



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**  
**«ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ»**

Μεταπτυχιακή Εργασία

**ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ**  
**ΕΝΑΕΡΙΩΝ ΡΟΜΠΟΤ ΠΟΛΛΩΝ ΣΤΡΟΦΕΙΩΝ**

Χρήστος Αμπάτης

*Επιβλέπων Καθηγητής: Ευάγγελος Παπαδόπουλος*

ΑΘΗΝΑ 2012



# Περίληψη

Ο σκοπός της εργασίας αυτής ήταν η ανάπτυξη ενός προγράμματος, το οποίο υπολογίζει το βέλτιστο συνδυασμό των συνιστωσών από τις οποίες αποτελείται ένα ιπτάμενο όχημα πολλών στροφείων (Multi rotor Aerial Vehicle - MRAV), για δεδομένο ωφέλιμο φορτίο και διάρκεια πτήσης.

Θεωρώντας ότι οι συνιστώσες αυτές είναι ο ηλεκτροκινητήρας, ο ελεγκτής στροφών (ESC), η μπαταρία και η έλικα, έγινε αρχικά η μοντελοποίηση τους με χρήση απλοποιημένων μοντέλων. Τα επιμέρους μοντέλα των συνιστωσών συνδυάστηκαν σε ένα ενιαίο, το οποίο περιγράφει τις επιδόσεις του οχήματος στη φάση της αιώρησης και σε αυτήν της μέγιστης ώσης.

Έπειτα, βάση τεχνικών χαρακτηριστικών της μπαταρίας, του ηλεκτροκινητήρα και των ESC διαθέσιμων στο εμπόριο, εκφράστηκαν μέσω κατάλληλων συναρτήσεων οι παράμετροι λειτουργίας των συνιστωσών αυτών συναρτήσει του μήκους τους. Το ίδιο έγινε και για τις έλικες, μόνο που εκεί χρησιμοποιήθηκαν διαθέσιμες πειραματικές μετρήσεις. Επίσης, αναπτύχθηκαν εξισώσεις που συσχετίζουν τις διαστάσεις του σκελετού του οχήματος συναρτήσει της διαμέτρου της έλικας, του αριθμού των κινητήρων και της μέγιστη ώσης.

Στη συνέχεια αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα σε Matlab, όπου με τη χρήση της συνάρτησης 'fmincon' υπολογίζει το βέλτιστο διάνυσμα σχεδιασμού. Ως αντικειμενικές συναρτήσεις χρησιμοποιήσαμε την συνολική καταναλισκόμενη ενέργεια και τη διάμετρο του οχήματος.

Τέλος, με χρήση του προγράμματος είδαμε τη μεταβολή του διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσει της μεταβολής του αριθμού των κινητήρων για δεδομένο ωφέλιμο φορτίο, συναρτήσει της μεταβολής του ωφέλιμου φορτίου για δεδομένο αριθμό κινητήρων, και συναρτήσει της μεταβολής του αριθμού των κινητήρων και του ωφέλιμου φορτίου. Επιπροσθέτως, συγκρίναμε τα αποτελέσματα του προγράμματος με τα λειτουργικά χαρακτηριστικά και επιδόσεις πραγματικών MRAV.



# Abstract

«Parametric Design and Optimization of Multi – Rotor Aerial Vehicles»

The goal of this thesis was to develop a program to calculate the optimal components combination for a multi rotor Aerial Vehicle (MRAV), for a given payload and flight duration.

Considering that the main components are the motor, electronic speed controller (ESC), battery and propeller, modeling was conducted for each component using simplified models. Combining each component model into one total model we were able to describe the whole system's performance at hovering and at maximum thrust.

Additionally, based on technical specifications of batteries, motors and ESC which are commercially available, we expressed component functional parameters as a function of component length. We did the same with propellers using available experimental measurements. Furthermore, we developed equations which correlate airframe dimensions as a function of propeller diameter, number of rotors and maximum thrust.

We also developed a Matlab program which calculates the optimal design vector using Matlab's 'fmincon' function. As objective functions, we considered the total energy consumption and the vehicle's diameter.

Finally, using the program, we were able to correlate the change in the design vector to the change in number of rotors for a given payload, to the change in payload for a given number of rotors, and to the change in number of rotors and in payload. Additionally, program results were compared with the functional parameters and performance of real MRAVs.



*Αφιερώνεται στους γονείς μου  
και τα αδέρφια μου*





# Πρόλογος

Από τη θέση αυτή θα ήθελα να ευχαριστώ τους ανθρώπους εκείνους που συντέλεσαν, ο καθένας με το δικό του τρόπο, στην ολοκλήρωση της εργασίας αυτής και με βοήθησαν να κάνω ένα ακόμα βήμα προς την προσωπική μου ολοκλήρωση.

Πρώτα, τον καθηγητή Δρα. Ε. Παπαδόπουλο για τη δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με το θέμα αυτό, καθώς και για την οργάνωση, τη βοήθεια, τις ουσιαστικές συμβουλές και την κατανόηση που έδειξε καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας. Επίσης, τον φίλο και συνάδελφο Ν. Ψυχογιό με τον οποίο καταπιαστήκαμε με το ίδιο θέμα και με βοήθησε στη βελτίωση της εργασίας αυτής στην πράξη, αλλά και δίνοντας μου κουράγιο. Τον Υ.Δ. Μ. Ραμπ για τη βοήθεια και τις συζητήσεις σχετικά με το αντικείμενο. Όλα τα παιδιά του εργαστηρίου για την προθυμία τους και τις συμβουλές τους.

Ακόμα, ευχαριστώ το φίλο και συνεργάτη Μ. Δερλερέ για τη βοήθειά του σε δύσκολες στιγμές του μεταπτυχιακού, για την κατανόηση που έδειχνε όταν έπρεπε να ασχοληθώ με τις σπουδές, για τη στήριξη και την εμπύχωσή του.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου και τα αδέρφια μου που πάντα στηρίζουν τις επιλογές μου με οποιοδήποτε τρόπο, που πιστεύουν σε μένα και μου δίνουν δύναμη και κουράγιο να προχωρήσω.

Χ. Αμπάτης  
Οκτώβρης 2012



# Περιεχόμενα

Περίληψη.....	i
Abstract.....	iii
Πρόλογος.....	vii
Περιεχόμενα.....	ix
Κατάλογος Σχημάτων .....	xiii
Κατάλογος Πινάκων.....	xvii
Κατάλογος Συντημήσεων .....	xix
Κατάλογος Συμβόλων.....	xxi
<b>1 Εισαγωγή.....</b>	<b>1</b>
1.1 Εισαγωγή στα Multirotors.....	1
1.2 Το quadrotor. Αρχή Λειτουργίας – Συνιστώσες.....	3
1.3 Διαμορφώσεις (Configurations).....	5
1.4 Σκοπός – Δομή Εργασίας.....	8
<b>2 Μοντελοποίηση Συνιστωσών .....</b>	<b>11</b>
2.1 Ηλεκτροκινητήρες (Electric Motors) .....	11
2.1.1 Περιγραφή BLDC και Coreless DC Motors.....	11
2.1.2 Μοντέλο Ηλεκτροκινητήρα.....	13
2.2 Οδήγηση Κινητήρων (Drives) .....	16
2.2.1 Brushless Electronic Speed Control (ESC) .....	16
2.2.2 Μοντέλο ESC .....	18
2.3 Μπαταρίες (Batteries).....	18
2.4 Έλικες (Propellers).....	21
2.4.1 Θεωρία του Δίσκου Ενέργειας σε Αιώρηση (Actuator Disk Theory) .....	22
2.4.2 Θεωρία Στοιχείων Πτερύγωσης (Blade Element Theory – BET) .....	26
2.4.3 Απλοποιημένο Μοντέλο Έλικας .....	30
2.5 Μοντέλο Κίνησης Οχήματος .....	35
2.5.1 Γραμμική Επιτάχυνση .....	35
2.5.2 Αιώρηση.....	36
2.5.3 Γωνιακή Επιτάχυνση.....	37

2.6	Συνολικό Μοντέλο .....	40
2.6.1	Αιώρηση .....	42
2.6.2	Επιτάχυνση και Αιώρηση .....	43
<b>3</b>	<b>Παραμετροποίηση Συνιστωσών.....</b>	<b>47</b>
3.1	Ηλεκτρικοί Κινητήρες (Electric Motors) .....	47
3.2	ESC (Electronic Speed Controller) .....	55
3.3	Μπαταρίες (Batteries).....	57
3.4	Έλικες (Propellers).....	62
3.5	Αριθμός Κινητήρων .....	65
3.6	Σκελετός (Frame).....	66
3.6.1	Διανομή Κινητήρων (Configurations).....	66
3.6.2	Μορφή – Διαστάσεις – Βάρος .....	68
<b>4</b>	<b>Βέλτιστη Επιλογή Συνιστωσών .....</b>	<b>75</b>
4.1	Παράμετροι Σχεδιασμού .....	75
4.2	Πεδίο Ορισμού Διανύσματος Σχεδιασμού.....	76
4.3	Διαδικασία Υπολογισμού .....	77
4.4	Περιορισμοί.....	80
4.5	Αντικειμενικές Συναρτήσεις .....	81
4.6	Βελτιστοποίηση Πολλών Στόχων .....	83
4.7	Πρόγραμμα Βελτιστοποίησης .....	84
4.7.1	Σάρωση του Πεδίου Ορισμού.....	84
4.7.2	Αιτιοκρατική Μέθοδος της Matlab (συνάρτηση fmincon) .....	85
<b>5</b>	<b>Σχεδιαστικά Σενάρια .....</b>	<b>87</b>
5.1	Σταθερός #κινητήρων / Μεταβλητό payload.....	87
5.1.1	Fobj=Συνολική ενέργεια VS Fobj=Διάμετρος οχήματος.....	87
5.1.2	Διανομή Βάρους Συνιστωσών .....	90
5.2	Σταθερό Payload / Μεταβλητός #Κινητήρων.....	92
5.2.1	Fobj=Συνολική Ενέργεια VS Fobj=Διάμετρος Οχήματος.....	93
5.2.2	Διανομή Βάρους Συνιστωσών .....	95
5.3	Μεταβλητός #κινητήρων / Μεταβλητό payload.....	97
5.4	Σύγκριση με Εμπορικά Multi – Rotors.....	99
<b>6</b>	<b>Σύνοψη.....</b>	<b>103</b>
6.1	Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα.....	103
6.2	Προτάσεις για το Μέλλον .....	105

**Βιβλιογραφία ..... 107**



# Κατάλογος Σχημάτων

<b>Σχήμα 1-1.</b> Κατηγορίες RUAVs ανάλογα με το μέγεθος και το ωφέλιμο φορτίο <sup>[19]</sup> .....	2
<b>Σχήμα 1-2.</b> Το πρώτο επανδρωμένο MRAV, με 16 έλικες (αριστερά), ένα από τα πιο μικρά quadrotor (δεξιά) <sup>[51]</sup> .....	3
<b>Σχήμα 1-3.</b> Δυνατές κινήσεις ενός quadrotor.....	4
<b>Σχήμα 1-4.</b> Συνιστώσες ενός MRAV.....	4
<b>Σχήμα 1-5.</b> Διαμορφώσεις (configurations) MRAVs <sup>[57]</sup> .....	6
<b>Σχήμα 1-6.</b> MRAV με 6 έλικες μεταβλητού βήματος και όχι παράλληλους άξονες H/K <sup>[21]</sup> .....	7
<b>Σχήμα 1-7.</b> MRAV με 8 έλικες σε διάφορες διαμορφώσεις <sup>[18]</sup> .....	7
<b>Σχήμα 2-1.</b> Δείγμα outrunner BLDC H/K. Συναρμολογημένος (αριστερά) <sup>[49]</sup> και αποσυναρμολογημένος (δεξιά) <sup>[61]</sup> .....	12
<b>Σχήμα 2-2.</b> Δείγμα outrunner BLDC H/K μικρού μεγέθους (αριστερά) <sup>[54]</sup> , μεγάλου μεγέθους (δεξιά) <sup>[64]</sup> .....	13
<b>Σχήμα 2-3.</b> Δομή Coreless DC H/K <sup>[58]</sup> .....	13
<b>Σχήμα 2-4.</b> Φυσικό μοντέλο H/K.....	14
<b>Σχήμα 2-5.</b> Δομή sensorless ESC <sup>[61]</sup> .....	17
<b>Σχήμα 2-6.</b> Δείγμα brushless ESC φίρμας AXI <sup>[49]</sup> .....	17
<b>Σχήμα 2-7.</b> Φυσικό μοντέλο ESC.....	18
<b>Σχήμα 2-8.</b> Δείγμα μπαταρίας LiPo φίρμας Kokam <sup>[56]</sup> .....	19
<b>Σχήμα 2-9.</b> Φυσικό μοντέλο μπαταρίας.....	20
<b>Σχήμα 2-10.</b> Φυσικό μοντέλο συνολικής αντίστασης μπαταρίας.....	21
<b>Σχήμα 2-11.</b> Φυσικό μοντέλο δίσκου ενέργειας για αιώρηση.....	22
<b>Σχήμα 2-12.</b> Βασικά μεγέθη έλικας κατά την περιστροφή της.....	24
<b>Σχήμα 2-13.</b> Δυνάμεις και ταχύτητες σε στοιχείο πτερύγωσης <sup>[23]</sup> .....	26
<b>Σχήμα 2-14.</b> Επίλυση της Εξ. (2-66) για $\sigma=0.1$ και $C_{ia}=2\cdot\pi$ .....	32
<b>Σχήμα 2-15.</b> Μεταβολή του συντελεστή ώσης συναρτήσει του λόγου $\rho_{0.75}/D_p$ για $\sigma=0.1$ και $C_{ia}=2\cdot\pi$ .....	32
<b>Σχήμα 2-16.</b> Επίλυση της Εξ. (2-67) για $\sigma=0.1$ και $C_{ia}=2\cdot\pi$ και $C_{d0}=0.02$ .....	33
<b>Σχήμα 2-17.</b> Μεταβολή του συντελεστή ισχύος συναρτήσει του λόγου $\rho_{0.75}/D_p$ για $\sigma=0.1$ και $C_{ia}=2\cdot\pi$ .....	34
<b>Σχήμα 2-18.</b> Μεταβολή του λόγου $c_T/c_p$ συναρτήσει του λόγου $\rho_{0.75}/D_p$ για $\sigma=0.1$ και $C_{ia}=2\cdot\pi$ .....	34
<b>Σχήμα 2-19.</b> Φυσικό μοντέλο κατακόρυφης ανοδικής κίνησης.....	35
<b>Σχήμα 2-20.</b> Μοχλοί δυνάμεων σε περιστρεφόμενη κίνηση.....	37

<b>Σχήμα 2-21.</b> Γωνιακή επιτάχυνση του 4+ MRAV συναρτήσει της γωνίας $\gamma$ και της ακτινικής θέσης των κινητήρων. ....	39
<b>Σχήμα 2-22.</b> Γωνιακή επιτάχυνση του 6+ MRAV συναρτήσει της γωνίας $\gamma$ και της ακτινικής θέσης των κινητήρων. ....	39
<b>Σχήμα 2-23.</b> Σύνδεση μπαταριών – ESC – H/K – στροφείων. ....	40
<b>Σχήμα 2-24.</b> Φυσικό μοντέλο μπαταριών – συστήματος πρόωσης. ....	41
<b>Σχήμα 3-1.</b> BLDC outrunner H/K φίρμας AXI I <sup>[49]</sup> . ....	48
<b>Σχήμα 3-2.</b> Συσχετίσεις μεγεθών H/K με το μήκος $l_{mot}$ (εκθετικού τύπου). ....	51
<b>Σχήμα 3-3.</b> Συσχετίσεις μεγεθών H/K με το μήκος $l_{mot}$ (υπερβολικού τύπου). ....	52
<b>Σχήμα 3-4.</b> Συσχέτιση κόστους H/K με το μήκος $l_{mot}$ . ....	54
<b>Σχήμα 3-5.</b> Συσχέτιση μέγιστων στροφών H/K με το μήκος $l_{mot}$ . ....	54
<b>Σχήμα 3-6.</b> ESC φίρμας JETI <sup>[55]</sup> . ....	55
<b>Σχήμα 3-7.</b> Συσχέτιση μέγιστου ρεύματος συνεχούς λειτουργίας ESC με το μήκος $l_{ESC}$ . ..	56
<b>Σχήμα 3-8.</b> Μπαταρία LiPo φίρμας Kokam <sup>[56]</sup> . ....	57
<b>Σχήμα 3-9.</b> Συσχέτιση μεγεθών ενός cell LiPo 3.7V με τον όγκο του $B_{vol}$ . ....	59
<b>Σχήμα 3-10.</b> Δείγμα έλικας φίρμας APC <sup>[48]</sup> . ....	62
<b>Σχήμα 3-11.</b> Συσχέτιση συντελεστή ώσης (πάνω) και ισχύος (κάτω) με το λόγος $p/D_p$ για μηδενική ταχύτητα πτήσης. ....	64
<b>Σχήμα 3-12.</b> Συσχέτιση μάζας της έλικας με τη διάμετρό της. ....	65
<b>Σχήμα 3-13.</b> Διανομή κινητήρων για όχημα με 3 έλικες (αριστερά) και 4 έλικες (δεξιά). ..	67
<b>Σχήμα 3-14.</b> Διανομή κινητήρων για όχημα με 5 έλικες (αριστερά) και 6 έλικες (δεξιά). ..	67
<b>Σχήμα 3-15.</b> Διανομή κινητήρων για όχημα με 7 έλικες (αριστερά) και 8 έλικες (δεξιά). ..	67
<b>Σχήμα 3-16.</b> Στοιχεία που απαρτίζουν το σκελετό ενός MRAV. ....	68
<b>Σχήμα 3-17.</b> Διαστάσεις που καθορίζουν το μέγεθος του σκελετού. ....	69
<b>Σχήμα 3-18.</b> Διατομή ράβδου σκελετού οχήματος. ....	72
<b>Σχήμα 4-1.</b> Ενδεικτικός κώδικας σάρωσης του πεδίου ορισμού του διανύσματος σχεδιασμού για εύρεση ολικού ελάχιστου με χρήση nested loops. ....	84
<b>Σχήμα 4-2.</b> Διάγραμμα ροής κώδικα βελτιστοποίησης με χρήση της συνάρτησης fmincon. ....	86
<b>Σχήμα 5-1.</b> Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσει του payload για σταθερό #κινητήρων. Σύγκριση αντικειμενικών συναρτήσεων. ....	89
<b>Σχήμα 5-2.</b> Σύγκριση συνολικής μάζας και μάζας μπαταρίας συναρτήσει του payload για όχημα με 4 κινητήρες, για τις 2 αντικειμενικές συναρτήσεις. ....	90
<b>Σχήμα 5-3.</b> Διανομή μάζας συναρτήσει του payload για όχημα με 4 κινητήρες. Αντικειμενική συνάρτηση : Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια. ....	91
<b>Σχήμα 5-4.</b> Διανομή μάζας για ακραία payload για όχημα με 4 κινητήρες. Αντικειμενική συνάρτηση : Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια. ....	92



<b>Σχήμα 5-5.</b> Μεταβολή της διαμέτρου των ράβδων του σκελετού συναρτήσει του payload, για όχημα με 4 κινητήρες, για τις 2 αντικειμενικές συναρτήσεις. ....	92
<b>Σχήμα 5-6.</b> Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσει του # κινητήρων για 1kg payload. Σύγκριση αντικειμενικών συναρτήσεων. ....	94
<b>Σχήμα 5-7.</b> Σύγκριση συνολικής μάζας και μάζας μπαταρίας συναρτήσει # κινητήρων, για 1kg payload, για τις 2 αντικειμενικές συναρτήσεις. ....	95
<b>Σχήμα 5-8.</b> Διανομή μάζας συναρτήσει του # κινητήρων για 1kg payload. Αντικειμενική συνάρτηση : Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια. ....	96
<b>Σχήμα 5-9.</b> Διανομή μάζας για ακραίους # κινητήρων για 1kg payload. Αντικειμενική συνάρτηση : Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια. ....	96
<b>Σχήμα 5-10.</b> Μεταβολή της διαμέτρου των ράβδων του σκελετού συναρτήσει του # κινητήρων, για 1kg payload, για τις 2 αντικειμενικές συναρτήσεις. ....	97
<b>Σχήμα 5-11.</b> Μεταβολή του # κινητήρων συναρτήσει του payload για ελάχιστη καταναλισκόμενη ενέργεια. ....	98
<b>Σχήμα 5-12.</b> Το quadrotor Walkera HM Hoten X Quadcopter πτήσης <sup>[66]</sup> . ....	99
<b>Σχήμα 5-13.</b> Το Octocopter X88-J2 <sup>[67]</sup> . ....	100



## Κατάλογος Πινάκων

<b>Πίνακας 3-1.</b> Τεχνικά χαρακτηριστικά BLDC Η/Κ φίρμας AXI.....	49
<b>Πίνακας 3-2.</b> Υπολογισμός επιπλέον τεχνικών χαρακτηριστικών BLDC Η/Κ φίρμας AXI.....	50
<b>Πίνακας 3-3.</b> Τεχνικά χαρακτηριστικά ESC φίρμας JETI. ....	55
<b>Πίνακας 3-4.</b> Τεχνικά χαρακτηριστικά LiPo cell 3.7V φίρμας Kokam.....	58
<b>Πίνακας 3-5.</b> Δείγμα μεταβολής συντελεστών ώσης και ισχύος με τις στροφές για μηδενική ταχύτητα πτήσης.....	63
<b>Πίνακας 3-6.</b> Μεταβολή συντελεστών ώσης και ισχύος με το λόγο $r/D_p$ για μηδενική ταχύτητα πτήσης.....	64
<b>Πίνακας 5-1.</b> Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσε του payload, για 4 κινητήρες. Αντικειμενική συνάρτηση : Η καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια. ....	88
<b>Πίνακας 5-2.</b> Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσε του payload, για 4 κινητήρες. Αντικειμενική συνάρτηση : Η διάμετρος του οχήματος.....	88
<b>Πίνακας 5-3.</b> Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσε του # κινητήρων για payload 1kg, για αντικειμενική συνάρτηση την καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια. ....	93
<b>Πίνακας 5-4.</b> Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσε του # κινητήρων για payload 1kg, για αντικειμενική συνάρτηση τη διάμετρο του οχήματος. ....	93
<b>Πίνακας 5-5.</b> Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσε του # κινητήρων και του payload, για ελάχιστη καταναλισκόμενη ενέργεια. ....	98
<b>Πίνακας 5-6.</b> Μεταβολή μεγεθών συναρτήσε του # κινητήρων για σταθερό payload, για αντικειμενική συνάρτηση την καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.....	100
<b>Πίνακας 5-7.</b> Μεταβολή μεγεθών συναρτήσε του # κινητήρων για σταθερό payload, για αντικειμενική συνάρτηση την καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.....	101



# Κατάλογος Συντμήσεων

BEMT	Blade Element Momentum Theory
BET	Blade Element Theory
ESC	Electronic Speed Controller
LiPo	Lithium – Polymer batteries
MAV	Micro Aerial Vehicle είτε Micro – RUAV
MRAV	Multi Rotor Aerial Vehicle
RUAS	Rotorcraft Unmanned Aerial System
RUAV	Rotorcraft Unmanned Aerial Vehicle
UAS	Unmanned Aerial System
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
VTOL	Vertical Take off and Landing
AHEΔ	Αντί – ηλεκτρεγερτική Δύναμη (Back ElectroMagnetic Force – BEMF)
H/K	Ηλεκτροκινητήρας
ΣΣ	Σύστημα Συντεταγμένων



## Κατάλογος Συμβόλων

A	Εμβαδόν δίσκου έλικας (Propeller disk area) ( $m^2$ )
a	Μέγιστη κατακόρυφη ανοδική επιτάχυνση ( $m/s^2$ )
AR	Aspect Ratio (λόγος επιμήκους) $AR = R^2/A$ <small><math>A=Rc</math> for rectangular blade</small> = $R/c$
ATP	Ποσοστό του συνολικού χρόνου πτήσης όπου το όχημα επιταχύνει (0 έως 1)
$B_{vol}$	Όγκος παράλληλων στοιχείων μπαταρίας ( $m^3$ )
c	Χορδή αεροτομής (m)
$C_{d0}$	Συντελεστής αντίστασης αεροτομής για μηδενική άνωση
$C_{la}$	Κλίση καμπύλης συντελεστή άνωσης αεροτομής $C_l = C_{la}(\theta - a_0 - \varphi)$
$C_M$	Συντελεστής ροπής έλικας $C_M = M/\rho(N/60)^2 D_p^5$ , $C_M = C_p/2\pi$
$c_M$	Συντελεστής ροπής έλικας $c_M = M/\rho A(\Omega R)^2 R$ , $c_M \equiv c_p$
$C_P$	Συντελεστής ισχύος έλικας $C_P = P/\rho(N/60)^3 D_p^5$
$c_P$	Συντελεστής ισχύος έλικας $c_P = P/\rho A(\Omega R)^3$
$c_s$	Απόσταση μεταξύ δίσκου έλικας και κεντρικού μέρους σκελετού (m)
$C_{sc}$	Χωρητικότητα ενός στοιχείου (cell) της μπαταρίας (Ah)
$C_T$	Συντελεστής ώσης έλικας $C_T = T/\rho(N/60)^2 D_p^4$
$c_T$	Συντελεστής ώσης έλικας $c_T = T/\rho A(\Omega R)^2$
$d_c$	Πάχος δίσκων κεντρικού μέρους σκελετού
$D_p$	Διάμετρος έλικας (m)
$D_{rob}$	Εξωτερική διάμετρος οχήματος (m)
$DR_{sc}$	Μέγιστος ρυθμός εκφόρτισης ενός στοιχείου (cell) για συνεχή λειτουργία (1/h)
E	Μέτρο ελαστικότητας υλικού σκελετού (GPa)
$E_{bat}$	Ενέργεια παράλληλων στοιχείων μπαταρίας (J)

$E_{IN}$	Ενέργεια που καταναλώνει το όχημα (J)
$E_{IN,acc}$	Ενέργεια που καταναλώνει το όχημα στη φάση της επιτάχυνσης (J)
$E_{IN,hov}$	Ενέργεια που καταναλώνει το όχημα κατά την αιώρηση (J)
$E_{rod}$	Εμβαδόν διατομής ράβδου του σκελετού ( $m^2$ )
$E_{sc}$	Ενέργεια ενός στοιχείου (cell) μπαταρίας (J)
$e_a$	ΑΗΕΔ του Η/Κ (Volt)
$f_{C,odd}$	Ποσοστό αύξησης κόστους ενός Η/Κ για περιττό πλήθος κινητήρων (0 έως 1)
$f_{fr,ac}$	Ποσοστό μάζας ράβδων λόγω παρελκόμενων (βίδες, κόλλες) (0 έως 1)
$f_{M,odd}$	Ποσοστό αύξησης μάζας μίας ράβδου σκελετού για περιττό πλήθος κινητήρων (0 έως 1)
$f_{P,odd}$	Ποσοστό αύξησης ισχύος ενός Η/Κ για περιττό πλήθος κινητήρων (0 έως 1)
$f_w$	Πόσες φορές το όχημα σηκώνει το βάρος του $m_{tot} a = f_w m_{tot} g$
$g$	Επιτάχυνση βαρύτητας ( $m/s^2$ ) $g=9.81 m/s^2$
$i_0$	Ρεύμα απωλειών του Η/Κ (no load current) (A)
$i_{a,max,eff}$	Ρεύμα τυλιγμάτων Η/Κ για μέγιστο βαθμό απόδοσης (A)
$i_{acc}$	Ρεύμα Η/Κ κατά την εκκίνηση επιτάχυνσης (A)
$I_c$	Ροπή αδράνειας του σκελετού και του payload στο σωματόδετο ΣΣ ( $kg \cdot m^2$ )
$i_{ESC}$	Μέγιστο ρεύμα συνεχούς λειτουργίας ESC (A)
$i_{hov}$	Ρεύμα Η/Κ κατά την αιώρηση (A)
$I_m$	Ροπή αδράνειας του Η/Κ συν έλικα στο τοπικό ΣΣ ( $kg \cdot m^2$ )
$i_a$	Ρεύμα που διαρρέει τα τυλίγματα του Η/Κ (A)
$K_e$	Σταθερά ΑΗΕΔ του Η/Κ (Vs/rad ή Nm/A)
$K_T$	Σταθερά ροπής του Η/Κ (Nm/A ή Vs/rad)
$K_V$	Σταθερά στροφών του Η/Κ (RPM/Volt)
$l_{bat}$	Ισοδύναμο μήκος μπαταρίας (m)
$l_{ESC}$	Ισοδύναμο μήκος ESC (m)
$l_i$	Απόσταση Η/Κ από τον άξονα περιστροφής (σε roll pitch) (m)



$M$	Ροπή στον άξονα της έλικας (Nm)
$M_0$	Ροπή απωλειών του Η/Κ (Nm)
$M_{acc}$	Μέγιστη ροπή στον άξονα (κατά την εκκίνηση της επιτάχυνσης ) (Nm)
$m_{bat}$	Συνολική μάζα μπαταρίας (kg)
$m_{ESC}$	Μάζα ESC (kg)
$m_{fr,c}$	Μάζα κεντρικού μέρους σκελετού (kg)
$m_{frm}$	Μάζα σκελετού (frame) (kg)
$m_{frm}$	Συνολική μάζα του σκελετού (kg)
$M_{mot}$	Ροπή στον άξονα του Η/Κ (Nm)
$m_{pl}$	Μάζα φορτίου (payload) (kg)
$m_{rod}$	Μάζα ράβδου του σκελετού (kg)
$m_{tot}$	Συνολική μάζα οχήματος (kg)
$N_{acc}$	Στροφές έλικας κατά την εκκίνηση της επιτάχυνσης (RPM)
$N_b$	Αριθμός πτερυγίων έλικας
$n_c$	Αριθμός των στοιχείων της μπαταρίας που είναι συνδεδεμένα σε σειρά
$N_{hov}$	Στροφές έλικας κατά την αιώρηση (RPM)
$N_{m,max}$	Μέγιστες στροφές Η/Κ που δίνει ο κατασκευαστής (RPM)
$N_{max}$	Μέγιστες στροφές Η/Κ για τάση μπαταρίας $V_b$ (RPM) $N_{max} = (V_b - i_0 R_{tot}) K_V$
$n_{mot}$	Αριθμός Η/Κ του οχήματος
$n_p$	Αριθμός των συστοιχιών της μπαταρίας που είναι συνδεδεμένα παράλληλα
$P$	Ισχύς στον άξονα της έλικας (W)
$p$	Γεωμετρικό βήμα έλικας (m) $p = 2\pi r \tan \theta$
$p_{0.75}$	Γεωμετρικό βήμα έλικας στην ακτίνα αναφοράς $0.75 \cdot R$ (m) $p_{0.75} = 1.5\pi R \tan \theta_{0.75}$
$P_{acc}$	Ισχύς στον άξονα της έλικας κατά την εκκίνηση της επιτάχυνσης (W)
$P_{bat}$	Ισχύς παράλληλων στοιχείων μπαταρίας (W)
$P_{hov}$	Ισχύς στον άξονα της έλικας κατά την αιώρηση (W)

$P_i$	Induce or ideal Power (επαγόμενη ή ιδεατή ισχύς έλικας) (W) $P_i = T\omega_i$
$P_{i,hov}$	Επαγόμενη ή ιδεατή ισχύς έλικας κατά την αιώρηση (W) $P_{i,hov} = T_h\omega_h$
$P_{IN}$	Ισχύς που καταναλώνει το όχημα (W)
$P_{IN,acc}$	Ισχύς που καταναλώνει το όχημα κατά την εκκίνηση της επιτάχυνσης (W)
$P_{MIN,acc}$	Ισχύς που καταναλώνει ο Η/Κ κατά την εκκίνηση της επιτάχυνσης (W)
$P_{MIN,hov}$	Ισχύς που καταναλώνει ο Η/Κ κατά την αιώρηση (W)
$P_{mot}$	Ισχύς στον άξονα του Η/Κ (W)
$P_{sc}$	Ισχύς ενός στοιχείου (cell) μπαταρίας (W)
$R$	Ακτίνα έλικας (m)
$R_{bat}$	Εσωτερική αντίσταση παράλληλων στοιχείων μπαταρίας (W)
$R_{bat,tot}$	Συνολική εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας ( $\Omega$ )
$R_{ESC}$	Αντίσταση πλήρως ανοικτής λειτουργίας ESC (On Resistance) ( $\Omega$ )
$R_p$	Ακτίνα έλικας (m)
$R_{rc}$	Διάμετρος κεντρικού μέρους σκελετού (m)
$R_{ri}$	Εσωτερική διάμετρος διατομής ράβδου του σκελετού (m)
$R_{rm}$	Ακτίνα τοποθέτησης Η/Κ στο σκελετό (m)
$R_{rm,amax}$	Ακτίνα τοποθέτησης των Η/Κ για μέγιστη γωνιακή επιτάχυνση (m)
$R_{ro}$	Εξωτερική διάμετρος διατομής ράβδου του σκελετού (m)
$R_{rob}$	Εξωτερική ακτίνα οχήματος (m)
$r_s$	Απόσταση γειτονικών δίσκων που σχηματίζουν οι έλικες (m)
$R_{sc}$	Εσωτερική αντίσταση ενός στοιχείου (cell) μπαταρίας ( $\Omega$ )
$R_{tot}$	Ισοδύναμη αντίσταση Η/Κ για $n_{mot}$ Η/Κ και τάση εισόδου $V_b$ ( $\Omega$ )
$R_\alpha$	Αντίσταση τυλιγμάτων Η/Κ (Ohm)
SF	Συντελεστής ασφαλείας για την αντοχή των ράβδων του σκελετού
T	Ώση της έλικας (N)
$T_{acc}$	Μέγιστη στατική ώση έλικας (κατά την εκκίνηση της επιτάχυνσης) (N)
$T_{hov}$	Στατική ώση έλικας κατά την αιώρηση (N)

$t_{tot}$	Συνολικός χρόνος πτήσης (s)
$V_{acc}$	Τάση που πρέπει να έχει η μπαταρία κατά την εκκίνηση της επιτάχυνσης (V)
$V_b$	Ονομαστική τάση μπαταριών $V_b = n_c \cdot 3.7$ (V)
$V_k$	Τάση στους ακροδέκτες του Η/Κ για πλήρως ανοικτό ESC (Volt)
$V_{k,acc}$	Τάση εξόδου ESC κατά την εκκίνηση της επιτάχυνσης (V)
$V_{k,hov}$	Τάση εξόδου ESC κατά την αιώρηση (V)
$V_m$	Τάση εξόδου ESC για όχι πλήρως ανοικτό ESC (V)
$\alpha$	Μέγιστη γωνιακή επιτάχυνση pitch ή roll ( $rad/s^2$ )
$\alpha_0$	Γωνία πρόσπτωσης για μηδενική άνωση (rad)
$\alpha_{yaw}$	Μέγιστη γωνιακή επιτάχυνση yaw κατά την αιώρηση ( $rad/s^2$ )
$\gamma$	Γωνία άξονα περιστροφής (σε roll pitch) με τη ράβδο στο επίπεδο x – y (rad)
$\gamma_{max}$	Γωνία $\gamma$ για μέγιστη γωνιακή επιτάχυνση $\alpha$ (rad)
$\eta_{mot}$	Βαθμός απόδοσης του Η/Κ
$\eta_{mot,acc}$	Βαθμός απόδοσης του Η/Κ κατά την εκκίνηση της επιτάχυνσης
$\eta_{mot,hov}$	Βαθμός απόδοσης του Η/Κ κατά την αιώρηση
$\eta_{mot,max}$	Μέγιστος βαθμός απόδοσης του Η/Κ
$\theta$	Γωνία βήματος έλικας (rad)
$\theta_{0.75}$	Γωνία βήματος έλικας στην ακτίνα αναφοράς $0.75 \cdot R$ (rad)
$\lambda_i$	Induced inflow ratio (λόγος επαγόμενης εισροής) $\lambda_i = v_i / \Omega R$
$\rho_{bat}$	Μέση πυκνότητα μπαταρίας ( $kg/m^3$ )
$\rho_{ESC}$	Μέση πυκνότητα ESC ( $kg/m^3$ )
$\rho_{fr}$	Πυκνότητα υλικού σκελετού ( $kg/m^3$ )
$\rho_{mot}$	Μέση πυκνότητα Η/Κ ( $kg/m^3$ )
$\sigma$	Στερεότητα (solidity) έλικας $\sigma = N_b c / \pi R$
$\sigma_u$	Όριο (τάση) θραύσης – αντοχής υλικού σκελετού (MPa)
$u_h$	Hover induced velocity (επαγόμενη ταχύτητα κατά την αιώρηση) (m/s)
$u_i$	Induced velocity (επαγόμενη ταχύτητα στο δίσκο της έλικας) (m/s)

$\Omega$	Γωνιακή ταχύτητα έλικας (rad/s)
$\omega$	Γωνιακή ταχύτητα Η/Κ (rad/s)

# 1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μια εισαγωγή στα εναέρια οχήματα πολλών στροφείων, δίνοντας τους σχετικούς ορισμούς. Στη συνέχεια εξηγούμε τη βασική αρχή λειτουργίας ενός quadrotor και περιγράφουμε τις συνιστώσες από τις οποίες αποτελείται. Έπειτα, παραθέτουμε τις διαμορφώσεις που μπορεί να έχει ένα τέτοιο όχημα και τέλος αναφέρουμε το σκοπό και τη δομή της εργασίας.

## 1.1 Εισαγωγή στα Multirotors

Τα εναέρια οχήματα πολλών στροφείων είναι γνωστά στο διεθνή χώρο με την ονομασία Multi – Rotor Aerial Vehicles (MRAV) ή με μια λέξη multirotors ή ακόμα και multicopters. Επειδή δεν υπάρχει επίσημος όρος στην ελληνική γλώσσα για τη λέξη αυτή, αλλά και για λόγους συνεννόησης, από δω και στο εξής θα αναφερόμαστε στα οχήματα αυτά με τη διεθνή ορολογία. Επίσης, η λέξη στροφείο στο τίτλο της εργασίας δόθηκε ώστε να εννοηθεί ότι το όχημα είναι καθέτου απογείωσης και προσγείωσης (Vertical Take off and Landing – VTOL). Τα στροφεία στα οχήματα αυτά δεν έχουν σχέση με το γνωστό στροφείο του ελικοπτερου στο οποίο τα πτερύγια είναι μεταβλητού βήματος μέσω μηχανισμού. Τα στροφεία στα οποία αναφερόμαστε εδώ, είναι ουσιαστικά έλικες, όπως αυτές των αεροσκαφών, όπου το βήμα των πτερυγίων είναι σταθερό.

Η γενικότερη κατηγορία οχημάτων στην οποία ανήκει και το multirotor είναι τα rotorcrafts (στροφειόπτερα) τα οποία είναι ιπτάμενες μηχανές βαρύτερες από τον αέρα που χρησιμοποιούν μία ή περισσότερες περιστρεφόμενες πτέρυγες (πτερύγια) για να παράγουν άνωση. Η επίσημη σύντμηση για τέτοιου είδους οχήματα που ταυτόχρονα είναι και μη επανδρωμένα, είναι RUAV – Rotorcraft Unmanned Aerial Vehicle<sup>[19]</sup>. Το RUAV είναι ένα μη επανδρωμένο όχημα που φέρει έστω μια μικρή αυτονομία στη πλοήγησή του, φέρει δηλαδή κάποιο ηλεκτρονικό κύκλωμα ελέγχου. Όταν το RUAV έχει πλήρη αυτονομία και μπορεί να πλοηγηθεί χωρίς ανθρώπινη παρέμβαση ονομάζεται RUAS – Rotorcraft Unmanned Aerial System. Ως UAV αναφέρονται τα μη επανδρωμένα ιπτάμενα οχήματα σταθερής πτέρυγας (fixed – wing).

Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να κατατάξουμε τα RUAV σε κατηγορίες ανάλογα με το φορτίο (payload) που μπορούν να μεταφέρουν :

**Κατηγορία I.** Πλήρους κλίμακας.

**Κατηγορία II.** Μεσαίας κλίμακας με ωφέλιμο φορτίο πάνω από 10kg.

- Κατηγορία III.** Μικρής κλίμακας με ωφέλιμο φορτίο από 2kg έως 10kg.
- Κατηγορία IV.** Mini RUAV με ωφέλιμο φορτίο κάτω από 2kg.
- Κατηγορία V.** Micro Aerial Vehicles (MAV) με ωφέλιμο φορτίο κάτω από 100g.

Στην παρούσα εργασία όπως θα δούμε σε επόμενα κεφάλαια, εστιάζουμε στην κατηγορία IV. Στο Σχήμα 1-1 παρουσιάζονται οι κατηγορίες που περιγράψαμε.



**Σχήμα 1-1.** Κατηγορίες RUAVs ανάλογα με το μέγεθος και το ωφέλιμο φορτίο<sup>[19]</sup>.

Το multirotor ή MRAV λοιπόν είναι ένα RUAV με το χαρακτηριστικό όμως ότι φέρει παραπάνω από δύο έλικες. Ο έλεγχος της κίνησής τους εν γένει, επιτυγχάνεται μεταβάλλοντας τη σχετική ταχύτητα περιστροφής μεταξύ των στροφείων, ώστε να μεταβληθεί η ώση και η ροπή. Επειδή όμως ο έλεγχος αυτός είναι πολύπλοκος, τον αναλαμβάνει ενσωματωμένος μικροελεγκτής στο MRAV, ο οποίος με μετρήσεις από κατάλληλους αισθητήρες, επίσης ενσωματωμένους στο όχημα, καταφέρνει να το σταθεροποιεί. Τα MRAV έχουν συνήθως 3 έλικες (trirotor ή tricopter), ή 4 έλικες (quadrotor ή quadcopter), 6 έλικες (hexadrotor ή hexacopter), 8 έλικες (octorotor ή octocopter), ή και παραπάνω έλικες όπως αυτό στο Σχήμα 1-2 (αριστερά) το οποίο είναι και το πρώτο επανδρωμένο MRAV, ή όπως αυτό στο Σχήμα 1-2 (δεξιά) που μπορεί να είναι πολύ μικρού μεγέθους (MAV) και ουσιαστικά ο σκελετός του είναι η ίδια η πλακέτα των ηλεκτρονικών του.



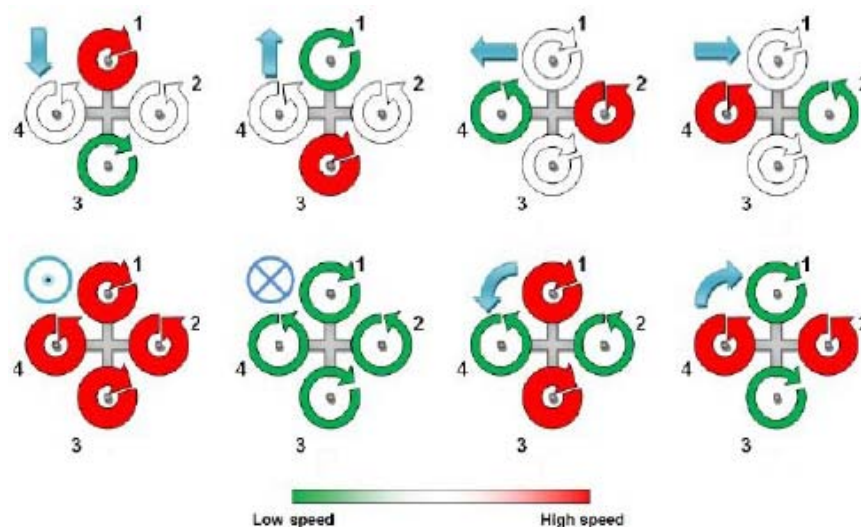
**Σχήμα 1-2.** Το πρώτο επανδρωμένο MRAV, με 16 έλικες (αριστερά), ένα από τα πιο μικρά quadrotor (δεξιά)<sup>[51]</sup>.

## 1.2 Το quadrotor. Αρχή Λειτουργίας – Συνιστώσες

Το quadrotor είναι ουσιαστικά ένα MRAV με τέσσερις έλικες, ίσης διαμέτρου. Οι τέσσερις ηλεκτροκινητήρες τοποθετούνται συμμετρικά και σταθερά πάνω σε έναν σκελετό σχήματος σταυρού με τους άξονες τους παράλληλους μεταξύ τους. Στους άξονες των Η/Κ συνδέονται οι έλικες, ενώ στο κέντρο του σκελετού βρίσκεται το ωφέλιμο φορτίο, τα ηλεκτρονικά και οι μπαταρίες. Οι Η/Κ είναι πακτωμένοι επάνω στο σκελετό. Οι έλικες του quadrotor περιστρέφονται αντίρροπα ανά δύο, έτσι ώστε η συνολική ροπή που εφαρμόζεται στο κέντρο μάζας του να είναι μηδενική. Με αυτόν τον τρόπο δεν χρειάζεται το ουραίο στροφείο που χρησιμοποιεί ένα τυπικό ελικόπτερο.

