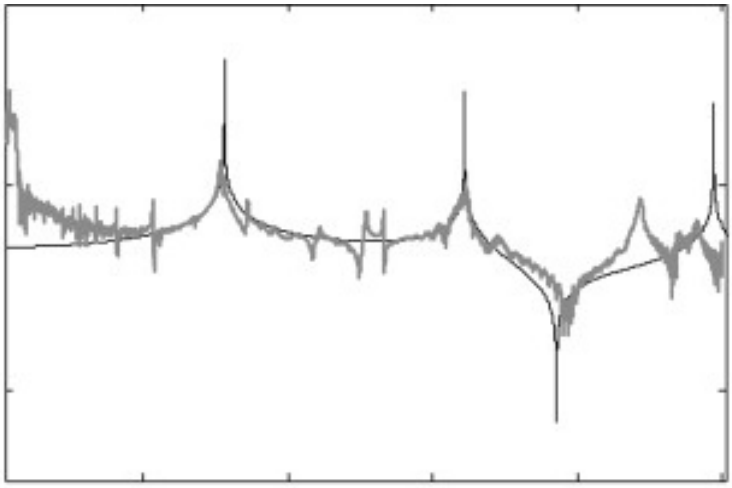
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

'ΑΝΑΛΥΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ & ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΙΔΙΟΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ ΔΟΚΟΥ'

Γεροδήμος Βάιος



Επιβλέπων Καθηγητής
Ι. Αντωνιάδης

Αθήνα 2012

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω αρχικά τον καθηγητή κ. Ι. Αντωνιάδη που με εμπιστεύθηκε και μου ανέθεσε την συγκεκριμένη διπλωματική εργασία. Ύστερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη Ι.Δ.Α.Χ. του εργαστηρίου δυναμικής και κατασκευών : Χ. Γιακόπουλος και Δ.. Βενετσάνος για την στήριξη και καθοδήγηση που μου παρείχαν , καθώς και την υπόλοιπη ομάδα του εργαστηρίου : Κ. Γρύλλιας , Φ. Παπασπυρίδης , Α. Χριστοδούλιας και Κ. Ροδόπουλος , που ήταν πρόθυμοι να με βοηθήσουν κάθε φορά που χρειαζόμουν συμβουλές. ή συναντούσα δυσκολίες. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω οποιονδήποτε είχε ηθική συμβολή κατα την διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ανάμεσα στις κατασκευαστικές ιδιότητες μίας διάταξης , ανήκουν και τα ιδιοανυσματικά τις μεγέθη. Αυτά είναι οι ιδιοσυχνότητες, δηλαδή οι συχνότητες που είναι δυνατό να ταλαντωθεί μία κατασκευή, ο συντελεστής απόσβεσης κάθε ιδιοσυχνότητας, που δηλώνει το πόσο γρήγορα αποσβένει μία ταλάντωση και τέλος οι ιδιομορφές, δηλαδή το σχήμα της ταλάντωσης σε κάθε ιδιοσυχνότητά της.

Στην παρακάτω εργασία μελετήθηκαν δύο τρόποι προσέγγισης της μελέτης των ιδιοανυσματικών μεγεθών και το αντικείμενο μελέτης ήταν μία δοκός λεπτής διατομής από χάλυβα . Ο ένας τρόπος προσέγγισης ήταν η κατασκευή υπολογιστικού μοντέλου **(Κεφ. 2)** , θεωρία που βασίζεται στην κατασκευή μητρώων μάζας και δυσκαμψίας και επίλυση του ιδιοδιανυσματικού προβλήματος.Ο δεύτερος τρόπος είναι η πειραματική μελέτη **(Κεφ. 3)** , η οποία βασίζεται στην εξαγωγή μίας συνάρτησης μεταφοράς της κατασκευής , η οποία συνδέει διέγερση με απόκριση.

Ακόμη περιγράφηκαν οι μέθοδοι που ξεχωρίζονται τις πραγματικές λύσεις από τις υπολογιστικές λύσεις του κάθε αλγορίθμου **(Κεφ.4)** και αναλύθηκε η ευαισθησία των πειραματικών μεθόδων (**Κεφ.5)**.

Τέλος έγινε η περιγραφή της πειραματικής διάταξης **(Κεφ.6)** , και η επεξεργασία των δεδομένων και παρουσίαση των αποτελεσμάτων των δύο προσεγγίσεων (υπολογιστική και πειραματική) **(Κεφ.7)**.

Κλείνοντας αυτή τη διπλωματική εργασία, προτάθηκαν ιδέες για μελλοντική έρευνα και κατευθύνσεις καθώς και προτάθηκαν τρόποι βελτιστοποίησης της παρούσης έρευνας και της πειραματικής διάταξης για το μέλλον .

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1ο – Εισαγωγή στην μελέτη ιδιοανυσματικών μεγεθών.....

- 1.1-Θεωρητικό μοντέλο.....1
- 1.2-Συνάρτηση μεταφοράς.....2

Κεφάλαιο 2ο-Υπολογιστικές μέθοδοι εκτίμησης.....

- 2.1)Εισαγωγή.....5
- 2.2)Θεωρία της Block Lanczos.....5

Κεφάλαιο 3ο-Πειραματικές μέθοδοι εκτίμησης.....

- 3.1)Εισαγωγή.....11
- 3.2)Μέθοδος FDPI-RFP(Rational Fraction Polynomial).....13
- 3.3)Μέθοδος Matrix Pencil.....20
- 3.4)Μέθοδος Prony.....23
- 3.5)Μέθοδος Ibrahim Time Domain.....25

Κεφάλαιο 4ο-Τεχνικές απόρριψης υπολογιστικών ιδιοσυχνοτήτων.....

- 4.1)Διάγραμμα σταθεροποίησης.....31

Κεφάλαιο 5ο-Ανάλυση ευαισθησίας μεθόδων εκτίμησης ιδιοανυσματικών μεγεθών.....

- 5.1)Εισαγωγή.....33
- 5.2)Έλεγχος επίδρασης βασικών παραμέτρων.....33
- 5.3)Σύνοψη και συμπεράσματα.....54
- 5.4)Μελέτη επίδοσης αλγορίθμων.....55
- 5.5)Αποκοπή σήματος.....76

Κεφάλαιο 6ο-Πειραματική εφαρμογή.....

- 6.1)Πειραματική διάταξη.....82
- 6.2)Εξοπλισμός & αισθητήρια.....83
- 6.3)Λογισμικό καταγραφής και επεξεργασίας δεδομένων.....85

Κεφάλαιο 7ο-Επεξεργασία δεδομένων & αποτελέσματα.....

- 7.1)Υπολογιστικό μοντέλο.....93
- 7.2)Πειραματική ανάλυση.....109
- 7.3)Εποπτική επαλήθευση.....139

Μελλοντική Έρευνα.....

Βιβλιογραφία.....

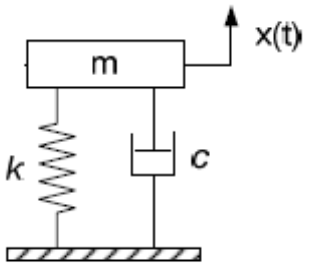
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΜΕΛΕΤΗ ΙΔΙΟΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.1)Θεωρητικό μοντέλο

Κάθε δυναμικό σύστημα με n βαθμούς ελευθερίας και μηδενική διέγερση μπορεί να περιγραφεί από την εξίσωση *(1.1)*.

$$[M][\ddot{x}(t)]+[C][\dot{x}(t)]+[K][x(t)]=0 \quad (1.1)$$

όπου [$x(t)$] (nx1) το διάνυσμα της απόκρισης, [M] (nxn) το μητρώο της μάζας, [C] (nxn) το μητρώο της απόσβεσης και [K] (nxn) το μητρώο δυσκαμψίας. Η εξίσωση του κάθε βαθμού ελευθερίας $x(i)$ δηλώνει ουσιαστικά την ταλάντωση του κάθε ανεξάρτητου στοιχείου ενός δυναμικού συστήματος .Στο σχήμα *1.1.1* φαίνεται το θεωρητικό μοντέλο ενός βαθμού ελευθερίας κάθε συστήματος:



Σχήμα 1.1.1 : βαθμός ελευθερίας ταλάντωσης

Μία συμπαγής κατασκευή , έχει θεωρητικά άπειρους βαθμούς ελευθερίας και για να εισαχθούν τα δεδομένα της στην σχέση *(1.1)* θα πρέπει να γίνει κάποιος διαμερισμός της μάζας της σε στοιχεία πεπερασμένου μεγέθους , έστω αριθμού n .

Έτσι σε ένα υπολογιστικό μοντέλο που βασίζεται στην θεωρία που αναπτύχθηκε, αρκεί να ορισθούν τα μητρώα [M] (nxn) και [K] (nxn) για την προσέγγιση του θεωρητικού μοντέλου. Το μητρώο [C] (nxn) , δεν δύναται να υπολογιστεί θεωρητικά και ο μόνος τρόπος είναι ο πειραματικός του υπολογισμός, ή ο ορισμός ενός εκτιμώμενου πίνακα απόσβεσης.

Στη συνέχεια λύνεται το ιδιοανυσματικό πρόβλημα για το παραπάνω σύστημα, με σκοπό τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδιοανυσμάτων , και κατα συνέπεια ιδιομορφών της κατασκευής (**mode shapes**) , (σχέσεις *1.2 , 1.3, , 1.4*).

$$-kx(t)=\omega^2 mx(t) \quad (1.2)$$

$$|A+\omega^2 I|=0 \quad (1.3)$$

ω=.... (ιδιοτιμές)

$$(A+\omega_i^2 I)v_i=0 \quad , (1.4)$$

$v_i=\underset{nx1}{[...]}$ (ιδιοανύσματα)

Και το σύνολο των αποτελεσμάτων αποτελούν την δυναμική 'ταυτότητα' του κάθε συστήματος.

1.2)Συνάρτηση μεταφοράς.

Έστω μία κατασκευή που διεγείρεται από δύναμη με σήμα *b(t)* και έχει μετρούμενη απόκριση *a(t)* σε κάποιο σημείο. Τα δύο σήματα τα συνδέει η συνάρτηση μεταφοράς σήματος *h(t)* (**IRF**) σύμφωνα με την σχέση:

$$b(t)=a(t)*h(t) \quad (1.5)$$

και από τις ιδιότητες της συνέλιξης προκύπτει:

$$B(f)=A(f)\cdot H(f)$$

$$H(f)=\frac{B(f)}{A(f)} \quad (1.6)$$

όπου η *H(f)* προκύπτει από τον μετασχηματισμό **Fourier** της *h(t)* και αποτελεί την συνάρτηση μεταφοράς της κατασκευής (**FRF)** .

Στην πράξη, αυτό που συμβαίνει είναι η συνάρτηση μεταφοράς να τροποποιείται πριν χρησιμοποιηθεί και αντί αυτής να λαμβάνονται οι $H_1(f)$, $H_2(f)$ και $H_3(f)$.

a) $H_1(f)$: ορίζεται ως $H_1(f)=\frac{B(f)}{A(f)}\cdot\frac{A^*(f)}{A^*(f)}=\frac{G_{AB}(f)}{G_{AA}(f)}$ *(1.7)*

όπου $G_{AB}(f)$ (**cross-spectrum**) ορίζεται το γινόμενο του σήματος *B*(*f*) με το συζυγές του *A*(*f*) και $G_{AA}(f)$ (**auto-spectrum**) είναι το γινόμενο του σήματος *A*(*f*) με το συζυγές του .

Η $H_1(f)$ λειτουργεί καλύτερα από τις άλλες συναρτήσεις, στην περίπτωση θορύβου στην διέγερση , ενώ έχει και καλύτερη επίδοση στην εμφάνιση των **anti-resonance** (παράλληλου συντονισμού) στο φάσμα.

b) $H_2(f)$: ορίζεται ως $H_2(f)=\frac{B(f)}{A(f)}\cdot\frac{B^*(f)}{B^*(f)}=\frac{G_{BB}(f)}{G_{BA}(f)}$ *(1.8)*

όπου $G_{BA}(f)$ ***(cross-spectrum)*** *ορίζεται το γινόμενο του* σήματος *A*(*f*) με το συζυγές του *B*(*f*) *και* $G_{AA}(f)$ ***(auto-spectrum)*** *είναι το γινόμενο του σήματος A(f) με το συζυγές του .*

Η $H_2(f)$ λειτουργεί καλύτερα από της άλλες συναρτήσεις, στην περίπτωση θορύβου στην απόκριση , ενώ έχει και καλύτερη επίδοση στην εμφάνιση των **resonances** (αντίθετου συντονισμού) στο φάσμα.

c) $H_3(f)$: ορίζεται ως ο μέσος όρος των $H_1(f)$, $H_2(f)$ συναρτήσεων μεταφοράς.

Τέλος , ορίζεται για τα πειράματα, η έννοια της συνοχής (**coherence**) :

$$\gamma^2(f)=\frac{|G_{AB}(f)|}{G_{AA}(f)\cdot G_{BB}(f)} \quad (1.9)$$

και σαν όρος δηλώνει την γραμμικότητα της συσχέτισης των *A*(*f*) με *B*(*f*) και είναι ένα καλό κριτήριο για να αποφασιστεί αν μία μέτρηση δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Το **coherence** παίρνει τιμές από 0(καμία γραμμικότητα) έως 1 (100% γραμμικότητα).

Οι λόγοι που η συνοχή δεν είναι πάντα ίση με 1 είναι οι εξής :

- η παρουσία εξωτερικού θορύβου στην είσοδο ή στην έξοδο του συστήματος
- μη γραμμική συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών
- διαρροή σήματος (**leakage**)
- μικρό εύρος διέγερσης

Ο υπολογισμός της συνάρτησης $H(f)$ στην κατάλληλη μορφή και η λήψη τιμής συνοχής κοντά στο 1 για συχνότητες που αφορούν την μέτρηση που γίνεται, έχουν σαν αποτέλεσμα μία ικανοποιητική συνάρτηση μεταφοράς προς επεξεργασία , επί τις οποίας μπορούν να εφαρμοστούν διάφοροι αλγόριθμοι που αναπτύσσονται παρακάτω για τον υπολογισμό των ιδιοανυσματικών μεγεθών μιας κατασκευής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΙΣΗΣ

2.1)Εισαγωγή

Σύμφωνα με την θεωρία που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 1.1 , εργάζονται οι υπολογιστικοί αλγόριθμοι εξαγωγής ιδιοανυσματικών μεγεθών. Ορίζοντας την γεωμετρία της κατασκευής ,μέσω των μητρώων μάζας και την συμπεριφορά της σε παραμόρφωση , μέσω του μητρώου δυσκαμψίας, είναι δυνατός ο υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων, ιδιοανυσμάτων και ιδιομορφών.

Το βασικό πρόβλημα που εμφανίζεται σε αυτή την προσέγγιση είναι η επίλυση εξισώσεων πινάκων ιδιαίτερα μεγάλων διαστάσεων, για αυτόν τον λόγο όλες οι υπολογιστικές μέθοδοι χρησιμοποιούν μετατροπές και μετασχηματισμούς των μητρώων του συστήματος, ώστε να κάνουν την επίλυσή του πιο εύκολη και λιγότερο χρονοβόρα.

Στην συγκεκριμένη εργασία το υπολογιστικό μοντέλο κατασκευάσθηκε χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο **Block Lanczos ,** η θεωρία του οποίου αναπτύσσεται στη συνέχεια, για τα συμμετρικά θετικά ορισμένα προβλήματα.

2.2)Θεωρία της Block Lanczos.

.

Έστω το πρόβλημα:

$$Hx = \lambda x \quad (2.1)$$

όπου H, ένας πίνακας συμμετρικός με πραγματικά στοιχεία και διαστάσεις nxn.
τότε ο αλγόριθμος Block Lanczos έχει ως εξής:

Εισαγωγή τιμών εκκίνησης:

$Q_0 = 0$

$B_1 = 0$

Επιλογή R_1 *και ορθοκανονικοποίηση των στηλών του για την λήψη του* Q_1

Αλγόριθμος Lanczos:

for j=1,2,3,...do

$U_j = HQ_j - Q_{j-1} B_j^T$

$A_j = Q_j^T U_j$

$R_{j+1} = U_j - Q_j A_j$

QR decomposition με την σχέση: $Q_{j+1} B_{j+1} = R_{j+1}$

endloop

(2.2)

Επιλέγεται το **block size** του αλγορίθμου **(p) ,** επιλέγεται ένας αρχικός πίνακας R_1 (nXp) και υπολογίζεται από αυτόν ,κάνοντας ορθοκανονικές τις στήλες του, ο Q_1 (nxp).

Ύστερα κατασκευάζονται με τον αλγόριθμο όλοι οι πίνακες V_j (nxp) , A_j (pxp συμμετρικός), R_j (nxp) για j=1.....p και υπολογίζονται με μετασχηματισμό QR decomposition στην τελευταία γραμμή του αλγορίθμου οι πίνακες Q_j (nxp) και B_j (pxp άνω τριγωνικός).

Ο παραπάνω αλγόριθμος μπορεί να γραφεί σαν μία εξίσωση:

$$Q_{j+1} B_{j+1} = HQ_j - Q_j A_j - Q_{j-1} B_j^T \quad (2.3)$$

ο συνδυασμός των στηλών των Q_j (κάθε στήλη ονομάζεται και διάνυσμα Lanczo) κατασκευάζει έναν ορθοκανονικό πίνακα διαστάσεων n x jp :

$$\Omega_j = [Q_1, Q_2, Q_3, .. Q_j] \quad (2.4)$$

ακόμη μπορεί να κατασκευαστεί ο πίνακας T_j :

$$T_j = \begin{pmatrix} A_1 & B_2^T & 0 & \cdots & 0 \\ B_2 & A_2 & B_3^T & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & B_{j-1} & A_{j-1} & B_j^T \\ 0 & \cdots & 0 & B_j & A_j \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

επομένως η σχέση για τον πίνακα που περιέχει όλα τα Q_j γίνεται :

$$H\Omega_j = \Omega_j T_j + Q_{j+1} B_{j+1} E_j^T \quad (2.6)$$

όπου E_j είναι n x p πίνακας

πολλαπλασιάζοντας από αριστερά με τον ανάστροφο του Ω_j και χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της ορθογωνικότητας των διανυσμάτων Lanczos , καταλήγουμε στην σχέση:

$$\Omega_j^T H \Omega_j = T_j \quad (2.7)$$

και έτσι μετατρέπεται το αρχικό πρόβλημα $Hx=\lambda x$ στο $T_j s = \theta s$ *(2.8)* , που λύνεται πιο γρήγορα χάρη στη δομή του πίνακα T_j .

Η σχέση που συνδέει τα ιδιοδιανύσματα s με τα x είναι η :

$$x = \Omega_j s \quad (2.9)$$

Ο αλγόριθμος **Block Lanczos** μπορεί να επεκταθεί στο κλασικό ιδιοανυσματικό πρόβλημα των κατασκευών:

$$Hx = \lambda Mx \quad (2.10)$$

με **M** μητρώο μάζας

ο αντίστοιχος αλγόριθμος είναι ο εξής:

***Εισαγωγή τιμών εκκίνησης**:*

$\hat{Q}_0 = 0$

$B_1 = 0$

Επιλογή R_1 *και M-ορθοκανονικοποίηση των στηλών του για την λήψη του* $\hat{Q}_1$

***Αλγόριθμος Lanczos**:*

for j=1,2,3,...do

$U_j = H\hat{Q}_j - M\hat{Q}_{j-1}B_j^T$

$A_j = \hat{Q}_j^T M U_j$

$W_{j+1} = U_j - M\hat{Q}_j A_j$

λύνεται η : $MR_{j+1} = W_{j+1}$

M-QR decomposition με την σχέση: $\hat{Q}_{j+1}B_{j+1} = R_{j+1}$

endloop

(2.11)

και ξεκινώντας από την σχέση:

$$Q_{j+1}B_{j+1} = M^{-1/2}HM^{-1/2}Q_j - Q_jA_j - Q_{j-1}B_j^T \quad (2.12)$$

πολλαπλασιάζοντας από αριστερά με $M^{1/2}$ και χρησιμοποιώντας την σχέση:

$$\hat{Q}_j = M^{-1/2}Q_j \quad (2.13)$$

παίρνουμε:

$$M\hat{Q}_{j+1}B_{j+1} = H\hat{Q}_j - M\hat{Q}_jA_j - M\hat{Q}_{j-1}B_j^T \quad (2.14)$$

και ισχύει:

$$\hat{\Omega}_j^T M\Omega_j = I \quad (2.15)$$

αντικαθιστώντας το H με $M(K-\sigma M)^{-1}M$, όπου K το μητρώο δυσκαμψίας και σ το shift και πολλαπλασιάζοντας από αριστερά με M^{-1} λαμβάνεται η :

$$\hat{Q}_{j+1}B_{j+1} = (K-\sigma M)^{-1}M\hat{Q}_j - \hat{Q}_jA_j - \hat{Q}_{j-1}B_j^T \quad (2.16)$$

ύστερα εφαρμόζεται ο ακόλουθος αλγόριθμος **Lanczos :**

Εισαγωγή τιμών εκκίνησης:

$Q_0 = 0$

$B_1 = 0$

Επιλογή R_1 *και ορθοκανονικοποίηση των στηλών του για την λήψη του* Q_1 *με*

$Q_1^T(MQ_1) = I_P$

Αλγόριθμος Lanczos:

for j=1,2,3,...do

$U_j = (K - \sigma M)^{-1}(MQ_j) - Q_{j-1}B_j^T$

$A_j = U_j^T(MQ_j)$

$R_{j+1} = U_j - Q_j A_j$

υπολογισμός των : Q_{j+1} *και* MQ_{j+1} *ώστε να ικανοποιούνται οι :*

α) $Q_{j+1}B_{j+1} = R_{j+1}$

b) $Q_{j+1}^T(MQ_{j+1}) = I_p$

endloop

(2.17)

χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο καταλήγουμε στην εξίσωση:

$$(K - \sigma M)^{-1} M\Omega_j = \Omega_j T_j + Q_{j+1} B_{j+1} E_j^T \quad (2.18)$$

όπου οι πίνακες ορίζονται με παρόμοιο τρόπο όπως ορίσαμε πιο νωρίς

πολλαπλασιάζοντας από αριστερά με $\Omega_j^T M$ και χρησιμοποιώντας την *M*-ορθογωνικότητα των διανυσμάτων Lanczos καταλήγουμε στην:

$$\Omega_j^T M (K - \sigma M)^{-1} M\Omega_j = T_j \quad (2.19)$$

και όπως πριν το νέο ιδιοανυσματικό πρόβλημα είναι το:

$$T_j s = s\theta \quad (2.20)$$

το οποίο μεταφέρεται χρησιμοποιώντας την σχέση

$$y = \Omega_j s \quad (2.21)$$

στο πρόβλημα:

$$M(K - \sigma M)^{-1} My = \mu My \quad (2.22)$$

με

$$\mu = 1/(\lambda - \sigma) \quad (2.23)$$

οι ιδιοτιμές στο αρχικό πρόβλημα θα είναι

$$\nu = \sigma + 1/\theta \quad (2.24)$$

και η λύση για τα ιδιοδιανύσματα y του αρχικού προβλήματος δίνεται από την εξίσωση:

$$(K - \nu M)\, y = -\frac{1}{\theta}(K - \sigma M) Q_{j+1} B_{j+1} E_j^T s \quad (2.25)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ

3.1)Εισαγωγή

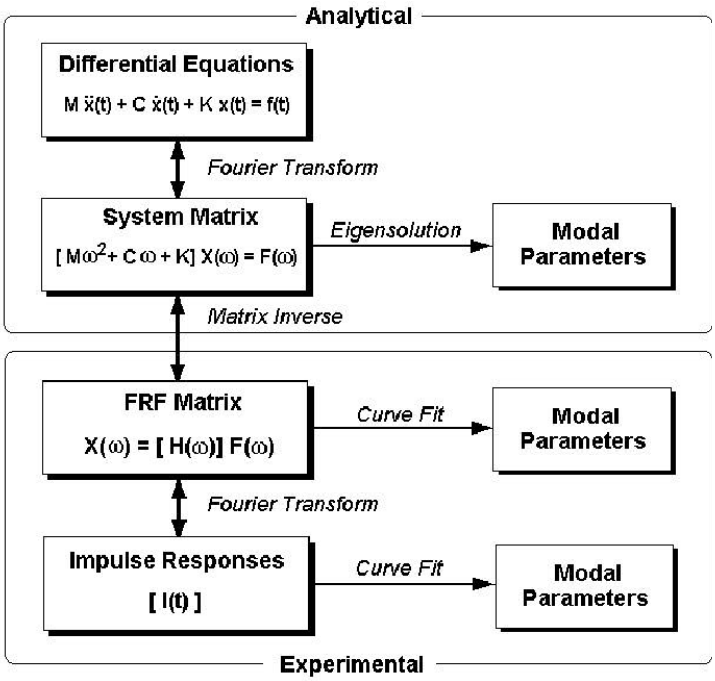
Αντίθετα με τις υπολογιστικές μεθόδους που εργάζονται με μητρώα μάζας και δυσκαμψίας, οι πειραματικοί αλγόριθμοι εκτίμησης ιδιοανυσματικών μεγεθών χρησιμοποιούν σαν είσοδο την συνάρτηση μεταφοράς μιας κατασκευής, όπως προκύπτει από το συσχετισμό της απόκρισής της (επιτάχυνση) με την δύναμη που την διεγείρει στο εύρος των συχνοτήτων που εξετάζεται κάθε φορά και σύμφωνα με τα όσα εξετάσθηκαν νωρίτερα στο **1ο Κεφάλαιο**. Στο σχήμα 3.*1.1* φαίνονται συνοπτικά οι διαφορές των δύο προσεγγίσεων.

Οι συσχετισμοί διέγερσης - απόκρισης συγκεντρώνονται σε έναν πίνακα δεδομένων, την συνάρτηση μεταφοράς (**FRF**) και βασικός σκοπός των μεθόδων είναι να καταφέρουν να την προσδιορίσουν ή να την προσεγγίσουν (**curve fitting**) ώστε να εξάγουν αποτελέσματα για το ποιες ιδιοσυχνότητες έχει η κατασκευή, ποιος συντελεστής απόσβεσης αντιστοιχεί στην καθεμία καθώς και ποιο είναι το σχήμα της ταλάντωσης σε κάθε μία από αυτές τις ιδιοσυχνότητες (ιδιομορφή) .

Τα πιο βασικά εργαλεία τέτοιων μεθόδων είναι η πολυωνυμική παρεμβολή, η παραμετροποίηση, η λύση ιδιοανυσματικών προβλημάτων και η χρήση μετασχηματισμών της γραμμικής άλγεβρας, όπως ο **singular value decomposition** .

Η συνάρτηση μεταφοράς **FRF** , είναι ορισμένη στο πεδίο της συχνότητας. Στις πειραματικές μεθόδους υπάρχει ο εξής βασικός διαχωρισμός, ανάλογα με το πεδίο που εργάζονται:

- **Frequency Domain** : είναι οι μέθοδοι που εργάζονται στο πεδίο των συχνοτήτων. Λαμβάνουν σαν είσοδο το φάσμα της **FRF** .
- **Time Domain**: είναι οι μέθοδοι που εργάζονται στο πεδίο του χρόνου. Λαμβάνουν σαν είσοδο το σήμα της **IRF** , της παραμετροποιημένης συνάρτησης που προκύπτει από την εφαρμογή του αντίστροφου μετασχηματισμού **Fourier** στην **FRF**.



Σχήμα 3.1.1 : διαφορές υπολογιστικής προσέγγισης από πειραματική

Στην συνέχεια της εργασίας εξετάσθηκαν τέσσερις μέθοδοι , μία που εργάζεται στο πεδίο των συχνοτήτων ,η '**FDPI**' και τρεις που εργάζονται στο πεδίο του χρόνου , η **Matrix Pencil** , η **Prony** και η **Ibrahim Time Domain**.

Παρουσιάζονται συνοπτικά τα πλεονεκτήματα της κάθε μεθόδου και παρακάτω αναλυτικά η θεωρία της κάθε μίας:

FDPI:

- εντοπίζει πολλές ιδιοσυχνότητες και όχι μία κάθε φορά
- ικανή να εντοπίζει ιδιοανύσματα με υψηλό συντελεστή απόσβεσης
- ικανή να εργάζεται με χαμηλό εύρος συχνοτήτων και με χαμηλούς συντελεστές απόσβεσης

Matrix Pencil:

- ιδανική για χαμηλούς συντελεστές απόσβεσης
- ικανή στον θόρυβο

Prony:

- ιδανική για χαμηλούς συντελεστές απόσβεσης
- όχι τόσο ικανή στον θόρυβο

Ibrahim Time Domain

- ικανή να εντοπίζει ιδιοανύσματα με υψηλό συντελεστή απόσβεσης
- εργάζεται και στην περίπτωση της ελεύθερης απόκρισης

3.2)Μέθοδος FDPI-RFP(Rational Fraction Polynomial)

Στη μέθοδο αυτή, γίνεται η προσπάθεια να προσεγγιστεί η συνάρτηση μεταφοράς **FRF** σε έκφραση **rational** κλασμάτων (σχέση 4.3), αντί για την έκφραση **partial** κλασμάτων (σχέση 3.1-2).

$$H(\omega)=\sum_{r=1}^{N}\frac{A_r+i\omega\cdot B_r}{\omega_r^2-\omega^2+2i\xi_r\omega_r\omega} \quad (3.1)$$

με A_r , B_r σταθερούς αριθμούς *ή*

$$H(\omega)=\sum_{\kappa=1}^{N}[\frac{r_k}{i\omega-P_k}+\frac{r_k^*}{i\omega-P_k^*}] \quad (3.2)$$

όπου N οι βαθμοί ελευθερίας της παρεμβολής (ιδανικά ο αριθμός των ιδιοσυχνοτήτων), $P_k=-\sigma_k+i\omega_k$ οι πόλοι της συνάρτησης με σ_k συντελεστή απόσβεσης του πόλου k , ω_k αποσβενόμενη ιδιοσυχνότητα που αντιστοιχεί στον k πόλο και r_k τα ιδιοανυσματικά κατάλοιπα (**residues**) με r_k^* τα μιγαδικά συζυγή τους.

$$H(\omega)=\frac{\sum_{k=0}^{2N-1}a_k(i\omega)^k}{\sum_{k=0}^{2N}b_k(i\omega)^k} \quad (3.3)$$

η **rational fraction** μορφή της συνάρτησης μεταφοράς **(FRF)**.

Το πρόβλημα ανάγεται στον υπολογισμό των συντελεστών a_k και b_k (πολυώνυμα) έτσι ώστε η έκφραση *(3.3)* να προσεγγίζει το καλύτερο δυνατό την πραγματική πειραματική συνάρτηση μεταφοράς. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τον ορισμό ενός κριτηρίου σφάλματος που θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί. Το σφάλμα ορίζεται ως η διαφορά της αναλυτικής τιμής της συνάρτησης *H(ω)* από την πειραματική τιμή της $H_e(\omega)$ για κάθε συχνότητα *j* (σχέση *3.4)*.

$$e_j = \frac{\sum_{k=0}^{2N-1} a_k (i\omega_j)^k}{\sum_{k=0}^{2N} b_k (i\omega_j)^k} - H_e(\omega) \quad (3.4)$$

Ύστερα το σφάλμα e_j γραμμικοποιείται στο :

$$\acute{e}_j = e_j \sum_{k=0}^{2N} b_k (i\omega_j)^k \quad (3.5)$$

και θέτοντας $b_{2N} = 1$ η εξίσωση γίνεται:

$$\acute{e}_j = \sum_{k=0}^{2N-1} a_k (i\omega_j)^k - H_e(\omega j)[\sum_{k=0}^{2N-1} b_k (i\omega_j)^k + (i\omega_j)^{2N}] \quad (3.6)$$

ορίζεται στη συνέχεια το ολικό διάνυσμα σφάλματος:

$$[E] = \begin{pmatrix} \acute{e}_1 \\ \acute{e}_2 \\ \vdots \\ \acute{e}_L \end{pmatrix}$$

(3.7)

και η εξίσωση σε μορφή πινάκων γράφεται:

$$[E]=\begin{pmatrix} 1 & (i\omega_1) & (i\omega_1)^2 & \cdots & (i\omega_1)^{2N-1} \\ 1 & (i\omega_2) & (i\omega_2)^2 & \cdots & (i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (i\omega_L) & (i\omega_L)^2 & \cdots & (i\omega_L)^{2N-1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{2N-1} \end{pmatrix}-$$

$$\begin{pmatrix} H_e(\omega_1) & H_e(\omega_1)(i\omega_1) & \cdots & H_e(\omega_1)(i\omega_1)^{2N-1} \\ H_e(\omega_2) & H_e(\omega_2)(i\omega_2) & \cdots & H_e(\omega_2)(i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_e(\omega_L) & H_e(\omega_L)(i\omega_L) & \cdots & H_e(\omega_L)(i\omega_L)^{2N-1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{2N-1} \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} H_e(\omega_1)(i\omega_1)^{2N} \\ H_e(\omega_2)(i\omega_2)^{2N} \\ \vdots \\ H_e(\omega_L)(i\omega_L)^{2N} \end{pmatrix}$$

(3.8)

ή συνοπτικά :

$$\underset{Lx1}{[E]}=\underset{Lx2N}{[P]}\underset{2Nx1}{[a]}-\underset{Lx2N}{[T]}\underset{2Nx1}{[b]}-\underset{Lx1}{[W]} \quad (3.9)$$

στη συνέχεια υπολογίζεται το τετραγωνισμένο σφάλμα J

$$J=[E^*]^T[E] \quad (3.10)$$

για το οποίο ζητούνται τιμές των a_k και b_k , ώστε να ελαχιστοποιείται.

$$J=[a]^T\Re([P^*]^T[P])[a]+[b]^T\Re([T^*]^T[T])[b]+[W^*]^T[W]-$$

$$2[a]^T\Re([P^*]^T[T])[b]-2[a]^T\Re([P^*]^T[W])+2[b]^T\Re([T^*]^T[W])$$

(3.11)

και ζητείται :

$$\frac{\partial J}{\partial a}=0 \quad (3.12a)$$

$$\frac{\partial J}{\partial b}=0 \quad (3.12\beta)$$

παραγωγίζοντας την 4.11 για $[a]$ και $[b]$ το σύστημα καταλήγει στο:

$$\begin{pmatrix} [Y] & [X] \\ [X^T] & [Z] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [a] \\ [b] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [G] \\ [F] \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

όπου :

$$\begin{aligned} [Y] &= \Re([P^*]^T[P]) \\ [X] &= -\Re([P^*]^T[T]) \\ [Z] &= \Re([T^*]^T[T]) \\ [G] &= \Re([P^*]^T[W]) \\ [F] &- \Re([T^*]^T[W]) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Αυτές οι εξισώσεις είναι ill conditioned (μικρή αλλαγή δεδομένων επηρεάζει υπερβολικά το αποτέλεσμα) και επομένως είναι δύσκολο να επιλυθούν σε αυτήν την μορφή. Έτσι χρησιμοποιούνται ορθογωνικά πολυώνυμα για να μετασχηματιστούν οι εξισώσεις σε καλύτερη μορφή. Ένας τρόπος να γίνει αυτό είναι με την χρήση των πολυωνύμων Chebysev.

Τα πολυώνυμα Chebysev ορίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} T_0(x) &= 1 \\ T_1(x) &= x \\ T_{n+1}(x) &= 2\mathrm{x}\mathrm{T}_n(x) - T_{n-1}(x) \\ n &= 1,2,\cdots \end{aligned} \quad (3.15)$$

με βασικές ιδιότητες τις:

$$\begin{aligned} deg T_n &= n \\ T_{2\mathrm{n}} &\ \zeta\upsilon\gamma\acute{\eta}\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta \\ , T_{2\mathrm{v}+1} &\ \mu o\nu\acute{\eta}\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta \end{aligned} \quad (3.16)$$

Έτσι μετατρέποντας την αρχική σχέση (3.3) σε σχέση ορθογωνικών πολυωνύμων φ , θ το πρόβλημα καταλήγει στην σχέση :

$$H(\omega_i)=\frac{\sum_{k=0}^{2N-1} c_k \varphi_{i,k}}{\sum_{k=0}^{2N} d_k \theta_{i,k}}, \quad (3.17)$$

$$i=1,2,\cdots,L$$

Επομένως ο νέος πίνακας $[E]$ θα είναι ο εξής :

$$[E]=[P][c]-[T][d]-[W] \quad (3.18)$$

Με:

$$[P]=\begin{pmatrix} \varphi_{(1,0)} & \varphi_{1,1} & \cdots & \varphi_{1,m} \\ \varphi_{(2,0)} & \varphi_{2,1} & \cdots & \varphi_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{(L,0)} & \varphi_{L,1} & \cdots & \varphi_{L,m} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

$$[T]=\begin{pmatrix} H_1\varphi_{(1,0)} & H_1\varphi_{1,1} & \cdots & H_1\varphi_{1,m} \\ H_2\varphi_{(2,0)} & H_2\varphi_{2,1} & \cdots & H_2\varphi_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_L\varphi_{(L,0)} & H_L\varphi_{L,1} & \cdots & H_L\varphi_{L,m} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

$$[c]=\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$[d]=\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_m \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

$$[W]=\begin{pmatrix} H_1\theta_{1,n} \\ H_2\theta_{2,n} \\ \vdots \\ H_L\theta_{L,n} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Ύστερα υπολογίζοντας το νέο [*J*] και παραγωγίζοντας , η νέα τελική σχέση προς επίλυση είναι η :

$$\begin{pmatrix} [I_1] & [X] \\ [X^T] & [I_2] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [c] \\ [d] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [H] \\ [0] \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

όπου :

$$[X] = -\Re([P^*]^T [P])$$
$$[H] = \Re([P^*]^T [W]) \quad (3.25)$$

ενώ

$[I_1]$, $[I_2]$ μοναδιαίοι πίνακες και [*0*] μηδενικός

τώρα το σύστημα είναι well conditioned και μπορούν να επιλυθούν οι δύο εξισώσεις του και να υπολογιστούν τα [*c*] [*d*] .

Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός των [*a*] , [*b*] από τα [*c*] [*d*] .
Εφαρμόζεται:

$$a_k = (T_{n+1} c_k) + c_{k-1} \quad (3.26)$$

και

$$b_k = (T_{n+1} d_k) + d_{k-1} \quad (3.27)$$

με

$$T_1^0 = [0 \quad 1] \quad (3.28)$$

$$T_2^0 = [\frac{1}{\|\omega\|} \quad 0] \quad (3.29)$$

κατασκευάζονται οι σειρές των πινάκων [*a*] και [*b*] (κάθε σειρά αντιστοιχεί σε πολυώνυμο).

.Ο πίνακας Β αναστρέφεται:

$$[B^T] = \begin{pmatrix} b_n & b_{n-1} & \cdots & b_0 \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

και δημιουργείται ο companion πίνακάς του :

$$\begin{pmatrix} \frac{-b_1}{bn} & \frac{-b_2}{bn} & \cdots & \cdots & \frac{-b_{n-1}}{bn} \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 1 & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Οι ιδιοτιμές του πίνακα περιέχουν τους πόλους του πολυωνύμου.

Τα **residues** (ιδιοανυσματικά υπόλοιπα) υπολογίζονται από την σχέση:

$$r_k = \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k \rho_k}{\prod_{i \neq k} (\rho_k - \rho_i)} \cdot \frac{1}{n} \quad (3.32)$$

και ισχύει:

$$P_k = -\sigma_k e^{j\omega k} \quad (3.33)$$

οι συντελεστές απόσβεσης υπολογίζονται:

$$P_k = \frac{-\sigma_k \cdot 100}{\left| -\sigma_k e^{j\omega_k} \right|} \quad (3.34)$$

και οι ιδιοσυχνότητες :

$$f_k = \frac{\left| -\sigma_k e^{j\omega_k} \right|}{2\pi} \quad (3.35)$$

για να υπολογιστεί τελικά το σχήμα ταλάντωσης σε κάθε ιδιοσυχνότητα :

$$ms = \frac{[|r_k|]}{max|r_k|} \quad (3.36)$$

3.3)Μέθοδος Matrix Pencil

Με την εφαρμογή του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier στην συνάρτηση μεταφοράς **FRF** λαμβάνεται η παραμετροποιημένη συνάρτηση μεταφοράς στο πεδίο του χρόνου (**IRF**) :

$$\underset{1xn}{[x]}=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_m & x_n \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

όπου ορίζεται :

AR order= αριθμός ιδιοσυχνοτήτων x 2 = m

sub order = αριθμός ιδιοσυχνοτήτων = m/2

(3.38)

κατασκευάζονται οι πίνακες :

$$\underset{1xm}{[X]}=\begin{pmatrix} x_m & \cdots & \cdots & x_{n-m} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

$$\underset{1xm}{[Y]}=\begin{pmatrix} x_m & \cdots & \cdots & x_1 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

με την χρήση των οποίων δημιουργείται ο πίνακας **Toeplitz** $[T]$:

$$\underset{n-m\,xm}{[T]}=\begin{pmatrix} x_m & x_{m-1} & x_{m-2} & \cdots & \cdots & x_2 & x_1 \\ x_{m+1} & x_m & x_{m-1} & \cdots & \cdots & x_3 & x_2 \\ x_{m+2} & x_{m+1} & x_m & \cdots & \cdots & x_4 & x_3 \\ \vdots & \vdots & x_{m+1} & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & x_{n-m} \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

ο οποίος ονομάζεται $[Y_0]$

και ο :

$$\underset{n-m\,xm}{[T]} = \begin{pmatrix} x_{m+1} & x_m & x_{m-1} & \cdots & \cdots & x_3 & x_2 \\ x_{m+2} & x_{m+1} & x_m & \cdots & \cdots & x_4 & x_3 \\ x_{m+3} & x_{m+2} & x_{m+1} & \cdots & \cdots & x_5 & x_4 \\ \vdots & \vdots & x_{m+2} & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_n & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & x_{n-m+1} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

Εφαρμόζεται ο **SVD** μετασχηματισμός (singular value decomposition) στον πίνακα

$$[Y_0] \;:\; \underset{(n-m)\,xm}{[U]}\;\underset{1\mathrm{xm}}{[s]}\underset{mxm}{[V^H]} \quad (3.43)$$

και ο πίνακας $\underset{1\mathrm{xm}}{[s]} = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & \cdots & \cdots & s_m \end{pmatrix}$ μετασχηματίζεται στον

$$\underset{1\mathrm{xm}}{[s']} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s_1} & \frac{1}{s_2} & \cdots & \cdots & \frac{1}{s_m} \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται ο πίνακας $[\Lambda]$:

$$[\Lambda] = [s']U^T \quad (3.45)$$

με κάθε στοιχείο από τον τύπο:

$$\frac{1}{s_i} \cdot \begin{pmatrix} u_{i1} & u_{i2} & \cdots & u_{n-m} \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

έπειτα παράγεται ο πίνακας $[P]$:

$$\underset{(mxm)}{[P]} = \underset{mx(n-m)}{[\Lambda]}\; x\; \underset{(n-m)xm}{[Y_1]} \quad (3.47)$$

και από αυτόν ο :

$$\underset{mxm}{[\Pi]} = \underset{(mxm)}{[P]}\, x \underset{mxm}{[V]} \quad (3.48)$$

$$[Z_e]=[\underset{\frac{m}{2}x\frac{m}{2}}{\acute{\Pi}}] \quad (3.49)$$

Υπολογίζονται οι ιδιοτιμές του $[Z_e]$:

$$[e]=\begin{pmatrix} e_1 & e_2 & \cdots & e_{m/2} \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

δημιουργείται ο πίνακας:

$$\underset{(nxm/2)}{[E]}=\begin{pmatrix} e_1^0 & e_2^0 & \cdots & e_{m/2}^0 \\ e_1^1 & e_2^1 & \cdots & e_{m/2}^1 \\ e_1^2 & e_2^2 & \cdots & e_{m/2}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1^n & e_2^n & \cdots & e_{m/2}^n \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

και λύνεται το γραμμικό σύστημα:

$$\underset{nxm/2}{[E]}\cdot[A]=\underset{nx1}{[X^T]} \quad (3.51)$$

$[A]$ το πλάτος σε μιγαδική μορφή.

Και έτσι υπολογίζεται:

$$[A]=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ \vdots \\ a_{m-1} \\ a_m \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

όπου ισχύει:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ \vdots \\ a_{m-1} \\ a_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_2^* \\ a_3 \\ a_3^* \\ \vdots \\ a_{m-1} \\ a_{m-1}^* \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

απομακρύνονται τα συζυγή στοιχεία του πίνακα και φιλτράρονται οι αρνητικές συχνότητες .Οι αριθμοί γράφονται σε μορφή πλάτους-φάσης (r,θ) και r είναι το πλάτος της ταλάντωσης ενώ στο θ προστίθεται γωνία 2π και διαιρείται με 2π. Το υπόλοιπο της τελευταίας διαίρεσης είναι η φάση κάθε ιδιοσυχνότητας.

Τέλος γράφονται τα ιδιοδιανύσματα σε μορφή (r,θ) και οι συντελεστές απόσβεσης υπολογίζονται ως $j=ln(r)$ ενώ οι ιδιοσυχνότητες υπολογίζονται από την διαίρεση του θ με 2π και στη συνέχεια με την συχνότητα δειγματολειψίας.

3.4)Μέθοδος Prony

Λαμβάνεται όπως και στην **Matrix Pencil** ο πίνακας **IRF**

$$\underset{1xn}{[x]} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_m & x_n \end{pmatrix}$$

και από αυτόν οι :

$$\underset{1xm}{[X]} = \begin{pmatrix} x_m & \cdots & \cdots & x_{n-m} \end{pmatrix}$$

$$\underset{1xm}{[Y]} = \begin{pmatrix} x_m & \cdots & \cdots & x_1 \end{pmatrix}$$

για να δημιουργηθεί ξανά ο πίνακας **Toeplitz** :

$$\underset{n-m\,xm}{[T]} = \begin{pmatrix} x_m & x_{m-1} & x_{m-2} & \cdots & \cdots & x_2 & x_1 \\ x_{m+1} & x_m & x_{m-1} & \cdots & \cdots & x_3 & x_2 \\ x_{m+2} & x_{m+1} & x_m & \cdots & \cdots & x_4 & x_3 \\ \vdots & \vdots & x_{m+1} & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & x_{n-m} \end{pmatrix}$$

Έπειτα υπολογίζεται ο πίνακας

$$\underset{mx1}{[F]} = \underset{mx(n-m)}{[T]}^{T} \underset{(n-m)x1}{[A]} \quad (3.54)$$

με

$$\underset{1xm}{[A]} = \begin{pmatrix} x_{m+1} & x_{m+2} & \cdots & \cdots & x_n \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

Και με την χρήση του μετασχηματισμού **SVD** υπολογίζεται ο ψευδοαντίστροφος (pseudoinverse) πίνακας του $[Y]$, ο : $[Y]^{+}$:

$$[Y]^{+} = [V][S]^{+} U^{H} \quad (3.56)$$

με

$$[S]^{+} = \begin{pmatrix} 1/s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/s_2 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 1/s_m \end{pmatrix} \quad (3.57)$$

ορίζεται στην συνέχεια ο πίνακας $[R]$:

$$\underset{mxm}{[Y]^{+}} \underset{mx1}{[F]} = \underset{mx1}{[R]} \quad (3.58)$$

και από αυτόν ο $[P]$:

$$[P]=[1-[R]] \quad (3.59)$$

ο οποίος αποτελεί τον πίνακα των πόλων που υπολογίσθηκε και για την μέθοδο **Matrix Pencil**. Επεξεργάζοντας τον πίνακα $[P]$ με τον ίδιο τρόπο, η μέθοδος **Prony** δίνει τα ιδιοανυσματικά μεγέθη.

3.5)Μέθοδος Ibrahim Time Domain

Η μέθοδος χρησιμοποιεί την ελεύθερη απόκριση του συστήματος x(t) ,η οποία ικανοποιεί την εξίσωση του συστήματος:

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+K\{x\}=0 \quad (3.60)$$

και λύση του συστήματος λαμβάνεται η εξής:

$$\{x\}=\{pe^{st}\} \quad (3.61)$$

με μετασχηματισμό **Laplace** το σύστημα γίνεται:

$$[s^2[M]+s[C]+[K]]\,p=0 \quad (3.62)$$

με ρίζες για υποκρίσιμα (**underdamped)** προβλήματα τους μιγαδικούς συζυγείς αριθμούς:

$$s_r=a_r+ib_r=-\xi_r\omega_r\pm i\omega_r\sqrt{1-\xi_{r2}^2} \quad (3.63)$$

όπου ξ_r ο συντελεστής απόσβεσης και ω_r η ιδιοσυχνότητα σε rad/s που αντιστοιχεί στο ιδιοάνυσμα ***r*.**

Η συνολική απόκριση ενός συστήματος N βαθμών ελευθερίας , κατά την χρονική στιγμή t_j και στο σημείο i είναι αποτέλεσμα της υπέρθεσης της απόκρισης του σε κάθε ιδιοάνυσμα**:**

$$x_i(t_j)=\sum_{r=1}^{2N} P_{ir} e^{s_r t_j} \quad (3.64)$$

με P_{ir} το ιοστό στοιχείο του ιδιοδιανύσματος P_r .

Η απόκριση μετρημένη μετά από L χρονικές στιγμές, μπορεί να εκφραστεί ως:

$$[x(t_1) \quad x(t_2) \quad \cdots \quad x(t_L)]=[P_1 \quad P_2 \quad \cdots \quad P_{2n}]\begin{pmatrix} e^{s_1 t_1} & e^{s_1 t_2} & \cdots & e^{s_1 t_L} \\ e^{s_2 t_1} & e^{s_2 t_2} & \cdots & e^{s_2 t_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{s_{2N} t_1} & e^{s_{2N} t_2} & \cdots & e^{s_{2N} t_L} \end{pmatrix}$$

(3.65)

ή αλλιώς:

$$[X_0]=\underset{1x2N}{[P]}\underset{2NxL}{[\Lambda]} \quad (3.66)$$

ακόμη, αν προχωρήσει η απόκριση κατά ένα διάστημα Δt , τότε λαμβάνεται:

$$[x(t_1+\Delta t) \quad \cdots \quad x(t_L+\Delta t)]=[P_1 \quad P_2 \quad \cdots \quad P_{2n}]\begin{pmatrix} e^{s_1(t_1+\Delta t)} & e^{s_1(t_2+\Delta t)} & \cdots & e^{s_1(t_L+\Delta t)} \\ e^{s_2(t_1+\Delta t)} & e^{s_2(t_2+\Delta t)} & \cdots & e^{s_2 t_L+\Delta t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{s_{2N}(t_1+\Delta t)} & e^{s_{2N}(t_2+\Delta t)} & \cdots & e^{s_{2N}(t_L+\Delta t)} \end{pmatrix}$$

$$=[P_1 \quad P_2 \quad \cdots \quad P_{2n}]\begin{pmatrix} e^{s_1 \Delta t} & & & 0 \\ & e^{s_2 \Delta t} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & e^{s_{2N} \Delta t} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{s_1 t_1} & e^{s_1 t_2} & \cdots & e^{s_1 t_L} \\ e^{s_2 t_1} & e^{s_2 t_2} & \cdots & e^{s_2 t_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{s_{2N} t_1} & e^{s_{2N} t_2} & \cdots & e^{s_{2N} t_L} \end{pmatrix}$$

(3.67)

ή αλλιώς:

$$\underset{1xL}{[X_1]}=\underset{1x2N}{[P]}\,\underset{2Nx2N}{[\hat{\Lambda}]}\,\underset{2NxL}{[\Lambda]} \quad (3.68)$$

αυξάνοντάς την κατά δύο διαστήματα Δt λαμβάνεται αντίστοιχα:

$$[x(t_1+2\Delta t) \quad \cdots \quad x(t_L+2\Delta t)]=[P_1 \quad P_2 \quad \cdots \quad P_{2n}]\begin{pmatrix} e^{s_1(t_1+2\Delta t)} & e^{s_1(t_2+2\Delta t)} & \cdots & e^{s_1(t_L+2\Delta t)} \\ e^{s_2(t_1+2\Delta t)} & e^{s_2(t_2+2\Delta t)} & \cdots & e^{s_2 t_L+2\Delta t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{s_{2N}(t_1+2\Delta t)} & e^{s_{2N}(t_2+2\Delta t)} & \cdots & e^{s_{2N}(t_L+2\Delta t)} \end{pmatrix}$$

$$=[P_1 \quad P_2 \quad \cdots \quad P_{2n}]\begin{pmatrix} e^{s_1 2\Delta t} & & & 0 \\ & e^{s_2 2\Delta t} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & e^{s_{2N} 2\Delta t} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{s_1 t_1} & e^{s_1 t_2} & \cdots & e^{s_1 t_L} \\ e^{s_2 t_1} & e^{s_2 t_2} & \cdots & e^{s_2 t_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{s_{2N} t_1} & e^{s_{2N} t_2} & \cdots & e^{s_{2N} t_L} \end{pmatrix}$$

(3.69)

δηλαδή:

$$\underset{1xL}{[X_1]}=\underset{1x2N}{[P]}\,\underset{2Nx2N}{[\hat{\Lambda}]^2}\,\underset{2NxL}{[\Lambda]} \quad (3.70)$$

αν τέλος μετρηθούν m+1 set δεδομένων , με το τελευταίο αυξημένο κατά m διαστήματα Δt, τότε η τελευταία απόκριση (m) εκφράζεται από την εξίσωση:

$$[x(t_1+m\Delta t) \quad \cdots \quad x(t_L+m\Delta t)]=[P_1 \quad P_2 \quad \cdots \quad P_{2n}]\begin{pmatrix} e^{s_1(t_1+m\Delta t)} & e^{s_1(t_2+m\Delta t)} & \cdots & e^{s_1(t_L+m\Delta t)} \\ e^{s_2(t_1+m\Delta t)} & e^{s_2(t_2+m\Delta t)} & \cdots & e^{s_2 t_L+m\Delta t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{s_{2N}(t_1+m\Delta t)} & e^{s_{2N}(t_2+m\Delta t)} & \cdots & e^{s_{2N}(t_L+m\Delta t)} \end{pmatrix}$$

$$=[P_1 \quad P_2 \quad \cdots \quad P_{2n}]\begin{pmatrix} e^{s_1 m\Delta t} & & & 0 \\ & e^{s_2 m\Delta t} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & e^{s_{2N} m\Delta t} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{s_1 t_1} & e^{s_1 t_2} & \cdots & e^{s_1 t_L} \\ e^{s_2 t_1} & e^{s_2 t_2} & \cdots & e^{s_2 t_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{s_{2N} t_1} & e^{s_{2N} t_2} & \cdots & e^{s_{2N} t_L} \end{pmatrix}$$

(3.71)

ή αλλιώς

$$\underset{1xL}{[X_1]}=\underset{1x2N}{[P]}\,\underset{2Nx2N}{[\hat{\Lambda}]^m}\,\underset{2NxL}{[\Lambda]} \quad (3.72)$$

χρησιμοποιώντας τα X_m , κατασκευάζεται ο πίνακας:

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{m-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P \\ P\hat{\Lambda} \\ P\hat{\Lambda}^2 \\ \vdots \\ P\hat{\Lambda}^{m-1} \end{pmatrix} \Lambda$$

(3.73)

και ορίζονται οι πίνακες Φ , Ψ, ώστε:

$$\underset{mxL}{[\Phi]}=\underset{mxL}{[\Psi]}\,\underset{2NxL}{[\Lambda]} \quad (3.74)$$

και κατά συνέπεια:

$$\underset{mxL}{[\hat{\Phi}]}=\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P\hat{\Lambda} \\ P\hat{\Lambda}^2 \\ P\hat{\Lambda}^3 \\ \vdots \\ P\hat{\Lambda}^m \end{pmatrix} \Lambda = \underset{mxL}{[\hat{\Psi}]}\,\underset{2NxL}{[\Lambda]} = \underset{mxL}{[\Psi]}\,\underset{2Nx2N}{[\hat{\Lambda}]}\,\underset{2NxL}{[\Lambda]}$$

(3.75)

ή:

$$\underset{mxL}{[\hat{\Phi}]}=\underset{mxL}{[\Psi]}\,\underset{2Nx2N}{[\hat{\Lambda}]}\,\underset{2NxL}{[\Lambda]} \quad (3.76)$$

συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις, απαλείφεται μετά από πράξεις το Λ, και καταλήγουμε στην:

$$[\hat{\Phi}]=[\hat{\Psi}][\Psi]^{-1}[\Phi] \quad (3.77)$$

ορίζεται στη συνέχεια ο τετραγωνικός πίνακας :

$$[A_s]=[\hat{\Psi}][\Psi]^{-1} \quad (3.78)$$

και επομένως:

$$[A_s][\Phi]=[\hat{\Phi}] \quad (3.79)$$

χρησιμοποιώντας την τεχνική **pseudoinverse,** καταλήγουμε σε δύο λύσεις:

$$[A_s]=([\hat{\Phi}][\hat{\Phi}]^T)([\Phi][\hat{\Phi}]^T)^{-1}$$

$$[A_s]=([\hat{\Phi}][\Phi]^T)([\Phi][\Phi]^T)^{-1}$$

(3.80)

και ο συνδυασμός των λύσεων αυτών (**double least square**) δίνει την λύση:

$$[A_s]=\frac{1}{2}[([\hat{\Phi}][\hat{\Phi}]^T)([\Phi][\hat{\Phi}]^T)^{-1}+([\hat{\Phi}][\Phi]^T)([\Phi][\Phi]^T)^{-1}]$$

(3.81)

υπολογίζοντας το A_s ,το πρόβλημα γίνεται:

$$[[A_s][\Psi]-[\Psi][\hat{\Lambda}]]=0 \quad (3.82)$$

που γράφεται για κάθε διάνυσμα στήλης Ψ_r του πίνακα Ψ:

$$[[A_s][\Psi_r]-e^{s_r \Delta t}[\Psi_r]]=0 \quad (3.83)$$

ή:

$$[[A_s]-e^{s_r \Delta t}[I]][\Psi_r]=0 \quad (3.84)$$

το οποίο αποτελεί πρόβλημα ιδιοτιμών-ιδιοδιανυσμάτων.

