cdot R = R \cdot (\Omega)_\times, \text{αφού } R^T = R^{-1}$$

Στη συνέχεια η προτεινόμενη εξίσωση παρατηρητή προκύπτει απευθείας από την παραπάνω εξίσωση κίνησης και περιέχει την εκτίμηση  $\hat{R}(t)$ , έναν όρο πρόβλεψης βασισμένο στη μέτρηση του  $\Omega$  και έναν επιπλέον όρο διόρθωσης (correction term),  $\varepsilon := \varepsilon(\tilde{R}) \in \{E\}$  ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί ως μια μη γραμμική προσέγγιση του σφάλματος μεταξύ των πινάκων περιστροφής  $\hat{R}$  και  $R$  όπως μετριέται στο σύστημα αναφοράς του  $\tilde{R}$ . Έτσι έχουμε:

$$\frac{d\hat{R}}{dt} = (R \cdot \Omega + k_p \cdot \hat{R} \cdot \varepsilon)_{\times} \cdot \hat{R}, \quad \hat{R}(0) = \hat{R}_0 \quad (4-7)$$

Στον όρο  $(R \cdot \Omega + k_p \cdot \hat{R} \cdot \varepsilon)_{\times} \in \{A\}$  το  $\Omega$  απεικονίζεται πλέον στο  $\{A\}$  αφού  ${}_{\{A\}}\Omega = R \cdot {}_{\{B\}}\Omega$  και  $k_p > 0$  είναι ο συντελεστής κέρδους.



**Σχήμα 4-2.** Μπλοκ διάγραμμα ενός γενικού τύπου Complementary Filter στο SO(3).

Εάν δεν χρησιμοποιήσουμε τη διόρθωση σφάλματος (correction error  $k_p \cdot \varepsilon \equiv 0$ ) τότε το σφάλμα περιστροφής (rotation error) είναι σταθερό. Αυτό αποδεικνύεται με την παραγωγή του  $\tilde{R}$  όπως παρακάτω:

$$\tilde{R} = \hat{R}^T \cdot R \quad (\text{εσωτερικό γινόμενο πινάκων περιστροφής}),$$

$$\frac{d\tilde{R}}{dt} = \hat{R}^T \cdot (R \cdot \Omega)_{\times}^T \cdot R + \hat{R}^T \cdot (R \cdot \Omega)_{\times} \cdot R = \hat{R}^T \cdot (-(R \cdot \Omega)_{\times} + (R \cdot \Omega)_{\times}) \cdot R = 0.$$

Στόχος μας είναι η εύρεση ενός όρου  $\varepsilon$  που οδηγεί σε εύρωστη (robust) σύγκλιση του  $\tilde{R} \rightarrow I$ . Ένας τέτοιος όρος  $\varepsilon$  προτείνεται να είναι ο όρος [15], [12]:

$$\varepsilon := \text{vex} \left( \mathbb{P}_a(\tilde{R}) \right) = \text{vex}(\mathbb{P}_a(\hat{R}^T \cdot R_y)) \quad (4-8)$$

Τονίζεται ότι ο τελεστής αναστροφής (transpose  $^T$ ), που ισούται με την αντιστροφή στο χώρο SO(3), αντιστοιχεί και με τον τελεστή «-» στα γραμμικά Complementary Filters. Ο τελεστής " $\hat{R}^T R_y$ " αντιστοιχεί με τον τελεστή διαφοράς ( $y - \hat{x}$ ) που ισούται με το σφάλμα στα γραμμικά Complementary Filters. Οι τελεστές " $\mathbb{P}_a(\tilde{R})$ " και " $(R\Omega)_x$ " απεικονίζουν από το χώρο των σφαλμάτων (error space) και το χώρο των ταχυτήτων (velocity space) στον εφαπτομενικό χώρο (tangent space) του SO(3).

Για την εφαρμογή των Complementary Filters είναι απαραίτητο να μετασχηματίσουμε τη γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$  από το body fixed frame στο inertial frame. Επίσης η πραγματική περιστροφή  $R$  δεν είναι γνωστή αλλά πρέπει να εκτιμηθεί. Διακρίνουμε έτσι δύο περιπτώσεις τα direct complementary filters και την passive complementary filters. Επιπρόσθετα έχουμε τη δυνατότητα να έχουμε και bias correction term στα σήματα των γυροσκοπίων [16], [12].

Παρακάτω δίνουμε, τα dynamics του passive complementary filter με bias correction στο SO(3) που θα χρησιμοποιηθεί στην εκτίμηση του "attitude":

$$\dot{\hat{R}} := \hat{R} \cdot (\Omega_y - \hat{b} + k_p \cdot \varepsilon)_x, \quad \hat{R}(0) = \hat{R}_0$$

$$\dot{\hat{b}} := -k_I \cdot \varepsilon, \quad \hat{b}(0) = \hat{b}_0,$$

$$\varepsilon = \text{vex}(\mathbb{P}_a(\tilde{R})), \quad \tilde{R} = (\hat{R}^T \cdot R_y),$$

$$k_p, k_I > 0 \text{ θετικά κέρδη}$$

(4-9)

Ο  $R_y$  είναι ο ανακατασκευασμένος πίνακας περιστροφής από τις γωνίες roll και pitch που θα μετρηθούν από τα επιταχυνσιόμετρα, ενώ  $\Omega_y$  είναι οι μετρήσεις από τα τριών αξόνων γυροσκόπια.

Ορισμένα σχόλια για τον τελεστή "vex", θεωρώ ότι θα βοηθήσουν τον αναγνώστη. Ο τελεστής "vex" χρησιμοποιείται για να εξάγει ορισμένες πληροφορίες από έναν πίνακα περιστροφής. Έστω  $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  ένας πίνακα περιστροφής τότε  $\text{vex}(R)$  ισούται με :

$$\text{vex}(R) = \sin(a) * \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \text{ όπου } a = \text{angle of rotation} \quad (4-10)$$

Όπου  $n_1, n_2, n_3$  τα στοιχεία του κανονικοποιημένου διανύσματος του άξονα.

Ο τελεστής "vex" μπορεί να υλοποιηθεί υπολογίζοντας πρώτα τη διαφορά  $\frac{R - R^T}{2}$  και έπειτα μεταφέρουμε τα τρία διάφορα στοιχεία αυτής (εκτός της διαγωνίου) στα στοιχεία του διανύσματος.

Κατόπιν των παραπάνω θα εξετάσουμε έναν εκθετικά συγκλίνοντα έλεγχο στην ορθοκανονική βάση  $SO(3)$ . Για ένα δοσμένο “attitude”  $R^*$  θέλουμε κατά πρώτον να αναπτύξουμε μια μέτρηση του σφάλματος κατά τις περιστροφές. Από την παραπάνω περιγραφή του ελέγχου και από τον όρο διόρθωσης (correction term) Εξ. (4-8) επιλέγω μία μέτρηση του σφάλματος της μορφής:

$$(\varepsilon(R))_{\times} = \frac{1}{2} \cdot ((R^*)^T \cdot R - R^T \cdot R^*) \quad (4-11)$$

Η Εξ. (4-11) μας δίνει έναν όρο διόρθωσης έστω τον  $\varepsilon(R)$ , ο οποίος αντιστοιχεί σε έναν αντισυμμετρικό πίνακα. Αυτός εκπροσωπεί τον άξονα της απαιτούμενης περιστροφής για να πάμε από το “attitude”  $R$  στο επιθυμητό “attitude”  $R^*$  και το πλάτος ισούται με το ημίτονο της γωνίας περιστροφής.

Για να δημιουργήσουμε γραμμικούς ελεγκτές, γραμμικοποιούμε τα “attitudes” γύρω από την τιμή της θέσης αιώρησης στην οποία θέση η γωνία  $\varphi$  του (roll) και η γωνία  $\theta$  του (pitch) έχουν τιμή πλησίον στο μηδέν. Εάν γράψουμε τον πίνακα περιστροφής  $R = \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} R$  ως γινόμενο της yaw περιστροφής  $\begin{Bmatrix} A \\ E \end{Bmatrix} R(\psi)$  και της περιστροφής  $\begin{Bmatrix} E \\ B \end{Bmatrix} R(\varphi, \theta)$ , το οποίο είναι μία σύνθεση των roll και pitch, μπορούμε να γραμμικοποιήσουμε την περιστροφή γύρω από σημείο  $(\psi, \varphi, \theta) = (\psi_0, 0, 0)$ .

$$\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} R = \begin{Bmatrix} A \\ E \end{Bmatrix} R(\psi_0 + \Delta\psi) \cdot \begin{Bmatrix} E \\ B \end{Bmatrix} R(\Delta\varphi, \Delta\theta) = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & \Delta\theta\cos\psi + \Delta\varphi\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi & \Delta\theta\sin\psi - \Delta\varphi\cos\psi \\ -\Delta\theta & \Delta\varphi & 1 \end{pmatrix} \quad (4-12)$$

Όπου  $\psi = \psi_0 + \Delta\psi$ .

$$\text{Εάν} \quad R^* = \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} R(\psi_0 + \Delta\psi, \Delta\varphi, \Delta\theta) \text{ και } R = \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} R(\psi_0, 0, 0) \quad (4-13)$$

Τότε η Εξ. (4-11) γίνεται :

$$(\varepsilon(R))_{\times} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta\psi & -\Delta\theta \\ -\Delta\psi & 0 & \Delta\varphi \\ \Delta\theta & -\Delta\varphi & 0 \end{pmatrix} \quad (4-14)$$

Το οποίο όπως αναμενόταν αντιστοιχεί στο διάνυσμα σφάλματος  $\varepsilon(R)$  :

$$\varepsilon(R) = \text{vec} ((\varepsilon(R))_{\times}) = (\Delta\varphi, \Delta\theta, \Delta\psi)^T \quad (4-15)$$

Τα στοιχεία του διανύσματος είναι εκφρασμένα στο σταθερό πλαίσιο του σώματος  $\{B\}$ . Εάν η επιθυμητή γωνιακή ταχύτητα είναι ίση με μηδέν, μπορούμε τότε να υπολογίσουμε το αναλογικό και διαφορικό σφάλμα (proportional & derivative error) και να έχουμε τον παρακάτω PD ελεγκτή :

$$\mathbf{u}_2 = -k_R \cdot \varepsilon(R) - k_{\Omega} \cdot \varepsilon(\Omega) \quad (4-16)$$

Όπου  $k_R$  και  $k_{\Omega}$  είναι αποκλειστικά θετικοί πίνακες κερδών.

Ο ελεγκτής της Εξ. (4-16) είναι εγγυημένα ευσταθής για μικρές αποκλίσεις από τη θέση της αιώρησης.

Για να πετύχουμε τη σύγκλιση του ελεγκτή για μεγαλύτερες αποκλίσεις από τη θέση αιώρησης, επιστρέφουμε στην Εξ. (4-11) χωρίς να πραγματοποιήσουμε την παραπάνω γραμμικοποίηση. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε το σφάλμα στην ορθοκανονική βάση  $SO(3)$ . Αντισταθμίζοντας τη μη γραμμικότητα με τον όρο της αδράνειας και προσθέτοντας τον όρο της διόρθωσης του σφάλματος θα έχουμε :

$$\mathbf{u}_2 = J(-k_R \cdot \varepsilon(R) - k_\Omega \cdot \varepsilon(\Omega)) + \Omega \times J \cdot \Omega - J(\Omega_\times \cdot R^T \cdot R^* \cdot \Omega^* - R^T \cdot R^* \cdot \dot{\Omega}^*) \quad (4-17)$$

Ο ελεγκτής της Εξ. (4-17) είναι εκθετικά ευσταθής σχεδόν για κάθε περιστροφή [13]. Όμως από πρακτικής άποψης είναι δυνατόν να αγνοηθούν οι τρεις τελευταίοι όροι του ελεγκτή και να συνεχίζουμε να έχουμε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Τονίζεται όμως ότι η ορθότητα και η πληρότητα των υπολογισμών του σφάλματος είναι πολύ σημαντικές για την ασφαλή πτήση του οχήματος [20].