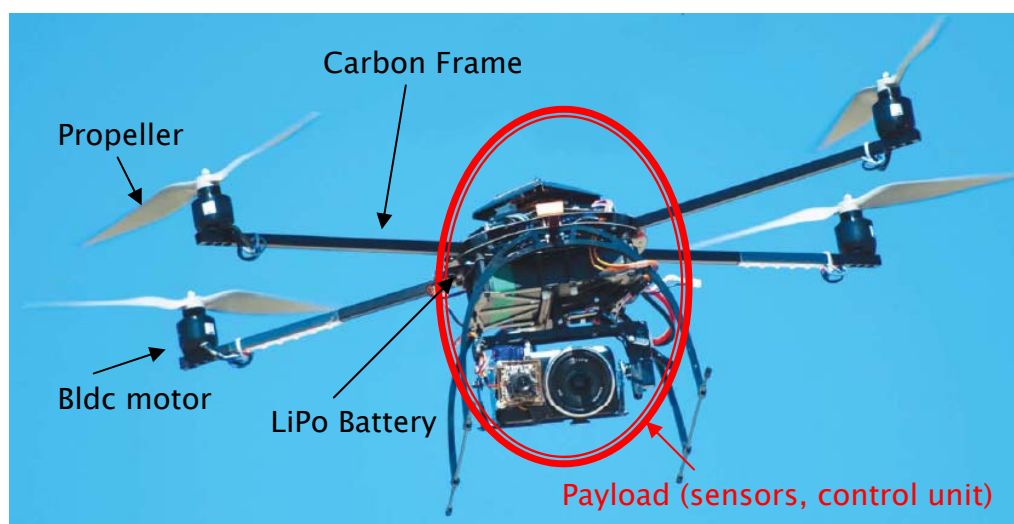
Η κίνηση του quadrotor ελέγχεται αποκλειστικά από τις γωνιακές ταχύτητες των τεσσάρων ελίκων του. Όταν οι τέσσερις έλικες κινούνται με την ίδια ακριβώς γωνιακή ταχύτητα (Σχήμα 1-3 κάτω αριστερά), τότε το ελικόπτερο ανυψώνεται. Συγχρόνως η κλίση του διατηρείται σταθερή ενώ δεν περιστρέφεται γύρω από το κέντρο μάζας του επειδή είναι εντελώς συμμετρικό.

Για να επιτευχθεί η περιστροφή του ελικοπτέρου γύρω από τον κατακόρυφο άξονα (yaw) χρειάζεται να αυξομειωθεί η ταχύτητα δύο ομοίως περιστρεφόμενων κινητήρων (Σχήμα 1-3 κάτω δεξιά). Αυτό συμβαίνει επειδή όταν αλλάξει η ταχύτητα ενός κινητήρα τότε αλλάζει και η ροπή του και λόγω της διατήρησης της στροφορμής ο σκελετός τείνει να περιστραφεί αντίθετα από τη μεταβολή αυτής της ροπής. Για εκτελέσει το όχημα περιστροφή γύρω από κάποιον άξονα που βρίσκεται στο επίπεδο του χαρτιού, τότε πρέπει ο ένας κινητήρας να αυξήσει στροφές και ταυτόχρονα ο απέναντί του να μειώσει στροφές (roll ή pitch). Με αυτόν τον τρόπο μπορεί το όχημα να κινηθεί οριζόντια. Έχοντας περιστραφεί κατά μια γωνία (έστω roll) και διατηρώντας τη, ένα μέρος της ώσης διατηρεί την αιώρηση του οχήματος και το υπόλοιπο μέρος της ώσης το επιταχύνει οριζόντια.



**Σχήμα 1-3.** Δυνατές κινήσεις ενός quadrotor.

Κάθε MRAV αποτελείται από τις συνιστώσες που παρουσιάζονται στο Σχήμα 1-4. Οι συνιστώσες αυτές είναι ο σκελετός του οχήματος (frame ή airframe), οι Η/Κ με τις έλικές τους, οι ελεγκτές στροφών των Η/Κ (ESC), η μπαταρία και το payload το οποίο περιλαμβάνει για την ανάλυσή μας τα ηλεκτρονικά ελέγχου, τους αισθητήρες και το ωφέλιμο φορτίο. Οι συνιστώσες που ουσιαστικά καθορίζουν τις επιδόσεις του οχήματος είναι ο συνδυασμός του Η/Κ και της έλικας (propulsion group).



**Σχήμα 1-4.** Συνιστώσες ενός MRAV.



### 1.3 Διαμορφώσεις (Configurations)

Τα τελευταία χρόνια, λόγω της τεχνολογικής προόδου τα ηλεκτρονικά ελέγχου (μικροελεγκτές – αισθητήρες) καθώς και οι Η/Κ και οι μπαταρίες είναι σχετικά οικονομικά και προσita στο ευρύ κοινό, με αποτέλεσμα να έχουν αναπτυχθεί οικονομικές πλατφόρμες από ερασιτέχνες ανά τον κόσμο οι οποίες είναι ανοικτού κώδικα (open source) και δίνουν τη δυνατότητα ελέγχου MRV ποικίλων διαμορφώσεων. Περισσότερες πληροφορίες για open source projects υπάρχουν στα [24] και [59].

Οι πιο τυπικές διαμορφώσεις MRV είναι αυτές όπου οι κινητήρες είναι τοποθετημένοι συμμετρικά επάνω σε έναν νοητό κύκλο γύρω από το κεντρικό μέρος του οχήματος και είναι στηριγμένοι στο σκελετό του.

Στην περιγραφή του quadrotor δείξαμε ότι όταν όλοι οι κινητήρες λειτουργούν στις ίδιες στροφές, οι ροπές αλληλοεξουδετερώνονται επειδή στρέφονται ανά δύο με την ίδια φορά. Στη περίπτωση που έχουμε περιττό αριθμό Η/Κ (λχ τρεις) αυτό δεν μπορεί να συμβεί, καθώς λόγω ύπαρξης μιας διαρκούς περισσειας ροπής το όχημα θα περιστρεφόταν συνεχώς (yaw). Στην περίπτωση αυτή, πρέπει η βάση του ενός κινητήρα να έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται κάποιες μοίρες (tilt) έτσι ώστε να μπορεί μέσω της γωνίας του διανύσματος της ώσης να εξουδετερώνει τη ροπή που προκαλεί η περιστροφή της έλικας. Αυτό είναι που γίνεται στο trirotor, όπου η γωνία που περιστρέφεται η βάση του Η/Κ μεταβάλλεται μέσω ενός επενεργητή (servo). Ένας άλλος τρόπος για να εξουδετερώσουμε αυτή τη ροπή είναι να τοποθετήσουμε κάτω από έναν Η/Κ, ακόμα έναν ο οποίος θα λειτουργεί αντίρροπα. Με τον τρόπο αυτόν έχουμε ένα νέο τύπο MRV με 4 κινητήρες όπου λόγω του σχήματος ονομάζεται Y4.

Μια άλλη διαμόρφωση είναι να αποτελείται το MRV από έξι Η/Κ αλλά όχι στην τυπική διαμόρφωση. Αυτή η διαμόρφωση είναι σα να έχουμε ένα trirotor και κάτω από κάθε Η/Κ να υπάρχει άλλος ένας ο οποίος να περιστρέφεται αντίρροπα, σχηματίζοντας έτσι τρία ζεύγη ομοαξονικών (coaxial) αντίρροπα στρεφόμενων στροφείων. Αυτή η διαμόρφωση ονομάζεται λόγω του σχήματος Y6.

Στον έλεγχο του οχήματος επίσης, παίζει ρόλο ποιο μέρος του οχήματος θεωρούμε ότι είναι το ρύγχος. Λόγω της συμμετρίας των διαμορφώσεων δύο είναι οι επιλογές. Είτε θεωρούμε ρύγχος τη μία ράβδο του οχήματος, είτε την διχοτόμο της γωνίας που σχηματίζουν δύο διαδοχικοί ράβδοι.

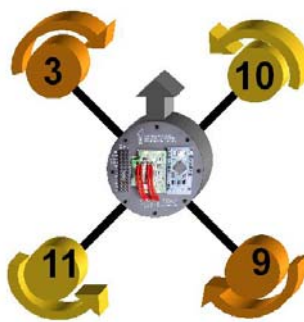
Όλες οι παραπάνω διαμορφώσεις με τις αντίστοιχες ονομασίες τους παρουσιάζονται στο Σχήμα 1-5 και όλες πλην του trirotor έχουν πάντοτε τους άξονες των Η/Κ παράλληλους μεταξύ τους.



Trirotor



Quadrotor + Mode



Quadrotor X Mode



Quadrotor Y Mode



Hexarotor + Mode



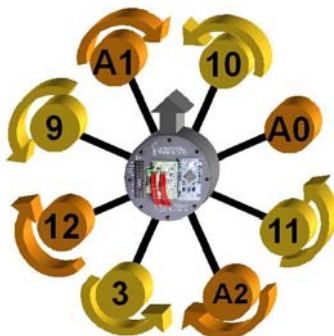
Hexarotor X Mode



Hexarotor Y Mode



Octorotor + Mode



Octorotor X Mode

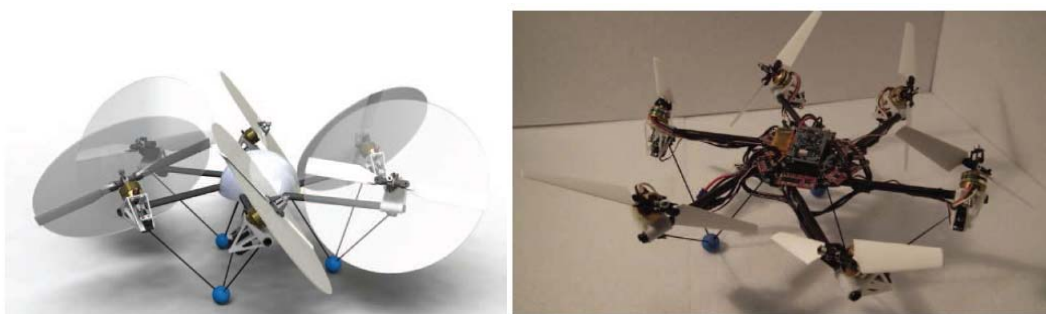


Octorotor X Coax Mode

Σχήμα 1-5. Διαμορφώσεις (configurations) MRAVs<sup>[57]</sup>.

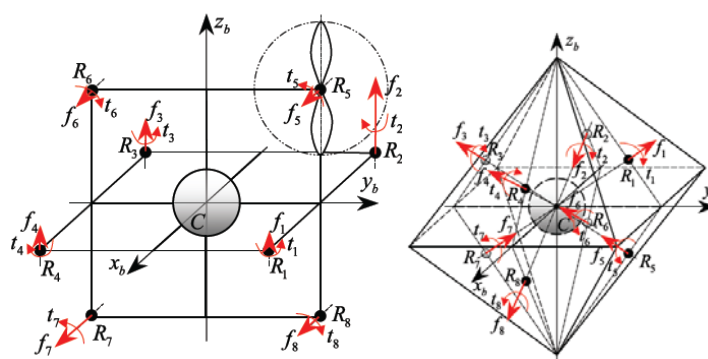
Το μειονέκτημα με τα MRV στα οποία οι άξονες των Η/Κ είναι παράλληλοι μεταξύ τους, είναι ότι δε μπορούν να κινηθούν στο χώρο χωρίς να αλλάξει ο προσανατολισμός τους, με άλλα λόγια, για να κινηθούν οριζόντια πρέπει πρώτα να περιστραφούν κατά μια γωνία roll ή pitch. Μια λύση για να το αποφύγουμε αυτό είναι να τοποθετήσουμε άλλη μια έλικα στο κέντρο του οχήματος με τον άξονα του Η/Κ κάθετο στους άξονες των υπόλοιπων Η/Κ. Άλλη λύση είναι να τοποθετηθούν όλες οι έλικες έτσι ώστε οι άξονες των Η/Κ να βρίσκονται σε διαφορετικές γωνίες μεταξύ τους. Αυτές οι λύσεις βέβαια περιπλέκουν την μαθηματική μοντελοποίηση του οχήματος. Παρ' όλα αυτά, αποτελούν πεδίο εντατικής έρευνας.

Παράδειγμα τέτοιας διαμόρφωσης είναι αυτή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 1-6. Είναι ένα hexarotor μόνο που οι έλικες είναι μεταβλητού βήματος, ώστε να μπορεί να αλλάξει η κατεύθυνση της ώσης, και παράλληλα, οι άξονες των Η/Κ δεν είναι παράλληλοι ώστε η ώση να μην είναι κάθετη στο έδαφος. Με τον τρόπο αυτό μπορεί το όχημα να κινηθεί οριζόντια χωρίς να περιστραφεί.



**Σχήμα 1-6.** MRV με 6 έλικες μεταβλητού βήματος και όχι παράλληλους άξονες Η/Κ<sup>[21]</sup>.

Παρόμοιο παράδειγμα αποτελεί η ιδέα του να είναι οι κινητήρες ισοκατανομημένοι σε δυο επίπεδα κάθετα μεταξύ τους (Σχήμα 1-7 αριστερά), ή να βρίσκονται επάνω στις έδρες ενός κανονικού οκταέδρου (Σχήμα 1-7 δεξιά).



**Σχήμα 1-7.** MRV με 8 έλικες σε διάφορες διαμορφώσεις<sup>[18]</sup>.

## 1.4 Σκοπός – Δομή Εργασίας

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η ανάπτυξη μιας μεθόδου για βέλτιστο σχεδιασμό ενός ιπτάμενου οχήματος πολλών στροφείων (MRAV). Ανάλογα δηλαδή με τις προδιαγραφές που θέλουμε να έχει ένα MRAV, όπως για παράδειγμα τη διάρκεια πτήσης του και το ωφέλιμο φορτίο, να μπορούμε να υπολογίζουμε το βέλτιστο συνδυασμό των συνιστωσών από τις οποίες αποτελείται.

Στο Κεφάλαιο 1 που είναι και το παρόν, ορίσαμε τι είναι τα multirotors, παραθέσαμε τη αρχή λειτουργίας τους και τις κύριες συνιστώσες από τις οποίες αποτελούνται, και τέλος παρουσιάσαμε τις πιθανές διαμορφώσεις που μπορεί να έχουν.

Στο Κεφάλαιο 1 ασχολούμαστε με τη μοντελοποίηση των κύριων συνιστωσών του οχήματος, δηλαδή μοντελοποιούμε τους Η/Κ, τους ελεγκτές στροφών (ESC), τις μπαταρίες, τις έλικες και την κινηματική του οχήματος για την περίπτωση που αιωρείται και για αυτήν που ξεκινάει μια γραμμική ή περιστροφική επιταχυνόμενη κίνηση. Τέλος, συνθέτουμε τα επιμέρους μοντέλα των συνιστωσών σε ένα ενιαίο.

Στο Κεφάλαιο 2 παραμετροποιούμε τις συνιστώσες. Εκφράζουμε δηλαδή μέσω κάποιων συναρτήσεων του μήκους τη μεταβολή των παραμέτρων των συνιστωσών που καθορίζουν τις επιδόσεις τους. Το μήκος αυτό είναι ουσιαστικά η κυβική ρίζα του όγκου των συνιστωσών. Με τον τρόπο αυτό, καταλήγουμε σε εξισώσεις, όπου για δεδομένο μήκος μιας συνιστώσας υπολογίζουμε άμεσα τις λειτουργικές της παραμέτρους. Για να το επιτύχουμε αυτό, χρησιμοποιήσαμε τεχνικά χαρακτηριστικά εμπορικών προϊόντων, τα οποία αφορούν σε εφαρμογές όπως τη δική μας.

Στο Κεφάλαιο 3 συνδυάζουμε τις εξισώσεις της παραμετροποίησης των συνιστωσών, με τις εξισώσεις της μοντελοποίησης, και τις εισάγουμε σε ένα πρόγραμμα που αναπτύξαμε σε Matlab, το οποίο με χρήση της συνάρτησης `fmincon` που περιέχει, υπολογίζει το βέλτιστο διάνυσμα σχεδιασμού. Ουσιαστικά, δίνοντας σαν είσοδο στο πρόγραμμα το ωφέλιμο φορτίο που θέλουμε να σηκώνει το όχημα και πόση ώρα να διαρκεί η πτήση, μας επιστρέφει τις βέλτιστες διαστάσεις και τον αριθμό των συνιστωσών, για τις οποίες η αντικειμενική συνάρτηση πήρε την ελάχιστη τιμή.

Στο Κεφάλαιο 4 δοκιμάζουμε τον κώδικα με κάποια σχεδιαστικά σενάρια, στα οποία με τα αποτελέσματα του προγράμματος, παρατηρούμε τη μεταβολή του διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσει της μεταβολής του αριθμού των κινητήρων για δεδομένο ωφέλιμο φορτίο, και συναρτήσει της μεταβολής του ωφέλιμου φορτίου για δεδομένο αριθμό κινητήρων. Επιπροσθέτως, συγκρίνουμε τα αποτελέσματα του προγράμματος με τα λειτουργικά χαρακτηριστικά πραγματικών MRAV.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 5 κάνουμε μια σύνοψη και παραθέτουμε τα συμπεράσματα και κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα.



## 2 Μοντελοποίηση Συνιστωσών

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η μοντελοποίηση των συνιστωσών ενός εναέριου οχήματος μικρού μεγέθους (Mini MRAV). Οι βασικότερες από αυτές είναι το σύστημα πρόωσης (propulsion system) που αποτελείται από τους ηλεκτροκινητήρες και τις έλικες, τα ηλεκτρονικά οδήγησης των ηλεκτροκινητήρων (drives ή Electronic Speed Controller), οι μπαταρίες και ο σκελετός (frame) του οχήματος. Δεν δίνεται έμφαση στις εξισώσεις δυναμικής της κάθε συνιστώσας, αφού ο προκαταρκτικός αυτός σχεδιασμός βασίζεται κυρίως σε λειτουργικά χαρακτηριστικά της μόνιμης κατάστασης (αιώρηση – hover). Η κινηματική και η δυναμική αναλύονται εκτενώς στο [47] και στην υπόλοιπη βιβλιογραφία που παρατίθεται.

### 2.1 Ηλεκτροκινητήρες (Electric Motors)

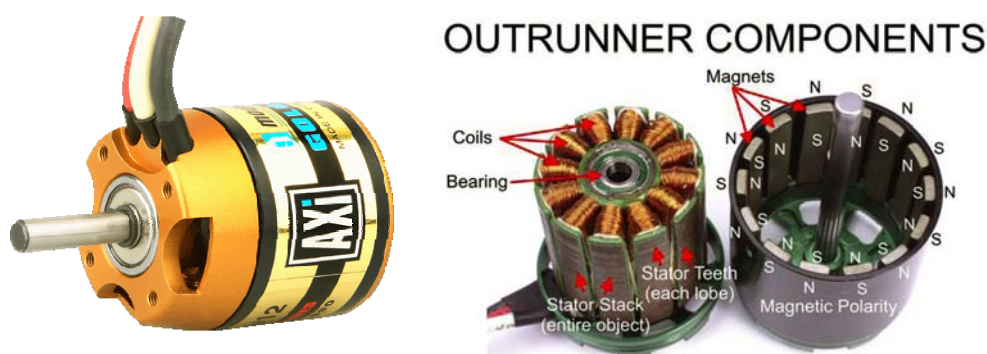
Οι ηλεκτροκινητήρες (Η/Κ) που χρησιμοποιούνται σε τέτοιες εφαρμογές είναι κινητήρες συνεχούς ρεύματος αφού αναγκαστικά η πηγή ενέργειας είναι μπαταρία που παρέχει συνεχές ρεύμα. Οι τύποι Η/Κ χρησιμοποιούνται είναι δύο : BLDC (Brushless DC motors) ή Coreless DC. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται τα κύρια χαρακτηριστικά τους και το μαθηματικό τους μοντέλο.

#### 2.1.1 Περιγραφή BLDC και Coreless DC Motors

Οι κινητήρες συνεχούς ρεύματος χωρίς ψήκτρες (Brushless DC motors) είναι ουσιαστικά σύγχρονοι τριφασικοί κινητήρες μόνιμου μαγνήτη. Είναι μια αντιστροφή των κινητήρων συνεχούς ρεύματος μόνιμου μαγνήτη, όπου τώρα το μαγνητικό πεδίο παράγεται από το δρομέα και ο στάτης φέρει τα τυλίγματα. Αντί για ψήκτρες και συλλέκτη, ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα (Electronic Speed Control - ESC) αναγνωρίζει τη θέση του δρομέα και ρυθμίζει την παροχή ρεύματος στα τυλίγματα του στάτη έτσι ώστε να παράγει ένα περιστρεφόμενο μαγνητικό πεδίο. Τα τυλίγματα του στάτη μπορεί να είναι σε σύνδεση αστέρα ή σε σύνδεση τριγώνου, με τη σύνδεση αστέρα να προσδίδει υψηλότερη ροπή σε χαμηλές στροφές, αλλά όχι υψηλές στροφές (μεγαλύτερη σταθερά ροπής). Η απουσία ψηκτρών τους καθιστά πιο αξιόπιστους και αποδοτικούς από του Η/Κ συνεχούς ρεύματος μόνιμου μαγνήτη. Παράλληλα, η υψηλή ειδική ισχύς τους (W/kg) τους καθιστά ιδανικούς

για εφαρμογές σε ιπτάμενα οχήματα. Χρειάζονται όμως απαραίτητα αισθητήρα γωνιακής θέσης και οδήγηση.

Χωρίζονται δε σε δύο κατηγορίες: α) στους Outrunner (περιστρεφόμενου κελύφους) στους οποίους ο δρομέας που φέρει τους μόνιμους μαγνήτες είναι το κέλυφος ενώ ο στάτης που φέρει τα τυλίγματα είναι σταθερά εδραζόμενος στο εσωτερικό του Η/Κ (βλ. Σχήμα 2-1), και β) στους Inrunner (περιστρεφόμενου πυρήνα) στους οποίους ο δρομέας που φέρει τους μόνιμους μαγνήτες είναι στο εσωτερικό του Η/Κ και ο στάτης που φέρει τα τυλίγματα είναι το κέλυφος του Η/Κ.



**Σχήμα 2-1.** Δείγμα outrunner BLDC Η/Κ. Συναρμολογημένος (αριστερά)<sup>[49]</sup> και αποσυναρμολογημένος (δεξιά)<sup>[61]</sup>.

Οι outrunner σε σχέση με τους inrunner εμφανίζουν υψηλότερη ροπή σε χαμηλές στροφές (υψηλότερη σταθερά ροπής  $K_T$  και χαμηλότερη σταθερά ΑΗΕΔ  $K_e$  ή σταθερά στροφών  $K_v$ ) και ενδείκνυται η χρήση τους για απευθείας σύνδεση με το φορτίο (λ.χ. έλικα) χωρίς τη χρήση μειωτήρα στροφών.

Τα μεγέθη των outrunner BLDC Η/Κ ξεκινούν από διαμέτρους των 10mm, μάζας 2g και μερικών watt, και φτάνουν σε διαμέτρους των 150mm, μάζας 5kg και ισχύ μερικών kW (βλ. Σχήμα 2-2). Είναι κατάλληλα δε για μεγάλα Micro RUAV (MAV) έως μικρά Full – Scale RUAV.

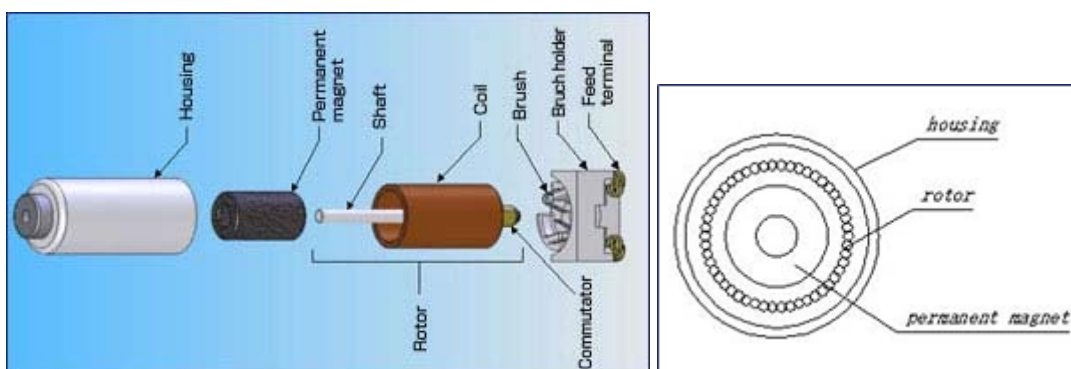
Οι Coreless DC είναι Η/Κ συνεχούς ρεύματος μόνιμου μαγνήτη με τη μόνη διαφορά ότι ο δρομέας δεν έχει πυρήνα σιδήρου. Έτσι, ο μόνιμος μαγνήτης βρίσκεται εσωτερικά των τυλιγμάτων του δρομέα (Σχήμα 2-3). Το όφελος είναι η μεγάλες επιταχύνσεις, λόγω της ελαττωμένης ροπής αδρανείας του δρομέα. Επίσης, η διάταξη αυτή, επιτρέπει την κατασκευή τέτοιων Η/Κ πολύ μικρού μεγέθους, ιδανικούς για MAV.

Για εφαρμογές μικρότερου μεγέθους, όπως για παράδειγμα σε MAV, γίνεται χρήση inrunner BLDC Η/Κ οι οποίοι ξεκινούν από διαμέτρους των 2mm, ή χρήση Coreless DC Η/Κ οι οποίοι ξεκινούν από διαμέτρους 3 με 4mm.





Σχήμα 2-2. Δείγμα outrunner BLDC Η/Κ μικρού μεγέθους (αριστερά)<sup>[54]</sup>, μεγάλου μεγέθους (δεξιά)<sup>[64]</sup>.

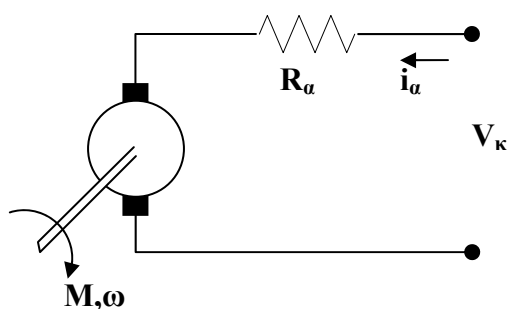


Σχήμα 2-3. Δομή Coreless DC Η/Κ<sup>[58]</sup>.

### 2.1.2 Μοντέλο Ηλεκτροκινητήρα

Το μοντέλο Η/Κ που αναπτύσσουμε, είναι κοινό και για τους δύο τύπους κινητήρων που περιγράφηκαν. Είναι το απλοποιημένο μοντέλο ενός Η/Κ συνεχούς ρεύματος μόνιμου μαγνήτη.

Το φυσικό μοντέλο του Η/Κ παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-4, όπου  $V_k$  η τάση τροφοδοσίας,  $i_a$  το ρεύμα που διαρρέει τα τυλίγματα,  $e_a$  η ΑΗΕΔ,  $R_a$  η αντίσταση των τυλιγμάτων,  $M$  η ροπή που παράγει ο Η/Κ και  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του άξονα. Η αυτεπαγωγή αμελείται.



**Σχήμα 2-4.** Φυσικό μοντέλο Η/Κ.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο του Η/Κ είναι οι εξής :

$$V_k = e_a + i_a R_a \quad (2-1)$$

$$e_a = K_e \omega = K_T \omega = N / K_V \quad (2-2)$$

Η σχέση που συνδέει τη σταθερά ροπής  $K_T$  με τη σταθερά στροφών  $K_V$  (RPM/V) είναι :

$$K_e = K_T = \frac{30}{\pi} \frac{1}{K_V} \quad (2-3)$$

$$M = K_T i_a \quad (2-4)$$

Η ροπή τριβών απαιτεί αντιστάθμιση από το ρεύμα απωλειών  $i_0$ , και είναι :

$$M_0 = K_T i_0 \quad (2-5)$$

Η ροπή στον άξονα του Η/Κ είναι :

$$M_{mot} = K_T (i_a - i_0) \quad (2-6)$$

Από τις Εξ. (2-1) έως (2-6) έχουμε για τη ροπή στον άξονα του Η/Κ :

$$M_{mot} = \frac{K_T}{R_a} V_k - \frac{K_T^2}{R_a} \omega - K_T i_0 \quad (2-7)$$

Η ισχύς που καταναλώνει ο Η/Κ είναι :

$$P_{in} = V_k i_a \quad (2-8)$$

Η ισχύς στον άξονα του Η/Κ.

$$P_{mot} = M_{mot} \omega = K_T (i_a - i_0) \omega = e_a (i_a - i_0) = (V_k - i_a R_a) (i_a - i_0) \quad (2-9)$$

Οι στροφές του Η/Κ σε RPM.

$$N = (V_k - i_a R_a) K_V \quad (2-10)$$

Ο βαθμός απόδοσης του Η/Κ είναι :

$$\eta_{mot} = \frac{P_{mot}}{P_{IN}} = \frac{(V_k - i_a R_a)(i_a - i_0)}{V_k i_a} \quad (2-11)$$

Παραγωγίζοντας την (2-11) ως προς  $i_a$  λαμβάνουμε το ρεύμα για μέγιστο  $\eta_{mot}$  :

$$i_{a,max\,eff} = \sqrt{i_0 \frac{V_k}{R_a}} \quad (2-12)$$

Από την (2-11) και (2-12) λαμβάνουμε το μέγιστο  $\eta_{mot}$  :

$$\eta_{mot,max} = \left(1 - \sqrt{i_0 \frac{R_a}{V_k}}\right)^2 \quad (2-13)$$

Στο σημείο αυτό να αναφέρουμε ότι το ρεύμα απωλειών  $i_0$  είναι το άθροισμα του ρεύματος που οφείλεται στη στατική τριβή και του ρεύματος που οφείλεται στη τριβή λόγω viscous damping στα ρουλεμάν και στις απώλειες πυρήνα. Ο δεύτερος και τρίτος όρος είναι ανάλογος των στροφών του Η/Κ και συνεπώς ανάλογος με την τάση  $V_k$ . Συνεπώς το ρεύμα απωλειών  $i_0$  δεν είναι σταθερό. Στην παρούσα όμως ανάλυση κάνουμε την παραδοχή ότι το ρεύμα απωλειών  $i_0$  μένει σταθερό για όλο το εύρος λειτουργίας του Η/Κ.

Παρατηρούμε από τις παραπάνω εξισώσεις, ότι τα μεγέθη που χρειάζονται να υπολογίσουμε τις επιδόσεις Η/Κ είναι : Η αντίσταση των τυλιγμάτων  $R_a$ , το ρεύμα απωλειών (no load current)  $i_0$  και η σταθερά ροπής  $K_T$ . Το μοντέλο αυτό αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως μοντέλο τριών σταθερών (three constant model). Για μεγαλύτερη ακρίβεια στο μοντέλο μπορούμε να μετρήσουμε τη μεταβολή του ρεύματος απωλειών  $i_0$  για διάφορες στροφές και να βρούμε ακόμα μια σταθερά. Το μοντέλο τότε είναι τεσσάρων σταθερών (four constant model) και λεπτομέρειες για αυτό υπάρχουν στα [5] και [12].

Ένα ακόμα σημαντικό μέγεθος για τους Η/Κ είναι το μέγιστο ρεύμα συνεχούς λειτουργίας (current capacity)  $i_{max}$ , το οποίο δε συμμετέχει σε κάποια εξίσωση, αλλά είναι ένας δείκτης για το όριο των επιδόσεων του Η/Κ. Τιμές ρεύματος μεγαλύτερες αυτού είναι καταστρεπτικές για τον Η/Κ.

## 2.2 Οδήγηση Κινητήρων (Drives)

Η οδήγηση των BLDC Η/Κ γίνεται με ηλεκτρονικές διατάξεις που ονομάζονται brushless ESC (Electronic Speed Controller) οι οποίες για να μεταβάλλουν τις στροφές του Η/Κ μετατρέπουν το συνεχές ρεύμα της μπαταρίας σε εναλλασσόμενο μεταβλητής συχνότητας με διαφορά φάσης  $120^\circ$  για κάθε φάση από τις τρεις. Στους DC Η/Κ μόνιμου μαγνήτη (Coreless ή μη) η οδήγηση από τα brushed ESC είναι απλούστερη, καθώς για τη μεταβολή των στροφών χρειάζεται μόνο η μεταβολή της τάσης τροφοδοσίας τους.

### 2.2.1 Brushless Electronic Speed Control (ESC)

Επειδή το ESC πρέπει να κατευθύνει την περιστροφή του δρομέα, χρειάζεται κάποια πληροφορία για τη γωνιακή θέση του δρομέα σχετικά με τα τυλίγματα του στάτη. Κάποιοι τύποι ESC για να το επιτύχουν αυτό, χρησιμοποιούν αισθητήρες Hall ή encoder με τα οποία πρέπει να είναι εφοδιασμένος ο Η/Κ. Αν ο κινητήρας όμως δεν έχει αισθητήρες Hall ή encoder, τότε τα ESC είναι τύπου sensorless. Στην περίπτωση αυτή μετρούν την ΑΗΕΔ στα μη οδηγούμενα τυλίγματα καταλαβαίνοντας έτσι τη γωνιακή θέση του δρομέα.

Τα περισσότερα ESC του εμπορίου είναι sensorless, αφού οι BLDC Η/Κ που αφορούν σε χρήση τηλεκατευθυνόμενων μοντέλων και RUAV, δεν έχουν αισθητήρες Hall ή encoder.

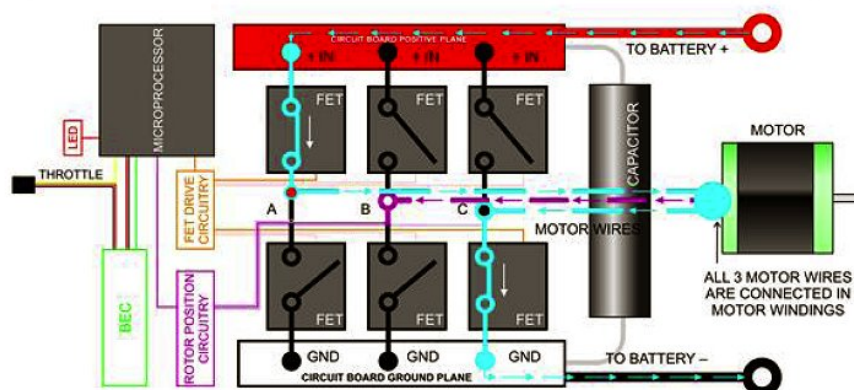
Για να περιστρέψει το ESC το μαγνητικό πεδίο, εναλλάσσει την πολικότητα των φάσεων ανά ζεύγη. Οι συνδυασμοί για μια περιστροφή του μαγνητικού πεδίου είναι 6. Για μια περιστροφή του δρομέα, το μαγνητικό πεδίο πρέπει να περιστραφεί τόσες φορές όσες και ο αριθμός των ζευγών των πόλων του δρομέα.

Τα βασικά στοιχεία από τα οποία αποτελείται ένα brushless ESC είναι : τα τρανζίστορ ισχύος, το κύκλωμα οδήγησης των τρανζίστορ, ο μικροεπεξεργαστής και το κύκλωμα ανίχνευσης της θέσης του δρομέα (Σχήμα 2-5).

Η διαδικασία ρύθμισης των στροφών που εκτελεί το ESC είναι αρκετά πολύπλοκη και δε θα την αναπτύξουμε εδώ. Αρκεί να αναφέρουμε ότι το ESC δέχεται ως είσοδο ένα σήμα PWM και ανάλογα με το duty cycle του σήματος μεταβάλλεται και ο ρυθμός περιστροφής του μαγνητικού πεδίου στον Η/Κ, συνεπώς και οι μηχανικές του στροφές.

Λεπτομέρειες σχετικά με τη λειτουργία του brushless ESC υπάρχουν για παράδειγμα σε άρθρο του Greg Covey<sup>[61]</sup> και στο έγγραφο AVR444 της ATMEL.

## CURRENT FLOW THROUGH A SINGLE CIRCUIT

Σχήμα 2-5. Δομή sensorless ESC<sup>[61]</sup>.

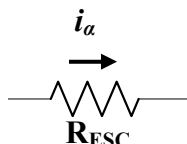
Τα brushless ESC που είναι διαθέσιμα στο εμπόριο είναι κατάλληλα για τιμές ρεύματος από 2 έως κάποιες εκατοντάδες ampere. Ένα τυπικό brushless ESC παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-6. Διακρίνουμε δεξιά τους τρεις ακροδέκτες για τη σύνδεση των φάσεων του Η/Κ και τους δύο ακροδέκτες αριστερά για τη σύνδεση στη μπαταρία. Ο ακροδέκτης για την είσοδο του PWM σήματος διακρίνεται ελάχιστα κάτω από το μαύρο ακροδέκτη αριστερά.

Σχήμα 2-6. Δείγμα brushless ESC φήρμας AXI<sup>[49]</sup>.

Να αναφέρουμε στο σημείο αυτό ότι ένα τυπικό ESC του εμπορίου δε παρέχει στο χρήστη πληροφορία για τις στροφές του Η/Κ, απλά ανάλογα με το φορτίο (την έλικα) οι στροφές μεταβάλλονται σύμφωνα με τη Εξ. (2-10) όπου η τάση  $V_k$  μεταβάλλεται από 0V έως την τάση της μπαταρίας. Για να “διαβάσουμε” τις στροφές πρέπει να χρησιμοποιηθεί ξεχωριστό κύκλωμα.

### 2.2.2 Μοντέλο ESC

Αυτό που μας ενδιαφέρει στη λειτουργία του ESC είναι η ισχύς που καταναλώνει κατά τη λειτουργία του. Ο υπολογισμός αυτός είναι αρκετά πολύπλοκος και αρκεί να αναφέρουμε ότι το ESC καταναλώνει λιγότερη ισχύ όταν λειτουργεί στις μέγιστες στροφές. Παρ' όλα αυτά, για να εντάξουμε το ESC στους υπολογισμούς, θεωρούμε ότι είναι μια σταθερή αντίσταση συνδεδεμένη σε σειρά με τον Η/Κ. Το φυσικό μοντέλο παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-7.



Σχήμα 2-7. Φυσικό μοντέλο ESC.

Η τιμή της αντίστασης που επιλέξαμε είναι μια τυπική τιμή για την αντίσταση πλήρους ανοικτής λειτουργίας (ON Resistance) ενός τρανζίστορ, η οποία είναι μικρότερη για μεγαλύτερα ESC και κυμαίνεται μεταξύ  $0.005\Omega$  και  $0.03\Omega$ .

$$R_{ESC} = 0.015\Omega \quad (2-14)$$

Τα ESC χαρακτηρίζονται επίσης και από το μέγιστο ρεύμα συνεχούς λειτουργίας  $i_{ESC}$  το οποίο δεν πρέπει να υπερβαίνει ο Η/Κ στο μέγιστο φορτίο του.

## 2.3 Μπαταρίες (Batteries)

Ο τύπος των μπαταριών που επιλέχθηκαν είναι Lithium – Polymer (LiPo), λόγω της μεγάλης πυκνότητας ενέργειας (Wh/kg) που προσφέρουν, απαραίτητης για ιπτάμενα οχήματα. Δείγμα τέτοιας μπαταρίας φαίνεται στο Σχήμα 2-8, όπου διακρίνονται τα κυριότερα τεχνικά χαρακτηριστικά της, όπως η χωρητικότητα C (σε Ah), η ονομαστική τάση λειτουργίας  $V_b$  (σε V), ο μέγιστος ρυθμός εκφόρτισης συνεχούς λειτουργίας  $DR_c$  (σε C, δηλαδή  $C \cdot DR_c$  A), ο αριθμός των στοιχείων που είναι συνδεδεμένα σε σειρά και ο αριθμός τέτοιων σειρών που είναι παράλληλα συνδεδεμένες (στο σχήμα έχουμε 3 στοιχεία σε σειρά).

Οι μπαταρίες αυτές είναι συστοιχίες μικρότερων στοιχείων (cells) συνδεδεμένα σε σειρά ή παράλληλα ανάλογα με την χωρητικότητα και την τάση που θέλουμε να έχει

συνολικά η μπαταρία. Κάθε στοιχείο (cell) έχει ονομαστική τάση 3.7V η οποία για πλήρως φορτισμένο cell φτάνει περίπου τα 4.2V και για ξεφόρτιστο περίπου τα 2.7V. Οι διαστάσεις του μπορεί να κυμαίνονται από 5mm<sup>3</sup> έως 50mm<sup>3</sup> με αντίστοιχες χωρητικότητες από 0.1Ah έως 5Ah.

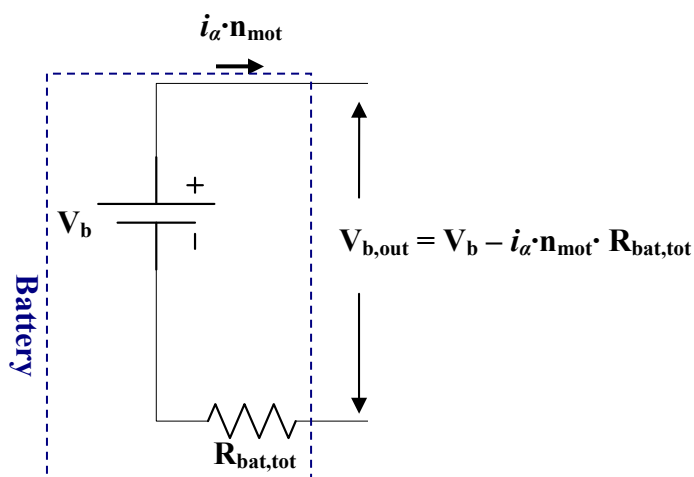


**Σχήμα 2-8.** Δείγμα μπαταρίας LiPo φήρμας Kokam<sup>[56]</sup>.

Για να επιτύχουμε την επιθυμητή τάση μιας μπαταρίας επιλέγουμε τον αριθμό  $n_c$  των στοιχείων που θα συνδεθούν σε σειρά. Έπειτα ανάλογα την χωρητικότητα που επιθυμούμε να έχει η μπαταρία, επιλέγουμε το μέγεθος του κάθε στοιχείου που είναι ανάλογο με την χωρητικότητα. Αν θέλουμε όμως κάποια χωρητικότητα που υπερβαίνει τη χωρητικότητα του μεγαλύτερου διαθέσιμου στοιχείου, τότε επιλέγουμε το πλήθος  $n_p$  των συστοιχιών (που η κάθε μια αποτελείται από  $n_c$  στοιχεία συνδεδεμένα σε σειρά) που θα συνδεθούν παράλληλα και θα μας δώσουν την επιθυμητή χωρητικότητα. Πάντα όμως πρέπει όλα τα επιμέρους στοιχεία να έχουν την ίδια χωρητικότητα. Κάθε συστοιχία έχει χωρητικότητα ίση με τη χωρητικότητα του ενός στοιχείου. Έτσι, μια μπαταρία που αποτελείται από  $n_c$  σε σειρά στοιχεία και  $n_p$  συστοιχίες, έχει τάση  $n_c \cdot 3.7V$ , χωρητικότητα  $n_p \cdot C_{sc}$  όπου  $C_{sc}$  η χωρητικότητα σε Ah του κάθε στοιχείου, και πλήθος στοιχείων  $n_c \cdot n_p$ .

Η μπαταρία μοντελοποιείται ως μια πηγή τάσης  $V_b$  με εσωτερική αντίσταση  $R_{bat,tot}$ . Το φυσικό μοντέλο παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-9.

Αυτό που μας ενδιαφέρει εδώ είναι η πτώση τάσης στους ακροδέκτες της μπαταρίας κατά τη σύνδεσή της σε κάποιο φορτίο. Αυτή η πτώση τάσης εξαρτάται από την εσωτερική αντίσταση του κάθε στοιχείου της μπαταρίας και το ρεύμα που διαπερνά τη μπαταρία. Επίσης, μας ενδιαφέρει η ισχύς της μπαταρίας που καθορίζεται από την τάση λειτουργίας και το μέγιστο ρυθμό εκφόρτισης συνεχούς λειτουργίας, αλλά και η ενέργεια της μπαταρίας που εξαρτάται από την τάση λειτουργίας και την χωρητικότητά της. Η ενέργεια της μπαταρίας προσδιορίζει στη συνέχεια τη διάρκεια λειτουργίας για συγκεκριμένο φορτίο.



Σχήμα 2-9. Φυσικό μοντέλο μπαταρίας.