Αποτελέσματα:

1)ιδιοτιμές του συστήματος:

$$V_r = e^{(a+ib)\Delta t} = \beta + i\gamma \quad (3.85)$$

$$R_r = \ln(V_r) \quad (3.86)$$

2)ιδιοσυχνότητες:

$$f_r = \frac{|R_r|}{2\pi \cdot \Delta t} \quad (3.87)$$

3)συντελεστές απόσβεσης:

$$\xi_r = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{Imag^2(R_r)}{Real^2(R_r)}}} \quad (3.88)$$

4)residues A'_r

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ V_1 & V_2 & \cdots & V_{2N} \\ V_1^2 & V_2^2 & \cdots & V_{2N}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_1^{2N-1} & V_2^{2N-1} & \cdots & V_{2N}^{2N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \acute{A}_1 \\ \acute{A}_2 \\ \acute{A}_3 \\ \vdots \\ \acute{A}_{2N} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{2N} \end{pmatrix} \quad (3.89)$$

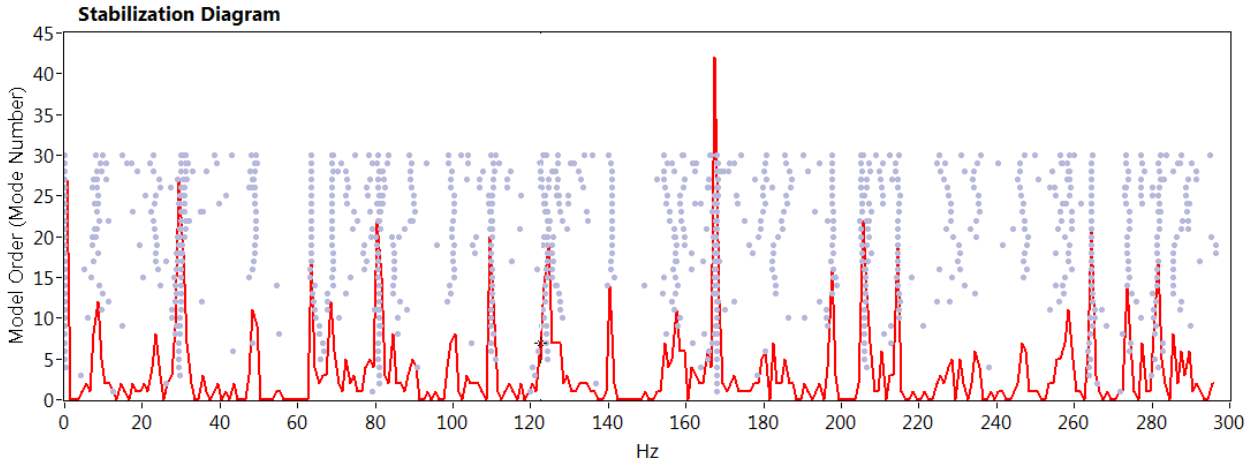
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΠΟΡΡΙΨΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

4.1)Διάγραμμα σταθεροποίησης

Οι υπολογιστικές και πειραματικές μέθοδοι χρησιμοποιούν τους αλγορίθμους που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια για τον υπολογισμό των ιδιοανυσματικών μεγεθών. Όλοι αυτοί οι αλγόριθμοι χρειάζονται σαν όρισμα τον βαθμό ελευθερίας n για να δώσουν λύση για n αριθμό ιδιοσυχνοτήτων. Επομένως είναι φανερό το ότι , αφού ποτέ δεν είναι δυνατό να υπάρχει γνώση εκ των προτέρων για τον αριθμό των πραγματικών ιδιοσυχνοτήτων μιας κατασκευής, οι αλγόριθμοι θα πρέπει να είναι ικανοί να ξεχωρίζουν τις πραγματικές ιδιοσυχνότητες από τις επιπλέον ιδιοσυχνότητες που υπάρχουν για να συμπληρώνουν την τάξη n που έχει ορισθεί αρχικά. Δηλαδή να διαγράφονται οι υπολογιστικές ιδιοσυχνότητες και να εμφανίζεται m αριθμός ιδιοσυχνοτήτων , με $m \leq n$.

Ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για αυτήν την εργασία είναι το διάγραμμα σταθεροποίησης (**stabilization diagram**). Πρόκειται για ένα διάγραμμα που παρουσιάζει τις ιδιοσυχνότητες που εμφανίζονται (άξονας x) σε σχέση με τον αριθμό της τάξης του αλγορίθμου (άξονας y). Σημειώνεται με τελεία (*) για κάθε ζεύγος συντεταγμένων x-y η συχνότητα που εμφανίζεται και στη συνέχεια συμπεραίνεται αν είναι πραγματική ή όχι, από το αν ξεκινά να εμφανίζεται σε χαμηλή τάξη και συνεχίζει μέχρι υψηλή. Έτσι επιτυγχάνεται να εντοπιστούν οι πραγματικές ιδιοσυχνότητες και ο αριθμός των πραγματικών βαθμών ελευθερίας μίας κατασκευής. Στο σχήμα *4.1.1* παρουσιάζεται ένα παράδειγμα διαγράμματος σταθεροποίησης.



Σχήμα 4.1.1 : διάγραμμα σταθεροποίησης

Από το σχήμα *4.1.1* φαίνεται ότι η συχνότητα κοντά στα 30 Hz εμφανίζεται από χαμηλή τάξη και παραμένει μέχρι μεγαλύτερη, η συχνότητα κοντά στα 50 Hz εμφανίζεται για μεγαλύτερη τάξη και συνεχίζει όσο αυξάνεται ο αριθμός λύσεων, η συχνότητα λίγο πάνω από τα 40 Hz εμφανίζεται μόνο για n=6 και στην συνέχεια δεν υπάρχει, ενώ για n=30 υπάρχουν πολλές νέες ιδιοσυχνότητες που δεν είναι πραγματικές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο
ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΚΤΙΜΙΣΗΣ ΙΔΙΟΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

5.1)Εισαγωγή

Πριν γίνει η επεξεργασία των αποτελεσμάτων των μετρήσεων και εξαχθούν συμπεράσματα, είναι σκόπιμο να εξετασθεί ποιοι είναι οι σημαντικοί παράγοντες που επηρεάζουν το **curve fitting** και δίνουν μεγαλύτερη βαρύτητα στην εμφάνιση μίας ιδιοσυχνότητας εις βάρος κάποιας άλλης. Ακόμη είναι σημαντικό οι τέσσερις μέθοδοι που μελετούνται, να ερευνηθούν ως προς τις δυνατότητές τους, τα όριά τους και την δυνατότητα σύγκλισής τους και ικανοποιητικής προσέγγισης της συνάρτησης μεταφοράς μιας κατασκευής (**FRF**) όπως αυτή υπολογίζεται από μία σειρά μετρήσεων.

Για αυτόν τον σκοπό εκτελέστηκαν δύο τεστ πάνω σε προσομοιωμένα δεδομένα. Ένα για την μελέτη της συμπεριφοράς των μεθόδων όσων αφορά τις τρεις βασικές παραμέτρους που την επηρεάζουν (τιμή συχνότητας, απόσβεση ταλάντωσης, ιδιοανυσματικά κατάλοιπα) και ένα για την εύρεση των ορίων των αλγορίθμων και των καταλλήλων αλγοριθμικών μεταβλητών που πρέπει να ορισθούν ώστε το αποτέλεσμα να είναι βέλτιστο.

Οι μέθοδοι **FDPI, Prony και Matrix Pencil** προσομοιώθηκαν στο λογισμικό **Labview**, ενώ η **Ibrahim Time Domain** στο **MatLab**.

5.2)Έλεγχος επίδρασης βασικών παραμέτρων

a)Μέθοδος FDPI

Προσομοιώθηκε για την μελέτη αυτής της μεθόδου, με συχνότητα δειγματοληψίας 3000 και αριθμό δειγμάτων 5000, ένα σήμα που δίνει δύο ιδιοσυχνότητες. Για τον παράγοντα 'τιμές ιδιοσυχνοτήτων', ελέγχθηκαν τρία ζεύγη αυτών των συχνοτήτων και είναι τα εξής:

1000-1100 Hz

600-1100Hz

100-1100Hz

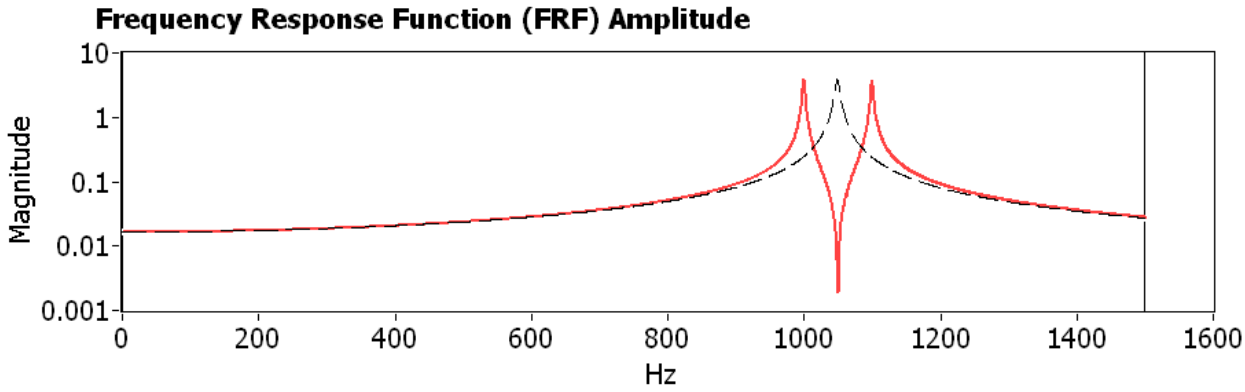
Οι αποσβέσεις σε αυτήν την περίπτωση ορίσθηκαν ίσες μεταξύ τους και με τιμή 0.15% και τα residues ίσα μεταξύ τους και με τιμές σε έξι θεωρητικά σημεία μετρήσεων :

10+10ι
5 -5i
22 +22i
17 +17i
-6 -6i
27 +27i

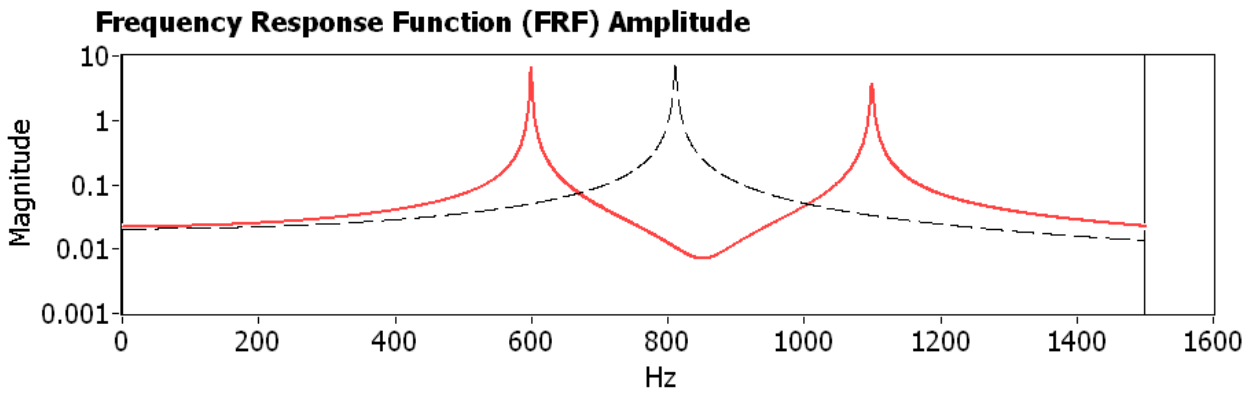
Πίνακας 5.1 : residues ανά σημείο

Αρχικά ορίσθηκε αριθμός της τάξης του πολυωνύμου της παρεμβολής ίσος με 1,δηλαδή λιγότερος από την πραγματική τάξη του συστήματος (2), με αποτέλεσμα ο αριθμός των ιδιοσυχνοτήτων που εξήγαγε ο αλγόριθμος να είναι μία.

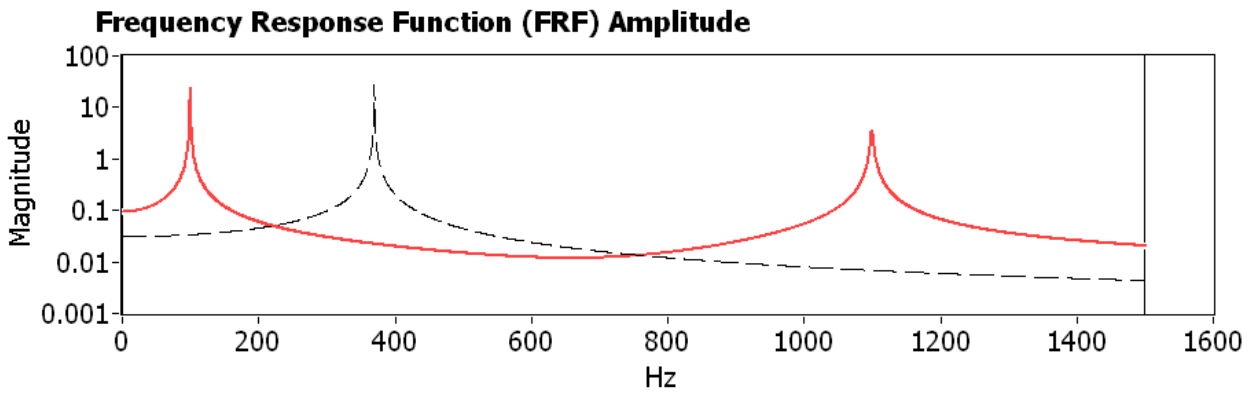
Τα αποτελέσματα για τα τρία εύρη συχνοτήτων που επιλέχθηκαν φαίνονται στα σχήματα *5.2.1α, 5.2.1β* και *5.2.1γ* (κόκκινο χρώμα η προσομοιωμένη καμπύλη και με μαύρο η προσέγγιση του αλγορίθμου).



Σχήμα 5.2.1α : συχνότητες 1000-1100Hz



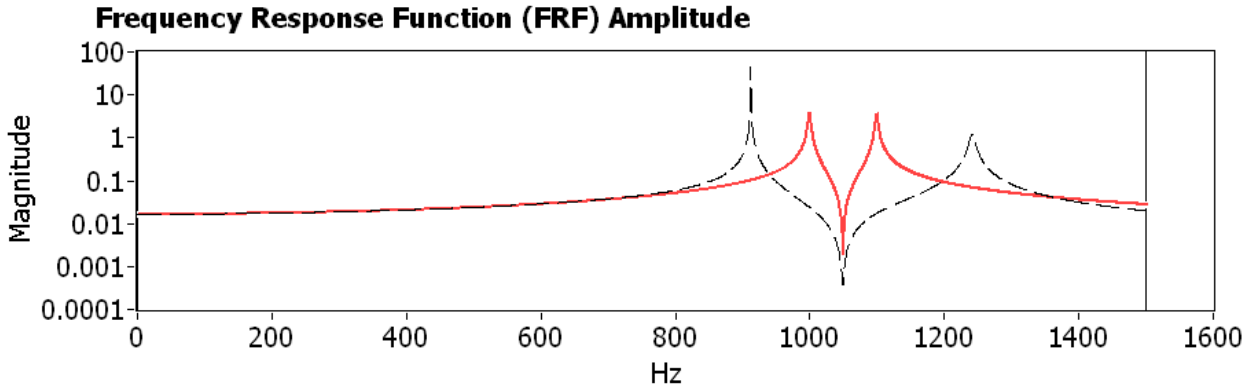
Σχήμα 5.2.1β : συχνότητες 600-1100Hz



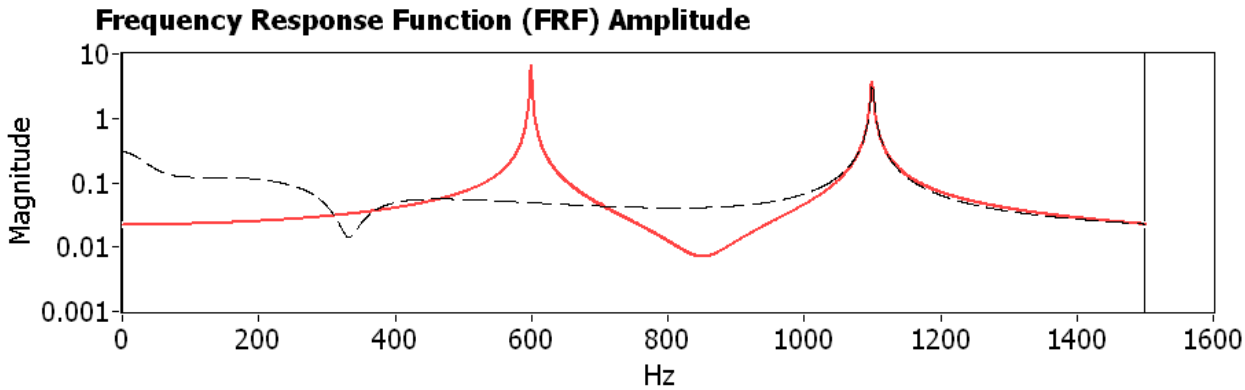
Σχήμα 5.2.1γ : συχνότητες 100-1100Hz

Είναι φανερό ότι όσο χαμηλότερη είναι μία συχνότητα, τόσο περισσότερο 'έλκει' την αιχμή του αλγορίθμου προς εκείνη. Στο φάσμα μπορεί να παρατηρηθεί επίσης, ότι έχοντας ορίσει ίδιες τιμές στις αποσβέσεις των δύο ιδιοσυχνοτήτων και στα residues των σημείων μετρήσεών τους, η χαμηλόσυχνη ιδιοσυχνότητα έχει μεγαλύτερο πλάτος από την υψηλόσυχνη, φαινόμενο το οποίο φαίνεται πιο καθαρά όσο ελέγχονται όλο και χαμηλότερες συχνότητες. Αυτό είναι ένα λογικό συμπέρασμα, καθώς η απόκριση μίας κατασκευής σε σταθερή διέγερση, καθορίζεται από την συχνότητα, την απόσβεση και τα residues.

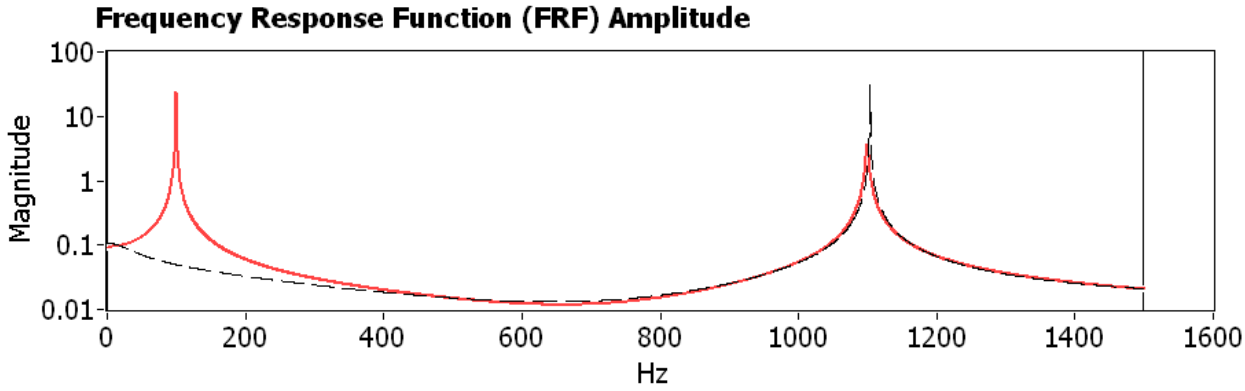
Στην επόμενη φάση , γίνεται ο αντίστοιχος έλεγχος στην περίπτωση που το πολυώνυμο του αλγορίθμου είναι πολύ μεγάλης τάξης, τόσης ώστε να 'διαβάζει' μία μόνο ιδιοσυχνότητα και να 'χάνει' την δεύτερη. Η τάξη του αλγορίθμου ορίστηκε ίση με 35, ενώ οι άλλες μεταβλητές είναι ίδιες με το προηγούμενο παράδειγμα. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *5.2.2α,* και *5.2.2β 5.2.2γ.*



Σχήμα 5.2.2α : συχνότητες 1000-1100Hz



Σχήμα 5.2.2β : συχνότητες 600-1100Hz



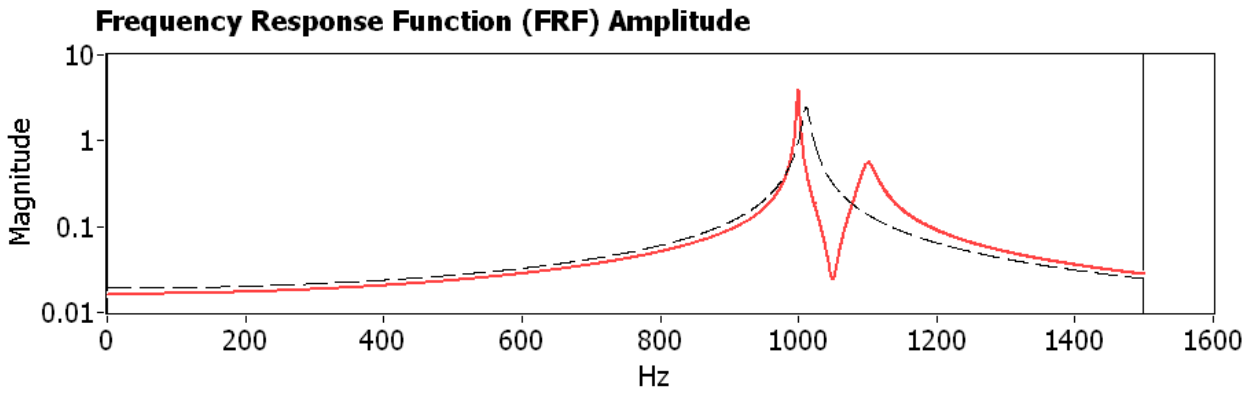
Σχήμα 5.2.2γ : συχνότητες 100-1100Hz

Εδώ τα συμπεράσματα είναι αντίστροφα. Παρατηρείται ότι η υψηλόσυχνη ιδιοσυχνότητα έλκει περισσότερο την αιχμή του αλγορίθμου και το φαινόμενο γίνεται πιο φανερό όσο οι δύο συχνότητες απομακρύνονται περισσότερο.

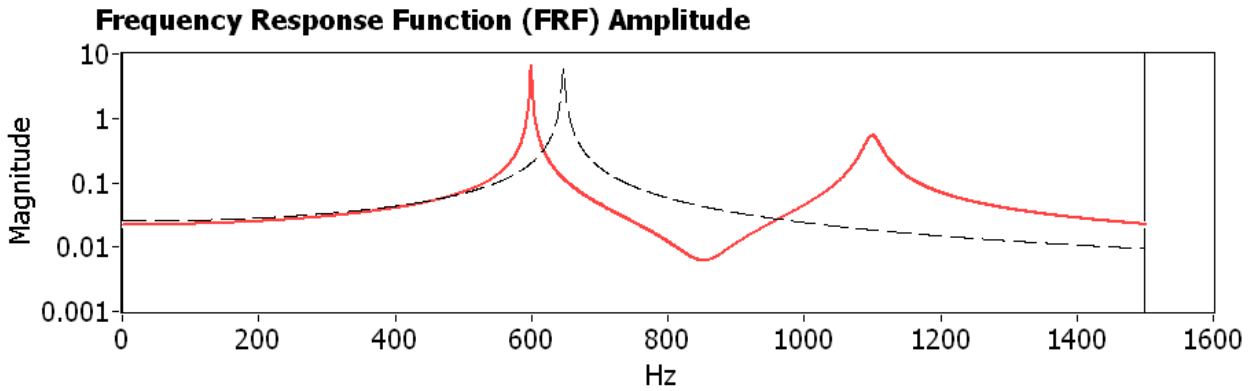
Έχοντας εκτελέσει τους παραπάνω ελέγχους , μπορεί να εξαχθεί σαν συμπέρασμα ότι σχετικά με τον παράγοντα 'τιμή ιδιοσυχνότητας' ,η μέθοδος **FDPI** όταν λάβει όρισμα μικρότερο του πραγματικού αριθμού ιδιοσυχνοτήτων , έχει την τάση να υπολογίζει καλύτερα τις χαμηλόσυχνες ιδιοσυχνότητες, ενώ με όρισμα μεγαλύτερο αριθμό ιδιοσυχνοτήτων, προσεγγίζει καλύτερα τις υψηλόσυχνες.

Στην συνέχεια εξετάσθηκε ο παράγων απόσβεση. Τα ζεύγη ιδιοσυχνοτήτων ορίσθηκαν ίδια με την προηγούμενη περίπτωση, όπως και τα residues. Οι συντελεστές απόσβεσης ορίσθηκαν διαφορετικοί μεταξύ των δύο ιδιοσυχνοτήτων και με τιμές 0.15% και 1% αντίστοιχα. Η τάξη του αλγορίθμου ορίσθηκε ίση με 1 .

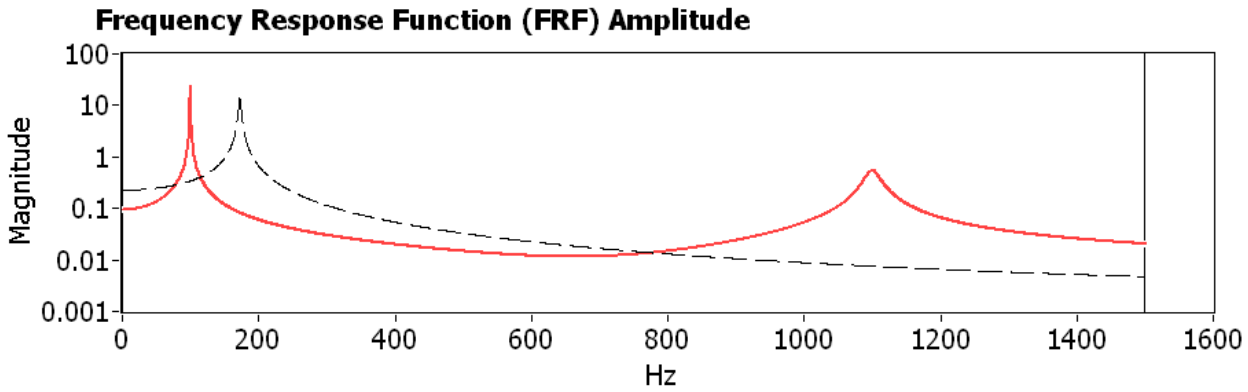
Στην πρώτη περίπτωση ορίζεται για την χαμηλόσυχνη ιδιοσυχνότητα χαμηλή απόσβεση και για την ψηλή ιδιοσυχνότητα υψηλή απόσβεση. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *5.2.3α* , *5.2.3β* και *5.2.3γ*.



Σχήμα 5.2.3α : συχνότητες 1000-1100Hz

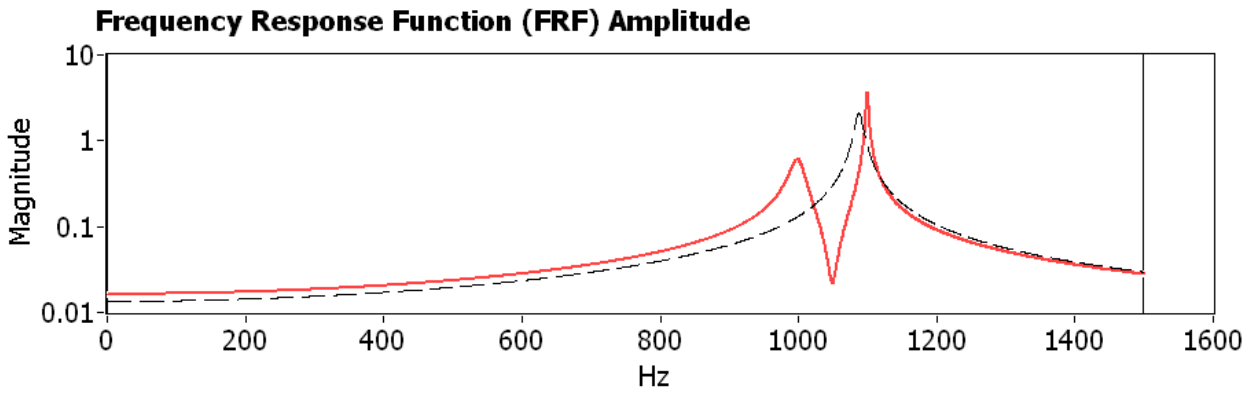


Σχήμα 5.2.3β : συχνότητες 600-1100Hz

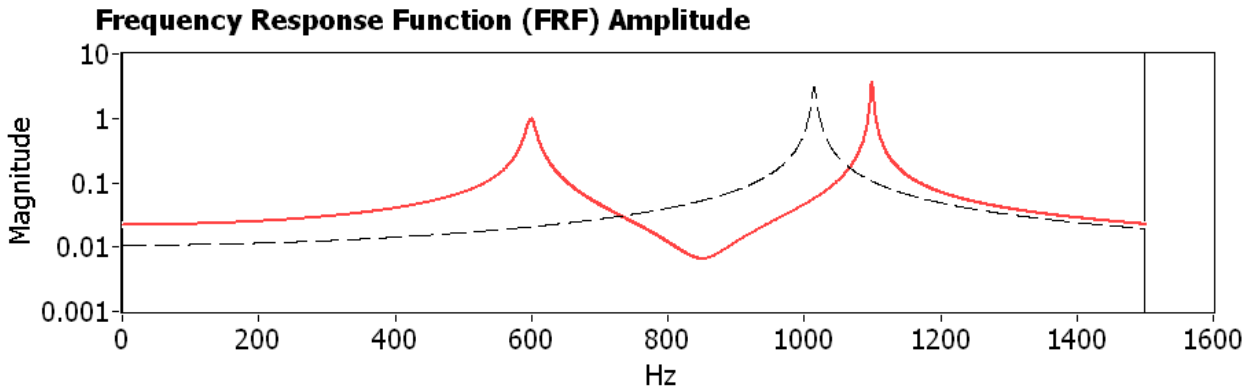


Σχήμα 5.2.3γ : συχνότητες 100-1100Hz

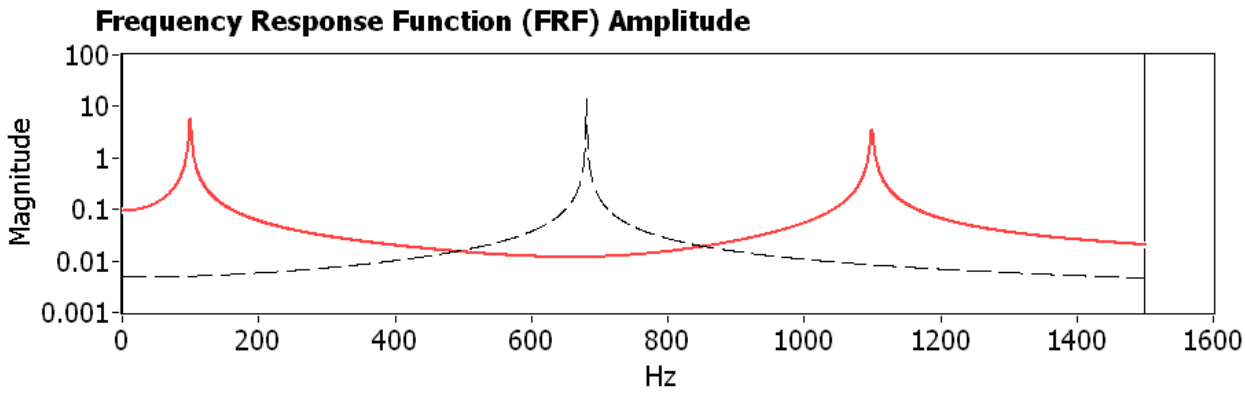
Φαίνεται από τα σχήματα, ότι οι αιχμές με χαμηλή απόσβεση έλκουν την αιχμή που παράγει ο αλγόριθμος. Για να επαληθευθεί η θεωρία αυτή αντιστράφηκαν οι αποσβέσεις μεταξύ των δύο ιδιοσυχνοτήτων λήφθηκαν νέα σχήματα , τα *5.2.4α, 5.2.4β* και *5.2.4γ.*



Σχήμα 5.2.4α : συχνότητες 1000-1100Hz



Σχήμα 5.2.4β : συχνότητες 600-1100Hz



Σχήμα 5.2.4γ : συχνότητες 100-1100Hz

Ξανά φαίνεται ότι όσο πιο χαμηλή είναι η απόσβεση τόσο πιο εύκολα εντοπίζει μία ιδιοσυχνότητα ο αλγόριθμος της **FDPI**.

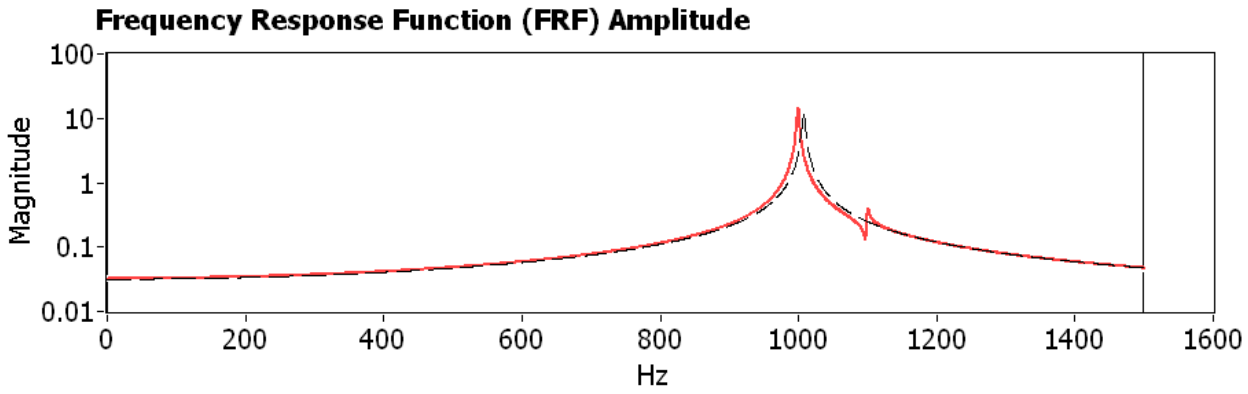
Ο τελευταίος παράγων που ελέγχθηκε ήταν τα **residues**. Σε αυτή τη περίπτωση ορίσθηκαν τα ίδια ζεύγη ιδιοσυχνοτήτων ξανά, με απόσβεση 0.15% και οι δύο ιδιοσυχνότητες ,τάξη αλγορίθμου ίση με 1, ενώ τα residues(ιδιοανυσματικά κατάλοιπα) ορίσθηκαν ως εξής:

10+10ι
5 -5i
22 +22i
17 +17i
-6 -6i
100 +100i

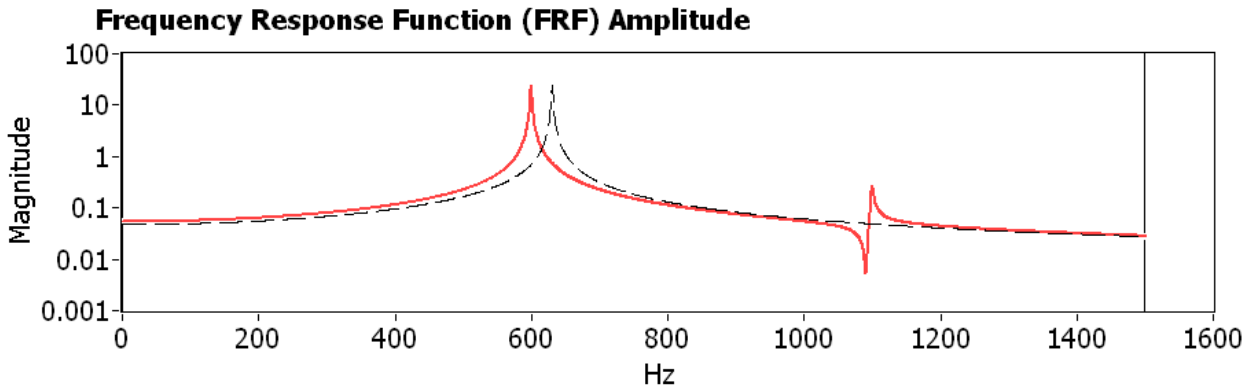
10+10ι
5 -5i
22 +22i
17 +17i
-6 -6i
2 +2i

Πίνακας 5.2 : residues

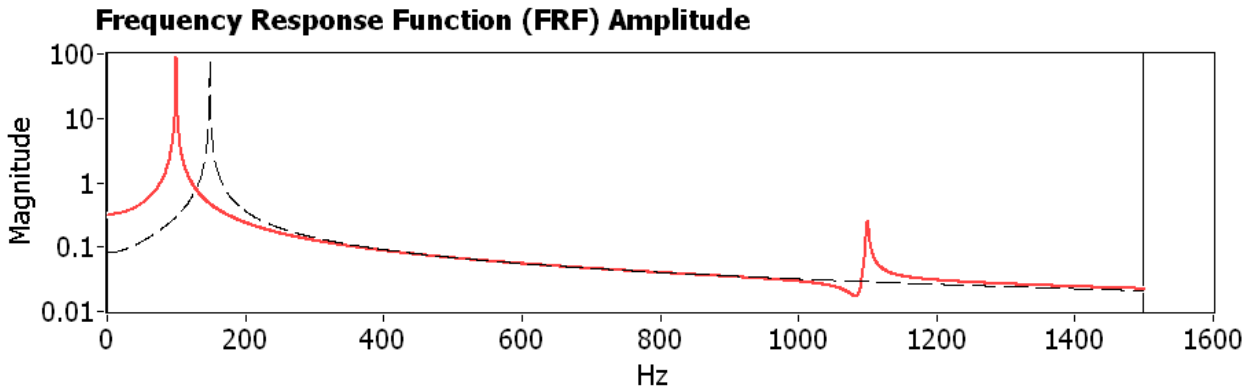
Εξετάσθηκε ύστερα η περίπτωση όπου η χαμηλόσυχνη ιδιοσυχνότητα είχε τον πρώτο πίνακα residues ενώ η υψηλόσυχνη ιδιοσυχνότητα τον δεύτερο. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *5.2.5α, 5.2.5β* και *5.2.5γ.*



Σχήμα 5.2.5α : συχνότητες 1000-1100Hz

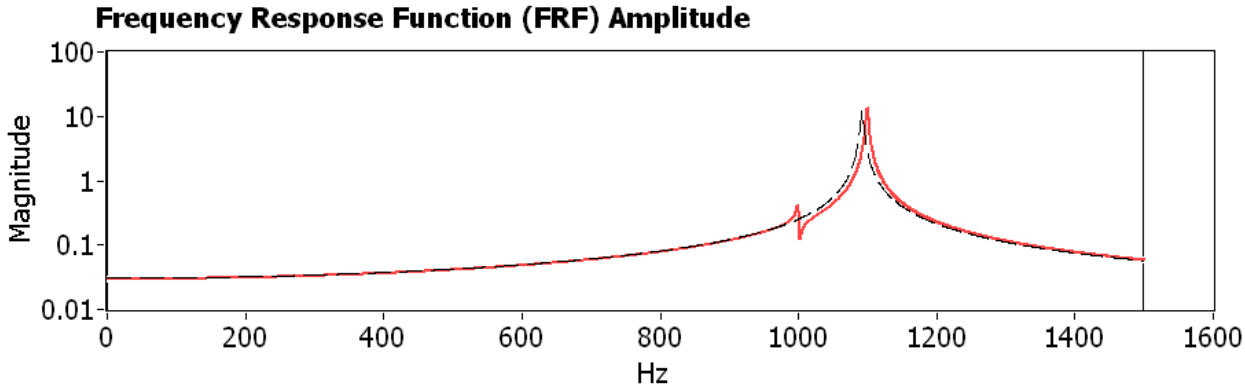


Σχήμα 5.2.5β : συχνότητες 600-1100Hz

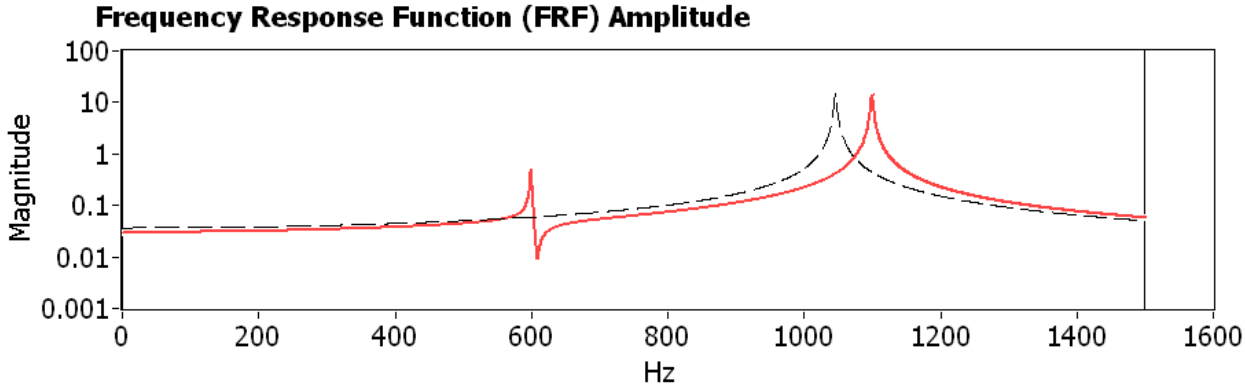


Σχήμα 5.2.5γ : συχνότητες 100-1100Hz

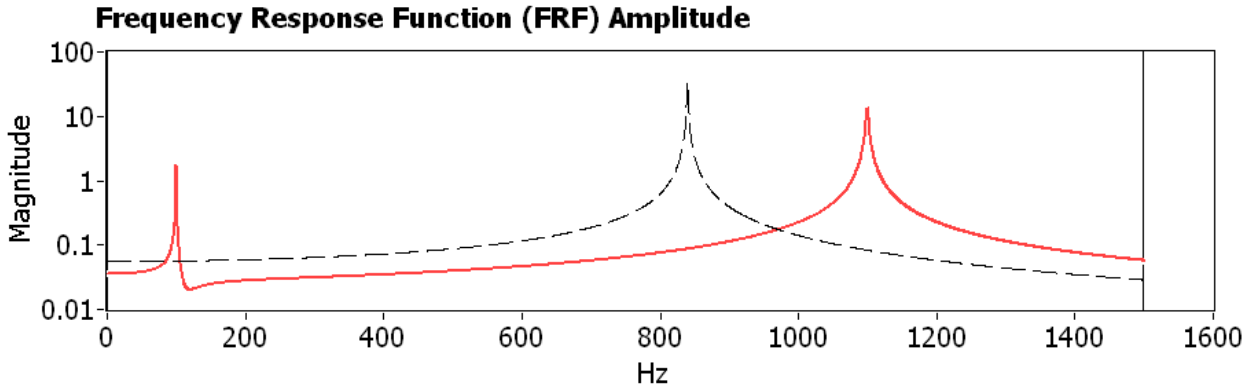
Παρατηρείται ότι τα υψηλά residues έλκουν την αιχμή του αλγορίθμου. Για να επαληθευθεί αυτή η θεωρία , ανταλάχθηκαν οι πίνακες των residues μεταξύ των δύο ιδιοσυχνοτήτων κάθε ζεύγους..Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *5.2.6α* , *5.2.6β* και *5.2.6γ*.



Σχήμα 5.2.6α : συχνότητες 1000-1100Hz



Σχήμα 5.2.6β : συχνότητες 600-1100Hz



Σχήμα 5.2.6γ : συχνότητες 100-1100Hz

Οπότε το μέγεθος των residues μιας ιδιοσυχνότητας επηρεάζει το πόσο έχει μεγαλύτερη βαρύτητα και τάση να υπολογιστεί από τον αλγόριθμο της **FDPI .**

b)Μέθοδος Prony & Matrix Pencil

Για τις δύο αυτές μεθόδους, προσομοιώθηκε ένα σήμα με δύο ιδιοσυχνότητες και 6 μετρήσεις σε συχνότητα δειγματοληψίας 3000 και αριθμό δειγμάτων 5000.

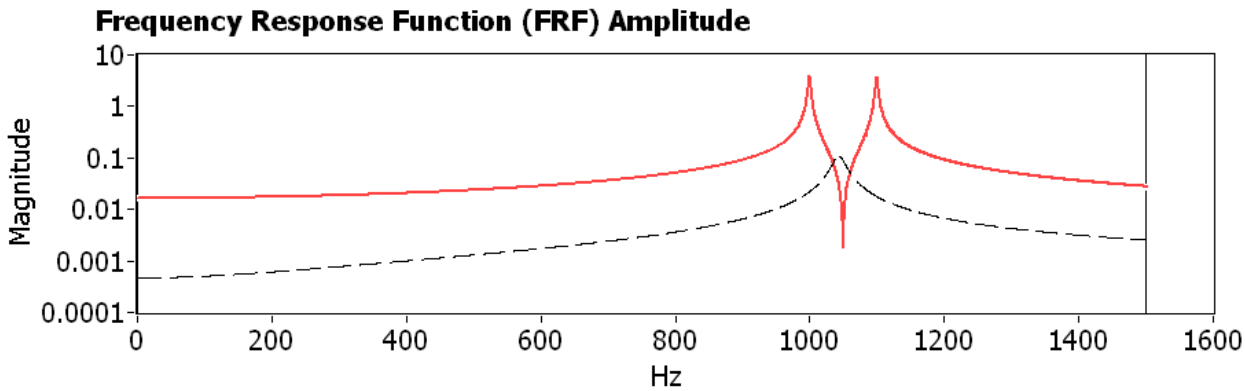
Οι δύο ιδιοσυχνότητες είναι το πρώτο ζευγάρι που επιλέχθηκε στην προηγούμενη ανάλυση, δηλαδή 1000-1100Hz.

Όπως και πριν, με σταθερή απόσβεση 0.15% και ίση στις δύο ιδιοσυχνότητες και με residues :

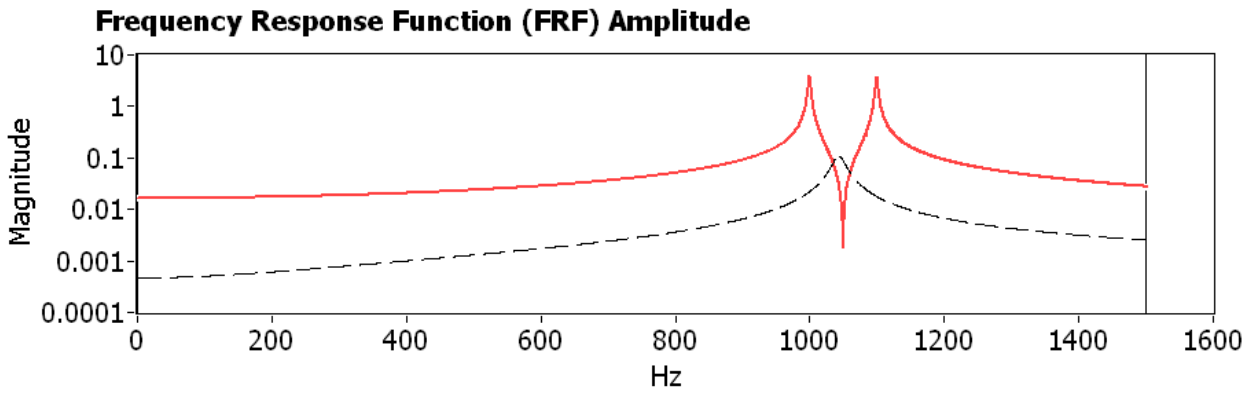
10+10i
5 -5i
22 +22i
17 +17i
-6 -6i
27 +27i

Πίνακας 5.3 : residues ανα σημείο

και για τις δύο συχνότητες ίδια, εκτελέσθηκε αρχικά ο έλεγχος της επιρροής των τιμών τον ιδιοσυχνοτήτων σε μοντέλο χαμηλότερης τάξης από την ιδανική. Στα σχήματα *5.2.7α* και *5.2.7β* φαίνονται τα αποτελέσματα.