### 4.3 Έλεγχος Τροχιάς

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με τον έλεγχο της τροχιάς πτήσης του οχήματος σε συνάρτηση με μία δεδομένη τροχιά  $\xi^*(t)$ . Όπως και προηγουμένως, πρώτα θα εξετάσουμε γραμμικούς ελεγκτές, γραμμικοποιώντας το δυναμικό μοντέλο γύρω από τα:  $\xi = \xi^*(t)$ ,  $\theta = \varphi = 0$ ,  $\xi = 0$ ,  $\psi = \psi^*(t)$  και  $\dot{\theta} = \dot{\varphi} = \dot{\psi} = 0$ . Θεωρούμε ως είσοδο τα  $\mathbf{u}_1 = m \cdot \mathbf{g}$  και  $\mathbf{u}_2 = 0$ . Γραμμικοποιώντας την Εξ. (3-11), παίρνουμε :

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_1 &= g \cdot (\Delta\theta \cos\psi^* + \Delta\varphi \sin\psi^*) \\ \ddot{\xi}_2 &= g \cdot (\Delta\theta \sin\psi^* - \Delta\varphi \cos\psi^*) \\ \ddot{\xi}_3 &= \frac{1}{m} \cdot \mathbf{u}_1 - g \end{aligned} \quad (4-18)$$

Για να οδηγήσουμε εκθετικά και τους τρεις όρους του σφάλματος θα πρέπει να εφαρμόσουμε ως εντολή ένα διάνυσμα επιτάχυνσης  $\ddot{\xi}^{com}$  που να εξασφαλίζει ότι :

$$(\ddot{\xi}^*(t) - \ddot{\xi}^{com}) + k_d \cdot (\dot{\xi}^*(t) - \dot{\xi}) + k_p \cdot (\xi^*(t) - \xi) = 0 \quad (4-19)$$

Από την Εξ. (4-18) έχουμε άμεσα από την τρίτη εξίσωση

$$\mathbf{u}_1 = m \cdot (g + \ddot{\xi}_3^* + k_{d,z} \cdot (\dot{\xi}_3^* - \dot{\xi}_3) + k_{p,z} \cdot (\xi_3^* - \xi_3)) \quad (4-20)$$

από όπου εξασφαλίζουμε τη σύγκλιση  $(\xi_3(t) - \xi_3^*(t)) \rightarrow 0$ . Όμοια και για τις δύο άλλες εξισώσεις της Εξ. (4-18) πρέπει να σχηματίσουμε τις απαραίτητες εντολές  $\theta^*$  και  $\varphi^*$  για

την εξασφάλιση της εκθετικής σύγκλισης, θέτουμε δε όπου  $\Delta\theta$  το  $\theta^*$  και όπου  $\Delta\varphi$  το  $\varphi^*$  και έχουμε:

$$\varphi^* = \frac{1}{g} \cdot (\ddot{\xi}_1^{com} \cdot \sin \psi^*(t) - \ddot{\xi}_2^{com} \cdot \cos \psi^*(t)) \quad (4-21)$$

$$\theta^* = \frac{1}{g} \cdot (\ddot{\xi}_1^{com} \cdot \cos \psi^*(t) + \ddot{\xi}_2^{com} \cdot \sin \psi^*(t)) \quad (4-22)$$

Τελικά τα παραπάνω παρέχονται ως επιθυμητές τιμές (set points)  $(\psi^*, \varphi^*, \theta^*)$  στον ελεγκτή του “attitude” της προηγούμενης παραγράφου.

Έτσι όπως φαίνεται και από το Σχήμα 4-1 το πρόβλημα του ελέγχου έχει μετασχηματισθεί σε δύο υπό-προβλήματα στον έλεγχο της θέσης (position) και στον έλεγχο του προσανατολισμού (attitude). Επίσης ο βρόχος ελέγχου θέσης παρέχει τις επιθυμητές τιμές για το βρόχο του ελεγκτή του προσανατολισμού (attitude).

Ο ελεγκτής θέσης μπορεί και να εφαρμοσθεί χωρίς γραμμικοποίηση. Αυτό δύναται να επιτευχθεί προβάλλοντας το σφάλμα θέσης (και τις παραγώγους του) επί του άξονα  $\vec{b}_3$  και εφαρμόζοντας την είσοδο  $\mathbf{u}_1$  η οποία εξουδετερώνει τη δύναμη της βαρύτητας και παρέχει την αναλογική και διαφορική ανάδραση.

$$\mathbf{u}_1 = m \cdot \vec{b}_3^T \cdot (g \cdot \vec{a}_3 + \ddot{\xi}^* + k_d \cdot (\dot{\xi}^* - \dot{\xi}) + k_p \cdot (\xi^* - \xi)) \quad (4-23)$$

Σημειώνεται ότι η πράξη της προβολής είναι μη γραμμική πράξη για τις γωνίες roll και pitch με αποτέλεσμα και ο ελεγκτής να μην είναι γραμμικός.

Άρα οι δύο μη γραμμικοί ελεγκτές που δίνονται από τις σχέσεις (4-17) και (4-23) εξασφαλίζουν την εκθετική ευστάθεια [13] και επιτρέπουν στο όχημα τύπου quad rotor να παρακολουθεί (track) συγκεκριμένες τροχιές (trajectories) στο SE(3).

## 5 Απαιτήσεις Σχεδιασμού Ιπτάμενου Οχήματος Πολλών Στροφείων

### 5.1 Προδιαγραφές Ιπτάμενου Οχήματος Πολλών Στροφείων

Για την υλοποίηση του σχεδιασμού ενός multi-rotor aerial vehicle απαιτούνται μία σειρά από χαρακτηριστικά στοιχεία τα οποία είναι απαραίτητα για τη διασφάλιση της λειτουργίας του οχήματος ως πτητικής μηχανής, τη δυνατότητα διενέργειας αυτόνομης πτήσης, τη δυνατότητα αποφυγής εμποδίων, τη δυνατότητα λειτουργίας σε εσωτερικά και εξωτερικά περιβάλλοντα.

Η αρχή γίνεται με την επιλογή ενός άκαμπτου σώματος, το οποίο επιβάλλεται να είναι ελαφρύ και λειτουργικό. Οι προτάσεις της αγοράς συγκλίνουν στη χρήση υλικών όπως ίνες από άνθρακα (fiber carbon) ή ακόμα από ελαφρύ ανοδιωμένο αλουμίνιο. Πολλές φορές γίνεται χρήση και των δύο υλικών με διάφορες παραλλαγές.



**Σχήμα 5-1.** Πλαίσιο για ιπτάμενο όχημα πολλών στροφείων από ίνες άνθρακα (αριστερά) ανοδιωμένο αλουμίνιο (δεξιά)

Η προωθητική δύναμη του οχήματος προκύπτει από τη χρήση κατάλληλων ηλεκτρικών κινητήρων οι οποίοι θα πρέπει να μην είναι ογκώδης και θα πρέπει να έχουν καλό λόγο Ισχύος (W) / μονάδα βάρους (Kg). Η εξέλιξη της τεχνολογίας στους DC κινητήρες έχουν δώσει μία σχετικά καινούργια γενιά κινητήρων, τους Brush-less DC κινητήρες των οποίων ο παραπάνω λόγος είναι μεγαλύτερος από τους κλασικούς DC κινητήρες και έχει επικρατήσει η χρήση τους σε διατάξεις όπως είναι τα ιπτάμενα οχήματα πολλών στροφείων. Αυτά διακρίνονται σε “Outrunner” και “In runner” και θα παρουσιαστούν αναλυτικότερα παρακάτω. Επίσης οι ηλεκτρικοί κινητήρες αυτοί οδηγούνται από ειδική μονάδα ο καθένας το Electronic Speed Controller (ESC).



**Σχήμα 5-2.** Brushless DC motors Outrunner (αριστερά), In-runner (κέντρο), ESC (δεξιά).

Η ώση που παράγουν οι εκάστοτε κινητήρες αποδίδεται με τη χρήση κατάλληλων ελίκων. Η δομή αυτών ποικίλλει από ίνες άνθρακα (carbon) μέχρι ειδικά πλαστικά υλικά. Η μορφή επίσης, δηλαδή ο αριθμός των πτερυγίων, εξαρτάται από τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά τα οποία επιλέγονται σε κάθε διάταξη. Χαρακτηριστικά στοιχεία επίσης αποτελούν η διάμετρος και το βήμα της έλικας τα οποία απαντώνται σε διάφορους συνδυασμούς και επιλέγονται κατά περίπτωση.



**Σχήμα 5-3.** Έλικες δύο πτερυγίων (αριστερά) τριών πτερυγίων (δεξιά)

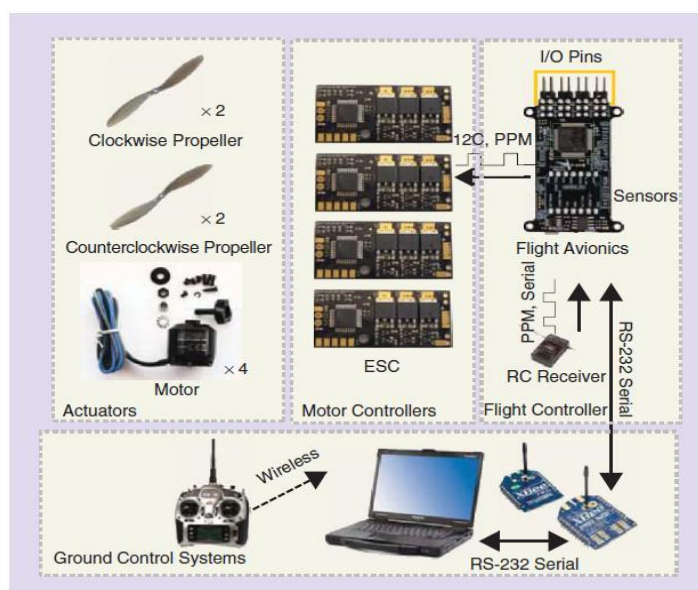


Τα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά στοιχεία της εκάστοτε διάταξης χρειάζονται ενέργεια η οποία θα πρέπει να είναι επαρκής για την τροφοδοσία τους για μια προκαθορισμένη διάρκεια πτήση η οποία θα πρέπει να ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις του χρήστη. Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, η εξέλιξη της τεχνολογίας έχει οδηγήσει στην παραγωγή πηγών ενέργειας με υψηλή πυκνότητα που φτάνει τις 190 Wh / Kg. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν οι μπαταρίες τεχνολογίας Li-ion Polymer (LiPo).



**Σχήμα 5-4.** Μπαταρίες LiPo διαφόρων διαστάσεων και χωρητικότητας

Όπως αναφέρθηκε και στα Κεφάλαια 3 και 4, για την εκτίμηση και τον έλεγχο του προσανατολισμού, της θέσης και της ταχύτητας του οχήματος απαιτούνται αισθητήρες, επεξεργαστής για την επεξεργασία των δεδομένων τους και την υλοποίηση της εκτίμησης και του ελέγχου και περιφερειακές μονάδες για την επικοινωνία με επίγεια μονάδα συστήματος. Όλα αυτά απαντώνται συνήθως σε ένα τυπωμένο κύκλωμα που αποτελεί τα ηλεκτρονικά πτήσης του οχήματος (flight avionics). Η διασύνδεση όλων των παραπάνω παρουσιάζεται συνοπτικά στο Σχήμα 5-5.