Αν η μπαταρία τροφοδοτεί  $n_{mot}$  Η/Κ οι οποίοι απορροφούν το ίδιο ρεύμα  $i_a$  και η συνολική εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας είναι  $R_{bat,tot}$ , τότε η τάση στους ακροδέκτες της μπαταρίας θα είναι :

$$V_{b,out} = V_b - n_{mot} i_a R_{bat,tot} \quad (2-15)$$

Αν η μπαταρία έχει  $n_c$  στοιχεία συνδεδεμένα σε σειρά και  $n_p$  στοιχεία (ή σειρές) παράλληλα/ες συνδεδεμένα/ες, η ισχύς και η ενέργεια ενός στοιχείου είναι  $P_{sc}$  και  $E_{sc}$  αντίστοιχα, ο μέγιστος ρυθμός εκφόρτισης συνεχούς λειτουργίας του είναι  $DR_c$ , η χωρητικότητα του είναι  $C_{sc}$ , και η συνολική χωρητικότητα της μπαταρίας είναι  $C_{tot}$ , τότε η ισχύς και ενέργεια του ενός στοιχείου και η συνολική ισχύς και ενέργεια της μπαταρίας θα είναι :

$$C_{tot} = n_p C_{sc} \quad (2-16)$$

$$P_{sc} = 3.7 DR_c C_{sc} \quad (2-17)$$

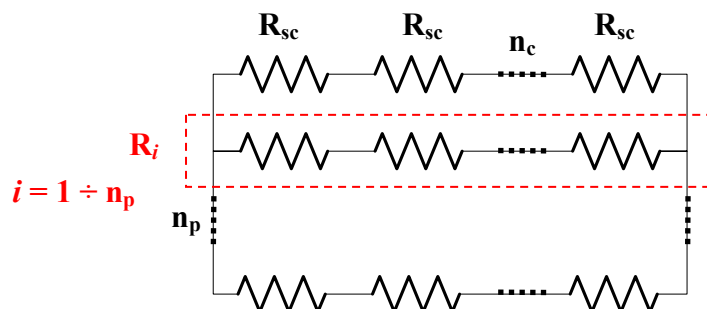
$$E_{sc} = 3.7 C_{sc} \quad (2-18)$$

$$P_{bat,tot} = P_{sc} n_c n_p \quad (2-19)$$

$$E_{bat,tot} = E_{sc} n_c n_p \quad (2-20)$$



Για να υπολογίσουμε την ολική αντίσταση της μπαταρίας, χρησιμοποιούμε τους νόμους του Kirchhoff στο κύκλωμα όπως φαίνεται στο Σχήμα 2-10, όπου  $R_{sc}$  είναι η αντίσταση κάθε στοιχείου,  $R_i$  η αντίσταση μιας συστοιχίας στοιχείων συνδεδεμένων σε σειρά, και  $n_p$  ο αριθμός παράλληλα συνδεδεμένων συστοιχιών.



Σχήμα 2-10. Φυσικό μοντέλο συνολικής αντίστασης μπαταρίας.

Η αντίσταση  $R_i$  θα είναι :

$$R_i = n_c R_{sc}, \quad i = 1 \div n_p \quad (2-21)$$

Η συνολική αντίσταση θα είναι :

$$R_{bat,tot} = \frac{\prod_{j=1}^{n_p} R_j}{\sum_{i=1}^{n_p} \left( \frac{1}{R_i} \prod_{j=1}^{n_p} R_j \right)} = \frac{(n_c R_{sc})^{n_p}}{n_p (n_c R_{sc})^{n_p-1}} = \frac{n_c R_{sc}}{n_p} \quad (2-22)$$

Στο σημείο αυτό να σημειώσουμε ότι εάν η σύνδεση ήταν διαφορετική, δηλαδή  $n_p$  στοιχεία συνδεδεμένα παράλληλα και  $n_c$  συστοιχίες (παράλληλα συνδεδεμένων στοιχείων) σε σειρά, οι εξισώσεις είναι ακριβώς οι ίδιες.

## 2.4 Έλικες (Propellers)

Για οχήματα κατηγοριών micro RUAV (MAV) έως και full scale multicopter RUAV, οι έλικες του εμπορίου που αφορούν σε τηλεκατευθυνόμενα μοντέλα είναι τις περισσότερες φορές και η επιλογή για τέτοιες εφαρμογές. Στην περίπτωση αυτή, ο κατασκευαστής δίνει ως πληροφορία μόνο τη διάμετρο και το γεωμετρικό βήμα (pitch) της έλικας. Για να μπορέσουμε όμως να μοντελοποιήσουμε τις έλικες αυτές με ικανοποιητική ακρίβεια, πρέπει να γνωρίζουμε αρκετά από τα γεωμετρικά και αεροδυναμικά χαρακτηριστικά τους,

τα οποία από τη μια δεν δίδονται ως πληροφορία από τον κατασκευαστή, από την άλλη δε, η μέτρησή τους είναι πολύπλοκη διαδικασία, ειδικά όταν θέλουμε να επιλέξουμε ανάμεσα από πολλές έλικες.

Συνεπώς, υπάρχει η ανάγκη για την εκτίμηση των επιδόσεων μιας έλικας γνωρίζοντας ελάχιστα από γεωμετρικά χαρακτηριστικά της. Παράλληλα υπάρχει η δυνατότητα να σχεδιαστεί μια έλικα για δεδομένες επιδόσεις. Στην παράγραφο αυτή αναφερόμαστε και στις δύο μεθόδους.

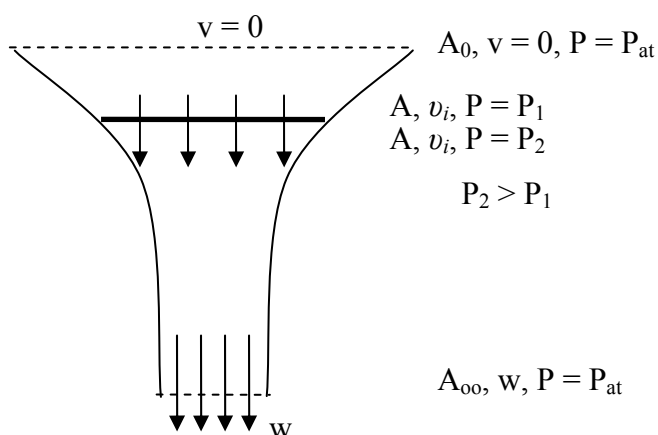
Για λεπτομέρειες όσον αφορά στο σχεδιασμό έλικας, ειδικά για οχήματα κατηγορίας MAV, ή στον προσδιορισμό παραμέτρων υπάρχουσας έλικας, παραπέμπουμε στα [1], [2], [8], [14], [16], [20], [22], [23], [25], [35], [37], [43] και [52].

#### 2.4.1 Θεωρία του Δίσκου Ενέργειας σε Αιώρηση (Actuator Disk Theory)

Η θεωρία του δίσκου ενέργειας (Actuator Disk, ή Rotor Momentum Theory) βασίζεται στην εφαρμογή του θεωρήματος διατήρησης της ορμής, μάζας και ενέργειας σε κατάλληλο όγκο αναφοράς που περιβάλλει την έλικα η οποία θεωρείται μια επιφάνεια, που καλείται δίσκος ενέργειας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2-11. Στο δίσκο ενέργειας υπάρχει συνέχεια της αξονικής ταχύτητας και ασυνέχεια πίεσης.

Οι παραδοχές στην εφαρμογή των θεωρημάτων είναι ότι η ροή είναι μόνιμη και μονοδιάστατη (τα ρευστομηχανικά μεγέθη σε επίπεδο παράλληλο στο δίσκο είναι ομοιόμορφα), το ρευστό είναι ασυμπίεστο και μη συνεκτικό.

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2-11 η ταχύτητα του αέρα είναι μηδενική ανάντι του δίσκου και καθώς εισέρχεται στο σωλήνα ροής επιταχύνεται περνάει μέσα από το δίσκο με μια ταχύτητα  $u_i$  και εξέρχεται από αυτόν στο άπειρο με μια μεγαλύτερη ταχύτητα  $w$ .



**Σχήμα 2-11.** Φυσικό μοντέλο δίσκου ενέργειας για αιώρηση.

Από τη διατήρηση της μάζας έχουμε για την παροχή μάζας  $\dot{m}$  στο σωλήνα ροής :

$$\dot{m} = \rho A_{\infty} w = \rho A v_i \quad (2-23)$$

Όπου  $\rho$  η πυκνότητα του αέρα και  $A$  το εμβαδόν του δίσκου ενέργειας.

Από τη διατήρηση της ορμής έχουμε για την ώση  $T$  του δίσκου ενέργειας :

$$T = \iint_{\infty} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V} = \dot{m} w \quad (2-24)$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας έχουμε ότι το έργο που παράγει ο δίσκος είναι ίσο με την ισχύ που απορρόφησε το ρευστό, συνεπώς :

$$T v_i = \iint_{\infty} \frac{1}{2} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V}^2 = \frac{1}{2} \dot{m} w^2 \quad (2-25)$$

Από τις Εξ. (2-24) και (2-25) εξάγουμε τη σχέση μεταξύ της επαγόμενης ταχύτητας  $v_i$  στο δίσκο, και της ταχύτητας εξόδου  $w$  από το σωλήνα ροής :

$$v_i = \frac{1}{2} w \quad (2-26)$$

Από τις Εξ. (2-24) και (2-26) έχουμε :

$$T = \dot{m} w = \dot{m} 2v_i = 2\rho A v_i^2 \quad (2-27)$$

Λύνοντας ως προς  $v_i$  την Εξ. (2-27) έχουμε :

$$v_i = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = \sqrt{\left(\frac{T}{A}\right) \frac{1}{2\rho}} \quad (2-28)$$

Στην αιώρηση η συνολική ώση ισούται με το βάρος του οχήματος, συνεπώς αν το όχημα περιλαμβάνει από  $n_{\text{mot}}$  έλικες και η συνολική του μάζα είναι  $m_{\text{tot}}$ , η ώση της κάθε έλικας θα είναι  $T = m_{\text{tot}} g / n_{\text{mot}} = mg$ , όπου  $m \cdot g$  η ώση που πρέπει να έχει κάθε μια έλικα. Συνεπώς η Εξ. (2-28) γίνεται :

$$v_h \equiv v_i = \sqrt{\frac{mg}{2\rho A}} \quad (2-29)$$

Η επαγόμενη – ιδανική ισχύς κατά την αιώρηση είναι :

$$P_i = T v_i = T \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} \quad (2-30)$$

Η ισχύς αυτή είναι ιδανική (ideal) καθώς δεν περιέχει την ισχύ απωλειών που προέρχεται από τα συνεκτικά φαινόμενα και τις απώλειες ακροπτερυγίου, οι οποίες δεν έχουν ληφθεί υπ' όψιν.

Από την Εξ. (2-30) είναι φανερό ότι για δεδομένη ώση η χρήση έλικας μεγάλης διαμέτρου ελαττώνει την απαιτούμενη ισχύ. Βέβαια, αυξάνοντας τη διάμετρο της έλικας αυξάνουν και οι απώλειες και ταυτόχρονα οι γεωμετρικοί και κατασκευαστικοί περιορισμοί, με αποτέλεσμα να περιορίζεται η αύξηση της διαμέτρου.

Σημαντικά μεγέθη που χαρακτηρίζουν τη λειτουργία της έλικας – στροφεύου σε αιώρηση είναι :

Ο συντελεστής κέρδους (Figure of Merit) ο οποίος είναι ιδιαίτερα χρήσιμος, διότι εκφράζει την απόδοση της έλικας σε αιώρηση ως το λόγο της ιδανικής προς την πραγματική ισχύ :

$$FM = \frac{P_{ideal}}{P_{actual}} = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2\rho A} P_{actual}} \quad (2-31)$$

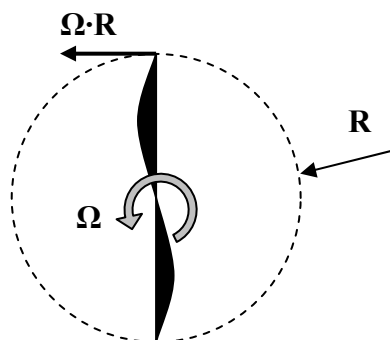
Η φόρτιση του δίσκου ενέργειας (Disk Loading) που είναι ο λόγος της ώσης προς το εμβαδόν του δίσκου ενέργειας.

$$DL = \frac{T}{A} \quad (2-32)$$

Η φόρτιση ισχύος (Power Loading) που είναι η απαίτηση ώσης για δεδομένη ισχύ :

$$PL = \frac{T}{P} \stackrel{P=P_{ideal}}{\Rightarrow} PL = \sqrt{\frac{2\rho A}{T}} = \sqrt{\frac{2\rho}{DL}} \quad (2-33)$$

Οι συντελεστές ώσης, ροπής και ισχύος που προκύπτουν από την αδιαστατοποίηση της ώσης, ροπής και ισχύος μέσω της επιφάνειας του δίσκου ενέργειας  $A$ , και της γραμμικής ταχύτητας του ακροπτερυγίου  $\Omega R$  (βλ. Σχήμα 2-12).



Σχήμα 2-12. Βασικά μεγέθη έλικας κατά την περιστροφή της.

Συντελεστής ώσης (Thrust Coefficient) :

$$c_T = \frac{T}{\rho A (\Omega R)^2} \quad (2-34)$$

Συντελεστής ροπής (Torque Coefficient) :

$$c_M = \frac{M}{\rho A (\Omega R)^2 R} \quad (2-35)$$

Συντελεστής ισχύος (Power Coefficient) :

$$c_P = \frac{P}{\rho A (\Omega R)^3} \quad (2-36)$$

Επειδή  $P = M\Omega$  συνεπάγεται ότι  $c_P \equiv c_M$ .

Εκφράζοντας τις άνω σχέσεις με τη διάμετρο  $D$  και τις στροφές  $N$  σε RPM, έχουμε :

$$C_T = \frac{T}{\rho \left(\frac{N}{60}\right)^2 D^4} \quad (2-37)$$

$$C_M = \frac{M}{\rho \left(\frac{N}{60}\right)^2 D^5} \quad (2-38)$$

$$C_P = \frac{P}{\rho \left(\frac{N}{60}\right)^3 D^5} \quad (2-39)$$

Όπου οι σχέσεις μεταξύ των συντελεστών είναι :

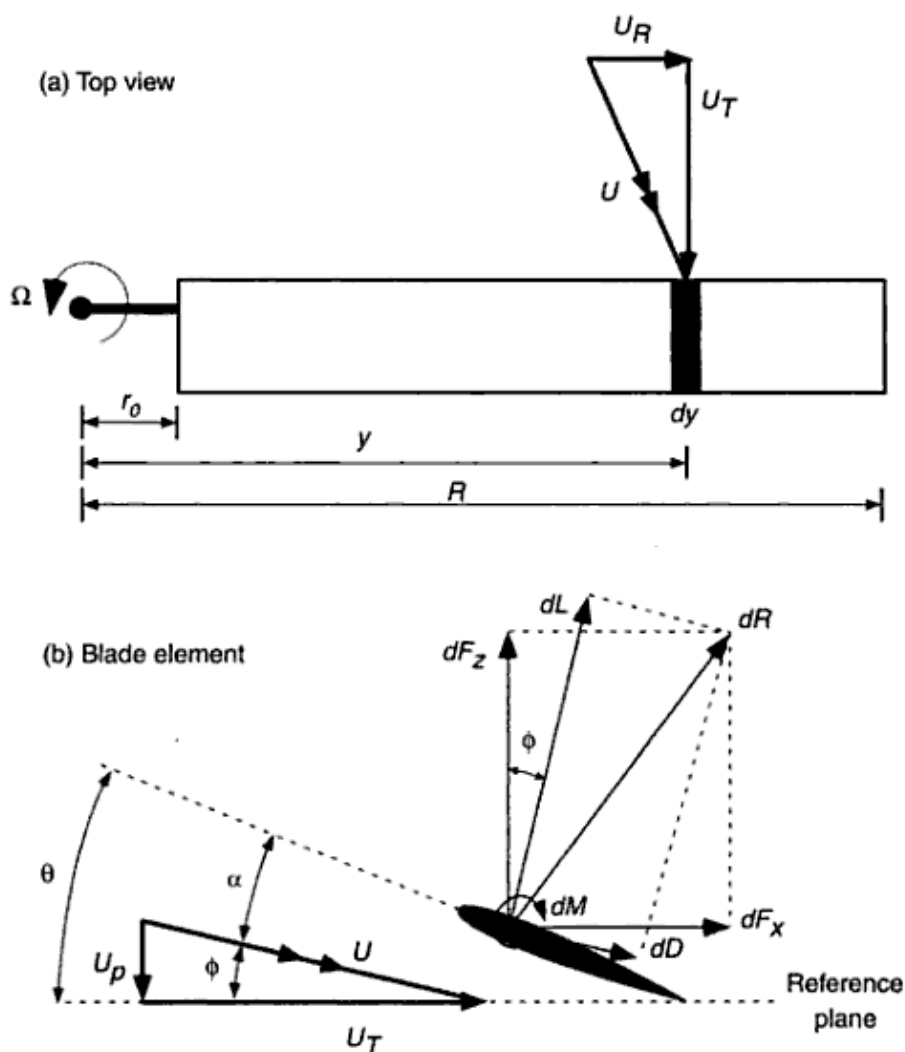
$$C_T = \frac{\pi^3}{4} c_T, \quad C_M = \frac{\pi^3}{8} c_M, \quad C_P = \frac{\pi^4}{4} c_P, \quad C_M = \frac{C_P}{2\pi} \quad (2-40)$$

### 2.4.2 Θεωρία Στοιχείων Πτερύγωσης (Blade Element Theory – BET)

Στη θεωρία στοιχείων πτερύγωσης (BET) κάθε πτερύγιο του στροφεύου αποτελείται από άπειρες διδιάστατες αεροτομές. Οι δυνάμεις (άνωση και οπισθέλκουσα) υπολογίζονται ακτινικά για κάθε επιμέρους αεροτομή και η ολοκλήρωση των δυνάμεων αυτών για κάθε πτερύγιο προσδιορίζει την ώση και τη ροπή στον άξονα του στροφεύου. Ο υπολογισμός γίνεται για ένα πτερύγιο και οι επιδόσεις του στροφεύου προκύπτουν από πολλαπλασιασμό επί τον αριθμό πτερυγίων του στροφεύου.

Η θεωρία αυτή αναλύεται διεξοδικά στη βιβλιογραφία που παραθέτουμε και ειδικά στο κλασικό βιβλίο του Leishman<sup>[23]</sup>. Εδώ απλά παραθέτουμε τις τελικές εξισώσεις για την ώση, την ισχύ και τους αντίστοιχους συντελεστές.

Στο Σχήμα 2-13 διακρίνουμε τις ταχύτητες και δυνάμεις επί των επιμέρους αεροτομών κάθε πτερυγίου



Σχήμα 2-13. Δυνάμεις και ταχύτητες σε στοιχείο πτερύγωσης<sup>[23]</sup>.

Όπως παρατηρούμε στο Σχήμα 2-13, η τοπική ταχύτητα σε κάθε στοιχείο πτερυγώσης σε μια ακτινική απόσταση  $y$  από τον άξονα περιστροφής, προκύπτει από την επαγόμενη ταχύτητα  $U_p=U_i$  ως αποτέλεσμα της επαγόμενης εισροής, και από την περιφερειακή ταχύτητα  $U_T=\Omega y$ . Συνεπώς, η τοπική ταχύτητα είναι :

$$U = \sqrt{U_T^2 + U_p^2} \approx U_T, \text{ για } U_T \gg U_p \quad (2-41)$$

Η σχετική γωνία εισροής  $\varphi$  (ή επαγόμενη γωνία πρόσπτωσης) είναι :

$$\varphi = \arctan \frac{U_p}{U_T} \approx \frac{U_p}{U_T}, \text{ για μικρές γωνίες } \varphi \quad (2-42)$$

Εάν η γωνία βήματος (pitch angle) είναι  $\theta$ , τότε η γωνία πρόσπτωσης  $\alpha$  θα είναι :

$$\alpha = \theta - \varphi = \theta - \frac{U_p}{U_T} \quad (2-43)$$

Αν  $c$  είναι το μήκος χορδής της αεροτομής,  $N_b$  είναι ο αριθμός πτερυγίων,  $C_l$  και  $C_d$  είναι ο συντελεστής άνωσης και αντίστασης της αεροτομής αντίστοιχα, και θεωρήσουμε ότι η οπισθέλκουσα είναι τουλάχιστον μια τάξη μεγέθους μικρότερη από την άνωση, τότε :

Για την ώση έχουμε :

$$T = \frac{1}{2} \rho N_b \int_0^R U^2 c C_l dy \quad (2-44)$$

Για την ισχύ έχουμε :

$$P = \frac{1}{2} \rho N_b \Omega \int_0^R U^2 c (\varphi C_l + C_d) y dy \quad (2-45)$$

Για τη ροπή έχουμε :

$$M = \frac{1}{2} \rho N_b \int_0^R U^2 c (\varphi C_l + C_d) y dy \quad (2-46)$$

Θεωρώντας ότι το μήκος χορδής  $c$  της αεροτομής είναι σταθερό ( $c=\text{const}$ ), τότε η στερεότητα  $\sigma$  (solidity) του στροφείου είναι :

$$\sigma = \frac{A_{blade}}{A_{rotor}} = \frac{N_b c R}{\pi R^2} = \frac{N_b c}{\pi R} \quad (2-47)$$

Για το συντελεστή ώσης έχουμε:

$$c_T = \frac{1}{2} \sigma \int_0^1 C_l r^2 dr, \quad r = y/R \quad (2-48)$$

Για τους συντελεστές ροπής και ώσης έχουμε:

$$c_M \equiv c_P = \frac{1}{2} \sigma \int_0^1 (\varphi C_l + C_d) r^3 dr \quad (2-49)$$

Εάν η αδιάστατη ακτίνα είναι  $r = y/R$  όπου  $R$  η ακτίνα του πτερυγίου, τότε για το λόγο επαγόμενης εισροής  $\lambda_i$  (induced inflow ratio) θα έχουμε :

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R} = \frac{v_i}{\Omega y} \left( \frac{\Omega y}{\Omega R} \right) = \frac{U_p}{U_T} \left( \frac{y}{R} \right) = \varphi r \Rightarrow \varphi = \lambda_i / r \quad (2-50)$$

Συνεπώς, οι συντελεστές ροπής και ώσης γίνονται :

$$c_M \equiv c_P = \frac{1}{2} \sigma \int_0^1 (\lambda_i C_l r^2 + C_d r^3) dr \quad (2-51)$$

Αν  $C_{l\alpha}$  είναι η κλίση της καμπύλης  $C_l(\alpha)$ , και  $\alpha_0$  η γωνία πρόσπτωσης για μηδενική άνωση η οποία θεωρούμε ότι εντάσσεται στην γωνία βήματος  $\theta$ , τότε ο συντελεστής άνωσης είναι :

$$C_l = C_{l\alpha} (\alpha - \alpha_0) = C_{l\alpha} (\theta - \varphi - \alpha_0) = C_{l\alpha} (\theta - \varphi) \quad (2-52)$$

Συνεπώς, ο συντελεστής ώσης γίνεται :

$$c_T = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \int_0^1 (\theta r^2 - \lambda_i r) dr \quad (2-53)$$

Αν συνδυάσουμε την θεωρία αυτή με τη θεωρία του δίσκου ενέργειας (Momentum Theory), καταλήγουμε στη συνδυασμένη θεωρία που στη βιβλιογραφία είναι γνωστή ως Blade Element Momentum Theory (BEMT).

Χρησιμοποιώντας λοιπόν τον υπολογισμό της ώσης από τη θεωρία του δίσκου ενέργειας, έχουμε :

$$dT = 2 \rho v_i^2 dA = 4 \pi \rho v_i^2 y dy \quad (2-54)$$

$$dc_T = 4 \lambda_i^2 r dr \quad (2-55)$$



Από τις Εξ. (2-53) και (2-55) έχουμε :

$$dc_T = 4\lambda_i^2 r dr = \frac{\sigma C_{la}}{2} (\theta r^2 - \lambda_i r) dr \quad (2-56)$$

Συνεπώς, καταλήγουμε σε μια σχέση για το  $\lambda_i(R)$  :

$$\lambda_i(R) = \frac{\sigma C_{la}}{16} \left( \sqrt{1 + \frac{32}{\sigma C_{la}} \theta r} - 1 \right) \quad (2-57)$$

Από τα παραπάνω παρατηρούμε ότι με δεδομένη την γνώση της ακτινικής διανομής γεωμετρικών και αεροδυναμικών χαρακτηριστικών της πτερύγωσης μπορούμε να υπολογίσουμε την ώση, ροπή και ισχύ του στροφείου. Ή αντίστροφα, για δεδομένη ισχύ και ώση, μπορούμε να σχεδιάσουμε την πτερύγωση του στροφείου.

Στη θεωρία BET μπορούμε να εφαρμόσουμε κάποιες επιπλέον απλοποιήσεις, ώστε να καταλήξουμε σε απλούστερες σχέσεις για τους συντελεστές ώσης, ροπής και ισχύος. Θεωρούμε την ισχύ της Εξ. (2-53) και ακόμα ότι η συστροφή του πτερυγίου μεταβάλλεται γραμμικά με την ακτίνα, δηλαδή :

$$\theta(r) = \theta_{0.75} + (r - 0.75)\theta_w, \quad r = R/y \quad (2-58)$$

όπου  $\theta_{0.75}$  είναι η γωνία του βήματος (pitch) στην ακτίνα αναφοράς, δηλαδή  $0.75 \cdot R$  (3/4 της ακτίνας του πτερυγίου). Τέλος, χρησιμοποιούμε την θεωρία του δίσκου ενέργειας για απλή αιώρηση από την οποία έχουμε ότι :

$$\lambda_i \equiv \lambda_h = \frac{v_h}{\Omega R} = \frac{\sqrt{T/2\rho A}}{\Omega R} = \frac{\sqrt{c_T \rho A (\Omega R)^2 / 2\rho A}}{\Omega R} = \sqrt{\frac{c_T}{2}} \quad (2-59)$$

Συνεπώς, Ο συντελεστής ώσης θα είναι :

$$c_T = \frac{1}{2} \sigma C_{la} \left( \frac{\theta_{0.75}}{3} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c_T}{2}} \right) \quad (2-60)$$

Η παραπάνω σχέση επιλύεται επαναληπτικά για την εύρεση του  $c_T$  αν είναι γνωστή η στερεότητα  $\sigma$ , το βήμα  $\theta_{0.75}$  και το  $C_{la}$ .

Στη συνέχεια, θεωρώντας ότι  $C_d = C_{d0} = const.$  όπου  $C_{d0}$  ο συντελεστής αντίστασης της αεροτομής για μηδενική άνωση, θα έχουμε για το συντελεστή ισχύος :

$$C_p = \frac{C_T^{3/2}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{8} \sigma C_{d0} \quad (2-61)$$

Όπου παρατηρούμε ότι ο συντελεστής ισχύος εξαρτάται από ότι εξαρτάται και ο συντελεστής ώσης συν το  $C_{d0}$ .

### 2.4.3 Απλοποιημένο Μοντέλο Έλικας

Το μοντέλο αυτό αναπτύχθηκε ώστε να μπορούμε να υπολογίζουμε τις επιδόσεις μιας έλικας του εμπορίου που προορίζεται για τηλεκατευθυνόμενα μοντέλα, με γνώση μόνο των περιορισμένων χαρακτηριστικών της έλικας (διάμετρος – γεωμετρικό βήμα) που δίνει ο κατασκευαστής.

Το απλοποιημένο αυτό μοντέλο που προτείνεται σε αυτή την εργασία βασίζεται στον εξής συλλογισμό : Θεωρώντας όλες τις απλοποιήσεις που έγιναν στην BET οι οποίες κατέληξαν στις εξισώσεις (2-60) και (2-61) καταλήγουμε στην εξάρτηση των συντελεστών ώσης και ισχύος από τη στερεότητα  $\sigma$ , τη γωνία βήματος  $\theta_{0.75}$  στην ακτίνα αναφοράς, τη κλίση  $C_{i\alpha}$  της καμπύλης του συντελεστή άνωσης, και το συντελεστή αντίστασης  $C_{d0}$  για μηδενική άνωση. Ο λόγος επιμήκους (Aspect Ratio) είναι :

$$AR = \frac{R^2}{A} \stackrel{A=Rc \text{ for rectangular blade}}{=} \frac{R}{c} \quad (2-62)$$

Θεωρώντας ότι ο λόγος επιμήκους είναι σταθερός ( $AR = \text{const}$ ), το οποίο είναι αληθές για γεωμετρικά όμοιες έλικες, τότε η στερεότητα  $\sigma$  της έλικας θα παραμένει σταθερή, για ίδιο αριθμό πτερυγίων και ανεξάρτητα το μέγεθος της έλικας. Επίσης, αν το εύρος των διαμέτρων έλικας που αναφερόμαστε είναι μια τάξη μεγέθους, ώστε να μη μεταβάλλεται δραστικά ο αριθμός Reynolds, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα αεροδυναμικά μεγέθη  $C_{d0}$  και  $C_{i\alpha}$  δε μεταβάλλονται. Συνεπώς, το μόνο μέγεθος από το οποίο εξαρτώνται τώρα οι συντελεστές ώσης και ισχύος είναι η γωνία βήματος στην ακτίνα αναφοράς  $\theta_{0.75}$ .

Στις έλικες του εμπορίου τα μόνα στοιχεία που δίνονται από τον κατασκευαστή είναι η διάμετρος  $D_p$  και το βήμα  $p$  (pitch) το οποίο δεν είναι γωνία αλλά η απόσταση που θα προωθείτο η έλικα μέσα σε στερεό χώρο σε μια περιστροφή της. Το βήμα αυτό αναφέρεται βέβαια στη γωνία βήματος στην ακτίνα αναφοράς  $\theta_{0.75}$ . Από τον ορισμό του γεωμετρικού βήματος έχουμε :

$$p = 2\pi R \tan \beta \quad (2-63)$$

Συνεπώς για την ακτίνα αναφοράς που είναι στο 75 τοις εκατό της ακτίνας ( $0.75 \cdot R$ ) θα έχουμε για το γεωμετρικό βήμα στην ακτίνα αναφοράς :

$$p_{0.75} = 2\pi \frac{3}{4} R \tan \beta_{0.75} = \pi \frac{3}{4} D_p \tan \beta_{0.75} \quad (2-64)$$

Συνεπώς, παρατηρούμε ότι η γωνία  $\theta_{0.75}$  εξαρτάται από τη διάμετρο και το γεωμετρικό βήμα, ως :

$$\beta_{0.75} = \arctan \left( \frac{4}{3\pi} \frac{p_{0.75}}{D_p} \right) \quad (2-65)$$

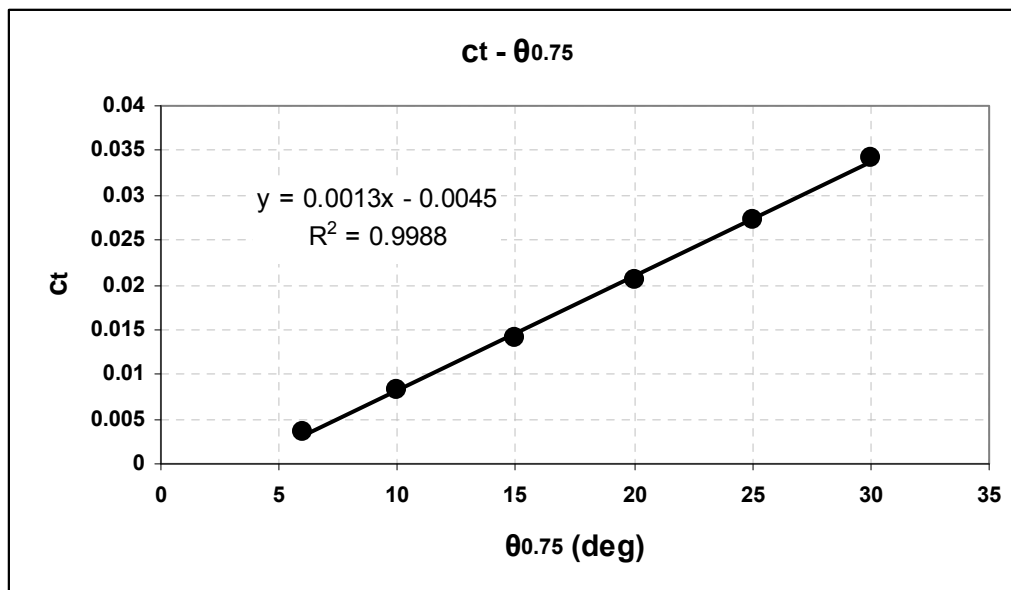
Ξαναγράφουμε τις σχέσεις (2-60) και (2-61) για λόγους πληρότητας :

$$c_T = \frac{1}{2} \sigma C_{la} \left( \frac{\theta_{0.75}}{3} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c_T}{2}} \right) \quad (2-66)$$

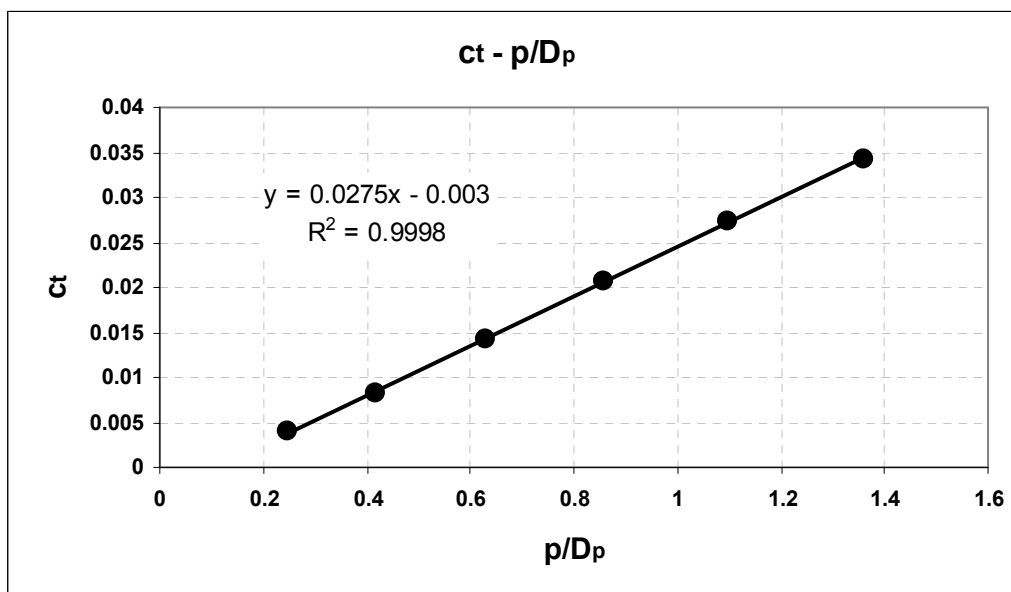
$$c_P = \frac{c_T^{3/2}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{8} \sigma C_{d0} \quad (2-67)$$

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής ώσης  $c_T$  δεν έχει προφανή συσχέτιση με γωνία  $\theta_{0.75}$ , για το λόγο αυτό επιλύεται αριθμητικά η Εξ. (2-66) για διάφορες γωνίες  $\theta_{0.75}$  ώστε να διαπιστωθεί η μεταξύ τους συσχέτιση. Από το Σχήμα 2-14 είναι προφανές ότι η σχέση μεταξύ του συντελεστή ώσης και της γωνίας  $\theta_{0.75}$  είναι γραμμική, και αν με βάση τη σχέση (2-65) αναλογιστούμε ότι για λογικές γωνίες  $\theta_{0.75} = 5^\circ \div 30^\circ$  η συνάρτηση  $y = \tan(x)$  είναι γραμμική, τότε συμπεραίνουμε ότι η σχέση μεταξύ συντελεστή ώσης και του λόγου  $p/D_p$  είναι γραμμική (Σχήμα 2-15), δηλαδή είναι της μορφής :

$$c_T = k_1 \frac{p}{D_p} + k_2 \quad (2-68)$$



Σχήμα 2-14. Επίλυση της Εξ. (2-66) για  $\sigma=0.1$  και  $C_{I\alpha}=2\cdot\pi$ .

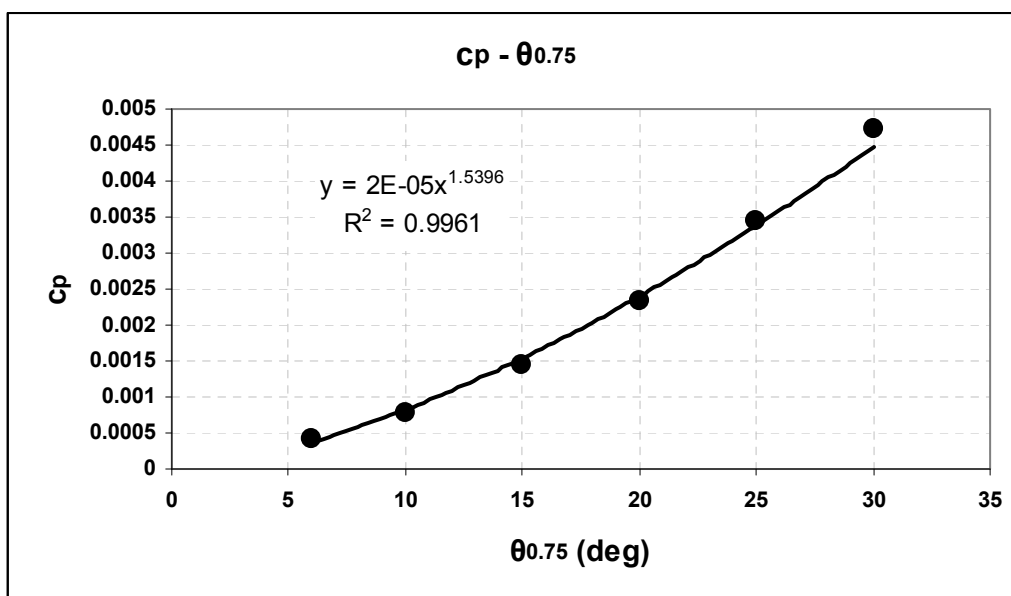


Σχήμα 2-15. Μεταβολή του συντελεστή ώσης συναρτήσει του λόγου  $\rho_{0.75}/D_p$  για  $\sigma=0.1$  και  $C_{I\alpha}=2\cdot\pi$ .

Παρατηρώντας στη συνέχεια την Εξ. (2-67), μπορούμε να πούμε ότι εφ' όσον ο συντελεστής ισχύος είναι ανάλογος του  $c_T^{3/2}$  και επειδή το  $c_T$  είναι ανάλογο του  $\theta_{0.75}$ , τότε ο συντελεστής ισχύος  $c_P$  θα είναι ανάλογος του  $\theta_{0.75}^{3/2}$ . Για την επιβεβαίωση την αναλογίας αυτής επιλύσαμε αριθμητικά τη σχέση (2-67) και το αποτέλεσμα φαίνεται στο Σχήμα 2-16 όπου παρατηρούμε ότι η θεώρηση που κάναμε ήταν σωστή. Επειδή όπως

προαναφέραμε το  $c_T$  είναι ανάλογο του  $\rho/D_p$ , τότε η σχέση μεταξύ του συντελεστή ισχύος και του λόγου  $\rho/D_p$  (Σχήμα 2-17) θα είναι της μορφής :

$$c_p = k_3 \left( \frac{\rho}{D_p} \right)^{3/2} + k_4 \quad (2-69)$$

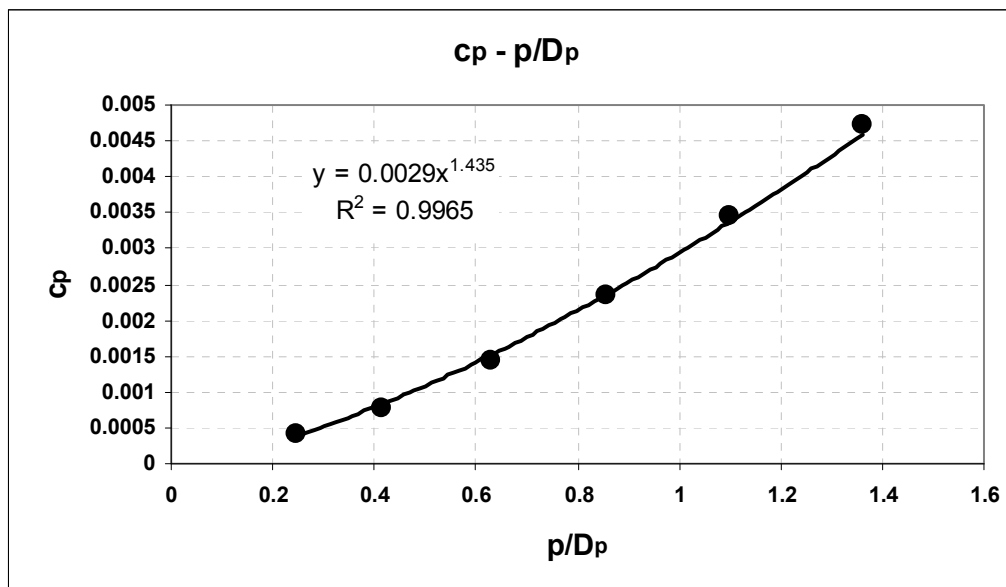


**Σχήμα 2-16.** Επίλυση της Εξ. (2-67) για  $\sigma=0.1$  και  $C_{l\alpha}=2\cdot\pi$  και  $C_{d0}=0.02$ .

Συνεπώς, έχοντας δεδομένους τους συντελεστές ώσης και ισχύος για διάφορους λόγους  $\rho/D_p$  από έλικες ίδιου σχεδιασμού αλλά διαφορετικού μεγέθους, μπορούμε να υπολογίσουμε τους συντελεστές  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  των Εξ. (2-68) και (2-69) και με τις σχέσεις αυτές να μπορούμε να υπολογίζουμε τους συντελεστές ώσης και ισχύος για οποιαδήποτε ίδιου σχεδιασμού έλικα με είσοδο μόνο το λόγο  $\rho/D_p$ . Είναι επίσης δυνατή η εφαρμογή ίδιων σχέσεων για διαφορετικού σχεδιασμού έλικα – π.χ. διαφορετική αεροτομή και διαφορετική διανομή χορδής (taper) – για μια προκαταρκτική σχεδίαση ενός συστήματος πρόωσης.

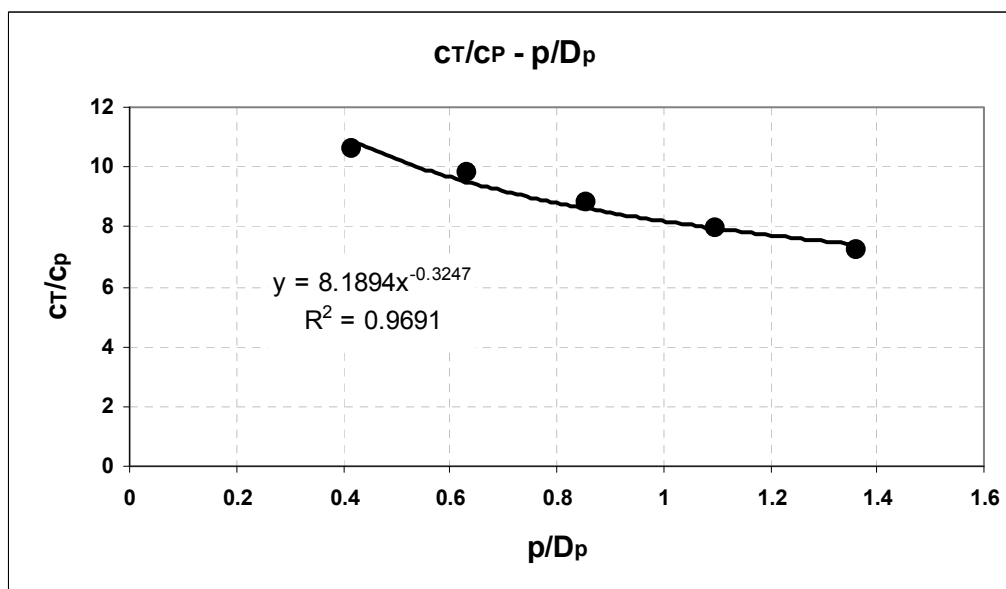
Με γνώση λοιπόν των συντελεστών ώσης και ισχύος μπορούν να υπολογιστούν η ώση, η ισχύς και η ροπή μιας έλικας για διάφορες στροφές rpm, μέσω των Εξ. (2-37) έως (2-40).

Τέλος, σημαντική είναι η μεταβολή του λόγου  $c_T/c_P$  συναρτήσει της γωνίας βήματος  $\theta_{0.75}$  ή ισότιμα του λόγου  $\rho_{0.75}/D_p$ , όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-18, όπου παρατηρούμε ότι ο λόγος  $c_T/c_P$  αυξάνει για μικρότερους λόγους  $\rho_{0.75}/D_p$ .



**Σχήμα 2-17.** Μεταβολή του συντελεστή ισχύος συναρτήσει του λόγου  $\rho_{0.75}/D_p$  για  $\sigma=0.1$  και  $C_{l\alpha}=2\cdot\pi$ .

Με άλλα λόγια, αυτό σημαίνει ότι για δεδομένη διάμετρο  $D_p$  έλικας είναι αποδοτικότερη η χρήση του μικρότερου δυνατού βήματος  $\rho_{0.75}$ , ώστε ο λόγος ώσης προς ισχύ της έλικας να είναι ο μεγαλύτερος δυνατός.



**Σχήμα 2-18.** Μεταβολή του λόγου  $C_t/C_p$  συναρτήσει του λόγου  $\rho_{0.75}/D_p$  για  $\sigma=0.1$  και  $C_{l\alpha}=2\cdot\pi$ .

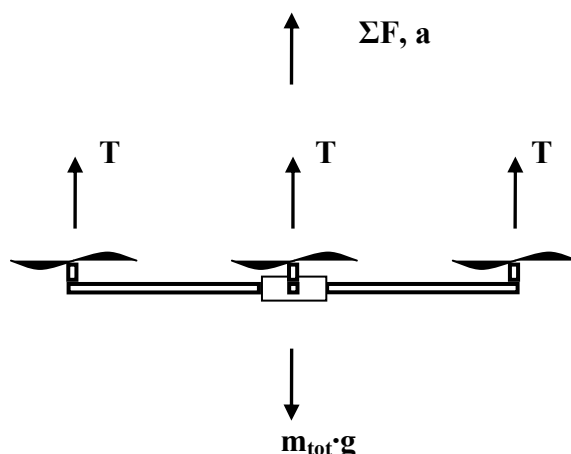
## 2.5 Μοντέλο Κίνησης Οχήματος

Ο σκελετός του οχήματος (frame ή airframe) διαμορφώνεται ανάλογα με τον αριθμό και τη διάταξη των Η/Κ που διαθέτει. Εδώ ασχολούμαστε μόνο με την περίπτωση όπου οι άξονες όλων των Η/Κ είναι παράλληλοι μεταξύ τους και κάθετοι στον ορίζοντα κατά τη διάρκεια της αιώρησης. Το φορτίο (payload) βρίσκεται στο κέντρο του οχήματος και οι Η/Κ με τις έλικες στην περιφέρεια.