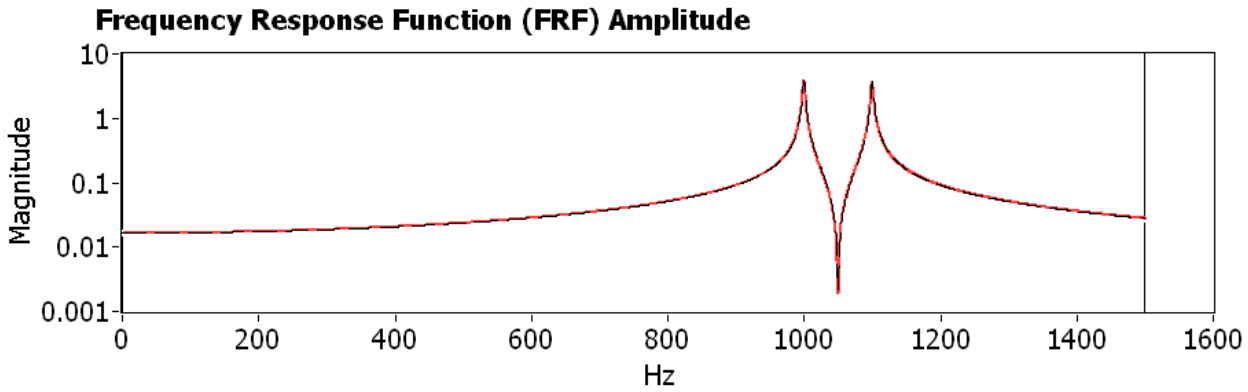
Σχήμα 5.2.7α : μέθοδος Prony, συχνότητες 1000-1100Hz



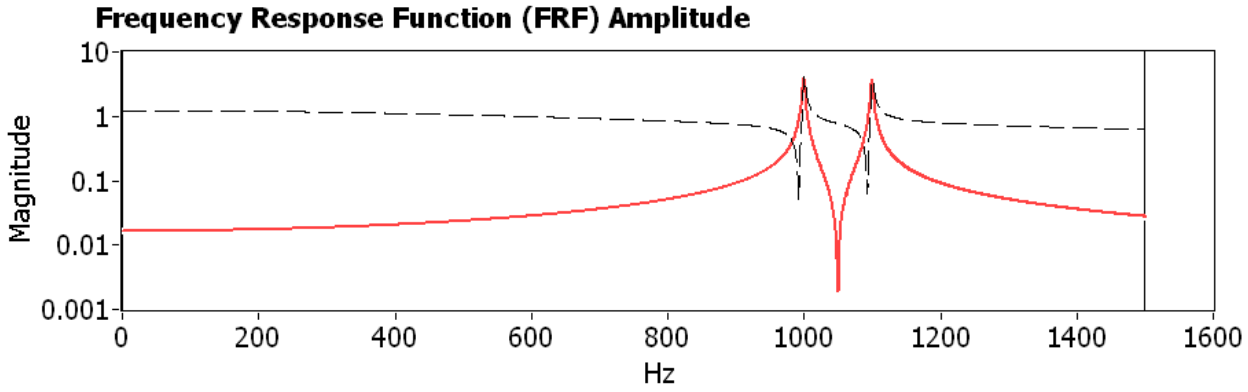
Σχήμα 5.2.8β : μέθοδος Matrix Pencil, συχνότητες 1000-1100Hz

Στις περιπτώσεις που η υψίσυχνη ιδιοσυχνότητα απείχε περισσότερο από το παράδειγμα που επιλέχθηκε (>100Hz διαφορά) , η μέθοδοι δεν μπορούσαν να κάνουν παρεμβολή, σε αντίθεση με την **FDPI** ,που έδινε λύση ανεξάρτητα από την απόσταση των αιχμών. Μελετώντας τα αποτελέσματα, φαίνεται ότι η μία ιδιοσυχνότητα που εμφανίζεται είναι ελαφρά πιο κοντά στην χαμηλόσυχνη (έχει μεγαλύτερο πλάτος στο φάσμα) αλλά δεν μπορεί να εξαχθεί ασφαλές συμπέρασμα.

Εξετάζεται στη συνέχεια η περίπτωση η τάξη της παρεμβολής να είναι πολύ μεγάλη ώστε να αρχίσει να χάνει συχνότητες. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *5.2.9α* και *5.2.9β*.



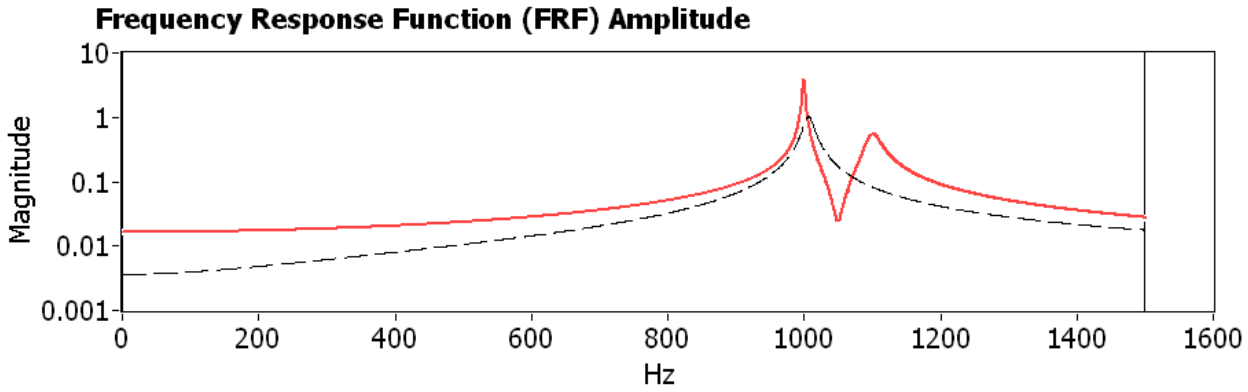
Σχήμα 5.2.9α : μέθοδος Prony , συχνότητες 1000-1100Hz



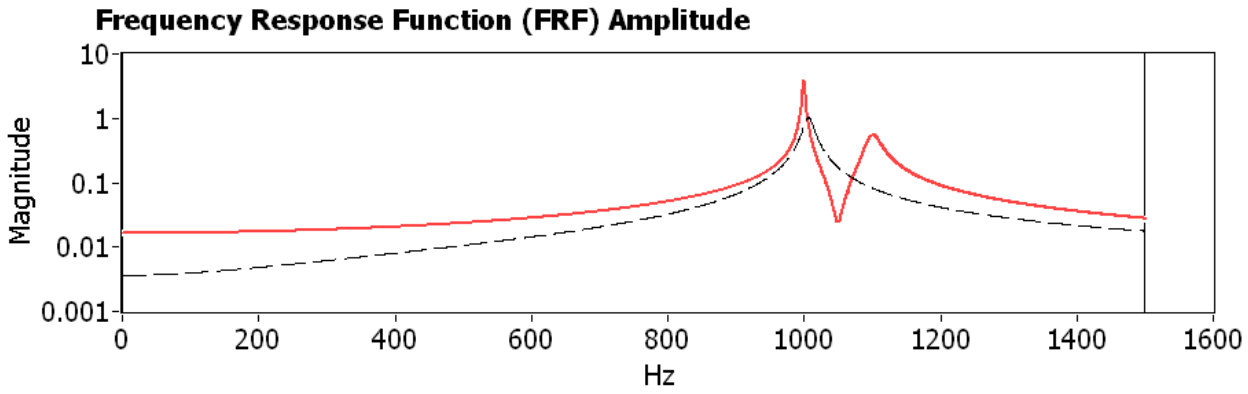
Σχήμα 5.2.9β : μέθοδος Matrix Pencil, συχνότητες 1000—1100Hz

Η Prony δεν δίνει την δυνατότητα για αυτόν τον έλεγχο, ενώ η Matrix Pencil 'χάνει' και τις δύο ιδιοσυχνότητες ταυτόχρονα, χωρίς να φαίνεται καθαρά ποια από τις δύο χάνει τελευταία.

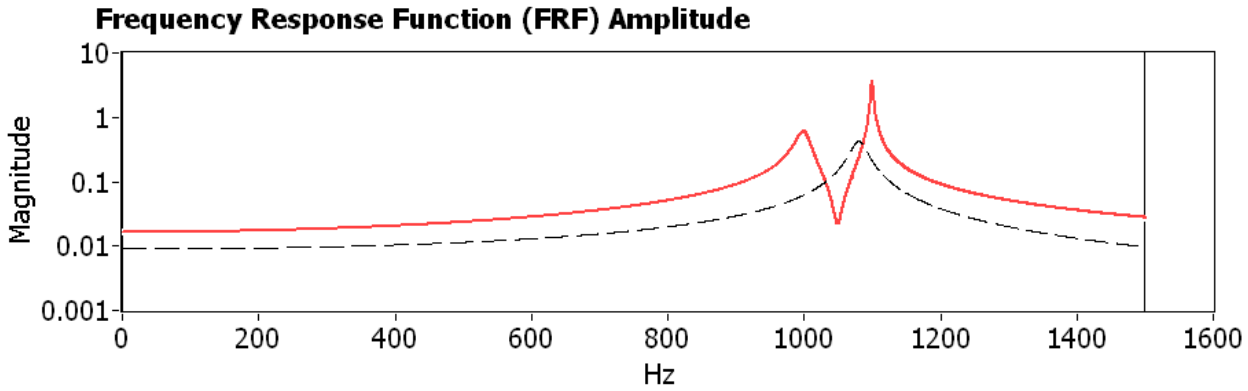
Στη συνέχεια εκτελέστηκε ο έλεγχος για τις αποσβέσεις, λαμβάνοντας πάλι εναλλάξ τις τιμές 0.15% και 1%.Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *5.2.10α* , *5.2.10β* , *5.2.10γ* και *5.2.10δ.*



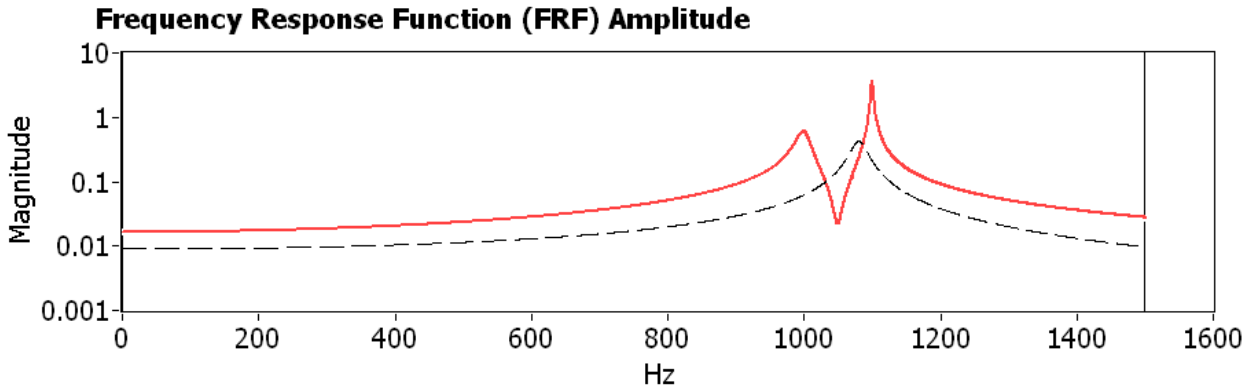
Σχήμα 5.2.10α : μέθοδος Prony, συχνότητες 1000—1100Hz, αποσβέσεις 0.15% , 1%



Σχήμα 5.2.10β : μέθοδος Matrix Pencil, συχνότητες 1000—1100Hz, αποσβέσεις 0.15% , 1%



Σχήμα 5.2.10γ : μέθοδος Prony, συχνότητες 1000—1100Hz, αποσβέσεις 1% , 0.15%



Σχήμα 5.2.10δ : μέθοδος Matrix Pencil, συχνότητες 1000—1100Hz, αποσβέσεις 1% , 0.15%

Από τα παραπάνω σχήματα συμπεραίνεται ότι η απόσβεση παρουσιάζει την ίδια συμπεριφορά που παρουσιάζει και στην μέθοδο **FDPI**. Επίσης συγκρίνοντας τα διαγράμματα των σχημάτων *5.2.10α* με *5.2.10γ* και *5.2.10β* με *5.2.10δ* ,φαίνεται να επαληθεύεται η υπόθεση του ότι οι χαμηλόσυχνες ιδιοσυχνότητες έχουν μεγαλύτερη επιρροή στην αιχμή του αλγορίθμου, καθώς φαίνεται ότι μία χαμηλή συχνότητα με μικρή απόσβεση έλκει περισσότερο την λύση του αλγορίθμου, απ ότι μία μεγάλη ιδιοσυχνότητα με μικρή απόσβεση.

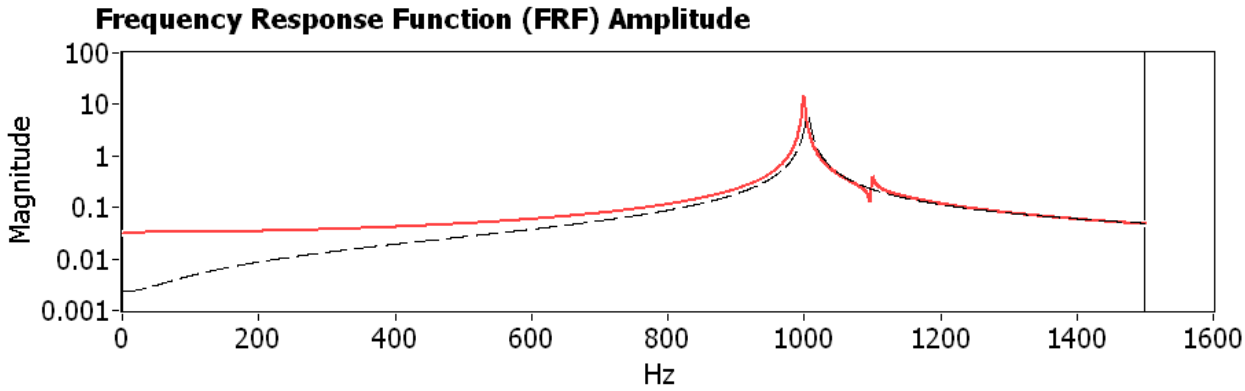
Τέλος, έγινε ο έλεγχος για το ίδιο ζεύγος ιδιοσυχνοτήτων, με σταθερή απόσβεση 0.15% , τάξη αλγορίθμου 1 και residues τα :

10+10i
5 -5i
22 +22i
17 +17i
-6 -6i
100 +100i

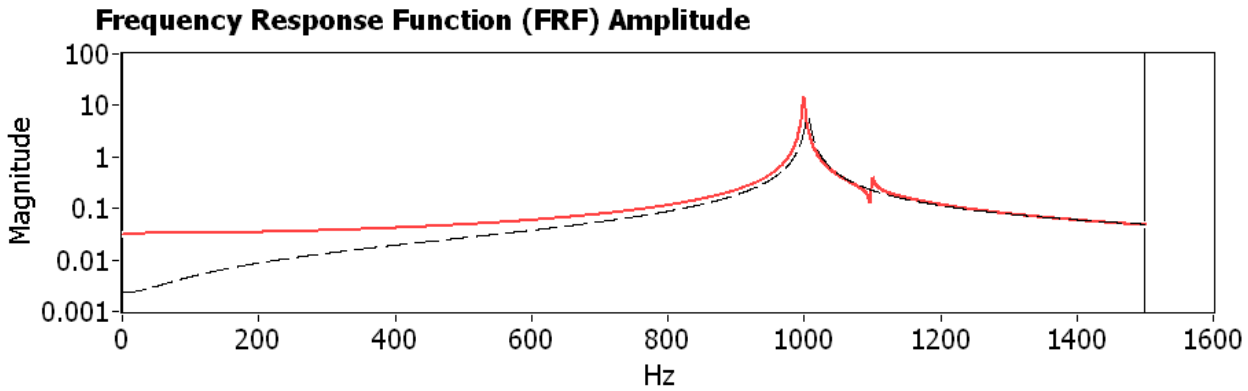
10+10i
5 -5i
22 +22i
17 +17i
-6 -6i
2 +2i

Πίνακας 5.4 : residues

Αρχικά η χαμηλόσυχνη συχνότητα πήρε σαν όρισμα τον πρώτο πίνακα residues και η υψηλόσυχνη συχνότητα τον δεύτερο. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *5.2.11α , 5.2.11β.*



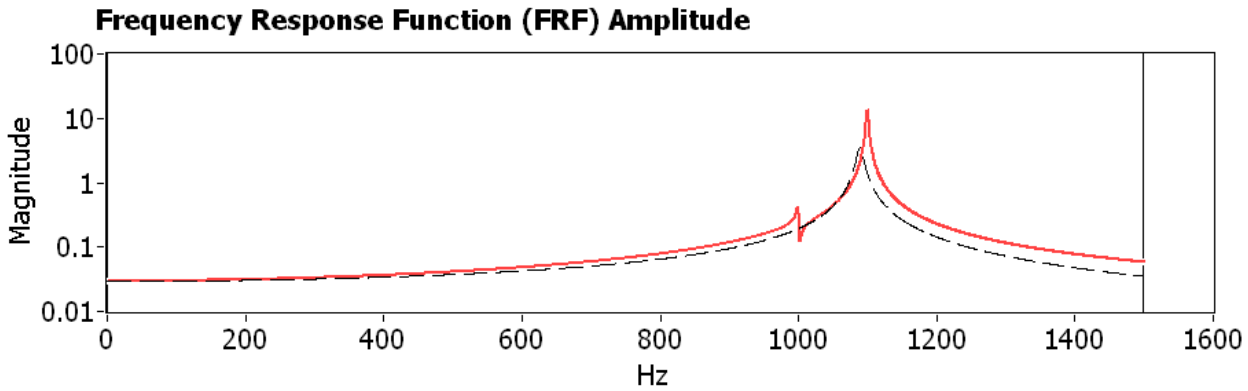
Σχήμα 5.2.11α : μέθοδος Prony, συχνότητες 1000—1100Hz



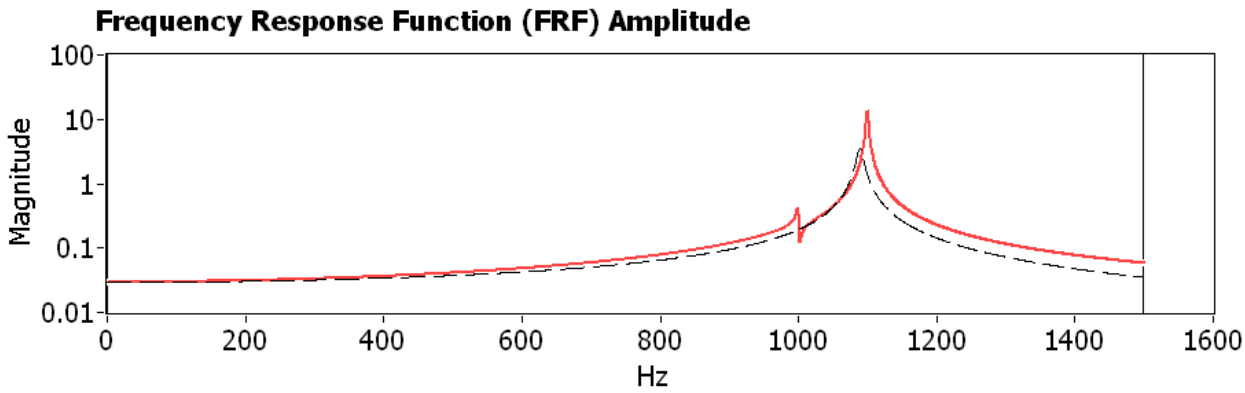
Σχήμα 5.2.11β : μέθοδος Matrix Pencil, συχνότητες 1000—1100Hz

Και σε αυτή την περίπτωση φαίνεται ότι τα residues όσο πιο μεγάλα είναι, τόσο περισσότερο 'έλκουν' την ιδιοσυχνότητα που υπολογίζει ο αλγόριθμος.

Αντιστρέφοντας τους πίνακες των residues ώστε η υψηλόσυχνη ιδιοσυχνότητα να έχει τα μεγαλύτερα, εμφανίζονται τα αποτελέσματα των σχημάτων *5.2.12α , 5.2.12β.*



Σχήμα 5.2.11α : μέθοδος Prony, συχνότητες 1000—1100Hz



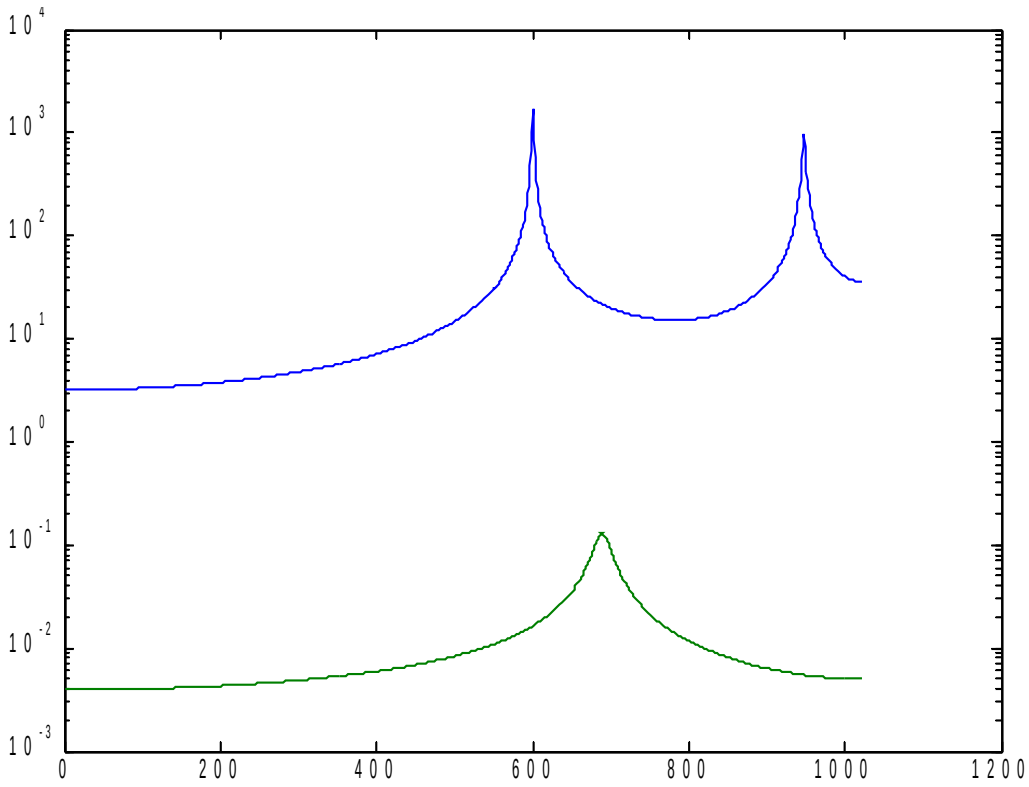
Σχήμα 5.2.11β : μέθοδος Matrix Pencil, συχνότητες 1000—1100Hz

Που επαληθεύουν την υπόθεση που έγινε.

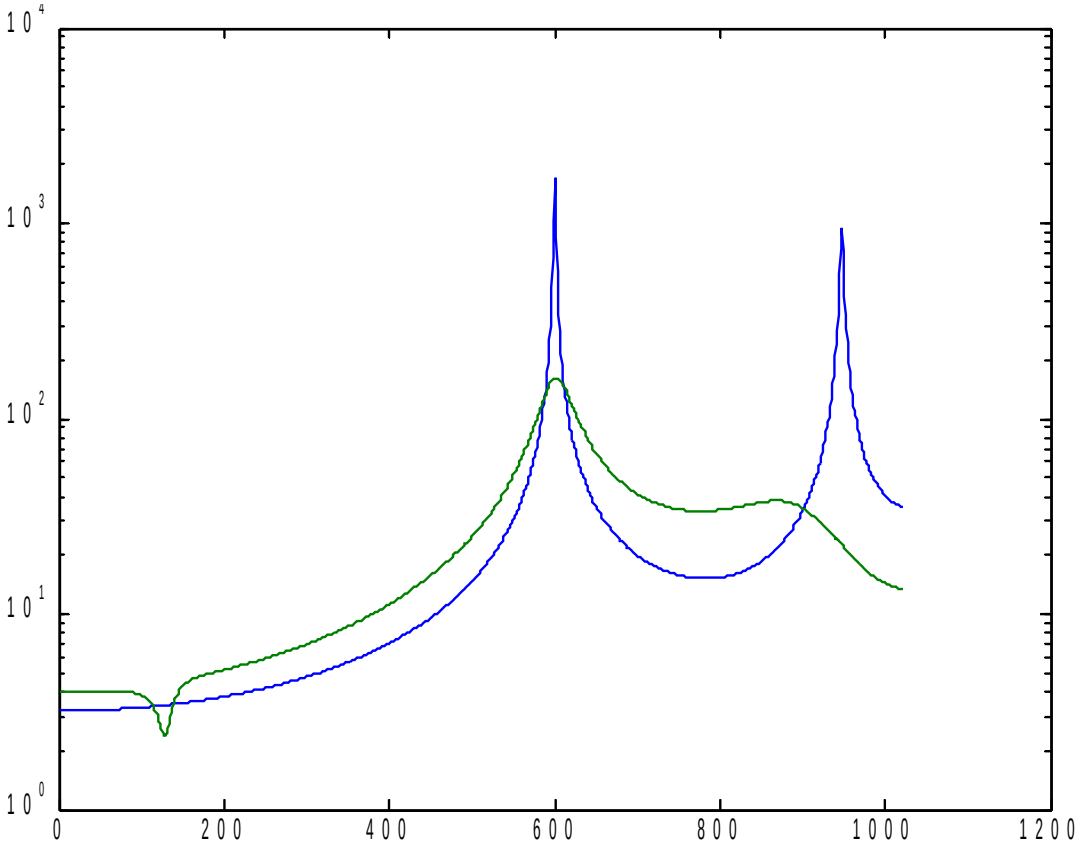
c)Μέθοδος Ibrahim Time Domain

Εκτελούνται τα αντίστοιχα τεστ, για το ζεύγος ιδιοσυχνοτήτων 600-1100, με απόσβεση 0.15% και πλάτος σήματος ίσο με 10 μονάδες. Η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν 2048 και η ανάλυση συχνότητας ίση με 1 Hz.

Αρχικά για χαμηλότερη τάξη μεθόδου και ίση με 1, τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα *5.2.13α* ,ενώ για μεγαλύτερη τάξη *μεγέθους (4) τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 5.2.13β (*με μπλε το πραγματικό γράφημα και με πράσινο το γράφημα του αλγορίθμου).



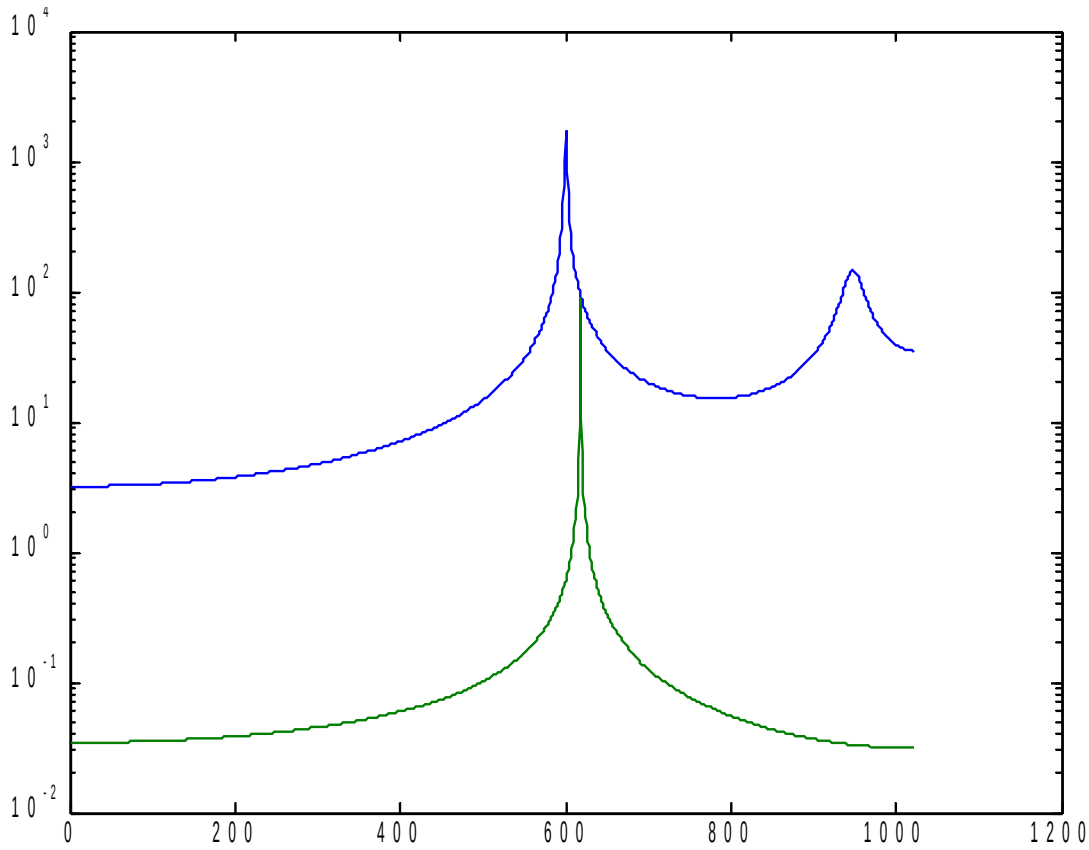
Σχήμα 5.2.13α : συχνότητες 600—1100Hz



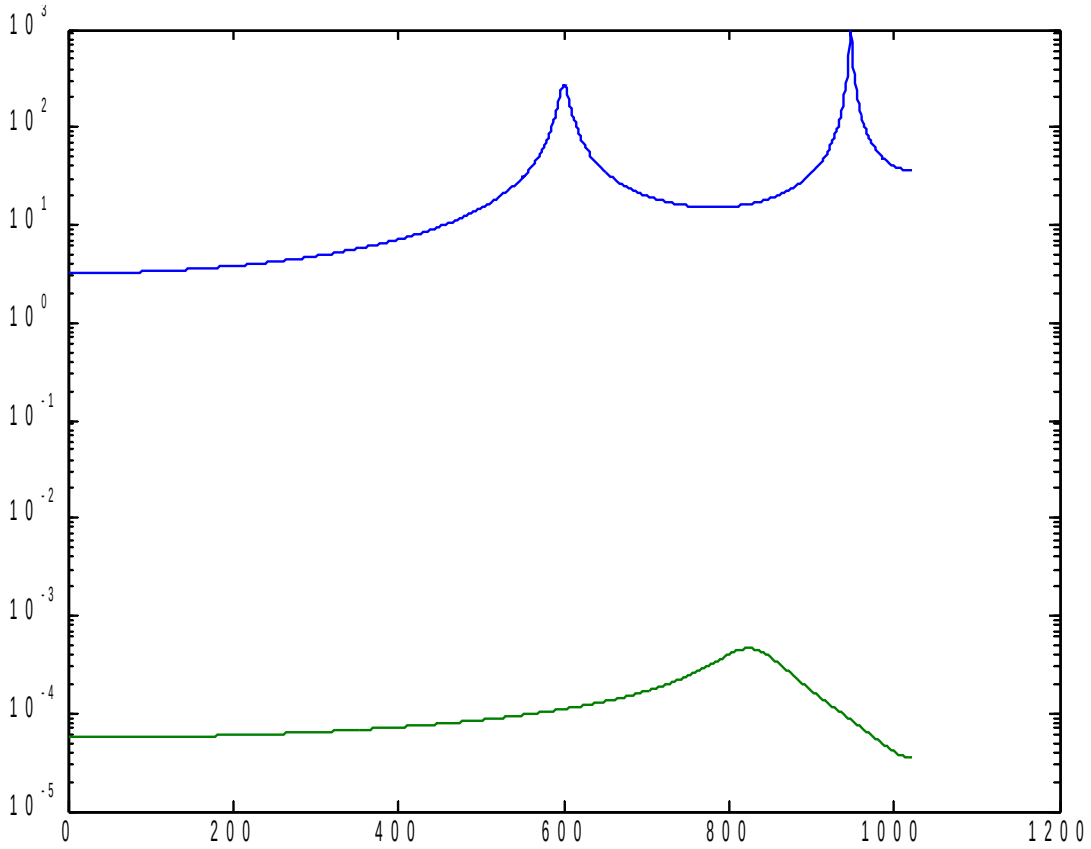
Σχήμα 5.2.13β : συχνότητες 1000—1100Hz

Αυτό που φαίνεται είναι ότι όσο πιο χαμηλή είναι μία ιδιοσυχνότητα τόσο περισσότερο επηρεάζει την μέθοδο, δηλαδή τόσο μεγαλύτερη βαρύτητα έχει.

Για τους συντελεστές απόσβεσης 0.15% και 1% τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *5.2.14α* και *5.2.14β*.



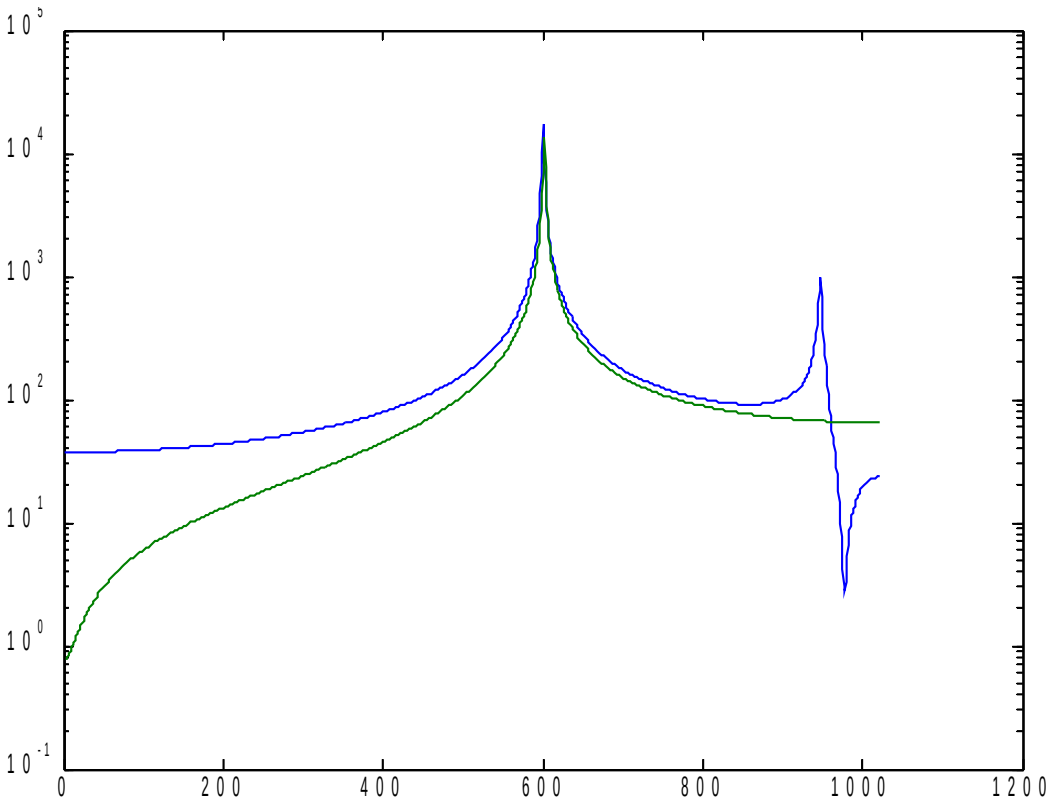
Σχήμα 5.2.14α : συχνότητες 1000—1100Hz,απόσβεση 0.15% , 1%



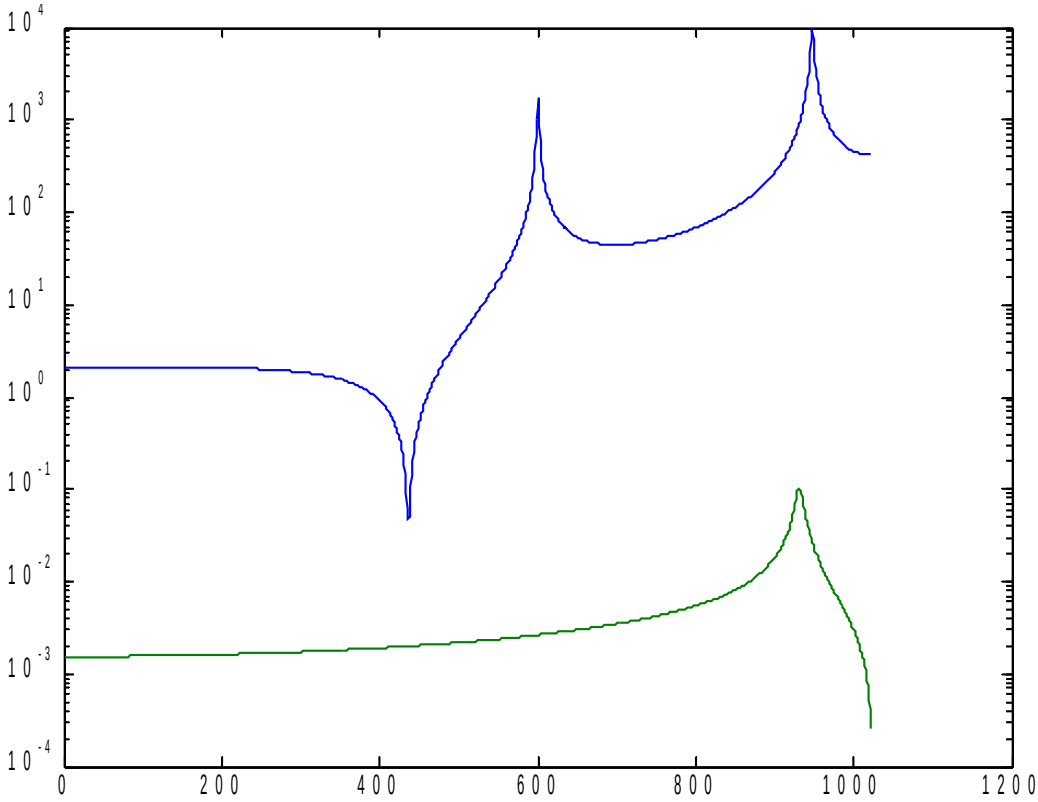
Σχήμα 5.2.14β : συχνότητες 1000—1100Hz,απόσβεση 1% , 0.15%

Η απόσβεση επιδρά και σε αυτή την μέθοδο κατά τα γνωστά.

Τέλος ελέγχεται η μέθοδος με αποσβέσεις ίδιες και ίσες με 0.15%, αλλά πλάτη ταλάντωσης 10 και 100.Στο σχήμα *5.2.15α* φαίνεται το αποτέλεσμα για μικρό πλάτος στην υψηλή συχνότητα και μεγάλο πλάτος στην χαμηλή, ενώ στο σχήμα *5.2.15β γίνεται το αντίστροφο.*



Σχήμα 5.2.15α : συχνότητες 1000—1100Hz, A1=100, A2=10



Σχήμα 5.2.15β : συχνότητες 1000—1100Hz, A1=10, A2=100

Συμπεραίνεται από τα αποτελέσματα ότι όσο μεγαλύτερο πλάτος έχει μία ιδιοσυχνότητα, τόσο περισσότερο πιθανό είναι να εντοπιστεί από τον αλγόριθμο της μεθόδου **Ibrahim Time Domain**.

5.3)Σύνοψη και συμπεράσματα

Εκτελώντας τις παραπάνω προσομοιώσεις μπορούμε να καταλήξουμε στα εξής συμπεράσματα όσων αφορά τις 3 βασικές μεταβλητές:

- Οι χαμηλόσυχνες ιδιοσυχνότητες τείνουν να εμφανιστούν περισσότερο απ ότι οι υψηλόσυχνες συχνότητες σε όλες τις μεθόδους με χαμηλότερη τάξη αλγορίθμου σε σχέση με την πραγματικότητα. Στην **FDPI ,** που είναι μέθοδος παρεμβολής πολυωνύμου, τείνει να συμβεί το αντίθετο όταν η τάξη του πολυωνύμου είναι πολύ υψηλότερη των πραγματικών. Στις μεθόδους παραμετρικές μεθόδους **Prony** , **Matrix Pencil** και **Ibrahim Time Domain** , οι χαμηλότερες συχνότητες εξακολουθούν να έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα στους αλγορίθμους.
- Οι μικρότερες αποσβέσεις αποδίδουν καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τις μεγαλύτερες αποσβέσεις σε όλες τις μεθόδους Μία ιδιοσυχνότητα με μικρότερη απόσβεση είναι πιο εύκολο να εντοπιστεί.
- Τα residues και το πλάτος της απόκρισης όσο πιο μεγάλα είναι, τόσο πιο εύκολο να είναι να εντοπιστούν οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες από όλες τις μεθόδους.
- Στο φάσμα της συνάρτησης μεταφοράς **(FRF)** οι ιδιοσυχνότητες με το μεγαλύτερο πλάτος και τη μικρότερη απόσβεση έχουν πλεονέκτημα να εντοπιστούν από τους αλγορίθμους. Συμβαίνει επίσης , μεταξύ δύο ιδιοσυχνοτήτων με ίδια residues και αποσβέσεις, να εμφανίζει το μεγαλύτερο πλάτος η πιο χαμηλόσυχνη, και επομένως να έχει το πλεονέκτημα να εμφανιστεί σε σύγκριση με τις υπόλοιπες.
- Οι πολυωνιμικές μέθοδοι έχουν διαφορές από τις παραμετρικές μεθόδους , επαληθεύθηκε ουσιαστικά η θεωρία των προηγουμένων κεφαλαίων.

5.4)Μελέτη επίδοσης αλγορίθμων

Κάθε αλγόριθμος για να λειτουργήσει χρειάζεται να ορισθούν κάποιες μεταβλητές, έχοντας σαν οδηγό την εκτίμηση του αριθμού των ιδιοσυχνοτήτων. Στην μέθοδο **FDPI** , είναι αναγκαίο να οριστεί η τάξη του πολυωνύμου της παρεμβολής, καθώς και οι επιπλέον όροι που βοηθούν τον αλγόριθμο να κάνει την παρεμβολή. Στις μεθόδους **Prony** και **Ibrahim Time Domain**, αρκεί να οριστεί ο αριθμός των ιδιοσυχνοτήτων που αναμένεται να εμφανιστούν, ενώ στην **Matrix Pencil** ορίζονται ο αριθμός των ιδιοσυχνοτήτων που αναμένονται και η ισχύς της μεθόδου στο να αντιμετωπίζει θόρυβο (**noise subspace**).

Για τον έλεγχο των ορίων και των περιοχών σύγκλισης των αλγορίθμων, προσομοιώθηκε μία συνάρτηση μεταφοράς με 6 ιδιοσυχνότητες και 6 θεωρητικά σημεία μετρήσεων,με συχνότητα δειγματοληψίας 2500 και μέγεθος δείγματος 2000 και ελέγχθηκε για κάθε μέθοδο πως αντιδρά σε διάφορες τάξεις παρεμβολής, με διάφορους επιπλέον όρους (για την **FDPI**) και σε διαφορετικά noise subspace (για την **Matrix Pencil**).

Ακόμη ελέγχθηκε ,σε πιο πολύπλοκο παράδειγμα αυτή τη φορά, η συμπεριφορά της απόσβεσης , των residues και του πως επιδρά αν δύο ιδιοσυχνότητες είναι σε κοντινή απόσταση ή απομακρυσμένες .

Για τις μεθόδους **FDPI**, **Prony** και **Matrix Pencil** , τα προσομοιωμένα δεδομένα είχαν τα εξής χαρακτηριστικά:

example 1	**freq1=60Hz**	**freq2=75Hz**	**freq3=565Hz**
example 2	**freq1=60Hz**	**freq2=135Hz**	**freq3=440Hz**
residues	0.434374-1.25562i	0.105341+7.42748i	0.372483+15.49i
	-0.24643+0.25562i	0.0418405+2.72071i	0.0265368-3.11066i
	1.2275-0.22932i	-0.0667338-1.44144i	-0.327379-13.7275i
	-1.3876-0.7317i	-0.0897996-4.27664i	-0.2158-11.6074i
	-1.32647-1.37788i	-0.0874962-5.18021i	0.0534744+0.809448i
	2.91877-0.22634i	-0.06774-4.09337i	0.187577+12.1838i

example 1	**freq4=605Hz**	**freq5=955Hz**	**freq6=975Hz**
example 2	**freq4=605Hz**	**freq5=815Hz**	**freq6=975Hz**
residues	0.340535+2.5592i	1.56397+25.5391i	0.557626+22.7255i
	-0.672058-1.1394i	-2.27075-37.9598i	-6.12536-57.3596i
	-0.456826-1.9404i	0.369454-6.2114i	1.32117+34.8447i
	-0.0158719+0.96504i	1.78425+42.8388i	2.87368+17.7528i
	1.10022+2.1319i	0.72989-4.09366i	-2.73922-61.876i
	0.167099-0.64932i	-2.87573-42.1693i	0.175514+27.1927i

Πίνακας 5.5 : προσομοιωμένα δεδομένα

Από τον πίνακα των residues, λήφθηκε το πλάτος τους από τον τύπο : $A\kappa=\sqrt{(Im(r)^2+Re(r)^2)}$ και παρουσιάζεται στον πίνακα 5.6:

example 1	freq1=60Hz	freq2=75Hz	freq3=565Hz	freq4=605Hz	freq5=955Hz	freq6=975Hz
example 2	freq1=60Hz	freq2=135Hz	freq3=440Hz	freq4=605Hz	freq5=815Hz	freq6=975Hz
Ακ	1.3286	7.4282	15.4945	2.5818	25.5869	22.7323
	0.3551	2.7210	3.1108	1.3228	38.0277	57.6857
	1.2487	1.4430	13.7314	1.9934	6.2224	34.8697
	1.5687	4.2776	11.6094	0.9652	42.8759	17.9839
	1.9126	5.1809	0.8112	2.3991	4.1582	61.9366
	2.9275	4.0939	12.1852	0.6705	42.2672	27.1933

Πίνακας 5.6 : πλάτη residues

Επομένως ταξινομήθηκαν κατά αύξουσα σειρά :

Ακ1<Ακ4<Ακ2<Ακ3<Ακ5<Ακ6

Επομένως κατασκευάσθηκε ουσιαστικά ένα πείραμα με 6 ιδιοσυχνότητας, δύο στην υψηλόσυχνη περιοχή, δύο στην μεσαία και δύο στην χαμηλόσυχνη.Τα ζεύγη αυτά στην μία περίπτωση είχαν μικρές αποστάσεις και στην άλλη περίπτωση είχαν μεγαλύτερες αποστάσεις. Τα residues τους παρέμειναν σταθερά για όλες τις μετρήσεις και ουσιαστικά δίνουν ταυτότητα στη κάθε συχνότητα, ενώ οι αποσβέσεις ορίσθηκαν και αυτές σε ζεύγη , μεγάλη-μικρή, ελέγχοντας αρχικά σε κάθε ζεύγος ιδιοσυχνοτήτων την περίπτωση η χαμηλόσυχνη ιδιοσυχνότητα να έχει την μεγάλη απόσβεση και η υψηλόσυχνη ιδιοσυχνότητα να έχει την μικρή. Ύστερα οι αποσβέσεις αντιστράφηκαν για να παρατηρηθούν οι διαφορές. Οι τιμές των αποσβέσεων φαίνονται στον πίνακα 5.7.

	freq1	freq2	freq3	freq4	freq5	freq6
state 1	1.25	0.55	1.2	0.35	1.05	0.15
state 2	0.55	1.25	0.35	1.2	0.15	1.05

Πίνακας 5.7 : αποσβέσεις

Σύμφωνα με την μελέτη που έγινε πριν, αυτό που αναμένεται να φανεί είναι:

- οι συχνότητες με τα μεγαλύτερα residues να 'χάνονται' τελευταίες και να εμφανίζονται πιο εύκολα σε σχέση με συχνότητες με μικρότερα residues
- συχνότητες με μικρότερες αποσβέσεις να εμφανίζονται καλύτερα σε σχέση με συχνότητες με μεγαλύτερες αποσβέσεις
- όταν ένας αλγόριθμος αποτυγχάνει να δώσει αποτελέσματα για το example 1, όπου οι συχνότητες είναι κοντά η μία στην άλλη,ή τα αποτελέσματά του δεν είναι πολύ καλά, να έχει καλύτερα αποτελέσματα στην περίπτωση που οι συχνότητες έχουν ικανοποιητικές αποστάσεις

Τα αποτελέσματα συγκεντρώθηκαν σε ένα αρχείο excel , σε κάθε τίτλο σειράς του οποίου φαίνονται οι παράμετροι των μεθόδων, ενώ σε κάθε τίτλο στήλης δηλώνεται η ιδιοσυχνότητα που έχει προσομοιωθεί και η απόσβεσή της. Μία τριάδα σειρών κελιών αντιστοιχεί σε αποτελέσματα για α)ιδιοσυχνότητα, β)απόσβεση και γ)ιδιομορφή αντίστοιχα.Οι στήλες του αρχικού ελέγχου (κοντινές αιχμές, με υψηλή απόσβεση στην χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα του κάθε ζευγαριού και χαμηλή απόσβεση στην υψηλότερη ιδιοσυχνότητα του κάθε ζευγαριού-κίτρινο χρώμα τίτλων) συμπληρώνονται όλες, ενώ οι συμπληρωματικές στήλες με εναλλαγή απόσβεσης (πράσινο χρώμα τίτλων) και αύξηση αποστάσεων ζεύγους (κίτρινο χρώμα κελιών) συμπληρώνονται όπου χρειάζεται, ώστε να φανεί καλύτερα η συμπεριφορά της κάθε μεθόδου και η επίδραση των βασικών παραμέτρων στην καλή λειτουργία των αλγορίθμων.

Ο έλεγχος αφορά το κατά πόσο μία ιδιοσυχνότητα της εισόδου εντοπίζεται από τον αλγόριθμο, επομένως τα κελιά συμπληρώθηκαν με κάποια σύμβολα, που δηλώνουν την τάξη της απόκλισης της ιδιοσυχνότητας που εμφανίσθηκε με την πραγματική προσομοιωμένη ιδιοσυχνότητα. Στους πίνακες 5.8α -5.8δ επεξηγούνται τα σύμβολα που χρησιμοποιήθηκαν.

ιδιοσυχνότητες	f
υψηλόσυχνο ζεύγος	fh
μεσαίο ζεύγος	fm
χαμηλόσυχνο ζεύγος	fl
υψηλή υψηλόσυχνη	(uh)
χαμηλή υψηλόσυχνη	(lh)
υψηλή μεσαία	(um)
χαμηλή μεσαία	(lm)
υψηλή χαμηλόσυχνη	(ul)
χαμηλή χαμηλόσυχνη	(ll)
κοντινές	c
απομακρυσμένες	s

Πίνακας 5.8α : συμβολισμοί ιδιοσυχνοτήτων

απόσβεση	d
χαμηλή αποσβέση	(l)
υψηλή απόσβεση	(h)

Πίνακας 5.8β : συμβολισμοί αποσβέσεων

ιδιομορφές	ms
προσέγγιση 6/6 σημείων	6
5/6 σημείων	5
4/6 σημείων	4
3/6 σημείων	3
2/6 σημείων	2
1/6 σημείων	1
0/6 σημείων	x

Πίνακας 5.8γ: συμβολισμοί ιδιομορφών κάθε ιδιοσυχνότητας

	o	**s**	**ι**
αποκλίσεις ιδιοσυχνοτήτων	δεκαδικών αριθμών/μηδενική	<4Hz	>5Hz , <20Hz
αποκλίσεις αποσβέσεων	<0.01%	>0.01% ,<0.5%	>0.5%, <5%

	B	**x**
αποκλίσεις ιδιοσυχνοτήτων	>20Hz	αδυναμία εκτίμισης
αποκλίσεις αποσβέσεων	>5%	μη ρεαλιστική τιμή/αδυναμία εκτίμισης

Πίνακας 5.8δ : συμβολισμοί τάξης αποκλίσεων

Πρώτα εξετάσθηκε η μέθοδος **FDPI** , ξεκινώντας από όρισμα της τάξης της το ελάχιστο ,δηλαδή 1 και με επιπλέον όρους 0, μέχρι το σημείο που σταματά να δίνει λύση. Τα αποτελέσματα φαίνονται στους πίνακες 5.9.