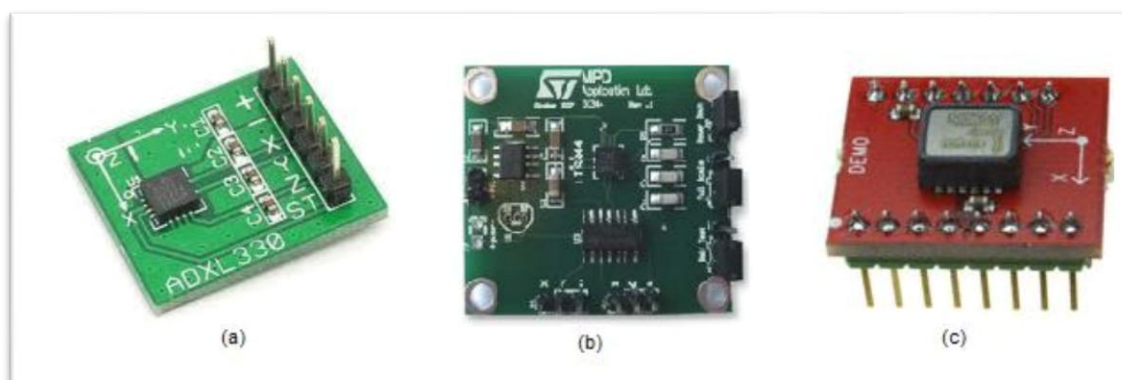
**Σχήμα 5-5.** Η διασύνδεση μεταξύ των στοιχείων μίας διάταξης multi rotor aerial vehicle

## 5.2 Απαιτήσεις Αισθητήρων

Για τη μέτρηση της γραμμικής ταχύτητας του ιπτάμενου οχήματος ως προς τους χυζ-άξονες απαιτούνται αισθητήρες που είναι γνωστοί ως επιταχυνσιόμετρα. Το επιταχυνσιόμετρο είναι μια ηλεκτρομηχανική συσκευή που έχει την ικανότητα να μετρά επιταχύνσεις. Αυτές οι επιταχύνσεις μπορεί να είναι στατικές, όπως είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, ή δυναμικές όταν προκαλούνται – προέρχονται από αλλαγές στην ταχύτητα ή στη διεύθυνση της κίνησης (επιταχύνσεις, επιβραδύνσεις). Η τεχνολογία MEMS μας παρέχει μία γκάμα από τέτοιους αισθητήρες οι οποίοι είτε ενυπάρχουν πάνω στην IMU του οχήματος είτε απαντώνται ως ξεχωριστό τυπωμένο κύκλωμα το οποίο προσαρτάται με σταθερούς ακροδέκτες πάνω στην πρώτη. Στη δεύτερη περίπτωση είναι χαρακτηριστική η απαίτηση να γίνει σωστή ευθυγράμμιση του αισθητήρα έτσι ώστε να μην υπάρχει κλίση έναντι του συστήματος αναφοράς του πλαισίου του οχήματος. Στον Πίνακα 5-1 παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικών ορισμένων τέτοιων επιταχυνσιόμετρων κάποια από τα οποία φαίνονται και στο Σχήμα 5-6.

**Πίνακας 5-1.** Χαρακτηριστικά Επιταχυνσιόμετρων

ΟΝΟΜΑ	ΕΞΟΔΟΣ	ΑΞΟΝΕΣ	ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ (V)	ΙΣΧΥΣ (mA)	ΕΥΡΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ (g)	ΕΥΡΟΣ ΖΩΝΗΣ (KHz)	ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑ (%)	ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)
ADXL330	ΤΑΣΗ	ΤΡΕΙΣ	1.8 - 3.6	0.32	± 3	1.6 (XY) 0.55 (Z)	± 0.3	4.0 × 4.0 × 1.45
SCA3100-D04	SPI	ΤΡΕΙΣ	3.0 - 3.6	3	± 2	2	± 2	7.6 × 3.3 × 8.6
LIS344ALH	ΤΑΣΗ	ΤΡΕΙΣ	2.4 - 3.6	0.68	± 6	1.8	± 0.5	4.0 × 4.0 × 1.5
MPU-6000	I2C	ΤΡΕΙΣ	2.375 - 3.46	0.5	± 16	1	± 0.5	4.0 × 4.0 × 0.9
LIS3L02AL	ΤΑΣΗ	ΤΡΕΙΣ	3.4 - 3.6	0.85	± 2	1.5	± 0.3(XY) ± 0.5(Z)	5.0 × 5.0 × 1.52

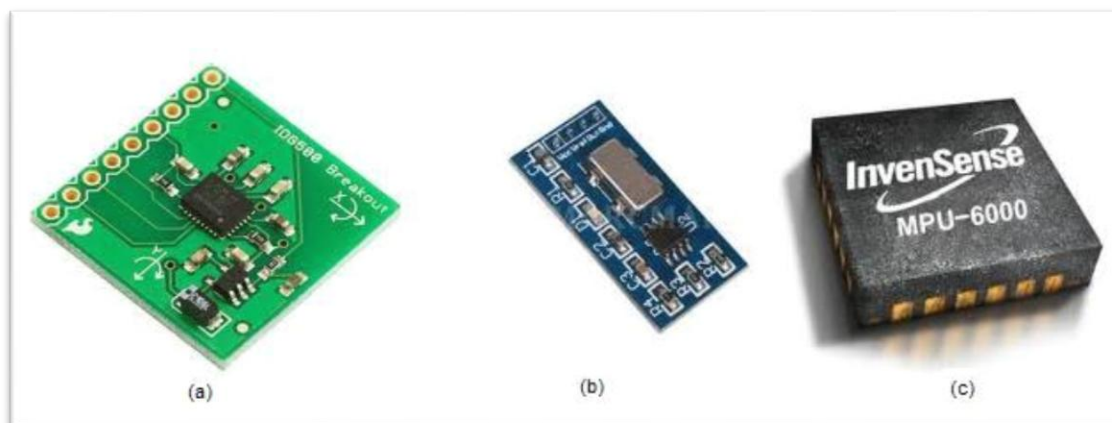


**Σχήμα 5-6.** Ενδεικτικά επιταχυνσιόμετρα (a) ADXL330 (b) LIS344ALH (c) SCA3100-D04

Για τη μέτρηση της γωνιακής ταχύτητας ως προς τους xyz-άξονες χρησιμοποιούνται αισθητήρες επίσης τεχνολογίας MEMS γνωστοί ως γυροσκόπια. Ένα γυροσκόπιο είναι μια συσκευή μέτρησης της γωνιακής ταχύτητας. Αυτά απαντώνται ως γυροσκόπια ενός, δύο είτε τριών αξόνων. Οπότε στην περίπτωση μας όπου χρειαζόμαστε μέτρηση και στους τρεις άξονες μπορεί να γίνει είτε επιλογή επιμέρους αυτών είτε γυροσκοπίου τριών αξόνων εξ' αρχής που είναι και πιο ενδεδειγμένη λύση καθώς το πρόβλημα της ευθυγράμμισης πάνω στο πλαίσιο ελαχιστοποιείται στη δεύτερη περίπτωση. Ακολουθεί ένας ενδεικτικός πίνακας (Πίνακας 5-2) μερικών από αυτά που παρουσιάζει τα χαρακτηριστικά τους και στο Σχήμα 5-7 φαίνονται κάποια από αυτά.

**Πίνακας 5-2.** Χαρακτηριστικά Γυροσκοπίων

ΟΝΟΜΑ	ΕΞΟΔΟΣ	ΑΞΟΝΕΣ	ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ (V)	ΙΣΧΥΣ (mA)	ΕΥΡΟΣ (μί-ρες/ δεύτ)	ΑΠΟΚΡΙΣΗ (Hz max)	ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)
ENC-03	ΤΑΣΗ	ΕΝΑΣ	2.7 - 5.5	5	±300	50	15.5× 8.0 ×4.3
IDG-500	ΤΑΣΗ	ΔΥΟ (XY)	2.7 - 3.3	7	±500	140	4.5×5.0 ×1.2
ISG-500	ΤΑΣΗ	ΕΝΑΣ (Z)	2.7 - 3.3	4.5	±500	140	4.0×5.0 ×1.15
IDC-650	ΤΑΣΗ	ΔΥΟ (XY)	2.7 - 3.3	7	±2000	140	4.0×5.0 ×1.15
ISG-650	ΤΑΣΗ	ΕΝΑΣ (Z)	2.7 - 3.3	4.5	±2000	140	4.0×5.0 ×1.15
ADXRS610	ΤΑΣΗ	ΕΝΑΣ	4.75 - 5.25	3.5	±300	2500	7.0 × 7.0 ×3.0
MPU-6000	I2C	ΤΡΕΙΣ	2.375 - 3.46	3.6	±2000	256	5.0 × 5.0 ×1.52



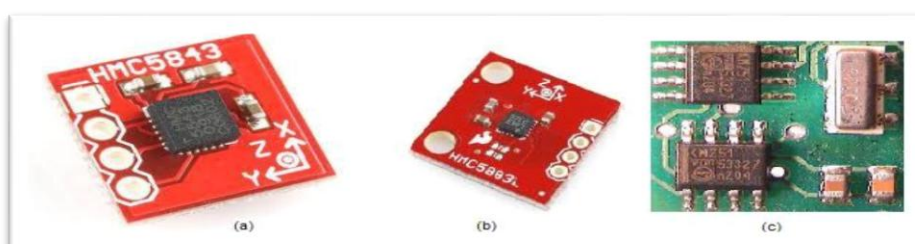
**Σχήμα 5-7.** Ενδεικτικά γυροσκόπια (a) IDG-500 (b) ENC-03 (c) MPU-6000

Για την εκτίμηση θέσης του ιπτάμενου οχήματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν και τα μαγνητόμετρα τριών αξόνων όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 3. Πρόκειται για αισθητήρες που δίνουν μέτρηση της απόκλισης σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο της γης. Απαντώνται και αυτά σε τεχνολογία MEMS και είναι ένας χρήσιμος αισθητήρας αρκεί να μην υπάρχουν ή να μην προκαλούνται από τις ηλεκτρονικές διατάξεις του κινητήρα άλλα

μαγνητικά πεδία που εισάγουν σημαντικό σφάλμα στη μέτρηση. Στον Πίνακα 5-3 που ακολουθεί παρουσιάζονται κάποια από τα μαγνητόμετρα που χρησιμοποιούνται ευρέως σε τέτοιες εφαρμογές και τα χαρακτηριστικά αυτών. Αντίστοιχα φαίνονται και στο Σχήμα 5-8.