Στο παρόν μοντέλο ασχολούμαστε μόνο με την κατάσταση της αιώρησης, την κατάσταση όπου το όχημα ξεκινάει να επιταχύνει κατακόρυφα προς τα πάνω, ή την κατάσταση όπου από αιώρηση ξεκινάει μια περιστροφή γύρω από κάποιον άξονα που βρίσκεται στο επίπεδο του δίσκου της έλικας (roll – pitch) ή σε άξονα κάθετο σε αυτό (yaw). Ο λόγος είναι ότι για τον προκαταρκτικό σχεδιασμό μας ενδιαφέρουν γενικά οι επιδόσεις του οχήματος, όπως για παράδειγμα η ισχύς κατά την αιώρηση και η ευελιξία (maneuverability) του οχήματος που προσδιορίζεται από τις γραμμικές και γωνιακές επιταχύνσεις.

### 2.5.1 Γραμμική Επιτάχυνση

Για την περίπτωση που το όχημα ξεκινά μια επιταχυνόμενη κατακόρυφη ανοδική κίνηση το φυσικό μοντέλο παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-19. Οι δυνάμεις που επιδρούν κατά την εκκίνηση της επιταχυνόμενης κίνησης είναι η ώση  $T$  κάθε έλικας και το συνολικό βάρος του οχήματος. Η επιτάχυνση της στιγμή της εκκίνησης είναι  $a$ .



Σχήμα 2-19. Φυσικό μοντέλο κατακόρυφης ανοδικής κίνησης.

Στην επιτάχυνση, όλοι οι Η/Κ λειτουργούν στη μέγιστη ισχύ και οι έλικες στη μέγιστη ώση, η οποία είναι και η μέγιστη στατική ώση, εφ' όσον το όχημα είναι στην αρχή της επιτάχυνσης άρα η ταχύτητά του είναι μηδενική. Η σχέση που περιγράφει τη στιγμή αυτή είναι :

$$\Sigma F = m_{tot} a \Rightarrow n_{mot} T_{acc} - m_{tot} g = m_{tot} a \quad (2-70)$$

Όπου  $T_{acc}$  είναι η στατική ώση της κάθε έλικας και είναι η μέγιστη ώση για κάθε έλικα που μπορεί να παραχθεί από το σύστημα πρόωσης,  $n_{mot}$  είναι ο αριθμός των Η/Κ,  $m_{tot}$  είναι η συνολική μάζα του οχήματος,  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $a$  η επιτάχυνση του οχήματος προς τα επάνω. Λύνοντας την Εξ. (2-70) ως προς  $T_{acc}$ , έχουμε :

$$T_{acc} = \frac{m_{tot}}{n_{mot}} (g + a) \quad (2-71)$$

## 2.5.2 Αιώρηση

Στην αιώρηση το φυσικό μοντέλο είναι ίδιο με πριν (βλ. Σχήμα 2-19), μόνο που τώρα η επιτάχυνση  $a$  είναι μηδέν και κατ' επέκταση και η συνολική δύναμη. Η σχέση που περιγράφει την αιώρηση είναι :

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow n_{mot} T_{hov} - m_{tot} g = 0 \quad (2-72)$$

Όπου  $T_{hov}$  είναι η στατική ώση κάθε έλικας στην αιώρηση. Λύνοντας την Εξ. (2-72) ως προς  $T_{hov}$ , έχουμε :

$$T_{hov} = \frac{m_{tot}}{n_{mot}} g \quad (2-73)$$

Από τις Εξ. (2-29) και (2-30) συμπεραίνουμε ότι η επαγόμενη – ιδανική ισχύς κατά την αιώρηση θα είναι :

$$P_{i,hov} = \frac{\sqrt{2} T_{hov}^{3/2}}{\sqrt{\rho \pi D_p^2}} \quad (2-74)$$

Συνεπώς ο συντελεστής κέρδους (Figure of Merit) που ορίζεται στην Εξ. (2-31), θα είναι :

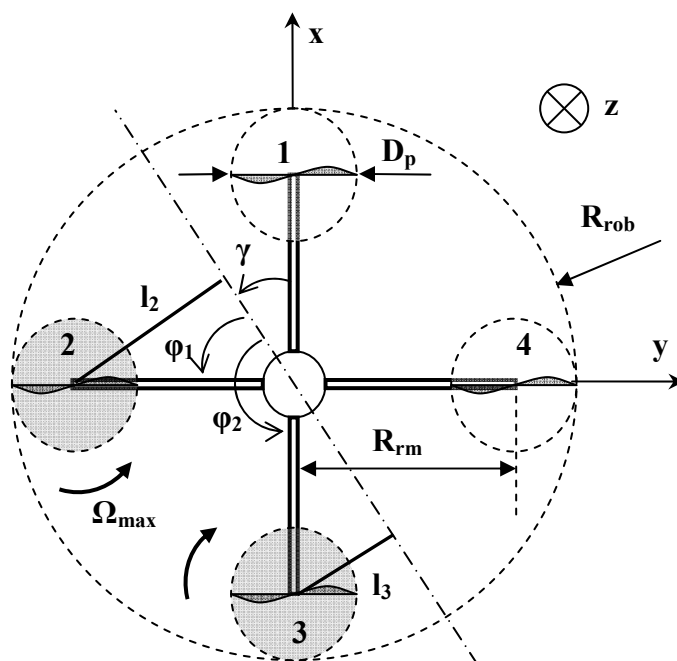
$$FM = \frac{P_{i,hov}}{P_{actual}} = \frac{\sqrt{2} T_{hov}^{3/2}}{\sqrt{\rho \pi D_p^2}} \frac{1}{P_{actual}} \quad (2-75)$$



όπου  $P_{\text{actual}}$  η συνολική ισχύς στον άξονα της έλικας και  $D_p$  η διάμετρος της.

### 2.5.3 Γωνιακή Επιτάχυνση

Για τη γωνιακή επιτάχυνση θεωρούμε ότι το όχημα από την κατάσταση της αιώρησης ξεκινάει μια περιστρεφόμενη κίνηση γύρω από ένα άξονα που βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζει ο δίσκος της έλικας όπως φαίνεται στο Σχήμα 2-20 (βλ. και [18]). Για το σωματόδετο σύστημα αναφοράς το επίπεδο αυτό είναι το x-y. Έστω ότι ο άξονας περιστροφής σχηματίζει γωνία  $\gamma$  με τον x άξονα και γωνία  $\phi_i$  με τις ράβδους. Προφανώς, για να περιστραφεί με τη μέγιστη δυνατή γωνιακή επιτάχυνση το όχημα, πρέπει να λειτουργούν στις μέγιστες στροφές οι H/K που βρίσκονται στο ένα ημιεπίπεδο που ορίζει ο άξονας περιστροφής, έστω οι κινητήρες 2 και 3. Βέβαια, για να έχουμε περιστροφή ως προς το συγκεκριμένο άξονα θα πρέπει οι H/K 2 και 3 να έχουν τέτοιες στροφές μεταξύ τους ώστε να παράγουν ίδια ροπή ως προς τον κάθετο άξονα του άξονα περιστροφής. Έστω όμως ότι οι H/K λειτουργούν και οι δύο στις ίδιες και μέγιστες στροφές, παράγουν δηλαδή τη μέγιστη στατική ώση.



Σχήμα 2-20. Μοχλοί δυνάμεων σε περιστρεφόμενη κίνηση.

Η ροπή αδρανείας του σκελετού ως προς το σωματόδετο σύστημα αναφοράς είναι  $I_c$ , η ροπή αδρανείας του κάθε H/K με την έλικά στο τοπικό σύστημα αναφοράς του είναι

$I_m$ , η μάζα κάθε Η/Κ είναι  $m_{mot}$ , η απόσταση κάθε Η/Κ από το κέντρο μάζας του οχήματος είναι  $R_{rm}$ , η γωνία κάθε ράβδου (rod) με τον άξονα περιστροφής είναι  $\varphi_i$ , και η απόσταση κάθε Η/Κ από τον άξονα περιστροφής είναι  $l_i$ . Τότε, για ζυγό αριθμό Η/Κ  $n_{mot}$  θα λειτουργούν κατά τη γωνιακή επιτάχυνση οι  $n_{mot}/2$  ηλεκτροκινητήρες. Η ροπή αδραειάς των Η/Κ ως προς τον άξονα περιστροφής βρίσκεται με χρήση του θεωρήματος των παράλληλων αξόνων, και ισούται με το διπλάσιο της συνεισφοράς των Η/Κ του ενός ημιεπιπέδου λόγω συμμετρίας. Η σχέση τότε που περιγράφει τη γωνιακή επιτάχυνση γύρω από τον άξονα που σχηματίζει γωνία  $\gamma$  με τον άξονα  $x$ , είναι :

$$\left( I_c + 4I_m + 2m_{mot} \sum_{i=1}^{n_{mot}/2} l_i^2 \right) a = \sum_{i=1}^{n_{mot}/2} T_i l_i \Rightarrow$$

$$\left( I_c + 4I_m + 2m_{mot} R_{rm}^2 \sum_{i=1}^{n_{mot}/2} \sin^2 \left( \frac{2\pi}{n_{mot}} i - \gamma \right) \right) a = T_{acc} R_{rm} \sum_{i=1}^{n_{mot}/2} \overbrace{\sin \left( \frac{2\pi}{n_{mot}} i - \gamma \right)}^{\varphi_i} \quad (2-76)$$

Λύνοντας την Εξ. (2-76) ως προς την επιτάχυνση  $a$ , έχουμε :

$$a = T_{acc} R_{rm} \sum_{i=1}^{n_{mot}/2} \overbrace{\sin \left( \frac{2\pi}{n_{mot}} i - \gamma \right)}^{\varphi_i} / \left( I_c + 4I_m + 2m_{mot} R_{rm}^2 \sum_{i=1}^{n_{mot}/2} \sin^2 \left( \frac{2\pi}{n_{mot}} i - \gamma \right) \right) \quad (2-77)$$

Παραγωγίζοντας την Εξ. (2-77) ως προς  $\gamma$  διαπιστώνουμε ότι η επιτάχυνση  $a$  μεγιστοποιείται για γωνία  $\gamma_{a \max}$  ίση με το μισό της γωνίας που σχηματίζουν δύο διαδοχικοί ράβδοι, δηλαδή:

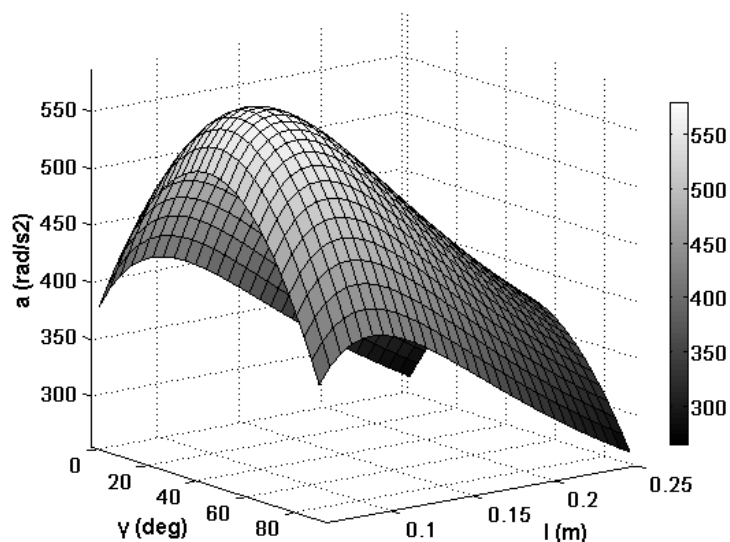
$$\gamma_{a \max} = \frac{\pi}{n_{mot}}, \quad n_{mot} : \text{even} \quad (2-78)$$

Παραγωγίζοντας την Εξ. (2-77) ως προς  $R_{rm}$  διαπιστώνουμε ότι η επιτάχυνση  $a$  μεγιστοποιείται για ακτίνα τοποθέτησης των Η/Κ  $R_{rm, a \max}$  ίση με :

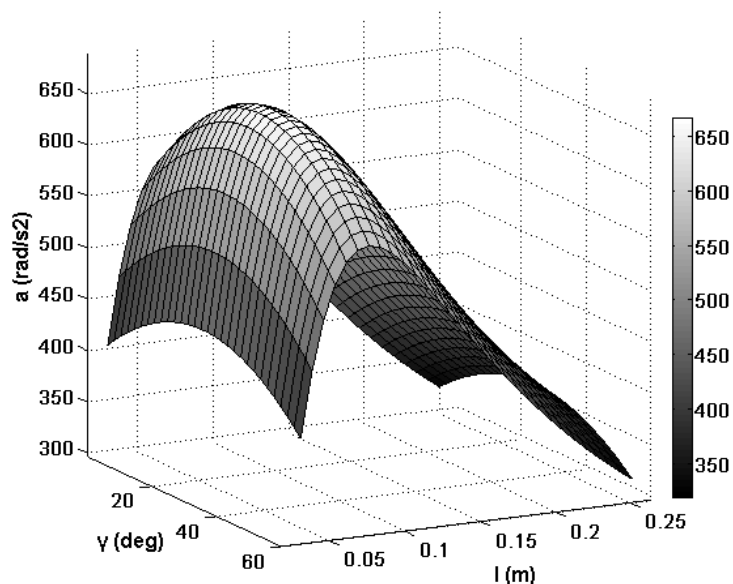
$$R_{rm, a \max} = \sqrt{\frac{I_c + 4I_m}{2m_{mot}}} \quad (2-79)$$

Προφανώς, η ακτίνα τοποθέτησης των Η/Κ δε μπορεί να λάβει τέτοιες τιμές λόγω γεωμετρικών περιορισμών του οχήματος.

Για παράδειγμα, η γραφική παράσταση της Εξ. (2-77) όπου έχουμε τη μεταβολή της επιτάχυνσης  $a$  συναρτήσει και της γωνίας  $\gamma$  και της ακτινικής θέσης των Η/Κ  $R_m$ , παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-21 για όχημα με 4 Η/Κ και στο Σχήμα 2-22 για όχημα με 6 Η/Κ, όπου και παρατηρούμε την ισχύ των παραπάνω σχέσεων.



**Σχήμα 2-21.** Γωνιακή επιτάχυνση του 4+ MRVV συναρτήσει της γωνίας  $\gamma$  και της ακτινικής θέσης των κινητήρων.



**Σχήμα 2-22.** Γωνιακή επιτάχυνση του 6+ MRVV συναρτήσει της γωνίας  $\gamma$  και της ακτινικής θέσης των κινητήρων.

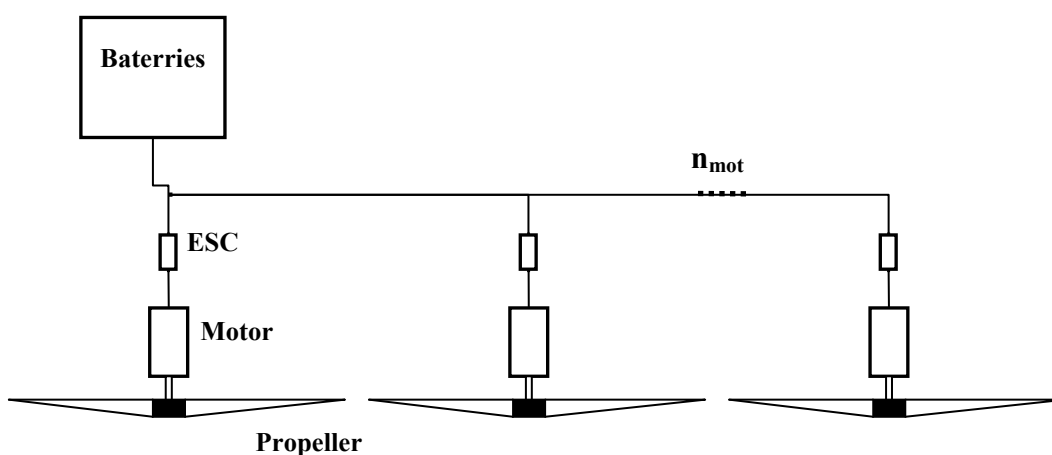
Στην περίπτωση που το όχημα εκτελεί μια περιστροφή (yaw) γύρω από τον άξονα z του σωματόδετου συστήματος αναφοράς με ταυτόχρονη αιώρηση, τότε οι μισοί Η/Κ λειτουργούν σε υψηλότερες στροφές από τους άλλους μισούς. Έστω ότι οι μισοί κινητήρες λειτουργούν στις μέγιστες στροφές, αυτό σημαίνει ότι η ώση που προκαλούν αρκεί για να σηκώσει το βάρος του οχήματος, δηλαδή όλοι οι κινητήρες μαζί μπορούν στις μέγιστες στροφές να σηκώσουν δύο φορές το βάρος του οχήματος. Τότε για την επιτάχυνση  $a_{yaw}$  γύρω από τον άξονα z θα ισχύει :

$$(I_c + 4I_m + 2m_{mot}R_{rm})a_{yaw} = \frac{n_{mot}}{2}M_{acc} \quad (2-80)$$

Όπου  $M_{acc}$  ροπή στον άξονα της έλικας κατά τις μέγιστες στροφές.

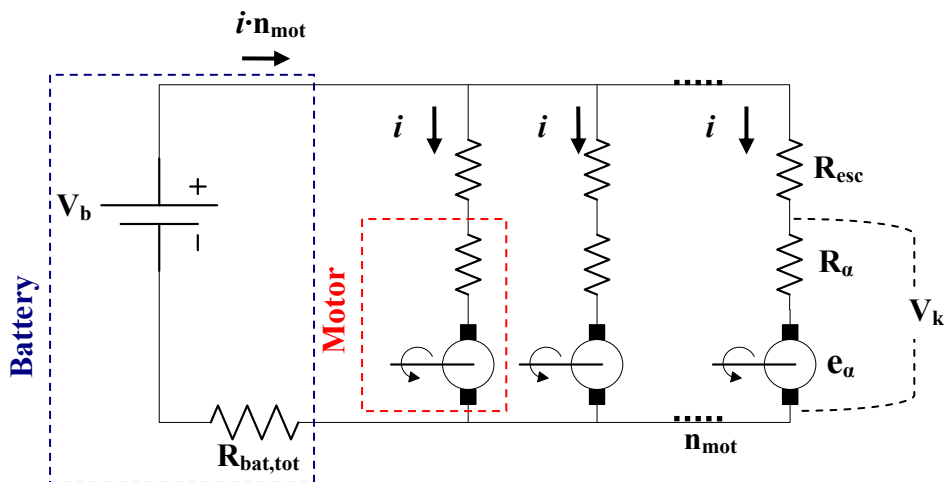
## 2.6 Συνολικό Μοντέλο

Οι εξισώσεις όλων των συνιστωσών που περιγράφηκαν παραπάνω συνδέονται μεταξύ τους για την εξαγωγή των εξισώσεων που περιγράφουν συνολικά το όχημα. Το βασικότερο είναι σύνδεση του μοντέλου της μπαταρίας με το σύστημα πρόωσης που αποτελείται από τα ESC τους Η/Κ και τις έλικες. Η συνδεσμολογία τους διακρίνεται στο Σχήμα 2-23, και το φυσικό μοντέλο στο Σχήμα 2-24, για τη γενική περίπτωση όπου το όχημα αποτελείται από  $n_{mot}$  Η/Κ.



Σχήμα 2-23. Σύνδεση μπαταριών – ESC – Η/Κ – στροφείων.

Οι περιπτώσεις λειτουργίας που μπορούμε να έχουμε είναι είτε το όχημα να έχει προδιαγραφές ώστε μόνο να αιωρείται, είτε να έχει κάποια περίσσεια ισχύος ώστε μπορεί να επιταχύνεται.



Σχήμα 2-24. Φυσικό μοντέλο μπαταριών – συστήματος πρόωσης.

Οι εξισώσεις που προκύπτουν για σύνδεση μπαταριών – συστήματος πρόωσης στη γενική περίπτωση λειτουργίας, είναι :

$$V_k = e_a + iR_a \quad (2-81)$$

$$V_k + iR_{ESC} = V_b - n_{mot}iR_{bat,tot} \quad (2-82)$$

$$e_a = V_b - i(R_a + R_{ESC} + n_{mot}R_{bat,tot}) \quad (2-83)$$

$$N = \left[ V_b - i(R_a + R_{ESC} + n_{mot}R_{bat,tot}) \right] K_V \quad (2-84)$$

Η παραπάνω εξίσωση ισχύει όταν το ESC έχει τάση εξόδου  $V_m$  τη μέγιστη δυνατή, τότε  $V_m = V_k$  και οι στροφές  $N$  του Η/Κ είναι και οι μέγιστες. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση όπου ο Η/Κ λειτουργεί σε χαμηλότερες στροφές, τότε η τάση εξόδου του ESC είναι  $V_m < V_k$  και δεν ισχύει η Εξ. (2-84).

$$R_{tot} = R_a + R_{ESC} + n_{mot}R_{bat,tot} \quad (2-85)$$

Όπου  $R_{tot}$  η ισοδύναμη ηλεκτρική αντίσταση που 'βλέπει' ο κάθε Η/Κ.

Η συνολική μάζα του οχήματος είναι :

$$m_{tot} = m_{bat,tot} + m_{mot} n_c + m_{ESC} + m_{frm} + m_{pl} \quad (2-86)$$

όπου  $m_{pl}$  η μάζα του φορτίου (payload).

Εξίσωση δυνάμεων :

$$\Sigma F = m_{tot} a \Rightarrow n_{mot} T - m_{tot} g = m_{tot} a \quad (2-87)$$

Εξίσωση ισχύος Η/Κ – έλικα :

$$P_m = P \Rightarrow \{V_b - iR_{tot}\} (i - i_0) = C_p \rho \left( \frac{N}{60} \right)^3 D_p^5 \quad (2-88)$$

Εξίσωση ροπής Η/Κ – έλικα :

$$M_m = M \Rightarrow K_T (i - i_0) = \frac{1}{2\pi} C_p \rho \left( \frac{N}{60} \right)^2 D_p^5 \quad (2-89)$$

Ισχύς συστήματος :

$$P_{IN} = V_b \cdot i \cdot n_{mot} \quad (2-90)$$

Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια :

$$E_{IN} = P_{IN} t_{tot} \quad (2-91)$$

όπου  $t_{tot}$  η συνολική διάρκεια πτήσης.

Απαίτηση ισχύος μπαταριών :

$$P_{IN} \leq P_{bat,tot} \quad (2-92)$$

Εξίσωση ενέργειας μπαταριών με συνολική καταναλισκόμενη ενέργεια :

$$E_{IN} = E_{bat,tot} \quad (2-93)$$

### 2.6.1 Αιώρηση

Στην περίπτωση που έχουμε μόνο αιώρηση θεωρούμε ότι το όχημα έχει απαίτηση ώσης ίσης με το βάρος του. Οι Η/Κ θα λειτουργούν συνεχώς στις μέγιστες στροφές, με αποτέλεσμα η τάση εξόδου  $V_m$  του ESC να είναι η μέγιστη δυνατή, δηλαδή  $V_m = V_k$ .

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το σύστημα σε αυτήν την περίπτωση είναι οι ίδιες με αυτές που παρουσιάστηκαν παραπάνω με τη μόνη διαφορά ότι το ρεύμα που καταναλώνει ο κάθε Η/Κ είναι  $i_{hov}$  και οι στροφές που έχει ο άξονας είναι  $N_{hov}$ .

Εξίσωση δυνάμεων :

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow n_{mot} T = m_{tot} g \quad (2-94)$$

Εξίσωση ισχύος Η/Κ – έλικας :

$$P_m = P \Rightarrow \{V_b - i_{hov} R_{tot}\} (i_{hov} - i_0) = C_P \rho \left( \frac{N_{hov}}{60} \right)^3 D_p^5 \quad (2-95)$$

Εξίσωση ροπής Η/Κ – έλικας :

$$M_m = M \Rightarrow K_T (i_{hov} - i_0) = \frac{1}{2\pi} C_P \rho \left( \frac{N_{hov}}{60} \right)^2 D_p^5 \quad (2-96)$$

Ισχύς συστήματος :

$$P_{IN} = V_b \cdot i_{hov} \cdot n_{mot} \quad (2-97)$$

Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια :

$$E_{IN} = P_{IN} t_{tot} \quad (2-98)$$

όπου  $t_{tot}$  η συνολική διάρκεια πτήσης.

Απαίτηση ισχύος μπαταριών :

$$P_{IN} \leq P_{bat,tot} \quad (2-99)$$

Εξίσωση ενέργειας μπαταριών με συνολική καταναλισκόμενη ενέργεια :

$$E_{IN} = E_{bat,tot} \quad (2-100)$$

## 2.6.2 Επιτάχυνση και Αιώρηση

Στην περίπτωση αυτή, για ένα ποσοστό ATP του συνολικού χρόνου πτήσης  $t_{tot}$  το όχημα λειτουργεί στη μέγιστη ισχύ για εκτέλεση ελιγμών, ή για την αιώρηση με μεγαλύτερο φορτίο από το προδιαγεγραμμένο, και τον υπόλοιπο χρόνο πτήσης αιωρείται. Προφανώς, πρέπει το όχημα να μπορεί να σηκώνει παραπάνω από μια φορά το βάρος του, δηλαδή  $f_w$  φορές, ώστε η περίσσεια αυτή ισχύ να του επιτρέπει να επιταχύνει.

Οι εξισώσεις για αυτήν την περίπτωση είναι :

Στροφές – ρεύμα Η/Κ :

$$N_{acc} = [V_b - i_{acc} R_{tot}] K_V \quad (2-101)$$

Εξίσωση δυνάμεων κατά την επιτάχυνση:

$$\Sigma F = m_{tot} a \Rightarrow n_{mot} T_{acc} - m_{tot} g = m_{tot} a = (f_w - 1) m_{tot} g \Rightarrow \quad (2-102)$$

$$n_{mot} C_T \rho \left( \frac{N_{acc}}{60} \right)^2 D_p^4 = f_w m_{tot} g \quad (2-103)$$

Όπου ο συντελεστής  $f_w$  (weight factor) δηλώνει πόσες φορές το όχημα σηκώνει το βάρος του. Μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε από την (2-102) ότι η μέγιστη επιτάχυνση που θα αποκτήσει το όχημα θα είναι :

$$a = (f_w - 1) g \quad (2-104)$$

Εξίσωση ισχύος Η/Κ – έλικας κατά την επιτάχυνση :

$$P_m = P \Rightarrow \{V_b - i_{acc} R_{tot}\} (i_{acc} - i_0) = C_P \rho \left( \frac{N_{acc}}{60} \right)^3 D_p^5 \quad (2-105)$$

Εξίσωση ροπής Η/Κ – έλικας κατά την επιτάχυνση :

$$M_m = M \Rightarrow K_T (i_{acc} - i_0) = \frac{1}{2\pi} C_P \rho \left( \frac{N_{acc}}{60} \right)^2 D_p^5 \quad (2-106)$$

Ισχύς συστήματος :

$$P_{IN,acc} = V_b \cdot i_{acc} \cdot n_{mot} \quad (2-107)$$

Καταναλισκόμενη ενέργεια συστήματος κατά την επιτάχυνση:

$$E_{IN,acc} = P_{IN,tot} ATP \quad (2-108)$$

όπου ATP το ποσοστό του συνολικού χρόνου πτήσης όπου το όχημα λειτουργεί στην μέγιστη ισχύ.



Κατά την αιώρηση, οι Η/Κ θα λειτουργούν σε χαμηλότερες από τις μέγιστες στροφές, συνεπώς το ESC θα έχει τάση εξόδου  $V_m$  τέτοια ώστε  $V_m < V_k$ . Θα λειτουργεί δηλαδή σε λιγότερη από τη μέγιστη τάση εξόδου.

$$N_{hov} = [V_m - i_{hov} R_{tot}] K_V \quad (2-109)$$

Εξίσωση δυνάμεων κατά την αιώρηση:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow n_{mot} T_{hov} = m_{tot} g \Rightarrow \quad (2-110)$$

$$n_{mot} C_T \rho \left( \frac{N_{hov}}{60} \right)^2 D_p^4 = m_{tot} g \quad (2-111)$$

Εξίσωση ισχύος Η/Κ – έλικας κατά την αιώρηση :

$$P_m = P \Rightarrow \{V_m - i_{hov} R_{tot}\} (i_{hov} - i_0) = C_P \rho \left( \frac{N_{hov}}{60} \right)^3 D_p^5 \quad (2-112)$$

Εξίσωση ροπής Η/Κ – έλικας κατά την αιώρηση:

$$M_m = M \Rightarrow K_T (i_{hov} - i_0) = \frac{1}{2\pi} C_P \rho \left( \frac{N_{hov}}{60} \right)^2 D_p^5 \quad (2-113)$$

Καταναλισκόμενη ισχύς κατά την αιώρηση:

$$P_{IN,hov} = V_b \cdot i_{hov} \cdot n_{mot} \quad (2-114)$$

Καταναλισκόμενη ενέργεια κατά την αιώρηση:

$$E_{IN,hov} = P_{IN,hov} t_{tot} (1 - ATP) \quad (2-115)$$

Απαίτηση ισχύος μπαταριών :

$$P_{IN,acc} \leq P_{bat,tot} \quad (2-116)$$

Εξίσωση ενέργειας μπαταριών με συνολική καταναλισκόμενη ενέργεια :

$$E_{IN,hov} + E_{IN,acc} = E_{bat,tot} \quad (2-117)$$



### 3 Παραμετροποίηση Συνιστωσών

Οι εξισώσεις που αναπτύχθηκαν κατά τη μοντελοποίηση περιέχουν μεταβλητές που καθορίζουν τη λειτουργία των συνιστωσών. Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται ο προσδιορισμός της σχέσης των μεταβλητών αυτών με το γεωμετρικό μήκος των συνιστωσών. Το μήκος αυτό είναι η κυβική ρίζα του όγκου για κάθε συνιστώσα και το ονομάζουμε ισοδύναμο μήκος. Για να πραγματοποιηθεί αυτό, χρησιμοποιήθηκαν διαθέσιμα δεδομένα από κατασκευαστές της κάθε συνιστώσας και τα δεδομένα αυτά προσεγγίστηκαν με κατάλληλες συναρτήσεις με ανεξάρτητη μεταβλητή το ισοδύναμο μήκος. Αυτό έγινε για τις μπαταρίες, τα ESC και τους Η/Κ. Οι παραμετροποίηση στις έλικες έγινε με βάση τη διάμετρο και το γεωμετρικό τους βήμα, ενώ για το σκελετό του οχήματος με βάση την εξωτερική του διάμετρο, τον αριθμό κινητήρων και το φορτίο που δέχεται.

#### 3.1 Ηλεκτρικοί Κινητήρες (Electric Motors)

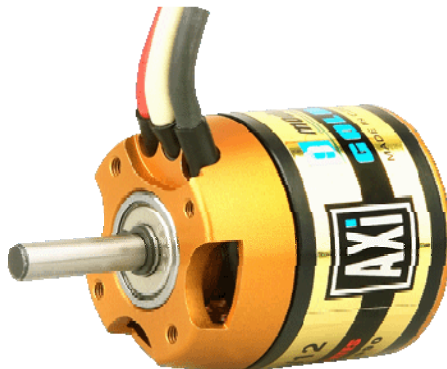
Οι ηλεκτρικοί κινητήρες που επιλέξαμε να παραμετροποιήσουμε είναι οι outrunner BLDC Η/Κ της φίρμας AXI<sup>[49]</sup>. Επιλέχθηκαν οι συγκεκριμένοι Η/Κ λόγω της αξιοπιστίας τους, των επιδόσεών τους και της διαθεσιμότητας τεχνικών χαρακτηριστικών. Άλλες εταιρείες με παρόμοια γκάμα και εξίσου ποιοτικά προϊόντα είναι η Scorpion<sup>[63]</sup>, Hacker<sup>[53]</sup> και T – Motors<sup>[64]</sup>.

Στο Σχήμα 3-1 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα ενός τέτοιου Η/Κ. Συνήθως οι Η/Κ αυτοί έχουν μια κωδική ονομασία που περιγράφει το μοντέλο, η οποία αποτελείται από έξι αριθμούς. Οι δύο πρώτοι αφορούν στη διάμετρο του στάτη, οι επόμενοι δύο στο μήκος του στάτη και οι τελευταίοι δύο στον αριθμό των τυλιγμάτων του στάτη. Για παράδειγμα ο Η/Κ του σχήματος είναι ο 282010, ο στάτης δηλαδή έχει διάμετρο 28mm, μήκος 20mm και 10 τυλίγματα.

Παρ' ότι θα ήταν πιο σωστό να παραμετροποιήσουμε τους Η/Κ με βάση τις διαστάσεις του στάτη, το κάναμε με βάση τις ολικές διαστάσεις που είναι η εξωτερική διάμετρος και το ολικό μήκος χωρίς τον άξονα. Έτσι, έχουμε έναν κύλινδρο που αντιστοιχεί σε έναν όγκο του οποίου η κυβική ρίζα είναι το χαρακτηριστικό μήκος με βάση το οποίο παραμετροποιήσαμε τους Η/Κ.

Όπως είδαμε στη μοντελοποίηση των Η/Κ τα μεγέθη που χρειαζόμαστε για να υπολογίσουμε τις επιδόσεις του είναι : η αντίσταση των τυλιγμάτων  $R_a$ , το ρεύμα

απωλειών (no load current)  $i_0$ , η σταθερά ροπής  $K_T$  και το μέγιστο ρεύμα συνεχούς λειτουργίας  $i_{\max}$ . Χρειαζόμαστε λοιπόν τέσσερις εξισώσεις για τον προσδιορισμό τους.



**Σχήμα 3-1.** BLDC outrunner Η/Κ φίρμας AXI [49].

Έπειτα από τη δοκιμή διαφόρων συσχετίσεων των μεγεθών αυτών με το ισοδύναμο μήκος  $l_{mot}$ , καταλήξαμε στις παρακάτω συναρτήσεις του μήκους, λόγω καλής προσαρμογής στα δεδομένα.

$$\begin{aligned} \frac{K_T}{R_a} &= f_1(l_{mot}) \\ \frac{K_T^2}{R_a} &= f_2(l_{mot}) \\ M_0 &= K_T i_0 = f_3(l_{mot}) \\ M_{\max} &= K_T (i_{\max} - i_0) = f_4(l_{mot}) \end{aligned} \quad (3-1)$$

Στον Πίνακα 3-1 παρουσιάζονται τα τεχνικά χαρακτηριστικά των Η/Κ που δίνει ο κατασκευαστής και βάση αυτών υπολογίστηκαν τα επιπλέον χαρακτηριστικά που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3-2 για τον υπολογισμό των μεγεθών της Εξ. (3-1).

Στο Σχήμα 3-2 παρουσιάζονται οι καμπύλες προσαρμογής στα δεδομένα οι οποίες είναι εκθετικού τύπου ενώ στο Σχήμα 3-3 είναι υπερβολικού τύπου. Οι διαφορές των δύο τύπων στο συντελεστή προσδιορισμού ( $R^2$ ) είναι μικρές, παρ' όλα αυτά, χρησιμοποιούμε τις συναρτήσεις με το καλύτερο  $R^2$ . Βέβαια οι καμπύλες εκθετικού τύπου δεν έχουν φυσικό νόημα για μικρά μήκη  $l_{mot}$  καθώς για μηδενικές τιμές του μήκους πρέπει να μηδενίζονται και τα μεγέθη. Ωστόσο, οι καμπύλες αυτές δεν πρόκειται να χρησιμοποιηθούν για μήκη  $l_{mot}$  μικρότερα από το μικρότερο BLDC Η/Κ που υπάρχει στην αγορά και έχει μήκος περίπου 10mm.

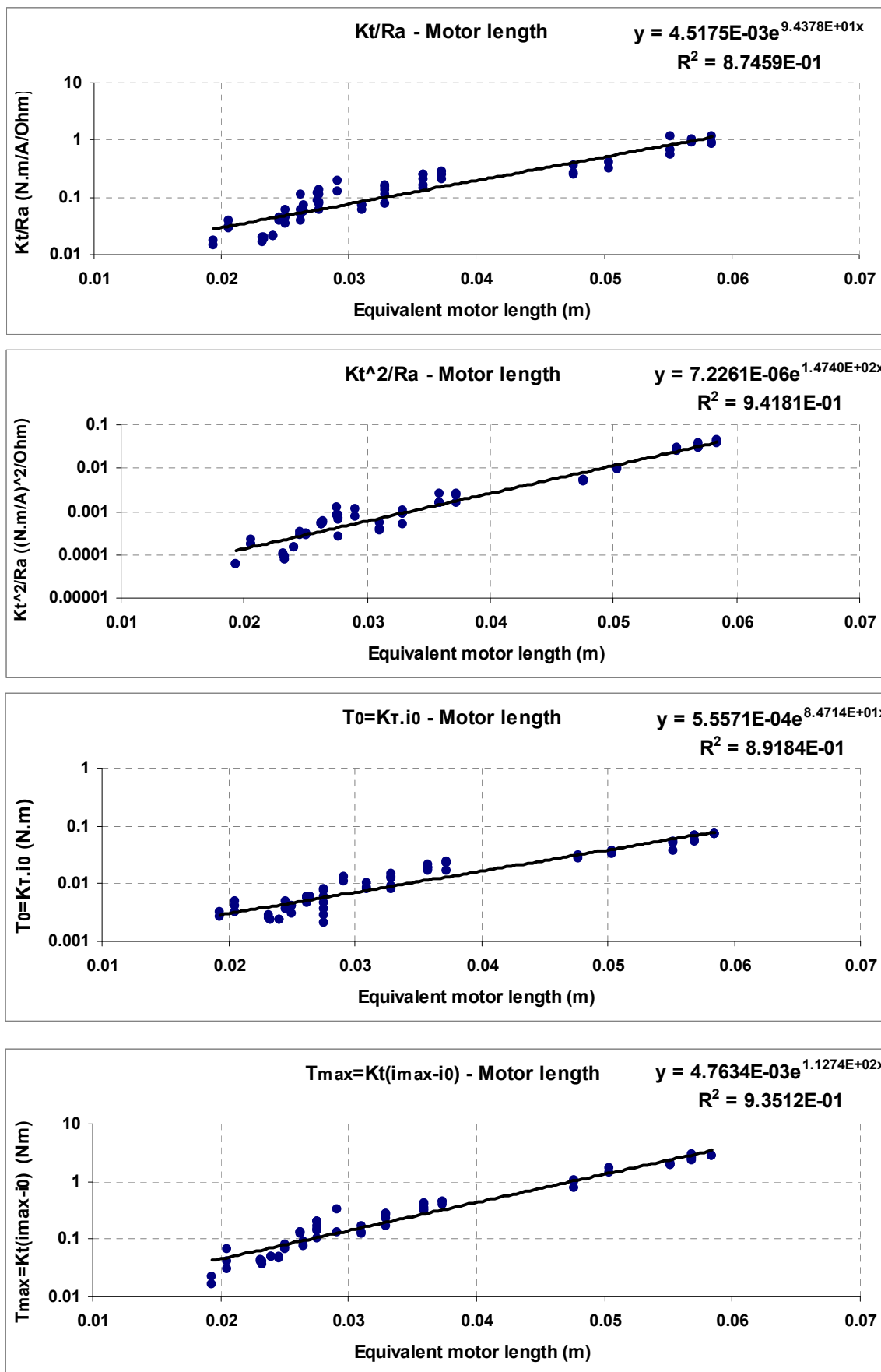
Ένα ακόμη μέγεθος που χρειαζόμαστε ακόμα είναι η μάζα  $m_{mot}$  του Η/Κ συναρτήσει του μήκους. Για τον προσδιορισμό της υπολογίστηκε μια μέση πυκνότητα για τους Η/Κ αυτούς.

Πίνακας 3-1. Τεχνικά χαρακτηριστικά BLDC Η/Κ φίρμας AXI.

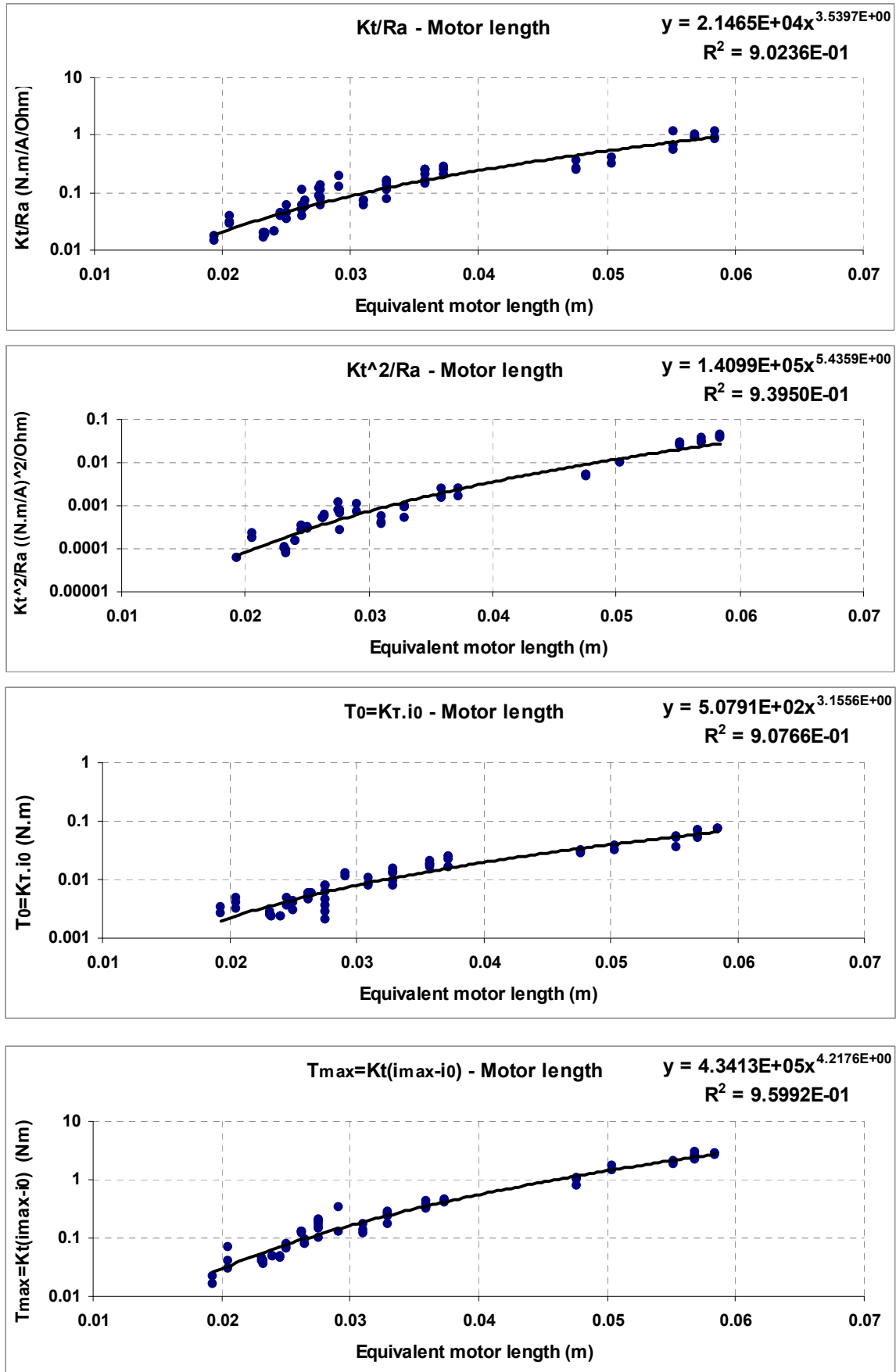
Model	No. of Windings	No. of LiPo cells	Kv (Rpm/V)	No load Current I <sub>0</sub> (A)	Current Capacity I <sub>max</sub> (A)	Internal Resistance R <sub>m</sub> (mohm)	Diameter (mm)	Length (mm)	Weight (gr)
AXI 2203/46	46	2	1720	0.5	8.5	285	27.5	21	18.5
AXI 2203/52	52	2	1525	0.4	7	390	27.5	21	18.5
AXI 2203/RACE	52	2	2300	0.55	9	220	27.7	21	18.5
A10-12S	12	2	2900	1	6	185	21	21	15
A10-15S	15	2	2320	0.63	6	289	21	21	15
A10-7L	7	2	2200	1.1	8	110	21	25	20
A10-9L	9	2	1700	0.72	8	180	21	25	20
A10-13L	13	3	1200	0.39	9	280	21	25	20
A20-34S	34	3	1500	0.75	7.8	147	28	24	29
A20-50S	50	3	1088	0.4	6	232	28	24	29
AXI 2203/40 VPP	40	2	2000	0.5	9	245	27.7	21	17.5
AXI 2204/54	54	3	1400	0.35	7.5	320	27.7	23	25.9
AXI 2204/54 EVP	54	3	1400	0.35	7.5	320	27.7	23	25.9
A20-26M	26	3	1130	0.7	11.7	117	28	30	42
A20-30M	30	3	980	0.6	8.5	174	28	30	42
AXI 2208/20 GL	20	3	1820	0.8	16	89	27.7	26	45
AXI 2208/26 GL	26	3	1420	0.6	11	155	27.7	26	45
AXI 2208/34 GL	34	3	1100	0.35	8	260	27.7	26	45
A20-20L	20	3	1022	0.85	17.1	109	28	34	55
A20-22L	22	3	924	0.75	14.4	89	28	34	55
AXI 2212/12 GL	12	3	1950	1.2	28	45	27.7	30	57
AXI 2212/34 GL	34	3	710	0.4	10	345	27.7	30	57
AXI 2217/12 GL	12	3	1380	0.4	30	61	27.7	35	69.5
AXI 2217/5H GL	5	3	3000	1.9	34	39	27.7	35	68.5
AXI 2217/9D GL	9	3	1880	0.4	34	39	27.7	35	69.5
AXI 2808/16 GL	16	2	1820	2	25	75	35	31	76
AXI 2808/20 GL	20	3	1490	1.3	22	105	35	31	76
AXI 2808/24 GL	24	3	1190	1	22	115	35	31	76
A20-6XL	6	2	2500	3.4	36.9	20	28	40	78
A20-12XL	12	3	1039	1.2	36.9	75	28	40	78
AXI 2814/6 GL	6	3	2850	4.5	55	22	35	37	106
AXI 2814/20 GL	20	4	840	0.7	25	145	35	37	106
AXI 2820/8 GL	8	3	1500	3.3	55	26	35	48	151
AXI 2820/14 GL	14	4	860	1.7	36	78	35	48	151
AXI 2826/6 GL	6	3	1500	3.5	65	25	35	54	181
AXI 2826/8 GL	8	3	1130	2.9	55	30	35	54	181
AXI 2826/10 GL	10	5	920	1.7	42	42	35	48	181
AXI 2826/12 GL	12	5	760	1.3	37	62	35	54	181
AXI 4120/14 GL	14	5	660	2	55	41	49.8	55.5	320
AXI 4120/18 GL	18	7	515	1.5	55	70	49.8	55.5	320
AXI 4120/20 GL	20	6	465	1.5	52	82	49.8	55.5	320
AXI 4130/16 GL	16	8	385	1.3	60	63	49.8	65.5	409
AXI 4130/20 GL	20	8	305	1.2	55	99	49.8	65.5	409
AXI 5320/34 GL	34	10	206	1.1	45	84	63	54	495
AXI 5325/16 GL	16	6	350	2.1	85	26	63	59	575
AXI 5330/18 GL	18	10	259	2	75	32	63	64	652
AXI 5345/16 GL	16	10	195	2.1	90	34	63	81	995

Πίνακας 3-2. Υπολογισμός επιπλέον τεχνικών χαρακτηριστικών BLDC Η/Κ φίρμας AXI.