# modes	extra terms	Par/s	HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
			fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
1	0	f	B	x	B	x		x	B		x	x	x	x		x	x	
		d	s	x	s	x		x	s		x	x	x	x		x	x	
		ms	4	x	5	x		x	5		x	x	x	x		x	x	
	2	f		x	B							x	x					
		d		x	s							x	x					
		ms		x	5							x	x					
	10	f		x	B							x	x					
		d		x	s							x	x					
		ms		x	5							x	x					
	30	f		x	B			x	i			x	x			x	x	
		d		x	s			x	s			x	x			x	x	
		ms		x	5			x	4			x	x			x	x	
	35	f		x	x			x	x			x	x			x	x	
		d		x	x			x	x			x	x			x	x	
		ms		x	x			x	x			x	x			x	x	

# modes	extra terms	LOW FREQUENCIES fl							
		flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
1	0	x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
	2		x	x					
			x	x					
			x	x					
	10		x	x					
			x	x					
			x	x					
	30		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	
	35		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	

Πίνακας 5.9α : order=1

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	extra terms	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
3	0	f		x	s							B	x					
		d		x	s							s	x					
		ms		x	5							5	x					
	3	f		x	s							B	x					
		d		x	s							s	x					
		ms		x	5							6	x					
	15	f	s	x	s	x		i	o		i	B	x	x		x	x	
		d	s	x	s	x		s	o		s	s	x	x		x	x	
		ms	4	x	5	x		6	6		4	6	x	x		x	x	
	25	f		x	s			x	s			x	x			B	x	
		d		x	s			x	s			x	x			x	x	
		ms		x	5			x	6			x	x			4	x	
	30	f		x	x			x	x			x	x			x	x	
		d		x	x			x	x			x	x			x	x	
		ms		x	x			x	x			x	x			x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	extra terms	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
3	0		x	B					
			x	B					
			x	2					
	3		x	B					
			x	s					
			x	4					
	15	BB	x	B	x		x	B	
		B	x	s	x		x	s	
		2	x	4	x		x	4	
	25		x	BB			x	x	
			x	x			x	x	
			x	4			x	x	
	30		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	

Πίνακας 5.9β : order=3

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	extra terms	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
5	0	f		o	o							s	i					
		d		o	o							s	s					
		ms		6	6							6	6					
	5	f		o	o							s	s					
		d		o	o							s	s					
		ms		6	6							6	6					
	15	f	o	s	o	o		o	o		o	s	x	x		s	x	
		d	o	s	o	o		s	o		s	s	x	x		o	x	
		ms	6	6	6	6		6	6		6	3	x	x		6	x	
	25	f	s	x	s	x		x	s		x	x	x	x		x	x	
		d	s	x	s	x		x	o		x	x	x	x		x	x	
		ms	5	x	5	x		x	6		x	x	x	x		x	x	
	30	f		x	x			x	x			x	x			x	x	
		d		x	x			x	x			x	x			x	x	
		ms		x	x			x	x			x	x			x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	extra terms	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
5	0		x	s					
			x	s					
			x	6					
	5		x	s					
			x	s					
			x	6					
	15	x	x	s	i		x	s	
		x	x	s	s		x	s	
		x	x	6	6		x	6	
	25	x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
	30		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	

Πίνακας 5.9γ : order=5

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	extra terms	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
6	0	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					
	6	f	o	o	o	o		o	o		s	s	s	x		s	s	
		d	o	o	o	o		o	o		s	s	s	x		s	s	
		ms	6	6	6	6		6	6		6	6	6	x		6	6	
	25	f	s	x	s	x		x	s		x	x	x	x		x	x	
		d	s	x	i	x		x	s		x	x	x	x		x	x	
		ms	5	x	6	x		x	6		x	x	x	x		x	x	
	30	f		x	x			x	x			x	x			x	x	
		d		x	x			x	x			x	x			x	x	
		ms		x	x			x	x			x	x			x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	extra terms	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
6	0		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6	x	x	s	i		x	s	
		x	x	s	s		x	o	
		x	x	6	6		x	6	
	25	x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
	30		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	

Πίνακας 5.9δ : order=6

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	extra terms	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
10	0	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					
	5	f	o	x	o	x		o	o		o	o	o	i		o	o	
		d	o	x	o	x		o	o		o	o	o	o		o	o	
		ms	6	x	6	x		6	6		6	6	6	6		6	6	
	15	f		s	o			o	o			x	x			x	x	
		d		s	s			s	o			x	x			x	x	
		ms		6	6			6	6			x	x			x	x	
	30	f		x	x			x	x			x	x			x	x	
		d		x	x			x	x			x	x			x	x	
		ms		x	x			x	x			x	x			x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	extra terms	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
10	0		o	o					
			s	o					
			6	6					
	5	x	x	s	i		x	s	
		x	x	s	s		x	s	
		x	x	6	6		x	6	
	15		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	
	30		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	

Πίνακας 5.9ε : order=10

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	extra terms	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
30	0	f		o	o			o	o			x	x			x	x	
		d		o	o			o	o			x	x			x	x	
		ms		6	6			6	6			x	x			x	x	
	15	f	i	x	s	x		x	o		x	x	x	x		x	x	
		d	s	x	s	x		x	o		x	x	x	x		x	x	
		ms	4	x	6	x		x	6		x	x	x	x		x	x	
	20	f		x	x			x	x			x	x			x	x	
		d		x	x			x	x			x	x			x	x	
		ms		x	x			x	x			x	x			x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	extra terms	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
30	0		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	
	15	x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
	20		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	

Πίνακας 5.9στ : order=30

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	extra terms	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
40	0	f		x	x			x	x			x	x			x	x	
		d		x	x			x	x			x	x			x	x	
		ms		x	x			x	x			x	x			x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	extra terms	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
40	0		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	

Πίνακας 5.9ζ : order=40

Έχοντας εκτελέσει τον αλγόριθμο για διάφορες παραμέτρους, μπορούμε να καταλήξουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Οι υποθέσεις για την επίδραση της απόσβεσης και των residues που έγιναν επαληθεύτηκαν. Οι συχνότητες με τις μικρές αποσβέσεις προσεγγίζονται καλύτερα και οι συχνότητες με τα μεγαλύτερα residues είναι αυτές που έχουν πλεονέκτημα να εμφανιστούν, χαρακτηριστικό παράδειγμα οι δύο υψηλόσυχνες συχνότητες που έχουν αρκετά μεγαλύτερα residues σε σχέση με τις υπόλοιπες, καθώς και η μικρότερη από το ζεύγος των μεσαίων, η οποία υπερέχει της διπλανής της.
- Όταν αυξάνεται η απόσταση των ζευγών των ιδιοσυχνοτήτων, τα αποτελέσματα είναι καλύτερα.(πχ order=10 , extra terms=5).
- Η μέθοδος **FDPI** για τις 6 ιδιοσυχνότητες του παραδείγματος, σταματά να δίνει αποτελέσματα για order=40,extra terms=0 ή order=30,extra terms=20.Τα καλύτερα αποτελέσματα τα δίνει όταν το όρισμα της τάξης είναι ίδιο , ή όσο πιο κοντινό γίνεται στην πραγματική τιμή, επομένως όταν χρησιμοποιείται η **FDPI** σε κάποιο πείραμα, είναι σημαντικό να υπάρχει μία καλή εκτίμηση του αριθμού των ιδιοσυχνοτήτων.
- Αυξάνοντας την τάξη η μέθοδος αρχίζει να αποκλίνει , μέχρι να σταματήσει να δίνει αποτελέσματα. Το ίδιο ισχύει και όταν αυξάνονται οι επιπλέον όροι περισσότερο από τον βέλτιστο αριθμό τους.

Στην συνέχεια ελέγχθηκαν οι μέθοδοι **Prony** και **Matrix Pencil**. Στους πίνακες 5.10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης..

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	noise subspace	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
1	prony	f	B	x	B	x		x	B		x	x	x	x		x	x	
		d	x	x	x	x		x	x		x	x	x	x		x	x	
		ms	4	x	5	x		x	6		x	x	x	x		x	x	
	90	f	B	x	B	x		x	B		x	x	x	x		x	x	
		d	x	x	x	x		x	x		x	x	x	x		x	x	
		ms	4	x	5	x		x	6		x	x	x	x		x	x	
	50	f		x	B			x	B			x	x			x	x	
		d		x	x			x	B			x	x			x	x	
		ms		x	5			x	6			x	x			x	x	
	0	f		x	x			x	x			x	x			x	x	
		d		x	x			x	x			x	x			x	x	
		ms		x	x			x	x			x	x			x	x	

# modes	n.s.	LOW FREQUENCIES fl							
		flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
1	prony	x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
	90	x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
	50	x	x	x	x		x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	
	0		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
			x	x			x	x	

Πίνακας 5.10α : order=1

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	noise subspace	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
3	prony	f	s	x	s	x		x	s		s	i	x	x		i	x	
		d	s	x	s	x		x	s		s	s	x	x		x	x	
		ms	6	x	6	x		x	6		6	6	x	x		5	x	
	90	f		x	s			x	s			i	x			i	x	
		d		x	s			x	s			x	x			x	x	
		ms		x	6			x	6			5	x			5	x	
	50	f	s	x	s	x					s	i	x	x				
		d	s	x	s	x					s	B	x	x				
		ms	6	x	6	x					6	5	x	x				
	0	f	s	x	s	x		x	s		x	x	x	x		x	x	
		d	s	x	s	x		x	s		x	x	x	x		x	x	
		ms	6	x	6	x		x	6		x	x	x	x		x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	n.s.	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
3	prony	x	x	s	x		x	s	
		x	x	s	x		x	x	
		x	x	5	x		x	5	
	90		x	s			x	s	
			x	x			x	x	
			x	5			x	5	
	50	x	x	s	x				
		x	x	x	x				
		x	x	5	x				
	0	x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	

Πίνακας 5.10β: order=3

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	noise subspace	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
5	prony	f	s	i	o	s		o	o		o	s	B	x		s	i	
		d	s	B	s	s		s	o		s	s	x	x		i	x	
		ms	6	4	6	6		6	6		6	6	5	x		6	3	
	90	f	o	i	o	s		o	o		o	s	B	x		s	i	
		d	s	B	s	s		s	o		s	s	x	x		i	x	
		ms	6	5	6	6		6	6		6	6	3	x		6	3	
	50	f		i	o							s	B					
		d		B	s							s	x					
		ms		5	6							6	3					
	0	f	s	x	s	x		B	s		s	x	x	x		x	x	
		d	s	x	s	x		B	s		s	x	x	x		x	x	
		ms	6	x	6	x		6	6		6	x	x	x		x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	n.s.	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
5	prony	x	x	s	s		x	s	
		x	x	s	i		x	i	
		x	x	6	6		x	6	
	90	x	x	s	s		x	s	
		x	x	s	i		x	i	
		x	x	6	6		x	6	
	50		x	s					
			x	s					
			x	6					
	0	x	x	B	x		x	x	
		x	x	x	x		x	x	
		x	x	6	x		x	x	

Πίνακας 5.10γ order=5

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	noise subspace	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
6	prony	f	o	s	o	o		o	o		o	o	o	o		o	s	
		d	o	s	o	s		s	o		s	s	i	B		s	s	
		ms	6	6	6	6		6	6		6	6	6	2		6	6	
	90	f		s	o							o	s					
		d		o	o							s	i					
		ms		6	6							6	6					
	50	f		s	o			o	o			o	s			o	s	
		d		o	o			s	o			s	i			s	i	
		ms		6	6			6	6			6	6			6	6	
	0	f	s	x	s	x		s	o		s	i	x	x		x	x	
		d	s	x	s	x		s	s		s	i	x	x		x	x	
		ms	6	x	6	x		6	6		6	6	x	x		x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	n.s.	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
6	prony	x	x	s	s		x	s	
		x	x	s	s		x	s	
		x	x	6	6		x	6	
	90		x	s					
			x	s					
			x	6					
	50		x	s			x	s	
			x	s			x	s	
			x	6			x	6	
	0	x	x	s	s		x	B	
		x	x	i	i		x	B	
		x	x	6	5		x	6	

Πίνακας 5.10δ order=6

# modes	noise subspace	Par/s	HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
			fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
7	prony	f	o	o	o	o		o	o		o	o	o	o		o	o	
		d	o	s	o	s		o	o		o	o	s	s		o	s	
		ms	6	6	6	6		6	6		6	6	6	6		6	6	
	90	f	o	o	o	o					o	o	o	o				
		d	o	s	o	s					o	o	s	s				
		ms	6	6	6	6					6	6	6	6				
	50	f		o	o			o	o			o	o			o	o	
		d		s	o			o	o			o	s			o	o	
		ms		6	6			6	6			6	6			6	6	
	0	f	s	x	s	x		s	o		o	s	x	x		x	x	
		d	s	x	s	x		s	o		s	i	x	x		x	x	
		ms	6	x	6	x		6	6		6	6	x	x		x	x	

# modes	n.s.	LOW FREQUENCIES fl							
		flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
7	prony	o	s	o	o		o	o	
		B	B	s	B		B	o	
		6	5	6	6		6	6	
	90	o	s	o	o				
		B	B	s	B				
		6	5	6	6				
	50		s	o			o	o	
			B	s			o	o	
			5	6			6	6	
	0	x	x	s	s		x	x	
		x	x	s	s		x	x	
		x	x	6	6		x	x	

Πίνακας 5.10e order=7

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	noise subspace	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
10	prony	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					
	90	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					
	50	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					
	0	f	o	s	o	o		s	o		o	s	i	x		o	x	
		d	o	s	s	s		o	o		s	s	B	x		o	x	
		ms	6	6	6	6		6	6		6	6	3	x		6	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	n.s.	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
10	prony		o	o					
			o	o					
			6	6					
	90		o	o					
			o	o					
			6	6					
	50		o	o					
			o	o					
			6	6					
	0	x	x	s	s		x	s	
		x	x	s	s		x	i	
		x	x	6	6		x	6	

Πίνακας 5.10στ :order=10

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	noise subspace	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
20	prony	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					
	90	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					
	50	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					
	0	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	n.s.	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
20	prony		o	o					
			o	o					
			6	6					
	90		o	o					
			o	o					
			6	6					
	50		o	o					
			o	o					
			6	6					
	0		o	o					
			o	o					
			6	6					

Πίνακας 5.10ζ:order=20

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# modes	noise subspace	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
60	prony	f		o	o							o	o					
		d		o	o							o	o					
		ms		6	6							6	6					
	90	f		x	x			o	o			x	x			o	o	
		d		x	x			o	o			x	x			o	o	
		ms		x	x			6	6			x	x			6	6	
	50	f		x	x			o	o			x	x			o	o	
		d		x	x			o	o			x	x			o	o	
		ms		x	x			6	6			x	x			6	6	
	0	f		x	x			o	o			x	x			o	o	
		d		x	x			o	o			x	x			o	o	
		ms		x	x			6	6			x	x			6	6	

		LOW FREQUENCIES fl							
# modes	n.s.	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
60	prony		o	o					
			o	o					
			6	6					
	90		x	x			o	o	
			x	x			o	o	
			x	x			6	6	
	50		x	x			o	o	
			x	x			o	o	
			x	x			6	6	
	0		x	x			o	o	
			x	x			o	o	
			x	x			6	6	

Πίνακας 5.11η order=60

Μετά την εκτέλεση των αλγορίθμων, μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Οι υποθέσεις για τις αποσβέσεις και τα residues επαληθεύονται ξανά. Οι ιδιοσυχνότητες όσο πιο χαμηλή απόσβεση και πιο υψηλό πλάτος residue έχουν, τόσο πιο 'καλά' εμφανίζονται με τον αλγόρυθμο. Το φαινόμενο είναι λιγότερο έντονο από της **FDPI** καθώς δεν πρόκειται για πολυωνιμική παρεμβολή.
- Οι μεγαλύτερες αποστάσεις των αιχμών, φαίνεται να δίνουν καλύτερα αποτελέσματα όταν η τάξη των μεθόδων είναι μεγαλύτερη ή ίση με την πραγματική της τιμή (order>5) ενώ σε χαμηλότερες τάξεις δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές και αντίθετα ο αλγόριθμος δυσκολεύεται ελαφρά.
- Η μέθοδος **Matrix Pencil** για το προσομοιωμένο παράδειγμα, πιάνει την βέλτιστη λύση για order=10 και noise subspace=50% και δεν βρίσκει λύση για order=60, παρά μόνο όταν ορισθούν στα ζεύγη των ιδιοσυχνοτήτων οι μεγάλες αποστάσεις.
- Η μέθοδος **Prony** φθάνει στην βέλτιστη λύση για order=10 και την διατηρεί ακέραιη μέχρι το τέλος των προσομοιώσεων (order=60)
- Για αυτές τις δύο μεθόδους, παρατηρείται ότι είναι σημαντικό να ορισθεί order μεγαλύτερο από τον πραγματικό αριθμό των ιδιοσυχνοτήτων , αλλά όχι υπερβολικά μεγάλος στην περίπτωση της **Matrix Pencil**.

Για την μέθοδο **Ibrahim Time Domain** δημιουργήθηκε ένα σήμα με ίδιες ιδιοσυχνότητες με τα προηγούμενα παραδείγματα και ίδιους συνδυασμούς αποσβέσεων. Στο σήμα αυτό ορίσθηκαν πλάτη για κάθε ιδιοσυχνότητα σύμφωνα με τον πίνακα *5.11*, ενώ η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν 2500 και το μέγεθος του δείγματος 2000.

freq1	**A1**	10
freq2	**A2**	20
freq3	**A3**	30
freq4	**A4**	39
freq5	**A5**	50.7
freq6	**A6**	33

Πίνακας 5.11 : πλάτη σήματος ανά ιδιοσυχνότητα

Η λογική των μετρήσεων ήταν ίδια ξανά και τα αποτελέσματα φαίνονται στους πίνακες 5.12.

		HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
modes	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
3	f		x	s							x	s					
	d		x	s							x	s					
5	f	s	i	s	x		s	o		s	i	s	x		i	s	
	d	s	i	s	x		s	o		i	i	s	x		s	s	
6	f	o	o	o	o					o	o	o	o				
	d	o	o	o	o					o	o	o	o				
11	f		x	B			x	B			x	B			x	B	
	d		x	B			x	B			x	B			x	B	
20	f		x	i			x	s			x	x			x	x	
	d		x	B			x	B			x	x			x	x	
30	f		x	x			x	x			x	x			i	x	
	d		x	x			x	x			x	x			x	x	
35	f		x	x			x	x			x	x			x	x	

		LOW FREQUENCIES fl							
modes	Par/s	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
3	f		x	s					
	d		x	s					
5	f	s	x	s	x		x	i	
	d	I	x	s	x		x	s	
6	f	o	o	o	o				
	d	o	o	o	o				
11	f		x	x			x	x	
	d		x	x			x	x	
20	f		x	x			x	x	
	d		x	x			x	x	
30	f		x	x			x	x	
	d		x	x			x	x	
35	f		x	x			x	x	
	d		x	x			x	x	

Πίνακας 5.12 : σύγκλιση Ibrahim Time Domain

Με την ολοκλήρωση των ελέγχων της μεθόδου, τα συμπεράσματα που προκύπτουν είναι τα εξής:

- Επαληθεύθηκαν και εδώ οι υποθέσεις για την απόσβεση και το πλάτος της ταλάντωσης του σήματος επίσης. Και οι δύο παράγοντες επηρεάζουν τον αλγόριθμο , με αποτέλεσμα να τείνει να υπολογίσει καλύτερα τις ιδιοσυχνότητες με μικρές αποσβέσεις και μεγάλα πλάτη.
- Οι αποστάσεις των αιχμών όταν είναι αρκετά μεγάλες, βγάζουν ελαφρά καλύτερα αποτελέσματα από όταν είναι κοντινές.
- Για την συγκεκριμένη προσομοίωση, η μέθοδος δίνει πολύ ακριβή αποτελέσματα για αριθμό τάξης ίσο με 6, προσεγγίζει τις αιχμές με ανεκτό σφάλμα για χαμηλότερες τάξεις, ενώ όταν αυξηθεί η τάξη κατά πολύ, ο αλγόριθμος αδυνατεί να δώσει λύση.
- Η σωστή εκτίμηση του αριθμού των ιδιοσυχνοτήτων είναι κρίσιμη.

5.5)Αποκοπή σήματος (truncation).

Κάθε κατασκευή μπορεί να έχει θεωρητικά πολύ μεγάλο πλήθος ιδιοσυχνοτήτων, που να ξεκινούν από χαμηλόσυχνες περιοχές και να συνεχίζουν σε πολύ υψηλές περιοχές. Στην πράξη είναι αδύνατο να υπολογισθούν όλες οι ιδιοσυχνότητες πειραματικά, διότι υπάρχουν περιορισμοί, όπως η συχνότητα δειγματοληψίας που επιλέγεται ή το πλήθος δειγμάτων που λαμβάνεται, αλλά ακόμη συνήθως δεν υπάρχει ενδιαφέρον για πολύ υψίσυχνες ιδιοσυχνότητες, διότι είναι πιο απίθανο να εμφανισθούν και να διεγείρουν μία κατασκευή, ή ακόμη είναι σκόπιμο να αποκοπεί ένα κομμάτι του φάσματος λόγω κακής συνοχή μίας μέτρησης σε αυτό. Επομένως στο **truncation** , αυτό που συμβαίνει είναι να αποκόπτεται κομμάτι της συνάρτησης μεταφοράς (**FRF**) και κατά συνέπεια κάποιες αιχμές που εμφανίζονται κανονικά αφαιρούνται , με αποτέλεσμα οι αλγόριθμοι που προσπαθούν να προσεγγίσουν την καμπύλη να χάνουν πληροφορία. Ουσιαστικά , ενώ στην θεωρία μία σειρά Fourier έχει άπειρους όρους , στους υπολογισμούς της δίνονται πεπερασμένος αριθμός όρων. Η αποκοπή συχνοτήτων από την **FRF** μπορεί να προκαλέσει μεγαλύτερα προβλήματα σε μία μέθοδο που εργάζεται στο πεδίο του χρόνου, καθώς χρησιμοποιείται σαν είσοδος η **IRF** συνάρτηση μεταφοράς, η οποία δίνεται από την εφαρμογή αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier στην **FRF** από την οποία έχουν αποκοπεί όροι, με αποτέλεσμα να υπάρχει το φαινόμενο της διαρροής **(time leakage)**.

Για τις τέσσερις μεθόδους που εξετάζονται, έγιναν έλεγχοι πάνω στην αποκοπή συχνοτήτων. Χρησιμοποιήθηκε ξανά το προηγούμενο παράδειγμα των 6 ιδιοσυχνοτήτων, όλες οι μεταβλητές παρέμειναν ίδιες, ενώ προτιμήθηκε να ελεγχθεί η περίπτωση που οι ιδιοσυχνότητες έχουν μικρή απόσταση. Οι έλεγχοι έγιναν για τα order, extra terms ή noise subspace, στα οποία η κάθε μέθοδος αποδίδει καλύτερα.

Με T συμβολίζεται η αποκομμένη ιδιοσυχνότητα, ενώ σε κάθε σειρά περιγράφεται ο α/α των συχνοτήτων που αποκόπτονται, καθώς και η ακριβής τιμή της συχνότητας του truncation στις περιπτώσεις που αποκόπτονται ζεύγη. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 5.13 .

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fh						
# method	truncated freqs	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)
FDPI	6	f		o	T							o	o				
		d		o	T							o	o				
		ms		6	T							6	6				
	6,5(700Hz)	f		T	T							o	o				
		d		T	T							o	o				
		ms		T	T							6	6				
	6,5,4	f		T	T			T	T			o	T			o	T
		d		T	T			T	T			o	T			o	T
		ms		T	T			T	T			4	T			6	T
	6.5.4.3(400Hz)	f		T	T							T	T				
		d		T	T							T	T				
		ms		T	T							T	T				
	6,5,4,3,2	f		T	T							T	T				
		d		T	T							T	T				
		ms		T	T							T	T				

		LOW FREQUENCIES fl							
# method	truncated freqs	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
FDPI	6		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6,5(700Hz)		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6,5,4		o	o			o	o	
			s	o			o	o	
			6	6			6	6	
	6.5.4.3(400Hz)		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6,5,4,3,2		o	T					
			o	T					
			6	T					

Πίνακας 5.13α : μέθοδος FDPI

# method	truncated freqs	Par/s	HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
			fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
Prony	6	f		i	T			o	T			o	o			o	o	
		d		s	T			o	T			o	o			o	o	
		ms		6	T			6	T			6	6			6	6	
	6,5(700Hz)	f		T	T			T	T			o	o			o	o	
		d		T	T			T	T			o	s			o	s	
		ms		T	T			T	T			6	6			6	6	
	6,5,4	f		T	T							o	T					
		d		T	T							o	T					
		ms		T	T							6	T					
	6,5,4,3(400Hz)	f		T	T							T	T					
		d		T	T							T	T					
		ms		T	T							T	T					
	6,5,4,3,2	f		T	T							T	T					
		d		T	T							T	T					
		ms		T	T							T	T					

# method	t.f.	LOW FREQUENCIES fl							
		flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
Prony	6		o	o			o	o	
			s	s			o	o	
			6	6			6	6	
	6,5(700Hz)		o	o			o	o	
			s	o			o	o	
			6	6			6	6	
	6,5,4		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6,5,4,3(400Hz)		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6,5,4,3,2		o	T					
			o	T					
			6	T					

Πίνακας 5.13β : μέθοδος Prony

# method	truncated freqs	Par/s	HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
			fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
Matrix P	6	f		o	T							o	o					
		d		o	T							o	o					
		ms		6	T							6	6					
	6,5(700Hz)	f		T	T							o	o					
		d		T	T							o	o					
		ms		T	T							6	6					
	6,5,4	f		T	T							o	T					
		d		T	T							o	T					
		ms		T	T							6	T					
	6,5,4,3,(400Hz)	f		T	T							T	T					
		d		T	T							T	T					
		ms		T	T							T	T					
	6,5,4,3,2	f		T	T							T	T					
		d		T	T							T	T					
		ms		T	T							T	T					

# method	t.f.	LOW FREQUENCIES fl							
		flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
Matrix P	6		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6,5(700Hz)		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6,5,4		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6,5,4,3,(400Hz		o	o					
			o	o					
			6	6					
	6,5,4,3,2		o	T					
			o	T					
			6	T					

Πίνακας 5.13γ : μέθοδος Matrix Pencil

			HIGH FREQUENCIES fh								MEDIUM FREQUENCIES fm							
# method	truncated freqs	Par/s	fhc(lh)		fhc(uh)		fhs(lh)		fhs(uh)		fmc(lm)		fmc(um)		fms(lm)		fms(um)	
			d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
ITD	6	f		s	T			o	T			s	o			o	o	
		d		i	T			o	T			i	i			o	o	
	6,5(700Hz)	f		T	T			T	T			i	s			o	o	
		d		T	T			T	T			B	s			s	s	
	6,5,4	f		T	T			T	T			s	T			i	T	
		d		T	T			T	T			s	T			s	T	
	6,5,4,3(400Hz)	f		T	T			T	T			T	T			T	T	
		d		T	T			T	T			T	T			T	T	
	6,5,4,3,2	f		T	T			T	T			T	T			T	T	
		d		T	T			T	T			T	T			T	T	

		LOW FREQUENCIES fl							
# method	t.f.	flc(ll)		flc(ul)		fls(ll)		fls(ul)	
		d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)	d(l)	d(h)
ITD	6		x	s			o	o	
			x	o			s	s	
	6,5(700Hz)		x	s			s	o	
			x	B			s	s	
	6,5,4		x	s			s	o	
			x	i			s	s	
	6,5,4,3(400Hz)		x	x			x	x	
			x	x			x	x	
	6,5,4,3,2		x	T			x	T	
			x	T			x	T	

Πίνακας 5.13δ : μέθοδος Ibrahim Time Domain

Μετά από τους ελέγχους αυτούς, τα ακόλουθα συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν:

- Η μέθοδος **FDPI** αποδίδει πολύ καλά με αποκοπή σήματος.
- Η μέθοδος **Matrix Pencil** αποδίδει καλύτερα της **Prony** σε αυτή την περίπτωση, κάτι που συνδέεται με την βασική διαφορά των μεθόδων, την δυνατότητα αντιμετώπισης θορύβου.
- Η **Ibrahim Time Domain** δίνει λιγότερο ικανοποιητικά αποτελέσματα, ενώ όταν αποκοπούν αρκετές ιδιοσυχνότητες, αποτυγχάνει να δώσει λύση.
- Όλες οι μέθοδοι συνέκλιναν καλύτερα όταν αποκόπτονταν ζυγός αριθμός ιδιοσυχνοτήτων και έτσι η πιο υψίσυχνη που παρέμενε απείχε αρκετά από εκείνη που αποκόπτοταν. Αντίθετα λιγότερο καλά αποτελέσματα προκύπτουν όταν αποκόπηκε μονός αριθμός ιδιοσυχνοτήτων, κάτι λογικό, αφού όταν από ένα ζεύγος κοντινών αιχμών αποκοπεί η μία, τότε λόγω της απόσβεσής της θα συνεχίσει να δίνει πληροφορία στον αλγόριθμο και να επηρεάζει το αποτέλεσμά του.

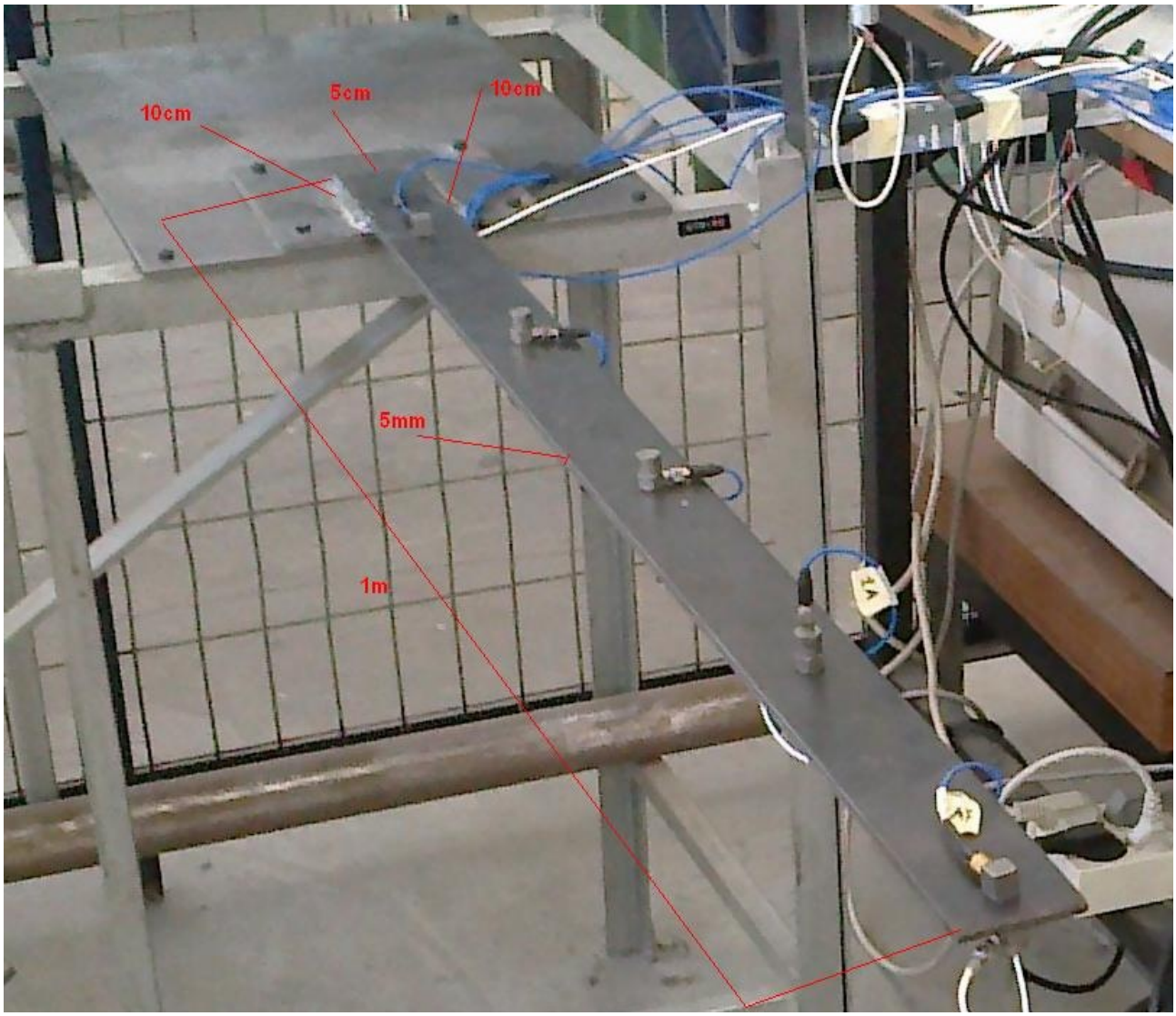
Έχοντας αξιολογήσει τις ιδιοδιανυσματικές παραμέτρους και τις επιδόσεις των αλγορύθμων, επόμενο βήμα είναι η εκτέλεση των μετρήσεων και η εξαγωγή αποτελεσμάτων για την κατασκευή που μελετάται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

6.1)Πειραματική διάταξη.

Ερευνήθηκαν διάφορες κατασκευές και επιλέχθηκε τελικά να εξετασθεί ως προς τα ιδιοανυσματικά της μεγέθη, μία δοκός με διαστάσεις (*1m , 5cm , 5mm)* πακτωμένη στο ένα της άκρο με συγκόλληση σε τρεις επιφάνειες : στις δύο πλευρές *10cmX5mm* και στην πλευρά 5cmX5mm (σχήμα *6.1.1).*



Σχήμα 6.1.1 : πακτωμένη δοκός 5x50x1000 mm

Το υλικό που είναι κατασκευασμένη η δοκός καθώς και η βάση της είναι κοινός χάλυψ.Οι εξής λόγοι οδήγησαν στην επιλογή της συγκεκριμένης διάταξης έναντι των υπολοίπων σκέψεων-προτάσεων.

- **Πιο απλές ιδιομορφές**: όπως φαίνεται και παρακάτω στο υπολογιστικό μοντέλο, οι ιδιομορφές μίας δοκού δεν έχουν πολύπλοκα σχήματα και ακολουθούν συγκεκριμένα μοτίβα, κάτι στο οποίο συνεισφέρει η γεωμετρία της καθώς και το γεγονός ότι το πάχος της είναι αρκετά λεπτό.
- **Μεγάλο μήκος:** το μεγάλο μήκος της δοκού εξυπηρετεί στο να ταλαντώνεται πιο εύκολα και ευκρινώς. Ακόμη η πάκτωση και τα υλικά της δεν θα επηρεάζουν την ταλάντωση λόγω των δικών τους ιδιοσυχνοτήτων, αλλά θα φέρονται πιο κοντά στην ιδανική απλή πάκτωση.
- **Σχετικά μεγάλο βάρος**: το πλεονέκτημα εδώ είναι ότι οι δυναμικές ιδιότητες της κατασκευής δεν επηρεάζονται από εξωτερικούς παράγοντες, όπως το βάρος των αισθητηρίων , κάποιες οπές, , κάποια ατέλεια στην επιφάνεια ή στην κρυσταλλοδομή κτλ.
- **Ελαστικό υλικό**: Ο χάλυβας είναι ένα μέταλλο με ελαστική συμπεριφορά. Αυτό το καθιστά ένα καλό μέταλλο για να επιχειρηθεί για πρώτη φορά πείραμα ιδιοανυσματικής ανάλυσης.
- **Σχετικά χαμηλό κόστος**: Μία αντίστοιχη κατασκευή από αλουμίνιο θα κόστιζε πολύ περισσότερο, με κέρδος βέβαια το ότι το αλουμίνιο έχει μικρότερο συντελεστή απόσβεσης και το πείραμα θα είχε καλύτερα αποτελέσματα
- **Πάκτωση**: Διότι στις κατασκευές οι δοκοί είναι συνήθως πακτωμένες, ενώ ελεύθερες δοκοί έχουν μόνο ερευνητικό ενδιαφέρον.

6.2)Εξοπλισμός & αισθητήρια

Στο εργαστήριο στήθηκε η παρακάτω διάταξη με τον εξοπλισμό που φαίνεται στο σχήμα *6.2.1* και περιγράφεται στον πίνακα *6.1* .

1
2
3
4
5
6
7
8
CIMTEC - 2012 4th International Conference on Smart Materials, Structures and Systems

Σχήμα 6.2.1

α/α	τεμάχιο
1	γεωήτρια σήματος : LXI Agilent 33210A
2	ενισχητής σήματος : Modal Shop2050E5
3	διεγέρτης : MB Modal 110
4	αυτοσχέδιο προστατευτικό κάλυμμα
5	πέντε αισθητήρια επιτάγχυνσης PCB
6	ενα αισθητήριο δύναμης PCB
7	μετρητικό σύστημα με PXI
8	netbook Toshiba

Πίνακας 6.1 : λίστα εξοπλισμού

Τα αισθητήρια που χρησιμοποιήθηκαν είναι μονοαξονικά, δηλαδή μετρούν την επιτάχυνση σε μία μόνο κατεύθυνση, η οποία ορίσθηκε αυτή της κίνησης του διεγέρτη. Στον πίνακα *6.2* φαίνονται σύντομα τα τεχνικά χαρακτηριστικά των 6 αισθητηρίων, με σειρά όπως είναι τοποθετημένα από το ελεύθερο άκρο προς την πάκτωση.

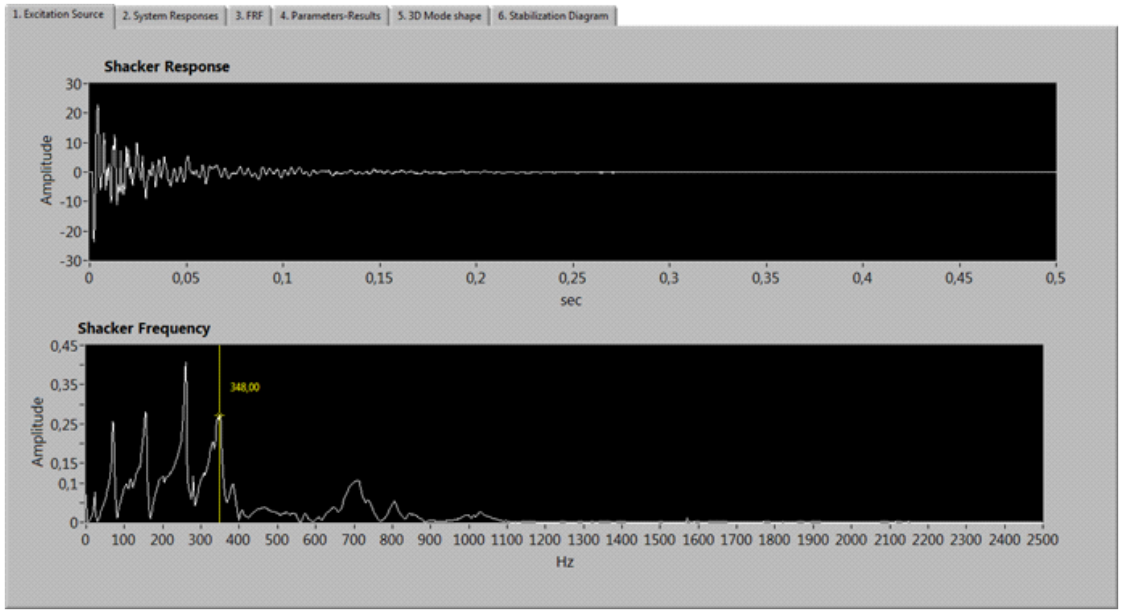
τύπος	**ονομασία**	**ευαισθησία**	**BIAS level**	**εύρος μέτρησης**
αισθητήριο δύναμης	208C01	100.1mV/N	8.51VDC	0.04448 kN
επιταγχυνσιόμετρο 1	333B30	100.4mV/g	11.5VDC	± 490 m/s² pk
επιταγχυνσιόμετρο 2	352C34	99.4mV/g	11.7VDC	± 490 m/s² pk
επιταγχυνσιόμετρο 3	352C33	100.5mV/g	11.4VDC	± 490 m/s² pk
επιταγχυνσιόμετρο 4	352C33	100.4mV/g	11.3VDC	± 490 m/s² pk
επιταγχυνσιόμετρο 5	333B30	100.4mV/g	11.4VDC	± 490 m/s² pk

Πίνακας 6.2 : τα αισθητήρια των μετρήσεων

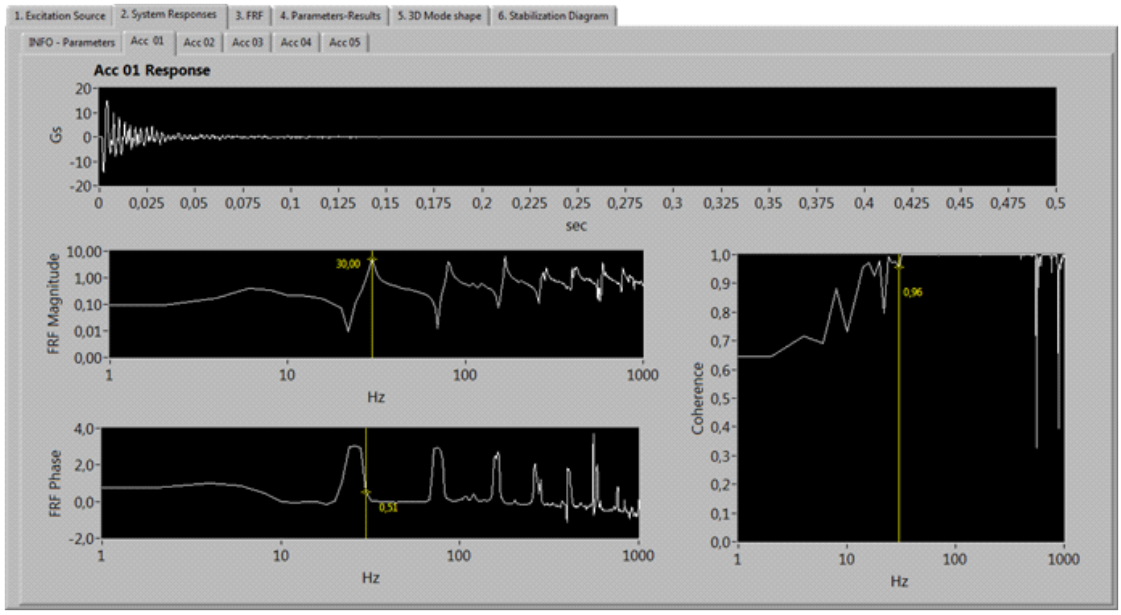
Και οι προδιαγραφές που χρειάσθηκαν, ορίσθηκαν στο λογισμικό της επεξεργασίας δεδομένων.

6.3)Λογισμικό καταγραφής και επεξεργασίας δεδομένων.

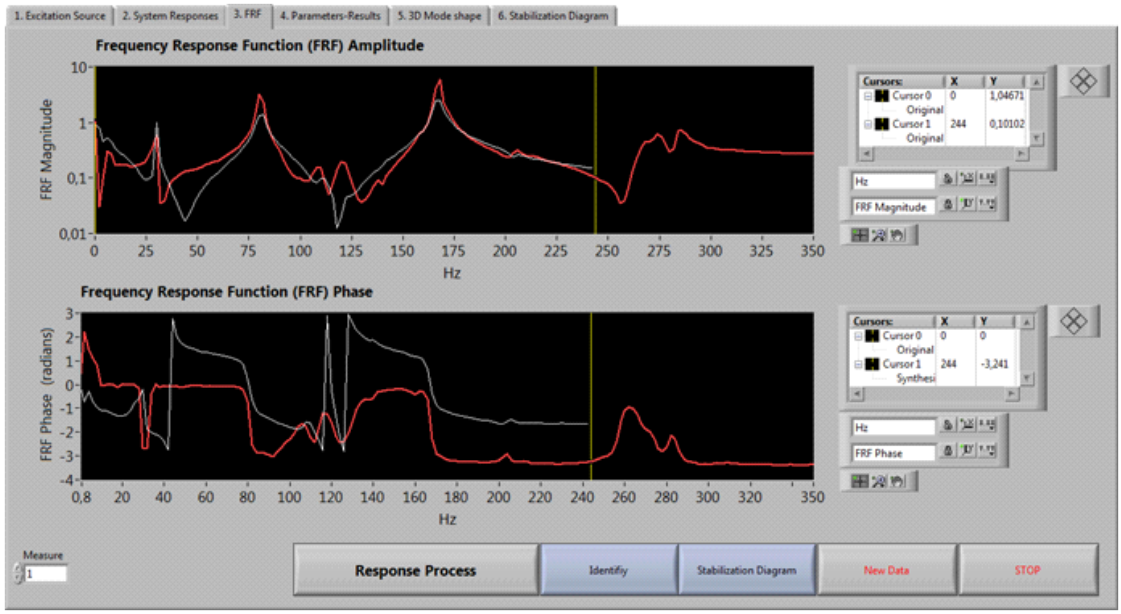
Κατά την επεξεργασία των δεδομένων των μετρήσεων, το περιβάλλον εργασίας της επεξεργασίας τους και της λήψης αποτελεσμάτων (interface) είχε τις καρτέλες (tabs) που φαίνονται στα σχήματα *6.3.1*-6 .



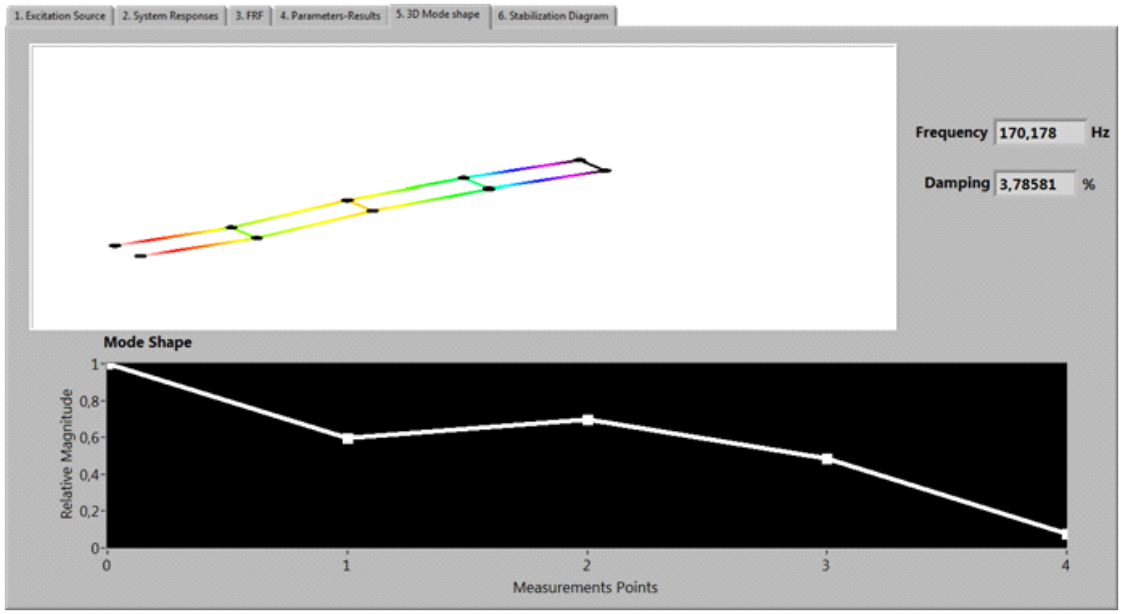
Σχήμα 6.3.1 : ταμπέλα 1η – πληροφορίες για την διέγερση του διεγέρτη



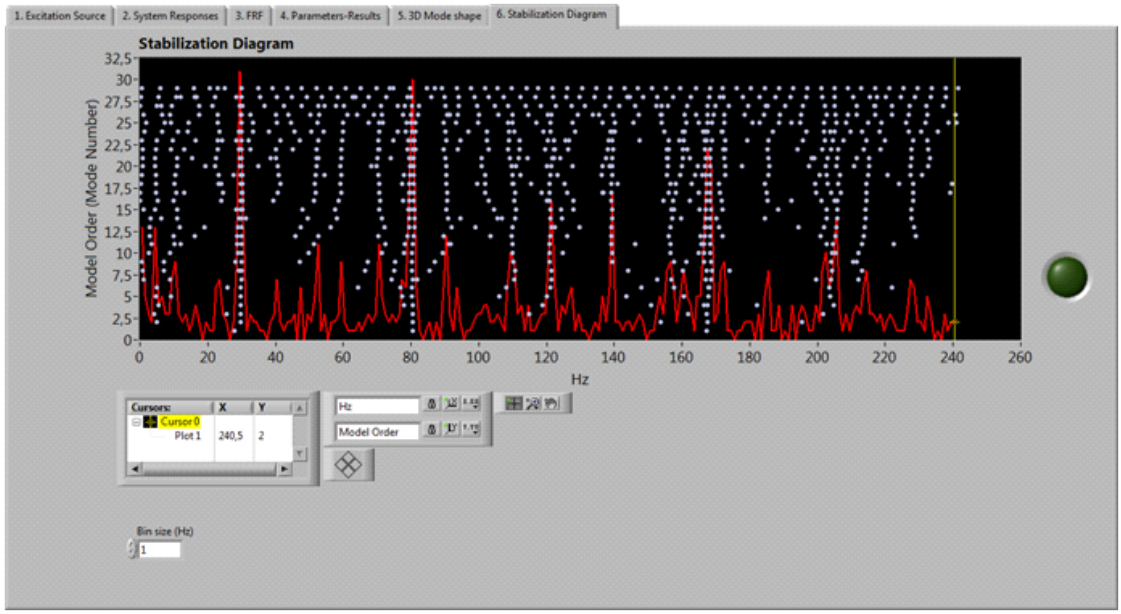
Σχήμα 6.3.2 : ταμπέλα 2η – πληροφορίες για την απόκριση του συστήματος ανά επιταχυνσιόμετρο



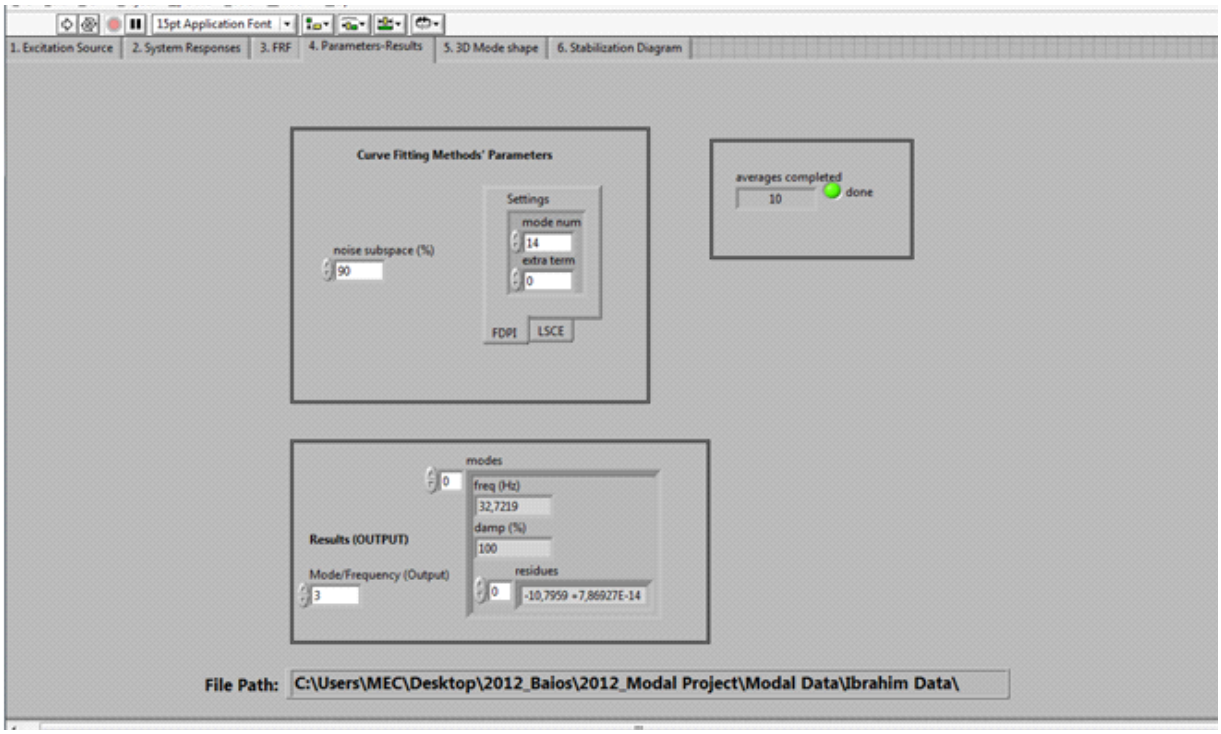
Σχήμα 6.3.3 : ταμπέλα 3η – curve fitting ,έναρξη διαδικασίας αναγνώρισης ιδιοανυσματικών μεγεθών



Σχήμα 6.3.4 : ταμπέλα 5η – εποπτεία ιδιομορφών / τρισδιάστατη απεικόνιση ιδιομορφών σε κίνηση

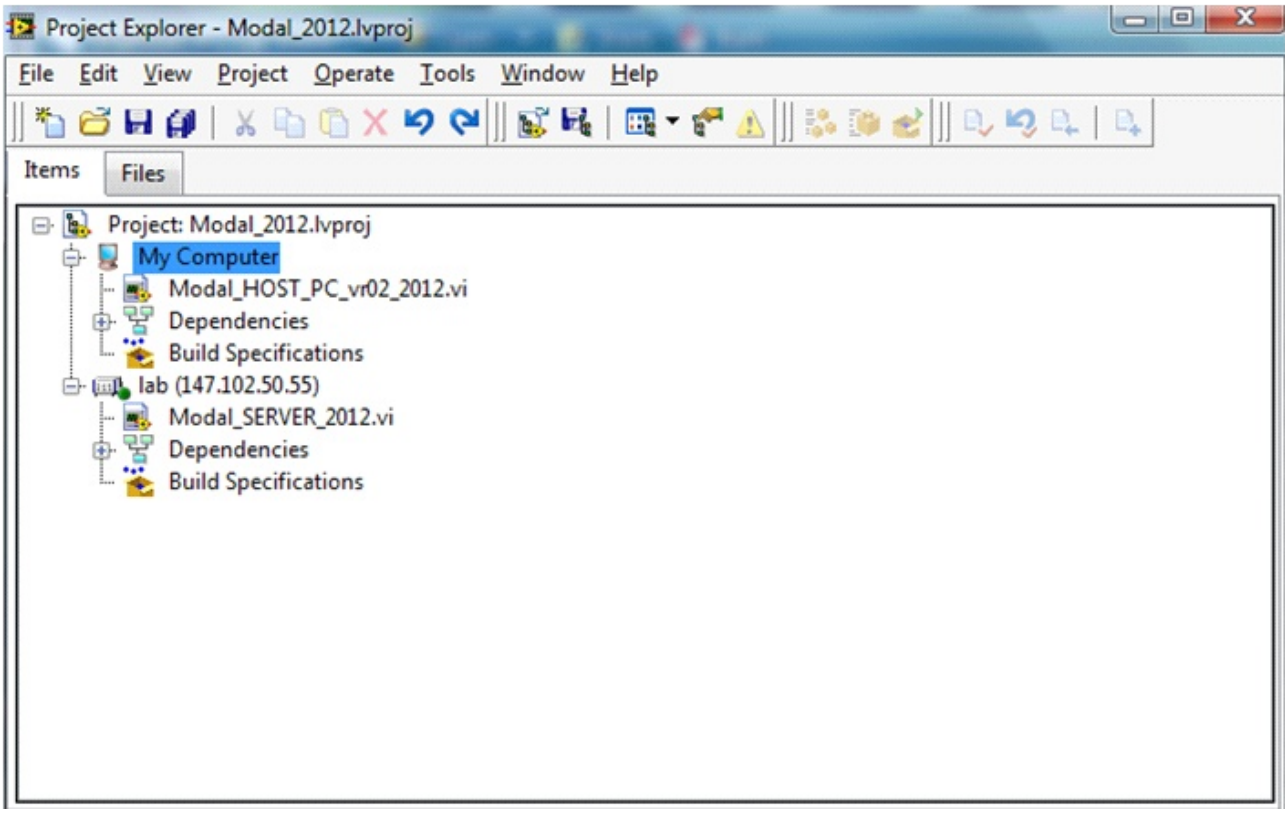


Σχήμα 6.3.5 : ταμπέλα 6η – διάγραμμα σταθεροποίησης

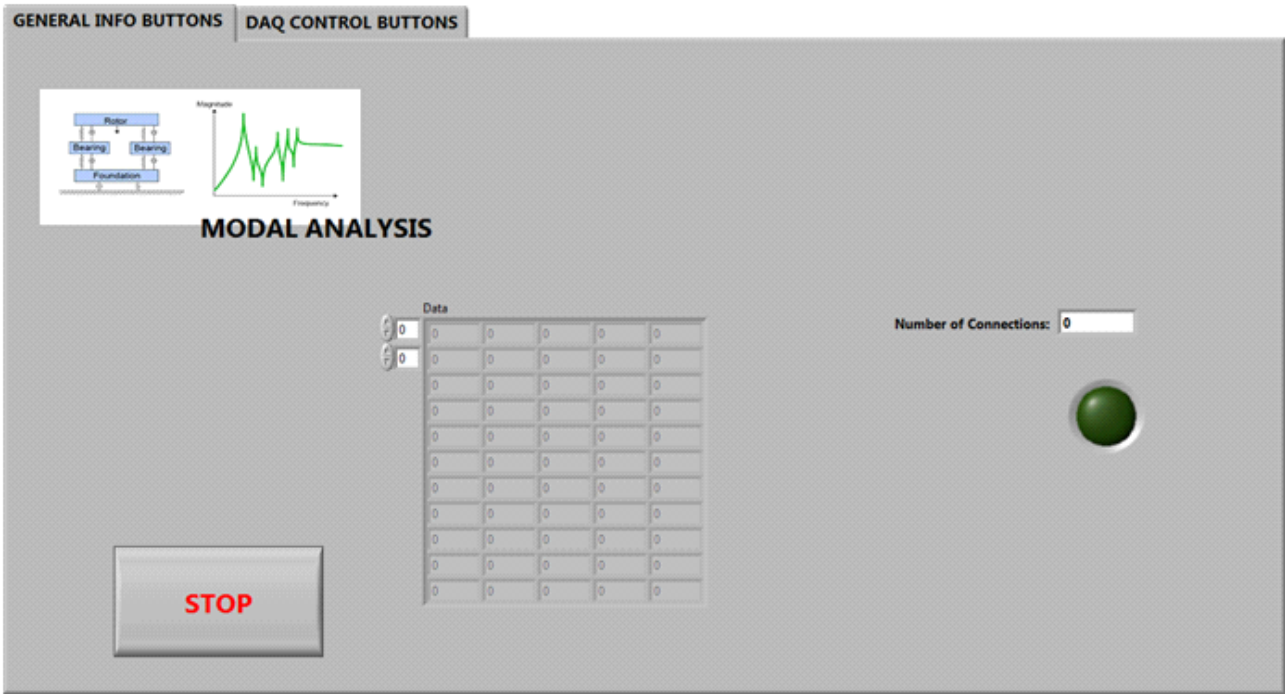


Σχήμα 6.3.6 : ταμπέλα 4η – ορισμός παραμέτρων, ανάγνωση αποτελεσμάτων

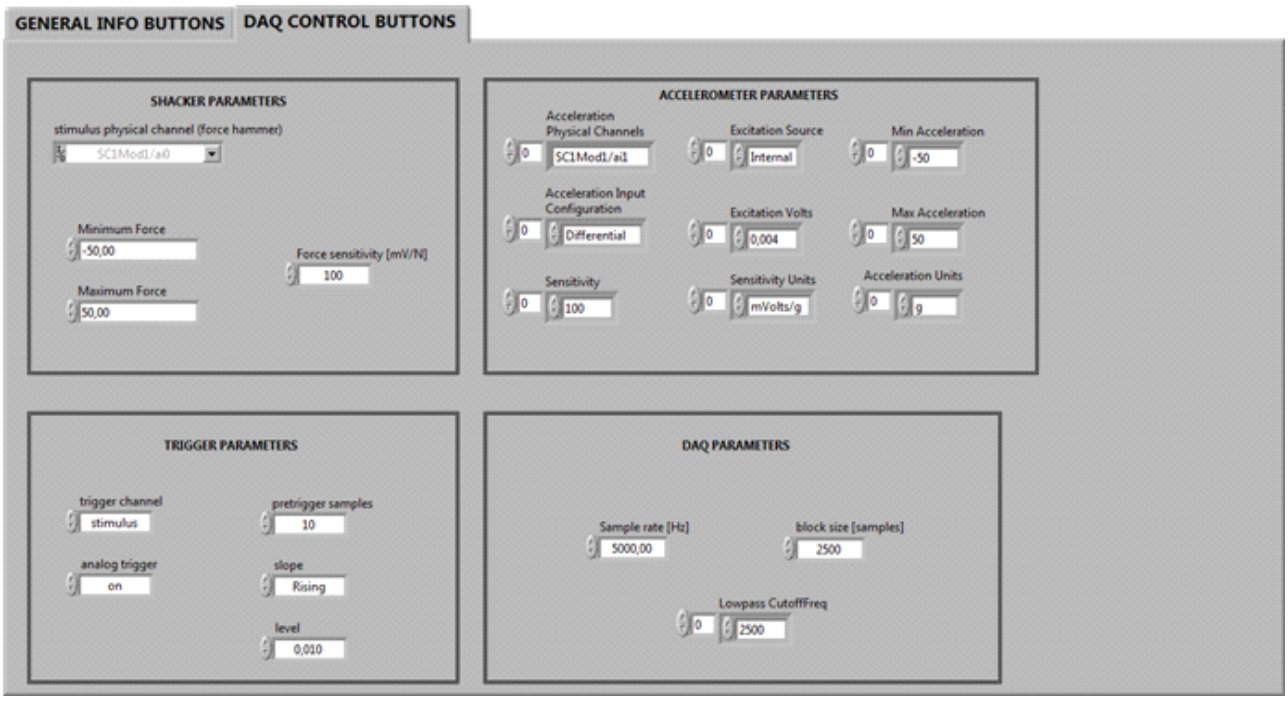
Η λήψη των δεδομένων έγινε με την χρήση δύο προγραμμάτων που λειτουργούσαν παράλληλα. Το πρώτο εξωτερικά στο σύστημα των PXI και το άλλο στον φορητό υπολογιστή. Στα σχήματα *6.3.7*- φαίνεται το περιβάλλον εργασίας των δύο αυτών λογισμικών.