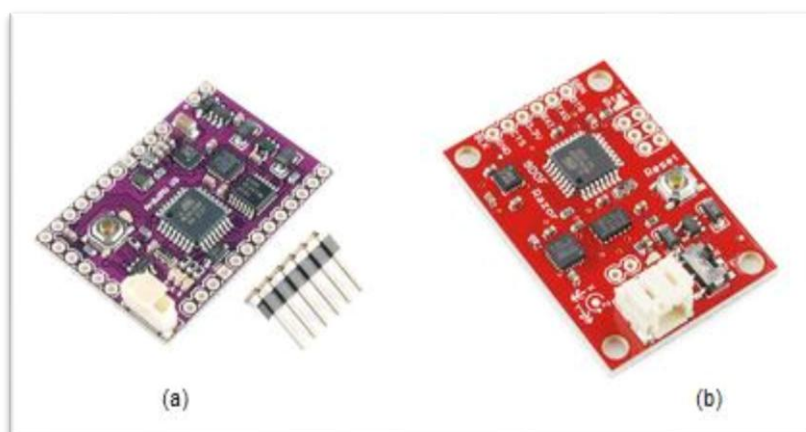
**Πίνακας 5-3.** Χαρακτηριστικά Μαγνητόμετρων

ΟΝΟΜΑ	ΕΞΟΔΟΣ	ΑΞΟΝΕΣ	ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ (V)	ΙΣΧΥΣ (Ma)	ΕΥΡΟΣ (G)	ΡΥΘΜΟΣ ΔΕΙΓΜ. (Hz)	ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)
HMC5843	I2C	ΤΡΕΙΣ	2.5 - 3.3	0.8	± 4	116	4.0×4.0 ×1.3
HMC5883	I2C	ΤΡΕΙΣ	1.6 - 3.3	0.64	± 8	116	3.0×3.0 ×0.9
KMZ51	ΤΑΣΗ	ΕΝΑΣ	5.0 - 8.0	-	± 2.5	-	5.0×4.0 ×1.75



**Σχήμα 5-8.** Ενδεικτικά μαγνητόμετρα (a) HMC5843 (b) HMC 5883 (c) KMZ51

Αξίζει να σημειωθεί ότι στην αγορά απαντώνται διάφορα IMU που έχουν ενσωματωμένα πάνω τους τα επιταχυνσιόμετρα, τα γυροσκόπια και τα μαγνητόμετρα τριών αξόνων μαζί καθώς επίσης περιλαμβάνουν και το μικροελεγκτή ο οποίος επεξεργάζεται τα δεδομένα των αισθητήρων.

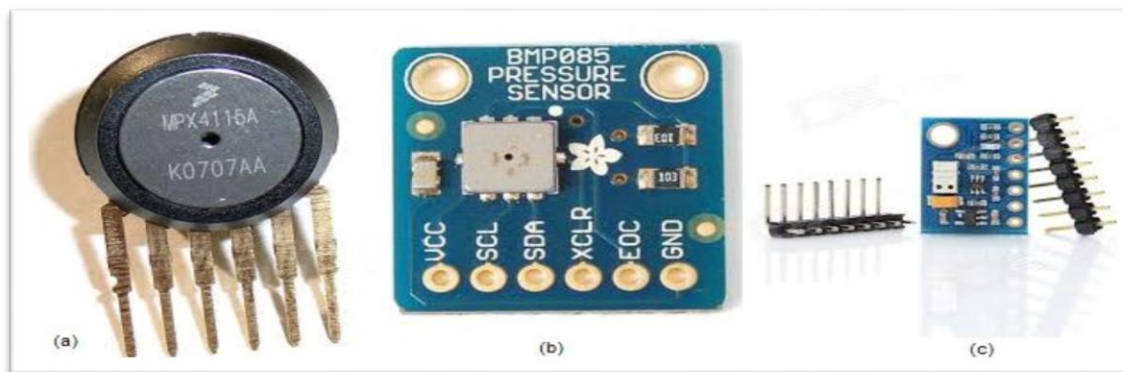


**Σχήμα 5-9.** 9DOFS IMUs (a) DIYDrones ArduIMU+ V3 (b) Razor IMU

Ο αισθητήρας που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση του πραγματικού ύψους του ιπτάμενου οχήματος μπορεί να είναι είτε ο αισθητήρας υψομέτρου με μέτρηση της βαρομετρικής πίεσης, κάποιιοι από τους οποίους παρουσιάζονται στον Πίνακα 5-4, είτε το GPS το οποίο όμως περιορίζεται για εφαρμογές σε εξωτερικά περιβάλλοντα. Αντίστοιχοι περιορισμοί προκύπτουν για το σύστημα καμερών VICON με το οποίο μπορεί να προσδιοριστεί η θέση του οχήματος ωστόσο μπορεί να αναπτυχθεί κατά βάση σε εσωτερικά περιβάλλοντα, π.χ. στο χώρο ενός εργαστηρίου. Για τον εντοπισμό της θέσης του οχήματος χρησιμοποιείται και η τεχνική SLAM ( Simultaneous Localization And Mapping) στην οποία όμως προϋποτίθεται η ύπαρξη κάποιου χάρτη και με τη βοήθεια αισθητήρων απόστασης με υπερήχους (Ultrasonic Range Finders-URF) ή λέιζερ (Laser Range Finders-LRF) επιτυγχάνεται η χαρτογράφηση του χώρου που δίδεται από το χάρτη. (Σχήμα 5-10)

**Πίνακας 5-4.** Χαρακτηριστικά αισθητήρων Βαρόμετρου

ΟΝΟΜΑ	ΕΞΟΔΟΣ	ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ (V)	ΙΣΧΥΣ	ΕΥΡΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ( msec )	ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)
MPX4115A	ΤΑΣΗ	4.85 - 5.35	0.1 mA	150 - 1150 hPa	1	11.38×10.54×12.7
BMP085	I2C	1.8 - 3.6	5 $\mu$ A	300 - 1100 hPa	7.5	5.0×5.0 ×1.2
MS5611	I2C	1.8 - 3.6	0.9 - 12.5 $\mu$ A	450 - 1100 mBar	0.5 - 8.22	3.0×5.0 ×1.7



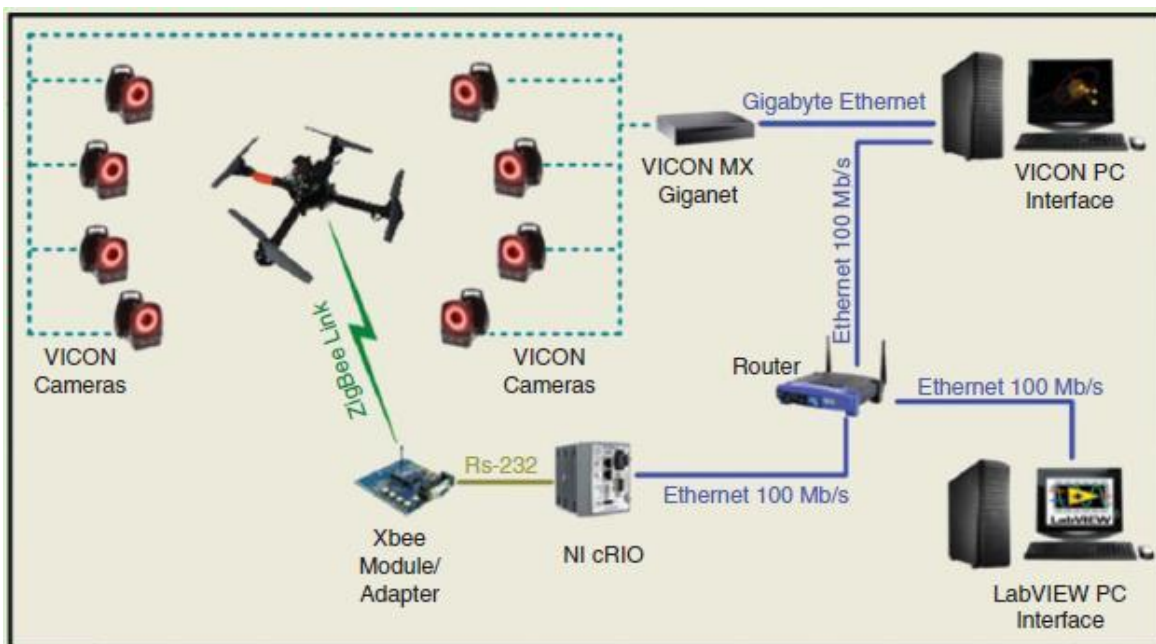
**Σχήμα 5-10.** Ενδεικτικοί βαρομετρικοί αισθητήρες (a) MPX4115A (b) BMP085 (c) MS5611



Σχήμα 5-11. Αισθητήρες ανίχνευσης απόστασης (a) Υπέρηχων (b) Λέιζερ (c) Υπέρυθρων



Σχήμα 5-12. Διάφορα GPS κατάλληλα για εφαρμογές μικρών ιπτάμενων οχημάτων



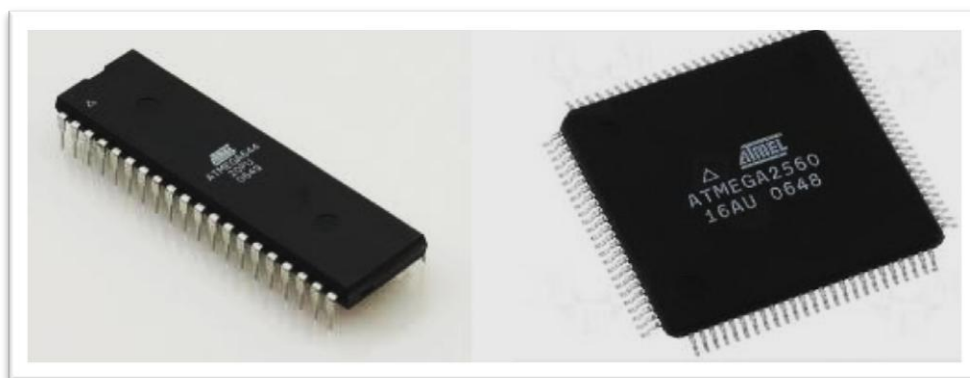
Σχήμα 5-13. Απεικόνιση του συστήματος VICON

### 5.3 Απαιτήσεις CPU

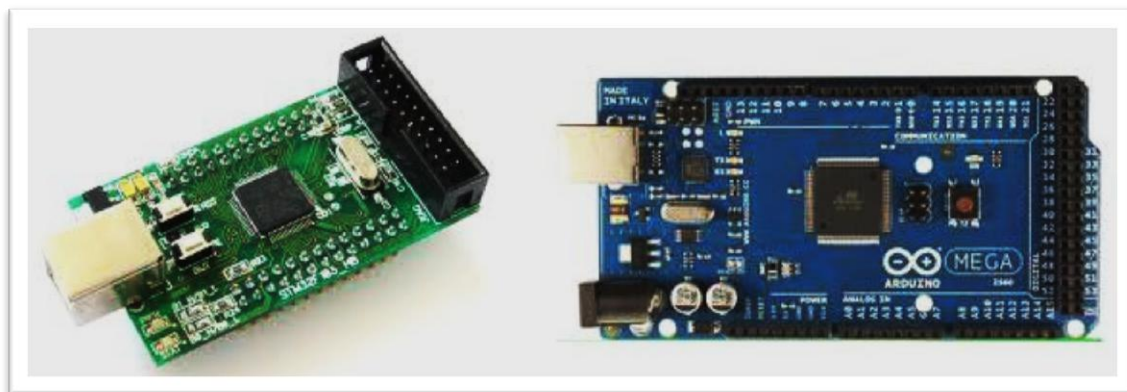
Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκαν οι απαιτούμενοι αισθητήρες που θα πρέπει να περιλαμβάνει μία διάταξη ιπτάμενου οχήματος πολλών στροφείων. Αυτοί είναι απαραίτητοι για την εκτίμηση του προσανατολισμού, της θέσης και της ταχύτητας του ιπτάμενου οχήματος. Οι μετρήσεις που λαμβάνονται από τους αισθητήρες αυτούς επεξεργάζονται από μία μονάδα μικροελεγκτή η οποία βρίσκεται συνήθως στην ίδια πλακέτα με τους αισθητήρες και αποτελούν την IMU όπως φαίνεται παραπάνω στο Σχήμα 5-9. Οι μικροελεγκτές νέας γενιάς που χρησιμοποιούνται ευρέως έχουν επαρκή μνήμη για την ενσωμάτωση κώδικα. Η υπολογιστική τους ισχύς είναι αρκετά καλή για τους απαιτούμενους υπολογισμούς ενώ παρέχουν διάφορα πρωτόκολλα σειριακής επικοινωνίας για τη διασύνδεση διάφορων περιφερειακών μονάδων με πολύ καλή λειτουργικότητα. Παρέχονται προσαρμοσμένοι και σε αναπτυσσόμενες πλακέτες με λειτουργική διάταξη που μειώνει το χώρο που χρειάζεται να καταλάβει στο σύνολο της διάταξης. Πάνω σε αυτές υπάρχουν και οι συνδετήρες διασύνδεσης με τις εξωτερικές μονάδες καθιστώντας την κατασκευή αρκετά συμπαγή. Στον Πίνακα 5-5 γίνεται μία συγκριτική παρουσίαση μερικών μικροελεγκτών ενώ στο Σχήμα 5-14 φαίνεται η μορφή δύο εξ αυτών.