Equivalent length $V^{1/3}$ (m)	Volume V (m <sup>3</sup> )	Density (kg/m <sup>3</sup> )	$Kt=30/\pi \cdot Kv$ (N*m/A)	$T_{max}=Kt(I_{max}-I_0)$ (N*m)	$T_0=i_0 \cdot kt$ (Nm)	$Kt/Ra$ (Nm/A/Ohm)	$Kt^2/Ra$ ((Nm/A) <sup>2</sup> /Ohm)	Cost (euro)
0.0231913	1E-05	1483.19	0.00555473	0.04443786	0.002776	0.0195	0.00010826	62
0.0231913	1E-05	1483.19	0.00626501	0.04134907	0.002505	0.0161	0.00010064	62
0.0233036	1E-05	1461.85	0.00415397	0.03510108	0.002284	0.0189	7.8434E-05	62
0.0193753	7E-06	2062.26	0.00329453	0.01647266	0.003293	0.0178	5.867E-05	40
0.0193753	7E-06	2062.26	0.00411816	0.02211454	0.002593	0.0142	5.8683E-05	40
0.0205348	9E-06	2309.73	0.00434279	0.02996526	0.004775	0.0395	0.00017145	40
0.0205348	9E-06	2309.73	0.00562008	0.0409142	0.004044	0.0312	0.00017547	40
0.0205348	9E-06	2309.73	0.00796178	0.06855096	0.003104	0.0284	0.00022639	40
0.0245399	1E-05	1962.37	0.00636943	0.04490446	0.004775	0.0433	0.00027598	50
0.0245399	1E-05	1962.37	0.00878138	0.04917572	0.003511	0.0379	0.00033238	50
0.0233036	1E-05	1382.83	0.00477707	0.0406051	0.002387	0.0195	9.3144E-05	62
0.0240211	1E-05	1868.63	0.00682439	0.04879436	0.002387	0.0213	0.00014554	64
0.0240211	1E-05	1868.63	0.00682439	0.04879436	0.002387	0.0213	0.00014554	64
0.0264348	2E-05	2273.64	0.00845499	0.0930049	0.005915	0.0723	0.000611	55
0.0264348	2E-05	2273.64	0.00974912	0.07701807	0.005847	0.056	0.00054624	55
0.0250231	2E-05	2872.04	0.00524953	0.07979282	0.004197	0.059	0.00030964	60
0.0250231	2E-05	2872.04	0.00672827	0.06997398	0.004035	0.0434	0.00029206	60
0.0250231	2E-05	2872.04	0.00868558	0.0664447	0.003038	0.0334	0.00029015	60
0.027561	2E-05	2627.11	0.00934847	0.1519127	0.007942	0.0858	0.00080178	65
0.027561	2E-05	2627.11	0.01033998	0.14114071	0.007751	0.1162	0.00120129	65
0.0262456	2E-05	3152.86	0.00489956	0.13130818	0.005876	0.1089	0.00053346	65
0.0262456	2E-05	3152.86	0.01345654	0.12918274	0.00538	0.039	0.00052486	65
0.0276295	2E-05	3295.09	0.00692329	0.20492938	0.002768	0.1135	0.00078577	73
0.0276295	2E-05	3247.68	0.00318471	0.1022293	0.006048	0.0817	0.00026006	73
0.0276295	2E-05	3295.09	0.00508199	0.17075484	0.002032	0.1303	0.00066222	73
0.031012	3E-05	2548.16	0.00524953	0.12073913	0.010494	0.07	0.00036743	73
0.031012	3E-05	2548.16	0.00641217	0.13273201	0.008332	0.0611	0.00039158	73
0.031012	3E-05	2548.16	0.00802869	0.16860247	0.008025	0.0698	0.00056052	73
0.0290952	2E-05	3166.86	0.00382166	0.12802548	0.012987	0.1911	0.00073025	76
0.0290952	2E-05	3166.86	0.00919552	0.32827989	0.011029	0.1226	0.00112743	76
0.032896	4E-05	2977.68	0.00335233	0.16929266	0.015078	0.1524	0.00051082	80
0.032896	4E-05	2977.68	0.01137398	0.27638763	0.007958	0.0784	0.00089219	80
0.0358775	5E-05	3269.71	0.00636943	0.32929936	0.021008	0.245	0.00156037	86
0.0358775	5E-05	3269.71	0.01110947	0.38105466	0.018877	0.1424	0.00158231	86
0.0373141	5E-05	3483.85	0.00636943	0.39171975	0.022282	0.2548	0.00162278	92
0.0373141	5E-05	3483.85	0.00845499	0.44050504	0.024507	0.2818	0.0023829	92
0.0358775	5E-05	3919.33	0.01038493	0.41851288	0.017645	0.2473	0.00256778	92
0.0373141	5E-05	3483.85	0.01257124	0.44879316	0.016334	0.2028	0.00254897	92
0.0476373	0.0001	2960.11	0.01447597	0.7672264	0.028937	0.3531	0.00511107	134
0.0476373	0.0001	2960.11	0.01855173	0.99251747	0.027813	0.265	0.00491667	134
0.0476373	0.0001	2960.11	0.02054654	1.03760016	0.030804	0.2506	0.0051483	134
0.0503419	0.0001	3205.78	0.02481595	1.45669617	0.032244	0.3939	0.0097751	140
0.0503419	0.0001	3205.78	0.03132505	1.68528767	0.037571	0.3164	0.0099117	140
0.0552147	0.0002	2940.63	0.04637932	2.03605219	0.050991	0.5521	0.02560764	216
0.0568688	0.0002	3126.4	0.02729754	2.26296633	0.057296	1.0499	0.02865984	230
0.0584319	0.0002	3268.11	0.03688857	2.69286575	0.07374	1.1528	0.04252396	234
0.0632051	0.0003	3940.64	0.04899559	4.3067124	0.102839	1.441	0.07060494	340



Σχήμα 3-2. Συσχετίσεις μεγεθών Η/Κ με το μήκος  $l_{mot}$  (εκθετικού τύπου).



Σχήμα 3-3. Συσχετίσεις μεγεθών Η/Κ με το μήκος  $l_{mot}$  (υπερβολικού τύπου).



Προσαρμογή με συναρτήσεις εκθετικού τύπου :

$$\frac{K_T}{R_a} = 4.5043 \cdot 10^{-3} e^{93.796 l_{mot}} \quad (3-2)$$

$$\frac{K_T^2}{R_a} = 8.1773 \cdot 10^{-6} e^{144.69 l_{mot}} \quad (3-3)$$

$$M_0 = K_T i_0 = 5.8036 \cdot 10^{-4} e^{83.422 l_{mot}} \quad (3-4)$$

$$M_{\max} = K_T (i_{\max} - i_0) = 5.2336 \cdot 10^{-3} e^{109.99 l_{mot}} \quad (3-5)$$

Προσαρμογή με συναρτήσεις υπερβολικού τύπου :

$$\frac{K_T}{R_a} = 2.6533 \cdot 10^4 l_{mot}^{3.6032} \quad (3-6)$$

$$\frac{K_T^2}{R_a} = 1.7548 \cdot 10^5 l_{mot}^{5.4833} \quad (3-7)$$

$$M_0 = K_T i_0 = 5.7721 \cdot 10^2 l_{mot}^{3.1888} \quad (3-8)$$

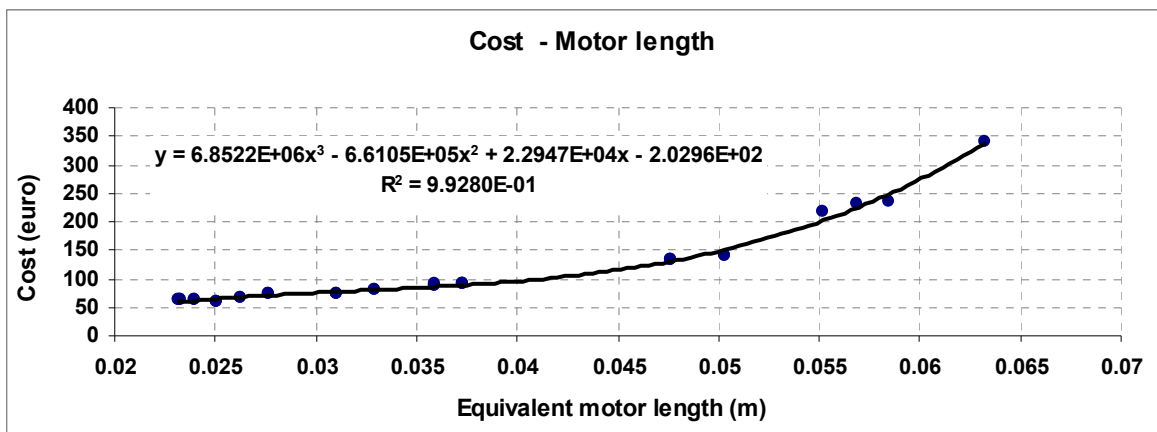
$$M_{\max} = K_T (i_{\max} - i_0) = 4.5004 \cdot 10^5 l_{mot}^{4.2222} \quad (3-9)$$

Η μάζα του Η/Κ προκύπτει από τη μέση πυκνότητα και τον όγκο του ως :

$$\rho_{mot} = 2942 \text{ kg/m}^3 \quad (3-10)$$

$$m_{mot} = \rho_{mot} l_{mot}^3 \quad (3-11)$$

Όσον αφορά στο κόστος των Η/Κ, είναι ανάλογο με την 3<sup>η</sup> δύναμη του συναρτήσεως του μήκους, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3-4. Είναι δηλαδή ανάλογο με τον όγκο του Η/Κ, συνεπώς είναι ανάλογο με τη μάζα του.



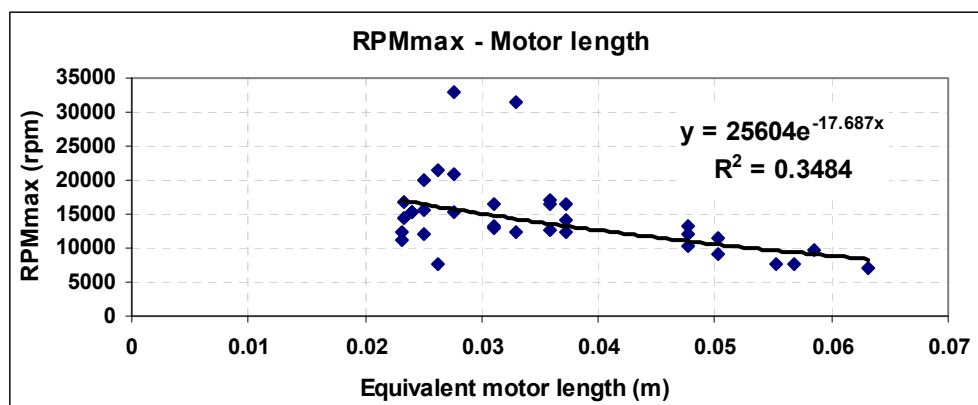
Σχήμα 3-4. Συσχέτιση κόστους Η/Κ με το μήκος  $l_{mot}$ .

Τα όρια στροφών των Η/Κ προκύπτουν από το μέγιστο αριθμό στοιχείων μπαταρίας LiPo που προτείνει ο κατασκευαστής (Πίνακας 3-1, 3<sup>η</sup> στήλη), μέσω της σχέσης :

$$N_{m,max} = (n_c 3.7 - i_0 R_a) K_V \tag{3-12}$$

Στο Σχήμα 3-5 παρουσιάζεται η μεταβολή των μέγιστων στροφών συναρτήσει του ισοδύναμου μήκους του Η/Κ. Παρατηρούμε ότι η προσαρμογή δεν έχει καλό συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$ , παρ' όλα αυτά είναι ικανοποιητική. Συνεπώς, για τις μέγιστες στροφές του Η/Κ έχουμε :

$$N_{m,max} = 25604e^{-17.687l_{mot}} \tag{3-13}$$



Σχήμα 3-5. Συσχέτιση μέγιστων στροφών Η/Κ με το μήκος  $l_{mot}$ .

### 3.2 ESC (Electronic Speed Controller)

Τα ESC που επιλέξαμε να παραμετροποιήσουμε είναι φέρμας JETI<sup>[55]</sup> λόγω της αξιοπιστίας τους και της διαθεσιμότητας τεχνικών χαρακτηριστικών. Παράδειγμα τέτοιου ESC παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-6.



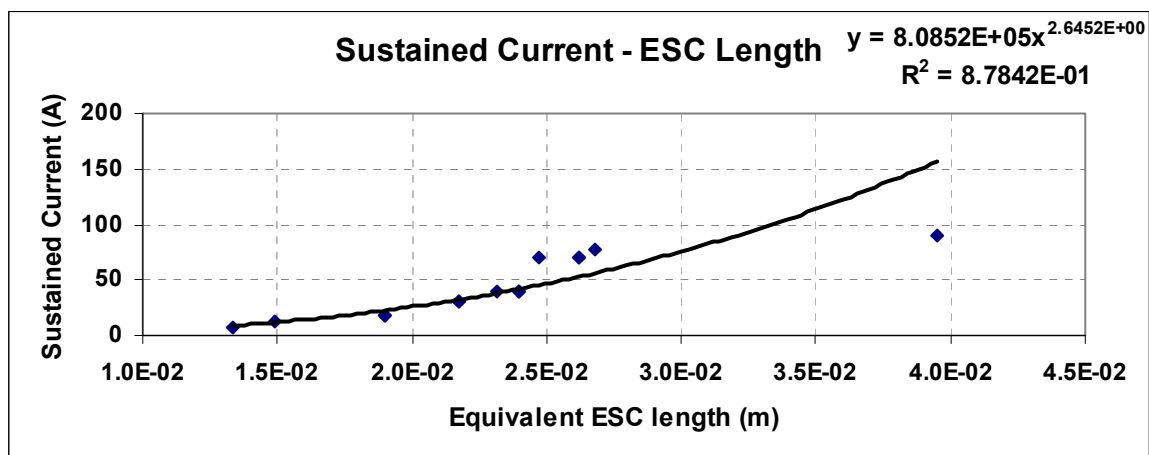
Σχήμα 3-6. ESC φέρμας JETI<sup>[55]</sup>.

Τα μεγέθη που μας ενδιαφέρουν εδώ είναι το μέγιστο ρεύμα συνεχούς λειτουργίας (sustained current)  $i_{ESC}$ , και η μάζα του ESC συναρτήσει του ισοδύναμου μήκους του  $l_{ESC}$ .

Στον Πίνακα 3-3 παρουσιάζονται τα τεχνικά του χαρακτηριστικά. Στο Σχήμα 3-7 παρουσιάζεται η υπερβολικού τύπου συνάρτηση  $i_{ESC}$  με το  $l_{ESC}$ . Για τον υπολογισμό της μάζας του ESC χρησιμοποιείται μια μέση πυκνότητα βάση των δεδομένων.

Πίνακας 3-3. Τεχνικά χαρακτηριστικά ESC φέρμας JETI.

Type	Sustained Current (A)	Input Voltage (V)	Mean Input Voltage (V)	Length (mm)	Width (mm)	Height (mm)	Equivalent length $V^{1/3}$ (m)	Weight (g)	Density (Kg/m <sup>3</sup> )
Advance 08 Pro	8	5-15	11.1	28	17	5	1.3E-02	6	2.5E+03
Advance 12 Pro	12	5-15	11.1	28	17	7	1.5E-02	9	2.7E+03
Advance 18 Pro	18	5-15	11.1	33	23	9	1.9E-02	21	3.1E+03
Advance 30 Pro	30	5-15	11.1	44	26	9	2.2E-02	28	2.7E+03
Advance 40 Pro	40	5-15	11.1	53	26	10	2.4E-02	35	2.5E+03
Advance 40 Pro Opto	40	5-25.2	11.1	53	26	9	2.3E-02	35	2.8E+03
Advance 70 Pro	70	5-15	11.1	53	26	13	2.6E-02	38	2.1E+03
Advance 70 Pro Opto	70	5-25.2	11.1	53	26	11	2.5E-02	38	2.5E+03
Advance 77 Pro Opto	77	6-42	11.1	53	26	14	2.7E-02	40	2.1E+03
Advance 90 Pro Opto	90	12-42	11.1	66	55	17	4.0E-02	90	1.5E+03
Advance 18 Pro SB	18	5-17	11.1	33	23	9	1.9E-02	21	3.1E+03
Advance 30 Pro SB	30	5-17	11.1	44	26	9	2.2E-02	28	2.7E+03
Advance 40 Pro SB HS	40	5-25.2	11.1	53	26	10	2.4E-02	35	2.5E+03
Advance 70 Pro SB HS	70	5-25.2	11.1	53	26	13	2.6E-02	38	2.1E+03



**Σχήμα 3-7.** Συσχέτιση μέγιστου ρεύματος συνεχούς λειτουργίας ESC με το μήκος  $l_{ESC}$ .

Παρατηρούμε ότι το μέγιστο ρεύμα είναι ανάλογο της 3ης περίπου δύναμης του μήκους, δηλαδή περίπου ανάλογο με τον όγκο του ESC.

$$i_{ESC} = 8.4545 \cdot 10^6 l_{ESC}^{3.2451} \quad (3-14)$$

Η αντίσταση πλήρως ανοικτής λειτουργίας των τρανζίστορ του ESC όπως αναφέρθηκε και στη μοντελοποίηση είναι :

$$R_{ESC} = 0.015\Omega \quad (3-15)$$

Η μάζα του ESC προκύπτει από τη μέση πυκνότητα και τον όγκο του ως :

$$\rho_{ESC} = 2580 \text{ kg/m}^3 \quad (3-16)$$

$$m_{ESC} = \rho_{ESC} l_{ESC}^3 \quad (3-17)$$

### 3.3 Μπαταρίες (Batteries)

Η παραμετροποίηση έγινε για μπαταρίες φέρμας Kokam<sup>[56]</sup> λόγω της αξιοπιστίας τους και διαθεσιμότητας τεχνικών χαρακτηριστικών. Η παραμετροποίηση έγινε με βάση το ισodύναμο μήκος της μπαταρίας  $l_{bat}$  και τον αριθμό των εν σειρά συνδεδεμένων στοιχείων  $n_c$  ο οποίος καθορίζει και την ονομαστική τάση της μπαταρίας.

Δείγμα τέτοιας μπαταρίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-8, όπου διακρίνονται τα κυριότερα τεχνικά χαρακτηριστικά της, όπως η χωρητικότητα  $C_{tot}$ , ο μέγιστος ρυθμός εκφόρτισης  $DR_{sc}$ , η ονομαστική τάση λειτουργίας  $V_b$  και ο αριθμός των στοιχείων που είναι συνδεδεμένα σε σειρά  $n_c$  και παράλληλα  $n_p$  (στο σχήμα 3S σημαίνει 3 σε σειρά και 1P σημαίνει ότι δεν έχει παράλληλα στοιχεία).



Σχήμα 3-8. Μπαταρία LiPo φέρμας Kokam<sup>[56]</sup>.

Τα τεχνικά χαρακτηριστικά για τις μπαταρίες φέρμας Kokam παρουσιάζονται στον Πίνακα 3-4. Τα στοιχεία αυτά αφορούν σε ένα στοιχείο (cell) μπαταρίας με ονομαστική τάση 3.7V.

Τα μεγέθη που μας ενδιαφέρουν για τον υπολογισμό των επιδόσεων της μπαταρίας είναι η συνολική της ισχύ  $P_{bat,tot}$ , η συνολική της ενέργεια  $E_{bat,tot}$  και η εσωτερική της αντίσταση  $R_{bat,tot}$ . Όπως είδαμε όμως και στη μοντελοποίηση της μπαταρίας, τα μεγέθη αυτά εξαρτώνται από το πόσα στοιχεία είναι συνδεδεμένα σε σειρά και πόσα παράλληλα.

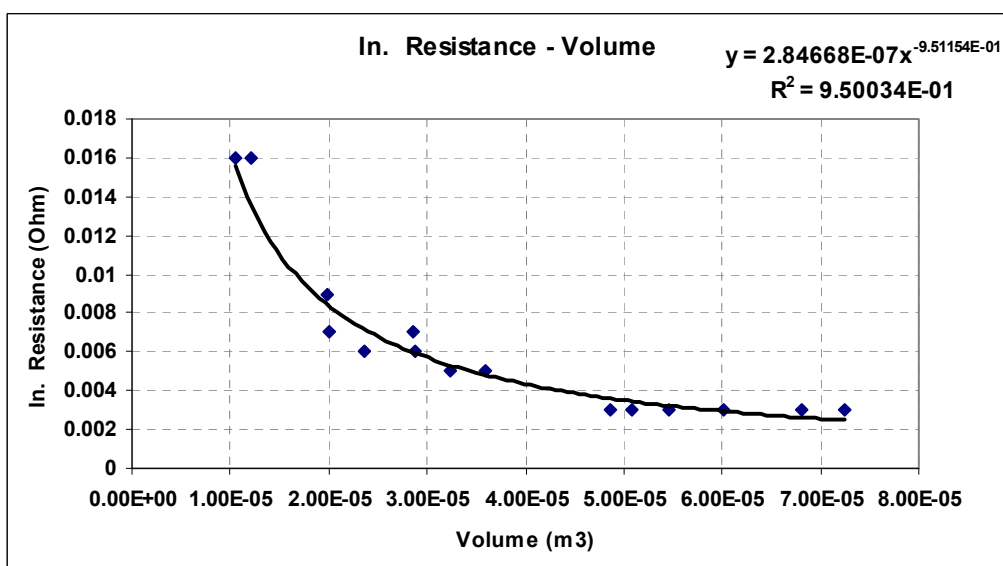
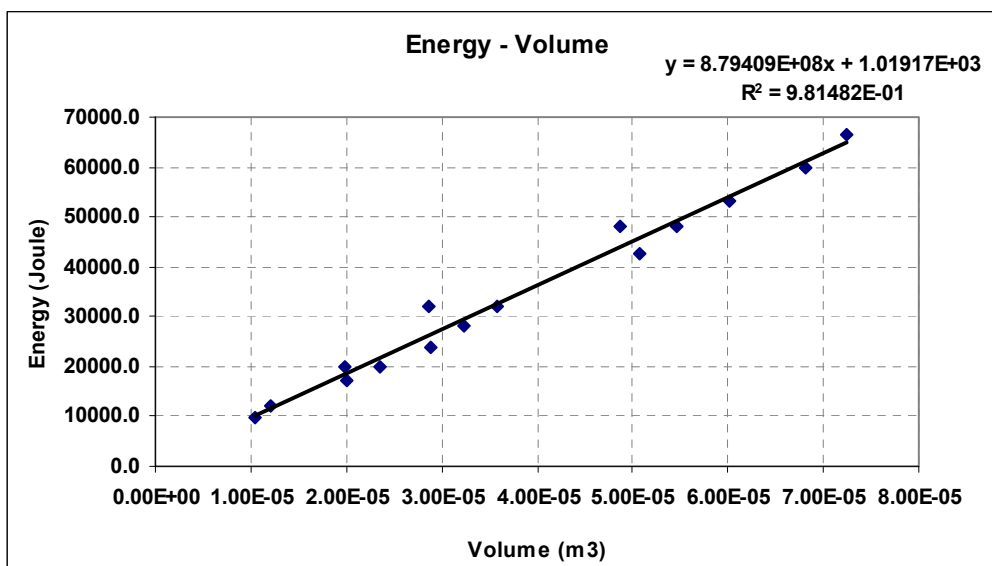
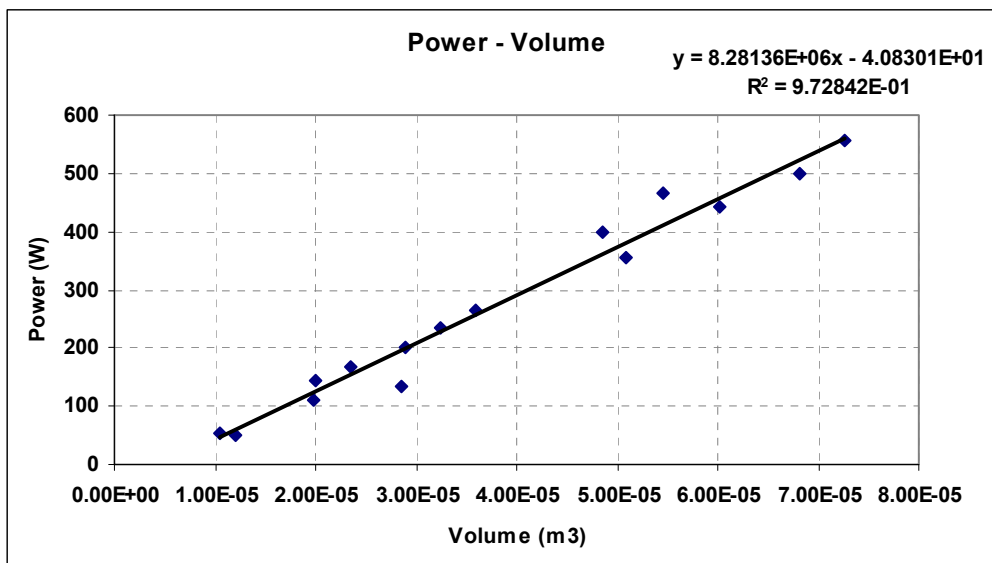
Επειδή όμως τα δεδομένα που έχουμε αφορούν σε ένα στοιχείο, πρέπει η παραμετροποίηση να γίνει βάση των χαρακτηριστικών του ενός στοιχείου. Για να γίνει αυτό, θεωρούμε χωρίς να σφάλουμε ότι τα  $n_p$  παράλληλα στοιχεία είναι ένα μεγάλο στοιχείο με όγκο  $B_{vol}$ , το οποίο έχει ισχύ  $P_{bat}$ , ενέργεια  $E_{bat}$  και εσωτερική αντίσταση  $R_{bat}$ . Τα μεγέθη αυτά συναρτήσε του όγκου  $B_{vol}$  παρουσιάζονται στον Πίνακα 3-4 και στα διαγράμματα στο Σχήμα 3-9.

Πίνακας 3-4. Τεχνικά χαρακτηριστικά LiPo cell 3.7V φίρμας Kokam.

Type	Model	Capacity [Ah]	Max Dimension (mm)				IR(max.)		IR(max.)		Weight (max)	
			L	W	T	V <sup>1/3</sup>						
34Series	SLPB593459H3	0.91	59	34	6	22.9	16	mΩ	0.016	Ω	23	g
	SLPB533459H4	0.74	59	34	5.2	21.8	16	mΩ	0.016	Ω	21	g
	SLPB563496H5	1.3	102	34.5	5.7	27.2	7	mΩ	0.007	Ω	36	g
	SLPB653496H5	1.5	102	34.5	6.7	28.7	6	mΩ	0.006	Ω	42	g
	SLPB803496H5	1.8	102	34.5	8.2	30.7	6	mΩ	0.006	Ω	53.5	g
	SLPB903496H5	2.1	102	34.5	9.2	31.9	5	mΩ	0.005	Ω	62	g
	SLPB1003496H5	2.4	102	34.5	10.2	33.0	5	mΩ	0.005	Ω	68	g
38Series	SLPB723870H4	1.5	70.5	38	7.4	27.1	9	mΩ	0.009	Ω	41	g
43Series	SLPB5043128H3	2.4	128	43	5.2	30.6	7	mΩ	0.007	Ω	60	g
	SLPB8643128H5	3.6	128.5	43	8.8	36.5	3	mΩ	0.003	Ω	101	g
	SLPB8043140H5	3.2	142.5	43.5	8.2	37.0	3	mΩ	0.003	Ω	93	g
	SLPB9543140H5	4	142.5	43.5	9.7	39.2	3	mΩ	0.003	Ω	114	g
	SLPB10843140H5	4.5	142.5	43.5	11	40.9	3	mΩ	0.003	Ω	125	g
	SLPB11543140H5	5	142.5	43.5	11.7	41.7	3	mΩ	0.003	Ω	132	g
	SLPB8643140H5	3.6	142.5	43.5	8.8	37.9	3	mΩ	0.003	Ω	100	g

Πίνακας 3-4. (Συνέχεια) Τεχνικά χαρακτηριστικά LiPo cell 3.7V φίρμας Kokam.

Max Discharge Rate				Continuous Power W	Energy Density (Wh/kg)	Density kg/m <sup>3</sup>	Energy Joule	Volume m <sup>3</sup>
C-rate		Ampere						
Continuous	Pulse	Continuous	Pulse					
15	30	13.65	27.3	50.505	146	1910.9	12121.2	1.20E-05
20	40	14.8	29.6	54.76	130	2013.2	9856.8	1.04E-05
30	50	39	65	144.3	134	1794.8	17316.0	2.01E-05
30	50	45	75	166.5	132	1781.4	19980.0	2.36E-05
30	50	54	90	199.8	124	1854.0	23976.0	2.89E-05
30	50	63	105	233.1	125	1915.1	27972.0	3.24E-05
30	50	72	120	266.4	131	1894.5	31968.0	3.59E-05
20	40	30	60	111	135	2068.1	19980.0	1.98E-05
15	30	36	72	133.2	148	2096.4	31968.0	2.86E-05
30	50	108	180	399.6	132	2077.1	47952.0	4.86E-05
30	50	96	160	355.2	127	1829.6	42624.0	5.08E-05
30	50	120	200	444	643	1896.0	53280.0	6.01E-05
30	50	135	225	499.5	133	1833.2	59940.0	6.82E-05
30	50	150	250	555	140	1820.1	66600.0	7.25E-05
35	50	126	180	466.2	133	1833.2	47952.0	5.45E-05



Σχήμα 3-9. Συσχέτιση μεγεθών ενός cell LiPo 3.7V με τον όγκο του  $B_{vol}$ .

Έστω λοιπόν ότι η μπαταρία αποτελείται από  $n_c \cdot n_p$  ίδια στοιχεία και ο όγκος του κάθε στοιχείου είναι  $B_{vol,sc}$ , τότε η ισοδύναμη μπαταρία αποτελείται από  $n_c$  ισοδύναμα στοιχεία που το καθένα έχει όγκο  $B_{vol} = n_p B_{vol,sc}$  και προφανώς η ονομαστική του τάση είναι 3.7V. Αν το ισοδύναμο μήκος της μπαταρίας είναι  $l_{bat}$ , τότε ο όγκος  $B_{vol}$  του ενός ισοδύναμου στοιχείου είναι :

$$B_{vol} = \frac{l_{bat}^3}{n_c} \quad (3-18)$$

Από το διάγραμμα της εσωτερικής αντίστασης συναρτήσει του όγκου ενός στοιχείου προκύπτει ότι η εσωτερική αντίσταση  $R_{sc}$  για κάθε στοιχείο είναι :

$$R_{sc} = 2.84668 \cdot 10^{-7} B_{vol,sc}^{-0.951154} = 2.84668 \cdot 10^{-7} \left( \frac{B_{vol}}{n_p} \right)^{-0.951154} \quad (3-19)$$

Ενώ η εσωτερική αντίσταση  $R_{bat}$  για κάθε ισοδύναμο στοιχείο είναι :

$$R_{bat} = 2.84668 \cdot 10^{-7} B_{vol}^{-0.951154} \quad (3-20)$$

Στη μοντελοποίηση της μπαταρίας δείξαμε ότι η ολική αντίσταση της μπαταρίας δίνεται από τη σχέση :

$$R_{bat,tot} = \frac{n_c R_{sc}}{n_p} \quad (3-21)$$

Συνεπώς, από τις Εξ. (3-19) και (3-21) έχουμε :

$$R_{bat,tot} = \frac{n_c R_{sc}}{n_p} = \frac{n_c \cdot 2.84668 \cdot 10^{-7} \left( \frac{B_{vol}}{n_p} \right)^{-0.951154}}{n_p} = \frac{n_c R_{bat}}{n_p^{1-0.951154}} \approx \frac{n_c R_{bat}}{n_p^{0.05}} \quad (3-22)$$



Παρατηρούμε λοιπόν από τη σχέση (3-22) ότι όσο περισσότερα στοιχεία συνδέουμε παράλληλα (μεγάλο  $n_p$ ), τόσο μικρότερη είναι η συνολική εσωτερική αντίσταση.

Παρ' όλα αυτά, επειδή δε μπορούμε να γνωρίζουμε από πριν τι στοιχεία θα χρησιμοποιήσουμε και επειδή ο όρος  $n_p^{0.05} \approx 1$  για μικρές τιμές του  $n_p$ , μπορούμε εν τέλει να πούμε ότι η συνολική εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας είναι :

$$R_{bat,tot} = n_c R_{bat} \quad (3-23)$$

Από τη μέση τιμή των μεγεθών ισχύς / όγκος και ενέργεια / όγκος που προκύπτει από τα τεχνικά χαρακτηριστικά, οι σχέσεις ισχύος και ενέργειας του ισοδύναμου στοιχείου συναρτήσει του όγκου του είναι :

$$P_{bat} = 7.0899 \cdot 10^6 B_{vol} \quad (3-24)$$

$$E_{bat} = 9.0833 \cdot 10^8 B_{vol} \quad (3-25)$$

Συνεπώς, η συνολική ισχύς και ενέργεια της μπαταρίας είναι :

$$P_{bat,tot} = n_c P_{bat} \quad (3-26)$$

$$E_{bat,tot} = n_c E_{bat} \quad (3-27)$$

Όπως παρατηρείται από τον Πίνακα 3-4, η πυκνότητα για τις μπαταρίες αυτές έχει μέση τιμή :

$$\rho_{bat} = 1907.8 \text{ kg/m}^3 \quad (3-28)$$

Συνεπώς, η συνολική μάζα της μπαταρίας είναι :

$$m_{bat} = \rho_{bat} B_{vol} n_c \quad (3-29)$$

### 3.4 Έλικες (Propellers)

Για να παραμετροποιήσουμε τις έλικες, επιλέξαμε έλικες της φίρμας APC<sup>[48]</sup> λόγω του αξιόπιστου σχεδιασμού τους, αλλά και λόγω ύπαρξης πειραματικών δεδομένων για αυτές. Η παραμετροποίηση έγινε με βάση τη διάμετρο  $D_p$  και το γεωμετρικό βήμα  $p$  της έλικας. Δείγμα τέτοιας έλικας παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-10.



**Σχήμα 3-10.** Δείγμα έλικας φίρμας APC<sup>[48]</sup>.

Τα μεγέθη που χρειαζόμαστε για τον υπολογισμό των επιδόσεων της έλικας είναι ο συντελεστής ώσης  $C_T$  και ο συντελεστής ισχύος  $C_P$ . Στο απλοποιημένο μοντέλο για τις έλικες δείξαμε ότι για την περίπτωση της αιώρησης, όπου το όχημα έχει μηδενική ταχύτητα πτήσης, οι συντελεστές ώσης και ισχύος εξαρτώνται από το λόγο  $p/D_p$  μέσω των Εξ. (2-68) και (2-69). Οι σταθερές στις σχέσεις αυτές εξαρτώνται από το σχεδιασμό της έλικας και τον αριθμό Reynolds της ροής. Επειδή αναφερόμαστε σε οχήματα που η διάμετρος της έλικας μπορεί να είναι από 80mm έως 500mm, χρησιμοποιήσαμε πειραματικά δεδομένα που αφορούν σε έλικες τέτοιων διαστάσεων ώστε να ικανοποιείται ο Reynolds.

Τα πειραματικά δεδομένα από μετρήσεις σε έλικες μοντέλων του εμπορίου πραγματοποιήθηκαν από το University of Illinois at Urbana-Champaign (UIUC) σε αεροδυναμική αεροσήραγγα<sup>[4],[65]</sup>.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αφορούν στις μετρήσεις σε έλικες φίρμας APC και κατηγορίας SPORT. Από τις μετρήσεις των συντελεστών ώσης και ισχύος χρησιμοποιήσαμε αυτές που αφορούν σε μηδενική ταχύτητα πτήσης, αφού το μοντέλο για την έλικα που χρησιμοποιούμε ισχύει μόνο για την κατάσταση της αιώρησης όπου η ταχύτητα πτήσης είναι μηδενική.

Οι μετρήσεις των συντελεστών ώσης και ισχύος έγιναν για διαφορετικές στροφές. Παράδειγμα τέτοιων μετρήσεων παρουσιάζεται στον Πίνακα 3-5 όπου παρατηρούμε ότι η αλλαγή στροφών δεν επηρεάζει δραματικά τους συντελεστές ώσης και ισχύος.

**Πίνακας 3-5.** Δείγμα μεταβολής συντελεστών ώσης και ισχύος με τις στροφές για μηδενική ταχύτητα πτήσης.

RPM	CT	CP	RPM	CT	CP
1752	0.0903	0.0514	4161	0.1051	0.0485
2055	0.093	0.0505	4444	0.1061	0.0481
2360	0.0963	0.0506	4736	0.1074	0.0478
2657	0.0973	0.0499	5042	0.1093	0.0477
2982	0.1	0.0503	5369	0.1097	0.0473
3265	0.101	0.0499	5654	0.1103	0.0471
3565	0.1018	0.0493	5954	0.1112	0.0471
3857	0.104	0.0491	6259	0.1111	0.0468

Για κάθε έλικα λοιπόν υπολογίστηκε η μέση τιμή των συντελεστών ώσης και ισχύος για διαφορετικές στροφές, και στη συνέχεια οι μέσες αυτές τιμές των συντελεστών συναρτήσεως του λόγου  $p/D_p$  συγκεντρώθηκαν στον Πίνακα 3-6. Όπως παρατηρείται στον Πίνακα 3-6, οι μετρήσεις αφορούν σε έλικες με διαμέτρους από 7in έως 14in.

Στη συνέχεια, κατασκευάστηκαν τα διαγράμματα που παρουσιάζονται στο Σχήμα 3-11 τα οποία δείχνουν τη μεταβολή του συντελεστή ώσης με το λόγο  $p/D_p$  και τη μεταβολή του συντελεστή ισχύος με το  $(p/D_p)^{3/2}$ . Όπως φαίνεται στα διαγράμματα, οι σχέσεις των συντελεστών ώσης και ισχύος συναρτήσεως του λόγου  $p/D_p$  είναι :

Συντελεστής ώσης :

$$C_T = 0.0266(p / D_p) + 0.0793 \quad (3-30)$$

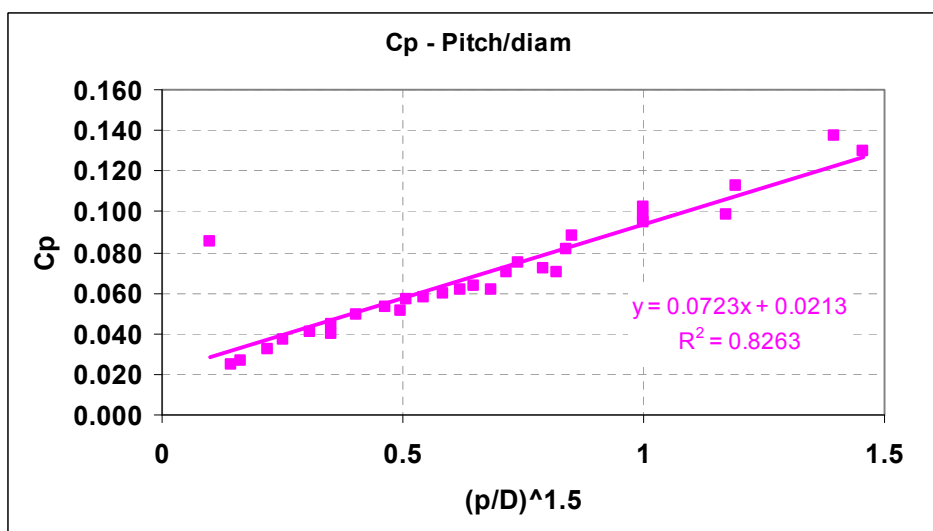
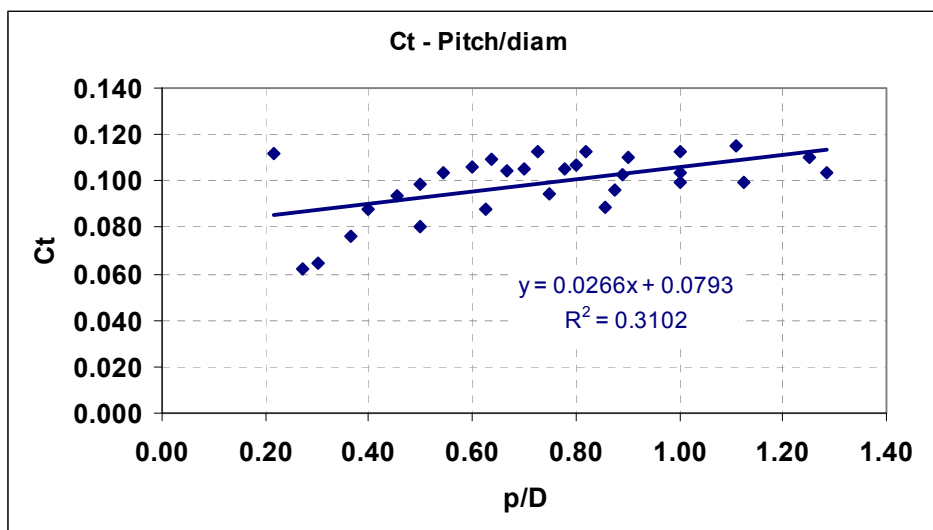
Συντελεστής ισχύος :

$$C_p = 0.0723(p / D_p)^{3/2} + 0.0213 \quad (3-31)$$

Όσον αφορά στη μάζα της έλικας, έγινε ο υπολογισμός της συναρτήσεως της διαμέτρου. Στο Σχήμα 3-12 παρουσιάζεται η συσχέτιση αυτή για δύο τύπου έλικες, τις πλαστικές της φίρμας GWS που προορίζονται για μικρά οχήματα, μικρών φορτίων, και τις μεγάλες έλικες της φίρμας APC που προορίζονται για μεγαλύτερα οχήματα. Επιλέγουμε τη χρήση των APC ώστε να είμαστε πιο ασφαλείς σε μεγαλύτερες διαστάσεις οχημάτων.