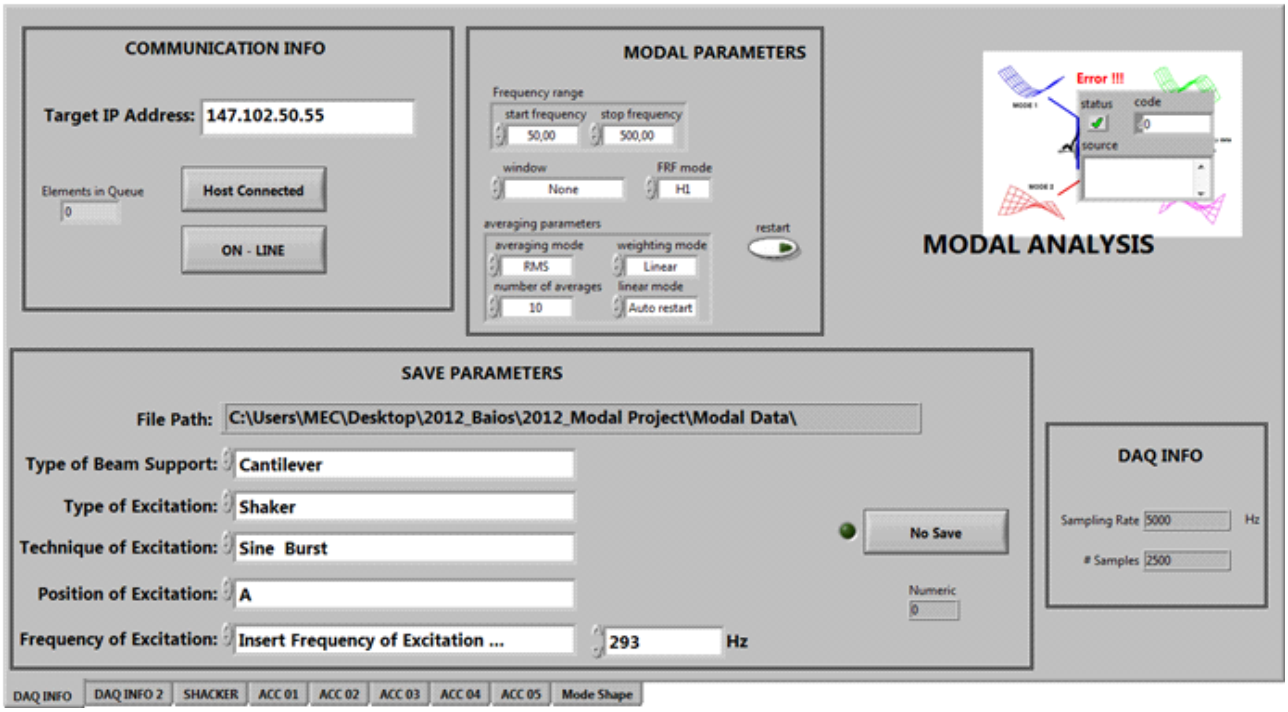
Σχήμα 6.3.7: τα δύο προγράμματα



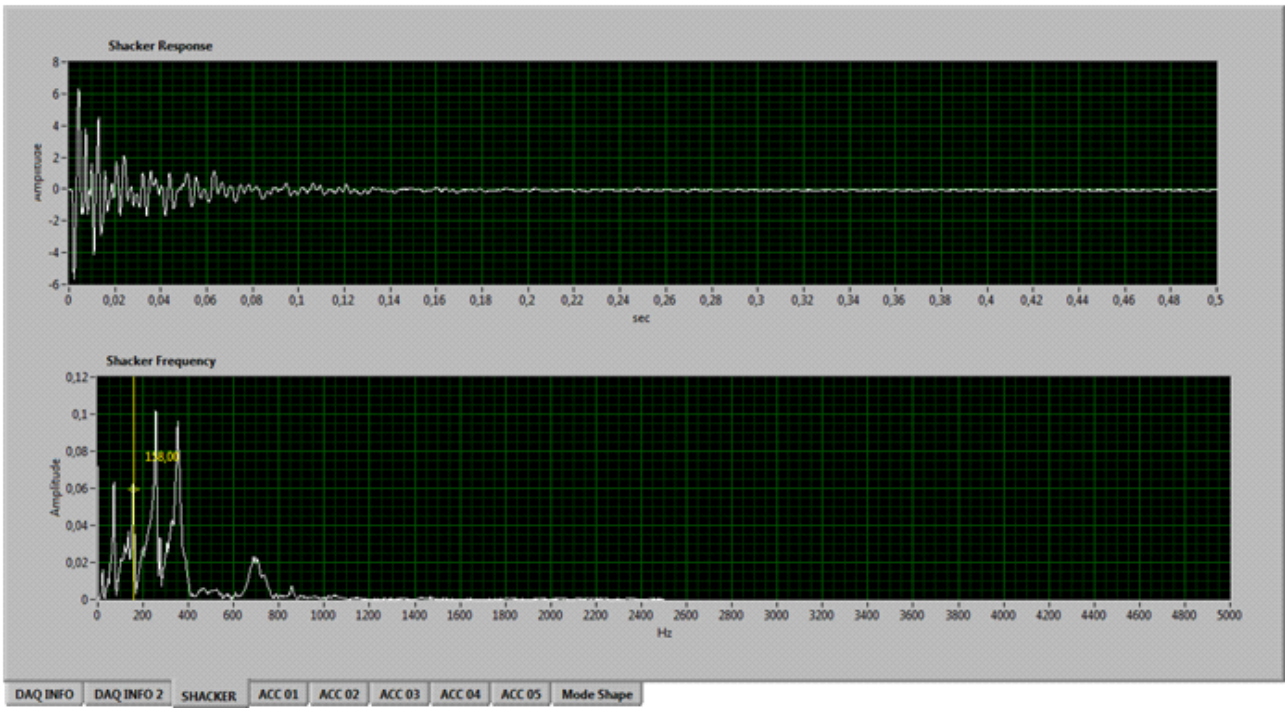
Σχήμα 6.3.8: πρόγραμμα PXI



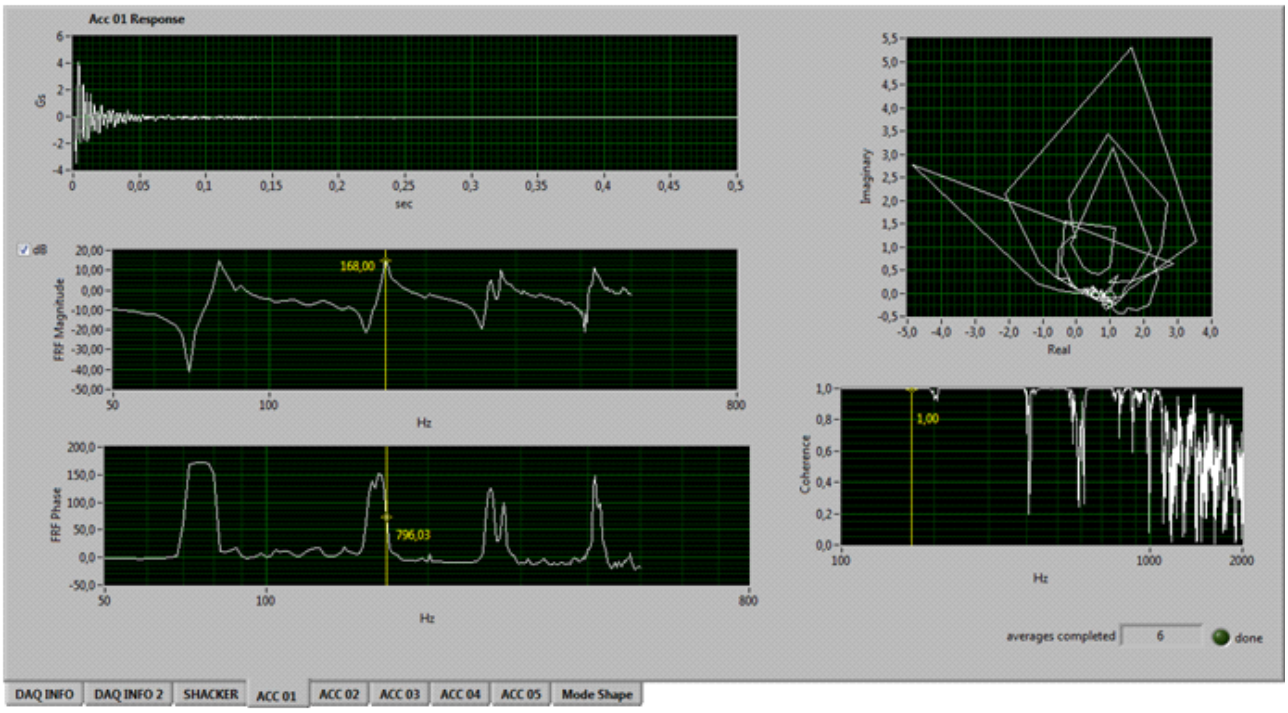
Σχήμα 6.3.9: ρυθμίσεις παραμέτρων μετρήσεων και αισθητηρίων



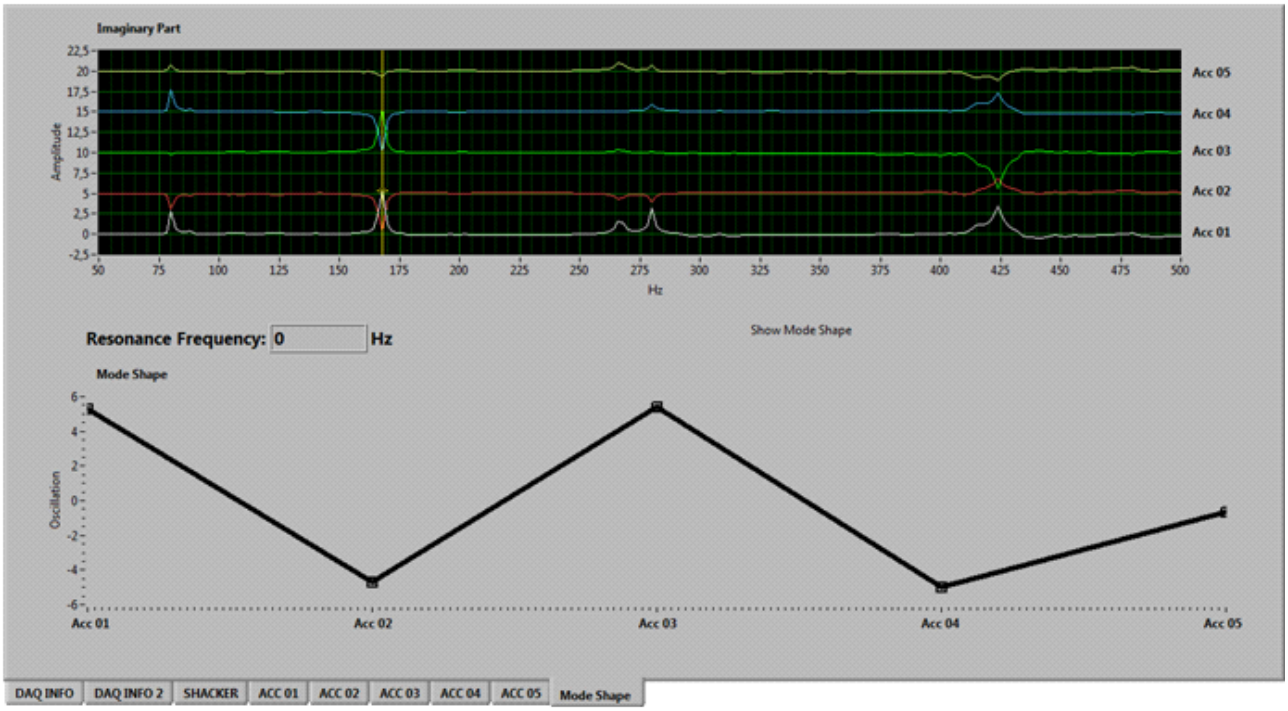
Σχήμα 6.3.10: σελίδα ρυθμίσεων και αποθήκευσης δεδομένων



Σχήμα 6.3.11 : απόκριση και φάσμα διέγερσης



Σχήμα 6.3.12 : απόκριση , FRF και φάσηFRF , συνοχή και Nyquist για κάθε επιταχυνσιόμετρο

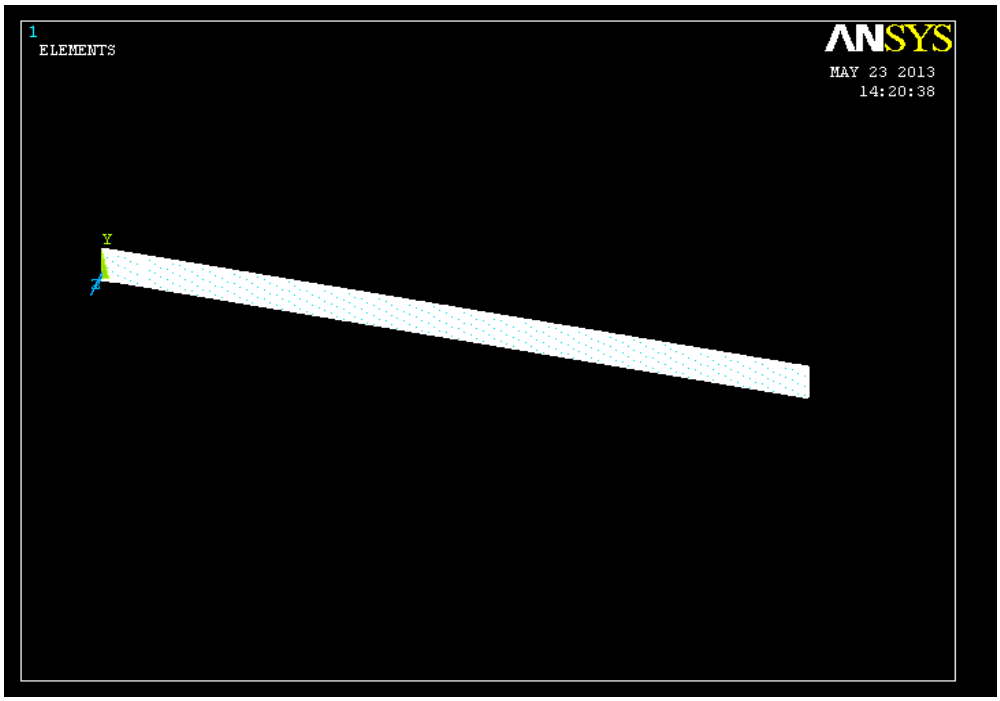


Σχήμα 6.3.13 : ιδιομορφές ανα συχνότητα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ & ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

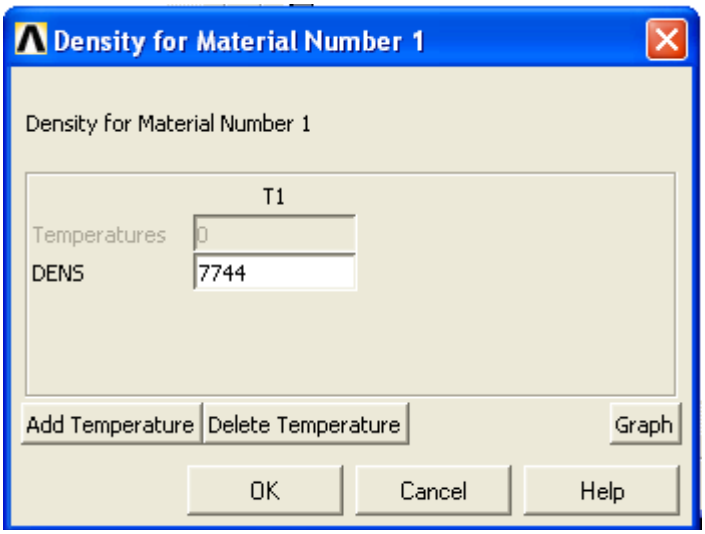
7.1)Υπολογιστικό μοντέλο.

Για την υπολογιστική εκτίμηση των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδιομορφών της πακτωμένης δοκού,, αναπτύχθηκε το μοντέλο της κατασκευής σε υπολογιστή και το πρόβλημα επιλύθηκε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν το **ANSYS 8.0** *(σχήμα 7.1.1)***.**



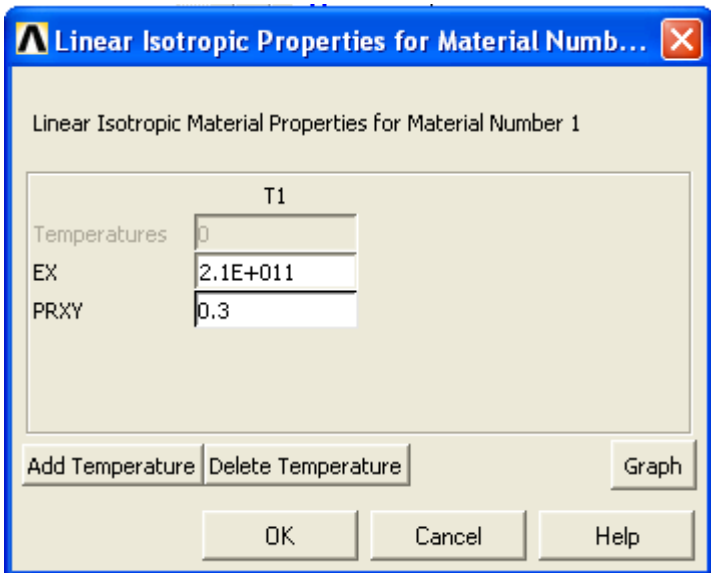
Σχήμα 7.1.1 :πλεγματοποιημένη λάμα στο λογισμικό ANSYS

Η δοκός ζυγίστηκε στο εργαστήριο και μετρήθηκαν οι διαστάσεις της με ακρίβεια, για τον σωστό υπολογισμό του όγκου της. Από τα αποτελέσματα των μετρήσεων υπολογίσθηκε η πυκνότητα του υλικού του τεμαχίου και εισήχθηκε στο υπολογιστικό μοντέλο (σχήμα *7.1.2).*



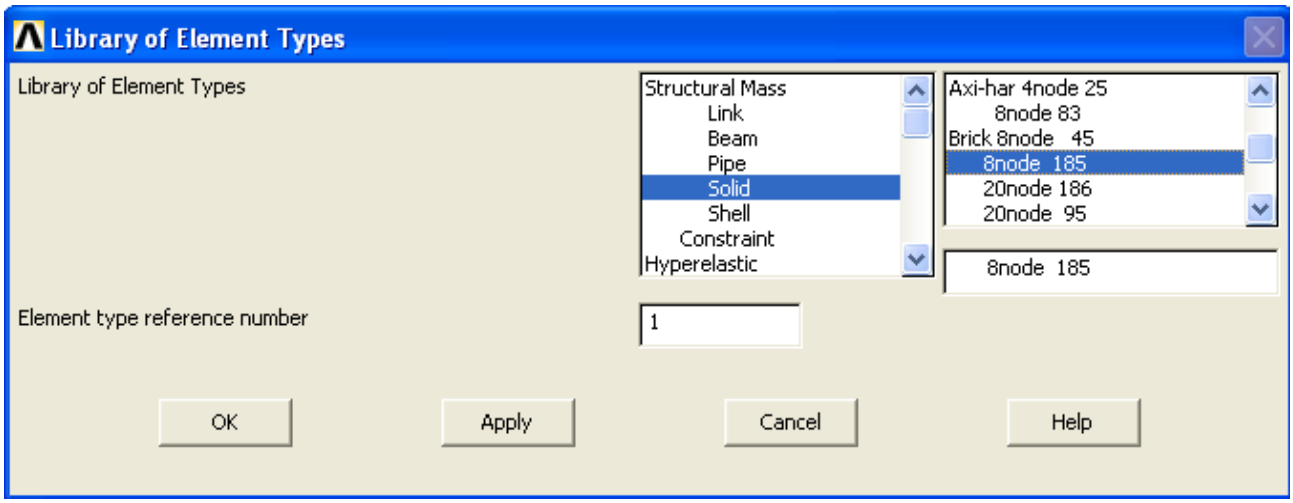
Σχήμα 7.1.2 : εισαγωγή πυκνότητας : ρ=7744kg / m^3

Γνωρίζοντας την ονομασία του υλικού, λήφθηκε από ειδικούς πίνακες οι μηχανικές ιδιότητές του που χρειάσθηκαν για την κατασκευή του υπολογιστικού μοντέλου, οι οποίες είναι το **μέτρο ελαστικότητας E** (ικανότητα του υλικού να αντιστέκεται στην παραμόρφωση) και ο λόγος **Poisson ν** (λόγος του μεγέθους της εγκάρσιας παραμόρφωσης του υλικού σε σχέση με την διαμήκη και παράλληλη με την κατεύθυνση της τάσης που εφαρμόζεται). Στη συνέχεια εισήχθηκαν στο υπολογιστικό μοντέλο όπως φαίνεται στο σχήμα *7.1.3* ..

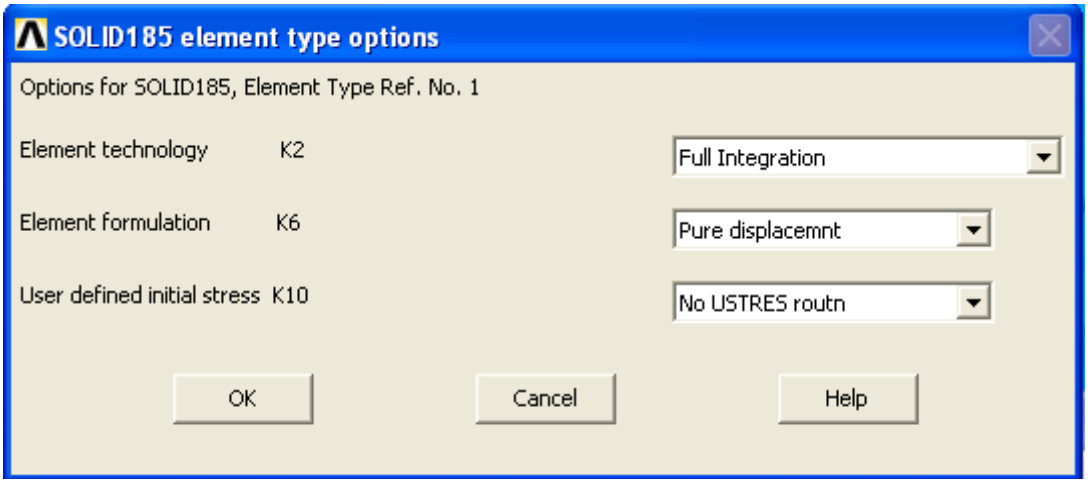


Σχήμα 7.1.3: εισαγωγή μέτρου ελαστικότητας, λόγου Poisson : E=210 **MPa, v=0,3**

Για την πλεγματοποίηση των κατασκευών επιλέχθηκε το στοιχείο **Solid 185** που είναι ένα κατάλληλο στοιχείο για την μοντελοποίηση συμπαγούς κατασκευής με ενδιαφέρον και στις τρεις της διαστάσεις (σχήματα *7.1.4* , *7.1.5*) .



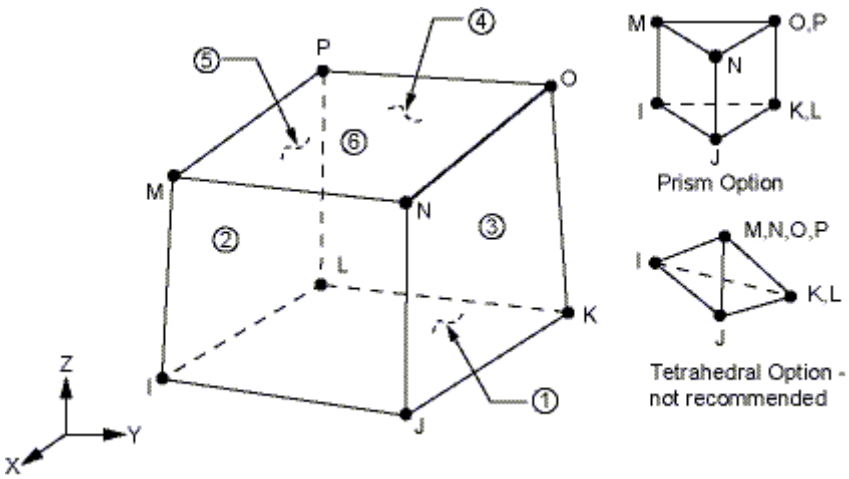
Σχήμα 7.1.4 :επιλογή στοιχείου solid 185



Σχήμα 7.1.5 : επιλογές παραμέτρων

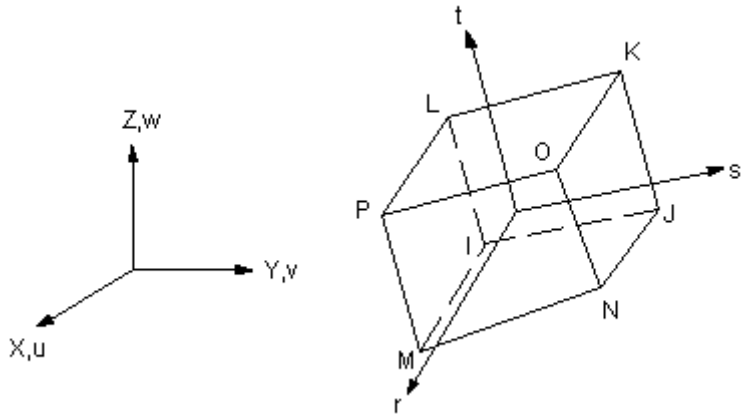
Πρόκειται για ένα οκτακομβικό στοιχείο με τρεις βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο (άξονας x,y, z).Το στοιχείο αυτό έχει δυνατότητες για πλαστικότητα, υπερελαστικότητα, παραμένουσες τάσεις, για ερπυσμό, για μεγάλες μετατοπίσεις και για μεγάλες παραμορφώσεις. Ακόμη έχει την δυνατότητα να μοντελοποιεί παραμορφώσεις σε σχεδόν ασυμπίεστα ελαστικοπλαστικά υλικά και σε εντελώς ασυμπίεστα υπερελαστικά υλικά.

Υπάρχουν δύο επιλογές για το στοιχεία **Solid 185** (σχήμα 7.1.6), η **κλασική** και η **layered**. Στο μοντέλο μας επιλέξαμε την **κλασική** (στην **layered** επιλογή, το κάθε στοιχείο πλεγματοποιήται σε στρώσεις, ενώ στην **κλασική** ως ενιαίο).



Σχήμα 7.1.6 : η γεωμετρία του στοιχείου και δύο εναλλακτικές επιλογές

Οι εξισώσεις μεταφοράς για τις μετατοπίσεις του στοιχείου, με τις μεταβλητές όπως ορίζονται στο σχήμα 7.*1.7* ,είναι οι εξής:



Σχήμα 7.1.7 : άξονες συντεταγμένων του στοιχείου

$$u=\frac{1}{8}(u_I(1-s)(1-t)(1-r)+u_J(1+s)(1-t)(1-r)$$
$$+u_K(1+s)(1+t)(1-r)+u_L(1-s)(1+t)(1-r)$$
$$+u_M(1-s)(1-t)(1+r)+u_N(1+s)(1-t)(1+r)$$
$$+u_O(1+s)(1+t)(1+r)+u_P(1-s)(1+t)(1+r))$$

(7.1)

$$v=\frac{1}{8}(v_I(1-s)(1-t)(1-r)+v_J(1+s)(1-t)(1-r)$$
$$+v_K(1+s)(1+t)(1-r)+v_L(1-s)(1+t)(1-r)$$
$$+v_M(1-s)(1-t)(1+r)+v_N(1+s)(1-t)(1+r)$$
$$+v_O(1+s)(1+t)(1+r)+v_P(1-s)(1+t)(1+r))$$

(7.2)

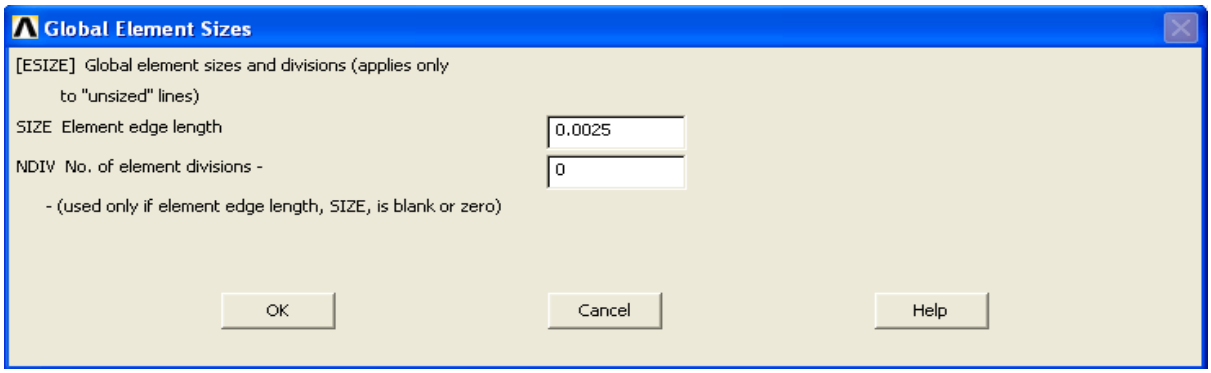
$$w=\frac{1}{8}(w_I(1-s)(1-t)(1-r)+w_J(1+s)(1-t)(1-r)$$
$$+w_K(1+s)(1+t)(1-r)+w_L(1-s)(1+t)(1-r)$$
$$+w_M(1-s)(1-t)(1+r)+w_N(1+s)(1-t)(1+r)$$
$$+w_O(1+s)(1+t)(1+r)+w_P(1-s)(1+t)(1+r))$$

(7.3)

και όλες οι υπόλοιπες συναρτήσεις μεταφοράς είναι ανάλογες των εξισώσεων μετατόπισης.

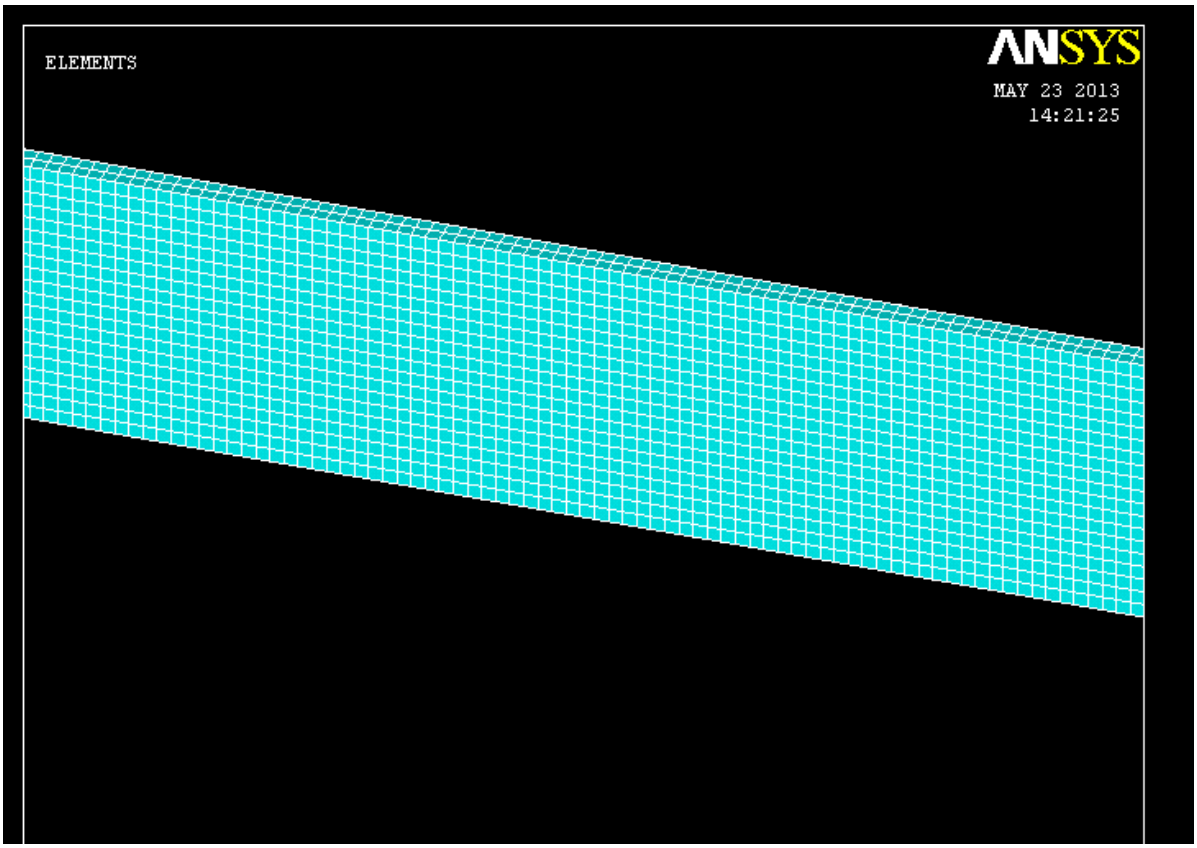
Η κατασκευή πλεγματοποιήθηκε σε 60.000 στοιχεία πάχους 2,5 mm. Ο τρόπος δημιουργίας του πλέγματος ήταν **Hex/Sweep**, δηλαδή κατασκευάσθηκαν εξαεδρικά στοιχεία εκμεταλλευόμενα την συνεχή επιφάνεια του τεμαχίου και παράχθηκε συμμετρικό και ομαλό πλέγμα υψηλής ποιότητας (σχήματα 7.*1.8 , 7.1.9)*..

Σχήμα 7.1.8 : επιλογή τρόπου πλεγματοποίησης



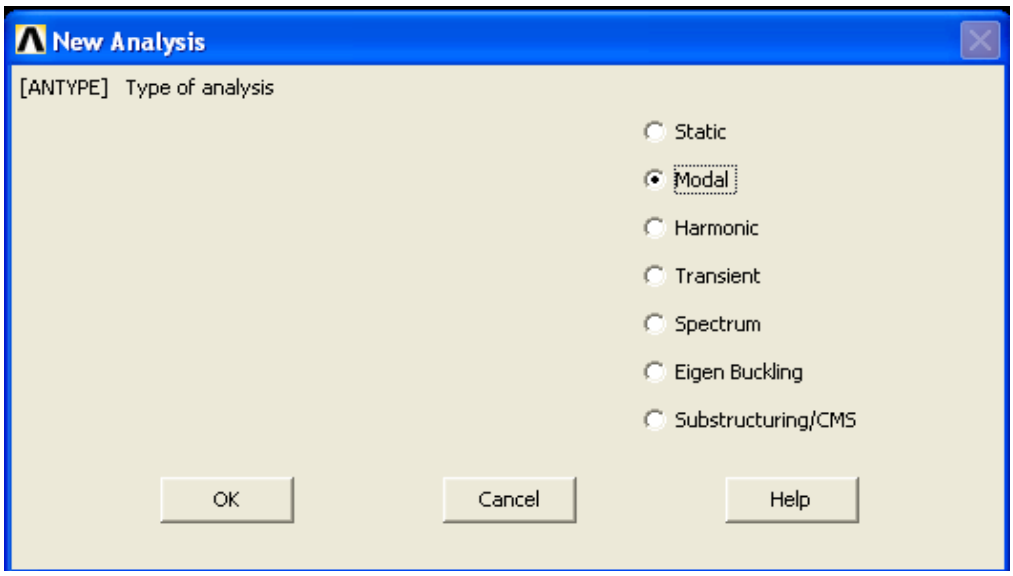
Σχήμα 7.1.9 : ορισμός πάχους στοιχείων d=0,0025m

Με το να ορισθεί το πάχος των στοιχείων ίσο με το μισό του πάχους της κατασκευής, πετυχαίνεται να υπάρχουν 2 στρώσεις στοιχείων κατά το πάχος της δοκού, όπως φαίνεται και στο σχήμα 7.*1.10*.

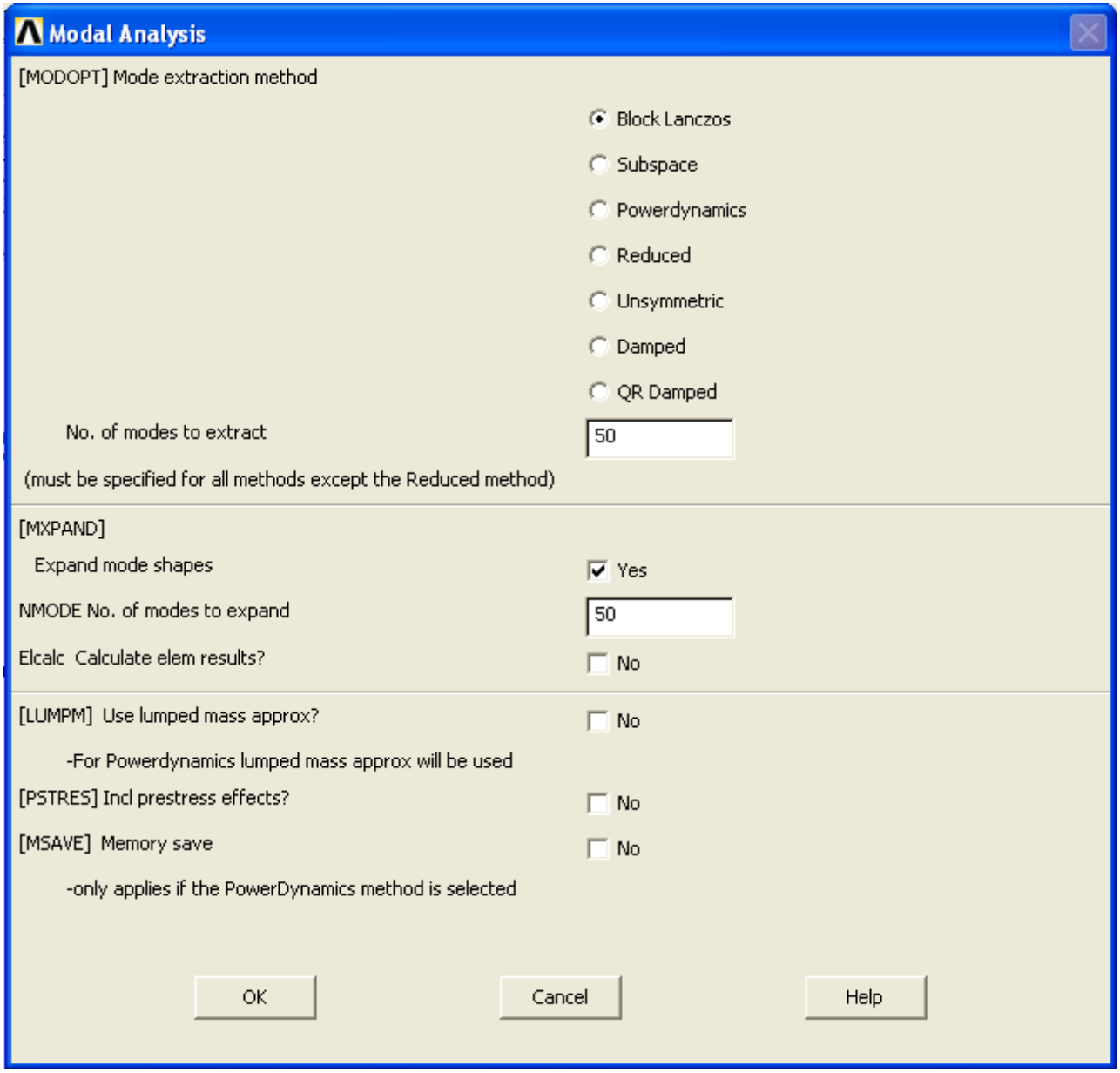


Σχήμα 7.1.10: στοιχεία ανα το πάχος

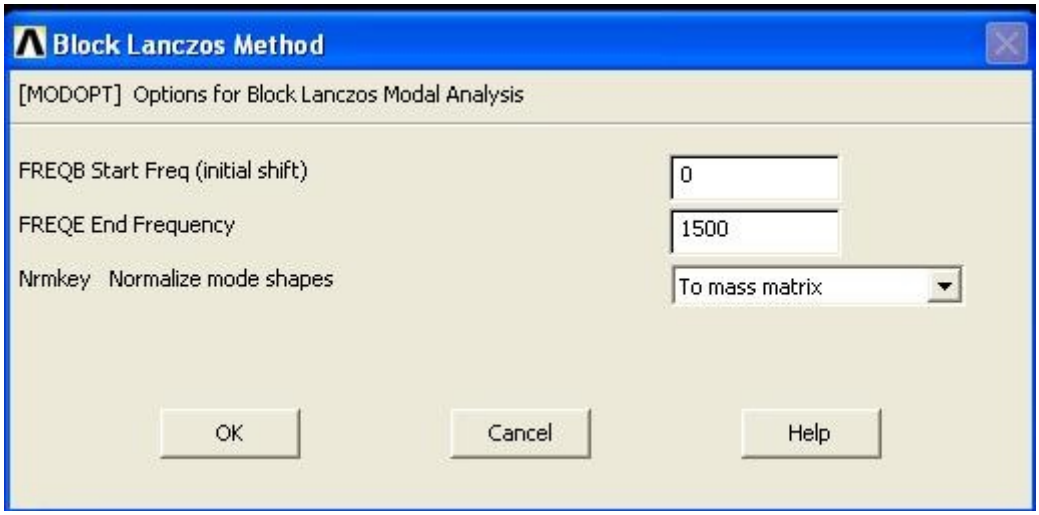
Στο **ANSYS** η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την περίπτωση της εξαγωγής ιδιοσυχνοτήτων και ιδιοανυσμάτων είναι η **modal analysis.** Επιλέχθηκε να ερευνηθούν ιδιοσυχνότητες στο πεδίο συχνοτήτων **0-1500 Hz** και ορίσθηκε στο λογισμικό σαν παράμετρος ένας σχετικά μεγάλος αριθμό ιδιοσυχνοτήτων προς υπολογισμό (σχήματα 7.*1.11-13)*, ώστε να μην παραλειφθεί να εμφανιστεί κάποια (σύμφωνα με Κεφ. 3 , διάγραμμα σταθεροποίησης) .



Σχήμα 7.1.11 : ανάλυση modal

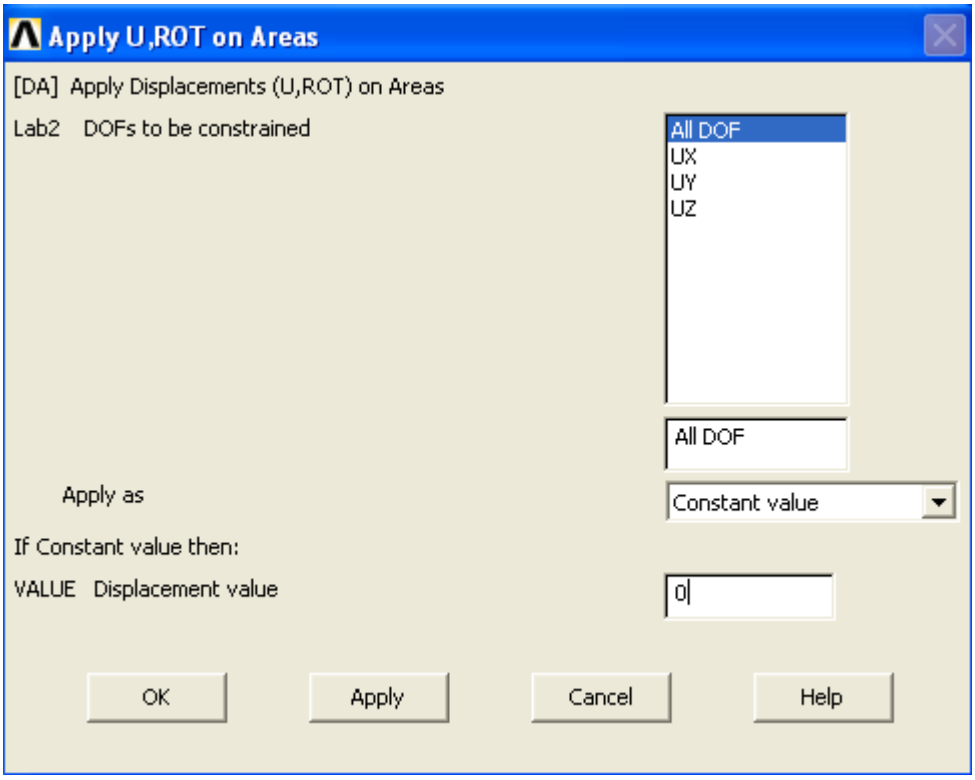


Σχήμα 7.1.12 : μέγιστος αριθμός ιδιοσυχνοτήτων προς υπολογισμό



Σχήμα 7.1.13 εύρος ιδιοσυχνοτήτων

Ύστερα χρειάσθηκε να ορισθούν οι πακτώσεις της κατασκευής. Η συγκεκριμένη δοκός είναι πακτωμένη σε τρεις επιφάνειες, άρα έχει τον περιορισμό κίνησης σε αυτές τις επιφάνειες της συγκόλλησης (σχήμα 7.*1.14*.)

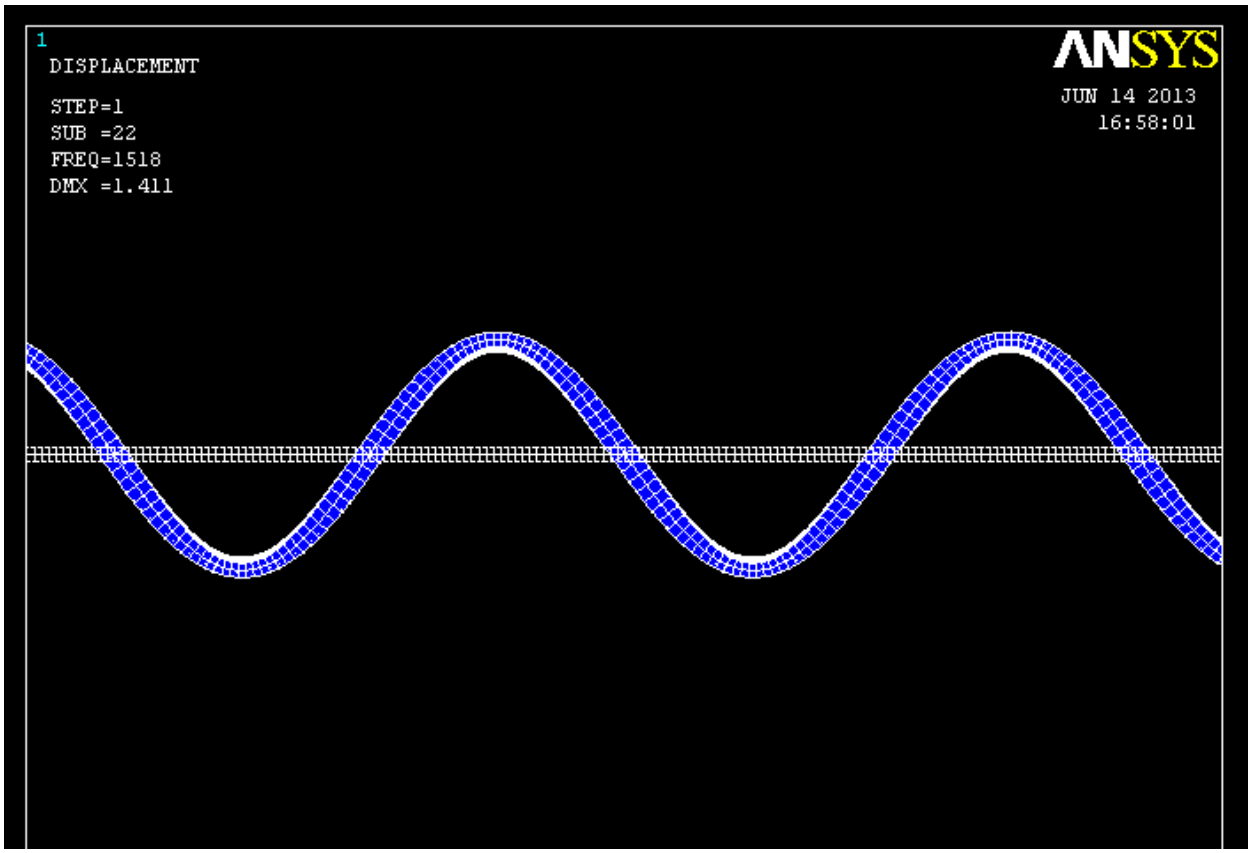


Σχήμα 7.1.14 : περιορισμοί στις πακτώσει, μηδενικές μετατοπίσεις στους 3 βαθμούς ελευθερίας

Η υπολογιστική μέθοδος που χρησιμοποιεί το λογισμικό είναι ο αλγόριθμος **Block Lanczos** και εδώ εφαρμόζεται για την επίλυση του συμμετρικού, θετικά ορισμένου ιδιοανυσματικού προβλήματος. Η θεωρία αυτής της μεθόδου αναπτύχθηκε στο Κεφ. 2 .