**Πίνακας 5-5.** Συγκριτική παρουσίαση μικροελεγκτών

ΟΝΟΜΑ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (Hz)	ΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	FLASH	EEPROM	RAM	ADC	PWM	DATA BUS	SPI	I2C	USART
ATmega168	20 MHz	2.7V - 5.5V	16 KB	512 B	1 KB	8 ch (10bit)	6	8 bit	✓	✓	✓
ATmega644	20 MHz	2.7V - 5.5V	64 KB	2 KB	4 KB	8 ch (10bit)	6	8 bit	✓	✓	✓
ATmega2560	16 MHz	4.5V - 5.5V	256 KB	4 KB	8 KB	16 ch (10bit)	12	8 bit	✓	✓	✓
STM32F103B	72 MHz	2.0V - 3.6V	128 KB	-	20 KB	10 ch (12bit)	4	32 bit	✓	✓	✓
STM32F105RCT	72 MHz	2.0V - 3.6V	256 KB	-	64 KB	10 ch (12bit)	4	32 bit	✓	✓	✓



**Σχήμα 5-14.** Διάφοροι μεμονωμένοι μικροελεγκτές



Σχήμα 5-15. Διάφορες αναπτυξιακές πλακέτες με ενσωματωμένο ελεγκτή.

Εδώ αξίζει να αναφερθεί ότι πολλές φορές η υπολογιστική ισχύς του μικροελεγκτή μπορεί να μην επαρκεί για την υλοποίηση πολύπλοκων αλγορίθμων ελέγχου και φιλτραρίσματος καθώς επίσης και περεταίρω επεξεργασία δεδομένων. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχει η δυνατότητα να αναπτυχθεί και ένας επίγειος σταθμός ελέγχου (Ground Station Control-GSC) και να υπάρχει ασύρματη επικοινωνία με τη μονάδα επεξεργασίας που βρίσκεται τοποθετημένη στο πλαίσιο του οχήματος. Έτσι τα δεδομένα που ανταλλάσσονται μπορεί να αφορούν είτε τα στοιχεία της πτήσης είτε δεδομένα προς επεξεργασία. Στο Σχήμα 5-16 φαίνεται η εικόνα από την τηλεμετρία ενός τέτοιου συστήματος.



Σχήμα 5-16. Εικόνα από την τηλεμετρία του Arducopter GCS



## 5.4 Απαιτήσεις σε Κινητήρες-Μπαταρίες-Έλικες

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιαστούν οι απαιτήσεις ενός ιπτάμενου οχήματος πολλών στροφείων σε κινητήρες, μπαταρίες και έλικες. Οι κινητήρες αποτελούν τα στοιχεία τα οποία θα μετατρέψουν την ηλεκτρική ενέργεια των μπαταριών σε προωθητική δύναμη (ώση) με τη χρήση κατάλληλης έλικας, δύναμη η οποία είναι απαραίτητη έτσι ώστε το όχημα να μπορεί να αιωρείται, να πλοηγείται και να κάνει απαιτητικούς ελιγμούς.

### 5.4.1 Κινητήρες

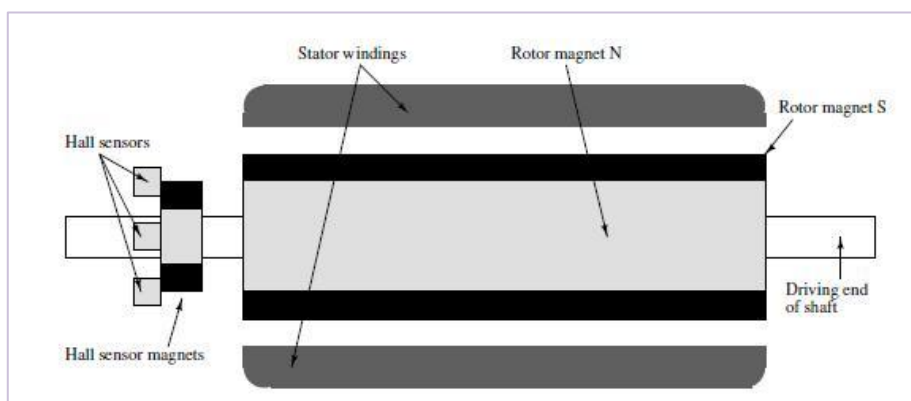
Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω οι διατάξεις οι οποίες μας ενδιαφέρουν πρέπει να έχουν όσο το δυνατόν μικρό βάρος με δυνατότητα να φέρουν ένα πρόσθετο φορτίο ανάλογα με την εφαρμογή που θα χρησιμοποιηθούν χωρίς να εμποδίζεται η ευελιξία τους, η αυτονομία τους και οι δυνατότητες τους σε πλοήγηση. Οι κινητήρες που επιλέγονται είναι κατά αποκλειστικότητα συνεχούς ρεύματος (DC). Μας ενδιαφέρει επίσης να μπορούν να παρέχουν έναν υψηλό λόγο Ισχύος / Μονάδα βάρους. Η πρόσφατη τεχνολογία στους κινητήρες συνεχούς ρεύματος μας έχει δώσει μία κατηγορία η οποία συνδυάζει πολύ αποδοτικά όλα τα παραπάνω. Αυτά είναι οι Brushless DC (BLDC) κινητήρες και το όνομά τους προκύπτει από το γεγονός ότι δεν χρησιμοποιούνται ψήκτρες όπως οι κοινοί DC κινητήρες όπως επίσης δεν απαιτούν την ύπαρξη κιβωτίου ταχυτήτων (gearbox) αφού οδηγούνται από μία εξειδικευμένη ηλεκτρονική διάταξη το ESC (Electronic Speed Controller).

Ένας “bldc” κινητήρας είναι ένας σύγχρονος κινητήρας μόνιμου μαγνήτη που χρησιμοποιεί αισθητήρες θέσης και έναν αντιστροφέα (inverter) για τον έλεγχο των ρευμάτων του οπλισμού. Απαντάται σε δύο διατάξεις, την πρώτη στην οποία ο οπλισμός είναι στο στάτη και οι μαγνήτες στο δρομέα και χαρακτηρίζεται ως “inrunner” και τη δεύτερη στην οποία συμβαίνει το αντίστροφο (οι μαγνήτες στο στάτη και ο οπλισμός στο δρομέα) και χαρακτηρίζονται ως “outrunner”. Η πρώτη διάταξη παρέχει μεγαλύτερο αριθμό στροφών και οδηγεί συνήθως μικρή έλικα με τη βοήθεια κιβωτίου ταχυτήτων, ενώ η δεύτερη παρέχει μεγαλύτερη ροπή, μπορεί να οδηγήσει μεγάλες έλικες χωρίς να αναπτύσσει μεγάλη θερμοκρασία. Στα ιπτάμενα οχήματα πολλών στροφείων μεσαίας και μεγάλης κλίμακας όπου μας ενδιαφέρει ή όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ώση παρά ο μεγάλος αριθμός στροφών η δεύτερη διάταξη είναι επικρατέστερη σε αντίθεση με αυτά μικρής κλίμακας όπου προτιμάται η πρώτη διάταξη.

Μία ακόμα διάκριση που γίνεται στους bldc κινητήρες έχει να κάνει με τη μορφή της αντιηλεκτρεγερτικής δύναμης (back-emf) που επάγεται στις περιελίξεις του κινητήρα η οποία μπορεί να είναι είτε τραπεζοειδής είτε ημιτονοειδής. Η μορφή της αντιηλεκτρεγερτικής δύναμης εξαρτάται από τη μορφή των μαγνητών και την κατανομή των περιελίξεων.

Οι ημιτονοειδείς κινητήρες χρειάζονται αισθητήρες θέσης υψηλής ανάλυσης έτσι ώστε να είναι γνωστή κάθε στιγμή η θέση του δρομέα και να λειτουργεί ο κινητήρας βέλτιστα. Επιπρόσθετα απαιτούν πιο πολύπλοκο υλικό και λογισμικό. Σε αντίθεση με αυτούς, οι τραπεζοειδείς κινητήρες είναι πιο ελκυστικοί ως εναλλακτική λύση σε πολλές εφαρμογές εξαιτίας της απλότητάς τους, της χαμηλότερης τιμής τους και της υψηλότερης αποδοτικότητάς τους [27].

Οι bldc κινητήρες απαντώνται σε διάφορες διατάξεις ως προς τις φάσεις της τάσης που εφαρμόζεται στις περιελίξεις τους. Αυτή με τις τρεις φάσεις αποτελεί τον πιο κοινό τύπο εξαιτίας της αποδοτικότητάς της και της μικρής κυμάτωσης της ροπής. Η διάταξη αυτή προσφέρει επίσης έναν καλό συμβιβασμό μεταξύ του ακριβούς ελέγχου και του αριθμού των ηλεκτρονικών συσκευών ισχύος που χρειάζονται για να ελέγξουν τα ρεύματα του στάτη [28]. Ο έλεγχος θέσης επιτυγχάνεται με τη χρήση αισθητήρων του φαινομένου-Hall που ανιχνεύουν την παρουσία των μικρών μαγνητών που είναι ενσωματωμένοι στον άξονα του κινητήρα.