**Πίνακας 3-6.** Μεταβολή συντελεστών ώσης και ισχύος με το λόγο  $p/D_p$  για μηδενική ταχύτητα πτήσης.

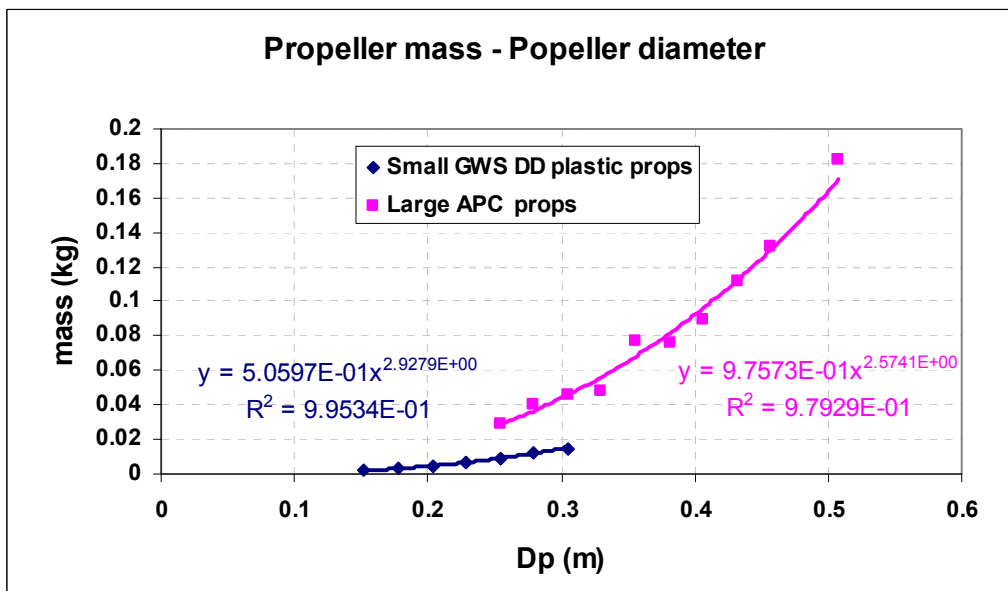
D(in)	p(in)	p/D	Ct	Cp	D(in)	p(in)	p/D	Ct	Cp
7	6	0.857	0.088	0.072	10	4	0.400	0.087	0.037
7	9	1.286	0.103	0.129	10	5	0.500	0.099	0.044
8	4	0.500	0.080	0.040	10	6	0.600	0.106	0.053
8	5	0.625	0.088	0.051	10	7	0.700	0.105	0.059
8	6	0.750	0.094	0.064	10	8	0.800	0.107	0.070
8	7	0.875	0.096	0.070	10	9	0.900	0.111	0.088
8	8	1.000	0.100	0.095	10	10	1.000	0.112	0.103
8	9	1.125	0.099	0.113	11	3	0.273	0.062	0.025
8	10	1.250	0.110	0.137	11	4	0.364	0.076	0.033
9	6	0.667	0.104	0.058	11	5	0.455	0.094	0.040
9	7	0.778	0.105	0.061	11	6	0.545	0.103	0.049
9	8	0.889	0.103	0.081	11	7	0.636	0.109	0.057
9	9	1.000	0.104	0.098	11	8	0.727	0.112	0.062
9	10	1.111	0.115	0.098	11	9	0.818	0.112	0.075
10	3	0.300	0.065	0.026	14	3	0.214	0.111	0.085



**Σχήμα 3-11.** Συσχέτιση συντελεστή ώσης (πάνω) και ισχύος (κάτω) με το λόγος  $p/D_p$  για μηδενική ταχύτητα πτήσης.

Συνεπώς η σχέση για τη μάζα της έλικας συναρτήσει της διαμέτρου είναι :

$$m_p = 0.97573D_p^{2.5741} \tag{3-32}$$



Σχήμα 3-12. Συσχέτιση μάζας της έλικας με τη διάμετρό της.

Να σημειώσουμε ότι έχουμε παραλείψει να παραμετροποιήσουμε τα όρια στροφών για τις έλικες στις οποίες α) ο περιφερειακός αριθμός Mach ακροπτερυγίου πρέπει να είναι κάτω από 0.55 λόγω της αρνητικής επίδρασης των φαινομένων συμπίεστικότητας σε υψηλούς αριθμούς Mach για αυτού του τύπου τις έλικες, και β) ο αριθμός στροφών δεν πρέπει να ξεπερνάει τα όρια αντοχής της έλικας. Όμως, οι στροφές της έλικας καθορίζονται από τις στροφές του Η/Κ, οι οποίες έχουν άνω όριο τις  $N_{m,max}$  στροφές όπως είδαμε προηγουμένως. Το όριο αυτό είναι εν γένει χαμηλότερο από το όριο που θέτει ο περιφερειακός αριθμός Mach και τα όρια αντοχής της έλικας.

### 3.5 Αριθμός Κινητήρων

Το πλήθος των κινητήρων σε οχήματα MRAV μπορεί να είναι είτε άρτιος είτε περιττός αριθμός. Η διαφορά έγκειται στο ότι στα οχήματα με μονό αριθμό κινητήρων πρέπει η βάση του ενός κινητήρα να έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται κάποιες μοίρες έτσι ώστε να μπορεί μέσω της γωνίας του διανύσματος της ώσης να εξουδετερώνει τη

ροπή που προκαλεί η περιστροφή της έλικας. Αυτό σημαίνει ότι απαιτούνται επιπλέον μηχανισμοί (αρθρώσεις) και επενεργητές (servo) που προσδίδουν στο όχημα κάποιο επιπλέον βάρος και επιπλέον ενεργειακές απαιτήσεις, και προφανώς κάποιο επιπλέον κόστος.

Για να μπορέσουμε να λάβουμε υπ' όψιν το γεγονός αυτό – και εφ' όσον όσο μεγαλύτερο είναι το όχημα, τόσο πιο μεγάλες δυνάμεις, άρα μεγαλύτεροι και ακριβότεροι μηχανισμοί και επενεργητές – μπορούμε προσεγγιστικά να πούμε ότι οι επιπλέον μηχανισμοί αυξάνουν τη μάζα μιας ράβδου του σκελετού του οχήματος κατά ένα ποσοστό  $f_{M,odd}$ , την απαίτηση ισχύος του συστήματος κατά ένα ποσοστό  $f_{P,odd}$  της ισχύος ενός Η/Κ, και το κόστος κατά ένα ποσοστό  $f_{C,odd}$  του κόστους ενός Η/Κ. Να διευκρινίσουμε ότι συγκρίνουμε τον επενεργητή με τον Η/Κ επειδή μεγάλος κινητήρας σημαίνει μεγάλες απαιτήσεις σε ροπή για να περιστραφεί, συνεπώς μεγάλος επενεργητής.

### 3.6 Σκελετός (Frame)

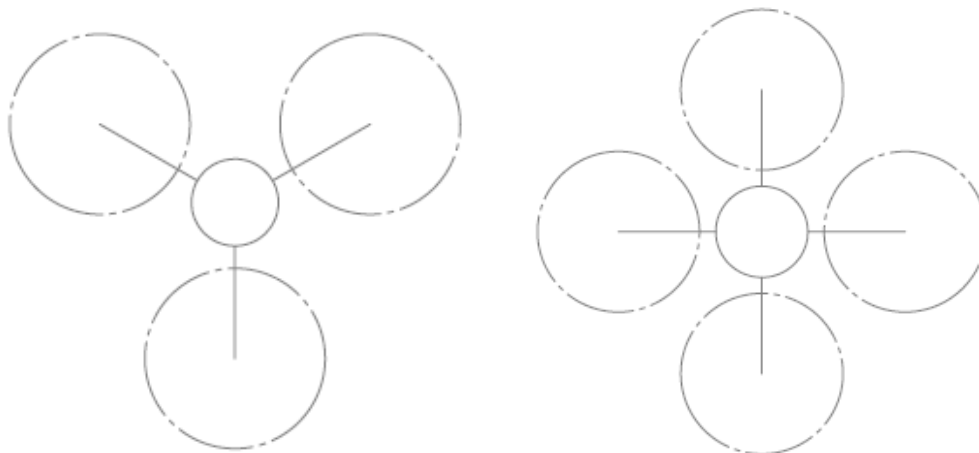
Ο σκελετός του οχήματος (frame ή airframe) διαμορφώνεται ανάλογα τη διανομή των κινητήρων (configurations). Εδώ ασχολούμαστε μόνο με τα οχήματα αυτά τα οποία δεν έχουν ζεύγη αντίρροπα στρεφόμενων στροφείων (coaxial ή contra – rotating). Συνεπώς, μας ενδιαφέρουν τα οχήματα που έχουν από τρεις έως οκτώ έλικες, και σε όλες τις περιπτώσεις οι άξονες των στροφείων είναι παράλληλοι μεταξύ τους.

Αυτό που μας ενδιαφέρει στο σημείο αυτό είναι ουσιαστικά οι διαστάσεις και η μάζα που μπορεί να έχει ο σκελετός του οχήματος ανάλογα με τον αριθμό των κινητήρων, τη διάμετρο της έλικας, και τη φόρτιση των ράβδων του.

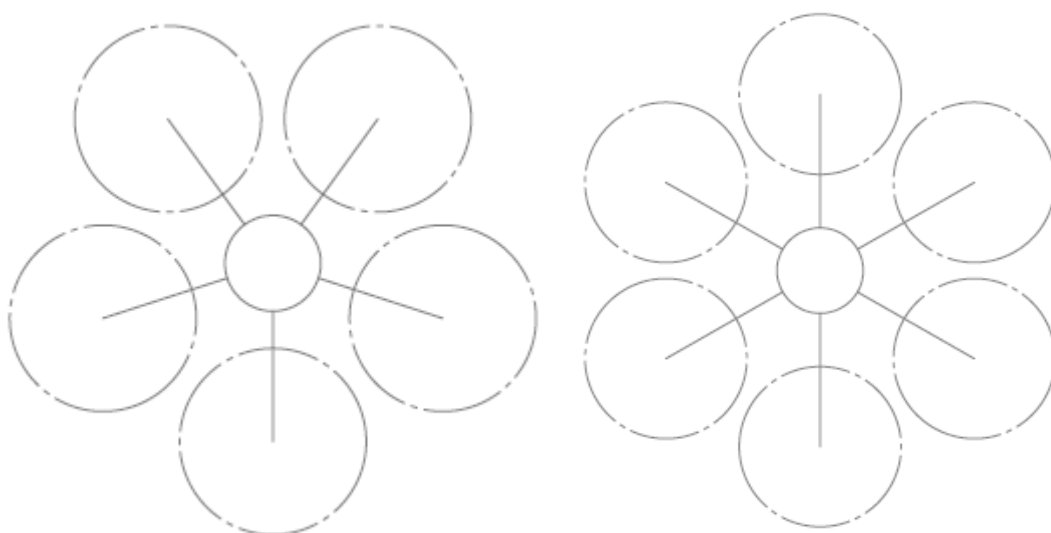
#### 3.6.1 Διανομή Κινητήρων (Configurations)

Η διανομή των κινητήρων είναι τέτοια ώστε να υπάρχει συμμετρία. Για οχήματα από τρεις έως οκτώ έλικες η πιο απλή διανομή κινητήρων είναι τέτοια ώστε οι κινητήρες να βρίσκονται επάνω σε έναν νοητό κύκλο και να ισαπέχουν διαδοχικά.

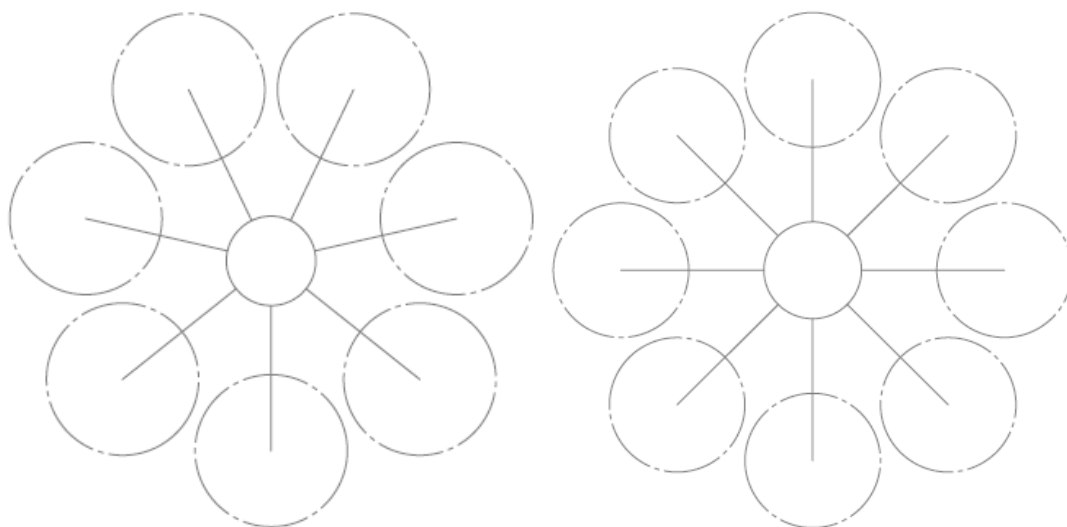
Στο Σχήμα 3-13, Σχήμα 3-14 και Σχήμα 3-15 παρουσιάζεται η διανομή των κινητήρων ανάλογα τον αριθμό τους και ταυτόχρονα έχουμε και μια άποψη της μορφής του σκελετού.



**Σχήμα 3-13.** Διανομή κινητήρων για όχημα με 3 έλικες (αριστερά) και 4 έλικες (δεξιά).



**Σχήμα 3-14.** Διανομή κινητήρων για όχημα με 5 έλικες (αριστερά) και 6 έλικες (δεξιά).

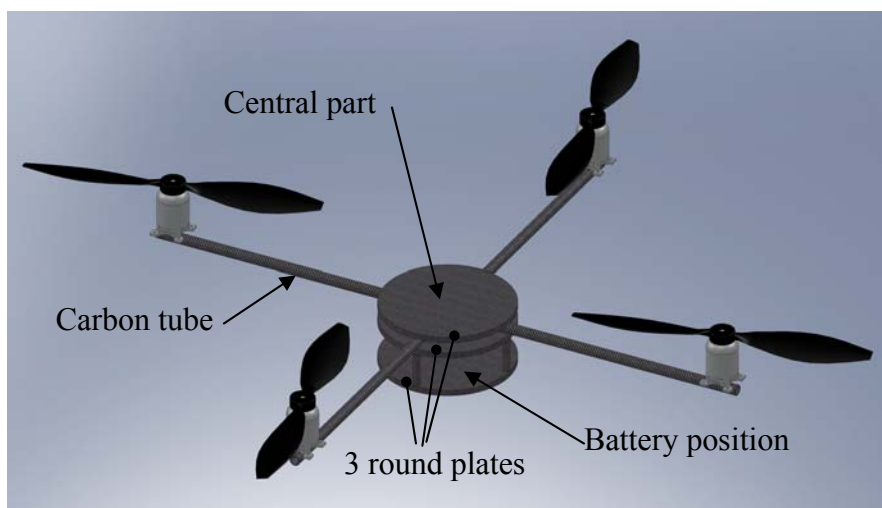


**Σχήμα 3-15.** Διανομή κινητήρων για όχημα με 7 έλικες (αριστερά) και 8 έλικες (δεξιά).

### 3.6.2 Μορφή – Διαστάσεις – Βάρος

Για να εκτιμήσουμε τη μάζα του σκελετού πρέπει να έχουμε λάβει υπ' όψιν τη μορφή του, από ποια στοιχεία δηλαδή αποτελείται, καθώς και το υλικό κατασκευής. Για να το προσεγγίσουμε ικανοποιητικά μπορούμε να πούμε τα εξής : α) αποτελείται από τόσες ράβδους όσες και ο αριθμός των κινητήρων, β) υπάρχει ένα κεντρικό μέρος το οποίο συγκρατεί τις ράβδους και ταυτόχρονα φιλοξενεί τα ηλεκτρονικά ελέγχου/ισχύος και τις μπαταρίες, γ) το υλικό κατασκευής είναι ελαφρύ και υψηλής αντοχής, συνεπώς η καλύτερη λύση είναι ανθρακονήματα (carbon fibre), δ) τα παρελκόμενα όπως βίδες και κόλλες για τη συναρμολόγησή του είναι ένα ποσοστό  $f_{fr,ac}$  της μάζας κάθε ράβδου του σκελετού.

Στο Σχήμα 3-16 παρουσιάζεται μια άποψη της μορφής ενός τέτοιου οχήματος. Παρατηρούμε τις ράβδους και το κεντρικό μέρος που αποτελείται από τρεις δίσκους μικρού πάχους.

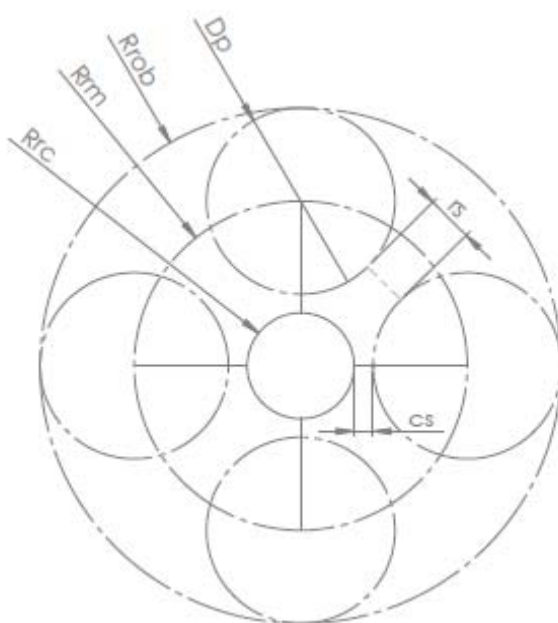


**Σχήμα 3-16.** Στοιχεία που απαρτίζουν το σκελετό ενός MRAV.

Τις διαστάσεις του σκελετού καθορίζουν ουσιαστικά η διάμετρος της έλικας και τα φορτία που προκαλούνται κατά τη λειτουργία.

Στο Σχήμα 3-17 παρουσιάζονται οι βασικές διαστάσεις που καθορίζουν το μέγεθος του σκελετού. Αυτές οι διαστάσεις είναι η διάμετρος  $D_p$  της έλικας, η απόσταση  $r_s$  των διαδοχικών δίσκων που σχηματίζουν οι έλικες, η απόσταση  $c_s$  του δίσκου της έλικας από το κεντρικό μέρος, η ακτίνα  $R_{rc}$  του κεντρικού μέρους, η ακτίνα  $R_{rm}$  τοποθέτησης των κινητήρων, και η ακτίνα  $R_{rob}$  του περιγεγραμμένου κύκλου στους δίσκους των στροφειών. Η ακτίνα  $R_{rob}$  δηλώνει και το συνολικό μέγεθος του οχήματος. Η ακτίνα  $R_{rm}$  τοποθέτησης των κινητήρων δηλώνει ουσιαστικά και το μήκος της κάθε ράβδου.





**Σχήμα 3-17.** Διαστάσεις που καθορίζουν το μέγεθος του σκελετού.

Με δεδομένη τη διάμετρο της έλικας, οι αποστάσεις  $r_s$  και  $c_s$  καθορίζουν ουσιαστικά και τις υπόλοιπες διαστάσεις του σκελετού.

Η απόσταση  $r_s$  μεταξύ των δίσκων που σχηματίζουν οι έλικες (βλ. Σχήμα 3-17) είναι εκ πρώτης όψης σημαντική καθώς αποτρέπει το να έρθουν σε επαφή δύο έλικες. Το ερώτημα που τίθεται όμως στο σημείο αυτό, είναι πόση απόσταση πρέπει να έχουν μεταξύ τους, πόση είναι δηλαδή η ιδανική απόσταση. Για να απαντήσουμε σε αυτό αρκεί να αναλογιστούμε τι επηρεάζει αυτή η απόσταση. Καταρχήν, πρέπει να ξεκαθαρίσουμε ότι η απόσταση αυτή δεν επηρεάζει την απόδοση της έλικας, σύμφωνα με πειραματικά δεδομένα<sup>[16],[18]</sup> στα οποία αυτό επιβεβαιώνεται όσο μικρή κι αν είναι αυτή απόσταση. Σε περίπτωση που η απόσταση μεγαλώσει, σημαίνει ότι μεγαλώνει η διάμετρος του οχήματος με άμεση αύξηση της μάζας του και των ροπών αδρανείας του που σημαίνει μείωση της ευελιξίας του. Από αυτήν τη σκοπιά λοιπόν είναι καλύτερο να μειωθεί αυτή η απόσταση όσο το δυνατόν περισσότερο. Από την άλλη όμως υπάρχουν άλλοι περιοριστικοί παράγοντες στο πόσο μικρή θα γίνει η απόσταση αυτή, όπως για παράδειγμα το ότι οι ράβδοι του σκελετού έχουν μια ελαστικότητα η οποία κατά τη λειτουργία του οχήματος μπορεί να φέρει πιο κοντά τους δίσκους απ' ότι όταν το όχημα είναι σε ηρεμία. Οπότε, πρέπει να τηρείται μια μικρή απόσταση ασφαλείας για το λόγο αυτό. Ταυτόχρονα, για σταθερό  $r_s$  όσο μικρότερος είναι ο αριθμός των κινητήρων, τόσο περισσότερο πλησιάζουν οι δίσκοι στο κεντρικό μέρος, το οποίο δε μπορεί να είναι πολύ

μικρής διαμέτρου  $R_{rc}$  διότι η μονάδα ελέγχου και οι μπαταρίες έχουν κάποιες σημαντικές διαστάσεις. Να σημειώσουμε ότι η λύση του να είναι αρνητική η απόσταση  $c_s$  μεταξύ δίσκου και κεντρικού μέρους, να υπάρχει δηλαδή επικάλυψη, απορρίπτεται διότι τότε το αερόρευμα της έλικας θα προσπίπτει στο κεντρικό μέρος και έτσι θα έχουμε χαμένο κάποιο μέρος της ώσης κάθε έλικα. Συνεπώς δε μπορεί να είναι πολύ μικρή η απόσταση  $r_s$  όταν ο αριθμός των κινητήρων είναι μικρός. Από την άλλη, όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των κινητήρων, τόσο αυξάνεται και το περιθώριο αύξησης της διαμέτρου  $2 \cdot R_{rc}$  του κεντρικού μέρους, η οποία δεν υπάρχει λόγος να είναι μεγαλύτερη από τη διάσταση που καταλαμβάνει η μονάδα ελέγχου, ούτε από αυτήν που είναι απαραίτητη για μια ανθεκτική και στιβαρή σύνδεση του κεντρικού μέρους με τις ράβδους.

Με βάση λοιπόν τον παραπάνω συλλογισμό και έπειτα από σχεδιαστικές δοκιμές που τηρούν τους παραπάνω περιορισμούς, καταλήξαμε στον ορισμό των διαστάσεων του οχήματος, ανάλογα με τον αριθμό των κινητήρων. Οι διαστάσεις αυτές είναι :

Ακτίνα έλικας :

$$R_p = D_p / 2 \quad (3-33)$$

Η ημιγωνία μεταξύ διαδοχικών ράβδων είναι  $\pi / n_{mot}$ .

$n_{mot}=3$  κινητήρες

$$\begin{aligned} r_s &= R_p \\ c_s &= R_p / 4 \end{aligned} \quad (3-34)$$

$n_{mot}=4$  κινητήρες

$$\begin{aligned} r_s &= R_p / 2 \\ c_s &= R_p / 5 \end{aligned} \quad (3-35)$$

$n_{mot}=5$  κινητήρες

$$\begin{aligned} r_s &= R_p / 4 \\ c_s &= R_p / 2.5 \end{aligned} \quad (3-36)$$

$n_{mot}=6$  κινητήρες

$$\begin{aligned} r_s &= R_p / 5 \\ c_s &= R_p / 1.5 \end{aligned} \quad (3-37)$$

$n_{mot}=7$  κινητήρες

$$\begin{aligned} r_s &= R_p / 6 \\ c_s &= R_p / 1.1 \end{aligned} \quad (3-38)$$

$n_{mot}=8$  κινητήρες

$$\begin{aligned} r_s &= R_p / 6 \\ c_s &= R_p / 0.9 \end{aligned} \quad (3-39)$$

Διάμετρος τοποθέτησης κινητήρων :

$$R_{rm} = \frac{R_p + r_s / 2}{\sin \frac{\pi}{n_{mot}}} \quad (3-40)$$

Διάμετρος κεντρικού μέρους :

$$R_{rc} = R_{rm} - R_p - c_s \quad (3-41)$$

Στο Σχήμα 3-13, Σχήμα 3-14 και Σχήμα 3-15 τα σχέδια είναι υπό κλίμακα και τηρούν τις παραπάνω αναλογίες.

Το κεντρικό μέρος όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-16 αποτελείται από τρεις δίσκους. Το πάχος των δίσκων είναι λογικό να είναι ανάλογο με τη διάμετρο του δίσκου ώστε να αντέχει. Συνεπώς μια λογική τιμή είναι 5mm πάχος για κάθε 150mm διαμέτρου. Οπότε, αν  $d_c$  είναι το πάχος του κάθε δίσκου, τότε θα ισχύει :

$$d_c = R_{rc} / 15 \quad (3-42)$$

Βέβαια, οι δίσκοι δεν υπάρχει λόγος να είναι συμπαγείς, για μείωση του βάρους μπορούν να είναι διάτρητοι με αποτέλεσμα να χάνουν έως και το 80% του βάρους τους. Συνεπώς αν  $\rho_{fr}$  είναι η πυκνότητα του υλικού του σκελετού, τότε αφού έχουμε τρεις δίσκους που αποτελούν το κεντρικό μέρος, η μάζα του κεντρικού μέρους θα είναι :

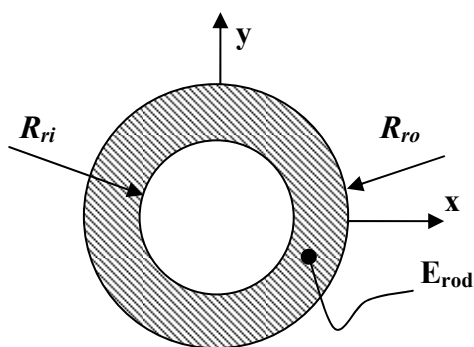
$$m_{fr,c} = 3 \cdot 0.2 \rho_{fr} \pi R_{rc}^2 d_c / 4 \quad (3-43)$$

Οι ράβδοι του σκελετού πρέπει προφανώς να είναι σωλήνες (tubes) και όχι συμπαγείς γιατί έτσι για την ίδια αντοχή η σωλήνα έχει μικρότερο βάρος. Για να μπορέσουμε όμως να είμαστε σχετικά ρεαλιστικοί στη διάμετρο και το πάχος τοιχώματος, απαιτούνται κάποιοι υπολογισμοί, στους οποίους πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν ότι ένα

όχημα συγκεκριμένης διάστασης μπορεί να σχεδιασθεί με διαφορετικές επιδόσεις. Συνεπώς, μας ενδιαφέρει η αντοχή της ράβδου αλλά και το βέλος κάμψης της το οποίο πρέπει να διατηρείται μικρό ώστε να μην επηρεάζει τη δυναμική του οχήματος, ούτε να αφήνει περιθώριο στο να έρθουν σε επαφή μεταξύ τους γειτονικές έλικες.

Για τη φάση αυτή του σχεδιασμού, λαμβάνουμε υπ' όψιν μας μόνο το καμπτικό φορτίο που προκύπτει από τη μέγιστη ώση της κάθε έλικας.

Οι σωλήνες carbon συνήθως έχουν μικρό πάχος τοιχώματος το οποίο εξαρτάται από τη διάμετρό τους. Στο Σχήμα 3-18 διακρίνονται οι διαστάσεις της διατομής της σωλήνας.



Σχήμα 3-18. Διατομή ράβδου σκελετού οχήματος.

Αν  $R_{ri}$  είναι η εσωτερική ακτίνα και  $R_{ro}$  η εξωτερική ακτίνα της διατομής, επιλέγουμε το πάχος του τοιχώματος να ακολουθεί τη σχέση :

$$\frac{R_{ri}}{R_{ro}} = \frac{4}{5} \quad (3-44)$$

Η ροπή αδράνειας της επιφάνειας της διατομής με χρήση της Εξ. (3-44) θα είναι :

$$I_x = I_y = \frac{\pi}{4} (R_{ro}^4 - R_{ri}^4) = \frac{R_{ro}^4}{2.16} \quad (3-45)$$

Θεωρώντας ότι έχουμε πακτωμένη δοκό με μήκος την ακτίνα  $R_m$  τοποθέτησης των κινητήρων και ότι η μέγιστη ώση  $T$  ασκείται κάθετα στο άκρο της δοκού, η μέγιστη τάση που δημιουργείται λόγω κάμψης είναι :

$$\sigma_{\max} = \frac{TR_{rm}R_{ro}}{I_y} \quad (3-46)$$

Αν  $\sigma_U$  είναι το όριο αντοχής του υλικού και SF ο συντελεστής ασφαλείας, τότε με χρήση της Εξ. (3-46) θα έχουμε :

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_U}{SF} \Rightarrow \frac{TR_{rm}R_{ro}}{I_y} = \frac{\sigma_U}{SF} \quad (3-47)$$

Από τις Εξ. (3-45) και (3-47) καταλήγουμε στον υπολογισμό της εξωτερικής ακτίνας της διατομής της σωλήνας :

$$R_{ro} = \left( \frac{2.16TR_{rm}SF}{\sigma_U} \right)^{1/3} \quad (3-48)$$

Για να έχουμε μικρό βέλος κάμψης για τους λόγους που αναφέραμε, επιλέγουμε η μέγιστη εκτροπή  $\delta_{\max}$  να είναι δέκα φορές μικρότερη από τη διάμετρο της ράβδου, δηλαδή :

$$\frac{2R_{ro}}{\delta_{\max}} = 10 \quad (3-49)$$

η μέγιστη εκτροπή  $\delta_{\max}$  προκύπτει στο άκρο της ράβδου και είναι :

$$\delta_{\max} = \frac{TR_{rm}^3}{3EI_x} \quad (3-50)$$

Όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού.

Από τις Εξ. (3-48), (3-49) και (3-50) καταλήγουμε στην σχέση που δίνει το υπολογισμό του συντελεστή ασφαλείας SF της διατομής :

$$SF = \sigma_U \left( \frac{10}{6E} \right)^{3/5} (2.16T)^{-2/5} R_{rm}^{4/5} \quad (3-51)$$

Να σημειώσουμε εδώ ότι ο συντελεστής ασφαλείας θα είναι πάντα μεγάλος (τουλάχιστον 15 – 20) λόγω της Εξ. (3-44).

Βέβαια, επειδή δεν υπάρχουν σωλήνες carbon με διάμετρο μικρότερη από 3mm, τότε σε περίπτωση που το  $R_{ro}$  προκύπτει μικρότερο από 3mm, το  $R_{ro}$  θα γίνεται 3mm και τα υπόλοιπα μεγέθη θα προκύπτουν σύμφωνα με τις παραπάνω αναλογίες.

Συνεπώς, η μάζα της κάθε ράβδου υπολογίζεται μέσω του εμβαδού  $E_{rod}$  και του μήκους της  $R_{rm}$ , ως :

$$E_{rod} = \pi (R_{ro}^2 - R_{ri}^2) = \pi R_{ro}^2 \left( 1 - \left( \frac{R_{ri}}{R_{ro}} \right)^2 \right) \quad (3-52)$$

$$m_{rod} = \rho_{fr} E_{rod} R_{rm} \quad (3-53)$$

Τέλος η συνολική μάζα του σκελετού είναι :

Για  $n_{mot}$  άρτιος :

$$m_{frm} = (f_{fr,ac} + 1) m_{rod} n_{mot} + m_{fr,c} \quad (3-54)$$

Για  $n_{mot}$  περιττός :

$$m_{frm} = \left( (f_{fr,ac} + 1) n_{mot} + f_{M,odd} \right) m_{rod} + m_{fr,c} \quad (3-55)$$

Συνοψίζοντας τη διαδικασία υπολογισμού της διαστασιολόγησης του σκελετού, χρειαζόμαστε ως δεδομένα τη διάμετρο της έλικας  $D_p$ , τον αριθμό των κινητήρων  $n_{mot}$ , τη μέγιστη ώση της κάθε έλικας  $T$  κατά τη λειτουργία, και τα χαρακτηριστικά του υλικού του σκελετού, δηλαδή την πυκνότητα  $\rho_{fr}$ , το μέτρο ελαστικότητας  $E$  και την αντοχή σε θραύση  $\sigma_U$ . Να αναφέρουμε πως για σωλήνες carbon το μέτρο ελαστικότητας είναι  $E=135GPa$ , το όριο θραύσης είναι  $\sigma_U=1500MPa$  και η πυκνότητα  $\rho_{fr}=1600kg/m^3$ .

Με βάση τα δεδομένα αυτά, υπολογίζουμε διαδοχικά τις διαστάσεις :  $r_s$ ,  $c_s$ ,  $R_{rm}$ ,  $R_{rc}$ ,  $d_c$ ,  $m_{fr,c}$ ,  $SF$ ,  $R_{ro}$ ,  $R_{ri}$ ,  $E_{rod}$ ,  $m_{rod}$ , και τέλος τη συνολική μάζα του σκελετού  $m_{frm}$ .

Τέλος να σημειώσουμε ότι η μέγιστη ώση, όπως ορίστηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, είναι συνάρτηση της συνολικής μάζας, η οποία είναι συνάρτηση της μάζας του σκελετού. Συνεπώς πριν οριστούν πλήρως οι διαστάσεις του σκελετού θα ήταν αναγκαία η γνώση της μάζας του. Για να το αποφύγουμε αυτό, χωρίς να χάσουμε σε ακρίβεια υπολογισμού, η μέγιστη ώση που χρησιμοποιούμε στην Εξ. (3-51) αφορά στον υπολογισμό της μέγιστης ώσης χωρίς να λαμβάνεται υπ' όψιν η μάζα του σκελετού.

## 4 Βέλτιστη Επιλογή Συνιστωσών

Το πρόβλημα του σχεδιασμού έγκειται στην κατάλληλη επιλογή των συνιστωσών που απαρτίζουν το όχημα. Στην παραμετροποίηση των συνιστωσών εκφράσαμε ουσιαστικά τις επιδόσεις τους σχετικά με το μήκος τους, συνεπώς το πρόβλημα σχεδιασμού πλέον είναι η κατάλληλη επιλογή των μηκών των συνιστωσών, που είναι και οι παράμετροι του διανύσματος σχεδιασμού (design vector).

Για έναν συγκεκριμένο σκοπό που επιθυμούμε να έχει το όχημα, υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί συνιστωσών που μπορούν να τον εκπληρώσουν. Το ζητούμενο όμως είναι ποιος είναι ο βέλτιστος συνδυασμός για το συγκεκριμένο σκοπό. Αυτό εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο επιθυμούμε να επιτυγχάνεται ο σκοπός. Τον τρόπο αυτόν περιγράφει η αντικειμενική συνάρτηση (objective function) η οποία είναι ουσιαστικά ένας επιπλέον στόχος. Υπάρχει όμως περίπτωση να υπάρχουν πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις που να επιθυμούμε να ικανοποιούνται, οι οποίες μπορεί να έχουν αντικρουόμενα συμφέροντα μεταξύ τους, με αποτέλεσμα η εκπλήρωση της κάθε μιας να προϋποθέτει διαφορετικούς συνδυασμούς παραμέτρων. Έτσι, επαφίεται στο σχεδιαστή να επιλέξει μεταξύ πολλών βέλτιστων σχεδιαστικών λύσεων, αυτήν που ικανοποιεί σε επιθυμητό ποσοστό την κάθε αντικειμενική συνάρτηση.

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα σχεδιασμού, αναζητούμε ουσιαστικά τις βέλτιστες διαστάσεις και τον αριθμό σε σειρά συνδεδεμένων στοιχείων μπαταρίας, τις διαστάσεις H/K, έλικας, ESC, σκελετού και σε ορισμένες περιπτώσεις και τον βέλτιστο αριθμό H/K του οχήματος, με δεδομένα το φορτίο (payload) που ανυψώνει το όχημα, τη διάρκεια πτήσης, τη μέγιστη ώση του οχήματος ως ποσοστό του συνολικού βάρους, το ποσοστό της συνολικής διάρκειας πτήσης κατά την οποία αποδίδεται η μέγιστη ώση, και σε ορισμένες περιπτώσεις τον αριθμό H/K του οχήματος.

### 4.1 Παράμετροι Σχεδιασμού

Στην παραμετροποίηση των συνιστωσών, εκφράστηκαν οι επιδόσεις και τα χαρακτηριστικά της κάθε συνιστώσας, και κατ' επέκταση και του συνολικού οχήματος, συναρτήσει έξι παραμέτρων. Αυτές είναι :

- Ο αριθμός στοιχείων μπαταρίας που είναι συνδεδεμένα σε σειρά,  $n_c$
- Το ισοδύναμο μήκος της μπαταρίας,  $l_{bat}$
- Το ισοδύναμο μήκος του H/K,  $l_{mot}$

- Το ισοδύναμο μήκος του ESC,  $l_{esc}$
- Η διάμετρος της έλικας,  $D_p$
- Το γεωμετρικό βήμα της έλικας ως το λόγο,  $p/D_p$
- Ο αριθμός κινητήρων,  $n_{mot}$  (όχι πάντα)

Οι παράμετροι αυτοί αποτελούν το διάνυσμα σχεδιασμού (design vector). Ο βέλτιστος συνδυασμός τους θα είναι και το βέλτιστο διάνυσμα σχεδιασμού.

Ως επιπλέον παράμετροι του σχεδιασμού, οι οποίες βέβαια δε μεταβάλλονται διότι αποτελούν τον κύριο σκοπό του σχεδιασμού και λειτουργούν ως δεδομένα στην αναζήτηση του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού (είσοδος), είναι :

- Το φορτίο (payload) που ανυψώνει το όχημα,  $m_{pl}$
- Η διάρκεια πτήσης,  $t_{tot}$
- Η μέγιστη ώση ως ποσοστό του συνολικού βάρους,  $f_w$
- Το ποσοστό της συνολικής διάρκειας πτήσης στην οποία το όχημα αποδίδει τη μέγιστη ώση, ATP
- Ο αριθμός κινητήρων,  $n_{mot}$  (όχι πάντα)

Να σημειώσουμε ότι ο αριθμός κινητήρων  $n_{mot}$  σε κάποιους σχεδιασμούς θα θεωρείται ως δεδομένο ενώ σε κάποιους άλλους ως παράμετρος του διανύσματος σχεδιασμού.

## 4.2 Πεδίο Ορισμού Διανύσματος Σχεδιασμού

Το πεδίο ορισμού του διανύσματος σχεδιασμού (design vector) αναφέρεται ουσιαστικά στα όρια των τιμών που μπορούν να έχουν οι παράμετροι σχεδιασμού, τα όρια δηλαδή των τιμών των παραμέτρων πέρα από τα οποία δεν είναι βέβαιο ότι η παραμετροποίηση ή μοντελοποίηση των συνιστωσών είναι έγκυρη. Για παράδειγμα, όσον αφορά στους H/K, είδαμε ότι η παραμετροποίηση αφορούσε outrunner BLDC H/K όπου τα δεδομένα αφορούσαν σε H/K με μήκος έως 20mm έως 65mm, συνεπώς είναι επισφαλής η ορθότητα των λειτουργικών χαρακτηριστικών συναρτήσεων του μήκους των H/K για μήκη H/K πολύ μικρότερα από 20mm και πολύ μεγαλύτερα από 65mm. Ταυτόχρονα είδαμε ότι ο μικρότερος outrunner BLDC H/K που υπάρχει στο εμπόριο είναι 10mm συνεπώς δεν έχει νόημα το πεδίο ορισμού να επεκτείνεται κάτω από αυτό το όριο.

Κατά αντιστοιχία με τους H/K, προκύπτει και το πεδίο ορισμού των υπόλοιπων παραμέτρων σχεδιασμού. Τελικά, τα όρια αυτά είναι :



$$0.01 \leq l_{bat} \leq 0.15, \text{ (m)} \quad (4-1)$$

$$0.01 \leq l_{mot} \leq 0.08, \text{ (m)} \quad (4-2)$$

$$0.005 \leq l_{ESC} \leq 0.05, \text{ (m)} \quad (4-3)$$

$$0.05 \leq D_p \leq 0.5, \text{ (m)} \quad (4-4)$$

$$0.2 \leq p/D_p \leq 1.5 \quad (4-5)$$

### 4.3 Διαδικασία Υπολογισμού

Στη διαδικασία υπολογισμού, οι παράμετροι του διάνυσματος σχεδιασμού έχουν πάρει τιμές, συνεπώς κάθε φορά που ο ξεκινάει ο υπολογισμός το διάνυσμα σχεδιασμού είναι γνωστό. Γνωστά είναι επίσης και τα δεδομένα του σχεδιασμού. Συνεπώς, είναι γνωστά :

Δεδομένα σχεδιασμού :  $m_{pl}$ ,  $t_{tot}$ ,  $f_w$ ,  $ATP$ ,  $n_{mot}$  (όχι πάντα)

Διάνυσμα σχεδιασμού :  $n_c$ ,  $l_{bat}$ ,  $l_{mot}$ ,  $l_{ESC}$ ,  $D_p$ ,  $p/D_p$ ,  $n_{mot}$  (όχι πάντα)

Οι φάσεις λειτουργίας κατά την πτήση είναι δύο, στη μία φάση το όχημα λειτουργεί με τη μέγιστη ώση ώστε να επιταχύνει, η οποία καθορίζει και τη μέγιστη ισχύ του συστήματος πρόωσης, και στην άλλη φάση το όχημα αιωρείται.

Η ονομαστική τάση της μπαταρίας είναι :

$$V_b = n_c 3.7 \quad (4-6)$$

Από τις συναρτήσεις των λειτουργικών χαρακτηριστικών του Η/Κ, έλικας, ESC, μπαταρίας, σκελετού συναρτήσει του μήκους, υπολογίζονται για το συγκεκριμένο διάνυσμα σχεδιασμού τα λειτουργικά χαρακτηριστικά τους. Στη συνέχεια :

Για τη φάση της επιτάχυνσης (μέγιστης ώσης – ισχύος) :

Υπολογίζουμε από την Εξ. (2-102) τη μέγιστη ώση κάθε έλικας :

$$T_{acc} = \frac{f_w m_{tot} g}{n_{mot}} \quad (4-7)$$

Από την Εξ. (2-103) υπολογίζουμε τις στροφές για τη μέγιστη ώση :

$$N_{acc} = 60 \left( \frac{T_{acc}}{C_T \rho D_p^4} \right)^{1/2} \quad (4-8)$$

Από την Εξ. (2-106) υπολογίζουμε το ρεύμα για τις στροφές αυτές :

$$i_{acc} = K_V C_P \rho \frac{N_{acc}^2}{60^3} D_p^5 + i_0 \quad (4-9)$$

Από τη Εξ. (2-101) υπολογίζουμε την τάση που πρέπει να έχει η μπαταρία :

$$V_{acc} = \frac{N_{acc}}{K_V} + i_{acc} R_{tot} \quad (4-10)$$

Η τάση εξόδου του ESC, στα άκρα του Η/Κ :

$$V_{k,acc} = \frac{N_{acc}}{K_V} + i_{acc} R_a \quad (4-11)$$

Η ισχύς που καταναλώνει ο κάθε Η/Κ :

$$P_{MIN,acc} = V_{k,acc} i_{acc} \quad (4-12)$$

Από τη Εξ. (2-105) υπολογίζουμε την μέγιστη ισχύ στον άξονα της έλικας:

$$P_{acc} = C_P \rho \left( \frac{N_{acc}}{60} \right)^3 D_p^5 \quad (4-13)$$

Ο βαθμός απόδοσης του Η/Κ :

$$\eta_{mot,acc} = \frac{P_{acc}}{P_{MIN,acc}} \quad (4-14)$$

Οι μέγιστες στροφές που μπορεί να έχει είναι :

$$N_{max} = [V_b - i_0 R_{tot}] K_V \quad (4-15)$$

Από τη Εξ. (2-107) υπολογίζουμε την ισχύ του συστήματος κατά την επιτάχυνση:

$$P_{IN,acc} = V_b \cdot i_{acc} \cdot n_{mot} \quad (4-16)$$

Από τη Εξ. (2-108) υπολογίζουμε την καταναλισκόμενη ενέργεια συστήματος κατά την επιτάχυνση :

$$E_{IN,acc} = P_{IN,tot} ATP \quad (4-17)$$

Για τη φάση της αιώρησης :

Υπολογίζουμε την ώση από την Εξ. (2-110) :

$$T_{hov} = \frac{m_{tot} g}{n_{mot}} \quad (4-18)$$

Και τις στροφές :

$$N_{hov} = 60 \left( \frac{T_{hov}}{C_T \rho D_p^4} \right)^{1/2} \quad (4-19)$$

Από την Εξ. (2-113) υπολογίζουμε το ρεύμα για τις στροφές αυτές :

$$i_{hov} = K_V C_P \rho \frac{N_{hov}^2}{60^3} D_p^5 + i_0 \quad (4-20)$$

το ESC θα έχει τάση εξόδου  $V_{k,hov}$  τέτοια ώστε  $V_{k,hov} < V_{k,acc}$ , θα λειτουργεί δηλαδή σε λιγότερη από τη μέγιστη τάση εξόδου, συνεπώς από την Εξ. (2-109) έχουμε:

$$V_{k,hov} = \frac{N_{hov}}{K_V} + i_{hov} R_a \quad (4-21)$$

Η ισχύς που καταναλώνει ο κάθε Η/Κ κατά την αιώρηση :

$$P_{MIN,hov} = V_{k,hov} i_{hov} \quad (4-22)$$

Η ισχύς στον άξονα της έλικας κατά την αιώρηση :

$$P_{hov} = C_P \rho \left( \frac{N_{hov}}{60} \right)^3 D_p^5 \quad (4-23)$$

Ο βαθμός απόδοσης του Η/Κ :

$$\eta_{mot,hov} = \frac{P_{hov}}{P_{MIN,hov}} \quad (4-24)$$

Από τη Εξ. (2-114) υπολογίζουμε την καταναλισκόμενη ισχύ του συστήματος κατά την αιώρηση :

$$P_{IN,hov} = V_b \cdot i_{hov} \cdot n_{mot} \quad (4-25)$$

Από τη Εξ. (2-115) υπολογίζουμε την καταναλισκόμενη ενέργεια του συστήματος κατά την αιώρηση:

$$E_{IN,hov} = P_{IN,hov} t_{tot} (1 - ATP) \quad (4-26)$$

Από τις Εξ. (4-17) και (4-26) υπολογίζουμε τη συνολική ενέργεια που καταναλώνει το σύστημα :

$$E_{tot} = E_{IN,hov} + E_{IN,acc} \quad (4-27)$$

#### 4.4 Περιορισμοί

Οι περιορισμοί αφορούν στη φυσική συνέπεια των αποτελεσμάτων των υπολογισμών. Οι περιορισμοί είναι :

$$V_{acc} - V_b \leq 0 \quad (4-28)$$

$$N_{acc} - N_{max} \leq 0 \quad (4-29)$$

$$N_{max} - N_{m,max} \leq 0 \quad (4-30)$$

$$i_{max} - i_{ESC} \leq 0 \quad (4-31)$$

$$i_{acc} - i_{max} \leq 0 \quad (4-32)$$

$$i_{hov} - i_{acc} \leq 0 \quad (4-33)$$

$$P_{IN,acc} - P_{bat,tot} \leq 0 \quad (4-34)$$

$$E_{tot} - E_{bat,tot} \leq 0 \quad (4-35)$$

$$-i_{acc} \leq 0 \quad (4-36)$$

$$-i_{max} \leq 0 \quad (4-37)$$

#### 4.5 Αντικειμενικές Συναρτήσεις

Οι αντικειμενικές συναρτήσεις μπορούν να εξυπηρετούν διαφορετικούς στόχους κάθε φορά. Για παράδειγμα μπορεί να επιθυμούμε το όχημα να ανυψώνει ένα συγκεκριμένο φορτίο, αλλά τη μία φορά να αναζητούμε το σχεδιασμό με τη μικρότερη κατανάλωση ενέργειας, και την άλλη φορά το σχεδιασμό με τις μικρότερες διαστάσεις. Μπορεί επίσης να επιθυμούμε και τα δύο σε κάποιον βαθμό το καθένα. Για να γίνει αυτό πρέπει πρώτα να κατασκευάσουμε μια αντικειμενική συνάρτηση για το καθένα.