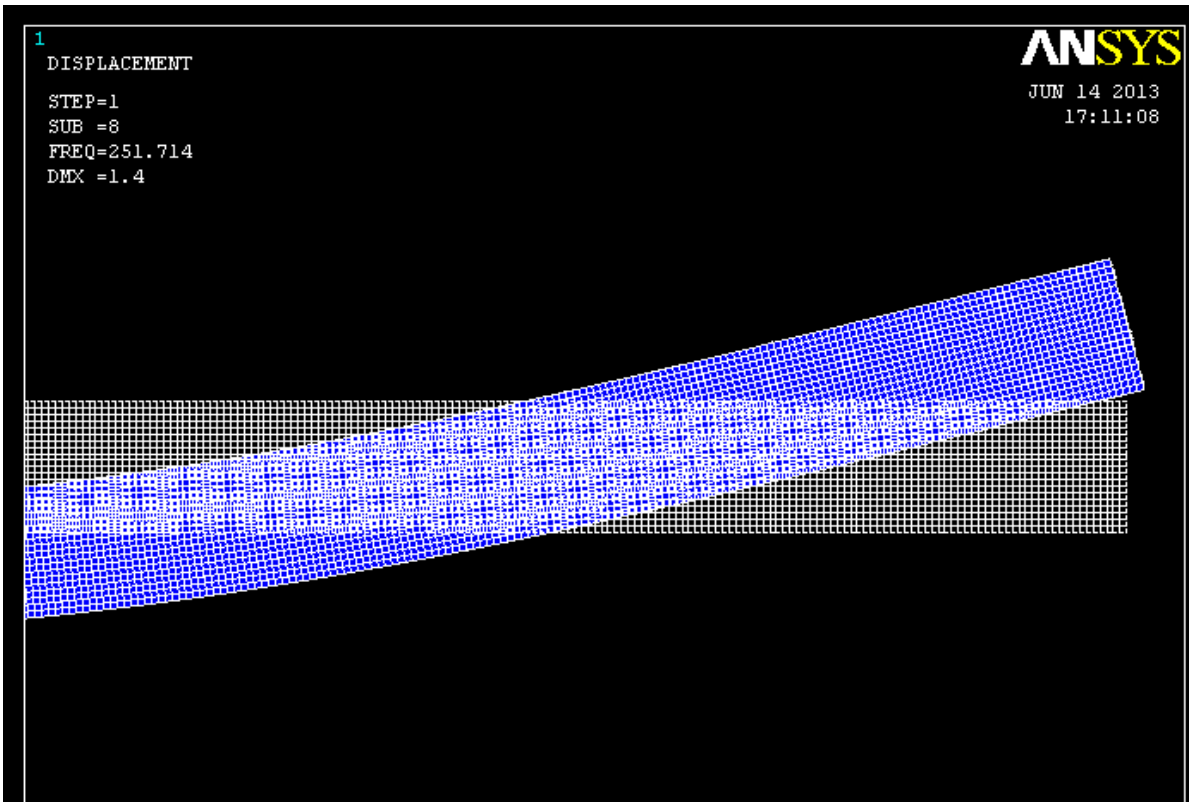
Το υπολογιστικό μοντέλο επιλύθηκε από το λογισμικό **ANSYS** και έδωσε σαν αποτέλεσμα ένα αρχείο text με τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής, καθώς και τις ιδιομορφές της ανα ιδιοσυχνότητα. Παρατηρείται ότι υπάρχουν τρία μοτίβα στα οποία μπορεί να ταλαντωθεί μία δοκός των διαστάσεων που επιλέχθηκαν και στο συγκεκριμένο εύρος συχνοτήτων και είναι τα εξής:

α)ταλάντωση κατά τον άξονα **Z**



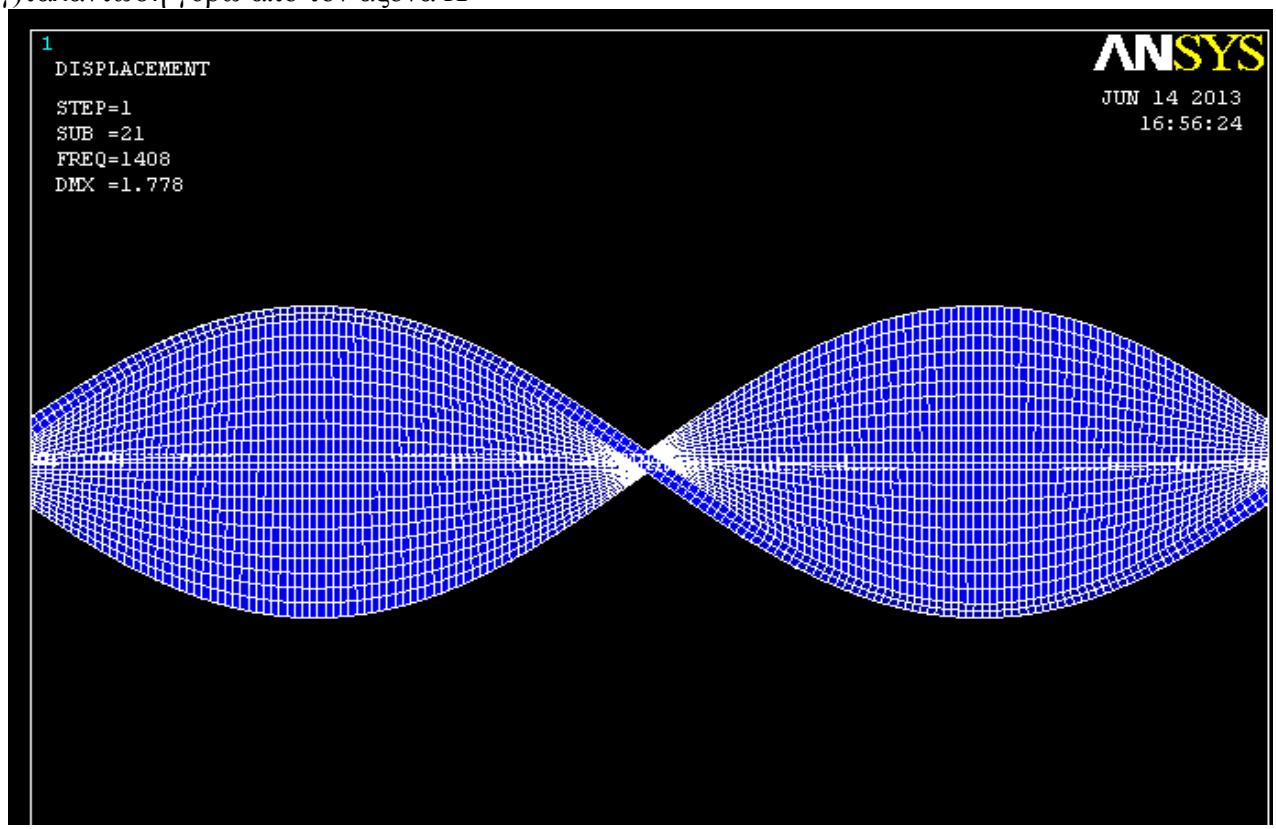
Σχήμα 7.1.15 : Ταλάντωση κατα Z

β)ταλάντωση στο επίπεδο **XY**



Σχήμα 7.1.16 : ταλάντωση στο επίπεδο XY

γ)ταλάντωση γύρω από τον άξονα **X**



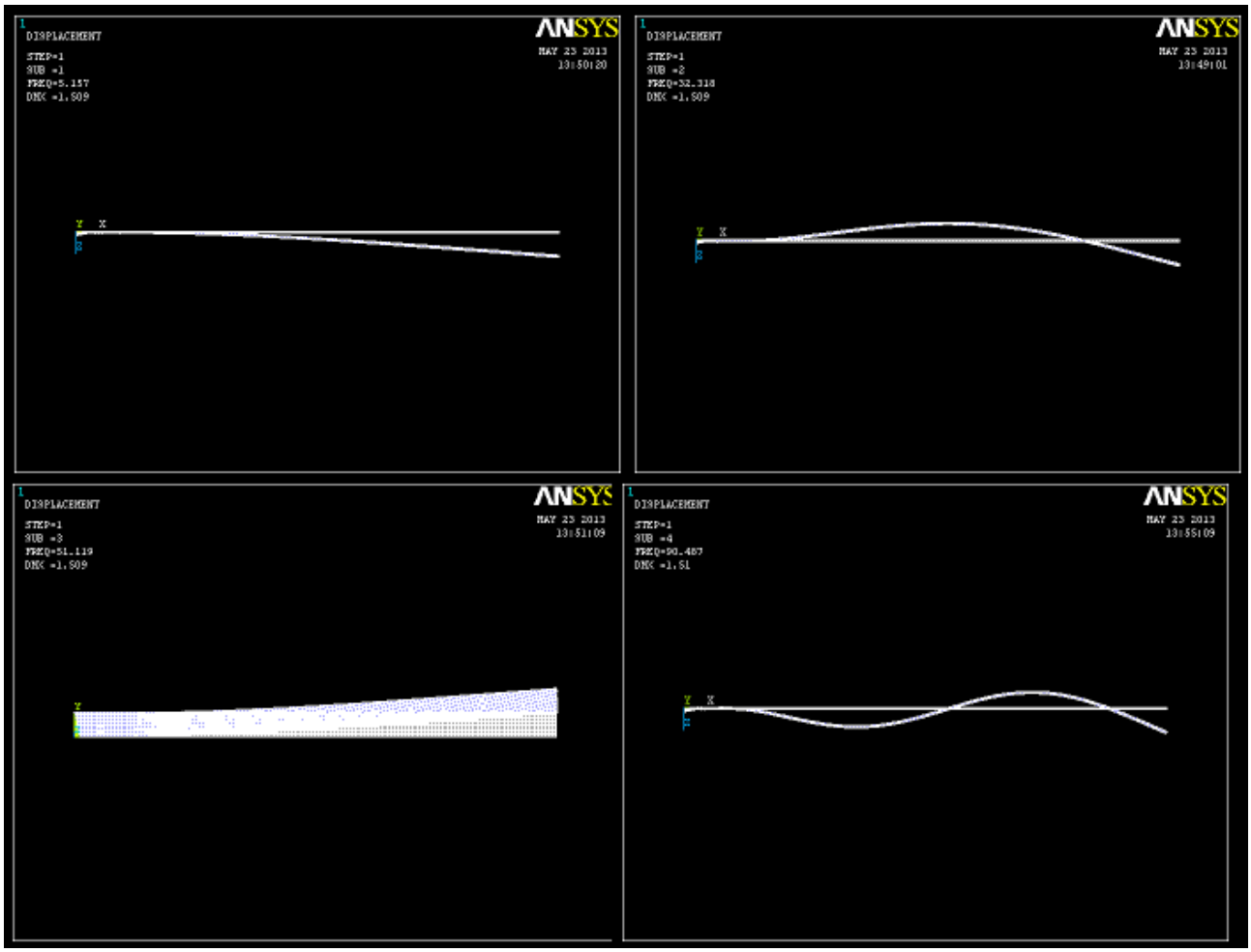
Σχήμα 7.1.17 : ταλάντωση στο επίπεδο XY

Στον πίνακα *7.1* φαίνονται οι ιδιοσυχνότητες που υπολόγισε το λογισμικό :

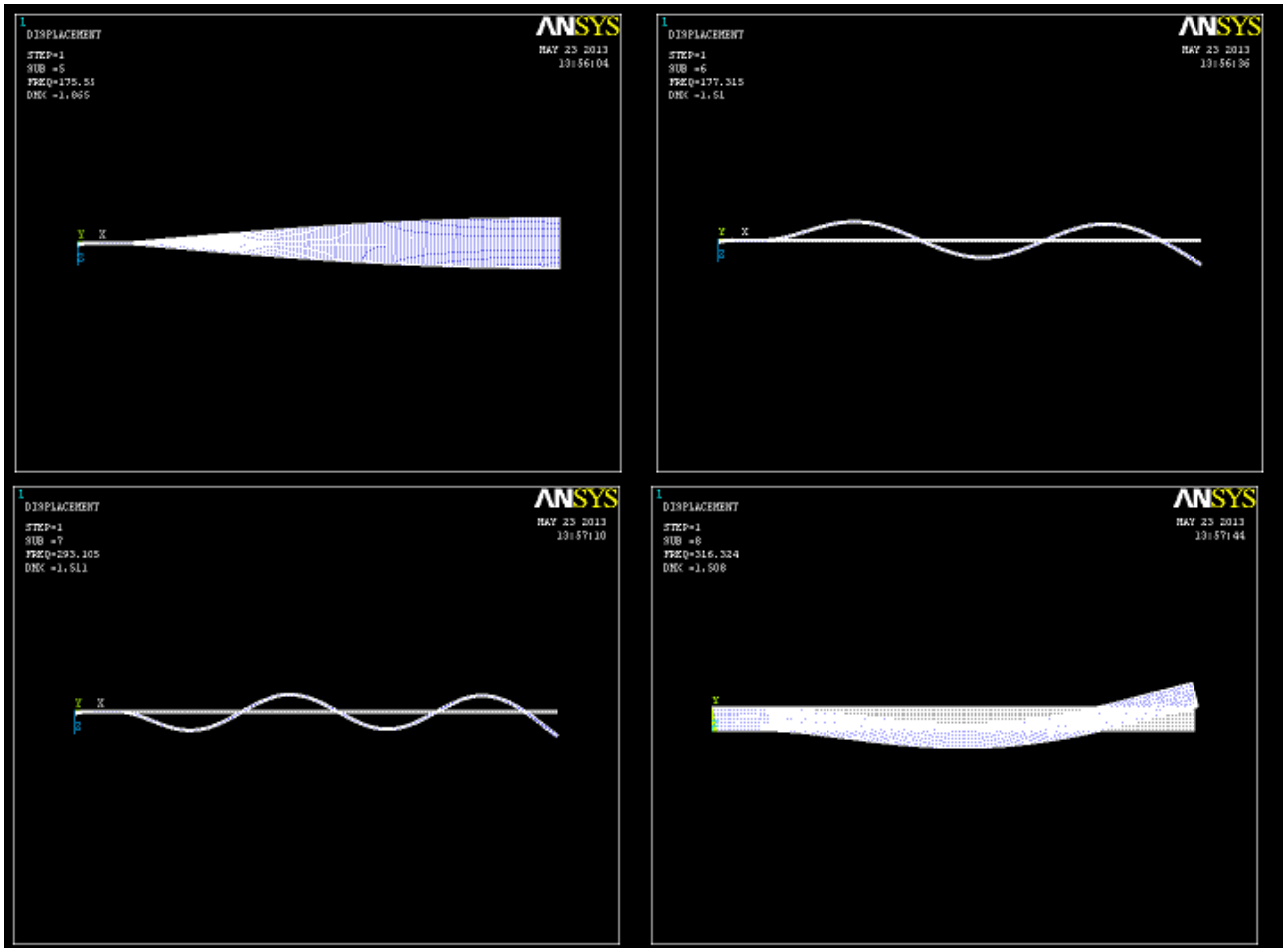
α/α	freq
1	5.16
2	32.32
3	51.12
4	90.49
5	175.55
6	177.31
7	293.11
8	316.32
9	437.82
10	527.48
11	611.45
12	813.94
13	867.85
14	881.91
15	1045.2
16	1240.5
17	1305.2
18	1422.3

Πίνακας 7.1 : ιδιοσυχνότητες δοκού

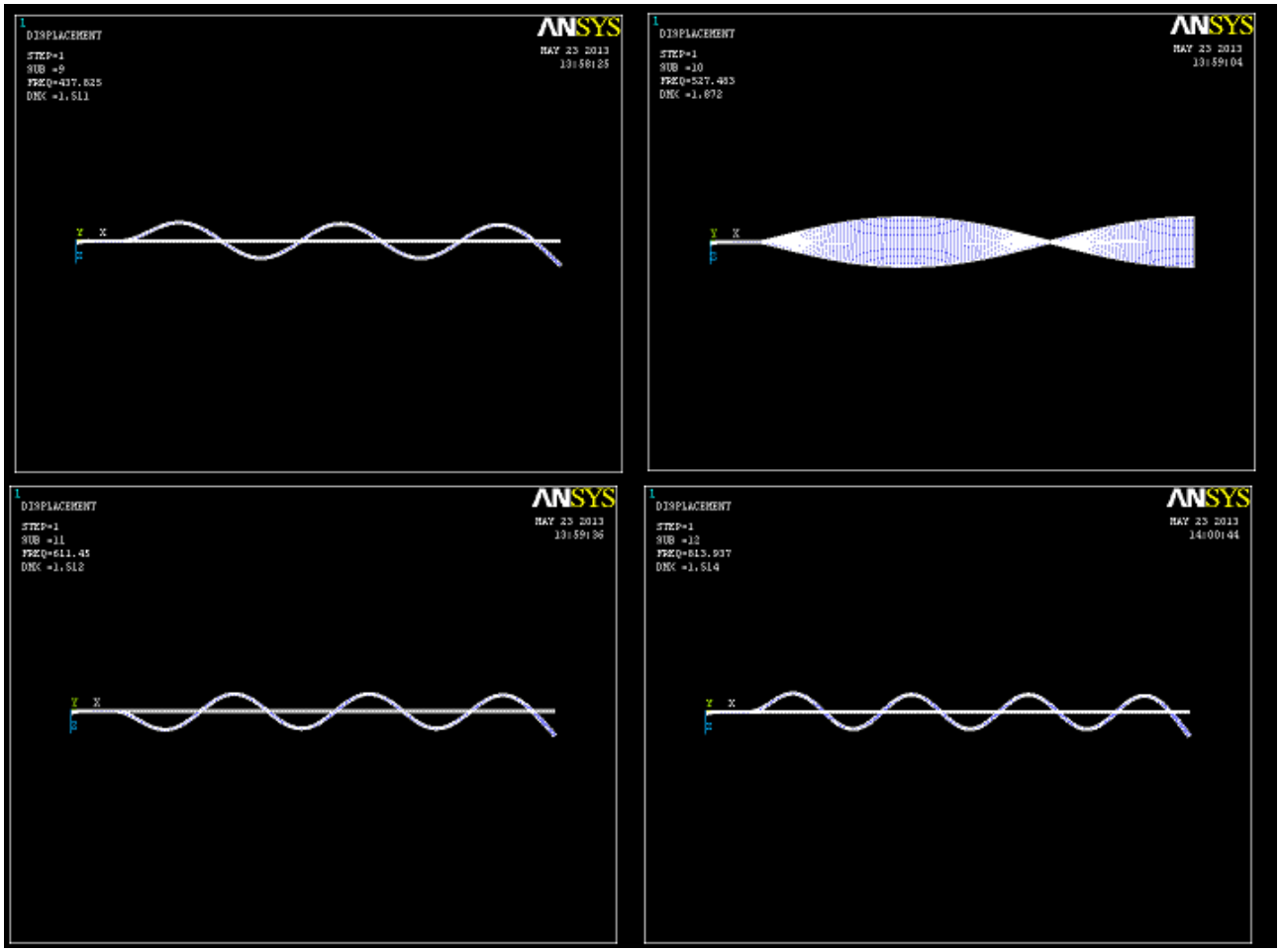
Το μοντέλο έδωσε αποτέλεσμα για την κατασκευή 18 ιδιοσυχνότητες στο πεδίο συχνοτήτων 0-1500*Hz* . Στα σχήματα *7.1.18-22* , φαίνονται οι ιδιομορφές τις δοκού σε κάθε ιδιοσυχνότητα.



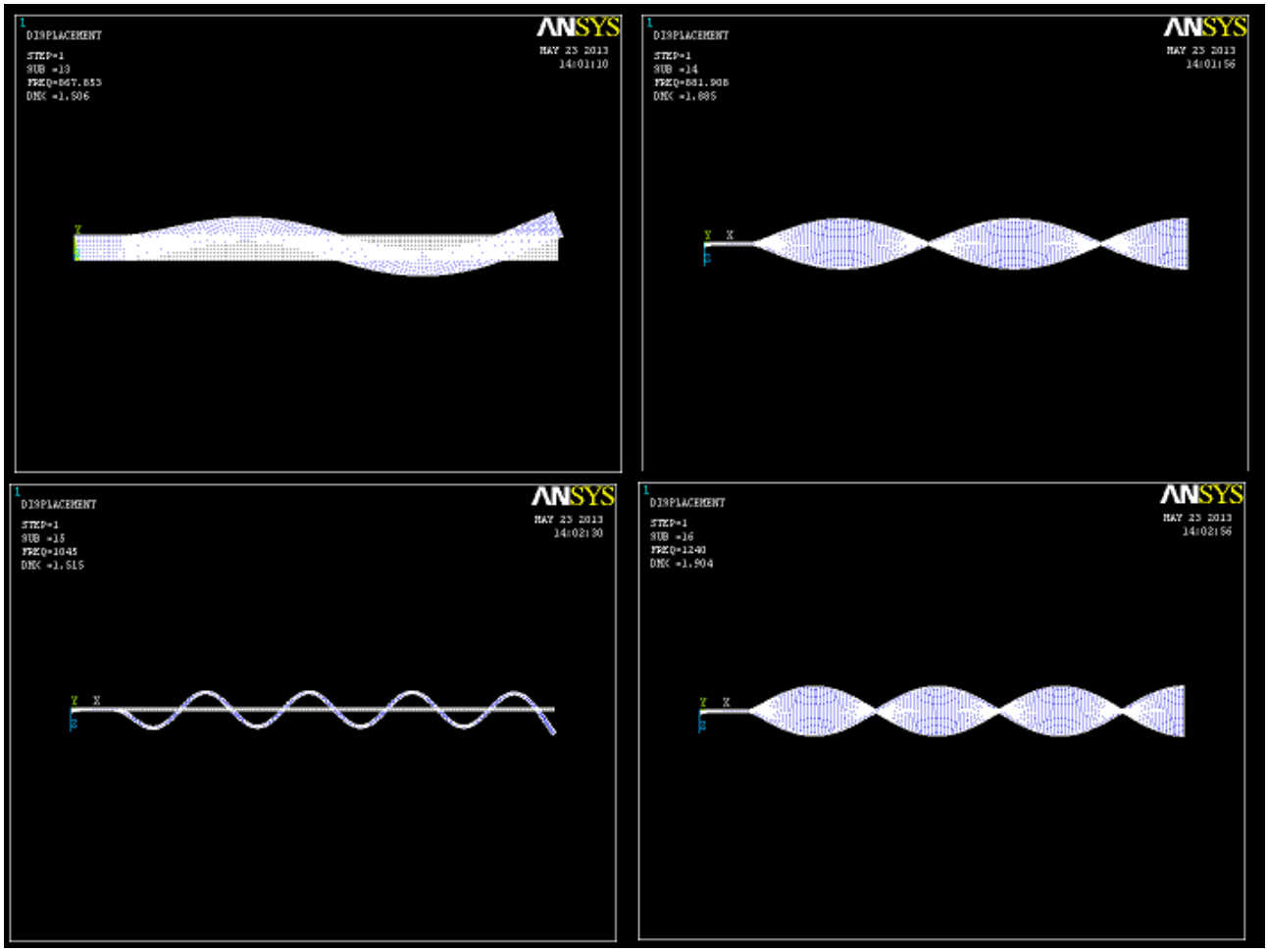
Σχήμα 7.1.18 : α) 5 Hz b) 32 Hz c) 51 Hz d) 90 Hz



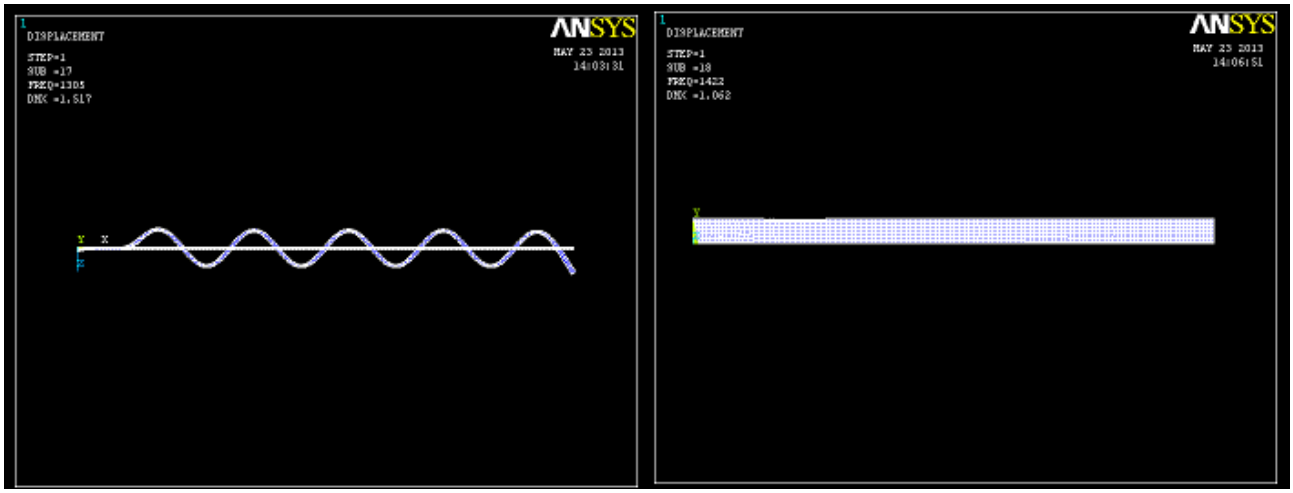
Σχήμα 7.1.19 : α) 176 Hz b) 177 Hz c) 293 Hz d) 316 Hz



Σχήμα 7.1.20 : α) 438 Hz b) 527 Hz c) 611 Hz d) 814 Hz



Σχήμα 7.1.21 : α) 868 Hz b) 882 Hz c) 1045 Hz d) 1241 Hz



Σχήμα 7.1.22 : α) 1305 Hz b) 1422 Hz

Μελετώντας τις ιδιομορφές της κατασκευής, μπορούν να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα:

- Όσο αυξάνει η συχνότητα, τόσο πιο πυκνά είναι τα μοτίβα της ταλάντωσης.
- Η ταλάντωση κατά τον άξονα z εμφανίζεται στην συχνότητα 5 Hz για πρώτη φορά , η ταλάντωση στο επίπεδο XY εμφανίζεται στα 51 Hz , ενώ η ταλάντωση γύρω από τον άξονα x εμφανίζεται για πρώτη φορά στα 176 Hz.
- Για την περίπτωση ταλάντωσης γύρω από τον άξονα x , οι ιδιομορφές αναφέρονται σε ιδιοσυχνότητες που τις συνδέει η σχέση $f_2 = \lambda \cdot f_1$, όπου λ είναι η τιμή που προκύπτει αν διαιρεθεί ο αριθμός των μοτίβων που εμφανίζονται για την συχνότητα f_2 με τον αριθμό των μοτίβων που εμφανίζονται για την συχνότητα f_1 .

  Έτσι είναι δυνατό να εντοπιστούν οι αρμονικές ιδιοσυχνότητες από την γνώση των ιδιομορφών (ο λόγος λ θα είναι ίσος με ακέραιο αριθμό) καθώς και η ακριβής τιμή για οποιαδήποτε ιδιοσυχνότητα αυτού του τύπου . Οι ιδιοσυχνότητες με τρόπο ταλάντωσης κατά τον άξονα z και στο επίπεδο XY φαίνεται να συνδέονται και αυτές μεταξύ τους, με έναν τρόπο που δεν είναι του παρόντος να μελετηθεί.

Έχοντας ολοκληρώσει το υπολογιστικό μοντέλο και εξάγει αποτελέσματα, η μελέτη περνάει στο στάδιο του πειράματος.

7.2)Πειραματική ανάλυση.

Η διέγερση της δοκού έγινε σε μία θέση, στο ελεύθερο άκρο της. Μετρήσεις λήφθηκαν σε 5 σταθερά σημεία, με ίσες αποστάσεις μεταξύ τους όπου το κάθε επιταχυνσιόμετρο είναι τοποθετημένο. Ο τρόπος κατασκευής της συνάρτησης μεταφοράς **FRF** είναι ο H_1 , όπως αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 1.

Για τον καλό υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς ερευνήθηκε ο τρόπος που η κατασκευή πρέπει να διεγερθεί και έγιναν προσπάθειες να βρεθεί μία ικανοποιητική διέγερση. Ζητούμενα ήταν να επιτευχθεί η διέγερση ενός εύρους συχνοτήτων, στο οποίο θα γίνει η προσπάθεια να εντοπισθούν ιδιοσυχνότητες με τις αποσβέσεις τους και ιδιομορφές , επομένως το ένα κριτήριο ήταν το εύρος διέγερσης. Ακόμη όπως αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 1 , η πιο σημαντική ένδειξη του αν κάποια μέτρηση είναι καλή είναι η τιμή της συνοχής (**coherence**) της διέγερσης, σε σχέση με την απόκριση του κάθε επιταχυνσιομέτρου.

Η γεννήτρια που χρησιμοποιήθηκε έχει τις εξής δυνατότητες για παραγωγή σήματος:

- **sine**: συνεχές ημιτονοειδές σήμα, σε συγκεκριμένη συχνότητα
- **burst** : κρουστικό σήμα , γύρω από κάποια ορισμένη συχνότητα
- **noise**: συνεχής διέγερση θορύβου
- **sweep** :συνεχής διέγερση σε συχνότητα που μεταβάλλεται μεταξύ δύο τιμών (ξεκινά από την μία, φθάνει στην δεύτερη και επιστρέφει πίσω)
- **mod:** συνεχές διαμορφωμένο σήμα

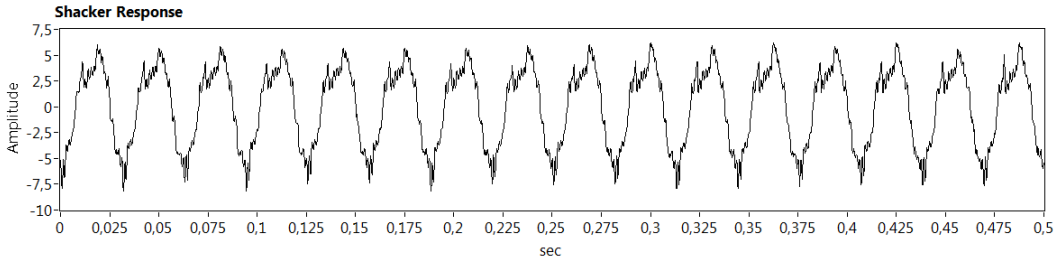
Οι επιλογές αυτές φαίνονται στο σχήμα *7.2.1* .

Σχήμα 7.2.1 : διαμεσολαβητής γεννήτριας

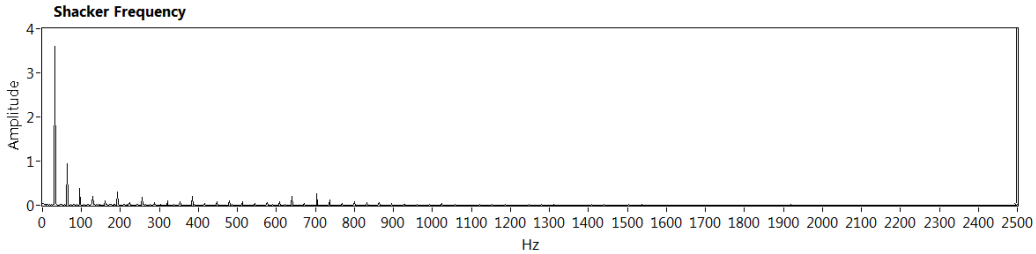
Έτσι δοκιμάσθηκαν διάφορες περιπτώσεις μέχρι να επιλεχθεί η καλύτερη περίπτωση. Η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν 5000 Hz και ο αριθμός των δειγμάτων 2500 , ενώ ορίσθηκε φίλτρο συχνοτήτων στα 2500 Hz. Οι περιπτώσεις που δεν ικανοποίησαν είναι οι εξής:

SINE:

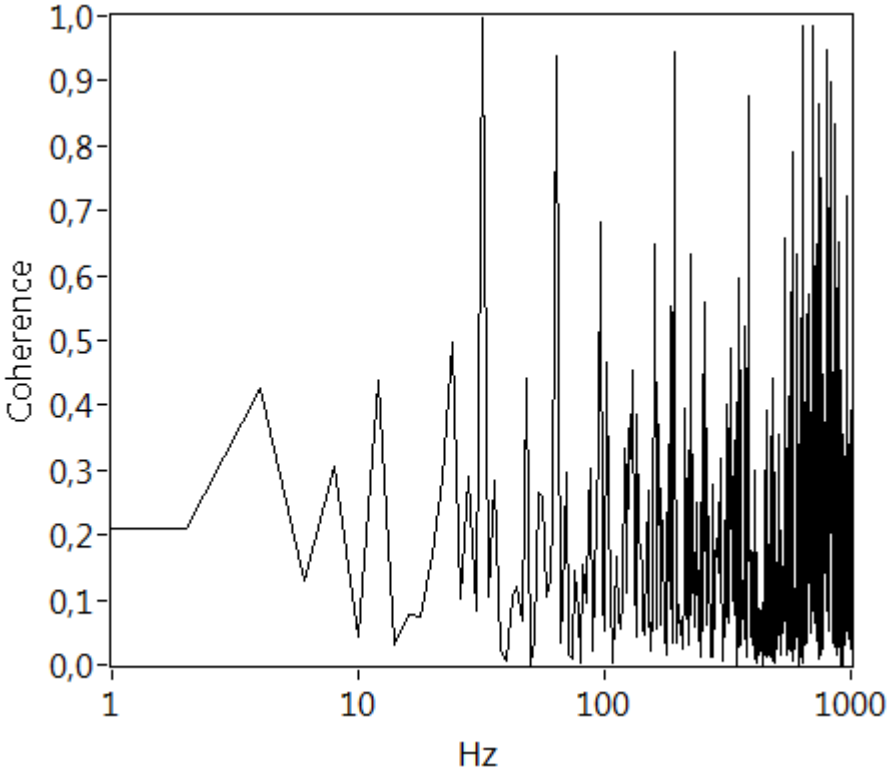
i)sine-*32Hz*



Σχήμα 7.2.2a: σήμα διεγέρτη στα 32 Hz

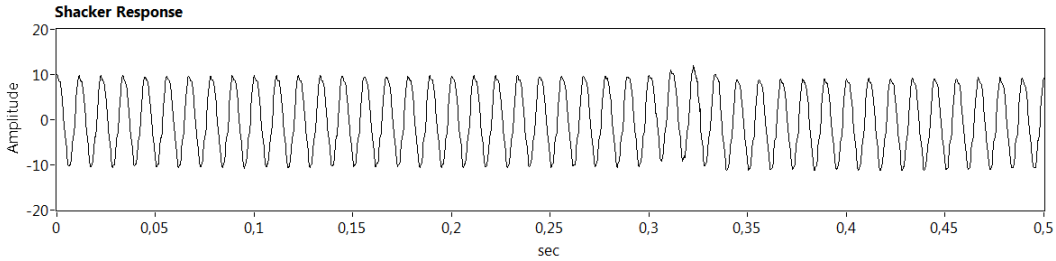


Σχήμα 7.2.2b: φάσμα διέγερσης στα 32 Hz

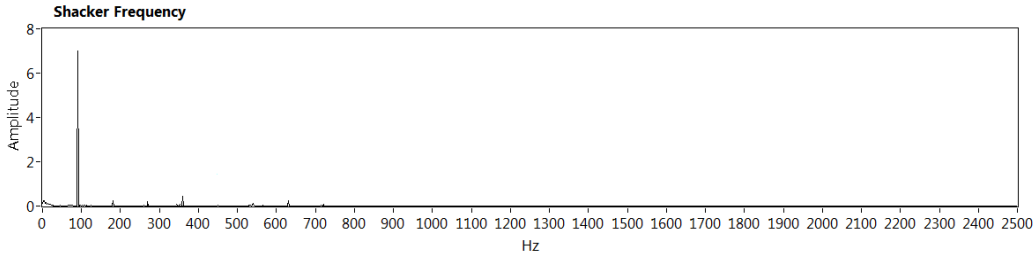


Σχήμα 7.2.2c: συνοχή στα 32Hz

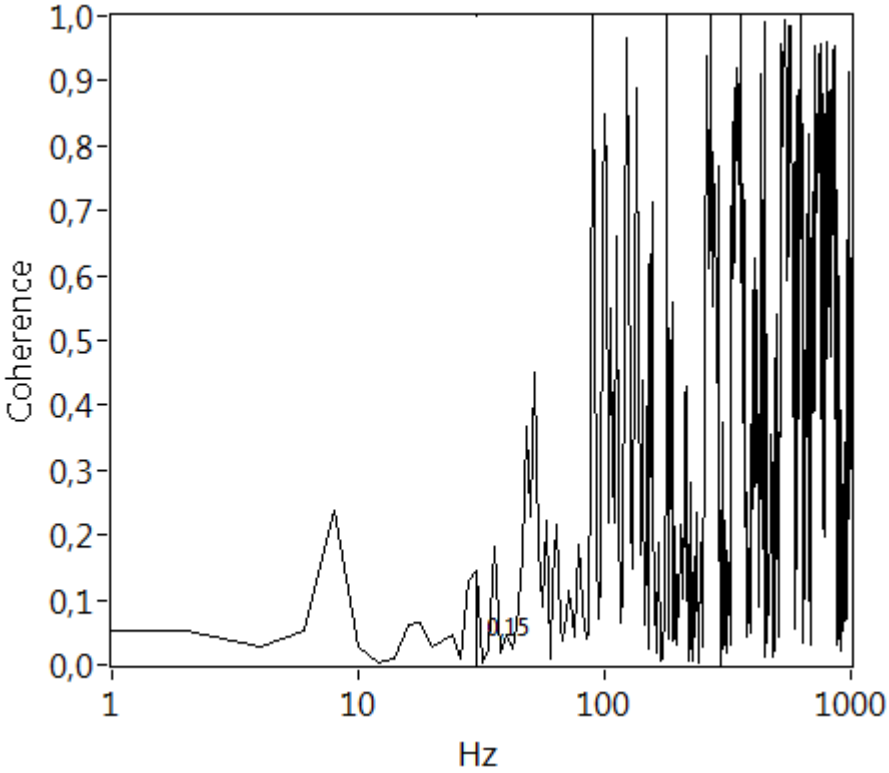
ii)sine-*90Hz*



Σχήμα 7.2.3a: σήμα διεγέρτη στα 90 Hz

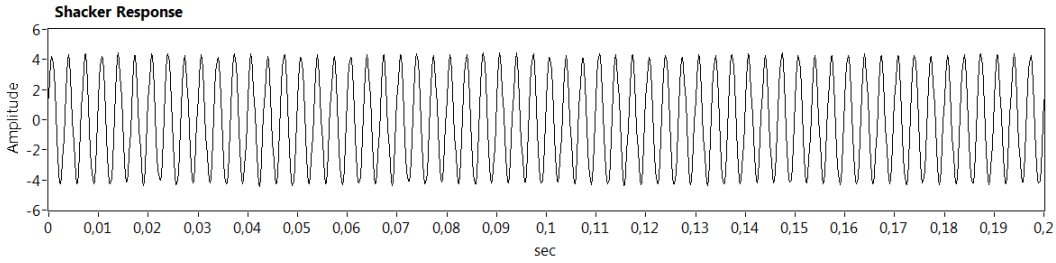


Σχήμα 7.2.3b: φάσμα διέγερσης στα 90 Hz

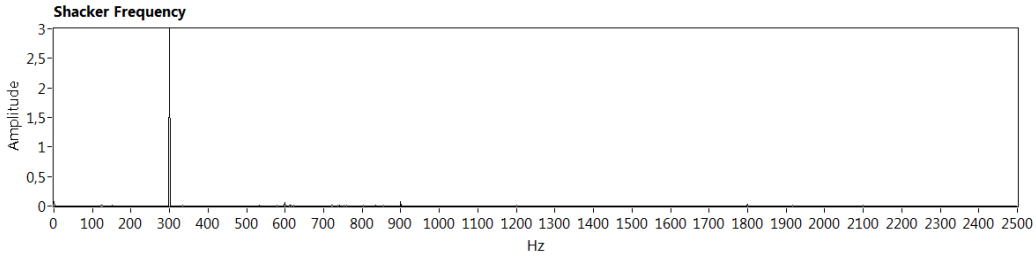


Σχήμα 7.2.3c: συνοχή στα 90 Hz

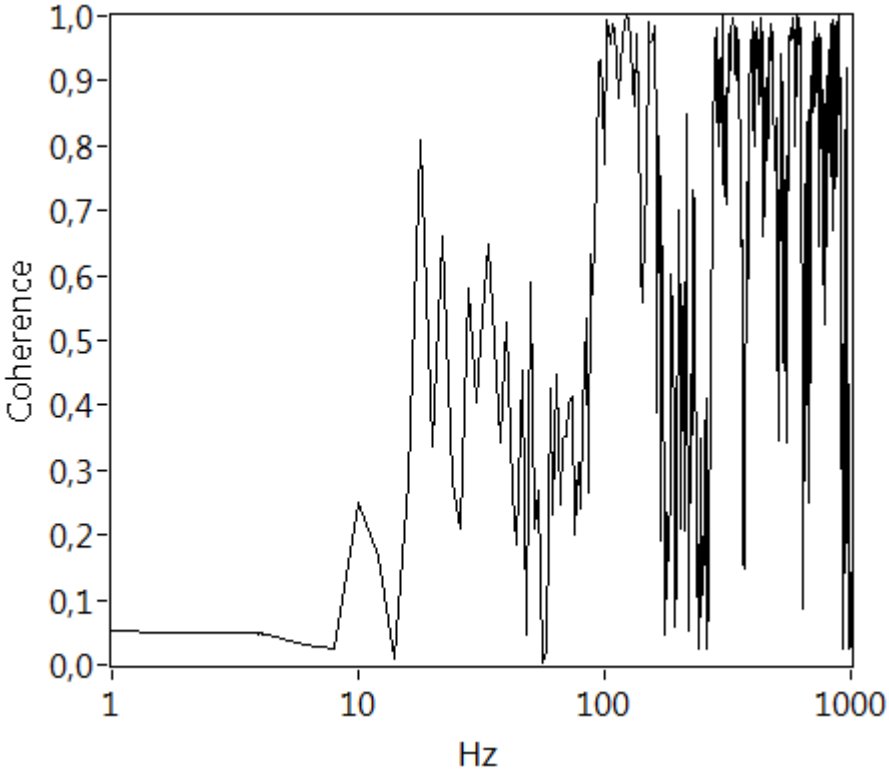
iii)sine-*300Hz*



Σχήμα 7.2.4a: σήμα διεγέρτη στα 300 Hz



Σχήμα 7.2.4b: φάσμα διέγερσης στα 300 Hz



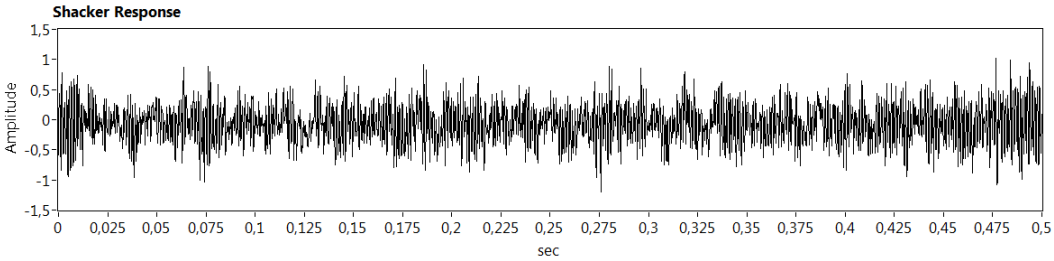
Σχήμα 7.2.4c: συνοχή στα 300 Hz

Και οι τρεις περιπτώσεις όπως αναμενόταν κατάφεραν να διεγείρουν μόνο στην συχνότητα που δίνει ο διεγέρτης, εκτός απ την *32Hz* που διέγειρε και τις δύο αρμονικές της στα *64* και *96 Hz*. Επίσης η συνοχή είναι πολύ κακή. Συμπεραίνεται επομένως ότι η διέγερση **sine** είναι ακατάλληλη για την εργασία που επιθυμείται.

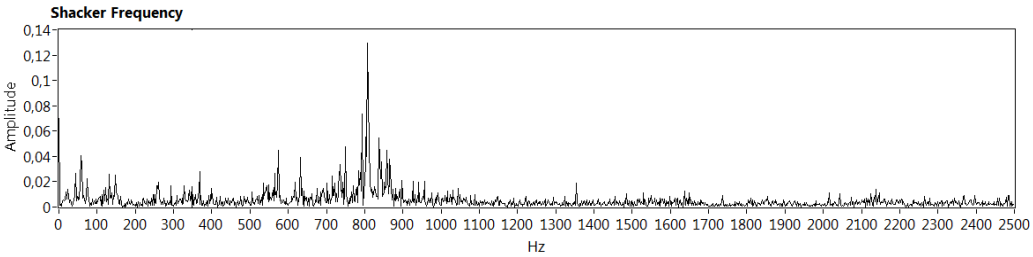
Η διέγερση διαμορφωμένου σήματος απορρίπτεται επίσης, καθώς τα αποτελέσματά της δεν είναι καθόλου καλύτερα.

Δοκιμάζεται στη συνέχεια η διέγερση σε θόρυβο :

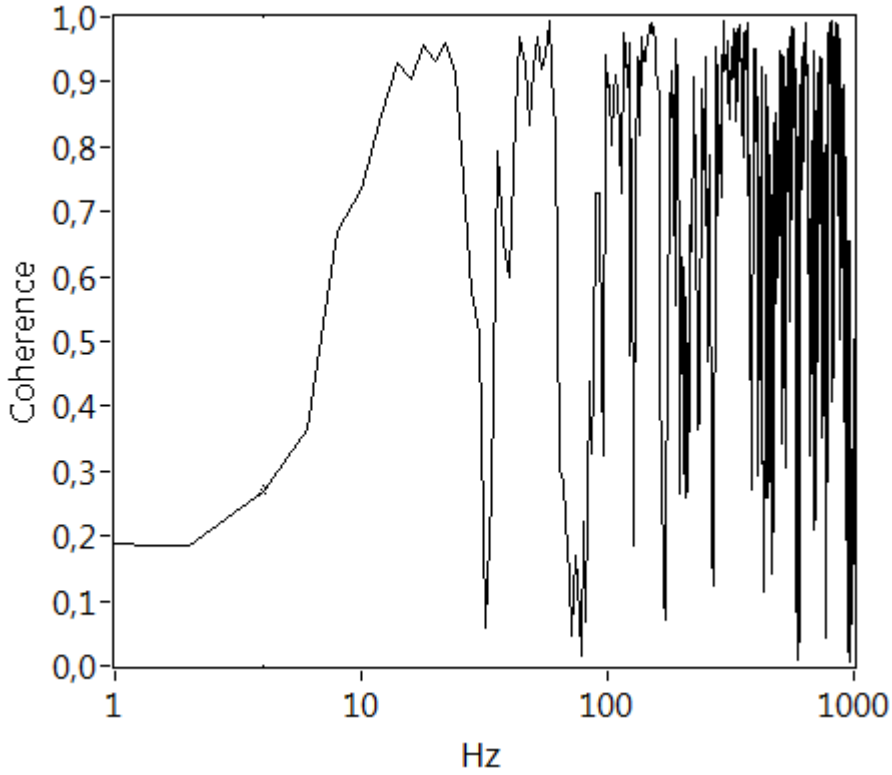
NOISE:



Σχήμα 7.2.5a: σήμα διεγέρτη σε θόρυβο



Σχήμα 7.2.5b: φάσμα διέγερσης σε θόρυβο



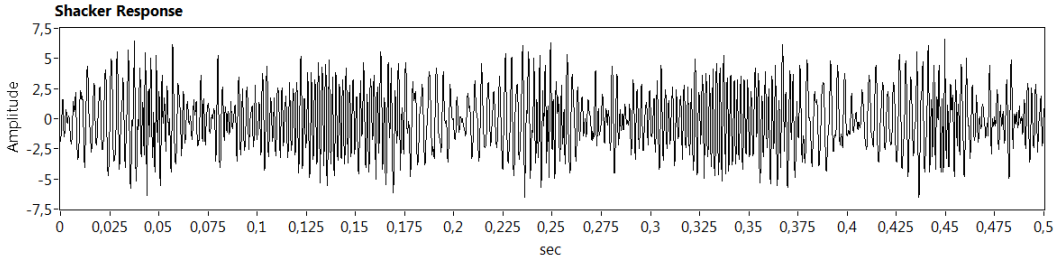
Σχήμα 7.2.5c: συνοχή σε θόρυβο

Ο θόρυβος που παράγει η γεννήτρια αποδεικνύεται ότι δεν είναι η κατάλληλη διέγερση για την συγκεκριμένη κατασκευή, αφού δεν διεγείρει ομαλά όλες τις περιοχές και η συνοχή δεν έχει σταθερή τιμή σε όλο το φάσμα, αλλά παρουσιάζει αυξομειώσεις.

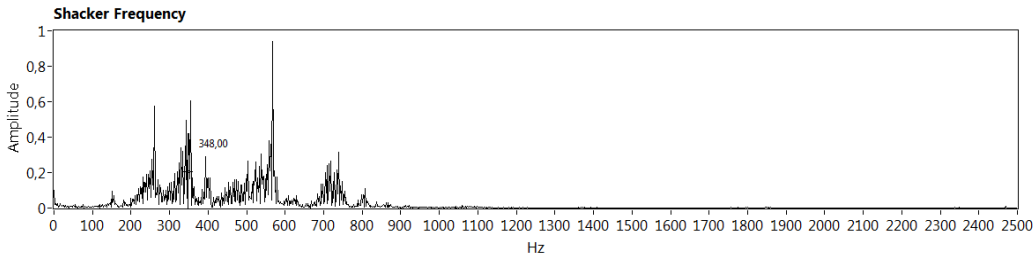
Επόμενη περίπτωση σήματος που εξετάζεται είναι η **sweep**.

SWEEP

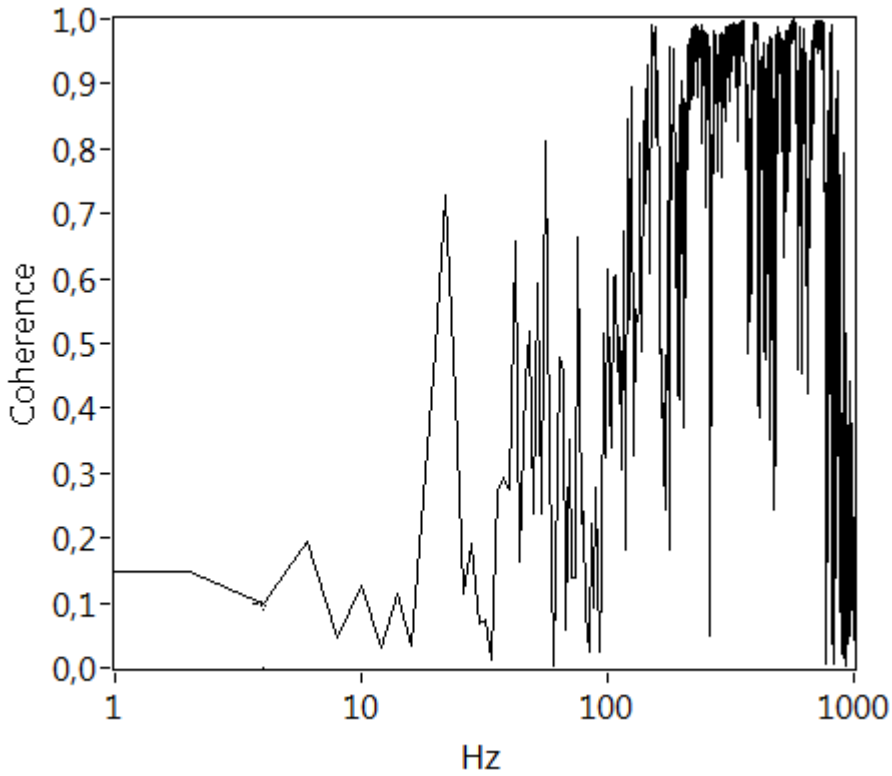
i)sweep-*200-600-200 Hz*



Σχήμα 7.2.6a: σήμα διεγέρτη σε sweep 200-600-200 Hz



Σχήμα 7.2.6b: φάσμα διέγερσης σε sweep 200-600-200 Hz



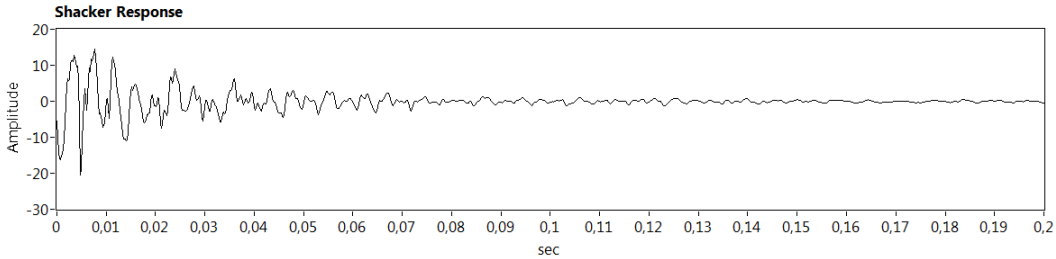
Σχήμα 7.2.6c: συνοχή σε sweep 200-600-200 Hz

Το σήμα **sweep** μπορεί και διεγείρει μεγάλο σχετικά φάσμα συχνοτήτων, όμως δεν το κάνει καθόλου ομαλά, και επίσης η τιμή της συνοχής δεν είναι καθόλου ικανοποιητική, επομένως και αυτό το σήμα απορρίπτεται.