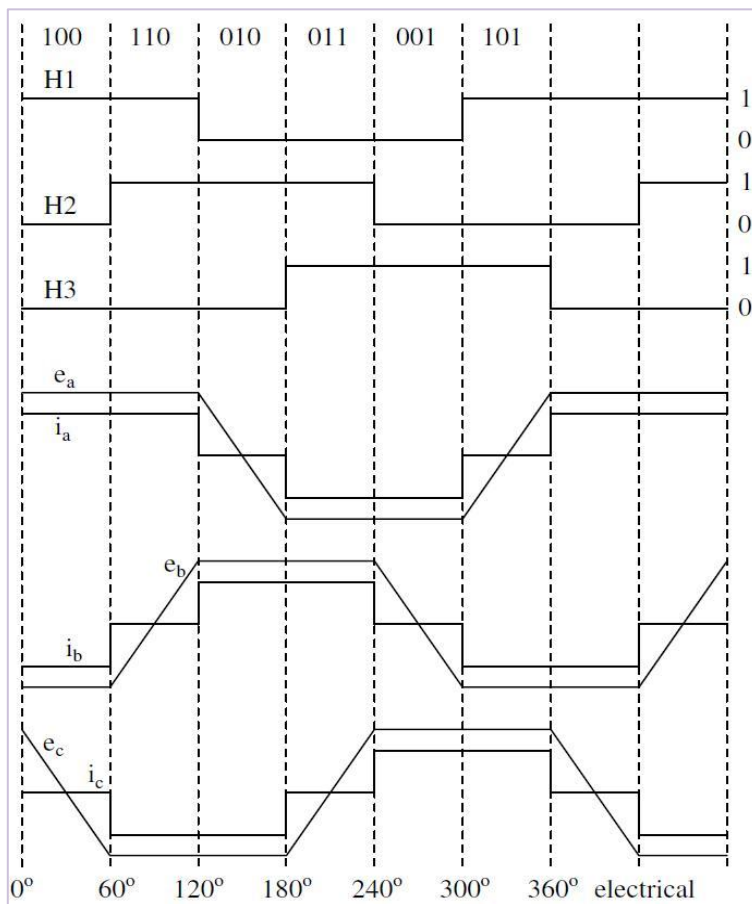


Σχήμα 5-17. BLDC κινητήρας σε εγκάρσια τομή

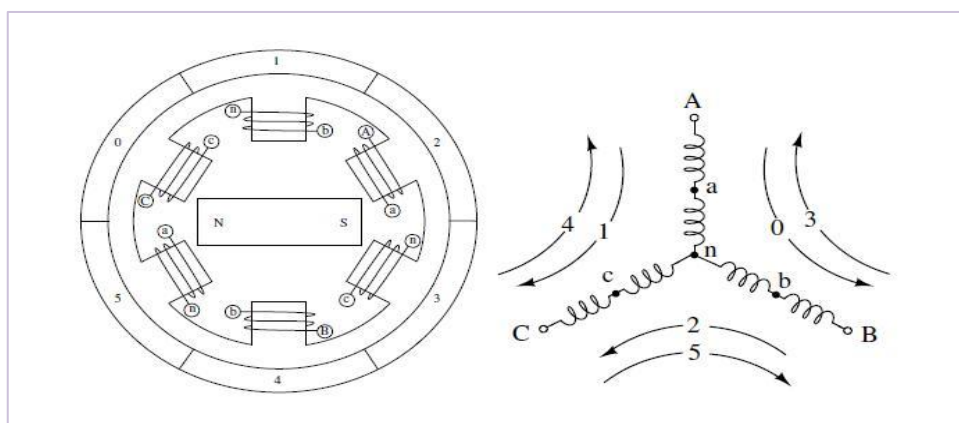
Οι τρεις φάσεις του bldc κινητήρα λειτουργούν ανά δύο κάθε φορά, για παράδειγμα ενεργοποιούνται οι δύο φάσεις που παράγουν την υψηλότερη ροπή ενώ η τρίτη δεν συμμετέχει. Ποιες από τις δύο φάσεις θα ενεργοποιηθούν εξαρτάται από τη θέση του δρομέα. Τα σήματα από τον αισθητήρα θέσης παράγουν έναν αριθμό τριών ψηφίων που αλλάζει κάθε 60 μοίρες όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-18 (H1, H2, H3). Το σχήμα δείχνει επίσης το επαγόμενο ρεύμα καθώς επίσης τις κυματομορφές της αντιηλεκτρεγερτικής δύναμης (back-emf).

Στο Σχήμα 5-19 φαίνεται μία διαμήκης διατομή ενός κινητήρα τριών φάσεων συνδεδεμένων σε αστέρα με τη σειρά ενεργοποίησης των φάσεών του. Κάθε διάστημα αρχίζει με τις γραμμές πεδίου του στάτη και του δρομέα να απέχουν 120 μοίρες και τελειώνει με την απόσταση αυτών σε 60 μοίρες. Η μέγιστη ροπή επιτυγχάνεται όταν οι γραμμές του πεδίου τους είναι κάθετες. Η μετατροπή των ρευμάτων πραγματοποιείται από έναν αντιστροφέα έξι βαθμίδων όπως φαίνεται στο απλοποιημένο Σχήμα 5-20. Οι διακόπτες πα-

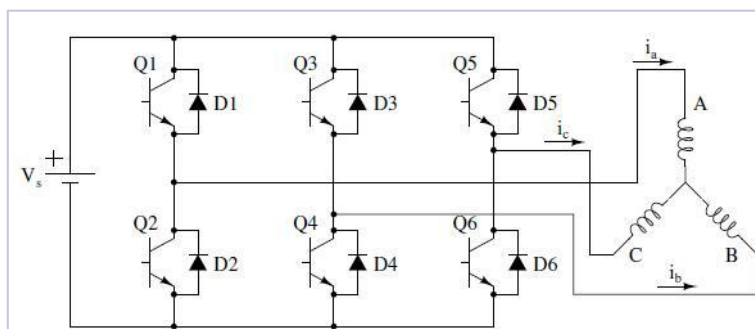
ρουσιάζονται ως διπολικά τρανζίστορ (BJT) αλλά τα MOSFET σε λειτουργία διακόπτη είναι πιο συνηθ. Στον Πίνακα 5-6 φαίνεται η σειρά των διακοπών, η φορά του ρεύματος και τα σήματα των αισθητήρων θέσης.



Σχήμα 5-18. Ιδανική “back-emf”, οι φάσεις των ρευμάτων και τα σήματα των αισθητήρων



Σχήμα 5-19. Η διαμήκης διατομή ενός bldc κινητήρα και η σειρά ενεργοποίησης των φάσεων του



Σχήμα 5-20. Απλοποιημένο σχήμα ενός bldc drive

Πίνακας 5-6. Η αλληλουχία των διαστημάτων διακοπής

Switching interval	Seq. number	Pos. sensors			Switch closed		Phase Current		
		H1	H2	H3			A	B	C
0° – 60°	0	1	0	0	Q1	Q4	+	-	off
60° – 120°	1	1	1	0	Q1	Q6	+	off	-
120° – 180°	2	0	1	0	Q3	Q6	off	+	-
180° – 240°	3	0	1	1	Q3	Q2	-	+	off
240° – 300°	4	0	0	1	Q5	Q2	-	off	+
300° – 360°	5	1	0	1	Q5	Q4	off	-	+

Στην αγορά απαντώνται αρκετές εταιρείες που κάνουν σοβαρή προσπάθεια στην κατασκευή αξιόπιστων και αποδοτικών bldc κινητήρων. Ανάλογα με τα ηλεκτρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά αλλά και τις απαιτήσεις της κάθε εφαρμογής παρουσιάζεται μία μεγάλη γκάμα από τέτοιους κινητήρες ως προς τα χαρακτηριστικά τους. Στο Σχήμα 5-21 που ακολουθεί φαίνονται χαρακτηριστικά κάποια από αυτά σε διάφορα μεγέθη.



Σχήμα 5-21. BLDC κινητήρες.

Ο Πίνακας 5-7 που ακολουθεί παρουσιάζει ενδεικτικά κάποιοι bldc κινητήρες των εταιριών AXI και Hacker παραθέτοντας συγκριτικά τα τεχνικά χαρακτηριστικά τους από τα οποία μπορεί να γίνει η επιλογή ανάλογα με τις απαιτήσεις του χρήστη. Επίσης στον Πίνακα 5-8 εμφανίζονται ενδεικτικά κάποια ESCs της εταιρείας Jeti, όπου φαίνονται τα χαρακτηριστικά μεγέθη τους όπως οι διαστάσεις τους, το ρεύμα που μπορούν να οδηγήσουν και το βάρος τους.

**Πίνακας 5-7.** Χαρακτηριστικά μεγέθη διάφορων bldc κινητήρων

Model	Windings	Cells Li-Po	Kv (Rpm/V)	I Max. Effic.(A)	Io (A)	I <sub>max</sub> (A)	R <sub>m</sub> (mohm)	Diam. (mm)	Length (mm)	Shaft Diam. (mm)	Weight (gr)
AXI 2217/5H GL	5	3	3000	27,0	1,9	34,0	39	27,7	35,0	3,17	68,5
A20-6XL	6	2	2500	36,9	3,40	36,9	20	28	40,0	3,175	78
AXI 2814/6 GL	6	3	2850	45,0	4,5	55,0	22	35	37,0	4,00	106
A10-7L	7	2	2200	5,5	1,1	8,0	110	21	25,0	2,00	20
AXI 2820/8 GL	8	3	1500	37,0	3,3	55,0	26	35	48,0	5,00	151
A10-9L	9	2	1700	5,5	0,7	8,0	180	21	25,0	2,00	20
AXI 2217/9D GL	9	3	1880	27,0	0,4	34,0	39	27,7	35,0	3,17	69,5
AXI 2820/10 GL	10	4	1200	30,0	2,3	42,0	39	35	48,0	5,00	151
AXI 2212/12 GL	12	3	1950	22,0	1,2	28,0	45	27,7	30,0	3,17	57
A20-12XL	12	3	1039	36,9	1,20	36,9	75	28	40,0	3,175	78
AXI 2826/12 GL	12	5	760	25,0	1,3	37,0	62	35	54,0	5,00	181
A10-15S	15	2	2320	4,0	0,6	6,0	289	21	21,0	2,00	15
A10-13L	13	3	1200	7,0	0,4	9,0	280	21	25,0	2,00	20
AXI 2808/16 GL	16	2	1820	15,0	2,0	25,0	75	35	31,0	4,00	76
AXI 2814/16 GL	16	3	1035	20,0	1,0	30,0	85	35	37,0	4,00	106
AXI 4120/14 GL	14	5	660	40,0	2,0	55,0	41	49,8	55,5	6,00	320
AXI 4120/18 GL	18	7	515	40,0	1,5	55,0	70	49,8	55,5	6,00	320
A20-26M	26	3	1130	11,7	0,70	11,7	117	28	30,0	3	42
A20-30M	30	3	980	8,5	0,60	8,5	174	28	30,0	3	42
A20-22L	22	3	924	14,4	0,75	14,4	89	28	34,0	3	55
AXI 4120/20 GL	20	6	465	37,0	1,5	52,0	82	49,8	55,5	6,00	320
AXI 5325/24 GL	24	10	232	55,0	1,7	75,0	45	63	59,0	8,00	575
AXI 2203/46	46	2	1720	7,0	0,5	8,5	285	27,5	21,0	3,00	18,5
AXI 2203/RACE	52	2	2300	7,5	0,6	9,0	220	27,7	21,0	3,00	18,5
A20-50S	50	3	1088	6	0,40	6	232	28	24,0	3	29
AXI 2203/40 VPP	40	2	2000	7,5	0,5	9,0	245	27,7	21,0	3,00	17,5
AXI 2212/34 GL	34	3	710	8,0	0,4	10,0	345	27,7	30,0	3,17	57

**Πίνακας 5-8.** Χαρακτηριστικά μεγέθη μερικών JETI ESCs

Type	Sustained Current (A)	Mean Input Voltage (V)	Length (mm)	Width (mm)	Height (mm)	Weight (g)	Mean Power (W)
Advance 08 Pro	8	11,1	28	17	5	6	88,8
Advance 12 Pro	12	11,1	28	17	7	9	133,2
Advance 18 Pro	18	11,1	33	23	9	21	199,8
Advance 30 Pro	30	11,1	44	26	9	28	333
Advance 40 Pro	40	11,1	53	26	10	35	444
Advance 40 Pro Opto	40	11,1	53	26	9	35	444
Advance 70 Pro	70	11,1	53	26	13	38	777
Advance 70 Pro Opto	70	11,1	53	26	11	38	777
Advance 77 Pro Opto	77	11,1	53	26	14	40	854,7
Advance 18 Pro SB	18	11,1	33	23	9	21	199,8
Advance 30 Pro SB	30	11,1	44	26	9	28	333
Advance 40 Pro SB HS	40	11,1	53	26	10	35	444
Advance 70 Pro SB HS	70	11,1	53	26	13	38	777

### 5.4.2 Μπαταρίες

Όπως έχει προκύψει από την παραπάνω ανάλυση των εξαρτημάτων που απαιτούνται για την υλοποίηση μίας διάταξης εναέριου ρομπότ πολλών στροφείων, είναι απαραίτητη μία πηγή ηλεκτρικής ενέργειας η οποία θα πρέπει να καλύπτει τις ανάγκες των εξαρτημάτων αυτών κατά τη διάρκεια που το όχημα βρίσκεται σε πτήση. Σημαντική παράμετρος αποτελεί το μέγεθος και το βάρος αυτής. Μία πρόσφατη τεχνολογία μπαταριών οι οποίες χρησιμοποιούνται ευρέως σε παρόμοιες εφαρμογές είναι οι μπαταρίες Λιθίου-Πολυμερούς (Lithium-Polymer Batteries-LiPo). Οι μπαταρίες αυτής της τεχνολογίας έχουν το πλεονέκτημα της υψηλής πυκνότητας αποθηκευόμενης ενέργειας γεγονός που αποτελεί σημαντικό προτέρημα και τις προκρίνει ως λύση.