Αν σκεφτούμε ότι το όχημα προορίζεται για παράδειγμα για εναέριες φωτογραφίες, τότε σχεδόν σε όλη τη διάρκεια πτήσης αιωρείται και επιταχύνει ελάχιστα. Συνεπώς πρέπει να δώσουμε βάση στην ορθή λειτουργία της αιώρησης. Στην αιώρηση, όπως είδαμε στη μοντελοποίηση της έλικας, είναι σημαντικός ο συντελεστής κέρδους FM (figure of merit) που είναι ουσιαστικά ο βαθμός απόδοσης της έλικας. Ο συντελεστής αυτός μέσω των Εξ. (4-18), (4-23) και (2-31) γίνεται :

$$FM = \frac{T_{hov}^{3/2}}{\sqrt{\frac{\pi\rho}{2}D_p} P_{hov}} \quad (4-38)$$

Ταυτόχρονα όμως είναι σημαντικός και ο βαθμός απόδοσης του Η/Κ κατά την αιώρηση, ώστε να είναι αποδοτικό ολόκληρο το σύστημα πρόωσης. Συνεπώς, από την Εξ. (4-24) και (4-38) έχουμε μια αντικειμενική συνάρτηση που η μεγιστοποίησή της δηλώνει την αποδοτικότητα του συστήματος πρόωσης :

$$F_{pghov} = FM\eta_{mot,hov} = \frac{T_{hov}^{3/2}}{\sqrt{\frac{\pi\rho}{2}D_p} P_{MIN,hov}} \quad (4-39)$$

Αν θέλουμε να λάβουμε υπ' όψιν και την ισχύ που καταναλώνεται στο ESC και στην εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας, τότε η Εξ. (4-39) γίνεται :

$$F_{eff,hov} = \max \left\{ \frac{T_{hov}^{3/2} n_{mot}}{\sqrt{\frac{\pi\rho}{2}D_p} P_{IN,hov}} \right\} \quad (4-40)$$

Από την άλλη μπορούμε άμεσα να θεωρήσουμε ως αντικειμενική συνάρτηση τη συνολική ενέργεια που καταναλώνεται, αφού λιγότερη κατανάλωση ενέργειας σημαίνει πιο μικρή μπαταρία και πιο ελαφρύ όχημα. Συνεπώς, μέσω της Εξ. (4-27) έχουμε :

$$F_{en} = \min \{ E_{tot} \} \quad (4-41)$$

Επίσης σημαντικό μέγεθος στις έλικες είναι ο φόρτος ισχύος (power loading) της έλικας, όπου μέσω της Εξ. (4-23) και (2-33) γίνεται :

$$PL = \frac{T_{hov}}{P_{hov}}, \left( \frac{N}{W} \right) \quad (4-42)$$

Ουσιαστικά για την αιώρηση, η σχέση αυτή δηλώνει την ισχύ που χρειάζεται η κάθε έλικα για να αιωρηθεί η συνολική μάζα του οχήματος. Με ανάλογο συλλογισμό που κάναμε προηγουμένως, λαμβάνοντας υπ' όψιν και την ισχύ απωλειών Η/Κ, ESC, μπαταρίας, μπορούμε να κατασκευάσουμε την εξής αντικειμενική συνάρτηση :

$$F_{PL,hov} = \max \left\{ \frac{n_{mot} T_{hov}}{P_{IN,hov}} \right\}, \left( \frac{N}{W} \right) \quad (4-43)$$

Σε κάποιο άλλο σχεδιαστικό σενάριο υπάρχει περίπτωση το όχημα να προορίζεται για ακροβατικούς ελιγμούς, συνεπώς να λειτουργεί αρκετή ώρα στη μέγιστη ισχύ. Έτσι υπάρχει η ανάγκη να λειτουργεί αποδοτικά το σύστημα στη μέγιστη ισχύ. Κατά αντιστοιχία με την Εξ. (4-43) μπορούμε να κατασκευάζουμε την εξής αντικειμενική συνάρτηση :

$$F_{PL,acc} = \max \left\{ \frac{n_{mot} T_{acc}}{P_{IN,acc}} \right\}, \left( \frac{N}{W} \right) \quad (4-44)$$

Ένα ακόμα σχεδιαστικό σενάριο μπορεί να είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους των συνιστωσών. Όπως είδαμε στην παραμετροποίηση των Η/Κ το κόστος τους είναι ανάλογο της μάζας τους. Το ίδιο ισχύει και για τα ESC, τις μπαταρίες και τις έλικες. Επίσης, το κόστος του σκελετού αυξάνει με τη μάζα του. Συνεπώς, ελαχιστοποίηση κόστους σημαίνει ελαχιστοποίηση μάζας συνιστωσών. Συνεπώς, η αντικειμενική συνάρτηση είναι :

$$F_{mass} = \min \{ m_{tot} - m_{pl} \}, \left( \frac{N}{W} \right) \quad (4-45)$$

Ένα ακόμη σχεδιαστικό σενάριο μπορεί να είναι η ελαχιστοποίηση του μεγέθους του οχήματος. Όπως είδαμε στην παραμετροποίηση του σκελετού, το μέγεθος του οχήματος εξαρτάται από τη διάμετρο της έλικας και τον αριθμό των κινητήρων. Συνεπώς, η αντικειμενική συνάρτηση για την ελαχιστοποίηση του μεγέθους του οχήματος είναι :

$$F_{size} = \min \{ R_{rob} \}, \left( \frac{N}{W} \right) \quad (4-46)$$

Ουσιαστικά όμως οι Εξ. (4-45) και (4-46) θα δίνουν κοντινά αποτελέσματα, καθώς η μάζα των συνιστωσών είναι ανάλογη του μεγέθους τους και κατά συνέπεια του συνολικού μεγέθους.

Τέλος, να αναφέρουμε ότι η πιο κατάλληλη αντικειμενική συνάρτηση είναι η (4-41) καθώς εξυπηρετεί πολλούς στόχους ταυτόχρονα, διότι η ελαχιστοποίηση της καταναλισκόμενης ενέργειας του συστήματος σημαίνει μικρότερη μπαταρία, το οποίο σημαίνει μικρότερο επιπλέον βάρος, συνεπώς μικρότερους κινητήρες και έλικες και συνεπώς πιο χαμηλό κόστος.

#### 4.6 Βελτιστοποίηση Πολλών Στόχων

Στην περίπτωση που επιθυμούμε τη επίτευξη πολλών στόχων αντικρουόμενων μεταξύ τους, τότε η λύση θα εξυπηρετεί όλους τους στόχους σε έναν βαθμό ορισμένο από εμάς. Ο βαθμός αυτός ορίζεται από τους συντελεστές βαρύτητας. Αν για παράδειγμα επιθυμούμε την ελαχιστοποίηση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων, η συνολική αντικειμενική συνάρτηση θα είναι το άθροισμά τους με τη κάθε μια να είναι πολλαπλασιασμένη με έναν συντελεστή, όπου το άθροισμα των συντελεστών είναι μονάδα. Βέβαια, για να έχει νόημα αυτό θα πρέπει οι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους.

Για παράδειγμα, εάν  $F_1$  και  $F_2$  είναι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις ίδιας τάξης μεγέθους, και  $w_1$  και  $w_2$  οι αντίστοιχοι συντελεστές βαρύτητας, τότε η συνάρτηση  $F$  προς ελαχιστοποίηση θα είναι :

$$F = w_1 F_1 + w_2 F_2, \quad w_1 + w_2 = 1 \quad (4-47)$$

## 4.7 Πρόγραμμα Βελτιστοποίησης

Για τη διαδικασία υπολογισμού που προηγήθηκε, συν τους περιορισμούς, αναπτύχθηκε κατάλληλο πρόγραμμα σε περιβάλλον Matlab. Η Matlab περιέχει στη βιβλιοθήκη της τη συνάρτηση `fmincon` για βελτιστοποίηση μη γραμμικής συνάρτησης με περιορισμούς. Χρησιμοποιήθηκε λοιπόν αυτή η συνάρτηση στη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού. Παράλληλα, για επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων της `fmincon` αναπτύχθηκε ένα επιπλέον πρόγραμμα το οποίο αναζητά τη βέλτιστη λύση σαρώνοντας όλο το πεδίο ορισμού του διανύσματος σχεδιασμού.

### 4.7.1 Σάρωση του Πεδίου Ορισμού

Για να επιβεβαιώσουμε ότι η `fmincon` βρίσκει το ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης, αναπτύχθηκε ένας κώδικας ο οποίος σαρώνει όλο το πεδίο ορισμού του διανύσματος σχεδιασμού. Συνεπώς είναι βέβαιο ότι θα βρούμε το ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό έγινε βάζοντας επάλληλους βρόχους επαναλήψεων (nested loops), έναν για κάθε παράμετρο σχεδιασμού, με την κάθε παράμετρο σε κάθε επανάληψη να αυξάνεται κατά ένα ποσοστό του πεδίου ορισμού της (βήμα) ανάλογα με το πόσες επαναλήψεις γίνονται στο συγκεκριμένο βρόχο, όπως φαίνεται ενδεικτικά στο Σχήμα 4-1.

---

```

for im=0:Sm (μάζα payload)
for Nc=1:Nc_max (αριθμός cell)
    for iLbat=1:SLbat (μήκος μπαταρίας)
        for iLmot=1:SLmot (μήκος μοτέρ)
            for iDp=1:SDp (διάμετρος έλικας)
                for ip=1:Sp (βήμα έλικας)
                    for ilesc=1:Sesc (μήκος ESC)

```

#### Υπολογισμός μεγεθών

```

        AMFmin=Etot; (Objective Function)

        k=k+1
        if Περιορισμοί OK και AMFmin(k)< AMFmin(k-1)
            AMopt=[mpl AHbat Nc Lbat Lmot Dp p lesc];
        end

```

---

**Σχήμα 4-1.** Ενδεικτικός κώδικας σάρωσης του πεδίου ορισμού του διανύσματος σχεδιασμού για εύρεση ολικού ελάχιστου με χρήση nested loops.



Αν σκεφτούμε όμως ότι οι βρόχοι είναι όσοι και οι παράμετροι, δηλαδή έξι και ότι για να έχουμε κάποια στην εύρεση του ολικού ελάχιστου χρειάζονται αρκετά μικρά βήματα για κάθε παράμετρο, τότε οι συνολικές επαναλήψεις είναι πάρα πολλές, τουλάχιστον  $10^8$  και κατ' επέκταση ο υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης γίνεται τόσες φορές, όσες και οι επαναλήψεις με αποτέλεσμα το υπολογιστικό κόστος να είναι μη αποδεκτό. Η χρήση του προγράμματος αυτού έγινε λίγες φορές για να επιβεβαιωθεί ότι το ελάχιστο που έδινε η `fmincon` είναι και το ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης.

Τελικά, με τη χρήση του κώδικα αυτού επιβεβαιώσαμε ότι η `fmincon` βρίσκει πάντα το ολικό ελάχιστο όταν η αντικειμενική συνάρτηση είναι το μέγεθος του οχήματος ή η ολική ενέργεια που καταναλώνει, άσχετα με το αρχικό διάνυσμα σχεδιασμού. Η αποκλίσεις που είχαν οι δύο μέθοδοι οφείλονταν καθαρά στα μεγάλα βήματα του κώδικα με τα `nested loops`, γι αυτό μάλιστα και η `fmincon` έδινε πάντα καλύτερο αποτέλεσμα.

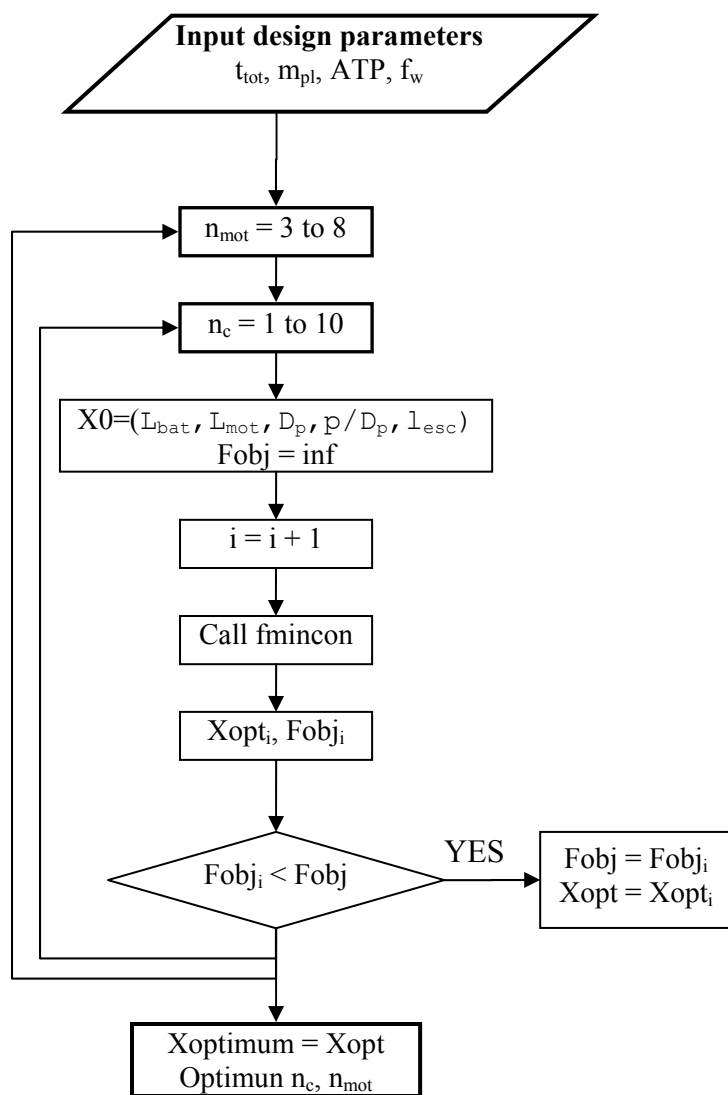
#### 4.7.2 Αιτιοκρατική Μέθοδος της Matlab (συνάρτηση `fmincon`)

Η συνάρτηση `fmincon` (minimum of constrained nonlinear multivariable function) χρησιμοποιεί αιτιοκρατική μέθοδο βελτιστοποίησης ενός στόχου, με περιορισμούς, για μη γραμμικές αντικειμενικές συναρτήσεις με πολλές μεταβλητές.

Η `fmincon` χρειάζεται δύο επιπλέον συναρτήσεις για να λειτουργήσει. Η μια συνάρτηση περιέχει την αντικειμενική συνάρτηση (`fobj.m`), και η άλλη συνάρτηση περιέχει τους περιορισμούς (ισοτικούς ή/και ανισοτικούς) (`nlcon.m`). Επίσης, για να ξεκινήσει χρειάζεται μια αρχική τιμή στις παραμέτρους σχεδιασμού, ένα αρχικό δηλαδή διάνυσμα σχεδιασμού (initial design vector). Σε κάθε επανάληψή της, η `fmincon` υπολογίζει ένα νέο διάνυσμα σχεδιασμού, ελέγχει αν ικανοποιούνται οι περιορισμοί και αν δεν ικανοποιούνται υπολογίζει νέο διάνυσμα, αν ικανοποιούνται υπολογίζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό γίνεται συνεχώς μέχρι δύο διαδοχικοί υπολογισμοί της αντικειμενικής συνάρτησης να διαφέρουν κατά ένα πολύ μικρό αριθμό ( $10^{-6}$ ).

Επειδή οι αιτιοκρατικές μέθοδοι παγιδεύονται σε τοπικά ελάχιστα, το αποτέλεσμα εξαρτάται από το πόσο κοντά βρίσκεται το αρχικό διάνυσμα σχεδιασμού στο βέλτιστο. Για το λόγο αυτό αναπτύξαμε τον κώδικα που αναφέρθηκε παραπάνω, ώστε να διαπιστώσουμε αν το ελάχιστο που υπολόγιζε η `fmincon` είναι και το ολικό. Όπως είδαμε, η `fmincon` δίνει το ολικό ελάχιστο όταν η αντικειμενική συνάρτηση είναι το μέγεθος του οχήματος ή η ολική ενέργεια που καταναλώνει, και αυτό σημαίνει ότι αυτές οι αντικειμενικές συναρτήσεις δεν εμφανίζουν συνεχείς μεταβολές της καμπυλότητας, τουλάχιστον για ένα μεγάλο εύρος του πεδίου ορισμού του διανύσματος σχεδιασμού.

Για κάθε νέο δiάνυσμα σχεδιασμού που υπολογίζει η *fmincon*, υπολογίζονται μέσω μιας δικής μας συνάρτησης (*RobotEquations.m*) όλα τα λειτουργικά χαρακτηριστικά και επιδόσεις των συνιστωσών και του συνολικού οχήματος, και βάση αυτών η *fmincon* ελέγχει τους περιορισμούς και υπολογίζει τη νέα τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Το διάγραμμα ροής του κώδικα παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-2.



**Σχήμα 4-2.** Διάγραμμα ροής κώδικα βελτιστοποίησης με χρήση της συνάρτησης *fmincon*.

## 5 Σχεδιαστικά Σενάρια

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε ορισμένα σχεδιαστικά σενάρια ώστε να δούμε πως μεταβάλλονται γενικά χαρακτηριστικά του οχήματος όπως οι διαστάσεις και μάζα του, ως συνάρτηση του αριθμού των κινητήρων και του φορτίου που μεταφέρουν (payload). Επιπλέον, είναι χρήσιμο να δούμε πως μεταβάλλονται τα μεγέθη αυτά για διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις.

Στα περισσότερα από τα παρακάτω σενάρια η διάρκεια πτήσης έχει οριστεί  $t_{tot}=15\text{min}$  και ο συντελεστής μέγιστης ώσης  $f_w=2$ , να σηκώνει δηλαδή το όχημα έως 2 φορές το βάρος του, και το  $ATP=0.1$  δηλαδή το 10% του συνολικού χρόνου πτήσης το όχημα χρησιμοποιεί τη μέγιστη ώση. Τα χαρακτηριστικά του υλικού του σκελετού είναι αυτά του carbon που αναφέραμε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Οι υπόλοιποι συντελεστές είναι  $f_{fr,ac}=0.15$ ,  $f_{M,odd}=0.5$ ,  $f_{P,odd}=0.01$ ,  $f_{C,odd}=0.3$ .

### 5.1 Σταθερός #κινητήρων / Μεταβλητό payload

Στο σενάριο αυτό, για σταθερό αριθμό κινητήρων μελετάμε την επίδραση που έχει η αύξηση του φορτίου (payload) στο βέλτιστο διάνυσμα σχεδιασμού, αλλά και στη διανομή της μάζας του οχήματος. Τα αποτελέσματα υπολογίζονται για δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, τη διάμετρο του οχήματος και την ενέργεια που καταναλώνει το σύστημα, ώστε να συγκρίνουμε και να σχολιάσουμε.

#### 5.1.1 $F_{obj}$ =Συνολική ενέργεια VS $F_{obj}$ =Διάμετρος οχήματος

Στην περίπτωση αυτή το φορτίο (payload) μεταβάλλεται από 0 έως 1.5kg ανά 0.3kg και ο αριθμός στοιχείων της μπαταρίας από 1 έως 10. Η βελτιστοποίηση γίνεται για 4 κινητήρες και γίνεται δύο φορές, μια για κάθε αντικειμενική συνάρτηση.

Στους πίνακες Πίνακας 5-1 και Πίνακας 5-2 παρουσιάζονται τα βέλτιστα διανύσματα σχεδιασμού για τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις.

**Πίνακας 5-1.** Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσει του payload, για 4 κινητήρες. Αντικειμενική συνάρτηση : Η καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.

<b>#Motors = 4</b> <b>Flight time = 15 min</b> <b>fw=2 = 2</b> <b>ATP=0.1 = 0.1</b>										
Payload (kg)	#LiPo cells	Fobj = Total Energy	Total Energy (J)	Batery Length (m)	Batery Capacity (Ah)	Motor length (m)	Prop. Diam. (m)	Prop. Pitch/Diam.	Prop. Pitch (in)	ESC length (m)
0	1	8774.8	0.247	0.0213	0.65877	0.01	0.089	0.254	0.892	0.007
0.3	2	133561	0.5322	0.0528	5.01355	0.022	0.192	0.254	1.923	0.014
0.6	3	361977	0.6154	0.0736	9.05847	0.028	0.222	0.254	2.223	0.017
0.9	3	582678	0.894	0.0862	14.5815	0.036	0.323	0.254	3.23	0.022
1.2	3	820627	1.1826	0.0967	20.5362	0.043	0.427	0.254	4.273	0.024
1.5	4	1052807	1.1137	0.105	19.7599	0.046	0.402	0.254	4.024	0.025

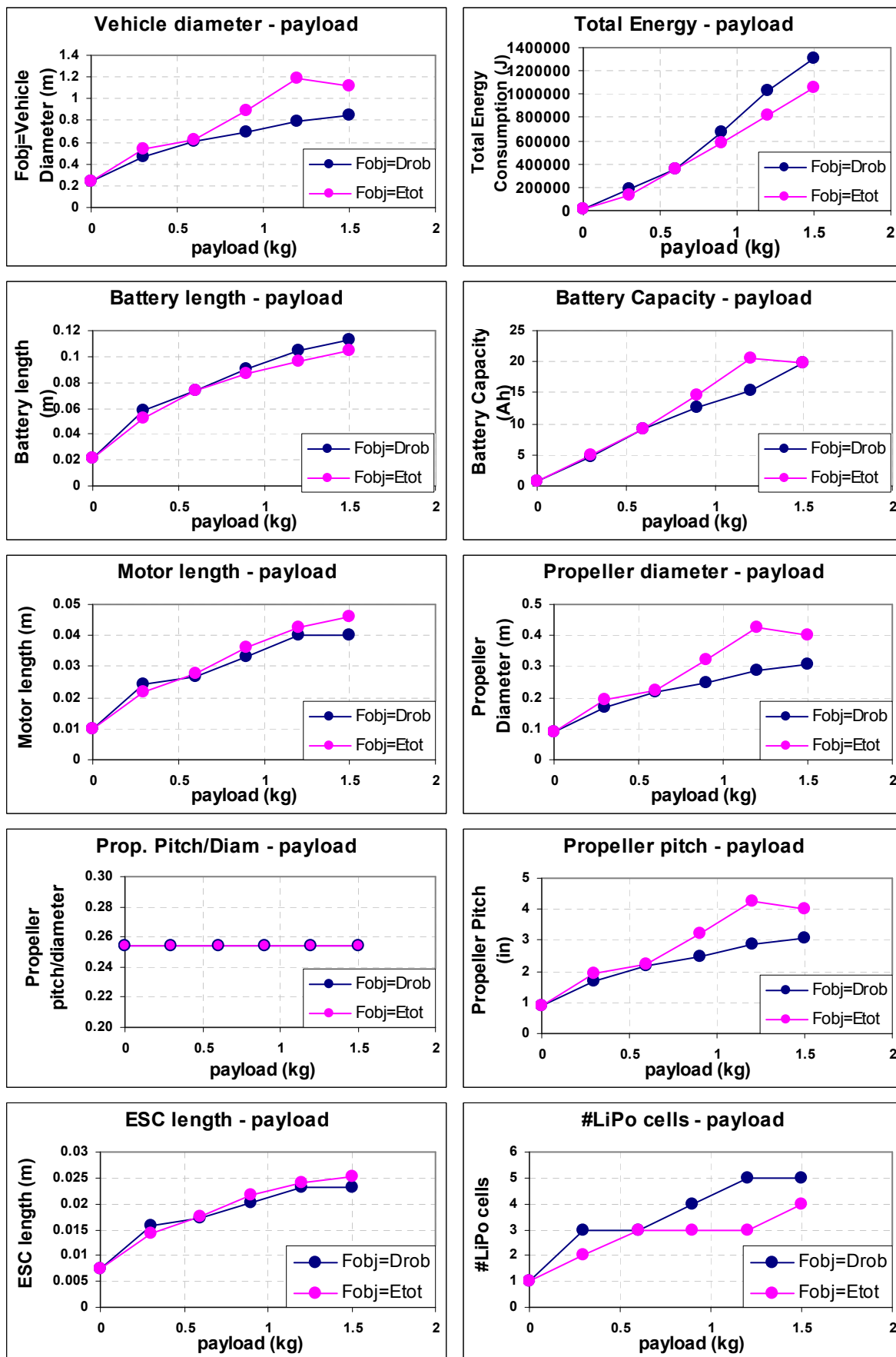
**Πίνακας 5-2.** Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσει του payload, για 4 κινητήρες. Αντικειμενική συνάρτηση : Η διάμετρος του οχήματος.

<b>#Motors = 4</b> <b>Flight time = 15 min</b> <b>fw=2 = 2</b> <b>ATP=0.1 = 0.1</b>										
Payload (kg)	#LiPo cells	Fobj = Vehicle Diameter	Total Energy (J)	Batery Length (m)	Batery Capacity (Ah)	Motor length (m)	Prop. Diam. (m)	Prop. Pitch/Diam.	Prop. Pitch (in)	ESC length (m)
0	1	0.24698	0.247	0.0213	0.65895	0.01	0.089	0.254	0.894	0.007
0.3	3	0.46216	0.4622	0.0587	4.60182	0.024	0.167	0.254	1.67	0.016
0.6	3	0.60552	0.6055	0.0736	9.06755	0.027	0.219	0.254	2.188	0.017
0.9	4	0.69067	0.6907	0.0906	12.6934	0.033	0.25	0.254	2.495	0.02
1.2	5	0.79158	0.7916	0.1042	15.4115	0.04	0.286	0.254	2.86	0.023
1.5	5	0.84924	0.8492	0.113	19.7045	0.04	0.307	0.254	3.068	0.023

Στο Σχήμα 5-1 παρουσιάζεται γραφικά η μεταβολή των βέλτιστων διανυσμάτων σχεδιασμού συναρτήσει του payload για τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις.

Παρατηρούμε μια γενική αύξηση των μηκών των συνιστωσών αυξανόμενου του φορτίου, το οποίο είναι λογικό αφού αυξάνονται οι απαιτήσεις ισχύος. Η εξάρτηση θα μπορούσε να είναι τρίτου βαθμού το οποίο είναι λογικό αφού η μάζα είναι ανάλογη του όγκου, δηλαδή της τρίτης δύναμης του μήκους.

Σημαντική παρατήρηση είναι ότι ο λόγος βήμα έλικας προς διάμετρο έλικας είναι πάντα ο μικρότερος δυνατός. Αυτό οφείλεται στο ότι στην αιώρηση ο συντελεστής κέρδους (FM) της έλικας αυξάνει με την αύξηση της διαμέτρου, το μόνο που κάνει η αύξηση του βήματος είναι να αυξάνει τον συντελεστή ισχύος ταχύτερα από ότι το συντελεστή ώσης, όπως δείξαμε και στο Σχήμα 2-18.



Σχήμα 5-1. Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσει του payload για σταθερό #κινητήρων. Σύγκριση αντικειμενικών συναρτήσεων.

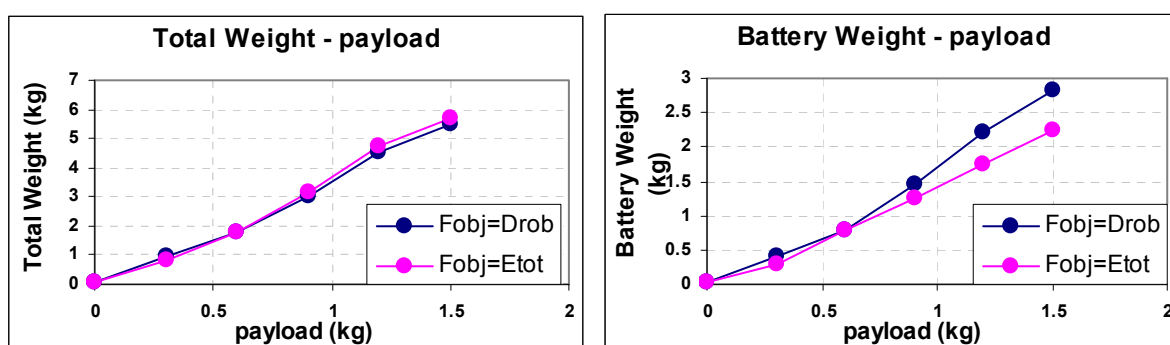
Παρατηρούμε επίσης ότι η ελαχιστοποίηση της ενέργειας του συστήματος δίνει λιγότερο ενεργοβόρες λύσεις από ότι η ελαχιστοποίηση της διαμέτρου. Δίνει όμως μεγαλύτερες διαστάσεις οχήματος.

Τέλος, σημαντικό είναι το ότι για ελάχιστη ενέργεια έχουμε λιγότερα στοιχεία μπαταρίας, το οποίο είναι αναμενόμενο αφού μεγαλύτερες έλικες απαιτούν λιγότερες στροφές άρα μικρότερη τάση Η/Κ, βέβαια μεγαλύτερους Η/Κ με που έχουν πιο χαμηλές σταθερές στροφών.

Να σημειώσουμε ότι οι διαφορές των αποτελεσμάτων των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων δεν είναι μεγάλες. Αυτό οφείλεται στο ότι η διάμετρος του οχήματος δε μπορεί να μικρύνει πολύ επειδή δε μπορεί να μικρύνει πολύ η διάμετρος της έλικας, κι αυτό γιατί θα υπήρχε απαίτηση για αρκετά υψηλότερες στροφές του Η/Κ για τις οποίες όμως έχουμε θέσει άνω όριο.

### 5.1.2 Διανομή Βάρους Συνιστωσών

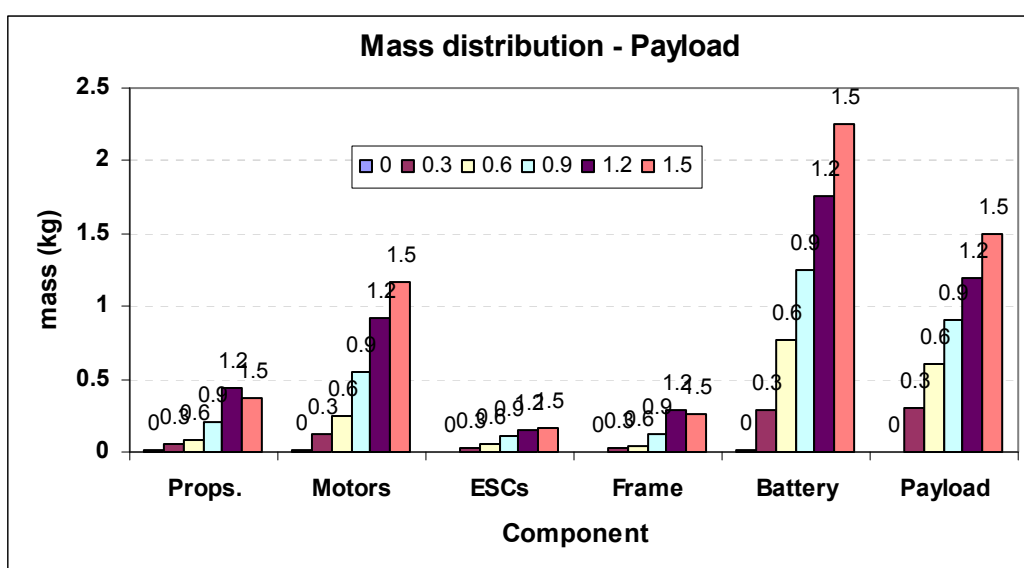
Σημαντικό είναι το Σχήμα 5-2, στο οποίο παρατηρούμε ότι η ελαχιστοποίηση της ενέργειας του συστήματος δίνει ελάχιστα μεγαλύτερη μάζα οχήματος από τα αποτελέσματα της ελαχιστοποίησης της διαμέτρου. Όμως, η ελαχιστοποίηση της ενέργειας του συστήματος δίνει μικρότερη μάζα μπαταρίας, το οποίο είναι λογικό αφού έχουμε μεγαλύτερη διάμετρο οχήματος, άρα μεγαλύτερες έλικες, άρα πιο αποδοτικές, άρα μειωμένες ενεργειακές απαιτήσεις, συνεπώς μικρότερη μάζα μπαταρίας. Τελικά όμως, η μειωμένη μάζα της μπαταρίας εξισορροπείται από την αυξημένη μάζα των υπόλοιπων συνιστωσών, λόγω μεγαλύτερης διαμέτρου οχήματος και λόγω μεγαλύτερων κινητήρων.



**Σχήμα 5-2.** Σύγκριση συνολικής μάζας και μάζας μπαταρίας συναρτήσεως του payload για όχημα με 4 κινητήρες, για τις 2 αντικειμενικές συναρτήσεις.

Επίσης, παρατηρούμε μια γραμμικότητα στη σχέση payload και μάζα μπαταρίας. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ας πούμε για ελάχιστη ενέργεια, όπου έχουμε χρόνο πτήσης 15min και τέσσερις κινητήρες, παρατηρούμε ότι για κάθε kg payload απαιτείται περίπου 1.5kg μπαταρίας. Αν επίσης σκεφτούμε ότι η διάρκεια πτήσης είναι ανάλογη με τη χωρητικότητα της μπαταρίας και συνεπώς ανάλογη με τη μάζα της μπαταρίας, τότε μπορούμε να πούμε για το quadrotor ότι για 1kg payload απαιτούνται 100g μπαταρίας για κάθε λεπτό πτήσης.

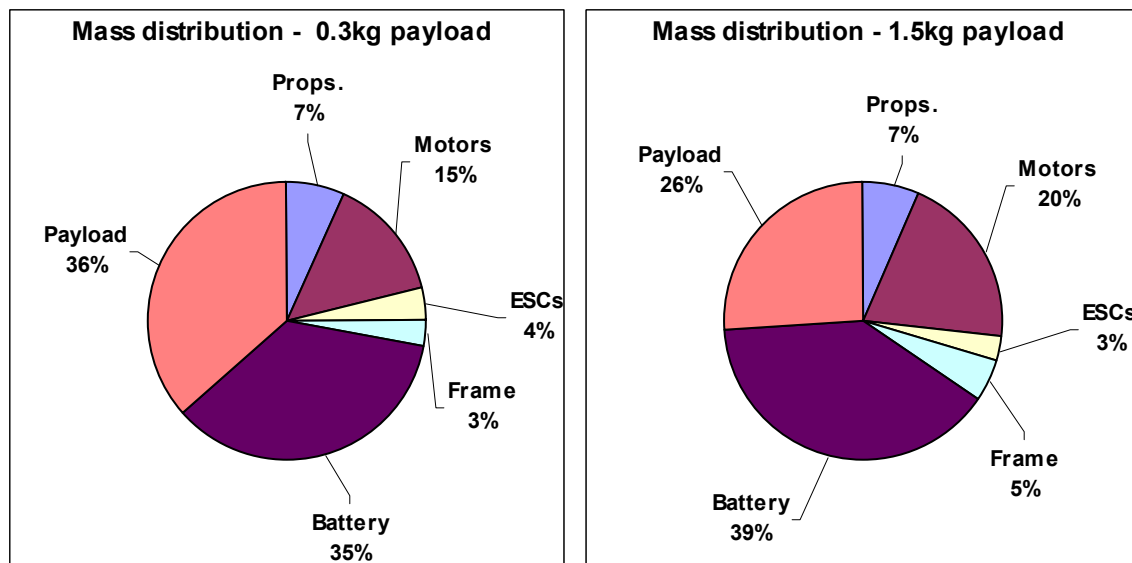
Στο Σχήμα 5-3 παρατηρούμε πως διανέμεται η μάζα του οχήματος στις συνιστώσες της, συναρτήσει του φορτίου.



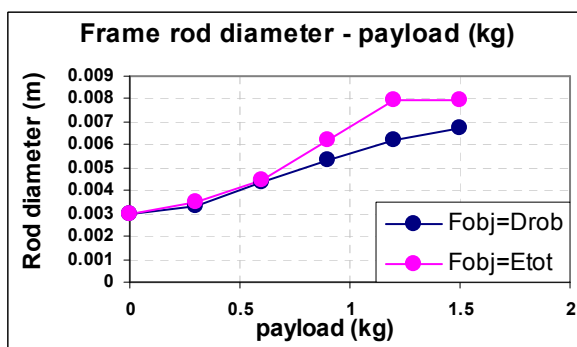
**Σχήμα 5-3.** Διανομή μάζας συναρτήσει του payload για όχημα με 4 κινητήρες. Αντικειμενική συνάρτηση : Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.

Στο Σχήμα 5-4 παρατηρούμε τη διανομή μάζας για πολύ μικρό και πολύ μεγάλο φορτίο. Παρατηρούμε ότι όσο μεγαλώνει το φορτίο μεγαλώνουν και οι μάζες των συνιστωσών γρηγορότερα, συνεπώς μειώνεται το ποσοστό του φορτίου στη συνολική μάζα.

Τέλος, στο Σχήμα 5-5 ενδεικτικά παρουσιάζουμε και την διάμετρο των ράβδων του σκελετού, συναρτήσει του φορτίου. Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα της ελαχιστοποίησης της διαμέτρου του οχήματος δίνουν μικρότερη διάμετρο ράβδων. Αυτό οφείλεται στο ότι το όχημα είναι μικρότερο, άρα η ράβδος έχει μικρότερο μήκος, άρα μικρότερο βέλος κάμψης, συνεπώς δεν απαιτείται μεγάλη διάμετρος.



**Σχήμα 5-4.** Διανομή μάζας για ακραία payload για όχημα με 4 κινητήρες. Αντικειμενική συνάρτηση : Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.



**Σχήμα 5-5.** Μεταβολή της διαμέτρου των ράβδων του σκελετού συναρτήσει του payload, για όχημα με 4 κινητήρες, για τις 2 αντικειμενικές συναρτήσεις.

## 5.2 Σταθερό Payload / Μεταβλητός #Κινητήρων

Στο σενάριο αυτό, για σταθερό φορτίο (payload) μελετάμε την επίδραση που έχει η αύξηση του αριθμού των κινητήρων στο βέλτιστο διάλυμα σχεδιασμού, αλλά και στη διανομή της μάζας του οχήματος. Τα αποτελέσματα υπολογίζονται για δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, τη διάμετρο του οχήματος και την ενέργεια που καταναλώνει το σύστημα, ώστε να συγκρίνουμε και να σχολιάσουμε.



### 5.2.1 Fobj=Συνολική Ενέργεια VS Fobj=Διάμετρος Οχήματος

Στην περίπτωση αυτή ο αριθμός των κινητήρων μεταβάλλεται από 3 έως 8 και ο αριθμός στοιχείων της μπαταρίας από 1 έως 10. Το φορτίο (payload) είναι σταθερό στο 1kg. Η βελτιστοποίηση γίνεται δύο φορές, μια για κάθε αντικειμενική συνάρτηση.

Στους πίνακες Πίνακας 5-3 και Πίνακας 5-4 παρουσιάζονται τα βέλτιστα διανύσματα σχεδιασμού για τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις.

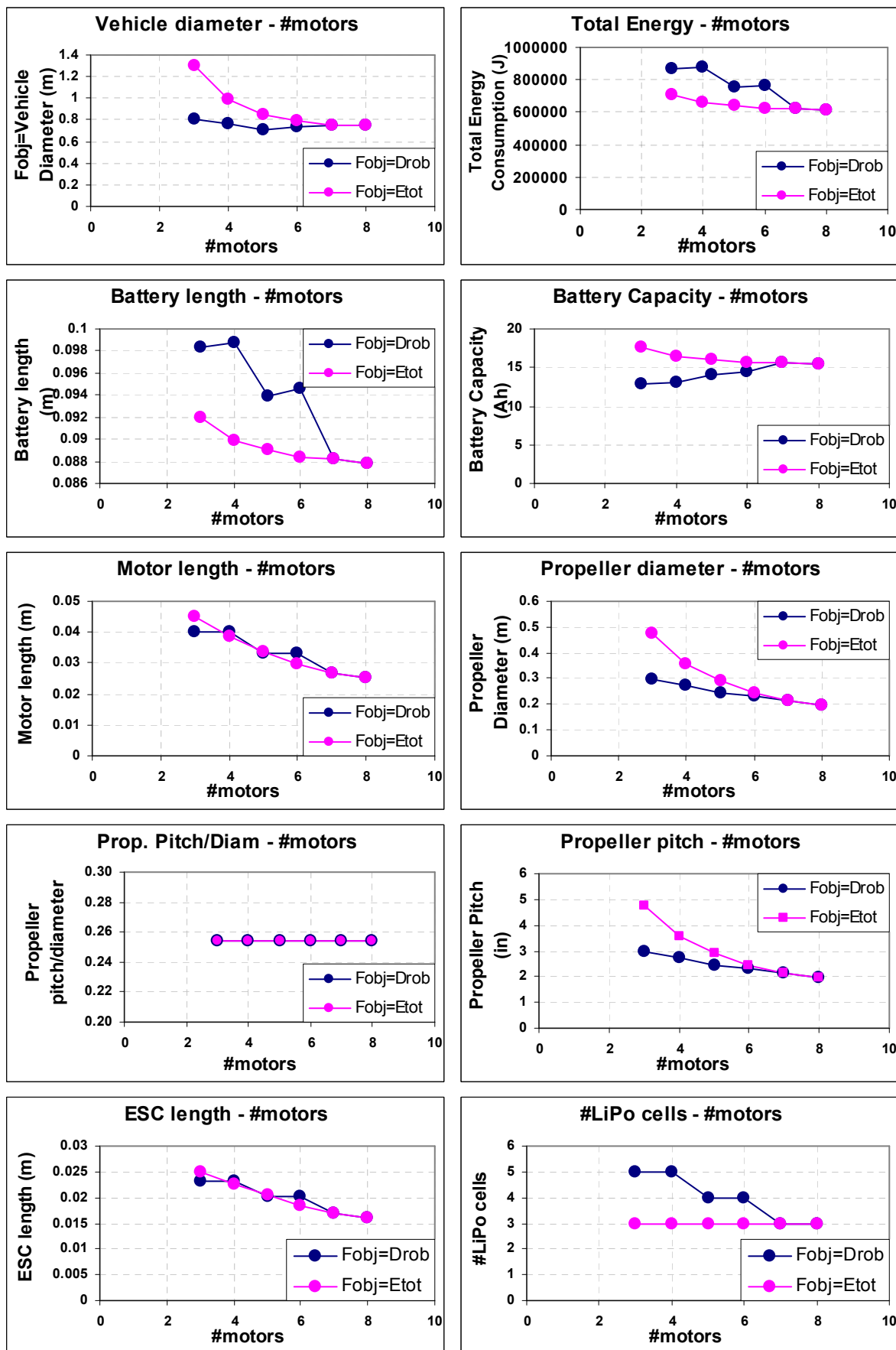
**Πίνακας 5-3.** Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσεως του # κινητήρων για payload 1kg, για αντικειμενική συνάρτηση την καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.