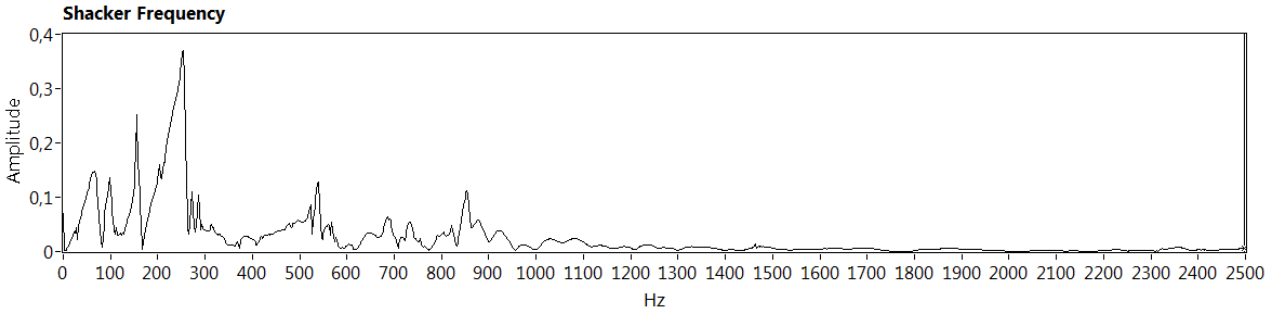
Ελέγχεται πλέον το σήμα **burst** :

BURST

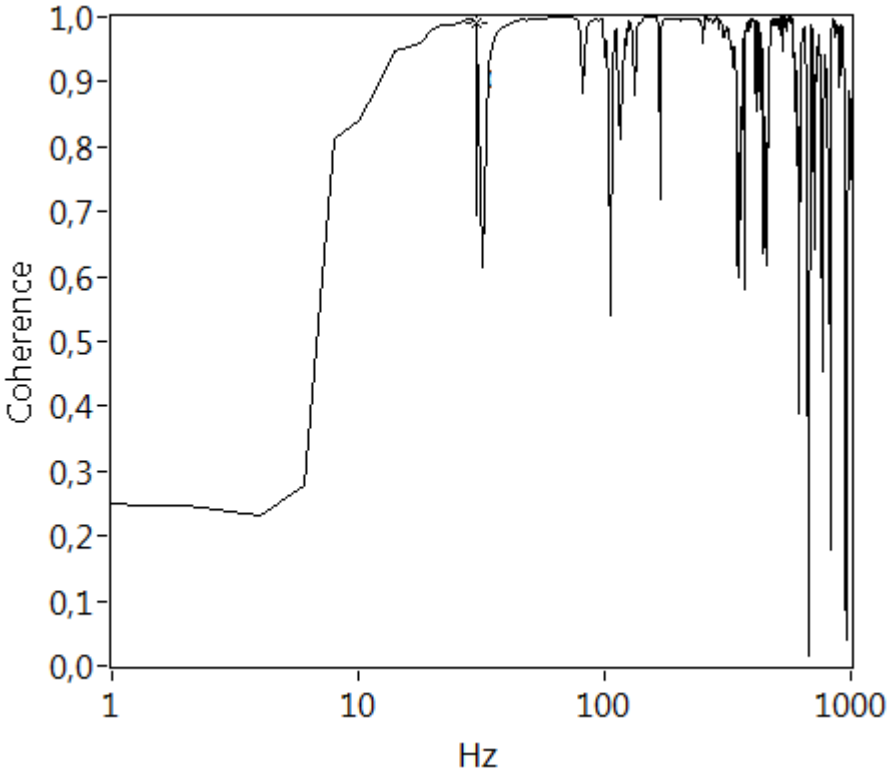
i)burst *300 Hz*



Σχήμα 7.2.7a: σήμα διεγέρτη σε burst 300 Hz

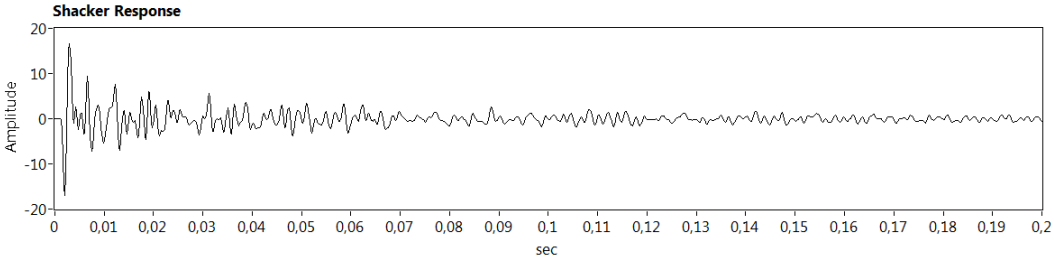


Σχήμα 7.2.7b: φάσμα διέγερσης σε burst 300 Hz

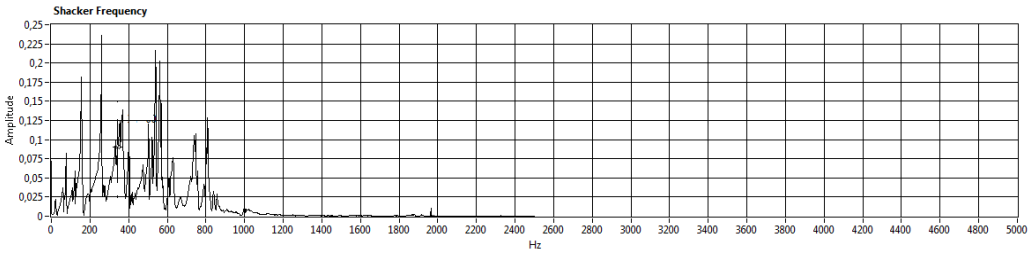


Σχήμα 7.2.7c: συνοχή σε burst 300 Hz

Τα αποτελέσματα της διέγερσης τύπου burst φαίνονται καλύτερα από προηγούμενες περιπτώσεις. Αρκετά μεγάλη περιοχή διεγείρεται, ενώ η συνοχή δείχνει βελτιωμένη. Ερευνάται στη συνέχεια διεγέρσεις **burst** σε διάφορες συχνότητες και μετά από μερικές μετρήσεις λαμβάνεται μία που πληρεί τις προϋποθέσεις , η **burst 438** :

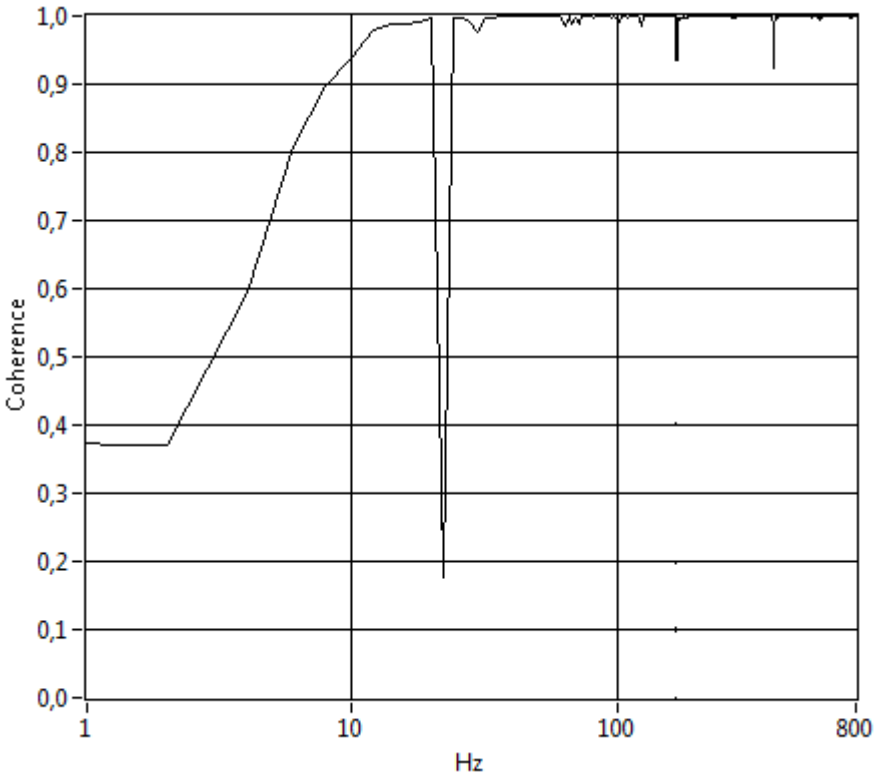


Σχήμα 7.2.8a: σήμα διεγέρτη σε burst 438 Hz

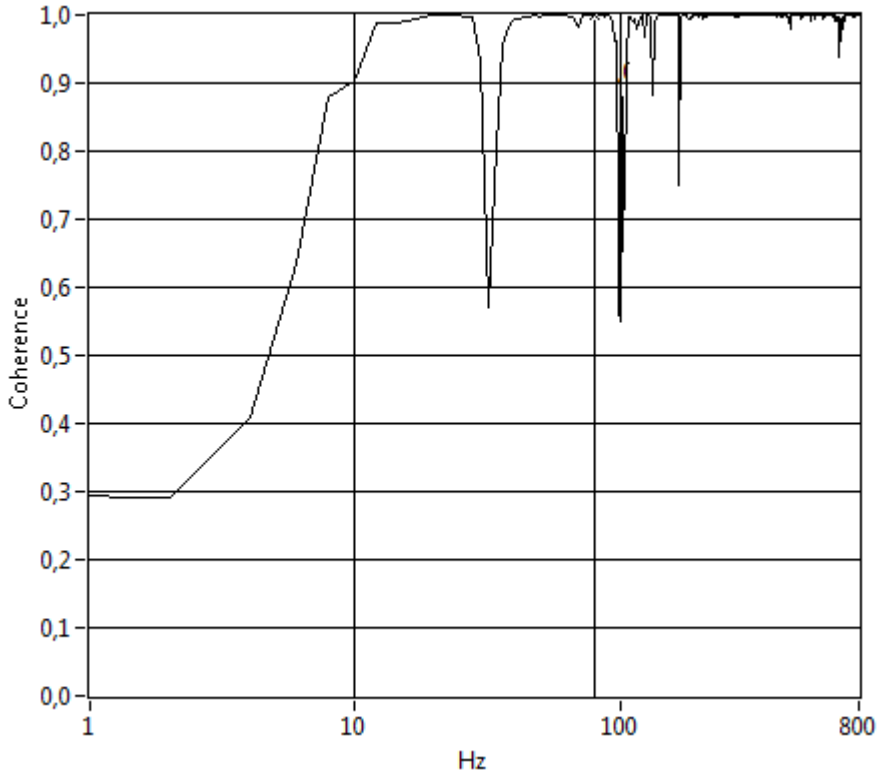


Σχήμα 7.2.8b: φάσμα διέγερσης σε burst 438 Hz

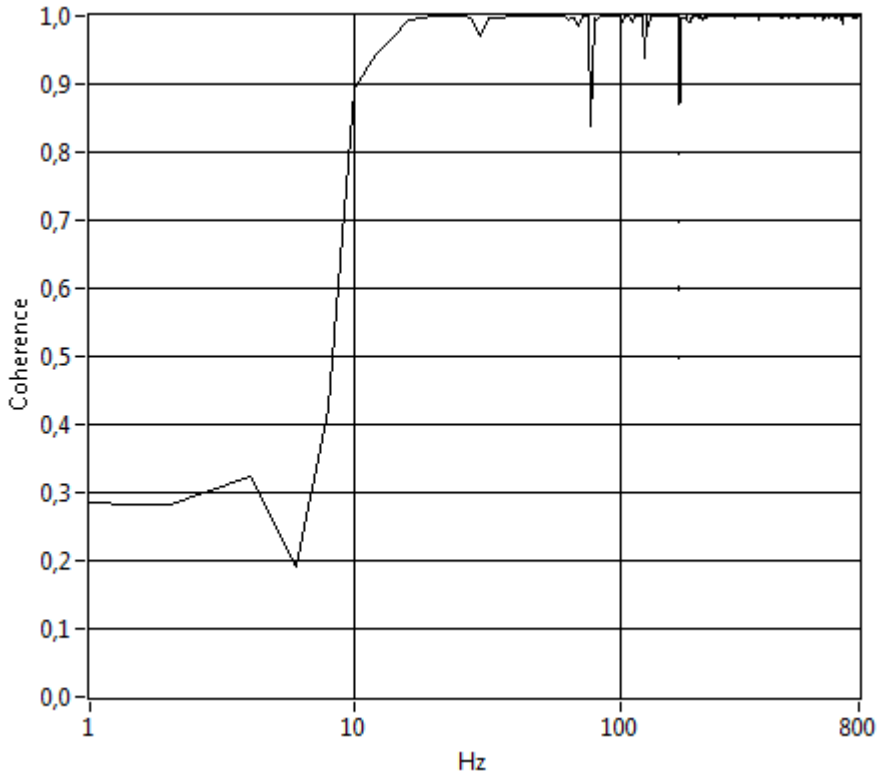
Στα σχήματα 7.2.8c-g φαίνεται η συνοχή σε σχέση με τις μετρήσεις του κάθε επιταχυνσιόμετρου :



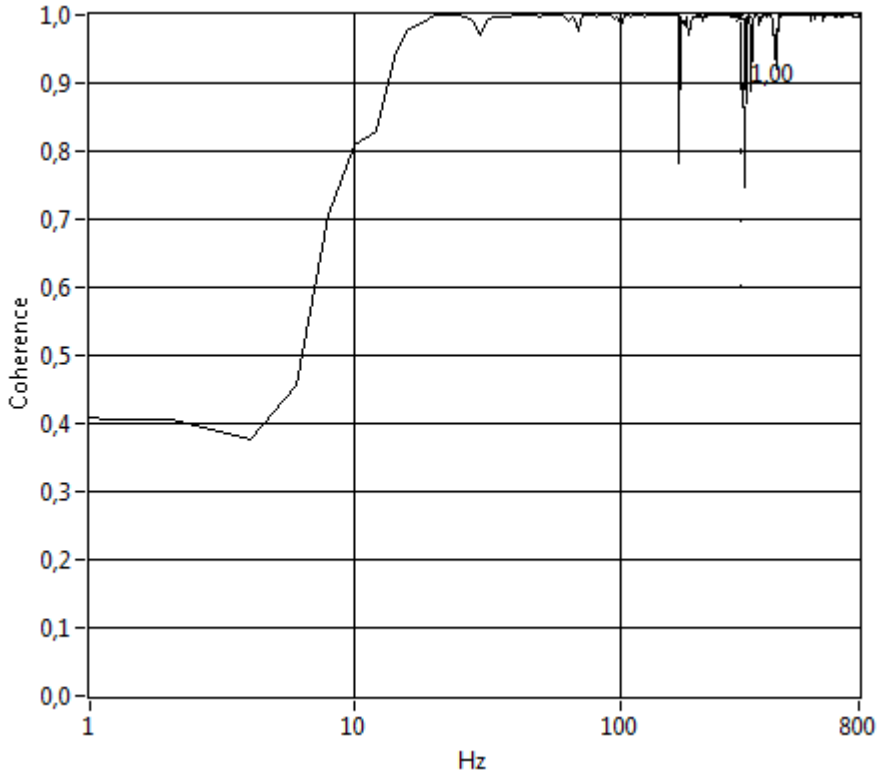
Σχήμα 7.2.8c: επιτ/τρο A1 συνοχή σε burst 438 Hz



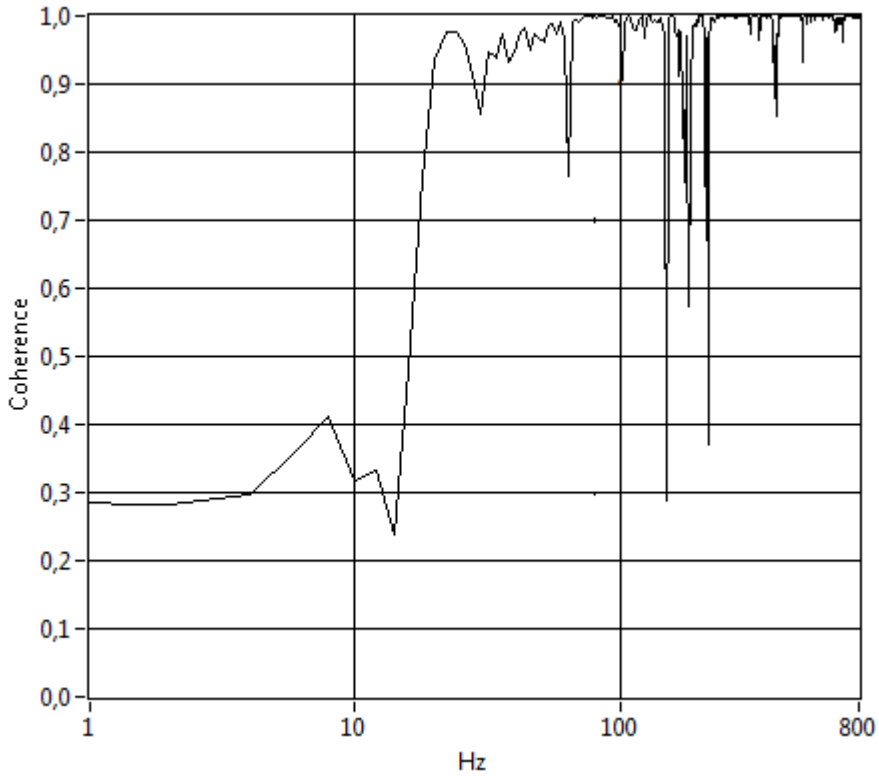
Σχήμα 7.2.8d: επιτ/τρο Α2 συνοχή σε burst 438 Hz



Σχήμα 7.2.8e: επιτ/τρο Α3 συνοχή σε burst 438 Hz



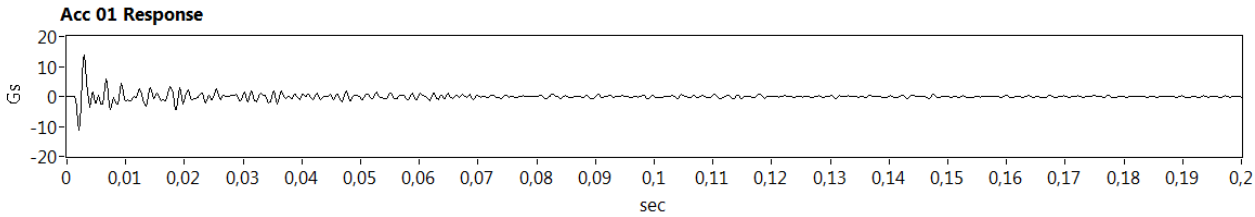
Σχήμα 7.2.8f: επιτ/τρο A4 συνοχή σε burst 438 Hz



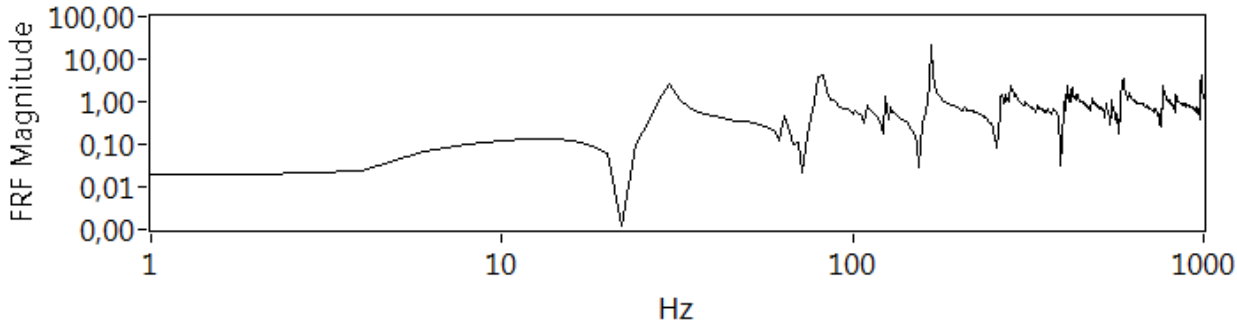
Σχήμα 7.2.8g: επιτ/τρο A5 συνοχή σε burst 438 Hz

Η συνοχή μέχρι και την συχνότητα *800Hz* έχει ικανοποιητική τιμή και η δοκός διεγείρεται από *0-800Hz.*

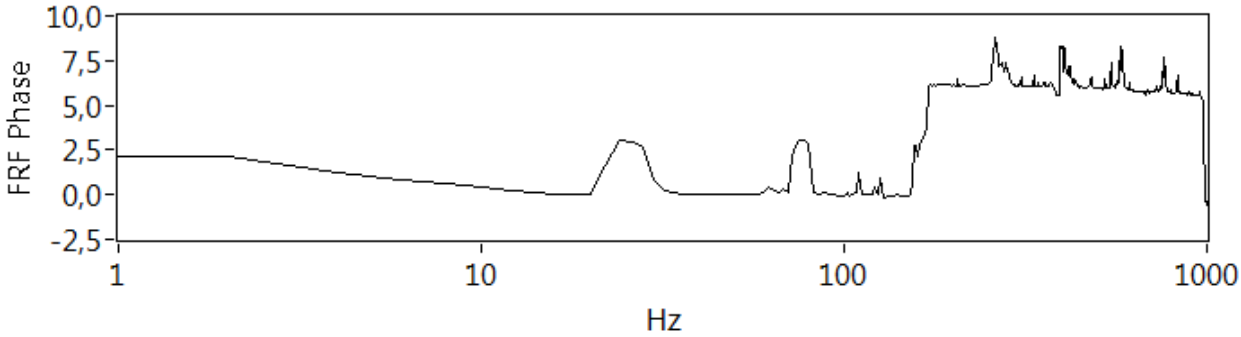
Στα σχήματα 7.2.9-13 φαίνονται οι αποκρίσεις, οι συναρτήσεις μεταφοράς και οι φάσεις των συναρτήσεων για κάθε επιταχυνσιόμετρο:



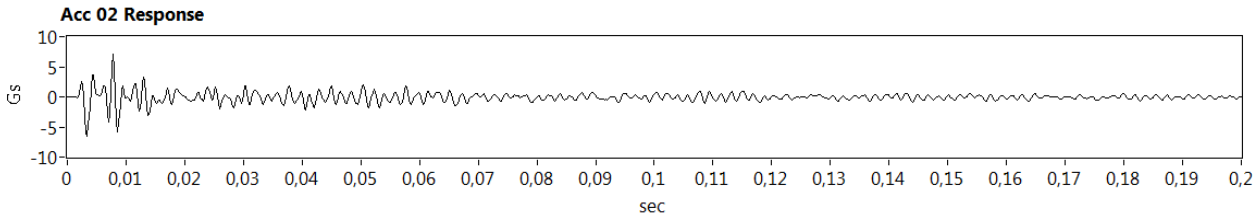
Σχήμα 7.2.9a : απόκριση επιταχυνσιομέτρου A1



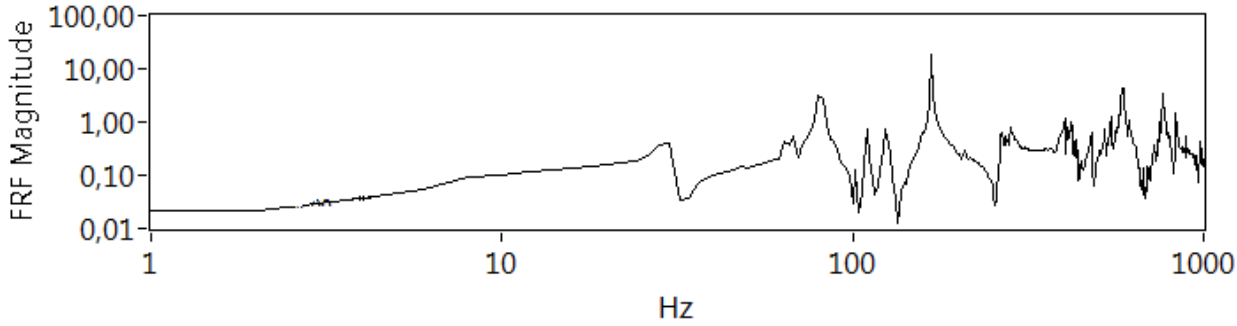
Σχήμα 7.2.9b: FRF επιταχυνσιομέτρου A1



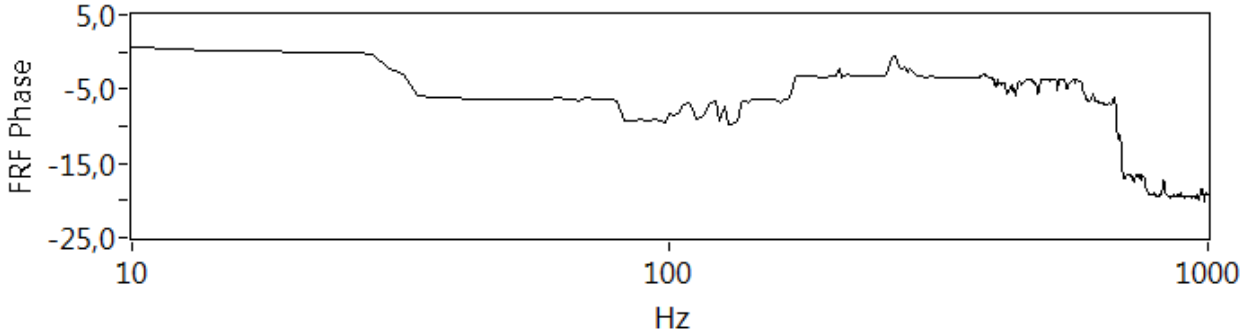
Σχήμα 7.2.9c : φάση FRF επιταχυνσιομέτρου A1



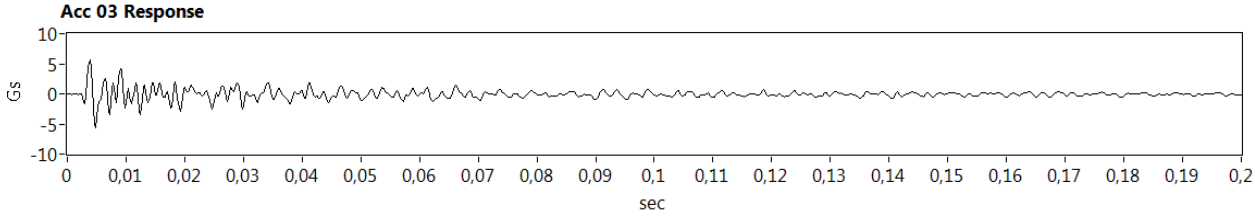
Σχήμα 7.2.10a : απόκριση επιταχυνσιομέτρου A2



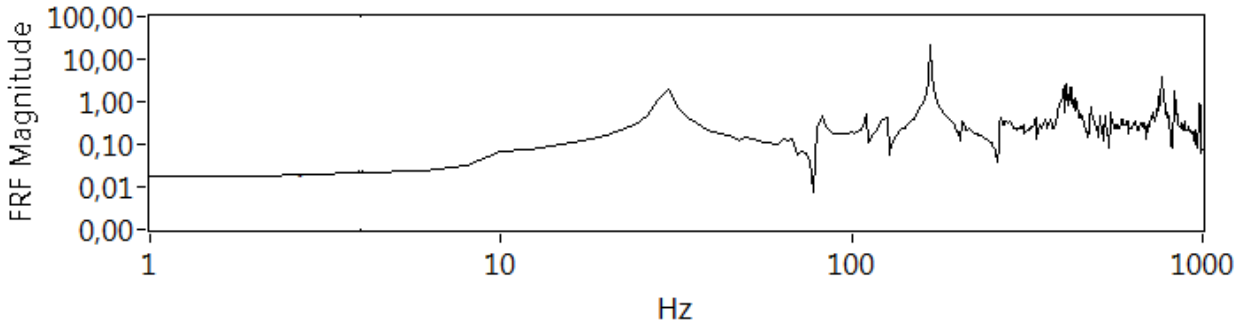
Σχήμα 7.2.10b: FRF επιταχυνσιομέτρου A2



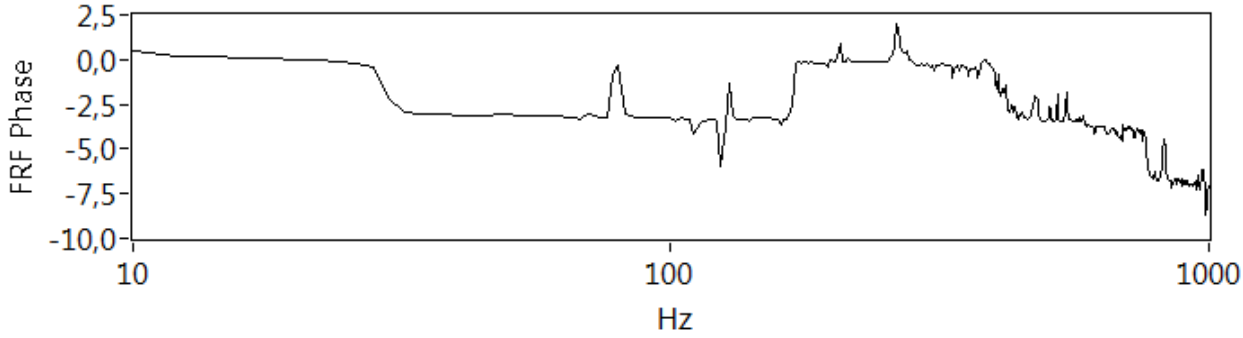
Σχήμα 7.2.10c: φάση FRF επιταχυνσιομέτρου A2



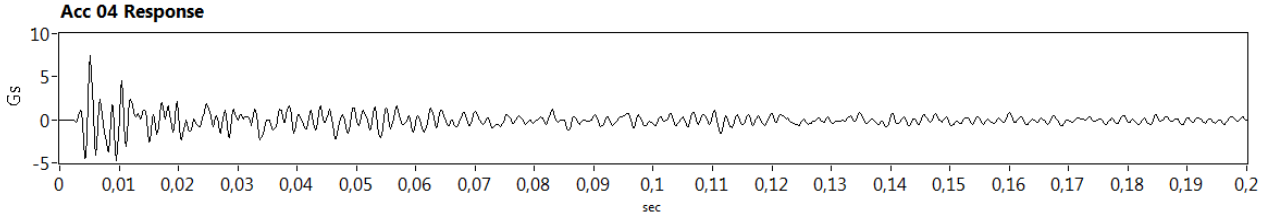
Σχήμα 7.2.11a : απόκριση επιταχυνσιομέτρου A3



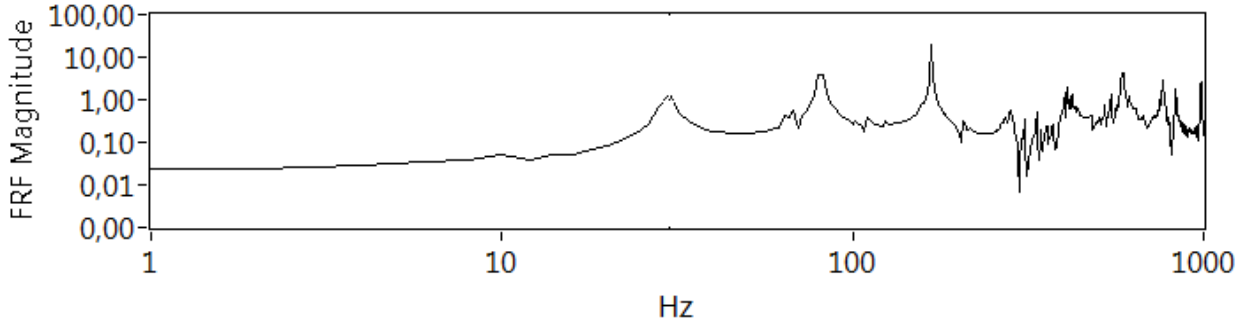
Σχήμα 7.2.11b: FRF επιταχυνσιομέτρου A3



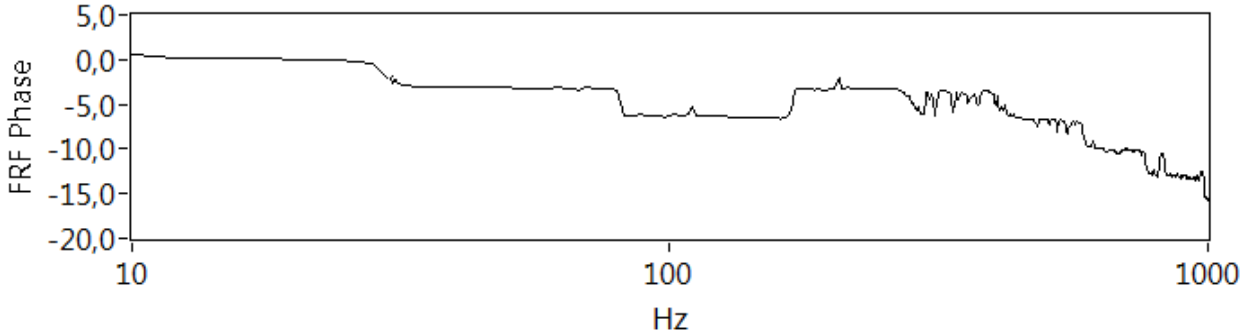
Σχήμα 7.2.11c: φάση FRF επιταχυνσιομέτρου A3



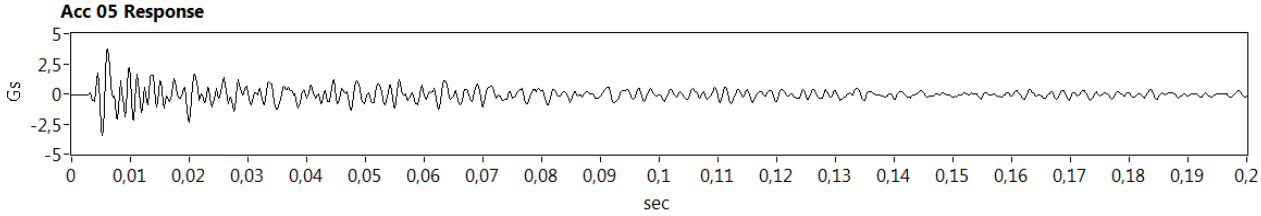
Σχήμα 7.2.12a : απόκριση επιταχυνσιομέτρου A4



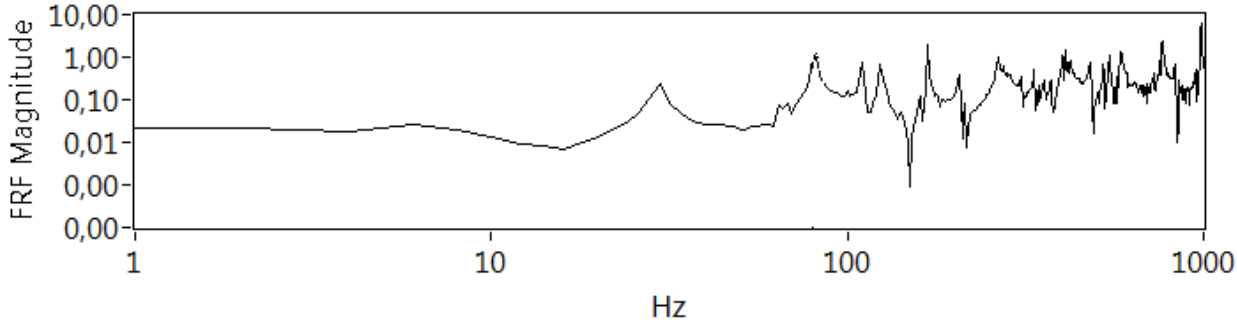
Σχήμα 7.2.12b: FRF επιταχυνσιομέτρου A4



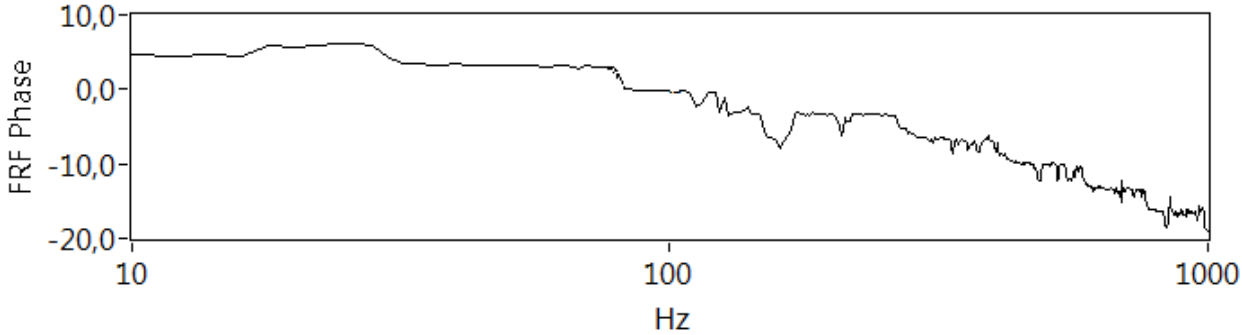
Σχήμα 7.2.12c: φάση FRF επιταχυνσιομέτρου A4



Σχήμα 7.2.13a : απόκριση επιταχυνσιομέτρου A5



Σχήμα 7.2.13b: FRF επιταχυνσιομέτρου A5



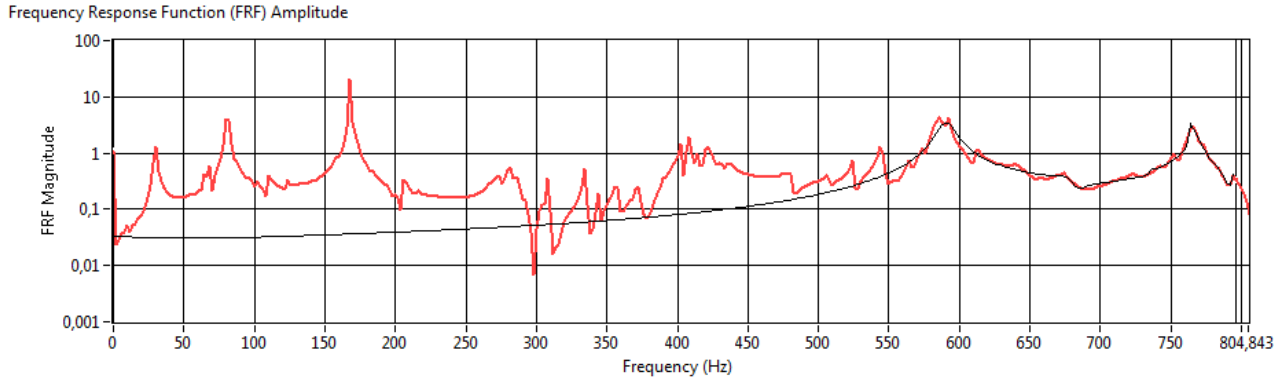
Σχήμα 7.2.13c: φάση FRF επιταχυνσιομέτρου A5

Εξετάσθηκε ύστερα η επίδραση της χρήσης παραθύρων στο σήμα και παρατηρήθηκε ότι το μόνο παράθυρο που έχει θετική επίδραση στην συνοχή είναι το **Force Exponential Window ,** η χρήση του οποίου όμως αλλοιώνει τις τιμές των αποσβέσεων. Έτσι δεν χρησιμοποιήθηκε παράθυρο και συνεχίσθηκε η επεξεργασία των μετρήσεων.

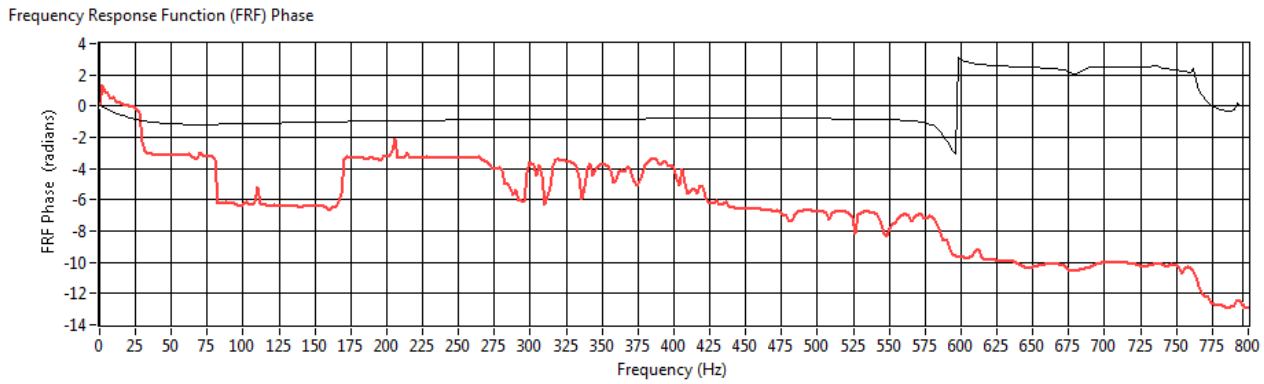
Επιλέχθηκε να γίνει η παρεμβολή στο πεδίο *0-800Hz* όπου και βρέθηκε ικανοποιητική συνοχή. Για να προσεγγιστεί η καλύτερη δυνατή παρεμβολή ανά μέθοδο, χρησιμοποιήθηκαν τα συμπεράσματα του 5ου Κεφαλαίου.

α)Μέθοδος FDPI.

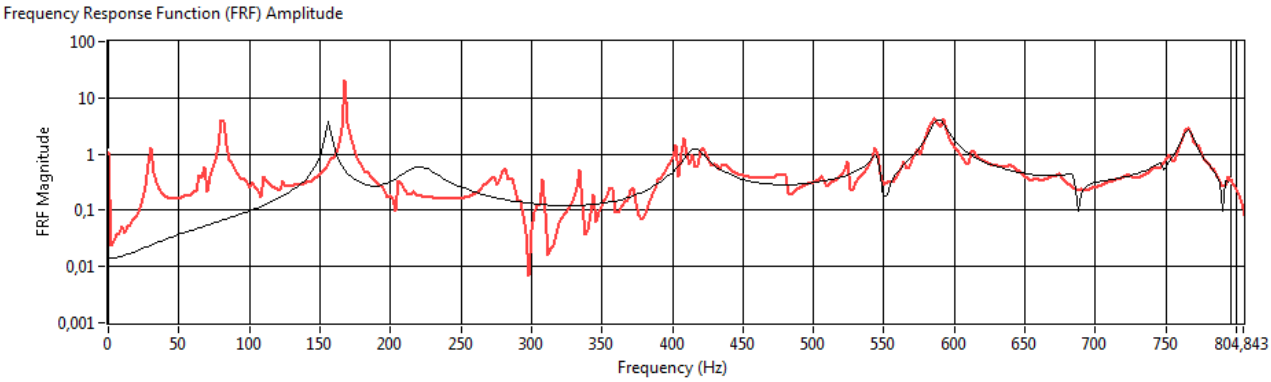
Αρχικά ορίσθηκε στη μέθοδο ένας μεγάλος βαθμός ελευθερίας και στην συνέχεια ελαττώθηκε μέχρι να βρεθεί η καλύτερη παρεμβολή, που θα σημαίνει ρεαλιστική προσέγγιση του αριθμού των ιδιοσυχνοτήτων στο διάστημα *0-800Hz* και άρα καλύτερη επίδοση της μεθόδου **FDPI**. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *7.2.14 , 7.2.15 , 7.2.16.*



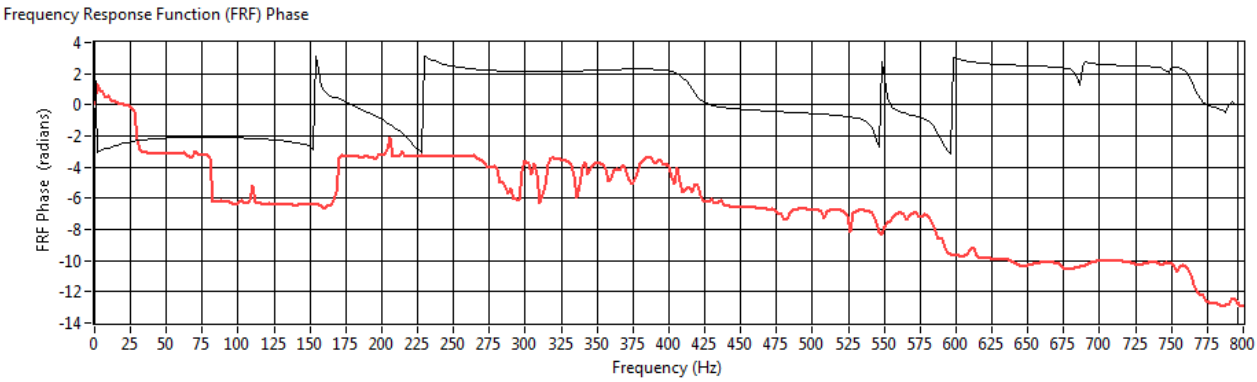
Σχήμα 7.2.14α : curve fitting στην FRF με τάξη αλγορίθμου N=30



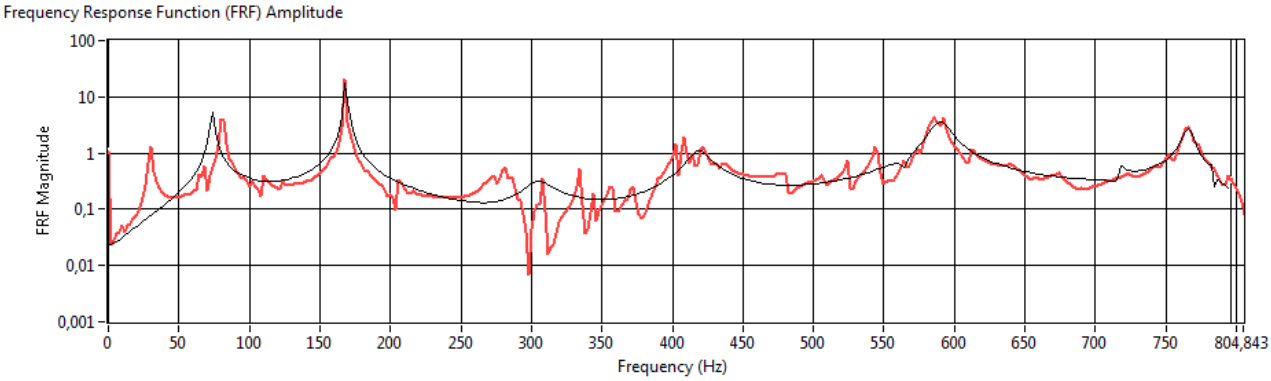
Σχήμα 7.2.14b : curve fitting στην φάση της FRF με τάξη αλγορίθμου N=30



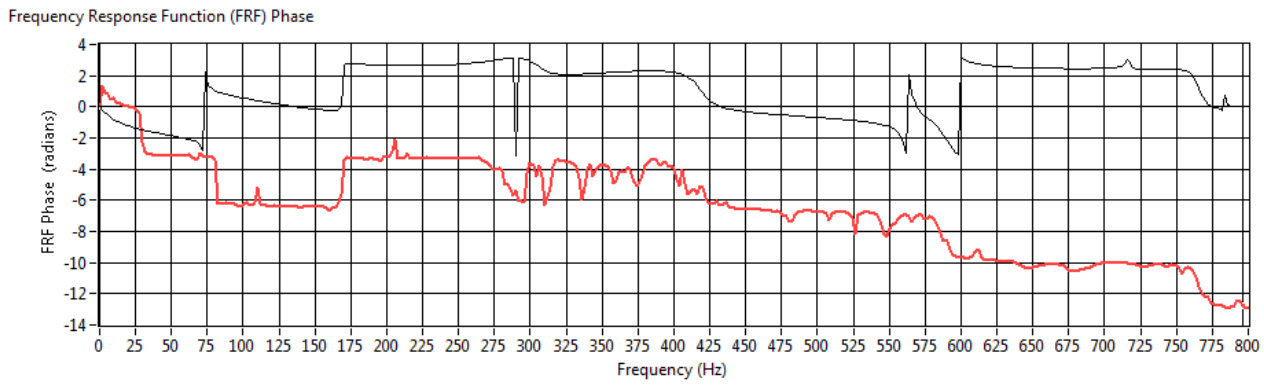
Σχήμα 7.2.15α : curve fitting στην FRF με τάξη αλγορίθμου N=16



Σχήμα 7.2.15b : curve fitting στην φάση της FRF με τάξη αλγορίθμου N=16



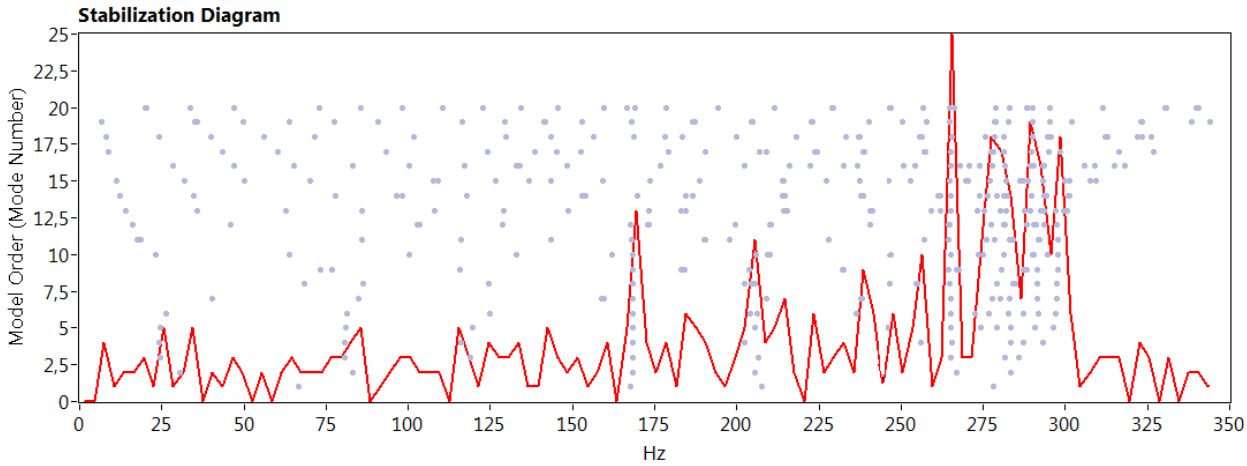
Σχήμα 7.2.16α : curve fitting στην FRF με τάξη αλγορίθμου N=14



Σχήμα 7.2.16b : curve fitting στην φάση της FRF με τάξη αλγορίθμου N=14

Με την τιμή N=14 να δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα.

Στην συνέχεια αποκόπηκε το σήμα από *300Hz* και πάνω και ερευνήθηκε στο διάστημα *0-300Hz* με νέα παρεμβολή , ποιες ιδιοσυχνότητες είναι πραγματικές από αυτές που εμφανίζονται.. Το διάγραμμα σταθεροποίησης (σχήμα *7.2.17*) είναι πιο ευκρινές στο νέο μικρότερο φάσμα, επομένως επιλέχθηκε βάση αυτού, τάξη πολυωνύμου ίση με 12. Στον πίνακα *7.2* παρουσιάζονται τα αποτελέσματα.

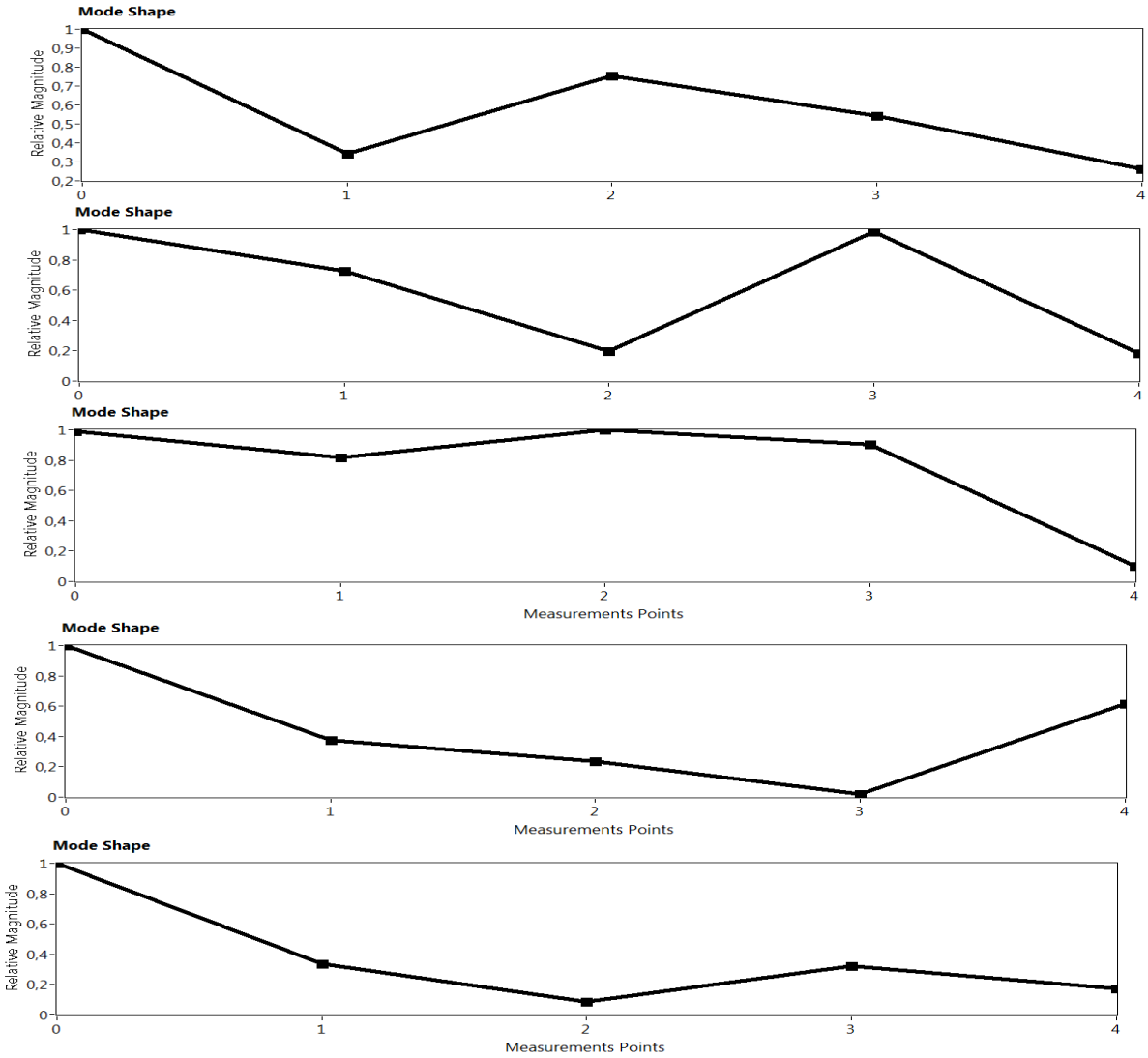


Σχήμα 7.2.17 : διάγραμμα σταθεροποίησης FDPI

FDPI	
freq	**damp(%)**
25	4.38
81	0.36
122	0.61
168	x
205	0.42
265	0.57
273	1.29
281	0.58
285	0.49
292	0.56

Πίνακας 7.2 : ιδιοσυχνότητες και αποσβέσεις επί τις %

Για κάθε συχνότητα υπολογίσθηκε η ιδιομορφή της και παρουσιάζονται εκείνες των οποίων τα σχήματα προσεγγίζουν αυτά του υπολογιστικού μοντέλου. Οι ιδιομορφές φαίνονται στα σχήματα *7.2.18* .