Οι μπαταρίες LiPo συνήθως αποτελούνται από πολλές πανομοιότυπες δευτερεύουσες κυψέλες (cells) συνδεδεμένες παράλληλα μεταξύ τους αυξάνοντας την ικανότητά των μπαταριών σε ρεύμα εκφόρτισης και απαντώνται συνήθως σε πακέτα σε σειριακή σύνδεση για αύξηση της τάσης τροφοδοσίας.

Οι κυψέλες που πωλούνται σήμερα ως μπαταρίες πολυμερούς απαντώνται σε εύκαμπτες θήκες. Σε αντίθεση με τις κυλινδρικές κυψέλες των μπαταριών Λιθίου-Ιόντων, που έχουν μεταλλική άκαμπτη θήκη, οι κυψέλες πολυμερούς βρίσκονται σε θήκη από ταινία (έλασμα πολυμερούς). Αυτό κάνει τις κυψέλες των μπαταριών πολυμερούς 20% ελαφρύτερες από αυτές των μπαταριών Λιθίου-ιόντων.

Η τάση μίας κυψέλης λιθίου-πολυμερούς κυμαίνεται από 2,7 V (αφόρτιστη) μέχρι 4,23 V (πλήρως φορτισμένη), ενώ παράλληλα οι κυψέλες θα πρέπει να προστατεύονται από υπερφόρτιση, περιορίζοντας την εφαρμοζόμενη τάση σε όχι περισσότερο από 4,235 V ανά κυψέλη, όταν χρησιμοποιούνται σε διάταξη σε σειρά.

Στις αρχές της ανάπτυξής της, η τεχνολογία λιθίου-πολυμερούς είχε προβλήματα με την εσωτερική αντίσταση. Άλλες προκλήσεις που προέκυψαν ήταν ο μεγαλύτερος χρόνος φόρτισης και ο πιο αργός ρυθμός μέγιστης εκφόρτισης συγκρίνοντας με άλλες πιο ώριμες τεχνολογίες. Το Δεκέμβριο του 2007 η Toshiba ανακοίνωσε μία νέα σχεδίαση παρέχοντας έναν πολύ πιο γρήγορο ρυθμό φόρτισης (περίπου 5 λεπτά για να φτάσει το 90%). Αυτές οι κυψέλες διατέθηκαν στην αγορά το Μάρτιο του 2008 και αναμένεται να έχουν μία σημαντική επίδραση στις βιομηχανίες ηλεκτρικών οχημάτων. Πρόσφατες βελτιώσεις σχεδιασμού έχουν ως αποτέλεσμα την αύξηση του ρεύματος εκφόρτισης από 2 φορές έως 65 ή ακόμα και 90 φορές τη χωρητικότητα φόρτισης της κυψέλης ανά ώρα.

Τέλος οι κατασκευαστές δηλώνουν πως οι πρόσφατες κυψέλες έχουν τη δυνατότητα 500 κύκλων φόρτισης-εκφόρτισης πριν πέσει η χωρητικότητά τους στο 80% ενώ μία παραλλαγή της κυψέλης Λιθίου-Πολυμερούς η «επαναφορτιζόμενη μπαταρία λιθίου λεπτού φιλμ», έχει αποδειχτεί ότι παρέχει περισσότερους από 10.000 τέτοιους κύκλους. Στο Σχήμα 5-22 φαίνονται μία κυψέλη λιθίου-πολυμερούς και το αποτέλεσμα από συνδυασμό συγκεκριμένου αριθμού πακεταρισμένων κυψελών. Στον Πίνακα 5-9 (Παράρτημα Α) παρουσιάζονται τα τεχνικά χαρακτηριστικά μπαταριών LiPo της εταιρείας KOKAM διαφόρων μεγεθών και χωρητικότητων.



**Σχήμα 5-22.** Κυψέλη Λιθίου-Πολυμερούς και Πακέτο κυψελών LiPo

### 5.4.3 Έλικες

Οι έλικες που θα χρησιμοποιηθούν κατά περίπτωση σε μία διάταξη έχουν κυρίως δύο χαρακτηριστικά μεγέθη, τη διάμετρο και το βήμα (pitch). Η κάθε έλικα μπορεί να έχει δύο, τρία ή και τέσσερα πτερύγια ανάλογα με τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά που απαιτούνται κάθε φορά. Σε διατάξεις εναέριων ρομπότ πολλών στροφείων που έχουν ήδη αναπτυχθεί, συνήθως επιλέγονται έλικες με δύο ή τρία πτερύγια.

Η επιλογή της έλικας κάθε φορά εξαρτάται από τον κινητήρα στον οποίο θα τοποθετηθεί καθώς επίσης και τον τύπο του ιπτάμενου οχήματος που φέρει τον κινητήρα. Οι απαιτήσεις στη δύναμη ώσης που είναι επιθυμητή σε συγκεκριμένες στροφές λειτουργίας (RPM) αποτελούν οδηγό για την επιλογή της κατάλληλης έλικας.

Η σύνθεση των ελίκων που χρησιμοποιούνται αποτελείται από ίνες άνθρακα (carbon fibers) είτε ίνες υαλονημάτων (fiberglass fibers) οι οποίες μέσω μίας διαδικασίας εξέλασης κατά τη διαδικασία της χύτευσης προσανατολίζονται αξονικά κατά μήκος του σώματος της έλικας. Η διαδικασία αυτή δίνει τη δυνατότητα σχηματισμού μακρύτερων ινών οι οποίες προσδίδουν στις έλικες μεγαλύτερη αντοχή και ακαμψία. Η πρόσθετη ακαμψία είναι ωφέλιμη για τον έλεγχο της ανταπόκρισης των αντηχόμενων δονήσεων. Οι φυσικές συχνότητες της έλικας πρέπει να διατηρούνται αρκετά υψηλές ώστε να εμποδίζεται η διέγερση από τη στρεπτική ταλάντωση του κινητήρα και τον αερο-ελαστικό πτερυγισμό (aero-elastic flutter). Η υψηλότερη αντοχή επιτρέπει τη χρήση (σχετικά) λεπτότερων διατομών, που είναι ευεργετικές για το βάρος και την αεροδυναμική απόδοση.

Οι διάφοροι κατασκευαστές ελίκων για ηλεκτρικούς κινητήρες παρέχουν δεδομένα για τους αεροδυναμικούς συντελεστές  $C_T$  και  $C_P$  που προκύπτουν από μετρήσεις κατά τη διάρκεια της πτήσης από δοκιμές σε έλικες με διαφορετικές διαμέτρους και βήμα. Στον Πίνακα 5-10 (Παράρτημα Α) δίνονται κάποια τέτοια δεδομένα.



Σχήμα 5-23. Έλικες δύο και τριών πτερυγίων



## 6 Συμπέρασμα

Από την εργασία αυτή προκύπτει το συμπέρασμα ότι η ανάπτυξη ενός εναέριου ρομπότ πολλών στροφείων αποτελεί ένα ευρύ πεδίο έρευνας και μία μεγάλη πρόκληση για αυτό και αποτελεί τα τελευταία χρόνια αντικείμενο ενασχόλησης αρκετών ερευνητικών ομάδων τόσο στα πανεπιστήμια όσο και στη βιομηχανία. Διαπιστώνεται ότι μετά τον καθορισμό της μορφής της επιλεγόμενης διάταξης πρέπει να ληφθούν υπόψη πολλοί παράγοντες που σχετίζονται με τη δυναμική ενός ιπτάμενου οχήματος και των αεροδυναμικών του χαρακτηριστικών. Η ανάλυση θα πρέπει να είναι λεπτομερής έτσι ώστε το τελικό δυναμικό μοντέλο να ανταποκρίνεται όσο το δυνατόν σε πραγματικές συνθήκες πτήσης.

Η επιλογή των αισθητήρων οι οποίοι θα εξοπλίζουν το ρομπότ είναι καθοριστική, αφού από τις μετρήσεις τους και μέσα από την επεξεργασία των δεδομένων που μας δίνουν μπορούμε να έχουμε μία εκτίμηση του προσανατολισμού του οχήματος ώστε κατόπιν να μπορούμε να προχωρήσουμε στην ανάπτυξη του ελέγχου. Στον έλεγχο μπορούν δοκιμαστούν αρκετές τεχνικές ή συνδυασμός αυτών.

Τέλος ο βέλτιστος σχεδιασμός ενός εναέριου ρομπότ πολλών στροφείων αποτελεί μία ενδιαφέρουσα πρόκληση. Οι απαιτήσεις ενός χρήστη για διαφορετικές εφαρμογές και διαφορετικά περιβάλλοντα δημιουργεί ένα πρόβλημα βέλτιστης επιλογής όλων των στοιχείων που θα πρέπει να απαρτίζουν το ρομπότ με βάση τόσο τις διαστάσεις τους όσο και τα τεχνικά χαρακτηριστικά τους.

## Βιβλιογραφία

- [1] Bonnabel, S., Martin, P. and Rouchon, P., “Non-linear symmetry-preserving observers on lie groups”, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2009, Vol. 54, no.7, pp.1709-1713.
- [2] Bouabdallah, S. et al., “Design and control of an indoor micro quadrotor,” in *Proc. (IEEE) International Conference on Robotics and Automation (ICRA’04)*, (New Orleans, USA), 2004.
- [3] Bouabdallah, S. and Siegwart, R., “Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor,” in *Proc. (IEEE) International Conference on Robotics and Automation (ICRA’05)*, (Barcelona, Spain), 2005.
- [4] Bouabdallah, S. and Siegwart, R. “Towards intelligent miniature flying robots,” in *Proc. of Field and Service Robotics*, (Port Douglas, Australia), 2005.
- [5] Bouabdallah, S. et al., “Design and control of an indoor coaxial helicopter,” in *Proc. (IEEE) International Conference on Intelligent Robots (IROS’06)*, (Beijing, China), 2006.
- [6] Bouabdallah, S., “Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying,” *PhD Thesis. s.l.*, EPFL, 2007.
- [7] Boulet, J. “Histoire de l’Hélicoptère”. *France-empire*, 1991.
- [8] Bramwell, S., Done, G. and Balmford, D. “Bramwell’s Helicopter Dynamics,” *Oxford Butter worth-Heinemann*, 2001.
- [9] Elfes, A. et al., “Robotic airship for exploration of planetary bodies with an atmosphere autonomy challenges,” *Autonomous Robots*, 2003.
- [10] Guenard, N. et al., “Control laws for the tele-operation of an unmanned aerial vehicle known as an x4-flyer,” in *Proc. (IEEE) International Conference on Intelligent Robots (IROS’06)*, (Beijing, China), 2006.