Payload mass = 1 kg Flight time = 15 min fw=2 = 2 ATP=0.1 = 0.1										
#Motors	#LiPo cells	Fobj = Total Energy (J)	Vehicle Diameter (m)	Batery Length (m)	Batery Capacity (Ah)	Motor length (m)	Prop. Diam. (m)	Prop. Pitch/Diam.	Prop. Pitch (in)	ESC length (m)
3	3	707766	1.303522	0.092	17.7119	0.045	0.477	0.254	4.771	0.025
4	3	659350	0.989039	0.0899	16.5002	0.038	0.357	0.254	3.573	0.023
5	3	641267	0.845768	0.089	16.0477	0.034	0.29	0.254	2.902	0.02
6	3	626063	0.785921	0.0883	15.6672	0.03	0.246	0.254	2.456	0.019
7	3	622523	0.753196	0.0882	15.5786	0.027	0.215	0.254	2.154	0.017
8	3	615818	0.755835	0.0878	15.4109	0.025	0.197	0.254	1.973	0.016

**Πίνακας 5-4.** Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσεως του # κινητήρων για payload 1kg, για αντικειμενική συνάρτηση τη διάμετρο του οχήματος.

Payload mass = 1 kg Flight time = 15 min fw=2 = 2 ATP=0.1 = 0.1										
#Motors	#LiPo cells	Fobj = Vehicle Diameter	Total Energy (J)	Batery Length (m)	Batery Capacity (Ah)	Motor length (m)	Prop. Diam. (m)	Prop. Pitch/Diam.	Prop. Pitch (in)	ESC length (m)
3	5	0.80631	863616	0.0983	12.9672	0.04	0.295	0.254	2.951	0.023
4	5	0.75748	874676	0.0987	13.1333	0.04	0.274	0.254	2.737	0.023
5	4	0.7016	751664	0.0939	14.1078	0.033	0.241	0.254	2.408	0.02
6	4	0.73498	767212	0.0945	14.3996	0.033	0.23	0.254	2.297	0.02
7	3	0.75063	622785	0.0882	15.5861	0.027	0.215	0.254	2.147	0.017
8	3	0.75584	615820	0.0878	15.4109	0.025	0.197	0.254	1.973	0.016

Στο Σχήμα 5-6 παρουσιάζεται γραφικά η μεταβολή των βέλτιστων διανυσμάτων σχεδιασμού συναρτήσεως του αριθμού κινητήρων για τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις.



Σχήμα 5-6. Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσει του # κινητήρων για 1kg payload. Σύγκριση αντικειμενικών συναρτήσεων.

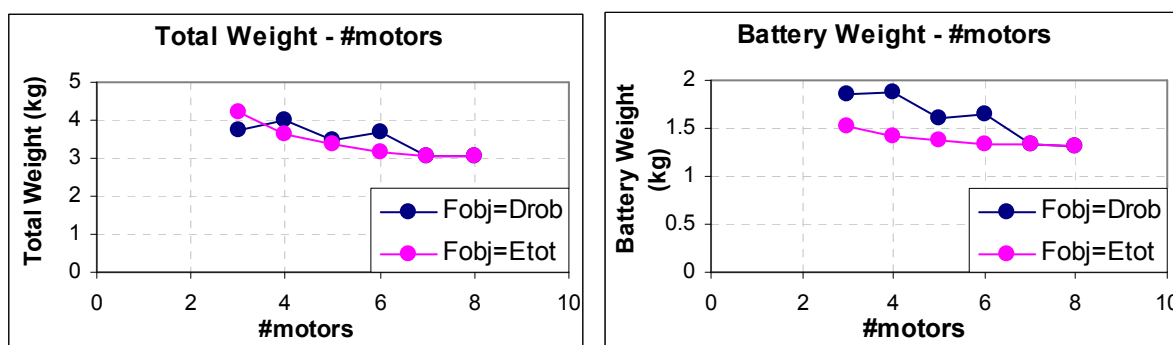
Παρατηρούμε ότι για ελάχιστη ενέργεια συστήματος η καλύτερη λύση είναι για 8 κινητήρες. Το συμπέρασμα αυτό δεν είναι και τόσο εύλογο διότι θα περίμενε κάποιος ότι αντί για πολλούς μικρούς κινητήρες οι οποίοι πάντα έχουν χειρότερη απόδοση από τους μεγαλύτερους, οι μεγάλοι κινητήρες θα είναι λιγότερο ενεργοβόροι, συν το γεγονός ότι η μεγαλύτερες έλικες είναι πιο αποδοτικές. Αυτό ίσως να συμβαίνει για το συγκεκριμένο φορτίο (payload) όπως θα δούμε παρακάτω.

Επίσης, παρατηρούμε ότι για 7 και 8 κινητήρες οι λύσεις των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων ταυτίζονται.

Τέλος, παρατηρούμε την αναμενόμενη μείωση του μήκους των Η/Κ, ESC και διαμέτρου έλικας με την αύξηση των κινητήρων.

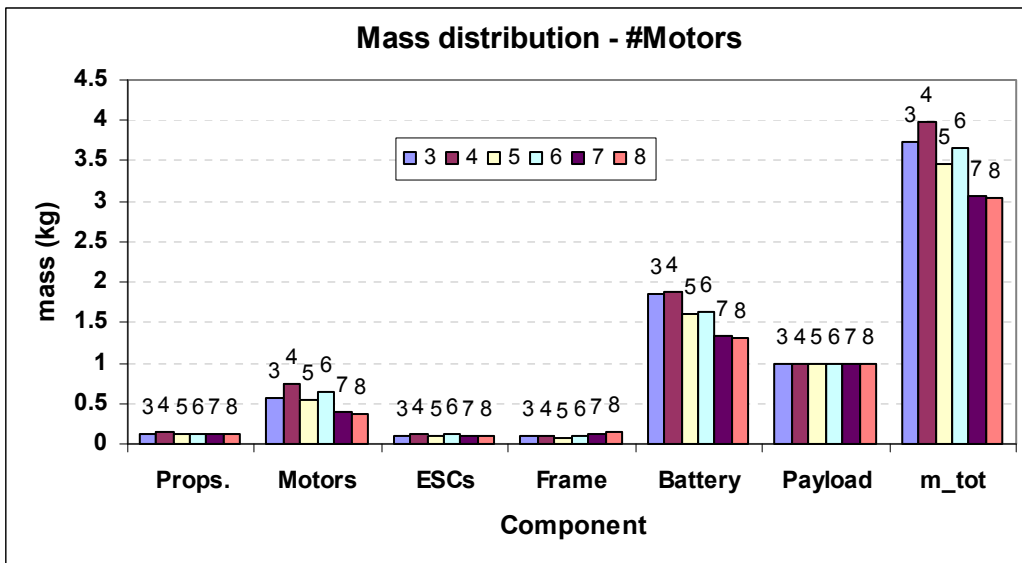
### 5.2.2 Διανομή Βάρους Συνιστώσων

Στο, στο Σχήμα 5-7 παρατηρούμε ότι η ελαχιστοποίηση της ενέργειας του συστήματος δίνει σχεδόν ίδια συνολική μάζα οχήματος, σχετικά με την ελαχιστοποίηση της διαμέτρου του οχήματος. Αυτό οφείλεται για τον ίδιο λόγο με πριν. Η μείωση της διαμέτρου απαιτεί μικρότερες έλικες, άρα λιγότερο αποδοτικές, άρα περισσότερο ενεργοβόρες, συνεπώς μεγαλύτερη μπαταρία, όμως μικρότερους άρα ελαφρύτερους Η/Κ και μικρότερη μάζα σκελετού.



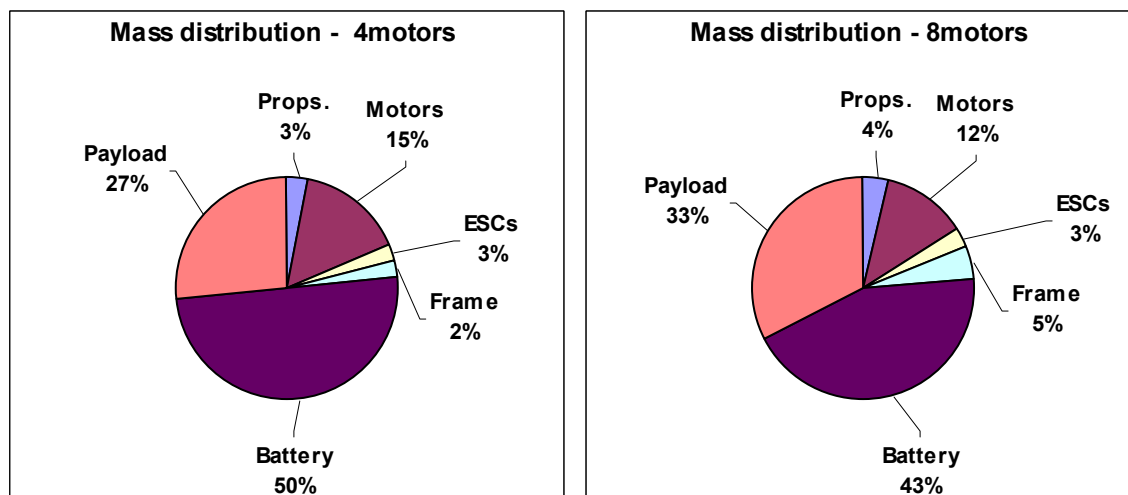
**Σχήμα 5-7.** Σύγκριση συνολικής μάζας και μάζας μπαταρίας συναρτήσει # κινητήρων, για 1kg payload, για τις 2 αντικειμενικές συναρτήσεις.

Στο Σχήμα 5-8 παρατηρούμε πως διανέμεται η μάζα του οχήματος στις συνιστώσες της, συναρτήσει του αριθμού κινητήρων.



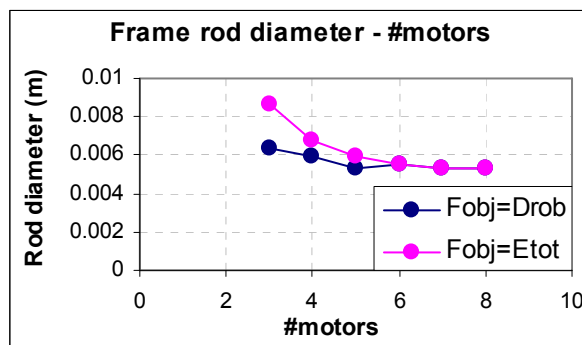
**Σχήμα 5-8.** Διανομή μάζας συναρτήσει του # κινητήρων για 1kg payload. Αντικειμενική συνάρτηση : Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.

Στο Σχήμα 5-9 παρατηρούμε τη διανομή μάζας για 4 και 8 κινητήρες. Παρατηρούμε ότι όσο μεγαλώνει ο αριθμός κινητήρων, μεγαλώνει και το ποσοστό του φορτίου στη συνολική μάζα, το οποίο είναι λογικό αφού είδαμε ότι περισσότεροι κινητήρες σημαίνει μικρότερη απαίτηση ενέργειας, συνεπώς μικρότερη μπαταρία.



**Σχήμα 5-9.** Διανομή μάζας για ακραίους # κινητήρων για 1kg payload. Αντικειμενική συνάρτηση : Καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.

Τέλος, στο Σχήμα 5-10 ενδεικτικά παρουσιάζουμε και την διάμετρο των ράβδων του σκελετού, συναρτήσει του αριθμού κινητήρων. Και εδώ ισχύουν όσα είπαμε προηγουμένως.



**Σχήμα 5-10.** Μεταβολή της διαμέτρου των ράβδων του σκελετού συναρτήσει του # κινητήρων, για 1kg payload, για τις 2 αντικειμενικές συναρτήσεις.

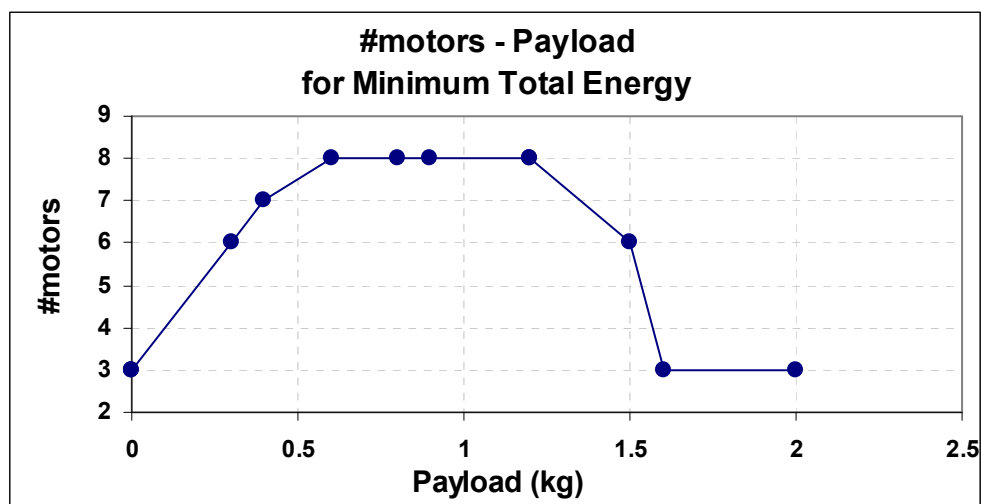
### 5.3 Μεταβλητός #κινητήρων / Μεταβλητό payload

Στην περίπτωση αυτή ο αριθμός των κινητήρων μεταβάλλεται από 3 έως 8, ο αριθμός στοιχείων της μπαταρίας από 1 έως 10 και το φορτίο (payload) από 0kg έως 2kg. Η βελτιστοποίηση έγινε για αντικειμενική συνάρτηση τη συνολική καταναλισκόμενη ενέργεια. Ουσιαστικά, μας ενδιαφέρει να έχουμε εποπτεία του βέλτιστου αριθμού κινητήρων συναρτήσει του φορτίου (payload) για ελάχιστη καταναλισκόμενη ενέργεια από το σύστημα. Στον Πίνακα 5-5 παρουσιάζονται τα βέλτιστα διανύσματα σχεδιασμού για την περίπτωση αυτή.

Στο Σχήμα 5-11 παρουσιάζουμε τη μεταβολή του αριθμού κινητήρων συναρτήσει του φορτίου (payload). Παρατηρούμε κάτι όχι και τόσο προφανές, ότι για περιοχή φορτίου από 0.6kg έως 1.2kg είναι βέλτιστη η χρήση 8 κινητήρων ενώ για φορτία έξω από την περιοχή αυτή ο βέλτιστος αριθμός κινητήρων μειώνεται. Αυτό πιθανόν οφείλεται στα όρια που επιβάλλει ο σχεδιασμός των συγκεκριμένων Η/Κ και ελίκων που έχουμε παραμετροποιήσει.

**Πίνακας 5-5.** Μεταβολή του βέλτιστου διανύσματος σχεδιασμού συναρτήσει του # κινητήρων και του payload, για ελάχιστη καταναλισκόμενη ενέργεια.

Flight time = 15 min fw=2 = 2 ATP=0.1 = 0.1											
Payload (kg)	#Motors	#LiPo cells	Fobj = Total Energy (J)	Vehicle Diameter (m)	Batery Length (m)	Batery Capacity (Ah)	Motor length (m)	Prop. Diam. (m)	Prop. Pitch/Diam .	Prop. Pitch (in)	ESC length (m)
0	3	1	6628.2	0.243987	0.0194	0.49761	0.01	0.089	0.254	0.893	0.007
0.3	6	2	127976	0.489566	0.052	4.8039	0.018	0.153	0.254	1.53	0.012
0.4	7	2	175512	0.57654	0.0578	6.5883	0.019	0.165	0.254	1.649	0.013
0.6	8	2	284322	0.750355	0.0679	10.6727	0.022	0.196	0.254	1.959	0.014
0.8	8	2	441918	0.954268	0.0787	16.5885	0.026	0.249	0.254	2.491	0.016
0.9	8	3	544928	0.715139	0.0843	13.6368	0.024	0.187	0.254	1.867	0.016
1.2	8	3	772740	0.866435	0.0948	19.3378	0.028	0.226	0.254	2.262	0.018
1.2	8	3	772740	0.866435	0.0948	19.3378	0.028	0.226	0.254	2.262	0.018
1.5	6	3	1E+06	1.155928	0.1039	25.5055	0.039	0.361	0.254	3.612	0.023
1.6	3	4	1E+06	1.435319	0.1063	20.4516	0.053	0.525	0.254	5.254	0.027
2	3	4	1E+06	1.63923	0.1143	25.4335	0.055	0.6	0.254	6	0.028



**Σχήμα 5-11.** Μεταβολή του # κινητήρων συναρτήσει του payload για ελάχιστη καταναλισκόμενη ενέργεια.

#### 5.4 Σύγκριση με Εμπορικά Multi – Rotors

Για να επιβεβαιώσουμε τη δουλειά που έχουμε κάνει στην εργασία αυτή, συγκρίνουμε εμπορικές σχεδιάσεις με τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης.

Πρώτα κάνουμε μια σύγκριση για 4 κινητήρες με το quadrotor Walkera HM Hoten X Quadcopter που φαίνεται στο Σχήμα 5-12.



**Σχήμα 5-12.** Το quadrotor Walkera HM Hoten X Quadcopter πτήσης<sup>[66]</sup>.

Στον Πίνακα 5-6 γίνεται η σύγκριση. Τα στοιχεία τα αντήσαμε από το [66]. Να σημειώσουμε ότι την τιμή του payload τη δώσαμε εμείς, θεωρώντας ότι τόση είναι η μάζα των ηλεκτρονικών (πλακέτες κλπ) από πληροφορίες που βρήκαμε στο διαδίκτυο. Παρατηρούμε ότι η βελτιστοποίηση δίνει πολύ κοντινά αποτελέσματα για το ίδιο payload. Βέβαια, αυτό βασίζεται στην υπόθεση ότι το payload είναι 100g. Η διαφορά ουσιαστικά έγκειται στο ότι το βελτιστοποιημένο χρησιμοποιεί μικρότερη μπαταρία, με ένα στοιχείο αντί για δύο και ταυτόχρονα μικρότερους Η/Κ.

**Πίνακας 5-6.** Μεταβολή μεγεθών συναρτήσει του # κινητήρων για σταθερό payload, για αντικειμενική συνάρτηση την καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.

Model	Walkera Hoten X Quadcopter	Optimization	Difference
#Motors	4	4	0
Payload capacity	2	2	0
Total flight time (min)	10	10	0
Total mass (kg)	0.332	0.283	-0.05
Payload (kg)	0.1	0.100	0.00
Vehicle mass (kg)	0.269	0.237	-0.03
Battery Capacity (Ah)	1	1.611	0.61
Battery #cells	2	1	-1
Battery mass (kg)	0.064	0.046	-0.02
Propeller diameter (m)	0.186	0.184	0.00
Vehicle diameter (m)	0.500	0.510	0.01

Η επόμενη σύγκριση αφορά ένα octorotor, το X88-J2 Octocopter που φαίνεται στο Σχήμα 5-13.



**Σχήμα 5-13.** Το Octocopter X88-J2<sup>[67]</sup>.

Στον Πίνακα 5-7 γίνεται η σύγκριση. Τα στοιχεία τα αντλήσαμε από το [67]. Εδώ παρατηρούμε ότι το βελτιστοποιημένο όχημα είναι 3% πιο βαρύ αλλά 30% πιο μικρό. Βέβαια οι μπαταρίες του βελτιστοποιημένου έχουν διπλάσια χωρητικότητα, επειδή έχουν τα μισά στοιχεία (cells), με τη συνολική μάζα της μπαταρίας να είναι ίδια. Ίδια δηλαδή απαίτηση ενέργειας. Ουσιαστικά, η μπαταρία του X88-J2 για παράδειγμα, αποτελείται από 4 στοιχεία 10Ah το καθένα συνδεδεμένα σε σειρά, ενώ το βελτιστοποιημένο από 4 στοιχεία 10Ah το καθένα, αλλά ανά δύο παράλληλα συνδεδεμένα.



**Πίνακας 5-7.** Μεταβολή μεγεθών συναρτήσει του # κινητήρων για σταθερό payload, για αντικειμενική συνάρτηση την καταναλισκόμενη συνολική ενέργεια.

<b>Model</b>	<b>X88-J2 Octocopter</b>	<b>Optimization</b>	<b>Difference</b>
<b>#Motors</b>	8	8	0
<b>Payload capacity</b>	1.51	1.51	0
<b>Total flight time (min)</b>	17.5	17.5	0
<b>Total mass (kg)</b>	3.11	3.23	0.12
<b>Payload (kg)</b>	1.13	1.13	0.00
<b>Vehicle mass (kg)</b>	2	2.10	0.10
<b>Battery Capacity (Ah)</b>	10.6	21.43	10.83
<b>Battery #cells</b>	4	2	-2
<b>Battery mass (kg)</b>	1.11	1.22	0.11
<b>Propeller diameter (m)</b>	0.305	0.24	-0.07
<b>Vehicle diameter (m)</b>	1.205	0.91	-0.29



## 6 Σύνοψη

### 6.1 Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

Στην εργασία αυτή έγινε ουσιαστικά μια προσπάθεια να απαντήσουμε σε κάποια ερωτήματα που αφορούν στο σχεδιασμό ενός ιπτάμενου οχήματος πολλών στροφείων (MRAV). Οι συλλογισμοί αυτοί είναι : *Επιθυμώ ένα όχημα που να μπορεί να σηκώνει κάποια κιλά, πόσο μεγάλο πρέπει να είναι, ή πόσο μικρό μπορεί να είναι; Επιπλέον, τι είναι καλύτερο, να έχει πολλούς ή λίγους κινητήρες; Ακόμα, τι Η/Κ και έλικες να χρησιμοποιήσω, ποιους συνδυασμούς;*.

Για να απαντηθούν τα ερωτήματα αυτά ξεκινήσαμε από τη φυσική και μαθηματική μοντελοποίηση των κυριότερων συνιστωσών από τα οποία αποτελείται ένα τέτοιο όχημα, ώστε να έχουμε γνώση για το πως οι παράμετροί τους επηρεάζουν τις επιδόσεις τους. Μοντελοποιήσαμε αρχικά λοιπόν τους outrunner BLDC Η/Κ σαν DC Η/Κ με ένα κλασσικό μοντέλο τριών παραμέτρων (3 constant model). Στη συνέχεια μοντελοποιήσαμε τις μπαταρίες LiPo ως μια ιδανική πηγή τάσης με εσωτερική αντίσταση και εκφράσαμε τα χαρακτηριστικά της συναρτήσει των στοιχείων (cell) που είναι συνδεδεμένα σε σειρά και παράλληλα. Έπειτα, μοντελοποιήσαμε τους ελεγκτές στροφών των Η/Κ (ESC) ως μια σταθερή αντίσταση. Ακόμη, αναπτύξαμε ένα απλοποιημένο μοντέλο για τις έλικες (ή στροφεία) το οποίο πέρα από τις στροφές, βασίζεται στην εξάρτηση των επιδόσεών τους μόνο από τη διάμετρο και το γεωμετρικό βήμα της έλικας σε μια ακτίνα αναφοράς, αρκεί όμως να έχουμε πειραματικά δεδομένα ή ακριβείς υπολογισμούς για κάποιου τύπου έλικες δύο πτερυγίων. Επιπλέον, μοντελοποιήσαμε το όχημα ως στερεό σώμα και εξάγαμε τις εξισώσεις κινηματικής για τις περιπτώσεις όπου αιωρείται, που ξεκινάει κατακόρυφη ανοδική κίνηση, ή ξεκινάει κάποια περιστροφή. Τέλος, συνδέσαμε τις εξισώσεις των επιμέρους συνιστωσών μεταξύ τους, εξάγοντας τις συνολικές εξισώσεις που περιγράφουν το όχημα όταν αυτό αιωρείται ή όταν ξεκινάει μια επιταχυνόμενη ανοδική κίνηση.

Στη συνέχεια παραμετροποιήσαμε τις συνιστώσες. Εκφράσαμε δηλαδή τις παραμέτρους των συνιστωσών συναρτήσει του μήκους των συνιστωσών. Για να το επιτύχουμε αυτό, πήραμε τεχνικά χαρακτηριστικά Η/Κ, μπαταρίας, ESC και έλικας από κατασκευαστές στο χώρο του μοντελισμού (τηλεκατευθυνόμενα). Συνεπώς, παραμετροποιήσαμε συγκεκριμένα προϊόντα με το σκεπτικό ότι τα προϊόντα άλλων κατασκευαστών θα έχουν παρόμοια χαρακτηριστικά. Επίσης, εκφράσαμε τις διαστάσεις του οχήματος και κατ' επέκταση και του σκελετού του οχήματος, συναρτήσει της

διαμέτρου της έλικας, της διανομής των κινητήρων επάνω στο σκελετό και τη φόρτιση του οχήματος. Αποτέλεσμα της όλης αυτής διαδικασίας, είναι να μπορούμε να υπολογίζουμε τις επιδόσεις και διαστάσεις του οχήματος μόνο με τη γνώση του μήκους του Η/Κ, της μπαταρίας, του ESC, τη διάμετρο και το βήμα της έλικας, καθώς και τον αριθμό των Η/Κ.

Τέλος αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα σε Matlab το οποίο χρησιμοποιεί τη συνάρτηση βελτιστοποίησης `fmincon`, με σκοπό τη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού ενός οχήματος. Το πρόγραμμα αυτό με κατάλληλη συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση, και για δεδομένη διάρκεια πτήσης και φορτίο (payload) μπορεί και υπολογίζει το βέλτιστο συνδυασμό Η/Κ, μπαταρίας, ESC, διάμετρο και βήμα έλικας, όπως επίσης τον αριθμό των κινητήρων και τον αριθμό των στοιχείων της μπαταρίας.

Η βελτιστοποίηση δοκιμάστηκε ελαχιστοποιώντας την ενέργεια που καταναλώνει το σύστημα, ή ελαχιστοποιώντας τη διάμετρο του οχήματος. Μπορέσαμε έτσι να συσχετίσουμε το πώς μεταβάλλονται οι διαστάσεις και τα λειτουργικά χαρακτηριστικά των συνιστωσών για δύο σενάρια, 1<sup>ο</sup> για σταθερό αριθμό κινητήρων (4) και μεταβλητό φορτίο (payload), και 2<sup>ο</sup> για σταθερό φορτίο (payload) (1kg) και μεταβλητό αριθμό κινητήρων.

Τα αποτελέσματα για το 1<sup>ο</sup> σενάριο έδειξαν ότι οι διαστάσεις των συνιστωσών αυξάνονται με την αύξηση του φορτίου μέσω μιας, τουλάχιστον φαινομενικά, κυβικής εξάρτησης που είναι και αναμενόμενη αφού η μάζα είναι ανάλογη της τρίτης δύναμης του μήκους. Σημαντικό είναι πως η ελαχιστοποίηση της ενέργειας του συστήματος έδινε ως λύση μεγαλύτερες διαμέτρους οχήματος, και ταυτόχρονα περίπου ίδια συνολική μάζα οχήματος, σε σχέση με την ελαχιστοποίηση της διαμέτρου. Και αυτό είναι λογικό, καθώς η ελαχιστοποίηση της ενέργειας σημαίνει ελάχιστη απαιτούμενη μάζα μπαταρίας, όμως μεγαλύτερες διαστάσεις και βάρος συνιστωσών και οχήματος.

Τα αποτελέσματα για το 2<sup>ο</sup> σενάριο έδειξαν κάτι όχι τόσο προφανές, ότι αυξανόμενου του αριθμού κινητήρων η ενέργεια που καταναλώνει το σύστημα ελαττώνεται. Αυτό δεν είναι προφανές διότι το λογικό θα ήταν ότι περισσότεροι μικροί κινητήρες έχουν χειρότερη απόδοση από ότι λίγοι και μεγαλύτεροι κινητήρες, συνεπώς μεγαλύτερη κατανάλωση ενέργειας. Αυτό είναι ένα φαινόμενο που εμφανίστηκε για το συγκεκριμένο σενάριο του φορτίου 1kg.

Και στα δύο σενάρια, σημαντική παρατήρηση αποτελεί ότι ο λόγος βήματος έλικας προς διάμετρο έλικας, έπαιρνε πάντα τη χαμηλότερη τιμή. Αυτό είναι επίσης λογικό επειδή η αύξηση του βήματος προκαλεί ταχύτερα την αύξηση του συντελεστή ισχύος από ότι την αύξηση του συντελεστή ώσης.

Στη συνέχεια έγινε συσχέτιση του βέλτιστου αριθμού κινητήρων συναρτήσει του φορτίου (payload), για ελάχιστη συνολική καταναλισκόμενη ενέργεια. Τα αποτελέσματα έδειξαν κάτι όχι και τόσο προφανές, ότι για την περιοχή φορτίου από 0.6kg έως 1.2kg είναι βέλτιστη η χρήση 8 κινητήρων, ενώ για φορτία έξω από την περιοχή αυτή ο

βέλτιστος αριθμός κινητήρων μειώνεται. Αυτό πιθανόν οφείλεται στα όρια που επιβάλλει ο σχεδιασμός των συγκεκριμένων Η/Κ και ελίκων που έχουμε παραμετροποιήσει.

Τέλος, συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα του προγράμματος βελτιστοποίησης που αναπτύξαμε, με τις επιδόσεις και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά εμπορικών MRVs. Η σύγκριση έγινε για 4 και 8 κινητήρες. Είδαμε ότι προσεγγίζουμε αρκετά στο σχεδιασμό τα υπαρκτά αυτά οχήματα, δίνοντας μάλιστα και περιθώριο βελτίωσής τους.

## 6.2 Προτάσεις για το Μέλλον

Τα αδύναμα σημεία του προγράμματος βελτιστοποίησης σχεδιασμού που αναπτύχθηκε, φάνηκαν όπως είδαμε στα σενάρια σχεδιασμού που επιχειρήσαμε. Χρειάζεται λοιπόν περισσότερη διερεύνηση για νέες αντικειμενικές συναρτήσεις και νέους περιορισμούς που θα εξασφαλίζουν πιο ικανοποιητικά τη φυσική συνέπεια των αποτελεσμάτων της βελτιστοποίησης.

Παράλληλα, για τη κάλυψη των κενών της εργασίας αυτής, αλλά και για επέκταση των σχεδιαστικών επιλογών, είναι σημαντικό να γίνει η παραμετροποίηση ορισμένων μεγεθών :

- Του ελάχιστου λόγου βήματος έλικας προς διάμετρο έλικας ( $p/D_p$ ) συναρτήσει της διαμέτρου της έλικας. Ο λόγος αυτός αυξάνει όσο αυξάνεται η διάμετρος της έλικας.
- Των συντελεστών ώσης και ισχύος της έλικας με τον αριθμό πτερυγίων της έλικας. Στη βιβλιογραφία υπάρχει τρόπος για να προσεγγισθεί αυτή η συσχέτιση, αλλά θα ήταν καλύτερο να βασιστούμε και σε πειραματικά δεδομένα.
- Coreless Η/Κ. Μέχρι τώρα δεν έχουμε στοιχεία για μικρούς DC Η/Κ ή για μικρούς inrunner BLDC Η/Κ. Θα ήταν χρήσιμο διότι η βελτιστοποίηση σχεδιασμού θα μπορούσε να επεκταθεί σε πολύ μικρά MRV. Θα ήταν χρήσιμο λοιπόν ότι κάναμε για τους outrunner BLDC Η/Κ, να το κάνουμε και για άλλους μικρότερους inrunner, αλλά και για Coreless.
- Τον αριθμό τυλιγμάτων του στάτη των Outrunner BLDC Η/Κ ως συνάρτηση του ισοδύναμου μήκους του Η/Κ. Αυτό θα αυξήσει αρκετά την ακρίβεια υπολογισμού των παραμέτρων του Η/Κ.
- Outrunner BLDC Η/Κ διαφορετικής φέρμας, αλλά και διαφορετικού τύπου. Το τελευταίο καιρό εταιρίες παράγουν νέα μοντέλα Outrunner BLDC Η/Κ ειδικά για MRVs. Θα ήταν χρήσιμο να παραμετροποιήσουμε και αυτά.

- Των ηλεκτρονικών ελέγχου του οχήματος (πλακέτες, IMU κλπ) συναρτήσει της διαμέτρου του οχήματος. Έτσι θα έχουμε καλύτερη εκτίμηση της μάζας του οχήματος, αλλά και της απαιτούμενης διαμέτρου του κεντρικού μέρους του σκελετού.
- Των επενεργητών (servo) συναρτήσει της ροπής του Η/Κ και της γωνιακής επιτάχυνσης του οχήματος. Αυτό είναι χρήσιμο για την περίπτωση όπου στα οχήματα με περιπτό αριθμό κινητήρων, πρέπει ο ένας Η/Κ να έχει tilt. Έτσι, θα έχουμε καλύτερη εκτίμηση και των χαρακτηριστικών του επενεργητή που χρειάζεται.

Επιπλέον, θα αύξανε την αρτιότητα του σχεδιασμού η μοντελοποίηση ορισμένων μεγεθών :

- Της εσωτερικής αντίστασης των ESC. Το ιδανικό θα ήταν να έχουμε κάποιες εξισώσεις που να συνδέουν τη διαφορά τάσης στα άκρα του ESC με την εσωτερική του αντίσταση, καθώς όπως αναφέραμε, όσο μεγαλώνει η διαφορά τάσης αυτή, τόσο αυξάνονται οι απώλειες του ESC.
- Των αντίρροπα στρεφόμενων στροφείων (coaxial ή counter rotating). Έτσι, θα επεκταθεί ο σχεδιασμός και σε MRAVs με διαφορετική διανομή κινητήρων. Η βιβλιογραφία που παραθέτουμε είναι χρήσιμη για το σκοπό αυτό.

Τέλος, θα ήταν χρήσιμο να αναπτυχθεί ένα πρόγραμμα που θα σχεδιάζει τη βέλτιστη έλικα για κάθε περίπτωση. Η βιβλιογραφία που παραθέτουμε έχει τρόπους για το πρόβλημα αυτό. Ειδικά για την περίπτωση των MRAVs, πολλές έλικες είναι πλαστικές και η αεροτομή τους είναι ουσιαστικά ένα τόξο κύκλου με σταθερό πάχος, οπότε ως λεπτότοιχες υπολογίζονται αφενός ευκολότερα, αφετέρου δε μπορούν με ευκολία να κατασκευαστούν με απλά μέσα. Παρ' όλα αυτά θα ήταν χρήσιμο να γινόντουσαν ακόμα και πειράματα μέτρησης στατικής ώσης σε τέτοιες έλικες, ώστε η παραμετροποίησή τους να προστεθεί στο υπάρχον πρόγραμμα βελτιστοποίησης.

## Βιβλιογραφία

- [1] Bohorquez, F., "Rotor Hover Performance and System Design of an Efficient Coaxial Rotary Wing Micro Air Vehicle", *PhD Thesis*, University of Maryland, 2007.
- [2] Bohorquez, F., et al., "Design, Analysis and Hover Performance of a Rotary Wing Micro Air Vehicle", *Journal of the American Helicopter Society*, Volume 48, Number 2, 1 April 2003 , pp. 80-90.
- [3] Bouabdallah, S., "Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying", *PhD Thesis*, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2007.
- [4] Brandt, J. and Selig, M., "Propeller Performance Data at Low Reynolds Numbers", *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2011, AIAA 2011-1255.
- [5] Carri, J., "A Four-Constant Model for Electric Motors (draft no.2)", 2007, Internet draft, Available at: [http://flbeagle.rchomepage.com/research/4\\_consts\\_paper\\_ver\\_02.pdf](http://flbeagle.rchomepage.com/research/4_consts_paper_ver_02.pdf).
- [6] Castillo, P., Lozano, R., Dzul, A., "*Modeling and Control of Mini - Flying Machines*", Springer, 2005, ISBN 1-85233-957-8.
- [7] Diessen, T., "Development of an integrated approach to an initial design of a Multi Rotor Unmanned Aerial Vehicle", *M.sc. Thesis*, TUDelft, 2012, <http://www.tudelft.nl/live/pagina.jsp?id=6177ad3d-8929-4560-b65b-1e19abefe125&lang=en>.
- [8] Dyer, K., "Aerodynamic Study of a Small, Ducted VTOL Aerial Vehicle", *M.sc. Thesis*, MIT, 2002.
- [9] Fay, G., "Derivation of the Aerodynamic Forces for the Mesicopter Simulation", 2001. Stanford University Progress Reports, Available at: <http://adg.stanford.edu/mesicopter/ProgressReports/mesicopteraeromodel.pdf>.
- [10] Fernandes, N., "Design and construction of a multi-rotor with various degrees of freedom", *M.sc. Thesis*, Technical University of Lisboa, 2011.

- [11] Franchi, A., et al, "Balancing Autonomy and Human Assistance with a Group of Quadrotor UAVs", *IEEE Robotics and Automation Magazine*, Sept. 2012, pp. 57-68.
- [12] Gabriel, D.L., et al., "Brushless DC Motor Characterisation and Selection for a Fixed Wing UAV", IEEE Africon 2011 - The Falls Resort and Conference Centre, Livingstone, Zambia, 13 - 15 September 2011.
- [13] Garner, W., 2009. "Model Airplane Propellers", District of Columbia Radio Control Club document, Available at: <http://dc-rc.org/pdf/Model%20Propellers%20Article.pdf>.
- [14] Gessow, A. and Crim, A., "An Extension Of Lifting Rotor Theory to Cover Operation At Large Angles Of Attack And High Inflow Conditions", *NACA Technical Note 2665*, 1952.
- [15] Haider, A., Sajjad, M., "Structural Design and Non-linear Modeling of a Highly Stable Multi-Rotor Hovercraft ", *Control Theory and Informatics*, ISSN 2225-0492, Vol 2, No.4, 2012.
- [16] Harrington, A., "Optimal Propulsion System Design for a Micro Quad Rotor", *M.sc. Thesis*, University of Maryland, 2011.
- [17] Hoffmann, G., et al, "Quadrotor Helicopter Flight Dynamics and Control: Theory and Experiment", *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 20 - 23 August 2007, Hilton Head, South Carolina, AIAA 2007-6461.
- [18] Jiang, Q. et al, "ANALYSIS AND SYNTHESIS OF MULTI-ROTOR AERIAL VEHICLES", *Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, IDETC/CIE 2011, August 28–31, 2011, Washington, DC, USA, DETC2011-47114.
- [19] Kendoul, F., "Survey of advances in guidance, navigation, and control of unmanned rotorcraft systems", *Journal of Field Robotics* Volume 29, Issue 2, March/April 2012, pp. 315–378.
- [20] Kunz, P., "Aerodynamics and Design for Ultra-Low Reynolds Number Flight", *PhD*



- Thesis*, Stanford University, 2003.
- [21] Langkamp, D., et al, "An engineering development of a novel hexrotor vehicle for 3D applications", *Proceedings of the Micro Air Vehicles conference 2011 summer edition*.
- [22] Latorre, E., "Propulsion system optimization for an unmanned lightweight quadrotor", *M.sc. Thesis*, Universitat Politècnica de Catalunya, 2011.
- [23] Leishman, J.G., "*Principles of Helicopter Aerodynamics*", Cambridge University Press, New York, (2006)
- [24] Lim, H., Park, J., Lee, D. and Kim, H., "Open - Source Projects on Unmanned Aerial Vehicles", *IEEE Robotics and Automation Magazine*, Sept. 2012, pp. 33-45.
- [25] Lock, C.N.H., "A Graphical Method of Calculating the Performance of an Airscrew", . British A. R .C. Report and Memoranda 1675, 1935.
- [26] Lundström, D., Amadori, K., Krus, P., "Automation of Design and Prototyping of Micro Aerial Vehicle", AIAA-2009-629, 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, FL, USA, Jan. 2009
- [27] Mahony, R., Kumar, V. and Corke, P., "Modeling, Estimation and Control of Quadrotor", *IEEE Robotics and Automation Magazine*, Sept. 2012, pp. 20-32.
- [28] Mellinger, D., "Minimum Snap Trajectory Generation and Control for Quadrotors", *International Conference on Robotics and Automation - ICRA* , pp. 2520-2525, 2011.
- [29] Mellinger, D., Design, "Trajectory Generation and Control for Quadrotors", *PhD Thesis*, University of Pennsylvania, 2012.
- [30] Mellinger, D., et al, "Cooperative Grasping and Transport using Multiple Quadrotors", *Distributed Autonomous Robotic Systems*, Lausanne, Switzerland, Nov 2010.
- [31] Mellinger, D., et al., "Trajectory generation and control for precise aggressive

- maneuvers with quadrotors“, *The International Journal of Robotics Research*, April 2012 vol. 31 no. 5, pp. 664-674.
- [32] Nathan, M., et al, “The GRASP Multiple Micro UAV Testbed“, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, Sept. 2010.
- [33] Nicoud, J.D., Zufferey, J.C., “Toward Indoor Flying Robots“, *Proceedings of the 2002 IEE-RSJ, Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems*, EPFL, Lausanne, Switzerland October 2002.
- [34] Palunko, I., Cruz, P. and Fierro, R., “Safe and Efficient Load Manipulation with Aerial Robots“, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, Sept. 2012, pp. 69-79.
- [35] Slavik, S., “Preliminary Determination of Propeller Aerodynamic Characteristics for Small Aeroplanes“, *Acta Polytechnica*, 2004, Vol. 44 No. 2/2004.
- [36] Tomic, T., et al, “Research Platform for Indoor and Outdoor Urban Search and Rescue“, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, Sept. 2012, pp. 46-57.
- [37] Tracy, I.P., Propeller Design and Analysis for a Small, Autonomous UAV, *B.Sc. Thesis*, MIT, 2011.
- [38] Wierema, M., “Design, implementation and flight test of indoor navigation and control system for a quadrotor UAV“, *M.sc. Thesis*, TUDelft, 2008.
- [39] Wolowicz, C., Bowman, J., Gilbert, W., “Similitude Requirements and Scaling Relationships as Applied to Model Testing“, *NASA Technical Paper 1435*, 1979.
- [40] Θάνου, Μ., “PID Έλεγχος για Quadrotor“, *Διπλωματική εργασία*, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2011.
- [41] Καλαιτζάκης, Μ., “Επικοινωνία και Αυτόματος Έλεγχος Οπτικής Ανατροφοδότησης Τετραπτέρυγου Οχήματος“, *Διπλωματική εργασία*, ΕΜΠ, Αθήνα 2011.
- [42] Καμπούρης, Χ., “Σχεδιασμός και Κατασκευή Ελικοπτέρου με 4 Έλικες“, *Διπλωματική εργασία*, ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη.
- [43] Μπεργελές, Γ. , “Η αεροδυναμική του υποχηητικού αεροσκάφους“, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 1995, ISBN: 9607510275.

- [44] Παπαδόπουλος, Ε., “Ηλεκτρομηχανικά συστήματα μετατροπής ενέργειας”, Εκδόσεις Φούντας, Αθήνα 2010.
- [45] Παπαδόπουλος, Ε., Κυριακόπουλος, Κ., “Σημειώσεις Ρομποτικής”, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα.
- [46] Χρυσοστάθης, Χ., “Ανάπτυξη Λογισμικού για την Εκτίμηση των Απαιτήσεων Ισχύος ενός Ελικοπτέρου και Ανάλυση της Αποστολής του“, *Διπλωματική εργασία*, ΕΜΠ, Αθήνα 2011.
- [47] Ψυχογιός, Ν. , “Δυναμική, Έλεγχος και Προδιαγραφές Εναέριων Ρομπότ Πολλών Στροφείων“, *Μεταπτυχιακή εργασία* ΕΜΠ, Αθήνα 2012.
- [48] APC Propellers, <http://www.apcprop.com/v/index.html>
- [49] AXI Motors , <http://www.modelmotors.cz/>
- [50] Bicopter Forum, <http://bicopter-forum.websitetoolbox.com/>
- [51] Daedalus Projects (Very small quadrotor) <http://www.daedalus.nu/>,  
<http://www.bitcraze.se/>
- [52] Dr. Martin Hepperle web site for Model Airplane Aerodynamics, <http://www.mh-aerotools.de>
- [53] HACKER motors, <http://www.hacker-motor-shop.com/>
- [54] Hobby King, <http://www.hobbyking.com>
- [55] JETI Electronic Speed Controlers, <http://www.jetimodel.com/>
- [56] Kokam batteries , [http://www.kokam.com/new/kokam\\_en/index.html](http://www.kokam.com/new/kokam_en/index.html)
- [57] Multiwii open source project, <http://www.multiwii.com/>
- [58] Nakimi motors, <http://www.namiki.net>
- [59] Open – Source Multicopters Table, [http://multicopter.org/wiki/Multicopter\\_Table](http://multicopter.org/wiki/Multicopter_Table)
- [60] Precision microdrives, <http://www.precisionmicrodrives.com/tech-blog?tag=DC+Motor>
- [61] R/C Universe Community, <http://www.rcuniverse.com>
- [62] RC motors theory, <http://adamone.rchomepage.com/guide5.htm>

- [63] SCORION motors, <http://www.scorpionsystem.com/>
- [64] T – MOTOR motors, <http://www.rctigermotor.com/>
- [65] University of Illinois Model Propeller Experimental Data,  
<http://www.ae.illinois.edu/m-selig/props/propDB.html>
- [66] Walkera HM Hoten X Quadcopter - 200 size,  
<http://www.helifreak.com/showthread.php?t=452889>
- [67] X88-J2 Octocopter, <http://www.wowhobbies.com/x88octocopter.aspx>