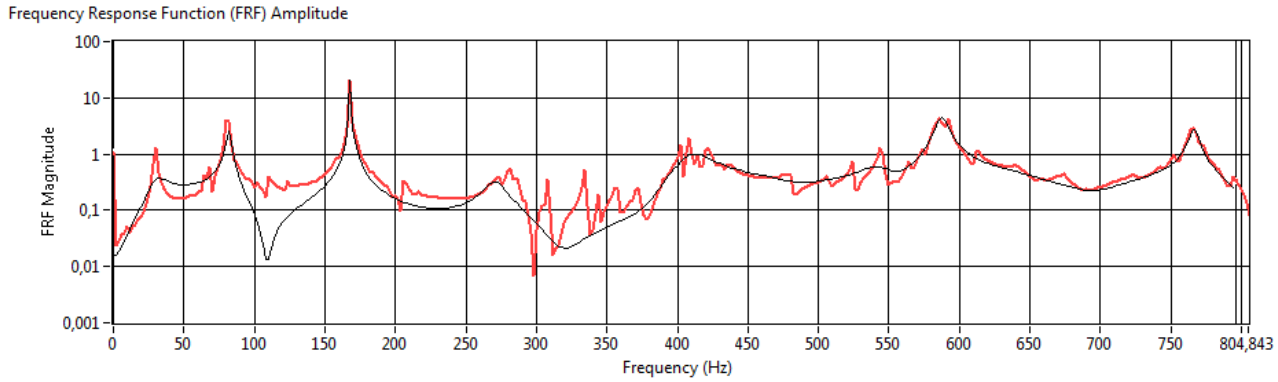


Σχήμα 7.2.18: a) 25 Hz b)81 Hz c) 168 Hz d) 273 Hz e)285 Hz

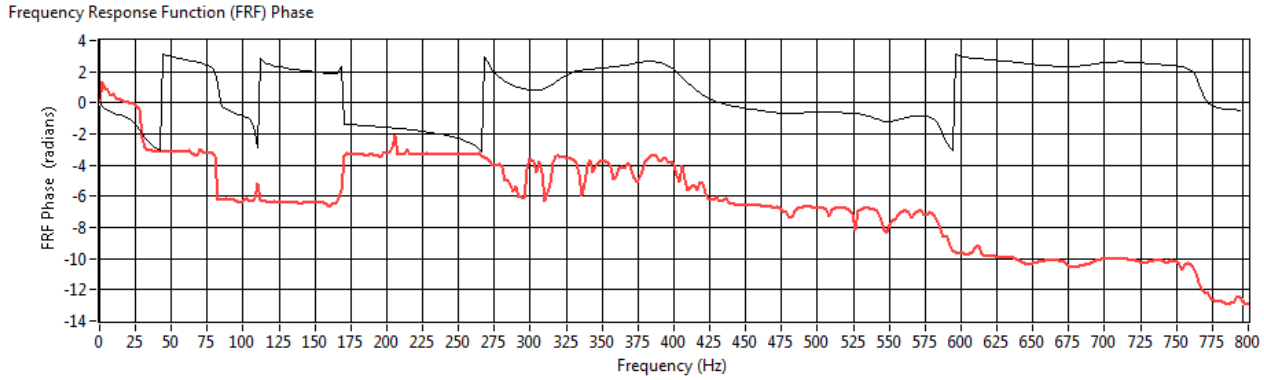
Παρατηρείται ότι στο αισθητήριο που βρίσκεται κοντά στον διεγέρτη , το πλάτος είναι το μέγιστο, επομένως αυτό το σημείο δεν βοηθά στην εύρεση των ιδιομορφών. Επίσης τα αισθητήρια είναι μονοαξονικά, και συνεπώς δεν μπορούν να υπολογίσουν ιδιομορφές με κίνηση σε άλλο επίπεδο, παρά μόνο δίνουν ένδειξη για ταλάντωση στο επίπεδο XY όταν είναι ευθύγραμμα .Τέλος , τα αισθητήρια μπορούν να περιγράψουν ιδιομορφές χαμηλών ιδιοσυχνοτήτων, καθώς όσο αυξάνει η συχνότητα, τόσο πιο πολύπλοκες γίνονται και χρειάζεται μεγαλύτερος αριθμός επιταχυνσιομέτρων για να αποτυπωθεί ένα τέτοιο σχήμα. Με την ίδια λογική, εξετάζεται στη συνέχεια η μέθοδος **Matrix Pencil** και η **Prony**.

α)Μέθοδος Matrix Pencil & Prony.

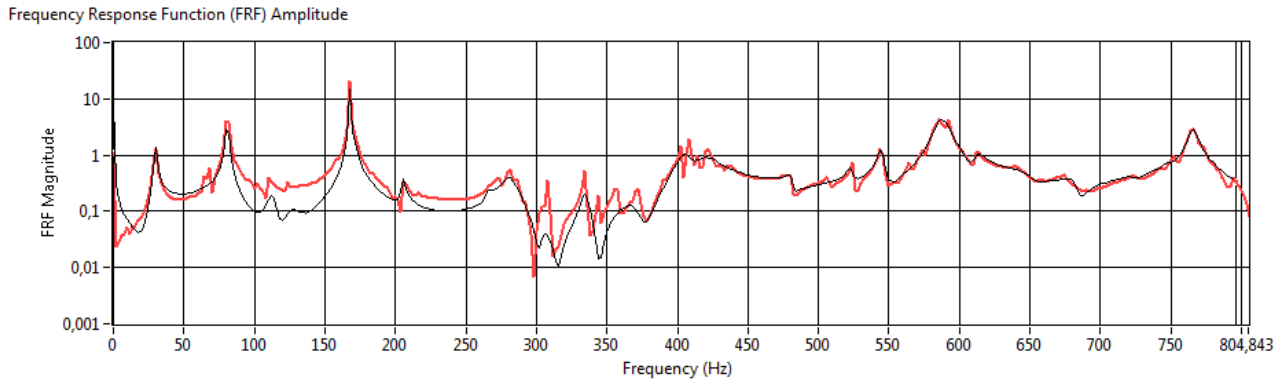
Αρχικά ορίστηκε στη μέθοδο ένας βαθμός ελευθερίας και στην συνέχεια αυξήθηκε μέχρι να βρεθεί η καλύτερη παρεμβολή στο διάστημα *0-800Hz* και άρα καλύτερη επίδοση των μεθόδων **Matrix Pencil & Prony**. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα *7.2.19 , 7.2.20 , 7.2.21. Οι* δύο μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα και ίδια γραφήματα.



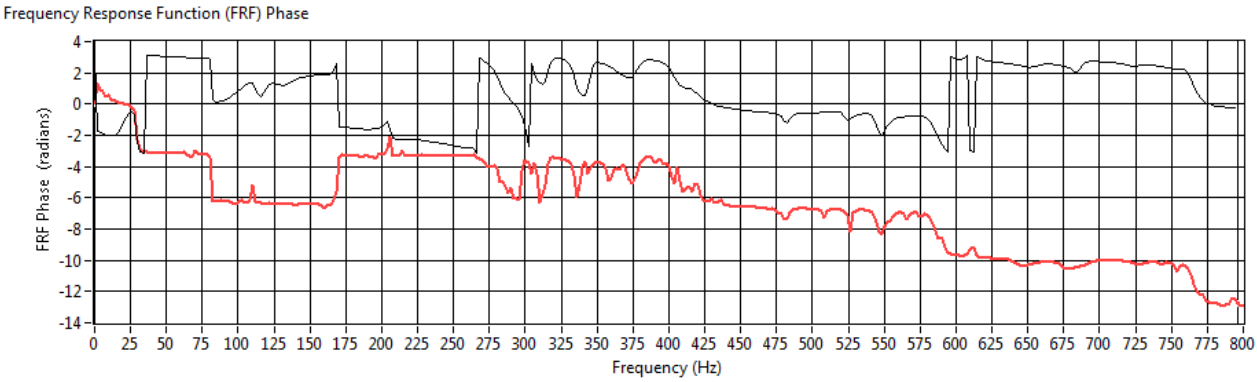
Σχήμα 7.2.19α : curve fitting στην FRF με τάξη αλγορίθμου N=14



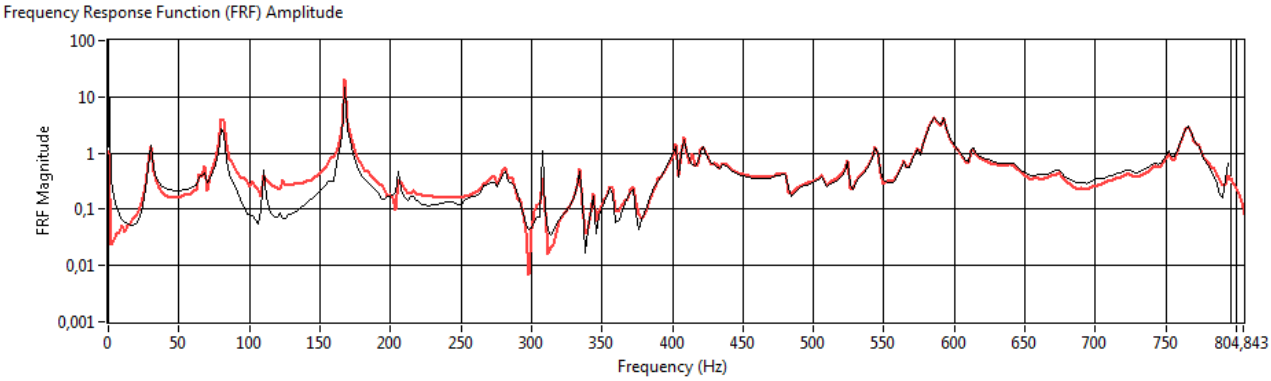
Σχήμα 7.2.19b : curve fitting στην φάση της FRF με τάξη αλγορίθμου N=14



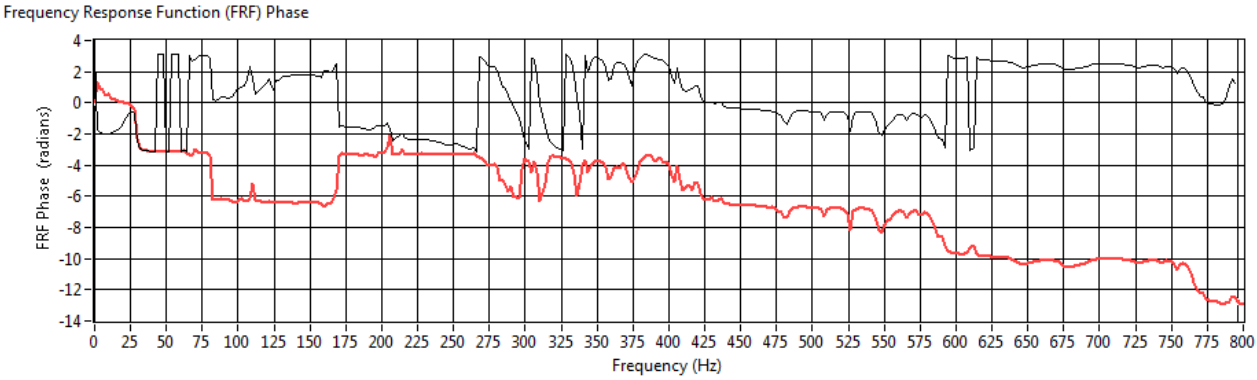
Σχήμα 7.2.20α : curve fitting στην FRF με τάξη αλγορίθμου N=30



Σχήμα 7.2.20b : curve fitting στην φάση της FRF με τάξη αλγορίθμου N=30



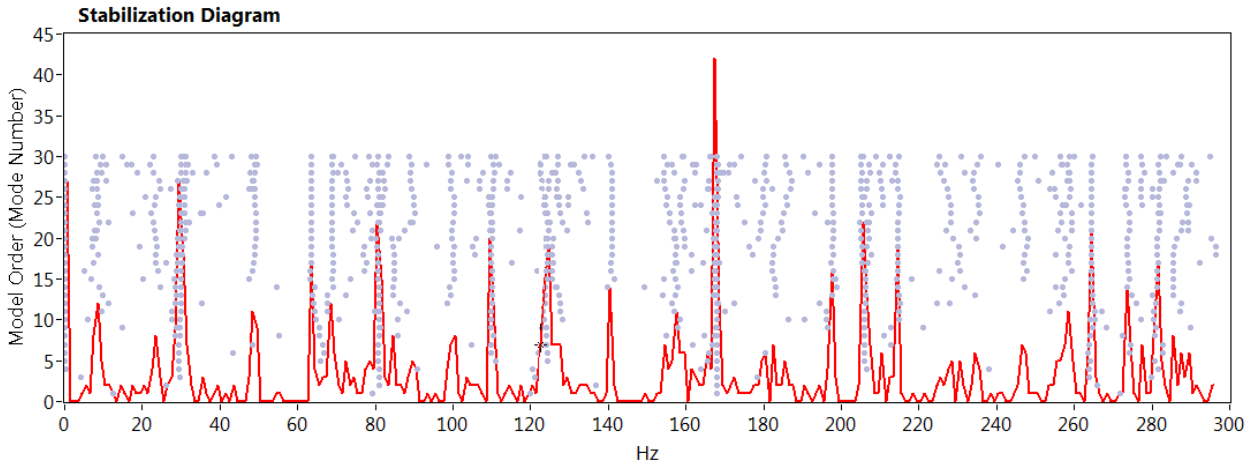
Σχήμα 7.2.21α : curve fitting στην FRF με τάξη αλγορίθμου N=70



Σχήμα 7.2.21b : curve fitting στην φάση της FRF με τάξη αλγορίθμου N=70

Η τιμή N=70 δίνει πολύ καλό αποτέλεσμα.

Ύστερα υπολογίζονται ιδιοσυχνότητες στο εύρος 0-300 Hz , με αποκοπή των >300 Hz και σύμφωνα με το διάγραμμα σταθεροποίησης (*7.2.22*) λαμβάνεται ο πίνακας *7.3*.

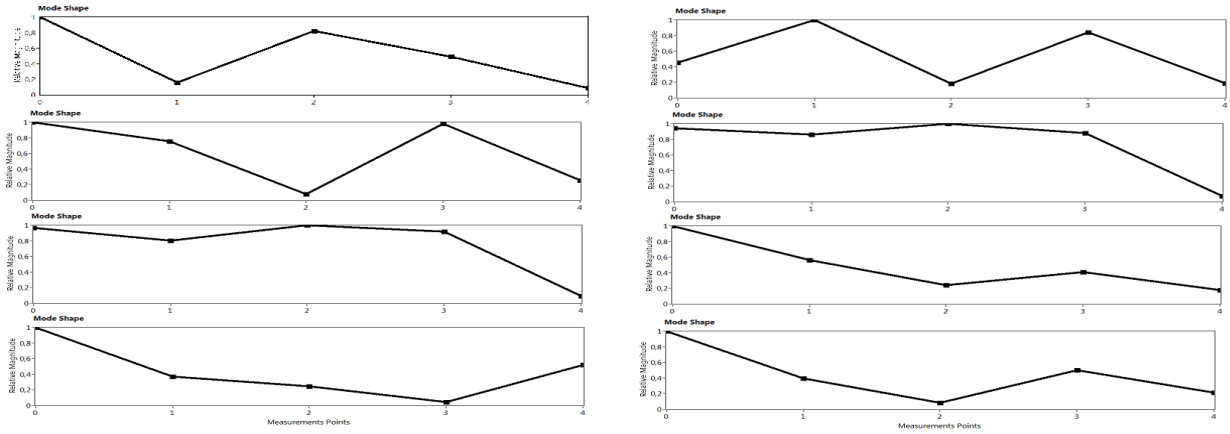


Σχήμα 7.2.22 : διάγραμμα σταθεροποίησης Matrix Pencil & Prony

Prony		Matrix Pencil	
freq	damp(%)	freq	damp(%)
30	4.86	30	4.86
67	6.46	67	6.46
80	2.26	80	2.26
110	1.47	110	1.47
125	1.15	125	1.15
165	3.99	165	3.99
167	0.15	167	0.15
183	11.7	183	11.7
205	0.61	205	0.61
263	1.24	263	1.24
283	1.47	283	1.47

Πίνακας 7.3 : ιδιοσυχνότητες και αποσβέσεις επί τις %

Και ξανά επιλέγονται οι ιδιομορφές που ταιριάζουν σε εκείνες που ευρέθηκαν υπολογιστικά (σχήμα *7.2.23*).



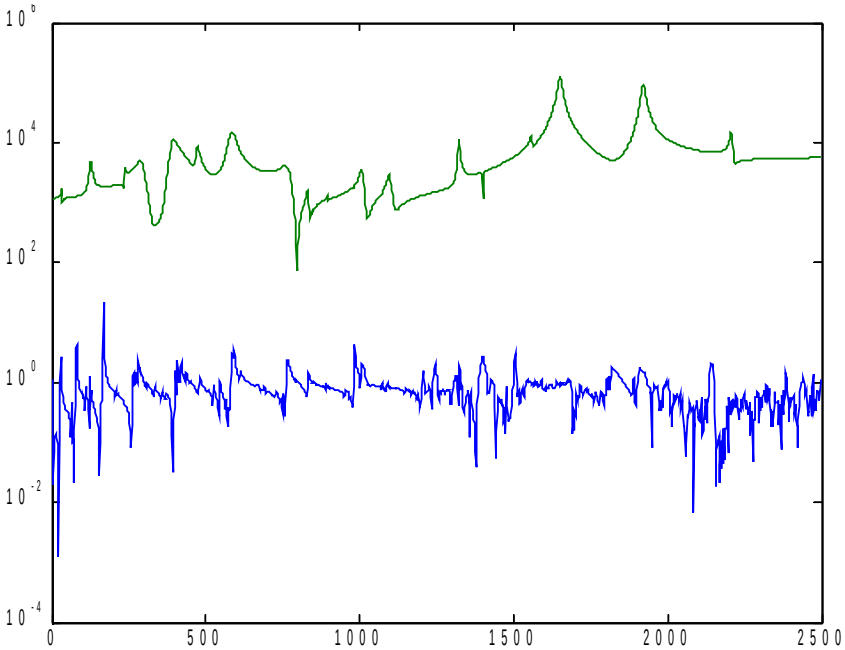
Σχήμα 7.2.23: a) 30 Hz b)67 Hz c) 80 Hz d) 165 Hz e)167 Hz
f) 183 Hz g) 263 Hz h) 283 Hz

Τέλος χρησιμοποιείται η μέθοδος **Ibrahim Time Domain**.

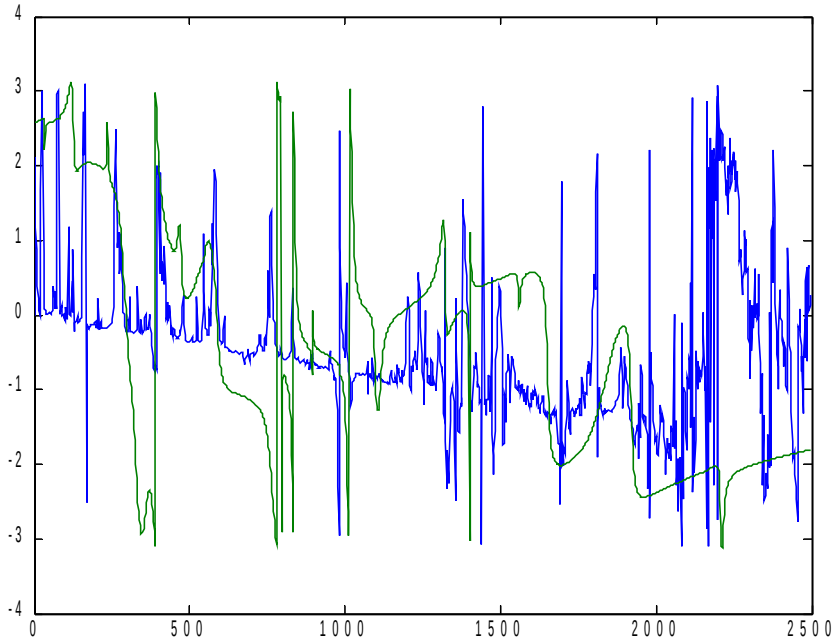
c)Ibrahim Time Domain

Για την μέθοδο αυτή χρησιμοποιήθηκε κώδικας στο λογισμικό **MATLAB.** Τα αποτελέσματά της για αποκομμένη συνάρτηση μεταφοράς δεν ήταν ικανοποιητικά, συνεπώς η παρεμβολή έγινε για όλο το φάσμα που επεξεργάζεται, δηλαδή *0-2500Hz.*

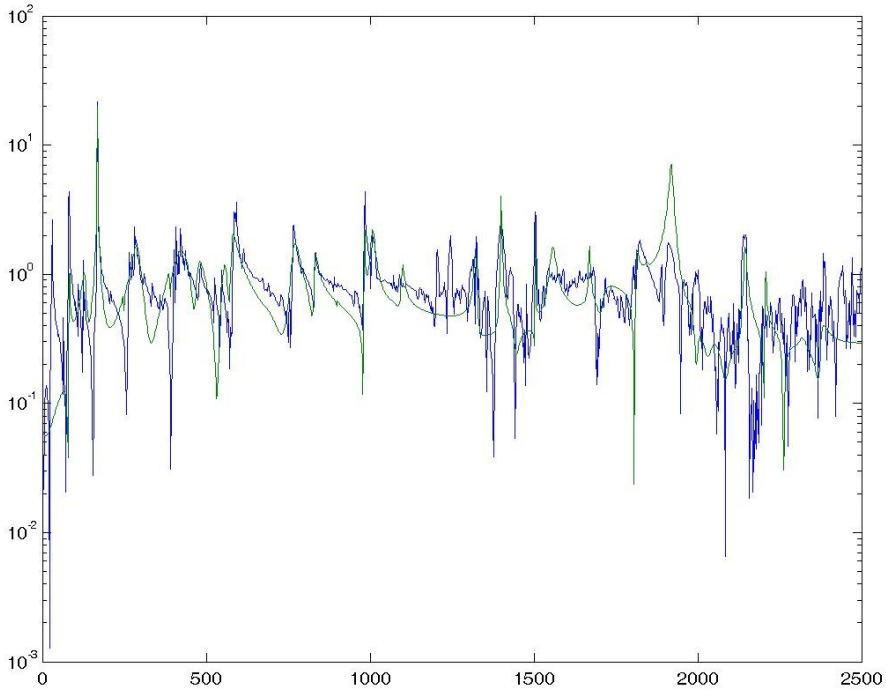
Μετά από δοκιμές, ο αριθμός της τάξης του αλγορίθμου επιλέχθηκε ίσος με 50 (για μεγαλύτερο από 50 η σύγκλιση είναι χαμηλότερη, ενώ για μικρότερο του 45 ο αλγόριθμος αποτυγχάνει). Ακολουθούν τα αποτελέσματα στα σχήματα *7.2.24* και στον πίνακα *7.4*.



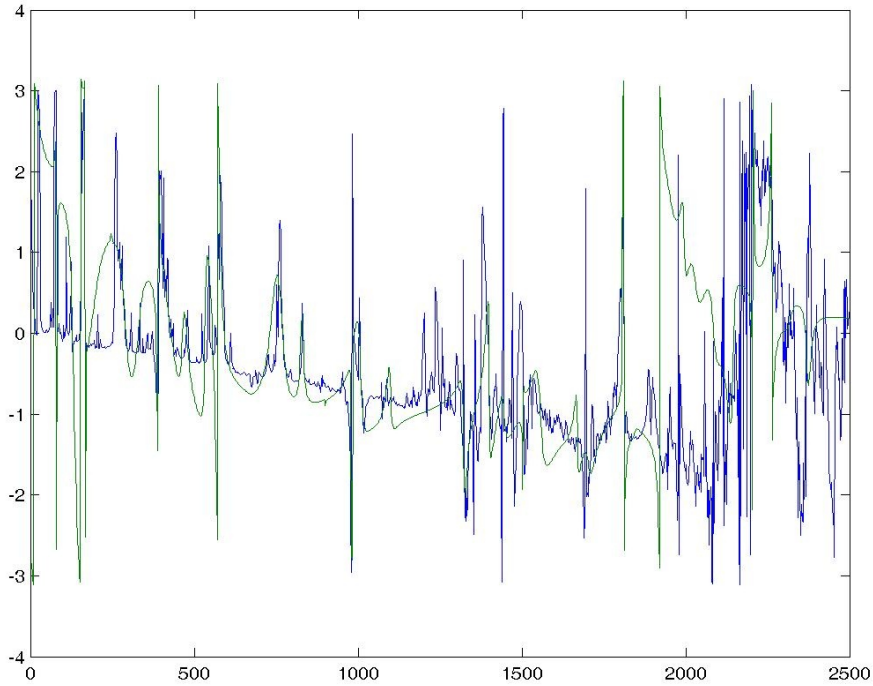
Σχήμα 7.2.24a : curve fitting στην FRF με τάξη αλγορίθμου N=60



Σχήμα 7.2.24b : curve fitting στην φάση FRF με τάξη αλγορίθμου N=60



Σχήμα 7.2.24e : curve fitting στην FRF με τάξη αλγορίθμου N=50



Σχήμα 7.2.24f : curve fitting στην φάση FRF με τάξη αλγορίθμου N=50

ITD	
freq	damp(%)
32	2.9984
83	0.8091
129	5.2316
168	0.2299
247	0.2851
290	4.6271
350	7.3417
360	1.0000
389	0.6399
429	8.0178
473	2.6841
555	2.0516
579	1.2917
594	4.0818
678	4.7602
757	0.6206
769	1.6101
832	0.6212
899	0.0756
982	0.0237
1007	0.6867
1068	1.6922
1068	1.6922
1099	0.4143
1192	8.2247
1192	8.2247
1202	0.4109
1247	0.1292
1321	0.2327

Πίνακας 7.4 : ιδιοσυχνότητες και αποσβέσεις τούς, μέχρι 1400 Hz

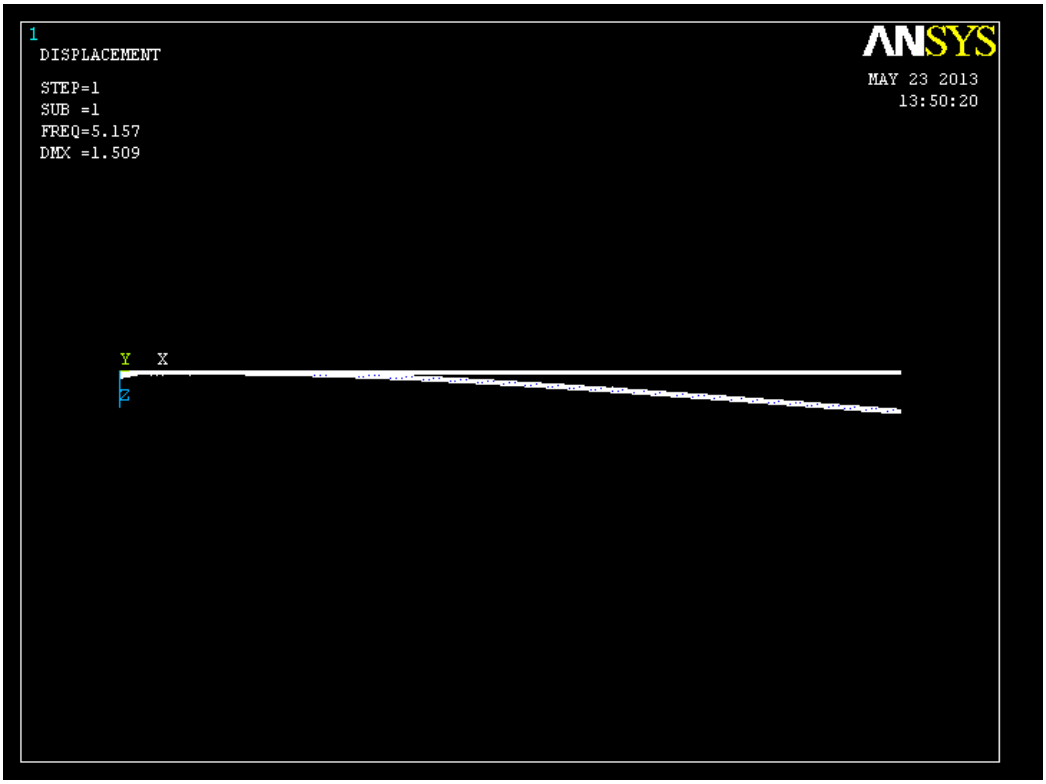
Μετά το τέλος των κύκλων των πειραμάτων, από τα αποτελέσματα μπορούν να εξαχθούν τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Οι μέθοδοι **Matrix Pencil** και **Prony** (παραμετρικές μέθοδοι) κάνουν την καλύτερη παρεμβολή.
- Η μέθοδος **FDPI** (πολυωνιμική μέθοδος) φαίνεται να δίνει πιο ρεαλιστικές τιμές στις αποσβέσεις σε σχέση με τις υπόλοιπες, πράγμα που δεν μπορεί να επαληθευθεί όμως καθώς δεν υπάρχει γνώση των πραγματικών τιμών των αποσβέσεων
- Η μέθοδος **Ibrahim Time Domain** αντιμετωπίζει πρόβλημα στην αποκοπή σήματος.
- Η επιλογή των πραγματικών ιδιοσυχνοτήτων και η απόρριψη των υπολογιστικών είναι μία διαδικασία που χρειάζεται περισσότερη έρευνα .Το διάγραμμα σταθεροποίησης είναι ένα σημαντικό εργαλείο , όπως και ο έλεγχος στο αν στο φάσμα της φάσης υπάρχει μεταβολή 180 μοιρών.
- Και οι τέσσερις μέθοδοι είχαν σαν αποτέλεσμα ιδιοσυχνότητες με παρόμοιες και κοντινές τιμές.
- Η μέθοδος **FDPI** επαληθεύεται ότι εργάζεται ικανοποιητικά σε χαμηλόσυχνο αποκομμένο φάσμα.
- Ο αριθμός των επιταχυνσιομέτρων, οι θέσεις που τοποθετούνται, καθώς και οι άξονες που εργάζονται, είναι κρίσιμοι παράγοντες για τον σωστό υπολογισμό μίας ιδιομορφής.
- Η πακτωμένη δοκός από χάλυβα εμφανίζει ιδιοσυχνότητες με απόσβεση από μεσαία έως υψηλή.
- Ο καλύτερος δυνατός τρόπος διέγερσης μίας κατασκευής με τον εξοπλισμό που διαθέτει το εργαστήριο, φαίνεται να είναι η διέγερση τύπου **burst** .

7.3)Εποπτική επαλήθευση

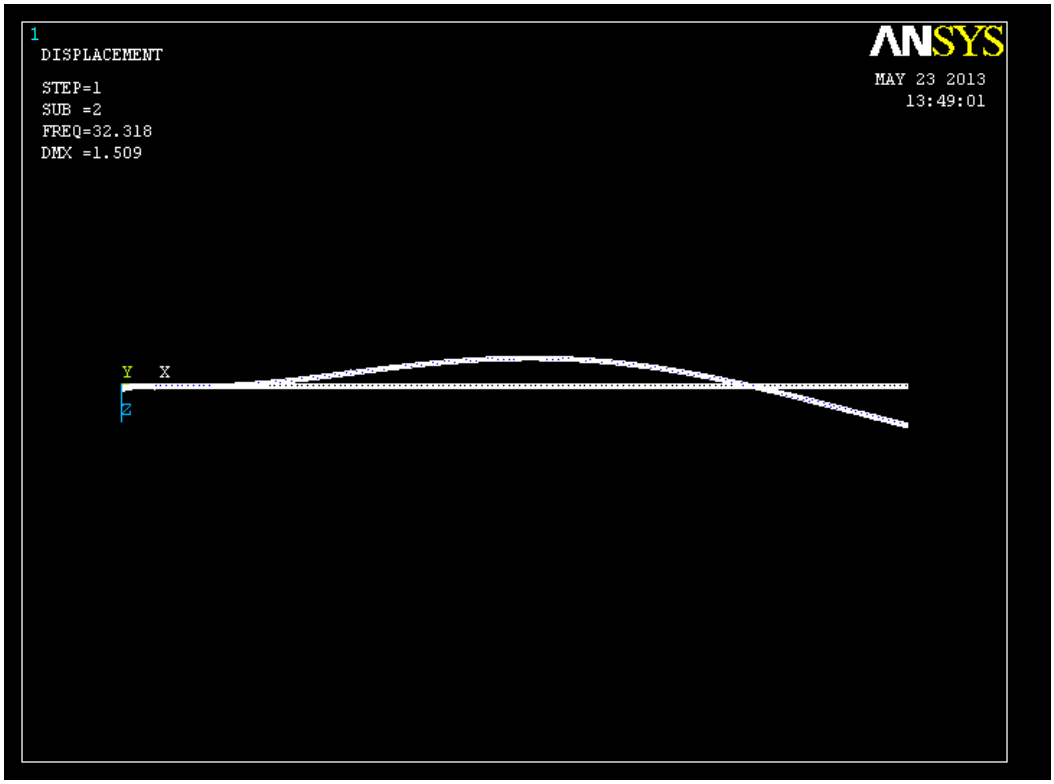
Εκτός από τους κλασικούς τρόπους που μπορεί να εξετασθεί μία κατασκευή ως προς τα ιδιοανυσματικά της μεγέθη, που είναι η επίλυση κάποιου υπολογιστικού μοντέλου και η εκτέλεση πειράματος, υπάρχουν και μέθοδοι όπου ποιοτικά εντοπίζονται οι ιδιομορφές κυρίως, αλλά και ενδεχομένως και τα υπόλοιπα μεγέθη. Τέτοιες μέθοδοι είναι για παράδειγμα η χρήση **high-speed camera** , όπου μία κάμερα με ικανότητα να λαμβάνει πολλές εικόνες ανά δευτερόλεπτο χρησιμοποιείται για να μελετηθεί η ταλάντωση μιας κατασκευής σε αργή κίνηση , ώστε να φαίνεται καθαρά η ιδιομορφή της, πράγμα αδύνατο να γίνει με το μάτι , όταν η συχνότητα ταλάντωσης ξεπεράσει το πολύ μικρό όριο που μπορεί να παρακολουθήσει ένας άνθρωπος .

Στην συγκεκριμένη εργασία έγινε έλεγχος των ιδιομορφών της δοκού με την χρήση κοκκοειδούς άμμου. Η διαδικασία έχει ως εξής: απλώνεται άμμος σε όλην την επιφάνεια της δοκού και επιλέγεται συνεχής ημιτονοειδής διέγερση της κατασκευής σε κάποια ιδιοσυχνότητα του υπολογιστικού μοντέλου με γνωστή ιδιομορφή. Οι ιδιομορφές που ταλαντώνονται κατά τον άξονα z , έχουν κάποια σημεία που μένουν ακίνητα καθ'όλη την διάρκεια της ταλάντωσης. Αυτό που αναμένεται να φανεί είναι η άμμος να απομακρύνεται από την δοκό λόγω του πλάτους της ταλάντωσης, αλλά να παραμένει και να 'κάθεται' στα σημεία όπου το πλάτος είναι μηδενικό. Επομένως σε αυτή την περίπτωση γίνεται η προσπάθεια το υπολογιστικό μοντέλο να επαληθευτεί. Τα αποτελέσματα αυτού του πειράματος φαίνονται στα σχήματα *7.3.1-6.*



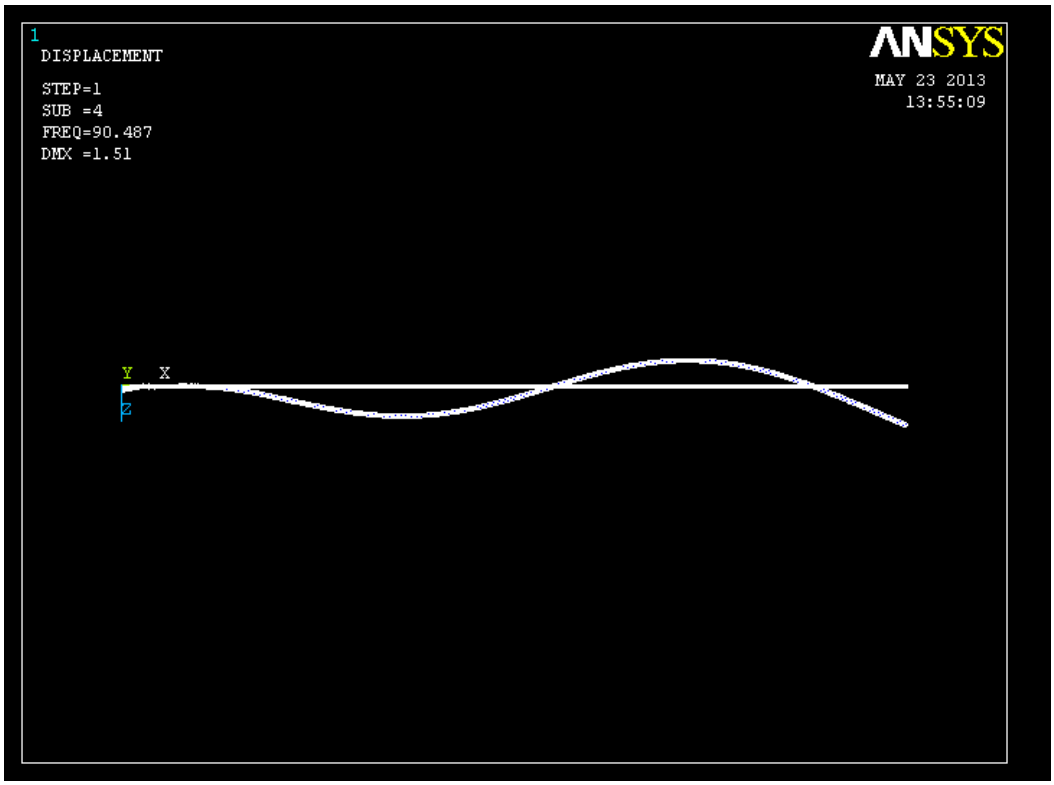
Σχήμα 7.3.1a : υπολογιστικό μοντέλο 5 Hz

Σχήμα 7.3.1b : τεστ άμμου 5 Hz

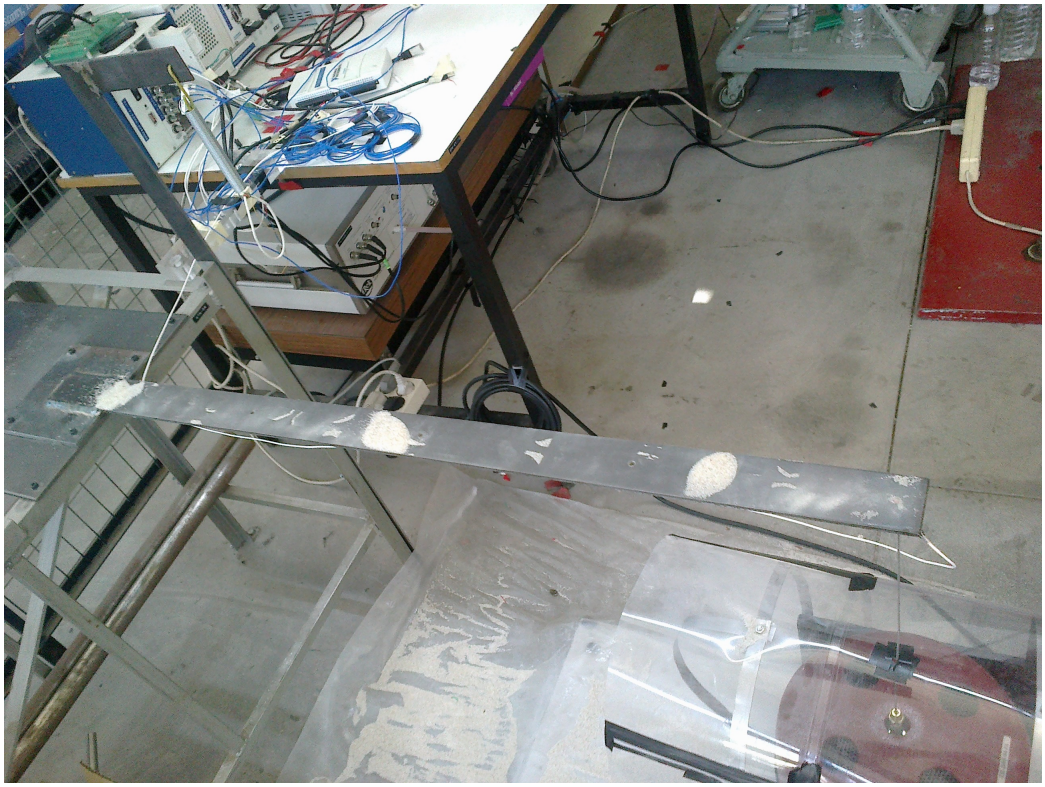


Σχήμα 7.3.2a : υπολογιστικό μοντέλο 32 Hz

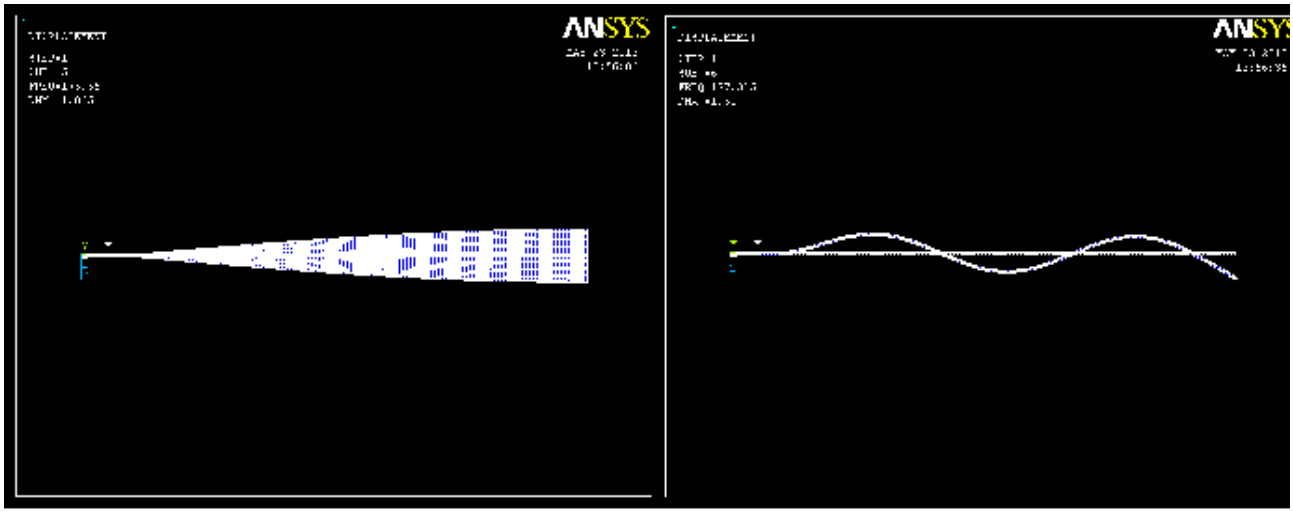
Σχήμα 7.3.2b : τεστ άμμου 32 Hz



Σχήμα 7.3.3a : υπολογιστικό μοντέλο 90 Hz



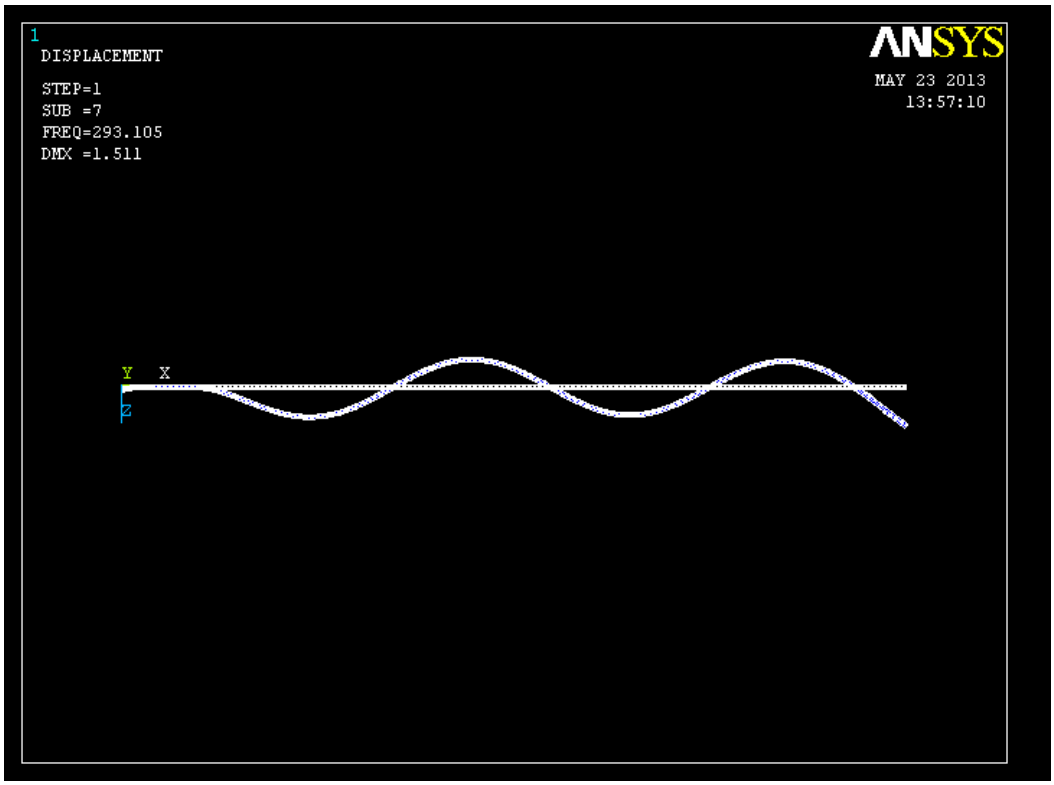
Σχήμα 7.3.3b : τεστ άμμου 90 Hz



Σχήμα 7.3.4a : υπολογιστικό μοντέλο 176 Hz , 177 Hz

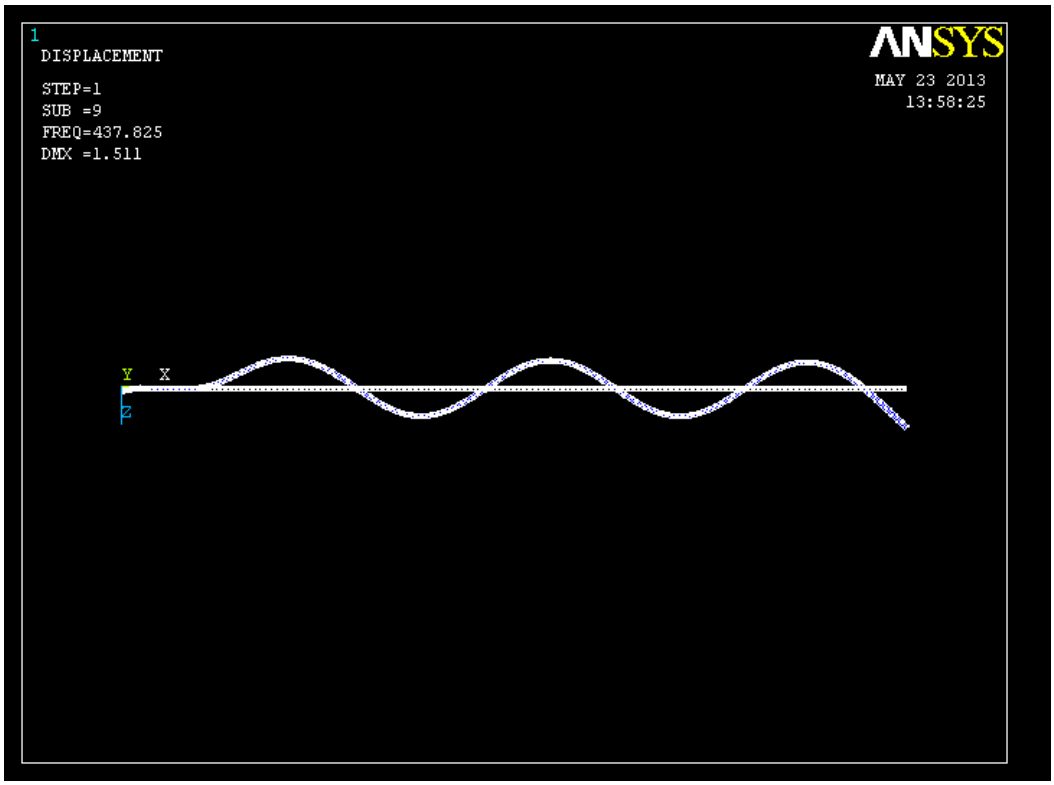
Σχήμα 7.3.4b : τεστ άμμου 176 Hz , 177 Hz

Εδώ οι δύο ιδιοσυχνότητες είναι πολύ κοντά και στο αποτέλεσμα φαίνεται ένας συνδυασμός των ιδιομορφών τους (ταλάντωση κατά τον άξονα z , στροφή γύρω από τον άξονα x)



Σχήμα 7.3.5a : υπολογιστικό μοντέλο 293 Hz

Σχήμα 7.3.5b : τεστ άμμου 293 Hz



Σχήμα 7.3.6a : υπολογιστικό μοντέλο 438 Hz

Σχήμα 7.3.6b : τεστ άμμου 438 Hz

Το πείραμα με την άμμο κρίνεται επιτυχές , καθώς όλες οι ιδιομορφές επαληθεύτηκαν. Στον έλεγχο των ιδιοσυχνοτήτων με ταλάντωση στο επίπεδο XY , όλη η άμμος έπεσε στο έδαφος, πράγμα λογικό αφού η δοκός κινείται ολόκληρη με κατεύθυνση +y , -y .

ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

- Εξετάζεται η ιδέα να γίνει προσπάθεια ανάπτυξη νέων μεθόδων , για την πειραματική εύρεση ιδιοανυσματικών μεγεθών.
- Μπορούν να μελετηθούν περισσότερες πειραματικές μέθοδοι από τις τέσσερις που αναπτύχθηκαν και να συγκριθούν μεταξύ τους.
- Μπορούν να μελετηθούν και άλλες τεχνικές για την απόρριψη υπολογιστικών ιδιοσυχνοτήτων, για σωστότερα αποτελέσματα ή και να αναπτυχθούν νέες
- Μπορούν να στηθούν στο μέλλον πειραματικές διατάξεις με μεγαλύτερο αριθμό αισθητηρίων , τριαξονικών αντί μονοαξονικών, να μελετηθούν περαιτέρω οι τρόποι διέγερσης και οι περιοχές διέγερσης , καθώς και η χρήση παραθύρων.
- Μπορεί να μελετηθεί το ζήτημα της βέλτιστης θέσης των αισθητηρίων σε μία κατασκευή και η θέση της διέγερσης.
- Προτείνεται να επιλεχθεί για ανάλυση μία δοκός από μέταλλο με μικρότερες αποσβέσεις, όπως το αλουμίνιο.
- Προτείνεται να γίνει σύγκριση της απόκρισης της πακτωμένης δοκού με την αντίστοιχη ελεύθερη
- Προτείνεται να δημιουργηθεί μοντέλο στο **ANSYS** της πειραματικής διάταξης-διέγερσης, ώστε η σύγκρισή τους να αποτελεί ένα νέο κριτήριο για την ποιότητα ενός πειράματος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1]Κανάραχος Ανδρέας Ε.,Αντωνιάδης Ι , 'Δυναμική Μηχανών'

[2]http://lpsa.swarthmore.edu/

[3]Brüel & Kjaer , 'Frequency analysis'

[4]H. Herlufsen , Brüel & Kjaer , 'Modal analysis using multi-reference and multiple input multiple output techniques'

[5]http://www.ni.com

[6] Roger G. Grimes 1, John G. Lewis 1, and Horst D. Simon 2 'a shifted block lanczos algorithm for solving sparse symmetric generalized eigenproblems /Report RNR-91-012, July 1991'

[7]Angel Moises Iglesias , 'Investigating Various Modal Analysis Extraction Techniques to Estimate Damping Ratio'

[8]John D. Cook , 'Chebysev Polynomials'

[9]Yingbo Hua & Tapan K. Sarkan , 'Matrix Pencil Method for Estimating Parametrs of Exponentially damped/undamped Sinusoids in Noise'

[10]Tadcusz Lobos , Jacck Rezmer , 'Spectral Estimation of Distorted Signals Using Prony Method'

[11]Labview , LSCE, FDPI block diagrams

[12]Release 11.0 Documentation for ANSYS / ANSYS help

[13]www.ansys.com