- [11] Hamel, T., Mahony, R., Lozano, R. and Ostrowski, J., "Dynamic modeling and configuration stabilization for an X4-flyer," in *Proc. Int. Federation of Automatic Control Symp. (IFAC)*, 2002, p.6
- [12] Hamel, T., Mahony, R., "Attitude estimation on SO[3] based on direct inertial measurements," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, 2006, pp. 2170- 2175.
- [13] Lee, T., Leok, M. and McClamroch, N., "Geometric tracking control of quadrotor UAV on SE(3)," in *Proc. IEEE Conf. Decision and Control*, 2010,p.6
- [14] Leishman, J. G., "Principles of Helicopter Aerodynamics," *Cambridge University Press*.
- [15] Mahony, R., Hamel, T. and Pflimlin, J. M., "Complementary filter design on the special orthogonal group SO(3)," in *Proc. IEEE Conf. Decision and Control*, Seville, Spain, December 2005, pp. 1477-1484.
- [16] Mahony, R., Hamel, T. and Pflimlin, J. M., "Non-linear complementary filters on the special orthogonal group," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, June 2008, Vol 53 no.5, pp.1203-1218.
- [17] Mahony, R., Kumar, V. and Corke, P., "Multirotor Aerial Vehicles, Modeling Estimation and Control of Quadrotor," in *IEEE Robotics & Automation Magazine*, September 2012, vol.19 No.3.
- [18] Marck, B., "Histoire de l'Aviation." *Flammarion*, 1997.
- [19] Martin, P. and Salaun, E., "The true role of accelerometer feedback in quadrotor control," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, Anchorage, AK, May 2010, pp.1623-1629.
- [20] Mellinger, D. and Kumar, V., "Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors," in *Proc. Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA)*, Shanghai, China, May 2011, p.6.
- [21] Mellinger, D., Michael, N. and Kumar, V., "Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors," *Int. J. Robot. Res.*, April 2012, vol.31, no. 5, pp.664-674.

- [22] Mullhaupt, P., “Analysis and Control of Underactuated Mechanical Nonminimum-phase Systems,” *PhD thesis*, EPFL, 1999.
- [23] Murray, R. et al., “A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation,” *CRC*, 1994.
- [24] Nieuwstadt, M. J. V. and Murray, R. M., “Real-time trajectory generation for differential flat systems,” *Int. J. Robust and Nonlinear Control*, 1998, vol.8, no.11 pp.995-1020.
- [25] Prouty, R. W., “Helicopter Performance, Stability and Control,” *FL: Krieger*, Melbourne, 1995.
- [26] Samuel, P. et al., “Design and testing of a rotary wing mav with an active structure for stability and control,” in *Proc. AHS Annual Forum 61*, (Grapevine, USA), 2005.
- [27] Sen., P. C., “Principles of Electric Machines and Power Electronics,” John Wiley & Sons, 1997.
- [28] Texas Instruments Incorporated, “DSP Solutions for BLDC Motors,” 1997.
- [29] Watkinson, J., “The Art of the Helicopter,” *Elsevier*, 2004.
- [30] APC Propellers, <http://www.apcprop.com/v/index.html>
- [31] AXI Motors, <http://www.modelmotors.cz/>
- [32] HACKER motors, <http://www.hacker-motor-shop.com/>
- [33] Hobby King, <http://www.hobbyking.com>
- [34] JETI Electronic Speed Controllers, <http://www.jetimodel.com/>
- [35] Kokam batteries, [http://www.kokam.com/new/kokam\\_en/index.html](http://www.kokam.com/new/kokam_en/index.html)
- [36] MARV, <http://www.ena.eumd.edu/AGRC/Design00/MARV.html>.
- [37] Open – Source Multicopters Table, [http://multicopter.org/wiki/Multicopter\\_Table](http://multicopter.org/wiki/Multicopter_Table)
- [38] Precision microdrives, <http://www.precisionmicrodrives.com/techblog?tag=DC+Motor>
- [39] RCtoys, <http://www.rctoys.com/>.
- [40] R/C Universe Community, <http://www.rcuniverse.com>

## Παράρτημα Α

Πίνακας 5-9. Τεχνικά χαρακτηριστικά LiPo μπαταριών της KOKAM

Type	Model	Capacity [Ah]	Max Dimension (mm)				IR(max.)	
			L	W	T	V <sup>1/3</sup>		
34Series	SLPB593459H3	0,91	59	34	6	22,9	16	mΩ
	SLPB533459H4	0,74	59	34	5,2	21,8	16	mΩ
	SLPB563496H5	1,3	102	34,5	5,7	27,2	7	mΩ
	SLPB653496H5	1,5	102	34,5	6,7	28,7	6	mΩ
	SLPB803496H5	1,8	102	34,5	8,2	30,7	6	mΩ
	SLPB903496H5	2,1	102	34,5	9,2	31,9	5	mΩ
	SLPB1003496H5	2,4	102	34,5	10,2	33,0	5	mΩ
38Series	SLPB723870H4	1,5	70,5	38	7,4	27,1	9	mΩ
43Series	SLPB5043128H3	2,4	128	43	5,2	30,6	7	mΩ
	SLPB8643128H5	3,6	128,5	43	8,8	36,5	3	mΩ
	SLPB8043140H5	3,2	142,5	43,5	8,2	37,0	3	mΩ
	SLPB9543140H5	4	142,5	43,5	9,7	39,2	3	mΩ
	SLPB10843140H5	4,5	142,5	43,5	11	40,9	3	mΩ
	SLPB11543140H5	5	142,5	43,5	11,7	41,7	3	mΩ
	SLPB8643140H5	3,6	142,5	43,5	8,8	37,9	3	mΩ
64Series	SLPB356495	2,1	95,5	64,5	3,7	28,4	22	mΩ
	SLPB526495	3,3	95,5	64,5	5,4	32,2	15	mΩ
	SLPB626495	4	95,5	64,5	6,4	34,0	12	mΩ
	SLPB776495	5,3	95,5	64,5	7,8	36,4	8	mΩ
106Series	SLPB50106100	5	102	107	5,9	40,1	5	mΩ
	SLPB68106100	8	102	107	7,3	43,0	4,5	mΩ
	SLPB75106100	7,5	102	107	7,9	44,2	2,5	mΩ
	SLPB98106100	10	103	107	10	47,9	3	mΩ

**Πίνακας 5-9.** Τεχνικά χαρακτηριστικά LiPo μπαταριών της KOKAM (Συνέχεια)

Type	Model	Weight (max)		Max Discharge Rate			
				C-rate		Ampere	
				Continuous	Pulse	Continuous	Pulse
34Series	SLPB593459H3	23	g	15	30	13,65	27,3
	SLPB533459H4	21	g	20	40	14,8	29,6
	SLPB563496H5	36	g	30	50	39	65
	SLPB653496H5	42	g	30	50	45	75
	SLPB803496H5	53,5	g	30	50	54	90
	SLPB903496H5	62	g	30	50	63	105
	SLPB1003496H5	68	g	30	50	72	120
38Series	SLPB723870H4	41	g	20	40	30	60
43Series	SLPB5043128H3	60	g	15	30	36	72
	SLPB8643128H5	101	g	30	50	108	180
	SLPB8043140H5	93	g	30	50	96	160
	SLPB9543140H5	114	g	30	50	120	200
	SLPB10843140H5	125	g	30	50	135	225
	SLPB11543140H5	132	g	30	50	150	250
	SLPB8643140H5	100	g	35	50	126	180
64Series	SLPB356495	44	g	2	3	4,2	6,3
	SLPB526495	67	g	2	3	6,6	9,9
	SLPB626495	82	g	2	3	8	12
	SLPB776495	102	g	2	3	10,6	15,9
106Series	SLPB50106100	140	g	5	8	25	40
	SLPB68106100	160	g	2	3	16	24
	SLPB75106100	165	g	5	8	37,5	60
	SLPB98106100	210	g	3	5	30	50

**Πίνακας 5-9.** Τεχνικά χαρακτηριστικά LiPo μπαταριών της KOKAM (Συνέχεια)

Type	Model	Continuous Power W	Energy Density (Wh/kg)	Density kg/m <sup>3</sup>	Energy Joule	Volume m <sup>3</sup>
34Series	SLPB593459H3	50,505	146	1910,934	12121,2	1,2E-05
	SLPB533459H4	54,76	130	2013,191	9856,8	1,04E-05
	SLPB563496H5	144,3	134	1794,768	17316	2,01E-05
	SLPB653496H5	166,5	132	1781,374	19980	2,36E-05
	SLPB803496H5	199,8	124	1854,047	23976	2,89E-05
	SLPB903496H5	233,1	125	1915,07	27972	3,24E-05
	SLPB1003496H5	266,4	131	1894,478	31968	3,59E-05
38Series	SLPB723870H4	111	135	2068,138	19980	1,98E-05
43Series	SLPB5043128H3	133,2	148	2096,377	31968	2,86E-05
	SLPB8643128H5	399,6	132	2077,146	47952	4,86E-05
	SLPB8043140H5	355,2	127	1829,637	42624	5,08E-05
	SLPB9543140H5	444	643	1895,959	53280	6,01E-05
	SLPB10843140H5	499,5	133	1833,214	59940	6,82E-05
	SLPB11543140H5	555	140	1820,053	66600	7,25E-05
	SLPB8643140H5	466,2	133	1833,214	47952	5,45E-05
64Series	SLPB356495	15,54	177	1930,58	27972	2,28E-05
	SLPB526495	24,42	182	2014,271	43956	3,33E-05
	SLPB626495	29,6	180	2080,036	53280	3,94E-05
	SLPB776495	39,22	192	2122,963	70596	4,8E-05
106Series	SLPB50106100	92,5	132	2174,163	66600	6,44E-05
	SLPB68106100	59,2	185	2008,229	106560	7,97E-05
	SLPB75106100	138,75	168	1913,696	99900	8,62E-05
	SLPB98106100	111	176	1905,453	133200	0,00011

**Πίνακας 5-10.** Συντελεστές Ct και Cp για διάφορες τιμές διαμέτρου και βήματος έλικας

Diameter (in)	Pitch (in)	P/D	Ct	Cp
7	6	0,86	0,088	0,072
7	9	1,29	0,103	0,129
8	4	0,50	0,080	0,040
8	5	0,63	0,088	0,051
8	6	0,75	0,094	0,064
8	7	0,88	0,096	0,070
8	8	1,00	0,100	0,095
8	9	1,13	0,099	0,113
8	10	1,25	0,110	0,137
9	6	0,67	0,104	0,058
9	7	0,78	0,105	0,061
9	8	0,89	0,103	0,081
9	9	1,00	0,104	0,098
9	10	1,11	0,115	0,098
10	3	0,30	0,065	0,026
10	4	0,40	0,087	0,037
10	5	0,50	0,099	0,044
10	6	0,60	0,106	0,053
10	7	0,70	0,105	0,059
10	8	0,80	0,107	0,070
10	9	0,90	0,111	0,088
10	10	1,00	0,112	0,103
11	3	0,27	0,062	0,025
11	4	0,36	0,076	0,033
11	5	0,45	0,094	0,040
11	6	0,55	0,103	0,049
11	7	0,64	0,109	0,057
11	8	0,73	0,112	0,062
11	9	0,82	0,112	0,075
14	3	0,21	0,111	0,085